

Zugkraftdeckung im Bereich von Endauflagern bei klebarmierten Biegebauteilen

T 3064

T 3064

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

Im Originalmanuskript enthaltene Farbvorlagen, wie z.B. Farbfotos, können nur in Grautönen wiedergegeben werden. Liegen dem Fraunhofer IRB Verlag die Originalabbildungen vor, können gegen Berechnung Farbkopien angefertigt werden. Richten Sie Ihre Anfrage bitte an die untenstehende Adresse.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2005, ISBN 3-8167-6727-3

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69
70504 Stuttgart

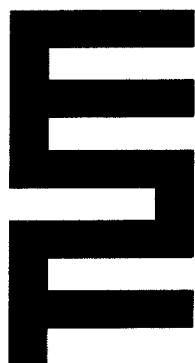
Nobelstraße 12
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.IRBbuch.de



TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
INSTITUT FÜR BAUSTOFFE UND KONSTRUKTION
LEHRSTUHL FÜR MASSIVBAU

Zugkraftdeckung im Bereich von Endauflagern bei klebarmierten Biegebauteilen

Konrad Zilch
Gerhard Zehetmaier
Roland Niedermeier

Forschungsbericht
Dezember 2004

gefördert durch das
Deutsche Institut für Bautechnik
P 32-5-19.40-1001/01

Technische Universität München
Institut für Baustoffe und Konstruktion
Lehrstuhl für Massivbau
Univ.- Prof. Dr.- Ing. K. Zilch

Briefanschrift:
80290 München

Hausanschrift:
Gebäude N6
Theresienstraße 90
80333 München

Tel.: +49 / 89 / 289 – 23039
Fax.: +49 / 89 / 289 – 23046
e-mail: massivbau@mb.bv.tum.de

Zugkraftdeckung im Bereich von Endauflagern bei klebarmierten Biegebauteilen

Im Rahmen des Forschungsvorhabens wird auf der Grundlage von experimentellen und numerischen Untersuchungen ein Konzept für einen verbundorientierten Zugkraftdeckungsnachweis am auflagnächsten Riss biegebeanspruchter, durch Klebarmierung verstärkter Stahlbetonbauteile entwickelt. Anstelle des Nachweises an einem diskreten Querschnitt, der vor dem Hintergrund der bruchmechanischen Beschränkung der Verbundtragfähigkeit nicht hinreichend ist, werden Beziehungen für einen kontinuierlichen Nachweis im Bereich möglicher Lagen des äußersten Biegerisses angegeben. Mit den Formaten wird im Unterschied zu den gegenwärtig vorliegenden Nachweisverfahren für die Endverankerung des Klebarmierungsstranges erstmals eine Berücksichtigung der durch stark unterschiedliches Verbundverhalten hervorgerufenen Zugkraftunterschiede der Bewehrungsstränge, damit die Abweichungen gegenüber der nach der *Bernoulli*-Hypothese unterstellten Aufteilung möglich. Zudem können durch lokale Klebeverbundentkopplungen ausgelöste Zugkraftumlagerungen zur einbetonierten Bewehrung angerechnet werden.

Die dem Nachweisconcept zu Grunde liegenden Verträglichkeitsbedingungen werden auf Basis von Versuchen an verstärkten Stahlbetonzugstäben abgeleitet und mit Hilfe eines Rechenmodells auf den auflagnächsten Riss biegebeanspruchter Bauteilen übertragen. Durch das anhand einer Nachrechnung von Bauteilversuchen verifizierte Rechenmodell können Einflüsse aus unterschiedlichen Abständen der Bewehrungsstränge zur neutralen Achse des Querschnittes wie auch die Auswirkungen des Zugkraftaufbaus im anschließenden querkraftbeanspruchten Bereich nachvollzogen werden.

Verification of the end anchorage for flexural members strengthened with externally bonded reinforcement

In this report the development of an extended verification method dealing with the end anchorage of externally bonded reinforcement (EBR) in strengthened RC members is presented. A verification concept based on experimental and numerical results is formulated that takes into account the variations in cross sectional forces due to the different bond behavior of embedded and externally bonded reinforcement. In addition to that, the possible redistribution of tensile force from EBR to the internal reinforcement caused by local debonding of the EBR is taken into consideration.

The basic compatibility conditions regarding the slip between reinforcement and concrete at the crack adjacent to the support are based on results from extensive tests with axially loaded strengthened concrete prisms. The adjustment to flexural members was achieved by numerical modeling. The numerical simulation of flexural members with an especially developed program system makes it possible to analyze different influences on the interaction of embedded and externally bonded reinforcement such as the different distances to the neutral axis.

Récolement de la zone d'ancrage final pour les éléments de construction fléchis renforcés par des armatures externes collées

Dans le cadre du projet de recherche, un projet de détection du recouvrement de la force de traction visant l'adhérence à la fissure la plus proche de l'appui des éléments en béton armé fléchis et renforcés par une armature externe collée a été développé sur base de recherches expérimentales et numériques. À la place de la vérification d'une coupe transversale discrète, qui n'est pas suffisante face à la limitation mécanique de fracture de la résistance de l'adhérence, des rapports sont indiqués pour détecter continuellement, dans la zone en question, les positions possibles de la fissure de flexion extrême. Avec les formats, contrairement aux techniques de détection actuelles pour l'ancrage final de la barre d'armature, on prend pour la première fois en considération les différences relatives à la force de traction des barres d'armatures qui résultent des fortes dissemblances entre les comportements de l'adhérence, afin que les anomalies par rapport à la répartition supposée selon l'hypothèse de *Bernoulli* soient possibles. De plus, grâce aux découplages locaux de l'adhérence collante, on peut tenir compte de l'apparition des redistributions de la force de traction pour l'armature bétonnée. Les conditions de compatibilité qui sous-tendent le projet de détection sont dérivées sur base de essais sur des barres tendues en béton armé renforcées et appliquées à la fissure la plus proche de l'appui des éléments de construction fléchis à l'aide d'un modèle de calcul. Grâce à un modèle de calcul vérifié au moyen d'une rectification du calcul des essais sur des éléments de construction, les influences résultant

VI

des différentes distances entre les barres d'armature et l'axe neutre de la coupe transversale peuvent être comprises, tout comme les répercussions de la structure de traction dans la zone suivante soumise à la force transversale.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Hintergrund	1
1.2	Ziele und Lösungsansatz	2
1.3	Inhalt - Überblick und Abgrenzung	3
2	Grundlagen und Stand des Wissens	5
2.1	Vorbemerkung	5
2.2	Konzepte für den Zugkraftdeckungsnachweis am Endauflager	5
2.2.1	Nachweiskonzept nach Holzenkämpfer	6
2.2.2	Nachweiskonzepte nach Neubauer bzw. Niedermeier	7
2.2.3	Weitere Nachweiskonzepte	8
2.2.4	Verträglichkeit der Relativverschiebungen - Szenarien	9
2.3	Grundlagen des Zusammenwirkens	10
2.3.1	Beschreibung von Zugkraftaufteilung und Zugkraftumlagerung ...	10
2.3.2	Sensitivität gegenüber Verbundunterschieden	11
2.3.3	Grundlagen der mathematischen Beschreibung	13
2.4	Ausgangssituation	15
3	Experimentelle Untersuchungen	17
3.1	Vorbemerkung	17
3.2	Versuchsprogramm	18
3.2.1	Parameter	18
3.2.2	Bezeichnungen	18
3.3	Materialien und Verarbeitung	20
3.3.1	Beton	20
3.3.2	Betonstahl	22
3.3.3	Stahllaschen	23
3.3.4	CFK-Lamellen	23
3.3.5	Epoxidharzklebstoff	24
3.3.6	Verarbeitung	25
3.4	Versuche zum Verbundverhalten einbetonierter Bewehrung	26
3.4.1	Versuchskörper und Versuchsaufbau	26
3.4.2	Ergebnisse	28
3.5	Versuche an gemischt bewehrten Dehnkörpern	31
3.5.1	Versuchskörper und Versuchsaufbau	31
3.5.2	Messtechnische Ausrüstung	37
3.5.3	Ergebnisse	40
3.5.4	Einflussparameter - Qualitative Auswertung der Ergebnisse	49
3.6	Versuche an biegebeanspruchten Plattenstreifen	52
3.6.1	Versuchskörper und Versuchsaufbau	52
3.6.2	Messtechnische Ausstattung	55
3.6.3	Ergebnisse	56

4	Grundlagen der Modellbildung	61
4.1	Materialmodelle	61
4.1.1	Beton - Druckbeanspruchung	61
4.1.2	Beton - Zugbeanspruchung	66
4.1.3	Betonstahl	68
4.1.4	Klebearmierung	69
4.2	Verbundverhalten einbetonierter Bewehrung	70
4.2.1	Vorbemerkung	70
4.2.2	Verbundtragmechanismen und Versagensarten	70
4.2.3	Ermittlung des Verbundverhaltens in Versuchen	71
4.2.4	Vorliegende Verbundmodelle	74
4.2.5	Einflussgrößen auf das Verbundverhalten	78
4.2.6	Abbildung des Verbundverhaltens	82
4.2.7	Ableitung charakteristischer Werte	85
4.3	Verbundverhalten aufgeklebter Bewehrung	87
4.3.1	Mechanismen, Prüfverfahren und Einflussgrößen	87
4.3.2	Vorliegende Verbundmodelle	89
4.3.3	Abbildung des Verbundverhaltens angeklebter Bewehrung	94
4.4	Energiebetrachtung von Verbundproblemen	97
4.4.1	Allgemeines zu Verbundenergiebetrachtungen	97
4.4.2	Konkretisierung für einbetonierten Betonstahl	97
4.4.3	Konkretisierung für aufgeklebte Bewehrung	98
4.5	Kompatibilitätsbedingungen	99
4.5.1	Zentrische Zugbeanspruchung	99
4.5.2	Reine Biegung	100
4.5.3	Biegung und Querkraft	101
4.5.4	Übertragbarkeit der Kompatibilitätsbedingungen auf reales Bauteilverhalten	101
4.6	Rissbildung bei klebarmierten Stahlbetonbauteilen	103
4.6.1	Grundlagen	103
4.6.2	Annahmen und Idealisierungen	107
4.6.3	Rissbildung bei zentrisch zugbeanspruchten Bauteilen	109
4.6.4	Rissbildung bei biegebeanspruchten Bauteilen	113
4.6.5	Auflagernächster Riss biegebeanspruchter Bauteile	115
5	Zusammenwirken der Bewehrungsstränge bei Dehnkörpern	119
5.1	Vorbemerkung	119
5.2	Abbildung des Zusammenwirkens bei Dehnkörpern	120
5.2.1	Grundlagen und Rechenmodell	120
5.2.2	Auswirkungen lokaler Effekte auf das Zusammenwirken	121
5.2.3	Abbildung lokaler Effekte im Rechenmodell	123
5.2.4	Randbedingungen - Rissbildungsstadien	125
5.2.5	Kopplung einbetonierter Bewehrungsstränge mit unterschiedlichen Verbundbedingungen; Lasteinleitung	126
5.3	Auswertung der Dehnkörperversuche	130
5.3.1	Versuche mit vorgegebenem Initialriss	130
5.3.2	Versuche mit vorgegebenem abgeschlossenem Rissbild	134
5.4	Vergleich von Versuchsergebnissen und Rechenmodell	136
6	Zusammenwirken bei biegebeanspruchten Bauteilen - Rechenmodell	141
6.1	Vorbemerkung	141
6.2	Grundzüge der Modellierung	142
6.2.1	Umfang, Systemkenngrößen	142
6.2.2	Annahmen und Idealisierungen	143
6.2.3	Konzeptionelle Umsetzung	144
6.2.4	Rechentechnische Umsetzung	147
6.2.5	Grenzen des Rechenmodells	148

6.3	Nachrechnung von Versuchen - Modellverifikation	148
6.3.1	Allgemeines	148
6.3.2	Eigene Versuche	149
6.3.3	Zusammenfassung	151
7	Zugkraftdeckungsnachweis am Endauflager - Ingenieurmodell	153
7.1	Nachweiskonzept - Vorgehen	153
7.2	Nachweisgrundlagen für zentrisch zugbeanspruchte Bauteile	154
7.2.1	Klebearmierung - Verbundtragfähigkeit und Entkopplung	154
7.2.2	Einbetonierte Bewehrung - Kopplung der Bewehrungsstränge ...	159
7.2.3	Querschnittswiderstand - Vergleich mit Versuchsergebnissen ...	160
7.3	Übertragung auf biegebeanspruchte Bauteile	163
7.3.1	Grundlagen	163
7.3.2	Verträglichkeitsbedingungen	163
7.3.3	Formelapparat	166
7.3.4	Näherungsbeziehungen	166
7.3.5	Charakteristische Größen - Formelapparat	172
7.4	Vorschlag eines Nachweiskonzeptes	174
7.4.1	Überblick	174
7.4.2	Sicherheitskonzept	174
7.4.3	Abgrenzung möglicher Lagen des auflagnächsten Risses	175
7.4.4	Nachweisverfahren	176
7.4.5	Anwendungsbeispiel	176
7.5	Fazit	179
8	Zusammenfassung	181
	Bezeichnungen	184
	Literatur	191
A	Experimentelle Untersuchungen - Materialkenngrößen	201
B	Versuche an Dehnkörpern - Ergebnisse der Reihen V5 und V6	205
B.1	Versuchsreihe V5	205
B.1.1	Versuchsaufbau - Übersicht	205
B.1.2	Versuch V5-01-B1S	205
B.1.3	Versuch V5-02-B1S	206
B.2	Versuchsreihe V6	209
B.2.1	Versuchsaufbau - Übersicht	209
B.2.2	Versuch V6-01-B1S	209
B.2.3	Versuch V6-02-B1S	209
C	Zusammenwirken bei Dehnkörpern	213
C.1	Eingangsgrößen der Versuchsauswertung	213
C.2	Gegenüberstellung von Versuchsergebnissen und Rechenwerten	216
D	Zusammenstellung von Daten zu Versuchen an Biegebauteilen	223
E	Betonkenngrößen - Bezeichnungen, Umrechnung	227
E.1	Betondruckfestigkeit	227
E.2	Betonzugfestigkeit	229

Einleitung

Die Wiederherstellung oder Erhöhung der Biege- und Querkrafttragfähigkeit durch das Aufkleben flächiger Bewehrungselemente eröffnet in vielen Fällen eine wirtschaftliche Alternative für das Verstärken von Betonbauteilen. Mit dem ersten, am 1. Oktober 1979 vom Deutschen Institut für Bautechnik erteilten Zulassungsbescheid für das Verstärken mit aufgeklebten Stahllaschen (DIBt 1979) wurde dem damaligen Antragsteller, dem Züricher Ingenieurbüro *Tausky*, ein stark empirisch geprägtes Bemessungskonzept auf Grundlage der Forschungsergebnisse nach (L'Hermite 1967) und (Bresson 1971) an die Hand gegeben (vgl. Tausky 1993). In der Zwischenzeit wurden beachtliche Anstrengungen unternommen, um mechanisch fundierte und experimentell belegte Modellvorstellungen und Nachweisformate zu entwickeln.

Das den aufgeklebten Bewehrungselementen eigene, im Vergleich zum duktilen Verbund einbetonierter Bewehrung äußerst spröde Verbundverhalten erfordert eine gegenüber den gebräuchlichen Modellen des Stahlbetonbaus erweiterte und präzisiertere Beschreibung. Als wesentlicher Schritt zur rechnerischen Erfassung des Verbundverhaltens ist die bruchmechanisch begründete Formulierung eines abschnittsweise linearen Verbundansatzes in (Holzenkämpfer 1994) zu sehen. Die Verbundeigenschaften aufgeklebter Bewehrung erfordern im Unterschied zum Vorgehen bei einbetoniertem Betonstahl bei Biegeträgern die durchgängige Verfolgung des Zugkraftaufbaus in querkraftbeanspruchten Bereichen ausgehend von der Endverankerung am auflagernächsten Riss bzw. dem Momentennullpunkt. Wesentliche Lücken in den vorliegenden Bemessungsmodellen konnten hier durch die Formulierung von Konzepten zum Zugkraftdeckungs nachweis nach (Neubauer 2000; Niedermeier 2001) geschlossen werden.

Beträchtliche Wissensdefizite bestehen allerdings noch bei der sowohl qualitativen als auch quantitativen Beschreibung der Auswirkungen, die die Kombination von einbetoniertem Betonstahl und aufgeklebten Bewehrungselementen mit *per se* stark voneinander abweichenden Verbundeigenschaften nach sich zieht. Neben Aspekten der Gebrauchstauglichkeit werden dadurch insbesondere auch Fragen der Tragfähigkeit berührt.

1.1 Hintergrund

Nahezu allen Bemessungsmodellen für klebarmierte Bauteile - sowohl auf nationaler wie auch auf internationaler Ebene - ist die Annahme gemein, dass auch bei verstärkten balkenartigen Bauteilen von der Gültigkeit der Hypothesen nach *Bernoulli* und *Navier* ausgegangen werden kann. Die Voraussetzung einer ebenen Dehnungsverteilung zur Ermittlung der Dehnungen bzw. der Teilzugkräfte verschiedener Bewehrungsstränge gilt allerdings nur bei Vorliegen spezifischer Rahmenbedingungen - unter anderem identischer Verbundeigenschaften, übereinstimmender Verhältniswerte von Dehnsteifigkeit zu verbundwirksamen Umfang und gleicher Abstände zur neutralen Achse des Querschnittes. Sofern diese Voraussetzungen nicht erfüllt sind, weichen die Dehnungen der Bewehrungsstränge in gerissenen Querschnitten mehr oder minder deutlich von den nach *Bernoulli* und *Navier* ermittelten Größen ab.

Für teilweise vorgespannte Bauteile, bei denen ebenfalls Bewehrungsstränge mit unterschiedlichen Verbundeigenschaften kombiniert werden, konnten auf der Grundlage breit angelegter experimenteller und theoretischer Forschungen Modelle zur Berücksichtigung des unterschiedlichen Verbundverhaltens geschaffen werden, die mittlerweile Eingang in die Normung gefunden haben.

Allerdings können die für Spannbetonbauteile entwickelten Methoden und Modelle, die unmittelbar an die Verhältnisse bei Zugstäben anknüpfen (z.B. Trost u. a. 1980; Tue 1993), nicht uneingeschränkt auf klebarmierte Bauteile übertragen werden. Hier werden im Unterschied zu vorgespannten Bauteilen verbundbedingte Zugkraftunterschiede nicht mehr nur bei Nachweisen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit bzw. bei Ermüdungsnachweisen relevant, sondern beeinflussen unmittelbar die durch Klebeverbundentkopplung dominierte Traglast. So ist etwa im Kontext eines Zugkraftdeckungs-nachweises das Zusammenwirken im gesamten querkraftbeanspruchten Bereich relevant. Die bei Spannbetonbauteilen übliche Betrachtung des höchstbeanspruchten Bereichs oder die Voraussetzung eines Einzelrisses, damit die Adaption der Zugstabanalogie unter Ausnutzung von Symmetriebedingungen, die für ein Element zwischen zwei Rissen bzw. für den Einzelrissquerschnitt eines Zugstabes vorausgesetzt werden können, ist daher für klebarmierte Bauteile nicht hinreichend. Insbesondere am auflagnächsten Biegeriss - der Endverankerung des Klebarmierungsstranges - sind deutlich abweichende Verhältnisse zu erwarten. Darüber hinaus kann angesichts der Querschnitte von Tragelementen des üblichen Hochbaus - z.B. der für Verstärkungsaufgaben relevanten Deckenplatten - nicht mehr *a priori* von ähnlichen Hebelarmen ausgegangen werden.

Die den gegenwärtig vorliegenden Konzepten eines Zugkraftdeckungs-nachweises am Endauflager - einem so genannten Endverankerungsnachweis des Klebarmierungsstranges - zu Grunde zu legende Zugkraft im auflagnächsten Biegeriss folgt dagegen der *Bernoulli*-Hypothese. Auswirkungen unterschiedlichen Verbundverhaltens werden damit vernachlässigt. Gleichzeitig ist es nicht möglich, die durch lokale Klebeverbundentkopplungen ausgelösten Zugkraftumlagerungen von der angeklebten zur einbetonierten Bewehrung anzurechnen. Hierfür fehlen derzeit die erforderlichen Verträglichkeitsbedingungen - d.h. die Beziehungen zur Verknüpfung der Bewehrungsdehnungen über eine Kopplung der im Rissquerschnitt realisierten Relativverschiebungen.

Der unter anderem in den aktuellen, vom Deutschen Institut für Bautechnik herausgegebenen Bemessungsrichtlinien für Klebarmierung geübte Verzicht auf eine Berücksichtigung von Interaktionen der Bewehrungsstränge kann daher zu teils erheblichen Wirtschaftlichkeitseinbußen führen. Insbesondere bei Klebarmierungselementen mit großer Dehnsteifigkeit, i.A. Stahllaschen, ist in einer Reihe von Fällen - z.T. im Widerspruch zu experimentellen Erfahrungen - der Nachweis der Endverankerung am auflagnächsten Biegeriss nicht mehr möglich. Im Unterschied dazu ist angesichts des bei Verstärkungsmaßnahmen insbesondere in älteren Bauwerken häufig anzutreffenden glatten Betonstahls die Berücksichtigung von Verträglichkeitsbedingungen ein Gebot der Sicherheit.

1.2 Ziele und Lösungsansatz

In der vorliegenden Arbeit wird ein Ingenieurmodell für einen Zugkraftdeckungs-nachweis am auflagnächsten Biegeriss entwickelt, das neben der Berücksichtigung der verbundbedingten Zugkraftaufteilung auch eine Anrechnung von Zugkraftumlagerungen ausgelöst durch lokale Klebeverbundentkopplungen zulässt. Die Berücksichtigung des Zusammenwirkens einbetonierter und angeklebter Bewehrung erfordert damit den Nachweis auf Querschnittsebene durch die Gegenüberstellung von einwirkender Schnittgröße und Querschnittswiderstand und bedeutet die Abkehr vom Konzept getrennter Nachweise für beide Bewehrungsstränge.

Das Nachweiskonzept baut auf den Ergebnissen umfangreicher Versuchsreihen an Dehnkörpern auf; die Übertragung der Verträglichkeitsbedingungen auf die Randbedingungen des auflagnächsten Biegerisses erfolgt mit Hilfe eines Rechenmodells, das anhand der

Nachrechnung von Biegeversuchen verifiziert wurde. Neben den auf experimentellem Weg sowie mit Hilfe numerischer Methoden gewonnenen Verträglichkeitsbedingungen basieren die im Ingenieurmodell verwendeten Ansätze auf analytischen Lösungen der entkoppelten Differentialgleichungen des verschieblichen Verbundes für einbetonierte bzw. angeklebte Bewehrung. Für Klebarmierung wird aufbauend auf den Erkenntnissen in (Niedermeier 2001) ein bilinearer Verbundansatz zugrunde gelegt. Das Verbundmodell einbetonierter Bewehrung basiert auf anerkannten Modellen und wird anhand umfangreicher eigener Verbundversuche kalibriert.

Ergänzend wird der durch die möglichen Lagen des auflagnächsten Biegerisses definierte Nachweisbereich durch einen Abgleich von einfachen Rechenmodellen mit Rissbeobachtungen an einer großen Zahl von Biegeversuchen festgelegt.

1.3 Inhalt - Überblick und Abgrenzung

Die Darstellung der mechanischen Grundlagen und der Möglichkeiten der adäquaten Beschreibung des Zusammenwirkens von einbetonierter und aufgeklebter Bewehrung wird in Kapitel 2 ergänzt durch einen Überblick über die gegenwärtig vorliegenden Nachweis-konzepte für einen Endverankerungsnachweis des Klebarmierungsstranges.

Neben den im Rahmen dieses Forschungsvorhabens eigens durchgeführten Versuchen an Dehnkörpern werden weitere, im Zuge eines durch die *Deutsche Forschungsgemeinschaft* (DFG) geförderten Grundlagenforschungsvorhabens (vgl. Zilch u. a. 2002) durchgeführte Versuche an Dehnkörpern und biegebeanspruchten Plattenstreifen in die Auswertung einbezogen. Zur vollständigen Dokumentation der Modellgrundlagen werden alle verwendeten Versuche in Kapitel 3 beschrieben.

In Kapitel 4 werden die für eine rechnerische Modellierung des Tragverhaltens verstärkter Bauteile erforderlichen Grundlagen erläutert. Neben der Beschreibung von Materialmodellen nimmt angesichts der dominierenden Rolle im Hinblick auf das Zusammenwirken die Entwicklung von Verbundmodellen einbetonierter und angeklebter Bewehrung breiten Raum ein. Die notwendigen Grundlagen werden durch wesentliche Zusammenhänge für die Energiebetrachtung von Verbundproblemen, theoretisch begründete Kompatibilitätskriterien sowie Modelle zur Rissbildung klebarmierter Stahlbetonbauteile vervollständigt.

Auf Grundlage der Versuchsergebnisse an Dehnkörpern werden in Kapitel 5 in Kombination mit einer rechnerischen Abbildung zentrisch zugbeanspruchter Bauteile Verträglichkeitsbedingungen zur Kopplung der Bewehrungsstränge in Rissquerschnitten abgeleitet. In Kapitel 6 werden die grundlegenden Algorithmen eines Programmsystems zur iterativen, numerischen Systemberechnung biegebeanspruchter klebarmierter Bauteile basierend auf wirklichkeitsnahen nichtlinearen Material- und Verbundmodellen erläutert. Die Verifizierung des als *diskretes Rissmodell* konzipierten Rechenmodells, das unter Verzicht auf die Hypothesen nach *Bernoulli* und *Navier* Verträglichkeitsbedingungen explizit erfüllt, erfolgt anhand der Nachrechnung von Bauteilversuchen. Gegenüber der bewusst knapp gehaltenen Darstellung in Kapitel 6 kann (Zilch und Zehetmaier 2004) eine detaillierte Beschreibung des Programmsystems einschließlich der Verifizierung durch Versuche entnommen werden.

Die Ableitung des Ingenieurmodells für den auflagnächsten Biegeriss wird in Kapitel 7 systematisch aufbereitet. Nach einer Darstellung des Nachweiskonzepts auf Grundlage einer Betrachtung von Grenzzuständen werden die erforderlichen Komponenten zunächst für zentrisch zugbeanspruchte Bauteile mit singulärem Riss entwickelt und anhand des Rechenmodells auf die Randbedingungen des auflagnächsten Risses biegebeanspruchter Bauteile übertragen. Abschließend werden anhand eines Beispiels die Unterschiede zu dem in (Niedermeier 2001) vorgestellten Konzept verdeutlicht.

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit vorgestellten experimentellen und theoretischen Untersuchungen erstrecken sich auf die gegenwärtig gebräuchlichsten Klebarmierungstypen - Stahllaschen und kohlenstofffaserverstärkte Kunststofflamellen (CFK-Lamellen) - in Kombination mit einbetonierter gerippter oder glatter Bewehrung. Dabei

beschränken sich die Betrachtungen auf statisch wirkende, kurzzeitige Belastungen; Auswirkungen langandauernder und wiederholter Lasten werden generell ausgeklammert. Bei Verstärkungsmaßnahmen, die durch eine Nutzlasterhöhung initiiert werden, ist i.A. davon auszugehen, dass sich der auflagernächste Riss erst im verstärkten Zustand ausbilden wird. Dem entsprechend basieren sowohl die experimentellen Untersuchungen als auch die theoretischen Ableitungen auf der Voraussetzung nicht vorbelasteter einbetonierter Bewehrung.

Grundlagen und Stand des Wissens

2.1 Vorbemerkung

Das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten Nachweiskonzept für einen Zugkraftdeckungsnachweis am auflagnächsten Riss biegebeanspruchter Bauteile bei Berücksichtigung von Zugkraftaufteilung und -umlagerung baut systematisch auf den bisher vorliegenden Formaten eines Endverankerungsnachweises auf. Im Folgenden werden daher die relevanten Konzepte im Überblick dargestellt; ergänzend werden die erforderlichen Grundlagen für eine Beschreibung der Zugkraftaufteilung bzw. der verbundbedingten Abweichungen von einer ebenen Dehnungsverteilung zusammengefasst.

Die experimentelle Forschung wie auch die rechnerische Modellierung des Zusammenwirkens einbetonierter und angeklebter Bewehrung beschränkte sich bisher auf die Betrachtung von gemischt bewehrten Zugstäben, die näherungsweise den Zuggurt biegebeanspruchter Bauteile im Bereich $M = \text{const.}$ wiedergeben sollten. Da die vorliegenden Erkenntnisse und Modelle wegen abweichender Randbedingungen und Voraussetzungen nicht unmittelbar auf den auflagnächsten Riss übertragen werden können, wird hier auf eine Darstellung verzichtet; einen Überblick über den Stand der Kenntnisse zum Zusammenwirken enthält (Zilch und Zehetmaier 2004).

2.2 Konzepte für den Zugkraftdeckungsnachweis am Endauflager

Derzeit existiert eine Vielzahl von Vorschlägen zum Nachweis der Verankerung aufgeklebter Bewehrung im auflagnahen Bereich von Biegeträgern. Für die vorliegende Arbeit besitzen allerdings nur Ansätze Relevanz, die auf bruchmechanischen Grundlagen aufbauen und die Tragfähigkeit mit Hilfe eines bilinearen Verbundansatzes bestimmen. Unter anderem wurden Nachweiskonzepte in (Ranisch 1982; Holzenkämpfer 1994; Neubauer 2000; Niedermeier 2001) und (Ulaga 2003) bzw. (SIA 166 2004) vorgelegt.

Das von *Ranisch* abgeleitete und in Richtlinien und Zulassungsbescheiden für das Verkleben von Stahllaschen (z.B. DIBt 1993) verankerte Konzept baut auf physikalisch nicht schlüssigen Annahmen über die aktivierbare Verbundenergie der Klebarmierung auf (vgl. Iványi und Buschmeyer 1992). Die Aufteilung der Zugkräfte erfolgt nach Abb. 2.1, setzt ein Fließen der Betonstahlbewehrung voraus und impliziert damit uneingeschränkte Umlagerungsmöglichkeiten. Eine nicht an die Betrachtung von Verträglichkeitsbedingungen gekoppelte Annahme unbegrenzter Umlagerungsmöglichkeiten widerspricht den mittlerweile vorliegenden Erkenntnissen über die bruchmechanische Begrenzung der Verbundtragfähigkeit am Einzelriss; die in 2.1 dargestellte Annahme ist daher nicht haltbar. Eine eingehende Erläuterung des Nachweiskonzepts der Endverankerung nach *Ranisch* ist u.a. in (Niedermeier 2001) enthalten; eine Wiedergabe an dieser Stelle erübrigt sich.

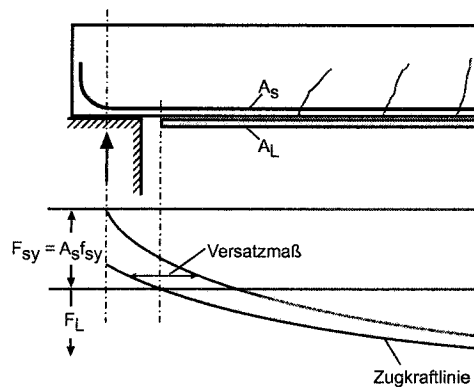


Abbildung 2.1. Zugkraftaufteilung für den Nachweis der Verbundtragfähigkeit; Vorgehen nach (Ranisch 1982) bzw. (DIBt 1993)

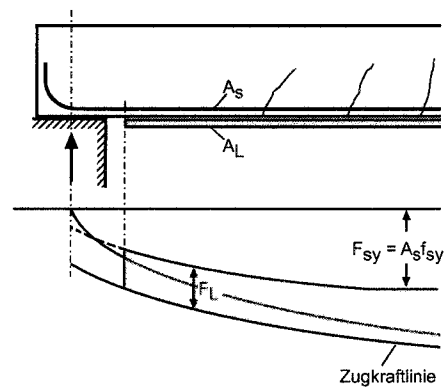


Abbildung 2.2. Zugkraftaufteilung für den Nachweis der Verbundtragfähigkeit; Vorgehen nach (Rostásy u. a. 1996) bzw. (DIBt 1998)

2.2.1 Nachweiskonzept nach Holzenkämpfer

Das in (Holzenkämpfer 1994) entwickelte und in (Rostásy u. a. 1996) konkretisierte Konzept für den Nachweis der Endverankerung bzw. für den Zugkraftdeckungs nachweis lehnt sich eng an (DIN V ENV 1992-1-1 1992) an; Verträglichkeitsbedingungen werden ebenso wie mögliche Lagen des auflagernächsten Risses vernachlässigt. Die Aufteilung der Zugkraft auf die Bewehrungsstränge erfolgt nach der Hypothese von *Bernoulli* (Abb.2.2).

Derzeit bildet der von *Holzenkämpfer* vorgeschlagene Zugkraftdeckungs nachweis in Form eines Verankerungsnachweises in Verbindung mit einer Beschränkung der maximalen Dehnungen die Grundlage der allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen für das Verstärken mit CFK-Lamellen (u.a. (DIBt 2003)). Für Stahllaschen wurde 1997 mit dem Ziel einer Adaption des Konzepts von *Holzenkämpfer* ein Entwurf der *Richtlinie für das Verstärken von Bauteilen durch Ankleben von Stahllaschen* (DIBt 1997) vorgelegt. Eine kritische Diskussion des Verbundansatzes sowie der Nachweiskonzepte ist (Zilch und Niedermeier 1999) bzw. (Niedermeier 2001) zu entnehmen.

In Abb. 2.3 sind zwei alternative Vorgehensweisen der Nachweisführung am Endauflager nach (Rostásy u. a. 1996) dargestellt. Das Laschenende ist dabei mit „B“ beschrieben; „E“ bezeichnet den Querschnitt, an dem die Verankerung der auf die Lasche entfallenden Zugkraft über Klebeverbund nachzuweisen ist. Das von *Holzenkämpfer* entwickelte Konzept lehnt sich dabei an die Regelungen nach (DIN V ENV 1992-1-1 1992) an, die in Teilen mit dem alternativen Nachweiskonzept für Platten mit $d_s \leq 16$ mm nach (DIN 1045 1988) übereinstimmen.

Im Unterschied zu Alternative (a) wird bei (b) der Zugkraftaufbau im Verankerungsbereich ($x \leq l_t$; in Abb. 2.3 wird l_t mit $l_{t,max}$ bezeichnet) angerechnet; durch die Forderung $l_e \geq l_t/4$ wird ein Einschneiden der Zugkraftlinie durch die als Gerade angenommene Zugkraftdeckungsline vermieden.

Der Verankerungsnachweis am Querschnitt „E“ kann formal durch Gl. (2.1) ausgedrückt werden.

$$F_{La} \geq F_{L,E} \quad (2.1)$$

F_{La} Verbundbruchkraft des Klebearmierungsstranges am Einzelriss

Nach (Rostásy u. a. 1996) ist Gl. (2.1) nur anzuwenden, wenn ein sprödes Verbundversagen z.B. mit Hilfe im Endverankerungsbereich angeordneter Laschenbügel vermieden wird. In allen anderen Fällen, insbesondere bei der Verstärkung von Stahlbetonplatten, ist die einwirkende Zugkraft im Verhältnis der Grenzwerte der globalen Sicherheitsbeiwerte nach (DIN 1045 1988) nach Gl. (2.2) zu erhöhen.

$$F_{La} \geq \frac{2,1}{1,75} \cdot F_{L,E} = 1,2 \cdot F_{L,E} \quad (2.2)$$

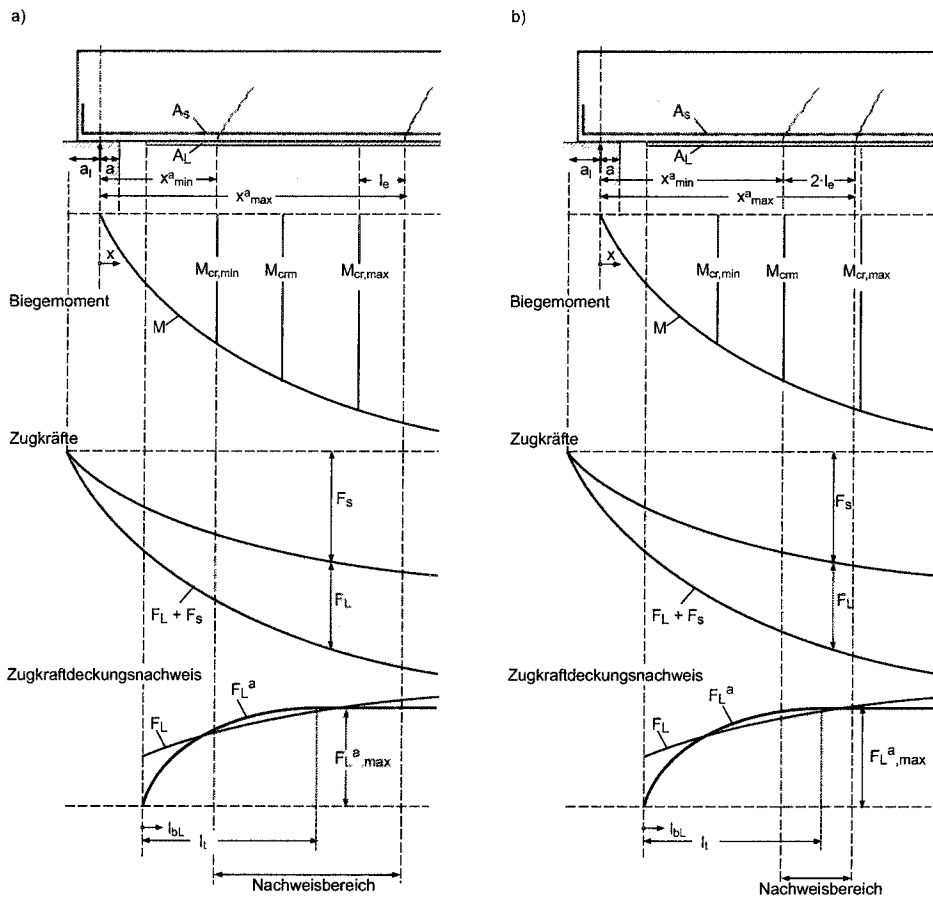


Abbildung 2.4. Nachweisbereich der vorliegenden Zugkraftdeckungsachweise am auflagnächsten Biegequerschnitt (schematisch); a) Konzept nach (Niedermeier 2001); b) Konzept nach (Neubauer 2000)

der Einfluss der Bauteilhöhe auf den Zusammenhang zwischen zentrischer Zugfestigkeit und in diesem Kontext relevanter Biegezugfestigkeit vernachlässigt. Darüber hinaus ist der von *Neubauer* vorgesehene Ansatz der zweifachen Einleitungslänge ausgehend von der Stelle, an der $M_{crm} = W \cdot f_{ctm}$ vorliegt, mechanisch nicht begründbar. Sofern die Eintragungslänge der Rissschnittgröße bei der Festlegung des Nachweisbereichs berücksichtigt werden soll, ist der Ansatz des einfachen Wertes analog *Niedermeier* mechanisch korrekt.

Das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Nachweiskonzept ist als systematische Erweiterung des von *Niedermeier* vorgeschlagenen Nachweiskonzepts zu sehen; eine weitergehende Erläuterung folgt in den Abschnitten 4 und 7.

2.2.3 Weitere Nachweiskonzepte

Der in (SIA 166 2004) implementierte Endverankerungsnachweis basiert auf einem in (Ułaga 2003) abgeleiteten Verbundansatz, der hinsichtlich der Verbundbruchenergie G_F mit dem Ansatz nach (Niedermeier 2001) annähernd identisch ist (vgl. auch Abb. 4.26). Durch die Verwendung eines vereinfachten starr-plastisch-entfestigenden Ansatzes lassen sich allerdings geschlossene Lösungen für die Verbundtragfähigkeit in Abhängigkeit der Verankerungslänge auf Basis trigonometrischer Funktionen angeben. Der Endverankerungsnachweis wird an die kleinstmögliche Verankerungslänge - definiert durch einen unteren Grenzwert der Zugfestigkeit im Vergleich mit Randspannungen bei Bemessungslasten - geknüpft; ein Nachweis größerer, in vielen Fällen ungünstigerer Verankerungslängen ist nicht vorgesehen.

Abweichungen von der Hypothese nach *Bernoulli* werden in (SIA 166 2004) erstmals,

allerdings nicht nach Einflussparametern differenziert, im Rahmen der Ermittlung der inneren Schnittgrößen durch pauschale Verbundfaktoren angerechnet. Dafür werden die in (Uлага 2003) auf der Grundlage eines *Modells des gemischt bewehrten Zugstabes* im Rahmen einer Parameterstudie abgeleiteten Einflussfaktoren des Verbundverhaltens vornehmlich für den Grenzzustand der Verbundtragfähigkeit pragmatisch abgeschätzt (vgl. Zilch und Zehetmaier 2004).

Nach (SIA 166 2004) basiert die Ermittlung innerer Schnittgrößen bei Betonbauteilen grundsätzlich auf der Hypothese von *Bernoulli* in Bezug auf die mittleren Dehnungen ϵ_{Lm} und ϵ_{sm} . Allerdings müssen für die Berechnung der maßgebenden Dehnungen ϵ_{Lr} und ϵ_{sr} bzw. den daraus errechneten Spannungen im Rissquerschnitt generell Verbundunterschiede der Bewehrungsstränge mit den pauschalen Verbundbeiwerten κ_s und κ_L berücksichtigt werden (vgl. 2.3.1)

$$\kappa_s = \frac{\epsilon_{sm}}{\epsilon_{sr}} = 0,7$$

$$\kappa_L = \frac{\epsilon_{Lm}}{\epsilon_{Lr}} = 0,9$$

2.2.4 Verträglichkeit der Relativverschiebungen - Szenarien

In den aufgezählten Nachweiskonzepten wird dem Verbundversagen des Klebarmierungsstranges am auflagernächsten Biegeriss die beginnende Klebeverbundentkopplung am Rissufer zugeordnet. Damit liegt - eine ausreichende Verbundlänge $l_{bL} \geq l_t$ vorausgesetzt - am Rissufer die mit der Verbundbruchdehnung $\epsilon_{LR,max}^a$ korrespondierende Relativverschiebung s_{L0} vor. Die Konzepte unterstellen damit eine definierte rechnerische Rissöffnung des auflagernächsten Biegerisses im Grenzzustand der Verbundtragfähigkeit. Allerdings fehlt bisher der Nachweis, dass durch die definierte rechnerische Rissöffnung auch die der einbetonierten Bewehrung durch die Annahme der *Bernoulli*-Hypothese zugeordnete Zugkraft aktiviert werden kann. Hier sind zwei Szenarien denkbar (Abb. 2.5):

- Der definierten Rissöffnung ist eine Dehnung der einbetonierten Bewehrung zugeordnet, die über der nach *Bernoulli* dem Betonstahl zugeordneten Dehnung liegt. In Konsequenz wird sich eine geringere Rissöffnung, damit verknüpft eine verminderte Dehnung der Klebarmierung einstellen (Abb. 2.5 → ①).
- Die Rissöffnung reicht nicht aus, um die erforderliche Betonstahlzugkraft zu aktivieren. In Folge wird sich eine größere Rissöffnung einstellen, die zu lokalen Klebeverbundentkopplungen und ggf. zum Verbundversagen der Klebarmierung führen kann (Abb. 2.5 → ②).

Da angesichts des spröden Klebeverbundes keine redundanten Systeme vorliegen, ist insbesondere vor dem Hintergrund des letztgenannten Szenarios die Berücksichtigung von Verträglichkeitsbedingungen bzw. die explizite Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit aus den Zugkraftanteilen von einbetonierter und angeklebter Bewehrung ein Gebot der Sicherheit.

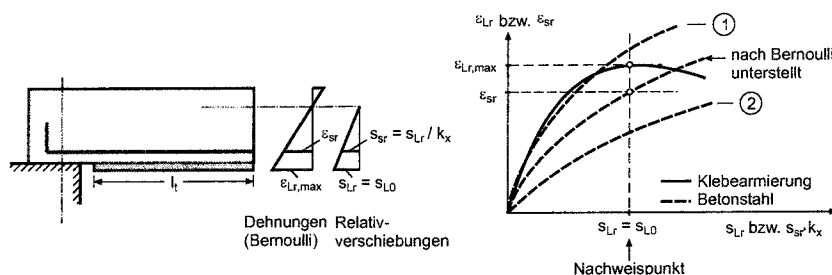


Abbildung 2.5. Zugkraftaufteilung nach der Hypothese von *Bernoulli* - Auswirkungen der Kompatibilität von einbetonierter und angeklebter Bewehrung

2.3 Grundlagen des Zusammenwirkens

2.3.1 Beschreibung von Zugkraftaufteilung und Zugkraftumlagerung

Zur Darstellung und Quantifizierung der verbundbedingten Abweichungen der Rissdehnungen bzw. -spannungen von den Größen nach Zustand II wurden im Rahmen der Untersuchung teilweise vorgespannter Bauteile verschiedene bezogene Kenngrößen eingeführt. Die in der Literatur angegebenen Kennwerte - im Rahmen der vorliegenden Arbeit sinngemäß auf klebarmierte Bauteile übertragen - unterscheiden sich zum einen in ihrer Bezugsgröße, zum anderen in ihrer Abhängigkeit von den jeweils vorliegenden Dehnsteifigkeitsverhältnissen und können in drei Kategorien unterschieden werden.

- Verhältnis der tatsächlichen Dehnungen der Bewehrungsstränge im Rissquerschnitt (Index sr bzw. Lr) unter Berücksichtigung der Verbundunterschiede:

$$\delta_L = \frac{\epsilon_{Lr}}{\epsilon_{sr}} \quad (2.3)$$

- Verhältnis der tatsächlichen Rissdehnung zur rechnerischen Dehnung nach Dehnungsebenheit (Hochzeiger II):

$$\eta_s = \frac{\epsilon_{sr}}{\epsilon_s^{II}} \quad \text{bzw.} \quad \eta_L = \frac{\epsilon_{Lr}}{\epsilon_L^{II}} \quad (2.4)$$

- Verhältnis der mittleren Dehnung eines Bewehrungsstranges zur tatsächlichen Rissdehnung:

$$\kappa_s = \frac{\epsilon_{sm}}{\epsilon_{sr}} \quad \text{bzw.} \quad \kappa_L = \frac{\epsilon_{Lm}}{\epsilon_{Lr}} \quad (2.5)$$

Als Grundlage der in einem Großteil aktueller Normenwerke angegebenen Verfahren zur Bestimmung der Rissdehnungen bei Spannbetonbauteilen dient die Formulierung entsprechend Gl. (2.3) bei Substitution von ϵ_{Lr} durch $\Delta\epsilon_{pr}$. Ausgehend von Verbundbeiwerten c , erstmals in (Thormählen 1978) abgeleitet und später nach (Cordes u. a. 1980; Trost u. a. 1980) mit ξ bezeichnet, die als Verhältnis der in Ausziehversuchen ermittelten Verbundspannungen bei einem Ausziehweg $s = 0,1$ mm definiert wurden, kann bei Annahme starr-plastischer Verbundcharakteristiken mit $\tau_m = \tau_{0,1}$ das Verhältnis δ_p als das Verhältnis der Rissdehnungen bei Erst- bzw. Einzelrissbildung unabhängig von den vorliegenden Dehnsteifigkeitsverhältnissen ermittelt werden (Gl. 2.6)(Schober 1984). Historisch bedingt wird für den Einzelrisszustand anstelle von δ_p die Bezeichnung ξ_1 gewählt (vgl. CEB-FIP MC 90 1993).

$$\delta_p = \xi_1 = \sqrt{\xi \cdot \frac{d_s}{d_p}} \quad \text{mit} \quad \xi = \frac{\tau_{p,0.1}}{\tau_{s,0.1}} \quad (2.6)$$

Mit fortschreitender Rissbildung weicht der Verhältniswert der Rissdehnungen δ_p zunehmend von ξ_1 nach Gl. (2.6) ab. In den letzten 25 Jahren entstandene Normenwerke nehmen allerdings Bezug auf den nach Gl. (2.6) unabhängig von Beanspruchung, Rissbildungsstadium und im Einzelfall vorliegenden Dehnsteifigkeitsverhältnissen festgelegten Verbundbeiwert ξ_1 (vgl. DIN V ENV- 1992-2 1997; DIN 4227-1/A1 1995; DIN 1045-1 2001).

Zur Beschreibung der Zugkraftaufteilung bei gemischt bewehrten Bauteilen wird u.a. in (Schober 1984) und (Faoro 1988) ein verallgemeinerter Kennwert δ_p verwendet, der streng nach Gl. (2.3) das i.d.R. lastabhängige Verhältnis der Rissdehnungen beschreibt.

Der mit den Kenngrößen η hergestellte unmittelbare Bezug auf die rechnerische Dehnung im Zustand II nach Gl. (2.4) wird u.a. in (Janovič und Kupfer 1984), (Tue 1993) und (Rudlof 1998) gewählt, um insbesondere die Abweichungen der in Versuchen gemessenen Rissdehnungen von den Rechenwerten darzustellen. Daneben werden die in (Tue 1993) als *Umlagerungsfaktoren* bezeichneten Kennwerte η_s und η_p zur Quantifizierung der Zugkraftumlagerungen vom Spannstahl zum Betonstahl infolge wiederholter Belastung herangezogen. Durch den Bezug auf rechnerische Dehnungen im Zustand II

sind die Beiwerte η_s und η_L nach Gl. (2.4) an die vorliegenden Dehnsteifigkeitsverhältnisse der Bewehrungsstränge gekoppelt.

Die u.a. in der Schweiz (vgl. Bachmann 1989) für Stahlbetonquerschnitte verwendeten Verbundfaktoren κ nach Gl. (2.5) sind grundsätzlich unabhängig von den Dehnsteifigkeitsverhältnissen der Bewehrungsstränge. Die Verbundfaktoren enthalten neben Informationen zu verbundbedingten Abweichungen von der ebenen Dehnungsverteilung im Wesentlichen Informationen über das Maß der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (Zugversteifung, *tension stiffening*) bzw. über die Völligkeit der Spannungsverteilung entlang der Bewehrungsstränge. In (Kaiser 1989) wurden die Verbundfaktoren κ erstmals auf klebarmierte Stahlbetonquerschnitte übertragen; allerdings wurden mangels aussagekräftiger Versuchsdaten für einbetonierte Bewehrung und Klebarmierung identische Verbundfaktoren gleichbedeutend mit einer Zugkraftaufteilung nach *Bernoulli* empfohlen.

Die Kennwerte nach den Gln. (2.3), (2.4) und (2.5) können bei bekannten Dehnsteifigkeitsverhältnissen unabhängig von Beanspruchungs- und Rissbildungszustand ineinander überführt werden. Für zentrisch beanspruchte Zugstäbe gelten die folgenden Beziehungen.

Der Zusammenhang zwischen den Umlagerungsfaktoren η_s und η_L folgt unmittelbar aus dem Gleichgewicht der Kräfte:

$$\eta_s = (1 - \eta_L) \cdot \frac{E_L A_L}{E_s A_s} + 1 \quad (2.7)$$

$$\eta_L = (1 - \eta_s) \cdot \frac{E_s A_s}{E_L A_L} + 1 \quad (2.8)$$

Aus den Gln. (2.3) und (2.4) ergibt sich die Verknüpfung zwischen δ_L und η_s bzw. η_L :

$$\delta_L = \frac{\eta_L}{\eta_s} \quad (2.9)$$

$$= \frac{\eta_L}{(1 - \eta_L) \cdot (E_L A_L)/(E_s A_s) + 1} = \frac{(1 - \eta_s) \cdot (E_s A_s)/(E_L A_L) + 1}{\eta_s} \quad (2.10)$$

Umgekehrt gilt für den Zusammenhang zwischen η_L bzw. η_s und δ_L :

$$\eta_s = \frac{E_s A_s + E_L A_L}{E_s A_s + E_L A_L \cdot \delta_L} \quad (2.11)$$

$$\eta_L = \frac{(E_s A_s + E_L A_L) \cdot \delta_L}{E_s A_s + E_L A_L \cdot \delta_L} \quad (2.12)$$

Da im Gegensatz zu den Kenngrößen η_L und η_s die Verbundbeiwerte κ_L und κ_s unabhängig von der vorhandenen Dehnsteifigkeit sind, ergibt sich unter der Voraussetzung $\epsilon_{Lm} = \epsilon_{sm}$ (Zugstab) eine einfache Verknüpfung mit δ_L :

$$\delta_L = \frac{\kappa_s}{\kappa_L} \quad (2.13)$$

Grundsätzlich besitzen die Kennwerte nur bei linear elastischem Verhalten der Bewehrungsstränge Gültigkeit; sofern ein Bewehrungsstrang die Streckgrenze überschreitet, sind die lokalen Dehnungen nicht mehr unmittelbar mit der Zugkraftaufteilung verknüpft.

2.3.2 Sensitivität gegenüber Verbundunterschieden

Als Kern der Zugkraftaufteilungsproblematik bei klebarmierten Bauteilen ist wegen des spröden Klebeverbundes zunächst die Frage nach der absoluten Größe der Laschenzugkraft zu identifizieren. Eine Sensitivitätsbetrachtung muss dem entsprechend die Auswirkungen der absoluten, vom System bzw. den Dehnsteifigkeitsverhältnissen entkoppelten Verbundunterschiede auf die Abweichungen der Laschenspannungen von den Rechenwerten nach Zustand II bei einem spezifischen System, d.h. bei definierten Dehnsteifigkeitsverhältnissen erfassen. Während die vom System entkoppelten Verbundunterschiede

durch δ_L beschrieben werden, gibt η_L die auf das vorliegende System, d.h. auf vorgegebene Dehnsteifigkeitsverhältnisse bezogenen verbundbedingten Unterschiede an. In Abb. 2.6 ist der Zusammenhang zwischen δ_L und η_L für verschiedene Dehnsteifigkeitsverhältnisse $E_L A_L / E_s A_s$ dargestellt. Die Verhältniswerte beziehen sich dabei auf die in Abschnitt 3.5 untersuchten Dehnkörper¹.

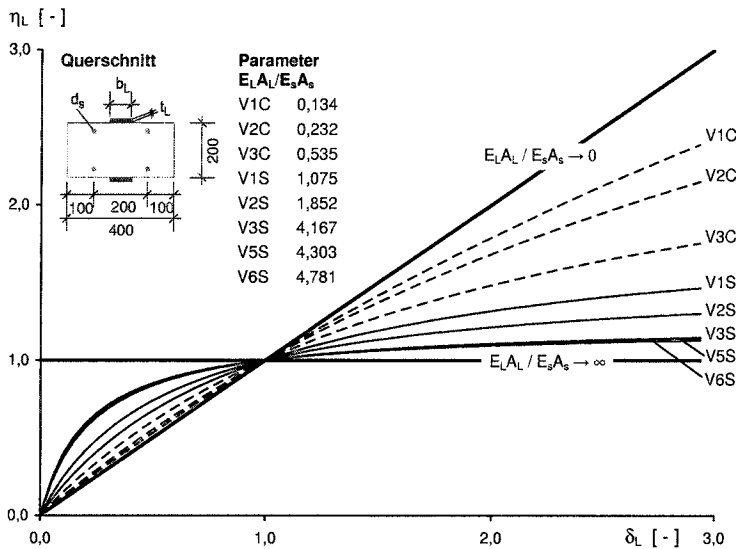


Abbildung 2.6. Systemsensitivität - Zusammenhang zwischen dem absoluten, systemunabhängigen Verbundunterschied δ_L und den systemspezifischen Abweichungen von den rechnerischen Spannungen η_L in Abhängigkeit der Steifigkeitsverhältnisse

Abbildung 2.6 illustriert den einleuchtenden Umstand, dass bei großen Verhältniswerten der Dehnsteifigkeiten, d.h. bei großen Klebarmierungsquerschnitten in Kombination mit wenig einbetonierte Bewehrung, die Abweichungen der tatsächlichen Dehnungen von den Rechenwerten selbst bei stark unterschiedlichen Verbundeigenschaften aufgrund der geringen Kraftdifferenzen nur gering sind. Dem entsprechend reagieren Systeme mit geringen Klebarmierungsquerschnitten, d.h. insbesondere Systeme, die mit CFK-Lamellen verstärkt werden, deutlich empfindlicher auf Verbundunterschiede.

In Kenntnis der Zusammenhänge zwischen η_s und δ nach Gl. (2.11) ist auch die in (Rudlof 1998; Cordes u. a. 2000) für teilweise vorgespannte Bauteile vorgestellte Erkenntnis, dass die Umlagerungsfaktoren η_s , d.h. die bezogenen Betonstahlspannungen umso größer werden, desto größer das Dehnsteifigkeitsverhältnis $E_p A_p / E_s A_s$ ist, unmittelbar einsichtig. Eine Verknüpfung dieser Erkenntnis mit Aussagen über den absoluten Verbundunterschied, ausgedrückt durch δ_p , ist allerdings wenig sinnvoll (vgl. Abb. 2.7). Aus dem in Abb. 2.6 dargestellten Zusammenhang sind gleichzeitig Rückschlüsse auf die experimentelle Untersuchung der Auswirkungen von Verbundunterschieden an Dehnkörpern zu ziehen: Da Dehnungen der Klebarmierung im Rissquerschnitt im Unterschied zu Dehnungen der einbetonierten Bewehrung zuverlässiger zu messen und in Beziehung zu Rechenwerten zu setzen sind, d.h. da η_L gegenüber η_s mit größerer Genauigkeit ermittelt werden kann, sind bei Versuchen mit kleinen Verhältniswerten $E_L A_L / E_s A_s$ genauere Aussagen zu δ_L zu erwarten.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird vornehmlich die Formulierung des Verbundkennwertes δ_L nach Gl. (2.3), d.h. des absoluten, um den Einfluss der Dehnsteifigkeitsverhältnisse bereinigten Verbundeinflussparameters, verwendet.

¹ C bezeichnet Dehnkörperversuche mit aufgeklebten CFK-Lamellen, S solche mit Stahlaschen; gleiche Ziffern 1 – 6 beschreiben die einbetonierte Bewehrung

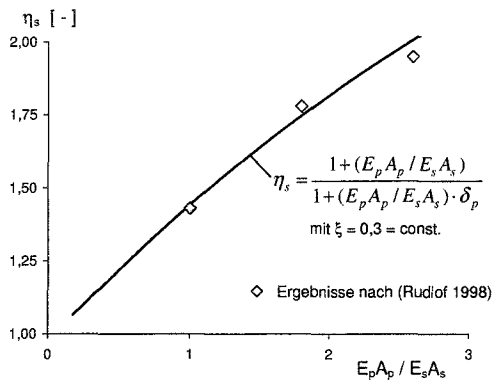


Abbildung 2.7. Vergleich der Versuchsergebnisse für glatten Spannstahl nach (Rudloff 1998; Cordes u. a. 2000) mit dem Zusammenhang zwischen dem Dehnsteifigkeitsverhältnis und dem Umlagerungsfaktor η_s nach Gl. (2.11) in Verbindung mit Gl. (2.6) für $\xi = 0,3 = \text{const.}$ (d_s und d_p konstant)

2.3.3 Grundlagen der mathematischen Beschreibung

Eine mathematische Beschreibung des Zusammenwirkens gemischter Bewehrung kann aus der Anwendung von grundlegenden Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen auf ein infinitesimales Element nach Abb. 2.8 gewonnen werden. Die Betrachtungsweise wurde u.a. bereits in (Rehm 1961) vorgeschlagen und resultiert in der sog. *Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes*. Im Allgemeinen wird der Herleitung ein zentrisch zugbeanspruchter Stab vorausgesetzt; Einflüsse unterschiedlicher Abstände der Bewehrungsstränge zur neutralen Achse eines biegebeanspruchten Bauteils entfallen.

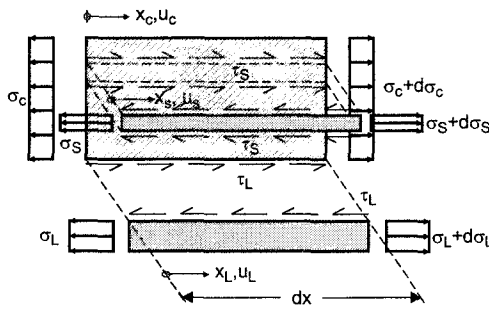


Abbildung 2.8. Differenzielles Element eines klebarmierten Stahlbetonzugstabes

Dehnungen:

$$\epsilon_c = \frac{du_c}{dx} = u'_c \quad (2.14)$$

$$\epsilon_L = \frac{du_L}{dx} = u'_L \quad (2.15)$$

$$\epsilon_s = \frac{du_s}{dx} = u'_s \quad (2.16)$$

Mit den Gln. (2.14) bis (2.16) lässt sich der Zusammenhang zwischen Spannungen und Relativverschiebungen wie folgt darstellen:

$$\sigma_c = E_c u'_c \quad (2.17)$$

$$\sigma_L = E_L u'_L \quad (2.18)$$

$$\sigma_s = E_s u'_s \quad (2.19)$$

Unter Verwendung der Gln. (2.17) bis (2.19) sowie unter Annahme gleichförmiger Spannungsverteilungen lassen sich Zusammenhänge zwischen Normalkräften und Relativverschiebungen formulieren:

$$u'_c = \frac{N_c}{E_c A_c} \quad (2.20)$$

$$u'_L = \frac{N_L}{E_L A_L} \quad (2.21)$$

$$u'_s = \frac{N_s}{E_s A_s} \quad (2.22)$$

Gleichgewichtsbedingungen:

$$\frac{dN_L}{dx} = \tau_L(s_L) \cdot b_L \quad (2.23)$$

$$\frac{dN_s}{dx} = \tau_s(s_s) \cdot U_s \quad (2.24)$$

$$\frac{dN_c}{dx} + \frac{dN_L}{dx} + \frac{dN_s}{dx} = 0 \quad (2.25)$$

Kinematik:

$$s_L = u_L - u_c \quad (2.26)$$

$$s_s = u_s - u_c \quad (2.27)$$

Nach einmaliger Differenzierung der Gln. (2.26) und (2.27) und Einsetzen von (2.20), (2.21) und (2.22) sowie nochmaligem Differenzieren ergibt sich:

$$s''_L = \frac{N'_L}{E_L A_L} - \frac{N'_c}{E_c A_c} \quad (2.28)$$

$$s''_s = \frac{N'_s}{E_s A_s} - \frac{N'_c}{E_c A_c} \quad (2.29)$$

Unter Verwendung der Gleichgewichtsbedingungen (2.23) bis (2.25) ergeben sich aus den Gln. (2.28) und (2.29) zwei gekoppelte Differentialgleichungen

$$s''_L - \tau_L(s_L) \cdot b_L \left(\frac{1}{E_L A_L} + \frac{1}{E_c A_c} \right) - \frac{\tau_s(s_s) \cdot U_s}{E_c A_c} = 0 \quad (2.30)$$

$$s''_s - \tau_s(s_s) \cdot U_s \left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c} \right) - \frac{\tau_L(s_L) \cdot b_L}{E_c A_c} = 0 \quad (2.31)$$

Die Kopplung der beiden Differentialgleichungen (2.30) und (2.31) erfolgt über die Betonverformungen. Bedingt durch die gegenseitige Beeinflussung der Bewehrungsstränge über veränderliche Betondehnungen stellen sich bei gemischt bewehrten Bauteilen in allen Risszuständen identische Einleitungslängen der verschiedenen Bewehrungsarten ein. Der Grad der Beeinflussung ist unter anderem abhängig von der Verformbarkeit des Betons oder den Querschnittsverhältnissen der Bewehrungsstränge.

Eine geschlossene analytische Lösung des gekoppelten Differentialgleichungssystems auf Grundlage einer wirklichkeitsnahen Beschreibung des Verbundverhaltens ist nicht bekannt. Zur näherungsweise Behandlung gemischt bewehrter Bauteile kann eine Entkopplung des Differentialgleichungssystems durch die Vernachlässigung der Betondehnungen, d.h. eine getrennte Betrachtung der einzelnen Bewehrungsstränge erreicht werden. Mit $E_c A_c \rightarrow \infty$ folgt:

$$s''_L - \frac{\tau_L(s_L)}{E_L t_L} = 0 \quad (2.32)$$

$$s''_s - \frac{4 \cdot \tau_s(s_s)}{E_s d_s} = 0 \quad (2.33)$$

Die Gleichungen (2.32) und (2.33) entsprechen den für Klebarmierung bzw. Betonstahl unabhängig voneinander herzuleitenden Differentialgleichungen des verschieblichen Verbundes. Als Konsequenz der Vernachlässigung von Betonverformungen können unterschiedliche Einleitungslängen der Bewehrungsstränge angenommen werden.

Die vorliegende Arbeit baut auf einer Betrachtung der entkoppelten Differentialgleichungen auf; Dehnungen des Betonquerschnitts werden durch die Annahme $E_c A_c \rightarrow \infty$ durchgängig vernachlässigt.

2.4 Ausgangssituation

Die Auswirkungen unterschiedlichen Verbundverhaltens auf die Aufteilung der Zugkräfte sind insbesondere seit den umfangreichen Forschungsarbeiten zu teilweise vorgespannten Bauteilen bekannt. Im Unterschied zur Kombination von Betonstahl und Spannstahl, die ähnlich duktilen Verbundverhalten zeigen, treten bei klebarmierten Bauteilen zusätzliche Problematiken auf.

Bei vorgespannten Bauteilen sind unterschiedliche Verbundeigenschaften ausschließlich auf Gebrauchslastniveau relevant. Dem entsprechend werden Verbundunterschiede im Wesentlichen im Rahmen der Beschränkung auftretender Rissbreiten bzw. für die Ermittlung der auftretenden Betonstahlspannungsschwingbreiten für den Ermüdungsnachweis berücksichtigt. In beiden Fällen liegen konservative Verbundkennwerte, d.h. die Annahme geringer Mitwirkung der Spannbewehrung, auf der sicheren Seite. Für die Sicherstellung der Tragfähigkeit ist unterschiedliches Verbundverhalten der Bewehrungsstränge unerheblich, da i.d.R. davon ausgegangen werden kann, dass im Verbund liegende Bewehrungsstränge im Grenzzustand der Tragfähigkeit die Streckgrenze erreichen.

Im Gegensatz zur Verbundcharakteristik von einbetoniertem Betonstahl oder Spannstahl reagiert der Klebeverbund spröde; nur in einem begrenzten Relativverschiebungsbereich können Verbundspannungen übertragen werden. Zudem können die Verbundunterschiede insbesondere am Endauflager bzw. in Tragwerksbereichen, in denen im Grenzzustand der Tragfähigkeit elastische Bewehrungsstränge vorliegen, tragfähigkeitsbestimmend werden.

Anhand der Ergebnisse bisher nur in begrenztem Umfang vorliegender experimenteller Untersuchungen zur Fragestellung des Zusammenwirkens einbetonierter und angeklebter Bewehrung sind z.T. signifikante Auswirkungen der Verbundunterschiede auf die Zugkraftaufteilung ablesbar (vgl. Zilch und Zehetmaier 2004). Allerdings beschränken sich die wenigen auswertbaren Versuche auf symmetrisch bewehrte, zentrisch zugbeanspruchte Betonprismen, die nur eingeschränkt Rückschlüsse auf das Verhalten biegebeanspruchter Bauteile zulassen. Darüber hinaus kann bei spezifischen Randbedingungen eine Umlagerung von Zugkraftanteilen vom Klebarmierungsstrang hin zur einbetonierten Bewehrung durch lokale Klebeverbundentkopplungen ausgelöst werden.

Auf Grundlage der gegenwärtig vorliegenden Konzepte eines Zugkraftdeckungsnaehweises am auflagnächsten Riss können weder Abweichungen der Zugkraftaufteilung gegenüber der Annahme nach *Bernoulli* noch Zugkraftumlagerungen durch lokale Verbundentkopplungen abgebildet werden.

Die bislang vorliegenden Rechenmodelle zur Zugkraftaufteilung basieren ausschließlich auf der Betrachtung von Zugstäben, die Auswirkungen unterschiedlicher Abstände zur neutralen Achse biegebeanspruchter Bauteile wie auch die Auswirkungen von Querkraftbeanspruchungen werden generell vernachlässigt. Zudem sind die Rechenmodelle nicht in der Lage, die Randbedingungen des auflagnächsten Risses biegebeanspruchter Bauteile - der dort grundsätzlich fehlenden, bei Zugstäben allerdings vorausgesetzten Symmetrieebenen - adäquat wiederzugeben (vgl. Zilch und Zehetmaier 2004).

Einer der wesentlichen Kritikpunkte der Rechenmodelle zur Zugkraftaufteilung ist zudem die bislang nahezu vollständig fehlende experimentelle Grundlage.

Experimentelle Untersuchungen

3.1 Vorbemerkung

Für die Entwicklung von Verträglichkeitsbedingungen, die eine Verknüpfung der Bewehrungsstränge im auflagnächsten Rissquerschnitt ermöglichen, ist zunächst eine experimentelle Untersuchung der Zustände am Einzelriss erforderlich. Da allerdings bei biegebeanspruchten Bauteilen davon auszugehen ist, dass die Querkraftbeanspruchung, damit der Zugkraftaufbau in den angrenzenden Bereichen des Biegeträgers, einen wesentlichen Einfluss auf das Zusammenwirken im Bereich des Endauflagers ausübt, wird für weitestgehend zu verallgemeinernde Verträglichkeitsbedingungen die Berücksichtigung der Auswirkungen querkraftbeanspruchter Bereiche erforderlich. Angesichts der vielfältigen Vernetzungen der Einflussgrößen auf das Zusammenwirken von einbetonierter und angeklebter Bewehrung erscheint eine alleinige Ableitung von Zusammenhängen auf Grundlage der Versuche nicht möglich; dem entsprechend dienen die experimentell erarbeiteten Ergebnisse als Grundlage der Entwicklung von Rechen- und Ingenieurmodellen.

In der vorliegenden Arbeit werden zusätzlich zu den speziell für die Endverankerungsproblematik durchgeführten Dehnkörper- und Verbundversuchen alle der Auswertung, Modellbildung und Modellverifizierung zugrunde gelegten experimentellen Untersuchungen dargestellt. Im Rahmen des vorliegenden Forschungsvorhabens zur Entwicklung eines verbundorientierten Endverankerungsnachweises wurden neben Materialuntersuchungen die Verbundversuche der Versuchsreihen A5, A6 und D3 sowie die Dehnkörperversuche der Reihen V5 und V6 durchgeführt. Die weiteren Verbund- und Dehnkörperversuche wie auch die Versuche an Plattenstreifen wurden im Rahmen eines von der *Deutschen Forschungsgemeinschaft* (DFG) geförderten grundlagenorientierten Forschungsvorhabens ebenfalls von den Verfassern durchgeführt. Eine ausführliche Darstellung der ergänzend herangezogenen Versuche sowie eine Erläuterung der Ergebnisse ist in (Zilch u. a. 2002) zu finden.

Neben den Einflüssen einzelner Materialparameter werden Auswirkungen verschiedener Typen einbetonierter bzw. angeklebter Bewehrung untersucht. Da zudem die Bildung von Rissen das Zusammenwirken der Bewehrungsstränge i.A. wesentlich beeinflusst, werden im Rahmen der experimentellen Untersuchungen verschiedene Rissbildungsstadien vorgegeben bzw. im Versuch durchlaufen.

Die Konzeption des Versuchsprogramms orientiert sich naturgemäß an den experimentellen Untersuchungen bei teilweise vorgespannten Bauteilen; den größten Anteil stellen angesichts der eindeutigen Randbedingungen, die die Bandbreite möglicher Einflussfaktoren deutlich einengen, Versuchsserien an zentrisch zugbeanspruchten verstärkten Stahlbetonprismen. Ergänzend werden Versuche an biegebeanspruchten Plattenstreifen bei reduzierter Parameteranzahl durchgeführt.

3.2 Versuchsprogramm

Die im Rahmen dieser Arbeit dokumentierten experimentellen Untersuchungen zum Zusammenwirken umfassen folgende Komplexe:

- Charakterisierung der mechanischen Eigenschaften der verwendeten Materialien;
- Untersuchung des Verbundverhaltens der verwendeten einbetonierten Bewehrung mittels Versuchen an Ausziehkörpern und Dehnkörpern mit zentrisch einbetoniertem Bewehrungsstab
- Untersuchung des Zusammenwirkens anhand gemischt bewehrter Dehnkörper
- Versuche an realitätsnahen, biegebeanspruchten verstärkten Stahlbeton-Plattenstreifen.

Eine Zusammenstellung aller Versuche einschließlich der relevanten Parameter und Bezeichnungen enthält Tab. 3.1.

3.2.1 Parameter

Naturgemäß kann die große Bandbreite der bei Verstärkungsaufgaben vorliegenden Randbedingungen nicht in einem Versuchsprogramm überprüft werden. Für die experimentellen Untersuchungen wurden im Wesentlichen Parameterkombinationen ausgewählt, die im Hinblick auf eine spätere Abbildung in einem numerischen Modell bzw. in einem für praktische Belange vereinfachten Ingenieurmodell baupraktische Relevanz bei gleichzeitig ausreichender Bandbreite besitzen. Folgende Parameter wurden in Versuchen geprüft:

- Durchmesser und Oberflächengestaltung der einbetonierten Bewehrung
 - gerippter Betonstahl, $d_s = 8$ mm und 16 mm
 - glatter Betonstahl, $d_s = 6$ mm und 12 mm
- Art und Dehnsteifigkeit der Klebarmierung
 - Stahllaschen *St37*; $t_L = 5$ mm und 10 mm
 - CFK-Lamellen, $t_L = 1,2$ mm
- Betonfestigkeitsklasse
 - C20/25
 - C40/50
- Rissbildvorgabe bzw. Rissentwicklung
 - Vorgabe eines Initialrisses; Zustand für den gesamten Beanspruchungsbereich beibehalten;
 - Vorgabe eines Initialrisses, fortschreitende Rissbildung bei zunehmender Beanspruchung;
 - Vorgabe eines abgeschlossenen Erstrissbildes

3.2.2 Bezeichnungen

Zur Identifikation der einzelnen Versuche wird ein Bezeichnungssystem verwendet, das die geprüfte Parameterkombination bzw. den Versuchstyp unmittelbar ablesbar macht (vgl. Tab. 3.1). Die jeweils drei Komponenten einer Identifikationsnummer bedeuten:

- | | |
|---------------|---|
| 1. Komponente | Versuchstyp, versuchsspezifische Parameterkombination |
| | A → Betonstahl-Verbundversuch (Ausziehkörper) |
| | D → Betonstahl-Verbundversuch (Dehnkörper) |
| | V → Zugversuch an einem gemischt bewehrten Dehnkörper |
| | B → Versuch an einem verstärkten Plattenstreifen |
| | 1-6 → Kennziffer der Kombination (Betonstahl) |
| 2. Komponente | Ordnungsnummer des Versuchs |
| 3. Komponente | Betonfestigkeitsklasse, Klebarmierungstyp, Verbundbereich |
| | B1 → C20/25 |
| | B2 → C40/50 |
| | C → CFK-Lamellen |
| | S → Stahllaschen |
| | u → Verbundversuch: Verbundbereich I (unten) |
| | o → Verbundversuch: Verbundbereich II (oben) |

Tabelle 3.1. Versuchsübersicht, Bezeichnungen

Versuchsart	Kennziffer (Kombination)	Betonstahl	Beton	Klebearmierung, weitere Parameter	Anzahl	Versuchsbezeichnung			
						von	bis		
Verbundversuche an Konsolauziehkörpern				Verbundlage					
A	1	$d_s = 16$ mm gerippt	C20/25	unten	3	A1-01-B1u	A1-03-B1u		
				oben	3	A1-04-B1o	A1-06-B1o		
			C40/50	unten	3	A1-01-B2u	A1-03-B2u		
				oben	3	A1-04-B2o	A1-06-B2o		
			2	$d_s = 12$ mm glatt	C20/25	unten	3	A2-01-B1u	A2-03-B1u
						oben	3	A2-04-B1o	A2-06-B1o
	C40/50	unten			3	A2-01-B2u	A2-03-B2u		
		oben			3	A2-04-B2o	A2-06-B2o		
	3	$d_s = 8$ mm gerippt	C20/25	unten	3	A3-01-B1u	A3-03-B1u		
				oben	3	A3-04-B1o	A3-06-B1o		
			C40/50	unten	3	A3-01-B2u	A3-03-B2u		
				oben	3	A3-04-B2o	A3-06-B2o		
	5	$d_s = 8$ mm gerippt	C20/25	unten	3	A5-01-B1u	A5-03-B1u		
				oben	3	A5-04-B1o	A5-06-B1o		
	6	$d_s = 6$ mm glatt	C20/25	unten	3	A6-01-B1u	A6-03-B1u		
				oben	3	A6-04-B1o	A6-06-B1o		
	Verbundversuche an zentrisch bewehrten Dehnkörpern				Verbundlage				
	D	3	$d_s = 8$ mm gerippt	C20/25	unten	3	D3-01-B1u	D3-03-B1u	
oben					3	D3-04-B1o	D3-06-B1o		
Versuche an gemischt bewehrten Dehnkörpern				Klebearmierung Rissabstand [mm]					
V	1	$d_s = 16$ mm gerippt	C40/50	CFK-Lamellen	2	V1-03-B2C	V1-04-B2C		
					4	V1-05-B1C	V1-08-B1C		
			C20/25	Stahllaschen	4	V1-09-B2S	V1-12-B2S		
					3	V1-13-B1S	V1-15-B1S		
			2	$d_s = 12$ mm glatt	C40/50	CFK-Lamellen	5	V2-01-B2C	V2-04-B2C
							4	V2-05-B1C	V2-08-B1C
					C20/25	Stahllaschen	3	V2-09-B2S	V2-12-B2S
							4	V2-13-B1S	V2-16-B1S
	3	$d_s = 8$ mm gerippt	C40/50	CFK-Lamellen	4	V3-01-B2C	V3-04-B2C		
					4	V3-05-B1C	V3-08-B1C		
			C20/25	Stahllaschen	4	V3-09-B2S	V3-12-B2S		
					3	V3-13-B1S	V3-16-B1S		
	4	$d_s = 16$ mm gerippt	C40/50	CFK-Lamellen $s_{cr} = 200$ mm	2	V4-01-B1C	V4-02-B2C		
					2	V4-03-B1C	V4-04-B1C		
			C20/25	Stahllaschen $s_{cr} = 150$ mm	2	V4-05-B2S	V4-06-B2S		
					2	V4-07-B1S	V4-08-B1S		
	5	$d_s = 8$ mm, gerippt	C20/25	Stahllaschen	2*	V5-01-B1S	V5-02-B1S		
	6	$d_s = 6$ mm glatt	C20/25	Stahllaschen	2*	V6-01-B1S	V6-02-B1S		
	Versuche an biegebeanspruchten Plattenstreifen				Klebearmierung Rissabstand [mm]				
	B	2	$d_s = 12$ mm glatt	C40/50	CFK-Lamellen $s_{cr} = 300$ mm	3	B2-01-B2C	B2-03-B2S	
					Stahllaschen $s_{cr} = 300$ mm	3	B2-04-B2S	B2-06-B2S	
					CFK-Lamellen $s_{cr} = 150$ mm	3	B2-07-B2C	B2-09-B2C	
					Stahllaschen $s_{cr} = 150$ mm	3	B2-10-B2S	B2-12-B2S	

* Durch die Ausbildung der Dehnkörper ist eine getrennte Auswertung der Seite A und B möglich, äquivalent 2 Versuchen

3.3 Materialien und Verarbeitung

3.3.1 Beton

Für die Versuche zum Zusammenwirken einbetonierter und angeklebter Bewehrung wurde ausschließlich Beton nach den in Tab. 3.2 angegebenen Rezepturen verwendet. Gemäß den mit den Druckfestigkeitskenngrößen bei einem Betonalter von 28 Tagen verknüpften Konformitätskriterien nach (DIN-FB 100 2001) entsprechen die Mischungen Betonen der Festigkeitsklasse C20/25 bzw. C40/50.

Tabelle 3.2. Betonrezepturen

Angestrebte Betonfestigkeitsklasse	C20/25	C40/50
Ausgangsstoffe		
Zement	CEM I 32,5 R (Märker)	CEM I 42,5 R (Märker)
Zuschlag	A/B 16 (grob- bis mittelkörnig)	
Betonzusatzmittel	keine	keine
Betonzusatzstoffe	keine	keine
Betonzusammensetzung [kg/m ³]		
w/z-Wert	0,70	0,48
Wasser	189,0	191,0
Zement	270,0	397,9
Zuschlag	1921,8	1804,6
Korngruppen [kg/m ³]		
0/4a	858,1	805,8
4/8	487,4	457,6
8/16	576,3	541,2
Frischbetoneigenschaften		
Rohdichte [kg/dm ³]	2,41	2,43
Ausbreitmaß [cm]	43	42
Ausbreitmaßklasse	F3 - weich	F3 - weich
Festbetoneigenschaften		
$f_{cm,28}$ [MPa]	27,5	47,5
$E_{cm,28}$ [GPa]	28,1	36,4

Für beide Rezepturen wurden ungebrochene, kalzitische Zuschläge aus südbayerischen Vorkommen in den Korngruppen 0/4a, 4/8 und 8/16 nach der in Abb. 3.1 dargestellten Sieblinie verwendet. Die wesentlichen Frischbetoneigenschaften sind in Tab. 3.2 wiedergegeben.

Die Betonmischungen wurden durch das Personal des gemeinsamen Laborbetriebes des Instituts für Baustoffe und Konstruktion der Technischen Universität München hergestellt und verarbeitet. Die Betonkörper wurden nach der Betonage eine Woche mit Plastikplanen abgedeckt, anschließend in annäherndem Normalklima (20°C, ≈ 60%RH) gelagert. Aus jeder Betonmischung wurden parallel zu den Versuchskörpern in Anlehnung an (DIN 1048-5 1996) Probekörper in Form von Würfeln der Kantenlänge 150 mm und Zylindern mit Durchmesser/Höhe 150 mm/300 mm hergestellt. Zur Sicherstellung annähernder Konformität zwischen den an Probekörpern ermittelten mechanischen Kennwerten und den Eigenschaften der Versuchskörpern wurde auf eine Normenlagerung zugunsten einer Lagerung analog zu den Versuchskörpern verzichtet.

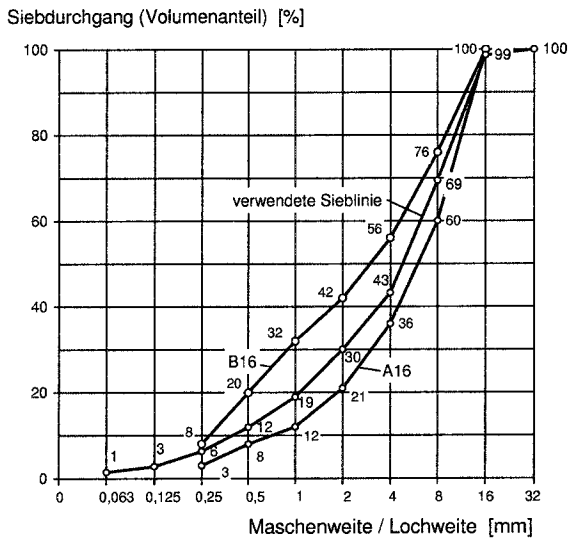


Abbildung 3.1. Sieblinie des verwendeten Zuschlags im Vergleich mit den Sieblinien A16 und B16 nach (DIN-FB 100 2001)

Druckfestigkeit

Die zum Zeitpunkt der Prüfung vorliegende Betondruckfestigkeit wurde für alle Verbundversuche (Reihen A und D), Versuche an Plattenstreifen (Reihe B) sowie die Dehnkörper der Reihen V5 und V6 zeitgleich als Mittelwert der Ergebnisse an mindestens drei der gesondert hergestellten Würfeln mit Kantenlänge 150 mm in Anlehnung an (DIN 1048-5 1996) bestimmt. Da für die Dehnkörper der Reihen V1 bis V4 je Betoncharge jeweils 4 Versuchskörper und zugehörig 9 Probewürfel hergestellt wurden, wird die aktuelle Druckfestigkeit zum Versuchszeitpunkt anhand eines linear angenommenen Zusammenhangs zwischen Betonalter und Druckfestigkeit aus einer Regressionsanalyse der zu drei Zeitpunkten ermittelten Kennwerte bestimmt¹. In den Tabellen A.1 bis A.3 (Anhang A) ist für alle Versuche neben dem Betonalter der Kennwert der Betondruckfestigkeit zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung als Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} angegeben. Die Umrechnung aus Ergebnissen an Prüfwürfeln erfolgt anhand der in Anhang E.1 zusammengestellten Beziehungen.

Oberflächenzugfestigkeit

An den Dehnkörpern (Reihe V) sowie an den Plattenstreifen (Reihe B) wurde unmittelbar nach Abschluss der Versuchsdurchführung die Oberflächenzugfestigkeit nach (DIN 1048-2 1991) mit Stahlstempeln des Durchmessers 50 mm an einer durch eine Ringnut begrenzten Prüffläche ermittelt. Die Prüffläche war wie die mit Klebarmierung versehene Oberfläche vorbereitet worden. An jedem Dehnkörper wurden auf beiden klebarmierten Seiten jeweils drei Einzelwerte ermittelt. In Tab. A.2 ist für jeden Dehnkörper die über beide Oberflächen (Schalflächen) gemittelte Oberflächenzugfestigkeit f_{ctm} aufgeführt.

An den Plattenstreifen wurden auf der mit Klebarmierung versehenen Oberfläche fünf Einzelwerte der Oberflächenzugfestigkeit bestimmt; in Tab. A.3 ist jeweils der Mittelwert aus den fünf Einzelwerten angegeben.

Alle Einzelwerte sowie die Mittelwerte je Versuchskörper sind in Abb. 3.2 in Abhängigkeit der zum Versuchszeitpunkt vorliegenden Betondruckfestigkeit aufgetragen. Mit Hilfe

¹ Da jeweils nach 28 Tagen sowie zur Prüfung des ersten und letzten Dehnkörpers einer Betoniercharge die Druckfestigkeit an drei Würfeln ermittelt wird, kann angesichts der geringen Nacherhärtung der verwendeten Rezepturen genügend genau von einem linearen Zusammenhang zwischen Druckfestigkeit und Betonalter ausgegangen werden. Zudem lag der Zeitpunkt der Versuchsdurchführung z.T. deutlich über 28 Tagen, ein erheblicher Einfluss der Nacherhärtung kann entsprechend ausgeschlossen werden.

einer Regressionsanalyse (Methode des kleinsten Fehlerquadrats) wurde aus allen Einzelwerten unter Voraussetzung der Abhängigkeit $f_{ctm} \sim f_{cm}^{2/3}$ (vgl. Heilmann 1969) der in Abb. 3.2 angegebene Zusammenhang zwischen Oberflächenzugfestigkeit und Druckfestigkeit bestimmt. Bezogen auf eine an einem Würfel mit Kantenlänge 200 mm ermittelte Druckfestigkeit β_{w200} (Zusammenhang zwischen β_{w200} und f_{cm} nach Anhang E) ergibt sich anstelle des Koeffizienten 0,195 der Beiwert 0,178. Damit zeigt sich zumindest für die untersuchten Betonrezepturen eine signifikante Diskrepanz zu dem von Heilmann formulierten und in (Holzenkämpfer 1994) erstmals auf die Oberflächenzugfestigkeit angewandten Zusammenhang mit einem Koeffizienten von 0,24 (vgl. Abschnitt 4.1.2).

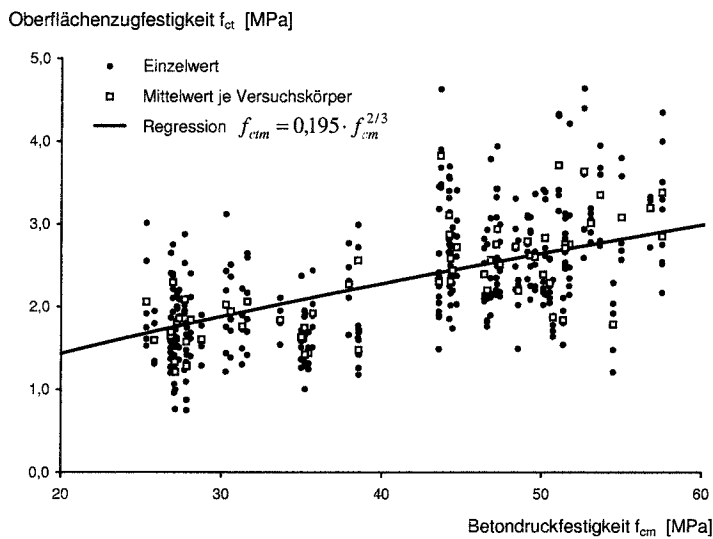


Abbildung 3.2. Ergebnisse der Oberflächenzugfestigkeitsprüfungen nach (DIN 1048-2 1991) in Abhängigkeit der zugehörigen Betondruckfestigkeit

3.3.2 Betonstahl

Im Rahmen der experimentellen Untersuchungen wurden ausschließlich warmgewalzte Betonstähle mit einem Nennwert der Streckgrenze von 500 MPa verwendet. Alle für eine Versuchsreihe einschließlich der zugehörigen Verbundversuche verarbeiteten Betonstähle entstammten jeweils einer Liefercharge. Die gerippten Stäbe der Durchmesser 8 mm und 16 mm mit jeweils zwei Rippenreihen entsprachen Betonstabstahl BSt 500 S nach (DIN 488-1 1984); die Betonstähle ohne Oberflächenprofilierung entsprachen hinsichtlich der Anforderungen an mechanische Eigenschaften ebenfalls BSt 500 S nach (DIN 488-1 1984). Die mechanischen Eigenschaften wurden in Zugversuchen nach (DIN 488-3 1986) bzw. (DIN EN 10002-1 2001) bestimmt; Anhang A gibt die ermittelten Spannungs-Dehnungs-Linien wieder. Die geometrische Ausprägung der Rippung, insbesondere charakterisiert durch die bezogene Rippenfläche f_R , wurde nach den Vorgaben in (DIN 488-3 1986) ermittelt. Der Tabelle 3.3 können die Mittelwerte der mechanischen Eigenschaften bzw. der Kenngrößen der Rippung entnommen werden (vgl. Abb. 3.3).

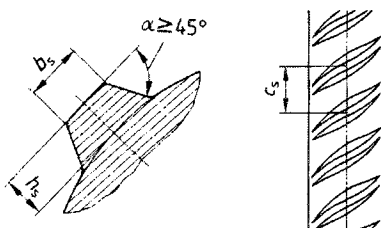


Abbildung 3.3. Kenngrößen der Rippengeometrie: Rippenhöhe (h_s), Rippenbreite (b_s) und Rippenabstand (c_s) (nach DIN 488-2 1986)

Tabelle 3.3. Betonstahl - mechanische Kennwerte und Kenngrößen der Rippung

Versuchsreihe	d_s [mm]	A_s [mm ²]	R_{eH} [MPa]	R_m [MPa]	E_s [GPa]	$h_{s,m}$ [mm]	$c_{s,m}$ [mm]	$b_{s,m}$ [mm]	f_R [-]
A1 V1	16	197,95	586	677	201,64	0,77	9,4	1,42	0,060
A2 V2 B2	12	112,59	555	590	204,73	-	-	-	-
A3 V3 D3	8	50,54	528	587	197,23	0,56	5,2	1,05	0,080
V4	16	207,25	548	640	198,38	1,15	9,7	1,32	0,090
A5 V5	8	50,26	539	596	194,49	0,56	5,3	1,12	0,075
A6 V6	6	28,53	556	592	208,02	-	-	-	-

3.3.3 Stahllaschen

Für Versuche mit Klebarmierung in Form von Stahllaschen wurden warmgewalzte Baustähle der Güte St37 (bzw. S235 nach prEN 10025-2 2000) aus insgesamt vier Lieferchargen verwendet. Die mechanischen Kennwerte der verschiedenen Chargen wurden anhand von Zugversuchen an Proportionalproben nach (DIN EN 10002-1 2001) bestimmt. Tabelle 3.4 gibt die Mittelwerte der Kenngrößen wieder.

Tabelle 3.4. Stahllaschen - geometrische und mechanische Kenngrößen

Versuchsreihe	b_L [mm]	t_L [mm]	R_{eH} [MPa]	R_m [MPa]	E_L [GPa]
V1	80,1	5,2	373	479	205,44
V2	80,1	5,2	378	527	203,41
V3	80,1	5,2	378	527	203,41
V4	80,1	5,2	378	527	203,41
V5	80,0	10,0	368	457	210,88
V6	80,0	10,0	368	457	210,88
B2*	80,1	5,2	378	527	203,41
B2**	80,1	5,2	301	418	206,79

* Versuche B2-04-B2S, B2-05-B2S und B2-10-B2S

** Versuche B2-06-B2S, B2-11-B2S und B2-12-B2S

3.3.4 CFK-Lamellen

Für alle Versuche mit CFK-Lamellen kamen unidirektionale, kohlenstofffaserverstärkte Kunststofflamellen des Typs S512 der Sika GmbH, Stuttgart zum Einsatz. Die CFK-Lamellen sind seit 1997 unter der Nummer Z-36.12-29 in Kombination mit dem Epoxidharzklebstoff Sikadur30 zur Verstärkung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen allgemein bauaufsichtlich zugelassen (vgl. DIBt 2002). Alle für die Versuche verwendeten CFK-Lamellen der Nennabmessungen $b_L/t_L = 50/1,2 \text{ mm}^2$ wurden einer Rolle entnommen. Die mechanischen Eigenschaften der CFK-Lamellen wurden entsprechend (DIN EN 2561 1995) an 20 mm breiten Proben in Zugversuchen ermittelt. Da die Spannungs-Dehnungs-Linie abweichend vom unterstellten linear elastischen Verhalten einen konkaven, verfestigenden Verlauf aufweist, der vornehmlich auf die Ausrichtung von Faserbündeln bei steigenden Zugkräften zurückzuführen ist, wird in (DIN EN 2561 1995) der E-Modul als Sekantenmodul zwischen 10% und 50% der Bruchspannung definiert. Tabelle 3.5 gibt die wesentlichen mechanischen Kenngrößen der verwendeten CFK-Lamellen mit Mittelwert (\bar{x}), Standardabweichung (σ) und Variationskoeffizient (ν) bei

einem Umfang von 10 Proben wieder. Es ist zu beachten, dass die angegebenen Kennwerte auf den tatsächlichen Querschnitt bezogen sind; gegenüber den auf den Nennquerschnitt bezogenen Größen in (DIBt 2002) ergeben sich daher geringere Werte für Zugfestigkeit und E-Modul.

Tabelle 3.5. CFK-Lamellen - geometrische und mechanische Kenngrößen

Versuchsreihe	b_L^*	t_L^*	b_L^{**}	t_L^{**}	$\epsilon_{L10\%}$	$\sigma_{L10\%}$	$\epsilon_{L50\%}$	$\sigma_{L50\%}$	ϵ_{Lu}	σ_{Lu}	E_L
V1-V6 B	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[%]	[MPa]	[%]	[MPa]	[%]	[MPa]	[GPa]
\bar{x}	50,0	1,20	50,0	1,34	1,81	270	8,58	1350	16,87	2700	159,53
σ	-	-	-	-	-	-	-	-	1,19	221	2,56
v	-	-	-	-	-	-	-	-	0,070	0,082	0,016

* Nennwert

** Istwert

In Abbildung 3.4 sind die in den Zugversuchen ermittelten Spannungs-Dehnungs-Linien der CFK-Lamellen zusammen mit dem Mittelwert aus parabolischen Regressionsfunktionen (Methode der kleinsten Abstandsquadrate) der Einzelergebnisse dargestellt (Gl. 3.1). Ein Vergleich zwischen der mittleren Regressionsfunktion und der linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung auf Grundlage des Sekantenmoduls nach (DIN EN 2561 1995) zeigt eine maximale Abweichung vom wirklichkeitsnäheren Polynom 2. Grades von 8% bei kleinen Dehnungswerten (Abb. 3.4).

$$\sigma_L = 1,0892 \cdot 10^6 \cdot \epsilon_L^2 + 1,4748 \cdot 10^5 \cdot \epsilon_L \quad (3.1)$$

mit

- ϵ_L Lamellendehnung in m/m
- σ_L Lamellenspannung in MPa

3.3.5 Epoxidharzklebstoff

Zur Verklebung sowohl der Stahllaschen als auch der CFK-Lamellen wurde ausschließlich der Epoxidharzklebstoff Sikadur30 der Sika Chemie GmbH, Stuttgart, verwendet. Als Klebstoff zur Verarbeitung von Klebearmierung ist er unter den Zulassungsnummern Z-36.12-29 (CFK-Lamellen, vgl. DIBt 2002) und Z-36.12-30 (Stahllaschen, vgl. DIBt 1995) allgemein bauaufsichtlich zugelassen.

Bei oberflächlich verklebten Stahllaschen bzw. CFK-Lamellen beeinflussen die mechanischen Eigenschaften des Klebstoffes zwar die Verformungen des Verbundsystems, aufgrund des typischen Versagensbildes eines Scherbruches in oberflächennahen Betonschichten, allerdings nur in geringem Umfang die Tragfähigkeit der Verklebung. Aus diesem Grund wurden lediglich an dem für die Versuchsreihen V5 und V6 verwendeten Klebstoff die mechanischen Eigenschaften bestimmt². An Prismen mit $l/b/h = 160/40/40 \text{ mm}^3$, die 96 Stunden bei annähernd Normklima aushärten konnten, wurde in Anlehnung an (DIN EN 196-1 1995) Biegezug- und Druckfestigkeit bestimmt (Tab. 3.6). Der dynamische E-Modul wurde an identischen Prismen nach 48 Stunden Aushärtung in Anlehnung an (RILEM NDT2 1994) mit der Resonanz-Frequenz-Methode ermittelt. Der in Tab. 3.6 angegebene Wert repräsentiert den Mittelwert von drei Messungen an jeweils zwei Prismen. Den ermittelten Kennwerten sind in Tab. 3.6 die im Rahmen der Grundprüfung des Klebstoffes (vgl. Rostásy und Gunkler 1994) ermittelten mechanischen Kenngrößen gegenübergestellt.

Das jeweilige Alter der Verklebung zum Versuchszeitpunkt ist für alle Versuche in den Tabellen A.2 und A.3 angegeben.

² Chargennummer: 10414088; Verwendbarkeitszeitraum: bis 09/2004

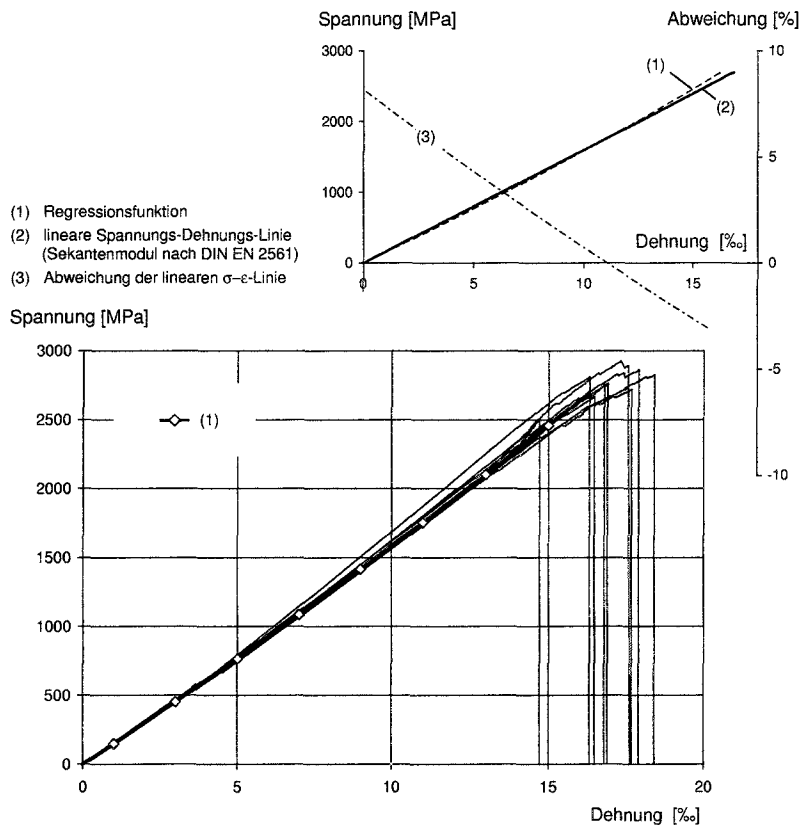


Abbildung 3.4. Ergebnisse der Zugprüfung an CFK-Lamellen; Spannungs-Dehnungs-Linie auf Basis des Sekantenmoduls nach (DIN EN 2561 1995), parabolische Näherungsfunktion der Spannungs-Dehnungs-Beziehung; Abweichung

Tabelle 3.6. Epoxidharzklebstoff Sikadur30 - mechanische Kenngrößen („n“ bezeichnet die Anzahl der Proben; in Klammern die in (Rostásy und Gunkler 1994) ermittelten Kennwerte)

Versuchsreihe	Druckfestigkeit f_{gc} [MPa]	Biegezugfestigkeit $f_{gt,fl}$ [MPa]	dyn. E-Modul $E_{g,dyn}$ [GPa]
V5 V6			
X	95,7 (86,6)	59 (52,1)	11,7
σ	5,7 (7,0)	6,3 (9,7)	-
n	6 (12)	3 (6)	-

3.3.6 Verarbeitung

Die Herstellung aller Prüfkörper erfolgte durch das Personal des gemeinsamen Laborbetriebes des Instituts für Baustoffe und Konstruktion der Technischen Universität München.

Zur Verklebung der Stahllaschen und CFK-Lamellen wurden die einschlägigen Merkblätter (z.B. Sika 2003) sowie weitergehende Herstellerangaben berücksichtigt. Alle Stahllaschen wurden kurz vor dem Verkleben durch Druckluftstrahlen mit trockenem Strahlgut (Korund) auf den Reinheitsgrad Sa3 vorbereitet und bis zur Verklebung in der Prüfhalle unter annähernd Normalklima gelagert. Auf die Verwendung von Primern wurde verzichtet. An den für eine Verklebung vorgesehenen Oberflächen der Betonkörper wurden ebenfalls durch Druckluftstrahlen mit trockenem Strahlgut die oberste Zementsteinschicht abgetragen, bis - den einschlägigen Richtlinien entsprechend - der Grobzuschlag > 8 mm sichtbar wurde. Nach dem Entstauben und Reinigen der Oberflächen wurden die Stahllaschen bzw. CFK-Lamellen innerhalb der zulässigen Verarbeitungszeit des Sikadur30 verklebt.

Da die Dicke der Klebstoffschicht zumindest im Bereich vollständig elastischen Verhaltens des Verbundsystems einen signifikanten Einfluss auf das Verbundverhalten ausübt, konnte mit Hilfe von Abstandhaltern aus 1 mm dicken Blechstreifen eine konstante Klebschichtdicke, die dem Mindestmaß nach den einschlägigen Richtlinien (vgl. z.B. DIBt 2002) entspricht, gewährleistet werden. Gleichzeitig wird mit der Einstellung der Klebschichtdicke auf 1 mm die Vergleichbarkeit mit den in (Zilch und Niedermeier 1999) dokumentierten Verbundversuchen an oberflächlich verklebten Stahllaschen bzw. den in (Zilch u. a. 2002) beschriebenen Verbundversuchen an oberflächlich verklebten CFK-Lamellen sichergestellt.

Die für einzelne Prüfkörper spezifischen Arbeitsschritte werden im Rahmen der Versuchsbeschreibung in den folgenden Abschnitten eingehend erläutert.

3.4 Versuche zum Verbundverhalten einbetonierter Bewehrung

Zur experimentellen Untersuchung des Verbundverhaltens einbetonierter Bewehrung stehen zahlreiche Versuchs konfigurierungen zur Verfügung, die sich z.T. wesentlich in der Länge des Verbundbereichs, des Spannungszustandes der Verbundzone und der Auswertungsstrategie unterscheiden. Generell sind die Ergebnisse von Verbundversuchen in hohem Maß von der gewählten Konfiguration beeinflusst. Vor diesem Hintergrund existieren zwei zentrale Gesichtspunkte, die im Rahmen dieser Arbeit betrachtet werden:

- Anknüpfung an bereits vorliegende experimentelle Erkenntnisse und daraus abgeleitete Verbundmodelle;
- Verifikation des Verbundmodells für die Randbedingungen bei zentrisch beanspruchten Dehnkörpern bzw. bei Zuggurten biegebeanspruchter Bauteile.

3.4.1 Versuchskörper und Versuchsaufbau

Konzeption der Versuche

Für die Verbundversuche werden zwei Konfigurationen gewählt:

- Verbundversuche an konsolförmigen Ausziehkörpern in Anlehnung an (Janovič 1979);
- Verbundversuche an Dehnkörpern mit zentrisch einbetoniertem Bewehrungsstab und vorgegebenem Rissquerschnitt.

Zur Auswahl der Versuchskörper bzw. zur Frage der Übertragbarkeit der Ergebnisse auf zug- bzw. biegebeanspruchte Bauteile wird in Abschnitt 4.2 detailliert Stellung genommen.

Im Rahmen der Versuche an Janovič-Körpern werden folgende Einflussparameter untersucht:

- Stabdurchmesser
- Betonfestigkeitsklasse
- Verbundbereich³

Die Betondeckung der Bewehrungsstäbe entspricht den in den Versuchsreihen V (Dehnkörper) und B (Plattenstreifen) gewählten Größen. Die Versuche an Dehnkörpern dienen i.W. der Überprüfung des gewählten Verbundmodells bei Randbedingungen, die näherungsweise ebenfalls in den Versuchsreihen V und B vorliegen. Dem entsprechend wird nur ein eingeschränkter Parameterbereich überprüft; für gerippten Betonstahl des Durchmessers 8 mm und Beton der Festigkeitsklasse C20/25 werden lediglich die Auswirkungen unterschiedlicher Verbundbereiche untersucht.

³ Zur Definition der Verbundbereiche wird auf die Regelungen nach (DIN 1045 1988) zurückgegriffen. Gegenüber den Bestimmungen nach (DIN 1045-1 2001) bietet die gewählte Definition eine zutreffenderen Abbildung des in Verbundversuchen beobachteten Verhaltens (vgl. u.a. Martin und Noakowski 1981).

Versuchskörper

Konsolförmige Ausziehkörper nach Janovič

Die Ausbildung der Versuchskörper erfolgte in Anlehnung an (Janovič 1979) sowie (Schmidt-Thrö u. a. 1986; Eligehausen u. a. 1989). Allerdings wurden anstelle der durchmesserabhängigen Kantenlängen konstante Würfelabmessungen vorgesehen. Die Verbundlänge wurde in Entsprechung zu (Janovič 1979) bzw. zu den Festlegungen für Ausziehversuche nach (RILEM 1994, RC6) mit $l_v = 5d_s$ gewählt. Alle Versuche wurden mit weicher Trennlage (5 mm Styropor) ausgeführt. Abmessungen, Versuchskonfiguration und ausgeführte Betondeckung sind in Abb. 3.5 angegeben. Die Versuchskörper wurden paarweise spiegelbildlich übereinander hergestellt, um für den in der oberen Körperhälfte einbetonierten Stab Verbundbereich II zu simulieren. Die Betonieroberseite wurde jeweils nur abgezogen; auf ein Zureiben wurde wegen der damit zu erreichenden Nachverdichtung verzichtet.

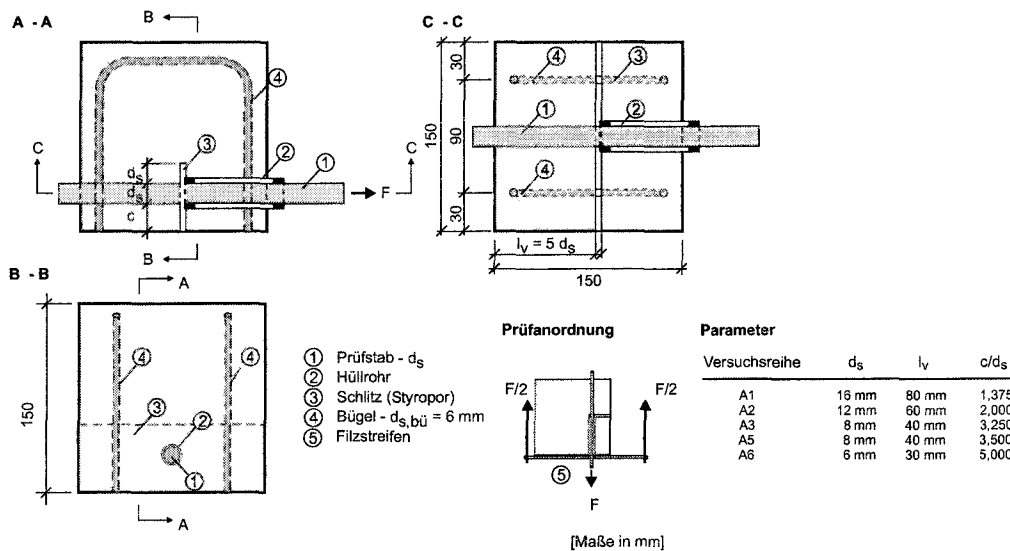


Abbildung 3.5. Verbundversuche an Ausziehkörpern in Anlehnung an (Janovič 1979) - Abmessungen, Versuchsanordnung, Parameter der Versuchsreihen

Dehnkörper mit zentrisch einbetoniertem Bewehrungsstab

In Anlehnung an (Goto 1971; Fehling 1990; Kurz 1997) wurden als Verbundversuche Betonprismen mit zentrisch einbetoniertem Bewehrungsstab mit vorgegebenem Rissquerschnitt gewählt. Durch die verwendeten Abmessungen der Prismen wird eine Trennsowie Sprenggrissbildung vermieden. Die einzelnen Versuchskörper wurden aus einem Betonblock geschnitten (Abb. 3.6). Durch die liegende Herstellung wird - im Unterschied zur stehenden Betonage (vgl. Dörr und Mehlhorn 1979) - eine annähernd konstante Verbundqualität entlang des Stabes gewährleistet. Die bei der Betonage oben liegenden Stäbe werden Verbundbereich II zugeordnet. Die Behandlung der Betonieroberseite erfolgte analog zu den Ausziehversuchskörpern.

Messtechnische Ausstattung und Versuchsdurchführung

Die Ausziehversuche wurden bei einem Betonalter von 28 Tagen mittels einer über Öldruck gesteuerten Prüfmaschine mit einer Belastungsgeschwindigkeit von $\delta\tau_s/\delta t \approx 0,1 - 0,5 \text{ MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ durchgeführt. Neben der am Stab angreifende Zugkraft wurde mittels eines Dreibeines die Relativverschiebung des spannungslosen Stabendes gegen den Betonkörper gemessen (Abb. 3.7 a).

