

**Grenz (b/t)-Verhältnisse in
Abhängigkeit der Belastung
unter besonderer Berück-
sichtigung von Imperfektionen**

T 2952

T 2952

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

Im Originalmanuskript enthaltene Farbvorlagen, wie z.B. Farbfotos, können nur in Grautönen wiedergegeben werden. Liegen dem Fraunhofer IRB Verlag die Originalabbildungen vor, können gegen Berechnung Farbkopien angefertigt werden. Richten Sie Ihre Anfrage bitte an die untenstehende Adresse.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2000, ISBN 3-8167-5975-0

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

e-mail info@irb.fhg.de

URL <http://www.IRBbuch.de>

Technische Universität Berlin
Institut für Bauingenieurwesen
Baukonstruktionen und Festigkeit (IBF)
Fachgebiet Stahlbau
Univ.-Prof. Dr.-Ing. J. Lindner

DIBt-Forschungsvorhaben
P 32-5-16.91.32-965 / 00

Schlußbericht

Grenz (b/t)-Verhältnisse
in Abhängigkeit der Belastung
unter besonderer Berücksichtigung
von Imperfektionen

15. Dezember 2000

Univ.-Prof. Dr.-Ing. J. Lindner
Dr.-Ing. A. Rusch

Dieser Bericht besteht aus 51 Seiten und 6 Seiten Anlagen

INHALTSVERZEICHNIS

1	ALLGEMEINES	1
2	WIRKSAME BREITEN	3
2.1	Wirksame Breiten für das Verfahren Elastisch-Elastisch	3
2.2	Wirksame Breiten für das Verfahren Elastisch-Plastisch	5
3	EINFLUß VON IMPERFEKTIONEN	9
3.1	Imperfektionsempfindlichkeit	9
3.2	Arten von Imperfektionen	12
3.3	Unabhängigkeit der Traglast von der Berechnungsmethode	13
4	NUMERISCHE BERECHNUNGEN ZUM EINFLUß VON IMPERFEKTIONEN	15
4.1	Allgemeines	15
4.2	Randbedingungen	15
4.3	Variation des Seitenverhältnisses	17
4.4	Übereinstimmung mit empirischen Daten	19
4.5	Bewertung	22
5	BEULGEFÄHRDETE GESAMTPROFILE	23
6	GRENZWERTE (B/T) FÜR DAS VERFAHREN ELASTISCH-PLASTISCH	25
7	PLASTISCHE QUERSCHNITTSRESERVE	27
7.1	Allgemeines	27
7.2	Gesamtquerschnitte	27
7.3	Erforderliche Dehnungen	28
8	UNTERSUCHUNGEN ZU DEN GRENZWERTEN (B/T)	31
8.1	Allgemeines	31
8.2	Vierseitig gelagert, $\psi_\varepsilon = 1,0$	32
8.3	Dreiseitig gelagert, $\psi_\varepsilon = 1,0$	37
8.4	Vierseitig gelagert, $\psi_\varepsilon = -1,0$	38
8.5	Dreiseitig gelagert, $\psi_\varepsilon = 0,0$	39
8.6	Experimentelle Überprüfung	41
8.7	Bewertung	44
9	ZUSAMMENFASSUNG	45
9.1	Einfluß von Imperfektionen auf das Tragverhalten beulgefährdeter Querschnittselemente	45
9.2	Grenz (b/t)-Verhältnisse für das Verfahren Elastisch-Plastisch	46
10	DANKSAGUNG	47
11	LITERATUR	49
Anhang A	Exemplarisches Versuchsprotokoll	A1 - A6

1 Allgemeines

Die Beulkurven, die derzeit in DIN 18 800 und Eurocode 3 festgelegt sind, bestimmen die Tragfähigkeit von beulgefährdeten Querschnitten (Querschnittsklasse 4). Aus den Beulkurven ergibt sich gleichzeitig der Grenzfall, ab dem ein örtliches Beulen nicht mehr rechnerisch zu berücksichtigen ist. Den Grenzwerten für das Verfahren Elastisch-Plastisch (bzw. Querschnittsklasse 2) ist dabei besonders Augenmerk zu widmen, da diese einzuhalten sind, um die vereinfachten Stabilitätsnachweise nach DIN 18 800-2 führen zu dürfen.

Die Tragfähigkeit von druckbeanspruchten Querschnittselementen ist stets durch das örtliche Beulen begrenzt, unabhängig von der Plattenschlankheit des Querschnittselementes. Die Schlankheit beeinflusst nur die Dehnung, bei der das örtliche Beulen auftritt. So beulen Profile der Querschnittsklasse 4 bereits im Bereich elastischer Dehnungen, während bei Querschnittsklasse 2 gewährleistet sein muß, daß örtliches Beulen erst nach Erreichen der plastischen Grenzschnittgröße auftritt.

Die beiden Fragestellungen

- Einfluß von Imperfektionen auf das Tragverhalten beulgefährdeter Querschnittselemente,
 - Grenz(b/t)-Verhältnisse für das Verfahren Elastisch-Plastisch,
- hängen eng zusammen und wurden deshalb innerhalb dieses Projektes gemeinsam bearbeitet.

Aufgrund von numerischen Untersuchungen an vierseitig gelenkig gelagerten Platten kommen *Schulz* und *Ruff* [1] zu dem Ergebnis, daß die derzeit in den maßgebenden Regelwerken DIN 18 800 [2], [3] und Eurocode 3 [4], [5] vorgesehenen Beulkurven Ergebnisse auf der unsicheren Seite liefern können, sofern geometrische Imperfektionen in Anlehnung an die in DIN 18 800-3 [3] festgelegten Höchstwerte der unvermeidbaren Herstellungsungenauigkeiten angesetzt werden. In einer ergänzenden Stellungnahme [7] wird diese Aussage zwar teilweise relativiert. Zur Klärung war es aber sinnvoll, die derzeitigen Regelungen zu überprüfen, da nach [6] keine Eigenspannungen berücksichtigt wurden. Es wurden hier deshalb ausführlich die Einflüsse der Lagerung, des Seitenverhältnisses und von Eigenspannungen auf die Traglast untersucht. Dabei ergab sich ein Widerspruch zwischen numerisch ermittelten Traglasten und empirischen Erfahrungswerten. Dieser konnte nur dadurch aufgelöst werden, daß statt *schlimmstmögliche* nur *anregende* Imperfektionen in Ansatz gebracht wurden. Eine Verschärfung der in den Normen verwendeten Beulkurven wird dann nicht als notwendig erachtet.

Bezüglich der Grenz (b/t)-Verhältnisse kommt *Brune* [7] infolge umfangreicher numerischer Untersuchungen zu dem Schluß, daß mit den entsprechenden Werten des Verfahrens Elastisch-Plastisch in DIN 18 800-1 [8] bzw. für Querschnittsklasse 2 in Eurocode 3 [4] Ergebnisse auf der unsicheren Seite nicht ausgeschlossen werden können. Sie fordert deshalb z.T. deutlich strengere Grenzwerte. Demnach würden sich für auf die derzeitigen (b/t)-Verhältnissen optimierte Querschnitte, aber auch für bestimmte Walzprofile, zu hohe Traglasten ergeben. Ausgehend von einer Systematisierung der Anforderungen zur Aktivierung der plastischen Querschnittsreserve wurden eigene numerische Rechnungen durchgeführt, deren Ergebnisse exemplarisch durch Versuche überprüft wurden. Die so ermittelten Ergebnisse zeigen zwar gewisse Unzulänglichkeiten der derzeitigen Regelungen auf, geben jedoch nicht genügend Anlaß, die derzeitigen Grenzwerte zu verschärfen.

2 Wirksame Breiten

2.1 Wirksame Breiten für das Verfahren Elastisch-Elastisch

Die Tragfähigkeit eines Bauteils kann durch örtliches Beulen einzelner Querschnittsteile reduziert werden. Die Größenordnung der Reduktion kann durch eine Traglastkurve, also eine Beulkurve, ausgedrückt werden. Als Bezugswert für die Beulkurve bieten sich mehrere Möglichkeiten an: So wird in DIN 18 800-3 [3] das Konzept der reduzierten Spannungen verfolgt, bei dem die Reduzierung sich auf die Streckgrenze f_y bezieht. Eurocode 3 [4], [5] und DIN 18 800-2 Abschnitt 7 [2] verwenden dagegen das Konzept der wirksamen Breiten. Bezugswert ist hier die geometrische Breite des Querschnittselementes, die zu einer *wirksamen* Breite reduziert wird. Im folgenden wird nur das Konzept der wirksamen Breiten weiterverfolgt, da nur dieses in der Lage ist, das Verhalten örtlich beulender Querschnittselemente näherungsweise richtig abzubilden, vgl. z.B. [9].

Übliche Stahlprofile lassen sich mit Ausnahme des Rundhohlprofils als prismatische Platten-Scheiben-Systeme beschreiben, die sich aus drei- und vierseitig gelagerten Querschnittselementen zusammensetzen (Bild 1). In Abhängigkeit von der Lagerung zeigen sich im örtlich gebeulten Zustand durchaus Unterschiede im Tragverhalten, vgl. z.B. [10]. So wurde an der *Cornell University* für vierseitig gelagerte Querschnittselemente die *Winter*-Kurve (Gl. (1)) empirisch als Beulkurve abgeleitet. Die *Winter*-Kurve ist eine Modifikation der analytischen Lösung von *von Kármán* (Gl. (2)), um den Einfluß von Imperfektionen abzudecken. Bereits *Winter* [11] ist zu dem Schluß gekommen, daß dreiseitig gelagerte Querschnittselemente relativ gesehen eine größere überkritische Traglastreserve besitzen als vierseitig gelagerte. In *Cornell* wurde deshalb basierend auf Versuchsergebnissen und analytischen Studien Gl. (3) als Beulkurve für dreiseitig gelagerte Querschnittselemente entwickelt. Die Breite b wird hier mit f für Flansch indiziert und soll nachfolgend darauf hinweisen, daß die entsprechenden Gleichungen sich nur auf dreiseitig gelagerte Querschnittselemente beziehen. Jüngste Forschungsergebnisse der Autoren [12] zeigen, daß auch Gl. (3) im hochschlanken Bereich noch konservativ ausfällt und schlagen deshalb Gl. (4) als Beulkurve vor [13], [14]. Diese wird inzwischen auch von *Brune* bestätigt, die zusätzlich noch das Randdehnungsverhältnis ψ_e traglaststeigernd berücksichtigt [15]. In Abhängigkeit des bezogenen Schlankheitsgrades für das Plattenbeulen $\bar{\lambda}_p$ (Gl. (6)) sind zur Veranschaulichung die unterschiedlichen Beulkurven im Bild 2 dargestellt.

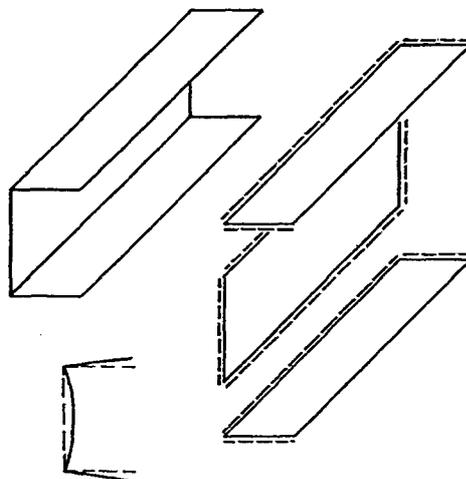


Bild 1: U-Profil als prismatisches Scheiben-Platten-System, das sich aus drei- und vierseitig gelagerten Querschnittselementen zusammensetzt

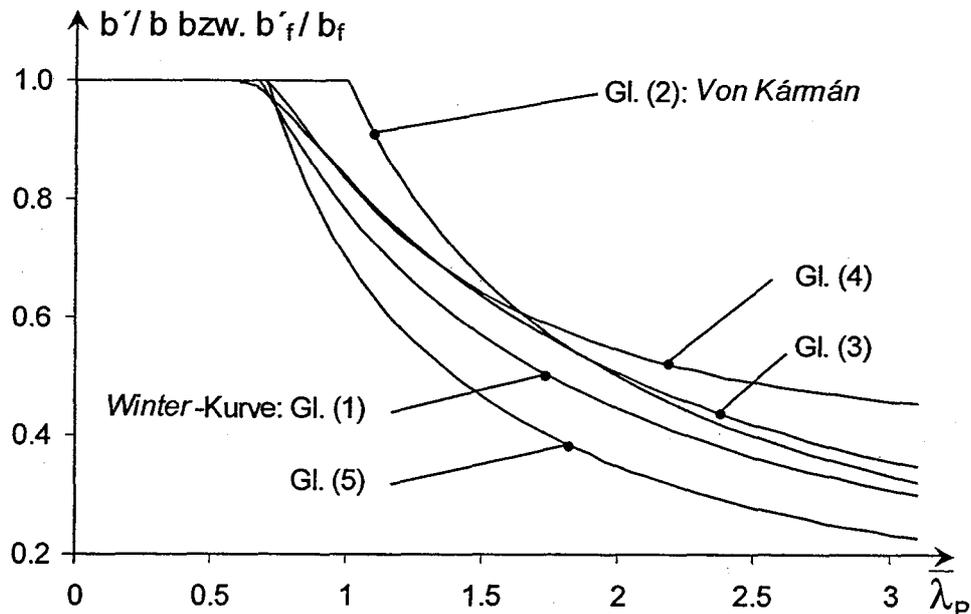


Bild 2: Unterschiedliche Beulkurven des Verfahrens Elastisch-Elastisch im Vergleich

Ungeachtet der relativen Traglastunterschiede behandelt der Eurocode 3 [4], [5] Querschnittselemente unabhängig von ihrer Lagerung: Stets wird die *Winter-Kurve* (Gl. (1)) als Traglastkurve verwendet. DIN 18 800 [2], [3] benutzt dagegen die *Winter-Kurve* nur für vierseitig gelagerte Querschnittselemente. Für dreiseitig gelagerte Querschnittselemente wird im Gegensatz zu den oben ausgeführten Erkenntnissen mit Gl. (5) eine noch konservativere Beulkurve vorgeschrieben, vgl. Bild 2.

$$\frac{b'}{b} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p} \right) \quad (1)$$

$$\frac{b'}{b} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \quad (2)$$

$$\frac{b'_f}{b_f} = \frac{1,19}{\bar{\lambda}_p} \left(1 - \frac{0,298}{\bar{\lambda}_p} \right) \quad (3)$$

$$\frac{b'_f}{b_f} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p} \right) + 0,05 \bar{\lambda}_p \quad (4)$$

$$\frac{b'_f}{b_f} = \frac{0,7}{\bar{\lambda}_p} \quad (5)$$

mit:
$$\bar{\lambda}_P = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{Pi}}} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{Pi} &= k \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \\ &= 189\,800 k \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad [\text{N/mm}^2] \end{aligned} \quad (7)$$

2.2 Wirksame Breiten für das Verfahren Elastisch-Plastisch

2.2.1 Allgemeines

Aus den Beulkurven für das Verfahren Elastisch-Elastisch sind in DIN 18 800-1 [8] die zugehörigen grenz (b/t)-Werte abgeleitet worden. DIN 18 800-2 [2] kennt im Abschnitt 7 neben Beulkurven bzw. wirksamen Breiten b' , die der Elastizitätstheorie zugeordnet sind, zusätzlich noch wirksame Breiten b'' für das Verfahren Elastisch-Plastisch. Diese gehen auf *Fischer* und *Grube* zurück, die in [16] genau umgekehrt vorgegangen sind: Aus den grenz (b/t)-Werte für das Verfahren Elastisch-Plastisch (E-P) wurden die zugehörigen wirksamen Breiten b'' abgeleitet und zwar derart, daß die wirksame Breite nicht über die Grenzbreite hinaus ansteigen kann (Bild 3). Demselben Prinzip folgt auch die Beulkurve für dreiseitig gelagerte Querschnittselemente nach DIN 18 800-2 [2] Verfahren Elastisch-Elastisch (E-E: Gl. (5)). Die international gebräuchliche *Winter*-Kurve (Gl. (1)) läßt dagegen einen Anstieg zu. Es sei darauf hingewiesen, daß *Fischer* und *Grube* selbst, ihre Methode als „kein in allen Einzelheiten erforschtes Konzept“ verstanden haben [16].

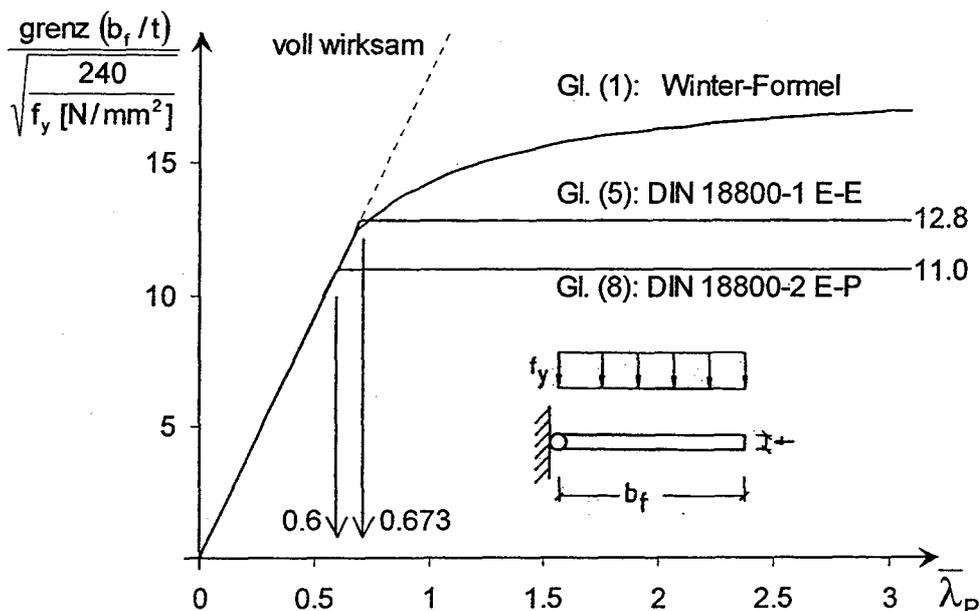


Bild 3: Zusammenhang zwischen Beulkurven und grenz (b/t)-Werte am Beispiel der dreiseitig gelenkig gelagerten Platte unter konstanter Beanspruchung

Konsequenterweise bauen die wirksamen Breiten b'' der Plastizitätstheorie nicht auf dem bezogenen Schlankheitsgrad für das Plattenbeulen $\bar{\lambda}_P$ (Gl. (6)) auf, der abhängig ist von der Verzweigungsspannung σ_{Pi} nach der Elastizitätstheorie (vgl. Gl. (7)). Eingangparameter sind vielmehr die Streckgrenze f_y , die geometrische Schlankheit $b_{(f)}/t$ und das Randdehnungsverhältnis ψ_ε . Gl. (8) gilt für ein dreiseitig gelagertes Querschnittselement unter konstanter Druckbeanspruchung, weitere Gleichungen sind [2] zu entnehmen.

$$\frac{b''_f}{b_f} = 11 \frac{t}{b_f} \sqrt{\frac{240}{f_y}} \quad (8)$$

2.2.2 Neue wirksame Breiten [17]

In [17] stellt *Brune* neue wirksame Breiten für das Verfahren Elastisch-Plastisch vor. Aufgrund von umfangreichen numerischen Parameterstudien kommt sie zu dem Schluß, daß mit Hilfe der Vorgaben der DIN 18 800-2 [2] für die wirksamen Breiten „das reale Tragverhalten im plastischen Grenzzustand von druck- und biegebeanspruchten Blechen nicht immer richtig erfaßt“ werden kann. Die plastische Beanspruchbarkeit wurde dabei als die numerisch bestimmte Tragfähigkeit bei einer Dehnung ε gleich der vierfachen Fließdehnung ε_y definiert. Grundsätzlich bestätigt werden *Brunes* Aussagen durch zeitgleich durchgeführte Untersuchungen der Autoren mit Hilfe der Fließlinientheorie [14]. Im Gegensatz zum Vorgehen in DIN 18 800-2 [2] sind die neuen wirksamen Breiten nach *Brune* [17] für das Verfahren Elastisch-Plastisch über $\bar{\lambda}_{P,pl}$ (Gl. (10)) abhängig vom bezogenen Schlankheitsgrad für das Plattenbeulen $\bar{\lambda}_P$ (Gl. (6)) nach der Elastizitätstheorie. Für drei- und vierseitig gelagerte Querschnittselemente berechnen sich dann die neuen wirksamen Breiten für das Verfahren Elastisch-Plastisch im Rückgriff auf die *Winter*-Formel (Gl. (1)) mit Gl. (9), sofern keine Zugdehnungen auftreten. Weitere Angaben sind [17] zu entnehmen.

$$\frac{b''_{(f)}}{b_{(f)}} = \frac{1}{\bar{\lambda}_{P,pl}} \left(1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_{P,pl}} \right) \quad (9)$$

mit:
$$\bar{\lambda}_{P,pl} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_y}} \bar{\lambda}_P = 2 \bar{\lambda}_P \quad (10)$$

$$\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_y}} = \sqrt{\frac{4 \varepsilon_y}{\varepsilon_y}} = 2 \quad (11)$$

Auf diesen Untersuchungen aufbauend, entwickelt *Brune* die im Abschnitt 1 erwähnten neuen grenz (b/t)-Werte für das Verfahren Elastisch-Plastisch [7]. Dabei wird die Definition des bezogenen plastischen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{P,pl}$ (Gl. (10)) nicht mehr nur auf $\varepsilon = 4 \varepsilon_y$ beschränkt, sondern vielmehr die Gl. (9) als „allgemeingültige Beziehung zwischen der in einem Querschnitt auftretenden Dehnung ε und der wirksamen Breite“ bezeichnet, mit der „die reale Beultragfähigkeit im elastischen und plastischen Grenzzustand bestimmt werden kann“ [7]. Aus der Forderung $b''/b = 1,0$ wird dann für $\varepsilon = 2 \varepsilon_y$ bzw. $4 \varepsilon_y$ die zugehörigen grenz (b/t)-Werte berechnet. Nachfolgend wird noch gezeigt, daß die *Allgemeingültigkeit* nur für den Fall einer konstant gedrückten Platte gilt.

2.2.3 Dehnungsorientierte Formulierung

Gl. (9) stellt eine dehnungsorientierte Schreibweise der wirksamen Breite dar; ein Ansatz wie er bereits von *Vayas* [18] und *Wittemann* [19] verfolgt wurde. Durch eine dehnungsorientierte Formulierung ist es möglich, die gesamte Last-Stauchungskurve eines Querschnittselementes rechnerisch abzubilden. Zur Verdeutlichung soll hier mit Bild 2 eine Berechnung aus [14] erneut aufgegriffen werden: Die Last-Stauchungskurve eines dreiseitig gelenkig gelagerten imperfekten Querschnittselementes unter geometrisch bestimmter konstanter Druckbeanspruchung wurde numerisch bestimmt. Die maximale Traglast des Querschnittselementes $N_e (= b' t f_y)$ ergibt sich bei einer Dehnung, die etwa der einfachen Fließdehnung $\epsilon_y = f_y / E$ entspricht. Für größere, plastische Dehnungen ϵ ergibt sich ein stetiger Abfall der Last. Dies kann qualitativ sehr gut mit der Fließlinientheorie wiedergegeben werden; Einzelheiten sind [14] zu entnehmen.

Eine Auswertung der Regelungen in DIN 18 800-2 [2] ergibt den im Bild 4 dargestellten, bei der Fließdehnung ϵ_y un stetigen Kurvenverlauf. Beim Übergang vom Verfahren Elastisch-Elastisch ($\epsilon \leq \epsilon_y$: Gl. (5)) zum Verfahren Elastisch-Plastisch ($\epsilon > \epsilon_y$: Gl. (8)) ergibt sich ein Sprung. Gl. (8) wiederum ist unabhängig von der Dehnung ϵ . Es wird also durch Gl. (8) nicht der Abfall der Traglast bei zunehmenden Dehnungen widerspiegelt. Dies kann in gewissen Fällen (hier nicht dargestellt) zu Ergebnissen auf der unsicheren Seite führen, vgl. [14].

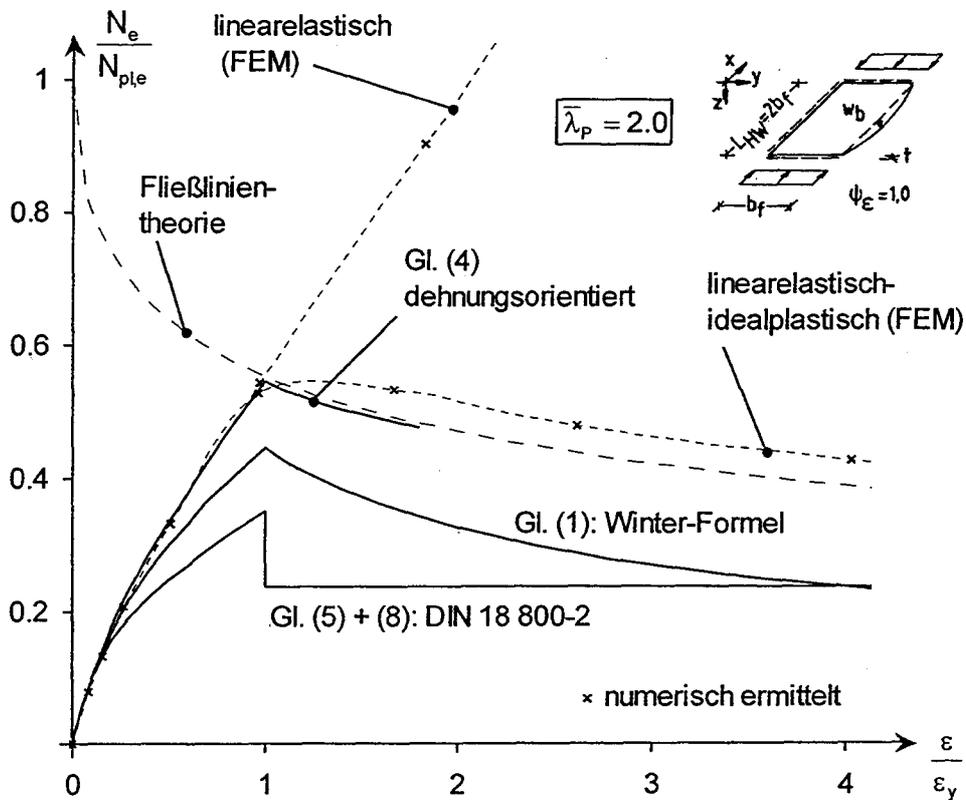


Bild 4: Last-Stauchungskurven einer dreiseitig gelenkig gelagerten Platte mit großer Plattenschlankheit $\bar{\lambda}_p$

Eine deutlich bessere qualitative Annäherung an den numerisch ermittelten Verlauf ergibt sich mit der dehnungsorientierten Formulierung der wirksamen Breite nach *Brune* (Gl. (9), vgl. Bild 4). Allerdings wird sowohl die maximale Traglast als auch die ertragbare Last in Abhängigkeit der Dehnung $\varepsilon > \varepsilon_y$ deutlich unterschätzt. Dies ist auf die Verwendung der *Winter*-Kurve zurückzuführen, die insbesondere im Bereich großer Plattenschlankheiten bei der Beurteilung der Traglast von dreiseitig gelagerten Querschnittselementen zu konservativ ausfällt, vgl. Abschnitt 2.1. Bild 4 zeigt, daß die neue Beulkurve für dreiseitig gelagerte Querschnittselemente (Gl. (4)) die numerisch ermittelte Last-Stauchungskurve bis zum Erreichen der Traglast sehr gut wiedergibt. Theoretisch könnte die empirische Gl. (4) auch dehnungsorientiert formuliert werden. Die Ergebnisse sind für Dehnungen $\varepsilon < 2 \varepsilon_y$ im Bild 4 dargestellt. Es ist jedoch zu beachten, daß für sehr große bezogene (plastische) Schlankheitsgrade sich ein mechanisch nicht sinnvoller Wiederanstieg der Traglasten ergibt. Es verbietet sich deshalb, Gl. (4) als Grundlage für wirksame Breiten des Verfahrens Elastisch-Plastisch zu wählen.

