

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Manfred Curbach
Martin Just M.Sc.

BERICHT – ZUSAMMENFASSUNG

GRENZZUSTÄNDE KLEINER RISSBREITEN IN DICHTKONSTRUKTIONEN AUS STAHLBETON

unter Berücksichtigung der Anforderungen an Durchflusssicherheit, Nutzungsfähigkeit und Dauerhaftigkeit

DIBt-Az.: ZP 52-5-7.275.1-1345/10

Dresden, 31.05.2012

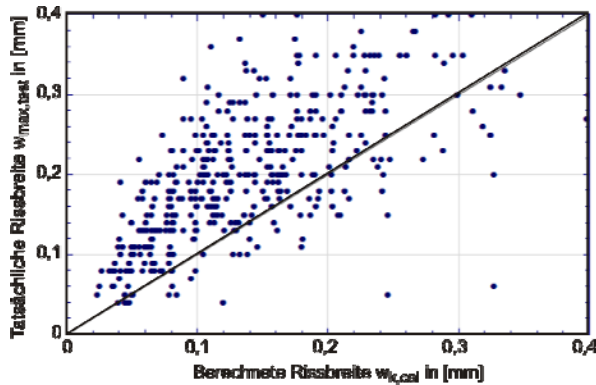


Bild 1: Vergleich berechnete Rissbreiten nach EC 2-1-1/NA zu Testdaten [3]

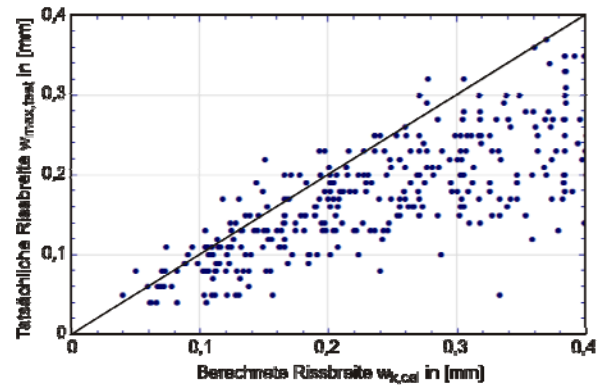


Bild 2: Vergleich berechnete Rissbreiten nach Windisch [2] zu Testdaten [3]

Der konservative, empirische Ansatz von Windisch erreicht deutlich bessere Ergebnisse als das Modell nach EC2-1-1/NA.

STATISTISCHE AUSWERTUNG UND BWERTUNG

Mit den berechneten Daten zu den einzelnen Modellen sollten statistische Analysen durchgeführt werden. Dabei sollte nach der Ursache der Streuung zwischen berechneter und gemessener Rissbreite gesucht werden.

Die rechnerische Rissbreite wird beeinflusst von den E-Modulen des Betonstahls und des Betons, der Zugfestigkeit des Betons und der Verbundspannung. Die Verbundspannung versteckt sich dabei in der Formel zur Bestimmung des Rissabstandes, Gl. (3), und wird als Vielfaches der Betonzugfestigkeit ausgedrückt, Gl. (4). Diese kürzt sich jedoch aus Gl. (3), sodass nur der Faktor 1,8 stehen bleibt. Die Zugfestigkeit und ihre Streuung haben somit keinen Einfluss auf den Rissabstand.

$$s_{r,max} = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{eff}} = 2 \cdot l_t = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{f_{ctm}}{\tau_{bk}} \cdot \frac{d_s}{\rho_{eff}} = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{f_{ctm}}{1,8 \cdot f_{ctm}} \cdot \frac{d_s}{\rho_{eff}} \quad (3)$$

$$\tau_{bk} = 1,8 \cdot f_{ctm} \quad (4)$$

Für die statistische Berechnung wird der Mittelwert des Faktors der Verbundfestigkeit zu $\mu = 1,75$ (rund 1,8, entspricht dem Wert im EC 2-1-1 mit NA) und die Standardabweichung zu $\sigma = 0,25$ angenommen. Die übrigen Betonparameter Druckfestigkeit, Zugfestigkeit und E-Modul werden durch die Streuung der Druckfestigkeit erfasst, welche mit einer Standardabweichung $\sigma = 5 \text{ N/mm}^2$ angenommen wird. Der Mittelwert μ wird zu dem im Datensatz hinterlegten Wert für f_{ck} angenommen. Die Zugfestigkeit und der E-Modul werden dann über die Beziehungen aus dem EC 2-1-1 für die streuenden Druckfestigkeiten errechnet und erhalten keine zusätzlichen Streuungen.