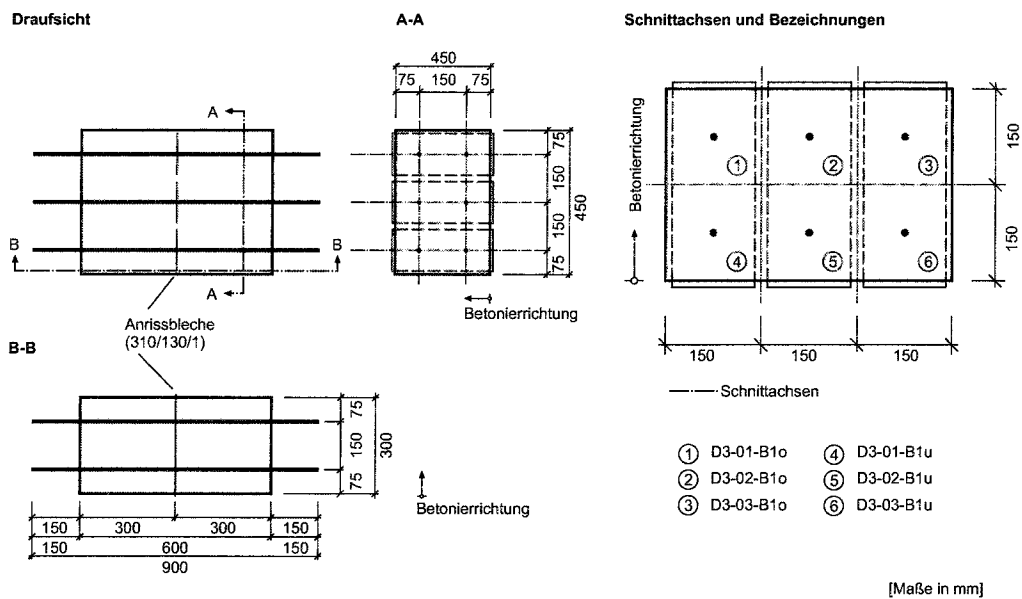


Abbildung 3.6. Verbundversuche an Dehnkörpern - Abmessungen, Orientierung während der Betonage, Schnittachsen und Bezeichnungen

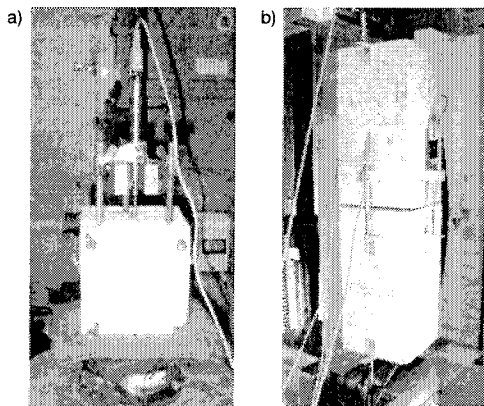


Abbildung 3.7. Versuchsaufbauten:
 a) Ausziehversuche an Janovič-Körpern;
 b) Verbundversuche an zentrisch bewehrten Dehnkörpern

Zur Durchführung der Verbundversuche an Dehnkörpern in einem Betonalter von 32 Tagen wurde eine servohydraulisch gesteuerte Universalprüfmaschine verwendet. Die Prismen wurden zwängungsfrei eingespannt und kraftgesteuert bis zum Erreichen der Betonstahlstreckgrenze belastet. Die auf den Bewehrungsquerschnitt bezogene Belastungsgeschwindigkeit von $\delta\epsilon_s/\delta t = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ entspricht im Mittel der in den Versuchen an gemischt bewehrten Dehnkörpern (vgl. 3.5) gewählten Beanspruchungsgeschwindigkeit und liegt mithin deutlich unter der für die Ausziehversuche vorgesehenen Größe. Zusätzlich zur am Stab angreifenden Zugkraft wurde die Öffnung des vorgegebenen Risses in Körpermitte mit induktiven Wegaufnehmer Typ HBM W2AK gemessen (Abb. 3.7 b, 3.8)⁴.

3.4.2 Ergebnisse

Konsolförmige Ausziehkörper nach Janovič

Bei allen Ausziehversuchen mit gerippten Betonstählen wurde das Verbundspannungsmaximum durch ein Sprenggrissversagen dominiert (Abb. 3.9 a); die glatten Stähle konnten

⁴ Messtechnische Ausrüstung und Aufzeichnung der gemessenen Größen entsprechen den Versuchen an gemischt bewehrten Dehnkörpern und werden in 3.5.2 detailliert erläutert.

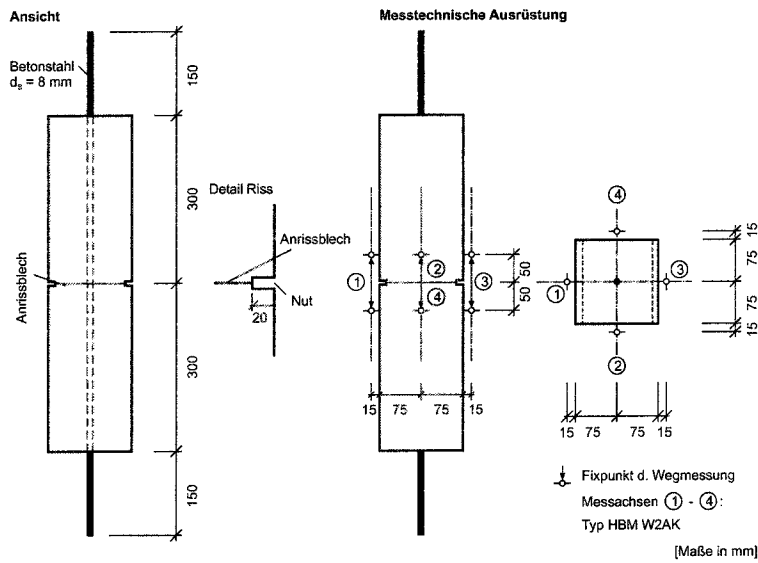


Abbildung 3.8. Verbundversuche an Dehnkörpern - Messtechnik, Messachsen, Abmessungen

ohne erkennbare Rissbildung aus dem Körper gezogen werden. Bei Versuchen mit geripptem Betonstahl konnte zudem die Ausbildung eines Betonausbruchkegels unmittelbar am belasteten Ende des Verbundbereichs beobachtet werden (Abb. 3.9 b).

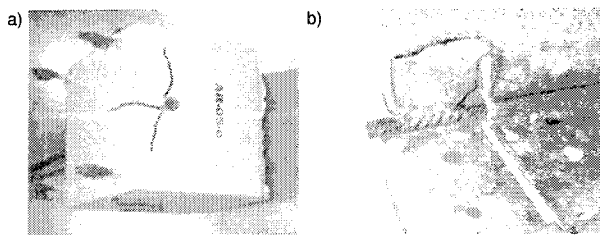


Abbildung 3.9. Ergebnisse der Versuche an Ausziehkörpern nach Janovič - Versuch A5-02-B10:
a) Sprengrissbildung;
b) Innere Rissbildung: Ausbruchkegel am belasteten Verbundbereichsende

In den Abbildungen 3.10 a - e sind die experimentell ermittelten bezogenen Verbundspannungen in Abhängigkeit der Relativverschiebungen getrennt nach Versuchsreihen dargestellt. Eine Kurve repräsentiert dabei jeweils drei über die Relativverschiebungen gemittelte Einzelversuche. Die Versuchsergebnisse werden in 4.2 detailliert erläutert.

Dehnkörper mit zentrisch einbetoniertem Bewehrungsstab

In Abb. 3.11 werden die über jeweils drei Versuche gemittelten experimentell bestimmten Betonstahlspannungs-Rissöffnungs-Beziehungen getrennt nach Verbundbereichen dargestellt.

Die Entstehung von Sprengrissen wurde durch die gewählte Größe der Betondeckung verhindert. Des Weiteren konnten nach Abschluss der Versuche keine signifikanten Ausbruchkegel an den Verbundbereichsenden - weder am Körperende noch am Anrissblech - festgestellt werden.

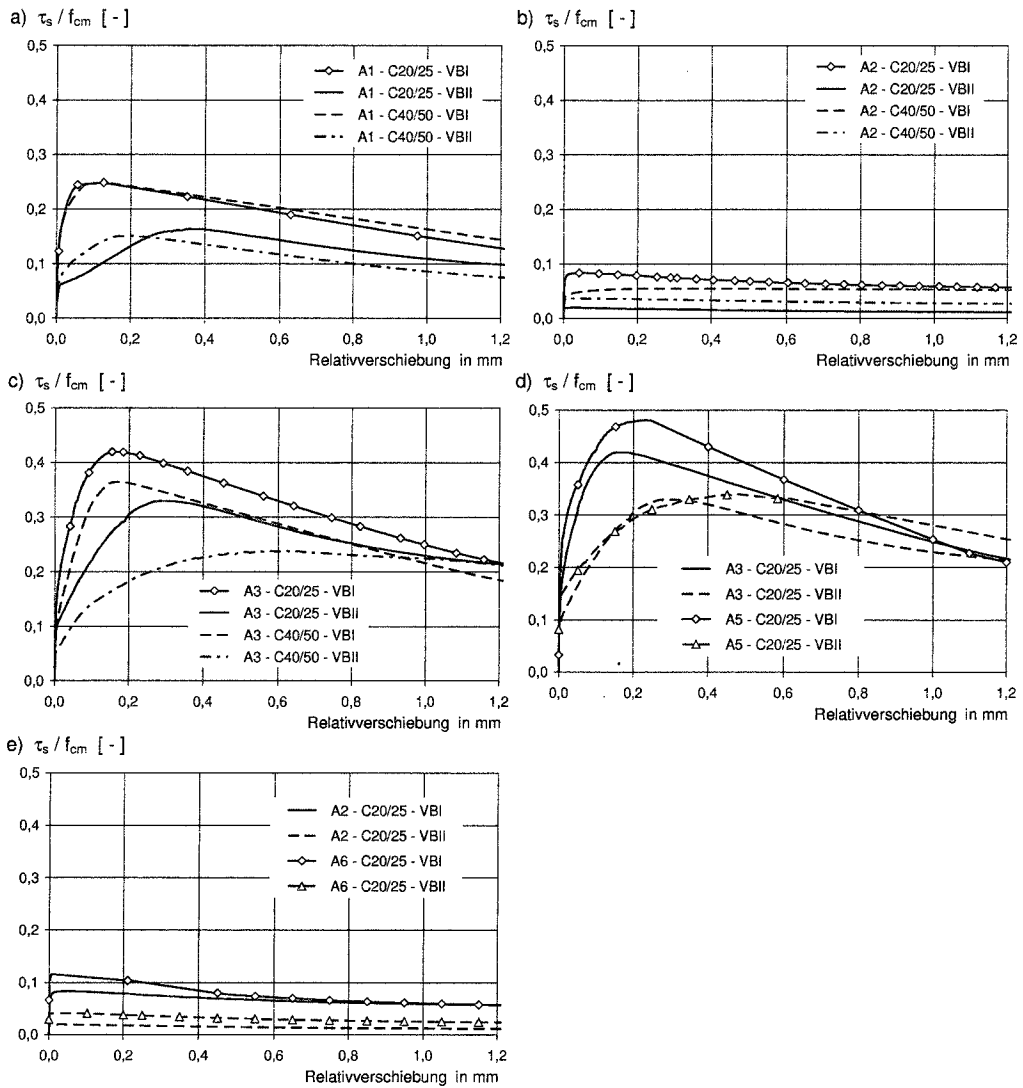


Abbildung 3.10. Ergebnisse der Verbundversuche an Janovič-Körpern:

- a) Reihe A1 - $d_s = 16$ mm (gerippt)
- b) Reihe A2 - $d_s = 12$ mm (glatt)
- c) Reihe A3 - $d_s = 8$ mm (gerippt)
- d) Reihe A5 - $d_s = 8$ mm (gerippt) im Vergleich mit Reihe A3
- e) Reihe A6 - $d_s = 6$ mm (glatt) im Vergleich mit Reihe A2

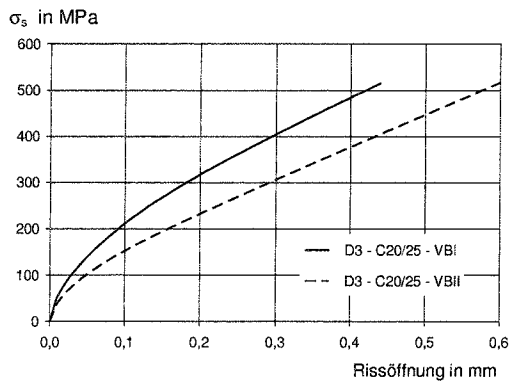


Abbildung 3.11. Ergebnisse der Verbundversuche an Dehnkörpern mit zentrisch einbetoniertem Bewehrungsstab

3.5 Versuche an gemischt bewehrten Dehnkörpern

Zur Untersuchung der Auswirkungen wesentlicher Einflussgrößen auf das Zusammenwirken einbetonierter und angeklebter Bewehrung wird in Anlehnung an die umfangreichen Untersuchungen zu ähnlichen Problematiken bei vorgespannten Bauteilen auf zentrisch zugbeanspruchte Dehnkörper zurückgegriffen. Wie in 3.1 umrissen, erlauben die eindeutigen Randbedingungen - insbesondere die exakte Kenntnis der auf die Bewehrungsstränge entfallenden Gesamtzugkraft sowie die im Allgemeinen vorausgesetzten Symmetriebedingungen in Rissquerschnitten - eine Quantifizierung der Auswirkungen unterschiedlichen Verbundverhaltens.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird im Wesentlichen Bezug auf die Aufteilung der Zugkraft auf die Bewehrungsstränge bzw. beanspruchungsabhängige Umlagerungen von Zugkraftanteilen genommen. Der Zusammenhang zwischen angreifender Zugkraft und resultierender Bauteildehnung wird nicht explizit verfolgt.

3.5.1 Versuchskörper und Versuchsaufbau

Konzeption der Versuche

In sechs Versuchsreihen wurden insgesamt 56 Dehnkörper geprüft. Die dabei untersuchten Parameter waren:

- Art der einbetonierten Bewehrung (Durchmesser und Oberflächengestaltung)
- Art der angeklebten Bewehrung (Material, Laschendicke)
- Betonfestigkeitsklasse
- Vorgegebenes Rissbild bzw. Rissentwicklung

In den Versuchsreihen V1 bis V3 wurden Teilerien mit i.A. vier Versuchen mit identischen Randbedingungen durchgeführt. Die Kombination der einzelnen Parameter bei den Versuchen der einzelnen Versuchsreihen kann Tab. 3.7 entnommen werden.

Tabelle 3.7. Zuordnung der Versuchsreihen zu den untersuchten Parametern

Parameter	Beton		einbetonierte Bewehrung ^a				Klebearmierung ^b			Rissbild ^c			
	C20/25	C40/50	gerippt		glatt		CFK	Stahl		ER	RB	AR	
			8	16	6	12		210	1000				2000
Beton	C20/25		3 5	1 4	6	2	1-4	1-4	5 6	2 3 5 6	1	4	
	C40/50		3	1 4		2	1-4	1-4		2 3	1	4	
einbet. Bewehrung	gerippt	8	3 5	3			3	3	5	3 5	3*		
		16	1 4	1 4			1 4	1 4			1	4	
	glatt	6	6						6	6			
		12	2	2			2	2		2	2*		
Klebearmierung	CFK	210	1-4	1-4	3	1 4			2		2 3	1	4
	Stahl	1000	1-4	1-4	3	1 4			2		2 3	1	4
		2000	5 6		5		6				5 6		
Rissbild	Einzelriss (ER)		2 3 5 6	2 3	3 5		6	2	2 3	2 3	5 6		
	Rissbildung (RB)		1	1	3*	1		2*	1	1			
	Abgeschl. Rissbild (AR)		4	4		4				4	4		

^a Betonstahldurchmesser d_s in mm

^b Verhältnis von Dehnsteifigkeit zum verbundwirksamen Umfang $E_s t_t$ in GPa

^c Rissbild: ER - während der relevanten Versuchsphasen Einzelriss- bzw. Initialrisszustand
 RB - sukzessive Rissbildung ausgehend vom Initialrisszustand bis hin zum abgeschlossenen Erstrissbild
 (* Abgeschlossenes Erstrissbild z.T. nicht erreicht)
 AR - Abgeschlossenes Erstrissbild vorgegeben

Alle Dehnkörper waren entsprechend der zentrisch wirkenden Zugkraft symmetrisch bewehrt. In den Versuchsreihen V1 bis V3, V5 und V6 wurde durch ein Anrissblech in Körpermitte ein Einzelriss (Initialriss) vorgegeben. Die Dehnkörper der Reihen V1 waren zudem hinsichtlich der Betonstahl- und Laschenbewehrungsgrade bzw. des Betonquerschnittes so ausgelegt, dass im Laufe der Belastungsgeschichte ein abgeschlossenes Rissbild erreicht wird. Bei den Dehnkörpern der Reihen V2 und V3 war zusätzlich zum Initialriss weitere Rissbildung möglich; das Auftreten eines abgeschlossenen Rissbildes war planmäßig nicht vorgesehen und konnte dem entsprechend bei einigen Versuchen nicht realisiert werden. Bei den Dehnkörpern der Reihen V5 und V6, die speziell für die Untersuchung der Auswirkungen der Verbundunterschiede im Bereich des Endauflagers konzipiert waren, entstanden planmäßig keine weiteren Risse im Verbundbereich der Klebarmierung. Im Unterschied dazu waren die, in Bezug auf die Bewehrungsverhältnisse mit Reihe V1 weitestgehend identischen Prüfkörper der Reihe V4 mit zusätzlich weiteren 4 Anrissblechen ausgestattet, um das Zusammenwirken bei vorliegendem abgeschlossenem Rissbild zu untersuchen. Die Abstände der Anrissbleche (Versuche mit Stahllaschen: 150 mm; Versuche mit CFK-Lamellen: 200 mm) orientierten sich dabei an den in Reihe V1 beobachteten Abständen der Risse bei Höchstlast.

Grundsätzlich ist bei den Dehnkörpern zwischen den Lasteintragsbereichen, an deren Ende die angreifende Zugkraft im Idealfall als gleichmäßig über den Betonquerschnitt verteilte, d.h. konstante Betonzugspannung vorliegt, und dem Bereich der freien Länge mit konstantem Bewehrungsquerschnitt zu unterscheiden. Die konstruktive Ausbildung der Eintragungsbereiche mit Zulagebewehrung und ggf. mechanischen Endverankerungen der Klebarmierung folgt dem jeweiligen Versuchsziel (s.u.). In Abb. 3.12 sind die verschiedenen Dehnkörpertypen schematisiert einschließlich der wesentlichen Abmessungen dargestellt.

Versuchsziele

Mit den einzelnen Dehnkörpertypen bzw. Versuchsreihen werden unterschiedliche Versuchsziele verfolgt:

- Die Dehnkörperversuche der Reihen V1 bis V4 dienen primär der Untersuchung des Zusammenwirkens ausgehend vom Erstrisszustand mit einsetzender und fortschreitender Rissbildung ggf. bis hin zum abgeschlossenen Rissbild bzw. bei bereits vorliegendem abgeschlossenen Rissbild. Die Versuchskörper stellen dabei eine idealisierte Abbildung des Zuggurtes biegebanspruchter Bauteile im Bereich konstanter Momente dar. Dem entsprechend soll durch die Ausbildung der Lasteintrags- bzw. Endverankerungsbereiche die integrale Verträglichkeitsbedingung für annähernd zentrisch beanspruchte Zuggurte (\approx Bereich mit $M = \text{const.}$), d.h. identische mittlere Dehnungen aller Bewehrungsstränge, hier $\epsilon_{sm} = \epsilon_{Lm}$, gewährleistet werden. Die Versuchskonzeption lehnt sich daher an die im Rahmen der experimentellen Untersuchungen bei teilweiser Vorspannung durchgeführten Dehnkörperversuche an (vgl. u.a. Trost u. a. 1980; Faoro 1988; Tue 1993; Rudlof 1998).
- Die in den Reihen V5 und V6 durchgeführten Versuche zielen auf die experimentelle Untersuchung des Zusammenwirkens im Bereich des äussersten Risses biegebanspruchter Bauteile, speziell auf mögliche Zugkraftumlagerungen von der Klebarmierung zur einbetonierten Bewehrung ausgelöst durch lokale Klebeverbundentkopplungen ab. Die näherungsweise Abbildung des Endauflagerbereiches setzt die Einhaltung entsprechender Randbedingungen, hier speziell die Forderung $\epsilon_L = 0$ am freien Ende der Klebarmierung, voraus.

Alle Körper wurden in statischen Kurzzeitversuchen, soweit zur Aufnahme von Rissbildern erforderlich in einzelnen Laststufen, geprüft. Auswirkungen langandauernder oder wiederholter Belastungen sind nicht Gegenstand der vorliegenden Untersuchungen. Die Dehnkörper waren zum Zeitpunkt der Applikation der Klebarmierung ungerissen, die einbetonierte Bewehrung wies dem entsprechend keine Vordehnungen auf.

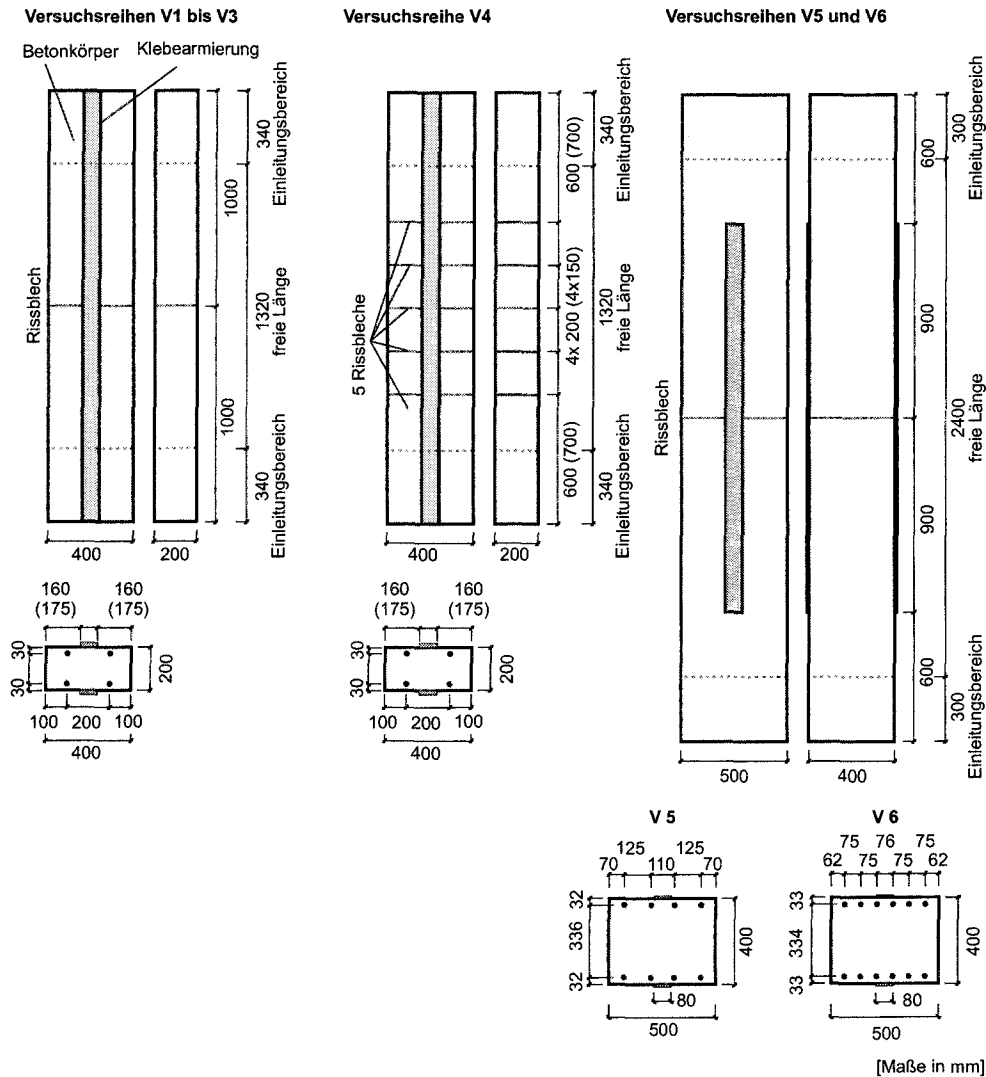


Abbildung 3.12. Betonprismen für Dehnkörperversuche - Konzeption, Abmessungen, durchlaufende Bewehrung

Versuchskörper

Die wesentlichen Abmessungen der Versuchskörper einschließlich der Lage der Anrissbleche und der Längenentwicklung der Lasteinleitungsbereiche können Abb. 3.12 entnommen werden. Abbildung 3.13 zeigt die einbetonierte Bewehrung der Dehnkörper der Versuchsreihen V1 bis V4 sowie den Versuchsaufbau. In Abbildung 3.14 ist neben dem Versuchsaufbau die einbetonierte Bewehrung der Versuche V5 und V6 dargestellt. Die zugehörigen Querschnitte bilden jeweils die Bewehrung auf der freien Länge der Betonprismen zwischen den Krafteinleitungsbereichen ab.

Ausbildung der Lasteinleitungsbereiche

Vor dem Hintergrund der versuchstechnisch begrenzten Länge der Dehnkörper musste durch zusätzliche Maßnahmen eine Übertragung der Zugkraft in das Betonprisma auf kurzen Eintragungslängen gewährleistet werden.

Die Körper der Versuchsreihen V1 bis V4 wurden dementsprechend mit zusätzlichen Betonstahlstäben im Endverankerungsbereich ausgestattet, die mittels aufgepresster Schraubmuffen (System GRIPTEC, vgl. DIBt 1999) und Gewindestäbe kraftschlüssig an eine Ankerplatte gekoppelt waren (Abb. 3.13). Grundsätzlich wurde die durchlaufende Bewehrung analog zu den Zulagestäben mit der Ankerplatte verschraubt. Allerdings

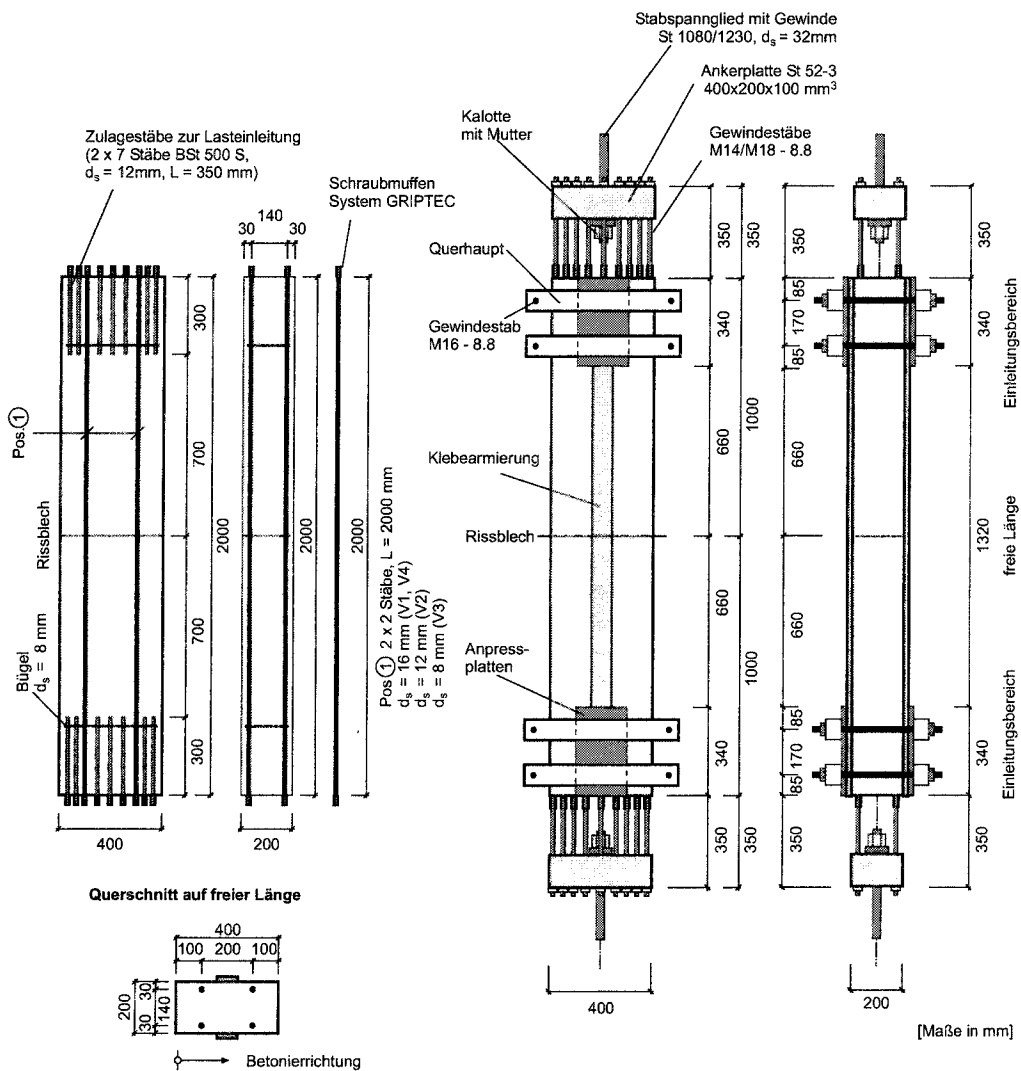


Abbildung 3.13. Dehnkörper der Versuchsreihen V1, V2, V3 und V4 - Bewehrung und Versuchsaufbau (Schraubmuffenanschluss der durchlaufenden Bewehrung exemplarisch, vgl. Abb. 3.15; zusätzliche Rissbleche der Reihe V4 nicht dargestellt)

mussten angesichts der unterschiedlichen Ausprägung der Stäbe verschiedene konstruktive Lösungen verwendet werden; der für die jeweilige Bewehrung gewählte Anschluß ist in Abb. 3.15 a) schematisch dargestellt.

Da die Versuche der Reihen V1 bis V4 konzeptionell den Bereich konstanter Momente biegebeanspruchter Bauteile abbilden sollten, wurde auf die Klebearmierung in den Endbereichen mit Hilfe von Querhäuptern und vorgespannten Gewindestäben ein Anpressdruck von im Mittel 4 MPa aufgebracht, der eine Verankerung der Klebearmierung für die angestrebten Zugkräfte bei gleichzeitig hoher Verbundsteifigkeit gewährleistete (vgl. Pichler 1993; Zilch und Zehetmaier 2003). Erwartungsgemäß wurden in keinem der Versuche signifikante Relativverschiebungen bzw. Verbundentkopplungen im Bereich der angepressten Endverankerungen beobachtet. Eine Ankopplung der Klebearmierung an die Ankerplatte erfolgte nicht.

Für die Betonprismen der Reihen V5 und V6 wurden alle Bewehrungsstäbe einschließlich der Zulage- und Ankerstäbe mit einem Flachstahlprofil verschweißt (Abb. 3.14 bzw. 3.15). Die Ankerstäbe waren mit einer Ankerplatte kraftschlüssig verschraubt. Wegen der Konzeption der Versuche als näherungsweise Simulation des Endverankerungsbereichs wurde planmäßig auf eine Endverankerung der Klebearmierung verzichtet.

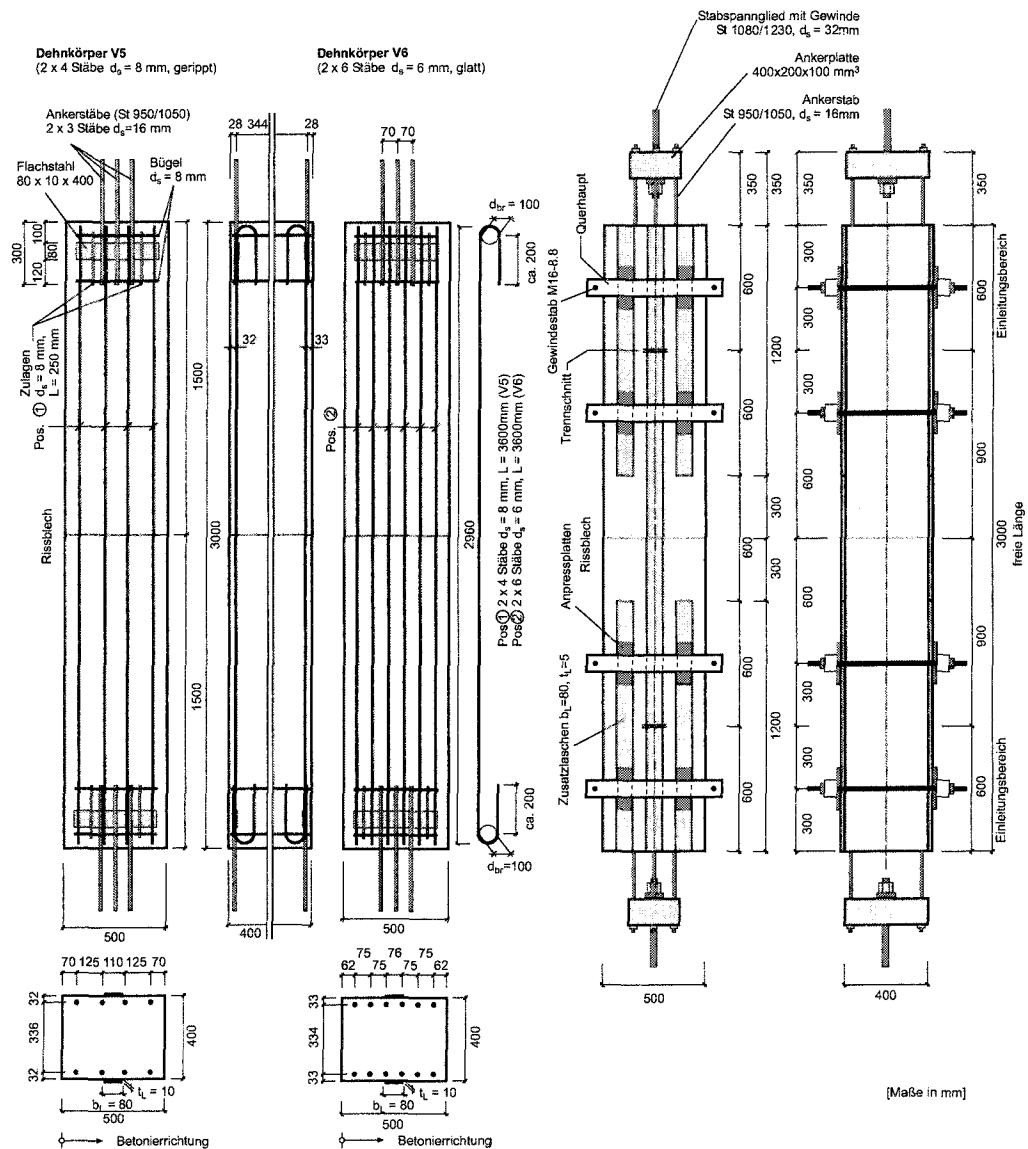


Abbildung 3.14. Dehnkörper der Versuchsreihen V5 und V6 - Bewehrung und Versuchsaufbau

Herstellung der Dehnkörper

Alle Dehnkörper wurden im Laborbetrieb des Instituts für Baustoffe und Konstruktion der Technischen Universität München hergestellt. Die Schalungen waren dabei so konzipiert, dass beide für eine spätere Verklebung mit Stahllaschen bzw. CFK-Lamellen vorgesehenen Oberflächen Schalseiten waren (Abb. 3.15 b). Da die Flächenorientierung während der Betonage einen wesentlichen Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften der oberflächennahen Betonschichten ausübt (vgl. Niedermeier 2001), konnten durch die stehende Betonage ähnliche Oberflächeneigenschaften gewährleistet werden. In Konsequenz liegen allerdings die oberen der durchlaufenden einbetonierten Stäbe in einem Bereich, der aufgrund vermehrter Porenbildung im den Stab umgebenden Beton bzw. vermehrter Anreicherung von Zementleim anstelle von Zuschlagkörnern verminderte Verbundeingenschaften der Betonstahlbewehrung erwarten lässt. Zwar wurde die Oberseite der Körper nach der Betonage abgezogen und mit einem Reibbrett von Hand nachverdichtet, die manuelle Nachverdichtung besitzt allerdings nur eingeschränkte Tiefenwirkung, die nach (Martin und Noakowski 1981) mit etwa 50 mm nicht in die Höhenlage der durchlaufenden Bewehrung reicht. In den Versuchen spiegelten sich die reduzierte Verbundsteifigkeit bzw. -tragfähigkeit der oberliegenden Betonstahlstäbe in größeren Rela-

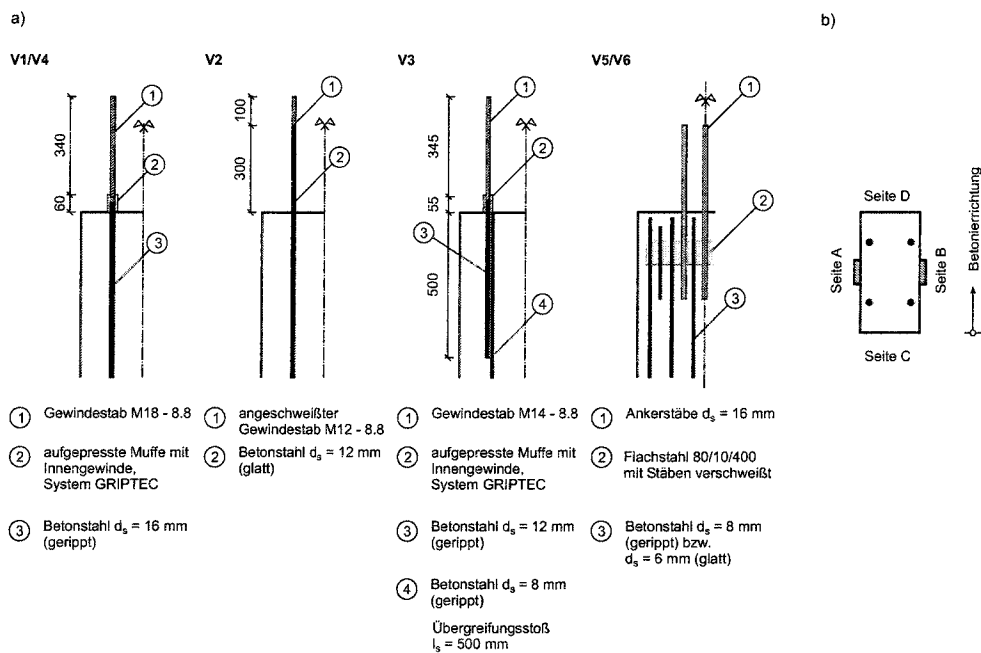


Abbildung 3.15. a) Verankerung der durchlaufenden Bewehrung der Dehnkörper in den einzelnen Versuchsreihen; b) Betonage der Dehnkörper - Orientierung und Bezeichnung der Oberflächen

tivverschiebungen zwischen Beton und Bewehrung im Rissbereich und damit verbunden größeren Rissbreiten auf der Betonierseite deutlich wieder. Hinsichtlich der Verarbeitung der Materialien, insbesondere der Applikation der Klebarmierung, wird auf die Abschnitte 3.3.1 bis 3.3.6 verwiesen.

Versuchsaufbau und -durchführung

Zur Versuchsdurchführung diente ein Prüfrahmen, in den die Dehnkörper mittels der an den Ankerplatten angeschlossenen Stabspannglieder zwischen der Prüffelddecke und einer LUVRA-Hohlkolbenpresse eingespannt waren. Alle Versuche wurden mit Hilfe einer Aggregat-Steuerpult-Kombination (walter & bai NS19) servohydraulisch weggesteuert mit dem Kolbenweg der Presse als Steuersignal durchgeführt.

Versuchsreihen V1 bis V3

Da in den Versuchen der Reihen V1 bis V3 planmäßig zusätzliche Rissbildung zu erwarten war, wurde die Zugkraft in einzelnen Laststufen aufgebracht (Reihen V1 und V2: 50 kN; Reihe V3: 25 kN). Nach Erreichen einer Laststufe wurden neu aufgetretene Risse dokumentiert. Die Versuche wurden nach dem Bruch eines Bewehrungsstabes, der vollständigen Entkopplung der Klebarmierung bzw. dem Erreichen des Fließplateaus von einbetonierter Bewehrung und angeklebten Stahllaschen beendet. Bei allen Versuchen wurde eine je Versuchsreihe bzw. Parameterkombination konstante Kolbenhubgeschwindigkeit zwischen 0,007 mm/s und 0,010 mm/s gewählt. Dies entspricht abhängig von Dehnsteifigkeit bzw. Rissbildungsgrad einer Belastungsgeschwindigkeit zwischen 0,15 kN/s und 0,40 kN/s. Durch die konstante Kolbenhubgeschwindigkeit wurde zumindest für die Versuche einer Parameterkombination im Einzelrisszustand annähernd identische Rissöffnungsgeschwindigkeiten des vorgegebenen Risses erreicht. Die resultierende Versuchsdauer lag - abhängig von der Anzahl der Laststufen - zwischen 45 und 120 Minuten.

Versuchsreihen V4, V5 und V6

In den Versuchen der Reihen V4, V5 und V6 wurde die Zugkraft kontinuierlich mit Kolbenhubgeschwindigkeiten zwischen 0,008 mm/s und 0,010 mm/s aufgebracht. Die

Zugkraftzunahme lag bei den Versuchen zwischen 0,20 kN/s und 0,30 kN/s; die gesamte Dauer des Belastungsvorgangs umfasste zwischen 30 und 45 Minuten.

3.5.2 Messtechnische Ausrüstung

Messgrößen

In allen Dehnkörperversuchen wurden folgende Größen erfasst:

- Zugkraft
- Diskrete Dehnungen der Bewehrungsstränge in vorgegebenen Rissquerschnitten
- Öffnung des vorgegebenen Risses in Körpermitte
- Bauteildehnung auf der freien Länge

Ergänzend wurden bei den Versuchen der Reihen V5 und V6 die Relativverschiebungen zwischen Betonprisma und Klebarmierung am Rissquerschnitt gemessen.

Messwertaufnehmer

Alle mit Hilfe elektrischer Aufnehmer gemessenen Größen wurden während des gesamten Versuchs kontinuierlich mit einer analogen Vielstellenmessanlage des Typs HBM⁵ UPM 100 bzw. mit digitalen Messverstärken des Typs HBM Spider 8, jeweils in Verbindung mit einem PC erfasst und aufgezeichnet. Die Meßfrequenz wurde abhängig von der Anzahl der Messstellen und abgestimmt auf die Versuchsdauer mit 1 bis 2 Hz gewählt. Die am Dehnkörper angreifende Zugkraft wurde zwischen Hohlkolbenpresse und Ankerplatte des Stabspannglieds mit Hilfe einer Kraftmessdose (Typ HBM C6, Kapazität 2000 kN) gemessen und beinhaltet folglich das Eigengewicht des Prüfkörpers.

Weggrößen

Die Öffnung des in Körpermitte vorgegebenen Risses wurde mit sechs induktiven Wegaufnehmern (Typ HBM W2AK, Messbereich 4 mm) in den in Abb. 3.16 dargestellten Messachsen ① bis ⑥ aufgezeichnet. Die Festpunkte der Wegmessung befinden sich jeweils in einem Abstand von 50 mm zu beiden Seiten des Rissblechs (Basislänge 100 mm). Neben der als vernachlässigbar gering erachteten Betondehnung in unmittelbarer Rissnähe enthalten die in den Achsen ① bis ④ gemessenen Größen die parallel zur Dehnkörperachse gemessene Öffnung unmittelbar am Anrissblech auftretender, durch die Klebarmierung initiiert Bruchkeilrisse.

Zusätzlich wurden in den Reihen V5 und V6 die Relativverschiebung zwischen Stahllasche und Betonbauteil in den Achsen ⑨ und ⑩ mit Hilfe zweier auf den Flächen A und B des Dehnkörpers angebrachter Bügelkonstruktionen gemessen. Die Wegaufnehmer (Typ HBM W2AK, Messbereich 4 mm) wurden mit den Aluminiumbügeln, die in einem seitlichen Abstand von jeweils 50 mm zu den Stahllaschen am Betonkörper fixiert waren, verschraubt. Die Spitzen der Induktionskerne ruhten auf mit den Stahllaschen im Rissquerschnitt verklebten Stahlwinkeln (Abb. 3.16).

Die Gesamtdehnung des Betonprismas im Bereich der freien Länge, die im Allgemeinen der mittleren Dehnung der Bewehrungsstränge entspricht, wurde mit Hilfe zweier induktiver Wegaufnehmer (Typ HBM W20AK, Messbereich 40 mm) auf den Schmalseiten C und D der Körper in Körperachse gemessen (Messachsen ⑦ und ⑧). Die Basislänge entsprach dabei der freien Länge des Dehnkörpers ausserhalb der Lasteinleitungsbereiche, im Fall der Versuchsreihen V1 bis V4 1320 mm, bei den Versuchsreihen V5 und V6 jeweils 2000 mm.

⁵ HBM - Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt

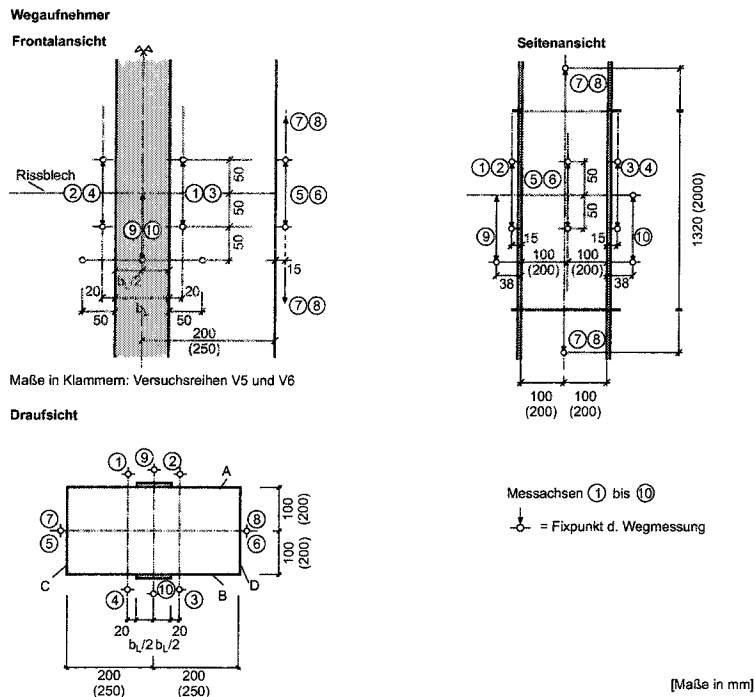


Abbildung 3.16. Anordnung der Wegaufnehmer am vorgegebenen Riss in Bauteilmitt

Diskrete Dehnungen der einbetonierten Bewehrung

Zur Messung diskreter Dehnungen einbetonierter Betonstahlstäbe stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung; dem Großteil der dokumentierten Anwendungen ist allerdings die Aufnahme der Stabdehnungen über eine Änderung des Ohmschen Widerstandes elektrischer Leiter, i.d.R. in Form von Dehnmessstreifen (DMS) gemein. Grundsätzlich sollten wegen unvermeidbarer Biegeeffekte Einzel-DMS im Schwerpunkt des Stabquerschnittes bzw. dazu symmetrisch angeordnete DMS-Paare verwendet werden. In (Fehling 1990) werden drei verschiedene Methoden beschrieben: das Einkleben von DMS in eine, in die Hälfte eines geteilten Stabes gefräste Nut (Schwerpunkt) und anschließendes schubfestes Zusammenfügen der beiden Hälften; das Einkleben von DMS in eine im Bereich einer Längsrippe eingefräste Nut (Schwerpunkt) und das Einkleben von DMS in zwei gegenüberliegende Nuten im Bereich der Längsrippen. Die erste Methode ist mit hohem Herstellungsaufwand verknüpft und insbesondere bei langen Stäben mit geringem Durchmesser nicht mehr praktikabel (vgl. Tue 1993); des Weiteren erweisen sich Einzel-DMS aufgrund der Biegeeffekte als begrenzt zuverlässig.

Ergänzend ist anzumerken, dass u.a. in (Fehling 1990; Tue 1993) DMS in engem Abstand über die Stablänge verklebt wurden (z.B. 40 mm in Tue 1993), um den Verlauf der Dehnungen entlang der Stablänge zu erfassen bzw. unmittelbar aus den gemessenen Dehnungen in Verbindung mit Messwerten der Relativverschiebung an diskreten Querschnitten Verbundgesetze abzuleiten (analoges versuchstechnisches Vorgehen z.B. auch in Dörr und Mehlhorn 1979; Günther 1989; Kurz 1997). Durch die unvermeidbaren Veränderungen der Staboberfläche im verbundwirksamen Bereich wird möglicherweise das Verbundverhalten gestört, eine uneingeschränkte Übertragbarkeit der Ergebnisse auf baupraktische Verhältnisse erscheint fraglich. Vor diesem Hintergrund wurde im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen ein anderer Weg beschritten.

Da zur Untersuchung des Verbundverhaltens der einbetonierten Stäbe separate Verbundversuche durchgeführt wurden, erscheint eine Aufnahme der Betonstahldehnungen ausschließlich im vorgegebenen Rissquerschnitt ausreichend. Jeweils zwei DMS (Versuchsreihen V1 bis V4: Typ HBM 6/120LY41, Messgitterlänge 6 mm; Versuchsreihen V5 und V6:

3.5.3 Ergebnisse

Überblick

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Versuche an Dehnkörpern gerafft dargestellt und die grundlegenden Charakteristika des Verhaltens mit Klebarmierung verstärkter Dehnkörper erläutert. Eine detaillierte Darstellung und Diskussion der Ergebnisse der Versuchsreihen V1 bis V4 ist in (Zilch u. a. 2002) enthalten; die Ergebnisse der Reihen V5 und V6 sind im Detail in Anhang B wiedergegeben. Die Kennzeichnenden Laststufen jedes Versuchs sind in den Tabellen 3.8 und 3.9 zusammengestellt⁷; im Einzelnen bedeuten:

F_{cr}	Auftreten des ersten zusätzlichen Trennrisses;
F_{sy}	Fließbeginn der einbetonierten Bewehrung; Abhängig von lokalen Verhältnissen - Entkopplungsfortschritt der Klebarmierung, Verbundbereich, Verbundverhältnisse entlang der Einleitungslänge, etc. - erreichen i.A. nicht alle Betonstahlstäbe gleichzeitig die Streckgrenzdehnung; der angegebene Wert F_{sy} ist als untere Abgrenzung des Übergangs in Zustand III zu verstehen.
F_{Ly}	Fließbeginn der aufgeklebten Stahllaschen; Analog zu einbetonierter Bewehrung ist der Fließbeginn aufgeklebter Stahllaschen von lokalen Verhältnissen abhängig; in Konsequenz erreichen die beiden Stahllaschen nicht zwingend gleichzeitig die Streckgrenzdehnung; der angegebene Wert entspricht der unteren Abgrenzung des Fließbeginnes.
F_e	Zugkraft bei einsetzender Klebeverbundentkopplung; Der Entkopplungsbeginn ist in Entsprechung zu (Niedermeier 2001) als die Zugkraft definiert, bei der erstmals ein Plateau der Laschendehnungs-Rissöffnungs-Beziehung bzw. bei gemischt bewehrten Bauteilen äquivalent ein Plateau der Laschendehnungs-Zugkraft-Beziehung zu beobachten ist. Sofern Klebeverbundentkopplung im Einzel- bzw. Initialrisszustand eintritt, d.h. im Wesentlichen bei den Versuchen der Reihen V2, V3, V5 und V6, ist der Entkopplungsbeginn anhand der am Anrissblech gemessenen Dehnungen und Rissöffnungen zu identifizieren. Bei Versuchen mit zusätzlicher Rissbildung können erste Entkopplungen an den weiteren Rissen auftreten; eine eindeutige, durch Messwerte gestützte Festlegung ist dann nicht mehr uneingeschränkt möglich und muss durch visuelle Beobachtungen ergänzt werden. Im Allgemeinen tritt eine Entkopplung des Klebeverbundes nicht gleichzeitig an beiden Prüfflächen des Dehnkörpers auf; die in den Tabellen 3.8 und 3.9 angegebenen Größen entsprechen dem kleineren der beiden Werte.
s_{crm}	Mittelwert der Rissabstände nach Abschluss des Versuchs; Sofern im Versuch nur ein einzelner zusätzlicher Riss aufgetreten ist, wird der Abstand zum vorgegebenen Rissquerschnitt mit * gekennzeichnet. Die für die Versuche der Reihe V4 angegebenen Werte entsprechen dem Abstand der Anrissbleche; eine weitere Teilung des vorgegebenen Rissabstandes trat nicht auf.
F_{max}	Größtwert der im Versuch aufgetragenen Zugkraft; Für Versuch V5-02-B1S sowie die Versuche der Reihe V6 entspricht die angegebene Zugkraft der durch Verbundversagen der Klebarmierung bestimmten Querschnittstragfähigkeit (Tab. 3.9) ⁸ .

⁷ Für die Reihen V5 und V6 werden wegen der getrennten Auswertung der Seiten A und B jeweils Teilzugkräfte der Körperhälfte angegeben; bei den übrigen Versuchen beziehen sich die in den Tabellen 3.8 und 3.9 wiedergegebenen Zugkräfte auf den gesamten Dehnkörper.

⁸ Versuch V5-01-B1S musste vor einsetzender Verbundentkopplung nach einem Versagen der Lasteinleitungsstruktur abgebrochen werden.

Tabelle 3.8. Ergebnisse der Versuchsreihen V1 bis V3 an Dehnkörpern mit vorgegebenem Einzelriss

Reihe	Versuch	F_{cr} [kN]	F_{sy} [kN]	F_{Ly} [kN]	F_e [kN]	$s_{cr,m}$ [mm]	F_{max} [kN]
V1	V1-03-B2C	184,5	475	-	430	150	698
	V1-04-B2C	194,9	470	-	450	135	718
	V1-05-B1C	188,1	470	-	400	205	667
	V1-06-B1C	184,5	475	-	350	205	669
	V1-07-B1C	174,8	475	-	296	290	653
	V1-08-B1C	172,9	470	-	200	245	647
	V1-09-B2S	223,1	650	550	700	150	710
	V1-10-B2S	208,2	670	590	670	155	710
	V1-11-B2S	225,7	650	563	680	165	710
	V1-12-B2S	194,0	660	615	730	175	710
	V1-13-B1S	195,8	700	540	725	185	730
	V1-14-B1S	170,9	700	616	670	195	730
	V1-15-B1S	180,5	670	590	650	200	710
V2	V2-01-B2C	-	-	-	126	-	356
	V2-02-B2C	-	-	-	127	-	428
	V2-03-B2C	-	-	-	130	-	348
	V2-04-B2C	195,7	-	-	123	600*	389
	V2-05-B1C	-	-	-	82	-	355
	V2-06-B1C	-	-	-	94	-	327
	V2-07-B1C	-	-	-	108	-	362
	V2-08-B1C	-	-	-	108	-	387
	V2-09-B2S	162,0	-	-	250	570	480
	V2-10-B2S	193,7	-	-	230	430	480
	V2-11-B2C	207,3	-	-	122	570*	276
	V2-12-B2S	173,9	-	-	210	580	416
	V2-13-B1S	172,9	-	-	180	540	442
	V2-14-B1S	193,9	-	-	163	450*	473
	V2-15-B1S	170,7	-	-	200	535	457
V2-16-B1S	192,7	-	-	200	480	420	
V3	V3-01-B2C	174,6	165	-	161	580	262
	V3-02-B2C	144,3	150	-	137	580	247
	V3-03-B2C	160,1	148	-	150	310	276
	V3-04-B2C	145,0	145	-	150	660*	192
	V3-05-B1C	165,5	160	-	110	415	308
	V3-06-B1C	147,3	155	-	115	390*	221
	V3-07-B1C	140,3	145	-	124	520	234
	V3-08-B1C	142,1	150	-	140	465	290
	V3-09-B2S	186,2	310	379	210	325	401
	V3-10-B2S	132,3	350	366	250	295	409
	V3-11-B2S	159,1	275	359	268	280	410
	V3-12-B2S	136,5	300	366	210	470	407
	V3-13-B1S	199,1	320	397	203	340	412
	V3-15-B1S	170,1	350	411	245	500	423
	V3-16-B1S	173,6	310	396	300	490	402

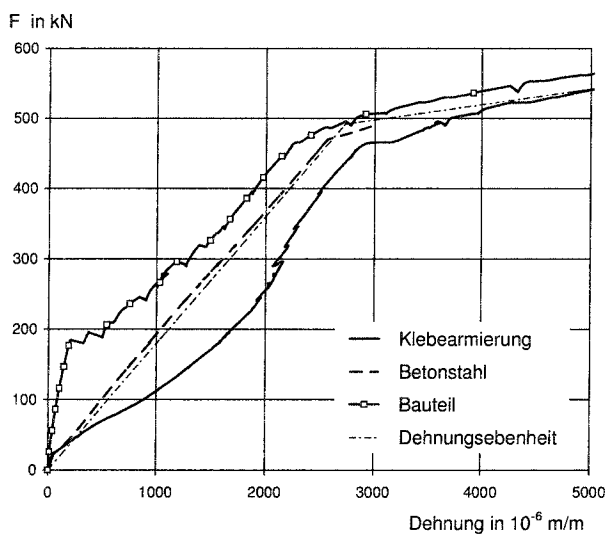
Tabelle 3.9. Ergebnisse der der Versuchsreihe V4 an Dehnkörpern mit vorgegebenem abgeschlossenem Rissbild sowie der Versuchsreihen V5 und V6 mit vorgegebenem Einzelriss

Reihe	Versuch	F_{cr} [kN]	F_{sy} [kN]	F_{Ly} [kN]	F_e [kN]	$s_{cr,m}$ [mm]	F_{max} [kN]
V4	V4-01-B2C	252	486	-	420	200	681
	V4-02-B2C	245	501	-	350	200	663
	V4-03-B1C	187	487	-	400	200	606
	V4-04-B1C	221	464	-	450	200	639
	V4-05-B2S	286	680	621	-	150	725
	V4-06-B2S	278	-	-	-	150	587
	V4-07-B1S	287	665	636	-	150	680
	V4-08-B1S	237	686	627	-	150	695
V5	V5-01-B1S - A	-	-	-	-	-	146
	V5-01-B1S - B	-	-	-	-	-	146
	V5-02-B1S - A	-	-	-	-	-	215
	V5-02-B1S - B	-	-	-	170	-	215
V6	V6-01-B1S - A	-	-	-	-	-	157
	V6-01-B1S - B	-	-	-	152	-	157
	V6-02-B1S - A	-	-	-	132	-	155
	V6-02-B1S - B	-	-	-	145	-	155

Bauteilverhalten

Allgemeines

In Abbildung 3.18 sind exemplarisch die experimentell ermittelten Zusammenhänge zwischen angreifender Zugkraft und den diskreten Dehnungen der Bewehrungsstränge im vorgegebenen Rissquerschnitt bzw. der Bauteildehnung im Bereich der freien Länge dem rechnerischen F - ϵ -Zusammenhang bei Annahme einer ebenen Dehnungsverteilung gegenübergestellt⁹.

**Abbildung 3.18.**

Versuch V1-03-B2C: gemessene diskrete Dehnungen der Bewehrungsstränge im vorgegebenen Rissquerschnitt und Messwert der mittleren Bauteildehnung entlang der freien Länge des Dehnkörpers im Vergleich mit dem Rechenwert der Dehnungen im Rissquerschnitt bei Annahme einer ebenen Dehnungsverteilung

⁹ Sofern im Rahmen der Versuchsauswertung bzw. Ergebnisdarstellung auf den Rechenwert der Dehnungen unter Voraussetzung einer ebenen Dehnungsverteilung Bezug genommen wird, wird mit Blick auf die Bemessungspraxis nach derzeit geltenden Regelungen von *angenommenen* oder *rechnerischen* Dehnungen gesprochen.

Abbildung. 3.18 repräsentiert das Verhalten eines Dehnkörpers der Reihe V1, bei dem im Lauf der Belastungsgeschichte zusätzliche Risse auftreten.

Anhand Abb. 3.18 sind folgende Gesetzmäßigkeiten zu identifizieren:

- Bei $F_{cr} = 184,5$ kN tritt der erste zusätzliche Trennriß auf - in diesem Fall in einem Abstand von ≈ 450 mm zum vorgegebenen Riß. Anhand der Entwicklung der Bauteil-Dehnung wird deutlich, dass durch die einsetzende Primär- und Sekundärrißbildung die Steifigkeit des Dehnkörpers deutlich abnimmt. Bei $F \approx 350$ kN wird das abgeschlossene Erstrissbild erreicht; bei weiterer Laststeigerung treten Rißverzweigungen bzw. Sekundärrisse, die z.T. nicht mehr den gesamten Querschnitt durchtrennen, auf.
- Die Dehnungen der einbetonierten und insbesondere der aufgeklebten Bewehrung weichen z.T. deutlich vom Rechenwert ab. Mit einsetzender und fortschreitender Rißbildung nähern sich die Dehnungen dem Zustand bei ebener Dehnungsverteilung an. Die relativen Abweichungen der Dehnungen der Bewehrungsstränge vom Rechenwert verhalten sich zueinander wie die Dehnsteifigkeiten. Die in Reihe V1 geprüfte Kombination von CFK-Lamellen mit geripptem Betonstahl weist ein Verhältnis $E_L A_L / E_s A_s = 0,134$ auf; dem entsprechend ist die Systemsensitivität gegenüber Verbundunterschieden hinsichtlich der Dehnungen des Klebarmierungsstranges signifikant (vgl. Abb. 2.6).
- Erste lokale Klebeverbundentkopplungen treten bei dem betrachteten Versuch erst unmittelbar vor Fließbeginn der einbetonierten Bewehrung bei $F_e = 430$ kN ausgehend vom vorgegebenen Rißquerschnitt auf. Mit dem Überschreiten der Streckgrenzdehnung der einbetonierten Bewehrung zeigen sich sukzessive ausweitende Bereiche entkoppelten Klebeverbundes. Bei $F = 530$ kN ist die aufgeklebte CFK-Lamelle mit Ausnahme kleiner Bereiche unmittelbar im Anschluß an die mechanischen Endverankerungen vollständig vom Beton gelöst und wirkt nur mehr als Zugband. In diesem Beanspruchungsbereich entspricht die gemessene Dehnung naturgemäß dem Rechenwert und liegt wegen der nicht entkoppelten Bereiche an den Endverankerungen geringfügig über der auf die freie Länge bezogenen mittleren Dehnung.

Rissbildung

Wie für den in Abb. 3.18 wiedergegebenen Versuch erläutert, war in den Versuchen der Reihe V1 nach Erreichen von F_{cr} eine über den gesamten weiteren Beanspruchungsbereich anhaltende sukzessive Bildung von Trennrissen bzw. die Ausbildung von Verzweigungsrisse zu beobachten. Ausschließlich bei den Versuchen der Reihen V1 und V4 traten vereinzelt an der Körperoberfläche parallel zu den Betonstahlstäben Sprengrisse auf, die durch Verbundwirkung der einbetonierten Bewehrung induziert wurden (Abb. 3.19 a).

In einigen Versuchen der Reihen V2 und V3 - v.a. bei Kombination mit aufgeklebten CFK-Lamellen - traten im relevanten Beanspruchungsbereich bis zum Fließbeginn des Betonstahls bzw. bis zur großflächigen Verbundentkopplung keine zusätzlichen Risse in Erscheinung (vgl. Tab. 3.8 bzw. Abb. 3.19 b). In Abb. 3.19 sind exemplarisch für drei Dehnkörper die nach Abschluss des Versuchs aufgenommenen Rissbilder wiedergegeben. Die an den Messachsen ① bis ④ in unmittelbarer Nähe zur aufgeklebten Bewehrung gemessene Öffnung des vorgegebenen Rißquerschnittes ist tendenziell kleiner als die an den Schmalseiten der Dehnkörper in den Messachsen ⑤ und ⑥ gemessene Rißöffnung und weist auf die Verwölbung des Rißquerschnittes infolge der Verbundkräfte hin. Die Unterschiede zwischen den Messachsen ① bis ④ und ⑤ bzw. ⑥ sind bei Stahlflaschen deutlicher ausgeprägt als bei CFK-Lamellen.

Unmittelbar am vorgegebenen Rißquerschnitt bzw. bei intaktem Klebeverbund auch an zusätzlich entstandenen Rissen traten mit zunehmender Belastung Bruchkeilrisse bzw. ausgeprägte Bruchkeile auf, die durch die Einleitung von Verbundspannungen der Klebarmierung hervorgerufen wurden. Eine signifikante Öffnung des Risses ging i.A. einher mit der einsetzenden Entkopplung der Klebarmierung. In Abb. 3.20 ist für den Versuch V2-03-B2C der Bruchkeilriß am Anrißblech nach Entkopplungsbeginn und bei

a)

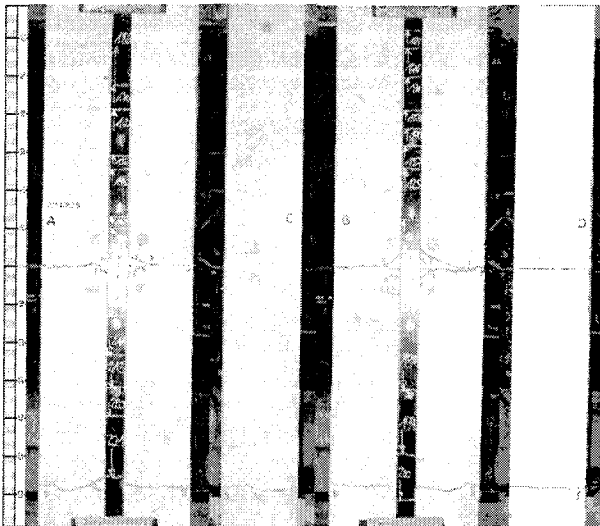


Abbildung 3.19. Nach Abschluss des Versuchs dokumentierte Rissbilder:

a) Versuch V1-08-B1C

Laststufen 1 bis 13 zu 50 kN, erster zusätzlicher Riss bei $F_{cr} = 172,9$ kN (Laststufe 4); z.T. Sprengrisse entlang der einbetonierten Bewehrung erkennbar; lokale Verbundentkopplung am vorgegebenen Rissquerschnitt bei $F_e = 200$ kN;

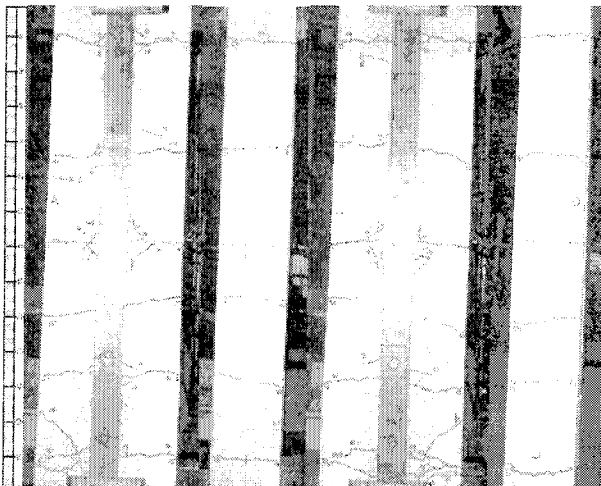
b)



b) Versuch V2-11-B2C

Laststufen 1 bis 6 zu 50 kN, erster zusätzlicher Riss bei $F_{cr} = 207,3$ kN (Laststufe 5); Entkopplungsbeginn der CFK-Lamellen bei $F_e = 122$ kN; bei Rissbildung bereits weitgehende Lösung des Klebeverbundes (vgl. die Markierung der entkoppelten Bereiche auf den Lamellen mit Angabe der zugehörigen Zugkraft)

c)



c) Versuch V3-10-B2S

Laststufen 1 bis 16 zu 25 kN, erster zusätzlicher Riss bei $F_{cr} = 132,3$ kN (Laststufe 6); Beginn der Klebeverbundentkopplung am vorgegebenen Rissquerschnitt bei $F_e = 250$ kN

weit fortgeschrittener Verbundentkopplung dargestellt. Für Zugkräfte unterhalb des Entkopplungsbeginnes waren lediglich feine Risse ausgehend von der CFK-Lamellen zu beobachten (Kennzeichnung in Abb. 3.20 durch die Laststufennummer 2). Die einsetzende Verbundentkopplung, die vom Ende des Bruchkeilrisses ausging (Abb. 3.20 b) war gleichbedeutend mit der vollständigen Ausbildung der Bruchkeile (Laststufe 3). Erst bei hohen Dehnungen löste sich die CFK-Lamelle im Bereich des Bruchkeils ebenfalls vom Beton. Die Bruchkeilrisse waren i.A. in einem Winkel von 30° bis 45° gegen die Oberfläche des Betonkörpers (Abb. 3.20 c) sowie gegen den Riss geneigt und erstreckten sich beidseits des vorgegebenen Risses bei CFK-Lamellen über 25 - 35 mm, bei Stahllaschen über 40 - 60 mm. Die Bewehrungsstränge der Dehnkörper waren in den Reihen V1 bis V4 derart angeordnet, dass unmittelbare Wechselwirkungen zwischen angeklebter und einbetonierter Bewehrung durch die Bildung von Bruchkeilen vermieden wurden; in keinem Fall kreuzte die einbetonierte Bewehrung den Bruchkeilriss.

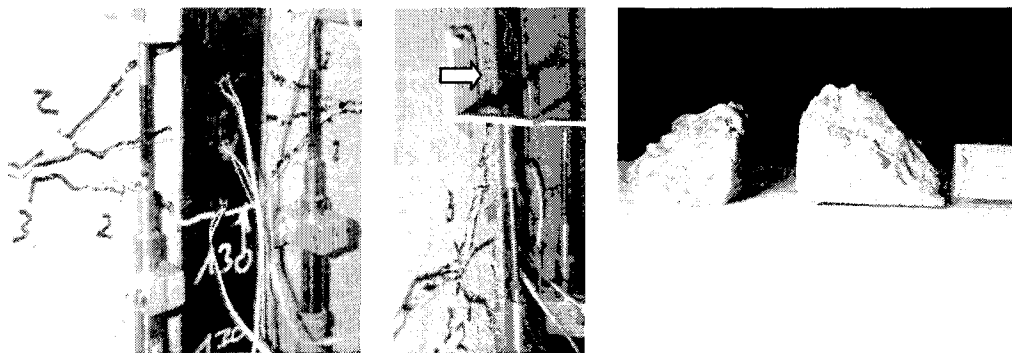


Abbildung 3.20. Bruchkeile am vorgegebenen Rissquerschnitt (Versuch V2-03-B2C)
 a) Risse nach einsetzender Verbundentkopplung ($F_e = 130$ kN, Aufnahme bei $F = 150$ kN)
 b) Fortschreitende Ablösung der CFK-Lamelle (Pfeil) ausgehend vom Bruchkeilriss
 c) Nach Abschluss des Versuchs entnommene Bruchkeile (Blick von der Seite, Lage des vorgegebenen Rissquerschnittes in Bildmitte)

Klebeverbundentkopplung

Sofern eine Entkopplung des Klebeverbundes eintrat, war in allen Versuchen mit Ausnahme der vier Versuche der Teilsreihe V1-B2S¹⁰ erwartungsgemäß ein Verbundriss in der oberflächennahen Betonschicht wenige Millimeter unterhalb der Grenzfläche Beton-Epoxidharzklebstoff zu beobachten (Abbildungen 3.21 und 3.22). Bei allen Versuchen war zudem eine in Richtung der mechanischen Verankerungen bzw. der unbelasteten Enden des Verbundbereichs (Reihen V5 und V6) fortschreitende Verbundentkopplung - visuell durch den sich fortpflanzenden Riss im oberflächennahen Beton erkennbar - zu identifizieren.

In Abb. 3.21 ist exemplarisch die Verbundfläche einer Stahllasche aus Versuch V5-02-B1S nach dem vollständigen Verbundversagen wiedergegeben. Die Bruchfläche verläuft bei Beton der Festigkeitsklasse C20/25 im Wesentlichen um die Zuschlagkörner; bei Festigkeitsklasse C40/50 wurden vermehrt durchtrennte Zuschlagkörner festgestellt. Nach visuellem Eindruck wiesen die Bruchflächen für C20/25 gegenüber C40/50 eine größere Rauheit auf, die unter anderem auch aus dem bei geringerer Matrixfestigkeit deutlich stärker freigelegten Zuschlagkorn nach der Vorbehandlung durch Sandstrahlen herrührt. Bei fortschreitender Klebeverbundentkopplung im Einzelrisszustand konnten für Versuchskörper

¹⁰ Bei Teilsreihe V1-B2S trat ein Adhäsionsversagen zwischen Stahllaschen und Klebstoffschicht auf, das auf unzureichende Vorbereitung der zu verklebenden Flächen der Stahllaschen zurückzuführen war. Allerdings konnten Entkopplungen erst nach Überschreiten der Streckgrenze des einbetonierten Betonstahls, damit ausserhalb des relevanten Beanspruchungsbereiches beobachtet werden.

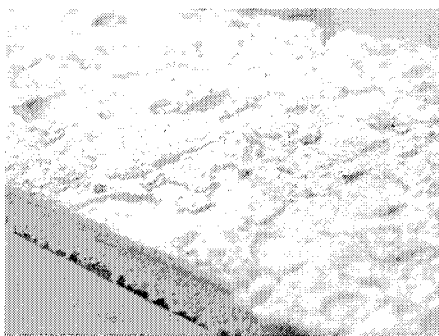


Abbildung 3.21. Versuch V5-02-B1S, Seite A-unten - Verbundfläche der Stahllasche nach dem Verbundbruch

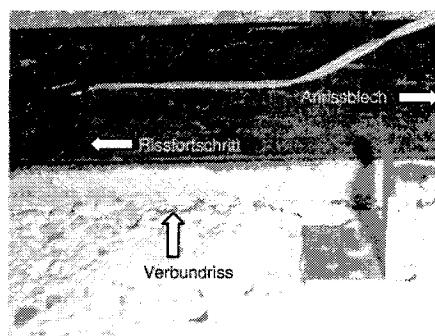


Abbildung 3.22. Fortschreitende Verbundentkopplung, Verbundriss im oberflächennahen Beton (Versuch V6-02-B1S, Seite B-oben)

der Betonfestigkeitsklasse C40/50 annähernd konstante bzw. nur geringfügig ansteigende Dehnungen der Klebarmierung festgestellt werden, während bei der Festigkeitsklasse C20/25 z.T. ein deutlicher Dehnungsanstieg auftrat, der auf eine signifikant erhöhte Risserverzahnung bzw. Reibung im entkoppelten Bereich hinweist (vgl. Abb. C.2).

Zugkraftaufteilung

Ermittlung der Teilzugkräfte

Die Teilzugkräfte der Bewehrungsstränge werden aus den gemessenen Dehnungen im vorgegebenen Riss unter Verwendung der in den Materialuntersuchungen festgestellten Kennwerte der Werkstoffe sowie unter Berücksichtigung der Querschnittsschwächungen der Betonstahlbewehrung durch die Applikation der DMS im Rissquerschnitt ermittelt. Dabei wird generell das Gleichgewicht zwischen der an der Hohlkolbenpresse gemessenen Gesamtzugkraft und den Teilzugkräften im Riss bei Anrechnung des halben Bauteileigengewichts gewahrt. Sofern die gemessenen Betonstahldehnungen keine zuverlässige Aussage hinsichtlich der Zugkraft der einbetonierten Bewehrung zulassen, werden die Zugkraftanteile allein aus den Lamellen- bzw. Laschendehnungen rückgerechnet.

Darstellung

Verbundbedingte Abweichungen von der nach Dehnungsebenheit unterstellten Zugkraftaufteilung sind anschaulich und näherungsweise unabhängig von den Bewehrungsgraden bzw. Dehnsteifigkeitsverhältnissen als Quotient der Rissdehnungen $\delta_L = \epsilon_{Lr} / \epsilon_{sr}$ darzustellen (vgl. Abschnitt 2.3.1). Der Dehnungsebenheit entspricht der beanspruchungsunabhängig konstante Wert $\delta_L = 1$.

Aufgrund der unterschiedlichen Bewehrungsgrade der Dehnkörper können Vergleiche zwischen Versuchsserien nicht auf Basis des Verhältnisses zwischen δ_L und der angreifenden Zugkraft gezogen werden, da bei unterschiedlichen Dehnsteifigkeitsverhältnissen identische Zugkräfte gegebenenfalls völlig unterschiedlichen Beanspruchungsstadien zugeordnet sind. Im Sinne einer verbundorientierten Betrachtungsweise ist lediglich ein Vergleich auf der Grundlage eines Maßstabes der Verbundbeanspruchung sinnvoll. Grundsätzlich ist dieser Vergleich auf Basis der Relativverschiebungen möglich (vgl. Rehm 1961). In (Trost u. a. 1980) wurde zu diesem Zweck eine definierte Relativverschiebung zwischen den Bewehrungssträngen und dem umgebenden Beton von 0,1 mm herangezogen. Da für die hier untersuchte Problematik weniger eine punktuelle Betrachtung bei definierten Beanspruchungszuständen, sondern aufgrund des spröden Verbundverhaltens der Klebarmierung vielmehr die Entwicklung der Zugkraftaufteilung über den gesamten Beanspruchungsbereich von Interesse ist, wird δ_L auf den Mittelwerte der in den Achsen ① bis ④ gemessenen Öffnung des vorgegebenen Risses in Dehnkörpermitte bezogen.

Die Wiedergabe der Dehnungsverhältnisse ist auf den relevanten Beanspruchungsbereich bis zum Fließbeginn eines Bewehrungsstranges bzw. bei den Versuchsreihen V5 und V6 bis zum Verbundversagen der Klebarmierung beschränkt.

Ergebnisse

In Abb. 3.24 sind getrennt nach Versuchsreihen die beanspruchungsabhängigen Dehnungsverhältnisse als Mittelwerte von Teilerien mit identischen Versuchsparametern wiedergegeben. Die F_{cr} zugeordnete Rissöffnung bei Bildung des ersten zusätzlichen Risses ist gekennzeichnet. Die Verhältniswerte δ_L der einzelnen Versuche im relevanten Beanspruchungsbereich werden in Zusammenhang mit einem Vergleich zu Rechenwerten in Anhang C.2 dargestellt.

Aus Abb. 3.24 wird deutlich, dass die Aufteilung der Zugkräfte auf die Bewehrungsstränge beanspruchungsabhängig veränderlich ist. Der Anstieg der Verhältniswerte mit zunehmender Rissöffnung bzw. Zugkraft bis zu einem teilweise ausgeprägten Maximum spiegelt die zunächst gegenüber der einbetonierten Bewehrung deutlich größere Verbundsteifigkeit der Klebarmierung wieder. Naturgemäß werden bei glatter Betonstahlbewehrung aufgrund der geringen Verbundwirkung signifikant höhere Werte des Dehnungsverhältnisses erreicht. Der Bereich anwachsender Werte δ_L ist dabei mehr oder minder ausgeprägt; bei geripptem Betonstahl tritt das Maximum mit geringerem Betonstahldurchmesser eher auf, bei glattem Betonstahl ist das Maximum zu größeren Rissöffnungen hin verschoben. Mit weiter ansteigender Rissöffnung bzw. Zugkraft fallen alle Verläufe verbunden mit einem Krümmungswechsel deutlich ab. Der Endpunkt der Kurven wird bei den Versuchsreihen V5 und V6 durch das Verbundversagen der Klebarmierung markiert (Abb. 3.24 e und f).

Generell sind bei den Versuchen mit geripptem Betonstahl für CFK-Lamellen gegenüber Stahllaschen deutlich größere Verhältniswerte festzustellen. Während für die erstgenannte Kombination $\delta_L > 1$ in nahezu dem gesamten Beanspruchungsbereich gilt, damit auf Grundlage der Dehnungsebenheit für Klebarmierung zu geringe Zugkräfte ermittelt werden, bleiben die Verhältniswerte bei Stahllaschen i.A. deutlich unter den Rechenwerten nach Dehnungsebenheit. Bei glattem Betonstahl liegen die experimentell ermittelten Zugkräfte der Klebarmierung in allen geprüften Kombinationen über den Rechenwerten (Abb. 3.24 c und f).

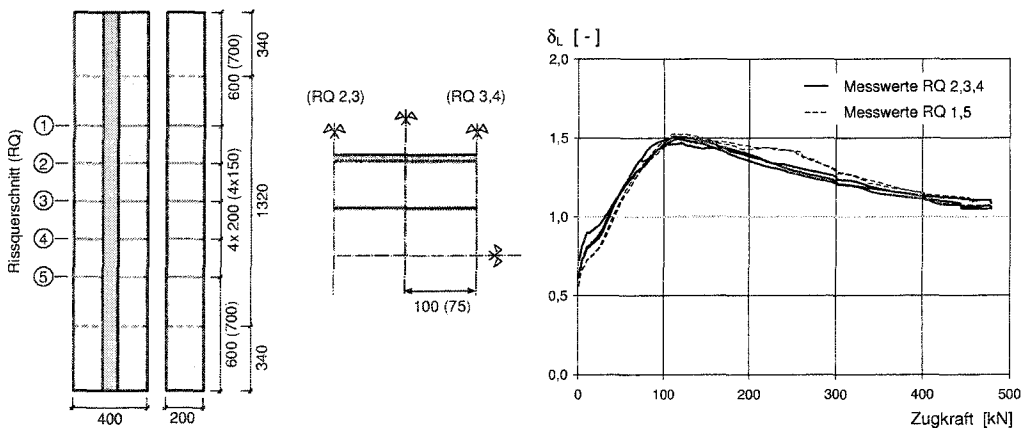


Abbildung 3.23. Versuchsreihe V4 - Dehnungsverhältnisse der einzelnen Rissquerschnitte und daraus abgeleitete Symmetriebedingungen für den Bereich zwischen RQ 2 und RQ 4

Den in Abb. 3.24 b) dargestellten Mittelwerten der δ_L - w_r -Beziehungen für Versuchsreihe V4 liegen die bei jeweils zwei Versuchskörpern an den Rissquerschnitten ② bis ④ (vgl. Abb. 3.23) gemessenen Dehnungen zugrunde. Generell sind die Differenzen zwischen den Messwerten der Querschnitte ② bis ④ gering (vgl. auch Zilch u. a. 2002) und erlauben die Annahme identischen Verhaltens in den einzelnen Querschnitten. Gleichzeitig wird durch die Versuchsergebnisse die Voraussetzung symmetrischer Verhältnisse bei zentrisch beanspruchten Körpern bestätigt. Die Messwerte der Rissquerschnitte ① und ⑤

weichen aufgrund der einseitig größeren verfügbaren Verbundlänge - damit veränderten Randbedingungen - von den Werten der übrigen Rissquerschnitte ab; der Verhältniswert $\delta_L^{RQ 1.5}$ liegt im relevanten Beanspruchungsbereich tendenziell über dem Wert der weiteren Rissquerschnitte.

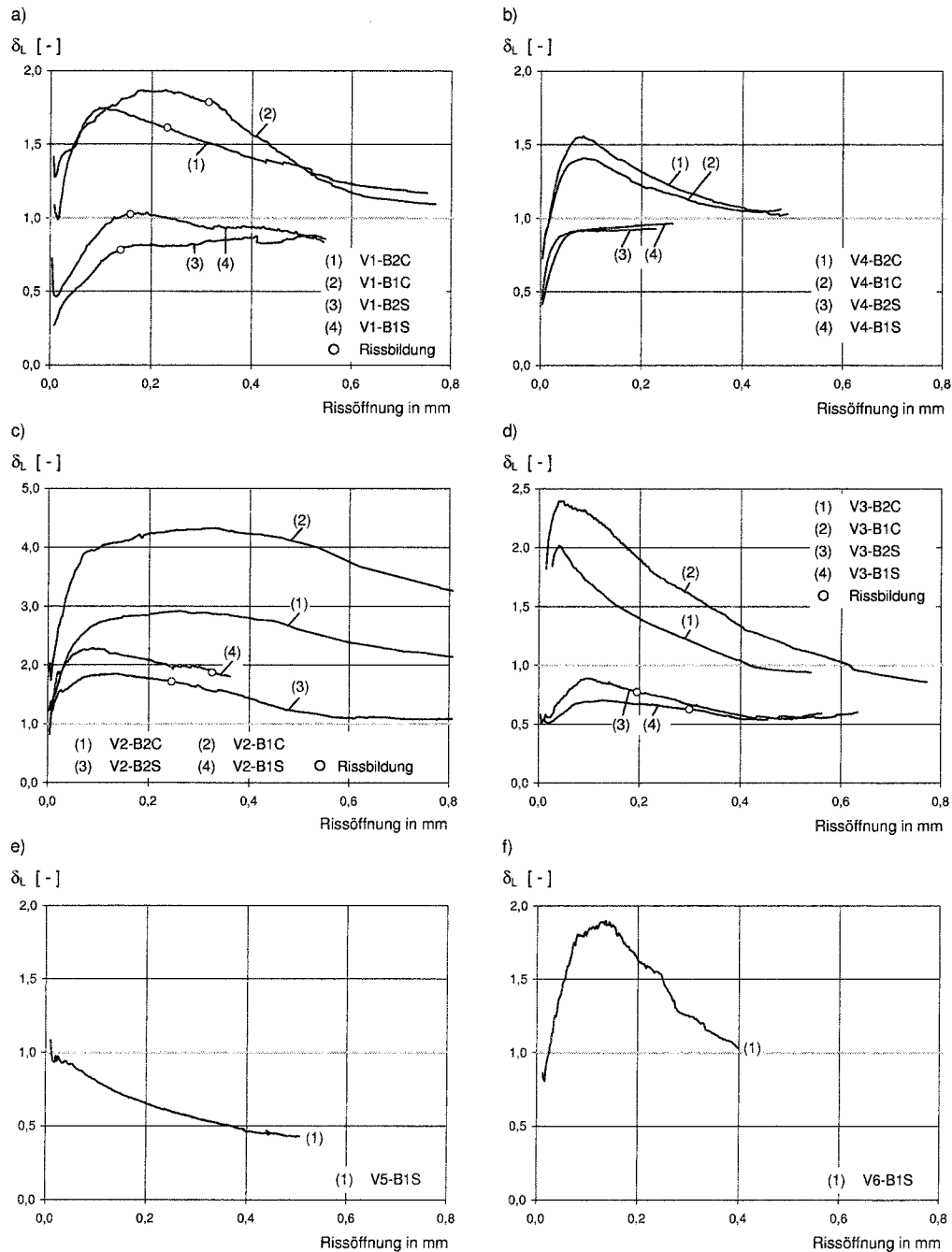


Abbildung 3.24. Ergebnisse der Dehnkörperversuche - Mittelwerte des Dehnungsverhältnisses δ_L in Abhängigkeit der Öffnung des vorgegebenen Risses in Körpermitte

- a) Versuchssreihe V1 (4 Teilserien)
- b) Versuchssreihe V4 (4 Teilserien)
- c) Versuchssreihe V2 (4 Teilserien)
- d) Versuchssreihe V3 (4 Teilserien)
- e) Versuchssreihe V5 (1 Teilserie)
- f) Versuchssreihe V6 (1 Teilserie)

Ergänzungen - Versuchsreihen V5 und V6

Da die Dehnkörper der Versuchsreihen V5 und V6 während des gesamten Versuchs neben dem vorgegebenen Riss in Körpermitte keine zusätzlichen Trennrisse aufweisen, wird das Zusammenwirken der Bewehrungsstränge - im Unterschied zu den Versuchen der Reihen V1 bis V4 mit zusätzlicher Trennrissbildung - allein aus den messtechnisch erfassten Dehnungen und Relativverschiebungen am Einzerriss gesteuert. Eine getrennte Betrachtung der beiden Seiten ist daher grundsätzlich möglich und wird im Rahmen des vorliegenden Berichts verfolgt.

Abbildung 3.25 zeigt die gemessenen Dehnungen der aufgeklebten Stahllaschen in Abhängigkeit der Relativverschiebung zwischen Lasche und Beton im Rissquerschnitt. Grundsätzlich können ϵ_L - s_L -Beziehungen als integrale Darstellung des Verbundgesetzes verstanden werden; dementsprechend wurden in (Niedermeier 2001) anhand experimentell ermittelter ϵ_L - s_L -Beziehungen allgemeingültige Verbundansätze für Klebarmierung aus Stahllaschen bzw. CFK-Gelegen abgeleitet.

Anhand Abb. 3.25 wird deutlich, dass aufgrund der für alle Versuche annähernd identischen Randbedingungen hinsichtlich Betonzusammensetzung, mechanischer Eigenschaften von Beton (i.W. Druck- und Oberflächenzugfestigkeit), Klebstoff und Lasche sowie Oberflächenvorbereitung und Verarbeitung (Klebschichtdicke) für alle Versuche weitgehend ähnliches Verbundverhalten der Klebarmierung vorauszusetzen ist¹¹. In Konsequenz sind die Unterschiede in der Zugkraftaufteilung zwischen den Versuchen im Wesentlichen auf das Verbundverhalten der einbetonierten Bewehrung zurückzuführen.

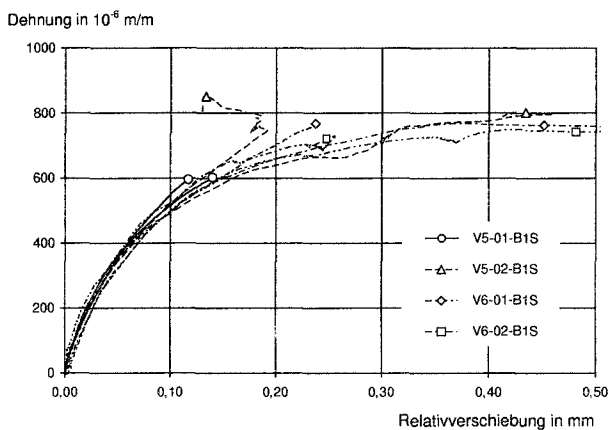


Abbildung 3.25. Dehnungen der Stahllaschen im Rissquerschnitt in Abhängigkeit der Relativverschiebung zwischen Lasche und Betonbauteil

3.5.4 Einflussparameter - Qualitative Auswertung der Ergebnisse

Zur qualitativen Identifizierung von Einflussparametern auf das Zusammenwirken einbetonierter und angeklebter Bewehrung werden Versuchsergebnisse in Form der δ_L -Rissöffnungs-Beziehung gegenübergestellt. Eine quantitative Auswertung ist angesichts der unterschiedlichen Randbedingungen und insbesondere der unterschiedlichen Rissbildungsphasen und Rissabstände ohne ergänzende Informationen auf Grundlage einer mechanischen Modellierung nicht sinnvoll.

¹¹ Im Allgemeinen tritt eine fortschreitende Entkopplung des Klebeverbundes nicht gleichzeitig auf beiden Prüfflächen des Dehnkörpers ein. Als Konsequenz der einseitig größeren freien Dehnlänge bzw. der geringeren Verbundsteifigkeit tritt eine Schiefstellung des Versuchskörpers, begleitet von einer zunehmenden Rissöffnung auf der Seite mit fortschreitender Verbundentkopplung auf. Da die Wegaufnehmer zur Messung von Relativverschiebung und Rissöffnung gegenüber der Laschenachse um 10 - 30 mm nach aussen versetzt sind (Abb. 3.16), drückt sich die Schiefstellung des Körpers in einer Reduktion des Messwertes von Rissöffnung bzw. Relativverschiebung aus. Dieser Effekt ist in Abb. 3.25 deutlich erkennbar.

Durchmesser und Oberflächengestaltung der einbetonierten Bewehrung

In Abb. 3.26 werden Versuchsergebnisse der Reihen V1 und V3 mit unterschiedlichem Durchmesser der gerippten Betonstahlbewehrung bei ansonsten identischen Parametern gegenübergestellt. Eine Verringerung des Durchmessers bewirkt tendenziell eine erhöhte Mitwirkung der einbetonierten Bewehrung, damit eine Verminderung des Verhältniswertes δ_L . In den Bereichen geringer Rissöffnung bis $w_r \approx 0,2$ mm ist ein z.T. gegenläufiges Verhalten festzustellen. Eine analoge Auswertung für glatten Betonstahl ist anhand der Versuchsergebnisse nicht möglich.

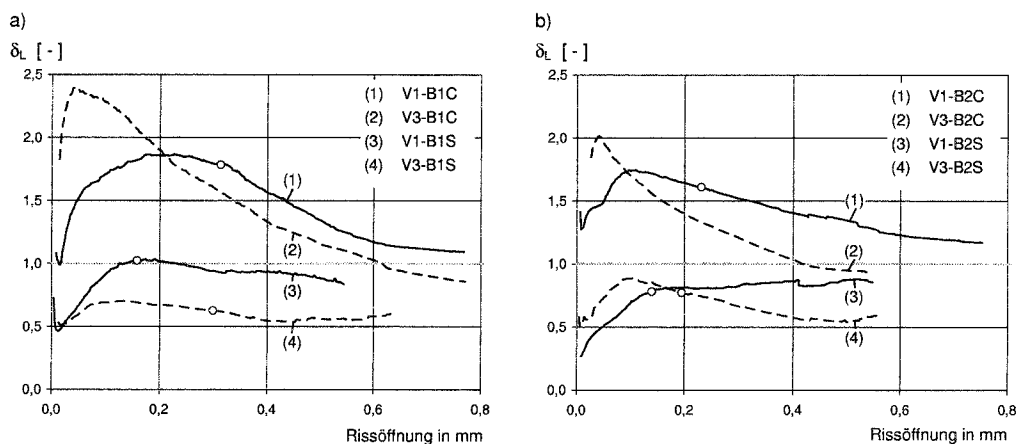


Abbildung 3.26. Einfluss des Durchmessers der einbetonierten gerippten Bewehrung auf die Zugkraftaufteilung - Vergleich zwischen den Versuchsreihen V1 ($d_s = 16$ mm) und V3 ($d_s = 8$ mm); a) Betonfestigkeitsklasse C20/25; b) Betonfestigkeitsklasse C40/50

Die Oberflächengestaltung des Betonstahls hat nach Abb. 3.24 einen dominierenden Einfluss auf Größe und Verlauf von δ_L . So zeigt u.a. der Vergleich zwischen den Reihen V5 und V6 bei identischen Randbedingungen hinsichtlich Betondruckfestigkeit, Klebarmierung und Rissbild bei glattem (V6) gegenüber geripptem Betonstahl (V5) signifikante Unterschiede bei δ_L ; auf die Klebarmierung entfallen bei glatter Bewehrung wesentlich größere Zugkraftanteile.

Dehnsteifigkeit der Klebarmierung

Die Gegenüberstellung der Ergebnisse mit CFK-Lamellen und Stahllaschen der einzelnen Versuchsreihen (Abb. 3.24) belegt den signifikanten Einfluss der Dehnsteifigkeit bzw. des Quotienten aus Dehnsteifigkeit und verbundwirksamer Breite der aufgeklebten Bewehrung. Ungeachtet der Unterschiede im Verbundverhalten zwischen CFK-Lamellen und Stahllaschen bewirkt eine Verminderung der Dehnsteifigkeit bzw. E_{LT} eine Anhebung des Dehnungsverhältnisses δ_L . Ergänzend werden in Abb. 3.27 die Ergebnisse der Reihen V2 und V6 mit Stahllaschen unterschiedlicher Dicke gegenübergestellt. Die deutliche Reduktion des Dehnungsverhältnisses ist neben der vergrößerten Laschendicke allerdings z.T. auch auf den reduzierten Durchmesser der einbetonierten Bewehrung zurückzuführen, sofern für glatten Betonstahl ähnliche Zusammenhänge wie für Rippenstahl unterstellt werden können.

Betondruckfestigkeit

Aus den in Abb. 3.24 zusammengestellten Ergebnissen ist ein signifikanter Einfluss der Betonfestigkeitsklasse abzulesen. Mit Ausnahme der Versuchsreihen V3-S und V4-C bewirkt die Anhebung der Betondruckfestigkeit eine Verminderung des Verhältniswertes δ_L . Bei CFK-Lamellen ist der Einfluss deutlicher ausgeprägt.

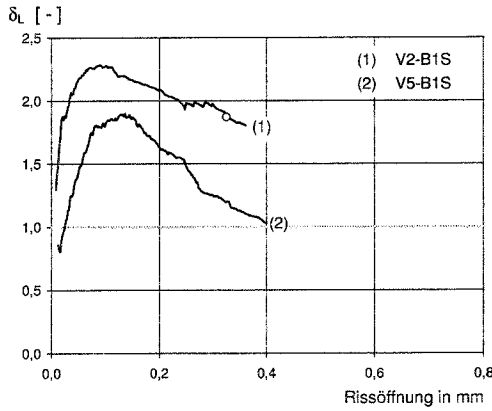


Abbildung 3.27. Einfluss der Dehnsteifigkeit der aufgeklebten Bewehrung - Vergleich zwischen Teilsreihe V2-B1S ($t_L = 5$ mm, $d_s = 12$ mm) und der Versuchsreihe V6 ($t_L = 10$ mm, $d_s = 6$ mm)

Rissvorgabe, Rissbild

Die in Abb. 3.28 gegenübergestellten Ergebnisse der Versuchsreihen V1 und V3 unterscheiden sich bei ansonsten identischen Parametern lediglich durch das vorgegebene Initialrissbild. Die Dehnkörper der Reihe V1 weisen einen Einzelriss in Körpermitte auf, während für die Versuche der Reihe V4 ein abgeschlossenes Rissbild durch Anrissbleche vorgegeben wurde.

Die Vorgabe zusätzlicher Risse bzw. eines abgeschlossenen Rissbildes resultiert in einer signifikanten Verringerung des Verhältniswertes δ_L , zudem nähern sich die Rissdehnungen stärker der ebenen Dehnungsverteilung an. Im Allgemeinen sind die größten Abweichungen von einer ebenen Dehnungsverteilung im Einzerrisszustand zu beobachten.

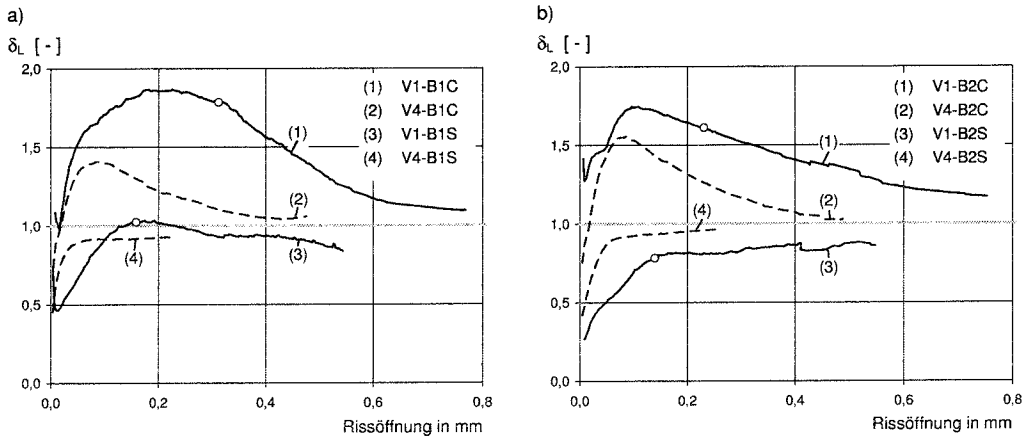


Abbildung 3.28. Einfluss des vorgegebenen Rissbildes auf die Zugkraftaufteilung - Gegenüberstellung der Versuchsreihen V1 (Vorgabe eines Einzerrisses) und V4 (Vorgabe des abgeschlossenen Rissbildes); a) Betonfestigkeitsklasse C20/25; b) Betonfestigkeitsklasse C40/50

3.6 Versuche an biegebeanspruchten Plattenstreifen

Zur Überprüfung von Gesetzmäßigkeiten des Zusammenwirkens einbetonierter und angeklebter Bewehrung bei biegebeanspruchten Bauteilen werden Versuche an wirklichkeitsnahen Plattenstreifen bei reduzierter Parameteranzahl durchgeführt. Eine ausführliche Dokumentation der Versuche ist in (Zilch u. a. 2002) enthalten, im Rahmen der vorliegenden Arbeit folgt eine geraffte Beschreibung der Versuchskörper und des Versuchsablaufes sowie eine Wiedergabe wesentlicher Ergebnisse.

3.6.1 Versuchskörper und Versuchsaufbau

Versuchsziele und Konzeption

Die Konzeption der Versuche an biegebeanspruchten Bauteilen orientierte sich an den folgenden Zielvorstellungen:

- Untersuchung des Zusammenwirkens von einbetonierter und angeklebter Bewehrung in querkraftbeanspruchten Bereichen von Biegeträgern (Zugkraftaufteilung und Zugkraftumlagerung); primär: Ableitung bzw. Verifikation der Abhängigkeiten der Verträglichkeitsbedingungen von den unterschiedlichen Höhenlagen der Bewehrungsstränge sowie von der Zugkraftdifferenz zwischen zwei Rissquerschnitten;
- Überprüfung der Auswirkungen von Verbundunterschieden auf Zugkraftaufbau und Verbundentkopplung der Klebarmierung;

Die wesentlichen Versuchsziele sind ausschließlich in Verbindung mit einem mechanischen Modell des Zusammenwirkens bei biegebeanspruchten Bauteilen nach Kapitel 6 zu betrachten.

Für die experimentellen Untersuchungen an biegebeanspruchten Bauteilen wurden Plattenstreifen mit geringer Querkraftbeanspruchung gewählt. In der Literatur dokumentierte Ergebnisse aus Versuchen an Biegeträgern belegen, dass eine Verbundentkopplung bzw. ein vorzeitiges Verbundversagen der Klebarmierung durch Schubrissversätze ausgelöst werden kann (vgl. Kaiser 1989; Zilch u. a. 2000). Zur Schubsicherung müssen nach (DIBt 1997) bzw. aktuellen bauaufsichtlichen Zulassungen (vgl. DIBt 2002) geklebte Laschenbügel angeordnet werden. Weder ein durch Schubrisse initiiertes Versagen noch die zweifellos positive Wirkung von Laschenbügeln auf die Verbundtragfähigkeit können derzeit zufriedenstellend in ein mechanisches Modell gefasst werden, wiewohl erste Ansätze zur Schubrisssproblematik in (Neubauer 2000) zu finden sind. Um in den experimentellen Untersuchungen ein vorzeitiges, durch Schubrisse initiiertes Verbundversagen zu vermeiden und nachvollziehbare Randbedingungen zu gewährleisten, wurden die Versuche als Vierpunkt-Biegeversuche an nicht querkraftbewehrten Plattenstreifen mit hoher Schubschlankheit ($a/h = 16,7$) bei gleichzeitig hohem Verstärkungsgrad (im Mittel realisiert: $\eta_{b,CFK} = 1,79$, $\eta_{b,Stahl} = 2,30$) konzipiert.

Bei Versuchen an biegebeanspruchten Bauteilen wird die Größe der Gesamtzugkraft sowie die Aufteilung der Zugkraftanteile auf die Bewehrungsstränge im Unterschied zu zentrisch gezogenen Dehnkörpern neben den Verbundeigenschaften der Bewehrungsstränge und damit verknüpften Faktoren wie Rissbild, Dehnungsrandbedingungen sowie Länge der Bewehrungselemente von einer Reihe weiterer Parameter beeinflusst, u.a.

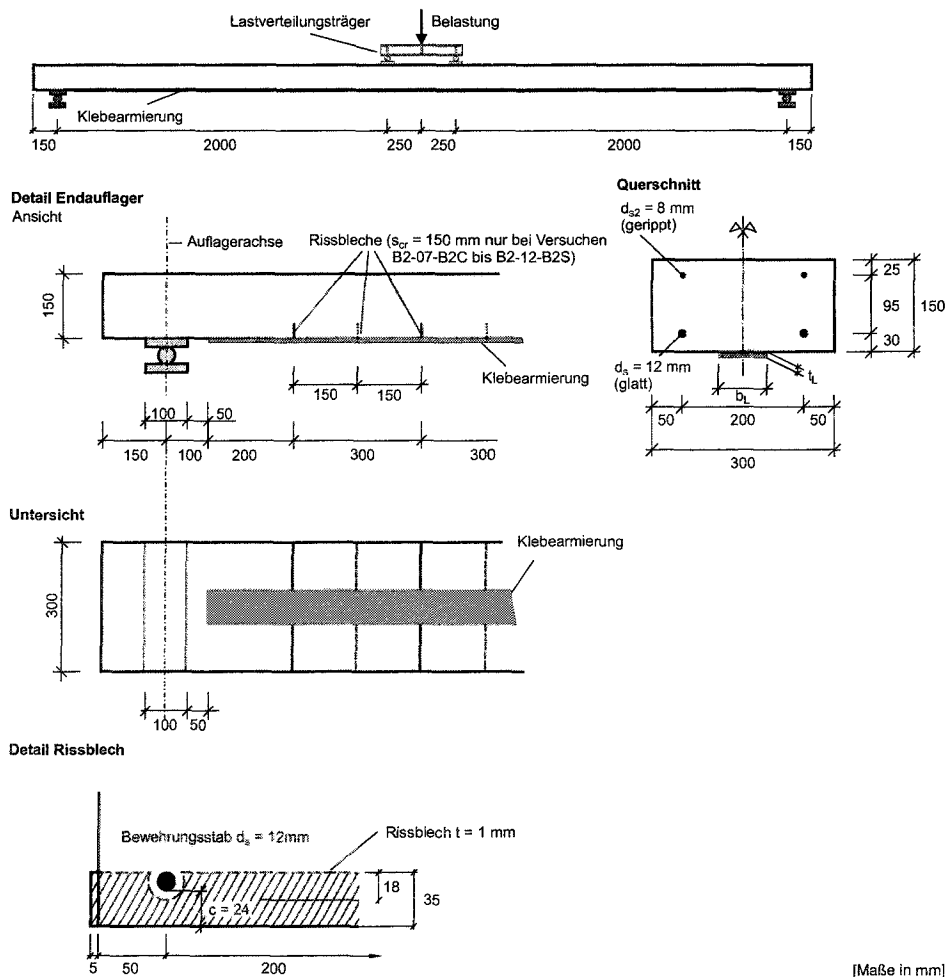
- Spannungs-Dehnungs-Linien der Bewehrungsstränge und insbesondere des druckbeanspruchten Betons einschließlich dessen Verknüpfung mit Belastungsgeschwindigkeit und Versuchsdauer;
- Abmessungen des Bauteils, insbesondere Lage der Bewehrungsstränge, d.h. Abstände zur neutralen Achse des Querschnittes;
- Einfluss der Querkraft (Versatzmaß);
- weitere, im Rahmen einer querschnittsorientierten Betrachtung i.d.R. vernachlässigte Effekte, etwa die Übertragung von Zugspannungen in der Risswurzel, der Einfluss von Scheibenspannungszuständen, etc.

Vor diesem Hintergrund wurden im Rahmen der Versuche an Plattenstreifen lediglich zwei Parameter kombiniert (vgl. Tab. 3.1):

- Art bzw. Dehnsteifigkeit der Klebarmierung (CFK-Lamellen; Stahllaschen, $t_L = 5\text{ mm}$)
- Rissabstand des vorgegebenen Primärrissbildes ($s_{cr} = 150\text{ mm}$ und 300 mm)

Versuchskörper

Die Abmessungen der Plattenstreifen, die Lage der einbetonierten und angeklebten Bewehrung im Querschnitt und die Lastanordnung sind in Abb. 3.29 wiedergegeben. Als Biegezugbewehrung der Plattenstreifen wurden jeweils zwei über die gesamte Bauteillänge durchlaufende Stäbe des Durchmessers 12 mm mit glatter Oberfläche, die den im Rahmen der Verbund- und Dehnkörperversuche der Reihen A2 und V2 geprüften Stäben entsprechen, einbetoniert. Zur Verankerung wurde die Bewehrung mit Endhaken versehen (Abb. 3.30). Die Betondeckung der Bewehrung entspricht mit 24 mm ebenfalls dem in den Verbundversuchen und Dehnkörperversuche ausgeführten Abstand zwischen Bewehrung und Schalung. Zur Sicherung der Biegetragfähigkeit während des Transports bzw. während der Oberflächenvorbereitung der Zugseite wurden zusätzlich in der späteren Druckzone zwei Betonstahlstäbe BSt 500 S mit Durchmesser 8 mm angeordnet. Der Betonstahl entspricht der in den Reihen A3 und V3 verwendeten Bewehrung. In den Auflagerbereichen wurde jeweils ein Bügel zur Stabilisierung des Bewehrungskorbes



[Maße in mm]

Abbildung 3.29. Plattenstreifen zur Untersuchung des Zusammenwirkens bei biegebeanspruchten Bauteilen - Querschnitt, Versuchsaufbau, Ausbildung der Auflagerbereiche und Ausprägung der Rissbleche

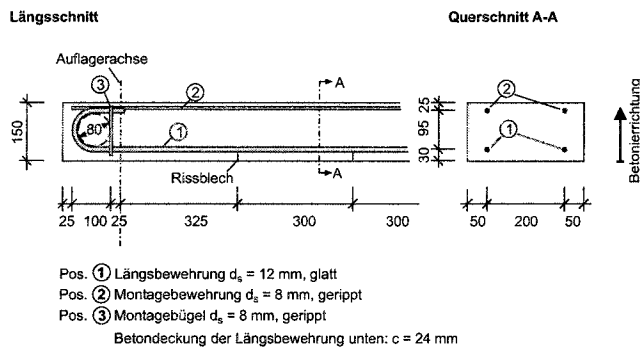


Abbildung 3.30. Bewehrung der Plattenstreifen im Auflagerbereich

eingebaut (Abb. 3.30); in den übrigen Bereichen wurde auf eine Querkraftbewehrung verzichtet.

Der unverstärkte Querschnitt weist bei Annahme einer wirklichkeitsnahen nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen des Betons nach (DIN 1045-1 2001) eine mittlere rechnerische Tragfähigkeit von $M_{w0} = 13,5$ kNm auf. Den Bemessungsregeln nach (DIN 1045-1 2001) folgend bildet ein unverstärkter Plattenstreifen einen Ausschnitt aus einer Hochbaudecke ab, die für eine Verkehrslast von $q_k = 5$ kN/m² ausgelegt wurde. Die Konstruktionsregeln nach (DIN 1045-1 2001) hinsichtlich der Schlankheitsgrenzen werden mit $l/d = 34,6 < 35$ ($w/l \leq 250$) erfüllt¹².

Durch Rissbleche nach Abb. 3.29 wurde ein Primärrissbild vorgegeben. Zum einen ist zur Aufzeichnung diskreter Dehnungen der Bewehrungsstränge in Rissquerschnitten die Vorgabe der Risse unumgänglich, zum anderen entspricht ein zum Verstärkungszeitpunkt vorliegendes Primärrissbild baupraktischen Verhältnissen.

Das diskrete Rissbild der Plattenstreifen sollte die möglichen Grenzfälle der minimal und maximal auftretenden Rissabstände entsprechend der ein- bzw. zweifachen Eintragungslänge der Risschnittgröße abbilden; die gewählten Rissabstände von 150 mm und 300 mm orientieren sich an einem Rechenmodell nach (Niedermeier 2001). Das äußerste Rissblech wurde in einem Abstand von 200 mm zum Ende der Klebarmierung bzw. 300 mm zur Auflagerachse angeordnet (Abb. 3.29). Zur Kennzeichnung der vorgegebenen Risse bzw. zur Identifikation der Messquerschnitte wurden die Risse fortlaufend nummeriert (Abb. 3.31).

