

Ersatz oder Teilersatz von Querkraftversuchen durch Finite-Elemente-Berechnungen

T 3144

T 3144

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2007

ISBN 978-3-8167-7420-4

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de



LEHRSTUHL UND INSTITUT
FÜR MASSIVBAU
UNIV.-PROF. DR.-ING.
JOSEF HEGGER
MIES-VAN-DER-ROHE-STR. 1
D-52074 AACHEN
TELEFON 0241/80 25170
TELEFAX 0241/80 22335
www.imb.rwth-aachen.de
imb@imb.rwth-aachen.de


Hegger + Partner
Beratende Ingenieure GbR
Schurzelter Straße 25
52074 Aachen

Tel. 0241/ 44 50 30
Fax. 0241/ 44 50 329
www.huping.de

Prof. Dr.-Ing. Josef Hegger
Dr.-Ing. Rüdiger Beutel
Dr.-Ing. Naceur Kerkeni
Dr.-Ing. Wolfgang Roeser

Abschlussbericht

Ersatz oder Teilersatz von Querkraftversuchen durch Finite-Elemente-Berechnungen

Auftraggeber: Deutsches Institut für Bautechnik
Kolonnenstraße 30 L
10 829 Berlin

Geschäftszeichen: ZP 52-5-7.237-1121/04

Bearbeitung: Prof. Dr.-Ing. Josef Hegger
Dr.-Ing. Rüdiger Beutel
Dipl.-Ing. Alexander Karakas
Dipl.-Ing. Frank Häusler

Datum: Aachen, den 24.08.2006

Bericht: 153/2006

Projekt-Nr. IMB: F-2003-019

Dieser Bericht umfasst 82 Seiten Text.

Inhaltsverzeichnis

1 Finite-Elemente-Simulationen von Versuchen zum Querkrafttragverhalten von Bauteilen .	1
1.1 Grundlagen des Querkrafttragverhaltens	1
1.1.1 Querkrafttraganteile	1
1.1.2 Arten des Querkraftversagens	3
1.1.3 Einflussfaktoren auf die Querkrafttragfähigkeit	5
1.2 Verwendete Finite-Elemente-Software	7
1.2.1 Diskretisierung – geometrische Abbildung	7
1.2.2 Materialgesetze – physikalische Abbildung	8
1.3 Materialeigenschaften	10
1.3.1 Betonstahl	10
1.3.2 Beton	10
1.4 Ausgewählte Versuche	12
1.4.1 Versuch C1	12
1.4.2 Versuche von Leonhardt und Walther	17
1.4.3 Versuch TA1	26
2 Vergleich der Versuchs- und Simulationsergebnisse	29
2.1 Versuch C1	29
2.1.1 Tragfähigkeit	29
2.1.2 Rissbild	30
2.1.3 Dehnungen	32
2.2 Versuch ET2	34
2.2.1 Tragfähigkeit	34
2.2.2 Rissbild	35
2.3 Versuch ET3	45
2.3.1 Tragfähigkeit	45
2.3.2 Rissbild	46
2.3.3 Bügeldehnungen	48
2.4 Versuch TA1	55
2.4.1 Tragfähigkeit	55
2.4.2 Rissbild	56
2.4.3 Hauptdehnungen	58
3 Zusammenfassung und Bewertung	60
3.1 Druckstrebenversagen – Simulation von Versuch C1	60
3.2 Kombiniertes Biege-Querkraftversagen – Simulation von Versuch ET2	60
3.3 Versagen der Querkraftbewehrung – Simulation von Versuch ET3	60
3.4 Verankerungsversagen – Simulation von Versuch TA1	61
3.5 Modelle zur Abbildung von Diskontinuitäten	61
3.5.1 Verschmierte Rissmodelle – Smeared Crack Models	61
3.5.2 Modelle mit eingebetteter Diskontinuität – Embedded Crack Models	65
3.5.3 Erweiterte Finite Elemente – Extended Finite Elements (XFEM)	71
3.5.4 Vergleich von eingebetteter Diskontinuität und XFEM	73
4 Schlussfolgerungen und Fazit	75
5 Ausblick	76
6 Literaturverzeichnis	77

Bezeichnungen und Begriffe

Einheiten:

Dehnung:	‰ bzw. $\mu\text{m}/\text{m}$
Kraft:	kN
Spannung:	N/mm^2 , MN/m^2
Verformung:	mm, μm
Zeit:	h bzw. d

Große lateinische Buchstaben

A	Querschnittsfläche
A_c	Querschnittsfläche des Betons
A_s	Querschnittsfläche des Betonstahls
E	Elastizitätsmodul
E_c	Elastizitätsmodul des Betons
$E_{c,m}$	mittlerer Elastizitätsmodul des Betons
E_s	Elastizitätsmodul des Betonstahls
F	Einwirkung, Kraft, Last

Kleine lateinische Buchstaben

c	Betondeckung
d	statische Nutzhöhe
f_c	Druckfestigkeit des Betons
f_{ck}	charakteristische Druckfestigkeit des Betons
f_{cm}	mittlere Druckfestigkeit des Betons
f_{ct}	Zugfestigkeit des Betons
f_{ctm}	mittlere Zugfestigkeit des Betons
h	Querschnittshöhe
l	Länge, Stützweite
s_r	Rissabstand
s_{rm}	mittlerer Rissabstand
w_m	mittlere Rissbreite

Griechische Buchstaben

ε	Dehnung
ε_c	Betondehnung
$\Delta\varepsilon$	Dehnungsdifferenz infolge Mitwirkung des Betons auf Zug
ρ_s	geometrischer Bewehrungsgrad des Betonstahls
ρ_w	geometrischer Querbewehrungsgrad (des Betonstahls)
σ	Spannung
σ_c	Betondruckspannung
σ_s	Betonstahlspannung

Einleitung

Ziel des Forschungsvorhabens

Ziel des Forschungsvorhabens ist die Entwicklung von Anforderungen und Kriterien zur Beurteilung des Ersatzes oder Teilersatzes von Querkraftversuchen an Stahlbetonbauteilen mit Querkraftbewehrung durch Finite-Elemente-Berechnungen.

Weiterhin soll eine zielgenaue Vorbemessung von Bauteilversuchen sowie eine genauere Separation komplexer Bruchmechanismen ermöglicht werden.

Gliederung

Kapitel 1 gibt einen Überblick über die Grundlagen des Querkrafttragverhaltens. Dies beinhaltet eine Beschreibung der unterschiedlichen Querkrafttraganteile und der verschiedenen Arten des Querkraftversagens sowie der diesbezüglichen Einflussfaktoren. Des Weiteren wird die für die Simulationen verwendete Finite-Elemente-Software LIMFES vorgestellt. Kapitel 1.4 beschreibt die nach dem Kriterium der Versagensart ausgewählten Versuche.

In Kapitel 2 erfolgt der Vergleich der FE-Simulationsergebnisse mit den Versuchsdaten der realen Bauteilversuche.

Etwaige Probleme, die sich daraus ergeben, werden in Kapitel 3 abschließend bewertet und mögliche Lösungsansätze aufgezeigt.

Ein Fazit (Kapitel 4) und die Benennung des bestehenden weiteren Forschungsbedarfs (Kapitel 5) folgen am Ende dieses Berichts.

1 Finite-Elemente-Simulationen von Versuchen zum Querkrafttragverhalten von Bauteilen

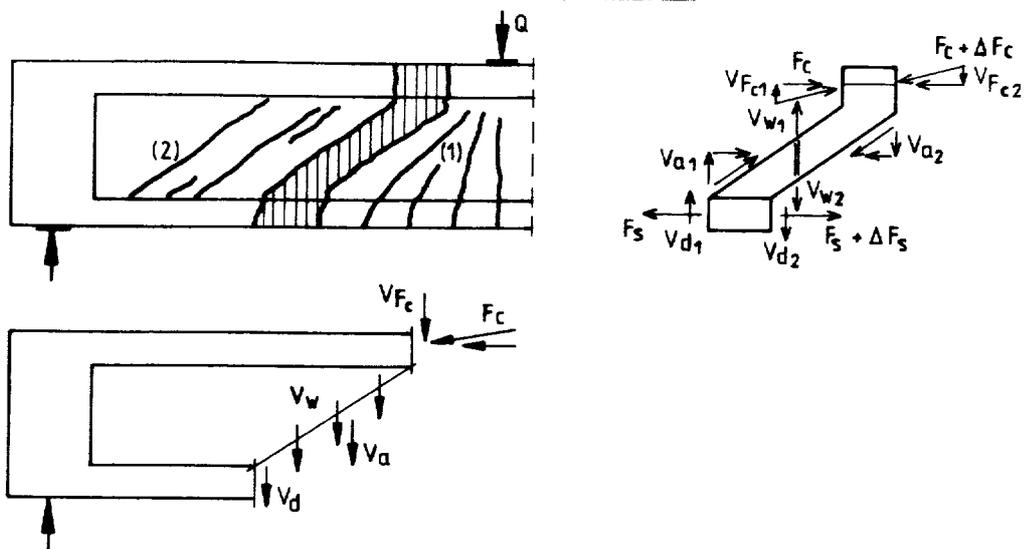
1.1 Grundlagen des Querkrafttragverhaltens

1.1.1 Querkrafttraganteile

Die Querkrafttragfähigkeit eines Bauteils setzt sich im gerissenen Zustand aus mehreren Traganteilen zusammen [21, 22] (Bild 1.1.1):

- Traganteil der Querkraftbewehrung,
- Rissverzahnung,
- Dübelwirkung der Längsbewehrung,
- Querkraftanteil der Druckzone.

In Abhängigkeit von den geometrischen Verhältnissen, dem Bewehrungsgrad (Längs- und Querbewehrung) und der Belastungshöhe haben die Anteile einen unterschiedlichen Einfluss auf die Tragfähigkeit.



- V_w Traganteil der Querkraftbewehrung
 V_a Rissverzahnung
 V_d Dübelwirkung der Längsbewehrung
 V_{Fc} Querkraftanteil der Druckzone

Bild 1.1.1: Anteile der Querkrafttragfähigkeit

1.1.1.1 Querkraftanteil der Biegedruckzone

Der Druckgurt übernimmt durch die Vertikalkomponente V_{Fc} der zum Auflager hin geneigten Biegedruckkraft einen Anteil der aufzunehmenden Querkraft. Je stärker die Neigung der Biegedruckkraft, desto größer der aufnehmbare Anteil der Biegedruckzone.

1.1.1.2 Dübelwirkung der Biegezugbewehrung

Die Bewehrungsstäbe verhindern eine Verschiebung der Rissufer gegeneinander. Der aufnehmbare Querkraftanteil V_d ist abhängig vom Bewehrungsgrad ρ_l , dem Durchmesser der Bewehrung und der Zugfestigkeit des Betons.

1.1.1.3 Rissverzahnung

Über die Kornverzahnung der Rissflächen („*aggregate interlock*“) werden nach der Bildung von Querkraftrissen senkrecht und parallel zu den Rissufern Kräfte übertragen (V_a). Mit zunehmender Rissbreite und Parallelverschiebung der Rissufer nimmt die Wirksamkeit jedoch ab.

1.1.1.4 Traganteil der Querkraftbewehrung

Die Querkraftbewehrung übernimmt in der Fachwerktragwirkung des Stegs die Aufgabe der Zugpfosten. Die schräggeneigten Querkraftrisse werden durch die Querkraftbewehrung verbunden. Zusammen mit den Druckstreben bildet sich so ein engmaschiges Fachwerk aus. Der aufnehmbare Querkraftanteil V_w steigt mit zunehmendem Querkraftbewehrungsgrad ρ_w proportional an.

Die einzelnen Tragwirkungen sind bei separater Betrachtung bereits ausreichend erforscht. Die gegenseitige Beeinflussung bei kombinierter Wirkung ist jedoch noch nicht abschließend geklärt. Die Tragmechanismen hängen von Verformungsgrößen wie der Rissbreite oder der Verschiebung benachbarter Rissufer ab. Eine Überlagerung der Maximalwerte der Einzeltragwirkungen ist aufgrund des unterschiedlichen Kraft-Verschiebungsverhaltens nicht möglich.

1.1.2 Arten des Querkraftversagens

Querkraftrisse entwickeln sich entweder aus bereits vorhandenen Biegerissen oder sie entstehen unmittelbar im Stegbereich, wenn die Hauptzugspannungen σ_{ct} die Betonzugfestigkeit überschreiten. Das eigentliche Querkraftversagen läuft üblicherweise sehr unterschiedlich ab, da sich das Gleichgewicht der inneren Kräfte bis zum Bruch durch fortschreitende Rissbildung ständig ändert. Es lassen sich dennoch verschiedene Versagensarten charakterisieren, wobei sich die jeweilige Bezeichnung nach der letztlich maßgebenden Versagensursache richtet.

1.1.2.1 Kombiniertes Biege-Querkraftversagen

Bei Bauteilen ohne oder mit nur geringer Querkraftbewehrung tritt ein kombiniertes Biege-Querkraftversagen auf. Der zum Versagen führende (schräge) Querkraftriss entwickelt sich dabei meist aus einem Biegeriss. Falls vorhanden, erreicht die Querkraftbewehrung unmittelbar nach der Rissbildung die Streckgrenze, und schon eine geringe Laststeigerung führt so zu einer deutlichen Vergrößerung der Rissbreiten. Die Aufnahme der einwirkenden Querkraft erfolgt in erster Linie durch die Biegedruckzone und die Dübelwirkung der Längsbewehrung, während die Rissverzahnung wegen der großen Schrägrissbreiten einen geringen Anteil übernimmt. Bei weiterer Laststeigerung fällt die Dübelwirkung der Längsbewehrung aus und der Hauptquerkraftriss wandert schnell mit flacher werdender Neigung in Richtung der Lasteinleitungsstelle. Hierdurch wird die Biegedruckzone verkleinert, so dass sie schließlich schlagartig versagt.

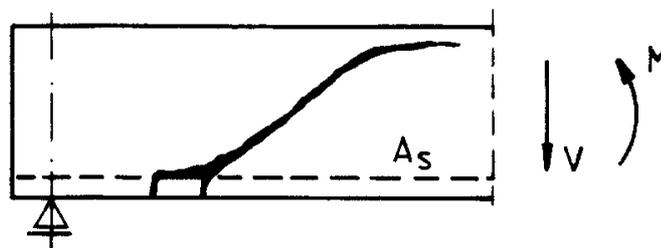


Bild 1.1.2: Kombiniertes Biege-Querkraftversagen

1.1.2.2 Schubzugbruch

Der Schubzugbruch bedeutet ein Versagen der Querkraftbewehrung. Nach der Bildung von Querkraftrissen ist noch eine deutliche Laststeigerung möglich, da in der Regel eine ausreichende Querkraftbewehrung vorhanden ist. Diese sorgt für die Begrenzung der Rissbreiten und für eine gleichmäßige Rissverteilung. Hierdurch wird ein vorzeitiges Einschnüren der Biegedruckzone verhindert und es kann sich die volle Fachwerktragwirkung einstellen. Erst bei weiterer Laststeigerung erreicht die Querkraftbewehrung die Streckgrenze. Die Querkraftrisse öffnen sich schneller und dringen bis in die Druckzone vor. Beim endgültigen Versagen reißen entweder die Bügel oder die Biegedruckzone versagt wie im Falle des kombinierten Biege-Querkraftversagens.

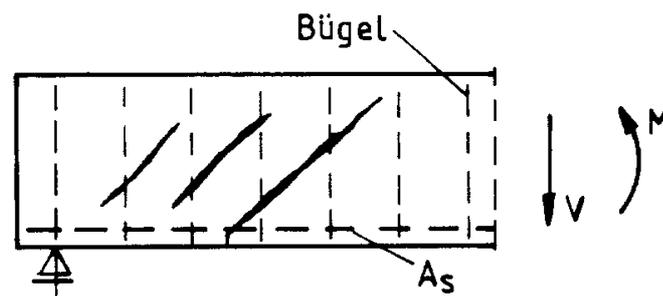


Bild 1.1.3: Schubzugbruch

1.1.2.3 Druckstrebenversagen

Ein Versagen der Druckstreben tritt vorwiegend bei hochschubbewehrten, profilierten Querschnitten mit dünnen Stegen auf. Im Steg bilden sich zahlreiche Querkraftrisse mit einer mittleren Neigung zwischen 35° und 45° . Der aufzunehmende Querkraftanteil wird vorwiegend über Fachwerkwirkung abgetragen, wobei die Querkraftbewehrung selbst im Bruchzustand nicht bis zur Streckgrenze beansprucht wird. Sobald die Druckstreben zwischen den Schrägrissen die Grenztragfähigkeit erreichen, versagt der Balken schlagartig.

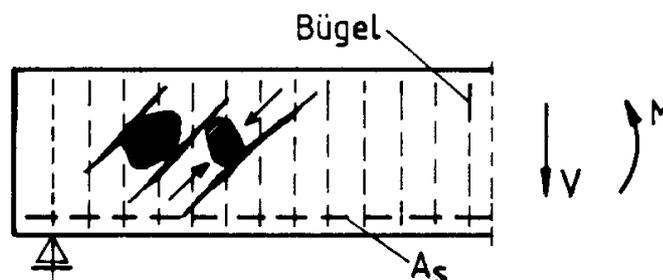


Bild 1.1.4: Druckstrebenversagen

1.1.2.4 Verankerungsversagen

Das Verankerungsversagen entspricht im Verlauf dem kombinierten Biege-Querkraftversagen (Bild 1.1.2). Das Rissbild ist ebenso dazu analog. Der Unterschied besteht darin, dass das Erreichen der Tragfähigkeit des Bauteils durch Verankerungsversagen bestimmt wird. Bevor es zu einem Versagen durch Einschnürung der Druckzone kommt, verliert die Längsbewehrung den Verbund im Verankerungsbereich. Dies wird meist durch Längsrisse und hierdurch bedingte Betonabplatzungen parallel zur Biegezugbewehrung hervorgerufen.

1.1.3 Einflussfaktoren auf die Querkrafttragfähigkeit

1.1.3.1 Laststellung

Bei Einzellasten wird die Lage des Lastangriffspunktes durch das Verhältnis a/d berücksichtigt. Dass für Verhältnisse $a/d < 2,5$ die Querkrafttragfähigkeit ansteigt, ist darauf zurückzuführen, dass ein Teil der Last direkt über eine schräg geneigte Druckstrebe ins Auflager geleitet wird. Bei einer Schubschlankheit von $a/d = 3,0$ ist die Tragfähigkeit am geringsten (Schubtal nach Kani). Bei Werten $a/d > 5,0$ wird die Grenztragfähigkeit eines Bauteils durch die Biegetragfähigkeit bestimmt.

1.1.3.2 Längsbewehrung

Die Höhe der Längsbewehrung und die Verbundeigenschaften beeinflussen entscheidend die Rissentwicklung und die Rissbreiten. Eine hohe Dehnsteifigkeit des Zuggurtes verhindert einerseits ein schnelles Öffnen der Biege- und Querkraftrisse, so dass die Rissverzahnung wirksam bleibt, und andererseits eine Einschnürung der Biegedruckzone, die durch die geneigte Biegedruckkraft zur Querkrafttragfähigkeit beiträgt. Darüber hinaus bewirkt die Längsbewehrung eine Verdübelung der beiden Rissufer.

1.1.3.3 Betonfestigkeit

Mehrere von der Betonfestigkeit abhängige Parameter beeinflussen die Querkrafttragfähigkeit. Der mit zunehmender Festigkeit größere E-Modul steigert die Steifigkeit des Betondruckgurtes und damit auch seinen entsprechenden Anteil am Lastabtrag. Von der Betonzugfestigkeit hängt die Bildung der Querkraftrisse ab, so dass sie die Querkrafttragfähigkeit direkt beeinflusst. Die Betonfestigkeit bestimmt schließlich die Druckstrebentragfähigkeit, die bei hochschubbewehrten Bauteilen die Grenztragfähigkeit festlegt.

1.1.3.4 Querschnittsform

Die Querkrafttragfähigkeit wird maßgeblich von der Stegdicke b_w beeinflusst. Dieser Zusammenhang wurde in Versuchen ermittelt, so dass der Betontraganteil in Abhängigkeit von der Stegfläche $A_w = b_w * d$ bestimmt wird. Im Betontraganteil werden alle Tragwirkungen neben jener der Querkraftbewehrung zusammengefasst.

1.1.3.5 Bauteilhöhe

Neben der Beeinflussung der Biegetragfähigkeit wirkt sich die Bauteilhöhe auch auf den Betontraganteil der Querkrafttragfähigkeit aus. Mit zunehmender Bauteilhöhe treten aufgrund des flacheren Dehnungsgradienten erste Risse bei geringeren Zugspannungen auf (Maßstabseffekt). Aus diesem Grund wird der auf die Stegfläche bezogene Betontraganteil mit steigender Bauteilhöhe geringer.

1.1.3.6 Querkraftbewehrung

Durch die Anordnung einer Querkraftbewehrung kann die Querkrafttragfähigkeit deutlich gesteigert werden. Die Querkraftbewehrung übernimmt die infolge Rissbildung freiwerdenden Zugkräfte. Bei geringer Rissbreite steigert sie die Wirksamkeit der Kornverzahnung („*aggregate interlock*“).

1.2 Verwendete Finite-Elemente-Software

Zur Simulation wurde die Finite-Elemente-Software LIMFES verwendet, welche im Rahmen von [20] am Lehrstuhl und Institut für Massivbau entwickelt wurde.

Mit dem Programmsystem LIMFES können dreidimensionale, physikalisch und geometrisch nicht-lineare Berechnungen durchgeführt werden.

1.2.1 Diskretisierung – geometrische Abbildung

Generell stehen in LIMFES verschiedene Elemente zur geometrischen Abbildung zur Verfügung:

- Fachwerkstab
- Biegestab / Unterzug / 3-Punkt-Biegestab
- Feder-Dämpfer
- Schalendreieck / Schalenviereck
- 9-Knoten-Hexaeder HEX 9-1 (3D-Volumenelement)
- 3D-Volumenelement mit einer variablen Anzahl von Knoten ($n = 8$ bis $n = 20$)
- GAP- / Interface- / Verbund-Element
- Spannglied-Segment / Spannglied-Spline

1.2.1.1 Fachwerkstäbe

Bei den Fachwerkstäben handelt es sich um eindimensionale Elemente mit einem Verschiebungsfreiheitsgrad an jedem Ende in Richtung ihrer Stabachse (lokale x-Achse) ohne räumliche Ausdehnung quer zu ihrer Achse. Mit ihnen können Bewehrungsstäbe unter Vernachlässigung der Biegesteifigkeit abgebildet werden.

1.2.1.2 Biegestäbe

Alternativ zu Fachwerkstäben können Bewehrungsstäbe mit zwei- oder dreiknotigen Biegestäben abgebildet werden. An jedem Stabende dieses eindimensionalen Elementes können bis zu sechs Kräfte ($N_x, V_y, V_z, M_x, M_y, M_z$) entsprechend ihrer sechs räumlichen Verschiebungsfreiheitsgrade übertragen werden.

1.2.1.3 Volumenelemente

Zur räumlichen geometrischen Abbildung steht in LIMFES ein 9-Knoten-Element (HEX 9-1) mit acht frei wählbaren Eckknoten zur Verfügung. Der neunte Knoten fällt genau in den Schwerpunkt. Für die Formfunktion zur Beschreibung der Elementgeometrie sowie für die Funktion zur Beschreibung des Verschiebungsfeldes werden nach dem isoparametrischen Prinzip die gleichen Ansatzfunktionen verwendet. Hiernach kommt es unter Berücksichtigung des neunten Knotens auf den Elementrändern zu linearen und im Inneren zu quadratischen Verformungsansätzen. Für die Berechnung der Verformung wird der neunte Knoten im Inneren mittels statischer Kondensation eliminiert. Die Steifigkeitsmatrix der Volumenelemente wird numerisch über acht Gausspunkte ($2 \times 2 \times 2$) integriert. Dem Element können verschiedene charakteristische Materialgesetze zugeordnet werden, um die unterschiedlichen Baustoffe, wie z.B. Beton und Stahl, abzubilden.

Aufgrund der so genannten „*Shear-locking*“-Effekte, kann es bei der Verwendung einer Gausschen ($2 \times 2 \times 2$)-Integrationsvorschrift zu einer Versteifung der Elemente kommen. In LIMFES wurde zur Reduzierung dieser Effekte eine modifizierte Integrationsmethode zur Ermittlung der Schubverzerrungen umgesetzt. Diese geht von acht Integrationspunkten im Inneren des Elementes aus, die vom Mittelpunkt eine Entfernung von 0,05 % der Kantenlänge aufweisen. Die so durchgeführte Integration zeigt sich gegenüber Elementverzerrungen deutlich unempfindlicher als eine Integration nach der klassischen Gauss-Methode. Hinsichtlich des Seitenlängenverhältnisses gibt es beim HEX 9-1 Element keine Probleme. Bei Verwendung von Quadern mit einem Seitenlängenverhältnis l/h von nicht größer als 5/1 werden Ergebnisse entsprechend der analytischen Lösung erzielt.

1.2.2 Materialgesetze – physikalische Abbildung

1.2.2.1 Linear-elastische und elastisch-plastische Materialkennlinien

Für Fachwerkstäbe erfolgt die Eingabe der Spannungs-Dehnungs-Linie in bis zu fünf frei wählbaren Punkten abschnittsweise linear. Dabei bezeichnet ε_1 die Grenzstauchung und ε_5 die Grenzdehnung, bei deren Überschreitung das Element ausfällt. Über diese Definition ist die Eingabe einer Materialkennlinie gemäß Baustoffprüfungen möglich. Alternativ können die Materialkennlinien der DIN eingegeben werden (Bild 1.2.1).

Bei den Volumenelementen stehen verschiedene Materialkennlinien zur Verfügung. Neben dem Betonmodell von Ottosen [30, 31] und dem Microplane-Modell [3, 4] können sowohl rein elastische, bilineare und elastisch-plastische Materialkennlinien abgebildet werden.

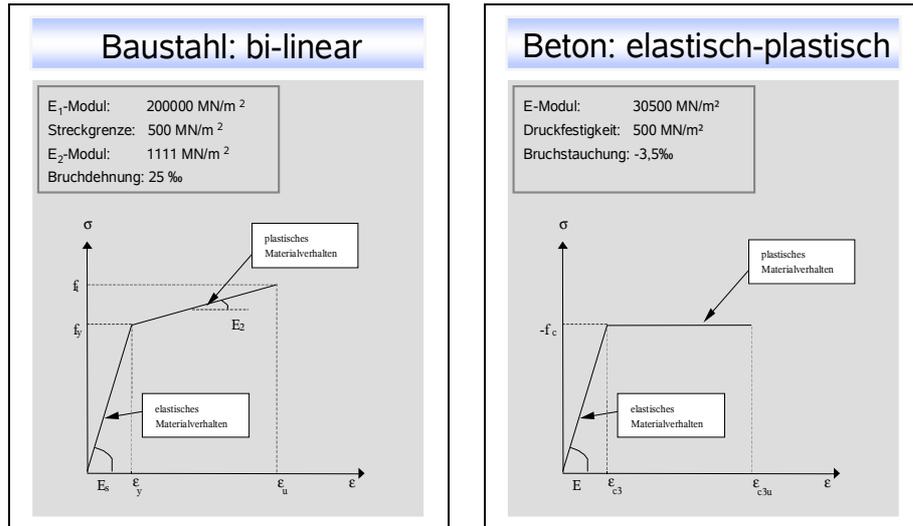


Bild 1.2.1: Materialgesetze der DIN 1045-1 [29] zur Abbildung von Baustahl und Beton

1.2.2.2 Microplane-Modell

In der derzeit aktuellen LIMFES-Version wird das Microplane-Modell M4 verwendet. Mit dem Microplane-Modell M4 [3] kann das Verhalten der Materialien Beton und Stahl simuliert werden.

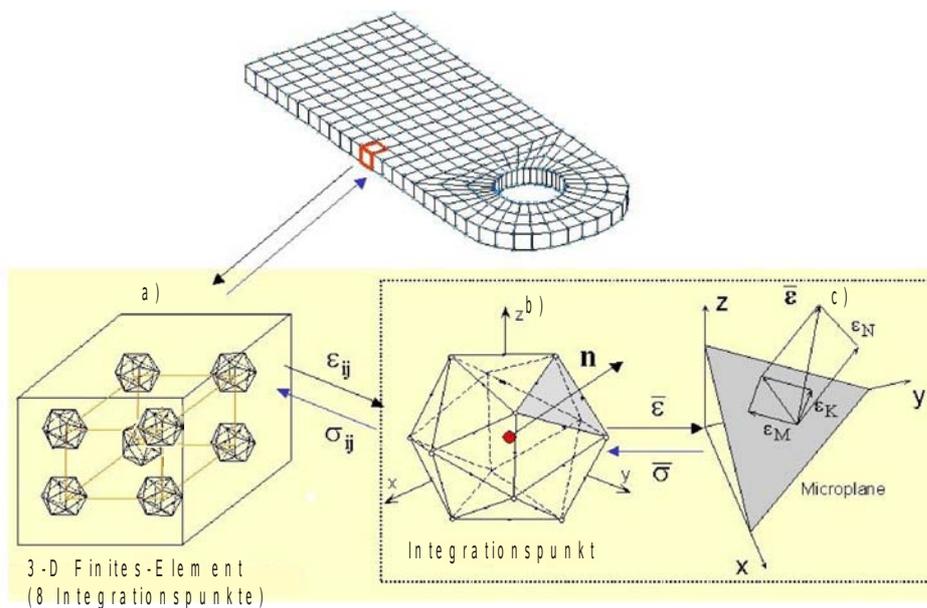


Bild 1.2.2: Microplane-Modell mit kinematischer Bindung:
 a) FE-Element mit Integrationspunkten
 b) Ikosaeder mit 21 Ebenen für die Integration nach Gauss
 c) Dehnungsprojektion auf eine Microplane nach dem Postulat der kinematischen Bindung

Die grundlegende Idee aller Microplane-Versionen verdeutlicht Bild 1.2.2. Eine weitergehende Beschreibung der Microplane-Modelle ist in [4] zu finden.

1.3 Materialeigenschaften

Es folgt die Angabe der für die Materialien Beton und Stahl verwendeten konstitutiven Gesetze. Eine genauere Beschreibung der Modellierungen der einzelnen Finite-Elemente-Systeme wird im folgenden Kapitel gegeben.

1.3.1 Betonstahl

Den Fachwerk- und Biegestab-Elementen der verschiedenen Betonstahl-Bewehrungen wurden elastisch-plastische Materialgesetze zugewiesen. Deren Kennwerte oder Spannungs-Dehnungsbeziehungen werden an geeigneter Stelle angegeben.

1.3.2 Beton

Für die Modellierung des Betons wurde das Microplane-Modell verwendet. Das Materialmodell benötigt für numerische Simulationen die Angabe der Zylinderdruckfestigkeit f_{ck} und der Stauchung beim Höchstwert der Druckspannung ε_{c1} . Der E-Modul wird automatisch berechnet. Die Beziehung zwischen Spannungen und Dehnungen auf den Microplane-Ebenen werden mit den Werten k_1 bis k_4 und c_1 bis c_{17} geregelt, die im Folgenden näher betrachtet werden.

Die Einflussgrößen c_1 bis c_{17} sind laut [4] für alle Betone gleich, die Werte k_1 bis k_4 müssen an die physikalischen Eigenschaften des Werkstoffes angepasst werden.

Variable	empfohlener Wert	mögliche Werte
k_1	1,5 E-4	$0,8 \text{ E-4} < k_1 < 2,5 \text{ E-4}$
k_2	500	$100 < k_2 < 1000$
k_3	15	$5 < k_3 < 15$
k_4	150	$30 < k_4 < 200$

Tabelle 1.3.1: Die Variablen k_i bei der Microplane-Version M4 [4]

Konstante	Wert	Einfluss der Konstante auf...
c₁	0,62	den Spannungshöchstwert unter einaxialer Zugbeanspruchung
c₂	2,76	die Ausrundung der Spannungs-Dehnungs-Linie bei einaxialer Zugbeanspruchung im Bereich von f_{ct}
c₃	4,00	die Steigung des abfallenden Astes bei einaxialem Zug
c₄	70,0	die Steigung des abfallenden Astes bei hydrostatischer Zugbeanspruchung
c₅	2,50	die hydrostatische Expansion bei einaxialer Druckbeanspruchung
c₆	1,30	die Ausrundung des Höchstwertes der hydrostatischen Expansion bei einaxialer Druckbeanspruchung
c₇	50,0	die Steigung des abfallenden Astes bei einaxialer Druckbeanspruchung
c₈	8,00	den Spannungshöchstwert unter einaxialer Druckbeanspruchung
c₉	1,30	die Ausrundung der Spannungs-Dehnungs-Linie bei einaxialer Druckbeanspruchung im Bereich von f_{ck}
c₁₀	0,73	den „Druckeffekt“ in Standard-Dreiaxial-Versuchen
c₁₁	0,20	das Ausmaß der Initialkohäsion bei Reibung
c₁₂	7000	die Verringerung der Kohäsion mit zunehmendem Volumen
c₁₃	0,20	die Querdehnung bei einaxialem Zug
c₁₄	0,50	siehe c ₁₃
c₁₅	0,02	die hydrostatischen Dehnungen und Spannungen bei dynamischer Belastung
c₁₆	0,01	siehe c ₁₅
c₁₇	0,40	das Ausmaß der Zerstörung bei dynamischer Belastung

Tabelle 1.3.2: Die Konstanten c_i der Microplane-Version M4 [4]

1.4 Ausgewählte Versuche

Im Folgenden wird eine Übersicht der für die FE-Simulation ausgewählten Versuche gegeben. Das Kriterium, welches zur Auswahl der Versuche herangezogen wurde, war die im durchgeführten Versuch aufgetretene Versagensart.

