

## Analysetool für Gitterschalen nach der Dynamic-Relaxation-Methode

Dipl.-Ing. Clemens Freitag

Dr.-Ing. Walter Haase

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. h.c. Werner Sobek

März 2014



Universität Stuttgart

Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. h.c. Werner Sobek

Prof. Dr.-Ing. Balthasar Novák

Jun.-Prof. Dipl.-Ing. Dirk A. Schwede, PhD



Forschungsprojekt: Analysetool für Gitterschalen nach der  
Dynamic-Relaxation-Methode

Förderstelle: Forschungsinitiative Zukunft Bau  
Bundesinstitut für Bau-, Stadt- und  
Raumforschung (BBSR)  
im Bundesamt für Bauwesen und Raumordnung (BBR)  
Deichmanns Aue 31-37  
53179 Bonn (Germany)

Förderkennzeichen: AZ SF 10.08.18.7-09.39

Projektleiter: Dr.-Ing. Walter Haase

Bearbeiter: Dipl.-Ing. Clemens Freitag

Bearbeitungsbeginn: März 2010

Bearbeitungsstelle: ILEK Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren  
Direktor: Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Dr. h.c. Werner Sobek  
Pfaffenwaldring 7 + 14  
70569 Stuttgart  
Telefon 0711 / 685 63599  
Telefax 0711 / 685 66968

Der Forschungsbericht wurde mit Mitteln der Forschungsinitiative  
Zukunft Bau des Bundesamtes für Bauwesen und Raumordnung  
gefördert (Aktenzeichen: SF 10.08.18.7-09.39).

Die Verantwortung für den Inhalt des Berichtes liegt bei den Autoren.

Dieser Kurzbericht umfasst 8 Seiten.



## Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
1.1	Gitterschalen, Errichtungsprinzipien, Verbindungsmittel, Materialien	4
1.2	Die Dynamic-Relaxation-Methode	4
1.3	Implementierung und Entwicklung des Programms	5
1.4	Bau und Errichtung eines Demonstrators	6
1.5	Entwicklung, Bau und Errichtung des Prototyps	6
1.6	Validierung durch den Einsatz eines Laserscanners	7
1.7	Validierung durch ANSYS	7
1.8	Zusammenfassung und Ausblick	7
	Abbildungsverzeichnis	8
	Quellenverzeichnis	8
	Projektbeteiligte	8

## 1 Einleitung

Dieses Forschungsprojekt gliederte sich in zwei Bereiche. Zum einen sollte ein Entwurfs- und Analysetool für Gitterschalen unter Verwendung der Dynamic-Relaxation-Methode (DR-Methode) entwickelt werden, um Formfindungen und Analyse von Gitterschalengeometrien zu ermöglichen. Zum anderen sollte ein Prototyp geplant, gebaut und vermessen werden. Eine Validierung des Programms sollte durch den Vergleich der numerischen mit der physischen Geometrie erfolgen.

### 1.1 Gitterschalen, Errichtungsprinzipien, Verbindungsmittel, Materialien

Die von Burkhardt et al. [1] am Institut für Leichte Flächentragwerke der Universität Stuttgart entwickelte Definition beschreibt eine Gitterschale als ein räumlich gekrümmtes Stabtragwerk, bei dem die Stabelemente ein flächiges Gitter mit viereckigen Maschen und konstanten Knotenabständen bilden. Knippers und Helbig [2] erweiterten diese Definition und beschreiben eine Gitterschale als ein Netzschalentragwerk, bei dem Freiformen durch kurze, gerade Stäbe in einer Lage zwischen den Knotenpunkten gefügt werden.

Vor dem Hintergrund der Prototypentwicklung im Rahmen dieses Projekts wurden Gitterschalen, die sich aus einem ebenen Ausgangszustand heraus entwickeln lassen, nach folgenden Kriterien untersucht: Errichtungsmethoden, verwendete Materialien und Verbindungsmittel.