Eine dehnungsorientierte Formulierung einer Beulkurve analog zu Gl. (9) führt stets dazu, daß die maximale Traglast bei der einfachen Fließdehnung ε_y erreicht wird. Für $\varepsilon > \varepsilon_y$ steigt der bezogene plastische Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{p,pl}$ (Gl. (10)), während die maximale Druckspannung mit $\sigma = f_y$ konstant gehalten wird. Zwangsläufig ergibt sich ein Abfall der ertragbaren Last; weder ein Zugewinn an Tragfähigkeit für $\varepsilon > \varepsilon_y$, noch ein duktileres Tragverhalten kann so rechnerisch abgebildet werden.

3 Einfluß von Imperfektionen

3.1 Imperfektionsempfindlichkeit

Die wirksamen Breiten von *Winter* (Gl. (1)) gelten für „mäßige“ Imperfektionen, ohne daß diese näher quantifiziert sind. Um den Einfluß von Imperfektionen genauer erfassen zu können, hat *Usami* [20], [21] umfangreiche FE-Studien an beulgefährdeten Einzelplatten unter Variation von Vorverformungen und Eigenspannungen σ_{res} durchgeführt. Darauf aufbauend teilt er empirische Beulkurven für dreiseitig (Gl. (12)) und vierseitig (Gl. (13)) gelagerte Querschnittselemente mit, die als Eingangsparameter u.a. Kenngrößen der Imperfektionen besitzen. Die *Usami*-Gleichungen sind numerisch nur bis zu einem bezogenen Plattenschlankheitsgrad $\bar{\lambda}_p < 1,3$ abgesichert. Bei größeren Schlankheiten ergeben sich zum Teil nicht sinnvolle Ergebnisse. Ferner wurden die von *Usami* angenommen Randbedingungen und Beulwerte zum Teil in Frage gestellt [22]. Obwohl diese Einwände von den Autoren partiell geteilt werden, sind die *Usami*-Gleichungen durchaus geeignet, den Einfluß von Imperfektionen aufzuzeigen.

$$\frac{b'_f}{b_f} = \frac{1}{2 \bar{\lambda}_p} \left(\beta_3 - \sqrt{\beta_3^2 - 4 \bar{\lambda}_p} \right) + 2,5 \bar{\lambda}_p (\beta_3 - \bar{\lambda}_p - 1)^2 \quad (12)$$

$$\frac{b'}{b} = \frac{1}{2 \bar{\lambda}_p} \left(\beta_4 - \sqrt{\beta_4^2 - 4 \bar{\lambda}_p} \right) \quad (13)$$

mit: $\beta_3; \beta_4$: Beiwerte in Abhängigkeit der bezogenen Vorverformung $w_{b,0}/b_{(f)}$ und der bezogenen Eigenspannung $\sigma_{res,D}/f_y$ gemäß [20] bzw. [21]
 $w_{b,0}$: Stich der Vorverformung
 $\sigma_{res,D}$: Druckeigenspannung in Längsrichtung $\leq 0,5 f_y$

Innerhalb ihres Gültigkeitsbereiches können die *Usami*-Beulkurven durch eine geeignete Wahl der Imperfektionsparameter in andere Beulkurven überführt werden. Die *Winter*-Formel (Gl. (1)) kann für ein vierseitig gelagertes Querschnittselement durch Gl. (13) abgebildet werden, wenn die Imperfektion zu $w_{b,0}/b = 1/420$ ohne Eigenspannungen gesetzt wird. Die Gl. (3)) für das dreiseitig gelagerte Querschnittselement wiederum kann mit Gl. (12) bei einer Vorverformung $w_{b,0}/b_f = 1/100$ ohne Eigenspannungen wiedergespiegelt werden.

Eine geometrische Imperfektion von $w_{b,0}/b = 1/420$ für das vierseitig gelagerte Querschnittselement ist deutlich kleiner als die derzeit in den Normen zugelassenen Werte. So kann die Festlegung der DIN 18 800-3 [3] für die Höchstwerte unvermeidbarer Herstellungsungenauigkeiten für das unausgesteifte, lange Beulfeld als $w_{b,0,Norm}/b = 1/250$ interpretiert werden [23], was deckungsgleich mit den Festlegungen in DASt-Richtlinie 012 [24] und DS 804 [25] ist. Es bestätigen sich also die numerisch an vierseitig gelenkig gelagerten Einzelplatten ermittelten Ergebnisse von *Ruff* und *Schulz* [1], daß die *Winter*-Formel (Gl. (1)) für die Imperfektion $w_{b,0}/b = 1/250$ Traglasten auf der unsicheren Seite liefert. Bild 5 verdeutlicht dies noch einmal durch die grafische Auswertung von Gl. (13), wobei ergänzend zu den Ausführungen in [1] Eigenspannungen berücksichtigt worden sind. Bei dreiseitig gelagerten

unausgesteiften, langen Beulfeldern wird der maximale Stich der Vorverformung i.d.R. mit $w_{b,0}/b_f = 1/125$ festgelegt [26]. Bild 6 zeigt entsprechende Auswertungen der *Usami*-Gl. (12) im Vergleich zur *Winter*-Formel (Gl. (1)) und der Beulkurve gemäß Gl. (4). Während die *Winter*-Formel zum Teil sehr konservative Ergebnisse liefert, kann Gl. (4) den Fall ohne Eigenspannungen sicher und den Fall mit Eigenspannungen näherungsweise widerspiegeln.

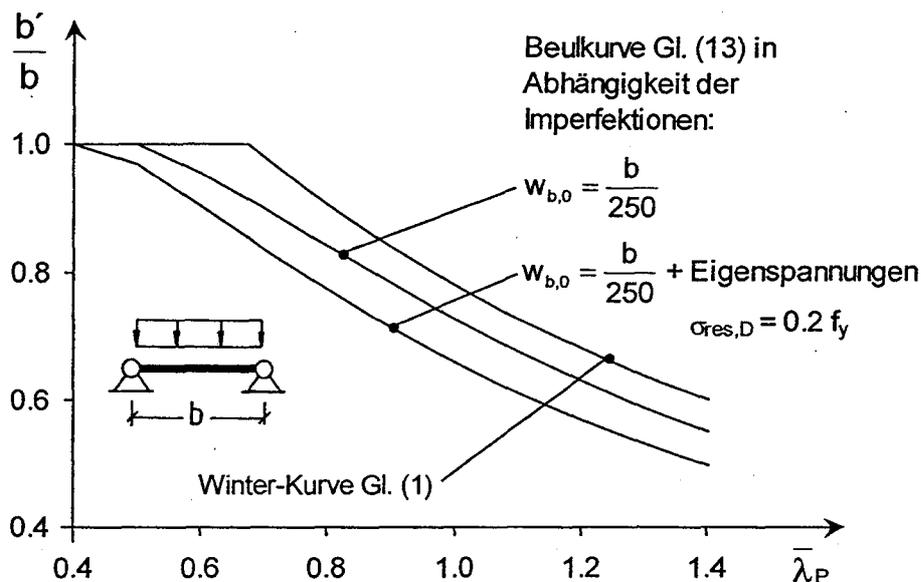


Bild 5: Beulkurven [20] in Abhängigkeit der Imperfektion für vierseitig gelagerte Querschnittselemente

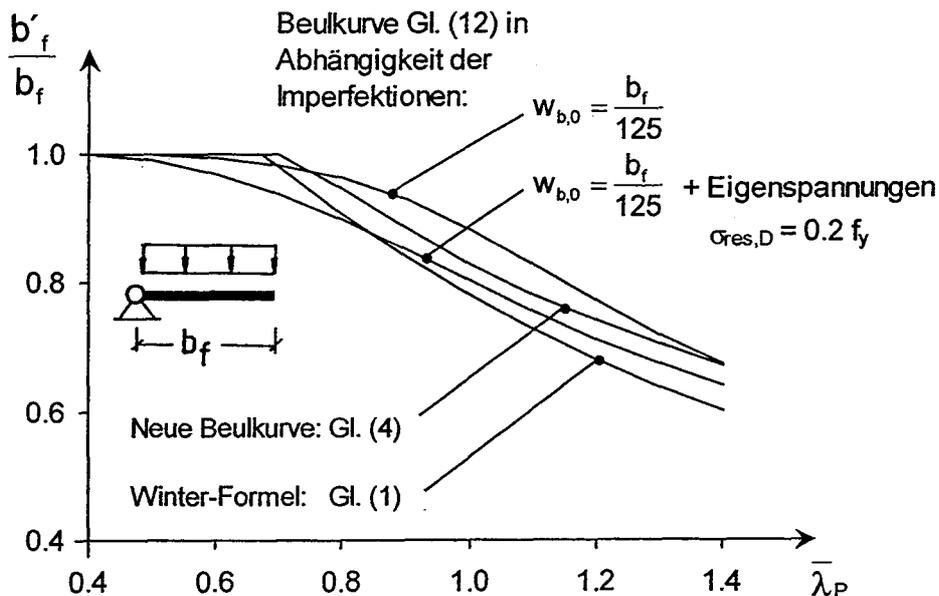


Bild 6: Beulkurven [21] in Abhängigkeit der Imperfektion für dreiseitig gelagerte Querschnittselemente

Es zeigt sich also, daß bezogen auf die im vorangegangenen Abschnitt vorgestellten Beulkurven bei dreiseitig gelagerten Querschnittselementen größere Vorverformungen zugelassen werden dürfen, als bei vierseitig gelagerten. Hier soll jedoch nicht so sehr auf die absoluten Zahlen eingegangen werden; basierend auf eigenen Berechnungen folgen dazu weitere Ausführungen im Abschnitt 4.4. Vielmehr sollen die *Usami*-Gleichungen hier eingesetzt werden, um die Imperfektionsempfindlichkeit von beulgefährdeten Querschnittselementen aufzuzeigen. In Anlehnung an [27] wird die Imperfektionsempfindlichkeit I gemäß Gl. (14) definiert: Bezogen auf die Tragfähigkeit bei einer Vorverformung $w_{b,0} = b/i$ wird die Differenz gebildet zwischen der Tragfähigkeit bei einer halb so großen Vorverformung und bei einer doppelt so großen.

$$I = \frac{\left(\frac{b'}{b}\right)_{w_{b,0}=\frac{b}{2i}} - \left(\frac{b'}{b}\right)_{w_{b,0}=\frac{b}{i/2}}}{\left(\frac{b'}{b}\right)_{w_{b,0}=\frac{b}{i}}} \cdot 100\% \quad (14)$$

Wie Tabelle 1 zeigt, weisen vierseitig gelagerte Querschnittselemente eine deutlich größere Imperfektionsempfindlichkeit auf als dreiseitig gelagerte. Dies deckt sich mit Untersuchungen in *Cornell* [28] und von *Klöppel et al.* [29], die jeweils zu dem Schluß kamen, daß der Stich der Vorverformung bei dreiseitig gelagerten Querschnittselementen keinen großen Einfluß auf die Traglast ausübt. Unabhängig von der Lagerung zeigt sich ferner, daß die Imperfektionsempfindlichkeit abnimmt, sofern zusätzlich Eigenspannungen berücksichtigt werden. Experimentell bestätigt wird diese Aussage durch die Untersuchungen von *Kubsch* [30].

Aufgrund der größeren Imperfektionsempfindlichkeit von vierseitig gelagerten Querschnittselementen werden sich die eigenen Untersuchungen auf diesen Fall beschränken. Berechnungen an imperfekten dreiseitig gelagerten Querschnittselementen zur Absicherung der neuen Beulkurve Gl. (4) finden sich u.a. in [14].

Tabelle 1. Imperfektionsempfindlichkeit I von Platten in Abhängigkeit der Lagerung

Referenzvorverformung: $w_{b,0} = \frac{b(f)}{i}$	dreiseitig gelagert: $i = 125$		vierseitig gelagert $i = 250$	
	Mittelwert I	Standard- abweichung	Mittelwert I	Standard- abweichung
ohne Eigenspannungen	11 %	2 %	26 %	2 %
mit Eigenspannungen $\sigma_{res,D} = 0,2 f_y$	2 %	2 %	10 %	1 %

Mittelwerte und Standardabweichung der Imperfektionsempfindlichkeit I , ermittelt an 26 Stichproben mit Gl. (14) im bezogenen Schlankheitsbereich für das Plattenbeulen $0,675 \leq \bar{\lambda}_p \leq 1,3$ mit Hilfe der *Usami*-Gln. (12) und (13)

3.2 Arten von Imperfektionen

Bevor infolge von eigenen Berechnungen abschließende Aussagen darüber getroffen werden können, ob die derzeit verwendeten Beulkurven den traglastmindernden Einfluß von Imperfektionen ausreichend berücksichtigen, sind einige grundsätzliche Überlegungen zu Imperfektionen und ihre rechnerische Berücksichtigung erforderlich, s.a. [31]. Imperfektionen werden üblicherweise in geometrische und strukturelle Imperfektionen unterteilt. Zu den geometrischen Imperfektionen kann man zählen:

- Vorverformungen (Vorbeulen),
- Schrumpfungen an Schweißnähten,
- Abweichungen von den Soll-Abmessungen (insbesondere Blechdicke),
- Ungenauigkeiten bei der Lasteinleitung.

Unter strukturellen Imperfektionen wird u.a. verstanden:

- Eigenspannungen infolge des Fertigungsprozesses (Schweißen, Walzen),
- Inhomogenitäten und Anisotropien des Werkstoffes (Streckgrenzenstreuungen).

Aus dieser (sicherlich nicht vollständigen) Aufzählung wird ersichtlich, daß rechnerisch berücksichtigte Imperfektionen stets nur den Charakter von Ersatzimperfektionen haben; dies gilt auch dann, wenn neben Vorverformungen auch Eigenspannungen rechnerisch angesetzt werden. Geometrische Ersatzimperfektionen werden dabei durch zwei Größen bestimmt:

- Imperfektionsmuster (Abweichung von der perfekten Geometrie, bezogen auf den Wert 1,0 für die absolut größte Abweichung),
- Stich der Vorverformung (Faktor für das Imperfektionsmuster).

Festzulegen sind nun ein geeignetes Muster und ein geeigneter Stich der geometrischen Vorverformung. *Schmidt* [32] liefert hierfür eine Einteilung, die sich zwar auf das Schalenbeulen bezieht, aber ohne weiteres auf das Plattenbeulen übertragen werden kann:

- *Realistische* Vorverformungen: Muster und Stich sollen möglichst zutreffend den Imperfektionen am zu berechnenden Bauteil entsprechen. Da Imperfektionen zwangsläufig von den Fertigungs- und Montagevorgängen abhängen, sind *realistische* Vorverformungen zum Zeitpunkt der statischen Berechnung i.d.R. nicht bekannt.
- *Schlimmstmögliche* Vorverformung (*worst case*): Vorverformungsmuster, das zu einem gegebenen Stich die definitiv geringste Traglast liefert. Üblicherweise wird hier eine Vorverformung affin zur ersten Eigenform angenommen. Während die Richtigkeit dieser Annahme für den beidseitig gelenkig gelagerten Knickstab gezeigt werden kann [33], gibt es für das Platten- [34] und Schalenbeulen [35] Gegenbeispiele.
- *Anregende* Vorverformung: Die gewählte Vorverformung soll dazu führen, daß das Rechenmodell das reale Tragverhalten einer imperfekten Struktur prinzipiell richtig erfaßt. Dies ist in Übereinstimmung mit DIN 18 800-2 [7], die kein zur Eigenform affines Muster fordert, sondern nur eine möglichst gute Anpassung [36].

Bei numerischer Bestimmung von Traglasten beulgefährdeter Strukturen werden i.d.R. *schlimmstmögliche* Vorverformungen angesetzt unter der Annahme, daß dies mit einem Muster affin zur ersten Eigenform gewährleistet werden kann, so auch in [1]. Es stellt sich jedoch die Frage, inwieweit solche theoretisch-mathematisch angenommenen Imperfektionen relevant sind für realistische Imperfektionen an Stahlbauteilen, die überwiegend durch die Fertigung und Montage beeinflußt werden. Für den beidseitig gelenkig gelagerten Knickstab mag es noch einsichtig sein, daß die reale Imperfektion ähnlich zur Sinushalbwellen verläuft. Bei Plattentragwerken, insbesondere wenn sie in mehreren Halbwellen beulen, ist es jedoch schon deutlich unwahrscheinlicher, daß das Imperfektionsmuster ähnlich zur 1. Eigenform ist (oder einem noch ungünstigeren Vorverformungsmuster), wie sich auch bei Messungen an

166 beulgefährdeten Stahlblechen von ausgeführten Konstruktionen [37] zeigte. Insbesondere für Platten mit einem Seitenverhältnis $\alpha \geq 2,45$ wurde festgestellt, daß die Eigenform als Vorverformung praktisch nicht auftritt.

3.3 Unabhängigkeit der Traglast von der Berechnungsmethode

Selbstverständlich ist die reale Traglast eines Bauteils unabhängig von der Berechnungsmethode. Ein gutes Beispiel hierfür ist der beidseitig gelenkig gelagerte Knickstab. DIN 18 800-2 [2] eröffnet hier zum einen den Weg einer Berechnung nach Theorie II. Ordnung mit einer geometrischen Ersatzimperfektion und zum anderen ein vereinfachtes Nachweisverfahren mit den Europäischen Knickspannungslinien. Die Ersatzimperfektionen und die Imperfektionsparameter α der Knickspannungslinien sind gerade so aufeinander abgestimmt, daß sich annähernd dasselbe Ergebnis ergibt, das wiederum umfangreich empirisch abgesichert ist [36]. Auch im ENV 1993-1-6 (Schalenbeulen) [38] werden dem Anwender verschiedene Nachweismöglichkeiten freigestellt. Vergleichbar zur Berechnung nach Theorie II. Ordnung ist hier die geometrisch und materiell nicht lineare Analyse mit Imperfektionen (GMNIA). Wiederum ist zu fordern, daß numerische GMNIA-Berechnungen für Basislastfälle dieselben Traglasten liefern, wie sie sich bei Nachweisverfahren ergeben, die auf empirisch abgesicherte (Schalen-) Beulkurven zurückgreifen. *Winterstetter* [31] hat jedoch gezeigt, daß dies nicht zutrifft, wenn zur Eigenform affine Imperfektionsmuster multipliziert mit den zulässigen Herstellungstoleranzen [38] angesetzt werden. Insbesondere ergeben sich auch Fälle, bei denen die numerisch ermittelten Traglasten unterhalb derer liegen, die sich mit den (Schalen-) Beulkurven ergeben.

Dieses Ergebnis deckt sich also mit den Untersuchungen von *Ruff* und *Schulz* [1] für das Plattenbeulen. *Winterstetter* schließt daraus jedoch nicht, daß die Beulkurven geändert werden müssen, da diese ja umfangreich durch frühere empirische Untersuchungen abgesichert sind und durch die gebaute Realität nicht in Frage gestellt werden. Vielmehr schlußfolgert er, daß zur Eigenform affine Imperfektionsmuster unter Ansatz der normativen Vorgaben über die Herstellungsungenauigkeiten kein geeignetes Werkzeug sind, um die Traglast von realen Bauteilen realistisch (und damit wirtschaftlich) zu bestimmen [31]. Er entwickelt deshalb für Kreiszyinderschalen ein neues Imperfektionsmuster (Bild 7), das sich an der Form von Schweißnahtverzügen orientiert und bestimmt den Stich derart, daß für Grundlastfälle die (Schalen-) Beulkurven numerisch widergespiegelt werden können.

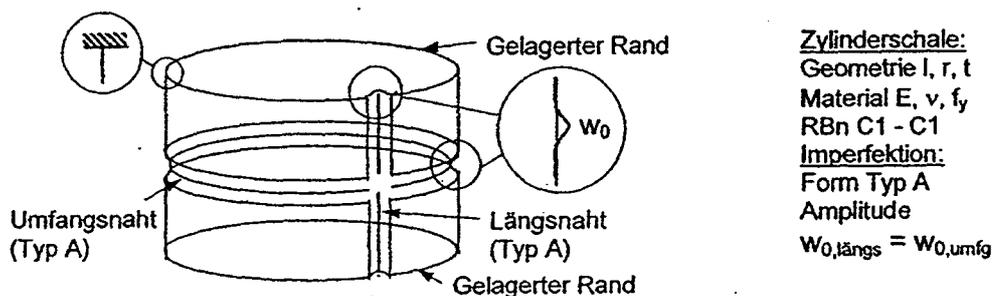


Bild 7: Geometrische Ersatzimperfektion für Kreiszyinderschalen [31]

Für das Plattenbeulen gilt natürlich auch, daß neue Möglichkeiten der Berechnung - angewendet auf Grundlastfälle - frühere, empirisch ermittelte Ergebnisse nicht grundsätzlich in Frage stellen können. Die *Winter-Kurve* (Gl. (1)) kann als empirisch abgesichert gelten, wobei sich die Aussage nicht nur auf die von *Winter* durchgeführten Versuche stützt, sondern auch auf die umfangreiche, sehr sorgfältig durchgeführte Auswertung von Großversuchen zum Plattenbeulen (Bild 8), die im Rahmen der Bearbeitung von DIN 18 800-3 [3] vorgenommen wurde [39]: „Ein wichtiges Ergebnis der Auswertung ist, daß die für konstanten Druck international gebräuchliche *Winter-Kurve* mit ausreichender Zuverlässigkeit bestätigt wurde, obwohl sie von *G. Winter* nur für Querschnittsteile kaltgewalzter und damit dünnwandiger Bauteile hergeleitet worden ist“ [36].

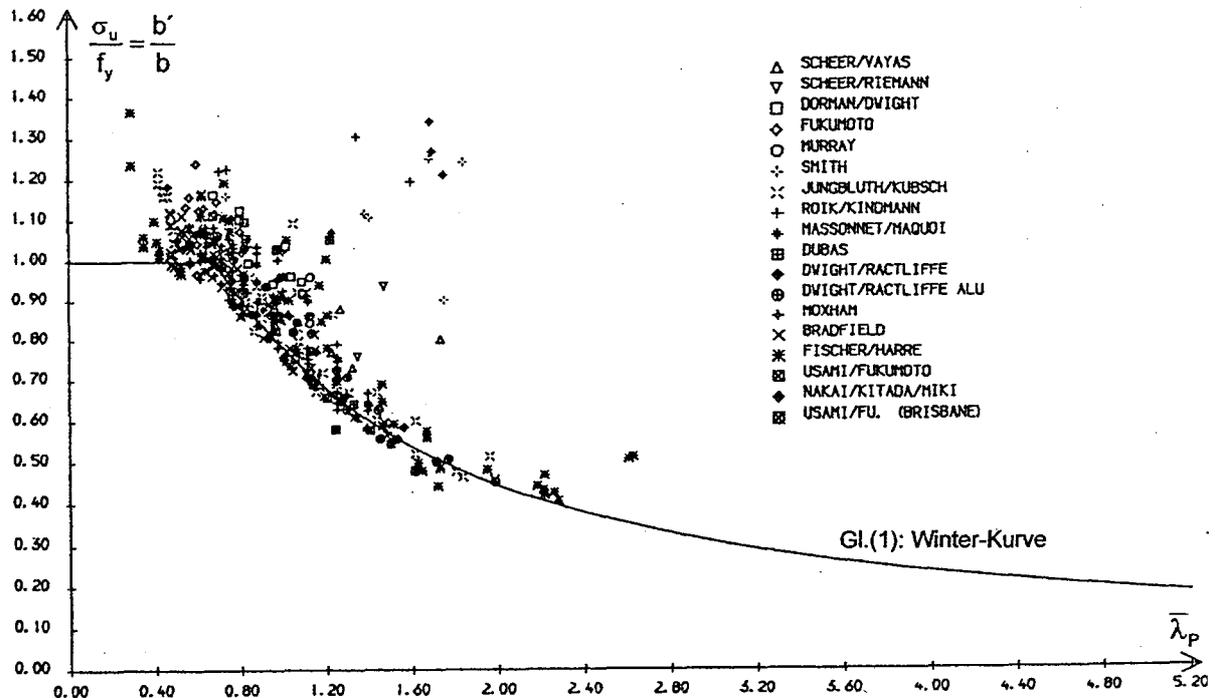


Bild 8: Bezogene Traglasten von 393 Versuchen im Vergleich zur *Winter-Kurve* (basiert auf [39])

4 Numerische Berechnungen zum Einfluß von Imperfektionen

4.1 Allgemeines

Ergänzend zu den Angaben in der Literatur wurden eigene Traglastrechnungen an vierseitig gelagerten Einzelplatten durchgeführt. Dies wurde notwendig, um

- Eigenspannungen explizit berücksichtigen zu können,
- den Bereich kleiner bezogener Schlankheitsgrade für das Plattenbeulen $\bar{\lambda}_p$ fein abgestuft untersuchen zu können,
- für weitergehende Betrachtungen auch das Verhalten im Bereich plastischer Dehnungen ermitteln zu können.

