

**Der Endbereich von im Werk  
vorgespannten  
Fertigteilträgern - Hohlplatten**

**T 2989**

T 2989

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

Im Originalmanuskript enthaltene Farbvorlagen, wie z.B. Farbfotos, können nur in Grautönen wiedergegeben werden. Liegen dem Fraunhofer IRB Verlag die Originalabbildungen vor, können gegen Berechnung Farbkopien angefertigt werden. Richten Sie Ihre Anfrage bitte an die untenstehende Adresse.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2002, ISBN 3-8167-6492-4

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

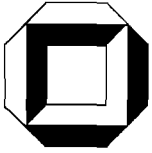
Postfach 80 04 69  
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12  
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00  
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

e-mail [info@irb.fhg.de](mailto:info@irb.fhg.de)

URL <http://www.IRBbuch.de>



**Universität Karlsruhe (TH)**

**Institut für Massivbau und Baustofftechnologie**  
Abteilung Massivbau

Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben

**Der Endbereich von im Werk vorgespannten  
Fertigteilträgern - Hohlplatten**

Bearbeitung:

Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski  
Prof. Dr.-Ing. Josef Eibl  
Dipl.-Ing. Timon Rabczuk

Oktober 2001

---

**Inhalt**

1	Problemstellung.....	1
2	Relevante Versagensmechanismen.....	3
2.1	Allgemeines .....	3
2.2	Spannungen und Schädigung infolge Vorspannens .....	4
2.2.1	Spaltzugwirkung .....	4
2.2.2	Stirnzugwirkung.....	5
2.2.3	Sprengwirkung .....	7
2.3	Spannung und Schädigung infolge äußerer Belastung .....	8
2.3.1	Allgemeines.....	8
2.3.2	Verankerungsbruch .....	10
2.3.3	Reiner Biegebruch.....	14
2.3.4	Schub-Zug-Bruch .....	16
2.3.5	Schub-Druck-Bruch .....	19
3	Versuche .....	23
3.1	Allgemeines .....	23
3.2	Zeitabläufe von der Spannstahlstreckung bis zum Versuchstag .....	25
3.3	Versuchsbalken Nr. 1.....	26
3.4	Versuchsbalken Nr. 2.....	29
3.5	Versuchsbalken Nr. 3.....	32
4	Mechanisches Modell.....	37
4.1	Allgemeines .....	37
4.2	Beton unter Zugbeanspruchung.....	38
4.2.1	Rissbildungs- und Entfestigungsmechanismen .....	38
4.2.2	Das „crack band“ Modell.....	41
4.2.3	Das verschmierte Risskonzept nach Akkermann .....	44
4.3	Beton unter Druckbeanspruchung.....	48
4.3.1	Rissbildungs- und Entfestigungsmechanismen .....	48
4.3.2	Das biaxiale Spannungsmodell .....	51
4.3.3	Nichtlokale Druckschädigung .....	54
4.3.4	Beton-Stoffmatrix für den ebenen Spannungszustand .....	58
4.4	Das Verbundmodell.....	61
4.4.1	Verbundgesetz nach Bigaj und Den Uijl .....	61
4.4.2	Elementmatrizen des Verbundmodells.....	68

---

5	Numerische Implementierung in ABAQUS .....	73
6	Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung .....	76
6.1	Allgemeines.....	76
6.2	Parameterbestimmung .....	77
6.2.1	Allgemeines .....	77
6.2.2	Bestimmung der Betondruckfestigkeit.....	77
6.2.3	Bestimmung der Betonzugfestigkeit.....	78
6.2.4	Bestimmung der Bruchenergie.....	79
6.2.5	Bestimmung des E-Moduls .....	80
6.2.6	Zusammenfassende Darstellung .....	82
6.3	Ergebnisse zu Träger VB 1 .....	84
6.3.1	Allgemeines .....	84
6.3.2	Lastverschiebungskurven .....	85
6.3.3	Rissbildung und Rissverläufe.....	87
6.3.4	Spannungsverläufe und Spannstähe .....	90
6.3.5	Verbundspannungen an der Stahloberfläche.....	95
6.3.6	Betonspannungen und zugehörige Trajektorien .....	99
6.4	Ergebnisvergleich zu Träger VB 2.....	101
6.4.1	Balkenmodell .....	101
6.4.2	Lastverschiebungskurven .....	101
6.4.3	Rissbildung und Rissverläufe.....	103
6.4.4	Spannungsverläufe und Spannstähe .....	106
6.4.5	Verbundspannungen an der Stahloberfläche.....	111
6.4.6	Betonspannungen und zugehörige Trajektorien .....	112
6.4.7	Betondehnungen.....	119
6.5	Balken mit mittigem Lastangriff .....	127
6.5.1	Balkenmodell .....	127
6.5.2	Lastverschiebungskurven .....	127
6.5.3	Rissbildung und Rissverläufe.....	129
6.5.4	Spannungsverläufe und Spannstähe .....	131
6.5.5	Betonspannungen und zugehörige Trajektorien .....	132
6.6	Balken mit auflagernahem Lastangriff.....	136
6.6.1	Balkenmodell .....	136
6.6.2	Lastverschiebungskurven .....	136
6.6.3	Rissbildung und Rissverläufe.....	137
6.6.4	Betonspannungstrajektorien .....	139

---

6.7 Ergebnisvergleich zu Träger VB 3 .....	141
6.7.1 Balkenmodell .....	141
6.7.2 Lastverschiebungskurven .....	142
6.7.3 Rissbildung und Rissverläufe .....	143
6.7.4 Spannungsverläufe und Spannstähe .....	146
6.7.5 Verbundspannungen an der Stahloberfläche .....	149
6.7.6 Betonspannungen und zugehörige Trajektorien .....	150
6.7.8 Betondehnungen .....	155
7 Vorschlag für eine Bemessung .....	161
7.1 Grundlagen .....	161
7.2 Spaltzugspannungen am freien Rand infolge Vorspannung .....	163
7.3 Hauptzugspannungen unter Vorspannung und Last .....	163
7.3.1 Einwirkungen – Vorspannung und äußere Last .....	163
7.4 Bemessung – Versuchsauswertung und Sicherheitsbeiwerte .....	165
8 Zusammenfassung und Diskussion .....	168
9 Literaturverzeichnis .....	169
10 Notationsverzeichnis .....	173
Anhang .....	179

## Kurzfassung

Im Rahmen dieser Forschungsarbeit sollte der Endbereich von im Werk vorgespannten Fertigteilträgern ohne Bügelbewehrung untersucht werden. Hierzu wurden drei Versuche durchgeführt. Mit Hilfe einer zweidimensionalen numerischen Simulation wurde das Tragverhalten der Träger näher erforscht. Dazu wurde ein am Institut für Massivbau und Baustofftechnologie der Universität Karlsruhe entwickeltes Betonstoffgesetz und Verbundelement verwendet, das in das Programmpaket ABAQUS eingebunden wurde. Mit diesen Hilfsmitteln konnte das prinzipielle Tragverhalten realistisch abgebildet werden. Es konnten sowohl die gemessenen Dehnungsverläufe für den Stahl und Beton und die Traglastverformungskurven als auch der prinzipielle Versagensmechanismus der Versuche reproduziert werden. Abschließend wurde ein Bemessungskonzept vorgeschlagen, mit denen das Tragverhalten von im Werk vorgespannten Fertigteilträgern realistischer approximiert werden kann als in der bisherigen DIN 4227. Hierfür sind die Normalspannungen und Schubspannungen aus dem Lastfall Vorspannung und äußere Belastung noch mit der aus der Spannkrafteinleitung resultierenden Spaltzugspannung zu überlagern. Die Hauptzugspannung dieser Lastfallkombination darf die 5%-Fraktil Zugfestigkeit aus der DIN resp. dem EC 2 nicht überschreiten.

## **Abstract**

The subject of this research work was the final domain of prestressed prefabricated beams and hollow plates without stirrup reinforcement. Therefore three experiments were carried out. The behaviour of the beams was studied in a two-dimensional numerical simulation. Therefore a constitutive law for concrete and a bond element developed at the Institute of Concrete Structures and Building Materials of the University of Karlsruhe in conjunction with the FE-Code ABAQUS was used. The measured concrete and steel strains from the different experiments, the load displacement curves as well as the principal failure mechanisms were reproduced from the numerical simulation quite well. Finally, a new design conception was proposed approximating the real behaviour of prestressed prefabricated beams more realistically than the old DIN 4227. Therefore the stresses due to prestressing and external load have to be superposed with the shear stresses due to introduction of the preload force. The principal stresses mustn't exceed the 5% fractile tensile strength of the DIN and the EC 2, respectively.



## RESUMÉ

Le problème posé dans le cadre du présent thème de recherche fût l'investigation des zones marginales des éléments préfabriqués en béton précontraint conçus sans étriers ou autres armatures transversale. Dans ce but des expériences sur trois poutres ont été faites. À l'aide d'une simulation numérique bidimensionnelle le comportement des poutres a été plus recherché en détail. À cet effet une lois constitutive pour le béton, ainsi qu'un nouveau élément de frontière ont été utilisés - qui eux ont été élaborés à „l'Institut pour constructions en béton armé et matériaux de construction“ de l'Université Karlsruhe - et implémentés dans le program ABACUS. En conséquence le comportement de principe fût plus approprié modélé. Les variations des contraintes du béton et de l'acier, les courbes force capable-deformation, ainsi que le mechanisme de rupture purent également être reproduits en principe. Ensuite un procédé de calcul fût proposé, avec l'aide duquel le comportement des éléments préfabriqués en béton précontraint - plus proche de la réalité que la norme actuelle DIN 1045-88 - peut être investigué. Pour ceci les contraintes normales et tangentielles par suite de la précontrainte et des autres charges exterieures doivent être superposées avec les contraintes transversales dues à la force de précontrainte sur la longueur d'ancrage.

En fin les contraintes principales qui en résultent ne peuvent pas dépasser le quantil 5% de la résistance à la traction, conformément aux DIN 1045, respectivement EC2.

## 1 Problemstellung- Lösungsstrategie

Die Verwendung von vorgespannten Hohlplatten mit sofortigem Verbund, die dafür notwendigen bauaufsichtlichen Zulassungen, sowie der Wunsch in gleicher Weise hergestellte Doppel-T-Träger mit bis zu 60 cm Bauhöhe, ohne jede Bügelbewehrung einzusetzen, führten zu einer intensiven Diskussion um die dafür notwendige Bemessung. Vom Deutschen Institut für Bautechnik in Berlin wurde deshalb die nun vorliegende Forschungsarbeit finanziert, mit dem das Tragverhalten von im Werk vorgespannten Fertigteilträgern und Hohlplatten ohne Bügelbewehrung im Endbereich untersucht werden sollte.

Zu diesem Themenkreis liegt national und international eine Fülle von Untersuchungen vor. Die prinzipiellen Vorstellungen zum Tragverhalten sind bekannt, ebenso die notwendige Bemessung. Dabei wurde aber meist vorausgesetzt, dass plötzlich Schubbrüche durch eine Schubbewehrung weitgehend ausgeschlossen werden können. Aufgabe der vorliegenden Untersuchung sollte es sein, zu prüfen inwieweit mit den elementaren Nachweismethoden der Stabstatik Träger ohne Schubbewehrung gegen einen Bruch durch Beton-Zugversagen bemessen werden kann.

Da systematische Versuchreihen aus finanziellen Gründen ausschieden, sollte versucht werden diese Problematik mit einer Kombination von Versuchen und rechnerischen Analysen für eine zukünftige Bemessung abzuklären. Umfangreiche am Institut bereits vorliegende Verbund-Untersuchungen sollten hierbei genutzt werden.

Im Auflagerbereich solcher Tragsysteme treten Zugspannungen aus der Einleitung der Vorspannkraft, aus der Wirkung der Vorspannung auf den Träger und der äußeren Beanspruchung auf, die sich teilweise überlagern.

Ein plötzliches Versagen kann dabei unterschiedlich initiiert werden. Zum einen kann ein Überschreiten der Beton-Zugfestigkeit im Zustand I, im zunächst ungerissenen Bereich, die einleitende Ursache sein, zum anderen können sich Biege/Schubrisse vom Träger-Inneren her zum Auflager hin entwickeln. Diese schränken die ursprünglich wirksame Verankerungslänge ein, und können durch die beim Übergang in Zustand hinzu tretenden, lokal höheren, Stahl-Spannung im letzten Riss den plötzlichen Kollaps auslösen.

In diesem Endbereich kann zur rechnerischen Analyse bereits im Zustand I eine lineare Dehnungsverteilung nach Navier nicht mehr vorausgesetzt werden, sodass wenigstens eine zweidimensionale linear elastische Analyse unumgänglich ist. Diese genügt aber nicht, weil beim unmittelbaren Übergang in den Zustand II, wie erläutert, auch auftretende Schub/Biegerisse ursächlich das plötzliche Versagen einleiten können.

Untersucht werden sollten deshalb insbesondere die Interaktion zwischen:

- der Beanspruchung infolge Vorspannung, hier speziell der Vorspannungseinleitung und
- der Zugbeanspruchung infolge äußerer Last im Einleitungsbereich, bis hin zum Übergang vom Zustand I in Zustand II und der dabei auftretende Stahlspannungserhöhung.

Der Zustand II im "Schubbereich" selbst ist in seiner vollen Ausprägung trotzdem aber nur bedingt von Interesse, da anders als bei einem Bügelbewehrtem Tragwerk, das Überschreiten der schiefen Hauptzugspannungen sofort das spontane Versagen, wie inzwischen bestätigt, einleitet.

Die entsprechende Spannungsanalyse sollte mit Rücksicht auf die notwendige, angestrebte finanzielle Beschränkung vereinfachend auch für den Doppel-T-Träger nichtlinear-zweidimensional erfolgen, unterstützt durch einige wenige Experimente. Ausführliche dreidimensionale Untersuchungen und Experimente zur Kräfteinleitung d.h. zur Ermittlung der Übertragungslänge  $l_u$  liegen im eigenen Hause vor (HAMADA [39] CIMAS [40], AKKERMANN [1]).

Im übrigen kann die Kraftübertragungslänge letztendlich immer nur durch Experimente die der unterschiedlichen Profilierung der einzelnen Stahlsorten Rechnung tragen, endgültig festgelegt werden.

Für die rechnerischen Analysen auf der Basis des zweidimensional elastischen+Scheibenzustandes war vorgesehen, den Rechencode ABAQUS zu verwenden, diesen aber für den Zustand II mit zweidimensionalen, neuen stoffgesetzlicher Erkenntnis im eigenen Hause zu modifizieren, entsprechend den hier geforderten Belangen. Ziel war es letztendlich einen Bemessungsvorschlag für die Praxis zu erarbeiten.

Das Ergebnis dürfte für einen zukünftigen Ersatz von DIN 4227 durch eine neue Vorschrift in Deutschland interessieren, ebenso wie für die zukünftige europäische Normung, d.h. für den Eurocode und für die Belange bauaufsichtlicher Zulassungsverfahren.

## 2 Relevante Versagensmechanismen

### 2.1 Allgemeines

Schädigung ist im Allgemeinen die ungünstige Veränderung der vornehmlich mechanischen Eigenschaften eines Werkstoffes. Mit der strukturellen Veränderung ist das Auftreten von zunächst mikroskopischen Rissen, die sich mit fortschreitender Beanspruchung zu sichtbaren, makroskopischen weiterentwickeln, verbunden. Im Bauwesen tritt mit zunehmender Schädigung, die zunächst lokal ihren Ursprung nimmt, schließlich global ein Versagen des ganzen Bauteils ein. Bei Erreichen des Bruchzustands werden die gespeicherten, elastischen Energieanteile – z.B. in Form von Wärmeenergie oder der Schaffung neuer Oberflächen – wieder freigesetzt. Um Vorhersagen für diesen Grenzzustand machen zu können, werden unter anderem maximale Spannungen und/oder maximale Dehnungen herangezogen. Bruchzeitpunkt und Versagensort kommen hierbei besondere Stellungen zu.

Bevor mit der Beschreibung der wesentlichen Versagensformen für einen im Spannbett hergestellten Träger ohne Bügelbewehrung begonnen wird, sei darauf hingewiesen, dass generell zwischen zwei Gruppierungen, die Schädigung bei vorgespannten Trägern verursachen (können), unterschieden werden muss.

- Die eine Gruppe steht in direktem Zusammenhang mit der Aufbringung der Spannkraft und ist nicht auf ein Vorhandensein einer äußeren Belastung angewiesen. Diese Beanspruchungen führen zu sog. „Eigenspannungen“. Die hieraus resultierenden Verbund- und Zug-Spannungsanteile konzentrieren sich vornehmlich auf den Eintragungsbereich der Vorspannkraft bzw. die Stirnseiten des Spannbetonträgers, d.h. auf die nähere Umgebung der Auflagerbereiche.
- Die andere Gruppierung tritt erst in Verbindung mit den äußeren Lasten bzw. mit dem Eigengewicht in Erscheinung. Ihr Haupteinflussbereich bezüglich der Schadensverursachung kann sich sowohl auf den Auflagerbereich, als auch – oder sogar in erster Linie – auf die mittleren Trägerabschnitte konzentrieren.

## 2.2 Spannungen und Schädigungen infolge Vorspannens

### 2.2.1 Spaltzugwirkung

Diese Zugspannung – in der englischsprachigen Literatur als „bursting“ bezeichnet – tritt immer dann auf, wenn ein Körper nur auf einer Teilfläche durch eine Drucklast belastet wird. Sie erstreckt sich über eine gewisse Störzone in Nähe der aufgebrachtten Belastung. Zur Verdeutlichung kann als Idealfall ein halbunendlicher Scheibenstreifen betrachtet werden, an dessen Ende eine in Längsrichtung wirkende Einzellast angreift. Rechtwinklig zu den lastabtragenden Druckspannungen in Streifenlängsrichtung bilden sich nach der Scheibentheorie (vgl. WAGNER [3]) Querspannungen aus, die mit den Druckspannungen ein orthogonales Spannungsfeld bilden. Die Resultierende der Zugspannungen weist hierbei einen gewissen Abstand zur Stirnseite auf, ist ihr parallel gerichtet und liegt auf der Wirkungslinie des Lastvektors. Zur Bestimmung der Verteilung der Spaltzugspannung (siehe Bild 2.1) existieren Näherungsverfahren, die in den Normenwerken unter anderem bei GRASSER und THIELEN in [4] ihre Anwendung gefunden haben.

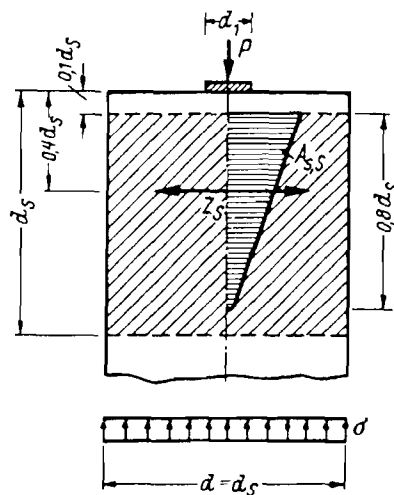


Bild 2.1: Resultierender Spaltzug bei mittig angreifender Druckkraft [4]

Hiernach lässt sich die Größe der Spaltzugkraft wie in Gl. (2.1) angegeben berechnen.

$$Z_s = 0,25 \times P \times \left( 1 - \frac{d_1}{d_s} \right) \quad \text{Gl. (2.1)}$$

Für den Einflussbereich der Spaltzugkraft führt GUYON [5] ein sogenanntes „Ersatzprisma“ ein, das auch bei exzentrisch angreifenden Spanngliedkräften – wie bei Spannbettträgern allgemein üblich – angewendet wird (siehe Bild 2.2 und Bild 2.4). Eine Addition von Schub- und Spaltzugbewehrung ist nach Untersuchungen der TU München [6] für Verbundverankerungen nicht erforderlich. Die notwendige Bewehrungsmenge folgt aus dem Größtwert der beiden Anteile.

### 2.2.2 Stirnzugwirkung

In der deutschsprachigen Literatur wird statt des Begriffs Stirnzugwirkung auch der Ausdruck Randzugspannung verwendet. KUPFER und RUHNAU [7] schlagen vor, auf den Begriff Randzugspannung zu verzichten, da damit im Allgemeinen bei Trägern auch die Normal- sowie Biegespannungen an den Längsrändern bezeichnet werden. Im Englischen spricht man vom „spalling“.

Bei dem unter *Abschnitt 2.2.1* eingeführten Modell des halbumendlichen Scheibenstreifens tritt nur alleinig Spaltzug auf, solange die Einzellast in Streifenmitte angreift. Wie bei im Spannbett vorgespannten Hohlplatten jedoch üblich, ist die Lage der Spannglieder meist exzentrisch zum unteren Längsrand hin verschoben. Greift nun die Belastung mehr in Nähe einer Ecke des Scheibenstreifens an, so entsteht parallel zur Trägerstirnseite in unmittelbarer Kantennähe eine zusätzliche Zugwirkung, die mit der Ausmittigkeit der äußeren Kraft zunimmt. Auch hier wird stellvertretend für die Bestimmung der Stirnzugkräfte auf GRASSER und THIELEN [4] verwiesen. Der Größtwert dieser Spannung liegt außerhalb der teilbelasteten Fläche. Für den Abstand des Schwerpunkts der Stirnzugbewehrung wird dort 0,05 d vorgeschlagen (siehe Bild 2.2) und die erforderliche Bewehrungsfläche kann über die Stirnzugkraft  $Z_R$  nach Gl. (2.2) bestimmt werden.

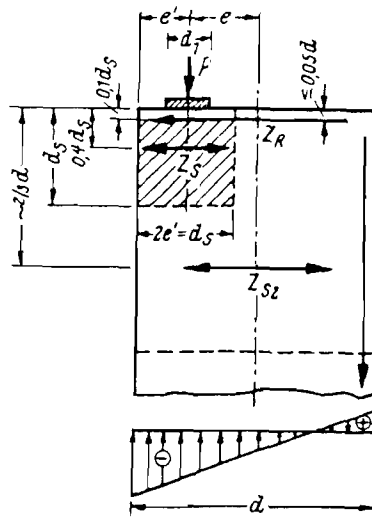
$$Z_R = \left( \frac{e}{d} - \frac{1}{6} \right) \quad \text{Gl. (2.2)}$$

Die zusätzliche Querzugkomponente  $Z_{S2}$  (siehe Bild 2.2) rührt daher, dass sich die Längsdruckspannungen von der Ersatzzylinderbreite  $d_s$  auf die volle Trägerbreite  $d$  ausbreiten müssen

$$Z_{S2} \cong 0,3 \times Z_R$$

Gl. (2.3)

Wie man aus Gl. (2.3) erkennt, besteht näherungsweise eine proportionale Beziehung zwischen  $Z_{S2}$  und der Stirnzugkraft  $Z_R$  (siehe GRASSER und THIELEN [4]).



**Bild 2.2:** Spaltzug- und Randzugkräfte bei exzentrisch angreifender Druckkraft [4] (vgl. hierzu auch Bild 7.1)

Da die im Zusammenhang mit dieser Untersuchung hergestellten Versuchsträger *keinerlei* Bügelbewehrung besitzen – wie es auch für Hohlplatten zutrifft – wird hier nur kurz auf die Bestimmung der Stirn- und Spaltzugbewehrung eingegangen. Hierfür existieren von verschiedenen Autoren unterschiedliche Modellansätze. Erwähnt werden soll hier das sog. „Ersatzscheibenverfahren“, das auf MÖRSCH [8] zurückzuführen ist. Es basiert auf einem inneren Kräftegleichgewicht in der Ersatzscheibe. Da sich der Hebelarm der inneren Kräfte nur schwer abschätzen lässt, findet man je nach Art der Krafteinleitung durch Verbund oder Ankerkörper und des Spanngliedes (Litzen oder Spanndrähte profiliert/gerippt) unterschiedliche Lösungsansätze.

Eine Übersicht ist u.a. KUPFER und RUHNAU [7] zu entnehmen. Allgemein ergibt sich der Zusammenhang nach Gl. (2.4).

$$A_{Sz} = \alpha \times \frac{M}{z \times \sigma_e}$$

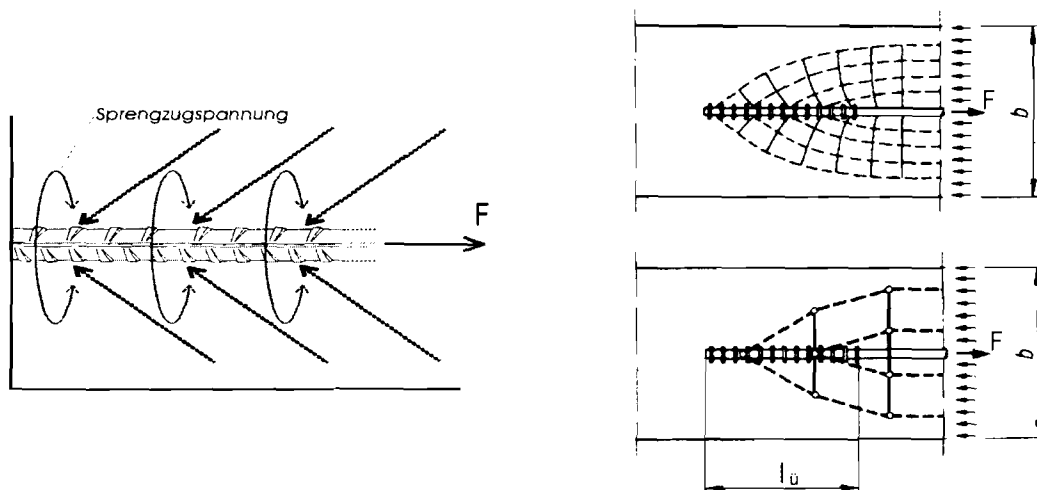
Gl. (2.4)

Hierbei ist  $z$  der innere Hebelarm und  $M$  das zugehörige Schnittmoment der Ersatzscheibe. Der Faktor  $\alpha$  ist von der Spanngliedlage abhängig.

Bei I-förmigen Trägern, bzw. bei allen profiliert ausgebildeten Querschnittsformen, treten entsprechende Zugkraftanteile, wie Stirnzug oder Spaltzug (vgl. *Abschnitt 2.2.1*), auch in Flanschebene auf.

### 2.2.3 Sprengwirkung

Wird bei einem Spannbetonträger die Spannbewehrung nicht durch Ankerkörper – wie z.B. Ankerplatten – verankert, sondern die Spannkkräfte werden über Schubspannungen direkt von den Spannstählen auf den Beton übertragen (direkter Verbund), so bilden sich zusätzliche Spannungsanteile – sog. „Sprengzugspannungen“ – aus (siehe Bild 2.3).

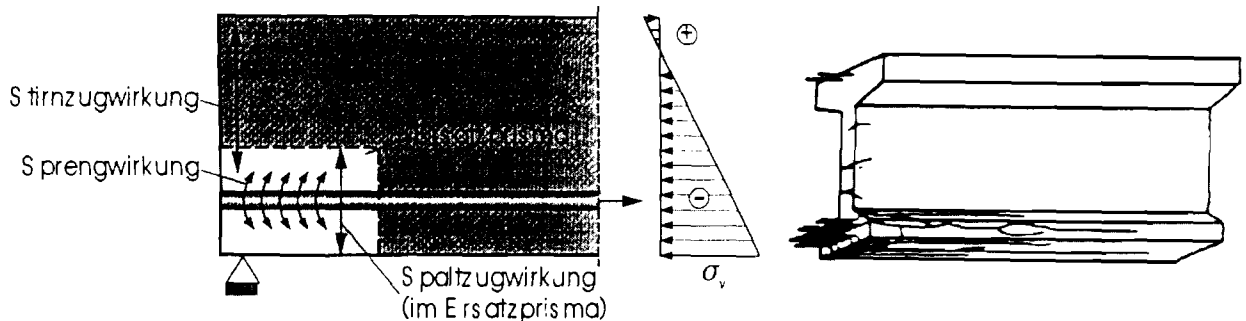


**Bild 2.3:** Radialer Sprengzug infolge Querpressung im Einleitungsbereich; Trajektorienverlauf und Fachwerkmodell aus [13]

Die Sprengwirkung wird durch konzentrische Ringzugspannungen um die Spannstähe verursacht, die wiederum durch die Querpressungen in der Verbundoberfläche hervorgerufen werden. Ihr Maximalwert ist folglich unmittelbar an der Stahl-Beton-Kontaktfläche anzutreffen. Vor allem bei einer zu *geringen* Betondeckung kann es schon beim Aufbringen der Spannkkräfte auf den Beton parallel zum Spanndraht zu radialen Rissen kommen (siehe Bild 2.4). Durch KUPFER und RUHNAU [10] wurde festgestellt, dass sich der Spannkrafteinleitungsbereich von den Trägerenden zur Balkenmitte hin verschiebt



und die Zugspannung an den Stimseiten (siehe *Abschnitt 2.2.2*) infolge dieser Verlagerung kleiner wird.



**Bild 2.4:** Zugeinwirkungen im Eintragungsbereich durch Vorspannen; Rissbild eines Spannbetonträgers [10]

Der Einfluss der Vorspannung auf den Spannungszustand des Endbereichs von im Spannbett vorgespannten Trägern wurde von MARSCHALL und MATTOCK [9] eingehender untersucht. Bei fast allen Trägern waren direkt nach der Aufbringung der Spannkraften auf den Beton in Balkenlängsrichtung Risse an den Trägerenden (vgl. Bild 2.4) zu beobachten. Die Rissbildung ist, wie von KUPFER und RUHNAU [10] bestätigt, meist an dem Ende deutlicher ausgeprägt, an dem zuerst mit der Spannkraftübertragung begonnen wird. Darüber hinaus ist auch von Bedeutung, wie schnell die Vorspannkraften durch Zertrennen der Spannstäbe übertragen werden. Eine kurzfristig extrem hohe Beanspruchung stellt z.B. das Durchschneiden mittels Trennscheibe dar (siehe u.a. [7]). Des Weiteren stellten KUPFER und RUHNAU [10] in ihren Versuchen fest, dass die Stimzugrisse weniger stark vorhanden sind, je ausgeprägter die Sprengrisse im Kraftübertragungsbereich auftreten. Dies erscheint plausibel, da infolge der Sprengrisse die Vorspannkraften erst in zur Mitte hin verschobenen Balkenbereichen eingetragen werden.

## **2.3 Spannungen und Schädigungen infolge äußerer Belastung**

### **2.3.1 Allgemeines**

Die unter *Abschnitt 2.2* beschriebenen Spannungen, die zu Spaltzug- und Stimzugrisen führen, sind nach KUPFER [11], zumindest wenn eine gewisse Rissbreitenbeschränkung eingehalten wird, meist als unbedenklich zu erachten. Dies setzt aber ebenfalls ein

Vorhandensein einer Mindestschubbewehrung im gerissenen Randbereich voraus. Die Stim- und Spaltzugspannungen werden durch äußere Lasten verkleinert und schließlich sogar abgebaut. Erkennbar ist dies daran, dass unter Umständen die vorspannungsbedingten Risse in der späteren Belastungsgeschichte von Quersugrissen gekreuzt werden (siehe KUPFER und RUHNAU [10]). Die Hauptspannungs- und Hauptdehnungsverhältnisse haben sich also konträr verändert (vgl. auch die Auswertungen des Kapitels 6). Entsprechende Modelluntersuchungen für die Trägerendbereiche wurden von SARGIOUS [12] durchgeführt. Für die Beschreibungen des Bruchzustands sind folglich die Wirkweisen, die mit den äußeren Kräften in Verbindung stehen, von entscheidender Bedeutung. Strenggenommen ist nicht bei allen Bruchmechanismen eine scharfe Trennung möglich, sondern sie sollten vielmehr als Verkettung verschiedener Ursachen angesehen werden. So kann z.B. ein Verbundversagen letzten Endes zu einem Zug-Schubbruch führen (näheres siehe u.a. in Abschnitt 2.3.2).

In Bild 2.5 ist ein kurzer Überblick über die unterschiedlichen Bruchmechanismen mit den jeweils typischen Rissbildverläufen unter Einwirkung von *Einzelkräften* ohne Beschränkung der Allgemeinheit gegeben. Die vier Versagensformen werden im Folgenden eingehend beschrieben.

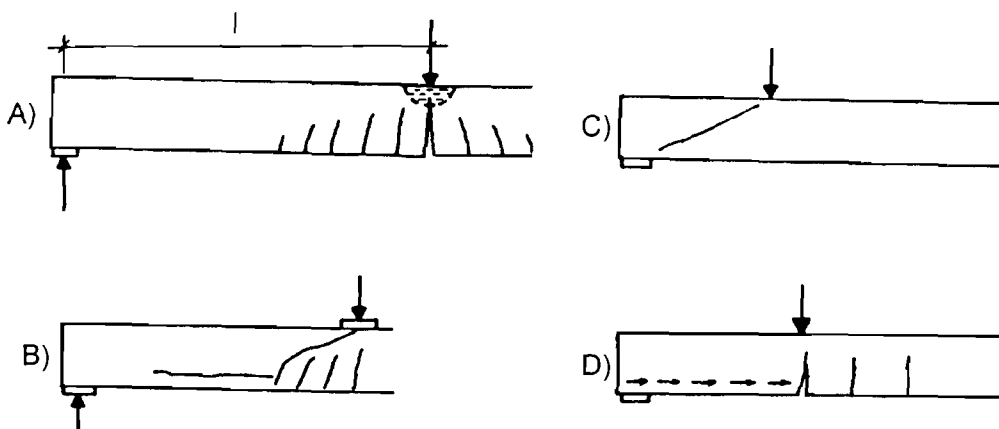


Bild 2.5: Verbundversagen infolge Rissbildung [14];

- A): Reiner Biegebruch;
- B): Schub-Druck-Versagen;
- C): Schub-Zug-Versagen;
- D): Verbundversagen;

### 2.3.2 Verankerungsbruch

Bei Spannbetträgern erfolgt der Kräfteaustausch zwischen Stahl und Beton alleinig über die Verbundspannungen  $\tau_1$ , die entlang der Kontaktfläche wirken. Als wichtigster Parameter für die Beschreibung dieser Wechselwirkungen, kann außer  $\tau_1$  die Übertragungslänge  $l_{\bar{u}}$  angesehen werden.

$$l_{\bar{u}} = k_1 \times d_v \quad \text{Gl. (2.5)}$$

In einem Abstand  $l_{\bar{u}}$  von der Trägerstimseite, ändert sich die Vorspannkraft nicht mehr, sondern nimmt einen konstanten Wert an (siehe Bild 2.6). Der Verbundbeiwert  $k_1$  ist für die entsprechende Betongüte dem Zulassungsbescheid des jeweiligen Spannstahls zu entnehmen. Anzumerken ist, dass die Übertragungslänge in der Baupraxis sehr großen Schwankungen unterworfen ist. Für gerippte Stähle ist der Verbundbeiwert  $k_1$  am kleinsten, für profilierte Drähte und bei Litzen hingegen kann ein größerer Verbundbeiwert angenommen werden (vgl. Tabelle 1). Dadurch wird berücksichtigt, dass sich gerippte Drähte besser mit dem umgebenden Beton verzahnen.

	<i>B 35</i>	<i>B 45</i>	<i>B 55</i>
Gerippte Stähle	45	40	35
Litzen und profilierte Drähte	75	65	55

**Tabelle 2.1:** Mittlere Verbundbeiwerte  $k_1$  in Abhängigkeit von der Beton-Festigkeitsklasse

Im Bereich der Verbundlänge steigt die Vorspannkraft nicht linear an, sondern sie konzentriert sich wie der Schlupf zur Trägerstimseite hin. In gleichem Maße wie die Stahllängsspannung sich ändert, nimmt der Größenwert der Kontaktschubspannung  $\tau_1$  zu. Aus den Randbedingungen heraus sind am Balkenende Verbund- und Stahlspannung null. Bei Erreichen einer *konstanten* Stahllängskraft (effektive Vorspannkraft) ist die  $\tau_1$ -Kurve folglich wieder auf Null zurückgefallen (siehe Bild 2.6).

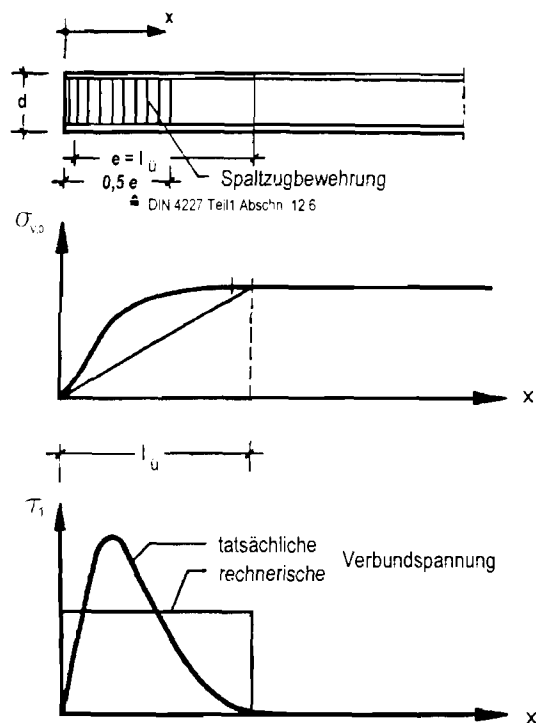


Bild 2.6: Lage der Spaltzugbewehrung; Verlauf der Stahl- und Verbundspannung [6]

Es ist naheliegend, dass im Allgemeinen möglichst kurze Verankerungslängen angestrebt werden, um möglichst schnell die Vorspannkkräfte in den Beton einzuleiten. Da die Bemessung auf Schub unter zu Hilfenahme der schiefen Hauptzugspannungen im rechnerischen Bruchzustand erfolgt, ergibt sich hieraus in Verbindung mit der Verankerungslänge der günstige Nebeneffekt, dass sich mit kürzer werdender Kraftübertragungslänge die Druckspannungen infolge der Vorspannkraft  $V_0$  schnell aufbauen. Die Hauptzugspannungen (z.B. aus der Stimzugwirkung) bauen sich dementsprechend früher ab. Dies *erhöht* zwar den Maximalwert der Hauptzugspannung im Trägerstimbereich, doch gleichzeitig *verkürzt* sich auch der von der Bügelbewehrung abzudeckende Bereich.

Nach *DIN 4227 T1 14.2* gibt es für den Nachweis der Verbundverankerung zwei Möglichkeiten. Die erste besagt, dass die Stahlzugkraft innerhalb der Stützweite verankert werden darf, solange der Verankerungsbereich frei von Biegezug- oder Schubrisen ist. Das heißt für den Kraftübertragungsbereich unter vorwiegend ruhender Belastung, dass dieser nicht in *Zone a* (*DIN 4227 T1 12.3.1*) liegen darf und für die schiefe Hauptzugspannung  $\sigma_{\perp}$ , dass die Werte aus *DIN 4227 Tab. 9 Zeile 49* nicht überschritten

werden dürfen. Der Hauptzugspannungsnachweis muß dabei nur in einem Abstand der halben Trägerhöhe vom Auflagerrand geführt werden. Die zu verankernde Zugkraft und die Verankerungslänge berechnen sich aus Gl. (2.6) und Gl. (2.7).

$$Z_U = \frac{M_U}{z} + \frac{V_U \times v}{h} \quad \text{Gl. (2.6)}$$

$$l = \frac{Z_U}{\sigma_v \times A_v} \quad \text{Gl. (2.7)}$$

Falls Schubrisse anschließend an die Verankerungslänge vorausgesetzt werden müssen, muß der Querkraftanteil in Gl. (2.6) berücksichtigt werden (vgl. *DIN 4227 T1 14.2 (3)*).

Die zweite Nachweismöglichkeit besteht darin, die Verankerungskraft  $Z_{AU}$  hinter der Auflagervorderkante im Abstand  $l_1$  zu verankern. Für den Fall einer direkten Lagerung genügt ein Überstand von 67% des  $l_1$ -Werts. Die Forderungen bezüglich der Rissfreiheit in Auflagernähe, wie bei der zuvor genannten Methode, dürfen dabei verletzt werden. Entsprechend *DIN 4227 Gleichung (20)* gilt:

$$l_1 = \frac{Z_{AU}}{\sigma_v \times A_v} \times l_u \quad \text{Gl. (2.8)}$$

Bei im Spannbett vorgespannten Hohlplattendecken erfolgt normalerweise eine Verankerung erst innerhalb der Stützweite (erste Methode). Falls die Zone der Rissbildung in den Bereich der Spannkraftübertragung hineinreicht, wird die Verbundtragfähigkeit („anchorage capacity“) infolge des Stahlspannungszuwachs an der Rissstelle eingeschränkt. Beim sog. *Auszieh-* oder *Verbundversagen* ist die vorhandene Verankerungsstrecke zur Aufnahme der Spannstaalkraft nicht mehr ausreichend, um die volle Stahlkraft aufnehmen zu können, bzw. die sich maximal einstellende Kontaktspannung  $\tau_1$  wird überschritten. Die Längsbewehrung gleitet in den Beton und der damit verbundene Vorspannungsverlust führt zu Rissweiten und vergrößerten Rotationen. Das bedeutet im Regelfall, dass ein Verlust der Tragfähigkeit erfolgt, bevor der Stahl in Trägermitte seine Streckgrenze erreichen kann. Durch die fehlende (oder verminderte) Überdrückung des Trägerrandbereichs vergrößert sich die Hauptzugspannung und es erfolgt beim Überschreiten des Grenzwerts ein Schubbruch.

Tritt ein Riss *außerhalb* der Übertragungslänge  $l_{\bar{u}}$  auf, ist ein Anstieg der Stahlspannung möglich und auf beiden Seiten des Risses nimmt die Stahlkraft in Längsrichtung – über eine Strecke  $l_w$  – einen „wellenförmigen“ Verlauf an (siehe Bild 2.7). Es leuchtet ein, dass die halbe Wellenlänge ( $0,5 l_w$ ) zusätzlich zur Übertragungslänge notwendig ist um die erhöhte Stahlspannung in den Beton zu übertragen. Denn enden die Wellenausläufer erst im parabelförmigen Anfangsbereich (Länge  $l_{\bar{u}}$ ), kann sich dort kein Gleichgewicht einstellen. Die Folge ist ebenfalls ein Ausziehversagen. Erst in einem Abstand von  $l_d$ , (development length) kann die Stahlspannung bis zur Streckgrenze  $f_y$  voll ausgenutzt werden. Experimente haben gezeigt, dass die Kurve, die die kritische Stahlspannung  $\sigma_{crit}$  in diesem Zwischenbereich widerspiegelt, etwa geradling verläuft (vgl.  $\sigma_{crit}$  in Bild 2.7). In verschiedenen Standardwerken wie dem amerikanischen *ACI Code* oder bei ZIA und MOSTAFA [16] wird auch der parabelförmige Teilabschnitt durch eine Geradengleichung ersetzt. Die kritische Spannung ist dort über eine *bilineare Kurve* beschreibbar.

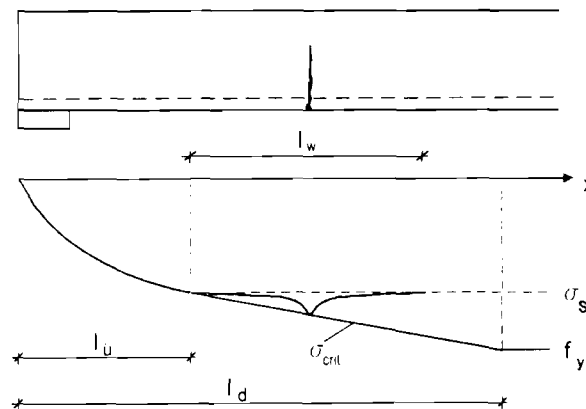


Bild 2.7: Verbundversagen infolge Rissbildung

Nach MERCX und WALRAVEN [15] darf über den Streckenabschnitt  $l_{\bar{u}}$  die Funktionsgleichung für die Beschreibung des Spannungsverlaufs durch eine *quadratische Parabel* genähert werden (siehe Gl. (2.9)).

$$\sigma_s(x) = \left[ 1 - \left( 1 - \frac{x}{l_{\bar{u}}} \right)^2 \right] \times \sigma_s = \alpha_{\bar{u}} \times \sigma_s, \quad \forall x \in (0, l_{\bar{u}}) \quad \text{Gl. (2.9)}$$

### 2.3.3 Reiner Biegebruch

Wie im Abschnitt 1 bereits erwähnt, sollen die numerischen Berechnungen an einigen Eckpunkten geeicht resp. verifiziert werden. Dazu interessiert auch das Biegeverhalten, dass dafür besser geeignet ist als das bekanntermaßen sehr schwer numerisch mit den FE-Techniken zu erfassende Schubverhalten.

Dabei ergibt sich die Biegetragfähigkeit („bearing capacity“) durch die Momentenaufnahmefähigkeit des am stärksten beanspruchten Querschnitts. Es interessieren die Angriffspunkte und die Größenwerte der inneren Kräfte des Bruchzustands, die man aus den Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für den Beton und den (Spann-) Stahl erhält. Setzt man voraus, dass der Stahl den Wert der Streckgrenze  $f_y$  überschreitet, so ist die Stahlkraft nicht mehr unbekannt und infolge des Kräftegleichgewichts erhält man (vgl. u.a. [17]).

$$Z_{sU} = D_{bU} \quad \text{Gl. (2.10)}$$

$$A_s \times f_{y,d} = \alpha_R \times b \times x \times f_{c,d} \quad \text{Gl. (2.11)}$$

Der Faktor  $\alpha_R$  ist der sog. „Völligkeitsbeiwert“, er kann als Maß für die Ausnutzung der Biegedruckzone angesehen werden. Das Biegemoment für diesen Grenzzustand lässt sich schreiben zu:

$$M_{sU} = (h - a) \times A_s \times f_{y,d} \quad \text{Gl. (2.12)}$$

Das Schema der Spannungsverteilung für diesen Versagensfall ist Bild 2.8 zu entnehmen.

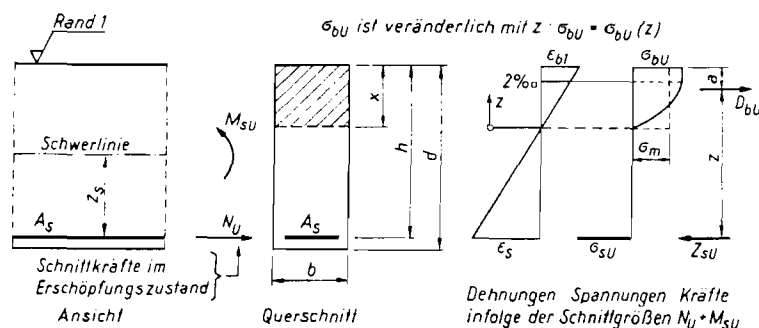


Bild 2.8: Spannungsverteilung eines Rechteckquerschnitts im rechnerischen Bruchzustand [17]

Typisch für das Biegeversagen („flexure failure“) ist, dass sich von der Trägerunterseite aus beginnend *vertikale* Biegerisse ausbilden. Als Kriterium für das Auftreten von vertikalen Rissen gilt hierbei, dass  $\sigma_{11} \gg \sigma_{22}$  ist.

Wie MERCX und WALRAVEN [15] berichten, verlieren vorgespannte Hohlplatten meist ihre Tragfähigkeit durch Reißen der Längsbewehrung, nachdem diese ins Fließen geraten ist. Als Grund führen sie hierfür an, dass der innere Hebelarm  $z$  kleiner ist, als durch Gl.(2.12) ausgedrückt wird und verweisen auf ein eventuell eintretendes *nichtlineares Betonverhalten* in der Betondruckzone, wodurch sich der innere Hebelarm verkürzt, vorausgesetzt die Höhe der Betondruckzone  $x$  ist groß genug um die Zugkraftkapazität des Spannstahls aufnehmen zu können.

Genau aus dieser Forderung heraus leitet sich bei deren Nichteinhaltung die zweite Form des Biegebruchs *ohne* Bewehrungsversagen ab. Die im Beton hervorgerufene Reaktionskraft reicht nicht aus um die Stahlspannung (oberhalb/unterhalb der Streckgrenze) aufnehmen zu können und die Betontragfähigkeit wird im Druckgurt überschritten. Nicht der Stahl, sondern die Druckfestigkeit  $f_c$  des Betons bestimmt somit den Versagenszeitpunkt, trotzdem entwickelt sich auch hier das typische Rissbild. Wie bereits aus den Ausführungen weiter oben abzuleiten ist, tritt diese Versagensform eher bei größeren Längsbewehrungsanteilen und geringeren Betonfestigkeitsklassen auf.

Aus dem Abstand der Biegerisse im Bruchzustand lassen sich Rückschlüsse auf die Kontaktzonengüte bzw. die Verbundqualität in Abhängigkeit des Bewehrungsstabdurchmessers ziehen. Denn rekapituliert man die über die „Wellenausbreitung“ der Stahlspannung gemachten Aussagen, so wird der folgende Zusammenhang deutlich (siehe Bild 2.7). Setzt man das Erreichen der Stahlstreckgrenze voraus, muss mit zunehmendem (Spann-) Stahldurchmesser eine zum reziproquadratischen Anteil („ $\sqrt{\quad}$ -Anteil“) proportionale Stahlkraft übertragen werden, d.h. je größer der Stabstahldurchmesser umso höhere Stahlkräfte (bedingt durch die Rissbildung) müssen in den Beton eingeleitet werden und umso länger müssen ebenso die für die Spannkraftübertragung notwendigen Kontaktzonenbereiche zwischen zwei Rissen sein (doppelte Differenz der Streckenlängen  $l_0$  zu  $l_d$  nach *Abschnitt 2.3.2*). Es gilt also der allgemeine Regelsatz: **„Dickere Stäbe führen zu größeren Rissabständen**



**und damit einhergehend auch zu breiteren Rissen“.** Es erklären sich die Forderungen zur Beschränkung der Rissbreite nach der *DAfStb-Richtlinie Heft 400* somit von selbst.

Diese je nach Stahlstabquerschnitt und Auslastungsgrad möglichen Rissabstände sind also von der maximal möglichen Verbundspannung  $\tau_1$  abhängig und somit ein Indikator für die Verbundqualität.

### 2.3.4 Schub - Zug - Bruch

Man spricht im Allgemeinen von einem Schub-Zug-Versagen, wenn der Bruch durch das Erreichen der Hauptzugspannung eingeleitet wird. Für vorgespannte Balken wird dies meist in den Trägerbereichen auftreten, in denen sich die volle Vorspannkraft noch nicht auf den Beton ausgebreitet hat, also in der näheren Umgebung der Auflagerbereiche. Bei der Beschreibung dieses Versagensmechanismus steht man an diesen Orten vor der Problematik, dass sich mehrere zugspannungserzeugende Anteile – wie Stirn-, Spalt- und Sprengzug – mit denen aus der äußeren Belastung überlagern und sich gegenseitig beeinflussen (siehe auch *Abschnitte 2.1 und 2.2*). Aus diesem Grunde ist es nicht verwunderlich, dass viele verschiedene Lösungsansätze existieren und diese oft einen empirischen Charakter annehmen.

MERCX und WALRAVEN [15] treffen für ihre Beschreibungen vereinfachend folgende Annahmen:

- Der Winkel  $\gamma$  unter dem sich die aus den Verbundspannungen herrührenden Druckkräfte ausbreiten, wird zu  $45^\circ$  angenommen (vgl. Bild 2.3 und Bild 2.9)
- Die Verbundspannung  $\tau_1$  sei gleichmäßig über die Übertragungslänge  $l_u$  verteilt,  $\tau_1$  nimmt somit den konstanten Wert  $\tau_1^*$  an
- Die Vorspannung erzeugt nur Betonspannungen  $\sigma_{c,11}$  in Balkenlängsrichtung, d.h. die Spannungen  $\sigma_{c,22}$  und  $\tau_{c,12}$  werden vernachlässigt
- Die Stahlspannungen nehmen innerhalb der Übertragungslänge  $l_u$  einen parabelförmigen Verlauf an

Nach SCHNELL et al. [18] existieren zwischen den schrägen (Beton-) Hauptspannungen und den einzelnen achsenparallelen Spannungen die Formelzusammenhänge, die man auch mit Hilfe des Mohr'schen Spannungskreises auf grafischem Wege ermitteln kann.

Hauptzugspannung: 
$$f_{ct} = \frac{\sigma_{c,11} + \sigma_{c,22}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{c,11} - \sigma_{c,22}}{2}\right)^2 + \tau_{c,12}^2} \quad \text{Gl. (2.13)}$$

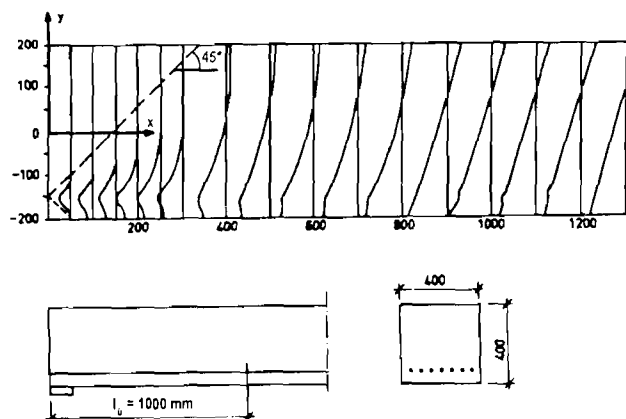
Hauptdruckspannung: 
$$f_{cc} = \frac{\sigma_{c,11} + \sigma_{c,22}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{c,11} - \sigma_{c,22}}{2}\right)^2 + \tau_{c,12}^2} \quad \text{Gl. (2.14)}$$

Trajektorienwinkel: 
$$\varphi = 0,5 \times \arctg \frac{\sigma_{c,11} - \sigma_{c,22}}{2 \times \tau_{c,12}} \quad \text{Gl. (2.15)}$$

Der Trajektorienwinkel  $\varphi$  in Gl. (2.15) ist dabei als der Winkel definiert, den die schiefe Hauptdruckspannung  $f_{cc}$  mit der x-Achse (Trägerlängsrichtung) einschließt. Um die Neigung der schiefen Hauptzugspannung  $f_{ct}$  zu erhalten, wird zu  $\varphi$  der Wert von  $90^\circ$  hinzuaddiert.

Mit den oben getroffenen Annahmen lässt sich die Gl. (2.13) in Gl. (2.16) umschreiben.

Hauptzugspannung: 
$$f_{ct} = \frac{\sigma_{c,11}}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_{c,11}^2}{4} + \tau_{c,12}^2} \quad \text{Gl. (2.16)}$$



**Bild 2.9:** Spannungsausbreitung  $\sigma_{c,11}$  innerhalb des Betons infolge der Vorspannkraft, am Beispiel eines Rechteckquerschnitts mit den Abmessungen 40x40 cm [15]

Durch die von außen wirkende Belastung werden Normalspannungen in Trägerlängsrichtung (siehe Gl. (2.16)) und Schubspannungen (siehe Gl. (2.17)) erzeugt.

$$\sigma_{c,11} = -\frac{M_z}{J_y} \times y \quad \text{Gl. (2.16)}$$

$$\tau_{c,12} = \frac{V_z \times S(y)}{b_y \times J_y} \quad \text{Gl. (2.17)}$$

Im Bereich der Auflager dürfen – vor allem bei direkter Lagerung – die  $\sigma_{c,22}$ -Spannungen nicht vernachlässigt werden. Hierfür wird angenommen, dass sich die Druckspannungen unter einem Winkel von  $45^\circ$  von der Auflagerkante aus ausbreiten. Der qualitative Verlauf ist dem Bild 2.10 zu entnehmen.

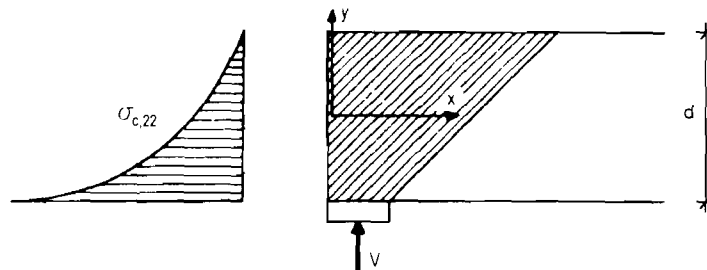


Bild 2.10: Qualitativer Verlauf der vertikalen Spannungen  $\sigma_{c,22}$  [15]

Aus den Gleichungen Gl. (2.9), Gl. (2.15) und Gl. (2.17) lässt sich eine Formel zur Abschätzung der sog. „Schubspannungsfestigkeit“  $V_U$  (siehe Gl. (2.18)) herleiten. Ein Versagen tritt in einem Bauteilabschnitt, der unter Biegebeanspruchung ungerissen bleibt, genau dann ein, sobald die Hauptzugspannung einen kritischen Wert erreicht. MERCX und WALRAVEN [15] geben zu bedenken, dass durch diese Gleichung die Schub-Zug-Tragfähigkeit in der Regel überschätzt wird. Als Gründe dafür sind unter anderem zu nennen:

- Die Versuchsdauer zwischen dem Versagen des Trägers und dem Testbeginn beträgt üblicherweise mehrere Stunden. Bekanntermaßen sinkt jedoch die Zugfestigkeit  $f_{ct}$  mit der Belastungszeit.

- Die Zugfestigkeit ist des Weiteren nicht konstant für den Betonbalken anzunehmen, sondern sie streut vielmehr in gewissen Grenzen.
- In Gl. (2.18) bleibt eine kombinierte, *biaxiale* Betrachtungsweise außer Acht. Die Zugfestigkeit von Beton ist unter gleichzeitiger Wirkung von Querdruckspannungen geringer.

$$V_U = \frac{b_w \times J_y}{S(y')} \times \sqrt{f_{ct}^2 \times \alpha_u \times \frac{A_s}{A_c} \times \sigma_s \times f_{ct}} \quad \text{Gl. (2.18)}$$

Der Quotient bestehend aus den Werten  $A_s$  und  $A_c$  gibt dabei das Flächenverhältnis von Stahlquerschnitt zu Betonquerschnitt wieder. Mit dessen Hilfe ist es daher möglich die Betondruckspannung über die Stahlzugspannung zu definieren.

Von WALRAVEN wird in [19] eine leicht modifizierte Berechnungsformel vorgeschlagen (siehe Gl. (2.19)).

$$V_U = \frac{b_w \times J_y}{S(y')} \times \sqrt{f_{ct}^2 \times 0,9 \times \alpha_u \times \frac{A_s}{A_c} \times \sigma_s \times f_{ct}} \quad \text{Gl. (2.19)}$$

### 2.3.5 Schub - Druck - Bruch:

Für einen Schub-Druck-Bruch ist es kennzeichnend, dass sich ein schräger Schubriss aus einem vertikalen Biegeriss entwickelt, der bei fehlender oder sehr schwacher Bügelbewehrung fast immer zu einem plötzlichen System-Versagen mit einem Längsriss oberhalb der Längsbewehrung führt (siehe Bild 2.11).

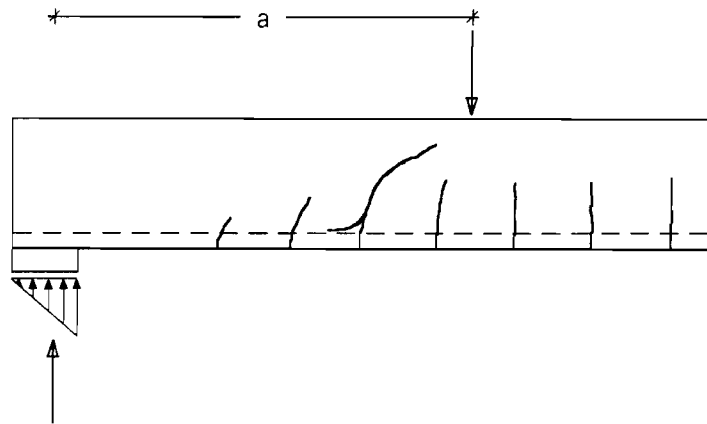


Bild 2.11: Biege- und Schub-Druck-Rissbild bei Einzellastangriff

Auch diese Bruchart hängt von der Betonfestigkeit und dem Vorspanngrad ab. Schwieriger zu erfassen sind jedoch die Zusammenhänge, die von der Bauteildicke bzw. Stegdicke und Trägerhöhe, sowie dem Auflagerabstand  $a$  der Punktlasten abhängen. HEDMAN und LOSBERG [20] geben für die „Schubspannungsfestigkeit“ eine empirische Formel an (siehe Gl. (2.20)), die hauptsächlich für rechteckige Querschnittsformen gültig ist. Darüber hinaus ist die Bestimmungsgleichung für  $V_{U,k}$  nicht dimensionsecht, der Parameter  $h$ , der den Abstand der Zugbewehrung von der gedrückten Betonkante widerspiegelt, muss in der Einheit „m“ eingesetzt werden. Die Hilfwerte  $\xi$  und  $\rho_0$  sind aus Gl. (2.21) und Gl. (2.22) zu entnehmen.

$$V_{U,k} = 0,068 \times b_w \times h \times \xi \times (1 + 0,5 \times \rho_0) \times \sqrt{f_c} + \frac{M_0}{a} \quad \text{Gl. (2.20)}$$

wobei  $\xi = 1,6 - h$  ,  $\xi \geq 1,0$  Gl. (2.21)

und  $\rho_0 = \frac{100 \times A_s}{b_w \times d}$  Gl. (2.22)

HEDMAN und LOSBERG geben in [20] für konstante Streckenlasten eine gegenüber der Gl. (2.20) leicht modifizierte Formel an, in der der zweite Summand von Gl. (2.20) ersetzt werden muss. Für nähere Angaben wird auch hier auf [20] verwiesen. Für das Rissbild bei Schub-Druck-Versagen ist es für angreifende Einzellasten typisch, dass der zum Bruch führende Biege-Schub-Riss in unmittelbarer Nähe der Punktlasten auftritt und zwar im Bereich *zwischen* den Lasten und den Auflagern, in dem die Querkraft nicht null ist.

MERCX und WALRAVEN geben in [15] zu bedenken, dass sich bei auflagenahen Einzellasten, d.h. für kleine Werte von  $a/h$ , eine bogenförmige Lastabtragung ausbilden kann, sofern der Stahl-Beton-Verbund nicht zu früh versagt. Des Weiteren sei in den meisten bisher beobachteten Versagensfällen (vgl. [15]), ein Schub-Druck-Bruch auszuschließen. In der Regel wird – bevor ein solcher Bruch erfolgt – in der Nähe des Auflagerbereichs die Betonzugfestigkeit des Stegs überschritten.

### **2.3.6 Zusammenfassung**

Nachfolgend seien die relevanten Mechanismen von Spannbetonträgern mit Vorspannung im Werk wie folgt zusammengefasst:

Bereits beim Spannen resp. beim Transport können die Träger an Ihren Enden einreißen als Folge zu großer Vorspannkraft.

Eine maximale Hauptzugspannung infolge der Vorspann-Einleitung am Balkenende und einer äußeren Last mit und ohne die zusätzliche Beeinflussung durch Biegspannungen und Querkräfte infolge Vorspannung führen fast immer zum plötzlichen Kollaps eines Systems ohne Querbewehrung.

Eine in der Nähe des Einleitungsbereiches hinzutretende Rissbildung infolge Querkraft und Biegung beim Übergang in den Zustand II führen im Auflagerbereich wegen der höheren Stahlspannungen im Riss zu einer zusätzlichen Verankerungsbeanspruchung im Einleitungsbereich.



## 3 Versuche

### 3.1 Allgemeines

Wie in *Abschnitt 1* bereits kurz erwähnt, wurden vom Institut für Massivbau und Baustofftechnologie der Universität Karlsruhe *drei* Träger auf Vier-Punkt-Biegung bis zum Bruch belastet, um den Endbereich von im Spannbett vorgespannten Trägern und Hohlplattendecken näher zu erforschen bzw. rechnerische Untersuchungen zu verifizieren. Nachfolgend sollen zunächst die Versuche kurz beschrieben werden bevor eine ausführlichere Darstellung der Versuchsergebnisse im Einzelnen in *Abschnitt 6* erfolgt.

Als Zementart findet jeweils ein PZ 35F Verwendung und als Betonfestigkeitsklasse ist einheitlich ein B45 gewählt. Die Verdichtung des Frischbetons erfolgt mit Hilfe einer Rüttelschalung, um einen möglichst gleichmäßigen Verdichtungsgrad zu erreichen. Die Träger besitzen unterschiedliche Querschnittsformen und haben unterschiedliche Bewehrungsgrade. Der erste Versuchsbalken (**VB1**) hat einen rechteckigen Betonquerschnitt, speziell zur Kontrolle der FE-Rechnung, die anderen beiden Träger (**VB2** und **VB3**) haben eine I-förmige Querschnittsform. Schmale Stege und breitere Gurte wirken sich *günstig* auf den erwarteten Schubbruch aus, denn hierbei fallen die (brucherzeugenden) Schubspannungen erwartungsgemäß höher aus. Die höheren Bewehrungsgrade bzw. Vorspannkkräfte der I-förmigen Versuchsbalken fördern ebenfalls die Neigung zu einem Schubversagen. Daher versagten Träger VB2 und VB3 unter Ausbildung von unangekündigten Schubrisen auf die jeweils ein Verbundversagen folgte. Bei allen drei Trägern erfolgt die Einleitung der Vorspannkkräfte über sofortigen Verbund.

Genauere Angaben über die Rissevolution und die Stahlspannungsverläufe werden in *Kapitel 6* im Zusammenhang mit den Vergleichsrechnungen gemacht.

Zusammenfassend sind die in diesem Abschnitt gemachten Angaben nochmals tabellarisch in Tabelle 3.1 dargestellt.



	VB1	VB2	VB3
Belastungsart	Vier-Punkt-Biegung	Vier-Punkt-Biegung	Vier-Punkt-Biegung
Zementart	PZ 35 F	PZ 35 F	PZ 35 F
Betonfestigkeitsklasse	B45	B45	B45
Querschnittsform	Rechteckig	I-förmig	I-förmig
Vorspannungsart	Sofortiger Verbund	Sofortiger Verbund	Sofortiger Verbund
Brucherzeugende Rissart	Biegeriss	Schubriss	Schubriss

Tabelle 3.1: Darstellung der Angaben des Abschnitts 5.1

Die Versuchsaufbauten für die Träger sind in den wesentlichen Merkmalen vergleichbar. Der typische Versuchsaufbau wird anhand von Bild 3.1 am Beispiel des zweiten „Fertigteilträger-Endbereich“ (VB2) deutlich.

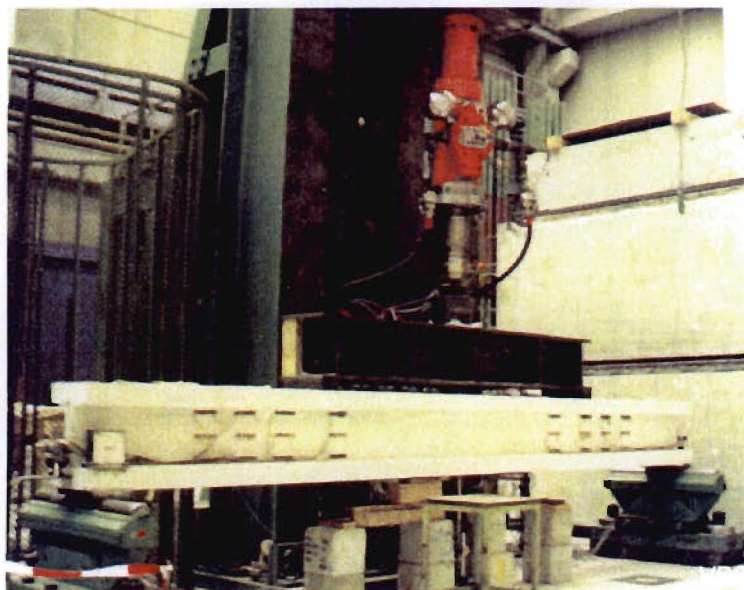


Bild 3.1: Versuchsaufbau am Beispiel des VB2

Die Trägerstützweiten sind mit  $4,0\text{ m}$  für alle drei Versuche gleich gewählt. Die mittig eingeleiteten Pressenkräfte der verformungsgesteuerten Versuche werden über die auf Elastomerblöcken gelagerten Stahlprofiltraversen auf die zwei Lastangriffspunkte gleichmäßig verteilt. Die Traversenstege sind mehrfach mit Steifen verstärkt. Diese befinden sich in den Bereichen der punktuellen Lastangriffsstellen.

Detaillierte Versuchsbeschreibungen sind den *Abschnitten* 3.3 bis 3.5 sowie den zugehörigen Bildern zu entnehmen.

### **3.2 Zeitabläufe von der Spannstahlstreckung bis zum Versuchstag**

In Tabelle 3.2 sind die Daten der einzelnen Arbeitsschritte zur Herstellung und Versuchsdurchführung der Träger VB1, VB2 und VB3 dargestellt.

	<b>VB1</b>	<b>VB2</b>	<b>VB3</b>
Vorspannen der Spannstähle	18.09.1998	28.01.2000	11.06.2001
Betonieren der Träger und Probekörper	22.09.1998	01.02.2000	12.06.2001
Ausschalen des Trägers	29.09.1998	15.02.2000	15.06.2001
Einleitung der Vorspannkräfte	05.10.1998	15.02.2000	15.06.2001
Versuchstag	20.10.1998	06.03.2000	05.07.2001

**Tabelle 3.2:** Wichtige Daten der Versuchsdurchführung

Die Zeitpunkte sind so gewählt, dass sowohl die Ausschulfristen *nach DIN 1045 Tab. 8*, als auch die Mindestbetonfestigkeiten beim Vorspannen *nach DIN 4227, Tab. 2* eingehalten sind und die angestrebte Betonfestigkeitsklasse (B45) erreicht wird.

### 3.3 Versuchsbalken Nr1

Der Träger VB 1 hat eine rechteckige Querschnittsform und wurde so konzipiert, dass ein Biegeversagen erwartet wurde. Er diente vor allem zur Validierung und der Überprüfung des Beton- und Verbundmodells. Er ist beidseitig vorgespannt. Sowohl unten als auch oben wird ein kaltgezogener, profilierter Spanndraht mit einem Nenndurchmesser von 7 mm und der Stahlfestigkeit St 1470/1670 verwendet. Die Vorspannkraft beträgt oben 11,25 kN und unten 26,25 kN. Wie bereits erwähnt, hat dieser Versuchsträger eine rechteckige Querschnittsform (siehe Bild 3.2). Aus transporttechnischen Gründen wurde im mittleren Trägerabschnitt ein Bewehrungskorb, bestehend aus Längsstäben und Bügeln aus BSt 500 mit je einem Durchmesser von 6 mm, eingelegt.

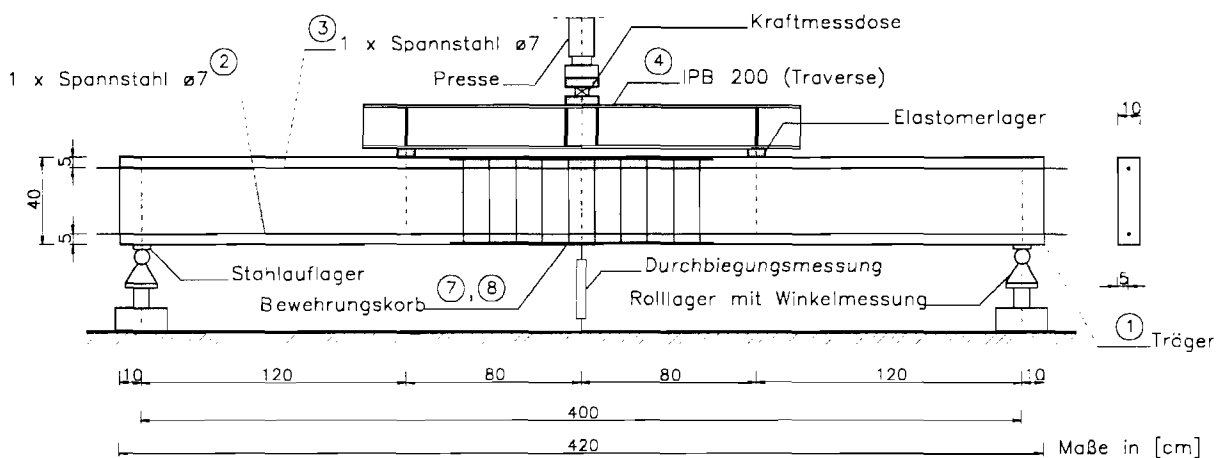


Bild 3.2: Versuchsaufbau des VB1

Die zusatztliche Bewehrungsmenge bedingt durch den Bewehrungskorb, die keinerlei tragende Wirkung haben sollte, bewirkt jedoch zusatztlich eine Verstärkung und folglich auch eine Versteifung des auf *reiner Biegung* (Momentenlinie ist konstant) beanspruchten Mittelabschnitts. Es ist daher kaum verwunderlich, dass der Träger VB1 direkt an einem der beiden Enden des Bewehrungskorbs nahe einer der Auflasten, aber noch innerhalb der reinen Biegezone, versagte (siehe Bild 3.4a, Risse Nr.2 und Nr.3).

