

**Festlegung der Schubbereichsgrenzen bei  
der Verstärkung von Stahlbetonplatten  
und Stahlbetonbalken mit aufgeklebten  
CFK-Lamellen**

**T 2977**

T 2977

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

Im Originalmanuskript enthaltene Farbvorlagen, wie z.B. Farbfotos, können nur in Grautönen wiedergegeben werden. Liegen dem Fraunhofer IRB Verlag die Originalabbildungen vor, können gegen Berechnung Farbkopien angefertigt werden. Richten Sie Ihre Anfrage bitte an die untenstehende Adresse.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2002, ISBN 3-8167-6480-0

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69  
70504 Stuttgart

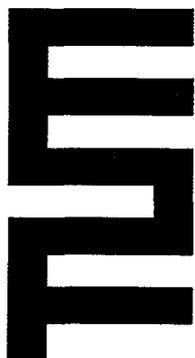
Nobelstraße 12  
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00  
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

e-mail [info@irb.fhg.de](mailto:info@irb.fhg.de)

URL <http://www.IRBbuch.de>

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN  
INSTITUT FÜR TRAGWERKSBAU  
LEHRSTUHL FÜR MASSIVBAU



## **Festlegung der Schubbereichsgrenzen bei der Verstärkung von Stahlbeton- platten und Stahlbetonbalken mit aufgeklebten CFK-Lamellen**

Konrad Zilch  
Christoph Schmidhuber

Forschungsbericht  
August 2001

gefördert durch das  
Deutsche Institut für Bautechnik



## **Festlegung der Schubbereichsgrenzen bei der Verstärkung von Stahlbetonplatten und Stahlbetonbalken mit aufgeklebten CFK-Lamellen**

Im Rahmen des Forschungsvorhaben wird das Schubtragverhalten von Stahlbetonplatten und Stahlbetonbalken mit aufgeklebten CFK-Lamellen für Lamellendehnungen bis zu  $\varepsilon_L = 8,5\%$  modelliert. Zu diesem Zweck wird zuerst untersucht, mit welchen Rissbreiten für diesen Dehnungsbereich zu rechnen ist. Wesentliche Erkenntnis ist, dass aufgrund bereichsweise auftretender Verbundentkoppelungen die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen vernachlässigbar gering ist. Deshalb und v.a. aufgrund von Lamellendehnungen bis zu  $\varepsilon_L = 8,5\%$  treten deutlich größere Rissbreiten auf als im konventionell nach DIN 1045 (7.88) geregelten Stahlbetonbau mit maximal zulässigen Betonstahldehnungen  $\varepsilon_s = 5\%$ . Bestehende Ingenieurmodelle zur Rissverzahnungs- und Dübelwirkung sind daher auf den Bereich größerer Rissbreiten erweitert worden. Mithilfe des Zahnmodells sind für nicht schubbewehrte Bauteile die Grenzwerte der Schubspannung unter Gebrauchslast in Abhängigkeit vom Rissabstand, von der Würfeldruckfestigkeit und vom Längsbewehrungsgrad ermittelt und in Diagrammen dargestellt worden. Diese Grenzwerte liegen für bestimmte Randbedingungen wegen der geringeren aufnehmbaren Rissverzahnungsspannung unter den bisherigen Grenzwerten. Für schubbewehrte Bauteile sind mit dem Fachwerkmodell mit Rissreibung Grenzwerte für den Ansatz der verminderten Schubdeckung im Schubbereich 2 ermittelt worden, welche ebenfalls in Diagrammen dargestellt sind.

## **Determination of limiting values for shear resistance of R.C. beams strengthened with CFRP-strips**

This report deals with the shear bearing behaviour of R.C. beams strengthened with CFRP-strips in consideration of strip strains up to  $\varepsilon_L = 8,5\%$ . First, the crack widths resulting from these strains were determined. The main result is, that due to partial decoupling of bond the tension stiffening effect can be neglected. In addition the strip strains up to  $\varepsilon_L = 8,5\%$  compared with the maximum strain of reinforcing steel  $\varepsilon_s = 5\%$  according to DIN 1045 (7.88) result in obvious larger crack widths. For this reason existing models of aggregate interlock and dowel action were adapted to larger crack widths. For concrete members without shear reinforcement the tooth model was used to determine limiting values for the shear resistance under service load. These values are illustrated in diagrams depending on crack spacing, compressive cube strength of concrete and percentage of longitudinal reinforcement. Under certain conditions these calculated limiting values fall below the existing values. For girders with shear reinforcement the truss model with crack friction was used to find limiting values for the bearing component 'crack friction'. These limiting values are also represented in diagrams.

## **Détermination des valeurs limites pour des dalles et des poutres en béton armé renforcés avec des lamelles CFK soumis a l'effort tranchant**

Ce rapport technique met en évidence la résistance à l'effort tranchant des dalles et des poutres en béton armé renforcé avec des lamelles CFK collées. Les lamelles CFK sont soumis aux dilatations  $\varepsilon_L = 8,5\%$ . A cet effet, on calcule d'abord quelles seront les largeurs des fissurations pour cet état de dilatation. Il s'ensuit essentiellement qu'en raison de la rupture d'adhérence la coaptation du béton entre les fissures est relativement faible, de manière que

l'on puisse la négliger. C'est pour cela et surtout en raison des dilatations  $\varepsilon_L = 8,5\%$  que les largeurs des fissures sont évidemment plus larges que dans le domaine des constructions en béton armé traditionnelles certifié par la Norme DIN 1045 (7.88) qui admet des dilatations de l'acier de l'ordre de  $\varepsilon_s = 5\%$ . Des modèles d'ingénieurs existants ont été élargis pour des fissures plus larges. A l'aide du modèle d'engrenage, on a déterminé des valeurs limites pour des poutres sans étriers soumis à l'effort tranchant en fonction de l'écartement de fissures, de résistance à la compression et du taux d'armature longitudinal. En plus on a représenté les valeurs limites sous forme de diagrammes schématiques. Ces valeurs limites se situent en dessous des valeurs limites qui s'étaient jusqu'à présent manifestées. Pour des poutres avec des étriers, les valeurs limites sont évalués a l'aide de modèle en treillis avec friction représentés sous forme de diagrammes.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Verstärkung mit CFK-Lamellen</b>	<b>9</b>
2.1	Regelungen der Normen, Richtlinien und Zulassungsbescheide . . . . .	9
2.2	Kritische Anmerkungen . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Verbundansatz</b>	<b>15</b>
3.1	Allgemeines . . . . .	15
3.2	Verbundansatz aufgeklebter Bewehrung . . . . .	15
3.3	Parameter des bilinearen Verbundansatzes . . . . .	17
3.3.1	Allgemeines . . . . .	17
3.3.2	Mittelwerte der Parameter des Verbundansatzes . . . . .	17
3.3.3	Charakteristische Werte der Parameter des Verbundansatzes . . . . .	19
3.4	Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes . . . . .	21
3.5	Spannungszustand im gerissenen Trägerbereich . . . . .	24
3.5.1	Allgemeines . . . . .	24
3.5.2	Mögliche Spannungsverteilung . . . . .	24
3.6	Anpassung der allgemeinen Lösungen . . . . .	26
3.7	Zusammenfassung . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Bestimmung der Rissbreite</b>	<b>31</b>
4.1	Allgemeines . . . . .	31
4.2	Parameterstudie . . . . .	31
4.3	Rechenwert der Rissbreite . . . . .	36
4.4	Rissabstand . . . . .	36

4.5	Zusammenfassung . . . . .	38
<b>5</b>	<b>Schubtragmechanismen</b>	<b>39</b>
5.1	Allgemeines . . . . .	39
5.2	Schubmodelle . . . . .	39
5.2.1	Überblick . . . . .	39
5.2.2	Fachwerkanalogie . . . . .	40
5.2.3	Zahnmodell . . . . .	40
5.2.4	Modell auf der Grundlage der Druckzonenfestigkeit . . . . .	40
5.2.5	Modelle auf Basis der Plastizitätstheorie . . . . .	42
5.2.6	Modelle auf Basis der Bruchmechanik . . . . .	42
5.2.7	Empirische Modelle . . . . .	42
5.2.8	Bewertung . . . . .	43
5.3	Schubtragmechanismen . . . . .	43
5.3.1	Überblick . . . . .	43
5.3.2	Bauteile ohne Querkraftbewehrung . . . . .	45
5.3.3	Bauteile mit Querkraftbewehrung . . . . .	48
5.4	Einflussfaktoren der Schubtragfähigkeit . . . . .	49
5.5	Rissverzahnung . . . . .	50
5.5.1	Allgemeines . . . . .	50
5.5.2	Versuche und Modell von Walraven [95] [96] . . . . .	51
5.5.3	Weitere Versuche und Modelle zur Rissverzahnung . . . . .	53
5.6	Dübelwirkung . . . . .	54
5.6.1	Allgemeines . . . . .	54
5.6.2	Versuche und Modelle zur Dübelwirkung . . . . .	55
5.7	Versuche zur Dübelwirkung und Rissverzahnung . . . . .	58
5.8	Eigener Ansatz für die Rissverzahnung . . . . .	60
5.8.1	Allgemeines . . . . .	60
5.8.2	Modifizierung der Bestimmungsgleichungen . . . . .	61
5.8.3	Verlauf der Spannung aus Rissuferverzahnung . . . . .	62
5.8.4	Vereinfachter Ansatz der Rissverzahnungsspannung . . . . .	63
5.9	Ansatz der Dübelwirkung für die Modellbildung . . . . .	65

5.10 Zusammenfassung . . . . .	66
<b>6 Modell für Bauteile ohne Schubbewehrung</b>	<b>69</b>
6.1 Allgemeines . . . . .	69
6.2 Tragwirkungen . . . . .	70
6.2.1 Schnittgrößen und Kräfte am Träger . . . . .	70
6.2.2 Rissverzahnung (Tragwirkung 1) . . . . .	70
6.2.3 Dübelwirkung (Tragwirkung 2) . . . . .	72
6.2.4 Druckzone (Tragwirkung 3) . . . . .	73
6.2.5 Gleichgewicht der Querkraftanteile . . . . .	74
6.3 Festlegung der Rechenparameter . . . . .	74
6.3.1 Allgemeines . . . . .	74
6.3.2 Materialeigenschaften des Betons . . . . .	75
6.3.3 Verformungswerte und Rissgeometrie . . . . .	75
6.4 Anwendungsbereich des Schubmodells . . . . .	76
6.5 Vergleich mit Versuchsergebnissen . . . . .	77
6.5.1 Allgemeines . . . . .	77
6.5.2 Versuch A: <i>Leonhardt</i> [51] . . . . .	78
6.5.3 Versuch B: <i>Rüsch/Mayer</i> [82] . . . . .	81
6.5.4 Bewertung der Versuchsnachrechnungen . . . . .	84
6.6 Parameterstudie . . . . .	84
6.7 Zusammenfassung . . . . .	87
<b>7 Modell für Bauteile mit Schubbewehrung</b>	<b>91</b>
7.1 Allgemeines . . . . .	91
7.2 Modellbildung . . . . .	93
7.2.1 Überblick . . . . .	93
7.2.2 Gleichgewichtsbetrachtung . . . . .	93
7.2.3 Berechnungsannahmen . . . . .	96
7.3 Überprüfung der verminderten Schubdeckung . . . . .	97
7.3.1 Vorgehensweise . . . . .	97
7.3.2 Beispielrechnung . . . . .	99

7.3.3	Parameterstudie . . . . .	101
7.4	Zusammenfassung . . . . .	106
8	Zusammenfassung und Ausblick	107
	Bezeichnungen	111
A	Versuchsdaten und Auswertungen	129

# Kapitel 1

## Einleitung

Die Bemessung von mit CFK-Lamellen verstärkten Bauteilen erfolgt prinzipiell auf der Grundlage der Regelungen der DIN 1045 (7.88) [20]. Ergänzt werden diese Regelungen durch in Allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen [19] angegebene Bestimmungen zum Anwendungsbereich, zum Entwurf, zur Bemessung sowie zur Ausführung der Verstärkungsmaßnahme.

In die "Richtlinie für das Verstärken von Betonbauteilen durch Ankleben von unidirektionalen kohlenstofffaserverstärkten Kunststofflamellen (CFK - Lamellen)" [18], die Grundlage ist für die Erstellung der Allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen, wurden als Grenzen für die Schubbemessung die Werte  $\tau_{011}(b)$  für Platten bzw.  $\tau_{02}$  für Balken aus Tabelle 13 der DIN 1045 (7.88) [20] übernommen. Im Bruchzustand sind nach DIN 1045 (7.88) die Dehnungen des Betonstahls bei der Biegebemessung auf 5 ‰ begrenzt. Im Gegensatz dazu wird beispielsweise im Zulassungsbescheid "Verstärken von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen durch schubfest aufgeklebte Kohlefaserlamellen B+B Carboplus" [19] die Grenzdehnung der CFK-Lamellen auf 8,5 ‰ festgelegt. Aus diesem Grund ist bei Verstärkungsmaßnahmen mit CFK-Lamellen im Grenzzustand der Tragfähigkeit mit größeren Betonstahldehnungen der einbetonierten Bewehrung und damit größeren Rissbreiten zu rechnen als im konventionellen Stahlbetonbau nach DIN 1045 (7.88).

Das spröde Verbundverhalten aufgeklebter CFK-Lamellen führt im Grenzzustand der Tragfähigkeit zusätzlich zu bereichsweisen Ablösungen der Klebarmierung. Insbesondere die Dehnung der CFK-Lamellen in diesen Bereichen hat eine weitere erhebliche Zunahme der Rissbreiten zur Folge. Der Einfluss der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Biegerissen, der infolge des Spannungsabbaus in der Bewehrung zu einer Verminderung der Rissbreite führt, ist bei klebarmierten Bauteilen deshalb geringer als im konventionellen Stahlbetonbau. Es ist davon auszugehen, dass die positive Wirkung aus der Rissverzahnung und der Dübelwirkung der einbetonierten Bewehrung bei größeren Rissbreiten verringert wird. Deshalb ist in Trägerbereichen mit hohen Biege- und Querkraftbeanspruchungen (z.B. Stützbereich bei Durchlaufträgern) bei einer Vergrößerung der Rissbreiten mit einem Rückgang der Querkrafttragfähigkeit zu rechnen. Große Aufmerksamkeit wird insbesondere auf die Bemessung von verstärkten Platten gerichtet, da aufgrund der meist fehlenden Querkraftbewehrung der Rissverzahnung und der Dübelwirkung große Bedeutung zukommt.

Im Rahmen dieser Forschungsarbeit werden unter Berücksichtigung der größeren Rissbreiten

die derzeitigen Regelungen in den Allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen (z.B. [19]) in Hinblick auf eine sichere Bemessung überprüft. Zu diesem Zweck werden Forschungsarbeiten zum Thema Querkrafttragverhalten allgemein und insbesondere zur Rissverzahnung und Dübelwirkung ausgewertet. Mit Hilfe der ausgewerteten Ergebnisse werden die bestehenden Bemessungsansätze für die Querkraftbemessung von mit CFK-Lamellen verstärkten Bauteilen angepasst, um eine sichere Bemessung zu ermöglichen. Dabei wird folgendes Vorgehen gewählt:

- In Kapitel 2 werden zuerst die Grundlagen der derzeit gültigen Biege- und Schubmessung von mit CFK-Lamellen verstärkten Bauteilen entsprechend den Angaben der Allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen [19] beschrieben. Zusätzlich werden kritische Anmerkungen zu den derzeitigen Regelungen gemacht.
- In Kapitel 3 wird ein Überblick gegeben über vorhandene Modelle für den Verbund von Klebarmierung. Mit der Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes werden für den bilinearen Verbundansatz unter Vorgabe von Rand- und Übergangsbedingungen die Relativverschiebungen zwischen Lamelle und Beton in allgemeiner Form ermittelt.
- Darauf basierend werden anschließend in Kapitel 4 die Rissbreiten in Abhängigkeit von den Lamellendehnungen  $\varepsilon_L$  und den Rissabständen  $a_r$  bestimmt und die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen (*tension stiffening effect*) untersucht.
- In Kapitel 5 werden Modelle zur Abtragung der Querkraft in Stahlbetonbauteilen vorgestellt. Dabei werden allgemein Versuche an nicht verstärkten Stahlbetonbauteilen herangezogen, da bisher hinsichtlich der oben beschriebenen Problematik noch keine bzw. nur sehr wenig Forschungsergebnisse aus Versuchen an mit CFK-Lamellen verstärkten Stahlbetonbauteilen vorliegen. Die Auswertung dieser allgemeinen Versuche ist durchaus sinnvoll, da die Rissverzahnung im Wesentlichen nur von der Rissbreite und der Betonzusammensetzung und nur in geringem Maße von der Bewehrungsart abhängt. Für die Dübelwirkung kann aufgrund der geringen Steifigkeit der CFK-Lamelle ohnehin nur die Betonstahlbewehrung angesetzt werden, so dass auch hinsichtlich dieser Problematik die Betrachtung konventioneller Stahlbetonkörper zu fundierten Aussagen führt. Zusätzlich werden in diesem Kapitel eigene, auf große Rissbreiten erweiterte Bestimmungsgleichungen der Rissverzahnungsmechanismen hergeleitet.
- Ziel in Kapitel 6 ist die Entwicklung eines Schubmodells für nicht schubbewehrte Bauteile, die mit CFK-Lamellen verstärkt sind. Als Ergebnis werden dabei Diagramme erzeugt, mit deren Hilfe die maximal zulässige Schubspannung  $\tau_{0,max}$  unter Gebrauchslast in Abhängigkeit von der Betonfestigkeit, dem Rissabstand und dem Längsbewehrungsgrad bestimmt werden kann.
- Ein Modell für Bauteile mit Schubbewehrung wird in Kapitel 7 hergeleitet. Es wird überprüft, ob für klebarmierte Bauteile eine verminderte Schubdeckung im Sinne der DIN 1045 (7.88) zulässig ist. Im Rahmen dieses Kapitels werden Bemessungsdiagramme erzeugt, mit denen der zulässige Bemessungswert  $\tau$  unter Gebrauchslast zur Schubmessung klebarmierter Bauteile ermittelt werden kann.

Im Rahmen dieses Forschungsberichts werden die Bezeichnungen *Schub* und *Querkraft* (z.B. in *Schubtragfähigkeit* bzw. *Querkrafttragfähigkeit*) als gleichwertig betrachtet. Während in den

Normen der alten Generation (z.B. DIN 1045 (7.88) [20]) im Allgemeinen die Schubbemessung auf Spannungsebene durchgeführt wird, erfolgt nach den "neuen" Normen (z.B. DIN 1045-1 [21]) die Bemessung auf Kräfteebene. Aus diesem Grund sind nach DIN 1045 (7.88) Schubspannungen in Höhe der Nulllinie maßgebend, während in der DIN 1045-1 einwirkende und aufnehmbare Querkräfte miteinander verglichen werden. Da durch die unmittelbar bevorstehende Einführung der DIN 1045-1 in naher Zukunft eine Umstellung der Richtlinien auf die neue Normengeneration erfolgen wird, soll im Rahmen dieses Forschungsberichts sowohl die Ebene der Spannungen als auch der Querkräfte berücksichtigt werden.



# Kapitel 2

## Verstärkung mit CFK-Lamellen

### 2.1 Regelungen der Normen, Richtlinien und Zulassungsbescheide

Die Bemessung von Stahlbetonbauteilen, die mit CFK-Lamellen verstärkt werden, basiert auf den Regelungen der DIN 1045 (7.88) [20], soweit in den entsprechenden Allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungsbescheiden [19] bzw. in den "Richtlinien für das Verstärken von Betonbauteilen durch Ankleben von unidirektionalen kohlenstofffaserverstärkten Kunststofflamellen" [18] keine abweichenden Regelungen festgelegt sind.

Entsprechend den derzeit gültigen Allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungsbescheiden für die Verstärkung mit CFK-Lamellen sind zur Ermittlung der Bruchschnittgrößen des verstärkten Zustands Lamellengrenzdehnungen bis zu  $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$  entsprechend der halben in Zugversuchen ermittelten Bruchdehnung zulässig. Das höhere Dehnungsniveau der CFK-Lamellen, die Vordehnung der einbetonierten Bewehrung sowie die bereichsweise Ablösung der Klebearmierung führen in den Rissquerschnitten zu deutlich größeren Betonstahldehnungen als nach DIN 1045 (7.88) vorgesehen ( $\varepsilon_{s,grenz} = 5\text{‰}$ ).

Hinsichtlich der Schubbemessung bzw. der Schubnachweise gelten nach der Allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung [19] bzw. der Richtlinie [18] für das Verstärken mit CFK-Lamellen im Wesentlichen die Regelungen von DIN 1045 (7.88) mit der Festlegung von Schubbereichsgrenzen. Dabei darf der Schubbereich 3 nicht zur Anwendung kommen. Der Grundwert  $\tau_{0V}$  der Schubspannung des verstärkten Bauteils im Gebrauchszustand wird für Platten und Balken unterschiedlich berechnet:

- Berechnung für Platten

$$\tau_{0V} = \frac{Q_V}{\text{erf}\eta_B \cdot z_m} \left[ 1 + (\text{erf}\eta_B - 1) \frac{s_l}{b_l + 2(h_l - x)} \right] \leq \tau_{011}(b) \quad (2.1)$$

Dabei ist:

$Q_V$       gesamte Querkraft des 1 m breiten Plattenstreifens im Gebrauchszustand

$\text{erf}\eta_B$	erforderlicher Biegeverstärkungsgrad
$s_l$	Lamellenabstand
$z_m$	mittlerer Hebelarm der inneren Kräfte, $z_m \approx 0,85 \cdot d$ (mit Plattenhöhe $d$ )
$b_l$	Lamellenbreite
$h_l$	statische Nutzhöhe der Lamelle
$x$	Druckzonenhöhe
$\tau_{011}(\text{b})$	$\tau_{011}$ nach DIN 1045 (7.88), Tabelle 13, Zeile 1b

Der erforderliche Biegeverstärkungsgrad  $\eta_B$  ergibt sich aus dem Verhältnis des rechnerischen Biegebruchmoments  $M_{uV}$  im verstärkten Zustand zum Biegebruchmoment  $M_{u0}$  im unverstärkten Zustand.

$$\eta_B = \frac{M_{uV}}{M_{u0}} \leq 2 \quad (2.2)$$

- Berechnung für Balken

$$\tau_{0V} = \frac{Q_V}{b_w \cdot z_m} \leq \tau_{02} \quad (2.3)$$

Hierin ist  $b_w$  die Stegbreite des Balkens.

Hinsichtlich der Überprüfung der vorhandenen Bügelbewehrung bzw. der Dimensionierung zusätzlich anzuklebender Schublaschen bei Balken sind zwei unterschiedliche Fälle zu unterscheiden.

#### Fall 1:

Die durch die innere Schubbewehrung gedeckte Querkraft  $\text{ged } Q_{Vs}$  ist kleiner als die gesamte Querkraft ( $\text{ged } Q_{Vs} < Q_V$ ). Die Schublaschenbügel sind zu bemessen für

$$Q_{Vl} = Q_V - \text{ged } Q_{Vs} \quad (2.4)$$

bzw. für

$$Q_{Vl} = \frac{\eta_B - 1}{\eta_B} Q_V \quad (2.5)$$

Der größere Wert ist dabei maßgebend. Äußere Schubbewehrung in Form von geklebten Stahl-laschenbügel aus Baustahl Fe 360 B bzw. C ist stets anzuordnen. Diese Bügel müssen die Zugzone umschließen und in der Druckzone verankert sein.

#### Fall 2:

Die durch die innere Schubbewehrung gedeckte Querkraft  $\text{ged } Q_{Vs}$  ist größer als die gesamte Querkraft ( $\text{ged } Q_{Vs} \geq Q_V$ ). Die Laschenbügel sind für die Querkraft nach Gleichung (2.5) zu bemessen.

Bei der Ermittlung von  $ged\ Q_{V_s}$  ist die innere Schubbewehrung mit der Stahlspannung  $\sigma_s = f_{syk}/1,75$  in Rechnung zu stellen. Die Stahllaschenbügel sind mit der Stahlspannung  $\sigma_{lb} = f_{lyk}/1,75$  zu bemessen. Dabei bezeichnen  $f_{syk}$  und  $f_{lyk}$  die Streckgrenzspannungen des jeweiligen Bewehrungselements.

Abweichend von der derzeitigen Regelung zum Verzicht auf zusätzlich geklebte Laschenbügel unter der Voraussetzung einer für den verstärkten Zustand ausreichend dimensionierten inneren Betonstahlbügelbewehrung sind in [100] folgende Grenzwerte aus Versuchen von mit Stahllaschen verstärkten Bauteilen ermittelt worden:

“Bei Plattenbalkenquerschnitten darf für eine maximale Schubbeanspruchung von  $\tau_{0V} \leq \tau_{012}$ , bei anderen Querschnitten für eine maximale Schubbeanspruchung von  $\tau_{0V} \leq \tau_{011}$  (Zeile 1b) auf zusätzlich geklebte Laschenbügel verzichtet werden unter der Voraussetzung einer für den verstärkten Zustand ausreichend dimensionierten inneren Schubbewehrung.”

Diese Formulierung ist bereits in die “Richtlinie für das Verstärken von Betonbauteilen durch Ankleben von Stahllaschen - Fassung Januar 2000” [17] aufgenommen worden.

## 2.2 Kritische Anmerkungen

Bei der Querkraftbemessung von verstärkten Bauteilen wird ein direkter Bezug zur DIN 1045 (7.88) [20] durch die Übernahme der Schubbereichsgrenzwerte aus Tabelle 13 der DIN 1045 (7.88) hergestellt. Diese stellen empirisch festgelegte Werte dar, die im Anwendungsbereich der DIN 1045 (7.88) gültig sind.

Für die Biegebemessung nach DIN 1045 (7.88) werden die Rechenwerte der Stahldehnungen  $\varepsilon_s$  auf den Wert  $\varepsilon_s = 5\text{‰}$  und für die Betondehnungen  $\varepsilon_b$  auf den Wert  $\varepsilon_b = 3,5\text{‰}$  begrenzt. Damit ergeben sich für Stahlbetonbauteile die in Abbildung 2.1 dargestellten möglichen Dehnungszustände.

Wie oben bereits beschrieben sind in den Richtlinien für das Verstärken mit CFK-Lamellen [18] in Verbindung mit den korrespondierenden bauaufsichtlichen Materialzulassungen mögliche Grenzdehnungen der CFK-Lamellen für die Bemessung von bis zu  $\varepsilon_l = 8,5\text{‰}$  zugelassen, die aus Gründen der Wirtschaftlichkeit bei einer Stützmomentverstärkung infolge eines nicht zu führenden Endverankerungsnachweises auch stets ausgenutzt werden. Bei einer eventuell vorliegenden Vordehnung der einbetonierten Betonstahlbewehrung zum Zeitpunkt der Verklebung der Lamellen sind unter Annahme eines starren Verbunds Betonstahldehnungen im Rissquerschnitt von bis zu  $10\text{‰}$  denkbar (siehe Abbildung 2.2).

Die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen hängt, wie in den folgenden Kapiteln beschrieben, von einer Vielzahl von Einflussgrößen ab. Wesentlich sind dabei die Parameter Rissverzahnung und Dübelwirkung. Diese wiederum korrelieren mit der tatsächlich auftretenden Rissbreite. Insbesondere bei Platten ohne vorhandene Schubbewehrung kommt dem Querkraftabtrag infolge Rissverzahnung und Dübelwirkung der einbetonierten Betonstahlbewehrung große Bedeutung zu. Bei der Schubbemessung von mit CFK-Lamellen verstärkten Bauteilen ist im Schubbereich 2 bei bügelbewehrten Bauteilen eine verminderte Schubdeckung nach DIN 1045 (7.88) zugelassen, d.h. es wird vorausgesetzt, dass die Rissverzahnung und Dübelwirkung einen z.T. erheblichen Anteil am Querkraftabtrag übernehmen.







# Kapitel 3

## Verbundansatz

### 3.1 Allgemeines

Im Rahmen des hier beschriebenen Forschungsvorhabens wird der Einfluss von Rissverzahnung und Dübelwirkung auf das Tragverhalten in Abhängigkeit von der Rissbreite beschrieben. Aus diesem Grund ist es erforderlich, Untersuchungen anzustellen, mit welchen Rissbreiten bei der Klebarmierung mit CFK-Lamellen zu rechnen ist. Die Richtlinie für das Verstärken von Betonbauteilen mit aufgeklebten CFK-Lamellen [18] [19] legt die Grenzdehnung der CFK-Lamellen auf den halben Wert ihrer Bruchdehnung fest. Somit ist bei den mit CFK-Lamellen verstärkten Bauteilen im Grenzzustand der Tragfähigkeit mit Dehnungen der Biegezugbewehrung von bis zu 8,5 ‰ sowie zusätzlichen lokalen Entkopplungen im Rissbereich und in der Folge mit deutlich größeren Rissbreiten zu rechnen als im konventionellen in DIN 1045 (7.88) [20] geregelten Stahlbetonbau.

In den folgenden Abschnitten werden in Abhängigkeit vom Rissbild und von praxisrelevanten Rissabständen die tatsächlichen Rissbreiten ermittelt. Als Ergebnis wird dabei die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen abgeleitet. Wesentlicher Eingangsparameter ist dabei das Verbundverhalten der Klebarmierung. Mit Hilfe des Verbundgesetzes für oberflächlich aufgeklebte CFK-Lamellen wird die Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes am differentiellen Element hergeleitet. Im Anschluss werden für unterschiedliche Grenzfälle mit verschiedenen Rand- und Übergangsbedingungen allgemein die Verteilung der Verbundspannung, die Länge der Verbundbereiche und damit die auftretenden Rissbreiten in Anlehnung an [64] ermittelt.

### 3.2 Verbundansatz aufgeklebter Bewehrung

Zur Ermittlung des Verbundverhaltens von extern aufgeklebter Bewehrung sind in der Vergangenheit eine Vielzahl von Versuchen und Untersuchungen durchgeführt worden. Ziel der Forschungsarbeiten war meist, eine Bestimmungsgleichung für die vom Klebeverbund aufnehmbare Verbundbruchkraft zu finden. Die dabei ermittelten Verbundansätze der Klebebewehrung unterscheiden sich v.a. in der Größe der maximal übertragbaren Verbundspannung

und im Verlauf der ansetzbaren Verbundspannung. Während einige Forscher [10] [54] [7] von einem linearen Verbundansatz ausgehen, basiert der in den bis Ende des Jahres 1999 gültigen Allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungsbescheiden geforderte Endverankerungs- und Zugkraftdeckungsnachweis auf dem Modell von *Ranisch* [75], der das Verbundverhalten von geklebten Stahllaschen mit einem bilinearen Verbundansatz für einen elastischen und einen plastisch entfestigten Verbundbereich nach Abbildung 3.1 beschreibt.

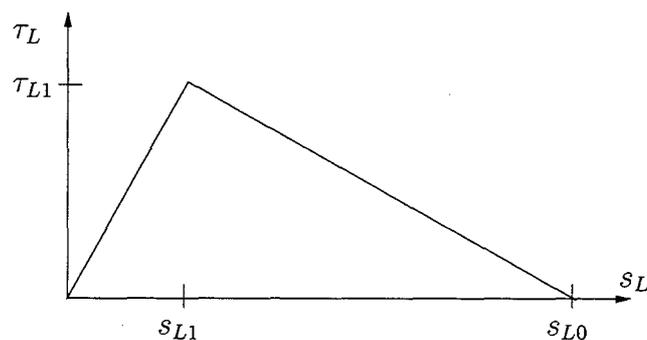


Abbildung 3.1: Bilinearer Verbundansatz

*Holzenkämpfer* [39] ersetzt vereinfachend für sein Rechenmodell den bilinearen Ansatz durch ein lineares Verbundgesetz. Er begründet dieses Vorgehen mit den geringen Abweichungen, die sich bei gleich großer vom Klebeverbund aufnehmbarer Verbundbruchenergie  $G_F$  zwischen den beiden Ansätzen ergeben.

Darüber hinaus sind in der Vergangenheit auch aufwendige Verbundansätze aufgestellt worden. Beispielsweise wird bei *Kaiser* [40] das Verbundverhalten von CFK-Lamellen durch zwei Bereiche beschrieben. Bei geringen Beanspruchungen wird ein linear elastisches Verbundverhalten des Klebeverbunds angenommen. Nach Erreichen eines Grenzwerts der Verbundspannung kommt es zu plastischen Entfestigungen des Verbundes, die mit einem nichtlinearen Verlauf beschrieben werden (Abbildung 3.2).

*Pichler* [72] dagegen schlägt in seiner Dissertation vor, nur einen ansteigenden Ast des Verbundgesetzes anzusetzen und die Verbundtragfähigkeit des plastisch entfestigten Bereiches als Sicherheitsreserve rechnerisch nicht zu berücksichtigen. Das Verbundverhalten im ansteigenden Ast beschreibt er mit dem Verbund-Schlupf-Gesetz, das im Model Code 90 [11] für gerippte Betonstähle vorgeschlagen wird (siehe Abbildung 3.3).

Die Ansätze zur Beschreibung des Verbundverhaltens aufgeklebter Bewehrung unterscheiden sich v.a. in der Abbildung des plastisch entfestigten Bereichs. Aufbauend auf den Forschungsarbeiten von *Niedermeier* [64], der im Rahmen seiner Dissertation umfangreiche Versuche zur Untersuchung des Verbundverhaltens von Stahllaschen, CFK-Lamellen und CFK-Gelegen an Zug-Druck- bzw. Zug-Zug-Doppellaschenkörpern durchführte, wird für das weitere Vorgehen in der hier beschriebenen Arbeit der bilineare Verbundansatz verwendet. Die wesentlichen Kenngrößen dieses Verbundansatzes werden mit  $\tau_{L1}$  (Maximalwert der auf die Klebebewehrung wirkenden Verbundspannung),  $s_{L1}$  (elastischer Grenzwert der Relativverschiebung),  $s_{L0}$  (Grenzwert der Relativverschiebung bei vollständiger Verbundentkopplung),  $G_e$  (elastisch aufnehmbare Verbundenergie) und  $G_F$  (Verbundbruchenergie) bezeichnet. Der verwendete Ansatz mit den aufgeführten Bezeichnungen ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

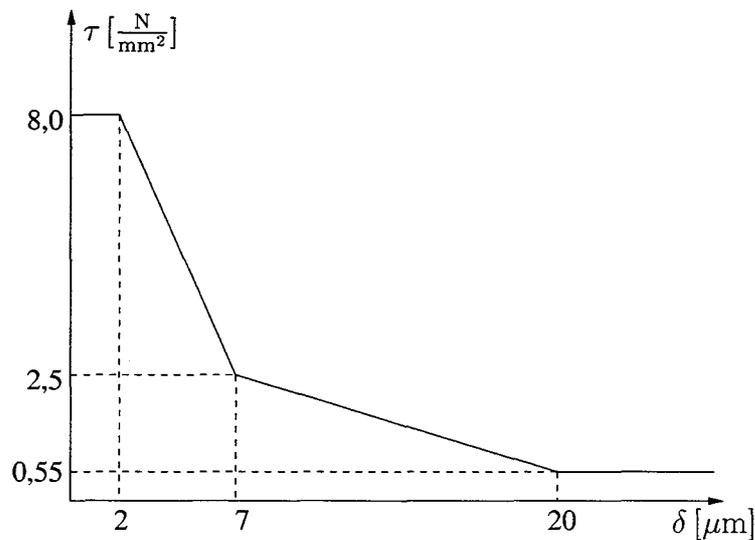


Abbildung 3.2: Verbundgesetz für den plastisch entfestigten Teil der Verbundlänge nach Kaiser [40]

Entsprechend den Angaben in Abbildung 3.4 sind die elastische Verbundenergie  $G_e$  und die Verbundbruchenergie  $G_F$  durch folgenden Gleichungen festgelegt:

$$G_e = \frac{\tau_{L1} \cdot s_{L1}}{2} \quad (3.1)$$

$$G_F = \frac{\tau_{L1} \cdot s_{L0}}{2} \quad (3.2)$$

### 3.3 Bestimmung der Parameter des bilinearen Verbundansatzes

#### 3.3.1 Allgemeines

Zusätzlich zu den von *Niedermeier* [64] durchgeführten Verbundversuchen sind am Lehrstuhl für Massivbau der Technischen Universität München im Rahmen des DFG-Forschungsvorhabens "Zusammenwirken von einbetonierter Bewehrung mit Klebarmierung an verstärkten Betonbauteilen" [101] weitere Versuche zur Ermittlung des Verbundverhaltens von CFK-Lamellen und Stahllaschen an Zug-Zug-Doppellaschenkörpern durchgeführt worden. Für die dabei erhaltenen Messergebnisse werden im Folgenden die maßgebenden Parameter des bilinearen Verbundansatzes als Mittelwerte und als charakteristische Wert dargestellt.

#### 3.3.2 Mittelwerte der Parameter des Verbundansatzes

Zielgrößen der umfangreichen Versuchsauswertungen in den oben genannten Forschungsarbeiten [64] [101] sind die elastische Verbundenergie  $G_e$ , die Verbundbruchenergie  $G_F$  und die

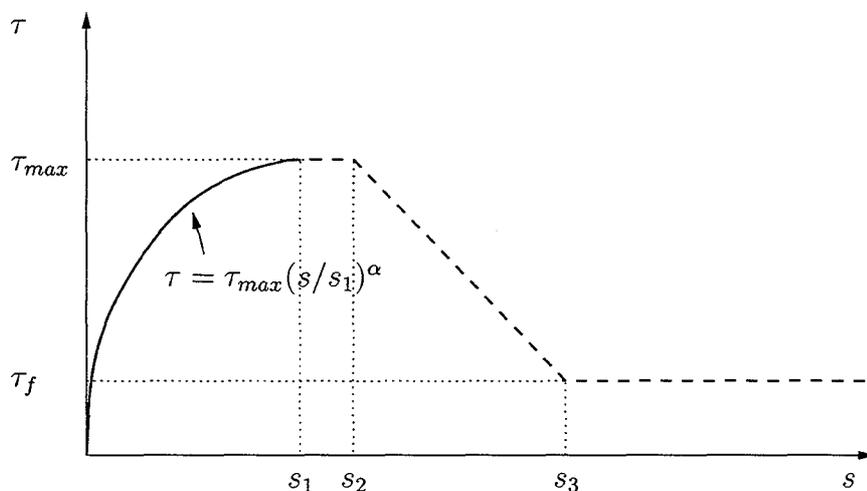


Abbildung 3.3: Verbundansatz nach Pichler [72]

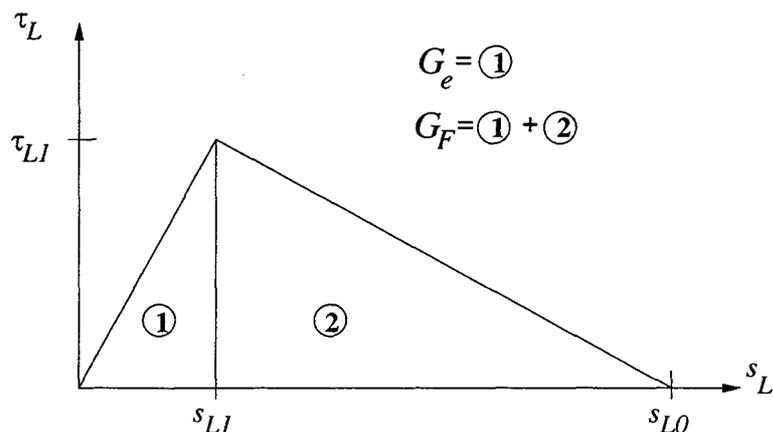


Abbildung 3.4: Energetische Betrachtung des bilinearen Verbundansatzes

maximale Verbundspannung  $\tau_{L1}$ . In [64] werden die Gleichungen (3.3), (3.4) und (3.5) zur Ermittlung der Mittelwerte der den Verbundansatz bestimmenden Parameter für Stahlaschen angegeben. Aufgrund der prinzipiell gleichen Verbundmechanismen und der in Versuchen zu beobachtenden Bruchmechanismen, wird davon ausgegangen, dass das Verbundverhalten von CFK-Lamellen mit den Ansätzen für Stahlaschen beschrieben werden kann.

$$G_e = 6,3437 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{\beta_W \cdot \beta_{OZ}} \quad (3.3)$$

$$G_F = 3,8412 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{\beta_W \cdot \beta_{OZ}} \quad (3.4)$$

$$\tau_{L1} = 3,9363 \cdot 10^{-1} \cdot \sqrt{\beta_W \cdot \beta_{OZ}} \quad (3.5)$$

Die Würfeldruckfestigkeit  $\beta_W$  und die Oberflächenzugfestigkeit  $\beta_{OZ}$  sind am Bauteil nach DIN 1048, Teil 2 [22] zu bestimmen.

Um diese an die Versuchsergebnisse in [101] anzupassen, ist in [101] eine Mittelwertkorrektur durchgeführt worden. Die für diese Korrektur erforderlichen Faktoren ergeben sich aus dem Vergleich der experimentellen Ergebnisse der Verbundversuche (Index *exp*) mit den berechneten Werten (Index *calc*) nach obigen Gleichungen:

$$G_{e,exp} = 0,240 \cdot G_{e,calc} \quad (3.6)$$

$$G_{F,exp} = 1,112 \cdot G_{F,calc} \quad (3.7)$$

$$\tau_{L1,exp} = 1,220 \cdot \tau_{L1,calc} \quad (3.8)$$

Durch Multiplikation dieser Korrekturfaktoren mit den Konstanten in den Gleichungen (3.3) bis (3.5) folgen die Bestimmungsgleichungen (3.9), (3.10), (3.11) der Parameter des Verbundansatzes:

$$G_e = 1,5225 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{\beta_W \cdot \beta_{OZ}} \quad (3.9)$$

$$G_F = 4,2714 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{\beta_W \cdot \beta_{OZ}} \quad (3.10)$$

$$\tau_{L1} = 4,8023 \cdot 10^{-1} \cdot \sqrt{\beta_W \cdot \beta_{OZ}} \quad (3.11)$$

Unter Verwendung der Gleichungen (3.1) und (3.2) können die Grenzwerte der Relativverschiebungen angegeben werden.

$$s_{L1} = 6,3407 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \quad (3.12)$$

$$s_{L0} = 1,7789 \cdot 10^{-1} \text{ mm} \quad (3.13)$$

### 3.3.3 Charakteristische Werte der Parameter des Verbundansatzes

Für die Bemessung eines Bauteils bilden im Allgemeinen charakteristische Werte, die dann mit Sicherheitsfaktoren belegt werden, die Grundlage. Aus diesem Grund werden im Folgenden die charakteristischen Parameter der Beanspruchbarkeit  $R_k$ , d.h. der elastisch aufnehmbaren Energie  $G_{e,k}$ , der Bruchenergie  $G_{F,k}$  und der maximalen Verbundspannung  $\tau_{L1,k}$  getrennt voneinander abgeschätzt. Die oben angegebenen Zusammenhänge zwischen den Einflussgrößen  $\beta_W$  und  $\beta_{OZ}$  und der Beanspruchbarkeit werden durch das Rechenmodell  $g_{R,calc}(\underline{X})$  beschrieben. Unter der Voraussetzung, dass  $R$  mit einem näherungsweise konstanten Variationskoeffizienten behaftet ist, kann der charakteristische Wert der Beanspruchbarkeit  $r_k$  entsprechend [16] abgeschätzt werden. Zu diesem Zweck ist die Mittelwertkorrekturgröße  $\bar{b}$  und der Wert der Streukorrekturgröße  $\Delta$  zu schätzen. Der charakteristische Wert der Rechengröße  $r_{k,calc}$  berechnet sich aus:

$$r_{k,calc} = g_{R,calc}(\underline{x}_k) \quad (3.14)$$

Der charakteristische Wert der Beanspruchbarkeit ist aus

$$r_k = r_{k,calc} \cdot \bar{b} \cdot \hat{\delta}_k \quad (3.15)$$

zu ermitteln.

$\bar{b}$  ist dabei der Parameter einer Regressionsgeraden  $R_{exp} = \bar{b} \cdot R_{calc}$  durch den Ursprung, die den Zusammenhang von der experimentell ermittelten Beanspruchbarkeit  $R_{exp}$  und der rechnerisch bestimmten Beanspruchbarkeit  $R_{calc}$  beschreibt.  $\hat{\delta}_k$  ist der Schätzwert für den charakteristischen Wert der Korrekturgröße.

$$\bar{b} = \frac{1}{n} \sum b_i \quad (3.16)$$

$$b_i = \frac{r_{exp,i}}{r_{calc,i}} \quad (3.17)$$

Dabei ist:

$r_{exp,i}$  experimentell ermittelte Beanspruchbarkeit im Versuch  $i$

$r_{calc,i}$  rechnerisch ermittelte Beanspruchbarkeit im Versuch  $i$

Die Abweichung  $\delta_i$  für jede Probe  $i$  von der Mittelwertkorrektur berechnet sich zu:

$$\delta_i = \frac{b_i}{\bar{b}} \quad (3.18)$$

Entsprechend den Ausführungen in [16] ist für die statistische Auswertung davon auszugehen, dass die Beanspruchbarkeit  $R$  und die Streukorrekturgröße  $\Delta$  logarithmisch normalverteilt und voneinander unabhängig sind. Die Größe  $\delta_i$  kann daher transformiert werden:

$$\delta'_i = \ln \delta_i \quad (3.19)$$

Der Mittelwert  $\bar{\delta}'$  und die Standardabweichung  $s'_{\Delta}$  von  $\delta'$  können für einen Freiheitsgrad ( $\nu = n - 1$ ) wie folgt bestimmt werden:

$$\bar{\delta}' = \frac{1}{n} \sum \delta'_i \quad (3.20)$$

$$s'_{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{\nu} \cdot \sum (\delta'_i - \bar{\delta}')^2} \quad (3.21)$$

Der charakteristische Wert der Streukorrekturgröße  $\Delta$  wird mit folgender Gleichung statistisch geschätzt:

$$\delta_k = \exp(\bar{\delta}' - K_s \cdot s'_{\Delta}) \quad (3.22)$$

Es wird ein Fraktillfaktor  $K_s = 1,932$  für ein 5%-Fraktile bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von  $W = 0,75$  nach [16] bestimmt. Dabei ergeben sich für die in [101] durchgeführten Versuche

Tabelle 3.1: Korrekturgrößen zur Bestimmung der charakteristischen Werte

	$G_e$	$G_F$	$\tau_{L1}$
$b$	1,0	1,0	1,0
$\delta_k$	0,0183	0,6026	0,4020

für die Parameter  $G_e$ ,  $G_F$  und  $\tau_{L1}$  die in Tabelle 3.1 zusammengestellten Korrekturgrößen. Die Ermittlung der Korrekturgrößen kann im Anhang den Tabellen A.1 bis A.3 entnommen werden.