Von den einzelnen Materialparametern verursacht vor allem die streuende Verbundfestigkeit eine starke Streuung in den berechneten Rissbreiten. Das Bild 3 zeigt beispielhaft für einen Probekörper des Datensatzes die rechnerischen Rissbreiten bei streuender Verbundfestigkeit.

Der 95-%-Fraktilwert der charakteristischen Rissbreite ergibt sich zu $w_{k,cal,0,95} = 0,319 \text{ mm}$, was in diesem Fall die tatsächliche maximale Rissbreite des Probekörpers $w_{max,test} = 0,31 \text{ mm}$ erreicht, wohingegen die mit normativen Werten berechnete Rissbreite $w_{k,EC2-1-1/NA} = 0,2382 \text{ mm}$ deutlich unter dem Wert liegen würde. Bei Berechnung aller Rissbreiten des Datensatzes für das Modell nach EC 2-1-1/NA mit streuenden Materialparametern ergibt sich Bild 4. Vergleicht man dieses mit Bild 1, so zeigt sich eine deutliche Verschiebung der Punktwolke nach rechts, da der 95-%-Fraktilwert aus der statistischen Berechnung genutzt wird. Jedoch liegen immer noch ca. 50 % der Testdaten über den berechneten Werten.

Auch für das Modell von Windisch wird eine Berechnung mit streuenden Parametern durchgeführt, Bild 5. Mit streuenden Materialkennwerten treten für dieses Modell kaum noch Überschreitungen der berechneten Werte auf.

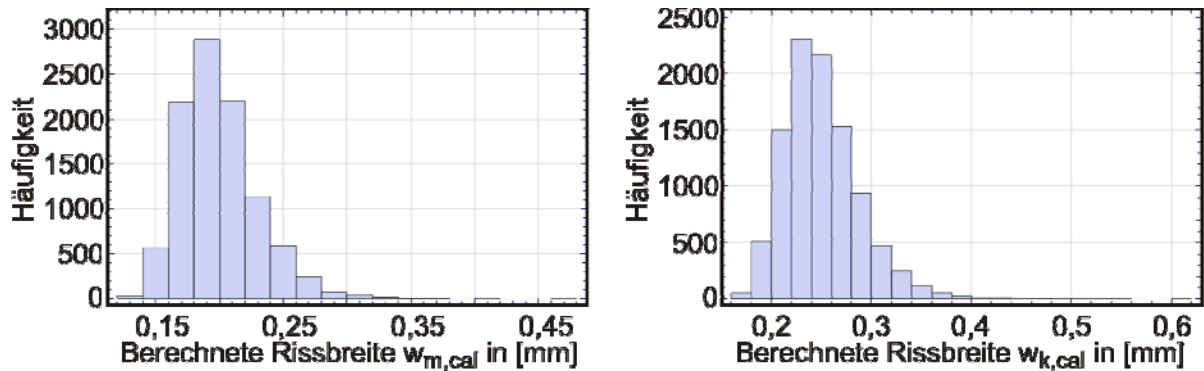


Bild 3: Verteilung der berechneten Rissbreiten, bei streuender Verbundfestigkeit, links für die mittlere, rechts für die charakteristische Rissbreite

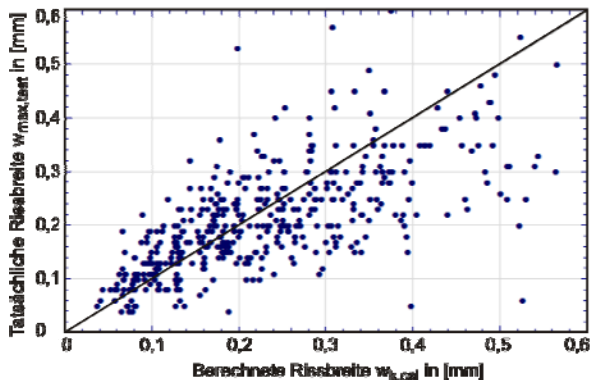


Bild 4: Vergleich der mit streuenden Materialparameter nach EC 2-1-1/NA berechneten Rissbreiten zu den Rissdaten