1.4.1 Versuch C1

Der Versuch C1 wurde im Rahmen des Forschungsvorhabens „Schubversuche an Stahlbetonplatten und -balken mit HDB-Ankern als Schubbewehrung“ [12] am Institut für Massivbau durchgeführt. In Serie C wurden insgesamt drei Balken im Drei-Punkt-Querkraftversuch getestet, um die maximale Tragfähigkeit der Betondruckstrebe bei Einsatz von Halben-HDB-Ankern zu untersuchen. Der Versuchskörper C1 hatte Abmessungen gemäß Tabelle 1.4.1.

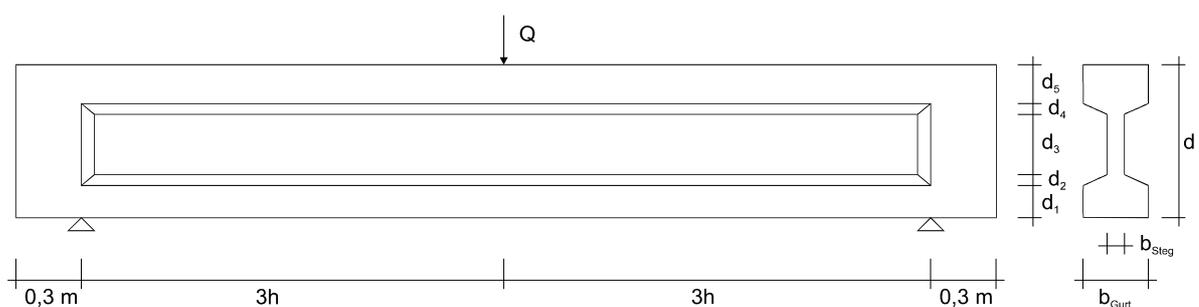


Bild 1.4.1: Versuchskörper C1

Versuch	h [m]	d ₁ [m]	d ₂ [m]	d ₃ [m]	d ₄ [m]	d ₅ [m]	d [m]	b _{Steg} [m]	b _{Gurt} [m]
C1	0,65	0,15	0,05	0,28	0,05	0,18	0,71	0,08	0,30

Tabelle 1.4.1: Abmessungen des Versuchskörpers C1

Versuch C1 wurde für die FE-Simulation ausgewählt, um zu untersuchen, ob der Fall des Druckstrebenversagens numerisch zutreffend abgebildet werden kann. Im Versuch zeigte sich ein Druckstrebenversagen entsprechend $V_{Rd,max}$ nach DIN 1045-1 [29]. Der Vergleich der Versuchs- mit den FE-Simulationsergebnissen ist dem folgenden Kapitel zu entnehmen. Aus Gründen der Rechenleistung und unter Ausnutzung der Symmetrie des Versuchskörpers wurde in einem ersten Schritt das halbe System abgebildet (Bild 1.4.2).

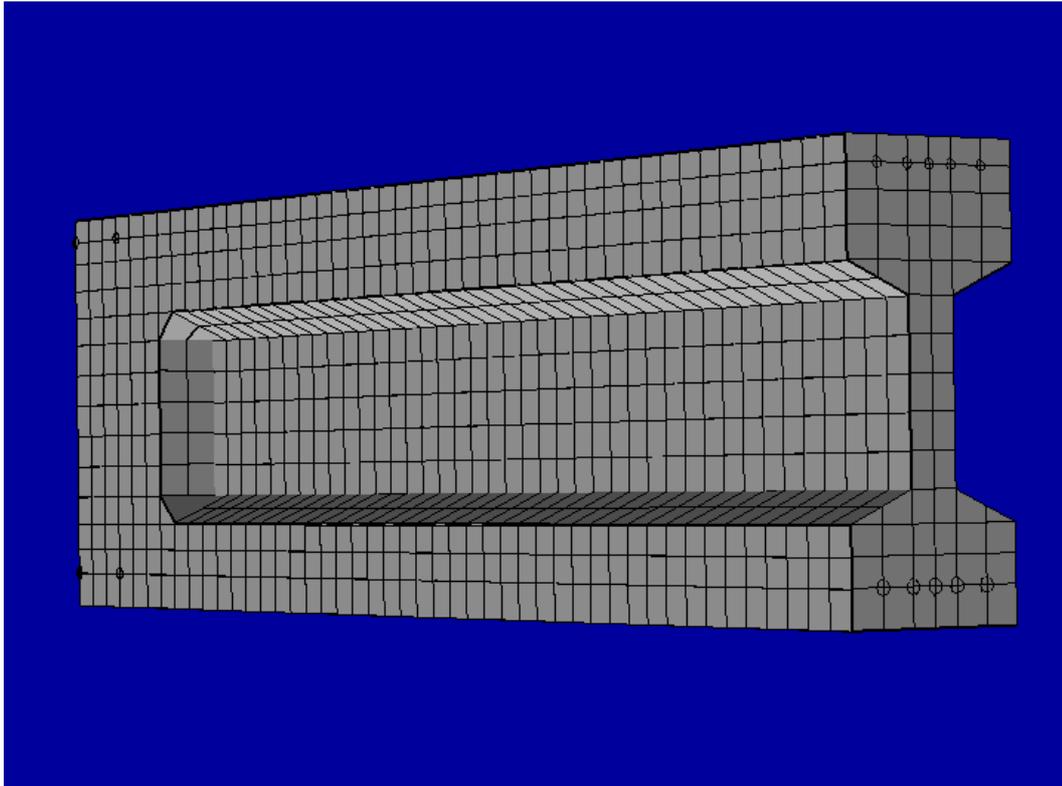


Bild 1.4.2: FE-System des (halben) Versuchskörpers C1

Der Betonkörper wurden mittels 9-Knoten-Hexaeder-Elementen abgebildet, die einen (tri-)linearen Ansatz für die Formfunktionen verwenden. Die Bewehrung des Systems wurde vollständig diskret abgebildet (Bild 1.4.3). Da der Versuchskörper im Bereich des Auflagers eine Endverstärkung aufwies, wurde zu Beginn auf eine realitätsnahe Abbildung des Endauflagers als elastische Stahlplatte verzichtet. Diese Vereinfachung wirkte sich allerdings negativ auf die Ergebnisse aus, da sie zu unrealistischen Spannungsspitzen im Auflagerbereich führte. Die Knoten in der Symmetrie- bzw. Schnitt Ebene in der Mitte des (gesamten) Trägers wurden nur in globaler x-Richtung festgehalten. In globaler y- und z-Richtung war das System dort frei verschieblich.

Versuch	Betondruckfestigkeit	Betonzugfestigkeit	Längs- bewehrung	HDB-Anker
	f_{ck} [MN/m ²]	f_{ct} [MN/m ²]	[cm ²]	[cm ² /m]
C1	26,2	2,4	21,2 (6 Ø15)	16,10 (Ø20/19,5 cm)

Tabelle 1.4.2: Zusammenstellung der Versuchsparameter

Die für die Modellierung verwendeten Systemwerte zeigt Tabelle 1.4.2.

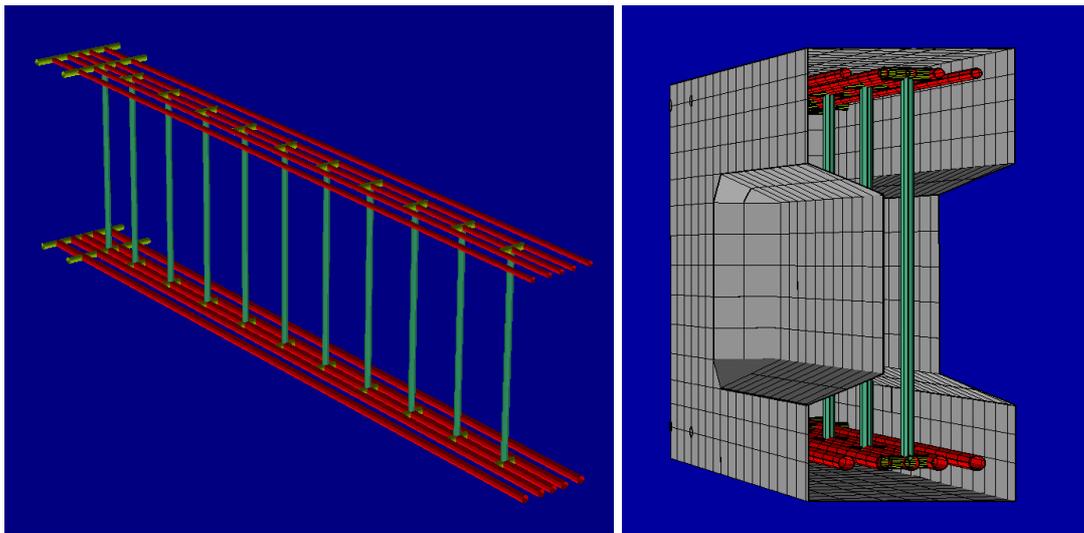


Bild 1.4.3: Diskrete Bewehrung (links); Schnitt durch das FE-Modell (rechts)

Die HDB-Anker wurden durch eine Kombination aus Fachwerkstab-Elementen für die senkrechten Ankerschäfte aus Betonstahl und gekreuzten Biegestab-Elementen für die aufgestauchten Köpfe modelliert. Die Fachwerkstäbe wurden nur am Kopf und am Fuß an die Biegestäbe der Köpfe und somit auch an die Knoten der Volumenelemente des Betons angeschlossen, so dass der Verbund der gerippten Anker vernachlässigt wurde. Jeweils zwei Biegestabelemente wurden für den Zug- und Druckgurtanschluss vorgesehen. Die Längsbewehrung des Systems wurde ebenfalls mit Fachwerkstäben modelliert. Allerdings wurden Letztere über die gesamte Länge des Bauteils mit den Knoten der jeweiligen Volumenelemente des Betons fest verbunden. Hierdurch wurde für die Biegezugbewehrung ein vollständiger Verbund zwischen der Bewehrung und dem Beton modelliert. Die Materialkennwerte der Bewehrungsstähle sind der nachfolgenden Tabelle zu entnehmen.

	Druckbewehrung	Biegezugbewehrung ⁽¹⁾	Druck- und Zuggurtanschluss	HDB-Anker
	Ø 25	Ø 15	Ø 10	Ø 20
E-Modul [MN/m ²]	200095	206581	197705	200499
Fließdehnung [‰]	2,76	4,62	2,62	2,94
0,2% Grenze [MN/m ²]	553	955	518	590

(1) Gewindestahl St 885/1080, hochfeste Bewehrung

Tabelle 1.4.3: Betonstahlfestigkeiten der Längsbewehrung, Druck- und Zuggurtanschluß, Versuch C1

Die äußere Belastung wurde durch eine Flächenlast aufgebracht, die in ihrem Betrag der halben Versagenslast des Bauteilversuchs entsprach, da nur das halbe System abgebildet wurde. Die

Umrechnung der eigentlichen Einzellast in eine Flächenlast ist realitätsnah, da im Versuch die Last über eine Stahlplatte in den Flansch eingeleitet wurde. Die Schubslankheit des Trägers betrug $a/d = 195/65 = 3,0$.

Nachdem das beschriebene, halbe FE-Modell mit 9-Knoten-Elementen bereits frühzeitig versagte, wurde das Modell in mehreren Schritten verbessert. Zuerst wurde das gesamte System mit 9-Knoten-Elementen abgebildet. Dies führte zu keiner Verbesserung der Ergebnisse bei wie zuvor lastgesteuert durchgeführter Berechnung. In einer weiteren Optimierung wurde analog den Auflagern der Lasteinleitungsbereich ebenfalls mit einer Stahlplatte versehen. Hierdurch konnten die Ergebnisse zwar verbessert werden, waren aber immer noch nicht zufriedenstellend. Als weiteres Detail wurden im Bereich der Vouten, welche den Zug- und den Druckgurt jeweils in den Steg überleiten, auf Höhe jedes HDB-Ankerschaftes ein horizontaler Querstab ($\varnothing 8$) (in lokaler y-Richtung des Trägers) als Spaltzugsicherung eingebaut. Im Bauteilversuch waren sowohl die Druck- als auch die Zugzone durch konstruktive Bügel ($\varnothing 6$) umschnürt, deren Schenkel sich im Übergangsbereich zum Steg kreuzten. Die Querstäbe simulierten deren Wirkung als Sicherung gegen Spalten des Stegansatzes. Beim ersten FE-Modell hatten sich dort Längsrisse parallel zur Schwerachse des Trägers gezeigt. In einem weiteren Schritt wurden die Fachwerkstäbe der Ankerschäfte unterteilt und mit jedem Knoten der umliegenden Volumenelemente des Betons verbunden. Hierdurch wurde auch für die Ankerschäfte ein vollständiger Verbund zwischen Stahl und Beton abgebildet. Daraufhin wurden die Volumenelemente in 20-Knoten-Hexaeder-Elemente konvertiert, was zu einer deutlichen Verbesserung der Ergebnisse führte. Allerdings stieg die erforderliche Rechenzeit erwartungsgemäß exponentiell an. Zeitgleich wurde das vollständige FE-Modell mit 9-Knoten-Elementen zusätzlich mit weggesteuerter Berechnung simuliert und zeigte eine mit dem 20-Knoten-Modell vergleichbare Qualität. Die benötigte Rechenzeit lag deutlich unter dem letztgenannten FE-System. Tabelle 1.4.4 zeigt einige Kennwerte der verschiedenen Modelle im Vergleich. Eine Diskussion der Ergebnisse ist in Kapitel 2 zu finden.

FE-Modell C1	Stab- elemente	Balken- elemente	Volumen- elemente	Unbekannte (Knoten)	Größe der Ge- samtsteifig- keitsmatrix
	[-]	[-]	[-]	[-]	[MB]
9 Knoten (halbes System)	471	66	3064	13161	30
9 Knoten (Gesamtsystem)	1360	132	6164	26244 (8569)	60
20 Knoten (Gesamtsystem)	1360	132	6164	95781 (31748)	1484

Tabelle 1.4.4: Vergleich der Kennwerte der verschiedenen Modellierungen

Bild 1.4.4 zeigt das simulierte Gesamtsystem. 9- und 20-Knoten-Modell unterscheiden sich in den Knotenzahlen der Volumenelemente. Im Bereich der Auflager mussten aus numerischen Gründe die zusätzlichen Knoten der 20-Knoten-Elemente gelagert werden. In der sonstigen Modellierung (Lasteinleitung, diskrete Bewehrung, etc.) wiesen sie keine Unterschiede auf. Die weiteren Abbildungen zeigen die diskrete Bewehrung des Gesamtsystems und einen Schnitt zur Verdeutlichung der Bewehrungsanordnung.

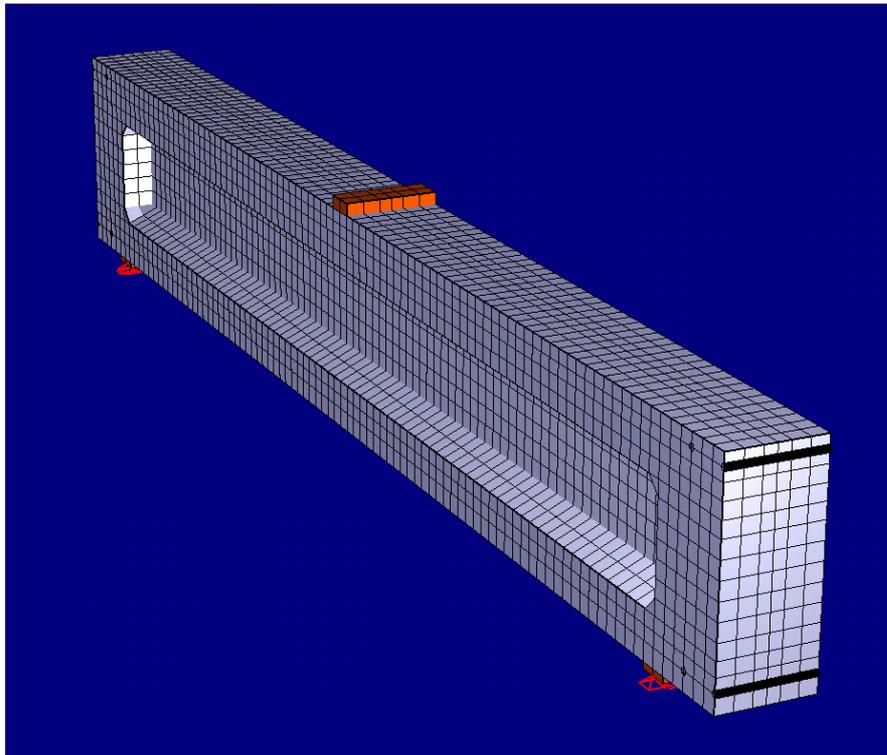


Bild 1.4.4: FE-Modell des gesamten Versuchskörpers C1

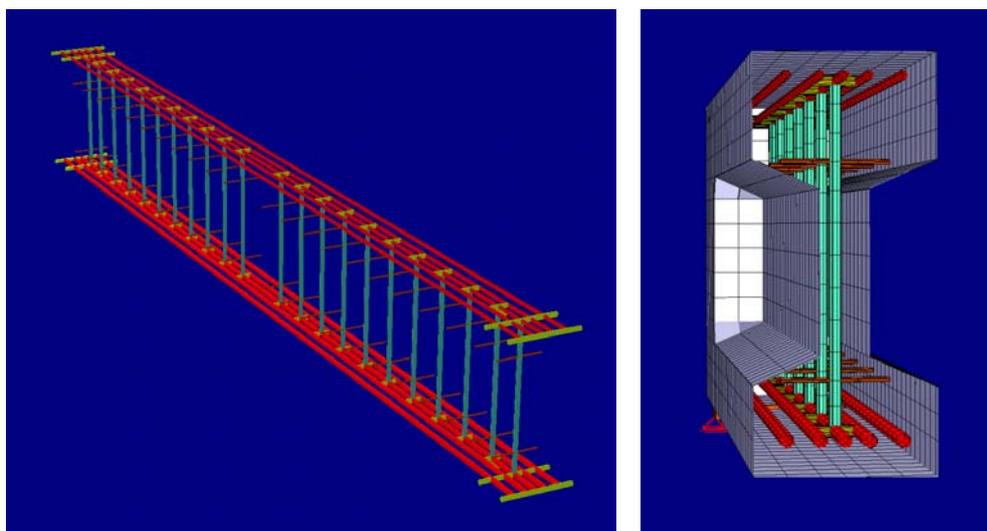


Bild 1.4.5: Diskrete Bewehrung (links); Schnitt durch das FE-Modell (rechts)

1.4.2 Versuche von Leonhardt und Walther

Aufgrund der umfangreichen und ausführlichen Dokumentation der Versuche von Leonhardt und Walther [23] in Heft 151 des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb) wurden für die FE-Simulationen der beiden Versagensarten „Kombiniertes Biege-Querkraftversagen“ sowie „Bügelversagen“ entsprechend eingestufte Versuche aus der Serie ET ausgewählt. Zur Nachrechnung der Versagensart „Verankerungsversagen“ wurde ebenfalls ein Versuch von Leonhardt und Walther herangezogen. Dieser wurde aus der Versuchsreihe TA ausgewählt, deren Durchführung in DAfStb-Heft 156 [25] dokumentiert ist.

1.4.2.1 Versuchsserie ET

Die Versuchsserie ET wurde mit einer Vier-Punkt-Lagerung (Bild 1.4.6) zur Untersuchung des Einflusses der Stegbreite auf die Querkrafttragfähigkeit getestet. Die Serie beinhaltete vier Träger, einen Rechteckquerschnitt und drei profilierte (T-)Querschnitte (Bild 1.4.7).

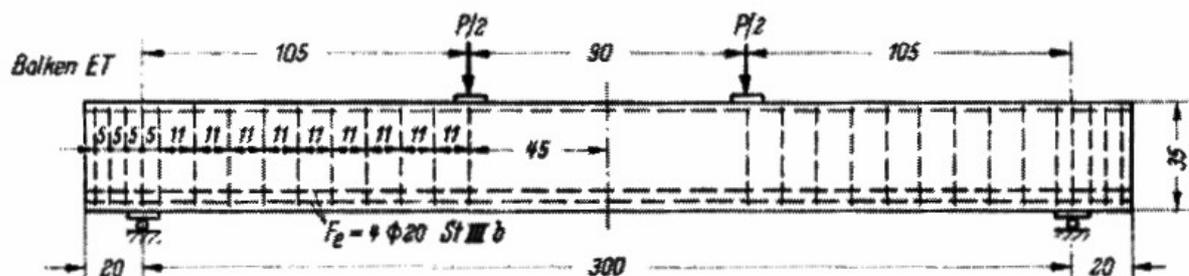


Bild 1.4.6: Versuchskörper der Serie ET [23]

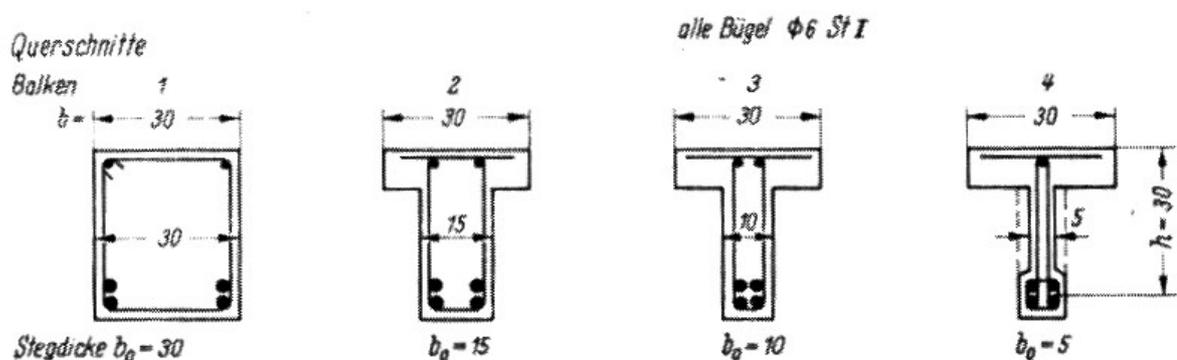


Bild 1.4.7: Querschnitt der Versuchskörper [23]

Es wurden die beiden Versuchskörper ET2 und ET3 für die FE-Simulation ausgewählt. Die Schubslankheit der beiden Träger entspricht $a/d = 105/30 = 3,5$.

1.4.2.2 Versuchsserie TA

Aus der Versuchsserie TA wurde Versuch TA1 aus Gruppe 1 ausgewählt. Dieser versagte durch Längs- und Querkraftrisse im Bereich des Stegs, wodurch die Verankerung der Biegezugbewehrung nachgab. Die Geometrien des Versuchskörpers zeigen die folgenden Abbildungen (Bild 1.4.8 und 1.4.9).

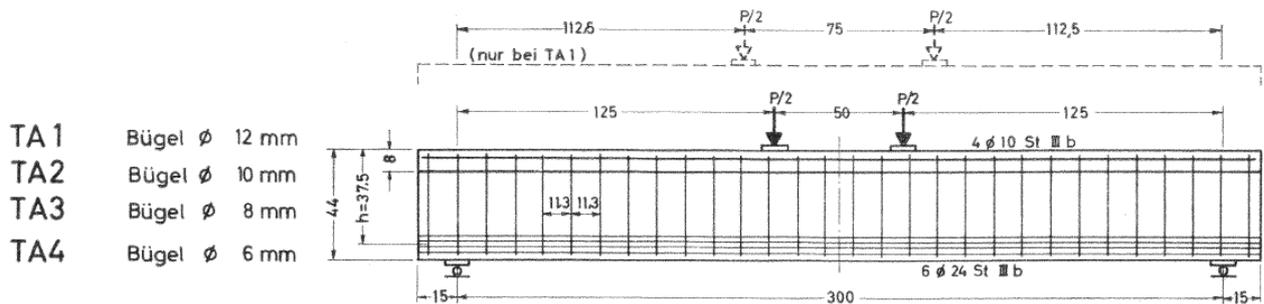


Bild 1.4.8: Versuchskörper der Serie TA, Gruppe I [25]

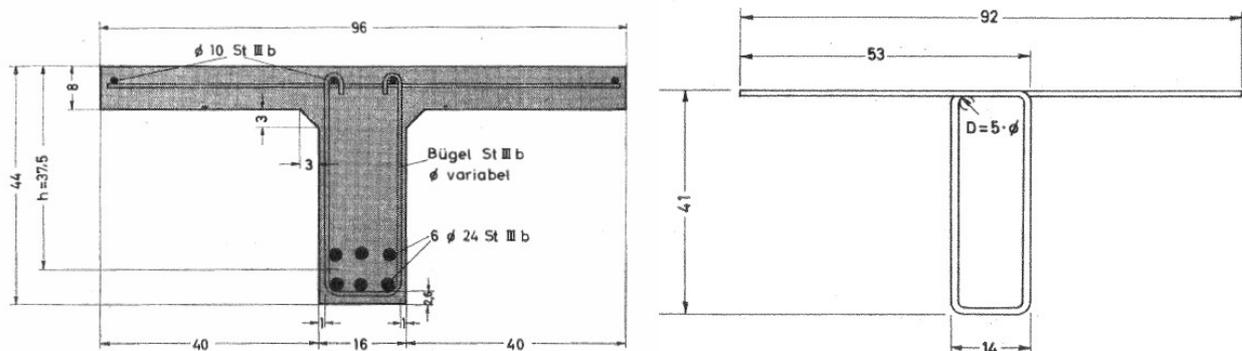


Bild 1.4.9: Querschnitt der Versuchskörper (links); geschlossene Bügel TA1 (rechts) [25]

Der Versuch TA1 wurde mit geschlossenen Bügeln bewehrt, deren Bügelschenkel im Bereich der Druckzone rechtwinklig umgebogen wurden (Bild 1.4.9 rechts). Die Schubslankheit des Trägers ist $a/d = 112,5/37,5 = 3,0$.

1.4.2.3 Versuch ET2

Versuch ET2 ist charakteristisch für das kombinierte Biege-Querkraftversagen. Am Ende des Hauptquerkraftrisses wurde durch dessen weiteres Fortschreiten die Biegedruckzone zerstört. Die Abmessungen des profilierten Querschnittes ET2 sind Tabelle 1.4.5 zu entnehmen.

Versuch	h [m]	d ₁ [m]	d ₂ [m]	d [m]	b _{Steg} [m]	b _{Gurt} [m]
ET2	0,35	0,05	0,025	0,30	0,15	0,35

Tabelle 1.4.5: Abmessungen des Versuchskörpers ET2

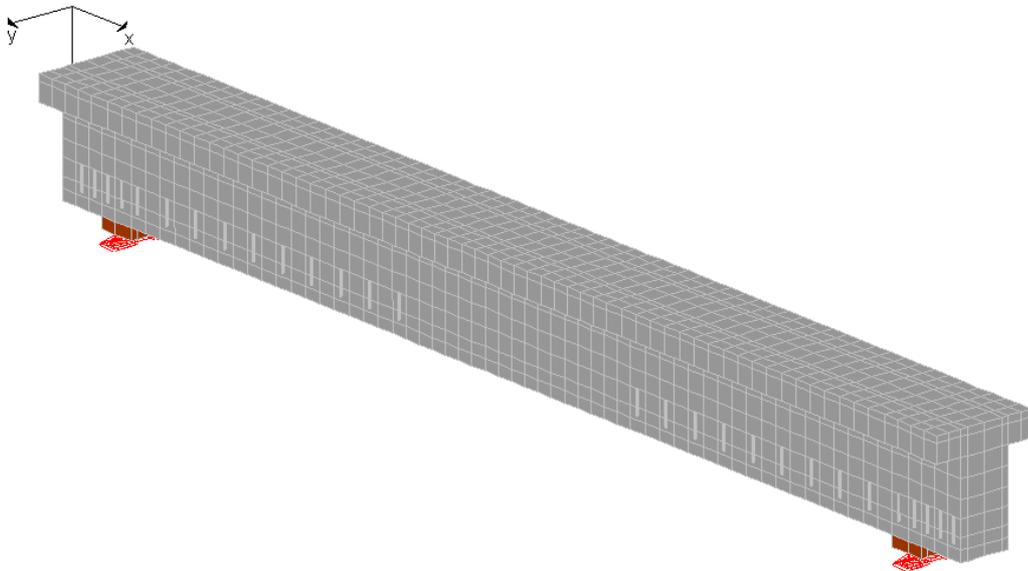


Bild 1.4.10: Finite-Elemente-Modell des Versuchskörpers ET2

Der Betonkörper wurde mittels der bereits erwähnten 9-Knoten-Hexaeder-Elemente mit (tri-)linearen Ansatzfunktionen modelliert. Im Bereich der Auflager wurden zwei Stahlplatten über die gesamte Trägerbreite modelliert, die dann durch jeweils eine Linienlagerung festgehalten wurden. Diesen Elementen der Platten wurde ein Materialgesetz für Stahl (S 235) zugewiesen, so dass die Auflager des Betonkörpers dem realen Bauteilversuch entsprachen. Damit wurde sichergestellt, dass keine unrealistischen Spannungsspitzen in den Betonelementen im Bereich der Auflager auftreten konnten, die zu einem vorzeitigen Versagen des FE-Modells hätten führen können. Die nachfolgende Abbildung zeigt den Bereich des rechten Auflagers zur Verdeutlichung im Detail.

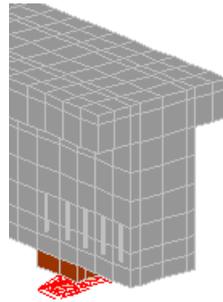


Bild 1.4.11: Detail des Auflagerbereiches (ET2) mit Stahlplatten (rot)

Die Längsbewehrung des Versuchskörpers bestand aus BSt III b, während für die Bügelbewehrung BSt I verwendet wurde. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen, die dem Versuchsbericht für die Simulation entnommen wurden, zeigt Bild 1.4.12. Die Angaben zur Bewehrung enthält Tabelle 1.4.6.

Versuch	Betondruckfestigkeit	Betonzugfestigkeit	Biegezugbewehrung	Druckbewehrung	Bügelbewehrung
	$f_{c,cube200}/f_{c,cyl}$	f_{ct}			
	[MN/m ²]	[MN/m ²]	[cm ²]	[cm ²]	[cm ² /m]
ET2	28,5 / 26,2	2,4	12,56 (4 Ø20)	1,00 (2 Ø8)	5,65 (Ø6/11)
ET3	28,5 / 26,2	2,4	12,56 (4 Ø20)	1,00 (2 Ø8)	5,65 (Ø6/11)

Tabelle 1.4.6: Betonfestigkeitswerte, Längs- und Bügelbewehrung für ET2 und ET3

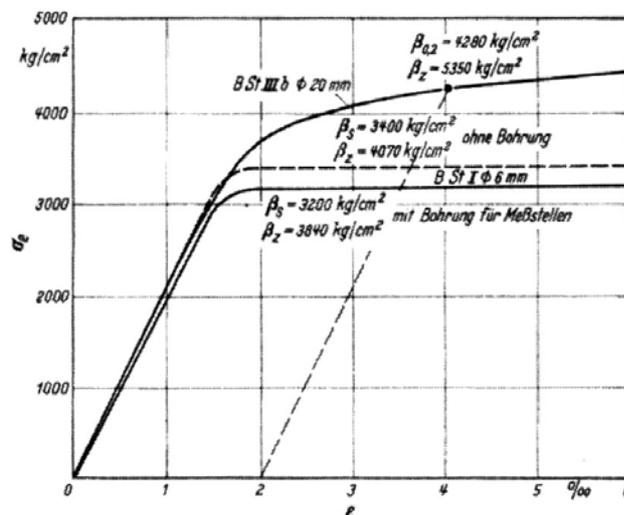


Bild 1.4.12: Spannungs-Dehnungsbeziehungen BSt IIIb und BSt I für ET2 und ET3

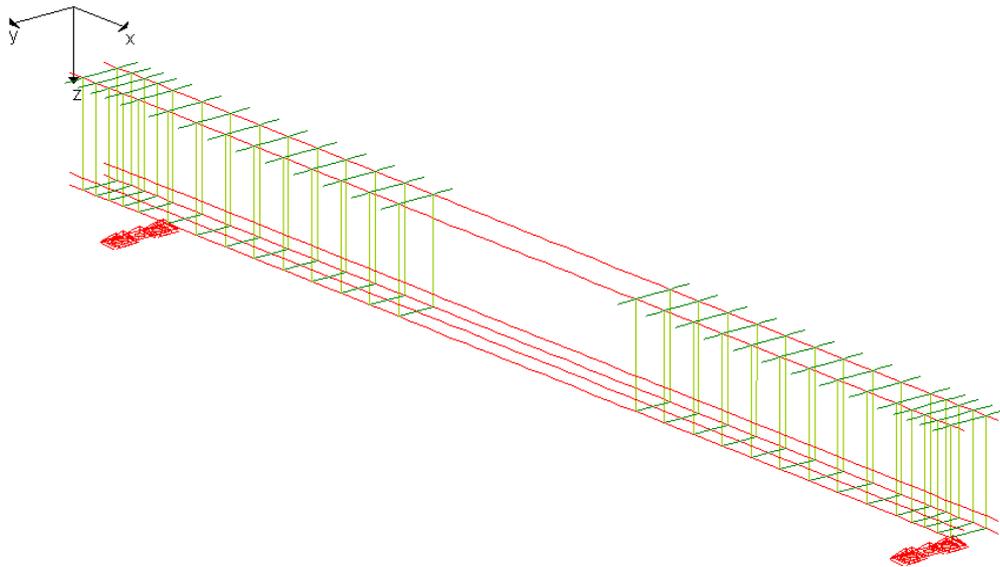


Bild 1.4.13: Diskrete Längs- und Bügelbewehrung (ET2)

Entsprechend Versuch C1 wurde auch hier die Bügelbewehrung mittels einer Kombination aus Fachwerkstab- und Biegestab-Elementen diskretisiert.