Mithilfe dieser Korrekturgrößen ergeben sich die folgenden charakteristischen Gleichungen, wobei die entsprechenden Größen mit dem Index  $k$  versehen werden. Aus den Verbundenergien  $G_e$  und  $G_F$  und der maximalen Schubspannung  $\tau_{L1}$  werden zusätzlich die Ansätze für die Grenzverschiebungen abgeleitet. Obgleich es sich dabei nicht um charakteristische Werte dieser Verschiebungen handelt, werden die entsprechenden Größen mit dem Index  $k$  versehen.

$$G_{e,k} = 2,7862 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{\beta_W \cdot \beta_{OZ}} \quad (3.23)$$

$$G_{F,k} = 2,5739 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{\beta_W \cdot \beta_{OZ}} \quad (3.24)$$

$$\tau_{L1,k} = 1,9305 \cdot 10^{-1} \cdot \sqrt{\beta_W \cdot \beta_{OZ}} \quad (3.25)$$

$$s_{L1,k} = 2,8865 \cdot 10^{-4} \text{ mm} \quad (3.26)$$

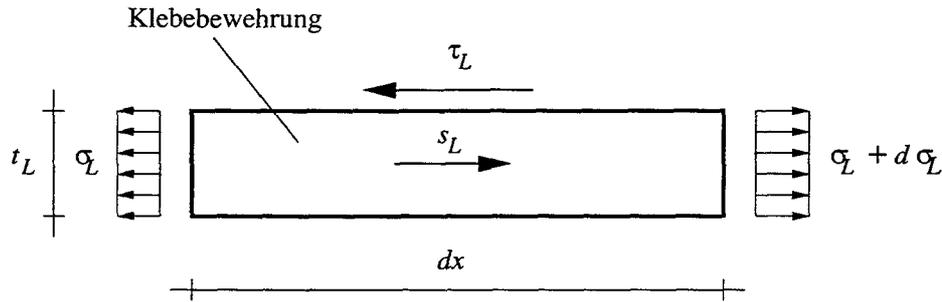
$$s_{L0,k} = 2,6666 \cdot 10^{-1} \text{ mm} \quad (3.27)$$

Bei Vergleich des aus den charakteristischen Werten ermittelten Werts  $s_{L0,k}$  nach Gleichung (3.26) mit dem Mittelwert  $s_{L0}$  nach Gleichung (3.13) fällt auf, dass  $s_{L0,k}$  größer ist als der Mittelwert. Diese Tatsache ist darin begründet, dass die Ermittlung der charakteristischen Werte über die Verbundenergien und über die Verbundspannung erfolgt. Aus diesen Werten werden dann entsprechend den Gleichungen (3.1) und (3.2) die Verschiebungen  $s_{L1,k}$  und  $s_{L0,k}$  abgeleitet.

Auffällig ist des Weiteren der sehr geringe charakteristische Wert der elastischen Verbundenergie  $G_e$ . In einigen durchgeführten Versuchen konnten allerdings nur sehr kleine elastische Verbundenergien festgestellt werden, woraus sich letztendlich ein sehr geringer Fraktilwert ergibt.

### 3.4 Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes

Im Folgenden wird die Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes an einem differentiellen Verbundelement abgeleitet. Auftretende Betonverformungen, die vor allem in den



$$\sum H : \sigma_L \cdot t_L - (\sigma_L + d\sigma_L) \cdot t_L + \tau_L \cdot dx = 0$$

Abbildung 3.5: Spannungen und Kräfte am differentiellen Verbundelement

oberflächennahen Betonschichten auftreten, werden nicht berücksichtigt, da der dabei in Kauf genommene Fehler vernachlässigbar gering ist.

Nach Abbildung 3.5 folgt aus der Bedingung der Summe der horizontalen Kräfte  $\sum H = 0$ :

$$\tau_L = \frac{d\sigma_L}{dx} \cdot t_L \quad (3.28)$$

Der Zusammenhang zwischen der Spannung und der Verschiebung stellt sich wie folgt dar:

$$s_L = \int \varepsilon_L \cdot dx + s_L(x=0) \quad (3.29)$$

$$\sigma_L = E_L \cdot \varepsilon_L = E_L \cdot s'_L \quad (3.30)$$

Daraus ergibt sich

$$\tau_L = \frac{d(E_L \cdot s'_L)}{dx} \cdot t_L = E_L \cdot t_L \cdot s''_L \quad (3.31)$$

bzw.

$$s''_L - \frac{\tau_L}{E_L \cdot t_L} = 0 \quad (3.32)$$

mit

$$\tau_L = f(s_L) \quad (3.33)$$

Damit lautet die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes:

$$s''_L + c \cdot f(s_L) = 0 \quad (3.34)$$

Für den bilinearen Verbundansatz kann diese Differentialgleichung nun bereichsweise gelöst werden. Die Verbundspannung wird dabei für den ansteigenden und den abfallenden Ast des bilinearen Verbundansatzes (Abbildung 3.1) mit folgenden Gleichungen angegeben:

$$\tau_L = \frac{s_L}{s_{L1}} \cdot \tau_{L1} \quad (\text{Ansteigender Ast für } 0 < s_L \leq s_{L1}) \quad (3.35)$$

$$\tau_L = \left(1 - \frac{s_{L1} - s_L}{s_{L1} - s_{L0}}\right) \cdot \tau_{L1} \quad (\text{Abfallender Ast für } s_{L1} < s_L \leq s_{L0}) \quad (3.36)$$

Im elastischen Bereich liegt eine lineare homogene Differenzialgleichung vor:

$$s_L'' - \omega^2 \cdot s_L = 0 \quad (3.37)$$

mit

$$\omega^2 = \frac{\tau_{L1}}{s_{L1} \cdot E_L \cdot t_L} \quad (3.38)$$

Mit dem charakteristischen Polynom

$$r^2 - \omega^2 = 0 \quad (3.39)$$

folgt für die allgemeine Lösung

$$s_{L1}(x) = A_1 \cdot \sinh(\omega \cdot x) + B_1 \cdot \cosh(\omega \cdot x) \quad (3.40)$$

Im plastisch entfestigten Bereich liegt eine inhomogene lineare Differenzialgleichung vor:

$$s_L'' + \omega^2 \cdot \lambda^2 \cdot s_L = \omega^2 \cdot \lambda^2 \cdot s_{L0} \quad (3.41)$$

mit

$$\lambda^2 = \frac{s_{L1}}{s_{L0} - s_{L1}} \quad (3.42)$$

Die zugehörige homogene lineare Differenzialgleichung lautet:

$$s_L'' + \omega^2 \cdot \lambda^2 \cdot s_L = 0 \quad (3.43)$$

Das charakteristische Polynom

$$r^2 + \omega^2 \cdot \lambda^2 = 0 \quad (3.44)$$

liefert die allgemeine Lösung dieser homogenen linearen Differenzialgleichung:

$$s_{L2}^*(x) = A_2 \cdot \sin(\omega \cdot \lambda \cdot x) + B_2 \cdot \cos(\omega \cdot \lambda \cdot x) \quad (3.45)$$

Eine spezielle Lösung der inhomogenen linearen Differenzialgleichung wird durch Variation der Konstanten ermittelt:

$$s_{L20}(x) = s_{L0} \quad (3.46)$$

Die Lösung der inhomogenen linearen Differenzialgleichung für den plastisch entfestigten Verbundbereich lautet dementsprechend

$$s_{L2}(x) = A_2 \cdot \sin(\omega \cdot \lambda \cdot x) + B_2 \cdot \cos(\omega \cdot \lambda \cdot x) + s_{L0} \quad (3.47)$$

## 3.5 Spannungszustand im gerissenen Trägerbereich

### 3.5.1 Allgemeines

In den vergangenen Jahren ist in mehreren Forschungsvorhaben verstärkt das Thema der Zugkraftdeckung bzw. des Zugkraftaufbaus in querkraftbeanspruchten Bereichen von Bauteilen behandelt worden [64] [63]. Zu diesem Zweck wird zur Untersuchung des Zugkraftaufbaus in der Klebarmierung der zwischen zwei Biegerissen gelegene Bereich - in [64] als *Zwischenrisselement* bezeichnet - betrachtet. Am weniger beanspruchten Rissufer wirkt dabei die Spannung  $\sigma_L^i$ , am höher beanspruchten Rissufer die Spannung  $\sigma_L^{i+1}$ .

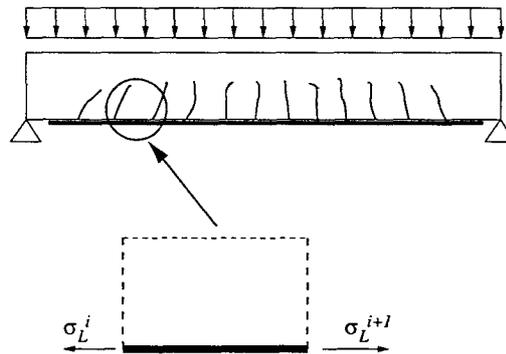


Abbildung 3.6: Zwischenrisselement

### 3.5.2 Mögliche Spannungsverteilung

Ausgehend von der lokalen Gültigkeit des bilinearen Verbundansatzes nach Abbildung 3.4 können sich in Abhängigkeit von dem vorliegenden Spannungsniveau  $\sigma_L^i$  am geringer beanspruchten Rissufer und dem Zugspannungszuwachs  $\Delta\sigma_L^{i+1}$  unterschiedliche Verteilungen der Verbundspannung über die Länge  $a_r$  des Zwischenrisselements ergeben. Diese Fälle sind durch unterschiedlich starke Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (*tension stiffening*) und durch unterschiedliche Verschiebungen  $s_L$  charakterisiert.

Ausgehend vom geringer beanspruchten Rissufer führt die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen zunächst zu einem Spannungsabbau im Bewehrungselement. An einer diskreten Stelle zwischen den beiden Biegerissen treten keine Relativverschiebungen zwischen Bewehrungselement und Beton auf, d.h. es werden keine Verbundspannungen übertragen. Es wird ein Spannungsminimum  $\sigma_{L,min}$  erreicht. Über die Verbundwirkung wird zum höher beanspruchten Rissufer hin die Zugspannung in der Folge wieder aufgebaut. Bei Querkrafteinwirkung wird dabei ein höheres Spannungsniveau als am geringer beanspruchten Rissufer erreicht.

In Abbildung 3.7 sind die möglichen Fälle (Fälle 1-5) der Verbundspannungsverteilungen vereinfachend und in Ergänzung zu den Angaben in [64] für eine konstante Momentenbeanspruchung des Zwischenrisselements, d.h.  $\sigma_L^i = \sigma_L^{i+1}$ , dargestellt. Diese Fälle treten beispielsweise in Näherung im Bereich eines Stützmomentes direkt über der Stützung auf. Dabei bezeichnet  $a_{el}$  die Länge des elastischen Verbundbereichs,  $a_{pl}$  die Länge des plastischen entfestigten Verbundbereichs.

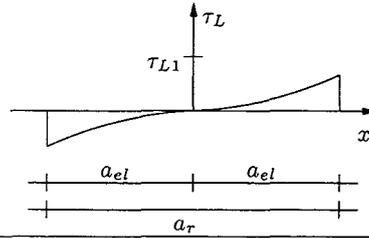
**Fall 1:**

$$s_{L,el}(x=0) = 0$$

$$s'_{L,el}(x=a_{el}) = \frac{\sigma_L}{E_L}$$

$$a_{el} = \frac{a_r}{2}$$

$$s_{L,el}(x=a_{el}) < s_{L1}$$



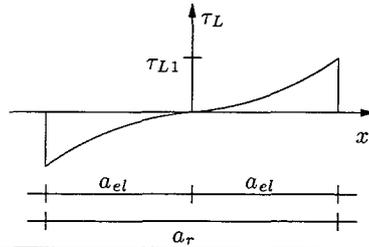
**Fall 2:**

$$s_{L,el}(x=0) = 0$$

$$s_{L,el}(x=a_{el}) = s_{L1}$$

$$s'_{L,el}(x=a_{el}) = \frac{\sigma_L}{E_L}$$

$$a_{el} = \frac{a_r}{2}$$



**Fall 3:**

$$s_{L,el}(x=0) = 0$$

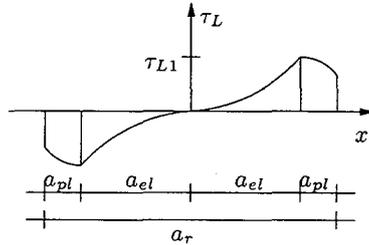
$$s_{L,el}(x=a_{el}) = s_{L1}$$

$$s_{L,pl}(x=a_{el}) = s_{L1}$$

$$s'_{L,pl}(x=a_{el}+a_{pl}) = \frac{\sigma_L}{E_L}$$

$$s'_{L,el}(x=a_{el}) = s'_{L,pl}(x=a_{el})$$

$$a_{el} + a_{pl} = \frac{a_r}{2}$$



**Fall 4:**

$$s_{L,el}(x=0) = 0$$

$$s_{L,el}(x=a_{el}) = s_{L1}$$

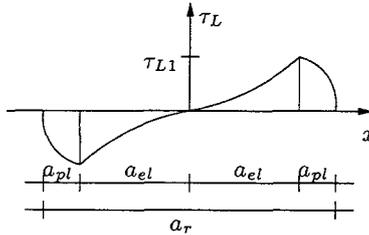
$$s_{L,pl}(x=a_{el}+a_{pl}) = s_{L0}$$

$$s_{L,pl}(x=a_{el}) = s_{L1}$$

$$s'_{L,pl}(x=a_{el}+a_{pl}) = \frac{\sigma_L}{E_L}$$

$$s'_{L,el}(x=a_{el}) = s'_{L,pl}(x=a_{el})$$

$$a_{el} + a_{pl} = \frac{a_r}{2}$$



**Fall 5:**

$$s_{L,el}(x=0) = 0$$

$$s_{L,el}(x=a_{el}) = s_{L1}$$

$$s_{L,pl}(x=a_{el}+a_{pl}) = s_{L0}$$

$$s_{L,pl}(x=a_{el}) = s_{L1}$$

$$s'_{L,pl}(x=a_{el}+a_{pl}) = \frac{\sigma_L}{E_L}$$

$$s'_{L,el}(x=a_{el}) = s'_{L,pl}(x=a_{el})$$

$$a_{el} + a_{pl} < \frac{a_r}{2}$$

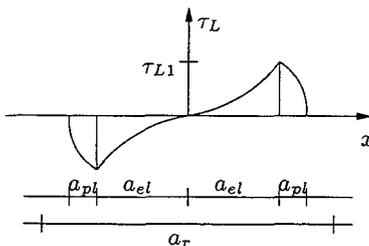
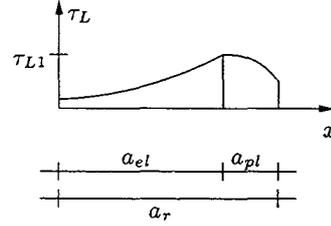


Abbildung 3.7: Rand- und Übergangsbedingungen am Zwischenrisselement bei einer konstanten Momentenbeanspruchung (Fall 1-5)

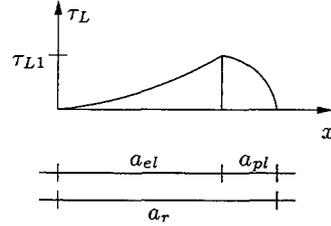
Bei einer Mitwirkung des Betons zwischen den Biegerissen ist der erreichbare Zugspannungszuwachs nicht vollständig ausgeschöpft. Für den Fall eines großen Spannungsunterschieds zwischen benachbarten Biegezugrissen wird der gesamte, nicht vollständig abgelöste Verbundbereich zum Spannungsaufbau herangezogen. Für diesen Fall kann die innerhalb dieser Verbundlänge maximal aufnehmbare Verbundenergie aktiviert werden. Entsprechend den An-

**Fall 6:**

$$\begin{aligned}
s_{L,el}(x = a_{el}) &= s_{L1} \\
s_{L,pl}(x = a_{el}) &= s_{L1} \\
s'_{L,el}(x = a_{el}) &= s'_{L,pl}(x = a_{el}) \\
s'_{L,pl}(x = a_{el} + a_{pl}) &= \frac{\sigma_L^{i+1}}{E_L} \\
s'_{L,el}(x = 0) &= \frac{\sigma_L^i}{E_L} \\
\frac{\partial s_{L,pl}}{\partial a_{el}} &= 0 \\
a_{el} + a_{pl} &= a_r
\end{aligned}$$

**Fall 7:**

$$\begin{aligned}
s_{L,el}(x = 0) &= 0 \\
s_{L,el}(x = a_{el}) &= s_{L1} \\
s_{L,pl}(x = a_{el}) &= s_{L1} \\
s_{L,pl}(x = a_{el} + a_{pl}) &= s_{L0} \\
s'_{L,el}(x = a_{el}) &= s'_{L,pl}(x = a_{el}) \\
s'_{L,pl}(x = a_{el} + a_{pl}) &= \frac{\sigma_L^{i+1}}{E_L} \\
s'_{L,el}(x = 0) &= \frac{\sigma_L^i}{E_L} \\
a_{el} + a_{pl} &= a_r
\end{aligned}$$

**Fall 8:**

$$\begin{aligned}
s_{L,el}(x = 0) &= 0 \\
s_{L,el}(x = a_{el}) &= s_{L1} \\
s_{L,pl}(x = a_{el}) &= s_{L1} \\
s_{L,pl}(x = a_{el} + a_{pl}) &= s_{L0} \\
s'_{L,el}(x = a_{el}) &= s'_{L,pl}(x = a_{el}) \\
s'_{L,pl}(x = a_{el} + a_{pl}) &= \frac{\sigma_L^{i+1}}{E_L} \\
s'_{L,el}(x = 0) &= \frac{\sigma_L^i}{E_L} \\
a_{el} + a_{pl} &< a_r
\end{aligned}$$

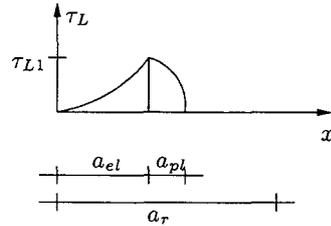


Abbildung 3.8: Rand- und Übergangsbedingungen am Zwischenrisselement (Fall 6-8) bei maximalem Spannungsaufbau

gaben in [64] werden die Fälle 6, 7 und 8 in Abbildung 3.8 festgelegt, in denen der gesamte Verbundbereich zwischen den Rissen zum Spannungsaufbau verwendet wird. Bei niedrigen Spannungen  $\sigma_L^i$  gilt Fall 6. Fall 7 ist der Übergang zu Fall 8, der sich bei höheren Spannungen  $\sigma_L^i$  einstellt und bei dem die Grenzverschiebung  $s_{L0}$  am höher beanspruchten Rissufer überschritten wird. Im Fall 7 tritt am geringer beanspruchten Rand keine Relativverschiebung, am höher beanspruchten Rand exakt die Relativverschiebung  $s_{L0}$  auf.

### 3.6 Anpassung der allgemeinen Lösungen der Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes

Zur Ermittlung der Längen  $a_{el}$  des elastischen Verbundbereichs und  $a_{pl}$  des plastisch entfestigten Verbundbereichs und damit zur Berechnung der Rissbreiten für die unterschiedlichen Fälle der vorhandenen Verbundspannungsverteilung am Zwischenrisselement sind die in den

Abbildungen 3.7 und 3.8 angegebenen Rand- und Übergangsbedingungen an die allgemeinen Lösungen der Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes (siehe Kapitel 3.4) anzupassen. Im Folgenden sind die allgemeinen Lösungen der Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes nochmals mit jeweils der 1. und der 2. Ableitung für den elastischen und den plastisch entfestigten Bereich zusammengestellt.

Elastischer Bereich:

$$s_{L,el}(x) = A_1 \cdot \sinh(\omega \cdot x) + B_1 \cdot \cosh(\omega \cdot x) \quad (3.48)$$

$$s'_{L,el}(x) = A_1 \cdot \omega \cdot \cosh(\omega \cdot x) + B_1 \cdot \omega \cdot \sinh(\omega \cdot x) \quad (3.49)$$

$$s''_{L,el}(x) = A_1 \cdot \omega^2 \cdot \sinh(\omega \cdot x) + B_1 \cdot \omega^2 \cdot \cosh(\omega \cdot x) \quad (3.50)$$

Plastisch entfestigter Bereich:

$$s_{L,pl}(x) = A_2 \cdot \sin(\omega \cdot \lambda \cdot x) + B_2 \cdot \cos(\omega \cdot \lambda \cdot x) + s_{L0} \quad (3.51)$$

$$s'_{L,pl}(x) = A_2 \cdot \omega \cdot \lambda \cdot \cos(\omega \cdot \lambda \cdot x) - B_2 \cdot \omega \cdot \lambda \cdot \sin(\omega \cdot \lambda \cdot x) \quad (3.52)$$

$$s''_{L,pl}(x) = -A_2 \cdot \omega^2 \cdot \lambda^2 \cdot \sin(\omega \cdot \lambda \cdot x) - B_2 \cdot \omega^2 \cdot \lambda^2 \cdot \cos(\omega \cdot \lambda \cdot x) \quad (3.53)$$

Die Werte  $\omega$  und  $\lambda$  sind dabei entsprechend Gleichung (3.38) und Gleichung (3.42) zu berechnen.

Für die oben angegebenen Fälle (1 - 8) können mit Hilfe der Rand- und Übergangsbedingungen die unbekannt Parameter der Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes bestimmt werden. Die Werte bzw. die Bestimmungsgleichungen zur Ermittlung der Längen  $a_{el}$  des elastischen Verbundbereiches und  $a_{pl}$  des plastisch entfestigten Verbundbereiches sind im Folgenden für die einzelnen Fälle zusammengefasst dargestellt. Bestimmungsgleichungen sind angegeben, falls keine explizite Lösung möglich ist.  $a_r$  bezeichnet dabei den Rissabstand zwischen den beiden betrachteten Biegerissen.

**Fall 1 und Fall 2**

$$a_{el} = a_r/2 \quad (3.54)$$

$$a_{pl} = 0 \quad (3.55)$$

**Fall 3**

$$s_{L1} \cdot \coth(\omega \cdot a_{el}) = \frac{\sigma_L}{E_L \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot \lambda \cdot \frac{a_r}{2} - \omega \cdot \lambda \cdot a_{el})} + (s_{L1} - s_{L0}) \cdot \lambda \cdot \tan(\omega \cdot \lambda \cdot \frac{a_r}{2} - \omega \cdot \lambda \cdot a_{el}) \quad (3.56)$$

$$a_{pl} = \frac{a_r}{2} - a_{el} \quad (3.57)$$

**Fall 4**

$$s_{L1} \cdot \coth(\omega \cdot a_{el}) = (s_{L0} - s_{L1}) \cdot \lambda \cdot \cot(\omega \cdot \lambda \cdot \frac{a_r}{2} - \omega \cdot \lambda \cdot a_{el}) \quad (3.58)$$

$$a_{pl} = \frac{a_r}{2} - a_{el} \quad (3.59)$$

**Fall 5**

$$a_{el} = \frac{1}{\omega} \cdot \operatorname{arccoth} \left( \frac{\sigma_L}{s_{L1} \cdot \omega \cdot E_L} \cdot \cos \left( \arcsin \left( \frac{(s_{L1} - s_{L0}) \cdot \omega \cdot \lambda \cdot E_L}{\sigma_L} \right) \right) \right) \quad (3.60)$$

$$a_{pl} = \frac{\arcsin((s_{L0} - s_{L1}) \cdot \omega \cdot \lambda \cdot \frac{E_L}{\sigma_L})}{\omega \cdot \lambda} \quad (3.61)$$

Für die Fälle des maximalen Spannungsaufbaus ergeben sich für  $a_{el}$  und  $a_{pl}$  die folgenden Lösungen. Dabei bezeichnet  $\sigma_L^i$  die Spannung in der Klebebewehrung am geringer beanspruchten Rissufer.

**Fall 6**

$$\tanh(\omega \cdot a_{el}) = \lambda \cdot \tan(\omega \cdot \lambda \cdot (a_r - a_{el})) \quad (3.62)$$

$$a_{pl} = a_r - a_{el} \quad (3.63)$$

**Fall 7**

$$s_{L1} \cdot \coth(\omega \cdot a_{el}) = (s_{L0} - s_{L1}) \cdot \lambda \cdot \cot(\omega \cdot \lambda \cdot a_r - \omega \cdot \lambda \cdot a_{el}) \quad (3.64)$$

$$a_{pl} = a_r - a_{el} \quad (3.65)$$

**Fall 8**

$$a_{el} = \frac{1}{\omega} \cdot \operatorname{arcsinh} \left( \frac{s_{L1} \cdot E_L \cdot \omega}{\sigma_L^i} \right) \quad (3.66)$$

$$a_{pl} = \frac{\arctan \left( -\frac{B_2}{A_2} \right)}{\omega \cdot \lambda} - a_{el} \quad (3.67)$$

mit

$$A_2 = \frac{\sigma_L^i}{E_L \cdot \omega \cdot \lambda} \cdot \cosh(\omega \cdot a_{el}) \cdot \cos(\omega \cdot \lambda \cdot a_{el}) - (s_{L0} - s_{L1}) \cdot \sin(\omega \cdot \lambda \cdot a_{el}) \quad (3.68)$$

$$B_2 = \frac{1}{\cos(\omega \cdot \lambda \cdot a_{el})} \cdot \left( (s_{L1} - s_{L0}) - \frac{\sigma_L^i}{E_L \cdot \omega \cdot \lambda} \cdot \cosh(\omega \cdot a_{el}) \cdot \cos(\omega \cdot \lambda \cdot a_{el}) \cdot \sin(\omega \cdot \lambda \cdot a_{el}) + (s_{L0} - s_{L1}) \cdot \sin^2(\omega \cdot \lambda \cdot a_{el}) \right) \quad (3.69)$$

Die Ermittlung der Gleichungen (3.54) bis (3.69) erfolgt durch Lösen der in den Abbildungen 3.7 und 3.8 angegebenen Gleichungssysteme. Auf eine explizite Darstellung der Berechnungsgänge für die Fälle 1 - 8 wird im Rahmen dieses Forschungsberichts verzichtet. Bei *Niedermeier* [64] kann der Berechnungsgang der Lösung der Gleichungssysteme für den Fall 8 nachvollzogen werden.

### 3.7 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird der Stand der Wissens im Bereich der Verbundansätze aufgeklebter Bewehrung aufgezeigt. Nach der Festlegung der charakteristischen Werte des bilinearen Verbundansatzes für CFK-Lamellen, ist die Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes an einem differenziellen Verbundelement hergeleitet worden. Unter Berücksichtigung der möglichen Spannungsverteilungen (Fall 1-8) an einem Element zwischen zwei Biegerissen (*Zwischenrisselement*) werden anschließend die Rand- und Übergangsbedingungen zur Lösung der Differenzialgleichung bestimmt. Die Längen  $a_{el}$  und  $a_{pl}$  des elastischen bzw. plastisch entfestigten Verbundbereichs werden für die Fälle 1-8 abgeleitet. Daraus werden für die unterschiedlichen Spannungsniveaus im folgenden Kapitel die Rissbreiten in Abhängigkeit von den Rissabständen berechnet.



# Kapitel 4

## Bestimmung der Rissbreite

### 4.1 Allgemeines

Nach der Festlegung der verschiedenen Möglichkeiten der Spannungsverteilung in der Verbundfuge der Klebebewehrung im Bereich des *Zwischenrisselements* und nach der Ermittlung der elastischen und plastisch entfestigten Bereichslängen ist es möglich, die Mitwirkung des Betons auf Zug bzw. die auftretenden Rissbreiten in Abhängigkeit vom Rissabstand  $a_r$  für beliebige Spannungsniveaus der Klebebewehrung zu berechnen. Entsprechend den Angaben in den derzeit gültigen Richtlinien für die Verstärkung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen durch schubfest aufgeklebter CFK-Lamellen (z.B. [18]) sind bei der Bemessung Lamellengrenzdehnungen von bis zu  $\varepsilon_L = 8,5\%$  zugelassen. Aufgrund der infolge großer Lamellendehnungen auftretenden großen Rissbreiten werden die beschriebenen Fälle der Verbundspannungsverteilung für Lamellendehnungen bis  $\varepsilon_L = 10\%$  ausgewertet.

Die auftretenden Rissbreiten sind dabei abhängig von den Bereichslängen  $a_{el}$ ,  $a_{pl}$  und in Fall 5 bzw. Fall 8 von der Länge  $a_{ge}$  des vollständig abgelösten Bereichs. Nach Bestimmung dieser Bereichslängen kann die Berechnung der Rissbreiten entsprechend den Angaben in Abbildung 4.1 für die Fälle 1 bis 5 und in Abbildung 4.2 für die Fälle 6 bis 8 erfolgen.

### 4.2 Parameterstudie zur Berechnung der Rissbreite

Die in den Abbildung 4.1 und 4.2 allgemein angegebenen Gleichungen für die Berechnung der Rissbreite in Abhängigkeit von den Spannungen der CFK-Lamelle werden nun für übliche Annahmen hinsichtlich der Eigenschaften der CFK-Lamellen bzw. des Betons und hinsichtlich baupraktisch auftretender Rissabstände ausgewertet. In Tabelle 4.1 sind die Werte für die Parametervariation zusammengestellt.

Die Auswertung erfolgt für die Fälle 1 bis 5 mit einer konstanten Momentenbeanspruchung ohne Zugkraftzuwachs zwischen zwei Biegerissen. Zudem werden die Rissbreiten bei Anwendung des mittleren Verbundansatzes den Rissbreiten bei Anwendung des charakteristischen Verbundansatzes gegenübergestellt. Bei den Fällen 6 bis 8 mit dem maximal möglichen Zugkraftzuwachs am *Zwischenrisselement* wird die gesamte Länge des *Zwischenrisselements* zum

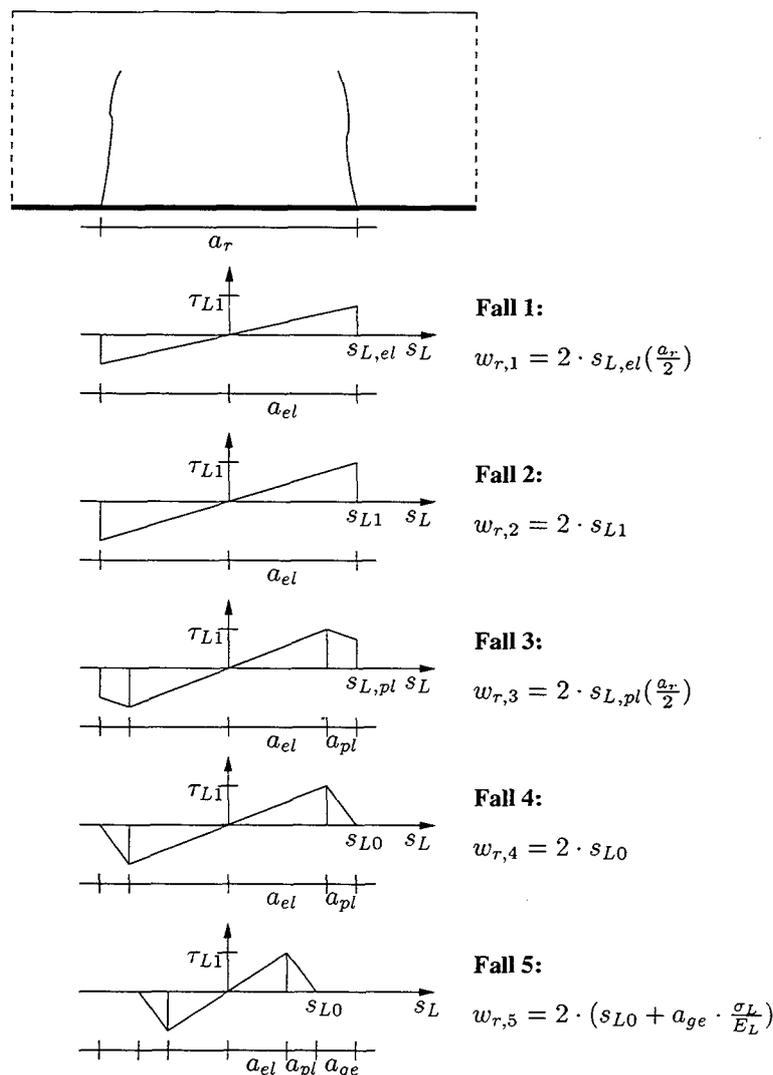


Abbildung 4.1: Rissbreite in Abhängigkeit vom Spannungsniveau und der Verbundspannungsverteilung (Fall 1-5)

Zugkraftaufbau herangezogen. Die Berechnung der Rissbreite  $w_r$  im Bereich großer Lamellendehnungen  $\varepsilon_L \geq 5,0\%$  ist damit trivial und kann mit Gleichung (4.1) erfolgen.

Die Erstellung der folgenden Diagramme erfolgt computergestützt mit Visual Basic-Makros [58]. In den Abbildungen 4.3 bis 4.5 sind für bestimmte Parameter exemplarisch die Lamellendehnung-Rissbreite-Beziehungen bei Anwendung des charakteristischen bzw. mittleren Verbundansatzes dargestellt. Da im Bereich der angenommenen Parameter nach Tabelle 4.1 die Lamellendehnung-Rissbreite-Beziehungen für Lamellendehnungen  $\varepsilon_L \geq 5\%$  annähernd gleich sind, wird auf die Darstellung weiterer im Rahmen der Parameterstudie erhaltenen Diagramme verzichtet.

In Abbildung 4.3 ist für den charakteristischen Verbundansatz die Rissbreite  $w_r$  in Abhängigkeit von der Lamellendehnung  $\varepsilon_L$  für die Fälle 1 bis 5 mit konstanter Momentenbeanspruchung dargestellt.

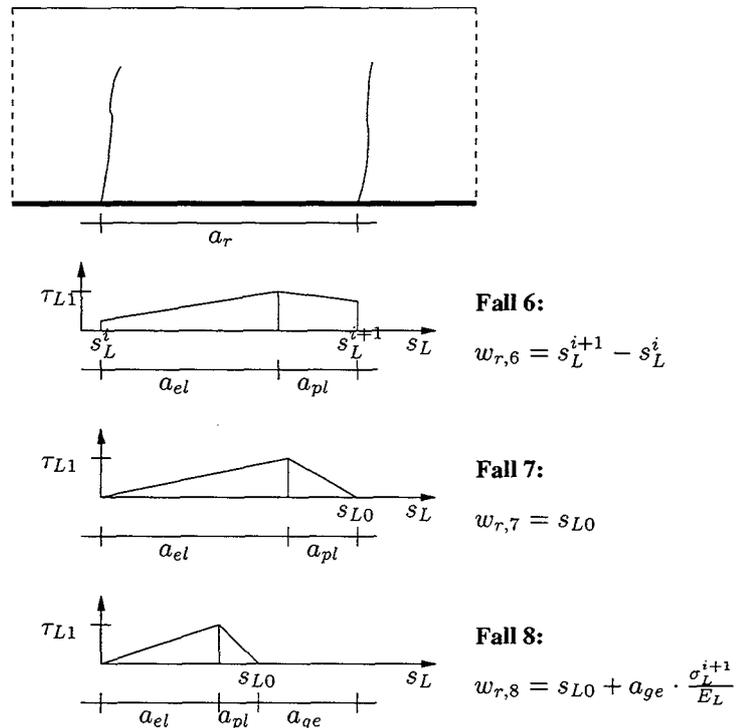


Abbildung 4.2: Rissbreite in Abhängigkeit vom Spannungsniveau und der Verbundspannungsverteilung (Fall 6-8)

Demgegenüber sind in Abbildung 4.4 die Graphen mit den identischen Parametern für den mittleren Verbundansatz abgebildet. Die Darstellung erfolgt dabei für Rissabstände  $a_r = 100$  mm bis  $a_r = 300$  mm.

Bei einer Gegenüberstellung der Abbildungen 4.3 und 4.4 ist ersichtlich, dass bei einer Lamellendehnung  $\epsilon_L$  bis etwa 2‰ bei Annahme des charakteristischen Verbundgesetzes mit deutlich größeren Rissbreiten zu rechnen ist als bei Annahme des mittleren Verbundgesetzes. Ab Lamellendehnungen  $\epsilon_L > 2$ ‰ gleichen sich die Rissbreiten für beide Verbundgesetze wegen der vollständig entkoppelten Verbundbereiche an. Somit werden im Weiteren die Berechnungen für den Bereich großer Lamellendehnungen lediglich für das charakteristische Verbundgesetz durchgeführt.

Tabelle 4.1: Untersuchte Parameter für die Bestimmung der Rissbreite

Parameter	Werte bzw. Wertebereich
Betondruckfestigkeit $\beta_W$ $\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	15 - 55
Oberflächenzugfestigkeit $\beta_{OZ}$ $\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	1,5
Lamellendicke $t_L$ [mm]	1,2 / 1,4
E-Modul Lamelle $E_L$ $\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	160000 - 200000
Lamellendehnung $\epsilon_L$ [‰]	0 - 10
Rissabstand $a_r$ [mm]	100 - 300

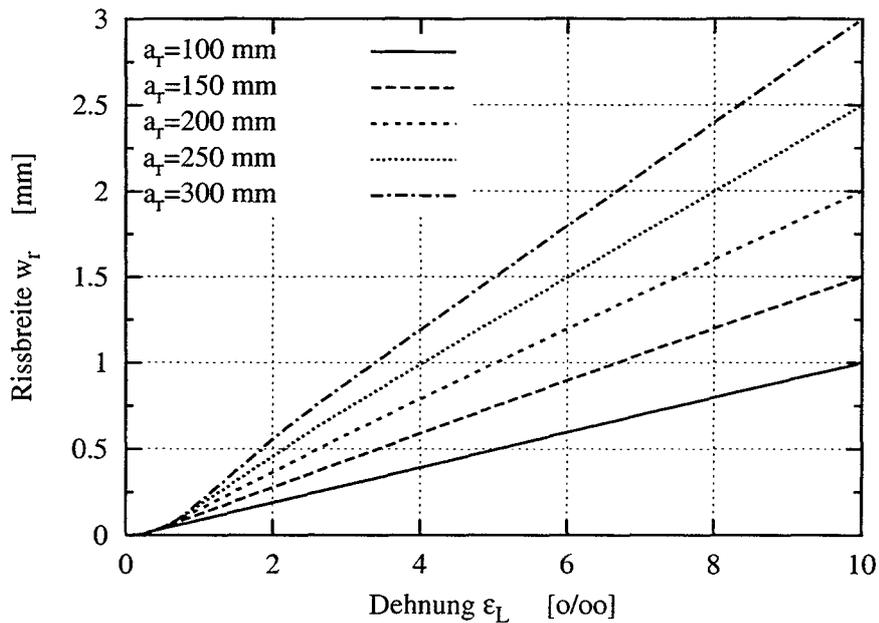


Abbildung 4.3: Rissbreite  $w_r$  in Abhängigkeit von der Lamellendehnung  $\varepsilon_L$  für  $\beta_W = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ,  $\beta_{OZ} = 1,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ,  $t_L = 1,2 \text{ mm}$ ,  $E_L = 160000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ , char. Werte (Fall 1-5)

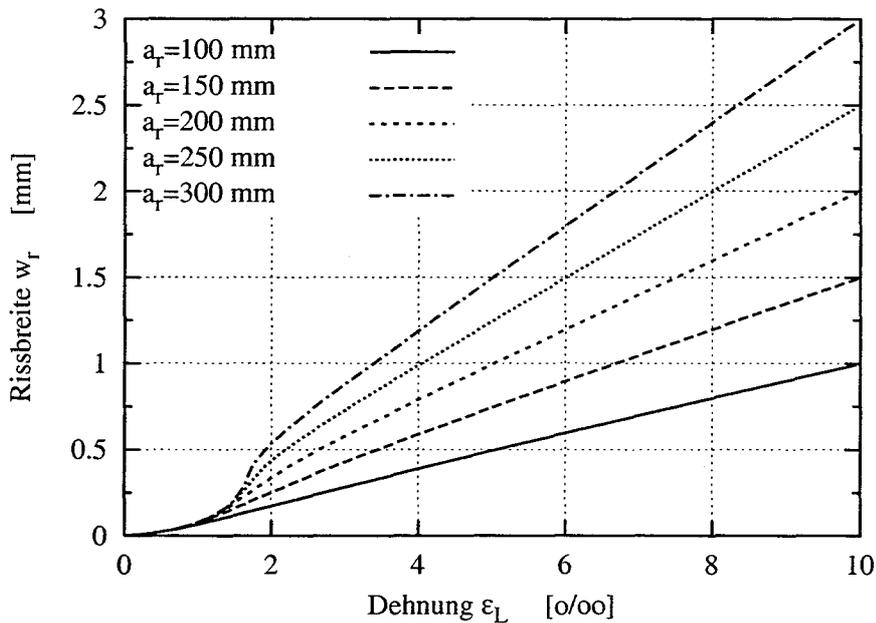


Abbildung 4.4: Rissbreite  $w_r$  in Abhängigkeit von der Lamellendehnung  $\varepsilon_L$  für  $\beta_W = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ,  $\beta_{OZ} = 1,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ,  $t_L = 1,2 \text{ mm}$ ,  $E_L = 160000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ , Mittelwerte (Fall 1-5)

In Abbildung 4.5 sind für den Bereich  $\varepsilon_L \leq 3\text{‰}$  die Rissbreiten  $w_r$  für einen Rissabstand  $a_r = 200 \text{ mm}$  explizit für den mittleren und charakteristischen Verbundansatz gegenübergestellt. Zusätzlich sind die in Kapitel 3.5.2 definierten Grenzfälle 2 und 4 dargestellt. Für den mittleren Verbundansatz ergeben sich für diesen Bereich deutlich geringere Rissbreiten, d.h.

eine deutlich größere Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen.

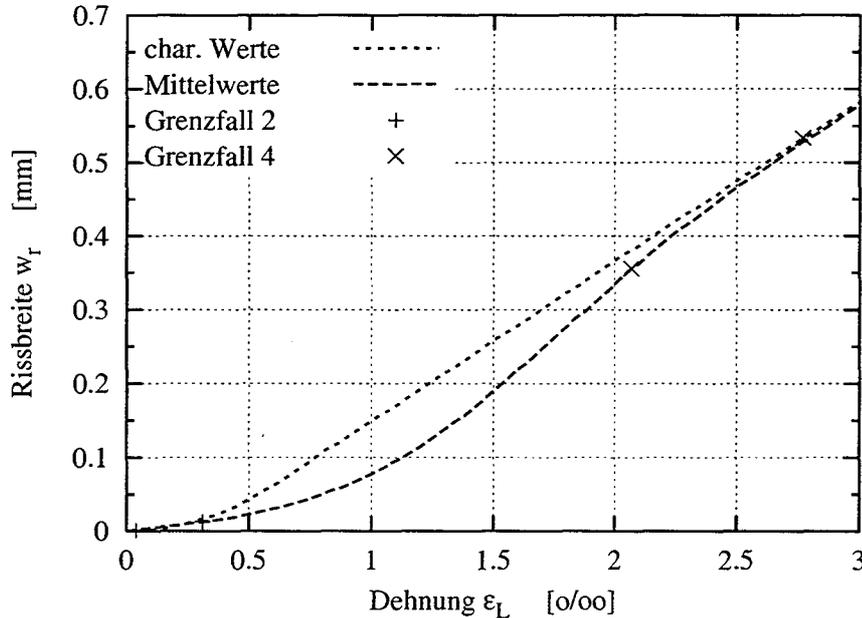


Abbildung 4.5: Rissbreite  $w_r$  in Abhängigkeit von der Lamellendehnung  $\varepsilon_L$  für  $\beta_W = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ,  $\beta_{OZ} = 1,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ,  $t_L = 1,2 \text{ mm}$ ,  $E_L = 160000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ,  $a_r = 200 \text{ mm}$ , char. Werte (Fall 1-5)

Bei Betrachtung von Abbildung 4.5 ist sehr anschaulich das Durchlaufen der Fälle 1-5 der möglichen Verteilungen der Verbundspannung mit zunehmender Lamellendehnung  $\varepsilon_L$  nachzuvollziehen. Bei einer Steigerung der Lamellendehnung  $\varepsilon_L$  beginnend mit  $\varepsilon_L = 0\text{‰}$  bewegt man sich im Fall 1 des rein elastischen Verbundverhaltens. Nach Erreichen des elastischen Grenzwertes der Relativverschiebung  $s_{L1}$  (Fall 2), treten in der Verbundfuge bei einer weiteren Erhöhung der Lamellendehnungen erste plastische Entfestigungen auf (Fall 3). Im Grenzfall 4 wird der Maximalwert der Grenzverschiebung  $s_{L0}$  erreicht. Ab dann kommt es im Bereich der Risse zu lokal entkoppelten Bereichen (Fall 5). Es ist auffällig, dass beim charakteristische Verbundgesetz für den Fall 1 und den Grenzfall 2 ("rein elastisch") die Lamellendehnungen sehr klein sind ( $\varepsilon < 0,1\text{‰}$ ). Diese Tatsache ist in dem geringen elastischen Grenzwert der Relativverschiebung für das charakteristische Verbundgesetz  $s_{L1,k} = 2,8865 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$  nach Gleichung (3.26) begründet.

Zusammenfassend bleibt festzustellen, dass eine Variation der in Tabelle 4.1 angegebenen Einflussparameter für den im Rahmen dieses Forschungsvorhabens maßgebenden Bereich der Lamellendehnung  $\varepsilon \geq 5\text{‰}$  nahezu keinen Einfluss auf die zu erwartende Rissbreite hat. Weitere Berechnungen zeigen, dass sich dabei die Rissbreiten bei diesen Lamellendehnungen für die Modellannahme der konstanten Momentenbelastung (Fall 1-5) und der Modellannahme des maximalen Zugkraftaufbaus (Fall 6-8) nicht unterscheiden. Auf eine explizite Darstellung der Fälle 6-8 wird aus diesem Grund verzichtet. Für den Bereich kleiner Lamellendehnungen  $\varepsilon \leq 3\text{‰}$  hingegen ergeben sich bei einer Parametervariation im Rahmen der in Tabelle 4.1 angegebenen Werte deutliche Unterschiede in der Rissbreite  $w_r$ , die in der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen begründet sind. Diese Bereiche sind allerdings im Weiteren hinsichtlich der Zielsetzung des hier beschriebenen Forschungsvorhabens nicht von Bedeutung.

### 4.3 Rechenwert der Rissbreite

Die wesentliche Erkenntnis der oben durchgeführten Auswertung ist, dass mit zunehmender Lamellendehnung  $\varepsilon_L$  die Mitwirkung des Betons auf Zug geringer wird. Im Bereich bis etwa  $\varepsilon_L = 2,5\%$  kann entsprechend Abbildung 4.5 ein deutlicher *Tension Stiffening* Effekt festgestellt werden. Für Lamellendehnungen  $\varepsilon_L \geq 2\%$  nähert sich die Rissbreite-Lamellendehnung-Beziehung der reinen Zugbandlinie, d.h. ohne Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen an. Damit lässt sich für diesen Bereich die Rissbreite  $w_r$  entsprechend Gleichung (4.1) berechnen.

$$w_r = a_r \cdot \varepsilon_L \quad (4.1)$$

Dabei ist

$a_r$  Rissabstand

$\varepsilon_L$  Lamellendehnung

Der maßgebende Bereich für die weiteren Untersuchungen im Rahmen des hier beschriebenen Forschungsvorhabens ergibt sich für die nach der Richtlinie maximal zugelassenen Lamellendehnungen  $\varepsilon_{L,grenz}$ . Da für diesen Wert  $6,5\% \leq \varepsilon_{L,grenz} \leq 8,5\%$  gilt, kann für die folgenden Auswertungen die auftretende Rissbreite mit Gleichung (4.1) ermittelt werden.