Gerechnet wurde mit 4-Knoten isoparametrischen Shell-Elementen geometrisch nicht linear mit dem FEM-Programm ADINA 7.3 (s.a. [14]). Die materielle Nichtlinearität wurde mit einem linearelastischen-idealplastischen Werkstoffgesetz berücksichtigt, wobei Plastizierungen über die Blechdicke mit einer 7-Punkt-Newton-Cotes-Integration erfaßt wurden. Es gilt die *von-Mises* Hypothese, eine Verfestigung wurde nicht in Ansatz gebracht. Mit Hilfe des Bogenlängenverfahrens war es möglich, über die Traglast hinaus weit in den Nachtraglastbereich hinein zu rechnen. Die Plattenschlankheit wurde über die Blechdicke t gesteuert und nicht über die Streckgrenze f_y , die stets mit 240 N/mm^2 angenommen wurde. So konnte die Abhängigkeit des zulässigen Stiches der Vorverformung $w_{b,0}$ von der Stahlgüte (Gl. (15)) umgangen werden [34].

$$w_{b,0,\text{zulässig}} = w_{b,0,\text{Norm}} \sqrt{\frac{f_y}{240}} \quad f_y \text{ in } [\text{N/mm}^2] \quad (15)$$

4.2 Randbedingungen

Besondere Aufmerksamkeit verdienen bei Berechnungen mit großen Verformungen, und die liegen im Traglastzustand bei beulenden Platten vor, die Randbedingungen. Während für lineare Beulanalysen die Angabe *Allseitig gelenkig und in der Plattenebene allseitig verschieblich* genügt, ist bei Traglastrechnungen zusätzlich festzulegen, ob die Ränder gerade bleiben oder sich frei verformen können. Berechnungen an Einzelplatten werden i.d.R. für eine geometrisch bestimmte Belastung durchgeführt (z.B. [1]), d.h. die Belastung wird als Randverschiebung eingepreßt. Damit bleibt der Querrand per Definition gerade. Die Randbedingungen für die nicht belasteten Längsränder ergeben sich aus der Konstruktion. *Gerade Ränder* sind gewährleistet bei unendlich steifen Randsteifen oder aber wenn benachbart ein gleiches Teilbeulfeld anschließt. *Freie Verschieblichkeit* ist nur möglich, wenn die Randsteifen keine Biegesteifigkeit um ihre schwache Achse aufweisen. Die Gegebenheiten einer realen Konstruktion werden i.d.R. dazwischen liegen, wobei eine Quantifizierung nur schwer möglich ist. In [40] werden die beiden Extrema in einer Parameterstudie untersucht. Die Erkenntnisse sollen hier kurz zusammengefaßt werden, weiter unten werden sie zusätzlich durch eigene Berechnungen bestätigt: Im Bereich mittlerer und großer bezogener Schlankheitsgrade für das Plattenbeulen $\bar{\lambda}_p$ bewirkt die Zwangsbedingung, daß die Längsränder gerade bleiben, eine Traglaststeigerung. Infolge der großen Beuldurchbiegungen würden bei *Freier Verschieblichkeit* die Längsränder sich in der Plattenebene nach innen durchbiegen (Bild 9). Um einen *Geraden Rand* zu erzwingen, sind Querspannungen erforderlich, die das System stabilisieren, die Durchbiegungen reduzieren und damit die Traglast steigern. Dagegen sind für kleine bezogene Schlankheitsgrade $\bar{\lambda}_p$ bei *Freier*

Verschieblichkeit die Längsränder infolge der Querkontraktion nach außen durchgebogen. Um den *Geraden Rand* zu gewährleisten, sind diesmal Querdruckspannungen notwendig, wodurch die Durchbiegungen zunehmen und die Traglast (geringfügig) abnimmt.

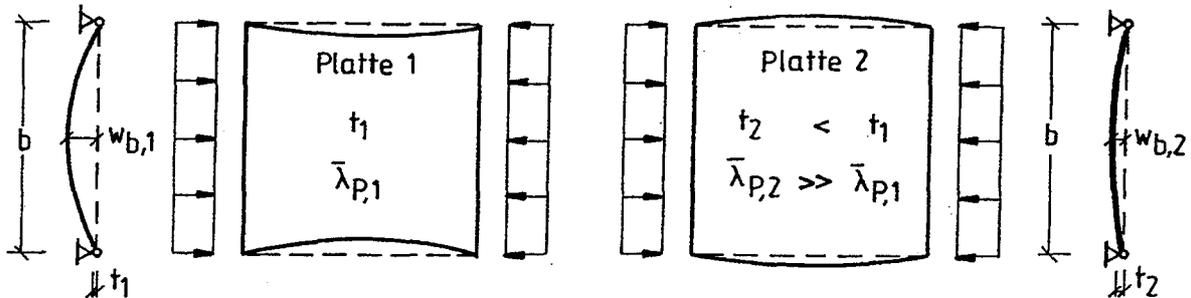


Bild 9: Verformungen der nicht belasteten Längsränder in Abhängigkeit des bezogenen Schlankheitsgrades für das Plattenbeulen $\bar{\lambda}_p$

Aus den Ausführungen ist zu erkennen, daß keiner der beiden Extrema einen *worst case* darstellt, sondern daß in Abhängigkeit von der Plattenschlankheit entweder die eine oder die andere Randbedingung die geringste Traglast liefert. Deshalb wird hier zunächst der Grundfall der quadratischen, vierseitig gelenkig gelagerten Platte unter einer geometrisch bestimmten konstanten Druckbelastung untersucht, wobei die Randbedingung für die Längsränder variiert wird. Ungeachtet der Ausführungen im Abschnitt 3 wurde zunächst mit einer Vorverformung affin zur ersten Eigenform mit einem maximalen Stich von $w_{b,0} = b/250$ gerechnet. In einem zweiten Rechengang wurden zusätzlich Eigenspannungen berücksichtigt, wobei der Verlauf der Eigenspannungen nach *Kubsch* [30] gewählt wurde mit einer maximalen Druckeigenspannung $\sigma_{res,D} = 0,2 f_y$ (Bild 10, s.a. [10]). Bild 11 bestätigt das oben gesagte: Im Bereich mittlerer und großer bezogener Schlankheitsgrade stellt sich infolge der *Geraden Längsränder* ein nicht unerheblicher Traglastgewinn ein. Für kleine bezogene Schlankheitsgrade ergeben sich dagegen annähernd dieselben Traglasten, wobei - konform zu oben - bei *Freier Verschieblichkeit* die Beanspruchbarkeit geringfügig höher liegt. Wird dies jedoch vernachlässigt, so ist das Extremum der *Freien Verschieblichkeit* die maßgebende Randbedingung. Dies bedeutet aber auch, daß im Bereich mittlerer und großer bezogener Schlankheitsgrade eine reale Konstruktion Traglastreserven gegenüber diesen Modellrechnungen besitzt, da die *Freie Verschieblichkeit* stets zu einem gewissen Anteil behindert sein wird.

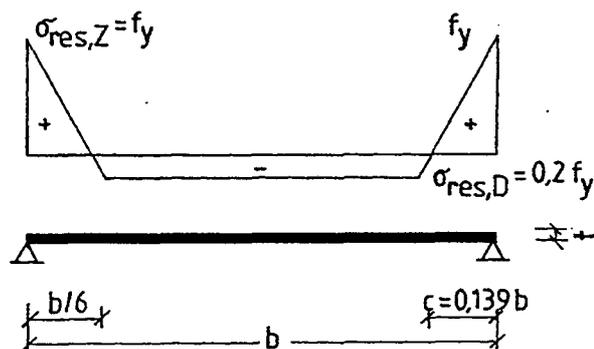


Bild 10: Verlauf der Eigenspannungen über die Plattenbreite nach *Kubsch* [30]

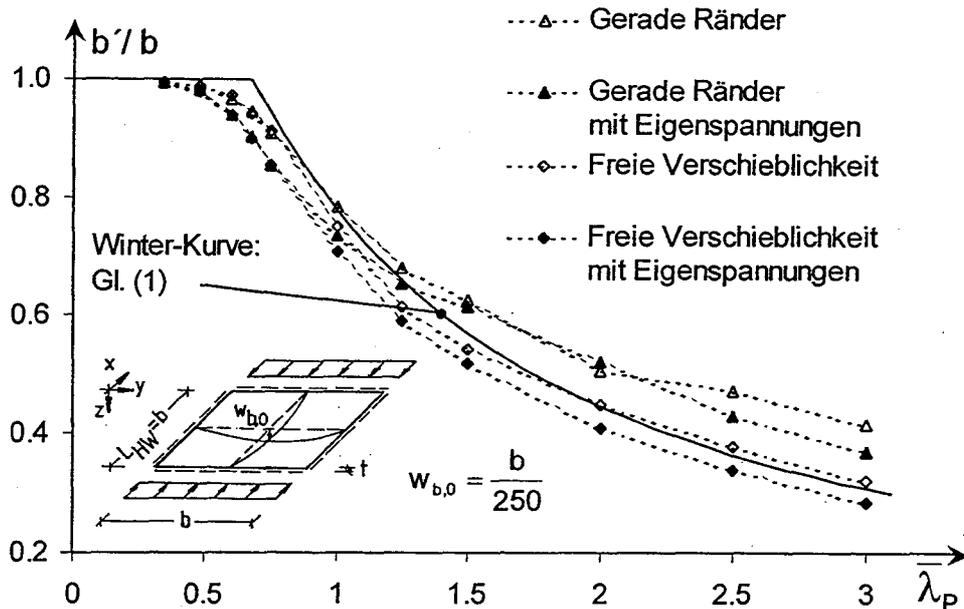


Bild 11: Traglasten vierseitig gelagerter Platten in Abhängigkeit von den Randbedingungen der Längsränder

4.3 Variation des Seitenverhältnisses

Analog zu den Ausführungen in [1] ergeben sich bei der gewählten Vorverformung und *Freier Verschieblichkeit* der Längsränder geringere Traglasten, als sie von der *Winter-Kurve* (Gl. (1), Bild 11) vorausgesagt werden. Ferner wurden in [1] Berechnungen an Platten durchgeführt, deren Seitenverhältnis α nicht 1,0 betrug. Hier ergaben sich teilweise noch größere Abweichungen gegenüber der *Winter-Kurve*. Wie jedoch von *Ruff* und *Schulz* selbst eingeräumt wird [6], ist dies auf eine Fehlinterpretation von DIN 18 800-3 [3] zurückzuführen, wo festgelegt wird, wie die Höchstwerte f für unvermeidbare Herstellungungenauigkeiten zu bestimmen sind. Für ausführliche Erläuterungen des auf *Schmidt* [41] zurückgehenden Meßverfahrens wird auf [42] verwiesen. Bild 12 zeigt, daß der Höchstwert f bei einer dreiwelligen Vorverformungsfigur doppelt so groß ist wie bei einer einwelligen; der Stich des Imperfektionsmusters ist jedoch jeweils gleich groß. So haben auch Vergleichsrechnungen an Platten mit einem Seitenverhältnis von 3,0 bei gleich gewählten Imperfektionen exakt dieselben Ergebnisse geliefert, wie sie im Bild 11 für das Seitenverhältnis $\alpha = 1,0$ dargestellt sind.

Weitere Rechnungen wurden an vierseitig gelagerten Platten mit einem Seitenverhältnis $\alpha = 1,5$ durchgeführt. Die 1. Eigenform ist in Plattenlängsrichtung zweiwellig, der k -Wert ergibt sich zu 4,34 (Bild 13) und der maximale Wert f ist 1,365 mal größer als der Stich der Vorverformung $w_{b,0}$, wenn f mit dem Meßlineal gemäß DIN 18 800-3 [3] bestimmt wird, vgl. Bild 12. Für den Fall mit *Eigenspannungen* und *Freier Verschieblichkeit* der Längsränder zeigt Bild 14, daß sich so, bezogen auf λ_p , geringere Traglasten ergeben. Demnach wäre nicht die quadratische Platte der *worst case*, an dem Modellrechnungen durchzuführen sind, sondern die Platte mit dem Seitenverhältnis $\alpha = 1,5$ oder aber einem anderen, hier nicht untersuchten Seitenverhältnis. Diese Aussage wird jedoch relativiert, wenn der Einfluß des Seitenverhältnisses auf den Beulwert k vernachlässigt wird: Bild 13 zeigt die allgemein bekannte Girlandenkurve für den k -Wert in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses α . Für Vielfache von 1,0 wird jeweils das Minimum $k = 4,0$ erreicht. Zwischen den Minima steigt

der k -Wert an, das jeweilige Maximum stellt einen Knick im Kurvenverlauf dar, so z.B. bei $\alpha = 2^{1/2} = 1,414$. Während sich nach der linearen Verzweigungstheorie diese nicht stetig differenzierbare Funktion ergibt, liegt die Vermutung nahe, daß sich dieser Effekt bei hochgradig nicht linearen Traglastrechnungen egalisiert. Nach Auffassung der Verfasser sollte deshalb der Anstieg des k -Wertes zwischen zwei Minima rechnerisch nicht in Ansatz gebracht werden. Für das hier gezeigte Beispiel (Bild 14) bedeutet dies, daß der bezogene Schlankheitsgrad für das Plattenbeulen λ_P nicht mit dem Beulwert $k = 4,34$ bestimmt wird, sondern mit dem Minimum $k = 4,0$. Bezogen auf die Darstellung im Bild 14 entspricht dies einer Parallelverschiebung entlang der Abszisse; nun entsprechen sich die bezogenen Traglasten der Platten mit $\alpha = 1,0$ bzw. $1,5$ annähernd. Zusätzlich ist zu beachten, daß bei langen Platten die Annahme einer konstanten Beanspruchung über die gesamte Beulfeldlänge in der Praxis selten auftritt.

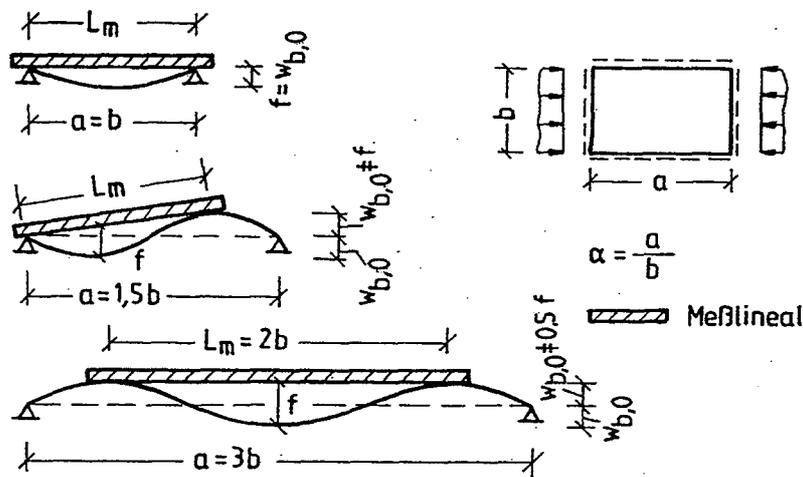


Bild 12: Bestimmung der Höchstwerte der unvermeidbaren Herstellungsungenauigkeiten

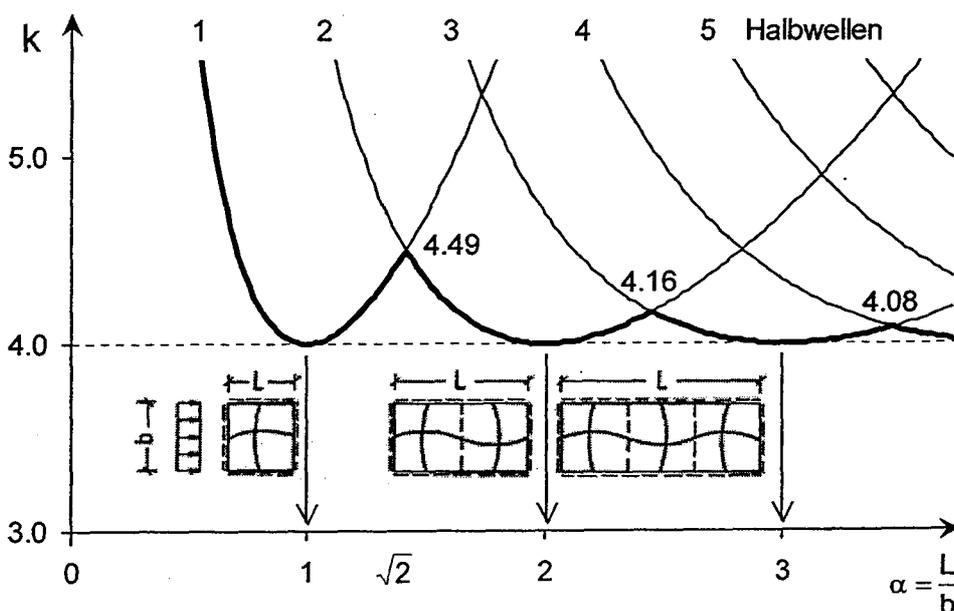


Bild 13: Beulwerte und Eigenformen vierseitig gelenkig gelagerter Platten

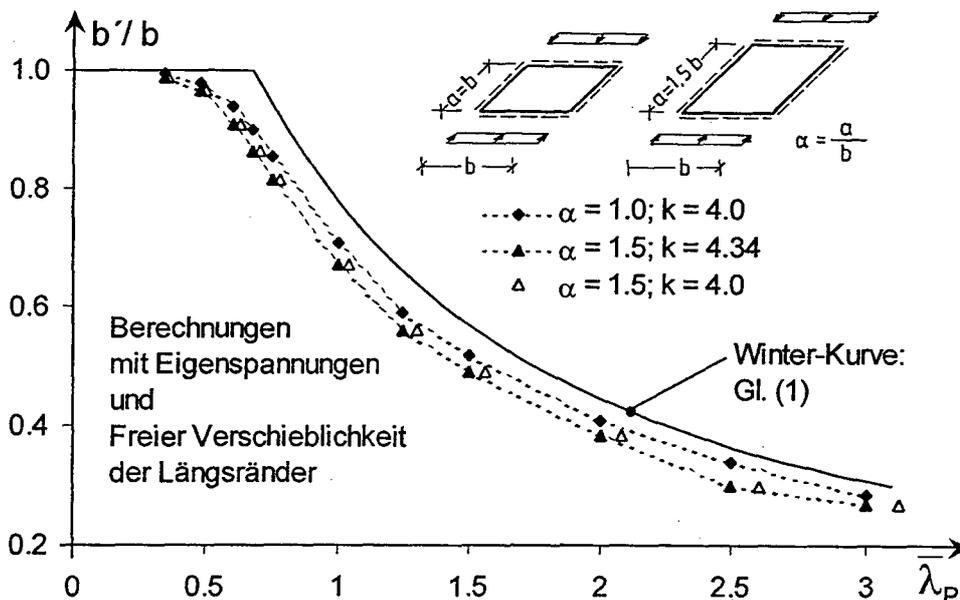


Bild 14: Traglasten vierseitig gelagerter Platten in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses α

Es sei darauf hingewiesen, daß der Anstieg des k -Wertes mit steigendem Seitenverhältnis α vernachlässigbar klein wird, vgl. Bild 13. Konform zu den Angaben in den Normen, z.B. Tabelle 26 in DIN 18 800-2 [2], ist es deshalb gerechtfertigt, den Beulwert k bzw. die Verzweigungsspannung für das Plattenbeulen σ_{Pi} unabhängig von der Plattenlänge anzugeben. Wie in [10] am Beispiel von I-Profilen gezeigt wird, ist diese Aussage auch auf die Verzweigungsspannungen $\sigma_{Pi,ges}$ eines Gesamtprofils übertragbar.

4.4 Übereinstimmung mit empirischen Daten

Die Ausführungen in den Abschnitten 4.2 und 4.3 lassen den Schluß zu, daß es zulässig ist, als Grundfall Berechnungen an vierseitig gelenkig gelagerten Quadratplatten mit freier Verschieblichkeit der Längsränder durchzuführen. Werden dabei jedoch Vorverformungsmuster affin zur ersten Eigenform unter Ansatz des Höchstwertes der unvermeidbaren Herstellungungenauigkeiten berücksichtigt, ergeben sich gegenüber der *Winter*-Kurve (Gl. (1)) zu geringe Traglasten, vgl. Bild 11. Für den Fall ohne Eigenspannungen können diese „aber wohl vernachlässigt werden“ [6], mit Eigenspannungen nehmen die Abweichungen allerdings Werte von bis zu 10 Prozent an.

Wie im Abschnitt 3.3 ausführlich diskutiert, sollte deshalb jedoch nicht die empirisch abgesicherte Beulkurve in Frage gestellt werden. Vielmehr ist zu überprüfen, ob die gewählte Imperfektion, die eine *schlimmstmögliche* darstellt, den *realistischen* Imperfektionen gerecht wird. Es ist wenig wahrscheinlich, daß sich an der für die Bemessung maßgebenden Stelle infolge von Fertigungs- und Montagevorgängen ein zur ersten Eigenform affines, ggf. mehrwelliges Vorverformungsmuster einstellt, wobei die maximalen Amplituden jeweils den Höchstwerten der unvermeidbaren Herstellungungenauigkeiten entsprechen, vgl. [37].

Nach Ansicht der Verfasser ist es deshalb gerechtfertigt, eine *anregende* Ersatzimperfektion derart zu wählen, daß empirisch abgesicherte Grundfälle damit widergespiegelt werden können. Diesen Weg haben z.B. *Winterstetter* und *Schmidt* [31], [43] begangen, um darauf

aufbauend numerische Parameterstudien an Kreiszyinderschalen unter kombinierter Beanspruchung durchzuführen. Hier wird dieses Verfahren nun auf das Plattenbeulen übertragen. Grundsätzlich bieten sich dabei zwei Möglichkeiten an:

- a) analog zu [31] die Festlegung eines an den Herstellungsbedingungen orientiertes Vorverformungsmuster, vgl. Bild 7;
- b) ein zur Eigenform affines Vorverformungsmuster, bei dem jedoch der Stich der Vorverformung und die Größe der Eigenspannungen gegenüber der *schlimmstmöglichen* Annahme reduziert werden.

In [23] wurde die Möglichkeit a) angewendet und dabei numerisch belegt, daß beim Ansatz von *realistischen*, an ausgeführten Konstruktionen gemessenen, Vorverformungsmustern die Traglast bis zu 10 Prozent höher liegt. Eine Berechnung aus [23] aufgreifend, werden hier eine vierseitig gelagerte Platten mit einem Seitenverhältnis $\alpha = 3$ näher untersucht: Maßgebende Eigenform ist der dreiwellige Sinus (Bild 12) und wie im Abschnitt 4.3 bereits erwähnt, verhält sich die Platte bei einer zur Eigenform affinen Vorverformung exakt genauso wie die quadratische Platte (vgl. Bild 11). In [37] wird anhand von Messungen an ausgeführten Konstruktionen sogenannte *idealisierte Grundformen* der Vorverformungen festgelegt. Die Form *DRW*, die sich aus der Überlagerung eines drei- mit einem einwelligen Sinus ergibt, wird hier, genauso wie in [23], der Berechnung zugrunde gelegt. Gegenüber einem zur Eigenform affinen Vorverformungsmuster steigert sich die Traglast bei Ansatz des realistischen Vorverformungsmuster *DRW* um bis zu 8,5 Prozent. Wie Bild 15 zeigt, ist so die *Winter-Kurve* (Gl. (1)) numerisch abzubilden, sofern keine Eigenspannungen berücksichtigt werden. Bei Ansatz von Eigenspannungen liegen die numerischen Traglasten allerdings weiterhin unterhalb der *Winter-Kurve*. Weitere Vergleichsrechnungen zeigen, daß auch unter Berücksichtigung von Eigenspannungen die Traglast oberhalb der *Winter-Kurve* liegen kann, wenn das Vorverformungsmuster, z.B. ein einwelliger Sinus bei der Platte mit $\alpha = 3$, die erste Eigenform nicht enthält

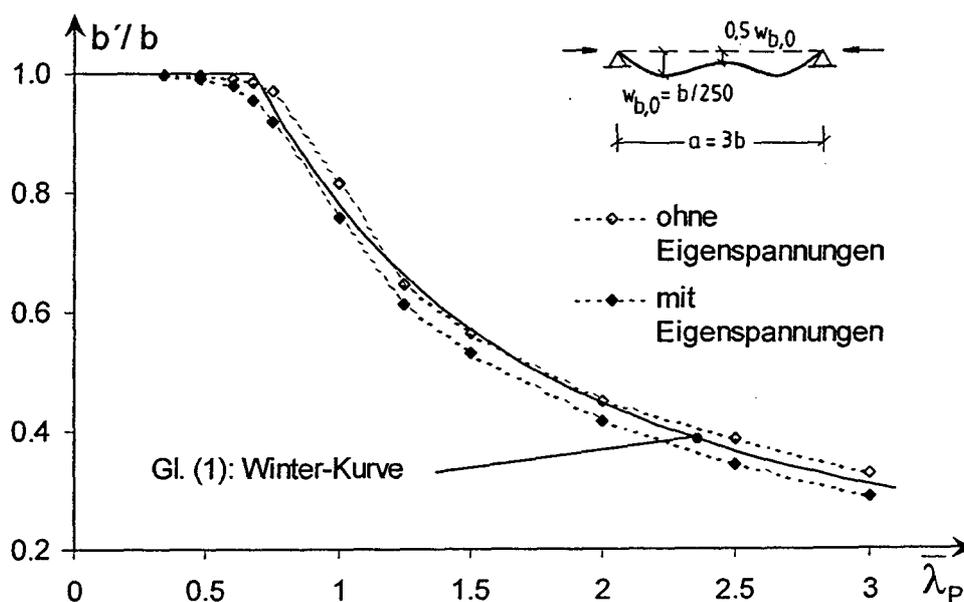


Bild 15: Traglasten vierseitig gelagerter Platten mit einem Seitenverhältnis $\alpha = 3$ unter Berücksichtigung eines *realistischen* Vorverformungsmusters

Bei der Möglichkeit a) ist die Wahl eines Vorverformungsmusters stets subjektiv und der Beweis, daß damit das maßgebende reale Tragverhalten „angestoßen“ wird, schwierig zu führen. Deshalb wird im folgenden die Möglichkeit b) weiterverfolgt, bei der ein Vorverformungsmuster affin zur ersten Eigenform beibehalten wird. Variiert wird dagegen der Stich der Vorverformung und die Größe der Eigenspannungen. So soll eine Ersatzimperfektion festgelegt werden, die mit Ausnahme der in [1] erwähnten *Aufstandsimperfektionen*, alle Arten von Imperfektionen, die im Abschnitt 3.2 aufgeführt sind, gegenüber den empirischen Erfahrungswerten abdeckt. *Aufstandsimperfektionen* [1] sind getrennt als Lasteinleitungsproblem (St. Venant'scher Störungsbereich) zu behandeln. Ohne Eigenspannungen können die Ergebnisse von *Usami* [20] bestätigt werden, daß die *Winter-Kurve* (Gl. (1)) numerisch abgebildet werden kann, wenn bei einer Eigenform affinen Vorverformung der Stich zu $w_{b,0} = b/420$ gesetzt wird (Bild 16, vgl. Abschnitt 3.1). Werden zusätzlich Eigenspannungen gemäß Bild 10 berücksichtigt, so ist ein deutlich kleinerer Stich zu wählen. Dies gilt auch dann noch, wenn der Wert der maximalen Druckeigenspannung $\sigma_{res,D}$ reduziert wird, während die maximale Zugeigenspannung mit $\sigma_{res,Z} = f_y$ konstant gehalten wird (bei Wahrung des Gleichgewichts). Eine größere Wirkung zeigt dagegen eine Änderung der Größe der Eigenspannungen. Werden die Werte halbiert ($\sigma_{res,Z} = 0,5 f_y$; $\sigma_{res,D} = -0,1 f_y$), kann die *Winter-Kurve* wiedergegeben werden, wenn der Stich zu $w_{b,0} = b/500$ gewählt wird (Bild 16).