Die Errichtung solcher Gitterschalen erfolgte bislang auf zwei Arten. Entweder wurde das flache Gitternetz aus der Ebene mit Hilfe von Hubwerkzeugen emporgebracht - wie beispielsweise bei der Multihalle in Mannheim [3] - oder es wurde eine Errichtung durch stufenweises Absenken von einem Plateau-Gerüst erreicht - zum Beispiel die Downland-Gitterschale in Sussex [4]. Um den Errichtungsprozess des Prototyps mit geringstmöglicher Materialeinsatz realisieren zu können, sollte im Rahmen des Projekts das Prinzip der kinematischen Errichtung durch Auflagerverschiebung entwickelt und dessen Eignung unter Beweis gestellt werden.

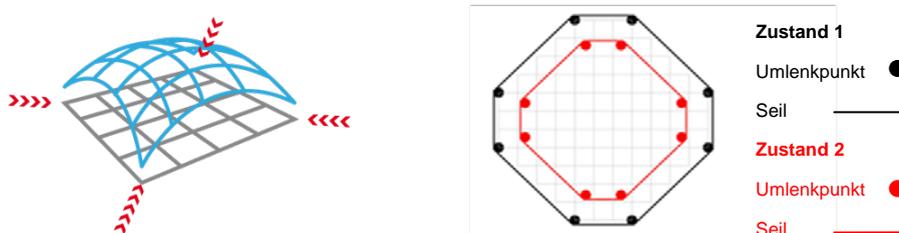


Abbildung 1.1: Prinzipskizze der kinematischen Errichtung durch Auflagerverschiebung (linkes Bild)

Abbildung 1.2: Prinzipskizze der Verkürzung eines Polygonseilzugs für die kinematische Errichtung durch Auflagerverschiebung (rechtes Bild)

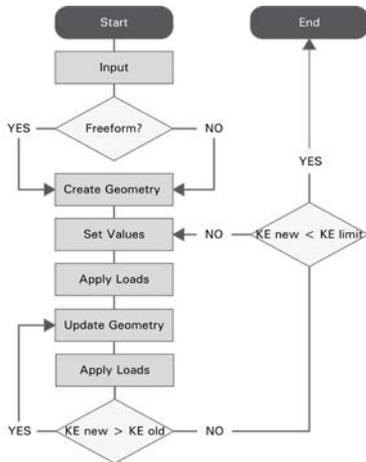
### 1.2 Die Dynamic-Relaxation-Methode

Die Dynamic-Relaxation-Methode (DR-Methode) ist eine vektorielle Methode, die das statische Verhalten von Tragstrukturen unter Lasteinwirkung simulieren und somit zur Formfindung komplexer Geometrien herangezogen werden kann. Ursprünglich wurde sie im Jahre 1965 von A. S. Day zur Berechnung von Gezeitenströmungen entwickelt [5] und im weiteren Verlauf von anderen auch zur Berechnung nichtlinearer Tragstrukturen herangezogen. Sie kann angewandt werden, um Aussagen über Spannungszustände von mechanisch vorgespannten Membranflächen, Seilnetzen, Hängedächern und Gitterschalen zu erhalten [6].

Wie weiter von M. R. Barnes beschrieben wurde, besteht das Prinzip dieser Methode darin, dass die Bewegung jedes einzelnen Knotenpunkts einer Struktur schrittweise in zuvor definierten Zeitintervallen nachvollzogen werden kann. Die Bewegung der unverformten Ausgangsstruktur wird initiiert, indem in einem ersten Schritt äußere Lasten auf die Struktur einwirken und somit Spannungen in das System induzieren. Daraus resultiert für jeden einzelnen Knoten ein Auslenkungsvektor, entlang dessen der Knotenpunkt verschoben wird, so dass hieraus eine erste Verformung der Struktur dargestellt und berechnet wird. Aus dieser ersten Verformung resultieren interne Spannungen, die in jedem Knoten eine zusätzliche resultierende Kraft bewirken. Die Summen der knotenbezogenen internen und externen Kräfte bestimmen die Auslenkungsvektoren für die weiteren Inkremente, bewirken die

Knotenverschiebungen und führen zu weiteren Verformungen der Gesamtstruktur. Die kinetische Energie des Gesamtsystems (KE), die aus den Beschleunigungen der Knoten resultiert, wird für jedes Inkrement neu berechnet und dient der Herbeiführung einer Konvergenz des Algorithmus. Zur Beschleunigung der Konvergenz wird eine künstliche Dämpfung in Form eines sogenannten Massenparameters berücksichtigt.