Für kleine Lamellendehnungen  $\varepsilon_L$  dagegen liegt eine Vernachlässigung der Mitwirkung des Betons auf Zug entsprechend Abbildung 4.5 z.T. weit auf der sicheren Seite. Für eine genaue Rissbreitenberechnung lassen sich für diesen Dehnungsbereich die auftretenden Rissbreiten nicht nach Gleichung (4.1) berechnen.

### 4.4 Rissabstand

Die in den obigen Kapiteln theoretisch gefundenen Ansätze zur Rissbreitenbestimmung können durch die von *Kaiser* [40] durchgeführten Versuche an mit kohlenstoffaserverstärkten Epoxydharzen bewehrten Stahlbetonbalken bestätigt werden. Bei den Balken handelt es sich um Versuchskörper mit Rechteckquerschnitt, die mit 2 Einzelkräften belastet worden sind. Der Abstand der einbetonierten Bügelbewehrung ist so groß, dass sich kein Fachwerk ausbilden kann und damit die Versuchskörper als Bauteile ohne Bügelbewehrung anzusehen sind. Während der Versuchsdurchführung sind die Rissbreiten auf verschiedenen Lastniveaus gemessen worden. In Abbildung 4.6 sind die maximalen Rissbreiten im Bereich des konstanten Biegemoments in Abhängigkeit von der Betonstahldehnung bei einem minimalen Rissabstand  $a_r = 100$  mm dargestellt.

Die von *Kaiser* gemessenen maximalen Rissbreiten können durch die in Abbildung 4.6 eingezeichnete Gerade, die der Tragwirkung ohne Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug entspricht, abgebildet werden.

Wird in einem konventionell bewehrten Stahlbetonbalken die Streckgrenze des Stahls überschritten, so beginnt ein unkontrolliertes Risswachstum. Es kommt zur übermäßigen Öffnung einzelner Risse, da der Fließvorgang im Bewehrungsstahl nicht gleichmäßig über die gesamte

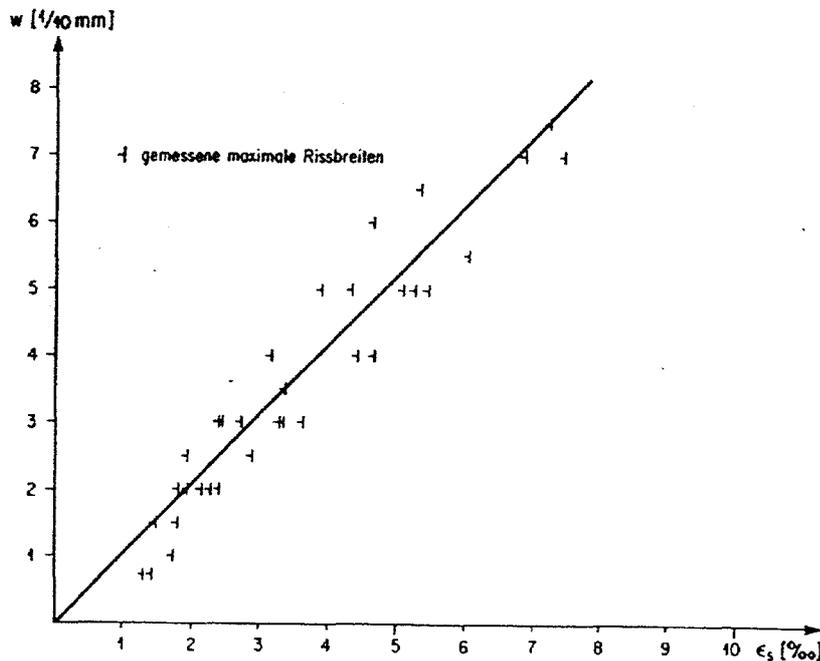


Abbildung 4.6: Rissbreiten in Abhängigkeit von der Dehnung der Längsbewehrung nach Kaiser [40] für  $a_{r,min} = 100$  mm

Stablänge stattfindet, sondern örtlich begrenzt auftritt. In [40] wird festgestellt, dass zusätzlich angebrachte Klebewehrung (z.B. CFK-Lamellen) dieses Verhalten von bewehrten Betonbauteilen günstig beeinflusst, da sich Faserverbundwerkstoffe bis weit über die Streckgrenzdehnung von Betonstahl hinaus linear elastisch verhalten. Selbst wenn in lokalen Bereichen die Streckgrenzspannung des Betonstahls erreicht wird, wird die Rissöffnung durch die zusätzlich applizierte Bewehrung positiv beeinflusst, d.h. es kommt im Normalfall zu einer gleichmäßigeren Rissverteilung mit kleineren Rissbreiten.

Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, dass gerade im Bereich von Stützmomenten, wo das maximale Moment mit der maximalen Querkraft zusammentrifft, aufgrund der großen Gradienten der Momentenlinie nicht zwingenderweise mit einer regelmäßigen Rissbildung zu rechnen ist. Im Stützbereich kommt es häufig zur Ausbildung von nur wenigen Rissen. Gerade in diesen Fällen ist der Nachweis der Zugkraftdeckung bzw. der Nachweis des möglichen Spannungsaufbaus in der Klebewehrung besonders kritisch. Ein mögliches Nachweisverfahren der Zugkraftdeckung wird dabei von Niedermeier [64] vorgestellt. In seiner Dissertation leitet er zudem ein Verfahren her, mit welchem der Rissabstand bei klebewehrten Bauteilen ermittelt werden kann. Der Ansatz basiert dabei auf den Arbeiten von Noakowski [68], der die Rissbildung bei gemischter Bewehrung aus Beton- und Spannstahl behandelt. Für die Bestimmung des Rissabstands  $a_r$  von klebewehrten Bauteilen im Rahmen dieses Forschungsberichts wird auf den Ansatz von Niedermeier verwiesen.

## 4.5 Zusammenfassung

Die geringe vom Klebeverbund bis zur vollständigen Ablösung aufnehmbare Energie führt bei klebarmierten Bauteilen zu einer zusätzlichen Vergrößerung der Rissbreite, da es infolge von Ablösungen an den Rissufern nur über kurze Längen hinweg zu einer Mitwirkung des Betons (*tension stiffening effect*) kommt. Nach einer Parameterstudie ist festzustellen, dass etwa für Lamellendehnungen  $\varepsilon_L \geq 3\text{‰}$  die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen vernachlässigt werden kann. Damit darf für diese Bereiche der Lamellendehnung die Rissbreite mit  $w_r = a_r \cdot \varepsilon_L$  bestimmt werden. Die auftretenden Rissbreiten können aus diesem Grund im Grenzzustand der Tragfähigkeit mehrere Millimeter betragen. Im Folgenden wird anhand eines eigenen Schubmodells die Schubtragfähigkeit bei großen Rissbreiten untersucht, die im Trägerbereich mit hoher Biege- und Querkraftbeanspruchung (z.B. Stützmomentbereich) zu einem Rückgang der Schubtragfähigkeit führt, da die positive Wirkung der Verzahnung der Schubrissufer und der Dübelwirkung der einbetonierten Bewehrungsstäbe geringer ausfällt.

# Kapitel 5

## Schubtragmechanismen von Stahlbetonbauteilen

### 5.1 Allgemeines

Im Folgenden werden allgemein die Grundlagen des Schubtragverhaltens von Stahlbetonbauteilen beschrieben. Dabei werden insbesondere Forschungsarbeiten berücksichtigt, die hinsichtlich der Querkrafttragmechanismen (Rissverzahnung, Dübelwirkung, etc.) quantitative Aussagen treffen. Im Besonderen werden Arbeiten speziell zu den Bereichen Rissverzahnung der Schubrissufer und Verdübelungswirkung der einbetonierten Längsbewehrung aufbereitet und ausgewertet. Die Auswertung von Forschungsarbeiten im Bereich des konventionellen Stahlbetonbaus zum Thema Schubtragverhalten ist im Rahmen des hier beschriebenen Forschungsvorhabens durchaus sinnvoll, da die Rissverzahnung im Wesentlichen nur von der Rissbreite und der Betonzusammensetzung abhängt und nicht von der Bewehrungsart. Für die Dübelwirkung kann aufgrund der geringen Dicke der CFK-Lamelle ohnehin nur die Betonstahlbewehrung angesetzt werden, so dass auch hinsichtlich dieser Problematik die Betrachtung der an konventionellen Stahlbetonkörpern gewonnenen Erkenntnisse zu sinnvollen Aussagen führt.

### 5.2 Modelle zur Beschreibung des Schubtragverhaltens

#### 5.2.1 Überblick

Das Schubtragverhalten von Stahlbetonbauteilen wird bereits in einer Vielzahl von Forschungsarbeiten, die z.B. in [29] zusammengestellt sind, umfangreich behandelt. Dabei werden zur Beschreibung der Tragmechanismen unterschiedliche Modelle angewendet. In den folgenden Kapiteln werden verschiedene wesentliche Modellvorstellungen für Bauteile mit und ohne Schubbewehrung kurz beschrieben.

### 5.2.2 Fachwerkanalogie

Aufbauend auf den Arbeiten von *Mörsch* [62] ist die *Fachwerkanalogie* zur Bemessung von schubbewehrten Bauteilen entwickelt worden. Es handelt sich dabei um ein parallelgurtiges Fachwerk, dessen Obergurt die Betondruckzone und dessen Untergurt die Biegezugbewehrung abbildet. Die Neigung der Betondruckstreben wird mit  $45^\circ$  angenommen. Die Neigung der Zugstreben folgt aus der Anordnung der Schubbewehrung. In der Folgezeit ist das Modell allerdings modifiziert worden. *Kupfer* [47] beispielsweise führt nach dem Prinzip des Minimums der Formänderungsarbeit flacher geneigte Druckstreben ein. *Kirmair* [43] bzw. *Reineck* [77] erweitern die klassische Fachwerkanalogie durch die Berücksichtigung der Rissverzahnungskräfte im Riss.

### 5.2.3 Zahnmodell

*Kani* [41] entwickelte ein Modell, das auf der Vorstellung basiert, dass der Schubalken unter steigender Belastung in eine kamm- bzw. zahnartige Struktur übergeht. Die Druckzone stellt dabei den Kammrücken dar, in den die durch die Biegerisse begrenzten Zähne eingespannt sind (Abbildung 5.1). Durch Überschreiten der Betonzugfestigkeit an der Stelle der Einspannung fallen diese Zahneinspannungen nacheinander aus, womit sich ein Bogen mit Zugband bzw. ein Sprengwerk ausbildet. Bei fortschreitendem Ausfall der Einspannungen kommt es zum Gesamtversagen des Bauteils.

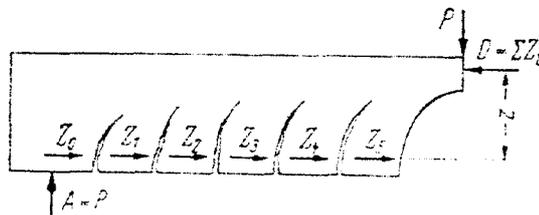


Abbildung 5.1: Zahnmodell

In den Folgejahren ist diese Modellvorstellung von einer Reihe von Forschern (*Fenwick/Paulay* [27], *Taylor* [87], *Hamadi/Regan* [33], *Reineck* [77]) aufgegriffen und erweitert worden. Dabei kommt es zur Berücksichtigung der Rissverzahnung und der Verdübelungswirkung als Tragmechanismen und schließlich auch zur Berücksichtigung der Verträglichkeitsbedingungen dieser Tragwirkungen.

### 5.2.4 Modell auf der Grundlage der Druckzonenfestigkeit

Modelle, die auf der Grundlage der Druckzonenfestigkeit basieren, gehen davon aus, dass die Querkraft ausschließlich durch die Druckzone abgetragen wird. Als Modell ergibt sich folglich eine Bogen-Zugband-Wirkung. Mit zunehmender Belastung verlängern sich die Risse immer weiter in die Druckzone hinein. Diese schnürt sich ein bis schließlich die Tragfähigkeit so

weit abnimmt, dass es zum Versagen kommt. Maßgebender Parameter dieser Modelle ist die Druckfestigkeit der Betondruckzone.

Specht [86] entwickelt ein Ingenieurmodell zur Schubtragfähigkeit, das auf der Modellvorstellung des Bogens mit Zugband aufbaut. Für kleine Schubslankheiten ist die Tragfähigkeit durch das Versagen des Druckbogens bestimmt, der sich direkt im Auflager abstützt. Bei größeren Schubslankheiten bildet Specht zwei Bogenbereiche aus (siehe Abbildung 5.2), da ein Druckbogen nicht vollständig in der Höhe des Bauteils "untergebracht" werden kann. Diese beiden Bogenbereiche werden durch ein Fachwerk miteinander gekoppelt. Das Versagen des Bauteils wird folglich durch die Tragfähigkeit der Zugstrebe dieses Fachwerks bestimmt.

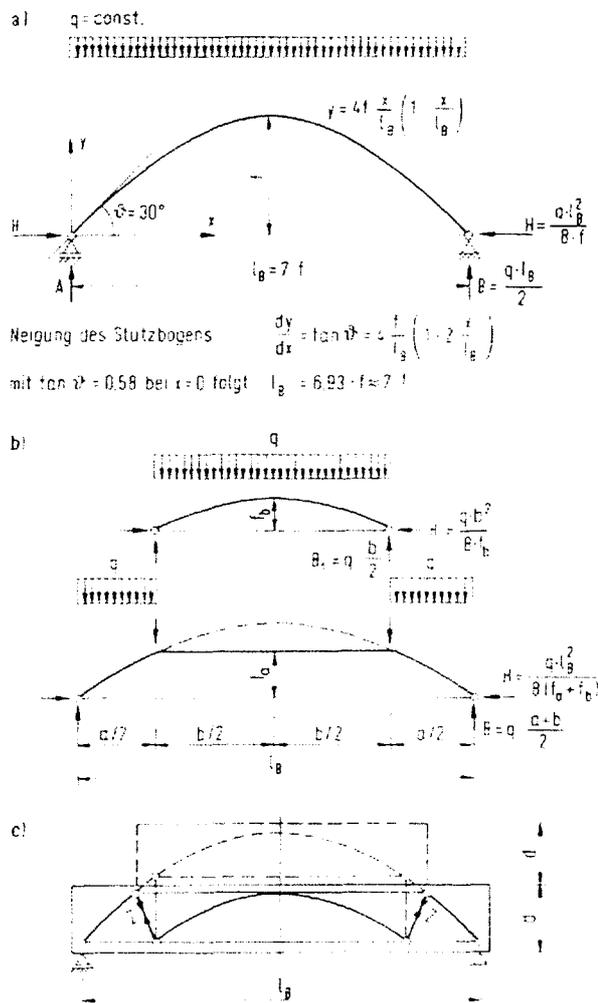


Bild 2 Betrachtungen am einfachen Bogen  
 a: Definition des Stützbogens  
 b: Stützbogen mit abgeschnittener Kappe  
 c: Koppelung zweier Bogenbereiche im Träger

Abbildung 5.2: Betrachtung des Druckbogens

Dieses Modell wird von *Scholz* [85] aufgegriffen und erweitert, da er feststellt, dass das Modell zwar tendenziell eine zutreffende Abbildung des Tragverhaltens liefert, jedoch die Tragwirkung der Längsbewehrung nicht zufriedenstellend erfasst. Mittels Regressionsanalysen ermittelt er dabei mehrere Koeffizienten zur Bestimmung der Tragfähigkeit, womit im Endeffekt ein weitgehend empirisches Modell entsteht.

*Zink* [44] [102] beschreitet einen neuen Weg zur Formulierung der Schubtragfähigkeit über den Anteil der ungeschädigten Betondruckzone unter Berücksichtigung der Dübelwirkung und der Rissverzahnung. Die Querkrafttragfähigkeit wird dann erreicht, wenn die Risse zu weit in die Biegedruckzone hinein fortschreiten. Er greift dabei den von *Hillerborg* [38] geprägten Begriff der Rissprozesszone wieder auf. Im Unterschied zum *Zahnmodell*, das kurz vor der instabilen Schubrissbildung die Querkraftanteile der Zugzone beschreibt, erfasst der Ansatz von *Zink* das Gleichgewicht im maßgebenden Riss für den kritischen Zustand, in dem die Schubtraganteile der Zugzone (Rissverzahnung, Dübelwirkung) infolge breiter Risse ausgefallen sind. Dieser Ansatz stellt somit eine untere Schranke für die Schubtragfähigkeit dar.

### 5.2.5 Modelle auf Basis der Plastizitätstheorie

Bei Modellen auf der Grundlage der Plastizitätstheorie wird versucht, geschlossene Lösungen zum Schubversagen herzuleiten. Die Bruchbedingung wird dabei über eine Funktion der drei Hauptspannungen abgebildet. Als Bruchbedingung kommen häufig modifizierte Mohr-Coulomb Bruchkriterien zur Anwendung. Es werden Grenzwertsätze formuliert, um die Bruchlast zu ermitteln. Ausgangsparameter für diese Modelle stellen Annahmen über die mechanischen Eigenschaften von Beton dar, so dass aufgrund nicht ausreichender Erkenntnisse über das Werkstoffverhalten oft mit Kalibrierungen von Versuchsergebnissen gearbeitet werden muss [29]. Dies bringt die abgeleiteten Formeln letztlich wieder zurück auf das Niveau einer empirischen Beziehung. Ein Modell auf der Basis der Plastizitätstheorie wurde beispielsweise von *Nielsen/Braestrup/Jensen/Bach* [65] entwickelt.

### 5.2.6 Modelle auf Basis der Bruchmechanik

Zur Beschreibung des Schubtragverhaltens werden aufgrund des Erkenntniszuwachses im Bereich der bruchmechanischen Eigenschaften des Betons auch bruchmechanische Modelle verwendet. Eine kurze Zusammenfassung unterschiedlicher bruchmechanischer Ansätze ist in [29] dargestellt. Basierend auf der linearen Bruchmechanik liefern beispielsweise *Reinhardt* [78] und *Bazant/Kim* [3] Erklärungen zu den Auswirkungen des Maßstabeffekts auf die Schubtragfähigkeit.

### 5.2.7 Empirische Modelle

Empirische Modelle sind dadurch gekennzeichnet, dass mit Hilfe von Regressionsanalysen und weiteren statistischen Verfahren Berechnungen durchgeführt werden, um Ansätze für die das Tragverhalten bestimmenden Parameter zu ermitteln. Grundlage dafür sind Versuchsdaten. Die Güte der empirischen Ansätze ist somit maßgebend von den verwendeten Versuchen und

von den durch die Versuche erfassten Bandbreiten der Eingangsparameter abhängig. Im Allgemeinen werden die Zugfestigkeit des Betons, die Bauteilhöhe, der Längsbewehrungsgrad und die Schubschlankheit als maßgebende Parameter zugrunde gelegt. Empirische Ansätze finden sich beispielsweise bei *Kordina/Blume* [45], *Remmel* [79], im *Model Code 90* [11], im *Eurocode 2, Teil 1* [23] und auch in der Neufassung der *DIN 1045-1* [21].

### 5.2.8 Bewertung

Der kurze Überblick über die verschiedenen Ansätze der Modellbildung für die Schubtragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen macht deutlich, dass verschiedenartige Betrachtungsweisen mit unterschiedlichen Erkenntnissen bestehen. So werden auch die Anteile der Tragmechanismen von den verschiedenen Forschern mit stark abweichenden Wertigkeiten belegt. Beispielsweise spielt bei den Ansätzen des *Zahnmodells* die Rissreibung eine wesentliche Rolle. Bei den Ansätzen basierend auf der Druckzonfestigkeit hingegen wird die Rissreibung weitgehend vernachlässigt und die Traglast allein von der Tragfähigkeit der Druckzone bestimmt.

Für die Modellierung des Schubtragverhaltens im Hinblick auf die Problematik der großen Rissbreiten infolge großer Lamellendehnungen wird im Rahmen des hier beschriebenen Forschungsvorhabens das *Zahnmodell* verwendet. Das *Zahnmodell* stellt einen sehr anschaulichen Ansatz für Bauteile ohne Bügelbewehrung dar, für welchen die Anteile der Tragmechanismen einzeln hergeleitet und bestimmt werden können. Zudem besteht auch die Möglichkeit das Modell auf Bauteile mit Bügelbewehrung zu erweitern [77]. In den folgenden Kapiteln werden die für diesen Modellansatz benötigten Traganteile der Rissreibung, der Dübelwirkung und des Druckzonenabtrags beschrieben, mögliche Ansätze aus der Literatur aufgezeigt und für den eigenen Modellansatz erweitert bzw. hergeleitet.

## 5.3 Schubtragmechanismen

### 5.3.1 Überblick

In Stahlbetonbalken bildet sich bei Biegung mit Querkraft im *Zustand I* und im *Zustand II* ein System von schiefen Hauptzug- und Hauptdruckspannungen aus. Im Allgemeinen können die Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\tau_{xy}$  berechnet werden. Durch Transformation dieser Spannungen in Hauptspannungsrichtung ergeben sich die Hauptspannungen  $\sigma_I$  und  $\sigma_{II}$ , die in Abbildung 5.3 dargestellt sind [52].

Für einen ebenen Spannungszustand erfolgt die Berechnung der Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  nach der bekannten Gleichung (5.1):

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (5.1)$$

Die in Gleichung (5.1) angegebene Schubspannung  $\tau_{xy}$  ergibt sich aus

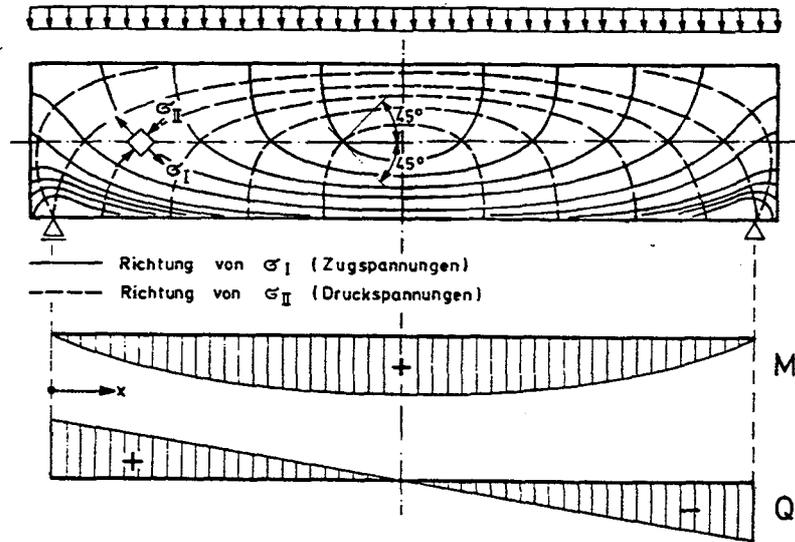
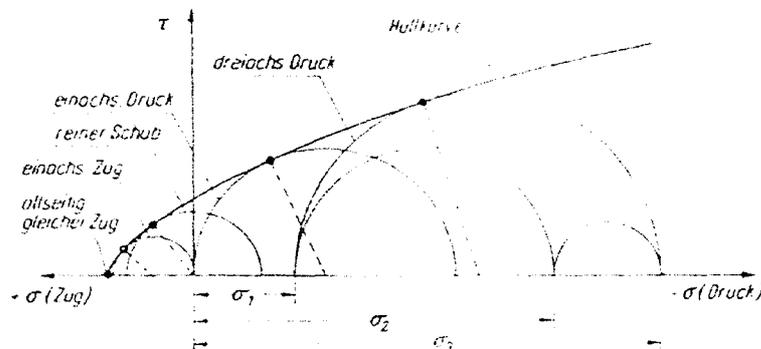


Abbildung 5.3: Hauptspannungstrajektorien eines homogenen Balkens unter Gleichlast [52]

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b} \quad (5.2)$$

Überschreiten die Hauptzugspannungen  $\sigma_1$  im Steg die Betonzugfestigkeit (*Zustand II*), so entstehen Schubrisse annähernd senkrecht zur  $\sigma_1$ -Spannungsrichtung, also in Richtung der Druckspannungstrajektorien. Der Bereich der möglichen Spannungszustände reicht im Sinne der Bruchhypothese von *Mohr* vom einachsigen Zug  $\sigma_x = \beta_Z$  ( $\sigma_y = 0$  und  $\tau_{xy} = 0$ ) über den Dreh- und Schubspannungskreis mit  $\sigma_1 = -\sigma_2 = \beta_Z$  bis zu jenem Bruchspannungskreis, der gleichzeitig Berührungskreis zweiter Ordnung im Scheitel der umhüllenden Parabel ist (Abbildung 5.4) [4].

Abbildung 5.4: Bruchspannungskreise nach *Mohr* [98]

Die im Riss nun ausfallenden, senkrecht zu den Rissuferen wirksam gewesenen Hauptzugspannungen kommen für das innere Gleichgewicht am Scheibenelement nicht mehr in Betracht. Dem kann durch zwei grundsätzliche, in ihrer Wirksamkeit aber verschiedene Maßnahmen begegnet werden: Man kreuzt entweder den zu erwartenden Riss mit einer zweckmäßigen Bewehrung zur Aufnahme der ausfallenden Betonzugspannungen, oder man erreicht eine teilweise oder vollständige Umlagerung der inneren Scheibenkräfte in der Form, dass das Gleichgewicht der äußeren Kräfte wieder möglich wird. Andernfalls ist die Risslast mit der Bruchlast identisch. In Bauteilen ohne Schubbewehrung findet nach der Rissbildung diese Umlagerung statt. Die dabei auftretenden Tragmechanismen können beispielsweise mit dem in den Abschnitten 5.2.3 und 5.3.2 beschriebenen *Zahnmodell* erklärt werden.

Die Tragwirkung in einem Trägerbereich mit Schubrisen (*Zustand II*) beschreibt *Mörsch* für Bauteile mit Schubbewehrung mit der Fachwerkanalogie. Dabei stellen die Schubbewehrungselemente die Zugstreben, die Betonanteile die Druckstreben eines Fachwerks dar.

Für die Schubbemessung von Stahlbetonbalken verwendet man nach DIN 1045 (7.88) als einwirkende Belastung den Rechenwert der Schubspannung  $\tau_0$  unter Gebrauchslast:

$$\tau_0 = \frac{Q}{b_0 \cdot z} \quad (5.3)$$

Der Rechenwert  $\tau_0$  wird im Allgemeinen als die über die einzelnen Traganteile gemittelte Schubspannung in Höhe der Nulllinie eines Querschnitts im *Zustand II* interpretiert. Die Grenzen für die Schubspannungen  $\tau_0$  sind in DIN 1045 (7.88) [20], Tabelle 13 angegeben. Dabei wird zwischen Bauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung (i.a. Bügelbewehrung) unterschieden.

### 5.3.2 Bauteile ohne Querkraftbewehrung

Für die Beschreibung des Tragverhaltens für den *Zustand II* von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung verwendet Reineck [77] das *Zahnmodell*. Maßgebend für die Lastabtragung nach der Rissbildung ist zunächst die Tragfähigkeit der im Druckgurt eingespannten Scheibe zwischen den Rissen ("Zahn") sowie die Kraftübertragung zwischen benachbarten Zähnen in den Rissflächen. Die Einteilung des *Zahnmodells* im Trägerbereich am Endauflager und die Aufteilung der Querkrafttragwirkungen ist in Abbildung 5.5 dargestellt.

Die Einwirkungen auf den Zahn können in 4 wesentliche Anteile aufgeteilt werden:

**Verzahnung der Schubrisflächen:** Die in der Rissfläche übertragenen Schubspannungen  $\tau_r$  werden in ihrer Größe durch die Steifigkeit der Verzahnung in Abhängigkeit von den gegenseitigen Verschiebungen der Rissufer des Betonzahns bestimmt, die ihrerseits von den auftretenden Rissbreiten bzw. Rissabständen und damit besonders von den Stahldehnungen und dem Verbundverhalten der Längsbewehrung abhängen.

**Einspannung des Zahns in die Druckzone (Zahnbiegung):** Die Tragfähigkeit des in die Druckzone eingespannten Zahns wird durch die Betonzugfestigkeit in diesem Bereich begrenzt.



Riss  $v$  sehr klein bleiben.

- Der Querkraftanteil für die Dübeltragwirkung verändert sich mit steigender Belastung geringfügig und liegt bei etwa 40% der Querkraft. Zusammen mit dem zugehörigen Querkraftanteil in der Druckzone entfallen dann in der 1. Phase etwa 60% auf die Dübeltragwirkung.
- Über die Zahnbiegung werden ca. 40% der gesamten Querkraft als Querkraftanteil in der Druckzone abgetragen.
- Das Versagen der Zahneinspannung in die Druckzone erfolgt schon relativ bald bei etwa der halben aufnehmbaren Bruchlast.

In der 2. Phase erfolgt das Versagen der Zahneinspannung. Der Riss setzt sich anschließend flach in die bisherige Druckzone hinein fort. Das Fortschreiten des Risses wird dadurch verzögert bzw. gestoppt, dass die mit dem Rissfortschritt einhergehenden Zahnverdrehungen andere Tragwirkungen stärker (Dübelwirkung) bzw. überhaupt erst aktivieren (Rissuferverzahnung) bis sich ein neuer Gleichgewichtszustand einstellt. Wenn auch diese Tragwiderstände überschritten werden, kommt es zum sogenannten Schubbruch. Für diese Phase formuliert *Reineck* ein Modell für den Querkraftabtrag. Dabei stellt er fest, dass die Spannungsverteilung in der Schubrissfläche  $\tau_r$  sehr stark von der Rissform beeinflusst wird und nicht konstant über die Risshöhe verläuft. Er hat einen vereinfachten Ansatz gewählt. Eine Überprüfung seines Ansatzes mit Versuchsergebnissen anderer Forschungsarbeiten ([6], [51], [92]) lässt folgende Schlüsse zu:

- Nach Versagen der Biegeinspannung des Zahns in den Druckgurt übernehmen die Dübelwirkung der Längsbewehrung und infolge der starken Zunahme der Rissufergleitungen  $v$  die Rissverzahnung den überwiegenden Querkraftanteil.
- Nach Erreichen der Dübelrisslast, d.h. dem Abreißen der Betondeckung im Bereich des Risses, ist eine weitere Steigerung der Querkraft nur noch über die Zunahme der Rissuferverzahnung möglich.
- Die Rissuferverschiebungen sind proportional zur Risshöhe, so dass sich für größere Nutzhöhen kleinere Werte für die Traglast ergeben, weil die Grenztragfähigkeit für die Rissuferverzahnung abnimmt. Darüber hinaus verringert sich auch mit steigender Nutzhöhe die Dübelrisslast.
- Die Rissuferverzahnung stellt für die 2. Phase die maßgebende Tragwirkung dar. Die Dübelwirkung der Längsbewehrung übernimmt nur bei hochbewehrten Balken einen hohen Querkraftanteil.

In Abbildung 5.6 sind beispielhaft die Querkrafttraganteile in Abhängigkeit von der Belastung  $q = (\tau_0 \cdot k_z) / \beta_P$  als dimensionsloser Wert dargestellt. Dabei bezeichnet  $q_D$  den Dübeltraganteil,  $q_r$  den Rissverzahnungsanteil und  $q_{D,B}$  den Anteil der Einspannung des Zahns in die Druckzone. Es ist ersichtlich, dass bei Versagen der Zahneinspannung ( $q \approx 0,014$ ) der Rissverzahnungsanteil sprunghaft zunimmt.

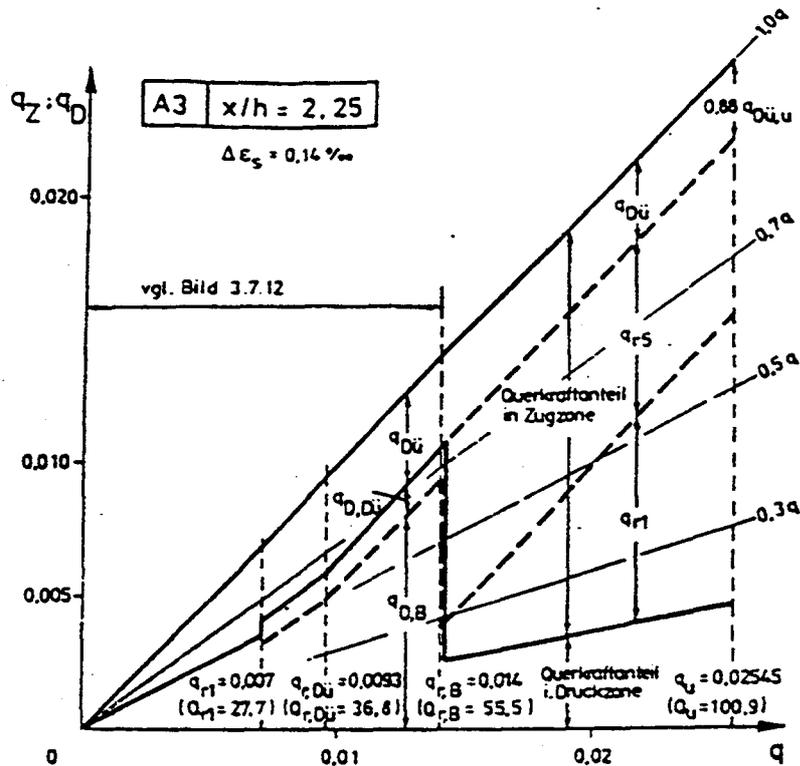
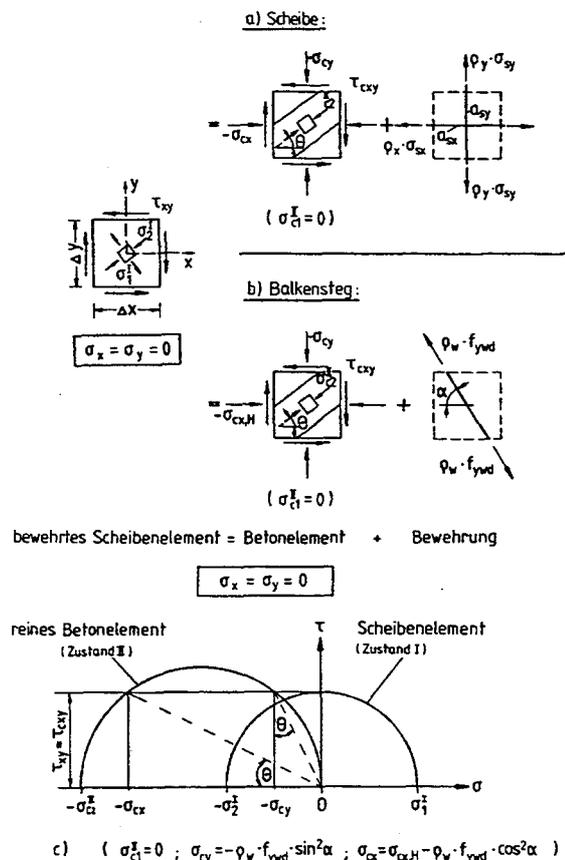


Abbildung 5.6: Aufteilung der Querkrafttragwirkungen nach [77]

### 5.3.3 Bauteile mit Querkraftbewehrung

Das Querkrafttragverhalten von Bauteilen mit Querkraftbewehrung unterscheidet sich wesentlich vom Querkrafttragverhalten von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung. Während bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung die Querkraft vor allem durch die oben beschriebenen Anteile der Rissuferverzahnung, der Einspannung des Betonzahns, der Dübelwirkung und des Abtrags in der Druckzone erfolgt, kann durch die Anordnung von Querkraftbewehrung (z.B. Bügelbewehrung) die aufnehmbare Querkraft wesentlich gesteigert werden. Dabei lagern sich die Zugkräfte vom zunächst zugbeanspruchten Beton auf die Querkraftbewehrung um. Dieses Tragverhalten ist in Abbildung 5.7 an einem im gerissenen Zustand (*Zustand II*) aus einer Scheibe bzw. dem Steg (Schubzone) eines Bauteils herausgeschnittenen Betonelements dargestellt.

Das Tragverhalten von Bauteilen mit Querkraftbewehrung (üblicherweise Balken) wird im Allgemeinen mit dem *Fachwerkmodell* beschrieben. Dabei stellen vereinfacht die Querkraftbewehrungsstäbe die Zugstreben, die Betonanteile die Druckstreben des Fachwerks dar. In der *klassischen Fachwerkanalogie* ging *Mörsch* von parallelen Gurten, von rissparallelen Druckdiagonalen unter  $45^\circ$  und von Zugdiagonalen unter einem beliebigen Winkel  $\alpha$  aus. In der Folgezeit wurde die Fachwerkanalogie von *Mörsch* dadurch erweitert, dass man dem wirklichen Tragverhalten entsprechend Fachwerke mit geneigten Obergurten und Druckstrebenneigungen flacher als  $45^\circ$  abbildete.



- a) und b) Spannungen am bewehrten Element im *Zustand I* und *Zustand II*
- c) Mohrscher Spannungskreis für ein Element des Balkens

Abbildung 5.7: Spannungszustand in einer Scheibe und in der Schubzone von Balkenstegen [26]

Von *Reineck* [77] wird ein Übergang vom *Zahnmodell* zum *Fachwerkmodell* formuliert. Dabei werden kombinierte Zugstreben aus Stahl und Beton gebildet. Zusätzlich wird der Spannungszustand in den "Betonzähnen" zwischen den Rissen abgeleitet. Damit gelingt der Übergang von nicht schubbewehrten zu schwach schubbewehrten Bauteilen.

## 5.4 Einflussfaktoren der Schubtragfähigkeit

In [52] sind die wesentlichen Einflussfaktoren der Schubtragfähigkeit zusammengefasst und werden anhand aussagekräftiger Versuchsergebnisse erläutert. Hinsichtlich der Belastungsart und Laststellung stellt *Leonhardt* fest, dass sich für Einzellasten in ungünstiger Laststellung eine um bis zu 30% geringere Querkrafttragfähigkeit als bei Gleichlasten ergibt. Für die Erstellung von Bemessungsregeln sind aufgrund der Tatsache, dass in der Realität nicht von gleichmäßig verteilten Lasten auszugehen ist, die ungünstigeren Ergebnisse aus Einzellasten zu berücksichtigen. Dabei erwies sich als für den Schubbruch ungünstigste Laststellung einer Einzellast der Abstand  $a \approx 2,5h$  bis  $3,5h$  ( $h$  = statische Nutzhöhe). Bei einer Belastung mit Gleichlast ergibt sich für eine Biegeschlankheit  $l/h = 10$  bis  $14$  die größte Schubbruchgefahr.

Die Entwicklung eines Schubrisses hängt sehr stark von der Dehnsteifigkeit des Zuggurts ab. Je schwächer der Zuggurt ist, umso stärker dehnt er sich und umso schneller wird der Schubriss hinsichtlich der Traglast maßgebend. Der Einfluss des Längsbewehrungsgrads  $\mu_L$  wird in einer Vielzahl von Forschungsarbeiten beschrieben, insbesondere in Arbeiten, in welchen die Dübeltragwirkung der Längsbewehrung behandelt wird. Grundsätzlich kann davon ausgegangen werden, dass die Querkrafttragfähigkeit mit zunehmenden Längsbewehrungsgrad  $\mu_L$  ansteigt.

Hinsichtlich des Einflusses der Bauteilhöhe kann gezeigt werden, dass die aufnehmbare Schubspannung mit zunehmender Bauteilhöhe  $d$  beträchtlich abnimmt, wenn die Körnung des Betons und die Betondeckung nicht maßstabsgerecht verändert wird. Dieser Effekt wird als *size effect* bezeichnet. Da bei höheren Bauteilen mit größeren Rissbreiten zu rechnen ist und dies insbesondere für die Rissverzahnung (*aggregate interlock*) bei Trägern ohne Querkraftbewehrung maßgebend sind, darf dieser Einfluss auf die Querkrafttragfähigkeit nicht vernachlässigt werden.

Die Schubtragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen wird im Wesentlichen von den in Tabelle 5.1 angegebenen Parametern beeinflusst.

Tabelle 5.1: Einflussfaktoren auf die Schubtragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen

Einflussfaktor	Erläuterung
Belastungsart	Einzellast $F$ bzw. Gleichlast $p$
Art der Lasteinleitung	direkte bzw. indirekte Eintragung der Kräfte
Laststellung bzw. Schlankheit des Trägers	Bei Trägern mit Einzellasten $F$ stellt der bezogene Abstand $a/h$ einer Einzellast vom Auflager, bei Trägern mit Gleichlasten die Schlankheit $l/h$ einen maßgebenden Einflussparameter dar.
Längsbewehrung	Bewehrungsgrad $\mu_L$ , Stahlfestigkeit, Verbundeigenschaften, Stabdurchmesser, Verankerung
Schubbewehrung	Bewehrungsgrad $\mu_S$ , Stahlfestigkeit, Verbundeigenschaften, Art der Schubbewehrung, Verankerung, Neigung
Betonfestigkeit	Zugfestigkeit, Druckfestigkeit
Bauteilhöhe und Betonzusammensetzung	Verhältnis von Bauteilhöhe $d$ zu Größtkorndurchmesser $d_G$ ( <i>size effect</i> )
Querschnittsform	Träger mit Rechteckquerschnitt bzw. mit Plattenbalkenquerschnitt
Statisches System	Einfeldträger bzw. Durchlaufträger

## 5.5 Kraftübertragung in Rissen (Rissverzahnung)

### 5.5.1 Allgemeines

Nach dem Auftreten von Rissen können prinzipiell senkrecht zum Riss keine Zugspannungen mehr übertragen werden. Wenn parallel zum Riss Gleitungen  $v$  auftreten und zusätzlich

Druckspannungen  $\sigma_n \leq 0$  senkrecht dazu wirken, können im Riss Schubspannungen  $\tau_r$  übertragen werden. Die Größe der übertragbaren Spannungen  $\tau_r$  bzw.  $\sigma_n$  sowie die Spannungs-Verschiebungs-Beziehungen sind entsprechend den Rissbreiten bzw. den Spannungen von mehreren Einflussfaktoren abhängig:

- Struktur der Rissfläche
- Festigkeit des Zementsteins (Matrix) und der Zuschläge
- Verbundeigenschaften zwischen Zementstein und Zuschlägen

Bei Normalbeton ist im Allgemeinen die Festigkeit der Zuschläge maßgebend, da die Risse in der Regel um die Zuschläge herum verlaufen und sich eine Verzahnung der Rissufer (*aggregate interlock*) einstellt. Im Gegensatz dazu verlaufen beim Leichtbeton die Risse aufgrund der geringeren Festigkeit des Zuschlages bzw. bei hochfestem Beton aufgrund der höheren Festigkeit der Matrix durch die Zuschläge.

Durch Reibung und Makrorauigkeit können jedoch auch Kräfte über diese Risse übertragen werden. Forschungsergebnisse zur Kraftübertragung in Rissen sind in der Literatur in einer Vielzahl von Forschungsberichten beschrieben ([43], [66], [55], [12], [13], [67], [59], [95]). Bei der Kraftübertragung in Rissen handelt es sich um kein reines "Werkstoffproblem", da außer den Materialeigenschaften auch geometrische Einflüsse eine wesentliche Rolle spielen, wie z.B. die Oberflächenstruktur der Rissflächen sowie die Richtung der Kontaktfläche zur Beanspruchungsrichtung. In den folgenden Kapiteln werden kurz wesentliche Forschungsergebnisse zur Wirkung der Rissverzahnung basierend auf Versuchsergebnissen bzw. Ingenieurmodellen dargestellt. Ausführliche Zusammenstellungen von Forschungsergebnissen und Modellen zur Rissverzahnungsproblematik können beispielsweise [12], [66], [93] entnommen werden.

### 5.5.2 Versuche und Modell von Walraven [95] [96]

*Walraven* hat an der TH Delft in umfangreichen Untersuchungen die Gesetzmäßigkeiten bei der Rissverzahnung erforscht. Die Testkörperform und die Belastung der Testkörper gleicht dabei grundsätzlich den Versuchen von *Paulay/Loeber* [70]. *Walraven* verwendet dabei Versuchskörper sowohl mit als auch ohne die Rissfläche kreuzende Bügel. Bei den Versuchskörpern ohne eingebaute Bügel wird der Versuchskörper in einen dehnsteifen Rahmen entsprechend Abbildung 5.8 eingespannt. Dieser Rahmen bewirkt bei einer Zunahme der Rissöffnung eine bestimmbare Erhöhung der Rissnormalspannung.

*Walraven* beschränkt sich bei seinen Auswertungen v.a. auf die Ausarbeitung eines Berechnungsmodells und bemühte sich um eine optimale Modellanpassung. In seinem 2-Phasen-Modell werden dabei die Zuschlagskörner als Kugeln idealisiert, die von der Zementmatrix vollständig umschlossen werden. Das Werkstoffverhalten des Matrixmaterials wird starr-plastisch angenommen. Der auftretende Riss verläuft ebenflächig durch die Matrix und beim Auftreffen auf eine den Zuschlag idealisierende Kugel um diese herum. Dabei dringt das Korn unter der Schubbelastung in die Matrix des gegenüberliegenden Rissufers ein. Auf das Korn wirken dabei radial Druckspannungen und in tangentialer Richtung Reibungsspannungen (Abbildung 5.9). *Walraven* bestimmt die Größe der Kontaktflächen  $A_x$  und  $A_y$  in Richtung der Schubspannung  $\tau_r$  und der Normalspannung  $\sigma_n$  pro Flächeneinheit. Die dabei auftretenden

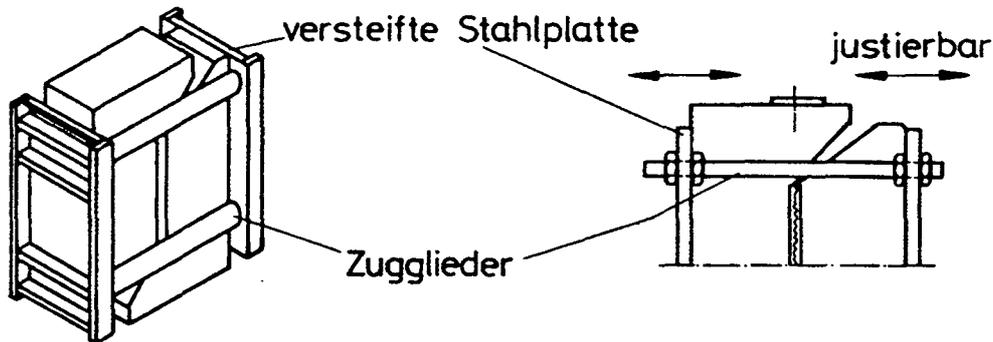


Abbildung 5.8: Versuchskörper und Versuchsanordnung nach [96]

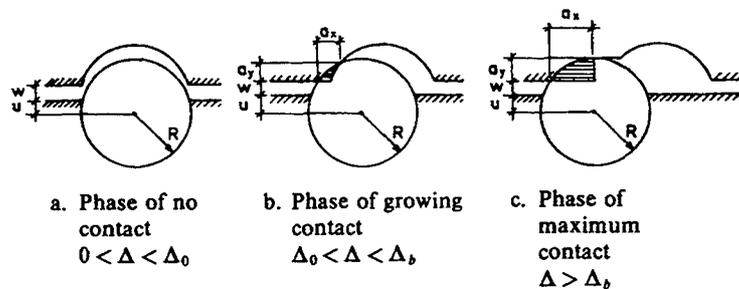


Abbildung 5.9: 2-Phasen Modell nach [96]

Spannungen werden über alle Kontaktflächen des Kornes und der Matrix aufintegriert und in die globalen Richtungen parallel und vertikal zum Riss umgerechnet. Damit herrscht für einen bestimmten Verschiebungszustand Gleichgewicht zwischen den inneren und äußeren Kräften. Wie Vergleichsrechnungen zeigen, kann eine natürliche Rissfläche im Beton mit diesem Modell gut beschrieben werden. Die Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen ist ausgezeichnet.