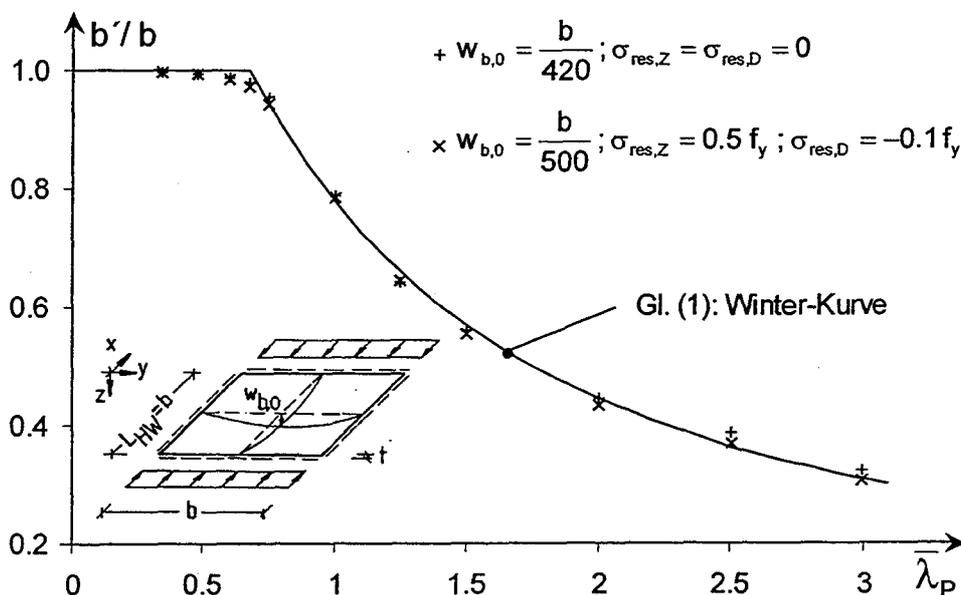


Bild 16: Traglasten vierseitig gelagerter Platten mit derart festgelegten Imperfektionen, daß die Winter-Kurve widergespiegelt wird.

4.5 Bewertung

In Tabelle 2 sind die maßgebenden Kenngrößen der *anregenden* Imperfektionen (A+B) im Vergleich zur *schlimmstmöglichen* Imperfektion ohne Eigenspannungen (C) gegenübergestellt. Bild 17 zeigt noch einmal die numerisch ermittelten Ergebnisse im Vergleich. Zusammenfassend kann gesagt werden, daß beim Ansatz von zur Eigenform affinen Vorverformungsmustern unter Berücksichtigung des Höchstwertes der unvermeidbaren Herstellungsungenauigkeiten $w_{b,0} = b/250$ gemäß DIN 18 800-3 [3] und Eigenspannungen gemäß Bild 10 die empirisch abgesicherte *Winter-Kurve* (Gl. (1)) für den untersuchten Grundfall numerisch nicht wiedergegeben werden kann. Nur durch eine Halbierung aller relevanten Kenngrößen der Imperfektion ($w_{b,0}$; $\sigma_{res,Z}$; $\sigma_{res,D}$) kann bei Beibehaltung des zur Eigenform affinen Vorverformungsmusters eine Übereinstimmung mit den empirischen Erfahrungswerten erzielt werden. Sofern keine Zuschärfung des Sicherheitsniveaus für unabdingbar gehalten wird, ist diese reduzierte *anregende* Imperfektion auch weiteren numerischen Parameterstudien zugrunde zu legen.

Tabelle 2. Anregende Ersatzimperfektionen A + B im Vergleich zur *schlimmstmöglichen* Imperfektion C

(Ersatz-) Imperfektion	Stich $w_{b,0}$ der zur Eigenform affinen Vorverformung		(Schweiß-) Eigenspannungen σ_{res}	
	4-seitig gelagert	3-seitig gelagert	Druck: $\sigma_{res,D}$	Zug: $\sigma_{res,Z}$
A	$b / 420$	$b_f / 210$	-	-
B	$b / 500$	$b_f / 250$	$-0.1 f_y$	$-0.5 f_y$
C	$b / 250$	$b_f / 125$	-	-

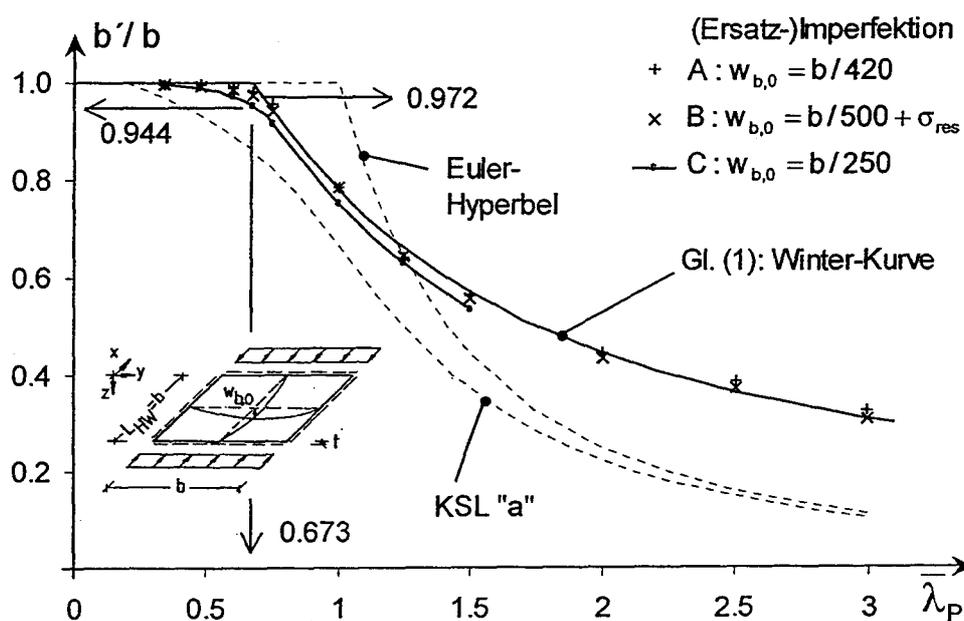


Bild 17: Traglasten vierseitig gelagerter Quadratplatten mit derart festgelegten Imperfektionen (A+B), daß die *Winter-Kurve* widergespiegelt wird.

5 Beulgefährdete Gesamtprofile

Die bisherigen Berechnungen haben sich auf die vierseitig gelagerte Einzelplatte beschränkt, die als ein Querschnittselement eines beulgefährdeten Gesamtprofils aufgefaßt werden kann, vgl. Bild 1. Am Beispiel des normalspannungsbeanspruchten, beulgefährdeten I-Profils sind in [10] umfangreiche numerische Parameterstudien für die Grundlastfälle Normalkraft, Biegemoment um die y-Achse und Biegemoment um die z-Achse unter Variation der Imperfektionen durchgeführt worden. Zusammenfassend kann gesagt werden, daß in fast allen Fällen sichere Ergebnisse erzielt wurden, wenn ein zur ersten Eigenform affines Vorverformungsmuster unter Berücksichtigung der Vorgaben über die unvermeidbaren Herstellungsungenauigkeiten in DIN 18 800-3 [3] und Eigenspannungen analog zu Bild 10 angesetzt wurden. Als Referenz dienten dabei die Beulkurven Gln. (1) und (4) für die vier- bzw. dreiseitig gelagerten Querschnittselemente.

Für das beulgefährdete I-Profil dürfen also höhere Imperfektionen rechnerisch angesetzt werden als für die vierseitig gelagerte Einzelplatte, was wie folgt zu erklären ist:

1. Die einzelnen Querschnittselemente weisen aufgrund der benachbarten Elemente an ihren gelagerten Längsrändern keine (absolute) *Freie Verschieblichkeit* auf, vgl. Abschnitt 4.2.
2. Das Tragverhalten wird maßgeblich von den dreiseitig gelagerten Querschnittselementen geprägt. Wie bereits im Abschnitt 3.1 belegt, sind diese deutlich weniger imperfektionsempfindlich.

Geringere Traglasten gegenüber einer Auswertung der Beulkurven ergaben sich numerisch nur im Lastfall Normalkraft für I-Profile mit einem großen Steganteil an der Querschnittsfläche [10]. Hier schlägt das Tragverhalten der vierseitig gelagerten Platte, wie es im Abschnitt 4 erläutert wird, durch. Bereits in [10] wurde jedoch darauf verwiesen, daß die Ergebnisse auf der unsicheren Seite nicht überbewertet werden sollen, da die Annahme der Eigenform affinen Vorverformungen zu konservativ ist im Vergleich zu *realistischen* Vorverformungen.

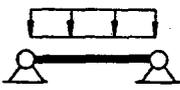
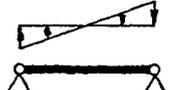
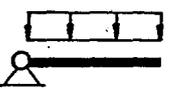
6 Grenzwerte (b/t) für das Verfahren Elastisch-Plastisch

Das Verfahren Elastisch-Plastisch gemäß DIN 18 800-1 [8] erlaubt die Berechnungen der Beanspruchungen nach den gewohnten Verfahren der Elastizitätstheorie bei Ausnutzung der plastischen Querschnittsreserven bei den Beanspruchbarkeiten [36]. Dieses Verfahren, das der Querschnittsklasse 2 des Eurocodes 3 [4] entspricht, hat eine große Praxisrelevanz, was auch dadurch verdeutlicht wird, daß die vereinfachten Tragsicherheitsnachweise nach DIN 18 800-2 [2] alle diesem Verfahren zuzuordnen sind. Ein Stahlquerschnitt kann nach dem Verfahren Elastisch-Plastisch bemessen werden, wenn seine Querschnittselemente gewisse grenz (b/t)-Werte einhalten. Für diese Verhältniswerte konnte bisher keine internationale Übereinkunft erzielt werden [36]. So unterscheiden sich auch die Regelungen in DIN 18 800-1 [2] und Eurocode 3 [4], wobei insbesondere die unterschiedlichen Definitionen für die Bezugsbreiten zu beachten sind. Die relativ feinen Abstufungen im Eurocode 3 [4] in Abhängigkeit des Fertigungsverfahrens (gewalzt oder geschweißt) wurden in DIN 18 800-1 [8] „in Anbetracht der doch relativ groben Festlegungen“ [36] nicht übernommen.

Das Konzept der grenz (b/t)-Werte wird bekanntlich auch zur Abgrenzung der anderen Nachweisformate (bzw. Querschnittsklassen) verwendet. Die grenz (b/t)-Werte für das Verfahren Elastisch-Elastisch (bzw. Querschnittsklasse 3) stellen z.B. sicher, daß die elastische Grenztragfähigkeit nicht durch ein örtliches Beulen einzelner Querschnittselemente reduziert wird. Nach dem Verständnis der DIN 18 800 bedeutet dies, daß der Abminderungsfaktor $\kappa_P = b'/b$, der sich durch Auswertung einer geeigneten Beulkurve ergibt, gerade den Wert 1,0 annehmen muß. Eurocode 3 [4] sieht nicht diese Notwendigkeit und vertraut mehr auf die Aussagekraft von Versuchen. Mit Hilfe der Definition von DIN 18 800 und den z.B. in DIN 18 800-3 [3] festgelegten Beulkurven können die grenz (b/t)-Verhältnisse für das Verfahren Elastisch-Elastisch analytisch abgeleitet werden, vgl. Abschnitt 2.2.

Beim Verfahren Elastisch-Plastisch sind nun strengere Grenzwerte zu fordern, da auch im Bereich plastischer Dehnungen, die erforderlich sind, um die plastische Reserve zu aktivieren, kein örtliches Beulen die Traglast reduzieren darf. Allerdings lassen sich die zugehörigen grenz (b/t)-Werte „nicht mehr herleiten sondern nur experimentell bestimmen“ [44]. In Tabelle 3 sind einige der entsprechenden Festlegungen in DIN 18 800-1 [8] aufgeführt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden die sehr ähnlichen Regelungen des Eurocodes 3 [4] nicht mit aufgenommen, wobei die unterschiedliche Bezugs-Streckgrenze f_y (240 bzw. 235 N/mm²) sich nur gering auswirkt. In Tabelle 3 sind zusätzlich die Vorschläge von *Brune* [7] für neue, deutlich strengere Grenzwerte (b/t) für das Verfahren Elastisch-Plastisch aufgeführt.

Tabelle 3. Grenz (b/t)-Werte für das Verfahren Elastisch-Plastisch für ausgewählte Grundfälle

Beanspruchung + Lagerung			grenz (b/t) Verfahren Elastisch-Plastisch		
			DIN 18 800-1 [8]	Brune [7]	
				$\varepsilon = 2 \varepsilon_y$	$\varepsilon = 4 \varepsilon_y$
allgemein:	ψ_ε	k	/	$13,5 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \sqrt{k}$	$9,6 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \sqrt{k}$
	1	4,0	$37,0 \sqrt{\frac{240}{f_y}}$	$26,7 \sqrt{\frac{240}{f_y}}$	$19,0 \sqrt{\frac{240}{f_y}}$
	-1	23,9	$74,0 \sqrt{\frac{240}{f_y}}$	$66,0 \sqrt{\frac{240}{f_y}}$	$46,4 \sqrt{\frac{240}{f_y}}$
	1	0,43	$11,0 \sqrt{\frac{240}{f_y}}$	$8,8 \sqrt{\frac{240}{f_y}}$	$6,2 \sqrt{\frac{240}{f_y}}$
	0	0,57	$11,0 \sqrt{\frac{240}{f_y}}$	$10,1 \sqrt{\frac{240}{f_y}}$	$7,2 \sqrt{\frac{240}{f_y}}$

7 Plastische Querschnittsreserve

7.1 Allgemeines

Bevor über eigene Untersuchungen zu den grenz (b/t)-Werten für das Verfahren Elastisch-Plastisch berichtet wird, sollen hier einige grundsätzliche Überlegungen zur plastischen Querschnittsreserve angestellt werden. Dadurch ist es möglich, die Untersuchungen auf vier Grundfälle zu beschränken, die dann im Abschnitt 8 behandelt werden.

7.2 Gesamtquerschnitte

Der Großteil der üblichen Stahlbauprofile lassen sich als prismatische Stäbe beschreiben, deren Querschnittselemente parallel zu den Hauptachsen verlaufen. Die Querschnittselemente wiederum können in drei- und vierseitig gelagerte Platten unterteilt werden, vgl. Bild 1. Bei Biegung um eine Hauptachse werden die einzelnen Querschnittselemente - Ebenbleiben der Querschnitte vorausgesetzt - entweder konstant gedrückt ($\psi_e = 1,0$) oder aber weisen eine Dehnungsgradienten ψ_e auf (Bild 18). Für Dehnungen kleiner der Fließdehnung und unter Ausschluß von örtlichen Beulerscheinungen entsprechen sich Dehnungs- und Spannungsverlauf. Werden nun plastische Dehnungen zugelassen, so verändern sich die Spannungsverläufe; allerdings nur in den Querschnittselementen mit einem Dehnungsgradienten ψ_e , (sofern in guter Näherung die Dicke t der Querschnittselemente konzentriert in den Elementmittellinien angenommen wird). Das Spannungsbild wird völliger, z.B. vom dreiecksförmigen Verlauf hin zu plastischen Spannungsblöcken. Dies führt i.d.R. zu der höheren Beanspruchbarkeit beim Verfahren Elastisch-Plastisch im Vergleich zum Verfahren Elastisch-Elastisch. Aus dieser Definition wird direkt ersichtlich, daß es - wie allgemein bekannt - bei alleiniger Wirkung einer zentrischen Normalkraft keine Traglaststeigerung im Bereich plastischer Dehnungen gibt, da kein Querschnittselement einen Dehnungsgradienten ψ_e aufweist.

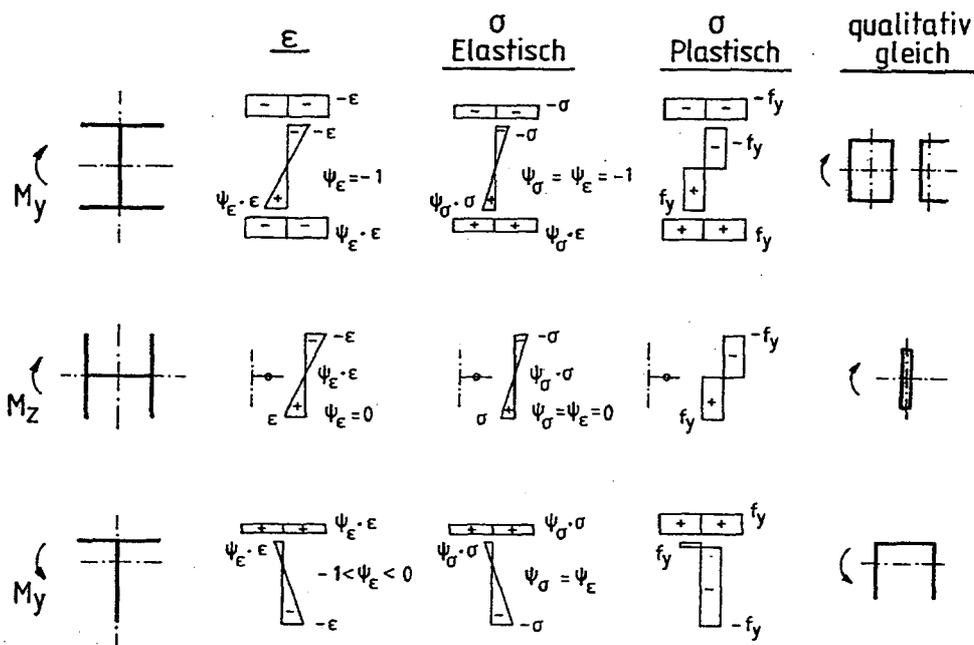


Bild 18: Spannungs- und Dehnungsverlauf bei typischen Stahlbauquerschnitten, die durch Biegung beansprucht werden

Damit bei Biegung die plastische Grenzschnittgröße ausgenutzt werden kann, sind zwei Bedingungen zu erfüllen:

1. Bei druckbeanspruchten Querschnittselementen mit $\psi_e \neq 1,0$ müssen sich genügend große plastische Spannungsblöcke bilden, ohne daß es zu einem örtlichen Beulen kommt.
2. Druckbeanspruchte Querschnittselemente mit $\psi_e = 1,0$ müssen ihren Traganteil duktil ertragen und zwar über einen so großen Dehnungsbereich, daß Bedingung 1 erfüllt wird.

7.3 Erforderliche Dehnungen

Bei Bedingung 1 wurde bewußt die Formulierung „genügend große plastische Spannungsblöcke“ gewählt. Bei einem linearelastischen-idealplastischen Werkstoffgesetz ergeben sich voll plastische Spannungsblöcke erst für unendlich große Dehnungen. Bei endlichen Dehnungen dagegen verbleibt stets ein elastischer Bereich symmetrisch zur Dehnungsnulllinie. Ab einer gewissen Dehnung haben diese elastischen Teilbereiche jedoch nur noch einen vernachlässigbaren Einfluß auf das Traglastmoment [16], [7]. Für ein Querschnittselement mit einem Verhältnis der Randdehnungen von $\psi_e = 0$ und aus Symmetriegründen ebenso mit $\psi_e = -1$ gilt Gl. (16). Bild 19 zeigt, daß z.B. bei einer vierfachen Fließdehnung der elastische Bereich nur noch eine Abminderung von 2,1 Prozent gegenüber dem vollplastischen Moment $M_{pl,e}$ bewirkt. Wird die maximale Dehnung auf die dreifache Fließdehnung begrenzt, so werden immer noch 96,3 Prozent der plastischen Grenzschnittgröße $M_{pl,e}$ erreicht. Es ist leicht zu erkennen, daß diese Zahlenwerte z.B. direkt auf I-Profile bei Biegung um die z-Achse übertragen werden können (Bild 18); also auf Querschnitte, die in der Druckzone nur dreiseitig gelagerte Querschnittselemente mit einem Dehnungsgradienten $\psi_e \approx 0$ und Druck am freien Rand besitzen.

$$\frac{M}{M_{pl}} = 1 - \frac{1}{3 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_y} \right)^2} \quad (16)$$

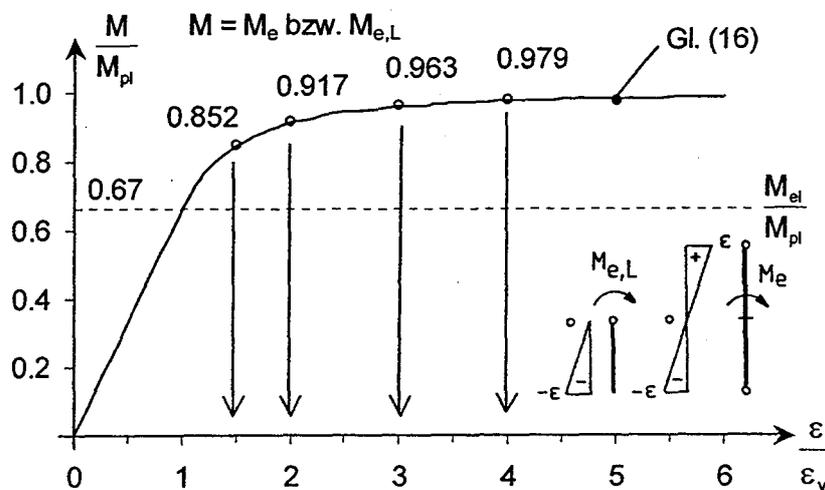


Bild 19: Aufnehmbares Moment in Abhängigkeit der Dehnung ε

Anders verhält es sich dagegen, wenn zusätzlich konstant gedrückte Querschnittselemente vorhanden sind ($\psi_\varepsilon = 1,0$). Bei üblichen Stahlbauprofilen (I-, U- und Rechteckhohlprofile) sind die Querschnittselemente, die einen Dehnungsgradienten ψ_ε aufweisen, dann vierseitig gelagert und ψ_ε ist gleich -1 (Bild 18). Diese liefern zwar - wie oben erläutert - den Zugewinn an Beanspruchbarkeit im Bereich plastischer Dehnungen; allerdings wird die plastische Grenzschnittgröße maßgebend mitbestimmt von den Querschnittselementen mit $\psi_\varepsilon = 1,0$. Deren Anteil bleibt oberhalb der Fließdehnung konstant. So liegt zum Beispiel bei IPE-Profilen der Steganteil am vollplastischen Moment um die y-Achse nur bei circa. 20 Prozent, bei HE-Profilen ist er i.d.R. noch geringer. Wird nun gefordert, daß das Gesamtprofil 98 Prozent des vollplastischen Momentes $M_{pl,y}$ erreicht, muß der Steg nur $(98-80)/20 = 90$ Prozent seiner vollplastischen Elementschnittgröße $M_{pl,e}$ erreichen. Wie Bild 19 zeigt, ist hierfür nur knapp die zweifache Fließdehnung erforderlich, wobei die 1,5-fache Fließdehnung bereits ausreicht, um 97 Prozent des plastischen Grenzmomentes zu aktivieren. Aus ähnlichen Überlegungen hat *Brune* [7] geschlossen, daß auf der sicheren Seite liegend die grenz (b/t)-Werte für das Verfahren Elastisch-Plastisch aus Gl. (9) abzuleiten sind für eine maximale Dehnung $\varepsilon = 4 \varepsilon_y$, vgl. Abschnitt 2.2.2. *Brune* weist jedoch darauf hin, daß in Einzelfällen „je nach Querschnitt und Beanspruchung höhere b/t-Werte... angesetzt werden können“ [7], wobei sie die entsprechenden Grenzwerte für $\varepsilon = 2 \varepsilon_y$ mitteilt, vgl. Tabelle 3.

Ergänzend sei darauf hingewiesen, daß bei *üblichen* Dehnungen die (geringe) plastische Stegtragfähigkeit von I-Profilen, die durch ein Moment um die z-Achse belastet werden, nicht aktiviert werden kann. Konsequenterweise wird sie deshalb auch im Bild 18 mit Null angegeben.

Die anschaulichen Überlegungen oben in Abhängigkeit der Querschnittsform können verallgemeinert als Funktion des plastischen Formbeiwertes α_{pl} (Gl. (18)) angegeben werden. Als Faustregel gilt, daß je höher α_{pl} ist, desto größere Dehnungen sind erforderlich, um die plastische Reserve (annähernd) ausnutzen zu können ([45], Bild 20). Um das plastische Grenzmoment zu 97 Prozent zu aktivieren, kann die erforderliche Dehnung $\varepsilon_{erf,97}$ in sehr guter Näherung mit Gl. (17) bestimmt werden.

$$\frac{\varepsilon_{erf,97}}{\varepsilon_y} = 4,8 \alpha_{pl} - 3,8 \quad (17)$$

$$\alpha_{pl} = \frac{M_{el}}{M_{pl}} = \frac{W_{el}}{W_{pl}} \quad (\text{reine Biegung}) \quad (18)$$

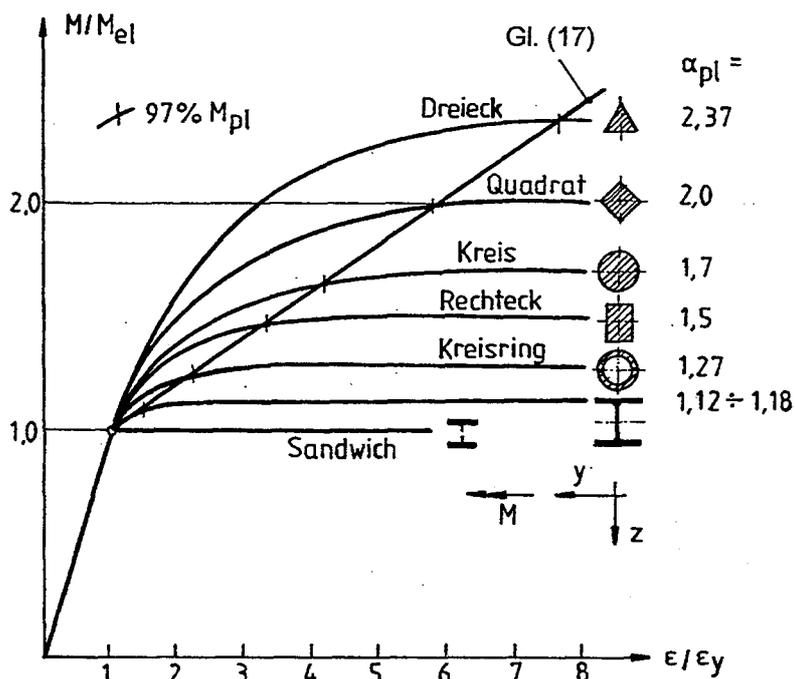


Bild 20: Plastische Formbeiwerte α_{pl} in Abhängigkeit der maximalen Dehnung ϵ (basiert auf [45]).