Der DR-Algorithmus lässt sich vereinfacht in dem folgenden Flussdiagramm (Abbildung 1.3) darstellen und wie folgt beschreiben [6,7]:



- Start des Algorithmus
- Parametereingabe zu Systemabmessungen, Bauteilgeometrie und Materialeigenschaften
- Erzeugung einer Ausgangsgeometrie
- Einstellen des Algorithmus: Massenparameter, Geschwindigkeiten, Kinetische Energie
- Berechnung der externen Kräfte sowie der daraus resultierenden Verformungen
- Update der Geometrie auf Grundlage der zuvor berechneten Verformungen
- Berechnung der internen und externen Kräfte sowie der Verformungen
- Gegenüberstellung der gegenwärtigen KE mit dem Wert der KE des vorherigen Inkrements

Abbildung 1.3: Flussdiagramm des DR-Algorithmus, eigene Darstellung nach [6] [7]

### 1.3 Implementierung und Entwicklung des Programms

Die Implementierung des DR-Algorithmus erfolgte in RhinoScript - einer modifizierten Version von Visual Basic - und wurde für die Anwendung in dem 3D-Modellierungsprogramm Rhino optimiert.

Das Skript wurde sowohl für die Berechnung von gleichsinnig gekrümmten (synklastischen) Schalen geometrien (Abbildung 1.4) als auch von gegensinnig gekrümmten (antiklastischen) Freiformen entwickelt. Insgesamt wurde ein Entwurfs- und Analysetool für Gitterschalen unter Verwendung der DR-Methode entwickelt, welches es dem Anwender in nur wenigen Arbeitsschritten ermöglicht, Gitterschalengeometrien zu berechnen und für den weiteren Planungsprozess aufzubereiten.

Der Programmablauf wird im Folgenden anhand einer exemplarischen Geometrie dargestellt und lässt sich entsprechend den folgenden fünf Schritten nachvollziehen:

- Geometrieerstellung (Erzeugen einer Ausgangsoberfläche durch den Anwender)
- Parametereingabe (Maschenweite, Profildurchmesser, E-Modul der Biegestäbe)
- Optionale Modifikationen / Freigabe (Auswahl der Auflagerknoten, Aufbringen von Punktlasten)
- Berechnung / Optimierung der Geometrie durch den DR-Algorithmus
- Postprozess (Datenexport)

Für die Validierung des Programms anhand eines Prototyps wurde die in Abbildung 1.5 dargestellte Geometrie berechnet und in einem Postprozess dem weiteren Planungsablauf zugeführt.

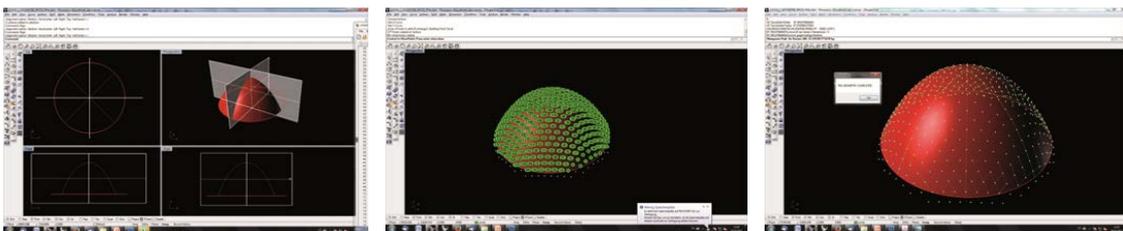


Abbildung 1.4: Sequenz des Programmablaufs: Von der Erzeugung einer Startgeometrie über die Berechnung durch den DR-Algorithmus bis hin zur finalen Geometrie