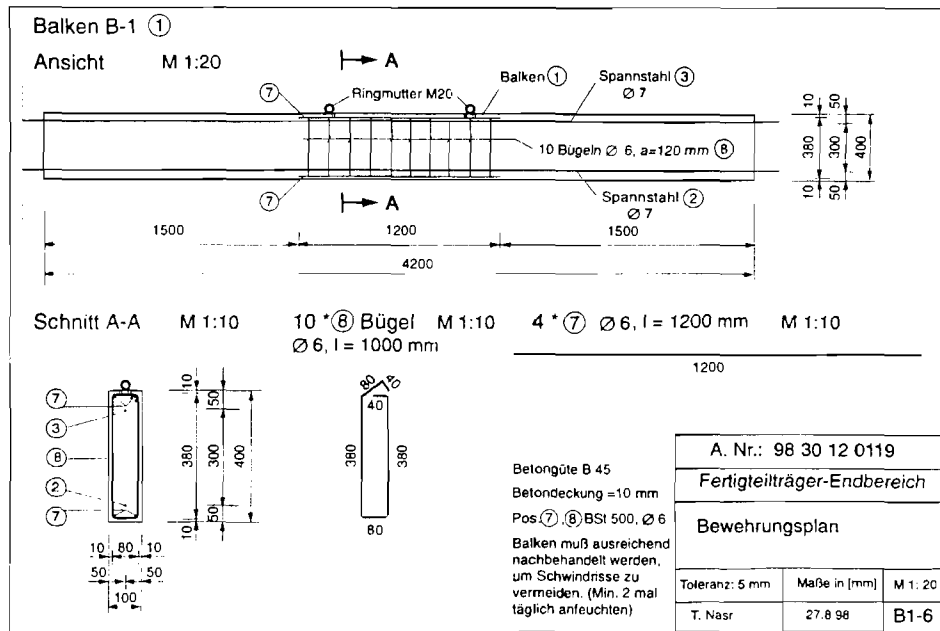


Bild 3.3: Bewehrungsplan (VB1)

Das Bild 3.4 mit seinen Teilbildern a) bis c) zeigt die Rissverläufe nach dem Verlust der Tragfähigkeit. Der maßgebende Bruchriss (siehe Bild 3.4a) setzt sich aus den Rissen Nr.2 und Nr.3 zusammen.

Die Bereiche rechts des Risses Nr.1 und links des Risses Nr.6 sind ungerissen (siehe Bild 3.4). Es sind somit keine reinen Schubrisse erkennbar. Als einziger Biegeschubriss kann der Riss Nr.6 angesehen werden (siehe Bild 3.4a).

In Bild 3.4b sind die Biegerisse nahe der Balkenmitte dargestellt. Sie haben die Nummern 5, 7 und 8.

Der Riss Nr.1 (vgl. Bild 3.4c) ist in seinem oberen Abschnitt nur infolge des lokalen Störeinflusses durch die Lasteinleitungsstelle („roter Pfeil“) von seinem Verlauf her nach links gekrümmt und liegt nur geringfügig außerhalb der querkraftfreien Zone.

Symmetrisch zum Bruchriss (Nr.2 und Nr.3) ist in den Teilbildern b) und c) von Bild 3.4 der Riss Nr.4 zu erkennen. Auch er verläuft im Randbereich des Bewehrungskorbs.

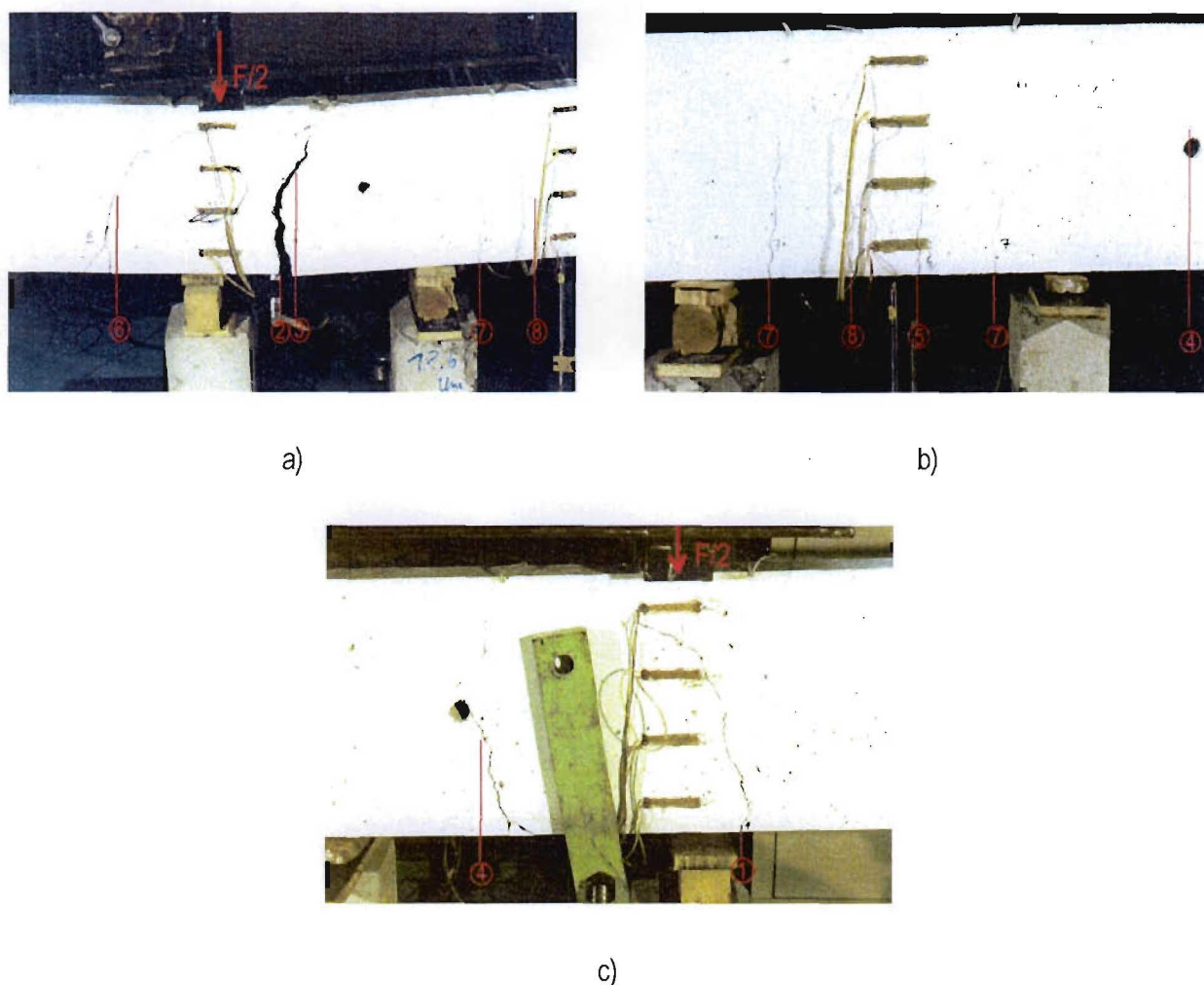


Bild 3.4: Rissbilder des VB1 entsprechend der Abfolge von links nach rechts

Ein Gesamtüberblick über die Rissverläufe des Trägers VB1 mit den entsprechenden Laststufen, ist im direkten Vergleich mit der Versuchsnachrechnung in *Abschnitt 6.2* enthalten.

An den Stirnseiten waren an den Spanndrähten induktive Wegaufnehmer angebracht, um den Schlupf zumindest an den Enden zu messen. Da der Schlupf an den Stirnseiten sehr gering war, wird auf eine detaillierte Darstellung verzichtet. Des weiteren wurde die Pressenkraft, die Durchbiegung des Trägers in Feldmitte sowie die Rotation der Rollenaufleger gemessen, die zur Kontrolle der Durchbiegungsmessung diente.

Das Bild 3.5 gibt Aufschluss über die Anordnung und die Abstände der Dehnungsmessstreifen (DMS). Sie werden jeweils auf die Oberflächen der Bewehrungsstäbe bzw. des Betons geklebt. Die DMS des Betons sind für den Versuch VB1 parallel zur

Trägerlängsachse angeordnet, so dass nur die Betondehnungen in der Längsachsenrichtung gemessen werden. Es sind somit keine Aussagen über den Hauptdehnungszustand machbar. Eine detaillierte Auswertung der Versuchsergebnisse folgt in *Abschnitt 6* bei der Gegenüberstellung der aus der Rechnung gewonnenen Resultate mit den experimentellen Ergebnissen.

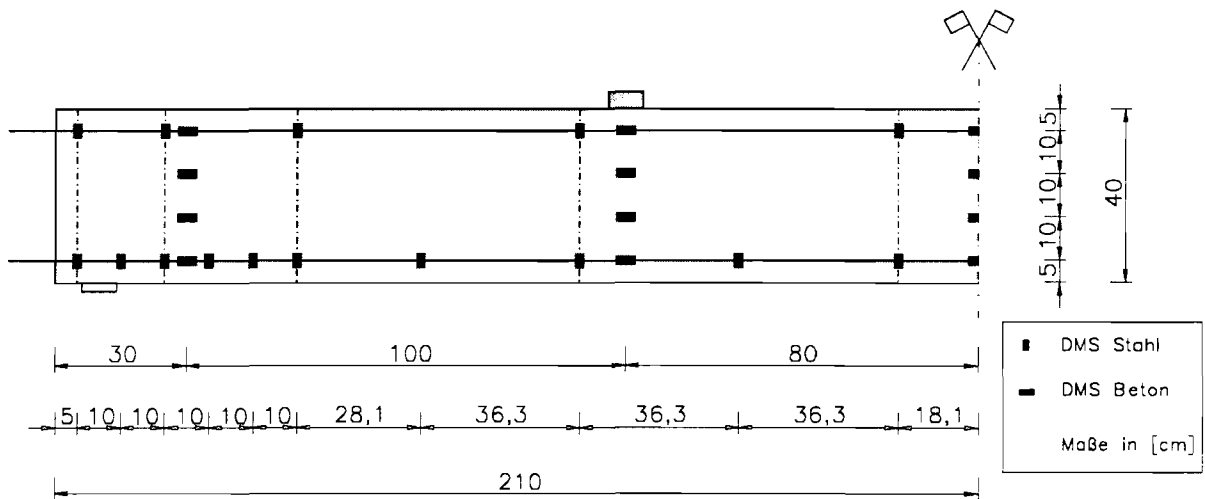


Bild 3.5: Anordnung der Dehnungsmessstreifen des VB1

### 3.4 Versuchsbalken Nr2

Der zweite Versuchsbalken VB2 (vgl. Bild 3.6) ist unten mit zwei gerippten Spanndrähten ( $\varnothing 12$ ; St 1420/1570) vorgespannt, die einen Abstand von  $6\text{ cm}$  voneinander haben. Die Spannkraft der Spannroststäbe werden zu je  $80\text{ kN}$  eingestellt, so dass die nach DIN 4227 geforderten Randspannungen nicht überschritten werden. Die beiden Flansche des I-förmigen Querschnitts haben eine Breite von je  $30\text{ cm}$  und eine Dicke von  $8\text{ cm}$ . Die Stegdicke beträgt  $6\text{ cm}$ . Die Trägerhöhe ist analog zu Versuch Nr.1 (VB1) zu  $40\text{ cm}$  gewählt. Weitere Angaben zur Trägergeometrie sind Bild 3.6 zu entnehmen. Im oberen Flansch ist eine Transportbewehrung (BSt 500) mit einem Durchmesser von  $10\text{ mm}$  und einem Randabstand von  $6\text{ cm}$  zur Balkenoberseite eingelegt. Über diesen Stahl werden die zum Transport notwendigen Hülsen in einem Abstand von etwa  $20\text{ cm}$  von den Balkenstirnseiten fixiert.

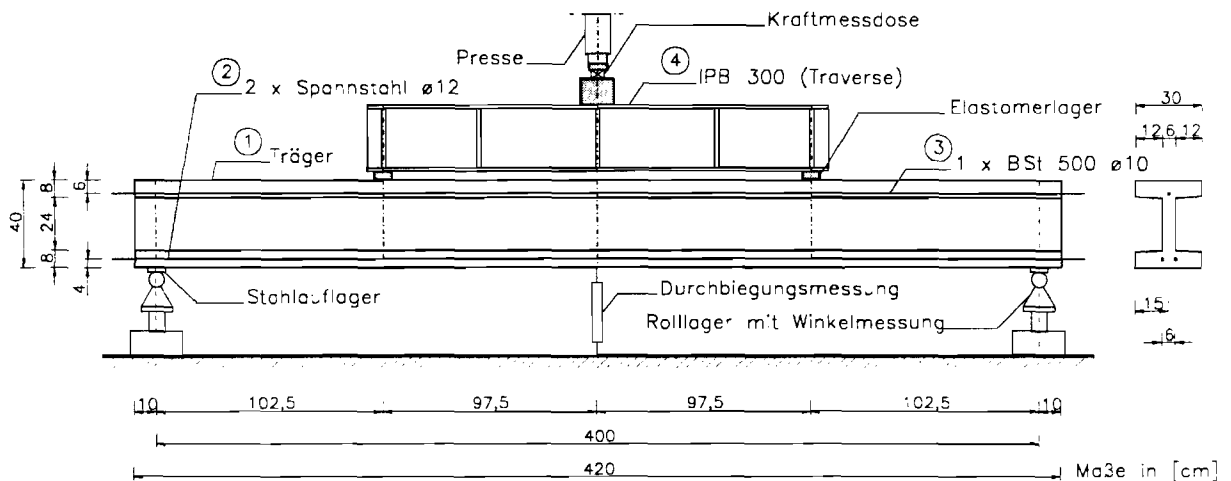


Bild 3.6: Versuchsaufbau des VB2

Die Verteilung der Dehnungsmessstreifen des VB2 ist in Bild 3.7 zu finden. Die DMS sind auf der Betonoberfläche parallel zur Trägerlängsachse angeordnet, so dass auch hier nur die Betondehnungen in Balkenlängsrichtung gemessen werden.

Des Weiteren wurde wieder der Schlupf an den Stirnseiten, die Durchbiegung in Trägermitte sowie die Pressenkraft gemessen.

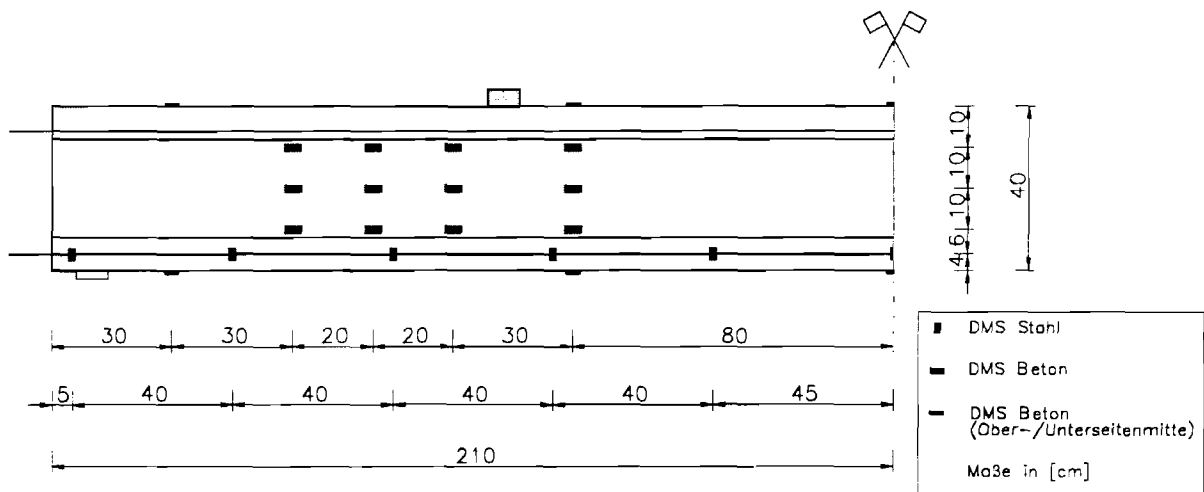
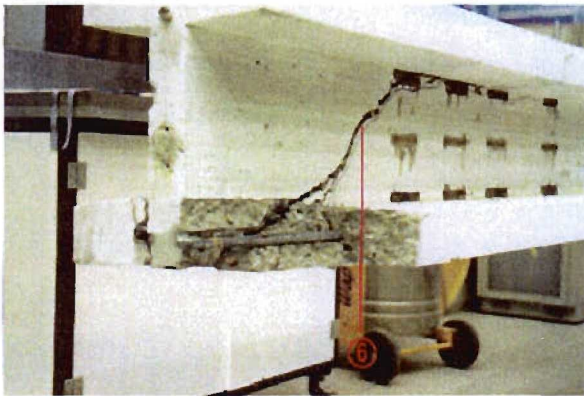


Bild 3.7: Anordnung der Dehnungsmessstreifen des VB2

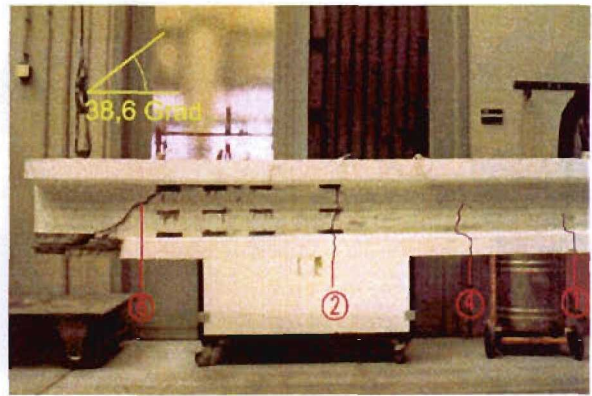
Betrachtet man das Rissbild Bild 3.8 mit den Teilbildern a) bis c) nach dem Versuch, so lässt sich feststellen, dass der Balken VB2 planmäßig auf Schub versagte. Der Schubriss – Riss Nr.6 – ist deutlich in den Teilbildern a) und b) zu sehen. Er ist mit einem Winkel von

38,6° gegenüber der Trägerlängsachse geneigt (siehe Bild 3.8b). Gut zu erkennen ist das dem Schubriß folgende Verbundversagen (siehe Bild 3.8).

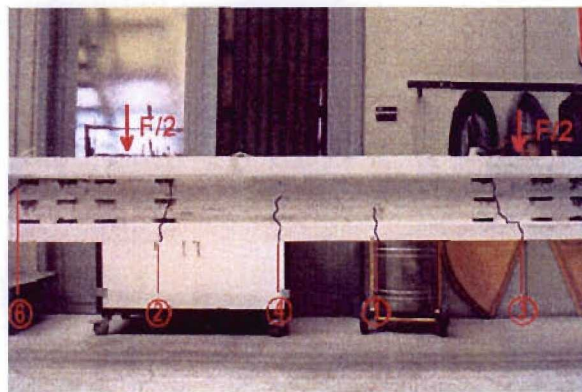
Die Biegerisse befinden sich im Bereich zwischen den beiden Auflasten. Sie haben die Nummern 1, 2, 3, 4 und 5 (vgl. Bild 3.8b und c). Der Riss Nr.5 ist auf der in Bild 3.8 gezeigten Versuchsträgerseite nicht sichtbar, er befindet sich in etwa auf der Gegenseite von Riss Nr.3 ca. 10-20 cm zur Balkenmitte hin verschoben. Rechts von Riss Nr.3 ist der Betonträger ungerissen (vgl. *Abschnitt 6.4.3*).



a)



b)



c)

Bild 3.8: Rissbilder des VB2 entsprechend der Abfolge von links nach rechts



### 3.5 Versuchsbalken Nr3

Der Balken VB3 (siehe Bild 3.9) wird als dritter Versuchsträger – wie bei Versuch VB2 – nur im unteren Flansch vorgespannt. Auch hier befinden sich im unteren Flansch zwei gerippte Spanndrähte (St 1420/1570) mit je einem Durchmesser von  $12\text{ mm}$  und einem gegenseitigen Abstand von  $6\text{ cm}$  (vgl. VB2 des *Abschnitts 5.4*). Die beiden Spannstähle werden mit jeweils einer Spannkraft von  $68\text{ kN}$  vorgespannt. Die Flansche des Spannbetonträgers haben eine Breite von je  $33\text{ cm}$  und eine Höhe von  $7\text{ cm}$ . Die Gesamthöhe des dritten Versuchsbalkens ist mit  $30\text{ cm}$  um  $10\text{ cm}$  kleiner als diejenige von VB1 bzw. VB2. Die Stegdicke des VB3 beträgt  $6\text{ cm}$ . Die genauen geometrischen Abmessungen des Trägers können Bild 3.9 entnommen werden. Zur Verankerung der Transportaufhängevorrichtung ist wie bei Träger VB2 eine konstruktive Längsbewehrung aus BSt 500 mit einem Durchmesser von  $10\text{ mm}$  und einem Abstand von  $6\text{ cm}$  zur Balkenoberseite eingelegt (vgl. auch hierfür *Abschnitt 3.4*).

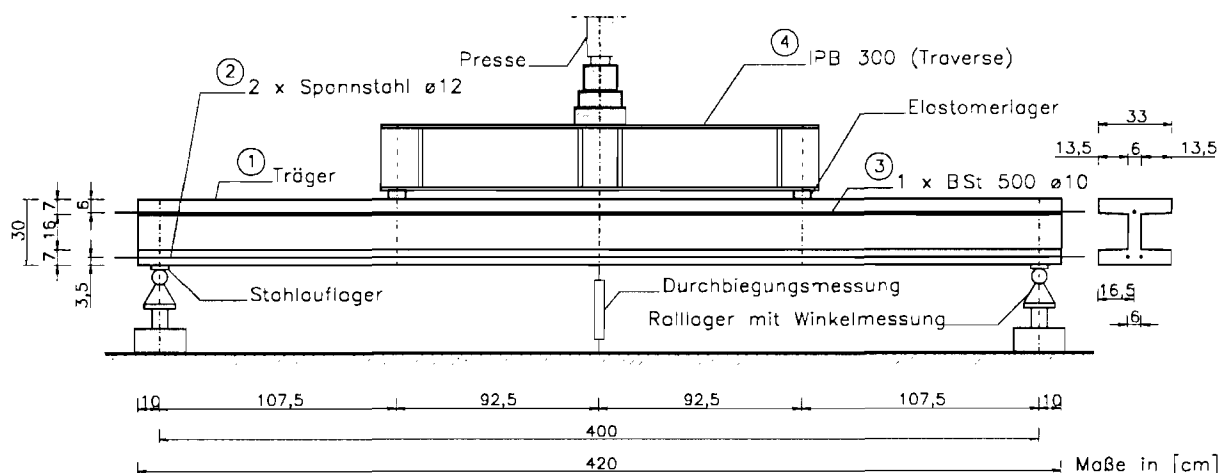


Bild 3.9: Versuchsaufbau des VB3

Die Verteilungen der Dehnungsmessstreifen des VB3 sind aus Bild 3.10 zu entnehmen. Auf der Betonoberfläche des Steges sind Rosetten angebracht, um den Hauptdehnungszustand und Trajektorienwinkel messtechnisch zu erfassen. Als Zeichnungssymbol für diese Anordnungsweise wird in Bild 3.10 ein schwarz oder grau hinterlegter Kreis verwendet, je nachdem auf welcher Trägerseite sich die Rosette befindet. Die DMS an der Balkenober- und Balkenunterseite des Beton erstrecken sich

hingegen nur entlang der Längsachse des Trägers. Die zwei Spannstähle mit ihren Dehnmessstreifen sind in Bild 3.10 über den Spannbetonträger herausgezogen dargestellt. Die Abstände der DMS auf den Spannstählen des VB3 sind nicht wie bei VB2 für beide Stähle gleich gewählt, sondern versetzt, damit dadurch der Beton-Stahl-Verbund möglichst wenig geschwächt wird.

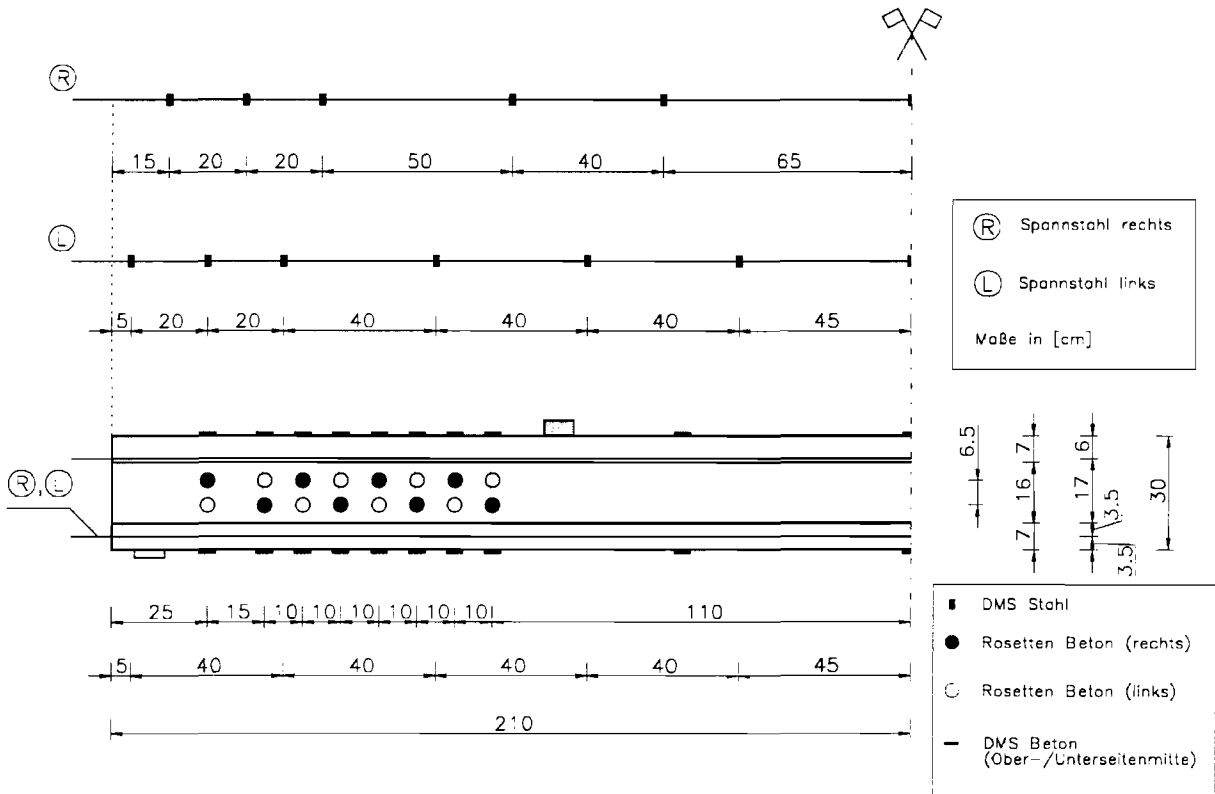


Bild 3.10: Anordnung der Dehnmessstreifen des VB3

In den Endbereichen des Versuchsbalkens VB3 sind darüber hinaus pro Trägerende je drei horizontale und auf der Gegenseite drei vertikale *induktive Wegaufnehmer* angebracht (siehe u.a. Bild 3.11, Bild 3.12), um Dehnungszustände integral gegebenenfalls über einen Riss hinweg messen zu können.

Des weiteren wurde wieder der Schlupf an den Trägerstimseiten, die Pressenkraft und die Mittendurchbiegung messtechnisch erfasst.

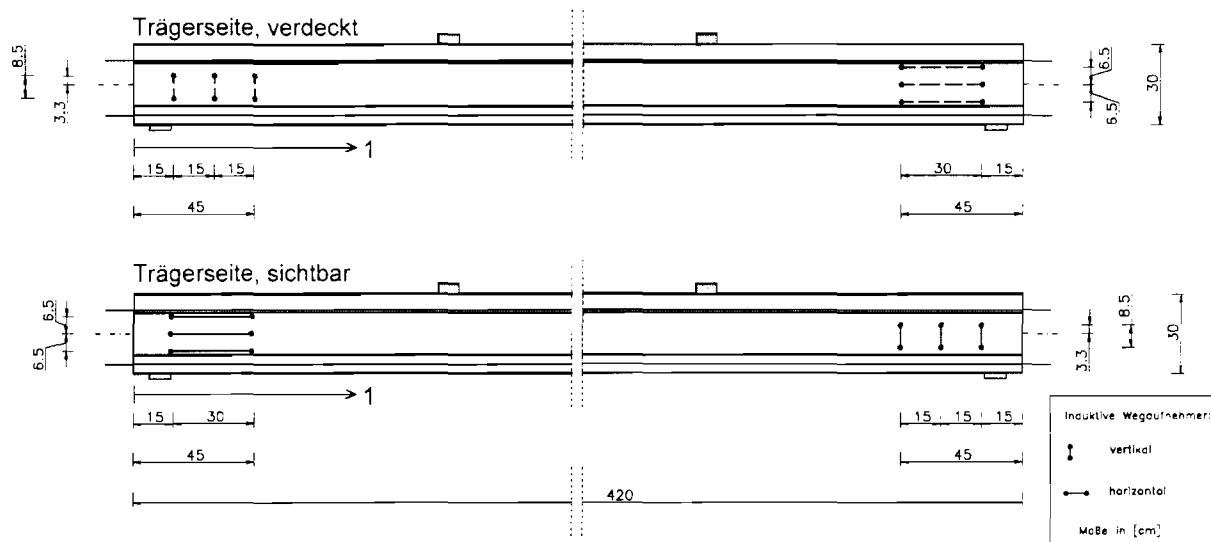


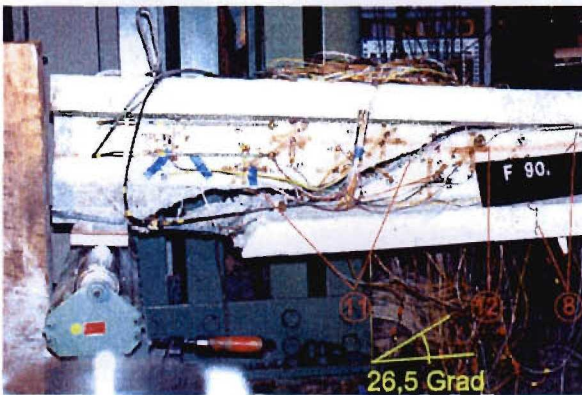
Bild 3.11: Anordnung der induktiven Wegaufnehmer des VB3

In Bild 3.12, Teilbilder a) bis d) ist der *Schubriss* (Riss Nr.11), der das Versagen des Trägers herbeiführte, aus verschiedenen Perspektiven dargestellt. Wie man aus Bild 3.12a deutlich erkennen kann, nimmt der Riss Nr.11 seinen Ursprung am Auflagerende der linken Balkenhälfte, läuft schräg durch den unteren Flansch hindurch, dann ungefähr 25 cm weit am Übergang zwischen unterem Flansch und Steg horizontal entlang, durchquert den Steg unter in etwa dem gleichen Winkel wie zuvor den Flansch, folgt dem oberen Flansch parallel zum oberen Stegende über eine Länge von ungefähr 20 cm und verläuft schräg durch den oberen Flansch hindurch bis zur Außenkante der Belastungsfläche (siehe Bild 3.12b). Die grafische Ermittlung der Neigung des Schubrisses Nr.11 entlang des Steges ergibt einen Winkel von etwa  $26,5^\circ$ . Dieser Winkel ist im Vergleich zu VB2 (vgl. [BILD 39] *Abschnitt 5.4*) kleiner und dieser Stegriss liegt bei VB3 auch weiter vom Auflager entfernt und somit im Bereich eines höheren Biegemoments bzw. einer geringeren Querkraft. Die Bezeichnungen „höher“ und „geringer“ sind hierbei nicht absolut, sondern als relative Werte bezüglich des jeweiligen Maximalmoments bzw. der maximalen Querkraft, zu verstehen. Auch hier ist das dem Schubriß folgende Verbundversagen deutlich zu erkennen (siehe Bild 3.12).

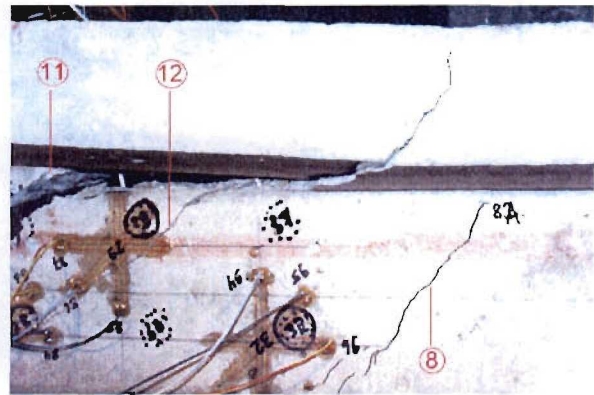
Flankierend zum Schubriss Nr.11 verläuft – weiter zur Trägermitte hin versetzt – ein weiterer Schubriss (Nr.12) mit einer Rissbreite von annähernd 1,0 mm (siehe Bild 3.12).

Dieser zweigt am Übergang zwischen unterem Flansch und Steg von Riss Nr.11 ab, indem er diesen horizontal um etwa *20 cm* verlängert. Schließlich geht auch er durch den Steg hindurch, jedoch steiler als Riss Nr.11, und mündet am oberen Flanschende in diesen wieder zurück. Der horizontale Abstand beider Risse untereinander beträgt an der Einmündungsstelle (oben) ungefähr *10 cm* (siehe Bild 3.12b). Die Entstehung beider Risse erfolgte quasi zeitgleich.

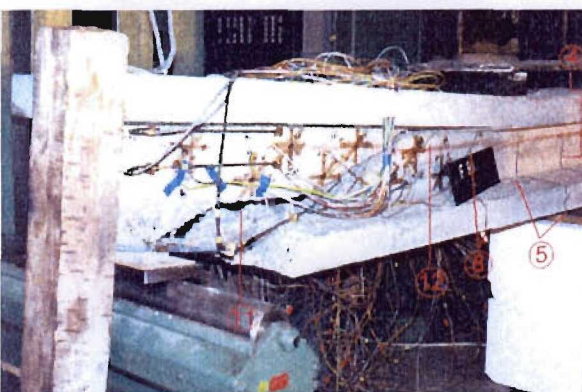
Riss Nr. 8 ist ein Schubriss, der sich weit vor dem Versagenszeitpunkt aus einem Biegeriss entwickelt hat. Seinen Ursprung als Biegeriss nimmt er *15 cm* links von der Auflastfläche entfernt und endet im Flansch direkt unter ihr.



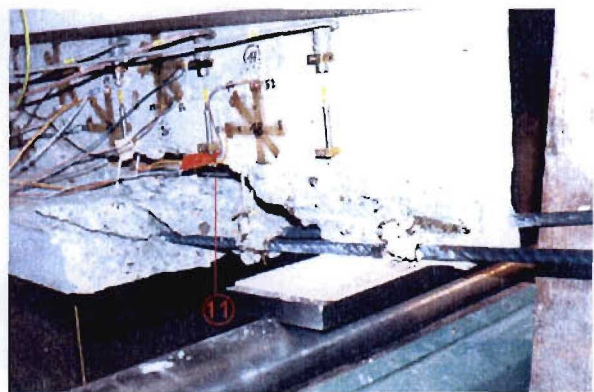
a) – Rechte Balkenseite



b) – Rechte Balkenseite



c) – Rechte Balkenseite



d) – Linke Balkenseite

**Bild 3.12:** Rissbilder des linken Endbereichs von VB3 aus verschiedenen Blickrichtungen

Wie zu sehen ist, erfolgte der Schubbruch in der linken Trägerhälfte. Die rechte Hälfte blieb im Bereich außerhalb des konstanten Biegemoments (rechts von der zweiten Auflagerkraft)) hingegen ungerissen.

Der mittlere Trägerbereich zwischen den beiden Krafteinleitungsstellen weist mehrere feine Biegerisse auf, die bis etwa  $\frac{3}{4}$  der Steghöhe oder sogar bis ca.  $1,0\text{ cm}$  unterhalb des oberen Flansches durchlaufen. Die einzelnen Rissrichtungen verlaufen im Wesentlichen vertikal zur Balkenlängsachse. Die Nummern der Biegerisse der rechten Trägerseite sind in der Abfolge von links nach rechts: 5, 4, 6, 1, 10, 3, 9, 2. Der Riss Nr.1 ist der Erstriss und befindet sich einige Zentimeter rechts der Balkenmitte, die in Bild 3.13 mit einem roten Klebebandstreifen an der Seitenfläche des oberen Flansches markiert ist. Der in Bild 3.13 nicht sichtbare und am weitesten rechts liegende Riss (Nr. 2), liegt um etwa  $1,27\text{ m}$  von der rechten Trägerstirnseite entfernt. Er befindet sich somit noch innerhalb des Abschnitts in dem reine Biegung herrscht (vgl. auch Bild 3.13). Der oben nicht mit aufgeführte Riss Nr.7 liegt auf der linken Seite des Balkens ungefähr auf der Höhe des Risses Nr.3.

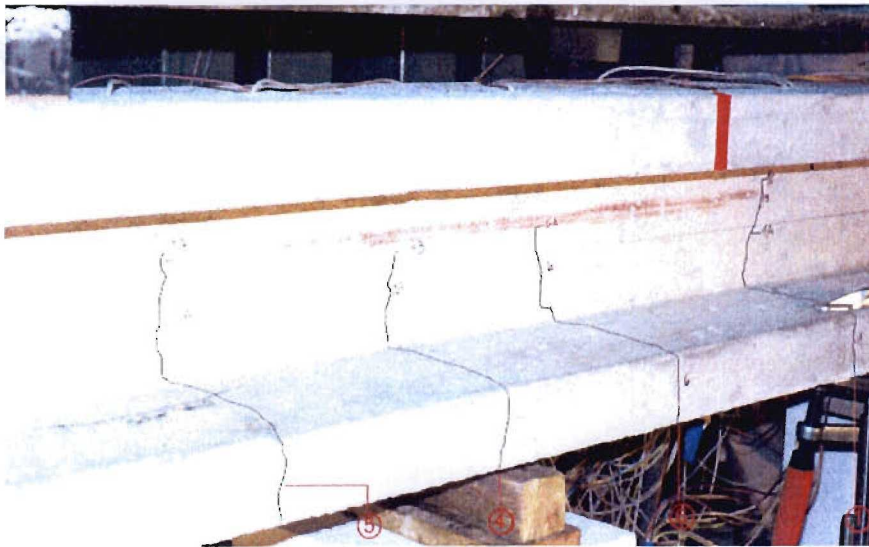


Bild 3.13: Typischer Verlauf der Biegerisse des VB3

Eine genaue Ansicht des gesamten Rissverlaufs ist dem Bild 3.13 nicht zu entnehmen. Es wird daher zum Erhalt weiterer Details auf den *Abschnitt 6.4* verwiesen.

## 4 Mechanisches Modell

### 4.1 Allgemeines

Die rechnerischen Untersuchungen werden mit dem FE-Programm ABAQUS durchgeführt. ABAQUS bietet die Möglichkeit, selbst entwickelte Stoffgesetze und Elemente über eine Schnittstelle in das Programm einzubinden. Im Rahmen dieses Forschungsprojektes wurde ein von AKKERMANN [1] entwickeltes zweidimensionales Betonstoffgesetz sowie Verbundelement verwendet. In diesem Abschnitt werden die Grundlagen dieser Modelle dargestellt. Eine ausführlichere Diskussion findet man bei AKKERMANN [1].

Zur Beschreibung des Betonverhaltens im Rahmen einer FE-Analyse existieren mehrere grundlegend unterschiedliche Vorgehensweisen. Eine z.B. analysiert das Verhalten auf *mesoskopischer Ebene*, d.h. das Betongetübe wird in seine unterschiedlichen Bestandteile (Zuschlag, Zement, Poren) zerlegt betrachtet. Die andere weist dem Beton ein über das Volumen *gleichmäßiges* Verhalten zu. Eine Betrachtung erfolgt hierbei mit Hilfe eines homogenen „Ersatz“-Materials auf *makroskopischer Betrachtungsebene*. Diese Homogenisierung wird – unter anderem bei FUCHS in [21] – auch als *Methode der repräsentativen Volumeneinheit* (kurz: RVE-Methode) bezeichnet.

Will man eine möglichst wirklichkeitsnahe Traganalyse durchführen, so sollte dies unter der mikroskopischen Betrachtungsweise erfolgen. Denn Beton ist immer ein *inhomogenes* Material, bestehend aus zwei Phasen (heterogener Aufbau), dem weicheren Zementstein<sup>1)</sup> und den steiferen Zuschlagskörnern<sup>2)</sup>. Doch gerade dieser Betrachtung sind durch die eingeschränkten physikalisch-chemischen Zusammenhänge bzw. die beschränkten Rechen- und Systemressourcen Grenzen gesetzt.

---

<sup>1)</sup> Zementstein ist aus Verdichtungsgründen stets von Luftporen durchsetzt.

<sup>2)</sup> Die Annahme eines steifen Zuschlags ist zumindest für Normalbeton richtig, bei Leichtbeton ist das Festigkeitsverhältnis zulasten des Zuschlags verschoben. Bei Leichtbeton werden die Rissverläufe, anders als es für Normalbeton üblich ist, von den Zuschlagskörnern kaum behindert und gehen meist durch das Korn hindurch.

AKKERMANN's [1] Betonstoffgesetz wird auf makroskopischer Ebene unter der Voraussetzung eines ebenen Spannungszustands formuliert. Temperatur- und Langzeiteinflüsse sowie zyklische Gesichtspunkte bleiben dabei außer Acht. Das *nichtlineare* Betonverhalten wird durch Einführung der Schädigung  $D$  in die Materialmodellierung eingebracht. Die Schädigung steht mit dem Sekantensteifigkeitsmodul  $E_{cs,i}$  in einem umgekehrten Verhältnis. Je mehr die Schädigung wächst, umso geringer wird der Steifigkeitsmodul  $E_{cs,i}$  (siehe Gl. (4.1)).

$$\sigma = E_{cs,i} \times \varepsilon = (1 - D) \times E_{c0} \times \varepsilon \quad \text{Gl. (4.1)}$$

Der Faktor  $E_{c0}$  steht hier für den Anfangssteifigkeitsmodul. Da die Schädigung nur irreversibel sein kann, folgt sie einer monoton steigenden Kurve ( $\frac{\partial D}{\partial t} \geq 0$ ). Der Schädigungswert beginnt bei  $D=0$  (keine Schädigung) und endet mit einem Wert von  $D=1$  (volle Schädigung).

## 4.2 Beton unter Zugbeanspruchung

### 4.2.1 Rissbildungs- und Entfestigungsmechanismen

Als Modell zur Beschreibung des Betonzugverhaltens bedient sich AKKERMANN [1] der idealisierten Sichtweise eines Stabs unter einaxialer Zugbeanspruchung (siehe Bild 4.1).

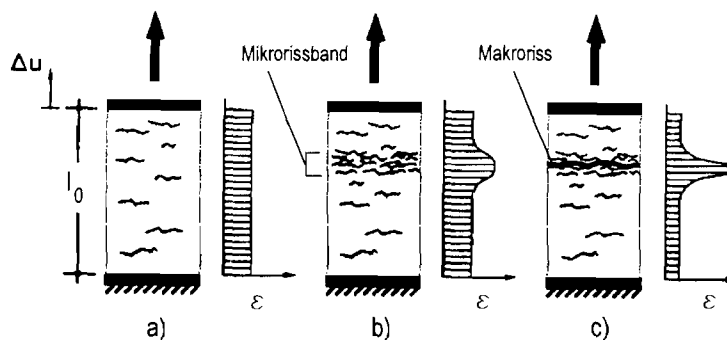


Bild 4.1: Rissentwicklung unter einaxialem Zug [1]

Jeder Beton ist schon vor dem Aufbringen der Last von mikroskopisch feinen Rissen durchsetzt. Begründet liegt dies in der Volumenabnahme des Zementsteins während der

Hydratation – dem sog. „Schwinden“ – und deren Behinderung durch die eingeschlossenen Zuschlagskörner. Hierdurch wird ein Eigenspannungsfeld innerhalb des Betongefüges hervorgerufen. Die Schwindrisse häufen sich an den Kontaktstellen zwischen Zuschlagskorn und Zementstein.

Erfolgt nun eine Belastung der Zugprobe, so ist der Betonsteifigkeitsmodul zunächst konstant. Bei ungefähr 60% der makroskopischen Zugfestigkeit  $f_{ct}$  wird der Beton weicher und es entstehen, gleichmäßig über das Betonvolumen verteilt und orthogonal zur Beanspruchungsrichtung („Mode I“), Mikrorisse. Diese nehmen von den Schwindrissen aus ihren Ursprung (vgl. Bild 4.1a).

Aufgrund gewisser Stör- oder Schwachstellen im Beton (z.B. Luftporen), bzw. stochastischer Schwankungen der Zugfestigkeit, konzentrieren sich die Mikrorisse kurz vor Erreichen der makroskopischen Zugfestigkeit innerhalb eines schmalen Bands – dem sog. „Mikrorissband“ (vgl. Bild 4.1b). Im Mikrorissband werden daher die Dehnungen zunehmend größer als in den übrigen Zugprobenabschnitten.

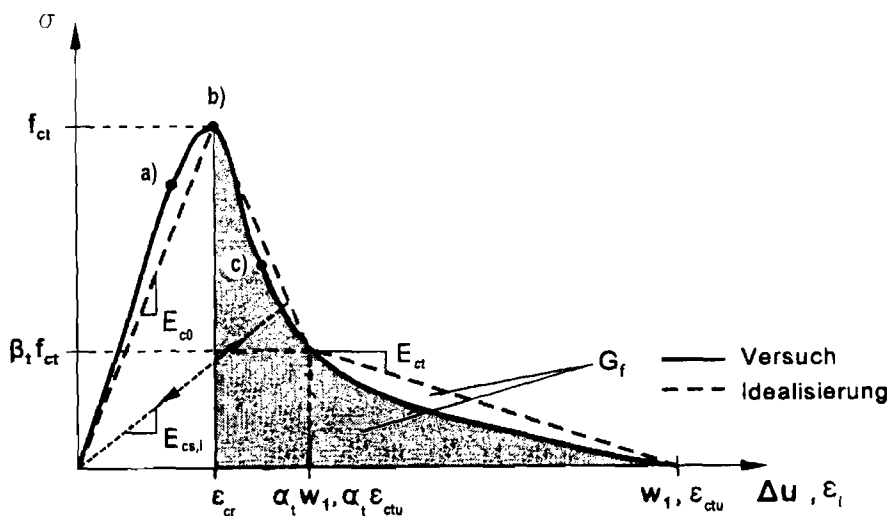


Bild 4.2: Reale Spannungs-Verformungs-Beziehung und trilineare Approximation für uniaxialen Zug [1]

Bei weiterer Belastung verkleinert sich die vom Probekörper aufnehmbare Zugkraft wieder und der Beton entfestigt sich (strain softening). Die kritische Dehnung  $\varepsilon_{cr}$  (siehe Bild 4.2) wird dabei überschritten. Zeitgleich mit der Entfestigung beginnt sich der Bereich neu



entstehender Mikrorisse zu verschmälern und schließlich ist ein durchgehender Makroriss – eine Diskontinuität im Dehnungsfeld – zu sehen (vgl. Bild 4.1 c).

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von Beton ist in Bild 4.2 dargestellt. Die für das numerische Modell verwendete trilineare Näherung ist an den gestrichelten Linien zu erkennen. Den rechten, grau hinterlegten Entfestigungsbereich erhält man z.B. unter Auftragung der inneren Energie  $E$ . Die Dehnung  $\varepsilon$  strebt im Makrorissbereich strenggenommen gegen unendlich. Messtechnisch wird nicht die über die Probenhöhe  $l_0$  veränderliche Dehnung berechnet, sondern nur die mittlere Dehnung, die sich aus der Relativverschiebung der Probenunter- und Probenoberseite ergibt. Daher ist die Spannung  $\sigma$  besser auf die Rissbreite  $w$  zu beziehen. Das Integral über die Rissweite im abfallenden Kurvenast entspricht der Bruchenergie  $G_f$ , die als Materialkonstante angesehen wird. HILLERBORG et al. [22] definieren in ihrem „**fictitious crack**“ Modell die GrenZRissbreite  $w_1$  als diejenige Breite, bei der die Rissspannung auf einen Wert von Null abgefallen ist (vgl. Bild 4.2 und Bild 4.3). Die Bestimmung des Schnittpunkts der beiden fallenden Approximations-geraden aus Bild 4.2 wird u.a. bei AKKERMANN [1] näher behandelt und mit Hilfe der Beiwerte  $\alpha_t$  und  $\beta_t$  zu  $\{\alpha_t w_1; \beta_t f_{ct}\}$  angegeben.

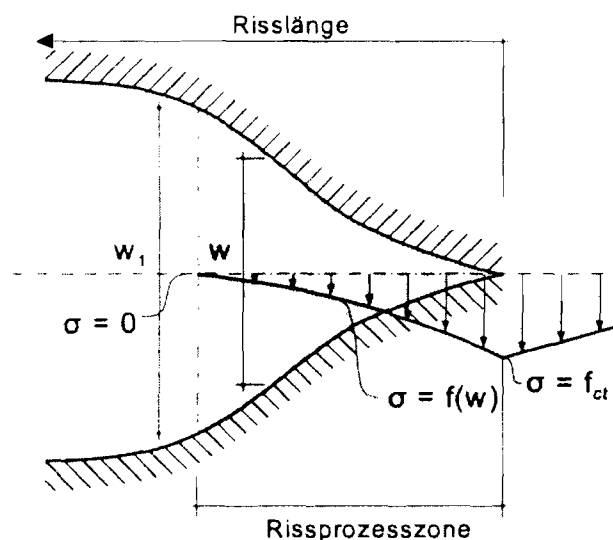


Bild 4.3: Das „fictitious crack“ Modell nach HILLERBORG aus [1]

Die im Betonkörper gespeicherte Energie  $E$  lässt sich nach FUCHS [21] in zwei Anteile, die elastische Formänderungsenergie  $U$  und die zur Rissbildung erforderliche Rissoberflächenenergie  $O$  (Bruchenergie  $G_f$ ) zerlegen (siehe Gl. (4.2)).

$$E = U + O = \text{Minimum} \quad \text{Gl. (4.2)}$$

Nach FUCHS [21] wird die Rissbildung dadurch beschrieben, dass die am Bauteil wirkende Energie  $E$  einem Minimum zustrebt. Solange das Freisetzen und Schaffen neuer Energien miteinander im Gleichgewicht stehen, bezeichnet man dies als sog. „stabiles“ Risswachstum. Übersteigen die freigesetzten elastischen Energieanteile die für die Erhaltung des Energiegleichgewichts notwendige Oberflächenenergie, so spricht man von „instabilem“ Risswachstum. Das Ungleichgewicht führt schließlich zum Versagen.

#### 4.2.2 Das „crack band“ Modell

Unter einem „crack band“ Modell versteht man die verschmierte Abbildung von Rissen in einer numerischen Analyse, d.h. es werden keine diskreten Risse durch beispielsweise Trennen von Elementknoten erzeugt. Die fiktiven Risse, die innerhalb eines Elementes entstehen, erzeugen vielmehr lokale Bereiche großer Dehnungen, die auch als „crack band“ bezeichnet werden. Nach BAZANT und OH [23] geht dem eigentlichen (diskreten) Riss eine „Rissprozesszone“ der Länge  $l_c$  und Breite  $b_c$  voraus. Die Breite liegt nach Angabe dieses Autors in einer Größenordnung des dreifachen Größtkorndurchmessers, die Länge entspricht ungefähr dem vierfachen Korndurchmesser (siehe Bild 4.4). HILLERBORG hingegen gibt die Risszonenlänge mit 50 bis 100 mm an, die nur in Ausnahmefällen überschritten wird.

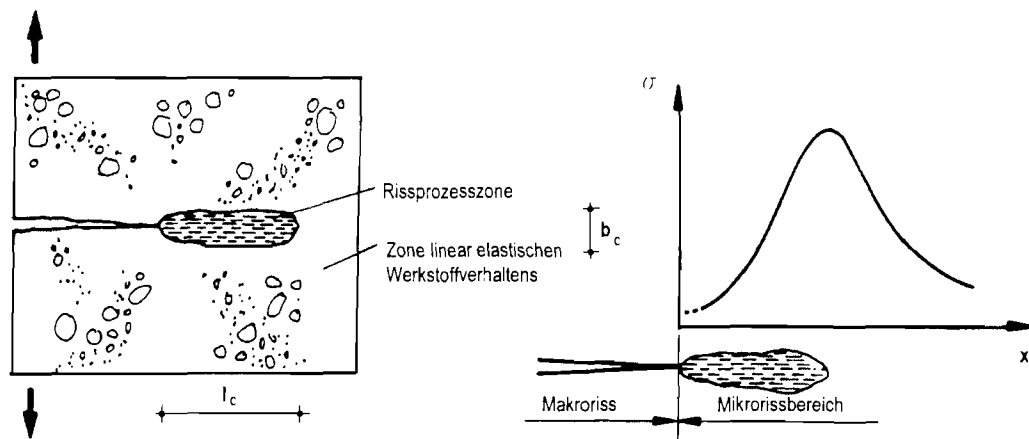


Bild 4.4: Mikrorissorientiertes Bruchmodell und zugehöriger Spannungsverlauf [21]

Für die Umsetzbarkeit im Rahmen einer rechnerbasierten Analyse bedeutet dies, dass sich das Mikrorissband über die komplette Breite eines finiten Elements erstrecken muss. Mit anderen Worten, die Kontinuumselemente reißen jeweils vollständig (siehe Bild 4.5). Die Mikrorisse sind somit über das gesamte Element „verschmiert“.

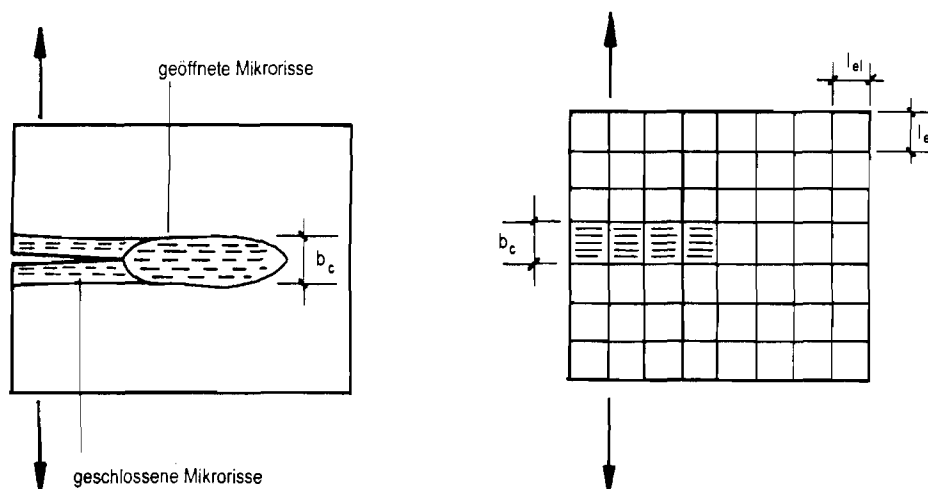


Bild 4.5: Bruchmodell nach BAZANT aus [21]

Damit verknüpft ist ein Phänomen, das mit der Netzfeinheit bzw. der Elementlänge  $l_{el}$  korreliert. Die zur Rissbildung erforderliche Bruchenergie  $G_f$  ist eine flächenbezogene Einflussgröße. Das bedeutet auf die Kontinuumselemente übertragen, je kleiner die

Elementlänge  $l_{el}$  bei der Diskretisierung gewählt wird, umso geringer wird die zur Rissbildung benötigte Energie. Dieses Problem lässt sich vermeiden, indem die quer zum Riss zu ermittelnde Rissdehnung  $\varepsilon_c$  über den Quotienten aus Gl. (4.3), gebildet aus der theoretischen Rissweite  $w$  und der charakteristischen Elementlänge  $l_{ch}$ , bestimmt wird<sup>3)</sup>.

$$\varepsilon_c = \frac{w}{l_{ch}} \quad \text{Gl. (4.3)}$$

wobei 
$$l_{ch} = \sqrt{A_{el}} \quad \text{Gl. (4.4)}$$

Für den Wert von  $A_{el}$  ist in Gl. (4.4) die Fläche des zweidimensionalen Kontinuums-elements einzusetzen. Im Falle quadratischer Elemente entspricht  $l_{ch}$  gerade der Elementlänge  $l_{el}$ . Leider erhält man im Allgemeinen nur bei parallel zu den Elementkanten verlaufenden Rissen eine volle Netz- bzw. Diskretisierungsunabhängigkeit.

Die Grenzzrissweite  $w_1$  lässt sich auf geometrischem Weg aus Bild 4.2 über die Bruchenergie (entspricht den grau hinterlegten Teilflächen) wie folgt herleiten:

$$G_f \equiv A$$

$$G_f = \left[ \frac{1}{2} \times \beta_i \times f_{ct} \times (w_1 - \alpha_i \times w_1) \right] + \left[ \frac{f_{ct} + \beta_i \times f_{ct}}{2} \times \alpha_i \times w_1 \times f_{ct} \right]$$

$$G_f = \frac{1}{2} \times f_{ct} \times w_1 \times [\beta_i \times (1 - \alpha_i) + \alpha_i \times (1 + \beta_i)]$$

$$G_f = \frac{1}{2} \times f_{ct} \times w_1 \times [\beta_i - \beta_i \times \alpha_i + \alpha_i + \alpha_i \times \beta_i]$$

$$G_f = \frac{1}{2} \times f_{ct} \times w_1 \times [\alpha_i + \beta_i] \quad \Leftrightarrow \quad w_1 = \frac{2 \times G_f}{f_{ct} \times (\alpha_i + \beta_i)} \quad \text{Gl. (4.5)}$$

Die sog. „fiktive Rissdehnung“  $\varepsilon_{ctu}$  wird durch Einsetzen von die Gl. (4.5) in Gl. (4.3) erhalten.

<sup>3)</sup> Eine konstante Bruchenergie  $G_f$  wird hierbei unterstellt.

$$\varepsilon_{ctu} = \frac{2 \times G_f}{(\alpha_t + \beta_t) \times f_{ct} \times l_{ch}} = const. \quad \text{Gl. (4.6)}$$

### 4.2.3 Das verschmierte Risskonzept nach AKKERMANN

AKKERMANN's [1] Rissmodell ist eine Kombination aus dem „fictitious crack“ Modell und dem „crack band“ Modell.

Wie aus Bild 4.2 zu erkennen ist, lässt sich das Zugverhalten von Beton durch eine ansteigende Gerade (E-Modul:  $E_{c0}$ ), gefolgt von einem bilinearen softening mit jeweils konstanten Tangentenmoduln  $E_{ct,i}$  und dem zugehörigen, rissweitenabhängigen Sekantensteifigkeitsmodul  $E_{cs,i}$  annähern. AKKERMANN [1] erweitert diese drei Bereiche noch um einen vierten. Aus numerischen Gründen werden oberhalb der Rissbreite  $w_1$  noch geringfügige Reststeifigkeiten in das Berechnungsmodell eingearbeitet. Die jeweiligen Tangenten- und Sekantensteifigkeiten sind den Gleichungen Gl. (4.7) bis Gl. (4.13) zu entnehmen.

**Bereich 1**, gilt für  $\varepsilon_i \in [0, \varepsilon_{cr}]$ :

$$E_{cs,i} = E_{ct} \equiv E_{c0} = const. \quad \text{Gl. (4.7)}$$

**Bereich 2**, gilt für  $\varepsilon_i \in (\varepsilon_{cr}, \{\varepsilon_{cr} + \alpha_t \times \varepsilon_{ctu}\}]$ :

$$E_{ct,i} \equiv E_{soft1} = (\beta_t - 1) \times \frac{f_{ct}}{\alpha_t \times \varepsilon_{ctu}} = const. \quad \text{Gl. (4.8)}$$

$$E_{cs,i} = E_{soft1} + \frac{\left(1 - \frac{E_{soft1}}{E_{c0}}\right) \times f_{ct}}{\varepsilon_i} \quad \text{Gl. (4.9)}$$

**Bereich 3**, gilt für  $\varepsilon_i \in (\{\varepsilon_{cr} + \alpha_t \times \varepsilon_{ctu}\}, \{\varepsilon_{cr} + \varepsilon_{ctu}\}]$ :

$$E_{ct,i} \equiv E_{soft2} = (0,001 - \beta_t) \times \frac{f_{ct}}{(1 - \alpha_t) \times \varepsilon_{ctu}} = const. \quad \text{Gl. (4.10)}$$

$$E_{cs,i} = E_{soft2} - \frac{(\varepsilon_{cr} + \alpha_t \times \varepsilon_{ctu}) \times E_{soft2} - \beta_t \times f_{ct}}{\varepsilon_i} \quad \text{Gl. (4.11)}$$

**Bereich 4**, gilt für  $\varepsilon_i \in (\{\varepsilon_{cr} + \varepsilon_{ctu}\}, \infty)$ :

$$E_{ct,i} = 10^{-3} \cong 0 \quad \text{Gl. (4.12)}$$

$$E_{cs,i} = \frac{0,001 \times f_{ct}}{\varepsilon_i} \cong 0 \quad \text{Gl. (4.13)}$$

AKKERMANN [1] verwendet eine Kombination aus fixiertem und mitrotierenden Rissen.

- *Fixierte, orthogonale Risse*

Die Bezeichnung macht deutlich, dass ein Riss nach dessen Entstehung seine Orientierung beibehält. Auch unter fortschreitender Belastung und sich ändernden Hauptdehnungsrichtungen, wird die Rissrichtung beibehalten. Eine erneute Rissbildung innerhalb eines Kontinuumelements kann nur senkrecht zu der ersten erfolgen, vorausgesetzt, dass sich die Hauptdehnungsrichtung konträr zur ursprünglichen (bei Rissbildung) verändert hat. Der *Schwellenwinkel*  $\Phi_r$ , als Maß der Richtungsabweichung zwischen der Hauptzugdehnung und der Rissrichtung, muss demnach  $90^\circ$  betragen Bild 4.6. Meist sind die Strukturantworten, die hieraus gewonnen werden, zu *steif*. Deswegen werden häufig mitrotierende Risse verwendet.

- *Mitrotierende Risse*

Bei der Theorie der mitrotierenden Risse wählt man den Wert des Schwellenwinkels  $\phi_r$  infinitesimal klein, lässt ihn also gegen Null streben. Die Rissrichtung passt sich somit ständig den Hauptdehnungsrichtungen an Bild 4.6. Die Hauptspannungs- und Hauptdehnungsrichtungen bleiben hier auch nach der Rissbildung einander koaxial. Es ergeben sich *weichere* Strukturantworten als beim vorherigen Fall.

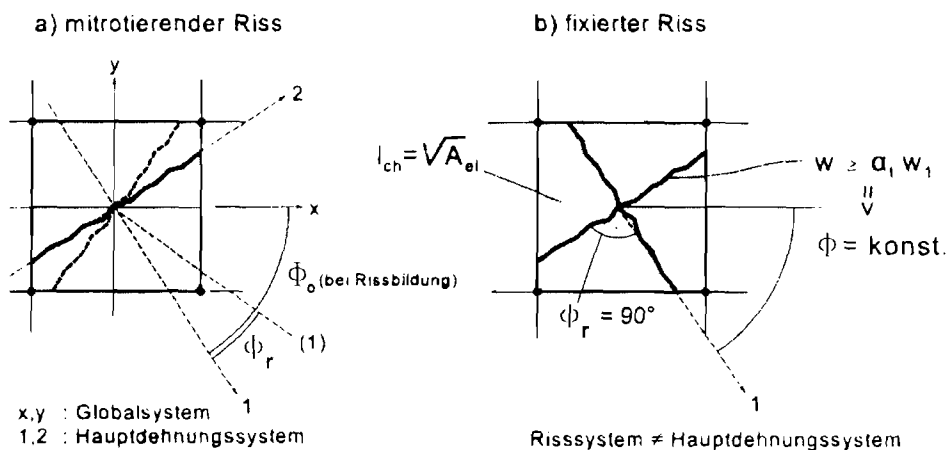


Bild 4.6: Schwellenwinkel  $\phi_r$

AKKERMANN [1] verknüpft diese beiden Methoden in seinem Werkstoffgesetz miteinander, indem er ein Kriterium gemäß Gl. (4.14) einführt, bei dem nach Überschreiten einer bestimmten Reißdehnung

$$w_{rot-fix} \equiv \alpha_1 \times w_1 \quad \text{Gl. (4.14)}$$

die Rissrichtung konstant bleibt. Die Übergangsrissbreite  $w_{rot-fix}$  wird über den Schnittpunkt der beiden Entfestigungsgeraden definiert (vgl. Bereich 2 und Bereich 3 nach Gl. (4.8) bis Gl. (4.11) und siehe Bild 4.2). Der Vorteil ist, dass AKKERMANN [1] bis zu dieser Rissbreite ( $w < w_{rot-fix}$ ) mitrotierende Risse ermöglicht, so dass ein *nur numerisch bedingtes* Erreichen der Zugfestigkeit nicht zu einer zwangsläufigen Festlegung der Rissrichtung führt. Oberhalb dieses Übergangskriteriums ( $w > w_{rot-fix}$ ) ist der Riss als fixiert anzusehen, wodurch physikalisch unsinnige Rissverläufe vermieden werden sollen, denn die

Rotationswinkel der Risse sind nach der Rissentstehung nicht beliebig variabel. Eine erneute Rissbildung (wenn auch nur orthogonal dazu) ist weiterhin im Kontinuum möglich.

Der Tangenschubmodul  $G_{ct}$  im Falle mitrotierender Risse, durch zwei beliebige Punkte mit dem Abstand  $\Delta x$ , lässt sich aus den trigonometrischen Beziehungen des Mohr'schen Spannungskreises (vgl. u.a. SCHNELL et al. [18]) für die Hauptspannungs- bzw. für die Hauptdehnungsneigung über deren Gleichsetzen bestimmen. Bei der Herleitung von Gl. (4.15) wird der Richtungswinkel der Hauptspannung mit  $\varphi$  und der der Hauptdehnung mit  $\vartheta$  bezeichnet.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(2 \times \varphi) &= \operatorname{tg}(2 \times \vartheta) \\ \frac{2 \times (\Delta \tau_{12})}{(\sigma_1 + \Delta \sigma_{11}) - (\sigma_2 + \Delta \sigma_{22})} &= \frac{(\Delta \gamma_{12})}{(\varepsilon_1 + \Delta \varepsilon_{11}) - (\varepsilon_2 + \Delta \varepsilon_{22})} \\ G_{ct} = \frac{\Delta \tau_{12}}{\Delta \gamma_{12}} &= \frac{(\sigma_1 + \Delta \sigma_{11}) - (\sigma_2 + \Delta \sigma_{22})}{2 \times [(\varepsilon_1 + \Delta \varepsilon_{11}) - (\varepsilon_2 + \Delta \varepsilon_{22})]} \end{aligned} \quad \text{Gl. (4.15)}$$

Um bei der Annahme der fixierten Risse, das *Problem der Übertragung einer Restschubspannung* bei weit geöffneten Rissen zu umgehen, werden in der Berechnung des Sekantenschubmoduls  $G_{cs}(t)$  die Schubreduktionsfaktoren  $\eta_{\tau,i}$  verwendet (siehe Gl. (4.16) bis Gl. (4.18)).

$$G_{cs}(t) = \eta_{\tau,1} \times \eta_{\tau,2} \times \frac{E_{cs,c}(t)}{2 \times (1 + \nu_0)} \quad \text{Gl. (4.16)}$$

$$\text{wobei} \quad \eta_{\tau,1} = \left(1 - \frac{w_i}{w_1}\right)^\mu, \quad 0 \leq w_i \leq w_1 \quad \text{Gl. (4.17)}$$

$$\text{und} \quad \eta_{\tau,2} = 0, \quad w_1 \leq w_i \quad \text{Gl. (4.18)}$$



In Gl. (4.16) steht  $E_{cs,c}(t)$  für die Steifigkeit des ungerissenen Betons zum Zeitpunkt  $t$ ,  $\nu_0$  für die als konstant anzunehmende Poissonzahl und  $\mu$  für einen frei wählbaren Exponenten.

### **4.3 Beton unter Druckbeanspruchung**

#### **4.3.1 Rissbildungs- und Entfestigungsmechanismen**

Das Betondruckverhalten ist u.a. von VAN MIER [24] anhand *uniaxialer* Prismendruckversuche näher untersucht worden. Er verwendete dabei Betonprismen mit der Grundfläche  $100 \times 100 \text{ cm}^2$  und unterschiedlichen Höhen (50, 100 und 200 cm). Die gewonnenen (normierten) Spannungs-Dehnungs-Kurven sind in Bild 4.7 dargestellt. Tendenziell ist festzustellen, dass hohe bzw. schlanke Prismen bei geringeren Belastungswerten versagen als gedrungene. Dies hängt zum einen damit zusammen, dass die Betonprismen im Übergangsbereich zu den Endplatten – infolge der Dehnungsbehinderung – unter mehraxialem Druck stehen und zum anderen gewinnen – bei schlankeren Prismen – zunehmend Knickvorgänge an Bedeutung. Der normierte Spannungsverlauf ( $\sigma_1/f_{c0}$ ) ist bis zum Erreichen der Höchstlast nahezu für alle Prismenschlankheiten gleich. Zu Beginn der Lastaufnahme verhält sich der Beton, bis zu einem Spannungswert von etwa 40% der Druckfestigkeit, annähernd linear<sup>4)</sup>.

Bis zum Erreichen die Zugfestigkeit  $f_{c0}$  erreicht ist, sind die (normierten) Kurvenverläufe quasi identisch (siehe Bild 4.7). Der Spannungsabfall nach Erreichen der Betondruckfestigkeit  $f_{c0}$  fällt bei gedrungenen Prismen *geringer* aus als bei den schlankeren.

---

<sup>4)</sup> So ist im EC2 und EC4 der Elastizitätsmodul  $E_{cm}$  als Sekantenmodul zwischen den Spannungen  $\sigma_c=0$  und  $\sigma_c=0,4x_{fk}$  definiert.