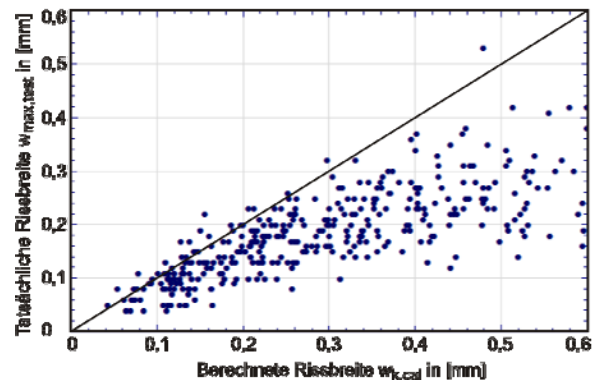


Bild 5: Vergleich der mit streuenden Materialparameter nach Windisch berechneten Rissbreiten zu den Rissdaten

Das Hauptproblem des Modells nach EC 2-1-1/NA scheint der Ansatz des Rissabstandes zu sein. Vergleicht man die Beziehung zwischen maximalem Rissabstand und charakteristischer Rissbreite für die Testdaten mit den dafür berechneten Werten, so fehlt in den Testdaten der Zusammenhang, welcher für die berechneten offensichtlich besteht.

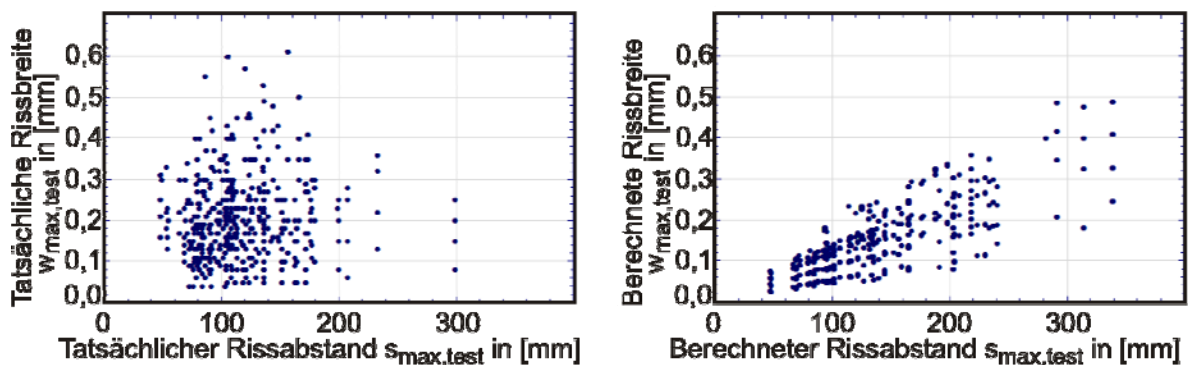


Bild 6: Gegenüberstellung von Rissbreite und Rissabstand; links für die Testdaten, rechts für die nach EC 2-1-1 berechneten Werte

Für den Rissbreitennachweis auf probabilistischer Basis werden aus den für den Datensatz berechneten Rissbreiten Verteilungsfunktionen abgeleitet. Dazu werden aus den Bildern 1 und 2 für die beiden Modelle aus den berechneten Daten Streifen mit 0,01 mm Breite herausgeschnitten (exemplarisch siehe Bild 7).

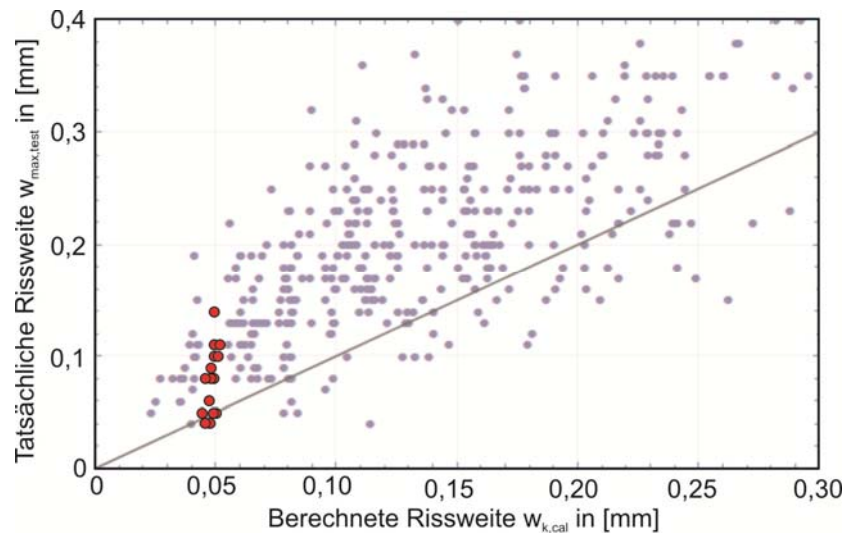


Bild 7: Diskreter Ausschnitt aus Bild 4.7 zur Ermittlung der Parameter der Verteilungsfunktion

