

# Sicherheit und Zuverlässigkeit des Klebeverbundes von nachträglich verstärkten Betonbauteilen

**T 3154**

T 3154

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2007

ISBN 978-3-8167-7483-9

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail [irb@irb.fraunhofer.de](mailto:irb@irb.fraunhofer.de)

[www.baufachinformation.de](http://www.baufachinformation.de)

# Forschungsvorhaben

## Sicherheit und Zuverlässigkeit des Klebeverbundes von nachträglich verstärkten Betonbauteilen

### - ABSCHLUSSBERICHT -

Forschende Stelle:

Technische Universität Darmstadt

Institut für Massivbau

Prof. Dr.-Ing. C.-A. Graubner

Dr.-Ing. H. Schmidt

Sachbearbeiter: Dipl.-Ing. S. Daus

Petersenstr. 12

64287 Darmstadt

Darmstadt, im April 2007

# Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen .....	1
1 Einleitung.....	5
1.1 Notwendigkeit des Forschungsvorhabens.....	5
1.2 Ziel des Forschungsvorhabens .....	5
1.3 Vorgehensweise .....	6
2 Nachweiskonzept.....	7
2.1 Allgemeines.....	7
2.2 Aktuelle Version des Nachweiskonzepts (Stand 19.12.2006) .....	8
2.3 Fassung des Nachweiskonzepts vom 09.11.2004 .....	12
2.4 Besonderheiten .....	13
3 Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie für tragende Bauteile .....	14
3.1 Allgemeines.....	14
3.2 Die Grenzzustandsfunktion .....	16
3.3 Statistische Verteilungsfunktionen.....	16
3.4 Die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit.....	20
3.4.1 Integration über den Versagensbereich.....	20
3.4.2 Bemessungspunkt und Sensitivitätsbeiwerte .....	21
3.4.3 Näherungsverfahren der Zuverlässigkeitstheorie.....	23
3.4.4 Simulationsmethoden .....	24
3.4.5 Weitere Verfahren .....	28
3.5 Erforderliche Tragwerkszuverlässigkeit .....	29
4 Stochastische Modellierung der Basisvariablen .....	32
4.1 Allgemeines.....	32
4.2 Materialmodelle .....	32
4.2.1 Beton .....	32
4.2.2 Betonstahl S 500.....	36
4.2.3 Betonstahl S 220.....	37
4.2.4 Faserverbundwerkstoffe .....	37

4.2.5	Laschenstahl .....	38
4.2.6	Zusammenfassung Materialmodelle .....	39
4.3	Lastmodelle .....	40
4.3.1	Allgemeines.....	40
4.3.2	Ständige Einwirkungen .....	40
4.3.3	Nutzlasten.....	41
4.3.4	Schnee .....	49
4.3.5	Zusammenfassung Lastmodelle .....	50
4.4	Geometrische Modelle .....	51
4.4.1	Betonquerschnitt.....	51
4.4.2	Betondeckung.....	52
4.4.3	Betonstahlbewehrung .....	52
4.4.4	Nutzhöhe des Betonstahls .....	52
4.4.5	Nutzhöhe der Klebebewehrung.....	52
4.4.6	Systemabmessungen.....	53
4.4.7	Klebebewehrung.....	53
4.4.8	Zusammenfassung geometrische Modelle .....	55
5	Modellunsicherheiten.....	56
5.1	Allgemeines.....	56
5.2	Nachrechnung von Versuchen .....	56
5.3	Bemessungskonzept .....	57
5.4	Ergebnisse der Versuchsnachrechnungen .....	58
5.5	Bewertung der Ergebnisse.....	62
6	Probabilistische Analyse zu Überprüfung von $\gamma_b = 1,50$ .....	64
6.1	Allgemeines.....	64
6.2	Gewähltes Verfahren zur Bestimmung von $P_f$ .....	65
6.2.1	Adaptive Importance Sampling.....	65
6.2.2	Verbundnachweis .....	67
6.3	Sensitivitätsanalyse .....	68
6.4	Parameterstudie .....	71
6.4.1	Untersuchte Parameter .....	71

6.4.2	Konzeption der Beispiele .....	77
6.4.3	Ergebnisse und Bewertung.....	79
6.5	Empfehlungen für das Sicherheitskonzept und den Verbundnachweis .....	94
7	Zusammenfassung.....	95
	Quellenverzeichnis .....	96
	Anhang .....	101
	Anhang 1: Nachweiskonzept – Flussdiagramm .....	102
	Anhang 2: Versuchsdaten.....	116
	Anhang 3: Ergebnisse – Versuchsnachrechnungen.....	120
	Anhang 4: Zuverlässigkeitsanalyse – Beispielbauteile .....	122
	Anhang 5: Zuverlässigkeitsanalyse – Ergebnisse.....	137

## Kurzfassung

Der Nachweis des Klebeverbundes, der bei der Bemessung klebeverstärkter Betonbauteile von entscheidender Bedeutung ist, wird bislang unter Anwendung unzureichender Nachweisformate geführt. Daher soll ein neues, besser geeignetes Nachweiskonzept für den Klebeverbund in die allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen für Klebeverstärkungen eingearbeitet werden.

Im Rahmen des durchgeführten Forschungsvorhabens wurde für zwei Varianten dieses Nachweiskonzepts überprüft, ob mit dem vorgesehenen Sicherheitskonzept das durch die DIN 1055-100 normativ geforderte Zuverlässigkeitsniveau erreicht wird. Das untersuchte Sicherheitskonzept sieht dabei eine pauschale Abminderung der übertragbaren Verbundspannungen mit einem Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_b = 1,50$  vor.

Zur Bewertung des Sicherheitskonzepts wurde eine probabilistische Analyse an klebeverstärkten Betonbauteilen durchgeführt. Hierfür wurde zunächst ein stochastisches Modell für die Basisvariablen des Verbundnachweises gewählt und auf Plausibilität überprüft. Die Modellunsicherheiten des untersuchten Nachweiskonzepts wurden durch die Nachrechnung geeigneter Versuche bestimmt. Anschließend wurden repräsentative Bemessungsbeispiele konzipiert, für die unter Anwendung der Adaptive Importance Sampling-Methode die Versagenswahrscheinlichkeiten bestimmt wurden.

Die beiden Varianten des Nachweiskonzepts unterscheiden sich deutlich hinsichtlich der Bemessungsergebnisse. Die erforderliche Klebebewehrung war bei Anwendung der zweiten Variante meist wesentlich kleiner. Eine Verstärkung von Balken und Plattenbalken ist jedoch auch bei Anwendung dieser Variante des Nachweiskonzepts nur unter sehr günstigen, in der Praxis selten anzutreffenden Randbedingungen, gerade noch möglich. Die Bemessungsergebnisse der ersten Variante waren für Balken und Plattenbalken grundsätzlich nicht mehr ausführbar und für Platten meistens sehr unwirtschaftlich. Allerdings berücksichtigen die verfügbaren Nachweiskonzepte nicht den positiven Einfluss einer – bei verstärkten Balken meistens vorhandenen – externen Schubbewehrung, da hierfür noch keine geeigneten Rechenmodelle vorliegen. Daher wird die Tragfähigkeit des Klebeverbundes bei Balken und Plattenbalken durch das untersuchte Nachweisverfahren unterschätzt.

Die Untersuchungen zeigten allerdings, dass die wirtschaftlichere der beiden Varianten des Nachweiskonzepts immer noch ausreichend große Tragwerkszuverlässigkeiten lieferte, und somit der anderen Variante vorgezogen werden sollte.

Das untersuchte Nachweiskonzept kann daher unter Beachtung der Empfehlungen des Forschungsberichts in die allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen aufgenommen werden.

## Abstract

For the structural strengthening of concrete members with externally glued reinforcement, proofing the bond strength is an essential part of the design. As this proof is done by means of an insufficient proof concept so far, a new design concept has to be included into the German technical approvals.

Within this research project it was verified for two versions of this new design concept, whether the required safety level, which is prescribed by DIN 1055-100, is reached by using the intended safety concept. The investigated safety concept comprises a global reduction of the transferable bond stresses with the partial safety factor of  $\gamma_b = 1.50$ .

To evaluate the safety concept, a probabilistic analysis of strengthened concrete members was conducted. For this purpose a stochastic model was chosen and checked in reference to plausibility at first. Next the model uncertainties of the regarded design concept were determined by comparing the ultimate loads observed in conducted experiments with the ultimate loads calculated using the proof concept. Finally the probabilities of failure were calculated by means of Adaptive Importance Sampling, for several representative members.

The two investigated versions of the proof concept cause rather different results of design. When the second version is used, the required external reinforcement is considerably smaller. However, strengthening beams and T-beams is barely possible when using the second version – even for pretty good edge conditions, which can rarely be found in practice. Using the first version of the design concept, the required external reinforcement is explicitly too large for beams and T-beams and rather uneconomic for slabs. However – as no appropriate mechanical models are available – the proof concept doesn't regard the effect of externally bonded reinforcement for enhancing the shear-capacity, and therefore underestimates the bond strength for beams and T-beams.

As a result of the conducted probabilistic analysis the second – and more economic – version of the design concept still provides sufficient reliability, and should therefore be preferred instead of the first version.

Regarding the recommendations of this report, the regarded design concept can be included into the German technical approvals.

## Résumé bref du rapport final

Pour la construction de structures en béton avec armatures externes collées, la vérification des forces de liaisons est une partie importante de la conception. Comme cette vérification est effectuée jusqu'à présent avec une technique insuffisante, une nouvelle doit être ajoutée aux homologations techniques allemandes.

Dans ce projet de recherche, il a été vérifié pour deux versions de cette nouvelle technique de conception que le niveau de sécurité requis, défini par la norme DIN 1055-100, est atteint en utilisant la technique de calcul pour la sécurité prévue. Cette technique de calcul pour la sécurité étudiée comprend une réduction globale des charges transmises par les liaisons avec le coefficient de sécurité partiel  $\gamma_b = 1.50$ .

Pour évaluer la fiabilité, une analyse probabiliste des éléments de construction en béton a été réalisée. Pour cela, un modèle stochastique a été choisi et vérifié sur des exemples connus. Ensuite, les incertitudes du modèle ont été levées en comparant les états limites observés en expérience avec les états limites calculés. Enfin, la probabilité d'erreur a été calculée en utilisant l'échantillonnage préférentiel adaptatif (Adaptive Importance Sampling) pour plusieurs cas représentatifs.

Les deux versions de la technique de vérification étudiées donnent des résultats différents. Lorsque la deuxième version est utilisée, les armatures externes nécessaires sont considérablement plus petites. Cependant, des poutres de renforcement ou des poutres en T sont difficilement possibles en utilisant la deuxième version – même pour d'assez bonnes conditions de bord, ce qui est rarement le cas dans la réalité. En utilisant la première version, les armatures externes requises sont clairement trop importantes pour des poutres de renforcement ou des poutres en T et pas assez rentables pour des dalles.

Pour conclure cette analyse probabiliste, la deuxième version de la technique de conception, plus économique, fournit une fiabilité suffisante et doit donc être préférée à la première.

En suivant les recommandations de ce rapport, la technique de vérification étudiée peut être ajoutée aux homologations techniques allemandes.

## Zusammenfassung und Wertung für die praktische Umsetzung

Im Rahmen des Forschungsvorhabens wurde das Sicherheitskonzept für den Verbundnachweis klebeverstärkter Betonbauteile überprüft, um sicherzustellen, dass klebeverstärkte Bauteile ein ausreichendes und gleichmäßiges Zuverlässigkeitsniveau aufweisen.

Das oberflächige Aufkleben von zusätzlicher Bewehrung in Form von CFK-Lamellen, Stahllaschen oder Kohlefasergelegen ist ein gängiges Verfahren zur nachträglichen Traglasterhöhung von Betonbauteilen. Die Anwendung, Bemessung und Ausführung derartiger Verstärkungsmaßnahmen ist in Deutschland durch allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen geregelt. In den aktuellen Fassungen dieser Zulassungen ist jedoch ein veraltetes Nachweiskonzept für den Klebeverbund enthalten, welches das tatsächliche Verbundtragverhalten nur ungenügend abbildet. Der Verbundnachweis ist jedoch von großer Bedeutung, da die Wirksamkeit derartiger Klebeverstärkungen entscheidend von der Tragfähigkeit des Klebeverbundes abhängt.

Daher wird zur Zeit ein neueres, besser geeignetes Nachweiskonzept in die Zulassungen eingearbeitet. Gleichzeitig erfolgt die Anpassung der Zulassungen an das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept, der neuen Normengenerationen im Betonbau. Als Sicherheitselement für den Verbundnachweis in den überarbeiteten Zulassungen wurde vom Sachverständigenausschuss (SVA) „Verstärken von Betonbauteilen“ des DIBt eine pauschale Abminderung des Verbundwiderstandes mit einem Teilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_b = 1,50$  festgelegt.

Um abschließend bewerten zu können, ob durch diese Regelung das normativ geforderte Sicherheitsniveau von allen bemessenen Bauteilen erreicht wird, sind allerdings umfangreiche Untersuchungen unter Verwendung probabilistischer Methoden erforderlich. Eine Kalibrierung des Sicherheitskonzepts an den Bemessungsergebnissen des bisherigen Nachweisformats ist nicht möglich, da wegen der zuvor erwähnten Unzulänglichkeiten nicht beurteilt werden kann, ob mit dem alten Nachweiskonzept bemessene Bauteile tatsächlich die erforderliche Zuverlässigkeit aufweisen.

Zur Überprüfung des Sicherheitskonzepts wurden daher für eine Auswahl von repräsentativen Beispielbauteilen, die mit dem untersuchten Nachweiskonzept bemessen wurden, die Versagenswahrscheinlichkeiten bzw. die Zuverlässigkeitsindizes  $\beta$  berechnet und mit dem nach DIN 1055-100 erforderlichen Zuverlässigkeitsniveau verglichen. Dort ist der Zielwert der Tragwerkszuverlässigkeit für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren zu  $\beta = 3,8$  festgelegt. Der Mindestwert für diesen Bezugszeitraum beträgt  $\beta = 3,04$ .

Diese Untersuchungen wurden für zwei verschiedene Varianten des Nachweiskonzepts durchgeführt, die sich hinsichtlich der Bestimmung des Rissbildes unterscheiden. Bei der ersten Variante wurde das Rissmoment unter Verwendung der Quantilwerte der Biegezugfestigkeit des Betons nach den Gleichungen (1) und (2) berechnet, bei der zweiten Variante unter Verwendung der Gleichungen (1) und (3).

$$f_{ct,fl.min} = 0,7 \cdot f_{ctm,surf} \quad (1)$$

$$f_{ct,fl.max} = 2,1 \cdot f_{ctm,surf} \quad (2)$$

$$f_{ct,fl.max} = 1,3 \cdot f_{ctm,surf} \quad (3)$$

Für die Durchführung der Zuverlässigkeitsanalyse wurden zunächst geeignete stochastische Modelle (d. h. Mittelwert, Standardabweichung und Verteilungsfunktion) für die Basisvariablen des Nachweiskonzepts gewählt. Als Basisvariable wurden die mechanischen Kennwerte und die geometrischen Größen des Betonbauteils, der vorhandenen internen Bewehrung und der Klebebewehrung betrachtet, sowie auch die einwirkenden Lasten. Die Wahl der Modelle erfolgte im Wesentlichen auf Grundlage einer ausführlichen Literatursichtung und teilweise durch die Auswertung von statistischen Daten. Dabei wurde berücksichtigt, dass die Betondruckfestigkeit und die Betonzugfestigkeit vor der Durchführung einer Verstärkungsmaßnahme am Bauteil bestimmt werden, so dass hierüber zuverlässigere Informationen vorliegen. Da das stochastische Modell der veränderlichen Einwirkungen von erheblichem Einfluss auf die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalyse ist, wurde die Plausibilität der hierzu in der Literatur gefundenen Modelle an unverstärkten Stahlbetonplatten überprüft. Auf Grundlage dieser Untersuchung wurde dann ein geeignetes Modell für die Verkehrslasten abgeleitet.

Neben der Streuung der Basisvariablen wurden auch die zufälligen Abweichungen zwischen tatsächlichen und berechneten Traglasten berücksichtigt, die aus den im Rechenmodell enthaltenen Vereinfachungen resultieren, und als Modellunsicherheiten bezeichnet werden. Da hierfür jedoch nicht auf Angaben in der Literatur zurückgegriffen werden konnte, wurden die Modellunsicherheiten durch Nachrechnung von Bauteilversuchen und den Vergleich von experimentell und rechnerisch bestimmten Traglasten ermittelt. Dabei zeigte sich, dass beide untersuchten Varianten des Nachweiskonzepts die Verbundtragfähigkeit deutlich unterschätzen und die Abweichungen von rechnerischer zu experimenteller Traglast stark streuen. Allerdings sind die Streuungen und die Traglastunterschätzungen bei der zweiten Variante geringer als bei der ersten.

Die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeiten bzw. der Tragwerkszuverlässigkeiten erfolgte mit Hilfe von Adaptive Importance Sampling. Dabei handelt es sich um eine optimierte Monte Carlo-Methode, bei der die Versagenswahrscheinlichkeit aus der Häufigkeit von Versagensfällen innerhalb einer Stichprobe von Zufallszahlen berechnet wird. Dazu wurden zwei Computerprogramme mit Hilfe des Programmsystems MATLAB entwickelt. Das erste Programm führt für gegebene Eingangsgrößen bzw. Basisvariable (Systemparameter, Werkstoffkennwerte, Einwirkungen usw.) den Verbundnachweis in der hier untersuchten Form und wurde auch für die Versuchsnachrechnungen zur Bestimmung der Modellunsicherheiten (s. o) verwendet. Das zweite Programm führt die Adaptive Importance Sampling-Simulation aus, d. h. es generiert geeignete Stichproben von Zufallszahlen, ruft das vorgenannte Programm zur Auswertung dieser Stichproben auf und berechnet die Versagenswahrscheinlichkeiten. Als Versagensfälle wurden alle Fälle von Verbundversagen gewertet. Ob

das nach dem Ausfall der Klebebewehrung vorhandene unverstärkte Bauteil möglicherweise noch eine ausreichende Resttragfähigkeit aufweist blieb unberücksichtigt.

Bei der Bemessung der Beispielbauteile zeigte sich, dass eine Verstärkung von Balken und Plattenbalken unter praxisüblichen Randbedingungen mit beiden untersuchten Varianten des Bemessungskonzepts nicht mehr möglich ist. Lediglich bei Anwendung der zweiten Variante (Verwendung der Gl. (1) und (3)) kann eine Bemessung von Balken und Plattenbalken mit sehr günstigen Eigenschaften zu gerade noch ausführbaren Ergebnissen führen. Allerdings berücksichtigen die verfügbaren Nachweiskonzepte nicht den positiven Einfluss einer – bei verstärkten Balken meistens vorhandenen – externen Schubbewehrung, da hierfür noch keine geeigneten Rechenmodelle vorliegen. Daher wird die Tragfähigkeit des Klebeverbundes bei Balken und Plattenbalken durch das untersuchte Nachweisverfahren unterschätzt. Es wurden daher vor allem klebeverstärkte Platten untersucht. Bei diesen führen die beiden Varianten zu sehr unterschiedlichen Bemessungsergebnissen und damit auch zu abweichenden Tragwerkszuverlässigkeiten. Die Anwendung der ersten Variante des Verbundnachweises ergab sehr große erforderliche Querschnitte der Klebebewehrung und teilweise unnötig große Tragwerkszuverlässigkeiten. Somit liefert die Anwendung dieser Variante unwirtschaftliche Bemessungsergebnisse.

Die zweite Variante lieferte wesentlich günstigere Bemessungsergebnisse als die erste, wobei die Tragwerkszuverlässigkeiten immer noch ausreichend groß waren. In den Abbildungen 1 bis 3 sind die Verteilungen der Zuverlässigkeitsindizes für Stahlbetonplatten, die mit der zweiten Variante bemessen wurden dargestellt. Dabei wird nach Verstärkungen mit CFK-Lamellen, Stahllaschen und Kohlefasergelegen unterschieden. Es ist deutlich zu erkennen, dass bei unabhängig von der Art der Klebebewehrung alle berechneten Tragwerkszuverlässigkeiten über dem Mindestwert ( $\beta = 3,04$ ) liegen.

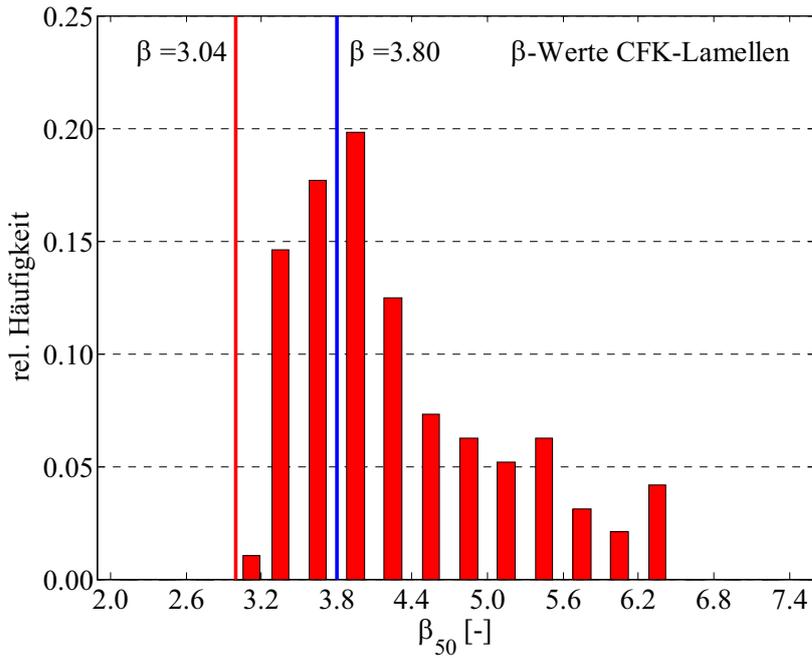


Abbildung 1: Häufigkeitsverteilung von  $\beta_{50}$  für Platten mit CFK-Lamellen (Bemessung mit der zweiten Variante des Nachweiskonzepts)

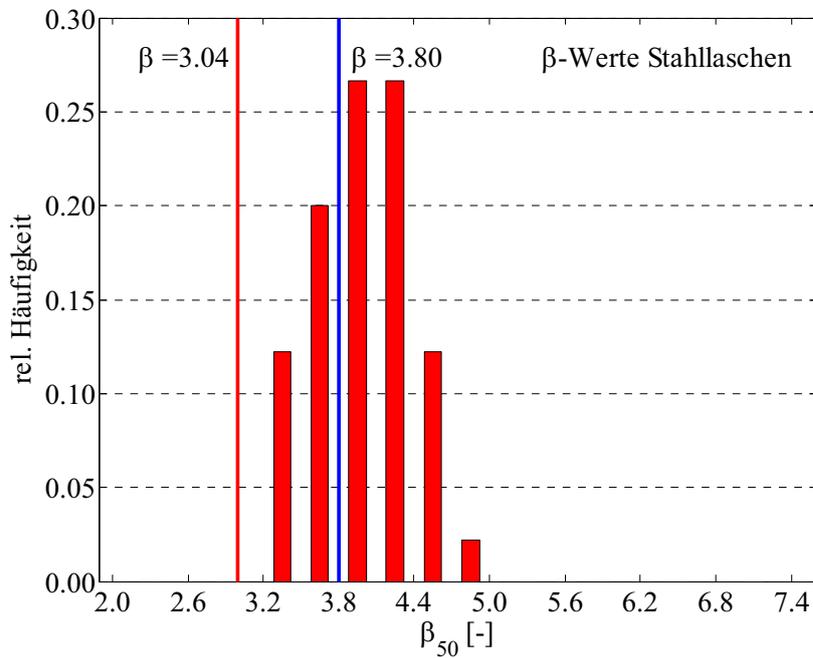


Abbildung 2: Häufigkeitsverteilung von  $\beta_{50}$  für Platten mit Stahllaschen (Bemessung mit der zweiten Variante des Nachweiskonzepts)

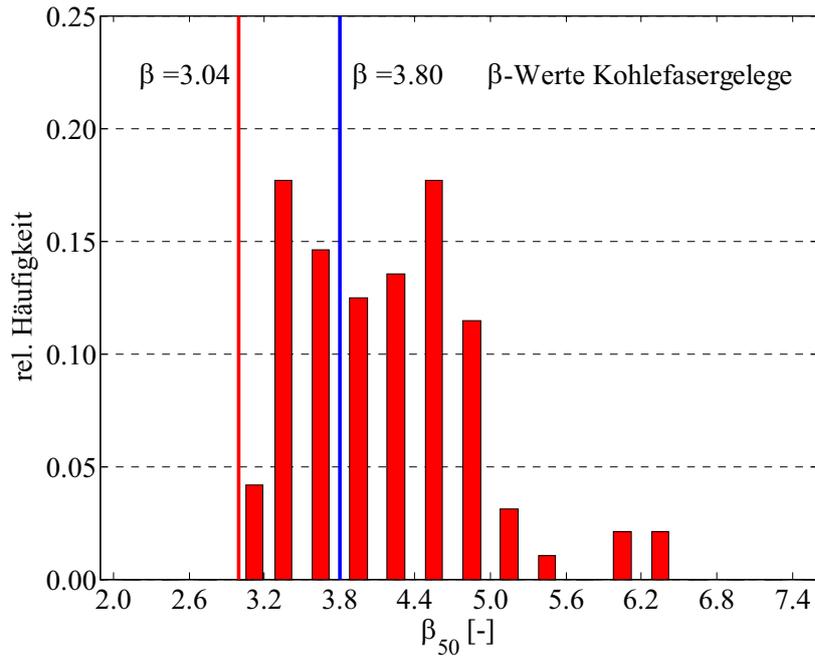


Abbildung 3: Häufigkeitsverteilung von  $\beta_{50}$  für Platten mit Kohlefasergelegen (Bemessung mit der zweiten Variante des Nachweiskonzepts)

Für Verstärkungen mit CFK-Lamellen und Kohlefasergelegen ist die Bandbreite zwischen minimaler und maximaler Tragwerkszuverlässigkeit recht groß. Die Bemessungsergebnisse sind somit auch hier teilweise unwirtschaftlich. Daher wurde abschließend eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt, um die Eignung der pauschalen Abminderung des Verbundwiderstandes, die in dem untersuchten Sicherheitskonzept vorgesehen ist, zu überprüfen. Dabei wurde der Einfluss der einzelnen Basisgrößen des Nachweiskonzepts auf die Tragwerkszuverlässigkeit ermittelt. Es zeigte sich, dass vor allem die Modellunsicherheiten, gefolgt von den veränderlichen und den ständigen Einwirkungen, den größten Einfluss haben. Die Betondruck- und -zugfestigkeit sind dagegen weniger bedeutend. Somit ist die vorgesehene pauschale Abminderung der übertragbaren Verbundspannungen, die in dem gewählten Sicherheitskonzept vorgesehen ist, tatsächlich sinnvoller als die Abminderung der Betonfestigkeiten.