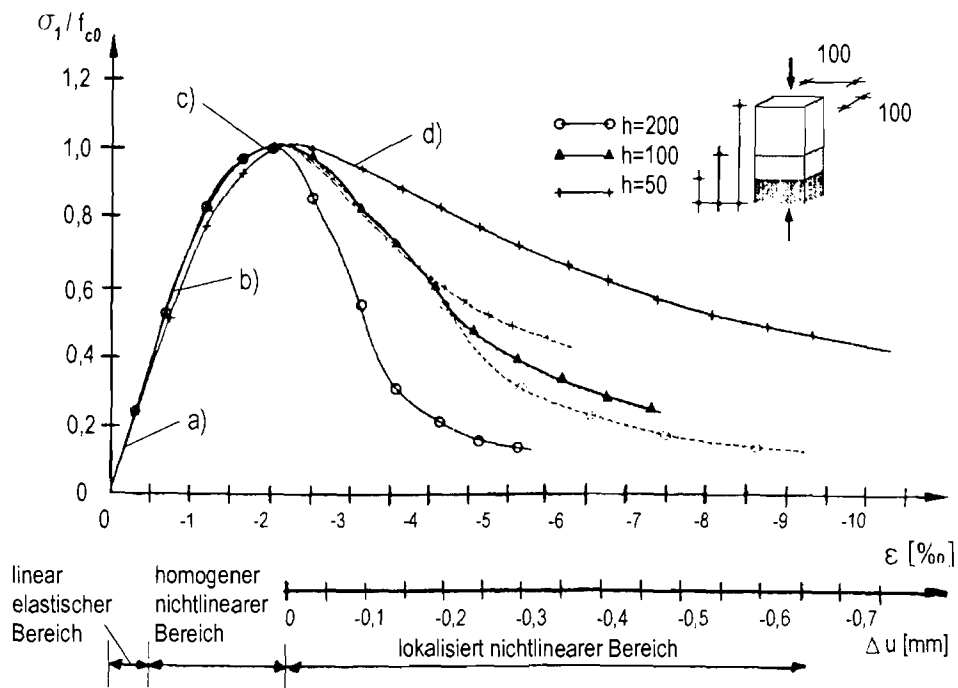


Bild 4.7: Prismendruckversuche nach VAN MIER aus [1]

Analysiert man die bruchmechanischen Rissbildungsvorgänge, so ist bei Überschreiten des 50%-tigen Maximallastwerts – in Verbindung mit dem nichtlinearen Verhalten des Probekörpers – zu erkennen, dass die Mikrorisschädigung entlang der Zuschlag-Zementstein-Kontaktzonen zunimmt. Die Rissverläufe gehen ab ungefähr 80% der Druckfestigkeit auch in die Zementsteinmatrix über (siehe HILSDORF [25]) und stellen sich bei weiterer Laststeigerung vornehmlich orthogonal zu den Hauptzugspannungen ein, also parallel zur äußeren Belastung (vgl. Bild 4.8). Die Mikrorisse vereinigen sich und führen letztendlich zur Ausbildung von Makrorissen. Durch die durchgehenden Makrorisse wird das Betongefüge schließlich nach Überschreitung der makroskopischen Druckfestigkeit in einzelne Sektionen unterteilt. Zum Prismeninneren hin nimmt die Risshäufigkeit ab. Dies kann mit der verminderten Schädigung infolge Schwindens und der seitlichen Abstützung durch die äußeren Probekörperbereiche begründet werden. Es bilden sich demnach sog. „Betonsäulen“ aus. Die Höchstlast und das Rissbildungsverhalten im Entfestigungsabschnitt wird in erster Linie durch die Stabilität dieser Säulen hervorgerufen. Man kann somit den Versagensmechanismus als einen durch Knicken hervorgerufenen Stabilitätsverlust betrachten.

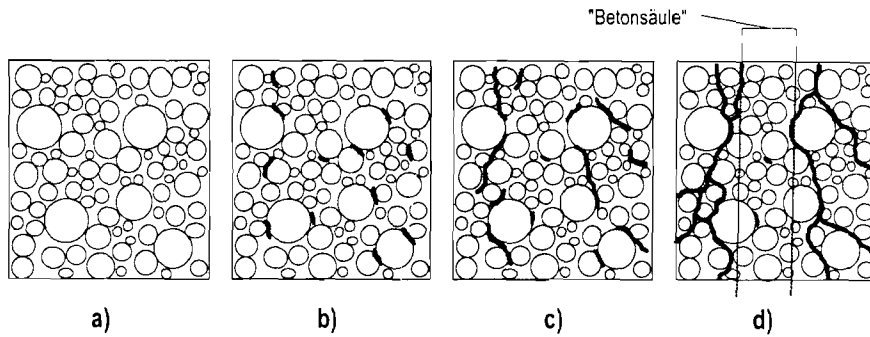


Bild 4.8: Risswachstum unter uniaxialer Druckbelastung

VONK gibt in [26] zu bedenken, dass auch für den Fall des einaxialen Drucks die Spannungen statt auf die „nominalen“ (d.h. gemittelten) Dehnungen besser auf die Verformungen zu beziehen sind. Denn: bei den hohen Versuchskörpern ist festzustellen, dass sich die Makrorissbildung, und somit die Ausbildung der Betonsäulen, nicht gleichmäßig über die Prismenhöhe verteilt, sondern auf einen gewissen Höhenabschnitt lokal konzentriert.

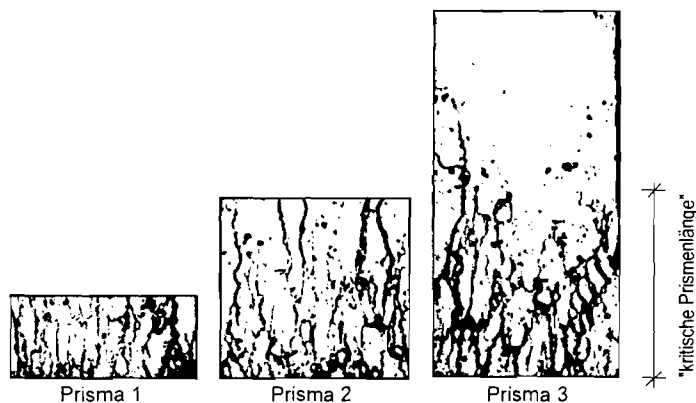


Bild 4.9: Bruchbilder einaxialer Prismendruckversuche an Prismen unterschiedlicher Höhe nach VONK aus [1]

In Bild 4.9 sind die Druckversagenszonen an den schwarzen Rissen erkennbar. Die charakteristische Höhe des Schädigungsbereichs wird „kritische Knicklänge“ genannt. Die Maximallängen der Betonsäulen können jeweils diesen Höchstwert nicht überschreiten, ohne dass es dabei zu einem Stabilitätsverlust kommt. Während in Bild 4.9 die Risszonen von „Prisma 1“ und „Prisma 2“ noch über die gesamte Prismenhöhe verlaufen, ist die Risszone bei „Prisma 3“ auf einen kleineren Bereich begrenzt. Die Höhe dieser Risszone

ist im Allgemeinen nahezu äquivalent zu der Prismenbreite und wird als „kritische Knicklänge“ bezeichnet.

### 4.3.2 Das biaxiale Spannungsmodell

Die uniaxiale Druckfestigkeit  $f_{c0}$  und die uniaxiale Zugfestigkeit  $f_{ct}$  alleine reichen nicht aus, um das Betonverhalten unter der Annahme eines ebenen Spannungszustands beschreiben zu können. Zwar liegt man unter Verwendung der einaxialen Betondruckfestigkeit für den Fall, dass sich beide Hauptspannungen im Druckbereich befinden, auf der sicheren Seite, aber besonders die Spannungskonstellationen bei denen in der einen Hauptachsenrichtung Druckspannungen und in der anderen Zugspannungen auftreten, wirken sich besonders ungünstig auf das Betontragverhalten aus Bild 4.10.

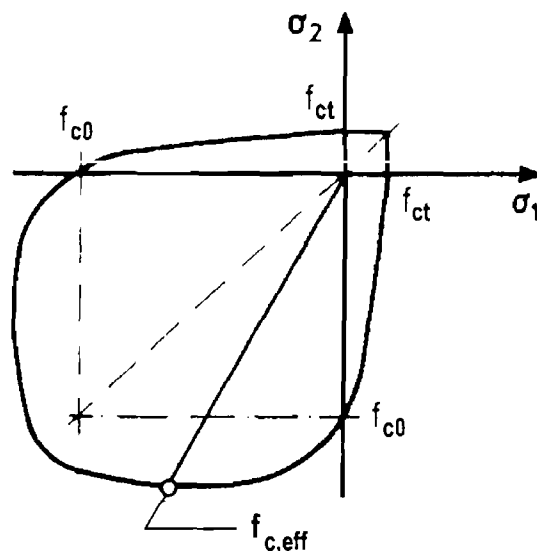


Bild 4.10: Beton-Versagenskurve für den ebenen Spannungszustand nach KUPFER aus [21]

Die in Bild 4.10 skizzierte Beton-Versagenskurve lässt sich nach AKKERMANN [1] durch die Beziehungen von Gl. (4.19) bis Gl. (4.21) ausdrücken. Erwähnenswert ist, dass in Gl. (4.20) nicht das Spannungsverhältnis  $\sigma_2/\sigma_1$ , sondern der aus den Dehnungen gebildete Verhältnisswert  $\varepsilon_2/\varepsilon_1$  Anwendung findet.

$$\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq 0: \quad \eta_c = \frac{1 + 3,65 \times \frac{\sigma_2}{\sigma_1}}{\left(1 + \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2} \quad \text{Gl. (4.19)}$$

$$\sigma_1 \leq 0 \leq \sigma_2: \quad \eta_c = \frac{1 + 3,28 \times \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}{\left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)^2} \geq 0,65 \quad \text{Gl. (4.20)}$$

Mit dem Beiwert  $\eta_c$  und der uniaxialen Druckfestigkeit  $f_{c0}$  bzw. der zugehörigen Betondehnung  $\varepsilon_{c1}$  kann die biaxiale Festigkeit  $f_{c,eff}$  bzw. die entsprechende biaxiale Bruchdehnung  $\varepsilon_{c,eff}$  berechnet werden (siehe Gl. (4.21) bis Gl. (4.23)).

$$\forall \sigma_i \in \mathfrak{R} \text{ gilt:} \quad f_{c,eff} = \eta_c \times f_{c0} \quad i=1;2 \quad \text{Gl. (4.21)}$$

$$\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq 0: \quad \varepsilon_{c,eff} = (3 \times \eta_c - 2) \times \varepsilon_{c1} \quad \text{Gl. (4.22)}$$

$$\sigma_1 \leq 0 \leq \sigma_2: \quad \varepsilon_{c,eff} = \eta_c \times \varepsilon_{c1} \quad \text{Gl. (4.23)}$$

Für die Beschreibung des Materialverhaltens unter Druckbelastung wird eine „skalare“ Schädigung  $D_c$  eingeführt, die sich aus der *dehnungsabhängigen* Sekantensteifigkeit  $E_{cs,c}$  und dem *konstanten* Anfangssteifigkeitsmodul  $E_{c0}$  nach Gl. (4.24) ergibt.

$$D_c = 1 - \frac{E_{cs,c}}{E_{c0}} \quad \text{Gl. (4.24)}$$

Ähnlich zu den Beziehungen des Zugmodells (vgl. *Abschnitt 4.2*) lässt sich auch für das biaxiale Druckmodell eine Einteilung in vier unterschiedliche Bereiche vornehmen. Hierzu werden idealisierend die aus dem biaxialen Dehnungszustand resultierende sog. „äquivalente uniaxiale Dehnung“  $\tilde{\varepsilon}_c$  und die den Einfluss einer Druckzonenumschnürung wiedergebende Dehnungsdifferenz  $\Delta\varepsilon_{con}$  für die Berechnungsformeln verwendet.

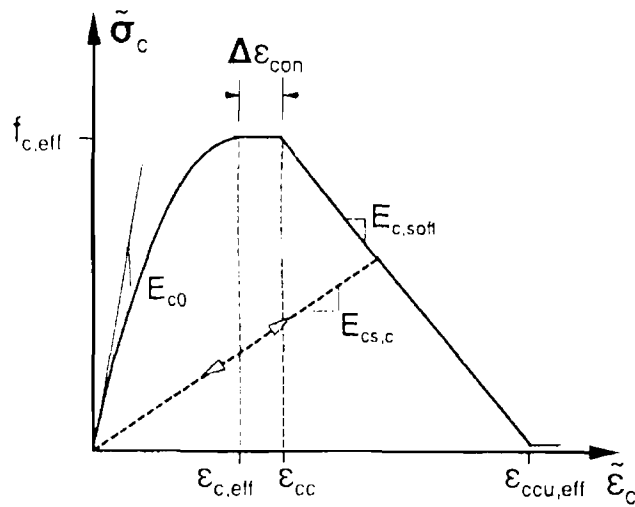


Bild 4.11: Vereinfachte uniaxiale Spannungs-Dehnungs-Kurve für Beton unter Druckbelastung [1]

**Bereich 1**, gilt für  $0 > \tilde{\epsilon}_c \geq \epsilon_{c,eff}$ :

$$E_{ct,c} = f_{c,eff}^2 \times \frac{\epsilon_{c,eff} \times \left( E_{c0} \times \epsilon_{c,eff}^2 - 2 \times \tilde{\epsilon}_c \times f_{c,eff} - E_{c0} \times \tilde{\epsilon}_c^2 + \frac{2 \times \tilde{\epsilon}_c^2 \times f_{c,eff}}{\epsilon_{c,eff}} \right)}{\left( f_{c,eff} \times \epsilon_{c,eff} + E_{c0} \times \tilde{\epsilon}_c \times \epsilon_{c,eff} - 2 \times \tilde{\epsilon}_c \times f_{c,eff} \right)^2} \quad \text{Gl. (4.25)}$$

$$E_{cs,c} = \frac{E_{c0} - f_{c,eff} \times \frac{\tilde{\epsilon}_c}{\epsilon_{c,eff}^2}}{1 + \frac{E_{c0} \times \tilde{\epsilon}_c}{f_{c,eff}} - 2 \times \frac{\tilde{\epsilon}_c}{\epsilon_{c,eff}}} \quad \text{Gl. (4.26)}$$

**Bereich 2**, gilt für  $\epsilon_{c,eff} > \tilde{\epsilon}_c \geq \epsilon_{cc} = \epsilon_{c,eff} + \Delta\epsilon_{con}$ :

$$E_{ct,c} = 10^{-3} \cong 0 \quad \text{Gl. (4.27)}$$

$$E_{cs,c} = \frac{f_{c,eff}}{\tilde{\epsilon}_c} \quad \text{Gl. (4.28)}$$

**Bereich 3**, gilt für  $\varepsilon_{cc} > \tilde{\varepsilon}_c \geq \varepsilon_{ccu,eff}$ :

$$E_{ct,c} \equiv E_{c,soft} \quad \text{Gl. (4.29)}$$

$$E_{cs,c} = \frac{f_{c,eff}}{\tilde{\varepsilon}_c} + E_{c,soft} \times \left( 1 - \frac{\varepsilon_{cc}}{\tilde{\varepsilon}_c} \right) \quad \text{Gl. (4.30)}$$

**Bereich 4**, gilt für  $\varepsilon_{ccu,eff} > \tilde{\varepsilon}_c$ :

$$E_{ct,c} = 10^{-3} \cong 0 \quad \text{Gl. (4.31)}$$

$$E_{cs,c} = \frac{f_{c,eff} \times 10^{-3}}{\tilde{\varepsilon}_c} \cong 0 \quad \text{Gl. (4.32)}$$

In der *Gl. (4.29)* wird der Softeningmodul  $E_{c,soft}$  als Tangentensteifigkeitsmodul innerhalb des „Bereich 3“ definiert. In Anlehnung an *Abschnitt 4.2.1* ist dieser am zutreffendsten über einen bruchenergetischen Ansatz bestimmbar. Die *Gl. (4.33)* gibt nur das Resultat dieser Betrachtung wieder; näheres ist AKKERMANN [1] zu entnehmen.

$$E_{c,soft} = \frac{f_{c0} \times 10^{-3} - f_{c,eff}}{\varepsilon_{ccu,eff} - \varepsilon_{cc}} \quad \text{Gl. (4.33)}$$

### 4.3.3 Nichtlokale Druckschädigung

Ein Nachteil – wie bereits in *Abschnitt 4.2* erwähnt – der im Rahmen einer FEM-Diskretisierung elementbezogenen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen besteht darin, dass sich das Versagen immer nur auf ein Element konzentriert. Dies führt im Allgemeinen zu unrealistisch kleinen Druckversagenszonen. Als Charakteristikum für die Länge dieser Zone wird der Wert  $L_d$  eingeführt.

Um diesem Problem entgegenzuwirken, macht AKKERMANN in [1] einen sog. „**nichtlokalen Ansatz**“ bei der Ermittlung der Schädigung.

Ziel ist es zunächst mit Hilfe einer *rotationssymmetrischen* Gewichtung, die der Form nach der „Gaußschen Glockenkurve“ ähnelt, die Schädigung  $D_c$  über das geschädigte Element hinaus auf die Nachbarbereiche zu übertragen. Die Gewichtung, die nur die druckschädigungserzeugenden Dehnungen beinhaltet, wird über die Einflussfunktion der Gl. (4.35) erreicht Bild 4.12.

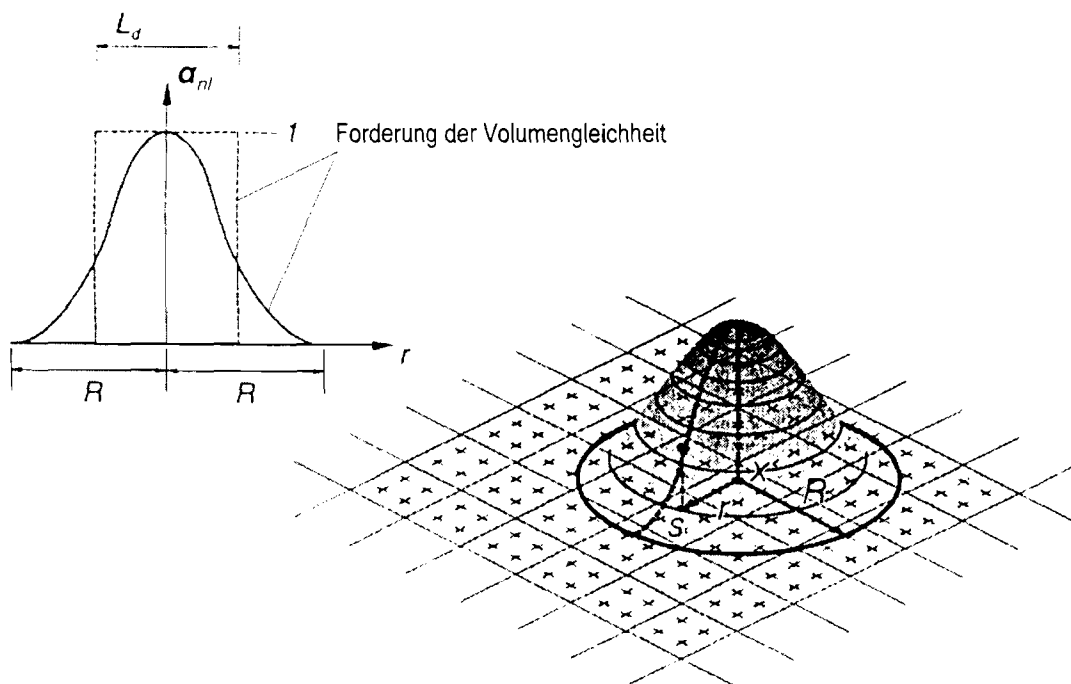


Bild 4.12: Grafische Darstellung der Einflussfunktion nach Gl. (4.35) [1]

Aus der Forderung heraus, dass die rechteckförmige und die glockenförmige Kurve aus Bild 4.12 gleiche Volumen- bzw. Flächeninhalte besitzen müssen, kann für den Zusammenhang zwischen dem Radius  $R$  der Glockenkurve und der Länge  $L_d$  folgendermaßen geschrieben werden:

$$R = \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \times L_d$$

Gl. (4.34)



$$\bar{D}_c(x) = \frac{1}{V_r(x)} \times \int_V \alpha_{nl}(s-x) \times D_c(s) dV \quad \text{Gl. (4.35)}$$

wobei für  $|s-x| \leq R$ :

$$\alpha_{nl}(s-x) = \left[ 1 - \left( \frac{|s-x|}{R} \right)^2 \right]^2 \quad \text{Gl. (4.36)}$$

und für  $|s-x| > R$ :

$$\alpha_{nl}(s-x) = 0 \quad \text{Gl. (4.37)}$$

und es gilt:

$$V_r(x) = \int_V \alpha_{nl}(s-x) dV \quad \text{Gl. (4.38)}$$

Hierbei wird die Problematik deutlich, wenn Sprünge in Dickenrichtung auftreten. Die Schädigung lässt sich nicht mehr korrekt auf die benachbarten Elemente übertragen.

Da die Schädigung  $D_c$  bei der Glockenkurve in jede beliebige Richtung vorgenommen wird, führt folglich die Annahme eines rotationssymmetrischen „Verschmierens“ zu schlechten Ergebniswerten in direkter Nähe zu Bauteilrändern. Durch das Einbringen einer Abhängigkeit von den Hauptspannungsrichtungen, lässt sich eine höhere Genauigkeit erzielen. Die Schädigungsbeeinflussung des Punkts S auf den mit dem Abstand  $r$  entfernten Punkt X nimmt zu, je eher die Druckspannungsrichtungen beider Punkte übereinstimmen.

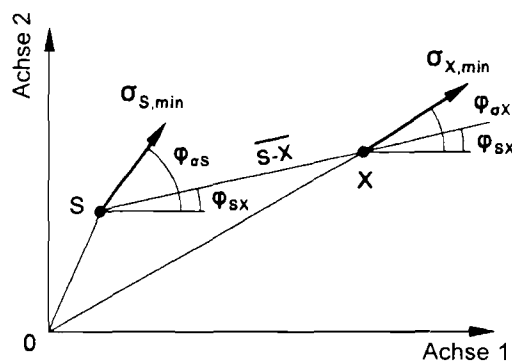


Bild 4.13: Geometrische Verhältnisse zur Bestimmung des Richtungseinflusses [1]

Der *Richtungswinkel*  $\varphi_{sx}$  ist der, den die Verbindungsgerade zwischen Punkt S und Punkt X mit der *globalen* „Achse 1“ einschließt (siehe Gl. (4.39), Gl. (4.40) und vgl. Bild 4.13).

$$\varphi_{SX} = \text{Arctg} \left( \frac{s_2 - x_2}{s_1 - x_1} \right) \quad , \text{ für } (s_1 - x) \neq 0 \quad \text{Gl. (4.39)}$$

$$\varphi_{SX} = +\frac{\pi}{2} \quad , \text{ für } (s_1 - x) = 0 \quad \text{Gl. (4.40)}$$

Die zwei Winkeldifferenzen  $\varphi_{oS}$  und  $\varphi_{oX}$  zwischen den Punkten S und X sowie den jeweiligen Druckspannungsrichtungen ergeben sich mit Hilfe der Kalibrierungswerte  $\xi$  und  $\lambda$  nach Gl. (4.41) und Gl. (4.42).

$$\alpha_{oS} = \exp \left( -\frac{|\varphi_{SX} - \varphi_{oS}|}{\xi \times (\pi / 2)} \right)^{\lambda} \quad \text{Gl. (4.41)}$$

$$\alpha_{oX} = \exp \left( -\frac{|\varphi_{SX} - \varphi_{oX}|}{\xi \times (\pi / 2)} \right)^{\lambda} \quad \text{Gl. (4.42)}$$

Die *nicht* rotationssymmetrische Einflussfunktion wird als „Weibull-Verteilung“ – entsprechend Gl. (4.43) und Bild 4.14 – ausgebildet.

$$\bar{D}_c^w(x) = \frac{1}{V_r(x)} \times \int_V \alpha_{oS}(s, x) \times \alpha_{oX}(s, x) \times [\alpha_{nl}(s - x) \times D_c(s)] dV \quad \text{Gl. (4.43)}$$

wobei 
$$V_r(x) = \int_V \alpha_{oS}(s, x) \times \alpha_{oX}(s, x) \times [\alpha_{nl}(s - x)] dV \quad \text{Gl. (4.44)}$$

Gl. (4.43) kann mit Hilfe der „Gauß-Quadratur“ in eine Summenformulierung, wie sie in Gl. (4.45) vorliegt, überführt werden.

$$\bar{D}_c^w(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n_{el}} \sum_{j=1}^{n_{int}} \alpha_{oS}(s_{ij}, x) \times \alpha_{oX}(s_{ij}, x) \times [\alpha_{nl}(s_{ij} - x) \times \bar{D}_c(s_{ij})]}{\sum_{i=1}^{n_{el}} \sum_{j=1}^{n_{int}} \alpha_{oS}(s_{ij}, x) \times \alpha_{oX}(s_{ij}, x) \times [\alpha_{nl}(s_{ij} - x)]} \quad \text{Gl. (4.45)}$$

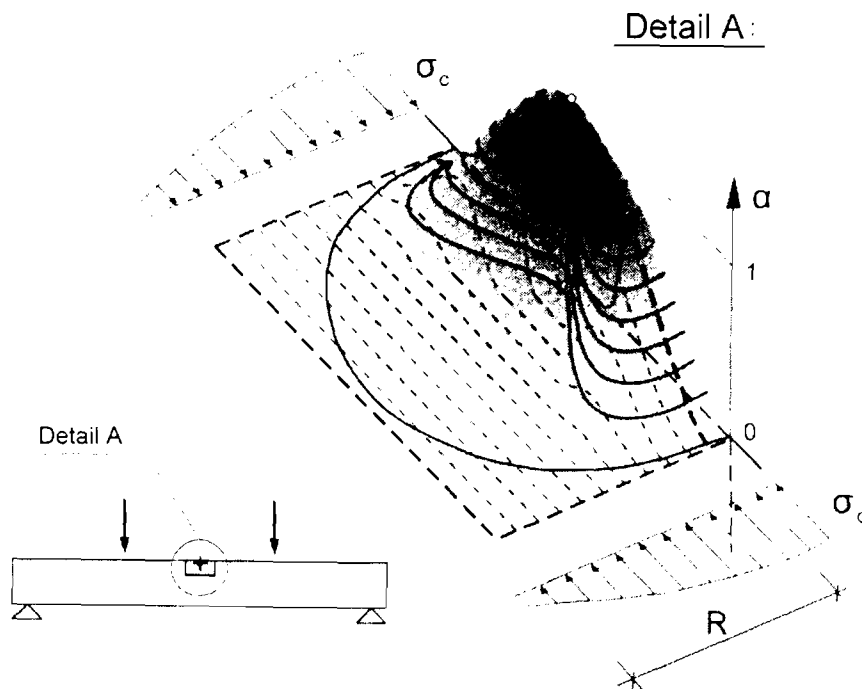


Bild 4.14: Einflussfunktion als Weibull-Verteilung nach Gl. (4.43) [1]

#### 4.3.4 Beton - Stoffmatrix für den ebenen Spannungszustand

Wie in den vorherigen Abschnitten bereits erwähnt, basiert das vorliegende Stoffgesetz auf der Annahme eines ebenen Spannungszustands, d.h. es treten generell nur die Spannungsanteile  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  und  $\tau_{12}$  auf.

AKKERMANN [1] geht von einer „totalen“ Spannungs-Dehnungs-Beziehung aus (siehe Gl. (4.46)).

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \bar{C} \times \bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.46)}$$

Die Stoffmatrix  $\bar{C}$  wird für den ungerissenen und den gerissenen Zustand formuliert.

- Für den ungerissenen Zustand wird isotropes Materialverhalten vorausgesetzt, d.h. die Sekantenstoffsteifigkeiten  $C_{11}$  und  $C_{22}$  sind identisch.

- Für den gerissenen Zustand ist die Sekantenstoffsteifigkeit  $C_{11}$  nicht zwingend gleich zu  $C_{22}$ . Das Material wird bei Rissbildung quer zur Rissrichtung entlastet,  $\nu_0$  nimmt in dieser Richtung den Wert Null an. Die anisotrope Sekantensteifigkeitsmatrix bezogen auf das Risskoordinatensystem ist in Gl. (4.48) angegeben. Dabei berechnen sich die richtungsbezogenen Sekantensteifigkeiten  $E_{cs,i}(t)$  mit dem jeweiligen Schädigungsmaximum aus der Zug- oder Druckbelastung.

$$\bar{C}_s(t) = \frac{E_{cs,c}(t)}{1-\nu_0^2} \times \begin{bmatrix} 1 & \nu_0 & 0 \\ \nu_0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_0}{2} \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.47)}$$

$$\bar{C}_s(t) = \frac{1}{1-\nu_1(t)\times\nu_2(t)} \times \begin{bmatrix} E_{cs,1}(t) & \nu_2(t)\times E_{cs,1}(t) & 0 \\ \nu_1(t)\times E_{cs,2}(t) & E_{cs,2}(t) & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_1(t)\times\nu_2(t))\times G_{cs}(t) \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.48)}$$

wobei  $\nu_i(t) = \nu_0 \times \frac{E_{cs,i}(t)}{E_{cs,c}(t)}$ ,  $i=1;2$  Gl. (4.49)

und es gilt:  $\nu_1(t)\times E_{cs,2}(t) = \nu_2(t)\times E_{cs,1}(t)$  Gl. (4.50)

Analog zu den Sekantensteifigkeitsmatrizen ergeben sich die Tangentensteifigkeitsmatrizen (siehe Gl. (4.51) und Gl. (4.52)).

$$\bar{C}_t(t) = \frac{E_{ct,c}(t)}{1-\nu_0^2} \times \begin{bmatrix} 1 & \nu_0 & 0 \\ \nu_0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_0}{2} \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.51)}$$

$$\bar{C}_i(t) = \frac{1}{1 - \nu_{i1}(t) \times \nu_{i2}(t)} \times \begin{bmatrix} E_{ct,1}(t) & \nu_{i2}(t) \times E_{ct,1}(t) & 0 \\ \nu_{i1}(t) \times E_{ct,2}(t) & E_{ct,2}(t) & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_{i1}(t) \times \nu_{i2}(t)) \times G_{ct}(t) \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.52)}$$

wobei 
$$\nu_{ii}(t) = \nu_0 \times \frac{E_{ct,i}(t)}{E_{ct,c}(t)}, \quad i=1;2 \quad \text{Gl. (4.53)}$$

Das Koordinatensystem, angegeben über die Richtungen der Hauptdehnungen, bleibt bis zur Rissbildung und der somit schon besprochenen Rissfixierung (siehe *Abschnitt 4.2.3*) das Bezugssystem. Nach dieser Fixierung ist das Koordinatensystem bestimmt über die Rissausrichtung und die Spannungs- und Dehnungsvektoren müssen in dieses Koordinatensystem transformiert werden (siehe u.a. AKKERMANN [1]).

Verwendet man die Methode der äquivalenten, uniaxialen Dehnungen nach DARVIN und PECKENOLD [27], so lässt sich die Stoffmatrix aus *Gl. (4.46)* in „entkoppelter“ Form darstellen (siehe *Gl. (4.54)*).

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{cs,1}(t) & 0 & 0 \\ 0 & E_{cs,2}(t) & 0 \\ 0 & 0 & G_{cs}(t) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_1 \\ \tilde{\varepsilon}_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.54)}$$

wobei 
$$\tilde{\varepsilon}_1 \equiv \frac{\varepsilon_{11} + \nu_2 \times \varepsilon_{22}}{1 - \nu_1 \times \nu_2} \quad \text{Gl. (4.55)}$$

und 
$$\tilde{\varepsilon}_2 \equiv \frac{\varepsilon_{22} + \nu_1 \times \varepsilon_{11}}{1 - \nu_1 \times \nu_2} \quad \text{Gl. (4.56)}$$

Für die Werte bei denen  $\tilde{\varepsilon}_i < 0$  ( $i=1;2$ ) gilt, wird Druckbelastung definiert und entsprechend für  $\tilde{\varepsilon}_i \geq 0$  ( $i=1;2$ ) Zugbelastung.

Die in *Abschnitt 4.3.2* eingeführte äquivalente Druckdehnung ergibt sich vereinfachend aus dem minimalen, schädigungserzeugenden Wert (siehe *Gl. (4.57)*).

$$\tilde{\varepsilon}_c = \min\{\tilde{\varepsilon}_1; \tilde{\varepsilon}_2\} \quad \text{Gl. (4.57)}$$

Die „fiktive“ Rissbreite  $\tilde{w}_i$  ( $i=1$  oder  $2$ ) wird anhand von Gl. (4.58) und Gl. (4.59) definiert.

$$\tilde{\varepsilon}_i \geq 0: \quad \tilde{w}_i = l_{ch} \times \left( \tilde{\varepsilon}_i - \frac{E_{cs,i}(t) \times \tilde{\varepsilon}_i}{E_{cs,c}(t)} \right) \quad , i=1 \text{ oder } 2 \quad \text{Gl. (4.58)}$$

$$\tilde{\varepsilon}_i < 0: \quad \tilde{w}_i = 0 \quad , i=1 \text{ oder } 2 \quad \text{Gl. (4.59)}$$

## 4.4 Verbundmodell

### 4.4.1 Verbundgesetz nach BIGAJ und DEN UIJL

Generell können bei einem Verbundversagen zwei Versagensformen unterschieden werden. Die eine ist das schon dem *Abschnitt 2.3.2* zugrunde gelegte Ausziehversagen, bei der die Verbundfestigkeit in der Kontaktzone überschritten wird. An Stelle des Ausziehversagens kann es auch, besonders bei einer zu geringen Betondeckung, zu einem Spaltversagen (vgl. *Abschnitt 2.2*) kommen. Hierbei ist der den Stahl umgebende Beton nicht mehr in der Lage die Stahl- bzw. Verbundspannung aufzunehmen. Der zuletzt genannte Fall spielt jedoch im Rahmen der Versuche und Berechnungen des *Kapitels 6* nur eine untergeordnete Rolle. Denn die Betondeckungen sind ausreichend dimensioniert und es treten auch keine Stabumlenkungen auf, die – z.B. bei Rahmenecken – ein Spaltversagen begünstigen. Trotzdem ist es erforderlich beide Versagenskriterien gemeinsam in ein Verbundmodell zu integrieren. Im Folgenden wird das von AKKERMANN [1] implementierte Verbundmodell von BIGAJ und DEN UIJL [28] erläutert. Die beiden Versagensformen können jeweils einer bestimmten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung zugeordnet werden (siehe Bild 4.15).

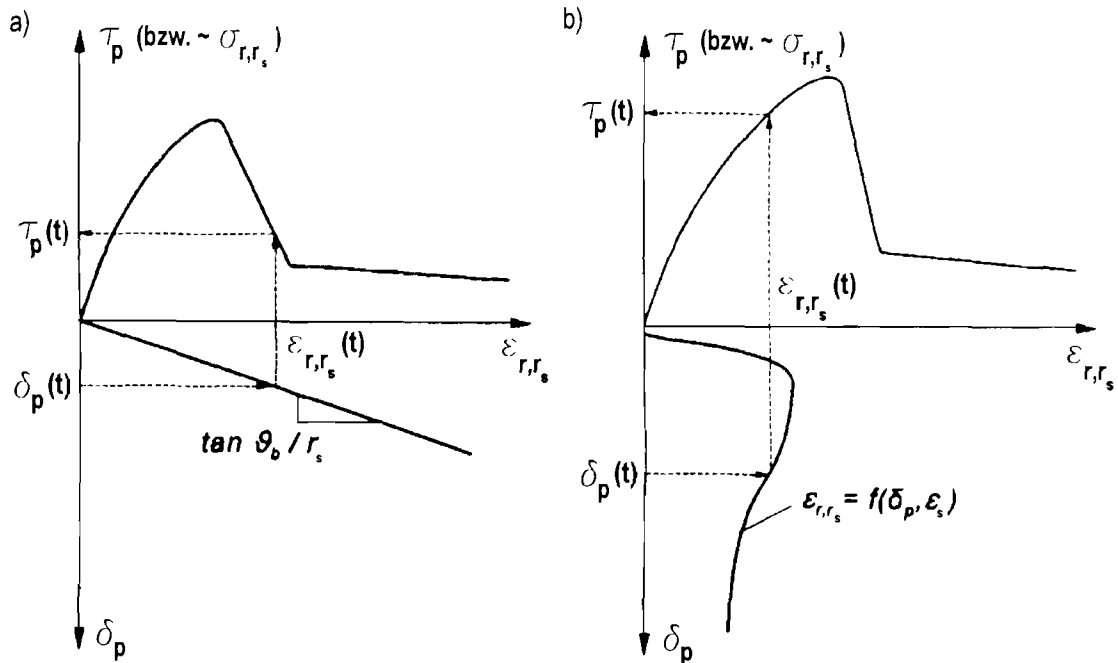
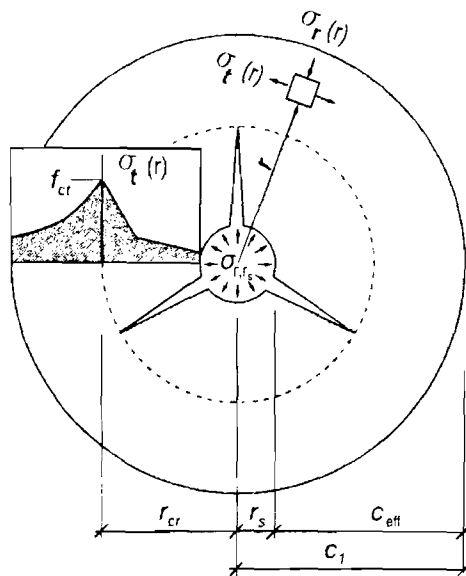


Bild 4.15: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung für a) Spaltversagen und b) Ausziehversagen [1]

Die Kraftübertragung erfolgt bei vorgespannten Trägern mit gerippten Spannstählen hauptsächlich über die Verzahnung der Betonstahlrippen mit der Betonstruktur. Wie in *Kapitel 2* ausführlich beschrieben, entstehen ausgehend von der Bewehrungsoberfläche kegelförmige Radialrisse im Beton. BIGAJ und DEN UJL [28] gehen von *drei* im Winkel von  $120^\circ$  ausgehenden Radialrissen gemäß Bild 4.16 aus. Es werden sowohl radiale Druckspannungen  $\sigma_r(r)$  als auch tangentielle Umfangszugspannungen  $\sigma_t(r)$  in der Stabstahlumgebung hervorgerufen. Die Spannung  $\sigma_t(r)$  ist an den Risswurzeln maximal und entspricht gerade der Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$ . Typisch für das Modell ist die im Bereich des gerissenen Betonzylinders erkennbare bilineare Entfestigungskurve. Der wichtigste Einflussparameter für das Spaltversagen ist die sog. „effektive“ Betondeckung  $\frac{c_{eff}}{d_v}$ , denn durchlaufen die Radialrisse die gesamte Betonüberdeckung, so erfolgt ein schlagartiges Versagen.



**Bild 4.16:** Verbundmodell des teilweise gerissenen Betonzylinders mit drei Radialrissen nach BIGAJ, UIJL aus [1]

Die folgenden Gleichungen erklären die Parameter von Bild 4.16. Auf eine umfangreiche Darstellung wird auf BIGAJ und DEN UIJL [28] verwiesen.

- Max. Radialspannung am Bewehrungsrand bei Versagen:

$$\sigma_{r,r_s,\max} = 2 \times \left( \frac{c_{\text{eff}}}{d_v} \right)^{0,88} \times f_{ct} \quad \text{Gl. (4.60)}$$

- Max. Radialdehnung am Bewehrungsrand bei Versagen:

$$\varepsilon_{r,r_s,\max} = 4,2 \times \left( \frac{c_{\text{eff}}}{d_v} \right)^{1,08} \times \frac{f_{ct}}{E_c} \quad \text{Gl. (4.61)}$$

- Restspannung nach der Rissöffnung:

$$\sigma_{r,r_s,\text{res}} = \beta_t \times \sigma_{r,r_s,\max} \quad , \text{ es sei vereinfacht: } \beta_t = 0,2 \quad \text{Gl. (4.62)}$$

- Radialdehnung bei Ende der Entfestigung:



$$\varepsilon_{r,r_s, \text{res}} = \left( 2 \times \frac{c_{\text{eff}}}{d_v} + \frac{c_0}{d_v} \right) \times \frac{f_{ct}}{E_c} \quad , c_0 = 0,27 \text{ m} \quad \text{Gl. (4.63)}$$

- Anfangssteifigkeit in Radialrichtung:

$$E_r = \left[ \frac{\left( c_{\text{eff}} + \frac{d_v}{2} \right)^2 + \frac{d_v^2}{4}}{\left( c_{\text{eff}} + \frac{d_v}{2} \right)^2 - \frac{d_v^2}{4}} + \nu_0 \right]^{-1} \times E_c \quad \text{Gl. (4.64)}$$

Die Bezeichnung  $r_s$  steht für den Bewehrungsradius.

Wie anhand von Bild 4.16 zu erkennen ist, kann die Radialspannungs-Radialdehnungs-Beziehung in *drei* Teilbereiche unterteilt werden. Die Näherung dieser Beziehung ist in Gl. (4.65) bis Gl. (4.69) angegeben. „Bereich 1“ ist der nichtlineare Anfangsabschnitt bis zum Erreichen der Maximalspannung  $f_{ct}$ . Die anschließende lineare Entfestigungsgerade repräsentiert den „Bereich 2“ und der „Bereich 3“ (zweite Entfestigungsgerade) wird näherungsweise als konstant angenommen. Die konstante Restspannung wird dem Endwert der Spannung aus „Bereich 2“ gleichgesetzt.

**Bereich 1**, gilt für  $\varepsilon_{r,r_s} \in [0, \varepsilon_{r,r_s, \text{max}}]$ :

$$\sigma_{r,r_s}(\varepsilon_{r,r_s}) = \sigma_{r,r_s, \text{max}} \times \frac{\hat{k} \times \hat{\eta} - \hat{\eta}^2}{1 + (\hat{k} - 2) \times \hat{\eta}} \quad \text{Gl. (4.65)}$$

wobei 
$$\hat{k} = \frac{E_r \times \varepsilon_{r,r_s, \text{max}}}{\sigma_{r,r_s, \text{max}}} \quad \text{Gl. (4.66)}$$

und 
$$\hat{\eta} = \frac{\varepsilon_{r,r_s}}{\varepsilon_{r,r_s, \text{max}}} \quad \text{Gl. (4.67)}$$

**Bereich 2**, gilt für  $\varepsilon_{r,r_s} \in (\varepsilon_{r,r_s,\max}, \varepsilon_{r,r_s,res}]$ :

$$\sigma_{r,r_s}(\varepsilon_{r,r_s}) = \sigma_{r,r_s,\max} \times \left[ 1 - \frac{1 - \beta_t}{\varepsilon_{r,r_s,res} - \varepsilon_{r,r_s,\max}} \times (\varepsilon_{r,r_s} - \varepsilon_{r,r_s,\max}) \right] \quad \text{Gl. (4.68)}$$

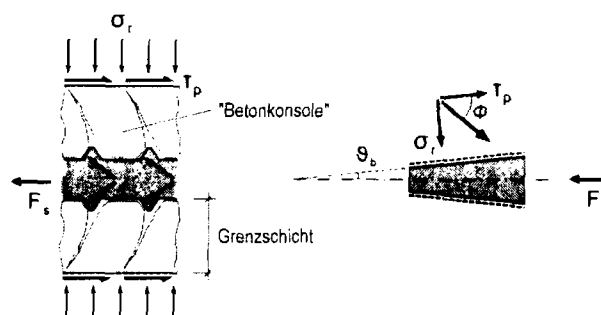
**Bereich 3**, gilt für  $\varepsilon_{r,r_s} \in (\varepsilon_{r,r_s,res}, \infty)$ :

$$\sigma_{r,r_s}(\varepsilon_{r,r_s}) = \sigma_{r,r_s,res} = \text{const.} \quad \text{Gl. (4.69)}$$

Es ist sinnvoll statt der Radialdehnung  $\varepsilon_{r,r_s}$ , den in Bewehrungslängsrichtung definierten Schlupf  $\delta_p$  als Bezugswert für das Verbundversagen zu verwenden. Der Zusammenhang zwischen den radialen und den tangentialen Komponenten wird aus praktischen Gründen über die „fiktive“ Keilneigung  $\vartheta_b$  bzw. den „fiktiven“ Reibungswinkel  $\Phi_b$  hergestellt.

#### - Spaltzugversagen:

Wie bereits erwähnt, ist es für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche und Berechnungen nicht relevant. Nach BIGAJ und DEN UIJL [28] kann der fiktive Reibungswinkel zu  $45^\circ$  und der fiktive Neigungswinkel zu  $0,1 \times f_c$  angenommen werden. Das Verhalten zwischen den zwei Spannungs- bzw. den beiden Dehnungskomponenten ist hierbei linear (siehe Gl. (4.70), Gl. (4.71) und Bild 4.15a).



**Bild 4.17:** Wirklichkeitsnahes und idealisiertes Verbundmodell nach BIGAJ, UIJL aus [1]

- Radialdehnungs-Schlupf-Beziehung:

$$\varepsilon_{r,r_s}(\delta_p) = \text{tg}(\vartheta_b) \times \frac{\delta_p}{r_s} \quad \text{Gl. (4.70)}$$

- Verbundspannungs-Radialspannungs-Beziehung:

$$\tau_p(\sigma_{r,r_s}) = \text{ctg}(\Phi_b) \times \sigma_{r,r_s} \quad \text{Gl. (4.71)}$$

### - Ausziehversagen:

Beim Ausziehversagen (vgl. *Kapitel 2*) nimmt der Schlupf  $\delta_p$  überproportional zu der radialspannungserzeugenden Dehnung  $\varepsilon_{r,r_s}$  zu, so dass von keinem linearen Zusammenhang mehr gesprochen werden kann (siehe Bild 4.15 b). Die Funktion besitzt die universale Form der *Gl. (4.72)*. Es wird dabei die maximal mögliche Radialauslastung nicht erreicht (kein Spaltzugversagen) und es entsteht eine *zylindrische* Scherzone im Nahbereich des Bewehrungsstahls.

$$\varepsilon_{r,r_s} = \frac{f(\delta_p, \varepsilon_s)}{r_s} \quad \text{Gl. (4.72)}$$

Im Allgemeinen darf die Verbundinteraktion zwischen der Radialdehnung und dem Schlupf in *vier* getrennte Abschnitte unterteilt werden (vgl. z.B. Bild 4.18). Der Parameter  $\varepsilon_s$  ist die Stahldehnung nach *Gl. (4.92)*.

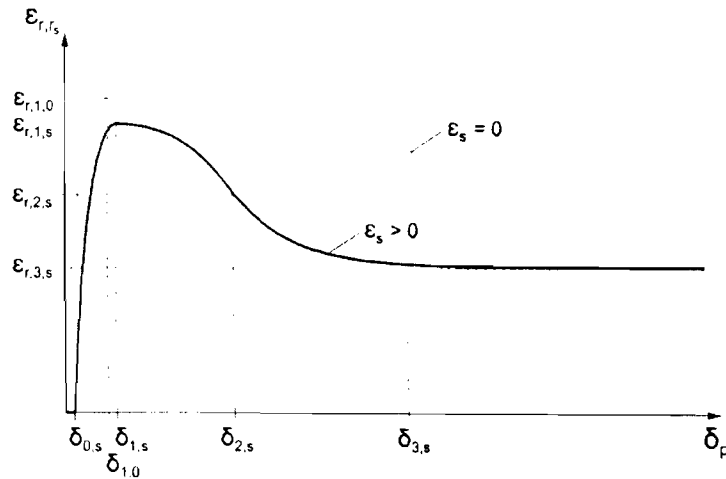


Bild 4.18: Radialdehnungs-Schlupf-Beziehung für das Ausziehversagen nach BIGAJ, UIJL aus [1]

Der Fall  $\varepsilon_s=0$  ist eine rein theoretische Betrachtungsweise, da die Stahldehnung im Verankerungsbereich nicht Null sein kann. Der Kurvenverlauf für die Radialspannung folgt zunächst den selben Beziehungen wie für das Spaltversagen (vgl. Gl. (4.65)). Die maximale Radialspannung  $\sigma_{r,1,0}$  des Ausziehversagens ergibt sich aus der „kritischen“ Verbundspannung  $\tau_{p,max}$  nach Gl. (4.73). Nach BIGAJ und DEN UIJL [28] beträgt die kritische Verbundspannung ungefähr das *Fünffache* der Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$ , und die Restfestigkeit  $\tau_{p,res,0}$  kann mit der Hälfte des kritischen Werts gleichgesetzt werden (siehe Gl. (4.75)).

$$\sigma_{r,1,0}(\varepsilon_{r,1,0}) = \frac{\tau_{p,max}}{ctg(\Phi_b)} \quad \text{Gl. (4.73)}$$

wobei  $\tau_{p,max} \cong 5 \times f_{ct}$  Gl. (4.74)

$$\tau_{p,res,0} \cong 2,5 \times f_{ct} \quad \text{Gl. (4.75)}$$

Der kritische Schlupf  $\delta_{1,0}$  bei der Verbundspannung  $\tau_{p,\max}$  wird mit Hilfe der kritischen Dehnung  $\varepsilon_{r,1,0}$  und der selben Keilneigung – wie für das Spaltversagen – berechnet (siehe Gl. (4.76)).

$$\delta_{1,0} = \frac{2 \times \varepsilon_{r,1,0}}{\operatorname{tg}(\vartheta_b)} \quad \text{Gl. (4.76)}$$

Der allgemeinere Fall  $\varepsilon_s > 0$  ist ebenfalls Bild 4.18 zu entnehmen. Nach einem gewissen Anfangsschlupf  $\delta_{0,s}$ , bei dem  $\varepsilon_{r,r_s} = 0$  gilt, nimmt die Radialdehnung  $\varepsilon_{r,r_s}$  – ähnlich zu dem Fall  $\varepsilon_s = 0$  – stetig bis zum Erreichen des maximalen Dehnungswerts  $\varepsilon_{r,1,s}$  zu und fällt schneller als Fall  $\varepsilon_s = 0$  auf einen Restdehnungswert  $\varepsilon_{r,3,s}$  zurück.

Genauere Angaben zu den Bestimmungsgleichungen der vier Teilbereiche sind u.a. bei AKKERMANN in [1] zu finden und werden hier nicht weiter ausgeführt. Besonders erwähnt sei nur noch Gl. (4.77), aus der sich der Anfangsschlupf ergibt, da dieser alleinig von Bewehrungsstahlparametern und der Verbundelementlänge  $l_{el}$  abhängt.

$$\delta_{0,s} = \frac{l_{el}}{r_s} \times \frac{v_s \times \varepsilon_s \times r_s}{\operatorname{tg}(\vartheta_R)} \quad \text{Gl. (4.77)}$$

Der Neigungswinkel  $\vartheta_R$  steht in Gl. (4.77) für die Neigung der Betonrippen der Stahlstäbe, bezüglich der Stabstahllängsachse.

#### 4.4.2 Elementmatrizen des Verbundelements

AKKERMANN'S [1] Formulierungen basieren auf dem **linearen Verbundelement** nach KEUSER [29]. Das Element besteht aus jeweils zwei getrennten Knotenpaaren deren geometrische Lage im unbelasteten Zustand paarweise zusammenfallen. Die Knoten k,m gehören zu den Bewehrungselementen, hingegen die Knoten i,l zu den Betonelementen. Das globale Koordinatensystem ist mit „1“ bzw. „2“ bezeichnet, das lokale Koordinatensystem ist das p,n-System.

Das Verbundelement wird durch die Knotenverschiebungen *zweidimensional* und die hervorgerufenen Verbundkräfte werden bei dem Modell über die relative Verschiebung zwischen den Beton- und Bewehrungsknoten formulierbar. Die bewehrungsparallele Komponente gibt dabei den Schlupf wieder. Alle Verschiebungsbeziehungen und sonstigen Eigenschaften werden der fiktiven Kontaktlinie, der gedachten Mittellinie zwischen Bewehrungs- und Betonelementen, zugewiesen Bild 4.19.

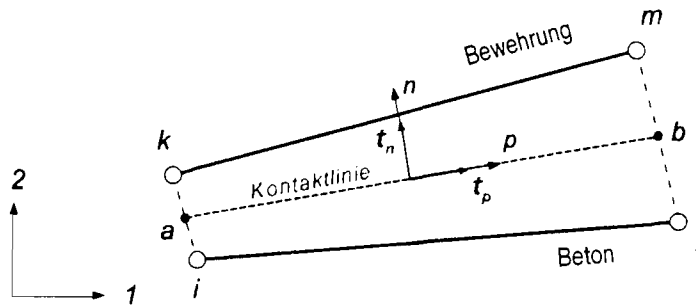


Bild 4.19: Lineares Verbundelement nach KEUSER aus [1]

Die linearen Ansatzfunktionen für das lokale Koordinatensystem, zur Verknüpfung des globalen Relativverschiebungsvektors  $\bar{\delta}_{glob}(p)$  mit dem globalen Knotenverschiebungsvektor  $\bar{u}$  (siehe Gl. (4.78)), können mit Hilfe von Gl. (4.79) und Gl. (4.80) angegeben werden.

$$\bar{\delta}_{glob}(p) = \begin{bmatrix} \delta_1(p) \\ \delta_2(p) \end{bmatrix} = \bar{B}(p) \times \bar{u} = \begin{bmatrix} -N_1(p) & 0 \\ 0 & -N_1(p) \\ N_1(p) & 0 \\ 0 & N_1(p) \\ -N_2(p) & 0 \\ 0 & -N_2(p) \\ N_2(p) & 0 \\ 0 & N_2(p) \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \\ u_{k1} \\ u_{k2} \\ u_{l1} \\ u_{l2} \\ u_{m1} \\ u_{m2} \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.78)}$$

$$N_1(p) = \frac{1}{2} \times (1-p) \quad , \forall p \in [-1; 1] \quad \text{Gl. (4.79)}$$

$$N_2(p) = \frac{1}{2} \times (1 + p) \quad , \forall p \in [-1; 1] \quad \text{Gl. (4.80)}$$

In Gl. (4.81) ist die Beziehung zwischen globalen und lokalen Relativverschiebungen dargestellt, die sich über die Transformationsmatrix  $\bar{T}$  ineinander umrechnen lassen. Die Bestimmungsgleichungen für die Einheitsvektoren dieser Matrix sind Gl. (4.81) bis Gl. (4.85) zu entnehmen.

$$\bar{\delta}_{lok}(p) = \bar{T} \times \bar{\delta}_{glob}(p) = \begin{bmatrix} \bar{t}_p & \bar{t}_n \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} \delta_1(p) \\ \delta_2(p) \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.81)}$$

$$\bar{t}_p = \begin{bmatrix} t_{p1} \\ t_{p2} \end{bmatrix} = \frac{\bar{b} - \bar{a}}{|\bar{b} - \bar{a}|} \quad \text{Gl. (4.82)}$$

$$\bar{t}_n = \begin{bmatrix} t_{n1} \\ t_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -t_{p2} \\ t_{p1} \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.83)}$$

wobei 
$$\bar{a} = \begin{bmatrix} \frac{i_1 - k_1}{2} + k_1 \\ \frac{i_2 - k_2}{2} + k_2 \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.84)}$$

und 
$$\bar{b} = \begin{bmatrix} \frac{l_1 - m_1}{2} + m_1 \\ \frac{l_2 - m_2}{2} + m_2 \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.85)}$$

Über die relativen Knotenverschiebungen  $\bar{\delta}_{lok}(p)$  lassen sich die Spannungsanteile entlang der Kontaktlinie innerhalb des lokalen Koordinatensystems berechnen. Der aus diesen Anteilen gebildete Verbundspannungsvektor  $\bar{\tau}(p)$ , besteht aus der

Verbundspannung  $\tau_p(p)$  in p-Richtung und der *Querpressung*  $\sigma_n(p)$  in n-Richtung bzw. Normalenrichtung (siehe Gl. (4.86)). Hierzu wird die Stoffmatrix  $\bar{E}_b$ , die aus dem **Verbundgesetz** hergeleitet wird, benötigt.

$$\bar{\tau}(p) = \begin{bmatrix} \tau_p(p) \\ \sigma_n(p) \end{bmatrix} = \bar{E}_b \times \bar{\delta}_{lok}(p) = \begin{bmatrix} E_{b,p} & 0 \\ 0 & E_{b,n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta_p(p) \\ \delta_n(p) \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.86)}$$

Die Anzahl der Bewehrungsstäbe  $n_s$  und der Bewehrungsstabdurchmesser  $d_v$  sind in die Kontaktflächenmatrix  $\bar{A}_b$  nach Gl. (4.87) integriert.

$$\bar{A}_b = \begin{bmatrix} n_s \times \pi \times d_v & 0 \\ 0 & n_s \times d_v \end{bmatrix} \quad \text{Gl. (4.87)}$$

Durch Rücktransformation der lokalen „Kontaktlinienspannungen“ in das globale 1,2-Koordinatensystem erhält man schließlich für das Verbundelement die **Elementsteifigkeitsmatrix**  $\bar{K}_{el}$  (siehe Gl. (4.88)) und den zugehörigen **Knotenkraftvektor**  $\bar{f}_{el}$  (siehe Gl. (4.89)) in Summenform<sup>5)</sup>.

$$\bar{K}_{el} = \frac{l_{el}}{2} \times \sum_{j=1}^2 \omega_j \times \bar{B}^T(p_j) \times [\bar{T}^T \times \bar{A}_b \times \bar{E}_b(p_j) \times \bar{T}] \times \bar{B}(p_j) \, dr \quad \text{Gl. (4.88)}$$

$$\bar{f}_{el} = \frac{l_{el}}{2} \times \sum_{j=1}^2 \omega_j \times \bar{B}^T(p_j) \times [\bar{T}^T \times \bar{A}_b \times \bar{\tau}(p_j)] \, dr \quad \text{Gl. (4.89)}$$

wobei 
$$p_j = (-1)^j \times \frac{1}{\sqrt{3}} \quad , j=1;2 \quad \text{Gl. (4.90)}$$

<sup>5)</sup> Man erhält die Summenformen der Gl. (4.88) und Gl. (4.89) aus den integralen Schreibweisen mit Hilfe der „2-Punkt-Gauß-Quadratur“.



und  $\omega_j = 1$ ,  $j=1;2$  Gl. (4.91)

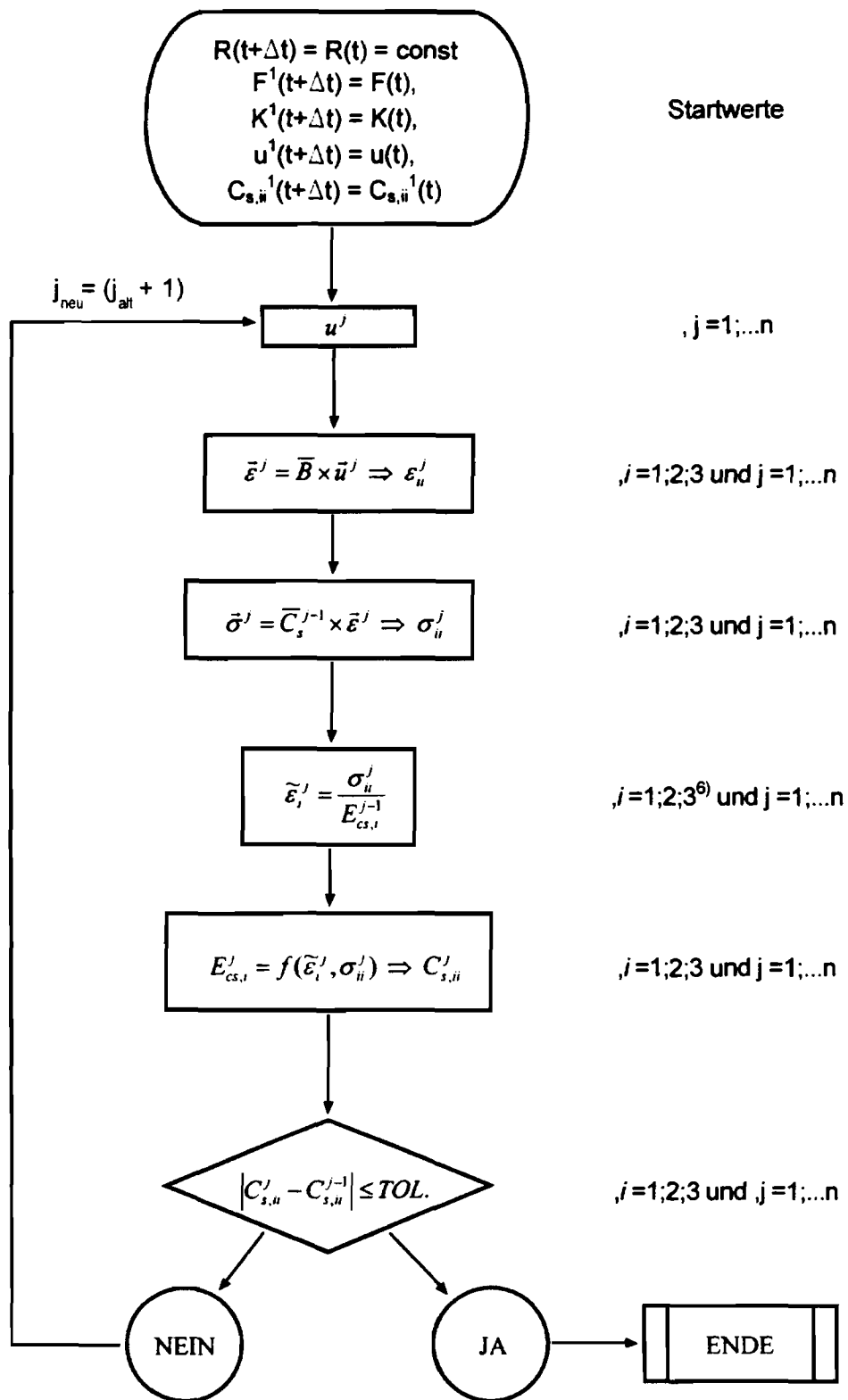
Die zur Formulierung des Verbundgesetzes notwendige Stahldehnung  $\varepsilon_s$  wird nach AKKERMANN [1] vereinfachend – nach Gl. (4.92) – über die Verlängerung des Bewehrungselements bestimmt.

$$\varepsilon_s = \frac{\overline{km}^t - \overline{km}^0}{\overline{km}^0} \quad \text{Gl. (4.92)}$$

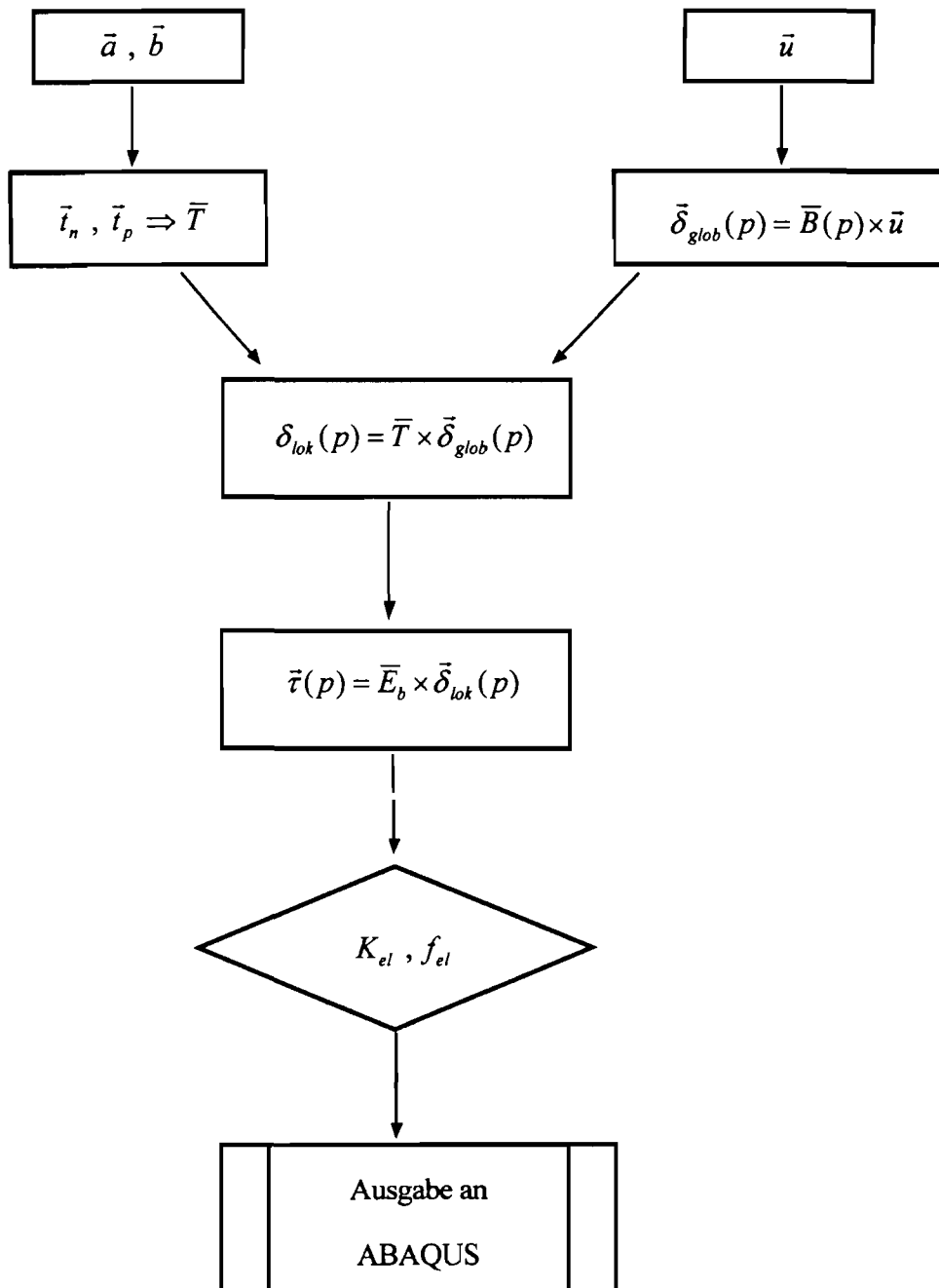
## 5. Numerische Implementierung in ABAQUS

Wie bereits in *Abschnitt 1* angesprochen, besitzt ABAQUS die Möglichkeit eigene Berechnungsroutinen über eine Schnittstelle einzubinden. Das Werkstoffverhalten wurde in einem von ABAQUS bereitgestelltem Unterprogramm (UMAT) implementiert. ABAQUS übergibt in diese Subroutine die Dehnungszustände in inkrementeller und totaler Form sowie den Spannungstensor des letzten Zeitschrittes. Der neue Spannungstensor sowie die Elementsteifigkeitsmatrix muß dem Hauptprogramm übergeben werden. Mit den üblichen Strategien (Newton Raphson, modifiziertes Newton Raphson, Sekantenverfahren, etc.) iteriert ABAQUS dann Nichtlinearitäten aus. Auch AKKERMANN bedient sich der Newton-Iteration, um Nichtlinearitäten auf Materialebene auszuiterieren. Die Prinzipien, des von AKKERMANN mit Hilfe einer FORTRAN-Subroutine implementierten Iterationsablaufs auf Materialebene, sind dem folgenden Flussdiagramm zu entnehmen.

Zur Implementierung von eigenen Elementen stellt ABAQUS das Unterprogramm „user defined element“ (UEL) zur Verfügung. Hier werden die Knotenverschiebungen der beteiligten Elemente in die Schnittstelle übergeben. AKKERMANN [1] wählte lineare Ansatzfunktionen für sein Verbundelement (siehe Kapitel 4). In das Hauptprogramm muß der lokale Knotenkraftvektor sowie die Tangentensteifigkeit des Elementes übergeben werden. Der prinzipielle Rechnungsablauf innerhalb dieser Subroutine ist im übernächsten Schaubild dargestellt.



<sup>6)</sup> Der Einfachheit halber nimmt der Laufindex „i“ hier die Werte von 1 bis 3 an, obwohl der Indexwert 3 strenggenommen nicht existiert (siehe Abschnitt 3.3.4). Er steht symbolisch für die Schubverzerrung  $\gamma_{12}$  bzw. den Schubmodul  $G_{cs}$ .



## 6 Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Rechnung

### 6.1 Allgemeines

In den kommenden Abschnitten erfolgt ein Vergleich der Versuchsergebnisse mit den auf Basis des Programmcodes ABAQUS gemachten Berechnungen, unter Verwendung des von AKKERMANN [1] implementierten Material- und Verbundmodells (siehe *Kapitel 4*). In der Tabelle 6.1 sind die in den einzelnen Abschnitten des *Kapitels 6* durchgeführten Vergleiche und Berechnungen aufgelistet.

Durchgeführte Berechnungen	Versuchs- Vergleich JA/NEIN	Vergleich mit den Versuchsergebnissen aus ...	
Berechnung des VB1	JA	VB1	Abschnitt 6.3
Berechnung des VB2	JA	VB2	Abschnitt 6.4
Mittiger Lastangriff – Berechnung anhand der Geometrieeigenschaften des VB2	NEIN	–	Abschnitt 6.5
Auflagemaher Lastangriff – Berechnung anhand der Geometrieeigenschaften des VB2	NEIN	–	Abschnitt 6.6
Berechnung des VB3 – als Vorausrechnung	JA	VB3	Abschnitt 6.7

Tabelle 6.1: Überblick über die Berechnungen und die Vergleiche des *Kapitels 6*

Wie Tabelle 6.1 verdeutlicht wurden zusätzlich zu den Nachrechnungen der Versuche noch weitere Berechnungen durchgeführt, um einen besseren Gesamtüberblick zu bekommen.

## 6.2 Parameterbestimmung

### 6.2.1 Allgemeines

Als Voraussetzung für die Durchführung der Berechnungen werden die für das Stoff- bzw. Verbundgesetz benötigten Parameter anhand von Standardversuchen wie dem einaxialen Druck- oder Zugversuch kalibriert. Insgesamt sind für die Subroutine des Verbundmodells 11 Eingabeparameter und für die Subroutine des Betonstoffgesetzes 18 Eingabeparameter notwendig. Im Rahmen dieses Forschungsberichtes wird nur ein kurzer Überblick der Kalibrierung anhand des einaxialen Druck- und Zugtestes gegeben. Nähere Informationen sind in [1] zu finden.

So wurde u.a. auf den „MODEL CODE 1990“ (MC90) [32] des „Comité Euro-International Du Beton“ zurückgegriffen, der die Grundlage für die Bestimmungen im EC2 (Eurocode2) bildete.

### 6.2.2 Bestimmung der Betondruckfestigkeit

Die Ermittlung der Materialparameter erfolgte nach *DIN 1048*, die Umrechnung von Zylinder auf Würfelfestigkeit erfolgte nach den nachstehenden Beziehungen

$$\beta_{w200} = 0,95 \times \beta_{w150} \quad , \text{ für alle Normalbetone} \quad \text{Gl. (6.1)}$$

$$\beta_{w200} = 1,18 \times \beta_c \quad , \text{ für Normalbetone } \geq B25 \quad \text{Gl. (6.2)}$$

Der Ermittlung der Betonzugfestigkeiten zu unterschiedlichen Zeitpunkten wurde die Beziehung

$$f_{cm}(t) = f_{cm} \times \exp \left[ 0,25 \times \left[ 1 - \left( \frac{28}{t/t_1} \right)^{0,5} \right] \right] \quad , \text{ für einen Zement 32,5 R} \quad \text{Gl. (6.3)}$$

für einen Zement 32,5R zu Grunde gelegt.

In der nachstehenden Tabelle 6.2 sind die für den Versuchtag maßgeblichen Druckfestigkeiten der drei Versuche festgehalten.

	<b>VB1</b>	<b>VB2</b>	<b>VB3</b>
Zeitspanne t (Betonalter am Versuchtag)	30 Tage	20 Tage	23 Tage
$\beta_c$ (Versuchtag)	–	44,5	44,6
$\beta_c$ (28 Tage)	45,3	–	–
$\beta_c$ (Versuchtag) nach Gl. (6.3)	45,7	–	–
$\beta_c$ (Versuchtag) / $\beta_c$ (28 Tage)	100,9% $\cong$ 1,0	–	–
Berechnungswert „ $f_{c0}$ “ für ABAQUS	<b>45,3</b>	<b>44,5</b>	<b>44,5<sup>7)</sup></b>

Tabelle 6.2: Druckfestigkeitsbestimmung in „N/mm<sup>2</sup>“ für die Versuche VB1, VB2 und VB3

### 6.2.3 Bestimmung der Zugfestigkeit

Die Bestimmung der Zugfestigkeit erfolgte durch „Spaltzugversuche“<sup>8)</sup> (vgl. DIN 1048). Als Probekörper wurden Zylinder 150/300 mm verwendet. Die gewonnenen Mittelwerte der Spaltzugfestigkeiten und die in ABAQUS eingesetzten Berechnungswerte sind in Tabelle 6.3 aufgelistet.