Die vier Stäbe $\varnothing 20$ der Biegezugbewehrung wurden analog zum realen Versuch in zwei Lagen angeordnet. Zwei Stäbe $\varnothing 8$ wurden in der Druckzone in den Eckknoten der Bügel vorgesehen.

Die Lasteinleitung erfolgte über eine Flächenlast, um die Randbedingungen des Versuchs möglichst realistisch abzubilden. Dort wurden die beiden Einzellasten von jeweils $\frac{1}{2} P$ mittels Stahlplatten in den Flansch eingeleitet. Als Wert für die maximale Gesamtlast P wurde die Versagenslast des Bauteilversuchs angesetzt.

Die Verwendung von Knotenlasten hätte, ähnlich dem Bereich der Auflager, zu unrealistischen Spannungsspitzen im jeweils belasteten Knoten und den angrenzenden Elementen geführt.

Bild 1.4.14 zeigt die rechteckige, gleichförmige Flächenlast, die auf das FE-Modell aufgebracht wurde.

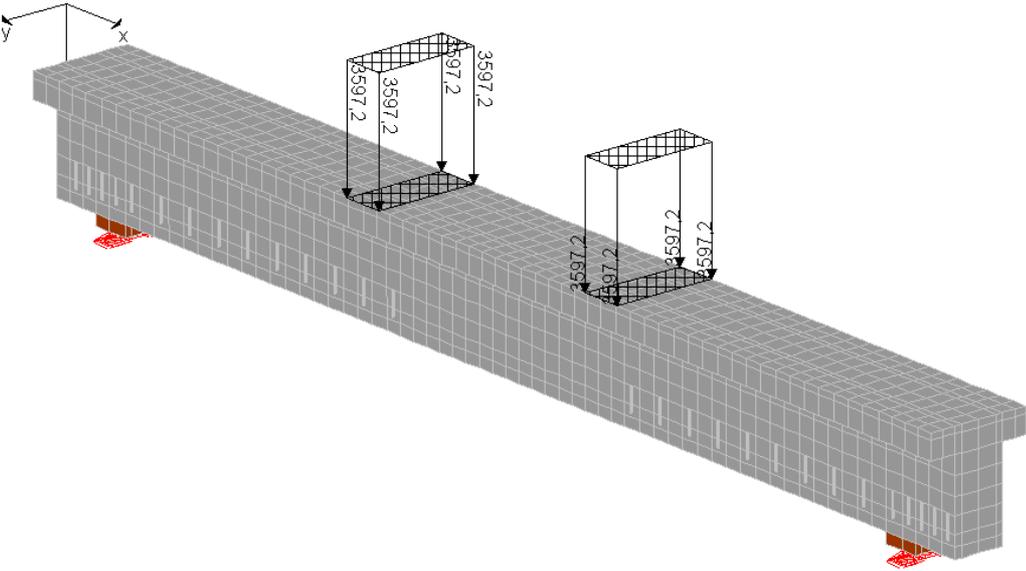


Bild 1.4.14: Externe Flächenlasten [kN/m²] auf das FE-Modell ET2

1.4.2.4 Versuch ET3

Versuch ET3 versagte aufgrund des Fließens der Bügelbewehrung, wodurch sich im weiteren Verlauf ein Biege-Querkraftversagen einstellte, so dass eine Kombination der beiden Versagensarten auftrat.

Bei Träger ET3 handelt es sich ebenfalls um einen profilierten (T-)Querschnitt. Der Unterschied zum Versuch ET2 besteht in der geänderten Stegbreite von 15 cm (ET2) auf 10 cm (ET3), um einen Wechsel der Versagensart experimentell zu erreichen. Die Abmessungen von ET3 zeigt die nachfolgende Tabelle.

Versuch	h [m]	d ₁ [m]	d ₂ [m]	d [m]	b _{Steg} [m]	b _{Gurt} [m]
ET3	0,35	0,05	0,025	0,30	0,10	0,35

Tabelle 1.4.7: Abmessungen des Versuchskörpers ET3

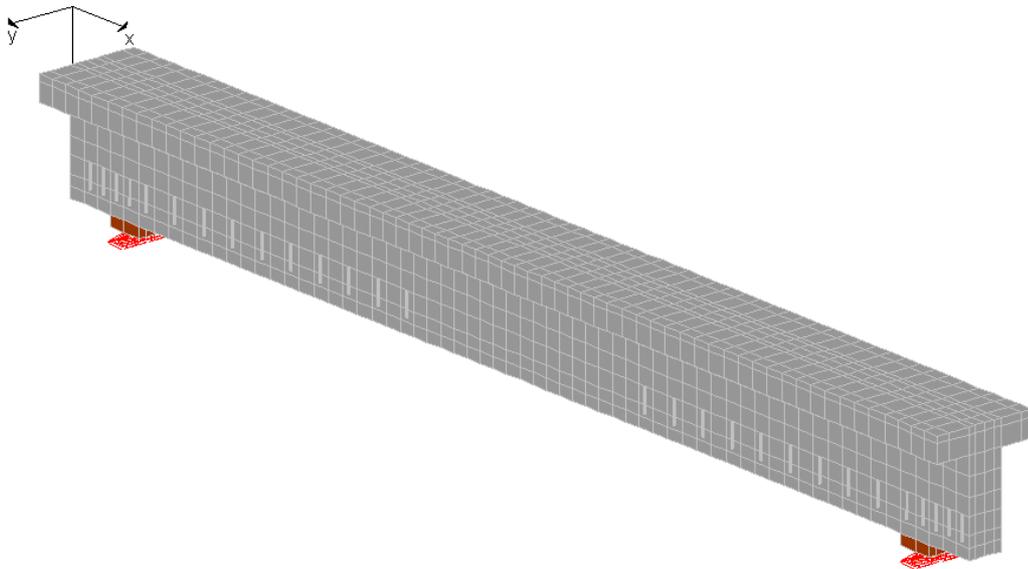


Bild 1.4.15: Finite-Elemente-Modell des Versuchskörpers ET3

Auch bei der Modellierung von Versuch ET3 kamen die 9-Knoten-Hexaeder-Elemente zum Einsatz. Die Auflagerbereiche wurden in gleicher Weise verstärkt, wie bei Versuch ET2, um auch hier ein vorzeitiges Versagen der Betonelemente auf Druck an den Auflagern ausschließen zu können.

Die Angaben zur Bewehrungsführung und -menge des Versuchs ET2 gelten in gleichem Maße für ET3, wie Tabelle 1.4.6 zu entnehmen ist.

Die Spannungs-Dehnungsbeziehungen der Betonstähle wurden bereits für den Versuch ET2 angegeben (Bild 1.4.12). Bild 1.4.16 zeigt die diskrete Bewehrung des Versuchskörpers ET3. Die Art der Elemente und deren Kopplungen in den Knoten entsprechen denjenigen des FE-Modells von ET2.

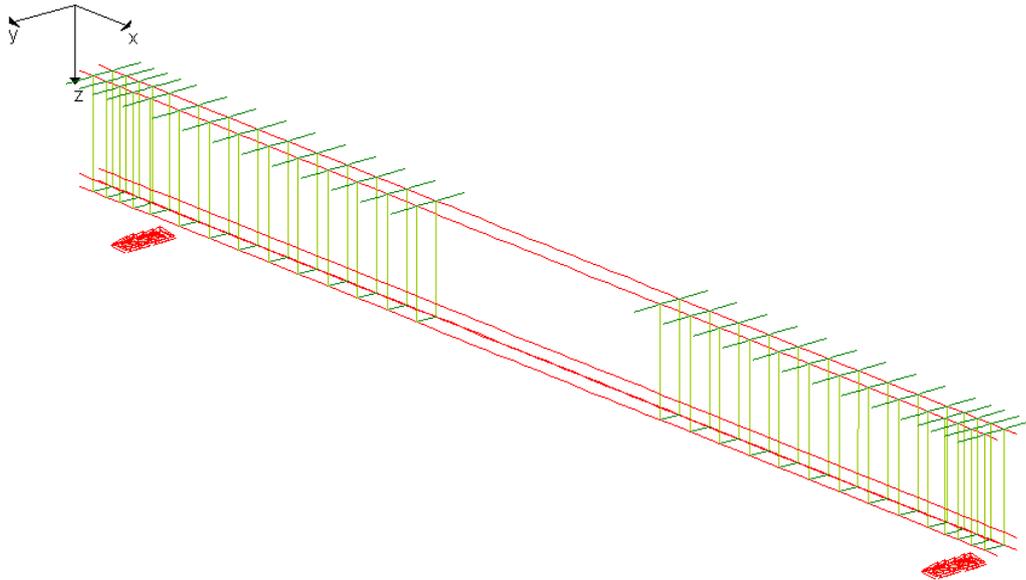


Bild 1.4.16: Diskrete Längs- und Bügelbewehrung des FE-Modells ET3

Für die Abbildung der beiden Einzellasten $\frac{1}{2} P$ wurde analog ET2 ein Umrechnung in je eine Flächenlast vorgenommen. Als Wert für die maximale Gesamtlast P wurde die Versagenslast des Bauteilversuchs angesetzt. Die aufgebrachte, äußere Belastung zeigt Bild 1.4.17.

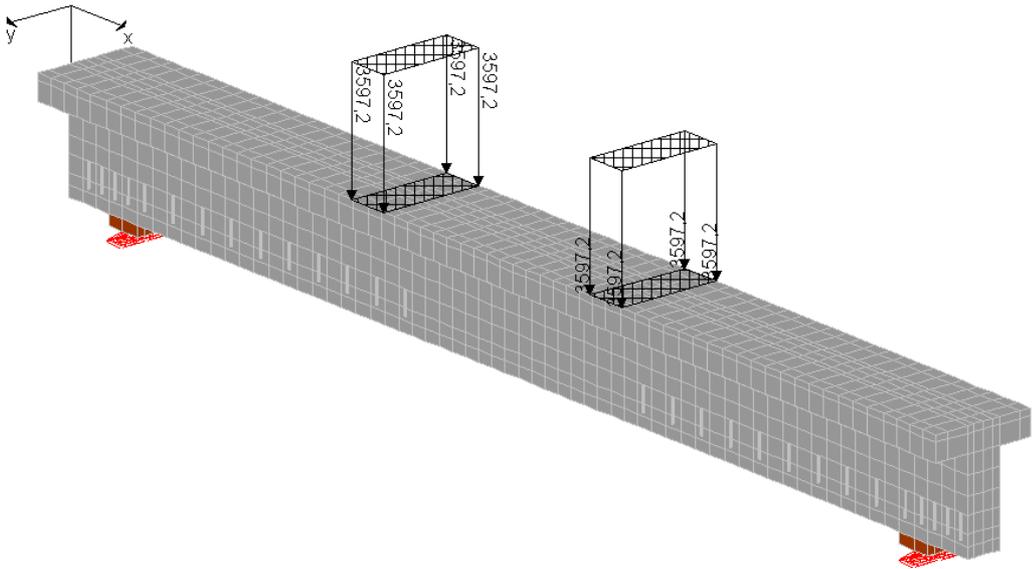


Bild 1.4.17: Externe Flächenlasten [kN/m²] des FE-Modells ET3

1.4.3 Versuch TA1

Der Versuch TA1 versagte durch Nachgeben der Verankerung der Biegezugbewehrung. Dieses Versagen trat durch eine fortgeschrittene Zerstörung des Stegs ein. Die Abmessungen des Trägers zeigt die folgende Tabelle.

Versuch	h [m]	d ₁ [m]	d ₂ [m]	d [m]	b _{Steg} [m]	b _{Gurt} [m]
ET2	0,44	0,065	0,025	0,375	0,16	0,96

Tabelle 1.4.8: Abmessungen des Versuchskörpers TA1

Die in der Simulation verwendeten Materialkennwerte des Betons zeigt Tabelle 1.4.9 in Verbindung mit den Bewehrungsquerschnitten und -mengen des Versuchs.

Versuch	Betondruckfestigkeit $f_{c,cube200}/f_{c,cyl}$	Betonzugfestigkeit f_{ct}	Biegezugbewehrung	Druckbewehrung	Bügelbewehrung
	[MN/m ²]	[MN/m ²]	[cm ²]	[cm ²]	[cm ² /m]
TA1	22,5 / 15,5	2,1	27,14 (6 Ø24)	3,14 (4 Ø10)	20,0 (Ø12/11,3)

Tabelle 1.4.9: Betonfestigkeitswerte, Längs- und Bügelbewehrung für TA1

Für die Bewehrung des Versuchskörpers TA1 wurde Rippentorsteel St III b verwendet. Da es sich um verschiedene Durchmesser und Lieferungen handelte, unterschieden sich die Materialkennwerte geringfügig (Tab. 1.4.10).

	Druckbewehrung	Biegezugbewehrung	Bügelbewehrung
	Ø 10	Ø 24	Ø 12
E-Modul [MN/m ²]	210000	205000	210000
Zugfestigkeit [MN/m ²]	548,0	546,0	547,0
0,2% Grenze [MN/m ²]	434,0	417,0	435,0

Tabelle 1.4.10: Betonstahlfestigkeitswerte der Längs- und Bügelbewehrung für TA1

Die Modellierung des Versuchskörpers TA1 zeigt Bild 1.4.18. Die Volumenelemente des Betons sind die 9-Knoten-Elemente. Die Bewehrung wurde mittels Fachwerkstab-Elementen für die Druck- und Biegezugbewehrung, sowie die Bügelschenkel abgebildet. Die horizontalen Bügelschenkel wurden sowohl in der Druck- als auch in der Zugzone durch Biegestäbe diskretisiert (Bild 1.4.19).

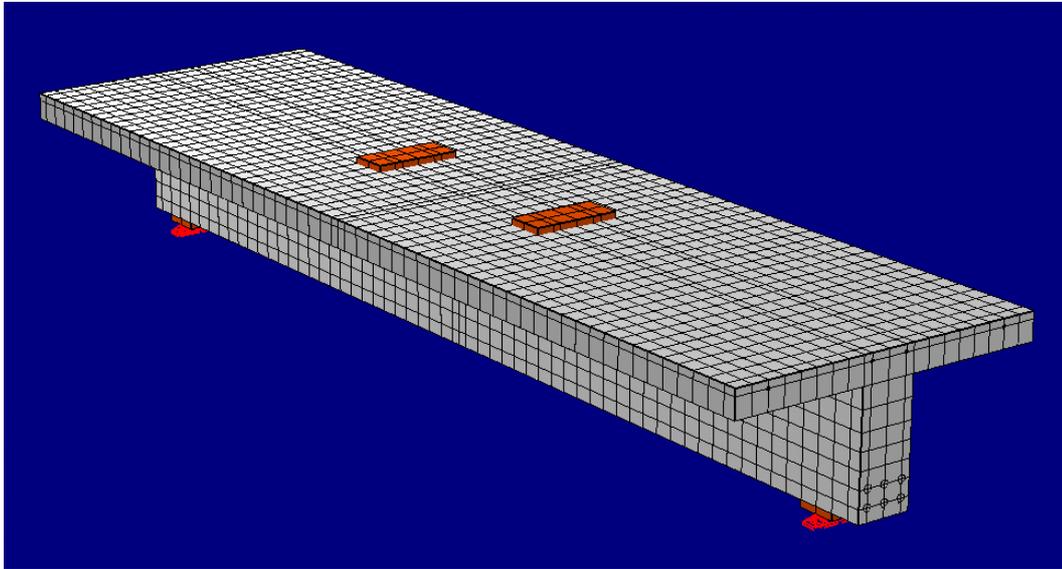


Bild 1.4.18: FE-Modell des Versuchskörpers TA1

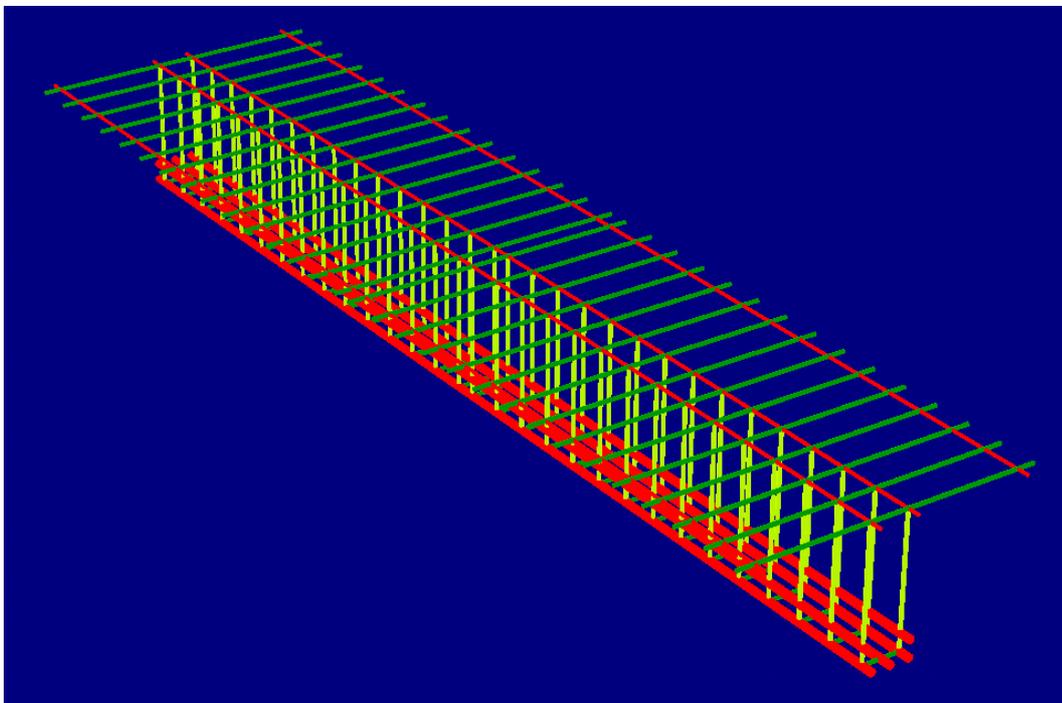


Bild 1.4.18: Diskrete Längs- und Bügelbewehrung des FE-Modells TA1

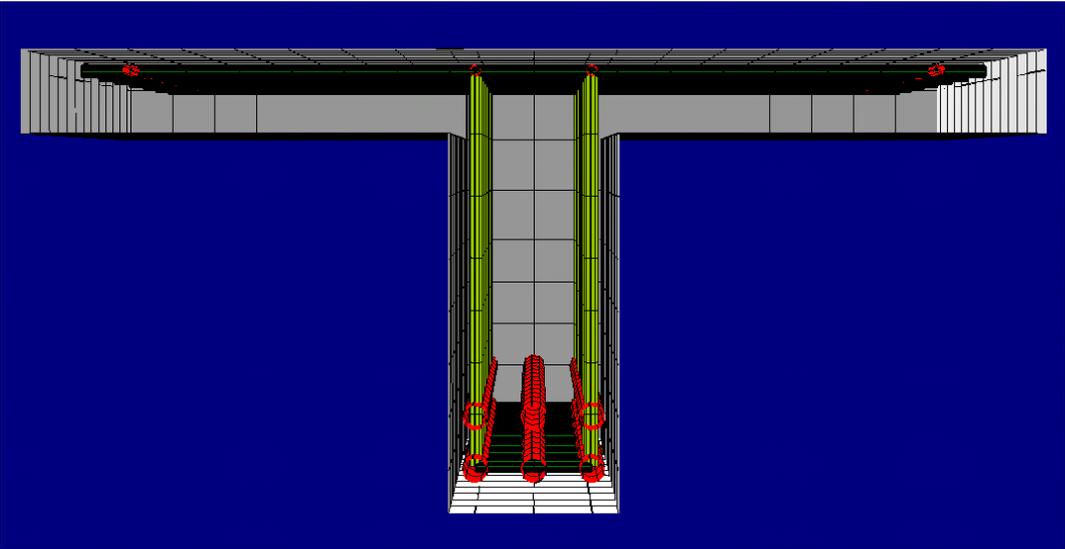


Bild 1.4.20: Schnitt durch das FE-Modell

2 Vergleich der Versuchs- und Simulationsergebnisse

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Finite-Elemente-Simulationen mit den realen Bauteilversuchen verglichen. Das Hauptaugenmerk wurde auf den Vergleich der erreichten Bruchtragfähigkeiten und der Rissbilder gelegt. Soweit weitergehende Ergebnisse der realen Bauteilversuche vorlagen, wurden zusätzliche Vergleiche durchgeführt.

2.1 Versuch C1

Der Träger C1 zeigte im Versuch ein Druckstrebenversagen.

2.1.1 Tragfähigkeit

Bild 2.1.1 zeigt die Last-Verformungskurven der verschiedenen FE-Modelle im Vergleich mit den Werten des Bauteilversuchs. Die beiden FE-Simulationen (rote und blaue Kurve), bei denen die Berechnung lastgesteuert durchgeführt wurde, zeigen keinen abfallenden Ast.

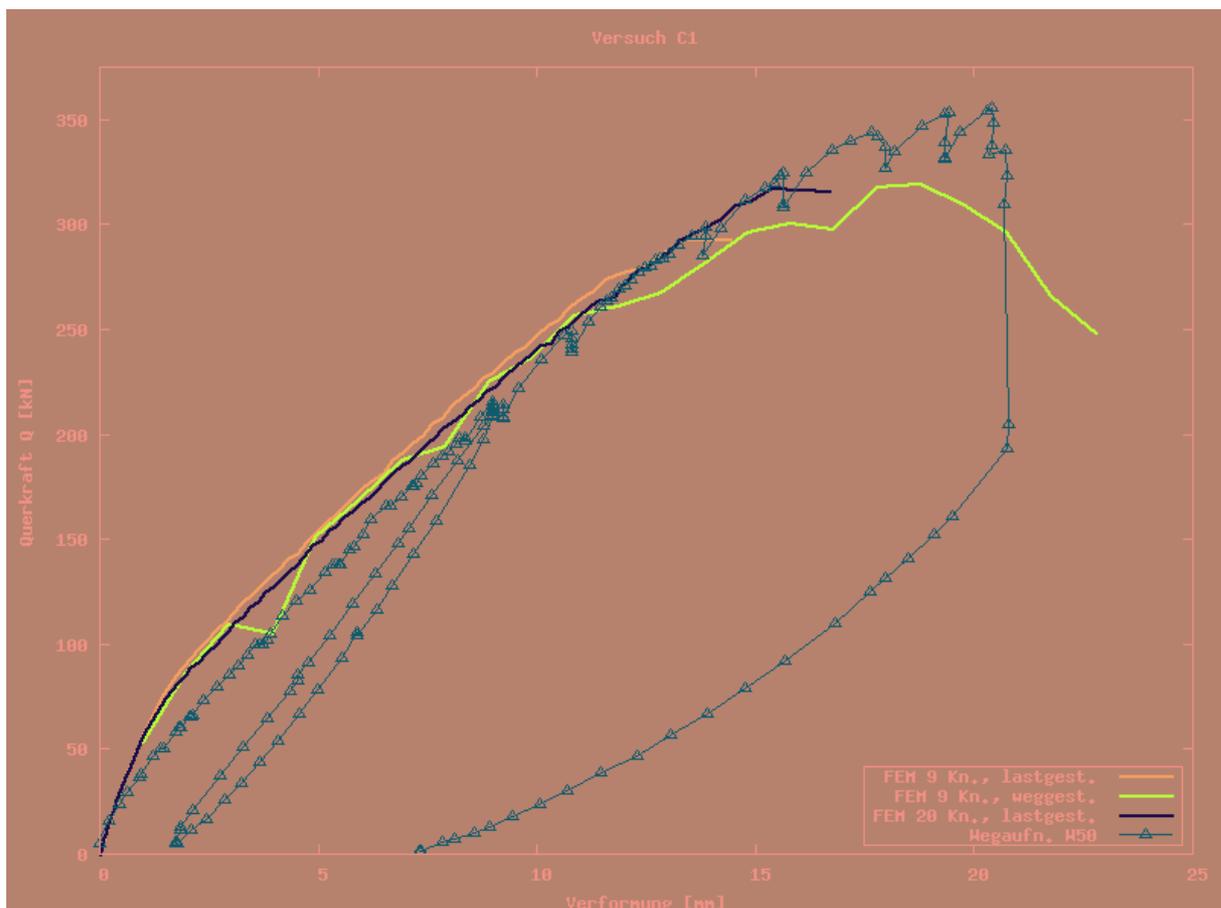


Bild 2.1.1: Last-Verformungs-Diagramm

Das FE-Modell des halben Systems mit 9-Knoten-Elementen unter lastgesteuerter Simulation (rot) versagt bereits bei einer einwirkenden Querkraft von 292,97 kN. Das weggesteuert berechnete, vollständige System mit 9-Knoten-Elementen (grün) erreicht annähernd die Versagenslast des ebenfalls vollständigen FE-Modells mit 20-Knoten-Elementen (blau). Keine der Simulationen erreicht jedoch die Bruchlast des Bauteilversuchs. Eine Übersicht der erreichten Bruchquerkräfte und Verformungen gibt die folgende Tabelle.

C1	<i>Bruchquerkraft</i>	<i>max. Verformung</i>	<i>Lastniveau</i>
	[kN]	[mm]	[%]
Versuch	355,75	20,39	100,00
FEM 9 Kn., lastgest.	292,97	14,42	82,30
FEM 9 Kn., weggest.	319,79	18,73	89,89
FEM 20 Kn., lastgest.	316,39	16,67	88,94

Tabelle 2.1.1: Vergleich der Bruchquerkräfte und maximalen Verformungen

Die Erwartung, dass das 20-Knoten-Modell bessere Ergebnisse liefert, wurde nicht bestätigt. Es ist erkennbar, dass in dieser Simulation der höhere Rechenaufwand der höherwertigen 20-Knoten-Elemente nicht gerechtfertigt ist. Es ist ausreichend, die Berechnung durch Aufbringung von Lagerverschiebungen weggesteuert zu realisieren. Hierdurch wird die Qualität der Ergebnisse im Bezug auf Tragfähigkeit und Verformung verbessert. Diese Beobachtung kann allerdings nicht für alle FE-Simulationen verallgemeinert werden.

2.1.2 Rissbild

Zum Vergleich der Rissbilder wird im Folgenden das 9-Knoten-Modell mit weggesteuerter Berechnung herangezogen, da dieses die besten Ergebnisse lieferte. Bild 2.1.2 zeigt das Rissbild des simulierten Trägers bei Erreichen der Bruchquerkraft.

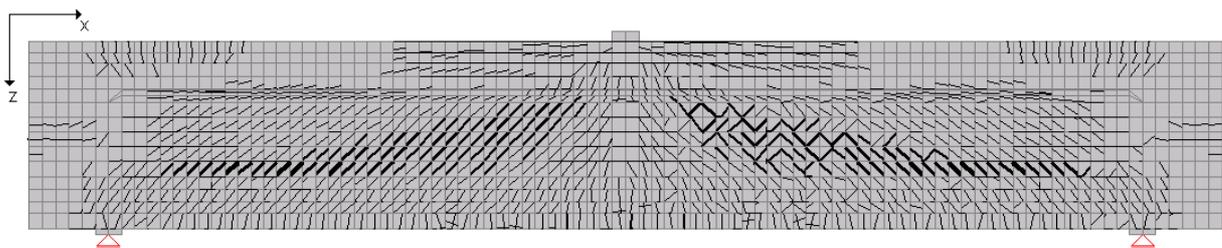


Bild 2.1.2: Rissbild des FE-Modells bei Erreichen der Bruchquerkraft (319,79 kN)

Im Rissbild sind in der rechten Trägerhälfte die orthogonal zu den charakteristischen Querkraftrissen verlaufenden Risse in den Druckstreben zu erkennen. Auf das angegebene Koordinatensystem (x-z-Ebene) bezogen verlaufen die Risse der Druckstreben im Winkel von ungefähr 45° zur x-Achse des Trägers, während die schrägen Querkraftrisse mit einem Winkel 135° ausgerichtet sind (gemäß Definition: positive Drehrichtung gegen den Uhrzeigersinn).

Zum Vergleich zeigt Bild 2.1.3 das Rissbild des Bauteilversuchs. Rechts der Lasteinleitungsstelle (Pfeil) sind die Betonabplatzungen infolge des Druckstrebenversagens zu erkennen.

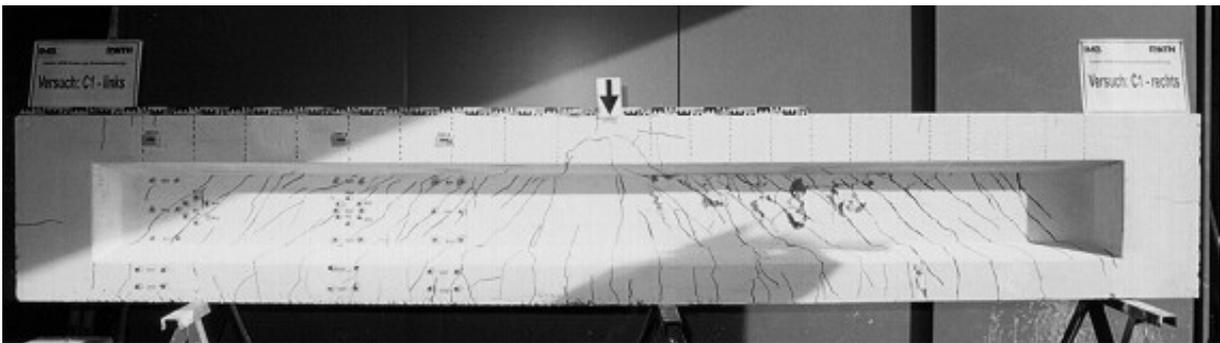


Bild 2.1.3: Rissbild des Versuchskörpers C1

Die Unterschiede werden durch eine Überlagerung der beiden Rissbilder aus Bild 2.1.2 und Bild 2.1.3 deutlich. Die folgende Abbildung zeigt im Detail die rechte Trägerhälfte. Die Risse des realen Bauteils sind grün hervorgehoben, die Risse der Simulation in blau. Zur weiteren Verdeutlichung ist die Lage der Ankerschäfte der (diskreten/realen) Querkraftbewehrung eingezeichnet (rot).

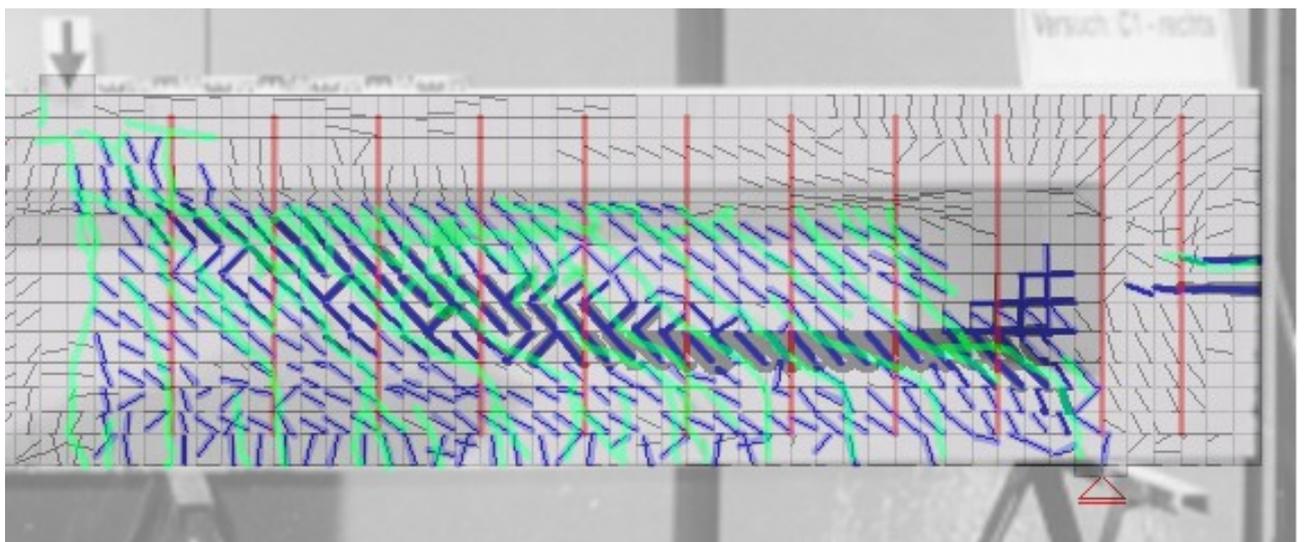


Bild 2.1.4: Überlagerung der Rissbilder Versuch – FE-Modell, rechtes Auflager

Im Bild ist der größte Unterschied in den Rissbildern aus Versuch und Simulation zu erkennen. Die Anzahl und die Abstände der Risse stimmen nicht überein. Im realen Bauteilversuch bilden sich breite Risse mit einem Abstand aus, der in etwa dem Abstand der Ankerschäfte der Querkraftbewehrung von 19,5 cm entspricht. In der Simulation reißt hingegen jede Elementreihe im beanspruchten Bereich. Hierdurch ergibt sich der Rissabstand aus der Kantenlänge der Finiten Elemente zu ungefähr 4,875 cm, da zwischen den Ankerschäften jeweils vier Elementreihen angeordnet wurden.