Die Zusammenhänge von Schubspannung  $\tau_r$ , Normalspannung  $\sigma_n$ , Rissbreite  $w$  und Rissgleitung  $v$  stellt *Walraven* als Ergebnis in verallgemeinerten Diagrammen dar (Abbildung 5.10). Er kommt somit zu einer Beschreibung der Zusammenhänge zwischen allen vorhandenen Spannungs- und Verformungsgrößen. Die obere Grenze der Tragfähigkeit ist dann erreicht, wenn die Kontaktfläche maximal wird. Mit Hilfe einer Regressionsanalyse leitet *Walraven* die vereinfachten Gleichungen (5.4) und (5.5) zur Bestimmung der Schubspannung  $\tau_r$  und der Normalspannung  $\sigma_n$  als Mittelwerte ab:

$$\tau_r = -\frac{\beta_W w}{30} + (1,8 \cdot w^{-0,8} + (0,234 \cdot w^{-0,707} - 0,2) \cdot \beta_W) \cdot v \quad (5.4)$$

$$\sigma_n = \frac{\beta_W w}{20} + (1,35 \cdot w^{-0,63} + (0,191 \cdot w^{-0,552} - 0,15) \cdot \beta_W) \cdot v \quad (5.5)$$

Dabei ist:

$$\beta_W \quad \text{Mittlere Würfeldruckfestigkeit des Betons in } \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

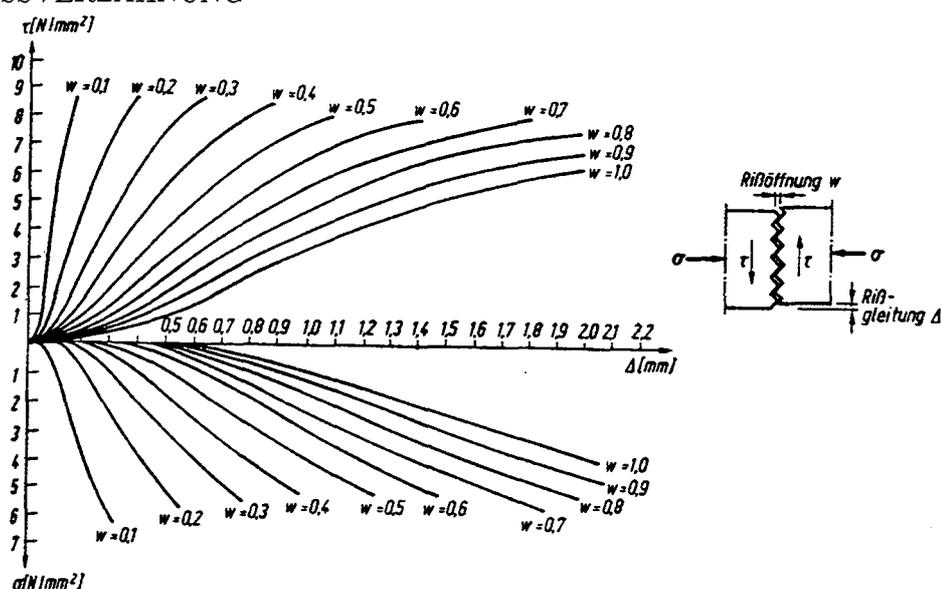


Abbildung 5.10: Verallgemeinerte Beziehungen der Rissuferverzahnung [95]

$w$  Rissbreite in [mm]

$v$  Rissgleitung in [mm]

Walraven stellt fest, dass die Übertragung von Schubspannungen in Rissen in starkem Maße von der Rissbreite abhängt. Mit zunehmender Rissbreite können gleiche Schubspannungen nur durch eine überproportional starke Zunahme der Rissgleitung  $v$  über den Riss übertragen werden. Große Rissgleitungen  $v$  führen allerdings zu einem starken Versatz der Schubrissufer, was für die in dem hier beschriebenen Forschungsbericht behandelte Thematik der extern mit Lamellen verstärkten Bauteile von großer Bedeutung ist. In [100] ist in durchgeführten Versuchen mit verstärkten Bauteilen (Stahllaschen) die erhöhte Gefahr des Abschälbruchs infolge Schubrissversatz beobachtet worden.

Die Forschungsarbeiten von Walraven stellen eine gute Grundlage für die Beurteilung der Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen infolge Rissuferverzahnung dar, was auch beispielsweise durch die späteren Arbeiten von Gambarova [12] bestätigt worden ist.

### 5.5.3 Weitere Versuche und Modelle zur Rissverzahnung

In der Folgezeit haben Pruijssers [73] und Frenay [31] weitere Ergebnisse aus Rissverzahnungsversuchen veröffentlicht. Pruijssers hat die Rissverzahnungsgesetze bei Schwellbelastung untersucht, Frenay das Kriechverhalten der Rissverzahnung. Als Ergebnis ihrer Forschungsarbeiten erweitern die beiden Forscher das Modell von Walraven [95], [96], das zum einen bei Pruijssers die Verschiebungen von früheren Belastungszyklen berücksichtigt und zum anderen bei Frenay das Verhalten unter Dauerlast beschreibt.

Am Lehrstuhl für Massivbau der Technischen Universität München sind von Kupfer, Daschner und Nissen [13], [14], [66] umfangreiche Untersuchungen zur Rissuferverzahnung von Normal- und Leichtbeton unternommen worden. Auch Roos [80] hat Versuche durchgeführt, in denen

er die Rissverzahnung von Beton mit rezykliertem Zuschlag untersucht hat. Von *Daschner* [13] ist eine Versuchsanlage entwickelt worden, mit der erstmals die Normalkraft und Querkraft unabhängig voneinander gesteuert werden konnten. *Nissen* hat festgestellt, dass auch bei sehr großen Rissuferverschiebungen ein Widerstand infolge Reibung vorhanden ist und somit ein schlagartiges Versagen bei der Tragwirkung "Rissverzahnung" nicht auftritt. In seinem Rechenmodell betrachtet er die Rissfläche als willkürliche Aufeinanderfolge dreieckig geformter Zähne. Er ermittelt Gleichungen, mit denen die Rissspannung für einen bestimmten Verschiebungszustand berechnet werden kann.

Von *Gambarova* und *Bazant* [12] ist das *Rough-Crack-Model* formuliert worden. Dabei wird die Rissfläche als Fläche mit trapezförmigen Erhebungen, die als Fuller-Kurven angenommen werden, modelliert. Das *Rough-Crack-Model* kann neben statischen Belastungen auch auf zyklische Belastungen angewendet werden. Als Ergebnis formuliert *Gambarova* Gleichungen, mit denen sich die aufgrund der Rissverzahnung übertragbaren Normal- und Schubspannungen berechnen lassen.

## 5.6 Dübelwirkung

### 5.6.1 Allgemeines

Entsprechend den Angaben in Abschnitt 5.3.2 wird ein Teil der einwirkenden Querkraft durch die in der Zugzone liegende Biegezugbewehrung abgetragen. Dabei wirkt bei rauen Rissflächen die Längsbewehrung wie eine Klemme auf die Kontaktflächen und kann damit Reibungskräfte hervorrufen. Darüber hinaus stellt sie einen zusätzlichen Widerstand bei der gegenseitigen Verschiebung der Rissufer dar. Diese günstigen Effekte der Längsbewehrung, die dabei als Dübel wirkt, werden als *dowel action* bezeichnet.

*Paulay* [71] formuliert sehr anschaulich 3 unterschiedliche Wirkungsmechanismen der Verdübelung (Abbildung 5.11). Er unterscheidet die Biegewirkung (*flexure*), den Scherwiderstand (*shear*) und eine Schrägzugwirkung (*kinking*) der Betonstahlbewehrung. Primär ist der Biege- und Scherwiderstand für den Abtrag von Querkraften von Bedeutung. Bei großen Relativverschiebungen der Rissufer nimmt die Schrägzugwirkung zu. Ein Versagen auf Querkraft wird im allgemeinen nicht maßgebend, da es aufgrund der auftretenden Lochleibungskräfte vor dem Abscheren des Betonstahls zu Plastifizierungen bzw. zum Absprengen des umgebenden Betons kommt. *Paulay* stellt fest, dass die Tragfähigkeit der Komponente "Dübelwirkung" mit einer Vergrößerung des Betonstahlabdichtungsmaßes und einer Erhöhung der Betonfestigkeit zunimmt. In seinen Schlussfolgerungen weist *Paulay* allerdings darauf hin, dass zu Bemessungszwecken die Komponente "Dübelwirkung" nicht berücksichtigt werden soll, da erst bei signifikanten Relativverschiebungen im Riss eine anrechenbare Tragwirkung der Dübelwirkung auftritt.

In den folgenden Kapiteln werden kurz wesentliche Forschungsergebnisse zur Dübelwirkung basierend auf Versuchsergebnissen bzw. Ingenieurmodellen dargestellt. Ausführliche Zusammenstellungen von Forschungsergebnissen und Modellen zur Dübelwirkung können beispielsweise [2], [12], [74], [93] entnommen werden.

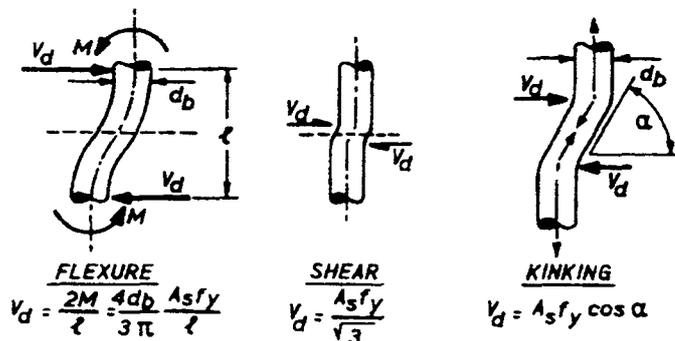


Abbildung 5.11: Wirkungsmechanismen der Dübelwirkung nach Paulay [71]

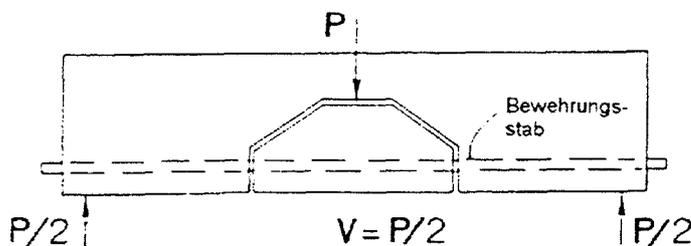


Abbildung 5.12: Versuchskörper zur Ermittlung der Dübelwirkung nach [46] [2]

### 5.6.2 Versuche und Modelle zur Dübelwirkung

Baumann [2] hat gezielte Versuche zur Bestimmung der Dübelwirkung der Längsbewehrung durchgeführt. Für die Durchführung der Versuche hat er die Versuchskörperform von *Krefeld/Thurston* [46] übernommen (siehe Abbildung 5.12). Die Belastung des Gesamtträgers erfolgt über das separat vorgefertigte und in den Kontaktfugen mit einer bituminösen Trennschicht versehene Mittelteil. Die Last wird deshalb nur über die Dübelwirkung abgetragen.

Bei den Versuchskörpern wird unter anderem der Abstand vom Trennriss zu den die Längsbewehrung umschließenden Bügeln variiert. Ist in unmittelbarer Nähe vom Riss keine Abstützung durch einen Bügel gegeben, so ergeben sich große vertikale Verschiebungen der Rissufer und es kommt zum Abplatzen der Betondeckung infolge der Überschreitung der Zugfestigkeit des Betons. Ein weiterer Anstieg der Last ist dann nicht möglich. Ist jedoch ein Bügel vorhanden, dann sind Laststeigerungen bis weit über die Risslast hinaus möglich. Diese Tatsache ist in Abbildung 5.13 dargestellt. So lange die Verdübelungskraft durch vertikale Betonzugspannungen nach oben gehängt wird, sind die Verdübelungsverformungen klein (Kurve 1). Nach dem Auftreten des ersten Verdübelungsrisses nimmt die Verschiebung bei geringer Laststeigerung stark zu. Wenn keine Bügel in der Nähe des Schrägrisses vorhanden sind, führt die ohne wesentliche Laststeigerung stark anwachsende Verschiebung bald zum Abplatzen der Betondeckung (Kurve 2). Für den Fall des Vorhandenseins von Bügeln ist mit zunehmender

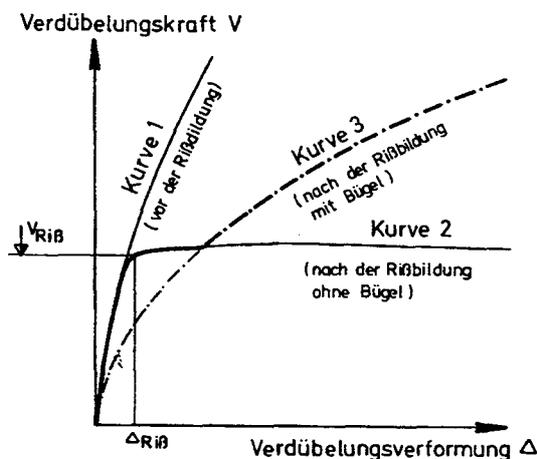


Abbildung 5.13: Grundsätzlicher Verlauf der Verdübelungskraft-Verdübelungsverformungs-Beziehung nach [2]

Verschiebung noch eine Laststeigerung möglich (Kurve 3).

Als Modell für das Tragverhalten der Betonstahlbewehrung wird in vielen Forschungsarbeiten (Krefeld/Thurston [46], Baumann [2], Reineck [77], Hamadi [33], Vintzeleou/ Tassios [91]) ein elastisch gebetteter Balken herangezogen (Abbildung 5.14), lediglich die Form der Spannungsverteilung wird dabei unterschiedlich angegeben. Mit diesem Modell lassen sich für geringe Beanspruchungen Kraft-Versatz-Beziehungen des Dübels am Riss ermitteln.

Zur Berechnung der maximalen Traglast der Komponente "Dübelwirkung" werden auch andere Modelle angewendet. So bilden sich nach Rasmussen [76] plastische Fließgelenke im Betonstahl infolge einer Verformung des Betonstahls aus (Abbildung 5.15). Diese Theorie wird von Pruijssers [73] in seinen Forschungsarbeiten weiter verfeinert. Er geht dabei von einer ausreichenden Betondeckung aus, so dass ein Abreißen des Betons unter der Bewehrung nicht auftritt. Im Gegensatz zu Rasmussen berücksichtigt Pruijssers auch eine Exzentrizität in der Lasteinleitung und kommt damit zu anderen Werten bei der Berechnung der maximalen Dübelkraft.

Basierend auf Überlegungen, die mit den Theorien von Rasmussen vergleichbar sind, nimmt Dulácska [24] an, dass infolge des teilweisen Abplatzens des Betons unter dem Bewehrungsstahl die kontinuierliche Lagerung des Betonstahls auf eine bestimmte Länge  $c_0$  unterbrochen ist.

Für die Ermittlung der Dübelwirkung ist zusätzlich auch die Längsspannung in der Biegezugbewehrung zu berücksichtigen. Mit zunehmender Längsspannung nimmt der Dübelwirkungsanteil ab, da durch die Verbundwirkung zwischen Betonstahl und Beton diese Längszugspannungen in den Beton eingeleitet werden und zu Mikrorissen im um den Betonstahl liegenden Beton führen. Dadurch reduziert sich der Bettungsmodul des Betons.

Baumann entwickelt auf dem Modell des elastisch gebetteten Balkens Gleichung (5.6) für die Berechnung der Dübelrisslast für eine einlagig untenliegende Bewehrung, die er an den eigenen

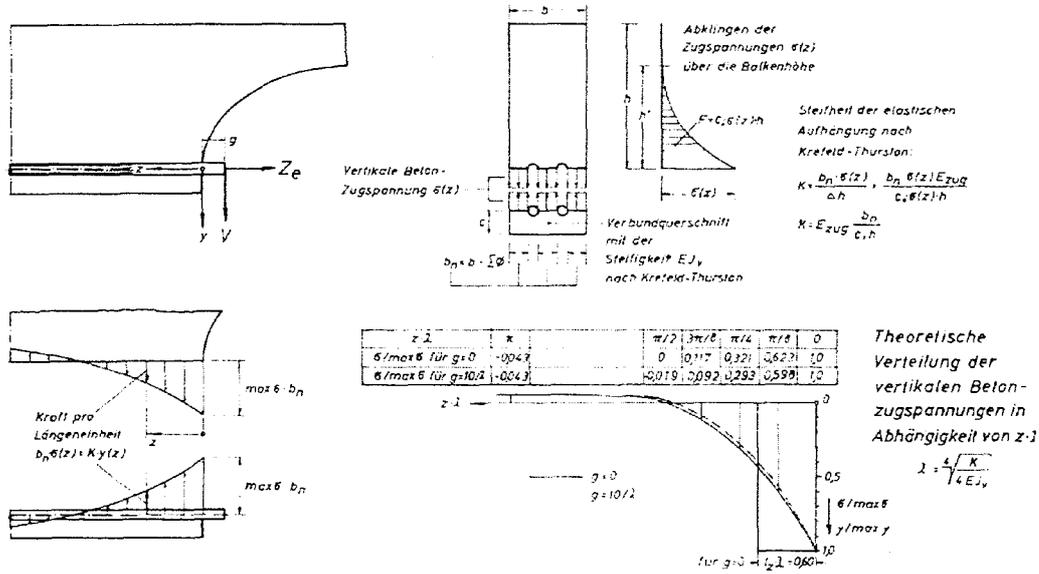


Abbildung 5.14: Verdübelungstragwirkung vor dem Auftreten von horizontalen Verdübelungsrissen [2]

Versuchsergebnissen kalibriert.

$$V_{Riss} = 7,6 \cdot b_n \cdot d_s \cdot \sqrt[3]{\beta_W} \tag{5.6}$$

- $b_n$  Differenz aus Balkenbreite  $b$  und der Summe der Stabdurchmesser in einer Bewehrungslage in [cm]
- $d_s$  Stabdurchmesser in [cm]
- $\beta_W$  Mittlere Würfeldruckfestigkeit des Betons in  $\left[ \frac{kp}{cm^2} \right]$

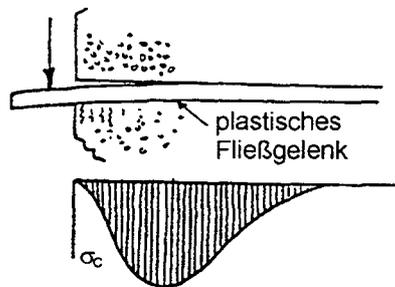


Abbildung 5.15: Mechanismus zur Beschreibung der maximalen Dübelkraft [93]

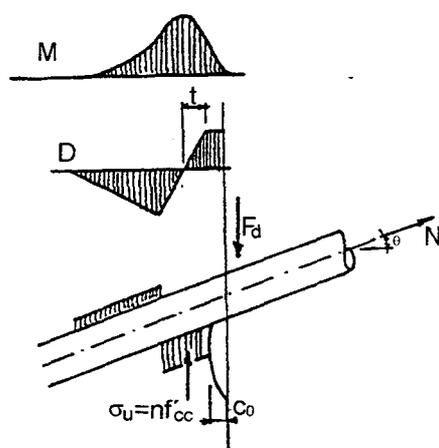


Abbildung 5.16: Angenommenes System der Dübelwirkung am Riss mit lokalen Betonabplatzungen nach [24]

In seinen Forschungsarbeiten zur Modellierung des Schubtragverhaltens verwendet *Reineck* [77] den Ansatz von *Baumann* mit einer modifizierten Spannungsverteilung des elastisch gebetteten Balkens. In einem weiteren Schritt formuliert er Gleichung (5.7), in der er die Längsbewehrung auf empirischem Wege in Form des Längsbewehrungsgrad  $\mu_L$  berücksichtigt. Somit schafft er die Grundlage für eine Bemessungsgleichung, da bei der Bemessung eines Bauteils üblicherweise der aus der Biegebemessung bekannte Bewehrungsgrad  $\mu_L$  bekannt ist und nicht die exakte Anordnung und die Durchmesser der Längsbewehrung.

$$V_{Riss} = \left( 1,56 \cdot \frac{\mu_L^{(8/9)}}{\beta_W^{(2/3)} \cdot h^{(1/3)}} \right) \cdot \beta_P \cdot b_w \cdot h \quad (5.7)$$

$h$  statische Nutzhöhe in [m]

$\beta_P$  Prismendruckfestigkeit ( $= 0,79 \cdot \beta_W$ ) in  $\left[ \frac{N}{mm^2} \right]$

$b_w$  Stegbreite in [m]

## 5.7 Versuche zur Dübelwirkung und Rissverzahnung

*Walraven* [94] hat auch Versuche an Versuchskörpern mit die Rissfläche kreuzenden Bügeln zur Erforschung der kombinierten Rissverzahnungs- und Dübelwirkung durchgeführt. Der sich bei diesen Versuchskörpern einstellende Gleichgewichtszustand ist in Abbildung 5.17 dargestellt.

Den Mittelwert der Dübelkraft  $V_{Due}$  hat *Walraven* mit folgender Gleichung beschrieben:

$$V_{Due} = 10 \cdot (w + 0,2)^{-1} \cdot v^{0,36} \cdot d_s^{1,75} \cdot \beta_W^{0,38} \quad (5.8)$$

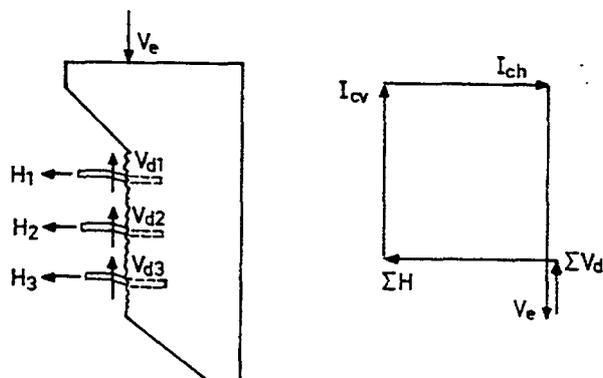


Abbildung 5.17: Gleichgewichtszustand in der bewehrten Rissebene

- $w$  Rissbreite  
 $v$  Rissgleitung  
 $d_s$  Stabdurchmesser  
 $\beta_w$  Mittlere Würfeldruckfestigkeit des Betons

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, dass die Dübelkraft abhängig von der Rissbreite, dem Stabdurchmesser, der Betondruckfestigkeit und der Rissgleitung ist. Die Herleitung von Gleichung (5.8) basiert auf der Annahme einer elastischen Bettung des Bewehrungsstabes. Bei seinen Untersuchungen stellt *Walraven* allerdings fest, dass der Einfluss der Dübelwirkung im Vergleich zur gesamten übertragbaren Schubkraft nur von untergeordneter Bedeutung ist.

Zudem erkennt er, dass offensichtlich ein unterschiedliches Verhalten der beiden Rissflächen bei Bauteilen mit und ohne kreuzende Betonstahlbewehrung vorliegt. Es ist anzunehmen, dass am Riss im Bereich um den Bewehrungsstab aufgrund der Dübelkräfte Absplitterungen im Beton auftreten (siehe Abbildung 5.18). Damit treten zusätzlich zu den bekannten Rissreibungskräften über die raue Oberfläche der Rissflächen Anteile aus der Verkeilung der Absplitterungen des Betons auf.

Bei seinen Untersuchungen stellt *Walraven* fest, dass für geringe Bewehrungsgrade der den Riss kreuzenden Bewehrung die Beziehungen zwischen den Spannungen und den Verschiebungen während der Rissbildung im Wesentlichen mit den Beziehungen für Bauteile ohne Bewehrung übereinstimmen. Lediglich bei höheren Bewehrungsgraden gewinnt der oben beschriebene zusätzliche Anteil der Rissverzahnung aus der Verkeilung der losen Betonanteile um die Bewehrung an Bedeutung.

Bei Betrachtung der bisherigen Forschungsarbeiten zur Dübelwirkung lassen sich folgende wesentliche Erkenntnisse zusammenfassen:

- Schub- und Normalspannungen infolge Rissuferverzahnung (*aggregate interlock*) in Bauteilen ohne kreuzende Betonstahlbewehrung sind v.a. abhängig von der Rissbreite  $w$ , der Rissgleitung  $v$  und der Betonfestigkeit.

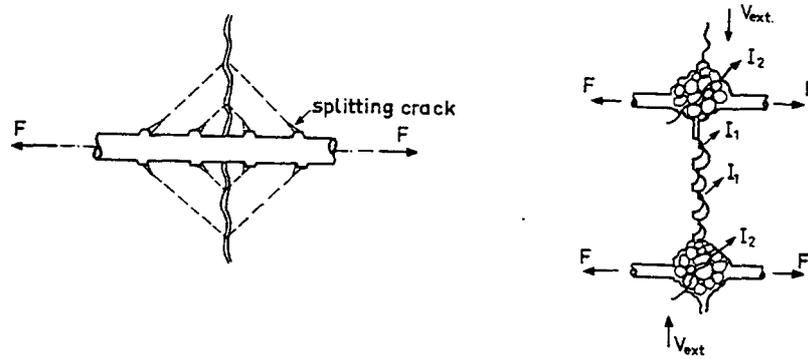


Abbildung 5.18: Lokale Schädigung des Betons im Bereich eines Risses am Bewehrungsstab

- Die Spannungen infolge Rissuferverzahnung sind nicht direkt proportional zum Größtkorndurchmesser des Zuschlages im Beton. Bei einer Vergrößerung des Größtkorndurchmessers  $D_{max} = 16 \text{ mm}$  auf  $32 \text{ mm}$  zeigt sich, dass die Normalspannungen kaum beeinflusst werden und der Einfluss auf die Schubspannungen gering ist.

## 5.8 Eigener Ansatz für die Rissverzahnung im Bereich großer Rissbreiten

### 5.8.1 Allgemeines

Für die Beschreibung des Schubtragverhaltens bei großen Rissbreiten im Rahmen der hier durchgeführten Untersuchungen wird der Tragmechanismus der Rissverzahnung mit den Gesetzmäßigkeiten von *Walraven* [95] [96] beschrieben. In seinen Forschungsarbeiten untersucht *Walraven* dabei v.a. den Bereich kleinerer Rissbreiten zwischen  $w = 0$  und  $w = 1 \text{ mm}$ . Es kann festgestellt werden, dass gerade im Bereich  $w \geq 0,7 \text{ mm}$  die Versuchsergebnisse deutlich von den Graphen der Bestimmungsgleichungen abweichen (siehe Abbildung 5.19).

Im Rahmen des hier beschriebenen Forschungsvorhabens soll das Rissverzahnungsmodell von *Walraven* auf größere Rissbreiten erweitert und eine bessere Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen in diesem Bereich erreicht werden. Zu diesem Zweck ist es erforderlich, Rissverzahnungsversuche mit größeren Rissbreiten zu sammeln und die Gleichungen (5.4) und (5.5) hierfür zu kalibrieren. Für die Anpassung des Modells auf größere Rissbreiten werden hier nur Rissverzahnungsversuche mit Rissbreiten  $w \geq 0,7 \text{ mm}$  berücksichtigt. Als problematisch stellt sich dabei heraus, dass die Anzahl von Versuchen mit Rissbreiten  $w \geq 0,7 \text{ mm}$  sehr begrenzt ist. Sowohl bei *Walraven* [95] als auch bei anderen Forschern (*Nissen* [66], *Daschner* [13], *Roos* [80]) konzentrieren sich die untersuchten Rissbreiten auf den Bereich  $w \leq 1,0 \text{ mm}$ . Die zur Verfügung stehenden Versuche sind im Anhang in Tabelle A.4 zusammengefasst dargestellt.

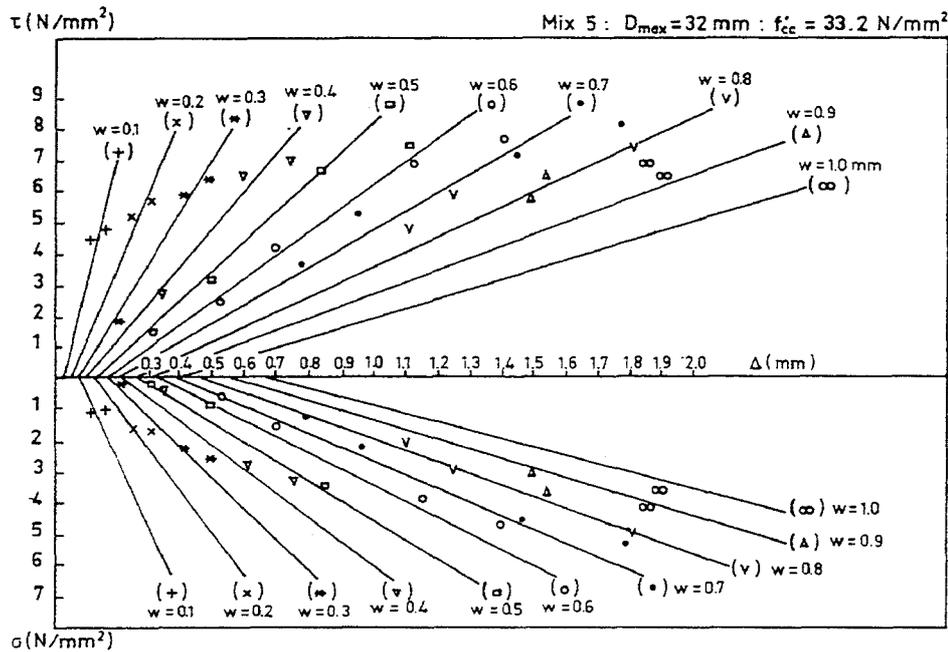


Abbildung 5.19: Vergleich der Bestimmungsgleichungen mit den Versuchsergebnissen nach [95]

### 5.8.2 Modifizierung der Bestimmungsgleichungen

Für die Ermittlung von Bemessungsgleichungen anhand von Versuchen stehen im Allgemeinen verschiedene statistische Verfahren zur Verfügung. Mit einer Regressionsanalyse können beispielsweise funktionale Zusammenhänge genauer spezifiziert werden. Als Maß für die Güte einer Anpassung der ermittelten Ansätze an Versuchsergebnisse stehen unterschiedliche Kriterien wie beispielsweise die Summe der Fehlerquadrate  $\epsilon_F$ , das Bestimmtheitsmaß  $B_Y$  bzw. der Korrelationskoeffizient  $R$  zur Verfügung [36].

Die von *Walraven* mit Hilfe einer Regressionsanalyse ermittelten Gleichungen (5.4) und (5.5) zur Bestimmung der Zusammenhänge für  $\tau_r$  bzw.  $\sigma_n$  werden im Folgenden hinsichtlich der oben genannten Kriterien  $\epsilon_F$  und  $B_Y$  bewertet und anschließend durch Variation der konstanten Parameter der Bestimmungsgleichungen optimiert. Die mit Hilfe der Summe der Fehlerquadrate optimierten Bestimmungsgleichungen für den Bereich der Rissbreiten  $w \geq 0,7$  mm sind in den Gleichungen (5.9) und (5.10) angegeben.

$$\tau_r = -\frac{\beta_W}{46} + (1,88 \cdot w^{-0,86} + (0,239 \cdot w^{-0,405} - 0,206) \cdot \beta_W) \cdot v \tag{5.9}$$

$$\sigma_n = -\frac{\beta_W}{24} + (1,27 \cdot w^{-0,75} + (0,150 \cdot w^{-0,430} - 0,100) \cdot \beta_W) \cdot v \tag{5.10}$$

Dabei ist:

$\beta_W$  Mittlere Würfeldruckfestigkeit des Betons in  $[\frac{N}{mm^2}]$

$w$  Rissbreite in [mm]

$v$  Rissgleitung in [mm]

In den Tabellen 5.2 und 5.3 sind für die Gleichung (5.4) und (5.5) nach *Walraven* und für die optimierten Gleichungen (5.9) und (5.10) die Summe der Fehlerquadrate  $\varepsilon_F$  und die Bestimmtheitsmaße  $B_Y$  zusammengefasst dargestellt. Insbesondere bei der Bestimmungsgleichung von  $\tau_r$  ist eine wesentlich verbesserte Anpassung an die Versuchsergebnisse für den Bereich großer Rissbreiten  $w \geq 0,7$  mm festzustellen. Die Betrachtung der Bestimmtheitsmaße  $B_Y = 0,909$  für  $\tau_r$  und  $B_Y = 0,924$  für  $\sigma_n$  ist zufriedenstellend. Eine optimale Anpassung wäre für  $B_Y = 1,0$  gegeben.

Tabelle 5.2: Summe der Fehlerquadrate  $\varepsilon_F$  und Bestimmtheitsmaß  $B_Y$  bei der Bestimmung von  $\tau_r$

Kriterium	Gleichungen nach <i>Walraven</i>	Optimierte Gleichungen
Summe der Fehlerquadrate $\varepsilon_F$	100,3	47,2
Bestimmtheitsmaß $B_Y$	0,807	0,909

Tabelle 5.3: Summe der Fehlerquadrate  $\varepsilon_F$  und Bestimmtheitsmaß  $B_Y$  bei der Bestimmung von  $\sigma_n$

Kriterium	Gleichungen nach <i>Walraven</i>	Optimierte Gleichungen
Summe der Fehlerquadrate $\varepsilon_F$	14,9	13,3
Bestimmtheitsmaß $B_Y$	0,915	0,924

Für das eigene Schubmodell wird zur Beschreibung des Traganteils der Rissverzahnung auf die modifizierten Bestimmungsgleichungen (5.9) und (5.10) zurückgegriffen. *Walraven* stellt in seinen Versuchen fest, dass auch ohne Normalspannungen in den Rissflächen Rissverzahnungsspannungen  $\tau_r$  übertragen werden können. Von maßgebender Bedeutung für die Grenztragfähigkeit der Rissverzahnung nicht schubbewehrter Bauteile ist der Grenzwert  $\tau_{r,max}$  für  $\sigma_n = 0$ , also die maximal ohne Normalspannung übertragbare Rissverzahnungsspannung.

Zur Bestimmung des  $\tau_{r,max}$ -Wertes wird für die Gleichung (5.10)  $\sigma_n = 0$  gesetzt und nach der Rissgleitung  $v$  aufgelöst:

$$v_0 = \frac{\frac{\beta_W}{24}}{1,27 \cdot w^{-0,75} + (0,15 \cdot w^{-0,43} - 0,10) \cdot \beta_W} \quad (5.11)$$

Die Variable  $v_0$  bezeichnet dabei die Rissgleitung, die erforderlich ist, damit der Grenzwert  $\tau_{r,max}$  im Riss erreicht werden kann. Durch Einsetzen in Gleichung (5.9) folgt:

$$\frac{\tau_{r,max}}{\beta_W} = -\frac{1}{46} + \frac{1,88 \cdot w^{-0,86} + (0,239 \cdot w^{-0,405} - 0,206) \cdot \beta_W}{24 \cdot (1,27 \cdot w^{-0,75} + (0,15 \cdot w^{-0,43} - 0,1) \cdot \beta_W)} \quad (5.12)$$

### 5.8.3 Verlauf der Spannung aus Rissuferverzahnung

Aus Gleichung (5.12) ist ersichtlich, dass die übertragbare Rissverzahnungsspannung  $\tau_r$  lediglich von der Rissbreite  $w$  und der Betondruckfestigkeit  $\beta_W$  abhängt. In Abbildung 5.20

ist beispielhaft für einen Beton mit  $\beta_W = 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  die nichtlineare Rissverzahnungsspannung-Rissbreite-Beziehungen sowohl für  $w < 0,7 \text{ mm}$  (entspricht dem Ansatz von *Walraven*) als auch für den Bereich  $w \geq 0,7 \text{ mm}$  (entspricht dem eigenen modifizierten Ansatz) dargestellt. Zusätzlich ist die Beziehung zwischen der Rissgleitung  $v_0$  und der Rissbreite  $w$  angegeben. Es ist festzustellen, dass im Bereich der größeren Rissbreiten ( $w \geq 0,7 \text{ mm}$ ) durch die modifizierten Gleichungen deutlich größere Schubspannungen im Riss übertragbar sind, d.h. der ursprüngliche Ansatz nach *Walraven* als konservativ anzusehen ist.

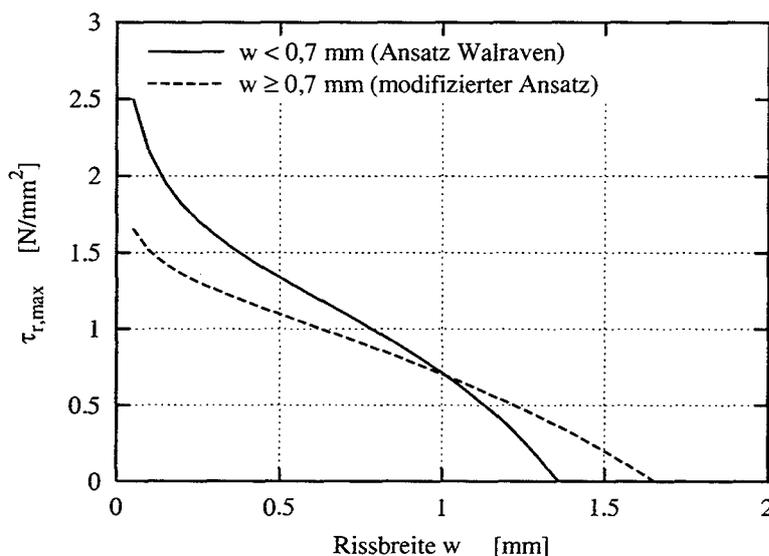


Abbildung 5.20:  $\tau_{r,max}$ - $w$ -Beziehung:  $\beta_W = 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Ab einer bestimmten Rissbreite  $w_{max}$  kann keine Rissverzahnungsspannung mehr übertragen werden. Die Grenzwerte  $w_{max}$  sind in Abbildung 5.21 graphisch aufbereitet. Die Werte für  $w_{max}$  sind mit Gleichung (5.12) für  $\tau_{r,max} = 0$  zu ermitteln. Alternativ ist eine vereinfachte angenäherte Gleichung für die Berechnung der Grenzwerte  $w_{max}$  mit Gleichung (5.13) angegeben. Die sehr gute Übereinstimmung der approximierten Lösung mit der exakten Lösung ist zusätzlich in Abbildung 5.21 dargestellt.

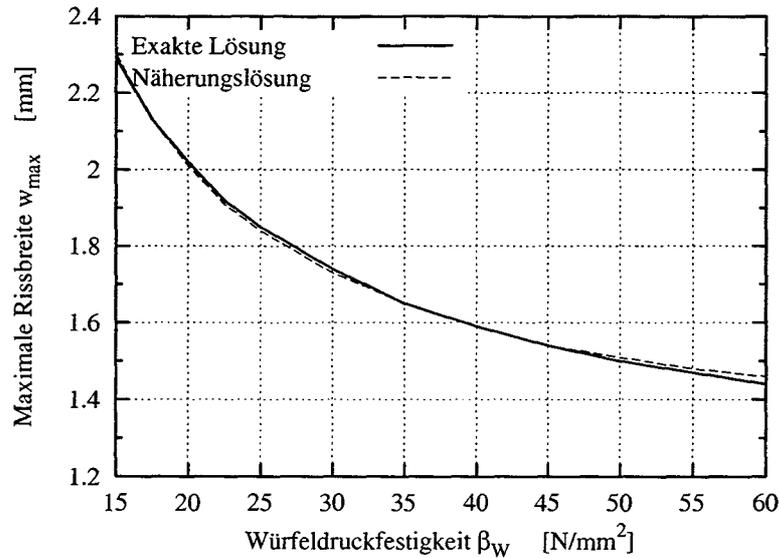
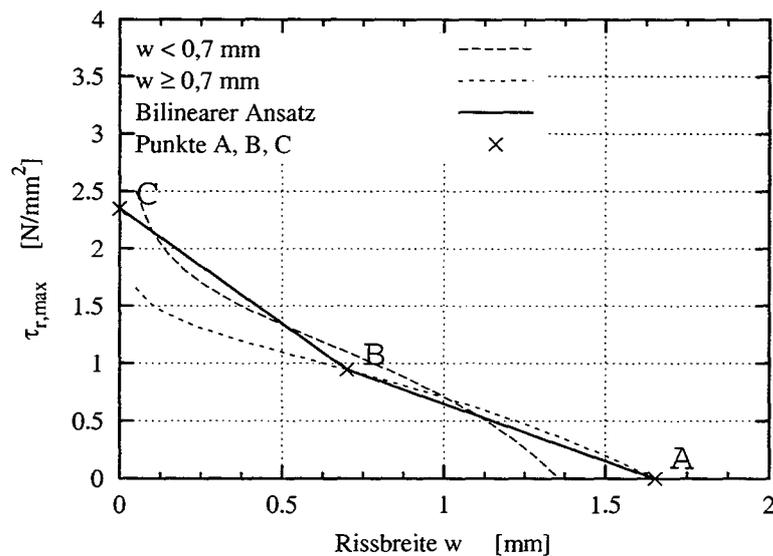
$$w_{max} = 1,2 + \frac{1,1}{1 + 0,072 \cdot (\beta_W - 15)} \text{ [mm]} \quad (5.13)$$

Dabei ist:

$$\beta_W \quad \text{Mittlere Würfeldruckfestigkeit des Betons in } \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

#### 5.8.4 Vereinfachter Ansatz der Rissverzahnungsspannung

Für die eigene Modellierung wird im Folgenden ein vereinfachter bilinearer  $\tau_{r,max}$ - $w$ -Ansatz entwickelt, um für die beiden Bereiche  $w < 0,7 \text{ mm}$  und  $w \geq 0,7 \text{ mm}$  eine möglichst gute Anpassung zu finden. In Abbildung 5.22 wird der vereinfachte bilineare Ansatz den exakten Rissverzahnungsspannungen für die beiden Bereiche gegenübergestellt. Der Ansatz ist dabei durch 3 Bestimmungspunkte gekennzeichnet:

Abbildung 5.21: Maximale Rissbreiten  $w_{max}$  zur Übertragung von  $\tau_{r,max}$ Abbildung 5.22: Bilinearere Ansatz der Rissverzahnungsspannung für  $\beta_W = 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ 

**Punkt A** ergibt sich entsprechend Abbildung 5.21 aus der maximalen Rissbreite  $w_{max}$ , bei der  $\tau_{r,max} = 0$  ist.

**Punkt B** entspricht dem Wert  $\tau_{r,max}$  nach Gleichung (5.12) für die Rissbreite  $w = 0,7$  mm.

**Punkt C** wird als Maximalwert  $\tau_{r,max,0}$  der übertragbaren Schubspannung  $\tau_{r,max}$  für die Rissbreite  $w = 0$  mm festgelegt. Die Quantifizierung des Wertes  $\tau_{r,max,0}$  erfolgt in Anlehnungen an die Versuchsergebnisse von Franke/Deckelmann [30], die das Tragverhalten der Grenzflächen von Fugen untersucht haben. Die Versuchsauswertungen zeigen, dass die reine Schubfestigkeit in einer Fuge der Zugfestigkeit des Betons entspricht. Diese Feststellung ergibt sich auch aus dem Mohrschen Spannungskreis für den Zustand der

reinen Schubbeanspruchung.

Damit folgt für die Bestimmung des Maximalwertes  $\tau_{r,max,0}$  entsprechend der Zugfestigkeit des Betons  $\beta_Z$  nach Kapitel 6.3.2:

$$\tau_{r,max,0} = \beta_Z = 0,22 \cdot \beta_W^{(2/3)} \quad (5.14)$$

Für die rechnerische Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit infolge der Rissverzahnung setzt sich der Verlauf der Rissverzahnungsspannungen  $\tau_r$  damit aus 3 Flächenanteilen (Viereck, Dreieck, Dreieck) (Abbildung 5.23) zusammen. Die über Rissverzahnung aufnehmbare Querkraft ist durch Integration über die Risshöhe  $h_r$  und die Stegbreite  $b_w$  daraus zu berechnen.

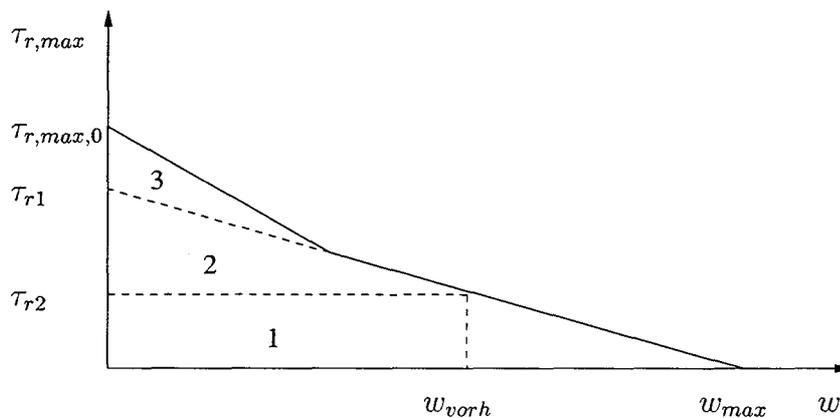


Abbildung 5.23: Anteile der Rissverzahnungsspannung

## 5.9 Ansatz der Dübelwirkung für die Modellbildung

Für die eigene Modellierung des Schubmodells für große Rissbreiten wird auf den modifizierten Ansatz von *Baumann* [2] entsprechend Gleichung (5.7) zurückgegriffen, der von *Reineck* [77] auf allgemeine Längsbewehrungsgrade erweitert worden ist. *Baumann* hat zur Untersuchung des Einflusses der Rissbreite auf die Dübelrisslast die Rissbreite  $w$  in seinen Versuchen zwischen 0,1 mm und 10 mm variiert. Dabei kann kein systematischer Einfluss der Rissbreite auf die Dübelrisslast  $V_{Riss}$  festgestellt werden. Aus diesem Grund ist eine Erweiterung des Ansatzes für große Rissbreiten nicht erforderlich. Auf eine zusätzliche Berücksichtigung der CFK-Lamellen bei der Dübeltragwirkung wird aufgrund der geringen Steifigkeit der CFK-Lamellen verzichtet.