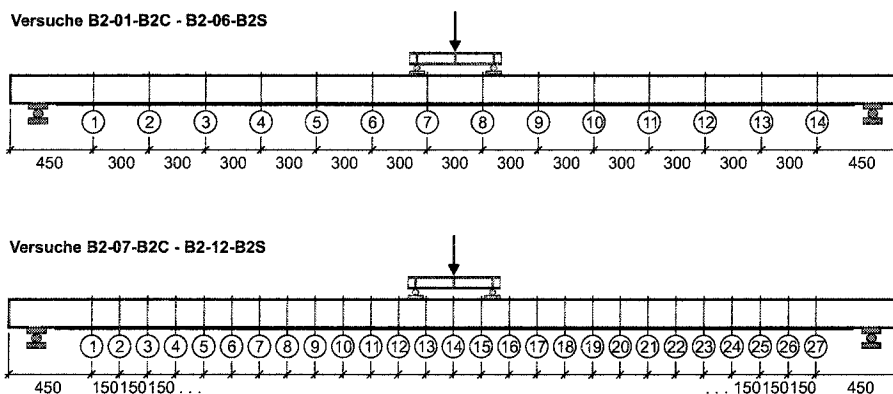


Abbildung 3.31. Bezeichnung der Rissquerschnitte des vorgegebenen Rissbildes

¹² Die Schlankheitsgrenzen nach (DIN 1045-1 2001) sind primär auf Bauteile, die mit geripptem Betonstahl nach (DIN 1048-1 1991) bewehrt sind, anzuwenden. Die Regeln werden angesichts der im Rahmen der betrachteten Problematik vernachlässigbaren Bedeutung der Durchbiegungsbegrenzung adaptiert.

Herstellung der Plattenstreifen

Die Platten wurden mit unten liegender Zugseite betoniert; die Verbundlage der Biegezugbewehrung entspricht damit Verbundbereich I nach (DIN 1045-1 2001) und korrespondiert mit den *unten liegend* geprüften Stäben der Ausziehversuche. Hinsichtlich der Verarbeitung der Materialien bzw. der Applikation der Klebarmierung wird auf 3.3, insbesondere 3.3.6 verwiesen.

Das Verkleben der CFK-Lamellen und Stahllaschen erfolgte an mit der Zugseite nach oben gelagerten, kontinuierlich unterstützten Plattenstreifen; die Vordehnung der einbetonierten Bewehrung ist folglich zu vernachlässigen.

Versuchsaufbau und Durchführung

Die Versuchsdurchführung erfolgte an den mit der Zugseite nach unten in einen Prüfraumen eingebauten Plattenstreifen. Die Belastung wurde durch ein Hydraulikaggregat (walter & bai NS19) erzeugt und mit dem Kolbenweg des Hydraulikzylinders als Regelsignal der Wegsteuerung über einen Lastverteilungsträger aufgebracht (Abb. 3.29). Die Belastung wurde in Laststufen von 5 kN aufgebracht, anschließend wurden neu aufgetretene Risse bzw. der Rissfortschritt der vorgegebenen Risse über die Bauteilhöhe dokumentiert; die Versuchsdauer lag zwischen 60 und 100 Minuten. Nach der schlagartigen Entkopplung der Klebarmierung (Versuche mit CFK-Lamellen) bzw. dem Überschreiten der Streckgrenze beider Bewehrungsstränge (Versuche mit Stahllaschen) wurden die Versuche beendet.

3.6.2 Messtechnische Ausstattung

Messgrößen

Im Rahmen der Versuche an Plattenstreifen wurden folgende Messgrößen erfasst:

- Belastung (Druckkraft am Zylinder in Feldmitte);
- Durchbiegung des Plattenstreifens in Feldmitte;
- Öffnung der vorgegebenen Risse in Feldmitte (Risse ⑦ oder ⑧ bzw. ⑬, ⑭ oder ⑮) und dem Auflager am nächsten liegend (Risse ① oder ⑭ bzw. ⑳);
- Diskrete Dehnungen der Bewehrungsstränge in vorgegebenen Rissquerschnitten.

Messwertaufnehmer

Die Erfassung und Aufzeichnung der Messgrößen folgte dem in 3.5.2 beschriebenen Schema. Die Belastung wurde mit Hilfe einer Kraftmessdose (Typ HBM C3H2, Kapazität 100 kN) in Feldmitte erfasst; die im Rahmen der vorliegenden Arbeit angegebene Last (F) bezieht sich generell auf einen Lasteinleitungspunkt. Die Gesamtbelastung ($2 \cdot F$) in kN ist aufgrund der gewählten Geometrie mit dem Lastmoment in Feldmitte, angegeben in kNm, identisch.

Weggrößen

Die Durchbiegung der Plattenstreifen wurde in Feldmitte mit zwei an den Aussenkanten des Querschnitts ansetzenden Wegaufnehmern (Typ HBM W200, Messbereich 200 mm) gegen den Prüfraumen gemessen. Die Rissöffnung wurde mit jeweils zwei induktiven Wegaufnehmern (Typ HBM W2AK, vgl. 3.5.2) auf der Unterseite der Plattenstreifen erfasst. Die Anordnung der Aufnehmer erfolgte analog zu den Dehnkörpern beidseits unmittelbar neben dem Klebarmierungsstrang (Messachsen ① und ② in Abb. 3.16) mit einer Basislänge von 100 mm; in Konsequenz waren die Messachsen um 15 mm gegen die Betonunterseite der Plattenstreifen versetzt.

Diskrete Dehnungen der Bewehrungsstränge

Zur Aufnahme der Betonstahldehnungen wurden DMS (Typ HBM 6/120LY41) in ausgewählten Rissquerschnitten paarweise auf die einbetonierte Bewehrung aufgeklebt. Die in 3.5.2 vorgestellten Prinzipien wurden für die Plattenstreifen übernommen. Wegen der insbesondere bei Verstärkung mit CFK-Lamellen größeren Rissöffnung, d.h. größeren Relativverschiebungen zwischen Bewehrung und Beton wurden einige DMS der einbetonierten Bewehrung beschädigt; eine zuverlässige Aufnahme der Betonstahldehnungen war daher nur in wenigen Fällen möglich.

Weitere DMS (ebenfalls HBM 6/120LY41) wurden auf die Klebarmierung sowohl auf der Innen- bzw. Klebeseite, als auch auf der Aussenseite in der Achse der Lasche bzw. Lamelle appliziert (vgl. Abb. 3.17).

Anmerkung zu den gemessenen Größen

Die Messwertaufnehmer mit Ausnahme der DMS wurden am bereits in den Versuchsstand eingebauten Plattenstreifen angebracht. Alle Aufnehmer einschließlich der DMS wurden anschliessend mit dem Messverstärker verdrahtet und tariert. In den gemessenen Größen ist daher die Wirkung des Eigengewichtes auf die Dehnungen der Bewehrungsstränge, die Rissöffnungen und die Durchbiegung nicht enthalten.

3.6.3 Ergebnisse

Die wesentlichen Ergebniskenngrößen der Versuche an Plattenstreifen sind in Tab. 3.10 wiedergegeben. Der im Versuch realisierte Verstärkungsgrad $\eta_{b,exp}$ als Quotient der Bruchmomente des verstärkten und des unverstärkten Querschnitts $M_{u,exp}/M_{u,0}$ (nach Rostásy u. a. 1996) bezieht sich auf die rechnerische Grenztragfähigkeit von 13,5 kNm. Soweit diskrete Messwerte der Rissdehnungen der Bewehrungsstränge auf Bruchlastniveau vorlagen, werden sie in Tab. 3.10 zugeordnet zum Messquerschnitt (vgl. Abb. 3.31) angegeben. Darüber hinaus ist für jeden Versuch der Rissabstand des vorgegebenen Initialrissbildes $s_{cr,init}$ sowie der nach Abschluss der Versuche bestimmte mittlere Rissabstand $s_{cr,m}$ aufgelistet¹³. In Abb. 3.35 werden exemplarisch die Rissbilder für jeweils einen Versuch mit aufgeklebter CFK-Lamelle bzw. Stahllasche wiedergegeben.

Tragverhalten im Versuch - Versagensursachen*Versuche mit aufgeklebten CFK-Lamellen*

Im Zuge der Lasterhöhung traten bei vorgegebenem Rissabstand von 300 mm zusätzliche Risse zwischen den Anrissblechen auf. Im Bereich hoher Lamellenbeanspruchungen, d.h. fließender Innenbewehrung, waren lokale Klebeverbundentkopplungen, i.d.R. ausgehend vom höher beanspruchten Rissufer und zum Teil begleitet durch die Bildung von Bruchkeilrissen zu beobachten (Abb. 3.32).

Die Höchstlast war in allen Versuchen an mit CFK-Lamellen verstärkten Plattenstreifen an ein schlagartiges Verbundversagen der Klebarmierung gekoppelt. Dabei war in den Bereichen, in denen die Betonstahlbewehrung die Streckgrenze überschritten hatte, ein Verbundversagen in der oberflächennahen Betonschicht erkennbar. Zu jeweils einem Lamellenende hin war ein Wechsel des Bruchhorizontes in die äußerste Faserlage der CFK-Lamellen an der Grenzfläche zur Klebstoffschicht zu beobachten (Abb. 3.34). Die nach (Rostásy und Neubauer 1999; Neubauer 2000) in Verbundversuchen ebenfalls beobachtete Verlagerung der Bruchebene zum sog. Zwischenfaserbruch ist kennzeichnend für

¹³ Bei vorgegebenem Rissabstand von 300 mm entstand in den Versuchen mit aufgeklebten CFK-Lamellen in allen Zwischenrisselementen jeweils ein zusätzlicher Riss, in den Versuchen mit Stahllaschen in Teilbereichen zwei Zusatzrisse je Element. Bei den Versuchen mit einem Rissblechabstand von 150 mm entstand lediglich im Versuch B2-11-B2S in einem Zwischenrisselement im Bereich der Lasteinleitung ein zusätzlicher Riss. Die nach Abschluss der Versuche aufgenommenen Rissbilder können (Zilch u. a. 2002) entnommen werden.

Tabelle 3.10. Ergebnisse der Versuche an Plattenstreifen

Versuch	Bruchlast		Feldmitte			Endauflager		Rissbild		Versagensursache
	$M_{u,exp}$ [kNm]	$\eta_{b,exp}$ [-]	Qs-Nr. [-]	$\epsilon_L(M_{u,exp})$ [10^{-6} m/m]	$\epsilon_s(M_{u,exp})$ [10^{-6} m/m]	Qs-Nr. [-]	$\epsilon_L(M_{u,exp})$ [10^{-6} m/m]	$s_{cr,init}$ [mm]	$s_{cr,m}$ [mm]	
B2-01-B2C	25,08	1,86	8	7660	$> \epsilon_{sy}$	1	644	300	150	Verbundbruch
B2-02-B2C	23,96	1,77	7	7270	$> \epsilon_{sy}$	1	762	300	150	Verbundbruch
B2-03-B2C	25,02	1,85	8	7540	$> \epsilon_{sy}$	1	741	300	150	Verbundbruch
B2-04-B2S	32,23	2,39	7	$> \epsilon_{Ly}$	$> \epsilon_{sy}$	1	207	300	135	Betondruckzone
B2-05-B2S	32,97	2,44	7	$> \epsilon_{Ly}$	$> \epsilon_{sy}$	1	275	300	150	Betondruckzone
B2-06-B2S	28,95	2,14	7	$> \epsilon_{Ly}$	$> \epsilon_{sy}$	1	244	300	126	Betondruckzone
B2-07-B2C	24,73	1,83	15	7310	$> \epsilon_{sy}$	1 27	561 722	150	150	Verbundbruch
B2-08-B2C	21,75	1,61	13	6630	$> \epsilon_{sy}$	1 27	633 625	150	150	Verbundbruch
B2-09-B2C	24,99	1,85	15	7950	$> \epsilon_{sy}$	1	721	150	150	Verbundbruch
B2-10-B2S	34,12	2,53	13	$> \epsilon_{Ly}$	$> \epsilon_{sy}$	-	-	150	150	Betondruckzone
B2-11-B2S	29,35	2,17	13	$> \epsilon_{Ly}$	$> \epsilon_{sy}$	1	292	150	144	Betondruckzone
B2-12-B2S	28,98	2,15	13	$> \epsilon_{Ly}$	$> \epsilon_{sy}$	27	231	150	150	Betondruckzone

den Verbundrissfortschritt insbesondere bei hohen Oberflächenzugfestigkeiten des Bauteilbetons. Nach derzeitigem Kenntnisstand wird ein Verbundversagen allerdings immer durch ein Scherversagen der oberflächennahen Betonschichten eingeleitet. Anhand der Bruchbilder ist daher die kritische, zum Ausfall der Klebarmierung führende Verbundentkopplung im Bereich fließender Innenbewehrung zu lokalisieren.

Versuche mit aufgeklebten Stahllaschen

In den Versuchen an Plattenstreifen mit aufgeklebten Stahllaschen waren keine visuell erkennbaren Verbundentkopplungen festzustellen. Ein Überschreiten der Streckgrenze der Stahllaschen war an lokal eng begrenzten plastifizierten Bereichen unmittelbar an den Rissquerschnitten durch abplatzenden Zunder gut erkennbar (Abb. 3.33). Eine Entstehung von Bruchkeilrissen war nur vereinzelt zu beobachten. Die Versuche wurden beendet, nachdem beide Bewehrungsstränge die Streckgrenze überschritten hatten, die Betondruckzone im Feldmitte bereits deutliche Schädigungen aufwies (starke Rissbildung mit teilweisem Abschälen der äußersten Betonschicht) und eine weitere Laststeigerung nicht mehr möglich war.

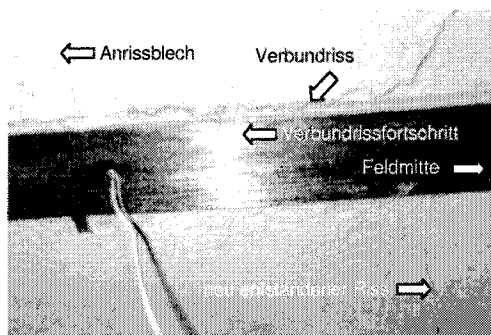


Abbildung 3.32. Versuch B2-03-B2C - Entkopplung der CFK-Lamelle im quer-kraftbeanspruchten Bereich

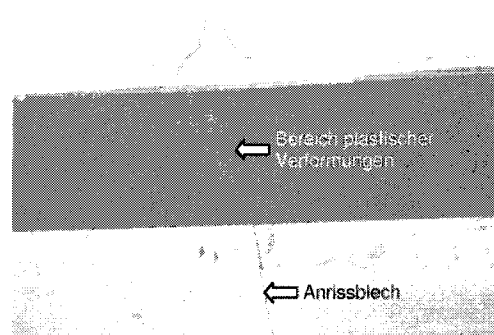


Abbildung 3.33. Versuch B2-12-B2S - plastische Dehnungen der aufgeklebten Stahllasche unmittelbar am vorgegebenen Rissquerschnitt

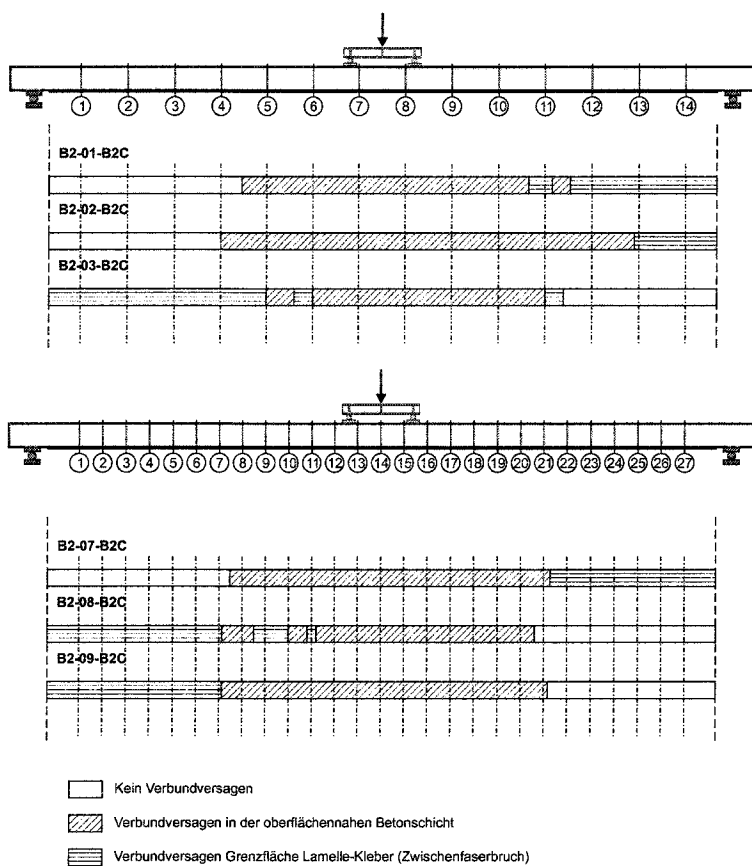


Abbildung 3.34. Bereiche des Verbundversagens der Klebarmierung bei den Versuchen an Plattenstreifen mit angeklebten CFK-Lamellen

Dehnungen der Bewehrungsstränge

Die in einem Rissquerschnitt im Bereich konstanter Biegemomente gemessenen diskreten Dehnungen der Klebarmierung sind in Abb. 3.36 Rechenwerten nach der Hypothese von *Bernoulli* gegenübergestellt. In Teilen werden die in ausgewählten Rissquerschnitten gemessenen Dehnungen im Rahmen der Verifikation des Rechenmodells in Abschnitt 6.3.2 wiedergegeben. Eine vollständige Wiedergabe der gemessenen Dehnungen im Vergleich mit Rechenwerten enthält (Zilch und Zehetmaier 2004).

Die Rechenwerte der Dehnungen basieren dabei auf einer unter üblichen Annahmen des Stahlbetonbaus (ebene Querschnitte, starrer Verbund, keine Übertragung von Zugspannungen durch den Beton) durchgeführten Querschnittsanalyse auf Grundlage nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Linien des Beton nach (DIN 1045-1 2001) (vgl. 4.1.1) mit den zum Versuchszeitpunkt ermittelten Festigkeitskennwerten des jeweiligen Betons. Einbetonierte und angeklebte Bewehrung werden durch die in 3.3 angegebenen Kennwerte abgebildet. Die Rechenwerte der Dehnungen sind den Messwerten entsprechend um die Auswirkungen des Eigengewichtes korrigiert.

In Abb. 3.36 sind jeweils für den ersten Versuch der Reihe (Ordnungsnummer 01, 04, 07 und 10) die rechnerischen Dehnungen angegeben, für die übrigen Versuche gelten bedingt durch veränderte Materialkenngrößen geringfügig abweichende Rechenwerte.

Generell können nach Überschreiten der Streckgrenze eines der beiden Bewehrungsstränge verbundbedingte Zugkraftunterschiede nicht mehr realisiert werden. Im Rahmen der Messgenauigkeit bzw. der Wirklichkeitsnähe des Rechenmodells müssen rechnerische und experimentell ermittelte Dehnungen des noch elastischen Bewehrungsstranges übereinstimmen. Mit der gewählten Modellierung sind für diesen Beanspruchungsbereich demnach befriedigende Ergebnisse zu erzielen (vgl. auch Abschnitt 6.3.2).

Auf die Angabe von Dehnungsverhältnissen δ_L wird an dieser Stelle verzichtet, da bei bie-

gebeanspruchten Bauteilen und insbesondere bei Platten mit geringen Bauhöhen, damit deutlich unterschiedlichen statischen Nutzhöhen der Bewehrungsstränge, neben dem Einfluss unterschiedlichen Verbundverhaltens auch Einflüsse aus dem Dehnungszustand des Querschnitts (Lage der Dehnungsnulllinie) sowie der ggf. über die Bauteilhöhe variablen Rissöffnung in experimentell bestimmten δ_L -Verläufen deutlich werden. Ein unmittelbarer Vergleich zwischen den Ergebnissen der Versuche an Dehnkörpern und Plattenstreifen ist daher nicht sinnvoll.

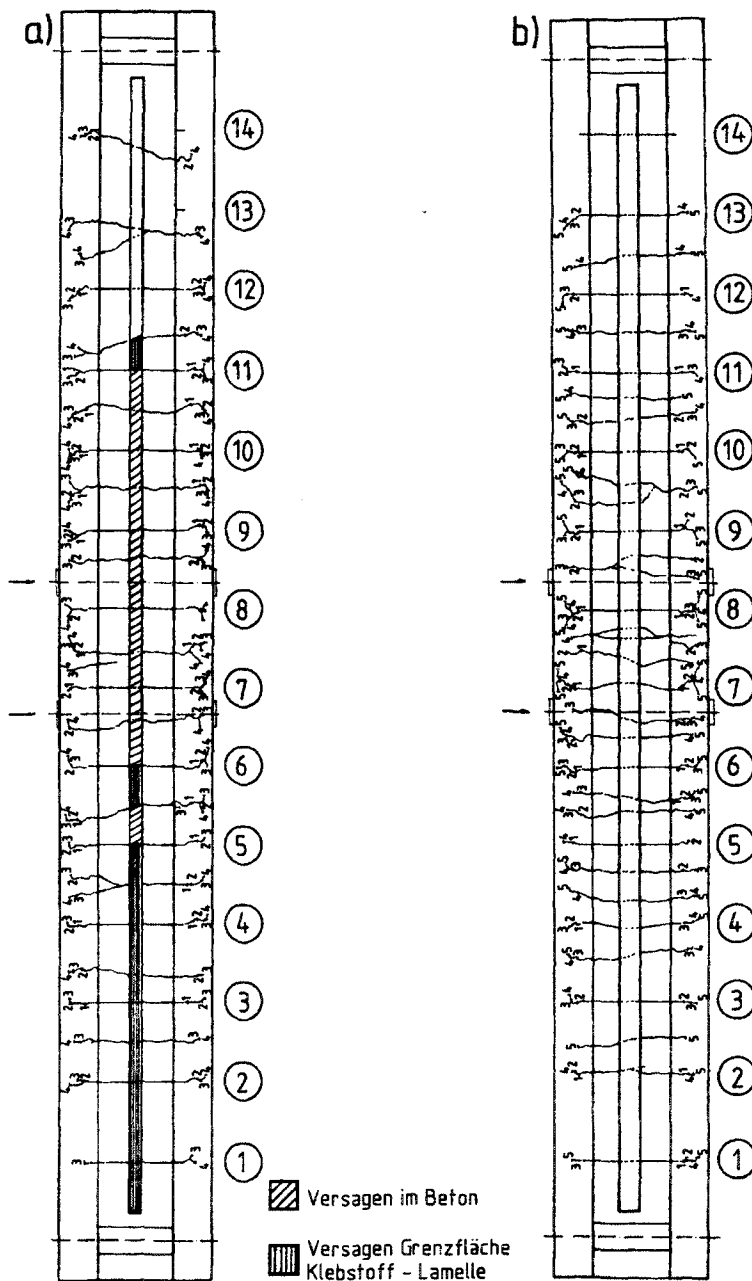


Abbildung 3.35. Rissbilder nach Abschluss des Versuchs;

a) Versuch B2-03-B2C mit CFK-Lamelle; $s_{cr,init} = 300$ mm, Laststufen 1 bis 5 zu 5 kN;

b) Versuch B2-06-B2S mit Stahllasche; $s_{cr,init} = 300$ mm, Laststufen 1 bis 6 zu 5 kN

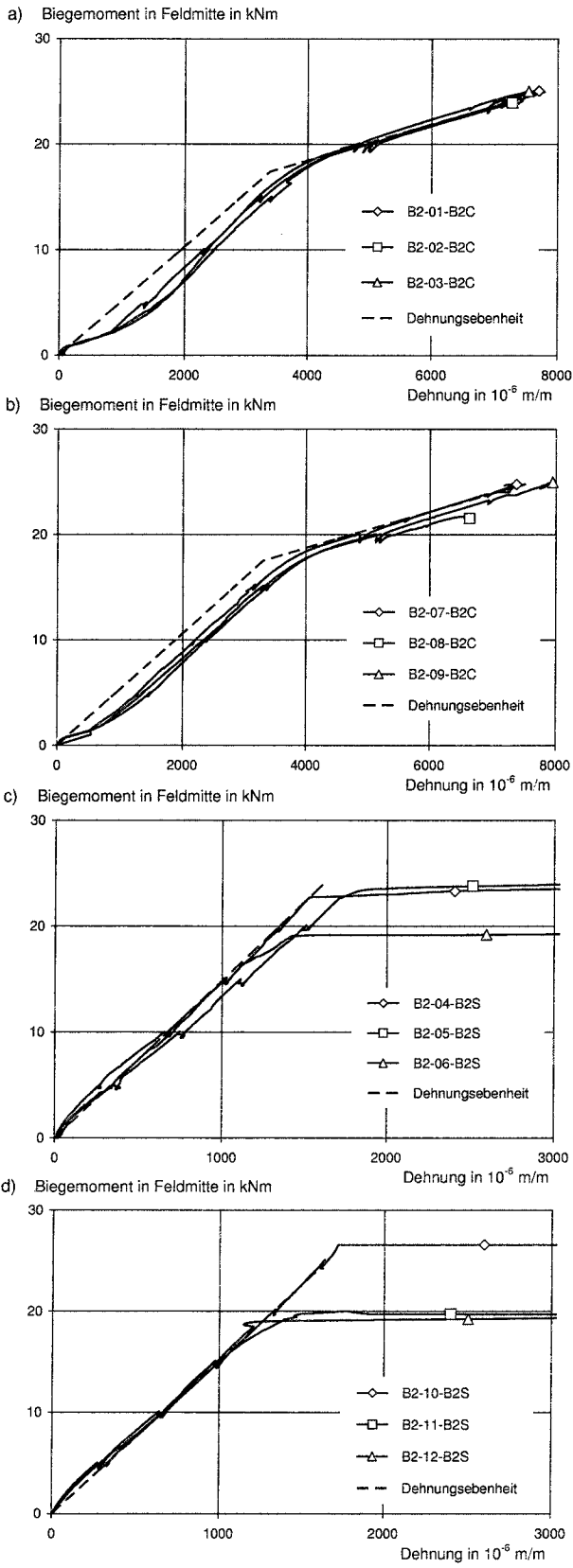


Abbildung 3.36. Ergebnisse der Versuche an Plattenstreifen - Dehnung der Klebarmierung in einem vorgegebenen Rissquerschnitt im Bereich konstanter Biegemomente in Abhängigkeit des Lastmoments

- a) CFK-Lamellen, $s_{cr,init} = 300$ mm
- b) CFK-Lamellen, $s_{cr,init} = 150$ mm
- c) Stahllaschen, $s_{cr,init} = 300$ mm
- d) Stahllaschen, $s_{cr,init} = 150$ mm

Grundlagen der Modellbildung

In den folgenden Abschnitten werden die für eine Abbildung des Zusammenwirkens einbetonierter und angeklebter Bewehrung in einem Rechenmodell erforderlichen Material- und Verbundmodelle sowie ergänzend idealisierte Kompatibilitätsbedingungen zusammengefasst. Einige Komponenten, insbesondere die Abschnitte 4.1.1 und 4.6 werden vornehmlich für die Abbildung biegebeanspruchter Bauteile relevant.

4.1 Materialmodelle

4.1.1 Beton - Druckbeanspruchung

Als grundlegende Voraussetzung einer wirklichkeitsnahen Ermittlung der Zugkraftanteile der Bewehrungsstränge in biegebeanspruchten Bauteilen ist die realistische Quantifizierung von Lage und Größe der Druckspannungsergebnisse bzw. der Druckzonenhöhe anzusehen. Im Unterschied zu den im Rahmen einer Bemessung verwendeten idealisierten Beschreibungen, etwa dem Parabel-Rechteck-Diagramm nach (DIN 1045-1 2001), muss das Spannungs-Dehnungs-Verhalten in allen Beanspruchungsbereichen zutreffend erfasst werden.

Für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachteten biegebeanspruchten Bauteile kann ausserhalb der *St. Venant'schen* Störbereiche in guter Näherung von einachsialer Druckbeanspruchung ausgegangen werden. In Störbereichen, z.B. Lasteinleitungspunkten, können aufgrund der zwei-, ggf. dreiachsialen Druckspannungszustände erhöhte Tragfähigkeiten und Steifigkeiten realisiert werden (vgl. Kupfer 1973). Auswirkungen mehrachsialer Druckspannungszustände werden für die vorliegende Problematik allerdings als wenig relevant erachtet und entsprechend vernachlässigt.

Da Verstärkungsmaßnahmen i.d.R. an bestehenden Bauwerken erforderlich werden bzw. der weitaus größte Teil experimenteller Untersuchungen zum Tragverhalten verstärkter biegebeanspruchter Balken und Platten an Bauteilen aus Normalbeton durchgeführt wurden, wird ausschließlich das Last-Verformungsverhalten sowie dessen funktionale Beschreibung von Normalbeton diskutiert.

Verhalten von Normalbeton unter einachsialer Druckbeanspruchung

Normalbeton weist im Druckversuch unter zentrischer, einachsialer Druckbeanspruchung verschiedene charakteristische Bereiche des Last-Verformungs-Verhaltens ausgehend von der annähernd elastischen Reaktion bis 40% der Druckfestigkeit über den zunehmenden Steifigkeitsverlust bis zum Erreichen der Bruchspannung und dem anschließenden - im verformungsgesteuerten Versuch zu beobachtenden - entfestigenden Verhalten auf. Das Formänderungsverhalten der Biegedruckzone biegebeanspruchter Bauteile wird im Wesentlichen von folgenden Faktoren dominiert:

- Zusammensetzung des Betons
 - Eigenschaften des Zementsteins

- Art und Eigenschaften der Gesteinskörnung
- Verbund zwischen Zementstein und Gesteinskörnung
- Verarbeitung des Betons (Verdichtung, Orientierung bei der Betonage)
- Belastungsgeschwindigkeit
- Belastungsdauer
- Bewehrung der Biegedruckzone
 - Längs- bzw. Druckbewehrung
 - Bügel bzw. Umschnürungsbewehrung

Der Einfluss der Betonzusammensetzung auf das Last-Verformungs-Verhalten kann in guter Näherung durch Versuche an Probekörpern nach (DIN 1048-5 1996) quantifiziert werden. Belastungs- bzw. Dehngeschwindigkeit sowie Belastungsdauer haben für das Trag- und Verformungsverhalten der Biegedruckzone wesentliche Bedeutung, eine Übertragung der Ergebnisse aus Normversuchen auf die Verhältnisse der Druckzone biegebeanspruchter Bauteile ist allerdings nicht ohne Weiteres möglich. Während allerdings die bei Druckfestigkeits- bzw. Elastizitätsmodul-Prüfungen nach (DIN 1048-5 1996) erforderlichen Dehngeschwindigkeiten i.d.R. mit realen Beanspruchungsgeschwindigkeiten im Fall von Verkehrslasten übereinstimmen (vgl. DAfStb 2003), müssen bei Versuchsnachrechnungen - bedingt durch langsame Lastaufbringung ggf. in Laststufen - verminderte Dehngeschwindigkeiten bzw. Zeitstandsbeanspruchungen berücksichtigt werden. In der Biegedruckzone sind für alle Ebenen parallel zur Nulllinie unterschiedliche Dehngeschwindigkeiten anzunehmen (vgl. Rüschi 1960; Rasch 1962; König u. a. 1999). Die Annahme eines global gültigen Zusammenhangs zwischen Spannungen und Dehnungen stellt daher eine Näherung dar, ermöglicht allerdings die unmittelbare Verknüpfung der Beton-Arbeitslinie mit der Spannungsverteilung der Biegedruckzone (Grasser 1968).

Last-Verformungs-Gesetze

Zur funktionalen Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Druckspannung und Betonstauchung liegt eine Vielzahl von Ansätzen vor (vgl. u.a. Eibl und Ivanyi 1976; Graubner 1989). Eine Anknüpfung an Versuchsergebnisse erfolgt i.d.R. über die Bedingungen (4.1) bis (4.3).

$$\sigma_c = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d\sigma_c}{d\epsilon_c} = E_{c0} \quad (4.1)$$

$$\sigma_c = f_c \quad \rightarrow \quad \epsilon_c = \epsilon_{c1} \quad (4.2)$$

$$\sigma_c = f_c \quad \rightarrow \quad \frac{d\sigma_c}{d\epsilon_c} = 0 \quad (4.3)$$

Die Ansätze liegen in Form 2-, 3- oder 4-parametriger¹ Funktionen, z.B. als Polynome 2., 3. oder 4. Grades bzw. gebrochen rationaler Funktionen vor. Zur numerischen Modellierung biegebeanspruchter Bauteile wurden in der Vergangenheit unterschiedlichste Beschreibungen gewählt. Unter anderem liegt den Untersuchungen zur Rotationsfähigkeit von biegebeanspruchten Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen nach (Langer 1987; Kreller 1989; Li 1995) eine modifizierte Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach (Kent und Park 1971) bzw. (Sheikh und Uzumeri 1980) zugrunde, die explizit die Auswirkungen der die Druckzone umschließenden Bügelbewehrung auf die Trag- und Verformungsfähigkeit berücksichtigt. Im Rechenmodell nach (Graubner 1989), ebenfalls zur Untersuchung der Rotationsfähigkeit entwickelt, wird der Ansatz nach (CEB-FIP MC 90 1993), erweitert um die Einflüsse der Bügelbewehrung verwendet. Zur numerischen Untersuchung des Durchstantragverhaltens punktgestützter Stahlbetonplatten wird in (Staller 2001) ebenfalls auf ein Betonmodell auf Basis der Formulierung des einachsialen Verhaltens nach (DIN 1045-1 2001) zurückgegriffen. Für die Untersuchung des Zusammenwirkens einbetonierter und angeklebter Bewehrung

¹ Zur Bestimmung des vierten Parameters wird i.d.R. ein Punkt des entfestigenden Astes der Spannungs-Dehnungs-Beziehung verwendet.

ist eine Vernachlässigung der Umschnürungswirkung durch Bügel vertretbar; die höhere Duktilität der Druckzone bleibt wegen der lediglich geringen zu realisierenden Dehnungen der Klebarmierung ohne Auswirkung, während die Tragfähigkeitssteigerung bei baupraktisch üblichen Bügelabständen von untergeordneter Bedeutung ist. Vor diesem Hintergrund wird zur Abbildung einachsial druckbeanspruchten Betons die Formulierung nach (DIN 1045-1 2001) gewählt.

Spannungs-Dehnungs-Linie nach DIN 1045-1

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendete, im Wesentlichen von *Rüsch* und *Grasser* anhand der Auswertung von Kurzzeitversuchen angegebene Beschreibung stellt sich als gebrochene rationale Funktion mit 3 Parametern dar, die durch (4.1) bis (4.3) an Versuchsergebnisse angebunden werden kann (Gl. 4.4) (Abb. 4.1).

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = -\frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad \text{für } \epsilon_c \leq \epsilon_{c1u} \quad (4.4)$$

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}}$$

$$k = E_{c0} \cdot \frac{f_c}{\epsilon_{c1}} = \frac{E_{c0}}{E_{c1}}$$

mit

f_c	Höchstwert der ertragenen Betondruckspannung
ϵ_{c1}	Dehnung bei Erreichen von f_c
ϵ_{c1u}	Bruchdehnung bei Erreichen der Festigkeitsgrenze
E_{c0}	Tangentenmodul im Ursprung
E_{c1}	Sekantenmodul durch den Ursprung und (f_c/ϵ_{c1})

Die in (CEB-FIP MC 90 1993) vorgeschlagene Erweiterung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung um eine über ϵ_{c1u} hinausgehende Beschreibung wird nicht verwendet.

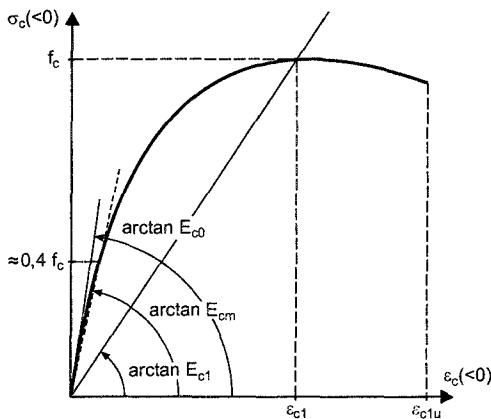


Abbildung 4.1. Spannungs-Dehnungs-Linie für Beton unter einachsialer Druckbeanspruchung nach (DIN 1045-1 2001) (schematisch)

Kennwerte der Spannungs-Dehnungs-Linien für Kurzzeitbeanspruchungen

Zur Beschreibung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens unter kurzzeitiger Beanspruchung werden die im Folgenden beschriebenen Eingangswerte der Formulierung nach Gl. (4.4) verwendet. Den Kennwerten liegt die Annahme einer konstanten Dehngeschwindigkeit $\dot{\epsilon} \approx -2\text{‰}/\text{min}$ zu Grunde; die Höchstlast wird im Versuch in ca. 1 bis 2 Minuten erreicht (vgl. Reinhardt und Hilsdorf 2001):

f_c	Mittelwert der einachsialen zentrischen Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} ; die Umrechnung aus Kennwerten, die an anderen Probekörpern gewonnen wurden, erfolgt nach Anhang E.1.
-------	---

E_{c0} Der Tangentenmodul im Ursprung entspricht aufgrund der nahezu ausschließlich elastischen Verformungsanteile nach dreimaliger vorausgehender Be- und Entlastung in guter Näherung dem Sekantenmodul nach (DIN 1048-5 1996) (vgl. Reinhardt und Hilsdorf 2001). Sofern für Versuchsnachrechnungen oder Parameterstudien experimentell ermittelte Kennwerte des E-Moduls nicht vorliegen, wird die Beziehung nach (DIN 1045-1 2001) Gl. (4.5) verwendet.

$$E_{c0} = 9500 \cdot f_{cm}^{1/3} \quad (4.5)$$

Dabei wird von Gesteinskörnungen aus kalzitischem bzw. quarzitischem Material ausgegangen (vgl. DAfStb 2003).

ϵ_{c1} Die Stauchung bei Erreichen der Höchstlast wächst nach (Rüsch 1955) mit steigender Druckfestigkeit geringfügig an. Während in (Grasser 1968) bzw. in der Folge in (CEB-FIP MC 90 1993) von einem konstanten Wert $\epsilon_{c1} = -2,2\text{‰}$ ausgegangen wurde, wird in (DIN 1045-1 2001) eine veränderliche Stauchung bei Höchstlast berücksichtigt. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein Zusammenhang zwischen ϵ_{c1} und f_{cm} nach Gl. (4.6) verwendet. Damit werden, z.B. im Vergleich mit der in (Graubner 1989) angegebenen Beziehung, die Kennwerte nach (DIN 1045-1 2001) gut wiedergegeben (Abb. 4.2).

$$|\epsilon_{c1}| = -1,45 - 0,02 \cdot f_{cm} \quad \text{für } 20 \leq f_{cm} \leq 60 \text{ MPa} \quad (4.6)$$

$$\begin{array}{l} f_{cm} \quad \text{in MPa} \\ |\epsilon_{c1}| \quad \text{in ‰} \end{array}$$

ϵ_{c1u} In Analogie zu (DIN 1045-1 2001) wird für die Stauchung bei Versagen ein auf (Rüsch 1955; Rüsch und Stöckl 1963; Rasch 1962) zurückgehender konstanter Wert $\epsilon_{c1u} = -3,5\text{‰}$ angesetzt. Der im Vergleich mit Ergebnissen anderer experimenteller Untersuchungen (vgl. Langer 1987) konservative Wert stellt angesichts des zu realisierenden Dehnungsniveaus der Klebarmierung keine Einschränkung des Rechenmodells dar.

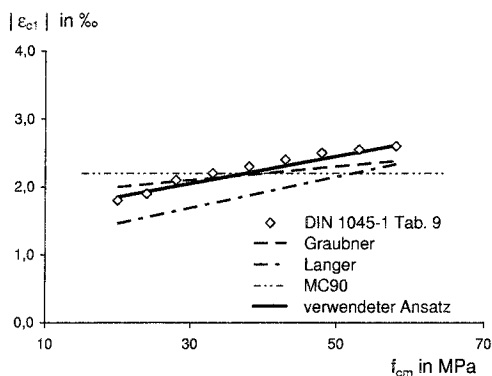


Abbildung 4.2. Betonstauchung bei Erreichen der Höchstlast; Ansätze nach (DIN 1045-1 2001; Graubner 1989; Langer 1987; CEB-FIP MC 90 1993) und gewählte Beziehung

Berücksichtigung von Auswirkungen verminderter Dehngeschwindigkeiten

In Versuchen an biegebeanspruchten Bauteilen wird im Allgemeinen die Belastung in einzelnen Laststufen aufgebracht. Zur Aufnahme von Messgrößen wird die Belastung bzw. die Verformung im Fall weggesteuerter Versuche anschließend bis zur weiteren Belastung konstant gehalten. Im Unterschied zur Dehngeschwindigkeit bei der Ermittlung der Betonkennwerte nach (DIN 1048-5 1996) bzw. der i.A. zu erwartenden Belastungsgeschwindigkeit bei Verkehrslasten sind in Versuchen zusätzlich Auswirkungen der verminderten Dehngeschwindigkeiten bzw. der Zeitstandbelastungen und den dadurch initiierten Kriechprozessen in der Druckzone zu berücksichtigen.

Reduzierte Dehngeschwindigkeiten führen nach (Rüsch 1960; Rasch 1962) zu völligeren Spannungs-Dehnungs-Linien mit reduzierten Maximalwerten der Druckspannung bei vergrößerten zugehörigen Stauchungen, während Zeitstandbeanspruchungen, d.h. über definierte Zeitintervalle konstant gehaltene Spannungen nach (Grasser 1968) eine Zunahme der Dehnungen und ggf. ein vorzeitiges Versagen bei verminderten Druckfestigkeiten nach sich ziehen. Eine Auswertung der in (Rasch 1962) dokumentierten Versuchsreihen C5 bis C7 an Betonen mit Würfeldruckfestigkeiten $\beta_{W200,28d}$ zwischen 35 und 50 MPa erlaubt die Modifikationen der maßgebenden Kennwerte der Spannungs-Dehnungs-Linien nach den Gln. (4.7) bis (4.10) für eine Versuchsdauer im Bereich von 50 bis 100 Minuten. Die Ansätze sind als Näherungen zu betrachten.

$$f_{cm,t} = 0,95 \cdot f_{cm} \tag{4.7}$$

$$\epsilon_{c1,t} = 1,05 \cdot \epsilon_{c1} \tag{4.8}$$

$$E_{c0,t} = 0,95 \cdot E_{c0} \tag{4.9}$$

$$\epsilon_{c1u,t} = 1,05 \cdot \epsilon_{c1u} \tag{4.10}$$

In den Abbildungen 4.3 und 4.4 werden die Spannungs-Dehnungs-Linien nach Gl. (4.4) in Verbindung mit Ansätzen nach den Gln. (4.7) bis (4.10) den in (Rasch 1962) angegebenen Spannungs-Dehnungs-Linien gegenübergestellt.

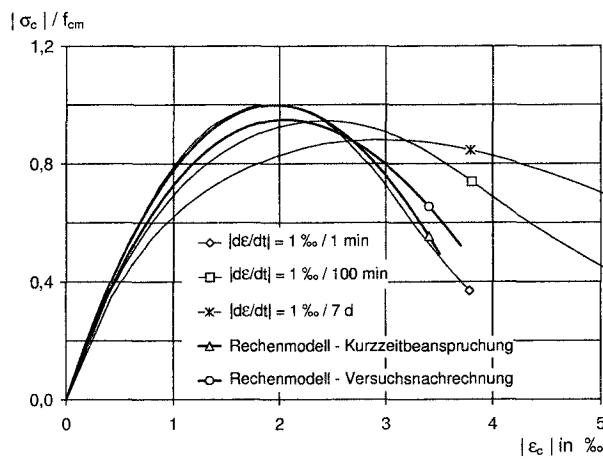


Abbildung 4.3. Vergleich der rechnerischen Spannungs-Dehnungs-Linie mit Ergebnissen nach (Rasch 1962, Bild 107, B300); $f_{cm} = 25$ MPa

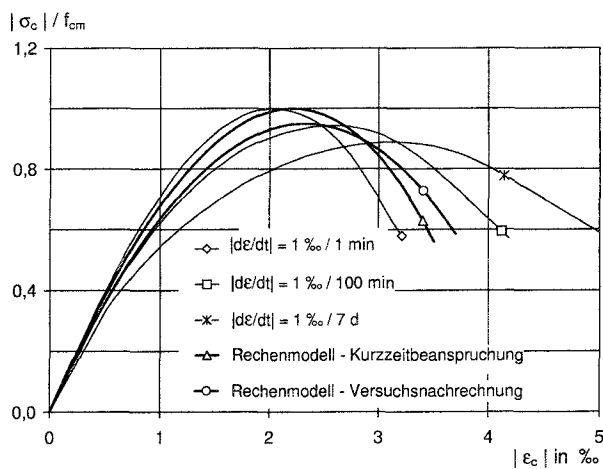


Abbildung 4.4. Vergleich der rechnerischen Spannungs-Dehnungs-Linie mit Ergebnissen nach (Rasch 1962, Bild 107, B450); $f_{cm} = 38$ MPa

4.1.2 Beton - Zugbeanspruchung

Im Rahmen des entwickelten Rechenmodells wird auf die Verwendung expliziter Spannungs-Dehnungs-Beziehungen zugbeanspruchten Betons verzichtet. Risse in zentrisch zugbeanspruchten bzw. biegebeanspruchten Bauteilen werden diskret abgebildet. Zur Ableitung von Rissbildungsmodellen werden Beziehungen zwischen den Kenngrößen der Zugfestigkeit

$$\begin{aligned} f_{ct} & \text{ zentrische Zugfestigkeit} \\ f_{ct,fl} & \text{ Biegezugfestigkeit} \\ f_{ct,sur} & \text{ Oberflächenzugfestigkeit}^2 \end{aligned}$$

sowie die Verknüpfung der Kenngrößen mit der Druckfestigkeit f_{cm} des Bauteilbetons angegeben.

Verhalten von Normalbeton unter Zugbeanspruchung

Der Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen einachsial zugbeanspruchten Normalbetons im verformungsgesteuerten Versuch ist durch weitgehend elastisches Verhalten bis annähernd zur Maximalspannung mit anschließendem kontinuierlichen Spannungsabfall bei überproportionaler Zunahme der Dehnungen im Bereich des Risses zu charakterisieren. Die ablaufenden Phänomene - ausgehend von der Bildung von Mikrorissen bis zur Vereinigung zu Makrorissen - werden durch verschiedene Modellvorstellungen erfasst, u.a. durch die Annahme einer Rissprozesszone an der Rissspitze, die eine begrenzte Übertragung von Zugspannungen ermöglicht. Insbesondere im Zusammenhang mit der numerischen Abbildung von Rissbildungsprozessen werden bruchmechanische Betrachtungen, z.B. die Formulierung von modifizierten Spannungs-Dehnungs- oder Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen relevant (vgl. Hillerborg u. a. 1976; Bazant und Oh 1983). Die Betonzugfestigkeit wird i.A. von den Faktoren beeinflusst, die ebenfalls für die Druckfestigkeit bestimmend sind (vgl. 4.1.1). Darüber hinaus können Eigenspannungen, z.B. aus abfließender Hydratationswärme, Schwinden, etc. die Zugfestigkeit wesentlich beeinträchtigen. Die experimentelle Ermittlung der Kenngrößen, insbesondere der zentrischen Zugfestigkeit f_{ct} gestaltet sich schwierig; i.d.R. wird f_{ct} mittelbar über die Spaltzugfestigkeit oder die Biegezugfestigkeit nach (DIN 1048-5 1996) bestimmt. Eine allgemeine Verknüpfung der Zugfestigkeitskenngrößen mit der Druckfestigkeit wird in (Heilmann 1969; Rüschi 1975) mit Gl. (4.11) angegeben.

$$f_{ct} = c \cdot f_{c,cube}^{2/3} \quad (4.11)$$

Zentrische Zugfestigkeit

Ein Zusammenhang des Mittelwerts der zentrischen Zugfestigkeit mit der Würfeldruckfestigkeit wird in (Heilmann 1969) auf Grundlage der Auswertung umfangreicher Versuche angegeben (Gl. 4.12).

$$f_{ctm} = 0,24 \cdot f_{cm,cube,200}^{2/3} \quad (4.12)$$

In (DIN 1045-1 2001) werden in Anlehnung an (CEB-FIP MC 90 1993) mittlere und charakteristische zentrische Zugfestigkeiten in Abhängigkeit des charakteristischen Wertes der Zylinderdruckfestigkeit formuliert. Unter Verwendung des in (DIN 1045-1 2001) angegebenen Zusammenhangs zwischen f_{cm} und f_{ck} folgt:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot (f_{cm} - 8)^{2/3} \quad (4.13)$$

$$f_{ctk,0.05} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (4.14)$$

$$f_{ctk,0.95} = 1,3 \cdot f_{ctm} \quad (4.15)$$

² Die Oberflächenzugfestigkeit wird im Folgenden angesichts der unterstellten Gleichwertigkeit mit der zentrischen Zugfestigkeit mit f_{ctm} bezeichnet.

Aus Gl. (4.12) ergibt sich in Verbindung mit den Umrechnungsbeziehungen der Druckfestigkeit nach Anhang E.1 der im Weiteren verwendete Zusammenhang zwischen den Mittelwerten der Druck- und Zugfestigkeit.

$$f_{ctm} = 0,26 \cdot f_{cm}^{2/3} \quad (4.16)$$

Der Rechenwert der Zugfestigkeit nach Gl. (4.16) weicht im Bereich zwischen 30 MPa $\leq f_{cm} \leq 60$ MPa um maximal 6% vom Wert nach Gl. (4.13) ab.

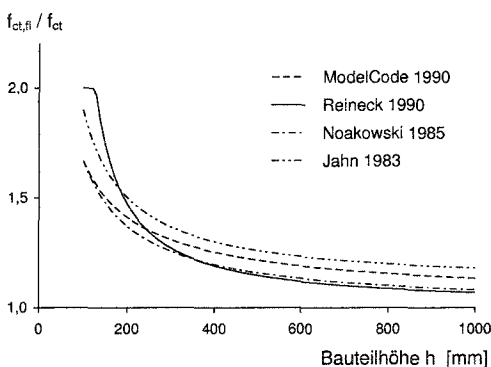
Biegezugfestigkeit

Die Biegezugfestigkeit wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit als Kenngröße für die Rissbildung an biegebeanspruchten Bauteilen herangezogen. Die Biegezugfestigkeit weist aufgrund des von der Bauteilhöhe h und dem Dehnungsgradienten, d.h. der Kombination aus M und N abhängigen Größenverhältnisses der Rissprozesszone zu h einen signifikanten Maßstabseinfluss auf (vgl. Bažant u. a. 1994). In (Eibl und Ivanyi 1976; Jahn 1983) und (Reineck 1990) wird der Größeneinfluss mit Hilfe der Hypothese der *Repräsentativen Volumeneinheit RVE* - der kleinsten, an den Größtkorndurchmesser $D_{k,max}$ gekoppelten, repräsentativen Volumeneinheit des heterogenen Betongefüges - beschrieben und quantifiziert. Demnach ist anstelle der Randspannung der Mittelwert der Zugspannung im *RVE* für ein Zugversagen maßgebend. Voneinander Abweichende Verhältniswerte $f_{ct,fl}/f_{ctm}$ ergeben sich vor allem aufgrund der unterschiedlichen Festlegung der Kantenlänge des *RVE* (Jahn: $d_{RVE} = 2,3 \cdot D_{k,max}$, Reineck: $d_{RVE} = 4 \cdot D_{k,max} \leq 64$ mm).

In Abb. 4.5 werden Relationen zwischen der Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$ und der zentrischen Zugfestigkeit f_{ctm} nach

- (CEB-FIP MC 90 1993), Gl. (4.17),
- (Reineck 1990) Gl. (4.18),
- (Noakowski 1985) bzw. (Mayer 1967) Gl. (4.19) und
- (Jahn 1983) Gl. (4.20)

für den baupraktisch relevanten Größtkorndurchmesserbereich $16 \text{ mm} \leq D_{k,max} \leq 32 \text{ mm}$ einander gegenübergestellt. Den weiteren Betrachtungen wird der Zusammenhang nach *Noakowski* zugrunde gelegt.



$$\frac{f_{ct,fl}}{f_{ctm}} = \frac{1 + 1,5 \cdot (h/100)^{0,7}}{1,5 \cdot (h/100)^{0,7}} \quad (4.17)$$

$$= \frac{h}{h - d_{RVE}} \leq 2,0 \quad (4.18)$$

$$= \frac{1}{0,6} \cdot \frac{2,6 + 0,024 \cdot h}{1 + 0,040 \cdot h} \quad (4.19)$$

$$= 1,1 + \frac{1,45 \cdot d_{RVE}}{h} \quad (4.20)$$

(Bauteilhöhe h in mm)

Abbildung 4.5. Verhältnis zwischen Biegezugfestigkeit und zentrischer Zugfestigkeit in Abhängigkeit der Bauteilhöhe

Oberflächenzugfestigkeit

Für den Nachweis der Zugkraftdeckung bzw. der Verbundtragfähigkeit bei klebarmierten Bauteilen ist der Mittelwert der Oberflächenzugfestigkeit nach (DIN 1048-2 1991) eine wesentliche Eingangsgröße. Neben den Eigenschaften von Zementstein und Zuschlag

dominiert die Vorbereitung der Bauteiloberfläche - Strahlen mit festen Strahlmitteln, Schleifen, Stocken, etc. - den Kennwert. Derzeit liegen allerdings keine Vorhersagemodelle zur Quantifizierung der Oberflächenzugfestigkeit in Abhängigkeit der Einflussparameter vor.

Zur Ableitung von Ingenieurmodellen in (Holzenkämpfer 1994) wurde die Oberflächenzugfestigkeit mangels experimentell belegter Werte der zentrischen Zugfestigkeit auf Basis der Relation nach *Heilmann*, Gl. (4.12) gleichgesetzt. In (Niedermeier 2001) wird diese Hypothese anhand des Zusammenhangs zwischen Oberflächenzugfestigkeit und Druckfestigkeit nach (Krenchel und Bickley 1984) und (Budnik und Dornauer 1993) für den baupraktisch relevanten Bereich der Druckfestigkeiten bis $f_{cm} \leq 50$ MPa bestätigt. Sofern experimentell belegte Werte der Oberflächenzugfestigkeit nicht zur Verfügung stehen, wird für die weiteren Betrachtungen von einer Relation nach Gl. (4.21) ausgegangen.

$$f_{ct,sur} = 0,26 \cdot f_{cm}^{2/3} \quad (4.21)$$

4.1.3 Betonstahl

Zur Herstellung von Betonstahl in Form von Stäben und Matten sind im Hinblick auf die mechanischen Eigenschaften zwei Verfahrensgruppen zu unterscheiden:

- warmgewalzte (naturharte), wärmebehandelte oder mikrolegierte Betonstähle,
- kaltverformte Betonstähle.

Betonstahl verhält sich bis zum Erreichen der Streckgrenze annähernd ideal elastisch. Während die erste Gruppe der Betonstähle allerdings ein ausgeprägtes Fließplateau mit anschließender Verfestigung aufweist, zeigen kaltverformte Stähle einen stetigen Übergang zwischen elastischem und plastischem Bereich (Abb. 4.6).

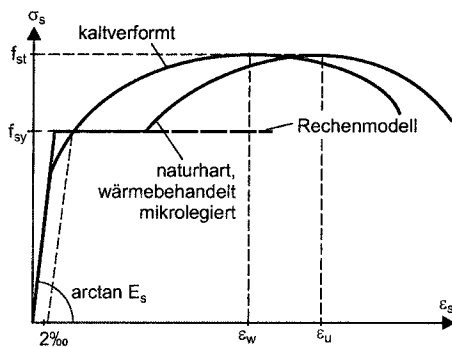


Abbildung 4.6. Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von Betonstählen; idealisierter Ansatz (schematisch)

Spannungs-Dehnungs-Linie

Die Form der Stahlkennlinie übt nach (Langer 1987; Graubner 1989, u.a.) einen wesentlichen Einfluss auf die Rotationsfähigkeit plastischer Gelenke in Stahlbetonbauteilen aus. Zur funktionalen Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen liegen daher zahlreiche Ansätze vor (vgl. Eibl und Ivanyi 1976; Li 1995).

Im Rahmen der Untersuchung klebarmierter Bauteile, spezielle bei Versuchsnachrechnungen wird allerdings auf die Berücksichtigung der Verfestigung nach Überschreiten der Streckgrenze verzichtet, zumal insbesondere bei warmgewalzten Stählen bis zur Verfestigung signifikante Dehnungen realisiert werden müssten (Abb. 4.6). Die Annahme einer elastisch-ideal plastischen Arbeitslinie bedeutet zudem den für die Dehnungsdifferenz der Klebarmierung zwischen zwei Rissen im querkraftbeanspruchten Bereich ungünstigsten Fall. Zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betonstahls sind folgende Kenngrößen ausreichend:

f_{sy} Streckgrenze des Betonstahls
 E_s Elastizitätsmodul

Für die Nachrechnungen experimenteller Untersuchungen wird auf die im Versuch ermittelten Kenngrößen für f_{sy} und E_s Bezug genommen. Im Rahmen von Parameterstudien wird dem Betonstahl ideal elastisches Materialverhalten mit $E_s = 200$ GPa unterstellt.

4.1.4 Klebarmierung

Im Rahmen der Versuchsauswertung wie auch der numerische Untersuchungen werden ausschließlich Bauteile, die mit Stahllaschen oder vorgefertigten CFK-Lamellen nach den derzeit gültigen allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen verstärkt sind, betrachtet. Andere Typen von Klebarmierung, etwa Glasfaserlamellen oder CFK-Gelege und -Matten, denen in der baupraktischen Anwendung derzeit eine untergeordnete Rolle zukommt, bleiben unberücksichtigt.

Stahllaschen

Den vorliegenden Richtlinien (DIBt 1993) bzw. Richtlinienentwürfen (DIBt 1997) zufolge dürfen ausschließlich Laschen der Stahlgüten S235 nach (prEN 10025-2 2000) (frühere nationale Bezeichnung: St 37-2 bzw. St 37-3) verwendet werden. Im Allgemeinen handelt es sich um warmgewalzte bzw. wärmebehandelte Flachstähle, die ein ausgeprägtes Fließplateau mit anschließender Verfestigung aufweisen.

In Analogie zur Abbildung des Betonstahls wird für Stahllaschen eine idealisierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach Abb. 4.7 mit elastisch-ideal plastischem Verhalten verwendet. Für Versuchsnachrechnungen werden Streckgrenze f_{Ly} und Elastizitätsmodul E_L der zugehörigen Versuchsdokumentation entnommen. Parameterstudien bauen ebenfalls auf der Annahme elastischer Bewehrungsstränge mit $E_L = 200$ GPa auf.

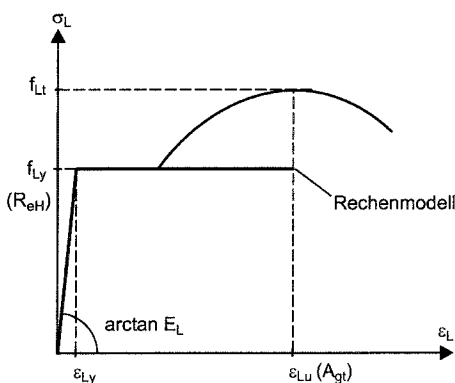


Abbildung 4.7. Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von Flachstahl für Stahllaschen; idealisierter Ansatz

CFK-Lamellen

Unidirektionale CFK-Lamellen weisen aufgrund ihres Aufbaus ausgeprägt anisotrope Eigenschaften auf. In Faserrichtung dominieren die Eigenschaften der Kohlenstofffasern die mechanischen Kenngrößen der Lamellen, während in Querrichtung die Eigenschaften des Matrixharzes - im Allgemeinen ein heiß gehärtetes EP-Harz - bestimmend werden.

Die im Zugversuch in Faserrichtung ermittelte Spannungs-Dehnungs-Linie von CFK-Lamellen weist i.d.R. einen konkaven, verfestigenden Verlauf auf, der vornehmlich auf die Ausrichtung von Faserbündeln zurückzuführen ist. Für die in den eigenen Versuchen verwendeten CFK-Lamellen wurde die Abweichung der tatsächlichen von der unterstellten linear-elastischen Kennlinie quantifiziert und bleiben im relevanten Dehnungsbereich unter 5% (vgl. 3.3.4). In den derzeit geltenden bauaufsichtlichen Zulassungen wird als

Bemessungsgrundlage von mit CFK-Lamellen verstärkten Bauteilen der auf den Nennquerschnitt bezogene Sekantenmodul zwischen 10% und 50% der Bruchspannung nach (DIN EN 2561 1995) angegeben. Für Versuchsnachrechnungen wird von einer durch die jeweils zutreffende Größe E_L beschriebenen linearen Spannungs-Dehnungs-Linie ausgegangen. Parameterstudien bauen ebenfalls auf linearen Beziehungen auf; im Allgemeinen wird mit $E_L = 167 \text{ GPa}$ eine für die derzeit gebräuchlichen CFK-Lamellen repräsentative Größe angenommen.

4.2 Verbundverhalten einbetonierter Bewehrung

4.2.1 Vorbemerkung

Die Verbundwirkung zwischen Bewehrung und Beton - eine der wesentlichen Voraussetzungen der Stahlbetonbauweise - ist seit Jahrzehnten Arbeitsschwerpunkt vieler Forscher. Im Zuge der Einführung gerippter oder profilierter Betonstähle wurden eine Vielzahl von Verfahren der experimentellen Untersuchung sowie theoretische Beschreibungen des Verbundverhaltens entwickelt. Wegen der entscheidenden Bedeutung des Verbundverhaltens der Bewehrungsstränge für das Zusammenwirken in einem Bauteil werden im Folgenden wesentliche Grundlagen des Verbundes sowie Möglichkeiten zur experimentellen Untersuchung erläutert. Ein zentraler Aspekt der Ableitung von Verbundmodellen ist die Übertragbarkeit an Prüfkörpern gewonnener Zusammenhänge auf das Verhalten in realen Bauteilen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden wesentliche, das Verbundverhalten beeinflussende Parameter aus Versuchen mit kurzen Verbundlängen abgeleitet und zur Erweiterung eines für Dehnkörper bzw. Zuggurte von biegebeanspruchten Bauteilen als zutreffend allgemein anerkannten Verbundmodells herangezogen. Ausführliche Erläuterungen zum Verbundverhalten einbetonierter Bewehrung bzw. zu Verbundmodellen sind darüber hinaus u.a. (Alvarez 1998; fib 2000; Mayer 2001) zu entnehmen.

4.2.2 Verbundtragmechanismen und Versagensarten

Die Verbundwirkung einbetonierter Bewehrung, d.h. die Übertragung von Kräften an der Kontaktfläche zwischen Beton und Bewehrungsstab, wird grundlegend durch drei Mechanismen bewirkt:

- *Haftverbund*
adhäsive Bindung zwischen Zementstein und Stahloberfläche;
- *Scherverbund*
im Fall gerippter / profilierter Betonstähle mechanische Verzahnung des Stabprofils (Rippen) mit den davor liegenden Betonkonsolen; bei glatterm Betonstahl in geringerem Umfang als mechanische Verzahnung der walzrauen Stahloberfläche mit der Zementmatrix;
- *Reibungsverbund*
Reibung nach Versagen der mechanischen Verzahnung

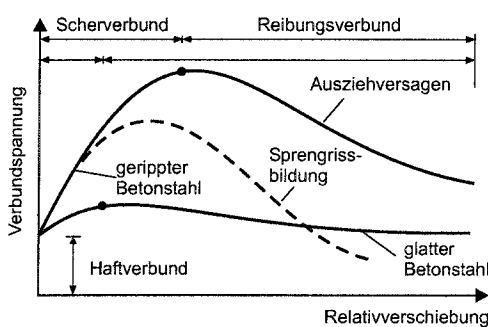


Abbildung 4.8. Idealisierte Darstellung des Zusammenhangs von Verbundspannung und Relativverschiebung zwischen Betonstahl und umgebendem Beton - Verbundmechanismen gerippter und glatter Betonstähle (nach Rehm 1961)

Die Verbundwirkungen sind unmittelbar mit der Verformung der Verbundzone bzw. der Relativverschiebung zwischen Beton und Bewehrung in der Kontaktfläche verknüpft. Daher basiert der Großteil der vorliegenden Verbundmodelle auf einer - zuerst in (Rehm 1961) vorgeschlagenen - Beziehung zwischen Verbundspannung τ_s und idealisierter Relativverschiebung s_s (Abb.4.8).

Bei geripptem Betonstahl entstehen durch den Eintrag von Verbundspannungen - im Wesentlichen durch die von den Rippen ausgeübten lokal hohen Pressungen auf die Betonkonsolen - Mikrorisse bzw. in der Folge sog. sekundäre Verbundrisse; der Tragmechanismus wurde u.a. in (Goto 1971) durch Versuche an zentrisch bewehrten, zugbeanspruchten Betonprismen untersucht (Abb. 4.9). Der im Idealfall rotationssymmetrische Spannungszustand ist u.a. nach (Tepfers 1979) durch einen Druckkegel, der sich auf einem Zugring abstützt, abzubilden.

Unmittelbar an einem Querriss ist der Gleichgewichtszustand von Druckkegel und Zugring gestört; eine Abstützung des Druckkegels ist nicht mehr in vollem Umfang möglich. Bei steigender Verbundbeanspruchung sind zunächst verformungsbedingte Ablösungen des Betons von der Bewehrung zu beobachten. In der Folge bildet sich ausgehend von geneigten sekundären Verbundrissen ein Ausbruchkegel, der die Übertragung von Verbundspannungen in einer begrenzten Störzone unmittelbar am Riss stark einschränkt (vgl. Goto 1971).

Ein Verbundversagen, d.h. der Ausfall der Verbundwirkung, kann zwei unterschiedlichen Mechanismen zugeordnet werden:

- *Versagen durch Ausziehen des Stabes*
Ein Ausziehversagen wird durch das vollständige Abscheren der Betonkonsolen verursacht. Die Lage der Bruchebene wird dabei vom Verhältnis zwischen Rippenhöhe und Rippenabstand bestimmt (Rehm 1961).
- *Versagen durch Sprengrissbildung*
Der erläuterten Modellvorstellung entsprechend entstehen Spreng- oder Längsrisse parallel zum Bewehrungsstab, sofern die Zugringspannungen die Betonzugfestigkeit überschreiten.

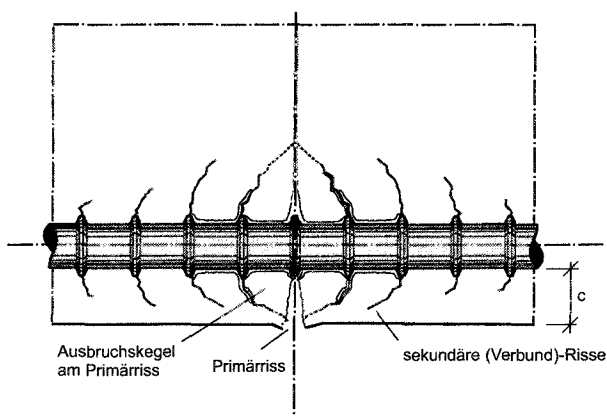


Abbildung 4.9. Sekundäre Verbundrisse; Ausbruchkegel an einem Querriss (nach Goto 1971)

4.2.3 Ermittlung des Verbundverhaltens in Versuchen

In bewehrten Betonbauteilen treten Verbundbeanspruchungen unter verschiedenen Randbedingungen, z.B. bei der Endverankerung von Stäben, in Bereichen mit Biege- und Schubbeanspruchungen, etc. auf. In Versuchen ist i.A. nur eine ausschnittshafte Simulation der Verbundbeanspruchungen unter der Voraussetzung einer möglichst realitätsnahen Abbildung der Randbedingungen zielführend. Daraus resultiert eine Vielzahl unterschiedlicher Prüfkörper bzw. Versuchskonfigurationen, deren Ergebnisse nicht ohne Weiteres miteinander vergleichbar sind und deren Übertragbarkeit auf reales Bauteilverhalten u.U. eingeschränkt ist.

Versuchskonfigurationen

Die große Bandbreite unterschiedlicher Versuchskonfigurationen zur experimentellen Untersuchung des Verbundverhaltens kann anhand der grundlegenden Prinzipien in zwei Gruppen unterschieden werden:

Versuche mit kurzen Verbundlängen

Die unmittelbare Ableitung der τ_s - s_s -Beziehung erfolgt im Rahmen von Ausziehversuchen an einbetonierten Stäben mit kurzen Verbundlängen. Bei Annahme konstanter Verbundspannungen entlang der Einbettungslänge entspricht der Verbundansatz dem Zusammenhang zwischen Verbundspannung $\tau_s = F_s / (U_s \cdot l_v)$ und der i.d.R. am spannungslosen Stabende gemessenen Relativverschiebung zwischen Stab und Prüfkörper. U.a. werden folgende Versuchskonfigurationen vorgeschlagen:

- Ausziehversuche an mittig einbetonierten Stäben bei Verbundlängen entsprechend dem einfachen Rippenabstand bzw. $1d_s$ nach (Rehm 1961)
- Ausziehversuche an mittig oder exzentrisch einbetonierten Stäben mit Verbundlängen von $5d_s$ bis $10d_s$, z.T. bis $20d_s$ nach (Martin und Noakowski 1981)
- Pull-out-Versuche nach RC6 in (RILEM 1994) an mittig einbetonierten Stäben mit $l_v = 5d_s$
- Versuche an randnah angeordneten Stäben mit konsolförmigen Ausziehkörpern nach (Janovič 1979) bzw. nach (Schmidt-Thrö u. a. 1986; Eligehausen u. a. 1989) in modifizierter Form

Einen Überblick über weitere vorliegende Versuchskonzepte speziell für Bewehrungsstäbe mit praxisüblichen Betondeckungen ist (Eligehausen u. a. 1989) zu entnehmen.

Versuche mit großen Verbundlängen

Die Ableitung von Verbundansätzen bei Bauteilversuchen mit großen Verbundlängen unter Annahme veränderlicher Verbundspannungen erfordert i.d.R. die Auswertung diskreter, entlang der Einbettungslänge gemessener Stabdehnungen. Entsprechende experimentelle Untersuchungen liegen u.a. vor:

- Versuche an Dehnkörpern mit zentrisch einbetoniertem Bewehrungsstab nach (Goto 1971; Dörr und Mehlhorn 1979; Günther 1989; Fehling 1990; Kurz 1997)
- Versuche an exzentrisch bewehrten Dehnkörpern nach (Günther 1989)

Darüber hinaus existieren an Dehnkörpern mit Hilfe diskreter Stahldehnungsmessungen ermittelte Verbundansätze nach (Faoro 1988) und (Tue 1993).

Abhängig von der Versuchskonzeption und dem gewählten Versuchskörper können für identische Randbedingungen bezüglich Betonzusammensetzung und Oberflächengestalt des Betonstahls z.T. stark voneinander abweichende τ_s - s_s -Beziehungen ermittelt werden (vgl. Eibl und Ivanyi 1976; fib 2000) (Abb. 4.10).

Einflussgrößen auf das Verbundverhalten

Als Einflussgrößen auf das Verbundverhalten wurden unabhängig von der Versuchskonfiguration identifiziert (vgl. 4.2.5):

- Eigenschaften des Betons (Druck- und Zugfestigkeit, Frischbetonkonsistenz, Sieblinie des Zuschlags)
- Eigenschaften des Betonstahls (Oberflächengestaltung, Durchmesser, Spannungs-Dehnung-Beziehung insbes. nach Überschreiten der Streckgrenze)
- Lage und Orientierung bei der Betonage
- Betondeckung
- Querbewehrung, Umschnürung
- Belastungsgeschwindigkeit und -dauer

- Äußerer Querdruck

Die Abhängigkeit des experimentell ermittelten Verbundansatzes vom Versuchskörpertyp resultiert u.a. aus folgenden Aspekten:

- Spannungszustand des Betonkörpers (Längszug- bzw. Längsdruckspannungen, Schubspannungen)
- Verformungsverhalten der Betondeckung (induzierte Druck- bzw. Zugspannungen radial zum Stab)
- Simulation des Querrisses (Versuche mit bzw. ohne verbundfreie Vorlänge)

Durch Versuche an Dehnkörpern mit großen Einbettungslängen wurde insbesondere in (Nilson 1972; Dörr und Mehlhorn 1979; Günther 1989) über die Verbundlänge variable τ - s -Beziehungen ermittelt. Demnach nehmen Verbundtragfähigkeit und Verbundsteifigkeit mit zunehmendem Abstand von einem - ggf. vorgegebenen - Querriss signifikant zu. Die Abhängigkeit des Verbundansatzes vom betrachteten Ort der Verbundlänge ist u.a. nach (Eibl und Kobarg 1984; Kobarg 1986) auf die letztgenannten drei Einflussfaktoren zurückzuführen, die im Fall großer Verbundlängen entlang der Einbettungslänge prinzipiell variabel sind. Eine explizite Ortsabhängigkeit, d.h. ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen der Koordinate des betrachteten Orts entlang der Einbettungslänge und dem Verbundansatz existiert dagegen nicht; die in (Kobarg 1986) gewählte Formulierung der *scheinbaren Ortsabhängigkeit* ist daher vorzuziehen.

Die Abhängigkeit des Verbundverhaltens vom gewählten Versuchskörper bzw. den Randbedingungen findet seinen unmittelbaren Ausdruck in den z.T. stark voneinander abweichenden Charakteristiken der i.d.R. aus Versuchsergebnissen abgeleiteten bzw. an Versuchsergebnissen kalibrierten Verbundmodelle (s. 4.2.4).

Zur Wahl der Verbundversuchskörper im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen

Mit den experimentellen Untersuchungen als Grundlage eines Verbundmodells der einbetonierten Bewehrung sind zwei Ziele verknüpft:

- Anknüpfung an vorliegende Versuchsergebnisse bzw. Rechenmodelle zum Verbundverhalten einbetonierter Bewehrung (Konformität)
- Abbildung des Verbundverhaltens in zentrisch beanspruchten Dehnkörpern und Zuggurten biegebeanspruchter Bauteile

Aufgrund der prinzipiellen Abhängigkeit der Ergebnisse vom Versuchskörper wurden zwei unterschiedliche Versuchskonfigurationen gewählt. Dabei wird grundlegend davon

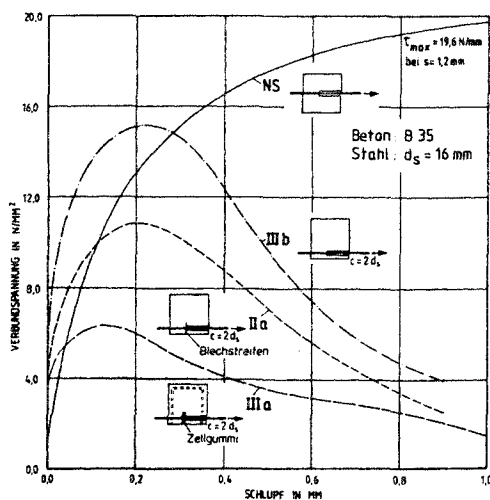


Abbildung 4.10. An unterschiedlichen Ausziehversuchskörpern experimentell ermittelte Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen im Vergleich (nach Elgehausen u. a. 1989)

ausgegangen, dass sich die primär vom Versuchskörpertyp unabhängigen Einflussparameter (s.o.) in verschiedenen Prüfkörpern quantitativ weitestgehend ähnlich auswirken; die Auswirkungen von Einflussparametern werden daher an einfach handhabbaren Versuchen mit kurzer Einbettungslänge ermittelt.

Versuche mit kurzen Einbettungslängen

Nach vergleichenden Untersuchungen in (Janovič 1979) und (Eligehausen u. a. 1989) wird insbesondere das bei realistischen Betondeckungen mögliche Sprenggrissversagen mit konsolförmigen Ausziehkörpern nach *Janovič* im Gegensatz zu konventionellen Ausziehkörpern experimentell gut erfasst; der tragfähigkeitssteigernde Effekt der Ausbildung eines Druckgewölbes wird durch die unterhalb der Konsole angeordnete Trennschicht unterbunden. Nach (Schmidt-Thrö u. a. 1986) und (Eligehausen u. a. 1989) simuliert die von *Janovič* vorgeschlagene Versuchskonfiguration aufgrund der weichen Trennlage und des dadurch möglichen Ausbrechens eines Betonkegels am belasteten Verbundbereichsende allerdings nur die Verhältnisse unmittelbar an einem Querriss. Dem entsprechend werden zur Abbildung weiter vom Riss entfernter Verbundbereiche modifizierte konsolförmige Ausziehkörper mit harter Trennlage, damit weitgehend unterbundener Ausbildung eines Ausbruchkegels verwendet (vgl. Abb. 4.10). Fraglich ist, inwieweit der dadurch hervorgerufene Spannungszustand dem eines zugbeanspruchten Verbundbereichs biegebeanspruchter Bauteilen entspricht.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde zur Ermittlung maximaler, durch Sprenggrissbildung beeinflusster Verbundtragfähigkeiten die in (Janovič 1979) vorgeschlagene Konfiguration mit weicher Trennlage übernommen.

Versuche zum Verbundverhalten bei Dehnkörpern

In Anlehnung an (Goto 1971; Dörr und Mehlhorn 1979; Fehling 1990; Kurz 1997) wird darüber hinaus das Verbundverhalten an Dehnkörpern mit zentrisch einbetoniertem Bewehrungsstab ermittelt. Die Betondeckung der Betonstahlbewehrung ist gegenüber den Ausziehkörpern sowie gegenüber den Dehnkörpern deutlich vergrößert; die Übertragbarkeit des in den Versuchen ermittelten Verbundverhaltens auf die gemischt bewehrten Dehnkörper gründet auf folgende Zusammenhänge:

- In den Versuchen an gemischt bewehrten Dehnkörpern, die mit Betonstahl des Durchmessers 8 mm ($c/d_s = 3,25$) bewehrt waren, kam es in keinem Fall zur Bildung von Längsrissen entlang der einbetonierten Bewehrung; Verbundversuche an zentrisch bewehrten Dehnkörpern, die Längsrissbildung ausschließen, sind daher zulässig.
- Der Spannungszustand der Verbundzone in zentrisch bewehrten Dehnkörpern entspricht näherungsweise den in gemischt bewehrten Dehnkörpern oder Zuggurten von biegebeanspruchten Bauteilen anzutreffenden Verhältnissen.

Im Unterschied zu einigen der oben genannten Arbeiten wird die τ - s -Beziehung nicht über diskrete DMS-Messungen, sondern mittels des gemessenen Zusammenhangs zwischen Rissöffnung und Stahldehnung im Riss ausgewertet. Es wird davon ausgegangen, dass die am vorgegebenen Riss gemessene Rissöffnung die zweifache Relativverschiebung zwischen Betonstahl und Beton wiedergibt. Generell nimmt die Rissbreite zum Bewehrungsstab hin infolge einer Verwölbung der Rissufer ab. Die tatsächliche Relativverschiebung ist daher i.A. geringer als die an der Oberfläche gemessene Rissbreite (vgl. Leonhardt 1978; Derflinger u. a. 1981). Dieser, bei Ausziehversuchen mit Messung der Relativverschiebung in ähnlicher Form auftretende Effekt (vgl. Schmidt-Thrö u. a. 1986) muss als systematischer Bestandteil der an Versuchsergebnissen kalibrierten Verbundmodelle betrachtet werden. Die Auswirkungen etwaiger Querschnittsverwölbungen werden in der vorliegenden Arbeit implizit den Verträglichkeitsbedingungen zugerechnet.

4.2.4 Vorliegende Verbundmodelle

Allgemeines

Modelle zur Beschreibung des Verbundverhaltens einbetonierter Bewehrung liegen derzeit in verschiedenen Abstraktionsstufen vor:

- Diskrete (finite) Verbundmodelle auf der Grundlage einer bereits in (Rehm 1961) vorgeschlagenen Beziehung zwischen Verbundspannung τ_s und zugehöriger Relativverschiebung s_s (u.a. Martin 1973; Martin und Noakowski 1981; Eligehausen u. a. 1983; Kreller 1989; Alvarez 1998)
- Inkrementelle Verbundmodelle auf Basis einer differentiellen Formulierung als $\delta\tau_s$ - δs_s -Beziehung (Kobarg 1986)
- Mechanisch-physikalische Verbundmodelle, z.B. auf der Grundlage von Stabwerkmodellen (u.a. Schober 1984; Fehling 1990; Kurz 1997)

Im Großteil der vorliegenden Arbeiten werden die erstgenannten Verbundmodelle, im engeren Sinne als *Pseudo-Stoffgesetze* ohne explizite Berücksichtigung der tatsächlichen Vorgänge anzusehen, verwendet. Die von Stoffgesetzen geforderte Invarianz gegenüber Randbedingungen und Belastungsgeschichte wird von diskreten Verbundmodellen i.A. nicht erfüllt (Kobarg 1986). Dessen ungeachtet kann durch die Anpassung an spezifische Randbedingungen eine hohe Aussagekraft der Ergebnisse erreicht werden.

Da Verbundmodelle zunächst ausschließlich für Gebrauchstauglichkeitsbetrachtungen mit geringen Relativverschiebungen $s_{s,max} \approx 0,25$ mm abgeleitet wurden, ist in einer Vielzahl von Arbeiten der Geltungsbereich des vorgeschlagenen Modells nicht explizit genannt (vgl. Martin 1973; Martin und Noakowski 1981). Erst in Zusammenhang mit Traglastanalysen z.B. für Rahmenknoten bei Erdbebenbeanspruchung (vgl. Ciampi u. a. 1982; Eligehausen u. a. 1983) sowie bei der Untersuchung der plastischen Systemreserven statisch unbestimmter Systeme (vgl. Langer 1987; Kreller 1989; Li 1995) wurde der gesamte Bereich der Relativverschiebungen bis hin zum Ausziehen des Stabs in Modellen abgebildet.

Verbundmodelle stellen grundsätzlich nur eine angenäherte Beschreibung der komplexen physikalischen Zusammenhänge in der Verbundzone dar. Selbst weiterentwickelte Modelle unter Einbeziehung lokaler Ansätze - das Modell nach *Eligehausen, Kreller* und *Langer* - können das i.d.R. großen Streuungen unterliegende Verbundverhalten nur näherungsweise richtig beschreiben und gelten i.e.S. nur für die in den zugrunde liegenden Versuchen geprüften Materialien (Betonzusammensetzung, Oberflächengestaltung der Bewehrung, etc.); u.a in (Kreller 1989) wird auf diesen Umstand deutlich hingewiesen. In der vorliegenden Arbeit wird anstelle eines an lokale Ansätze gekoppelten Verbundmodells eine angenäherte globale Beschreibung mit mittleren Verbundansätzen verfolgt.

Verbundmodell nach *Rehm, Martin, Noakowski*

Die v.a. an der TU München entwickelten Verbundmodelle nach (Martin 1973) entsprechend Gl. (4.22) und (Noakowski 1978), Gl. (4.23), gehen auf die in (Rehm 1961) angegebene Formulierung des *Verbund-Grundgesetzes* zurück und basieren im Wesentlichen auf den in (Martin und Noakowski 1981) zusammengestellten Ergebnissen aus Ausziehversuchen an zentrisch einbetonierten Stäben. In Gl. (4.22) wird mit $B \cdot f_c$ explizit ein konstanter Verbundanteil, der im Mittel dem eines glatten Betonstahls entspricht, berücksichtigt (Abb. 4.11). In beiden Fällen wird lediglich der ansteigende Ast der τ_s - s_s -Beziehung ohne Angabe einer Grenzverschiebung wiedergegeben³.

$$\tau_s = A \cdot f_c \cdot s_s^N + B \cdot f_c \quad (4.22)$$

$$\tau_s = A \cdot f_c \cdot s_s^N \quad (4.23)$$

In (Noakowski 1985) und (Noakowski 1988) wird mit Gl. (4.24) eine weiterentwickelte Form des Verbundmodells unter Berücksichtigung eines Sprenggrissversagens vorgestellt.

$$\tau_s = A \cdot f_c^{2/3} \cdot s_s^N \quad (4.24)$$

Die Ansätze beschreiben dabei mittlere Verbundverhältnisse ohne Berücksichtigung lokaler Effekte wie z.B. der Bildung eines Ausbruchkegels am Querriss und wurden in der

³ Die Bezeichnungen nach (Martin 1973) und (Noakowski 1978) wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit an den derzeitigen Sprachgebrauch angepasst.

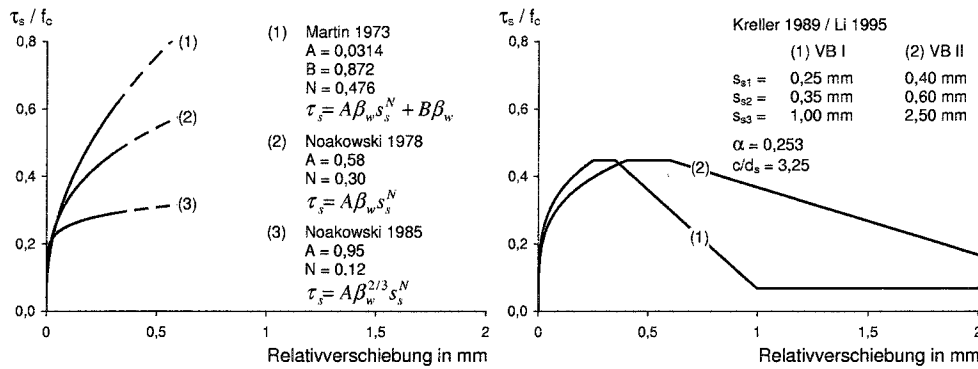


Abbildung 4.11. Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen nach *Martin* (mittig stehend), *Noakowski* (mittig liegend bzw. exzentrisch liegend) und *Eligehausen, Kreller, Langer* im Vergleich ($f_c = 30 \text{ MPa}$, Umrechnung $\beta_w \cdot f_c$ nach Anhang).

Form nach Gl. (4.23) u.a. in (Krips 1984) zur Untersuchung der Rissbreitenbeschränkung sowie in leicht angepasster Form in (Eligehausen 1979; Tue 1993) zur Auswertung bzw. Nachrechnung von Bauteilversuchen verwendet. In (König und Tue 1996) werden gegenüber den genannten Arbeiten modifizierte, aus Versuchsergebnissen abgeleitete Koeffizienten A und N angegeben.

Verbundmodell nach *Eligehausen, Kreller, Langer*

Das Verbundmodell basiert auf der aus Ergebnissen an Ausziehversuchen abgeleiteten abschnittsweisen Formulierung der τ_s - s_s -Beziehung nach (Eligehausen u. a. 1983) und erfasst den gesamten Verschiebungsbereich einschließlich eines Reibungsplateaus nach Abschneiden der Betonkonsolen. Der Bereich gestörter Verbundwirkung am Riss wurde bereits von *Eligehausen* zu $5d_s$ festgelegt. Eine verfeinerte Formulierung des Verbundverhaltens der Störzone enthält (Langer 1987), während das Modell in (Kreller 1989) anhand der in (Eligehausen u. a. 1989) vorgestellten Ergebnisse aus konsolförmigen Ausziehkörpern auf Versagen durch Sprenggrissbildung erweitert wurde. Generell wird von deutlich reduzierten Verbundeigenschaften bis zu einem Abstand von $2d_s$ zum Querriss ausgegangen, anschließend steigt die Verbundtragfähigkeit bis $5d_s$ linear an und bleibt im Weiteren konstant. Die Abminderung am Querriss lehnt sich an Ergebnisse aus (Ciampi u. a. 1982) und (Eligehausen u. a. 1989) an, ist aber in (Kreller 1989) empirisch festgelegt. Allerdings korrespondiert die angenommene Länge des Ausbruchkegels von $\approx 2d_s$ mit den eigenen Versuchen an Janovic-Probekörpern. Die allgemeine Formulierung des Verbundmodells folgt Gl. (4.25) (Abb. 4.11).

$$\begin{aligned}
 0 \leq s_s \leq s_{s1} & \quad \tau_s = \tau_{s,max} \cdot \left(\frac{s_s}{s_{s1}} \right)^\alpha & (4.25) \\
 s_{s1} < s_s \leq s_{s2} & \quad \tau_s = \tau_{s,max} \\
 s_{s2} < s_s \leq s_{s3} & \quad \tau_s = \tau_{s,max} - \frac{\tau_{s,max} - \tau_{sR}}{s_{s3} - s_{s2}} \cdot (s_s - s_{s2}) \\
 s_s > s_{s3} & \quad \tau_s = \tau_{sR}
 \end{aligned}$$

Die Abbildung des ansteigenden Astes der τ_s - s_s -Beziehung entspricht dabei dem Verbundmodell nach (Noakowski 1978), Gl. (4.23) mit

$$N \equiv \alpha \quad (4.26)$$

$$A \equiv \frac{\tau_{s,max}}{s_{s1}^\alpha \cdot f_c} \quad (4.27)$$

Die maßgebenden Parameter werden in Abhängigkeit von Betondruckfestigkeit, bezogener Betondeckung und Verbundbereich festgelegt. Augenfällig ist die in Verbundbereich II (mäßiger Verbund) unveränderte Bruchverbundspannung $\tau_{s,max}$. Dies widerspricht den

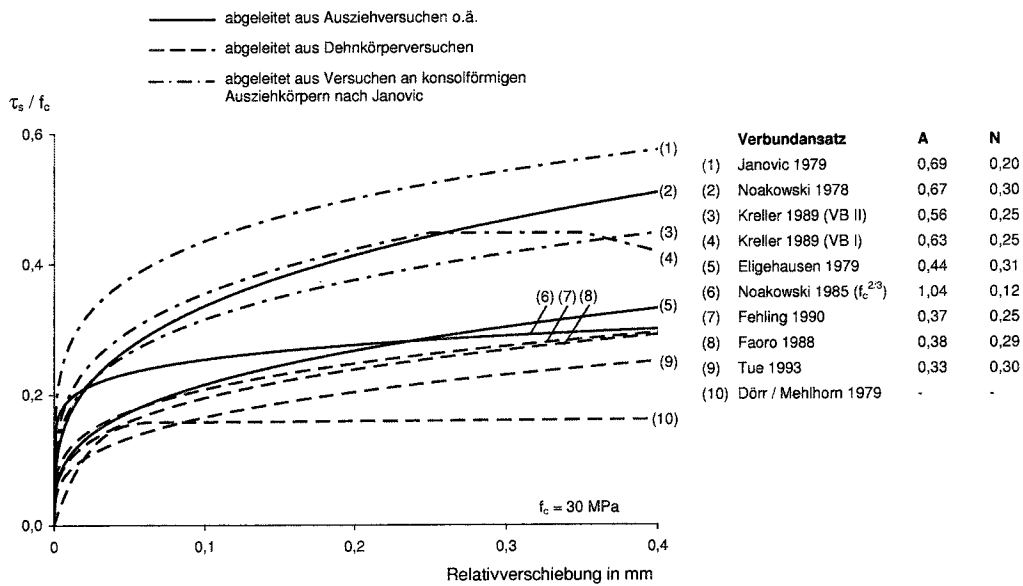


Abbildung 4.12. Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen nach verschiedenen Autoren (Bezug der Parameter A auf $f_c = 30$ MPa)

Ergebnissen einer Vielzahl von Ausziehversuchen, ist aber unmittelbar aus den Ergebnissen in (Eligehausen u. a. 1989) abgeleitet - wiewohl dort eine Nachverdichtung des Betons bei oben liegenden Stäben angedeutet wird. Bei möglichem Sprenggrissversagen sind die Parameter $\tau_{s,max}$, τ_{sR} und α nach den Gln. (4.28) bis (4.31) festgelegt (vgl. Li 1995).

$$\tau_{s,max} = a \cdot \sqrt{f_c} \tag{4.28}$$

mit

$$a = 0,36 \cdot \frac{c}{d_s} + 1,28 \leq 2,4 \tag{4.29}$$

$$\tau_{sR} = 0,15 \cdot \tau_{s,max} \tag{4.30}$$

$$\alpha = 0,003 \cdot f_c + 0,1625 \tag{4.31}$$

Das Verbundmodell wurde u.a. in numerischen Untersuchungen zur Rotationsfähigkeit von Stahl- und Spannbetonbauteilen verwendet (vgl. Li 1995). In vereinfachter Form wurde das Modell darüber hinaus in (CEB-FIP MC 90 1993) aufgenommen.

Weitere Verbundmodelle

Neben den beiden genannten Verbundmodellen existiert eine Vielzahl weiterer, mehr oder minder komplexer Ansätze. Für Dehnkörper wird in (Dörr und Mehlhorn 1979) ein Polynom 3. Grades mit linearer Ergänzung als aus den lokalen τ_s - s_s -Beziehungen gemittelter Ansatz vorgestellt. Daneben wurden u.a. in (Shima u. a. 1992) und (Bigaj 1999) sowie (Mayer 2001) Modelle entwickelt, die eine Anrechnung elastischer und plastischer Stahldehnungen auf das Verbundverhalten erlauben.

Erwähnenswert erscheint darüber hinaus das in Zusammenhang mit dem *Tension Chord Model* in (Sigrist 1995) vorgestellte und in (Alvarez 1998) weiterentwickelte Verbundmodell. Entkoppelt von der Relativverschiebung zwischen Beton und Bewehrung werden unter Berücksichtigung der reduzierten Verbundtragwirkung bei plastischen Stahldehnungen mittlere Verbundspannungen angegeben.

Zusammenfassung

In Abb. 4.12 sind Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen verschiedener Autoren dargestellt. Zu beachten sind die u.a. nach (Noakowski 1978; Noakowski 1985;

Eligehausen 1979) fehlenden Angaben zum Geltungsbereich der Ansätze; allerdings kann z.B. aus den Versuchen in (Janovič 1979) für Ansatz (1) in Abb. 4.12 ein Verbundversagen durch Sprenggrissbildung bei etwa 0,1 mm abgelesen werden - eine Fortführung des Ansatzes darüber hinaus widerspricht daher den realen Zusammenhängen.

Mit Ausnahme der Beziehung nach (Dörr und Mehlhorn 1979) kann der ansteigende Ast der dargestellten Verbundansätze durch eine Exponentialfunktion nach Gl. (4.23) bzw. Gl. (4.24) beschrieben werden. Die auf die Zylinderdruckfestigkeit umgerechneten Parameter A und N sind in Abb. 4.12 angegeben. Aus der Darstellung ist unmittelbar ersichtlich, dass die aus Bauteilversuchen an Dehnkörpern abgeleiteten Verbundansätze - die *per se* das mittlere Verbundverhalten entlang der Einbettungslänge beschreiben - wesentlich geringere Verbundtragfähigkeiten aufweisen als Ansätze, die an Ergebnissen aus Konsolausziehkörpern kalibriert wurden.

Angesichts der großen Bandbreite vorgeschlagener Verbundmodelle sowie der Unsicherheiten im Ansatz lokaler Effekte auf das Verbundtragverhalten wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein globales mittleres Verbundmodell - allerdings aufgrund der Anwendung in Traglastanalysen, d.h. u.a. bei großen Relativverschiebungen, in Anlehnung an die Formulierung nach (Kreller 1989) - gewählt und an eigenen Versuchsergebnissen kalibriert. Das skizzierte Vorgehen korrespondiert u.a. mit (Eligehausen 1979; Graubner 1989; Tue 1993; König und Tue 1996), bietet den Vorteil expliziter analytischer Lösungen für Verbundfragen einbetonierter Bewehrung und entspricht der Forderung nach konsistenten Ansätzen für Versuchsauswertung und abgeleitete Ingenieurmodelle.

4.2.5 Einflussgrößen auf das Verbundverhalten

Im Folgenden werden die für diese Arbeit wesentlichen Einflussfaktoren auf das Verbundverhalten erläutert und grundlegende Zusammenhänge für das zu verwendende Verbundmodell aus Versuchsergebnissen abgeleitet. Ein detaillierter Überblick über die Auswirkungen der darüber hinaus gehenden Einflussgrößen ist z.B. in (Mainz 1993; fib 2000) enthalten.

Eigenschaften des Betons

In einer Vielzahl von Arbeiten zum Verbundverhalten wird das Bruchlastniveau, d.h. der Größtwert der zu realisierenden Verbundspannung mit der Betondruckfestigkeit f_c verknüpft, da ein Ausziehen des Stabes das Versagen der im Wesentlichen druckbeanspruchten Betonkonsolen voraussetzt (Rehm 1961; Martin 1973; Martin und Noakowski 1981). Im Unterschied dazu wird u.a. in (Dörr und Mehlhorn 1979) eine Anbindung des Verbundspannungsmaximums an die Betonzugfestigkeit verfolgt. Dieses Verknüpfung ist insbesondere bei Sprenggrissversagen einsichtig. Die in verschiedenen Verbundmodellen gewählte Abhängigkeit zwischen dem Größtwert der Verbundspannung und der Betondruckfestigkeit bzw. der daraus abgeleiteten Zugfestigkeit, allgemein nach Gl. (4.32), wird in (Mainz 1993) im Überblick dargestellt.

$$\tau_{s,max} \sim f_c^k \quad (4.32)$$

Für den Exponenten k sind Angaben in folgender Bandbreite der Literatur zu entnehmen:

- gerippter Betonstahl: $k = 0,5 - 1,2$
- glatter Betonstahl: $k = 0,4 - 0,6$

In Abb. 4.13 sind die für gerippten Betonstahl in den Versuchen an Konsolausziehkörpern ermittelten maximalen Verbundspannungen (Sprenggrissversagen) sowie die Verbundspannungen bei einer Relativverschiebung von 0,1 mm am spannungslosen Stabende der Betondruckfestigkeit gegenübergestellt. Die Verbundspannungen sind dabei auf den je Stabdurchmesser und Verbundbereich bestimmten Mittelwert bei $f_c = 30,4$ MPa (Versuchsreihen A1-B1 und A3-B1) bezogen. Insbesondere für Versuche mit Stabdurchmesser 8 mm korrespondieren die Ergebnisse für $\tau_{s,max}$ unabhängig vom Verbundbereich gut mit

dem rechnerischen Zusammenhang bei $k = 0,5$. Bei hoher Betondruckfestigkeit zeigen die Versuche mit $d_s = 16$ mm ebenfalls weitgehend unabhängig vom Verbundbereich höhere bezogene Bruchspannungen; im Mittel gibt in diesem Fall $k = 1,0$ die Ergebnisse wieder. Da die Verbundspannungen bei $s_s = 0,1$ mm nicht unmittelbar dem Sprenggrissversagen zugeordnet sind, wäre eine direkte Verknüpfung mit der Betondruckfestigkeit zu erwarten ($k = 1,0$), allerdings gibt $k = 0,5$ hier ebenfalls die Versuchsergebnisse im Mittel wieder. Angesichts der signifikanten Streuung wird im Weiteren in Analogie zu (Eligehausen u. a. 1989) bzw. (Kreller 1989) für gerippten Betonstahl von einem Zusammenhang zwischen $\tau_{s,max}$ und f_c nach Gl. (4.33) ausgegangen.

$$\tau_{s,max} = C \cdot f_c^{0,5} \tag{4.33}$$

Für glatten Betonstahl ergibt die Auswertung der durchgeführten Versuche ähnliche Zusammenhänge. In Entsprechung der Ergebnisse nach (Martin und Noakowski 1981) wird ebenfalls Gl. (4.33) vorausgesetzt.

Darüber hinaus gehende Abhängigkeiten, z.B. das mit steiferer Konsistenz bzw. feinteilärmerer Sieblinie ansteigende Verbundspannungsmaximum bei gleichzeitig höherer Verbundsteifigkeit (vgl. Martin 1984), werden i.d.R. nicht berücksichtigt.

Eigenschaften des Betonstahls

Bei gerippten Betonstählen ist die bezogene Rippenfläche f_R , das Verhältnis der projizierten Rippenfläche - der Aufstandsfläche der Betonkonsole - zur Mantelfläche des abzuscherenden Betonzylinders, der dominierende Parameter. Bis zum Erreichen des Verbundspannungsmaximums ist nach (Rehm 1961; Rehm 2003) die einer definierten Relativverschiebung zugeordnete Verbundspannung zu f_R direkt proportional. Der Einfluss der bezogenen Rippenfläche wird daneben in (Martin 1973; Martin und Noakowski 1981; Eligehausen und Mayer 2000; Mayer 2001) explizit untersucht. Da anhand der eigenen Versuche eine Kalibrierung des Ansatzes hinsichtlich f_R nicht möglich ist, wird in Analogie zur üblichen Praxis (vgl. Tue 1993) davon ausgegangen, dass geringfügige Abweichungen der bezogenen Rippenflächen gegenüber dem nach (DIN 488-2 1986) angegebenen Mindestwert bzw. Differenzen zu f_R der hier geprüften Betonstahlstäbe keine wesentlichen Auswirkungen auf das Verbundverhalten besitzen.

Im Unterschied zur bezogenen Rippenfläche ist der Einfluss des Stabdurchmessers auf das Verbundverhalten nach (Martin und Noakowski 1981), (Eligehausen u. a. 1983) und (Eligehausen u. a. 1989) übereinstimmend gering und wird daher im Weiteren gegenüber den anderen Parametern vernachlässigt.

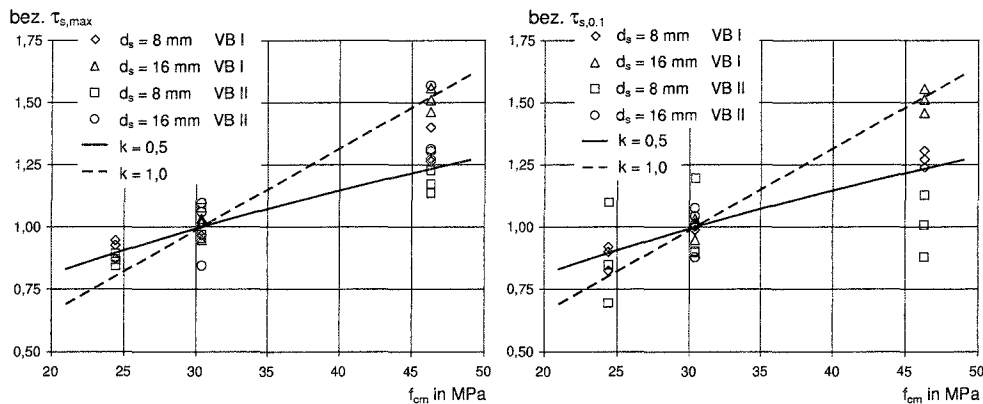


Abbildung 4.13. Bezogene max. Verbundspannung $\tau_{s,max}$ bzw. bezogene Verbundspannung bei einer Relativverschiebung von 0,1 mm $\tau_{s,0,1}$ in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit - gerippter Betonstahl

Lage und Orientierung bei der Betonage

Die Lage des Betonstahls gegenüber dem Schalboden bzw. die Orientierung des Stabes beeinflussen das Verbundverhalten wesentlich. Durch die Absetzbewegung des Betons während der Betonage entsteht bei stehend einbetonierten Stäben unterhalb der Rippen bzw. bei liegend einbetonierten Stäben mit größerem Abstand zum Schalboden rings um den Stab ein Bereich mit porenreicherem, zuschlagärmeren Betongefüge. Die veränderte Matrix resultiert in einer deutlich verringerten Verbundsteifigkeit und -tragfähigkeit. Da die Definition der Verbundbereiche mit einer kritischen Betonierhöhe von 300 mm nach (DIN 1045-1 2001) sowohl den Ergebnissen der eigenen Verbunduntersuchungen als auch den Erfahrungen z.B. nach (Martin und Noakowski 1981) widerspricht, wird im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen die Definition der Verbundbereiche VB I (guter Verbund) und VB II (mäßiger Verbund) nach (DIN 1045 1988) mit einer kritischen Höhe von 250 mm vorausgesetzt.

In Abb. 4.14 sind die experimentell ermittelten Kennwerte $\tau_{s,max}$ bzw. $\tau_{s,0.1}$ in Abhängigkeit von Betondruckfestigkeit und Verbundbereich dargestellt. Die Einzelwerte nehmen Bezug auf den je Versuchsreihe, d.h. Durchmesser und Betondruckfestigkeit, gemittelten Wert bei unten liegender Bewehrung.

Der Vergleich der Verbundspannungs-Maxima $\tau_{s,max}$ belegt eine Abminderung der Verbundtragfähigkeit bei oben liegender Bewehrung auf etwa 70% und korrespondiert mit den Ergebnissen nach (Martin und Noakowski 1981) wie auch mit den Abminderungsfaktoren nach (DIN V ENV 1992-1-1 1992) bzw. (DIN 1045-1 2001), ist allerdings deutlich günstiger als die in (CEB-FIP MC 90 1993) vorgeschlagene Reduktion von $\tau_{s,max}$ auf 50%. Die hier nicht dargestellte Auswertung der Versuche an glatten Rundstäben zeigt in Kongruenz zu (Martin und Noakowski 1981) eine ähnliche Verminderung der Verbundtragfähigkeit. Auf die Widersprüche in (Eligehausen u. a. 1989) wurde bereits hingewiesen. Für die weiteren Untersuchungen wird eine Reduktion des Verbundspannungsmaximums auf 70% im Verbundbereich II angenommen.

Die in Abb. 4.14 ebenfalls dargestellten Auswirkungen der Verbundlage auf $\tau_{s,0.1}$ sind über die verminderte Verbundtragfähigkeit hinaus an die ebenfalls verringerte Verbundsteifigkeit gekoppelt. Eine Auswertung der Verbundversuche an Dehnkörpern ergibt bei einer Relativverschiebung $s_s = 0,1$ mm eine Verminderung der Verbundspannungen im VB II um 50% und entspricht damit dem Mittel der in Abb. 4.14(rechts) dargestellten Einzelwerte.

Betondeckung

Die Bildung von Längsrissen und damit das vorzeitige Verbundversagen ist an den Verhältniswert von Betondeckung und Stabdurchmesser c/d_s gekoppelt (Martin 1973;

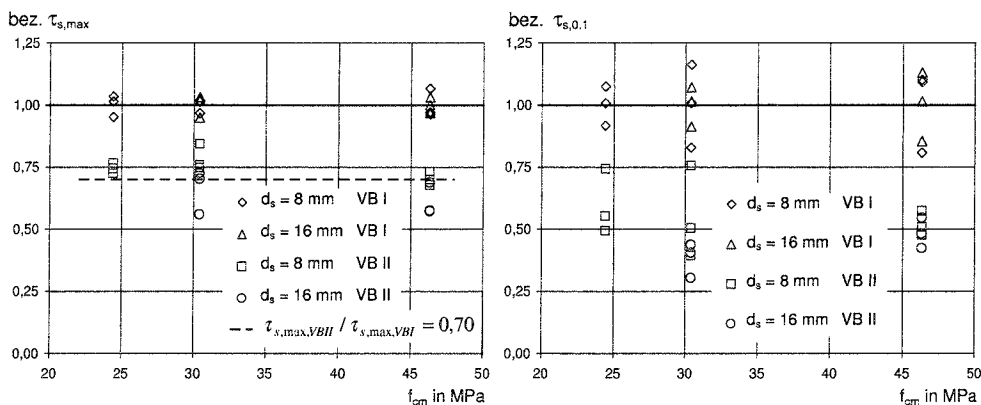


Abbildung 4.14. Bezogene max. Verbundspannung $\tau_{s,max}$ bzw. bezogene Verbundspannung bei einer Relativverschiebung von 0,1 mm $\tau_{s,0.1}$ in Abhängigkeit von Betondruckfestigkeit und Verbundbereich - gerippter Betonstahl

Tepfers 1979). Gegebenenfalls vorhandene Querbewehrung beeinflusst die Klaffung des Längsrisses und bewirkt höhere Verbundspannungsmaxima (vgl. Eligehausen u. a. 1989) bzw. erhöhte Resttragfähigkeiten nach Rissbildung.

Die in Versuchen an Konsolausziehkörpern ermittelten Bruchverbundspannungen werden in Analogie zu (Kreller 1989) zur Kalibrierung der Beziehung zwischen c/d_s und $\tau_{s,max}$ nach Gl. (4.29) herangezogen (Gl. 4.34).

$$\tau_{s,max} = C \cdot \sqrt{f_c} \quad \text{mit} \quad C = 0,5 \cdot \frac{c}{d_s} + 0,7 \quad (4.34)$$

Weitere Einflussgrößen

Beanspruchungsniveau des Bewehrungsstabs

Das Beanspruchungsniveau der einbetonierten Bewehrung beeinflusst die Verbundcharakteristik im Wesentlichen durch die Querverformung des Stabs. Während bei druckbeanspruchten Betonstählen (vgl. Müller und Eisenbiegler 1981) signifikant erhöhte Verbundspannungen auftreten, beeinflusst die infolge Zugspannungen auftretende Querkontraktion das Verbundverhalten negativ. Im Bereich elastischer Stahldehnungen sind die Auswirkungen gering, allerdings fallen die Verbundspannungen nach Überschreiten der Streckgrenze infolge lokal großer plastischer Längsdehnungen und entsprechend großer Querkontraktion drastisch ab (vgl. Shima u. a. 1992; Sigrist 1995; Alvarez 1998; Bigaj 1999; Mayer 2001).

Im Rahmen von Gebrauchstauglichkeitsbetrachtungen kann der Einfluss der Stahldehnung vernachlässigt werden; bei Traglastanalysen, z.B. Untersuchungen zur Rotationsfähigkeit in Zusammenhang mit Bemessungsverfahren nach der Plastizitätstheorie, werden die Auswirkungen der Stahldehnungen aufgrund der verminderten Mitwirkung des Betons, daher größerer Querschnittsrotation, wesentlich.

In Zusammenhang mit den folgenden Versuchsnachrechnungen und numerischen Analysen werden generell naturharte/wärmebehandelte Betonstähle mit ausgeprägtem Fließplateau betrachtet. Da die zu realisierenden plastischen Dehnungen durch die aufgeklebte Bewehrung begrenzt sind, wird der Einfluss auf das Verbundverhalten vernachlässigt.

Belastungsgeschwindigkeit

Da Beton viskoplastische Eigenschaften besitzt, ist der Zusammenhang zwischen Last und Verformung mit der Belastungsgeschwindigkeit verknüpft. Dies gilt insbesondere für das Verformungsverhalten der bei Betonrippenstahl hohen Pressungen ausgesetzten Betonkonsole unmittelbar vor einer Rippe. Da zwischen den Beanspruchungsgeschwindigkeiten im Ausiehversuch und in den Versuchen an gemischt bewehrten Dehnkörpern deutliche Unterschiede bestehen, sind die Auswirkungen auf das Verbundverhalten zu berücksichtigen. Die Belastungsgeschwindigkeit der durchgeführten Ausziehversuche wurde zu $\delta\tau_s/\delta t = 0,1 - 0,5 \text{ MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ gewählt, die der Dehnkörper lag deutlich darunter.

In (Hjorth 1975) werden Ausziehversuche an Betonstählen mit Belastungsgeschwindigkeiten von $\delta\tau_s/\delta t = 0,01 - 1000 \text{ MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ beschrieben; in (Vos und Reinhardt 1982) sind die Ergebnisse an Ausziehversuchen mit $\delta\tau_s/\delta t = 0,1 - 116000 \text{ MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ zusammengefasst. Übereinstimmend nehmen Verbundtragfähigkeit und -steifigkeit bei geripptem Betonstahl mit steigender Belastungsgeschwindigkeit zu, während glatter Betonstahl weitgehend unempfindlich auf variables $\delta\tau_s/\delta t$ reagiert. Für den hier relevanten Beanspruchungsbereich $\delta\tau_s/\delta t = 0,0001 - 0,5 \text{ MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ sind Ergebnisse an geripptem Betonstahl lediglich in (Martin und Noakowski 1981) angegeben. Allerdings zeigen die geprüften Konfigurationen nur eine sehr geringe Geschwindigkeitsabhängigkeit; über das gesamte Intervall nehmen die Kenngrößen $\tau_{s,0.1}$ für gerippten Betonstahl lediglich um 10% zu; eine Vernachlässigung des Einflusses erscheint demnach vertretbar.