Die plastischen Formbeiwerte, die im Bild 20 angegeben sind, gelten für die alleinige Wirkung eines Biegemomentes. Wirkt zusätzlich eine Normalkraft, reduziert sich der plastische Formbeiwert; im Grenzfall $M=0$ nimmt er den Wert 1,0 an. Daraus folgt zwangsläufig, daß im Vergleich zur alleinigen Biegebeanspruchung bei einer kombinierten Beanspruchung geringere Dehnungen erforderlich sind, um den plastischen Grenzzustand (annähernd) zu erreichen.

8 Untersuchungen zu den Grenzwerten (b/t)

8.1 Allgemeines

Ergänzend zu den in [17] veröffentlichten numerischen Traglastrechnungen wurden eigene Berechnungen durchgeführt, um

1. zum einen innerhalb des diskutierten Bereiches der grenz (b/t)-Werte auf eine größere Anzahl von Ergebnissen zurückgreifen zu können,
2. und zum anderen, um Eigenspannungen σ_{res} direkt berücksichtigen zu können.

Das FE-Modell entspricht dem im Abschnitt 4 erläuterten, so daß hier nur kurz die gewählten Randbedingungen genannt werden sollen: Es werden drei- bzw. vierseitig gelenkig gelagerte, allseitig verschiebliche Platten berechnet. Die Belastung erfolgt stets geometrisch bestimmt und die unbelasteten Längsränder können sich - sofern nicht anders erwähnt - frei verformen. Es wurde stets mit einem linearelastischen-idealplastischen Werkstoffgesetz gerechnet, wobei die Streckgrenze f_y zu 240 N/mm² gewählt wurde. Eine Verfestigung wurde nicht in Ansatz gebracht. Basierend auf den Überlegungen im Abschnitt 7 werden folgende Grundfälle betrachtet:

- a) vierseitig gelagert, $\psi_\varepsilon = 1,0$,
- b) dreiseitig gelagert, $\psi_\varepsilon = 1,0$,
- c) vierseitig gelagert, $\psi_\varepsilon = -1,0$,
- d) dreiseitig gelagert, $\psi_\varepsilon = 0,0$, maximaler Druck am freien Rand.

Alle numerischen Untersuchungen werden - soweit nicht anders erwähnt - mit einer gelenkigen Lagerung der Platten durchgeführt. *Brune* hat in [17] gezeigt, daß, bezogen auf den Schlankheitsgrad für das Plattenbeulen $\bar{\lambda}_p$, sich an Längsrändern eingespannte Platten qualitativ ähnlich verhalten wie gelenkig gelagerte. Wird dagegen als Bezugswert nur die geometrische Schlankheit (b/t) gewählt, ist die eingespannte Platte selbstverständlich steifer. Eine Volleinspannung tritt bei üblichen aus mehreren Einzelplatten zusammengesetzten Querschnitten nicht auf [13], [14]. Es kommt jedoch stets zu gegenseitigen elastischen Einspannungen, wobei sich das *schwächste* Element in die benachbarten Elemente einspannt. Die Verzweigungsspannung für das Plattenbeulen des *schwächsten* Querschnittselementes $\sigma_{Pi,min}$ (Gl. (7)) steigt also infolge des größeren Beulwertes k . Wird nun jedoch weiterhin der k -Wert der gelenkigen Lagerung angenommen, kann eine Übereinstimmung mit dem *realen* Wert $\sigma_{Pi,min}$ durch ein vergrößertes (b/t)-Verhältnis erreicht werden. Da das *schwächste* Querschnittselement maßgebend dafür ist, welches Nachweisverfahren angewendet werden darf bzw. welcher Querschnittsklasse das Profil zugeordnet wird, liegt die Annahme einer gelenkigen Lagerung in der numerischen Berechnung bezogen auf die (b/t)-Werte auf der sicheren Seite. Die so ermittelten grenz (b/t)-Werte beinhalten also stets noch eine Sicherheitsreserve.

Im Abschnitt 4 ist umfassend belegt worden, daß bei Ansatz von *schlimmstmöglichen* Imperfektionen (*worst case*: Imperfektion C in Tabelle 2) die empirisch abgesicherten Beulkurven numerisch nicht abgebildet werden können. Diese Imperfektion liegt z.B. den Berechnungen in [17] zugrunde. Zusätzlich müßten als *worst case* Eigenspannungen berücksichtigt werden. Aus der Konsequenz, daß neue Berechnungsmöglichkeiten für Grundfälle nicht die empirisch umfassend abgesicherten Erfahrungswerte in Frage stellen können, wurden im Abschnitt 4.5 Ersatzimperfektionen (Tabelle 2) derart festgelegt, daß diese die Wirkung von *realistischen* Imperfektionen auf die Traglast abdecken. Als Referenzmaßstab wurde dabei die empirisch abgesicherte *Winter*-Kurve (Gl. (1)) gewählt (Bild 17). Wird nun für das örtliche Beulen im Bereich plastischer Dehnungen (Verfahren Elastisch-

Plastisch) dasselbe Sicherheitsniveau gefordert wie für örtliches Beulen beim Verfahren Elastisch-Elastisch, so sind numerische Traglastberechnungen wiederum mit den oben vorgestellten Ersatzimperfektionen und nicht mit *schlimmstmöglichen* Imperfektionen durchzuführen. Sofern nicht anders erwähnt, wurde deshalb die in Tabelle 2 aufgeführte Ersatzimperfektion A den eigenen Berechnungen zugrunde gelegt.

Auf ein Phänomen, das sehr gut im Bild 17 zu erkennen ist, soll hier noch kurz eingegangen werden: Übliche Beulkurven (z.B. Gln. (1) bis (5)) haben beim Übergang $b'/b = 1,0$ einen Knick. Als Ergebnis der nicht linearen Traglastrechnungen ergibt sich jedoch ein stetiger Übergang zur vollen Tragfähigkeit. Dies ist deutlich ausgeprägter auch beim Stabilitätsfall *Globales Knicken* der Fall. Während die auf der linearen Elastizitätstheorie basierende, nur positiv gekrümmte *Euler*-Hyperbel einen Knick bei $\bar{\lambda} = 1,0$ aufweist, zeigen empirisch abgesicherte Traglastkurven, z.B. die Europäischen Knickspannungslinien (KSL), einen stetigen Übergang zur vollen Tragfähigkeit (Bild 17). Die negative Krümmung des Kurvenverlaufs im Bereich kleiner und mittlerer Schlankheiten ist u.a. auf teilplastizierte Bereiche über den Querschnitt zurückzuführen. Vom Stabilitätsfall *Örtliches Beulen* ist bekannt, daß näherungsweise keine Teilplastizierungen über die Plattenbreite b auftreten [14]. Dementsprechend fällt der Bereich negativer Krümmung in der numerisch ermittelten Beulkurve deutlich kleiner aus als beim Knicken und es ist gerechtfertigt, ihn zu vernachlässigen. Nichtsdestotrotz überschätzt z.B. die *Winter*-Kurve (Gl. (1)) für $b'/b = 1,0$, was dem Grenz (b/t) für das Verfahren Elastisch-Elastisch entspricht, die Traglast um bis zu 3 Prozent im Vergleich zu numerischen Ergebnissen, die mit den oben vorgestellten Ersatzimperfektionen berechnet worden sind (Bild 17). Festzuhalten ist also, daß auch die aus den Beulkurven abgeleiteten Grenz (b/t)-Werte für das Verfahren Elastisch-Elastisch einen, sicherlich tolerierbaren, Fehler von circa 3 Prozent hin zur unsicheren Seite beinhalten.

Werden nachfolgend Grenz (b/t)-Werte mitgeteilt, so beziehen sich diese stets auf eine Streckgrenze von $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$, vgl. Tabelle 3.

8.2 Vierseitig gelagert, $\psi_\epsilon = 1,0$

Unter Variation der Plattendicke t wurden vierseitig gelenkig gelagerte, konstant gedrückte Quadratplatten ($k = 4,0$) numerisch mit dem Bogenlängenverfahren berechnet. Die maximalen Traglasten, die sich jeweils ungefähr bei einer Dehnung gleich der Fließdehnung ergaben, sind im Bild 17 dargestellt. Für die Überprüfung von Grenz (b/t)-Werten ist es nun von Interesse, über welchen Dehnungsbereich die vollplastische Traglast des Querschnittselementes $N_{pl,e} = b t f_y$ duktil ertragen wird. In der Praxis treten derart gelagerte und belastete Platten überwiegend als Druckgurt von Rechteckhohlprofilen auf. Aus dem plastischen Formbeiwert, der in der Größenordnung von $\alpha_{pl} = 1,2$ liegt, ergibt sich dann mit Gl. (17) eine erforderliche Dehnung, die etwa der zweifachen Fließdehnung ϵ_y entspricht.

Wird als Kriterium für einen neu festzulegenden Grenz (b/t)-Wert gefordert, daß die vollplastische Normalkraft bis zu einer gewissen Dehnung ϵ nicht abfällt, so werden durch die eigenen Berechnungen die gewählten Werte von *Brune* [7] für $2,0 \epsilon_y$ (26,7) bzw. $4 \epsilon_y$ (19,0) bestätigt (Bild 21 a)). Werden dagegen basierend auf den Überlegungen in den Abschnitten 7 und 8.1 geringere Anforderungen gestellt, so haben kleine Veränderungen große Auswirkungen auf die notwendigen Grenz (b/t)-Werte. Wird z.B. nur verlangt, daß die Elementnormalkraft N_e bei einer Dehnung $\epsilon = 2,0 \epsilon_y$ noch 97 Prozent der plastischen Grenzschnittgröße beträgt, so könnte der Grenz (b/t)-Wert mit 32 abgeschätzt werden. Es ist damit etwa 15 Prozent strenger als der in DIN 18 800-1 [8] vorgesehene Grenzwert von 37,0.

Die Last-Stauchungskurve für $b/t = 37,0$ zeigt sicherlich kein duktileres Verhalten mehr (Bild 21 a)). Das Ergebnis von *Brune* [7], das gerade für diesen Grundfall die derzeitigen Regelungen kritisch zu beurteilen sind, kann deshalb zunächst bestätigt werden. Allerdings erscheinen die neuen Grenzwerte von *Brune* deutlich zu hoch. Die beiden Versuche an Kastenträgern, die *Brune* in [7] zitiert, können zur Klärung nicht beitragen, da in beiden Fällen die Stege weder die grenz (b/t)-Verhältnisse des Verfahrens Elastisch-Plastisch noch die des Verfahrens Elastisch-Elastisch einhalten. Auch eine Berechnung der Verzweigungsspannung für das Plattenbeulen des Gesamtquerschnittes $\sigma_{pi,ges}$ zeigt, daß es sich bei den Versuchsträgern um beulgefährdete Profile der Querschnittsklasse 4 handelt. Deshalb ist es nur folgerichtig, daß das plastische Grenzmoment im Versuch nicht erreicht wurde, vgl. [46].

Für die Berechnungen im Bild 21 a) wurde die Ersatzimperfection A aus Tabelle 2 (s. Abschnitt 4.5, S. 22) verwendet, d.h. es wurden keine Eigenspannungen angesetzt. Bild 21 b) zeigt zum Vergleich die Ergebnisse mit der Ersatzimperfection B, die auch Eigenspannungen σ_{res} beinhaltet. Wie auch von anderen Fragestellungen bekannt, bewirken Eigenspannungen ein duktileres Verhalten. So kann für eine erforderliche Dehnung von $2,0 \epsilon_y$ ein grenz (b/t)-Wert von 34,0 abgelesen werden. Die strukturelle Imperfection *Eigenspannungen* hat also einen positiven Effekt bezogen auf den grenz (b/t)-Wert für das Verfahren Elastisch-Plastisch. Prinzipiell sollte natürlich eine günstige Wirkung von Imperfectionen rechnerisch nicht angesetzt werden. Im Hinblick auf die Beurteilung von bestehenden Bauteilen sollte jedoch diese *Sicherheitsreserve* bedacht werden.

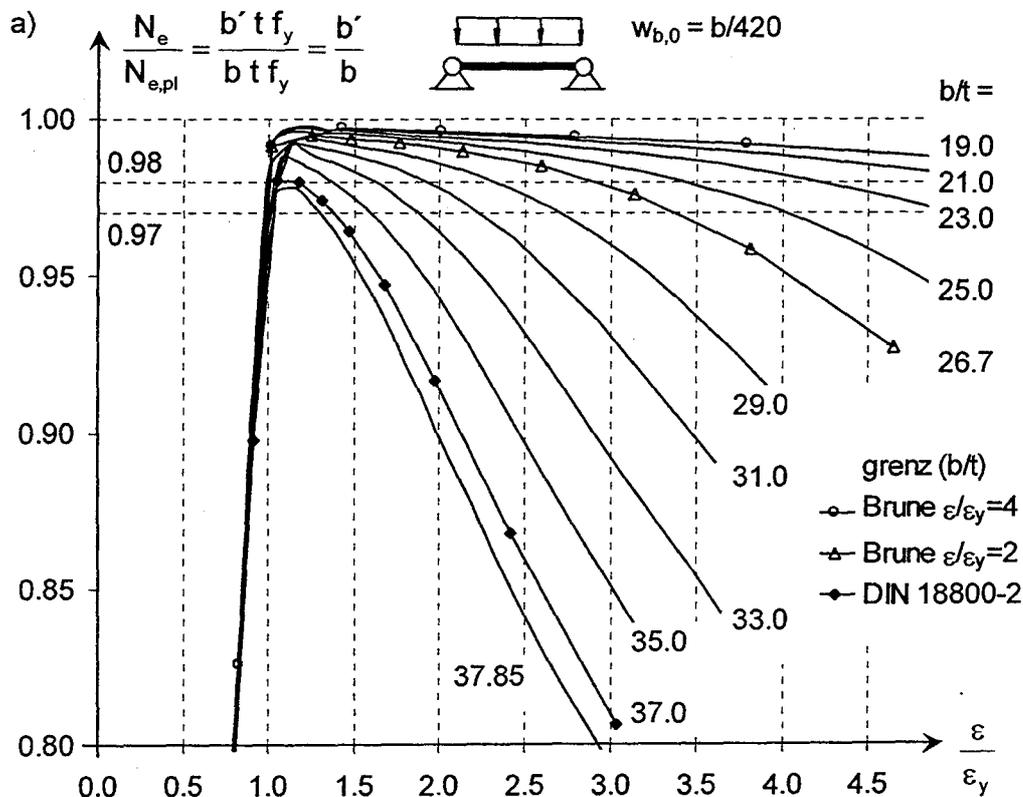


Bild 21: Last-Stauchungskurven vierseitig gelagerter Platten ($\psi_\epsilon = 1,0$) in Abhängigkeit des b/t-Verhältnisses:
 a) mit Ersatzimperfection A

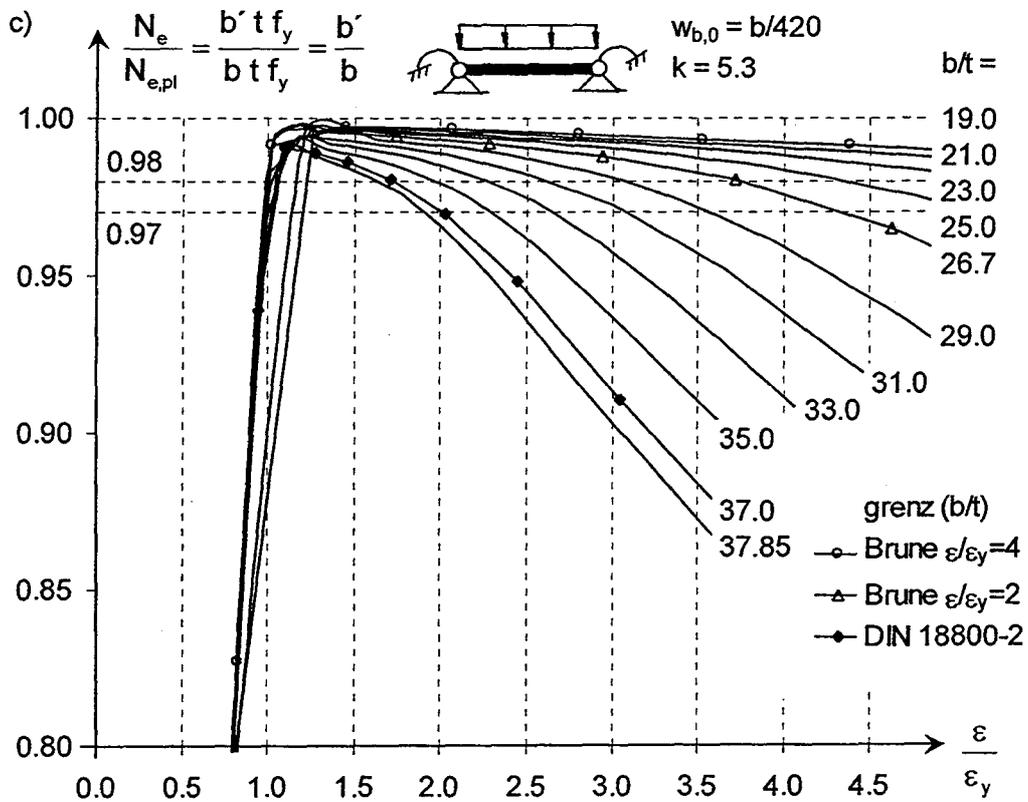
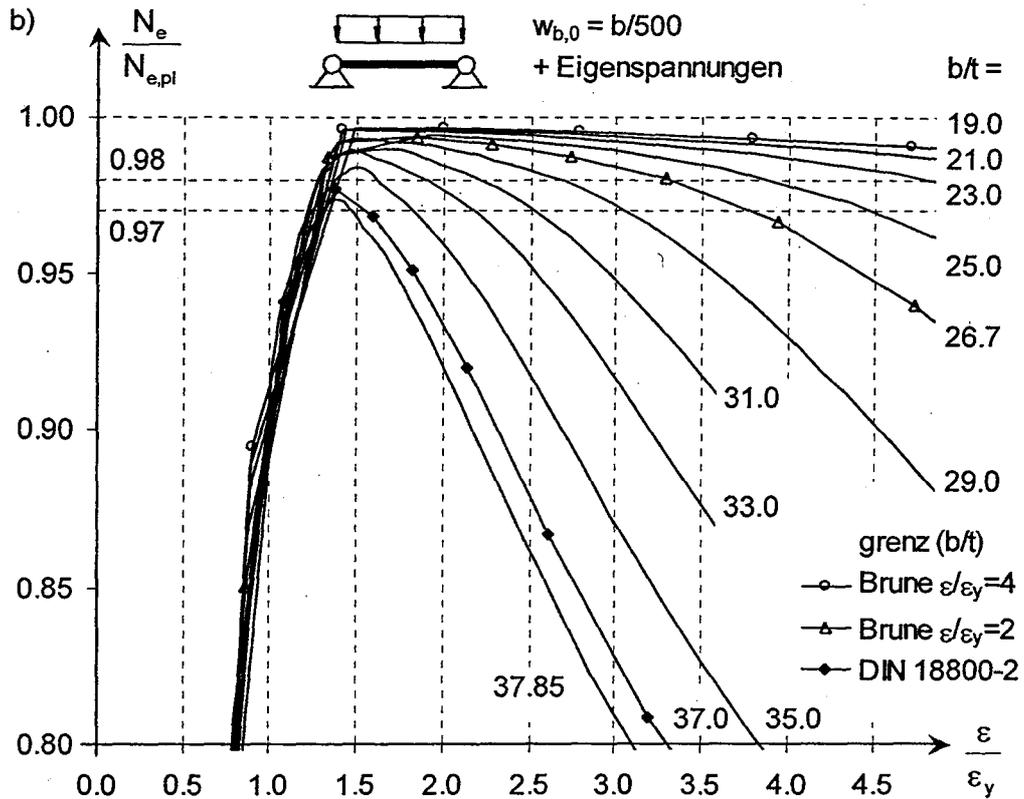


Bild 21: Last-Stauchungskurven vierseitig gelagerter Platten ($\psi_\epsilon = 1,0$)
in Abhängigkeit des b/t -Verhältnisses:
b) mit Ersatzimperfektion B;
c) an den Längsrändern elastisch eingespannt, mit Ersatzimperfektion A

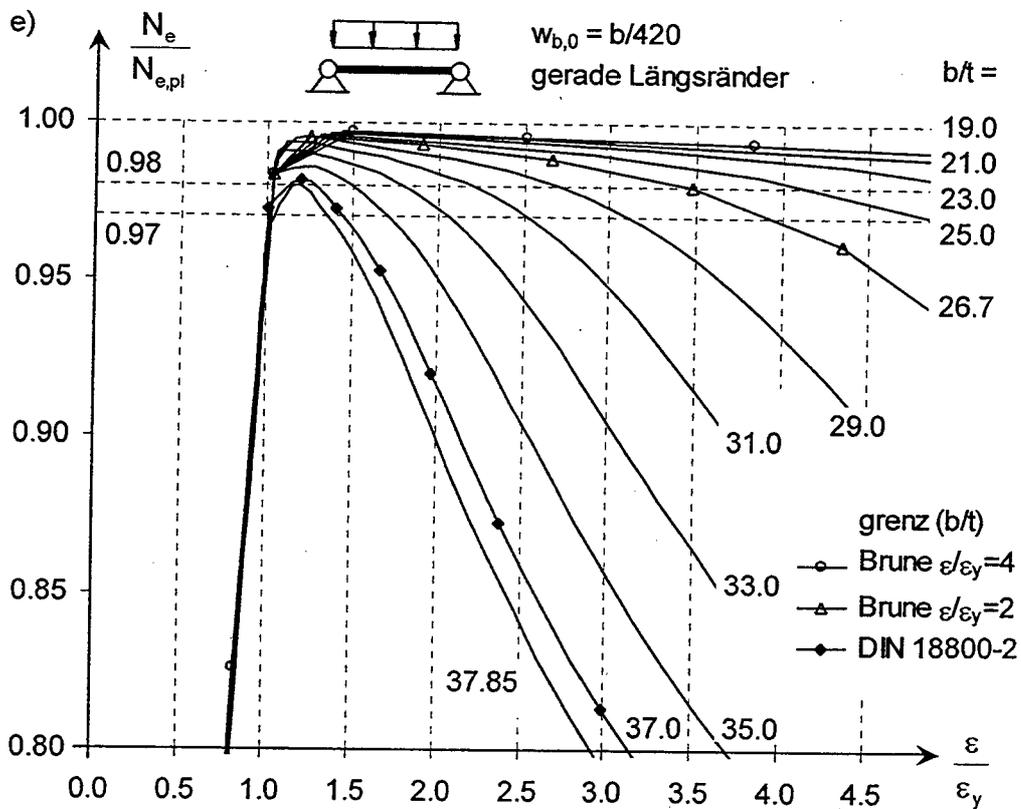
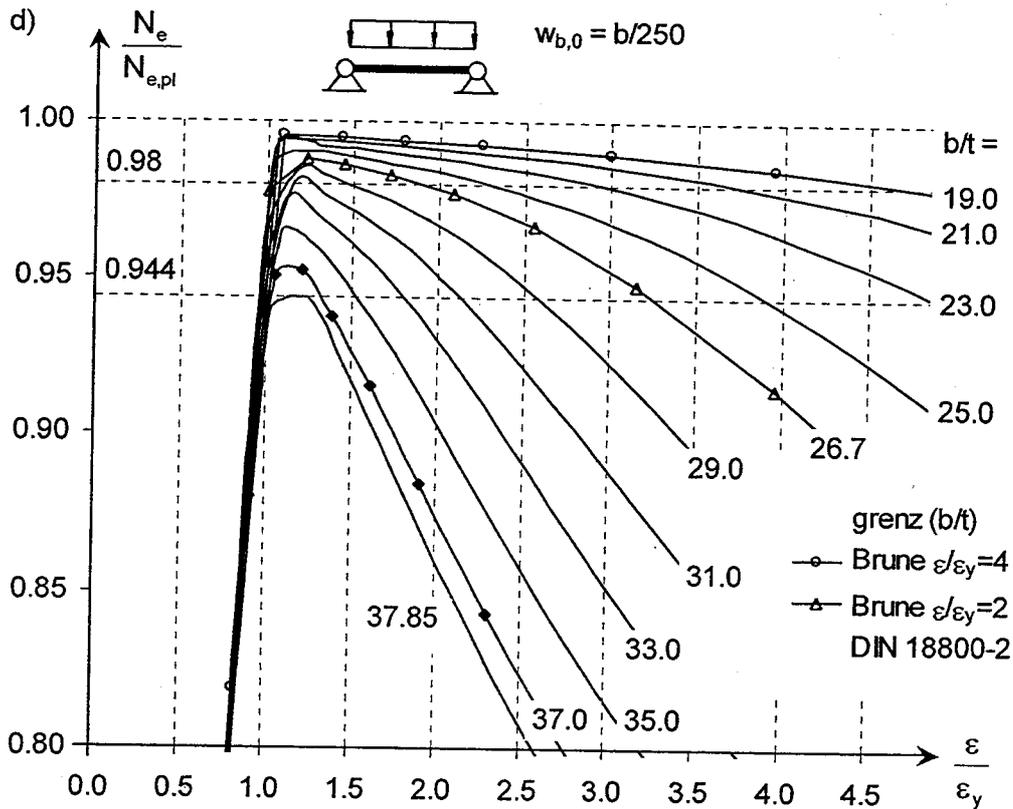


Bild 21: Last-Stauchungskurven vierseitig gelagerter Platten ($\psi_\epsilon = 1,0$)
in Abhängigkeit des b/t -Verhältnisses:
d) mit Imperfektion C;
e) mit Ersatzimperfektion A und einem Geradebleiben der Längsränder

Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt erläutert, liegt die Annahme der gelenkigen Lagerung der Längsränder für das *schwächste* und damit maßgebende Querschnittselement eines Gesamtprofils auf der sicheren Seite. Wird z.B. ein Quadrathohlprofil ($t = \text{konstant}$) bei Biegung um eine Hauptachse betrachtet, so erhöht sich der Beulwert k des Druckgurtes von 4,0 auf 5,3 infolge der elastischen Einspannung in die Stege. Wird nun eine Platte gesucht, die bei gelenkiger Lagerung ($k = 4,0$) dieselbe Verzweigungsspannung σ_{Pi} (Gl. (7)) aufweist wie die elastisch eingespannte Platte ($k = 5,3$), so ist dies gleichbedeutend mit einer Verringerung des (b/t) -Wertes, vgl. Gl. (19). Aus dem Grenzwert der DIN 18 800-1 [8] von 37,0 ergibt sich so ein (b/t) von $0,87 \cdot 37,0 = 32,0$. Wie bereits oben festgestellt, ist ein Querschnittselement mit diesem (b/t) -Wert ausreichend duktil für das Verfahren Elastisch-Plastisch (Bild 21 a)). Im Umkehrschluß darf sich bei einem elastisch eingespanntem Querschnittselement mit $(b/t) = 37,0$ bis zu einer erforderlichen Dehnung von $2,0 \varepsilon_y$ kein nennenswerter Traglastabfall einstellen. Bild 21 c) belegt dies exemplarisch für den oben geschilderten Fall einer an den Längsrändern elastisch eingespannten Platte mit einem Beulwert von $k = 5,3$.

$$\sigma_{Pi} = 189800 \cdot 5,3 \left(\frac{t}{b} \right)^2 = 189800 \cdot 4,0 \left(\frac{1}{C} \frac{t}{b} \right)^2 \quad (19)$$

$$\Leftrightarrow C = \sqrt{\frac{4,0}{5,3}} = 0,87$$

Um den Einfluß geometrischer Imperfektionen zu verdeutlichen, wurden die Rechnungen auch für die Imperfektion C (Tabelle 2) durchgeführt (Bild 21 d)), also für die zur Eigenform affine Vorverformung bezogen auf den Höchstwert für die unvermeidbaren Herstellungsungenauigkeiten gemäß DIN 18 800-3 [3] wie sie auch von *Brune* [7] verwendet wurde. Im Vergleich zu Bild 21 a) zeigt sich, daß unabhängig von der Dehnung die Traglasten stets niedriger liegen. Dies gilt auch für die maximale Traglast, die stets unterhalb der empirisch abgesicherten *Winter*-Kurve (Gl. (1)) liegt, vgl. Abschnitt 4. Bezogen auf den Schlankheitsgrad für das Plattenbeulen $\bar{\lambda}_p = 0,673$, der dem grenz (b/t) -Wert für das Verfahren Elastisch-Elastisch entspricht, wird die Traglast 5,6 Prozent zu niedrig ermittelt (Bild 17). Wird nun ein einheitliches Sicherheitsniveau gefordert, genügt es für die Grenzwerte des Verfahrens Elastisch-Plastisch, daß nur 94,4 Prozent der vollplastischen Schnittgröße über einen gewissen Dehnungsbereich duktil ertragen wird. Für diese Anforderung zeigt das Bild 21 d) in Abhängigkeit der Dehnung etwa dieselben erforderlichen (b/t) -Werte, wie sie aus Bild 21 a) für 97 Prozent entnommen werden können.