Für jeden dieser Streifen werden aus den zugehörigen Daten unter Annahme einer Normalverteilung die Parameter für die Verteilungsdichtefunktion ermittelt. In der Auswertung des UPM-Datensatzes ergibt sich für das Modell aus EC 2-1-1/NA im Rissbreitenbereich $0,045 \text{ mm} < w_k < 0,145 \text{ mm}$ folgende Übersicht. Es sind tatsächliche und berechnete Rissweiten aufgelistet, ebenso die Standardabweichung σ und der Mittelwert μ aus den Daten.

Tabelle 1: Parameterübersicht der Normalverteilung für Modell EC 2-1-1 mit NA

$w_{k,cal} [\text{mm}]$			$w_{max,test} [\text{mm}]$		relative Beziehungen		
Min	Max	Mittelwert	μ	σ	$\sigma/w_{k,cal}$	σ/μ	$\mu/w_{k,cal}$
1	2	3	4	5	6	7	8
0,045	0,055	0,050	0,080	0,030	0,604	0,378	1,600
0,055	0,065	0,060	0,135	0,034	0,566	0,252	2,247
0,065	0,075	0,070	0,132	0,046	0,659	0,350	1,884
0,075	0,085	0,080	0,143	0,044	0,553	0,309	1,792
0,085	0,095	0,090	0,195	0,070	0,781	0,361	2,167
0,095	0,105	0,100	0,171	0,048	0,484	0,283	1,708
0,105	0,115	0,110	0,208	0,049	0,447	0,237	1,887
0,115	0,125	0,120	0,212	0,090	0,751	0,425	1,765
0,125	0,135	0,130	0,200	0,073	0,559	0,363	1,538
0,135	0,145	0,140	0,214	0,068	0,489	0,319	1,532
			μ	0,055	0,589	0,328	1,812
			σ	0,018	0,106	0,056	0,232
			σ/μ	0,327	0,180	0,171	0,128

Als Parameter μ (Erwartungswert) und σ (Standardabweichung) für die zweidimensionale Verteilungsfunktion der tatsächlich auftretenden maximalen Rissbreiten in Abhängigkeit der berechneten Rissbreite ergeben sich somit die folgenden Werte (Modell EC 2) und als zweidimensionale Verteilungsdichtefunktion Bild 8.

$$\mu = 1,8 \cdot w_{k,cal} \quad (5)$$

$$\sigma = 0,33 \cdot \mu = 0,590 \cdot w_{k,cal}$$

Für das Modell nach Windisch ergeben sich bei analogem Vorgehen folgende Parameter für die 2-dimensionale Normalverteilung.