Das gezeigte Rissbild ist bedingt durch die im konstitutiven Gesetz verwendete verschmierte Rissabbildung. Eine weitergehende Erläuterung dieses Modells zur Abbildung von Diskontinuitäten wird in Kapitel 3 gegeben. Die Richtung eines Risses im Element wird im Modell bei Entstehung des Erstrisses festgelegt. Es wird folglich mit festen Rissrichtungen gerechnet, was in einigen Fällen zu Nachteilen führen kann. Hier ist jedoch festzustellen, dass die Richtungen der Risse vom Modell gut abgebildet werden. Dies gilt für den unteren Trägerrand mit den deutlichen Biegerissen, wie auch für die Risse im Stegbereich infolge der Querkraftbeanspruchung.

2.1.3 Dehnungen

Zur Kontrolle, ob das erwartete Druckstrebenversagen eingetreten ist, werden die Hauptdehnungen ε_3 der Simulation überprüft. Bild 2.1.6 zeigt die Hauptdehnungen ε_3 zum Zeitpunkt des Erreichens der Bruchquerkraft ($V_u = 379,19 \text{ kN}$).

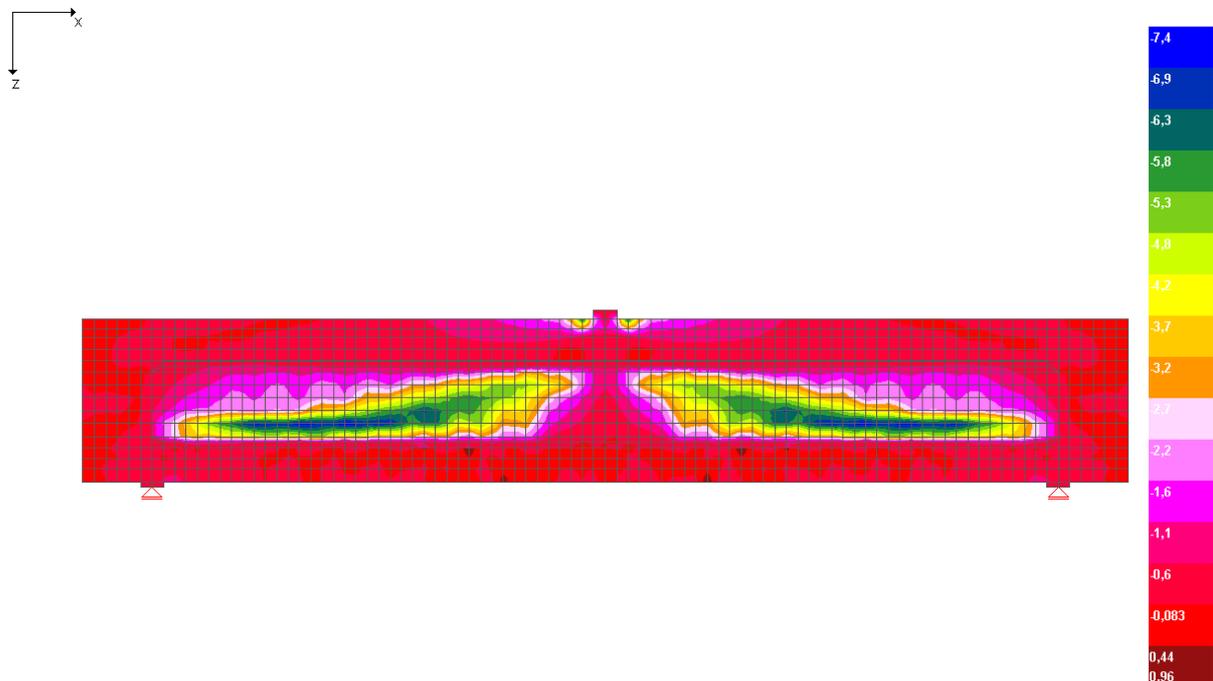


Bild 2.1.6: Negative Hauptdehnungen ε_3 (Stauchung) bei Erreichen der Bruchquerkraft

Die Hauptdehnungen ε_2 sind annähernd im gesamten Träger negativ. In den Bereichen, die im Rissbild die größten Schädigungen aufweisen, erreichen die Hauptdehnungen Werte von bis zu $-7,4\text{‰}$. Die Bruchdehnung des Betons ist damit überschritten. Die Stelle der größten Schädigung, an der die Druckstrebe in der Simulation versagt, stimmt mit dem tatsächlichen Versagensort nicht exakt überein. Im zuvor gezeigten Vergleich der Rissbilder ist zu erkennen, dass der reale Versuchskörper in einem Abstand von 80 bis 100 cm von der Lasteinleitungsstelle versagte. Die maximalen Hauptdehnungen der Simulation liegen eher in der Mitte des Abstandes von der Lasteinleitung bis zum rechten Auflager.

2.2 Versuch ET2

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Simulation mit dem Bauteilversuch verglichen, in dem sich ein kombiniertes Biege-Querkraftversagen einstellte.

2.2.1 Tragfähigkeit

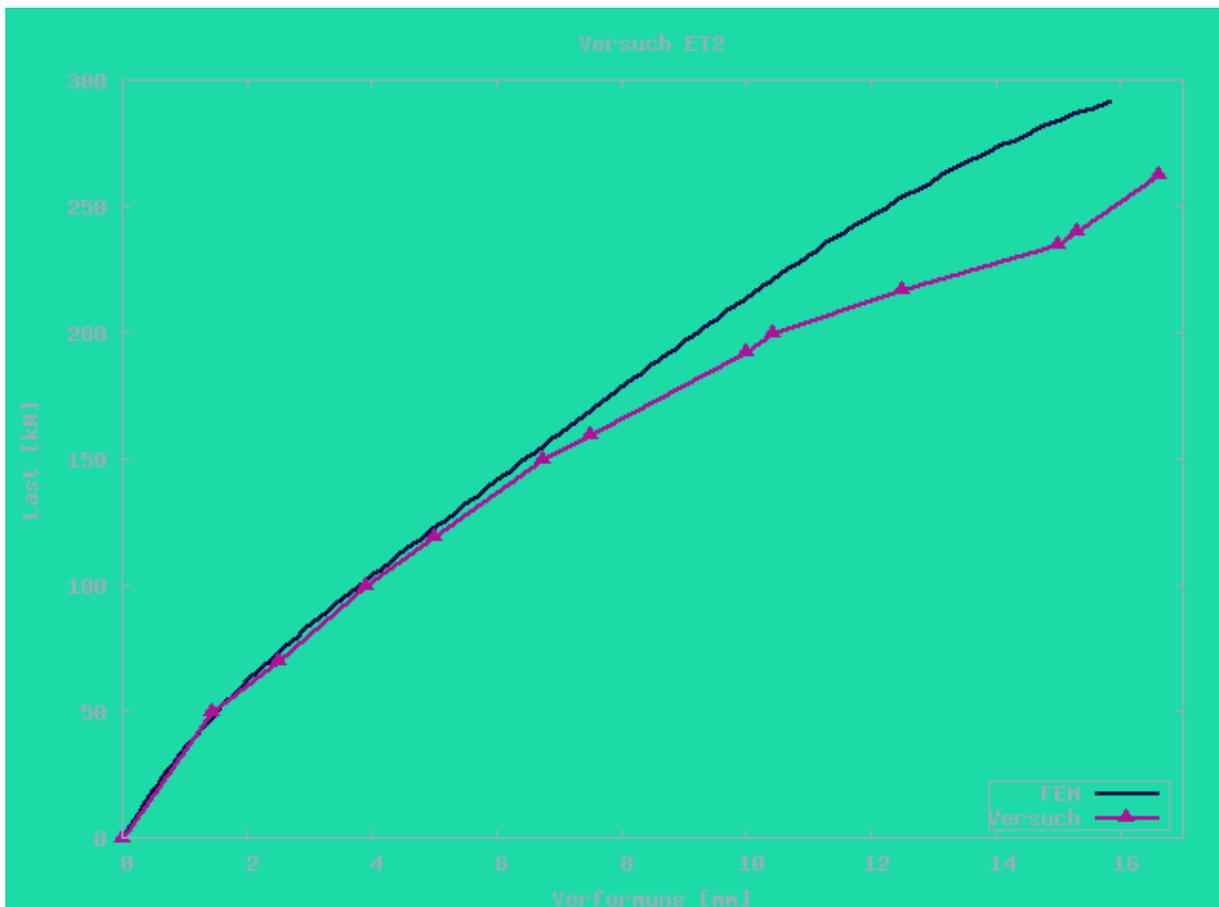


Bild 2.2.1: Last-Verformungs-Diagramm

Die Last-Verformungskurve bezogen auf die vertikale Verschiebung (globale, positive z-Richtung) in Balkenmitte zeigt, dass nach Überschreiten der Gebrauchslast die Steifigkeit des FE-Systems geringfügig überschätzt wird. Dies resultiert daraus, dass der Betontraganteil aufgrund der verwendeten verschmierten Rissabbildung zu hoch berechnet wird. Der simulierte Versuchskörper erreicht in der Folge eine höhere Bruchlast als der reale. Im konkreten Fall wird die Bruchlast um 10,96 % überschritten.

ET2	<i>Bruchlast</i>	<i>max. Verformung</i>	<i>Lastniveau</i>
	[kN]	[mm]	[%]
<i>Versuch</i>	263,00	16,6	100,00
<i>FEM</i>	291,83	15,8	110,96

Tabelle 2.2.1: Vergleich der Bruchlasten und maximalen Verformungen

2.2.2 Rissbild

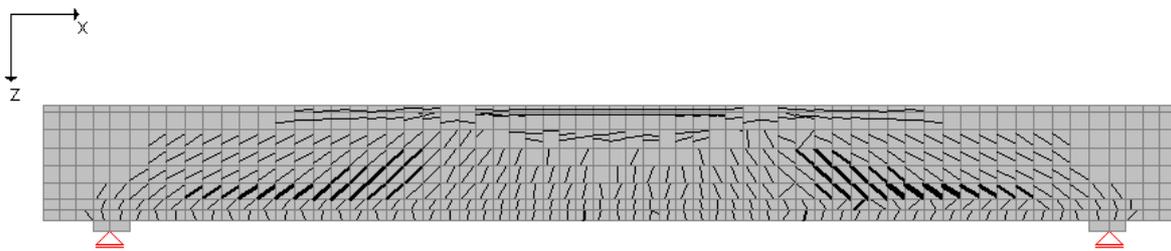


Bild 2.2.2: Rissbild bei Bruchlast am FE-Gesamtsystem

Das Rissbild der FE-Simulation hat den charakteristischen Verlauf eines Biegeschubversagens. Zu erkennen sind die in Trägermitte fast senkrecht nach oben verlaufenden Biegerisse. Die Zerstörung der Druckzone ist durch die horizontalen Risse an den Seiten des Flansches, der durch die beiden oberen Elementreihen dargestellt wird, zu erkennen. Links und rechts, ausgehend von den beiden Lastenleitungen verlaufen schräge Querkraftrisse. Somit hat sich erwartungsgemäß ein Schubfeld von den Bereichen der Lastenleitung zu dem jeweiligen Auflager hin ausgebildet. In den folgenden Abbildungen wird dies nochmals verdeutlicht. Das Rissbild des realen Bauteilversuchs ist zum Vergleich dem folgenden Bild zu entnehmen.

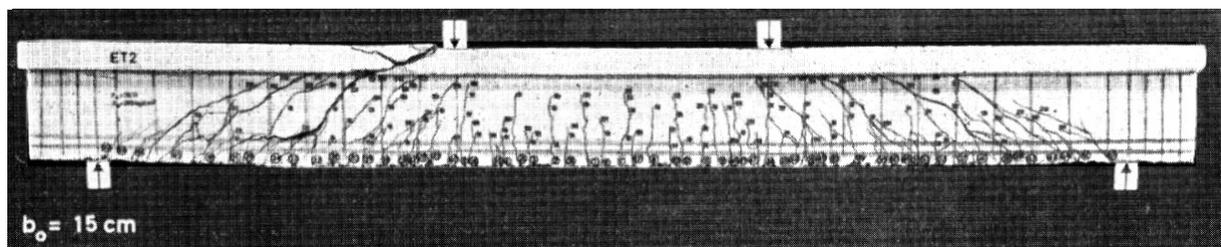


Bild 2.2.3: Rissbild des Versuchskörpers ET2 [23]

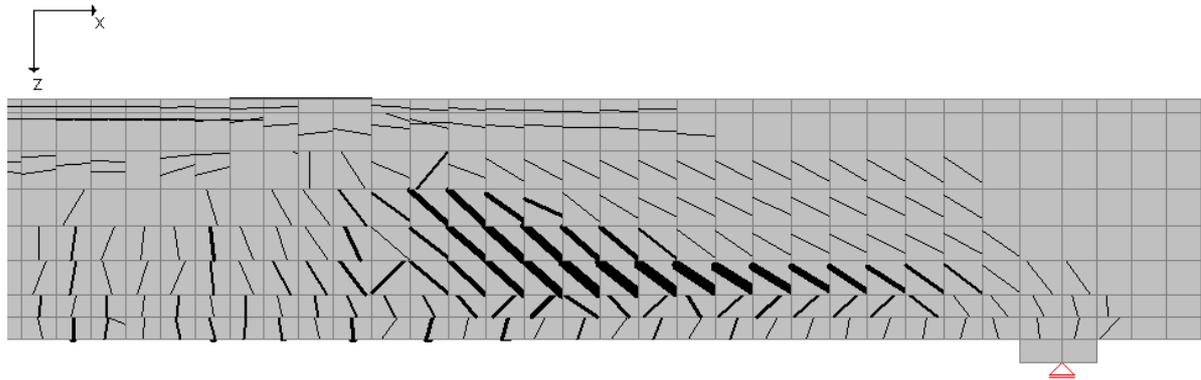


Bild 2.2.4: Rissbild bei Bruchlast, FE-System, rechtes Auflager

Man erkennt auch hier die Orientierung der Risse im Bereich des Schubfeldes ausgehend von der Lasteinleitung (Pfeil) zum Auflager hin. Die Darstellung der Schubspannungen τ_{xz} gibt den Verlauf des Schubfeldes deutlich wieder.

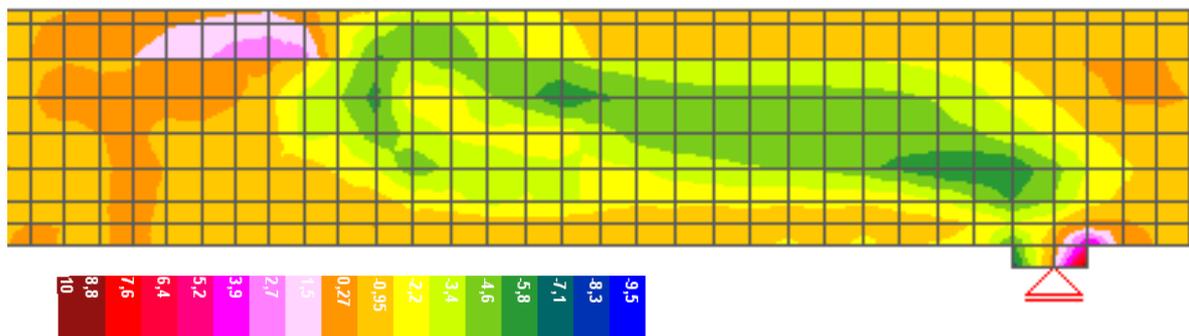


Bild 2.2.5: Verlauf der Schubspannungen τ_{xz} , rechtes Auflager

Die folgende Überlagerung (Bild 2.2.6) zeigt den direkten Vergleich der Rissbilder des FE-Modells und des Bauteilversuches. Da im Versuch der Träger am linken Auflager versagte, das FE-Modell jedoch am rechten, wurde das FE-Modell für die Überlagerung gespiegelt. Dies ist ohne weiteres möglich, da ein FE-Modell aufgrund des Nichtvorhandenseins jeglicher Imperfektionen im Gegensatz zum realen Bauteil keine „Seiten“ hat.

Die diskreten Risse sind mittels blauer Einfärbung, die des Versuches mit grün hervorgehoben. Zur besseren Orientierung ist die Lage der (diskreten/realen) Bügelbewehrung angegeben (rot).

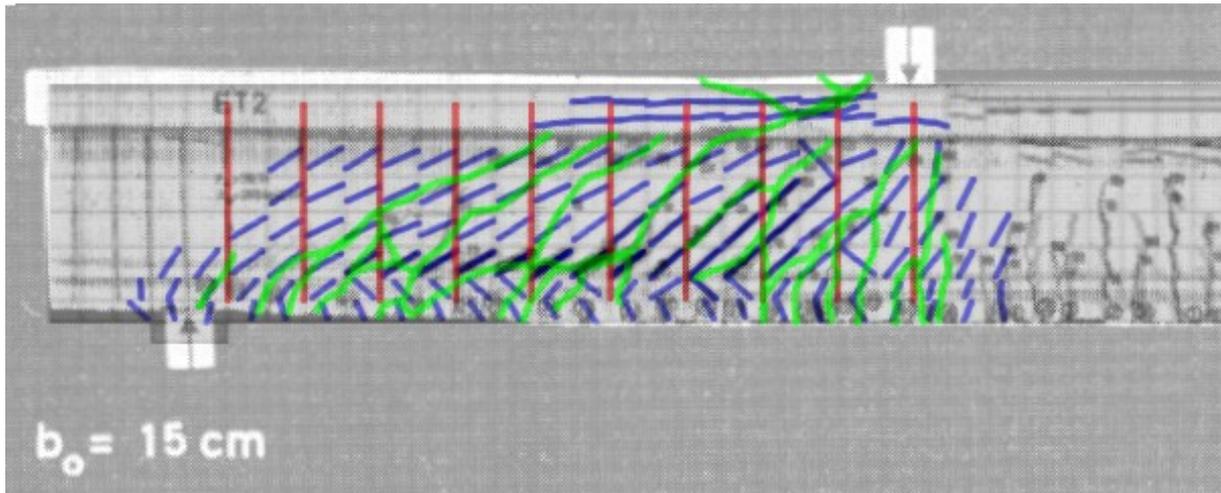


Bild 2.2.6: Überlagerung der Rissbilder Versuch – FE-Modell, linkes Auflager

Die Richtungen der Risse werden in der Simulation korrekt abgebildet, wobei die Risse sich im Modell jeweils in Richtung des Anfangsrisses ausbilden. Die jeweilige Rissrichtung ist somit im Verlaufe der weiteren Berechnung fest und rotiert nicht. Im Bereich der größten Spannungen konzentrieren sich im FE-Modell auch die größten Rissbreiten, was erkennbar nicht dem realen Rissbild entspricht. Während sich im Bauteilversuch wenige, breite Querkraftrisse entwickeln, reißt im Modell jede Elementreihe im Bereich des Schubfeldes. Die Abstände der Risse des Versuchskörpers betragen 5 bis 11 cm. Bedingt durch die Diskretisierung des Modells mit Elementen von 5,5 cm Kantenlänge (in lokaler x-Richtung des Bauteils) in diesem Bereich entspricht dieser Wert auch ungefähr dem Abstand der (finiten) Querkraftrisse.

Es ist festzustellen, dass die Verwendung eines verschmierten Rissmodells zwar die Rissrichtungen des Versuchs nahezu korrekt wiedergeben kann. Jedoch weicht das Rissbild des Modells besonders im mittleren Drittel des Abstandes a zwischen Auflager und Lasteinleitung stark vom realen Rissbild ab. Die folgende Auswertung der Bügeldehnungen verdeutlicht diese bereichsweise unterschiedliche Qualität der Ergebnisse.

2.2.3 Bügeldehnungen

Eine weitere Kontrolle, ob die Modellierung in der vorliegenden Art zu guten Ergebnissen führt, stellt die Überprüfung der Dehnungen ε_0 in lokaler x-Richtung in den Bügelschenkeln dar. Dazu werden diese mit den Messwerten aus DAfStb-Heft 151 [23] verglichen. Die Zuordnung der Bügel des Versuchs zu den Finiten Stabelementen zeigt Bild 2.2.7.

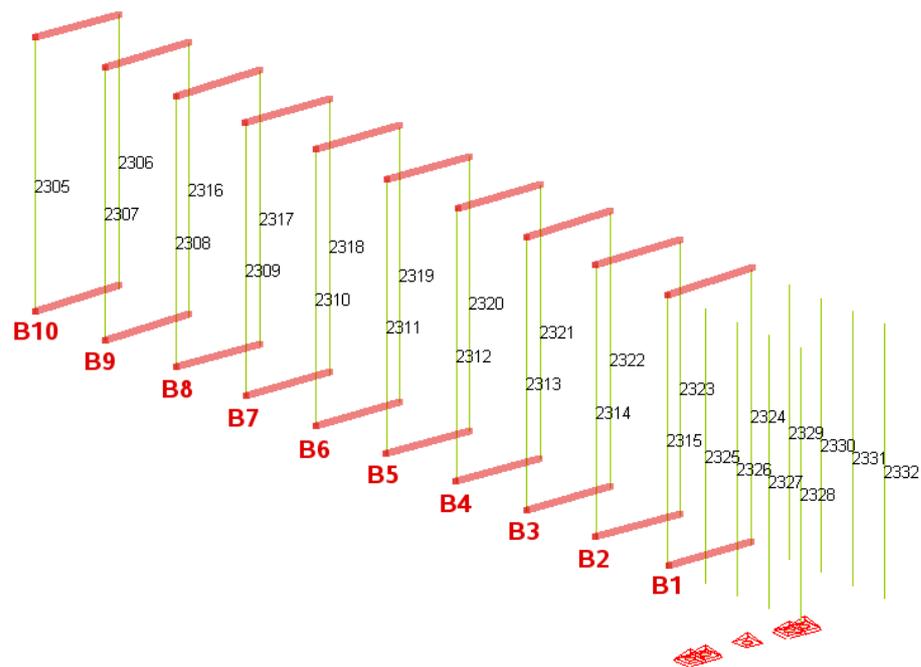


Bild 2.2.7: Zuordnung der Bügel des Versuchs (rot) zu den Stabelementen (grün)

Bügel B10 befindet sich direkt unter der Lasteinleitung. Die Bügel B9 bis B2 befinden sich im Bereich des Schubfeldes. Bügel B1 befindet sich im Abstand von 5 cm vom Auflager. Die vier Bügel am Ende des Trägers dienen der Verstärkung des Verankerungsbereichs der Biegezugbewehrung, um ein Verankerungsversagen zu verhindern. Sie waren nicht Gegenstand der Dehnungsmessungen.

Die gemessenen Versuchswerte werden in den Graphen durch die blauen Kurven, die Werte der FE-Simulation durch die grünen (bzw. roten) Kurven repräsentiert; jeweils bezogen auf die Last.