Im Abschnitt 4.2 wird ausführlich diskutiert, welcher Einfluß ein frei verformbarer bzw. ein gerader Längsrand auf die Traglast beulgefährdeter Querschnittselemente hat. Es zeigt sich, daß im Bereich kleiner Plattenschlankheiten der Einfluß vernachlässigbar ist. Wie der Vergleich von Bild 21 e) mit Bild 21 a) zeigt, gilt dies in guter Näherung auch für das Tragverhalten im Bereich plastischer Dehnungen. Gerade Längsränder vergrößern die Duktilität geringfügig, so daß es auf der sicheren Seite liegend gerechtfertigt ist, die weiteren Berechnungen nur für frei verformbare Längsränder durchzuführen.

8.3 Dreiseitig gelagert, $\psi_\epsilon = 1,0$

Der Fall des geometrisch bestimmt konstant gedrückten Querschnittselementes wird nachfolgend für die dreiseitig gelenkige Lagerung untersucht. Das Seitenverhältnis wurde analog zu [17] mit $\alpha = 5,0$ gewählt. Unter Vernachlässigung des Längeneinflusses wurde in Übereinstimmung mit *Brune* [7] der Beulwert k zu 0,43 (statt 0,465) gesetzt, vgl. Tabelle 3.

Typischer Anwendungsfall ist der Biegedruckgurt eines I-Profils bei Biegung um die y -Achse. Wie im Abschnitt 7.3 gezeigt, genügt hier die 1,5-fache Fließdehnung, um die plastische Reserve (annähernd) ausnutzen zu können. Wie Bild 22 zeigt, kann diese Anforderung mit dem derzeit in den Normen vorgesehenen Grenzwert $(b/t) = 11,0$ auf der sicheren Seite liegend erfüllt werden. Die deutlich strengeren Grenzwerte nach *Brune* (Bild 22 und Tabelle 3) sind nur erforderlich, wenn die plastische Grenznormalkraft $N_{pl,\epsilon}$ zu fast 100 Prozent über einen größeren Dehnungsbereich duktil ertragen werden soll. Weitere Rechnungen haben ferner gezeigt, daß mit Eigenspannungen bzw. bei einem Geradebleiben des Längsrandes sich ein duktileres Tragverhalten einstellt.

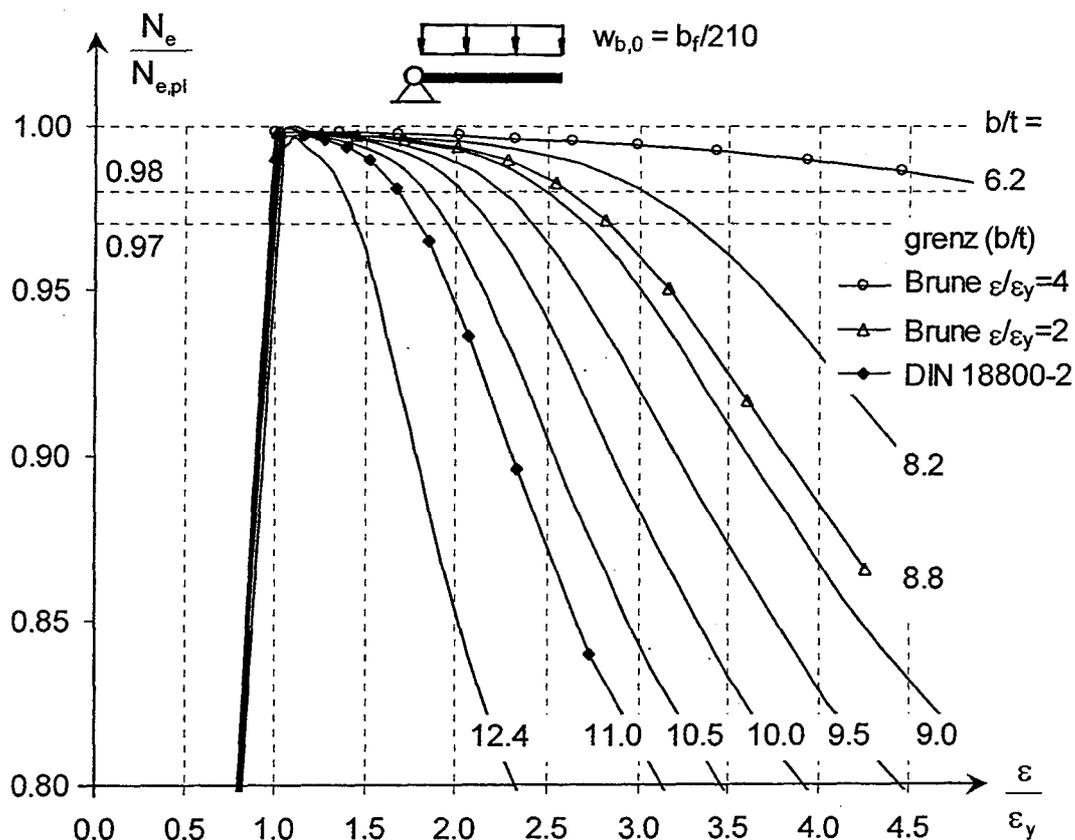


Bild 22: Last-Stauchungskurven dreiseitig gelagerter Platten ($\psi_\epsilon = 1,0$) in Abhängigkeit des b/t -Verhältnisses mit Ersatzimperfection A

8.4 Vierendeilig gelagert, $\psi_\epsilon = -1,0$

Wie im Abschnitt 7 ausführlich erläutert, ist es für Querschnittselemente mit einer Dehnungsgradienten $\psi_\epsilon \neq 1$ nicht von Interesse, über welchen Dehnungsbereich die Traglast duktil ertragen wird, sondern bei welcher Dehnung die plastische Grenzschnittgröße (näherungsweise) erreicht wird. Erst wenn eine gewisse Rotationskapazität des Querschnittes gefordert wird (Verfahren Plastisch-Plastisch bzw. Querschnittsklasse 1), müssen auch diese Querschnittselemente ein duktiles Tragverhalten aufweisen.

Im Bild 19 ist bereits die theoretische Last-Stauchungskurve (Gl. (16)) einer perfekten, nicht beulgefährdeten vierseitig gelagerten Platte mit $\psi_\epsilon = -1,0$ gezeigt worden. Dieser analytisch ermittelte Verlauf kann als eine obere Einhüllende für die numerisch nicht linear ermittelten Last-Stauchungskurve aufgefaßt werden (Bild 23). Mit Hilfe der dehnungsorientierten Formulierung der *Winter*-Kurve (Gl. (9)) ist dagegen das Tragverhalten für diese Belastung nicht widerzuspiegeln. Bei der einfachen Fließdehnung $\epsilon = \epsilon_y$ ergibt sich ein Sprung, da für $\epsilon \leq \epsilon_y$ ein linearer, elastischer Spannungsverlauf angenommen wird und für $\epsilon > \epsilon_y$ plastische Spannungsblöcke (Bild 24). Der Vorgang der zunehmenden (Teil-) Plastizierung in Abhängigkeit der Dehnung kann durch das einfache Ingenieurmodell einer dehnungsorientierten Formulierung einer Beulkurve nicht abgebildet werden. Hieraus folgt auch, daß die grenz (b/t)-Werte nach *Brune* [7], die für eine Dehnung $\epsilon = 2 \epsilon_y$ und $\psi_\epsilon = -1,0$ abgeleitet wurden (Tabelle 3, [7]), zwar eine vollplastische Tragfähigkeit vorgeben, diese aber erst maximal zu 91,7 Prozent erreicht sein kann.

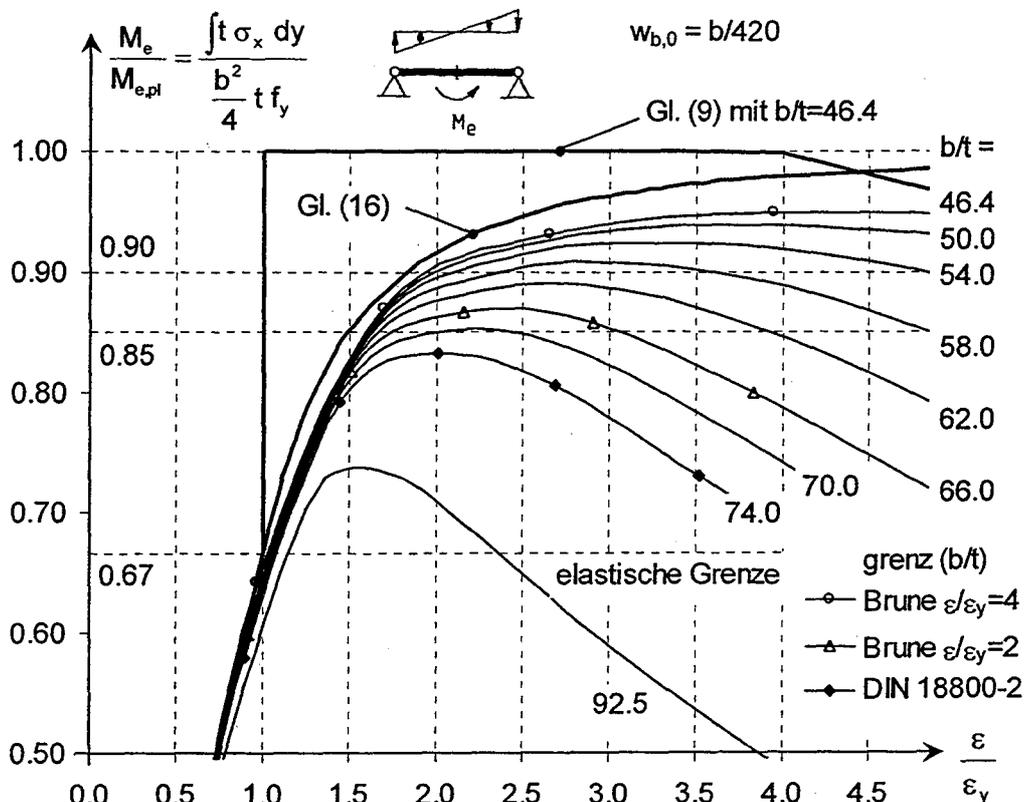


Bild 23: Last-Stauchungskurven vierseitig gelagerter Platten ($\psi_\epsilon = -1,0$) in Abhängigkeit des b/t-Verhältnisses mit Ersatzimperfektion A

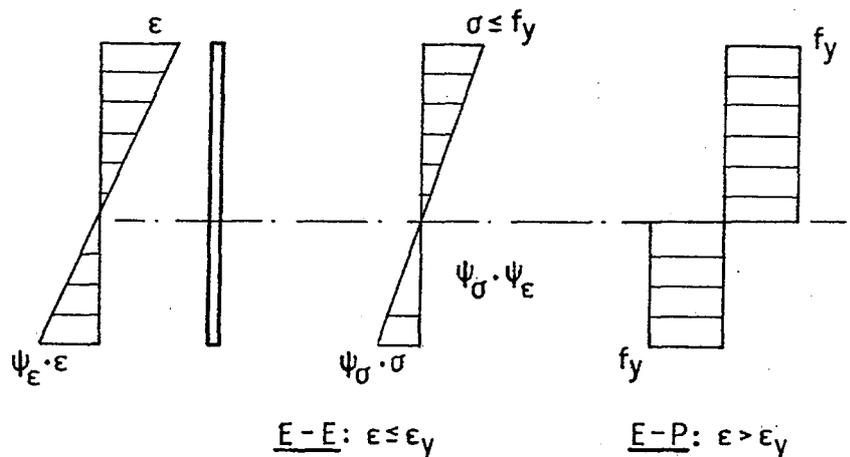


Bild 24: Rechnerische Annahmen für den Spannungsverlauf beim Verfahren Elastisch-Elastisch (E-E) und Elastisch-Plastisch (E-P)

Die 91,7 Prozent beziehen sich selbstverständlich nur auf das vierseitig gelagerte Querschnittselement. Wie im Abschnitt 7.3 gezeigt, ergibt sich so z.B. für übliche I-Profile, daß das plastische Grenzmoment um die y-Achse zu 98 Prozent erreicht wird. Werden nur 97 Prozent gefordert, genügt es sogar, daß der (vierseitig gelagerte) Steg nur 85 Prozent seiner Grenztragfähigkeit erreicht, was wiederum einer Dehnung $\epsilon = 1,5 \epsilon_y$ entspricht (Bild 19). Die numerisch ermittelten Last-Stauchungskurven verhalten sich gegenüber dem theoretischen Verlauf etwas weicher (Bild 23): Um 85 Prozent des plastischen Momentes zu erreichen ist ein (b/t) von 70,0 erforderlich. Mit dem derzeit in den maßgebenden Normen festgelegten grenz (b/t) -Wert von 74,0 werden dagegen nur 83 Prozent erreicht. Er liegt damit leicht auf der unsicheren Seite, die vorgeschlagenen Werte von *Brune* [7] sind dagegen zu streng.

8.5 Dreiseitig gelagert, $\psi_\epsilon = 0,0$

Als letzter Grundfall wird das dreiseitig gelagerte Querschnittselement mit $\psi_\epsilon = 0,0$ und Druck am freien Rand behandelt. Für das perfekte, nicht beulgefährdete Element ergibt sich theoretisch derselbe Verlauf wie für das vierseitig gelagerte Element mit $\psi_\epsilon = -1,0$, vgl. Bild 19. Die nicht linearen Traglastrechnungen zeigen diesmal über einen großen Bereich von (b/t) -Werte (fast) keine Abweichungen gegenüber dem analytischen Ergebnis (Bild 25). Ein Grund hierfür ist sicherlich die relativ kleine Imperfektionsempfindlichkeit von dreiseitig gelagerten Querschnittselementen, vgl. Abschnitt 2.1 Ferner ist zu beachten, ob Querschnittsfasern, in denen bei zunehmenden Dehnungen die Spannungen ansteigen, gleichzeitig auch örtlich beulen können. Bei vierseitig gelagerten Elementen mit $\psi_\epsilon = -1,0$ breitet sich der plastische Druckspannungsblock vom gelagerten Rand in Richtung Beulfeldmitte aus; bei dreiseitig gelagerten Elementen mit $\psi_\epsilon = 0,0$ und Druck am freien Rand erfolgt dagegen die Ausbreitung in Richtung des gelagerten Längsrand. Damit wird bei dreiseitig gelagerten Elementen die plastische Querschnittsreserve in steiferen Querschnittsfasern aktiviert als bei vierseitig gelagerten, was sich entsprechend in einer größeren Duktilität niederschlägt, wie der Vergleich von Bild 25 mit Bild 23 zeigt.

Bild 25 zeigt, daß der grenz (b/t)-Wert für das Verfahren Elastisch-Plastisch nach DIN 18 800-2 [2] bzw. für Querschnittsklasse 2 nach Eurocode 3 [4] auf der sicheren Seite liegt. Dies gilt auch dann noch, wenn strengere Anforderungen gestellt werden als die in dieser Arbeit festgelegten 97 Prozent der plastischen Grenzschnittgröße. Als Schnittgröße wurde analog zu [14] das Moment um den gelagerten Längsrand $M_{e,L}$ gewählt, da dieses im bezug auf den Gesamtquerschnitt die größte Aussagekraft besitzt, vgl. Bild 19. Wie der Vergleich von Bild 25 mit Bild 22 belegt, ist das Tragverhalten dreiseitig gelagerter Platten in Abhängigkeit des Verhältnisses der Randdehnungen ψ_e sehr unterschiedlich. Die grundsätzliche Kritik von Brune [7] an den derzeitigen Normen, die für den Bereich $0 \leq \psi_e \leq 1,0$ denselben grenz (b/t)-Wert angeben, wird infolge der eigenen Untersuchungen unterstützt. Allerdings können die dehnungsabhängigen, deutlich strengeren grenz (b/t)-Werte nach Brune (Tabelle 3, [7]) hier nicht bestätigt werden. Die schlechte Übereinstimmung ist auf das Ingenieurmodell der dehnungsorientierten Formulierung der Winter-Kurve (Gl. (9)) zurückzuführen. Da Gl. (9) qualitativ weder auf die Art der Lagerung noch auf das Randspannungsverhältnis reagiert, ist sie in dem hier vorliegenden Fall nicht in der Lage die Duktilität widerzuspiegeln (Bild 25).

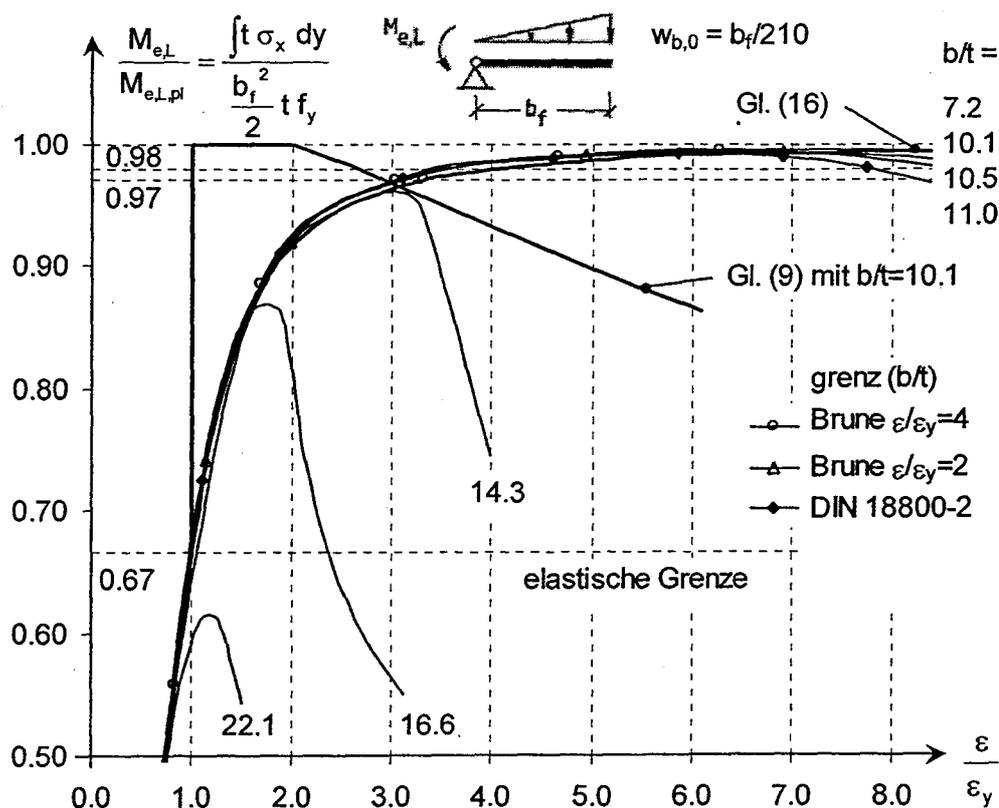


Bild 25: Last-Stauchungskurven dreiseitig gelagerter Platten ($\psi_e = 0,0$) in Abhängigkeit des b/t-Verhältnisses mit Ersatzimperfektion A

8.6 Experimentelle Überprüfung

Alle bisherigen Überlegungen stützen sich auf numerische Berechnungen. Zur Bestätigung der Ergebnisse sind experimentelle Untersuchungen unabdingbar, da nur so überprüft werden kann, ob das Zusammenwirken aller Eingangsparameter realistisch abgebildet wurde. Wie bereits im Abschnitt 8.2 erwähnt, können für die vierseitig gelagerten Querschnittselemente unter konstantem Druck die von *Brune* [7] zitierten Versuche aus der Literatur nicht herangezogen werden, da es sich aufgrund der schlanken Stege um beulgefährdete Querschnitte handelt. Weitere Biegeversuche an Rechteckhohlprofilen finden sich in [47]. Der schlankste Querschnitt dieser Versuchsreihe (Bild 26) liegt mit $b/t = 29,1$ etwas ungünstiger als der Grenzwert nach DIN 18 800-1 [8], der sich unter Berücksichtigung der Streckgrenze $f_y = 418 \text{ N/mm}^2$ zu 28,0 ergibt. Trotzdem wurde das plastische Grenzmoment im Versuch zu 102 Prozent erreicht.

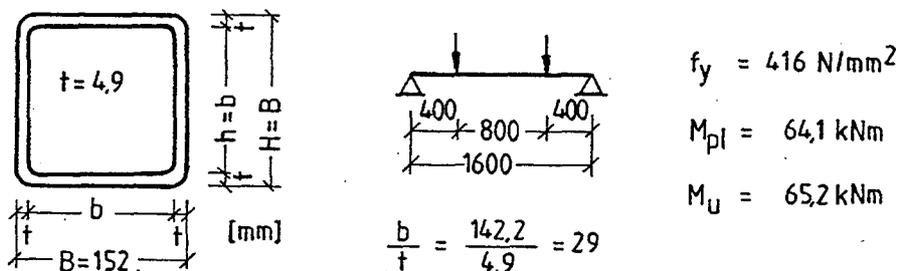


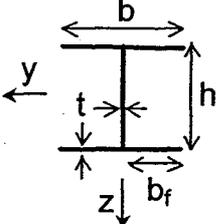
Bild 26: Maßgebende Versuchsdaten des Biegeversuches aus [47]

Für das vierseitig gelagerte Querschnittselement mit einem Verhältnis der Randdehnungen $\psi_\varepsilon = -1$, vgl. Abschnitt 8.4, sind den Verfassern keine experimentellen Untersuchungen bekannt. Es wurden jedoch auch keine eigenen Versuche durchgeführt, da sich für diesen Belastungsfall sehr große grenz (b/t)-Werte ergeben. Würden diese in der Praxis ausgenutzt, wäre zusätzlich zur Wirkung der Normalspannungen i.d.R. ein Beulen infolge Schub zu beachten. Dies ist jedoch nicht Gegenstand der hier vorgestellten Untersuchungen.

Es verbleiben also die dreiseitig gelagerten Querschnittselemente mit $\psi_\varepsilon = 1,0$ bzw. $\psi_\varepsilon = 0,0$, vgl. Abschnitte 8.3 und 8.5. Zur exemplarischen Überprüfung wurden deshalb Vierpunkt-Biegeversuche an I-Trägern für beide Biegeachsen durchgeführt, wobei auf die bewährten Versuchsaufbauten aus [10] zurückgegriffen wurde. Eine ausführliche Versuchsdokumentation ist dem Anhang A zu entnehmen. Bei der Dimensionierung der Probekörper wurde die gegenseitige Einspannung der einzelnen Querschnittselemente berücksichtigt, um versteckte Sicherheiten auszuschließen zu können, vgl. Abschnitt 8.1. Hierzu wurde die Verzeigungsspannung des Gesamtquerschnittes $\sigma_{Pi,ges}$ bestimmt. Obwohl dies mit geeigneten Programmen relativ einfach durchzuführen ist, kann nicht von einer allgemeinen Verwendung in der Praxis ausgegangen werden. Deshalb beziehen sich alle bisherigen Auswertungen hier nicht auf den bezogenen Schlankheitsgrad für das Plattenbeulen $\bar{\lambda}_p$ (Gl. (6)), der auf der Verzweigungsspannung basiert, sondern auf der geometrischen Schlankheit (b/t). Für beide Geometrien (Tabelle 4) berechnet sich $\sigma_{Pi,ges}$ zu ca. 1000 N/mm^2 . Bei einer Streckgrenze $f_y = 326 \text{ N/mm}^2$ ergibt sich dann der bezogene Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_p$ zu 0,57. Gemäß Bild 3 würden die Querschnitte also den Anforderungen des Verfahrens Elastisch-Plastisch nach DIN 18 800-1 [8] genügen. Bezogen auf die (b/t)-Verhältnisse, die eine gelenkige Lagerung statt der elastischen Einspannung voraussetzen, wird dagegen der Grenzwert 9,4 gemäß DIN 18 800-1 [8]

überschritten, vgl. Tabelle 4. Gegenüber den Vorschlägen von *Brune* [7], bei denen ausdrücklich die Verwendung der Verzweigungsspannung des Gesamtquerschnittes erlaubt ist, werden dagegen weder die in Tabelle 3 mitgeteilten grenz (b/t)-Werte, noch die sich aus Gl. (9) ergebenden Grenزشlankheitsgrade eingehalten (für Dehnungen $\epsilon > 1,4 \epsilon_y$).