$$\mu = 0,86 \cdot w_{k,cal} \quad (6)$$

$$\sigma = 0,24 \cdot \mu = 0,20 \cdot w_{k,cal}$$

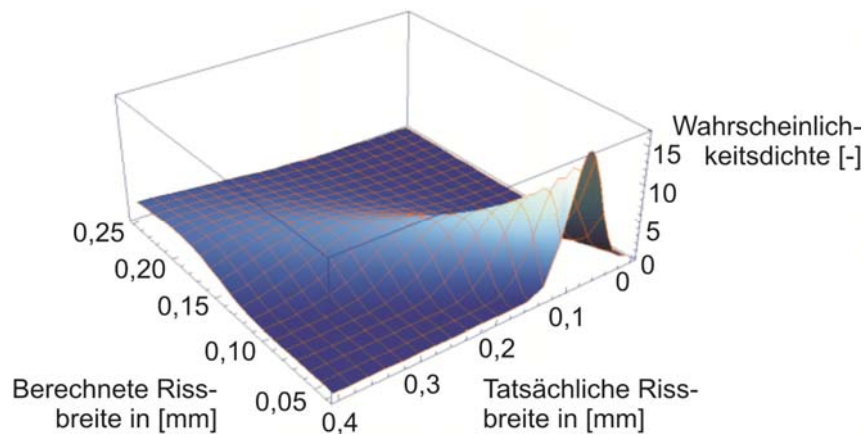


Bild 8: Zweidimensionale Verteilungsdichtefunktion für auftretende Rissbreiten

Mit den gewonnenen Verteilungsfunktionen für die beiden untersuchten Rissbreitenmodelle kann die Zuverlässigkeit für verschiedene Dauerhaftigkeitsaspekte untersucht werden, indem die Verteilungsfunktion deterministischen Grenzwerten gegenüber gestellt wird. Je nach Dauerhaftigkeitsnachweis-szenario, repräsentiert durch die Expositionsklassen, liegen diese Grenzwerte im EC 2-1-1/NA, Tabelle 7.1DE, zwischen $w_{\max} = 0,2 \text{ mm}$ und $w_{\max} = 0,4 \text{ mm}$.

Beispielhaft soll die Zuverlässigkeit ermittelt werden. Dazu wird die Verteilungsfunktion von auftretender Rissbreite in Abhängigkeit der berechneten (mittels eines diskreten Abschnittes der berechneten Rissbreite) den Grenzwerten gegenübergestellt. Durch ziehen von 10.000 Stichproben wird die Versagenswahrscheinlichkeit ermittelt. Angenommen wird dafür eine berechnete Rissbreite von $w_{\text{cal}} = 0,2 \text{ mm}$ bei einem Grenzwert von $w_{\text{grenz}} = 0,2 \text{ mm}$.

Für $w = 0,2 \text{ mm}$ ergibt sich Bild 9 für das Rissbreitenmodell nach EC 2-1-1/NA. Die Versagenswahrscheinlichkeit beträgt in diesem Fall rund 91 %.

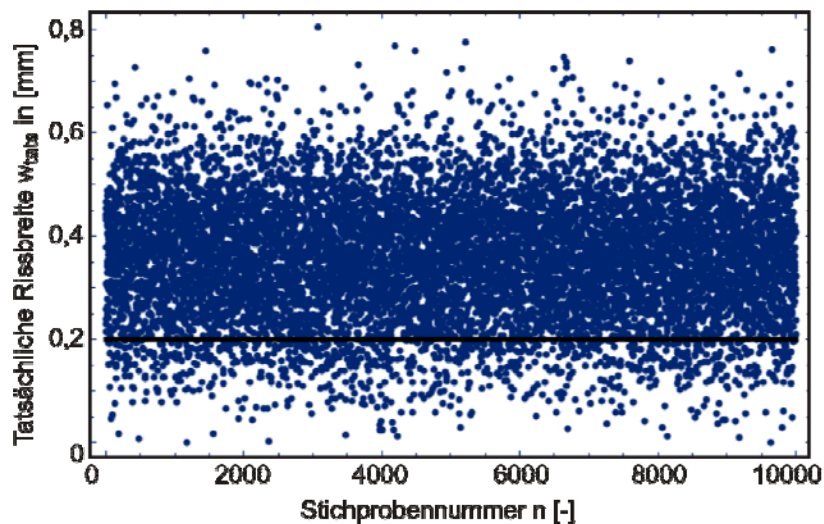


Bild 9: Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation für tatsächlich auftretende Rissbreiten bei einer nach EC 2-1-1/NA berechneten Rissbreite von $w_{\text{cal}} = 0,2 \text{ mm}$

Nachfolgend dargestellt sind die Ergebnisse für das Rissbreitenmodell nach Windisch, Bild 10. Für dieses Modell liegt die Versagenswahrscheinlichkeit bei knapp 25 %.