Beanspruchungsdauer

Neben der Belastungsgeschwindigkeit ist ebenfalls die Dauer der Verbundbeanspruchung entscheidend für den Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Relativverschiebung bzw. Stahldehnung und Schlupf am Querriss. Umfangreiche experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Verbundkriechen unter Dauerstandsbeanspruchung liegen in (Franke 1976; Rohling 1987) und (Balázs und Koch 1992) vor. Die Auswirkungen langandauernder konstanter Beanspruchungen werden im Rahmen der Versuchsnachrechnungen vernachlässigt.

Weitere Einflussfaktoren wie z.B. die Auswirkungen eines Querdrucks (Auflagerbereich) oder zyklischer Verbundbeanspruchungen werden nicht verfolgt.

4.2.6 Abbildung des Verbundverhaltens

Gerippter Betonstahl

Als Grundlegende Formulierung für den Bereich kleiner Relativverschiebungen wird in Anlehnung an Ansätze von *Rehm*, *Martin* und *Noakowski* sowie unter Berücksichtigung der Abhängigkeit nach Gl. (4.33) die Beziehung nach Gl. (4.35) gewählt. Wegen der Betrachtung von Traglastzuständen wird eine Erweiterung des Relativverschiebungsbereiches in Anlehnung an (Eligehausen u. a. 1983) bzw. (Kreller 1989) über das Verbundspannungsmaximum hinaus vorgenommen.

$$\begin{aligned} 0 \leq s_s \leq s_{s1} & \quad \tau_s = A \cdot \sqrt{f_c} \cdot s_s^N & (4.35) \\ s_{s1} < s_s \leq s_{s2} & \quad \tau_s = \tau_{s,max} \\ s_{s2} < s_s \leq s_{s3} & \quad \tau_s = \tau_{s,max} - \frac{\tau_{s,max} - \tau_{sR}}{s_{s3} - s_{s2}} \cdot (s_s - s_{s2}) \\ s_s > s_{s3} & \quad \tau_s = \tau_{sR} \end{aligned}$$

Die Grenzverschiebung s_{s1} wird dabei rekursiv durch $\tau_s = \tau_{s,max}$ festgelegt. Es wird näherungsweise davon ausgegangen, dass das Auftreten eines Längs- bzw. Sprengnisses an die Verbundspannung $\tau_{s,max}$ und nicht an definierte Relativverschiebungen geknüpft ist. Die Entkopplung der Bruchverbundspannung von einer fixen Relativverschiebung ermöglicht die Angabe unabhängig von f_c bzw. c/d_s formulierter Koeffizienten A und korrespondiert damit im Vergleich zum Modell nach (Kreller 1989) besser mit Versuchsergebnissen (vgl. Abb. 4.16). Des Weiteren wird bezüglich des Exponenten N sowie der erforderlichen Modifikationen des Ansatzes für den Verbundbereich II auf die Ergebnisse aus den Ausziehversuchen zurückgegriffen.

Der die Völligkeit des ansteigenden Astes bestimmende Exponent N kann anhand der Versuchsergebnisse mittels Gl. (4.36) festgelegt werden. In Abb. 4.15 sind die abgeleiteten Einzelwerte dem Vorschlag nach (Kreller 1989), Gl. (4.31), gegenübergestellt. Im Weiteren wird vereinfachend $N = 0,25 = \text{const.}$ verwendet.

$$N_{exp} = \frac{\ln(\tau_{s,0.01}/\tau_{s,max})}{\ln(0,01/s_s(\tau_{s,max}))} \quad (4.36)$$

$$A_{exp} = \frac{\tau_{s,max}}{s_s(\tau_{s,max})^N \cdot \sqrt{f_c}} \quad (4.37)$$

Der Koeffizient A wird entsprechend dem Vorschlag nach (König und Tue 1996) gewählt. Wegen der veränderten Abhängigkeit von der Betondruckfestigkeit erfolgt die Verknüpfung des Verbundansatzes nach (König und Tue 1996) mit dem vorgeschlagenen Modell anhand der Versuche der Reihen B1 mit $f_{cm} = 30,4$ MPa; damit ergibt sich $A = 1,98 \approx 2,0$. Die Anpassung an den Verbundbereich II erfolgt mit Hilfe von Gl. (4.37). In Abb. 4.16 sind die auf den jeweiligen Mittelwert des VB I für $f_{cm} = 30,4$ MPa bezogenen Koeffizienten dargestellt. Angesichts der signifikanten Streuung erscheint die Annahme eines unabhängig vom f_c konstanten Koeffizienten sowie eine Abminderung auf 50% für Verbundbereich II gerechtfertigt (vgl. auch Abb. 4.14).

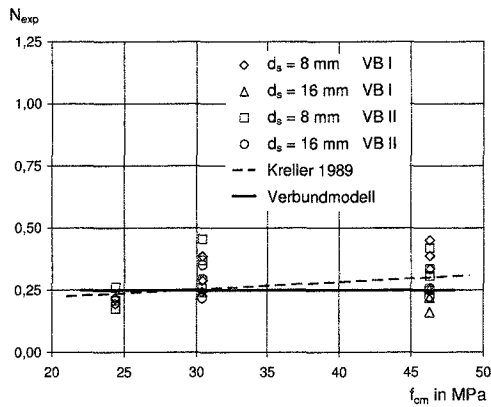


Abbildung 4.15. Aus den Ergebnissen an Ausziehversuchen nach Gl. (4.36) ermittelte Exponenten N , Vorschlag nach (Kreller 1989) und gewählter Ansatz

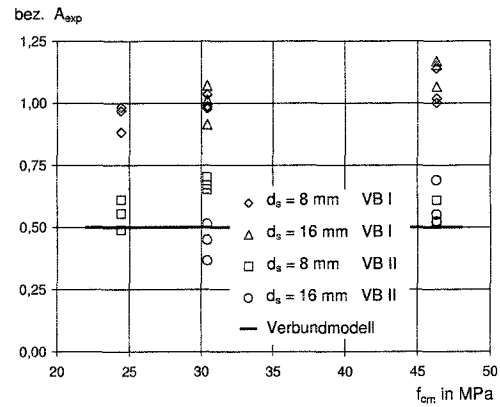


Abbildung 4.16. Abminderung der nach Gl. (4.37) ermittelten Koeffizienten A für Verbundbereich II, gewählter Ansatz

Die Ergänzung des Verbundansatzes über die Bruchverbundspannung hinaus wird in Anlehnung an das Verbundmodell nach *Eligehausen, Kreller* und *Langer* formuliert. Die kennzeichnenden Relativverschiebungsdifferenzen

$$\Delta s_{s,1-2} = s_{s2} - s_{s1}$$

$$\Delta s_{s,2-3} = s_{s3} - s_{s2}$$

werden (Kreller 1989) entnommen. Unabhängig vom Auftreten von Sprengissen wird der ansteigende Ast entsprechend (Eligehausen u. a. 1983) bzw. (CEB-FIP MC 90 1993) auf $s_{s1,max} = 1 \text{ mm}$ beschränkt.

In Abb. 4.17 werden die in den Verbundversuchen an Dehnkörpern ermittelten Betonstahlspannungs-Rissöffnungs-Beziehungen der rechnerischen, unter den vereinfachenden Annahmen nach 4.2.3 mit schrittweiser Integration ermittelten Beziehungen gegenübergestellt. Der gewählte Ansatz gibt das Verbundverhalten in zugbeanspruchten Bauteilen augenscheinlich für beide Verbundbereiche gut wieder.

In Tab. 4.1 sind die Kenngrößen des Verbundansatzes für verschiedene Randbedingungen zusammengestellt. Exemplarisch ist der resultierende Verbundansatz in Abb. 4.18 a) für die einbetonierte Bewehrung der Versuchsreihen A1 bzw. V1 für Verbundbereich I und $f_c = 30 \text{ MPa}$ dargestellt.

Der Verbundansatz für Verbundbereich I lehnt sich dabei eng an die mittleren Verbundansätze nach (Faoro 1988), (Fehling 1990) und (Tue 1993) an, die auf die Auswertung

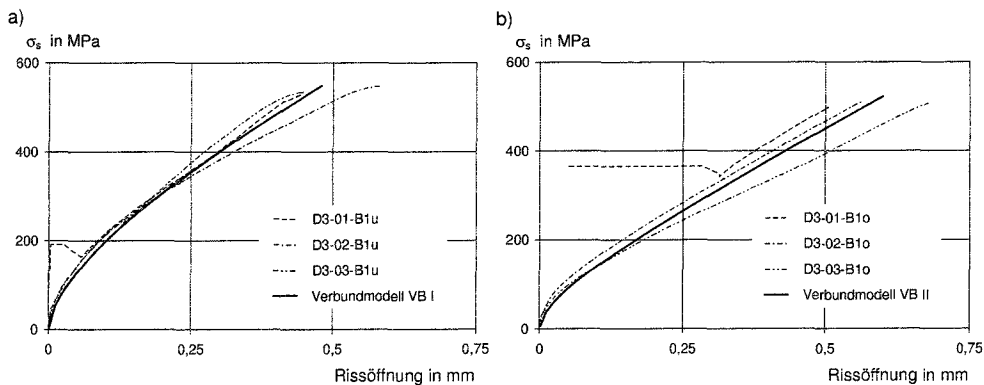


Abbildung 4.17. An zentrisch bewehrten Dehnkörpern gemessene Stahlspannungs-Rissöffnungs-Beziehung im Vergleich mit Rechenwerten auf Basis des Verbundansatzes; a) Verbundbereich I, b) Verbundbereich II

von Dehnkörperversuchen zurückgehen, welche hinsichtlich der Randbedingungen d_s und f_R bzw. hinsichtlich des Verhältnisses c/d_s mit den hier betrachteten Versuchen gut vergleichbar sind. Darüber hinaus entspricht der gewählte Ansatz in guter Näherung dem in (König und Tue 1996) vorgeschlagenen, aus der Auswertung einer Vielzahl von Versuchen ermittelten Ansatz.

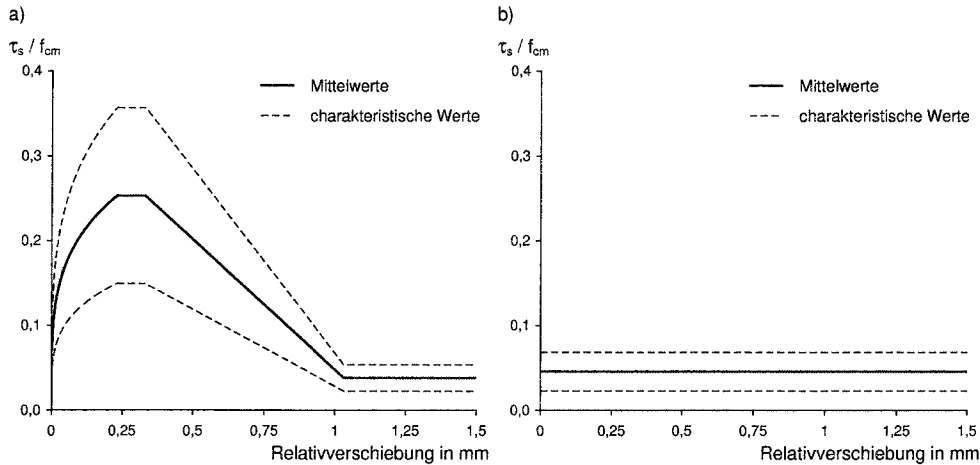


Abbildung 4.18. Verbundmodelle für einbetonierte Bewehrung - Mittelwerte und charakteristische Werte exemplarisch für $f_{cm} = 30$ MPa, Verbundbereich I; a) gerippter Betonstahl ($d_s = 16$ mm, $c = 22$ mm); b) glatter Betonstahl

Glatter Betonstahl

Das Verbundverhalten glatten Betonstahls kann nach (Rehm 1961) für nur schwach verarbeitete Stäbe in guter Näherung durch konstante, von der Relativverschiebung entkoppelte Verbundspannungen beschrieben werden. Die geringfügig höhere Verbundtragfähigkeit bei sehr geringen Relativverschiebungen (vgl. Abb. 4.8) kann angesichts der in den Verbundversuchen auftretenden Streuungen genügend genau vernachlässigt werden. Der Verbundansatz kann ebenfalls durch Gl. (4.35), allerdings ohne Begrenzung der Relativverschiebungen, abgebildet werden. Die maßgebenden Parameter des Ansatzes sind ebenfalls in Tab. 4.1 zusammengefasst. Ein Vergleich der Versuchsergebnisse an glattem Betonstahl mit den in (Martin und Noakowski 1981) dokumentierten Ergebnissen umfangreicher Ausziehversuche an Rundstahl zeigt, dass die Ergebnisse der eigenen Versuche,

Tabelle 4.1. Maßgebende Parameter des Verbundmodells

Kenngröße	Einheit	gerippter Betonstahl		glatter Betonstahl	
		Verbundbereich I	Verbundbereich II	Verbundbereich I	Verbundbereich II
$\tau_{s,max}$	MPa	$C \cdot (f_c)^{0,5}$	$0,7 \cdot C \cdot (f_c)^{0,5}$	$C \cdot (f_c)^{0,5}$	
C	$MPa^{0,5}$	$0,5 \cdot c/d_s + 0,7 \leq 2,4$		0,25	0,13
A	$MPa^{0,5} / mm^{0,25}$	2,00	1,00	C	C
N	-	0,25	0,25	0	0
s_{s1}	mm	$(C/A)^{(1/N)} \leq 1,0$	$(0,7 \cdot C/A)^{(1/N)} \leq 1,0$	-	
s_{s3}	mm	$\leq c_s - b_s$ (\approx lichter Rippenabstand)		-	
Δs_{s1-2}	mm	0,1	0,2	-	-
Δs_{s2-3}	mm	0,7	1,9	-	-
τ_{sR}	MPa	$0,15 \cdot \tau_{s,max}$		$1,0 \cdot \tau_{s,max}$	

charakterisiert durch die Kenngröße $\tau_{s,0.1}$, am oberen Rand des von *Martin* und *Noakowski* angegebenen Streubereichs liegen. Dies ist ggf. auf unterschiedliche Vernarbung der Stäbe zurückzuführen. Aufgrund der Überprüfung des in (Martin und Noakowski 1981) angegebenen konstanten Verbundansatzes für mittig liegende Rundstäbe auf breiter Versuchsdatenbasis und der prinzipiellen Übereinstimmung mit den eigenen Versuchsergebnissen wird der von *Martin* und *Noakowski* angegebene Zusammenhang adaptiert. Der Ansatz nach (CEB-FIP MC 90 1993) erscheint im Vergleich zu den eigenen Versuchsergebnissen im Bereich geringer Betondruckfestigkeiten bis 30 MPa zu konservativ, bei darüber hinaus gehenden Druckfestigkeiten insbesondere im Vergleich mit den Versuchsergebnissen aus (Martin und Noakowski 1981) zu progressiv. Der in (Noakowski 1988) angegebene Verbundansatz für glatten Betonstahl auf Grundlage einer Exponentialfunktion liefert deutlich zu große Verbundspannungswerte und zeigt im Gegensatz zu Versuchsergebnissen im gesamten Relativverschiebungsbereich mit ansteigenden Verschiebungen anwachsende Verbundspannungen.

4.2.7 Ableitung charakteristischer Werte

Sofern im Rahmen von Zugkraftdeckungsnachweisen des Klebarmierungsstranges insbesondere an auflagnächsten Biegeriss Verträglichkeitsbedingungen bzw. Zugkraftumlagerungen zur einbetonierten Bewehrung angerechnet werden sollen, werden für die Ermittlung des verbundbestimmten Querschnittswiderstandes charakteristische Werte der Verbundtragfähigkeit bzw. des τ_s - s_s -Zusammenhanges erforderlich.

Da die Ergebnisse der eigenen Versuche angesichts der in einer Vielzahl von Untersuchungen beobachteten signifikanten Streuungen bei Verbundproblemen keine aussagekräftige Datenbasis darstellen, darüber hinaus u.a. in Bemessungsnormen nur charakteristische Werte für konstante Verbundspannungen angegeben werden (vgl. u.a. DIN 1045-1 2001), werden Angaben aus der Literatur beigezogen. Allerdings finden sich nur wenige Angaben, die eine präzise Abschätzung charakteristischer Kenngrößen der Verbundtragfähigkeit erlauben würden.

Für gerippten Betonstahl kann anhand einer Auswertung von 444 in (Müller 1968) dokumentierten Ausziehversuchen an Versuchskörpern aus verschiedenen Mischungen, allerdings mit vergleichbarer Druckfestigkeit ein Variationskoeffizient von 20% für den Bereich größerer Relativverschiebungen bei annähernder Normalverteilung der Ergebnisse abgeleitet werden. In (Eligehausen u. a. 1983) wird ein Streuband der Versuchsergebnisse angegeben, aus dem in (Johannis 1999) ein Variationskoeffizient von 11,7% für den Bereich des Verbundspannungsmaximums bzw. 19,5% für den Bereich großer Relativverschiebungen errechnet wurde. Der in (Noakowski 1988) entwickelten kontinuierlichen Risstheorie wird ein Variationskoeffizient der Verbundtragfähigkeit von 15,2% zugrunde gelegt; in Studien zur Zuverlässigkeit nichtlinear bemessener Stahlbetontragwerke setzt *Johannis* einen Variationskoeffizienten von 20% bei Annahme einer Normalverteilung voraus.

Für glatten Betonstahl liegen keine entsprechenden Auswertungen vor, die experimentell ermittelten Verbundspannungen unterliegen allerdings gegenüber geripptem Betonstahl i.A. größeren Streuungen (vgl. Rehm 1961).

Charakteristischer Verbundansatz für gerippten Betonstahl

Für gerippten Betonstahl wird ein charakteristischer Verbundansatz auf Grundlage folgender Annahmen abgeleitet:

- Der auf die Grundgesamtheit bezogene Variationskoeffizient der Verbundtragfähigkeit beträgt 25%; gegenüber den Annahmen in (Noakowski 1988) und (Johannis 1999) wird angesichts der signifikanten Streuung von Versuchsergebnissen im Vergleich verschiedener Forscher (s.u.) ein erhöhter Variationskoeffizient angenommen.
- Die Verbundtragfähigkeit folgt einer Normalverteilung und ist statistisch unabhängig von der Betonfestigkeit.

- Es liegen im gesamten Relativverschiebungsbereich konstante Variationskoeffizienten vor.
- Die Streuungen werden auf den Koeffizienten A angerechnet und erfassen somit neben der Verbundsteifigkeit auch das Verbundspannungsmaximum gleichermaßen.

Die charakteristischen Werte $A_{k,0.05}$ bzw. $A_{k,0.95}$ werden nach (DIBt 1986) ermittelt und folgen Gl. (4.38) (vgl. Abb. 4.19 a). Für die normalverteilte Grundgesamtheit ist ein Faktor $K_s = 1,64$ zur Bestimmung des 5%- bzw. 95%-Quantils anzunehmen; die Aussagewahrscheinlichkeit ist bei Betrachtung der Grundgesamtheit nicht relevant.

$$\begin{aligned} A_{k,0.05} &= (1 - 1,64 \cdot 0,25) \cdot A_m = 0,59 \cdot A_m \\ A_{k,0.95} &= (1 + 1,64 \cdot 0,25) \cdot A_m = 1,41 \cdot A_m \end{aligned} \quad (4.38)$$

In Abb. 4.19 a) werden die Rechenwerte der Verbundspannungsmaxima experimentell ermittelten Werten $\tau_{s,max}$ gegenübergestellt. Neben Ergebnissen der eigenen Versuche werden Ergebnisse aus (Schmidt-Thrö u. a. 1986; Eligehausen u. a. 1989) und (Zilch u. a. 2000) dargestellt; alle Versuche wurden an annähernd identischen Verbundversuchskörpern nach (Janovič 1979) mit weicher Trennschicht mit Stabdurchmessern von 8, 16 bzw. 28 mm durchgeführt. Die Verbundproblemen eigenen signifikanten Streuungen der Ergebnisse sind augenfällig; die abgeleiteten charakteristischen Werte grenzen die auftretenden Streuungen allerdings zuverlässig ein.

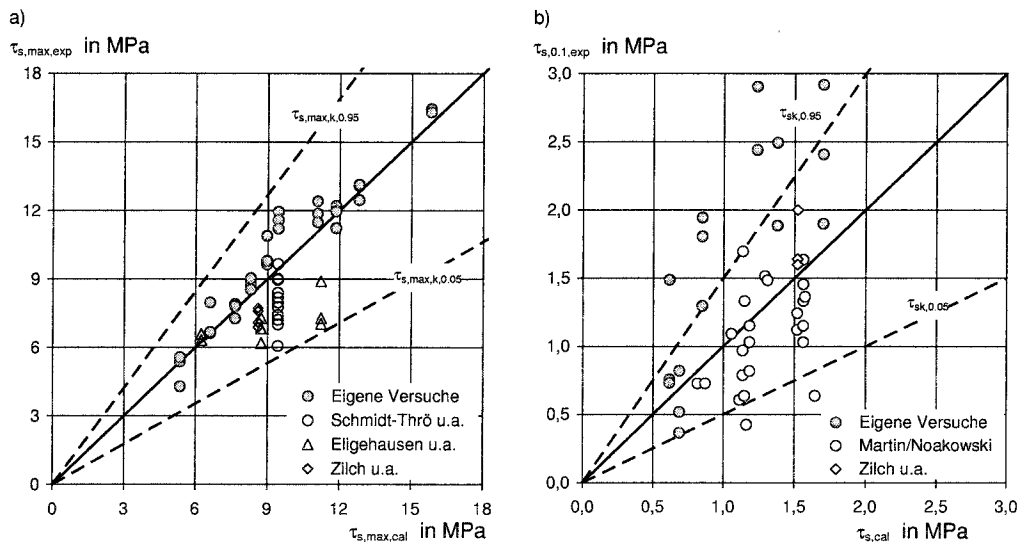


Abbildung 4.19. Verbund einbetonierter Bewehrung - Vergleich zwischen Mess- und Rechenwerten; a) gerippter Betonstahl: $\tau_{s,max}$; b) glatter Betonstahl: $\tau_{s,0.1}$

Charakteristischer Verbundansatz für glatten Betonstahl

In Analogie zum Vorgehen bei geripptem Betonstahl wird für glatten Stahl ebenfalls eine normalverteilte Grundgesamtheit vorausgesetzt. Der Variationskoeffizient wird mit 30% angenommen und repräsentiert damit die *per se* größeren Streuungen glatten Stahls, d.h. die größeren Unsicherheiten bei Ansatz des Haftverbundes gegenüber der offenbar zuverlässiger anzunehmenden mechanischen Verzahnung von Rippen. In Analogie zu Rippenstahl ergeben sich charakteristische Koeffizienten $A_{k,0.05}$ bzw. $A_{k,0.95}$ nach Gl. (4.39).

$$\begin{aligned} A_{k,0.05} &= (1 - 1,64 \cdot 0,30) \cdot A_m \approx 0,5 \cdot A_m \\ A_{k,0.95} &= (1 + 1,64 \cdot 0,30) \cdot A_m \approx 1,5 \cdot A_m \end{aligned} \quad (4.39)$$

Da bei glattem Betonstahl gegenüber Rippenstahl die Ausbildung des Prüfkörpers von geringerer Bedeutung ist, werden neben den eigenen Versuchsergebnissen die Ergebnisse aus Ausziehversuchen an glattem Betonstahl ($d_s = 16$ mm, mittig liegend) aus

(Martin und Noakowski 1981) sowie Ergebnisse aus (Zilch u. a. 2000) ($d_s = 12$ mm, Konsolauziehkörper) den Rechenwerten gegenübergestellt. Als kennzeichnende Größe wird die Verbundspannung $\tau_{s,0.1}$ bei einer Relativverschiebung am spannungslosen Stabende von 0,1 mm verwendet (Abb. 4.19 b). Die deutlich ausgeprägten Ergebnisstreuungen werden durch die charakteristischen Rechenwerte näherungsweise abgebildet.

4.3 Verbundverhalten aufgeklebter Bewehrung

Die derzeit weltweit intensive Forschungstätigkeit in Zusammenhang mit aufgeklebter Bewehrung wurde durch erste experimentelle und theoretische Untersuchungen in Frankreich (vgl L’Hermite 1967; Bresson 1971) bzw. in der Schweiz (Ladner und Weder 1981) eingeleitet. Wie an anderer Stelle bereits erläutert, werden verschiedene Arten der Klebe-armierung eingesetzt; im Rahmen dieser Arbeit werden lediglich Stahllaschen und CFK-Lamellen betrachtet. Im Folgenden werden angesichts der mittlerweile umfangreichen Literatur zur Thematik lediglich die Mechanismen des Klebeverbundes einschließlich der maßgebenden Einflussgrößen umrissen sowie die wesentlichen Verbundmodelle für aufgeklebte Bewehrung im Überblick dargestellt, bevor das für Versuchsauswertungen und numerische Studien verwendete Verbundmodell vorgestellt wird.

4.3.1 Mechanismen, Prüfverfahren und Einflussgrößen

Trag- und Versagensmechanismen des Verbundes aufgeklebter Bewehrung

In Entsprechung zu Verbundbetrachtungen einbetonierter Bewehrung können die zu beobachtenden Mechanismen des Verbundes aufgeklebter Bewehrung an die Relativverschiebungen zwischen Bewehrungselement und Beton gekoppelt werden. Abhängig von Beanspruchungsgrad bzw. Relativverschiebung können folgende Stadien unterschieden werden:

- *Elastisches Verhalten*
Bei geringen Beanspruchungen verhält sich das System aus Bewehrungselement, Klebstoffschicht und Betonuntergrund annähernd elastisch (Abb. 4.20 b);
- *Verbundrissbildung, entfestigendes Verhalten*
Bei sukzessiv zunehmender Relativverschiebung treten in der oberflächennahen Betonschicht in Krafrichtung geneigte Schubrisse auf, die zu einer Verminderung der Verbundsteifigkeit führen (Abb. 4.20 c);
- *Verbundbruch*
Ein Verbundversagen ist i.A. mit der Ausbildung eines Bruchhorizontes parallel zur Ebene des Bewehrungselements verknüpft. Der Verbundriss schreitet dabei i.A. vom höher beanspruchten Ende des Verbundbereichs zum geringer beanspruchten Ende fort. Hinsichtlich der Bruchebene ist zu unterscheiden:
 - Bruchhorizont im oberflächennahen Beton wenige Millimeter unterhalb des Bewehrungselementes (Abb. 4.20 d)
 - Bruchhorizont in der Klebstoffschicht; Kohäsionsversagen des Klebstoffes, u.a. bei hohen Anpressdrücken (vgl. Pichler 1993) oder allg. behinderter Rissbildung im Beton (vgl. Blaschko 2001);
 - Bruchhorizont in der äußersten Faserlage von CFK-Lamellen, *Zwischenfaserbruch* nach (Neubauer 2000);

Bei oberflächig aufgeklebter Bewehrung ist ein Verbundbruch ausgelöst durch ein Kohäsionsversagen der Klebstoffschicht bei üblichen Verhältnissen der Materialfestigkeiten lediglich bei vorliegen eines Anpressdrucks signifikanter Größe zu erwarten. Bei aufgeklebten CFK-Lamellen kann insbesondere bei hoher Scherfestigkeit des Betonuntergrundes während des Fortschreitens des Verbundrisses eine Verlagerung des Bruchhorizontes vom oberflächennahen Beton in die Randschicht der CFK-Lamellen auftreten. Der Wechsel zum *Zwischenfaserbruch* tritt nach (Neubauer 2000) allerdings erst bei vorliegen größerer entkoppelter Bereiche auf und ist *per se* nicht versagensauslösend (vgl.3.6).

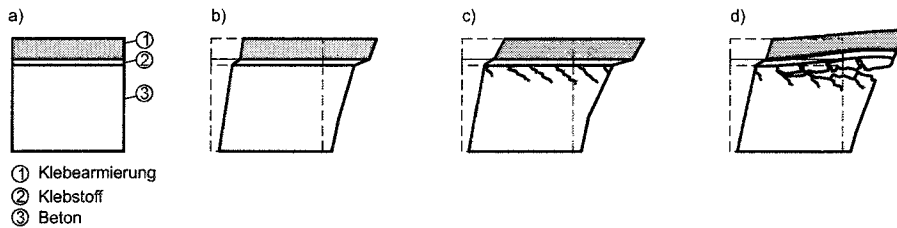


Abbildung 4.20. Verbundmechanismen aufgeklebter Bewehrung

Der oberflächenparallele Bruchhorizont im Beton ist auf die Vereinigung der geneigten Schubrisse zurückzuführen (vgl. Niedermeier 2001); nach der vollständigen Ausbildung des Verbundrisses können wegen der rauen Rissufer weiterhin Reibverbund- d.h. Rissverzahnungsspannungen übertragen werden. Eine Quantifizierung der Reibverbundspannungen ist allerdings nur bei Klebarmierung, die zusätzlich an das Bauteil angepresst wird, näherungsweise möglich (vgl. Zilch und Zehetmaier 2003). Eine Interpretation der Verbundentfestigung nach Überschreiten des Verbundspannungsmaximums durch Rissverzahnung (vgl. Holzenkämpfer 1994) bzw. die Modellierung der Verbundentfestigung als Rissuferverzahnungsphänomen nach der Modellvorstellung *Walravens* entspricht allerdings nicht konsistent der experimentellen Erfahrung, da voraussetzungsgemäß bereits bei Erreichen des Verbundspannungsmaximums ein horizontaler Riss unterhalb des Bewehrungselements vorhanden sein müsste.

Ein mit steigender Beanspruchung zu beobachtendes Fortschreiten des Verbundrisses ist mit dem Aufgleiten der Klebarmierung z.B. an Zuschlagkörner in den bereits getrennten Bereichen verbunden. Im Bewehrungselement entstehen dadurch lokal Biegeverformungen, die an der Wurzel des Verbundrisses Zugspannungen normal zur Verbundebene - sog. *Abschälspannungen* - induzieren. Dem bruchmechanisch als Modus-II zu charakterisierenden Rissfortschritt infolge der Längsschubbeanspruchung wird bedingt durch die auftretenden Normalspannungen ein Modus-I-Rissfortschritt überlagert. Ein kausaler Zusammenhang zwischen den durch die Biegesteifigkeit des Bewehrungselements gesteuerten Abschälspannungen und der Verbundtragfähigkeit wurde bisher nicht nachgewiesen, erscheint allerdings sinnvoll und liefert eine mögliche Erklärung für die bei CFK-Lamellen mit geringer Biegesteifigkeit gegenüber Stahllaschen tendenziell höhere Verbundtragfähigkeit.

Verfahren zur experimentellen Ermittlung des Verbundverhaltens

Im Unterschied zu Verbundversuchen an einbetonierter Bewehrung ist es bei Klebarmierung nicht möglich, anhand von Verbundversuchen mit finiten Verbundelementen den Zusammenhang zwischen Verbundspannungen und Relativverschiebungen unmittelbar zu bestimmen. Die Voraussetzung repräsentativer Verbundlängen, die i.A. ein Vielfaches des Größtkorndurchmessers betragen sollte, steht im Widerspruch zu den insbesondere bei Bewehrungselementen mit geringer Dehnsteifigkeit - z.B. CFK-Lamellen - auftretenden kurzen Verankerungslängen und damit einhergehend signifikanten Verbundspannungsgradienten entlang geringer Längen. Konstante Verbundspannungen können daher nicht vorausgesetzt werden.

Im Vergleich der verschiedenen Versuchskonfigurationen dominieren die Versuche an idealisierten Abbildungen der Endverankerung bei biegebeanspruchten Bauteilen in Gestalt von Einfach- oder Doppellaskenkörpern. Versuche mit aufgeklebten Stahllaschen werden u.a. in (Bresson 1971; Ladner und Weder 1981; Ranisch 1982; Pichler 1993; Holzenkämpfer 1994; Täljsten 1994) und (Niedermeier 2001) dokumentiert.

Neben anderen wird in (Chajes u. a. 1996; Maeda u. a. 1997; Bizindavyi und Neale 1999; Neubauer 2000; Dai und Ueda 2003) und (Zilch u. a. 2002) über Verbundversuche an aufgeklebten CFK-Lamellen und CFK-Gelegen berichtet.

Zur Ermittlung von τ - s -Beziehungen aus Ergebnissen von Verbundversuchen können zwei verschiedene Methoden verwendet werden:

- Bestimmung lokaler τ - s -Beziehungen
Aus der Differenz bzw. dem Integral diskreter gemessener Dehnungen entlang der Verbundlänge können lokale Verbundansätze berechnet werden (vgl. Kaiser 1989; Chajes u. a. 1996). Dazu sind allerdings insbesondere bei CFK-Lamellen sehr kurze Abstände zwischen den einzelnen DMS erforderlich. Zudem wird - wie bei den eigenen Versuchen nachgewiesen - wegen unvermeidlicher Fügeteilbiegung u.a. infolge des Modus-I Anteils des Verbundrissfortschrittes eine Aufnahme der Dehnungen zu beiden Seiten des Bewehrungselements unumgänglich (vgl. auch Sebastian 2001).
- Bestimmung globaler τ - s -Beziehungen
Aus integralen, gemessenen Größen - z.B. dem Zusammenhang zwischen ϵ_L und s_L am belasteten Ende des Verbundbereichs bzw. ϵ_L und x - können bei vorgegebener Form des Verbundansatzes mittels Regressionsrechnung bzw. *curve fitting* die maßgebenden Parameter bestimmt werden (vgl. Niedermeier 2001; Savoia u. a. 2003; Dai und Ueda 2003)

Wie bei einbetonierter Bewehrung sind die Ergebnisse von Verbundversuchen aufgrund der unvermeidlichen Einflüsse jeweils herrschender, z.T. von den Verhältnissen in biegebeanspruchten Bauteilen abweichender Randbedingungen nur bedingt auf reale Bauteile übertragbar. Neben dem Einfluss des Spannungszustandes in Versuchskörpern - Zug-Druck- bzw. Zug-Zug-Versuche (vgl. Holzenkämpfer 1994; Niedermeier 2001) - wurde u.a. bereits in (Ranisch 1982) darauf hingewiesen, dass durch die Vorgabe einer verbundfreien Vorlänge die z.B. bei Versuchen an biegebeanspruchten Bauteilen zu beobachtenden Ausbruchkeile am belasteten Verbundbereichsende vermieden werden.

Einflussgrößen auf das Verbundverhalten

Als wesentliche Einflussgrößen auf das Verbundverhalten aufgeklebter Bewehrung konnte u.a. in den bisher aufgezählten Arbeiten identifiziert werden:

- Eigenschaften des Betonuntergrundes (mechanische Eigenschaften: Scher- bzw. Druck- und Zugfestigkeit; E-Modul; Oberflächenvorbereitung bzw. Rautiefe)
- Eigenschaften der Klebstoffschicht (mechanische Eigenschaften, Schichtdicke)
- Eigenschaften des Bewehrungselements (mechanische Eigenschaften, Abmessungen bzw. Biegesteifigkeit)
- Geometrische Verhältnisse (u.a. Abmessungen des Bewehrungselements im Vergleich zu den Abmessungen des Betonuntergrundes)
- Randbedingungen (Spannungen normal zur Verbundebene, Umbügelung der Klebearmierung, Oberflächenunebenheiten, Lage zum Querriss bzw. verbundfreie Vorlänge)

Die genannten Parameter werden derzeit nur in begrenztem Umfang in den Verbundmodellen berücksichtigt. Im Unterschied zu einbetonierter Bewehrung sind Auswirkungen lokaler Effekte weitgehend unerforscht (vgl. 4.3.2).

4.3.2 Vorliegende Verbundmodelle

Vorbemerkung

Der Betrachtung einbetonierter Bewehrung auf Grundlage der DGL des verschieblichen Verbundes entsprechend, basiert der Großteil der vorliegenden Modelle auf dem Zusammenhang zwischen Verbundspannung τ_L und Relativverschiebung s_L ; dem gegenüber stehen kontinuumsmechanische Betrachtungsweisen unter Verwendung konstituierender Stoffmodelle.

Grundsätzlich ist zwischen *Verbundmodellen* und *Traglastmodellen* zu unterscheiden. Während erstere das Trag- und Verformungsverhalten über den gesamten Beanspruchungsbereich mehr oder minder zutreffend wiedergeben, dienen letztere v.a. der Quantifizierung der Verbundbruchlast. Die Verbundtragkraft wird i.W. durch die Verbundbruchenergie G_F bestimmt, die Form des Verbundansatzes fließt erst bei Verknüpfung mit vorhandenen Verbundlängen ein. Dem entsprechend wurden zwar in (Holzenkämpfer 1994;

Neubauer 2000; Niedermeier 2001) wirklichkeitsnahe Verbundmodelle abgeleitet, zur Berechnung der Verbundtraglast dienen allerdings linearisierte Ansätze. Im Unterschied dazu wird insbesondere für die Betrachtung des Zusammenwirkens angeklebter mit einbetonierter Bewehrung die Form des Verbundansatzes relevant.

Überblick

Ein Überblick über bis zu diesem Zeitpunkt vorliegenden Theorien zur Berechnung von allgemeinen Klebeverbindungen sowie Verbindungen zwischen Stahllaschen und Beton ist z.B. (Holzenkämpfer 1994) zu entnehmen; Traglastmodelle zur Berechnung von Endverankerungen werden in (Chen und Teng 2001) zusammengefasst und gewertet. Im Folgenden werden Grundprinzipien der Abbildung - unterschieden nach der Charakteristik des Zusammenhangs zwischen Verbundspannungen und Verformungen - dargestellt.

Linear elastische Verbundmodelle

Linear elastische Modelle wurden in kontinuumsmechanischen Formulierungen bereits für die Berechnungen von Verklebungen zwischen Fügeteilen aus Stahl verwendet (vgl. Goland und Reissner 1944) und für die Abbildung von auf Beton aufgeklebter Bewehrung übernommen (vgl. Saadatmanesh und Malek 1997; Rabinovich und Frostig 2000). Auf Grundlage der DGL des verschieblichen Verbundes wird in (Bresson 1971) ebenfalls linear elastisches Verbundverhalten angenommen (Abb. 4.21-a). Die erstgenannten Modelle berücksichtigen zudem Spannungen normal zur Verbundebene. Linear elastische Modelle sind in der Lage, Spannungen und Verformungen bei geringen Beanspruchungen zutreffend vorherzusagen. Traglastbetrachtungen sind wegen des nicht berücksichtigten entfestigenden Verbundverhaltens nicht sinnvoll (vgl. Holzenkämpfer 1994).

Ansätze auf Basis der Plastizitätstheorie

In Anlehnung an plastizitätstheoretische Formulierungen bzw. vereinfachte Regelungen für einbetonierte Bewehrung in Normenwerken wurden v.a. für Traglastbetrachtungen, d.h. insbesondere für vereinfachte Verankerungsnachweise konstante, von der Relativverschiebung unabhängige Verbundspannungen angenommen (vgl. Chajes u. a. 1996; Seim u. a. 1999; Seim u. a. 2003).

Abschnittsweise lineare Ansätze

Abschnittsweise lineare Ansätze werden u.a. in (Kaiser 1989) und (Ranisch 1982) vorgestellt. *Kaiser* wählt dabei eine zur Formulierung des Verhaltens zugbeanspruchten Betons nach (Hillerborg u. a. 1976) ähnliche Beziehung und gibt für elastisches und entfestigendes Verhalten getrennte Ansätze an (Abb. 4.21-b). Demgegenüber besitzt insbesondere der sog. *bilineare Verbundansatz* nach *Ranisch* wesentliche praktische Bedeutung (Abb. 4.21-c); er ist in der Lage, trotz einfacher Formulierung das Verbundverhalten unter Einschluß von Verbundentfestigung und Verbundbruch zutreffend wiederzugeben. Da ein bilinearer Ansatz ebenfalls im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird, folgt eine separate Erläuterung.

Nichtlineare Ansätze

In (Pichler 1993) wird der ansteigende Ast der τ - s -Beziehung für einbetonierten Betonstahl nach (CEB-FIP MC 90 1993) mit modifizierten Parametern als Verbundansatz verwendet (Abb. 4.21-d). Wie bei linear elastischen Ansätzen ist damit lediglich eine eingeschränkte Beschreibung des Verbundverhaltens möglich.

Der ansteigenden Ast wird in (Dai und Ueda 2003) um eine Exponentialfunktion, die entfestigendes Verbundverhalten beschreibt, ergänzt (Abb. 4.21-e). Die dem Charakter nach dem bilinearen Ansatz ähnliche Beschreibung ermöglicht eine zutreffende Beschreibung des Verbundverhaltens im gesamten Beanspruchungsbereich. Ein ähnlicher, allerdings

nicht allgemein gültiger Ansatz wird in (Savoia u. a. 2003) angegeben. Erwähnenswert erscheint das in (Sato u. a. 2002) angegebene Verbundmodell (Abb. 4.21-f), das bei abschnittsweiser Formulierung in Anlehnung an den bilinearen Ansatz zusätzlich zur Anknüpfung der Verbundspannungen an Relativverschiebungen und Dehnungsniveau der Klebearmierung eine empirische Abminderung der Verbundtragfähigkeit im Bereich von Querissen berücksichtigt.

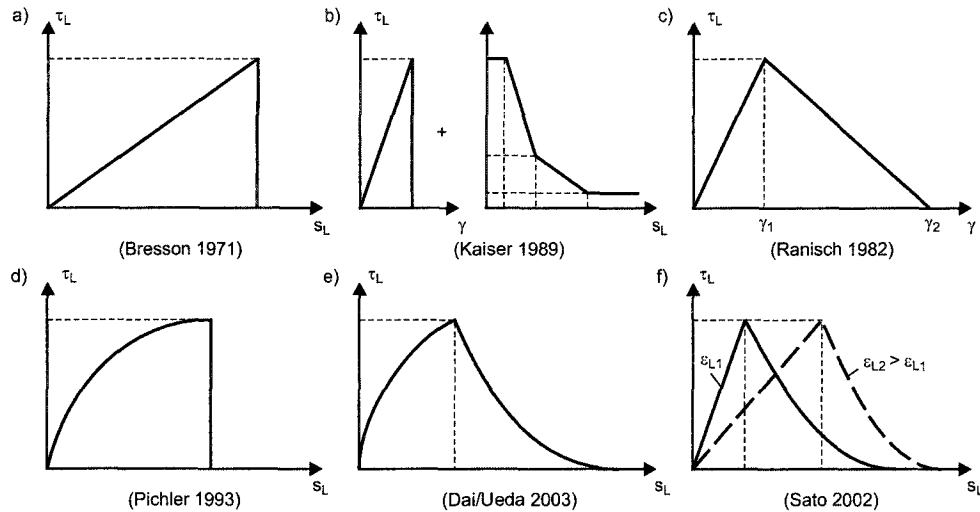


Abbildung 4.21. Verbundansätze für aufgeklebte Bewehrung (schematisch)

Bilinearer Verbundansatz

Der abschnittsweise lineare, sog. *bilineare* Verbundansatz folgt den funktionalen Beziehungen (4.40), (4.41) und (4.42) und wird allgemein durch die Parameter τ_{L1} , s_{L1} und s_{L0} beschrieben (Abb. 4.22).

$$\tau_L = \frac{\tau_{L1}}{s_{L1}} \cdot s_L \quad \text{für } s_L \leq s_{L1} \quad (4.40)$$

$$\tau_L = \tau_{L1} - \frac{\tau_{L1}}{s_{L0} - s_{L1}} \cdot (s_L - s_{L1}) \quad \text{für } s_{L1} < s_L \leq s_{L0} \quad (4.41)$$

$$\tau_L = 0 \quad \text{für } s_L > s_{L0} \quad (4.42)$$

Der bruchmechanischen Betrachtungsweise der Verbundproblematik aufgeklebter Bewehrung entsprechend, kann die über die Relativverschiebung aufintegrierte Verbundspannung als Verbundenergie gedeutet werden (vgl. Holzenkämpfer 1994). Zur Beschreibung der verschiedenen Verbundbereiche werden die Energiegrößen nach den Gln. (4.43) bis (4.45) verwendet (Abb. 4.22).

$$G_e = \frac{\tau_{L1} \cdot s_{L1}}{2} \quad (4.43)$$

$$G_{sf} = \frac{\tau_{L1} \cdot (s_{L0} - s_{L1})}{2} \quad (4.44)$$

$$G_F = \frac{\tau_{L1} \cdot s_{L0}}{2} \quad (4.45)$$

$$= G_e + G_{sf}$$

Die Verbundbruchenergie G_F kann als derjenige Energiebetrag angesehen werden, der zur vollständigen Ablösung eines Einheitsverbundelementes aufgebracht werden muss. Die grundlegende Formulierung des bilinearen Verbundansatzes nach den vorgestellten Beziehungen ist z.B. in (Holzenkämpfer 1994; Neubauer 2000; Niedermeier 2001) oder (Ulag 2003) übereinstimmend aufgenommen worden. Die wesentlichen Unterschiede z.B.

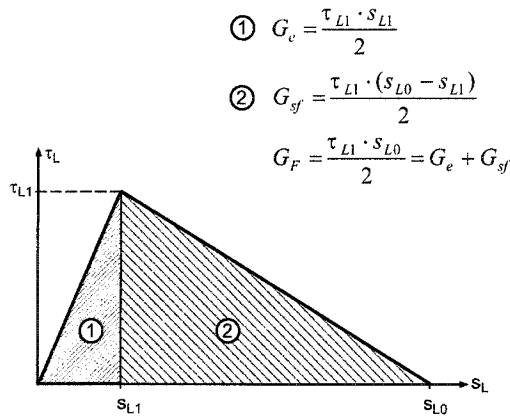


Abbildung 4.22. Abschnittweise linearer, sog. *bilinear*er Verbundansatz; maßgebende Parameter, Verbundenergien

hinsichtlich der Verbundbruchkräfte ist in der differierenden Festlegung der maßgebenden Parameter zu sehen.

Da die Verbundparameter τ_{L1} und s_{L1} in (Holzenkämpfer 1994; Neubauer 2000) sowie in (Uлага 2003) ausschließlich durch theoretische Überlegungen anhand einfacher mechanischer Modelle deterministisch festgelegt und lediglich s_{L0} anhand der experimentell ermittelten Verbundbruchenergie G_F über Gl. (4.45) ermittelt wurden, liegen mit den Beziehungen in (Niedermeier 2001) die einzigen, aus Versuchsergebnissen abgeleiteten Kenngrößen vor (Gln. 4.46 - 4.48).

$$\tau_{L1} = c_\tau \cdot \sqrt{f_{cm,cube} f_{ctm}} \tag{4.46}$$

$$G_e = c_e \cdot \sqrt{f_{cm,cube} f_{ctm}} \tag{4.47}$$

$$G_F = c_F \cdot \sqrt{f_{cm,cube} f_{ctm}} \tag{4.48}$$

Die Verschiebungskenngrößen des Verbundansatzes ergeben sich zu

$$s_{L1} = \frac{2 \cdot c_e}{c_\tau} \tag{4.49}$$

$$s_{L0} = \frac{2 \cdot c_F}{c_\tau} \tag{4.50}$$

In den Gleichungen (4.46) bis (4.48) bedeuten:

- | | |
|---------------|--|
| $f_{cm,cube}$ | Mittelwert der Betondruckfestigkeit, bezogen auf einen Würfel der Kantenlänge 200 mm (vgl. Niedermeier und Zilch 2001) |
| f_{ctm} | Mittelwert der Oberflächenzugfestigkeit |

Wir unterstellt, dass durch die in (Niedermeier 2001) angegebene Abhängigkeit der maßgebenden Parameter nach den Gln. (4.46) - (4.48) alle Einflussgrößen, die mit $f_{cm,cube}$ bzw. f_{ctm} korreliert sind, erfasst werden, dienen die Koeffizienten c_τ bis c_F zur Anpassung des Verbundansatzes an die übrigen Randbedingungen wie etwa Art der Bewehrung, Einflüsse der Klebschicht, etc.. Entsprechend (Niedermeier 2001) können die als konstant anzunehmenden Koeffizienten anhand von Regressionsrechnungen aus Versuchsergebnissen ermittelt werden. Für aufgeklebte Stahllaschen werden von *Niedermeier* sowohl Mittelwerte als auch charakteristische Werte der Koeffizienten angegeben.

Im Verbundansatz sind als Folge der gewählten Strategie zur Ableitung aus Versuchsergebnissen folgende Einflussparameter bzw. Auswirkungen nicht explizit berücksichtigt:

- Abweichungen der Klebschichtdicke von $t_g = 1$ mm
- Art bzw. Biegesteifigkeit der Klebarmierung
- Bildung von Bruchkeilen an Querrissen
- zusätzliche Tragmechanismen infolge
 - Reibverbundspannungen nach Ausbildung des Verbundrisses
 - Umbügelung des Klebarmierungsstranges
 - Umlenkräften aus der Querschnittsverkrümmung bei biegebeanspruchten Bauteilen

In (Niedermeier 2001) wird anhand der Auswertung einer Vielzahl von Verbundversuchen an Stahllaschen und CFK-Lamellen - im Widerspruch zu (Holzenkämpfer 1994; Chen und Teng 2001) - nachgewiesen, dass das Verhältnis von Laschenbreite zu Bauteilbreite bzw. Laschenabstand keine signifikanten Auswirkungen auf die Verbundtragfähigkeit hat. Diese These steht im Einklang mit Überlegungen auf Basis der Bruchmechanik: Eine wesentliche Voraussetzung des Auftretens von Größeneinflüssen wie z.B. dem Verhältnis b_L/b ist die geometrische Ähnlichkeit der Rissprozesszone im Vergleich zu den übrigen Abmessungen (vgl. Bažant u. a. 1994), d.h. hier speziell der Bauteilbreite. Da sich allerdings die Längenausdehnung der Rissprozesszone und insbesondere deren Breite aufgrund der Lage der Bruchebene unmittelbar unterhalb des Bewehrungselements mit zunehmender Bauteilbreite b kaum ändert, ist die Anrechnung des Breitenverhältnisses bruchmechanisch nicht begründbar.

Vergleich verschiedener bilinearer Verbundansätze

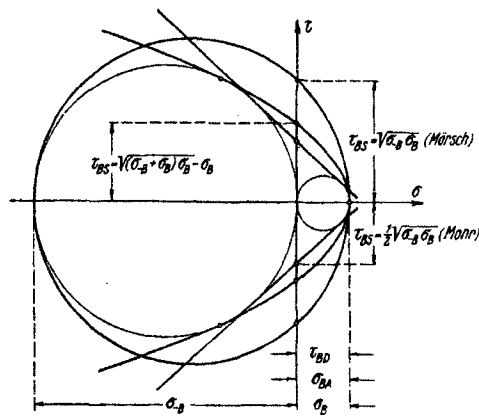


Abbildung 4.23. Definition der Scherfestigkeit bei reiner Schubbeanspruchung nach Mohr, Morsch und Leon, aus (Leon 1935)

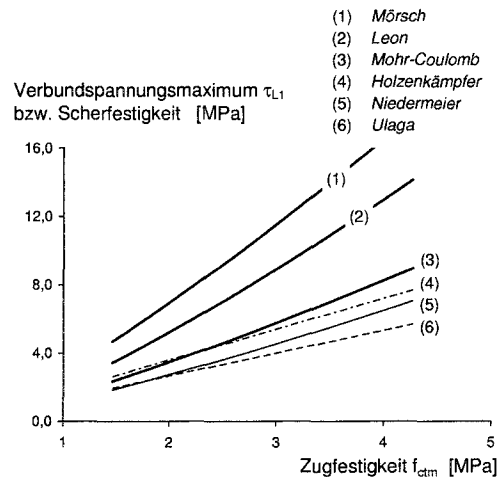


Abbildung 4.24. Verbundspannungsmaximum nach vorliegenden Ansätzen im Vergleich mit der rechnerischen Scherfestigkeit nach den Bruchkriterien in Abb. 4.23

Zum Vergleich der Verbundansätze nach (Holzenkämpfer 1994; Neubauer 2000) und (Ulaga 2003) mit dem Ansatz für aufgeklebte Stahllaschen nach (Niedermeier 2001), insbesondere hinsichtlich der Verbundspannungsmaxima τ_{L1} , sind in Abb. 4.23 zunächst drei theoretisch begründete Bruchkriterien für zweiachsiale Beanspruchung von Beton dargestellt, die für $\sigma_y = 0$ die Scherfestigkeit unter reiner Schubbeanspruchung angeben. Dabei geben die Hypothesen nach Mohr-Coulomb und Morsch (Hypothese der maximalen Hauptspannung) die Grenzwerte vor, zwischen denen sich in der Literatur angegebene Festigkeiten bei reiner Schubbeanspruchung bewegen (vgl. Kupfer 1973; Eibl und Ivanyi 1976). Ergänzend ist die Mohr'sche Bruchhypothese in der Formulierung der Hüllparabel nach Leon eingetragen. In Abb. 4.24 werden die für Klebarmierung angegebenen Verbundspannungsmaxima den Bruchkriterien aus Abb. 4.23 gegenübergestellt⁴.

⁴ Zur Darstellung der Verbundspannungsmaxima bzw. Scherfestigkeiten sowie der Energiekenngrößen in den Abbildungen 4.24 bis 4.26 wurden folgenden Annahmen getroffen:

- Die Betondruckfestigkeit $f_{cm,cube}$ wird mit den im Anhang angegebenen Beziehungen sowie unter Verwendung von Gl. (4.21) mit der Oberflächenzugfestigkeit f_{ctm} verknüpft.
- Die in Abb. 4.23 angegebenen Kennwerte σ_{-B} und σ_B nach (Leon 1935) werden mit $f_{cm,cube}$ bzw. f_{ctm} gleichgesetzt.
- Zur Berechnung des Verbundspannungsmaximums und der Energiekenngrößen nach den Ansätzen von Holzenkämpfer und Neubauer wurde der Korrekturfaktor k_b zur Berücksichti-

Der Verbundansatz nach (Neubauer 2000) bezieht sich auf CFK-Lamellen während der in (Uлага 2003) abgeleitete Ansatz sowohl CFK-Lamellen als auch Stahllaschen ohne Berücksichtigung der tendenziell bei Lamellen höheren Verbundtragfähigkeiten erfasst. Abbildung 4.24 belegt das insbesondere nach (Niedermeier 2001) und (Uлага 2003) gegenüber der Hypothese nach *Mohr-Coulomb* geringere Verbundspannungsmaximum, das ggf. auf Effekte wie die implizit in den Ansätzen enthaltenen, bereits erläuterten Abschälspannungen, sowie die im Vergleich zur Scherfestigkeit ungestörten Betongefüges reduzierte Tragfähigkeit oberflächennaher Betonschichten zurückzuführen ist. Insbesondere aus Abb. 4.26 ist die große Bandbreite der an Versuchsergebnissen kalibrierten Beziehungen für die Verbundbruchenergie G_F , die z.B. über $(G_F)^{0.5}$ mit der Verbundbruchkraft am Einzelriss verknüpft ist, ersichtlich. Die - aufgrund identischer Faktoren zur Berücksichtigung des Breiteneinflusses - unmittelbar vergleichbaren Ansätze nach (Holzenkämpfer 1994) und (Neubauer 2000) unterscheiden sich bezüglich G_F um den Faktor 2,2.

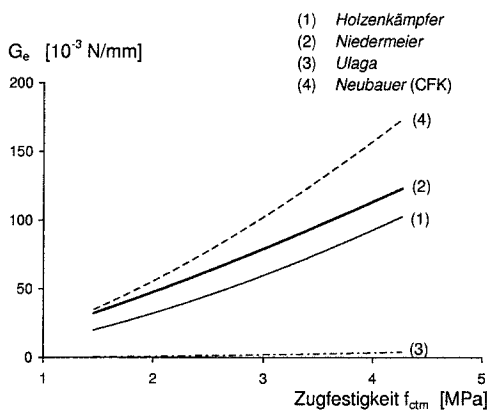


Abbildung 4.25. Elastische Verbundenergie nach vorliegenden Verbundansätzen

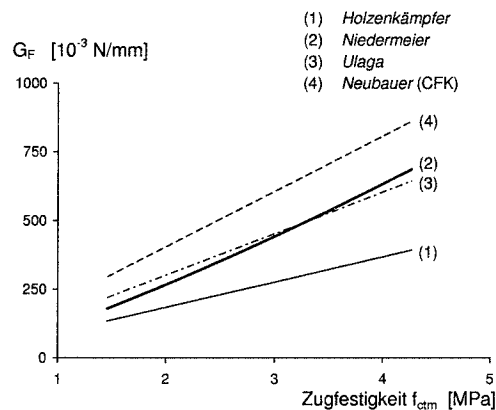


Abbildung 4.26. Verbundbruchenergie nach vorliegenden Verbundansätzen

4.3.3 Abbildung des Verbundverhaltens angeklebter Bewehrung

Zur Auswertung durchgeführter Versuche sowie für numerische Studien wird auf den bilinearen Verbundansatz in der Formulierung nach (Niedermeier 2001) mit jeweils dem Typ der Klebarmierung angepassten Koeffizienten c_τ , c_e und c_F zurückgegriffen.

Stahllaschen

Für die Beschreibung des Verbundverhaltens aufgeklebter Stahllaschen werden die in (Zilch und Niedermeier 1999) bzw. (Niedermeier 2001) anhand umfangreicher Verbundversuche abgeleiteten Koeffizienten c_τ , c_e und c_F nach Tab. 4.2 verwendet. Die Versuchsergebnisse werden in Abb. 4.27 Rechenwerten gegenübergestellt.

Da bei den Dehnkörperversuchen der Reihen V5 und V6 durch die Aufzeichnung des Zusammenhanges zwischen Lashendehnung im vorgegebenen Rissquerschnitt ϵ_{Lr} und der zugehörigen Relativverschiebung s_{Lr} am belasteten Verbundbereichsde eine unmittelbare Ableitung der Koeffizienten analog zum Vorgehen nach *Niedermeier* möglich war, werden der Auswertung und Nachrechnung der betreffenden Versuche die Parameter der gesonderten Regressionsanalyse zugrunde gelegt (vgl. Kapitel 5).

ung von Breiteneinflüssen zu 1,0 gesetzt; dem entsprechend repräsentieren die resultierenden Größen den Minimalwert des der jeweiligen Zugfestigkeit zugeordneten Kennwertes.

Das von *Neubauer* für aufgeklebte CFK-Lamellen abgeleitete Verbundmodell nimmt Bezug auf den von *Holzenkämpfer* entwickelten Verbundansatz; entsprechend sind die Kenngrößen τ_{L1} unabhängig vom Typ der aufgeklebten Bewehrung identisch (Abb. 4.24).

CFK-Lamellen

Im Vorlauf zu den Versuchen an gemischt bewehrten Dehnkörpern und Plattenstreifen wurden Verbundversuche an Doppellaschenkörpern durchgeführt. Sowohl CFK-Lamellen als auch Epoxidharzklebstoff waren mit den in weiteren Versuchen verwendeten Materialien identisch. Versuchsaufbau und -durchführung sowie die Auswertung der Ergebnisse bzw. die Ableitung der für CFK-Lamellen zutreffenden Koeffizienten c_τ , c_e und c_F sind in (Zilch u. a. 2002) dargestellt. Angesichts des geringen Umfangs experimenteller Ergebnisse aus Verbundversuchen werden zur Bestimmung der Verbundbruchenergie zusätzliche Ergebnisse aus Dehnkörperversuchen beigezogen. Zur Ableitung der Verbundbruchenergie G_F werden ausschließlich Versuche verwendet, die bis zur einsetzenden Entkopplung der Klebarmierung nur den vorgegebenen Riss in Körpermitte aufweisen⁵. Die Verbundbruchenergie wird auf Grundlage von Energiebetrachtungen abgeleitet (vgl. 4.4). Die Lamellendehnung im Rissquerschnitt bei einsetzender Entkopplung am Einzelriss folgt wegen der durch die mechanische Verankerung vorgegebenen Randbedingung $s_L(x=0) = 0$ streng Gl. (4.51). Die Lamellendehnung ϵ_{L0} am Ende der Einleitungslänge wird angesichts der bei CFK-Lamellen vorliegenden, gegenüber der freien Länge der Dehnkörper von 660 mm deutlich kleineren Verankerungslängen näherungsweise mit der zur Entkopplungskraft F_E zugehörigen Betondehnung nach Gl. (4.52) gleichgesetzt. Der Entkopplungsbeginn wird nach (Niedermeier 2001) mit der einsetzenden Entkopplung am Rissquerschnitt, d.h. dem ersten zu beobachtenden Plateau der Last-Dehnungs-Beziehung gleichgesetzt und enthält damit keine Anteile aus Reibungsverbund. Aufgrund des Bezugs auf die gemessene Dehnung im vorgegebenen Riss in Körpermitte wird je Seite des Dehnkörpers A bzw. B der kleinere Wert der Verbundbruchenergien der Körperhälften beidseits des Risses ermittelt.

$$\epsilon_{Le} = \sqrt{\frac{2 \cdot G_F}{E_L t_L}} + \epsilon_{L0}^2 \quad (4.51)$$

$$\text{mit } \epsilon_{L0} \approx \frac{F_e}{E_c A_c} \quad (4.52)$$

Tabelle 4.2. Koeffizienten des bilinearen Verbundansatzes für aufgeklebte Bewehrung

Koeffizient	Stahllaschen		CFK-Lamellen	
	Mittelwert	charakteristischer Wert	Mittelwert	charakteristischer Wert
c_τ	$3,94 \cdot 10^{-1}$	$2,73 \cdot 10^{-1}$	$4,80 \cdot 10^{-1}$	$1,93 \cdot 10^{-1}$
c_e	$6,88 \cdot 10^{-3}$	$2,65 \cdot 10^{-3}$	$1,52 \cdot 10^{-3}$	$2,79 \cdot 10^{-5}$
c_F	$3,84 \cdot 10^{-2}$	$2,52 \cdot 10^{-2}$	$5,11 \cdot 10^{-2}$	$2,96 \cdot 10^{-2}$

Charakteristische Werte der Koeffizienten

Die charakteristischen Werte der maßgebenden Parameter des Verbundansatzes werden gemäß (Niedermeier 2001) auf die Mittelwerte der mechanischen Betoneigenschaften $f_{cm,cube}$ und f_{ctm} bezogen, dem entsprechend ausschließlich durch die Modifikation der Koeffizienten c_τ , c_e und c_F des Ansatzes bestimmt.

Die Ermittlung der charakteristischen Größen der Koeffizienten folgt den Vorgaben in

⁵ Die Voraussetzung einsetzender Entkopplung bei vorliegendem Einzelriss wird in den Versuchen V2-01-B2C bis V2-08-B1C, V2-11-B2C und V3-01-B2C bis V3-08-B1C erfüllt (vgl. Tab. 3.8). Damit stehen der Auswertung 34 experimentell bestimmte Werte der Bruchenergie aus 17 Versuchen zur Verfügung.

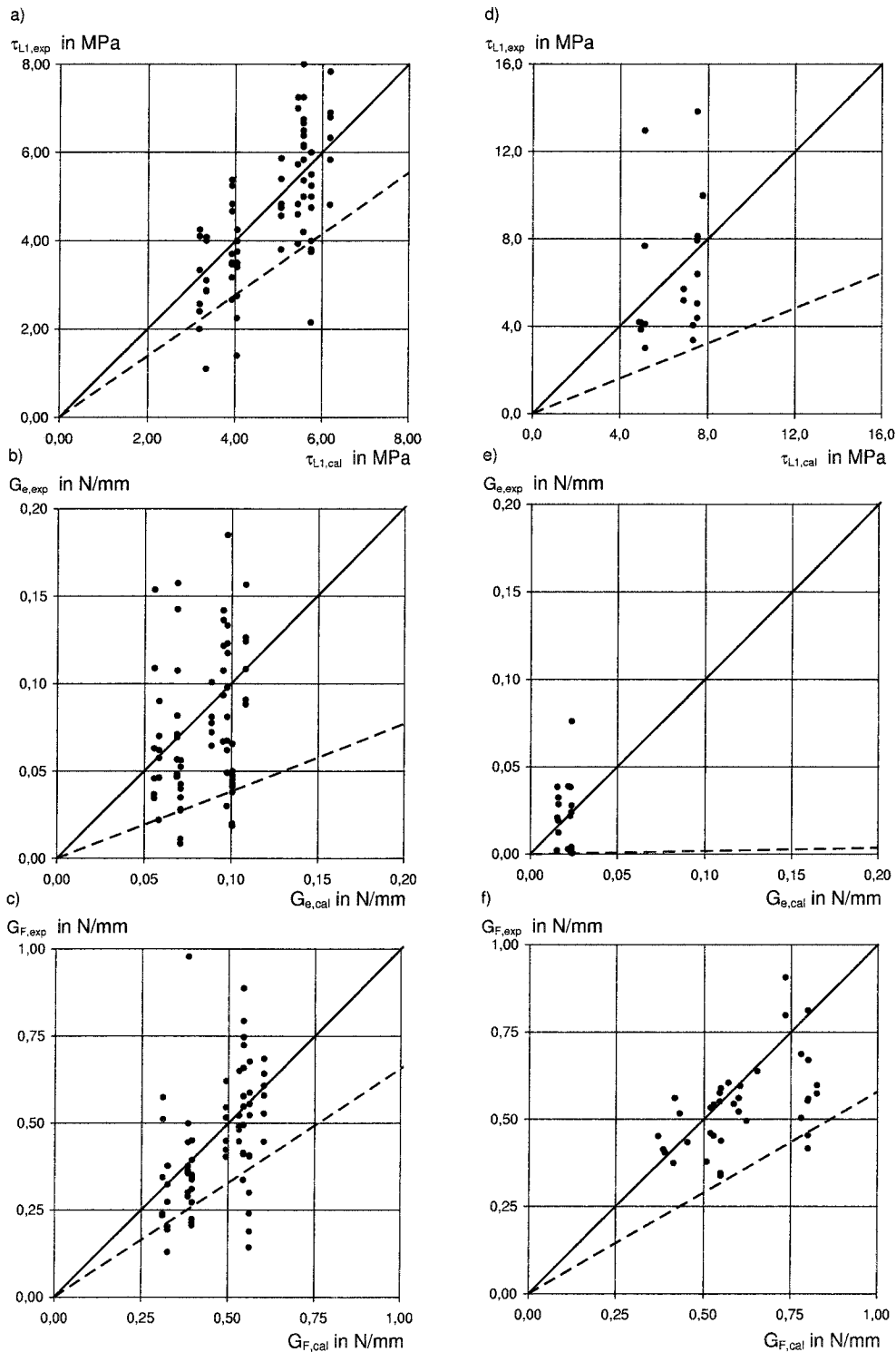


Abbildung 4.27. Maßgebende Parameter des Verbundansatzes aufgeklebter Bewehrung - Gegenüberstellung von Versuchsergebnissen und Rechenwerten auf Grundlage der Koeffizienten nach Tab. 4.2 (untere charakteristische Rechenwerte als gestrichelte Linie eingetragen);
 a) - c) Stahllaschen - Versuchsergebnisse aus (Niedermeier 2001) ;
 d) - f) CFK-Lamellen - Versuchsergebnisse aus (Zilch u. a. 2002) bzw. aus der Auswertung von Dehnkörperversuchen

(DIBt 1986). Sofern - wie zur Bestimmung des Bemessungswertes der Verbundtragfähigkeit - nur untere charakteristische Kenngrößen, d.h. 5%-Quantile erforderlich werden, ist

voraussetzen, dass die Größen einer log-Normalverteilung folgen. Den Quantilfaktoren nach (DIBt 1986) ist eine Aussagewahrscheinlichkeit von 75% zugrunde zu legen.

Für Stahllaschen wurden charakteristische Koeffizienten in (Niedermeier 2001) bestimmt; die Größen $c_{\tau,k}$ und $c_{e,k}$ für CFK-Lamellen werden in (Schmidhuber 2004) abgeleitet. Auf Grundlage der erweiterten Datenbasis kann analog für $c_{F,k}$ ein 5%-Quantilwert angegeben werden. Alle charakteristischen Kenngrößen sind in Tab. 4.2 zusammengefasst.

Es sei angemerkt, dass die aus den charakteristischen Koeffizienten nach den Gln. (4.49) und (4.50) ermittelten Relativverschiebungsgrößen s_{L1} und s_{L0} keine charakteristischen Größen im Sinne der Quantilwerte nach (DIBt 1986) darstellen. Insbesondere bei aufgeklebten CFK-Lamellen ergibt sich durch die im Vergleich zu G_F deutlich größeren Streuungen bei τ_{L1} eine Relativverschiebungskenngröße $s_{L0,k}$, die deutlich über dem aus Versuchen abgeleiteten Mittelwert liegt.

4.4 Energiebetrachtung von Verbundproblemen

Unabhängig von der Art des betrachteten Bewehrungsstranges können Verbundprobleme unter Voraussetzung spezifischer Randbedingungen durch Energiebetrachtungen erfasst werden. Überlegungen zur Ableitung mittlerer Verbundspannungen anhand von Verbundenergiebetrachtungen sind in (Faoro 1988) und (Niedermeier 2001) enthalten. Der wesentliche Vorteil von Energiebetrachtungen ist darüber hinaus allerdings in der unmittelbaren Ableitung von Zusammenhängen zwischen Dehnungen und Relativverschiebungen in Rissquerschnitten bei beliebigen Bewehrungselementen und Verbundansätzen zu sehen. Eingeschränkt wird die Anwendbarkeit von Energiebetrachtungen durch die fehlende Verknüpfung mit zugehörigen Einleitungs- bzw. Entwicklungslängen.

4.4.1 Allgemeines zu Verbundenergiebetrachtungen

Aus der Bilanzierung der Energien folgt bei Vernachlässigung thermischer Energie unmittelbar, dass die über eine begrenzte Länge über Verbundwirkung in ein Bewehrungselement eingetragene Energie - Verbundenergie G_b - dem Zuwachs an elastischer Energie G_e des Bewehrungselementes entsprechen muss.

Ein linienförmiges Bewehrungselement mit über den Querschnitt gleichförmiger Dehnungsverteilung vorausgesetzt, kann anhand dieser Überlegung unmittelbar ein Zusammenhang zwischen Dehnung und verschiebungsabhängiger Verbundenergie nach Gl. (4.54) hergestellt werden. Die Verbundenergie ist dabei durch Gl. (4.53) festgelegt.

$$G_b(s) = \int_{s=s_0}^s \tau(s) ds \quad (4.53)$$

$$\epsilon(x) = \sqrt{2G_b(s)c_s + \epsilon_0^2} \quad (4.54)$$

In Gl. (4.54) ist c_s ein Formfaktor, der den charakteristischen Zusammenhang zwischen dem verbundwirksamen Umfang des Bewehrungselementes und seiner Dehnsteifigkeit beschreibt; ϵ_0 ist die Ausgangsdehnung am Beginn des Verbundbereichs.

4.4.2 Konkretisierung für einbetonierten Betonstahl

Für einbetonierten Betonstahl beschreibt c_s den „hydrostatischen Radius“ der Bewehrung nach Gl. (4.55). Für beliebige τ_s - s_s -Beziehungen kann die Dehnung im Riss bei bekanntem ϵ_0 angegeben werden, sofern die Integrationsgrenzen in Gl. (4.53) bekannt sind. Bei Ansatz eines Verschiebungsruehpunktes als Integrationsgrenze, d.h. $s_s(x=0) = 0$, kann eine strenge Lösung angegeben werden. Wird ein starr-plastischer Verbundansatz mit τ_{sm} vorausgesetzt, folgt bei bekannten Rissrelativverschiebungen Gl. (4.57).

$$c_{s,s} = \frac{4}{E_s d_s} \quad (4.55)$$

$$G_{b,s} = \int_0^{s_{sr}} \tau_{sm} ds = \tau_{sm} s_{sr} \quad (4.56)$$

$$\epsilon_{sr} = \sqrt{\frac{8\tau_{sm}s_{sr}}{E_s d_s} + \epsilon_{s0}^2} \quad (4.57)$$

Die Rissdehnung nach Gl. (4.57) kann ebenfalls auf Grundlage der DGL des verschieblichen Verbundes abgeleitet werden (vgl. u.a. Alvarez 1998).

Für den ansteigenden Ast des Verbundansatzes nach 4.2 ist eine analoge Ableitung möglich:

$$G_{b,s} = \int_0^{s_{sr}} A \sqrt{f_{cm} s_s^N} ds = \frac{A \sqrt{f_{cm} s_{sr}^{(N+1)}}}{N+1} \quad (4.58)$$

$$\epsilon_{sr} = \sqrt{\frac{8A \sqrt{f_{cm} s_{sr}^{(N+1)}}}{(N+1) E_s d_s} + \epsilon_{s0}^2} \quad (4.59)$$

Für $\epsilon_{s0} \rightarrow 0$ folgt aus Gl. (4.59) der u.a. in (Noakowski 1978; Krips 1984) abgeleitete, für den Einzelrisszustand zutreffende Ausdruck der Betonstahldehnung in Abhängigkeit der Rissrelativverschiebung. In den genannten Arbeiten erfolgt die Herleitung ebenfalls auf Grundlage der DGL des verschieblichen Verbundes bei Verknüpfung der analytischen Ausdrücke für Dehnung und Relativverschiebung mit der zugeordneten Verbundlänge. Für $N \rightarrow 0$ geht Gl. (4.59) über in die Beziehung für glatten Betonstahl.

4.4.3 Konkretisierung für aufgeklebte Bewehrung

Für Klebarmierung lassen sich Zusammenhänge zwischen Dehnung und Relativverschiebung ebenfalls auf Grundlage von Energiebetrachtungen angeben. Der Formfaktor c_s folgt in diesem Fall Gl. (4.60). Den im Folgenden dargestellten Beziehungen ist analog ein Verschiebungsruehpunkt zur Festlegung der Integrationsgrenzen vorauszusetzen. Der in 4.3 erläuterte bilineare Verbundansatz bedingt eine abschnittsweise Definition der Beziehungen.

$$c_{s,L} = \frac{1}{E_L t_L} \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} G_{b,L} &= \frac{\tau_{L1}}{2s_{L1}} s_{Lr}^2 && \text{für } 0 < s_{Lr} \leq s_{L1} \\ &= \frac{\tau_{L1}}{2} \left[2s_{Lr} - s_{L1} - \frac{(s_{Lr} - s_{L1})^2}{s_{L0} - s_{L1}} \right] && \text{für } s_{L1} < s_{Lr} \leq s_{L0} \end{aligned} \quad (4.61)$$

$$\epsilon_{Lr} = \sqrt{\frac{2G_b}{E_L t_L} + \epsilon_{L0}^2} \quad (4.62)$$

Für $\epsilon_{L0} = 0$ (Einzelrisszustand) folgt:

$$\begin{aligned} \epsilon_{Lr} &= \omega s_{Lr} && \text{für } 0 < s_{Lr} \leq s_{L1} \\ &= \sqrt{\frac{\tau_{L1}}{E_L t_L} \left[2s_{Lr} - s_{L1} - \frac{(s_{Lr} - s_{L1})^2}{s_{L0} - s_{L1}} \right]} && \text{für } s_{L1} < s_{Lr} \leq s_{L0} \end{aligned} \quad (4.63)$$

Für Relativverschiebungen $s_{Lr} > s_{L0}$ bleibt die Verbundenergie auf dem Niveau von G_F konstant. Für ϵ_{Lr} gilt dann Gl. (4.64); ist gleichzeitig $\epsilon_{L0} = 0$, folgt die bekannte Beziehung zur Ermittlung der Verbundbruchdehnung am Einzelriss (Gl. 4.65).

$$\epsilon_{Lr} = \sqrt{\frac{2G_F}{E_L t_L} + \epsilon_{L0}^2} \quad (4.64)$$

$$\epsilon_{Lr} = \epsilon_{LR,max}^a = \sqrt{\frac{2G_F}{E_L t_L}} \quad (4.65)$$

Mit Kenntnis der auf Energiebetrachtungen basierenden Zusammenhänge ist z.B. die in (Niedermeier 2001) angegebene, aus der allgemeinen Lösung der DGL des verschieblichen Verbundes für Klebarmierung abgeleitete Bestimmungsgleichung zur Ermittlung des aufnehmbaren Dehnungszuwachses eines Elementes zwischen zwei Rissen im Fall hoher

Beanspruchungen, d.h. bei Verschiebungsruhepunkt am geringer beanspruchten Rissufer ($s_L(x=0) = 0$), unmittelbar anzugeben. Mit bekanntem $\epsilon_L(x=0) = \epsilon_{L0}$ gilt:

$$\Delta\epsilon_L = \sqrt{\frac{2G_F}{E_L t_L} + \epsilon_{L0}^2} - \epsilon_{L0} \quad (4.66)$$

Aus Gl. (4.66) ist ersichtlich, dass der aufnehmbare Dehnungszuwachs zwischen zwei Rissen neben dem über G_F definierten Verbundverhalten ebenfalls von der am geringer beanspruchten Rissufer vorliegenden Dehnung bestimmt wird und mit zunehmender Dehnung ϵ_{L0} abnimmt.

4.5 Kompatibilitätsbedingungen

Zur Auswertung der Versuchsergebnisse einerseits und für die Abbildung des Zusammenwirkens gemischt bewehrter Bauteile in einem Rechenmodell andererseits ist die Formulierung von Kompatibilitätsbedingungen erforderlich. Im Folgenden werden für Grundelemente von Stahlbetonbauteilen Bedingungen auf Modellebene dargestellt und Überlegungen zur Übertragbarkeit auf reales Bauteilverhalten erläutert.

Grundlagen

Die Kompatibilitätsbedingungen bauen in Analogie zur Modellbildung auf folgenden Annahmen und Idealisierungen auf:

- Durch die Annahme unendlicher Dehnsteifigkeit des Betons in zugbeanspruchten Bauteilen bzw. Zuggurten biegebeanspruchter Bauteile ist eine Entkopplung der Differentialgleichungen des verschieblichen Verbundes der unterschiedlichen Bewehrungsstränge möglich.
- Das Verbundverhalten der Bewehrungsstränge wird über globale, mittlere Verbundansätze beschrieben. Lokale Effekte und verbundhysteretisches Verhalten werden durch die Ansätze nicht wiedergegeben.
- Nach auftreten eines Risses, d.h. nach Überschreiten der Betonzugfestigkeit, können im rechnerisch gerissenen Bereich keine Betonzugspannungen mehr übertragen werden. Die in einer idealisierten Rissprozesszone auftretenden Mechanismen werden vernachlässigt.
- Sammelrissphänomene (vgl. Alvarez 1998) werden angesichts der i.d.R. geringen Differenzen der statischen Nutzhöhen von einbetonierter und angeklebter Bewehrung vernachlässigt. Auftretende Risse kreuzen stets beide Bewehrungsstränge; Elementlängen zwischen zwei Rissen sind für beide Bewehrungsstränge identisch.

4.5.1 Zentrische Zugbeanspruchung

Für einen gemischt bewehrten Zugstab unendlicher Länge gilt für $E_c A_c \rightarrow \infty$ - d.h. starrer Betonscheiben zwischen den Rissen - die globale Kompatibilitätsbedingung nach (4.67) sowie auf Rissquerschnittsebene die Verträglichkeit der den Bewehrungssträngen zugeordneten Rissbreiten (Gl. 4.68).

$$\int_{x=0}^l \epsilon_L dx = \sum_i w_L \quad \int_{x=0}^l \epsilon_s dx = \sum_i w_s \quad (4.67)$$

$$w_L = w_s \quad (4.68)$$

Bei zentrischer Zugbeanspruchung muss in Konsequenz für ein Element zwischen zwei Rissen stets eine Symmetrieebene in Elementmitte existieren; daraus folgend gilt die Kompatibilitätsbedingung der Relativverschiebungen Gl. (4.69).

$$s_{Lr} = s_{sr} \quad (4.69)$$

Aus der Symmetrieforderung ist - sofern sich die Einleitungslängen der Bewehrungsstränge berühren bzw. überschneiden (abgeschlossenes Erstrissbild, vgl. 4.6) - gleichzeitig die Existenz eines Verschiebungsruhepunktes in Elementmitte abzuleiten. Mit dem Verschiebungsruhepunkt als Koordinatenursprung gilt:

$$\int_{x=0}^{l_{eL}} \epsilon_L dx = s_{Lr} \quad \int_{x=0}^{l_{es}} \epsilon_s dx = s_{sr} \quad (4.70)$$

$$\frac{1}{l_{eL}} \int_{x=0}^{l_{eL}} \epsilon_L dx = \epsilon_{Lm} \quad \frac{1}{l_{es}} \int_{x=0}^{l_{es}} \epsilon_s dx = \epsilon_{sm} \quad (4.71)$$

Befindet sich der Zugstab im Einzelrissstadium, d.h. die Einleitungslängen überschneiden sich nicht, liegen die - jetzt nicht mehr zusammenfallenden - Koordinatenursprünge jeweils am Ende der Einleitungslänge symmetrisch zur Elementmitte; (4.70) und (4.71) gelten weiterhin. Aus den Bedingungen (4.70) und (4.71) folgt für die charakteristischen Rissbildungsstadien unmittelbar:

$$\text{Einzelriss} \quad l_{eL} \neq l_{es} \Rightarrow \epsilon_{Lm} \neq \epsilon_{sm} \quad (4.72)$$

$$\text{Abgeschlossenes Erstrissbild:} \quad l_{eL} = l_{es} \Rightarrow \epsilon_{Lm} = \epsilon_{sm} \quad (4.73)$$

Sofern der Zugstab ein abgeschlossenes Erstrissbild aufweist, kann Dehnungsebenheit im Mittel vorausgesetzt werden. Mit abnehmendem Rissabstand nähern sich die Rissdehnungen der Verteilung nach Dehnungsebenheit an; für den Grenzfall $s_{cr} \rightarrow 0$ ebenso wie für den Grenzfall $\tau_{Lm} = \tau_{sm} \rightarrow 0$ gilt die Annahme einer ebenen Dehnungsverteilung für die Dehnungen der Bewehrungsstränge in den Rissquerschnitten streng.

4.5.2 Reine Biegung

In Analogie zu den Kompatibilitätsbedingungen des zentrisch zugbeanspruchten Stabes gelten für die Bewehrungsstränge des Zuggurtes eines gemischt bewehrten Bauteils unter konstanter Momentenbeanspruchung globale Verträglichkeitsbedingungen nach (4.74).

$$\int_{x=0}^l \epsilon_L dx = \sum_i w_L \quad \int_{x=0}^l \epsilon_s dx = \sum_i w_s \quad (4.74)$$

Unter Voraussetzung unveränderlicher statischer Höhen der Bewehrungsstränge können die für den Zugstab angenommenen Symmetriebedingungen für jedes Element zwischen zwei Rissen übertragen werden. Damit folgen für die Relativverschiebungen s_{Lr} und s_{sr} an den Rissquerschnitten sowie für die mittleren Dehnungen ϵ_{Lm} und ϵ_{sm} der Bewehrungsstränge die für den Zugstab abgeleiteten Zusammenhänge (4.70) und (4.71). Lediglich die unmittelbare Kopplung der Rissrelativverschiebungen nach Gl. (4.69) ist ausschließlich bei identischen statischen Nutzhöhen der Bewehrungsstränge zutreffend. Bei Betrachtung eines Beanspruchungszustandes, in dem sich die Einleitungslängen der Bewehrungsstränge überschneiden (abgeschlossenes Erstrissbild), ist die Hypothese nach *Bernoulli* im Mittel über das Bauteil erfüllt; in Konsequenz folgen die mittleren Dehnungen der Bewehrungsstränge einer ebenen Dehnungsverteilung mit Bezug auf eine mittlere Nulllinienlage x^* (Gl. 4.75).

$$\frac{\epsilon_{Lm}}{\epsilon_{sm}} = \frac{d_L - x^*}{d - x^*} \quad (4.75)$$

Bei Verwendung der Zusammenhänge nach den Gln. (4.70) und (4.71) folgt aus Gl. (4.75) unmittelbar die Verknüpfung der rechnerischen Rissbreiten bzw. Relativverschiebungen in den Rissquerschnitten nach den Gln. (4.76) und (4.77).

$$\frac{w_L}{w_s} = \frac{d_L - x^*}{d - x^*} \quad (4.76)$$

$$\frac{s_{Lr}}{s_{sr}} = \frac{d_L - x^*}{d - x^*} \quad (4.77)$$

Damit widerspricht Gl. (4.77) für $x^* \neq x^{II}$ der Annahme ausgehend von der Nulllinie des gerissenen Querschnittes linear zunehmender rechnerischer Rissbreiten (vgl. z.B.

Li 1995). Im Grenzfall $s_{cr} \rightarrow 0$ geht x^* in x^{II} über, die Hypothese nach *Bernoulli* gilt streng. Unter dieser Voraussetzung ist eine linear zunehmende rechnerische Rissbreite zutreffend.

Sofern das Bauteil lediglich Einzelrisse aufweist, deren Einleitungslängen sich nicht überschneiden, kann ein Ebenbleiben der Querschnitte im Mittel nicht mehr vorausgesetzt werden.

4.5.3 Biegung und Querkraft

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden die Auswirkungen der Schubverzerrungen auf Kompatibilitätskriterien bzw. resultierende Relativverschiebungen und rechnerische Rissbreiten vernachlässigt.

Für den querkraftbeanspruchten Bereich von Biegeträgern $0 < x < l_V$ gelten bei Annahme einer Systemsymmetrieebene bei $x = l_V$ grundsätzlich die globalen Verträglichkeitsbedingungen nach Gl. (4.78).

$$\int_{x=0}^{l_V} \epsilon_L dx = \sum_i w_L \quad \int_{x=0}^{l_V} \epsilon_s dx = \sum_i w_s \quad (4.78)$$

Darüber hinaus sind die lokal für einen Bewehrungsstang zwischen zwei Rissen abgeleiteten Bedingungen (4.70) und (4.71) ebenfalls übertragbar. Allerdings gelingt z.B. für das abgeschlossene Erstrissbild (alle Einleitungslängen überschneiden sich) eine allgemeine Verknüpfung der Einleitungslängen nicht, da in den Elementen zwischen Rissen keine für beide Bewehrungsstränge geltenden Symmetrieebenen mehr vorausgesetzt werden können. Das Verhältnis der Einleitungslängen l_{es}/l_{eL} ist aufgrund des nicht ähnlichen Verbundverhaltens beanspruchungsabhängig. In Konsequenz können auf die Rissrelativverschiebungen s_{sr} bzw. s_{Lr} bezogene Kompatibilitätsbedingungen nicht mehr angegeben werden.

Für eine rechnerische Untersuchung des querkraftbeanspruchten Bereichs folgt als Kompatibilitätskriterium aus Bedingung (4.78) lediglich die Verträglichkeit der rechnerischen Rissbreiten eines gerissenen Querschnittes bezüglich einer fiktiven Druckzonenhöhe \tilde{x} nach (4.79).

$$\frac{w_L}{w_s} = \frac{d_L - \tilde{x}}{d - \tilde{x}} \quad (4.79)$$

Sofern $s_{cr} \rightarrow 0$ angenommen wird, gilt $\tilde{x} \rightarrow x^{II}$. Damit kann wieder eine linear zunehmende rechnerische Rissbreite ausgehend von der Nulllinie des Zustandes II vorausgesetzt werden. Unter diesen Bedingungen kann wegen $l_{eL} \rightarrow l_{es} (\rightarrow 0)$ auch eine - allerdings wenig sinnvolle - Verknüpfung der Relativverschiebungen nach Gl. (4.77) angegeben werden.

4.5.4 Übertragbarkeit der Kompatibilitätsbedingungen auf reales Bauteilverhalten

Die unter vereinfachenden Annahmen abgeleiteten Kompatibilitätsbedingungen erlauben eine rechnerische Behandlung des Zusammenwirkens von Bewehrungssträngen mit unterschiedlichen Verbundeigenschaften über eine Kopplung der Relativverschiebung in den Rissquerschnitten. Im Hinblick auf eine Übertragung auf reales Bauteilverhalten werden im Folgenden Versuchsergebnisse betrachtet.

Zentrisch beanspruchter Zugstab

Die Bedingungen (4.68) und (4.69) unterstellen eine konstante Rissöffnung in allen Bereichen eines Rissquerschnittes. Tatsächlich wird die lokale Rissöffnung durch die Bewehrung gesteuert; in der Umgebung von z.B. einbetonierten Bewehrungsstäben nimmt die Rissöffnung ab (vgl. 4.2). Die Größe der Rissöffnungsreduktion wird im Wesentlichen durch das Verbundverhalten des Bewehrungsstranges bestimmt und durch lokale Effekte (Betonausbruch etc.) beeinflusst. Damit kann bei gemischt bewehrten Bauteilen von einer komplexen Interaktion zwischen der über Verbund eingeleiteten Zugkraft, der

lokalen Verformung des Rissufers bzw. der lokalen Relativverschiebung und der auf den Bewehrungsstrang entfallenden Zugkraft ausgegangen werden.

Eine näherungsweise Überprüfung von Kompatibilitätskriterien bei Zugstäben erfolgt z.B. durch die Betrachtung gemessener Rissbreiten. In Versuchen an Dehnkörpern mit Betonstahl- und Spannstahlbewehrung nach (Thormählen 1978; Trost u. a. 1980) sind zwischen den in jeweils fünf Messachsen auf zwei gegenüberliegenden Körperoberflächen aufgenommenen Öffnungen eines Risses z.T. deutliche Unterschiede festzustellen. Bei den in 3.5 dokumentierten Versuchen an klebarmierten Stahlbeton-Dehnkörpern weisen die an den Schmalseiten (Messachsen ⑤ und ⑥) gemessenen Rissöffnungen in einigen Fällen deutlich größere Werte als die in unmittelbarer Nähe der Klebarmierung (Messachsen ① bis ④) ermittelten Rissöffnung auf. Die Messwerte erfassen lediglich Differenzen der an der Körperoberfläche auftretenden Rissöffnungen; eine generelle Aussage über die unmittelbar an den Bewehrungssträngen auftretenden Rissöffnungen ist i.A. damit nicht möglich.

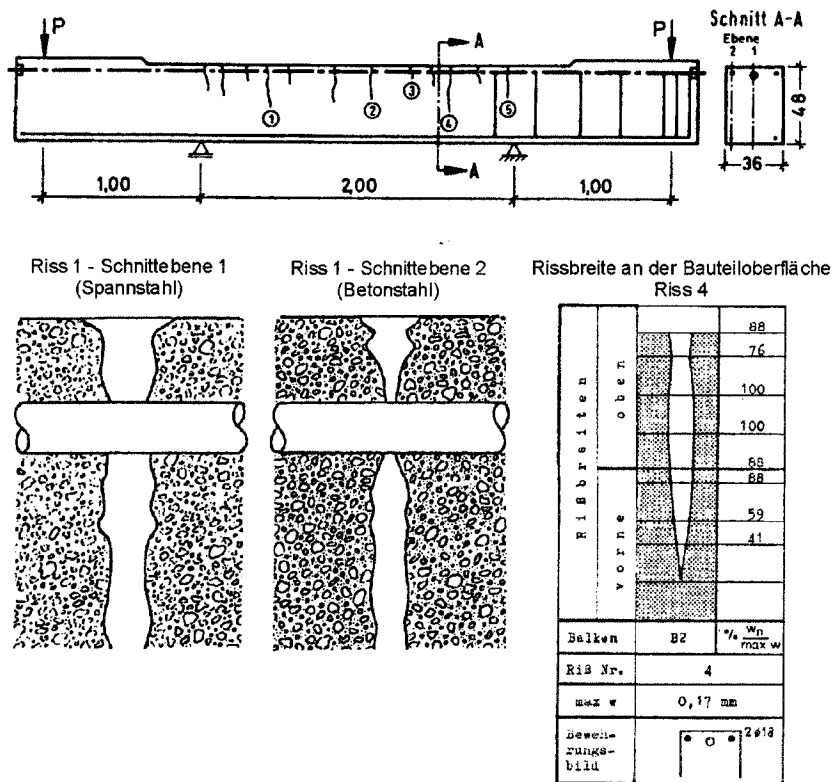


Abbildung 4.28. Versuche an teilweise vorgespannten Plattenstreifen nach (Derflinger u. a. 1981): Rissprofil in der Ebene des gerippten Betonstahls bzw. in der Ebene des glatten Spannstahles; Verlauf der an der Oberfläche des Plattenstreifens ermittelten Rissöffnung

Reine Biegebeanspruchung

Zur Überprüfung der Kompatibilitätsbedingungen bei rein biegebeanspruchten, gemischt bewehrten Bauteilen auf der Grundlage eines Vergleichs gemessener Rissöffnungen liegen derzeit nur wenige Ergebnisse vor. In (Derflinger u. a. 1981) werden Versuche an teilweise vorgespannten Plattenstreifen, die mit geripptem Betonstahl in Kombination mit glattem Spannstahl bewehrt waren, beschrieben. Einige der bei Gebrauchslast vorliegenden Risse im Bereich $M = \text{const.}$ wurden mit EP-Harz konserviert; die Rissöffnung in verschiedenen Ebenen wurde an entnommenen Bohrkernen vermessen. In Abb. 4.28 ist das in der Ebene des Betonstahls (Ebene 1) bzw. des Spannstahls (Ebene 2) aufgenommene

Rissprofil dargestellt. Die realen Rissöffnungen weichen augenscheinlich von der durch Bedingung (4.76) bei gleicher statischer Nutzhöhe unterstellten identischen Rissöffnung ab. Abbildung 4.28 zeigt darüber hinaus den an der Oberfläche des Plattenstreifens gemessenen Verlauf der Rissöffnung. Ausgehend von der Risswurzel nimmt die Öffnung bis zur Bauteilkante mehr oder minder linear zu.

Fazit

Die auf Basis mechanischer Überlegungen in 4.5.1 und 4.5.2 abgeleiteten Kompatibilitätskriterien stellen allenfalls eine summarische Näherung zur Beschreibung der Verträglichkeit in den Rissquerschnitten dar. Lokale Einflüsse aus der Verformung der Rissufer wie auch aus lokalen Verbunddefekten führen zu mehr oder minder starken Abweichungen von den Kompatibilitätsbedingungen.

Es ist allerdings grundsätzlich davon auszugehen, dass ein Teil der am Rissufer auftretenden Verformungen und ggf. Auswirkungen lokaler Defekte in den auf experimenteller Basis abgeleiteten Verbundmodellen der Bewehrungsstränge enthalten sind. Verträglichkeitsbedingungen für Bauteile mit Kombination aus Betonstahl und Spannstahl im Verbund, die die dargestellten Mechanismen berücksichtigen bzw. eine Kopplung der Bewehrungsstränge in Abhängigkeit der Randbedingungen (Anzahl und Anordnung der Bewehrungsstränge, unterschiedliche statische Nutzhöhen, etc.) erlauben, existieren derzeit nicht.

Für klebarmierte Bauteile erscheint eine Ableitung von Korrekturfaktoren zur näherungsweise Anrechnung lokaler Effekte in den relevanten Beanspruchungsbereichen sowie eine explizite Anrechnung unterschiedlicher Höhenlagen sinnvoll.

4.6 Rissbildung bei klebarmierten Stahlbetonbauteilen

Als Konsequenz des Verbundverhaltens der Klebarmierung und im Unterschied zur Betrachtung konventioneller Stahlbetonbauteile kommt dem Rissbild - insbesondere den Abständen der Risse untereinander sowie dem Abstand des auflagnächsten Biegerisses vom Ende des Klebarmierungsstranges - wesentliche Bedeutung hinsichtlich des möglichen Zugkraftaufbaus bzw. der Grenztragfähigkeit von Bauteilen zu. Zudem beeinflusst der Rissabstand sowohl in zentrisch zugbeanspruchten als auch in biegebeanspruchten Bauteilen die Aufteilung der Zugkraft auf die Bewehrungsstränge. Die Untersuchung des Zusammenwirkens einbetonierter und angeklebter Bewehrung setzt dem entsprechend eine Abgrenzung der auftretenden Rissabstände voraus.

Werden bestehende, in Teilbereichen bereits gerissene Bauteile verstärkt, wird die weitere Rissentwicklung bzw. das Endrissbild insbesondere durch das vor der Verstärkung vorliegende - durch die einbetonierte Bewehrung bestimmte - Rissbild gesteuert. Da allerdings keine zuverlässigen Daten über vor der Verstärkung gerissene Bauteile zur Verfügung stehen, werden im Folgenden Tragelemente - Zugstäbe und biegebeanspruchte Bauteile - betrachtet, für die in allen Rissstadien vom Zusammenwirken einbetonierter und angeklebter Bewehrung ausgegangen werden kann.

4.6.1 Grundlagen

Vorbemerkung

Die rechnerische Erfassung der Rissbildung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen zielt zum einen auf die Gewährleistung von Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit durch Beschränkung der auftretenden Rissbreiten, zum anderen auf die Beschreibung des Verformungsverhaltens unter Berücksichtigung der zugversteifenden Wirkung bewehrten Betons gegenüber der alleinigen Dehnsteifigkeit der Bewehrungsstränge.

Der Großteil der vorliegenden Modelle dient der Ermittlung auftretender Rissbreiten bei Last- oder Zwangseinwirkungen. Nach zugrunde liegender Betrachtungsweise wird

u.a. in (Eligehausen und Kreller 1988) eine Einordnung in „klassische“ und „kontinuierliche“ Rissbildungsmodelle vorgenommen. Im Rahmen der klassischen, im wesentlichen auf empirischer Grundlage basierenden Betrachtungsweise wird ohne Berücksichtigung des Rissbildungsprozess ein unveränderlicher Risszustand - bei Lasteinwirkung das abgeschlossene Rissbild bzw. bei Zwang Einzelrisse - vorausgesetzt. Rissformeln nach „klassischer“ Betrachtung für Lastbeanspruchung wurden u.a. in (Rehm und Martin 1968; Martin u. a. 1979; Janović 1986) vorgelegt; Ableitungen für Zwangbeanspruchung finden sich u.a. in (Falkner 1969; Schießl 1976; Leonhardt 1978) und (Noakowski 1978). Für gemischt bewehrte, teilweise vorgespannte Bauteile wurde die Rissformel nach (Rehm und Martin 1968) um die vereinfachte Anrechnung der mit dem Verhältniss der Verbundfestigkeiten $\tau_{p,0.1}/\tau_{s,0.1}$ skalierten Spannstahlfläche erweitert (Troost u. a. 1980) (vgl. 2.3.1). Der empirischen, an Versuchsergebnissen kalibrierten Modellen eigenen, i.d.R. guten Abbildung der in Versuchen beobachteten Rissabstände und Rissbreiten entsprechend, fand die klassische Betrachtung der Rissbildung insbesondere in der Formulierung nach (Martin u. a. 1979) Eingang in die mittlerweile abgelöste Normengeneration des Stahlbetonbaus (z.B. DIN 1045 1988) (vgl. Schießl 1989).

Im Unterschied zur „klassischen“ Betrachtungsweise verfolgen „kontinuierliche“ Modelle aufbauend auf Verbundbetrachtungen den Rissbildungsprozess vom Einzelrisszustand bis zum abgeschlossenen Rissbild. Neben dem von *Noakowski* u.a. in (Noakowski 1985) und (Noakowski 1988) veröffentlichten Rissbildungsmodell sind i.w.S. auch die Ableitungen von (Krips 1984) und (Schober 1984) zur „kontinuierlichen“ Betrachtungsweise zu zählen.

Die gegenwärtig normativ geregelten Verfahren zur Rissbreitenbeschränkung bei Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen (vgl. DIN 1045-1 2001) basieren auf einer verbundorientierten Betrachtungsweise; Rissabstände und -breiten werden anhand zweier Szenarien - Einzelrisszustand und abgeschlossenes Rissbild - ermittelt. Das Verbundverhalten der Bewehrungsstränge wird über Volligkeitsbeiwerte angerechnet; zusätzliche Spannbewehrung mit sofortigem bzw. nachträglichem Verbund wird - auf den zugehörigen Wirkungsbereich bezogen - über das Verhältnis der Rissdehnungen im Einzelrisszustand ξ bei Annahme konstanter mittlerer Verbundspannungen berücksichtigt (vgl. König und Tue 1996; Curbach u. a. 2003).

Den Modellen zur Berechnung von Rissabständen und Rissbreiten ist angesichts der notwendigen Ermittlung ungünstigster Werte die alleinige Betrachtung des höchstbeanspruchten Querschnittes gemein. Zudem basieren alle aktuellen Modelle mit Ausnahme der Arbeiten von *Noakowski* auf der konsequenten Anwendung der Zugstabanalogie, d.h. der Betrachtung eines zentrisch gezogenen, bewehrten Betonprismas, dem die wirksame Zugfläche $A_{c,eff}$ als Querschnittsfläche zugeordnet ist (s.u.).

Rissbildungsstadien

In Anlehnung an (König und Fehling 1988; Holzenkämpfer 1994) können anhand einer verbundorientierten Betrachtung der Rissbildung an einem zentrisch zugbeanspruchten verstärkten Stahlbetonstab grundlegende Rissbildungsstadien abgeleitet werden⁶. Vorausgesetzt wird die Bildung eines Risses bei Erreichen der entlang des Stabes nicht streuenden Risschnittgröße F_{cr} .

- Initialriss ($F < F_{cr}$) (Abb.4.29 a)
Solange die Risschnittgröße nicht erreicht wird, liegen ausschließlich vereinzelte, ggf. eingeprägte Initialrisse vor; die Einleitungslängen der in den Initialrissen anliegenden Bewehrungszugkräfte beeinflussen sich gegenseitig nicht.
- Erst- bzw. Einzelriss ($F = F_{cr}$) (Abb. 4.29 b)
Die Einleitungslängen der Einzelrisse überschneiden sich nicht; für den Rissabstand ist die Einleitungslänge l_{ee} des verbundweichereren Bewehrungsstranges maßgebend. Im Allgemeinen gilt für den Einzelrissabstand:

$$1 \cdot l_{ee} \leq s_{crm} \leq 2 \cdot l_{ee}$$

⁶ Die dem Einzelrisszustand zugeordneten Größen werden mit „e“, die zum abgeschlossenen Erstrissbild zugehörigen Größen mit „a“ indiziert.

- Abgeschlossenes Erstrissbild ($F = F_a \geq F_{cr}$) (Abb. 4.29 c)
 Bei zunehmender Beanspruchung überschneiden sich die Einleitungslängen des verbundweicherer Bewehrungsstranges; das abgeschlossene Erstrissbild bzw. das sog. Primärissbild ist erreicht, wenn sich die Einleitungslängen l_{ea} des verbundsteiferen Stranges berühren. Der Rissabstand gehorcht i.A. folgender Bedingung:

$$1 \cdot l_{ea} \leq s_{crm} \leq 2 \cdot l_{ea}$$

- Sukzessive Risteilung ($F > F_a$)
 Steigt die Beanspruchung über die dem abgeschlossenen Erstrissbild zugeordnete Belastung hinaus an, liegen an keiner Stelle der Verbundstrecke mehr identische Dehnungen von Beton und Bewehrung vor. Sofern die Bewehrungsstränge in der Lage sind, über die vorgegebene Einleitungslänge ansteigende Verbundkräfte an den Betonquerschnitt zu übertragen, ist eine weitere, sukzessive Risteilung bzw. sog. Sekundärissbildung möglich.

Werden der Betrachtung wie in (König und Fehling 1988) und (Holzenkämpfer 1994) beanspruchungsunabhängige, starr-plastische Verbundmodelle zugrunde gelegt, ist mit dem abgeschlossenen Erstrissbild bzw. Primärissbild auch das abgeschlossene Rissbild erreicht; eine weitere Risteilung findet nicht statt. Im Unterschied dazu erlaubt insbesondere das reale Verbundverhalten einbetonierter Bewehrung mit steigender Beanspruchung die Einleitung größerer Verbundkräfte; eine sukzessive Sekundärissbildung ist möglich.

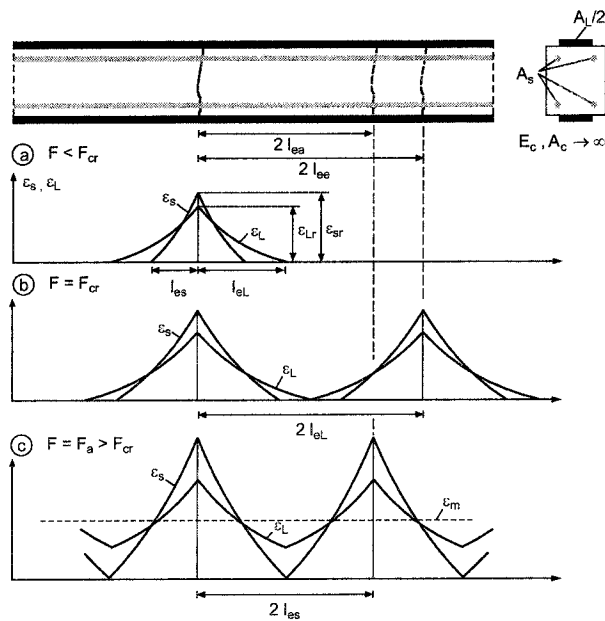


Abbildung 4.29. Rissbildungsstadien eines verstärkten Stahlbeton-Zugstabes (schematisch)

Für das Auftreten von Primärrissen ist bei zentrisch zugbeanspruchten Betonprismen aufbauend auf der Vorstellung gleichmäßig verteilter Zugspannungen in einem homogenen Baustoff die gesamte Betonquerschnittsfläche näherungsweise als mitwirkend zu betrachten. Für die in der Folge zusätzlich entstehenden Sekundärrisse ist diese Annahme nicht mehr aufrecht zu erhalten; die Einleitung der Zugkraft erfolgt räumlich konzentriert über die Bewehrung und führt zu einer Spannungsverteilung mit Spannungsspitzen im Bereich der Bewehrungsstränge. Die der Rissentstehung zugrunde liegende wirksame Betonzugfläche ist gegenüber der vollen Querschnittsfläche auf $A_{c,eff}$ vermindert. Bei Betrachtung biegebeanspruchter Bauteile wird der lokalen Zugkräfteinleitung eine aus der Einleitung von Druckspannungen in der Druckzone resultierende Biegebeanspruchung überlagert; die Entstehung eines Sekundärrisses zwischen zwei vorhandenen Rissen stellt sich dem entsprechend als komplexes Scheibenproblem dar. In Abb. 4.30 a) ist die aus Versuchsbeobachtungen in (Broms 1965) entwickelte Modellvorstellung der Primär- und Sekundärrissbildung bei Biegebeanspruchung schematisch dargestellt; kennzeichnend ist

die über die gesamte Zugzone reichende Ausdehnung der Primärrisse im Unterschied zu den nur mehr über die wirksame Zugzone $A_{c,eff}$ ausgedehnten Sekundärrisse. In (Broms 1965) wird der Sekundärrissbildung in Anlehnung an *de St Venant* eine unter 45° erfolgende Einleitung der Zugspannungen vorausgesetzt. In Abb. 4.30 b) ist die entsprechende qualitative Darstellung des Scheibenproblems nach (Rehm 1961) wiedergegeben. Grundlegende Ansätze zur Abschätzung der wirksamen Betonzugfläche sind u.a. auch in (Beeby 1973; Leonhardt 1978) enthalten. Generell wird $A_{c,eff}$ neben der Bauteilgeometrie von Rissabstand und Beanspruchungshöhe beeinflusst; angesichts der komplexen Zusammenhänge ist eine eindeutige Festlegung nahezu unmöglich. Dem entsprechend unterscheiden sich die einzelnen Ansätze z.T. deutlich und besitzen nur in Kombination mit dem zugrunde liegenden Rissmodell Gültigkeit (vgl. Elgehausen und Kreller 1988). Die in den aktuellen Normenwerken verankerte Bestimmungsgleichung für $A_{c,eff}$ geht auf umfangreiche Scheibenberechnungen mit Hilfe der FEM nach (Fischer 1993) zurück; in der ursprünglichen Formulierung wurde die wirksame Zugfläche mit dem vorhandenen Rissabstand verknüpft.

Es bleibt abschließend festzustellen, dass für klebarmierte Bauteile eine Abschätzung der effektiven Betonzugfläche nicht vorliegt. Das im Folgenden abgeleitete Rissbildungsmodell nimmt daher unter Verwendung der gesamten zugbeanspruchten Fläche des ungerissenen Querschnittes Bezug auf das Primärrissbild bzw. das abgeschlossene Erstrissbild.

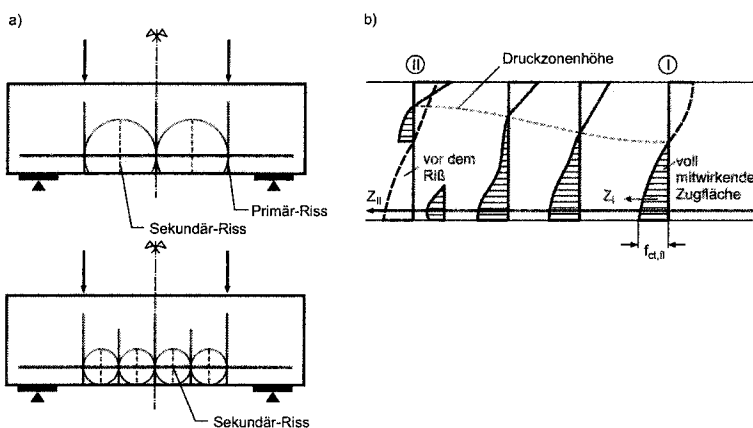


Abbildung 4.30. Primär- und Sekundärrissbildung bei biegebeanspruchten Bauteilen
a) Modellvorstellung nach (Broms 1965); b) Einleitung der Zugkraft am Primärriss - Scheibenstresszustände nach (Rehm 1961)

Vorliegende Modelle

Derzeit liegen mit den Arbeiten von *Neubauer* und *Niedermeier* zwei Modelle vor, mit denen der Rissabstand bei klebarmierten biegebeanspruchten Bauteilen abgeschätzt werden kann. Beide Konzepte sehen allerdings eine gemeinsame Einleitungslänge beider Bewehrungsstränge vor; die Rissbildungsstadien nach Abb. 4.29 werden entsprechend auf das Erstrissbild reduziert. Darüber hinaus basiert das von *Niedermeier* vorgeschlagene Modell auf einer Kopplung der Bewehrungsstränge über die nach der *Bernoulli*-Hypothese bestimmten Rissdehnungen bei Vernachlässigung von Kompatibilitätsbedingungen. Im Rahmen des in (*Neubauer* 2000) vorgestellten Rissmodelles werden die Bewehrungsstränge in einem weiteren Abstraktionsschritt auf eine äquivalente Betonstahlbewehrung reduziert; das Verbundverhalten der Klebarmierung wird unter der Annahme vollständig elastischen Verhaltens beanspruchungsunabhängig mit der Verbundwirkung der Betonstahlbewehrung gekoppelt. Im Vergleich mit den in Dehnkörperversuchen ermittelten Primärrissabständen (vgl. 4.6.3) ergeben sich für die Modelle sog. Risseinflussfaktoren $s_{crm,exp}/l_{e,cal}$ von 1,41 für die rechnerische Eintragungslänge nach (*Niedermeier* 2001) und 1,57 für das Modell nach (*Neubauer* 2000).