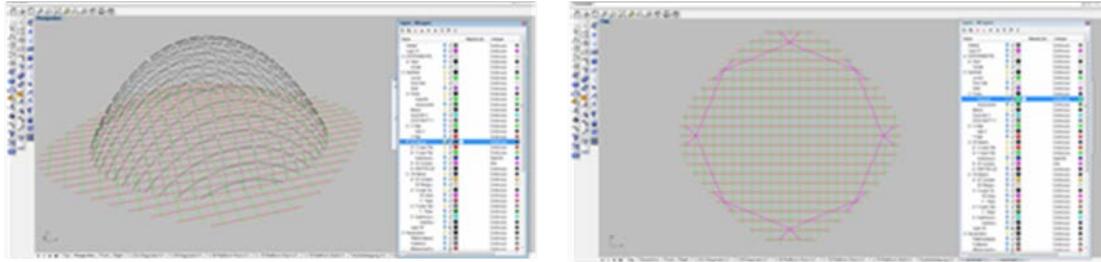


Abbildung 1.5: Postprozess der Geometrie für den Prototyp: Abwicklung der Stablängen in die Ebene

#### 1.4 Bau und Errichtung eines Demonstrators

Im Projektverlauf wurden zwei Gitterschalen entwickelt und gebaut: ein Demonstrator der Größenordnung von ca. 25 m<sup>2</sup> Oberfläche und ein Prototyp mit einer Oberfläche von ca. 150 m<sup>2</sup>. Der Demonstrator (Abbildung 1.6) wurde entwickelt, um die Realisierbarkeit einer kinematischen Errichtung durch Auflagerverschiebung im Zusammenspiel mit dem Verformungsverhalten zu prüfen und um mögliche Risiken bewerten zu können.



Abbildung 1.6: Sequenz der kinematischen Errichtung durch Auflagerverschiebung des Demonstrators

#### 1.5 Entwicklung, Bau und Errichtung des Prototyps

Im Rahmen der Entwicklung des Prototyps haben umfangreiche Materialversuche an Biegestäben (Biegeversuche) und Verbindungsmitteln (Zugversuche) deren Eignung für den Einsatz unter Beweis gestellt. Es wurden ComBAR-Elemente aus glasfaserverstärktem Kunststoff (Durchmesser: 13,5 mm) verwendet, die mit Hilfe von drehbar miteinander verbundenen Rohrschellenpaaren zu einem flachen Gitternetz mit einer Maschenweite von 650 mm zusammengefügt wurden. Die kinematische Errichtung konnte erfolgreich umgesetzt werden. Hierfür wurde ein Stahlseil ringförmig über Umlenkrollen an 16 Knoten im Auflagerbereich befestigt und durch den Einsatz eines Greifzugs kurzgeschlossen. Durch ein Verkürzen des Seils mit Hilfe des Greifzugs konnten die Auflagerenden aufeinander zu bewegt und die Gitterschale errichtet werden (Abbildung 1.7). Nach dem Befestigen aller Stabenden an einem kreisförmigen Ringfundament überspannte die Gitterstruktur eine Weite von 11,10 m bei einer gesamthöhe von 4.65 m. Die Methode der kinematischen Errichtung durch Auflagerverschiebung hat sich somit auch beim Prototyp als zielführend erwiesen: die Errichtungsdauer betrug weniger als zwei Stunden.