Danach wurde nach HILSDORF [33] die zentrische Zugfestigkeit  $f_{ctm}$  entsprechend den MC90 wie folgt bestimmt.

$$f_{ctm} = 0,9 \times f_{ct,sp} \quad \text{Gl. (6.4)}$$

Die Festigkeitswerte sind dabei als Mittelwerte in Gl. (6.4) einzusetzen (siehe Abschnitt 6.2.1).

<sup>7)</sup> Die Zylinderdruckfestigkeit „ $\beta_c$  (Versuchtag)“ war zum Zeitpunkt der Berechnung des VB3 noch nicht bekannt, so dass als Druckfestigkeit der Wert des zweiten Trägers verwendet wurde.

<sup>8)</sup> In der Praxis werden auch Biegeversuche zur Bestimmung der zentrischen Zugfestigkeit durchgeführt (vgl. u.a. HILSDORF in [25], [33]).

	<b>VB1</b>	<b>VB2</b>	<b>VB3</b>
Zeitspanne t (Betonalter am Versuchtag)	30 Tage	20 Tage	23 Tage
$f_{ct,sp}$ (Versuchtag)	–	3,15	3,04
$f_{ct,sp}$ (28 Tage)	3,35	–	–
$f_{ctm}$ (Versuchtag bzw. 28 Tage) nach Gl. (6.4)	3,01	2,83	2,73
Berechnungswert „ft0“ für ABAQUS	<b>3,01</b>	<b>2,83</b>	<b>2,83<sup>9)</sup></b>

Tabelle 6.3: Zugfestigkeitsbestimmung in „N/mm<sup>2</sup>“ für die Versuche VB1, VB2 und VB3

### 6.2.4 Bestimmung der Bruchenergie

Wie in *Abschnitt 4.2* bereits ausgeführt wurde, ist die Bruchenergie als Parameter zur Berechnung des Bruchverhaltens unabdingbar. RIECHERS [34] gibt für den Zusammenhang zwischen der Bruchenergie  $G_F$  und der mittleren Zylinderdruckfestigkeit  $\beta_c$  die Gl. (6.5) an (vgl. auch MC90).

$$G_F = G_{F0} \times \left( \frac{\beta_c}{f_{cm0}} \right)^{0,7} \quad \text{Gl. (6.5)}$$

Der Grundwert der Bruchenergie  $G_{F0}$  ist – für ein Zuschlagsgemisch mit einem Größtkorn von 16 mm – mit 0,030 N/mm angegeben. Der Bezugswert  $f_{cm0}$  ist „10 N/mm<sup>2</sup>“. Für alle drei Versuchsträger wurden Zuschlagmischungen mit einem Größtkorn von 16 mm verwendet; die Bruchenergien sind in der Tabelle 6.4 dargestellt.

<sup>9)</sup> Die Spaltzugfestigkeit „ $f_{ct,sp}$  (Versuchtag)“ war zum Zeitpunkt der Berechnung des VB3 noch nicht bekannt, so dass als Zugfestigkeit der Wert des zweiten Trägers verwendet wurde.



	VB1	VB2	VB3
Größtkorndurchmesser des Zuschlags	16 mm	16 mm	16 mm
$\beta_c$ (siehe. Abschnitt 6.2.1) in „N/mm <sup>2</sup> “	45,3	44,5	44,6
$G_F$ nach Gl. (6.5)	0,0864	0,0853	0,0854
Berechnungswert „ $g_f$ “ für ABAQUS	<b>0,0860<sup>10)</sup></b>	<b>0,0860<sup>10)</sup></b>	<b>0,0860<sup>10)</sup></b>

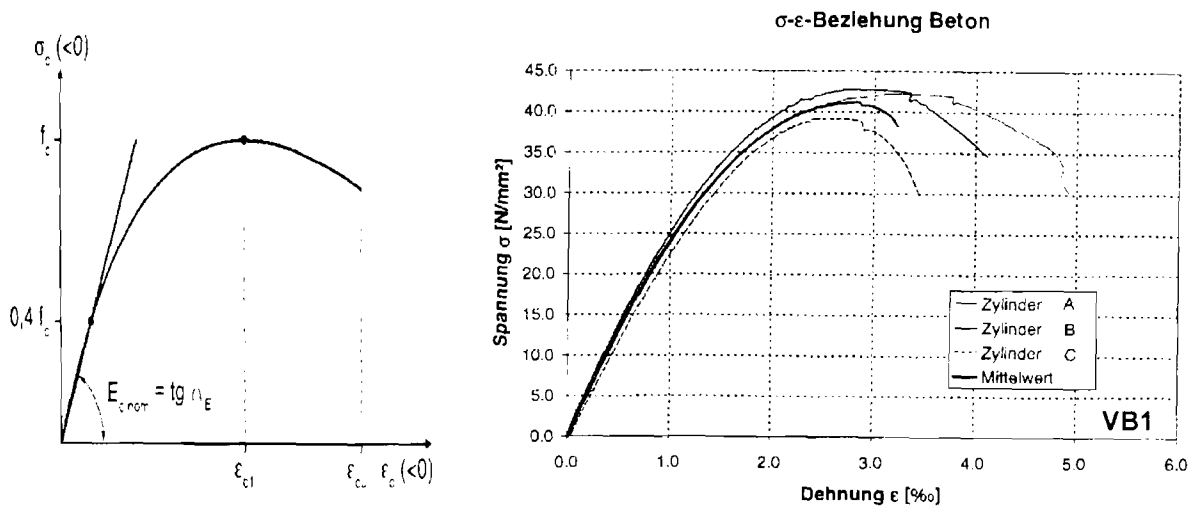
Tabelle 6.4: Bruchenergien in „N/mm“ für die Versuche VB1, VB2 und VB3

### 6.2.5 Bestimmung des E-Moduls

Die Bestimmung des E-Moduls der einzelnen Betonmischungen erfolgt an je drei Probekörpern, bei denen die „ $\sigma$ - $\varepsilon$ “-Beziehung während einer verschiebungsgesteuerten Lastaufbringung aufgezeichnet wird. In Bild 6.1 b ist das Ergebnis dieser Belastung am Beispiel des ersten Versuchs grafisch dargestellt. Über diese drei Kurven erhält man über Mittelwertbildung eine Ausgleichsgerade, aus der sich der *nominelle E-Modul*  $E_{c,nom}$  ermitteln lässt.

Nach EC2 erhält man diesen Modul, indem eine Ursprungsgerade durch denjenigen Kurvenpunkt gezogen wird, der 40% der Maximalspannung  $f_c$  entspricht (siehe Bild 6.1a). Der E-Modul ist dabei identisch zum Tangens des Steigungswinkels  $\alpha_E$ .

<sup>10)</sup> Da sich die Bruchenergien nur geringfügig voneinander unterscheiden und die Gl. (6.5) nur als Näherung für die Bruchergie  $G_F$  angesehen werden kann, wird für alle Berechnungen der selbe Berechnungswert angesetzt.



**Bild 6.1:** Definition des E-Moduls nach EC2 aus [13]; Messung des E-Moduls an drei Probekörpern (A, B und C) über eine  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Aufzeichnung, beispielhaft für den VB1

Die Tabelle 6.5 enthält die ermittelten Werte des E-Moduls für die drei Versuche und die für die ABAQUS-Berechnung angesetzten Werte.

	VB1	VB2	VB3
Gemessener nomineller E-Modul (auf Zehntausend gerundet)	26 000	29 000	27 700
Berechnungswert „emod0“ für das Betonstoffgesetz innerhalb der Eingabedaten für ABAQUS	26 000	29 000	29 000 <sup>11)</sup>

**Tabelle 6.5:** Die E-Moduln für die Versuche VB1, VB2 und VB3

<sup>11)</sup> Der Steifigkeitsmodul am Versuchstag war zum Zeitpunkt der Berechnung des VB3 noch nicht bekannt, so dass als Berechnungswert der Wert des zweiten Trägers verwendet wurde.

### 6.2.6 Zusammenfassende Darstellungen

In der Tabelle 6.6 und Tabelle 6.7 sind die für die Vergleichsrechnungen der drei Versuche VB1, VB2 und VB3 verwendeten Eingabewerte tabelliert zusammengestellt. Die erste der beiden Tabellen enthält die Eingabewerte für die Beschreibung des Verbundverhaltens und die zweite gibt die Betonkenndaten zusammenfassend wieder.

Parameter des Verbundmodells		VB1	VB2	VB3
Steifigkeit für das Verbundelement	emod0	13 000	13 000	13 000
Zugfestigkeitswert für das Verbundelement	fct	1,5	1,5	1,5
Stabstahldurchmesser	diam	0,007	0,012	0,012
Effektive Betonüberdeckung	cef	0,045	0,035	0,030
		VB1	VB2	VB3
„Virtuelle“ Dichte	rho	1,0	1,0	1,0
Seitenabstand der Bewehrung	ed	0,045	0,115	0,130
Anfänglicher Verbundmodul	gbn0	100 000	100 000	100 000
Reduktionsfaktor des Verbunds	gbnred	1,0	1,0	1,0
Faktor für Zug-„Splitting“	au	12,0	12,0	12,0
„Künstliche“ Viskosität	vc	2,0	2,0	2,0
Anzahl der Stahlstäbe <sup>12)</sup>	numbar	1	2 bzw. 1	2 bzw. 1

<sup>12)</sup> Bei den Balken VB2 und VB3 sind unten zwei Spannstähle und oben ein Betonstahlstab vorhanden.

Tabelle 6.6: Parameter zur Modellierung des Verbunds, [MN], [m], [s]

Parameter des Betonstoffgesetzes		VB1	VB2	VB3
Materialnummer (bei mehreren Werkstoffen)	matnum	1	1	1
Steifigkeitsmodul des Betons	emod0	26 000	29 000	29 000
Querkontraktionszahl	vnu	0,2	0,2	0,2
Einaxiale Druckfestigkeit	fc0	-45,3	-44,5	-44,5
Betondehnung für das Modell bei Peak	ec0	-0,0022	-0,0022	-0,0022
		VB1	VB2	VB3
Betongrenzdehnung des Modells	dec	-0,0035	-0,0035	-0,0035
Einaxiale „Schädigungseinflusslänge“	daml	0,08	0,08	0,08
Einaxiale Zugfestigkeit	ft0	3,01	2,83	2,83
Bruchenergie für das Modell	gf	$86 \times 10^{-6}$	$86 \times 10^{-6}$	$86 \times 10^{-6}$
„Künstliche“ Viskosität	vc	10,0	10,0	10,0
Flagwert für die nichtlokale Schädigung	nonlo	1,0	1,0	1,0
Charakteristischer Schädigungsradius	radius	0,08	0,08	0,08
Flagwert für Eckabplatzungen bei	icut	0,0	0,0	0,0

nichtlokaler Schädigung				
Anzahl der Symmetrieachsen für die nichtlokale Schädigung	isym	1,0	1,0	1,0
x-Koordinate der Symmetrieachse für „Punkt 1“	spx	2,0	2,0	2,0
y-Koordinate der Symmetrieachse für „Punkt 1“	spy	0,0	0,0	0,0
x-Koordinate der Symmetrieachse für „Punkt 2“	spx	2,0	2,0	2,0
y-Koordinate der Symmetrieachse für „Punkt 2“	sqy	0,5	0,5	0,5

**Tabelle 6.7:** Parameter zur Modellierung des Betonverhaltens, [MN], [m], [s]

Die E-Moduln der (konstruktiven) Betonstahlstäbe von VB2 und VB3 werden entsprechend *DIN 1045 17.2* zu  $210000 \text{ N/mm}^2$  angenommen. Die E-Moduln der Spannstähle des Versuchs VB1 wurden in Zugversuchen zu  $189000 \text{ N/mm}^2$  bestimmt. Für die Spannstähle der Versuchsträger VB2 und VB3 wird nach EC2 T1-1 3.3.4 ein Steifigkeitswert von  $205000 \text{ N/mm}^2$  in die Berechnungen eingesetzt.

### **6.3 Ergebnisvergleich zu Träger VB1**

#### **6.3.1 Allgemeines**

Um Speicherplatz und Rechenzeit zu sparen, werden im Modell die Symmetrieeigenschaften ausgenutzt. **In ihren Grundzügen sind alle Träger des Kapitels 6 gleich diskretisiert.** Das Diskretisierungsmodell für den Träger VB1 ist in Bild 6.2 abgebildet. Die Symmetrieachse verläuft dabei vertikal entlang der rechten Modellkante. Die Spanndrähte sind in dieser Darstellungsweise an den roten, gestrichelten Linien zu erkennen und bestehen jeweils aus 105 „Balken“-Elementen (Typ: „B21“; zweiknotiges lineares, ebenes Balkenelement). Die Stahlknoten sind über Verbundelemente mit den benachbarten Betonknoten verbunden. Die Elementkantenlänge des Betons beträgt  $2 \times 2 \text{ cm}$ , was zu einer Gesamtanzahl von  $105 \times$

20 = 2100 Betonelementen führt. Für den Beton wurden *reduziert integrierte Kontinuumelemente* vom Typ „CPS4R“ (vierknotiges, ebenes Element für einen ebenen Spannungszustand) verwendet.

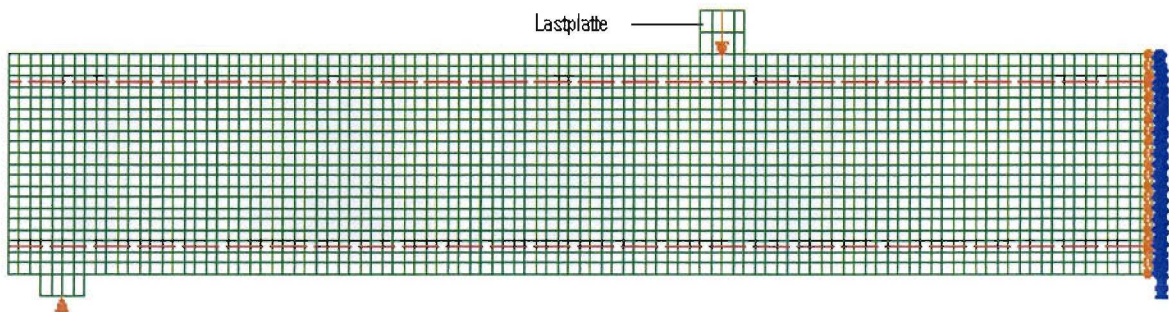


Bild 6.2: Diskretisierungsmodell für den VB1

Die Vorspannung wird innerhalb des Modells durch Aufbringen eines fiktiven Temperaturlastfalls auf die Spannstähle erzeugt. Die Belastung des Balkens erfolgt über eine Verschiebungsrandbedingung der Lastplatte (siehe Bild 6.2). Dieser Biege-Träger mit konstanter Dicke diente u.a. zur "Eichung der Voraussetzungen in der rechnerischen Analyse, die zweidimensional aus den eingangs erwähnten Gründen durchgeführt wurde.

Damit sollte die Einsatzfähigkeit und gegebenenfalls die Grenzen des Stoff- und Verbundmodells getestet werden, um für die zwei weiteren Träger plausible theoretische Untersuchungen durchzuführen.

### 6.3.2 Lastverschiebungskurven

Die Lastverschiebungskurven des Versuchs VB1 und der Versuchsberechnung werden aus Bild 6.3 ersichtlich. Wie in Abschnitt 3 bereits erwähnt war das Fließen der Bewehrung und ein anschließendes Versagen der Betondruckzone Ursache des Bruches.

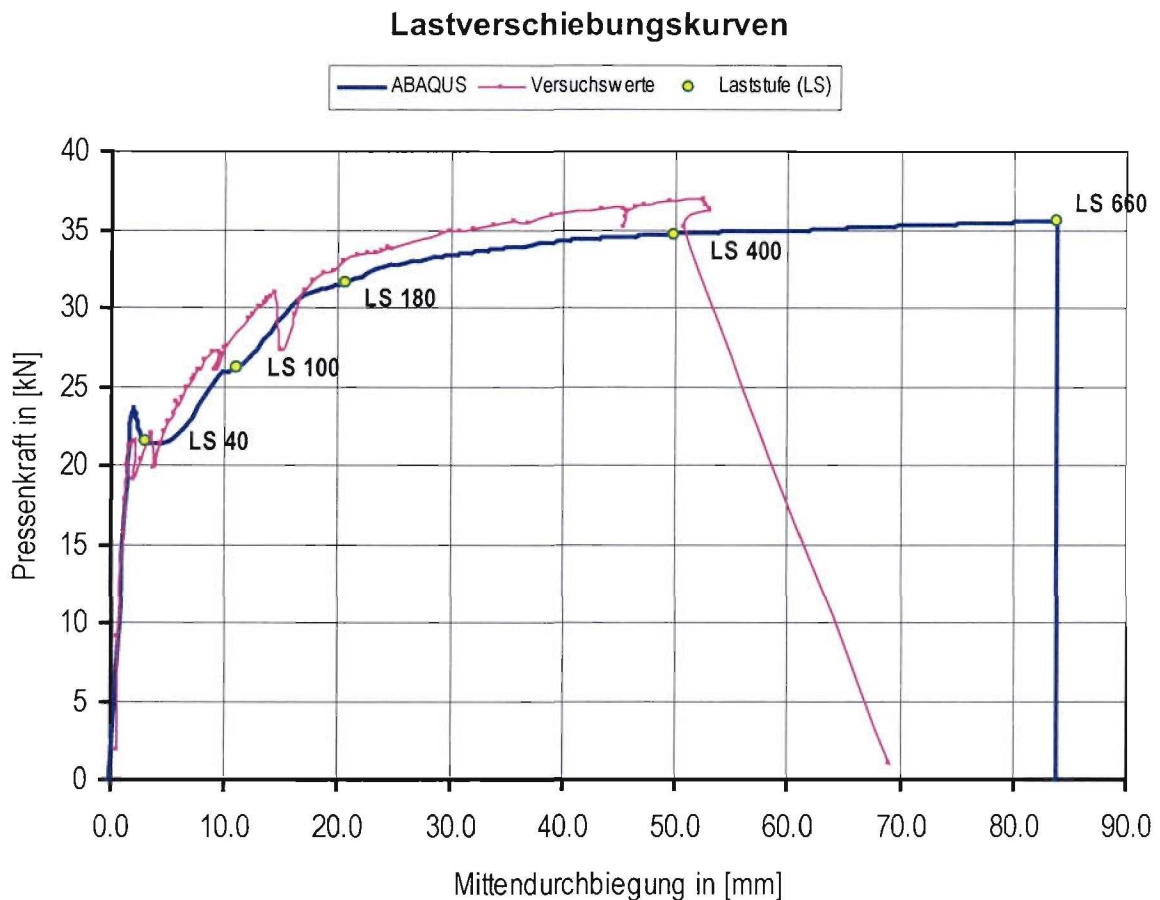


Bild 6.3: Lastverschiebungskurven der Messung und der Berechnung für VB1

Die Systemsteifigkeiten der Messung und der Berechnung sind im ungerissenen Zustand identisch. Die Bruchlasten sind mit  $36,9 \text{ kN}$  zu  $35,6 \text{ kN}$  (Versuch/Rechnung) nahezu gleich (3,7% Abweichung), jedoch berechnet ABAQUS eine etwas zu weiche Systemantwort im gerissenen Zustand. Dies lässt sich durch das Fehlen des Bewehrungskorbes in der Simulation erklären, was generell zu einer zu weichen Abbildung der realen Verhältnisse führt. Der Versuchsbalken VB1 wird durch den Bewehrungskorb im mittleren Trägerabschnitt versteift, was zu einer geringeren Trägerdurchbiegung und einem „verspäteten“ Auftreten der Biegerisse führt (vgl. Rissbilder aus *Abschnitt 3.3* und siehe Bild 6.4).

Die Erstrissbildung innerhalb der Berechnung erfolgt bei einer um ca.  $2 \text{ kN}$  (10,2% Abweichung) höheren Last als im Versuch ( $23,7 \text{ kN}$  zu  $21,5 \text{ kN}$ ), was auf das Vorhandensein des im Kräfteinleitungsbereich angeordneten, kurzen Bewehrungskorbes

zurückgeführt werden kann. Die Balkenkrümmung stellt sich infolge der unterschiedlichen Biegesteifigkeiten der einzelnen Balkenabschnitte nicht kontinuierlich über die Trägerlänge ein wie im kontinuierlich vorgegeben FEM-Modell. Sie erfährt an den Übergängen eine zusätzliche lokale Störung, die die Möglichkeit zur Rissbildung in den nicht bügelbewehrten Übergangszonen erhöht. Tatsächlich tritt auch in diesen Bereichen des Versuchsträgers der Erstriss Nr.1 auf (vgl. u.a. Bild 6.4). In Anbetracht der versuchstechnischen Streuungen lässt sich abschließend das Fazit ziehen, dass die FE-Berechnung das Traglast-Verformungsverhalten des Versuches sehr gut wiedergibt.

### 6.3.3 Rissbildung und Rissverläufe

Die Darstellung der Rissverläufe erfolgt mit Hilfe des Programmes UNIRAS. Zur übersichtlicheren Darstellung sind nur Risse ab einer Rissweite von 0,1 mm dargestellt, die auch versuchstechnisch gemessen werden konnten.

Die Risszustände der ABAQUS-Berechnung werden für fünf Laststufen gemäß Bild 6.3 dargestellt. Diesen Laststufen entsprechend, sind in Bild 6.5 die zugehörigen Rissbilder abgebildet. Das nach Versuchsabschluss aufgenommene vorhandene Rissbild mit den gemessenen Rissabständen ist in Bild 6.4 dargestellt. Zur besseren Verdeutlichung ist darin auch die Lage des Bewehrungskorbs eingezeichnet.

Wie bereits in *Abschnitt 6.3.2* beschrieben, führt der zwar in Wirklichkeit vorhandene, aber in der Berechnung nicht abgebildete Bewehrungskorb zu einer Versteifung des mittleren Balkenbereichs, was folglich zu einem veränderten Rissentstehungsablauf führt. Der zeitliche Ablauf ist aus der aufsteigenden Rissnummerierung (siehe Bild 6.4) abzuleiten und aus bekannten Gründen nur bedingt mit den Berechnungsergebnissen vergleichbar.



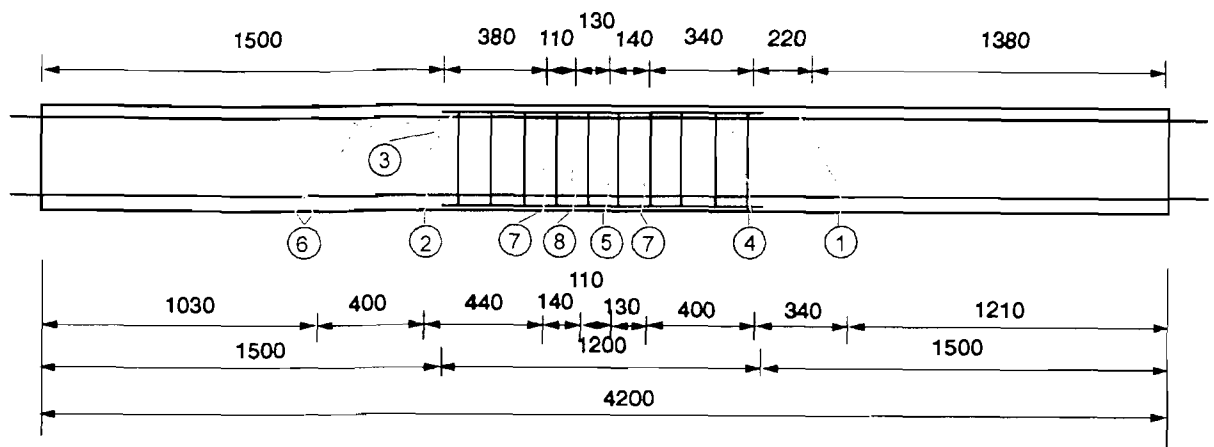
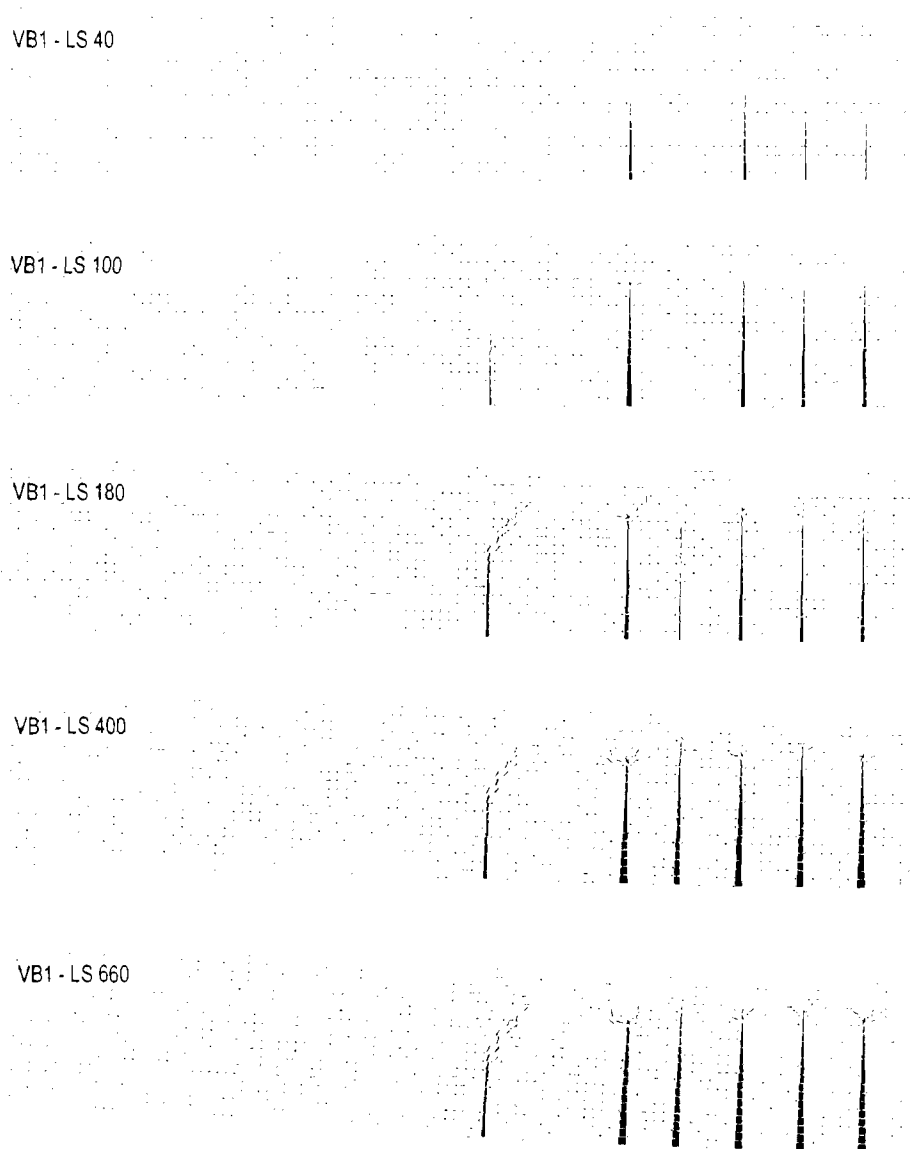


Bild 6.4: Gemessener Rissverlauf des Trägers VB1 in „mm“

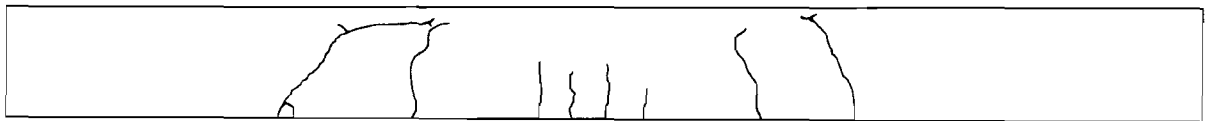
Im Modell treten quasi gleichzeitig – etwas vor Eintritt der Laststufe LS 40 – fünf Biegerisse an der Trägerunterseite auf. Die Rissentwicklungen führen direkt zu einer Reduktion der Systemsteifigkeit, wodurch die Belastung entsprechend der Lastverschiebungskurve zunächst abfällt (siehe Bild 6.3). Kurz nach dieser Stufe steigt die Last wieder an, doch das System verhält sich nun weicher als zuvor. In der Stufe LS 100 hat sich ein sechster Biegeriss (Bild 6.5) gebildet. Der Entstehungszeitpunkt ist in Bild 6.3 an dem kurzen „Plateau“ zu erkennen. Die anderen Biegerisse haben sich senkrecht in Richtung Trägeroberseite verlängert. Des Weiteren beginnt sich der zweite Biegeriss zu verzweigen und das Element an der Verzweigungsstelle ist in zwei zueinander orthogonalen Richtungen mit ungefähr  $\pm 45^\circ$  gerissen. In LS 180 hat sich der schon in Stufe LS 100 aufgetretene, vertikale Biegeriss zu einem schräg verlaufenden Schubriss weiterentwickelt. Der „kurze“ Biegeriss (LS 40) läuft nun durch 14 Elemente und eine Rissverzweigung beginnt nun auch bei anderen Biegerissen. Die Systemsteifigkeit ist auf einen Bruchteil der ursprünglichen Biegesteifigkeit abgefallen. Die Laststufen LS 400 und LS 660 bringen keine neuen Risse hervor.



**Bild 6.5:** Rissbilddarstellung aus der Berechnung des VB1 zu unterschiedlichen Laststufen (LS)

Lediglich die Rissweiten und Rissverzweigungsgrade vergrößern sich stetig, bis die Höchstlast von  $35,6 \text{ kN}$  für die Berechnung erreicht ist. Der Abstand der Biegerisse untereinander ergibt sich bei ABAQUS zu etwa  $14 \text{ cm}$ . Dies ist identisch mit den Abständen der vier mittleren Biegerisse des Versuchsträgers. Am Rissverlauf von LS 660 lässt sich vermuten, dass der Träger VB1 auf Biegung versagt, wie es auch für den Versuchsbalken zutreffend ist.

Abschließend sind zur besseren Vergleichsmöglichkeit der Rissverläufe, die beiden Rissbilder des Versuchs und der Berechnung übereinander in Bild 6.6 dargestellt.



VB1 - LS 660



Bild 6.6: Rissbildvergleich Versuch/Rechnung

### 6.3.4 Spannungsverläufe der Spannstähle

Eine Auskunft über die Spannkraft- bzw. Stahlspannungsverläufe des Trägers vor der Versuchsdurchführung erhält man aus Bild 6.7. Hier sind die Stahlspannungen zu zwei verschiedenen Zeitpunkten nach dem Betonieren des Balkens eingezeichnet. Der Zeitpunkt „3 Tage“ liegt noch vor dem Einleiten der Spannkraft auf den Beton und zur Zeit „20 Tage“ sind die Vorspannungen bereits auf den Betonbalken übertragen worden. Die Stahlspannungen sind daher für den früheren Zeitschritt quasi konstant und fallen beim zweiten, späteren Zeitpunkt (nach dem Entspannen der Drähte) zu den Trägerstirnseiten hin auf Null ab.

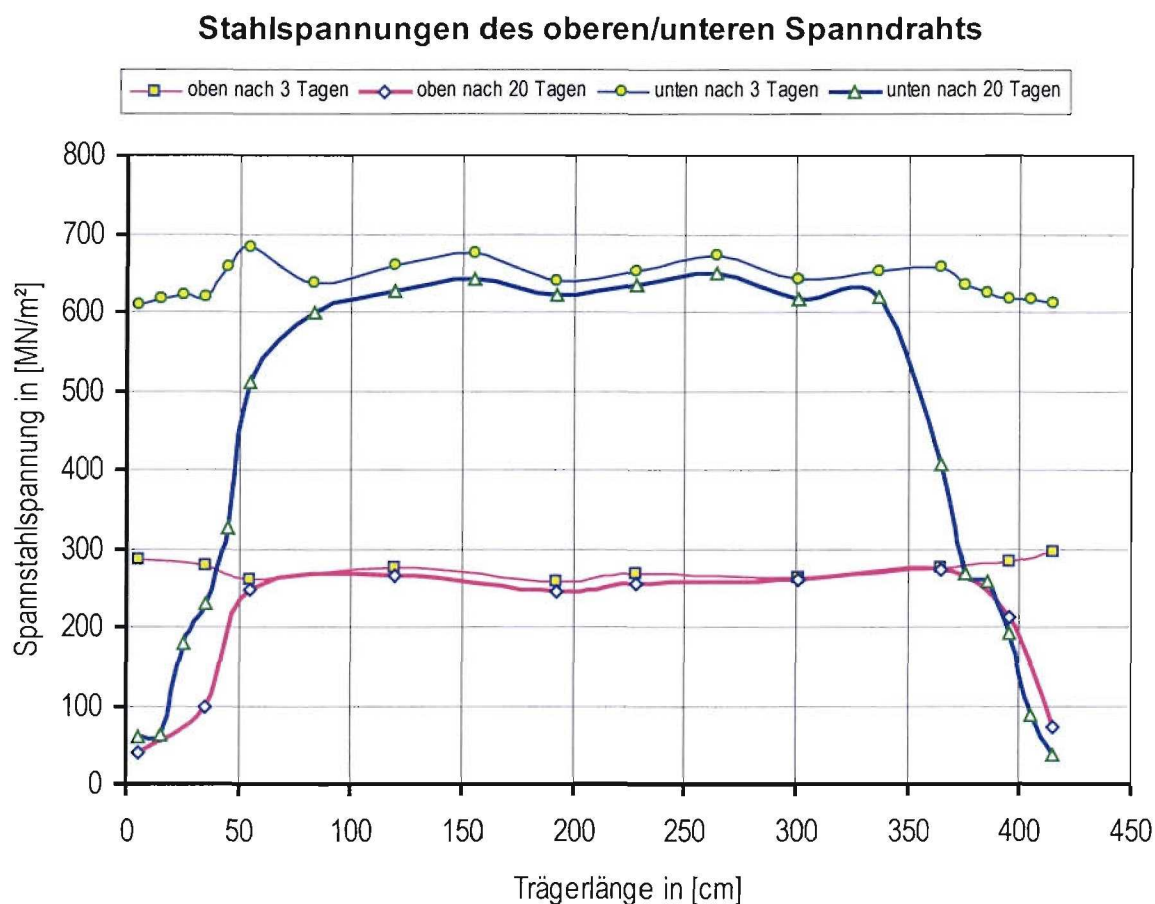


Bild 6.7: Spannstahlspannungen zur Zeit „3 Tage“ bzw. „20 Tage“ anhand der Versuchswerte nach dem Betonieren des Balkens VB1

Die Eintragungslänge des oberen Spanndrahts kann aus Bild 6.7 zu etwa 50 cm bestimmt werden und die des unteren Spanndrahts beträgt ungefähr 85 cm. Es ist also festzustellen, dass die zur Verankerung des unteren Stabs notwendige Verankerungslänge somit 70% größer ist als die des oberen. Dies ist auf den ersten Blick verwunderlich, da sich der untere Stahl im „guten“ Verbundbereich I und der obere Spanndraht im „schlechteren“ Verbundbereich II befindet. Zur Rechtfertigung des Größenunterschieds ist anzumerken, dass die Vorspannkraft des oberen Spanndrahts nicht einmal halb so groß ist, wie die des unteren (siehe *Abschnitt 3.3*). Somit ist der Ausnutzungsgrad der Stahlquerschnittsfläche (vgl. *DIN 1045 Abschnitt 18.5*) für den unteren Spanndraht um etwa einen Faktor von „Zwei“ größer als derjenige der oberen Bewehrung. Proportional hierzu verhalten sich nach *DIN 1045 Abschnitt 18.5.2.2* auch die Verankerungslängen.

Trotzdem erscheint die Eintragungslänge des unteren Stahls, der sich im Verbundbereich I befindet, mit einem Wert von 85 cm, noch als sehr groß. Dieser Wert des unteren Stahls ist fast doppelt so groß wie der Wert nach DIN 4227 (vgl. Abschnitt 14.2 und Abschnitt 2.3.2 Tabelle 1 sowie Gl. (2.5)) mit einer Übertragungslänge  $l_{\bar{v}} = 45$  cm, bei einem Stabdurchmesser von 0,7 cm mit  $k_1=65$ . Dass derart große Schwankungen auftreten können ist bekannt (vgl. KRÜGER und WÖLFEL [6]) und bei entsprechenden Überlegungen und allen Vergleichen von Rechnung und Versuch zu berücksichtigen.

Die Übertragungslängen der ABAQUS-Berechnung werden auf den *theoretischen* Wert von 45 cm kalibriert. Der Spannungsverlauf in Bild 6.8 bezieht sich auf den unteren Spann Stahl und Bild 6.9 auf den oberen, dargestellt für die linke Trägerhälfte. Unabhängig von den einzelnen Belastungsstufen, betragen die Übertragungslängen etwa 40 cm für die untere und ungefähr 35 cm für die obere Bewehrung.

Aus der Laststufe LS 0 sind gut die Spannungskurven zu Belastungsbeginn, also den Lastfall „Vorspannung mit Eigengewicht“, zu erkennen (siehe Bild 6.8 und Bild 6.9). Die Kurven nähern sich dabei streng monoton den in Feldmitte vorhandenen (Vor-) Spannungswerten von  $642,4 \text{ MN/m}^2$  (unten) bzw.  $257,0 \text{ MN/m}^2$  (oben) zur Trägermitte hin an. Es wird zum Vergleich auch auf die *gemessenen* Versuchsspannungen von Bild 6.7 verwiesen.

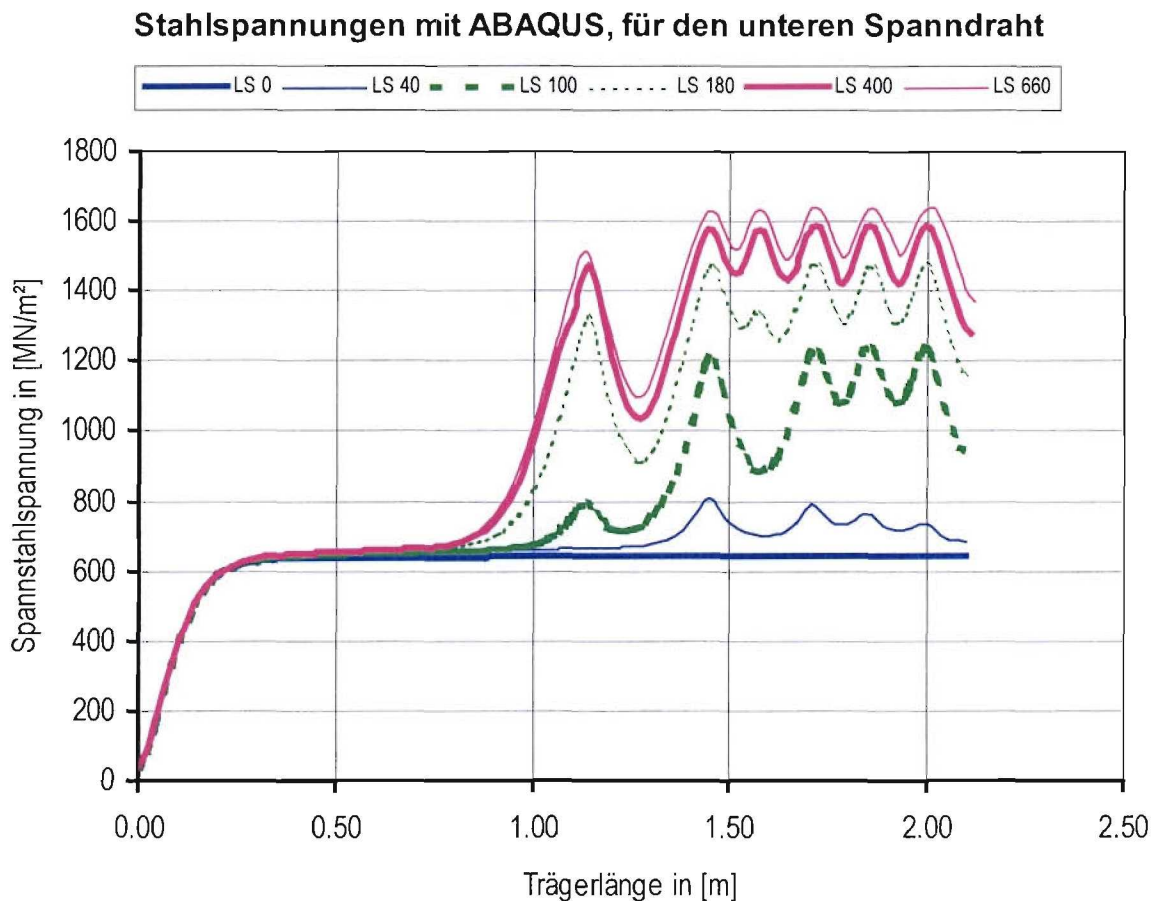


Bild 6.8: Spannstahlspannungen aus der ABAQUS-Berechnung des unteren Spannstahls von VB1

Die Laststufen LS 40 bis LS 660 lassen in Bild 6.8 leicht erkennen, dass die Stahlspannungen um die Biegerisse mit zunehmender Auflast an Größe zunehmen, da alleinig der Stahl an den gerissenen Stellen die Längszugkräfte aufnimmt. Der Spannungsverlauf erhält hierdurch sein typisches „welliges“ Aussehen. Die jeweilige Anzahl der „Wellenberge“ entspricht somit auch der Anzahl der bis zu diesem Zeitpunkt entstandenen Risse. Bei der Belastungsstufe LS 180 ist die Fließgrenze des Spanndrahts ( $1470 \text{ MN/m}^2$ ) über einige Rissbereiche hinweg bereits erreicht. Für den Zeitschritt LS 660 liegen die Maximalspannungen nur kurz unterhalb der Stahlzugfestigkeit von  $1670 \text{ MN/m}^2$  (siehe Bild 6.8). Der Stahl befindet sich also im Fließbereich und steht auch in der numerischen Simulation kurz vor dem Versagen. Ein tatsächliches „Abreißen“ des Stahles wird im Stahlmodell der ABAQUS-Berechnung nicht berücksichtigt, was die größeren Mittendurchbiegungen im Vergleich zum Versuch erklärt. Würde ein sog. „tension-cutoff“

im Stoffgesetz des Stahls integriert, würde die Berechnung wahrscheinlich aufgrund eines nicht zu findenden Gleichgewichtes abbrechen. Der Träger würde in zwei Hälften zerbrechen. Deshalb wird die Berechnung bei Erreichen der Stahlzugfestigkeit nicht weiter fortgeführt.

Die Biegerisse liegen beim Träger VB1 sowohl im Versuch als auch in der FEM-Berechnung nicht nah genug am Verankerungsbereich der Vorspannkkräfte, so dass sich ein Verbundversagen nicht einstellt.

### Stahlspannungen mit ABAQUS, für den oberen Spanndraht

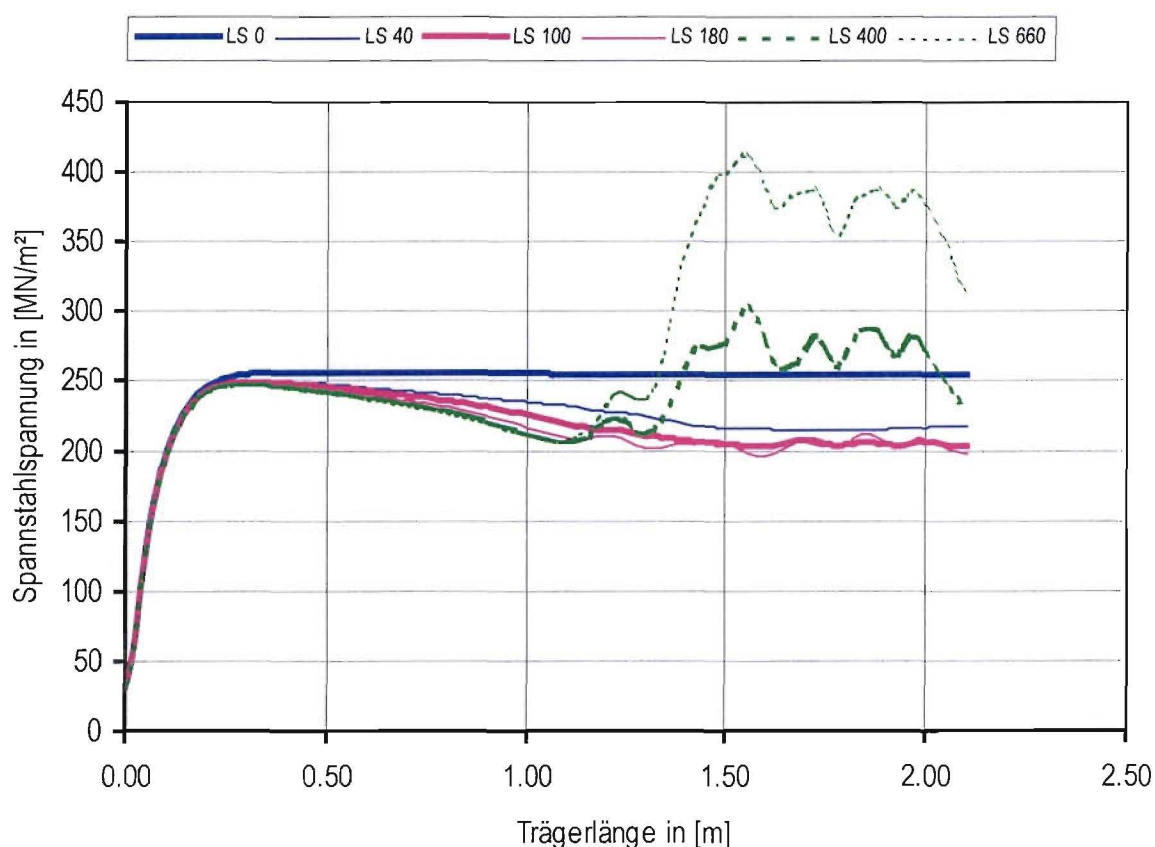


Bild 6.9: Spannstahlspannungen aus der ABAQUS-Berechnung des oberen Spannstahls von VB1

Bemerkenswert an Bild 6.9 ist für die zeitliche Veränderung des Stahlspannungsverlaufs, dass sich die Beträge in der mittleren Balkenzone bis zum abgebildeten Belastungsschritt LS 180 stets verringern. Die Stahlzugspannung in Balkenmitte sinkt auf näherungsweise 78% des Ausgangswerts (vgl. LS 0). Zurückzuführen ist dies auf die zunehmenden

Druckspannungen im oberen Betonbereich, die den Vorspannkräften des oberen Spannstahls entgegenwirken und diese verkleinern. Im Endbereich des Trägers ändern sich dagegen die Spannungen nur unbedeutend und bleiben quasi identisch zum auflastfreien Zustand. Ab ca. LS 180 beginnt sich ein wellenförmiger Kurvenverlauf auszubilden, da die Biegezugrisse zuerst um diese Zeitstufe bis an den oberen Bewehrungsstahl heran reichen (siehe Bild 6.9). Somit wachsen die Spannkraften innerhalb der gerissenen Balkenbereiche, während sie in den ungerissenen weiterhin abnehmen. Der maximale Spannungswert bleibt, wie an Bild 6.9 zu sehen ist, noch deutlich unterhalb der Stahlfließgrenze von  $1470 \text{ MN/m}^2$ .

### 6.3.5 Verbundspannungen an der Stahloberfläche

Mit den Spannungsverläufen aus *Abschnitt 6.3.4* lassen sich die Verbundspannungen entlang der Bewehrungsoberflächen an den Kontaktflächen zum Beton bestimmen. Es gilt die allgemeine Beziehung, dass das Integral der Schubspannung, das sowohl in Umfangsrichtung als auch in Trägerlängsrichtung gebildet wird, der Stahlspannkraft an dieser Stelle entsprechen muss. Der Zusammenhang wird in der *Gl. (6.6)* wiedergegeben.

$$F_s(x) = \int_0^x \oint_{U_s} \tau_p \, dU_s \, dx \quad \text{Gl. (6.6)}$$

Hierbei steht  $F_s$  für die Stahlspannkraft an der Stelle  $x$  in Trägerlängsrichtung,  $U_s$  für den Umfang des Stabs und  $\tau_p$  für die Verbundschubspannung. Geht man davon aus, dass  $\tau_p$  über die Umfangsrichtung konstant ist, so folgt daraus *Gl. (6.7)*.

$$F_s(x) = (\pi \times d_v) \times \int_0^x \tau_p \, dx \quad \text{Gl. (6.7)}$$

Für den Wert  $d_v$  ist der rechnerische Bewehrungsdurchmesser einzusetzen. Nimmt man darüber hinaus an, dass die Verbundspannung über ein Wegstück  $\Delta x$  ebenfalls als konstant angenommen werden kann, so lässt sich *Gl. (6.7)* zu *Gl. (6.8)* umformulieren.



$$F_s(x) = (\pi \times d_v) \times \Delta x \times \sum_i (\tau_p)_i \quad \text{Gl. (6.8)}$$

Zerlegt man diese Summenschreibweise in ihre Einzelsummanden, so ergibt sich – für ein beliebiges Intervall  $i$  – entsprechend die Gleichungsform nach *Gl. (6.9)*.

$$(\Delta F_s)_i = (F_s)_{i+1} - (F_s)_i = (\pi \times d_v) \times \Delta x \times (\tau_p)_i \quad \text{Gl. (6.9)}$$

Die Verbundspannung ist somit direkt mit der Kräftedifferenz zweier benachbarter Stahlknoten in der elementbasierten Formulierung des Modells verknüpft. Da ABAQUS in den vorliegenden Berechnungen die Stahlspannungen und nicht die Stahlkräfte für die Elementknoten ausgibt, liegt es nahe, die Knotenkräfte mit Hilfe des Stahlquerschnitts  $A_s$  auszudrücken. Löst man die damit entstandene Formel nach der Verbundspannung  $\tau_p$  auf, so erhält man die *Gl. (6.10)*. Die Länge  $\Delta x$  der „Balken“-Elemente beträgt in diesem Fall exakt 2 cm.

$$(\tau_p)_i = \frac{(F_s)_{i+1} - (F_s)_i}{(\pi \times d_v) \times \Delta x} = \frac{[(\sigma_s)_{i+1} - (\sigma_s)_i] \times A_s}{(\pi \times d_v) \times \Delta x} \quad \text{Gl. (6.10)}$$

Die grafischen Auswertungen dieser Gleichung sind in Bild 6.10 und Bild 6.11 enthalten. Das erste Bild bezieht sich auf den unteren und das Bild 6.11 auf den oberen Spanndraht.

Wie an den Kurven aus Bild 6.10 gut zu erkennen ist, verläuft die Verbundspannung bis zu einem Wert von etwa 70 cm, von der Trägerstirnseite aus gemessen, für alle Laststufen gleich. Als notwendige Randbedingung muss die Verbundspannung am Stabanfang Null sein und sie erreicht nach ungefähr 3 cm ihr vorläufiges Maximum von 7,5 MN/m<sup>2</sup> (vgl. u.a. *Abschnitt 2.3.2*). Die Spannung fällt wieder auf den Wert Null zurück und bleibt für die Stufe LS 0 (Vorspannung) sogar bis zur Balkenmitte konstant. Für die übrigen Inkremente (LS 40 bis LS 660) ist hingegen eine Spannungsänderung im Bereich der Biegerisse festzustellen. Dabei ist  $\tau_p$  links des jeweiligen Risses positiv und rechts des Risses negativ, je nachdem ob die Stahlspannung zu- oder abnimmt. Erwähnenswert ist die Tatsache, dass die betragsmäßig höchsten Spannungswerte in den mittleren

Laststufen auftreten (LS 100 und LS 180 sind grün gestrichelt gezeichnet). Es tritt somit z.B. bei dem „Biegeschub“-Riss ( $x=1,15\text{ cm}$ ; vgl. *Abschnitt 6.3.3* Bild 6.5), ein Absolutwert von annähernd  $10\text{ MN/m}^2$  bei der Stufe LS 180 auf. Dieser Betrag verkleinert sich im weiteren Berechnungsablauf wieder. Zurückzuführen ist dies auf eine kleine (rechnerische) Relativbewegung zwischen dem Stahl und dem Beton, wodurch die ursprünglichen Spannungsspitzen abgebaut werden. Der Ort der Spannungsänderung („Einflussbereich“ des Risses) reicht in der LS 660 nur bis an die  $70\text{ cm}$  Marke heran und ist noch weit von dem Bereich der Spannkrafteinleitung des Stabanfangs entfernt (ersten  $45\text{ cm}$  vom Balkenende). Ein Ausziehversagen tritt daher wie im Versuch nicht auf.

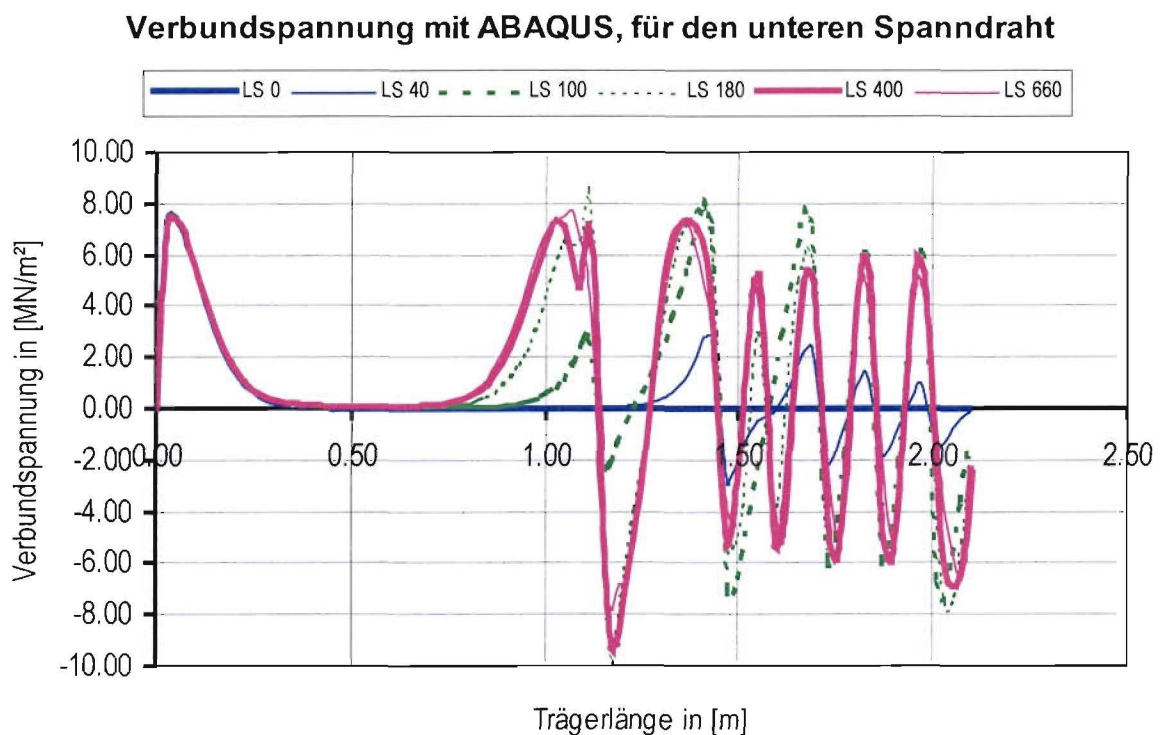


Bild 6.10: Verbundspannung für den unteren Spannstahl von VB1 nach Gl. (6.10)

Den Grundzügen nach ist in Bild 6.11 ähnliches für die Verbundspannungen des oberen Spannstahls anzumerken.

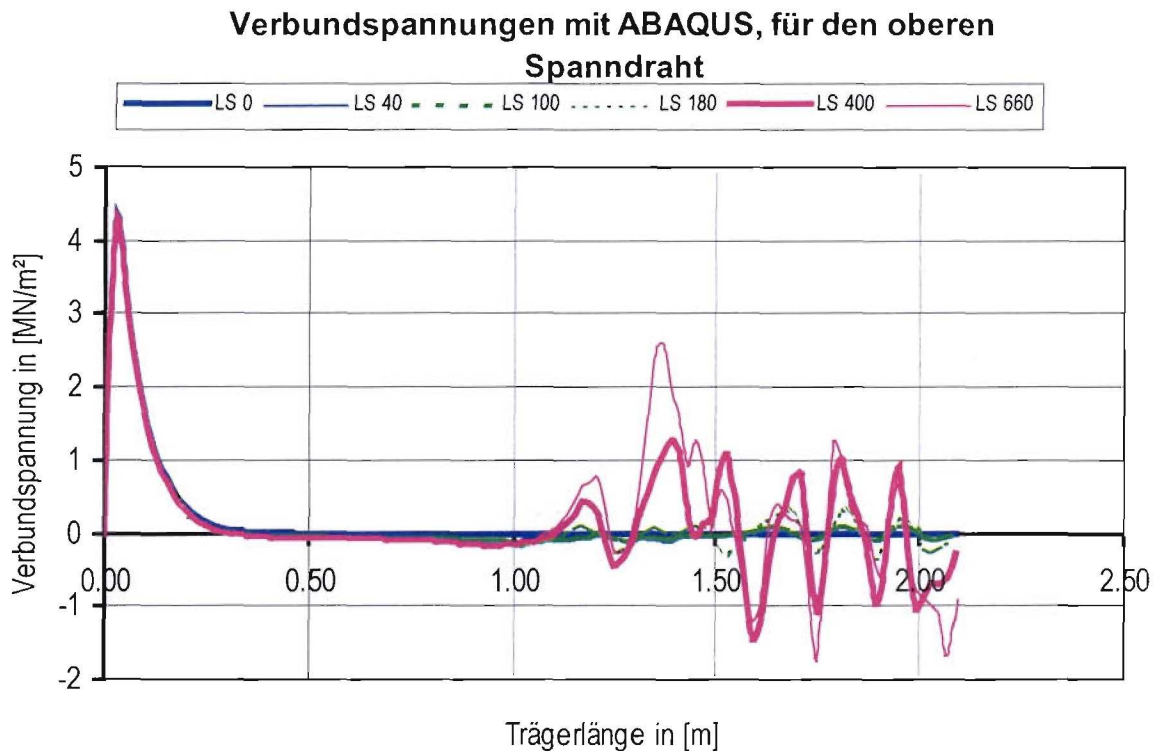


Bild 6.11: Verbundspannung für den oberen Spannstahl von VB1 nach Gl. (6.10)

Auch hier ist eine generelle Unterteilung in den schon vor Belastungsbeginn vorhandenen Spannkraftverankerungsbereich und die später auftretenden Spannungsänderungen im mittleren Trägerabschnitt – also dort wo die Risse auftreten – möglich. Im Unterschied zum unteren Stahl reichen die Verbundspannungswerte in der Risszone nur an ungefähr 50% der maximalen Verankerungsspannung ( $4,3 \text{ MN/m}^2$ ) heran. Dies zeigt, dass die Risse den oberen Balkenbereich erst zu einem viel späteren Zeitpunkt erreichen und folglich die Spannungen (noch) klein sind. Der Ort dieses Maximalwerts ist mit  $3 \text{ cm}$  identisch zu dem der unteren Bewehrung (abhängig von den Parametern des Verbundmodells). In Bild 6.11 wird jedoch der Spannungswert viel schneller auf Null abgebaut. Wie schon in *Abschnitt 6.3.4* eingehend ausgeführt wurde, müssen bei der oberen Bewehrung nur um etwa den Faktor „Zwei“ geringere Spannkraft über den Stahl-Beton-Verbund verankert werden. Folglich ist die maximale Verankerungsspannung etwa auch nur halb so groß. Die Verbundspannungen nehmen im Mittelbereich des Tragsystems – von der niedrigsten Belastungsstufe LS 0 bis zur höchsten Stufe LS 660 – meist an Größe zu, da der maximal mögliche Verbundspannungswert bei Weitem noch nicht erreicht ist.

Anzumerken bleibt an dieser Stelle noch, dass die Kurvenverläufe in Bild 6.10 und Bild 6.11 nur bis zur Symmetrieachse des Balkens in Trägermitte abgebildet sind. Um die Verbundspannungen auf der gesamten Trägerlänge zu erhalten, müssen die einzelnen Kurven *punktsymmetrisch* nach rechts fortgeführt werden. Das ergibt sich aus der Definition des x-Achsenverlaufs, der von links nach rechts erfolgt, bzw. aus den in den Formeln Gl. (6.6) bis Gl. (6.10) gemachten Annahmen.

### 6.3.6 Betonspannungen und zugehörige Trajektorien

Das Verhalten der Betonspannungen und der Trajektorien wird für den Balken VB1 nicht näher untersucht, da der Träger auf Biegung und nicht auf Schub versagte. Es wird aber, um einen Überblick über den Spannungszustand in Balkenquerrichtung vor Belastungsbeginn erhalten zu können (vgl. u.a. *Abschnitt 2.2*), das Spannungsbild der Laststufe LS 0 und die entsprechenden Trajektorienverläufe behandelt.

Bild 6.12 stellt den anfänglichen Spannungszustand „S22“ in vertikaler Richtung über das halbe Balkensystem zum Zeitschritt LS 0 dar. In Bild 6.13 sind die Hauptzug- bzw. Hauptdrucktrajektorien zu diesem Zeitpunkt dargestellt.

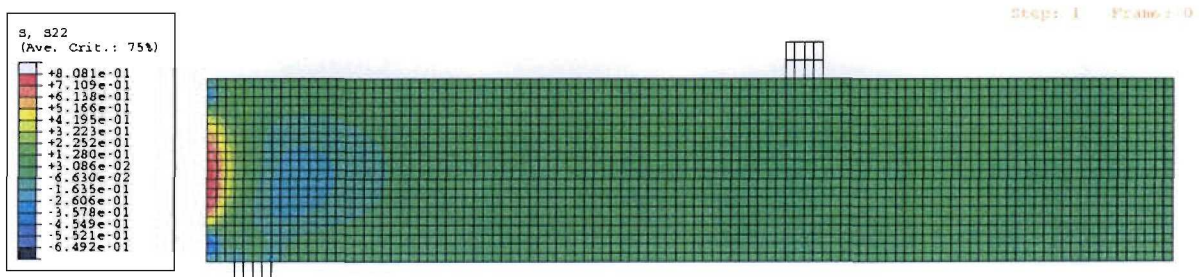


Bild 6.12: Spannung „S22“ in Vertikalrichtung für den VB1 vor Belastungsbeginn

Aus Bild 6.12 ist der Wert der maximalen Zugspannung von  $0,81 \text{ MN/m}^2$  in „S22“-Richtung an der Trägerstirnseite zu erkennen.

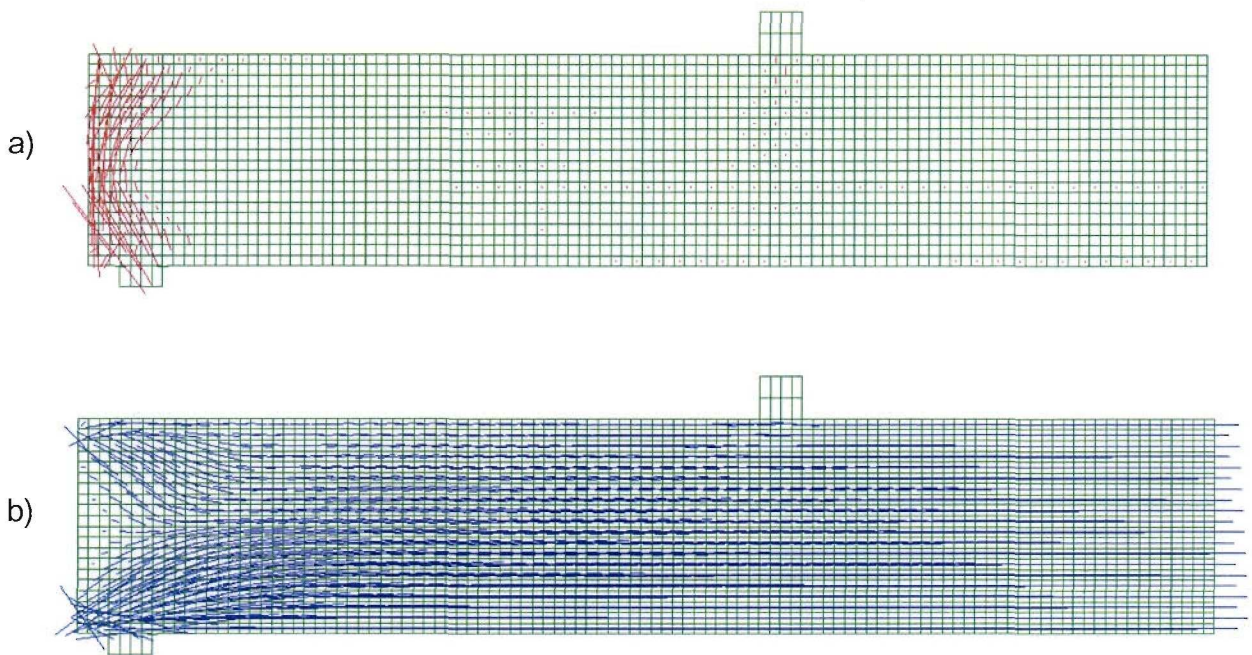


Bild 6.13: Trajektorien für den VB1 vor Belastungsbeginn;

- a): Hauptzugtrajektorien;
- b): Hauptdrucktrajektorien

Die Hauptzugspannungen (Bild 6.13 a) sind nur im Nahbereich der Trägerstirnseite maßgeblich vorhanden. Sie erklären den Bruchmechanismus der Stimzugwirkungen. Für den ausgewählten Vorspanngrad liegen die Hauptzugspannungen jedoch deutlich unterhalb der Betonzugfestigkeit. Anhand der Drucktrajektorien (Bild 6.13 b) ist gut die „abstützende Wirkung“ zu den Verankerungszonen der Spannstähle hin ersichtlich (vgl. auch *Abschnitt 2.2.3*). Die zu dem unteren Spannstahl hin schräg verlaufenden Vektoren sind von ihren Längen (Beträgen) her etwas größer als die zum oberen Draht hin verlaufenden. Zurückzuführen ist dies zum einen auf die größere Vorspannkraft der unteren Bewehrung und zum anderen auf die Abtragungsrichtung des Eigengewichts zu den Auflagern hin.

Wegen des zum Testen des Rechenprogramms angestrebten Biegebruchs konnte an diesem Träger kein auflagernahes Versagen studiert werden. Ziel war es, die Einsatzfähigkeit des Betonstoff- und Verbundmodells zu überprüfen.

## 6.4 Ergebnisvergleich zu Träger VB2

### 6.4.1 Balkenmodell

Das Modell des Tragsystems VB2 ist analog zu der Modellierung des Trägers VB1 aufgebaut. Der Beton wurde wieder mit „CPS4R“-Elementen mit einer Kantenlänge von  $2 \times 2 \text{ cm}$  diskretisiert (vgl. *Abschnitt 6.3.1*). Im Gegensatz zum Versuchsträger VB1 liegt beim Balken VB2 keine rechteckige sondern eine I-förmige Querschnittsform vor. Die unterschiedlichen Elementdicken sind im FE-Netz von Bild 6.14 nicht ersichtlich. Die Stähle des VB2 sind ebenfalls analog zu VB1 durch 105 „Balken“-Elemente des Typs „B21“ in das Modell eingebaut (rot gestrichelte Linien in Bild 6.14). Die obere Linie steht für den konstruktiven Bewehrungsstahl und die untere für die beiden Spannstäbe, die im zweidimensionalen Modell als ein Spanndraht doppelten Querschnitts diskretisiert werden. Innerhalb des Verbundmodells wird der untere Spanndraht als zwei getrennte Stäbe betrachtet.

Weitere Angaben sind dem *Kapitel 3* zu entnehmen. Wie dort bereits erwähnt versagte der Träger aufgrund eines Schubversagens, dem ein Ausziehversagen der Spannstäbe folgte.

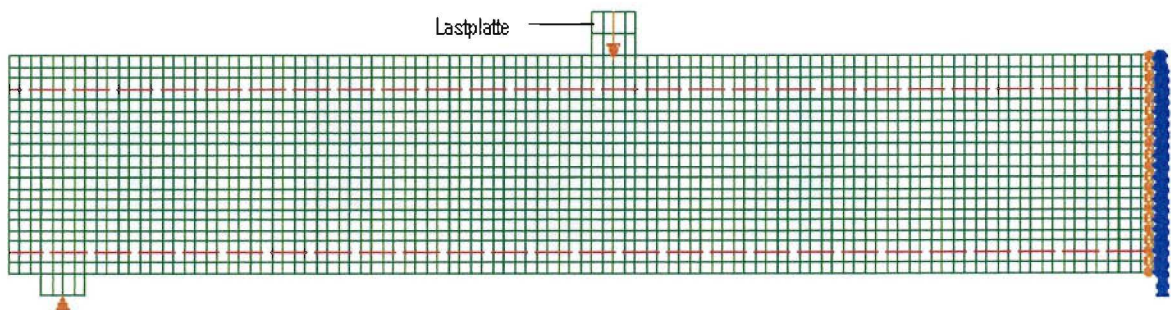


Bild 6.14: Diskretisierungsmodell für den VB2

### 6.4.2 Lastverschiebungskurven

Die Lastverschiebungskurven des Versuchs VB2 und der Versuchsberechnung werden aus Bild 6.15 ersichtlich. Zu den Pressenkräften der Versuchsmesswerte ist auch hier analog zur Vorgehensweise des VB1 (siehe *Abschnitt 6.3.2*) das Traverseneigengewicht

zu addieren. Das Eigengewicht der Traverse hat im zweiten Versuch einen Wert von etwa  $2,40 \text{ kN}$ . Schon an dieser Stelle sei angemerkt, dass die Berechnung über die Laststufe LS 90 weiterlief, da ein Verbundversagen nicht abgebildet werden konnte. Der Schubriß war zu diesem Zeitpunkt schon voll ausgebildet. Im Versuch pflanzte sich der Schubriß in den Flansch fort und verursachte somit ein Verbundversagen. Aufgrund der wesentlich kleineren Dicke des Steges –die Elemente reißen deswegen leichter– pflanzte sich der Schubriß in der Berechnung an der Grenze Steg-Flansch fort. Um ein Verbundversagen auch in der FE-Berechnung abbilden zu können, ist eine dreidimensionale Analyse notwendig, die im Rahmen dieses Forschungsprojektes jedoch nicht stattfinden konnte.

Hierbei ist generell zu beachten, dass ein plötzliche Zugversagen im unbewehrten Beton kaum über den Zustand I hinaus rechnerisch nachvollzogen werden kann. Der Grund dafür ist, dass auch in scheinbar gleichen Strukturen wegen der stark streuenden Betonzugfestigkeit und der daraus resultierenden streuenden Versuchsergebnissen, kein eindeutig rechnerisch nachzuvollziehendes Ergebnis erwartet werden kann. Hier handelt es sich um ein werkstoffimmanentes Problem.

Auf den ersten Blick erkennt man aus dem Vergleich der beiden Kurven in Bild 6.15, dass die Systemsteifigkeiten für den ungerissenen Zustand I nahezu identisch sind. Die Berechnungskurve erreicht um den Zeitpunkt der Erstrissbildung eine vorläufige Belastungsspitze. Dieses Maximum von  $117,5 \text{ kN}$  liegt bei einer Mittendurchbiegung von etwa  $3,0 \text{ mm}$ . Der erste Riss trat im Versuchtritt bei einer Auflast von  $103,8 \text{ kN}$  und einer Durchbiegung von  $2,6 \text{ mm}$  auf. Nachdem die Belastbarkeit bei beiden Kurven quasi an der selben Stelle einen Wert von knapp über  $109 \text{ kN}$  annimmt (Mittendurchbiegung von jeweils ca.  $3,7 \text{ mm}$ ), steigt die Belastbarkeit innerhalb der ABAQUS-Rechnung auf ein Lastmaximum von  $135,5 \text{ kN}$ . Zu diesem Zeitpunkt ist der Schubriß schon vollständig ausgebildet. Die Bruchlast im Versuch wurde zu  $120,2 \text{ kN}$  gemessen. Die Abweichung zwischen Versuch und Rechnung liegt somit bei 11%. Die Steifigkeiten für den gerissenen Zustand II sind quasi gleich. Abschließend lässt sich feststellen, dass die ABAQUS-Rechnung die Last-Verformungskurve des Versuches gut annähert.