Im Rahmen von Zugkraftdeckungsnachweisen sind die vorliegenden Modelle als pragmatische Näherungen i.A. hinreichend, allerdings wird für die Untersuchung des Zusammenwirkens der Bewehrungsstränge insbesondere in Zusammenhang mit der Versuchsauswertung bei Dehnkörpern eine verfeinerte Modellierung erforderlich, die eine Verfolgung der Rissbildungsstadien mit ansteigender Zuggurtkraft bei einer Kopplung der Bewehrungsstränge über Verträglichkeitsbedingungen erlaubt.

4.6.2 Annahmen und Idealisierungen

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Rissmodell wird zunächst aufbauend auf dem Zugstabmodell für ein zentrisch zugbeanspruchtes verstärktes Stahlbetonprisma abgeleitet; die Ergebnisse eigener und in der Literatur dokumentierter Dehnkörperversuche werden zur Verifikation herangezogen. Auf Grundlage von Kompatibilitätsbedingungen erfolgt die Übertragung auf Bereiche konstanter Momente biegebeanspruchter Bauteile.

Die Modellierung der Rissbildung klebarmierter Stahlbetonbauteile baut auf folgenden Annahmen und Idealisierungen auf:

- Die auftretenden Rissabstände werden auf Grundlage der Einleitungslängen des abgeschlossenen Erstrissbildes (Primärrissbild) abgeleitet. Gleichzeitig wird damit auf die Ermittlung effektiver Betonzugflächen zugunsten einer Ganzstabbetrachtung verzichtet.
- Streuungen der Zugfestigkeit entlang des Bauteils werden lediglich für die Ermittlung des auflagnächsten Risses biegebeanspruchter Bauteile berücksichtigt. Für zentrisch beanspruchte Zugstäbe sowie die Bereiche von Biegeträgern zwischen den auflagnächsten Rissen wird ein deterministisches Risskonzept verfolgt: Rissbildung tritt bei Erreichen der Betonzugfestigkeit $f_{ct,eff}$ ($= f_{ctm}$ bzw. $f_{ct,fl}$) in der maßgebenden Querschnittsfaser ein.
- Zur Beschreibung des Verbundverhaltens der Bewehrungsstränge werden die globalen Verbundmodelle nach 4.2 und 4.3 herangezogen. Einbetonierte Bewehrung wird lediglich mit dem ansteigenden Ast der τ_s - s_s -Beziehung berücksichtigt. Die Zulässigkeit dieser Annahme für den Zustand der abgeschlossenen Erstrissbildung wird durch Versuchsnachrechnungen an Dehnkörpern und biegebeanspruchten Bauteilen verifiziert. Allerdings sind Szenarien denkbar, die bei äußerst geringer Betondeckung und niedrigem Bewehrungsgrad eine vorzeitige Längsrissbildung bei geringen Relativverschiebungen erwarten lassen. In diesen Fällen sind die vorgestellten Ableitungen zu modifizieren.
- Die Kopplung der Bewehrungsstränge erfolgt für Zugstäbe unter Annahme der Kompatibilitätsbedingung nach Gl. (4.69) mit $s_r = s_{Lr} = s_{sr}$. Korrekturfaktoren zur Berücksichtigung lokaler Effekte (vgl. 5.2.2) werden nicht berücksichtigt. Für biegebeanspruchte Bauteile wird die Kopplungsbedingung um die Berücksichtigung der Bauteilkrümmung nach Gl. (4.77) erweitert.
- Wird die Streckgrenzdehnung eines Bewehrungsstranges überschritten, ist, dem gewählten Materialmodell folgend, ein weiterer Anstieg der übertragenen Verbundkräfte nicht mehr möglich. Allerdings wird im Rahmen der abgeleiteten Beziehungen auf die explizite Berücksichtigung der dadurch begrenzten Eintragung von Zugkräften verzichtet.

Abbildung der Klebarmierung

Für Klebarmierung kann auf der Grundlage des bilinearen Verbundansatzes keine endliche Einleitungslänge angegeben werden. In Anlehnung an das in (Niedermeier 2001) vorgestellte Risskonzept wird zur Abschätzung der Einleitungslängen anstelle des bilinearen Verbundmodells eine auf Energieüberlegungen beruhende Näherung mittels beanspruchungsabhängig konstanter, abschnittsweise definierter Verbundspannungen gewählt, die den Zusammenhang zwischen Rissdehnung ϵ_{Lr} und Rissrelativverschiebung s_{Lr} bei Existenz eines Verschiebungsruhepunktes exakt abbildet. Aus Bedingung (4.80) folgt

mit Gl. (4.61) die mittlere Verbundspannung τ_{Lm} (Gl. 4.108). Damit kann die Einleitungslänge der Klebarmierung nach Gl. (4.82) angegeben werden.

$$G_{b,L} = \tau_{Lm} s_{Lr} \tag{4.80}$$

$$\begin{aligned} \tau_{Lm} &= \frac{\tau_{L1}}{2s_{L1}} s_{Lr} && \text{für } 0 \leq s_{Lr} \leq s_{L1} \\ &= \frac{\tau_{L1}(s_{Lr}^2 - 2s_{Lr}s_{L0} + s_{L1}s_{L0})}{2s_{Lr}(s_{L1} - s_{L0})} && \text{für } s_{L1} < s_{Lr} \leq s_{L0} \end{aligned} \tag{4.81}$$

$$\begin{aligned} l_{eL} &= \frac{\epsilon_{Lr} E_L t_L}{\tau_{Lm}} \\ &= 2 \sqrt{\frac{E_L t_L s_{L1}}{\tau_{L1}}} && \text{für } 0 \leq s_{Lr} \leq s_{L1} \\ &= 2 \sqrt{\frac{E_L t_L (s_{L1} - s_{L0}) s_{Lr}^2}{\tau_{L1} (s_{Lr}^2 - 2s_{Lr}s_{L0} + s_{L1}s_{L0})}} && \text{für } s_{L1} < s_{Lr} \leq s_{L0} \end{aligned} \tag{4.82}$$

Bei elastischem Klebeverbund ist die Einleitungslänge konstant. Für den Grenzfall der Verbundbruchverschiebung geht die Einleitungslänge in die nach (Holzenkämpfer 1994) für den Endverankerungsbereich angegebene erforderliche Verbundlänge über (Gl. 4.83).

$$l_{eL}(s_{Lr} \rightarrow s_{L0}) = l_t = 2 \sqrt{\frac{E_L t_L s_{L0}}{\tau_{L1}}} \tag{4.83}$$

Die ideelle Einleitungslänge nach Gl. (4.83) ist unabhängig vom zugrunde gelegten Verbundansatz. Die Formulierung endlicher Einleitungslängen des Klebarmierungsstranges hat zur Folge, dass am Ende der Einleitungslänge die Rissdehnung nicht der Betondehnung angeglichen bzw. vor dem Hintergrund der in dieser Arbeit getroffenen Annahmen nicht vollständig abgebaut ist (vgl. u.a. die Ausführungen zur „Restspannungsproblematik“ in Niedermeier 2001). Generell ist die nach (4.82) ermittelte Einleitungslänge umso wirklichkeitsnäher, je geringer der Anteil der elastischen Verbundenergie an der für den Aufbau von ϵ_{Lr} aufgewendeten Energie ist. Den Verbundmodellen nach 4.3 entsprechend ist daher die Qualität der Näherung bei CFK-Lamellen gegenüber Stahllaschen erheblich verbessert. In Abb. 4.31 ist für zwei verschiedene Bewehrungselemente zum einen die rechnerische Einleitungslänge l_{eL} bezogen auf l_t nach Gl. (4.83), zum anderen die auf Grundlage des bilinearen Verbundansatzes errechnete abgebaute Dehnung am Ende der Einleitungslänge l_{eL} , bezogen auf den Ausgangswert ϵ_{Lr} am Riss dargestellt. Die abgebaute Dehnung beträgt - weitgehend unabhängig von den zugrunde gelegten mechanischen Betonkennwerten - für Stahllaschen zwischen 85% und 95% und für CFK-Lamellen 86% bis 99,5%. Angesichts der signifikanten Streuungen der elastischen Verbundenergie erscheint der Ansatz ausreichend realitätsnah.

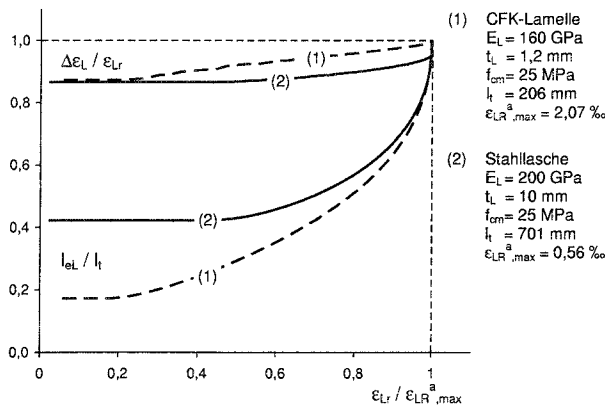


Abbildung 4.31. Bezogene Einleitungslängen bei Annahme beanspruchungsabhängiger, konstanter Verbundspannungen für Klebarmierung; am Ende der Einleitungslänge abgebaute Dehnung

Abbildung der einbetonierten Bewehrung

Für den Einzelrisszustand kann ein analytischer Ausdruck zur Bestimmung der mittleren Verbundspannung in Abhängigkeit der Rissrelativverschiebung über die Lösung der DGL des verschieblichen Verbundes abgeleitet werden (Gl. 4.84). Auf gleichem Weg gelingt eine analytische Lösung für die zugehörige Einleitungslänge l_{es} nach Gl. (4.85) in Abhängigkeit der Rissdehnung ϵ_{sr} (vgl. Noakowski 1978). Die Verknüpfung der Dehnung ϵ_{sr} mit der Rissrelativverschiebung erfolgt über Energiebetrachtungen nach Gl. (4.62).

$$\tau_{sm} = \frac{A\sqrt{f_{cm}}}{N+1} s^N \cdot (1-N) \quad (4.84)$$

$$l_{es} = \frac{2}{1-N} \left[\frac{\epsilon_{sr}^{(1-N)}(1+N)E_s d_s}{8A\sqrt{f_{cm}}} \right]^{\frac{1}{1+N}} \quad (4.85)$$

4.6.3 Rissbildung bei zentrisch zugbeanspruchten Bauteilen

Systematik

Die Bestimmung mittlerer Rissabstände zugbeanspruchter verstärkter Betonprismen basiert auf der rechnerischen Ermittlung der Eintragungslänge der Risschnittgröße F_{cr} anhand der vorgestellten Rissstadien. Dazu ist - im Unterschied zu den Modellen nach (Neubauer 2000) und (Niedermeier 2001) - ein Verzicht auf die Annahme gemeinsamer Einleitungslängen erforderlich. Da eine ebene Dehnungsverteilung nicht vorausgesetzt werden kann, ist zudem eine Verknüpfung der Bewehrungsstränge nur auf der Grundlage der Kompatibilitätsbedingung $s_{sr} = s_{Lr}$ möglich; zentrale Eingangsgröße ist dem entsprechend die gemeinsame Rissrelativverschiebung s_r . Damit wird prinzipiell ein iteratives Vorgehen zur Ermittlung der Rissabstände durch Variation von s_r erforderlich. Ein Einzelriss entsteht bei Erreichen der Risschnittgröße F_{cr} des ideellen Querschnitts nach Gl. (4.86), während das abgeschlossene Erstrissbild an die Übertragung der Risschnittgröße des reinen Betonquerschnittes nach Gl. (4.87) über Verbund gekoppelt ist.

$$F_{cr} = A_c \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + (n_s - 1)\rho_s + n_L \rho_L) \quad (4.86)$$

$$F_{cr,a} = A_c \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 - \rho_s) \quad (4.87)$$

Einzelriss

Für den Abstand der auftretenden Risse bei Erst- bzw. Einzelrissbildung ist die Einleitungslänge des verbundweichereren Bewehrungsstranges maßgebend; für beide Bewehrungsstränge können wegen $\epsilon_{L0} = \epsilon_{s0} = 0$ Zusammenhänge auf Grundlage der Einzelrisstheorie verwendet werden. Da die Bewehrungsstränge über die Verschiebungskompatibilität im Rissquerschnitt gekoppelt werden, kann die für das Erreichen der Risschnittgröße erforderliche Rissrelativverschiebung s_r über Gl. (4.88) mit den Verbundenergien $G_{b,s}$ nach Gl. (4.58) und $G_{b,L}$ nach (4.61) iterativ bestimmt werden.

$$\sqrt{\frac{8G_{b,s}(s_{sr})}{d_s}} \cdot \rho_s + \sqrt{\frac{2G_{b,L}(s_{Lr})}{t_L}} \cdot \rho_L = f_{ct,eff}(1 + (n_s - 1)\rho_s + n_L \rho_L) \quad (4.88)$$

$$l_{ee} = \max \begin{cases} l_{es} \\ l_{eL} \end{cases} \quad (4.89)$$

Mit bekannter Relativverschiebung $s_r = s_{Lr} = s_{sr}$ wird die Einleitungslänge einbetonierten Betonstahls in Abhängigkeit der Rissdehnung $\epsilon_{sr}(s_{sr})$ nach Gl. (4.59) mit Gl. (4.85) bestimmt. Die Einleitungslänge des Klebarmierungsstranges errechnet sich nach Gl. (4.82).

Abgeschlossenes Erstrissbild

Nach Abb. 4.29 ist das abgeschlossene Erstrissbild erreicht, wenn sich die Einleitungslängen des verbundsteiferen Bewehrungsstranges berühren; die an den Betonquerschnitt übertragene Verbundkraft entspricht der Risschnittgröße F_{cr} . Damit ist die zentrale Bestimmungsgleichung zur Ermittlung der zugehörigen Einleitungslängen durch Gl. (4.90) anzuschreiben.

$$\Delta\epsilon_s E_s \rho_s + \Delta\epsilon_L E_L \rho_L = f_{ct,eff}(1 - \rho_s) \quad (4.90)$$

Der für die Einleitungslänge maßgebende Bewehrungsstrang ist über das dem Einzelrisszustand zugeordnete Verhältnis l_{es}/l_{eL} mit den Gln. (4.82) und (4.85) zu bestimmen. Die zugeordnete Zugkraft F_a errechnet sich für die beiden möglichen Fälle wie folgt:

Fall 1: $l_{es}/l_{eL} < 1$:

$$F_a = f_{ct,eff}(A_c + (n_s - 1)A_s) + \epsilon_{L0} E_L A_L \quad (4.91)$$

Fall 2: $l_{es}/l_{eL} > 1$:

$$F_a = f_{ct,eff}(A_c + n_L A_L) + \epsilon_{s0} E_s A_s \quad (4.92)$$

Mit den vorgestellten Beziehungen ist eine Ermittlung der dem abgeschlossenen Erstrissbild zugeordneten Einleitungslängen und Kräfte nur über ein numerisches Modell möglich. Die Schwierigkeit besteht in der zutreffenden Bestimmung der am Ende der Einleitungslängen vorliegenden Dehnungen ϵ_{L0} oder ϵ_{s0} bzw. der über Verbundwirkung entlang der Einleitungslängen übertragenen Zugkraftanteile. Im Rahmen der Abbildung bzw. Nachrechnung zugbeanspruchter Dehnkörper in Kapitel 5 werden entsprechende numerische Verfahren verwendet. Im Folgenden werden Beziehungen angegeben, die eine näherungsweise Ermittlung der Einleitungslängen ermöglichen. Wegen der Kopplung über die Rissrelativverschiebungen ist allerdings weiterhin ein iteratives Vorgehen erforderlich; eine geschlossene analytische Lösung ist nicht möglich.

Näherungsbeziehungen für das abgeschlossene Erstrissbild

Klebearmierung

Die Definition von τ_{Lm} nach Gl. (4.108) in Abhängigkeit der Rissrelativverschiebung trifft bei Existenz eines Verschiebungsruhepunktes unabhängig vom Rissbildungsstadium zu und beschreibt damit ebenfalls die mittlere Verbundspannung bei überschneidenden Einleitungslängen der Klebearmierung. Wird τ_{Lm} in starker Vereinfachung in Bezug zur Einleitungslänge l_{ea} - nach Abb. 4.29 entweder l_{eL} oder l_{es} - gesetzt, kann damit als Näherungslösung $\Delta\epsilon_L$ mit Gl. (4.93) angegeben werden.

$$\Delta\epsilon_L = \frac{l_{ea}\tau_{Lm}}{E_L t_L} \quad (4.93)$$

Sofern ein abgeschlossenes Erstrissbild mit $\epsilon_{L0} \neq 0$ vorliegt, kann $\Delta\epsilon_L$ über die Annahme eines angenäherten Völligkeitsbeiwertes $\beta_L = 0,5$ der Dehnungsverteilung entlang der Einleitungslänge bei bekanntem ϵ_{Lm} zur groben Abschätzung der Größen ϵ_{Lr} und ϵ_{L0} genutzt werden (vgl. Holzenkämpfer 1994).

$$\epsilon_{Lr} = \frac{\epsilon_{Lm}}{\beta_L} \quad \epsilon_{L0} = \frac{\epsilon_{Lm}}{\beta_L} - \Delta\epsilon_L \quad (4.94)$$

Es sei angemerkt, dass für die Bestimmung des Rissabstandes lediglich $\Delta\epsilon_L$ relevant wird; die absoluten Größen ϵ_{Lr} bzw. ϵ_{L0} dienen zur Abschätzung des zugehörigen Lastniveaus.

Betonstahl

Für die Dehnungsdifferenz $\Delta\epsilon_s$ gilt bei allgemeinem Bezug auf l_{ea} Gl. (4.95).

$$\Delta\epsilon_s = \frac{4l_{ea}\tau_{sm}}{E_s d_s} \quad (4.95)$$

Für $l_{ea} = l_{es}$, d.h. $\epsilon_{s0} = 0$ gibt Gl. (4.95) in Kombination mit τ_{sm} nach Gl. (4.84) die Rissdehnung in Abhängigkeit der Relativverschiebung s_{sr} exakt wieder. Für diesen Fall kann der Völligkeitsbeiwert β_s zur Beschreibung der Dehnungsverteilung entlang der Einleitungslänge dem gewählten Verbundansatz entsprechend durch Gl. (4.96) angegeben werden.

$$\beta_s = \frac{\epsilon_{sm}}{\epsilon_{sr}} = \frac{1-N}{2} \quad (4.96)$$

Sofern sich die Einleitungslängen der einbetonierten Bewehrung überschneiden, d.h. zur Übertragung von Verbundkräften nur l_e zur Verfügung steht, ist die Angabe eines analytisch exakten Ausdrucks nicht mehr ohne einschränkende Randbedingungen möglich (vgl. Krips 1984). Eine Näherungslösung des Zusammenhanges zwischen ϵ_{sr} und s_{sr} mit zufrieden stellender Vorhersagequalität ist durch die Modifikation des Ausdrucks für die mittleren Verbundspannungen τ_{sm} zu erreichen. Mit Gl. (4.97) folgt für ϵ_{sr} Gl. (4.98).

$$\tau_{sm} = \frac{A\sqrt{f_{cm}}}{N+1} \cdot s_{sr}^N \quad (4.97)$$

$$\epsilon_{sr} = \frac{s_{sr}}{l_{ea}} + \frac{2l_{ea}}{E_s d_s} \cdot \frac{A\sqrt{f_{cm}}}{N+1} \cdot s_{sr}^N \quad (4.98)$$

$$\Delta\epsilon_s = \frac{4l_{ea}}{E_s d_s} \cdot \frac{A\sqrt{f_{cm}}}{N+1} \cdot s_{sr}^N \quad (4.99)$$

Die Qualität der Näherungslösung nach Gl. (4.98) ist an das Verhältnis l_{es}/l_{ea} gekoppelt; mit ansteigendem Verhältniswert strebt der Fehler asymptotisch gegen 0 (vgl. Abb. 4.32). Generell ist die Vorhersagequalität für ϵ_{sr} gegenüber $\Delta\epsilon_s$ deutlich besser. Maximale Abweichungen ergeben sich für $\Delta\epsilon_s$ bei Annäherung von ϵ_{s0} an 0, d.h. $l_{es} \rightarrow l_{ea}$.

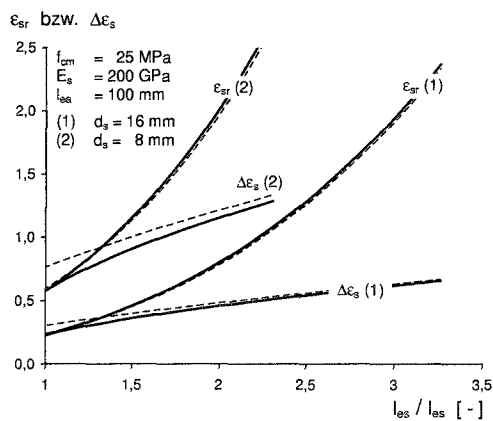


Abbildung 4.32. Näherungslösung für die Betonstahldehnung im Riss für den Fall überschneidender Einleitungslängen im Vergleich mit der numerischen Lösung (Näherung mit dünnen, unterbrochenen Linien dargestellt)

Vergleich mit Versuchsergebnissen

Das für zentrisch zugbeanspruchte verstärkte Stahlbetonprismen abgeleitete Rissmodell soll anhand von Ergebnissen aus Dehnkörperversuchen überprüft werden. Zur Übertragung des Modells auf Versuche werden folgende Annahmen und Voraussetzungen getroffen:

- Die effektive Zugfestigkeit $f_{ct,eff}$ wird der Oberflächenzugfestigkeit gleichgesetzt. Die mit $f_{ct,eff}$ bestimmte Risschnittgröße F_{cr} liegt im Mittel 6% über der in den

Dehnkörperversuchen beobachteten Erstrisslast. Da i.A. mit dem ersten zusätzlichen Riss in einem Querschnitt mit verminderter Zugfestigkeit zu rechnen ist, erscheint die getroffene Festlegung sinnvoll; sie korrespondiert zudem mit den Angaben in (Niedermeier 2001) zur Korrelation von zentrischer Zugfestigkeit und Oberflächenzugfestigkeit (vgl. 4.1.2).

- Da bei den eigenen Dehnkörperversuchen Betonstahlstränge mit unterschiedlichen zugeordneten Verbundbedingungen in einem Versuchskörper kombiniert werden, wird der resultierende, auf einen fiktiven zentrischen Betonstahlstrang bezogene Verbundansatz über einen Beiwert k_{VB} , dessen Ableitung auf der Grundlage einer kinematischen Kopplung in 5.2.4 ausführlich erläutert wird, auf den Verbundansatz des Verbundbereichs I (gute Verbundbedingungen) bezogen. Für die in der Literatur angegebenen Dehnkörperversuche ist dieses Vorgehen aufgrund der um 90° gedrehten Ausrichtung bei der Betonage nicht erforderlich.
- Als Primärrissbild wird bei den eigenen Versuchen das bei der Zugkraft F_a vorliegende Rissbild angesehen⁷. Wie in 4.6.1 erläutert, ist nach Ausbildung des Primärrissbildes eine weitere Risteilung möglich. Die in der Literatur angegebenen Rissbilder spiegeln i.d.R. den Zustand nach Versuchsende wieder; im Fall der in (Rostásy u. a. 1981) angegebenen Versuche wurden die für den Zustand nach Abschluss der Schwellversuche angegebenen Rissbilder neu ausgewertet⁸.

In Abb. 4.33 werden die in den Dehnkörperversuchen nach (Rostásy u. a. 1981) und (Rostásy und Neubauer 1999) bzw. (Neubauer 2000) sowie in den eigenen Dehnkörperversuchen (Versuchsreihen V1, V2S und V3S) beobachteten Rissabstände der rechnerischen Einleitungslänge der Risschnittgröße nach dem vorgestellten Näherungsmodell gegenübergestellt.

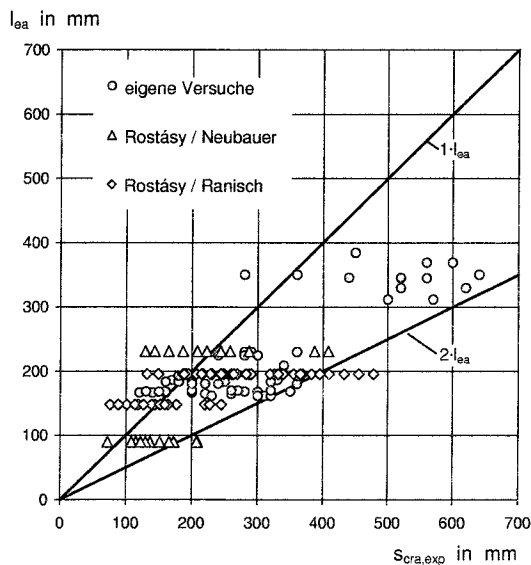


Abbildung 4.33. Vergleich der in Versuchen an zentrisch zugbeanspruchten verstärkten Betonprismen beobachteten Einzelwerte der Rissabstände mit der rechnerischen Einleitungslänge der Risschnittgröße des abgeschlossenen Erstrissbildes

Offensichtlich ist das Modell in der Lage, den maximalen Rissabstand mit $2l_{ea}$ zutreffend abzugrenzen. Angesichts der dem abgeschlossenen Erstrissbild folgenden, in der Literatur entnommenen Ergebnissen enthaltenen sukzessiven Risteilung treten gegenüber der einfachen Einleitungslänge z.T. deutlich geringere Rissabstände auf. Das Verhältnis des mittleren Rissabstandes zur einfachen Einleitungslänge $s_{cra,exp}/l_{ea}$ errechnet sich für

⁷ Die Rissbilder der eigenen Versuche, in (Zilch u. a. 2002) zusammengestellt, wurden für die Laststufe, bei der rechnerisch das abgeschlossene Erstrissbild erreicht wird, ausgewertet. Gegenüber den F_a zugehörigen Rissabständen konnten in einigen Versuchen insbesondere mit Stahlflaschen deutlich geringere Endrissabstände erzielt werden.

⁸ Die in den Schwellversuchen nach (Rostásy u. a. 1981) aufgebrachte Oberlast liegt in allen Fällen über der rechnerisch dem abgeschlossenen Erstrissbild zugeordneten Zugkraft F_a .

die Versuche der Reihe V1 zu 1,40 und entspricht damit den in der Literatur angegebenen Rissbildungsfaktoren von 1,31 nach (Kreller 1989) bzw. 1,44 nach (Krips 1984).

4.6.4 Rissbildung bei biegebeanspruchten Bauteilen

Aufgrund der in verschiedenen Abschnitten biegebeanspruchter Bauteile vorliegenden unterschiedlichen Rissbildungsstadien sind drei charakteristische Bereiche zu unterscheiden:

- Bereich konstanter Biegemomente
- Querkraftbeanspruchter Bereich
- Auflagernächster Biegeriss (Endverankerungsbereich des Klebarmierungsstranges)

Übertragung des Konzepts auf reine Biegebeanspruchung

Das für zentrische Zugbeanspruchung entwickelte Rissmodell kann angesichts der in Bereichen mit $M = \text{const.}$ vorauszusetzenden Symmetriebedingungen der Dehnungen und Relativverschiebungen in einem Element zwischen zwei Biegerissen mit den folgenden Komponenten auf biegebeanspruchte Bauteile übertragen werden:

- Modifikation der Risschnittgröße: $F_{cr} \rightarrow M_{cr}$;
- Festlegung von Druckzonenhöhe x und Hebelarmen z_s und z_L der Bewehrungsstränge;
- Kopplung der Relativverschiebungen s_{sr} und s_{Lr} in den Rissquerschnitten.

Der gewählten Modellierungsstrategie der Ganzstabbetrachtung entsprechend, tritt ein Riss auf, wenn die nach elementarer Biegetheorie ermittelte Randzugspannung die Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$ nach Gl. (4.19) überschreitet. Für das dem abgeschlossenen Erstrissbild zugeordnete Beanspruchungsniveau kann i.d.R. von annähernd ideal elastischem Verhalten der Betondruckzone im Zustand II ausgegangen werden. Wenn ggf. vorhandene Druckbewehrung vernachlässigt wird, kann aufbauend auf Gleichgewichtsbetrachtungen bei vereinfachender Voraussetzung der Hypothese nach *Bernoulli* die auf die Bauteilhöhe bezogene Druckzonenhöhe klebarmierter Biegebauteile mit Rechteckquerschnitt mit Gl. (4.100) angegeben werden. Die zugehörigen Hebelarme der Bewehrungsstränge sind mit den Gln. (4.101) und (4.102) bestimmt.

$$\frac{x}{h} = -(n_L \rho_L + n_s \rho_s) + \sqrt{(n_L \rho_L + n_s \rho_s)^2 + 2(n_L \rho_L \frac{d_L}{h} + n_s \rho_s \frac{d}{h})} \quad (4.100)$$

$$\frac{z_s}{h} = \frac{d}{h} - \frac{x}{3h} \quad (4.101)$$

$$\frac{z_L}{h} = \frac{d_L}{h} - \frac{x}{3h} \quad (4.102)$$

Für die ausgewerteten Versuche an Plattenbalken mit gedrunenem Querschnitt aus (Zilch u. a. 2000) gilt Gl. (4.100) bei modifizierten Bewehrungsgraden. Näherungsweise kann für Platten $x/h \approx 0,2$ und für Balken $x/h \approx 0,35$ angenommen werden. Die Verknüpfung der Relativverschiebungen der Bewehrungsstränge erfolgt aufbauend auf der für $M = \text{const.}$ abgeleiteten Kompatibilitätsbedingung nach Gl. (4.77). Näherungsweise wird anstelle der mittleren Druckzonenhöhe x^* die Größe des Zustands II nach Gl. (4.100) verwendet (Gl. 4.103).

$$\frac{s_{Lr}}{s_{sr}} = \frac{d_L - x}{d - x} \quad (4.103)$$

In Kombination mit den in 4.6.3 abgeleiteten Näherungsbeziehungen ist eine Bestimmung der rechnerischen Einleitungslängen des Einzelrisszustandes wie auch des abgeschlossenen Erstrissbildes möglich.

Vergleich mit Versuchsergebnissen

Zur Überprüfung der Qualität des entwickelten Rissbildungsmodells für den Bereich konstanter Momente biegebeanspruchte Bauteile werden Rissbilder von Versuchen an stahllaschenverstärkten Biegeträgern aus (HILTI 1991; Jansze 1997; Zilch u. a. 2000) sowie von Versuchen an Biegeträgern mit Verstärkung aus CFK-Lamellen nach (Seim u. a. 1999; Seim u. a. 2000; Seim u. a. 2003; Neubauer 2000; Matthys 2000; Ulaga und Meier 2002) herangezogen. Die Eingangsdaten der Versuchsauswertung sind in Anhang D zusammengestellt. Die Auswertung folgt hinsichtlich der rechnerischen zentrischen Zugfestigkeit f_{ctm} der für Dehnkörperversuche vorgestellten Annahme. Der Mittelwert der Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$ wird nach der von *Noakowski* vorgeschlagenen Beziehung aus f_{ctm} ermittelt (Gl. 4.19). Ergänzend ist anzumerken, dass die in den genannten Beiträgen bzw. Berichten angegebenen Rissabstände dem Endrissabstand nach Abschluss der Versuche entsprechen; die weitere Risssteilung nach Erreichen des abgeschlossenen Primärrissbildes ist in den experimentell ermittelten Rissabständen in nicht nachvollziehbarem Maß enthalten.

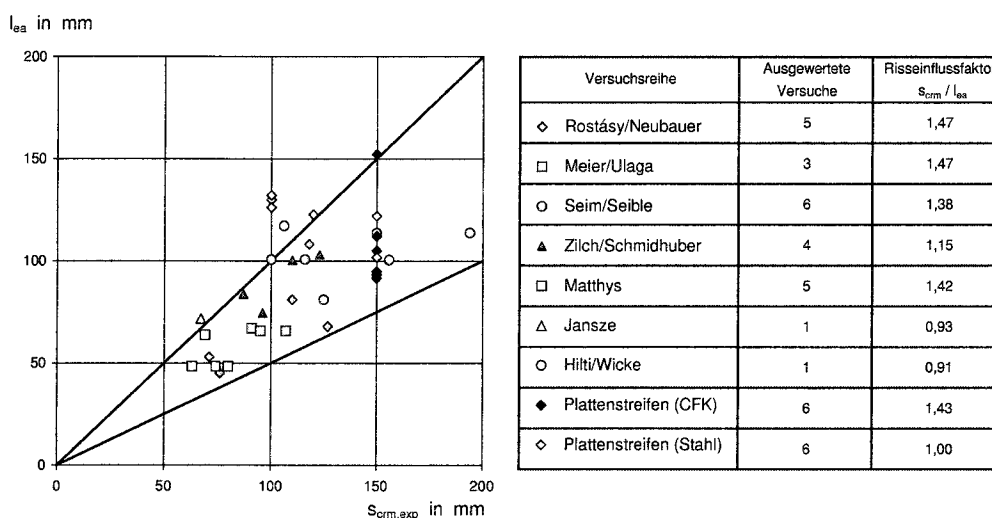


Abbildung 4.34. Vergleich der in Versuchen an Biegeträgern im Bereich $M = \text{const.}$ beobachteten mittleren Rissabstände $s_{cr,m}$ mit den rechnerischen Einleitungslängen der Risschnittgröße; Risseinflussfaktor $s_{cr,m}/l_{ea}$

In Abb. 4.34 werden die Mittelwerte der im Versuch beobachteten Rissabstände der zugehörigen rechnerischen Einleitungslänge gegenübergestellt. Das Modell ist augenscheinlich in der Lage, die zu erwartenden mittleren Rissabstände auf Grundlage der Mittelwerte der Eingangsgrößen einzugrenzen; insbesondere der obere Grenzwert $2l_{ea}$ wird in keinem Fall überschritten.

Ergänzend sind in Abb. 4.34 die rechnerisch zu erwartenden Rissabstände der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuchen an verstärkten Plattenstreifen den beobachteten, allerdings durch die eingelegten Rissbleche nach oben begrenzten Rissabständen im Bereich $M = \text{const.}$ gegenübergestellt.

Einfluss der Querkraft auf die Rissbildung

In querkraftbeanspruchten Bereichen ist eine Beeinflussung des Rissabstandes infolge der Gradienten des Biegemomentes möglich. Bei der zugrunde gelegten Modellvorstellung des Rissbildungsvorganges in aufeinander folgenden Stadien ist die Koexistenz verschiedener Rissbildungsstadien in Abhängigkeit des im betrachteten Querschnitt vorliegenden Beanspruchungsniveaus möglich; während in Bereichen hoher Beanspruchung bereits das abgeschlossene Erstrissbild erreicht wird, ist in Auflagernähe ggf. noch von Einzelrissbildung auszugehen. Darüber hinaus ist ein unmittelbarer Einfluss der Momentengradienten

auf die erforderliche Eintragungslänge zum Aufbau der Risschnittgröße abzuleiten (vgl. Niedermeier 2001), wenn vorausgesetzt wird, dass die ausgehend von einem Riss über Verbund in den Betonquerschnitt eingetragenen Kräfte am Ende der Einleitungslänge der Risschnittgröße M_{cr} entsprechen.

Da die beiden genannten Auswirkungen der Querkraft auf die Rissabstände anhand experimenteller Beobachtungen nicht separierbar sind und zudem die realen Rissabstände in signifikanten Streubändern auftreten, erscheint eine explizite Berücksichtigung des Querkrafteinflusses vor dem Hintergrund der Unschärfe der Eingangsgrößen nicht zielführend. In Konzepten zum Nachweis der Zugkraftdeckung ist die Annahme konstanter bzw. linear zwischen den ungünstigsten Grenzwerten veränderlicher Rissabstände ohne Anrechnung des Querkrafteinflusses als ausreichend genau zu betrachten. Für das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Rechenmodell bzw. Programmsystem ist eine Berücksichtigung entlang des querkraftbeanspruchten Bereiches veränderlicher Rissabstände nicht vorgesehen (vgl. Kapitel 6), die Rissabstände werden entlang der Trägerlänge zwischen den auflagernächsten Rissen gegenüber dem Bereich $M = \text{const.}$ als unveränderlich angenommen.

4.6.5 Auflagernächster Riss biegebeanspruchter Bauteile

Der Zugkraftdeckungsnachweis ist bei aufgeklebten Bewehrungselementen aufgrund der bruchmechanischen Begrenzung der Verbundbruchkraft nicht auf einen diskreten Querschnitt, der z.B. dem unteren Fraktilwert der Zugfestigkeit zugeordnet ist, zu beschränken, sondern muss den gesamten Bereich erfassen, in dem das Auftreten des auflagernächsten Biegerisses möglich ist (vgl. Neubauer 2000; Niedermeier 2001).

Angesichts der signifikanten Streubreite der in Versuchen zu beobachtenden Risslagen wird im Folgenden überprüft, ob eine ausreichend realitätsnahe Eingrenzung der Lage durch vereinfachte, für den baupraktischen Einsatz aufbereitete Ansätze in Anlehnung an (Niedermeier 2001) möglich ist.

Grundlagen

Der dem Auflager am nächsten liegende mögliche Rissquerschnitt - durch x_{\min}^a gekennzeichnet - entspricht dem Querschnitt, in dem im Grenzzustand der Tragfähigkeit $M_{cr,\min}$ erreicht wird. Als obere - x_{\max}^a zugeordnete - Abgrenzung des ungerissenen Bereiches kann nach (Niedermeier 2001) der Querschnitt definiert werden, der um die einfache Einleitungslänge der Risschnittgröße in Richtung zunehmender Biegemomente vom Querschnitt mit $M_{Ed} = M_{cr,\max}$ versetzt liegt. Richtwerte der Risschnittgrößen können unter Verwendung von Grenzwerten für den Einfluss der Bauteilhöhe $1,0 \leq k_h(h) \leq 1,6$ (vgl. Abb. 4.5) über die Fraktilwerte der zentrischen Zugfestigkeit nach (DIN 1045-1 2001) angegeben werden. Generell wird die zentrische Zugfestigkeit der i.A. experimentell ermittelten Oberflächenzugfestigkeit gleichgesetzt.

$$M_{cr,\min} = 0,7 \cdot 1,0 \cdot f_{ctm} \cdot W = 0,7 \cdot M_{cr,m} \quad (4.104)$$

$$M_{cr,\max} = 1,3 \cdot 1,6 \cdot f_{ctm} \cdot W = 2,1 \cdot M_{cr,m} \quad (4.105)$$

mit

W Widerstandsmoment des Querschnittes

Da eine Ermittlung der Einleitungslänge unter Berücksichtigung von Verträglichkeitsbedingungen auf iterativem Weg erfolgt, kann für baupraktische Belange ein vereinfachtes, in (Niedermeier 2001) bzw. (Niedermeier und Zilch 2001) vorgeschlagenes Konzept bei Vernachlässigung querkraftbedingter Auswirkungen auf die Einleitungslängen adaptiert werden. Die Einleitungslänge l_e folgt damit Gl. (4.106).

$$l_e = \frac{M_{cr,\max}}{z_m \cdot (\sum U_s \tau_{sm} + \sum b_L \tau_{Lm})} \quad (4.106)$$

In Gl. (4.106) bedeuten

- z_m mittlerer Hebelarm der Bewehrungsstränge bei Gewichtung mit den Dehnsteifigkeiten
 τ_{sm} mittlere konstante Verbundspannung des einbetonierten gerippten Betonstahls:

$$\tau_{sm} = \sqrt{f_{cm} \cdot \sqrt{\sigma_{s,cr}}} \cdot \begin{cases} 0,24 & \text{(Verbundbereich I)} \\ 0,13 & \text{(Verbundbereich II)} \end{cases} \quad (4.107)$$

Für glatten Stahl können die beanspruchungsunabhängigen Ansätze für τ_s nach 4.2 verwendet werden.

- τ_{Lm} mittlere konstante Verbundspannung aufgeklebter Bewehrung:

$$\tau_{Lm} = \sigma_{L,cr} \cdot \sqrt{\frac{t_L}{E_L} \cdot \sqrt{f_{cm} f_{ctm}}} \cdot \begin{cases} 1,74 & \text{(Stahllaschen)} \\ 4,52 & \text{(CFK-Lamellen)} \end{cases} \quad (4.108)$$

$$\leq f_{ctm}$$

- $\sigma_{s,cr}$ der Risschnittgröße zugeordnete Betonstahlspannung

$$\sigma_{s,cr} = \frac{M_{cr,max}}{z_m} \cdot \frac{d \cdot E_s}{d \cdot E_s A_s + d_L \cdot E_L A_L} \quad (4.109)$$

- $\sigma_{L,cr}$ der Risschnittgröße zugeordnete Spannung der Klebarmierung:

$$\sigma_{L,cr} = \frac{M_{cr,max}}{z_m} \cdot \frac{d_L \cdot E_L}{d \cdot E_s A_s + d_L \cdot E_L A_L} \quad (4.110)$$

Die Verknüpfung der Bewehrungsstränge erfolgt vereinfacht über die Hypothese nach *Bernoulli*. Gegenüber den Angaben in (Niedermeier 2001) wurde die Bestimmungsgleichung der mittleren Verbundspannungen des Klebarmierungsstranges um die Beziehungen für CFK-Lamellen erweitert. Gleichung (4.108) baut dabei auf einer Verknüpfung der Spannung $\sigma_{L,cr}$ mit τ_{Lm} auf Grundlage einer energetischen Betrachtung des elastischen Astes des bilinearen Verbundansatzes nach Gl. (4.111) auf.

$$\tau_{Lm} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{L,cr} \cdot \sqrt{\frac{\tau_{L1} t_L}{E_L s_{L1}}} \quad (4.111)$$

In Abbildung 4.35 werden die bei Versuchen an biegebeanspruchten Bauteilen beobachteten Lagen der auflagnächsten Risse den jeweiligen Rechenwerten gegenübergestellt. Zur anschaulichen Darstellung werden auf die Grenzwerte x_{min}^a und s_{max}^a bezogene Abszissenwerte verwendet; die Lage von $M_{cr,max}$ ist lediglich beispielhaft wiedergegeben. Als Grundlage der Auswertung werden die bereits in Abb. 4.34 wiedergegebenen Versuche sowie ergänzend in (Zilch u. a. 1998) dokumentierte Versuche verwendet (vgl. D). Die in einigen Versuchen nach (Neubauer 2000) und (Zilch u. a. 2000) durch Anrissbleche vorgegebenen Lagen des äußersten Biegerisses werden in Abb. 4.35 berücksichtigt. Nach Abb. 4.35 ist der ungerissene Bereich durch die angegebenen Beziehungen in Verbindung mit den vereinfachten Bestimmungsgleichungen zur Ermittlung einer gemeinsamen Einleitungslänge mit ausreichender Genauigkeit durch x_{min}^a und x_{max}^a abzugrenzen.

Zusammenfassung - Vereinfachtes Rissbildungsmodell

Das vorgestellte Rissbildungsmodell für zentrisch zugbeanspruchte und biegebeanspruchte Bauteile baut in Anlehnung an (König und Fehling 1988) und (Holzenkämpfer 1994) auf der Betrachtung von charakteristischen Rissbildungsstadien auf. Als einfache Verträglichkeitsbedingung wurde die Kopplung der Relativverschiebungen in den Rissquerschnitten vorausgesetzt. Durch einen Vergleich mit Ergebnissen aus Versuchen an Dehnkörpern und Biegebauteilen konnte gezeigt werden, dass mit dem Modell eine Abgrenzung auftretender Rissabstände möglich ist. Den Folgenden Auswertungen der Dehnkörperversuche sowie den Berechnungen mit einem für biegebeanspruchte Bauteile entwickelten Rechenmodell wird das vorgestellte Rissbildungsmodell zugrunde gelegt. Für eines praxisgerechtes Konzept zur Spannungsermittlung bzw. zum Nachweis der

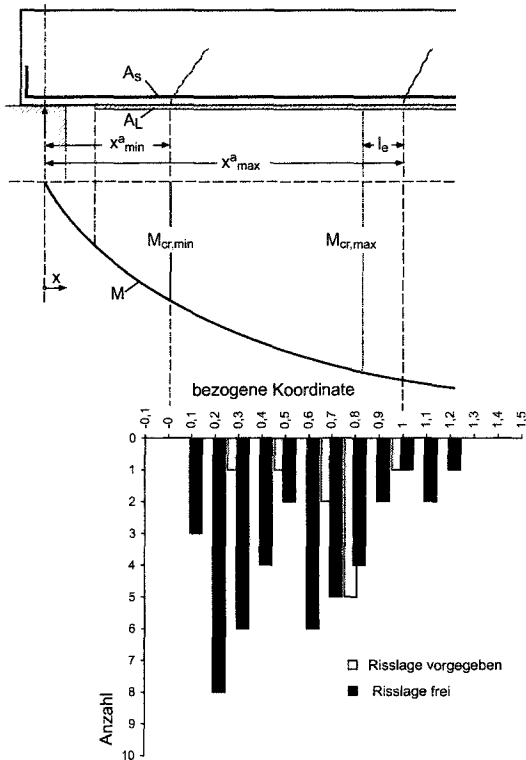


Abbildung 4.35. Lage des auflager-nächsten Biegerisses - Gegenüberstellung von Rechenmodell und Versuchsbeobachtung

Verbundtragfähigkeit in Rahmen eines Zugkraftdeckungsnachweises ist allerdings angesichts der signifikanten Streuungen der Rissabstände im Bereich konstanter Biegemomente wie insbesondere auch im querkraftbeanspruchten Bereich ein einfach handhabbares Rissbildungskonzept erforderlich. Im Vergleich mit dem eigenen Modell ist die Vorhersagequalität des in (Niedermeier 2001) vorgeschlagenen Konzeptes vor allem angesichts der expliziten Berücksichtigung grundlegender mechanischer Zusammenhänge als zufriedenstellend zu bewerten. Durch die Trennung der Ermittlung von Rissabständen von der expliziten Berechnung der Zugkraftaufteilung z.B. auf Basis von Verbundbeiwerten wird zudem ein aufwändiges iteratives Vorgehen vermieden.

Zusammenwirken der Bewehrungsstränge bei Dehnkörpern

5.1 Vorbemerkung

Das Zusammenwirken einbetonierter Bewehrung mit Klebarmierung bei zentrisch zugbeanspruchten verstärkten Stahlbetonprismen ist durch die vier Komponenten

- Verbundmodell
- Rissbildungsmodell
- idealisierte Kompatibilitätsbedingung im Rissquerschnitt
- Randbedingungen der Dehnungen und Relativverschiebungen der Bewehrungsstränge

in Verbindung mit den Materialmodellen dem Grunde nach eindeutig bestimmt. Einige wesentliche Arbeiten zur Frage des Zusammenwirkens von Betonstahl und Spannstahl, die ebenfalls auf globalen Verbundmodellen aufsetzen, gehen von der ausschließlichen Gültigkeit der getroffenen Annahmen in Verbindung mit der idealisierten Kompatibilitätsbedingung für Zugstäbe aus und sehen keine weiteren Modifikationen vor (vgl. Faoro 1988; Tue 1993). Die getroffenen Annahmen und Vereinfachungen zur Ableitung der genannten Elemente schränken allerdings grundsätzlich die Allgemeingültigkeit ein; einige Effekte, die in Versuchen an Dehnkörpern zu beobachten waren, können durch die gewählten Modelle nicht wiedergegeben werden:

- Lokale Verbundstörungen der Bewehrungsstränge insbesondere am Rissquerschnitt
- Einflüsse auf die Relativverschiebungen durch Betonverformungen bzw. Verwölbungen der Rissufer
- Abweichungen des realen Verbundverhaltens von den idealisierten Verbundmodellen

Für die Beschreibung des Zusammenwirkens der Bewehrungsstränge ist daher eine zumindest summarische Anrechnung der genannten Effekte durch Einführung zusätzlicher Elemente verbunden mit einem Abgleich mit Versuchsergebnissen erforderlich. Zur expliziten Anrechnung aller Einflussfaktoren liegen derzeit keine allgemeingültigen Modelle vor; allein für eine Abminderung des Verbundes einbetonierter Bewehrung am Riss existiert ein Vorschlag nach (Eligehausen u. a. 1983) bzw. in modifizierter Form nach (Kreller 1989) (vgl. 4.2.4), der allerdings ebenfalls als pragmatische Näherung zu betrachten ist.

Die Ableitung näherungsweise allgemeingültiger Einflussfaktoren auf die Verträglichkeitsbedingung im Rissquerschnitt aus Versuchsergebnissen mit Hilfe eines Rechenmodelles setzt voraus, dass spezifische Randbedingungen und Einflüsse in den Versuchen weitestgehend wirklichkeitsnah im Rechenmodell abgebildet werden.

Ziele und Methodik

Die Untersuchung des Zusammenwirkens an Dehnkörpern dient primär der Anpassung der auf Grundlage idealisierter Zusammenhänge abgeleiteten Kompatibilitätsbedingung nach Gl. (4.69) an reales Verhalten auf der Ebene eines Einzelrisses bzw. eines Elementes zwischen zwei Rissen. Da biegebeanspruchte Bauteile gegenüber Zugstäben allerdings

deutlich gesteigerte baupraktische Relevanz besitzen, müssen die aus Ergebnissen an Dehnkörperversuchen entwickelten Verträglichkeitsbedingungen eine Umsetzung in ein in Kapitel 6 vorgestelltes Rechenmodell erlauben.

Das Zusammenwirken einbetonierter und angeklebter Bewehrung wird zunächst auf Grundlage eines numerischen Rechenmodells unter Verwendung der in 4 vorgestellten Material- und Verbundmodelle, erweitert um die Beschreibung der bei den Dehnkörperversuchen vorliegenden spezifischen Randbedingungen - etwa der Kombination von einbetonierter Bewehrung mit unterschiedlichen Verbundbedingungen in einem Versuchskörper - abgebildet. Rissbildungsstadien werden durch variable Randbedingungen in Abhängigkeit der den einzelnen Stadien zugeordneten Zugkräfte eingeführt. Einflüsse, die nicht explizit im Modell abgebildet sind, werden mit Hilfe von Korrekturwerten, die den aus Versuchsbeobachtungen abgeleiteten maßgebenden Parametern zugeordnet werden, über die Verträglichkeitsbedingung der Relativverschiebungen in den Rissquerschnitten angerechnet. Zur Ableitung von Gesetzmäßigkeiten der Verträglichkeitsbedingungen werden ergänzend theoretische Überlegungen berücksichtigt.

5.2 Abbildung des Zusammenwirkens bei Dehnkörpern

5.2.1 Grundlagen und Rechenmodell

Die Anwendung grundlegender Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen auf ein infinitesimales Element eines mit einbetonierter und angeklebter Bewehrung versehenen zugbeanspruchten Betonprismas führt auf das in 2.3.3 abgeleitete System von Differentialgleichungen, die über einen - die Betonverformungen berücksichtigenden - Term gekoppelt sind. Das DGL-System ist im allgemeinen Fall als nichtlineares Randwertproblem zu betrachten; eine geschlossene analytische Lösung des DGL-Systems auf Grundlage wirklichkeitsnaher Verbundmodelle ist nicht bekannt.

Bisher wurden zwei grundlegende Methoden zur Lösung des gekoppelten DGL-Systems bei gemischt bewehrten Bauteilen angewandt:

- Weitestgehende Vereinfachung durch die Annahme konstanter mittlerer Verbundspannungen bei gleichzeitiger Entkopplung des DGL-Systems durch $E_c A_c \rightarrow \infty$ (vgl. König und Fehling 1988; Holzenkämpfer 1994);
- Transformation des Randwertproblems in ein Anfangswertproblem und anschließende numerischer Lösung der Differentialgleichungen (vgl. Faoro 1988; Tue 1993).

In (Faoro 1988) wurde zur Lösung des gekoppelten DGL-Systems Methoden zur numerischen schrittweisen Integration verwendet, während in (Tue 1993) zur Nachrechnung von Versuchen an Dehnkörpern mit Betonstahl- und Spannstahlbewehrung eine Lösung mit Hilfe eines Verfahrens nach *Runge-Kutta* erfolgte. Beide Autoren verwenden zur Transformation des Randwertproblems in ein Anfangswertproblem Einschießverfahren. Daneben wird in (Tue 1993) eine näherungsweise Lösung der Problematik mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente vorgestellt; die Ergebnisse sind allerdings aufgrund der Verwendung diskreter Verbundansätze in Verbindung mit einer Abbildung des Verbundverhaltens durch nichtlineare Koppelfedern mit den Resultaten der numerischen Integration annähernd gleichwertig.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird für die Abbildung von Dehnkörpern folgende Strategie gewählt:

- Entkopplung des Differentialgleichungssystems durch die Voraussetzung unendlicher Dehnsteifigkeit des Betons ($E_c A_c \rightarrow \infty$);
- Wahl der Vektoren der Dehnungs- und Relativverschiebungsgrößen im Rissquerschnitt ϵ_r und s_r als Ausgangs- bzw. Zielgrößen und Rückführung des Randwertproblems auf ein Anfangswertproblem durch die Anwendung von Einschießverfahren;

$$\epsilon_r = \begin{Bmatrix} \epsilon_{Lr} \\ \epsilon_{sr} \end{Bmatrix} \quad s_r = \begin{Bmatrix} s_{Lr} \\ s_{sr} \end{Bmatrix} \quad (5.1)$$

- Lösung der entkoppelten DGL durch numerische, schrittweise Integration entlang des Verbundbereichs;
- Abbildung von Rissbildungsstadien durch Vorgabe entsprechender Randbedingungen und Rissabstände.

Das in der vorliegenden Arbeit verwendete Konzept zur Lösung der entkoppelten Differentialgleichungen des verschieblichen Verbundes mit schrittweiser Integration wurde in den Grundzügen bereits in (Rehm 1961) beschrieben. Es lehnt sich an das in (Ciampi u. a. 1982) für das Programm „BOND“ skizzierte Vorgehen an; eine detaillierte Darstellung der Algorithmen erscheint daher entbehrlich.

Im Unterschied zu dem von Ciampi u.a. verwendeten *Illinois*-Iterationsalgorithmus werden in Abhängigkeit des Charakters des jeweils betrachteten Problems modifizierte Quasi-Newton-Verfahren bzw. die zwar deutlich schlechter konvergente, allerdings robuste Intervallhalbierungsmethode verwendet (vgl. 6). Das Programm bietet angesichts der Wahl von ϵ_r oder s_r als Vektor der Anfangswerte folgende Möglichkeiten:

- Vorgabe der Dehnungen der Bewehrungsstränge im Rissquerschnitt und iterative Ermittlung der zugehörigen Relativverschiebungen;
- Vorgabe der Relativverschiebungen im Rissquerschnitt und iterative Ermittlung der zugeordneten Dehnungen der Bewehrungsstränge.

Die mit Hilfe der numerischen schrittweisen Integration ermittelte Näherungslösung ist durch die Wahl der Schrittweite beliebig an die exakte Lösung anzunähern. Nach Testrechnungen im Vergleich mit analytischen Lösungen für Dehnungs- und Relativverschiebungsverläufe der Bewehrungsstränge werden Elementgrößen bzw. Intervalle von 0,5 - 1,5 mm als ausreichend angesehen.

5.2.2 Auswirkungen lokaler Effekte auf das Zusammenwirken

In den Material- und Verbundmodellen bzw. der gewählten Abbildung in einem Rechenmodell nach 5.2.1 sind die folgenden, das Zusammenwirken beeinflussende Mechanismen nicht explizit wiedergegeben:

- Lokale Verbundstörung der Klebarmierung am Riss:
Unmittelbar am Rissquerschnitt ist eine Übertragung von Verbundspannungen nur eingeschränkt möglich. Selbst bei geringen Relativverschiebungen ist mit lokalen Schädigungen am Riss, die einer begrenzten freien Dehnlänge gleichkommen, zu rechnen. Mit zunehmender Beanspruchung bilden sich Bruchkeile am Rissquerschnitt aus. Unabhängig von den über den Bruchkeilriss zu übertragenden Zugkraftanteilen der Klebarmierung stellt dessen Ausbildung zunächst eine Verminderung der Verbundsteifigkeit analog einer freien Dehnlänge dar (Abb. 5.1 a).
- Lokale Verbundstörung der Betonstahlbewehrung am Riss:
In Analogie zur Klebarmierung ist unmittelbar am Rissquerschnitt eine Verbundspannungsübertragung nur bedingt möglich. Zudem bildet sich bei steigender Beanspruchung ein Ausbruchkegel (vgl. 4.2) (Abb. 5.1 b).
- Betonverformungen und Verwölbung der Rissufer:
Abweichend von der Annahme starrer Betonscheiben zwischen den Rissen werden durch lokal unterschiedliche Betonverformungen bzw. daraus resultierenden Verwölbungen der Rissufer die tatsächlich auftretenden Rissbreiten und damit verknüpft die Relativverschiebungen der Bewehrungsstränge am Riss beeinflusst (Abb. 5.1 c). Darüber hinaus bewirken Betonverformungen eine gegenseitige Beeinflussung der Dehnungen und Relativverschiebungen der Bewehrungsstränge. Die Voraussetzung unterschiedlicher Einleitungslängen für den Einzelrisszustand ist wegen der Kopplung durch Betonverformungen nicht zutreffend; es wird sich eine gemeinsame Einleitungslänge einstellen, an deren Ende definitionsgemäß starrer Verbund, d.h. identische Dehnungen von Beton und Bewehrungssträngen, vorliegt.

- Differenzen zwischen dem realen Verbundverhalten und den Verbundmodellen: Streuungen bzw. Abweichungen des globalen Verbundverhaltens von den Verbundmodellen resultieren ebenfalls in Differenzen zwischen experimentell bestimmten und rechnerisch ermittelten Dehnungen.

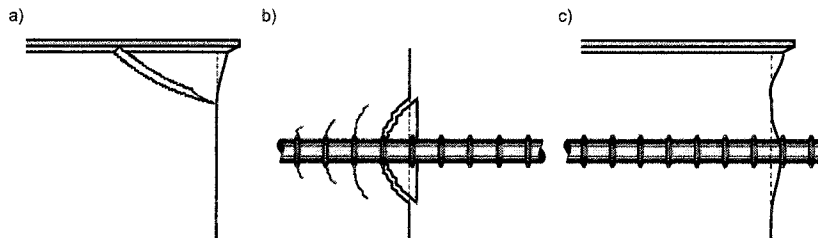


Abbildung 5.1. Lokale Mechanismen, die das Zusammenwirken der Bewehrungsstränge beeinflussen (schematisch)

- a) Klebarmierung - Bruchkeil
 b) Betonstahl - Ausbruchkegel
 c) Betonverformung - Verwölbung der Rissufer

Für den idealisierten Einzelrisszustand - d.h. sofern sich die Einleitungslängen der Bewehrungsstränge aus angrenzenden Rissen noch nicht überschneiden - sind folgende Auswirkungen der aufgezählten Mechanismen zu erwarten:

- Die am Rissufer lokalisierten Verbundstörungen, die sich mit steigender Beanspruchung hin zu einem Ausbruchkegel bzw. einem Bruchkeil entwickeln, führen zu einer verminderten Verbundsteifigkeit der Bewehrungsstränge. Die reale Dehnung bleibt damit jeweils hinter der rechnerisch der Relativverschiebung zugeordneten Dehnung zurück.
- Mit steigender Beanspruchung nimmt die aktivierte Verbundlänge der Bewehrungsstränge zu, die Auswirkungen der lokal am Riss konzentrierten Verbundstörungen werden vermindert.
- Auswirkungen unterschiedlicher Betonverformungen sind mit der jeweils durch den Bewehrungsstrang eingeleiteten Zugkraft sowie der örtlichen Konzentration der Kräfteinleitung verknüpft. Eine allgemeine Aussage zu Auswirkungen der Betonverformungen und dadurch ggf. hervorgerufener Verwölbungen des Rissquerschnittes ist nicht möglich. Allerdings kann die über Verbund in den Beton eingetragene Kraft grundsätzlich nicht über die Risschnittgröße ansteigen und nimmt mit einsetzender Klebeverbundentkopplung ab.

Zusammenfassend können die bei steigender Beanspruchung zunehmenden Verbundstörungen und die ansteigende Verbundlänge als gegenläufige Effekte in Bezug auf die Bewehrungsdehnungen identifiziert werden.

Nach Überschreiten der dem abgeschlossenen Erstrissbild zugeordneten Zugkraft F_a wirken sich lokale Einflüsse nur mehr auf die Differenzdehnungen zwischen Riss und Rissmitte aus. Mit weiter ansteigender Beanspruchung bzw. Dehnung über das Niveau von F_a hinaus nimmt damit der Verbundeinfluss auf die Dehnungen der Bewehrungsstränge sukzessive ab.

Auswirkungen von Streuungen des Verbundverhaltens

Abweichungen der Verbundeigenschaften vom angenommenen Mittelwert bewirken z.T. deutliche Differenzen zwischen der tatsächlichen Aufteilung der Zugkräfte und Rechenwerten. In Abb. 5.2 sind Versuchsergebnisse in Form des Zusammenhangs zwischen Zugkraft F und Dehnungsverhältnis δ_L den Rechenwerten unter Verwendung der in 4.2.7 und 4.3.3 abgeleiteten 5%- und 95%-Quantilen der maßgebenden Parameter der Verbund-

ansätze gegenübergestellt¹. Die rechnerischen F - δ_L -Beziehungen wurden dabei unter der konservativen Annahme, dass die Verbundeigenschaften von einbetonierter und angeklebter Bewehrung nicht korreliert sind, auf Basis des Kompatibilitätskriteriums nach Gl. (4.69) ermittelt. Ergänzend ist der den Mittelwerten der Verbundansätze zugeordnete F - δ_L -Zusammenhang eingetragen.

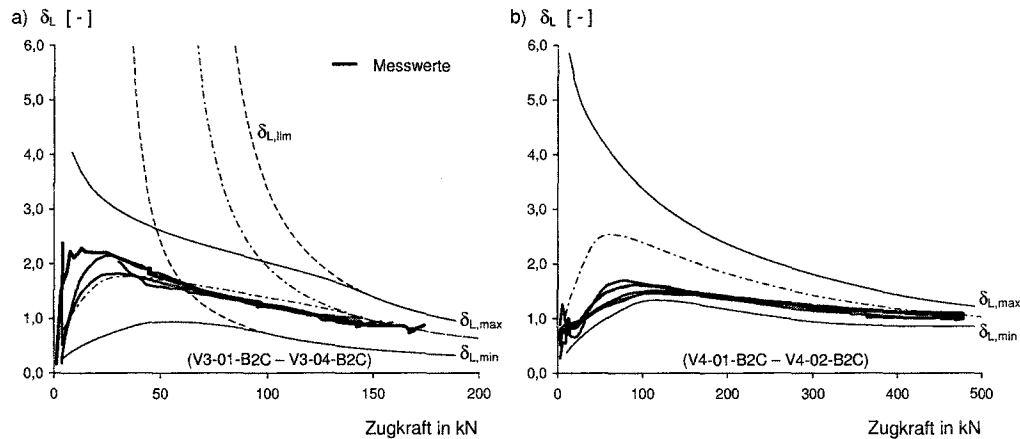


Abbildung 5.2. Auswirkungen von Abweichungen im Verbundverhalten auf den Zusammenhang zwischen F und δ_L ; Ergebnisse der Versuche im Vergleich mit Rechenwerten; a) Versuchsreihe V3-B2C (Entkopplung im Initialrisszustand); b) Versuchsreihe V4-B2C (vorgegebenes abgeschlossenes Rissbild)

Den Versuchsergebnissen in Abb. 5.2 a) sind die lediglich mit der Verbundbruchenergie der Klebarmierung verknüpften Grenzlinien der Entkopplung am Einzelriss nach Gl. (5.2) gegenübergestellt.

$$\delta_{L,\text{lim}} = \frac{\epsilon_{LR,\text{max}}^a \cdot E_s A_s}{F - \epsilon_{LR,\text{max}}^a \cdot E_L A_L} \quad (5.2)$$

Aus den in Abb. 5.2 exemplarisch wiedergegebenen Ergebnissen sind folgende Erkenntnisse abzuleiten:

- Mit zunehmender Beanspruchung nehmen die Auswirkungen von Streuungen der Verbundeigenschaften sowohl im Initialrisszustand als auch bei vorgegebenem Rissabstand sukzessive ab.
- Die experimentell ermittelten Werte nähern sich mit ansteigender Beanspruchung dem aus den Mittelwerten der Verbundansätze unter Annahme einer Verknüpfung der Relativverschiebungen mit $s_{Lr} = s_{sr}$ errechneten Zusammenhang an.

Abweichungen des realen Verbundverhaltens von den vorausgesetzten Verbundmodellen werden im Rahmen der weiteren Auswertung von Versuchsergebnissen nicht betrachtet.

5.2.3 Abbildung lokaler Effekte im Rechenmodell

Eine Separierung der aufgezählten Mechanismen und Zuordnung zu diskreten Einflussgrößen ist alleine anhand der Ergebnisse experimenteller Untersuchungen nicht möglich und zudem angesichts der signifikanten Streuungen nicht sinnvoll. Demgegenüber ist eine summarische Anrechnung über eine Anpassung der Verträglichkeitsbedingung der Relativverschiebungen im Hinblick auf eine Übertragung in ein Rechenmodell zur Abbildung biegebeanspruchter Bauteile als praktikable Näherung anzusehen.

¹ Für aufgeklebte Bewehrung wurden die 5%- und 95%-Quantilwerte der maßgebenden Parameter des Verbundansatzes durch eine erneute Auswertung der in 4.3.3 wiedergegebenen Verbundversuchsergebnisse unter Annahme normalverteilter Größen nach den Vorgaben in (DIBt 1986) hergeleitet.

Die Verknüpfung der Relativverschiebungen im Rissquerschnitt basiert auf der für Dehnkörper abgeleiteten Kompatibilitätsbedingung nach Gl. (4.69). Eine Berücksichtigung lokaler Effekte kann über eine Verallgemeinerung der Verträglichkeitsbedingung durch ein Korrekturglied k_s nach Gl. (5.3) erfolgen.

$$s_{Lr} = k_s \cdot s_{sr} \quad (5.3)$$

Nach den vorstehenden Ausführungen sind die Auswirkungen lokaler Effekte beanspruchungsabhängig und treten bei Überschneiden aller Einleitungslängen sukzessive in den Hintergrund; der Beiwert k_s ist daher zum einen mit der Beanspruchungshöhe, zum anderen mit dem Rissbildungsfortschritt verknüpft. Zur Implementierung in ein Rechenmodell biegebeanspruchter Bauteile wird eine Verknüpfung des Korrekturgliedes mit dem Verhältnis der verbundbedingten Dehnungsdifferenzen der Bewehrungsstränge $\Delta\epsilon_L$ bzw. $\Delta\epsilon_s$ zu den zugehörigen Rissdehnungen ϵ_{Lr} bzw. ϵ_{sr} über die Parameter c_s bzw. c_L nach (5.4) gewählt; gleichzeitig wird damit eine Verknüpfung mit dem Rissbildungsfortschritt erreicht.

$$c_s = \frac{\Delta\epsilon_s}{\epsilon_{sr}} \quad c_L = \frac{\Delta\epsilon_L}{\epsilon_{Lr}} \quad (5.4)$$

Hinsichtlich der Umsetzung muss zwischen zwei Szenarien des vorliegenden Rissbildes unterschieden werden:

- Einzelriss / Initialriss:

An einem Einzelriss - korrespondierend mit dem äußersten Biegeriss im Bereich von Endauflagern biegebeanspruchter Bauteile - stehen i.A. begrenzte Verbundlängen der Bewehrungsstränge zur Verfügung. Die Rissdehnungen der Bewehrungsstränge werden alleine durch das Verbundverhalten dominiert; Einflüsse aus sich überschneidenden Einleitungslängen, Rissabständen, etc. werden nicht realisiert. Die Auswirkungen lokaler Effekte werden durch einen beanspruchungsunabhängigen Korrekturwert nach Gl. (5.5) angerechnet. Zur Bestimmung des Korrekturwertes k_{si} werden die experimentell ermittelten F - δ_L -Beziehungen des Initialzustandes bis zur ggf. einsetzenden Zusatzrissbildung herangezogen.

$$k_s = k_{si} = \text{const.} \quad (5.5)$$

- Rissbildung - Element zwischen zwei Rissen:

Sofern Rissbildung eintritt, ist eine beanspruchungsabhängige Verminderung der Einflüsse lokaler Effekte zu erwarten. Für eine Implementierung in ein Rechenprogramm bietet sich eine einfache lineare Verknüpfung zwischen k_s und dem geometrischen Mittel der Verhältniswerte c_s und c_L nach Gl. (5.6) an. Die Größe c_{lim} kennzeichnet den mittleren Verhältniswert, bei dessen Unterschreitung lokale Effekte nicht mehr angerechnet werden (vgl. Abb. 5.3).

$$k_s = \begin{cases} 1 - \frac{\sqrt{c_s \cdot c_L - c_{\text{lim}}}}{1 - c_{\text{lim}}} \cdot (1 - k_{si}) & \text{für } \sqrt{c_s \cdot c_L} \geq c_{\text{lim}} \\ 1 & \text{für } \sqrt{c_s \cdot c_L} < c_{\text{lim}} \end{cases} \quad (5.6)$$

$$c_{\text{lim}} = (\sqrt{c_s \cdot c_L})_{\text{lim}} \quad (5.7)$$

Für den Initialzustand ist Gl. (5.6) wegen $c_s = 1,0 \wedge c_L = 1,0$ d.h. $k_s = k_{si}$ ebenfalls zutreffend. Der Grenzwert c_{lim} kann wegen der vorgegebenen Randbedingungen, insbesondere aufgrund des definierten Rissabstandes, aus den Versuchsergebnissen der Reihe V4 abgeleitet werden.

Sofern $\sqrt{c_s \cdot c_L} \leq c_{\text{lim}}$ zutrifft, gilt $k_s = 1,0$; damit wird gleichzeitig die Forderung nach Dehnungsebenheit im Mittel nach Gl. (4.73) erfüllt. Aufgrund des allgemein nichtlinearen Zusammenhanges zwischen ϵ_{sr} und c_s bzw. ϵ_{Lr} und c_L stellt Gl. (5.6) ebenfalls eine nichtlineare Verknüpfung des Faktors k_s mit der anliegenden Zugkraft dar; die Ermittlung von k_s für vorgegebene Beanspruchungen wird damit zu einem iterativen Prozess.

Randbedingungen des Initialzustandes; für den verbundweicheren Strang sind die Bedingungen des abgeschlossenen Erstrissbildes vorauszusetzen (Abb. 5.4 b).

Als mittlerer Rissabstand $s_{crm,e}$ wird die mit einem Rissbildungsfaktor k_{cr} multiplizierte Einleitungslänge des verbundweicheren Bewehrungsstranges angenommen. Im Rahmen der Nachrechnung von Versuchen an Dehnkörpern insbesondere der Reihe V1 wird für den Einzelrisszustand der für das abgeschlossene Erstrissbild aus den Versuchen abgeleitete Rissbildungsfaktor $k_{cr} = 1,4$ angenommen.

$$s_{crm,e} = k_{cr} \cdot l_{ee} = 1,4 \cdot \max \begin{cases} l_{es} \\ l_{eL} \end{cases} \quad (5.11)$$

- Abgeschlossenes Erstrissbild ($F_a \leq F$):

Die Randbedingungen der Bewehrungsstränge in der Symmetrieebene des Elementes zwischen zwei Rissen (Abb. 5.4 c) - gleichbedeutend mit dem Koordinatenursprung - folgen (5.12) und (5.13).

$$s_L(x_L = 0) = 0 \quad \epsilon_L(x_L = 0) \neq 0 \quad (5.12)$$

$$s_s(x_s = 0) = 0 \quad \epsilon_s(x_s = 0) \neq 0 \quad (5.13)$$

Der dem abgeschlossenen Erstrissbild zugeordnete mittlere Rissabstand entspricht der mit dem aus der Versuchsreihe V1 abgeleiteten Rissbildungsfaktor $k_{cr} = 1,4$ skalierten Einleitungslänge des abgeschlossenen Erstrissbildes.

$$s_{crm,a} = k_{cr} \cdot l_{ea} = 1,4 \cdot \min \begin{cases} l_{es} \\ l_{eL} \end{cases} \quad (5.14)$$

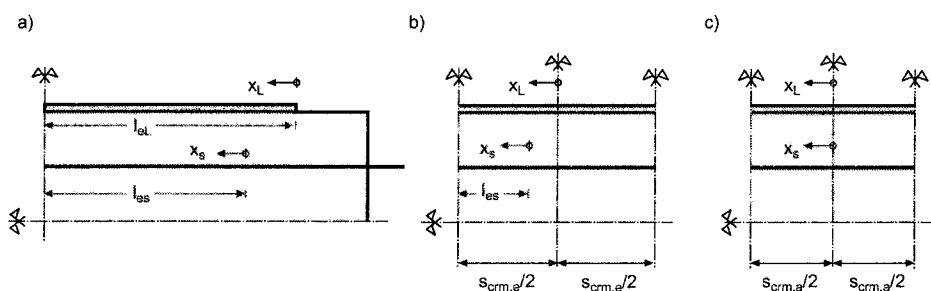


Abbildung 5.4. Randbedingungen zur Ermittlung der Dehnungen und Relativverschiebungen der Bewehrungsstränge: a) Initialzustand; b) Einzelrissbildung; c) Abgeschlossenes Erstrissbild

5.2.5 Kopplung einbetonierter Bewehrungsstränge mit unterschiedlichen Verbundbedingungen; Lasteinleitung

Die in 5.2.4 angegebenen Randbedingungen gelten unter folgenden Voraussetzungen:

- Die Bewehrungselemente sind durch jeweils einen fiktiven, zentrisch angeordneten Strang zu idealisieren.
- Die konstruktive Ausbildung der Zugkrafteinleitung an den Körperenden beeinflusst die am vorgegebenen Einzelriss bzw. den weiteren betrachteten Rissquerschnitten (Reihe V4) beobachteten Dehnungen und Relativverschiebungen im relevanten Beanspruchungsbereich nicht.

Die beiden genannten Bedingungen werden im Folgenden betrachtet.

Kopplung der einbetonierten Bewehrungsstränge

Bedingt durch die Orientierung der Dehnkörper während der Betonage müssen die einbetonierten Betonstahlstäbe unterschiedlichen Verbundbereichen zugeordnet werden

(vgl. 3.5). Zur rechnerischen Abbildung der einbetonierten Bewehrung sind die Auswirkungen unterschiedlicher Verbundlagen in einem modifizierten Verbundmodell des fiktiven, zentrischen Betonstahlstranges zu berücksichtigen. Vorausgesetzt wird, dass jeweils die Hälfte der einbetonierten Bewehrungsmenge einem Verbundbereich zugeordnet werden kann. Durch zwei Szenarien können die Grenzwerte der modifizierten Verbundparameter erfasst werden:

- Starre Kopplung der beiden Bewehrungsstränge in Analogie zur Parallelschaltung von Federelementen (Abb. 5.5 a);
- Kinematische Kopplung der Bewehrungsstränge bei Nutzung von Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen (Abb. 5.5 b).

Die Ableitungen basieren auf der Betrachtung des Einzelrisszustandes in Verbindung mit dem ansteigenden Ast der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung nach 4.2.6 und sind wegen der Gültigkeit der Beziehungen für $N \rightarrow 0$ ohne Einschränkungen auf glatten Betonstahl übertragbar. Mit fortschreitender Rissbildung bzw. überschneidenden Einleitungslängen werden verbundbedingte Einflüsse auf die Betonstahldehnungen vermindert.

Starre Kopplung

Der Zusammenhang zwischen der Betonstahldehnung im Riss und der zugehörigen Relativverschiebung ist in Abhängigkeit der durch I und II bezeichneten Verbundbedingungen, die nach 4.2.6 ausschließlich über den Parameter A einfließen, durch Gl. (4.59) gegeben. Da bei starrer Kopplung der Bewehrungsstränge identische Relativverschiebungen $s_{sr,I}$ und $s_{sr,II}$ vorausgesetzt werden, folgt aus dem Zusammenhang zwischen A_I und A_{II} nach 4.2.6 unmittelbar der auf den Beiwert A_I bezogene Korrekturfaktor k_{VB} des Verbundansatzes für den fiktiven Bewehrungsstrang nach Gl. (5.15).

$$A^* = \left[\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{0,5} \right) \right]^2 \cdot A_I = 0,729 \cdot A_I \quad \rightarrow \quad k_{VB} = 0,729 \quad (5.15)$$

Kinematische Kopplung

In Realität wird - im Unterschied zur starren Kopplung - das Momentengleichgewicht im Rissquerschnitt durch Verschwenken der Achse der Dehnkörperhälfte um den Winkel α um die Kalotte nach Abb. 5.5 hergestellt; der verbundsteifere Betonstahlbewehrungsstrang entzieht sich der Mitwirkung durch Annäherung an die Wirkungslinie der aufgebrachten Zugkraft. Gleichzeitig wird die Öffnung des Risses auf der Seite des verbundweichereren Bewehrungsstranges vergrößert. Dieses, in den Dehnkörperversuchen zu beobachtende Verhalten (vgl. 3.5), kann bei Annahme starrer Betonscheiben sowie kleiner Verformungen durch die Bedingungen (5.16) bis (5.22) beschrieben werden.

Kinematik:

$$\Delta e = l_{tot} \tan \alpha \quad (5.16)$$

$$\Delta s_{sr,I} = -e_0 \tan \alpha \quad s_{sr,I} = s_{sr} + \Delta s_{sr,I} \quad (5.17)$$

$$\Delta s_{sr,II} = e_0 \tan \alpha \quad s_{sr,II} = s_{sr} + \Delta s_{sr,II} \quad (5.18)$$

Zugkraftanteile:

$$F_{sr,I} = f(A_I, s_{sr}, \Delta s_{sr,I}) \quad (5.19)$$

$$F_{sr,II} = f(A_{II}, s_{sr}, \Delta s_{sr,II}) \quad (5.20)$$

Gleichgewicht:

$$\sum N = 0 : F_{sr,I} + F_{sr,II} + F_{Lr} - F = 0 \quad (5.21)$$

$$\sum M = 0 : F_{sr,I}(e_0 - \Delta e) + F_{sr,II}(e_0 + \Delta e) + F_{Lr}\Delta e = 0 \quad (5.22)$$

Die Aufteilung der Zugkraftanteile der einbetonierten Bewehrung auf die, den unterschiedlichen Verbundbedingungen zugeordneten Stränge wird durch die Verdrehung α des

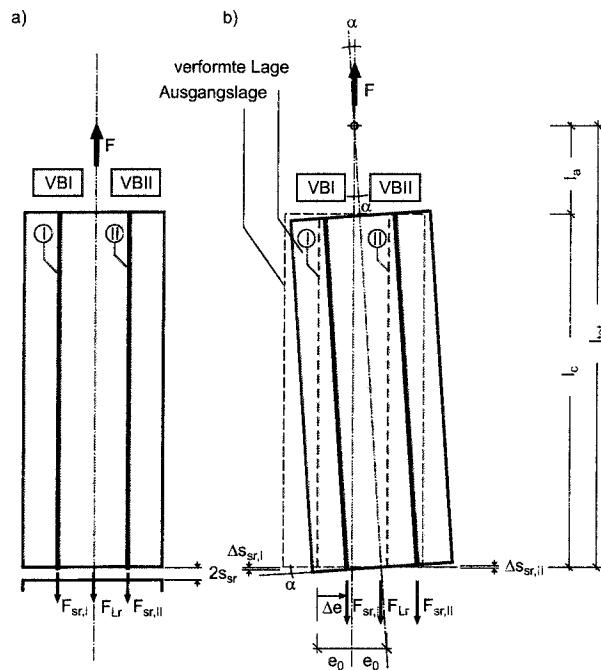


Abbildung 5.5. Kopplung der Betonstahlbewehrungsstränge mit unterschiedlichen Verbundbedingungen; a) starre Kopplung; b) kinematische Kopplung (schematisch)

Körpers in Abhängigkeit der Zugkraft bzw. des zugeordneten Mittelwertes der Rissrelativverschiebung s_{sr} bestimmt. Mit bekannten, gemessenen Zugkraftanteilen des Einzelrisszustandes wurden mit dem in 5.2.1 beschriebenen Rechenmodell Versuche mit unterschiedlichen Dehnsteifigkeitsverhältnissen $E_s A_s / E_L A_L$ unter Wahrung der Gleichgewichtsbedingungen (5.21) und (5.22) ausgewertet. Anhand der numerischen Auswertung kann über den Vergleich von s_{sr} mit dem - einer mittleren Dehnung beider Betonstahllagen zugeordneten - Zugkraftanteil des Betonstahls ein Korrekturfaktor zur Anpassung des Verbundansatzes bestimmt werden. Im Mittel folgt k_{VB} Bedingung (5.23).

$$A^* = k_{VB} \cdot A_I \rightarrow k_{VB} = 0,676 \quad (5.23)$$

In Abb. 5.6 sind die resultierenden $\epsilon_{sr}-s_{sr}$ -Beziehungen für guten und mäßigen Verbund nach 4.2.6 sowie die Zusammenhänge bei starrer Kopplung mit k_{VB} nach (5.15) und näherungsweise kinematischer Kopplung mit k_{VB} nach (5.23) im Vergleich mit dem für einige diskrete Bewehrungszugkraftanteile numerisch ausgewerteten $\epsilon_{sr}-s_{sr}$ -Zusammenhang für Versuch V3-15-B1S dargestellt. Aufgrund des ungünstigen Dehnsteifigkeitsverhältnisses der Reihe V3S ist der Momentenanteil der Klebarmierung gegenüber dem der einbetonierten Bewehrung am größten; allerdings zeigt die - hier nicht dargestellte - Auswertung den angesichts des kleinen Hebelarmes vernachlässigbaren Einfluss der aufgeklebten Bewehrung.

Die weiteren Auswertungen basieren auf der Korrektur des ansteigenden Astes des Verbundmodells nach (5.23), da die Kopplung über Verträglichkeitsbedingungen zum Einen mit Versuchsbeobachtungen übereinstimmt und zum anderen auf der konsequenten Erfüllung von Gleichgewichtsbedingungen basiert.

Im Übrigen wird davon ausgegangen, dass angesichts der geringen Winkeländerungen α für die Klebarmierung keine Beeinträchtigungen des Verbundverhaltens durch Beanspruchungen in der Verbundebene senkrecht zur Längsachse des Bewehrungsstranges entstehen.

Lasteinleitung

Die Lasteinleitungsstruktur der geprüften Dehnkörper soll eine Beeinflussung der betrachteten Dehnungen in den vorgegebenen Rissen ausschließen. Neben der Einleitung der Zugkräfte in die einbetonierte Bewehrung ist die Endverankerung des Klebarmierungsstranges zu betrachten.

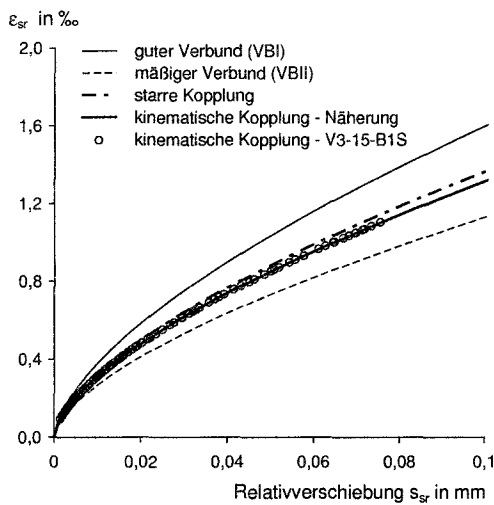


Abbildung 5.6. Kopplung von Bewehrungssträngen mit unterschiedlichen Verbundbedingungen - resultierender Zusammenhang zwischen Dehnung ϵ_{sr} und Relativverschiebung s_{sr} (Einzelriss)

Betonstahl

Zur Untersuchung des Einflusses der Lasteinleitungsstruktur auf die Entwicklung der Dehnungen und Relativverschiebungen wurde das Rechenmodell nach 5.2.1 um die Abbildung der Lasteinleitung am Körperende erweitert. Für die Zulagestäbe wurden ebenfalls die Verbundmodelle nach 4.2.6 mit starrer Kopplung zur Berücksichtigung verschiedener Verbundbereiche verwendet. Mit dem erweiterten Modell wurden Versuche unterschiedlicher Versuchsreihen nachgerechnet; alleine in den Versuchen der Reihe V2-C mit einbetoniertem glatten Betonstahl überschneidet sich die Einleitungslänge ausgehend vom vorgegebenen Riss in Körpermitte mit den am Körperende eingetragenen Verbundspannungen. Allerdings setzt die Beeinflussung der Rissdehnungen bzw. -relativverschiebungen erst nach der Entkopplung der Klebarmierung, bedingt durch die in diesem Stadium progressiv ansteigende Rissöffnung ein. Die in den Versuchen beobachtete Tendenz, dass die gemessenen Betonstahldehnungen hinter der auf die freie Länge des Dehnkörpers bezogenen mittleren Bauteildehnung zurückbleiben, ist damit rechnerisch nachzuvollziehen. In den relevanten Beanspruchungsbereichen bis zur fortschreitenden Verbundentkopplung ist für die Versuche der Reihe V2-C allerdings eine Beeinflussung durch die Lasteinleitungsstruktur nicht zu erwarten. In allen anderen Versuchsreihen ist ein Einfluss auf die Dehnungen und Verschiebungen in Bauteilmitte auszuschließen.

Klebarmierung

Für den Initialrisszustand liegen bei intaktem Klebeverbund am Beginn der durch Anpressdruck realisierten Endverankerung in allen Versuchen lediglich geringe Dehnungen vor; die rechnerischen Einleitungslängen sind sowohl für CFK-Lamellen als auch für die verwendeten Stahllaschen deutlich geringer als die freie Länge zwischen vorgegebenem Rissquerschnitt und Endverankerung. Eine Überprüfung der zu erwartenden Relativverschiebungen nach (Zilch und Zehetmaier 2003) für $\sigma_n = 4$ MPa ergab vernachlässigbare Werte. Nach einsetzender Klebeverbundentkopplung besitzen die Relativverschiebungen am Beginn der Endverankerung keine Relevanz mehr.

Der Ansatz der dargestellten Randbedingungen für den Initialrisszustand ist dem entsprechend zulässig; für die weiteren betrachteten Rissbildungsstadien wird davon ausgegangen, dass die Endverankerung des Klebarmierungsstranges keine Auswirkungen auf die gemessenen Dehnungen und Verschiebungen zeigt. Zudem war bei keinem der Versuche ein Verbundversagen der Endverankerung bzw. visuell sichtbare Verbundentkopplungen zu verzeichnen.

5.3 Auswertung der Dehnkörperversuche

Die Ergebnisse der in 3.5 beschriebenen experimentellen Untersuchungen an Dehnkörpern werden zur Ableitung der Parameter k_{si} und c_{lim} des Korrekturwertes k_s nach Gl. (5.6) für die Verträglichkeitsbedingung herangezogen. Dem Bezug von k_{si} auf den Initialzustand mit einem vorgegebenen Einzelriss folgend, werden die Versuche der Reihen V1 bis V3, V5 und V6 zur Ermittlung der Einflussfunktionen für k_{si} verwendet. Der zur Eingrenzung der Auswirkungen lokaler Effekte dienende Parameter c_{lim} wird aus den Versuchen mit vorgegebenem abgeschlossenem Rissbild der Reihe V4 abgeleitet.

5.3.1 Versuche mit vorgegebenem Initialriss

Ableitung der Korrekturfaktoren k_{si}

Die Korrekturfaktoren k_{si} werden auf Grundlage des Zusammenhanges zwischen Zugkraft und Dehnungsverhältnis δ_L über eine Anpassung des rechnerischen Verlaufes an die Versuchsergebnisse im dem Initialrisszustand zugeordneten Beanspruchungsbereich $0 < F \leq F_{cr,exp}$ ermittelt. Die mit Hilfe des in 5.2.1 beschriebenen Rechenmodells durchgeführte iterative Bestimmung von $k_{si,exp}$ basiert auf einer Minimierung der Fehlerquadratsumme nach Bedingung (5.24) für vorgegebene Stützstellen².

$$k_{si} \longleftrightarrow \min \left\{ \sum_i (\delta_{L,exp,i}(F_i) - \delta_{L,cal,i}(F_i))^2 \right\} \quad (5.24)$$

In den Abbildungen 5.7 a) und b) werden exemplarisch Versuchsergebnisse und daraus abgeleitete Rechenwerte gegenübergestellt. Im Einzelnen sind wiedergegeben:

$\delta_{L,exp}(F)$	Verhältnis der gemessenen Dehnungen der Bewehrungsstränge in Abhängigkeit der Zugkraft; Stützstellen für die Ermittlung von k_{si} ;
$k_{s,exp}(F)$	Aus den gemessenen Dehnungen mit Hilfe des Rechenmodells unter Verwendung der Verbundansätze nach Kapitel 4 rückgerechnetes Verhältnis der Rissrelativverschiebungen s_{Lr}/s_{sr} ;
$k_{si,exp}$	Korrekturbeiwert der Verträglichkeitsbedingung; dem Minimum der auf die Stützstellen bezogenen Fehlerquadratsumme zugeordnet;
$\delta_{L,cal}(F)$	Auf Grundlage des Rechenmodells unter Verwendung von $k_{si,exp}$ ermitteltes Verhältnis der Dehnungen der Bewehrungsstränge;
$\delta_{L,lim}(F)$	Grenzlinie der Klebarmierungsentkopplung am Einzelriss nach Gl. (5.2).

Die in den Abbildungen 5.7 a) und b) exemplarisch dargestellten Zusammenhänge werden im Folgenden erläutert:

- Versuch V3-10-B2S (Abb. 5.7 a):
An dem mit geripptem Betonstahl ($d_s = 8$ mm) und aufgeklebten Stahllaschen bewehrten Dehnkörper treten im Initialrisszustand keine Verbundentkopplungen auf; die Grenzlinie $\delta_{L,lim}(F)$ schneidet $\delta_{F,exp}(F)$ bzw. $\delta_{L,cal}(F)$ im Beanspruchungsbereich $F < F_{cr,exp}$ nicht. Für $k_{si,exp} = 1,48$ weisen $\delta_{L,exp}(F)$ und $\delta_{L,cal}(F)$ die geringsten Abweichungen - ausgedrückt durch ein Minimum der auf die Stützstellen bezogenen Summe der Fehlerquadrate - auf. Die Schwankungen von $k_{s,exp}$ um den Wert $k_{si,exp}$ sind neben Ungenauigkeiten der Messung, die vor allem im Bereich kleiner Dehnungen große Auswirkungen auf $\delta_{L,exp}$ zeigen, insbesondere auf die aufgezählten lokalen Effekte zurückzuführen.

² Im Folgenden werden die aus Versuchsergebnissen über eine iterative Anpassung ermittelten Faktoren k_{si} zur Abgrenzung von Beiwerten, die mit einem zu entwickelnden Ansatz bestimmt werden, mit $k_{si,exp}$ bezeichnet; die Rechenwerte werden durch die Bezeichnung $k_{si,cal}$ identifiziert.

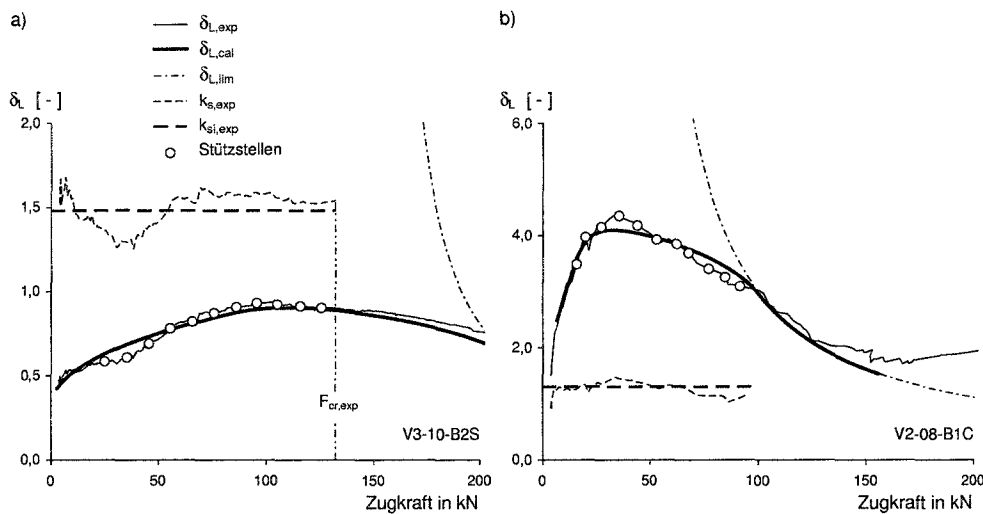


Abbildung 5.7. Ableitung der Beiwerte k_{si} - Gegenüberstellung von Versuchsergebnissen und Rechenwerten: a) V3-10-B2S; b) V2-08-B1C (Entkopplung im Initialrisszustand)

- Versuch V2-08-B2C (Abb. 5.7 b):
Für den mit glattem Betonstahl ($d_s = 12$ mm) und CFK-Lamellen bewehrten Dehnkörper lag über den gesamten Beanspruchungsbereich der Initialrisszustand vor; mit zunehmender Beanspruchung trat eine Entkopplung des Klebeverbundes ausgehend vom vorgegebenen Riss ein. Die experimentell und rechnerisch ermittelten F - δ_L -Beziehungen folgen ab ca. 100 kN der Grenzlinie $\delta_{L,lim}$ bis zur einsetzenden Zugbandwirkung zwischen den mechanischen Endverankerungen der CFK-Lamellen. Da $\delta_{L,lim}$ nach Gl. (5.2) nicht an Verträglichkeitsbedingungen gekoppelt ist, wird der Verlauf von $\delta_{L,cal}$ nach einsetzender Klebeverbundentkopplung unabhängig von k_{si} von der Verbundtragfähigkeit der aufgeklebten CFK-Lamellen dominiert. Die weitgehende Übereinstimmung von $\delta_{L,lim}$ und $\delta_{L,exp}$ nach Entkopplungsbeginn ist auf die zutreffende Beschreibung der Verbundtragfähigkeit durch den gewählten Verbundansatz für den betrachteten Versuch zurückzuführen.
Eine Auswertung der Versuchsergebnisse ist angesichts der fehlenden eindeutigen Zuordnung zwischen Lamellendehnung und Relativverschiebung nach Entkopplungsbeginn nur für den Beanspruchungsbereich mit intaktem Klebeverbund sinnvoll. Für $k_{si,exp} = 1,30$ ergibt sich ein Minimum der Fehlerquadratsumme.

Insgesamt lässt sich für den Initialrisszustand eine befriedigende Abbildung des an den Versuchskörpern beobachteten Verhaltens durch konstante Korrekturwerte k_{si} feststellen.

Einflussgrößen auf die Verträglichkeitsbedingung

Den in 5.2.2 erläuterten Mechanismen und lokalen Effekten folgend sowie vor dem Hintergrund der in den Versuchsreihen untersuchten Parameter ist von folgenden Einflussgrößen auf die Verträglichkeitsbedingung im Rissquerschnitt auszugehen:

- Festigkeits- und insbesondere Verformungseigenschaften des Betons $\rightarrow f_{cm}$
- Verhältnis von Dehnsteifigkeit zu verbundwirksamem Umfang der einbetonierten Bewehrung $\rightarrow E_s d_s$
- Verhältnis von Dehnsteifigkeit zu verbundwirksamem Umfang der aufgeklebten Bewehrung $\rightarrow E_L t_L$

Für die genannten Parameter wird als einfache Näherung jeweils eine lineare Abhängigkeit zum Korrekturbeiwert der Verträglichkeitsbedingung vorausgesetzt; die Einflussfunktionen nach (5.26), (5.27) und (5.28) werden durch einen Produktansatz nach Gl. (5.25) verknüpft. Die Bezugsgrößen $(f_{cm})_0$, $(E_L t_L)_0$ und $(E_s d_s)_0$ dienen zur Skalierung der Ansatzfunktionen auf annähernd identische Abszissen-Intervalle.

$$k_{si} = k_{si,cal} = k_{si,c} \cdot k_{si,L} \cdot k_{si,s} \quad (5.25)$$

mit:

$$k_{si,c} = C_{c1} + C_{c2} \cdot \frac{f_{cm}}{(f_{cm})_0} \quad (5.26)$$

$$k_{si,L} = C_{L1} + C_{L2} \cdot \frac{E_L t_L}{(E_L t_L)_0} \quad (5.27)$$

$$k_{si,s} = C_{s1} + C_{s2} \cdot \frac{E_s d_s}{(E_s d_s)_0} \quad (5.28)$$

$$(f_{cm})_0 = 30 \text{ MPa}$$

$$(E_L t_L)_0 = 1 \cdot 10^6 \text{ N/mm}$$

$$(E_s d_s)_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ N/mm}$$

Der Versuchsauswertung, d.h. der Ermittlung der Koeffizienten der linearen Ansatzfunktionen, werden die iterativ aus den F - δ_L -Beziehungen des Initialrisszustandes der einzelnen Dehnkörperversuche ermittelten Korrekturwerte der Verträglichkeitsbedingungen - mit $k_{si,exp}$ bezeichnet - zugrunde gelegt. Die Bestimmung der Koeffizienten folgt einem in (Chang und Kesler 1958) vorgestellten schrittweisen Optimierungsalgorithmus; als Optimierungsbedingung wird die Minimierung der Summe der relativen Abweichungen zwischen Rechenwerten $k_{si,cal}$ und aus Versuchen abgeleiteten Werten $k_{si,exp}$ nach (5.29) eingeführt.

$$k_{si,cal}(C_{c1}, C_{c2}, C_{L1}, C_{L2}, C_{s1}, C_{s2}) \leftrightarrow \min \left\{ \sum_{i=1}^n \left| \frac{k_{si,exp,i} - k_{si,cal,i}}{k_{si,exp,i}} \right| \right\} \quad (5.29)$$

Die Ableitung der Koeffizienten muss für gerippten ($n = 30$) und glatten ($n = 18$) Betonstahl getrennt erfolgen, da unterschiedliche Zusammenhänge zwischen den Einflussgrößen und den Beiwerten der Verträglichkeitsbedingungen zu erwarten sind. Insbesondere kann davon ausgegangen werden, dass bei glattem Betonstahl der Parameter $E_s d_s$ keinen wesentlichen Einfluss auf k_{si} besitzt, da abgesehen von lokal am Rissufer konzentrierten Verbundstörungen nicht mit weitergehenden Defekten, z.B. einem Betonausbruchkegel am Rissquerschnitt, zu rechnen ist; dem entsprechend gilt für glatten Betonstahl $C_{s1} = 1,0$ und $C_{s2} = 0$.

In Tab. 5.1 sind als Ergebnis der Optimierungsrechnung die Koeffizienten der linearen Ansatzfunktionen nach den Gln. (5.26), (5.27) und (5.28) wiedergegeben. Die Korrelation zwischen den Rechenwerten $k_{si,cal}$ nach Gl. (5.25) und den aus Versuchen abgeleiteten Korrekturgrößen $k_{si,exp}$ der Verträglichkeitsbedingung ist in Abb. 5.8 dargestellt.

Tabelle 5.1. Koeffizienten der Ansatzfunktionen Gln. (5.26), (5.27) und (5.28) für den Korrekturbeiwert k_{si} der Verträglichkeitsbedingung

Betonstahl Oberflächengestaltung	C_{c1}	C_{c2}	C_{L1}	C_{L2}	C_{s1}	C_{s2}
gerippt	1,91	-0,68	1,24	0,70	0,76	-0,17
glatt	4,94	-2,35	0,31	0,70	1,00	0,00

Abbildung 5.8 zeigt, dass im Initialzustand für gerippten Betonstahl die Korrekturwerte der Verträglichkeitsbedingung nahe dem durch die idealisierte Kompatibilitätsbedingung (Gl. 4.69) vorausgesetzten Wert 1,0 liegen.

Für glatte einbetonierte Bewehrung weichen die Beiwerte z.T. signifikant von 1,0 ab; zudem weisen die aus Versuchsergebnissen innerhalb einer Teilversuchsreihe mit identischen Parametern - insbesondere in Kombination mit aufgeklebten Stahllaschen - abgeleiteten Einzelwerte gegenüber den zugehörigen Rechenwerten deutlich größere Streuungen als die aus Dehnkörperversuchen mit gerippter Betonstahlbewehrung ermittelten Werte auf.

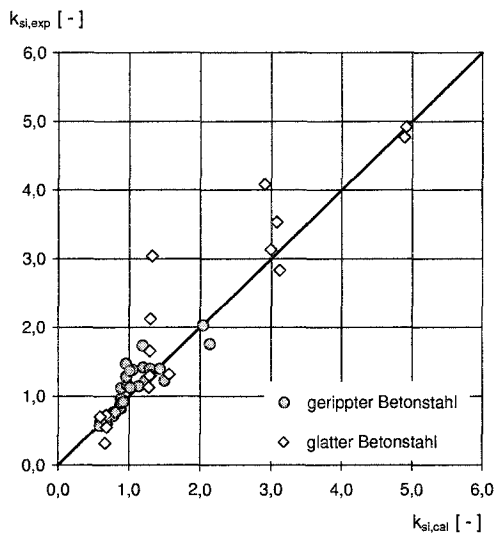


Abbildung 5.8. Rechenwerte $k_{si,cal}$ nach Gl. (5.25) in Verbindung mit den Koeffizienten nach Tab. 5.1 im Vergleich mit den aus Versuchsergebnissen an Dehnkörpern abgeleiteten Größen $k_{si,exp}$

Die Korrelation der einzelnen linearen Regressionsfunktionen des Produktansatzes nach Gl. (5.25) mit den aus Versuchen abgeleiteten Werten $k_{si,exp}$ kann isoliert bewertet werden, wenn die Einzelwerte $k_{si,exp}$ in Abhängigkeit des betrachteten Einflussparameters jeweils bezogen auf die übrigen Ansatzfunktionen dargestellt werden (Abbildungen 5.9 a bis c).

Aus den Abbildungen 5.9 a) bis c) ist abzulesen, dass die gewählten linearen Ansatzfunktionen die Auswirkungen der Einflussgrößen trotz der z.T. signifikanten Streuungen tendenziell richtig erfassen. Über die Betrachtung mechanischer Zusammenhänge können die Ansatzfunktionen im Einzelnen interpretiert werden:

- Einfluss der Betondruckfestigkeit ($f_{cm} \rightarrow$ Abb. 5.9 a)
Mit zunehmender Druckfestigkeit nimmt die Verformungsfähigkeit des Bauteilbetons ab; Einflüsse aus Betonverformungen gehen zurück. Dieser Effekt wird allerdings überlagert durch die von der Druck- und Zugfestigkeit beeinflussten Verbundstörungen der Bewehrungsstränge am Riss. Aus der Tendenz nach Abb. 5.9 a) ist abzuleiten, dass mit zunehmender Druckfestigkeit die Verbundstörungen der Klebarmierung gegenüber den Verbundstörungen des Betonstahls in den Vordergrund treten. Der Geltungsbereich der Einflussfunktion für f_{cm} ist allerdings durch den experimentell überprüften Bereich eingegrenzt; ausserhalb des Intervalls $20 \text{ MPa} \leq f_{cm} \leq 60 \text{ MPa}$ trifft die Beziehung nach Abb. 5.9 insbesondere für glatten Betonstahl offensichtlich nicht mehr zu.
- Einfluss der aufgeklebten Bewehrung ($E_L t_L \rightarrow$ Abb. 5.9 b)
Mit zunehmendem Verhältnis von Dehnsteifigkeit zu verbundwirksamer Oberfläche der Klebarmierung steigt $k_{si,L}$ an. Dabei ist die Steigung erwartungsgemäß unabhängig von der Oberflächengestaltung der einbetonierten Bewehrung.
Mit ansteigendem $E_L t_L$ wächst die einer diskreten Lashendehnung ϵ_{Lr} zugeordnete aktivierte Verbundlänge, der Gradient der Dehnungen im Verbundbereich unmittelbar am Riss sinkt. Nach Abb. 5.9 werden damit die Verbundstörungen am Rissufer verringert bzw. die aus den Verbundstörungen resultierende freie Dehnlänge der Klebarmierung wird gegenüber der aktivierten Verbundlänge kleiner. Verminderte Verbundstörungen werden in Konsequenz durch ansteigende Verhältniswerte der Relativverschiebungen $s_{Lr}/s_{sr} = k_s$ über die Verträglichkeitsbedingung angerechnet.
- Einfluss der einbetonierten Bewehrung ($E_s d_s \rightarrow$ Abb. 5.9 c)
Für gerippten Betonstahl gelten zur Klebarmierung analoge Zusammenhänge; mit ansteigendem Verhältniswert von Dehnsteifigkeit zu Verbundumfang nimmt die aktivierte Verbundlänge zu. Im Verhältnis dazu wird die durch Verbundstörungen beeinflusste Länge am Riss reduziert. Tendenziell geht der Einfluss von Verbundstörungen

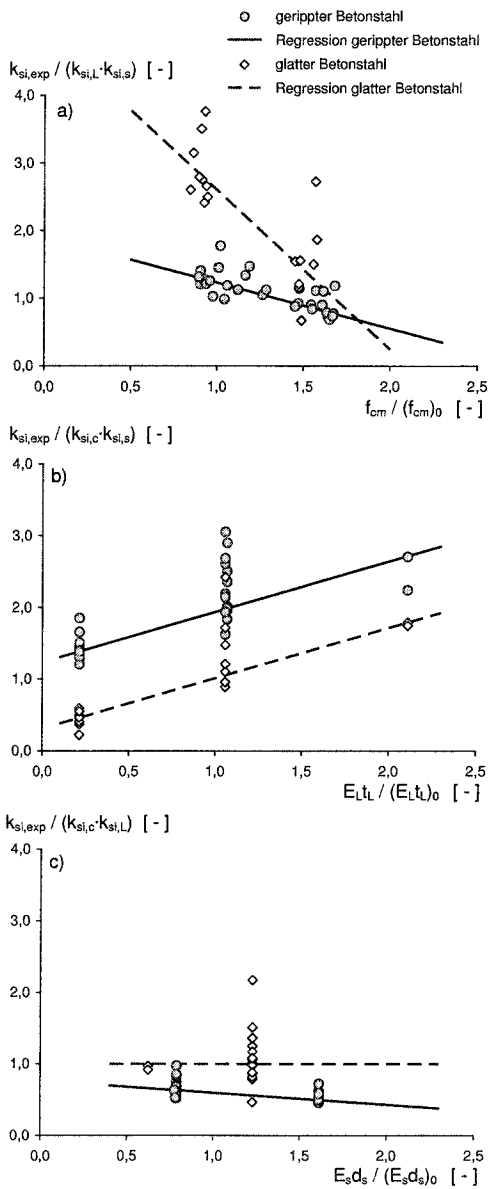


Abbildung 5.9. Lineare Ansatzfunktionen im Vergleich mit bezogenen, aus den Versuchen abgeleiteten Einzelwerten $k_{si,exp}$
 a) Einflussparameter $f_{cm} \rightarrow$ Gl. (5.26)
 b) Einflussparameter $E_L t_L \rightarrow$ Gl. (5.27)
 c) Einflussparameter $E_s d_s \rightarrow$ Gl. (5.28)

mit wachsendem $E_s d_s$ zurück; eine Anrechnung über die Verträglichkeitsbedingung erfolgt durch ein mit steigendem $E_s d_s$ reduzierten Korrekturbeiwert $k_{si,s}$.

Bei glattem Betonstahl ist erwartungsgemäß keine eindeutige Abhängigkeit zu $E_s d_s$ abzuleiten. Allerdings können neben den Versuchen der Reihe V2 mit $d_s = 12$ mm lediglich 2 Versuche der Reihe V6 mit $d_s = 6$ mm zur Auswertung herangezogen werden.

Ergänzend sei angemerkt, dass die Regressionsfunktionen nach Abb. 5.9 neben den Auswirkungen der genannten Einflussgrößen auch Streuungen der Verbundeigenschaften sowie immanente systematische Fehler, z.B. eine gegenüber den Verbundmodellen abweichende Korrelation der Verbundeigenschaften mit mechanischen Eigenschaften des Betons bei unterschiedlichen Betonrezepturen abdecken.

5.3.2 Versuche mit vorgegebenem abgeschlossenem Rissbild

Die Versuchsergebnisse der Reihe V4 mit vorgegebenem abgeschlossenem Rissbild dienen zur Ableitung des Kennwertes c_{lim} , der über die Verhältniswerte der verbundbedingten Dehnungsdifferenzen zu den Rissdehnungen - c_s und c_L nach Gl. (5.4) - den Beanspruchungsbereich abgrenzen, in dem lokale Effekte signifikante Auswirkungen auf die

Zugkraftaufteilung zeigen. Mit Hilfe des Rechenmodells wird für jeden Versuch aus den gemessenen Dehnungen der Bewehrungsstränge über eine Berechnung der den Dehnungen zugeordneten Rissrelativverschiebung der Kennwert c_{lim} ermittelt, für den $k_{s,exp} = 1$ gilt. Der Auswertung werden dabei die an den vorgegebenen Rissquerschnitten ②,③ und ④ gemessenen Dehnungen zugrunde gelegt (Abb. 5.10).

In Abb. 5.11 sind die Ergebnisse der Auswertung in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit wiedergegeben; für die Umsetzung in ein Rechenmodell wird als unabhängig von den mechanischen Eigenschaften des Betons definierter Kennwert der Mittelwert aller Versuche der Reihe V4 $c_{lim} = 0,34$ verwendet.

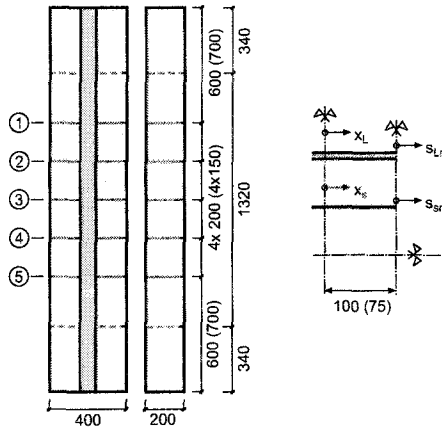


Abbildung 5.10. Modellannahmen zur Auswertung der an den vorgegebenen Rissquerschnitten ②,③ und ④ gemessenen Dehnungen

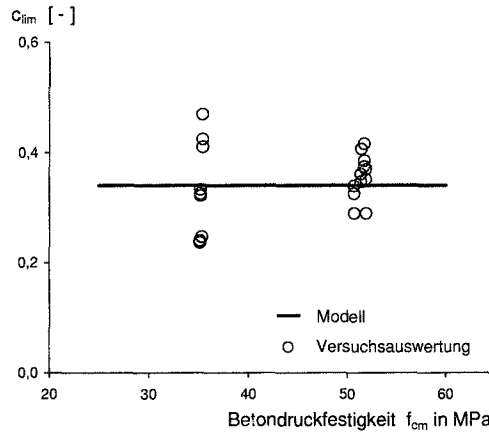


Abbildung 5.11. Auswertung der Versuchsreihe V4: Beiwert c_{lim}

In Abb. 5.12 werden exemplarisch für zwei Versuche der Reihe V4 Versuchsergebnisse und Rechenwerte wiedergegeben. Für einen mit CFK-Lamellen (Abb. 5.12 a) bzw. mit Stahllaschen (Abb. 5.12 b) klebarmierten Dehnkörper ist im Einzelnen dargestellt:

- $\delta_{L,exp}(F)$ Verhältniswert der in den Rissquerschnitten ②,③ und ④ gemessenen Dehnungen $\epsilon_{Lr}/\epsilon_{sr}$;
- $\delta_{L,cal}(F)$ Rechenwert des Dehnungsverhältnisses unter Berücksichtigung der Korrekturfunktion $k_{s,cal}(F)$;
- $k_{s,exp}(F)$ Aus den gemessenen Dehnungen rückgerechnetes Verhältnis der Relativverschiebungen s_{Lr}/s_{sr} ;
- $k_{s,cal}(F)$ Korrekturfunktion der Verträglichkeitsbedingung nach Gl. (5.6) mit den Parameter k_{si} des Initialzustandes nach Gl. (5.25) in Verbindung mit den Koeffizienten nach Tab. 5.1 und dem Grenzwert c_{lim} nach Abb. 5.11;

Die mit „Kompatibilität“ bezeichnete Linie entspricht der idealisierten Kompatibilitätsbedingung nach Gl. (4.69). Ergänzend sind die durch $\delta_{L,cal}(F)$ eindeutig bestimmten Rechenwerte der Bewehrungsdehnungen den Messwerten der Rissquerschnitte ②,③ und ④ gegenübergestellt. Die Darstellung ist auf den für das Zusammenwirken relevanten Beanspruchungsbereich mit elastischen Bewehrungssträngen beschränkt.