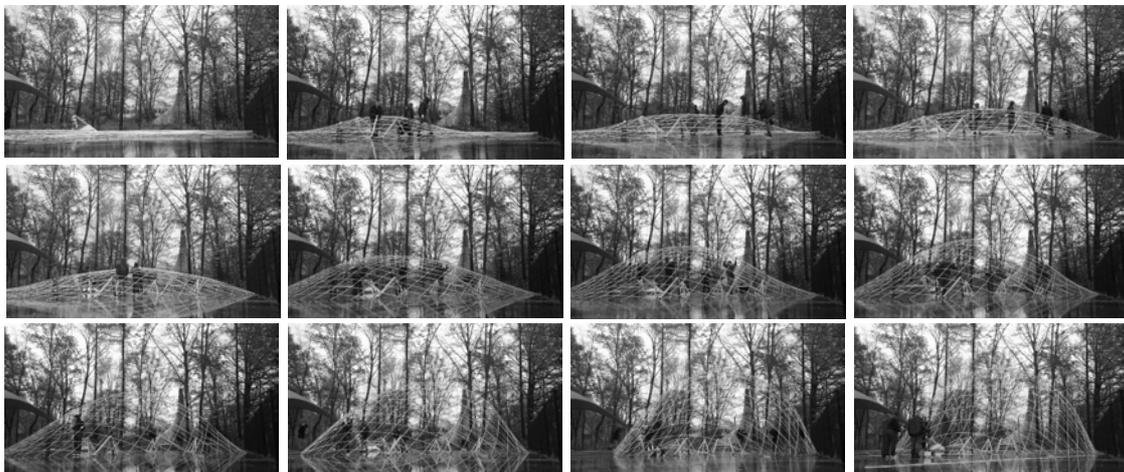


Abbildung 1.7: Sequenz der Gitterschalenerriechung (von links oben nach rechts unten)



### 1.6 Validierung durch den Einsatz eines Laserscanners

Eine empirische Validierung erfolgte mit Hilfe eines 3D-Laserscanners, der eine präzise Vermessung des Prototyps ermöglichte. Hierfür wurden die Positionen von 17 Messpunkten erfasst und mit denen des Analysetools verglichen (Tabelle 1.1). Es wurden Toleranzen festgestellt, der Durchschnittswert der Abweichungen betrug ungefähr 1,9 % bezogen auf die Spannweite der Struktur. Diese Abweichungen resultieren vermutlich aus dem bewussten Verzicht auf eine Einspannung der Stabenden in den Auflagerbereichen des Prototyps. Aus fertigungstechnischen Gründen konnte eine solche Anpassung im Rahmen des Projekts nicht mehr erfolgen.

Node	Ø	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
<b>Ab-stand (mm)</b>	<b>195</b>	288	136	182	133	304	225	216	164	253	90	218	102	241	241	220	100	203

Tabelle 1.1: Übersicht der Abstandsdifferenz zwischen den Messpunkten der Ausgabegeometrie und denen der gescannten Geometrie

### 1.7 Validierung durch ANSYS

Bei der numerischen Validierung mit Hilfe der Simulationssoftware ANSYS wurden beim Vergleich der beiden Geometrien nur minimale Abweichungen festgestellt. Der Vergleich der Positionen der Messpunkte ergab eine durchschnittliche Abweichung in Höhe von lediglich 17 mm (Tabelle 1.2). Im Verhältnis zur Spannweite der Gitterschale betrug diese Toleranz 0,15%. Diese Differenz ist aufgrund der Geringfügigkeit vernachlässigbar.

Node	Ø	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
<b>Ab-stand (mm)</b>	<b>17</b>	22	20	27	20	22	20	27	20	4	24	4	24	4	24	4	24	1

Tabelle 1.2: Übersicht der Abstandsdifferenz zwischen den Messpunkten der Ausgabegeometrie und denen der mit ANSYS erstellten Geometrie

Das Entwurfs- und Analyseprogramm konnte durch beide Methoden erfolgreich validiert werden. Die Toleranzen fielen bei der Vermessung des Prototyps erwartungsgemäß etwas höher aus als bei der numerischen Validierung.

### 1.8 Zusammenfassung und Ausblick

Die DR-Methode wurde erfolgreich in ein Entwurfs- und Analyseprogramm implementiert. Durch eine einfache Bedienbarkeit des Programms wird der Anwender in die Lage versetzt, in wenigen Schritten Gitterschalengeometrien zu entwerfen, zu planen und zu realisieren.

Die Ausgabewerte dieses Programms wurden sowohl empirisch als auch numerisch validiert, die Eignung der DR-Methode für den geplanten Einsatz konnte somit bestätigt werden.

Umfangreiche Materialversuche - von der Untersuchung einfacher Biegestäbe bis hin zur Entwicklung maßgeschneiderter Verbindungsmittel - haben den sicheren Aufbau und die Standsicherheit des Prototyps ermöglicht.

Durch die Entwicklung des Prinzips der kinematischen Errichtung durch Auflagerverschiebung konnte auf den Einsatz aufwändiger und materialintensiver Hilfskonstruktionen verzichtet und somit ein alternatives Errichtungsprinzip vorgestellt werden.