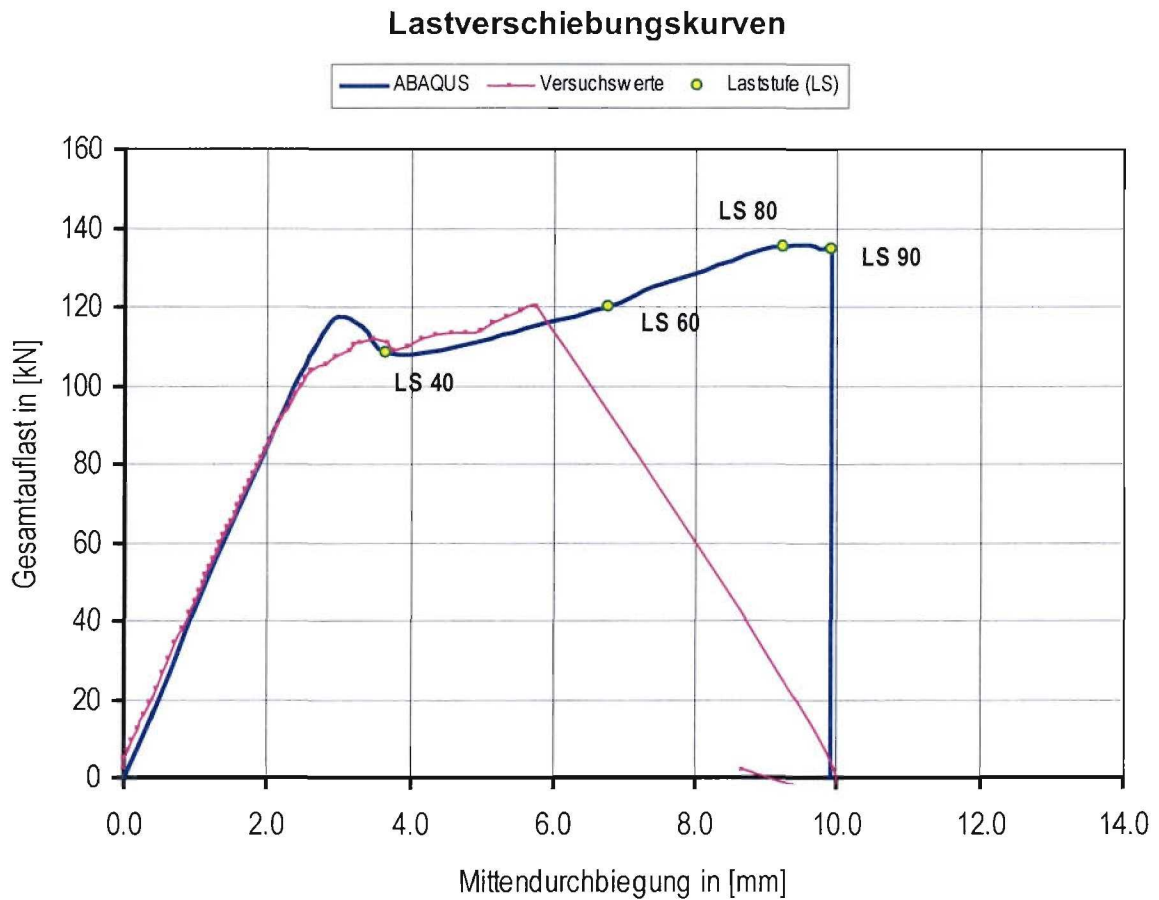


Bild 6.15: Lastverschiebungskurven der Messung und der Berechnung für VB2

### 6.4.3 Rissbildung und Rissverläufe

Das Bild 6.16 gibt Auskunft über den Rissverlauf des zweiten Versuchs. Die Details der Rissentstehung sind aus *Abschnitt 3.4* zu entnehmen. Es sei erwähnt, dass der Bruchriss in Bild 6.16 durch den Schubriss Nr.6 verkörpert wird und sich der Riss Nr.5 auf der Trägerrückseite befindet. Der Abstand der vier Biegerisse beträgt im Mittel etwa 57 cm.



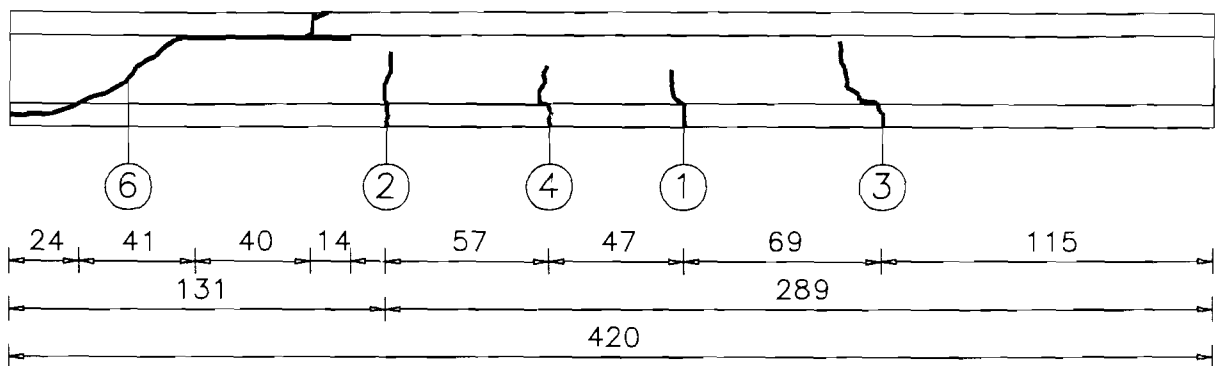


Bild 6.16: Gemessener Rissverlauf des Trägers VB2 in „cm“

Wie anhand der ersten beiden Rissplots von Bild 6.17 deutlich wird, treten in der Modellrechnung zunächst vier größere Biegerisse auf. Ein kleiner, fünfter Biegeriss, der sich zu LS 40 im Einflussbereich eines größeren Biegerisses befindet, schließt sich im weiteren Berechnungsablauf wieder. Kurz bevor die Maximallast erreicht wird (vgl. Bild 6.15), kommt es zur Ausbildung eines schrägen Schubrisses (LS 80), oberhalb des unteren Flansches. Dieser liegt weiter vom Auflager entfernt als es beim Versuch der Fall war. Bereits hier sind die weiteren Fortpflanzungsrichtungen zu erkennen. Die eine zeigt in Richtung Auflast und die andere entlang der Grenzlinie Steg/Flansch. Liefere der Schubriss noch im Verankerungsbereich durch den unteren Flansch hindurch, so würde der Balken auch in der Simulation aufgrund eines Ausziehversagens schlagartig versagen. Durch die unterschiedlichen Flansch- und Stegdicken vermochte das Modell wie bereits zu Beginn des Abschnittes erwähnt diesen Versagensmechanismus nicht abzubilden. Auch für den Verlauf der Spannungstrajektorien ergeben sich daraus einige Besonderheiten, die im *Abschnitt 6.4.6* erörtert werden. Bei der Laststufe LS 90 ist der Schubriss bereits voll ausgebildet. Er wird zu diesem Zeitpunkt noch von einem kleineren Biegeschubriss flankiert. Oberhalb der Auflagerfläche läuft der Schubriss bereits andeutungsweise in den unteren Flansch hinein. Der obere Flansch beginnt ebenfalls vor dem Erreichen der Laststufe LS 90 vom Steg durch ein Risswachstum in Trägerlängsrichtung abgespalten zu werden. Der qualitative Rissweitenvergleich, während der Laststufe LS 90 zeigt, dass der Schrägriss deutlich größere Rissweiten aufweist als die Biegerisse. Somit steht außer Frage, dass der Schubriss Versagensursache des Trägers VB2 war.

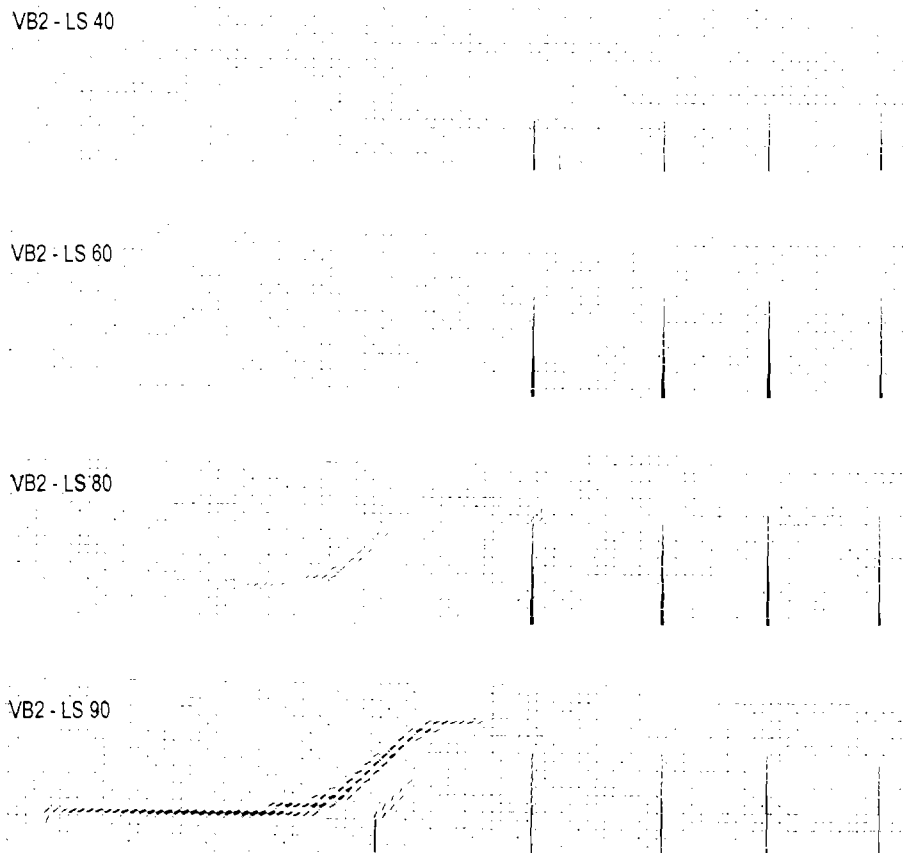


Bild 6.17: Rissbilddarstellung aus der Berechnung des VB2 zu unterschiedlichen Laststufen (LS)

Zum direkten und besseren Vergleich der Rissbilder des VB2 zwischen Versuch und ABAQUS-Berechnung, sind in Bild 6.17 die beiden Rissverläufe über die komplette Trägerlänge dargestellt.

In den Grundzügen sind sich die Teilbilder von Bild 6.17 ähnlich, jedoch treten in der Simulation mehr Biegerisse auf als im Versuch. Auch die Rissabstände werden von der FE-Berechnung geringer approximiert. Der Schubriss in der Rechnung liegt deutlich zum Lastangriffspunkt hin verschoben. Die Neigungswinkel der Schubrisse sind aus der visuellen Anschauung heraus quasi identisch. In der Simulation beträgt er ungefähr  $40,0^\circ$  gegenüber einem Winkel von  $38,6^\circ$  im Versuch (siehe *Abschnitt 3.4*).

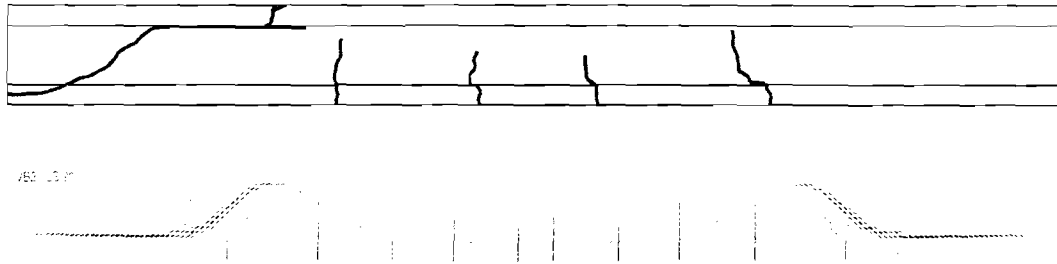


Bild 6.18: Rissbildvergleich Versuch/Rechnung

Der Träger versagte bei sehr geringer Durchbiegung ( $< 10$  mm). Er zeigte ein vergleichsweise sprödes Verhalten.

#### 6.4.4 Spannungsverläufe der Spannstähle

Die Verläufe der Spannstahlspannungen sind am Beispiel des *linken* Spannstahls in Bild 6.19 angegeben. Sie sind zu zwei verschiedenen Zeitpunkten in das Schaubild eingetragen. Der erste Zeitpunkt entspricht dem Tag an dem die Spannkkräfte in die Stähle eingeleitet worden sind (vgl. *Abschnitt 3.2*). Der zweite Zeitpunkt ist kurz nach Einleiten der Vorspannkraft in den Beton. Der mittlere Spannkraftverlauf für den linken Bewehrungsstahl ergibt sich kurz nach Eintragen der Vorspannkraft in den Beton zu etwa  $660 \text{ MN/m}^2$ . 1 Stunde vor Versuchsbeginn wurde aufgrund der elastischen Betonstauchung und Schwindverlusten nur noch eine mittlere Spannstahlspannung von  $550 \text{ MN/m}^2$  gemessen.

### Spannungsverläufe des linken Spannstahts vor dem Versuch

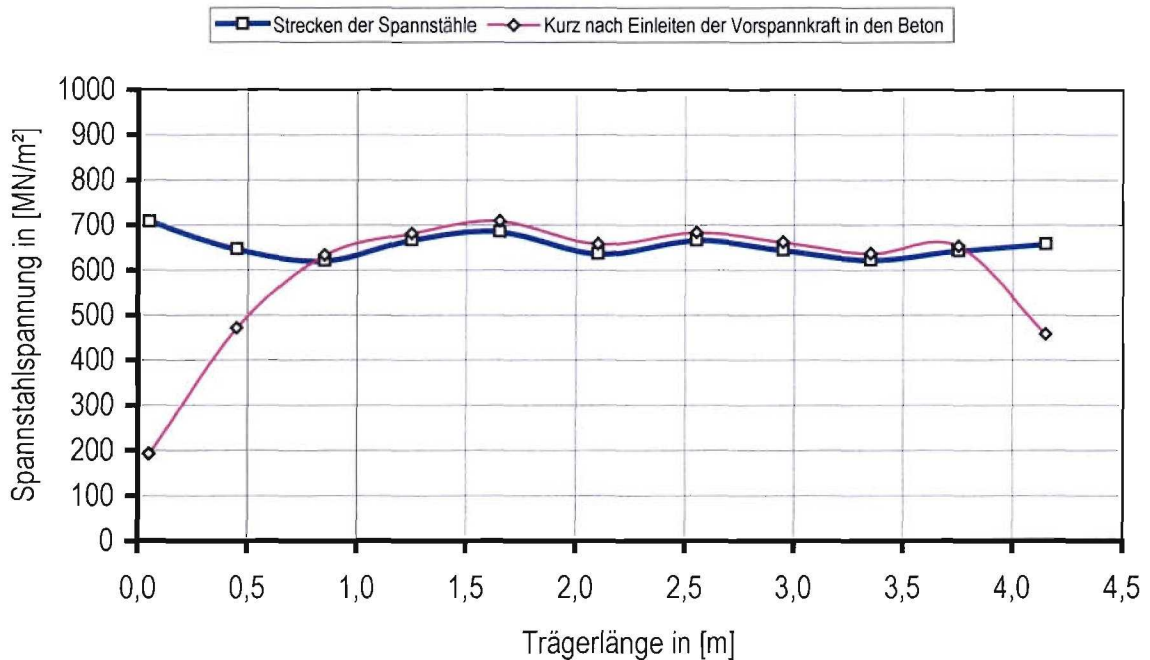


Bild 6.19: Stahlspannungen zur Zeit „Strecken der Spannstähle“ bzw. „ein Tag nach Kappen der Spannstähle“, anhand der Messwerte des VB2

Aus dem Spannungsverlauf des Spannstahts kann – analog zu VB1 – die Einleitungslänge grafisch bestimmt werden. Wie man deutlich an dem Spannungsabfall der zweiten Kurve in Bild 6.19 erkennt, erfolgt der Spannungsabfall im linken Balkenteil über ein längeres Wegstück hinweg. Dies ist vermutlich auf eine unterschiedliche Verbundqualität und gegebenenfalls auf Messungenauigkeiten zurückzuführen. Der Versuchsbalken hat im rechten Trägerendbereich eine Einleitungslänge von ca. 50 cm und im linken eine Einleitungslänge von ca. 80 cm. Analog zu *Abschnitt 6.3.4* berechnet sich der theoretische Wert der Kraftübertragungslänge zu maximal 48 cm, indem von einem  $k_1$ -Wert von 40 (gerippte Stähle für einen B45) und einem Spannstahldurchmesser von 1,2 cm ausgegangen wird.

### Spannungsänderungen des linken Spannstahls zu unterschiedlichen Auflaststufen

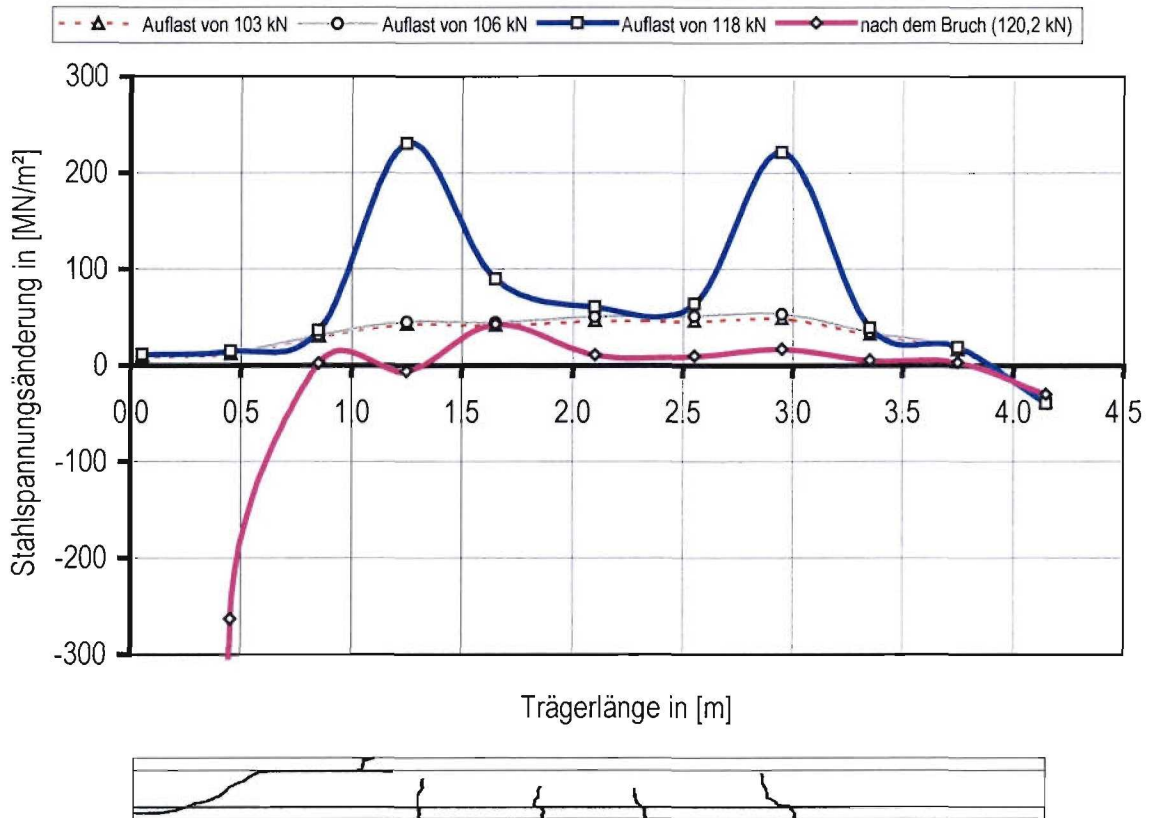


Bild 6.20: Gemessene Spannungsänderungen des linken Spannstahls zu drei unterschiedlichen Laststufen bezüglich des Spannungsverlaufs. „drei Tage vor Versuchsdurchführung“, anhand der Messwerte des VB2

Da die Stahlspannungen kurz vor dem Versuch einigen Streuungen unterlagen, ist in Bild 6.20 der zu den vier Auflaststufen (103 kN, 106 kN, 118 kN und bei Bruch) gemessene Spannungszuwachs – am Beispiel des linken Spannstahls – und nicht die totale Stahlspannung aufgetragen. Der erste Biegeriss zeigte sich bei einer Pressenkraft von 105 kN (vgl. Abschnitt 3.4).

Unterhalb des Diagramms aus Bild 6.20 ist zur besseren Verdeutlichung des Spannungsverlaufs eine Ansicht des Rissbilds dargestellt. Bei der „Auflast von 103 kN“ sind noch keine Risse vorhanden. Folglich ist die Kurve des Spannungszuwachses ähnlich zum Verlauf der Momentenlinie, wobei die Spannung im mittleren Balkenabschnitt nahezu konstant ist. Bei der Auflaststufe von 106 kN weist der Träger bereits seinen ersten Biegeriss auf, doch liegen die Dehnmessstreifen so weit von der Rissstelle entfernt, dass keine lokalen Spannungszuwächse gemessen werden. Die Spannungskurve ist daher kaum von der bei 103 kN zu unterscheiden. Deutlich sieht man aus dem

Kurvenverlauf bei einer „Auflast von 118 kN“, dass bei  $x=1,25\text{ m}$  und  $x=2,95\text{ m}$  jeweils eine durch Risse hervorgerufene Spannungsspitze auftritt. In nächster Umgebung dieser beiden Messstellen ist je ein annähernd vertikal verlaufender Riss entstanden (vgl. Bild 6.20). Die Spannungszuwächse haben einen Größenwert von 231 bzw. 222  $\text{MN/m}^2$ . Mit dem Vorspannungswert von 550  $\text{MN/m}^2$  ergibt sich somit eine maximale Stahlspannung von etwa 800  $\text{MN/m}^2$ . Die Spannstähle (St 1420/1570) kommen somit *nicht* ins Fließen. Die drei Messstellen in der Mitte des Spannstahls bekommen durch die benachbarten Biegerisse noch eine leichte Spannungserhöhung. Die übrigen Dehnmessstreifen des Spannstahls liegen so weit von den Rissen entfernt, dass sich quasi keine Spannungsänderungen zwischen der „Auflast von 118 kN“ und der „Auflast von 106 kN“ feststellen lassen. Ein Einfluss des Schubrisses ist bei einer Last von 118 kN noch nicht festzustellen, da sich dieser schlagartig einstellte. Der Schubriss ist aus dem Spannungsverlauf „nach dem Bruch“, anhand des sprunghaften Verlusts der Vorspannung und dem damit verbundenen Abfall der Stahlspannung weit in den negativen Wertebereich, erkennbar. Über die restlichen Trägerbereiche fallen die Stahlspannungsänderungen – zumindest tendenziell – auf den ursprünglichen Vorspannungswert von 550 MPa ab. Leichte Messungenauigkeiten sind zu beobachten.

In Bild 6.21 sind die Spannungsverläufe aus der ABAQUS-Berechnung des zweiten Versuchsträgers festgehalten. Die vier beispielhaft aufgeführten Laststufen können unter anderem dem Bild 6.15 entnommen werden.

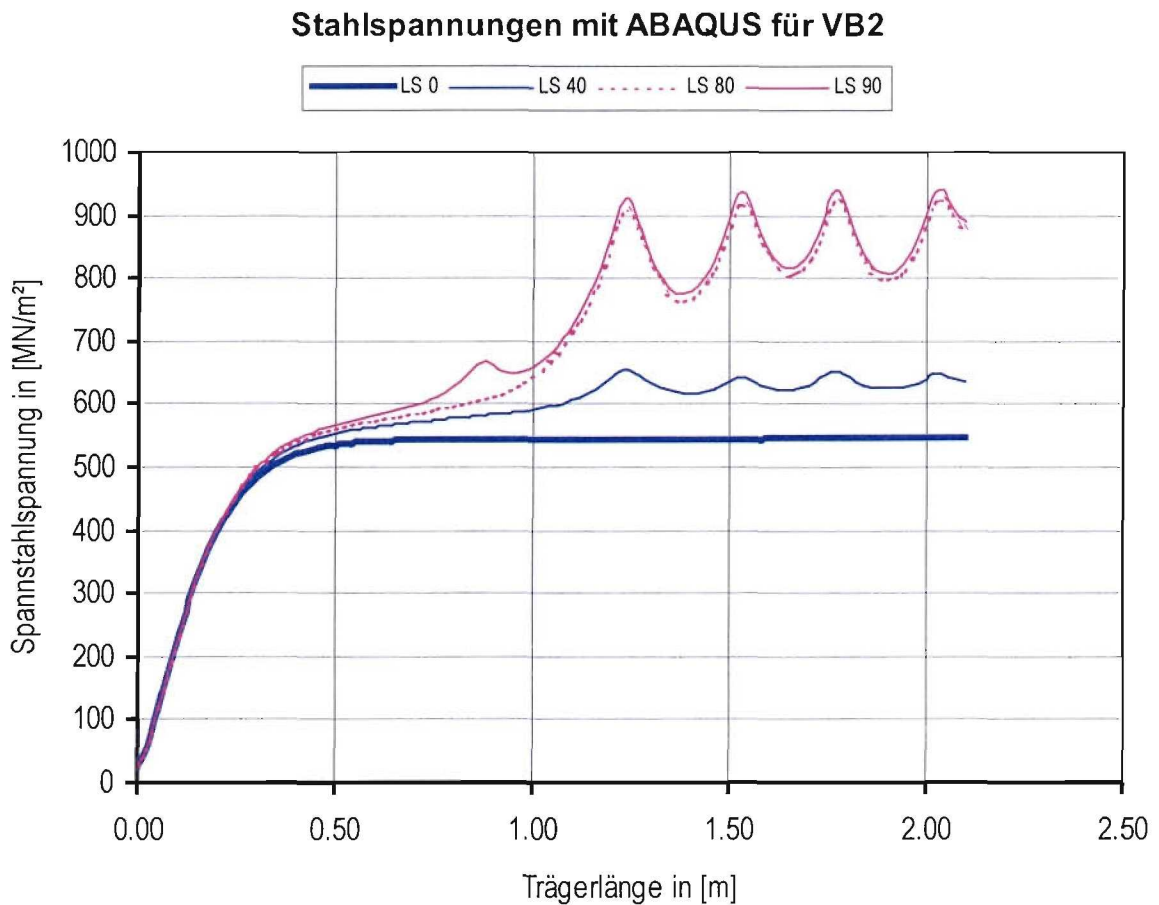


Bild 6.21: Spannsteelspannungen aus der ABAQUS-Berechnung für VB2

Bei einem Vergleich der Spannungsverteilung in Bild 6.19 und 6.20 mit 6.21 ist zunächst der vergleichsweise große Abstand der Messstellen im Versuch zu beachten,

Weiter erkennt man aus Bild 6.21, dass mit Hilfe von ABAQUS die Spannsteel – wie im Versuch – nicht ins Fließen kommen. Die maximale Steelspannung beträgt in der Berechnung  $911 \text{ MN/m}^2$  gegenüber ca.  $800 \text{ MN/m}^2$  aus den Versuchsmesswerten. In der Rechnung sind die Spannungsspitzen also ausgeprägter als dies in Wirklichkeit der Fall ist. Die Eintragungslänge der Spannkraft ergibt sich zu etwa  $50 \text{ cm}$ . Im Versuch ergaben sich vor der Lastaufbringung in der rechten Trägerhälfte  $50 \text{ cm}$  und in der linken  $80 \text{ cm}$ . Während die vier (über das ganze System acht) Biegerisse schon ab LS 40 eindeutig auszumachen sind, tritt erst mit der Laststufe LS 90 ein weiterer Riss in Auflagernähe auf. Bei diesem Riss handelt es sich, wie bereits weiter oben beschrieben, um einen „Biegeschubriss“. Wie bereits in *Abschnitt 6.4.3* besprochen, ist hier keine Beeinflussung

durch den Schubriss vorhanden, da dieser nur am unteren Flansch entlang läuft, aber nicht in den unteren Flansch hineingeht.

#### 6.4.5 Verbundspannungen an der Stahloberfläche

Die Verbundspannungen des VB2 erhält man analog zu VB1, aus der dimensionsbehafteten Formel nach *Abschnitt 6.3.5 Gl. (6.10)*. Die Ergebnisse dieses Zusammenhanges werden durch Bild 6.22 veranschaulicht.

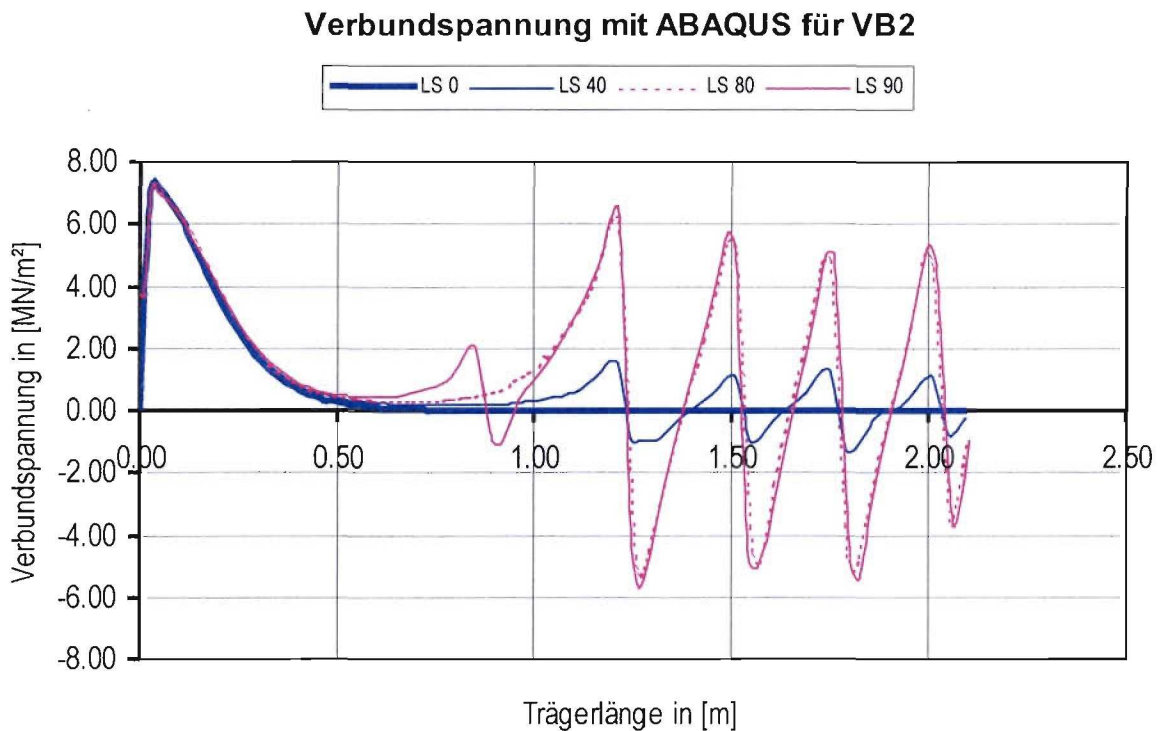


Bild 6.22: Auswertung der Verbundspannung für den VB2 nach *Gl. (6.10)*

Identisch zu den in *Abschnitt 6.3.5* gemachten Erkenntnissen, liegt das Maximum der Verbundspannung des Kräfteinleitungsbereichs bei etwa  $3\text{ cm}$ . Das Maximum beträgt dort  $7,3\text{ MN/m}^2$ , das nach Bild 6.22 auch an den übrigen Maximalstellen nicht überschritten wird. Der Kurvenverlauf in der Nähe der Auflagerzone ist wie bei VB1 über alle Laststufen hinweg, quasi gleich. Die abfallenden Sprünge innerhalb der Verbundspannung (folgend auf den Endverankerungsbereich), fallen hier ebenfalls mit den gerissenen Stellen zusammen. Der Biegeschubriss lässt sich in der zuletzt dargestellten Laststufe (LS 90)

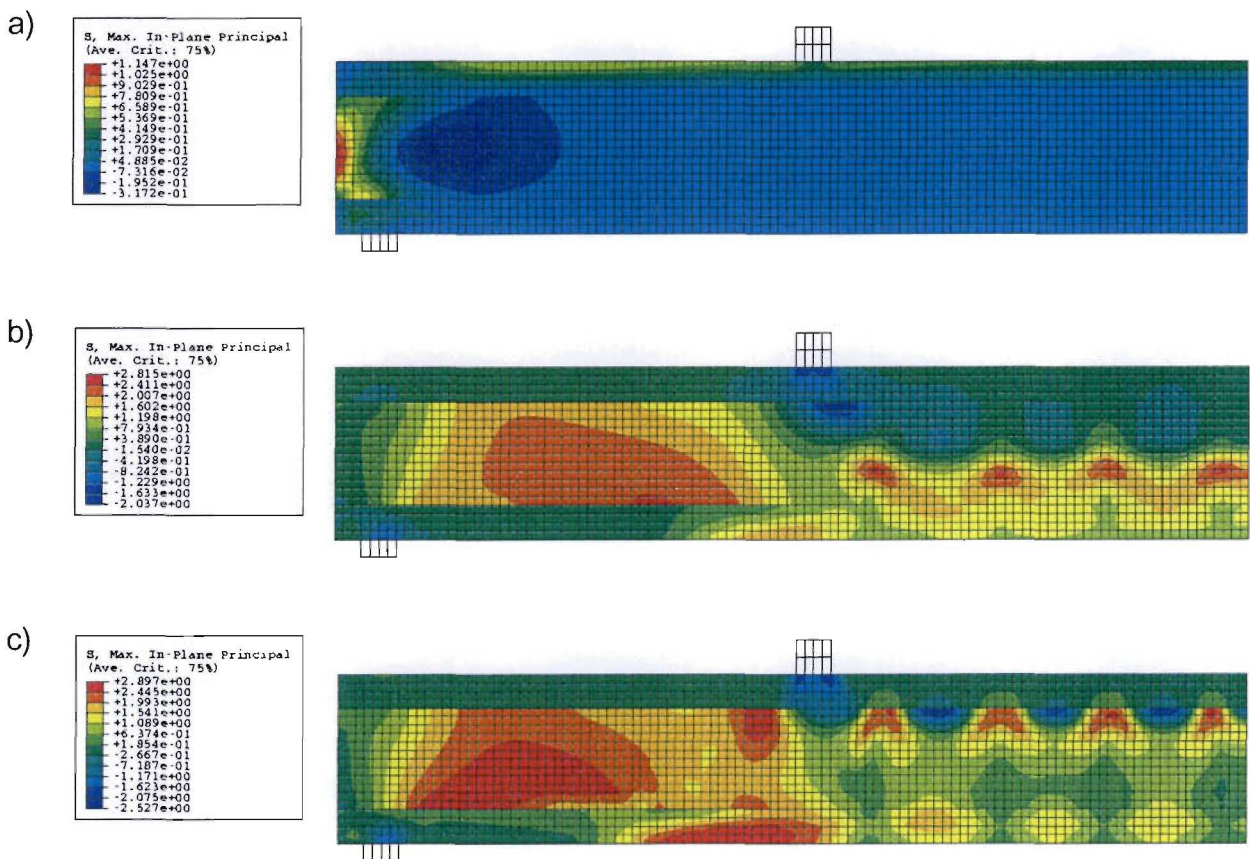


identifizieren. Der Verlauf dieser Laststufe stimmt sonst annähernd mit dem von LS 80 überein.

### 6.4.6 Betonspannungen und zugehörige Trajektorien

Im Folgenden werden für den zweiten Versuchsbalken (VB2) die mit Hilfe von ABAQUS erhaltenen Hauptspannungsbilder und die zugehörigen Trajektorienplots für die Belastungsstufen LS 0, LS 40, LS 80 und LS 90 diskutiert. Auch hier erfolgt die Darstellung nur für die linke Trägerhälfte.

- *Hauptzugspannungen:*



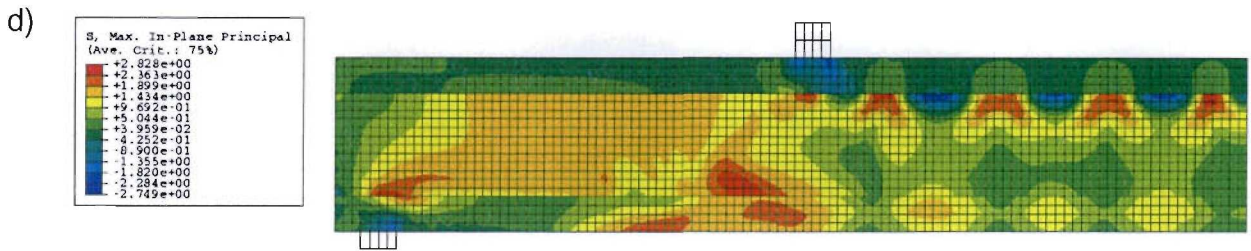


Bild 6.23: Hauptzugspannungen des VB2 in  $[MN/m^2]$ ; a): LS 0; b): LS 40; c): LS 80; d): LS 90

Die höchsten Werte der Hauptzugspannungen sind in Bild 6.23 mit der Farbe Rot gekennzeichnet. Generell sind, wie übrigens bei allen anderen Spannungsbildern des Kapitels 6, die Stegspannungen gegenüber den Flanschspannungen – innerhalb der gleichen Laststufe – tendenziell höher, was auf die schmale Stegbreite zurückzuführen ist.

Aus der LS 0 (oberster Spannungsplot von Bild 6.23) ist an der linken Trägerstirnseite die maximale Zugspannung von etwa  $1,15 MN/m^2$  abzulesen. Eine Stimzugwirkung ist also auch bei diesem Träger unproblematisch. Im Vergleich hierzu ergab sich bei VB1 ein um näherungsweise 30% kleinerer Wert von ca.  $0,81 MN/m^2$  (vgl. Abschnitt 6.3.6). Zurückzuführen ist der an diesem Ort vorhandene, geringere Spannungswert von VB1, auf die kleineren Vorspannkräfte und die dort mit einer Dicke von  $10 cm$  ausgeführte Querschnittsbreite. Der Steg des zweiten Versuchsträgers besitzt im Unterschied eine Stegdicke von nur  $6 cm$ . Bemerkenswert ist bei VB2 die Tatsache, dass die maximale „Stimzugspannung“ ebenfalls annähernd in der Stirnseitenmitte angreift, obwohl der zweite Versuchsbalken nur einseitig (unten) vorgespannt ist. Gut erkennbar ist des Weiteren, dass in den anschließenden Laststufen diese Zugspannungsspitze wieder abgebaut wird. Die maximale Zugspannung nimmt nach der Laststufe LS 0 bis einschließlich LS 90 zu (z.B.  $2,83 MN/m^2$  bei LS 90). Das Maximum der Betonzugspannung ist dabei überschritten. Der Endwert entspricht dem Berechnungswert „ft0“ nach Abschnitt 6.2.3 Tabelle 6. Deutlich ist anhand von Bild 6.23 b, c und d zu erkennen, dass die Maxima der Spannungswerte immer in der näheren Umgebung der Risspitzen auftreten. So ist z.B. für den Schubriss der maximale Spannungswert zum Belastungszeitpunkt LS 90 direkt oberhalb des Auflagers an der Grenzlinie zwischen Steg und Flansch zu finden. Die Biegerisse reichen im Spannungsplot bis an den oberen Flansch heran. Die Hauptzugspannungen des oberen Flansches bleiben während der Berechnung stets unkritisch.

- Hauptdruckspannungen:

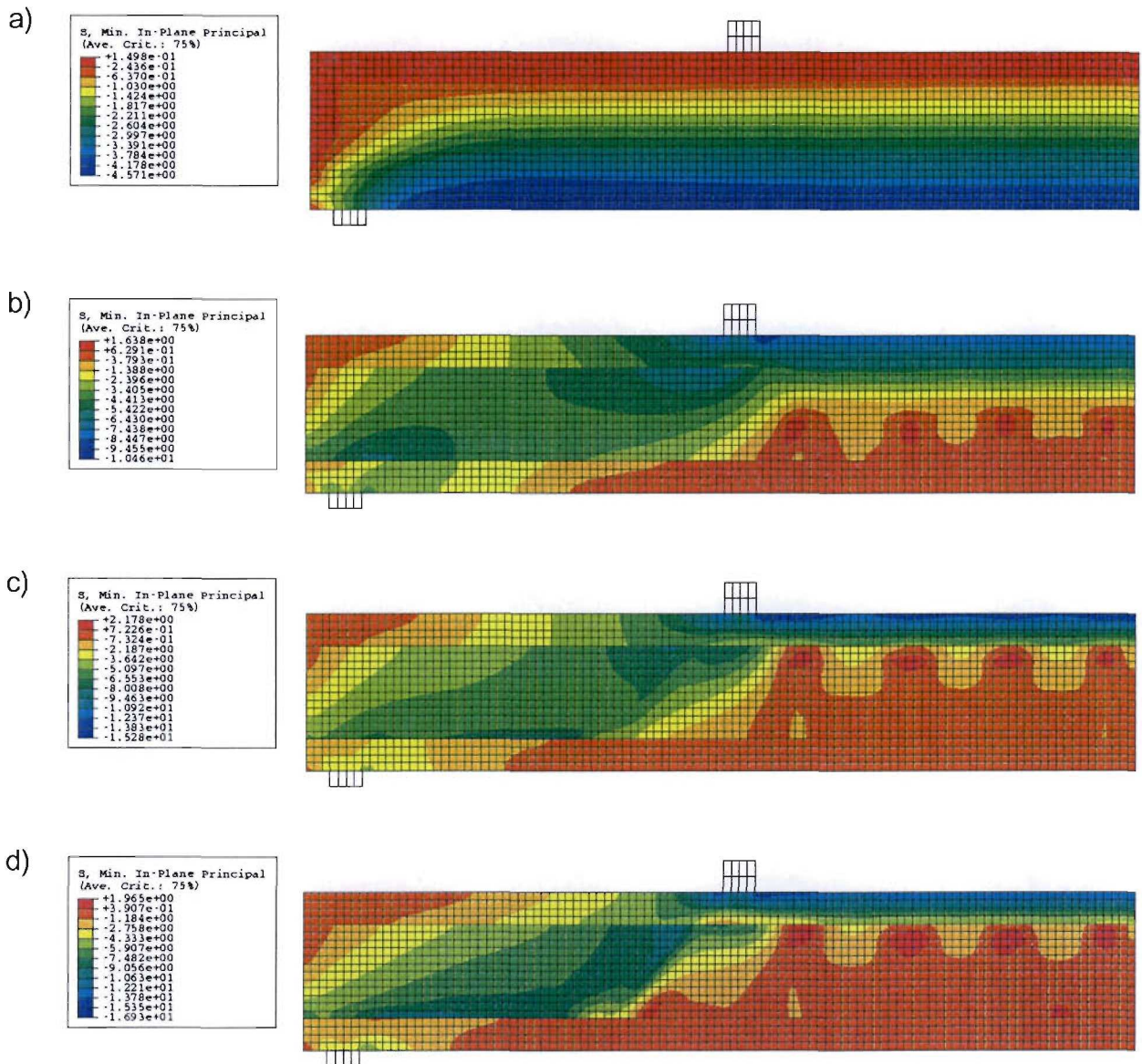


Bild 6.24: Hauptdruckspannungen des VB2 in [MN/m<sup>2</sup>]; a) LS 0; b) LS 40; c) LS 80; d) LS 90

Betrachtet man Bild 6.24a, so ist das annähernd von oben nach unten gestaffelte Spannungsbild besonders auffallend. Also bildet sich zur Laststufe LS 0 und vor dem Aufbringen der äußeren Belastung, wie auch nicht anders zu erwarten ist, der für das Vorspannen typische Spannungsverlauf mit oben Zug und unten Druck aus. Die maximale Druckspannung liegt dabei bei ca.  $-4,57 \text{ MN/m}^2$ . Das Spannungsverhältnis hat sich zum Zeitpunkt LS 40 bereits konträr umgekehrt. Es herrscht nun unten Zug und oben Druck. Die Beträge der Druckspannungen im oberen Flansch nehmen im weiteren Verlauf

weiter an Größe zu. So kann z.B. bei LS 90 der betragsmäßig größte Druckspannungswert von etwa  $-16,9 \text{ MN/m}^2$  abgelesen werden. Man befindet sich somit noch weit von der für die Berechnung angenommenen Betondruckfestigkeit entfernt (vgl. *Abschnitt 6.2.4*), wenn davon ausgegangen wird, dass man sich noch nicht im „Softening“-Bereich befindet. Hieraus lässt sich ableiten, dass ein Druckversagen des Betons, wie auch anhand der Versuchsmesswerte festzustellen ist, nicht maßgebend wird.

Zugtrajektorien:

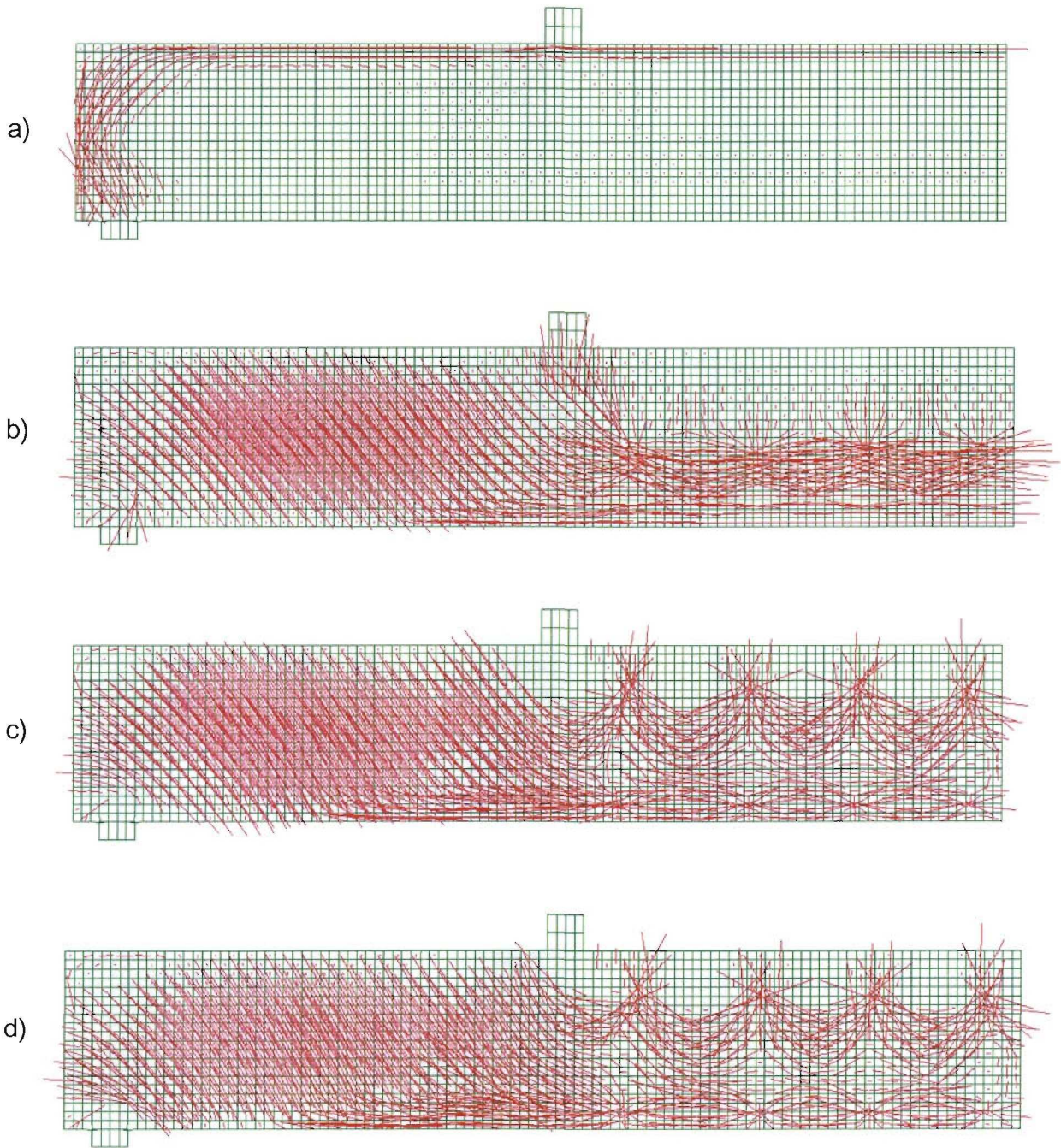
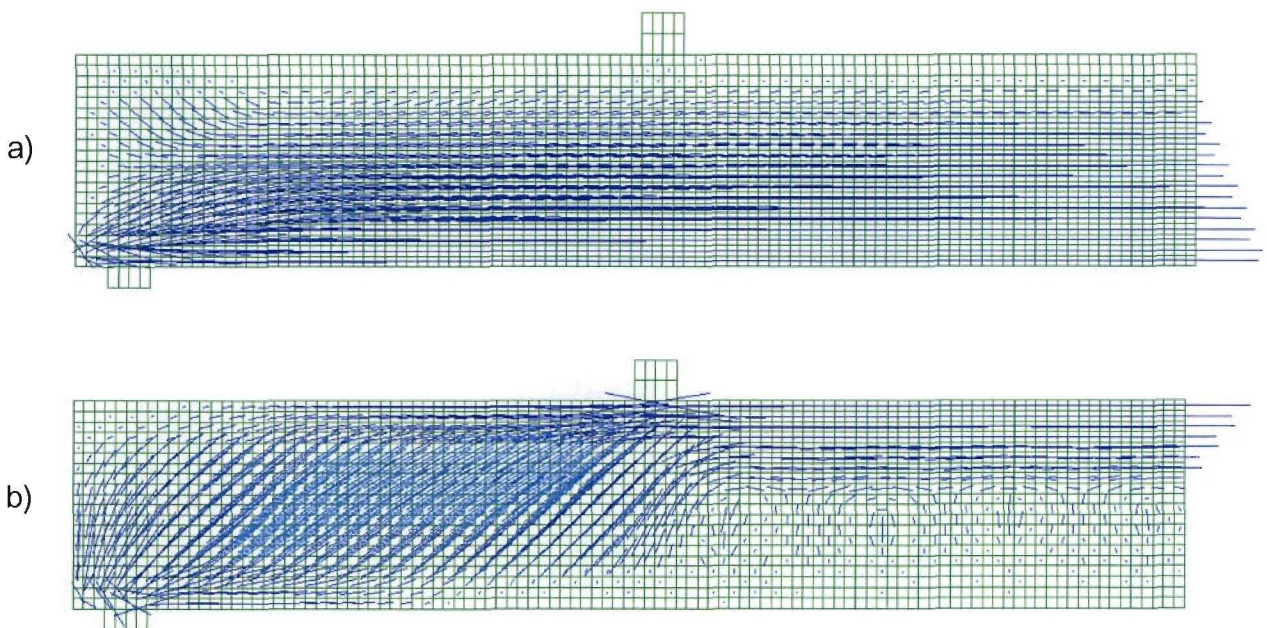


Bild 6.25: Zugtrajektorien für den VB2; a): LS 0; b): LS 40; c): LS 80; d): LS 90

Passend zu den Spannungsbildern von Bild 6.23 sind in Bild 6.25 die entsprechenden Zugtrajektorienplots des Berechnungsmodells abgedruckt. Aus Übersichtlichkeitsgründen werden die Zugtrajektorien nicht gleichzeitig mit den Drucktrajektorien (siehe Bild 6.26) dargestellt.

Aus Bild 6.25a ist gut zu erkennen, dass sich die Zugspannungen zum Zeitpunkt LS 0 im Wesentlichen auf die Trägerstimbereiche und den oberen Flansch konzentrieren. Die Trajektorien verlaufen in Stimmseitenmitte und innerhalb des Flanschs parallel zu den Balkenbegrenzungskanten. Die übrigen Bereiche sind quasi zugspannungsfrei. Die Laststufen LS 40 bis LS 90 zeigen die Zonen hoher Zugspannung an. Diese liegen vor allem im Stegbereich zwischen äußerer Belastung und Balkenaufleger, sowie an den Risswurzeln der Biegerisse. Der Neigungswinkel der Zugtrajektorien ist im Steg im Allgemeinen grafisch gut zu ermitteln, während an den oberen Ausläufern der Biegerisse, also den Zonen der Rissentstehung, eine Richtungsbestimmung äußerst schwierig ist. Dies ist konform zur Theorie der „mitrotierenden Risse“, bei der die Rissrichtungen zunächst unbestimmt bleiben (vgl. *Abschnitt 3.2.3*). Die Veränderung der Trajektorienwinkel während der Belastungsgeschichte wird im Folgenden bei der Anschauung der Drucktrajektorien behandelt. Es sei nur kurz erwähnt, dass die Trajektorien der Hauptzugspannungen offensichtlich geringfügig steiler werden.

*Drucktrajektorien:*



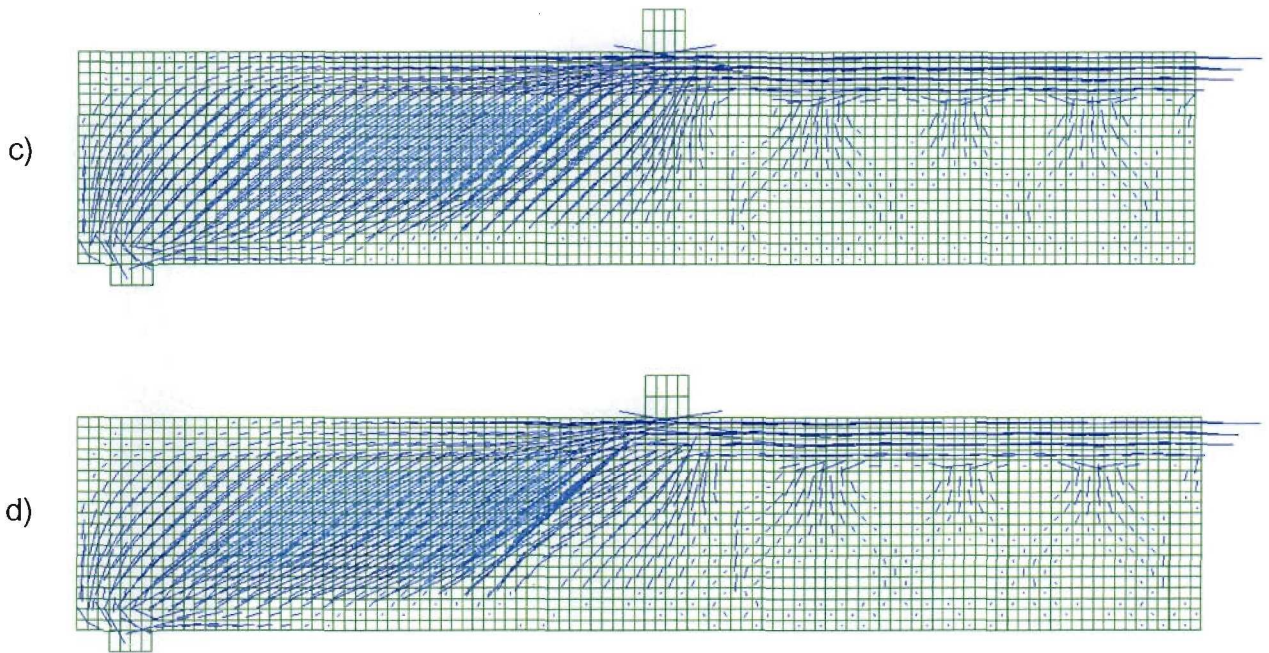


Bild 6.26: Drucktrajektorien für den VB2; a): LS 0; b): LS 40; c): LS 80; d): LS 90

Die Drucktrajektorien sind dem Bild 6.26 zu entnehmen. Sie stehen definitionsgemäß orthogonal auf den Zugtrajektorien.

Ebenso wie bei der Analyse der Zugtrajektorien sind aus Bild 6.26a die Bereiche hoher Zugspannung gut zu erkennen. Sie können in der Laststufe LS 0 mit den Zonen fehlender Drucktrajektorien gleichgesetzt werden. Auch hier ist zu diesem Zeitpunkt die annähernd vertikale Staffelung der Druckspannungen ersichtlich. Oberhalb des Auflagerbereichs ist eine leichte Verlängerung der Trajektorien auszumachen, was auf die Spannkrafteinleitungslänge im Trägerendbereich hinweist. Die Belastungsstufen LS 40 bis LS 90 zeigen deutlich, dass die Druckspannungen um die Biegerisse fast gänzlich verschwinden, an den Risswurzeln sogar vollständig, d.h. es handelt sich um Zonen reiner Zugbeanspruchung. Die Druck-Trajektorien-Winkel bezüglich der Horizontalen werden im Berechnungsmodell nicht steiler sondern flachen sich im Belastungsverlauf wieder ab. Aus der grafischen Analyse der Neigungen ergibt sich z.B. zu LS 40 ein „mittlerer“ Winkel von ca.  $34^\circ$  und zu LS 90 ein „mittlerer“ Winkel von ca.  $31^\circ$ . Dies entspricht nicht dem erwarteten Verhalten, dass sich infolge der Spannungsumlagerung ein immer steiler werdender „Druckbogen“ ausbildet. An dieser Stelle wird auf die Ausführungen des Abschnitts 6.5.5 bezüglich des „Druckspannungsflusses“ hingewiesen. Aufgrund der

minimalen Änderungen der Trajektorienwinkel lässt sich festhalten, dass aufgrund der fehlenden Bewehrung es zu keiner Spannungumlagerung beim Übergang vom Zustand I in den Zustand II im Endbereich kommt.

Angemerkt sei an dieser Stelle, dass der Biegeschubriss in der Simulation bedeutend weiter vom Auflager entfernt war als im Versuch. Ob eine Spannungumlagerung im Endbereich beim Übergang vom Zustand I in den Zustand II auftritt, wenn der Schubriss in Auflagernähe auftritt, wird anhand eines fiktiven Belastungsfalls in Kapitel 6.6 diskutiert.

#### **6.4.7 Betondehnungen**

Um zu zeigen, dass die ABAQUS-Berechnung die gemessene Dehnungsverteilung gut reproduzieren kann, werden exemplarisch für den Querschnitt B gemäß Bild 6.30 die Dehnungen aus Versuch und Rechnung für zwei verschiedene Laststufen gegenübergestellt. Dies lässt auch Rückschlüsse auf die Qualität des simulierten Hauptdehnungszustandes zu.

Die Verteilung der Dehnmessstreifen des zweiten Versuchsbalkens (VB2) kann aus *Abschnitt 3.4* entnommen werden. Die Auswertung der Betondehnungen innerhalb des Stegs wird exemplarisch in einem Abstand von 60 cm zur Auflagerkante vorgenommen. Dieser Querschnitt wird im Folgenden „Querschnitt B“ genannt (siehe Bild 6.30). Um Ungenauigkeiten bei den Dehnungsmessungen ausgleichen und einen möglichst aussagekräftigen Vergleich mit den Werten aus der ABAQUS-Berechnung machen zu können, werden aus den vier möglichen „Messreihen“ jeweils die Mittelwerte bestimmt (siehe Bild 6.29). Jede Messreihe setzt sich aus den drei jeweiligen Steg-DMS zusammen. Die ersten beiden Messreihen befinden sich innerhalb der linken Balkenhälfte, eine auf Balkenvorderseite, die andere auf der Rückseite. Die anderen beiden liegen hierzu symmetrisch in der rechten Balkenhälfte. Bild 6.27 zeigt die Messungen dieser vier Reihen bei einer Auflast von 110 kN. Die Streuungen der Messwerte sind sehr groß. Sie betragen zum Teil über 60%. Die Werte direkt auf der „x-Achse“ sind nur zur besseren Veranschaulichung der Maxima, in das Schaubild eingezeichnet.



### Gemessene Betondehnungen des Stegs bei 110 kN , für Querschnitt B (60 cm vom Balkenende)

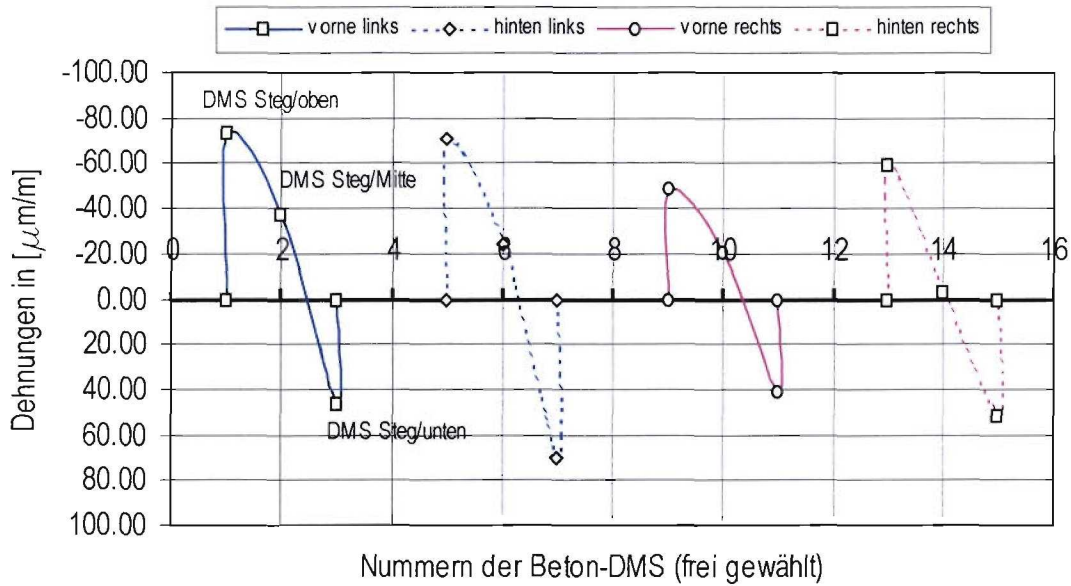


Bild 6.27: Betondehnungskurven im Steg, für eine Belastung von 110 kN für VB2

In Bild 6.28 sind die Dehnungsverläufe bei einer Last von etwa 117 kN (kurz vor Versagen) dargestellt.

### Gemessene Betondehnungen des Stegs bei 117 kN, für Querschnitt B (60 cm vom Balkenende)

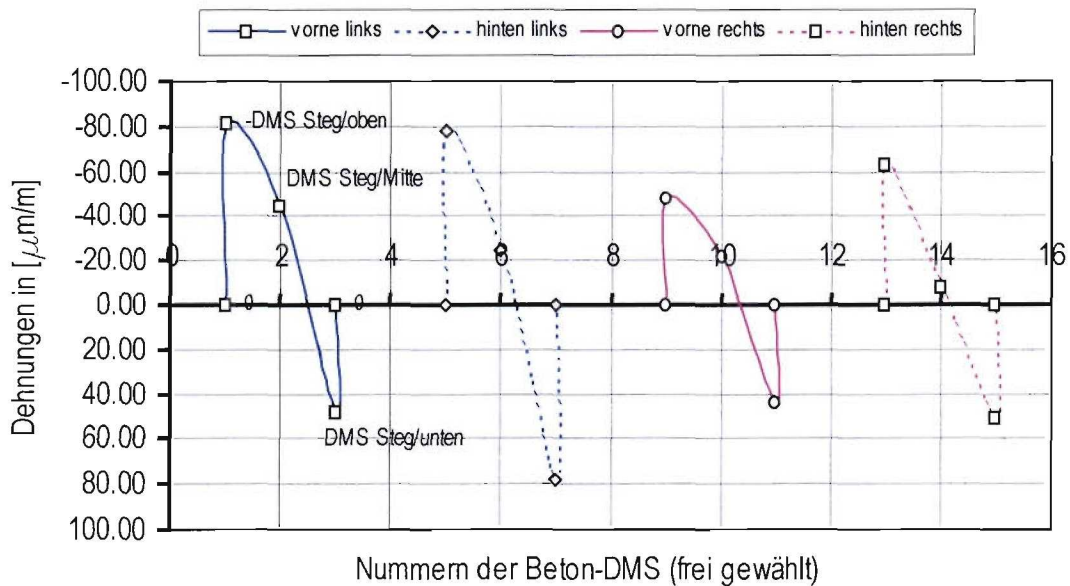


Bild 6.28: Betondehnungskurven im Steg, für eine Belastung von 117 kN für VB2

Es ist zu sehen, dass die Beträge der Dehnungen der Laststufe  $117\text{ kN}$  in der Regel größer sind als diejenigen von Laststufe  $110\text{ kN}$ .

Die aus den Kurven von Bild 6.27 und Bild 6.28 errechneten Mittelwerte aus dem jeweils unterschiedlichen Verhalten der rechten und linken Seite, wie sie ganz natürlich zu erwarten sind, sind in dem Diagramm Bild 6.29 dargestellt.

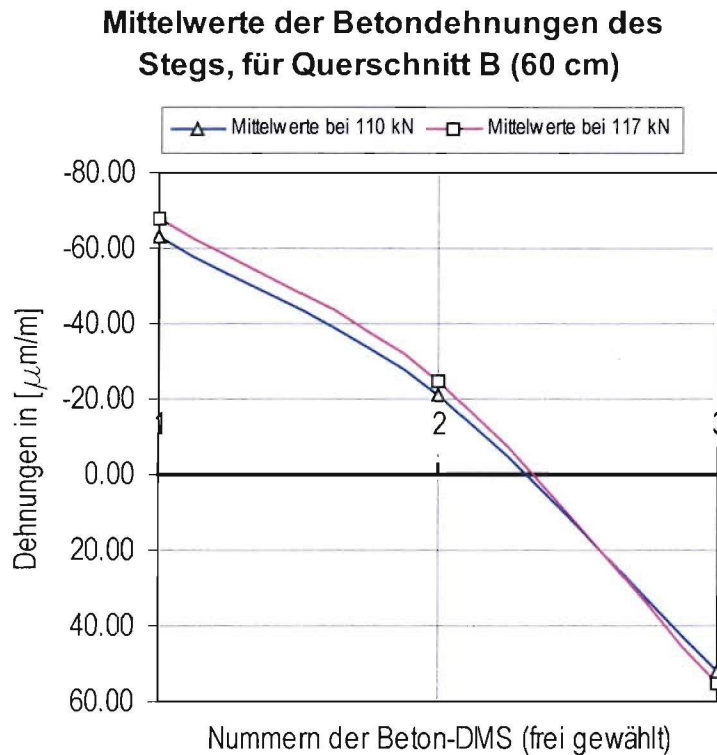


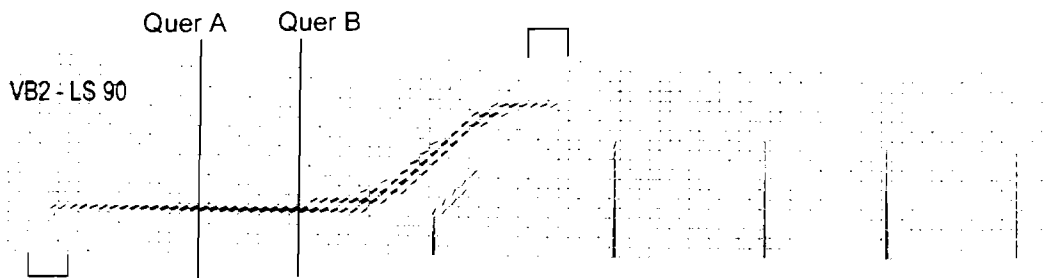
Bild 6.29: Mittelwerte der Betondehnungen des „Querschnitts B“ für VB2

Die Betondehnung im Querschnitt B kurz vor dem Erreichen der Tragfähigkeit beträgt also kurz unterhalb des oberen Flanschs  $-0,068\text{ ‰}$  und geringfügig oberhalb des unteren Flanschs  $+0,055\text{ ‰}$ .

Die Bestimmung der Betondehnungen erfolgt bei der ABAQUS-Rechnung in zwei Querschnitten. Der „Querschnitt A“ ist genau  $40\text{ cm}$  von der Trägerstimseite entfernt und „Querschnitt B“ exakt  $60\text{ cm}$  (siehe Bild 6.30). Als Referenzlastschritte dienen auch hier die vier Stufen LS 40, LS 60, LS 80 und LS 90. Anhand des Querschnitts B kann ein direkter Vergleich zu den Versuchsdaten gemacht werden (siehe oben). Exemplarisch werden die Ergebnisse für die Auflaststufen  $110\text{ kN}$  und  $117\text{ kN}$  diskutiert, denn hier

stimmen – zumindest die Auflasten – gut mit den Berechnungsstufen LS 40 bzw. LS 60 überein. Es muss jedoch beim Vergleich bedacht werden, dass ABAQUS die Dehnungen aus der Vorspannung mit berücksichtigt.

Als verbesserte Orientierungshilfe beinhaltet Bild 6.30 den errechneten Rissverlauf zum Zeitpunkt LS 90.



**Bild 6.30:** Anordnung von „Querschnitt A“ und „Querschnitt B“

In den folgenden drei Diagrammen werden die Verläufe der Betonverzerrungen (Dehnungen  $\varepsilon_{11}$  und  $\varepsilon_{22}$ ) zu den vier Laststufen der beiden Querschnitte (A und B) veranschaulicht. Hierzu ist – aus Gründen der besseren Überschaubarkeit – der Querschnitt A immer links und Querschnitt B immer rechts abgedruckt.