Die Entwicklung von $k_{s,cal}(F)$ zeigt, dass der Initialrisszustand mit unterschiedlichen rechnerischen Einleitungslängen - korrespondierend mit einem konstanten Korrekturwert $k_s = k_{si}$ - nur über einen geringen Teil des Beanspruchungsbereichs vorliegt; mit zunehmender Beanspruchung werden die Dehnungsdifferenzen zwischen Riss und Risselementmitte und damit k_s sukzessive verringert.

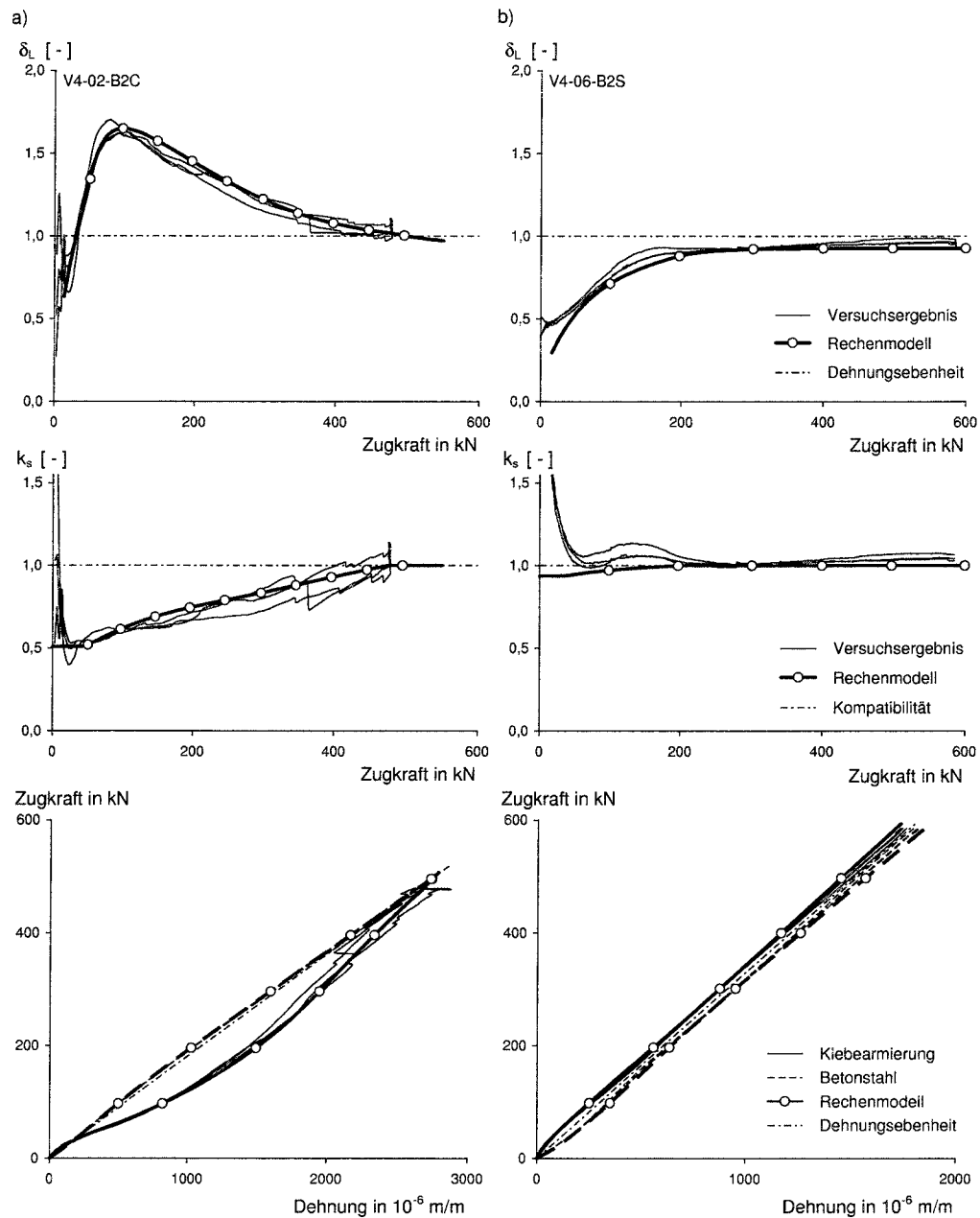


Abbildung 5.12. Versuchsreihe V4 - Vergleich von Versuchsergebnissen und Rechenwerten: Verhältniswert der Dehnungen $\delta_L = \epsilon_{Lr} / \epsilon_{sr}$; Verträglichkeitsbedingung $k_s = s_{Lr} / s_{sr}$; Dehnungen in Abhängigkeit der Zugkraft (von oben nach unten); a) Versuch V4-02-B2C; b) Versuch V4-06-B2S

5.4 Vergleich von Versuchsergebnissen und Rechenmodell

Mit den aus Versuchen abgeleiteten Korrekturgrößen der Kompatibilitätsbedingung in Verbindung mit den Verbund- und Rissbildungsmodellen sowie den jeweils zugehörigen Randbedingungen ist die Zugkraftaufteilung in zentrisch zugbeanspruchten, symmetrisch bewehrten Bauteilen eindeutig bestimmt.

Im Folgenden wird die Qualität des Rechenmodells anhand eines Vergleichs mit Versuchsergebnissen an zwei Beispielen erläutert. In Anhang C.2 findet sich eine Gegenüberstellung der Ergebnisse aller Dehnkörperversuche - zusammengefasst in Teilserien mit identischen Parametern - und Rechenergebnissen auf Grundlage des entwickelten Modells. In den Abbildungen werden jeweils folgende Größen dargestellt:

$\delta_{L,exp}(F)$	Verhältniswert der im vorgegebenen Rissquerschnitt gemessenen Dehnungen;
$\delta_{L,cal}(F)$	Rechenwert des Dehnungsverhältnisses unter Berücksichtigung der Korrekturfunktion $k_{s,cal}(F)$ nach 5.3;
$\delta_{L,lim}(F)$	Grenzzlinie der Klebarmierungsentkopplung am Einzelriss nach Gl. (5.2);
$\epsilon_{Lr,exp}(F), \epsilon_{sr,exp}(F)$	im vorgegebenen Rissquerschnitt gemessene Dehnungen der Klebarmierung bzw. der einbetonierten Bewehrung (Anhang C.2: Mittelwerte der gemessenen Dehnungen einer Teilsérie);
$\epsilon_{Lr,cal}(F), \epsilon_{sr,cal}(F)$	Rechenwert der Dehnung der Klebarmierung bzw. der einbetonierten Bewehrung;
$F_{cr,exp}$	Zugkraft bei Auftreten des ersten zusätzlichen Risses im Versuch;
$F_{cr,cal}$	Rechenwert der Risschnittgröße auf Grundlage der rechnerischen Zugfestigkeit f_{ctm} ;
F_a	Rechenwert der Zugkraft bei Erreichen des abgeschlossenen Erstrissbildes.

In Anhang C.2 werden die Rechenwerte auf Grundlage der mittleren Materialkennwerte einer Teilsérie ermittelt. Ergänzend werden in Abb. 5.13 folgende Größen wiedergegeben:

$k_{s,exp}(F)$	Aus den gemessenen Dehnungen rückgerechnetes Verhältnis der Relativverschiebungen s_{Lr}/s_{sr} ;
$k_{s,cal}(F)$	Korrekturfunktion der Verträglichkeitsbedingung nach Gl. (5.6) (Parameter k_{si} und c_{lim} nach 5.3).

Für Versuche der Reihe V4 mit vorgegebenem abgeschlossenem Rissbild wurde bereits anhand Abb. 5.12 die sowohl hinsichtlich der Wiedergabe des prinzipiellen Verhaltens als auch der zutreffenden quantitativen Abbildung der Zugkraftaufteilung zufriedenstellende Aussagequalität des Rechenmodells dargestellt. Zur Diskussion der Qualität des Rechenmodells für weitere Stadien des Rissbildungsprozesses eignen sich insbesondere die Versuche der Reihe V1. In Abb. 5.13 werden für zwei Dehnkörperversuche der Reihe V1, Versuch V1-04-B2C mit aufgeklebten CFK-Lamellen und Versuch V1-10-B2S mit Stahllaschen, die alle Rissbildungsstadien ausgehend vom Initialriss über das abgeschlossene Erstrissbild durchlaufen, Rechenwerte und Versuchsergebnisse gegenübergestellt. Die Ergebnisse erfordern eine kritische Wertung:

- **Initialrisszustand**
Bei geringen Beanspruchungen ist der Einfluss von Streuungen des Verbundverhaltens insbesondere wegen der mit großen Unsicherheiten behafteten elastischen Verbundenergie G_e deutlich ausgeprägt (vgl. auch Abb. 5.2). Im ansteigenden Bereich der F - δ_L -Beziehung zeigen sich dem entsprechend vor allem bei Versuchen mit CFK-Lamellen z.T. signifikante Abweichungen zwischen Rechenwert und Versuchsergebnissen, deren Auswirkungen auf die rechnerischen Dehnungen aber gering bleiben. Das entwickelte Modell ist allerdings in der Lage, die Aufteilung der Zugkräfte für den gesamten Bereich des Initialrisszustand adäquat wiederzugeben.
- **Fortschreitende Rissbildung**
Mit dem verwendeten Rissmodell ist eine Verfolgung der Rissentwicklung über das - der Zugkraft F_a zugeordnete - abgeschlossene Erstrissbild hinaus nicht möglich. Die rechnerischen Rissabstände bleiben mit steigender Beanspruchung zunehmend hinter den in den Versuchen festgestellten Werten zurück. Insbesondere bei ähnlichen Einleitungslängen von einbetonierter und angeklebter Bewehrung liegt F_a nur geringfügig über $F_{cr,cal}$ (vgl. Abb. 5.13 b), damit unterscheiden sich $s_{crm,e}$ und $s_{crm,a}$ kaum. Zur Verdeutlichung sind in den Abbildungen 5.13 a) und b) die Rechenwerte der Dehnungsverhältnisse $\delta_{L,cal}$ für die jeweiligen Endrissabstände dargestellt (V1-04-B2C:

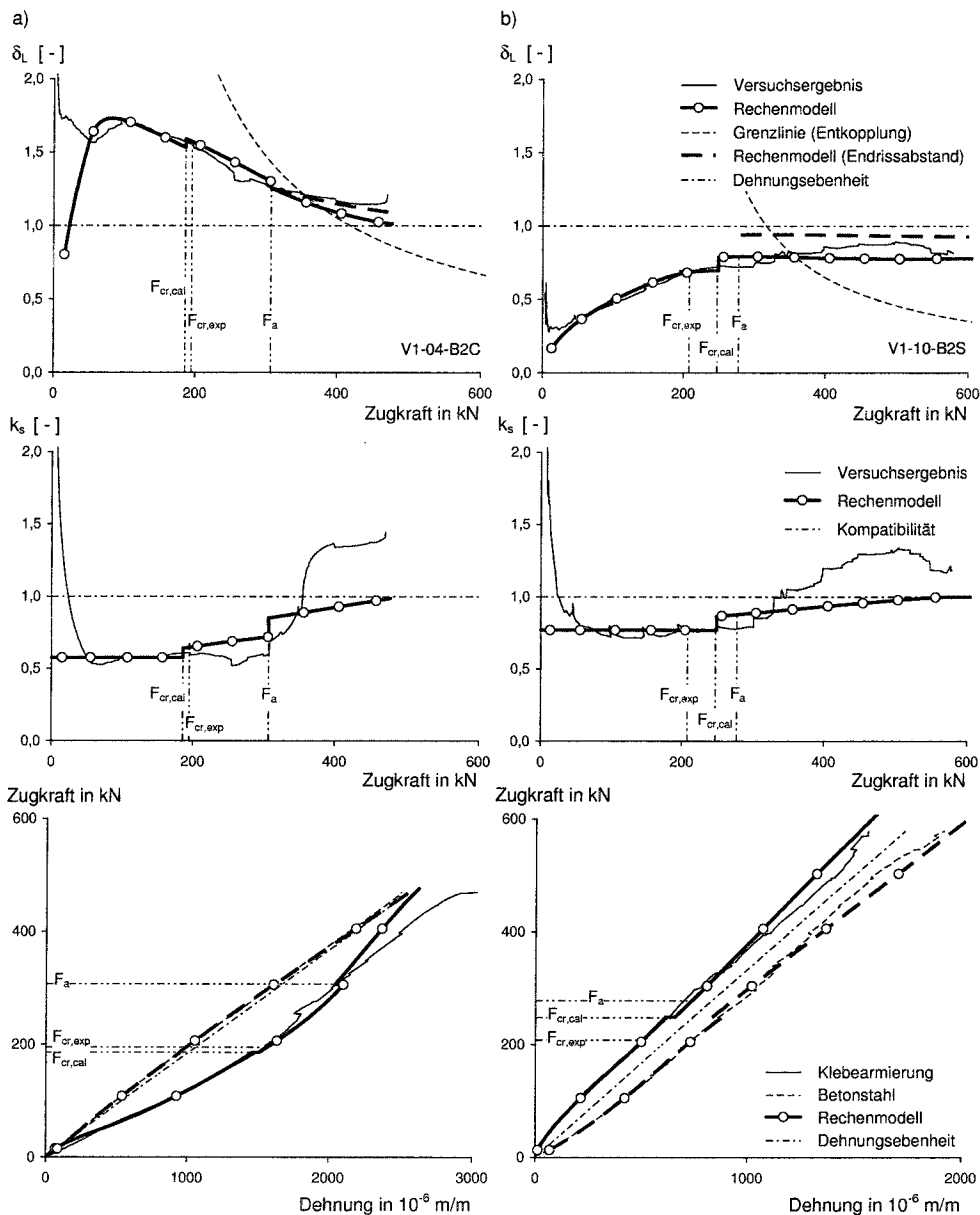


Abbildung 5.13. Vergleich zwischen Versuchsergebnissen und Rechenwerten - Versuche der Reihe V1 mit fortschreitender Rissbildung: Verhältniswert der Dehnungen $\delta_L = \epsilon_{Lr}/\epsilon_{sr}$; Verträglichkeitsbedingung $k_s = s_{Lr}/s_{sr}$; Dehnungen in Abhängigkeit der Zugkraft (von oben nach unten); a) Versuch V1-04-B2C; b) Versuch V1-10-B2S

$s_{crm,a} = 259$ mm, Endrissabstand 137 mm; V1-10-B2S: $s_{crm,a} = 313$ mm, Endrissabstand 164 mm). Die Versuchsergebnisse nähern sich erwartungsgemäß zunehmend den Rechenwerten für den Endrisszustand an. Da gleichzeitig der mit $k_{s,exp}$ bezeichnete, aus den gemessenen Zugkraftanteilen ermittelte Korrekturwert der Verträglichkeitsbedingungen über das Rechenmodell mit dem Rissabstand verknüpft ist, kann die in Abb. 5.13 a) bzw. b) dargestellte Entwicklung bei Zugkräften oberhalb F_a nicht mehr als repräsentativ angesehen werden. Wird $k_{s,exp}$ der Endrissabstand zugrunde gelegt, ergibt sich - wie in 5.2.2 erläutert - eine Annäherung von $k_{s,exp}$ an 1,0.

- **Verbundentkopplung der Klebarmierung**
 Der Fortschritt der Klebeverbundentkopplung ist mit dem jeweils vorliegenden Rissabstand verknüpft. In den Abbildungen 5.13 a) und b) tritt in Entsprechung der Versuchsergebnisse während des Initialrisszustandes keine Entkopplung des Klebever-

bundes ein - die Grenzlinie $\delta_{L,lim}$ schneidet $\delta_{L,cal}$ im Bereich $0 < F \leq F_{cr,cal}$ nicht. Bei Versuch V1-04-B2C setzt ab $F = 380$ kN rechnerisch Klebeverbundentkopplung ein. Wegen des im Verbundansatz nicht abgebildeten Reibverbundes aufgeklebter Bewehrung nimmt die rechnerische Relativverschiebung nach Entkopplungsbeginn bei geringfügigem Dehnungsanstieg stark zu; in Konsequenz steigt $k_{s,exp}$ stark an. Dem entsprechend verliert die Rechengröße $k_{s,exp}$ nach Entkopplungsbeginn seine Aussagekraft.

Zusammenfassend ist für den Initialrisszustand wie auch für einen vorgegebenen definierten Rissabstand eine befriedigende Qualität der Abbildung des Zusammenwirkens der Bewehrungsstränge in den Dehnkörperversuchen durch das entwickelte Rechenmodell festzustellen.

Bei sukzessiver Rissbildung zeigen sich zum einen angesichts der signifikanten Streuungen der beobachteten Rissabstände, zum anderen aufgrund der durch das Rissbildungsmodell nur begrenzt nachvollziehbaren Rissbildungsprozesse z.T. deutlichere Abweichungen zwischen Rechenwert und Versuchsergebnis.

Zusammenwirken bei biegebeanspruchten Bauteilen - Rechenmodell

6.1 Vorbemerkung

Die Dehnungs- und Relativverschiebungsrandbedingungen, denen die Bewehrungsstränge am auflagnächsten Riss biegebeanspruchter Bauteile unterworfen sind, unterscheiden sich grundsätzlich von den Randbedingungen am singulären Riss eines zentrisch zugbeanspruchten Bauteils. Symmetriebedingungen hinsichtlich der Relativverschiebungen im Rissquerschnitt, die für einen Dehnkörper vorausgesetzt werden können, sind für den Endverankerungsnachweis des Klebarmierungsstranges an einem Biegeträger generell nicht mehr zutreffend. Zusätzliche Abweichungen gegenüber einem Dehnkörper resultieren aus der Bauteilkrümmung bzw. den i.A. unterschiedlichen Abständen der einbetonierten und angeklebten Bewehrung von der neutralen Achse des Querschnittes. Die für Spannbetonbauteile zur Untersuchung der verbundbedingten Zugkraftaufteilung entwickelten Methoden, die unmittelbar an die Verhältnisse bei Zugstäben angelehnt sind (vgl. Trost u. a. 1980; Tue 1993; Rudlof 1998), können daher nicht uneingeschränkt übernommen werden.

Zur Untersuchung des Zusammenwirkens der Bewehrungsstränge bei biegebeanspruchten Bauteilen im Allgemeinen bzw. speziell für die Abbildung von Zugkraftaufteilung und -umlagerung am auflagnächsten Biegeriss müssen daher zunächst Werkzeuge geschaffen werden, die folgenden Anforderungen genügen:

- Die Anwendbarkeit der Hypothese nach *Bernoulli* kann weder in diskreten Querschnitten noch im Mittel über ein Element zwischen zwei Rissen vorausgesetzt werden.
- Angesichts der Abhängigkeit von Zugkraftaufbau und Verbundentkopplung des Klebarmierungsstranges von den Risslagen müssen Risse diskret abgebildet werden.
- Das Verbundverhalten der Bewehrungsstränge muss ausreichend wirklichkeitsnah wiedergegeben werden.
- In Elementen zwischen zwei Rissen gelten Symmetriebedingungen nur mehr eingeschränkt; *per se* identische Symmetrieebenen einbetonierter und angeklebter Bewehrung können nicht mehr vorausgesetzt werden;

Angesichts der für isolierte Rissquerschnitte biege- und querkraftbeanspruchter Bauteile nicht mehr zu formulierenden Verträglichkeitsbedingungen können *a priori* nur mehr globale Systemverträglichkeitsbedingungen vorausgesetzt werden. Dem entsprechend ist eine Abbildung auf Bauteilebene erforderlich.

Zur rechnerischen Abbildung eines biege- und querkraftbeanspruchten Bauteils, die die genannten Anforderungen erfüllt, stehen verschiedene Wege offen. Grundsätzlich geeignet sind Berechnungssysteme auf Grundlage der Methode der Finiten Elemente. Allerdings machen die bislang fehlenden allgemeingültigen kontinuumsmechanischen, d.h. stoffgesetzlichen Formulierungen des Verbundverhaltens der Bewehrungsstränge einen Rückgriff auf Hilfsmittel zur Modellierung des Verbundes - etwa Kontaktelemente oder nichtlineare Federelemente - erforderlich. Für ausreichend aussagekräftige Rechenergebnisse ist eine feine Diskretisierung des Verbundbereichs mit Elementgrößen angelehnt an das Größtkorn des Betons erforderlich (vgl. Eibl und Ivanyi 1976; Keuser 1985); ein Umstand der

bei der Abbildung praxisnaher Strukturen beträchtlichen Rechenaufwand bedeutet. Vor diesem Hintergrund wurde zur Abbildung verstärkter Bauteile ein eigenes Programmsystem entwickelt. Das Rechenmodell basiert auf der Verknüpfung von Makroelementen, die i.A. den Elementen zwischen zwei Rissen entsprechen.

Die Makroelemente bauen auf wirklichkeitsnahen Formulierungen der Material- und Verbundmodelle nach Kapitel 4 in Form analytischer bzw. numerischer Ansätze auf und erfüllen auf Elementebene alle Gleichgewichts- und Kompatibilitätsbedingungen.

Die Verknüpfung der Makroelemente erfolgt über Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen in den diskreten Rissquerschnitten. Der Dehnungs- und Relativverschiebungszustand der Bewehrungsstränge wie auch der Dehnungszustand des Druckgurtes werden iterativ ermittelt.

Das als modulares Programmsystem entwickelte Rechenmodell basiert auf der Sprache VISUAL BASIC und verwendet MS-EXCEL-Dateien bzw. Tabellenblätter und Diagramme zur Ein- und Ausgabe der Daten bzw. zur Zwischenspeicherung von Datenbasen und Verbundmatrizen.

Das entwickelte Programmsystem wird anhand der Nachrechnung von Versuchen an biegebeanspruchten, verstärkten Bauteilen verifiziert. Eine detaillierte Erläuterung der verwendeten Algorithmen, des Programmaufbaus, der Formulierung von Dehnungs- und Relativverschiebungszuständen auf Elementebene und insbesondere der umfangreichen Versuchsnachrechnungen enthält (Zilch und Zehetmaier 2004). Im Rahmen des vorliegenden Berichtes werden die wesentlichen Grundlagen wiedergegeben.

6.2 Grundzüge der Modellierung

6.2.1 Umfang, Systemkenngrößen

Mit dem entwickelten Programmsystem können Einfeldträger mit statisch bestimmter Lagerung und beliebiger Belastung abgebildet werden. Die Lasten werden als Vektoren der nach Elastizitätstheorie berechneten Schnittgrößen an den Elementrändern verarbeitet (Gl. 6.1)¹.

$$\mathbf{P}^{ij} = \begin{Bmatrix} N^{ij} \\ V^{ij} \\ M^{ij} \end{Bmatrix} \quad (6.1)$$

Es werden ausschließlich statische, kurzzeitig wirkende Beanspruchungen berücksichtigt; die Auswirkungen langandauernder und wiederholter Belastungen auf die Zugkraftaufteilungen können mit dem Rechenmodell nicht unmittelbar verfolgt werden.

Unter der Voraussetzung über die Systemlänge konstanter Querschnitte und statischer Höhen aller Bewehrungsstränge können beliebige Rechteck- und Plattenbalkenquerschnitte der Berechnung zugrunde gelegt werden. Je Bewehrungsstrang - einbetonierte und angeklebte Biegezugbewehrung sowie einbetonierte Druckbewehrung - wird eine Lage berücksichtigt; mehrere Lagen einbetonierten Betonstahls z.B. bei hochbewehrten Balken werden näherungsweise über den mittleren Hebelarm erfasst.

Die verwendeten Material- und Verbundmodelle erlauben die Verfolgung des gesamten Beanspruchungsbereiches bis zum Tragwerksversagen. Folgende Versagensmechanismen können nachvollzogen werden:

- Verbundversagen der Klebarmierung am Endauflager (auflagernächster Biegeriss) bzw. im querkraftbeanspruchten Bereich
- Verbundversagen der einbetonierten Bewehrung

¹ Der Darstellung in Abb. 6.1 entsprechend bezeichnet der Hochzeiger i mit $1 \leq i \leq n$ das jeweilige Element, während der Hochzeiger j mit $j = 1$ bzw. 2 das betrachtete Rissufer bzw. die dem Rissufer zugeordnete Einleitungs- bzw. Einflusslänge beschreibt. Durch n wird die Anzahl der Elemente bis zur Systemymmetrieachse beschrieben.

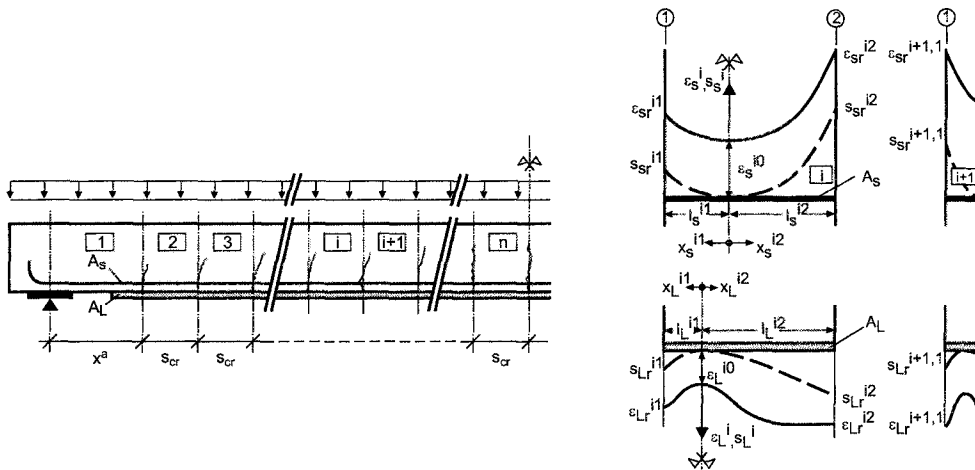


Abbildung 6.1. Rechenmodell - Elementierung, Bezeichnungen eines Elementes

- Zugbruch der Bewehrungsstränge
- Versagen der Betondruckzone

Der Modellierungsstrategie entsprechend können einzelne Trag- und Versagensmechanismen klebarmierter Biegebauteile nicht abgebildet werden:

- Auswirkungen geklebter Laschenbügel auf das Verbundtragverhalten
- Versagen durch vollständiges Abschälen der Betondeckung der einbetonierten Bewehrung einschließlich der Klebarmierung ausgehend vom Laschen- bzw. Lamellenende (sog. Versatzbruch; vgl. Jansze 1997)
- Versagen durch Verbundbruch der Klebarmierung ausgelöst durch einen Schubrissversatz (vgl. Kaiser 1989; Zilch u. a. 2000)

Die beiden letztgenannten Mechanismen können gegenüber den im entwickelten Modell abgebildeten Versagensformen gegebenenfalls zu beträchtlich verminderten Bruchlasten führen.

6.2.2 Annahmen und Idealisierungen

Neben den bereits in 6.2.1 genannten Einschränkungen bei der Abbildung von Querschnitten und Systemen wird von folgenden Annahmen und Idealisierungen ausgegangen:

- Träger und Belastung besitzen eine gemeinsame Symmetrieebene.
- Bei biegebeanspruchten Bauteilen treten zwischen äußerstem Riss und höchstbeanspruchtem Querschnitt mehrere Rissbildungsphasen nebeneinander auf; dem entsprechend nehmen abhängig von System, Belastungsart und Momentengradienten die Rissabstände zu den Auflagern hin tendenziell zu (vgl. Niedermeier 2001). Im Rechenmodell können allerdings ausschließlich konstante Rissabstände zwischen den auflagernächsten Rissen abgebildet werden.
- Dem Vorgehen bei der Auswertung von Verbundversuchen und Dehnkörpern entsprechend, gilt für die Dehnsteifigkeit des Betons im Zuggurt $E_c A_c \rightarrow \infty$. In Konsequenz gilt für die Integration der Bewehrungsdehnungen über die jeweiligen Einleitungslängen l_s^{ij} bzw. l_L^{ij} ausgehend vom Verschiebungsruepunkt $x_s^{ij} = 0$ bzw. $x_L^{ij} = 0$ Gl. (6.2)

$$\int_{l_s^{ij}} \epsilon_s dx_s = s_{sr}^{ij} \quad \int_{l_L^{ij}} \epsilon_L dx_L = s_{Lr}^{ij} \quad (6.2)$$

- Die Dehnungsverteilung im Rissquerschnitt und damit die Druckzonenhöhe ist wegen der nicht mehr zutreffenden Hypothese nach *Bernoulli* nicht mehr an diskrete

Rissdehnungen der Bewehrungsstränge gekoppelt. Die *a priori* unbekanntenen Druckzonenhöhen an den Elementrändern werden zunächst über eine Querschnittsberechnung unter Annahme ebener Querschnitte festgelegt. Bedingt durch Zugkraftumlagerungen zwischen Bewehrungssträngen mit unterschiedlichen Hebelarmen ergeben sich im Laufe der iterativen Berechnung veränderte resultierende Druckkräfte, für die eine wiederholte Neuberechnung von Betonrandstauchung und Schwerpunkt der Betondruckzone erfolgt.

- Sofern bei aufgeklebten Stahllaschen beide Bewehrungsstränge im höchstbeanspruchten Querschnitt die Streckgrenzdehnung überschreiten, ist durch die Ausbildung eines plastischen Gelenkes die Systemtraglast erreicht. Anschließende Laststeigerungen durch die Einschnürung der Druckzone bleiben unberücksichtigt.

Im Gegensatz zu Programmsystemen, die für die Berechnung von Spannbetonbauteilen bei Berücksichtigung unterschiedlicher Verbundeigenschaften entwickelt wurden - z.B. nach (Li 1995) oder (Rebentrost und Warner 2002) - wird hier in der Formulierung von Algorithmen für keinen der beiden Bewehrungsstränge die Hypothese nach *Bernoulli* vorausgesetzt.

6.2.3 Konzeptionelle Umsetzung

Die Umsetzung in ein Rechenmodell auf Grundlage diskreter Makroelemente zwischen vorgegebenen Rissquerschnitten erfordert die Formulierung von :

- Kompatibilitätsbedingungen auf Systemebene,
- Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen einschließlich der Kopplungsbeziehungen der Bewehrungsstränge auf Elementebene und
- Kopplungsbedingungen der Elemente.

Die einzelnen Elemente werden in (Zilch und Zehetmaier 2004) detailliert erläutert; hier werden lediglich die wesentlichen Beziehungen bzw. Algorithmen wiedergegeben.

Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen auf Elementebene

Zur numerischen Abbildung eines Elementes zwischen zwei Rissen werden die im folgenden für ein allgemeines Element im querkraftbeanspruchten Bereich vorgestellten grundlegenden Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen verwendet (Abb. 6.2). Durch Berücksichtigung der Rand- und Verträglichkeitsbedingungen auf Systemebene werden für Elemente am Endauflager bzw. in der Symmetrieachse des Systems (i.A. Feldmitte) die jeweils auf Elementebene formulierten Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen vereinfacht².

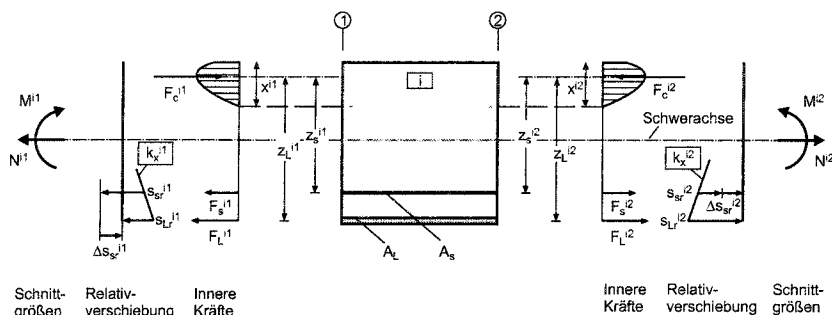


Abbildung 6.2. Innere Kräfte und Relativverschiebungen an den Rändern eines Elementes (Druckbewehrung nicht dargestellt)

² In den folgenden Abschnitten gilt für alle Gleichungen $i, j = \text{const.}$; die Indizes werden nicht im Sinne einer Tensornotation verwendet.

Grundsätzlich sind die Gleichgewichtsbedingungen an den Elementrändern zu erfüllen. Der Übersichtlichkeit halber werden die Zusammenhänge ohne Berücksichtigung der Auswirkungen von Querkraftbeanspruchungen auf die Zuggurtkräfte dargestellt.

$$\sum M^{ij} : F_s^{ij} \cdot z_s^{ij} + F_L^{ij} \cdot z_L^{ij} + F_{s2}^{ij} \cdot z_{s2}^{ij} \equiv M^{ij} \quad (6.3)$$

$$\sum N^{ij} : F_s^{ij} + F_L^{ij} - F_c^{ij} - F_{s2}^{ij} \equiv N^{ij} \quad (6.4)$$

Die Betrachtung des verschieblichen Verbundes der Bewehrungsstränge folgt ebenfalls grundlegenden Gleichgewichtsbedingungen. Die Verbundspannungen und Dehnungen der Bewehrungsstränge werden über die Gl. (6.5) und (6.6) verknüpft (vgl. Abb. 6.1).

$$\epsilon_s^{ij} = \frac{4}{E_s d_s} \int_0^{x^{ij}} \tau_s dx^{ij} + \epsilon_s^{i0} \rightarrow \epsilon_{sr}^{ij} = \frac{4}{E_s d_s} \int_0^{l_s^{ij}} \tau_s dx^{ij} + \epsilon_s^{i0} \quad (6.5)$$

$$\epsilon_L^{ij} = \frac{1}{E_L t_L} \int_0^{x^{ij}} \tau_L dx^{ij} + \epsilon_L^{i0} \rightarrow \epsilon_{Lr}^{ij} = \frac{1}{E_L t_L} \int_0^{l_L^{ij}} \tau_L dx^{ij} + \epsilon_L^{i0} \quad (6.6)$$

Kopplung der Bewehrungsstränge in den Rissquerschnitten - Kompatibilitätsbedingungen

Zur Kopplung der Relativverschiebungen der Betonstahlbewehrung s_{sr}^{ij} an die der Klebarmierung s_{Lr}^{ij} an den Rissufern j des Elementes i wird eine verallgemeinerte Koppelbedingung k_x^{ij} nach Gl. (6.7) eingeführt.

$$k_x^{ij} = \frac{s_{Lr}^{ij}}{s_{sr}^{ij} + \Delta s_{sr}^{ij}} \quad (6.7)$$

Für querkraftbeanspruchte Bereiche von Biegeträgern wurde in 4.5.3 als Kopplungsbedingung die Verträglichkeit der rechnerischen Rissbreiten ermittelt (Gl. 4.79); für Bereiche mit reiner Biegung ist eine Konkretisierung als idealisierte Verträglichkeitsbedingung der Relativverschiebungen im Rissquerschnitt mit Bezug auf eine mittlere Nulllinienlage x^* möglich (Gl. 4.77). Durch Δs_{sr}^{ij} werden Differenzverschiebungen zwischen den Bewehrungssträngen, die sich aus der Erfüllung der Kompatibilität am Gesamtsystem ergeben, in der Elementberechnung berücksichtigt. Die Verträglichkeit der rechnerischen Rissbreiten wird über Δs_{sr}^{ij} auf die Verträglichkeit der Relativverschiebungen am Elementrand zurückgeführt.

$$\frac{w_L}{w_s} = \frac{d_L - \tilde{x}}{d - \tilde{x}} \rightarrow \frac{s_{Lr}}{s_{sr}} = \frac{d_L - x^*}{d - x^*}$$

Für eine Abbildung des Zusammenwirkens im Rechenmodell müssen zusätzliche lokale Effekte in der Form der aus Dehnkörperversuchen abgeleiteten Korrekturfunktion der Verträglichkeitsbedingung einbezogen werden. Der Modellierung werden folgende Annahmen bzw. Zusammenhänge zugrunde gelegt:

- Die Veränderung der Druckzonenhöhe zwischen zwei Rissquerschnitten ist angesichts der insbesondere bei abgeschlossenem Erstrissbild begrenzten eingetragenen Verbundkraft von untergeordneter Bedeutung. Als ausreichend realistische Näherung wird die Verträglichkeitsbedingung auf die Nulllinienlage im Rissquerschnitt bezogen.
- In einem Rissquerschnitt gelten an beiden Rissufern identische Verträglichkeitsbedingungen - ausgedrückt durch identische Faktoren $k_x \rightarrow k_x^{i,2} = k_x^{i+1,1}$. Die Korrekturfunktion der Verträglichkeitsbedingung k_s nach Gl. (5.6) nimmt Bezug auf die dem Rissquerschnitt zugeordneten Dehnungen; für jedes Rissufer kann ein separater Korrekturwert ermittelt werden, der zur Erfüllung der genannten Bedingung für den Rissquerschnitt gemittelt wird (Gl. 6.8).

$$k_s^{ij} = k_s = \frac{1}{2} \cdot (k_s^{i2} + k_s^{i+1,1}) \quad (6.8)$$

Die mit k_s^{ij} multiplikatив modifizierte, verallgemeinerte Verträglichkeitsbedingung folgt Gl. (6.9).

$$k_x^{ij} = k_s^{ij} \cdot \frac{d_L^{ij} - x^{ij}}{d^{ij} - x^{ij}} \tag{6.9}$$

Bei hohen Beanspruchungen gilt $k_s \rightarrow 1$; für die rechnerischen Rissbreiten auf Höhe der Bewehrungsstränge folgt über k_x^{ij} in diesem Fall eine lineare Abhängigkeit vom Abstand zur Nulllinie des gerissenen Querschnittes.

Ergänzend sei angemerkt, dass die aus Dehnkörperversuchen abgeleitete Korrekturfunktion k_s der Kompatibilitätsbedingung zunächst für Dehnungs- und Relativverschiebungszustände gilt, die eine Symmetrieebene im Rissquerschnitt besitzen. Bei biegebeanspruchten Bauteilen in Bereichen mit $V \neq 0$ können diese Symmetriebedingungen nicht mehr vorausgesetzt werden. Darüber hinaus werden bei Biegebeanspruchung durch einen ggf. möglichen gegenseitigen Versatz der Relativverschiebungen - im Rechenmodell durch die Größe Δs_{sr}^{ij} berücksichtigt - die bei Dehnkörpern eindeutige Zuordnung der Relativverschiebungsgrößen der Bewehrungsstränge aufgehoben. Die Verwendung von k_s ist als Näherung zu werten, die allerdings angesichts der grundsätzlich auftretenden Streuungen zulässig erscheint.

Kopplung der Elemente

Die Kopplung der einzelnen Elemente als Grundlage der Berechnung des Gesamtsystems erfolgt zum einen über Kompatibilitätsbedingungen der Dehnungen bzw. über Gleichgewicht zwischen inneren Kräften und äußeren Schnittgrößen, zum anderen über Verträglichkeitsbedingungen der Relativverschiebungen in den diskreten Rissquerschnitten (Abb. 6.3).

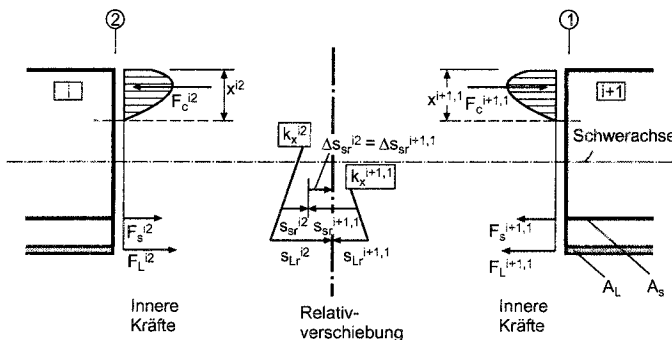


Abbildung 6.3. Kopplung der Elemente in den Rissquerschnitten - Gleichgewicht der inneren Kräfte und Kompatibilität der Relativverschiebungen

Die Gleichgewichtsbedingungen zwischen inneren Kräften und äußeren Schnittgrößen ist *per se* durch die Gln. (6.3) und (6.4) festgelegt. Allerdings können sie bei Abkehr von der Hypothese nach *Bernoulli* nicht mehr als eindeutiges Kriterium zur Kopplung der Elemente untereinander dienen, da nahezu beliebige Kombinationen der Kräfte gefunden werden können, die die Gln. (6.3) und (6.4) erfüllen. Als hinreichendes Kriterium zur Kopplung der Elemente muss dem entsprechend die Kompatibilität der Kräfte bzw. der Dehnungen im Rissquerschnitt verwendet werden. Ausgedrückt durch die Vektoren der inneren Kräfte folgt Gl. (6.10).

$$\mathbf{F}^{i,2} = \begin{Bmatrix} F_s^{i,2} \\ F_L^{i,2} \\ F_c^{i,2} \\ F_{s2}^{i,2} \end{Bmatrix} \equiv \mathbf{F}^{i+1,1} = \begin{Bmatrix} F_s^{i+1,1} \\ F_L^{i+1,1} \\ F_c^{i+1,1} \\ F_{s2}^{i+1,1} \end{Bmatrix} \tag{6.10}$$

Zur iterativen Berechnung des Dehnungs- und Verschiebungszustandes ist die Kompatibilitätsbedingung auf Grundlage diskreter Rissdehnungen der Bewehrungsstränge anzugeben:

$$\epsilon_{\mathbf{r}}^{i2} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{sr}^{i2} \\ \epsilon_{Lr}^{i2} \end{Bmatrix} = \epsilon_{\mathbf{r}}^{i+1,1} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{sr}^{i+1,1} \\ \epsilon_{Lr}^{i+1,1} \end{Bmatrix} \quad (6.11)$$

Damit verknüpft ist die Identität der die Druckzone beschreibenden Parameter x^{i2} und $x^{i+1,1}$ bzw. der Hebelarme der Bewehrungsstränge.

Die Kompatibilität der Relativverschiebungen der Bewehrungsstränge entspricht unter der Annahme $E_c A_c \rightarrow \infty$ einer Kopplung der rechnerischen Rissöffnungen in Höhe der Bewehrungslagen. Mit der verallgemeinerten Koppelbedingung der Relativverschiebungen k_x^{ij} folgt die Verträglichkeitsbedingung mit Gl. (6.12) (vgl. Abb. 6.3).

$$(s_{sr}^{i2} + \Delta s_{sr}^{i2}) \cdot k_x^{i2} + (s_{sr}^{i+1,1} + \Delta s_{sr}^{i+1,1}) \cdot k_x^{i+1,1} = s_{Lr}^{i,2} + s_{Lr}^{i+1,1} \quad (6.12)$$

Unter der Voraussetzung der Verschiebungscompatibilität im Rissquerschnitt, d.h. der Verträglichkeit der rechnerischen Rissbreiten, muss Gl. (6.13) erfüllt sein. Entsprechend gilt bei Summation über alle Elemente Gl. (6.14).

$$\Delta s_{sr}^{i,2} + \Delta s_{sr}^{i+1,1} = 0 \quad (6.13)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \Delta s_s^{ij} = 0 \quad (6.14)$$

Die Bedingungen (6.13) und (6.14) werden zweckmäßig als Konvergenzkriterien der Berechnung verwendet.

6.2.4 Rechentechnische Umsetzung

Grundlagen

Sofern für ein Element zwischen zwei Rissen eines biegebeanspruchten Bauteils die Hypothese nach *Bernoulli* verlassen wird, ist die Bedingung der Dehnungskompatibilität an Elementrändern nicht mehr mit der Gleichgewichtsbedingung zwischen inneren Kräften und äußeren Schnittgrößen verknüpft. Zur Systemberechnung können daher drei unabhängige Kriterien genutzt werden:

- Gleichgewicht zwischen inneren und äußeren Kräften nach den Gln. (6.3) und (6.4);
- Kompatibilität der Dehnungen an angrenzenden Elementrändern nach Gl. (6.11);
- Kompatibilität der Verschiebungen in den Rissquerschnitten nach Gl. (6.12).

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird davon ausgegangen, dass für ein System, welches in allen Rissquerschnitten die drei genannten Bedingungen sowie gleichzeitig alle Gleichgewichts- und Kompatibilitätsbedingungen auf Elementebene erfüllt, eine im Rahmen der gewählten Material- und Verbundmodelle mögliche Näherung für den tatsächlichen Dehnungs- und Relativverschiebungszustand gefunden wurde.

Ablauf und Steuerung der Berechnung

Das entwickelte Programmsystem ermittelt iterativ einen Dehnungs- und Relativverschiebungszustand der Bewehrungsstränge, der den angegebenen drei Bedingungen genügt. Als Steuergrößen der Berechnung werden die Differenzverschiebungen Δs_{sr}^{ij} in den diskreten Rissquerschnitten verwendet. Konvergenzprüfungen auf Systemebene erfolgen auf Grundlage der oben genannten Bedingungen:

- Prüfung der Dehnungskompatibilität anhand von Dehnungsdifferenzen:

$$\Delta \epsilon_{sr}^{i,i+1} = \epsilon_{sr}^{i2} - \epsilon_{sr}^{i+1,1} \quad (6.15)$$

$$\Delta \epsilon_{Lr}^{i,i+1} = \epsilon_{Lr}^{i2} - \epsilon_{Lr}^{i+1,1} \quad (6.16)$$

- Prüfung der Verschiebungscompatibilität anhand von Differenzen der rechnerischen Rissöffnung aufbauend auf Gl. (6.12):

$$\Delta w^{i,i+1} = [(s_{sr}^{i2} + \Delta s_{sr}^{i2})k_x^{i2} + (s_{sr}^{i+1,1} + \Delta s_{sr}^{i+1,1})k_x^{i+1,1}] - [s_{Lr}^{i2} + s_{Lr}^{i+1,1}] \quad (6.17)$$

Die Erfüllung des Gleichgewichts zwischen inneren Kräften und äußeren Schnittgrößen ist entkoppelt von der iterativen Ermittlung des Dehnungs- und Verschiebungszustandes und wird auf Elementebene bei jedem Rechenschritt geprüft. Konvergenzkriterien für Gleichgewichtsbedingungen auf Systemebene sind dem entsprechend nicht erforderlich. Die Kompatibilitätsbedingungen der Dehnungen und Rissrelativverschiebungen sind anhand der Fehlergrößen nach den Gln. (6.18) und (6.19) darzustellen.

$$\text{Verschiebungscompatibilität (SK): } \sum_{i=1}^n \Delta w^{i,i+1} = 0 \quad (6.18)$$

$$\text{Dehnungscompatibilität (EK): } \sum_{i=1}^n \Delta \epsilon_{sr}^{i,i+1} = \sum_{i=1}^n \Delta \epsilon_{Lr}^{i,i+1} = 0 \quad (6.19)$$

Zur iterativen Ermittlung der Zustandsgrößen auf Elementebene werden in Abhängigkeit des Charakters der zu lösenden Beziehung zwei verschiedene Iterationsstrategien verwendet. Neben einem effizienten und schnell konvergenten Quasi-Newton-Verfahren bei Verwendung aktueller Sekantensteifigkeiten, das in Anlehnung an *BFGS*-Verfahren formuliert wurde, wird ein zwar deutlich langsamer konvergentes, allerdings robustes Intervallhalbierungsverfahren verwendet.

6.2.5 Grenzen des Rechenmodells

Das entwickelte Programmsystem ist nicht in der Lage, den Rissbildungsprozess vom Erstriss bis hin zum abgeschlossenen Rissbild in Abhängigkeit der Lage des betrachteten Querschnitts zum höchstbeanspruchten Querschnitt abzubilden. Wie erläutert, können lediglich diskrete Risslagen bei konstanten Abständen abgebildet werden. Die Modellierung sukzessiver, belastungsabhängiger Rissbildung ist allerdings nur sinnvoll, wenn gleichzeitig das verbundhysteretische Verhalten einbetonierter und aufgeklebter Bewehrung abgebildet wird. Derzeit existieren zumindest für Klebarmierung keine geeigneten Modelle zur Abbildung von Verbundschädigungen bzw. Auswirkungen bei Umkehr der Relativverschiebungen. Entsprechend ist eine von der Belastung entkoppelte Vorgabe diskreter Risse ausreichend.

Einflüsse lokaler Effekte auf das Verbundverhalten der Bewehrungsstränge werden - wie in 5.2.3 für zentrisch zugbeanspruchte Bauteile erläutert - nicht explizit über Verbundmodelle berücksichtigt, sondern fließen summarisch über Verträglichkeitsbedingungen ein.

6.3 Nachrechnung von Versuchen - Modellverifikation

6.3.1 Allgemeines

Die gewählten Material- und Verbundmodelle und deren Umsetzung in ein Programmsystem auf Basis diskreter Risselemente sowie die Implementierung aus Dehnkörperversuchen abgeleiteter vereinfachter Verträglichkeitsbedingungen werden anhand der Nachrechnung von Versuchen an biegebeanspruchten Bauteilen überprüft. Vergleiche zwischen Versuchsergebnissen und Rechenwerten werden dem Kontext entsprechend auf Grundlage diskreter Dehnungen der Bewehrungsstränge gezogen.

Für einen Vergleich von Rechenwerten der Dehnungen am auflagnächsten Riss mit experimentell ermittelten Größen stehen primär die eigenen Versuche an Plattenstreifen zur Verfügung. In (Zilch und Zehetmaier 2004) werden darüber hinaus weitere Versuche nachvollzogen, allerdings wurde in keiner der dem Verfasser bekannten Versuchsreihen diskrete Dehnungen am relevanten auflagnächsten Riss experimentell ermittelt. Der Vergleich von Rechen- und Messwerten beschränkt sich damit i.d.R auf die höchstbeanspruchten Querschnitte. Anmerkungen zur Versuchsauswahl sowie eine Übersicht über

die verwendeten Eingangsparameter sind ebenfalls in (Zilch und Zehetmaier 2004) enthalten.

6.3.2 Eigene Versuche

Für einen Vergleich mit Rechenwerten werden ausschließlich die Mittelwerte der an Aussen- und Verbundseite der aufgeklebten Bewehrung gemessenen Dehnungen in Rissquerschnitten herangezogen. Die jeweils dargestellten Rechenwerte sind um die Auswirkungen des Eigengewichts korrigiert. Eine Gegenüberstellung der in den 12 Versuchen an insgesamt 63 Messquerschnitten im Bereich konstanter Momente, dem querkraftbeanspruchten Bereich und dem äußersten Rissquerschnitt gemessenen Dehnungen mit Rechenwerten ist in (Zilch und Zehetmaier 2004) enthalten. Im Folgenden werden exemplarisch für jeweils einen Versuch mit aufgeklebter CFK-Lamelle bzw. Stahllasche Mess- und Rechenwerte erläutert.

Versuche mit aufgeklebten CFK-Lamellen

In Abb. 6.4 sind für den Versuch B2-08-B2C die in Rissquerschnitten gemessenen Dehnungen der aufgeklebten CFK-Lamelle den Rechenwerten gegenübergestellt.

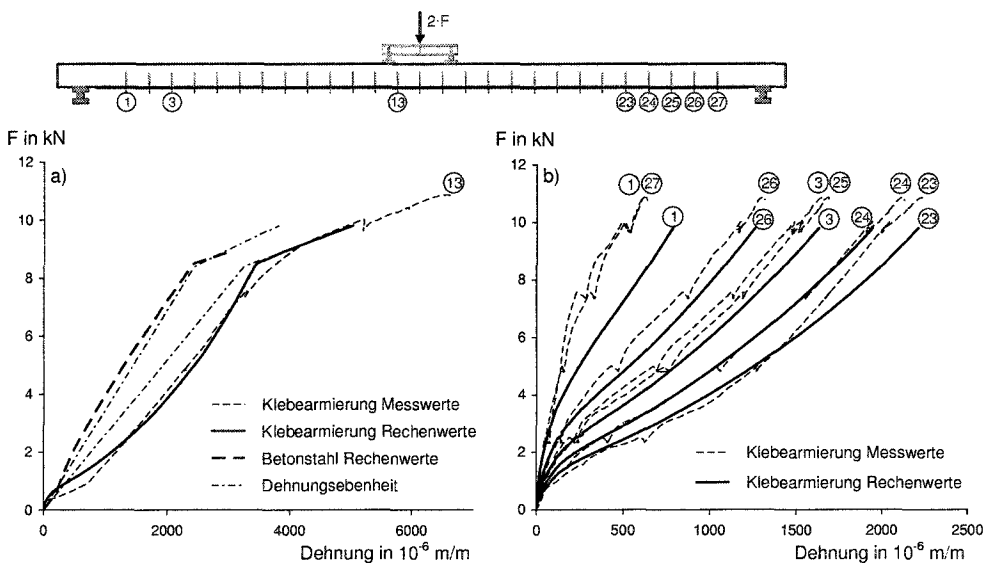


Abbildung 6.4. Versuch B2-08-B2C - Vergleich von experimentell und rechnerisch ermittelten Dehnungen der Klebarmierung in vorgegebenen Rissquerschnitten;

- a) Bereich $M = \text{const.}$ - Querschnitt 13;
 b) Endauflager - Querschnitte 1, 27 - und querkraftbeanspruchter Bereich - Querschnitte 23, 24, 25 und 26

Bei Betrachtung der Versuchs- und Rechenwerte im Bereich $M = \text{const.}$ (Abb. 6.4 a) können drei Phasen unterschieden werden:

- Für Lamellendehnungen bis 1‰ liegen die Rechenwerte teils deutlich unter den experimentell ermittelten Dehnungen. In diesem Beanspruchungsbereich dominiert das elastische Verbundverhalten der Klebarmierung; die generell großen Streuungen der elastischen Verbundenergie G_e sowie mögliche Verbundstörungen der einbetonierten Bewehrung durch die eingebauten Anrissbleche sind als mögliche Ursachen der Abweichungen in Betracht zu ziehen. In den weiteren Versuchen können z.T. ähnliche Abweichungen bei geringen Lamellendehnungen beobachtet werden (vgl. Zilch und Zehetmaier 2004).

- Im Bereich der Lamellendehnungen zwischen 1‰ und 3‰ stimmen Rechenwerte und Versuchsergebnisse gut überein; die Abweichungen liegen unter 10%. Die befriedigende Abbildung der Versuchsergebnisse durch das Rechenmodell wird durch die weiteren nachgerechneten Versuche bestätigt.
- Bei Lamellendehnungen über 3‰ wird die Streckgrenze der einbetonierten Bewehrung überschritten; die im Versuch bestimmten Lamellendehnungen nehmen sukzessive zu und münden in die auf Grundlage der *Bernoulli*-Hypothese ermittelte F - ϵ_L -Linie ein. Ein allmählicher Übergang des Betonstahls vom elastischen in den plastischen Zustand kann durch die dem Rechenmodell zugrunde liegende Spannungs-Dehnungs-Linie nicht abgebildet werden; entsprechendes gilt für die Veränderung des Verbundverhaltens der einbetonierten Bewehrung bei Überschreiten der Streckgrenze. Im Rechenmodell wird der Fließbeginn der einbetonierten Bewehrung als diskreter Übergang abgebildet; in Konsequenz weichen in diesem Bereich die gemessenen Lamellendehnungen nach oben ab.

Ein Vergleich zwischen Mess- und Rechenwerten der Lamellendehnung im querkraftbeanspruchten Bereich bzw. am äußersten Biegeriss (Abb. 6.4 b) zeigt, dass der prinzipielle Charakter des Zusammenwirkens durch das Rechenmodell erfasst wird. Mit zunehmender Entfernung vom äußersten Biegeriss nehmen die Abweichungen zwischen Mess- und Rechenwerten ab. Gegebenenfalls beeinflussen im Rechenmodell nicht enthaltene Mechanismen - etwa die Zugfestigkeit des Betons im Rissquerschnitt (*tension softening*) insbesondere bei den geringen auftretenden Rissöffnungen - die Dehnungen der Klebe-armierung. Die in Abb. 3.35 wiedergegebene Höhen des visuell erkennbaren Risses an den Seitenflächen des Plattenstreifens bei verschiedenen Laststufen legen den Einfluss der Betonzugfestigkeit in einer Rissprozesszone nahe.

Bei Einbeziehung der in (Zilch und Zehetmaier 2004) wiedergegebenen Versuchsnachrechnungen ist angesichts der zu erwartenden Einbau- und Messgenauigkeit eine zufriedenstellende Abbildung des in Versuchen mit aufgeklebten CFK-Lamellen ermittelten Bauteilverhaltens durch das entwickelte Rechenmodell festzustellen.

Versuche mit aufgeklebten Stahllaschen

Für den Versuch B2-11-B2S sind in Abb. 6.5 gemessene Dehnungen der Stahllaschen im Vergleich mit den zugehörigen Rechenwerten wiedergegeben. Mit einem Dehnsteifigkeitsverhältnis $E_L A_L / E_s A_s = 1,86$ weist das System gemäß Abb. 2.6 eine nur gering ausgeprägte Sensitivität der Stahllaschendehnungen gegenüber Verbundunterschieden auf.

Die Dehnungen der Stahllaschen im Bereich $M = \text{const.}$ (Abb. 6.5 a) zeigen lediglich im Bereich geringer Beanspruchungen signifikante Abweichungen von den auf Basis der *Bernoulli*-Hypothese ermittelten Dehnungen und nähern sich im weiteren Beanspruchungsverlauf asymptotisch an. Für den querkraftbeanspruchten Bereich bzw. den auflagnächsten Riss (Abb. 6.5 b) stimmen rechnerisch und experimentell ermittelte Dehnungen gut überein. Auffallend sind die offensichtlich aus dem Verbundkriechen der einbetonierten Bewehrung bei konstanter Belastung (Laststufen $\Delta F = 2,5$ kN) resultierenden Zugkraftumlagerungen zur angeklebten Bewehrung, die zu deutlich ansteigenden Dehnungen führen. Bei weiterer Laststeigerung ausgehend von einer Laststufe werden die Umlagerungen offenbar kompensiert; die Ursache ist ggf. im ausgeprägt steifen Wieder- bzw. Weiterbelastungsast des Verbundansatzes einbetonierter Bewehrung nach einer Phase annähernd konstanter Belastung zu sehen (vgl. Franke 1976).

Da dem Rechenalgorithmus die Annahme einer ebenen Dehnungsverteilung nicht zugrunde liegt, ist die nach Abb. 6.5 für aufgeklebte Stahllaschen ermittelte, mit der Aufteilung nach der *Bernoulli*-Hypothese annähernd identische Dehnungsverteilung als Ergebnis der vorliegenden Verbund- und Dehnsteifigkeitsverhältnisse sowie der Randbedingungen zu sehen.

Die in (Zilch und Zehetmaier 2004) zusammengestellten Nachrechnungen der weiteren Versuche mit Stahllaschen zeigen ein ähnlich gute Übereinstimmung zwischen Rechenwerten und Versuchsergebnissen.

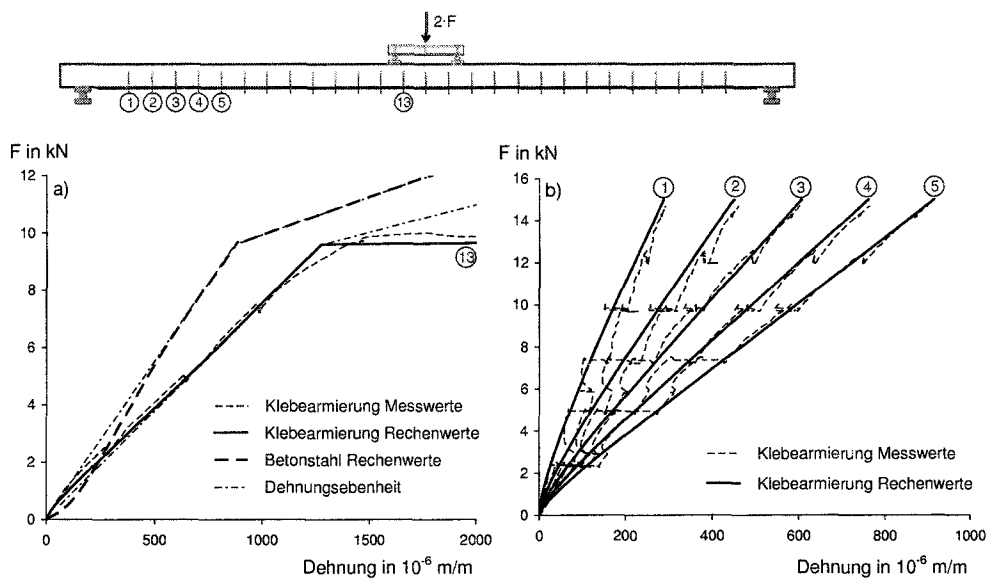


Abbildung 6.5. Versuch B2-11-B2C - Vergleich von experimentell und rechnerisch ermittelten Dehnungen der Klebarmierung in vorgegebenen Rissquerschnitten;
a) Bereich $M = \text{const.}$ - Querschnitt ⑬;
b) Endauflager - Querschnitt ① - und querkraftbeanspruchter Bereich - Querschnitte ②, ③, ④ und ⑤

6.3.3 Zusammenfassung

Die auf diskrete Dehnungen der Bewehrungsstränge bezogene Gegenüberstellung von Versuchsergebnissen und Rechenwerten (vgl. auch Zilch und Zehetmaier 2004), die mit dem entwickelten Programmsystem auf Grundlage der vorgestellten Material- und Verbundmodelle sowie der vereinfachten, aus Dehnkörperversuchen abgeleiteten Verträglichkeitsbedingungen ermittelt wurden, lässt folgende zusammenfassende Wertung zu:

- Das Rechenmodell ist in der Lage, das in Versuchen beobachtete Verhalten im Hinblick auf das Zusammenwirken von einbetonierter und angeklebter Bewehrung unabhängig von Typ der Klebarmierung (CFK-Lamellen oder Stahllaschen) und Oberflächengestaltung der einbetonierten Bewehrung qualitativ richtig wiederzugeben.
- Mit Ausnahme der Beanspruchungsbereiche, in denen das generell mit großen Streuungen behaftete elastische Verbundverhalten dominiert, ist die quantitative Erfassung der Dehnungsverteilung bzw. der Zugkraftaufteilung zufriedenstellend.
- Wie anhand eines Beispiels in (Zilch und Zehetmaier 2004) dargelegt wird, ist hinsichtlich der Vorhersage der auf diskrete Rissabstände bezogenen Verbundtragfähigkeit das entwickelte Rechenmodell äquivalent zu den in (Niedermeier 2001) angegebenen Ansätzen zum Zugkraftdeckungsnachweis für Klebarmierungsstränge.

Zugkraftdeckungsnachweis am Endauflager - Ingenieurmodell

7.1 Nachweiskonzept - Vorgehen

In den gegenwärtig vorliegenden Konzepten zum Zugkraftdeckungs- bzw. Verankerungsnachweis des Klebarmierungsstranges am äußersten Biegeriss werden Verträglichkeitsbedingungen ausgeklammert. Der Querschnittswiderstand wird durch eine getrennte Betrachtung von einbetonierter und angeklebter Bewehrung auf Grundlage einer einfachen, auf der Hypothese nach *Bernoulli* basierenden Verknüpfung ermittelt (vgl. 2.2). Im Folgenden wird ein Nachweiskonzept vorgestellt, das Verträglichkeitsbedingungen der Bewehrungsstränge explizit einbezieht und damit eine Berücksichtigung einer von der ebenen Dehnungsverteilung abweichenden Zugkraftaufteilungen sowie eine Anrechnung möglicher Zugkraftumlagerungen durch lokale Klebeverbundentkopplung erlaubt. Das entwickelte Konzept ist als konsequente Erweiterung der in (Neubauer 2000) bzw. (Niedermeier 2001) vorgelegten Nachweisverfahren zu werten.

Das im Folgenden entwickelte Nachweiskonzept baut auf drei Elementen auf:

- Verbundmodell für einbetonierte Bewehrung nach 4.2;
- Verbundmodell für aufgeklebte Bewehrung nach 4.3;
- Kopplung der Bewehrungsstränge über Verträglichkeitsbedingungen der Relativverschiebungen im Rissquerschnitt für zentrisch zugbeanspruchte Bauteile nach Kapitel 5 bzw. für biegebeanspruchte Bauteile mit Ergänzungen nach Kapitel 6.

Da eine Anrechnung von Verträglichkeitsbedingungen bzw. Umlagerungen die gemeinsame Betrachtung beider Bewehrungsstränge erfordert, muss die in (Neubauer 2000) bzw. (Niedermeier 2001) verfolgte getrennte Betrachtung von einbetonierter und angeklebter Bewehrung, die wegen der vorausgesetzten *Bernoulli*-Hypothese grundsätzlich möglich ist, aufgegeben werden. In Analogie zu den oben genannten Konzepten werden weiterhin ausschließlich Grenzzustände (GZ) betrachtet. Folgende Grenzzustände werden für einen Endverankerungsnachweis relevant:

- **Grenzzustand I**
Größtmögliche Dehnung bzw. Zugkraft der Klebarmierung bei in begrenztem Umfang auftretenden lokalen Entkopplungen;
Der Grenzzustand I entspricht dem bisherigen Vorgehen, dem Klebarmierungsstrang die Verbundbruchdehnung $\epsilon_{LR}^q(l_{bL})$ zuzuweisen, allerdings ergänzt um die Berücksichtigung von Zugkraftaufteilung und im begrenzten Umfang möglicher lokaler Klebeverbundentkopplungen.
- **Grenzzustand II**
Größtmögliche Zugkraft der einbetonierten Bewehrung infolge lokaler Verbundentkopplung des Klebarmierungsstranges.

Die den Grenzzuständen entsprechenden charakteristischen Punkte der ϵ_{LR}^q - s_{LR}^q -Beziehung sind exemplarisch in Abb. 7.1 dargestellt. Welcher der beiden Grenzzustände dem Größtwert des Querschnittswiderstandes zugeordnet ist, wird durch das Verhältnis der Dehnsteifigkeiten der Bewehrungsstränge bzw. der Hebelarme bestimmt.

Für einen Zugkraftdeckungsachweis am auflagnächsten Biegeriss bei Anrechnung von Verträglichkeitsbedingungen werden vier Schritte erforderlich:

- Eingrenzung des nachzuweisenden Bereichs möglicher Lagen des auflagnächsten Rissquerschnittes im Grenzzustand der Tragfähigkeit;
- Bestimmung der Verbundtragfähigkeit der Klebarmierung in Abhängigkeit der vorhandenen Verbundlänge auf Grundlage des bilinearen Verbundansatzes;
- Ermittlung der dem Verschiebungszustand bzw. der vorhandenen Verbundlänge der Klebarmierung zugeordneten Zugkraft der einbetonierten Bewehrung unter Verwendung von Verträglichkeitsbedingungen;
- Gegenüberstellung des im Grenzzustand der Tragfähigkeit einwirkenden Momentes M_E und des aus den Teilzugkräften der Bewehrungsstränge ermittelten Querschnittswiderstandes M_R .

Die Nachweisgleichungen werden angesichts der aus Symmetriebedingungen unmittelbar anzugebenden Verträglichkeitsbedingungen zunächst am einem zentrisch zugbeanspruchten, verstärkten Stahlbetonstab mit einem Riss abgeleitet und anschließend auf biegebeanspruchte Bauteile übertragen. Für die hierfür erforderliche Modifikation der Kompatibilitätsbedingungen werden Ergebnisse aus Berechnungen mit dem Programmsystem nach 6 herangezogen¹.

7.2 Nachweisgrundlagen für zentrisch zugbeanspruchte Bauteile

7.2.1 Klebarmierung - Verbundtragfähigkeit und Entkopplung

Als Grundlage des Nachweises werden zunächst analytische Zusammenhänge zwischen Relativverschiebung s_{Lr}^a und Dehnungen der Klebarmierung ϵ_{Lr}^a am Rissquerschnitt für variable Verbundlängen unter Voraussetzung des Eintretens von Grenzzustand II entwickelt.

Zusammenhang zwischen Dehnung, Relativverschiebung und Verbundlänge

In Abb. 7.1 sind exemplarisch anhand einer aufgeklebten Stahllasche die Zusammenhänge zwischen Rissdehnung ϵ_{Lr}^a und der zugehörigen Rissrelativverschiebung s_{Lr} für drei verschiedene Verbundlängen dargestellt. Für kurze Verbundlängen wird der Größtwert der Laschendehnung in guter Näherung dann erreicht, wenn am unbelasteten Ende gerade die elastische Grenzverschiebung s_{L1} auftritt. Das Erreichen der Bruchrelativverschiebung s_{L0} am belasteten Ende ist gleichbedeutend mit dem vollständigen Verbundversagen der Klebarmierung (Abb. 7.1 a). Im Unterschied zum ansteigenden Ast der dargestellten ϵ_{Lr}^a - s_{Lr}^a -Beziehung konnte der abfallende Ast bisher in weggesteuerten Versuchen nicht reproduziert werden. Es wird daher im Weiteren davon ausgegangen, dass bei Verbundlängen, denen die dargestellte ϵ_{Lr}^a - s_{Lr}^a -Charakteristik zugeordnet ist, mit Erreichen der elastischen Grenzverschiebung am unbelasteten Verbundbereichsende der vollständige Ausfall des Klebarmierungselementes eintritt.

Für Verbundlängen, denen die ϵ_{Lr}^a - s_{Lr}^a -Beziehung nach Abb. 7.1 b) zugeordnet sind, wird das Maximum der Verbundtragfähigkeit für Relativverschiebungen $s_{Lr}^a < s_{L0}$ erreicht. Bei Eintreten der elastischen Grenzverschiebung s_{L1} am unbelasteten Ende des Verbundbereichs treten am belasteten Ende bereits lokale Verbundentkopplungen auf. Eine weitere Zunahme der Relativverschiebungen am unbelasteten Ende ist rechnerisch durch

¹ Bezeichnungen

Aus dem in Kapitel 6 verwendeten Bezeichnungssystem zur Identifikation von Elementen und zugeordneten Elementrändern durch die Hochzeiger „ i, j “ folgt für den auflagnächsten Rissquerschnitt $i \rightarrow 1$ und $j \rightarrow 2$. Im Folgenden werden die Hochzeiger „ $1, 2$ “ in Anlehnung an (Niedermeier 2001) durch „ a “ ersetzt. Bauteilwiderstände werden durch den Index „ R “ gekennzeichnet; entsprechend bezeichnet $\epsilon_{LR}^a(l_{bL})$ die der Verankerungslänge l_{bL} zugeordnete Verbundtragfähigkeit der Klebarmierung.

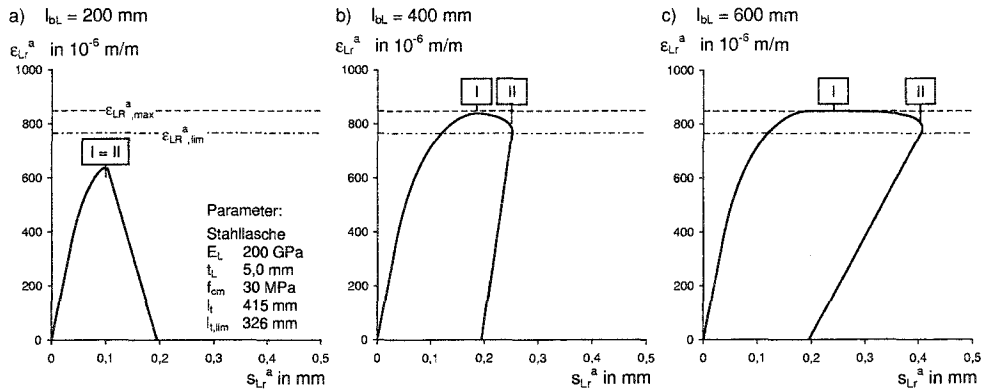


Abbildung 7.1. Zusammenhang zwischen Rissdehnung ϵ_{Lr} und Rissrelativverschiebung s_{Lr} für drei verschiedene Verbundlängen auf Grundlage des in Abschnitt 4.3 erläuterten bilinearen Verbundansatzes für aufgeklebte Stahlaschen

a) Fall ① $\rightarrow l_{bL} \leq l_{t,lim}$ b) Fall ② $\rightarrow l_{t,lim} < l_{bL} \leq l_t$ c) Fall ③ $\rightarrow l_t < l_{bL}$

einen sog. „snap-back“ - eine Umkehr der Relativverschiebungen am belasteten Ende bei gleichzeitig abnehmender Dehnung - gekennzeichnet (vgl. Holzenkämpfer 1994). Eine Reduktion der Relativverschiebungen am belasteten Ende - dem auflagnernächsten Riss - ist in Realität nicht zu verwirklichen; eine geringfügige Zunahme der Relativverschiebungen s_{Lr}^a bewirkt eine Verminderung der nicht entkoppelten Verbundlänge. Die verbleibende Verbundlänge reicht in Konsequenz nicht mehr aus, um die im Klebearmierungselement gespeicherte elastische Energie als Verbundenergie zu kompensieren; als Folge tritt schlagartiges Verbundversagen ein.

Für Verbundlängen, die über der wirksamen Verbundlänge l_t liegen, gibt Abb. 7.1 c) die ϵ_{Lr}^a - s_{Lr}^a -Beziehung wieder. Das Verbundtragfähigkeitsmaximum wird bei $s_{Lr}^a = s_{l0}$ erreicht; mit zunehmender Rissrelativverschiebung nehmen zunächst ohne wesentlichen Abfall der Rissdehnungen die lokalen Entkopplungen zu, bis schließlich - analog zum Verhalten nach Abb. 7.1 b) - bei Erreichen der elastischen Grenzverschiebung am unbelasteten Ende das vollständige Versagen des Klebeverbundes eintritt.

Sofern ähnlich einem weggesteuert durchgeführten Verbundversuch der Abfall der Dehnungen nach Überschreiten des Verbundtragfähigkeitsmaximums der Abbn. 7.1 b) und c) durch Zugkraftumlagerungen zur einbetonierten Bewehrung kompensiert werden kann, kann ein stabiles Gleichgewicht bis zum Eintreten der elastischen Grenzverschiebung s_{L1} am unbelasteten Verbundbereichsende angenommen werden.

Grenzverbundlänge $l_{t,lim}$

Zur Abgrenzung möglicher Verbundentkopplungen in Abhängigkeit der vorhandenen Verbundlänge l_{bL} wird ein Grenzwert $l_{t,lim}$ festgelegt, für den die Randbedingungen (7.1) bis (7.3) zutreffen (Abb. 7.2).

Aus der allgemeinen Lösung der DGL des verschieblichen Verbundes für den entfestigenden Ast des bilinearen Verbundansatzes (Gl. 7.4) kann mit den Bedingungen (7.1) bis (7.3) sowie bei Verwendung des Ausdrucks für die dem entfestigenden Ast zugeordnete Verbundenergie G_{sf} eine Beziehung für $l_{t,lim}$ angegeben werden (Gl. 7.5).

$$s_L(x) = A \cdot \sin(\omega \lambda x) + B \cdot \cos(\omega \lambda x) + s_{L0} \tag{7.4}$$

mit:

$$\omega = \sqrt{\frac{\tau_{L1}}{E_L t_L s_{L1}}} \quad \lambda = \sqrt{\frac{s_{L1}}{s_{L0} - s_{L1}}}$$

$$l_{t,lim} = \frac{\pi}{2 \cdot \omega \cdot \lambda} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{2G_{sf} E_L t_L}{\tau_{L1}^2}} \tag{7.5}$$

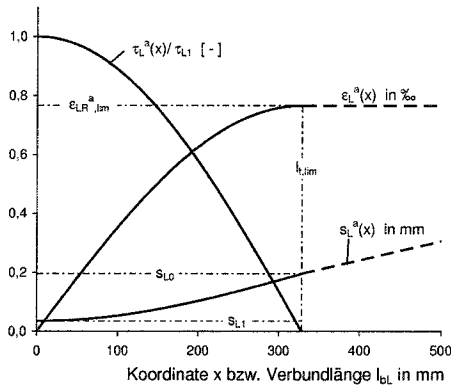


Abbildung 7.2. Randbedingungen zur Ermittlung der Grenzverbundlänge $l_{t,lim}$; zugehörige $\tau_L^a(x)$ -, $\epsilon_L^a(x)$ - und $s_L^a(x)$ -Verläufe (Bsp.: Stahllasche $t_L = 5$ mm; $f_{cm} = 30$ MPa)

$$s_L^a(x=0) = s_{L1} \quad (7.1)$$

$$\epsilon_L^a(x=0) = 0 \quad (7.2)$$

$$s_L^a(x=l_{t,lim}) = s_{L0} \quad (7.3)$$

Die den genannten Randbedingungen zugeordnete Dehnung $\epsilon_{LR,lim}^a$ folgt unmittelbar aus Verbundenergiebetrachtungen.

$$\epsilon_{LR,lim}^a = \sqrt{\frac{2G_{sf}}{E_L t_L}} = \sqrt{\frac{\tau_{L1}(s_{L0} - s_{L1})}{E_L t_L}} \quad (7.6)$$

Für $l_{bL} \rightarrow \infty$ folgt wegen $s_L^a(x=0) \rightarrow 0$ aus Energiebetrachtungen die maximale Dehnung am Einzelriss $\epsilon_{LR,max}^a$ nach Gl. (7.7). Unter anderem nach (Holzenkämpfer 1994) wird $\epsilon_{LR,max}^a$ als Verbundbruchdehnung bezeichnet; da die Verknüpfung von $\epsilon_{LR,max}^a$ mit dem vollständigen Verbundversagen nur bei kraftgesteuerten Verbundversuchen bzw. bei kurzen Verbundlängen zutreffend ist, wird auf diese Bezeichnung im Folgenden verzichtet.

$$\epsilon_{LR,max}^a = \sqrt{\frac{2G_f}{E_L t_L}} = \sqrt{\frac{\tau_{L1} s_{L0}}{E_L t_L}} \quad (7.7)$$

Damit kann das Verhältnis zwischen $\epsilon_{LR,lim}^a$ und dem Größtwert der zu realisierenden Dehnung $\epsilon_{LR,max}^a$ nach Gl. (7.8) angegeben werden.

$$\frac{\epsilon_{LR,lim}^a}{\epsilon_{LR,max}^a} = \sqrt{1 - \frac{G_e}{G_F}} = \sqrt{1 - \frac{s_{L1}}{s_{L0}}} \quad (7.8)$$

Gleichung (7.8) entsprechend ist der Anteil von $\epsilon_{LR,lim}^a$ am Maximalwert der Verbundtragfähigkeit an den Anteil der elastischen Verbundenergie G_e an der Verbundbruchenergie G_F gekoppelt; für $G_e \rightarrow 0$ gilt $\epsilon_{LR,lim}^a \rightarrow \epsilon_{LR,max}^a$. Der Maximalwert der Verbundtragfähigkeit $\epsilon_{LR,max}^a$ wird im Nachweiskonzept nach (Niedermeier 2001) auf eine wirksame Verbundlänge l_t nach Gl. (7.9) bezogen; mit dem als Korrektur zur Lösung nach *Holzenkämpfer* eingeführten Beiwert κ wird eine bessere Anpassung an die exakte Lösung erreicht.

$$l_t = \frac{2}{\kappa} \cdot \sqrt{\frac{2G_F E_L t_L}{\tau_{L1}^2}} \quad (7.9)$$

mit: $\kappa = 1,112$

Mit Gl. (7.10) wird das Verhältnis zwischen Grenzverbundlänge $l_{t,lim}$ und wirksamer, der maximalen Verbundtragfähigkeit $\epsilon_{LR,max}^a$ zugeordneter Verbundlänge l_t beschrieben.

$$\frac{l_{t,lim}}{l_t} = \frac{\kappa\pi}{4} \cdot \sqrt{1 - \frac{s_{L1}}{s_{L0}}} \quad (7.10)$$

Für $G_e \rightarrow 0$ gilt für das Verhältnis der kennzeichnenden Verbundlängen $l_{t,lim}/l_t \rightarrow 0,87$.

Die Grenzverbundlänge $l_{t,\text{lim}}$ ist von wesentlicher Bedeutung für die Möglichkeit der Umlagerung von Zugkraftanteilen durch lokale Verbundentkopplung. Es können in Anlehnung an Abb. 7.1 drei Fälle unterschieden werden:

- **Fall ①** $l_{bL} \leq l_{t,\text{lim}}$
Lokale Verbundentkopplungen sind nicht möglich;
- **Fall ②** $l_{t,\text{lim}} < l_{bL} \leq l_t$
Lokale Verbundentkopplungen sind in begrenztem Umfang möglich; die entkoppelte Verbundlänge kann maximal $l_{bL} - l_{t,\text{lim}}$ betragen. Bei vollständiger Anrechnung möglicher Verbundentkopplungen ist die Dehnung der Klebarmierung auf $\epsilon_{LR,\text{lim}}^a$ begrenzt;
- **Fall ③** $l_t < l_{bL}$
Lokale Verbundentkopplungen sind möglich. Sofern die maximale Verbundtragfähigkeit $\epsilon_{LR,\text{max}}^a$ angerechnet werden soll, sind Entkopplungen auf eine Länge $l_{bL} - l_t$ beschränkt. Wird die reduzierte Grenzdehnung $\epsilon_{LR,\text{lim}}^a$ verwendet, kann ein entkoppelter Bereich $l_{bL} - l_{t,\text{lim}}$ zugelassen werden.

In jedem Fall ist das Überschreiten der elastischen Grenzverschiebung s_{L1} am unbelasteten Verbundbereichsende gleichbedeutend mit der Entkopplung des Klebeverbundes auf der gesamten Länge l_{bL} , d.h. dem Verbundversagen der Klebeverbundverankerung. Im Folgenden werden für die Grenzzustände I und II in Abhängigkeit der dargestellten Fälle Beziehungen zwischen Rissdehnung und zugeordneter Relativverschiebung sowie die Verknüpfung beider Größen mit der vorhandenen Verbundlänge abgeleitet.

Grenzzustand II - Zugkraftumlagerung durch lokale Verbundentkopplung

Fall ①

Für die Randbedingungen (7.11) und (7.12) kann aus der allgemeinen Lösung der DGL nach Gl. (7.4) der Verlauf der Relativverschiebungen, Dehnungen und Verbundspannungen entlang der Verbundlänge abgeleitet werden (vgl. Abb. 7.2).

$$s_L^a(x=0) = s_{L1} \quad (7.11)$$

$$\epsilon_L^a(x=0) = 0 \quad (7.12)$$

$$s_L^a(x) = (s_{L1} - s_{L0}) \cdot \cos(\omega\lambda x) + s_{L0} \quad (7.13)$$

$$\epsilon_L^a(x) = (s_{L0} - s_{L1}) \cdot \omega\lambda \sin(\omega\lambda x) \quad (7.14)$$

$$\tau_L^a(x) = \tau_{L1} \cdot \cos(\omega\lambda x) \quad (7.15)$$

Da durch die Randbedingungen bei $x=0$ die Lösung der DGL auf ein Anfangswertproblem zurückgeführt wurde, stellen die Gln. (7.13) und (7.14) für $x \rightarrow l_{bL}$ gleichzeitig die Beziehungen für $s_{Lr}^a(l_{bL})$ und $\epsilon_{Lr}^a(l_{bL})$ dar.

$$s_{Lr}^a(l_{bL}) = (s_{L1} - s_{L0}) \cdot \cos(\omega\lambda l_{bL}) + s_{L0} \quad (7.16)$$

$$\epsilon_{Lr}^a(l_{bL}) = (s_{L0} - s_{L1}) \cdot \omega\lambda \sin(\omega\lambda l_{bL}) \quad (7.17)$$

Für Verbundlängen $l_{bL} < l_{t,\text{lim}}$ beschreibt Gl. (7.17) in guter Näherung den Maximalwert der zu realisierenden Verbundtragfähigkeit; die Grenzzustände I und II fallen für diesen Verbundlängenbereich annähernd zusammen (s.u.). Die Qualität der Näherung nimmt für $l_{bL} \rightarrow l_{t,\text{lim}}$ ab.

Fälle ② und ③

Für Grenzzustand II kann auf eine Unterscheidung zwischen den Fällen ② und ③ verzichtet werden.

Bei Verbundlängen $l_{t,\text{lim}} < l_{bL}$ sind Verbundentkopplungen über eine Länge $(l_{bL} - l_{t,\text{lim}})$ vorauszusetzen. Dehnungen und Relativverschiebungen in Abhängigkeit der vorhandenen Verbundlänge folgen den Gln. (7.18) und (7.19).

$$\epsilon_{Lr}^a(l_{bL}) = \epsilon_{LR,\text{lim}}^a \quad (7.18)$$

$$s_{Lr}^a(l_{bL}) = s_{L0} + (l_{bL} - l_{t,\text{lim}}) \cdot \epsilon_{LR,\text{lim}}^a \quad (7.19)$$

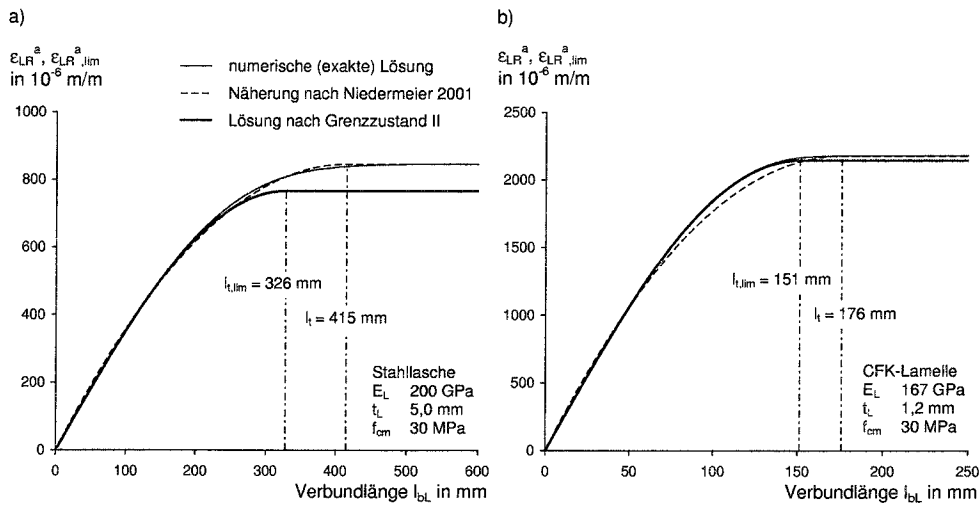


Abbildung 7.3. Verbundtragfähigkeit $\epsilon_{LR}^a(l_{bL})$ nach numerischer Berechnung auf Basis bilinearer Verbundmodelle sowie nach der Näherungsfunktion nach (Niedermeier 2001)(Gl. 7.20) in Abhängigkeit der vorhandenen Verbundlänge l_{bL} ; Grenztragfähigkeit $\epsilon_{LR,lim}^a$ in Abhängigkeit der vorhandenen Verbundlänge (mittlere Verbundansätze); a) Stahlflasche; b) CFK-Lamelle

Grenzzustand I - Begrenzte Verbundentkopplungen

Auf Grundlage des bilinearen Verbundansatzes ist ein für die Verknüpfung mit der einbetonierten Bewehrung erforderlicher, geschlossen lösbarer Zusammenhang zwischen $\epsilon_{LR}^a(l_{bL})$ und der zugeordneten Relativverschiebung $s_{LR}^a(l_{bL})$ nicht anzugeben. In (Holzenkämpfer 1994) wird eine für die separate Betrachtung des Klebarmierungsstranges ausreichende Näherungsformel für die Verbundtragfähigkeit in Abhängigkeit der Verbundlänge aufbauend auf einer parabolischen Funktion entwickelt (Gl. 7.20).

$$\begin{aligned} \epsilon_{LR}^a(l_{bL}) &= \frac{l_{bL}}{l_t} \cdot \left(2 - \frac{l_{bL}}{l_t}\right) \cdot \epsilon_{LR,max}^a & \text{für } 0 < l_{bL} \leq l_t \\ \epsilon_{LR}^a(l_{bL}) &= \epsilon_{LR,max}^a & \text{für } l_t < l_{bL} \end{aligned} \quad (7.20)$$

Eine Verknüpfung von Gl. (7.20) mit der dem Grenzzustand I zugehörigen Rissrelativverschiebung ist nicht sinnvoll. Zur näherungsweise Erfassung wird eine vereinfachte Betrachtung vorgeschlagen.

Fall ①

Für $l_{bL} \leq l_{t,lim}$ wird Gl. (7.17) als Näherungsbeziehung verwendet. Für Stahlflaschen wird im Bereich kleiner Verbundlängen die maximale Verbundtragfähigkeit gut wiedergegeben; bei CFK-Lamellen ist die Annäherung von Gl. (7.17) an die Lösung mit bilinearen Ansatz wegen $G_e \approx 0$ gegenüber Gl. (7.20) sogar verbessert (Abb. 7.3). Die Relativverschiebungen weichen geringfügig nach oben ab.

Fall ②

Eine analytische Verknüpfung der Rissdehnungen mit Relativverschiebungen ist nicht anzugeben. Die Verbundtragfähigkeit der Klebarmierung wird durch Gl. (7.20) beschrieben; als konservative Näherung der zugehörigen Relativverschiebungen wird eine lineare Verknüpfung zwischen l_{bL} und s_{LR}^a nach Gl. (7.21) vorgeschlagen.

$$s_{LR}^a(l_{bL}) = s_{L0} \cdot \frac{l_{bL}}{l_t} \quad (7.21)$$

Fall ©

Sofern die vorhandenen Verbundlängen den Wert l_t übersteigen, gelten die Gln. (7.22) und (7.23).

$$\epsilon_{LR}^a(l_{bL}) = \epsilon_{LR,max}^a \tag{7.22}$$

$$s_{Lr}^a(l_{bL}) = s_{L0} + (l_{bL} - l_t) \cdot \epsilon_{LR,max}^a \tag{7.23}$$

In Abb. 7.3 werden die angegebenen Beziehungen des Grenzzustandes II dem numerisch ermittelten Zusammenhang $\epsilon_{LR}^a(l_{bL})$ sowie der Näherungsbeziehung nach Gl. (7.20) des Grenzzustandes I für zwei Parameterkombinationen auf Grundlage der mittleren Verbundansätze nach 4.3 gegenübergestellt. Aus den in Abb. 7.3 dargestellten Zusammenhängen ist unmittelbar ersichtlich, dass bei CFK-Lamellen angesichts des Verhältnisses $\epsilon_{LR,lim}^a / \epsilon_{LR,max}^a = 0,985$ auf eine Unterscheidung zwischen den Grenzzuständen I und II verzichtet werden kann.

7.2.2 Einbetonierte Bewehrung - Kopplung der Bewehrungsstränge

Für die Ermittlung der Betonstahldehnungen auf Grundlage der Relativverschiebungen am Rissquerschnitt wird vorausgesetzt, dass die für den Einzelriss abgeleiteten Zusammenhänge zwischen Relativverschiebung und Dehnung zutreffen; gleichzeitig gilt Randbedingung (7.24).

$$s_s^a(x_s = 0) = 0 \tag{7.24}$$

Durch Bedingung (7.24) wird die Anwendbarkeit der Verbundenergiebeziehungen nach Gl. (7.25) zur Ermittlung der Rissdehnung aus der Relativverschiebung sichergestellt.

$$\epsilon_{sr}^a = \sqrt{\frac{4 \cdot G_{b,s}}{E_s d_s}} + \epsilon_{s0}^a \tag{7.25}$$

Im Allgemeinen ist für den einbetonierten Betonstahl am auflagnächsten Biegeriss der Einzelrisszustand zutreffend; damit gilt $\epsilon_{s0} = \epsilon_s^a(x_s = 0) = 0$. Sofern zwischen dem Ende des Klebarmierungsstranges und dem Auflager ein weiterer Riss entsteht, bzw. mechanischen Endverankerungen, z.B. Endhaken, in Kombination mit geringen zur Verfügung stehenden Verbundlängen vorliegen, ist am Verschiebungsruhepunkt $\epsilon_{s0} = \epsilon_s^a(x_s = 0) \neq 0$ anzunehmen. Aus Abb. 7.4 sind die Konsequenzen einer gegenüber dem Einzelrisszustand - gleichbedeutend mit $l_{bs} \rightarrow \infty$ - verminderten Verbundlänge l_{bs} in Kombination mit Bedingung (7.24) auf den ϵ_{sr}^a - s_{sr}^a -Zusammenhang exemplarisch dargestellt. Grundsätzlich stellt die Annahme des Einzelrisszustandes eine untere Abschätzung der Verbundsteifigkeit der einbetonierten Bewehrung - ausgedrückt im ϵ_{sr}^a - s_{sr}^a -Zusammenhang - dar.

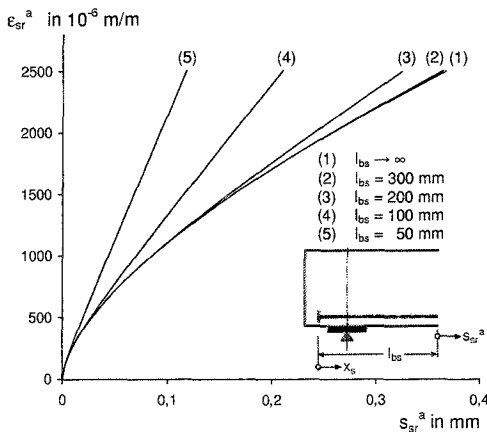


Abbildung 7.4. Zusammenhang zwischen Relativverschiebung s_{sr}^a und Dehnungen ϵ_{sr}^a eines einbetonierten Stabes für verschiedene Verbundlängen ($d_s = 16$ mm, $f_{cm} = 30$ MPa, Verbundbereich I, Verbundmodell nach 4.2)

Die für die Bestimmung der Mitwirkung der einbetonierten Bewehrung und damit für die Ermittlung des Querschnittswiderstandes wesentliche Randbedingung (7.24) muss im

Rahmen eines Zugkraftdeckungsnaehweises gesondert nachgewiesen werden (vgl. 7.4). Da die Relativverschiebungen der einbetonierten Bewehrung bei Betrachtung der Endverankerung des Klebarmierungsstranges klein bleiben, bauen die weiteren Betrachtungen nur auf dem ansteigenden Ast der τ_s - s_s -Beziehung nach 4.2 auf.

Kopplung der Bewehrungsstränge

Die Bewehrungsstränge eines zentrisch zugbeanspruchten Bauteils werden über die in Kapitel 5 abgeleiteten Verträglichkeitsbedingungen gekoppelt. Für den Einzelrisszustand ist entsprechend 5.3.1 ein konstantes Verhältnis der Relativverschiebungen nach Gl. (7.26) zutreffend.

$$s_{sr}^a = \frac{s_{Lr}^a}{k_{si}} \quad (7.26)$$

Die Dehnung der einbetonierten Bewehrung ist damit durch Gl. (7.27) gegeben.

$$\epsilon_{sr} = \sqrt{\frac{8A\sqrt{f_{cm}}}{(N+1)E_s d_s}} \cdot \left(\frac{s_{Lr}^a}{k_{si}}\right)^{(N+1)/2} \quad (7.27)$$

7.2.3 Querschnittswiderstand - Vergleich mit Versuchsergebnissen

Für zentrisch zugbeanspruchte Bauteile ist der Querschnittswiderstand aus den Dehnungen der Bewehrungsstränge in Abhängigkeit der vorhandenen Verbundlänge der Klebarmierung in Verbindung mit den zugehörigen Dehnsteifigkeiten zu ermitteln (Gl. 7.28). Für den Grenzzustand II folgen die Dehnungen den Gln. (7.29) bis (7.32).

$$F_R^a(l_{bL}) = F_{LR}^a(l_{bL}) + F_{sR}^a(l_{bL}) = \epsilon_{LR}^a(l_{bL}) \cdot E_L A_L + \epsilon_{sR}^a(l_{bL}) \cdot E_s A_s \quad (7.28)$$

Für $l_{bL} \leq l_{t,\text{lim}}$

$$\epsilon_{LR}^a(l_{bL}) = \epsilon_{LR,\text{lim}}^a \cdot \sin(\omega \lambda l_{bL}) \quad (7.29)$$

$$\epsilon_{sR}^a(l_{bL}) = \sqrt{\frac{8A\sqrt{f_{cm}}}{(N+1)E_s d_s}} \cdot k_{si}^{-(N+1)/2} \cdot [s_{L0} + (s_{L1} - s_{L0}) \cdot \cos(\omega \lambda l_{bL})]^{(N+1)/2} \quad (7.30)$$

Für $l_{t,\text{lim}} < l_{bL}$

$$\epsilon_{LR}^a(l_{bL}) = \epsilon_{LR,\text{lim}}^a \quad (7.31)$$

$$\epsilon_{sR}^a(l_{bL}) = \sqrt{\frac{8A\sqrt{f_{cm}}}{(N+1)E_s d_s}} \cdot k_{si}^{-(N+1)/2} \cdot [s_{L0} + (l_{bL} - l_{t,\text{lim}}) \epsilon_{LR,\text{lim}}^a]^{(N+1)/2} \quad (7.32)$$

Zur Verifikation der Beziehungen zur Ermittlung des Querschnittswiderstandes im Grenzzustand II bei Anrechnung der möglichen Entkopplung des Klebarmierungsstranges stehen lediglich die Versuche der Reihen V5 und V6 zur Verfügung. Den Verfassern sind darüber hinaus keine Versuche bekannt, in denen die durch Klebeverbundversagen bestimmte Grenztragfähigkeit eines zugbeanspruchten, gemischt bewehrten Bauteils mit Einzelriss ermittelt wurde.

Der Querschnittswiderstand der Versuchskörper V5-02-B1S, V6-01-B1S und V6-02-B1S² bezogen auf den Gesamtquerschnitt wird auf Grundlage der Mittelwerte von Baustoffeigenschaften und Verbundkenngrößen nach Tab. A.2 und Tab. C.1 berechnet. In Abb. 7.5 werden die Rechenwerte der Versagenslasten den im Versuch erreichten Bruchlasten gegenübergestellt. Angesichts des geringen zur Verfügung stehenden Versuchsumfanges lassen die Ergebnisse zumindest eine näherungsweise Abbildung des Zusammenwirkens durch die rechnerischen Beziehungen vermuten.

² Da der Versuch V5-01-B1S vor Beginn der Klebeverbundentkopplung, damit bei Lasten deutlich unter der Verbundversagenslast abgebrochen wurde, steht er für einen Vergleich mit Rechenmodellen nicht zur Verfügung.

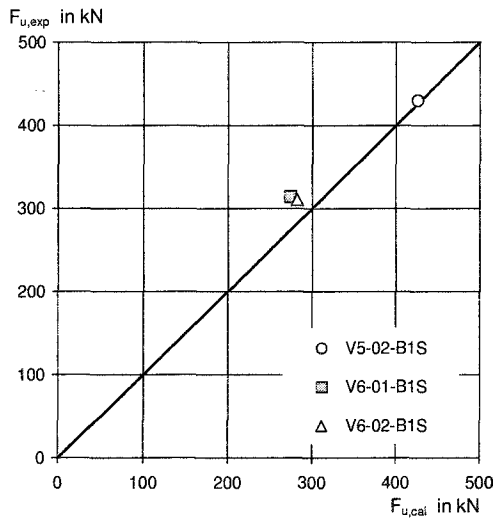


Abbildung 7.5. Rechenwerte der durch das Verbundversagen der Klebarmierung bestimmten Querschnittstragfähigkeit gegenüber den in den Versuchen erreichten Bruchlasten

Die Qualität der Verknüpfungsbeziehung der Bewehrungsstränge mittels modifizierter Verträglichkeitsbedingungen ist darüber hinaus auf breiterer experimenteller Basis zu überprüfen, wenn Bezug auf den Entkopplungsbeginn der Klebarmierungsstränge bei Einzel- bzw. Initialrisszustand genommen wird. Hierfür stehen Versuche der Reihen V2, V3, V5 und V6 zur Verfügung.

Zu Beginn der Klebeverbundentkopplung liegt bei ausreichend großen Verbundlängen am belasteten Verbundbereichsende die Relativverschiebung s_{L0} vor; gleichzeitig wird näherungsweise der Größtwert der Verbundtragfähigkeit erreicht. Die Dehnungen der Bewehrungsstränge folgen den Gl. (7.33) und (7.34). Die Gesamtzugkraft bei einsetzender Klebeverbundentkopplung ist ebenfalls nach Gl. (7.28) zu bestimmen.

$$\epsilon_{LR}^a(l_{bL}) = \epsilon_{LR,max}^a \quad (7.33)$$

$$\epsilon_{sR}^a(l_{bL}) = \sqrt{\frac{8A\sqrt{f_{cm}}}{(N+1)E_s d_s}} \cdot k_{si}^{-(N+1)/2} \cdot s_{L0}^{(N+1)/2} \quad (7.34)$$

In den Abbildungen 7.6 a) und b) sind die mittleren und charakteristischen Rechenwerte der Gesamtzugkraft bei Entkopplungsbeginn den experimentell bestimmten Zugkräften gegenübergestellt. Zur Auswertung ist zu ergänzen:

- Die einsetzende Entkopplung des Klebeverbundes ist anhand der Messergebnisse als die Zugkraft zu identifizieren, bei deren Überschreiten die Dehnungen der Klebarmierung zunächst annähernd konstant bleiben (vgl. die Versuchsauswertungsstrategie nach Niedermeier 2001). Für jeden der beiden Klebarmierungsstränge eines Dehnkörpers können daher jeweils separat die zugehörigen Zugkräfte bei Entkopplungsbeginn $F_{e,exp}$ angegeben werden. Zur Auswertung stehen 23 Versuche (V2: 11; V3: 9; V5: 1; V6: 2) zur Verfügung. Bei 5 Versuchen konnte im Einzelrisszustand nur an einer der beiden Seiten eine Entkopplung der Klebarmierung festgestellt werden; entsprechend werden für den Vergleich mit Rechenwerten 41 Einzelwerte (gerippter Betonstahl: $n = 18$; glatter Betonstahl: $n = 23$) herangezogen.
- Die Voraussetzung, dass die Rissdehnungen der Bewehrungsstränge bei Entkopplungsbeginn nicht durch die Eintragung der Zugkräfte an den Körperenden bzw. durch mechanische Verankerungen beeinflusst werden, ist für die betrachteten Versuche angesichts der gegenüber der freien Körperlänge deutlich geringeren rechnerischen Verbundlänge l_t bzw. l_{bs} erfüllt.

Für den in Abb. 7.6 a) wiedergegebene Vergleich von Versuchsergebnissen und Rechenwerten lassen sich bei Bezug auf den Verhältniswert $F_{e,exp}/F_{em,cal}$ Mittelwert \bar{x} , Standardabweichung s_X und Variationskoeffizient V_X angeben.

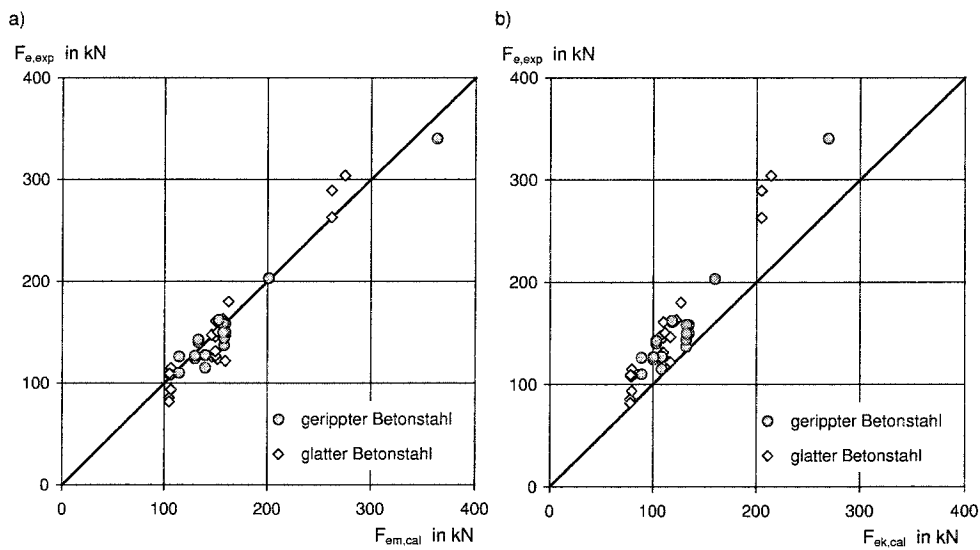


Abbildung 7.6. Rechenwerte der Gesamtzugkraft bei beginnender Klebeverbundentkopplung gegenüber experimentell bestimmten Werten;
 a) mittlere Rechenwerte $F_{em,cal}$; b) charakteristische Rechenwerte $F_{ek,cal}$

	\bar{x}	s_X	V_X
gesamt ($n = 41$)	0,97	0,095	0,098
gerippter Betonstahl ($n = 18$)	0,98	0,074	0,076
glatter Betonstahl ($n = 23$)	0,96	0,074	0,076

Abbildung 7.6 b) zeigt die Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse mit charakteristischen Werten der Zugkraft bei Beginn der Klebeverbundentkopplung $F_{ek,cal}$. Die Rechenwerte der Verbundtragfähigkeit basieren dabei auf den in 4.2 und 4.3 abgeleiteten 5%-Quantilen der maßgebenden Parameter der Verbundansätze für einbetonierte und angeklebte Bewehrung. Der Verknüpfung der Bewehrungsstränge über Verträglichkeitsbedingungen liegen dagegen Mittelwerte zugrunde (vgl. 7.4). Für die Quotienten $F_{e,exp}/F_{ek,cal}$ können analog statistische Kenngrößen angegeben werden:

	\bar{x}	s_X	V_X
gesamt ($n = 41$)	1,26	0,128	0,102
gerippter Betonstahl ($n = 18$)	1,23	0,117	0,095
glatter Betonstahl ($n = 23$)	1,29	0,130	0,100

Wird angenommen, dass die Verhältniswerte $F_{e,exp}/F_{ek,cal}$ normalverteilt sind, können aus den angegebenen Größen \bar{x} und s_X nach (DIBt 1986) Quantilwerte x_p berechnet werden (Gl. 7.35). Gegenüber einer log-Normalverteilung ist eine Normalverteilung im Hinblick auf die Ableitung unterer Quantilwerte ungünstiger.

$$x_p = \bar{x} - K_s \cdot s_X \tag{7.35}$$

Mit den in (DIBt 1986) für eine Aussagewahrscheinlichkeit von 75% angegebenen Fraktalfaktoren K_s für $x_{p=0,05}$ errechnen sich die dem 5%-Quantil zugeordneten Werte $F_{e,exp}/F_{ek,cal}$ wie folgt:

	K_s	$x_{p=0,05}$
gesamt ($n = 41$)	1,834	1,03
gerippter Betonstahl ($n = 18$)	1,952	1,00
glatter Betonstahl ($n = 23$)	1,908	1,03

Sowohl für gerippten als auch für glatten Betonstahl kann nach den Ergebnissen für $x_{p=0.05}$ davon ausgegangen werden, dass in Entsprechung der Definition der Quantilwerte nur 5% der Rechenwerte auf Basis charakteristischer Verbundgesetze die tatsächlich vorliegende Tragfähigkeit überschätzen. Daher erscheint es für die Ermittlung des charakteristischen Wertes des dem Verbundversagen der Klebarmierung zugeordneten Bauteilwiderstandes ausreichend, die Verbundtragfähigkeiten der angeklebten und einbetonierten Bewehrung mit deren charakteristischen Werten bei Verknüpfung mit mittleren Verträglichkeitsbedingungen zugrunde zu legen.

7.3 Übertragung auf biegebeanspruchte Bauteile

7.3.1 Grundlagen

Für einen Zugkraftdeckungsachweis am auflagnächsten Riss eines biegebeanspruchten Bauteils können die unabhängig von Systemrandbedingungen abgeleiteten Zusammenhänge zwischen Rissrelativverschiebung und Dehnung der Bewehrungsstränge - bei Klebarmierung in Verbindung mit der vorhandenen Verbundlänge - übernommen werden. Alleine die Verträglichkeitsbedingungen zur Verknüpfung der Bewehrungsstränge im Rissquerschnitt sind systemabhängig und bedürfen einer Anpassung.

Im Unterschied zu zentrisch beanspruchten Dehnkörpern mit singulärem Riss, auf dessen Betrachtung die Ableitungen nach 7.2 aufbauen, kann nicht mehr von Symmetriebedingungen im Rissquerschnitt ausgegangen werden. Die Ableitung von Verknüpfungsbeziehungen der Relativverschiebungen im auflagnächsten Rissquerschnitt kann auf die Angabe von Beziehungen für das dem Auflager zugewandte Rissufer beschränkt werden, wenn die zusätzlichen Einflüsse aus dem Zugkraftaufbau in den angrenzenden Bereichen berücksichtigt werden. Die damit erreichte Rückführung der Verträglichkeitsbedingungen der Rissöffnungen w_L^a und w_s^a auf eine Verträglichkeitsbedingung der Relativverschiebungen s_{Lr}^a und s_{sr}^a wird durch die Einführung der Korrekturgröße Δs_{sr}^a ermöglicht (vgl. 6.2.3)

7.3.2 Verträglichkeitsbedingungen

Die allgemein formulierte Verträglichkeitsbedingung der Relativverschiebungen in Rissquerschnitten biegebeanspruchter Bauteile nach Gl. (6.7) kann bei Übergang auf den auflagnächsten Biegeriss ($i, j \rightarrow 1, 2 \rightarrow a$), aufgelöst nach der im Nachweiskontext relevanten Größe s_{sr}^a durch Gl. (7.36) ausgedrückt werden.

$$s_{sr}^a = \frac{s_{Lr}^a}{k_x^a} - \Delta s_{sr}^a \quad (7.36)$$

Die für die Verträglichkeitsbedingung biege- und querkraftbeanspruchter Bauteile in Gl. (7.36) spezifischen Elemente sind:

k_x^a Verträglichkeitsbedingung der Rissbreiten einschließlich des Korrekturfaktors der Kompatibilitätsbedingung nach Gl. (6.9):

$$k_x^a = k_s^a \cdot \frac{d_L^a - x^a}{d^a - x^a}$$

Δs_{sr}^a um die Verträglichkeitsbedingung der Rissbreiten k_x^a bereinigte Differenzverschiebung zwischen einbetonierter und angeklebter Bewehrung im Rissquerschnitt zur Rückführung der Verträglichkeitsbedingung der Rissbreiten auf eine Verträglichkeitsbedingung der Relativverschiebungen.

Während k_x^a im Wesentlichen durch Querschnittseigenschaften dominiert wird und durch die Gln. (6.8) und (6.9) in Verbindung mit dem in Abschnitt 5.3 abgeleiteten Korrekturfaktoren k_s beschrieben ist, fehlen für Δs_{sr}^a angesichts der Einflüsse durch Querschnitts- als auch durch Systemkenngrößen allgemeine Bestimmungsgleichungen. Zunächst werden in Bezug auf Δs_{sr}^a grundlegende Zusammenhänge erläutert. Eine Konkretisierung bzw. näherungsweise Quantifizierung erfolgt in Abschnitt 7.3.4.