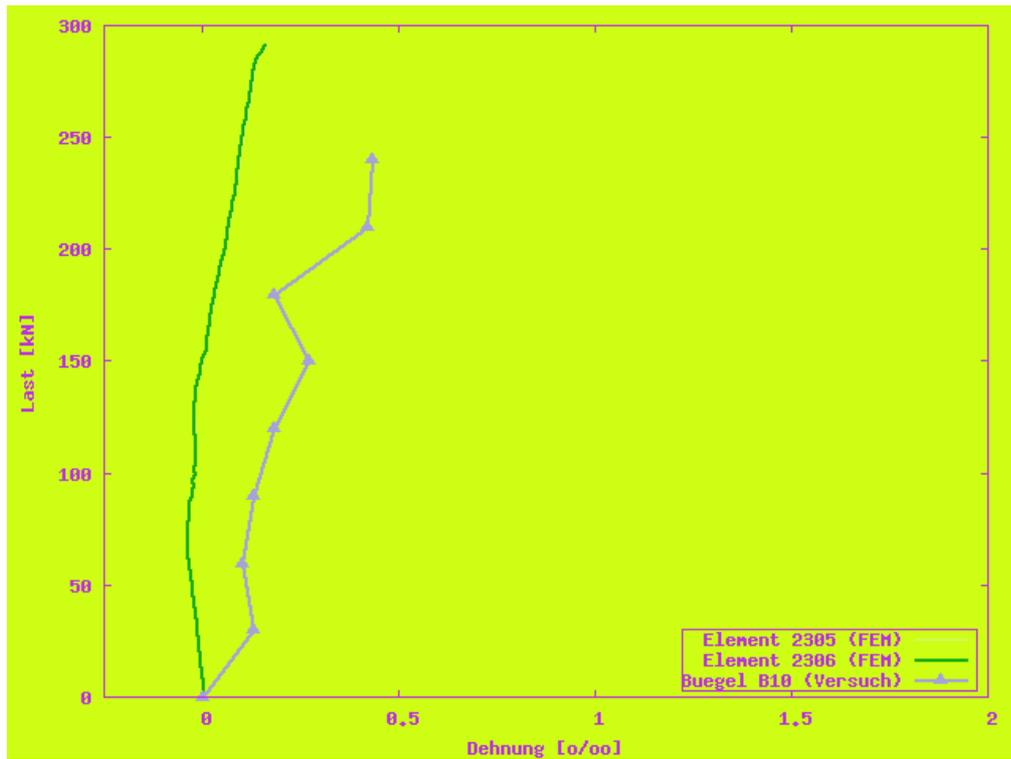


Bild 2.2.8: Vergleich Buegel B10 mit Stabelementen 2305 und 2306

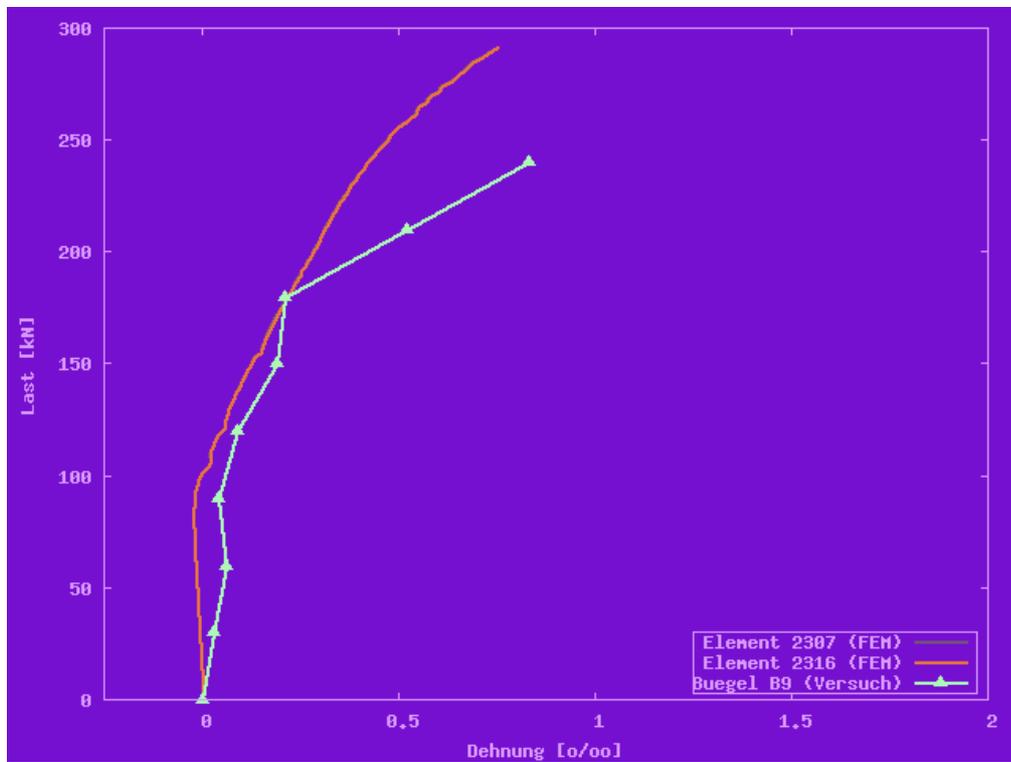


Bild 2.2.9: Vergleich Buegel B9 mit Stabelementen 2307 und 2316

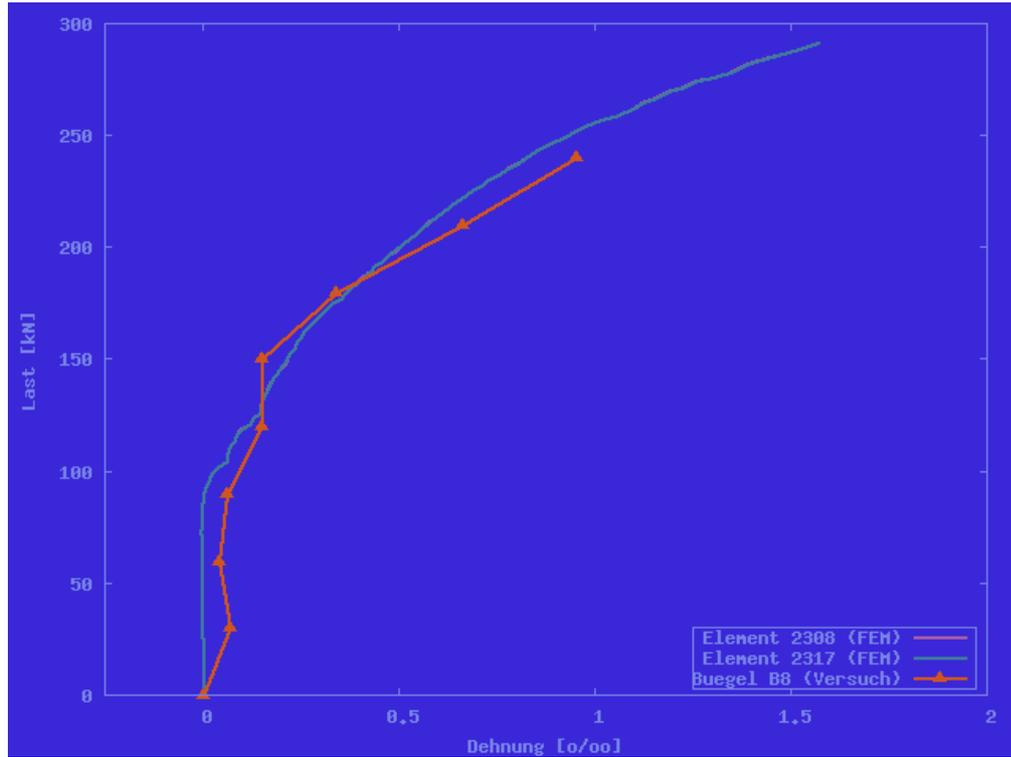


Bild 2.2.10: Vergleich Buegel B8 mit Stabelementen 2308 und 2317

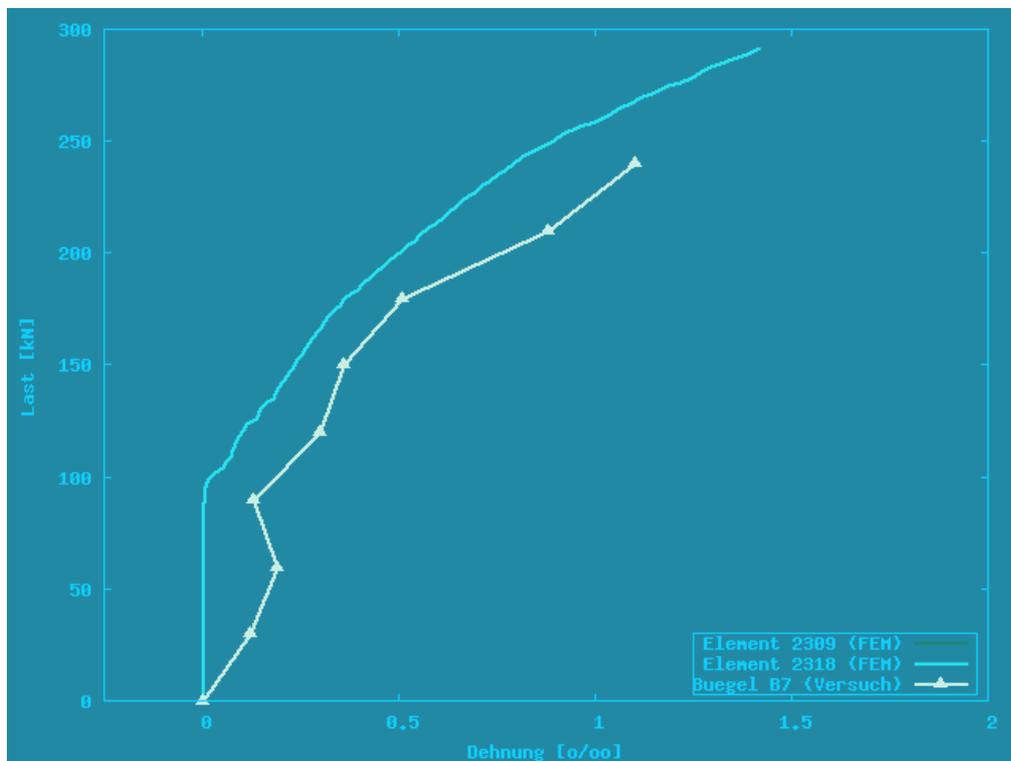


Bild 2.2.11: Vergleich Buegel B7 mit Stabelementen 2309 und 2318

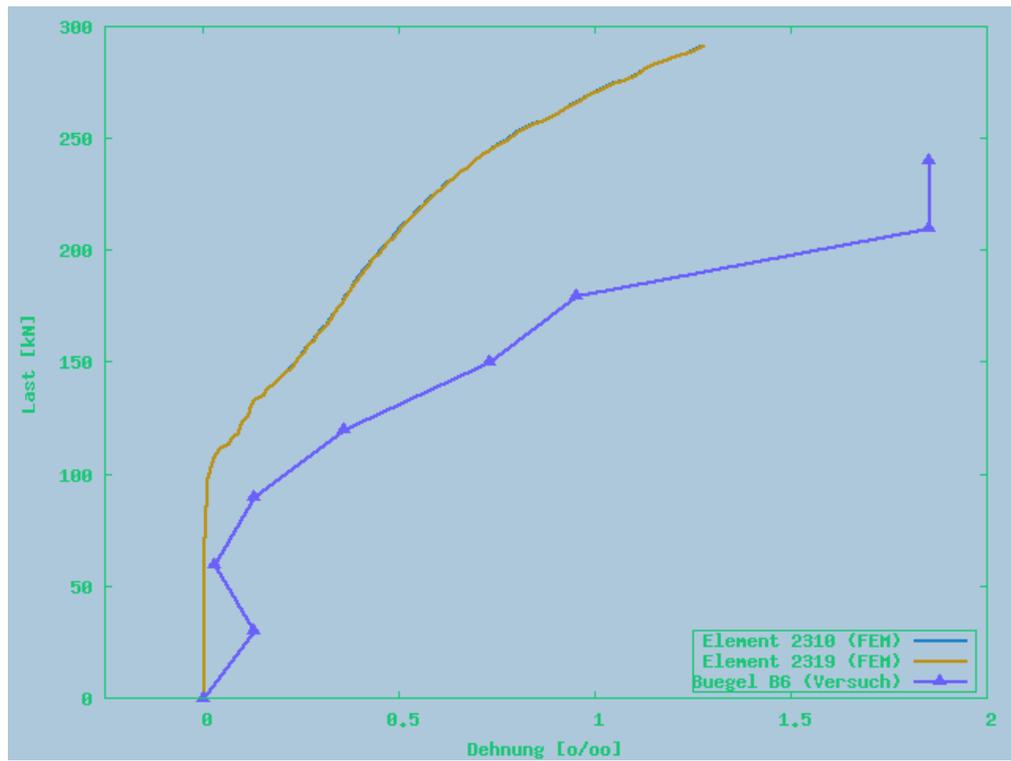


Bild 2.2.12: Vergleich Bügel B6 mit Stabelementen 2310 und 2319

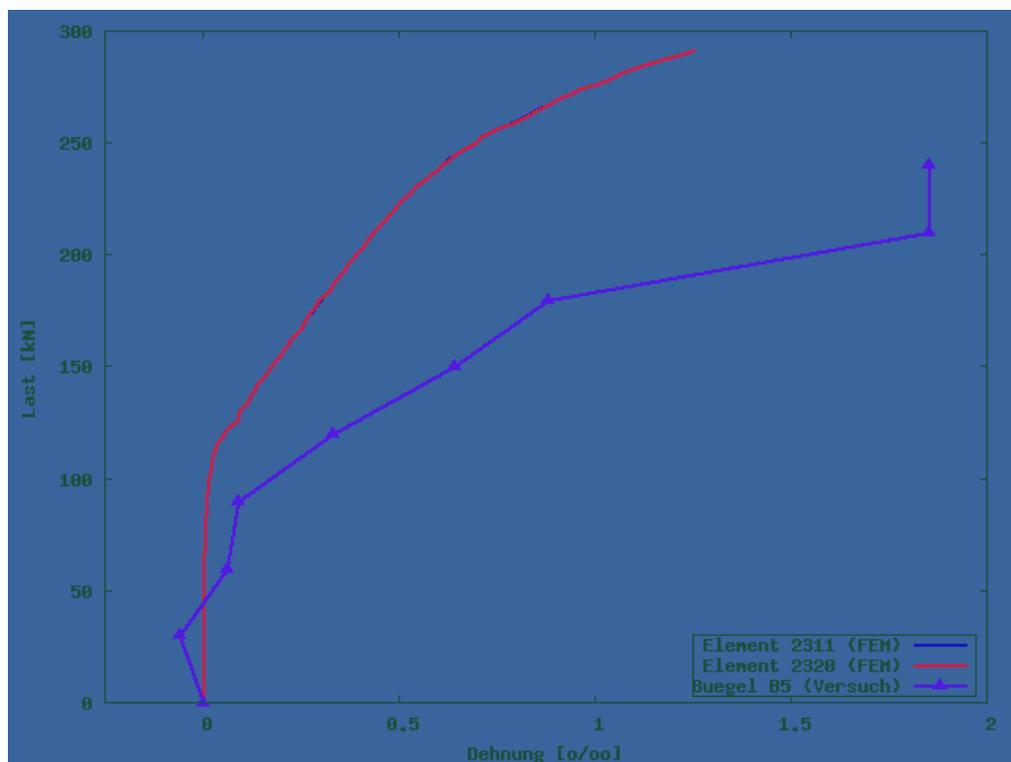


Bild 2.2.13: Vergleich Bügel B5 mit Stabelementen 2311 und 2320

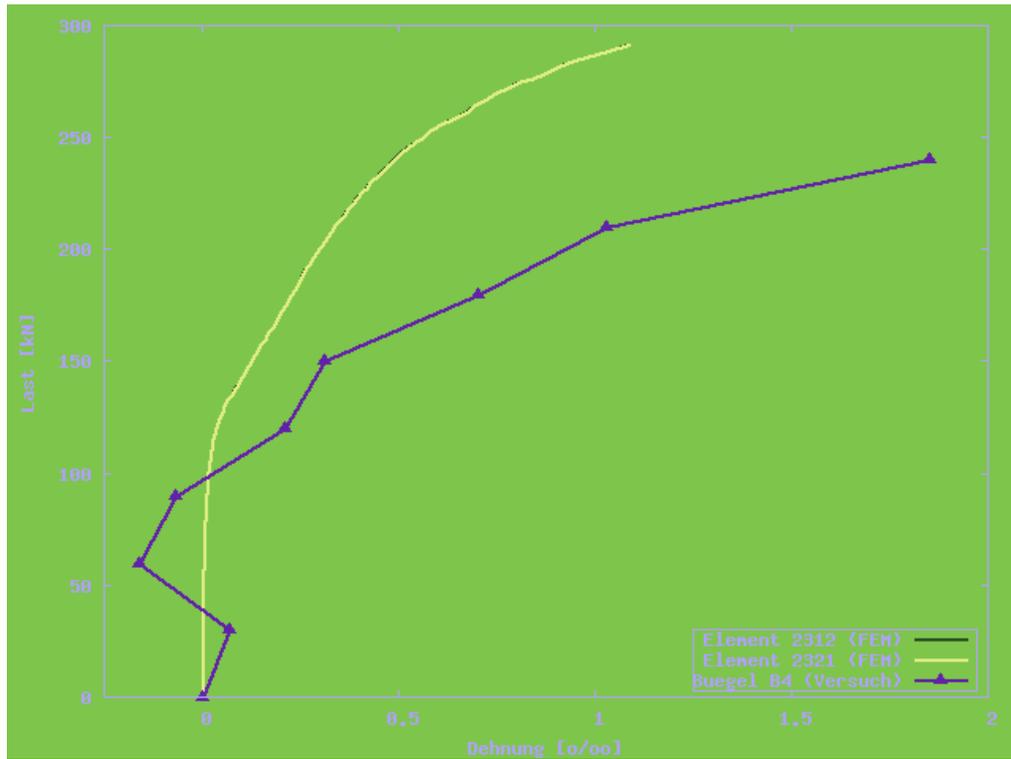


Bild 2.2.14: Vergleich Bügel B4 mit Stabelementen 2312 und 2321

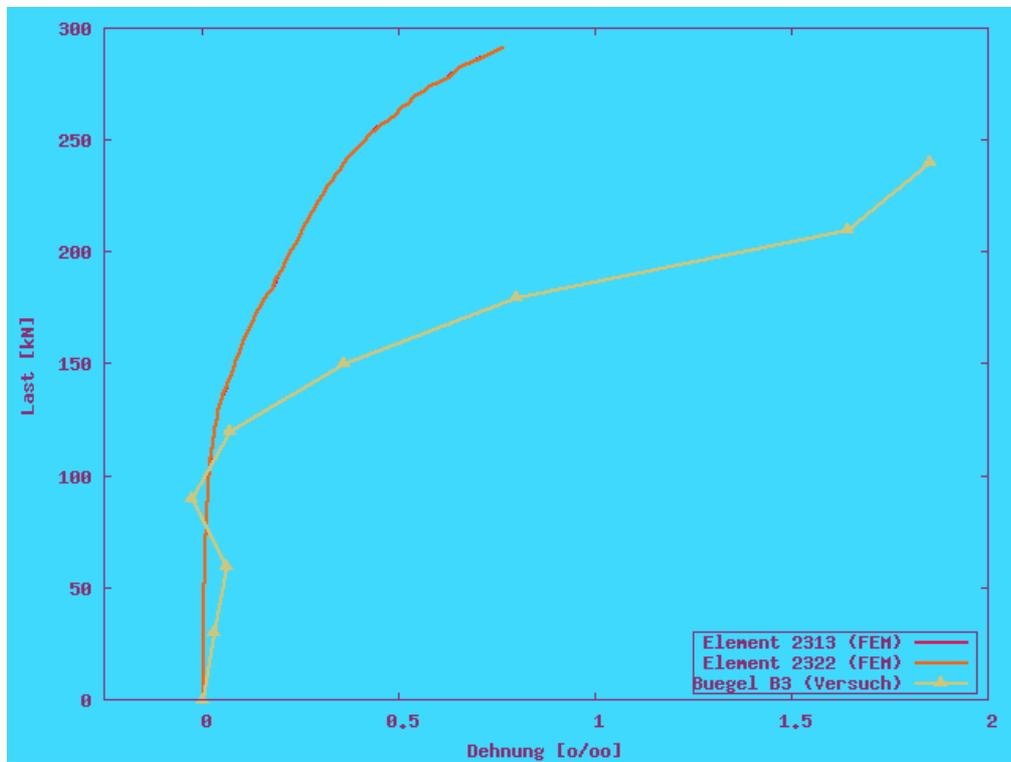


Bild 2.2.15: Vergleich Bügel B3 mit Stabelementen 2313 und 2322

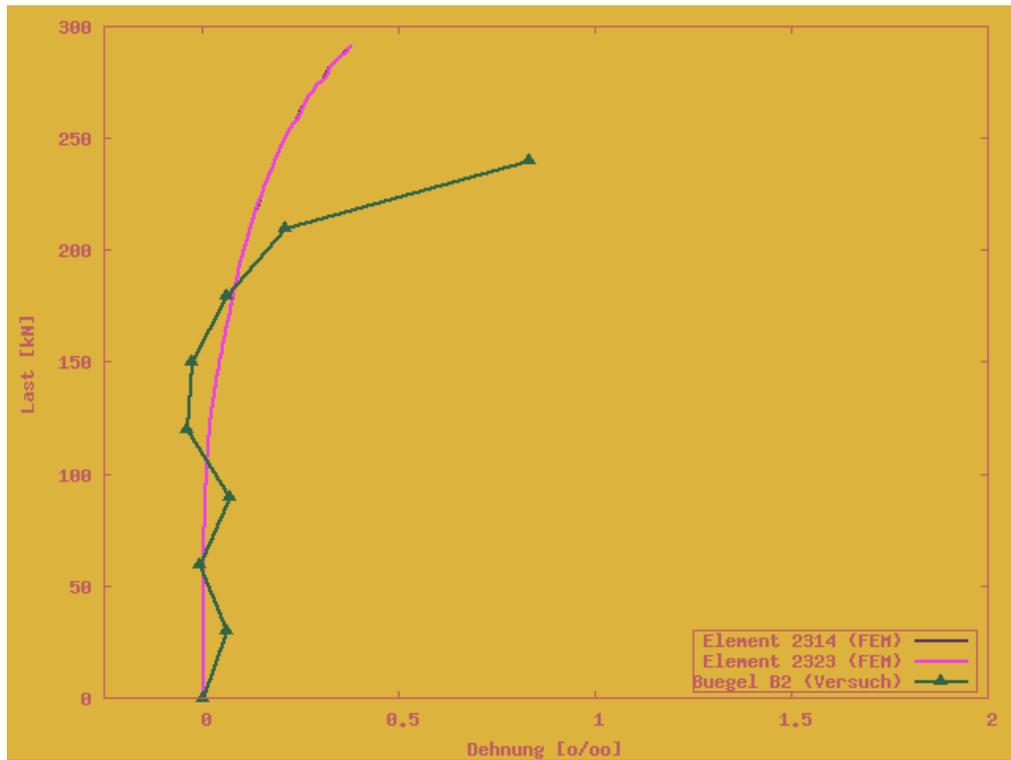


Bild 2.2.16: Vergleich Bügel B2 mit Stabelementen 2314 und 2323

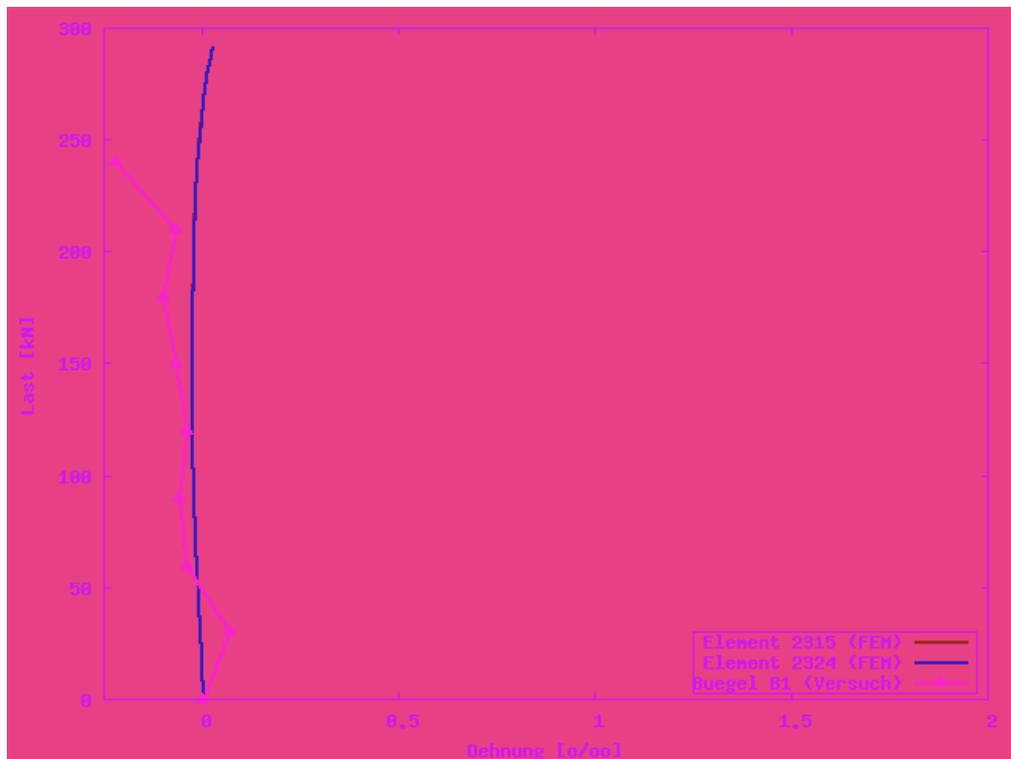


Bild 2.2.17: Vergleich Bügel B1 mit Stabelementen 2315 und 2324

Die Stabelemente an den Positionen der Bügel B7 (Bild 2.2.11), B8 (Bild 2.2.10) und B9 (Bild 2.2.9) liefern in der Simulation annähernd die gleichen Dehnungen wie im Versuch. Die Simulationenwerte der Stabelemente im Bereich der Bügel B2 bis B6 weichen zum Einen im Verlauf und zum Anderen im maximalen Wert der Längsdehnung ε_0 von den Messwerten ab. Dieser Effekt ist vorwiegend auf die verschmierte Rissbildung zurückzuführen, da sich im genannten Bereich die Rissbilder des realen Bauteils und des FE-Modells stark unterscheiden (Bild 2.2.6).

Eine weitergehende Erläuterung dieses Sachverhaltes wird in Kapitel 3 gegeben.

2.3 Versuch ET3

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Simulation mit dem Bauteilversuch verglichen, in dem sich eine Kombination aus Bügelversagen und Biege-Querkraftversagen einstellte.

2.3.1 Tragfähigkeit

Bild 2.3.1 stellt den Verlauf der Verformung in globaler z-Richtung in Balkenmitte des Versuchs der FE-Simulation gegenüber.

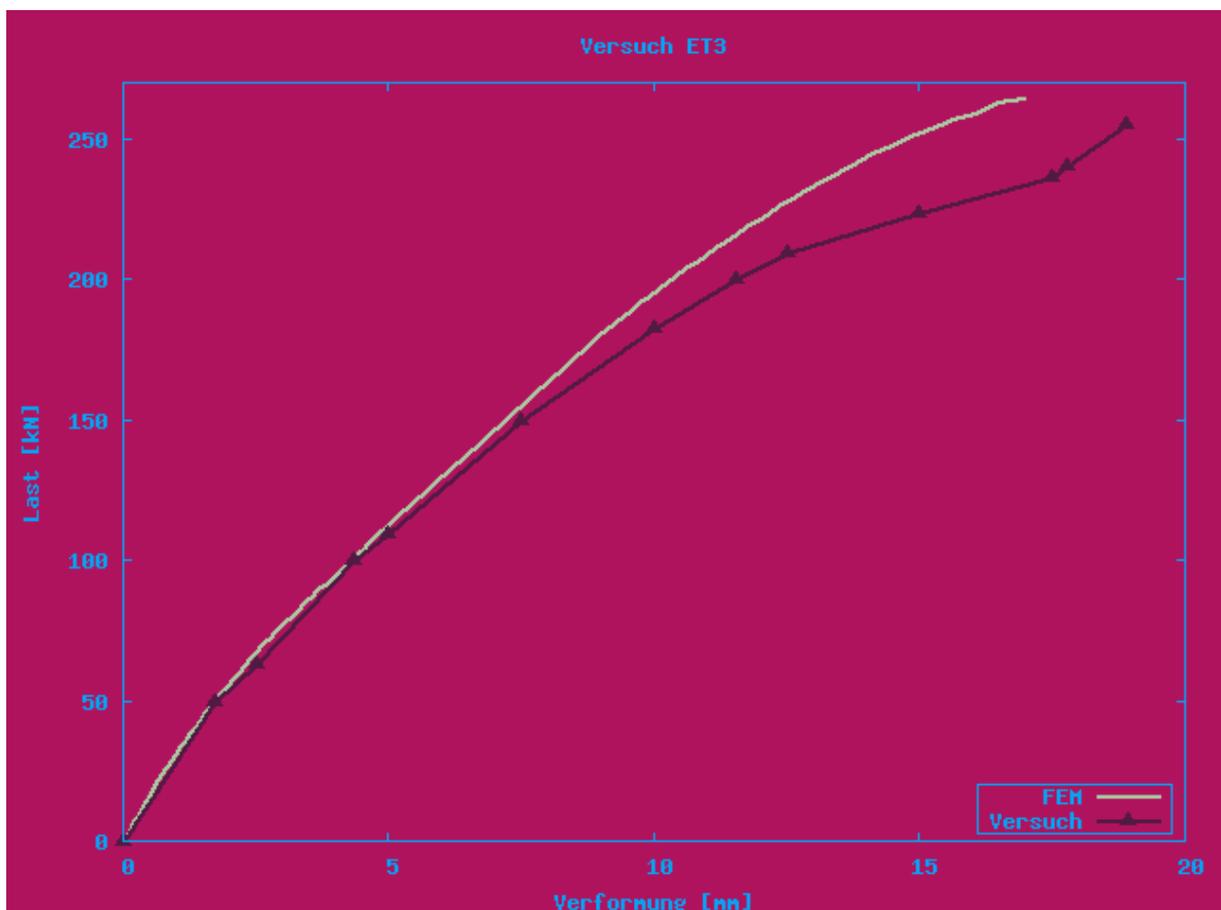


Bild 2.3.1: Last-Verformungs-Diagramm

Die Steifigkeit des FE-Modells (und damit der Betontraganteil) wird bei Versuch ET3 viel geringer überschätzt als bei der vorangegangenen Vergleichsrechnung von ET2. Dies liegt in der geänderten Bauteilgeometrie mit der verminderten Stegbreite begründet, da an der Modellierung, wie beschrieben, keine Veränderungen vorgenommen wurden. Die Bruchlast wird hier nur um 3,7 % überschritten.

ET3	<i>Bruchlast</i>	<i>max. Verformung</i>	<i>Lastniveau</i>
	[kN]	[mm]	[%]
<i>Versuch</i>	255,00	18,90	100,0
<i>FEM</i>	264,54	16,95	103,7

Tabelle 2.3.1: Vergleich der Bruchlasten und maximalen Durchbiegungen

2.3.2 Rissbild

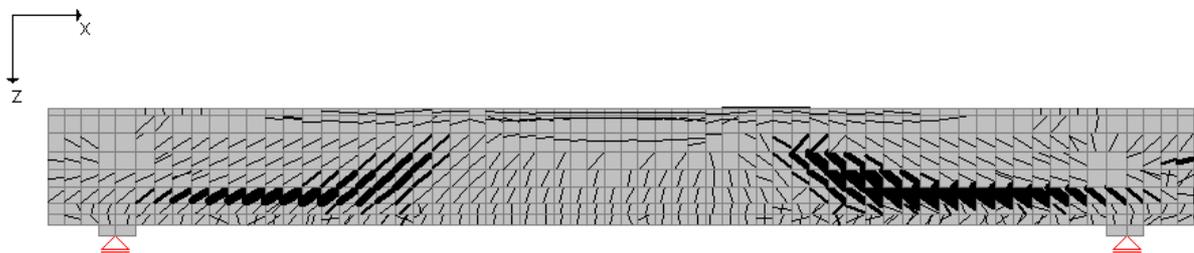


Bild 2.3.2: Rissbild bei Bruchlast am FE-Modell

Das Rissbild der Simulation zeigt auch hier eine annähernd realistische Ausprägung. Im direkten Vergleich mit dem Rissbild des realen Bauteilversuches ist jedoch zu beachten, dass die gezeigten Betonabplatzungen, welche die Tragfähigkeit des Bauteils aufgrund ihrer den Verbund schwächenden Wirkung herabsetzen, durch die Finite-Elemente-Methode prinzipbedingt nicht abgebildet werden können. Zum Vergleich zeigt die folgende Abbildung das Rissbild des realen Bauteilversuches.

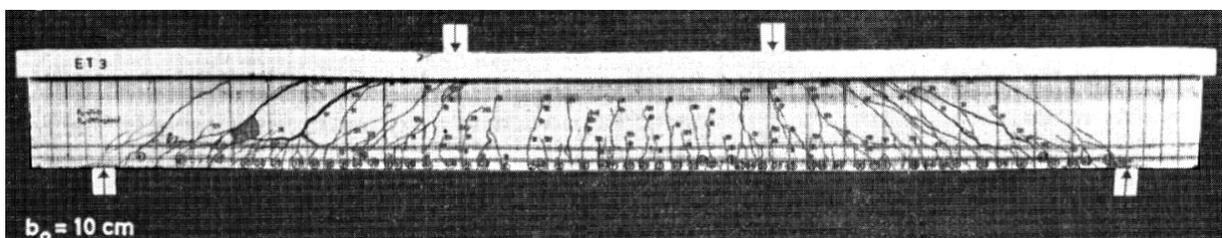


Bild 2.3.3: Rissbild des Versuchskörpers ET3 [23]

Bild 2.3.4 zeigt in Vergrößerung das halbe System am rechten Auflager, da der simulierte Träger dort zuerst versagte.

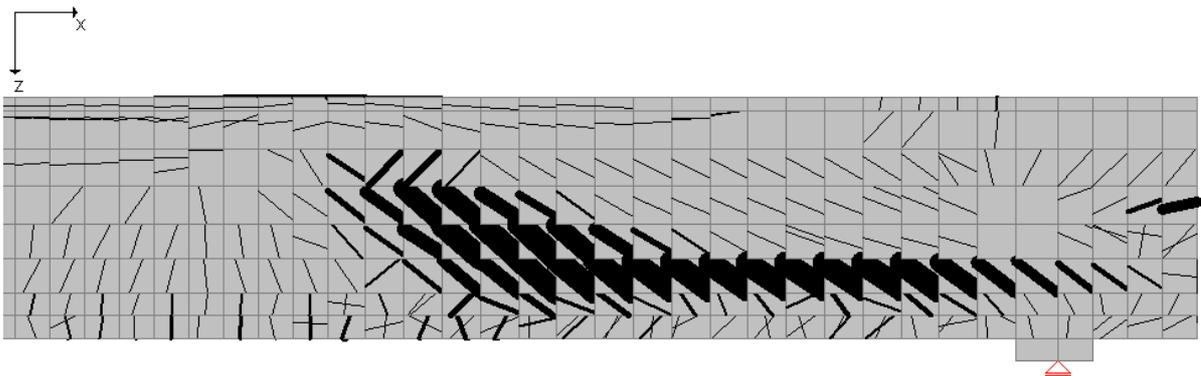


Bild 2.3.4: Rissbild bei Bruchlast, rechtes Auflager

Die Überlagerung der Rissbilder zeigt, dass trotz des verschmierten Ansatzes der Rissverlauf annähernd realistisch abgebildet werden kann. Die Winkel stimmen trotz der in der Simulation verwendeten festen Orientierung in Richtung des Erstrisses gut überein. In den Versuchen (grün) stellten sich jedoch breite Risse in Abständen von 5 bis 11 cm ein. Im FE-Modell (blau) hingegen reißt im Bereich der größten Spannungen jede Elementreihe. Die größten Rissbreiten des FE-Modells konzentrieren sich in diesem Bereich. Es ist somit erkennbar, dass es mit dem verschmierten Rissmodell nicht zu erreichen ist, dass das Rissbild aus einzelnen, breiten Rissen besteht. Als Orientierungshilfe ist die Lage der (diskreten und realen) Bügel mit den korrekten Abständen eingezeichnet (rot).

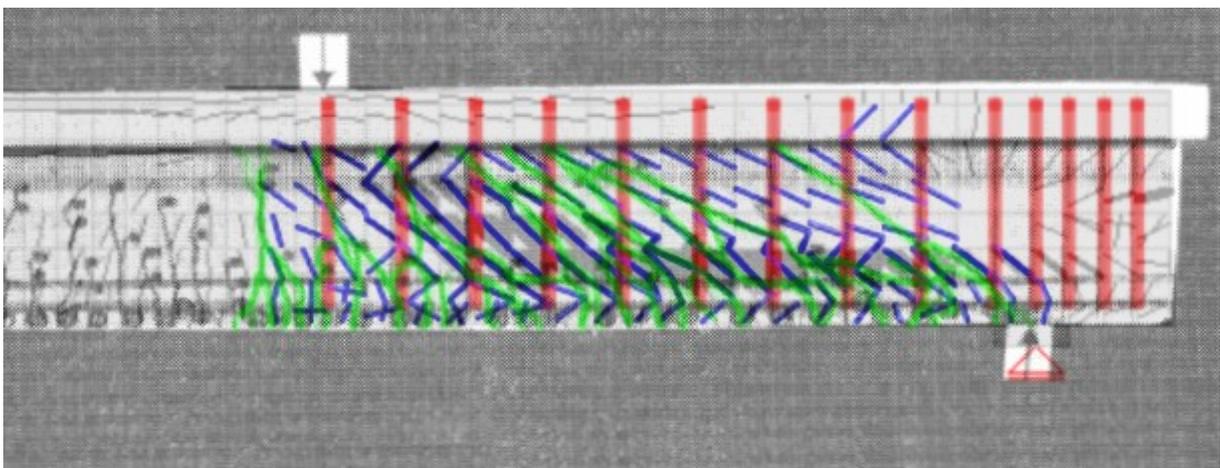


Bild 2.3.5: Überlagerung der Rissbilder „Versuch“ – „FEM“, Versuchskörper ET3

Bild 2.3.6 zeigt den dazu gehörenden Verlauf der Schubspannungen τ_{xz} des FE-Modells.

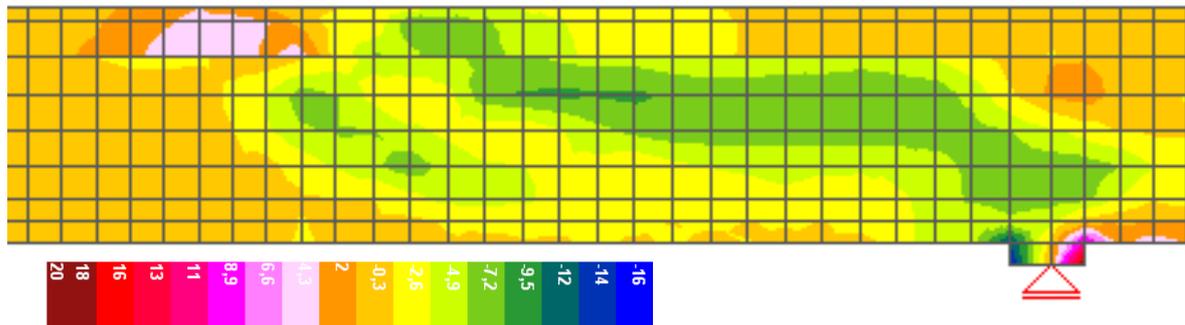


Bild 2.3.6: Schubspannungen τ_{xz} , rechtes Auflager

Hier ist das ausgeprägte Schubfeld des simulierten Trägers erkennbar.

2.3.3 Bügeldehnungen

Analog der vorangegangenen Auswertung werden auch für die FE-Simulation von ET3 die Werte der Bügeldehnungen ε_0 in Richtung der Stabachse (lokale x-Richtung) der Fachwerkstäbe mit den gemessenen Versuchswerten aus Heft 151 [23] verglichen. Die Messwerte werden in den Graphen durch die blauen Kurven, die FE-Werte durch die grünen (bzw. roten) Kurven dargestellt. Die Zuordnung der Bügel des Versuchs zu den Stabelementen des FE-Modells entspricht Modell ET2, wie die folgende Abbildung zeigt.