### Betondehnungen $\varepsilon_{11}$ mit ABAQUS, für Querschnitt A

### Betondehnungen $\varepsilon_{11}$ mit ABAQUS, für Querschnitt B

--- LS 0    — LS 40    - - - LS 80    — LS 90

--- LS 0    — LS 40    - - - LS 80    — LS 90

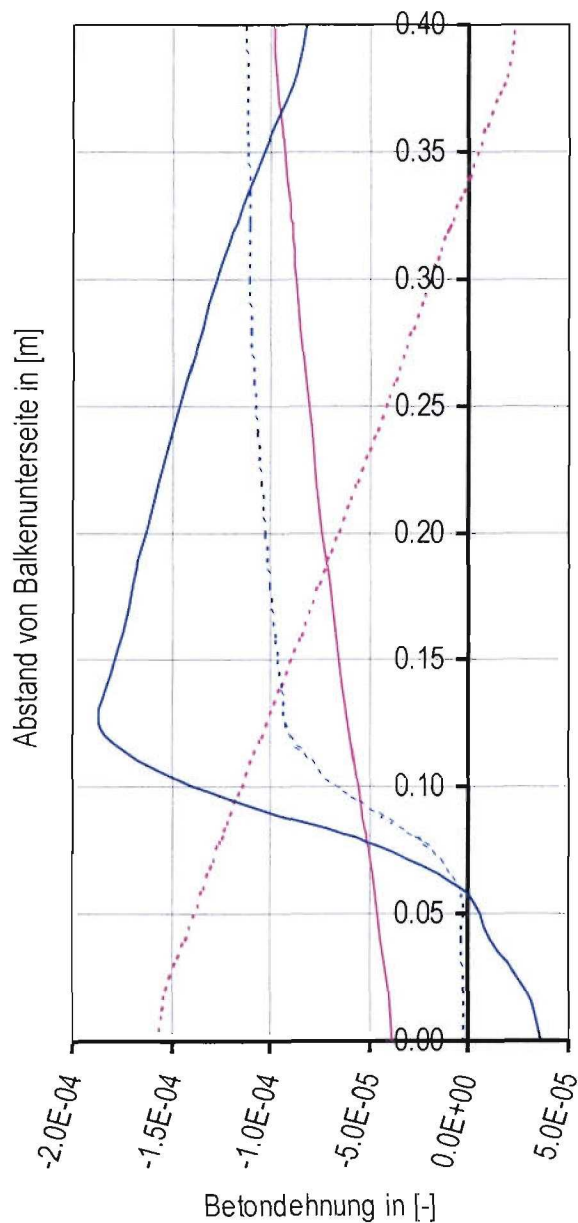
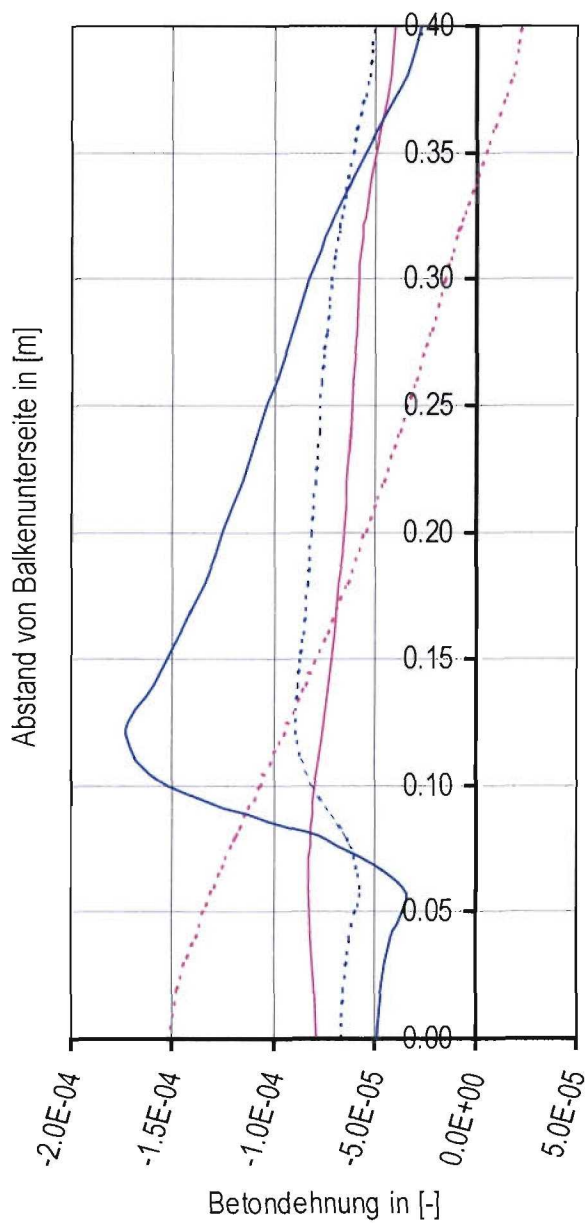
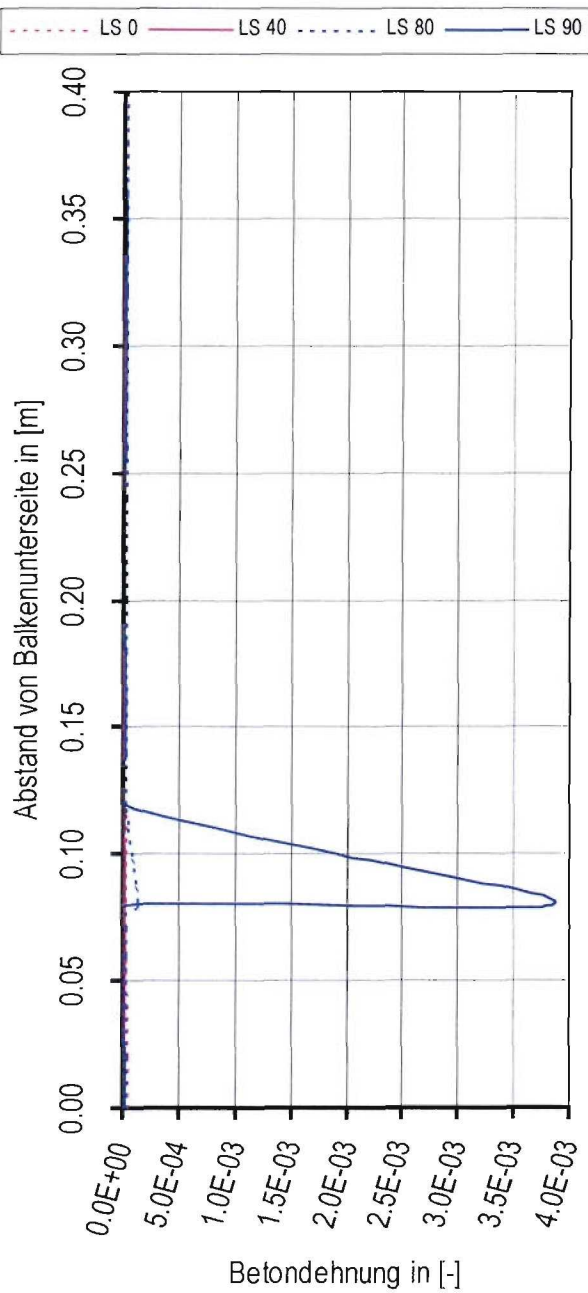


Bild 6.31: Betondehnungen  $\varepsilon_{11}$  bestimmt über ABAQUS für VB2

### Betondehnungen $\varepsilon_{22}$ mit ABAQUS, für Querschnitt A



### Betondehnungen $\varepsilon_{22}$ mit ABAQUS, für Querschnitt B

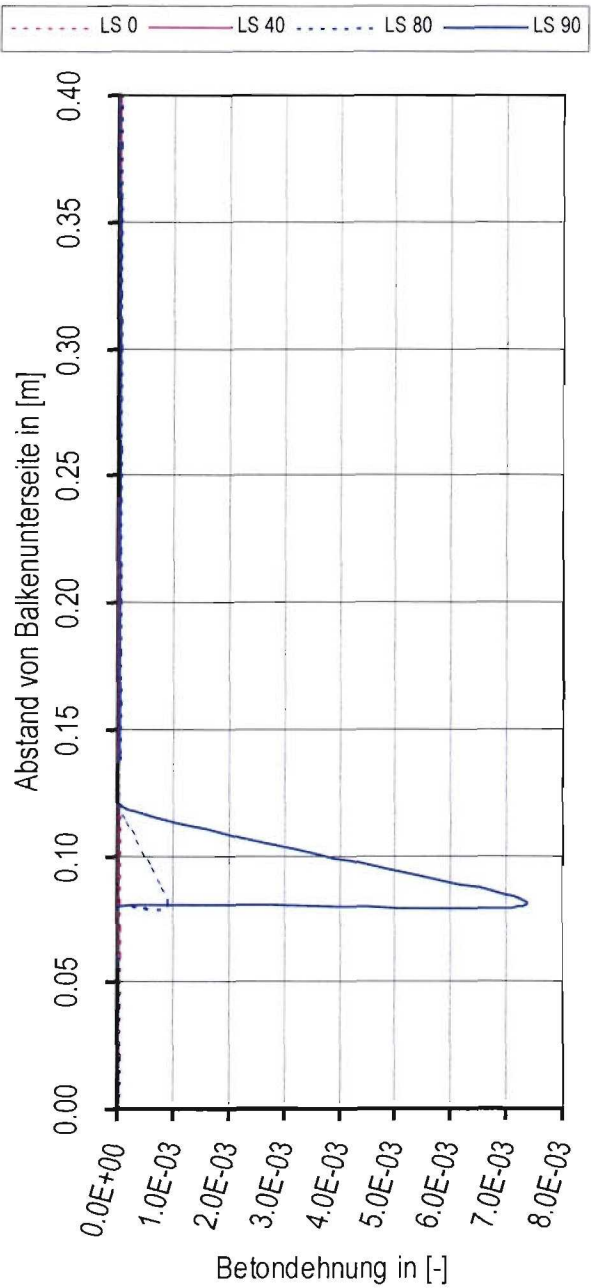


Bild 6.32: Betondehnungen  $\varepsilon_{22}$  bestimmt über ABAQUS für VB2

Am Verlauf der Dehnungen  $\varepsilon_{11}$  zu LS 0 erkennt man (siehe Bild 6.31), dass für beide Querschnitte die Berechnungswerte zum Zeitpunkt „Null“ fast identisch sind. Nur minimal sind die Beträge des Querschnitts B größer als die von Querschnitt A. Man kann daraus schlussfolgern, dass die Vorspannkraft schon bis zum Querschnitt A vollkommen eingeleitet ist. Der Dehnungsverlauf ist annähernd linear über die Trägerhöhe verteilt. Zunächst sind die negativen Dehnungen unten um etwa einen Faktor von -7 kleiner als die positiven Dehnungen oben (LS 0). Im weiteren Zeitverlauf kehrt sich das Vorzeichenverhältnis um, d.h. der Träger biegt sich in Auflastrichtung stärker durch als die „Anfangsüberhöhung“ betragen hatte. Innerhalb des Querschnitts B verändern sich die Dehnungen  $\varepsilon_{11}$  schneller als in Querschnitt A. Diese Feststellung ist darauf zurückzuführen, dass das Biegemoment infolge äußerer Kraft in Querschnitt A kleiner ist als für den weiter rechts liegenden Querschnitt B. Zwischen den Laststufen LS 40 und LS 80 beginnen die Längsdehnungen an der Übergangszone vom Steg zum unteren Flansch überproportional zu wachsen. Das ist ein Indiz für den entstandenen Schubriss entlang dieses Balkenabschnitts. Das Maximum befindet sich ungefähr 5 cm über der Oberkante des unteren Flanschs und zwar in beiden Referenzquerschnitten.

Stellt man die  $\varepsilon_{22}$ -Dehnungen von Bild 6.32 einander gegenüber, so lässt sich für die ersten zwei eingezeichneten Laststufen erkennen, dass die Querdehnungen – in Analogie an die Balkentheorie – quasi einen Betrag von Null einnehmen. Im weiteren Berechnungsablauf bildet die Dehnung an der unteren Stegkante einen sprunghaften Anstieg aus, der von LS 80 zu LS 90 um einen vielfachen größer wird. Querschnitt B, der näher am Entstehungspunkt des Schubrisses liegt, weist dabei stets die höheren Werte auf.

Die aus der ABAQUS-Berechnung (LS 40 und LS 80) für den Querschnitt B maßgeblichen Dehnungsänderungen ( $\varepsilon_{11}$ ) sind, zum Zweck einer direkten Gegenüberstellung mit den Versuchsdaten (110 kN und 117 kN), in Bild 6.33 aufbereitet. Wie bereits angedeutet entspricht die rechnerische Laststufe LS 40 den Messwerten bei einer Belastung von 110 kN und LS 80 denen bei 117 kN. Bei den ABAQUS-Ergebnissen musste jeweils der Vorspannungszustand abgezogen werden und für die Versuchswerte wurden die Mittelwerte aus Bild 6.29 verwendet.

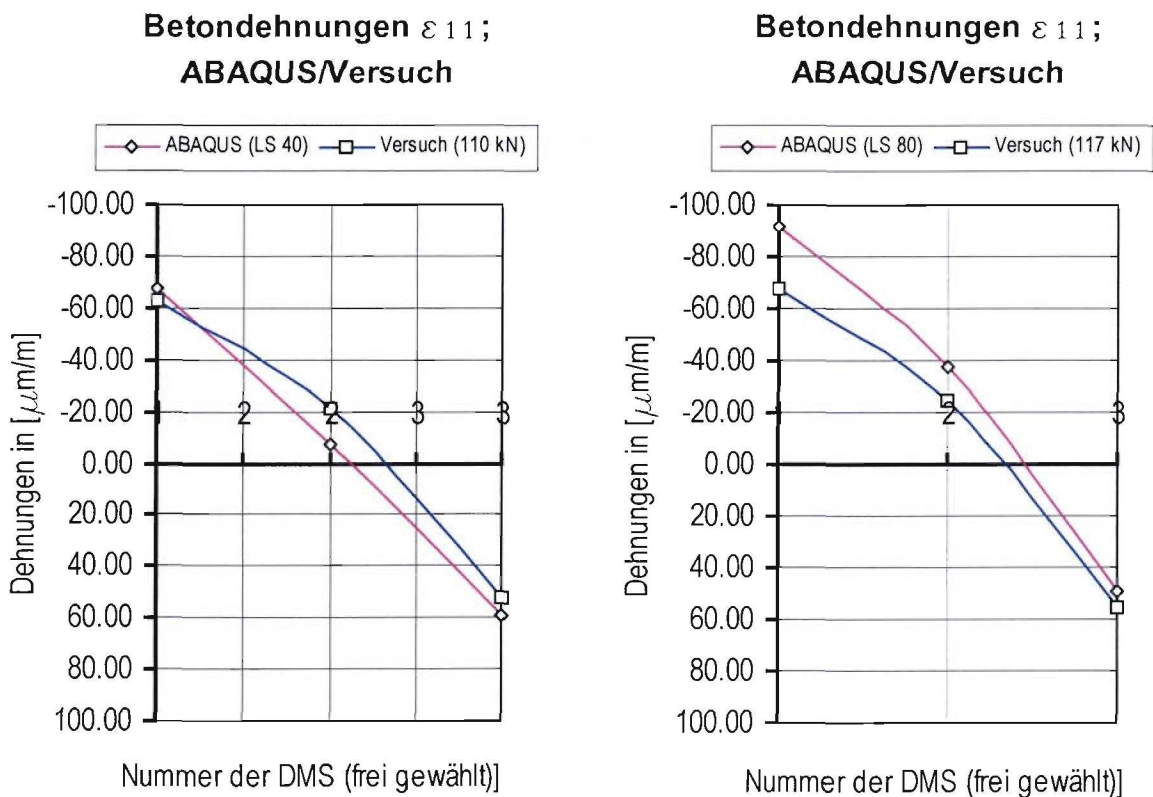


Bild 6.33: Vergleich der Betondehnungen (ABAQUS/Versuch) in „Querschnitt B“, zu zwei verschiedenen Lastpunkten von VB2

Das Bild 6.33 zeigt, dass Versuch und Rechnung gut übereinstimmen. Die maximale Abweichung der Stufe 117 kN beträgt in etwa 25%, wobei sich nach Bild 6.15 aber bei dieser Laststufe bereits ein beginnendes Versagen erwarten lässt.

Im Zuge der Auflaststeigerung bleibt noch festzustellen (für Versuch *und* ABAQUS), dass der  $\varepsilon_{11}$ -Dehnungszustand immer mehr von der idealen (ursprünglichen) Linienform abweicht. Die Druckdehnungen nehmen über die Trägerhöhe langsamer an Betrag zu als die Zugdehnungen im unteren Balkenteil.

Auch wegen der guten Übereinstimmung der Dehnungsverteilung von Versuch und Rechnung, exemplarisch vorgenommen am Querschnitt B, kann von einer realistischen Abbildung des Hauptdehnungszustandes aus der Simulation ausgegangen werden.

## 6.5 Balken mit mittigem Lastangriff - MR 2 – Numerische Simulation

### 6.5.1 Balkenmodell

Bei der Nachrechnung des zweiten Versuchskörpers hat sich gezeigt, dass das Betonmodell nur bedingt in der Lage war, den experimentellen Versagensmechanismus abzubilden. Um zu testen, wie gut das verwendete Betonstoffgesetz die Realität wiedergeben kann, wurden neben der Nachrechnung der Versuchsträger exemplarisch für den zweiten Versuchsträger zwei weitere Modelle generiert (siehe Bild 6.34). Das Modell in diesem Abschnitt, im Folgenden als Modell MR2 bezeichnet, ist mit der Modellbildung des VB2 aus *Abschnitt 6.4* identisch, jedoch erfolgt die Lasteinleitung in Trägermitte. Im *Abschnitt 6.6* wird der Träger noch mit einer auflagennahen Last beansprucht. Die Ergebnisse werden auf Plausibilität geprüft. Die Netzstruktur des Rechenmodells ist aus Bild 6.34 ersichtlich. Die rot gestrichelte, vertikale Linie zeigt dabei die Kraftangriffsrichtung von Träger VB2.

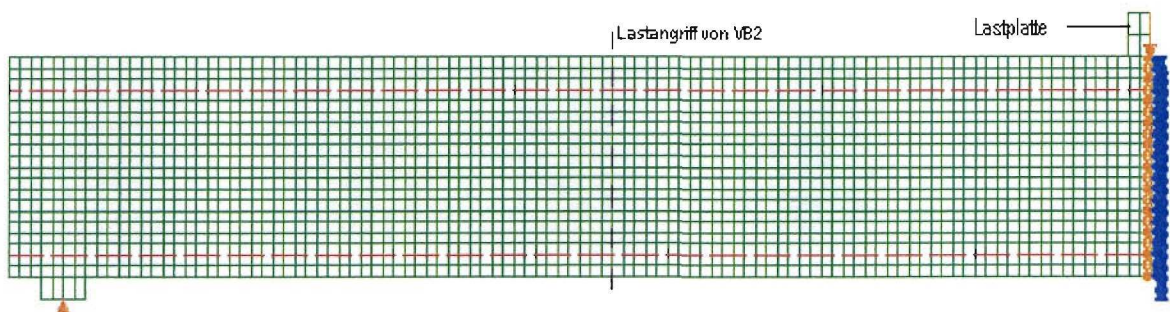


Bild 6.34: Diskretisierungsmodell für MR2

### 6.5.2 Lastverschiebungskurve

Die Lastverschiebungskurve des Berechnungsbeispiels MR2 ist aus Bild 6.35 ersichtlich. Auch hier sind, wie es schon zuvor bei VB1 und VB2 der Fall war, bestimmte Laststufen (LS 40, LS 75, LS 125, LS 175 und LS 300) besonders hervorgehoben.

Auffällig ist auf den ersten Blick der gezackte Kurvenverlauf, der sich nach der Erstrissbildung (ungefähr bei LS 40), also innerhalb des Zustands II, einstellt. Jeder dieser Zacken muss mit dem Zeitpunkt einer (neuen) Rissbildung gleichgesetzt werden. Damit



verbunden ist jeweils eine schlagartige Abnahme des Steifigkeitsmoduls des Tragsystems.

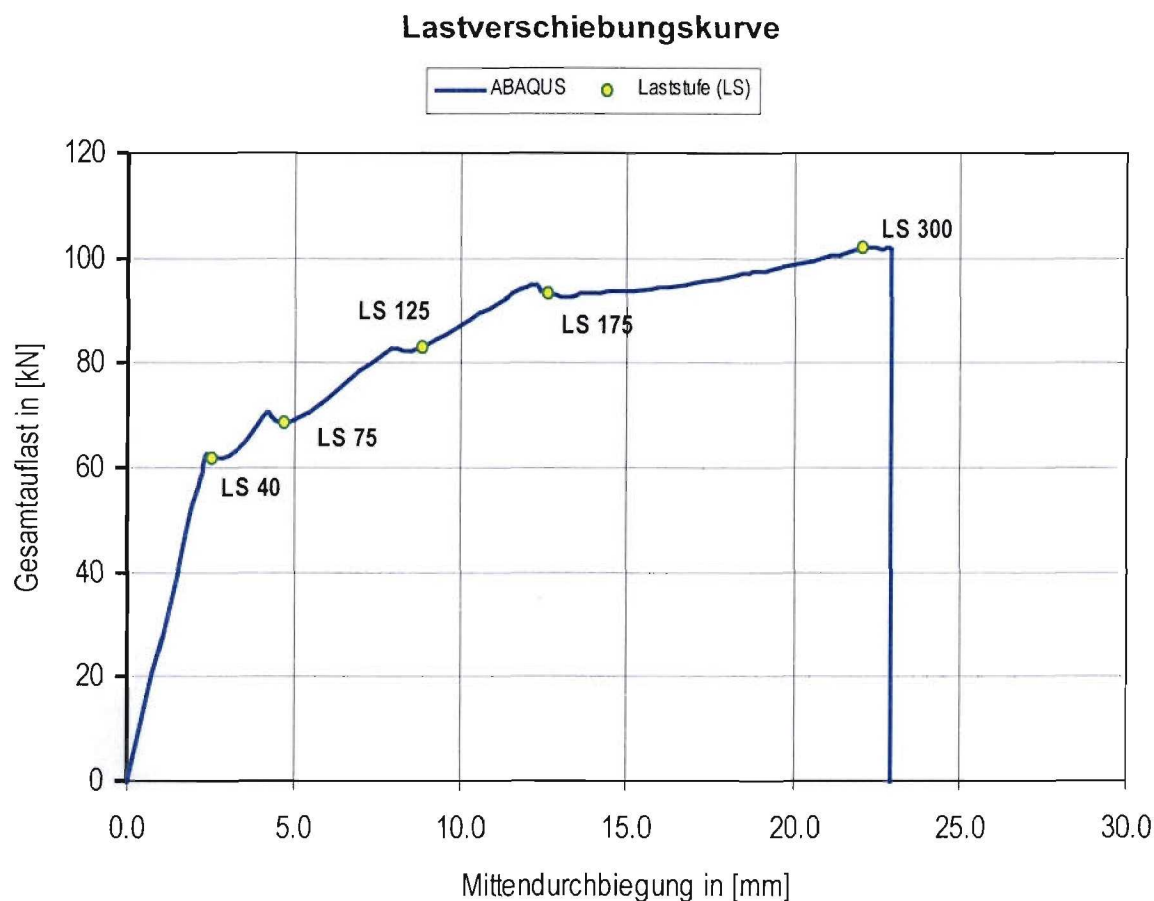


Bild 6.35: Lastverschiebungskurve des Berechnungsbeispiels MR2

Bei den Nachrechnungen der zwei Versuchsbalken VB1 und VB2 ist keine derartige „Sägezahnkurve“ vorhanden, da dort infolge der Lastangriffspunkte bzw. des konstanten Moments über die mittlere Balkenzone – zumindest die Biegerisse – annähernd gleichzeitig entstehen und nicht in größeren Zeitabständen, wie es hier, beim Vorhandensein einer dreiecksförmigen Momentenlinie, der Fall ist. Der am Übergang zu Zustand II vorhandene Lastabfall innerhalb des rechnerischen Tragmodells hat somit u.a. bei VB2 (siehe *Abschnitt 6.4*) einen Wert von etwa  $10\text{ kN}$ , während hier alle Lastabfälle kleiner sind und pro Rissbildung ungefähr maximal  $2\text{ kN}$  betragen. Die Erstrissbildung des Modells MR2 geschieht bei einer um ca.  $46,6\%$  geringeren Auflast als im Vergleich zu der ABAQUS-Rechnung des VB2. Die Bruchbelastung ist bei dem mittigem Lastangriff von

MR2 um ca. 24,6% kleiner als es rechnerisch bei VB2 der Fall ist. Die maximale Mittendurchbiegung (22,0 mm) ist – im Gegensatz zu VB2 – bei MR2 mehr als doppelt so groß. Im Großen und Ganzen lässt sich somit zusammenfassen, dass die Tragfähigkeit, bei einer Trägerbelastung in Balkenmitte kleiner ist als bei einem Lastangriff nahe der Balkenviertelpunkte, die maximale Balkendurchbiegung jedoch zunimmt. Der Balken MR2 verhält sich somit duktiler als der Balken VB2.

### 6.5.3 Rissbildung und Rissverläufe

Anhand der Rissverläufe von Bild 6.36 ist gut zu erkennen, dass sich unmittelbar vor der Laststufe LS 40 ein *einzelner* Biegeriss in der Nähe der Balkenmitte bildet (vgl. auch *Abschnitt 6.5.2*). Der zweite Biegeriß ist um 25 cm näher zum Auflager hin versetzt und durch seinen Rissverlauf eindeutig als Biege-Schub-Riss zu klassifizieren. Ein dritter Riss entsteht kurz vor LS 125. Dieser Riss reicht ungefähr weitere 15 cm näher an das Auflager heran. Sein Verlauf folgt parallel dem des ersten Biege-Schub-Risses. Er ist auch gleichzeitig, wie sich während LS 175 andeutungsweise zeigt, Ausgangsort eines am Übergang zum unteren Flansch in Trägerlängsrichtung laufenden Zugrisses, der in einem Versuch so sicherlich nicht auftreten würde. Bei Erreichen von LS 300 ist der flanschparallele Zugriss bis zum Auflager hin voll ausgebildet. Der qualitative Vergleich der Rissweiten innerhalb der fünften (letzten) Laststufe (LS 300) zeigt auch gleichzeitig, dass dieser Riss im System die größten Rissweiten besitzt (Breitenverhältnis der einzelnen Elementrisse). Die endgültige Anzahl der Biege-Schub-Risse ist auf fünf angestiegen. Der horizontale Abstand beträgt im Schnitt ca. 15 cm. Die drei später entstandenen Schrägrisse sind flacher als die zwei zu LS 125 vorhandenen, geneigten Risse. Statt 50° haben die drei späteren Risse einen Neigungswinkel von ungefähr 40°. Also ein Indiz dafür, dass der Hauptspannungszustand bzw. Trajektorienverlauf seine Ausrichtung seit der Zeitstufe LS 125 verändert hat und folglich flacher sein muss (vgl. auch *Abschnitt 6.5.6*).

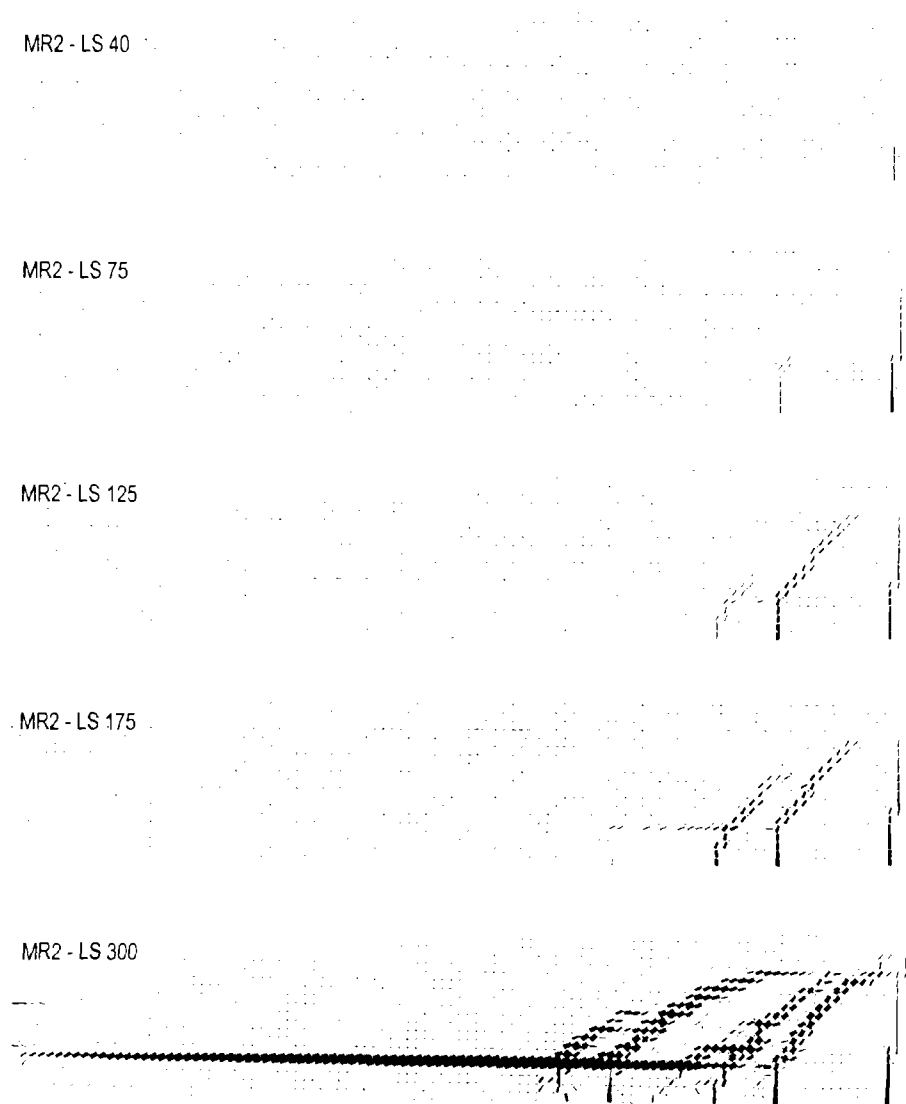


Bild 6.36: Rissbilddarstellung aus der Berechnung des MR2 zu unterschiedlichen Laststufen (LS)

Die Risse der Stufen LS75, 125, 175 im Bild 6.36 erscheinen durchaus plausibel. Bei LS 300 ist zu berücksichtigen (vgl. Bild 6.35), dass bereits ab LS 125 die Traglastkurve sehr flach verläuft. Wenn in diesem Zustand der Riss durch den 33 cm breiten Flansch die Flanschoberkante am Übergang zum nur 6 cm breiten Steg – eine Ausrundung wurde nicht vorgenommen- erreicht, so ist ein schlagartiges Reißen der Fuge zwischen Steg und Flansch die Folge.

### 6.5.4 Spannungsverläufe der Spannstähle

Das Bild 6.37 zeigt den über die Balkenlänge veränderlichen Stahlspannungsverlauf. Der Vorspannungszustand (Laststufe LS 0) ist identisch mit dem Vorspannungszustand des Trägers VB2 aus *Abschnitt 6.4.4*. Außer diesem Lastzustand sind noch vier weitere Laststufen (LS 40, LS 100, LS 175 und LS 300) in das Schaubild eingezeichnet. Anstatt LS 75 und LS 125 ist in Bild 6.37 nur der dazwischen liegende Zeitschritt LS 100 abgedruckt.

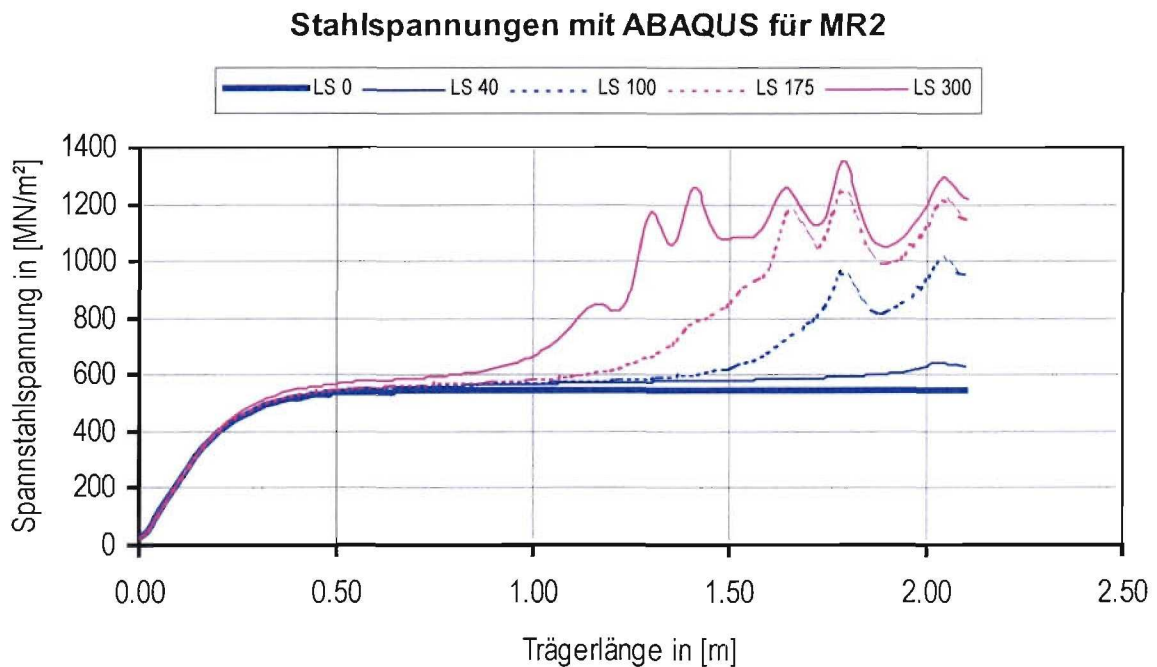


Bild 6.37: Spannstahlspannungen aus der ABAQUS-Berechnung für MR2

Man sieht aus Bild 6.37, dass zwar die Stahlspannungen in den gerissenen Bereichen deutlich ansteigen und zwar auf mehr als das doppelte des ursprünglichen Vorspannungswerts von ungefähr maximal  $550 \text{ MN/m}^2$ . Die Streckgrenze der Spannstähle wird aber noch nicht erreicht. Wie man darüber hinaus erkennt, tritt auch in dieser Berechnung kein Ausziehversagen der Spannstähle auf, was für den Fall einer mittigen Trägerbelastung auch nicht überrascht. Die Risse treten noch im unkritischen (Mittel-) Bereich auf.

### 6.5.5 Betonspannungen und zugehörige Trajektorien

Für den Balken MR2 werden anhand der drei ABAQUS-Zeitstufen LS 40, LS 125 und LS 300, die Besonderheiten der entsprechenden Trajektorienplots herausgearbeitet.

*Zugtrajektorien:*

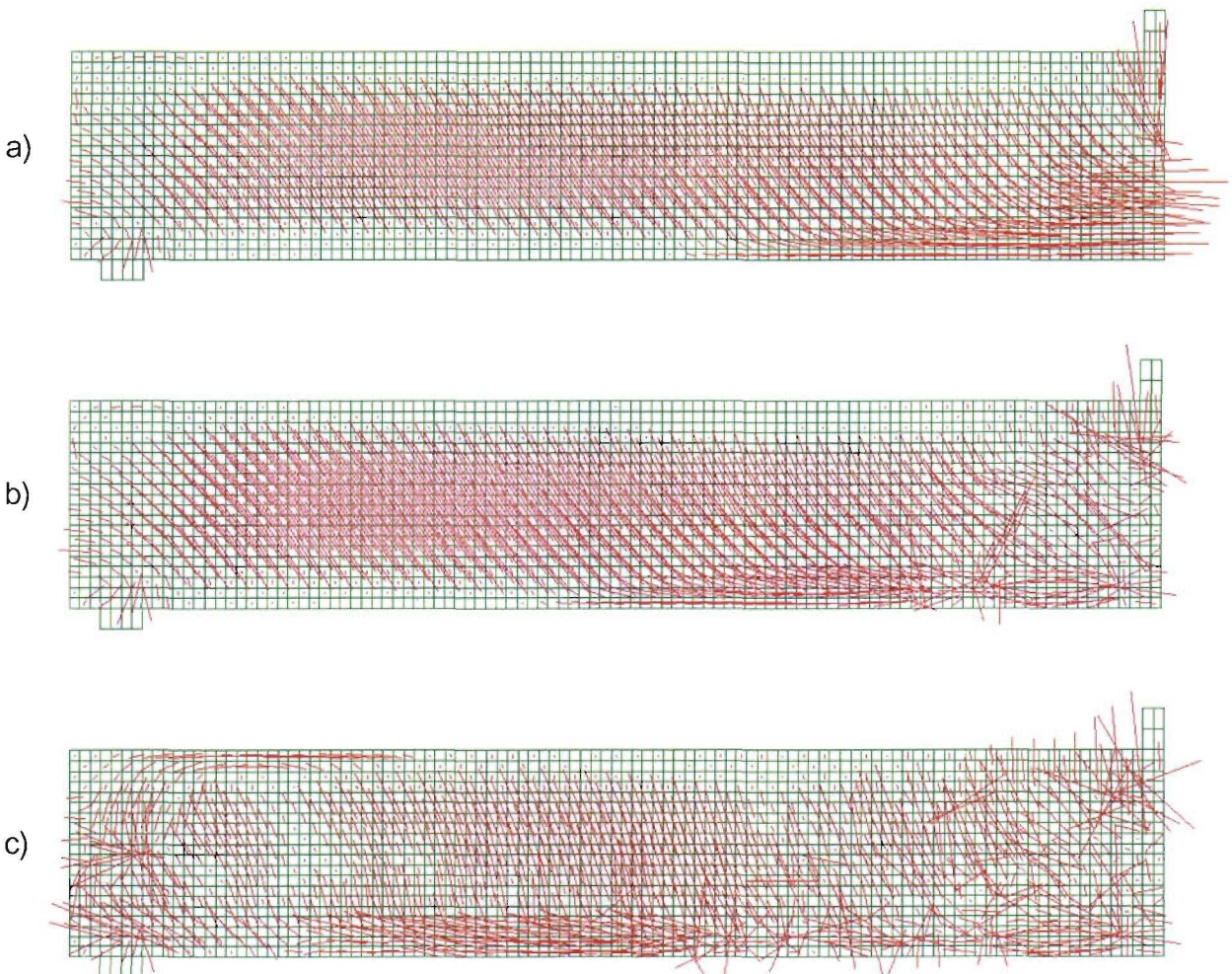
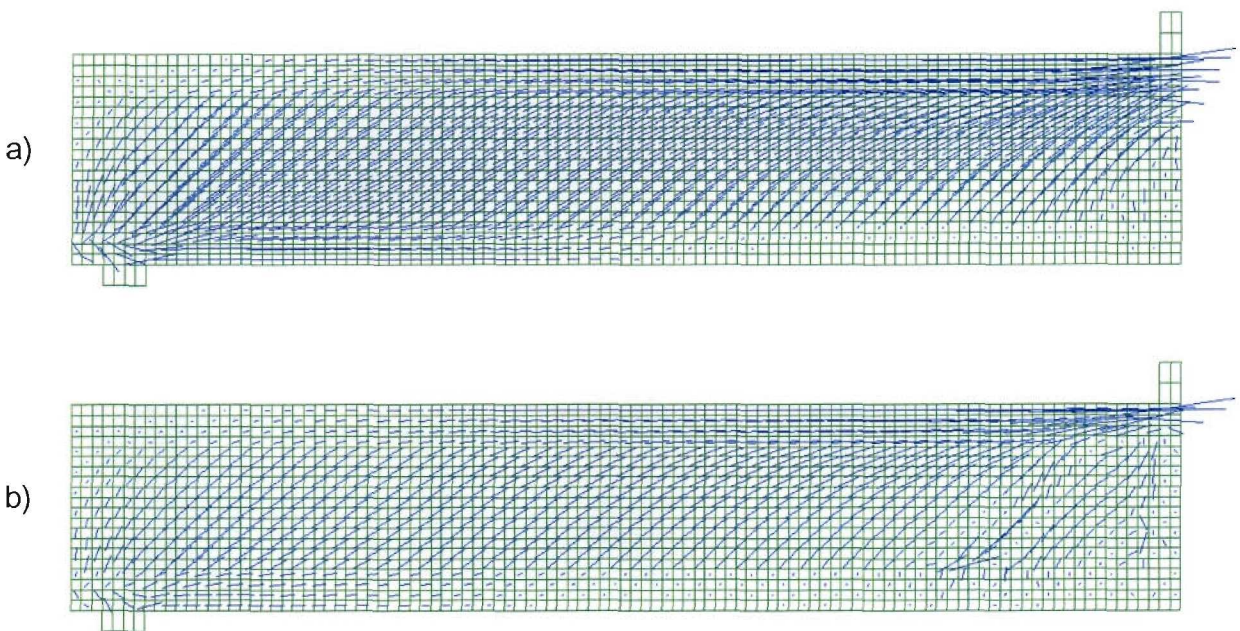


Bild 6.38: Zugtrajektorien für MR2; a): LS 40; b): LS 125; c): LS 300

Der Zugtrajektorienplot der Belastungsstufe LS 40 in Bild 6.38 zeigt im Steg einen sehr gleichförmigen, schräg geneigten Hauptzugspannungsverlauf zwischen Auflager- und Auflastfläche. Die Zugtrajektorien sind im Flansch zu dieser Laststufe erwartungsgemäß in Balkenmitte am höchsten und vorwiegend in Trägerlängsrichtung ausgerichtet. Der untere Flansch fungiert somit nach und nach als Zuggurt. Zum Auflager hin ist der untere Flansch durch die Vorspannung noch überdrückt und die Zugspannungen

vernachlässigbar klein. Zur Laststufe LS 300 hin wird der Bereich der horizontal ausgerichteten Zugspannungen immer größer und wandert weiter an das Auflager heran. Die Zugspannungen im Zuggurt werden, sobald sich Risse einstellen, in ihrer Richtungsorientierung nahe der Risse unregelmäßig. Gleiches gilt auch für die Risse innerhalb des Stegs. Die Maximalwerte der Zugspannungen liegen meist unmittelbar an den Risswurzeln vor. Anhand der Stufe LS 300 lässt sich des Weiteren festhalten, dass im Endbereich des oberen Flanschs Zugspannungen auftreten. Diese Zugspannungen „verankern“ sich in den Steg hinein, man muss sie sich dort mit dem ursprünglichen Vorspannungszustand (LS 0) überlagert vorstellen. Daher verwundert es kaum, dass diese Zugbelastung an der Trägerstirnseite ungefähr in Stegmitte zur Bildung eines Horizontalrisses führt. Die Rissentstehungsstelle stimmt folglich genau mit dem Ort der im Vorspannungslastfall vorhandenen maximalen Stirnzugspannung überein.

- *Drucktrajektorien:*



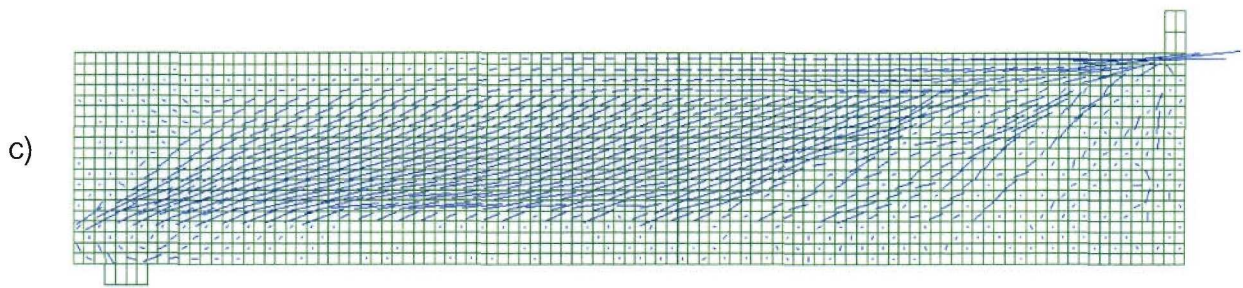


Bild 6.39: Drucktrajektorien für MR2; a): LS 40; b): LS 125; c): LS 300

Die Darstellung der Drucktrajektorien der drei Laststufen LS 40, LS 125 und LS 300 von Bild 6.39 lässt erkennen, dass die Trajektorienneigungen in den ungerissenen Stegabschnitten im Wesentlichen zunächst etwas steiler und dann wieder flacher werden. Analog zu VB2 aus *Abschnitt 6.4.6* werden die „mittleren“ Neigungswinkel auf grafischem Wege ermittelt. Aus der grafischen Analyse der Neigungen ergibt sich zu LS 40 ein „mittlerer“ Winkel von ca.  $27^\circ$ , zu LS 125 ein „mittlerer“ Winkel von  $33^\circ$  und schließlich zu LS 300 ein „mittlerer“ Winkel von nur ca.  $12^\circ$ . Deutlich zu sehen ist auch, dass die Druckspannungen in den gerissenen Balkenabschnitten über immer größer werdende Bereiche ausfallen und den Wert Null annehmen. Die Druckspannungen fließen immer stärker entlang des flanschparallelen Schubrisses ab.

Das Bild 6.40 versucht diesen Sachverhalt anschaulich zu erklären. Das erste Teilbild zeigt den Druckspannungsfluss während der Laststufe LS 125 und das zweite während LS 300. Zum Zeitpunkt LS 125 laufen die Spannungen noch ungehindert vom oberen Flansch über den Steg in den unteren Flansch ab. Der Weg des „geringsten Widerstands“ ist derjenige, der relativ steil über den schmalen Steg hinweggeht (Analogie zum *elektrischen Potential!*). Bilden sich nun unterhalb der Lastplatte schräge Schubrisse aus und der untere Flansch beginnt sich vom Steg abzulösen, so können die Druckspannungen nicht mehr direkt auf den unteren Flansch abfließen, sondern müssen erst entlang des Risses verlaufen. Dieser Effekt verlagert sich während des fortschreitenden Risswachstums immer mehr zum Auflager hin. Gleichzeitig wird dadurch das „Spannungsparallelogramm“ (die von den Pfeilen eingeschlossene Fläche) verschmälert und die Spannungen fließen quasi auf kürzestem Wege, nämlich auf direkter Verbindungslinie zwischen Lastplatte und Auflager ab. Dieser „kanalisierte“ Lastabfluss

hat, wie bei LS 300 zu erkennen ist, eine geringere Trajektorienneigung zur Folge, als es noch für LS 125 der Fall ist.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass bei einer auflagnäheren Belastung (siehe VB2) die Hauptdruckspannungen unwesentlich flacher werden. Im Falle eines kombinierten Schub-Verbundversagens würde auch für den mittig belasteten Träger eine derartige Spannungsumlagerung in der Realität nicht stattfinden, da der Schubriss und das den Schubriss folgende Verbundversagen näher am Auflager auftreten würde. Der „Kanalisationseffekt“ erscheint allerdings auch im Versuch durchaus plausibel, wenn man bedenkt, dass durch das Ausziehversagen der Flansch durch das Ausziehen der Stäbe ebenso vom Steg getrennt wird. Das Verbundversagen ist jedoch nur im Einleitungsbereich möglich, d.h. für die Träger VB2 und MR2 ca. 50 cm vom Auflager entfernt. Somit sei nochmals darauf hingewiesen, dass in der Realität eine derartige Spannungsumlagerung nicht erwartet wird.

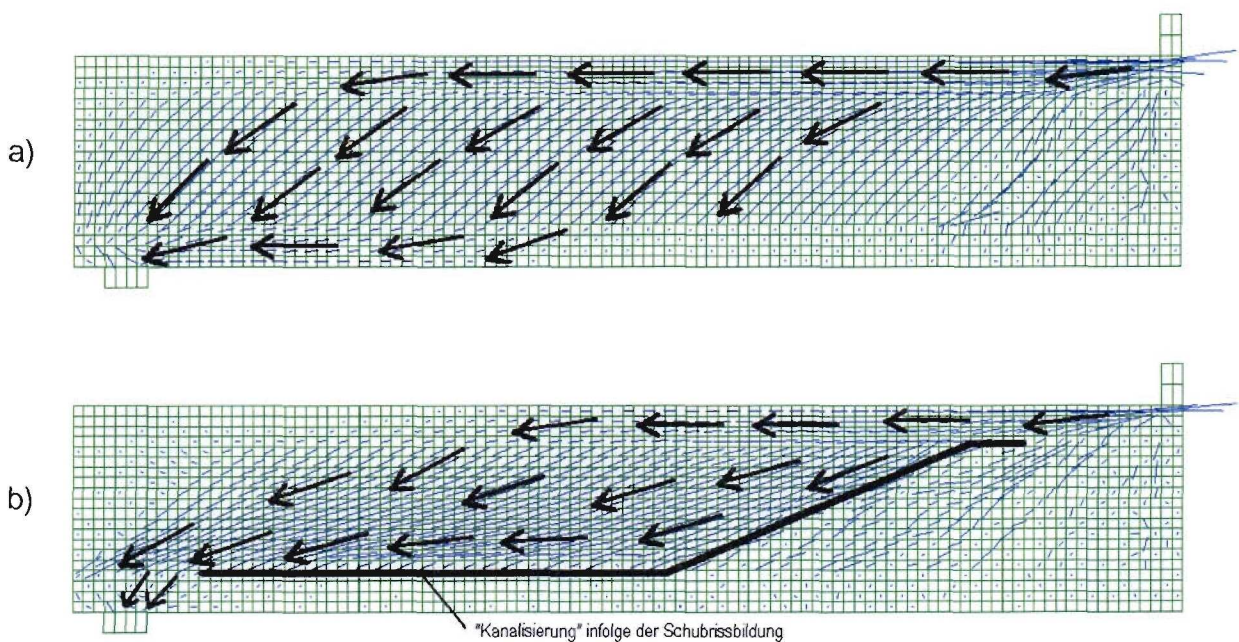


Bild 6.40: Druckspannungsfluss für MR2; a): LS 125; b): LS 300



## 6.6 Balken mit auflagemahem Lastangriff – AR 2 – Numerische Simulation

### 6.6.1 Balkenmodell

Als weitere Modifikation zum Versuchsträger VB2 wurde der Träger AR2 mit auflagemaher Beanspruchung gemäß Bild 6.41 generiert. Hier handelt es sich um eine zusätzliche Analyse, der kein Experiment gegenübersteht.

Durch die rechnerische, auflagemahere Belastung wird sich auch in der Simulation der Schubriß in der Nähe des Auflagers einstellen, so dass eine eventuelle Spannungsumlagerung durch die Rissentstehung untersucht werden kann. Die Trägergeometrie des VB2 bzw. von MR2 liegt auch dem Berechnungsbeispiel dieses Abschnitts zugrunde. Die Kräfteinleitungsstellen befinden sich 70 cm von den Trägerstimseiten entfernt (siehe Bild 6.41). Die Netzstruktur stimmt mit VB2 aus *Abschnitt 6.4* bzw. MR2 aus *Abschnitt 6.5* überein. Über die rot gestrichelte, vertikale Linie wird dabei die Kraftangriffsrichtung von Träger VB2 veranschaulicht.

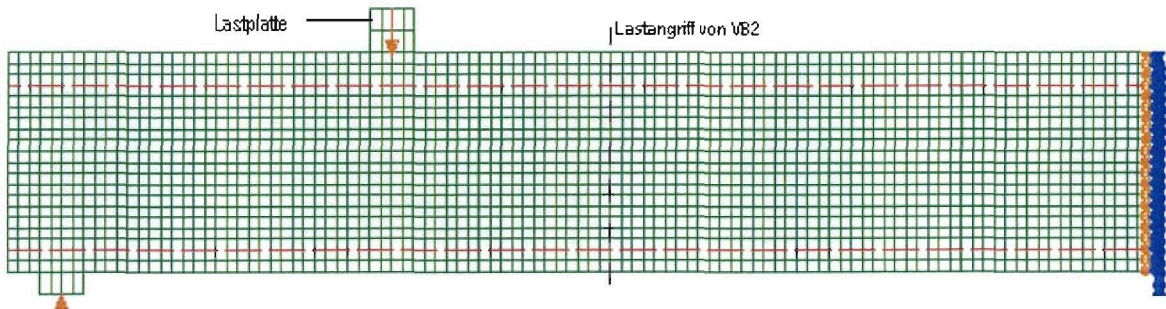


Bild 6.41: Diskretisierungsmodell für AR2

### 6.6.2 Lastverschiebungskurve

Die Lastverschiebungskurve des Trägers AR2 wird anhand von Bild 6.42 deutlich. Es sind innerhalb des Diagramms die sechs Laststufen (LS 15, LS 40, LS 50, LS 75, LS 100 und LS 150) besonders hervorgehoben.

Besonders auffällig ist am Kurvenverlauf von Bild 6.42, dass die durch den Ursprung laufende Gerade bereits bei einer Belastung von 161,8 kN (LS 15) einen leichten „Knick“ nach rechts erfährt, lange bevor das erste Maximum von 199,3 kN erreicht ist. Wie sich in

Abschnitt 6.6.3 zeigen wird, hängt dieser Steifigkeitsabfall mit dem Auftreten eines auflagernahen Schubrisses zusammen. Bis zur Laststufe LS 50 fällt die Belastung wieder auf einen Wert von  $185,3 \text{ kN}$  ab und steigt streng monoton bis  $218,6 \text{ kN}$  an (kurz vor LS 150). Es sei hier erwähnt, dass das Versagen des Trägers bei LS 40 zu erwarten ist, bei der der Schubriß schon völlig ausgebildet ist. Die Simulation fährt aus den in Kapitel 6.4.2 (S.102) genannten Gründen weiter fort. Anhand der Traglast-Verformungs-Kurve ist, die bis zu LS 40 noch einen beinahe linearen Verlauf zeigt, wird das spröde Versagen des Trägers deutlich.

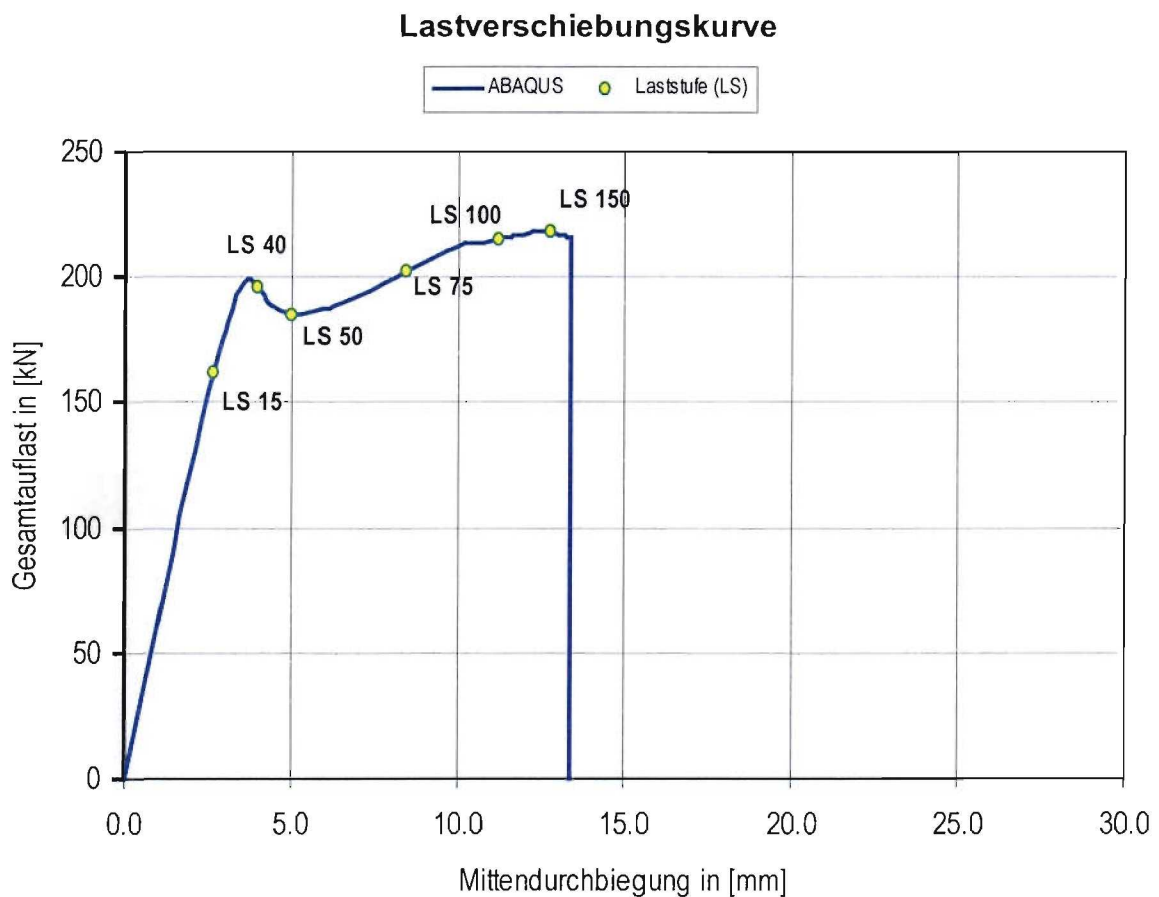
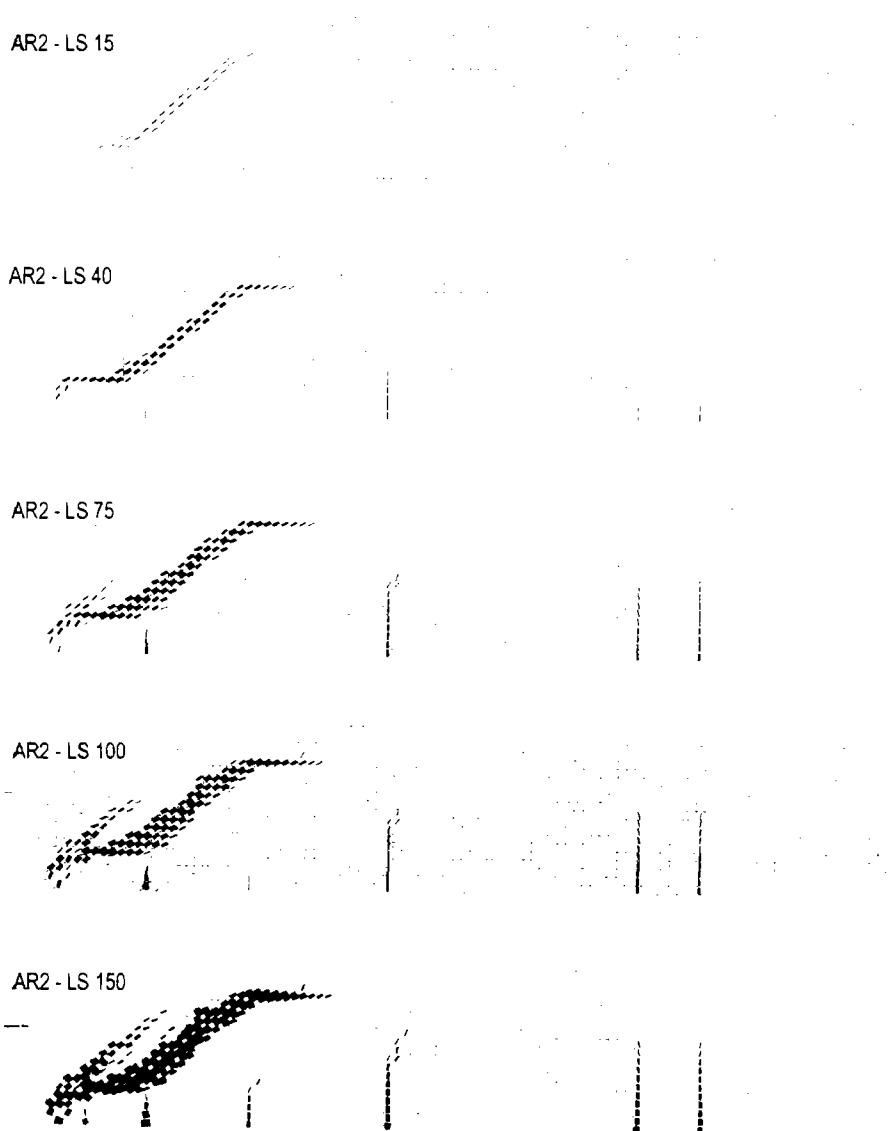


Bild 6.42: Lastverschiebungskurve des Berechnungsbeispiels AR2

### 6.6.3 Rissbildung und Rissverläufe

Aus dem Rissbild von Bild 6.43 zur Laststufe LS 15 kann man ablesen, dass sich unmittelbar vor diesem Zeitschritt ein Schubriß in der Nähe des Auflagerbereichs bzw.

der Kraftangriffsfläche bildet. Die Rissneigung beträgt ungefähr  $40^\circ$ . Eine schräge Schubrissabzweigung hat sich bei LS 75 – parallel zum ersten Schubriss – eingestellt. In diesem Zusammenhang sei nochmals darauf hingewiesen, dass sich im Versuch eher ein sprödes Versagen (LS 40) einstellen wird, so dass die Untersuchung aller weiterer Laststufen eher theoretischer Natur ist. Nichts desto trotz werden die weiteren Laststufen in der ABAUQS-Berechnung betrachtet, da sie in Bezug auf den Verlauf der Spannungstrajektorien doch interessante Beobachtungen zeigen. Die Rissverläufe zu den weiteren Laststufen ist Bild 6.43 zu entnehmen.



**Bild 6.43: Rissbilddarstellung aus der Berechnung des zu unterschiedlichen Laststufen (LS)**

### 6.6.5 Betonspannungstrajektorien

- *Zugtrajektorien:*

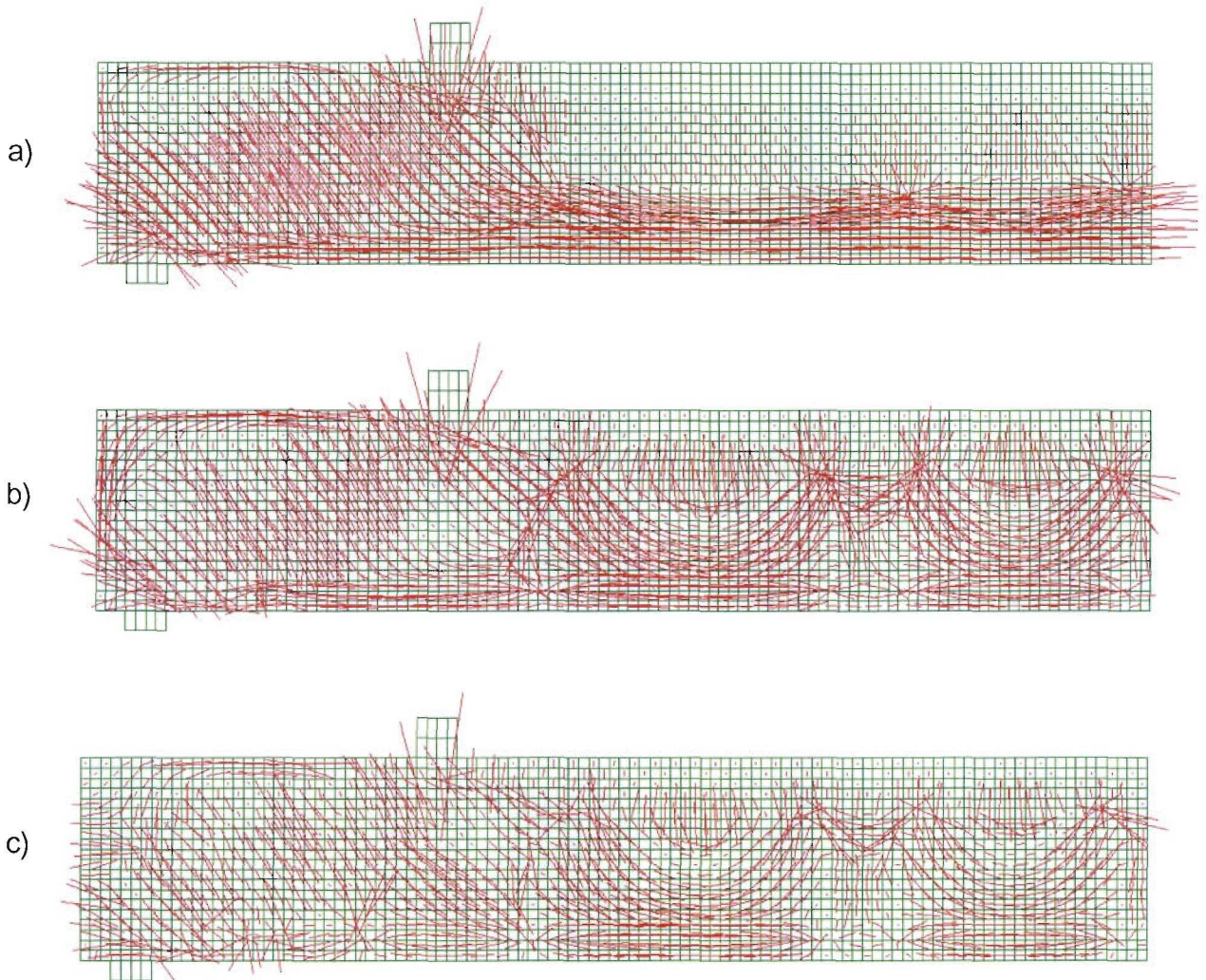


Bild 6.44: Zugtrajektorien für AR2; a): LS 40; b): LS 75; c): LS 150

In Bild 6.44 zeigt der Zugtrajektorienplot von Laststufe LS 40, dass sowohl quer zur Verbindungslinie zwischen Auflager und Lastangriffsstelle als auch entlang des unteren Flanschs große Zugspannungen vorliegen. Diese Richtungsänderungen sind etwas unterhalb der Lastplatte ein Indiz dafür, dass zu LS 40 bereits ein Schubriss aufgetreten ist. Der Zeitpunkt LS 75 hebt gut die hohen Spannungswerte entlang des Endbereichs des oberen Flansches und an der Balkenstirnseite hervor. Bis zur Laststufe LS 150 hat sich infolge des Horizontalrisses der Hauptzugspannungszustand an der Balkenstirnseite

umgekehrt. Die Zugspannungen verlaufen nun parallel zu diesem Riss und nicht mehr vertikal, wie noch zu LS 75.

- *Drucktrajektorien:*

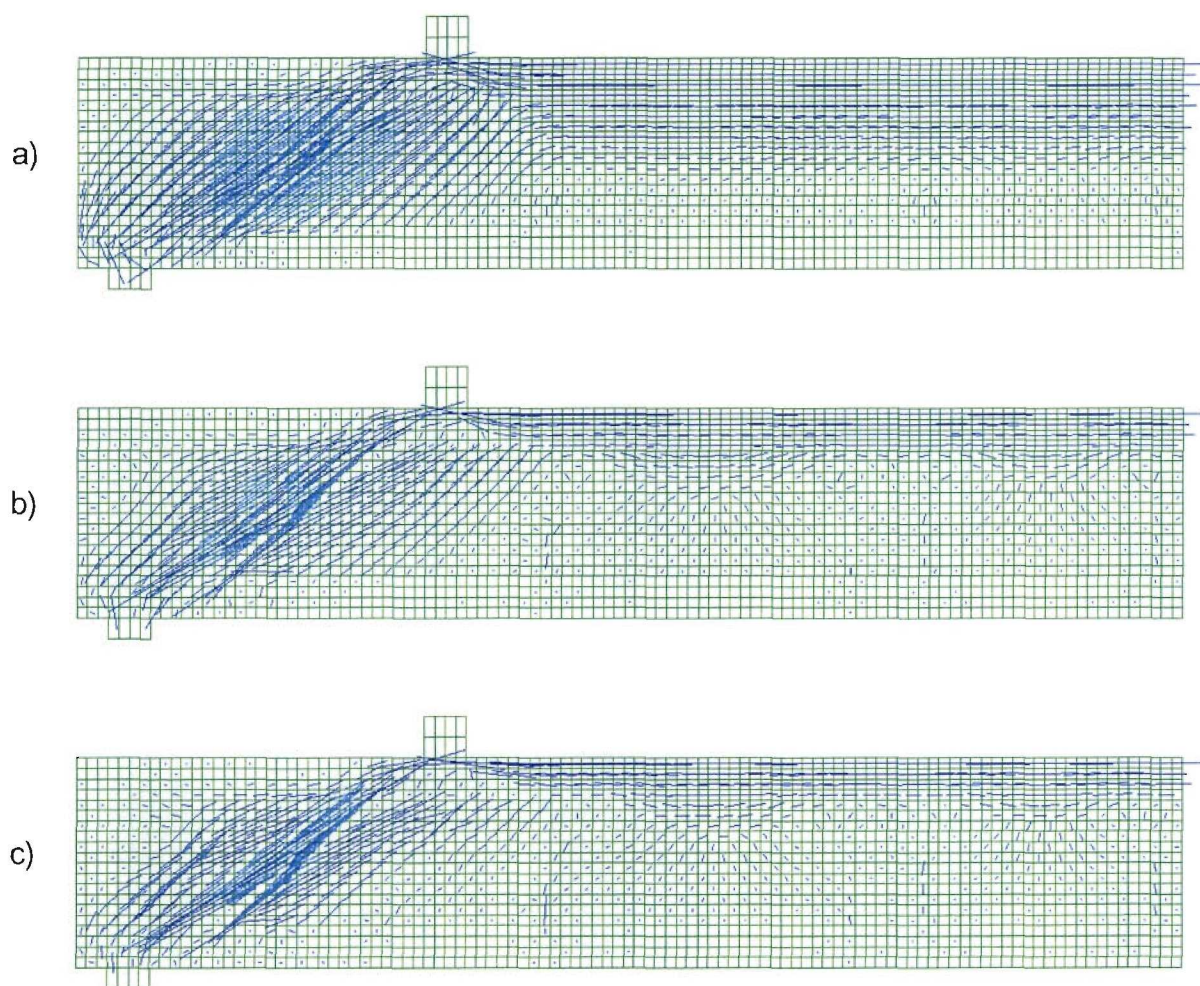


Bild 6.45: Drucktrajektorien für AR2; a): LS 40; b): LS 75; c): LS 150

Aus den drei Laststufen von Bild 6.45 ist keine signifikante Veränderung der Drucktrajektorienneigung abzuleiten. Die einzelnen Drucktrajektorienplots sind sich optisch sehr ähnlich, insbesondere die beiden Laststufen LS 75 und LS 150. Ein „Kanalisationseffekt“, wie er für den Träger MR2 im *Abschnitt 6.5.5* bereits beschrieben wurde, tritt – im Fall der auflagemahnen Belastung von AR2 – nicht auf. Denn die Spannungsflüsse werden nicht durch einen flanschparallelen Schubriss umgelenkt und können folglich ihre Richtung beibehalten. Lediglich die Reduktion der Betondruckzone im

Bereich des konstanten Biegemoments (Zone der Biegerisse) ist deutlich zwischen den Stufen LS 40 und LS 75 wahrzunehmen. Es kann also für AR2 festgestellt werden, dass die schräg gerissenen Betonelemente, bis zur Laststufe LS 150, stets Druckspannungen übertragen und zwar genau in rissparalleler Richtung. Der „mittlere“ Neigungswinkel der Drucktrajektorien beträgt ungefähr  $40^\circ$ . Abschließend sei nochmals betont, dass bei dem Träger AR2, bis zur Laststufe LS150 keine Spannungumlagerung zu beobachten war. Der Ort des Schubrisses stimmte mit dem des zweiten Versuchskörpers sehr gut überein. Ein Verbundversagen konnte auch bei diesem Träger nicht abgebildet werden.

## **6.7 Ergebnisvergleich zu Träger VB3**

### **6.7.1 Balkenmodell**

Bei dem ABAQUS-Modell dieses Abschnitts handelt es sich, wie zuvor schon bei VB1 und VB2, um eine rechnerische Analyse eines realen Versuchsträgers. Das Modell des Tragsystems VB3 wird analog zur Diskretisierung des zweiten Versuchsbalkens (VB2) vorgenommen. Auch dieser Balken besitzt eine I-förmige Querschnittsform. Genauere Informationen sind dem *Abschnitt 3.5* zu entnehmen. Wegen der Wahl der Flanschhöhen von  $7\text{ cm}$  ist es für den Träger VB3 nicht möglich – innerhalb der Flansche – Betonelemente mit einer Kantenlänge von exakt  $2\text{ cm}$  zu verwenden. Um möglichst wenig von der quadratischen Elementform abweichen zu müssen, erfolgt die Diskretisierung über Flanschelemente mit einer Höhe von je  $1,75\text{ cm}$  und einer Länge von  $2\text{ cm}$ . Zumindest im Steg können aber wie bisher (vgl. u.a. VB2) Betonelemente mit einer Kantenlänge von  $2\text{ cm}$  verwendet werden. Der Träger hat von allen Versuch- bzw. Modellträgern die geringste Querschnittshöhe ( $30\text{ cm}$ ), so dass in Höhenrichtung 16 und in Balkenlängsrichtung 105 Kontinuumselemente (CPS4R) notwendig sind. Das ergibt eine Anzahl von 1680 Betonelementen. Die Stähle wurden auch in dieser ABAQUS-Berechnung mit insgesamt 105 Balkenelementen diskretisiert. Die Stähle sind, wie in den anderen Modellen, als rot gestrichelte Linien eingezeichnet. Das zweidimensionale Modell wird über das Bild 6.46 verdeutlicht.

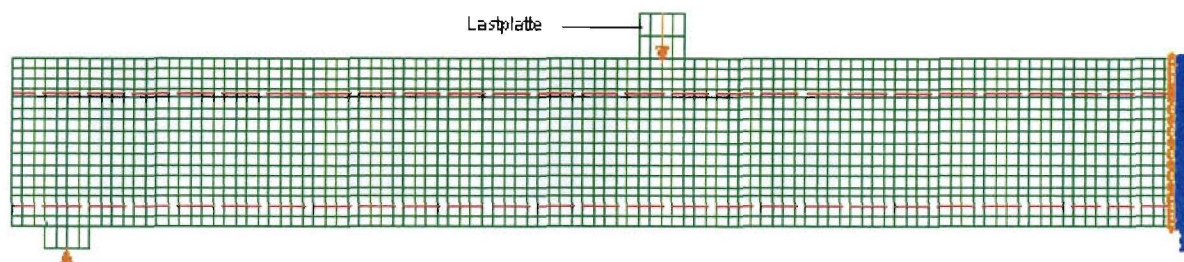


Bild 6.46: Diskretisierungsmodell für VB3

### 6.7.2 Lastverschiebungskurven

Die Lastverschiebungskurven des Trägers VB3 aus den Versuchergebnissen und aus der Berechnung sind in Bild 6.47 dargestellt. Vier Zeitschritte der ABAQUS-Rechnung sind innerhalb des Diagramms gekennzeichnet (LS 45, LS 100, LS 140 und LS 180).