Basierend auf den Ergebnissen der durchgeführten probabilistischen Analyse werden folgende Empfehlungen für den Verbundnachweis ausgesprochen:

1. Der Verbundnachweis sollte mit der zweiten untersuchten Variante des Nachweiskonzepts geführt werden. D. h. bei der rechnerischen Bestimmung des Rissbildes sind die Quantilwerte der Biegezugfestigkeit des Betons wie folgt zu berechnen:

$$f_{ct,fl.min} = 0,7 \cdot f_{ctm,surf}$$

$$f_{ct,fl.max} = 1,3 \cdot f_{ctm,surf}$$

2. Die übertragbaren Verbundspannungen *aufh.*  $\Delta\sigma_L$  sind in den Bereichen, in denen die Verbundtragfähigkeit gegenüber den zulässigen Spannungen in der Klebebewehrung maßgebend ist, mit einem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_b = 1,50$  abzumindern.
3. Die Bemessungswerte der zulässigen Spannungen in der Klebebewehrung sind wie folgt zu berechnen:

$$f_{Ld} = f_{Lk} / 1,2 \quad \text{für CFK - Lamellen}$$

$$f_{yd} = f_{yk} / 1,1 \quad \text{für Stahllaschen}$$

$$f_{Ld} = f_{Lk} / 1,35 \quad \text{für Kohlefasergelege}$$

4. Für Betonstähle mit geringer Festigkeit ( $f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$ ) kann wie für Stähle mit  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$  der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_s = 1,15$  verwendet werden. Der Ansatz eines Sicherheitsbeiwertes  $\gamma_s = 1,20$  führt jedoch zu einer Vergleichmäßigung des erreichten Zuverlässigkeitsniveaus.

Das durchgeführte Forschungsvorhaben diente der Überprüfung des Sicherheitskonzepts für den Verbundnachweis klebeverstärkter Betonbauteile. Hierzu wurde eine Zuverlässigkeitsanalyse an zahlreichen Beispielbauteilen durchgeführt. Dadurch konnte gezeigt werden, dass die Anwendung des untersuchten Nachweiskonzepts, bei Beachtung der ausgesprochenen Empfehlungen ausreichend sichere Bemessungsergebnisse liefert. Das Nachweiskonzept kann daher in die allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen aufgenommen werden.

## Formelzeichen

### Große Lateinische Buchstaben

$A_E$	Auflagerkraft
$A_{E,q}$	Auflagerkraft aus Gleichlasten
$A_L$	Querschnittsfläche der Klebebewehrung
$A_{s,i}$	Querschnittsfläche der Betonstahlbewehrung (Lage $i$ )
$C_{v,x}$	Variationskoeffizient der Basisgröße $x$
$C_{v,q,50}$	Variationskoeffizient von $q$ für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren
$D_f$	Versagensbereich
$E$	Einwirkung
$E_c$	Elastizitätsmodul des Betons
$E_L$	Elastizitätsmodul der Klebebewehrung
$E_s$	Elastizitätsmodul des Betonstahls
$F_{\text{calc}}$	Rechnerisch ermittelte Versagenslast
$F_{\text{exp}}$	Experimentell ermittelte Versagenslast
$F_X(x)$	Verteilungsfunktion für die Basisvariable $X$ ( $= P(X \leq x)$ )
$G$	ständige Einwirkung als Einzellast
$G_f$	Verbundbruchenergie der Klebebewehrung
$Q$	veränderliche Einwirkung als Einzellast
$R$	Widerstand
$M_{\text{cr}}$	Rissmoment des Betonquerschnitts
$M_{\text{Ed},V}$	Bemessungsmoment des einwirkenden Biegemoments für das verstärkte Bauteil
$M_{\text{Rd},0}$	Bemessungswert des aufnehmbaren Biegemoments des unverstärkten Bauteils
$P_{f,i}$	Versagenswahrscheinlichkeit für einen Bezugszeitraum von $i$ Jahren
$P_{s,i}$	Überlebenswahrscheinlichkeit für einen Bezugszeitraum von $i$ Jahren

### Kleine Lateinische Buchstaben

$a$	Bauteilabmessung (z. B. Breite oder Dicke)
$a_r$	Rissabstand
$b_c$	Bauteilbreite

$b_{c,o}$	Obergurtbreite beim Plattenbalken
$b_{c,u}$	Stegbreite beim Plattenbalken
$b_L$	Lamellenbreite
$c$	Betondeckung
$d$	Nutzhöhe des Betonstahls
$d_L$	Nutzhöhe der Klebebewehrung
$d_s$	Stabdurchmesser der Betonstahlbewehrung
$f_{b,L}$	maximale lokale Verbundspannung zwischen Beton und Klebebewehrung
$f_c$	Zylinderdruckfestigkeit des Betons
$f_{ct,fl}$	Biegezugfestigkeit des Betons
$f_{ct,surf}$	Oberflächenzugfestigkeit des Betons
$f_L$	Zugfestigkeit des Lamellenwerkstoffs
$f_y$	Streckgrenze des Betonstahls
$f_X(x)$	Verteilungsdichtefunktion für die Basisvariable $X$
$g$	ständige Einwirkung als Gleichlast
$g_{k,V}$	charakteristischer Wert der ständigen Einwirkungen für das verstärkte Bauteil (inkl. Ausbaulasten)
$h_c$	Bauteildicke
$h_f$	Plattendicke beim Plattenbalken
$l_{e,0}$	Mittlere Eintragungslänge von Betonstahl und Klebebewehrung
$l_{t,k}$	Erforderliche Klebelänge zur Übertragung der maximalen Verbundkraft am Lamellenende
$l_{t,vorh}$	vorhandene Klebelänge zwischen äußerstem Biegeriss und Lamellenende
$l_1$	Stützweite von Feld 1
$n$	Umfang einer Stichprobe
$n_L$	Anzahl übereinander geklebter Lamellen bzw. Kohlefasergelege
$n_s$	Anzahl der Bewehrungsstäbe
$q$	veränderliche Einwirkung als Gleichlast
$q_{k,V}$	charakteristischer Wert der veränderlichen Einwirkungen für das verstärkte Bauteil
$q_{1,riss}$	Risserzeugende (d. h. maximale) Vorbelastung eines Bauteils vor dem Verstärken
$q_{1,0}$	Vorbelastung eines Bauteils während des Verstärkens

$t_f$	Dicke eines einzelnen Kohlefasergeleges
$t_L$	Dicke der Klebebewehrung
$s$	Schneelast
$s$	Standardabweichung einer Stichprobe
$s_{L0}$	Schlupf zwischen Beton und Klebebewehrung bei vollständiger lokaler Verbundentkopplung
$\bar{x}$	Mittelwert einer Stichprobe
$x^a$	Abstand des äußersten Biegerisses zum Auflager
$x_{cr}$	Abstand der Stelle, an der das Rissmoment erreicht wird, zum Auflager
$x_{Ll/r}$	Abstand des linken / rechten Lamellenendes zum Auflager
$x_{Q,1}$	Abstand der Einzellast $Q_1$ zum Auflager
$x_{si,a}$	Abstand des rechnerischen Endpunkts der Bewehrungslage $i$ zum nächsten Auflager

### Griechische Buchstaben

$\alpha_i$	Sensitivitätsfaktor der Basisvariable $X_i$
$\beta_i$	Sicherheitsindex für einen Bezugszeitraum von $i$ Jahren
$\gamma$	Sicherheitsbeiwert
$\Delta\sigma_L$	Differenz der Lamellenspannungen
$\varepsilon_{L,0}$	Vordehnung des Betons auf Höhe der Klebebewehrung infolge der Einwirkungen beim Verstärken
$\varepsilon_{s0,max}$	Vordehnung des Betonstahls während des Verstärkens an der Stelle maximaler Beanspruchung
$\varepsilon_{sy}$	Fließdehnung des Betonstahls
$\eta_b$	Biegeverstärkungsgrad
$\lambda_b$	Biegeschlankheit $l / d$
$\lambda_s$	Schub schlankheit $M / (V * d)$
$\mu$	Mittelwert
$\mu_{u,95}$	Untergrenze des Vertrauensintervalls mit 95%-iger Aussagesicherheit für den Mittelwert
$\xi$	Modellunsicherheiten

---

$\sigma$	Standardabweichung
$\sigma_L$	Spannung im der Klebebewehrung
$\sigma_{0,95}$	Obergrenze des Vertrauensintervalls mit 95%-iger Aussagesicherheit für die Standardabweichung
$\sigma_s$	Betonstahlspannung
$\Phi$	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung
$\varphi$	Verteilungsdichtefunktion der Standardnormalverteilung
$\omega_s$	mechanischer Bewehrungsgrad

# 1 Einleitung

## 1.1 Notwendigkeit des Forschungsvorhabens

Das oberflächige Aufkleben von zusätzlicher Bewehrung in Form von CFK-Lamellen oder Stahllaschen ist ein gängiges Verfahren zur nachträglichen Traglasterhöhung bei Betonbauteilen. Die Wirksamkeit derartiger Klebeverstärkungen hängt allerdings entscheidend von der Tragfähigkeit des Klebeverbundes ab, da ein Versagen des Klebeverbundes häufig zum Versagen des gesamten Bauteils führt. Das Tragverhalten des Klebeverbundes unterscheidet sich jedoch wesentlich von dem des Verbundes zwischen Beton und Betonstahl, weshalb der Klebeverbund im gesamten auf Querkraft beanspruchten Bereich eines Bauteiles nachgewiesen werden muss, während für den Nachweis der Zugkraftdeckung von Betonstahlbewehrung die alleinige Betrachtung der Endverankerung ausreicht. Für diese Art des Nachweises liegen inzwischen geeignete Nachweiskonzepte vor (s. Neubauer [41] und Niedermeier [42]).

Die bislang gültigen allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen zur Klebeverstärkung von Betonbauteilen (z. B. [8]) enthalten allerdings noch ein unzureichendes Nachweisformat für den Klebeverbund. Daher ist es erforderlich, eines der neueren, besser geeigneten Nachweiskonzepte in die Zulassungen einzuarbeiten. Weiterhin ist eine Anpassung der Zulassungen an die neue DIN 1045-1 [11] erforderlich. Hierfür muss u. a. das gesamte Nachweiskonzept auf das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept umgestellt werden.

Im Zuge dieser Überarbeitung muss das Sicherheitskonzept für den Verbundnachweis kalibriert werden. Dies umfasst die Bestimmung jener Eingangsgrößen, die bei diesem Nachweis durch Teilsicherheitsbeiwerte abzumindern sind, und die Festlegung dieser Teilsicherheitsbeiwerte. Für den Widerstand des Klebeverbundes ist eine abgesicherte Festlegung der erforderlichen Teilsicherheitsbeiwerte jedoch noch nicht möglich, da nicht abgeschätzt werden kann, welchen Einfluss die Streuung der verschiedenen Basisgrößen auf die Bemessungsergebnisse hat. Daher wurde im Sachverständigenausschuss (SVA) „Verstärken von Betonbauteilen“ des DIBt für das neue Nachweisverfahren zunächst festgelegt, den Verbundwiderstand pauschal mit einem Teilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_b = 1,50$  abzumindern. Um abschließend bewerten zu können, ob durch diese Regelung das geforderte Zuverlässigkeitsniveau von allen bemessenen Bauteilen erreicht wird, sind allerdings umfangreiche Untersuchungen unter Verwendung probabilistischer Methoden erforderlich. Eine Kalibrierung des Sicherheitskonzepts an den Bemessungsergebnissen des bisherigen Nachweisformats ist nicht möglich, da wegen der zuvor erwähnten Unzulänglichkeiten nicht beurteilt werden kann, ob mit dem alten Nachweiskonzept bemessene Bauteile tatsächlich die erforderliche Zuverlässigkeit aufweisen.

## 1.2 Ziel des Forschungsvorhabens

Ziel dieses Forschungsvorhabens ist es, das Sicherheitskonzept für das neue Nachweisverfahren mittels Zuverlässigkeitsuntersuchungen in geeigneter Weise zu kalibrieren, so dass das in DIN 1055-100 [17] normativ geforderte Zuverlässigkeitsniveau möglichst gleichmäßig von allen bemessenen Bauteilen erreicht wird.

### 1.3 Vorgehensweise

Im Rahmen des Forschungsvorhabens wurden zunächst die Basisvariablen des untersuchten Nachweiskonzepts identifiziert. Anschließend wurde auf Grundlage einer umfangreichen Literaturrecherche ein stochastisches Modell für diese Basisvariablen gewählt und auf Plausibilität geprüft. Die Modellunsicherheiten des Nachweiskonzepts wurden durch Nachrechnung von Bauteilversuchen und Vergleich von experimentell und rechnerisch bestimmten Traglasten bestimmt. Die Versuchsnachrechnungen wurden mit einem eigens entwickelten Computerprogramm durchgeführt.

Die Kalibrierung des Sicherheitskonzepts erfolgte dann im Rahmen einer probabilistischen Analyse. Dabei wurde zunächst eine Auswahl repräsentativer, fiktiver Bauteile konzipiert und mit dem Nachweiskonzept bemessen, welches in die allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen eingearbeitet wird. Anschließend wurden die Versagenswahrscheinlichkeiten bzw. die Tragwerkszuverlässigkeiten dieser Bauteile mit Hilfe der „Adaptive Importance Sampling“-Methode, wofür ebenfalls ein Computerprogramm entwickelt wurde, bestimmt und mit den Zielwerten verglichen. Im Zuge dessen wurde auch eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt, die den Einfluss der einzelnen Basisvariablen auf den Verbundnachweis verdeutlicht, und Rückschlüsse über eine mögliche Optimierung des Sicherheitskonzepts erlaubt.

Da eine zügige Überarbeitung der bauaufsichtlichen Zulassungen geplant war, wurde das Forschungsvorhaben in zwei Abschnitte unterteilt. Im ersten Teil des Forschungsvorhabens wurde zunächst überprüft, ob durch den vorgeschlagenen Ansatz eines pauschalen Teilsicherheitsbeiwerts  $\gamma_b = 1,50$  das angestrebte Zuverlässigkeitsniveau erreicht wird. Im zweiten Teil sollte dann ursprünglich die Bestimmung der geeigneten Sicherheitsbeiwerte vorgenommen werden. In der Sitzung des SVA „Verstärken von Betonbauteilen“ am 19.12.2006 wurde jedoch festgelegt, an Stelle der Kalibrierung des Sicherheitskonzepts ein modifiziertes Nachweiskonzept zu überprüfen (s. Kap. 2.2 und 2.3), wobei der Teilsicherheitsbeiwert für den Verbundnachweis nach wie vor zu  $\gamma_b = 1,50$  angesetzt werden sollte.

Im vorliegenden Abschlussbericht werden zunächst die beiden Varianten des untersuchten Nachweiskonzepts sowie die für das Verständnis der durchgeführten Forschungsarbeit notwendigen Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie beschrieben. Danach folgt eine ausführliche Beschreibung der gewählten stochastischen Modelle der Basisvariablen und der Versuchsnachrechnungen zur Ermittlung der Modellunsicherheiten. Abschließend werden der Untersuchungsumfang und die Ergebnisse der probabilistischen Analyse zur Festlegung des Sicherheitskonzepts beschrieben und die daraus gewonnenen Ergebnisse zusammengefasst und bewertet.

## 2 Nachweiskonzept

### 2.1 Allgemeines

Sowohl von Niedermeier [42] als auch von Neubauer [41] wurden Nachweiskonzepte entwickelt, die einen Verbundnachweis auf der gesamten Klebelänge ermöglichen. Wesentlicher Teil dieser Nachweiskonzepte sind Ansätze, mit denen die am allgemeinen Zwischenrisselement (kurz ZRE) nach Abbildung 2.1 übertragbare Verbundkraft bestimmt werden kann. Diese wird durch die maximale Steigerung der Lamellenspannungen *aufn.*  $\Delta\sigma_L(\sigma_L)$  oder Lamellenkräfte in zwei benachbarten Rissen ausgedrückt und ist u. a. von der geringeren der beiden Lamellenspannungen  $\sigma_L$  abhängig. Dabei ist die Rissbildung im Bauteil zu berücksichtigen, da diese die Verbundtragfähigkeit maßgeblich beeinflusst. Sowohl in [41] als auch in [42] sind daher auch Methoden zur rechnerischen Bestimmung des Rissbildes enthalten.

Nach Neubauer [41] sind nur ausgewählte Stellen mit hoher Verbundbeanspruchung nachzuweisen (z. B. Endverankerung, oder Stelle des Fließbeginns der Betonstahlbewehrung), während Niedermeier [42] fordert, den Verbundnachweis auf der gesamten Klebelänge – d. h. für jedes Zwischenrisselement – zu führen. Dadurch entsteht zwar ein größerer Rechenaufwand, andererseits wird der Nachweis damit automatisch für die kritische Stelle geführt, und die Suche nach der maßgebenden Stelle entfällt.

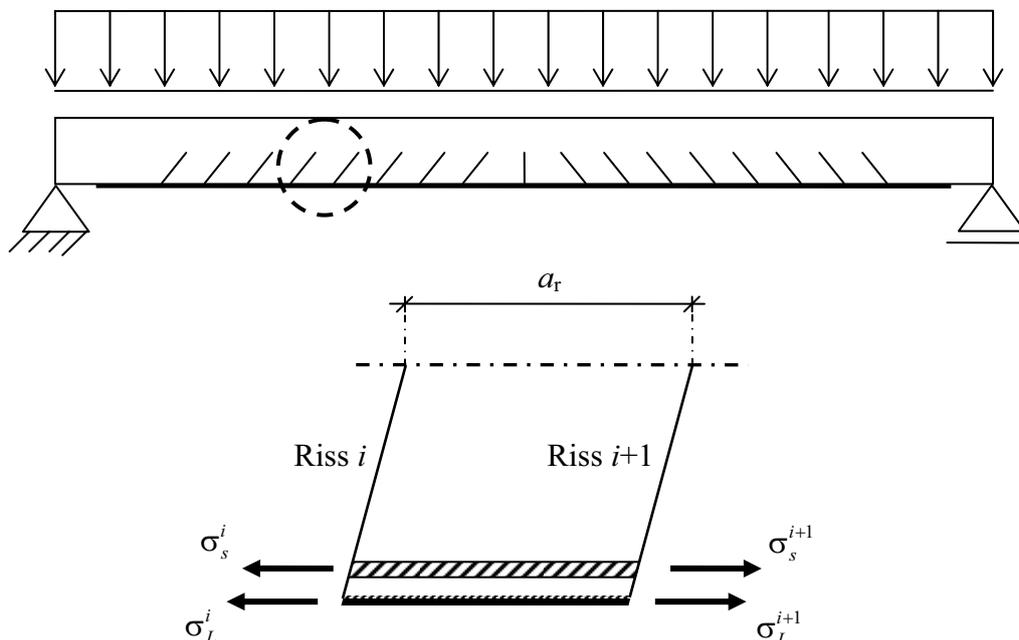


Abbildung 2.1: Spannungen am allgemeinen Zwischenrisselement

## 2.2 Aktuelle Version des Nachweiskonzepts (Stand 19.12.2006)

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wird das Nachweiskonzept von Niedermeier [42] untersucht, da dieses in die allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen aufgenommen werden soll. Hierbei wurden allerdings im SVA „Verstärken von Betonbauteilen“ noch kleinere Änderungen am ursprünglichen Konzept vorgenommen bzw. ergänzende Festlegungen getroffen. Nachfolgend wird das angepasste Nachweiskonzept in seiner aktuellen Fassung vom 19.12.2006 kurz erläutert. Ein Flussdiagramm aus [9], Anlage [1.1] mit der vorherigen Fassung des Nachweiskonzepts ist in Anhang 1 wiedergegeben. Die Unterschiede zwischen beiden Fassungen werden im Kapitel 2.3 erläutert. Eine ausführlichere Beschreibung des Nachweiskonzeptes ist darüber hinaus auch in [21] enthalten.

### Bestimmung des Rissbildes

Zunächst ist das Rissbild des zu verstärkenden Bauteils entweder rechnerisch oder durch Untersuchung des Bauteils zu bestimmen. Die Aufnahme des am Bauteil vorhandenen Rissbildes ist jedoch vergleichsweise aufwändig und liefert nur Erkenntnisse über das beim Verstärken vorhandene Rissbild und nicht über das Rissbild im Bruchzustand. Da letzteres jedoch für den Verbundnachweis günstiger ist, wird im Rahmen der gesamten Untersuchung stets angenommen, dass das Rissbild rechnerisch bestimmt wurde.

Die Rissbildung im Bauteil wird von zahlreichen Faktoren beeinflusst, so dass das tatsächliche und das berechnete Rissbild normalerweise voneinander abweichen. Da aber der Verbundnachweis stark vom Rissbild beeinflusst wird, sind bei der rechnerischen Bestimmung des Rissbildes zwei Grenzfälle zu betrachten. Diese ergeben sich aus dem Ansatz eines unteren und eines oberen Quantilwertes für die Biegezugfestigkeit des Betons. Abweichend vom Ansatz aus [42] wurde im SVA „Verstärken von Betonbauteilen“ beschlossen, den unteren Quantilwert der Biegezugfestigkeit mit der Gleichung (2.1) aus [62] zu berechnen, und den oberen Quantilwert mit Gleichung (2.2).

$$f_{ct,fl.min} = 0,7 \cdot f_{ctm,surf} \quad (2.1)$$

$$f_{ct,fl.max} = 1,3 \cdot f_{ctm,surf} \quad (2.2)$$

Aus dem jeweiligen Quantilwert von  $f_{ct,fl}$  und dem Widerstandsmoment des Betonquerschnitts wird das Rissmoment  $M_{cr,min/max}$  berechnet und daraus die jeweilige mittlere Eintragungslänge  $l_{e,0}$  von Betonstahl und Klebebewehrung unter Wirkung von  $M_{cr}$  (s. Anhang 1). Ist die Rissbildung zum Zeitpunkt des Verstärkens bereits abgeschlossen, so wird die Klebebewehrung bei der Bestimmung von  $l_{e,0}$  vernachlässigt. Der Rissabstand  $a_r$  ist ein Vielfaches von  $l_{e,0}$  (s. Gleichung (2.3)).

$$a_r = \left( 1,5 + 0,5 \cdot \frac{A_{Ed,q}}{A_{Ed}} \right) \cdot l_{e,0} \quad (2.3)$$

Mit:

$A_{Ed,q}$  Bemessungswert der Auflagerkraft aus Gleichlasten

- $A_{Ed}$  Bemessungswert der Auflagerkraft aus allen Lasten  
 $l_{e,0}$  Mittlere Eintragungslänge von Betonstahl und Klebebewehrung unter Wirkung des Rissmoments (s. Anhang 1)

Die Lage des äußersten Biegerisses  $x^a$  entspricht nicht notwendigerweise der Stelle  $x_{cr}$ , an der das Rissmoment wirkt sondern kann maximal um die Eintragungslänge versetzt sein. Daher werden die beiden Extremwerte von  $x^a$  gemäß den Gleichungen (2.4) und (2.5) verwendet.

$$x_{\max}^a = x_{cr,\max} + l_{e,0} \quad (2.4)$$

$$x_{\min}^a = x_{cr,\min} \quad (2.5)$$

Mit:

$x_{cr,\min}$  Stelle an der infolge äußerer Einwirkungen das minimale Rissmoment auftritt

$x_{cr,\max}$  Stelle an der infolge äußerer Einwirkungen das maximale Rissmoment auftritt

Ausgehend von der Lage des äußersten Biegerisses können dann jeweils im Abstand  $a_r$  die übrigen Risse festgelegt werden. Es zeigte sich jedoch, dass außer beim Endverankerungsnachweis am äußersten Biegeriss immer der Ansatz des mit  $f_{ct,fl,\max}$  ermittelten Rissbildes zu größeren Verbundbeanspruchungen führte. Daher ist es für den unteren Quantilwert der Betonzugfestigkeit ausreichend, nur die Lage des äußersten Biegerisses zu bestimmen.

### Bestimmung der Verbundbeanspruchung

Die Verbundbeanspruchung wird als Spannungsdifferenz  $\Delta\sigma_L$  in der Klebebewehrung zwischen zwei Rissen definiert. Daher müssen zunächst für den Grenzzustand der Tragfähigkeit die jeweiligen Lamellenspannungen  $\sigma_L^i$  in allen Rissen und daraus mit Gleichung (2.6) für jedes Zwischenrisselement (s. Abbildung 2.1) die Spannungsdifferenzen  $\Delta\sigma_L^i$  berechnet werden.

$$\Delta\sigma_L^i = \sigma_L^{j+1} - \sigma_L^j \quad (2.6)$$

Mit:

$\sigma_L^j$  Lamellenspannung im geringer beanspruchten Riss des Zwischenrisselements  $i$

$\sigma_L^{j+1}$  Lamellenspannung im höher beanspruchten Riss des Zwischenrisselements  $i$

Die Spannungsberechnung kann vereinfacht oder durch eine Iteration der Dehnungsebene durchgeführt werden (s. Anhang 1). Dabei müssen das Versatzmaß und die aus dem Vordehnungszustand während des Verstärkens vorhandene Beanspruchung (Vordehnung bzw. -spannung der Klebebewehrung) berücksichtigt werden.

### Bestimmung des Verbundwiderstands

Analog zur Definition der Verbundbeanspruchung wird der Verbundwiderstand als maximal möglicher Spannungszuwachs in der Klebebewehrung zwischen zwei Rissen ausgedrückt. Dieser wird als Funktion der Spannung im geringer beanspruchten Riss *aufn.*  $\Delta\sigma_L^i(\sigma_L^i)$  aufgetragen (s. a. Abbildung 2.2). Er wird neben der tatsächlichen Verbundtragfähigkeit auch von der zulässigen Spannung in der Klebebewehrung begrenzt.