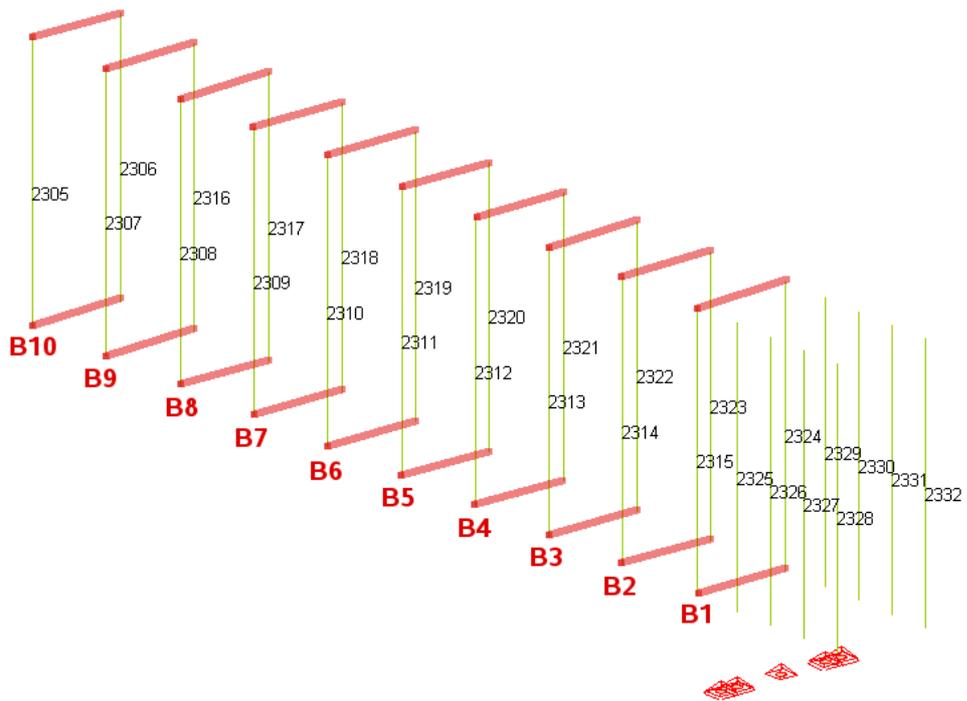


Bild 2.3.7: Zuordnung der Bügel (rot) zu den finiten Stabelementen (grün)

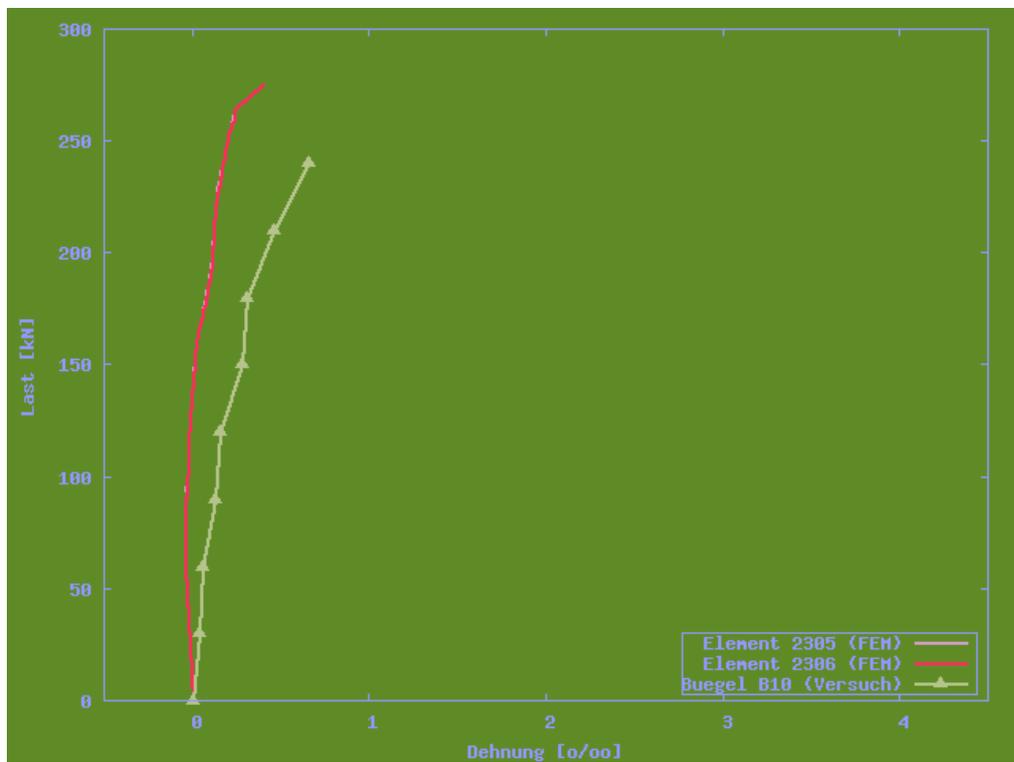


Bild 2.3.8: Vergleich Bügel B10 mit Stabelementen 2305 und 2306

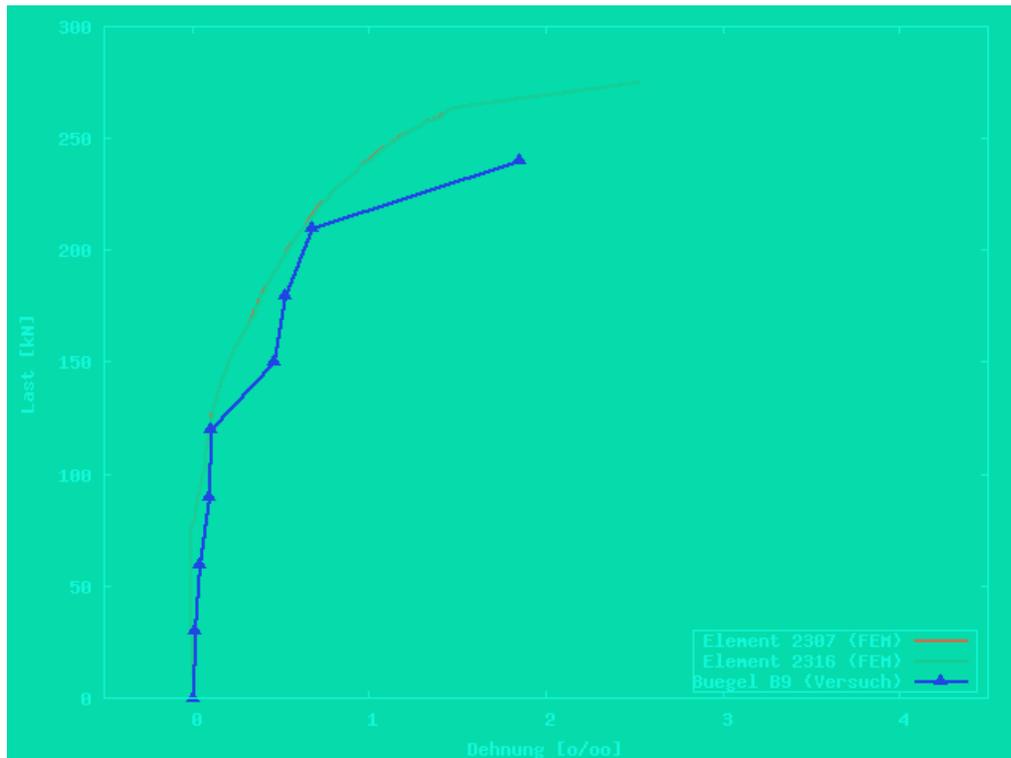


Bild 2.3.9: Vergleich Bügel B9 mit Stabelementen 2307 und 2316

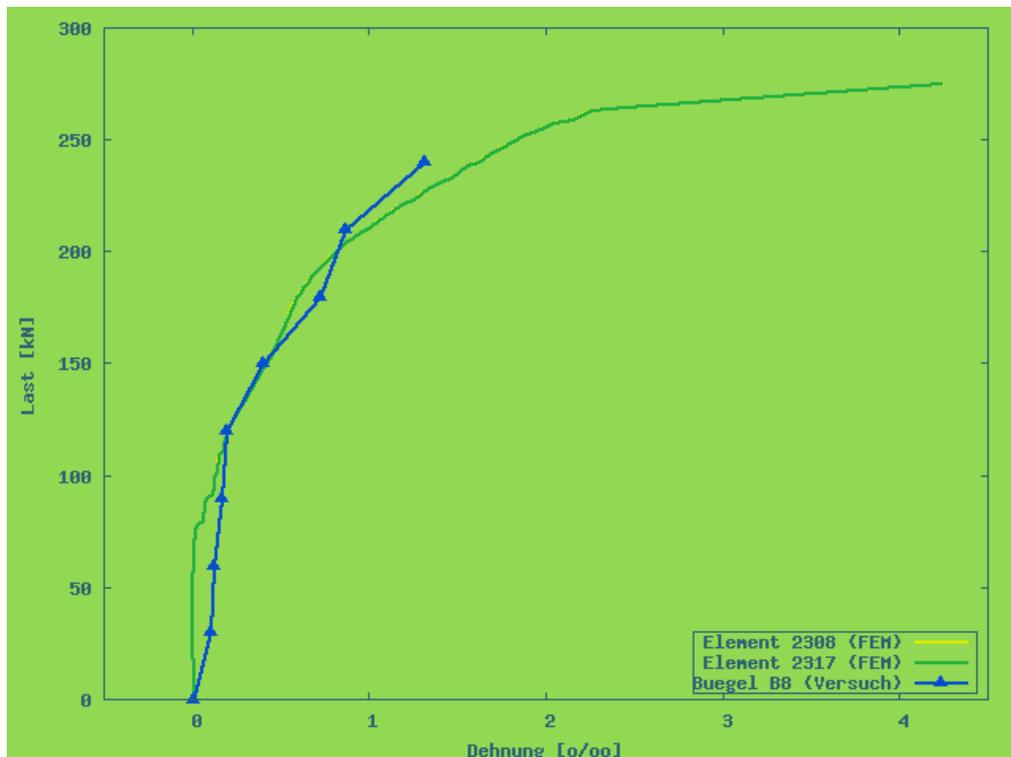


Bild 2.3.10: Vergleich Bügel B8 mit Stabelementen 2308 und 2317

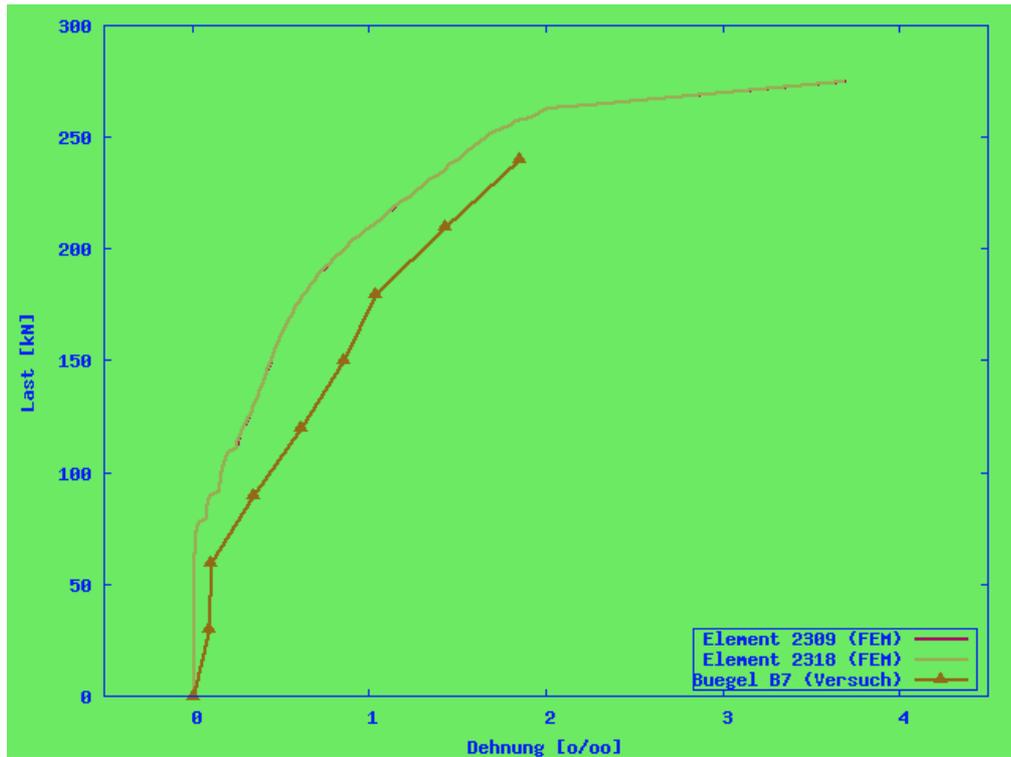


Bild 2.3.11: Vergleich Bügel B7 mit Stabelementen 2309 und 2318

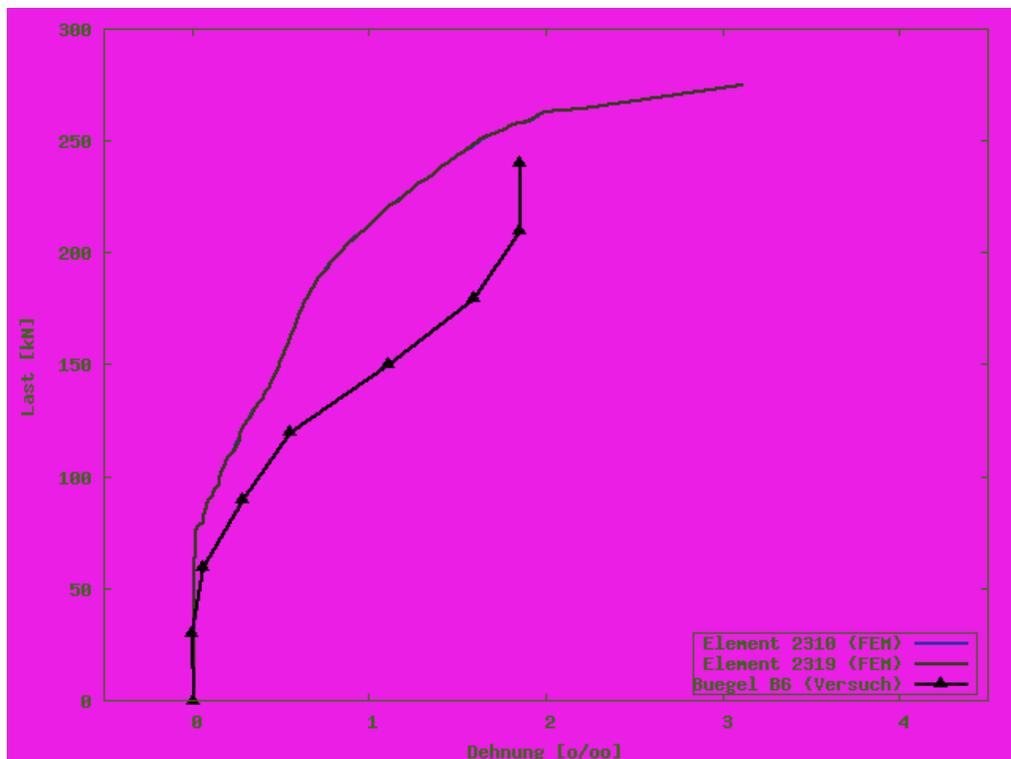


Bild 2.3.12: Vergleich Bügel B6 mit Stabelementen 2310 und 2319

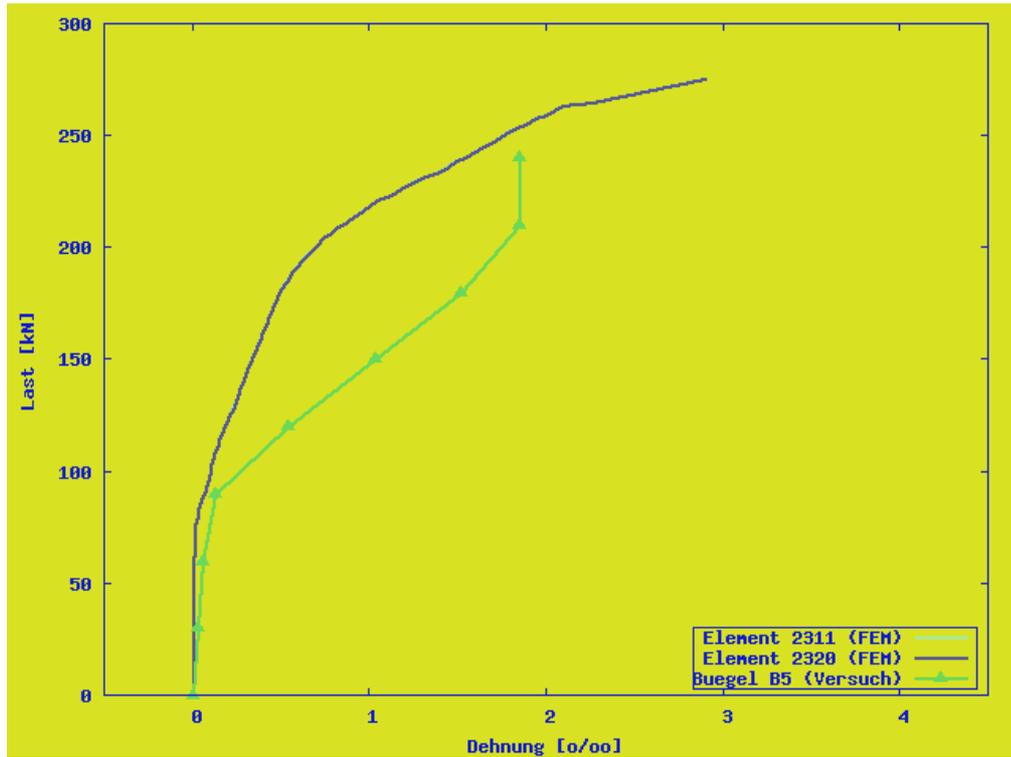


Bild 2.3.13: Vergleich Buegel B5 mit Stabelementen 2311 und 2320

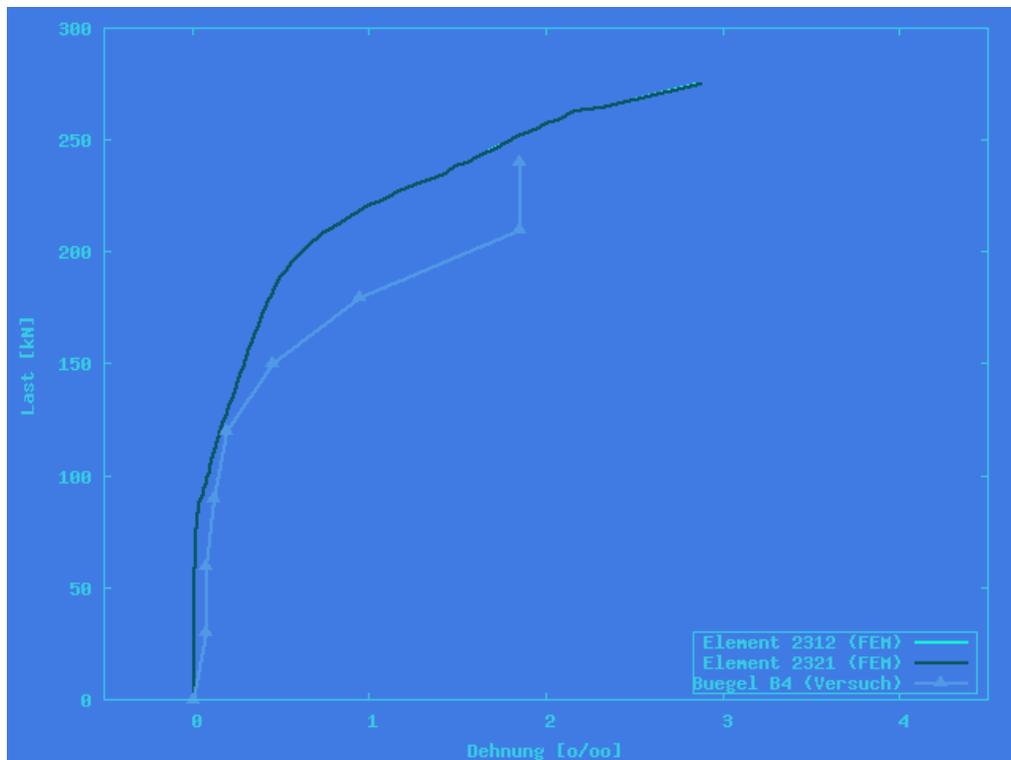


Bild 2.3.14: Vergleich Buegel B4 mit Stabelementen 2312 und 2321

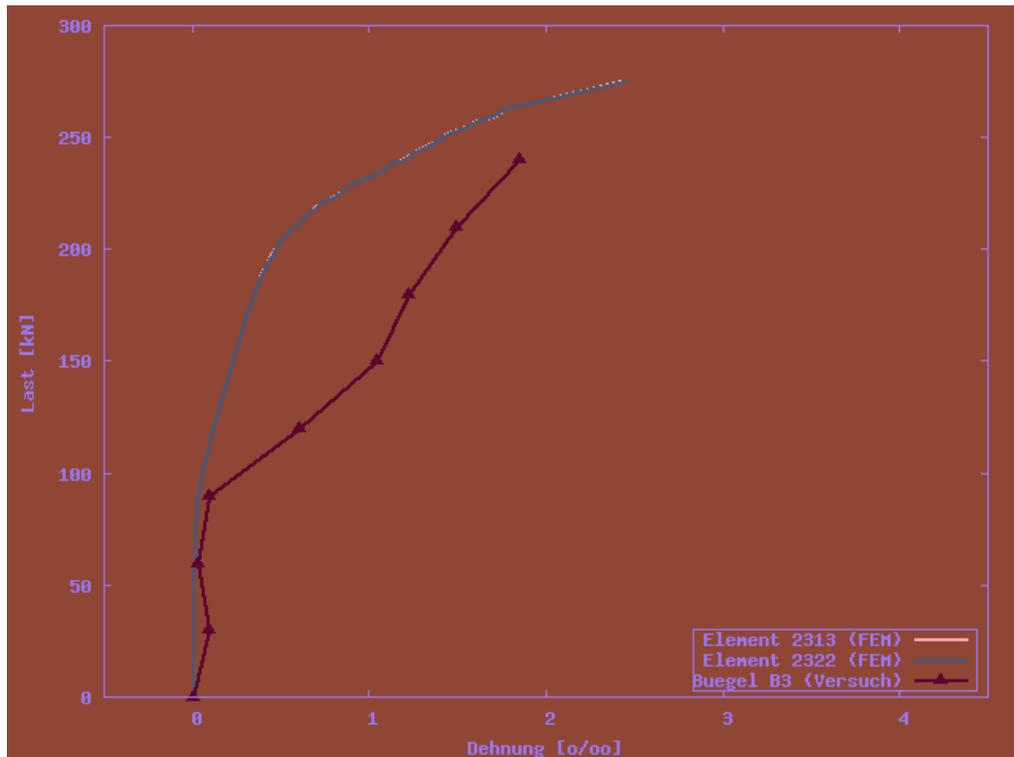


Bild 2.3.15: Vergleich Buegel B3 mit Stabelementen 2313 und 2322

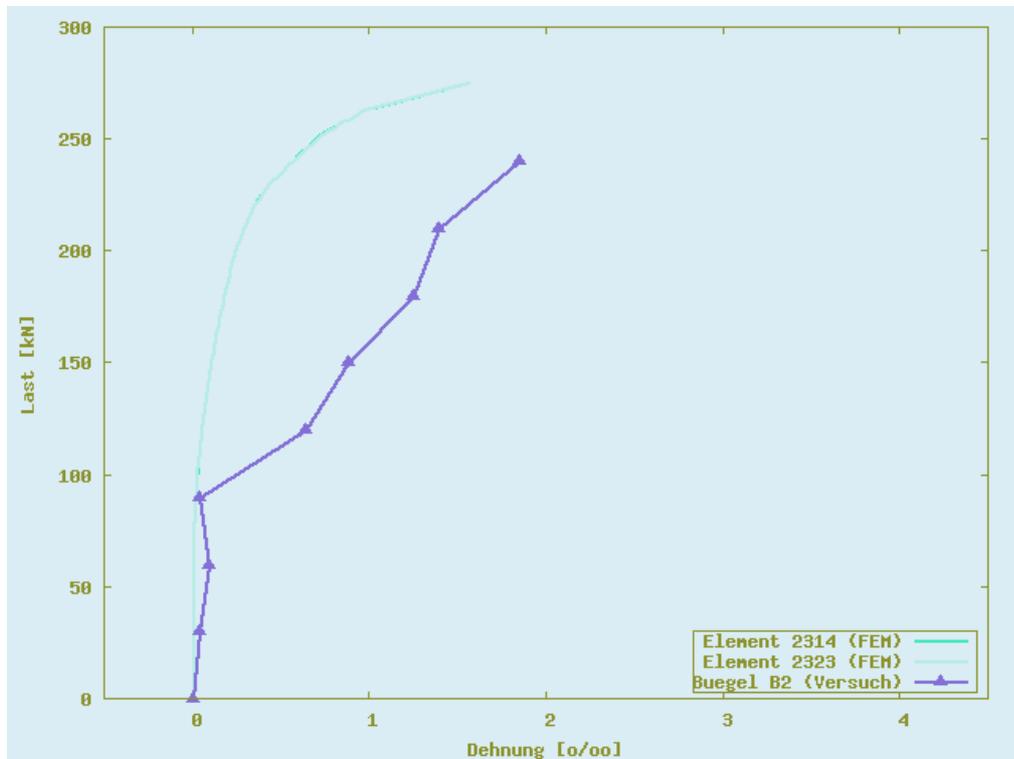


Bild 2.3.16: Vergleich Buegel B2 mit Stabelementen 2314 und 2323

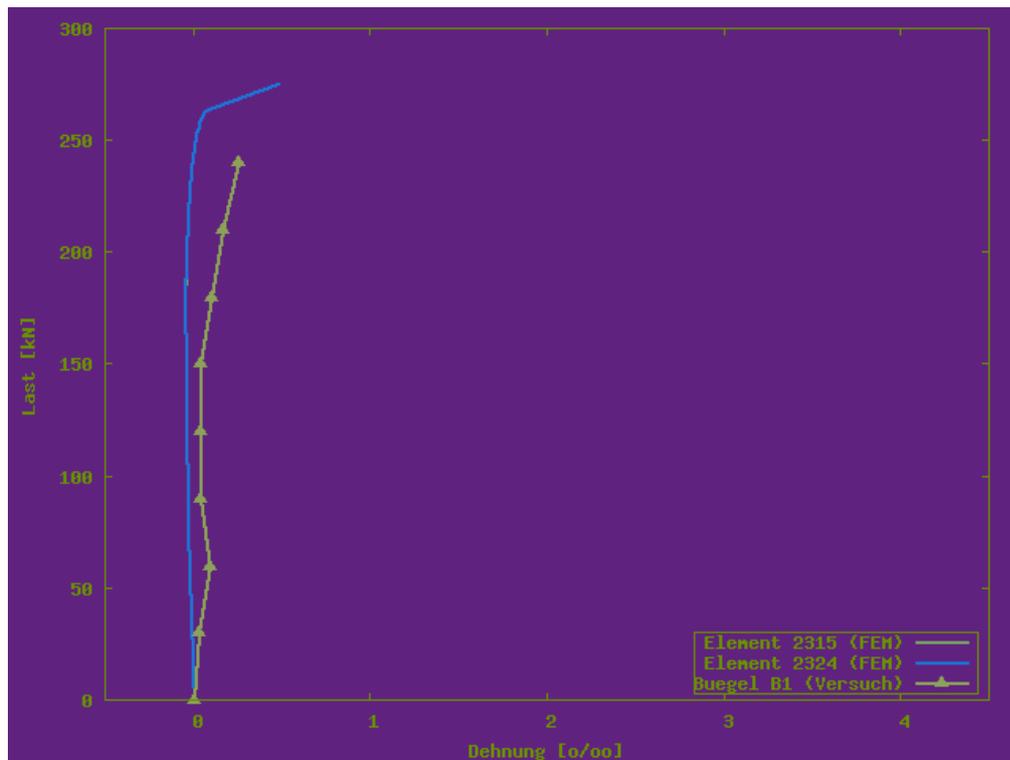


Bild 2.3.17: Vergleich Bügel B1 mit Stabelementen 2315 und 2324

Auch bei dieser Simulation liefern die Fachwerkelemente an den Positionen der Bügel B7 (Bild 2.3.11), B8 (Bild 2.3.10) und B9 (Bild 2.3.9) annähernd die gleichen Verformungen wie im Versuch. Die anderen Fachwerkelemente im Bereich der Bügel B2 bis B6 weichen erneut sowohl im Verlauf als auch im maximalen Wert der Längsdehnung ϵ_0 von den Messwerten ab. Der Grund liegt in den Abweichungen zwischen den beiden Rissbildern in diesem Bereich (Bild 2.3.5), die sich aus der Verwendung der verschmierten Rissbildung ergeben. In Kapitel 3 ist dazu eine weitergehende Erläuterung zu finden.

2.4 Versuch TA1

Die Simulation des Versuchs TA1 diente der Überprüfung, ob das vom realen Bauteil gezeigte Verankerungsversagen der Biegezugbewehrung abgebildet werden kann.

2.4.1 Tragfähigkeit

Als erste Überprüfung werden die Ergebnisse der Simulation mit der Versuchsauswertung im Last-Verformungsdiagramm verglichen (Bild 2.4.1).

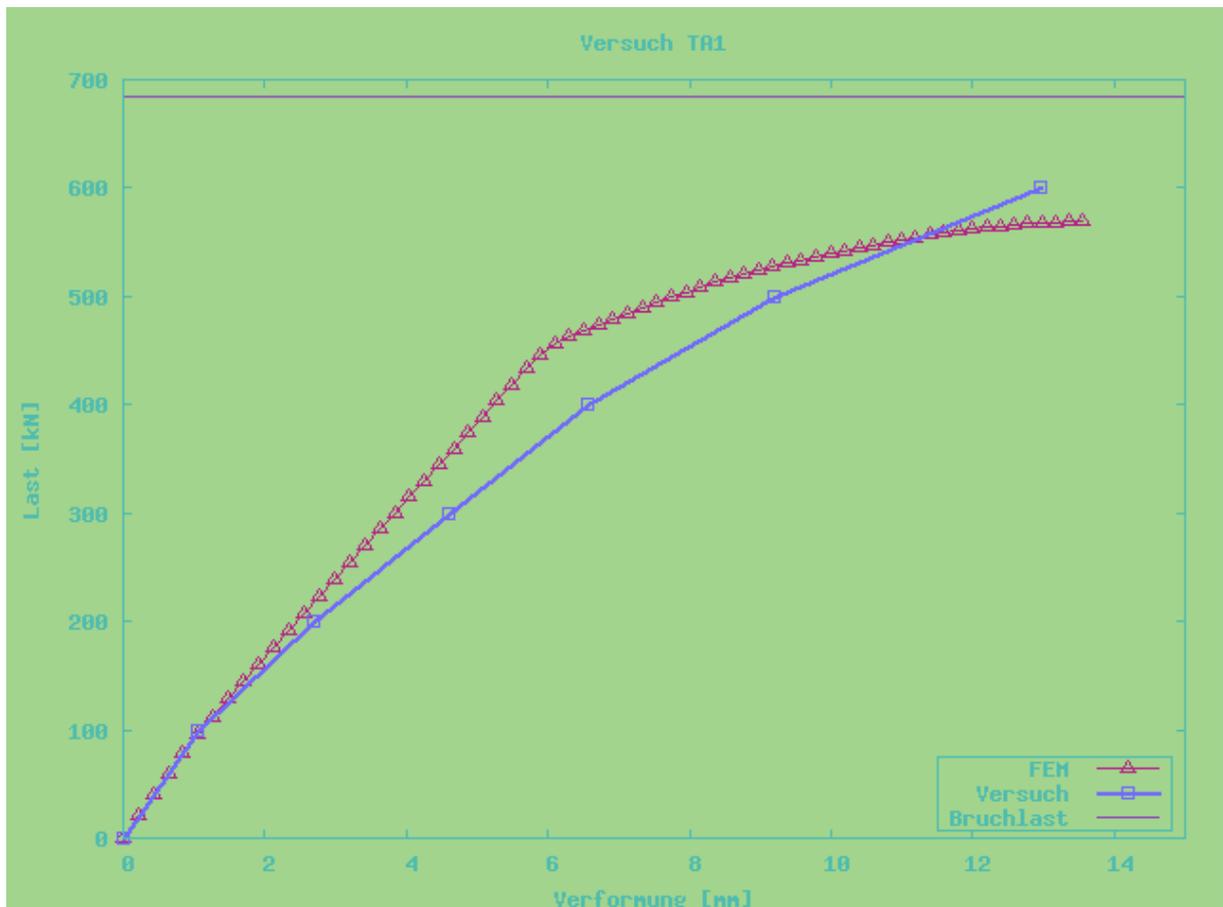


Bild 2.4.1: Last-Verformungs-Diagramm Versuch TA1

Die maximale Durchbiegung war in [25] nicht angegeben. Daher ist im obigen Diagramm nur das Bruchlastniveau angegeben, um die Differenz zur Bruchlast der FE-Simulation hervorzuheben. Tabelle 2.4.1 listet die Ergebnisse in numerischer Form.

TA1	<i>Bruchlast</i>	<i>max. Verformung</i>	<i>Lastniveau</i>
	[kN]	[mm]	[%]
<i>Versuch</i>	684,00	k.A.	100,0
<i>FEM</i>	568,93	13,56	83,2

Tabelle 2.4.1: Vergleich der Bruchlasten und maximalen Durchbiegungen

Die Unterschreitung der Tragfähigkeit des realen Bauteils fällt mit 16,8 % sehr deutlich aus. Trotz eingehender Untersuchungen konnte die Ursache dieser Differenz nicht abschließend ermittelt werden. Es wurden unter anderem Testrechnungen mit den in LIMFES verfügbaren Interface-Elementen vorgenommen, die allerdings keine zufriedenstellenden Ergebnisse erbrachten.

2.4.2 Rissbild

Bild 2.4.2 zeigt das Rissbild der Simulation bei Erreichen der Bruchtragfähigkeit.

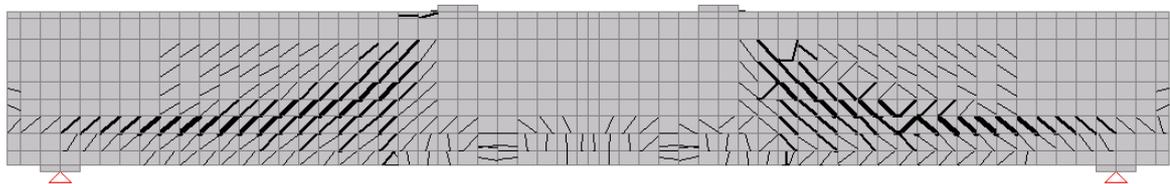


Bild 2.4.2: Rissbild bei Bruchlast am FE-Modell

Auffällig ist die unsymmetrische Verteilung und Richtung der Risse im Vergleich der linken mit der rechten Trägerseite. Dies ist für eine FE-Simulation untypisch.

Die Rissverteilung des Bauteilversuches zeigen die folgenden Abbildungen getrennt für die linke (Bild 2.4.3) und die rechte Seite (Bild 2.4.4) des Trägers.