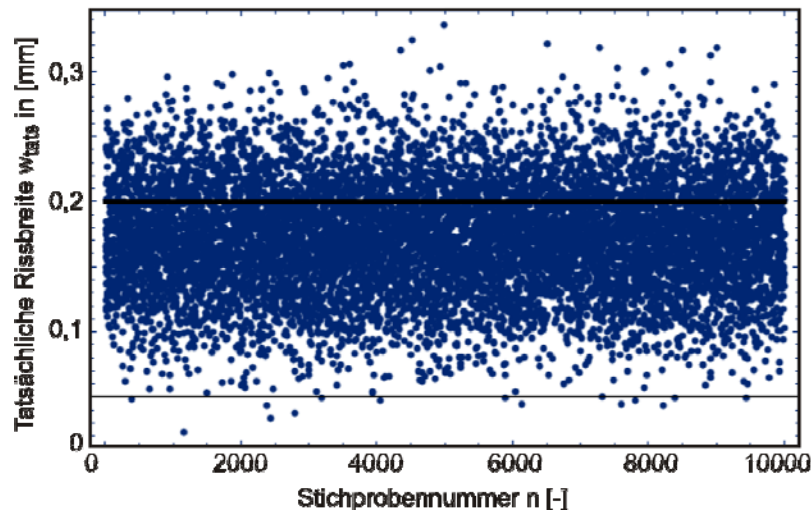


Bild 10: Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation für tatsächlich auftretende Rissbreiten bei einer nach Windisch berechneten Rissbreite von $w_{cal} = 0,2$ mm

Für einer rechnerische Rissbreite von $w_{cal} = 0,15$ mm betragen die Versagenswahrscheinlichkeiten bei einem Grenzwert von $w_{grenz} = 0,2$ mm noch ca. 78 % für das Modell nach EC 2-1-1/NA und 1 % für das Modell nach Windisch. Diese Werte gelten analog auch bei $w_{cal} = w_{grenz} = 0,4$ mm.

Für die Ermittlung von Verteilungsfunktionen wird auf Daten aus [4] zum Eindringverhalten von Biodiesel in Trennrisse zurückgegriffen. Daraus lassen sich für eine angenommene Normalverteilung folgende Parameter ermitteln.

$$\mu = 162,0 \text{ mm} \quad (\text{entspricht der Eindringtiefe } e_{wm,72} \text{ nach [5] für } w = 0,05 \text{ mm}) \quad (7)$$

$$\sigma = 33,8 \text{ mm} \quad (8)$$

Diese Normalverteilung gilt nur für eine Rissbreite von $w_{max,tats} = 0,05$ mm bei Beaufschlagung über 72 h für FD-Beton nach [5].

Um auf die zweidimensionale Verteilung in Abhängigkeit der Rissbreite schließen zu können, sind Daten mit anderen Rissbreiten erforderlich, welche der Literatur entnommen wurden. Die Gleichung Der Mittelwert der Normalverteilung in Abhängigkeit der Rissbreite ergibt sich nach Gl. (9). Die Streuung wird als konstant angenommen, Gl. (10).

$$\mu(w) = 40,02 \text{ mm} + 1093,83 \cdot w + 26939,7 \cdot w^2 \quad (9)$$

$$\sigma(w) = \text{konstant} = 32,8 \text{ mm} \quad (10)$$

Mit den zuvor ermittelten Verteilungsfunktionen kann die Zuverlässigkeit für Bauteile, die mit Biodiesel beaufschlagt werden, bestimmt werden. Im ersten Schritt werden dazu 5.000 Stichproben aus der Verteilungsfunktion der tatsächlichen Rissbreiten für eine zuvor berechnete (bzw. hier angenommene) gezogen. Jeder dieser Stichproben wird dann mittels der Verteilungsfunktion der Eindringtiefen zufällig eine Eindringtiefe zugeordnet. Im folgenden Bild ist dies für eine Bemessung mit dem Rissbreitenmodell nach EC 2-1-1/NA dargestellt.