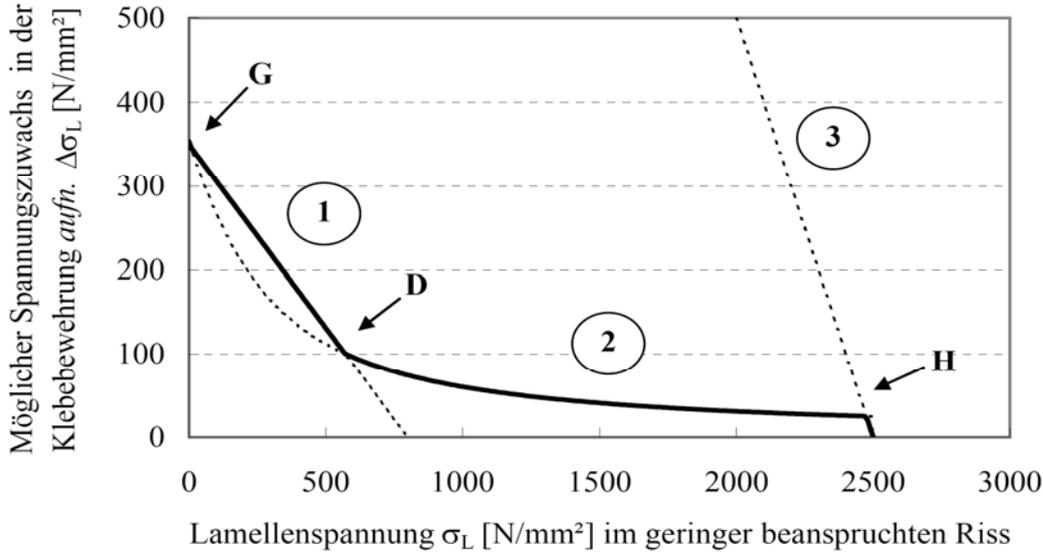


Abbildung 2.2: Verbundwiderstand  $\text{aufn. } \Delta\sigma_L^i(\sigma_L^i)$  für ein mit CFK-Lamellen verstärktes Bauteil (exemplarisch)

Der Verlauf von  $\text{aufn. } \Delta\sigma_L^i(\sigma_L^i)$  ist in die in Abbildung 2.2 dargestellten drei Abschnitte unterteilt. Die Gerade im Abschnitt 1 zwischen den Punkten G und D ist durch die Gleichungen (2.7) bis (2.12) gegeben. Der Verbundwiderstand am Lamellenende (gekennzeichnet durch  $\sigma_L = 0$ ) kann i. A. nicht mit  $\text{aufn. } \Delta\sigma_L^G$  gleichgesetzt werden, sondern ist nach Gleichung (2.13) zu berechnen. Die Gerade 1 muss allerdings nur ermittelt werden, wenn der Rissabstand  $a_r$  größer ist als die Verankerungslänge  $l_{tk}$  nach Gl. (2.10). Anderenfalls wird sie durch die Kurve 2 ersetzt. Diese liegt zwischen den Punkten D und H und wird durch Gleichung (2.14) beschrieben.

$$\text{aufn. } \Delta\sigma_{L,k}^i = \text{aufn. } \Delta\sigma_L^G - \frac{\text{aufn. } \Delta\sigma_L^G - \text{aufn. } \Delta\sigma_L^D}{\sigma_L^D} \cdot \sigma_L^i \quad \text{Gleichung von Gerade 1} \quad (2.7)$$

$$\text{aufn. } \Delta\sigma_L^G = \sigma_{L,\max}^a \cdot \left( \frac{a_r}{l_{t,k}} \right) \cdot \left( 2 - \left( \frac{a_r}{l_{t,k}} \right) \right) \quad (2.8)$$

$$\sigma_{L,\max,k}^a = 0,225 \cdot \sqrt{\frac{f_{cm,cube} \cdot f_{ctm,surf} \cdot E_L}{t_L}} \quad (2.9)$$

$$l_{t,k} = 1,46 \cdot \sqrt{\frac{E_L \cdot t_L}{\sqrt{f_{cm,cube} \cdot f_{ctm,surf}}}} \quad (2.10)$$

$$\sigma_L^D = \frac{s_{L0,k} \cdot E_L}{a_r} - f_{bkl} \frac{a_r}{4 \cdot t_L} \quad (2.11)$$

$$\text{aufn. } \Delta\sigma_L^D = \sqrt{\frac{2 \cdot G_F \cdot E_L}{t_L} + (\sigma_L^D)^2} - \sigma_L^D \quad (2.12)$$

$$\text{aufn. } \sigma_L^a = \sigma_{L,\max}^a \cdot \left( \frac{l_{t,\text{vorh.}}}{l_{t,k}} \right) \cdot \left( 2 - \left( \frac{l_{t,\text{vorh.}}}{l_{t,k}} \right) \right) \quad (2.13)$$

$$\text{aufn. } \Delta\sigma_L^i(\sigma_L^i) = \sqrt{\frac{2 \cdot G_F \cdot E_L}{t_L} + (\sigma_L^i)^2} - \sigma_L^i \quad \text{Gleichung von Kurve 2} \quad (2.14)$$

Mit:

$a_r$	Rissabstand	
$G_f$	Verbundbruchenergie	} s. Anhang 1
$s_{L0,k}$	Schlupf bei lokaler Verbundentkopplung	
$f_{b,L}$	maximale lokale Verbundspannung	
$l_{t,\text{vorh.}}$	vorhandene Klebelänge zwischen äußerstem Biegeriss und Lamellenende	
$\sigma_{L,\max}^a$	Am Lamellenende maximal übertragbare Lamellenspannung	

Um ein Zugversagen der Klebebewehrung zu vermeiden, muss der Spannungszuwachs darüber hinaus nach den Gleichungen (2.15) bzw. (2.16) begrenzt werden. Hieraus ergibt sich die Linie 3 in Abbildung 2.2.

$$\text{aufn. } \Delta\sigma_L^i(\sigma_L^i) = f_{Ld} - \sigma_L^i \quad \text{für Faserverbundwerkstoffe} \quad (2.15)$$

$$\text{aufn. } \Delta\sigma_L^i(\sigma_L^i) = f_{yd} - \sigma_L^i \quad \text{für Stahllaschen} \quad (2.16)$$

Mit:

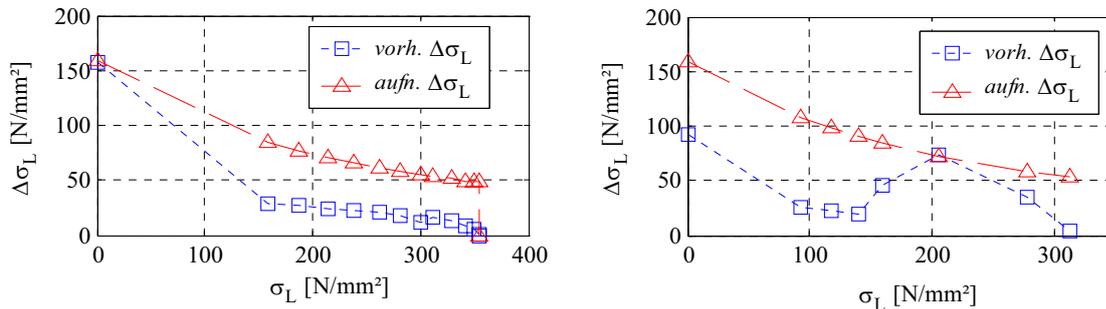
$f_{Ld}$	Bemessungswert der Zugfestigkeit des Faserverbundwerkstoffs
$f_{yd}$	Bemessungswert der Fließspannung der Stahllasche

Sofern die Klebebewehrung von einer externen Schubbewehrung (z. B. aus Stahllaschenbügeln) umschlossen wird, was bei Balken und Plattenbalken meistens der Fall ist, können deutlich größere Verbundkräfte übertragen werden. Da aber bislang keine geeigneten mechanischen Modelle vorliegen, mit denen die Erhöhung der Verbundtragfähigkeit durch eine externe Schubbewehrung quantifiziert werden kann, wird dieser Einfluss auch durch das untersuchte Nachweiskonzept nicht erfasst. Somit wird die Tragfähigkeit des Klebeverbundes bei Balken und Plattenbalken in vielen Fällen unterschätzt.

## Nachweis

Der Nachweis der Verbundtragfähigkeit ist erbracht, wenn der Verbundwiderstand  $\text{aufn. } \Delta\sigma_L^i(\sigma_L^i)$  an allen Zwischenrisselementen größer ist als die vorhandenen Spannungsdifferenzen. Am äußersten Biegeriss ist nachzuweisen, dass die vorhandene Lamellenspannung kleiner ist als  $\text{aufn. } \sigma_L^a$  nach Gleichung (2.13). In Abbildung 2.3 sind die aufnehmbaren und vorhandenen Spannungsdifferenzen für zwei klebeverstärkte Bauteile gegenübergestellt.

Dabei wird im Fall a die Verbundtragfähigkeit am Lamellenende erreicht, und im Fall b an der Fließstelle der Betonstahlbewehrung.



- a) Grenzzustand der Verbundtragfähigkeit am Lamellenende      b) Grenzzustand der Verbundtragfähigkeit an der Fließstelle der Betonstahlbewehrung

Abbildung 2.3: Verbundwiderstand und -beanspruchung

### Sicherheitsbeiwerte

Das im Rahmen dieses Forschungsvorhabens zu überprüfende Sicherheitskonzept beinhaltet folgende Sicherheitsbeiwerte für den Verbundnachweis.

1. In den Abschnitten 1 und 2 von Abbildung 2.2 ergibt sich der Bemessungswert der Verbundtragfähigkeit *aufn.*  $\Delta\sigma_L$  (n. Gl. (2.7) bzw. (2.14)) durch eine pauschale Abminderung mit dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_b = 1,50$  gemäß Gl. (2.17).

$$\text{aufn. } \Delta\sigma_{L,d} = \frac{\text{aufn. } \Delta\sigma_{L,k}}{1,50} \quad (2.17)$$

2. Im Abschnitt 3 von Abbildung 2.2 wird der Bemessungswert von *aufn.*  $\Delta\sigma_L$  ermittelt, indem in den Gleichungen (2.15) und (2.16) jeweils die Bemessungswerte  $f_{Ld}$  und  $f_{yd}$  nach den Gleichungen (2.18) bis (2.20) eingesetzt werden.

$$f_{Ld} = f_{Lk}/1,2 \quad \text{für CFK-Lamellen} \quad (2.18)$$

$$f_{yd} = f_{yk}/1,1 \quad \text{für Stahllaschen} \quad (2.19)$$

$$f_{Ld} = f_{Lk}/1,35 \quad \text{für Kohlefasergelege} \quad (2.20)$$

Eine Abminderung der Betonfestigkeiten in den Gleichungen (2.9) und (2.10) oder der Verbundkennwerte in Gleichung (2.11) ist nicht vorgesehen.

### 2.3 Fassung des Nachweiskonzepts vom 09.11.2004

Im Kapitel 2.2 wurde der aktuellste Stand (seit 19.12.2006) des Nachweiskonzepts beschrieben. Die zuvor gültige Version vom 09.11.2004 unterscheidet sich von der aktuellen jedoch nur in der Bestimmung des oberen Quantilwertes der Biegezugfestigkeit des Betons. Dieser war ursprünglich mit Gleichung (2.21) aus [62] zu berechnen, während nach der aktuellen Fassung die Gleichung (2.2) anzuwenden ist.

$$f_{ct,fl,max} = 2,1 \cdot f_{ctm,surf} \quad (2.21)$$

Ansonsten entspricht der Nachweis dem in Kapitel 2.2 geschilderten. Diese Änderung wirkt sich jedoch erheblich auf die Lage des äußersten Biegerisses und damit auch auf den Endverankerungsnachweis aus (s. a. Kap. 5.5 bzw. Tabelle A.10).

## 2.4 Besonderheiten

Aus der zuvor geschilderten Vorgehensweise werden folgende Besonderheiten des Verbundnachweise deutlich.

Da das Rissbild von den Einwirkungen, der vorhandenen Bewehrung und anderen Einflussgrößen abhängig ist, sind die Anzahl der Zwischenrisselemente und damit auch der nachzuweisenden Stellen für jedes Bauteil unterschiedlich.

Zu Beginn der Nachweisführung ist weder die Anzahl der Nachweisstellen bekannt, noch die Lage der Fließstelle in der Betonstahlbewehrung, noch ob die Verbundbeanspruchung am Lamellenende oder an anderen Stellen am größten ist.

Die übertragbaren Verbundspannungen hängen von der Lamellenspannung in den benachbarten Rissen ab (s. Gl. (2.7), (2.12) und (2.14)). Der Verbundwiderstand ist also eine Funktion der Beanspruchung. Die in Abbildung 2.2 dargestellten Kurven gelten somit nur für ein bestimmtes Bauteil unter einer gegebenen Lastsituation.

## 3 Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie für tragende Bauteile

### 3.1 Allgemeines

Bauliche Anlagen sind so zu planen und zu errichten, dass keine Gefährdung von ihnen ausgeht, und dass sie ihren vorgesehenen Zweck während der geplanten Nutzungsdauer mit ausreichender Zuverlässigkeit erfüllen. Der Verlust der Tragfähigkeit (d. h. der Einsturz) eines Bauwerkes oder der Verlust seiner Gebrauchstauglichkeit (z. B. durch zu große Verformungen oder übermäßige Rissbildung bei Betonbauteilen) müssen daher mit möglichst großer Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden. Mit absoluter Sicherheit kann das Eintreten eines Versagenszustands jedoch nicht vermieden werden, da sowohl die Beanspruchung als auch der Widerstand eines Bauteils Zufallsgrößen sind, deren tatsächliche Werte nicht mit absoluter Sicherheit vorhergesagt (z. B. zum Zeitpunkt der Bemessung eines Bauteils) werden können.

Um eine ausreichende Tragwerkszuverlässigkeit zu erreichen, werden im Bauwesen drei Strategien angewendet (s. a. Spaethe [56]):

1. Einhaltung eines ausreichenden Sicherheitsabstandes zwischen Einwirkungen und Widerstand
2. Vermeidung menschlicher Fehler
3. Begrenzung des Schadensausmaßes

Während zur Begrenzung des Schadensausmaßes konstruktive Regelungen wie z. B. die Vermeidung besonders schadensanfälliger Bauweisen getroffen werden müssen, sind menschliche Fehler durch Regelungen hinsichtlich der Überwachung von Planung und Ausführung, Anforderungen an die Qualifikation der beteiligten Personen usw. nach Möglichkeit auszuschließen. Durch die im Rahmen dieses Forschungsvorhabens durchgeführte Kalibrierung des Sicherheitskonzepts wird ausschließlich die erste Strategie verfolgt. Die Eignung des Sicherheitskonzepts wird dabei an Hand der Versagenswahrscheinlichkeiten damit bemessener Bauteile beurteilt.

Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit aus Schadensstatistiken ist im Bauwesen ungeeignet. Wegen der kleinen Versagenswahrscheinlichkeiten und der daraus resultierenden geringen Anzahl an Schadensfällen steht der erforderliche Stichprobenumfang viel zur Verfügung. Die Auswertung von Schadensstatistiken bei bestehenden Bauwerken liefert wegen der langen Nutzungsdauern von Bauwerken nur Informationen über das Zuverlässigkeitsniveau, dass bei der Tragwerksbemessung vor mehreren Jahrzehnten unter Anwendung von schon lange nicht mehr gebräuchlichen Bemessungsnormen erreicht wurde.

Die Versagenswahrscheinlichkeit von Bauwerken kann daher nur rechnerisch bestimmt werden. Dies setzt jedoch voraus, dass durch statistische Erhebungen fundierte stochastische Modelle der Basisvariablen vorliegen, und dass sich die Grenzzustandsfunktion (s. Gl. (3.3)) mathematisch formulieren lässt. Beides ist jedoch für Anwendungen im Bauwesen i. d. R. hinreichend erfüllt.

Die berechnete Versagenswahrscheinlichkeit entspricht jedoch i. d. R. nicht der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit für das Bauteilversagen nach einem bestimmten Grenzzustand, d. h. sie lässt keine Prognosen über die tatsächliche Häufigkeit von Schadensfällen zu und kann auch nicht mit Hilfe von Schadensstatistiken überprüft werden. Dies ist darauf zurückzuführen, dass nie alle Streuößen bzw. Basisvariablen berücksichtigt werden. Vor allem der Einfluss menschlichen Fehlverhaltens ist in dieser Versagenswahrscheinlichkeit nicht erfasst.

Darüber hinaus basieren die stochastischen Modelle der Basisvariablen (d. h. die Annahmen hinsichtlich Mittelwert, Standardabweichung und Verteilungsfunktion) auf der Auswertung von endlich großen Stichproben. Sie beschreiben daher den Bereich um den Mittelwert sehr gut. Für die Bestimmung kleiner Versagenswahrscheinlichkeiten ist jedoch die Form der Verteilungsfunktion in den Bereichen geringer Auftretenswahrscheinlichkeit (d. h. im Bereich der „Schwänze“) von Bedeutung. Da über diese Bereiche jedoch nur wenige Informationen vorliegen, so dass hierüber Annahmen getroffen werden müssen, ist die berechnete Versagenswahrscheinlichkeit immer mit Unsicherheiten behaftet und im Normalfall nicht identisch mit der tatsächlichen Versagenswahrscheinlichkeit. Sie wird daher auch als „operative Versagenswahrscheinlichkeit“ bezeichnet.

Obwohl es sich bei der operativen Versagenswahrscheinlichkeit nur um einen theoretischen Wert handelt, ist sie trotzdem aussagekräftig. Mit ihr lassen sich unterschiedliche Bauweisen oder Sicherheitskonzepte hinsichtlich ihrer Zuverlässigkeit bewerten. Der Vergleich verschiedener Versagenswahrscheinlichkeiten ist jedoch nur möglich, wenn diese auf Grundlage der gleichen stochastischen und mechanischen Modelle ermittelt wurden.

Da sich vor allem die veränderlichen Einwirkungen, aber auch die Baustoffeigenschaften mit der Zeit ändern, ist auch die Größe der Versagens- bzw. Überlebenswahrscheinlichkeit zeitabhängig. So steigt z. B. die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten extrem großer Beanspruchungen (z. B. durch Schneelasten) mit der Nutzungsdauer, während andererseits der Tragwerkswiderstand sinken kann (z. B. durch Bewehrungskorrosion). Die Versagenswahrscheinlichkeit gilt daher immer nur für einen bestimmten Bezugszeitraum und steigt monoton mit größer werdendem Bezugszeitraum an.

Die Tragwerkszuverlässigkeit bezeichnet die Eigenschaft eines Bauteils während seiner Nutzungsdauer mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht zu versagen, bzw. seine Gebrauchstauglichkeit zu behalten. Ein sinnvolles Maß für die Zuverlässigkeit wäre demnach die Überlebenswahrscheinlichkeit  $P_s$ . Das „Überleben“ bzw. Nicht-Versagen des Tragwerks ist das Komplementärereignis zum Tragwerksversagen, weshalb der in Gleichung (3.1) gegebene Zusammenhang zwischen den Wahrscheinlichkeiten der beiden Ereignisse gilt.

$$P_f + P_s = 1 \quad (3.1)$$

Mit:

$P_f$  Versagenswahrscheinlichkeit

$P_s$  Überlebenswahrscheinlichkeit

Wegen der geringen zulässigen Versagenswahrscheinlichkeiten für Tragwerke nimmt  $P_s$  jedoch wenig anschauliche Werte an. Daher wird im Bauwesen üblicherweise die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  bzw. der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  zur Quantifizierung der Tragwerkszuverlässigkeit verwendet. Der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  entspricht (unter der Annahme einer normalverteilten Grenzzustandsfunktion) dem negativen Argument der Standardnormalverteilung  $\Phi$  für die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  eines Bauteils bzw. dem Argument von  $\Phi$  für die Überlebenswahrscheinlichkeit  $P_s$  (s. Gl.(3.2)).

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad \text{bzw.} \quad (3.2a)$$

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad \text{bzw.} \quad (3.2b)$$

$$\beta = \Phi^{-1}(P_s) \quad (3.2c)$$

Der Zuverlässigkeitsindex ist eine sehr anschauliche Größe, da er mit der Überlebenswahrscheinlichkeit des Tragwerks wächst und selbst bei den geringen zulässigen Versagenswahrscheinlichkeiten im Bauwesen handhabbare Zahlenwerte annimmt.

### 3.2 Die Grenzzustandsfunktion

Ob ein Bauteil auf eine bestimmte Art und Weise versagt, wird durch die Grenzzustandsfunktion  $g(\mathbf{x})$  entsprechend Gleichung (3.3) bestimmt. Der Wert der Grenzzustandsfunktion entspricht der Differenz zwischen Bauteilwiderstand  $R$  und Beanspruchung  $E$ . Somit gilt für Versagen  $g(\mathbf{x}) < 0$  und für Nicht-Versagen  $g(\mathbf{x}) > 0$ . Bei  $g(\mathbf{x}) = 0$  ist der Grenzzustand erreicht, d. h. der Zustand, der den Versagensfall vom Nicht-Versagensfall (bzw. Überlebensfall) trennt. Die Grenzzustandsfunktion gilt immer nur für jeweils einen Versagensmechanismus (z. B. Biege- oder Querkraftversagen).

$$g(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x}_R) - E(\mathbf{x}_E) \quad (3.3)$$

Mit:

$R$  Bauteilwiderstand (=  $g_R(x_{R1}, x_{R2}, \dots)$ )

$E$  Einwirkung (=  $g_E(x_{E1}, x_{E2}, \dots)$ )

$\mathbf{x}_R$  Vektor der Basisgrößen des Widerstands (=  $(x_{R1}, x_{R2}, \dots)^T$ )

$\mathbf{x}_E$  Vektor der Basisgrößen der Einwirkungen (=  $(x_{E1}, x_{E2}, \dots)^T$ )

$\mathbf{x}$  Vektor aller Basisgrößen (=  $(x_{R1}, x_{R2}, \dots, x_{E1}, x_{E2}, \dots)^T$ )

Sowohl der Bauteilwiderstand als auch die Einwirkungen sind Funktionen der Basisvariablen (oder Basisgrößen)  $x_{Ri}$  bzw.  $x_{Ei}$  (allgemein  $x_i$ ). Diese Basisvariablen sind ausschließlich Zufallsgrößen, die mehr oder weniger stark um ihren Mittelwert streuen. Deterministische Größen werden hier nicht zu den Basisvariablen gezählt.

### 3.3 Statistische Verteilungsfunktionen

Zufallsgrößen werden durch ihre Verteilungsfunktion  $F_X(x)$  sowie die Verteilungsdichte  $f_X(x)$  charakterisiert. Der Wert von  $F_X(x)$  entspricht dabei der Wahrscheinlichkeit  $P$ , dass die Reali-

sierung der Zufallsgröße  $X$  kleiner ist als der Wert  $x$ . Die Verteilungsdichte ist die Ableitung der Verteilungsfunktion (sofern diese stetig differenzierbar ist).

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (3.4)$$

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (3.5)$$

Die Verteilungsfunktion wird durch ihre Art (z. B. normal oder lognormal) und ihre statistischen Momente eindeutig beschrieben. Dabei sind vor allem die ersten beiden statistischen Momente, nämlich der Mittelwert  $\mu$  (auch Erwartungswert  $E[X]$ ) sowie die Standardabweichung  $\sigma$  von Bedeutung. Zur Beschreibung von Zufallsgrößen stehen zahlreiche Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Verfügung (s. z. B. [43]), von denen im Folgenden die drei mit der größten Bedeutung für die Zuverlässigkeitstheorie tragender Baukonstruktionen beschrieben werden.

### Normalverteilung

Die Normalverteilung ist von besonderer Bedeutung, da viele natürliche Zufallsgrößen (zumindest näherungsweise) normalverteilt sind. Dies lässt sich auch durch den zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung erklären, demzufolge Summen von zahlreichen unabhängigen Zufallsgrößen annähernd einer Normalverteilung gehorchen. Für viele Probleme der Zuverlässigkeitstheorie sind analytische Lösungen nur möglich, wenn die Basisgrößen normalverteilt sind bzw. als normalverteilt approximiert werden. Nachteilig an der Normalverteilung ist jedoch, dass sie beidseitig unbegrenzt ist. Damit können in vielen Fällen unrealistische Realisierungen von Zufallsgrößen auftreten (z. B. negative Festigkeiten).

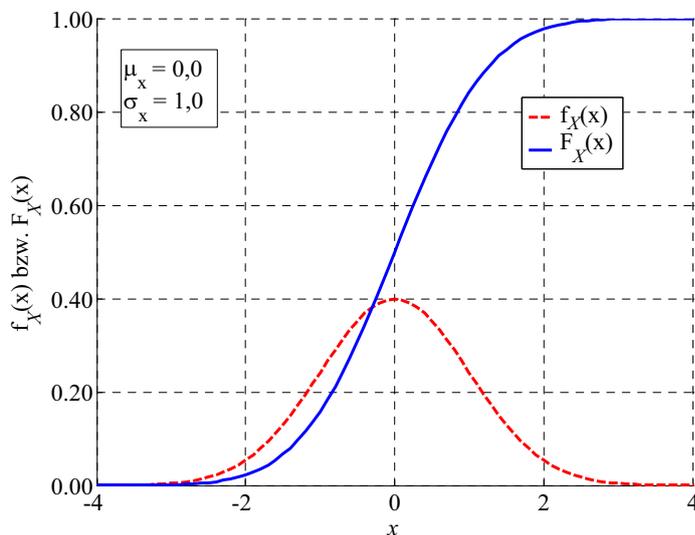


Abbildung 3.1: Verteilungsfunktion und Verteilungsdichte der Standardnormalverteilung

$$F_X(x) = \frac{1}{\sigma_x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right] \cdot du = \Phi\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right) \quad (3.6)$$

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right] = \frac{1}{\sigma_x} \varphi\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right) \quad (3.7)$$

### Logarithmische Normalverteilung (Lognormalverteilung)

Bei der logarithmischen Normalverteilung ist der natürliche Logarithmus  $\ln(x)$  einer Zufallsgröße normalverteilt. Da lognormalverteilte Zufallsgrößen gegen Null begrenzt sind, kann diese Verteilung gut zur Beschreibung von Festigkeiten oder anderen begrenzten Größen verwendet werden. Durch die Einführung eines dritten Parameters  $x_0$  kann die Verteilung beliebig verschoben werden. Der untere Grenzwert der Verteilung ist dann  $x_0$ . Die Gleichungen (3.8) bis (3.11) beschreiben die 3parametrische Lognormalverteilung, die 2parametrische Lognormalverteilung ergibt sich für  $x_0 = 0$ .