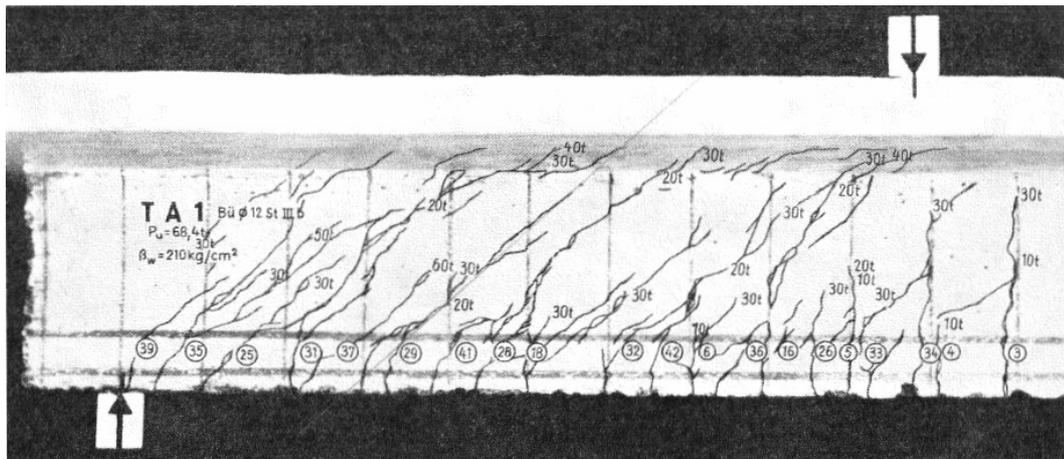


Bild 2.4.3: Rissbild bei Bruchlast des Versuchskörpers, linke Seite

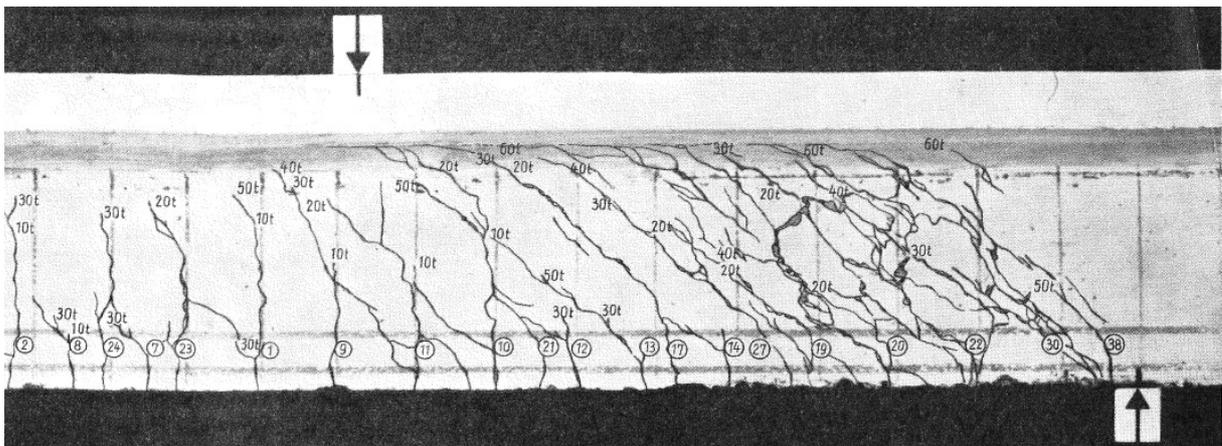


Bild 2.4.4: Rissbild bei Bruchlast des Versuchskörpers, rechte Seite

Aufgrund der starken Abweichung in der Bruchlast wird auf einen direkten Vergleich der Rissbilder durch eine aus den vorangegangenen Auswertungen bekannte Überlagerung verzichtet. Da nicht das gleiche Lastniveau erreicht wurde, ist hierbei keine aussagekräftige Schlussfolgerung möglich. Ohne die genaue Ursache der Diskrepanz zu kennen, sind nur Spekulationen und Vermutungen möglich.

2.4.3 Hauptdehnungen

Bezüglich der Hauptdehnungen kann für die FE-Simulation nur bestätigt werden, dass es sich um ein Versagen auf Höhe der Biegezugbewehrung handelt. Ein direkter Vergleich lässt sich mit dem Bauteilversuch hierbei jedoch aus dem genannten Grund nicht führen.

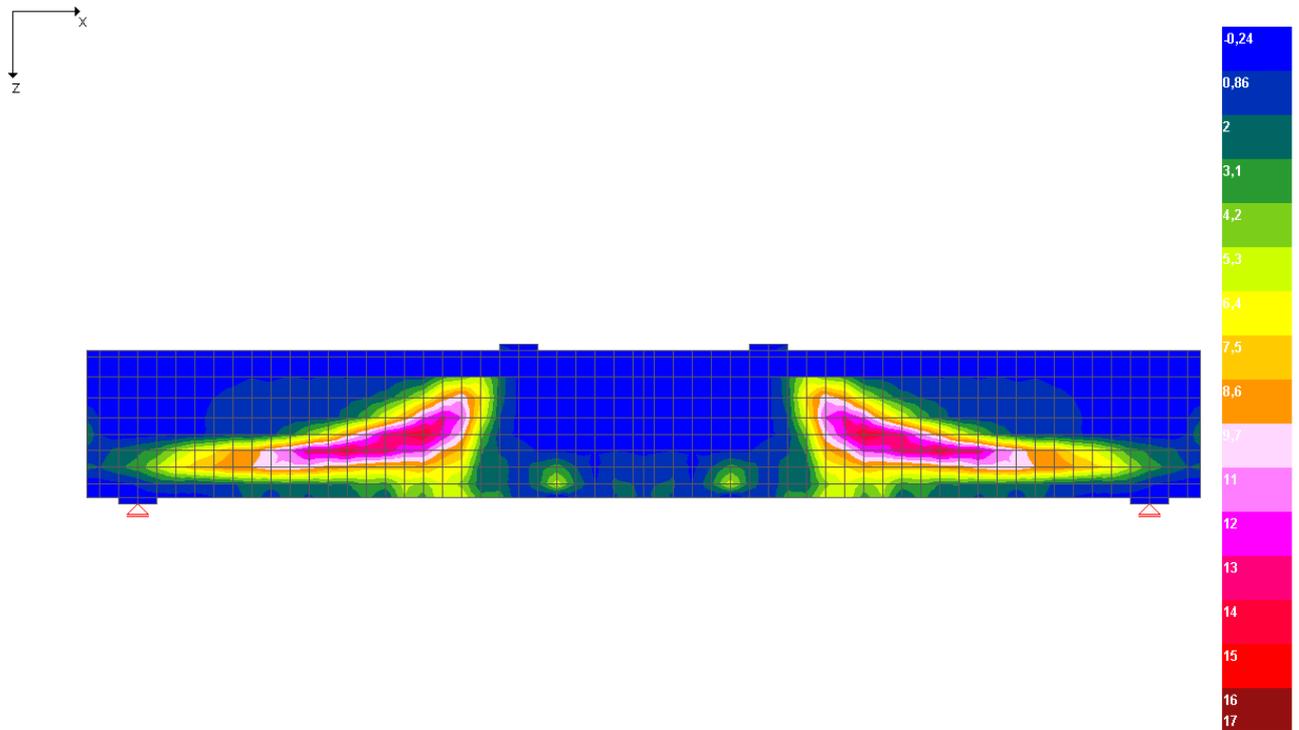


Bild 2.4.5: Hauptdehnungen ε_1 bei Bruchlast

Die Dehnungen in Hauptzugrichtung (ε_1) haben im Bereich der Biegezugbewehrung die Bruchdehnung des Betons deutlich überschritten. Es ist erkennbar, dass die Verteilung bis in den Verankerungsbereich der Bewehrungsstäbe hineinreicht. Es werden dort Werte von 2 bis 4,2 ‰ erreicht.

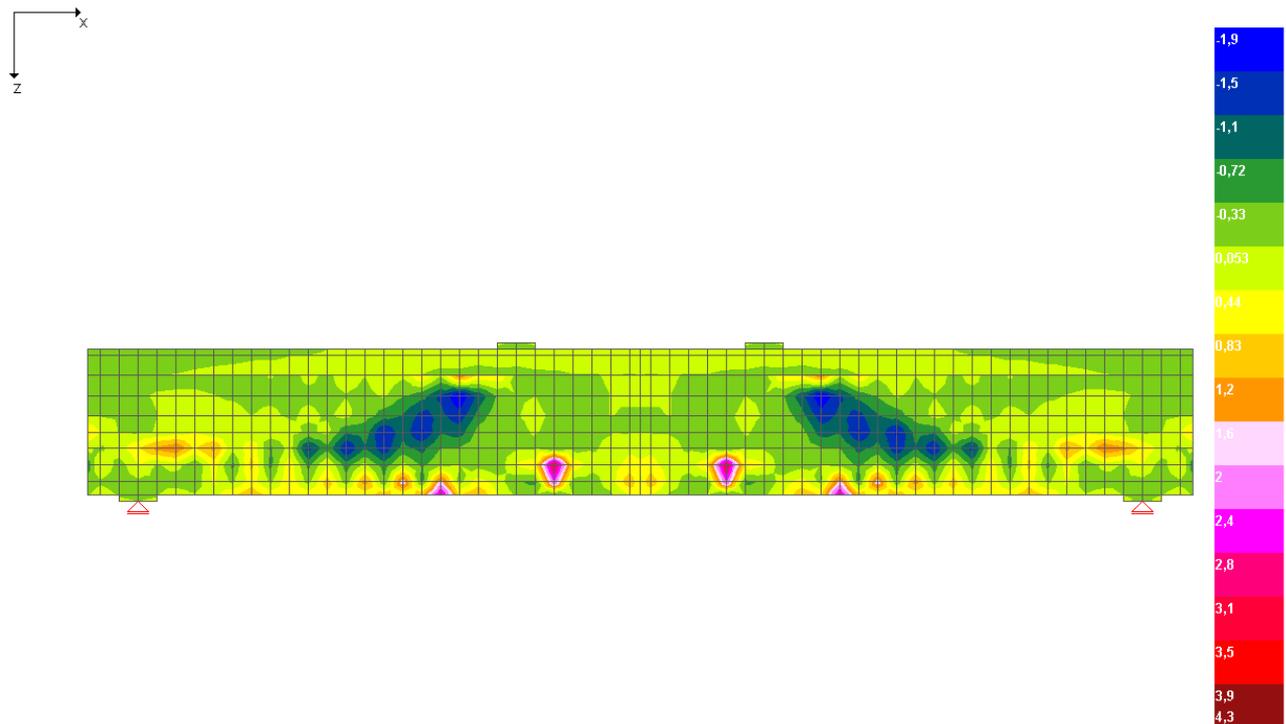


Bild 2.4.6: Hauptdehnungen ε_2 bei Bruchlast

Auch senkrecht zur Hauptzugrichtung sind die Dehnungen (ε_2) auf Höhe der oberen Lage der Biegezugbewehrung im positiven Bereich. Die Werte reichen dort von 0,4 bis 1,2 ‰ .

Im folgenden Kapitel werden die vorgestellten Ergebnisse noch einmal zusammengefasst und abschließend bewertet.

Es werden mögliche Lösungen für die erkannten Problemstellungen aufgezeigt.

3 Zusammenfassung und Bewertung

3.1 Druckstrebenversagen – Simulation von Versuch C1

Das Ergebnis der Simulation bezüglich der erreichten Bruchlast liegt mit einer Abweichung von rund 10 Prozent unter dem Versuchswert. Trotz der teilweise sehr unterschiedlichen, verwendeten Modellierungen war es nicht möglich, die Bruchlast zu erreichen. Eine konkrete Ursache für diese Traglastunterschreitung kann trotz einer Vielzahl von Berechnungsläufen nicht angegeben werden. Die Steifigkeit des Bauteils wird nach Überschreiten der Gebrauchslast unterschätzt. Dies steht offenbar im Gegensatz zu den FE-Simulationen der Reihe ET.

Die Erklärung für dieses unterschiedliche Verhalten liegt jedoch in der Versagensart begründet. Das vorliegende Ergebnis zeigt, dass für den simulierte Träger C1 die Ausbildung von Biege- und Querkrafrissen nicht das entscheidende Kriterium darstellen, wie im Falle der durch ET2 und ET3 abgebildeten Versagensarten. Das Kriterium ist für C1 die Betondruckfestigkeit der schrägen Streben im Stegbereich. Es bilden sich zwar im Versuch schräge Risse und dazwischen erkennbare Druckstreben aus, maßgebend für das Versagen ist aber nicht die Rissöffnung bzw. deren korrekte Abbildung in der Simulation. Dies erklärt, warum der Betontraganteil in diesen Versuchen nicht überschätzt wird. Bezüglich der maximalen Tragfähigkeit des Bauteils ergibt sich so eine konservative, rechnerische Bruchlast.

3.2 Kombiniertes Biege-Querkraftversagen – Simulation von Versuch ET2

Die Tragfähigkeit wird in der FE-Simulation um 10 Prozent überschätzt. Da bei diesem Bauteil der Versagensmechanismus auf der Ausbildung von Biege- und Querkrafrissen basiert, kommen die Defizite der verschmierten Rissabbildung zum Tragen. Das Rissbild der Simulation stimmt nur bereichsweise mit dem Versuch überein. In diesem Bereich sind auch die erreichten Bügeldehnungen in Übereinstimmung mit den Versuchsdaten. Die Versagensart kann also nur bedingt korrekt abgebildet werden. Eine Verbesserung lässt sich durch neue Elementformulierungen zur Abbildung von Diskontinuitäten erreichen. Deren Möglichkeiten werden in Kapitel 3.5 aufgezeigt.

3.3 Versagen der Querkraftbewehrung – Simulation von Versuch ET3

Die im vorangegangenen Abschnitt getroffenen Aussagen treffen grundsätzlich auch für die Abbildung dieser Versagensform zu. Der Grund für die Überschätzung der Steifigkeit in der Simulation ist die verschmierte Abbildung der Risse im Element. Die dadurch bedingte Überschreitung der Tragfähigkeit liegt allerdings nicht so deutlich über dem realen Bauteil, wie bei der Simulation von ET2. Der Betontraganteil ist aufgrund der geringeren Stegbreite kleiner. Dieser direkte Einfluss der Stegbreite auf den Betontraganteil konnte durch eine weitere Versuchsnachrechnung eines rechteckförmigen Vollquerschnittes bestätigt werden.

3.4 Verankerungsversagen – Simulation von Versuch TA1

Die deutlichste Unterschreitung der Bruchtragfähigkeit ergab sich bei dieser Simulation. Trotz unterschiedlicher Modellierungen konnte die Tragfähigkeit nicht mehr weiter gesteigert werden.

Es ist in den Auswertungen der Simulation erkennbar, dass ein eindeutiges Verankerungsversagen vorlag. Die Reihe der Volumenelemente des Betons zwischen den beiden Lagen der Biegezugbewehrung versagte durch Überschreiten der aufnehmbaren Querspannungen.

3.5 Modelle zur Abbildung von Diskontinuitäten

Die gezeigten Defizite der FE-Simulationen zum kombinierten Biege-Querkräftversagen und Bügelversagen basieren auf dem verwendeten Rissmodell, welches die Risse im einzelnen Finiten Element verschmiert abbildet.

Der größte Rechenfehler ergibt sich aus der Tatsache, dass ein Finites Element bei verschmierter Rissabbildung nicht vollkommen ausfallen, d.h. nicht vollständig reißen kann. Es können zwar in allen Materialpunkten die maximalen Zugspannungen überschritten werden, das Element liefert aber trotzdem weiterhin aus Gründen des inneren Gleichgewichts Spannungen zurück. Das Element besitzt somit eine Steifigkeit, die nicht existieren dürfte.

Dieser Effekt ist bekannt unter der Bezeichnung „*Stress Locking*“. Begründet sind die durch das *Stress-Locking* entstehenden Spannungen darin, dass die Finiten Elemente nicht in der Lage sind, Diskontinuitäten mit ihren Ansatzfunktionen abzubilden. Es besteht also die Notwendigkeit, die Finite-Element-Formulierungen dahingehend zu erweitern, dass diese Möglichkeit der Abbildung von Rissen unter Eliminierung der „falschen“ Spannungen gegeben ist.

Es existieren zur Lösung dieser Problemstellung einige Modelle und Theorien, welche diese Möglichkeit bieten. Einige dieser Modelle sind auch bereits in Finite-Elemente-Programmen implementiert, besitzen aber entweder noch einen experimentellen Status oder beschränken sich auf die Abbildung zweidimensionaler Problemstellungen, so dass sie für die vorliegenden Untersuchungen nicht herangezogen werden konnten. Für die Erläuterung dieser Modelle wird im Folgenden auf die veröffentlichten Ergebnisse zurückgegriffen [16, 19, 26]. Der Vollständigkeit halber und zur Verdeutlichung der Unterschiede werden zuvor die verschmierten Rissmodelle [13, 14] erläutert.

3.5.1 Verschmierte Rissmodelle – *Smeared Crack Models*

In der Literatur wird die Bezeichnung „verschmierte Rissabbildung“ oftmals als Gegenstück zur diskreten Rissabbildung verwendet. Dies hat zur Folge, dass auch Kontinuums-Modelle, die auf Plastizität oder Schädigung basieren, als „verschmierte Modelle“ bezeichnet werden könnten.

Im vorliegenden Fall bezieht sich die Bezeichnung jedoch auf eine kleinere, begrenzte Gruppe von Rissmodellen. Ähnlich den plastizitätsbasierten Modellen teilen verschmierte Modelle die Gesamt-

dehnung in einen elastischen und einen inelastischen Teil auf. Anstatt jedoch eine Fließgrenze und ein Fließgesetz zu definieren, wird die inelastische Dehnung aufgrund der Öffnung eines Risses direkt in Beziehung zur Zugkraft gesetzt, die zwischen den Rissufern übertragen wird. Es existieren verschmierte Modellformulierungen mit fester und mit rotierender Rissrichtung.

3.5.1.1 Feste Rissrichtung – *Fixed Cracks*

Traditionell wird die Erstrissbildung bei verschmierten Rissmodellen durch das Rankine-Kriterium $\sigma_1(\sigma) = f_t$ kontrolliert, wobei σ_1 die größte Hauptzugspannung und f_t die einaxiale Zugfestigkeit ist. Dieses Kriterium legt ebenso die Orientierung des Initialrisses fest. Gemäß dem Hauptzugspannungskriterium nach Rankine verläuft die Rissebene orthogonal zur Richtung der maximalen Hauptzugspannung σ_1 . In den ersten Formulierungen wurde die übertragbare Zugspannung unmittelbar nach Öffnen des Risses zu Null gesetzt. In Simulationen wurde jedoch festgestellt, dass dies nicht dem realen Materialverhalten entspricht, sondern der Verlust der Festigkeit ein fortschreitender Prozess ist.

Das Öffnen des Risses führt zur Dehnung ε_{nn}^c des Risses normal zur Rissebene, während das Gleiten der Rissufer parallel zur Rissebene zu den Scherdehnungen γ_{nm}^c und γ_{nl}^c beiträgt (Bild 3.5.1). Diese drei Größen bilden die Komponenten des Dehnungsvektors e_c bezogen auf das lokale Koordinatensystem ($n-l-m$) der Rissebene. Der zugehörige, lokale Spannungsvektor ist $s_c = \{ \sigma_{nn}^c, \tau_{nm}^c, \tau_{nl}^c \}$.

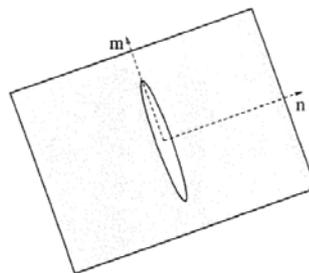


Bild 3.5.1: Lokales Koordinatensystem im Riss

Verschmierte Rissmodelle beschreiben den Verlust der Materialintegrität durch ein Gesetz, das e_c und s_c miteinander in Beziehung setzt. Da es nicht ohne weiteres möglich ist, die Dehnungen infolge der Öffnung eines Risses unabhängig vom betrachteten Messbereich zu ermitteln, wird anstelle der Dehnungen die (objektiv messbare) Rissöffnung in Beziehung zur normalen Zugspannung σ_{nn}^c gesetzt. Diese Beziehung wird als Zugkraft-Rissöffnungs-Gesetz bezeichnet. Die Fläche unter der Zugkraft-Rissöffnungs-Kurve ist proportional zur Bruchenergie G_F .

Diskrete Rissmodelle arbeiten direkt mit dieser Beziehung, während Kontinuumsmodelle – nicht nur verschmierte Rissmodelle, sondern auch Schädigungs- und Entfestigungsmodelle – diese in ein Spannungs-Dehnungs-Gesetz umrechnen müssen.

Die Formulierung des Zugkraft-Rissöffnungs-Gesetzes in Abhängigkeit der Normalenkomponenten ist ausreichend für Modelle mit rotierender Rissrichtung. Für Modelle mit fester Rissrichtung, die durch die Richtung der Hauptzugspannung bei Bildung des Initialrisses festgelegt wird, ist dies nicht ausreichend, da dort „*Stress-Locking*“ auftreten kann, wenn die Richtung der Hauptzugspannung sich im Verlauf der Berechnung ändert. Es entstehen „unechte“ Spannungen, die aus den Komponenten tangential zur Rissebene aufgrund der rotierten Hauptspannungsrichtung entstehen. Im (realen) Riss kann ab einer bestimmten Rissöffnung nur eine (verminderte Rest-)Normalspannung übertragen werden. Trotzdem entstehen im Modell „unechte“ Spannungen in der Umgebung der gerissenen Elemente, obwohl die Rissöffnung im Modell der Realität entspricht. Man spricht hierbei von „*Stress-Locking*“ oder einer „Übertragung unechter Spannungen“. Zur Vermeidung wird in den Modellen ein sogenannter „*Shear Retention Factor*“ eingeführt, welcher den Schubmodul modifiziert. In der Regel wird dafür ein variabler Skalarwert β definiert. Mit zunehmender Öffnung des Risses geht der Wert von β gegen Null.

Modelle zur verschmierten Rissabbildung berücksichtigen auch das Schließen eines zuvor geöffneten Risses. Ein Ansatz führt bei Entlastung die Spannungen bzw. Dehnungen im Riss wieder in den Ursprung, also auf Null, zurück. Ein weiterer Ansatz geht davon aus, dass sich ein Riss nicht mehr ganz schließen kann und erhält einen Dehnungsanteil als permanente Dehnung aufrecht (Bild 3.5.2).

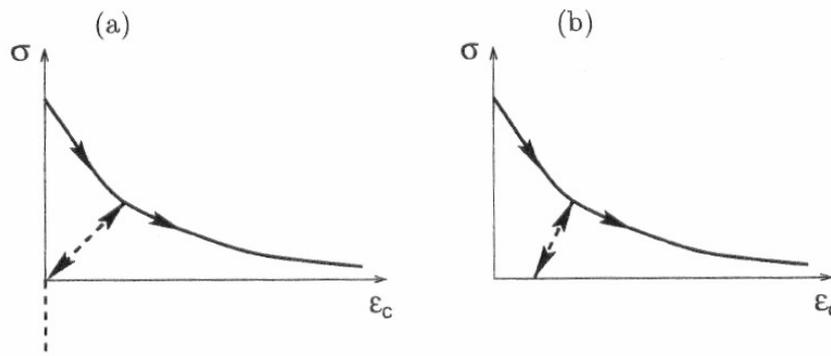


Bild 3.5.2: Entlastung des Risses a) bis zum Ursprung und b) mit permanentem Dehnungsanteil

Der modellierte Riss repräsentiert nicht nur einen realen Riss. Er spiegelt eher den Effekt von mehreren (Mikro-)Rissen in einem kleinen Volumenanteil um den betrachteten Materialpunkt wider. Da die Richtungen dieser realen Risse nicht übereinstimmen, ist es notwendig, mehrere Modellrisse einzuführen, um das Verhalten korrekt abbilden zu können. Die Risse beziehen sich alle auf einen betrachteten Materialpunkt, haben jedoch unterschiedliche Richtungen. Dies wurde im *Multiple Crack Model* realisiert, welches m unabhängige Risse ermöglicht. Ein wesentlicher Punkt ist, dass bei m Rissen die Zahl der möglichen Belastungs-Entlastungs-Kombinationen 2^m beträgt. Die Eindeutigkeit der Antwort bei einer gegebenen Belastung ist damit nicht mehr sichergestellt. Die theoretisch unendliche Zahl der möglichen Risse, wurde durch die Einführung eines Mindestwinkels zwischen einem neuen Riss und bereits bestehenden Rissen beseitigt. Einen besseren Ansatz stellen die Modelle mit rotierender Rissrichtung dar.

3.5.1.2 Rotierende Rissrichtung – *Rotating Cracks*

Die Modelle mit rotierender Rissrichtung [17] berücksichtigen das Vorhandensein mehrerer Risse mit verschiedenen Orientierungen durch das Anpassen der Richtung eines einzelnen Risses. Die verallgemeinerte Version erlaubt das Entstehen von drei Rissen, deren Richtungen sich an die Orientierungen der drei Hauptspannungen und -dehnungen anpassen. Dies vereinfacht die Formulierung dahingehend, dass nur eine Beziehung der normalen Komponenten benötigt wird.

Die Formulierung rotierender Risse verhindert jedoch nicht vollständig das Auftreten der „unechten“ Spannungen. Ein weiterer Nachteil der verschmierten Modelle ist die Neigung zur Netzabhängigkeit.

3.5.1.3 „Unechte“ Spannungen und Netzabhängigkeit

Der Begriff „unechte“ Spannungen bezeichnet das Phänomen der Übertragung von Zugspannungen über einen weit geöffneten Riss hinweg („*spurious stress transfer*“). Dies ist nicht zu verwechseln mit dem Effekt des „*Shear-Locking*“, das bei einigen Finiten Elementen auftreten kann – und dies auch bei einem linear-elastischen Material.

Die Ursache für das Auftreten dieser nicht-konformen Spannungen wurde im Zusammenhang mit den Modellen mit fester Rissrichtung bereits beschrieben. Dem ist hinzuzufügen, dass es im Verlauf einer Berechnung infolge der nicht vollständig abnehmenden Spannungen im Riss zu Sekundärrissen in den umliegenden Elementen kommt (Bild 3.5.3).



Bild 3.5.3: Sekundärrisse (dünne Linien) neben Primärrissen (dick)

Ein Riss, der sich senkrecht zu den Elementkanten öffnet, die Rissrichtung also parallel zu den Elementkanten verläuft, zeigt keinerlei *Stress-Locking*. „Springt“ der Riss jedoch von einer

Elementreihe in eine dazu parallel verlaufende zweite Elementreihe, treten auch bei dieser Konstellation *Stress-Locking*-Effekte auf (Bild 3.5.4).

Das Problem der Netzabhängigkeit verdeutlicht ebenso Bild 3.5.4. Verschmierte Rissmodelle neigen dazu die Risse parallel zu den Elementkanten auszubilden, was zu unrealistischen Rissverläufen führt. Diesem Effekt kann durch eine nicht-lokale Formulierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung entgegen gewirkt werden. Dies wird in den folgenden Kapiteln im Vergleich zu den neuen Ansätzen noch deutlicher gemacht werden.

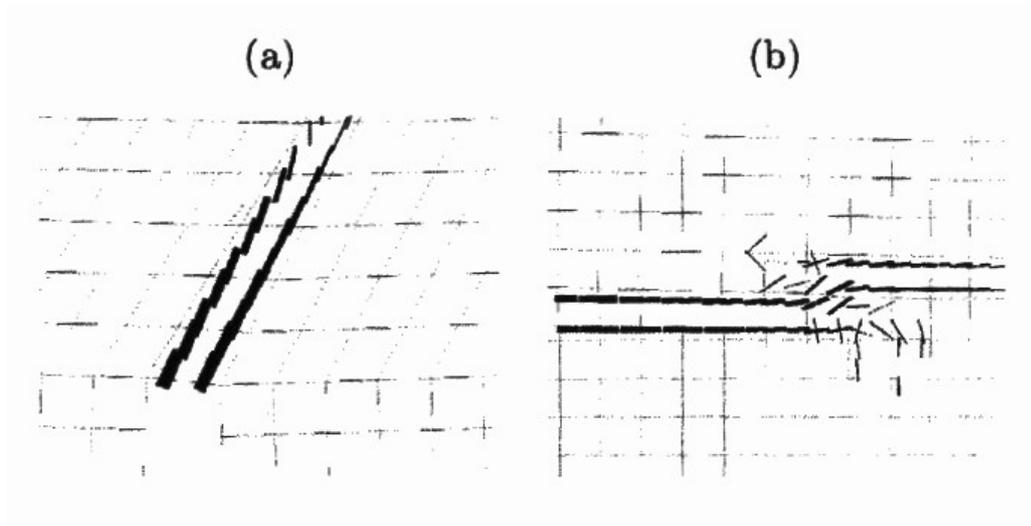


Bild 3.5.4: Netzabhängigkeit:
 a) keine Sekundärrisse bei kantenparallelen Rissen
 b) Sekundärrisse beim „Sprung“ zwischen parallelen Elementreihen

Zusammengefasst resultieren die „unechten“ Spannungen aus der Unzulänglichkeit der Finite-Elemente-Interpolation, die Diskontinuität des Verschiebungsfeldes um einen sich öffnenden, makroskopischen Riss abzubilden. Daher wurden als Abhilfe die Modelle mit eingebetteten Rissen („*Embedded Crack Models*“) entwickelt. Hierbei wurden die Ansatzfunktionen verbessert, indem Diskontinuitäten in die Elemente eingebettet wurden. Diese Modelle werden im folgenden Kapitel näher erläutert.

3.5.2 Modelle mit eingebetteter Diskontinuität – *Embedded Crack Models*

Abhängig von der Art der eingebetteten Diskontinuität werden Elemente mit Lokalisierungsbändern [5] und Elemente mit Lokalisierungslinien [11] unterschieden (Bild 3.5.5). Erstere eignen sich für die Beschreibung von Zonen mit starker Lokalisierung, wie z.B. Bruchprozesszonen. Letztere bieten sich zur Modellierung von starken Diskontinuitäten in Form großer, sich weit öffnender Risse an.

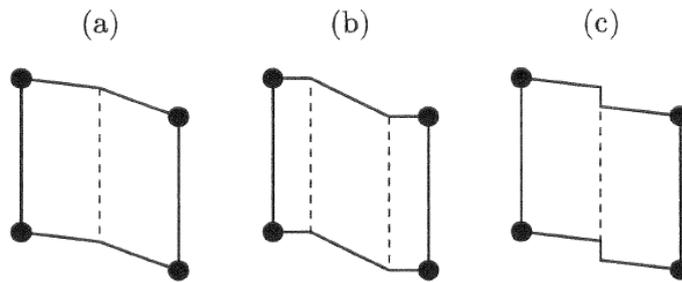


Bild 3.5.5: Elemente mit eingebetteter Diskontinuität:
 a) eine schwache Diskontinuität
 b) zwei schwache Diskontinuitäten (eingebettetes Lokalisierungsband)
 c) eine starke Diskontinuität (eingebettete Lokalisierungslinie)

3.5.2.1 Grundlegende Formulierung

Die Basis für die Formulierung bildet das Hu-Washizu-Variationsprinzip, welches mit drei unabhängigen Feldern arbeitet: dem Verschiebungsfeld \mathbf{u} , dem Dehnungsfeld $\boldsymbol{\varepsilon}$ und dem Spannungsfeld $\boldsymbol{\sigma}$.

Diese beliebigen, unbekanntenen Felder werden im Zuge der Diskretisierung angenähert durch:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{d} + \mathbf{N}_c \mathbf{d}_c \quad (3.1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{d} + \mathbf{G} \mathbf{e} \quad (3.2)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S} \mathbf{s} \quad (3.3)$$

Mit:	\mathbf{N}	Verschiebungs-Interpolations-Matrix (Formfunktionen)
	\mathbf{B}	Dehnungs-Interpolations-Matrix (Ableitungen der Formfunktionen)
	\mathbf{S}	Spannungs-Interpolations-Matrix
	\mathbf{N}_c	Erweiterungsmatrix (Verschiebungen)
	\mathbf{G}	Erweiterungsmatrix (Dehnungen)
	$\mathbf{d}, \mathbf{d}_c, \mathbf{e}, \mathbf{s}$	Vektoren mit den zugehörigen Freiheitsgraden

Unter Verwendung dieser Näherungen werden folgende Grundgleichungen definiert:

$$\int_V \mathbf{B}^T \tilde{\boldsymbol{\sigma}} (\mathbf{B} \mathbf{d} + \mathbf{G} \mathbf{e}) dV = \mathbf{f}_{ext} \quad (3.4)$$

$$\int_V \mathbf{G}^T \tilde{\boldsymbol{\sigma}} (\mathbf{B} \mathbf{d} + \mathbf{G} \mathbf{e}) dV - \int_V \mathbf{G}^T \mathbf{S} dV \mathbf{s} = \mathbf{0} \quad (3.5)$$

$$\int_V \mathbf{S}^T \mathbf{B}_c dV \mathbf{d}_c - \int_V \mathbf{S}^T \mathbf{G} dV \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (3.6)$$

$$\int_V \mathbf{B}_c^T \mathbf{S} dV = \mathbf{0} \quad (3.7)$$

Die existierenden Ansätze werden in drei Gruppen eingeteilt:

1. Statisch optimale symmetrische Formulierung (*SOS*)
2. Kinematisch optimale symmetrische Formulierung (*KOS*)
3. Statisch und kinematisch optimale nicht-symmetrische Formulierung (*SKON*)

Auf eine detaillierte Beschreibung der Ansätze muss an dieser Stelle verzichtet werden. Es wird auf die entsprechenden Veröffentlichungen verwiesen [5, 11, 15, 19].

Um eine kurze Beschreibung der Konzepte zu geben, werden im Folgenden die verwendeten Erweiterungen der Ansätze genannt. Die *SOS*-Ansätze basieren auf einer Erweiterung der Dehnungsinterpolation. Im konkreten Fall wird die Matrix \mathbf{G} derart formuliert, dass auf den Grenzen eines Lokalisierungsbandes ein konstanter Sprung in den Dehnungen ε_x und γ ermöglicht wird. Die *KOS*-Formulierungen erweitern die Verschiebungsansätze in Form der Matrix \mathbf{N}_c . Daraus wird eine modifizierte Matrix \mathbf{B}_c ermittelt. Im weiteren Verlauf gilt: $\mathbf{G} = \mathbf{B}_c$.

Grundsätzlich wird der dritte Typ (*SKON*) als optimale Mischung aus den beiden vorher genannten Formulierungen angesehen. Diesem wird das Potential eingeräumt, sowohl die kinematischen als auch die statischen Aspekte der Abbildung von Diskontinuitäten abzubilden. Dazu verwenden Ansätze dieses Typs eine Erweiterung der Dehnungsinterpolation in der Form $\mathbf{G} = \mathbf{B}_c$ (*KOS*) und ersetzen die Matrix \mathbf{G}^T durch eine Matrix \mathbf{G}^* , welche nicht der transponierten Matrix \mathbf{B}_c^T entspricht, sondern den Bedingungen der *SOS*-Formulierung genügt.