Für den eigenen Ansatz wird Gleichung (5.7) umgeformt und die Betonfestigkeit auf die Würfeldruckfestigkeit  $\beta_W$  bezogen. Damit folgt:

$$V_{Riss} = 1,23 \cdot \beta_W^{(1/3)} \cdot \mu_L^{(8/9)} \cdot h^{(2/3)} \cdot b_w \text{ [MN]} \quad (5.15)$$

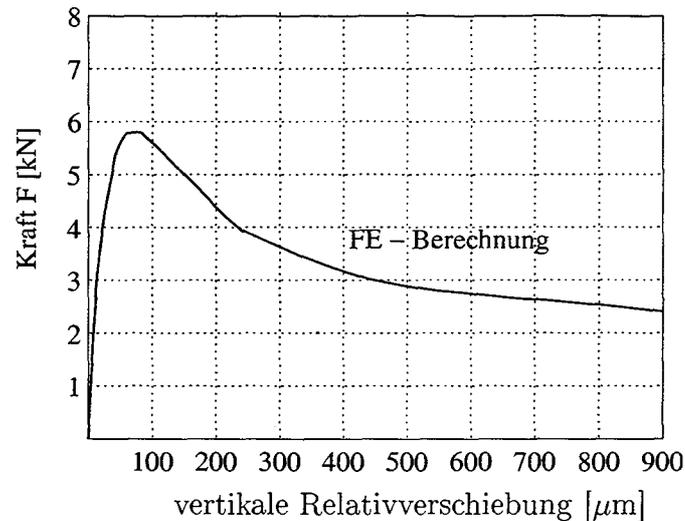


Abbildung 5.24: Dübellast in Abhängigkeit von der Relativverschiebung nach *Remmel* [79]

$\beta_w$	Würfeldruckfestigkeit in [ $\frac{N}{\text{mm}^2}$ ]
$\mu_L$	Längsbewehrungsgrad in [-]
$h$	Nutzhöhe in [m]
$b_w$	Stegbreite in [m]

Nach Erreichen der Dübelrisslast  $V_{Riss}$  können analog zum Zugtragverhalten von Beton noch weiterhin Dübelkräfte übertragen werden, die natürlich unterhalb der Dübelrisslast liegen. So zeigt *Remmel* [79] durch eine Modellrechnung, dass es nach Erreichen der Dübelrisslast zu einem Abfallen der Last bei gleichzeitig wachsenden Verformungen kommt (siehe Abbildung 5.24).

Rechnerisch wird die Dübelkraft-Versatz-Beziehung für das eigene Modell mit dem Ansatz von *Hamadi* entsprechend Abbildung 5.25 berücksichtigt. Gleichung (5.16) beschreibt den ansteigenden Ast bis zum Erreichen der Dübelrisslast.

$$\frac{Q_{Due}}{V_{Riss}} = 2 \cdot \left( \frac{v}{0,08} \right) - \left( \frac{v}{0,08} \right)^2 \quad (5.16)$$

Mit Gleichung (5.17) kann die Dübelkraft nach Erreichen der Dübelrisslast  $V_{Riss}$  berechnet werden.

$$\frac{Q_{Due}}{V_{Riss}} = \frac{2,55 - v}{2,47} \quad (5.17)$$

## 5.10 Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden zuerst allgemein verschiedene Modelle zur Beschreibung des Schubtragverhaltens von Stahlbetonbauteilen aufgezeigt. Für die Modellierung des Schubtragverhaltens von Bauteilen ohne Schubbewehrung wird das *Zahnmodell* verwendet, da es sehr

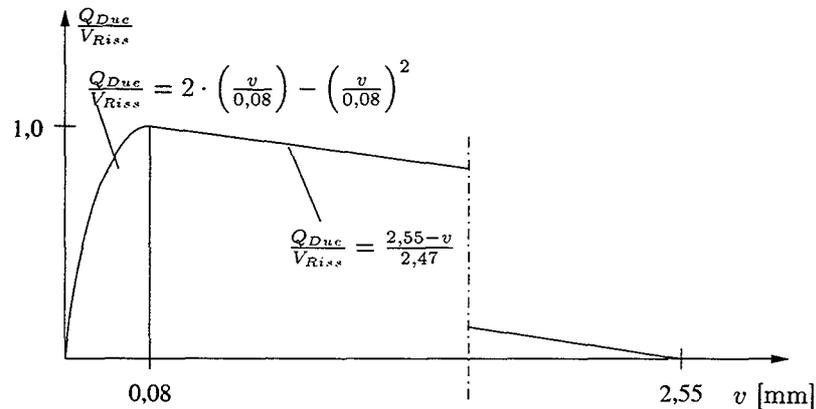


Abbildung 5.25: Ansatz der Versatz-Dübelkraft-Beziehung nach [33]

anschaulich die Wirkungsweise des Querkraftabtrags darstellt und darüberhinaus auch auf Bauteile mit Schubbewehrung erweitert werden kann. Maßgebende Faktoren des Abtrags der Querkraft im *Zahnmodell* sind die Wirkung der Rissverzahnung und die Verdübelungswirkung der Längsbewehrung. Es wird ein kurzer Überblick über Versuche und Forschungsarbeiten zur Rissverzahnung und Verdübelungswirkung gegeben.

Wesentlicher Inhalt dieser Arbeit ist eine Studie zur Überprüfung der Wirkung großer Rissbreiten (nach Kapitel 4) auf die Rissverzahnung. Da die vereinfachten Ansätze von *Walraven* lediglich bis zu Rissbreiten  $w = 1,0$  mm abgeleitet sind und insbesondere im Bereich  $w > 0,7$  mm deutliche Abweichungen der Rechenwerte von den Versuchswerten festzustellen sind, werden basierend auf den Ansätzen von *Walraven* eigene modifizierte Bestimmungsgleichungen zur Wirkung der Rissverzahnung mithilfe der Methode der Minimierung der Fehlerquadrate aufgestellt. Die Übereinstimmung der mit den eigenen modifizierten Gleichungen ermittelten Rechenwerten mit den Versuchswerten von *Walraven* im Rissbreitenbereich  $0,7 \text{ mm} \leq w \leq 1,5$  mm kann deutlich gesteigert werden. Für die Modellierung der Dübelwirkung wird auf einen modifizierten Ansatz von *Baumann* zurückgegriffen. Diese beiden modifizierten Modelle sind wesentliche Grundlage für die folgenden Kapitel, in denen das Schubtragverhalten von Bauteilen mit und ohne Schubbewehrung modelliert wird.



## Kapitel 6

# Modell für Bauteile ohne Schubbewehrung

### 6.1 Allgemeines

Für Biegebauteile ohne Schubbewehrung wird im Folgenden ein allgemeines Schubmodell entwickelt. Aufbauend auf den Arbeiten von *Reineck* [77] wird dazu das in Kapitel 5.2.3 bereits beschriebene *Zahnmodell* verwendet. Betrachtet wird dabei für die Lastabtragung die in der Druckzone eingespannte Scheibe zwischen den Rissen (Zahn), die Rissverzahnung sowie die Dübelwirkung (siehe Abbildung 5.5).

Wesentliches Ziel der folgenden Kapitel ist die bereits in Kapitel 1 geforderte Festlegung der Schubbereichsgrenzen für mit CFK-Lamellen verstärkte Bauteile unter besonderer Berücksichtigung großer Rissbreiten. Bisher sind in der Richtlinie für das Verstärken von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen durch Kohlefaserlamellen für Platten als maximale Schubspannung die Grenze  $\tau_{011}(b)$  und für Balken die Grenze  $\tau_{02}$  nach DIN 1045 (7.88) [20] festgelegt.

Hauptaugenmerk des im Rahmen dieses Berichts beschriebenen Forschungsvorhabens ist dabei die Neuformulierung der Grenze für Platten, da aufgrund der fehlenden Schubbewehrung bei großen Rissbreiten den Komponenten "Rissverzahnung" und "Dübelwirkung" große Bedeutung zukommt. Zudem tritt bei Bauteilen ohne Schubbewehrung das Versagen schlagartig ohne Vorankündigung ein. Zusätzlich werden im Kapitel 7 aber auch ergänzende Angaben zu den Grenzwerten bügelbewehrter Bauteile gemacht.

Dabei wird in dem hier dargelegten Forschungsvorhaben nur der Bruchzustand untersucht. Für die Modellbildung werden einige Vereinfachungen vorgenommen:

- Es wird von einer geraden Rissform ausgegangen. Auf eine exakte Abbildung des Rissverlaufes wird verzichtet.
- Die Rissbreite nimmt von der Risswurzel ausgehend linear zu.
- Das Ebenbleiben der Querschnitte wird vorausgesetzt.
- Für den Nachweis der Querkrafttragfähigkeit wird davon ausgegangen, dass die Einspannung des Zahns in die Druckzone ausgefallen ist, d.h. keine Tragwirkung vorhanden ist.

- Die Querkraftabtragung wird somit von der Druckzone, der Rissverzahnung und der Dübelwirkung übernommen.

Grundlage des Schubmodells sind Gleichgewichtsbedingungen, die in Kapitel 6.2 für ein herausgeschnittenes "Zahnelement" dargestellt werden. Die Spannungen des Zahns werden dann für die verschiedenen Traganteile infolge der einwirkenden Querkraft berechnet. Hinsichtlich der Verträglichkeitsbedingungen werden im Rahmen dieses Forschungsvorhabens keine eigenen Untersuchungen angestellt. Es wird dabei auf die sehr ausführlich durchgeführten Berechnungen von *Reineck* zurückgegriffen.

## 6.2 Tragwirkungen

### 6.2.1 Schnittgrößen und Kräfte am Träger

Die Herleitung des Schubmodells erfolgt unter Beachtung des inneren und äußeren Kräfte- und Momentengleichgewichts. Zu diesem Zweck sind in Abbildung 6.1 alle Schnittgrößen und Kräfte am freigeschnittenen Träger dargestellt. Wie oben schon angemerkt wird dabei von einem geradlinigen Rissverlauf ausgegangen.

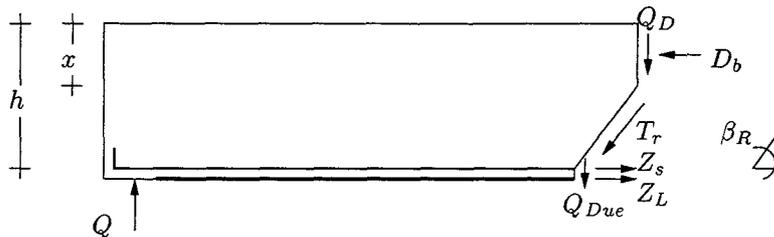


Abbildung 6.1: Kräfte und Schnittgrößen am freigeschnittenen Träger

### 6.2.2 Rissverzahnung (Tragwirkung 1)

Nach Überschreiten der Zugfestigkeit des Betons in der Zugzone ist ein Gleichgewichtszustand über eine Verzahnung der Rissufer möglich. Maßgebend für die Rissverzahnungskraft ist dabei diejenige Verzahnungsspannung  $\tau_{r,max}$ , die ohne zusätzlich wirkende Normalkraft senkrecht zum Riss ( $\sigma_n = 0$ ) übertragen werden kann. Die Größe der Spannung  $\tau_r$  wird durch die Steifigkeit der Verzahnung von den gegenseitigen Verformungen  $v$  der Rissufer des Betonzahns bestimmt, die wiederum maßgeblich von der Rissbreite  $w$  abhängen. *Reineck* [77] hat umfangreiche Untersuchungen zu den Verträglichkeitsbedingungen angestellt. Er stellt dabei fest, dass für die Bestimmung der Schubtragfähigkeit von einem annähernd linearen Verlauf der Rissbreite über die Risshöhe ausgegangen werden kann. Eine Festlegung des Verlaufes der Rissverzahnungsspannungen entsprechend dem eigenen vereinfachten Ansatz der Rissverzahnungsspannung  $\tau_r$  (siehe Kapitel 5.8.4) ist damit gerechtfertigt.

In den Abbildungen 6.2 bis 6.4 sind für die herausgetrennten Balkenbereiche der Druckzone und des Betonzahns die Gleichgewichtsbedingungen zusammengestellt. Dabei werden die

Querkraftanteile getrennt für die Druck- und Zugzone hergeleitet. Die an der Unterseite des Zahns wirkende Kraft  $\Delta Z$  bezeichnet den Zuwachs der Zugkraft in den Bewehrungselementen. Bei Betrachtung des Momentengleichgewichts steht diese Kraft mit der aus den in Höhe der Nulllinie wirkenden Schubspannungen resultierenden Kraft im Gleichgewicht. *Reineck* zeigt auf, dass somit der Grundwert  $\tau_0$  eine klare physikalische Bedeutung als mittlere Verbundspannung des Betonzahns durch den Aufbau der Zugkräfte in der Längsbewehrung hat.

Die möglichen Verteilungen der Verzahnungsspannung  $\tau_r$  im Riss ergeben sich aus Abbildung 5.23. Dabei kann die Verzahnungsspannung in maximal 3 geometrisch einfache "Spannungsflächen" (Dreieck, Rechteck) aufgeteilt werden. Der herausgetrennte Betonzahn wird im Folgenden mit den 3 möglichen Spannungsverteilungen über die Risshöhe belastet. Daraus werden die Querkraftanteile berechnet, die dann zur Ermittlung der Bruchquerkraft in Abhängigkeit von der vorhandenen Rissbreite  $w$  aufaddiert werden können.

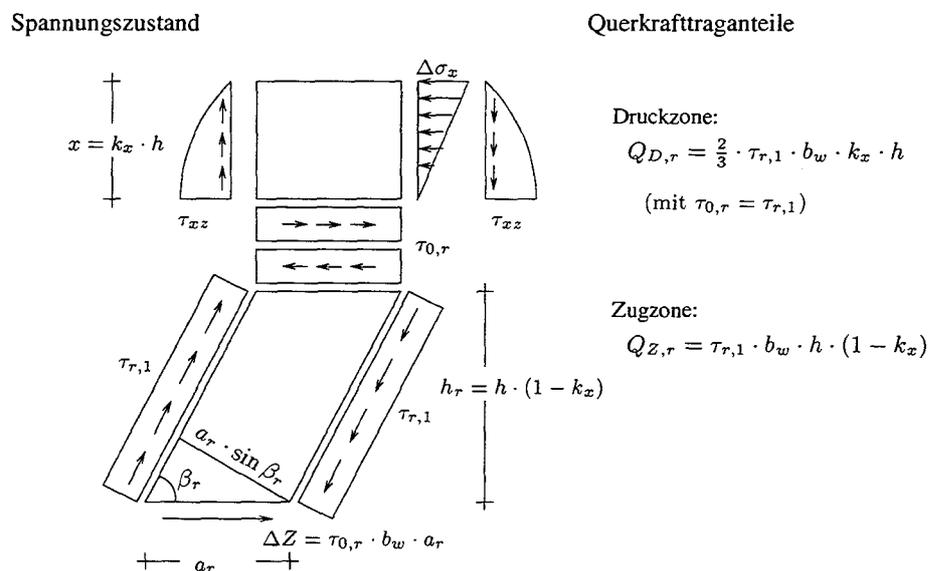


Abbildung 6.2: Gleichgewichtsbetrachtung für die Rissverzahnung Fall 1

Aus dem Kriterium des Momentengleichgewichts ergibt sich für die Fälle 2 und 3 der Maximalwert des dreieckigen Rissverzahnungsspannungsverlaufs im Riss zu  $\tau_r = 2 \cdot \tau_{r,2}$  bzw.  $\tau_r = 2 \cdot \tau_{r,3} \cdot \frac{h_r}{h_{rr}}$  unter der Annahme des Vorhandenseins der Spannungen  $\tau_{r,2}$  und  $\tau_{r,3}$  in Höhe der Nulllinie. Das Vorgehen zur Bestimmung der Rissverzahnungsspannung wird im Kapitel 6.5 anhand einer Versuchsnachrechnung dargestellt.

Für die Ermittlung der aufnehmbaren Schubbeanspruchung werden im Folgenden die aus der Rissverzahnung resultierenden Spannungen  $\tau_{r,1}$ ,  $\tau_{r,2}$  und  $\tau_{r,3}$  in Höhe der Nulllinie zur Vereinfachung der Schreibweise zur Spannung  $\tau_{r,ges}$  zusammengefasst:

$$\tau_{r,ges} = \tau_{r,1} + \tau_{r,2} + \tau_{r,3} \quad (6.1)$$

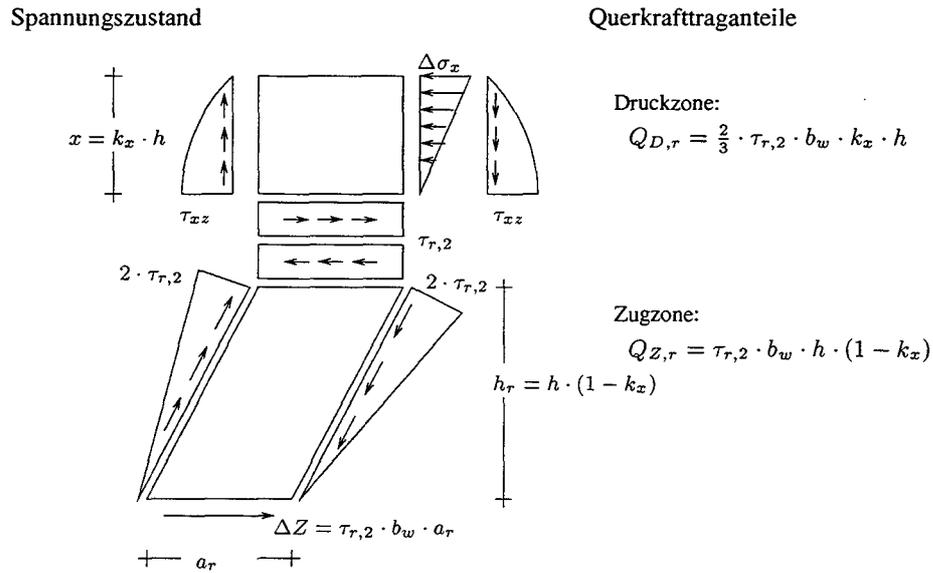


Abbildung 6.3: Gleichgewichtsbetrachtung für die Rissverzahnung Fall 2

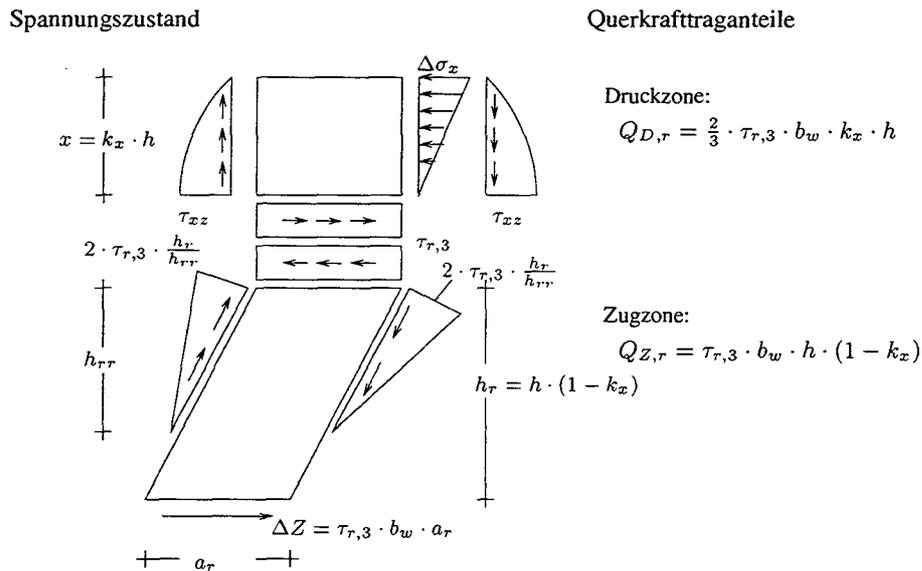


Abbildung 6.4: Gleichgewichtsbetrachtung für die Rissverzahnung Fall 3

### 6.2.3 Dübelwirkung (Tragwirkung 2)

Die mit den Gleichungen (5.16) bzw. (5.17) bestimmbare Verdübelungskraft  $Q_{Due}$  der Längsbewehrung am Riss stellt nur den Querkräftanteil in der Zugzone dar ( $Q_{Due} = Q_{Z,Due}$ ). Aus Gleichgewichtsgründen wird in der Druckzone ebenfalls ein Anteil der Querkraft abgetragen. In Abbildung 6.5 sind für die Dübelwirkung die Traganteile in der Druck- und Zugzone dargestellt.

Der Querkräfttraganteil in der Zugzone infolge Dübelwirkung kann nach Abbildung 6.5 be-

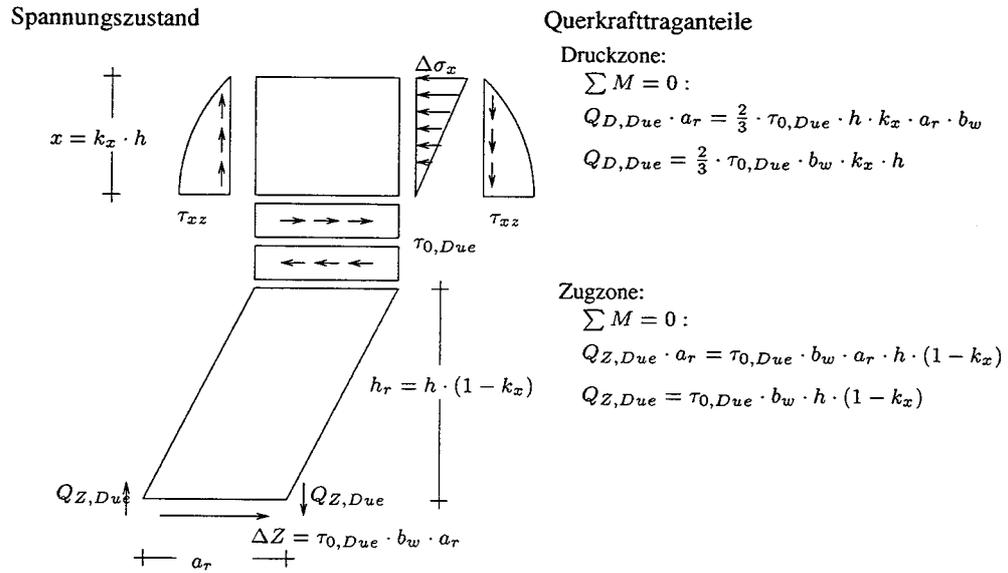


Abbildung 6.5: Gleichgewichtsbetrachtung für die Dübelwirkung

rechnet werden aus:

$$Q_{Z,Due} = \tau_{0,Due} \cdot b_w \cdot h \cdot (1 - k_x) \tag{6.2}$$

Durch Umformen und Auflösen nach  $\tau_{0,Due}$  folgt:

$$\tau_{0,Due} = \frac{Q_{Z,Due}}{b_w \cdot h \cdot (1 - k_x)} \tag{6.3}$$

Reineck [77] hat für den Traganteil der Dübelwirkung die Verformungen des Zahns abgeschätzt. Er kommt dabei zum Schluss, dass die Verformungen der Zugzone des Zahns zu negativen Gleitungen der Rissufer führen. Aus diesen Gleitungen entstehen wiederum Verzahnungsspannungen im Bereich der Längsbewehrung, die denen aus der Tragwirkung 1 entgegenwirken. Dieser Tatsache wird dadurch Rechnung getragen, dass eine zur Längsbewehrung hin abnehmende Verzahnungsspannung  $\tau_r$  angesetzt wird.

### 6.2.4 Druckzone (Tragwirkung 3)

Der Traganteil der in der Druckzone abgetragenen Querkraft  $Q_D$  folgt aus den Gleichgewichtsbedingungen der Tragwirkungen 1 und 2. Entsprechend den Angaben in den Abbildungen 6.2 bis 6.4 und in Abbildung 6.5 kann die dabei resultierende Querkraft  $Q_d$  mit Gleichung (6.4) berechnet werden.

$$Q_D = \frac{2}{3} \cdot \tau_{r,ges} \cdot b_w \cdot h \cdot k_x + \tau_{0,Due} \cdot b_w \cdot h \cdot \frac{2}{3} \cdot k_x \tag{6.4}$$

### 6.2.5 Gleichgewicht der Querkraftanteile

Die in den obigen Kapiteln ermittelten Anteile des Querkraftabtrags werden im Folgenden zusammengefasst dargestellt. Es kann festgestellt werden, dass der Verzahnung der Rissufer die größte Tragwirkung zukommt. Auf eine rechnerische Berücksichtigung der zusätzlichen Tragwirkung des in die Druckzone eingespannten Zahns wird auf der sicheren Seite liegend verzichtet, da für den Bruchzustand infolge des in die Druckzone hineinlaufenden Schubrisse von dieser Einspannung nicht mehr ausgegangen werden kann. Die Querkrafttraganteile können für die Druckzone und die Zugzone getrennt angegeben werden.

Querkraft in der Druckzone

$$Q_D = Q_{D,r} + Q_{D,Due} \quad (6.5)$$

$$Q_D = \frac{2}{3} \cdot \tau_{r,ges} \cdot b_w \cdot h \cdot k_x + \tau_{0,Due} \cdot b_w \cdot h \cdot \frac{2}{3} \cdot k_x \quad (6.6)$$

Querkraft in der Zugzone

$$Q_Z = Q_{Z,r} + Q_{Z,Due} \quad (6.7)$$

$$Q_Z = \tau_{r,ges} \cdot b_w \cdot h \cdot (1 - k_x) + \tau_{0,Due} \cdot b_w \cdot h \cdot (1 - k_x) \quad (6.8)$$

Die Schubspannung in Höhe der Nulllinie ist festgelegt durch:

$$\tau_0 = \tau_{r,ges} + \tau_{0,Due} = \frac{Q}{b_w \cdot z} \quad (6.9)$$

Aus dieser Bedingung können die Gleichungen (6.5) bis (6.8) umgeformt und in Form von aufnehmbaren Schubspannungen angegeben werden:

Druckzone

$$\tau_D = \frac{2}{3} \cdot \tau_{r,ges} \cdot \frac{k_x}{k_z} + \frac{2}{3} \cdot \tau_{0,Due} \cdot \frac{k_x}{k_z} \quad (6.10)$$

Zugzone

$$\tau_Z = \tau_{r,ges} \cdot \frac{(1 - k_x)}{k_z} + \tau_{0,Due} \cdot \frac{1 - k_x}{k_z} \quad (6.11)$$

In den Kapiteln 6.5 und 6.6 wird im Anschluss das dargestellte Modell zum Querkraftabtrag anhand einiger Versuche verifiziert. Für ungünstige Parameter werden die Schubbereichsgrenzen  $\tau_{011}$  anhand einiger Beispielrechnungen für den Anwendungsfall geklebter CFK-Lamellen festgelegt.

## 6.3 Festlegung der Rechenparameter

### 6.3.1 Allgemeines

Für die Berechnung der Schubtragfähigkeit mit Hilfe des oben beschriebenen Modells ist es erforderlich weitere Festlegungen und Annahmen hinsichtlich der Materialeigenschaften, geometrischer Werte und sonstiger Rechenparameter zu treffen. Diese erfolgen auf der Basis von in der Literatur beschriebenen und für Modellrechnungen üblicherweise verwendeten Ansätzen.

### 6.3.2 Materialeigenschaften des Betons

Bei der Betrachtung der Schubtragfähigkeit von Bauteilen kommt der Zugfestigkeit des Betons entsprechend der Modellbildung eine zentrale Rolle zu. Bei der Zugfestigkeit des Betons kann zwischen der zentrischen Zugfestigkeit  $\beta_Z$ , der Spaltzugfestigkeit  $\beta_{SZ}$  und der Biegezugfestigkeit  $\beta_{BZ}$  unterschieden werden (siehe [99]). Von *Heilmann* [37] ist für die Bestimmung der Zugfestigkeit des Betons die allgemeine empirische Gleichung (6.12) aufgestellt worden. Für die verschiedenen Arten der Zugfestigkeit ergeben sich dabei nach *Heilmann* unterschiedliche Werte der Konstanten  $c$  als Fraktil- und Mittelwerte.

$$\beta_{Z/SZ/BZ} = c \cdot \beta_W^{(2/3)} \quad (6.12)$$

Aufbauend auf den von *Reineck* ausgewerteten Versuchen wird für die weiteren Betrachtungen zur Bestimmung der zentrischen Zugfestigkeit  $\beta_Z$  der Beiwert  $c = 0,22$  als Mittelwert angesetzt. Die Gleichung lautet damit:

$$\beta_Z = 0,22 \cdot \beta_W^{(2/3)} \quad (6.13)$$

Als maßgebender Wert für die Tragfähigkeit des Betons auf Druck wird im Rahmen des hier beschriebenen Forschungsvorhabens neben der Würfeldruckfestigkeit des Betons  $\beta_W$  von der Prismendruckfestigkeit  $\beta_P$  ausgegangen. *Leonhardt* [52] empfiehlt für die Umrechnung Gleichung (6.14).

$$\beta_P = 0,79 \cdot \beta_W \quad (6.14)$$

### 6.3.3 Verformungswerte und Rissgeometrie

Maßgebend für die Bestimmung der Schubtragfähigkeit ist entsprechend dem oben hergeleiteten Schubmodell die Rissbreite und die Rissform. Bei Biegebeanspruchung mit Querkräften werden in Biegebauteilen ausgehend vom Auflager die Zugkräfte in den Bewehrungssträngen (Betonstahl, Klebarmierung) von Riss zu Riss zur Trägermitte hin aufgebaut.

In Kapitel 4 werden in Abhängigkeit von den Rissabständen  $a_r$  die Rissbreiten  $w$  ermittelt. Maßgebend für die Steifigkeit des gerissenen Bauteils ist die Risshöhe  $h_r$  bzw. die Höhe der Druckzone  $x$ . Für die folgenden Berechnungen ist zudem die Neigung der Risse  $\beta_r$  in geeigneter Weise festzulegen. Im Allgemeinen ist in Stahlbetonbauteilen ohne Schubbewehrung von wesentlich steileren Rissen auszugehen als bei Bauteilen mit Schubbewehrung.

*Reineck* [77] nimmt für seine Untersuchungen zur Schubtragfähigkeit als einfachste Rissform eine Gerade mit einer Rissneigung  $\beta_r = 60^\circ$  an. *Deutsch* [15] ermittelt bei reiner Biegebeanspruchung den Rissneigungswinkel  $\beta_r = 90^\circ$ , bei einer Biegebeanspruchung mit Querkraft hingegen den Winkel  $\beta_r = 60^\circ$ . *Hamadi* [34] geht bei seinen Herleitungen eines Schubmodells nichtschubbewehrter Bauteile von einem Risswinkel  $\beta_r = 90^\circ$  aus. Da Plattenbauteile v.a. infolge Biegung beansprucht werden und da in eigenen Untersuchungen an entsprechenden Versuchsbalken deutlich steilere Rissneigungswinkel als  $\beta_r = 60^\circ$  festgestellt worden sind, wird für die folgenden Berechnungen von einem Rissneigungswinkel  $\beta_r = 90^\circ$  ausgegangen. Zudem ist bei der rechnerischen Betrachtung der die Neigung des Risses insensitiv auf die Tragfähigkeit aus den Komponenten Rissverzahnung und Dübelwirkung .

Für die Bestimmung der Rissverzahnungs- und Dübelwirkung sind die Verschiebungen der Rissufer maßgebend. In Abbildung 6.6 sind die Rissbreite  $w$  und die Gleitung  $v$  vereinfacht dargestellt.

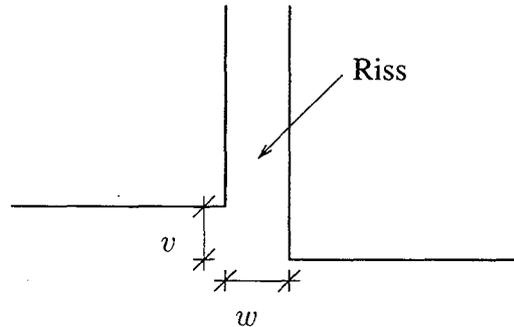


Abbildung 6.6: Vereinfachte Darstellung der Verschiebungen im Riss

Maßgebend für die Ermittlung der Rissverzahnung ist die Rissverzahnungsspannung  $\tau_{r,max}$  nach Gleichung (5.12), die ohne Normalkraft  $\sigma_n$  übertragen werden kann. Für jede Rissbreite  $w < w_{max}$  nach Abbildung 5.21 kann ein Wert  $\tau_{r,max}$  bestimmt werden, der mit einer bestimmten Gleitung  $v$  der Rissufer verbunden ist. Die Gleitung  $v$ , die erforderlich ist, damit der Grenzwert  $\tau_{r,max}$  im Riss übertragen werden kann, wird nach Gleichung (5.11) errechnet. Für die Ermittlung der Dübelkraft  $Q_{Due}$  nach den Gleichungen (5.16) und (5.17) für den ansteigenden bzw. den abfallenden Ast der Versatz-Dübelkraft-Beziehung, die als Dübelwirkung zum Querkraftabtrag angesetzt werden darf, wird der Wert der Gleitung  $v$  in Höhe der inneren Längsbewehrung angesetzt.

## 6.4 Anwendungsbereich des Schubmodells

Das aufgestellte Modell ist uneingeschränkt gültig für den Trägerbereich, der außerhalb der fächerartigen Druckfelder des Trägersauflagers und der Lasteinleitungsbereiche liegt. Dieser Bereich wird bei *Schlaich/Schäfer* [83] als *B-Bereich* bezeichnet (Abbildung 6.7).

Im Bereich einer direkten Lasteinleitung breitet sich die auf das Bauteil einwirkende Last fächerartig in einem einachsigen Druckfeld aus, wobei die Druckfeldtrajektorien die Biegerisse kreuzen. Damit liegen innerhalb dieses Druckfeldbereichs günstigere Verhältnisse vor und werden für das Bauteilversagen nicht kritisch. Unter Annahme einer Lastausbreitung unter  $45^\circ$  ist allerdings dieser günstig wirkende Einfluss des Druckfelds bereits im Abstand  $h$  nicht mehr vorhanden. Bei Ansatz eines steileren Ausbreitungswinkels wird der positiv beeinflusste Bereich um die Lasteinleitung noch kleiner. Aus diesem Grund soll auf der sicheren Seite liegend dieser günstige Einfluss unmittelbar im Bereich der Lasteinleitung für die weiteren Betrachtungen vernachlässigt werden.

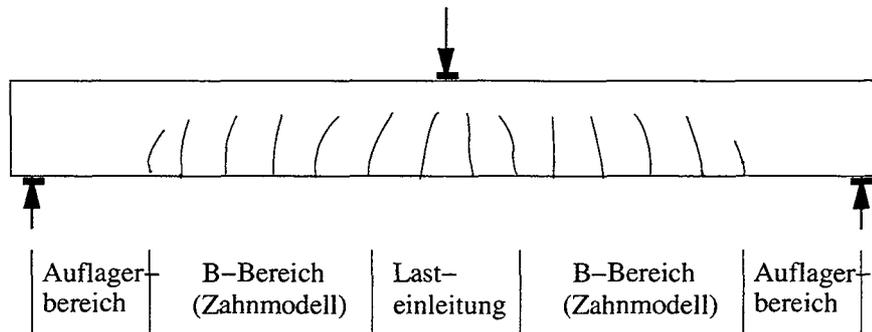


Abbildung 6.7: Darstellung der Trägerbereiche nach [83]

## 6.5 Vergleich mit Versuchsergebnissen

### 6.5.1 Allgemeines

Die in den obigen Kapiteln aufgestellten Zusammenhänge zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit in Abhängigkeit von der Rissbreite  $w$  werden im Rahmen dieses Kapitels mit in der Literatur beschriebenen Versuchen verglichen und deren Gültigkeit überprüft. Dabei stellt sich die Suche nach geeigneten Versuchskörpern als sehr problematisch dar. Damit ein Versuch als für die Überprüfung des Schubmodells "geeignet" angesehen werden kann, müssen folgende Voraussetzungen erfüllt sein:

- Stahlbetonbauteil ohne Schubbewehrung
- Messung der Rissbreite in Höhe der Längsbewehrung oder an der Balkenunterseite
- Versagen auf Schub (Schubzugbruch bzw. Schubdruckbruch)
- Gemessene Rissbreiten  $w \geq 0,7 \text{ mm}$
- Ausreichende Angaben zu den Materialeigenschaften und statischen Systemen

In einer umfassenden Literaturrecherche sind Veröffentlichungen (z.B. [97] [53] [81] [51] [56] [46] [5] [61] [57] [42] [60] [79] [25] [89] [6] [82]) auf Versuche hin überprüft worden, die die aufgeführten Punkte erfüllen. Dabei hat sich gezeigt, dass bei den meisten durchgeführten Versuchen zum einen keine systematischen Rissbreitenmessungen gemacht oder diese nicht ausreichend genau dokumentiert worden sind, zum anderen die gemessenen Rissbreiten deutlich unter  $w = 0,7 \text{ mm}$  geblieben sind. Gerade an dieser Stelle ist darauf hinzuweisen, dass für den Bereich großer Rissbreiten zukünftig enormer Forschungsbedarf besteht und damit einhergehend gezielte Versuche an Versuchskörpern mit großen Dehnungen der Bewehrungsstränge durchgeführt werden sollten.

Trotz der Vielzahl von Versuchen, die die oben genannten Kriterien nicht erfüllen, können 2 geeignete Versuchskörper mit ausreichend genauer Versuchsdokumentation gefunden werden, anhand derer das Schubmodell überprüft wird.

### 6.5.2 Versuch A: Leonhardt [51]

#### Angaben

Der Versuch A ist in [51] beschrieben. Der Versuch ist von *Leonhardt/Walther* durchgeführt worden. Er ist einer großen Versuchsreihe entnommen, in der eine Vielzahl von Schubversuchen an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung durchgeführt worden sind. Ziel der Versuche von *Leonhardt/Walther* war das Erforschen der maßgebenden Einflussfaktoren auf die Schubtragfähigkeit (Bewehrungsgrad, Belastungsart, Verbund etc.). Der für die Vergleichsrechnung herangezogene Versuchskörper wird im Versuchsbericht mit *Balken E6* bezeichnet. Die genaue Beschreibung der Versuchsdurchführung, die geometrischen Bedingungen und weitere Informationen können [51] entnommen werden. Im Folgenden sind nur kurz die wesentlichen Parameter zusammengefasst dargestellt:

Tabelle 6.1: Versuchsparameter des Versuchskörpers *Balken E6*

Bezeichnung	<i>Balken E6</i>
Höhe $d$	0,32 m
Statische Nutzhöhe $h$	0,27 m
Breite $b$	0,19 m
Länge $l$	2,00 m
Bewehrungsgrad $\mu_L$	2,47 %
$\beta_w$	$35,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Bruchlast $Q_u$	93 kN
max. Rissbreite $w$	0,8 mm
Bruchart	Schubdruckbruch
Druckzonenhöhe $x$ (gemessen)	0,10 m

Der Wert der Druckzonenhöhe  $x$  wird aus dem Bruchbild im Versuchsbericht herausgemessen. Daraus folgt für den Wert der bezogenen Druckzonenhöhe  $k_x = \frac{x}{h} = 0,37$ . Die maximale Rissbreite  $w$  ist in der Schwerachse der eingelegten Betonstahlbewehrung kurz vor Erreichen der Bruchlast gemessen worden.

#### Berechnung

Im Folgenden werden die Querkrafttraganteile entsprechend dem aufgestellten Modell zur Schubtragfähigkeit ermittelt:

#### Rissverzahnung

Maßgebend für die Berechnung der Rissverzahnungswirkung ist der Ansatz der Rissverzahnungsspannung  $\tau_r$  im Riss. Zu diesem Zweck werden entsprechend Abbildung 6.8 die maßgebenden Werte des eigenen bilinearen Rissverzahnungsansatzes für die in Tabelle 6.1 angegebenen Parameter bestimmt.

Die maximale Rissbreite  $w_{max}$  lässt sich mit Abbildung 5.21 bzw. Gleichung (5.13) zu  $w_{max} = 1,65 \text{ mm}$  bestimmen.

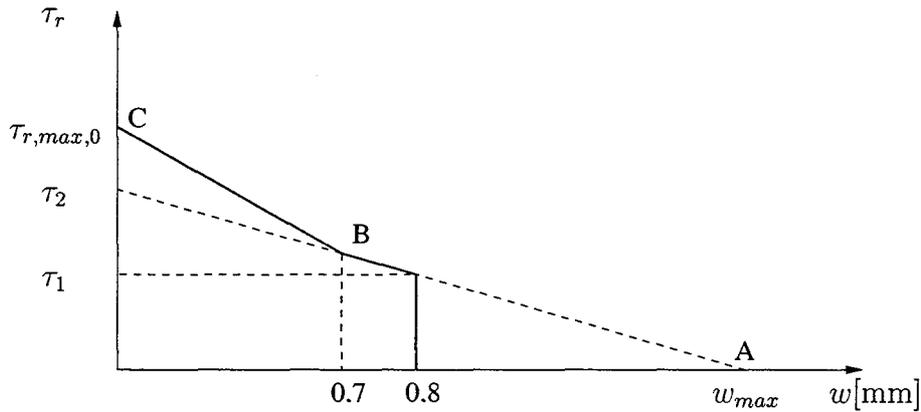


Abbildung 6.8: Maßgebende Parameter des bilinearen Ansatzes

Der maximale Wert der Verzahnungsspannung für die Rissbreite  $w = 0$  (Punkt C) folgt nach Gleichung (5.14):

$$\tau_{r,max,0} = 0,22 \cdot \beta_W^{(2/3)} = 0,22 \cdot 35,2^{(2/3)} = 2,36 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.15)$$

Die Verzahnungsspannungen  $\tau_r$  für Rissbreiten  $w \geq 0,7$  werden mithilfe Gleichung (5.12) ermittelt. Für die Rissbreite  $w = 0,7$  mm (Punkt B) folgt dann:

$$\tau_{r,0.7} = 0,95 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.16)$$

Die Verzahnungsspannung für die Rissbreite  $w = 0,8$  mm errechnet sich zu:

$$\tau_{r,0.8} = 0,87 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.17)$$

Für die einfache Ermittlung der gesamten aufnehmbaren Schubspannungen werden noch die Hilfswerte  $\tau_1$  und  $\tau_2$  entsprechend Abbildung 6.8 ermittelt.

$$\tau_1 = \tau_{r,0.8} = 0,87 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.18)$$

Der Wert  $\tau_2$  folgt aus der Geradengleichung für eine Gerade durch die Punkte A und B nach Abbildung 6.8.

$$\tau_2 = \frac{1,65 \cdot 0,95}{1,65 - 0,7} = 1,65 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.19)$$

Für die Bestimmung der über Rissverzahnung übertragbaren Spannungen  $\tau_r$  können nun in Anlehnung an die in den Abbildungen 6.2 bis 6.4 aufgestellten Gleichgewichtsbedingungen die Querkrafttraganteile aus Rissverzahnung bzw. die in Höhe der Nulllinie auftretenden Schubspannungen  $\tau_{r,1}$ ,  $\tau_{r,2}$  und  $\tau_{r,3}$  errechnet werden.

$$\tau_{r,1} = \tau_1 \quad (6.20)$$

$$\tau_{r,1} = 0,87 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.21)$$

$$2 \cdot \tau_{r,2} = \tau_2 - \tau_1 \quad (6.22)$$

$$\tau_{r,2} = \frac{1,65 - 0,87}{2} = 0,39 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.23)$$

$$2 \cdot \tau_{r,3} \cdot \frac{h_r}{h_{rr}} = \tau_{r,max,0} - \tau_2 \quad (6.24)$$

$$\tau_{r,3} = \frac{2,36 - 1,65}{2 \cdot 0,8/0,7} = 0,31 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.25)$$

Damit folgt für die in Höhe der Nulllinie wirkenden Schubspannung aus der Rissverzahnungswirkung  $\tau_{r,ges}$  nach Gleichung (6.1):

$$\tau_{r,ges} = \tau_{r,1} + \tau_{r,2} + \tau_{r,3} = 0,87 + 0,39 + 0,31 = 1,57 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.26)$$

Für die Ermittlung der Verdübelungswirkung ist noch die zur Übertragung der Rissverzahnungskräfte erforderliche Rissgleitung  $v_0$  nach Gleichung (5.11) in Höhe der Längsbewehrung zu bestimmen.

$$v_0 = \frac{\frac{\beta_w}{24}}{1,27 \cdot w^{-0,75} + (0,15 \cdot w^{-0,43} - 0,10) \cdot \beta_w} \quad (6.27)$$

$$= \frac{\frac{35,2}{24}}{1,27 \cdot 0,8^{-0,75} + (0,15 \cdot 0,8^{-0,43} - 0,10) \cdot 35,2} \quad (6.28)$$

$$= 0,39 \text{ mm} \quad (6.29)$$

### Dübeltragwirkung

Dübelrisslast  $V_{riss}$  nach Gleichung (5.15)

$$\begin{aligned} V_{Riss} &= 1,23 \cdot \beta_W^{(1/3)} \cdot \mu_L^{(8/9)} \cdot h^{(2/3)} \cdot b_w \\ &= 1,23 \cdot 35,2^{(1/3)} \cdot 0,0247^{(8/9)} \cdot 0,27^{(2/3)} \cdot 0,19 \cdot 0,27 \\ &= 11,9 \text{ kN} \end{aligned} \quad (6.30)$$

Aus der erforderlichen Gleitung  $v_0 = 0,39 \text{ mm}$  in Höhe der Längsbewehrung infolge der Rissverzahnung ergibt sich entsprechend Abbildung 5.25 die aufnehmbare Querkraft  $Q_{Due}$  aus der Dübelwirkung:

$$Q_{Due} = V_{Riss} \cdot \frac{2,55 - v_0}{2,47} \quad (6.31)$$

$$= 11,9 \cdot \frac{2,55 - 0,39}{2,47} \quad (6.32)$$

$$= 10,4 \text{ kN} \quad (6.33)$$

Nach Gleichung (6.3) folgt für die in Höhe der Nulllinie wirkenden Schubspannung aus der Dübelwirkung:

$$\tau_{0,Due} = \frac{Q_{Due}}{b_w \cdot h \cdot (1 - k_x)} = \frac{0,0104}{0,19 \cdot 0,27 \cdot (1 - 0,37)} = 0,32 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.34)$$

### Vergleich des Rechenwertes mit Versuchswert

Der Rechenwert der in Höhe der Nulllinie wirkenden Schubspannung infolge der Rissverzahnungs-, Verdübelungs- und Druckzonenwirkung berechnet sich damit zu:

$$\tau_{0,calc} = \tau_{r,ges} + \tau_{0,Due} \quad (6.35)$$

$$= 1,57 + 0,32 \quad (6.36)$$

$$= 1,89 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.37)$$

Aus der im Versuch maximal erreichten Bruchlast  $Q_{max} = 93 \text{ kN}$  folgt

$$\tau_{0,vorh} = \frac{Q_{max}}{b_w \cdot z} = \frac{0,093}{0,19 \cdot 0,88 \cdot 0,27} = 2,06 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.38)$$

Ein Vergleich des Rechenwertes mit dem Versuchswert in Form

$$\frac{\tau_{0,calc}}{\tau_{0,vorh}} = \frac{1,89}{2,06} = 0,92 \quad (6.39)$$

zeigt lediglich eine Abweichung von 8 % des berechneten vom tatsächlich auftretenden Wert der Bruchschubspannung.