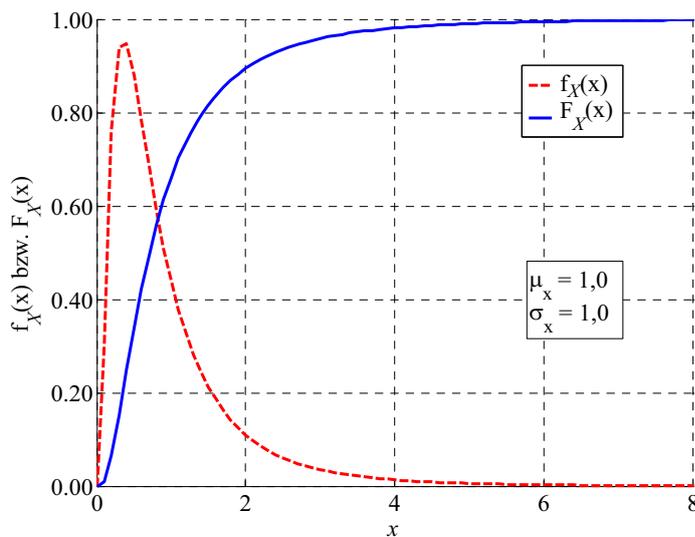


Abbildung 3.2: Verteilungsfunktion und Verteilungsdichte einer Lognormalverteilung

$$F_X(x) = \Phi \left[ \frac{\ln(x - x_0) - \mu_u}{\sigma_u} \right] \quad (3.8)$$

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_u(x - x_0)} \varphi \left[ \frac{\ln(x - x_0) - \mu_u}{\sigma_u} \right] \quad (3.9)$$

$$\mu_x = x_0 + \exp \left( \mu_u + \frac{\sigma_u^2}{2} \right) \quad (3.10)$$

$$\sigma_x = \exp \left( \mu_u + \frac{\sigma_u^2}{2} \right) \cdot \sqrt{\exp(\sigma_u^2) - 1} \quad (3.11)$$

### Gumbelverteilung

Bei der Gumbelverteilung handelt es sich um eine Extremwertverteilung. Extremwertverteilungen eignen sich gut zur Beschreibung der Extremalwerte aus einer Folge von  $n$  unabhängigen Zufallszahlen. So kann z. B. die Wahrscheinlichkeitsverteilung der maximalen Schneelast für einen Bezugszeitraum von  $n$  Jahren berechnet werden, wenn die Verteilung für den Zeitraum von einem Jahr vorliegt. Veränderliche Einwirkungen lassen sich daher gut durch eine Gumbelverteilung abbilden. Eine Gumbelverteilung gilt immer nur für eine Folge mit  $n$  Elementen. Ändert sich die Elementzahl, so muss dafür eine eigene Gumbelverteilung abgeleitet werden. Hierbei ändert sich jedoch nur der Mittelwert, während die Standardabweichung konstant bleibt. Die Umrechnung für den Mittelwert kann über den Modalwert  $u$  nach Gleichung (3.16) erfolgen. Die Gleichungen (3.12) und (3.13) gelten für die Beschreibung der Maximalwerte.

$$F_X(x) = \exp\{-\exp[-a(x-u)]\} \quad (3.12)$$

$$f_X(x) = a \cdot \exp\{-a[x-u] - \exp[-a(x-u)]\} \quad (3.13)$$

$$\mu_x = u + \frac{c}{a} \quad (3.14)$$

$$\sigma_x = \frac{\pi}{a \cdot \sqrt{6}} \quad (3.15)$$

$$u_n = u_m + \frac{\ln(n/m)}{a} \quad (3.16)$$

Mit:

$$c = 0,577216$$

$u_i$  Modalwert für eine Gumbelverteilung zur Beschreibung des Maximums aus einer Folge von  $i$  Zufallszahlen

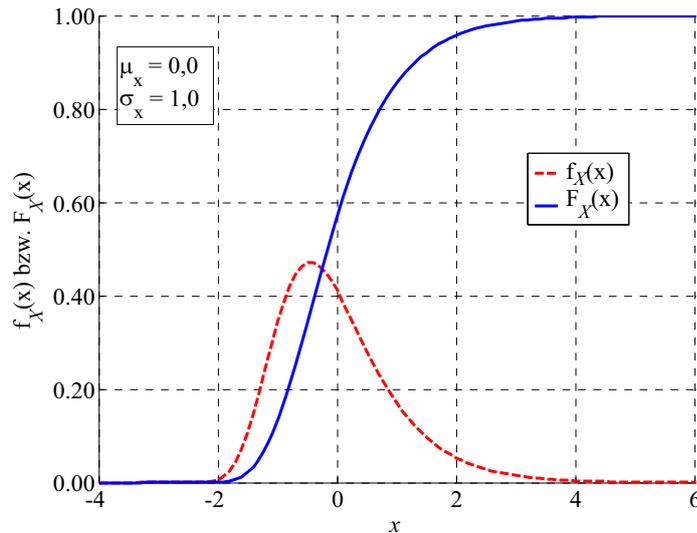


Abbildung 3.3: Verteilungsfunktion und Verteilungsdichte einer Gumbelverteilung

### 3.4 Die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit

#### 3.4.1 Integration über den Versagensbereich

Die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  eines Bauteils ist gleich der Wahrscheinlichkeit, dass der Wert der Grenzzustandsfunktion nach Gleichung (3.3) negativ ist.

$$P_f = P(g(\mathbf{x}) \leq 0) \quad (3.17)$$

Geometrisch entspricht die Versagenswahrscheinlichkeit dem Volumen der kumulierten Verteilungsdichte aller Basisvariablen  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$  im gesamten Versagensbereich  $D_f$ . Dies ist in Abbildung 3.4 für den Fall von zwei normalverteilten Basisvariablen und einer linearen Grenzzustandsfunktion dargestellt. Somit ist  $P_f$  gleich dem Integral über die kumulierte Verteilungsdichte im gesamten Versagensbereich  $D_f$ .

$$P_f = \int_{\{\mathbf{x}|g(\mathbf{x})<0\}} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \cdot d\mathbf{x} = \int_{D_f} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \cdot d\mathbf{x} \quad (3.18)$$

Mit:

$\mathbf{x}$  Vektor aller Basisvariablen  $x_i$

$f_{\mathbf{x}}$  Kumulierte Verteilungsdichte (für ausschließlich voneinander unabhängige Zufallsvariablen nach Gl. (3.19))

$D_f$  Versagensbereich

$$d\mathbf{x} = \prod_{i=1}^m dx_i$$

$$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = f_{\mathbf{x}}(x_1, x_2, \dots, x_m) = \prod_{i=1}^m f_{x,i}(x_i) \quad (\text{für stochastisch unabhängige Basisvariablen}) \quad (3.19)$$

Die Lösung des  $m$ -dimensionalen Integrals (für  $m$  Basisvariablen) nach Gleichung (3.18) liefert für die verwendeten stochastischen und mechanischen Modelle theoretisch den genauen Wert von  $P_f$ . Eine analytische Lösung ist jedoch nur in einigen Ausnahmefällen möglich, z. B. bei ausschließlich normalverteilten Basisvariablen und einer linearen Grenzzustandsfunktion. Für beliebige Grenzzustands- und Verteilungsfunktionen kann eine numerische Integration durchgeführt werden. Hierzu eignen sich z. B. die Simpson'sche Regel oder auch die Gauß'sche Quadraturformel (s. z. B. [4]). Allerdings steigt der Rechenaufwand mit der Anzahl der Basisgrößen bzw. Dimensionen überproportional an, so dass ihre Anwendung auf Probleme mit wenigen Dimensionen begrenzt ist.

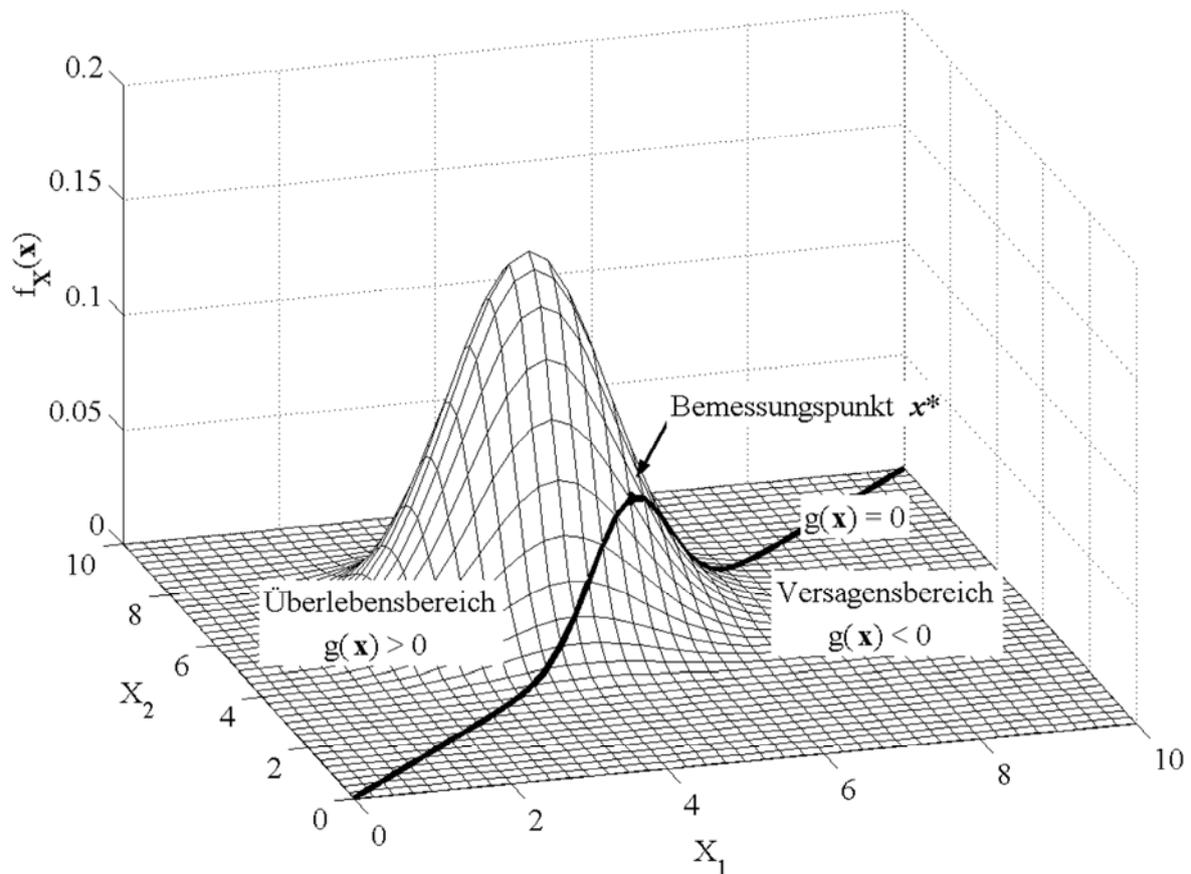


Abbildung 3.4: Kumulierte Verteilungsdichte  $f_X(\mathbf{x})$  von zwei normalverteilten Basisvariablen, lineare Grenzzustandsfunktion  $g(\mathbf{x}) = 0$  und Bemessungspunkt  $\mathbf{x}^*$

### 3.4.2 Bemessungspunkt und Sensitivitätsbeiwerte

Der in Abbildung 3.4 dargestellte Punkt des Versagensbereichs mit dem geringsten Abstand zum Mittelwertvektor aller Basisvariablen wird als Bemessungspunkt  $\mathbf{x}^*$  bezeichnet. Sofern alle Basisvariablen normalverteilt sind, tritt hier auch das Maximum von  $f_X(\mathbf{x})$  innerhalb des Versagensbereichs auf. Der Bemessungspunkt ist somit der „wahrscheinlichste Versagenspunkt“. Für nicht normalverteilte Basisvariablen gilt dies näherungsweise (s. a. [56]). Transformiert man die einzelnen Basisgrößen  $X_i$  mit Gleichung (3.20) in einen standardisierten

Raum, so ist der Abstand des Bemessungspunktes  $\mathbf{y}^*$  zum Koordinatenursprung gleich dem Zuverlässigkeitsindex  $\beta$ .

$$y_i = \frac{x_i - \mu_{Xi}}{\sigma_{Xi}} \quad (3.20)$$

Die Koordinaten von  $\mathbf{y}^*$  sind durch Gleichung (3.21) gegeben. Dabei entsprechen die Sensitivitätsbeiwerte oder Wichtungsfaktoren  $\alpha_i$  den Richtungskosinus von  $\mathbf{y}^*$ . Sie nehmen daher stets Werte zwischen  $-1 \leq \alpha_i \leq +1$  an. Weiterhin folgt daraus Gleichung (3.22).

$$y_i^* = -\alpha_i \beta \quad (3.21)$$

$$\sum_{i=1}^m (\alpha_i)^2 = 1 \quad (3.22)$$

Die Sensitivitätsbeiwerte zeigen an, welchen Einfluss die einzelnen Basisvariablen auf die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalyse haben. Basisvariablen mit großem Einfluss haben betragsmäßig große  $\alpha_i$ , bei Basisvariablen mit geringem Einfluss liegt  $\alpha_i$  nahe bei Null. Die Vorzeichendefinition für die Sensitivitätsbeiwerte ist in der Literatur nicht einheitlich. In Anlehnung an DIN 1055-100, Anhang B wird jedoch die folgende Definition gewählt:

$\alpha_E < 0$  für Einwirkungen (allg. ungünstig wirkende Basisgrößen)

$\alpha_R > 0$  für Widerstandsgrößen (allg. günstig wirkende Basisgrößen)

Bei einer Rücktransformation in den Originalraum gelten die durch die Gleichungen (3.23) bis (3.28) gegebenen Zusammenhänge zwischen Bemessungspunkt  $\mathbf{x}^*$  und den Sensitivitätsbeiwerten.

Für normalverteilte Basisvariablen:

$$x_i^* = \mu_{Xi} - \alpha_i \sigma_{Xi} \beta \quad (3.23)$$

$$\alpha_i = \frac{\mu_{Xi} - x_i^*}{\beta \cdot \sigma_{Xi}} \quad (3.24)$$

Für lognormalverteilte Basisvariablen:

$$x_{Ei}^* = \mu_{XEi} \cdot \exp(-\alpha_{Ei} \cdot \beta \cdot C_{v, XEi} + 0,5 \cdot C_{v, XEi}^2) = \mu_{XEi} \cdot e^{(-\alpha_{Ei} \cdot \beta \cdot C_{v, XEi} + 0,5 \cdot C_{v, XEi}^2)} \quad 1) \quad (3.25a)$$

$$x_{Ri}^* = \mu_{X Ri} \cdot \exp(-\alpha_{Ri} \cdot \beta \cdot C_{v, X Ri} - 0,5 \cdot C_{v, X Ri}^2) = \mu_{X Ri} \cdot e^{(-\alpha_{Ri} \cdot \beta \cdot C_{v, X Ri} - 0,5 \cdot C_{v, X Ri}^2)} \quad 1) \quad (3.25b)$$

$$\alpha_{Ei} = \frac{-\ln(x_{Ei}^* / \mu_{XEi}) + 0,5 \cdot C_{v, XEi}^2}{\beta \cdot C_{v, XEi}} \quad 1) \quad (3.26a)$$

$$\alpha_{Ri} = \frac{-\ln(x_{Ri}^* / \mu_{X Ri}) - 0,5 \cdot C_{v, X Ri}^2}{\beta \cdot C_{v, X Ri}} \quad 1) \quad (3.26b)$$

Mit:

$$C_{v, Xi} = \sigma_{Xi} / \mu_{Xi}$$

1) Die Terme  $0,5 \cdot C_{v,Xi}^2$  können vernachlässigt werden, wenn  $C_{v,Xi} \leq 0,2$

Für gumbelverteilte Basisvariablen:

$$x_i^* = u - \frac{1}{a} \ln[-\ln \Phi(-\alpha_i \cdot \beta)] \quad (3.27)$$

$$\alpha_i = -\Phi^{-1}\{\exp[-\exp(a \cdot (u - x_i^*))]\} \cdot \frac{1}{\beta} \quad (3.28)$$

$a$  und  $u$  nach Gl. (3.14) und (3.15)

Bei der Konzeption des Sicherheitskonzepts ist es nach [56] besonders sinnvoll, die Teilsicherheitsbeiwerte so zu wählen, dass die Bemessungswerte der Basisvariablen dem Bemessungspunkt  $\mathbf{x}^*$  entsprechen. Die bei einer Zuverlässigkeitsanalyse ermittelten Bemessungspunkte bzw. Sensitivitätsfaktoren können daher zur Berechnung der Teilsicherheitsbeiwerte verwendet werden.

### 3.4.3 Näherungsverfahren der Zuverlässigkeitstheorie

Zur Berechnung von  $P_f$  wird im Bauwesen sehr häufig die Zuverlässigkeitstheorie erster bzw. zweiter Ordnung angewendet (**FORM** bzw. **SORM**, engl. **F**irst **O**rdern **R**eliability **M**ethod bzw. **S**econd **O**rdern **R**eliability **M**ethod). Darunter sind eine Vielzahl von Verfahren zusammengefasst (s. z. B. [3] oder [27]), von denen im Folgenden der „Rackwitz-Fießler-Algorithmus“ (auch „Normal Tail Approximation“, [45]) kurz erläutert wird.

Zur Lösung des Zuverlässigkeitsproblems werden zwei Vereinfachungen vorgenommen:

- I. Die Grenzzustandsfunktion wird im Bemessungspunkt durch eine Gerade bzw. eine (Hyper-)Ebene idealisiert.
- II. Die Verteilungsfunktionen der Basisvariablen  $x_i$  werden in unabhängige Normalverteilungen transformiert, wobei die Verteilungsfunktionen und die Verteilungsdichten im Bemessungspunkt  $x_i^*$  gleich sein müssen (G. (3.29) und (3.30)):

$$f_{X_i}(x_i^*) = \frac{1}{\sigma_{X_i}^*} \varphi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^*}{\sigma_{X_i}^*}\right) \quad (3.29)$$

$$F_{X_i}(x_i^*) = \Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^*}{\sigma_{X_i}^*}\right) \quad (3.30)$$

Mit:

- $x_i^*$     Koordinate des Bemessungspunkts
- $\mu_{X_i}^*$    Mittelwert der Näherungs-Normalverteilung
- $\sigma_{X_i}^*$    Standardabweichung der Näherungs-Normalverteilung

Mit diesen Vereinfachungen können der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  und die Sensitivitätsbeiwerte  $\alpha_i$  iterativ berechnet werden. Der Algorithmus besteht dabei aus den folgenden Schritten:

1. Wahl eines Startvektors (einer Schätzung) von  $\mathbf{x}^*$ .
2. Berechnung von  $\mu_{x_i}^*$  und  $\sigma_{x_i}^*$  für  $\mathbf{x}^*$  (s. Gl. (3.29) und (3.30)).
3. Transformation von  $\mathbf{x}^*$  in den Standard-Normalraum  $\mathbf{y}^*$  (s. Gl. (3.20)).
4. Auswertung der Grenzzustandsfunktion und Berechnung aller partieller Ableitungen im Standard-Normalraum für  $\mathbf{y}^*$ .
5. Gleichung der Tangente bzw. der Tangentialebene an die Grenzzustandsfunktion in  $\mathbf{y}^*$  aufstellen.
6. Bestimmung des Lotpunktes vom Koordinatenursprung des Standard-Normalraums auf die Tangentialebene. Dieser Punkt ist eine verbesserte Schätzung für  $\mathbf{y}^*$  bzw.  $\mathbf{x}^*$ .
7. Wiederholung der Punkte 2. bis 6. bis Konvergenz eintritt.

Dieses Verfahren konvergiert bei geeigneter Wahl des Startvektors i. d. R. sehr schnell, so dass der Berechnungsaufwand gering ist.

Im Gegensatz zur Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung wird bei den Verfahren 2. Ordnung (SORM) die Grenzzustandsfunktion im Bemessungspunkt durch ein Polynom 2. Grades angenähert. Hierdurch entsteht ein größerer Rechenaufwand, der jedoch nur selten durch eine deutlich größere Genauigkeit der Ergebnisse gerechtfertigt wird.

Voraussetzung für die Anwendung von FORM und SORM ist aber, dass die Grenzzustandsfunktion explizit gegeben und einmal (für FORM) bzw. zweimal (für SORM) vollständig differenzierbar ist.

### 3.4.4 Simulationsmethoden

#### Direkte Monte-Carlo-Methode

Bei der „direkten“ Monte-Carlo-Methode, die auch als Methode der statistischen Versuche oder Methode der stochastischen Simulation bezeichnet wird, wird die Versagenswahrscheinlichkeit nicht analytisch oder approximativ ermittelt – wie bei den zuvor beschriebenen Verfahren – sondern mit statistischen Mitteln.

Dazu wird für jede Basisvariable des betrachteten Nachweiskonzepts eine Stichprobe von  $N$  Zufallszahlen gezogen. Die Häufigkeitsverteilungen dieser Stichproben müssen (bei hinreichend großem Stichprobenumfang) gegen die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der jeweiligen Basisgröße (entsprechend dem stochastischen Modell) konvergieren, d. h. die gezogenen Stichproben müssen Realisierungen der Zufallsgrößen sein. Anschließend wird durch Auswertung der Grenzzustandsfunktion für jeden Satz von Basisvariablen der Stichprobe überprüft, ob Versagen eintritt. Die relative Versagenhäufigkeit der Stichprobe, also das Verhältnis von Versagensfällen in der Stichprobe zu deren Umfang, ist dann ein erwartungstreuer Schätzer für die Versagenswahrscheinlichkeit.

Für die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  gilt allgemein:

$$P_f = \int_{D_f} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_{\mathbf{x}} I_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.31)$$

unter Anwendung der Indikatorfunktion  $I(\mathbf{x})$ :

$$I_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } g(\mathbf{x}) \leq 0 \\ 0 & \text{wenn } g(\mathbf{x}) > 0 \end{cases} \quad (3.32)$$

Damit ergibt sich der erwartungstreue Schätzer für  $P_f$ :

$$\hat{P}_f = E[I_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_i) = \frac{N_f}{N} \quad (3.33)$$

Unter der Voraussetzung, dass ein geeigneter Zufallszahlengenerator vorhanden ist, ist die Anwendung der Monte-Carlo-Methode sehr einfach und keinen Einschränkungen unterworfen. Sie eignet sich für alle Arten von Verteilungsdichten unabhängig davon, ob die Grenzzustandsfunktion explizit gegeben oder differenzierbar ist. Nachteilig ist hingegen der mitunter erhebliche Rechenaufwand, mit dem die direkte Monte-Carlo-Methode verbunden ist. Da es sich bei der Monte-Carlo-Simulation um eine Folge von  $N$  gleichartigen Zufallsexperimenten mit nur zwei möglichen Ergebnissen handelt (Bernoulli-Versuch), ist die Anzahl der dabei auftretenden Versagensfälle eine binomialverteilte Zufallsgröße. Somit ergeben sich der Erwartungswert, die Varianz bzw. der Variationskoeffizient des Schätzers  $\hat{P}_f$  nach den Gleichungen (3.34) bis (3.36) (s. a. [46]).

$$E[\hat{P}_f] = NP_f \quad (3.34)$$

$$Var[\hat{P}_f] = NP_f(1 - P_f) \approx NP_f \quad (3.35)$$

$$C_{v,\hat{P}_f} = \frac{\sqrt{NP_f(1 - P_f)}}{NP_f} \approx \frac{1}{\sqrt{NP_f}} \quad (3.36)$$

Die erforderliche Stichprobengröße bei der direkten Monte-Carlo-Methode und damit auch der Rechenaufwand, hängen daher von der Versagenswahrscheinlichkeit und der gewünschten Genauigkeit ab. So ergibt sich z. B. für einen tolerierten maximalen Variationskoeffizienten der berechneten Versagenswahrscheinlichkeit von 10% eine erforderliche Stichprobengröße in der Größenordnung von ca.  $N \approx 100 P_f^{-1}$ . Für die im Bauwesen zulässigen, geringen Versagenswahrscheinlichkeiten führt dies zu ausgesprochen großen Stichproben (z. B.  $N \approx 10^8$  für  $\beta = 4,7$  bzw.  $N \approx 10^5$  für  $\beta = 3,04$ , s. a. Kap. 3.5). Derartig große Stichproben sind jedoch bei der hier durchgeführten Zuverlässigkeitsanalyse mit erheblichen Rechenzeiten verbunden (ca. 14 Stunden bis ca. 60 Tage, mit der verfügbaren Rechnerleistung). Die Anwendung der direkten Monte-Carlo-Methode ist daher für die vorliegende Aufgabe nicht praktikabel.

Ein weiterer Nachteil der direkten Monte-Carlo-Methode liegt darin, dass sie als Ergebnis lediglich die Versagenswahrscheinlichkeit liefert. Die Lage des Bemessungspunktes und die

Sensitivitätsfaktoren können damit nicht direkt bestimmt werden, so dass eine gezielte Anpassung von Sicherheitselementen für einzelne Basisgrößen nicht möglich ist.

### Monte-Carlo-Methoden mit Importanzstichprobenwahl (Importance Sampling)

Um den mit der direkten Monte-Carlo-Methode verbundenen Rechenaufwand zu reduzieren, wurden Simulationsverfahren entwickelt, bei denen gezielt Stichproben im Grenzbereich zwischen Versagen und Überleben – also in der Umgebung des Bemessungspunktes  $\mathbf{x}^*$  – erzeugt werden. Dadurch erhält man eine größere Anzahl von Versagensfällen und eine reduzierte Varianz für den Schätzer  $\hat{P}_f$ .

Dazu wird eine Stichprobe gezogen, die nicht nach  $f_x(\mathbf{x})$  verteilt ist (wie die Basisgrößen), sondern nach der Importanzstichprobendichte („Importance-Sampling“-Dichte)  $h_y(\mathbf{x})$ . Die Importanzstichprobendichte kann theoretisch frei gewählt werden. Durch Erweiterung des zweiten Integrals aus Gleichung (3.31) mit  $h_y(\mathbf{x})$  ergibt sich Gleichung (3.37).

$$P_f = \int_{D_f} f_x(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_{\mathbf{x}} I_x(\mathbf{x}) \frac{f_x(\mathbf{x})}{h_y(\mathbf{x})} h_y(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.37)$$

Daraus lässt sich eine erwartungstreue Schätzung für  $P_f$  ableiten.

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_x(\mathbf{x}_i) \frac{f_x(\mathbf{x}_i)}{h_y(\mathbf{x}_i)} \quad (3.38)$$

Die Varianz dieser Schätzung von  $P_f$  beträgt dann:

$$\text{Var}(\hat{P}_f) = \frac{1}{N-1} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ I_x(\mathbf{x}_i) \cdot \left( \frac{f_x(\mathbf{x}_i)}{h_y(\mathbf{x}_i)} \right)^2 \right] - \hat{P}_f^2 \right\} \quad (3.39)$$

Aus Gleichung (3.39) folgt direkt die optimale Importanzstichprobendichte  $h_{y,\text{opt}}(\mathbf{x})$  nach Gleichung (3.40) (s. a. Abbildung 3.5).

$$h_{y,\text{opt}}(x) = \begin{cases} f_x(\mathbf{x}_i)/P_f & \mathbf{x} \in D_f \\ 0 & \mathbf{x} \notin D_f \end{cases} \quad (3.40)$$

Setzt man (3.40) in (3.39) ein so nimmt  $I_x(\mathbf{x}_i)$  immer den Wert 1,0 an, da die Stichprobe aus  $h_{y,\text{opt}}$  gezogen wurde und nur Versagensfälle auftreten. Dadurch wird die Varianz unabhängig vom Stichprobenumfang  $N$  und der Größe von  $P_f$  immer zu Null. Zwar ließe sich damit der Stichprobenumfang auf  $N=1$  (bzw.  $N=0$ ) reduzieren, doch müssten dazu die Größe von  $P_f$  und auch die Form des Versagensbereichs vorab bekannt sein, obwohl ja gerade diese Informationen zu Beginn der Zuverlässigkeitsanalyse noch nicht vorliegen sondern ermittelt werden sollen.