Querkrafteinfluss - Δs_{sr}^a

Differenzverschiebungen Δs_{sr}^a sind als unmittelbare Folge des Zugkraftaufbaus in den angrenzenden, querkraftbeanspruchten Bereichen des Biegeträgers zu sehen und unterliegen einer Vielzahl von Einflussgrößen. Da die Größe Δs_{sr}^a unmittelbaren Einfluss auf den Anteil der einbetonierten Bewehrung am Querschnittswiderstand M_R ausübt, werden im Folgenden grundlegende Abhängigkeiten dargestellt. Die Auswirkungen verschiedener Einflussgrößen werden exemplarisch anhand des Systems nach Abb. 7.7 bei Variation jeweils eines Parameters wiedergegeben. Zweckmäßig wird Δs_{sr}^a auf die zugehörige Relativverschiebung s_{sr}^a bezogen.

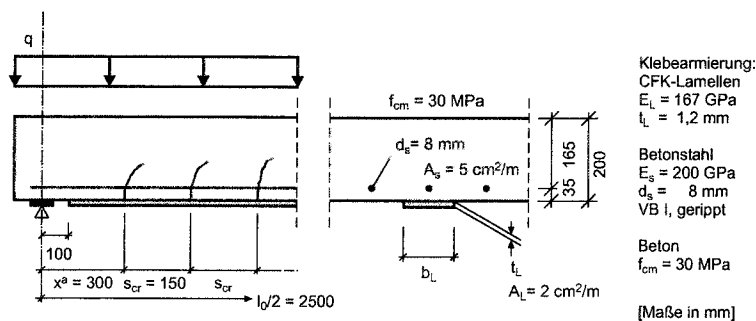


Abbildung 7.7. Referenzsystem der Parameterstudie nach Abb. 7.8; Kenngrößen des Referenzsystems

Aus Abb. 7.8 sind Zusammenhänge zwischen den Einflussparametern auf Querschnitts- bzw. Systemebene und der Entwicklung der Differenzverschiebung Δs_{sr}^a abzuleiten. Vor dem Hintergrund einfach anzugebender Grenzwerte ist der Verhältniswert $\Delta s_{sr}^a / s_{sr}^a$ von Bedeutung.

- Eine Variation der Bewehrungsgrade ρ_s und ρ_L bewirkt erwartungsgemäß lediglich vernachlässigbare Änderungen des Zusammenhangs zwischen Δs_{sr}^a und s_{sr}^a , die im Wesentlichen auf die geringfügige Veränderung der Druckzonenhöhe zurückzuführen sind (Abb. 7.8 a).
- Eine Vergrößerung des Durchmessers der einbetonierten Bewehrung führt aufgrund des ungünstigeren Verhältnisses zwischen verbundwirksamem Umfang und Dehnsteifigkeit tendenziell zu einer Vergrößerung der Relativverschiebung s_{sr}^a . Mit ansteigendem Durchmesser wird zudem im angrenzenden Element $i = 2$ bzw. in den folgenden Elementen für den Zugkraftaufbau der einbetonierten Bewehrung ein größerer Bereich der Verbundlänge bzw. Elementlänge beansprucht; im äußersten Fall weist der Betonstahl nur einsinnige Relativverschiebungen in Richtung zunehmender Zugkraft auf, d.h. er wird in Richtung zunehmender Zugkraft durch das Risselement gezogen. In Folge sinkt mit ansteigendem d_s die Differenzverschiebung Δs_{sr}^a (Abb. 7.8 b).
- In Analogie zur Durchmesserabhängigkeit bei einbetonierter Bewehrung nimmt mit zunehmender Dicke des Klebarmierungsstranges die Differenzverschiebung Δs_{sr}^a zu. Für den Zugkraftaufbau im Element $i = 2$ bzw. in den angrenzenden Elementen wird mit steigendem t_L ein größerer Anteil der Elementlänge erforderlich. Zur Ausschöpfung des maximal möglichen Zugkraftzuwachses tritt i.A. $s_{Lr}^{21} = 0$ ein; bei vorliegen spezifischer Randbedingungen hinsichtlich Rissabstand und Laschendicke können insbesondere bei Stahllaschen auch über das gesamte Element einsinnige Relativverschiebungen in Richtung Feldmitte mit $s_{Lr,\min}^{21} = -s_{L1}$ auftreten (Abb. 7.8 c).
- Mit zunehmender Betondruckfestigkeit nimmt Δs_{sr}^a gegenüber s_{sr}^a ab. Zwar steigt der absolute Wert Δs_{sr}^a bei eintretender Verbundentkopplung mit zunehmender Festigkeit an, allerdings verhält sich der Verhältniswert $\Delta s_{sr}^a / s_{sr}^a$ entgegengesetzt. Allgemein sind die Auswirkungen veränderlicher Betondruckfestigkeit gegenüber anderen Einflussgrößen eher gering (Abb. 7.8 d).

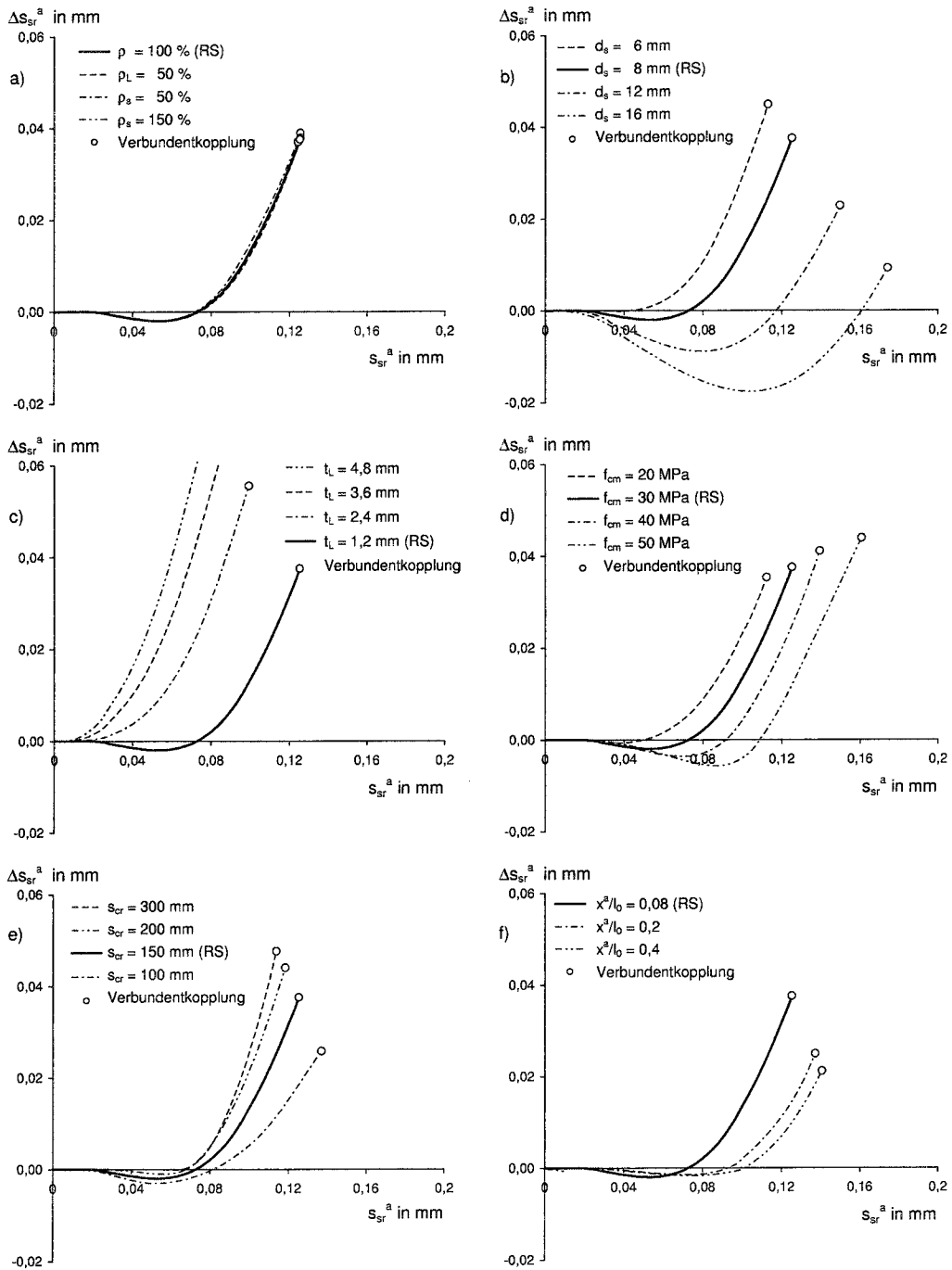


Abbildung 7.8. Parameterstudie zur Differenzverschiebung Δs_{sr}^a der Bewehrungsstränge am auflagernächsten Biegeriss auf Basis des Grundsystems nach Abb. 7.7 (jeweils fett ausgezogen); a) - d) Querschnittsparameter; e) - f) Systemparameter

- Eine Vergrößerung der konstanten Rissabstände führt im Wesentlichen zu einem Anstieg der Zugkraftdifferenz zwischen den Elementrändern, damit zu einem Anstieg der über Verbund im Element aufzubauenden Dehnungen der Bewehrungsstränge. Für das gewählte Beispiel wächst mit steigender Elementlänge die Differenzverschiebung an, d.h. in den angrenzenden Elementen wird ein größerer Teil der zur Verfügung stehenden Verbundlänge zum Aufbau der Zugkraft genutzt. In Konsequenz werden die Relativverschiebungen an den Rissufern $j = 1$, insbesondere s_{Lr}^{21} vermindert (Abb. 7.8 e).

- Analog zu einer Vergrößerung der Elementlänge wächst mit fallendem Verhältnis x^a/l_0 die Querkraftbeanspruchung der angrenzenden Elemente $i = 2 - n$ und damit die Zugkraftdifferenz zwischen den zugehörigen Elementrändern. Bei Annäherung des Rissquerschnittes an die Feldmitte nimmt Δs_{sr}^a ab. (Abb. 7.8 f).

Aus allgemeinen Betrachtungen sind Grenzwerte für Δs_{sr}^a abzuleiten. Der Größtwert $\Delta s_{sr,max}^a$ tritt ein, wenn im anschließenden Element ($i = 2$) ausschließlich einsinnige Relativverschiebungen in Richtung ansteigender Zugkraft auftreten; s_{Lr}^{21} ist in diesem Fall durch die elastische Grenzverschiebung s_{L1} begrenzt. Gleichzeitig ist als untere Abgrenzung für s_{sr}^a der Einzelrisszustand maßgebend; da $\epsilon_{sr}^a = \epsilon_{sr}^{21}$ gilt, folgt unmittelbar $s_{sr}^a \geq s_{sr}^{21}$ (Abb. 7.9 a). Aus Gl. (6.7) ergibt sich damit

$$\Delta s_{sr,max}^a = s_{sr}^a + s_{L1} \quad \text{bzw. für } s_{L1} \approx 0: \quad \Delta s_{sr,max}^a \approx s_{sr}^a \quad (7.37)$$

Als obere Grenze gilt dem entsprechend $\Delta s_{sr}^a/s_{sr}^a \approx 1$. Sofern in den anschließenden Elementen kein Zugkraftaufbau stattfindet, strebt Δs_{sr}^a gegen 0; im Sonderfall der Identität von Einzelriss und Symmetrieebene gilt $\Delta s_{sr}^a = 0$ streng (Abb. 7.9 b). In Konsequenz ist für den Zugkraftdeckungsnachweis bei lokalen Verstärkungen an Einzelrissen unter der Voraussetzung annähernd symmetrischer Bedingungen $\Delta s_{sr}^a = 0$ anzunehmen.

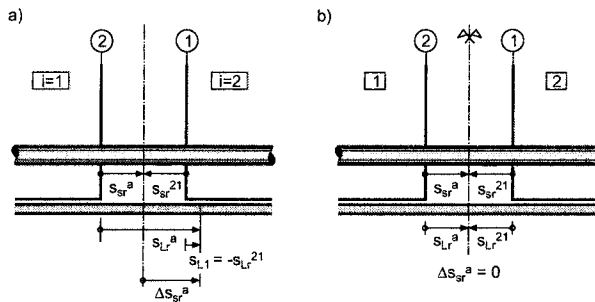


Abbildung 7.9. Differenzverschiebung Δs_{sr}^a der Bewehrungsstränge am auflagnächsten Biegeriss; a) obere Abgrenzung; b) Situation bei symmetrischen Verhältnissen

7.3.3 Formelapparat

Das durch die Verbundtragfähigkeit der aufgeklebten Bewehrung bestimmte Widerstandsmoment biegebeanspruchter Bauteile im auflagnächsten Rissquerschnitt ist durch Gl. (7.38) gegeben.

$$M_R(l_{bL}) = \epsilon_{LR}^a(l_{bL}) \cdot E_L A_L \cdot z_L^a + \epsilon_{sR}^a(l_{bL}) \cdot E_s A_s \cdot z_s^a \quad (7.38)$$

Die Anteile der Bewehrungsstränge sind in Abhängigkeit von der vorhandenen Verbundlänge der Klebearmierung für die beiden Grenzzustände I und II zu berechnen. Die Verbundtragfähigkeit der Klebearmierung ϵ_{LR}^a folgt für Grenzzustand I den Gln. (7.17) bzw. (7.20), für Grenzzustand II den Gln. (7.17) und (7.18). Die zugehörigen Relativverschiebungen s_{Lr}^a ergeben sich für Grenzzustand I nach den Gln. (7.16), (7.21) und (7.23), für Grenzzustand II nach den Gln. (7.16) und (7.19).

Die zugeordneten Betonstahldehnungen, d.h. der Zugkraftanteil der einbetonierten Bewehrung, folgt allgemein Gl. (7.39); der betrachtete Grenzzustand fließt ebenso wie die zugehörige Verbundlänge der Klebearmierung l_{bL} über die Größe s_{Lr}^a ein.

$$\epsilon_{sR}^a(l_{bL}) = \sqrt{\frac{8A\sqrt{f_{cm}}}{(N+1)E_s d_s}} \cdot \left[\frac{s_{Lr}^a(l_{bL}) \cdot (d^a - x^a)}{k_s^a (d_L^a - x^a)} - \Delta s_{sr}^a \right]^{(N+1)/2} \quad (7.39)$$

7.3.4 Näherungsbeziehungen

Im Folgenden werden für die Beziehung (7.39) vereinfachte Verträglichkeitsbedingungen angegeben.

Querkrafteinfluss - Δs_{sr}^a

Anhand der exemplarisch in Abb. 7.8 wiedergegebenen Ergebnisse ist die komplexe Vernetzung der Größe Δs_{sr}^a mit Einflussgrößen sowohl auf Querschnitts- als auch auf Systemebene abzulesen. Als wesentliche Einflussgrößen können neben Betonstahldurchmesser und Laschendicke der Rissabstand und der Abstand des äußersten Biegerisses zum Auflager identifiziert werden. Die genannten Größen sind entsprechend den vorgenannten Ausführungen unmittelbar mit den Zugkraftdifferenzen zwischen den Elementrändern der auf den Riss folgenden Elemente, d.h. mit der Querkraftbeanspruchung verknüpft. Im Hinblick auf die Implementierung in ein Näherungsmodell des Zugkraftdeckungsnachweises ist anstelle einer komplexen Verknüpfung mit vielen Einflussparametern zum einen ein Bezug auf die Größe s_{sr}^a , zum anderen eine Linearisierung des Zusammenhangs in der Form der Gl. (7.40) mit Koeffizienten C_Δ von Vorteil.

$$\Delta s_{sr}^a = C_\Delta \cdot s_{sr}^a \tag{7.40}$$

Für eine realistische Abschätzung des Koeffizienten C_Δ werden die Ergebnisse von Parameterrechnungen an zwei Grundsystemen (Platte und Balken) mit jeweils den baupraktischen Bereich eingrenzenden Kombinationen von einbetonierter und angeklebter Bewehrung in Verbindung mit Grenzwerten des Rissabstandes und des Verhältnisses x^a/l_0 herangezogen. Dabei werden, den identifizierten Haupteinflussgrößen folgend, jeweils Kombinationen von geringer Klebarmierungsdicke mit großen Durchmesser der einbetonierten Bewehrung, großen Laschen- bzw. Lamellendicken mit geringem Betonstahldurchmesser sowie jeweils dazwischen liegende Kombination untersucht, um den möglichen Wertebereich von C_Δ einzugrenzen.

Die untersuchten Parameter sind in Tab. 7.1 bzw. Abb. 7.10 wiedergegeben. Die Auswirkungen glatten Betonstahls sowie mäßiger Verbundqualität (Verbundbereich II) auf die Differenzverschiebungen werden nicht gesondert betrachtet. In beiden Fällen wird die Differenzverschiebung Δs_{sr}^a gegenüber geripptem Betonstahl bei guten Verbundbedingungen ähnlich zunehmender Betonstahldurchmesser vermindert. Die für die genannten Randbedingungen abgeleiteten Kenngrößen liegen für glatten Betonstahl und Verbundbereich II auf der sicheren Seite.

In Abbildung 7.11 a) werden die für einen Zugkraftdeckungsnachweis relevanten, bei Verbundentkopplung des Klebarmierungsstranges am äußersten Biegeriss vorliegenden Koeffizienten C_Δ aus den Parameterrechnungen wiedergegeben. Ergänzend sind die Werte der in Abb. 7.8 dargestellten Parameterstudie an einer mit CFK-Lamellen verstärkten Platte sowie die Größen aus der Nachrechnung der in (Zilch u. a. 2000) dokumentierten Versuche an mit Stahllaschen verstärkten Biegeträgern (vgl. Zilch und Zehetmaier 2004) eingetragen.

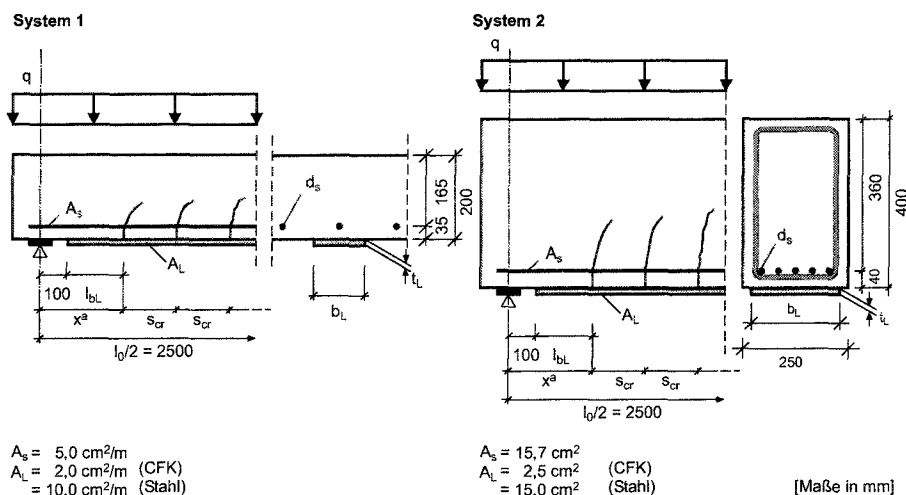


Abbildung 7.10. Parametervariation - Referenzsysteme und konstante Größen

Dem nach Abb. 7.8 dominierenden Einfluss der Laschen- bzw. Lamellendicke folgend, wird $E_L t_L$ als Abszissenwert gewaehlt, die uebrigen Einflussgroessen - insbesondere der Durchmesser der einbetonierten Bewehrung - treten in der gewaehnten Darstellung als Streubreite der Werte in Erscheinung. Trotz der signifikanten Bandbreite des Wertebereiches ist eine Abhaengigkeit der Groesse C_Δ von $E_L t_L$ abzulesen; mit zunehmender Laschendicke ist eine Annaeherung an den Maximalwert 1,0 zu erkennen.

Da im Kontext eines Zugkraftdeckungsnaehweises eine obere Abgrenzung des Wertebereiches von C_Δ zu einer auf der sicheren Seite liegenden Abschaeztung des Betonstahlanteils am Widerstandsmoment fuehrt, wird im Rahmen der Arbeit der in Abb. 7.11 a) eingetragene Modellansatz verwendet. Fuer dicke Stahllaschen ($t_L = 20$ mm) wird eine Annaeherung an den Maximalwert $C_\Delta \approx 1,0$ angenommen. Abhaengigkeiten von weiteren Querschnitts- und Systemparametern werden damit implizit und auf der sicheren Seite liegend erfasst. Der Modellansatz folgt der fuer eine angestrebte Vereinfachung der Nachweisgleichungen vorteilhaften Formulierung nach Gl. (7.41); die Konstanten C_1 und C_2 werden in Abhaengigkeit des Verbundansatz-Exponenten N fuer gerippten und glatten Betonstahl bestimmt.

$$C_\Delta = 2 [C_1 (E_L t_L) C_2]^{2/(1+N)} - 1 \tag{7.41}$$

Krueimmungseinfluss - k_x^a

Durch k_x^a werden neben lokalen, durch k_s^a angerechneten Effekten im Wesentlichen die Auswirkungen der Querschnittsverkrueimmung, damit die Auswirkungen der i.A. unterschiedlichen statischen Nutzhoeehen der Bewehrungsstraenge auf eine idealisierte rechnerische Rissbreite bzw. in Konsequenz auf Relativverschiebungen und Dehnungen beruecksichtigt. Der lastabhaengige Korrekturwert k_s kann fuer den auflagernaechsten Rissquerschnitt durch Gl. (7.42) ersetzt werden.

$$k_s^a = \frac{k_{si} + 1}{2} \tag{7.42}$$

Gleichung (7.42) unterstellt fuer den an den aeussersten Riss anschliessenden Bereich, d.h. Element $i = 2$, nur mehr geringe *Tension-stiffening*-Effekte. Insbesondere bei CFK-Lamellen in Kombination mit grossen Rissabstaenden ist diese Annahme nicht immer

Tabelle 7.1. Untersuchte Kombinationen von einbetonierter und angeklebter Bewehrung

System	Kombination	Klebe-armierung	Parameter							
			d_s [mm]	t_L [mm]	s_{cr} [mm]	x^p / l_0 [-]	l_{bL} / l_t [-]			
1	A	Stahllaschen	16	5	150	300	0,11	0,4	1,09	
	B		6	10					0,77	
	C		8	8					0,86	
	D	CFK-Lamellen	16	1,2					2,57	
	E		6	2,4					1,82	
	F		8	1,2					2,57	
2	A	Stahllaschen	20	5	100	250	0,06	0,6	0,48	
	B		12	10					0,34	
	C		16	8					0,38	
	D		20	15	150	250	0,06		0,28	0,49
	E		12	15						
	F		16	15						
	G		20	20						
	H		16	20						
	I	CFK-Lamellen	20	1,2	100	250	0,06	0,6	1,41	
	J		12	2,4					0,81	
	K		16	1,2					1,41	

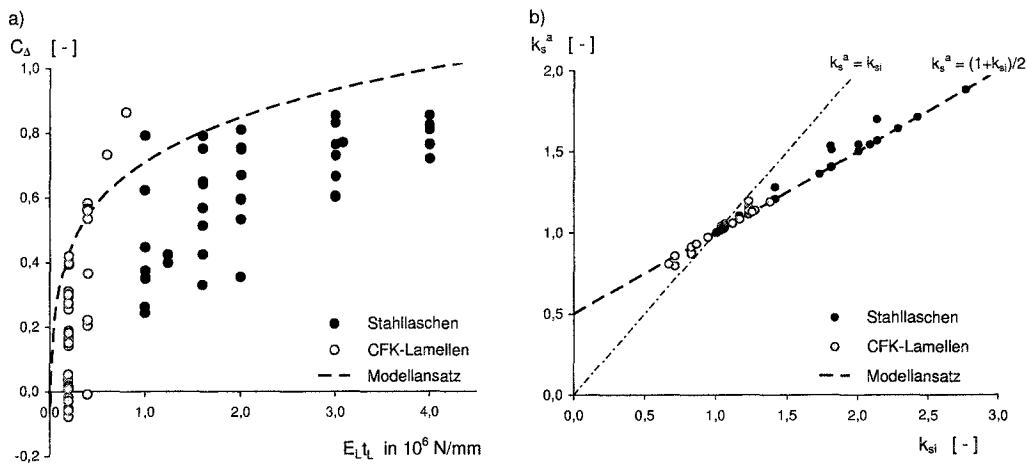


Abbildung 7.11. Ergebnisse der Parametervariation nach Tab. 7.1, der Studie nach Abb. 7.8 sowie der Nachrechnung der Versuche nach (Zilch u. a. 2000):
 a) Koeffizient C_{Δ} der Differenzverschiebung Δs_{sr}^a nach Gl. (7.40); Modellansatz nach Gl. (7.41);
 b) Rechenwerte k_s^a im Vergleich mit der Näherung nach Gl. (7.42).

zutreffend, allerdings stellt die gewählte Näherung für CFK-Lamellen mit $k_{si} \leq 1$ eine konservative Vereinfachung dar. Die Qualität der Näherung nach Gl. (7.42) ist anhand der Ergebnisse der Parameterstudien bzw. der Versuchsnachrechnungen zu überprüfen. In Abb. 7.11 b) sind die Rechenwerte für den Zustand der Verbundentkopplung der Näherung gegenübergestellt. Die größte Abweichung beträgt 8,6% (Stahlaschen) bzw. 7,7% (CFK-Lamellen) gleichbedeutend mit einer Variation der rechnerischen Betonstahldehnung von $\approx 5,5\%$ bzw. $\approx 4,5\%$ im ungünstigen Fall gerippter Betonstahlbewehrung ($N = 0,25$).

Vereinfachungen

Die angenäherten Verträglichkeitsbedingungen erlauben eine vorteilhafte Zerlegung des Ausdrucks zur Bestimmung der Betonstahldehnungen nach Gl. (7.39):

$$\epsilon_{sR}^a = \sqrt{\frac{8A\sqrt{f_{cm}}}{(N+1)E_s d_s}} \cdot (s_{Lr}^a)^{(N+1)/2} \cdot \left(\frac{1}{1+k_{si}} \cdot \frac{2}{1+C_{\Delta}} \cdot \frac{d^a - x^a}{d_L^a - x^a} \right)^{(N+1)/2} \quad (7.43)$$

Aus dem für C_{Δ} gewählten Modellansatz nach Gl. (7.41) folgt:

$$\left(\frac{2}{1+C_{\Delta}} \right)^{(N+1)/2} = \frac{1}{C_1} \cdot (E_L t_L)^{-C_2} \quad (7.44)$$

In Gl. (7.43) repräsentiert k_{si} eine multiplikativ aus drei linearen Funktionen in Abhängigkeit von $E_L t_L$, $E_s d_s$ und f_{cm} zusammengesetzte Beziehung. Getrennt für die Wertebereiche von CFK-Lamellen und Stahlaschen ist eine Substitution nach Gl. (7.45), damit eine weitergehende Zusammenfassung ohne wesentlichen Genauigkeitsverlust möglich.

$$\left(\frac{1}{1+k_{si}} \right)^{(N+1)/2} = C_3 \cdot \frac{(f_{cm})^{C_4}}{(E_L t_L)^{C_6}} \cdot d_s^{C_5} \quad (7.45)$$

Die Koeffizienten C_1 und C_3 sowie die Exponenten C_2 bzw. C_4 bis C_6 werden getrennt für die Parameter einbetonierter glatter oder gerippter Bewehrung bzw. aufgeklebter Stahlaschen oder CFK-Lamellen abgeleitet. Der Ausdruck zur Bestimmung der Betonstahldehnung $\epsilon_{sR}^a(l_{bL})$ nach Gl. (7.43) kann damit durch Gl. (7.46) ersetzt werden.

$$\epsilon_{sR}^a(l_{bL}) = k_{VB} \cdot C_{bs} \cdot (s_{Lr}^a(l_{bL}))^{(N+1)/2} \cdot \left(\frac{d^a - x^a}{d_L^a - x^a} \right)^{(N+1)/2} \quad (7.46)$$

In Gl. (7.46) bedeuten:

k_{VB} Beiwert zur Anrechnung der Verbundbedingungen der einbetonierten Bewehrung mit
 $k_{VB} = 1,0$ für gute Verbundbedingungen (VB I)
 $k_{VB} = \sqrt{0,5} \approx 0,7$ für mäßige Verbundbedingungen (VB II)

C_{bs} Verbundkoeffizient zur Anrechnung des Verbundverhaltens der einbetonierten Bewehrung sowie zur Berücksichtigung von Verträglichkeitsbedingungen:

$$C_{bs} = C_{b1} \cdot \sqrt{\frac{(f_{cm})^{C_{b2}}}{E_s \cdot (d_s)^{C_{b3}} \cdot (E_L t_L)^{C_{b4}}}} \quad (7.47)$$

Der Koeffizient C_{b1} bzw. die Exponenten C_{b2} bis C_{b4} werden in Abhängigkeit der betrachteten Kombination von einbetonierter und angeklebter Bewehrung in Tab. 7.2 angegeben und setzen sich aus C_1 bis C_6 wie folgt zusammen:

$$C_{b1} = \frac{C_1}{C_3} \cdot \sqrt{\frac{8A_I}{N+1}}$$

$$C_{b2} = 0,5 + 2 \cdot C_4$$

$$C_{b3} = 1 - 2 \cdot C_5$$

$$C_{b4} = 2 \cdot (C_2 + C_6)$$

Die Größen repräsentieren Mittelwerte; A_I ist der Beiwert des Verbundansatzes für gute Verbundbedingungen (VB I).

$s_{Lr}^a(l_{bL})$ Rechenwert der Rissrelativverschiebung der Klebarmierung

N Exponent des Verbundansatzes einbetonierter Bewehrung mit
 $N = 0,25$ für gerippten Betonstahl
 $N = 0$ für glatten Betonstahl

Tabelle 7.2. Koeffizient C_{b1} und Exponenten C_{b2} bis C_{b4} für C_{bs} nach Gl. (7.47)

Klebebewehrung		Stahlflaschen		CFK-Lamellen	
		gerippt	glatt	gerippt	glatt
Koeffizient	C_{b1}	15,501	10,844	3,313	1,827
Exponenten	C_{b2}	1,2	1,8	1,0	1,3
	C_{b3}	0,7	1,0	0,8	1,0
	C_{b4}	0,5	0,7	0,2	0,3

Für lokale Verstärkungsmaßnahmen, d.h. im Wesentlichen bei Auftreten eines einzelnen Risses an Singularitätspunkten gilt bei annähernd symmetrischen Verhältnissen $\Delta s_{sr}^a = 0$ (s.o.). Dem entsprechend sind für die genannten Fälle Erhöhungsfaktoren einzuführen, die die veränderten Verträglichkeitsbedingungen anrechnen. Allgemein folgen die Erhöhungsfaktoren C_{loc} Gl. (7.48); eine Präzisierung erfolgt getrennt für gerippten und glatten Betonstahl.

$$C_{loc} = C_1 \cdot 2^{(N+1)/2} \cdot (E_L t_L)^{C_2} \quad (7.48)$$

$$= \begin{cases} 0,53 \cdot (E_L t_L)^{0,07} & \text{(gerippter Betonstahl)} \\ 0,62 \cdot (E_L t_L)^{0,06} & \text{(glatter Betonstahl)} \end{cases}$$

Die bisher getroffenen vereinfachenden Annahmen beziehen sich ausschließlich auf Gl. (7.43). Die Qualität der Näherungsbeziehung ist damit auf Basis des Verbundkoeffizienten C_{bs} durch einen Vergleich nach (7.49) zu überprüfen.

$$C_{bs} \leftrightarrow \sqrt{\frac{8A_I \sqrt{f_{cm}}}{(N+1)E_s d_s} \cdot \left(\frac{1}{1+k_{si}} \cdot \frac{2}{1+C_\Delta} \right)^{(N+1)/2}} \quad (7.49)$$

In Abb. 7.12 ist exemplarisch die Abweichung Δ (%) der Näherung C_{bs} gegenüber dem exakten Ausdruck für die Kombination von Stahllaschen mit geripptem Betonstahl mit $d_s = 8$ mm angegeben. Als Folge der Substitution nach Gl. (7.45) sind die Abweichungen in einem $E_L t_L - f_{cm} - \Delta$ -Raum als charakteristische Sattelfläche abzubilden, die für alle Kombinationen geometrisch ähnlich ist. Nach Abb.7.12 sind die Abweichungen für die gewählte Kombination auf $\approx \pm 5\%$ begrenzt.

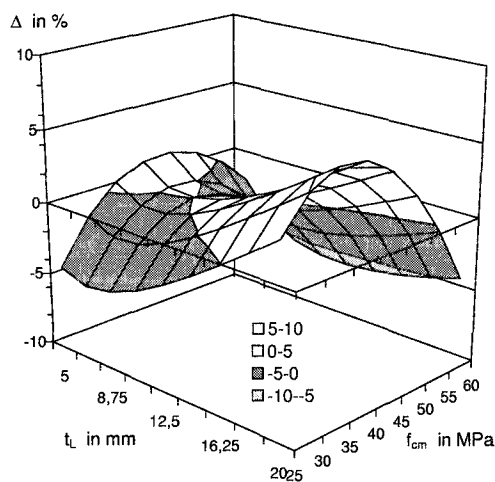


Abbildung 7.12. Abweichung Δ des Näherungsansatzes für den Verbundkoeffizienten C_{bs} von der exakten Lösung (exemplarisch: Stahllaschen in Kombination mit geripptem Betonstahl $d_s = 8$ mm)

Zu den Anwendungsgrenzen der Betondruckfestigkeit hin ergeben sich vorteilhaft konservative Verbundkoeffizienten. Sofern die Dicke bei Stahllaschen nach einem Vorschlag in (Niedermeier 2001) auf 15 mm begrenzt wird, weicht der Näherungsansatz bei Stahllaschen um maximal 7%, bei CFK-Lamellen um maximal 4% vom exakten Ausdruck ab. Bei größeren Laschendicken ergeben sich v.a. in Kombination mit glattem Betonstahl bei hohen Betonfestigkeiten deutlich konservative Ansätze mit Abweichungen von $\approx -10\%$.

Anmerkungen zu einem Vergleich mit Versuchsergebnissen

Eine Verifikation der abgeleiteten Zusammenhänge anhand von Versuchsergebnissen an biegebeanspruchten Bauteilen ist derzeit nicht möglich. Den Verfassern sind keine ausreichend dokumentierten Versuche bekannt, bei denen unzweifelhaft ein Klebeverbundversagen im Bereich der Endauflager versagensauslösend war. Im Allgemeinen treten Versagensformen in Kombination auf; z.B. war das Endverankerungsversagen der Schubversuche in (Zilch u. a. 2000) aller Wahrscheinlichkeit nach auf Schubrissversätze zurückzuführen.

Zur Verifikation der Ansätze erscheinen daher nur die im Rahmen der Ableitungen für zentrisch beanspruchte Bauteile nachgerechneten eigenen Dehnkörperversuche mit Einzelriss zuverlässig. Ein Vergleich mit Rechenwerten des Programmsystems nach 6 - z.B. mit den Parameteruntersuchungen nach Tab. 7.1 - erscheint entbehrlich, da die implementierten Verträglichkeitsbedingungen als konservative Grenzwertbetrachtungen auf Grundlage der Rechenergebnisse zu sehen sind.

7.3.5 Charakteristische GröÙen - Formelapparat

Durch die Näherungsbeziehungen zur Dehnungsermittlung der einbetonierten Bewehrung in Abhängigkeit bekannter bzw. am Bauteil zu ermittelnder GröÙen ist der Formelapparat vollständig. Im Folgenden werden alle Bestimmungsgleichungen mit Bezug auf charakteristische GröÙen zusammenfassend wiedergegeben. Für einen einheitlichen Bezug aller RechengröÙen auf die Betondruckfestigkeit f_{cm} werden die in (Niedermeier 2001) bzw. Abschnitt 4.3 angegeben, auf $f_{cm,cube,200}$ aufbauenden Beziehungen nach Anhang E.1 umgerechnet. Die Übertragung auf charakteristische GröÙen geschieht durch folgende Modifikationen:

- Der charakteristische Wert der Verbundtragfähigkeit einbetonierter Bewehrung ist dem 5%-Quantilwert $A_{k,0.05}$ zugeordnet
- Die charakteristischen KenngröÙen der Verbundtragfähigkeit aufgeklebter Bewehrung werden mittels der charakteristischen Werte der Koeffizienten $c_{\tau,k}$, $c_{e,k}$ und $c_{F,k}$ nach Tab. 4.2 ermittelt.

Da für $l_{bL} < l_{t,lim}$ die Grenzzustände I und II zusammenfallen (vgl. Abb. 7.3), wird durch den gewählten Ansatz gewährleistet, dass die charakteristischen GröÙen der Verbundtragfähigkeiten insbesondere für Stahllaschen nach den Beziehungen in (Niedermeier 2001) (Grenzzustand I) und den Ansätzen des Grenzzustandes II weitestgehend identisch sind.

- Da die Verknüpfung der Bewehrungsstränge über Verträglichkeitsbedingungen im engeren Sinne ein Element der SchnittgröÙenermittlung darstellt, ist für die maßgebenden VerschiebungsgröÙen des Verbundansatzes aufgeklebter Bewehrung die Verwendung von Mittelwerten bei Ansatz der charakteristischen GröÙen der zugehörigen Verbundlängen l_{tk} bzw. $l_{tk,lim}$ vorgesehen. In Abschnitt 7.2 wurde für diesen Ansatz die Einhaltung des durch das 5%-Quantil geforderten Abstandes der charakteristischen Querschnittstragfähigkeiten von den Mittelwerten der Versuchsergebnisse bestätigt.

Querschnittswiderstand:

$$M_{Rk}(l_{bL}) = \epsilon_{LRk}^a(l_{bL}) \cdot E_L A_L \cdot z_L^a + \epsilon_{sRk}^a(l_{bL}) \cdot E_s A_s \cdot z_s^a \quad (7.50)$$

Kennzeichnende GröÙen der Verbundtragfähigkeit der Klebearmierung:

$$\epsilon_{LRk,max}^a = \begin{cases} 0,233 \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{f_{cm} f_{ctm}}}{E_L t_L}} & \text{(Stahllaschen)} \\ 0,252 \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{f_{cm} f_{ctm}}}{E_L t_L}} & \text{(CFK-Lamellen)} \end{cases} \quad (7.51)$$

$$l_{tk} = \begin{cases} 1,428 \cdot \sqrt{\frac{E_L t_L}{\sqrt{f_{cm} f_{ctm}}}} & \text{(Stahllaschen)} \\ 2,190 \cdot \sqrt{\frac{E_L t_L}{\sqrt{f_{cm} f_{ctm}}}} & \text{(CFK-Lamellen)} \end{cases} \quad (7.52)$$

$$\epsilon_{LRk,lim}^a = \begin{cases} 0,211 \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{f_{cm} f_{ctm}}}{E_L t_L}} = 0,906 \cdot \epsilon_{LRk,max}^a & \text{(Stahllaschen)} \\ 0,248 \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{f_{cm} f_{ctm}}}{E_L t_L}} = 0,985 \cdot \epsilon_{LRk,max}^a & \text{(CFK-Lamellen)} \end{cases} \quad (7.53)$$

$$l_{tk,lim} = \begin{cases} 1,130 \cdot \sqrt{\frac{E_L t_L}{\sqrt{f_{cm} f_{ctm}}}} = 0,79 \cdot l_{tk} & \text{(Stahllaschen)} \\ 1,884 \cdot \sqrt{\frac{E_L t_L}{\sqrt{f_{cm} f_{ctm}}}} = 0,86 \cdot l_{tk} & \text{(CFK-Lamellen)} \end{cases} \quad (7.54)$$

Dehnung der Klebarmierung in Abhängigkeit der Verbundlänge l_{bL} :

Grenzzustand I³:

$$\epsilon_{LRk}^a(l_{bL}) = \begin{cases} \frac{l_{bL}}{l_{tk}} \cdot \left(2 - \frac{l_{bL}}{l_{tk}}\right) \cdot \epsilon_{LRk,max}^a & \text{für } l_{tk,lim} < l_{bL} \leq l_{tk} \\ \epsilon_{LRk,max}^a & \text{für } l_{tk} < l_{bL} \end{cases} \quad (7.55)$$

Grenzzustand II:

$$\epsilon_{LRk}^a(l_{bL}) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{l_{bL}}{l_{tk,lim}}\right) \cdot \epsilon_{LRk,lim}^a & \text{für } 0 < l_{bL} \leq l_{tk,lim} \\ \epsilon_{LRk,lim}^a & \text{für } l_{tk,lim} < l_{bL} \end{cases} \quad (7.56)$$

Zugehörige Rissrelativverschiebung der Klebarmierung:

Grenzzustand I - Stahllaschen:

$$s_{Lr}^a(l_{bL}) = \begin{cases} 0,195 \cdot \frac{l_{bL}}{l_{tk}} & \text{für } l_{tk,lim} < l_{bL} \leq l_{tk} \\ 0,195 + (l_{bL} - l_{tk}) \cdot \epsilon_{LRk,max}^a & \text{für } l_{tk} < l_{bL} \end{cases} \quad (7.57)$$

Grenzzustand II - Stahllaschen:

$$s_{Lr}^a(l_{bL}) = \begin{cases} 0,195 \cdot \left(1 - 0,82 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{l_{bL}}{l_{tk,lim}}\right)\right) & \text{für } 0 < l_{bL} \leq l_{tk,lim} \\ 0,195 + (l_{bL} - l_{tk,lim}) \cdot \epsilon_{LRk,lim}^a & \text{für } l_{tk,lim} < l_{bL} \end{cases} \quad (7.58)$$

Grenzzustand II - CFK-Lamellen:

$$s_{Lr}^a(l_{bL}) = \begin{cases} 0,213 \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{l_{bL}}{l_{tk,lim}}\right)\right) & \text{für } 0 < l_{bL} \leq l_{tk,lim} \\ 0,213 + (l_{bL} - l_{tk,lim}) \cdot \epsilon_{LRk,lim}^a & \text{für } l_{tk,lim} < l_{bL} \end{cases} \quad (7.59)$$

Zugehörige Dehnung der einbetonierten Bewehrung:

$$\epsilon_{sRk}^a(l_{bL}) = k_{VB} \cdot C_{bs,k} \cdot (s_{Lr}^a(l_{bL}))^{(N+1)/2} \cdot \left(\frac{d^a - x^a}{d_L^a - x^a}\right)^{(N+1)/2} \quad (7.60)$$

mit

$C_{bs,k}$ nach Gl. (7.61) mit den Kennwerten $C_{b1,k}$ bis C_{b4} nach Tab. 7.3:

$$C_{bs,k} = C_{b1,k} \cdot \sqrt{\frac{(f_{cm})^{C_{b2}}}{E_s \cdot (d_s)^{C_{b3}} \cdot (E_L t_L)^{C_{b4}}}} \quad (7.61)$$

k_{VB} Beiwert zur Anrechnung der Verbundbedingungen:

$k_{VB} = 1,0$ für gute Verbundbedingungen (VB I)

$k_{VB} = 0,7$ für mäßige Verbundbedingungen (VB II)

N Exponent des Verbundansatzes einbetonierter Bewehrung:

$N = 0,25$ für gerippten Betonstahl

$N = 0$ für glatten Betonstahl

In den Gleichungen sind die Größen in folgenden Einheiten einzusetzen:

f_{cm}, f_{ctm}	in MPa;
E_L, E_s	in MPa;
t_L, d_s	in mm;
$l_{bL}, l_{tk,lim}, l_{tk}$	in mm;
s_{Lr}^a	in mm;
$\epsilon_{LRk,lim}^a, \epsilon_{LRk,max}^a$	in m/m;

³ Angesichts der bei CFK-Lamellen vernachlässigbaren Differenzen zwischen den Grenzzuständen I und II kann lediglich bei Stahllaschen die Betrachtung des Grenzzustandes I relevant werden. Im Folgenden werden daher ausschließlich die Beziehungen auf Grundlage des Verbundansatzes für Stahllaschen angegeben. Wegen der geringen Unterschiede bei Verbundlängen $l_{bL} < l_{tk,lim}$ beschränken sich die angegebenen Beziehungen auf den Bereich $l_{bL} > l_{tk,lim}$.

Tabelle 7.3. Koeffizient $C_{b1,k}$ und Exponenten C_{b2} bis C_{b4} für $C_{bs,k}$ nach Gl. (7.61)

Klebbewehrung		Stahllaschen		CFK-Lamellen	
		gerippt	glatt	gerippt	glatt
einbetonierte Bewehrung					
Koeffizient	$C_{b1,k}$	11,907	7,668	2,545	1,292
Exponenten	C_{b2}	1,2	1,8	1,0	1,3
	C_{b3}	0,7	1,0	0,8	1,0
	C_{b4}	0,5	0,7	0,2	0,3

Die Druckzonenhöhe x kann für Rechteckquerschnitte bei vereinfachender Annahme einer linearen Druckspannungsverteilung nach Gl. (7.62) ermittelt werden (vgl. Gl. 4.100).

$$x = \left[-(n_L \rho_L + n_s \rho_s) + \sqrt{(n_L \rho_L + n_s \rho_s)^2 + 2(n_L \rho_L \frac{d_L}{h} + n_s \rho_s \frac{d}{h})} \right] \cdot h \quad (7.62)$$

$$\text{mit } n_L = \frac{E_L}{E_c} \quad n_s = \frac{E_s}{E_c} \quad \rho_L = \frac{A_L}{A_c} \quad \rho_s = \frac{A_s}{A_c}$$

Der Ansatz elastischen Betonverhaltens am auflagernächsten Riss erscheint angesichts der i.A. geringen Momentenbeanspruchung gerechtfertigt. Bei Verstärkung mit Stahllaschen kann Gl. (7.62) durch die Annahme $n_s = n_L$ vereinfacht werden:

$$x = \left[-\rho_{tot} + \sqrt{\rho_{tot}^2 + \frac{2}{n_s} \left(\rho_L \frac{d_L}{h} + \rho_s \frac{d}{h} \right)} \right] \cdot n_s \cdot h \quad (7.63)$$

7.4 Vorschlag eines Nachweiskonzeptes

7.4.1 Überblick

Ein isolierter Nachweis der Zugkraftdeckung klebbearmierter Biegeträger am Endauflager setzt eine Querschnittsbemessung im Bereich maximaler Beanspruchungen einschließlich der Festlegung der erforderlichen Klebbewehrungsquerschnitte voraus. Das Nachweiskonzept baut auf vier wesentlichen Schritten auf:

- Abgrenzung möglicher Lagen des auflagernächsten Risses (Abb. 7.13 ①);
- Bestimmung der Verbundtragfähigkeit der Klebbewehrung in Abhängigkeit der vorhandenen Verbundlänge (Abb. 7.13 ②);
- Ermittlung der zugeordneten Dehnung der einbetonierten Bewehrung (Abb. 7.13 ③);
- Nachweis in Form einer Gegenüberstellung von Einwirkung und verbundbedingtem Querschnittswiderstand (Abb. 7.13 ④).

Die für einen Nachweis erforderlichen Elemente werden im Folgenden zusammengefasst.

7.4.2 Sicherheitskonzept

Das dem Nachweisverfahren zugrunde gelegte Sicherheitskonzept folgt den allgemeinen Vorgaben nach (DIN 1055-100 2001). Es wird generell Bezug auf die in einschlägigen Normenreihen vorgegebenen Teilsicherheitsbeiwerte genommen. Für Bauteilwiderstände werden für den Grenzzustand der Tragfähigkeit bei Vorliegen ständiger oder vorübergehender Bemessungssituationen folgende Größen vorausgesetzt:

$$\begin{aligned} \gamma_c &= 1,50 && \text{für Beton (nach DIN 1045-1 2001)} \\ \gamma_s &= 1,15 && \text{für einbetonierten Betonstahl (nach DIN 1045-1 2001)} \\ \gamma_{Ls} &= 1,10 && \text{für aufgeklebte Stahllaschen (nach DIN 18800-1 1990)} \\ \gamma_{Lc} &= 1,20 && \text{für aufgeklebte CFK-Lamellen nach einem Vorschlag in (fib 2001)} \end{aligned}$$

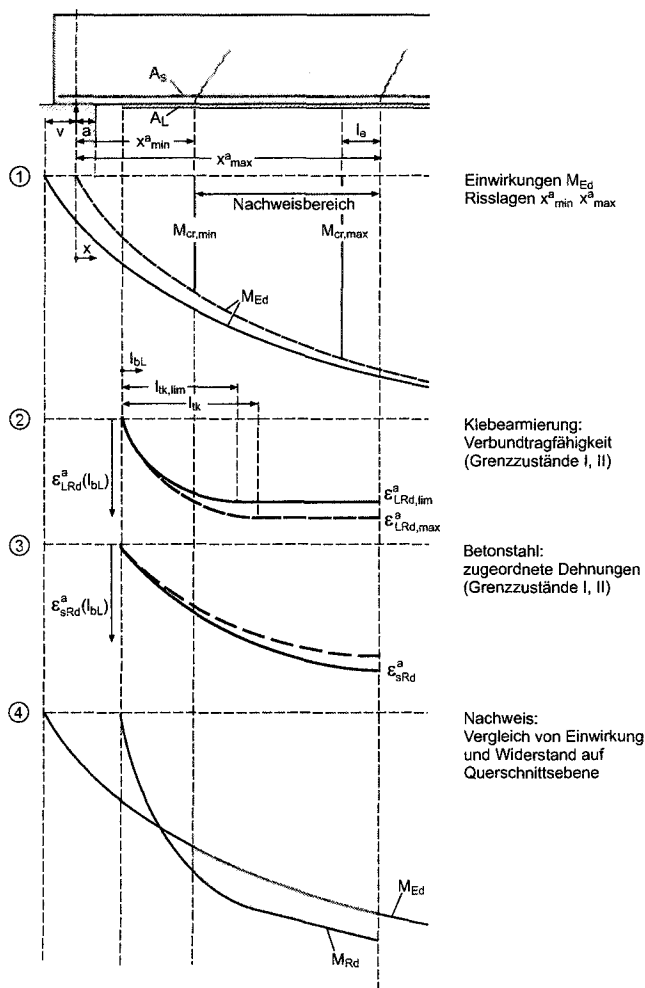


Abbildung 7.13. Nachweis der Zugkraftdeckung am Endauflager biegebeanspruchter Bauteile - schematische Darstellung der Nachweisschritte

In Analogie zu den derzeit geltenden allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen für CFK-Lamellen (z.B. DIBt 2002) sowie korrespondierend mit den Vorschlägen in (fib 2001) wird für ein Verbundversagen aufgeklebter Bewehrung γ_c maßgebend⁴.

Eine wesentliche Reduktion der Verbundtragfähigkeit einbetonierter Bewehrung führt angesichts des duktilen Verbundes i.A. nicht zu einem Verbund- bzw. Verankerungsversagen des einbetonierten Betonstahls, kann aber zu einer deutlich veränderten Zugkraftaufteilung und in Konsequenz zum Verbundversagen der angeklebten Bewehrung führen. Dem entsprechend wird für den Anteil des Querschnittswiderstandes, der der einbetonierten Bewehrung zugeordnet wird, ebenfalls γ_c vorgeschlagen.

7.4.3 Abgrenzung möglicher Lagen des auflagnächsten Risses

Der Bereich, in dem der Nachweis zu führen ist, wird durch die Risslagen x^a_{min} und x^a_{max} nach 4.6.4 eingegrenzt.

⁴ In den derzeit gültigen Zulassungen auf Grundlage von (DIN 1045 1988) wird ein mit γ_c korrespondierender erhöhter globaler Sicherheitsbeiwert $\gamma = 2,1$ für den Verankerungsnachweis angesetzt, sofern keine umschließende Bügelbewehrung vorhanden ist.

7.4.4 Nachweisverfahren

Für den Zugkraftdeckungsnachweis ist zunächst die Verbundtragfähigkeit der Klebearmierung im Bereich $x_{\min}^a \leq x \leq x_{\max}^a$ nach Gl. (7.64) zu berechnen.

$$\epsilon_{LRd}^a(l_{bL}) = \frac{\epsilon_{LRk}^a(l_{bL})}{\gamma_c} \quad (7.64)$$

mit

$$\epsilon_{LRd}^a(l_{bL}) \leq \frac{f_{Ly}}{\gamma_{Ls}} \quad (\text{Stahllaschen})$$

$$\epsilon_{LRd}^a(l_{bL}) \leq \frac{f_{Lu}}{\gamma_{Lc}} \quad (\text{CFK-Lamellen})$$

Die verbundlängenabhängige Verbundbruchdehnung $\epsilon_{LRk}^a(l_{bL})$ ist für Grenzzustand I nach Gl. (7.55), für Grenzzustand II nach Gl. (7.56) zu bestimmen. Die Betrachtung des Grenzzustandes I erübrigt sich für aufgeklebte CFK-Lamellen.

Die Berechnung der zugeordneten Verbundtragfähigkeit der einbetonierten Bewehrung erfordert vorab die Ermittlung der Rissrelativverschiebungen s_{Lr}^a für Grenzzustand I nach Gl. (7.57), für Grenzzustand II nach den Gln. (7.58) (Stahllaschen) bzw. (7.59) (CFK-Lamellen). Der Anteil der einbetonierten Bewehrung am verbundbedingten Querschnittswiderstand folgt Gl. (7.65) mit $\epsilon_{sRk}^a(l_{bL})$ nach Gl. (7.60).

$$\epsilon_{sRd}^a(l_{bL}) = \frac{\epsilon_{sRk}^a(l_{bL})}{\gamma_c} \leq \frac{f_{sy}}{\gamma_s} \quad (7.65)$$

Für lokale Verstärkungen - sofern mit dem Auftreten lediglich eines einzelnen Risses gerechnet werden muss - ist für annähernd symmetrische Verhältnisse ϵ_{sRd}^a mit dem Erhöhungsfaktor C_{loc} nach Gl. (7.48) zu skalieren.

Der durch die Verbundtragfähigkeit der Klebearmierung dominierte Querschnittswiderstand ist durch Gl. (7.66) gegeben.

$$M_{Rd}(l_{bL}) = \epsilon_{LRd}^a(l_{bL}) \cdot E_L A_L \cdot z_L^a + \epsilon_{sRd}^a(l_{bL}) \cdot E_s A_s \cdot z_s^a \quad (7.66)$$

Der Nachweis der Zugkraftdeckung am Endauflager ist erbracht, wenn in jedem Punkt des Intervalls $x_{\min}^a \leq x \leq x_{\max}^a$ der Bemessungswert des Querschnittswiderstandes M_{Rd} gleich oder größer dem um das Versatzmaß verschobenen Bemessungswert der einwirkenden Schnittgröße M_{Ed} ist (Gl. 7.67).

$$M_{Rd}(l_{bL}) \geq M_{Ed} \quad (7.67)$$

Ergänzend ist ein Verankerungsnachweis der einbetonierten Bewehrung für die bei x_{\max}^a vorliegende Zugkraft $\epsilon_{sRd}^a(x = x_{\max}^a) \cdot E_s A_s$ nach den Regelungen in (DIN 1045-1 2001) erforderlich, um die vorausgesetzte Randbedingung (7.24) zu gewährleisten. Dem Nachweis sind die Bemessungswerte der Verbundspannungen f_{bd} nach (DIN 1045-1 2001) bzw. für glatten Stahl Verbundspannungen nach Gl. (7.68) zugrunde zu legen. Gegebenenfalls ist der Traganteil der einbetonierten Bewehrung auf den mit f_{bd} ermittelten Wert zu beschränken.

$$f_{bd,glatt} = \frac{k_{VB} \cdot 0,13 \sqrt{f_{cm}}}{\gamma_c} \quad (7.68)$$

7.4.5 Anwendungsbeispiel

Die wesentlichen Unterschiede des entwickelten Konzepts zum Zugkraftdeckungsnachweis am Endauflager im Vergleich mit den vorliegenden Nachweisverfahren soll anhand des Beispiels nach Abb. 7.14 demonstriert werden.

Die in Abb. 7.14 dargestellte Deckenplatte wird für eine Nutzlasterrhöhung mit zwei Stahllaschen $b_L/t_L = 80/5$ mm/mm verstärkt; im Bereich des Endauflagers ist einbetonierter gerippter Betonstahl BSt 500 S mit $d_s = 8$ mm ($e = 0,1$ m) vorhanden. Die Oberflächenzugfestigkeit f_{ctm} wird nach Gl. (4.21) aus dem Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit

f_{cm} abgeleitet. Mit einer rechnerischen Einleitungslänge $l_e = 0,13$ m ist der Bereich möglicher Risslagen durch die Grenzwerte der Rissmomente festgelegt:

$$\begin{aligned} M_{cr,\min} &= 14,37 \text{ kNm} \rightarrow x_{\min}^{\alpha} = 0,40 \text{ m} \\ M_{cr,\max} &= 43,12 \text{ kNm} \rightarrow x_{\max}^{\alpha} = 1,78 \text{ m} \end{aligned}$$

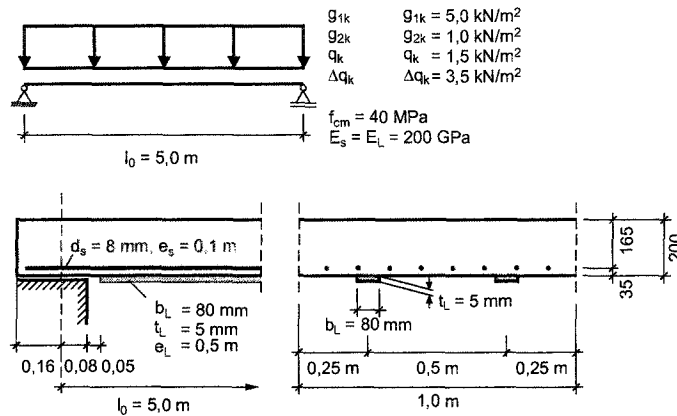


Abbildung 7.14. Anwendungsbeispiel - Statisches System, Querschnitte, Lastannahmen, Baustoffkenngrößen

Die nach den verschiedenen Konzepten zu realisierenden Dehnungen der Bewehrungsstränge in Abhängigkeit der Verbundlänge der Klebarmierung (d.h. dem Abstand zwischen Laschenende und der Lage des auflagnächsten Biegerisses) werden in Abb. 7.15 einander gegenübergestellt.

Der Größtwert der Verbundtragfähigkeit der Klebarmierung wird unabhängig vom gewählten Vorgehen durch $\epsilon_{LRd,\max}^{\alpha}$ bestimmt. Nach den bisher vorliegenden Konzepten ist die Dehnung der einbetonierten Bewehrung über die *Bernoulli*-Hypothese mit der Klebarmierungsdehnung verknüpft; in Konsequenz ist der Verlauf der im Verbundversagensfall anzusetzenden Betonstahldéhnung zum Verlauf der Klebarmierungsdehnung affin, allerdings um das Verhältnis der Abstände zur Déhnungsnulldéhnung reduziert ($\rightarrow \epsilon_{sRd}^{\alpha}(\text{Bernoulli})$).

Der im Rahmen des entwickelten Nachweiskonzeptes definierte Grenzzustand II ist an reduzierte Klebarmierungsdehnungen im Versagensfall geknüpft ($\epsilon_{LRd,\lim}^{\alpha}$); gleichzeitig werden größere entkoppelte Verbundbereiche zugelassen. Die über Verträglichkeitsbedingungen mit der Relativverschiebung der Klebarmierung am Riss verknüpfte Déhnung der Betonstahlbewehrung ist in Abb. 7.15 mit $\epsilon_{sRd}^{\alpha}(\text{GZI})$ und $\epsilon_{sRd}^{\alpha}(\text{GZII})$ wiedergegeben. Da im gewählten Beispiel dünne, gerippte Betonstahlstäbe vorausgesetzt werden, ist gegenüber der *Bernoulli*-Hypothese ein deutlich höheres Déhnungsniveau zu erreichen. Die für Klebarmierung betrachteten, hinsichtlich der entkoppelten Verbundlänge verschiedenen Grenzzustände haben unterschiedliche Déhnungsniveaus der einbetonierten Bewehrung zur Folge. Durch größere entkoppelte Längen (GZ II), damit zunächst größere Relativverschiebungen am Rissquerschnitt, kann die einbetonierte Bewehrung stärker aktiviert werden. Bei großen Verbundlängen wird der Effekt durch die höhere Déhnung des Klebarmierungsstranges im GZ II kompensiert.

In Abb. 7.16 ist zunächst der Querschnittswiderstand, der durch die Verbundtragfähigkeit der Klebarmierung bestimmt wird und dem entsprechend die über die *Bernoulli*-Hypothese zugeordnete Betonstahlzugkraft enthält, im Vergleich mit dem einwirkenden Biegemoment M_{Ed} eingetragen. Die Linie - vereinfachend mit „ $M_{Rd}(\text{Bernoulli})$ “ bezeichnet, entspricht dem Querschnittswiderstand nach dem in (Niedermeier 2001) vorgestellten Konzept, mit dem Verträglichkeiten oder Zugkraftumlagerungen nicht berücksichtigt werden können⁵. Die in den vorliegenden Nachweiskonzepten (vgl. Neubauer 2000; Niedermeier 2001) enthaltene Beschränkung der Klebarmierungsdehnung auf $\epsilon_{LRd,\max}^{\alpha}$

⁵ In Abb. 7.16 wird nur der Bereich des Bauteils mit aufgeklebter Bewehrung betrachtet. Zwischen der Auflagerlinie und dem Beginn der Lasche bei $x = 130$ mm wird der Bauteilwiderstand alleine vom einbetonierten Betonstahl und dessen Verankerungslänge bestimmt; der

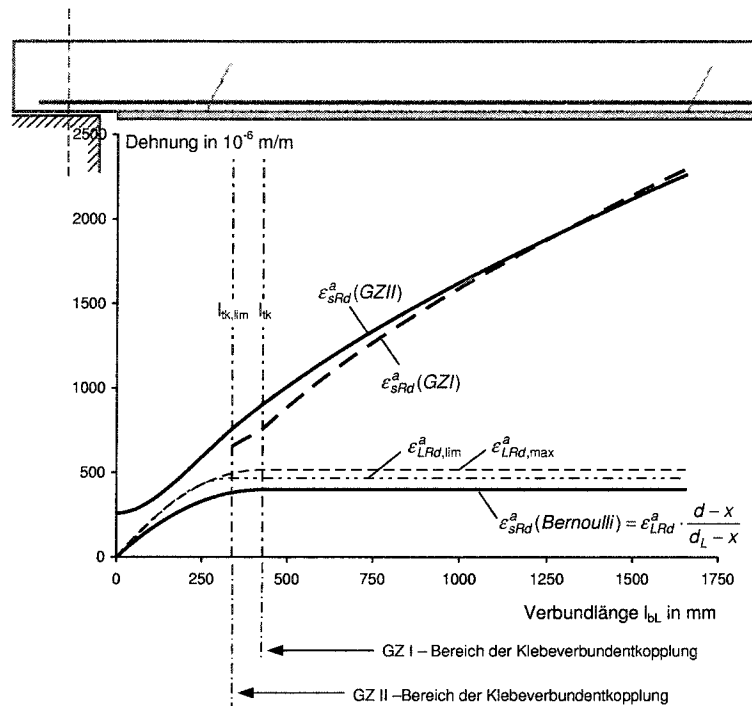


Abbildung 7.15. Anwendungsbeispiel - Verbundtragfähigkeit der Klebarmierung in den Grenzzuständen I ($\epsilon_{LRd,max}^a$) und II ($\epsilon_{LRd,lim}^a$); Betonstahldehnung bei Voraussetzung einer ebenen Dehnungsverteilung ($\epsilon_{sRd}^a(Bernoulli)$) und bei Anrechnung von Verträglichkeitsbedingungen und möglichen Umlagerungen ($\epsilon_{sRd}^a(GZI)$, $\epsilon_{sRd}^a(GZII)$) - jeweils in Abhängigkeit der Verbundlänge der Klebarmierung

in Verbindung mit der Hypothese nach *Bernoulli* ist bei im Nachweisbereich konstanten Querschnitts- und Bewehrungsverhältnissen - wie in Abb. 7.16 wiedergegeben - gleichbedeutend mit der Limitierung des Querschnittswiderstandes M_{Rd} auf den bei l_{tk} vorliegenden Wert.

Darüber hinaus ist der den Grenzzuständen I und II zugeordnete Bauteilwiderstand M_{Rd} nach dem vorgeschlagenen Nachweis-konzept für den Bereich mit aufgeklebten Bewehrung im durch x_{min}^a und x_{max}^a abgegrenzten Nachweisbereich eingetragen.

Nach Abb. 7.16 ist für die exemplarisch dargestellte Konfiguration ein Zugkraftdeckungs-nachweis auf Grundlage des Konzeptes nach *Niedermeier* nicht zu führen; im gesamten Intervall $x_{min}^a \leq x \leq x_{max}^a$ ist M_{Rd} kleiner als die einwirkende, um das Versatzmaß verschobene Schnittgröße M_{Ed} . Bei Berücksichtigung von Verträglichkeitsbedingungen und Umlagerungsmöglichkeiten der Zugkraft zur einbetonierten Bewehrung durch eine lokale Entkopplung des Klebarmierungsstranges gelingt der Nachweis dagegen für beide betrachteten Grenzzustände. Insbesondere im Bereich $x > l_{tk}$ kann durch die Annahme lokal entkoppelten Klebeverbundes eine signifikante Zunahme der zu aktivierenden Betonstahlzugkraft - damit bei konstanten Dehnungen der Klebarmierung ($\epsilon_{LRd,max}^a \rightarrow$ GZ I, $\epsilon_{LRd,lim}^a \rightarrow$ GZ II) ein deutlicher Anstieg des rechnerischen Querschnittswiderstandes erreicht werden.

daraus resultierende Bauteilwiderstand ist nicht wiedergegeben. Insbesondere im Vergleich mit dem Bereich am Beginn der Lasche ($x > 130$ mm) kann der alleine von der einbetonierten Bewehrung bestimmte Widerstand größer als der des kombinierten Systems unter Einschluss der angeklebten Bewehrung sein. Aus der Voraussetzung intakten Verbundverhaltens insbesondere am Laschenende - dem Bereich der Endverankerung - folgt demnach eine charakteristische Reduktion des Bauteilwiderstands am Laschenende von einem definierten Wert auf 0.

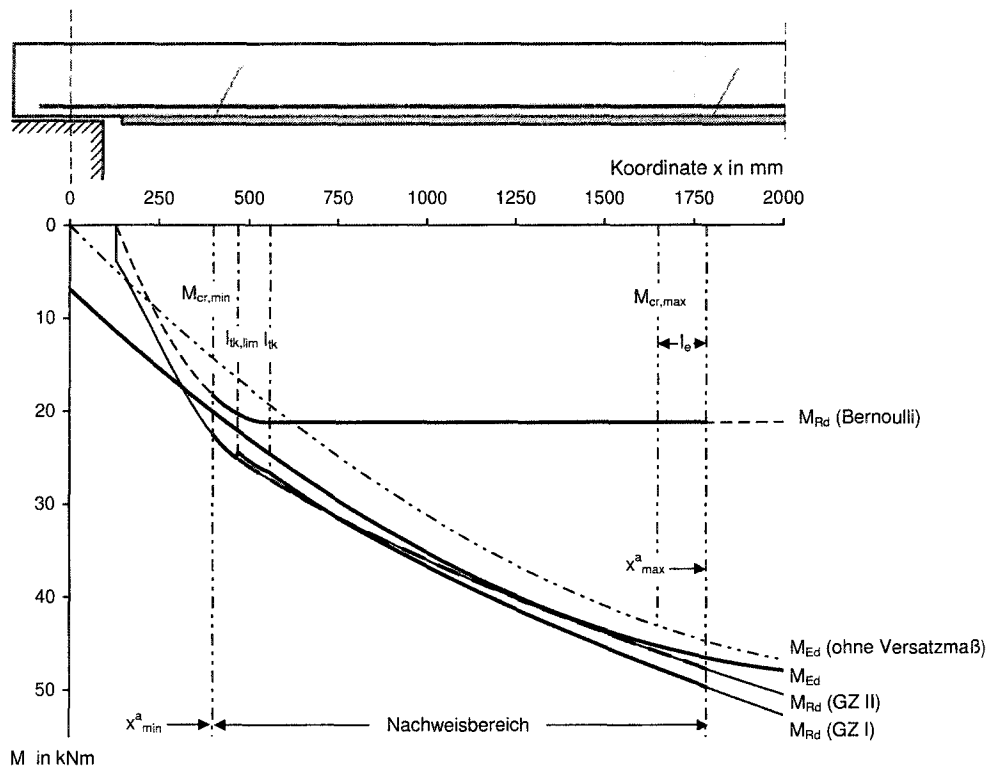


Abbildung 7.16. Anwendungsbeispiel - Einwirkendes Biegemoment M_{Ed} im Vergleich mit den durch die Verbundtragfähigkeit der Klebarmierung bestimmten Querschnittswiderständen auf Basis der *Bernoulli*-Hypothese nach (Niedermeier 2001) bzw. nach dem vorgeschlagenen Nachweis-konzept (Darstellung auf den Bereich mit aufgeklebter Lasche ($x > 130$ mm) beschränkt)

7.5 Fazit

Das vorgestellte Konzept zum Zugkraftdeckungs-nachweis am auflagnächsten Biegeriss basiert auf analytischen Lösungen des entkoppelten DGL-Systems des verschieblichen Verbundes gemischt bewehrter Bauteile. Die Verknüpfung der Bewehrungsstränge im Rissquerschnitt erfolgt durch Verträglichkeitsbedingungen, die durch die Auswertung einer Vielzahl von Dehnkörperversuchen gewonnen wurden. Die erforderliche Anpassung der Verträglichkeitsbedingungen an die Randbedingungen des auflagnächsten Risses - der Einfluss des Zugkraftaufbaus im angrenzenden, querkraftbeanspruchten Bereich sowie die Auswirkungen unterschiedlicher Abstände zur neutralen Achse des Querschnittes - wird durch Näherungsansätze auf Basis eines eigens entwickelten Rechenmodells erreicht.

Die Berücksichtigung der Verträglichkeit führt insbesondere bei Kombination von Stahllaschen üblicher Dicke mit einbetoniertem, geripptem Betonstahl gegenüber der Hypothese nach *Bernoulli* zu einer signifikanten Verminderung der rechnerisch auf die Klebarmierung entfallenden Dehnungen. In das auf einer Grenzzustandsbetrachtung aufbauende Nachweis-konzept umgesetzt, bedeutet dieser Umstand, dass deutlich größere Zugkraftanteile von der einbetonierten Bewehrung aufgenommen werden können.

Die Anrechnung lokaler Klebeverbundentkopplungen ermöglicht insbesondere bei Verbundlängen, die über $l_{t,lim}$ hinausgehen, gegenüber den bisher vorliegenden Konzepten eine Umlagerung von Zugkraftanteilen nennenswerter Größe auf die einbetonierte Bewehrung. Im Kontext eines an Grenzzuständen orientierten Nachweises geht damit ein deutlicher Anstieg des am Gesamtquerschnitt zu realisierenden Widerstandsmomentes einher. Insbesondere bei Platten des üblichen Hochbaus, bei denen sich der unter Bemessungslasten rechnerisch ungerissene Bereich im ungünstigsten Fall weit in das Feld hinein erstrecken kann, können mit dem vorgestellten verbundorientierten Zugkraftdeckungs-nachweis wesentlich gesteigerte Querschnittswiderstände ermittelt werden.

Ein wirtschaftlicher Nachweis der Endverankerung ist mit dem entwickelten Konzept vor allem bei gerippter Betonstahlbewehrung möglich.

Die Formulierung des Zugkraftdeckungsnachweises nach dem Konzept von *Niedermeier*, ggf. unter Berücksichtigung von Verbundbeiwerten nach (Zilch und Zehetmaier 2004) zur näherungsweise Anrechnung von Verträglichkeitsbedingungen im querkraftbeanspruchten Bereich, ist primär auf den Einsatz EDV-basierter Hilfsmittel ausgerichtet; die Implementierung des vorgestellten, verfeinerten Nachweiskonzepts kann ohne Einschränkungen erfolgen. Eine Handrechnung ist möglich, da auf eine iterative Vorgehensweise verzichtet wird, allerdings bietet sich angesichts des erforderlichen kontinuierlichen Nachweises die Verwendung von Tabellenkalkulationsprogrammen an.

Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird auf der Grundlage von experimentellen und numerischen Untersuchungen ein Konzept für einen verbundorientierten Zugkraftdeckungs-nachweis am auflagnächsten Riss biegebeanspruchter Bauteile entwickelt. Mit den For-maten wird im Unterschied zu den gegenwärtig vorliegenden Nachweisverfahren für die Endverankerung des Klebearmierungsstranges erstmals eine Berücksichtigung der durch stark unterschiedliches Verbundverhalten hervorgerufenen Zugkraftunterschiede der Be-wehrungsstränge, damit die Abweichungen gegenüber der nach der *Bernoulli*-Hypothese unterstellten Aufteilung möglich. Zudem können Zugkraftumlagerungen zur einbetonier-ten Bewehrung, ausgelöst durch lokale Klebeverbundentkopplung, angerechnet werden. Die gekoppelte Betrachtung der Bewehrungsstränge erfordert naturgemäß eine Abkehr von der bisher möglichen Trennung der Nachweise für angeklebte und einbetonierte Be-wehrung; das hier vorgestellte Konzept basiert auf einer Gegenüberstellung von Bemessungswerten der einwirkenden Schnittgrößen mit Bemessungswerten des Querschnittswi-derstandes.

Da angesichts der bruchmechanischen Begrenzung der Verbundtragfähigkeit des Kle-bearmierungsstranges am Einzelriss ein Endverankerungsnachweis an einem diskreten Querschnitt nicht hinreichend ist, wird zunächst der Nachweisbereich - festgelegt durch die möglichen Lagen des äußersten Biegerisses - bestimmt. Durch eine Gegenüberstel-lung mit Rissbeobachtungen bei Biegeversuchen kann dargelegt werden, dass der An-satz oberer und unterer Grenzwerte der Biegezugfestigkeit - abgeschätzt durch die 0,7- bzw. 1,3-fache Oberflächenzugfestigkeit zusammen mit einer Eingrenzung des Einflusses der Bauteilhöhe - in Verbindung mit der rechnerischen Einleitungslänge der Risschnitt-größe nach *Niedermeier* eine zuverlässige Abgrenzung des Nachweisbereichs ermöglicht. Angesichts des erforderlichen kontinuierlichen Zugkraftdeckungs-nachweises sind alle Be-stimmungsgleichungen zur Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit in Abhängigkeit der Laufkoordinate bzw. der Verbundlänge l_{bL} dargestellt.

Die dem Ingenieurmodell zugrunde gelegten Verträglichkeitsbedingungen - die Verknüpfungsbeziehungen der Bewehrungsstränge über Relativverschiebungen im aufla-gernächsten Rissquerschnitt - werden auf Basis von Versuchen an 56 gemischt bewehrten Dehnkörpern abgeleitet. Dazu werden von den Verfassern durchgeführte Versuche aus einem grundlagenorientierten, durch die *Deutsche Forschungsgemeinschaft* geförderten Vorhaben herangezogen und durch eigens im Rahmen des vorliegenden Vorhabens durch-geführte Versuche, die speziell auf die Verstärkung mit Stahlflaschen bei praxisüblichen Laschendicken in Kombination mit glattem und geripptem Betonstahl abzielen, ergänzt. Die experimentellen Untersuchungen erfassen damit ein breites Spektrum der derzeit baupraktisch relevanten Kombinationen; aufgeklebte CFK-Lamellen und Stahlflaschen werden in Kombinatın mit geripptem bzw. glattem Betonstahl bei unterschiedlichen Be-tonfestigkeitsklassen geprüft.

Angesichts der komplex vernetzten Abhängigkeiten verschiedener Einflussgrößen auf das Zusammenwirken gelingt eine aussagekräftige Versuchsauswertung wie auch eine sinnvolle Übertragung der Verträglichkeitsbedingungen auf biegebeanspruchte Bauteile nur in Verbindung mit Rechenmodellen. Der vorliegende Bericht fasst die notwendigen Modellgrundlagen in gebotener Breite zusammen. Neben den verwendeten Verbundmodellen für angeklebte und einbetonierte Bewehrung werden idealisierte Verträglichkeitsbedingungen erläutert. Die Modellgrundlagen werden durch ein Rissbildungsmodell und die in dieser Tiefe erstmals vorgestellte Entwicklung grundlegender Energieformulierungen von Verbundproblemen, die eine einfache Ableitung von Zusammenhängen zwischen Relativverschiebung und Dehnung ermöglichen, ergänzt.

Zur Abbildung biegebeanspruchter Bauteile, d.h. zur Übertragung der an Dehnkörpern ermittelten Verträglichkeitsbedingungen auf die Randbedingungen des auflagnächsten Rissquerschnittes wird ein als *diskretes Rissmodell* konzipiertes Rechenmodell verwendet, das im Rahmen der Untersuchung des Zusammenwirkens aufgeklebter und einbetonierter Bewehrung entwickelt wurde (vgl. Zilch und Zehetmaier 2004). Erstmals wird unter Verzicht auf die Hypothesen von *Bernoulli* und *Navier* der Dehnungs- und Relativverschiebungszustand der Bewehrungsstränge über das Gesamtsystem bei expliziter Erfüllung der Verträglichkeitsbedingungen in den Rissquerschnitten numerisch-iterativ ermittelt. Der Vergleich von Mess- und Rechenwerten diskreter Dehnungen insbesondere im querkraftbeanspruchten Bereich bzw. im auflagnächsten Rissquerschnitt belegt die grundsätzliche Eignung des Rechenmodells zur Abbildung verstärkter Stahlbetonbauteile. Durch das Programmsystem werden die Auswirkungen unterschiedlicher Abstände der Bewehrungsstränge zur neutralen Achse des Querschnittes, die aus der Querkraftwirkung resultierenden Effekte sowie mögliche Zugkraftumlagerungen von angeklebter zur einbetonierter Bewehrung infolge lokaler Klebeverbundentkopplung nachvollziehbar.

Das entwickelte Konzept des Zugkraftdeckungsnachweises am Endauflager baut grundlegend auf einem bilinearen Verbundansatz für aufgeklebte Bewehrungselemente auf. Für Stahllaschen wird der umfangreich experimentell belegte Ansatz nach *Niedermeier* adaptiert, für CFK-Lamellen werden auf Basis eigener Versuche maßgebende Parameter des Ansatzes abgeleitet. Einbetonierte gerippte Bewehrung wird durch ein Verbundmodell in Anlehnung an *Noakowski* bzw. *Eligehausen*, das an eigenen Verbundversuchen kalibriert wurde, abgebildet. Für glatten Betonstahl werden auf der Grundlage der Versuche von *Martin* und *Noakowski* bzw. eigener Verbundversuche Ansätze für konstante Verbundspannungen angegeben. Für beide Bewehrungsstränge werden angesichts der damit möglichen geschlossenen Lösungen globale Verbundansätze gewählt. Lokale Mechanismen, insbesondere die beanspruchungsabhängig fortschreitende Beeinträchtigung der Verbundwirkung unmittelbar am Rissquerschnitt, die bei einbetonierter Bewehrung in der Bildung eines Ausbruchkegels und in Analogie dazu bei Klebearmierung in der Formation eines Bruchkeils mündet, werden summarisch in den Verträglichkeitsbedingungen berücksichtigt. Damit wird die Ableitung von Zusammenhängen zwischen Dehnungen und Relativverschiebungen der Bewehrungsstränge auf Basis der analytischen Lösungen der Differentialgleichungen des verschieblichen Verbundes möglich.

Zur Ermittlung der Verbundtragfähigkeit des Klebearmierungsstranges in Abhängigkeit der Verbundlänge l_{bL} werden zwei Grenzzustände definiert. Grenzzustand I (GZ I) ist der in vorliegenden Nachweiskonzepten ebenfalls angesetzten maximalen Verbundtragfähigkeit zugeordnet; gleichzeitig können lokale Verbundentkopplungen und damit Zugkraftumlagerungen nur in beschränktem Maß zugelassen werden. Demgegenüber entspricht Grenzzustand II (GZ II) der maximal möglichen Klebeverbundentkopplung bei gegenüber GZ I i.A. reduzierter Laschendehnung; Zugkraftumlagerungen zur einbetonierten Bewehrung können damit in weit stärkerem Maß ausgenutzt werden. Die Zuordnung des maßgebenden Querschnittswiderstandes zu den Grenzzuständen ist angesichts der Abhängigkeit von den jeweils vorliegenden Dehnsteifigkeitsverhältnissen $E_L A_L / E_s A_s$ nicht *a priori* möglich. Allerdings kann bei CFK-Lamellen wegen der vernachlässigbaren Unterschiede zwischen GZ I und GZ II, die auf den geringen Anteil der elastischen Verbundenergie am Verbundwiderstand zurückzuführen sind, auf eine Differenzierung verzichtet werden.

Ausgehend von den Dehnungs- und Relativverschiebungszuständen des Klebarmierungsstranges in den Grenzzuständen I und II kann über Verträglichkeitsbedingungen die zugeordnete Zugkraft der einbetonierten Bewehrung ermittelt werden.

Der maßgebende Querschnittswiderstand resultiert aus den Bemessungswerten der Verbundtragfähigkeit der Klebarmierung und der zugeordneten Zugkraft einbetonierter Bewehrung, die i.A. deutlich unter deren Verbundtragfähigkeit liegt. Streuungen der Verbundeigenschaften werden jeweils durch untere charakteristische Parameter der Verbundansätze in Kombination mit Teilsicherheitsbeiwerten berücksichtigt.

Abschließend wird anhand eines praxisnahen Beispiels dargestellt, dass insbesondere durch die Anrechnung von lokalen Verbundentkopplungen beträchtliche Zugkraftumlagerungen zur einbetonierten Bewehrung, dadurch in Bereichen oberhalb der mindestens erforderlichen ($l_{t,lim}$) bzw. wirksamen (l_t) Verbundlänge gegenüber den vorliegenden Konzepten erhebliche Steigerungen des Querschnittswiderstandes möglich sind.

Bezeichnungen

Vorbemerkung

Die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Bezeichnungen lehnen sich weitestgehend an die Notation nach (DIN 1045-1 2001) an. Soweit im Text nicht näher erläutert, gelten folgende Abkürzungen und Bezeichnungen:

Große lateinische Buchstaben

<i>A</i>	Fläche, Parameter des Verbundansatzes für Betonstahl
<i>B</i>	Parameter des Verbundansatzes für Betonstahl
<i>C</i>	Konstante, Koeffizient zur Bestimmung von $\tau_{s,\max}$
<i>E</i>	Elastizitätsmodul
<i>F</i>	Kraft
<i>G</i>	Energie
<i>M</i>	Biegemoment
<i>N</i>	Normalkraft, Parameter des Verbundansatzes für Betonstahl
<i>R</i>	Tragwiderstand
<i>U</i>	Umfang
<i>V</i>	Querkraft

Abkürzungen

Abb.	Abbildung
CFK	kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff
DGL	Differentialgleichung
DMS	Dehnmessstreifen
EA	Endverankerung (Nachweis am auflagernächsten Biegeriss)
Gl.	Gleichung
GZ	Grenzzustand
RS	Referenzsystem
Tab.	Tabelle
VB	Verbundbereich der einbetonierten Bewehrung

Kleine lateinische Buchstaben

<i>b</i>	Breite
<i>c</i>	Betondeckung, Konstante
<i>d</i>	statische Nutzhöhe der Betonstahlbewehrung
<i>f</i>	Festigkeit
<i>h</i>	Höhe
<i>k</i>	Koeffizient, Konstante
<i>l</i>	Länge
<i>n</i>	Elementanzahl
<i>s</i>	Relativverschiebung
<i>t</i>	Dicke
<i>u</i>	Verlängerung

w	Rissbreite
x	Druckzonenhöhe
z	Hebelarm

Griechische Buchstaben

α	Winkelgröße
β	Festigkeit
γ	Teilsicherheitsbeiwert
δ	Verhältnis der Rissdehnungen, Verbundbeiwert
ϵ	Dehnung
η	bezogene Dehnung
κ	bezogene Dehnung
λ	Rechengröße zur Beschreibung des Verbundverhaltens der Klebarmierung
ξ	Verbundbeiwert (Spannbeton)
ρ	geometrischer Bewehrungsgrad
σ	Normalspannung
τ	Schubspannung
ω	Rechengröße zur Beschreibung des Verbundverhaltens der Klebarmierung
Δ	Differenz

Hochzeiger

a	Endverankerung, auflagernächster Biegeriss
i	Element mit $0 \leq i \leq n$
j	Elementrand mit $j \in \{1, 2\}$
II	Größe nach Dehnungsebenheit im gerissenen Querschnitt

Fußzeiger

a	abgeschlossenes Erstrissbild
b	Verbund
c	Beton, Druck
d	Bemessungswert
e	elastisch, Klebeverbundentkopplung, Einzelriss
i	Initialzustand
k	charakteristischer Wert
m	Mittelwert
p	Spannstahl
r	Größe im Rissquerschnitt

s	Betonstahl
t	Zugfestigkeit, Zeitpunkt
u	Bruchzustand
x	Krümmungseinfluss (Biegung)
y	Fließ-, Streckgrenze
bL	Verbund Klebarmierung
bs	Verbund Betonstahl
cal	rechnerisch ermittelte Größe
$cube$	Würfel
eff	effektiv, wirksam
exp	experimentell ermittelte Größe
fl	Biegung
$init$	Initialzustand
lim	Grenzwert
max	maximaler Wert
min	minimaler Wert
sf	entfestigend
$s2$	Druckbewehrung
sur	Oberfläche
tot	gesamt
E	Beanspruchung
F	Bruch
L	Klebarmierung
R	Tragwiderstand, Reibung
V	verstärkter Zustand
EA	Endauflager
Ed	Bemessungswert einer Beanspruchung
Rd	Bemessungswiderstand
RVE	Repräsentative Volumeneinheit
SA	Symmetrieachse
VB	Verbundbereich (Betonstahl)
τ	Größe bezogen auf τ_{L1}
0	Ausgangszustand, Zustand am Relativverschiebungsruehpunkt, unverstärkter Zustand
0.05	5%-Quantil
0.95	95%-Quantil
I	Verbundbereich I (Betonstahl)
II	Verbundbereich II (Betonstahl)

Große lateinische Buchstaben mit Indizes

A_c	Brutto-Betonquerschnittsfläche
A_L	Querschnittsfläche Klebarmierung

A_s	Querschnittsfläche Betonstahl - Zugbewehrung	V_X	Variationskoeffizient einer Stich- probe
A_{s2}	Querschnittsfläche Betonstahl - Druckbewehrung		
C_b	Koeffizient, Exponent (EA)	Kleine lateinische Buchstaben mit Indizes	
C_{bs}	Verbundkoeffizient einbetonier- ter Bewehrung (EA)	b_L	Breite des Klebarmierungsele- mentes
C_{loc}	Erhöhungsfaktor für Nachwei- se lokaler Verstärkungen (EA)	c_e	Koeffizient des Verbundansat- zes für Klebarmierung ($\rightarrow G_e$)
C_Δ	Proportionalitätsfaktor der Ver- träglichkeitsbedingung (EA)	c_F	Koeffizient des Verbundansat- zes für Klebarmierung ($\rightarrow G_F$)
$D_{k,max}$	Größtkorndurchmesser	c_T	Koeffizient des Verbundansat- zes für Klebarmierung ($\rightarrow \tau_{L1}$)
E_c	E-Modul Beton	c_s	Formfaktor, Dehnungsverhältnis $\Delta\epsilon_s/\epsilon_{sr}$
E_L	E-Modul Klebarmierung	c_L	Dehnungsverhältnis $\Delta\epsilon_L/\epsilon_{Lr}$
E_s	E-Modul Betonstahl	c_{lim}	Grenzwert
F_a	Zugkraft bei Erreichen des ab- geschlossenen Erstrissbildes (zen- tr. Zug)	d_L	statische Nutzhöhe der Klebe- armierung
F_{cr}	Risschnittgröße (zentr. Zug)	d_p	Durchmesser Spannstahl
F_e	Zugkraft bei einsetzender Kle- beverbundentkopplung (zentr. Zug)	d_s	Durchmesser Betonstahl - Zug- bewehrung
G_b	Verbundenergie	d_{s2}	Durchmesser Betonstahl - Druck- bewehrung
$G_{b,L}$	Verbundenergie Klebarmierung (allgemein)	d_2	statische Nutzhöhe der Druck- bewehrung
$G_{b,s}$	Verbundenergie Betonstahl (all- gemein)	f_c	Betondruckfestigkeit (Zylinder)
G_e	elastische Verbundenergie (Kle- barmierung)	f_{ct}	Betonzugfestigkeit (zentrisch)
G_F	Verbundbruchenergie (Klebarm- ierung)	$f_{ct,eff}$	wirksame Betonzugfestigkeit
G_{sf}	Verbundenergie des entfestigen- den Verbundbereichs (Klebe- armierung)	$f_{ct,fl}$	Biegezugfestigkeit Beton
K_s	Fraktalfaktor	$f_{ct,sur}$	Oberflächenzugfestigkeit Beton
M_{cr}	Risschnittgröße (Biegung)	f_{bd}	Bemessungswert der Betonstahl- Verbundtragfähigkeit nach (DIN 1045-1 2001)
M_{Ed}	Bemessungswert des einwirken- den Biegemoments	f_{Lu}	Zugfestigkeit CFK-Lamellen
M_{Rd}	Bemessungswert des Widerstands- momentes	f_{Ly}	Streckgrenze Stahllaschen
M_{u0}	Querschnittswiderstand vor der Verstärkung (\rightarrow DIN 1045 1988)	f_{sy}	Streckgrenze Betonstahl
M_{uV}	Querschnittswiderstand nach der Verstärkung (\rightarrow DIN 1045 1988)	k_b	Beiwert zur Berücksichtigung des Breiteneinflusses (Verbundansatz Klebarmierung)
R_{eH}	oberer Wert der Streckgrenze	k_c	Beiwert zur Berücksichtigung der Orientierung der Oberfläche (Ver- bundansatz Klebarmierung)
R_m	Zugfestigkeit	k_{cr}	Rissbildungsfaktor
U_s	Umfang Betonstahl	k_s	Korrekturfunktion der Verträglich- keitsbedingung

k_{si}	Korrekturwert der Verträglichkeitsbedingung des Initial- bzw. Einzelrisszustandes	w_s	Rissbreite auf Höhe der Betonstahlbewehrung
k_x	Verträglichkeitsbedingung bei biegebeanspruchten Bauteilen (allgemein)	x_{\max}^a	größtmöglicher Abstand des äußersten Biegerisses zur Auflagerlinie
l_b	Verbundlänge	x_{\min}^a	kleinstmöglicher Abstand des äußersten Biegerisses zur Auflagerlinie
l_{bL}	Verbundlänge der Klebarmierung (EA)	x_p	p-Quantil der Verteilung einer Größe x
l_{bs}	Verbundlänge des Betonstahls (EA)	z_L	Hebelarm der Klebarmierung
l_e	Einleitungslänge	z_s	Hebelarm des Betonstahl
l_{ea}	gemeinsame Einleitungslänge bei abgeschlossenem Erstrissbild	Griechische Buchstaben mit Indizes	
l_{ee}	maßgebende Einleitungslänge bei Erstrissbildung	β_w	Betondruckfestigkeit
l_{eL}	Einleitungslänge Klebarmierung	δ_L	Verhältnis der Dehnungen der Bewehrungsstränge im Rissquerschnitt $\epsilon_{Lr}/\epsilon_{sr}$
l_{es}	Einleitungslänge Betonstahl	$\delta_{L,\text{lim}}$	Dehnungsverhältnis bei Klebeverbundentkopplung am Einzelriss
l_r^i	Länge des Elements i	δ_{Lk}	um Krümmungseinfluss bereinigtes (bezogenes) Dehnungsverhältnis der Bewehrungsstränge bei biegebeanspruchten Bauteilen
l_t	der Verbundbruchkraft zugeordnete Verbundlänge (Klebarmierung)	ϵ_L	Dehnung der Klebarmierung
$l_{t,\text{lim}}$	der größtmöglichen lokalen Verbundentkopplung zugeordnete Verbundlänge (Klebarmierung)	ϵ_{Le}	Dehnung bei einsetzender Klebeverbundentkopplung
l_v	Verbundlänge (Ausziehversuche)	$\epsilon_{LR,\text{max}}^a$	Verbundbruchdehnung am Einzelriss für $l_{bL} \rightarrow \infty$ (EA)
n_L	E_L/E_c	$\epsilon_{LR,\text{lim}}^a$	Dehnung am Einzelriss bei maximal möglicher lokaler Verbundentkopplung (EA)
n_s	E_s/E_c	ϵ_s	Dehnung der Betonstahlbewehrung
s_{cr}	Rissabstand	ϵ_{sR}^a	verbundbedingter Widerstand der einbetonierten Bewehrung (EA)
$s_{crm,e}$	mittlerer Rissabstand im Einzelrisszustand	η_b	Biegeverstärkungsgrad M_{u0}/M_{uV}
$s_{crm,a}$	mittlerer Rissabstand bei abgeschlossenem Erstrissbild	η_L	Dehnungsverhältnis $\epsilon_{Lr}/\epsilon_L^{II}$
s_L	Relativverschiebung der Klebarmierung	η_s	Dehnungsverhältnis $\epsilon_{sr}/\epsilon_s^{II}$
s_{L1}	Grenzwert der elastischen Relativverschiebung	κ_L	Dehnungsverhältnis $\epsilon_{Lr}/\epsilon_{Lm}$
s_{L0}	Relativverschiebung bei einsetzender Verbundentkopplung	κ_s	Dehnungsverhältnis $\epsilon_{sr}/\epsilon_{sm}$
s_s	Relativverschiebung des Betonstahls	ξ_1	Verhältnis der mittleren Verbundspannungen (Spannbeton)
s_X	Mittelwert einer Stichprobe	ξ_L	Verbundbeiwert
t_L	Dicke der Klebarmierung		
w_L	Rissbreite auf Höhe des Klebarmierungsstranges		
w_r	Rissbreite (allgemein)		

ρ_L	geometrischer Bewehrungsgrad der Klebarmierung
ρ_s	geometrischer Bewehrungsgrad des Betonstahls
$\sigma_{L,cr}$	Spannung der Klebarmierung infolge der Risschnittgröße
$\sigma_{s,cr}$	Betonstahlspannung infolge der Risschnittgröße
τ_{L1}	Verbundspannungsmaximum der Klebarmierung
$\tau_{s,max}$	Verbundspannungsmaximum des Betonstahls
τ_{sR}	Reibverbundspannung des Betonstahl
$\tau_{s,0.1}$	Verbundspannung bei einer Betonstahlrelativverschiebung von 0,1 mm
Δs_{sr}^{ij}	dem Element i zugeordnete Differenzverschiebung an Risser j bei biegebeanspruchten Bauteilen

Vektoren

$\mathbf{F}^{\dot{i}j}$	Vektor der inneren Kräfte ¹
$\mathbf{P}^{\dot{i}j}$	Vektor der äußeren Schnittgrößen
$\mathbf{s}_r^{\dot{i}j}$	Vektor der Relativverschiebungen
$\epsilon_r^{\dot{i}j}$	Vektor der Bewehrungsdehnungen

¹ Die Hochzeiger bezeichnen jeweils das Risser j des Elementes i .