Das Bild 6.47 lässt erkennen, dass die Kurvensteigungen im ungerissenen Zustand I quasi identisch sind. Die Berechnung liefert also die selbe Systemsteifigkeit wie die Versuchsmessung. Es ergibt sich aus den Messdaten eine Erstrissbelastung von  $63,1 \text{ kN}$  und eine Bruchlast von  $91,8 \text{ kN}$ . Die ABAQUS-Rechnung liefert hingegen eine Pressenkraft von  $73,7 \text{ kN}$  als Maximalwert während der Erstrissbildung und eine absolute Maximallast von  $99,5 \text{ kN}$ . Nach der Entstehung des Erstrisses (Zustand II) sind die zwei Kurvenverläufe quasi identisch.

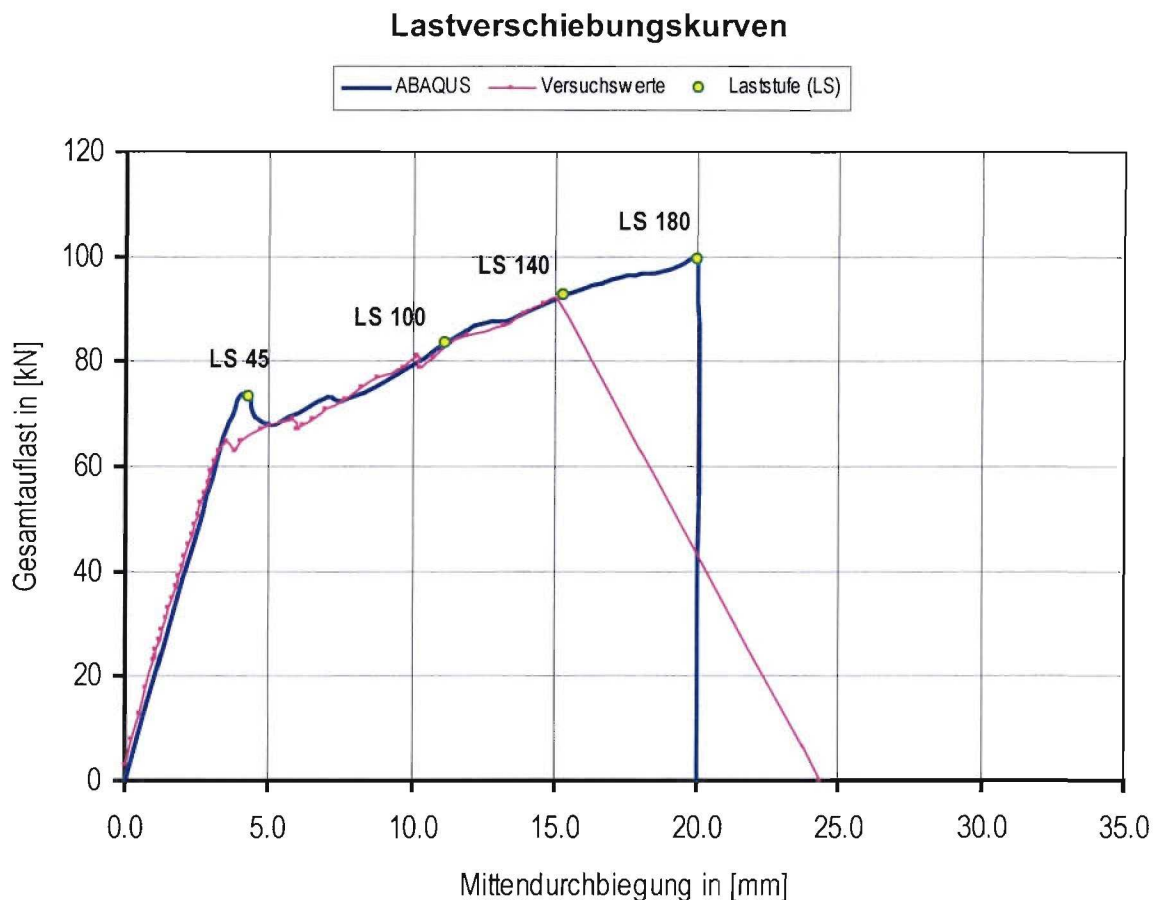


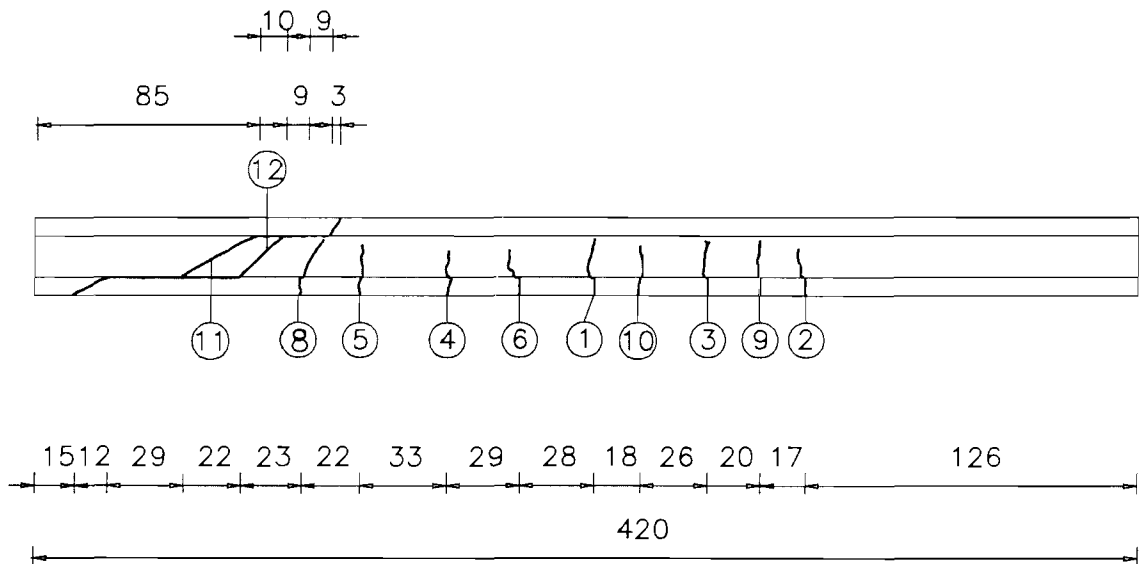
Bild 6.47: Lastverschiebungskurven der Messung und der Berechnung für VB3

### 6.7.3 Rissbildung und Rissverläufe

Die Rissverläufe nach dem Versuch verdeutlicht das Bild 6.48. Genauere Details zur Rissbildung können unter anderem dem *Abschnitt 3.5* entnommen werden. Der das Versagen einleitende Riss ist der Schubriss Nr.11. Er tritt zeitgleich mit der Entstehung des benachbarten Risses Nr.12 auf. Beide Risse verlaufen an den Stegenden parallel zu den Flanschen und senken sich an den Rissenden zum Auflager bzw. zur Lastplatte hin. Die komplette Trägerhöhe wird somit überbrückt. Der Schubriss Nr.8 entstand kurz vor Traglastabfall und ist nur leicht gegenüber der Vertikalachse geneigt, da er sich fast unterhalb der Auflastfläche befindet. Er endet direkt unterhalb des oberen Flansches. Alle drei Schubrisse liegen in der linken Balkenhälfte und haben unterschiedliche Neigungswinkel. So hat z.B. der Riss Nr.11 einen Winkel von ca.  $26.5^\circ$  zur



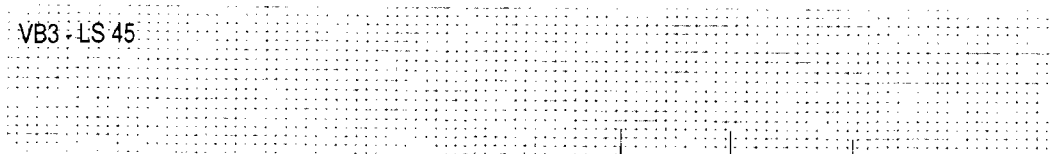
Horizontalachse, während Riss Nr.12 unter etwa  $45^\circ$  geneigt ist. Die Risse verlaufen generell zur Balkenmitte hin steiler, da der Einfluss durch das Biegemoment zunimmt.



**Bild 6.48:** Gemessener Rissverlauf des Trägers VB3 in „cm“

In der Ansicht von Bild 6.48 sind auf der Vorderseite acht weitere Risse (Biegerisse) zu sehen. Ihre Ausrichtungen sind vornehmlich vertikal. Sie liegen definitionsgemäß innerhalb der querkräftfreien Zone (bzw. mit konstantem Biegemoment). Der Biegeriss Nr. 7 wird anhand dieser Abbildung nicht ersichtlich, da er auf der Trägerrückseite liegt. Der durchschnittliche Abstand zwischen den Biegerissen beträgt ca. 25 cm.

Die Rissentstehung aus der Modellrechnung zeigt das Bild 6.49. Hierbei sind die Laststufen LS 45, LS 100, LS 140 und LS 180 herausgegriffen. Die Stufe LS 45 liegt direkt am Beginn und LS 180 am Ende der Zustand-II-Phase.



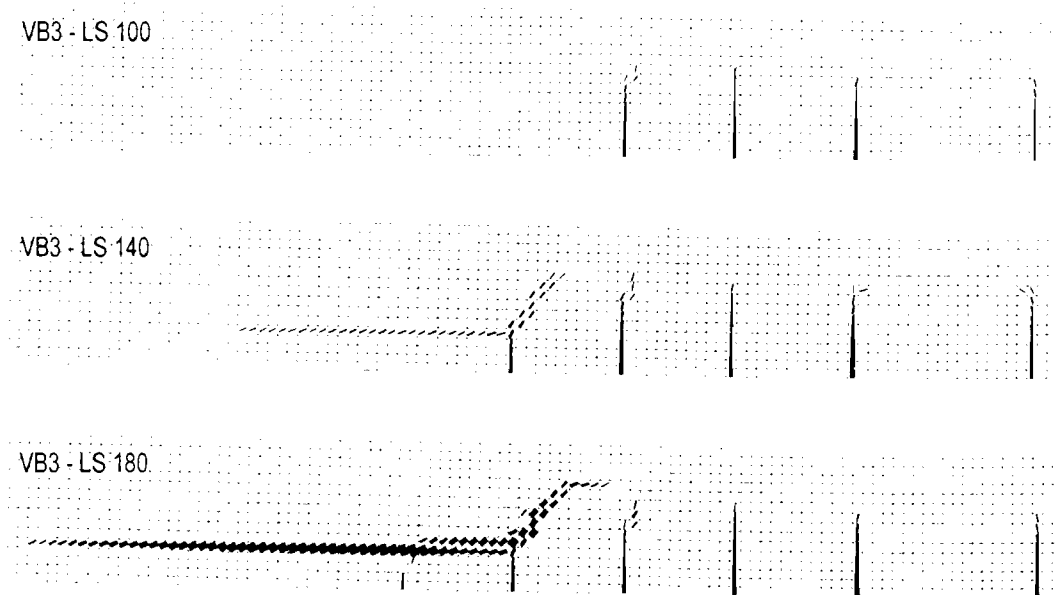


Bild 6.49: Rissbildarstellung aus der Berechnung des VB3 zu unterschiedlichen Laststufen

Nach Bild 6.49 erfolgt die erste Biegerissbildung (LS 45) an drei Stellen nahezu gleichzeitig. Ihr Abstand zueinander beträgt etwa  $23\text{ cm}$ , was mit den Versuchsergebnissen sehr gut übereinstimmt. Bis zur Laststufe LS 100 ist ein weiterer Biegeriss in der Nähe der Balkenmitte entstanden. Der mittlere Biegerissabstand beträgt ca.  $33\text{ cm}$ . Betrachtet man die gemessenen Biegerisse aus Bild 6.48 und lässt näherungsweise die beiden Risse Nr.9 und Nr.10, die erst bei einer Last von  $89,5\text{ kN}$  auftraten, so berechnet sich der mittlere Biegerissabstand während der Versuchsdurchführung zu ungefähr  $34\text{ cm}$ , also eine Abweichung von nur  $3\%$ . Aus LS 140 ist abzulesen, dass sich der Schubriss mit Hilfe von ABAQUS bei einer Auflast von ca.  $90\text{ kN}$  auszubilden beginnt. Erstaunlich, wenn man bedenkt, dass der Träger – ohne Berücksichtigung des Traversengewichts – ebenfalls bei genau  $90\text{ kN}$  versagte. Während der Schubriss im Modell jedoch nur langsam an Länge und Rissbreite zunimmt, tritt er dagegen in der Realität schlagartig auf (sogar als *doppelter* Stegriss). Die Rechnung läuft hingegen auch nach der Schubrissausbildung stetig weiter. Mit großer Wahrscheinlichkeit lässt sich wieder die Aussage treffen (zumindest für diese Modellrechnung), dass der Lastzustand LS 180 im Endeffekt (realer Zustand) nicht erreicht werden kann. Dies scheint durch die Versuchsergebnisse des Balkens VB3 untermauert zu werden. Der Neigungswinkel des Schubrisses beträgt ungefähr  $45^\circ$ .

Wie bei den bisherigen Versuchsträgern (VB1 und VB2) wird auch bei Balken VB3 eine direkte Gegenüberstellung der Versuchs- und Rechnungsrissbilder im Endzustand vorgenommen Bild 6.50. Die Darstellungen der Rissverläufe erfolgen über die gesamte Trägerlänge hinweg. Wie man erkennt, weisen die beiden Teilbilder durchaus große Ähnlichkeiten auf. Leider befinden sich die zwei Stegschubrisse (symmetrische Anordnung) im rechnerischen Modell näher an den beiden Lasteinleitungsstellen als dies im Versuch für den Bruchriss Nr.11 der Fall ist (vgl. auch VB2). Vergleicht man jedoch den Schubriss der Berechnung mit dem Schubriss Nr.12 des Versuchs, so ist der hierzu gehörende Rissabstand wesentlich geringer und die Rissneigungen sind sogar identisch (jeweils  $45^\circ$ ). Der Riss Nr.12 ist, ebenso wie Riss Nr.11, zeitgleich mit dem Traglastverlust des Balkens aufgetreten.

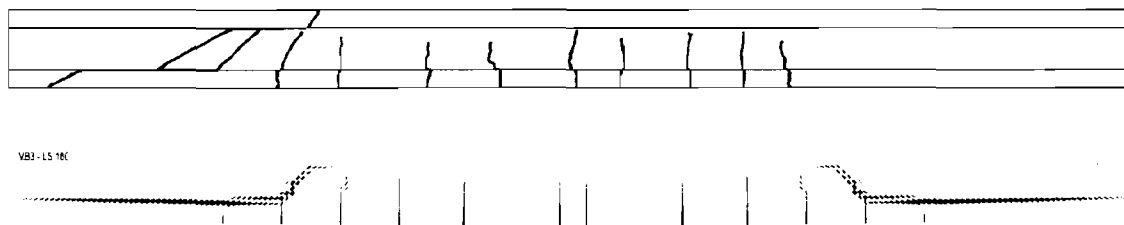


Bild 6.50: Rissbildvergleich Versuch/Rechnung

#### 6.7.4 Spannungsverläufe der Spannstähle

Im Folgenden werden die Spannstahlspannungen aus den Messergebnissen des dritten Versuchsträgers stellvertretend am Beispiel des *linken* Spannstahls besprochen. In Bild 6.51 sind die Spannungsverläufe zu unterschiedlichen Zeitpunkten eingezeichnet.

## Spannungsverläufe des linken Spannstahts vor dem Versuch

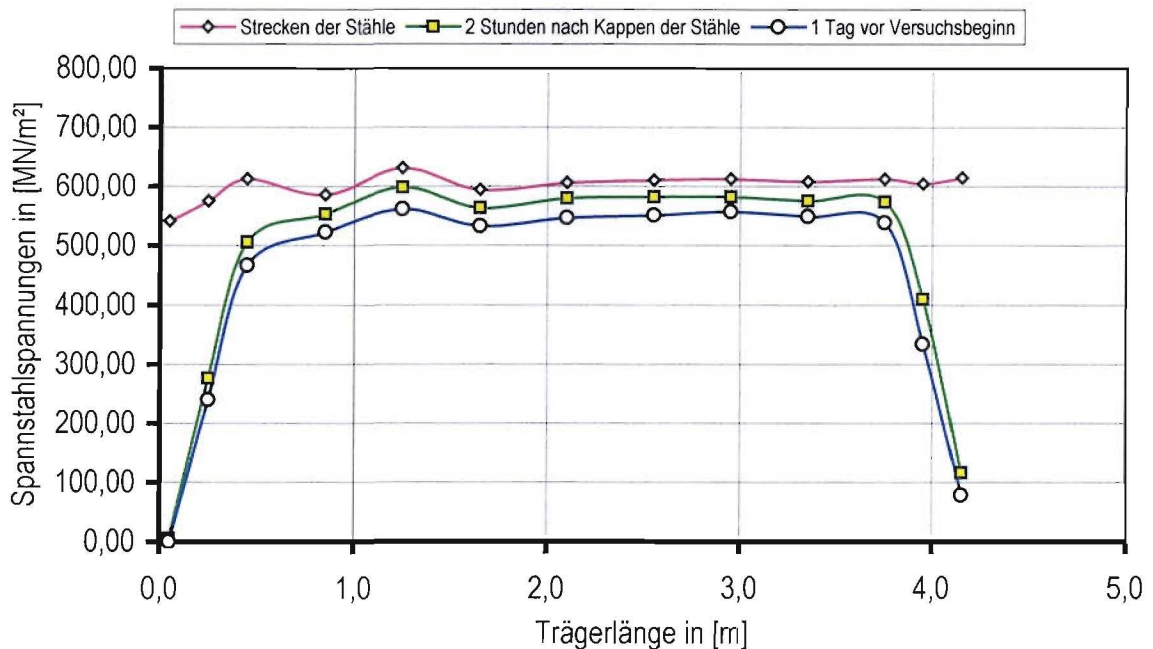


Bild 6.51: Spannstahtspannungen zu drei unterschiedlichen Zeitpunkten, anhand der Messwerte des VB3

Aus dem Bild 6.51 ist unverkennbar abzulesen, dass die Spannstahtspannungen mit fortschreitender Zeit immer kleiner werden. Zum einen direkt nach der Spannkrafteinleitung auf den Beton, aber auch im weiteren zeitlichen Verlauf (vgl. dritter Zeitschritt). Während der mittlere Spannungswert *vor* dem Nachlassen der Spannstähe noch  $609 \text{ MN/m}^2$  (68 kN Vorspannkraft) beträgt, fällt er *danach* auf einen Mittelwert von  $569 \text{ MN/m}^2$  ab. Das ergibt einen mittleren Spannungsabfall von genau  $40 \text{ MN/m}^2$ . Bei der Bestimmung der Mittelwerte sind die Trägerendbereiche (Verankerungsstrecken) nicht mit einbezogen. Der Spannungsabfall, der innerhalb der ersten zwei Stunden erfolgt, ist auf die elastische Stauchung des Betons zurückzuführen; bzw. zu den Balkenstimseiten hin auch auf den Schlupf der Spannstähe. Geht man davon aus, dass diese Verformungsanteile nach zwei Stunden abgeschlossen sind, so ist der Stahlspannungsverlust bis zur dritten (letzten) Zeitstufe hauptsächlich auf das Betonschwinden zurückzuführen. Die mittlere Spannstahtspannung hat zu diesem Zeitpunkt nur noch einen Größenwert von  $537 \text{ MN/m}^2$ , also weitere  $32 \text{ MN/m}^2$  weniger.

Die beiden letzten Spannungsverläufe von Bild 6.51 lassen auch eine Aussage über die vorhandene Eintragungslänge zu. Sie ergibt sich im linken Endbereich zu ungefähr 50 cm und im rechten zu etwa 45 cm<sup>13)</sup>. Wie schon bei Träger VB2 (siehe *Abschnitt 6.4.4*) ergibt sich die theoretische (maximale) Kraftübertragungslänge zu 48 cm.

Die Spannstahlspannungen in Trägerlängsrichtung, die sich aus der ABAQUS-Vergleichsrechnung ergeben, sind in Bild 6.52 festgehalten. Es werden auch hierbei die vier Laststufen gemäß Bild 6.47 verwendet. Zusätzlich ist jedoch noch – wie bereits bei VB1 und VB2 – der Spannungsverlauf vor dem Aufbringen der äußeren Belastung (LS 0) aufgetragen.

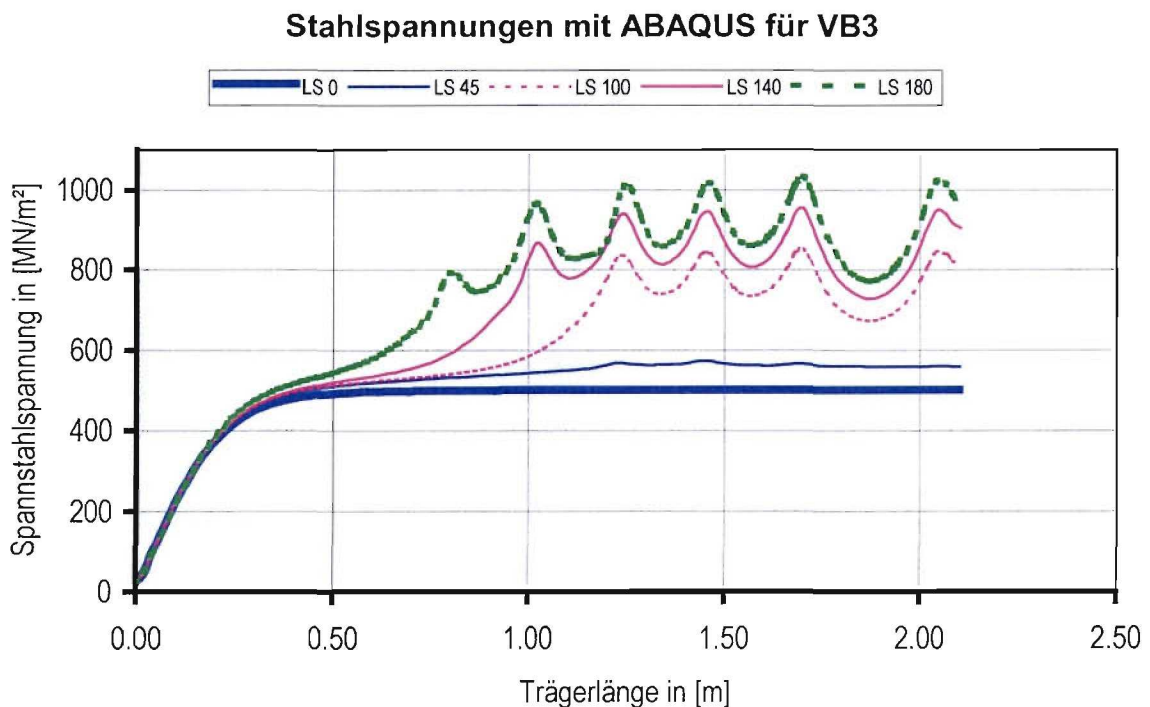


Bild 6.52: Spannstahlspannungen aus der ABAQUS-Berechnung für VB3

Bild 6.52 zeigt, dass die Spannstähle nicht ins Fließen kommen. Da sich die prinzipiellen Kurvenverläufe des VB3 nicht von denen aus der Berechnung VB2 unterscheiden, wird auf *Abschnitt 6.4.4* verwiesen. Die Krafteintragungslänge zur Laststufe LS0 ergibt sich zu

<sup>13)</sup> Dieser Unterschied in der Einleitungslänge lässt hierbei bereits die Vermutung aufkommen, dass der Träger voraussichtlich in der linken Trägerhälfte versagen wird.

ca. 50 cm, was gut mit den beobachteten Verbundlängen von 45 cm bzw. 50 cm des Versuches übereinstimmt.

### 6.7.5 Verbundspannungen an der Stahloberfläche

Über die dimensionsbehaftete Formel Gl. (6.10) nach Abschnitt 6.3.5 lassen sich aus den Spannstahlspannungen die Verbundspannungen auf analytischem Weg bestimmen.

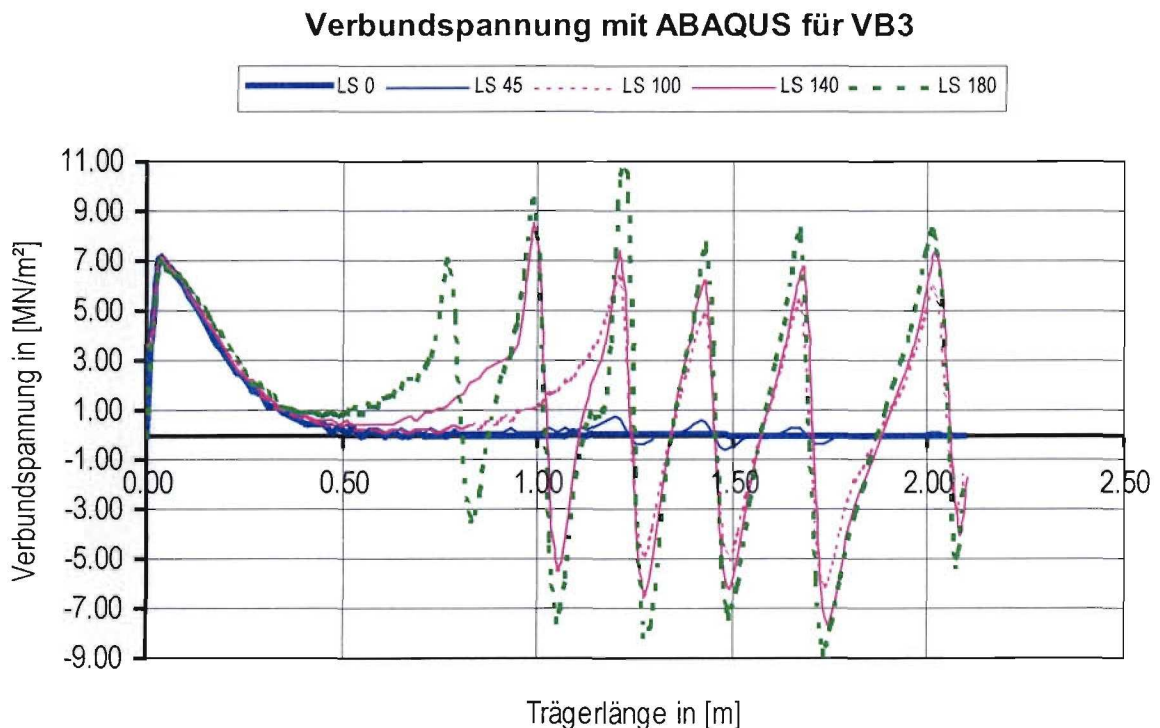


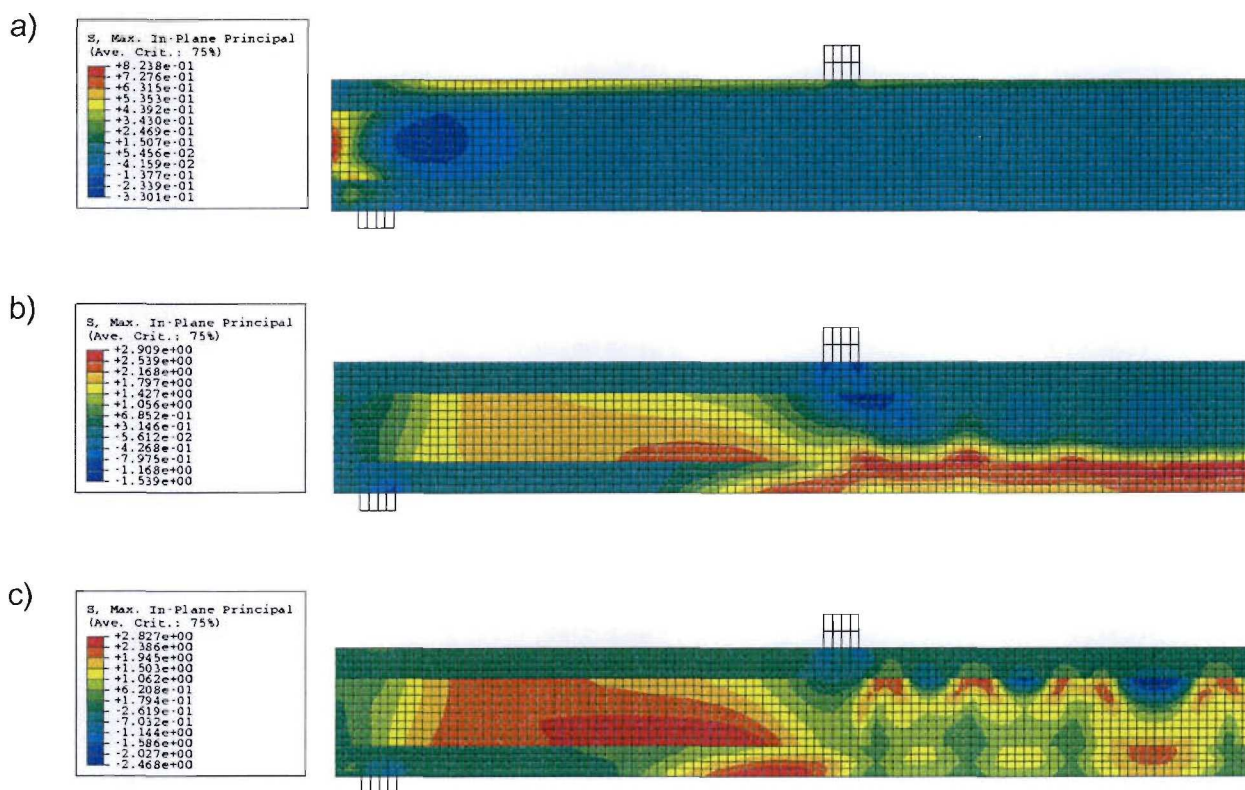
Bild 6.53: Auswertung der Verbundspannung für den VB3 nach Gl. (6.10)

In Bild 6.53 sind die Ergebnisse für die bereits besprochenen fünf Laststufen grafisch wiedergegeben. Die Verbundspannung im Kraffteinleitungsbereich ist auch hier über alle Laststufen hinweg gleich und stimmt fast mit dem zweiten Versuchsbalken überein. Auch hier wird das Anfangsmaximum in einer Entfernung von 3 mm von der Flanschstimseite erreicht. Im Unterschied zu VB2 hat bei VB3 das Maximum bei 3 mm eine Größe von 7,1  $MN/m^2$  statt von 7,3  $MN/m^2$ . Der absolute Maximalwert von 10,5  $MN/m^2$  wird innerhalb des Diagramms zu LS 180 in nächster Umgebung des Biegerisses erreicht, der sich unterhalb der Kraffteinleitungsfläche befindet.

### 6.7.6 Betonspannungen und zugehörige Trajektorien

Die Hauptspannungsbilder des Trägers VB3 sind in Bild 6.54 und Bild 6.55 dargestellt. Die Spannungen werden jeweils zu den vier Laststufen LS 0, LS 45, LS 100 und LS 180 illustriert. Der Spannungsverlauf von LS 140 befindet sich zwischen den beiden Stufen LS 100 und LS 180 und unterscheidet sich nur unwesentlich von Laststufe LS 100. Für die tendenziellen Veränderungen der Trajektorienneigungen ist es sogar ausreichend die Zeitschritte LS 45, LS 100 und LS 180 zu betrachten. Die Trajektorienverläufe zu LS 0 stimmen prinzipiell mit denen der Vergleichsrechnung VB2 überein und werden daher nicht mehr explizit abgedruckt. Es sei zusätzlich auch auf den *Abschnitt 6.4.6* von VB2 hingewiesen.

- *Hauptzugspannungen:*



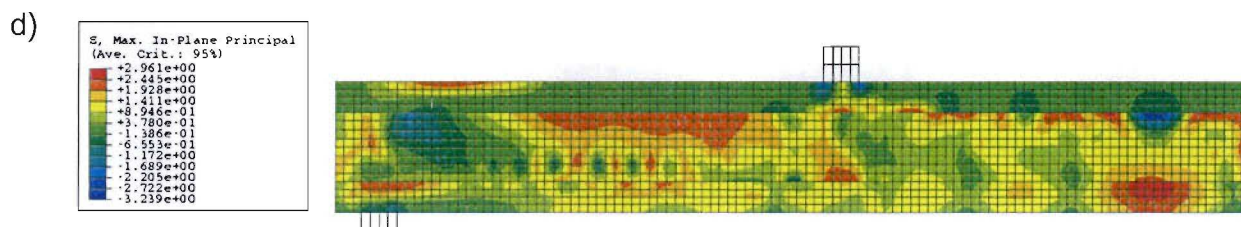
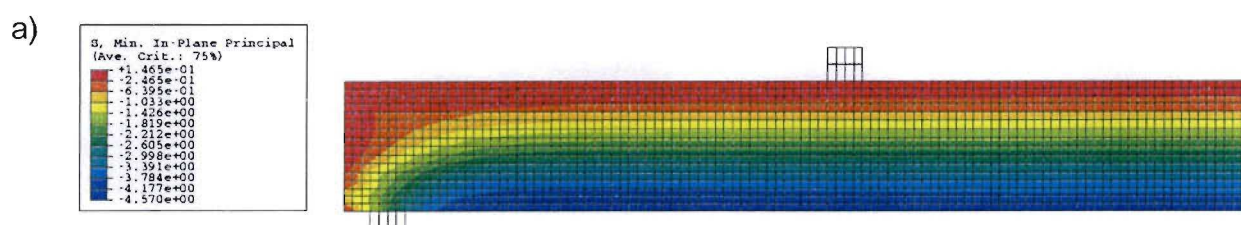


Bild 6.54: Hauptzugspannungen von VB3 in  $[MN/m^2]$ ; a): LS 0; b): LS 45; c): LS 100; d): LS 180

Der typische Zugspannungsverlauf des Vorspannungszustandes (inklusive Eigengewicht) ist zum Zeitpunkt LS 0 deutlich zu erkennen (siehe Bild 6.54). Es zeigen sich erwartungsgemäß die maximalen Zugspannungen im Mittelbereich der Trägerstirnseite. Die maximale Zugspannung beträgt mit  $0,83 MN/m^2$  etwa nur 30% des rechnerischen Festigkeitswerts und liegt darüber hinaus noch unterhalb des berechneten Spannungswerts von  $1,15 MN/m^2$  des zweiten Versuchsbalkens. In erster Linie ist dieser Unterschied auf die geringeren Spannkräfte des dritten Versuchsträgers zurückzuführen. Bei Belastungsbeginn zeigen sich zu LS 45 die maximalen Zugspannungen im mittleren Abschnitt des unteren Stegs, sowie um die „Risswurzeln“. Die Zugspannungen innerhalb des Stegs weisen ebenfalls eine Erhöhung auf. Dies zeigt schon zu LS 45 den zukünftigen Entstehungsbereich des Schubrisses an. Der Bereich vergrößert sich weiterhin bis zur Laststufe LS 100<sup>14)</sup>. Das Fortschreiten der Biegerisse kommt auch bei diesem Diskretisierungsmodell an der Unterkante des oberen Flansches zum Stehen. Die letzte Laststufe LS 180, die aus den bereits genannten Gründen in Wirklichkeit nicht auftritt, lässt gut erkennen, dass sich hauptsächlich im mittleren Abschnitt des Schubrisses die Zugspannungen im Allgemeinen wieder abbauen.

- *Hauptdruckspannungen:*



<sup>14)</sup> Die nicht dargestellte Laststufe LS 140 weist im Steg einen noch größeren Zugspannungsbereich auf.



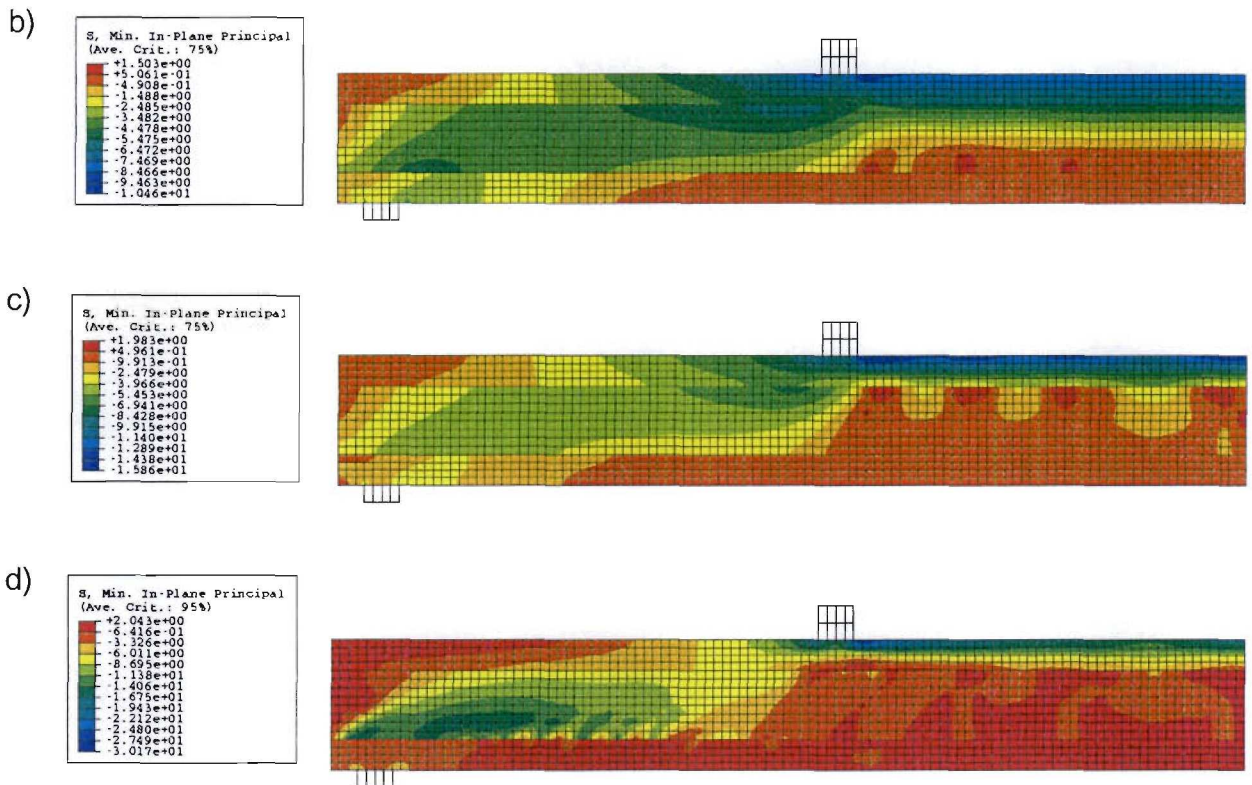


Bild 6.55: Hauptdruckspannungen von VB3 in  $[MN/m^2]$ ; a): LS 0; b): LS 45; c): LS 100; d): LS 180

Auf den ersten Blick erkennt man, dass die Druckfestigkeit eines B45 bei keiner Laststufe erreicht wird. Daher spielen wieder die Hauptzugspannungen und nicht die Hauptdruckspannungen bei der Versagensanalyse die ausschlaggebende Rolle. Nachdem sich die gleichmäßige Spannungsverteilung des Vorspannungszustandes LS 0 (unten Druck, oben Zug) umgekehrt hat, treten generell die maximalen Druckspannungen vornehmlich im mittleren Abschnitt des oberen Flanschs auf und dort wiederum nahe der Krafteinleitungsfläche. Mit zunehmender Auflast wachsen zunehmend auch die Beträge der Druckspannungswerte entlang der Verbindungslinie Lastplatte/Auflager an. Sie unterschreiten jedoch nicht einmal zur Laststufe LS 180 einen Spannungswert von ca.  $-20 MN/m^2$ .

Zugtrajektorien:

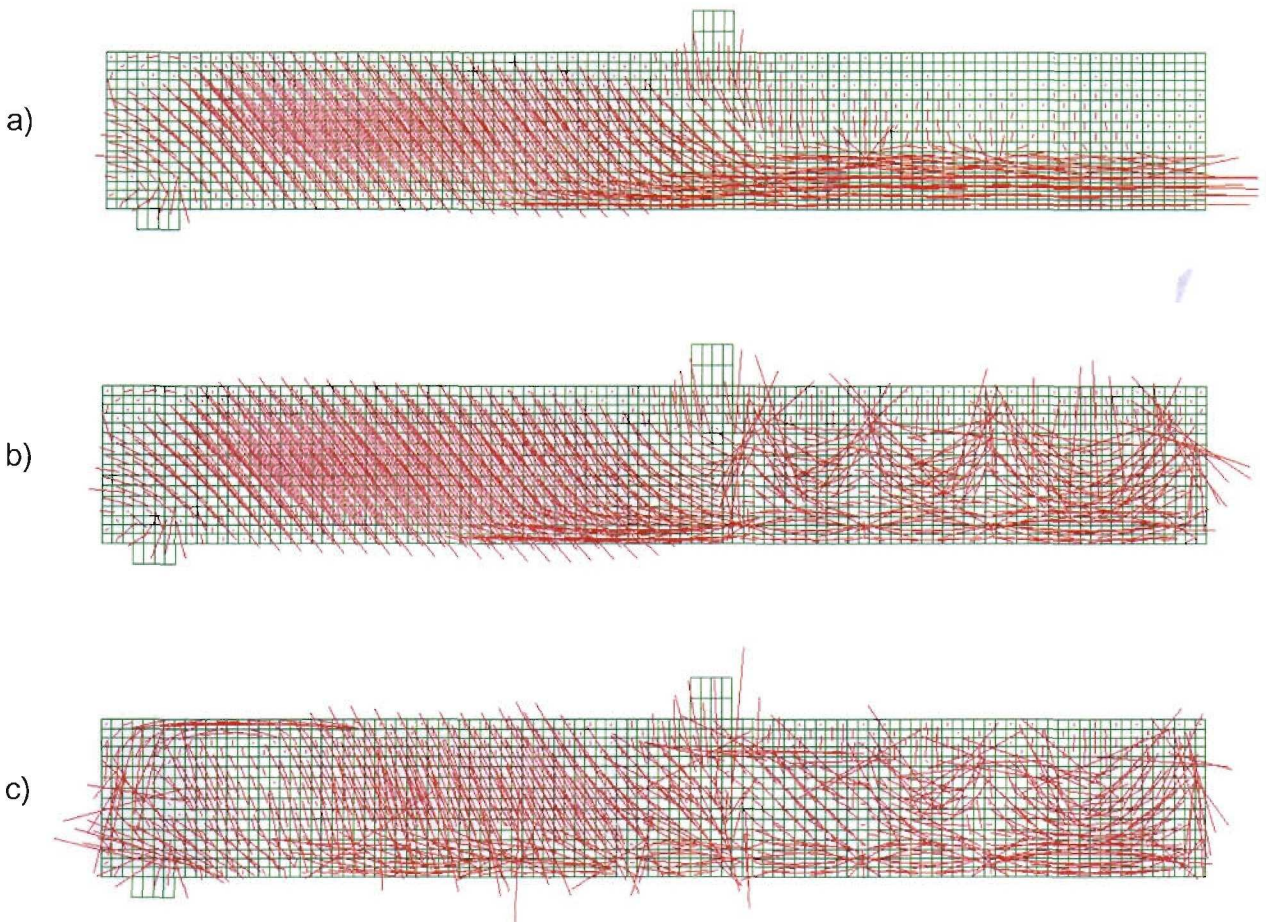
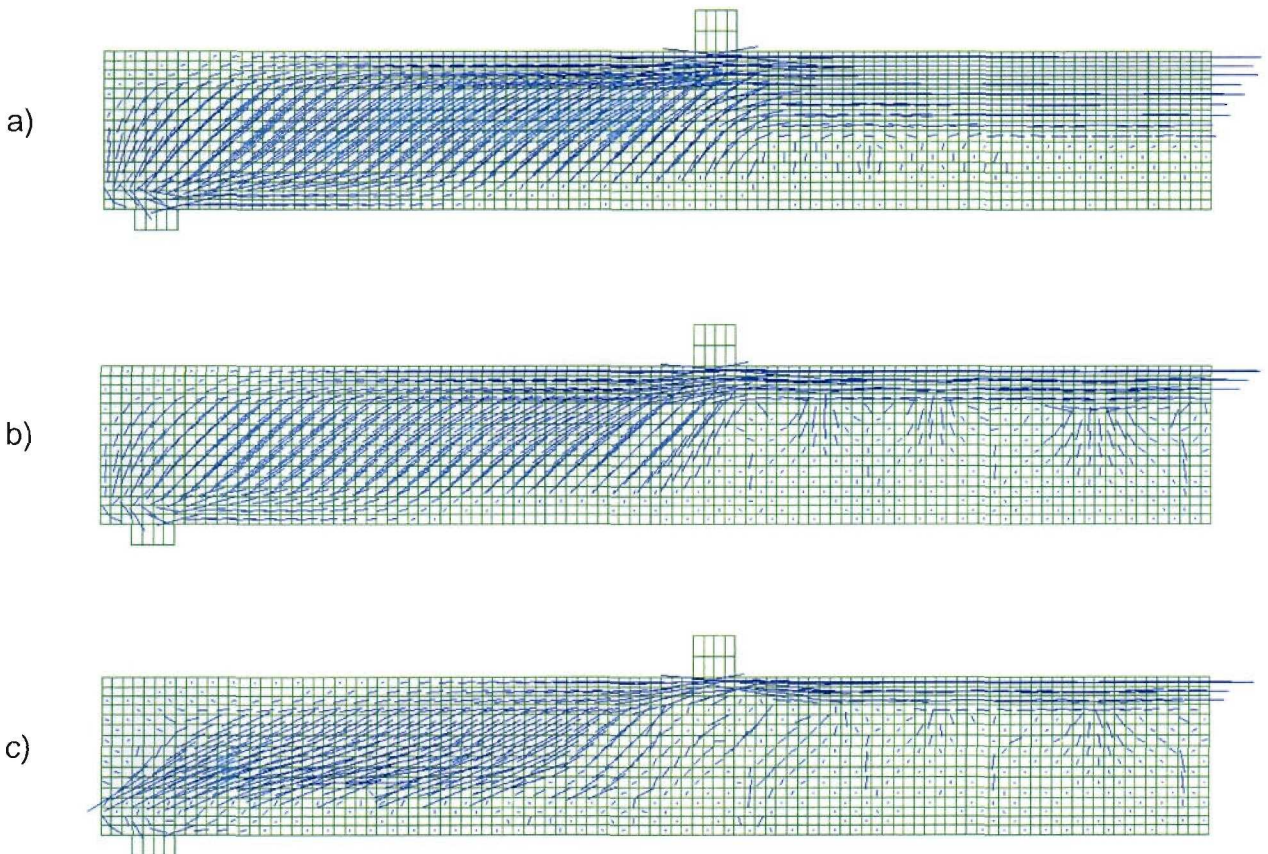


Bild 6.56: Zugtrajektorien für den VB3; a): LS 45; b): LS 100; c): LS 180

Die Trajektorienplots der Hauptzugspannungen der Laststufen LS 45, LS 100 und LS 180 sind in Bild 6.56 wiedergegeben. Man kann auch in diesem ABAQUS-Modell die Lage der Biegerisse über die unregelmäßigen Orientierungen zuordnen. Die hohen Zugspannungen im Zwischenbereich von Auflager und Lastangriff sind ebenso unverkennbar. Beim Vergleich der letzten Laststufe (LS 180) mit den beiden früheren ist dies weiterhin auffällig, dass der untere Flansch – immer näher bis an das Auflager hin – große Zugspannungen übertragen muss. Dies ist nicht allein auf das ansteigende Biegemoment des Tragsystems zurückzuführen. Vielmehr wachsen die Zugspannungen des Betons in den Umgebungen der Biegerisse an, denn in diesen Zonen werden die Stahlspannungszuwächse der gerissenen Betonabschnitte über Verbundspannungen in den umgebenden Beton eingeleitet. Die im Endbereich der beiden Flansche vorhandenen

Zugspannungen münden an der Trägerstirnseite in den dünneren Stög und begünstigen somit in Stegmitte die Entwicklung eines Horizontalrisses. Zumindest führen sie jedoch an der Trägerstirnseite zu einer Spannungserhöhung.

*Drucktrajektorien:*



**Bild 6.57:** Drucktrajektorien für den VB3; a): LS 45; b): LS 100; c): LS 180

Wie anhand der Drucktrajektorien von Bild 6.57 deutlich wird, verliert der „mittlere“ Neigungswinkel der Trajektorien zwischen der Laststufe LS 100 und LS 180 deutlich an Wert. Auch hier werden folglich die Neigungen nach erfolgter Schubrissbildung immer geringer und orientieren sich mehr und mehr an der Trägerlängsachse aus. Dieser modellbedingte Effekt ist in *Abschnitt 6.5.5* ausführlich erklärt. Weniger gut wahrzunehmen ist jedoch, dass die mittlere Trajektorienneigung von LS 45 bis zu LS 100 steiler wird. Bestimmt man auch hier die Trajektorienwinkel im Mittelpunkt der Verbindungsgeraden von Auflagerkante und Lastplattenkante (siehe auch weiter oben),

so ergibt sich für LS 45 ein Winkel von annähernd  $33^\circ$  gegenüber der Horizontalen, bei LS 100 ein Winkel von etwa  $36^\circ$  und schließlich bei Erreichen von LS 180 eine Neigung von nur  $23^\circ$ .

### 6.8.7 Betondehnungen

Die Verteilung und die Anordnung der Beton-DMS kann dem *Abschnitt 3.5* entnommen werden. Hierbei wurden innerhalb des Steges Rosetten verwendet, um die Betondehnungen des dritten Versuchsträgers (VB3) in drei unterschiedlichen Richtungen messen zu können, die während des Versuches jedoch ausgefallen sind.

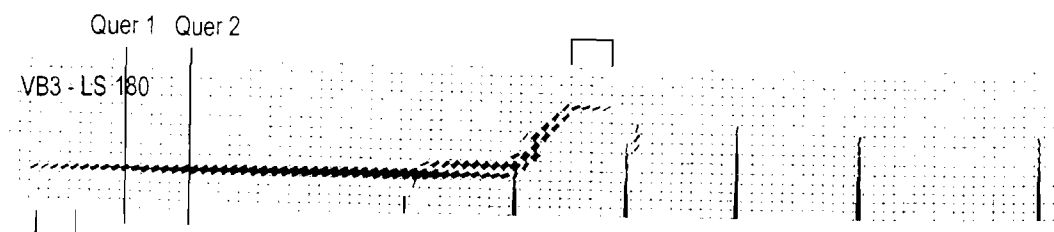


Bild 6.58: Anordnung von „Querschnitt“ 1 und „Querschnitt 2“

Die Dehnungszustände werden 25 cm (Querschnitt 1) und 40 cm (Querschnitt 2) dargestellt (siehe Bild 6.58).

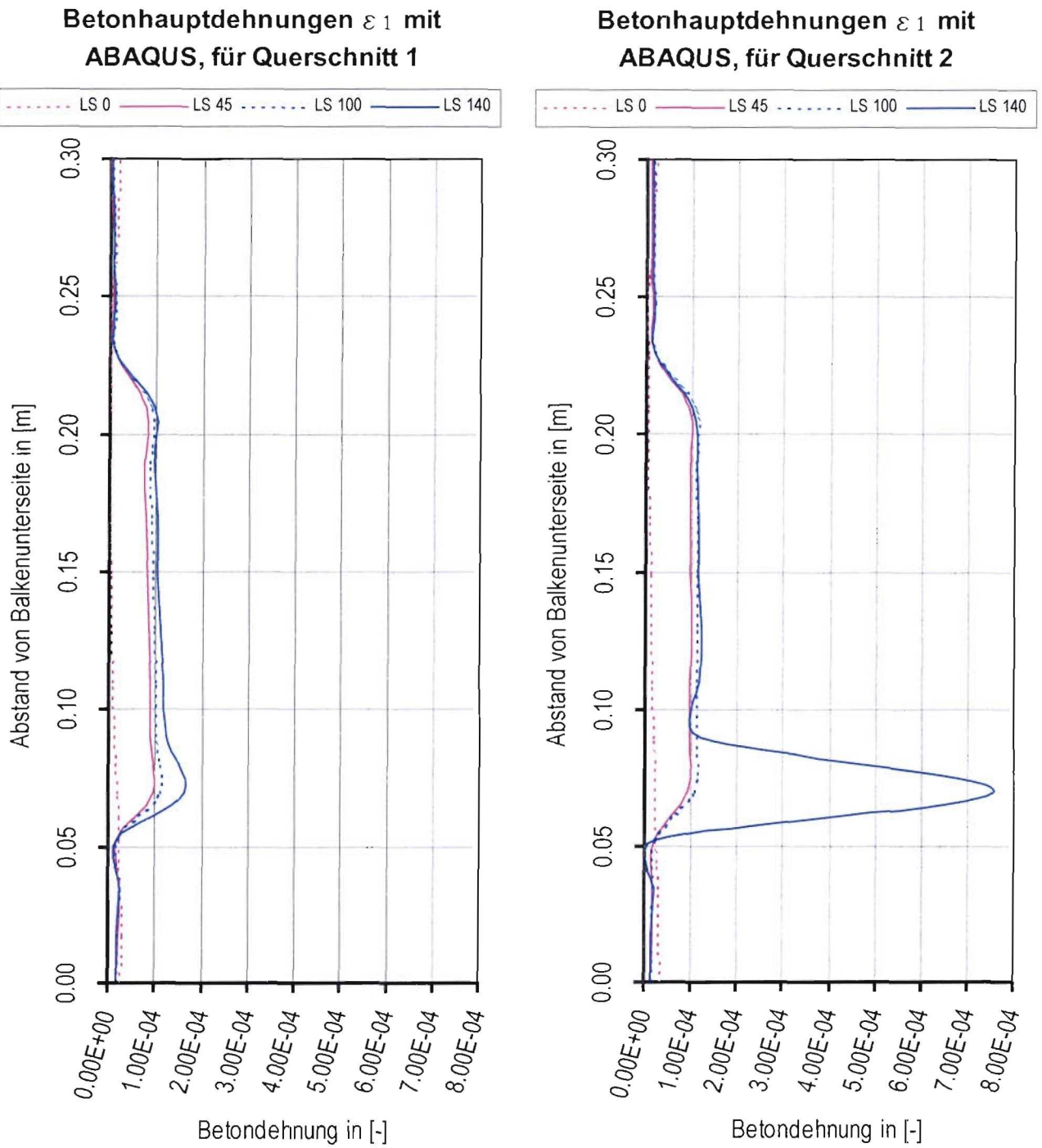
In Bild 6.59 und Bild 6.60 sind die Hauptdehnungsverläufe der ABAQUS-Berechnung für den Querschnitt 1 und den Querschnitt 2 nebeneinander abgebildet. Die vier Kurven gehören jeweils den Laststufen LS 0, LS 45, LS 100 und LS 140 an. Es gilt zu beachten, dass im eigentlichen Sinne die Bestimmung der Betondehnungen im Bereich von gerissenen Querschnitten aus mechanischer Sicht keinen Sinn mehr macht. Somit nimmt man im Allgemeinen besser die Rissbreite als Bezugsgröße. Die Berechnung entsprechender Betonspannungen über die Kenntnis der Betondehnungen macht hierbei (zumindest in Rissquerrichtung) ebenfalls wenig Sinn. Doch gerade durch die hohen Dehnungsbeträge lassen sich gerissene Balkenbereiche gut lokalisieren.

Das Bild 6.59 zeigt die Hauptzugdehnungen ( $\varepsilon_1$ ) des Betons. Es lässt sich beobachten, dass die Hauptzugdehnungen am Übergang zwischen Flansch und Beton sehr schnell an Größe hinzugewinnen. Bei einem Dickenverhältnis von Flansch/Steg von 3,3 ist das kaum verwunderlich. Im Vorspannungszustand (mit Eigengewicht; LS 0) sind die

Hauptzugdehnungen über fast die gesamte Querschnittshöhe („1“ und „2“) verhältnismäßig klein. Zur Laststufe LS 45 nehmen die Zugdehnungen innerhalb des Stegs zur Laststufe LS 0 für beide Querschnitte einen annähernd konstanten Wert von ca. 0,01% an. Mit steigender Auflast nehmen die Zugdehnungen des Stegs zu. Vor allem gilt das für den Querschnitt nahe an der Auflagerfläche. Der Verlauf bleibt dort zunächst annähernd konstant (bis LS 100). Jedoch ist mit Laststufe LS 140 ein mehr oder weniger sprunghafter Anstieg der Dehnungen am unteren Steg festzustellen. Ein Indiz dafür, dass sich an dieser Stelle ein Riss entwickelt bzw. entwickeln wird (vgl. *Abschnitt 6.7.3*). Diese „Dehnungsspitze“ ist für Querschnitt 2 ausgeprägter als für Querschnitt 1. Das bedeutet, die Rissausbreitungsrichtung läuft von rechts nach links. In Querschnitt 2 beträgt dieser Zuwachs bereits das Siebenfache der restlichen Stegdehnungen.

Der Verlauf der Hauptdruckdehnungen ( $\varepsilon_2$ ) des Betons ist dem Hauptzugdehnungsverlauf ähnlich (siehe Bild 6.60). Der lineare Verlauf der Druckstauchung infolge der Trägervorspannung (LS 0) ist gut zu erkennen, mit 0,015% an der Balkenunterkante für den Querschnitt 2 und einem betragsmäßig nur geringfügig kleineren Dehnungswert für den Querschnitt 1. Während der Belastung des Trägers sind die Betonstauchungen im Steg größer als in den Flanschen und steigen mit zunehmender Belastung ebenfalls an. Der örtlich begrenzte Druckdehnungsanstieg am unteren Ende des Stegs ist, selbst während der Laststufe LS 140, bei beiden Querschnitten („1“ und „2“) weniger ausgeprägt als es im Vergleich mit den Hauptzugdehnungen der Fall ist, denn die Risse weiten sich sinngemäß nur in Richtung der Hauptzugdehnungen und nicht in Richtung der Hauptdruckdehnungen. Betrachtet man die Dehnungskurve des Querschnitts 2 zur Laststufe LS 140, so lässt sich für den unteren Flansch beobachten, dass seine Stauchung (nur) nach oben hin abnimmt.

Somit kann gefolgert werden, dass der „Schubverbund“ Flansch/Steg des Querschnitts 2 bereits bei LS 140 merklich geschädigt sein muss. Zwar reicht der flanschparallele Riss zu diesem Zeitpunkt noch nicht bis an den Querschnitt 2 heran, doch hängt das nur damit zusammen, dass „Kleinstrisse“ (kleiner als ungefähr  $0,1\text{ mm}$ ) im Rissplot dieser Laststufe nicht abgebildet wurden. In mathematischer Hinsicht erfolgt eine Beeinflussung jedoch früher als das Rissbild vermuten lässt. Auch dies stützt die obige Behauptung, dass der Träger die Belastungsstufe LS 180 (in Wirklichkeit) erst gar nicht erreicht und schon zuvor versagt.

Bild 6.59: Hauptdehnung  $\varepsilon_1$  mit ABAQUS für VB3

**Betonhauptdehnungen  $\epsilon_2$  mit ABAQUS, für Querschnitt 1**

**Betonhauptdehnungen  $\epsilon_2$  mit ABAQUS, für Querschnitt 2**

--- LS 0    — LS 45    - - - LS 100    — LS 140

--- LS 0    — LS 45    - - - LS 100    — LS 140

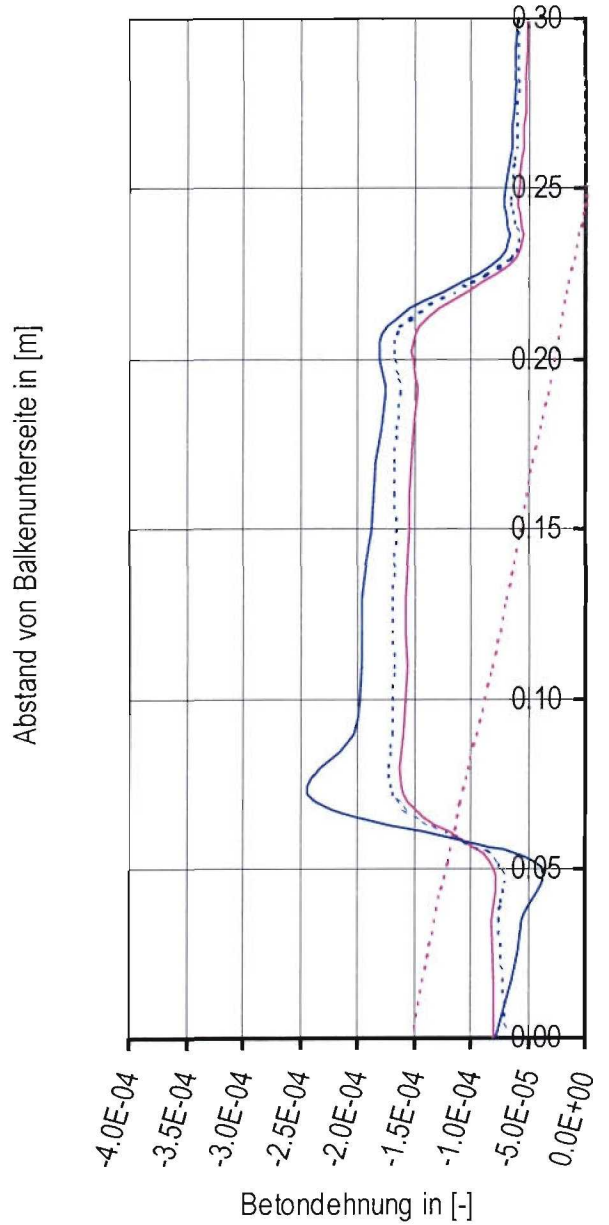
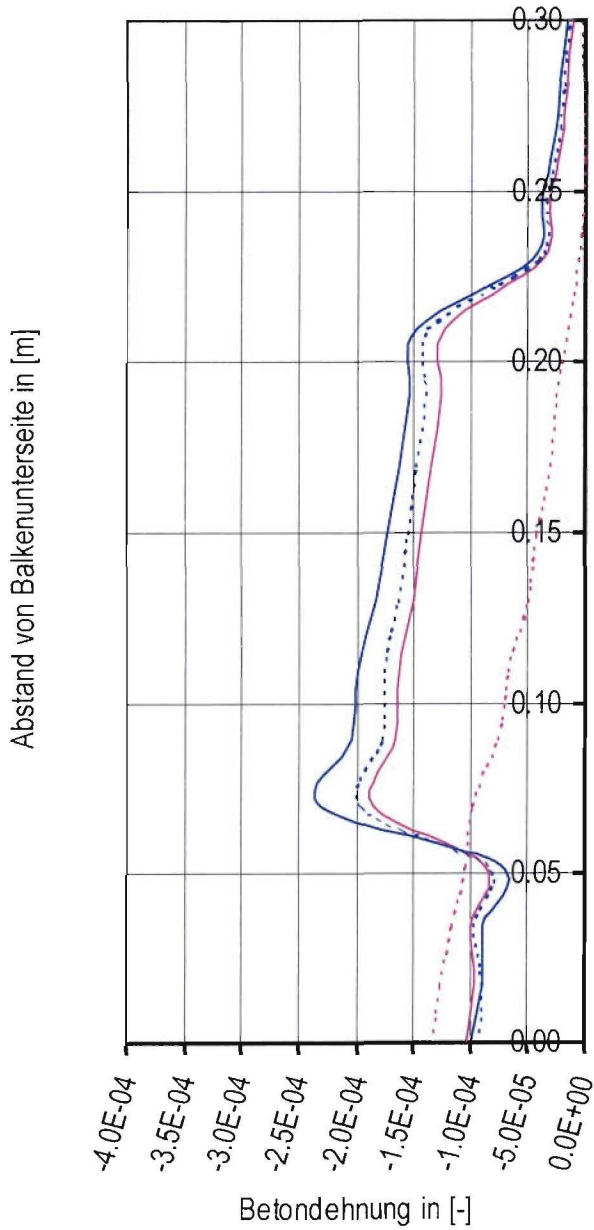


Bild 6.60: Hauptdehnung  $\epsilon_2$  mit ABAQUS für VB3

In Bild 6.61 sind abschließend die Neigungswinkel der Hauptdehnung  $\varepsilon_1$  (bezügl. Horizontalachse) für die zwei Querschnitte „1 und „2“ zu den Zeitpunkten LS 45, LS 100 und LS 140 eingezeichnet. Beiden Diagrammen ist gemeinsam, dass die Neigungswinkel von der Trägerunterseite bzw. der Trägeroberseite nach oben bzw. nach unten ansteigen. Während sich am auflagemahen Querschnitt (Querschnitt 1) über die gesamte Steghöhe und zu allen Lastschritten ein annähernd konstanter Winkel von ca.  $42,5^\circ$  einstellt, ist er etwas weiter vom Auflager entfernt (Querschnitt 2) etwas kleiner und erreicht dort über den Steg nur einen Wert von ca.  $40^\circ$ . Für Querschnitt 2 und Laststufe LS 140 ist anzumerken, dass die Neigung der Dehnung  $\varepsilon_1$  am Übergang zwischen unterem Flansch und Steg auf einen Wert von  $32,5^\circ$  abgefallen ist und sich auch die übrigen Neigungswinkel gleichsinnig verändern, wenn gleich weniger gravierend.

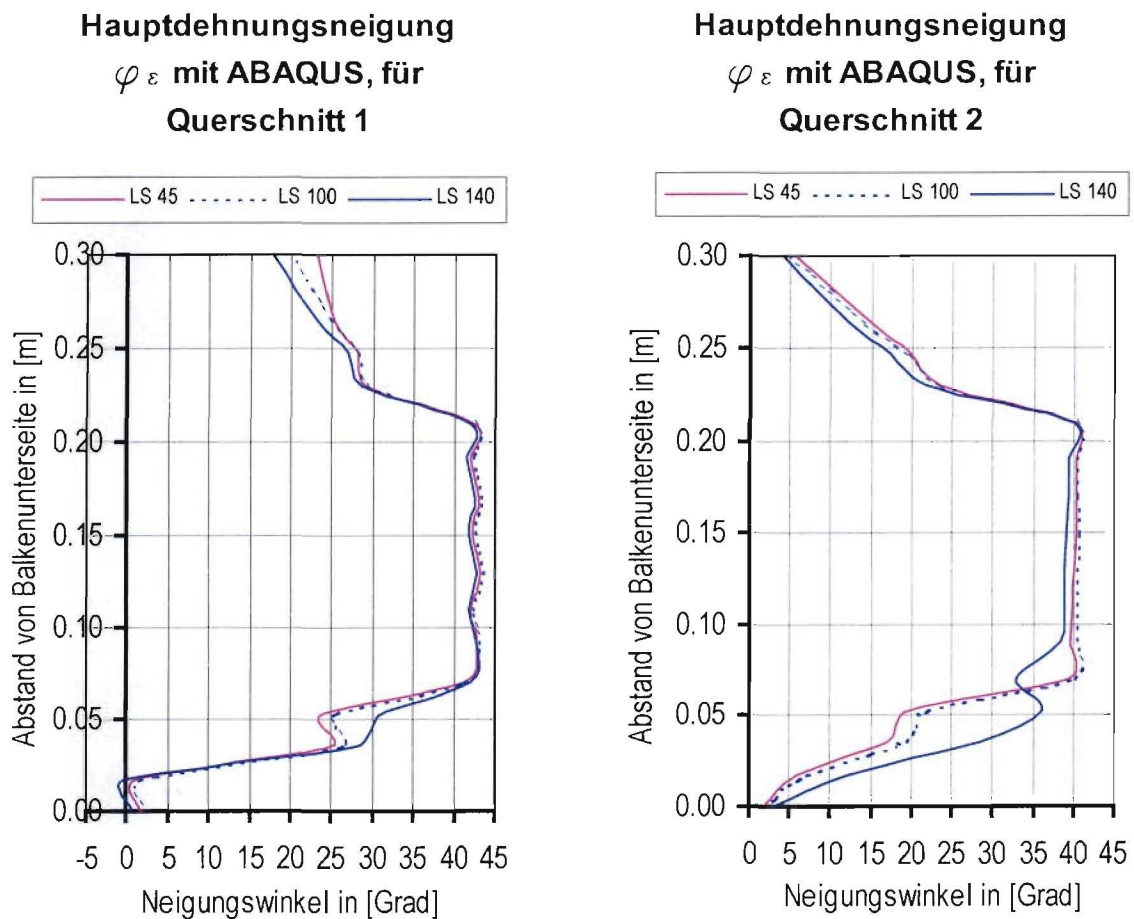


Bild 6.61: Neigungswinkel der Hauptdehnung  $\varepsilon_1$  mit ABAQUS für VB3





## 7 Vorschlag für eine Bemessung

### 7.1 Grundlagen

Mit der vorliegenden Untersuchung sollte der Auflagerbereich von vorgespannten Trägern mit sofortigem Verbund überprüft werden. Ausgangspunkt war eine erneute Diskussion der so vorgefertigten Spannbeton Hohlkörperdecken.

Nach den vorliegenden Untersuchungen ist prinzipiell davon auszugehen, dass bei solchen Tragsystemen und vergleichbaren Doppel-T-Trägern ohne Schubbewehrung ein plötzliches Betonzugversagen (vgl. Bild 3.12) zum Systemversagen führen kann.

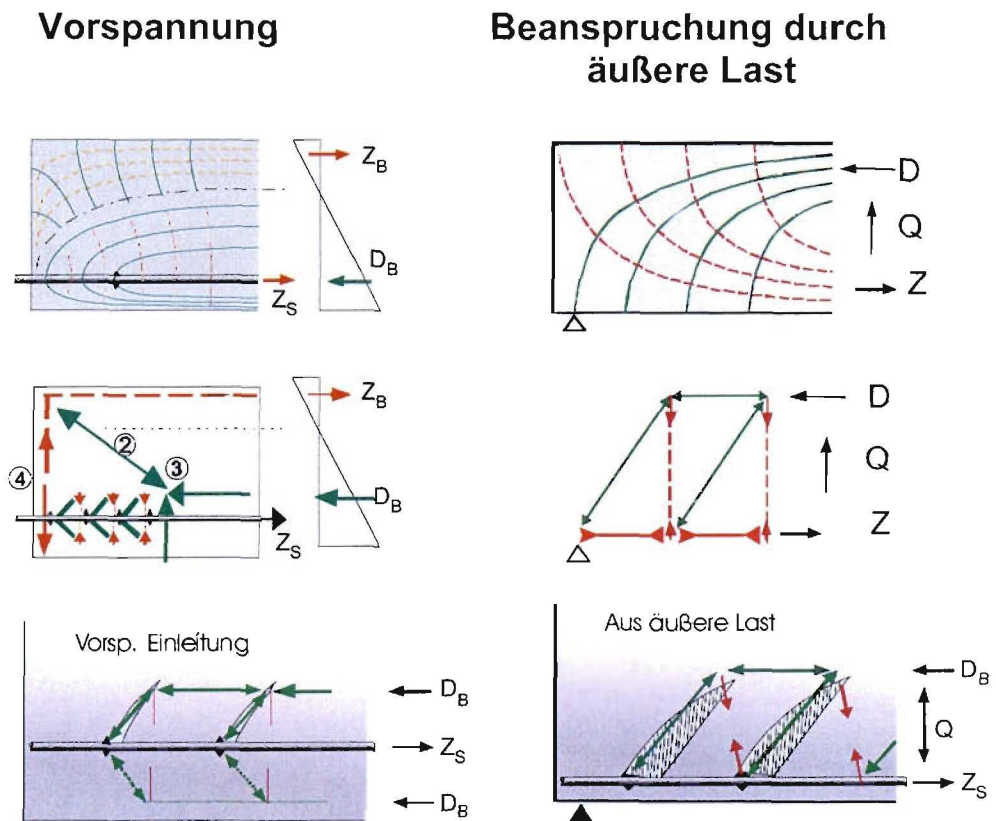
Ursache ist die Überlagerung von Zugspannungen aus der **Einleitung der Vorspannkraft** mit solchen aus einer **äußeren Belastung**. Bei einem eventuellen Übergang vom Zustand I in den Zustand II können zusätzliche **Verbundspannungen** zwischen den Rissen hinzukommen, wenn sich solche in Auflagernähe ausbilden (siehe z.B. Bild 6.21, Bild 6.22).