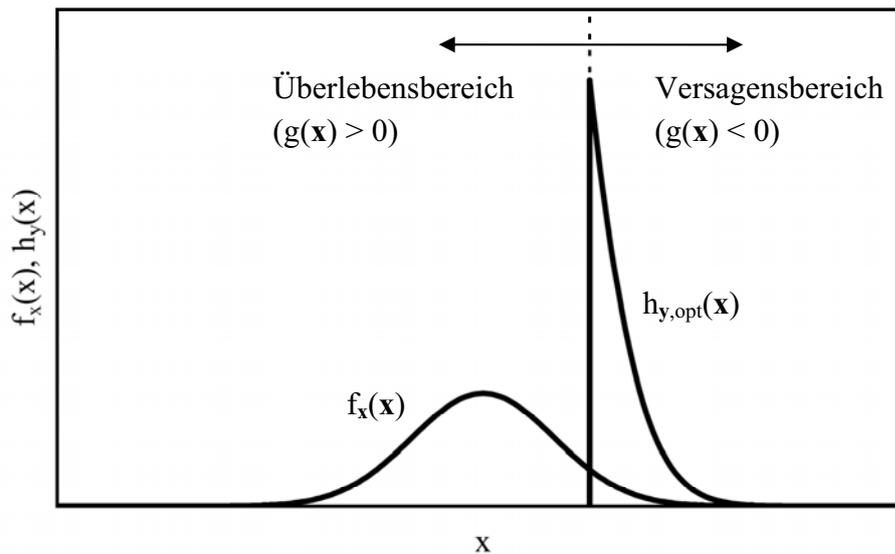


Abbildung 3.5: Optimale Importanzstichprobendichte  $h_{y,opt}(\mathbf{x})$  nach Gl. (3.40)

Somit muss zu Beginn der Simulation eine möglichst gute Schätzung der Importanzstichprobendichte vorgenommen werden, da anderenfalls die Varianz von  $\hat{P}_f$  sehr groß werden kann. Dies ist bei der praktischen Anwendung oft schwierig, weshalb die angenommene Dichte  $h_y$  mehr oder weniger stark von der optimalen Dichte  $h_{y,opt}$  abweicht. Der tatsächlich benötigte Stichprobenumfang ist daher deutlich größer als  $N = 1$  und liegt i. d. R. bei  $N \approx 200 \div 1000$ .

Welche Schätzung von  $h_y$  zu den besten Ergebnissen führt, kann nicht pauschal für alle denkbaren Anwendungen festgelegt werden, weshalb hierfür in der Literatur unterschiedliche Vorschläge zu finden sind. So schlägt z. B. Shinozuka [53] eine Gleichverteilungen vor, während nach Schueller und Stix [51] eine Normalverteilung am besten geeignet ist. Dabei soll der Mittelwertvektor der Verteilungen jeweils dem Bemessungspunkt  $\mathbf{x}^*$  entsprechen. Dagegen wird in [26] und [30] empfohlen, die Originalverteilung so in Richtung des Versagensbereichs zu verschieben, dass deren Zentrum auf  $\mathbf{x}^*$  liegt. Der Bemessungspunkt kann z. B. mit FORM oder SORM ermittelt werden.

Verfahren, bei denen der  $\beta$ -Punkt zunächst mittels FORM oder SORM gesucht wird und anschließend als Zentrum der IS-Dichte gewählt wird, erscheinen wenig sinnvoll. Sofern eine Anwendung von FORM oder SORM möglich ist, kann in vielen Fällen auf eine, verglichen mit FORM aufwändige Verbesserung des Ergebnisses mittels der Monte-Carlo-Methode verzichtet werden.

Wird nicht die in den Bemessungspunkt verschobene Originalverteilung verwendet, muss noch die Standardabweichung für die IS-Dichte gewählt werden. Nach [40] sollten die IS-Dichten den Originaldichten ähnlich sein, und der Variationskoeffizient sollte nicht kleiner gewählt werden als der der Originalverteilung, wobei nach [40] Verhältniswerte der Standardabweichungen  $\sigma_{IS} / \sigma_{Orig}$  zwischen 1 und 2 gute Ergebnisse liefern würden.

### Adaptive Importance Sampling

Die Methode des Adaptive Importance Sampling ist eine Erweiterung des Importance Sampling. Da eine geeignete Schätzung von  $h_y$  meist schwierig jedoch von großem Einfluss auf das Ergebnis ist, werden dabei ausgehend von einer ersten Schätzung von  $h_y$  mehrere Importance-Sampling Simulationen durchgeführt, wobei  $h_y$  nach jeder Simulation angepasst und verbessert wird.

Ein einfacher Suchalgorithmus für  $h_y$  wird in [46] beschrieben. Bei der ersten Simulation wird der Mittelwert der Originalverteilungen als Zentrum von  $h_y$  gewählt ( $E_h[X] = E_f[X]$ ). Solange noch keine Versagensfälle generiert werden wird der Vektor  $\mathbf{x}_i$  als neues Zentrum von  $h_y$  verwendet, für den die Ausnutzung der Traglast am größten also der Wert der Grenzzustandsfunktion  $g(\mathbf{x}_i)$  minimal ist. Sobald erste Versagensfälle in der Simulation auftreten, werden als besser geeignete Erwartungswerte  $E[h_y]$  nur noch die Punkte  $\mathbf{x}_i$  verwendet, für die die kumulierte Dichte  $f_x(\mathbf{x}_i)$  größer und der Betrag der Grenzzustandsfunktion  $|g(\mathbf{x}_i)|$  kleiner ist als für das bisherige Zentrum von  $h_y$ . Durch dieses Vorgehen nähert sich  $E_h[X]$  sukzessive dem Bemessungspunkt  $\mathbf{x}^*$  an. Das Verfahren kann noch in einzelnen Punkten verbessert werden, um z. B. auszuschließen, dass man bei der Suche nach  $\mathbf{x}^*$  in einem lokalen Maximum von  $f_x$  hängen bleibt.

Im Gegensatz zu diesem Verfahren schlägt Bucher in [5] vor,  $h_y$  so zu wählen, dass die ersten beiden statistischen Momente von  $h_y$  denen von  $f_x$  im Versagensbereich entsprechen (Gl. (3.41) und (3.42)).

$$E_h[X] = E_f[X | g(x) < 0] \quad (3.41)$$

$$E_h[(X - \mu_x)^2] = E_f[(X - \mu_x)^2 | g(x) < 0] \quad (3.42)$$

Die Importanzstichprobendichte der ersten Simulation wird aus den Sensitivitäten der einzelnen Basisvariablen abgeleitet (s. [5]). Dabei kann es jedoch vorkommen, dass  $E_h[X]$  zu weit im Versagensbereich liegt. Dann muss  $E_h[X]$  in Richtung von  $E_f[X]$  verschoben werden. Eigene Untersuchungen zeigten jedoch, dass dieser Algorithmus mitunter mit sehr großem Rechenaufwand verbunden ist, und die berechnete Versagenswahrscheinlichkeit nur langsam konvergiert, was auch in [39] bestätigt wird. Weitere Algorithmen sind z. B. in [1], [36] oder [38] u. a. zu finden.

#### 3.4.5 Weitere Verfahren

Neben den zuvor beschriebenen Methoden stehen noch weitere Verfahren wie z. B. Antwortflächenverfahren, Directional Sampling, Latin-Hypercube-Sampling u. a. zur Verfügung, die hier jedoch nicht näher erläutert werden.

### 3.5 Erforderliche Tragwerkszuverlässigkeit

Wegen der erheblichen wirtschaftlichen Folgen sowie der Gefährdung menschlichen Lebens, die durch den Einsturz eines Bauwerkes entstehen, muss die Versagenswahrscheinlichkeit baulicher Anlagen sehr klein sein. Gleiches gilt in abgeschwächter Form auch für den Verlust der Gebrauchstauglichkeit, weshalb hier die zulässigen Versagenswahrscheinlichkeiten etwas größer sind – aber insgesamt immer noch klein. Wie groß die Versagenswahrscheinlichkeit sein darf, bzw. welchen Mindestwert der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  nicht unterschreiten darf, damit das mit einem Bauteilversagen verbundene Restrisiko tolerierbar ist, ist eine gesellschaftspolitische Fragestellung.

Bislang wurden die Sicherheitsbeiwerte neuer Bemessungsvorschriften im Bauwesen meistens an den bis dahin gültigen Regelwerken kalibriert. Dies ist durchaus sinnvoll, da letztere i. d. R. ein als ausreichend empfundenenes Zuverlässigkeitsniveau gewährleisten.

Ein derartiges Vorgehen ist für den Verbundnachweis von oberflächlich geklebter Bewehrung jedoch nicht möglich. Einerseits liegen (verglichen mit anderen Bauweisen wie z. B. Mauerwerksbau, Stahlbetonbau oder Stahlbau) nur geringe Erfahrungen mit der Bauweise vor. Weiterhin bilden die bisherigen Bemessungsregeln für den Klebeverbund das Tragverhalten nur unzureichend ab, weshalb es fraglich ist, ob damit überhaupt im Mittel die geforderte Tragwerkszuverlässigkeit erreicht wird.

Im Anhang B der DIN 1055-100 [17] werden die in Tabelle 3.1 dargestellten Zielwerte für die Tragwerkszuverlässigkeit angegeben, die auch im Rahmen dieses Forschungsvorhabens Anwendung finden. Angaben zu zulässigen Versagenswahrscheinlichkeiten finden sich darüber hinaus auch noch in [25] und [31]. Die Werte aus [17] werden jedoch den dort gemachten Angaben vorgezogen, da sie als Grundlage für die deutschen Bemessungsnormen dienen sollen.

Tabelle 3.1: Zielwerte für den Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  für Bauteile nach DIN 1055-100 [17]

Grenzzustand	Bezugszeitraum	
	1 Jahr	50 Jahre
Tragfähigkeit	4,7	3,8
Gebrauchstauglichkeit	3,0	1,5

Den in Tabelle 3.1 angegebenen Zuverlässigkeitsindizes für den Grenzzustand der Tragfähigkeit entsprechen Versagenswahrscheinlichkeiten von  $P_{f,1} \approx 10^{-6}$  bzw.  $P_f \approx 5 \cdot 10^{-5}$  (exakte Werte:  $P_{f,1} = 1,3 \cdot 10^{-6}$  bzw.  $P_f = 6,5 \cdot 10^{-5}$ ). Es ist dabei freigestellt, den Nachweis für einen Bezugszeitraum von einem Jahr oder von 50 Jahren zu führen.

Diese in DIN 1055-100 [17] angegebenen Werte für den Zuverlässigkeitsindex sind jedoch nur als Zielwerte definiert, weshalb Abweichungen der tatsächlichen Zuverlässigkeiten vom

Zielwert in einem gewissen Rahmen noch zulässig sind. Derartige Abweichungen sind auch wegen der nachfolgend erläuterten, nach DIN 1055-100 zulässigen Vereinfachungen bei der Kalibrierung der Bemessungswerte (d. h. des Sicherheitskonzepts) unvermeidbar.

Gemäß DIN 1055-100 sollten die Bemessungswerte von Einwirkung und Widerstand so festgelegt werden, dass sie den Werten der Basisvariablen im Bemessungspunkt  $\mathbf{x}^*$  entsprechen (vgl. auch Kap. 3.4.2 bzw. [56]). Der Bemessungspunkt  $\mathbf{x}^*$  darf dabei mit der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung ermittelt werden, d. h. die Grenzzustandsfunktion darf durch eine Geradengleichung approximiert werden (vgl. Kap. 3.4.3). Wie aber aus den Gleichungen (3.23) bis (3.28) hervorgeht, ist das Verhältnis von Bemessungswert zu Mittelwert neben dem erforderlichen Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  von der Sensitivität  $\alpha$ , der Standardabweichung  $\sigma$  und der Verteilungsfunktion der jeweiligen Basisgröße abhängig und somit variabel. Damit wären auch variable Teilsicherheitsbeiwerte erforderlich. Um einen Nachweis mit konstanten Teilsicherheitsbeiwerten zu ermöglichen, erlaubt die DIN 1055-100 eine Entkopplung der statistischen Parameter auf der Einwirkungs- und der Widerstandsseite. Daher dürfen für  $\beta = 3,8$  nach DIN 1055-100 die konstanten Wichtungsfaktoren  $\alpha_E = -0,7$  und  $\alpha_R = 0,8$  verwendet werden wenn, das Verhältnis der Standardabweichungen von Einwirkung und Widerstand im Intervall  $0,16 < \sigma_E / \sigma_R < 7,60$  liegt. Damit ergeben sich für den Fall, dass Einwirkung  $E$  und Widerstand  $R$  unkorreliert und normalverteilt sind, die folgenden minimalen und maximalen Tragwerkszuverlässigkeiten.

Setzt man die vorgegebenen Wichtungsfaktoren zur Berechnung der Koordinaten von  $\mathbf{x}^*$  bzw. von  $\mathbf{y}^*$  im Standardnormalraum nach Gleichung (3.21) an, so erhält man:

$$\begin{aligned} y_E^* &= 0,7 \cdot \beta_{Ziel} = 2,66 \\ y_R^* &= -0,8 \cdot \beta_{Ziel} = -3,04 \end{aligned} \quad (\text{für } \beta_{Ziel} = 3,8)$$

$$\begin{aligned} x_E^* &= \mu_E + 0,7 \cdot \sigma_E \cdot \beta_{Ziel} \\ x_R^* &= \mu_R - 0,8 \cdot \sigma_R \cdot \beta_{Ziel} \end{aligned}$$

Damit folgt der Maximalwert der Zuverlässigkeit als Abstand von  $\mathbf{y}^*$  zum Koordinatenursprung:

$$\max \beta = \sqrt{\sum y_i^2} = \beta_{Ziel} \cdot \sqrt{0,8^2 + 0,7^2} = 1,063 \cdot \beta_{Ziel} = 4,04$$

Die Minimalwerte der Zuverlässigkeit stellen sich ein, wenn das Verhältnis der Standardabweichungen gerade den zulässigen Grenzwert erreicht ( $\sigma_E / \sigma_R = 0,16$  bzw.  $\sigma_E / \sigma_R = 7,6$ ). Hierzu überführt man die Grenzzustandsfunktion bzw. Grenzzustandsgerade  $g$  in die Hessesche Normalform. Mit Gleichung (3.20) folgt:

$$\begin{aligned} g &= X_R - X_E = 0 \\ (Y_R \cdot \sigma_R + \mu_R) - (Y_E \cdot \sigma_E + \mu_E) &= 0 \\ \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} + \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \cdot Y_R - \frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \cdot Y_E &= 0 \end{aligned}$$

Der Abstand der Geraden zum Nullpunkt bzw. der vorhandene Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{ist}$  beträgt damit:

$$\beta_{ist} = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}}$$

Da die Bemessungswerte  $E_d$  und  $R_d$  unter Verwendung von  $\alpha_E = -0,7$  und  $\alpha_R = 0,8$  berechnet werden, ist  $x^*$  ein Punkt der Grenzzustandsfunktion. Daraus ergibt sich:

$$x_R^* = x_E^*$$

$$\mu_R - 0,8 \cdot \sigma_R \cdot \beta_{Ziel} = \mu_E + 0,7 \cdot \sigma_E \cdot \beta_{Ziel}$$

$$\mu_R - \mu_E = \beta_{Ziel} \cdot (0,8 \cdot \sigma_R + 0,7 \cdot \sigma_E)$$

$$\beta_{ist} = \frac{\beta_{Ziel} \cdot (0,8 \cdot \sigma_R + 0,7 \cdot \sigma_E)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} = \frac{\beta_{Ziel} \cdot (0,8 + 0,7 \cdot (\sigma_E / \sigma_R))}{\sqrt{1 + (\sigma_E / \sigma_R)^2}}$$

Setzt man die Grenzwerte der Verhältnisse der Standardabweichungen und  $\beta_{Ziel} = 3,8$  ein, so erhält man:

$$\beta_{Ziel} = 0,9 \cdot \beta_{Ziel} = 3,42 \quad (\text{für } \sigma_E / \sigma_R = 0,16)$$

$$\beta_{Ziel} = 0,8 \cdot \beta_{Ziel} = 3,04 \quad (\text{für } \sigma_E / \sigma_R = 7,60)$$

Weitere Informationen zur Herleitung dieser Grenzwerte können auch [24] entnommen werden.

Somit können bei einer Kalibrierung von Bemessungswerten bzw. Teilsicherheitsbeiwerten nach den Vorgaben der DIN 1055-100 Unterschreitungen des Zielwertes von  $\beta_{50,Ziel} = 3,8$  bis zu einem Wert von  $\beta_{50,min} = 3,04$  auftreten. Mit Hilfe von Gleichung (3.43) kann daraus auch der Mindestwert des Zuverlässigkeitsindex für einen Bezugszeitraum von einem Jahr berechnet werden. Damit ergeben sich die in Tabelle 3.2 angegebenen Ziel- und Mindestwerte von  $\beta$ . Im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen wurde stets ein Bezugszeitraum von 50 Jahren gewählt.

$$\Phi(\beta_n) = [\Phi(\beta_1)]^n \quad (3.43)$$

Tabelle 3.2: Verwendete Ziel- und Mindestwerte des Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  für Grenzzustände der Tragfähigkeit

Bezugszeitraum	1 Jahr	50 Jahre
Zielwert von $\beta$	4,70	3,80
Mindestwert von $\beta$	4,07	3,04

## 4 Stochastische Modellierung der Basisvariablen

### 4.1 Allgemeines

Die stochastische Modellierung umfasst die Festlegung der statistischen Momente (Mittelwert und Standardabweichung) und der Verteilungsfunktionen für die Basisvariablen des Nachweiskonzepts. Als Basisvariable treten im vorliegenden Fall die mechanischen Kennwerte und die geometrischen Größen des Betonbauteils, der vorhandenen internen Bewehrung sowie der Klebebewehrung auf (z. B. Betondruck- und Betonzugfestigkeit, die Eigenschaften der vorhandenen Bewehrung, etc.) sowie auch die einwirkenden Lasten. Die gewählten stochastischen Modelle wurden der Literatur entnommen. Bei der Modellierung der Betonfestigkeiten wurde berücksichtigt, dass zusätzliche Informationen durch Messungen am Bauteil vorliegen.

### 4.2 Materialmodelle

#### 4.2.1 Beton

Anders als bei neu zu errichtenden Bauteilen, bei denen für die Eigenschaften des Tragwerks (wie z. B. die Betonfestigkeit) zum Zeitpunkt der Bemessung nur Zielwerte bekannt sind, wird bei der Planung einer Verstärkungsmaßnahme ein bereits bestehendes Bauteil betrachtet. Da die Eigenschaften des bestehenden Tragwerks bestimmt werden können, sind sie mit geringeren Unsicherheiten behaftet. Dies wird bei der stochastischen Modellierung der Betondruck- und Betonzugfestigkeit berücksichtigt, da diese gemäß den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen vor Beginn der Verstärkungsarbeiten am Bauteil ermittelt werden müssen.

#### Betondruckfestigkeit

Für die stochastische Modellierung der Betondruckfestigkeit werden sowohl Vorinformationen als auch Zusatzinformationen berücksichtigt. Als Vorinformationen werden hierbei die Angaben zur Festigkeitsklasse des Betons verwendet, die aus der statischen Berechnung bzw. den Plänen des zu verstärkenden Bauteils entnommen werden können. Die Ergebnisse der Festigkeitsprüfungen, die nach den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen vor der Durchführung der Verstärkungsmaßnahme vorgenommen werden müssen, werden als Zusatzinformationen genutzt. Eine direkte Ableitung der Verteilungsfunktion für die Betondruckfestigkeit allein aus den Prüfergebnissen ist nicht sinnvoll. Die Prüfung der Druckfestigkeit ist gemäß den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen nach DIN 1048-2 [13] durchzuführen, die unter bestimmten Voraussetzungen die Anwendung des Rückprallhammers nach E. Schmidt zulässt. Mit diesem Verfahren ermittelte Festigkeiten sind jedoch mit größeren Unsicherheiten behaftet.

Aus den Vorinformationen (auch Priorinformationen) und den Zusatzinformationen wird dann mit Hilfe der Bayes'schen Statistik eine verbesserte Verteilungsfunktion (auch Posteriorverteilung) von  $f_c$  berechnet. Die Parameter der Posteriorverteilung werden unter Anwen-

dung der Gleichungen (4.1) bis (4.4) berechnet (s. a. [31]), wobei nach [31] eine Lognormalverteilung verwendet wird.

$$n'' = n' + n \quad (4.1)$$

$$v'' = v' + v + \delta(n') \quad (4.2)$$

$$m'' n'' = m' n' + mn \quad (4.3)$$

$$[v'' s''^{1/2} + n'' m''^{1/2}] = [v' s'^{1/2} + n' m'^{1/2}] + [v s^2 + n m^2] \quad (4.4)$$

Mit:

- '        Parameter der Priorverteilung
- ''       Parameter der Posteriorverteilung
- m*       Parameter  $\mu_u$  der Lognormalverteilung (vgl. Gl. (3.10) und (3.11))
- s*        Parameter  $\sigma_u$  der Lognormalverteilung (vgl. Gl. (3.10) und (3.11))
- n*        Stichprobenumfang
- v*        Freiheitsgrad der *t*-Verteilung (f. d. Zusatzinformationen  $v = n - 1$ )
- $\delta(n')$    = 0, für  $n' = 0$   
             = 1, für  $n' > 0$

Tabelle 4.1        Parameter der Priorverteilung von  $f_c$  nach JCSS [31] (für Ortbetonbauteile)

$f_{ck}$	$m'$	$s'$	$n'$	$v'$
15	3,40	0,14	3	10
20	3,53	0,13	3	10
25	3,65	0,12	3	10
30	3,75	0,11	3	10
35	3,85	0,09	3	10
s. Erläuterungen zu Gleichungen (4.1) bis (4.4)				

Die Parameter der Priorverteilung ( $m'$ ,  $s'$ ,  $n'$  und  $v'$ ) sind für verschiedene Festigkeitsklassen im Probabilistic Model Code [31] angegeben (s. Tabelle 4.1). Die Parameter  $m$ ,  $s$ ,  $n$  und  $v$  werden aus den Ergebnissen der Festigkeitsprüfung berechnet. Da im Rahmen des durchgeführten Forschungsvorhabens keine konkreten Messergebnisse vorhanden sind, werden hierüber plausible Annahmen getroffen. Dazu werden die Mittelwerte der Prüfergebnisse so vorgegeben, dass sie eine Einordnung des Betons in die gegebene Festigkeitsklasse zulassen.

Der Variationskoeffizient für die Prüfergebnisse beträgt nach Spaethe [56]  $C_{vx} = 0,005 \div 0,08$  mit einem Mittelwert von  $C_{vx} \approx 0,04$ . Wegen der größeren Unsicherheiten, die bei der Verwendung des Rückprallhammers auftreten, wird hier für Ergebnisse der Schlagprüfung der obere Wert  $C_{vx} = 0,08$  verwendet, während für die Ergebnisse zerstörender Prüfverfahren an entnommenen Bohrkernen der Mittelwert  $C_{vx} = 0,04$  verwendet wird.

Die verwendeten Zusatzinformationen sind in Tabelle 4.2 angegeben und die daraus berechneten Parameter der Posteriorverteilung in Tabelle 4.3. Da die DIN 1048-2 [13] die Ermittlung von Festigkeitsklassen gemäß DIN 1045 (1988) [10] regelt, sind in Tabelle 4.2 die Festigkeitsklassen und die ermittelten Festigkeiten jeweils nach alter und neuer Fassung der DIN 1045 angegeben. Die Umrechnungen Festigkeiten nach DIN 1045 (1988) [10] in die Zylinderdruckfestigkeiten nach DIN 1045-1 [11] erfolgt dabei mit Gleichung (4.8), die sich aus den Gleichungen (4.5) bis (4.7) ergibt.

$$\beta_{W,200} = 0,95 \cdot \beta_{W,150} \quad (\text{nach [10]}) \quad (4.5)$$

$$f_{c,cube} = 0,92 \cdot f_{c,dry,cube} \quad (\text{nach [12] in Verbindung mit [18]}) \quad (4.6)$$

$$f_{c,cube} = 1,2 \cdot f_{c,cyl} \quad (\text{nach [2]}) \quad (4.7)$$

Daraus folgt:

$$f_{c,cyl} = 0,81 \cdot \beta_{W,200} \quad (4.8)$$

Mit:

$\beta_{W,200}$  Würfeldruckfestigkeit nach DIN 1045 (1988) [10], Kantenlänge 200 mm, Lagerung nach DIN 1048-5 [14] (7 Tage feucht, 21 Tage in Raumluft)

$\beta_{W,150}$  Würfeldruckfestigkeit, Kantenlänge 150 mm, Lagerung nach [14]

$f_{c,dry,cube}$

$f_{c,cube}$  Würfeldruckfestigkeit, Kantenlänge 150 mm, Lagerung nach DIN EN 12390-2 [19] (Feuchtlagerung bis zur Prüfung)

$f_{c,cyl}$  Zylinderdruckfestigkeit, Lagerung nach [19]

Für den Beton C20/25 liegt der angesetzte Mittelwert der Festigkeitsprüfung  $\bar{\beta}_{W,200}$  nach DIN 1048-2 [13] ungefähr in der Mitte der für diese Festigkeitsklasse zulässigen Bandbreite. Damit ergeben sich Parameter der Verteilungsfunktion, die etwa denen des in [54] verwendeten Modells für Beton ohne Berücksichtigung von Prüfergebnissen entsprechen, so dass hier der günstige Einfluss der Zusatzinformationen gering ist. Dagegen sind die Zusatzinformationen für den Beton C35/45 so gewählt, dass sich hieraus eine recht günstige Posteriorverteilung von  $f_c$  ergibt.  $\bar{\beta}_{W,200}$  entspricht dabei dem oberen Wert für die Festigkeitsklasse B45.

Die Verwendung von Posteriorverteilungen mit größeren Streuungen als beim Modell für C20/25 ist nicht sinnvoll, da dies ungünstiger wäre als für Beton ohne Zusatzinformationen aus Festigkeitsprüfungen.

Tabelle 4.2: Zusatzinformationen für die Anpassung des stochastischen Modells der Betondruckfestigkeit

B	25	45	Festigkeitsklasse nach DIN 1045 (1988) [10]
C	20/25	35/45	Festigkeitsklasse nach DIN 1045-1 [11]
	Rückprallhammer	Probekörper	Festigkeitsprüfung nach DIN 1048-2 [13]
$\bar{p}_{W,200}$	31,0	60,0	Mittelwert der Festigkeitsprüfung nach DIN 1048-2 [13]
$\bar{f}_{c,cyl}$	25,1	48,6	
$C_v$	0,08	0,04	Variationskoeffizient der Festigkeitsprüfung
$m$	3,22	3,88	$\mu_u$ der LN-Verteilung (s. Gl. (3.10) u. (3.11))
$s$	0,08	0,04	$\sigma_u$ der LN-Verteilung (s. Gl. (3.10) u. (3.11))
$n$	9	3	Stichprobenumfang (Mindestwert n. [13])
$\nu$	8	2	

Tabelle 4.3: Parameter der Posteriorverteilung

C	20/25	35/45
$m''$	3,29	3,87
$s''$	0,15	0,08
$n''$	12	6
$\nu''$	19	13
$\mu''$	27,2	47,9
$\sigma''$	4,15	3,90
$C_{vx}''$	0,15	0,08

### Oberflächenzugfestigkeit

Da die Ableitung der Oberflächenzugfestigkeit des Betons aus der Druckfestigkeit mit großen Unsicherheiten behaftet ist, wird die stochastische Modellierung allein auf Grund der vorgegebenen Ergebnisse der Festigkeitsprüfung abgeleitet. Als Variationskoeffizient wird wiederum  $C_{vx} = 0,08$  (s. o.) vorgegeben. Dieser Wert wurde auch durch Prüfergebnisse bestätigt, die von einem Bauunternehmen im Rahmen von Verstärkungsarbeiten gesammelt wurden. Auch für die Oberflächenzugfestigkeit wird entsprechend [31] eine Lognormalverteilung gewählt.