Tabelle 4. Maßgebende Versuchsdaten der untersuchten I-Profile

		Probekörper:		My-a	My-b	Mz-a	Mz-b
b	[mm]			48		64	
h	[mm]			64		84	
t	[mm]			2		2	
f _y	[N/mm ²]			326		326	
Belastung	-			M _y		M _z	
b _f /t	bezogen auf den maßgebenden Druckflansch			11,5		15,5	
ψ _ε				1,0		0,0	
M _{Versuch}	[kNm]	2,537	2,679	1,272	1,280		
M _{pl}	[kNm]	2,527		1,335			
$\bar{\lambda}_P = \sqrt{f_y / \sigma_{Pi,ges}}$	-	0,57					

Bei Biegung um die y-Achse (Bild 27), also bei Überprüfung der grenz (b/t)-Werte für konstant gedrückte, dreiseitig gelagerte Querschnittselemente, wird jeweils die plastische Grenzschnittgröße $M_{pl,y}$ erreicht (Tabelle 4). Die fünfprozentige Überfestigkeit beim Träger My-b kann ggf. auf Materialverfestigung zurückgeführt werden. Der eingesetzte Stahl war zwar ein (nur) warmgewalzter, trotzdem zeigte sich im Zugversuch kein ausgeprägtes Fließplateau, sondern ein stetiger Übergang in den Verfestigungsbereich. Bei Biegung um die z-Achse, bei der die dreiseitig gelagerten Querschnittselemente ein Verhältnis der Randdehnungen von $\psi_\epsilon = 0,0$ aufweisen, wird das vollplastische Moment $M_{pl,z}$ zu 95 Prozent erreicht (Tabelle 4). Im bezug auf den im Versuch vorhandenen (b/t)-Wert von 15,5, der deutlich oberhalb des Grenzwertes 9,4 liegt, ist die geringfügige Unterschreitung von $M_{pl,z}$ aus Sicht der Verfasser tolerierbar. Grundsätzlich verbleibt als offener Punkt, ob (elastische) Einspannungen der einzelnen Querschnittselemente im Bereich plastischer Dehnungen (voll) wirksam sind. Untersuchungen hierzu überschreiten jedoch den Rahmen dieses Projektes.

Die exemplarische experimentelle Überprüfung der grenz (b/t)-Regelungen gibt somit keinen Anlaß, die derzeitigen Grenzwerte in den Normen zu verschärfen.

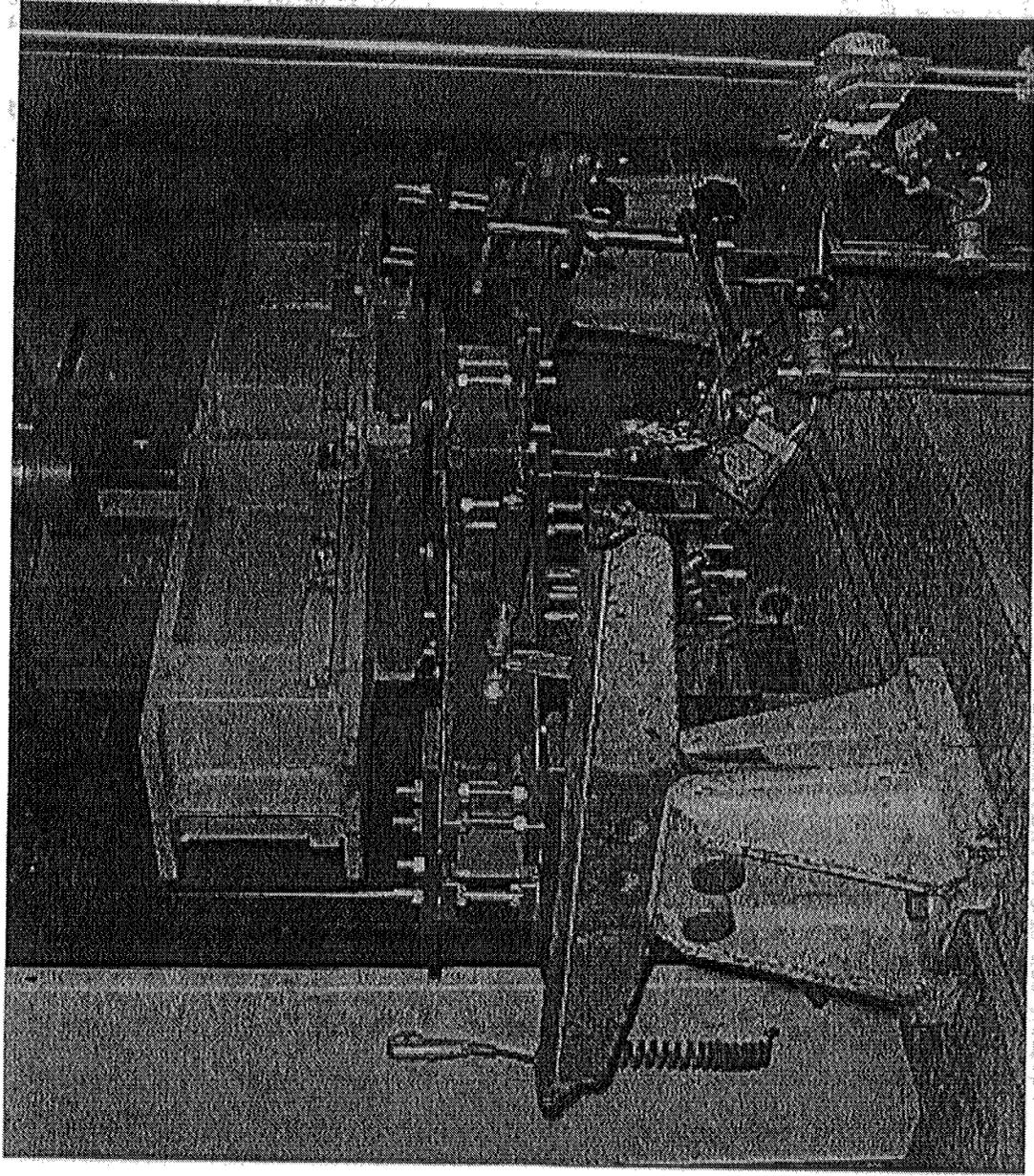


Bild 27: Versuchsaufbau: I-Profil bei Biegung um die y-Achse

8.7 Bewertung

Brune [7] hat mit den Vorschlägen zu neuen *grenz(b/t)*-Verhältnissen ein in sich konsistentes Modell vorgelegt, das konsequent auf *Brunes* neuen wirksamen Breiten für das Verfahren Elastisch-Plastisch [17] aufbaut. Eigene Untersuchungen [10] haben gezeigt, daß diese neuen wirksamen Breiten das Tragverhalten beulgefährdeter Querschnitte im Bereich plastischer Dehnungen zutreffender abbilden als die derzeitigen Regelungen in DIN 18 800-2 [2]. Das örtliche Beulen im Bereich plastischer Dehnungen ist ein hochgradig nichtlinearer Vorgang. Ein Ingenieurmodell, daß dieses Verhalten mit einem vertretbaren Rechenaufwand zuverlässig abbildet, beinhaltet zwangsläufig Näherungen und Abschätzungen, die auf der sicheren Seite liegen müssen. Bezogen auf *Brunes* neue wirksamen Breiten für das Verfahren Elastisch-Plastisch [17] sind hier zu nennen:

1. Drei- und vierseitig gelagerte Querschnittselemente werden mit der gleichen Beulkurve behandelt.
2. Die dehnungsorientierte Formulierung der Beulkurve ist nur für $\psi_\varepsilon = 1,0$ stimmig.
3. Erforderliche Dehnungen zum Erreichen der plastischen Grenzschnittgrößen werden auf der sicheren Seite liegend angenommen. Kleine Veränderungen haben hier große Wirkungen.
4. Die numerischen Berechnungen zur Herleitung des Modells wurden mit der Annahme von *schlimmstmöglichen* Imperfektionen durchgeführt, die konservativ sind gegenüber den Wirkungen von *realistischen* Imperfektionen.
5. Sonstige Effekte, die die Duktilität einer Struktur erhöhen, bleiben unberücksichtigt, dazu gehören u.a. Materialverfestigung, Eigenspannungen und keine freie Verschieblichkeit der Längsränder.

Mit diesen Annahmen ist es möglich, mit einem leicht handhabbaren Modell einen großen Parameterbereich, z.B. im bezug auf die Beulschlankheit, zuverlässig abzudecken. Bezüglich einer Grenzschlankheit, ab der kein örtliches Beulen mehr auftritt, können diese Näherungen jedoch zum Teil zu sehr konservativen Ergebnissen führen, wie oben gezeigt. Für den Anwendungsbereich von wirksamen Breiten des Verfahrens Elastisch-Plastisch ist dieser Verlust an Wirtschaftlichkeit sicherlich tolerierbar. Für die *grenz (b/t)*-Werte des Verfahrens Elastisch-Plastisch, die eine deutlich höhere Praxisrelevanz besitzen, ist dies dagegen eher inakzeptabel. Aus Sicht der Autoren ist zwar ein direkter Übergang zwischen den Grenzwerten und den Beulkurven für das Verfahren Elastisch-Plastisch wünschenswert. Aufgrund der wirtschaftlichen Bedeutung der *grenz (b/t)*-Werte rechtfertigt dies jedoch nicht die Forderung von zu strengen Grenzwerten.

Aus den obigen Überlegungen folgt, daß zutreffende und damit wirtschaftliche *grenz (b/t)*-Werte für das Verfahren Elastisch-Plastisch weiterhin auch empirisch festgelegt werden müssen. Die derzeitigen Regelungen in den Normen konnten durch die hier durchgeführten Berechnungen zum Teil bestätigt werden, zum Teil zeigte sich, daß eine geringfügige Zuschärfung nötig wäre. Dabei ist jedoch zu bedenken, daß die unter Punkt 5. aufgeführten *Sonstigen Effekte* bei den eigenen Berechnungen auch nicht berücksichtigt wurden. Ferner wurden die Berechnungen für eine gelenkige Lagerung durchgeführt. Das *schwächste* Einzelelement eines Querschnittes, das maßgebend ist für die Klassifizierung des Querschnittes, spannt sich jedoch stets in seine benachbarten Elemente ein. Bei Walzprofilen wird dieser positive Effekt zusätzlich noch durch die Ausrundungsradien verstärkt. Deshalb erscheint eine Verschärfung, die ja im Widerspruch zur empirischen Erfahrung steht, nicht unbedingt gerechtfertigt.

9 Zusammenfassung

9.1 Einfluß von Imperfektionen auf das Tragverhalten beulgefährdeter Querschnittselemente

Ausgehend von Diskussionen in der Literatur [1], [6] wurden umfangreiche Untersuchungen zum Einfluß von Imperfektionen auf das Tragverhalten von normalspannungsbeanspruchten, beulgefährdeten unversteiften Bauteilen aus Stahl angestellt. Bei den dazu durchgeführten numerischen Berechnungen wurden neben geometrischen Imperfektionen zum Teil auch Eigenspannungen direkt berücksichtigt.

Da vierseitig gelagerte Querschnittselemente sich als deutlich imperfektionsempfindlicher als dreiseitig gelagerte herausstellten, wurde überwiegend diese Lagerung untersucht. Es wurde aufgezeigt, daß die Randbedingungen der unbelasteten Längsränder einen entscheidenden Einfluß auf die Traglast haben können. Im Bereich mittlerer und großer bezogener Schlankheitsgrade für das Plattenbeulen bewirkt ein Geradebleiben der Längsränder eine signifikante Steigerung der Traglast. Für reale Konstruktionen, z.B. im Brückenbau, liegt die übliche rechnerische Annahme einer freien Verschieblichkeit weit auf der sicheren Seite. Die Beulfeldlänge hat dagegen nur eine untergeordnete Bedeutung für die Traglast, sofern der maximale Stich der Vorverformung gleich angenommen wird und beim Beulwert k unabhängig von der Länge keine Zwischenmaxima in Ansatz gebracht werden.

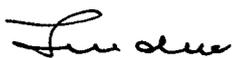
Die eigenen Untersuchungen bestätigen das in [1] veröffentlichte Ergebnis für gelenkig gelagerte Einzelplatten, daß bei zur Eigenform affin angenommenen Imperfektionsmustern mit einem Stich, der sich aus den normativen Höchstwerten der unvermeidbaren Herstellungsungenauigkeiten ergibt, die numerisch ermittelten Traglasten niedriger sind, als die, die sich mit der *Winter*-Kurve ergeben. Während bei Berechnungen ohne Eigenspannungen die Abweichungen „wohl vernachlässigt“ [6] werden können, ergeben sich bei Berücksichtigung von Eigenspannungen z.T. signifikante Unterschiede. Damit steht das numerische Ergebnis im Widerspruch zu den empirischen Erfahrungswerten. Es zeigt sich, daß die hier angenommene *schlimmstmögliche* Imperfektion zu konservativ ausfällt im Vergleich zu *realistischen* Imperfektionen. Analog zu einem ähnlichen Vorgehen beim Schalenbeulen [31] wird deshalb eine *anregende*, weiterhin zur Eigenform affine Ersatzimperfektion festgelegt, die jedoch einen verminderten Stich und reduzierte Eigenspannungen aufweist. Die reduzierten Imperfektionsgrößen sind gerechtfertigt, da sie die Wirkung von positiven, rechnerisch nicht berücksichtigten Effekten abdecken. Hierzu zählen u.a. das reale, nicht zur Eigenform affine Vorverformungsmuster, die über die Beulfeldlänge i.d.R. nicht konstante Belastung und die Verformungsbehinderung an den Längsrändern. So können mit dem Ansatz von *anregenden* Imperfektionen für den Grundfall der vierseitig gelenkig gelagerten Platte unter konstantem Druck die empirischen Ergebnisse numerisch wiedergegeben werden.

9.2 Grenz (b/t)-Verhältnisse für das Verfahren Elastisch-Plastisch

Motiviert durch neuere Untersuchungen von *Brune* [7] wurden die Grenz (b/t)-Werte für das Verfahren Elastisch-Plastisch überprüft, da *Brune* deutlich strengere Grenzwerte fordert, als sie derzeit in DIN 18 800-1 [8] und Eurocode 3 [4] gefordert werden. Ausgehend von neuen wirksamen Breiten für das Verfahren Elastisch-Plastisch konnte *Brune* zeigen, daß die Grenz (b/t)-Werte vom Verhältnis der Randdehnungen und von der erforderlichen Dehnung zur Aktivierung der plastischen Reserve abhängt. Diese beiden Parameter werden in den derzeitigen normativen Regelungen nicht bzw. nur unzureichend berücksichtigt. Eigene Untersuchungen haben *Brunes* Ergebnisse qualitativ bestätigt. Bezüglich der erforderlichen Dehnungen konnte dabei eine Abhängigkeit vom plastischen Formbeiwert α_{pl} aufgezeigt werden. Bedingt durch die Ableitung der neuen Grenzwerte aus einer dehnungsorientierten Formulierung der *Winter*-Kurve, sind diese allerdings mit einer Vielzahl von Näherungen behaftet. Dadurch ergeben sich im Vergleich zu numerischen Berechnungen und zur empirischen Erfahrung zum Teil Ergebnisse, die weit auf der sicheren Seite liegen. Aufgrund der großen wirtschaftlichen Bedeutung der Grenz (b/t)-Verhältnisse des Verfahrens Elastisch-Plastisch bzw. der Querschnittsklasse 2 ist dies jedoch nicht wünschenswert.

Die eigenen Untersuchungen - numerisch und experimentell - geben nicht genügend Anlaß, die derzeitigen, bewährten Regelungen zu verschärfen. Bei Beibehaltung des Sicherheitsniveaus, das auch den Grenzwerten für das Verfahren Elastisch-Elastisch zugrunde liegt, ergeben sich numerisch Grenz (b/t)-Werte für das Verfahren Elastisch-Plastisch, die in der Größenordnung der normativen Vorgaben liegen. Die geringfügigen Unterschreitungen können toleriert werden, da zum einem die erforderlichen Dehnungen nur für den Grenzfall der alleinigen Biegebeanspruchung erreicht werden müssen und zum anderen das für den Querschnitt maßgebende *schwächste* Element elastisch in die Nachbarelemente eingespannt ist, was in der Berechnung vernachlässigt wurde.

Gegen die weitere Verwendung der in DIN 18 800-1 und Eurocode 3 festgelegten Grenz (b/t)-Werte für das Verfahren Elastisch-Plastisch bzw. für Querschnittsklasse 2 bestehen aus Sicht der Autoren keine Bedenken. Diese auf empirischen Untersuchungen basierenden Festlegungen sind natürlich sehr pauschal. Eine feinere Abstufung wäre sicherlich möglich, wenn die Grenz (b/t)-Werte in Abhängigkeit von der erforderlichen Dehnung und damit vom plastischen Formbeiwert formuliert würden. Hierzu ist jedoch, um zuverlässige und gleichzeitig wirtschaftliche Ergebnisse zu erzielen, weiterer Forschungsbedarf erforderlich.



Univ.-Prof. Dr.-Ing. J. Lindner



Dr.-Ing. A. Rusch

10 Danksagung

Bei der Vorbereitung, Durchführung und Auswertung der hier dokumentierten Untersuchungen waren zahlreiche Personen und Institutionen beteiligt. Wir sind Ihnen zu hohem Dank verpflichtet.

- Herrn Dipl.-Ing. (FH) Michael Müller
für die Durchführung der Versuche,
 - die Herren H. Schroeter und G. Fröhlich
für ihre Unterstützung bei der Versuchsvorbereitung,
 - Frau B. Theuer
für die Anfertigung der Zeichnungen,
 - Herrn cand.-Ing. Tobias Holberndt
für die Fotos,
 - Herrn Dr.-Ing. Thomas Winterstetter
für die Überlassung der schriftlichen Fassung seiner Dissertation
- und nicht zuletzt
- der Salzgitter AG für die großzügige Materialspende.

11 Literatur

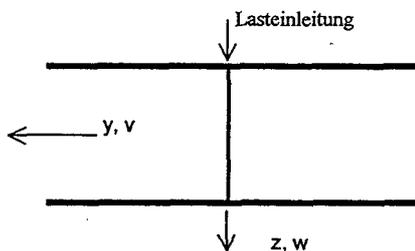
- [1] *Ruff, C.R., Schulz, U.*: Der Einfluß von Imperfektionen auf das Tragverhalten von Platten. Stahlbau 68 (1999), S. 829-834.
- [2] DIN 18 000- 2 (11.90): Stahlbauten - Stabilitätsfälle, Knicken von Stäben und Stabwerken, 1990.
- [3] DIN 18 000- 3 (11.90): Stahlbauten – Stabilitätsfälle, Plattenbeulen, 1990.
- [4] ENV 1993- 1-1 (04.96) - Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1.1: Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den Hochbau, 1996.
- [5] ENV 1993- 1-3 (1996) - Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1.3: Allgemeine Bemessungsregeln, Ergänzende Regeln für kaltgeformte dünnwandige Bauteile und Bleche, 1996.
- [6] *Ruff, C.R., Schulz, U.*: Ergänzende Stellungnahme. Stahlbau 69 (2000), S. 503
- [7] *Brune, B.*: Neue Grenzwerte b/t für volles Mittragen von druck- und biegebeanspruchten Stahlblechen im plastischen Zustand. Stahlbau 69 (2000), S. 55-63.
- [8] DIN 18 000-1 (11.90): Stahlbauten - Bemessung und Konstruktion, 1990.
- [9] *Rusch A., Lindner J.*: Remarks to the Direct Strength Method. Thin-walled Structures [zur Veröffentlichung eingereicht]
- [10] *Rusch A.*: Tragfähigkeit von beulgefährdeten, normalspannungsbeanspruchten I-Profilen, Dissertation TU Berlin, Shaker Verlag Aachen 2000.
- [11] *Kalyanaraman, V., Pekoz, T., Winter, G.*: Unstiffened Compression Elements. Journal of Structural Division, ASCE 103 (1977), pp. 1833-1848.
- [12] *Lindner, J., Rusch, A.*: Load Carrying Capacity of Thin-walled Short Columns. In: Light-weight Steel and Aluminium Structures, ICSAS '99. Pp. 155-162. Edited by Mäkeläinen, P., Hassinen, P. Espoo, Finland: Elsevier, 1999.
- [13] *Lindner, J., Rusch, A.*: Influence of Local Buckling of Flanges on the Ultimate Load of I-Sections. In: Stability and Ductility of Steel Structures. Pp. 143-150. Edited by Dubinã, D., Iványi, M. Timisoara, Romania: Elsevier, 1999.
- [14] *Rusch A., Lindner, J.*: Anwendung der Fließlinientheorie auf dreiseitig gelagerte Platten. Stahlbau [Zur Veröffentlichung angenommen].
- [15] *Brune, B.*: New Effective Widths of three-sided supported steel plates and the influence on coupled instabilities of members in bending and compression. In: Proceedings of the 3rd International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures. Pp. 705-712. Edited by Camotin, D., Dubina, D., Rondal, J.. Lisbon, Portugal: Imperial College Press, 2000.
- [16] *Grube, R., Priebe J.*: Zur Methode der wirksamen Querschnitte bei einachsiger Biegung mit Normalkraft. Stahlbau 59 (1990), S.141-148.
- [17] *Brune, B.*: Wirksame Breiten für druck- und biegebeanspruchte Stahlbleche im plastischen Zustand. Stahlbau 68 (1999), S.1044-1057.
- [18] *Vayas, I., Psycharis, I.*: Dehnungsorientierte Methode der Methode der wirksamen Breite. Stahlbau 61 (1992), S. 275-283.

- [19] *Wittemann, K.*: Traglastermittlung für Kaltprofile unter Berücksichtigung der Interaktion von lokalen und globalen Instabilitätserscheinungen. Berichte der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Heft 26, Universität Karlsruhe 1993.
- [20] *Usami, T.*: Effective Width of Locally Buckled Plates in Compression and Bending. Journal of Structural Engineering, ASCE 119 (1993), pp. 1358-1373.
- [21] *Usami, T.*: Ultimate Strength of Steel Outstands in Compression. Journal of Structural Engineering, ASCE 122 (1996), pp. 573-578.
- [22] *Bedair, O.K., Sherbourne, A.N.*: Discussion, of: "Usami,T: Effective Width of Locally Buckled Plates in Compression and Bending". Journal of Structural Engineering, ASCE 120 (1994), pp.3088-3092.
- [23] *Fischer, M.* [u.a.]: Rechnerische Parameteruntersuchungen zum Tragverhalten von Stahlblech mit realistischen geometrischen Vorverformungen. Mitteilung Nr. 7, Universität Dortmund, Konstruktiver Ingenieurbau, Januar 1990.
- [24] DASt-Richtlinie 012: Beulsicherheitsnachweise für Platten. Deutscher Stahlbauverband, Köln 1978.
- [25] DS 804: Vorschrift für Eisenbahnbrücken und sonstige Ingenieurbauwerke. Deutsche Bundesbahn, Januar 1983.
- [26] *Fischer, M.* [u.a.]: Rechnerische Parameteruntersuchungen zum Tragverhalten von dreiseitig gelagerten Stahlblechen. Mitteilung Nr. 8, Universität Dortmund, Konstruktiver Ingenieurbau, Januar 1990.
- [27] *Schafer, B.W., Peköz, T.*: Local Distortional Buckling of Cold-formed Steel Members with Edge Stiffened Flanges. In: Light-weight Steel and Aluminium Structures, ICSAS '99. Pp. 89-97. Edited by Mäkeläinen, P., Hassinen, P. Espoo, Finland: Elsevier, 1999.
- [28] *Kalyanaraman, V., Pekoz, T.*: Analytical Study of Unstiffened Elements. Journal of Structural Division, ASCE 104 (1978), pp. 1507-1524.
- [29] *Klöppel, K., Bilstein, W., Unger, B.*: Eine näherungsweise Untersuchung des überkritischen Tragverhaltens von dreiseitig momentenfrei gelagerten, am freien Rand unversteiften Platten einschließlich Vorverformung. Stahlbau 42 (1973), S. 289-298.
- [30] *Kubsch, G.*: Experimentelle Untersuchungen des Beulverhaltens unausgesteifter Stahlbleche mit baupraktisch unvermeidbaren Imperfektionen. Dissertation Universität Darmstadt 1980.
- [31] *Winterstetter, T.A.*: Stabilität von Kreiszyinderschalen aus Stahl unter kombinierter Beanspruchung. Dissertation Universität GH Essen 2000.
- [32] *Schmidt, H.*: Stability of Steel Shell Structures, General Report. Journal of Constructional Steel Research 55 (2000), Pp. 159-181.
- [33] *Strigl, G.*: Die Berücksichtigung der Imperfektion beim Traglastnachweis gedrückter Konstruktionen. Stahlbau 47 (1978), S. 294-302.
- [34] *Brune, B.*: Ein Modell zur Ermittlung der Tragfähigkeit vierseitig und dreiseitig gelagerter Stahlbleche unter Druckbeanspruchung. Dissertation Universität Dortmund 1994.