### 6.5.3 Versuch B: *Rüsch/Mayer* [82]

#### Angaben

Der in [82] dokumentierte Versuch B ist von *Rüsch/Mayer* durchgeführt worden. Er ist einer Versuchsreihe entnommen, in der in 5 Versuchen die Verformungen im Querkraftbereich eines Stahlbetonbalkens untersucht worden sind. Der Versuchskörper wird mit *Balken 62/2* bezeichnet. Die genaue Beschreibung der Versuchsdurchführung, die geometrischen Bedingungen und weitere Informationen können [82] entnommen werden. Im Folgenden sind nur kurz die wesentlichen Parameter zusammengefasst dargestellt:

Tabelle 6.2: Versuchsparameter des Versuchskörpers *Balken 62/2*

Bezeichnung	<i>Balken 62/2</i>
Höhe $d$	0,32 m
Statische Nutzhöhe $h$	0,28 m
Breite $b$	0,11 m
Länge $l$	3,00 m
Bewehrungsgrad $\mu_L$	3,55 %
$\beta_w$	$34,0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Bruchlast $Q_u$	48,6 kN
max. Rissbreite $w$	0,95 mm
Bruchart	Schubzugbruch
Druckzonenhöhe $x$ (gemessen)	0,10 m

Der Wert der Druckzonenhöhe  $x$  wird aus dem Bruchbild im Versuchsbericht herausgemessen. Daraus folgt für den Wert der bezogenen Druckzonenhöhe  $k_x = \frac{x}{h} = 0,36$ . Die maximale Rissbreite  $w$  ist in der Schwerachse der eingelegten Betonstahlbewehrung kurz vor Erreichen der Bruchlast gemessen worden. Die Besonderheit dieses Versuchskörpers besteht in der Tatsache, dass das Bauteil aus 2 unterschiedlichen Betonsorten gefertigt worden ist. Die Druckzone besteht aus einem Beton mit  $\beta_W = 66,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ , die Zugzone aus einem Beton mit  $\beta_W = 34,0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ . Mit diesem Vorgehen soll ein Plattenbalkenquerschnitt simuliert werden, der allerdings einfacher als Rechteckquerschnitt betoniert werden kann. Für die nachfolgende Berechnung der Rissverzahnung und Dübelwirkung, die im Bereich der Zugzone wirkt, wird aus diesem Grund von einer Würfeldruckfestigkeit des Betons  $\beta_W = 34,0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  ausgegangen.

### Berechnung

Im Folgenden werden die Querkrafttraganteile entsprechend dem aufgestellten Modell zur Schubtragfähigkeit analog zum *Versuch A* in gekürzter Darstellung ermittelt:

### Rissverzahnung

Maximaler Wert der Verzahnungsspannung für die Rissbreite  $w = 0$  (Punkt C) nach Gleichung (5.14):

$$\tau_{r,max,0} = 0,22 \cdot \beta_W^{2/3} = 0,22 \cdot 34,0^{2/3} = 2,31 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.40)$$

Verzahnungsspannungen  $\tau_{r,0.7}$  für die Rissbreite  $w = 0,7$  mm (Punkt B) nach Gleichung (5.12):

$$\tau_{r,0.7} = 0,93 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.41)$$

Verzahnungsspannung  $\tau_{r,0.95}$  für die Rissbreite  $w = 0,95$  mm:

$$\tau_{r,0.95} = 0,73 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.42)$$

Hilfswert  $\tau_1$  analog zu Abbildung 6.8:

$$\tau_1 = \tau_{r,0.95} = 0,73 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.43)$$

Hilfswert  $\tau_2$  analog zu Abbildung 6.8 (maximale Rissbreite  $w_{max} = 1,67$  mm nach Gleichung (5.13)):

$$\tau_2 = \frac{1,67 \cdot 0,93}{1,67 - 0,7} = 1,60 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.44)$$

Bestimmung der Werte  $\tau_{r,1}$ ,  $\tau_{r,2}$  und  $\tau_{r,3}$ :

$$\tau_{r,1} = \tau_1 \quad (6.45)$$

$$\tau_{r,1} = 0,73 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.46)$$

$$2 \cdot \tau_{r,2} = \tau_2 - \tau_1 \quad (6.47)$$

$$\tau_{r,2} = \frac{1,60 - 0,73}{2} = 0,44 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.48)$$

$$2 \cdot \tau_{r,3} \cdot \frac{h_r}{h_{rr}} = \tau_{r,max,0} - \tau_2 \quad (6.49)$$

$$\tau_{r,3} = \frac{2,31 - 1,60}{2 \cdot 0,95/0,7} = 0,26 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.50)$$

Damit folgt für die in Höhe der Nulllinie wirkenden Schubspannung aus der Rissverzahnungswirkung  $\tau_{r,ges}$  nach Gleichung (6.1):

$$\tau_{r,ges} = \tau_{r,1} + \tau_{r,2} + \tau_{r,3} = 0,73 + 0,44 + 0,26 = 1,43 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.51)$$

Für die Ermittlung der Verdübelungswirkung ist noch die zur Übertragung der Rissverzahnungskräfte erforderliche Rissgleitung  $v_0$  nach Gleichung (5.11) in Höhe der Längsbewehrung zu ermitteln.

$$v_0 = \frac{\frac{\beta_W}{24}}{1,27 \cdot w^{-0,75} + (0,15 \cdot w^{-0,43} - 0,10) \cdot \beta_W} \quad (6.52)$$

$$= \frac{\frac{34,0}{24}}{1,27 \cdot 0,95^{-0,75} + (0,15 \cdot 0,95^{-0,43} - 0,10) \cdot 34,0} \quad (6.53)$$

$$= 0,45 \text{ mm} \quad (6.54)$$

### Dübeltragwirkung

Dübelrisslast  $V_{Riss}$  nach Gleichung (5.15):

$$\begin{aligned} V_{Riss} &= 1,23 \cdot 34,0^{(1/3)} \cdot 0,0355^{(8/9)} \cdot 0,28^{(2/3)} \cdot 0,11 \\ &= 9,7 \text{ kN} \end{aligned} \quad (6.55)$$

Aufnehmbare Querkraft  $Q_{Due}$  für Gleitung  $v_0 = 0,45 \text{ mm}$ :

$$Q_{Due} = 9,7 \cdot \frac{2,55 - 0,45}{2,47} \quad (6.56)$$

$$= 8,2 \text{ kN} \quad (6.57)$$

Schubspannung aus der Dübelwirkung  $\tau_{0,Due}$ :

$$\tau_{0,Due} = \frac{0,0082}{0,11 \cdot 0,28 \cdot (1 - 0,36)} = 0,42 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.58)$$

### Vergleich des Rechenwertes mit Versuchswert

Der Rechenwert der in Höhe der Nulllinie wirkenden Schubspannung infolge der Rissverzahnungs-, Verdübelungs- und Druckzonenwirkung berechnet sich damit zu:

$$\tau_{0,calc} = \tau_{r,ges} + \tau_{0,Due} \quad (6.59)$$

$$= 1,43 + 0,42 \quad (6.60)$$

$$= 1,85 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.61)$$

Aus der im Versuch maximal erreichten Bruchlast  $Q_{max} = 48,6 \text{ kN}$  folgt

$$\tau_{0,vorh} = \frac{Q_{max}}{b_w \cdot z} = \frac{0,0486}{0,11 \cdot 0,88 \cdot 0,28} = 1,79 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (6.62)$$

Ein Vergleich des Rechenwertes mit dem Versuchswert in Form

$$\frac{\tau_{0,calc}}{\tau_{0,vorh}} = \frac{1,85}{1,79} = 1,03 \quad (6.63)$$

zeigt lediglich eine Abweichung von 3 % des berechneten vom tatsächlich auftretenden Wert der Bruchschubspannung.

#### 6.5.4 Bewertung der Versuchsnachrechnungen

In den beiden Versuchsnachrechnungen ist eine sehr zufriedenstellende rechnerische Übereinstimmung mit den in den Versuchen erreichten Bruchlasten festzustellen. Zu erwähnen ist, dass das Modell und die Annahmen zu den Materialeigenschaften nicht an diesen beiden Versuchen kalibriert worden sind, sondern auf rein mechanischen Annahmen basieren bzw. einschlägiger Literatur entnommen sind. Ein anhand zweier Versuchsauswertungen überprüfetes Bemessungsmodell muß nicht als allgemeingültig angesehen werden. Allerdings zeigen die berechneten Bruchlasten im Vergleich zu den im Versuch erreichten Werten ganz deutlich, dass im "normalen" Anwendungsbereich die Querkrafttragfähigkeit in vernünftiger Weise bestimmt werden kann. *Reineck* [77] hat in seinen sehr umfangreichen Berechnungen zur Modellierung des Schubtragverhaltens von nicht bügelbewehrten Stahlbetonbauteilen auch das *Zahnmodell* mit ähnlichen Berechnungsannahmen verwendet, allerdings im Anwendungsbereich der DIN 1045(7.88) [20]. Er hat sein Modell mit einer Vielzahl von Ergebnissen aus Bauteilversuchen verglichen und stellt dabei eine ausgezeichnete Übereinstimmung des Modells mit den in Versuchen erreichten Schubbruchlasten fest. Aus diesem Grund ist von einer ausreichend genauen Erfassung des Schubtragverhaltens mit dem eigenen Modell unter besonderer Berücksichtigung großer Rissbreiten auszugehen.

Die geringe Versuchsanzahl macht allerdings die Erfordernis deutlich, dass zur weiteren Überprüfung und Verifizierung des Modells gezielte Versuche im Rahmen weiterer Forschungsvorhaben erforderlich sind.

## 6.6 Parameterstudie

Zur Bestimmung bzw. Anpassung der maximal zulässigen Schubspannung werden mit Hilfe des Schubmodells Beispielrechnungen mit variierenden Parametern durchgeführt. Für die

Parameterstudie und die Ermittlung der maßgebenden Werte wird ein Visual Basic-Makro verwendet. Stahlbetonbiegeträger ohne Schubbewehrung brechen in der Regel ohne Vorankündigung. Als Sicherheitsbeiwert ist aus diesem Grund sowohl für den Schubzugbruch als auch für den Schubdruckbruch als globaler Sicherheitsbeiwert

$$\gamma = 2,1 \quad (6.64)$$

zu setzen.

Die maßgebenden Parameter werden in den in Tabelle 6.3 aufgeführten Grenzen variiert.

Tabelle 6.3: Parameter zur Bestimmung der Schubbereichsgrenze

Parameter	
Würfeldruckfestigkeit $\beta_W$ [ $\frac{N}{mm^2}$ ]	15 - 55
Rissabstand $a_r$ [m]	0,1 - 0,5
Betonstahlbewehrungsgrad $\mu_L$ [%]	0,5 - 2,5
Lamellendehnung $\varepsilon_L$ [%]	8,5
Rissbreite $w$	nach Kapitel 4

Maßgebender Eingangswert für die folgenden Auswertungen ist der Rissabstand  $a_r$ . Der Wert des Rissabstands  $a_r$  ist eine stark streuende Größe. Dabei ist bei Plattenbauteilen von einer Rissbildung ohne fein verteilte Zwischenrisse auszugehen. Zur Bestimmung des Rissabstands von gemischter Bewehrung ist für klebarmierte Bauteile beispielsweise von *Niedermeier* [64] ein Ansatz hergeleitet worden. Dieser Ansatz basiert auf den Ausführungen von *Noakowski* [69], der sich mit einer gemischten Bewehrung aus Beton- und Spannstahl beschäftigt hat. Für die Ermittlung des Rissabstands  $a_r$  klebarmierter Bauteile als Eingangswert für die Benutzung der Diagramme in den Abbildungen 6.9 bis 6.13 wird an dieser Stelle auf die Arbeit von *Niedermeier* verwiesen.

Als Ergebnis der Parameterstudie entsprechend Tabelle 6.3 werden Diagramme erstellt, mit deren Hilfe in Abhängigkeit von der Betonfestigkeit  $\beta_W$ , vom Längsbewehrungsgrad  $\mu_L = \frac{A_{st}}{b \cdot h}$  und vom Rissabstand  $a_r$  die Grenzwerte der aufnehmbaren Schubspannung  $\tau_{0,max}$  unter Gebrauchslast ermittelt werden können. Die Diagramme sind in den Abbildungen 6.9 bis 6.13 dargestellt. Die in den Abbildungen aufgezeichneten Zusammenhänge gelten für Lamellendehnungen  $\varepsilon_L = 8,5\%$ . Für Lamellendehnungen  $\varepsilon_L < 8,5\%$  liegen die Diagramme auf der sicheren Seite. Bei der rechnerischen Berücksichtigung der Dübelwirkung in den Diagrammen ist der Parameter der statischen Nutzhöhe  $h$  entsprechend einer üblichen Annahme mit  $h = a_r$  angesetzt worden. Aufgrund des geringen Einflusses auf die Schubtragfähigkeit ist eine genauere Berücksichtigung der Nutzhöhe  $h$  bei der Bestimmung der Dübelwirkung nicht erforderlich.

Aus den Abbildungen 6.9 bis 6.13 sind zusammenfassend folgende Schlüsse zu ziehen:

- Mit zunehmenden Rissabständen  $a_r$  nehmen die Grenzwerte der Schubspannungen  $\tau_{0,max}$  ab. Diese Tendenz stimmt mit den Bestimmungen zur Schubbemessung im Sinne der DIN 1045 (7.88) voll überein. Nach DIN 1045 (7.88) ist der Grenzwert  $\tau_{011}$  bei der Bemessung von Stahlbetonbauteilen in Abhängigkeit von der Plattendicke  $d$  mit den

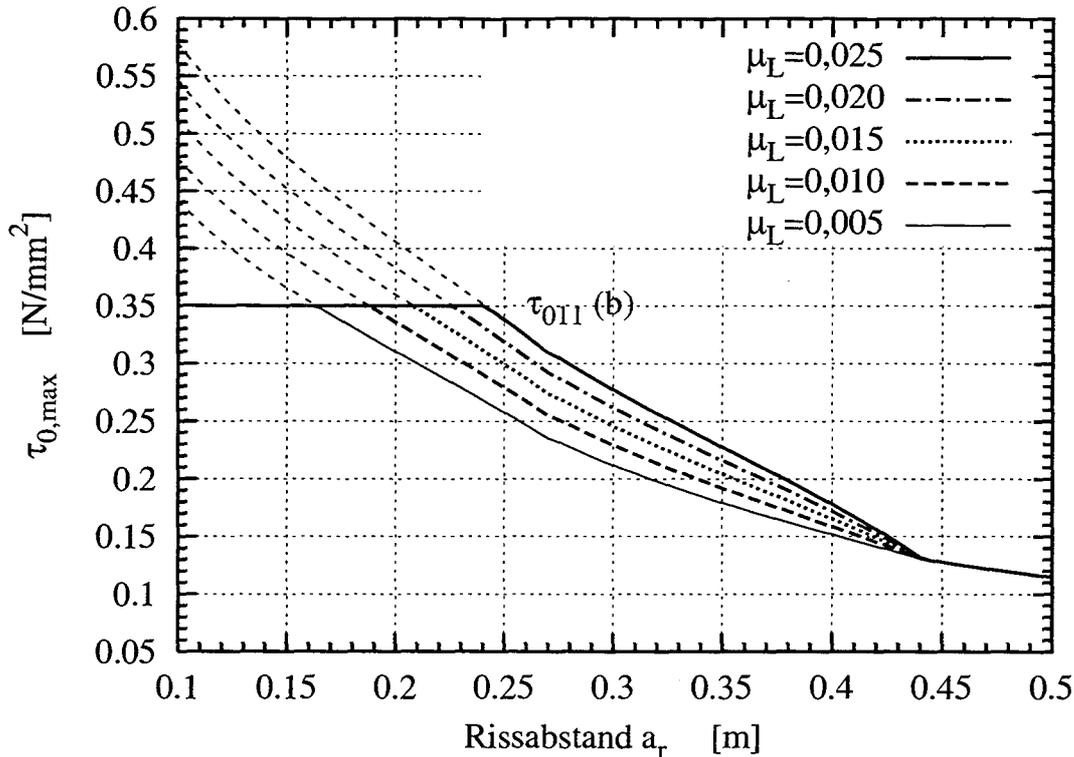


Abbildung 6.9: Grenzwert  $\tau_{0,max}$  für  $\varepsilon_L = 8,5\%$ ,  $\beta_W = 15 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Faktoren  $k_1$  bzw.  $k_2$  abzumindern. Der Grund dafür liegt in der Tatsache, dass mit zunehmender Bauteilhöhe größere Rissbreiten und damit eine geringere Verzahnungswirkung zu erwarten ist. Im Rahmen der Richtlinie für das Verstärken mit CFK-Lamellen wird empfohlen die Grenzwerte nicht pauschal festzulegen, da sonst sehr niedrige zulässige Werte die Folge wären. Die Grenzwerte sind für jeden Bemessungsfall aus den Diagrammen der Abbildungen 6.9 bis 6.13 in Abhängigkeit vom Rissabstand (maximale Rissabstände) gesondert zu bestimmen.

- Im Bereich kleinerer Rissabständen  $a_r$  ist der positive Einfluss der Dübelwirkung ersichtlich. Im Bereich großer Rissabstände hingegen verringert sich der Traganteil aus der Dübelwirkung deutlich und kann z.T. vernachlässigt werden. Diese Erkenntnis deckt sich im Wesentlichen mit den Ergebnissen von *Reineck* [77], der den Einfluss der Rissbreiten auf die Dübelwirkung untersucht hat.
- Im Bereich kleiner Rissabstände  $a_r \leq 0,2 \text{ m}$  liegen die aufnehmbaren Schubspannungen teilweise über dem bisher in der Richtlinie für das Verstärken mit CFK-Lamellen festgelegten Wert  $\tau_{011}(b)$ . Für diese Bereiche ist es denkbar, größere Schubspannungen  $\tau_0$  bei der Bemessung zuzulassen. Auf der sicheren Seite liegend wird empfohlen als Obergrenze  $\tau_{011}(b)$  beizubehalten.
- Im Bereich von Rissabständen  $a_r \geq 0,2 \text{ m}$  liegt die bisher festgelegte Grenze  $\tau_{011}(b)$  auf der unsicheren Seite. Es ist eine Abminderung des Grenzwertes entsprechend den Abbildungen 6.9 bis 6.13 vorzunehmen.

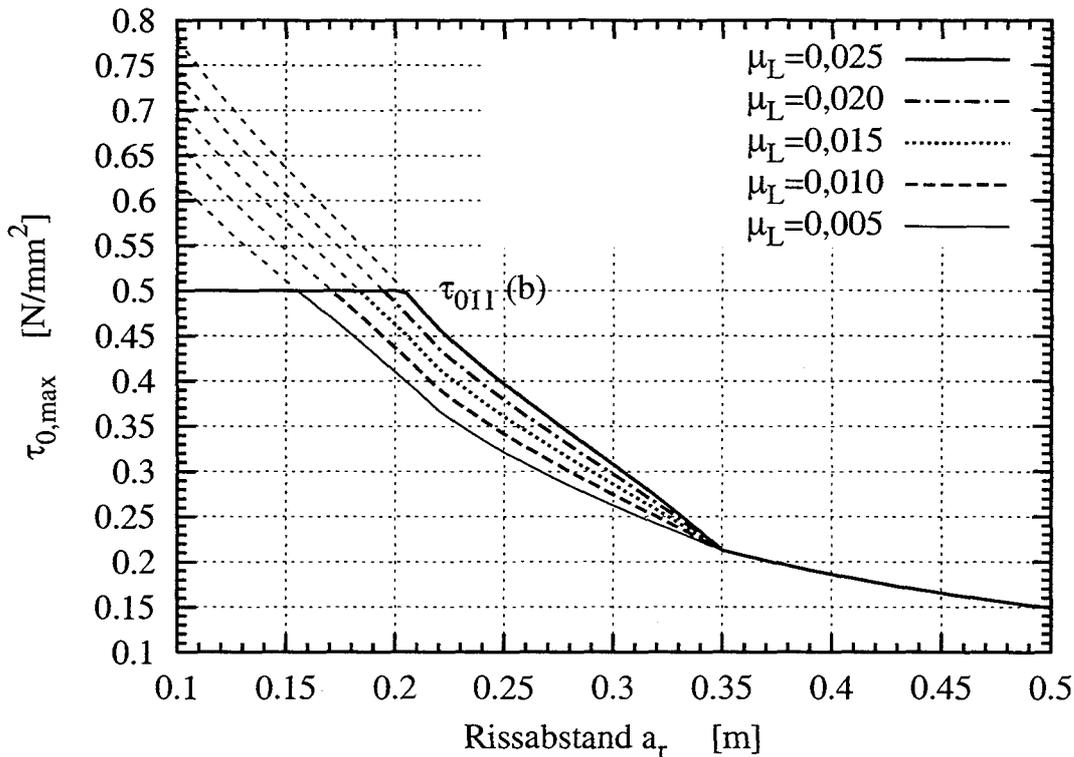
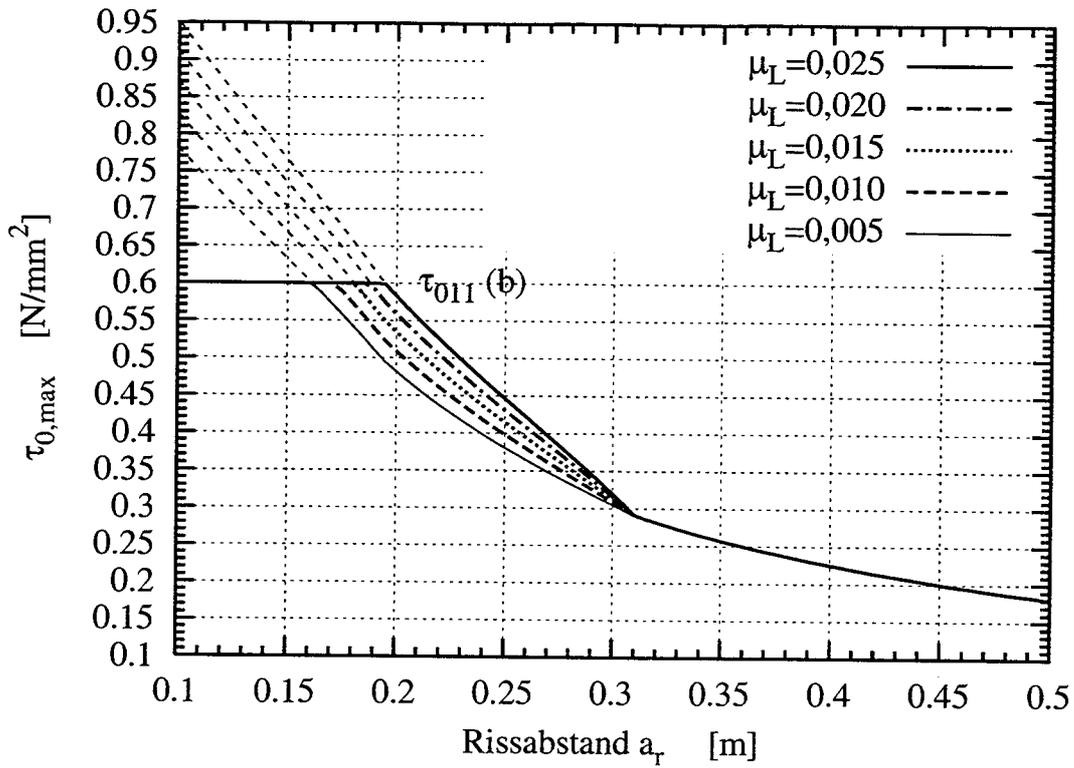
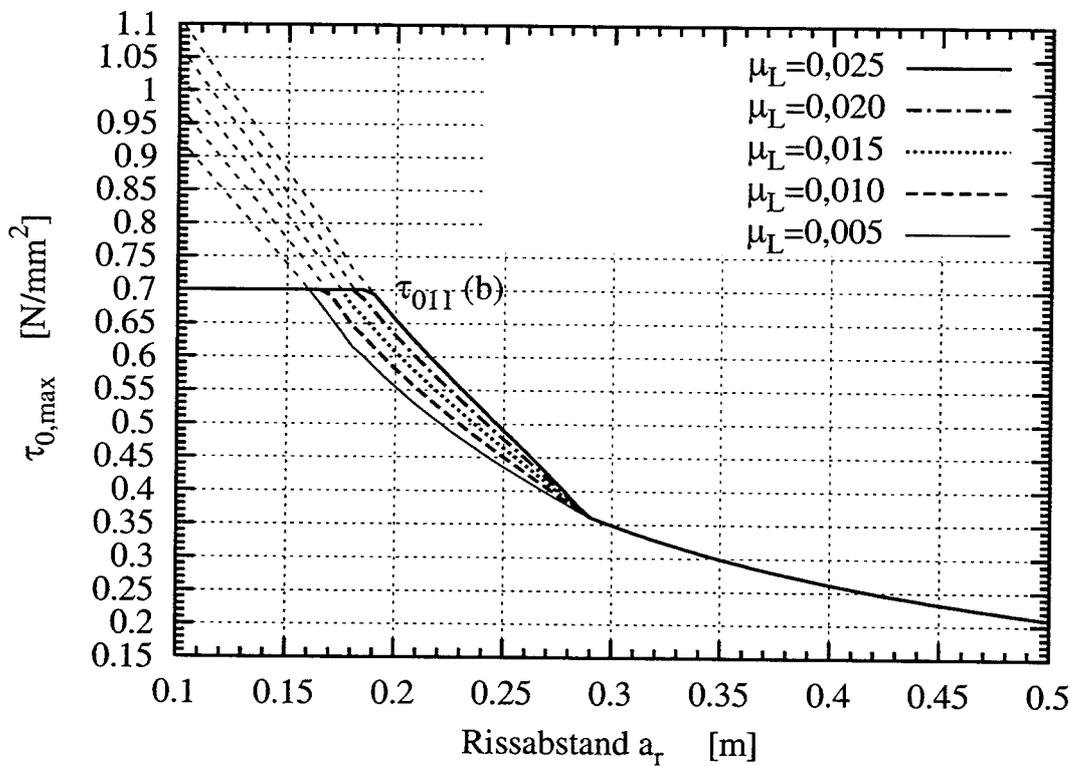


Abbildung 6.10: Grenzwert  $\tau_{0,max}$  für  $\epsilon_L = 8,5\%$ ,  $\beta_W = 25 \frac{N}{mm^2}$

### 6.7 Zusammenfassung

In diesem Kapitel ist für Bauteile ohne Schubbewehrung ein Modell hergeleitet worden, mit welchem die Schubtragfähigkeit unter Berücksichtigung der Rissbildung bei klebarmierten Bauteilen bestimmt werden kann. Als Tragmodell wird dabei das *Zahnmodell* verwendet. Modelliert werden die Wirkung aus Rissverzahnung, aus Dübelwirkung und aus dem Querkraftabtrag in der Druckzone. Als maßgebende Größe für den Anteil der Rissverzahnung gilt bei Bauteilen ohne Schubbewehrung die ohne Normalkraft senkrecht zum Riss übertragbare Schubspannung  $\tau_{r,max}$ . Diese wird mit Hilfe der auf große Rissbreiten erweiterten Rissverzahnungsgleichungen nach *Walraven* berechnet. Unter Ansatz des eigenen bilinearen Rissverzahnungsansatzes nach Kapitel 5.8.4 und des auf allgemeine Bewehrungsgrade von *Reineck* erweiterten Ansatzes der Dübelwirkung der Längsbewehrung wird im Rahmen dieses Kapitels das aufgestellte Modell anhand zweier Versuche überprüft. Dabei kann eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit den Bruchlasten der Versuche festgestellt werden. Abschließend werden im Rahmen einer Parameterstudie für baupraktisch relevante Parameterbereiche Diagramme erzeugt, mit deren Hilfe in Abhängigkeit vom Rissabstand  $a_r$ , von der Würfeldruckfestigkeit des Betons  $\beta_W$  und vom Längsbewehrungsgrad  $\mu_L$  der Betonstahlbewehrung die Maximalwerte der Schubspannung  $\tau_{0,max}$  unter Gebrauchslast für die Anwendung im Rahmen der Richtlinie für mit CFK-Lamellen verstärkte Bauteile ermittelt werden können. Als wesentliche Erkenntnis bleibt zu konstatieren, dass der bisherige Grenzwert  $\tau_{011}$  (b) nach DIN 1045 (7.88) für mit CFK-Lamellen verstärkte Bauteile unter bestimmten Randbedingungen auf der unsicheren Seite liegt.

Abbildung 6.11: Grenzwert  $\tau_{0,max}$  für  $\varepsilon_L = 8,5\%$ ,  $\beta_W = 35 \frac{N}{mm^2}$ Abbildung 6.12: Grenzwert  $\tau_{0,max}$  für  $\varepsilon_L = 8,5\%$ ,  $\beta_W = 45 \frac{N}{mm^2}$

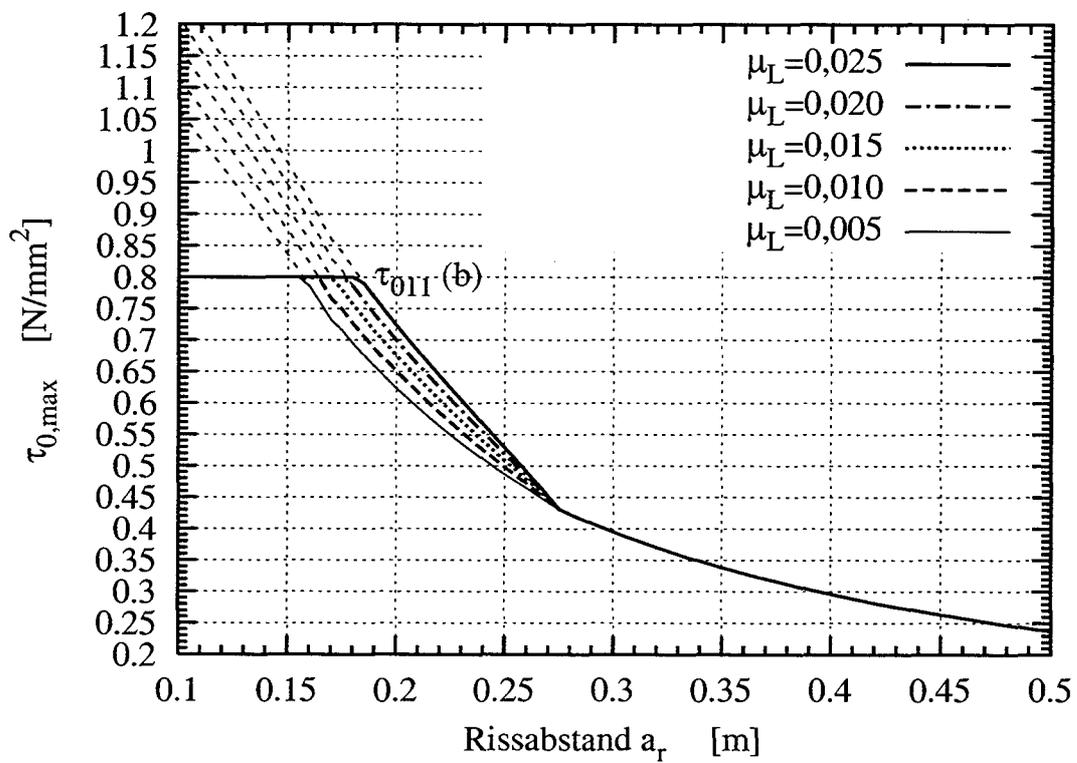


Abbildung 6.13: Grenzwert  $\tau_{0,max}$  für  $\varepsilon_L = 8,5\%$ ,  $\beta_W = 55 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$



# Kapitel 7

## Modell für Bauteile mit Schubbewehrung

### 7.1 Allgemeines

Im Folgenden wird das in Kapitel 6 beschriebene Schubmodell auf Bauteile mit Schubbewehrung (i.A. Balken) erweitert. Ziel dieses Kapitels ist die Modellierung des Querkrafttragverhaltens von bügelbewehrten Bauteilen unter besonderer Berücksichtigung großer Rissbreiten und damit die Überprüfung der Schubtragfähigkeit von klebarmierten Bauteilen. Bei der Schubbemessung verstärkter Stahlbetonbauteile gelten die Regelungen der DIN 1045 (7.88). In den Richtlinien für das Verstärken von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen durch schubfest aufgeklebte Kohlefaserlamellen (z.B. [18]) ist allerdings als oberer Grenzwert der Schubspannung der Wert  $\tau_{02}$  entsprechend DIN 1045 (7.88) [20] festgelegt, d.h. eine Verstärkung im Schubbereich 3 ist nicht zulässig. Zusätzlich darf eine verminderte Schubdeckung im Sinne der DIN 1045 (7.88) angewendet werden.

Der Grundwert  $\tau_{0V}$  für den verstärkten Zustand darf wie folgt bestimmt werden (siehe Kapitel 2):

$$\tau_{0V} = \frac{Q_V}{b \cdot z_m} \leq \tau_{02} \quad (7.1)$$

Dabei bezeichnet  $z_m$  den mittleren Hebelarm der inneren Kräfte (mit  $z_m \approx 0,85 \cdot d$ ).

Für den Grenzwert  $\tau_{02}$  ist es nicht möglich, eine eindeutige mechanische Begründung zu liefern. Vielmehr ist der Wert in der DIN 1045 (7.88) auf empirischem Wege festgelegt worden. Für klebarmierte Bauteile erscheint es sinnvoll, die Schubbeanspruchungen nach oben zu begrenzen, da mit zunehmender Schubbelastung der vertikale Versatz der Rissufer zunimmt. Dies wirkt sich bekanntermaßen [100] auf die Tragfähigkeit des klebarmierten Bauteils negativ aus durch das vorzeitige Abhebeln der Lamellen. Dabei ist im Rahmen der Richtlinien für Klebarmierung aus Gründen der Handhabbarkeit die bekannte Grenze  $\tau_{02}$  übernommen worden. Bei Einhaltung dieses Grenzwerts bewegt man sich in einem Beanspruchungsbereich, der für Stahlbetonbauteile durch eine Vielzahl von Versuchen abgedeckt ist und in dem umfangreiche baupraktische Erfahrungen vorliegen. Zusätzlich kann für Schubspannungen  $\tau_0 \leq \tau_{02}$

die Gefahr eines Druckstrebenbruchs ausgeschlossen werden. Aus diesen Gründen erscheint es sinnvoll, als Größtwert der Schubbeanspruchung den Wert  $\tau_{02}$  unverändert anzusetzen.

Dagegen wird im Weiteren basierend auf diesem Grenzwert überprüft, ob der Ansatz der verminderten Schubdeckung unter Berücksichtigung großer Rissbreiten entsprechend Kapitel 4 bei klebarmierten Bauteilen gerechtfertigt ist oder ob gewisse Grenzen festzulegen sind. In Abbildung 7.1 ist der Grundwert der Schubspannung  $\tau_0$  und der Bemessungswert  $\tau$  (gestrichelt) dargestellt. Es ist ersichtlich, dass im Schubbereich 1 ( $\tau_0 < \tau_{012}$ ) für die Ermittlung der Bügelbewehrung der Mindestwert der Schubspannung  $\tau = 0,4 \cdot \tau_0$  einzuhalten ist, im Schubbereich 2 der Bemessungswert sich aus  $\tau = \frac{\tau_0}{\tau_{02}} \cdot \tau_0$  berechnet und im Schubbereich 3 die Schubbeanspruchung voll durch Bügelbewehrung abzudecken ist. Folglich wird im Schubbereich 2 die Differenz aus

$$\Delta\tau = \tau_0 - \frac{\tau_0}{\tau_{02}} \cdot \tau_0 \quad (7.2)$$

nicht durch Schubbewehrung abgedeckt, sondern muss durch andere Tragkomponenten (Rissverzahnung, Dübelwirkung) aufgenommen werden. Das Verhältnis

$$\eta = \frac{\tau_0}{\tau_{02}} \quad (7.3)$$

wird auch als Schubdeckungsgrad bezeichnet.

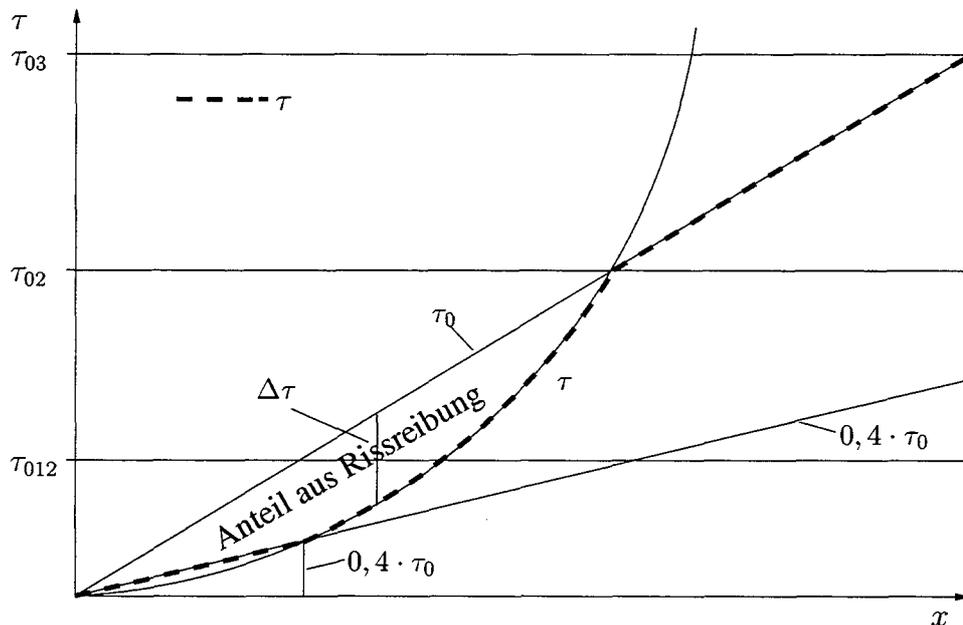


Abbildung 7.1: Schubspannungen und Schubbereiche nach DIN 1045 (7.88)

Daher wird in den sich anschließenden Kapiteln überprüft, ob die nach Gleichung (7.2) ermittelte Schubspannung  $\Delta\tau$  durch die Tragkomponente Rissreibung abgetragen werden kann. Auf eine Berücksichtigung der Dübelwirkung wird analog zum Vorgehen von *Kupfer* [49], *Walraven* [94] und *Kirmair* [43] verzichtet, da bei bügelbewehrten Bauteilen diese Tragwirkung nur von untergeordneter Bedeutung ist.

Bei der Schreibweise werden im Folgenden die vertikalen Kräfte  $Q$  im Gegensatz zur Schreibweise der DIN 1045 (7.88) mit dem heute üblichen Formelzeichen  $V$  (“Vertical Forces”) angegeben.

## 7.2 Modellbildung

### 7.2.1 Überblick

Seit *Mörsch* und *Ritter* wird als Modell für die Schubtragfähigkeit von Stahl- und Spannbetonbauteilen das Fachwerk verwendet. Dabei werden parallele Druck- und Zuggurten angenommen sowie geneigte Betondruckstreben und Zugstreben aus Betonstahl. Das *Fachwerkmodell* bildet in der Folgezeit die Grundlage bei der Anwendung des statischen Grenzwertsatzes der Plastizitätstheorie auf die Schubbemessung [88]. Dabei kann die Neigung der Druckstreben dieser Fachwerke innerhalb bestimmter Grenzen frei gewählt werden. *Leonhardt* [50] hat das reine Fachwerkmodell erweitert, indem er formal einen Betontraganteil zur Tragfähigkeit eines parallelgurtigen Fachwerks mit rissparallelen Druckstreben unter  $\Theta = \beta_r = 45^\circ$  addiert. Basierend auf der grundlegenden Arbeit von *Kupfer* [47] bestimmen *Baumann* [1] bzw. *Vecchio/Collins* [90] die Druckfeldneigung eines parallelgurtigen Fachwerks mithilfe von Verträglichkeitsbedingungen. Zur Anwendung kommen dabei “verschmierte Fachwerkmodelle”, d.h. auf eine diskrete Modellierung der Risse wird verzichtet bzw. die Rissbildung wird bei der Bestimmung der Druckstrebenfestigkeit berücksichtigt. *Hardjasaputra* [35] unterscheidet klar zwischen der Rissrichtung und der Richtung des Druckfeldes und leitet kinematische Bedingungen für die Rissöffnung ab.

Anders gehen beispielsweise *Kupfer/Mang/Karavesyoglou* [48], *Kirmair* [43], *Mang* [55], *Bulicek* [9] vor, die auch das Rissbild modellieren. Unter Berücksichtigung von Gesetzmäßigkeiten für die Rissreibung und der berechneten Rissuferverschiebungen können die Tragwirkungen am Querkraftabtrag ermittelt werden. Auch *Reineck* [77] und *Gambarova* [32] entwickeln das *Fachwerkmodell mit Rissreibung* weiter, indem sie kein einachsiges Druckfeld unterstellen, sondern einen zweiachsigen Druck-Zug-Spannungszustand berechnen. Auf eine weitere vertiefende Darstellung der unterschiedlichen Entwicklungen im Bereich der Schubmodelle wird hier verzichtet; diese kann beispielsweise den sehr ausführlichen Angaben bei *Feix* [26] entnommen werden.

Aufgrund der allgemeinen Akzeptanz des *Fachwerkmodells mit Rissreibung* ist das Modell als Bemessungsverfahren in die FIP Recommendations 1996 “Practical Design of Structural Concrete” [28] aufgenommen worden und soll auch im Rahmen des hier beschriebenen Forschungsvorhabens zur Anwendung kommen.

### 7.2.2 Gleichgewichtsbetrachtung

In Abbildung 7.2 sind die in einem Schnitt entlang eines Schrägrisses angreifenden Kräfte für einen parallelgurtigen Träger dargestellt. Es wirken dabei die Betondruckkraft  $F_c$  in der Druckzone, die Stahlzugkraft  $F_s$  in der Zugzone, die Bügelkräfte  $V_{sw}$  und die Rissverzahnungskräfte  $T_{cr}$  und  $N_{cr}$  entlang des Schrägrisses. Auf eine Berücksichtigung der Dübelwirkung der Längsbewehrung wird aus den in Kapitel 7.1 aufgeführten Gründen verzichtet.

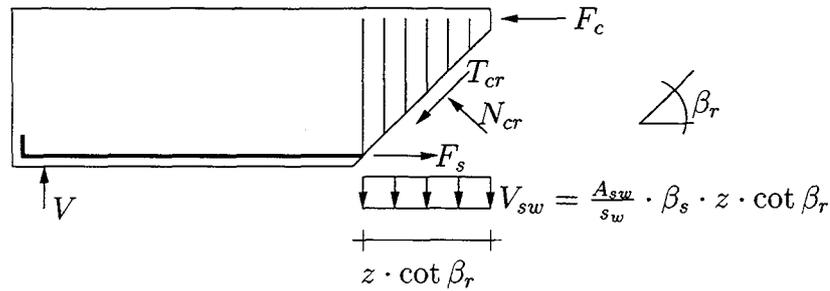


Abbildung 7.2: Gleichgewichtsbetrachtung am freigeschnittenen Träger

Nach Bildung von  $\sum V = 0$  folgt für die vertikalen Querkrafttraganteile:

$$V_u = V_{sw} + V_r \quad (7.4)$$

$V_u$  Gesamte Querkraft

$V_{sw}$  Vertikaler Querkrafttraganteil der Bügelbewehrung

$V_r$  Vertikaler Anteil der Rissverzahnungskräfte nach Abbildung 7.3

Für die weiteren Betrachtungen wird ausschließlich von der Anordnung vertikaler Bügel ( $\alpha = 90^\circ$ ) ausgegangen, da dies der häufigste Anwendungsfall ist. Der Querkraftanteil der Schubbewehrung  $V_{sw}$  berechnet sich damit zu:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot \sigma_s \cdot z \cdot \cot \beta_r \quad (7.5)$$

$A_{sw}$  Fläche der Schubbewehrung

$s_w$  Abstand der Schubbewehrungselemente

$\sigma_s$  Spannung in der Schubbewehrung

Die Komponente  $V_r$  bezogen auf die Breite  $b_w$  des Steges und auf den inneren Hebelarm  $z$  ist gleichbedeutend mit der in Abbildung 7.1 dargestellten, nicht durch Schubbewehrung abgedeckten Schubspannung  $\Delta\tau$ . In Abbildung 7.3 sind die aus der Rissverzahnung auftretenden Kräfte als Gleichgewichtsgruppe mit ihrer tatsächlichen Wirkungsrichtung dargestellt. Der in den neuen Normen angegebene Betontraganteil  $V_{cd}$  (EC 2 [23]) bzw.  $V_{Rd,c}$  (DIN 1045-1 [21]) bei den Bemessungsgleichungen der Schubbewehrung hat somit eine klare physikalische Bedeutung als der über Rissreibung in den Schrägrissen übertragbare Querkrafttraganteil. Aufgrund dieser Rissreibung folgen Druckstrebenneigungen  $\Theta < \beta_r$ .

Für die nach den Regelungen der DIN 1045 (7.88) und damit auch der Richtlinien für das Verstärken mit Klebebewehrung zulässige verminderte Schubdeckung im Schubbereich 2 folgt für die Druckstrebenneigung  $\Theta$ :

$$\Theta = \arctan \left( \frac{\tau_0}{\tau_{02}} \right) \quad (7.6)$$

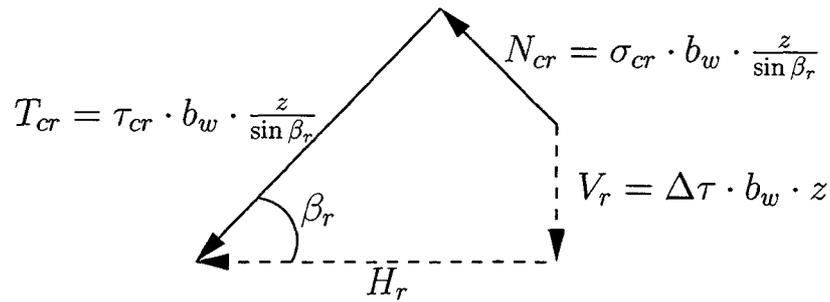


Abbildung 7.3: Gleichgewichtsbetrachtung der Rissverzahnung

Damit liegt der rechnerische Druckstrebenwinkel für  $0,4 \leq \frac{\tau_0}{\tau_{02}} \leq 1$  im Bereich  $21,8^\circ \leq \Theta \leq 45^\circ$ .

Die Berechnung der über Rissreibung übertragbaren Querkraft erfolgt unter Verwendung der in Kapitel 5.8 auf große Rissbreiten erweiterten Gesetzmäßigkeiten von *Walraven* [94]. Die Rissreibungsspannung  $\tau_{cr}$  und die im Riss wirkende Normalspannung  $\sigma_{cr}$  werden damit für die eigenen Untersuchungen mit den Gleichungen (5.9) und (5.10) ermittelt. Aus den Versuchen von *Walraven* [94] geht hervor, dass trotz der die Schrägrisse kreuzenden Bügel für mittlere Schubbewehrungsgrade die Beziehungen zwischen den Spannungen und den Verschiebungen im Wesentlichen mit den Beziehungen für Bauteile ohne Bewehrung übereinstimmen. Lediglich bei hohen Schubbewehrungsgraden wird der in Abbildung 5.18 dargestellte zusätzliche Anteil der Rissverzahnung aus der Verkeilung loser Betonanteile um die Bewehrung herum aktiviert. Auf eine rechnerische Berücksichtigung dieses additiven Anteils wird allerdings verzichtet.