### Biegezugfestigkeit

Die Biegezugfestigkeit des Betons wird gemäß dem Nachweiskonzept direkt aus der Oberflächenzugfestigkeit berechnet (s. Gl. (2.1) und (2.2) bzw. (2.21), sowie auch Kap. 5.3). Die Abweichungen der tatsächlichen von der rechnerisch ermittelten Biegezugfestigkeit sind daher in den Modellunsicherheiten berücksichtigt. Die Biegezugfestigkeit bzw. das Verhältnis von Biegezugfestigkeit zu Oberflächenzugfestigkeit ist hier somit keine Basisvariable sondern eine deterministische Größe.

### Elastizitätsmodul

Der Elastizitätsmodul des Betons wird ebenfalls (unter Verwendung von Gl. (4.9)) aus der Betondruckfestigkeit berechnet. Wie auch die Biegezugfestigkeit sind daher Abweichungen des tatsächlichen vom rechnerisch ermittelten Elastizitätsmodul in den Modellunsicherheiten berücksichtigt.

$$E_c = 9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3} \quad (4.9)$$

## **4.2.2 Betonstahl S 500**

### Streckgrenze

Gewählt wird das Modell aus [31]. Danach kann für die Streckgrenze des Betonstahls S500 eine Normalverteilung mit einem Mittelwert nach Gleichung (4.10) und einer Standardabweichung von  $\sigma_y = 30 \text{ N/mm}^2$  angenommen werden. Streuungen der Fließspannung entlang eines Bewehrungsstabes sind nach [31] vernachlässigbar klein.

$$\mu_y = f_{y,nom} + 2\sigma_y \quad (4.10)$$

Mit:

$f_{y,nom}$  Nominalwert (hier charakteristischer Wert) der Streckgrenze

$\sigma_y$  Standardabweichung der Streckgrenze

### Elastizitätsmoduls

Während der Elastizitätsmodul von Betonstahl S500 nach [31] als konstante Größe ( $\sigma = 0$ ) zu  $E_s = 205.000 \text{ N/mm}^2$  angenommen werden darf, liegt er nach Rußwurm [48] zwischen  $E_s = 205.000$  und  $210.000 \text{ N/mm}^2$  für warmgewalzte und zwischen  $E_s = 196.000$  und  $205.000 \text{ N/mm}^2$  für kaltverformte Stähle. In [56] wird lediglich ein Variationskoeffizient  $C_{vx} \approx 0,02 \div 0,06$  angegeben. Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wird für alle Berechnungen als Mittelwert  $E_s = 205.000 \text{ N/mm}^2$  mit  $C_{vx} = 0,02$  angesetzt. Als Verteilungsfunktion wird die Normalverteilung angenommen (s. a. [32]).

### Verfestigung

Eine Verfestigung des Betonstahls nach dem Überschreiten der Streckgrenze wird im Rahmen dieses Forschungsvorhabens nicht berücksichtigt. Bei den bisher durchgeführten Berechnun-

gen von klebeverstärkten Bauteilen traten (bei Verstärkungen mit CFK-Lamellen) maximale Lamellendehnungen  $\varepsilon_L < 9,0 \%$  auf, und auch bei Stahllaschen oder Kohlefasergelegen waren die Dehnungen nicht, bzw. nur unwesentlich größer. Wegen dieser vergleichsweise geringen erreichbaren Lamellendehnungen kann die Betonstahlspannung ohnehin nicht nennenswert über die Fließspannung hinaus gesteigert werden.

### 4.2.3 Betonstahl S 220

Neben einem Betonstahl S 500 wird noch der Fall eines BSt I (Bezeichnung nach alter Normung) betrachtet, da bei der Verstärkung von älteren Bauteilen häufig noch Betonstähle dieser Festigkeitsklasse vorliegen. Der charakteristische Wert der Streckgrenze eines BSt I beträgt  $f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$  und entspricht damit nahezu dem eines S 235. Daher wird hier das stochastische Modell für den Laschenstahl verwendet (s. Kapitel 4.2.5). Somit werden der Mittelwert und die Standardabweichung nicht nach Gleichung (4.10) bestimmt, sondern mit Gleichung (4.11) (s. S. 38). Einsetzen in Gleichung (4.11) ergibt (mit  $f_{ysp} = 220 \text{ N/mm}^2$ ,  $\alpha = 1$ ,  $u = -2$ ,  $C = 20 \text{ N/mm}^2$  und mit einem Variationskoeffizienten  $C_v = 0,07$ ):

$$\begin{aligned}\mu_{220} &= f_{ysp} \cdot \alpha \cdot e^{-u \cdot C_v} - C = 220 \cdot 1 \cdot e^{-(-2,0 \cdot 0,07)} - 20 \text{ N/mm}^2 = 233 \text{ Nmm}^2 \\ \sigma_{220} &= \mu_{220} \cdot C_v = 233 \cdot 0,07 = 16,3 \text{ Nmm}^2\end{aligned}$$

Das Modell für den Elastizitätsmodul wird ebenfalls entsprechend Kapitel 4.2.5 gewählt. Fließspannung und Elastizitätsmodul sind nach [31] lognormalverteilt.

### 4.2.4 Faserverbundwerkstoffe

#### CFK-Lamellen

Die Streuung der Eigenschaften von CFK-Lamellen wird entsprechend den Angaben von Strauss [57] festgelegt. Strauss wertete 320 Proben aus, die der Jahresproduktion 2001 eines österreichischen Herstellerwerkes für CFK-Lamellen entnommen wurden, und leitete daraus für die Basisgrößen Elastizitätsmodul, Zugfestigkeit, Zugbruchdehnung und Lamellendicke jeweils die Parameter für mehrere Verteilungsfunktionen ab. Nach [57] betragen die Variationskoeffizienten für die Zugfestigkeit  $C_v = 0,05$  und für den Elastizitätsmodul  $C_v = 0,03$ , wobei als Verteilungsfunktion für beide Größen Lognormalverteilungen gut geeignet sind. Die charakteristischen Werte der Zugfestigkeit entsprechen dem 5%-Quantil, die des Elastizitätsmoduls dem 50%-Quantil (s. Tabelle 4.5).

#### Kohlefasergelege

Bislang stehen keine Quellen mit Angaben zu statistischen Untersuchungen über die Materialeigenschaften von Kohlefasergelegen zur Verfügung. Daher müssen hinsichtlich der Streuung von Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul geeignete Annahmen getroffen werden. Hierfür wird auf die Angaben zu den geforderten mechanischen Eigenschaften von Kohlefasergelegen in [7] zurückgegriffen (s. Tabelle 4.4). Die dort angegebenen Variationskoeffizienten wurden unter der Annahme berechnet, dass die gleichen Verteilungsfunktionen gelten wie für CFK-Lamellen, und dass (gemäß der Anwendungsregel in [17]) die charakteristischen Werte dem

5%-Quantil entsprechen. Zum Vergleich sind auch noch die Variationskoeffizienten für die 10%-Quantile (d. h.  $F(X_k) = 0,1$ ) angegeben.

Diese Annahmen können als hinreichend genau betrachtet werden, da sich im Rahmen der Sensitivitätsanalyse (s. Kap. 6.3 bzw. 6.4.3) herausstellte, dass sowohl der Elastizitätsmodul als auch die Zugfestigkeit der Kohlefasergelege keinen nennenswerten Einfluss auf die Ergebnisse haben. Dies war auch noch bei deutlich größeren Variationskoeffizienten der Fall (10% für  $E_L$  bzw. 20% für  $f_{Lu}$ ). Für die weiteren Untersuchungen wird in Anlehnung an DIN 1055-100 [17] ein 5%-Quantil für die charakteristischen Werte von  $E_L$  und  $f_{Lu}$  angenommen.

Tabelle 4.4: Mechanische Eigenschaften von CFK-Laminaten nach [7]

Basisgröße	Verteilungstyp <sup>1)</sup>	E[X]	$X_k$	$\sigma / \mu$ für Quantil	
				5%	10%
E-Modul $E_L$	Normal	235	222	<b>0,034</b>	0,043
Zugfestigkeit $f_{Lu}$	Lognormal	4.200	3.700	<b>0,075</b>	0,096
1) Wie für CFK-Lamellen					

#### 4.2.5 Laschenstahl

Stahllaschen dürfen nach den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen aus Baustahl S235 hergestellt werden. Stähle dieser Festigkeit haben ein ausgeprägtes Fließplateau, so dass Verfestigungen erst bei hohen Dehnungen auftreten, die in klebeverstärkten Bauteilen – auch wegen der höheren Ausnutzung der Betondruckzone – üblicherweise nicht erreicht werden. Daher sind als Werkstoffparameter hier nur die Streckgrenze und der Elastizitätsmodul von Bedeutung, während z. B. die Größe der Zugfestigkeit unerheblich ist.

##### Streckgrenze

Es wird das stochastische Modell aus dem Probabilistic Model Code [31] verwendet. Danach ist die Fließspannung lognormalverteilt und hat einen Variationskoeffizienten  $C_v = 0,07$ . Der Mittelwert der Fließspannung kann mit Hilfe von Gleichung (4.11) berechnet werden.

$$E[f_y] = f_{y_{sp}} \cdot \alpha \cdot e^{-u \cdot C_v} - C \quad (4.11)$$

Mit:

$f_{y_{sp}}$  Nominalwert der Fließspannung

$\alpha$  Regelfall  $\alpha = 1,0$ , für Stege warmgewalzter Profile  $\alpha = 1,05$

$u$  Faktor in Abhängigkeit vom Quantil des Nominalwertes  
Für Stähle gemäß den Euronormen kann  $u$  Werte zwischen -1,5 und -2,0 annehmen.

$C_v$  Variationskoeffizient

$C = 20 \text{ N/mm}^2$

Unter Anwendung der Gleichung (4.11)) erhält man für einen Stahl S235 mit einem Nennwert der Streckgrenze von  $f_{y\text{sp}} = f_{y\text{k}} = 235 \text{ N/mm}^2$  den Mittelwert der Fließspannung in Höhe von  $E[f_y] = 250 \text{ N/mm}^2$ .

#### Elastizitätsmodul

Der Mittelwert des E-Moduls entspricht nach [31] dem Nominalwert  $E[E_s] = 210.000 \text{ N/mm}^2$ , der Variationskoeffizient beträgt 3 %. Als Verteilungsfunktion ist nach [31] eine Lognormalverteilung gut geeignet. Eine Korrelation zwischen Fließspannung und Elastizitätsmodul ist nicht vorhanden.

### 4.2.6 Zusammenfassung Materialmodelle

Die statistischen Kennwerte der Materialmodelle sind in Tabelle 4.5 zusammengefasst. Der dort angegebene Nennwert  $X_k$  entspricht dem bei der Bauteilbemessung verwendeten, charakteristischen Wert. Dies ist für den Elastizitätsmodul stets der Mittelwert, auch wenn z. B. in den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen neben dem Mittelwert  $E_{Lm}$  noch ein charakteristischer Wert  $E_{Lk}$  angegeben wird.

Tabelle 4.5: Statistische Kennwerte der Basisvariablen – Materialmodelle

Variable $X_i$	Verteilung	Mittelwert $\mu_{X_i}$	Standardabweichung $\sigma_{X_i}$	Variationskoeffizient $C_{v,X_i}$	Nennwert $X_k$	p-Quantil
$f_c$ (C 20/25)	LN	27,2	4,15	15%	$f_{ck}$	–
$f_c$ (C 35/45)	LN	47,9	3,90	8%	$f_{ck}$	–
$f_{ct,surf}$	LN	$f_{ctm,surf}$	–	8%	$f_{ctm,surf}$	50%
$f_{y,500}$	N	560 N/mm <sup>2</sup>	30 N/mm <sup>2</sup>	–	$f_{yk}$	–
$E_{s,500}$	N	205 kN/mm <sup>2</sup>	4.100 N/mm <sup>2</sup>	2%	$E_{sm}$	50%
$f_{y,220}$	LN	233 N/mm <sup>2</sup>	–	7%	$f_{yk}$	–
$E_{s,220}$	LN	210 kN/mm <sup>2</sup>	–	3%	$E_{sm}$	50%
$f_{L,u,CFK}$	LN	–	–	5%	$f_{L,uk}$	5%
$E_{L,CFK}$	N	–	–	3%	$E_{Lm}$	50%
$f_{L,u,Stahl}$	LN	250 N/mm <sup>2</sup>	–	7%	$f_{yk}$	–
$E_{L,Stahl}$	LN	210 kN/mm <sup>2</sup>	–	3%	$E_{sm}$	50%
$f_{L,u,Gelege}$	LN	4.200 N/mm <sup>2</sup>	–	7,5%	$f_{L,uk}$	5%
$E_{L, Gelege}$	N	235 kN/mm <sup>2</sup>	–	3,4%	$E_L$	50%

Verteilungstypen: N – Normal, LN – Lognormal

## 4.3 Lastmodelle

### 4.3.1 Allgemeines

Die probabilistische Analyse wird im Rahmen dieses Forschungsvorhabens auf Bauteile des üblichen Hochbaus mit lotrecht wirkenden Lasten beschränkt. Anwendungen im Brückenbau werden hier nicht untersucht, da hier überwiegend Spannbetonbauteile anzutreffen sind, die nicht ohne weiteres verstärkt werden können. Daher werden neben den ständigen Einwirkungen (Konstruktionseigengewicht, Ausbaulasten) nur veränderliche Einwirkungen in Form lotrechter Nutzlasten und Schnee berücksichtigt. Wind wird nicht betrachtet. Der Einfachheit halber wird davon ausgegangen, dass entweder Nutz- oder Schneelasten auftreten und nicht beide Einwirkungen gleichzeitig. Weiterhin werden nur gleichförmig verteilte Einwirkungen und Einzellasten betrachtet. Aus den verschiedenen Arten veränderlicher Lasten werden dann im Weiteren nur die Extremfälle mit minimaler und maximaler Streuung verwendet.

### 4.3.2 Ständige Einwirkungen

Ständige Einwirkungen setzen sich aus dem Konstruktionseigengewicht und den Ausbaulasten (z. B. Fußbodenbeläge, Dämmstoffe, haustechnische Leitungen, Straßenbeläge usw.) zusammen. Die Streuungen dieser Einwirkungen resultieren aus denen der Bauteilabmessungen und der Baustoffdichten und können je nach Bauteil und Baustoff sehr unterschiedlich sein. Stochastische Modelle für Dichten und Abmessungen können z. B. [44] oder [31] entnommen werden. Die Variationskoeffizienten der Eigenlasten tragender Bauteile sind gering. Sie betragen z. B. nach [31]  $C_{v,g} = 0,01$  für Stahlbauteile oder  $C_{v,g} = 0,04$  für Betonbauteile. Die Untersuchungen von Graubner und Glowienka [23], die u. a. auf der Auswertung einer Stichprobe von ca. 2500 Prüfergebnissen zur Bestimmung der Festbetonrohichte aus dem gesamten Bundesgebiet basiert, bestätigen die geringe Streuung der Eigenlasten von Stahlbetonbauteilen.

Im Gegensatz zum Konstruktionseigengewicht sind Ausbaulasten meistens mit größeren Unsicherheiten behaftet. Auf eine getrennte Betrachtung von Ausbau- und Konstruktionseigenlast wird jedoch im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen verzichtet, da im Normalfall mehrere ständige Einwirkungen mit verschiedenen starken Streuungen, die im einzelnen nur bedingt bestimmt werden können, vorhanden sind. Weiterhin werden die Verstärkungsarbeiten üblicherweise bei Wirkung der Konstruktionseigenlasten vorgenommen. Die Beanspruchung der Klebebewehrung und des Klebeverbundes erfolgt somit – neben den veränderlichen Einwirkungen – vor allem durch Ausbaulasten. Hier wird für die ständigen Einwirkungen eine Normalverteilung mit dem Nominalwert als Mittelwert und einem Variationskoeffizienten in Höhe von 10% verwendet. Dieser Ansatz wurde vielfach vorgeschlagen bzw. angewendet (s. z. B. [29], [32], [54] oder [55]) und berücksichtigt mit den – gegenüber dem Konstruktionseigengewicht – stärkeren Streuungen dem größeren Einfluss der Ausbaulasten.

Häufig wird vorgeschlagen, im Zuge von Verstärkungsmaßnahmen geringere Streuungen bzw. Teilsicherheitsbeiwerte für die ständigen Einwirkungen anzusetzen, da das Tragwerk bereits

existiert und genauere Informationen über seine Beschaffenheit vorliegen. Der Ansatz von reduzierten Streuungen ist jedoch problematisch. Das Konstruktionseigengewicht wird aus den Bauteilabmessungen und der Rohdichte des Baustoffs berechnet. Die Bestimmung der Rohdichte eines bestehenden Betonbauteils ist jedoch aufwändig, da Proben entnommen werden müssen. Die maßgebliche Bauteilabmessung (z. B. die Dicke einer Betonplatte) kann ebenfalls nicht ohne weiteres großflächig bestimmt werden. Daher wird davon ausgegangen, dass zwar genauere Informationen zur Eigenlast gesammelt werden könnten, diese jedoch dem Tragwerksplaner bei der Bemessung einer Verstärkungsmaßnahme nicht vorliegen. Die Ausbaulasten werden meist erst nach Abschluss der Verstärkungsmaßnahme aufgebracht bzw. können sich danach noch ändern (z. B. im Rahmen einer Umbaumaßnahme). Daher werden hier die gleichen Streuungen für die ständigen Einwirkungen angenommen wie für neu zu errichtende Bauteile.

### 4.3.3 Nutzlasten

#### Allgemeines

Nutzlasten resultieren aus der planmäßigen Nutzung eines Bauwerks (z. B. aus Möbeln, Personen, leichten Trennwänden u. a.) und sind in ihrer Größe und Streuung abhängig von der Nutzungsart (z. B. Büros, Wohnräume, Ladenflächen etc.). Sowohl die Lastintensität als auch die räumliche Verteilung der Last sind zeitlich veränderliche Zufallsgrößen.

Für die Bemessung eines Bauteils ist die räumliche Verteilung der Last allerdings von untergeordneter Bedeutung, da i. W. die Schnittgrößen infolge der Lasten auf das Bauteil benötigt werden. Die Berechnung der Schnittgrößen aus den tatsächlich vorhandenen Einwirkungen erfolgt nach Gleichung (4.12) und ist recht aufwändig. Daher werden die tatsächlichen Nutzlasten durch die äquivalente Ersatzlast  $q_{\text{equ}}$  nach Gleichung (4.13) modelliert. Aus Gl. (4.13) folgt u. a., dass die Streuung der Ersatzlast  $q_{\text{equ}}$  auch von der Größe der Lasteinzugsfläche  $A$  abhängt. Daher hängen auch die Quantilwerte von  $A$  ab, so dass streng genommen in Abhängigkeit davon auch unterschiedliche charakteristische Lastwerte definiert werden müssten, was aber in den entsprechenden Lastnormen entweder gar nicht oder nur für Sekundärtragglieder (z. B. [15]) vorgesehen ist.

$$S(A, t) = \int_A i(x, y) \cdot L(x, y, t) dA \quad (4.12)$$

Mit:

$S(A, t)$  Lastwirkung (Schnittgröße)

$i(x, y)$  Einflussfläche für die Lastwirkung

$L(x, y, t)$  räumlich und zeitlich zufällige Lastintensität

$$q_{\text{equ}}(t) = \frac{\int_A i(x, y) \cdot L(x, y, t) dA}{\int_A i(x, y) dA} \quad (4.13)$$

Die Nutzlasten setzen sich bei nahezu allen Nutzungsarten aus zwei Anteilen zusammen. Dies sind einerseits die langfristigen bzw. quasi-stationären Lasten, die sich nur selten ändern (z. B. bei Umzügen oder Nutzungswechseln), und andererseits die kurzfristig wirkenden bzw. transienten Lasten. Letztere sind Lastspitzen, die z. B. durch Personenansammlungen oder auch während Renovierungen entstehen. Abbildung 4.1 zeigt typische Zeitverläufe für beide Lastanteile und deren Überlagerung. Daraus wird deutlich, dass die stochastischen Modelle der beiden Nutzlastanteile nicht nur die Lastintensität, sondern auch die Lastdauer bzw. die Zeitabstände zwischen dem Auftreten von zwei Lasten beschreiben müssen.

Der quasi-stationäre Lastanteil lässt sich gut durch eine Gammaverteilung abbilden und der kurzfristige Anteil entweder durch eine Gamma- oder eine Exponentialverteilung. Die Abstände zwischen den Lastwechseln können exponentialverteilt angenommen werden (s. z. B. [31] oder [44]).

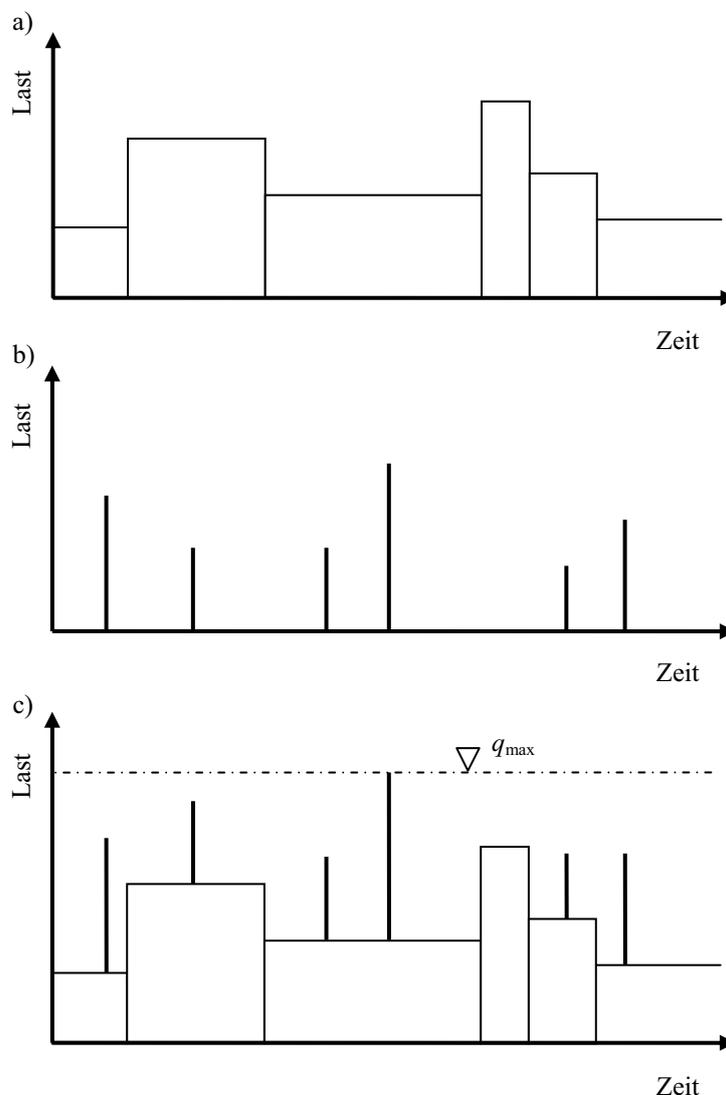


Abbildung 4.1: Zeitverläufe von a) langfristig und b) kurzfristig wirkenden Nutzlasten sowie c) der Gesamlast

Für die Bauteilbemessung und für die Auswertung der Grenzzustandsfunktion im Rahmen der Zuverlässigkeitsanalyse sind jedoch weder der zeitliche Verlauf der Nutzlasten noch die jeweiligen Maximalwerte der beiden Lastanteile von Bedeutung, sondern – sofern die Wirkung der Nutzlast ungünstig ist – nur der Maximalwert der Gesamtlast (s. Abbildung 4.1, c)), der innerhalb des betrachteten Zeitraums auftritt. Gesucht ist also die Verteilungsfunktion  $F_{q,\max}$  des Maximalwertes, die aus dem stochastischen Modell für die beiden Lastanteile hergeleitet werden kann. Da es sich bei dem gesuchten Maximalwert der Last um den Extremwert aus einer Folge von Zufallsereignissen handelt, eignet sich zu dessen Beschreibung eine Extremwertverteilung – üblicherweise eine Gumbelverteilung (s. Kap. 3.3). Diese ist abhängig von der Bezugsdauer, da die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten hoher Lastwerte mit zunehmender Bezugsdauer zunimmt.

Die Wirkung der Nutzlasten kann aber auch günstig sein. So wird z. B. die Beanspruchung im ersten Feld eines Zweifeldsystems durch die Lasten im zweiten Feld reduziert. Während in diesem Fall bei der Bemessung, bei der immer der ungünstigste Fall betrachtet werden muss, die günstig wirkenden Nutzlasten nicht angesetzt werden dürfen, ist bei der Zuverlässigkeitsanalyse ein realistischerer Lastansatz sinnvoller. Bei den im Rahmen dieses Forschungsvorhabens betrachteten Zweifeldsystemen werden die Nutzlasten in diesem Fall wie folgt modelliert. Für die ungünstig wirkenden Nutzlasten im ersten Feld wird – wie beim Einfeldsystem – der Maximalwert der Gesamtlast angesetzt und für die günstig wirkenden Nutzlasten im zweiten Feld nur der aktuelle Wert des quasi-stationären Lastanteils. Die Wahrscheinlichkeit, dass im zweiten Feld gleichzeitig mit dem Extremwert im ersten Feld, der ja aus quasi-stationärem und kurzfristigem Anteil zusammengesetzt ist, auch noch der kurzfristige Lastanteil wirkt, ist vernachlässigbar gering.

Bei der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit im Stützbereich wirken die Nutzlasten in beiden Feldern ungünstig. Daher werden diese zu einer Einwirkung zusammengefasst, für die wiederum nur der Maximalwert der Gesamtlast von Bedeutung ist.

## **Modelle für den Maximalwert der Nutzlast**

### Vorhandene Modelle

In der Literatur sind zahlreiche stochastische Modelle für die Nutzlasten zu finden, die sich z. T. deutlich voneinander unterscheiden. Dabei wird allerdings bei manchen Ansätzen nur grob oder gar nicht hinsichtlich der Nutzungsart unterschieden.