Als Ausblick lässt sich festhalten, dass weitere Untersuchungen zum Prinzip der kinematischen Errichtung durch Auflagerverschiebung bei der Formfindung von asymmetrisch geformten Gitterschalen mit Hilfe der DR-Methode Möglichkeiten aufzeigen könnten, wie sich bei komplexen Geometrien einfache Errichtungsprinzipien beschreiben und umsetzen lassen.

In einem weiteren Schritt könnte das Programm erweitert werden. Eine Berechnung der auf Zug beanspruchten, kurzgeschlossenen Seilkonstruktionen im Auflagerbereich könnte in die Berechnung der Gitterschale durch die DR-Methode miteinbezogen werden. Dies wäre insbesondere vor dem Hintergrund der Integration solcher Zugsysteme bei der Simulation und Errichtung von freigeformten Gitterschalen interessant.



## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1:	Prinzipskizze der kinematischen Errichtung durch Auflagerverschiebung (linkes Bild)	4
Abbildung 1.2:	Prinzipskizze der Verkürzung eines Polygonseilzugs für die kinematische Errichtung durch Auflagerverschiebung (rechtes Bild)	4
Abbildung 1.3:	Flussdiagramm des DR-Algorithmus, eigene Darstellung nach [6, 7]	5
Abbildung 1.4:	Sequenz des Programmablaufs: Von der Erzeugung einer Startgeometrie über die Berechnung durch den DR-Algorithmus bis hin zur finalen Geometrie	5
Abbildung 1.5:	Postprozess der Geometrie für den Prototyp: Abwicklung der Stablängen in die Ebene	6
Abbildung 1.6:	Sequenz der kinematischen Errichtung durch Auflagerverschiebung des Demonstrators	6
Abbildung 1.6:	Sequenz der Gitterschalenerriechung (von links oben nach rechts unten)	6

## Quellenverzeichnis

- [1] Burkhardt, B.; Hennicke, J.: Gitterschalen, Stuttgart: Institut für Leichte Flächentragwerke, 1974.
- [2] Knippers, J.; Helbig, T.: Vom Entwurf bis zur Ausführung frei geformter Netzschalen - eine Prozesskette, Stahlbau, 77 (2008), S1, 10-15.
- [3] Bächer, M. et al.; Multihalle Mannheim, Stuttgart [u.a.]: Institut für Leichte Flächentragwerke, Krämer [in Komm.], 1978.
- [4] Gahr, P.: Gitterschalenkonstruktion des Freilichtmuseums Weald and Downland in Sussex, England, Bau-meister, 99 (2002), 8, 22-25.
- [5] Day, A. S.: An introduction to dynamic relaxation, The Engineer, 219 (1965), 5688, 218–221.
- [6] Barnes, M.R.: Form finding and analysis of tension structures by dynamic relaxation, International Journal of Space Structures, 14 (1999), 2, 89-104.
- [7] Douthe, C.; Baverel, O.: Design of nexorades or reciprocal frame systems with the dynamic relaxation method, Computers & Structures, 87 (2009), 21-22, 1296-1307.

## Projektbeteiligte

### Förderer

Bundesinstitut für Bau-, Stadt-  
und Raumforschung im Bundesamt  
für Bauwesen und Raumordnung  
Dr.-Ing. Steffen Kisseler  
Dipl.-Ing. Miriam Hohfeld  
Deichmanns Aue 31-37  
53179 Bonn

### Industriepartner

technet GmbH  
Dr.-Ing. Dieter Ströbel  
Dr.-Ing. Peter Singer  
Pestalozzistraße 8  
70563 Stuttgart  
  
Fiberline Composites A/S  
MSc. eMBA. Peter Thorning  
MSc. Int. Bus. & Eng. Jan Pasfall  
BSc. Civ. Eng Morten G. Sørensen  
Barnstedt Allé 5  
DK 5500 Middelfart

### Forschungspartner

Prof. Dr.-Ing. Prof. h.c. Dr.-Ing. E.h.  
Hans-Wolf Reinhardt  
Institut für Werkstoffe im Bauwesen  
Pfaffenwaldring 4  
70569 Stuttgart  
  
Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Bischoff  
Institut für Baustatik und Baudynamik  
Pfaffenwaldring 4  
70569 Stuttgart