Aufgrund des gegenüber dem Risswinkel  $\beta_r$  flacheren Druckstrebenwinkels  $\Theta$  kreuzt die Druckstrebe den Riss. Damit entstehen senkrecht zum Riss Druckspannungen  $\sigma_{cr}$ . Aus diesem Grund ist im Gegensatz zu Bauteilen ohne Schubbewehrung (Kapitel 5.8.2) für die Grenztragfähigkeit der Komponente Rissverzahnung bei schubbewehrten Bauteilen nicht die ohne Normalspannung übertragbare Rissverzahnungsspannung maßgebend. Bei Bauteilen mit Schubbewehrung ist für die Rissverzahnungswirkung sowohl die Spannung im Riss  $\tau_{cr}$  als auch die Druckspannung normal zum Riss  $\sigma_{cr}$  zu berücksichtigen.

Aus dem Fachwerkmodell mit der Neigung der Druckstrebe  $\Theta$  folgen die Hauptspannungen  $\sigma_{1,2}$ . Es wird im Modell ein einachsiges Druckfeld mit den Hauptspannungen  $\sigma_1 = 0$  und  $\sigma_2 = \sigma_D$  unterstellt. Die Spannung  $\sigma_D$  ergibt sich aus Gleichung (7.7). Dabei bezeichnet  $b_w \cdot z \cdot \cos \Theta$  die Bezugsfläche der Druckstrebenkraft.

$$\sigma_2 = \sigma_D = -\frac{V}{b_w \cdot z \cdot \cos \Theta \sin \Theta} \quad (7.7)$$

Die Ermittlung der Spannungen im Riss erfolgt durch Transformation der Hauptspannungen  $\sigma_{1,2}$  aus der mit dem Druckstrebenwinkel  $\Theta$  geneigten Hauptrichtung um den Winkel  $\phi = (\Theta - \beta_r)$  in die Rissebene. [84]. Die Transformation erfolgt mit den bekannten Transformationsgleichungen für  $\tau_{\eta\xi}$  und  $\sigma_\xi$  [84]. Für  $\sigma_1 = 0$  vereinfachen sich die Transformationsgleichungen für  $\tau_{\eta\xi}$  und  $\sigma_\xi$  zu:

$$\tau_{\eta\xi} = \tau_{cr} = -\frac{1}{2} \cdot (-\sigma_2) \cdot \sin(2 \cdot (\beta_r - \Theta)) \quad (7.8)$$

$$\sigma_{\xi} = \sigma_{cr} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_2 + \frac{1}{2} \cdot (-\sigma_2) \cdot \cos(2 \cdot (\beta_r - \Theta)) \quad (7.9)$$

In Abbildung 7.4 ist der Mohrsche Spannungskreis entsprechend den getroffenen Annahmen ( $\sigma_1 = 0$  und  $\sigma_2 = \sigma_D$ ) dargestellt.

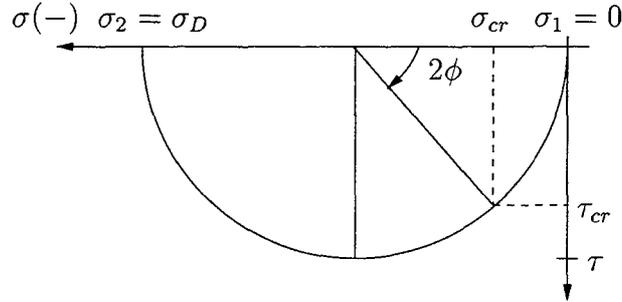


Abbildung 7.4: Transformation der Hauptdruckspannung des einachsigen Druckfelds

Durch Einsetzen in die Gleichungen (7.8) und (7.9) folgt damit für die parallel im und normal zum Schrägriss wirkenden Schub- und Normalspannungen:

$$\tau_{cr} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\sin(2 \cdot (\beta_r - \Theta))}{\cos \Theta \cdot \sin \Theta} \cdot \frac{V}{b_w \cdot z} \quad (7.10)$$

$$\sigma_{cr} = \left[ -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\cos \Theta \cdot \sin \Theta} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos(2 \cdot (\beta_r - \Theta))}{\cos \Theta \cdot \sin \Theta} \right] \cdot \frac{V}{b_w \cdot z} \quad (7.11)$$

Der infolge der Rissuferverzahnung übertragbare Querkraftanteil  $\Delta\tau$  kann nach Abbildung 7.3 mit Gleichung (7.12) angegeben werden.

$$\Delta\tau = |\tau_{cr}| - |\sigma_{cr}| \cdot \cot \beta_r \quad (7.12)$$

Für die mittels Rissverzahnung übertragbare Querkraft  $V_r$  folgt:

$$V_r = \Delta\tau \cdot b_w \cdot z \quad (7.13)$$

### 7.2.3 Berechnungsannahmen

Für die eigene Ermittlung und Modellierung der Schubtragfähigkeit bügelbewehrter Bauteile wird von einigen vereinfachenden, auf der sicheren Seite liegenden Annahmen ausgegangen:

- Da sich bei Bauteilen mit Schubbewehrung das Versagen durch Rissbildung mit zunehmender Verformung ankündigt und kein schlagartiger Bruch eintritt, wird für die folgenden Untersuchungen ein globaler Sicherheitsbeiwert  $\gamma = 1,75$  zugrundegelegt.
- Der Rissneigungswinkel wird zu  $\beta_r = 45^\circ$  festgelegt.
- Es wird ausschließlich senkrechte Bügelbewehrung angenommen ( $\alpha = 90^\circ$ ).

- Analog zu den Arbeiten von *Kirmair* [43] und *Reineck* [77] wird auf die Bestimmung des exakten Verlaufs der Rissverzahnungsspannung über die Risshöhe verzichtet. Als charakteristischer Punkt für die Ermittlung der Rissverzahnungsspannung wird der Ort der halben Risshöhe festgelegt, die Rissverzahnungsspannung an dieser Stelle ermittelt und über die gesamte Risshöhe konstant angesetzt.
- Die Bestimmung der Rissbreite korreliert natürlich stark mit dem auftretenden Schrägrissabstand. Für die Beispielrechnung in Kapitel 7.3.2 wird entsprechend den Angaben bei *Kupfer* [49], die auf den umfangreichen Forschungsarbeiten von *Bruce* [8] basieren, von einem maximalen Rissabstand bei bügelbewehrten Bauteilen von  $a_{r,max} = 0,5 \cdot z$  ausgegangen.
- Für die Rissbreite wird ein linearer Verlauf über die Bauteilhöhe angesetzt.
- Für die Überprüfung der verminderten Schubdeckung wird davon ausgegangen, dass im Bauteil exakt die mindestens erforderliche Querkraftbewehrung nach DIN 1045 (7.88) eingelegt ist.

## 7.3 Überprüfung der verminderten Schubdeckung

### 7.3.1 Vorgehensweise

Zur Ermittlung des maximal möglichen Abzugswerts  $\Delta\tau$  wird im Folgenden für den Bereich  $0 \leq \tau_0 \leq \tau_{02}$  für jeden Wert  $\tau_0$  der sich nach DIN 1045 (7.88) ergebende Druckstrebenwinkel  $\Theta$  entsprechend Gleichung (7.6) errechnet. Für diesen Druckstrebenwinkel  $\Theta$  werden anschließend mit Hilfe der Gleichungen (7.10) und (7.11) die auf die Richtung des Schrägrisses transformierten Spannungen  $\tau_{cr}$  und  $\sigma_{cr}$  ermittelt. Damit ist der Verhältniswert

$$\delta = \left| \frac{\tau_{cr}}{\sigma_{cr}} \right| \quad (7.14)$$

festgelegt. Mit Gleichung (7.12) kann der für den Querkraftabtrag erforderliche Rissreibungsanteil  $\Delta\tau_{erf}$  für den vorhandenen Druckstrebenwinkel  $\Theta$  berechnet werden.

Anschließend ist unter Verwendung eines Bruchkriteriums zu prüfen, ob der erforderliche Anteil aus der Rissreibung  $\Delta\tau_{erf}$  durch die am Bauteil tatsächlich vorliegenden Bedingungen erreicht werden. Als Bruchkriterium werden zu diesem Zweck die in Kapitel 5.8 aufgestellten Gleichungen zur Rissverzahnung herangezogen:

$$\tau_{cr} = -\frac{\beta_W}{46} + (1,88 \cdot w^{-0,86} + (0,239 \cdot w^{-0,405} - 0,206) \cdot \beta_W) \cdot v \quad (7.15)$$

$$-\sigma_{cr} = -\frac{\beta_W}{24} + (1,27 \cdot w^{-0,75} + (0,150 \cdot w^{-0,430} - 0,100) \cdot \beta_W) \cdot v \quad (7.16)$$

Eingangswerte für die weiteren Berechnungen sind:

$$w = w_{r/2} = \frac{w_r}{2} \quad \text{Rissbreite in halber Risshöhe entsprechend Kapitel 4}$$

$$\delta = \left| \frac{\tau_{cr}}{\sigma_{cr}} \right| \quad \text{Verhältnis der Spannungen im Riss}$$

$\beta_W$                       Würfeldruckfestigkeit des Betons

Folglich verbleiben in den beiden Gleichungen (7.15) und (7.16) noch die beiden Unbekannten  $\tau_{cr}$  und  $v$ . Durch Substitution können (7.15) und (7.16) vereinfacht angegeben werden. Substituiert werden:

$$A = \frac{\beta_W}{46} \quad (7.17)$$

$$B = (1,88 \cdot w^{-0,86} + (0,239 \cdot w^{-0,405} - 0,206) \cdot \beta_W) \quad (7.18)$$

$$C = \frac{\beta_W}{24} \quad (7.19)$$

$$D = (1,27 \cdot w^{-0,75} + (0,150 \cdot w^{-0,430} - 0,100) \cdot \beta_W) \quad (7.20)$$

Damit folgt

$$\tau_{cr} = -A + B \cdot v \quad (7.21)$$

$$\frac{\tau_{cr}}{\delta} = -C + D \cdot v \quad (7.22)$$

Für die im Riss in halber Risshöhe wirkende Schubspannung  $\tau_{r,r/2}$  folgt:

$$|\tau_{cr,r/2}| = \frac{(-A + B \cdot \frac{C}{D})}{1 - \frac{B}{D \cdot \delta}} \quad (7.23)$$

Die damit einhergehende Gleitung  $v_{r/2}$  errechnet sich zu:

$$v_{r/2} = \frac{\frac{|\tau_{cr,r/2}|}{\delta} + C}{D} \quad (7.24)$$

Abschließend ist unter Verwendung der mit Hilfe des Bruchkriteriums ermittelten Werte  $\tau_{cr}$  und  $\sigma_{cr}$  nach den Gleichungen (7.15) und (7.16) der mögliche Rissreibungsanteil  $\Delta\tau_{calc}$  mit Gleichung (7.12) unter Berücksichtigung des Sicherheitsbeiwerts  $\gamma$  zu bestimmen.

Durch einen Vergleich von  $\Delta\tau_{erf}$  und  $\Delta\tau_{calc}$  kann für jeden Grundwert  $\tau_0 \leq \tau_{02}$  kontrolliert werden, ob die in den Richtlinien für das Verstärken (z.B. [18]) zulässige verminderte Schubdeckung im Schubbereich 2 voll mit  $\tau = \frac{\tau_0}{\tau_{02}} \cdot \tau_{02}$  ansetzbar und ob im Schubbereich 1 der Mindestwert  $\tau = 0,4 \cdot \tau_0$  ausreichend ist. Für Bereiche  $\Delta\tau_{calc} \geq \Delta\tau_{erf}$  ist die bisher übliche Verminderung der Schubdeckung im Sinne der DIN 1045 (7.88) voll zulässig. Andernfalls liegt der Bemessungswert  $\tau$  nach DIN 1045 (7.88) auf der unsicheren Seite.

Für die folgenden Untersuchungen und Parametervariationen wird auf der sicheren Seite liegend davon ausgegangen, dass im Bauteil nur die erforderliche Mindestschubbewehrung nach DIN 1045 (7.88) vorhanden ist. Im Schubbereich 1 ergibt sich damit eine durch Schubbewehrung abzudeckende Mindestschubspannung  $\tau = 0,4 \cdot \tau_0$ . Dieser Wert ist gleichbedeutend mit einer minimalen Druckstrebenneigung  $\Theta = 21,8^\circ$ .

Der Schubbewehrungsgrad wird nach (7.25) berechnet:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s_w \cdot b_w} \quad (7.25)$$

### 7.3.2 Beispielrechnung

Zur Veranschaulichung wird für ein beliebiges Beispiel für einen Wert  $\tau_0$  die Vorgehensweise bei der Überprüfung der verminderten Schubdeckung dargestellt. Dies soll lediglich den Rechengang verdeutlichen.

#### Beispielrechnung für einen diskreten Wert $\tau_0$

Die Parameter der Beispielrechnung sind in Tabelle 7.1 zusammengestellt. Die Berechnung der Rissbreite erfolgt dabei nach Kapitel 4 für einen maximalen Rissabstand  $a_r$ , der hier den Angaben von *Kupfer* [49] und *Bruce* [8] entsprechend  $0,5 \cdot z$  beträgt.

Tabelle 7.1: Eingabewerte der Beispielrechnung

Beispielwerte	
Würfeldruckfestigkeit $\beta_W$ [ $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ]	35
Statische Nutzhöhe $h$ [m]	0,5
Bezogener innerer Hebelarm $k_z$	0,85
Rissabstand $a_r$	$0,5 \cdot z$
$\Rightarrow$ Rissbreite $w_{r/2}$ [mm]	0,9
Schubbereich 1 $\tau_{012}$ [ $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ]	1,00
Schubbereich 2 $\tau_{02}$ [ $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ]	2,40
Grundwert $\tau_0$ (exemplarisch) [ $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ]	1,00

Die Druckstrebenneigung  $\Theta$  nach Gleichung (7.6) ergibt sich zu:

$$\Theta = \arctan\left(\frac{\tau_0}{\tau_{02}}\right) = \arctan\left(\frac{1,0}{2,4}\right) = 22,6^\circ \quad (7.26)$$

Für die Druckstreben­spannung nach Gleichung (7.7) folgt:

$$\sigma_D = \sigma_2 = -1,0 \cdot \frac{1}{\cos 22,6 \cdot \sin 22,6} = -2,82 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (7.27)$$

Nach (7.8) und (7.9) resultieren die transformierten Spannungen im Riss:

$$\tau_{\eta\xi} = \tau_{cr} = -\frac{1}{2} \cdot 2,82 \cdot \sin(2 \cdot (45 - 22,6)) = -0,99 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (7.28)$$

$$\sigma_\xi = \sigma_{cr} = \frac{1}{2} \cdot (-2,82) + \frac{1}{2} \cdot 2,82 \cdot \cos(2 \cdot (45 - 22,6)) = -0,41 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (7.29)$$

Die Berechnung der transformierten Spannungen im Riss kann alternativ auch mit den Gleichungen (7.10) und (7.11) erfolgen.

Das Verhältnis  $\delta$  nach Gleichung (7.14) berechnet sich zu:

$$\delta = \left| \frac{\tau_{cr}}{\sigma_{cr}} \right| = \left| \frac{-0,99}{-0,41} \right| = 2,41 \quad (7.30)$$

Schließlich folgt der für den Querkraftabtrag erforderliche Rissverzahnungsanteil nach Gleichung (7.12).

$$\Delta\tau_{erf} = |\tau_{cr}| - |\sigma_{cr}| \cdot \cot \beta_r = 0,99 - 0,41 \cdot 1,0 = 0,58 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (7.31)$$

Das Ergebnis dieser Berechnung macht deutlich, dass der in DIN 1045 (7.88) angegebene Bemessungswert  $\tau = \frac{\tau_0^2}{\tau_{02}} \geq 0,4 \cdot \tau_0$  im Schubbereich 2 (verminderte Schubdeckung) entsprechend dem oben aufgeführten Rechengang mit den getroffenen Annahmen begründet werden kann. Für

$$\tau = \frac{\tau_0^2}{\tau_{02}} + \Delta\tau \quad (7.32)$$

ergibt sich

$$\tau = \frac{1,0^2}{2,4} + 0,58 = 1,0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \tau_0. \quad (7.33)$$

Mithilfe des beschriebenen Bruchkriteriums ist der mögliche Anteil der Rissverzahnungskomponente  $\Delta\tau_{calc}$  zu überprüfen. Für die Hilfwerte  $A, B, C$  und  $D$  nach den Gleichungen (7.17) bis (7.20) folgt:

$$A = \frac{35}{46} = 0,7609 \quad (7.34)$$

$$B = 1,88 \cdot 0,9^{-0,86} + (0,239 \cdot 0,9^{-0,405} - 0,206) \cdot 35 = 3,5780 \quad (7.35)$$

$$C = \frac{35}{24} = 1,4583 \quad (7.36)$$

$$D = 1,27 \cdot 0,9^{-0,75} + (0,150 \cdot 0,9^{-0,430} - 0,100) \cdot 35 = 3,3678 \quad (7.37)$$

In halber Risshöhe berechnet sich damit die Schubspannung  $\tau_{r,r/2}$  zu:

$$|\tau_{r,r/2}| = \frac{-0,7609 + 3,5780 \cdot \frac{1,4583}{3,3678}}{1 - \frac{3,5780}{3,3678 \cdot 2,41}} = 1,41 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (7.38)$$

Die damit einhergehende Gleitung  $v_{r/2}$  in halber Risshöhe ist:

$$v_{r/2} = \frac{\frac{1,41}{2,41} + 1,4583}{3,3678} = 0,61 \text{ mm} \quad (7.39)$$

Der Quotient aus Gleitung  $v_{r/2}$  und Rissbreite  $w_{r/2}$  errechnet sich zu:

$$\frac{v_{r/2}}{w_{r/2}} = \frac{0,61}{0,9} = 0,68 \quad (7.40)$$

*Kirmair* [43] hat in seiner Forschungsarbeit unter Berücksichtigung von Verträglichkeitsbedingungen die Größe des Abzugswerts  $\Delta\tau$  ermittelt. Dabei berechnet er auf iterativem Wege unter anderem die Gleitung  $v$  und die Rissbreite  $w$  in halber Risshöhe. Für das Verhältnis

$\frac{v}{w}$  stellt er fest, dass sich mit zunehmender Belastung und damit mit zunehmender Bügeldehnung der Verhältniswert  $\frac{v}{w}$  asymptotisch dem Wert  $\tan \beta_r = \tan 45^\circ = 1$  annähert. Der im Beispiel berechnete Wert  $\frac{v}{w} = 0,68$  liegt folglich im Bereich der von *Kirmair* durchgeführten Rechenergebnisse.

Der mögliche Anteil der Rissverzahnungsspannung folgt nach Gleichung (7.12). Für die Berechnung dieses Anteils ist allerdings der Sicherheitsbeiwerts  $\gamma = 1,75$  zu berücksichtigen.

$$\Delta\tau_{calc} = \frac{(1,41 - \frac{1,41}{2,41})}{1,75} = \frac{0,825}{1,75} = 0,47 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (7.41)$$

Bei einem Vergleich des erforderlichen Werts  $\Delta\tau_{erf} = 0,58 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  mit dem möglichen Wert  $\Delta\tau_{calc} = 0,47 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  der Rissverzahnungsspannung ist ersichtlich, dass der Anteil der Rissverzahnung nach DIN 1045 (7.88) für den Anwendungsbereich der Richtlinie klebarmierter Bauteile für das aufgeführte Beispiel um ca. 20% zu hoch angesetzt ist, d.h. keine ausreichende Sicherheit vorhanden ist. Aus diesem Grund ist es erforderlich, für klebarmierte Bauteile einen vernünftigen Grenzwert für die Abminderung des Grundwerts  $\tau_0$  zu finden.

Als Konsequenz wird im folgenden Kapitel für die in Tabelle 7.2 angegebenen Parameter die Anwendbarkeit der verminderten Schubdeckung für den gesamten Bereich  $0 \leq \tau_0 \leq \tau_{02}$  überprüft.

### 7.3.3 Parameterstudie

Es ist nun analog zum Vorgehen in Kapitel 7.3.2 für jeden Wert  $0 \leq \tau_0 \leq \tau_{02}$  der Vergleich aus erforderlicher Rissreibungsspannung  $\Delta\tau_{erf}$  und möglicher Rissreibungsspannung  $\Delta\tau_{calc}$  zu bilden, um für den im Rahmen der Richtlinien für das Verstärken mit Klebarmierung gesamten zulässigen Bereich (Schubbereich 1 und Schubbereich 2) eine sichere Bemessung zu ermöglichen. Die Überprüfung erfolgt dabei mit einem Visual-Basic Makro, indem alle wesentlichen Parameter in baupraktisch üblichen Grenzen variiert werden. Die Variation der Parameter wird entsprechend Tabelle 7.2 durchgeführt.

Tabelle 7.2: Parameter zur Überprüfung der Zulässigkeit der verminderten Schubdeckung

Parameter	
Würfeldruckfestigkeit $\beta_W [\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}]$	15 - 55
Bezogener innerer Hebelarm $k_z$	0,85
Rissabstand $a_r$ [m]	0,1 - 0,5
Rissbreite $w_r/2$	nach Kapitel 4

Für die Überprüfung des Wertebereichs  $0 \leq \tau_0 \leq \tau_{02}$  ist allerdings ein iteratives Vorgehen erforderlich. Im ersten Iterationsschritt erfolgt beispielsweise die Berechnung für einen Grundwert  $\tau_0$  analog den Angaben in Kapitel 7.3.2. Für den Fall  $\Delta\tau_{calc} < \Delta\tau_{erf}$  (d.h. die über Rissverzahnung aufnehmbare Spannung ist kleiner als die erforderliche Spannung) ist in einem weiteren Schritt für den aufnehmbaren Anteil  $\Delta\tau_{calc}$  die Neigung der Druckstrebe  $\Theta$

mit

$$\Theta = \arctan\left(1 - \frac{\Delta\tau_{calc}}{\tau_0}\right) \quad (7.42)$$

zu berechnen. Für diesen Wert der Druckstrebenneigung  $\Theta$  sind wiederum analog Kapitel 7.3.2 die aufnehmbare und erforderliche Rissverzahnungsspannung zu ermitteln. Dieses Vorgehen ist solange zu wiederholen bis  $\Delta\tau_{calc} = \Delta\tau_{erf}$ .

Die Ergebnisse der Parametervariation sind in den Abbildungen 7.5 bis 7.9 dargestellt. Angegeben sind dabei auf der Abszisse die Grundwerte der Schubspannungen  $0 \leq \tau_0 \leq \tau_{02}$ , auf der Ordinate der Wert  $\nu$ . Dabei bezeichnet  $\nu$  den für ein bestimmtes  $\tau_0$  ermittelten Rissverzahnungsanteil am Querkraftabtrag. Der durch die Rissverzahnung getragene Anteil kann mit Gleichung (7.43) berechnet werden.

$$\Delta\tau = \nu \cdot \tau_0 \quad (7.43)$$

Die in den Diagrammen angegebenen Werte  $\nu$  werden für den Fall, dass die nach DIN 1045 (7.88) ansetzbaren Werte der verminderten Schubdeckung (fett dargestellte, durchgezogene Linien in den Abbildungen 7.5 bis 7.9) rechnerisch nicht erreicht werden, mit

$$\nu = \frac{\Delta\tau_{calc}}{\tau_0} \quad (7.44)$$

berechnet.

In den Diagrammen sind mit der durchgezogenen dicken Linie die nach DIN 1045 (7.88) zulässigen Werte  $\nu = 1 - \eta$  ( $\eta = 0,4$  im Schubbereich 1;  $\eta$  im Schubbereich 2 nach Gleichung (7.3)) aufgetragen. Die zusätzlichen Linien stellen in Abhängigkeit vom Rissabstand  $a_r$  die aus der Parameterstudie ermittelten maximal möglichen Werte  $\nu$  dar. Mit Hilfe der Abbildungen 7.5 bis 7.9 kann also in Abhängigkeit von der Würfeldruckfestigkeit  $\beta_W$ , vom Rissabstand  $a_r$  und vom Grundwert der Schubspannung  $\tau_0$  der Bemessungswert  $\tau$  der Schubspannung zur Ermittlung der Schubbewehrung mit Gleichung (7.45) bestimmt werden.

$$\tau = (1 - \nu) \cdot \tau_0 \quad (7.45)$$

Für größere als in den Diagrammen angegebene Rissabstände  $a_r$  wird eine volle Schubdeckung empfohlen. Zwischenwerte können interpoliert werden. Die in den Diagrammen aufgezeichneten Zusammenhänge gelten für Lamellendehnungen  $\varepsilon_L = 8,5\%$ . Für Lamellendehnungen  $\varepsilon_L < 8,5\%$  liegen die Diagramme auf der sicheren Seite.

Wie oben bereits erwähnt ist als maßgebender Eingangswert der Rissabstand  $a_r$  in geeigneter Weise festzulegen. Für die Ermittlung des Rissabstands  $a_r$  klebarmierter Bauteile wird entsprechend den Angaben in Kapitel 6.6 wieder auf die Arbeit von *Niedermeier* [64] verwiesen.

Die modifizierten Bestimmungsgleichungen der Rissverzahnungsspannungen nach Kapitel 5.8.2 sind an Rissverzahnungsversuchen mit Rissbreiten  $w > 0,7$  mm kalibriert worden. Im Bereich von Rissbreiten  $w > 1,2$  mm stehen dabei allerdings nur Versuche mit einer Betonfestigkeit  $\beta_W = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  zur Verfügung. Für die in den Abbildungen 7.7 bis 7.9 dargestellten Graphen sind auf der sicheren Seite liegend aus diesem Grund für Rissabstände  $a_r > 300$  mm (entsprechend einer Rissbreite in halber Risshöhe  $w_{r/2} \approx 1,28$  mm) die Rissverzahnungsspannungen mit  $\beta_W = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  ermittelt worden.

Aus den Abbildungen 7.5 bis 7.9 sind zusammenfassend folgende Schlüsse zu ziehen:

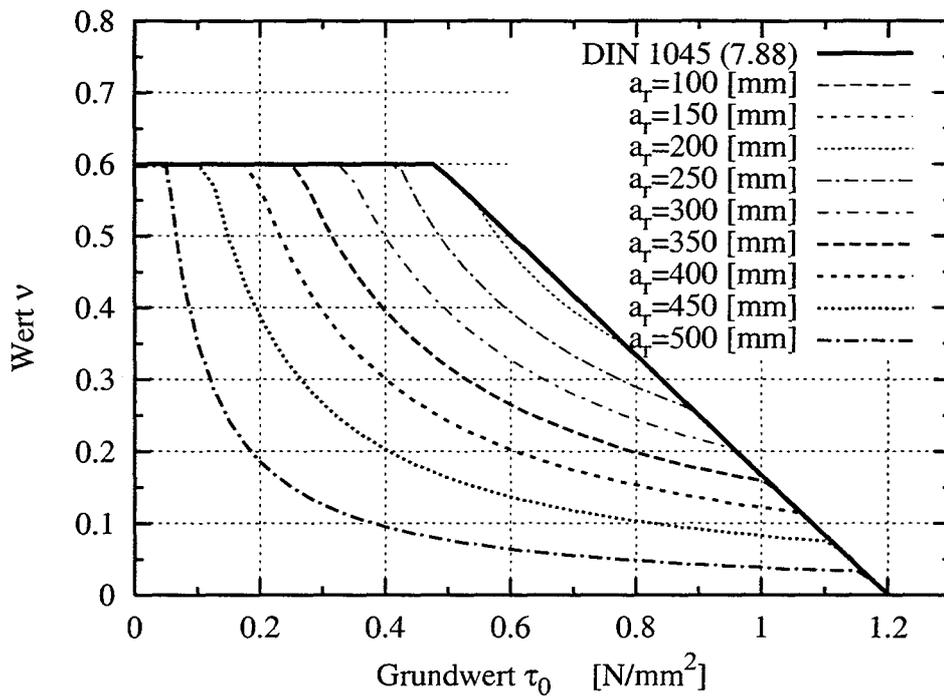


Abbildung 7.5: Beiwert  $\nu$  für  $\varepsilon_L = 8,5\%$ ,  $\beta_W = 15 \frac{N}{mm^2}$

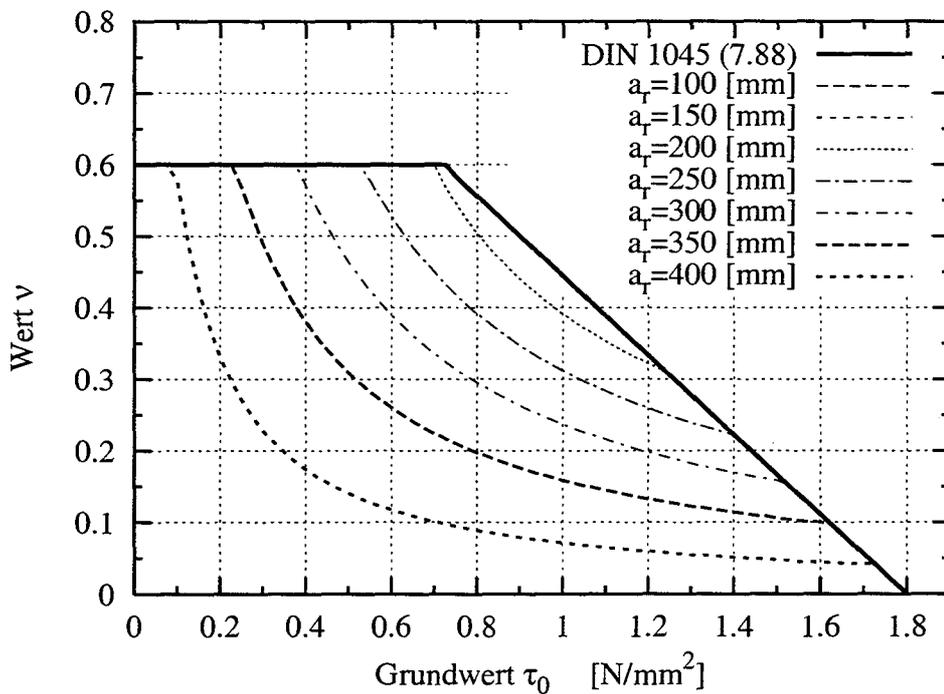


Abbildung 7.6: Beiwert  $\nu$  für  $\varepsilon_L = 8,5\%$ ,  $\beta_W = 25 \frac{N}{mm^2}$

- Es ist eine starke Abhängigkeit der Schubtragfähigkeit vom Rissabstand  $a_r$  und damit von der Rissbreite  $w$  festzustellen.

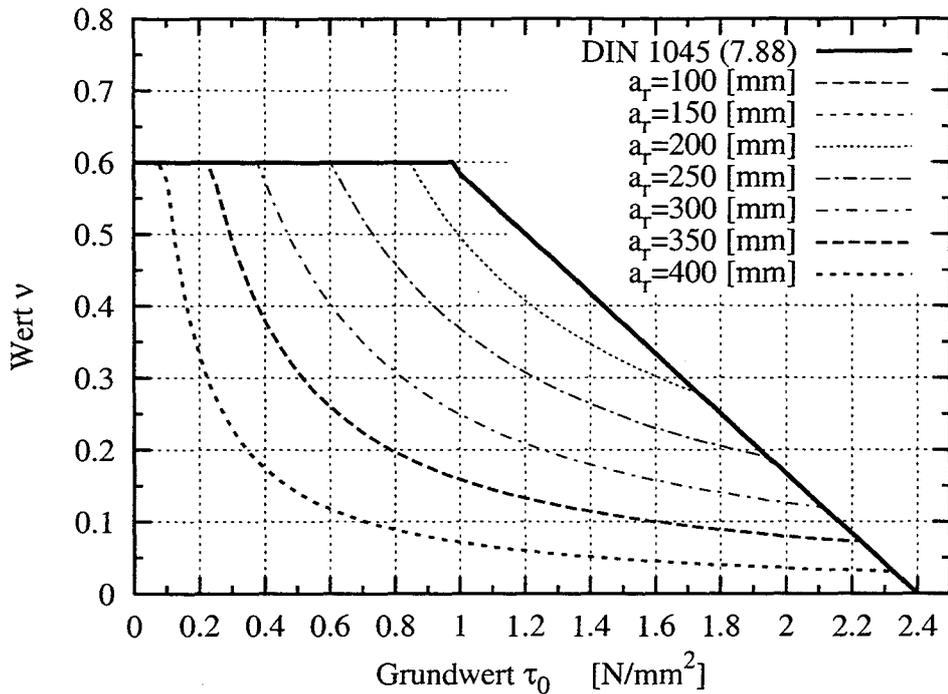


Abbildung 7.7: Beiwert  $\nu$  für  $\varepsilon_L = 8,5\%$ ,  $\beta_W = 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

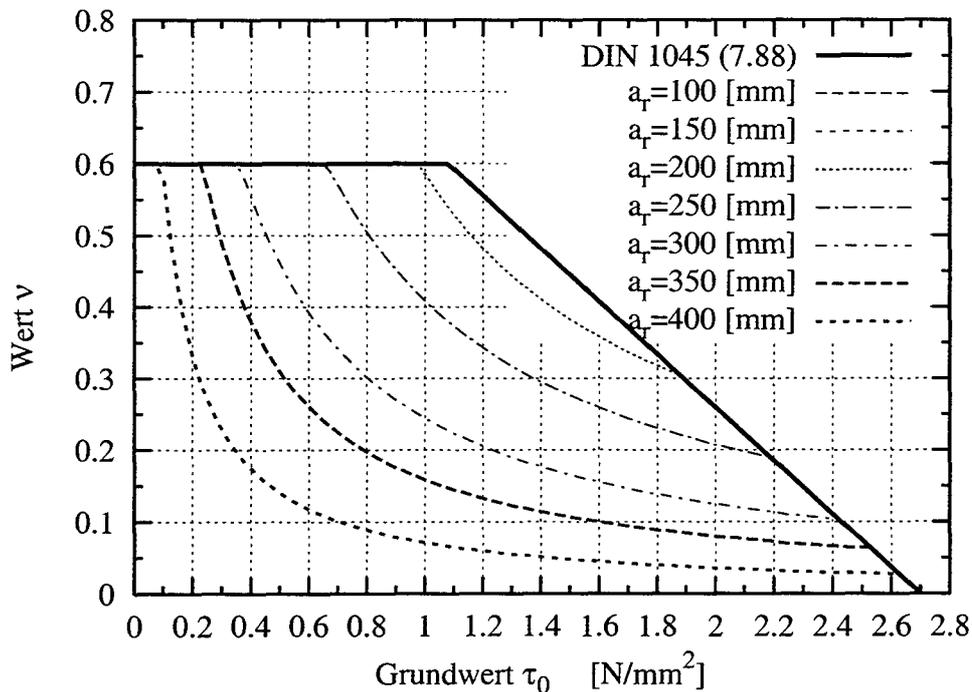


Abbildung 7.8: Beiwert  $\nu$  für  $\varepsilon_L = 8,5\%$ ,  $\beta_W = 45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

- Für Rissabstände  $a_r \leq 150$  mm kann für alle Betonfestigkeitsklassen wie bisher die verminderten Schubdeckung nach DIN 1045 (7.88) unverändert angesetzt werden. Für Rissabstände  $a_r > 150$  mm ist v.a. im Bereich mittlerer Schubspannungen  $\tau_0$  der Beiwert

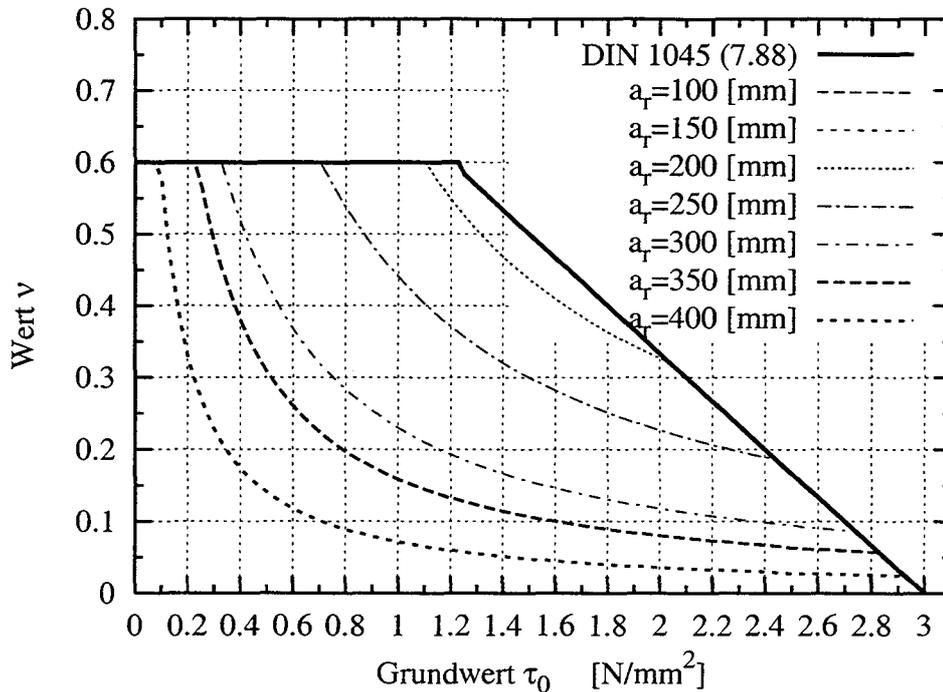


Abbildung 7.9: Beiwert  $\nu$  für  $\varepsilon_L = 8,5\%$ ,  $\beta_W = 55 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$\nu$  zu ermitteln und der Grundwert  $\tau$  der Schubspannungen nach Gleichung (7.45) zu errechnen.

- Für den Bereich  $a_r \leq 300$  mm sind die ermittelten Werte für den möglichen Rissverzahnungsanteil am Querkraftabtrag durch Ergebnisse aus Rissverzahnungsversuchen für die berücksichtigten Betonfestigkeitsklassen abgedeckt. Für Rissabstände  $a_r > 300$  mm (entsprechend einer Rissbreite  $w_{r/2} > 1,3$  mm) liegen lediglich Versuche für die Betonfestigkeit  $\beta_W = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  vor. Um auch für andere Betonfestigkeiten gesicherte Aussagen treffen zu können, sollten in weiteren Forschungsvorhaben gezielte Rissverzahnungsversuche mit großen Rissbreiten und für alle Betonfestigkeitsklassen durchgeführt werden.

Ergänzend zum Anwendungsfall der Schubbemessung klebarmierter Bauteile nach der Richtlinie für das Verstärken von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen durch schubfest aufgeklebte Kohlefaserlamellen [18] sind überschlägig mit Hilfe des hier beschriebenen Modells die Bemessungsregeln der Schubbemessung im Gültigkeitsbereich der DIN 1045 (7.88) geprüft worden. Zu diesem Zweck werden die Gleichungen (5.4) und (5.5) der Rissverzahnungsspannungen nach *Walraven* verwendet. Die maximale Dehnung des Betonstahls wird entsprechend DIN 1045 (7.88) auf  $\varepsilon_s = 5\%$  begrenzt. Nach einer Parameterstudie, die auf analoge Weise durchgeführt worden ist, kann festgestellt werden, dass die Regelungen zur Schubbemessung im Anwendungsbereich der DIN 1045 (7.88) (Schubbereich 1:  $\tau = 0,4 \cdot \tau_0$ ; Schubbereich 2:  $\tau = \frac{\tau_0^2}{\tau_{02}}$ ) für baupraktisch relevante Rissabstände auf der sicheren Seite liegen. Auf eine detaillierte Darstellung der Ergebnisse wird an dieser Stelle verzichtet.

## 7.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel ist für Bauteile mit Schubbewehrung ein Modell hergeleitet worden, mit dem die Schubtragfähigkeit unter Berücksichtigung der nach Kapitel 4 berechneten Rissbreiten bei klebarmierten Bauteilen abgebildet werden kann. Zur Anwendung kommt dabei das Fachwerkmodell mit Rissreibung. Als oberer Grenzwert der Schubtragfähigkeit wird dabei der nach der Richtlinie für das Verstärken von klebarmierten Bauteilen festgelegte Wert  $\tau_{02}$  unverändert übernommen. Es wird allerdings überprüft, ob eine verminderte Schubdeckung im Sinne der DIN 1045 (7.88) uneingeschränkt angewendet werden darf. Als Ergebnis umfangreicher Parameterstudien ist ein Beiwert  $\nu$  in Abhängigkeit von der Betonfestigkeit  $\beta_W$  und dem Rissabstand  $a_r$  ermittelt worden, mit dem der Bemessungswert  $\tau = (1 - \nu) \cdot \tau_0$  bestimmt werden kann. Für Rissabstände  $a_r \leq 150$  mm ist die verminderte Schubdeckung im Sinne der DIN 1045 (7.88) für alle Betonfestigkeitsklassen uneingeschränkt anwendbar.

## Kapitel 8

# Zusammenfassung und Ausblick

In der "Richtlinie für das Verstärken von Betonbauteilen durch Ankleben von unidirektionalen kohlenstofffaserverstärkten Kunststofflamellen" (z.B. [18]) sind die Regeln der Schubbemessung und als Grenzwerte der Schubbereiche die Werte  $\tau_{011}$  Zeile (b) bzw.  $\tau_{02}$  aus Tabelle 13 der DIN 1045 (7.88) [20] übernommen worden. Im Gegensatz zur maximal zulässigen Betonstahldehnung  $\varepsilon_s = 5\text{‰}$  nach DIN 1045 (7.88) ist das Maximum der Lamellendehnung  $\varepsilon_L$  nach der Richtlinie für das Verstärken von Betonbauteilen auf die halbe Bruchdehnung der applizierten Lamelle (bis zu  $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$ ) festgelegt. Damit ist bei mit CFK-Lamellen verstärkten Bauteilen im Bruchzustand mit deutlich größeren Rissbreiten zu rechnen als im konventionellen, nach DIN 1045 (7.88) geregelten Stahlbetonbau. An Trägerbereichen mit hohen Biege- und Querkraftbeanspruchungen (z.B. Stützbereich) führt eine Zunahme der Rissbreiten zu einem Rückgang der Schubtragfähigkeit, da der positive Einfluss aus der Rissverzahnung der Schubrisse und der Dübelwirkung der Längsbewehrung verringert wird.

Basierend auf dieser Ausgangslage ist in dem hier beschriebenen Forschungsvorhaben "Festlegung der Schubbereichsgrenzen bei der Verstärkung von Stahlbetonplatten und Stahlbetonbalken mit aufgeklebten CFK-Lamellen" das Schubtragverhalten von Stahlbetonbauteilen modelliert worden. Basis für die Ermittlung der Schubtragfähigkeit ist die Untersuchung der Rissbildung klebarmierter Bauteile. Aus diesem Grund ist in einem ersten Schritt das Verbundverhalten von CFK-Lamellen aufgezeigt worden. Mit Hilfe der Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes sind für verschiedene mögliche Spannungszustände am Zwischenrisselement die Relativverschiebungen zwischen Beton und CFK-Lamellen und damit die sich einstellenden Rissbreiten in Abhängigkeit vom Rissabstand ermittelt worden. Wesentliche Erkenntnis ist dabei, dass wegen auftretenden bereichsweisen Verbundentkoppelungen für den Bereich der nach der Richtlinie maximal zulässigen Lamellendehnungen  $\varepsilon_L$  die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen vernachlässigbar gering ist. Die maximalen Rissbreiten können daher näherungsweise mit  $w_r = a_r \cdot \varepsilon_L$  berechnet werden. Damit kommt es zum Beispiel für eine Lamellendehnung  $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$  und einen Rissabstand von  $a_r = 200$  mm zu einer Rissbreite  $w_r = 1,7$  mm. Bei ungünstiger Rissbildung (große Rissabstände) treten deutlich größere Rissbreiten auf.

Im Folgenden sind verschiedene Modelle zum Abtrag von Querkraften bei Stahlbetonbauteilen aufgezeigt worden. Für die Modellbildung von Stahlbetonbauteilen ohne Querkraftbewehrung wird im Rahmen des hier beschriebenen Forschungsvorhabens das *Zahnmodell* verwendet, da

zum einen die einzelnen Tragwirkungen aus Rissverzahnung und Dübelwirkung anschaulich beschrieben werden können und zum anderen das Modell auch auf bügelbewehrte Bauteile erweitert werden kann. Für die Ermittlung der Tragfähigkeit der Komponente "Rissverzahnung" sind die bekannten Rissverzahnungsgleichungen von *Walraven* auf den Anwendungsbe- reich großer Rissbreiten erweitert und modifiziert worden. Maßgebend für die Bestimmung des Verlaufes der Spannungen im Riss ist dabei die ohne Normalspannung übertragbare Rissver- zahnungsspannung. Der Verlauf der Rissverzahnungsspannung im Riss wird im Rahmen dieser Arbeit mit einem eigenen bilinearen Verlauf modelliert. Die Dübelwirkung wird mit einem mo- difizierten Ansatz von *Baumann* abgebildet. Nach einer Gleichgewichtsbetrachtung an einem herausgeschnittenen Zahnelement sind allgemeine Gleichungen zur Ermittlung der einzelnen Tragkomponenten aufgestellt worden. Im Rahmen einer Parameterstudie sind Diagramme erstellt worden, mit deren Hilfe in Abhängigkeit vom Rissabstand  $a_r$ , von der Würfeldruckfes- tigkeit  $\beta_W$  und vom Längsbewehrungsgrad  $\mu_L$  die Grenzwerte der Schubspannungen  $\tau_{0,max}$  unter Gebrauchslast für die Anwendung im Rahmen der Richtlinie für mit CFK-Lamellen verstärkte Bauteile ermittelt werden können. Unter bestimmten Randbedingungen liegt der in der Richtlinie bisher pauschal festgesetzte Grenzwert  $\tau_{011}$  (b) nach DIN 1045 (7.88) auf der unsicheren Seite.

Für schubbewehrte Bauteile kommt das *Fachwerkmodell mit Rissreibung* zur Anwendung. Der in der Richtlinie festgelegte Grenzwert der Schubtragfähigkeit  $\tau_{02}$  nach DIN 1045 (7.88) ist ein rein empirisch bestimmter Wert ohne mechanische Bedeutung. Da für klebebewehrte Bauteile eine obere Begrenzung der Schubspannungen aufgrund des schlagartigen Abhebelns der CFK-Lamellen durchaus sinnvoll ist, wird der bisherige Grenzwert  $\tau_{02}$ , der im Bereich ausreichender baupraktischer Erfahrungen liegt, beibehalten. Überprüft wird hingegen, ob die nach der Richtlinie zulässige verminderte Schubdeckung im Sinne der DIN 1045 (7.88) angewendet werden darf. Der Anteil der Schubspannungen  $\Delta\tau = \nu \cdot \tau_0$ , um welchen der Grundwert  $\tau_0$  abgemindert werden darf ist von der Rissreibungskomponente aufzunehmen. Auf einen Ansatz der Dübelwirkung wird verzichtet. Für mögliche maximale Rissbreiten sind in einer umfangreichen Parameterstudie die zulässigen Werte  $\nu$  basierend auf den eigenen An- sätzen zur Rissverzahnung ermittelt worden. In Abhängigkeit vom Grundwert  $\tau_0$  der Schub- spannung und vom Rissabstand  $a_r$ , der für klebebewehrte Bauteile beispielsweise nach dem Ansatz von *Niedermeier* [64] bestimmt werden kann, kann für Würfeldruckfestigkeiten des Betons  $\beta_W = 15$  bis  $55 \frac{N}{mm^2}$  der Wert  $\nu$  aus abgeleiteten Diagrammen entnommen werden. Wesentliche Erkenntnis der Parameterstudie ist, dass für Rissabstände  $a_r$  bis ca. 150 mm die verminderte Schubdeckung im Sinne der DIN 1045 (7.88) ansetzbar ist. Erst für größere Rissabstände ist abhängig von  $\beta_W$  der im Rahmen dieses Forschungsvorhabens neu ermittelte Beiwert  $\nu$  relevant.