So verwenden Holický und Markova [29], Kleinschmitt [32], Six [54] und Sørensen [55] jeweils für alle Nutzlasten einen einheitlichen Variationskoeffizienten und ein Quantil für den charakteristischen Wert (s. Tabelle 4.6), wobei in [29] und [55] noch zwischen Nutzlasten einerseits sowie Wind- und Schneelasten andererseits unterschieden wird.

Tabelle 4.6: Vereinfachte Nutzlastmodelle

Ansatz aus	Variationskoeffizient $C_v$ (50 Jahre)	Quantil (1 Jahr)
Holický und Markova [29]	35%	95,4%
Kleinschmitt [32]	40%	98,0%
Six [54]	40%	98,0%
Sørensen [55]	20%	98,0%
Verteilungstyp bei allen Modellen: Gumbelverteilung		

Im Gegensatz dazu wird in den Modellen des CIB [6], des Probabilistic Model Code [31] sowie von Rackwitz [44] nach verschiedenen Nutzungskategorien unterschieden, für die jeweils ein stochastisches Modell angegeben wird. Dort sind zunächst Modelle der Lastanteile (kurz- und langfristig) angegeben und in [6] und [44] auch die Parameter der daraus abgeleiteten Extremwertverteilungen  $F_{q,max}$ . Für das Modell in [31] musste dagegen die Extremwertverteilungen selbst abgeleitet werden.

Dazu wurde zunächst eine Simulation der zeitlichen Verläufe beider Nutzlastanteile über die gesamte Nutzungsdauer durchgeführt, aus der dann der Maximalwert der Gesamtlast bestimmt wurde. Dieser Vorgang wurde so oft wiederholt, bis eine ausreichend große Stichprobe von Extremwerten zur Ableitung einer Verteilungsfunktion und deren Parameter vorlag, wobei sich hier die Gumbelverteilung als gut geeignet erwies. Da die Streuungen des langfristigen Lastanteils nach [31] von der Größe der Nutzfläche abhängt, wurde letztere als zusätzlicher Parameter in der Simulation variiert. Eine ausführliche Beschreibung der Vorgehensweise findet sich sowohl in [50] als auch in [20].

In Tabelle 4.7 sind beispielhaft für verschiedene Nutzungsarten die Variationskoeffizienten der Extremwertverteilungen angegeben, sowie die Quantilwerte, denen die in der Lastnorm DIN 1055-3 [15] angegebenen charakteristischen Werte entsprechen.

Tabelle 4.7: Nutzlastmodelle nach [6], [31] und [44] (Variationskoeffizient für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren und Quantilwert für 1 Jahr Bezugszeit)

Spalte		1	2	3	4	5	6	7
Nutzungsart	Bezugsfläche	DIN 1055-3	CIB [6]		JCSS [31]		Rackwitz [44]	
	$A_0$ [m <sup>2</sup> ]	$q_{k,1}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$C_{v,q,50}$ [%]	$F_1(q_{k,1})$ [%]	$C_{v,q,50}$ [%]	$F_1(q_{k,1})$ [%]	$C_{v,q,50}$ [%]	$F_1(q_{k,1})$ [%]
<b>Büros</b>	<b>20</b>	<b>2,0</b>	<b>19</b>	<b>94,2</b>	<b>35</b>	<b>97,4</b>	<b>20</b>	<b>99,4</b>
Lobby	20	5,0	k. A.	k. A.	28	100,0	39	100,0
Wohnräume	20	1,5	20	97,4	27	97,1	29	98,8
Hotelzimmer	20	1,5	14	79,9	16	97,0	22	99,0
Krankenzimmer	20	1,5	k. A.	k. A.	46	97,7	33	99,3
Schulzimmer	100	3,0	12	100,0	20	96,4	36	99,3
Verkaufsräume								
Erdgeschoss	100	5,0	11	100,0	45	97,7	18	100,0
<b>obere Etagen</b>	<b>100</b>	<b>5,0</b>	<b>19</b>	<b>100,0</b>	<b>45</b>	<b>97,7</b>	<b>26</b>	<b>100,0</b>
<b>Industrie (leicht)</b>	<b>100</b>	<b>5,0</b>	<b>k. A.</b>	<b>k. A.</b>	<b>77</b>	<b>99,0</b>	<b>k. A.</b>	<b>k. A.</b>
$q_{k,1}$		Charakteristische Last nach DIN 1055-3						
$C_{v,q,50}$		Variationskoeffizient (Bezugszeitraum 50 Jahre)						
$F_1(q_{k,1})$		Quantilwert von $q_{k,1}$ (Bezugszeitraum 1 Jahr)						

### Bewertung der Lastmodelle

Die Kennwerte der in Tabelle 4.7 aufgeführten Modelle weichen mitunter stark voneinander ab, und zwar sowohl zwischen den Nutzungsarten als auch zwischen den Modellen. Während die Variationskoeffizienten aus [6] zwischen 11% und 20% liegen, führt das Modell aus [31] zu einer Bandbreite von 16% bis 77%. Auch bei den Quantilwerten treten ähnlich gravierende Unterschiede auf.

Somit stellt sich die Frage, welches Modell ([6], [31] oder [44]) die tatsächliche Nutzlastbeanspruchung am besten beschreibt. Weiterhin müssen die maßgebenden (weil ungünstigsten), bzw. die repräsentativen Nutzungsklassen identifiziert werden, da die Überprüfung der Tragwerkszuverlässigkeiten für alle Nutzungsklassen mit einem erheblichen Rechenaufwand verbunden wäre.

Dazu werden zunächst die maßgebenden Nutzungsklassen aus dem Modell des Probabilistic Model Code [31] ausgewählt. Anschließend werden die Modelle aus [6], [31] und [44] für diese Nutzungsklassen miteinander verglichen und hinsichtlich ihrer Plausibilität überprüft, indem die Tragwerkszuverlässigkeiten einer unverstärkten Stahlbetonplatte bei Ansatz der drei Modelle berechnet werden.

Beim Modell des Probabilistic Model Code [31] treten die größten Streuungen der Nutzlasten bei leichter industrieller Nutzung auf, gefolgt von Krankenzimmern und Verkaufsräumen (für die oberen Etagen). Krankenzimmer haben zwar (bei gleichem Quantilwert) eine etwas größere Streuung als Verkaufsräume und wären somit etwas ungünstiger. Jedoch ist die charakteristische Nutzlast bei Verkaufsräumen deutlich größer. Daher ergibt sich für Krankenzimmer ein günstigeres Verhältnis von veränderlichen zu ständigen Einwirkungen, so dass diese Nutzungsklasse nicht weiter betrachtet wird. Bei leichter industrieller Nutzung ist zwar der Variationskoeffizient deutlich größer als bei Verkaufsräumen, aber der Quantilwert ist ebenfalls wesentlich größer, weshalb die ungünstigere Nutzungsart nicht a priori bekannt ist. Für Büroflächen liegen der Variationskoeffizient und der Quantilwert in der Mitte des jeweiligen Wertebereichs (s. Spalten 4 und 5 in Tabelle 4.7). Die drei Nutzungsklassen Büro, Verkaufsräume und leichte Industrie decken somit die beiden Fälle mit den ungünstigsten sowie einen Fall mit mittleren Streuungen ab.

Um die Plausibilität der Nutzlastmodelle zu überprüfen, werden für die in Abbildung 4.2 dargestellte Stahlbetonplatte die Versagenswahrscheinlichkeiten, bzw. die Zuverlässigkeitsindizes berechnet. Die Bewehrungsmenge wurde so gewählt, dass die Bemessungswerte der ständigen Einwirkungen  $g_d$  und der zur jeweiligen Nutzungsklasse gehörenden veränderlichen Einwirkungen  $q_d$ , gerade aufgenommen werden können.

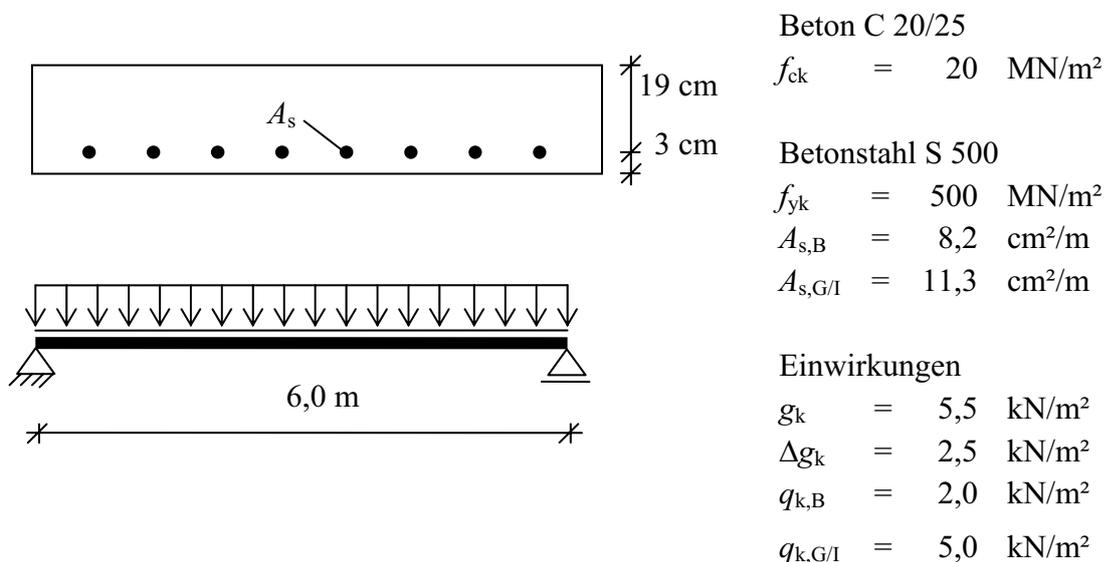


Abbildung 4.2: Unverstärkte Stahlbetonplatte – statisches System, Querschnitt, Baustoffe, Betonstahlbewehrung und Einwirkungen

Die Berechnung der Tragwerkszuverlässigkeiten erfolgte mit Hilfe der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung (s. Kap. 3.4.3). Für die in Abbildung 4.2 angegebenen Werkstoffeigenschaften und die geometrischen Größen werden die stochastischen Modelle aus Tabelle 4.5 und Tabelle 4.15 gewählt. Für die ständigen Einwirkungen wird das Modell aus Tabelle 4.12 verwendet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.8 dargestellt. Für leichte industrielle Nutzung ist die Tragwerkszuverlässigkeit trotz des größeren Variationskoeffizienten etwas größer als für Verkaufsräume, was auf den günstigeren Quantilwert zurückgeführt werden kann. Daher wird diese Nutzungsart nicht weiter betrachtet.

Tabelle 4.8: Zuverlässigkeitsindizes einer Stahlbetonplatte für verschiedene Nutzlastmodelle und Nutzungsklassen

Nutzungsart	Zuverlässigkeitsindex $\beta_{50}$		
	CIB [6] unverstärkt	JCSS [31] unverstärkt	Rackwitz [44] unverstärkt
Büro	4.76	3,85	5.50
Verkaufsräume (obere Etagen)	6.64	2,58	5.75
Industrie (leicht)	–	2,67	–

Es fällt auf, dass mit dem Modell aus [31] sowohl der Zielwert  $\beta_{50} = 3,8$  als auch der Mindestwert  $\beta_{50} = 3,04$  der Tragwerkszuverlässigkeit (s. Kap. 3.5) für Verkaufsräume und für leichte industrielle Nutzung deutlich unterschritten werden während bei Büronutzung gerade der Zielwert erreicht wird. Wegen des eher kleinen (und damit günstigen) Nutzlastanteils an der Gesamtlast von 20% müsste jedoch die Tragwerkszuverlässigkeit bei Büronutzung eher weiter über dem Zielwert liegen.

Das betrachtete Bauteil wurde jedoch nach den aktuellen Bemessungsregeln für Stahlbetonbauteile ([11], [15] und [17]) dimensioniert. Eine probabilistische Analyse unter Verwendung der untersuchten stochastischen Modelle für die Nutzlasten würde daher die Eignung der aktuellen deutschen Normung in Frage stellen. Dies ist jedoch nicht sinnvoll, da es sich hierbei um etablierte Bemessungsvorschriften bzw. Bauweisen handelt.

Die zu kleinen Zuverlässigkeiten und die – gegenüber den Modellen aus [6] und [44] – deutlich größeren Variationskoeffizienten des Modells aus [31] zeigen an, dass der Ansatz des Modells aus dem Probabilistic Model Code zu ungünstig ist. Im Gegensatz dazu dürfte der Ansatz der Modelle des CIB bzw. von Rackwitz auf der unsicheren Seite liegen, da dann die Tragwerkszuverlässigkeiten wesentlich größer als der Zielwert ist.

Da die Zuverlässigkeitsanalyse von unverstärkten Stahlbetonbauteilen unter Verwendung der stochastischen Modellen für die Nutzlasten aus [6], [31] und [44] keine sinnvollen Ergebnisse

liefert, wird im folgenden ein eigenes stochastisches Modell für die Nutzlasten abgeleitet und verifiziert.

### Verwendetes Nutzlastmodell

Für das im Rahmen dieses Forschungsvorhabens verwendete Modell wird der Quantilwert zu 98% angenommen (s. Tabelle 4.9), was einer konsequenten Umsetzung der Vorgaben aus DIN 1055-100 [17] bei der Festlegung der charakteristischen Werte in den jeweiligen Lastnormen entspricht. Der Variationskoeffizient des eigenen Modells wird zunächst gleich dem Mittelwert aus den drei Ansätzen gewählt, da die unter Ansatz der Modelle aus [6], [31] und [44] berechneten Tragwerkszuverlässigkeiten entweder zu groß oder zu klein sind, und die in den Modellen angegebenen Variationskoeffizienten stark voneinander abweichen. Das gewählte Modell wird nun wiederum an der unverstärkten Stahlbetonplatte (s. Abbildung 4.2) überprüft. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.10 dargestellt.

Tabelle 4.9: Gewähltes stochastisches Modell der Nutzlasten

Nutzungsart	DIN 1055-3	Gewählter Ansatz	
	$q_{k,1}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$C_{v,q,50}$ [%]	$F_1(q)$ [%]
Büros	2,0	25	98,0
Verkaufsräume (obere Etagen)	5,0	30	98,0

Tabelle 4.10: Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{50}$  der unverstärkten Platte für verschiedene Nutzlastmodelle

Nutzlastmodell	Zuverlässigkeitsindex $\beta_{50}$ für Nutzungsart	
	Büro: $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$ <sup>1)</sup>	Verkaufsräume: $q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$ <sup>1)</sup>
JCSS [31]	3,85	<b>2,58</b>
Gewähltes Modell	4,77	3,44
<sup>1)</sup> nach DIN 1055-3		

Der Ansatz des gewählten Nutzlastmodells führt zu wesentlich sinnvollerem Ergebnissen. So liegt die Unterschreitung für Verkaufsräume noch im zulässigen Bereich (s. Kap. 3.5), während die Zuverlässigkeit für die Büronutzung zwar größer ist als erforderlich, aber noch nicht stärker abweicht als beim Modell des CIB-Reports.

Es kann angenommen werden, dass die Bemessung von Betonbauteilen nach den aktuell gültigen Normen ein ausreichendes und angemessenes Zuverlässigkeitsniveau liefert. Da alle im Rahmen dieser Arbeit berechneten und verglichenen Versagenswahrscheinlichkeiten nur operative Werte sind, ein Vergleich operativer Versagenswahrscheinlichkeiten aber nur sinn-

voll ist, wenn diese auf Grundlage gleicher stochastischer Modelle berechnet wurden (s. a. Kap. 3.1), ist das gewählte Modell somit offensichtlich deutlich besser für die probabilistische Analyse geeignet als die zuvor betrachteten Modelle.

Die tatsächlichen bzw. „richtigen“ Versagenswahrscheinlichkeiten bzw. Zuverlässigkeitsindizes der untersuchten Stahlbetonplatten sind jedoch nicht bekannt. Somit lässt die durchgeführte Plausibilitätskontrolle keine Rückschlüsse über die absolute Richtigkeit der Lastmodelle zu. Daher, und weil auch über die tatsächlichen Verteilungsfunktionen der Nutzlasten keine genaueren Erkenntnisse vorliegen, ist eine weitere Anpassung bzw. eine Verbesserung des gewählten Modells auch nicht möglich.

### Modelle für den quasi-stationären Nutzlastanteil

In Tabelle 4.11 sind für die in CIB [6], in JCSS [31] sowie die von Rackwitz [44] angegebenen Parameter der Verteilungsfunktionen für die quasi-stationären Nutzlastanteile der hier untersuchten Nutzungsarten wiedergegeben. Für eine Büronutzung sind alle drei Modelle nahezu identisch, für Verkaufsräume ist der Mittelwert nach JCSS [31] deutlich größer als nach [6] und [44]. Da der quasi-stationäre Nutzlastanteil im Rahmen dieses Forschungsvorhabens nur zur Modellierung günstig wirkender Nutzlasten verwendet wird, wird hier das Modell von Rackwitz verwendet, da dieses – wegen der kleineren Mittelwerte – kleinere Realisierungen liefert als das Modell des JCSS [31]. Eine Verifizierung dieses Modells wird nicht vorgenommen, da die Sensitivität des quasi-stationären Lastanteils nur gering ist (s. S. 92).

Tabelle 4.11: Mittelwerte und Standardabweichungen der quasi-stationären Nutzlastanteile nach [6], [31] und [44]

Nutzungsart	CIB [6]		JCSS [31]		Rackwitz [44]	
	$\mu_q$	$\sigma_q$	$\mu_q$	$\sigma_q^{1)}$	$\mu_q$	$\sigma_q^{1)}$
	[kN/m <sup>2</sup> ]					
Büros	0.52	0.28	0.50	0.30	0.50	0.30
Verkaufsräume obere Etagen	0.58	0.46	0.90	0.60	0.60	0.50

<sup>1)</sup> Unter Vernachlässigung des von der Größe der Bezugsfläche abhängigen Anteils  $\sigma_u$  (s. [44])

### 4.3.4 Schnee

Die Größe der Schneelasten ist von einer Vielzahl von Einflüssen abhängig. Dies sind einerseits geographische und klimatische Einflüsse, andererseits die Gebäudeform und –höhe, die Dachform oder auch die Wärmeleitfähigkeit der Dachhaut (s. z. B. [31]). Stochastische Modelle für die Schneelasten finden sich u. a. in [31], [49], [55] sowie in [58], von denen jedoch hier nur das Modell aus [49] geeignet ist. Das Modell des Probabilistic Model Code [31] berücksichtigt zwar alle o. g. Einflussparameter, enthält jedoch keine Angaben zur Schneelast

auf dem Boden. Auch die Modelle aus [55] und [58] werden hier nicht verwendet, da diese zur Kalibrierung von Sicherheitsbeiwerten für die dänischen bzw. niederländischen Bemessungsnormen verwendet wurden und somit für andere klimatische Bedingungen gelten. Dagegen wurden in [49] statistische Daten für verschiedene Regionen in Deutschland ausgewertet aus denen sich ein Variationskoeffizient  $C_{v,s} = 25\%$  für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren ableiten lässt (s. a. [24]). Dieser Wert wird auch für die vorliegende Untersuchung angewendet. Das Quantil der charakteristischen Schneelast  $s_k$  beträgt nach DIN 1055-5 [16], welche die bei der Bemessung anzusetzenden Schneelasten regelt, 98% für einen Bezugszeitraum von einem Jahr. Für die Beschreibung der Extremwerte eignet sich wegen des langen Bezugszeitraumes auch hier eine Gumbelverteilung (s. a. [24]).

Eine Überprüfung dieses Schneelastmodells an der unverstärkten Stahlbetonplatte nach Abbildung 4.2 wird nicht mehr vorgenommen. Die Variationskoeffizienten und die Quantile sind für das Schneelastmodell und das Modell für Büronutzung identisch. Die charakteristischen Lasten  $s_k$  können nach DIN 1055-5 [16] je nach Schneelastzone, Geländehöhe über Meeresniveau und Dachform sehr unterschiedliche Werte annehmen, sind aber in Deutschland meist kleiner als  $2,0 \text{ kN/m}^2$  ( $= q_k$  für Büronutzung) und nur selten größer als  $5,0 \text{ kN/m}^2$  ( $= q_k$  für Verkaufsräume). Somit ist der Nutzlastanteil meist günstiger als bei Büronutzung und selten ungünstiger als für Verkaufsräume. Für die unverstärkte Stahlbetonplatte sind daher je nach Größe von  $s_k$  überwiegend Zuverlässigkeitsindizes von mehr als 4,77 und selten unter 3,44 (s. Tabelle 4.10) zu erwarten, zumal der Variationskoeffizient der Nutzlasten für Verkaufsräume größer ist als für die Schneelasten. Da durch die beiden Nutzlastansätze bereits eine sinnvolle Bandbreite möglicher Beanspruchungssituationen und (für unverstärkte Stahlbetonbauteile) sinnvoller Werte des Zuverlässigkeitsindex abgedeckt ist, wird eine Beanspruchung durch Schneelasten nur noch bei einigen wenigen Beispielen untersucht.

#### 4.3.5 Zusammenfassung Lastmodelle

Die verwendeten Lastmodelle für die Maximalwerte der Lasten sind in Tabelle 4.12 wiedergegeben und die verwendeten Modelle für die quasi-stationären Nutzlastanteile in Tabelle 4.13. Dabei sind nur die als ungünstig bzw. repräsentativ (s. a. Kap. 4.3.3) identifizierten Nutzungskategorien aufgeführt.

Die Unterschiede in den Streuungen der veränderlichen Einwirkungen machen deutlich, dass der Ansatz einheitlicher Quantil- und Teilsicherheitsbeiwerte bei der Bemessung, der in der deutschen Normung [17] vorgesehen ist, zu unterschiedlichen Tragwerkszuverlässigkeiten führt. Da im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen ausschließlich die Sicherheitselemente für den Verbundnachweis kalibriert und im Übrigen die Vorgaben der bestehenden Normen verwendet werden, können auch hier keine einheitlichen Tragwerkszuverlässigkeiten für alle bemessenen Bauteile erreicht werden.

Tabelle 4.12: Statistische Kennwerte der Basisvariablen – Modelle für Maximalwerte der Lasten

Variable $X_i$	Art der Einwirkung	Verteilung	Variationskoeffizient $C_{v,X_i}$	Nennwert $X_k$	p-Quantil
$g$	ständige	N	10%	$g_k$	50%
$q$	Büro	G	25% <sup>1)</sup>	$q_k$	98% <sup>2)</sup>
$q$	Verkaufsräume	G	30% <sup>1)</sup>	$q_k$	98% <sup>2)</sup>
$s$	Schnee	G	25% <sup>1)</sup>	$s_k$	98% <sup>2)</sup>
Verteilungstypen: N – Normal, G – Gumbel					
1)	Bezugszeitraum 50 Jahre				
2)	Bezugszeitraum ein Jahr				

Tabelle 4.13: Statistische Kennwerte der Basisvariablen – Modelle für quasi-stationäre Anteile der Nutzlasten

Variable $X_i$	Art der Einwirkung	Verteilung	Mittelwert $\mu_q$ [kN/m <sup>2</sup> ]	Nennwert $X_k$	Standardabweichung $\sigma_q$ [kN/m <sup>2</sup> ]
$q$	Büro	GA	0.50	$q_k$	0.30
$q$	Verkaufsräume	GA	0.60	$q_k$	0.50
Verteilungstypen: GA – Gamma					

## 4.4 Geometrische Modelle

### 4.4.1 Betonquerschnitt

Nach Rackwitz [44] bzw. nach JCSS [31] entspricht der Mittelwert der Abmessung  $a$  eines Betonquerschnitts dem Soll- bzw. Nominalwert  $a_{nom}$ , von dem die tatsächliche Abmessung um eine Zufallsgröße  $\Delta a$  abweicht:

$$a = a_{nom} + \Delta a \quad (4.14)$$

$$\Delta a(\xi) = \Delta a_1 + \Delta a_2(\xi) \quad (4.15)$$

Das Abmaß  $\Delta a$  setzt sich wiederum aus den beiden Anteilen  $\Delta a_1$  und  $\Delta a_2$  zusammen, von denen der erste die Streuung zwischen unterschiedlichen Bauteilen beschreibt und der zweite die Streuung innerhalb eines Bauteils. Der Mittelwert von  $\Delta a$  beträgt Null, die Varianz kann nach Gleichung (4.16) berechnet werden.

$$\text{Var}[\Delta a] = \text{Var}[\Delta a_1] + \text{Var}[\Delta a_2(\xi)] \quad (4.16)$$

Die Standardabweichungen für  $\Delta a_i$  bei Betonbauteilen nach Rackwitz [44] bzw. nach JCSS [31] sind in Tabelle 4.14 angegeben.

Tabelle 4.14: Standardabweichungen für  $\Delta a_i$  bei Betonbauteilen

	$\sigma[\Delta a_1]$	$\sigma[\Delta a_2]$	$\sigma[\Delta a]$
$a_{\text{nom}} \leq 1000 \text{ mm}$	$0,003 a_{\text{nom}}$	$4 + 0,006 a_{\text{nom}}$	$\sqrt{4,5 \cdot 10^{-5} \cdot a_{\text{nom}}^2 + 0,048 \cdot a_{\text{nom}} + 16}$
$a_{\text{nom}} \geq 1000 \text{ mm}$	3 mm	10 mm	10,4 mm

Rackwitz gibt als Verteilungstyp eine Lognormalverteilung an, die jedoch bei kleinen Variationskoeffizienten hinreichend genau durch eine Normalverteilung ersetzt werden darf.

#### 4.4.2 Betondeckung

Angaben zur Streuung der Betondeckung finden sich in zahlreichen Quellen – u. a. in JCSS [31] oder bei Maaß und Rackwitz [35]. Dabei wird teilweise (z. B. [31]) nach der Art des Bauteils und der Lage der Bewehrung im Bauteil (z. B. oben oder unten) unterschieden, teilweise gelten die Angaben für alle Arten von Bauteilen und Bewehrungslagen (z. B. in [35]). Die diversen Quellen enthalten mitunter widersprüchliche Angaben. Gemäß JCSS [31] wird der folgende Ansatz verwendet:

Obere Bewehrung:  $\mu_c = c_{\text{nom}} + 10 \text{ mm}$        $\sigma_c = 10 \text{ mm}$       normalverteilt

Untere Bewehrung:  $\mu_c = c_{\text{nom}}$        $\sigma_c = 10 \text{ mm}$       normalverteilt

#### 4.4.3 Betonstahlbewehrung

Die Querschnittsfläche ist nur geringen Streuungen unterworfen. Entsprechend JCSS [31] wird eine Normalverteilung mit einem Mittelwert gleich dem Nominalwert und einem Variationskoeffizienten von 2% verwendet. Ähnliche Werte werden auch von Rußwurm [48] vorgeschlagen. Der Betonstahldurchmesser wird direkt aus der Querschnittsfläche berechnet.