Stark vereinfacht lassen sich die zugehörigen Zug- u. Druckkräfte in Form von Trajektorien bzw. durch statisch unbestimmte Fachwerke, abhängig vom Grad der Vorspannung, wie in Bild 7.1 zusammengefasst, darstellen (vgl. dazu [37]).

Daraus ist leicht zu erkennen, dass sich Zugspannungen aus der Einleitung der Vorspannkraft mit solchen aus der äußeren Beanspruchung und beim Übergang in den Zustand II aus solchen bei der Rissbildung überlagern können.

Analog dazu wird im Modelcode des CEB, Abschnitt 6.9.11 [32] bei der Spannkraft-Einleitung prinzipiell ein Spalling, Splitting und Bursting unterschieden d.h. eine Querspannung an der Trägerstirnseite, Spaltzugkräfte aus der Krafteinleitung der Vorspannstäbe und ein Moment aus den Vertikalkomponenten der Zug- und

Druckbeanspruchung (vgl. die Punkte 1, 2, 3 in Bild 7.1). Letzteres hält der Spannkraft- Exzentrizität relativ zur Trägerschwerlinie das Gleichgewicht.



**Bild 7.1:** Trajektorien – Fachwerkanalogien (statisch bestimmt und unbestimmt)  
– Rissbildung für Vorspannung und äußere Beanspruchung

Als entscheidend wird aus den vorstehenden Untersuchungen das plötzliche, unangekündigte Systemversagen durch Überschreiten der Betonzugfestigkeit bei fehlender Bügelbewehrung erkannt. Die Bemessung muss ein solches mit Sicherheit verhindern. Vergleichsebene für Widerstand und Einwirkung kann nicht die Ebene von  $Q$  und  $M$ ,  $N$  sein, sondern allein die Ebene der maximalen schiefen Hauptzugspannungen. Ein entsprechender Abstand auf der Widerstandsseite gegen jedwede Einwirkung ist vorzusehen.

Für die Bemessung muss mithin gelten:

$$\sigma^H [(F(Q, M) \gamma_F, V(Q, M) \gamma_V, Z \gamma_E)] \leq \frac{f_{ct,0.05}}{\gamma_M}$$

wobei die Indizes

- F die äußere Einwirkung
- V die Einwirkung der Vorspannung und
- Z<sub>E</sub> die Einwirkung der Vorspann-Einleitung

bezeichnen.

## 7.2 .Spaltzugspannungen am freien Rand infolge Vorspannung

In Anlehnung an Ruhnau/Kupfer [10] und CEB-FIP [32] sollte man zur Sicherung der Vorspanneinleitung vor dem Aufbringen der Last – danach nicht mehr notwendig – Hauptzugspannungen senkrecht zum freien Rand mit etwa

$$Z_E = \frac{M}{0,5l_u}, \quad \sigma^H = 1,2 \frac{Z_E}{0,5l_u b} \quad \text{Gl. (7.1)}$$

ansetzen. Eine sehr viel genauere Abschätzung ist wenig sinnvoll, da die maximale Spannung von der Übertragungslänge der Vorspannung und damit der Stahlprofilierung abhängig ist und im übrigen eine gewisse "Plastifizierung", d.h. ein Abbau der Spitzenspannung an der höchstbeanspruchten Stelle zu Gunsten einer Verschiebung des Spannungsblockes wohl möglich ist. Im Übrigen erfolgt spätestens nach dem Einbau bereits durch das Eigengewicht ein Abbau der vertikalen Zugspannungen, wie die hier durchgeführten Berechnungen (siehe z.B. Bild 6.23 oder Bild 6.54) zeigen und von Ruhnau/Kupfer [10] festgestellt worden ist.

## 7.3 Hauptzugspannungen unter Vorspannung und Last

### 7.3.1. Einwirkungen – Vorspannung und äußere Last

Die Einwirkungen wird man zunächst im üblichen Koordinatensystem x,y mit den Spannungskomponenten  $\tau, \sigma$  ermitteln, Anteile aus F,V,E unter Berücksichtigung unterschiedlicher  $\gamma$ -Werte addieren und mit der Summe von  $\tau$  und  $\sigma$  schließlich die größte Hauptzugspannung bestimmen.

$$\sigma^H = 1/2 \left( \sum_{F,V} \sigma_x \pm \sqrt{\left[ \sum_{F,V} \sigma_x \right]^2 + 4 \left[ \sum_{E,F,V} \tau \right]^2} \right) \quad \text{Gl. (7.2)}$$

### • Einleitung der Vorspannkraft

Am Stahlelement des Spannstahls gilt zunächst die Gleichgewichtsbedingung:

$$\tau_E dx = \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \quad \text{Gl. (7.3)}$$

Danach muss das Maximum von  $\sigma$  bei  $\tau = 0$  liegen und das Maximum von  $\tau$  beim Wendepunkt von  $\sigma$ .

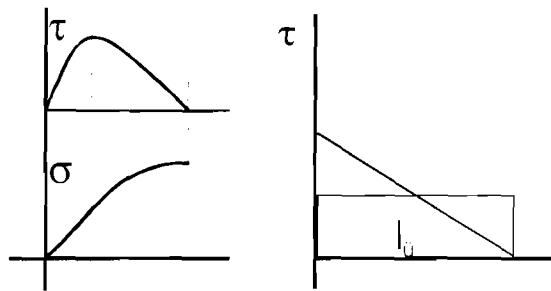


Bild 7.2:  $\tau$  -  $\sigma$  Zusammenhang

Genauere zweidimensionale Untersuchungen haben gezeigt, dass die Spannungseinleitung in den Beton nach der E-Theorie sehr rasch, zu einer fast "dreieckförmigen" Verbundspannung über eine Einleitungslänge  $l_{\bar{u}}$  erfolgt. Mit hinzutretenden unvermeidbaren Kriech- und Schwindeffekten, sowie Mikrorissbildung, erfolgt eine zunehmende "Plastifizierung" bei Annäherung an den Zustand II. An die Stelle der elastischen Verteilung tritt eine eher rechteckförmige (vgl. Bild 7.2). Aus FE- Berechnungen unter Zuhilfenahme von experimentell in Ausziehversuchen bestimmten  $\tau$ - $\delta$  Beziehungen [u.a. 36] ist weiter bekannt, daß je nach Durchmesser der Vorspanndrähte resp. ihrer Profilierung und dem "Plötzlichkeitsgrad" der Kraftaufbringung Eintragungslängen  $l_{\bar{u}}$  von etwa 40-80 cm, wirksam sind. Hinreichende empirische Untersuchungen liegen vor.

Für die Krafteinleitung kann also die Beziehung angesetzt werden:

$$\tau_E = \alpha \cdot \frac{Z}{D\pi \cdot l_{\ddot{u}}} \quad \text{Gl. (7.4)}$$

Dabei bezeichnet  $\alpha$  den Anteil der in den Steg einzuleitenden Vorspannkraft am Schnitt zwischen Steg und Flansch beim Ersatz- Doppel-T-Träger. Die Übertragungslänge kann nach DIN 4227 angenommen werden.

- **Spannungen infolge Last und Vorspannung am Träger**

Es gelten die bekannten Beziehungen:

$$\sigma_V = \gamma_V \left( \frac{Z}{A_c} + \frac{M_V}{W_{st}} \right) \quad \text{Gl. (7.5)}$$

$$\tau_V = \gamma_V \frac{Q_V \cdot S}{J \cdot t_{st}}$$

$$\sigma_F = \gamma_F \frac{M_F}{W_{st}} \quad \text{Gl. (7.6)}$$

$$\tau_F = \gamma_F \frac{Q_F \cdot S}{J \cdot W_{st}}$$

wobei „st“, wie oben erläutert, den Steganschnitt oberhalb des unteren Flansches bezeichnet.

#### 7.4 Bemessung – Versuchsauswertung und Sicherheitsbeiwerte

Aus den Versuchen VB2 und VB3 ergeben sich an den Stellen  $x = l_{\ddot{u}}$  die in folgenden Tabellen angegebenen Beanspruchungen im Augenblick des Versagens.

	$\tau_E$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_V$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\tau_V$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_F$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\tau_F$ [MN/m <sup>2</sup> ]
VB2	0,70	-3,80	0	3,78	2,88
VB3	0,68	-3,90	0	3,77	2,98

(es wurde für  $\alpha$  ein Wert von 0,3 zugrunde gelegt)

**Tabelle7.1**

Träger	$\sigma_{max}^H$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{max}^H / f_{ct,Versuch}$
VB2	3,56	1,26
VB3	3,59	1,27

(Eintragungslänge für die Vorspannung wird nach CEB resp. DIN 4227 zu 70 cm bestimmt)

**Tabelle7.2**

Die Auswertung soll zeigen, dass die nach der vorgeschlagenen Bemessung ermittelten Hauptzugspannungen beim Versagen tatsächlich in etwa den im Versuch aufgetretenen Zugspannungen resp. Zugfestigkeiten entsprechen. Die rechnerischen Hauptzugspannungen liegen etwa 26% über den im Versuch beim Versagen gemessenen. Die Bemessung ist also geeignet die tatsächlichen auftretenden Spannungen einigermaßen richtig vorauszusagen. Dies ist eine Bestätigung des mechanischen Modells.

Es gilt also nun einen entsprechenden Sicherheitsfaktor auf der Materialebene  $\gamma_M$  festzulegen. Dies soll im Folgenden in Anlehnung an Vorgaben und Normen erfolgen ohne absolute Bindung an diese. Die endgültige Entscheidung mag bei den einschlägigen Gremien liegen.

Nach Meinung der Verfasser erscheint unter den gegebenen Umständen ein Wert von  $\gamma_M = 2$  als angemessen.

Dieser ergibt zusammen mit dem Sicherheitsbeiwert auf der Lastseite von 1,35 bis 1,5, wie er allgemein akzeptiert ist, ein Gesamtabstand zwischen Versuch und einwirkender Last von 2,7 bis 3. Dies steht in Übereinstimmung mit dem Abstand zwischen Traglast im Experiment und erlaubter Einwirkung, wie er u.a. in Zulassungen bei Fällen von schlagartigem Zugversagen ohne entsprechende Bewehrung angestrebt werden.

Nur bei den im Werk maschinell gefertigten Hohlkörperdecken mit vielen nebeneinander liegenden Stegen könnte  $\gamma_M$  auf 1,5 reduziert werden in Anbetracht

---

der geringeren Wahrscheinlichkeit, dass mehrer nebeneinander liegende gleich hoch, extrem belastet werden ohne eine Möglichkeit zur weiteren Umlagerung.

Ein Übergang in den Zustand II darf in Höhe des Spanngliedes erst in einem Abstand  $L \geq 1.5 l_0$  vom freien Rand erfolgen.



## 8 Zusammenfassung und Diskussion

Im Rahmen dieses Forschungsberichtes sollte der Endbereich von im Spannbett vorgespannten Fertigteilträgern untersucht werden, vor allem für solche ohne Bügelbewehrung, wie dies u.a. bei Hohlplattendecken der Fall ist. Von besonderem Interesse waren dabei die Auflagerzonen an den Trägern, in denen die Vorspannkkräfte in den Beton über Verbund-Spannungen eingeleitet werden.

Zur Erkundung des Tragverhaltens wurden umfangreiche rechnerische Analysen, unterstützt durch drei Experimente, durchgeführt. Der Verbund im Einleitungsbereich konnte vereinfacht zweidimensional modelliert werden nach jüngst am Institut erschienen Dissertationen von Akkermann [1] und Idda [36] und aufbauend auf früher durchgeführten rechnerischen Untersuchungen mit einer sehr aufwendigen Modellierung durch Hamada [39] und Eibl et al.[40].

Eine Ergebnisanalyse zeigte, dass für alle drei Träger sowohl im ungerissenen Zustand I als auch im Zustand II bis zum Erreichen des Versagenszustandes die Einzelheiten des Beanspruchungszustandes rechnerisch gut nachvollzogen werden konnten.

Abschließend wurde ein Bemessungskonzept für den in Frage stehenden Trägerbereich vorgeschlagen. Einzelheiten, wie die endgültige Wahl von Sicherheitsbeiwerten für die Widerstandsseite, müssen von den relevanten Gremien festgelegt werden.

## Literaturverzeichnis

- [1] AKKERMANN, J.: Dissertation – Rotationsverhalten von Stahlbeton Rahmenecken; Institut für Massivbau und Baustofftechnologie; Universität Karlsruhe (TH); 2001
- [2] Benutzerhandbuch zur IBM RS/6000 SP; Version 1.5; Universität Karlsruhe (TH) – Rechenzentrum; 1999
- [3] WAGNER, W.: Vorlesungsskript – Flächentragwerke I; Lehrstuhl für Baustatik; Universität Karlsruhe (TH); Sommersemester 1996
- [4] GRASSER, E. und THIELEN, G.: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken; Deutscher Ausschuss für Stahlbeton; Heft 240; Beuth Verlag GmbH; 3. überarbeitete Auflage; Berlin 1991
- [5] GUYON, Y: Béton précontraint – Étude théorique et expérimentale; Editions Eyrolles; Paris; 1951
- [6] WÖLFEL, E. und KRÜGER, F.: Verbundverankerung von Spannstählen – Zulassungsprüfung und Anwendungsbedingungen; Mitteilungen des Instituts für Bautechnik; Heft 6/1980
- [7] RUHNAU, J. und KUPFER, H.: Spaltzug-, Stirn- und Schubbewehrung im Eintragungsbereich von Spannbett-Trägern; Beton und Stahlbetonbau; Heft 7/1977
- [8] MÖRSCH, E.: Über die Berechnung der Gelenkquader; Beton und Eisen 23; Heft 12/1924
- [9] MARSHALL, W. T. und MATTOCK, A. H.: Control of Horizontal Cracking in the Ends of Prestressed Concrete Griders; Journal of the Prestressed Concrete Institute; Vol. 7, No. 5; 1962
- [10] RUHNAU, J. und KUPFER, H.: Spaltzug-, Stirn- und Schubbewehrung im Eintragungsbereich von Spannbett-Trägern; Beton und Stahlbetonbau; Heft 8/1977

- 
- [11] KUPFER, H.: Aus unseren Forschungsarbeiten IV; Lehrstuhl für Massivbau; Technische Universität (TU) München; 1978
- [12] SARGIOUS, M.: Hauptzugkräfte am Endauflager vorgespannter Betonbalken; Bautechnik 38; Heft 3/1961
- [13] EIBL, J. et al.: Bemessen und Konstruieren im Studium – Beton Mauerwerk Stahlverbund; Kalender Spezial; Ernst & Sohn; 2000
- [14] WALRAVEN, J. C.: Shear Design for Hollow Core Slabs; University of Technology Delft / Corsmit Consulting Engineers The Hague, The Netherlands
- [15] WALRAVEN, J. C. und MERCX, W. P. M.: The Bearing Capacity of Prestressed Hollow Core Slabs; Heron; Vol. 28, No. 3; 1983
- [16] ZIA, P. und MOSTAFA, T.: Development Length of Prestressing Strands; PCI – Journal; Vol. 22, No. 5; 1977
- [17] WOMMELSDORFF, O.: Biegebeanspruchte Bauteile; Stahlbetonbau – Teil 1; Werner Verlag; 6. Auflage; 1989
- [18] GROSS, D.; HAUGER, W. und SCHNELL, W.: Technische Mechanik – 2 Elastostatik; Springer Verlag; 4. Auflage; 1992
- [19] WALRAVEN, J. C.: Load Distribution and Failure Behaviour of Prestressed Hollow Core Slabs; University of Technology Delft
- [20] HEDMAN, O. und LOSBERG, A.: Design of Concrete Structures with Regard to Shear Forces; CEB Bulletin No. 126; 1978
- [21] FUCHS, W.: Tragverhalten von Befestigungen unter Querlasten im ungerissenen Beton; Deutscher Ausschuss für Stahlbeton; Heft 424; Beuth Verlag GmbH; Berlin 1992

- 
- [22] HILLERBORG, A.; MODÉER, M. und PETERSSON, P. E.: Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements; Cement and Concrete Research; Vol. 6; 1976
- [23] BAZANT, Z. und OH, B. H.: Crack Band Theory for Fracture of Concrete Materials and Structures; 1983
- [24] VAN MIER, J. G. M.: Dissertation – Strain-Softening of Concrete under Multiaxial Loading Conditions; TU Eindhoven; 1984
- [25] HILSDORF, H. K.: Vorlesungsskript – Baustofftechnologie Teil 2; Universität Karlsruhe (TH); Sommersemester 1995
- [26] VONK, R. A.: A Micromechanical Investigation of Softening of Concrete Loaded in Compression; Heron; Vol. 38, No. 3; 1993
- [27] DARVIN, D. und PECKENOLD, D. A.: Nonlinear Biaxial Stress-Strain Law for Concrete; Journal of the Engineering Mechanics Division; Proc. of the ASCE; Vol. 103, No. EM2; 1977
- [28] DEN UIJL, J. und BIGAJ, A. J.: A Bond Model for Ribbed Bars Based on Concrete Confinement; Heron; Vol. 41, No. 3; 1996
- [29] KEUSER, M.: Verbundmodelle für nichtlineare Finite-Element-Berechnungen von Stahlbetonkonstruktionen; VDI Verlag; Düsseldorf 1985
- [30] VIELSACK, P.: Vorlesungsskript – Technische Mechanik Teil IV, Universität Karlsruhe (TH); 1996
- [31] WEBER, P.: Einführung in ABAQUS 5.6, Universität Karlsruhe (TH) – Rechenzentrum; 1998
- [32] CEB – FIP Model Code 1990; Design Code; Comité Euro-International Du Béton; Thomas Telford; 1991

- 
- [33] HILSDORF, H. K.: Kapitel A – Beton; Beton Kalender – Teil 1; Ernst & Sohn; Ausgabe von 1996
- [34] RIECHERS, H. J.: Europäische Normung für Beton-Zuschlag; Beton (43); Nr. 6; 1993
- [35] AL-KUBAISY, M. A. und YOUNG A. G.: Failure of Concrete under Sustained Tension; Magazine of Concrete Research; Vol. 27, No. 92; 1975
- [36] IDDA, K.:
- [37] LEONHARDT, F.: Spannbeton für die Praxis, Verlag von Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1973, Thomas Telford London, 1973
- [38] KOBARG, J.: Ein inkrementelles Stahlbetonverbundgesetz unter Berücksichtigung von Stahldehnung und Querdruck, Dissertation, Universität Karlsruhe, 1986
- [39] HAMADA, T.: A Numerical Identification for New Parameters Influencing Bond Behaviour with Special Regard of Steel Strain, Dissertation, Suez Canal University/ Universität Karlsruhe 1995
- [40] EIBL, J., IDDA, K., LUCERNO-CIMAS, H.: Das Verbundverhalten bei Querkzug, Forschungsbericht des IfMB, Universität Karlsruhe, DiBt, IV 1-5-752/94, 1997
- [41] MELHORN, G. et al.: Verbund-Modell für Stahlbetontragwerke, Beton- und Stahlbetonbau 86(1991), 226-228
- [42] MELHORN, G. et al.: Einfluss eines einaxialen Querdrucks auf die Rissbildung und das Verbundverhalten von Stahlbetonzugkörpern, Beton- und Stahlbetonbau 86(1991), 149-150

## Notationsverzeichnis

Kleinerer Buchstabe mit einem Balken oberhalb	z.B. $\bar{\sigma}$ , $\bar{\varepsilon}$	:= Matrix
Großer Buchstabe mit einem Balken oberhalb	z.B. $\bar{C}$ , $\bar{K}$	:= Matrix
Kleinerer Buchstabe mit einem Pfeil oberhalb	z.B. $\vec{\delta}_{glob}$ , $\vec{f}$	:= Vektor
Großer Buchstabe mit einem Pfeil oberhalb	z.B. $\vec{F}$ , $\vec{R}$	:= Vektor

### Lateinische Buchstaben:

A	Fläche
$A_{el}$	Kontinuumselementfläche
$\bar{A}_b$	Kontaktflächenmatrix
$A_{s,s}$	Spaltzugbewehrung
$A_{sz}$	Stirnzugbewehrung
$A_v$	Bewehrungsfläche
a	Lastangriffspunkt/äußerer Hebelarm der resultierenden Betondruckkraft
$\bar{B}$	Verzerrungs – Verschiebungsmatrix
b	Breite eines Bauteils
$b_c$	Rissprozesszonbreite
$b_w$	Stegdicke
$b_y$	Stegdicke
$\bar{C}$	Sekantenstoffsteifigkeitsmatrix
$\bar{C}_s$	Sekantensteifigkeitsmatrix
$\bar{C}_t$	Tangentensteifigkeitsmatrix
$C_{eff}$	Betondeckung
D	Betonschädigung
$D_{bu}$	Grenzkraft des Betons
$D_c$	Druckschädigung

$d$	Bauteilbreite
$d_1$	Lastplattenbreite
$d_s$	Ersatzprismenbreite
$d_v$	rechnerischer Stabstahldurchmesser
$E$	Energie/Steifigkeitsmodul
$E_0$	anfänglicher Steifigkeitsmodul
$E_c$	Drucksteifigkeitsmodul des Betons
$E_{c0}$	anfänglicher Drucksteifigkeitsmodul
$E_{cs,i}$	Sekantensteifigkeitsmodul
$E_{ct,i}$	Tangentensteifigkeitsmodul
$E_r$	Anfangssteifigkeit in Radialrichtung
$E_{soft,i}$	Steifigkeitsmodul „i“ des Softeningbereichs
$e', e$	Ausmittigkeiten
$\bar{E}_b$	Stoffmatrix
$F$	Kraft
$\vec{f}$	Volumenkraftvektor
$f_c$	Zylinderdruckfestigkeit
$f_{c,0}$	uniaxiale Betondruckfestigkeit
$f_{cc}$	Betondruckfestigkeit
$f_{c,d}$	Bemessungswert der Betondruckfestigkeit
$f_{c,eff}$	biaxiale Betondruckfestigkeit
$f_{cm}$	mittlere Betondruckfestigkeit
$f_{ct,sp}$	Spaltzugfestigkeit des Betons
$f_{ct}$	Betonzugfestigkeit
$f_{ctm}$	mittlere Betonzugfestigkeit
$\vec{f}_{el}$	Knotenkraftvektor
$f_{y,d}$	Fließgrenze des Stahls
$G_{cs}$	Sekantenschubmodul
$G_{ct}$	Tangentenschubmodul
$G_f$	Bruchenergie
$h$	rechnerische Trägerhöhe
$J_y$	Flächenträgheitsmoment um die y-Achse

---

$\bar{K}$	inkrementelle Steifigkeitsmatrix
$\bar{K}_{el}$	Elementsteifigkeitsmatrix
$k_1$	Verbundbeiwert
$L_d$	Länge der Druckversagenszone
$l$	Verankerungslänge
$l_f$	Verankerungslänge für gerade Stäbe
$l_c$	Rissprozesszonlänge
$l_{ch}$	charakteristische Elementlänge
$l_d$	Verankerungslänge ("development length")
$l_{el}$	Länge des Verbundelements/Länge des Kontinuumselements
$l_{\ddot{u}}$	Übertragungslänge
$l_w$	Wellenlänge bei Verbundbeschreibung
$M$	Schnittmoment
$M_U$	Bruchmoment
$M_{sU}$	Grenzbiegemoment auf die Stahlachse bezogen
$M_z$	Biegemoment um die z-Achse
$N_i$	Ansatzfunktion „i“
$N_U$	Grenznormalkraft
$n_s$	Anzahl der Bewehrungsstäbe
$O$	Rissoberflächenenergie
$P$	Auflast
$Q_U$	Bruchquerkraft
$\bar{p}$	Oberflächenlast Vektor
$\bar{R}$	Vektor der äußeren Belastung
$R$	Radius der Glockenkurve
$r_s$	Radius des Bewehrungsstabes
$S_y$	statisches Trägheitsmoment
$\bar{T}$	Transformationsmatrix
$t$	Zeit
$t_1$	Bezugszeit
$\Delta t$	Zeitschritt/Zeitdifferenz
$U$	elastische Formänderungsenergie



$\vec{u}$	Knotenverschiebungsvektor
$\Delta u$	Verschiebungsinkrement
$V_{U,k}$	maximale Betondruckkraft beim Schub-Druck-Bruch
$V_r$	repräsentatives Volumen
$V_U$	Bruchquerkraft
$w$	Rissweite
$w_1$	Grenzrissweite
$\tilde{w}_i$	fiktive Rissbreite
$w_{rot-fix}$	Übergangsrissbreite bei Wechsel zum fixierten Riss
$x$	Betondruckzonenhöhe/Längeneinheit
$\Delta x$	Längenabschnitt
$Z_R$	Stirnzugkraft
$Z_S$	Spaltzugkraft
$Z_{S2}$	Querzugkomponente der Stirnzugkraft
$Z_{AU}$	Verankerungskraft
$Z_{sU}$	Grenzwert der Stahlzugkraft
$Z_U$	zu verankernde Zugkraft
$z$	innerer Hebelarm

### Griechische Buchstaben:

$\alpha$	Faktor für Stirnzugbewehrung
$\alpha_i$	Winkel bezüglich der Achse „i“
$\alpha_R$	Völligkeitsbeiwert
$\alpha_t$	Hilfsbeiwert beim triaxialen Zugmodell
$\alpha_{\bar{u}}$	Hilfsbeiwert für die Übertragungslänge
$\beta_c$	Betondruckfestigkeit
$\beta_t$	Hilfsbeiwert beim triaxialen Zugmodell
$\beta_{w150}$	Betondruckfestigkeit eines 150 x 150 mm <sup>2</sup> Würfels
$\beta_{w200}$	Betondruckfestigkeit eines 200 x 200 mm <sup>2</sup> Würfels

$\delta_{0,s}$	Anfangsschlupf
$\delta_{1,0}$	kritischer Schlupf
$\bar{\delta}_{glob}$	globaler Stahlverschiebungsvektor
$\delta_p$	Schlupf
$\bar{\delta}_{lok}$	Relativverschiebungsvektor
$\delta u_i$	inkrementelle Verschiebung
$\tilde{\epsilon}_c$	äquivalente uniaxiale Dehnung
$\epsilon_c$	Rissdehnung
$\tilde{\epsilon}_c$	äquivalente uniaxiale Dehnung
$\epsilon_{cc}$	Betondehnung bei maximaler Spannung
$\epsilon_{ccu,eff}$	Betondehnung bei Ende der Entfestigung
$\Delta \epsilon_{con}$	Dehnungsdifferenz bei Druckzonenumschnürung
$\epsilon_i$	Dehnungsanteil bezüglich der Achse „i“
$\epsilon_{cr}$	kritische Rissdehnung
$\epsilon_{ctu}$	fiktive Rissdehnung
$\epsilon_{r,1,0}$	kritische Keilneigung
$\epsilon_{r,r_i,max}$	maximale Radialdehnung am Bewehrungsrand
$\epsilon_{r,r_s,res}$	Radialdehnung bei Ende der Entfestigung
$\epsilon_s$	Stahldehnung
$\eta_c$	Beiwert zur Bestimmung der biaxialen Betonfestigkeit
$\eta_i$	Schubreduktionsfaktor „i“
$\gamma$	Ausbreitungswinkel der Verbundspannung
$\Phi_b$	Keilneigungswinkel
$\Phi_r$	Schwellenwinkel
$\varphi$	Trajektorienwinkel
$\varphi_\epsilon$	Hauptdehnungswinkel
$\varphi_i$	Winkel bezüglich der Achse „i“

---

$\Psi(\mathbf{u})$	Fehlerfunktion
$\sigma_{bU}$	Grenzbetondehnung
$\sigma_{crit}$	kritische Stahlspannung
$\sigma_e$	Stahlspannung
$\sigma_i$	Spannung bezüglich der Achse „i“
$\sigma_{r,1,0}$	maximale Radialspannung
$\sigma_{r,r_s,max}$	maximale Radialspannung am Bewehrungsrand
$\sigma_{r,r_s,res}$	Radialspannung bei Ende der Entfestigung
$\sigma_s$	Stahlspannung
$\sigma_v$	Stahlspannung
$\tau_1$	Verbundspannung
$\tau_p$	stahlparallele Kontaktzonenspannung
$\tau_{p,max}$	kritische Verbundspannung
$\vartheta$	Hauptdehnungsneigung
$\vartheta_b$	Keilneigung
$\vartheta_R$	Neigung der Betonrippen
$\nu$	Versatzmaß
$\nu_0$	Querkontraktionszahl (Poissonzahl)
$\nu_i$	Querkontraktionszahl bezüglich der Achse „i“
$\nu_s$	Querkontraktionszahl (Poissonzahl) des Stahls

## Träger VB 2

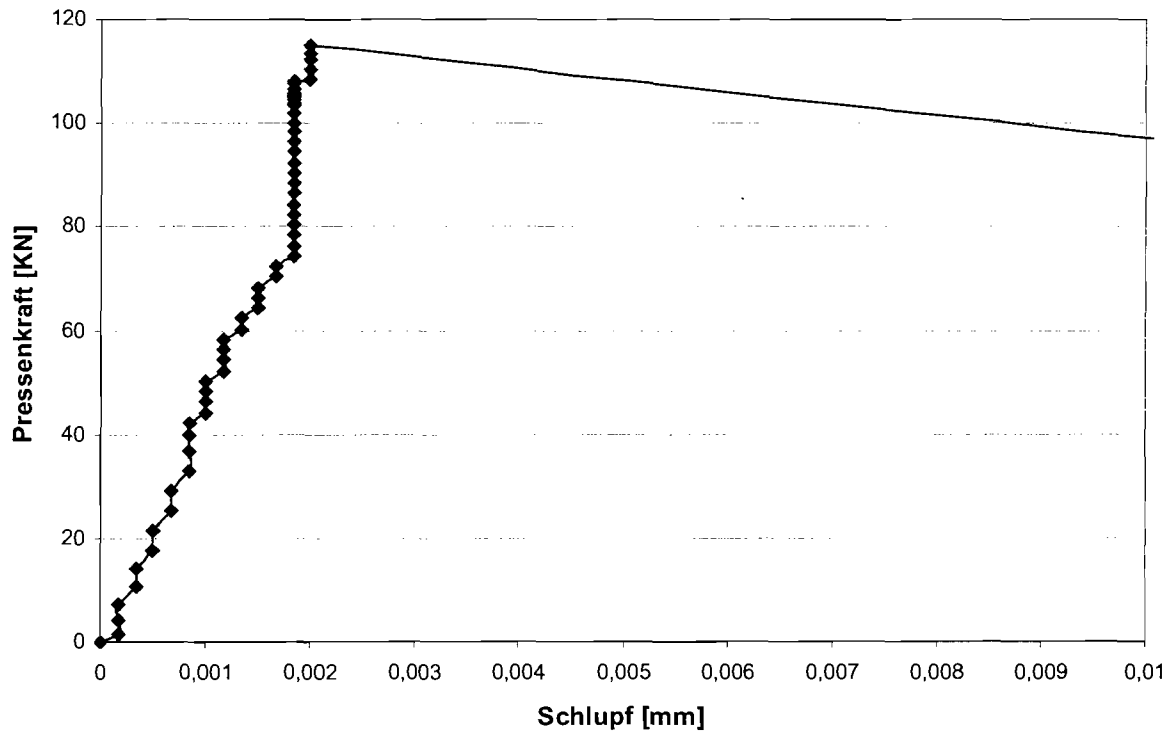


Bild A1: Spanngleid-Schlupf am Trägerende bei Belastung

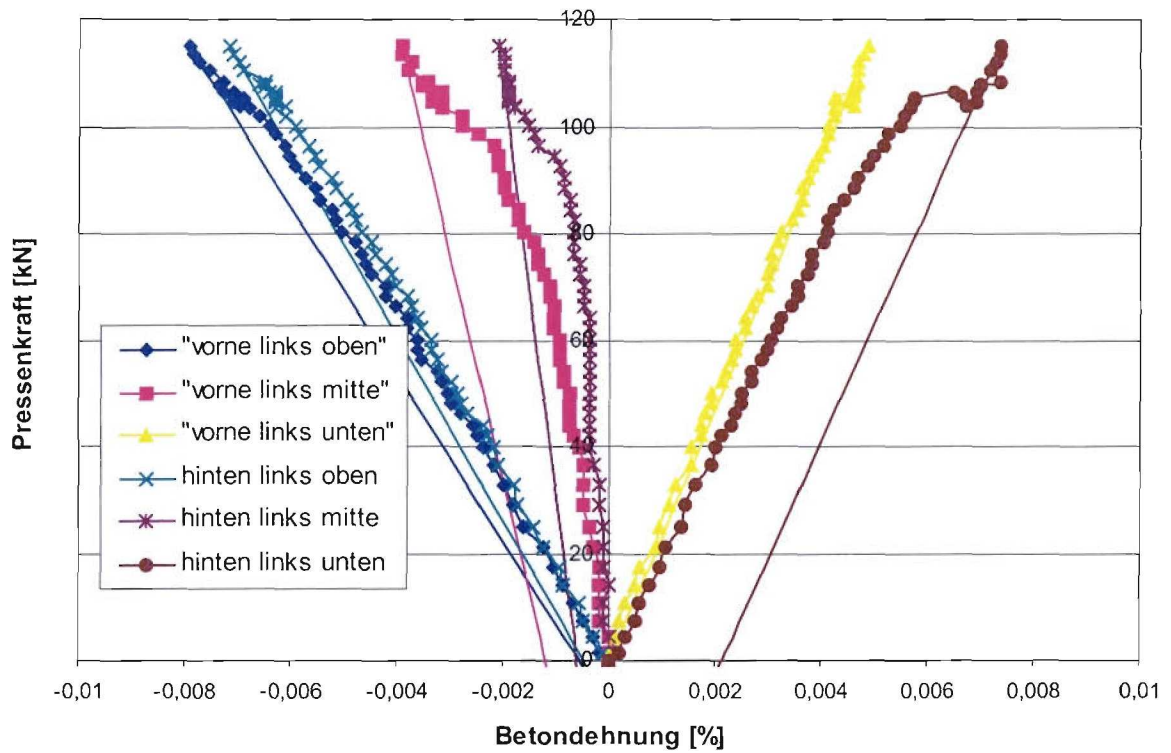


Bild A2: Pressenkraft-Steg-Betondehnungs-Kurve 60 cm von der linken Trägervorderkante

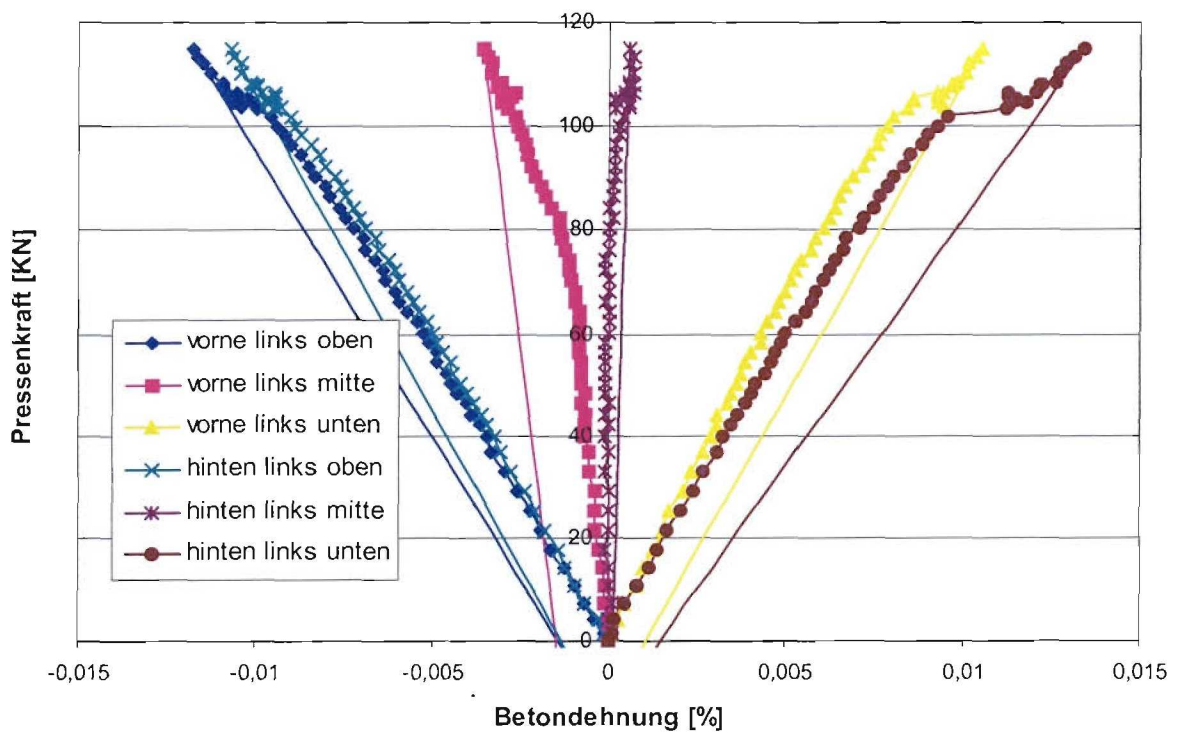


Bild A3: Pressenkraft-Steg-Betondehnungs-Kurve 80 cm von der linken Trägervorderkante

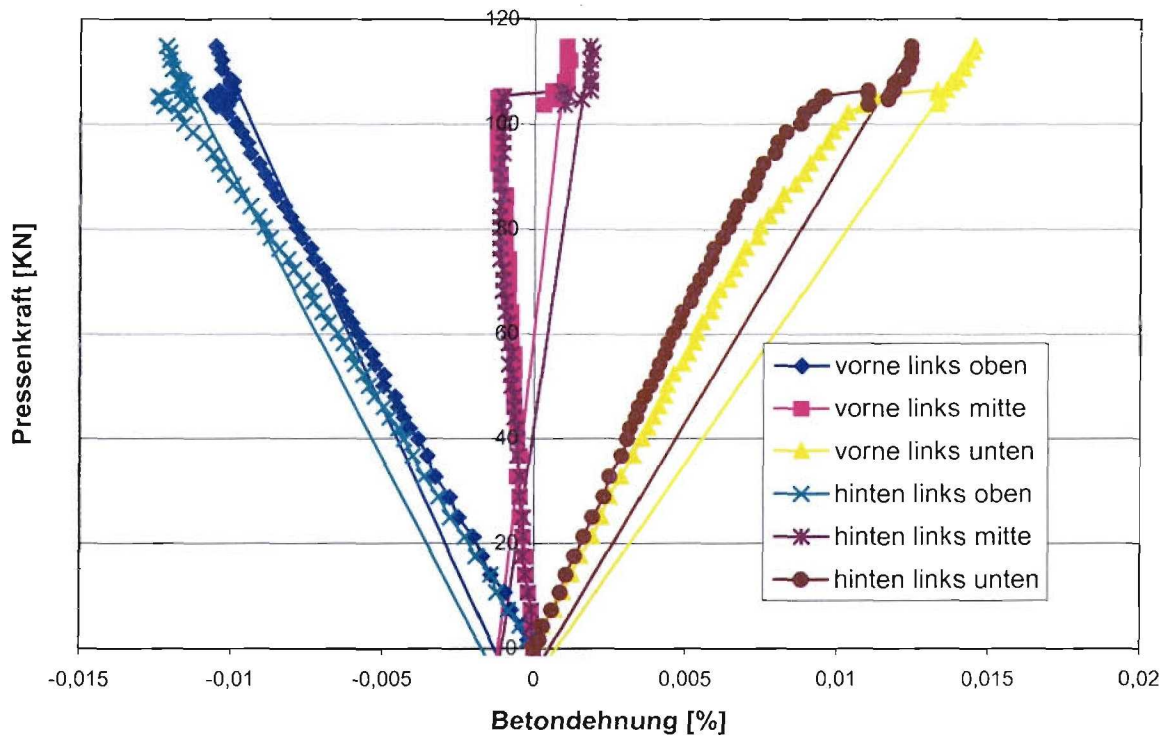


Bild A4: Pressenkraft-Steg-Betondehnungs-Kurve 100 cm von der linke Trägervorderkante

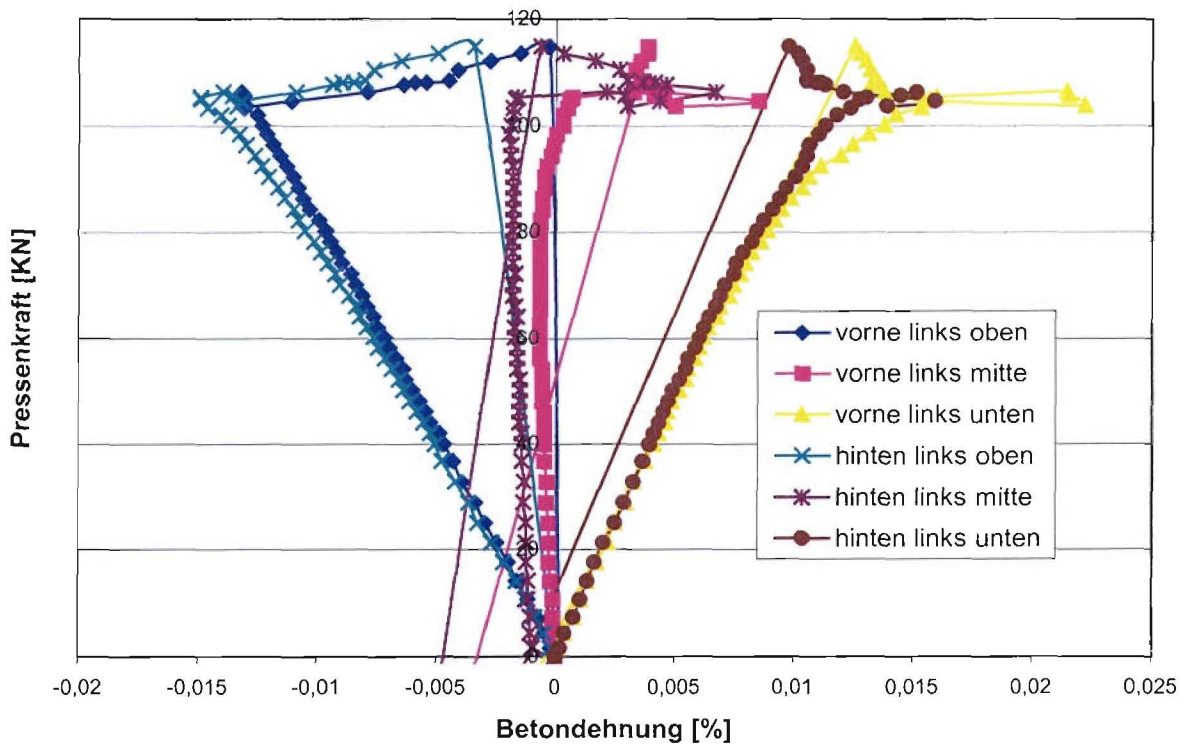


Bild A5: Pressenkraft-Steg-Betondehnungs-Kurve 130 cm von der linke Trägervorderkante

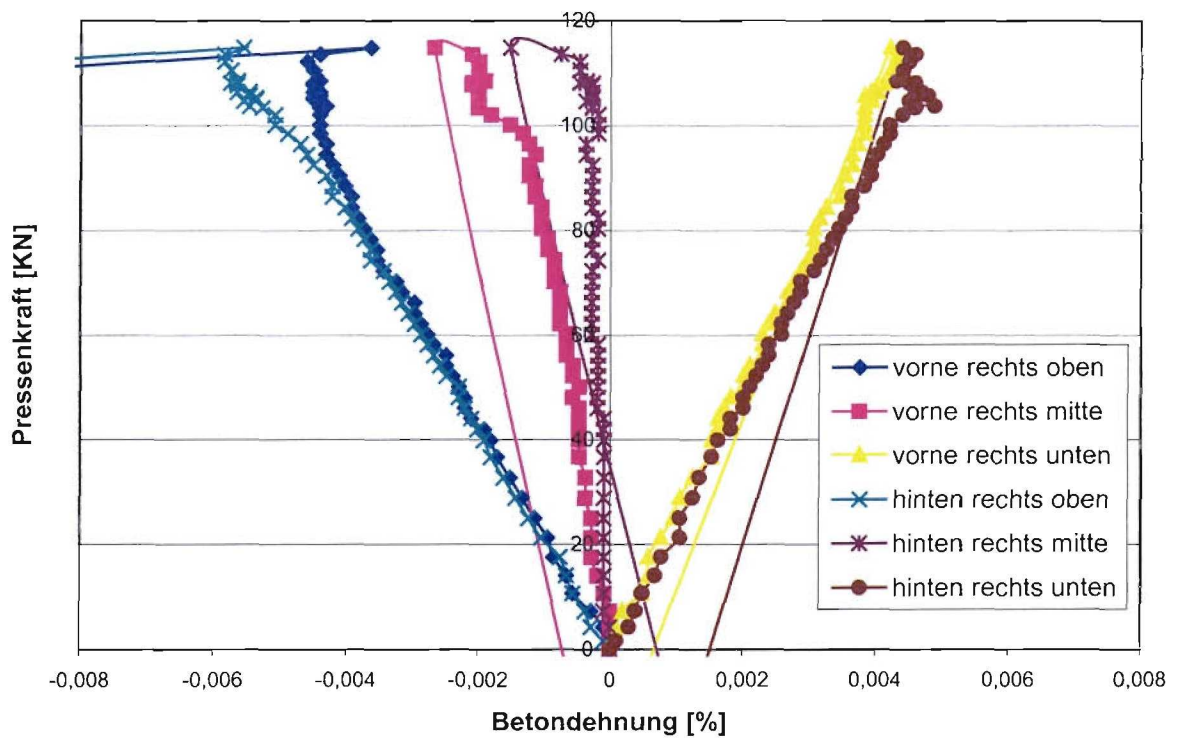


Bild A6: Pressenkraft-Steg-Betondehnungs-Kurve 60 cm von der rechten Trägervorderkante

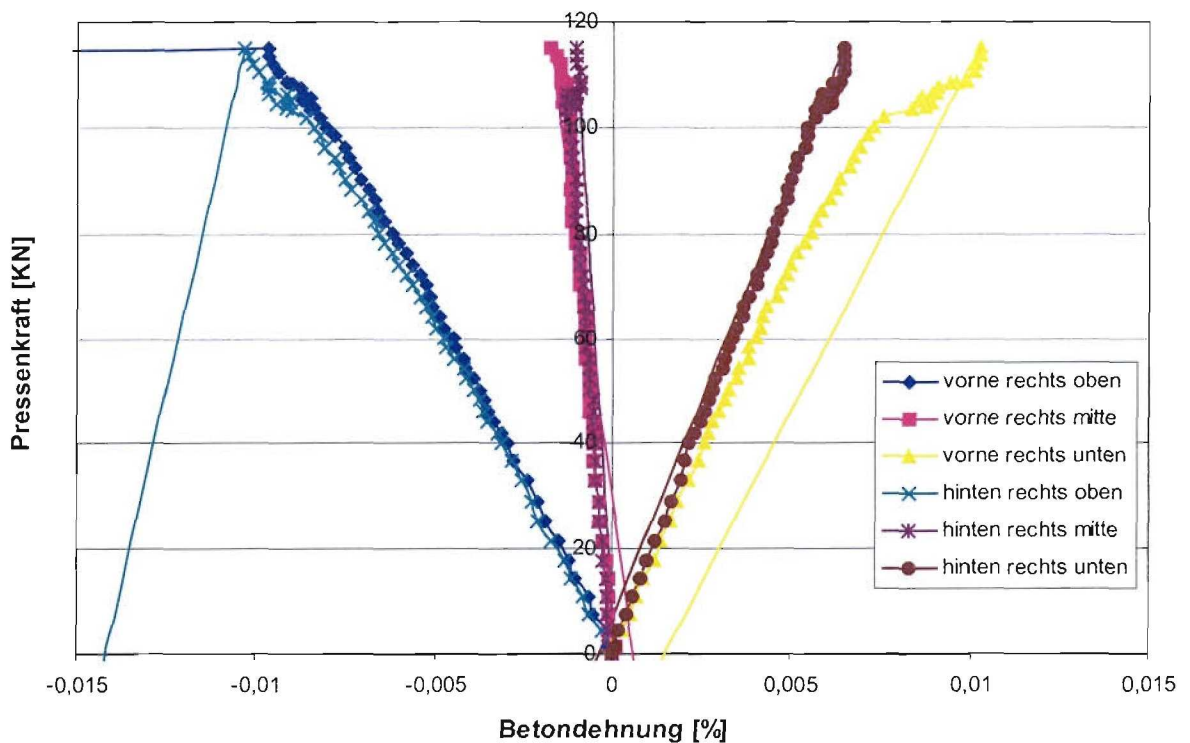


Bild A7: Pressenkraft-Steg-Betondehnungs-Kurve 80 cm von der rechten Trägervorderkante

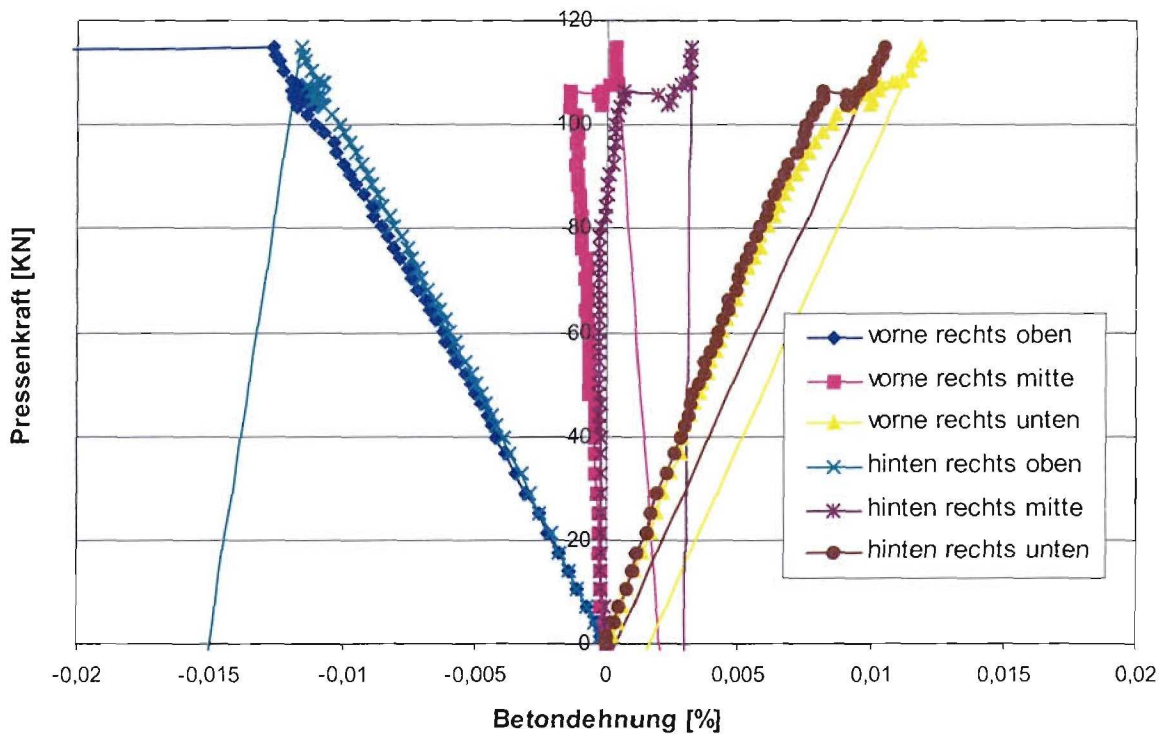


Bild A8: Pressenkraft-Steg-Betondehnungs-Kurve 100 cm von der rechten Trägervorderkante

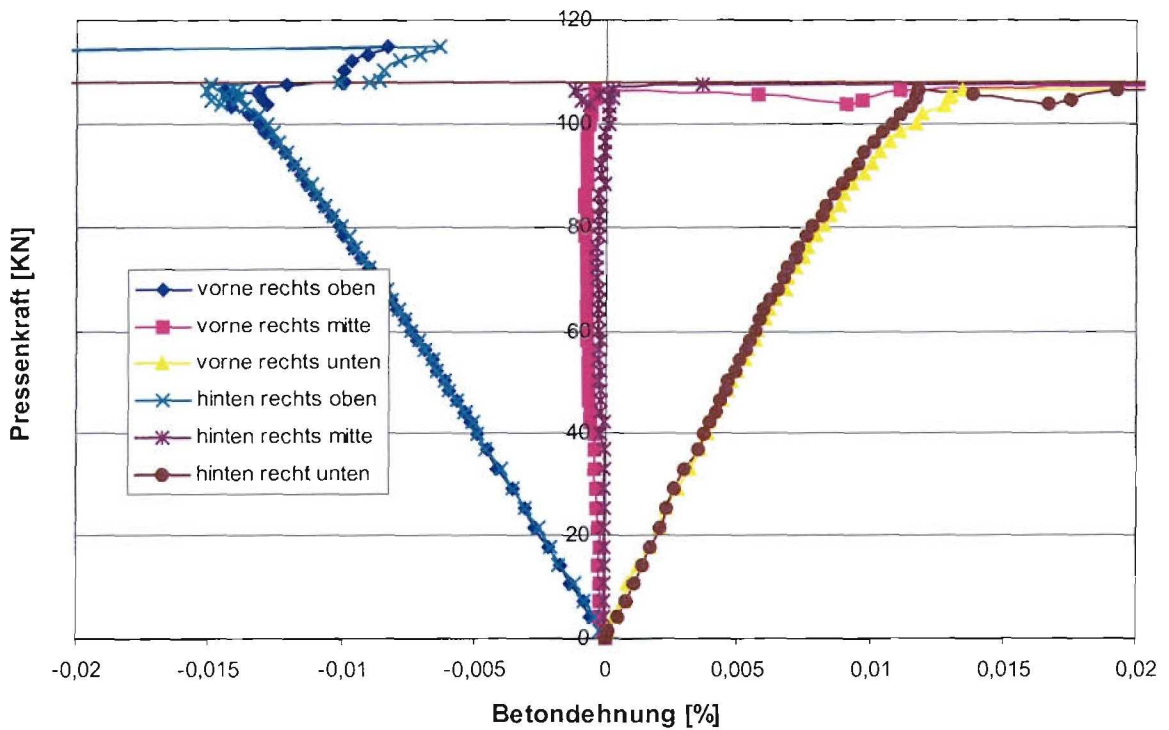


Bild A9: Pressenkraft-Steg-Betondehnungs-Kurve 130 cm von der rechten Trägervorderkante



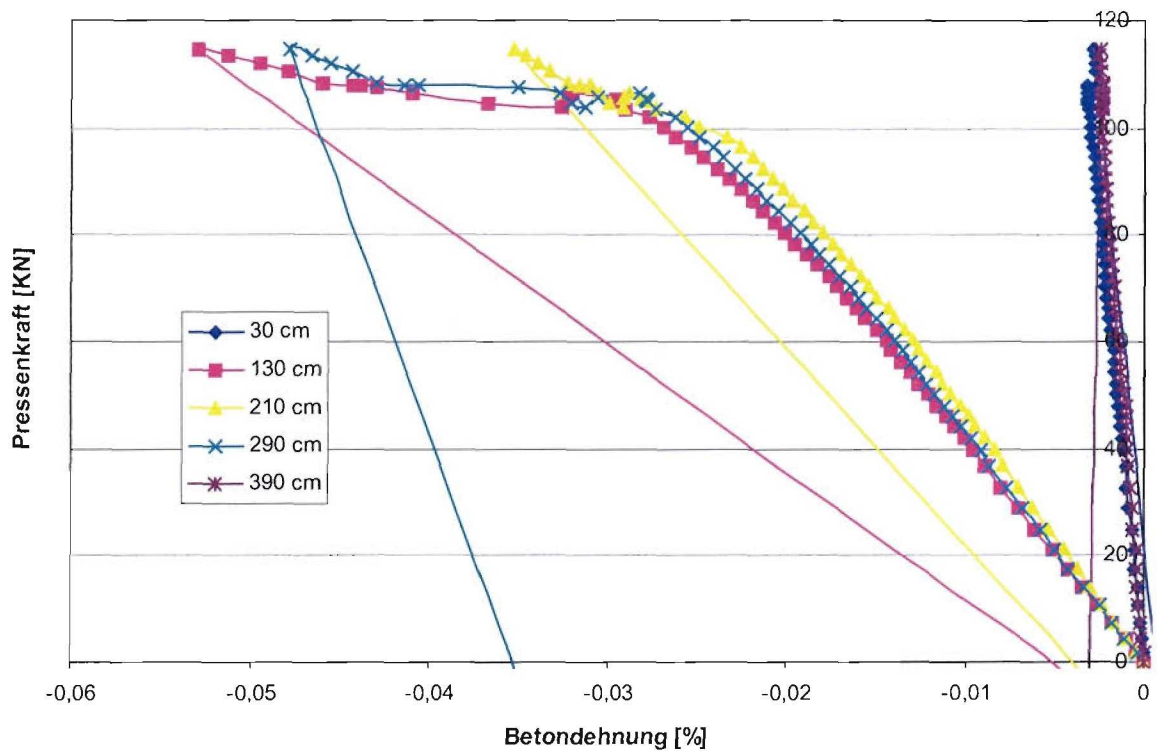


Bild A10: Pressenkraft-Betondehnungs-Kurve entlang des oberen Flansches

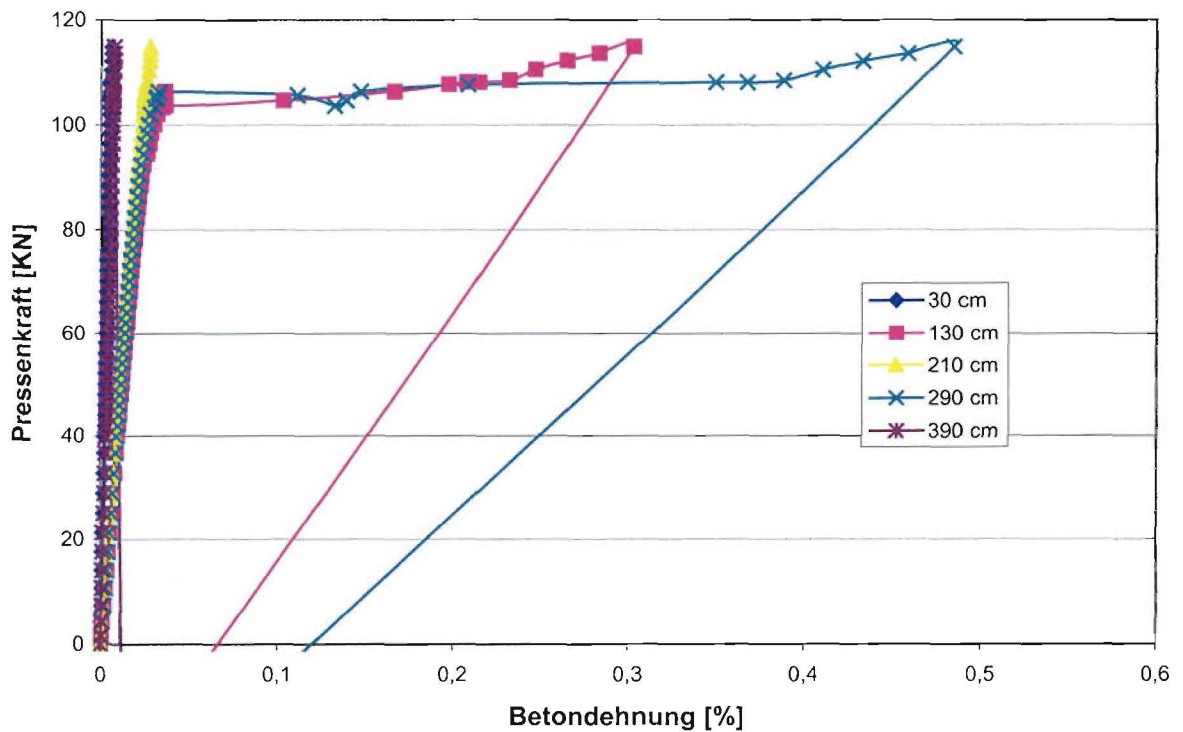


Bild A11: Pressenkraft-Betondehnungs-Kurve entlang des unteren Flansches

## Träger VB 3

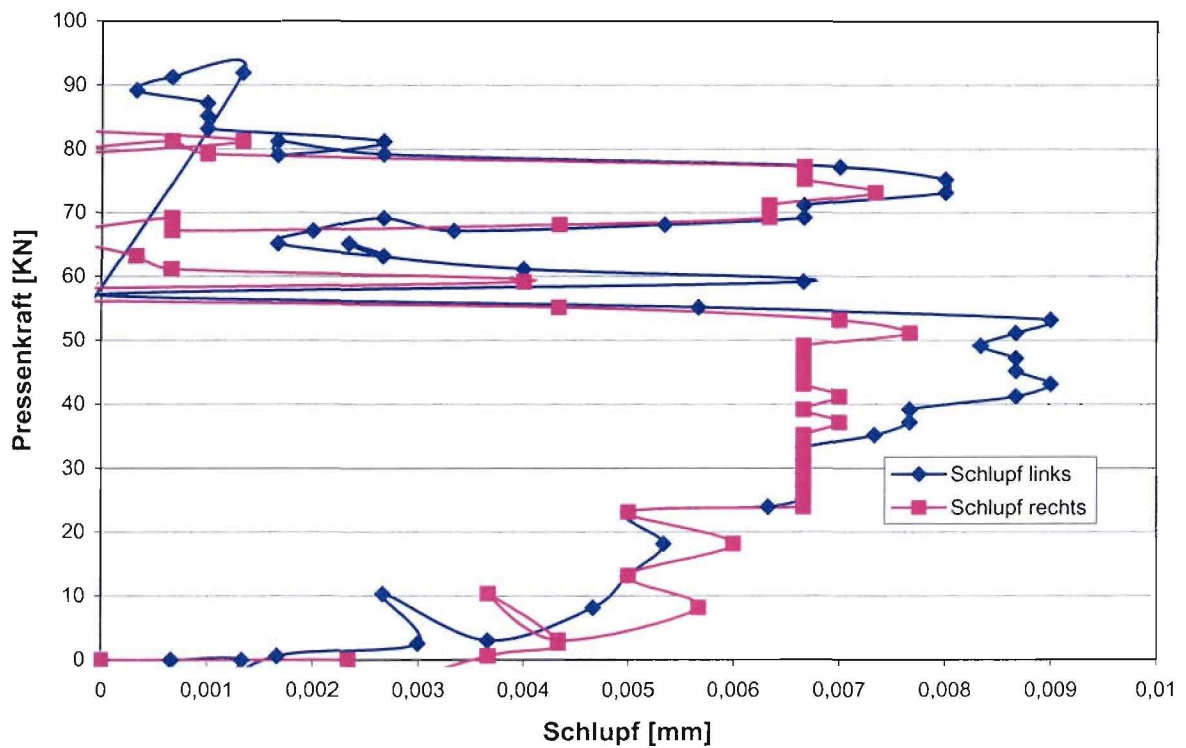


Bild A12: Spanngleid-Schlupf am Trägerende bei Belastung

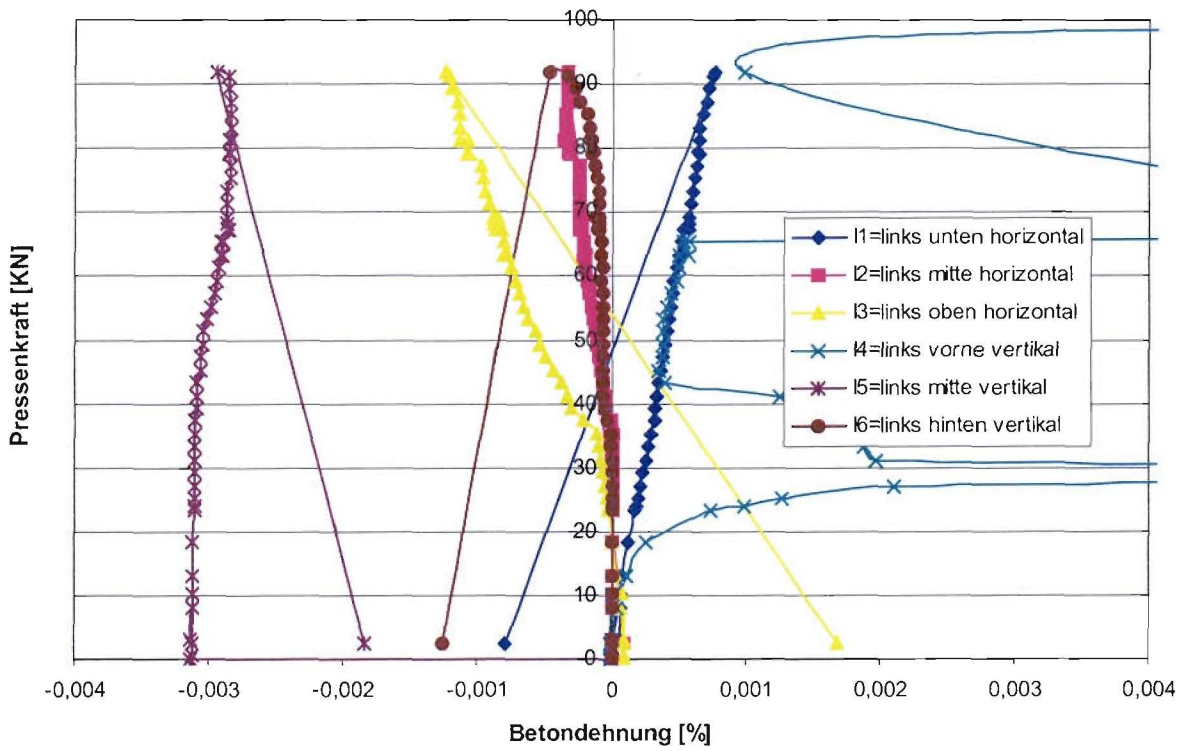


Bild A13: Pressenkraft-Betondehnungs-Kurve der induktiven Wegaufnehmer im Steg

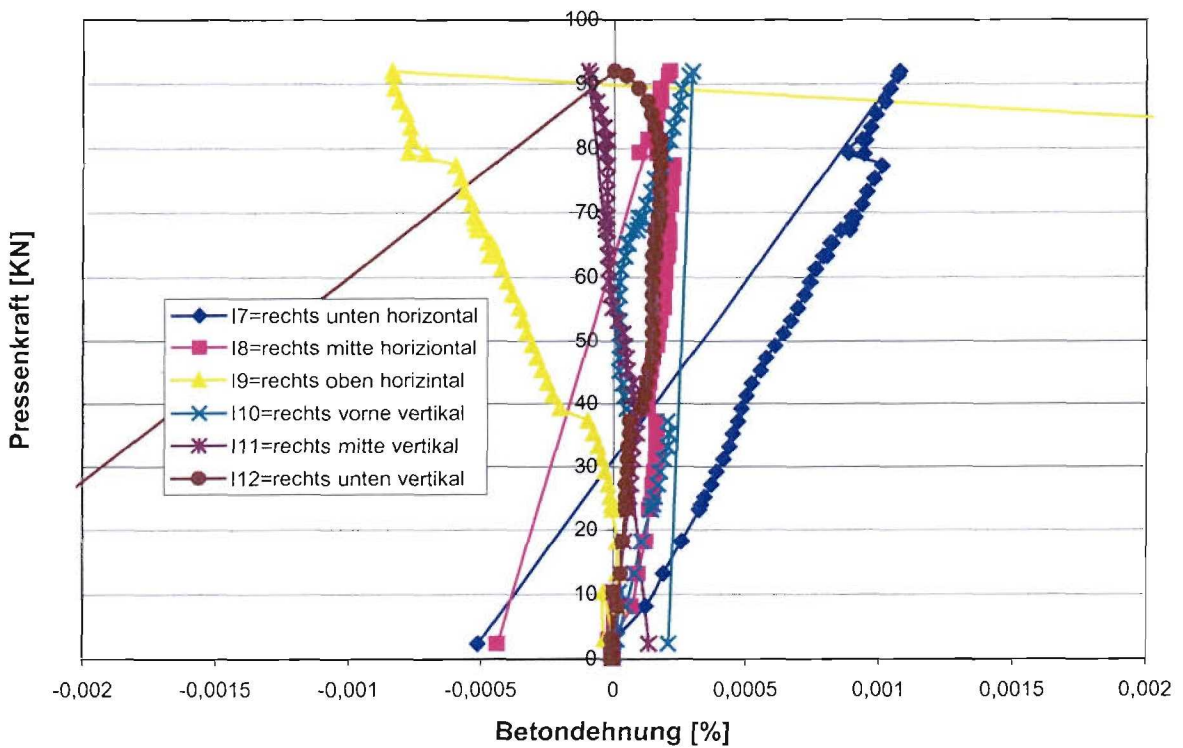


Bild A14: Pressenkraft-Betondehnungs-Kurve der induktiven Wegaufnehmer im Steg

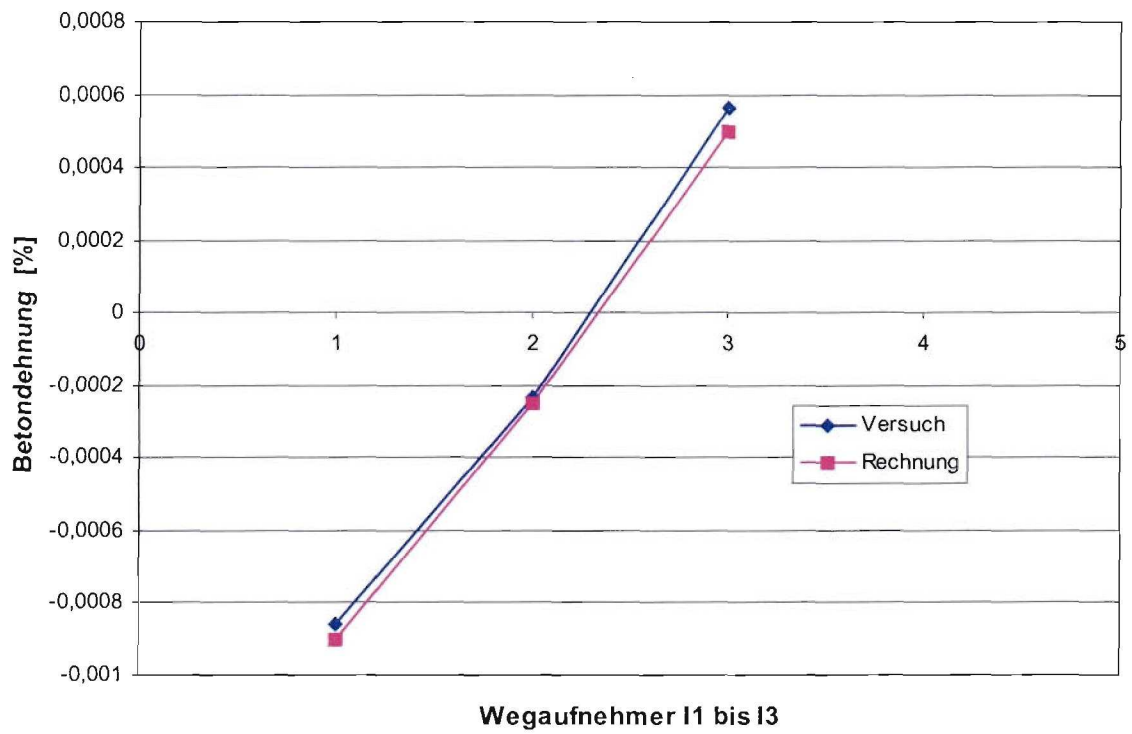


Bild A15: Vergleich der Betondehnung in Trägerlängsrichtung von Versuch und Rechnung anhand der Wegaufnehmer I1-3

Anmerkung: Die Rosetten sind während des Versuches ausgefallen.