- [35] *Deml, M.*: Ein Finite-Element-Konzept zur Traglastanalyse imperfektionssensitiver Schalenstrukturen. Berichte aus dem Konstr. Ingenieurbau, TU München 6/97.
- [36] *Lindner J., Scheer J., Schmidt H. (Hrsg.)*: Stahlbauten, Erläuterungen zu DIN 18 800 Teil 1 bis Teil 4. 3. Auflage. Berlin: Beuth-Verlag, 1998.
- [37] *Fischer, M.* [u.a.]: Messungen der Vorverformungen von beulgefährdeten Stahlblechen mit und ohne Steifen. Mitteilung Nr. 6, Universität Dortmund, Konstruktiver Ingenieurbau, Dezember 1989.
- [38] ENV 1993-1-6 (Eurocode 3): Design of steel structures Part 1-6: General Rules: Supplimentary Rules for the Strength and Stability of Shell Structures.
- [39] *Scheer, J., Peil, U., Fuchs, G.*: Auswertung von internationalen Veröffentlichungen, Versuchsberichten, Kommissionspapieren u.ä. auf dem Gebiet des Beulens von Platten aus Stahl. Bericht 6095, TU Braunschweig, Institut für Stahlbau, 1987.
- [40] *Mateus, A.F., Witz, J.A.*: A Parametric Study of the Post-Buckling Behaviour of Steel Plates. Engineering Structures 23 (2001), Pp. 172-185.
- [41] *Schmidt, H.*: Ebenheitstoleranzen geschweißter Blechkonstruktionen des Stahlbaus als Grundlage zur Gewährleistung ausreichender Plattenstabilität. In: Festschrift. Prof. Scheer, Braunschweig.
- [42] *Eggert, H.*: Kommentierte Stahlbauregelwerke. In: Stahlbaukalender 2000. S. 1-237. Hrsg.: Kuhlmann, U., Ernst & Sohn Berlin 2000.
- [43] *Schmidt, H., Winterstetter, T.A.*: Shell Structures, General Report. In: Proceedings of the 3rd International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures. Pp. 3941-401. Edited by Camotin, D., Dubina, D., Rondal, J.. Lisbon, Portugal: Imperial College Press, 2000.
- [44] *Petersen, C.*: Stahlbau. Vieweg, Braunschweig 1988.
- [45] *Roik K.*: Vorlesungen über Stahlbau, Ernst & Sohn Verlag, Berlin-München, 2. Auflage 1983.
- [46] *Rusch, A., Lindner, J.*: Tragfähigkeit von beulgefährdeten I-Profilen bei Biegung um die y-Achse. Stahlbau [Zur Veröffentlichung eingereicht].
- [47] *Hasan, S.W., Hancock, G.J.*: Plastic Bending Tests of Cold-formed Rectangular Hollow Sections. Report R586, University of Sydney, School of Civil and Mining Engineering, 1988.

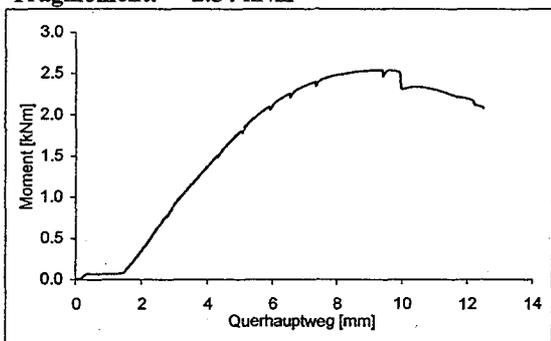
Versuch MY - a :

IA 09 048 060 2.0 P

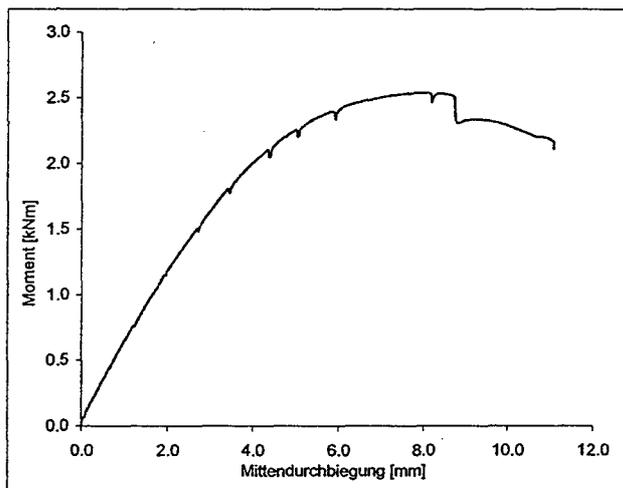


Fertigung: Lochschweißung
 Feldweite L: 800 mm
 freie Länge: 150 mm
 Lastabstand c: 200 mm

Tragmoment: 2.54 kNm



	b	t	Material	
	bzw. h_w	(gemessen)	aus Tafel	$f_{y,k}$
	[mm]	[mm]	[-]	[N/mm ²]
Obergurt	48	2.0	W15	326
Steg	60	2.0	W15	326
Untergurt	48	2.0	W15	326



Last-Durchbiegungs-Kurve

Geometrische Imperfektionen

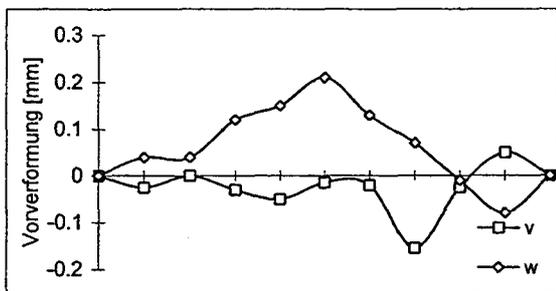
$\max v_o = -0.16 \text{ mm} = 1 / -6250$

$\max w_o = 0.21 \text{ mm} = 1 / 4762$

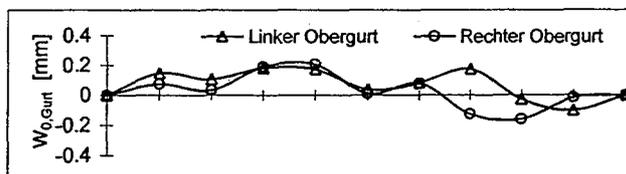
$\max w_{o,Gurt} = -0.38 \text{ mm} = b_f / -61$

$\max w_{o,Steg} = 0.29 \text{ mm} = h_w / 207$

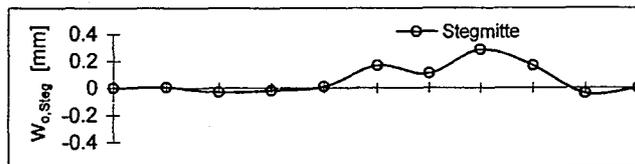
gemessen an 11 Stellen in Stablängsrichtung



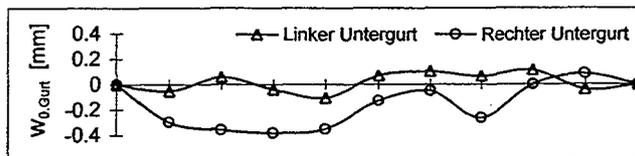
Globale Vorverformung in Stablängsrichtung



Örtliche Vorverformung Obergurt in Stablängsrichtung



Örtliche Vorverformung Steg in Stablängsrichtung



Örtliche Vorverformung Untergurt in Stablängsrichtung

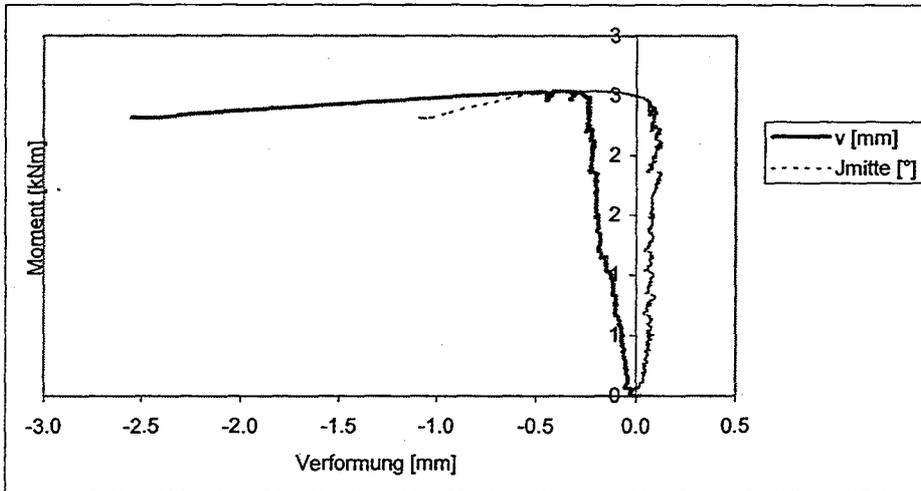
Versuchsbeobachtungen:

Je Flanschseite 4 HW.

Gleichartige Versuche:

Versuch-Nr. My - b identische Geometrie und Belastung

Globale Verformungen im Versuch MY - a (Kraft-Weg-Diagramm)
gemessen in Trägermitte



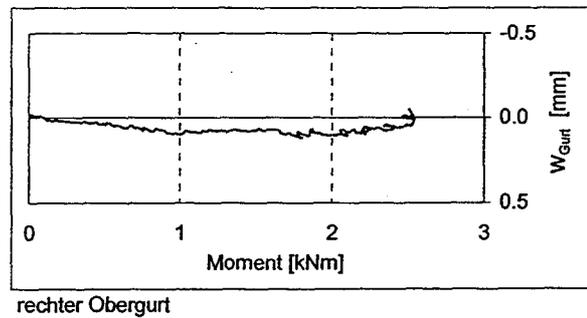
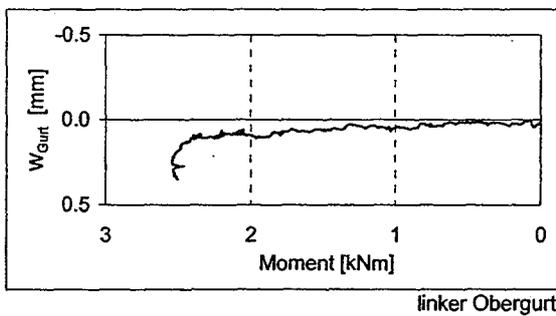
Weggrößen im Versagen:

$$v_u = -0.39 \text{ mm}$$

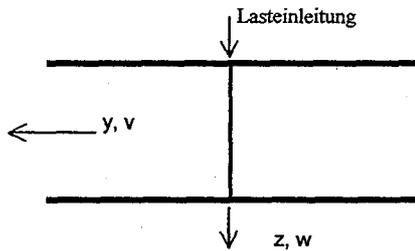
$$\vartheta_u = -0.25^\circ$$

$$= -0.0044 \text{ rad}$$

Örtliche Verformungen im Versuch (Plattenbeulen)
gemessen in der Mitte der freien Länge



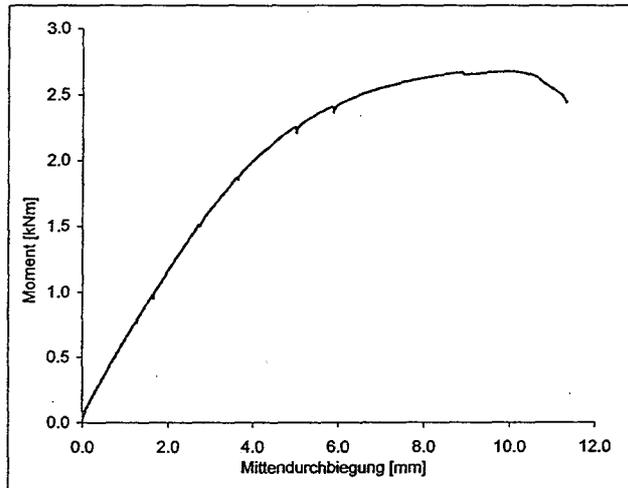
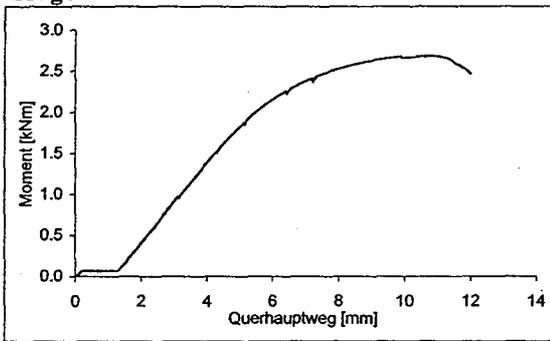
Versuch MY - b :
 IB 09 048 060 2.0 P



	b	t	Material	
	bzw. h_w	(gemessen)	aus Tafel	$f_{y,k}$
	[mm]	[mm]	[-]	[N/mm ²]
Obergurt	48	2.0	W15	326
Steg	60	2.0	W15	326
Untergurt	48	2.0	W15	326

Fertigung: Lochschweißung
 Feldweite L: 800 mm
 freie Länge: 150 mm
 Lastabstand c: 200 mm

Tragmoment: 2.68 kNm



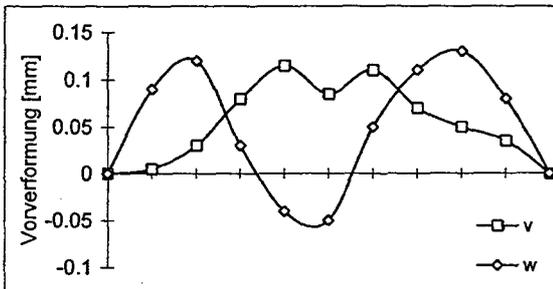
Last-Durchbiegungs-Kurve

Geometrische Imperfektionen

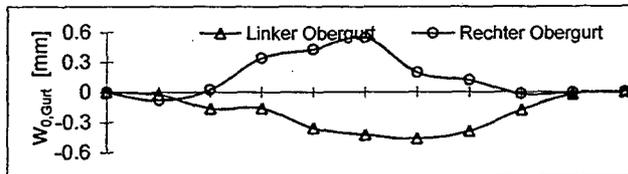
$\max v_o = 0.12 \text{ mm} = 1 / 8333$
 $\max w_o = 0.13 \text{ mm} = 1 / 7692$

$\max w_{o,Gurt} = 0.55 \text{ mm} = b_f / 42$
 $\max w_{o,Steg} = -0.34 \text{ mm} = h_w / -176$

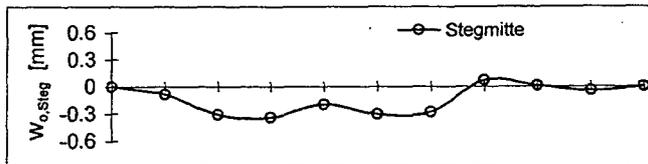
gemessen an 11 Stellen in Stablängsrichtung



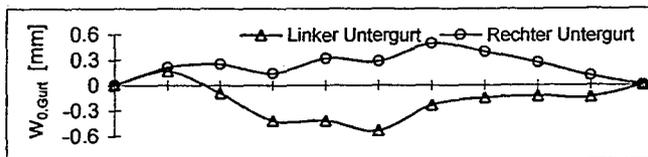
Globale Vorverformung in Stablängsrichtung



Örtliche Vorverformung Obergurt in Stablängsrichtung



Örtliche Vorverformung Steg in Stablängsrichtung



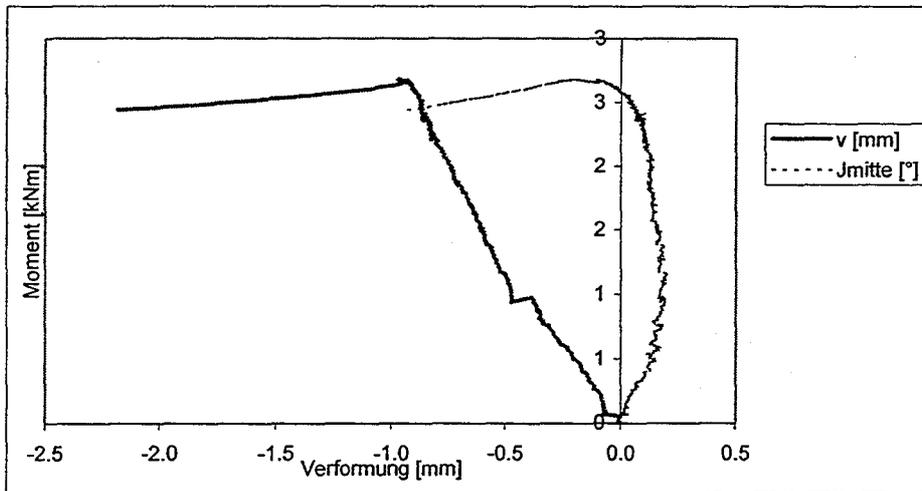
Örtliche Vorverformung Untergurt in Stablängsrichtung

Versuchsbeobachtungen:

Je Flanschseite 4HW.

Gleichartige Versuche: Versuch-Nr. My - a identische Geometrie und Belastung

Globale Verformungen im Versuch MY - b (Kraft-Weg-Diagramm)
gemessen in Trägerrmitte



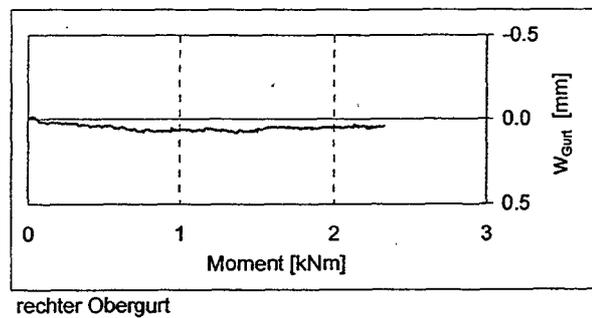
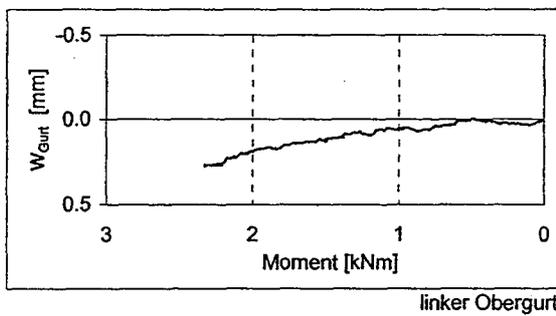
Weggrößen im Versagen:

$$v_u = -0.97 \text{ mm}$$

$$\vartheta_u = -0.21^\circ$$

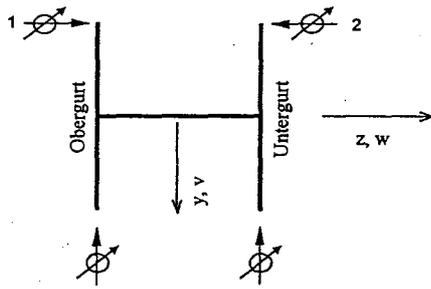
$$= -0.0037 \text{ rad}$$

Örtliche Verformungen im Versuch (Plattenbeulen)
gemessen in der Mitte der freien Länge



Versuch Mz - a :

IA 09 064 080 2.0 P

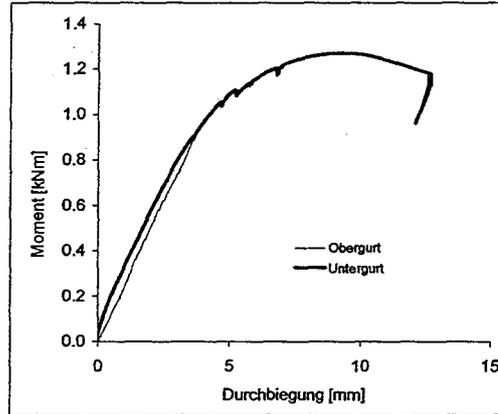
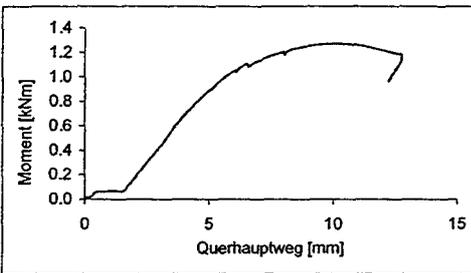


Fertigung: Lochschweißung
 Feldweite L: 800 mm
 freie Länge: 150 mm
 Lastabstand c: 200 mm

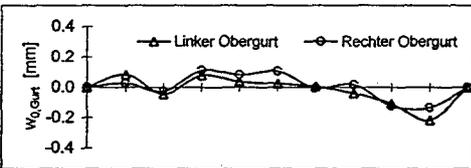
Tragmoment: 1.27 kNm

	b	t	Material	
	bzw. h_w	(gemessen)	aus Tafel	$f_{y,k}$
	[mm]	[mm]	[-]	[N/mm ²]
Obergurt	64	2.0	w 15	326
Steg	80	2.0	w 15	326
Untergurt	64	2.0	w 15	326

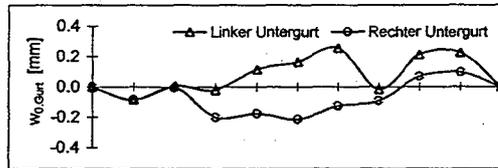
Last-Durchbiegungs-Kurve



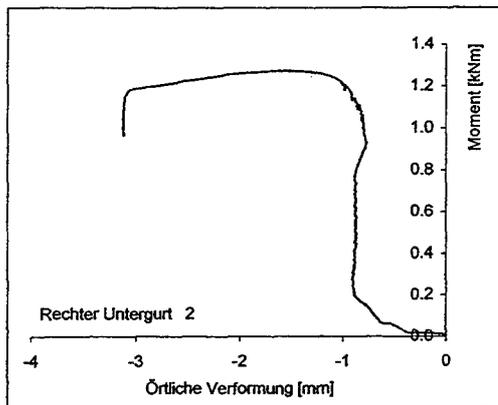
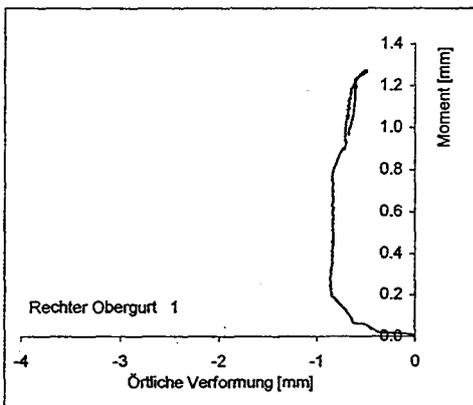
Geometrische Imperfektionen - "Flanschbeulen"
 gemessen an 11 Stellen in Stablängsrichtung



$\max w_{0, \text{Gurt}} = 0.26 \text{ mm} = b_f / 119$



Örtliche Verformungen im Versuch (Plattenbeulen)

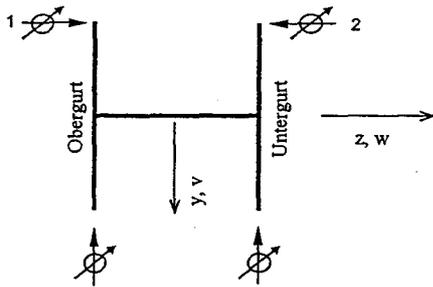


Versuchsbeobachtungen:

Je Flansch 4 HW.

Gleichartige Versuche: Versuch-Nr. Mz - b identische Geometrie und Belastung

Versuch Mz - b :
 IB 09 064 080 2.0 P

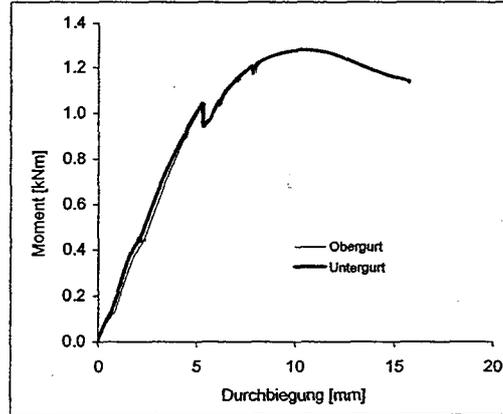
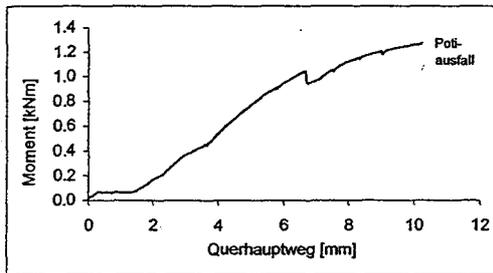


	b	t	Material	
	bzw. h_w	(gemessen)	aus Tafel	f_{yk}
	[mm]	[mm]	[-]	[N/mm ²]
Obergurt	64	2.0	w 15	326
Steg	80	2.0	w 15	326
Untergurt	64	2.0	w 15	326

Fertigung: Lochschweißung
 Feldweite L: 800 mm
 freie Länge: 150 mm
 Lastabstand c: 200 mm

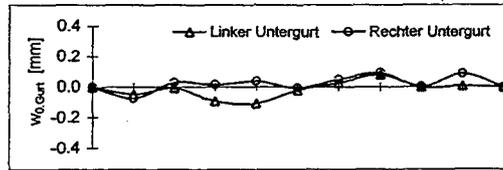
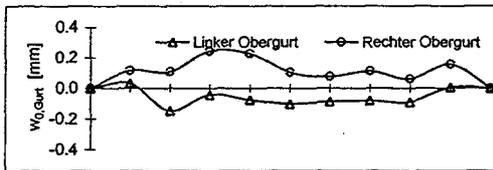
Tragmoment: 1.28 kNm

Last-Durchbiegungs-Kurve

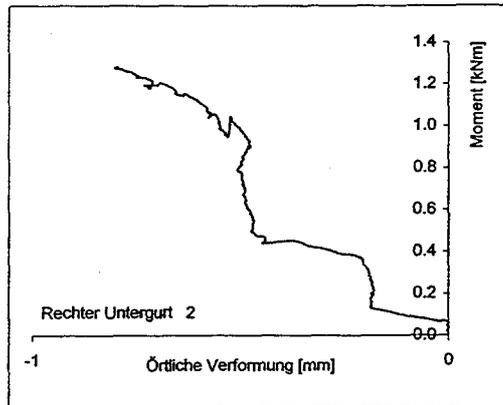
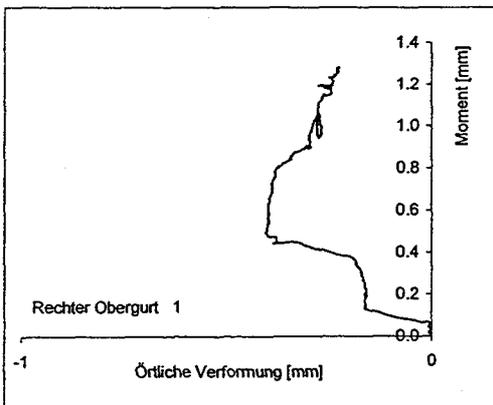


Geometrische Imperfektionen - "Flanschbeulen"
 gemessen an 11 Stellen in Stablängsrichtung

$\max w_{\alpha, \text{Gurt}} = 0.24 \text{ mm} = b_f / 129$



Örtliche Verformungen im Versuch (Plattenbeulen)



Versuchsbeobachtungen:

Je Flansch 4 HW.
 Querschnittspoti ist übergesprungen.

Gleichartige Versuche: Versuch-Nr. Mz - a identische Geometrie und Belastung