Literatur

- Alvarez 1998** ALVAREZ, M.: *Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton*, ETH Zürich, Diss., 1998
- Bachmann 1989** BACHMANN, H. *Stahlbeton I - Skriptum zur Vorlesung an der ETH Zürich*. 1989
- Balázs und Koch 1992** BALÁZS, G. ; KOCH, R.: Influence of load history on bond behaviour. In: *Bond in Concrete - From Research to Practice, Proceedings*. Riga : Comité Euro-International du Béton, Oktober 1992, S. 7-1 – 7-10
- Bažant und Oh 1983** BAŽANT, Z. ; OH, B.: Crack band theory for fracture of concrete. In: *Materials and Structures* 93 (1983), S. 155-177
- Bažant u. a. 1994** BAŽANT, Z. ; OŽBOLT, J. ; ELIGEHAUSEN, R.: Fracture Size Effect - Review of Evidence for Concrete Structures. In: *Journal of Structural Engineering* 120 (1994), Nr. 8, S. 2377-2398
- Beeby 1973** BEEBY, A.W.: Suggested modifications to the crack prediction formula in the 1970 CEB Recommendations. In: *Bulletin d'Information No. 89*. Paris : CEB, 1973
- Bigaj 1999** BIGAJ, A.J.: *Structural dependence of rotation capacity of plastic hinges in rc beams and slabs*, Delft University of Technology, Diss., 1999
- Bizindavyi und Neale 1999** BIZINDAVYI, L. ; NEALE, K.W.: Transfer lengths and bond strengths for composites bonded to concrete. In: *Journal of Composites for Construction* 3 (1999), Nr. 4, S. 153-160
- Blaschko 2001** BLASCHKO, M.: *Zum Tragverhalten von Betonbauteilen mit in Schlütze eingeklebten CFK-Lamellen*, Technische Universität München, Diss., 2001
- Bonzel 1959** BONZEL, J.: Zur Gestaltabhängigkeit der Betondruckfestigkeit. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 54 (1959), S. 223-248
- Bresson 1971** BRESSON, J.: Nouvelles recherches et applications concernant l'utilisation des collages dans les structures. Béton plaqué. In: *Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics* (1971), Nr. 278, S. 21-55
- Broms 1965** BROMS, B.B.: Crack width and crack spacing in reinforced concrete members. In: *ACI Journal, Proceedings* 62 (1965), Nr. 10, S. 1237-1256
- Budnik und Dornauer 1993** BUDNIK, J. ; DORNAUER, H.: Sichere Grundlage für Beschichtungen - Untersuchungen zur Abreissfestigkeit von Betonen. In: *beton* 43 (1993), Nr. 12, S. 650-653
- CEB-FIP MC 90 1993** CEB-FIP MC 90: *Model Code 1990*. Lausanne : Comité Euro-International du Béton, 1993
- Chajes u. a. 1996** CHAJES, M.J. ; FINCH, W.W. ; JANUSZKA, T.F. ; THOMSON, T.A.: Bond and force transfer of composite material plates bonded to concrete. In: *ACI Structural Journal* 93 (1996), Nr. 2, S. 208-217
- Chang und Kesler 1958** CHANG, T.S. ; KESLER, C.E.: Static and fatigue strength in shear of beams with tensile reinforcement. In: *ACI Journal* 29 (1958), Juni, Nr. 12, S. 1033-1057

- Chen und Teng 2001** CHEN, J.F. ; TENG, J.G.: Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete. In: *Journal of Structural Engineering* 127 (2001), Nr. 7, S. 784–791
- Ciampi u. a. 1982** CIAMPI, V. ; ELIGEHAUSEN, R. ; BERTERO, V. ; POPOV, E.: Analytical Model For Concrete Anchorages of Reinforcing Bars Under Generalized Excitations / Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley. 1982 (UCB/EERC-82/23). – Forschungsbericht
- Cordes u. a. 2000** CORDES, H. ; HEGGER, J. ; RUDLOF, M.: Spannungsumlagerungen in gemischt bewehrten Querschnitten. In: DEUTSCHE FORSCHUNGSGEMEINSCHAFT (Hrsg.): *Bewehrte Betonbauteile unter Betriebsbedingungen*. Weinheim : Wiley-VCH, 2000
- Cordes u. a. 1980** CORDES, H. ; THORMÄHLEN, U. ; TROST, H.: Zum Nachweis der Rissbreitenbeschränkung nach DIN 4227. In: *Beton- und Stahlbetonbau* (1980), Nr. 7, S. 169–172
- Curbach u. a. 2003** CURBACH, M. ; TUE, N.V. ; ECKFELD, L. ; SPECK, K.: Zum Nachweis der Rissbreitenbeschränkung gemäß DIN 1045-1. In: *Erläuterungen zu DIN 1045-1 - Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 525*. Berlin : Beuth, 2003
- DAFStb 2003** DAFSTB: *Erläuterungen zu DIN 1045-1*. Berlin : Beuth, 2003 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 525)
- Dai und Ueda 2003** DAI, J.G. ; UEDA, T.: Local bond stress slip relations for FRP sheets - concrete interfaces. In: TAN, K.H. (Hrsg.): *Proceedings of the 6th International Symposium on FRP Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-6)*. Singapore : World Scientific Publishing, Juli 2003, S. 143–152
- Derflinger u. a. 1981** DERFLINGER, F. ; JANOVIČ, K. ; KUPFER, H.: Einfluss der Betondeckung von Spanngliedern auf den Verlauf der Rissbreite in ihrer Umgebung bei teilweiser Vorspannung / Technische Universität München, Lehrstuhl für Masivbau. 1981 (1151/De/mb). – Forschungsbericht
- DIBt 1979** DIBT: *Zulassungsbescheid Nr. 26.1-1: Schubfeste Klebeverbindung zwischen Stahlplatten und Stahlbetonbauteilen vom 1. Oktober 1979*. Antragsteller: Ingenieurbüro Tausky, Zürich. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, Oktober 1979
- DIBt 1986** DIBT: *Grundlagen zur Beurteilung von Baustoffen, Bauteilen und Bauarten im Prüfzeichen- und Zulassungsverfahren*. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, Mai 1986
- DIBt 1993** DIBT: *Richtlinien für das Verstärken von Betonbauteilen durch Ankleben von Stahllaschen*. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, Februar 1993
- DIBt 1995** DIBT: *Zulassung Nr. 36.1-30: Schubfeste Klebeverbindung zwischen Stahlplatten und Stahlbetonbauteile oder Spannbetonbauteilen mit dem System Sikadur 30 und Icosit 277 Primer*. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, 1995
- DIBt 1997** DIBT: *Richtlinien für das Verstärken von Betonbauteilen durch Ankleben von Stahllaschen*. Entwurf. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, Juni 1997
- DIBt 1998** DIBT: *Richtlinien für das Verstärken von Betonbauteilen durch Ankleben von unidirektionalen kohlenstofffaserverstärkten Kunststofflamellen (CFK-Lamellen)*. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, September 1998
- DIBt 1999** DIBT: *Allg. bauaufs. Zulassung Nr. Z-1.5-133: Mechanische Verbindung von Betonstabstahl BSt 500 S mittels aufgedruckerter Muffen und Koppelbolzen - Durchmesser 12 bis 40 mm - GRIPTEC-Verbindung*. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, Juni 1999
- DIBt 2002** DIBT: *Allg. bauaufs. Zulassung Nr. Z-36.12.29, Verstärkung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen durch schubfest aufgeklebte Kohlefaserlamellen Sika CarboDur*. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, Juli 2002
- DIBt 2003** DIBT: *Allg. bauaufs. Zulassung Nr. Z-36.12-57 Verstärkung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen durch schubfest aufgeklebte Kohlefaserlamellen Carboplus*. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, Mai 2003
- DIN 1045 1988** DIN 1045: *Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung*. Berlin: Deutsches Institut für Normung, Juli 1988

- DIN 1045-1 2001** DIN 1045-1: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Juli 2001
- DIN 1045-2 2001** DIN 1045-2: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 2: Beton - Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität; Anwendungsregeln zu DIN EN 206-1.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Juli 2001
- DIN 1048-1 1991** DIN 1048-1: *Prüfverfahren für Beton. Teil 1: Frischbeton.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Juli 1991
- DIN 1048-2 1991** DIN 1048-2: *Prüfverfahren für Beton. Teil 2: Festbeton in Bauwerken und Bauteilen.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Juni 1991
- DIN 1048-5 1996** DIN 1048-5: *Prüfverfahren für Beton. Teil 5: Festbeton, gesondert hergestellte Probekörper.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Juni 1996
- DIN 1055-100 2001** DIN 1055-100: *DIN 1055 Einwirkungen auf Tragwerke. Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, März 2001
- DIN 18800-1 1990** DIN 18800-1: *DIN 18800 Stahlbauten. Teil 1: Bemessung und Konstruktion.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, November 1990
- DIN 4227-1/A1 1995** DIN 4227-1/A1: *Spannbeton. Teil 1: Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung, Änderung A1.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Dezember 1995
- DIN 488-1 1984** DIN 488-1: *Betonstahl. Teil 1: Sorten, Eigenschaften, Kennzeichen.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, September 1984
- DIN 488-2 1986** DIN 488-2: *Betonstahl. Teil 2: Betonstabstahl - Maße und Gewichte.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Juni 1986
- DIN 488-3 1986** DIN 488-3: *Betonstahl. Teil 3: Betonstabstahl - Prüfungen.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Juni 1986
- DIN EN 10002-1 2001** DIN EN 10002-1: *Metallische Werkstoffe - Zugversuch. Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Dezember 2001
- DIN EN 12390-2 2001** DIN EN 12390-2: *Prüfung von Festbeton. Teil 2: Herstellung und Lagerung von Probekörpern für Festigkeitsprüfungen.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Juni 2001
- DIN EN 196-1 1995** DIN EN 196-1: *Prüfverfahren für Zement. Teil 1: Bestimmung der Festigkeit.* Deutsches Institut für Normung, Mai 1995
- DIN EN 206-1 2001** DIN EN 206-1: *Beton. Teil 1: Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Juli 2001
- DIN EN 2561 1995** DIN EN 2561: *Kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe - Unidirektionale Laminate - Zugprüfung parallel zur Faserrichtung.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, November 1995
- DIN-FB 100 2001** DIN-FB 100: *DIN-Fachbericht 100: Beton.* 1. Fassung. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2001
- DIN V ENV- 1992-2 1997** DIN V ENV- 1992-2: *Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 2: Betonbrücken.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Oktober 1997
- DIN V ENV 1992-1-1 1992** DIN V ENV 1992-1-1: *Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau.* Berlin: Deutsches Institut für Normung, Juni 1992
- Dörr und Mehlhorn 1979** DÖRR, K. ; MEHLHORN, G.: *Berechnung von Stahlbetonscheiben im Zustand II bei Annahme eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens / Institut für Massivbau, Technische Hochschule Darmstadt.* 1979. – Bericht Nr. 39
- Eibl und Ivanyi 1976** EIBL, J. ; IVANYI, G.: *Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton.* Berlin : Ernst & Sohn, 1976 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 260)
- Eibl und Kobarg 1984** EIBL, J. ; KOBARG, J.: *Das Verbundverhalten von Stahl und Beton unter besonderer Berücksichtigung der lokalen Stahlspannung.* In: *Fortschrit-*

- te im Konstruktiven Ingenieurbau - Gallus Rehm zum 60. Geburtstag.* Berlin : Ernst & Sohn, 1984, S. 143–152
- Eligehausen 1979** ELIGEHAUSEN, R.: *Übergreifungsstöße zugbeanspruchter Rippenstäbe mit geraden Stabenden.* Berlin : Ernst & Sohn, 1979 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 301)
- Eligehausen und Kreller 1988** ELIGEHAUSEN, R. ; KRELLER, H.: *Querschnittsbericht zur Rissbildung in Stahl- und Spannbetonkonstruktionen.* Berlin : Ernst & Sohn, 1988 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 393)
- Eligehausen u. a. 1989** ELIGEHAUSEN, R. ; KRELLER, H. ; LANGER, P.: *Untersuchungen zum Verbundverhalten gerippter Bewehrungsstäbe mit praxisüblichen Betondeckungen / Universität Stuttgart, Institut für Werkstoffe im Bauwesen.* Stuttgart, Juni 1989 (IWB-Mitteilungen 1989/05). – Forschungsbericht
- Eligehausen und Mayer 2000** ELIGEHAUSEN, R. ; MAYER, U.: *Untersuchungen zum Einfluß der bezogenen Rippenfläche von Bewehrungsstäben auf das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen im Gebrauchs- und Bruchzustand.* Berlin : Beuth, 2000 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 503)
- Eligehausen u. a. 1983** ELIGEHAUSEN, R. ; POPOV, E. ; BERTERO, V.: *Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars Under Generalized Excitations / Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley.* 1983 (UCB/EERC-83/23). – Forschungsbericht
- Falkner 1969** FALKNER, H.: *Zur Frage der Rißbildung durch Eigen- und Zwängspannungen infolge Temperatur in Stahlbetonbauteilen.* Berlin : Ernst & Sohn, 1969 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 208)
- Faoro 1988** FAORO, M.: *Zum Tragverhalten kunstharzgebundener Glasfaserstäbe im Bereich von Endverankerungen und Rissen im Beton,* Universität Stuttgart, Diss., 1988
- Fehling 1990** FEHLING, E.: *Zur Energiedissipation und Steifigkeit von Stahlbetonbauteilen unter besonderer Berücksichtigung von Rißbildung und verschieblichem Verbund,* Technische Hochschule Darmstadt, Diss., 1990
- Feix 1993** FEIX, J.: *Kritische Analyse und Darstellung der Bemessung für Biegung und Längskraft, Querkraft und Torsion nach Eurocode 2 Teil 1,* Technische Universität München, Diss., 1993
- fib 2000** FIB: *Bond of reinforcement in concrete.* fib bulletin No. 10. Lausanne: fédération internationale du béton, August 2000
- fib 2001** FIB: *Externally bonded FRP reinforcement for RC structures.* fib bulletin No. 14. Lausanne: fédération internationale du béton, 2001
- Fischer 1993** FISCHER, A.: *Modelluntersuchungen zur Ermittlung des Rißabstandes dicker Bauteile aus Stahlbeton,* TH Darmstadt, Diss., 1993
- Franke 1976** FRANKE, L.: *Einfluss der Belastungsdauer auf das Verbundverhalten von Stahl in Beton (Verbundkriechen).* Berlin : Ernst & Sohn, 1976 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 268)
- Goland und Reissner 1944** GOLAND, M. ; REISSNER, E.: *The stresses in cemented joints.* In: *Journal of Applied Mechanics* 66 (1944), Nr. 11, S. A-17-22
- Goto 1971** GOTO, Y.: *Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars.* In: *ACI Journal* 68 (1971), Nr. 4, S. 244-251
- Grasser 1968** GRASSER, E.: *Darstellung und kritische Analyse der Grundlagen für eine wirklichkeitsnahe Bemessung von Stahlbetonquerschnitten bei einachsigen Spannungszuständen,* Technische Universität München, Diss., 1968
- Graubner 1989** GRAUBNER, C.-A.: *Schnittgrößenverteilung in statisch unbestimmten Stahlbetonbalken unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Stoffgesetze,* Technische Universität München, Diss., 1989
- Günther 1989** GÜNTHER, G.: *Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton unter monoton steigender, schwellender und lang andauernder Belastung,* Gesamthochschule Kassel, Diss., 1989
- Hartz 2002** HARTZ, U.: *Neues Normenwerk im Betonbau.* In: *DIBt Mitteilungen* (2002), Nr. 1, S. 2-6

- Heilmann 1969** HEILMANN, H.: Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeiten des Betons. In: *beton* 2 (1969), S. 68–70
- Hillerborg u. a. 1976** HILLERBORG, A. ; MODÉER, M ; PETERSSON, P.-E.: Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. In: *Cement and Concrete Research* (1976), S. 773–782
- HILTI 1991** HILTI: Statische Versuche an Biegebalken mit geklebter Bewehrung / HILTI Konzernforschung. Schaan (FL), 1991. – (unveröffentlicht)
- Hjorth 1975** HJORTH, O.: *Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten und des Verbundverhaltens von Stahl und Beton bei hohen Beanspruchungsgeschwindigkeiten*, Technische Universität Braunschweig, Diss., 1975
- Holzenkämpfer 1994** HOLZENKÄMPFER, P.: *Ingenieurmodelle des Verbunds geklebter Bewehrung für Betonbauteile*, Technische Universität Braunschweig, Diss., 1994
- Iványi und Buschmeyer 1992** IVÁNYI, G. ; BUSCHMEYER, W.: Verstärkung von Spannbetonbrücken durch Stahllaschen - Anwendungskriterien. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 87 (1992), Nr. 11, 12, S. 265–271, 305–311
- Jahn 1983** JAHN, M.: *Zum Ansatz der Betonzugfestigkeit bei den Nachweisen zur Trag- und Gebrauchsfähigkeit von unbewehrten und bewehrten Betonbauteilen*. Berlin : Ernst & Sohn, 1983 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 341)
- Janovič 1979** JANOVIČ, K.: Bericht über den neuen konsolenförmigen Ausziehkörper als Vorschlag für ein allgemeingültiges Verbundprüfverfahren / Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau. 1979 (1222/Ja/K). – Forschungsbericht
- Janovič 1986** JANOVIČ, K.: Zur Rißbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau. In: *Betonwerk + Fertigteil-Technik* (1986), Nr. 12
- Janovič und Kupfer 1984** JANOVIČ, K. ; KUPFER, H.: *Teilweise Vorspannung - Plattenversuche*. Berlin : Ernst & Sohn, 1984 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 351)
- Jansze 1997** JANSZE, W.: Strengthening of Reinforced Concrete Members in Bending by Externally Bonded Steel Plates / TU Delft. 1997. - Forschungsbericht
- Johannis 1999** JOHANNIS, A.: *Zur Zuverlässigkeit und Wirtschaftlichkeit nichtlinear bemessener Stahlbetontragwerke*, Technische Universität München, Diss., 1999
- Kaiser 1989** KAISER, H.: *Bewehren von Stahlbeton mit kohlenstoffaserverstärkten Epoxidharzen*, ETH Zürich, Diss., 1989
- Kent und Park 1971** KENT, D.C. ; PARK, R.: Flexural Member with Confined Concrete. In: *ASCE Journal* 97 (1971), S. 1969–1990
- Keuser 1985** KEUSER, M.: *Verbundmodelle für nichtlineare Finite-Element-Berechnungen von Stahlbetonkonstruktionen*, TH Darmstadt, Diss., 1985
- Kobarg 1986** KOBARG, J.: *Ein inkrementelles Stahlbetonverbundgesetz unter Berücksichtigung von Stahldehnung und Querdruck*, Universität Karlsruhe, Diss., 1986
- König und Fehling 1988** KÖNIG, G. ; FEHLING, E.: Grundlagen zur Rißbreitenbeschränkung im Spannbetonbau. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 83 (1988), Nr. 12, S. 317–323
- König u. a. 1999** KÖNIG, G. ; POMMERENING, D. ; TUE, N.V.: *Nichtlineares Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen, Verformungsvermögen und Schnittgrößenermittlung*. Berlin : Beuth, 1999 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 492)
- König und Tue 1996** KÖNIG, G. ; TUE, N.: *Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton*. Berlin : Beuth, 1996 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 466)
- Kreller 1989** KRELLER, H.: *Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangseinwirkung*, Universität Stuttgart, Diss., 1989
- Krenchel und Bickley 1984** KRENCHEL, H. ; BICKLEY, J.A. *Concrete Pullout Test Methods: Historical Backround and Scientific Level Today*. Vortrag auf der 1984 Convention; American Concrete Institute, Phoenix, Arizona, 4. - 9. März. 1984
- Krips 1984** KRIPS, M.: *Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton*, Technische Hochschule Darmstadt, Diss., 1984

- Kupfer 1973** KUPFER, H.: *Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung*. Berlin : Ernst & Sohn, 1973 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 229)
- Kurz 1997** KURZ, W.: *Ein mechanisches Modell zur Beschreibung des Verbundes zwischen Stahl und Beton*, Technische Hochschule Darmstadt, Diss., 1997
- Ladner und Weder 1981** LADNER, M. ; WEDER, Ch.: *Geklebte Bewehrung im Stahlbetonbau / EMPA*. Dübendorf, 1981. – Bericht Nr. 206
- Langer 1987** LANGER, P.: *Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche im Stahlbetonbau*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Diss., 1987
- Leon 1935** LEON, A.: Über die Scherfestigkeit des Betons. In: *Beton und Eisen* 34 (1935), Nr. 8, S. 130–135
- Leonhardt 1978** LEONHARDT, F.: *Vorlesungen über Massivbau - Vierter Teil: Nachweis der Gebrauchsfähigkeit*. Berlin : Springer-Verlag, 1978
- L'Hermite 1967** L'HERMITE, R.: L'application des colles et des resines dans la construction. In: *Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics* (1967), Nr. 239
- Li 1995** LI, L.: *Rotationsfähigkeit von plastischen Gelenken im Stahl- und Spannbetonbau*, Universität Stuttgart, Diss., 1995
- Maeda u. a. 1997** MAEDA, T. ; ASANO, Y. ; YASUHIKO, S ; UEDA, T. ; YOSHIO, K.: A study on bond mechanism of carbon fiber sheet. In: *Proceedings of the 3rd International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-3)*. Sapporo : Japan Concrete Institute, Oktober 1997, S. 279–286
- Mainz 1993** MAINZ, J.: *Modellierung des Verbundtragverhaltens von Betonrippenstahl*. Technische Universität München, 1993
- Martin 1973** MARTIN, H.: *Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung*. Berlin : Ernst & Sohn, 1973 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 228)
- Martin 1984** MARTIN, H.: Einfluss der Betonzusammensetzung auf das Verbundverhalten von Bewehrungsstählen. In: *Fortschritte im Konstruktiven Ingenieurbau - Gallus Rehm zum 60. Geburtstag*. Berlin : Ernst & Sohn, 1984, S. 161–166
- Martin und Noakowski 1981** MARTIN, H. ; NOAKOWSKI, P.: *Verbundverhalten von Betonstählen. Untersuchung auf der Grundlage von Ausziehversuchen*. Berlin : Ernst & Sohn, 1981 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 319)
- Martin u. a. 1979** MARTIN, H. ; SCHIESSL, P ; SCHWARZKOPF, M.: Ableitung eines allgemeingültigen Berechnungsverfahrens für Rißbreiten aus Lastbeanspruchung auf der Grundlage von theoretischen Erkenntnissen und Versuchsergebnissen / Institut für Betonstahl und Stahlbetonbau e.V. München, 1979. – Bericht Nr. 471/79
- Matthys 2000** MATTHYS, S.: *Structural Behaviour and Design of Concrete Members Strengthened with Externally Bonded FRP Reinforcement*, Universität Gent, Diss., 2000
- Mayer 1967** MAYER, H.: *Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen*. Berlin : Ernst & Sohn, 1967 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 194)
- Mayer 2001** MAYER, U.: *Zum Einfluss der Oberflächengestalt von Rippenstählen auf das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen*, Universität Stuttgart, Diss., 2001
- Müller und Eisenbiegler 1981** MÜLLER, F.P. ; EISENBIEGLER, W.: *Ermittlung der Verbundspannungen an gedrückten einbetonierten Betonstählen*. Berlin : Ernst & Sohn, 1981 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 319)
- Müller 1968** MÜLLER, H.H.: Bericht Nr. 1975 / Materialprüfungsamt für das Bauwesen der Technischen Hochschule München. 1968. – Forschungsbericht
- Neubauer 2000** NEUBAUER, U.: *Verbundtragverhalten geklebter Lamellen aus Kohlenstoffaser-Verbundwerkstoffen zur Verstärkung von Betonbauteilen*, Technische Universität Braunschweig, Diss., 2000

- Niedermeier 2001** NIEDERMEIER, R.: *Zugkraftdeckung bei klebarmierten Biegeträgern*, Technische Universität München, Diss., 2001
- Niedermeier 2004** NIEDERMEIER, R.: Überprüfung der Verbundtragfähigkeit bei klebarmierten Stahlbetonbauteilen. In: *Massivbau in ganzer Breite - Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Prof. Dr.-Ing. Konrad Zilch*. Berlin : Springer Verlag, 2004, S. 225–230
- Niedermeier und Zilch 2001** NIEDERMEIER, R. ; ZILCH, K.: Zugkraftdeckung bei klebarmierten Biegebauteilen. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 96 (2001), Nr. 12, S. 759–770
- Nilson 1972** NILSON, A.H.: Internal Measurement of Bond Slip. In: *ACI-Journal* 69 (1972), Nr. 7
- Noakowski 1978** NOAKOWSKI, P.: *Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung infolge Temperatur*. Berlin : Ernst & Sohn, 1978 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 296)
- Noakowski 1985** NOAKOWSKI, P.: Verbundorientierte, kontinuierliche Theorie zur Ermittlung der Rißbreite. In: *Beton- und Stahlbetonbau* (1985), Nr. 7, 8, S. 185–190 bzw. 215–221
- Noakowski 1988** NOAKOWSKI, P.: *Nachweisverfahren für Verankerung, Verformung, Zwangsbeanspruchung und Rissbreite; Kontinuierliche Theorie der Mitwirkung des Betons auf Zug*. Berlin : Beuth, 1988 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 394)
- Pichler 1993** PICHLER, D.: *Die Auswirkungen von Anpressdrücken auf die Verankerung von Klebelamellen*, Universität Innsbruck, Diss., 1993
- prEN 10025-2 2000** PREN 10025-2: *Warmgewalzte Erzeugnisse aus Baustählen. Teil 2: Allgemeine Lieferbedingungen für unlegierte Baustähle*. Berlin: Deutsches Institut für Normung, Dezember 2000
- Rabinovich und Frostig 2000** RABINOVICH, O. ; FROSTIG, Y.: Closed-form high-order analysis of RC-beams strengthened with FRP strips. In: *Journal of Composites for Construction* 4 (2000), Nr. 2, S. 65–74
- Ranisch 1982** RANISCH, E.-H.: *Zur Tragfähigkeit von Verklebungen zwischen Baustahl und Beton - geklebte Bewehrung*, Technische Universität Braunschweig, Diss., 1982
- Rasch 1962** RASCH, Ch.: *Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit*. Berlin : Ernst & Sohn, 1962 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 154)
- Rebentrost und Warner 2002** REBENTROST, M. ; WARNER, R.F.: Influence of bond on the behaviour of prestressed concrete beams. In: BALÁZS, G. (Hrsg.) ; BARTOS, P. (Hrsg.) ; CAIRNS, J. (Hrsg.) ; BOROSNYÓI, A. (Hrsg.): *Bond in Concrete - From Research to Standards, Proceedings*. Budapest : Budapest University of Technology and Economics, November 2002, S. 78–85
- Rehm 1961** REHM, G.: *Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton*. Berlin : Ernst & Sohn, 1961 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 138)
- Rehm 2003** REHM, G.: Der Verbund zwischen Stahl und Beton in Theorie und Experiment. In: HEINZ, D. (Hrsg.): *Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. Peter Schießl*, Centrum Baustoffe und Materialprüfung der Technischen Universität München, 2003, S. 125–146
- Rehm und Martin 1968** REHM, G. ; MARTIN, H.: Zur Frage der Rißbegrenzung im Stahlbetonbau. In: *Beton- und Stahlbetonbau* (1968), Nr. 8, S. 175–182
- Reineck 1990** REINECK, K.-H.: *Ein mechanisches Modell für den Querkraftbereich von Stahlbetonbauteilen*, Universität Stuttgart, Diss., 1990
- Reinhardt und Hilsdorf 2001** REINHARDT, H.-W. ; HILSDORF, H.K.: Beton. In: *Betonkalender 2001*. Ernst & Sohn, 2001, S. 1–144
- RILEM 1994** RILEM: *Recommendations for the testing and use of construction materials*. London : E&FN Spon, 1994
- RILEM NDT2 1994** RILEM NDT2: *Recommendations for the Use of Resonant-Frequency Method in Testing Concrete Specimens*. In: *Recommendations for the Testing and Use of Construction Materials*. London : E&FN Spon, 1994

- Rohling 1987** ROHLING, A.: *Zum Einfluss des Verbundkriechens auf die Rissbreitenentwicklung sowie auf die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen*, Technische Universität Braunschweig, Diss., 1987
- Rostásy und Neubauer 1999** ROSTÁSY, F. S. ; NEUBAUER, U.: Grundlagen zur Verstärkung von Balkonplatten von Plattenbauten mit CFK-Lamellen / Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Technische Universität Braunschweig, 1999. – Forschungsbericht
- Rostásy u. a. 1981** ROSTÁSY, F. S. ; RANISCH, E.-H. ; ALDA, W.: Nachträgliche Verstärkung von Spannbetonbrücken im Koppelfugenbereich durch geklebte Stahllaschen. In: *Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik* 326 (1981)
- Rostásy und Gunkler 1994** ROSTÁSY, F.S. ; GUNKLER, E.: Prüfung des Epoxidharzklebers Sikadur 30 und des Primers Icosit 277 gemäß den Richtlinien für Zulassungsprüfungen an Reaktionsharzklebern und Primern für angeklebte Laschenverstärkungen von Stahlbetontraggliedern (Entwurf 1989) / TU Braunschweig - iBMB. 1994 (Nr. 1871/0054-Gu/Pe). – Forschungsbericht
- Rostásy u. a. 1996** ROSTÁSY, F.S. ; HOLZENKÄMPFER, P. ; HANKERS, Ch.: Geklebte Bewehrung für die Verstärkung von Betonbauteilen. In: EIBL, J. (Hrsg.): *Betonkalendar 1996*. Berlin : Ernst & Sohn, 1996
- Rudlof 1998** RUDLOF, M.: *Zur Spannungsumlagerung zwischen Spann Stahl und Betonstahl bei Spannbeton mit nachträglichem Verbund*, RWTH Aachen, Diss., 1998
- Rüsch 1955** RÜSCH, H.: *Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone*. Berlin : Ernst & Sohn, 1955 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 120)
- Rüsch 1960** RÜSCH, H.: Researches Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete. In: *ACI Journal* 57 (1960), Juli, S. 1–28
- Rüsch 1975** RÜSCH, H.: Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit. In: *beton* 25 (1975), Nr. 4, S. 55–58
- Rüsch und Stöckl 1963** RÜSCH, H. ; STÖCKL, S.: *Der Einfluss von Bügeln und Druckstäben auf das Verhalten der Biegedruckzone von Stahlbetonbalken*. Berlin : Beuth, 1963 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 148)
- Saadatmanesh und Malek 1997** SAADATMANESH, H. ; MALEK, A.M.: Prediction of shear and peeling stresses at the plate ends of beams with FRP plates. In: *Proceedings of the 3rd International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-3)*. Sapporo : Japan Concrete Institute, Oktober 1997, S. 311–318
- Sato u. a. 2002** SATO, Y. ; UEDA, T. ; YAMAGUCHI, R. ; SHOJI, K.: Tension Stiffening Effect of Reinforced Concrete Member Strengthened by Carbon Fiber Sheet. In: BALÁZS, G. (Hrsg.) ; BARTOS, P. (Hrsg.) ; CAIRNS, J. (Hrsg.) ; BOROSNYÓI, A. (Hrsg.): *Bond in Concrete - From Research to Standards, Proceedings*. Budapest : Budapest University of Technology and Economics, November 2002, S. 606–613
- Savoia u. a. 2003** SAVOIA, M. ; FERRACUTI, B. ; MAZZOTTI, C.: Non-linear bond-slip law for FRP-concrete interface. In: TAN, K.H. (Hrsg.): *Proceedings of the 6th International Symposium on FRP Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-6)*. Singapore : World Scientific Publishing, Juli 2003, S. 163–172
- Schickert 1981** SCHICKERT, G.: Formfaktoren der Betondruckfestigkeit. In: *Bautechnik* 58 (1981), S. 52–57
- Schießl 1976** SCHIESSL, P.: Beschränkung der Rißbreiten bei Zwangsbeanspruchung. In: *Betonwerk + Fertigteil-Technik* (1976), Nr. 6
- Schießl 1989** SCHIESSL, P.: *Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rißbreite*. Beuth, 1989 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 400)
- Schmidhuber 2004** SCHMIDHUBER, Ch.: *Grundsätzliche Neumodellierung des Schubtragverhaltens mit CFK-Lamellen verstärkter Bauteile*, Technische Universität München, Diss., 2004
- Schmidt-Thrö u. a. 1986** SCHMIDT-THRÖ, G. ; STÖCKL, S. ; KUPFER, H.: *Einfluss der Probekörperform und der Meßpunktanordnung auf die Ergebnisse von Ausziehversuchen*. Berlin : Ernst & Sohn, 1986 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 378)

- Schober 1984** SCHOBER, H.: *Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im Stahl- und Spannbeton*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Diss., 1984
- Sebastian 2001** SEBASTIAN, W.M.: Significance of midspan debonding failure in FRP-plated concrete beams. In: *Journal of Structural Engineering* 127 (2001), Nr. 7, S. 792–798
- Seim u. a. 1999** SEIM, W. ; KARBHARI, V. ; SEIBLE, F.: Nachträgliches Verstärken von Stahlbetonplatten mit faserverstärkten Kunststoffen. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 94 (1999), Nr. 11, S. 440–456
- Seim u. a. 2000** SEIM, W. ; KARBHARI, V. ; SEIBLE, F. ; VASQUES, A.: Poststrengthening of concrete slabs with externally bonded fibre reinforced polymer (FRP) strips - test on full-scale slabs / University of California, San Diego, Division of Structural Engineering. 2000. – Forschungsbericht
- Seim u. a. 2003** SEIM, W. ; VASQUEZ, A. ; KARBHARI, V. ; SEIBLE, F.: Poststrengthening of concrete slabs: Full-scale testing and design recommendations. In: *Journal of Structural Engineering* 129 (2003), Nr. 6, S. 743–752
- Seim u. a. 2003** SEIM, W. ; VASQUEZ, A. ; KARBHARI, V. ; SEIBLE, W.: Poststrengthening of concrete slabs: full-scale testing and design recommendations. In: *Journal of Structural Engineering* 129 (2003), Nr. 6, S. 743–752
- Sheikh und Uzumeri 1980** SHEIKH, S.A. ; UZUMERI, S.M.: Strength and Ductility of Tied Concrete Columns. In: *Proceedings ASCE* 106 (1980), S. 1079–1102
- Shima u. a. 1992** SHIMA, H. ; CHOU, L.-L. ; OKAMURA, H.: Bond-Slip-Strain Relationship of Deformed Bars. In: *Bond in Concrete - From Research to Practice, Proceedings*. Riga : Comité Euro-International du Béton, Oktober 1992, S. 11.38–11.47
- SIA 166 2004** SIA 166: *SIA 166: Klebebewehrung*. Zürich: Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Februar 2004
- Sigrist 1995** SIGRIST, V.: Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern / Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. Zürich, Juli 1995 (IBK Bericht Nr. 210). – Forschungsbericht
- Sika 2003** SIKA: *Sikadur 30 -Technisches Merkblatt Nr. 7210*. Stuttgart: Sika Chemie GmbH, September 2003
- Staller 2001** STALLER, M.: *Analytische und numerische Untersuchungen des Durchstantragverhaltens punktgestützter Stahlbetonplatten*. Berlin : Beuth, 2001 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 515)
- Täljsten 1994** TÄLJSTEN, B.: *Strengthening of existing concrete structures with epoxy bonded plates of steel or fibre reinforced plastics*, Lulea University of Technology, Diss., 1994
- Tausky 1993** TAUSKY, R.: *Betontragwerke mit Aussenbewehrung*. Basel : Birkhäuser, 1993
- Tepfers 1979** TEPFERS, R.: Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforcing bars. In: *Magazine of Concrete Research* 106 (1979), Nr. 31, S. 3–12
- Thormählen 1978** THORMÄHLEN, U.: *Zum Einfluss von Spanngliedern mit nachträglichem Verbund auf Rissbildung und Rissbreitenbeschränkung bei teilweise vorgespannten Konstruktionen*, RWTH Aachen, Diss., 1978
- Trost u. a. 1980** TROST, H. ; CORDES, H. ; THORMÄHLEN, U. ; HAGEN, H.: *Teilweise Vorspannung - Verbundfestigkeit von Spanngliedern und ihre Bedeutung für Ribbildung und Ribbreitenbeschränkung*. Berlin : Ernst & Sohn, 1980 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 310)
- Tue 1993** TUE, N. V.: *Zur Spannungsumlagerung im Spannbeton bei der Rissbildung unter statischer und wiederholter Belastung*. Berlin, Köln : Beuth, 1993 (Schriftenreihe des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, Heft 435)
- Ulag 2003** ULAGA, T.: *Betonbauteile mit Stab- und Lamellenbewehrung: Verbund- und Zuggliedmodellierung*, ETH Zürich, Diss., 2003
- Ulag und Meier 2002** ULAGA, T. ; MEIER, U.: Kohlenstofffaserverstärkte thermoplastische Lamellen für die Verstärkung von Betontragwerken / Eidgenössische Materialprüfungs- und Forschungsanstalt (EMPA). CH-Dübendorf, 2002. – EMPA-Bericht Nr. 260

- Vos und Reinhardt 1982** VOS, E. ; REINHARDT, H.W.: Influence of loading rate on bond behaviour of reinforcing steel and prestressing strands. In: *Matériaux et Construction* 15 (1982), Nr. 85, S. 3-10
- Zilch u. a. 1998** ZILCH, K. ; BLASCHKO, M. ; NIEDERMEIER, R.: Bericht über Versuche zum Verstärken von Betonbauteilen mit CFK / Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München. 1998. – (Forschungsbericht - unveröffentlicht)
- Zilch und Niedermeier 1999** ZILCH, K. ; NIEDERMEIER, R.: Ermittlung der charakteristischen Verbundbruchkraft für auf Betonbauteile aufgeklebte Stahllaschen / Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau. 1999. – Forschungsbericht
- Zilch u. a. 2000** ZILCH, K. ; SCHMIDHUBER, Ch. ; NIEDERMEIER, R.: Bauteilversuche zur Querkraftbiegung an mittels Klebarmierung verstärkten Betonbauteilen / Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau. 2000. – Forschungsbericht
- Zilch und Zehetmaier 2003** ZILCH, K. ; ZEHETMAIER, G.: Auswirkungen eines Anpressdrucks auf die Verbundtragfähigkeit von aufgeklebten Stahllaschen im Endverankerungsbereich / Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau. 2003 (unveröffentlicht). – Forschungsbericht
- Zilch und Zehetmaier 2004** ZILCH, K. ; ZEHETMAIER, G.: Zugkraftaufteilung bei klebarmierten Biegebauteilen unter Berücksichtigung des Verbundverhaltens / Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau. 2004. – Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben DIBt P 32-5-19.42-1025/02
- Zilch u. a. 2002** ZILCH, K. ; ZEHETMAIER, G. ; NIEDERMEIER, R.: Zusammenwirken von einbetonierter Bewehrung mit Klebarmierung bei verstärkten Stahlbetonbauteilen / Technische Universität München, Lehrstuhl für Massivbau. 2002. – Forschungsbericht

A

Experimentelle Untersuchungen - Materialkenngrößen

Tabelle A.1. Verbundversuche - Übersicht

Versuch	Beton				Betonstahl					Klebearmierung					Kleber
	Klasse	Alter [d]	f_{cm} [MPa]	f_{ctm} [MPa]	d_s [mm]	E_s [GPa]	f_{sy} [MPa]	n_s [-]	f_R [-]	Material	E_L [GPa]	$f_{Ly} f_{Lz}$ [MPa]	b_L [mm]	t_L [mm]	
A1-B1	C20/25	28	30,4	-	16	201,64	528	1	0,060	-	-	-	-	-	-
A1-B2	C40/50	28	46,3	-	16	201,64	528	1	0,060	-	-	-	-	-	-
A2-B1	C20/25	28	30,4	-	12	204,73	555	1	0,000	-	-	-	-	-	-
A2-B2	C40/50	28	46,3	-	12	204,73	555	1	0,000	-	-	-	-	-	-
A3-B1	C20/25	28	30,4	-	8	197,23	528	1	0,080	-	-	-	-	-	-
A3-B2	C40/50	28	46,3	-	8	197,23	528	1	0,080	-	-	-	-	-	-
A5-B1	C20/25	28	24,4	-	8	195,85	559	1	0,075	-	-	-	-	-	-
A6-B1	C20/25	28	24,4	-	6	208,02	556	1	0,000	-	-	-	-	-	-
D3-B1	C20/25	32	28,3	-	8	197,23	528	0	0,080	-	-	-	-	-	-

Tabelle A.2. Dehnkörperversuche - Übersicht

Versuch	Beton				Betonstahl					Klebearmierung					Kleber
	Klasse	Alter [d]	f_{cm} [MPa]	f_{ctm} [MPa]	d_s [mm]	E_s [GPa]	f_{sy} [MPa]	n_s [-]	f_R [-]	Material	E_L [GPa]	$f_{Ly} f_{Lz}$ [MPa]	b_L [mm]	t_L [mm]	
V1-01-B2C	C40/50	491	0,0	2,77	16	201,64	528	4	0,060	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	22
V1-02-B2C	C40/50	36	38,5	2,56	16	201,64	528	4	0,060	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	14
V1-03-B2C	C40/50	26	46,4	2,40	16	201,64	528	4	0,060	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	19
V1-04-B2C	C40/50	27	46,6	2,20	16	201,64	528	4	0,060	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	20
V1-05-B1C	C20/25	21	27,1	1,33	16	201,64	528	4	0,060	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	8
V1-06-B1C	C20/25	29	27,8	1,58	16	201,64	528	4	0,060	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	16
V1-07-B1C	C20/25	32	28,1	1,84	16	201,64	528	4	0,060	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	19
V1-08-B1C	C20/25	21	27,1	1,21	16	201,64	528	4	0,060	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	13
V1-09-B2S	C40/50	42	49,3	2,62	16	201,64	528	4	0,060	St37	205,44	373	80,1	5,20	6
V1-10-B2S	C40/50	41	49,1	2,79	16	201,64	528	4	0,060	St37	205,44	373	80,1	5,20	5
V1-11-B2S	C40/50	26	44,1	3,11	16	201,64	528	4	0,060	St37	205,44	373	80,1	5,20	4
V1-12-B2S	C40/50	29	44,3	2,31	16	201,64	528	4	0,060	St37	205,44	373	80,1	5,20	7
V1-13-B1S	C20/25	39	28,8	1,61	16	201,64	528	4	0,060	St37	205,44	373	80,1	5,20	10
V1-14-B1S	C20/25	32	30,3	2,03	16	201,64	528	4	0,060	St37	205,44	373	80,1	5,20	19
V1-15-B1S	C20/25	33	30,6	1,94	16	201,64	528	4	0,060	St37	205,44	373	80,1	5,20	20

Fortsetzung Tabelle A.2

Versuch	Beton				Betonstahl					Klebearmierung					Kleber
	Klasse	Alter [d]	f_{cm} [MPa]	f_{ctm} [MPa]	d_s [mm]	E_s [GPa]	f_{sy} [MPa]	n_s [-]	f_R [-]	Material	E_L [GPa]	$f_{Ly} f_{Lu}$ [MPa]	b_L [mm]	t_L [mm]	
V2-01-B2C	C40/50	15	43,6	2,31	12	204,73	555	4	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	9
V2-02-B2C	C40/50	34	44,3	2,58	12	204,73	555	4	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	9
V2-03-B2C	C40/50	36	44,4	2,44	12	204,73	555	4	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	11
V2-04-B2C	C40/50	40	44,7	2,72	12	204,73	555	4	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	15
V2-05-B1C	C20/25	32	27,2	1,81	12	204,73	555	4	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	14
V2-06-B1C	C20/25	28	27,0	2,29	12	204,73	555	4	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	10
V2-07-B1C	C20/25	39	27,7	2,09	12	204,73	555	4	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	10
V2-08-B1C	C20/25	34	27,4	1,85	12	204,73	555	4	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	5
V2-09-B2S	C40/50	33	44,2	2,87	12	204,73	555	4	0	St37	203,40	378	80,1	5,20	21
V2-10-B2S	C40/50	32	47,1	2,76	12	204,73	555	4	0	St37	203,40	378	80,1	5,20	12
V2-11-B2C	C40/50	26	46,8	2,56	12	204,73	555	4	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	11
V2-12-B2S	C40/50	36	47,4	2,51	12	204,73	555	4	0	St37	203,40	378	80,1	5,20	16
V2-13-B1S	C20/25	32	26,9	1,65	12	204,73	555	4	0	St37	203,40	378	80,1	5,20	13
V2-14-B1S	C20/25	36	27,9	1,28	12	204,73	555	4	0	St37	203,40	378	80,1	5,20	17
V2-15-B1S	C20/25	26	25,3	2,06	12	204,73	555	4	0	St37	203,40	378	80,1	5,20	7
V2-16-B1S	C20/25	28	25,8	1,60	12	204,73	555	4	0	St37	203,40	378	80,1	5,20	9
V3-01-B2C	C40/50	21	43,6	2,30	8	197,23	528	4	0,080	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	15
V3-02-B2C	C40/50	29	49,6	2,60	8	197,23	528	4	0,080	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	15
V3-03-B2C	C40/50	42	50,2	2,83	8	197,23	528	4	0,080	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	28
V3-04-B2C	C40/50	40	50,1	2,39	8	197,23	528	4	0,080	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	26
V3-05-B1C	C20/25	20	26,9	1,70	8	197,23	528	4	0,080	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	12
V3-06-B1C	C20/25	95	37,9	2,27	8	197,23	528	4	0,080	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	34
V3-07-B1C	C20/25	41	35,0	1,63	8	197,23	528	4	0,080	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	20
V3-08-B1C	C20/25	54	35,7	1,92	8	197,23	528	4	0,080	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	33
V3-09-B2S	C40/50	33	47,2	2,94	8	197,23	528	4	0,080	St37	203,40	378	80,1	5,20	13
V3-10-B2S	C40/50	48	50,5	2,29	8	197,23	528	4	0,080	St37	203,40	378	80,1	5,20	21
V3-11-B2S	C40/50	33	48,3	2,73	8	197,23	528	4	0,080	St37	203,40	378	80,1	5,20	20
V3-12-B2S	C40/50	36	48,5	2,19	8	197,23	528	4	0,080	St37	203,40	378	80,1	5,20	23
V3-13-B1S	C20/25	151	38,6	1,48	8	197,23	528	4	0,080	St37	203,40	378	80,1	5,20	82
V3-14-B1S	C20/25	54	31,6	2,06	8	197,23	528	4	0,080	St37	203,40	378	80,1	5,20	34
V3-15-B1S	C20/25	47	31,3	1,76	8	197,23	528	4	0,080	St37	203,40	378	80,1	5,20	27
V3-16-B1S	C20/25	99	33,6	1,84	8	197,23	528	4	0,080	St37	203,40	378	80,1	5,20	46
V4-01-B2C	C40/50	88	51,7	2,76	16	198,38	548	4	0,090	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	48
V4-02-B2C	C40/50	82	51,4	1,89	16	198,38	548	4	0,090	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	42
V4-03-B1C	C20/25	138	35,4	1,44	16	198,38	548	4	0,090	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	91
V4-04-B1C	C20/25	77	35,2	1,42	16	198,38	548	4	0,090	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	44
V4-05-B2S	C40/50	105	51,9	-	16	198,38	548	4	0,090	St37	203,40	378	80,1	5,20	73
V4-06-B2S	C40/50	84	50,7	1,87	16	198,38	548	4	0,090	St37	203,40	378	80,1	5,20	52
V4-07-B1S	C20/25	103	35,1	1,74	16	198,38	548	4	0,090	St37	203,40	378	80,1	5,20	64
V4-08-B1S	C20/25	105	35,3	-	16	198,38	548	4	0,090	St37	203,40	378	80,1	5,20	66
V5-01-B1S	C20/25	47	29,3	1,51	8	195,85	559	8	0,075	St37	210,88	368	80,0	10,00	13
V5-02-B1s	C20/25	414	31,8	1,72	8	194,49	539	8	0,075	St37	210,88	368	80,0	10,00	380
V6-01-B1S	C20/25	132	28,1	1,45	6	208,02	556	12	0	St37	210,88	368	80,0	10,00	98
V6-02-B1S	C20/25	191	28,3	1,6	6	208,02	556	12	0	St37	210,88	368	80,0	10,00	157

Tabelle A.3. Versuche an Plattenstreifen - Übersicht

Versuch	Beton				Betonstahl					Klebearmierung					Kleber	Alter [d]
	Klasse	Alter [d]	f_{cm} [MPa]	f_{ctm} [MPa]	d_s [mm]	E_s [GPa]	f_{sy} [MPa]	n_s [-]	f_R [-]	Material	E_L [GPa]	$f_{Ly} f_{Lu}$ [MPa]	b_L [mm]	t_L [mm]		
B2-01-B2C	C40/50	78	51,5	2,76	12	204,73	555	2	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	66	
B2-02-B2C	C40/50	74	51,5	2,71	12	204,73	555	2	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	66	
B2-03-B2C	C40/50	87	43,7	3,83	12	204,73	555	2	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	79	
B2-04-B2S	C40/50	58	52,6	3,63	12	204,73	555	2	0	St37	203,40	378	80,1	5,20	38	
B2-05-B2S	C40/50	64	51,0	3,71	12	204,73	555	2	0	St37	203,40	378	80,1	5,20	38	
B2-06-B2S	C40/50	65	53,6	3,35	12	204,73	555	2	0	St37	206,79	301	80,1	5,20	38	
B2-07-B2C	C40/50	74	56,8	3,19	12	204,73	555	2	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	65	
B2-08-B2C	C40/50	87	57,5	3,38	12	204,73	555	2	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	65	
B2-09-B2C	C40/50	88	57,5	2,85	12	204,73	555	2	0	CFK	159,53	2700	50,0	1,34	65	
B2-10-B2S	C40/50	52	54,9	3,08	12	204,73	555	2	0	St37	203,40	378	80,1	5,20	11	
B2-11-B2S	C40/50	57	53,0	3,01	12	204,73	555	2	0	St37	206,79	301	80,1	5,20	32	
B2-12-B2S	C40/50	62	54,4	1,79	12	204,73	555	2	0	St37	206,79	301	80,1	5,20	32	

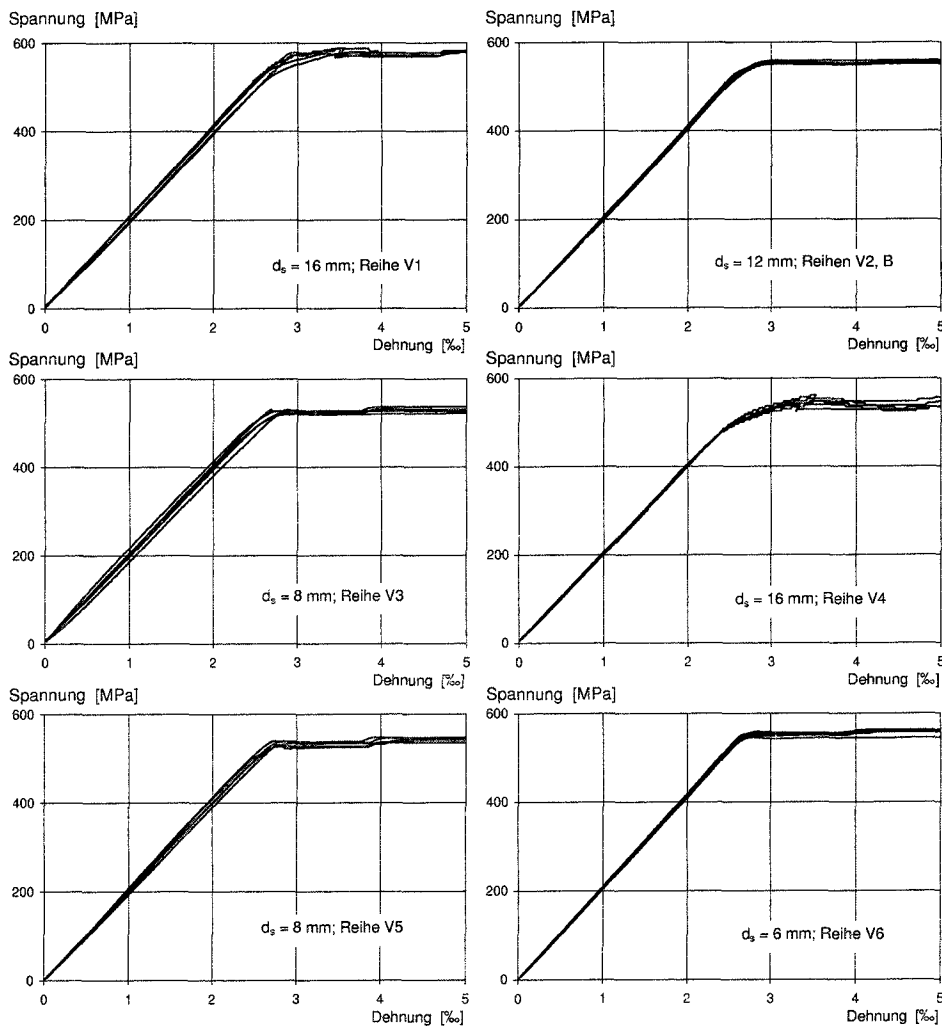


Abbildung A.1. Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der in den Versuchen verwendeten Betonstähle, ermittelt nach (DIN 488-3 1986) bzw. (DIN EN 10002-1 2001)

B

Versuche an Dehnkörpern - Ergebnisse der Reihen V5 und V6

B.1 Versuchsreihe V5

B.1.1 Versuchsaufbau - Übersicht

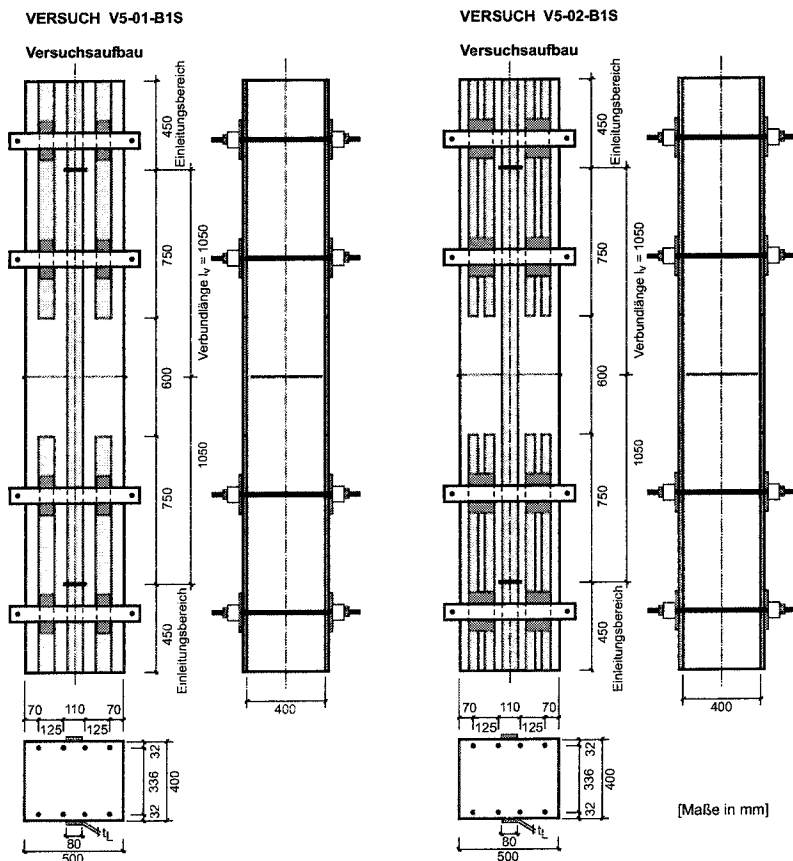


Abbildung B.1. Versuchsreihe V5 - Abmessungen und Versuchsaufbau

B.1.2 Versuch V5-01-B1S

Der Dehnkörper wurde mit einer konstanten Kolbenhubgeschwindigkeit von 0,008 mm/s belastet. Bei einer Zugkraft von 302,2 kN (Teilzugkräfte 146,1 kN) bildete sich am oberen Ende des Lasteinleitungsbereichs unmittelbar hinter dem Laschenende (Trennschnitt) ein Trennriss. Gleichzeitig wurde die Verbundtragfähigkeit einer der Zusatzlaschen im

Lasteinleitungsbereich überschritten; eine weitere Erhöhung der Zugkraft war damit nicht mehr möglich, der Versuch wurde abgebrochen. Die Versuchsergebnisse sind in Abb. B.2 dargestellt.

B.1.3 Versuch V5-02-B1S

Nach stetigem Anstieg der Zugkraft ($v_{Kolben} = 0,008 \text{ mm/s}$) bildete sich bei einer Zugkraft von 380 kN am Ende des oberen Lasteinleitungsbereichs ein Trennriss; während der weiteren Laststeigerung konnte eine Rissverzweigung beobachtet werden, allerdings kreuzten die Risse den Verbundbereich der durchlaufenden Stahllaschen nicht. Als Versagensursache konnte ein Verbundbruch der Lasche auf Seite A-unten identifiziert werden. Die Versuchsergebnisse können Abb. B.3 entnommen werden.

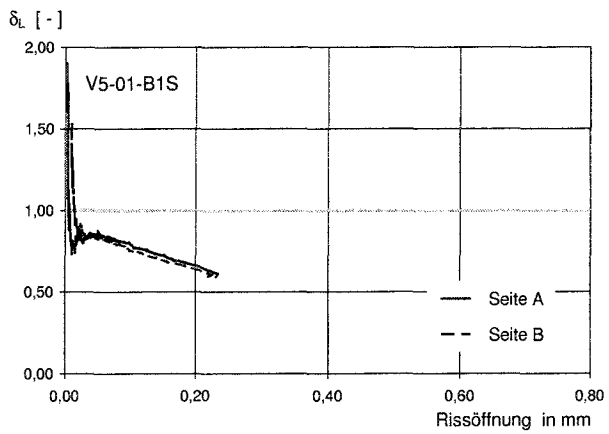
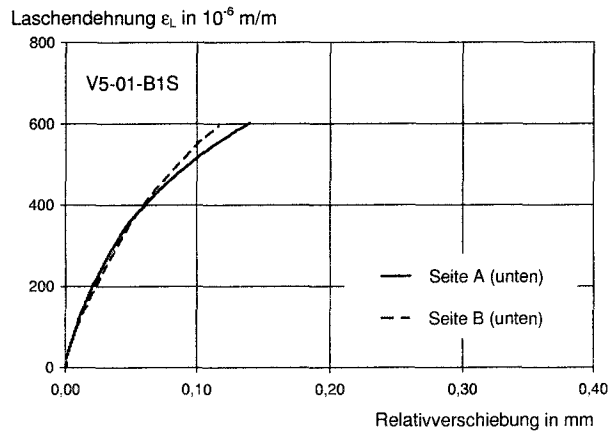
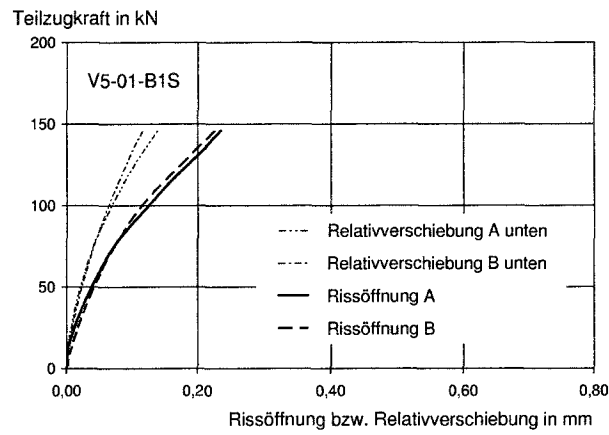
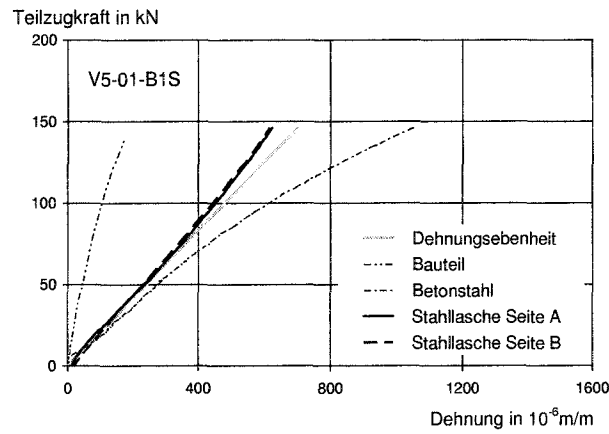


Abbildung B.2. Ergebnisse des Versuchs V5-01-B1S

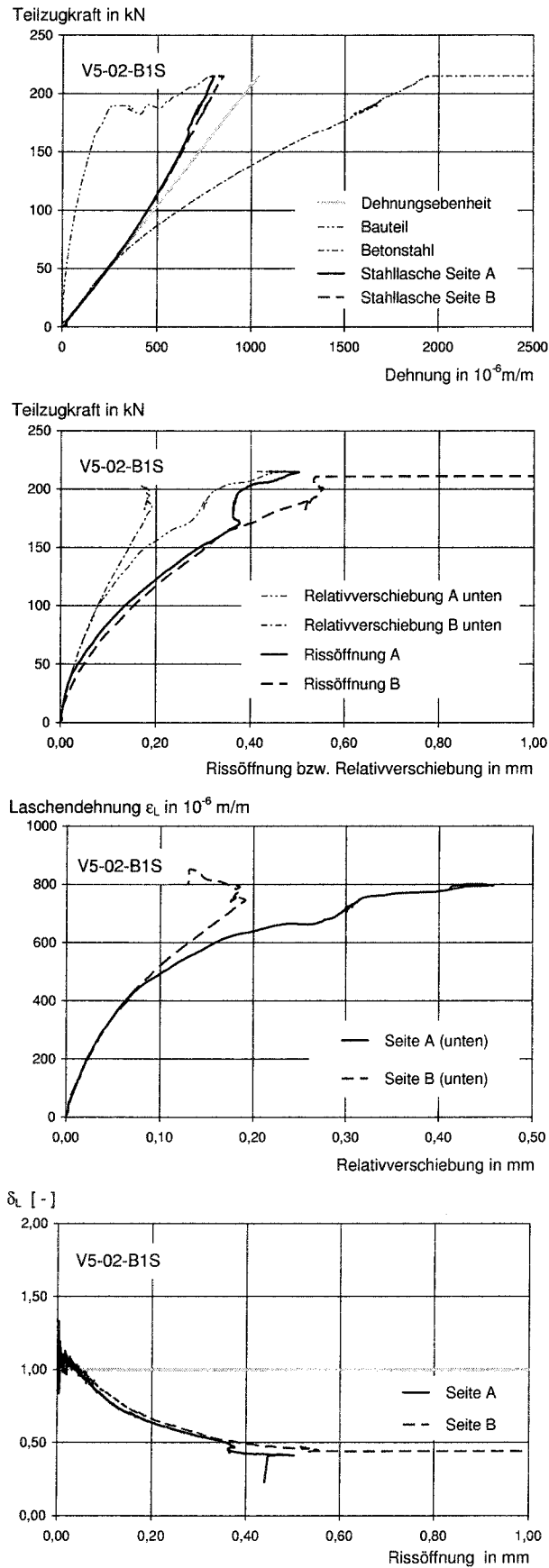


Abbildung B.3. Ergebnisse des Versuchs V5-02-B1S

B.2 Versuchsreihe V6

B.2.1 Versuchsaufbau - Übersicht

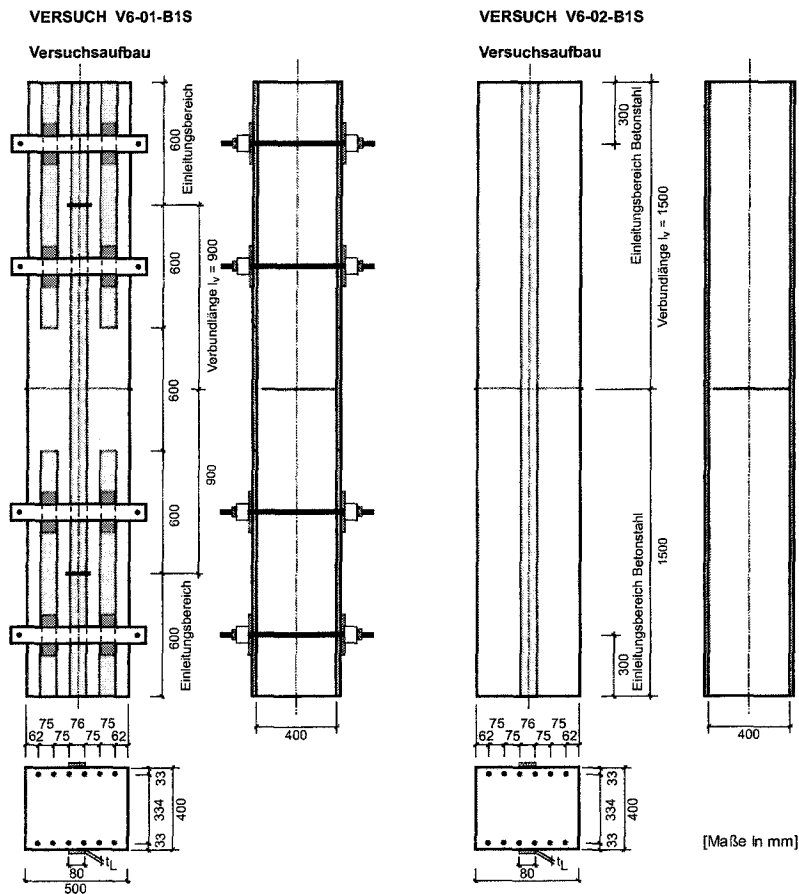


Abbildung B.4. Versuchsreihe V6 - Abmessungen und Versuchsaufbau

B.2.2 Versuch V6-01-B1S

Die Zugkraft wurde mit konstanter Kolbenhubgeschwindigkeit ($v_{Kolben} = 0,008 \text{ mm/s}$) bis zum Verbundbruch der Stahllasche auf Seite A-unten erhöht. Weitere Risse traten nicht auf. Die Versuchsergebnisse sind in Abb. B.5 dargestellt.

B.2.3 Versuch V6-02-B1S

Die Zugkraft wurde mit konstanter Kolbenhubgeschwindigkeit $v_{Kolben} = 0,010 \text{ mm/s}$ erhöht. Bei Teilzugkräften von 130 kN und 145 kN wurde die Belastungsphase für kurze Zeit unterbrochen und anschließend mit gleicher Beanspruchungsgeschwindigkeit bis zum Verbundbruch der Stahllasche auf Seite B-unten fortgesetzt. Weitere Risse waren nicht zu beobachten. Die Ergebnisse können Abb. B.6 entnommen werden.

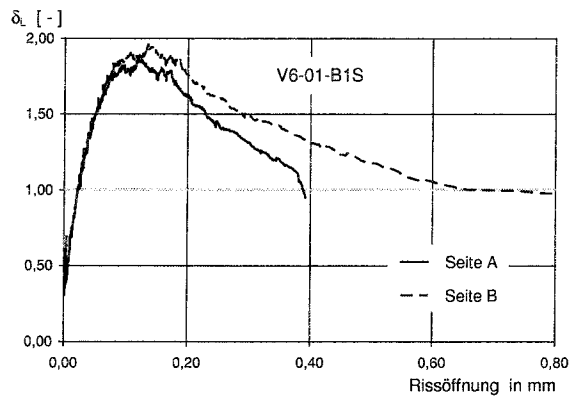
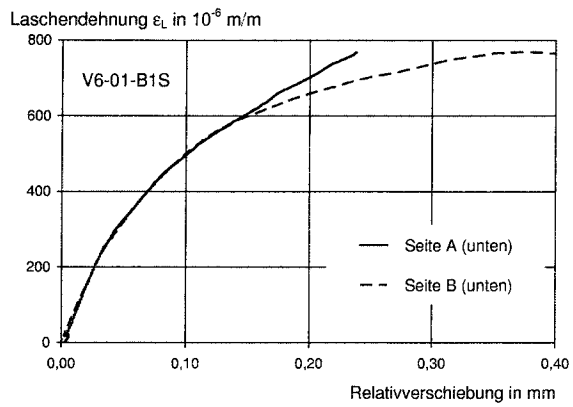
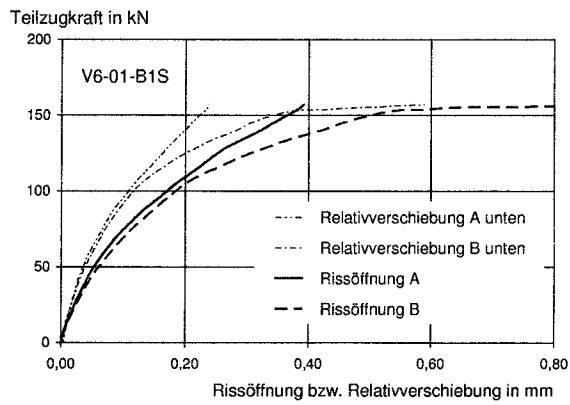
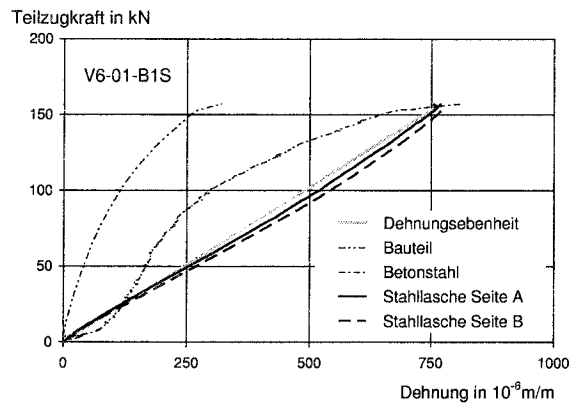


Abbildung B.5. Ergebnisse des Versuchs V6-01-B1S

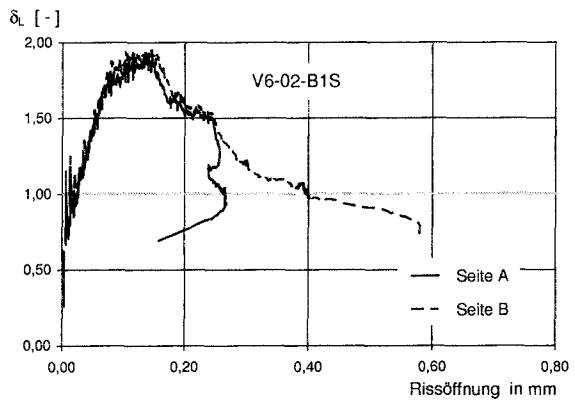
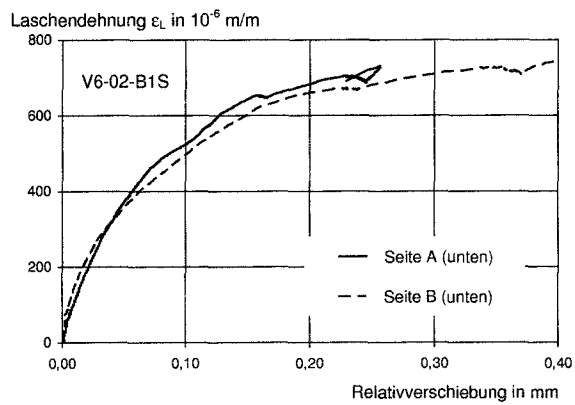
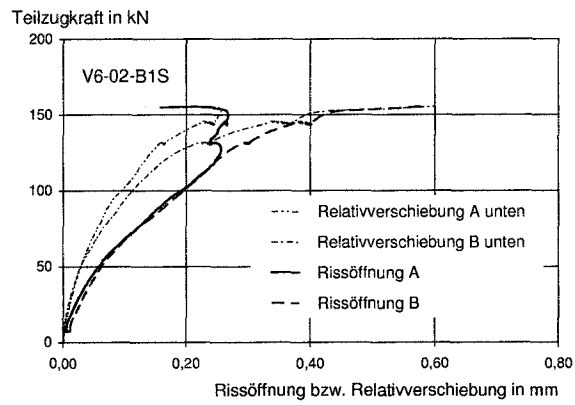
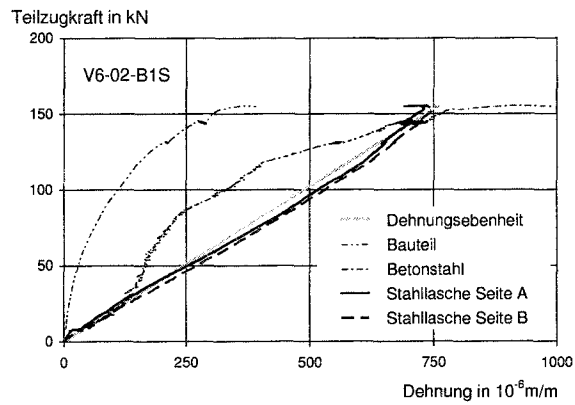


Abbildung B.6. Ergebnisse des Versuchs V6-02-B1S

C

Zusammenwirken bei Dehnkörpern

C.1 Eingangsgrößen der Versuchsauswertung

In Tab. C.1 werden die der Auswertung von Versuchen an gemischt bewehrten Dehnkörpern zugrunde gelegten Eingangsparameter sowie wesentliche Regressionsergebnisse zusammengestellt. Im Einzelnen:

- Verbundparameter der angeklebten Bewehrung
 - τ_{L1} in MPa
 - G_e in N/mm
 - G_F in N/mm
- Verbundparameter der einbetonierten Bewehrung
 - C in $\sqrt{\text{MPa}}$
 - A in $\sqrt{\text{MPa}}/\text{mm}^{0,25}$
 - N -
- Kenngrößen der Rissbildung
 - $F_{cr,cal}$ in kN Rechenwert der Zugkraft bei Erstrissbildung
 - F_a in kN Rechenwert der Zugkraft bei Erreichen des abgeschlossenen Erstrissbildes
 - $s_{cra,exp}$ in mm Rissabstand im Versuch bei F_a
- Beiwert der Kompatibilitätsbedingung
 - $k_{si,exp}$ - Korrekturbeiwert der Verträglichkeitsbedingung; dem Minimum der auf die Stützstellen der F - δ_L -Beziehung bezogenen Fehlerquadratsumme zugeordnet;
 - $k_{si,cal}$ - Korrekturbeiwert der Verträglichkeitsbedingung nach dem in 5.3 abgeleiteten Rechenmodell

Tabelle C.1. Eingangsgrößen und Ergebnisse der Auswertung von Versuchen an Dehnkörpern

Versuch	Verbund						Rissbildung			Kompatibilität	
	Klebearmierung			Betonstahl			$F_{or,cal}$	F_a	$S_{cra,exp}$	$K_{sl,exp}$	$K_{sl,cal}$
τ_{L1}	G_e	G_F	C	A	N						
V1-03-B2C	5,43	0,017	0,578	1,39	1,35	0,25	212,9	330,6	180	0,618	0,587
V1-04-B2C	5,21	0,016	0,555	1,39	1,35	0,25	213,5	326,7	224	0,573	0,584
V1-05-B1C	3,09	0,010	0,329	1,39	1,35	0,25	150,6	236,4	273	0,825	0,884
V1-06-B1C	3,41	0,011	0,363	1,39	1,35	0,25	153,1	246,5	265	0,873	0,872
V1-07-B1C	3,70	0,012	0,394	1,39	1,35	0,25	154,2	254,6	290	0,828	0,868
V1-08-B1C	2,95	0,009	0,314	1,39	1,35	0,25	150,6	232,3	263	0,960	0,883
V1-09-B2S	4,80	0,084	0,468	1,39	1,35	0,25	232,7	261,1	313	0,718	0,777
V1-10-B2S	4,94	0,086	0,482	1,39	1,35	0,25	232,1	261,2	227	0,772	0,781
V1-11-B2S	4,95	0,086	0,482	1,39	1,35	0,25	216,9	247,4	255	0,904	0,892
V1-12-B2S	4,27	0,075	0,416	1,39	1,35	0,25	217,6	243,0	350	1,120	0,888
V1-13-B1S	2,88	0,050	0,280	1,39	1,35	0,25	166,1	188,2	310	1,230	1,230
V1-14-B1S	3,31	0,058	0,323	1,39	1,35	0,25	171,4	192,7	455	1,420	1,197
V1-15-B1S	3,25	0,057	0,317	1,39	1,35	0,25	172,5	193,8	372	1,738	1,190
V2-01-B2C	5,16	0,016	0,550	0,17	0,17	0	191,6	323,1	-	0,710	0,704
V2-02-B2C	5,50	0,017	0,586	0,17	0,17	0	214,0	359,3	-	0,550	0,679
V2-03-B2C	5,36	0,017	0,570	0,17	0,17	0	202,4	312,4	-	0,730	0,674
V2-04-B2C	5,67	0,018	0,604	0,17	0,17	0	225,6	363,8	-	0,320	0,665
V2-05-B1C	3,61	0,011	0,384	0,17	0,17	0	151,2	243,2	-	1,660	1,290
V2-06-B1C	4,05	0,013	0,431	0,17	0,17	0	191,3	281,5	-	1,300	1,300
V2-07-B1C	3,92	0,012	0,417	0,17	0,17	0	174,5	267,1	-	1,130	1,274
V2-08-B1C	3,66	0,012	0,390	0,17	0,17	0	154,5	247,0	-	1,300	1,286
V2-09-B2S	4,76	0,083	0,464	0,17	0,17	0	250,7	265,7	-	1,320	1,561
V2-10-B2S	4,82	0,084	0,469	0,17	0,17	0	240,6	260,7	-	3,040	1,320
V2-11-B2C	5,63	0,018	0,600	0,17	0,17	0	212,2	324,0	-	0,705	0,589
V2-12-B2S	4,61	0,080	0,449	0,17	0,17	0	218,8	234,3	-	2,125	1,301
V2-13-B1S	2,81	0,049	0,274	0,17	0,17	0	146,4	168,0	-	3,133	2,990
V2-14-B1S	2,52	0,044	0,246	0,17	0,17	0	113,5	133,4	-	4,083	2,908
V2-15-B1S	3,05	0,053	0,297	0,17	0,17	0	183,2	192,8	-	2,833	3,115
V2-16-B1S	2,71	0,047	0,265	0,17	0,17	0	142,2	163,5	-	3,533	3,074
V3-01-B2C	5,15	0,016	0,549	2,33	1,35	0,25	187,7	188,6	-	0,767	0,806
V3-02-B2C	5,84	0,018	0,622	2,33	1,35	0,25	212,0	213,2	-	0,599	0,687
V3-03-B2C	6,13	0,019	0,653	2,33	1,35	0,25	230,8	231,4	-	0,675	0,675
V3-04-B2C	5,63	0,018	0,599	2,33	1,35	0,25	194,9	196,1	-	0,642	0,677
V3-05-B1C	3,48	0,011	0,370	2,33	1,35	0,25	139,3	140,7	-	1,146	1,134
V3-06-B1C	4,77	0,015	0,508	2,33	1,35	0,25	185,5	186,2	-	0,917	0,917
V3-07-B1C	3,89	0,012	0,414	2,33	1,35	0,25	133,3	135,2	-	1,167	0,975
V3-08-B1C	4,26	0,013	0,454	2,33	1,35	0,25	157,0	159,1	-	1,285	0,961
V3-09-B2S	4,98	0,087	0,485	2,33	1,35	0,25	252,5	593,0	-	1,383	1,049
V3-10-B2S	4,54	0,079	0,443	2,33	1,35	0,25	196,4	415,7	-	1,475	0,956
V3-11-B2S	4,85	0,085	0,473	2,33	1,35	0,25	234,4	537,3	-	1,125	1,017
V3-12-B2S	4,35	0,076	0,424	2,33	1,35	0,25	188,0	390,8	-	1,373	1,012
V3-13-B1S	3,19	0,056	0,311	2,33	1,35	0,25	127,7	202,9	-	1,400	1,292
V3-15-B1S	3,14	0,055	0,306	2,33	1,35	0,25	152,7	301,1	-	1,227	1,496
V3-16-B1S	3,32	0,058	0,324	2,33	1,35	0,25	159,4	319,4	-	1,400	1,430

Fortsetzung Tabelle C.1

Versuch	Verbund						Rissbildung			Kompatibilität	
	Klebearmierung			Betonstahl			$F_{cr,cal}$	F_R	$S_{cra,exp}$	$K_{si,exp}$	$K_{si,cal}$
	τ_{L1}	G_b	G_F	C	A	N					
V4-01-B2C	6,15	0,019	0,654	1,39	1,35	0,25	308,1	-	-	-	0,503
V4-02-B2C	5,07	0,016	0,540	1,39	1,35	0,25	307,0	-	-	-	0,507
V4-03-B1C	3,67	0,012	0,391	1,39	1,35	0,25	241,3	-	-	-	0,755
V4-04-B1C	3,64	0,011	0,387	1,39	1,35	0,25	240,4	-	-	-	0,758
V4-05-B2S	5,01	0,087	0,489	1,39	1,35	0,25	324,2	-	-	-	0,712
V4-06-B2S	4,11	0,072	0,401	1,39	1,35	0,25	319,5	-	-	-	0,739
V4-07-B1S	3,30	0,058	0,322	1,39	1,35	0,25	253,4	-	-	-	1,082
V4-08-B1S	3,64	0,063	0,354	1,39	1,35	0,25	254,3	-	-	-	1,077
V5-01-B1S	3,75	0,038	0,544	2,33	1,35	0,25	535,2	-	-	2,134	1,761
V5-02-B1s	3,69	0,046	0,517	2,33	1,35	0,25	367,1	-	-	2,040	2,034
V6-01-B1S	3,50	0,053	0,508	0,17	0,17	0	309,8	-	-	4,915	4,900
V6-02-B1S	3,40	0,043	0,459	0,17	0,17	0	341,8	-	-	4,887	4,800

C.2 Gegenüberstellung von Versuchsergebnissen und Rechenwerten

Darstellungsumfang

In den Abbildungen C.1 bis C.5 werden die Ergebnisse aus den Dehnkörperversuchen, zusammengefasst zu Teilsereien mit annähernd identischen Parametern, Rechenwerten gegenübergestellt. Im Einzelnen werden wiedergegeben:

- Zusammenhang zwischen Zugkraft und Verhältnis der Dehnungen der Bewehrungsstränge im vorgegebenen Rissquerschnitt (F - δ_L -Diagramm)
 - $\delta_{L,exp}(F)$ Verhältnis der gemessenen Dehnungen der Bewehrungsstränge in Abhängigkeit der Zugkraft; Ergebnisse der einzelnen Versuche sowie Mittelwert der Teilserie
 - $\delta_{L,cal}(F)$ mit Hilfe des numerischen Modells berechnetes Verhältnis der Dehnungen auf Grundlage der mittleren Betondruckfestigkeit der Teilserie und der nach Abb. 3.2 aus f_{cm} abgeleiteten Oberflächenzugfestigkeit
 - $\delta_{L,lim}(F)$ Grenzlinie der Klebarmierungsentkopplung am Einzelriss nach Gl. (5.2)
- Zusammenhang zwischen Zugkraft und Dehnungen der Bewehrungsstränge im vorgegebenen Rissquerschnitt (F - ϵ -Diagramm)
 - $\epsilon_{s,exp}(F)$ Mittelwert der gemessenen Betonstahldehnungen einer Teilserie;
 - $\epsilon_{L,exp}(F)$ Mittelwert der gemessenen Dehnungen des Klebarmierungsstranges einer Teilserie;
 - $\epsilon_{s,cal}(F)$ Rechenwerte der Betonstahldehnung zugehörig zur F - $\delta_{L,cal}$ -Beziehung (Mittelwert)
 - $\epsilon_{L,cal}(F)$ Rechenwert der Klebarmierungsdehnung
 - $\epsilon_{Bernoulli}$ Dehnungen bei Annahme einer ebenen Dehnungsverteilung;

In allen Abbildungen sind ergänzend der Mittelwert der Zugkraft bei Auftreten des ersten zusätzlichen Risses ($F_{cr,exp}$) sowie die Rechenwerte der Zugkräfte bei Erstrissbildung (Risschnittgröße auf Basis der mittleren zentrischen Zugfestigkeit; $F_{cr,cal}$) bzw. bei Erreichen des abgeschlossenen Erstrissbildes (F_a) angegeben.

Legende

—	$\delta_{L,exp}(F)$ Versuchsergebnis (Einzelwert)	----	$\epsilon_{s,exp}(F)$ Versuchsergebnis Betonstahl (Mittelwert)
—	$\delta_{L,exp}(F)$ Versuchsergebnis (Mittelwert d. Teilserie)	—	$\epsilon_{L,exp}(F)$ Versuchsergebnis Klebarmierung (Mittelwert)
—○—	$\delta_{L,cal}(F)$ Rechenmodell	-○-	$\epsilon_{s,cal}(F)$ Rechenwert Betonstahl
----	$\delta_{L,lim}(F)$ Grenzlinie (Entkopplung am Einzelriss)	—○—	$\epsilon_{L,cal}(F)$ Rechenwert Klebarmierung
		----	$\epsilon_{Bernoulli}(F)$ Dehnungsebenheit

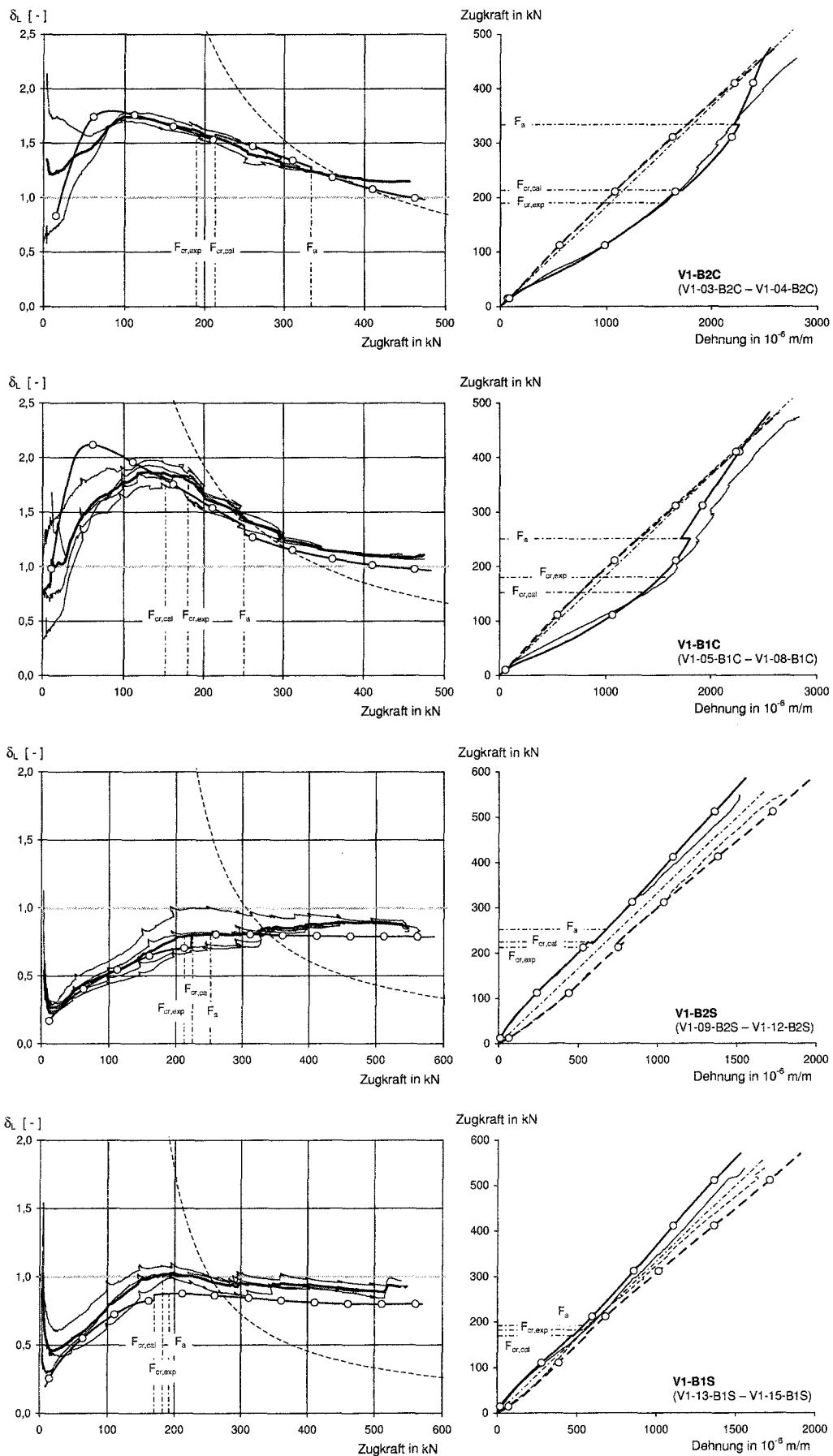


Abbildung C.1. Versuchsreihe V1 - Versuchsergebnisse und Rechenwerte

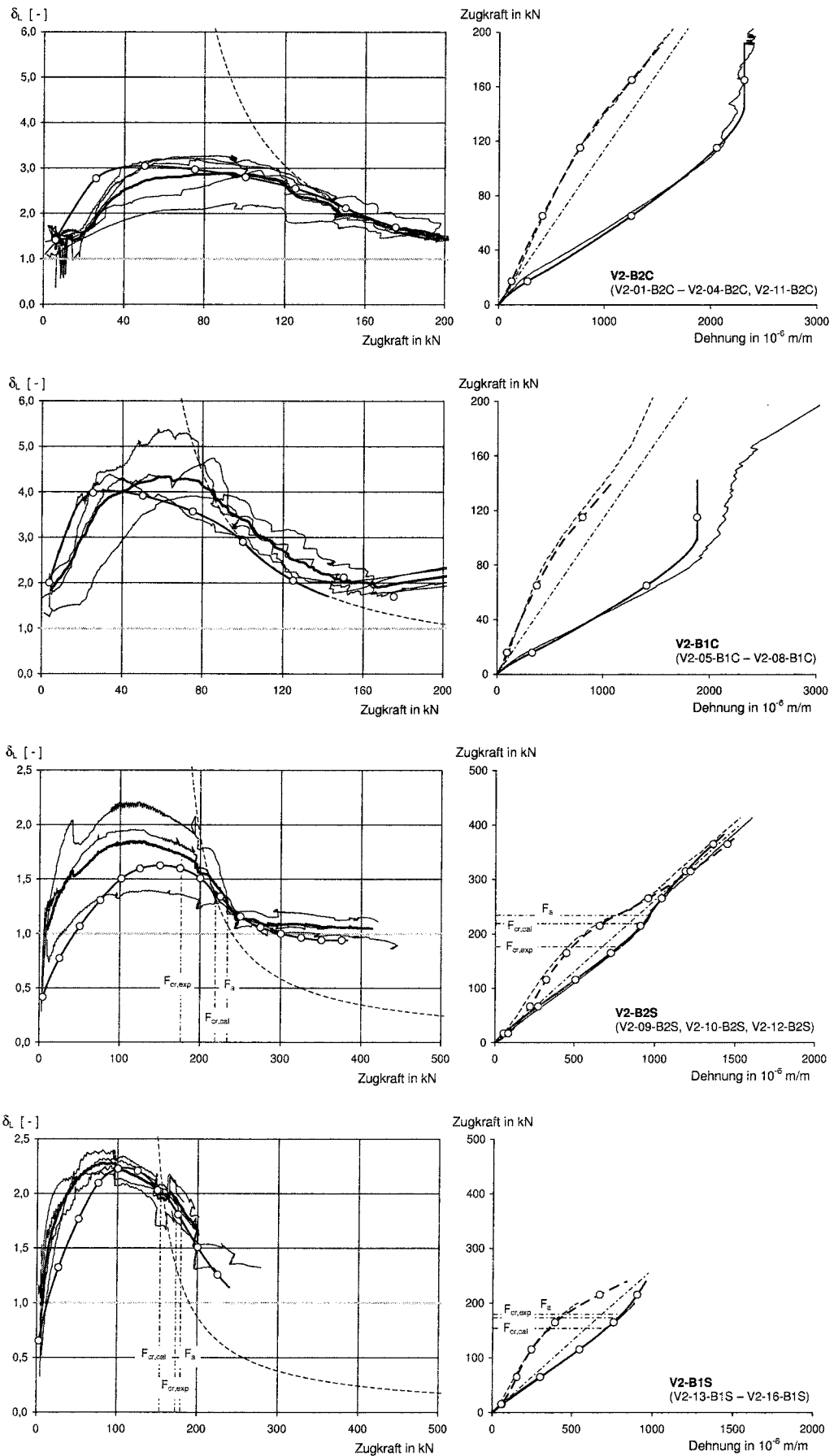


Abbildung C.2. Versuchsreihe V2 - Versuchsergebnisse und Rechenwerte

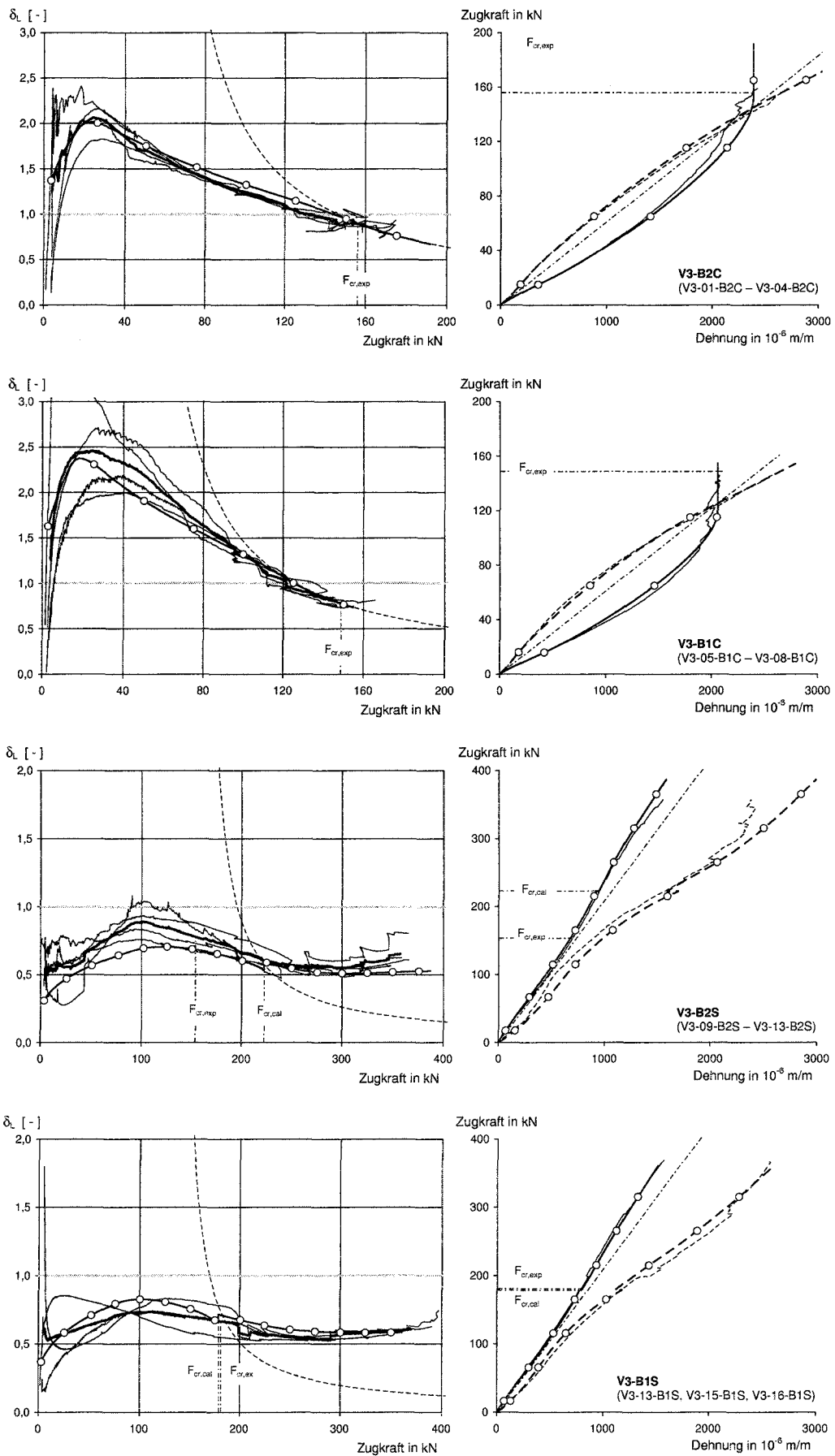


Abbildung C.3. Versuchsreihe V3 - Versuchsergebnisse und Rechenwerte

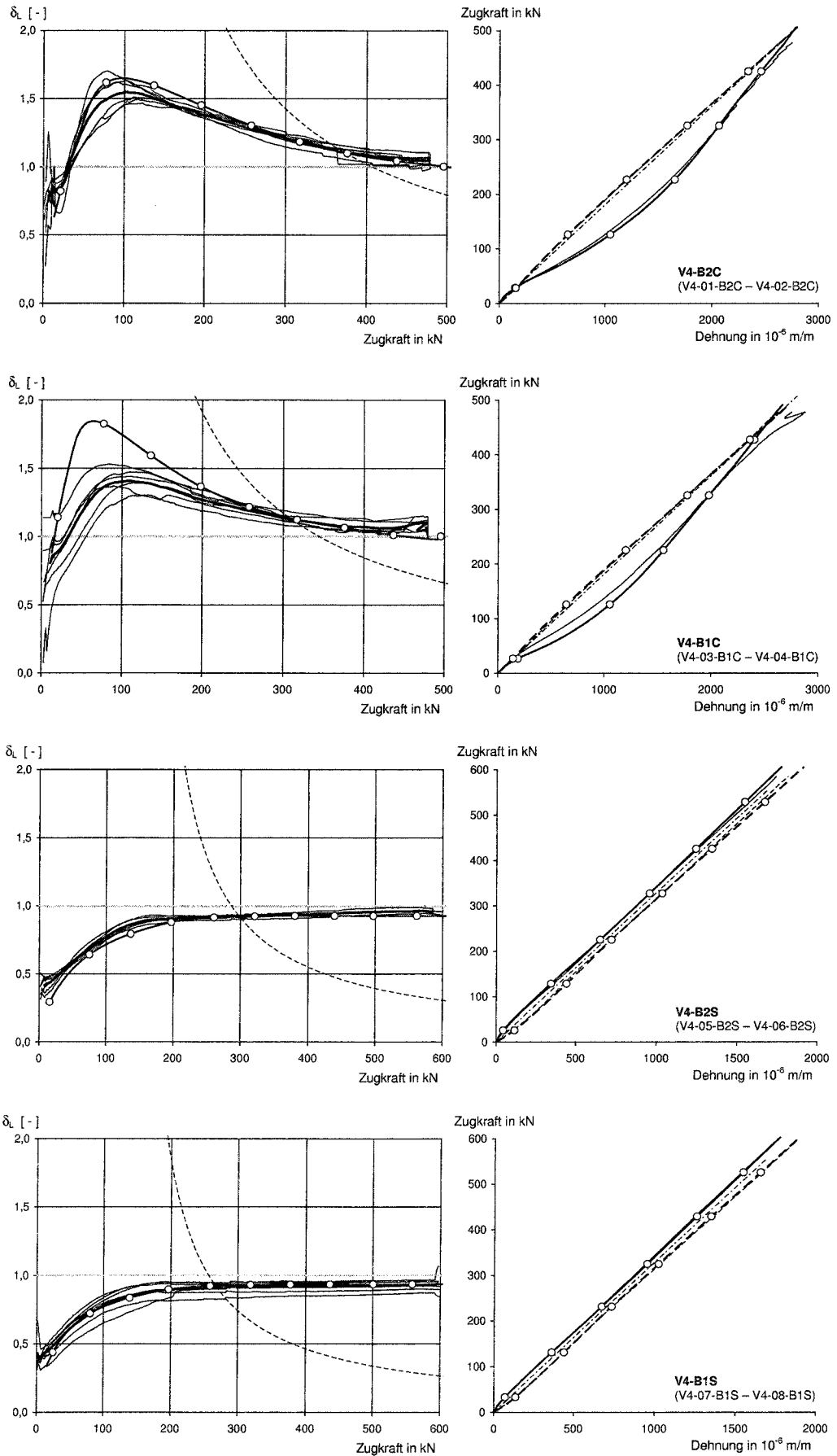


Abbildung C.4. Versuchsreihe V4 - Versuchsergebnisse und Rechenwerte

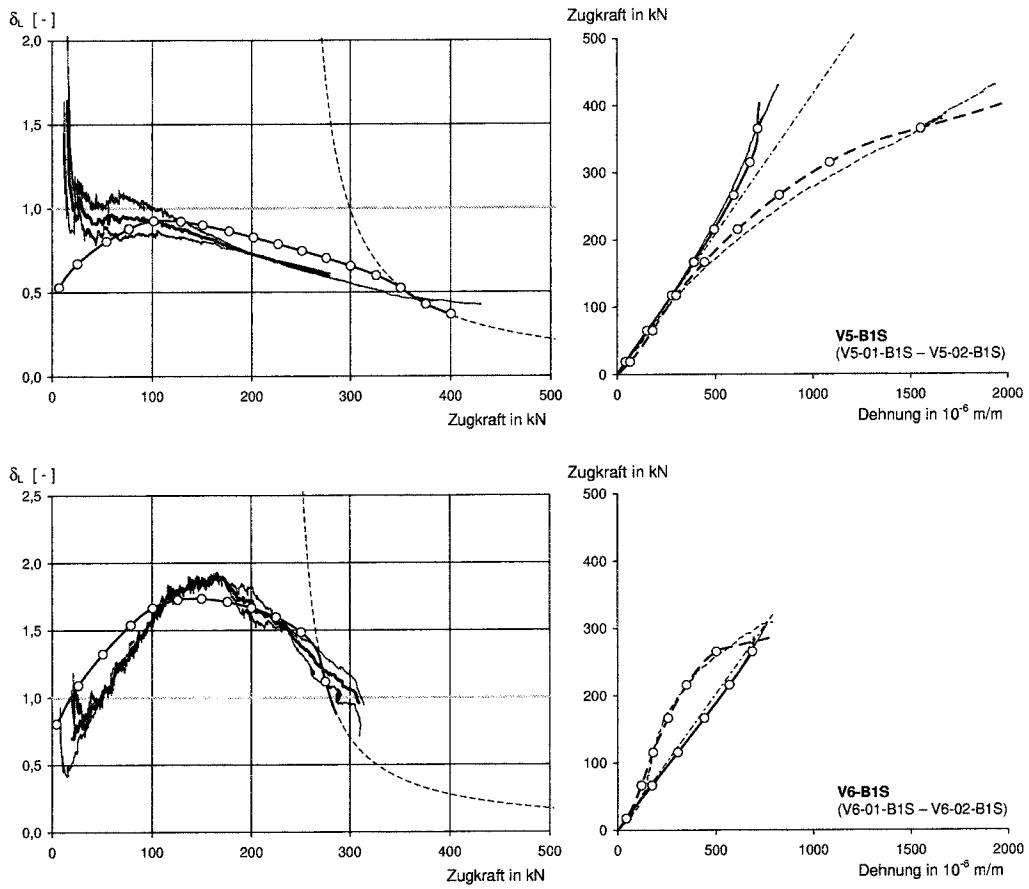


Abbildung C.5. Versuchsreihen V5 und V6 - Versuchsergebnisse und Rechenwerte

D

Zusammenstellung von Daten zu Versuchen an Biegebauteilen

In Tab. D.1 werden die der Nachrechnung bzw. dem Vergleich mit rechnerischen Rissabständen zugrunde gelegten Kennwerte der Versuche an klebarmierten Biegebauteilen zusammengefasst. Die in Tab. D.1 verwendeten Bezeichnungen werden in Abb. D.1 erläutert; die Größen werden in folgenden Einheiten angegeben:

Materialkenngrößen	MPa
Abmessungen	mm
Versagenslast F_u	kN

Darüber hinaus bedeuten folgende Kennzeichnungen:

r	gerippter Betonstahl
g	glatter Betonstahl
c	CFK-Lamellen
s	Stahllaschen

Der in Tab. D.1 unter s_{cr} angegebene Rissabstand bezeichnet den Mittelwert der Rissabstände im Bereich $M \approx \text{const.}$

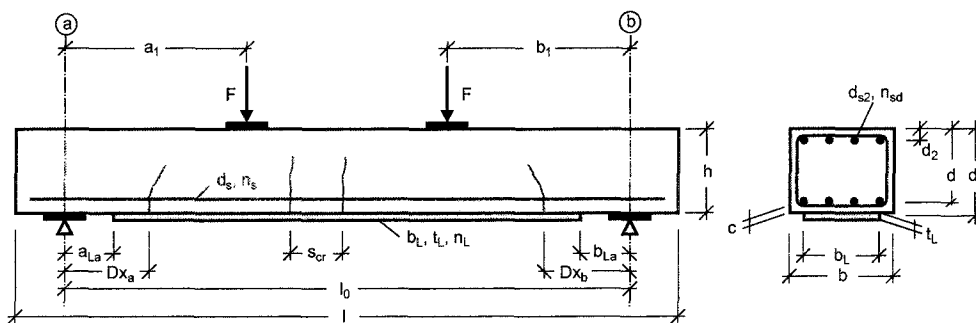


Abbildung D.1. Bezeichnungen

Tabelle D.1. Kennwerte der Versuche an biegebeanspruchten Bauteilen

Quelle	Bez.	QS	Geometrie							
			Querschnitt				Lamelle		Last	
			l	b	h	l ₀	a _{1,2}	b _{1,2}	a ₁	b ₁
Zlich u.a. 2000	bb1	RE	5500	300	500	5250	175	175	2125	2125
	bb2	RE	5500	300	500	5150	125	125	2075	2075
	bpi1	RE	5500	900	160	5250	175	175	2125	2125
	bpi2	RE	5500	900	160	5100	100	100	2050	2050
	sb1	Plaba	3150	500	450	3000	125	125	1000	1000
	sb3	Plaba	4150	500	450	3950	100	100	1475	1475
	sb4	Plaba	3150	500	450	2950	100	100	975	975
Neubauer 2000	Sika P1	RE	4500	500	150	4000	0	100	1400	1400
	Sika P2	RE	4500	500	150	4000	0	100	1400	1400
	Sika P3	RE	4500	500	150	4000	0	100	1400	1400
	Ispe P1	RE	3000	500	150	2600	0	100	900	900
	Ispe P2	RE	3000	500	150	2600	0	100	900	900
Ulaga und Meier 2002	PS1	RE	2300	500	200	2100	50	50	810	810
	PS2	RE	2300	500	200	2100	50	50	810	810
	PS4	RE	2300	500	200	2100	50	50	810	810
Zlich u.a. 1998	BALK-A1	RE	3000	350	150	2500	0	0	910	910
	BALK-A3	RE	3000	350	150	2500	0	0	1250	1250
	BALK-B1	RE	3000	150	350	2500	0	0	1250	1250
Rostásy und Holzenkämpfer 1989	DB04	RE	3700	200	270	3000	450	250	1250	1250
	DB06	RE	3700	200	270	3000	150	150	1250	1250
	DB08	RE	3700	200	270	3000	150	50	1250	1250
	DB09	RE	3700	200	270	3000	550	350	1250	1250
	DB10	RE	3700	200	270	3000	450	250	1250	1250
	SB01	RE	3700	200	270	3000	250	50	1250	1250
	SB02	RE	3700	200	270	3000	250	50	1250	1250
	SB03	RE	3700	200	270	3000	250	50	1250	1250
	SB04	RE	3700	200	270	3000	250	50	1250	1250
	SB05	RE	3700	200	270	3000	250	50	950	950
	SB06	RE	3700	200	270	3000	250	50	950	950
Seim u.a. 2000	SF1	RE	4500	950	203	4170	460	460	1885	1885
	SF2	RE	4500	950	203	4170	460	460	1885	1885
	SF15	RE	4500	950	203	4170	460	460	1885	1885
	SF4	RE	4500	950	203	4170	460	460	1885	1885
	SF5	RE	4500	950	203	4170	278	278	1585	1585
	SF6	RE	4500	950	203	4170	278	278	1585	1585
Jansze 1997	bm1	RE	2500	100	200	2400	100	100	800	800
HILTI 1991	b3	RE	4600	300	200	4600	250	250	1050	1050
Matthys 2000	bf2	RE	4600	200	450	3800	70	70	1250	1250
	bf3	RE	4600	200	450	3800	70	70	1250	1250
	bf8	RE	4600	200	450	3800	70	70	1250	1250
eigene Versuche	B2-01-B2C	RE	4800	300	150	4500	100	100	2000	2000
	B2-02-B2C	RE	4800	300	150	4500	100	100	2000	2000
	B2-03-B2C	RE	4800	300	150	4500	100	100	2000	2000
	B2-04-B2S	RE	4800	300	150	4500	100	100	2000	2000
	B2-05-B2S	RE	4800	300	150	4500	100	100	2000	2000
	B2-06-B2S	RE	4800	300	150	4500	100	100	2000	2000
	B2-07-B2C	RE	4800	300	150	4500	100	100	2000	2000
	B2-08-B2C	RE	4800	300	150	4500	100	100	2000	2000
	B2-09-B2C	RE	4800	300	150	4500	100	100	2000	2000
	B2-10-B2S	RE	4800	300	150	4500	100	100	2000	2000
	B2-11-B2S	RE	4800	300	150	4500	100	100	2000	2000
	B2-12-B2S	RE	4800	300	150	4500	100	100	2000	2000

Fortsetzung Tabelle D.1

Quelle	Bez.	Geometrie											
		Betonstahl				Klebearmierung					Druckbewehrung		
		d	d _s	c	n _s	d _L	l _L	b _L	t _L	n _L	d ₂	d _{s2}	n _{s2}
Zlich u.a. 2000	bb1	451	28	35	3	509	4900	201	15,0	1	60	12	2
	bb2	451	28	35	3	509	4900	200	15,0	1	60	12	2
	bpl1	129	12	25	6	164	4900	80	5,0	2	-	-	-
	bpl2	129	12	25	6	164	4900	80	5,0	2	18	6	2
	sb1	405	20	35	4	454	2750	150	6,0	1	40	8	4
	sb3	388	20	35	8	454	3750	150	6,0	1	40	8	4
	sb4	405	20	35	4	454	2750	150	6,0	1	40	8	4
Neubauer 2000	Sika P1	127	6	20	6	152	3900	50	1,2	1	23	6	2
	Sika P2	125	10	20	4	152	3900	50	2,4	1	23	6	2
	Sika P3	127	6	20	6	154	3900	50	6,0	1	23	6	2
	lspo P1	126	8	20	7	152	2500	50	1,4	2	23	6	2
	lspo P2	126	8	20	7	152	2500	50	1,4	2	23	6	2
Ulaga und Meier 2002	PS1	158	8	38	5	202	2000	50	1,2	2	42	8	3
	PS2	158	8	38	5	202	2000	50	1,2	2	42	8	3
	PS4	158	8	38	5	202	2000	50	1,2	2	42	8	3
Zlich u.a. 1998	BALK-A1	122	6	25	3	152	2500	50	1,2	1	28	6	3
	BALK-A3	122	6	25	3	152	2500	50	1,4	1	28	6	3
	BALK-B1	322	6	25	2	352	2500	50	1,2	1	28	6	2
Rostásy und Holzenkämpfer 1989	DB04	240	10	20	2	274	2300	80	5,0	1	23	5	2
	DB06	240	10	20	2	274	2700	40	6,1	1	23	5	2
	DB08	240	10	20	2	275	2800	40	8,0	1	23	5	2
	DB09	240	10	20	2	273	2100	39	4,0	1	23	5	2
	DB10	240	10	20	2	272	2300	79	3,0	1	23	5	2
	SB01	240	10	20	2	275	2700	60	7,9	1	23	5	2
	SB02	240	10	20	2	273	2700	120	3,9	1	23	5	2
	SB03	240	10	20	2	276	2700	40	10,0	1	23	5	2
	SB04	240	10	20	2	274	2700	80	5,0	1	23	5	2
	SB05	240	10	20	2	276	2700	40	10,0	1	23	5	2
Seim u.a. 2000	SF1	168	19	25	3	205	3250	100	1,3	2	-	-	-
	SF2	167	22	25	2	205	3250	100	1,3	2	-	-	-
	SF15	172	13	25	7	205	3250	100	1,3	2	-	-	-
	SF4	168	19	25	3	205	3250	50	1,3	4	-	-	-
	SF5	168	19	25	3	205	3610	100	1,3	2	-	-	-
	SF6	167	22	25	2	205	3610	100	1,3	2	-	-	-
Jansze 1997	bm1	169	8	25	2	204	2200	100	5,0	1	25	8	2
HILTI 1991	b3	174	8	26	3	205	4100	50	8,0	1	25	8	3
Matthys 2000	bf2	409	16	33	4	452	3660	100	1,2	1	-	-	-
	bf3	409	16	33	4	452	3660	100	1,2	1	-	-	-
	bf8	409	16	33	2	452	3660	100	1,2	1	-	-	-
eigene Versuche	B2-01-B2C	121	12	30	2	155	4300	50	1,3	1	25	8	2
	B2-02-B2C	120	12	30	2	155	4300	50	1,3	1	25	8	2
	B2-03-B2C	125	12	30	2	155	4300	50	1,3	1	25	8	2
	B2-04-B2S	120	12	30	2	155	4300	80	5,2	1	25	8	2
	B2-05-B2S	120	12	30	2	155	4300	80	5,2	1	25	8	2
	B2-06-B2S	120	12	30	2	155	4300	80	5,2	1	25	8	2
	B2-07-B2C	123	12	30	2	155	4300	50	1,3	1	25	8	2
	B2-08-B2C	118	12	30	2	147	4300	50	1,3	1	25	8	2
	B2-09-B2C	118	12	30	2	155	4300	50	1,3	1	25	8	2
	B2-10-B2S	120	12	30	2	155	4300	80	5,2	1	25	8	2
	B2-11-B2S	120	12	30	2	155	4300	80	5,2	1	25	8	2
	B2-12-B2S	120	12	30	2	155	4300	80	5,2	1	25	8	2

Fortsetzung Tabelle D.1

Quelle	Bez.	Material										Rissbild			F _u
		Beton			Betonstahl				Klebearmierung			Dx _a	Dx _b	s _{er}	
		f _{cm}	f _{ctm}	E _{cm}	E _s	f _{sy}	g r	E _L	f _{ly} f _{Lu}	c s					
Zich u.a. 2000	bb1	34,0	3,45	30776	200953	564	r	205052	317	s	203	203	120	162,7	
	bb2	36,5	2,40	31513	200953	564	r	205052	317	s	325	325	150	157,5	
	bpl1	33,4	3,52	30594	204228	554	g	206504	355	s	537	502	110	28,3	
	bpl2	31,8	3,23	30098	204228	554	g	196100	336	s	520	520	140	31,5	
	sb1	35,8	2,71	31310	200214	568	r	205900	321	s	544	639	110	155	
	sb3	33,7	3,27	30686	200214	568	r	205900	321	s	305	264	87	246	
Neubauer 2000	Sika P1	22,6	1,37	26859	204763	564	r	180984	2891	c	420	420	127	13	
	Sika P2	35,7	2,42	31281	197973	519	r	180984	2891	c	420	420	110	23	
	Sika P3	22,6	1,69	26859	204763	564	r	205459	452	s	420	420	118	16,4	
	Isपो P1	31,3	1,55	29939	200821	619	r	148864	1860	c	222	351	76	44,6	
	Isपो P2	31,3	1,99	29939	200821	619	r	205517	2681	c	265	204	71	51,4	
Ulaga und Meier 2002	PS1	36,2	2,88	31426	200000	554	r	131000	2248	c	382	390	107	55	
	PS2	36,2	2,88	31426	200000	554	r	165000	2800	c	410	440	91	63,5	
	PS4	36,2	2,88	31426	200000	554	r	131000	2248	c	396	370	95	55	
Zich u.a. 1998	BALK-A1	23,0	1,27	27017	200000	240	g	169100	3140	c	430		130	10,97	
	BALK-A3	26,5	2,37	28323	200000	240	g	218700	2680	c	420		100	10	
	BALK-B1	37,1	1,69	31685	200000	240	g	169100	3140	c	610		140	21,48	
Rostásy und Holzenkämpfer 1989	DB04	42,3	3,10	28600	198000	604	r	210000	327	s	450	250	119	62,7	
	DB06	39,0	3,10	27100	198000	604	r	203000	330	s	150	150	73	69	
	DB08	40,7	3,10	27500	198000	604	r	205000	338	s	184	71	99	57,5	
	DB09	40,7	3,10	26200	198000	604	r	206000	329	s	563	350	113	32,5	
	DB10	39,0	3,10	25700	198000	604	r	220000	282	s	337	246	96	67,1	
	SB01	40,7	3,10	29400	198000	584	r	200000	297	s	328	494	83	75	
	SB02	36,5	3,10	28000	198000	584	r	210000	293	s	198	498	78	90	
	SB03	36,5	3,10	28200	198000	584	r	200000	278	s	254	856	96	50	
	SB04	39,8	3,10	27100	198000	584	r	200000	317	s	250	144	89	75	
	SB05	43,2	3,10	29200	198000	584	r	200000	278	s	250	139	120	57,5	
Seim u.a. 2000	SF1	31,6	3,16	30034	202200	451	r	179200	2221	c	468		116	64	
	SF2	31,5	3,15	30003	206200	452	r	179200	2221	c	428		150	66	
	SF15	33,3	3,27	30564	208700	457	r	179200	2221	c	420		125	67	
	SF4	33,4	3,28	30594	202200	451	r	192000	2300	c	370		100	65	
	SF5	35,2	3,39	31134	202200	451	r	179100	2663	c	255		156	72	
	SF6	34,5	3,35	30938	206200	452	r	179200	2221	c	630		194	73,5	
Jansze 1997	bm1	42,8	3,22	33231	200000	550	r	200000	300	s	100	100	67	34,3	
HILTI 1991	b3	48,3	3,49	34591	200000	550	r	200000	300	s	410	620	106	31,5	
Matthys 2000	bf2	36,5	2,80	31513	200000	500	r	159000	3200	c	114	114	74	185	
	bf3	34,9	2,69	31046	200000	500	r	159000	3200	c	462	148	63	186	
	bf8	39,4	2,99	32326	200000	500	r	159000	3200	c	309	220	69	111,3	
eigene Versuche	B2-01-B2C	51,5	2,76	35336	204730	555	g	159530	2800	c	300	300	150	25,08	
	B2-02-B2C	51,5	2,71	35336	204730	555	g	159530	2800	c	300	300	150	23,96	
	B2-03-B2C	43,7	3,83	33451	204730	555	g	159530	2800	c	300	300	150	25,02	
	B2-04-B2S	52,6	3,63	35600	204730	555	g	203400	378	s	300	300	100	32,23	
	B2-05-B2S	51,0	3,71	35240	204730	555	g	203400	378	s	300	300	100	32,97	
	B2-06-B2S	53,6	3,35	35823	204730	555	g	206790	301	s	300	300	100	28,95	
	B2-07-B2C	56,8	3,19	36512	204730	555	g	159530	2800	c	300	300	150	24,73	
	B2-08-B2C	57,5	3,38	36671	204730	555	g	159530	2800	c	300	300	150	21,75	
	B2-09-B2C	57,5	2,85	36671	204730	555	g	159530	2800	c	300	300	150	24,99	
	B2-10-B2S	54,9	3,08	36116	204730	555	g	203400	378	s	300	300	150	34,12	
	B2-11-B2S	53,0	3,01	35693	204730	555	g	206790	301	s	300	300	120	29,35	
	B2-12-B2S	54,4	1,79	36007	204730	555	g	206790	301	s	300	300	150	28,98	

E

Betonkenngrößen - Bezeichnungen, Umrechnung

E.1 Betondruckfestigkeit

Kenngrößen

$\beta_{w,200}$	Betondruckfestigkeit, ermittelt an einem Würfel der Kantenlänge 200 mm; Lagerung und Prüfung nach (DIN 1048-5 1996) (7 Tage Feuchtlagerung, anschließend Lagerung in Normklima)
$\beta_{w,150}$	Betondruckfestigkeit, ermittelt an einem Würfel der Kantenlänge 150 mm; Lagerung und Prüfung nach (DIN 1048-5 1996) (7 Tage Feuchtlagerung, anschließend Lagerung in Normklima)
$f_{c,cube}$	Betondruckfestigkeit, ermittelt an einem Würfel der Kantenlänge 150 mm; Lagerung nach (DIN EN 12390-2 2001) (Feuchtlagerung bis zur Prüfung)
$f_{c,dry}$	Betondruckfestigkeit, ermittelt an einem Würfel der Kantenlänge 150 mm; Lagerung nach (DIN EN 12390-2 2001, Anhang NA) (7 Tage Feuchtlagerung, anschließend Lagerung in Normklima)
$f_{c,cyl}$	Betondruckfestigkeit, ermittelt an einem Zylinder mit $d/h = 150 \text{ mm}/300 \text{ mm}$; Lagerung nach (DIN EN 12390-2 2001) (Feuchtlagerung bis zur Prüfung)
f_{ck}	charakteristischer Wert (5%-Quantil) der an einem Zylinder mit $d/h = 150 \text{ mm}/300 \text{ mm}$ ermittelten Druckfestigkeit; Lagerung nach (DIN EN 12390-2 2001) (Feuchtlagerung bis zur Prüfung)
$f_{ck,cube}$	charakteristischer Wert (5%-Quantil) der an einem Würfel der Kantenlänge 150 mm ermittelten Druckfestigkeit; Lagerung nach (DIN EN 12390-2 2001) (Feuchtlagerung bis zur Prüfung)

Einflussgrößen und Umrechnung

- Einfluss der Probekörpergröße auf die Würfeldruckfestigkeit nach (Schickert 1981) bzw. (DIN 1045 1988):

$$\beta_{w,200} = 0,95 \cdot \beta_{w,150} \quad \text{bzw.} \quad f_{c,cube,200} = 0,95 \cdot f_{c,cube,150} \quad (\text{E.1})$$

- Einfluss der Lagerungsart auf die Würfeldruckfestigkeit nach (DIN-FB 100 2001) bzw. (DIN 1045-2 2001) in Verbindung mit (DIN EN 206-1 2001):

$$f_{c,cube} = 0,92 \cdot f_{c,dry} \quad (\text{E.2})$$

- Einfluss der Probekörpergestalt; Umrechnung von Würfel- auf Zylinderdruckfestigkeiten nach (Bonzel 1959) bzw. (Feix 1993) unter Voraussetzung der Lagerung nach (DIN EN 12390-2 2001):

$$f_{c,cube} = 1,20 \cdot f_{c,cyl} \quad (\text{E.3})$$

- Beziehung zwischen dem charakteristischen Wert der Druckfestigkeit und dem Mittelwert nach (DIN 1045-1 2001):

$$f_{cm,cyl} = f_{c,cyl} = f_{ck} + \Delta f \quad \text{mit} \quad \Delta f = 8 \text{ MPa} \quad (\text{E.4})$$

Umrechnung von Kenngrößen zur Auswertung von Versuchen

Für einen Vergleich von Druckfestigkeitskenngrößen bzw. für den Vergleich von Versuchsergebnissen im Rahmen einer Auswertung von Versuchsdaten ist unter der Voraussetzung, dass die Probekörper in gleicher Weise wie die Versuchskörper gelagert wurden, eine Berücksichtigung unterschiedlicher normenspezifischer Lagerungsverhältnisse nicht erforderlich. Die Umrechnung verschiedener Kennwerte kann nach folgenden Zusammenhängen erfolgen.

$\beta_{w,200} \rightarrow f_{c,cube}$	nach Gl. (E.1)	$f_{c,cube} = 1,05 \cdot \beta_{w,200}$
$\beta_{w,200} \rightarrow f_{c,cyl}$	nach den Gln (E.1)(E.3)	$f_{c,cyl} = 0,87 \cdot \beta_{w,200}$
$\beta_{w,150} \rightarrow f_{c,cube}$		$f_{c,cube} = 1,00 \cdot \beta_{w,150}$
$\beta_{w,150} \rightarrow f_{c,cyl}$	nach Gl. (E.3)	$f_{c,cyl} = 0,83 \cdot \beta_{w,150}$

Umrechnung von Kenngrößen zum Vergleich von Bemessungsansätzen

Sofern Bemessungsansätze auf Kenngrößen aufbauen, die an gesondert hergestellten Probekörpern nach (DIN 1048-5 1996) bzw. (DIN EN 12390-2 2001) ermittelt werden, müssen für die Umrechnung der Kennwerte im Rahmen eines Vergleichs von Bemessungsansätzen neben Größen- und Gestaltabhängigkeiten auch die Einflüsse unterschiedlicher Lagerungsbedingungen berücksichtigt werden. Folgende Beziehungen werden angenommen:

$\beta_{w,200} \rightarrow f_{c,cube}$	nach den Gln. (E.1)(E.2)	$f_{c,cube} = 0,97 \cdot \beta_{w,200}$
$\beta_{w,200} \rightarrow f_{c,cyl}$	nach den Gln. (E.1)(E.2)(E.3)	$f_{c,cyl} = 0,81 \cdot \beta_{w,200}$
$\beta_{w,150} \rightarrow f_{c,cube}$	nach Gl. (E.2)	$f_{c,cube} = 0,92 \cdot \beta_{w,150}$
$\beta_{w,150} \rightarrow f_{c,cyl}$	nach den Gln. (E.2)(E.3)	$f_{c,cyl} = 0,77 \cdot \beta_{w,150}$

Werden die genannten Faktoren zur Umrechnung von Quantilwerten der Druckfestigkeitskenngrößen ($\beta_{WN} \rightarrow f_{ck}$) verwendet, ergeben sich die in (Hartz 2002) angegebenen Beziehungen zwischen Betongüten nach (DIN 1045 1988) und Festigkeitsklassen nach (DIN 1045-2 2001).

E.2 Betonzugfestigkeit

Kenngrößen

β_{oz}	Oberflächenzugfestigkeit; ermittelt nach (DIN 1048-2 1991); Bezeichnung nach (DIN 1045 1988)
β_z	zentrische Zugfestigkeit; Bezeichnung nach (DIN 1045 1988)
β_{bz}	Biegezugfestigkeit; ermittelt im Vierpunkt-Biegezugversuch an Betonprismen nach (DIN 1048-5 1996)
f_{ct}	einachsiale, zentrische Zugfestigkeit; Bezeichnung nach (DIN 1045-1 2001)
f_{ctm}	Mittelwert der einachsialen zentrischen Zugfestigkeit; Bezeichnung nach (DIN 1045-1 2001)
$f_{ct,sp}$	Spaltzugfestigkeit; ermittelt an Zylindern $d/h = 150 \text{ mm}/300 \text{ mm}$
$f_{ct,fl}$	Biegezugfestigkeit; ermittelt im Vierpunkt-Biegezugversuch an Betonprismen nach (DIN 1048-5 1996)

Ableitung der Zugfestigkeit aus Druckfestigkeitskenngrößen

Die Umrechnungsbeziehungen zwischen den Kenngrößen der Zugfestigkeit werden in 4.1.2 erläutert. Spezifische Beziehungen zwischen den Kenngrößen nach (DIN 1045 1988) und (DIN 1045-1 2001) erübrigen sich.

Dem allgemeinen Sprachgebrauch folgend, wird der als Eingangsgröße der Verbundmodelle für aufgelebte Bewehrung verwendete Mittelwert der Oberflächenzugfestigkeit nach (DIN 1048-2 1991) mit f_{ctm} bezeichnet.