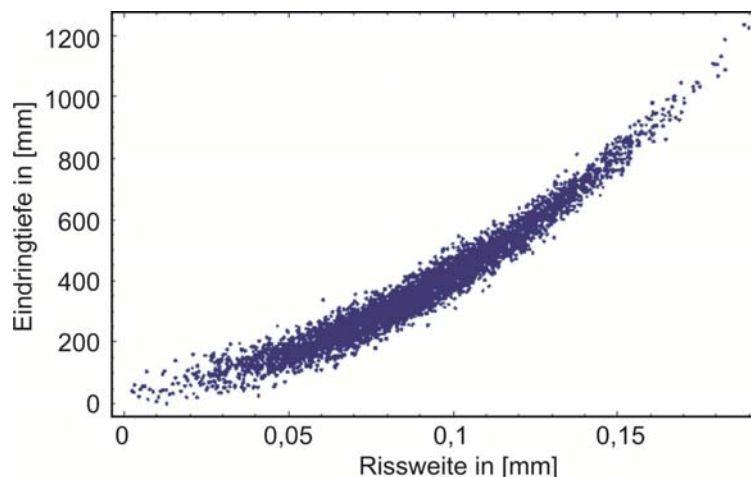


Bild 11: Verteilung der möglichen Eindringtiefen für $w_{k,cal} = 0,05$ mm

Um die Zuverlässigkeit eines Bauteiles mit einem rechnerischen Trennriss von $w_{k,cal}$ zu ermitteln, muss die Bauteildicke bekannt sein. Im normalen Nachweisgang hat man diese Bauteildicke bereits vor der Berechnung der Rissbreite bestimmt. Wird die Bauteilhöhe über den Nachweis der Dichtigkeit gemäß Gleichung (1-11) in [5] anhand von Versuchsergebnissen ermittelt, ergibt sich mit den Daten aus den Eindringversuchen mit Biodiesel die erforderliche Bauteilhöhe zu $h = 328,1$ mm.

Durch Auszählen der Stichproben, die eine größere Eindringtiefe als Bauteilhöhe haben, und Bezug nehmend auf die Gesamtmenge der Stichprobe, ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit zu $P_f = 0,5754$. Dies bedeutet, dass das Bauteil mit der nach Richtlinie [5] ermittelten Bauteilhöhe in knapp 60 % aller Fälle „versagen“ würde, was in diesem Fall bedeutet, dass es undicht wäre.

Um ein Zuverlässigkeitsniveau von $\beta = 3,0$ zu erreichen, was einer Überlebenswahrscheinlichkeit von $P_s = 0,998$ entspricht, wäre eine Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_e = 5,0$ erforderlich. Damit würde sich die erforderliche Bauteildicke zu rund $h_{erf} = 1100$ mm ergeben, was bei einer realen Bemessungsaufgabe wiederum einen Einfluss auf die rechnerische Rissbreite haben würde.

Ermittelt man die Zuverlässigkeit mit dem von Eckfeldt et. al. in [1] vorgestellten Modell von Windisch [2], so erhält man ein deutlich besseres Ergebnis. Die erforderliche Bauteildicke von $h_{erf} = 328$ mm reicht, um ein Zuverlässigkeitsniveau von $\beta = 3,0$ zu gewährleisten. Dafür kann der in der Richtlinie angegebene Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_e = 1,5$ verwendet werden. Für eine rechnerische Rissbreite von $w_{k,cal} = 0,10$ mm würde die erforderliche Bauteildicke auf $h_{erf} = 850$ mm steigen. Der Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_e = 1,5$ wäre jedoch immer noch ausreichend.

Mit dem probabilistischen Nachweis über das Rissbreitenmodell von Windisch kann die Bemessung für Bauteile mit kleinen Trennrissen bei Beaufschlagung mit wassergefährdenden Stoffen also entsprechend der Richtlinie [5] durchgeführt werden, wenn ausreichend gesicherte Kenntnis über die Verteilungsfunktion für den jeweiligen wassergefährdenden Stoff vorliegen.

Analog zu dem Vorgehen für das Eindringverhalten von wassergefährdenden Stoffen in Trennrisse können auch andere Aspekte der Dauerhaftigkeit in Abhängigkeit der Rissbreite betrachtet werden. Für Zuverlässigkeitsermittlungen nach dem in Kap. 4.1 im Bericht gezeigten Prinzip sind dafür jedoch ausreichend Daten auf der Widerstandsseite erforderlich, die so nicht in der Literatur vorliegen. Tendenziell sollten sich aber Zuverlässigkeiten ergeben, die deutlich über den in Absatz 4.3 im ausführlichen Bericht für deterministische Grenzwerte ermittelten liegen, wenn diese Grenzwerte nicht gerade Mittelwerte der Versuche darstellen, sondern Fraktilewerte aus den zugrunde liegenden Versuchen sind.

Beispielhaft wird dies gezeigt, indem für ein Dauerhaftigkeitskriterium, für das nach EC 2-1-1 eine einzuhaltende Rissbreite von $w_{grenz} = 0,2$ mm angegeben ist, statt der 0,2 mm eine Normalverteilung mit $\mu = 0,22$ mm und einer Standardabweichung von 0,015 mm (so festgelegt, dass die 0,2 mm einen 5%-Fraktilewert der Verteilung darstellen) angesetzt wird. Demgegenüber steht die Normalverteilung der tatsächlich auftretenden Rissbreiten in Abhängigkeit der berechneten nach EC 2-1-1. Für dieses Beispiel ergibt sich bei einer berechneten Rissbreite von $w_{cal} = 0,2$ mm eine Versagenswahrschein-

lichkeit von 87 %. Dies ist zumindest etwas geringer als beim Vergleich mit dem deterministischen Grenzwert, bei dem die Versagenswahrscheinlichkeit über 90 % lag.