3.5.2.2 Vergleich der Formulierungen

Betrachtet man das im Folgenden dargestellte Element mit einem durchgehenden, spannungsfreien Riss (Bild 3.5.6), werden die Unterschiede der Formulierungen deutlich.

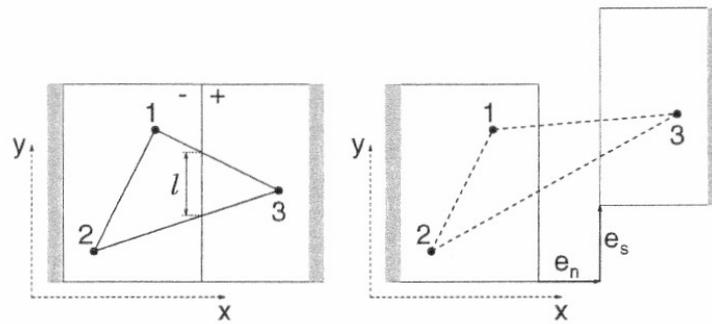


Bild 3.5.6: Element gekreuzt von einem spannungsfreien Riss

Die standardmäßige Interpolation der Verschiebungen führt zu einer konstanten Dehnung $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{d}$. Aufgrund der vorhandenen Diskontinuität wird ein Teil der Dehnung durch das Öffnen des Risses und Verschiebung aufgelöst.

Die *SOS*-Formulierung beginnt bei der Standard-Dehnung und löst einen Anteil der Dehnungskomponenten normal und tangential zur Linie der Diskontinuität auf. Die *KOS*-Formulierung subtrahiert hingegen zuerst den Anteil des Verschiebungssprungs von den Knotenverschiebungen und wendet dann den kinematischen Operator an. Der erste Ansatz (*SOS*) kann generell keine vollständige Spannungsrelaxation um einen weit geöffneten Riss reproduzieren. Somit tauchen auch hier wieder „unechte“ Spannungen auf. Im Gegensatz dazu subtrahiert die *KOS*-Formulierung die Komponenten e_n und e_s der Rissöffnung von den Knotenverschiebungen u_3 und v_3 . Somit sind die Knotenverschiebungen und konsequenterweise auch die Dehnungen gleich Null. „Unechte“ Spannungen treten hierdurch nicht auf.

Während die kinematischen Aspekte für die *KOS*-Formulierung sprechen, ergibt sich bezüglich der statischen Aspekte ein gegensätzliches Bild. Die *SOS*-Formulierung führt zur natürlichen Spannungskontinuitätsbedingung auf dem Rand des Lokalisierungsbandes. Die *KOS*-Formulierung liefert die Bedingung, dass die Zugspannungen entlang der Diskontinuität gleich der Knotenkraft des separierten Knotens geteilt durch die Länge des Lokalisierungsbandes sein müssen. Dies verletzt die natürliche Spannungskontinuitätsbedingung.

Die optimale Kombination bildet die *SKON*-Formulierung. Dieser Ansatz erfüllt die natürliche Kontinuitätsbedingung bezüglich der Spannungen und kann die vollständige Separation im späten Verlaufe eines Bruchprozesses abbilden, ohne das Auftreten von „unechten“ Spannungen.

Der Preis, der für diese Objektivität in der Abbildung gezahlt werden muss, ist der Verlust der Symmetrie der tangentialen Steifigkeitsmatrix; daher auch die Bezeichnung als nicht-symmetrisch. Dies erfordert spezielle Algorithmen zur Lösung des nicht-symmetrischen Gleichungssystems. Im FE-Programm LIMFES sind derartige Löser derzeit nicht implementiert.

3.5.2.3 Kombination mit einem verschmierten Rissmodell

Am Beispiel eines Dreieckselements mit konstanten Dehnungen und eingebetteter Diskontinuität nach *SKON*-Formulierung lässt sich zeigen, dass oftmals die anhand des Hauptzugspannungskriteriums festgelegte Richtung der eingebetteten Risse nicht korrekt vorhergesagt werden kann (Bild 3.5.7.a).

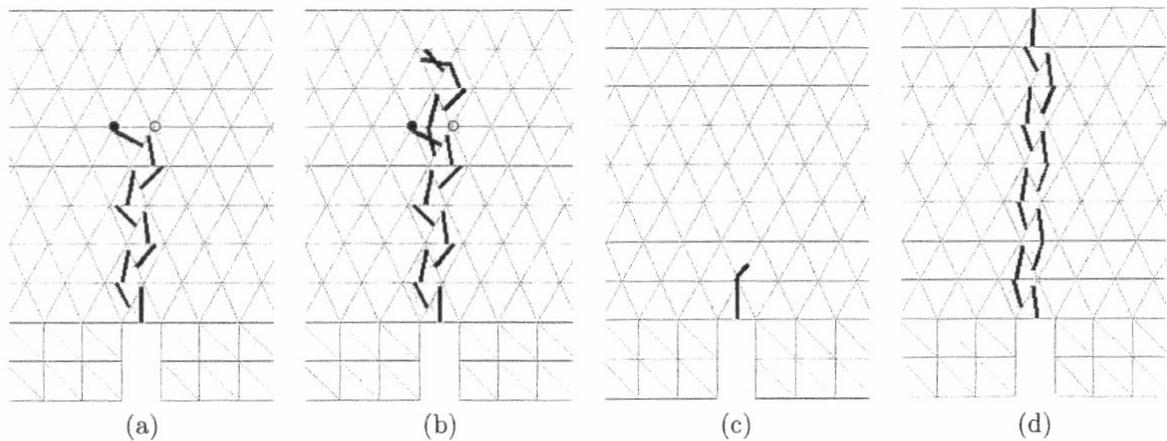


Bild 3.5.7: Entwicklung des Rissverlaufs eines Probekörpers im Drei-Punkt-Biegeversuch:
 a) - b) Elemente mit eingebetteter Diskontinuität und unregelmäßigem Rissverlauf
 c) Elemente mit eingebetteter Diskontinuität und regelmäßigem Rissverlauf
 d) Elemente mit verzögerter, eingebetteter Diskontinuität

Die durch Kreise markierten Knoten werden durch den obersten Riss nicht korrekt getrennt. Daher ist es notwendig, die Möglichkeit vorzusehen, dass sich eine weitere Diskontinuität im Element ausbilden kann, da die falsche Richtung des ersten Risses wieder zu *Stress-Locking* führt. In diesem Fall kann der zweite eingebettete Riss die durch den ersten hervorgerufenen „unechten“ Spannungen auflösen und die Knoten korrekt trennen. Der erste Riss schließt sich im weiteren Verlauf der Berechnung oder öffnet sich nur minimal, so dass der Einfluss auf das Ergebnis nicht sehr groß wird. Bild 3.5.7.b zeigt, dass im Verlauf ein weiteres Element die Knoten nicht korrekt separiert.

Elemente mit eingebetteter Diskontinuität und der Möglichkeit zur Einführung eines sekundären Risses bilden den Rissverlauf in zufriedenstellender Weise ab. Die Einführung einer sekundären eingebetteten Diskontinuität ist allerdings nur eine künstliche Abhilfe für das Problem. Sie hat keine physikalische Grundlage, sondern tritt nur auf, wenn die Richtung des Erstrisses falsch vorausgesagt wurde. Auch die Festlegung eines kontinuierlichen Risspfades löst das Problem der falschen Erstrissrichtung nicht, sondern führt sogar noch früher zur falschen Trennung von Knoten (Bild 3.5.7.c).

Aus diesen Erkenntnissen wurde das Modell mit verzögerten eingebetteten Rissen („*Delayed Embedded Crack Model*“) entwickelt [15, 16]; basierend auf der Beobachtung, dass bei der

verschmierten Abbildung mit rotierender Rissrichtung die oftmals falsche Vorhersage der Orientierung des Erstrisses im weiteren Verlauf korrigiert wird. Im Gegensatz dazu muss die Orientierung einer eingebetteten Diskontinuität, sobald diese einmal eingeführt ist, festgehalten werden.

Bei Verwendung von „verzögerten“ Diskontinuitäten werden diese nicht unmittelbar bei Erstrissbildung eingeführt, sondern dieser Zustand durch einen verschmierten Ansatz mit rotierender Rissrichtung beschrieben. Erst im weiteren Verlauf der Berechnung bei Überschreiten einer bestimmten Rissöffnung wird die eingebettete Diskontinuität aktiviert und die verschmierte Rissabbildung ersetzt. Die Ergebnisse sind verglichen mit den „reinen“ eingebetteten Diskontinuitäten eindeutig besser (Bild 3.5.7.d).

Vom physikalischen Standpunkt aus lässt sich das Modell derart interpretieren, dass die verschmierte Rissabbildung die Phase beschreibt, indem es zu Entfestigungen und inelastischen Dehnungen im Material aufgrund von Mikrorissen kommt. Die eingebetteten Diskontinuitäten beschreiben das Auftreten großer Risse im Bruchzustand.

Eine weitere Verbesserung lässt sich erzielen, indem die prinzipbedingte Netzabhängigkeit des verschmierten Rissmodells durch eine nicht-lokale Formulierung erweitert wird. Bild 3.5.8 (a bis c) zeigt die Verbesserung in der Abbildung des Rissverlaufs. Ein nahezu perfekter, gerader Rissverlauf lässt sich durch das Erzwingen der Kontinuität des Rissverlaufs und durch die nicht-lokale Formulierung erreichen (Bild 3.5.8.c). Die Rissrichtung wird dabei senkrecht zur Richtung der maximalen nicht-lokalen Hauptdehnung festgelegt.

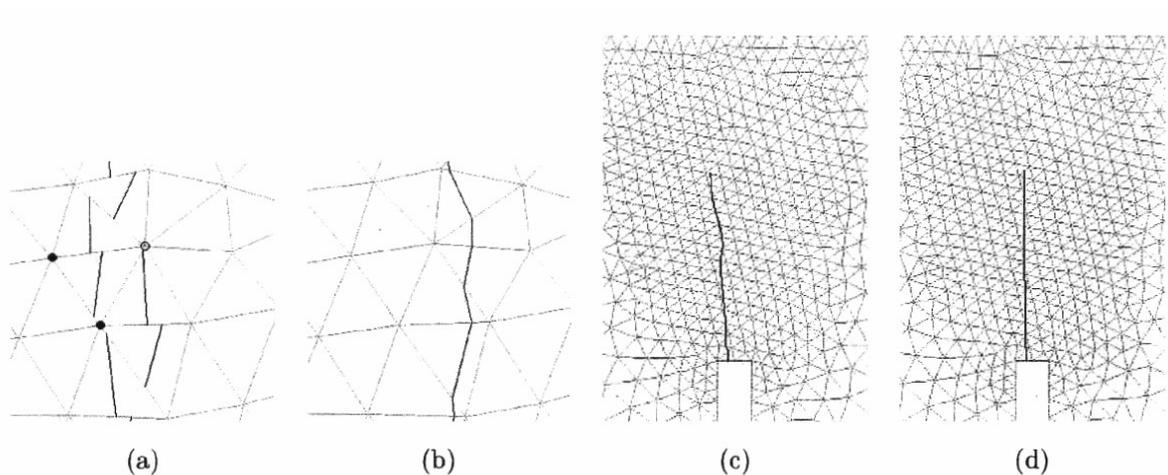


Bild 3.5.8: Rissverlauf für das nicht-lokale Modell mit verzögerten, eingebetteten Diskontinuitäten:
 a) unregelmäßiger Rissverlauf; b) kontinuierlicher Rissverlauf (erzwungen)
 Elemente mit erzwungenem, kontinuierlichem Rissverlauf:
 Verwendung von c) lokaler Dehnung; d) nicht-lokaler Dehnung

3.5.3 Erweiterte Finite Elemente – *Extended Finite Elements (XFEM)*

Die Methode der erweiterten Finiten Elemente (*XFEM*) [29, 30, 32, 33] basiert auf dem Prinzip der „*Partition of Unity*“ [1, 2]. Eine *Partition-of-Unity* ist ein Set von Funktionen mit der Eigenschaft, dass deren Summe im gesamten betrachteten Bereich den Wert 1 ergibt. Das einfachste Beispiel dafür ist ein Set von Standard-Formfunktionen eines Finiten Elements.

Die grundlegende Idee der *Partition-of-Unity*-Methode (*PUM*) ist, dass der Näherungsraum mit Produkten von *Partition-of-Unity*-Funktionen und speziellen Funktionen erweitert wird. Diese Erweiterungsfunktionen können auf der analytischen Lösung eines Problems oder auf Erfahrung beruhen. Dies ermöglicht das Einfügen von *a priori* Erkenntnissen über die Problemstellung und deren Lösung.

XFEM verwendet die Standard-Formfunktionen der Finiten Elemente N und globale Erweiterungsfunktionen G_i . Der Vorteil davon ist, dass die globalen Erweiterungen G_i mit den lokalen Knotenverschiebungen N multipliziert werden. Das Ergebnis ist eine lokale Erweiterung $N G_i$. Aufgrund des lokalen Charakters ist es möglich, die Erweiterung auf einen bestimmten, interessanten Bereich zu begrenzen. Umliegende Bereiche sind damit von der Erweiterung der Ansatzfunktionen nicht betroffen. Die neu eingeführten Freiheitsgrade werden an vorhandene Knoten angebunden. Damit ist es nicht notwendig, die globale Netztopologie zu ändern, wie im Falle einer diskreten Rissabbildung. Somit ergibt sich keinerlei Auswirkung auf die globale Steifigkeitsmatrix. Deren schwache Besetztheit und Symmetrie bleiben erhalten.

Es wird grundsätzlich in zwei Gruppen von Knoten unterschieden, deren Verschiebungen mit verschiedenen Erweiterungsfunktionen multipliziert werden. Die erste Gruppe beinhaltet die Knoten, die sich in der Nähe der Rissspitze befinden, die zweite Gruppe die Knoten, die in einem komplett oder teilweise gerissenen Element weiter entfernt vom Riss bzw. der Rissspitze liegen (Bild 3.5.9). Die Erweiterungsfunktion der letzten Gruppe ist eine einfache Sprungfunktion, während die erste Gruppe eine komplexere Erweiterung erfährt.

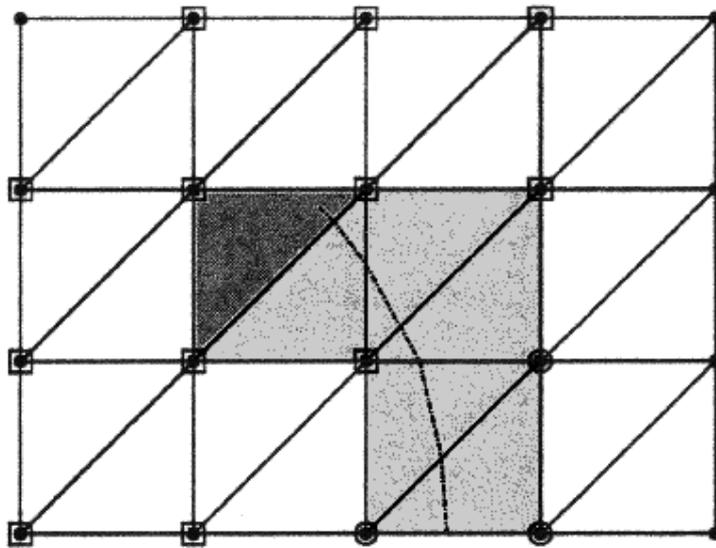


Bild 3.5.9: Erweiterte Netze: dunkle Elemente enthalten die Risspitze, helle Elemente sind gerissen; Quadrate markieren Knoten mit rissnaher Erweiterung, Kreise die Knoten mit Erweiterung durch Sprungfunktion

Diese *PUM* mit derartigen Ansatzfunktionen (*XFEM*) wurde zuerst für den Bereich der linear-elastischen Bruchmechanik bei zweidimensionalen Modellen angewendet [26]. Ihre Verallgemeinerung behandelt allerdings auch dreidimensionale Risse effizient [32]. Sogar die Beschreibung sich verzweigender und sich schneidender Risse ist möglich [10]. Die Verschiebungsinterpolation ist konform und ohne Inkompatibilitäten zwischen den Elementen. Die Dehnungen auf beiden Seiten einer spannungsfreien Diskontinuität sind vollkommen entkoppelt.

Um die Knoten in der Nähe der Risspitze zu erweitern, ist es notwendig den Rissverlauf innerhalb des Elements korrekt zu beschreiben. Diese Beschreibung der Risskurve basiert auf der *Level-Set*-Methode [33]. Diese beschreibt eine Kurve Γ als eine Ansammlung von Punkten, auf denen eine gegebene Funktion f_Γ zu null wird. Diese wird als *Level-Set*-Funktion bezeichnet. Im konkreten Fall ist dies ein *Null-Level-Set*. Anstatt also eine Beschreibung der Kurvengeometrie zu speichern, wird die Kurve durch das Speichern von Knotenwerten der zugehörigen *Level-Set*-Funktion beschrieben. Die Werte von f_Γ an einem beliebigen Punkt werden durch Interpolation ermittelt. Dafür werden die gleichen Formfunktionen verwendet wie für die Näherung der Knotenverschiebungen.

Im Vergleich mit den Modellen mit eingebetteter Diskontinuität wird die Funktionsweise der erweiterten Finiten Elemente im Folgenden näher erläutert.

3.5.4 Vergleich von eingebetteter Diskontinuität und XFEM

Sowohl die Elemente mit eingebetteter Diskontinuität (*EED*) als auch die erweiterten Finiten Elemente (*XFEM*) sind auf die Modellierung von Diskontinuitäten ausgerichtet, die sich entlang eines beliebigen Pfades in einem Finite-Elemente-Netz ausbilden.

Am Beispiel eines einzelnen vierseitigen Elements soll die unterschiedliche Modellierung der Ansätze erläutert werden (Bild 3.5.10.a). Zuerst wird das Element durch einen vertikalen, spannungsfreien Riss geteilt (obere Elementreihe). Der rechte Teil wird dann relativ zum linken Teil verschoben (mittlere Reihe) und danach durch eine Spannung zusammengedrückt (untere Reihe). Als Vergleich ist auch die Modellierung nach der verschmierten Rissabbildung dargestellt (Bild 3.5.10.b).

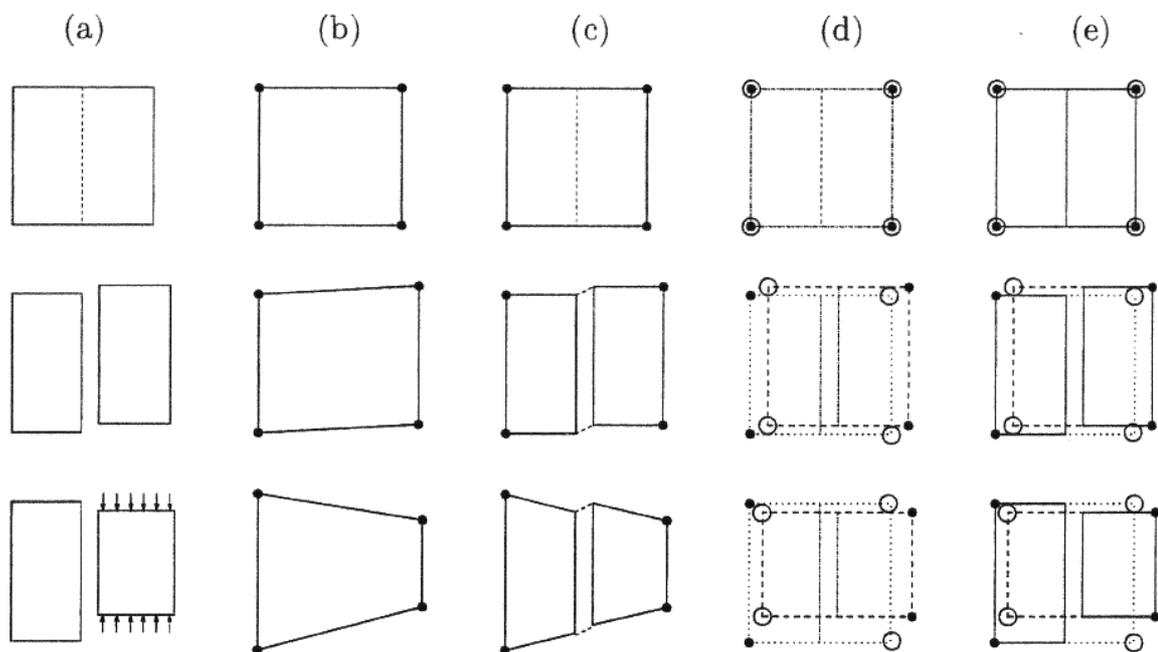


Bild 3.5.10: Separationstest: a) realer Körper gespaltet in zwei unabhängige Teile
 b) Element mit verschmierter Rissbildung
 c) Element mit eingebetteter Diskontinuität (*EED*)
 d) + e) Erweitertes Finites Element (*XFEM*)

Die *EED*-Formulierung kann einen beliebigen Sprung in den Verschiebungen an einer Diskontinuität reproduzieren. Es werden jedoch weiterhin Kräfte parallel zum Riss von der einen auf die andere Seite übertragen, da die Dehnungen im Element durch eine stetige Funktion beschrieben werden. Somit bleiben die Dehnungen auf beiden Seiten des Sprungs identisch, obwohl das Element in zwei eigentlich unabhängige Teile gespaltet wurde. Während dies im eindimensionalen Fall (1D-Element) keine Rolle spielt, führt dies im allgemeinen mehrdimensionalen Fall dazu, dass

sogar bei einem kompletten Versagen die Dehnungen in den zwei Teilen des Elements nicht voneinander unabhängig sind (Bild 3.5.10.c).

XFEM auf der anderen Seite ist in der Lage, zwei vollständig voneinander unabhängige Körper zu modellieren. Es existieren keine kinematischen Einschränkungen. Die Interaktion zwischen den beiden Teilen findet nur über das vorhandene Zugkraft-Rissöffnungs-Gesetz statt. Die Näherung der *XFEM* kann interpretiert werden, als Überlagerung zweier unabhängiger Elemente (Bild 3.5.10.d). Ein Element bezieht sich auf die linke Seite der Diskontinuität (gepunktet) und das zweite auf die rechte Seite (gestrichelt). Jedes von ihnen besteht aus zwei physischen Knoten (Punkte) und zwei „virtuellen“ Knoten (Kreise). Diese virtuellen Knoten entsprechen einer stetigen Interpolation der Verschiebungen über die Diskontinuität hinaus. Auf diese Weise kann sowohl die Teilung als auch die unabhängige Verformung der beiden Teile exakt abgebildet werden.

4 Schlussfolgerungen und Fazit

Die im Rahmen dieses Forschungsvorhabens durchgeführten Untersuchungen haben gezeigt, dass die Möglichkeit (noch) nicht besteht, reale Bauteilversuche vollständig durch Finite-Elemente-Berechnungen zu ersetzen.

Aufgrund der Komplexität des Tragverhaltens und der daraus resultierenden Versagensmechanismen können Bauteile, die vorwiegend durch Querkraft beansprucht werden, noch nicht vollständig in realistischer Weise mit diskreten Modellen abgebildet werden. Die gegenwärtig verfügbaren Modelle liefern jedoch eine gute bis sehr gute Näherung des realen Bauteilverhaltens. Es konnte gezeigt werden, dass eine möglichst realistische Abbildung der Modellgeometrien, Materialeigenschaften und Randbedingungen die Qualität der Ergebnisse positiv beeinflussen. Konkret bedeutet dies, die diskrete Abbildung der Bewehrung in Form von Fachwerk- und Biegestabelementen sowie die realitätsgetreue Modellierung der Auflager- und Lasteinleitungsbereiche.

Eine Durchführung von Versuchen an kompletten, realen Bauteilen ist zum Vergleich mit den Ergebnissen der Finite-Elemente-Simulationen in jedem Fall notwendig. Das Ziel muss sein, die Versuchsvorbereitung und -durchführung durch vorgreifende FE-Simulationen dahingehend zu unterstützen, dass Umfang und Aufwand der Bauteilversuche minimiert werden. Dazu sind erreichbare Qualität und Genauigkeit der Ergebnisse zum gegenwärtigen Zeitpunkt bei genauer Kenntnis und Vermeidung der möglichen Fehler und Hindernisse in zufriedenstellendem Maße in der Lage.

Die Traglast wird bei geeigneter Netzeinteilung annähernd erreicht. Die Abweichungen betragen nur wenige Prozent im positiven und negativen Bereich. Die globalen Verformungen stimmen mit gleicher Genauigkeit überein.

Die Richtungen der Risse werden sehr exakt abgebildet, während die Verteilung und Breiten der Schrägrisse nur in begrenzten Bereichen übereinstimmen. Dies lässt den Schluss zu, dass die Richtungen der Hauptspannungen im Bauteil in gleicher Weise übereinstimmen.

Die Bügelspannungen und -dehnungen des FE-Modells decken sich als konsequente Folge aus den zu geringen Rissöffnungen nur bereichsweise mit dem realen Bauteilversuch. Dies begründet ebenso den überschätzten Betontraganteil.

5 Ausblick

Die in Kapitel 3 beschriebenen Formulierungen zur Abbildung von Diskontinuitäten in der Finite-Elemente-Methode sind Gegenstand aktueller Forschung. Sie haben jedoch bereits einen Grad der Entwicklung erreicht, die eine Anwendung in Finite-Elemente-Software besonders im Bereich der Forschung als sinnvoll und vielversprechend erscheinen lassen.

Die im Rahmen dieses Forschungsvorhabens durchgeführten Berechnungen haben gezeigt, dass es notwendig ist, diese neuen Modelle im Rahmen der FE-Simulation von Bauteilen einzusetzen, deren Versagensmechanismus vorwiegend auf Querkraftbeanspruchung zurückzuführen ist. Da die verschiedenen Traganteile und deren Einfluss auf das Tragverhalten auf der Ausbildung von Querkraft- und Biegerissen basieren, ist eine möglichst genaue Abbildung der Risse und Rissverläufe notwendig. Hierdurch können in der Folge die verschiedenen Versagensmechanismen korrekt abgebildet werden.

Die Implementierung muss jedoch zum Ziel haben, das quasi-spröde Versagen des Werkstoffes Beton auch bei anderen Versagensarten korrekt abbilden zu können. Die Auszüge aus den veröffentlichten Modellformulierungen lassen den Schluss zu, dass das komplexe Materialverhalten von Beton im Allgemeinen besser abgebildet werden kann.

Dazu sind jedoch weitere Untersuchungen in Form von FE-Simulationen notwendig. Diese müssen wie im vorliegenden Fall zuerst für die nachträgliche Berechnung bereits abgeschlossener Versuche durchgeführt werden. In einem zweiten Schritt sind die dabei gewonnenen Erkenntnisse auf die Finite-Elemente-Simulation von Bauteilen zu übertragen, die dem realen Versuch vorgreifen und somit zu dessen Planung und Durchführung beitragen können. Die Ergebnisse müssen vor jedem weiteren Schritt insbesondere im Hinblick auf die angestrebten Verbesserungen verglichen werden.

In einem letzten Schritt muss die Anwendbarkeit und Übertragbarkeit der gewonnenen Erkenntnisse auf neue Materialien, wie z.B. hochfeste Betone (HSC) und Hochleistungsbetone ((U)HPC), untersucht werden.

6 Literaturverzeichnis

- [1] Babuška, I.; Melenk, J.M.: „The Partition of Unity Finite Element Method: Basic Theory and Applications“, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering; 1996, Ausg. 39, S. 289-314
- [2] Babuška, I.; Melenk, J.M.: „The Partition of Unity Method“, International Journal for Numerical Methods in Engineering; 1997, Ausg. 40, S. 727-758
- [3] Bažant, Z.P.; Caner, F.C.; Carol, I.; Adley, M.D. and Ankers, S.A.: „Microplane Model M4 for Concrete - Part I: Formulation with Work-Conjugate Deviatoric Stress“, Journal of Engineering Mechanics, American Society of Civil Engineers (ASCE), 2000, Ausg. 126, Heft 9, S. 944-953
- [4] Bažant, Z.P.; Caner, F.C.: „Microplane Model M4 for Concrete - Part II: Algorithm and Calibration“, Journal of Engineering Mechanics, American Society of Civil Engineers (ASCE), 2000, Ausg. 126, Heft 9, S. 954-961
- [5] Belytschko, T.; Fish, J.; Engelmann, B.E.: „A Finite Element with Embedded Localization Zones“, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1988, Ausg. 70, S. 59-89
- [6] Belytschko, T.; Zi, G.; Xu, J.; Chessa, J.: „The Extended Finite Element Method for Arbitrary Discontinuities“, Computational Mechanics – Theory and Advances, CIMNE, Barcelona, Spain, 2003
- [7] Budyn, E.; Zi, G.; Moës, N.; Belytschko, T.: „A Method for Multiple Crack Growth in Brittle Materials without Remeshing“, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004, Ausg. 61, S. 1741-1770
- [8] Comité Européen de Normalisation: Eurocode 2 (EC 2): Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau, Deutsche Fassung ENV 1992-1-1: 1991. Juni 1992
- [9] Comité Euro-International du Béton (CEB): CEB-FIP Model Code 1990 (MC 90). 1993
- [10] Daux, C.; Moës, N.; Dolbow, J.; Belytschko, T.: „Arbitrary Branched and Intersecting Cracks with the Extended Finite Element Method“, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2000, Ausg. 48, S. 1741-1760
- [11] Dvorkin, E.N.; Cuitiño A.M.; Gioia, G.: „Finite Elements with Displacement Interpolated Embedded Localization Lines Insensitive to Mesh Size and Distortions“, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1990, Ausg. 90, S. 829-844

- [12] Görtz, S.: „Zum Schubrissverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken aus Normal- und Hochleistungsbeton“; Dissertation; Lehrstuhl und Institut für Massivbau - RWTH Aachen; Aachen, 2004
- [13] Jirásek, M.: „Modeling of Fracture and Damage in Quasibrittle Materials“, (PhD) Dissertation, Northwestern University, Evanston, Illinois, 1993
- [14] Jirásek, M.; Bazant, Z.P.: „Inelastic Analysis of Structures“, Verlag John Wiley and Sons, Chichester, 2002
- [15] Jirásek, M.; Zimmermann, T.: „Embedded Crack Model: I. Basic Formulation“, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2001, Ausg. 50, S. 1269-1290
- [16] Jirasek, M.; Zimmermann, T.: „Embedded Crack Model: II. Combination with Smeared Cracks“, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2001, Ausg. 50, S. 1291-1305
- [17] Jirásek, M.; Zimmermann, T.: „Analysis of Rotating Crack Model“, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1998, Ausg. 124, S. 842-851
- [18] Jirásek, M.; Zimmermann, T.: „Rotating Crack Model with Transition to Scalar Damage“, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1998, Ausg. 124, S. 277-284
- [19] Jirásek, M.; Patzák, B.: „Models for Quasibrittle Failure: Theoretical and Computational Aspects“, ECCM-2001 - European Conference on Computational Mechanics, 2001, Krakow, Polen
- [20] Kerkeni, N.: „Zur Anwendung der FE-Methode bei spritzbetonverstärkten Stützen“; Dissertation; Lehrstuhl und Institut für Massivbau - RWTH Aachen; Aachen, 2000
- [21] Kordina, K.; Blume, F.: „Empirische Zusammenhänge zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit stabförmiger Stahlbetonelemente“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), 1985, Heft 364, Berlin
- [22] Kordina, K.; Hegger, J.: „Schubtragverhalten von Spannbetonbauteilen mit Vorspannung ohne Verbund“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), 1985, Heft 381, Berlin
- [23] Leonhardt, F.; Walther, R.: „Versuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), 1962, Heft 151, Berlin
- [24] Leonhardt, F.; Walther, R.: „Versuche an Plattenbalken mit hoher Schubbeanspruchung“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), 1962, Heft 152, Berlin
- [25] Leonhardt, F.; Walther, R.: „Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), 1963, Heft 156, Berlin

-
- [26] Moës, N.; Dolbow, J.; Belytschko, T.: „A Finite Element Method for Crack Growth Without Remeshing“, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, Ausg. 46, S. 131-150
- [27] Moës, N.; Belytschko, T.: „Extended Finite Element Method for Cohesive Crack Growth“, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2002, Ausg. 69, S. 813-833
- [28] Normenausschuss Bauwesen im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 1045: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung, Juli 1988
- [29] Normenausschuss Bauwesen im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion. S. 148. Juli 2001
- [30] Ottosen, N.S.: „A Failure Criterion for Concrete“, Journal of Engineering Mechanics (Division), American Society of Civil Engineers, 1977, Ausg. 103, EM4, S. 527-535
- [31] Ottosen, N.S.: „Constitutive Model for Short-time Loading of Concrete“, Journal of Engineering Mechanics (Division), American Society of Civil Engineers (ASCE), 1979, Ausg. 105, EM1, S. 127-141
- [32] Sukumar, N.; Moës, N.; Moran, B.; Belytschko, T.: „Extended Finite Element Method for Three-Dimensional Crack Modelling“, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2000, Ausg. 48, S. 1549-1570
- [33] Zi, G.; Belytschko, T.: „New Crack Tip Elements for XFEM and Applications to Cohesive Materials“, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2003, Ausg. 57, S. 2221-2240