Im Rahmen des hier beschriebenen Forschungsvorhabens ist die Themenstellung umfassend behandelt worden. Die Vermutungen, dass unter bestimmten Randbedingungen Sicherheits- defizite bei der Schubbemessung im Rahmen der Richtlinie für das Verstärken mit CFK- Lamellen bestehen, sind durch die Ergebnisse dieser Forschungsarbeit bestätigt worden. Für die Schubbemessung von mit CFK-Lamellen verstärkten Bauteilen sind Grenzwerte festgelegt worden.

Die Bearbeitung dieses Forschungsvorhabens hat deutlich gezeigt, dass im Bereich der Quer- kraftbemessung unter besonderer Berücksichtigung großer Rissbreiten enormer Forschungsbe- darf besteht. Es ist erforderlich, hinsichtlich der Rissverzahnung gezielte Rissverzahnungsversuche

mit großen Rissbreiten  $w_r \geq 0,7$  mm für alle Betonfestigkeitsklassen durchzuführen, um die Datenbasis zu erweitern und verbesserte Gesetzmäßigkeiten aufzustellen. Darüber hinaus sind gezielte Bauteilversuche an Platten und Balken durchzuführen, um das Tragverhalten bei großen Rissbreiten genauer untersuchen zu können. Dies ist auch insbesondere deshalb von großer Bedeutung, weil im Zuge der "neuen" Normengenerationen (DIN 1045-1, EC 2) Betonstahldehnungen im Bruchzustand bis zu  $\varepsilon_L = 25\%$  zugelassen werden. Auch für diese Anwendungsbereiche ist mit größeren Rissbreiten zu rechnen.



# Bezeichnungen

## Indizes

<i>calc</i>	rechnerisch
<i>Due</i>	Dübel
<i>el</i>	elastisch
<i>exp</i>	experimentell
<i>k</i>	charakteristisch
<i>g</i>	Kleber
<i>ge</i>	Bereich mit Verbundablösung
<i>grenz</i>	Grenzwert
<i>L</i>	Lamelle
<i>m</i>	Mittelwert; mittlerer
<i>P</i>	Prisma
<i>pl</i>	plastisch entfestigt
<i>R</i>	Bauteilwiderstand
<i>r</i>	Anteil der Rissreibung
<i>u</i>	“ultimate”; Maximalwert

## Geometrische Größen

<i>a<sub>r</sub></i>	Rissabstand
<i>A</i>	Querschnittsfläche
<i>b</i>	Breite
<i>b<sub>w</sub></i>	Stegbreite
<i>d</i>	Bauteilhöhe
<i>h</i>	statische Nutzhöhe der Betonstahlbewehrung

<i>h<sub>L</sub></i>	statische Nutzhöhe der Lamellenbewehrung
<i>h<sub>r</sub></i>	Risshöhe
<i>k<sub>x</sub></i>	bezogene Druckzonenhöhe
<i>k<sub>z</sub></i>	bezogener innerer Hebelarm
<i>s<sub>l</sub></i>	Lamellenabstand in Querrichtung
<i>s<sub>L0</sub></i>	Relativverschiebung bei vollständiger Verbundentkopplung
<i>s<sub>L1</sub></i>	Elastischer Grenzwert der Relativverschiebung
<i>t<sub>g</sub></i>	Dicke der Kleberschicht
<i>t<sub>L</sub></i>	Dicke der Klebelamelle
<i>v</i>	Rissgleitung
<i>w</i>	Rissbreite
<i>x</i>	Höhe der Druckzone
<i>z</i>	Hebelarm
<i>z<sub>m</sub></i>	mittlerer Hebelarm

## Materialkenngrößen

<i>β<sub>BZ</sub></i>	Biegezugfestigkeit des Betons
<i>β<sub>OZ</sub></i>	Oberflächenzugfestigkeit des Betons
<i>β<sub>P</sub></i>	Prismendruckfestigkeit
<i>β<sub>S</sub></i>	Streckgrenze des Betonstahls
<i>β<sub>W</sub></i>	Würfeldruckfestigkeit des Betons
<i>β<sub>Z</sub></i>	Spaltzugfestigkeit des Betons

$E_b$	Elastizitätsmodul des Betons	$\rho$	geometrischer Bewehrungsgrad
$E_L$	Elastizitätsmodul der Klebarmierung	$\sigma$	Normalspannung
$E_S$	Elastizitätsmodul des Betonstahls	$\sigma_{cr}$	Normalspannung senkrecht zum Riss
$f_{syk}$	Streckgrenzspannung des Betonstahls	$\sigma_s$	Stahlspannung
$f_{lyk}$	Streckgrenzspannung der Laschenbügel	$\tau$	Schubspannung
$G_e$	Elastisch aufnehmbare Verbundenergie	$\tau_{cr}$	Verzahnungsspannung im Riss
$G_F$	Verbundbruchenergie	$\tau_0$	Grundwert der Schubspannung
		$\tau_{0V}$	Grundwert der Schubspannung im verstärkten Zustand
		$\tau_{L1}$	Maximalwert der auf die Klebarmierung wirkenden Verbundspannung
<b>Kräfte, Spannungen</b>			
$F$	Einzelkraft	$\tau_r$	Rissverzahnungsspannung
$M$	Biegemoment	$\tau_{r,max}$	Maximalwert der ohne Normalspannung aufnehmbaren Rissverzahnungsspannung
$N$	Normalkraft		
$N_r$	Normalkraft senkrecht zum Riss	$\tau_{r,max,0}$	Maximalwert der ohne Normalspannung aufnehmbaren Rissverzahnungsspannung für die Rissbreite $w = 0$
$Q$	Querkraft		
$Q_V$	Querkraft im verstärkten Zustand		
$R_k$	charakteristischer Wert der Beanspruchbarkeit	$\Theta$	Neigung der Betondruckstrebe
$T_r$	Resultierende Rissverzahnungskraft	$\xi$	bezogene Druckzonenhöhe
		$\zeta$	bezogener innerer Hebelarm

**Sonstige Bezeichnungen**

<b>Griechische Bezeichnungen</b>		$B_Y$	Bestimmtheitsmaß
$\alpha$	Bügelneigung	$\bar{b}$	Mittelwertkorrekturgröße
$\beta_r$	Rissneigung		
$\Delta$	Streukorrekturgröße		
$\eta$	Schubdeckungsgrad		
$\eta_B$	Biegeverstärkungsgrad		
$\mu_L$	Längsbewehrungsgrad		
$\nu$	Wert zur Ermittlung der erforderlichen Schubdeckung		

# Literaturverzeichnis

- [1] BAUMANN, T.: *Tragwirkung orthogonaler Bewehrungsnetze beliebiger Richtung in Flächentragwerken aus Stahlbeton*. Berlin : Ernst & Sohn, 1972 (Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Heft 217)
- [2] BAUMANN, T.; RÜSCH, H.: *Schubversuche mit indirekter Krafteinleitung - Versuche zum Studium der Verdübelungswirkung der Biegezugbewehrung eines Stahlbetonbalkens*. Berlin : Ernst & Sohn, 1970 (Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Heft 210)
- [3] BAŽANT, Z.P.; KIM, J.-K.: Size Effect in Shear Failure of Longitudinally Reinforced Beams. In: *ACI Journal* (1984), S. 456–468
- [4] BAY, H.: Zum Schubproblem des gedrungenen Stahlbetonträgers (II). In: *Beton- und Stahlbetonbau* (1977), Nr. 1, S. 17 – 21
- [5] BAZANT, Z.; KAZEMI, M.: Size effect on diagonal shear failure of beams without stirrups. In: *ACI Journal* (1991), S. 268–276
- [6] BRESLER, B.; SCORDELIS, A.C.: Shear strength of reinforced concrete beams. In: *ACI-Journal V.60* (1963), Nr. 1, S. 51–74
- [7] BRESSON, J.: Nouvelles recherches et applications concernant l'utilisation des collages dans les structures. In: *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics*. Paris, 1971 ( No. 278), S. 21–55
- [8] BRUCE, R.: An experimental study of the action of web reinforcement in prestressed concrete beams / University of Illinois. 1962. – Forschungsbericht
- [9] BULICEK, H.: *Zur Berechnung des ebene Spannungs- und des Verzerrungszustandes von schubbewehrten Stegen profilierter Stahlbeton- und Spannbetonträger im Grenzzustand der Schubtragfähigkeit*. Technische Universität München, Institut für Tragwerksbau, Lehrstuhl für Massivbau, Dissertation, 1993
- [10] CIRODDE, R.: *Techniques d'assemblages par collage*. Paris, 1967 (RILEM Bulletin 37)
- [11] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (CEB) (Hrsg.): *CEB-FIP Model Code 1990 - Final Draft*. Lausanne : CEB-Bulletin d'Information, 1991 ( 203-205)
- [12] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (CEB) (Hrsg.): *RC elements under cyclic loading*. London : CEB-Bulletin d'Information, 1996 ( 230)

- [13] DASCHNER, F.: Schubkraftübertragung in Rissen von Normal- und Leichtbeton / Institut für Bauingenieurwesen III, Lehrstuhl für Massivbau. Technische Universität München, 1980. – Forschungsbericht
- [14] DASCHNER, F.; KUPFER, H.: Versuche zur Schubkraftübertragung in Rissen von Normal- und Leichtbeton. In: *Bauingenieur* 57 (1982), S. 57–60
- [15] DEUTSCH, J.: Berechnung der Rißbildung bei auf Biegung mit Querkraft beanspruchten Stahlbetonbauteilen. In: *IVBH-Abhandlungen* 32/1 (1972), S. 58–76
- [16] DEUTSCHES INSTITUT FÜR BAUTECHNIK (DIBT): *Grundlagen zur Beurteilung von Baustoffen, Bauteilen und Bauarten im Prüfzeichen- und Zulassungsverfahren*. Mai 1986
- [17] DEUTSCHES INSTITUT FÜR BAUTECHNIK (DIBT): *Richtlinie für das Verstärken von Betonbauteilen durch Ankleben von Stahllaschen*. Januar 2000
- [18] DEUTSCHES INSTITUT FÜR BAUTECHNIK (DIBT): *Richtlinien für das Verstärken von Betonbauteilen durch Ankleben von unidirektionalen kohlenstoffaserverstärkten Kunststofflamellen (CFK - Lamellen), Typ B+B Carboplus*. September 1998
- [19] DEUTSCHES INSTITUT FÜR BAUTECHNIK (DIBT): *Verstärken von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen durch schubfest aufgeklebte Kohlefaserlamellen B+B Carboplus*. Z-36.12-57, Januar 2000. – Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung
- [20] DIN 1045: *Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung*, Juli 1988
- [21] DIN 1045-1: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion*, 2001
- [22] DIN 1048, TEIL2: *Prüfverfahren für Beton; Festbeton in Bauwerken und Bauteilen*, Juni 1991
- [23] DIN V ENV 1992-1: *Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau*, Juni 1992
- [24] DULÁCSKA, H.: Dowel Action of Reinforcement. In: *ACI Journal* (1972), S. 754–757
- [25] ELZANTY, A.; NILSON, A.; SLATE, F.: Shear capacity of reinforced concrete beams using high-strength concrete. In: *ACI Journal* 83 (1986), S. 290–296
- [26] FEIX, J.: *Kritische Analyse und Darstellung der Bemessung für Biegung mit Längskraft, Querkraft und Torsion nach Eurocode 2 Teil 1*. Technische Universität München, Institut für Tragwerksbau, Lehrstuhl für Massivbau, Dissertation, 1993
- [27] FENWICK, R.C.; PAULAY, T.: Mechanisms of shear resistance of concrete beams. In: *ASCE-Journal* (1968), S. 2325–2350
- [28] FIP-RECOMMENDATIONS (Hrsg.): *Practical Design of Structural Concrete*. FIP-Commission 3 Practical Design, 1996
- [29] FISCHER, J.: *Versagensmodell für schubschlanke Balken*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1997 (Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Heft 480)

- [30] FRANKE, L.; DECKELMANN, G.: Das Tragverhalten der Grenzflächen von Fugen. In: *Bautechnik* 66 (1989), Nr. 1, S. 7–12
- [31] FRENAY, J.: Theory and Experiments on the Behaviour of Cracks in Concrete Subjected to Sustained Shear Loading. In: *Heron* 35 (1990), Nr. 1
- [32] GAMBAROVA, P.: Aggregate interlock role in r.c. thin-webbed beams in shear. In: *ASCE-Journal of Structural Division* 113 (1979), Nr. 1, S. 1–19
- [33] HAMADI, Y.: *Force transfer across cracks in concrete structures*, Polytecnic of Central London, Dissertation, 1976
- [34] HAMADI, Y.D.; REGAN, P.E.: Behaviour in shear of beams with flexural cracks. In: *Magazine of Concrete Research* 32 (1980), June, Nr. 111, S. 67–78
- [35] HARDJASAPUTRA, H.: *Berücksichtigung des Dehnungszustandes bei der Querkraftbemessung von profilierten Stahlbeton- und Spannbetonträgern*, Universität Stuttgart, Dissertation, 1987
- [36] HARTUNG, J.; ELPELT, B.; KLÖSENER, K.-H.: *Statistik: Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik*. München : R. Oldenbourg Verlag GmbH, 1982
- [37] HEILMANN, H.: Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons. In: *beton - Herstellung Verwendung* 19 (1969), Nr. 2, S. 68–70
- [38] HILLERBORG, A.: Analysis of one single crack. In: *Fracture mechanics of concrete* (1983). – Amsterdam
- [39] HOLZENKÄMPFER, P.: *Ingenieurmodelle des Verbundes geklebter Bewehrung für Betonbauteile*, Fachbereich Bauingenieurwesen der Technischen Universität Carolo - Wilhelmina zu Braunschweig, Dissertation, 1994
- [40] KAISER, H.: *Bewehren von Stahlbeton mit kohlenstoffaserverstärkten Epoxidharzen*. Zürich, ETH Zürich, Dissertation, 1989
- [41] KANI, G.: Die Lösung des Schubrätsels / Universität von Toronto. 1962. – Forschungsbericht. Kurzfassung anlässlich Schubkolloquium
- [42] KANI, G.: How safe are our large reinforced concrete beams. In: *ACI Journal* 64 (1967), S. 1967
- [43] KIRMAIR, M.: *Das Schubtragverhalten schlanker Stahlbetonbalken - theoretische und experimentelle Untersuchungen für Leicht- und Normalbeton*. Berlin : Ernst & Sohn, 1987 (Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Heft 385)
- [44] KÖNIG, G.; ZINK, M.: Zum Biegeschubversagen schlanker Stahlbetonbauteile. In: *Bautechnik* 76 (1999), Nr. 11, S. 959–969
- [45] KORDINA, K.; BLUME, F.: *Empirische Zusammenhänge zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit stabförmiger Stahlbetonelemente*. Berlin : Ernst & Sohn, 1985 (Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Heft 364)
- [46] KREFELD, W.J.; THURSTON, C.W.: *Studies of the Shear and Diagonal Tension Strength of Simply Supported Reinforced Concrete Beams* / Columbia University. New York, 1962. – Forschungsbericht

- [47] KUPFER, H.: Erweiterung der Mörsch'schen Fachwerkanalogie mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit. In: *CEB-Bulletin* (1964), Nr. 40, S. 44–57
- [48] KUPFER, H.; MANG, R.; KARAVESYROGLOU, M.: Bruchzustand der Schubzone von Stahlbeton- und Spannbetonträgern - Eine Analyse unter Berücksichtigung der Rißverzahnung. In: *Bauingenieur* 58 (1983), S. 143–149
- [49] KUPFER, H.; MOOSECKER, W.: Beanspruchung und Verformung der Schubzone des schlanken profilierten Stahlbetonbalkens. In: *Forschungsbeiträge für die Baupraxis* (1979), S. 225–236. – Sonderdruck
- [50] LEONHARDT, F.: Die verminderte Schubdeckung bei Stahlbetontragwerken. In: *Bauingenieur* 40 (1964), Nr. 1, S. 1–15
- [51] LEONHARDT, F.; WALTHER, R.: *Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung*. Berlin : Ernst & Sohn, 1962 (Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Heft 151)
- [52] LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E.: *Vorlesungen über Massivbau*. Zweite Auflage. Berlin, Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 1973 ( Erster Teil - Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau)
- [53] LEONHARDT, F.; ROSTASY, F.S.; MACGREGOR, J.; PATZAK, M.: *Schubversuche an Balken und Platten bei gleichzeitigem Längszug*. Berlin : Ernst & Sohn, 1977 (Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Heft 275)
- [54] L'HERMITE, R.: L'application des colles et des resines dans la construction. In: *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics*. Centre Experimental du Bâtiment et de Travaux Public, 1967 ( No. 239)
- [55] MANG, R.: *Einfluss der Rissverzahnung auf die Tragwirkung von Scheiben und Balkenstegen aus Stahlbeton*. Technische Universität München, Institut für Bauingenieurwesen III, Lehrstuhl für Massivbau, Dissertation, 1986
- [56] MATERI, P.; PRALONG, J.; THÜRLIMANN, B.: Schubversuche an Stahlbeton-Platten / ETH Zürich. Zürich, 1977 ( Bericht Nr. 7305-2). – Forschungsbericht
- [57] MATHEY, R.; WATSTEIN, D.: Shear strength of beams without web reinforcement containing deformed bars of different yield strength. In: *ACI Journal* 60 (1963), S. 183–207
- [58] MICROSOFT: *Visual Basic for Applications*
- [59] MILLARD, S.G.; JOHNSON, R.P.: Shear transfer across cracks in reinforced concrete due to aggregate interlock and to dowel action. In: *Magazine of Concrete Research* 36 (1984), S. 9–21
- [60] MOODY, K.; VIEST, I.; ELSTNER, R.; HOGNESTAD, E.: Shear strength of reinforced concrete beams (Part 1- Tests on simple beams. In: *ACI Journal* 51 (1954), S. 317–332
- [61] MPHONDE, A.; FRANTZ, C.: Shear tests of high- and low-strength concrete beams without stirrups. In: *ACI-Journal* 81 (1988)

- [62] MÖRSCH, E.: *Der Eisenbetonbau seine Theorie und Anwendung*. Stuttgart : Verlag Konrad Wittwer, 1929
- [63] NEUBAUER, U.: *Verbundtragverhalten geklebter Lamellen aus Kohlenstoffaser - Verbundwerkstoff zur Verstärkung von Betonbauteilen*, Fachbereich Bauingenieurwesen der Technischen Universität Carolo - Wilhelmina zu Braunschweig, Dissertation, 2000
- [64] NIEDERMEIER, R.: *Zugkraftdeckung bei klebarmierten Bauteilen*. Technische Universität München, Institut für Tragwerksbau, Lehrstuhl für Massivbau, Dissertation, 2000
- [65] NIELSEN, M.P.; BRAESTRUP, M.W.; JENSEN, B.C., BACH, F.: *Concrete Plasticity - Beam Shear, Shear in Joints, Punching Shear* / Technical University of Denmark, Structural Research Laboratory. Lyngby/ Copenhagen, 1978. – Forschungsbericht
- [66] NISSEN, I.: *Rissverzahnung des Betons - Gegenseitige Rissuferverschiebungen und übertragene Kräfte*. Technische Universität München, Institut für Bauingenieurwesen III, Lehrstuhl für Massivbau, Dissertation, 1987
- [67] NISSEN, I.; KUPFER, H.; DASCHNER, F.: *Schubkraftübertragung in Rissen von Normal- und Leichtbeton*. – Forschungsbericht
- [68] NOAKOWSKI, P.: *Kontinuierliche Theorie der Rissbildung* / Institut für Bauingenieurwesen III, Lehrstuhl für Massivbau. Technische Universität München, 1982 ( Nr.1270). – Vorläufiger Abschlussbericht
- [69] NOAKOWSKI, P.: *Kontinuierliche Theorie der Mitwirkung des Betons auf Zug*. Berlin : Ernst & Sohn, 1988 (Deutscher Ausschluß für Stahlbeton Heft 394)
- [70] PAULAY, T.; LOEBER, P.J.: *Shear Transfer by Aggregate Interlock*. In: *Shear in Reinforced Concrete, ACI - Publication SP-42* Vol. I (1974), S. 1–16
- [71] PAULAY, T.; PARK, R.; PHILIPS, M.H.: *Horizontal Construction Joints in Cast in Place Reinforced Concrete*. In: *Shear in Reinforced Concrete, ACI - Publication SP-42* Vol. II (1974), S. 599–616
- [72] PICHLER, D.: *Die Wirkung von Anpressdrücken auf die Verankerung von Klebelamellen*. Innsbruck, Universität Innsbruck, Dissertation, 1993
- [73] PRUIJSSERS, A.: *Aggregate Interlock and Dowel Action under Monotonic and Cyclic Shear Loading*. Delft, Delft University of Technology, Diplomarbeit, 1988. – Dissertation
- [74] RANDL, N.: *Untersuchungen zur Kraftübertragung zwischen Alt- und Neubeton bei unterschiedlichen Fugenrauigkeiten*. Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, Institut für Betonbau, Dissertation, 1997
- [75] RANISCH, E.-H.: *Zur Tragfähigkeit von Verklebungen zwischen Baustahl und Beton - Geklebte Bewehrung*. Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig, Dissertation, 1982
- [76] RASMUSSEN, B.: *Strength of transversely loaded bolts and dowels cast into concrete* / Laboratoriet for Bygningastatik, Denmark Technical University. Meddelelse, 1962 ( Vol. 34, No. 2). – Forschungsbericht

- [77] REINECK, K.-H.: *Ein mechanisches Modell für den Querkraftbereich von Stahlbetonteilen*. Stuttgart, Institut für den Tragwerksentwurf und -konstruktion der Universität Stuttgart, Dissertation, 1990
- [78] REINHARDT, H.: Maßstabseinfluß bei Schubversuchen im Licht der Bruchmechanik. In: *Beton- und Stahlbetonbau* (1981), Nr. 1, S. 19–21
- [79] REMMEL, G.: *Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton*. Berlin : Beuth Verlag, 1994 (Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Heft 444)
- [80] ROOS, F.: *Ein Beitrag zur Bemessung von Beton mit rezykliertem Zuschlag nach DIN 1045-1*. Technische Universität München, Institut für Tragwerksbau, Lehrstuhl für Massivbau, Dissertation, 2001
- [81] RÜSCH, H.; FINN, R.; MAYER, H.: *Schubversuche an Stahlbeton-Rechteckbalken mit gleichmäßig verteilter Belastung*. Berlin : Ernst & Sohn, 1962 (Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Heft 145)
- [82] RUESCH, H.; MAYER, H.: 5 Versuche zum Studium der Verformungen im Querkraftbereich eines Stahlbetonbalkens / Materialprüfungsamt für das Bauwesen der Technischen Universität München. 1964 ( Bericht Nr. 58). – Forschungsbericht
- [83] SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau. In: *Beton-Kalender* (1984), S. 787–1005. – Ernst & Sohn
- [84] SCHNELL, W.; GROSS, D.; HAUGER, W.: *Technische Mechanik - Elastostatik*. Bd. 2. Springer-Verlag, 1992
- [85] SCHOLZ, H.: *Ein Querkrafttragmodell für Bauteile ohne Schubbewehrung im Bruchzustand aus normalfestem und hochfestem Beton*. Berlin, Technische Universität Berlin, Dissertation, 1994
- [86] SPECHT, M.: Modellstudie zur Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbiegegliedern ohne Schubbewehrung im Bruchzustand. In: *Bautechnik* 10 (1986), S. 339–350
- [87] TAYLOR, H.: The fundamental behavior of reinforced concrete beams in bending and shear. In: *Shear in reinforced concrete* Bd. 1. Detroit : ACI Publication SP-42, 1974, S. 43–77
- [88] THÜRLIMANN, B.: Shear strength of reinforced and prestressed concrete beams. In: *CEB-Bulletin* (1978), Nr. 126, S. 16–38
- [89] VAN DEN BERG, F.: Shear strength of reinforced concrete beams without web reinforcement (Part 2 - Factors affecting load at diagonal cracking. In: *ACI Journal* 59 (1962), S. 1587–1600
- [90] VECCHIO, F.J.; COLLINS, M.P.: The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. In: *ACI-Journal* V 83 (1986), Nr. 2, S. 219–231
- [91] VINTZELEOU, E.N.; TASSIOS, T.P.: Mathematical models for dowel action under monotonic conditions. In: *Magazine of Concrete Research* V. 38 (1986), S. 13–22

- [92] WALRAVEN, J.: The influence of depth on the shear strength of lightweight concrete beams without shear reinforcement / Department of Civil Engineering, Delft University. 1978 ( Report S-78-4). – Forschungsbericht
- [93] WALRAVEN, J.: Mechanisms of shear transfer in cracks in concrete - A survey of literature / Department of Civil Engineering, Delft University of Technology. 1978 ( Report 5-78-12). – Forschungsbericht
- [94] WALRAVEN, J.: Experiments on shear transfer in cracks in concrete - Part II: Analysis of results / Department of Civil Engineering, Delft University of Technology. 1979 ( Report 5-79-10). – Forschungsbericht
- [95] WALRAVEN, J.: *Aggregate interlock: a theoretical and experimental analysis*, Delft University Press, Dissertation, 1980
- [96] WALRAVEN, J.C.; REINHARDT, H.W.: Theory and experiments on the mechanical behaviour of cracks in plane and reinforced concrete subjected to shear loading. In: *Heron* 26 (1981), Nr. 1A
- [97] WALSH, P.: The Analysis of Concrete Beam shear test Data / Division of Building Research. Australia, 1973 ( 9). – Forschungsbericht
- [98] WEIGLER, H.; BECKER, G.: Zur Frage der Schubdruckfestigkeit von Beton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* (1964), Nr. 5, S. 101–105
- [99] WEIGLER, H.; KARL, S.: *Beton: Arten - Herstellung - Eigenschaften*. Berlin : Ernst & Sohn, 1989
- [100] ZILCH, K.; SCHMIDHUBER, CH.; NIEDERMEIER, R.: Bauteilversuche zur Querkraftbiegung an mittels Klebarmierung verstärkten Betonbauteilen / Institut für Tragwerksbau, Lehrstuhl für Massivbau. Technische Universität München, Mai 2000. – Forschungsbericht
- [101] ZILCH, K.; ZEHETMEIER, G.; NIEDERMEIER, R.: Zusammenwirken von einbetonierter Bewehrung mit Klebarmierung an verstärkten Betonbauteilen / Institut für Tragwerksbau, Lehrstuhl für Massivbau. Technische Universität München, 2001. – Forschungsbericht. Forschungsbericht
- [102] ZINK, M.: *Zum Biegeschubversagen schlanker Bauteile aus Hochleistungsbeton mit und ohne Vorspannung*. Leipzig, Universität Leipzig, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät, Dissertation, 1998



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Mögliche Dehnungsverteilungen im Querschnitt nach DIN 1045 (7.88), Bild 13 [20] . . . . .	12
2.2	Mögliche maximale Dehnungszustände im verstärkten Zustand . . . . .	13
3.1	Bilinearer Verbundansatz . . . . .	16
3.2	Verbundgesetz für den plastisch entfestigten Teil der Verbundlänge nach <i>Kaiser</i> [40] . . . . .	17
3.3	Verbundansatz nach <i>Pichler</i> [72] . . . . .	18
3.4	Energetische Betrachtung des bilinearen Verbundansatzes . . . . .	18
3.5	Spannungen und Kräfte am differentiellen Verbundelement . . . . .	22
3.6	Zwischenrisselement . . . . .	24
3.7	Rand- und Übergangsbedingungen am Zwischenrisselement bei einer konstanten Momentenbeanspruchung (Fall 1-5) . . . . .	25
3.8	Rand- und Übergangsbedingungen am Zwischenrisselement (Fall 6-8) bei maximalem Spannungsaufbau . . . . .	26
4.1	Rissbreite in Abhängigkeit vom Spannungsniveau und der Verbundspannungsverteilung (Fall 1-5) . . . . .	32
4.2	Rissbreite in Abhängigkeit vom Spannungsniveau und der Verbundspannungsverteilung (Fall 6-8) . . . . .	33
4.3	Rissbreite $w_r$ in Abhängigkeit von der Lamellendehnung $\varepsilon_L$ für $\beta_W = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ , $\beta_{OZ} = 1,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ , $t_L = 1,2 \text{ mm}$ , $E_L = 160000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ , char. Werte (Fall 1-5) . . . . .	34
4.4	Rissbreite $w_r$ in Abhängigkeit von der Lamellendehnung $\varepsilon_L$ für $\beta_W = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ , $\beta_{OZ} = 1,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ , $t_L = 1,2 \text{ mm}$ , $E_L = 160000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ , Mittelwerte (Fall 1-5) . . . . .	34
4.5	Rissbreite $w_r$ in Abhängigkeit von der Lamellendehnung $\varepsilon_L$ für $\beta_W = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ , $\beta_{OZ} = 1,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ , $t_L = 1,2 \text{ mm}$ , $E_L = 160000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ , $a_r = 200 \text{ mm}$ , char. Werte (Fall 1-5) . . . . .	35

4.6	Rissbreiten in Abhängigkeit von der Dehnung der Längsbewehrung nach <i>Kaiser</i> [40] für $a_{r,min} = 100$ mm . . . . .	37
5.1	Zahnmodell . . . . .	40
5.2	Betrachtung des Druckbogens . . . . .	41
5.3	Hauptspannungstrajektorien eines homogenen Balkens unter Gleichlast [52] . . . . .	44
5.4	Bruchspannungskreise nach <i>Mohr</i> [98] . . . . .	44
5.5	Einteilung des <i>Zahnmodells</i> im Trägerbereich am Endauflager und Aufteilung der Querkrafttragwirkungen . . . . .	46
5.6	Aufteilung der Querkrafttragwirkungen nach [77] . . . . .	48
5.7	Spannungszustand in einer Scheibe und in der Schubzone von Balkenstegen [26] . . . . .	49
5.8	Versuchskörper und Versuchsanordnung nach [96] . . . . .	52
5.9	2-Phasen Modell nach [96] . . . . .	52
5.10	Verallgemeinerte Beziehungen der Rissuferverzahnung [95] . . . . .	53
5.11	Wirkungsmechanismen der Dübelwirkung nach <i>Paulay</i> [71] . . . . .	55
5.12	Versuchskörper zur Ermittlung der Dübelwirkung nach [46] [2] . . . . .	55
5.13	Grundsätzlicher Verlauf der Verdübelungskraft-Verdübelungsverformung-Beziehung nach [2] . . . . .	56
5.14	Verdübelungstragwirkung vor dem Auftreten von horizontalen Verdübelungsrissen [2] . . . . .	57
5.15	Mechanismus zur Beschreibung der maximalen Dübelkraft [93] . . . . .	57
5.16	Angenommenes System der Dübelwirkung am Riss mit lokalen Betonabplatzungen nach [24] . . . . .	58
5.17	Gleichgewichtszustand in der bewehrten Rissebene . . . . .	59
5.18	Lokale Schädigung des Betons im Bereich eines Risses am Bewehrungsstab . . . . .	60
5.19	Vergleich der Bestimmungsgleichungen mit den Versuchsergebnissen nach [95] . . . . .	61
5.20	$\tau_{r,max}$ - $w$ -Beziehung: $\beta_W = 35 \frac{N}{mm^2}$ . . . . .	63
5.21	Maximale Rissbreiten $w_{max}$ zur Übertragung von $\tau_{r,max}$ . . . . .	64
5.22	Bilinearer Ansatz der Rissverzahnungsspannung für $\beta_W = 35 \frac{N}{mm^2}$ . . . . .	64
5.23	Anteile der Rissverzahnungsspannung . . . . .	65
5.24	Dübellast in Abhängigkeit von der Relativverschiebung nach <i>Remmel</i> [79] . . . . .	66
5.25	Ansatz der Versatz-Dübelkraft-Beziehung nach [33] . . . . .	67
6.1	Kräfte und Schnittgrößen am freigeschnittenen Träger . . . . .	70

6.2	Gleichgewichtsbetrachtung für die Rissverzahnung Fall 1 . . . . .	71
6.3	Gleichgewichtsbetrachtung für die Rissverzahnung Fall 2 . . . . .	72
6.4	Gleichgewichtsbetrachtung für die Rissverzahnung Fall 3 . . . . .	72
6.5	Gleichgewichtsbetrachtung für die Dübelwirkung . . . . .	73
6.6	Vereinfachte Darstellung der Verschiebungen im Riss . . . . .	76
6.7	Darstellung der Trägerbereiche nach [83] . . . . .	77
6.8	Maßgebende Parameter des bilinearen Ansatzes . . . . .	79
6.9	Grenzwert $\tau_{0,max}$ für $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$ , $\beta_W = 15 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ . . . . .	86
6.10	Grenzwert $\tau_{0,max}$ für $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$ , $\beta_W = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ . . . . .	87
6.11	Grenzwert $\tau_{0,max}$ für $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$ , $\beta_W = 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ . . . . .	88
6.12	Grenzwert $\tau_{0,max}$ für $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$ , $\beta_W = 45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ . . . . .	88
6.13	Grenzwert $\tau_{0,max}$ für $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$ , $\beta_W = 55 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ . . . . .	89
7.1	Schubspannungen und Schubbereiche nach DIN 1045 (7.88) . . . . .	92
7.2	Gleichgewichtsbetrachtung am freigeschnittenen Träger . . . . .	94
7.3	Gleichgewichtsbetrachtung der Rissverzahnung . . . . .	95
7.4	Transformation der Hauptdruckspannung des einachsigen Druckfelds . . . . .	96
7.5	Beiwert $\nu$ für $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$ , $\beta_W = 15 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ . . . . .	103
7.6	Beiwert $\nu$ für $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$ , $\beta_W = 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ . . . . .	103
7.7	Beiwert $\nu$ für $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$ , $\beta_W = 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ . . . . .	104
7.8	Beiwert $\nu$ für $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$ , $\beta_W = 45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ . . . . .	104
7.9	Beiwert $\nu$ für $\varepsilon_L = 8,5\text{‰}$ , $\beta_W = 55 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ . . . . .	105



# Tabellenverzeichnis

3.1	Korrekturgrößen zur Bestimmung der charakteristischen Werte . . . . .	21
4.1	Untersuchte Parameter für die Bestimmung der Rissbreite . . . . .	33
5.1	Einflussfaktoren auf die Schubtragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen . . . . .	50
5.2	Summe der Fehlerquadrate $\varepsilon_F$ und Bestimmtheitsmaß $B_Y$ bei der Bestimmung von $\tau_r$ . . . . .	62
5.3	Summe der Fehlerquadrate $\varepsilon_F$ und Bestimmtheitsmaß $B_Y$ bei der Bestimmung von $\sigma_n$ . . . . .	62
6.1	Versuchsparameter des Versuchskörpers <i>Balken E6</i> . . . . .	78
6.2	Versuchsparameter des Versuchskörpers <i>Balken 62/2</i> . . . . .	81
6.3	Parameter zur Bestimmung der Schubbereichsgrenze . . . . .	85
7.1	Eingabewerte der Beispielrechnung . . . . .	99
7.2	Parameter zur Überprüfung der Zulässigkeit der verminderten Schubdeckung . . . . .	101
A.1	Bestimmung der Korrekturgrößen zur Ermittlung des charakteristischen Wertes der elastischen Verbundenergie $G_e$ . . . . .	129
A.2	Bestimmung der Korrekturgrößen zur Ermittlung des charakteristischen Wertes der Verbundbruchenergie $G_F$ . . . . .	130
A.3	Bestimmung der Korrekturgrößen zur Ermittlung des charakteristischen Wertes der maximalen Verbundspannung $\tau_{L1}$ . . . . .	131
A.4	Versuchsdaten der Rissverzahnungsversuche nach <i>Walraven</i> [95] . . . . .	132



# Anhang

# Anhang A

## Versuchsdaten und Auswertungen

Versuch	Messachse	$G_{e,exp}$	$G_{e,calc}$	$b_i$	$\delta_i$	$\delta'_i$	$(\delta_i - \bar{\delta})^2$
1	1	0,0385	0,0157	2,4469	2,4492	0,8958	2,9338
	2	0,0209	0,0157	1,3252	1,3264	0,2825	1,2089
	3	0,0324	0,0162	2,0020	2,0039	0,6951	2,2865
	4	0,0192	0,0162	1,1848	1,1859	0,1705	0,9753
3	1	0,0021	0,0154	0,1353	0,1354	-1,9994	1,3979
	2	0,0021	0,0154	0,1353	0,1354	-1,9994	1,3979
	3	0,0123	0,0163	0,7539	0,7546	-0,2815	0,2868
	4	0,0285	0,0163	1,7469	1,7485	0,5588	1,8929
4	1	0,0389	0,0219	1,7770	1,7786	0,5758	1,9402
	2	0,0029	0,0219	0,1304	0,1305	-2,0365	1,4872
	3	0,0760	0,0238	3,1954	3,1983	1,1626	3,9192
	4	0,0008	0,0238	0,0333	0,0333	-3,4014	6,6790
5	1	0,0218	0,0232	0,9408	0,9417	-0,0601	0,5730
	2	0,0384	0,0232	1,6534	1,6549	0,5037	1,7445
	3	0,0005	0,0246	0,0203	0,0203	-3,8960	9,4799
	4	0,0005	0,0246	0,0203	0,0203	-3,8980	9,4923
6	1	0,0241	0,0238	1,0118	1,0127	0,0127	0,6884
	2	0,0277	0,0238	1,1643	1,1654	0,1530	0,9410
	3	0,0032	0,0238	0,1338	0,1340	-2,0102	1,4236
	4	0,0041	0,0238	0,1703	0,1705	-1,7690	0,9063
			$\Sigma b_i$	19,9814			

	$K_s$	$\bar{b}_i$	$\bar{\delta}$	$s'_{\Delta}$	$\delta_k$	
	1,9320	0,9991	-0,8171	1,6488	0,0183	

Tabelle A.1: Bestimmung der Korrekturgrößen zur Ermittlung des charakteristischen Wertes der elastischen Verbundenergie  $G_e$

Versuch	Messachse	$G_{F,exp}$	$G_{F,calc}$	$b_i$	$\delta_i$	$\delta'_i$	$(\delta'_i - \bar{\delta})^2$
1	1	0,4524	0,4414	1,0248	1,0245	0,0242	0,0028
	2	0,5421	0,4414	1,2281	1,2277	0,2052	0,0547
	3	0,5508	0,4540	1,2131	1,2127	0,1929	0,0491
	4	0,5753	0,4540	1,2670	1,2666	0,2363	0,0702
3	1	0,4598	0,4334	1,0609	1,0606	0,0588	0,0077
	2	0,5330	0,4334	1,2297	1,2293	0,2065	0,0553
	3	0,3383	0,4577	0,7390	0,7388	-0,3028	0,0751
	4	0,3450	0,4577	0,7538	0,7535	-0,2830	0,0647
4	1	0,9065	0,6134	1,4779	1,4775	0,3903	0,1755
	2	0,7980	0,6134	1,3010	1,3006	0,2628	0,0850
	3	0,5528	0,6674	0,8283	0,8281	-0,1886	0,0256
	4	0,8118	0,6674	1,2164	1,2161	0,1956	0,0503
5	1	0,5040	0,6513	0,7739	0,7737	-0,2566	0,0520
	2	0,6868	0,6513	1,0546	1,0543	0,0528	0,0066
	3	0,5739	0,6895	0,8323	0,8320	-0,1839	0,0241
	4	0,5976	0,6895	0,8667	0,8665	-0,1433	0,0132
6	1	0,4161	0,6680	0,6229	0,6227	-0,4736	0,1980
	2	0,4536	0,6680	0,6791	0,6789	-0,3873	0,1286
	3	0,5583	0,6687	0,8348	0,8346	-0,1808	0,0232
	4	0,6699	0,6687	1,0018	1,0015	0,0015	0,0009
			$\Sigma b_i$	20,0062			
		$K_s$	$\bar{b}_i$	$\bar{\delta}$	$s'_\Delta$	$\delta_k$	
		1,9320	1,0003	-0,0287	0,2474	0,6026	

Tabelle A.2: Bestimmung der Korrekturgrößen zur Ermittlung des charakteristischen Wertes der Verbundbruchenergie  $G_F$

Versuch	Messachse	$\tau_{L1,exp}$	$\tau_{L1,calc}$	$b_i$	$\delta_i$	$\delta_i'$	$(\delta_i' - \bar{\delta}')^2$
1	1	3,8500	4,9628	0,7758	0,7760	-0,2536	0,0257
	2	4,1700	4,9628	0,8402	0,8405	-0,1738	0,0065
	3	12,9600	5,1047	2,5388	2,5396	0,9320	1,0510
	4	7,6700	5,1047	1,5025	1,5030	0,4075	0,2506
3	1	4,1800	4,8727	0,8578	0,8581	-0,1530	0,0036
	2	4,1800	4,8727	0,8578	0,8581	-0,1530	0,0036
	3	4,1000	5,1460	0,7967	0,7970	-0,2269	0,0179
	4	3,0000	5,1460	0,5830	0,5832	-0,5393	0,1990
4	1	5,1800	6,8960	0,7512	0,7514	-0,2858	0,0371
	2	5,7000	6,8960	0,8266	0,8268	-0,1902	0,0094
	3	13,8200	7,5031	1,8419	1,8425	0,6111	0,4960
	4	7,9200	7,5031	1,0556	1,0559	0,0544	0,0218
5	1	3,3600	7,3220	0,4589	0,4590	-0,7786	0,4698
	2	4,0400	7,3220	0,5518	0,5519	-0,5943	0,2512
	3	9,9800	7,7519	1,2874	1,2878	0,2529	0,1198
	4	9,9600	7,7519	1,2848	1,2852	0,2509	0,1184
6	1	4,3800	7,5099	0,5832	0,5834	-0,5389	0,1986
	2	5,0400	7,5099	0,6711	0,6713	-0,3985	0,0932
	3	6,3800	7,5181	0,8486	0,8489	-0,1638	0,0050
	4	8,1200	7,5181	1,0801	1,0804	0,0773	0,0291
			$\Sigma b_i$	19,9939			

	$K_s$	$\bar{b}_i$	$\bar{\delta}$	$s'_\Delta$	$\delta_k$	
	1,9320	0,9997	-0,0932	0,4235	0,4020	

Tabelle A.3: Bestimmung der Korrekturgrößen zur Ermittlung des charakteristischen Wertes der maximalen Verbundspannung  $\tau_{L1}$

Tabelle A.4: Versuchsdaten der Rissverzahnungsversuche nach *Walraven* [95]

$\beta_w$	$v$	$w$	$\tau_r$	$\sigma_n$	$\beta_w$	$v$	$w$	$\tau_r$	$\sigma_n$
37,6	0,50	0,7	1,47	0,66	37,6	0,60	0,7	2,20	0,65
37,6	0,83	0,7	3,33	2	37,6	0,68	0,7	4,00	1,83
37,6	1,1	0,7	4,17	2,61	37,6	1,5	0,7	6,88	3,9
37,6	1,67	0,7	10,20		37,6	0,70	0,8	1,67	1,13
37,6	0,83	0,8	2,83	0,96	37,6	1,08	0,8	3,75	2,61
37,6	0,98	0,8	5,00	3,13	37,6	1,5	0,8	5,00	3,95
37,6	2	0,8	6,90	4,15	37,6	2,14	0,8	10,00	
37,6	0,93	0,9	2,00		37,6	1,07	0,9	3,33	
37,6	1,47	0,9	4,17		37,6	2,10	0,9	5,55	
37,6	1,33	0,9	5,85		37,6	1,20	1	2,25	
37,6	1,42	1	3,72		37,6	1,83	1	4,48	
37,6	1,74	1	6,25		37,6	1,88	1,1	2,53	
37,6	1,83	1,1	4,00		37,6	2,15	1,1	4,78	
37,6	2,18	1,2	4,14		25,2	0,36	0,7	0,68	0,85
25,2	0,57	0,7	1,18	0,34	25,2	1,76	0,7	7,44	5,92
25,2	0,50	0,8	0,85	0,58	25,2	0,71	0,8	1,27	1,50
25,2	2,13	0,8	7,60	6,50	25,2	0,65	0,9	1,01	
25,2	0,91	0,9	1,52		25,2	0,82	1	1,19	
25,2	1,11	1	1,70		25,2	1,02	1,1	1,44	
25,2	1,35	1,1	1,94		25,2	1,28	1,2	1,69	
25,2	1,63	1,2	2,11		25,2	1,53	1,3	2,00	
25,2	1,93	1,3	2,25		25,2	1,85	1,4	2,20	
25,2	2,22	1,4	2,37		25,2	2,13	1,5	2,37	
59,1	0,59	0,7	2,55	1,17	59,1	0,85	0,7	4,50	2,67
59,1	0,85	0,7	4,92	3,00	59,1	0,99	0,7	4,92	3,00
59,1	1,33	0,7	8,23	6,00	59,1	1,58	0,7	9,16	7,17
59,1	1,64	0,7	9,33	8,00	59,1	1,81	0,7	9,93	
59,1	0,79	0,8	3,39	1,92	59,1	1,1	0,8	5,09	3,67
59,1	1,16	0,8	5,43	4,17	59,1	1,24	0,8	5,77	4,25
59,1	1,67	0,8	8,15	6,75	59,1	2,00	0,8	9,33	
59,1	2,06	0,8	9,67		59,1	1,16	0,9	4,07	
59,1	1,55	0,9	5,60		59,1	1,64	0,9	5,94	
59,1	1,75	0,9	6,28		59,1	1,55	1	4,92	
59,1	2,00	1	6,11		59,1	2,09	1	6,53	
59,1	2,23	1	6,87		59,1	2,03	1,1	5,52	
13,4	0,77	0,7	2,55	1,33	13,4	1,16	0,7	4,25	2,67
13,4	1,73	0,7	5,02	4,17	13,4	1,96	0,7	5,36	4,50
13,4	1,05	0,8	3,23	1,25	13,4	1,53	0,8	4,59	3,42
13,4	2,02	0,8	5,44	4,75	13,4	1,42	0,9	3,66	
13,4	1,96	0,9	4,76		13,4	1,79	1	4,08	
13,4	2,24	1,1	4,34		34,4	0,80	0,7	3,32	1,90
34,4	0,97	0,7	5,02	2,67	34,4	1,50	0,7	6,97	5,50
34,4	1,85	0,7	7,82	6,33	34,4	1,19	0,8	4,25	3,00
34,4	1,31	0,8	5,78	3,67	34,4	1,99	0,8	6,97	6,17
34,4	1,62	0,9	5,44		34,4	1,62	0,9	6,29	
34,4	1,99	1	6,46		34,4	2,05	1	6,63	
34,4	2,39	1,1	6,97						