Für das Modell nach Windisch ergibt sich für den oben beispielhaft betrachteten Fall Bild 12 für die Gegenüberstellung der beiden Verteilungsfunktionen für eine berechnete Rissbreite $w_{\text{cal}} = 0,2 \text{ mm}$.

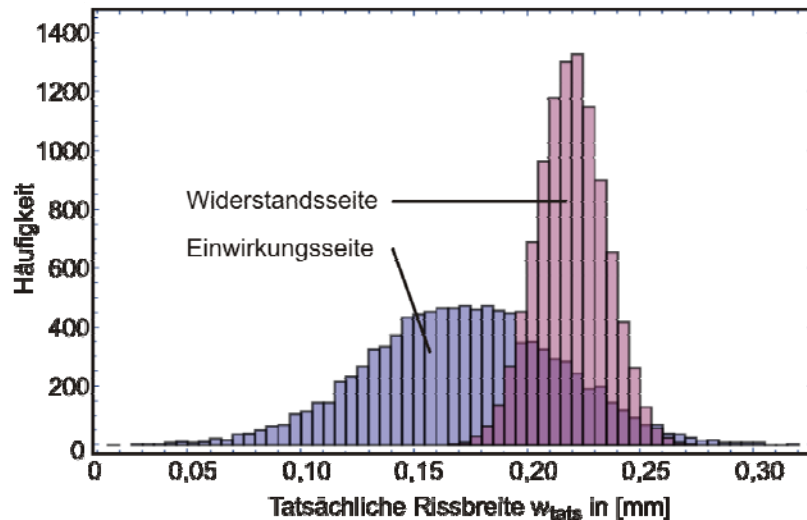


Bild 12: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der tatsächlichen Rissbreiten (in Abhängigkeit einer nach Windisch zuvor berechneten) sowie der Rissbreiten, bei der das Dauerhaftigkeitskriterium noch erfüllt wird

Die Versagenswahrscheinlichkeit liegt hier nur noch bei 14,5 %, was einen deutlichen Zugewinn gegenüber der Zuverlässigkeitsermittlung bei deterministischem Grenzwert darstellt.

ZUSAMMENFASSUNG

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass durch die Berücksichtigung von Streuungen bei dem Nachweis der Rissbreite ein höheres Sicherheitsniveau erreicht wird, als bei dem normativen Vergleich der deterministischen Werte, wenn man dabei die Überschreitungshäufigkeit der berechneten Rissbreiten durch tatsächlich auftretende berücksichtigt. Jedoch ist dieses Niveau bei Verwendung der normativen Rissbreitenmodelle immer noch weit entfernt von dem im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit angestrebten Zuverlässigkeitsindex, bei dem eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 99,8 % angestrebt wird. Die Verwendung alternativer Ansätze zur Berechnung der Rissbreiten, z. B. das Modell nach Windisch, ermöglicht je nach Modell deutlich bessere Werte. Jedoch geht dies einher mit einem erhöhten Bedarf an Bewehrung, was vermieden werden sollte.

Grundsätzlich empfiehlt sich als Ergebnis der statistischen Untersuchungen jedoch das Überdenken des Ansatzes zur Berechnung der Rissbreite nach Gl. (3). Der Rissabstand scheint kein geeignetes Maß für die Aufsummierung der Dehnungsdifferenzen zu sein.

LITERATUR

- [1] Eckfeldt, L. et al.: Verbesserung der Vorhersage von sehr kleinen Rissbreiten. Forschungsbericht zum DIBt-Projekt, Technische Universität Dresden, 2009
- [2] Windisch, A.: Draft – Crack width control model for the future Model code. Internal Paper/discussion of fib TG 4.1. Serviceability Models, 2008/2009
- [3] Caldentey Perez, A.: Rissbreitendatensatz von der Universidad Politécnica de Madrid, 2006
- [4] Just, M., Curbach, M.: "Grenzzustandsuntersuchungen zur Beurteilung des Zuverlässigkeitsniveaus von Stahlbetonbauteilen mit kleinen Trennrissen", Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben, Länderarbeitsgemeinschaft Wasser, 2012
- [5] DAfStb-Richtlinie: „Betonbau beim Umgang mit wassergefährdenden Stoffen“, 1992