#### 4.4.4 Nutzhöhe des Betonstahls

Die Nutzhöhe des Betonstahls  $d$  wird im Rahmen dieses Forschungsvorhabens nicht als Basisvariable berücksichtigt, sondern aus der Bauteildicke  $h_c$ , der Betondeckung  $c$  und dem Betonstahldurchmesser  $d_s$  berechnet.

#### 4.4.5 Nutzhöhe der Klebebewehrung

Die Nutzhöhe der Klebebewehrung wird direkt aus der Dicke des Bauteils  $h_c$ , der Dicke der Klebebewehrung  $t_L$  und der Klebschichtdicke  $t_g$  berechnet (s. Gl. (4.17)).

$$d_L = h_c + t_g + t_L / 2 \quad (4.17)$$

Nach den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen für Klebeverstärkungen (z. B. [8]) soll die Klebschichtdicke planmäßig 1 mm betragen. Die Klebschichtdicke ist somit deutlich kleiner als die Streuung der Bauteildicke. Die Streuung von  $t_g$  wird daher vernachlässigt. Die Streuung von  $d_L$  resultiert damit allein aus den Streuungen von  $h_c$  und  $t_L$ .

#### 4.4.6 Systemabmessungen

Die Streuung der Stützweite wurde aus den Angaben zu Lageabweichungen von Stützen bestimmt. Nach [35] ergeben sich für den Raum zwischen Stützen bzw. Wänden Abweichungen mit einem Mittelwert  $\mu_{\Delta L} \approx -10 \div +8$  mm und einer Standardabweichung von  $\sigma_{\Delta L} \approx 7 \div 14$  mm, wobei i. d. R. zwischen Stützen und Wänden unterschieden wird. Hier wird für die Abweichung bei Stützen und Wänden und damit auch für die Stützweiten stets eine Normalverteilung mit  $\mu_{\Delta L} = 0$  mm und  $\sigma_{\Delta L} \approx 15$  mm angenommen

#### 4.4.7 Klebebewehrung

##### CFK-Lamellen

Das stochastische Modell für die Geometrie der Klebebewehrung wird ebenfalls auf Grundlage der Untersuchungen von Strauss [57] gewählt (s. a. S. 37). Danach kann die Streuung der Lamellendicke  $t_L$  durch eine logarithmische Normalverteilung beschrieben werden, deren Mittelwert um ca. 1% größer ist als der Nennwert. Der Variationskoeffizient beträgt 1%. Angaben zur Lamellenbreite können [57] nicht entnommen werden, weshalb für diese ebenfalls eine logarithmische Normalverteilung mit einem Variationskoeffizienten von 1% angesetzt wurde. Der Mittelwert wurde dabei dem Nominalwert gleichgesetzt. Im Rahmen der Sensitivitätsanalyse (s. Kap. 6.3) zeigte sich, dass die Lamellenabmessungen keinen nennenswerten Einfluss auf die Ergebnisse des Verbundnachweises hatten, so dass die getroffenen Annahmen in guter Näherung angesetzt werden können.

##### Stahllaschen

Das stochastische Modell für die Abmessungen von Stahllaschen wird aus Literaturangaben zu Maßabweichungen für Walzprofile abgeleitet. Für diese weicht der Mittelwert nach [31] um maximal 1 mm vom Sollwert ab ( $-1 \text{ mm} \leq \mu_a \leq +1 \text{ mm}$ ), während nach Hawranek [28] der Sollwert als Mittelwert angenommen werden kann. Für die Standardabweichung aller Abmessungen gilt nach [31] generell  $\sigma_a \leq 1$  mm. Hingegen sind in [28] für die Standardabweichungen der Steg- und Flanschdicken die Gleichungen (4.18) bzw. (4.19) angegeben sowie die Gleichungen (4.20) und (4.21) für die Streuung von Profilhöhe und Flanschbreite.

$$\sigma_{t_s} = 0,3 \text{ mm} + 0,03 \cdot \text{Nennwert} [\text{mm}] \quad (4.18)$$

$$\sigma_{t_f} = 0,45 \text{ mm} + 1,375 \cdot 10^{-2} \cdot \text{Nennwert} [\text{mm}] \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \sigma_h &= 1,3 \text{ mm} + 1,75 \cdot 10^{-3} \cdot \text{Nennwert} [\text{mm}] && \text{für } 0 < h \leq 400 \text{ mm} \\ \sigma_h &= 2 \text{ mm} && \text{für } h > 400 \text{ mm} \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\sigma_b = 1,5 \text{ mm} \quad (4.21)$$

Damit ergeben sich für Laschendicken von  $5 \text{ mm} \leq t_L \leq 15 \text{ mm}$  Standardabweichungen von  $0,45 \text{ mm} \leq \sigma_{tL} \leq 0,75 \text{ mm}$  und für Laschenbreiten von  $50 \text{ mm} \leq b_L \leq 200 \text{ mm}$  Standardabweichungen von  $1,39 \text{ mm} \leq \sigma_{bL} \leq 1,65 \text{ mm}$ . Für die weiteren Untersuchungen werden hiervon etwa die mittleren Werte verwendet, nämlich für alle Laschendicken  $\sigma_{tL} = 0,60 \text{ mm}$  und für alle Laschenbreiten  $\sigma_{bL} = 1,5 \text{ mm}$ . Entsprechend den Angaben in [31] wird als Verteilungstyp eine Normalverteilung gewählt.

Die angenommene Standardabweichung der Laschenbreite gilt für eine Lasche. Üblicherweise werden mehrere Laschen nebeneinander aufgeklebt. Die Standardabweichung der gesamten Breite aller Laschen kann dann mit Hilfe von Gleichung (4.22) berechnet werden.

$$\left(\sigma_{b,ges}\right)^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_{b,i}^2 \quad (4.22)$$

Um nicht immer die Anzahl der Laschen bestimmen zu müssen, wird davon ausgegangen, dass die Laschenbreite im Mittel 15 cm beträgt. Damit kann Gleichung (4.22) wie folgt vereinfacht werden:

$$\sigma_{b,ges} = \sqrt{\frac{b_{L,ges} [cm]}{15 \text{ cm}}} \cdot \sigma_{b,i} = \sqrt{\frac{b_{L,ges} [cm]}{15 \text{ cm}}} \cdot 1,5 \text{ mm} \quad (4.23)$$

### Kohlefasergelege

Wie auch für die mechanischen Eigenschaften der Kohlefasergelege (vgl. Kap. 4.2.4) stehen derzeit keine statistischen Untersuchungen zu den Abmessungen von Kohlefasergelegen zur Verfügung. Daher werden für die Untersuchungen im Rahmen dieses Forschungsvorhabens für die Breite und Dicke der Gelege die gleichen Modelle gewählt wie für CFK-Lamellen, wobei jedoch der Mittelwert der Gelegedicke auf der sicheren Seite liegend dem Nominalwert gleich gesetzt wird (s. Tabelle 4.15). Auch für diese Parameter konnte durch die Sensitivitätsanalyse gezeigt werden, dass Streuungen der Abmessungen von Kohlefasergelegen nur einen geringen Einfluss auf die Tragwerkszuverlässigkeit haben, und dass der Einfluss erst für deutlich größere Streuungen von Bedeutung ist. Somit sind die getroffenen Annahmen hinreichend genau.

#### 4.4.8 Zusammenfassung geometrische Modelle

Die gewählten stochastischen Modelle für die geometrischen Größen sind in Tabelle 4.15 zusammengefasst.

Tabelle 4.15: Statistische Kennwerte der Basisvariablen – geometrische Modelle

Variable $X_i$	Verteilung	Mittelwert $\mu_{X_i}$	Standardabweichung $\sigma_{X_i}$	Variationskoeffizient $C_{v,X_i}$	Nennwert $X_k$	p-Quantil
$a$	N	$a_{\text{nom}}$	$4 \div 10,4 \text{ mm}^{1)}$	–	$a_{\text{nom}}$	50%
$c_{\text{oben}}$	N	$c_{\text{nom}} + 10 \text{ mm}$	10 mm	–	$c_{\text{nom}}$	–
$c_{\text{unten}}$	N	$c_{\text{nom}}$	10 mm	–	$c_{\text{nom}}$	50%
$A_s$	N	$A_{s,\text{nom}}$	–	2%	$A_{s,\text{nom}}$	50%
$l$	N	$l_{\text{nom}}$	15 mm	–	$l_{\text{nom}}$	50%
$t_{L,\text{CFK}}$	LN	$1,01 \cdot t_{L,\text{nom}}$	–	1%	$t_{L,\text{nom}}$	–
$b_{L,\text{CFK}}$	LN	$b_{L,\text{nom}}$	–	1%	$b_{L,\text{nom}}$	–
$t_{L,\text{Stahl}}$	N	$t_{L,\text{nom}}$	0,6 mm	–	$t_{L,\text{nom}}$	–
$b_{L,\text{Stahl}}$	N	$b_{L,\text{nom}}$	$1,5 \text{ mm}^{4)}$	–	$b_{L,\text{nom}}$	–
$t_{L,\text{Gelege}}$	LN	$t_{L,\text{nom}}^{2)}$	–	1% <sup>3)</sup>	$t_{L,\text{nom}}$	–
$b_{L,\text{Gelege}}$	LN	$b_{L,\text{nom}}^{3)}$	–	1% <sup>3)</sup>	$b_{L,\text{nom}}$	–
Verteilungstypen: N – Normal, LN – Lognormal						
<sup>1)</sup> s. Tabelle 4.14 <sup>2)</sup> Abweichend von CFK-Lamellen auf der sicheren Seite liegend <sup>3)</sup> Wie für CFK-Lamellen <sup>4)</sup> für eine 15 cm breite Lasche, sonst s. Gleichung (4.23)						

## 5 Modellunsicherheiten

### 5.1 Allgemeines

Jedes Nachweisverfahren, Rechen- oder Ingenieurmodell bildet das tatsächliche Tragverhalten nur vereinfacht ab. Somit ergeben sich unweigerlich Abweichungen zwischen tatsächlicher und berechneter Traglast, die als Modellunsicherheiten bezeichnet werden.

Sie lassen sich durch den Vergleich von Rechen- und Versuchsergebnissen bestimmen. Dazu wird in der vorliegenden Arbeit durch die Nachrechnung von geeigneten Versuchen der Verhältniswert  $\xi$  von tatsächlich im Versuch beobachteter Versagenslast zu rechnerischer Versagenslast betrachtet (s. Gleichung (5.1)). Im Idealfall würde  $\xi$  für alle Nachrechnungen den Wert 1 annehmen (d. h.  $F_{\text{exp}} = F_{\text{calc}}$ ). In der Realität streut  $\xi$  jedoch immer mehr oder weniger stark um einen bestimmten Wert. Bei der Bestimmung der Tragwerkszuverlässigkeit muss der Faktor  $\xi$  als streuende Basisgröße berücksichtigt werden:

$$\xi = F_{\text{exp}} / F_{\text{calc}} \quad (5.1)$$

$F_{\text{exp}}$  experimentelle Versagenslast

$F_{\text{calc}}$  rechnerische Versagenslast

### 5.2 Nachrechnung von Versuchen

Um verlässliche Aussagen über die Modellunsicherheiten treffen zu können, wurde eine möglichst große Anzahl an Versuchen mit dem Modell von Niedermeier [42] nachgerechnet. Zur Verfügung standen im Wesentlichen die in Tabelle 5.1 aufgelisteten Versuchsreihen.

Die verfügbaren Versuche wurden an diversen Forschungseinrichtungen unter z. T. sehr unterschiedlichen Bedingungen durchgeführt. So wurden z. B. verschiedene Arten von Klebebewehrung verwendet (Stahl, CFK, GFK bzw. Lamellen oder Gelege), unterschiedliche statische Systeme, Querschnitte und Bewehrungsmengen gewählt. Allerdings eignen sich nicht alle Versuche gleichermaßen für die Bestimmung der Modellunsicherheiten. Hier wurden nur uneingeschränkt geeignete Versuche berücksichtigt. Dies ist gegeben, wenn alle Basisgrößen des Nachweisverfahrens bekannt sind und das Bauteil durch Entkoppelung der Klebebewehrung versagt. Die Entkopplung der Klebebewehrung darf nicht durch externe Schubbewehrung (z. B. geklebte Laschenbügel) behindert werden, da deren günstiger Einfluss auf die Verbundtragfähigkeit durch das untersuchte Nachweiskonzept nicht berücksichtigt wird. Darüber hinaus muss sich das Rissbild, welches den Verbundnachweis stark beeinflusst, frei im Bauteil einstellen können. Versuchskörper, bei denen das Rissbild durch Rissbleche weitestgehend vorgegeben war, sind daher nur bedingt geeignet, Versuche mit anderen Versagensformen (Biege- oder Querkraftversagen) haben überhaupt keine Aussagekraft.

Tabelle 5.1 Versuchsreihen an klebeverstärkten Betonbauteilen

Versuchsreihe	Versuchsanzahl	Bauteil <sup>1)</sup>	Klebebe- wehrung <sup>2)</sup>	Anzahl verwen- deter Versuche
Kotynia [33]	4	B, P	C, G	4
Matthys [37]	9	B	C, G	6
Neubauer bzw. Rostásy und Neubauer [41] [47]	7	P, B	C	0
Seim u. a. [52]	13	P	C	6
Yao u. a. [59]	22	P	C, G	22
Zilch u. a. [60]	10	B (P, T)	S	1
Zilch u. a. [61]	12	P	C	0
<sup>1)</sup> B – Balken, P – Platte, T – Plattenbalken <sup>2)</sup> C – CFK-Lamellen, G – auflaminierte Gelege, S - Stahllaschen				

### 5.3 Bemessungskonzept

Bei allen Versuchsnachrechnungen wurde das in Kapitel 2 beschriebene Bemessungskonzept verwendet. Dabei wurden jedoch vier Varianten hinsichtlich des Ansatzes der Biegezugfestigkeit des Betons untersucht:

- A) Variante A entspricht dem Verbundnachweis in seiner Fassung vom 09.11.2004 (s. Kap. 2.3). D. h. die Biegezugfestigkeit  $f_{ct,fl}$  des Betons wurde gemäß dem Vorschlag aus [62] mit den Gleichungen (2.1) und (2.21) aus der Oberflächenzugfestigkeit  $f_{ct,surf}$  berechnet und mit jeweils dem oberen und dem unteren Fraktilwert in der Bemessung berücksichtigt. Beim Ansatz des oberen Fraktilwertes wurde der äußerste Biegeriss dem Vorschlag von Niedermeier [42] entsprechend noch um die Eintragungslänge in Richtung des Momentenmaximums versetzt (s. Gl. (2.4)).
- B) Bei Variante B wurde lediglich ein Wert für die Biegezugfestigkeit in der Bemessung angesetzt ( $f_{ct,fl} = f_{ct,surf}$ ). Der äußerste Biegeriss wurde um die Eintragungslänge versetzt.
- C) Bei der Bemessung wurde wiederum nur ein Wert für die Biegezugfestigkeit in der Bemessung angesetzt ( $f_{ct,fl} = f_{ct,surf}$ ). Der äußerste Biegeriss wurde jedoch nicht um die Eintragungslänge versetzt.

D) Die Variante D entspricht dem vorgehen in der aktuellen Version des Verbundnachweises (s. Kap. 2.2). Das Vorgehen ist also identisch mit Variante A, wobei allerdings der obere Quantilwert der Biegezugfestigkeit des Betons mit Gleichung (2.2) berechnet wird. Der untere Quantilwert wird wie bei Variante A mit Gleichung (2.1) berechnet.

Im Weiteren wird der Einfachheit halber die Fassung des Nachweiskonzepts vom 09.11.2004 als Variante A bezeichnet und die derzeit aktuelle Fassung vom 19.12.2006 als Variante D.

## 5.4 Ergebnisse der Versuchsnachrechnungen

Nachfolgend sind die ermittelten Verhältniswerte  $\xi = F_{\text{exp}} / F_{\text{calc}}$  für die Varianten A bis D grafisch aufgetragen (s. Abbildung 5.1 bis Abbildung 5.4). Dabei wird zwischen CFK-Lamellen und Stahlflaschen einerseits und Gelegen andererseits unterschieden, da sich für diese beiden Gruppen sehr unterschiedliche  $\xi$ -Werte ergeben.

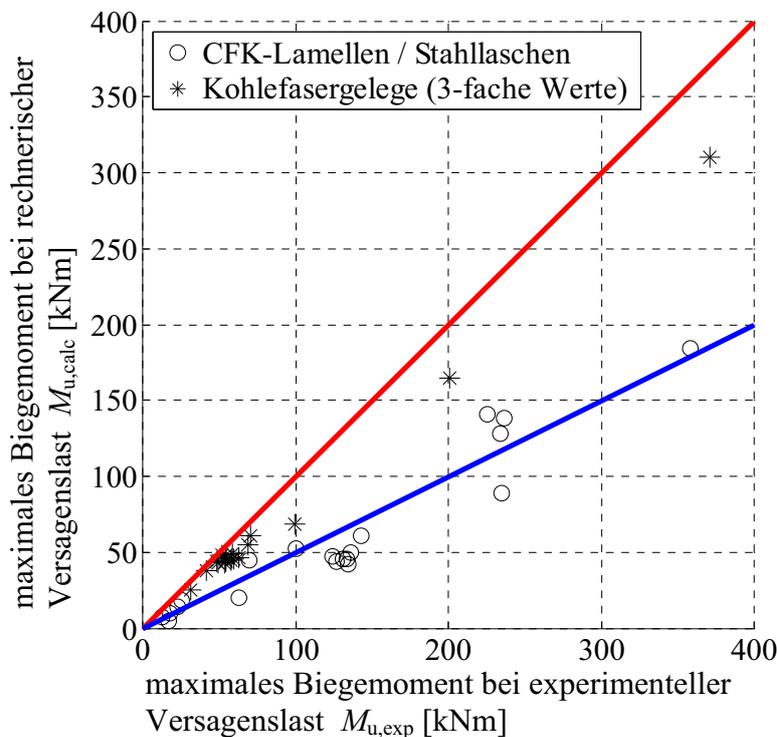


Abbildung 5.1: Vergleich von rechnerischer und experimenteller Traglast für Variante A

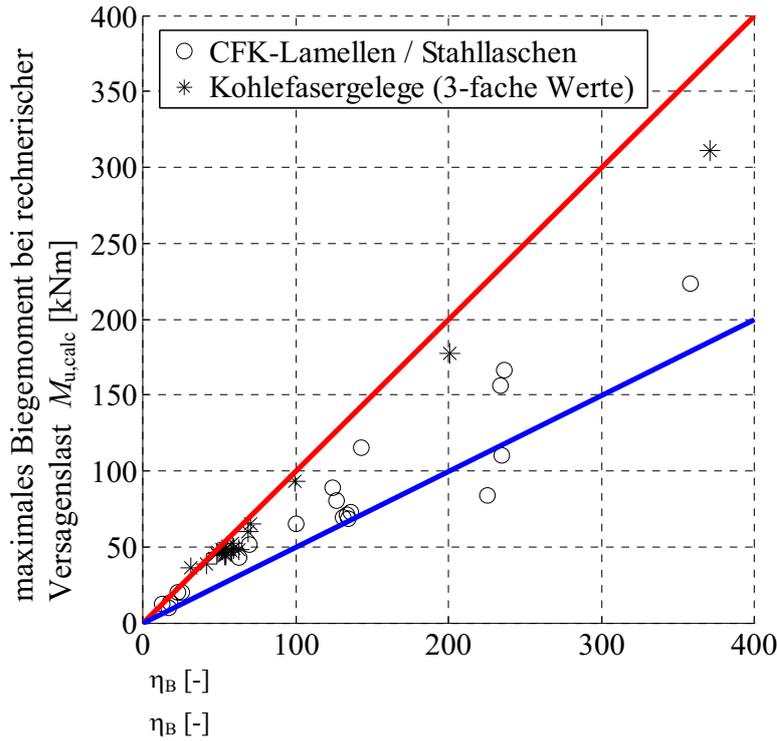


Abbildung 5.2: Vergleich von rechnerischer und experimenteller Traglast für Variante B

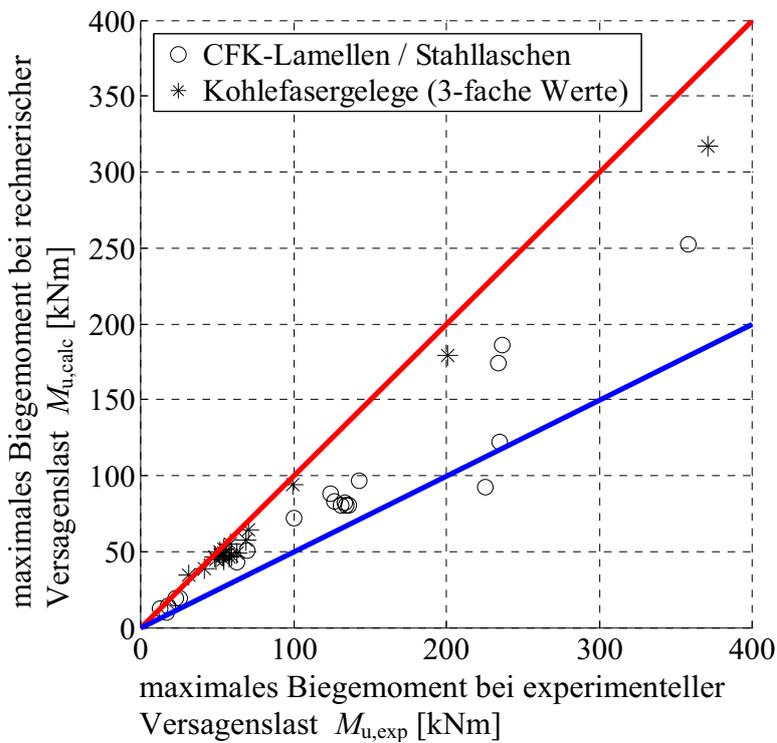


Abbildung 5.3: Vergleich von rechnerischer und experimenteller Traglast für Variante C

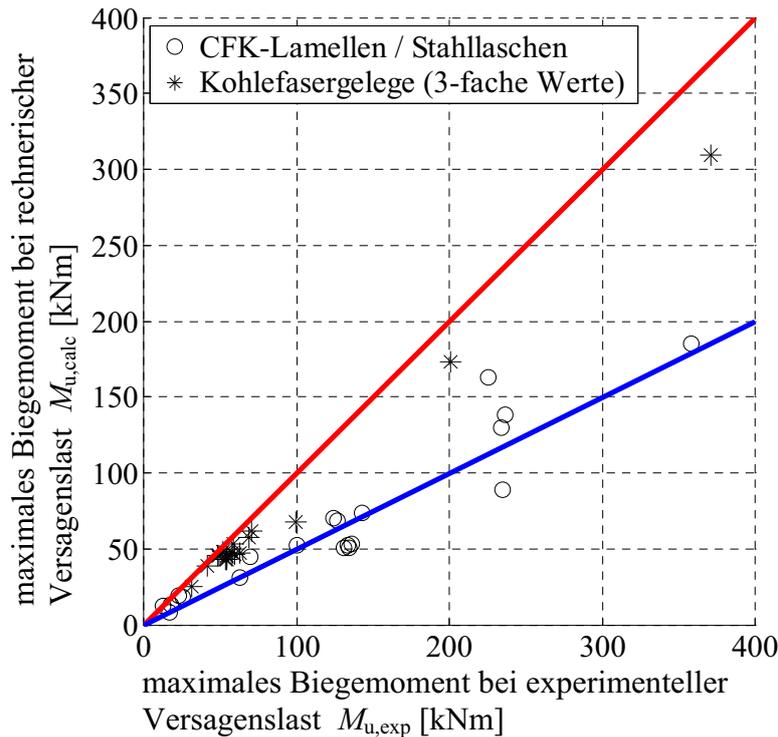


Abbildung 5.4: Vergleich von rechnerischer und experimenteller Traglast für Variante D

Aus den Abbildungen ist deutlich erkennbar, dass der Verhältniswert  $\xi$  eine streuende Größe ist. Die Parameter für die Verteilungsfunktionen von  $\xi$  (unterschieden nach Lamellen bzw. Stahllaschen einerseits und Gelegen andererseits) werden aus dem Mittelwert  $\bar{x}$  und der Standardabweichung  $s$  der berechneten  $\xi$ -Werte abgeleitet. Da  $\xi$  eine Zufallsgröße ist, sind  $\bar{x}$  und  $s$  ebenfalls Zufallsgrößen. Sie weichen somit i. d. R. von den tatsächlichen statistischen Momenten  $\mu$  und  $\sigma$  der Grundgesamtheit von  $\xi$  ab. Die Grenzen für das Vertrauensintervall von  $\mu$  und  $\sigma$  können mit Hilfe der Gleichungen (5.2) bis (5.3) bestimmt werden. Die  $k$ -Faktoren können in Abhängigkeit von der gewünschten Aussagesicherheit und der vorhandenen Stichprobenanzahl  $n$  aus Tabellen entnommen werden (s. z. B. [34]).

$$k_u s = \sigma_u \leq \sigma \leq \sigma_o = k_o s \quad (5.2)$$

$$\bar{x} - ks = \mu_u \leq \mu \leq \mu_o = \bar{x} + ks \quad (5.3)$$

In Tabelle 5.2 (für CFK-Lamellen und Stahllaschen) sowie in Tabelle 5.3 (für Kohlefasergelege) sind neben  $\bar{x}$  und  $s$  die maßgebenden (d. h. die ungünstigsten) Grenzen der Vertrauensintervalle für eine 95%-ige Aussagesicherheit angegeben, aus denen auch der Variationskoeffizient gebildet wird.

Tabelle 5.2: Statistische Kennwerte von  $\xi$  für CFK-Lamellen und Stahllaschen

	Variante			
	A	B	C	D
$\bar{x}$	2.308	1.555	1.464	1.898
$s$	0.668	0.297	0.220	0.495
$s / \bar{x}$	0.289	0.191	0.150	0.261
$n$	20	19	19	20
min $\xi$	1.414	1.081	1.028	1.089
max $\xi$	3.651	2.128	1.925	2.663
$\mu_{u,95}$	<b>2,00</b>	<b>1,41</b>	<b>1,36</b>	<b>1,67</b>
$\sigma_{0,95}$	<b>0,97</b>	<b>0,44</b>	<b>0,33</b>	<b>0,72</b>
$C_{v\xi}^{1)}$	<b>0,49</b>	<b>0,31</b>	<b>0,24</b>	<b>0,43</b>
1) $C_{v\xi} = \sigma_{0,95} / \mu_{u,95}$				

Tabelle 5.3: Statistische Kennwerte von  $\xi$  für Kohlefasergelege

	Variante			
	A	B	C	D
$\bar{x}$	1.222	1.133	1.126	1.200
$s$	0.097	0.090	0.093	0.102
$s / \bar{x}$	0.079	0.079	0.083	0.085
$n$	19	19	19	19
min $\xi$	1.071	0.889	0.918	1.063
max $\xi$	1.463	1.309	1.298	1.468
$\mu_{u,95}$	<b>1,18</b>	<b>1,09</b>	<b>1,08</b>	<b>1,15</b>
$\sigma_{0,95}$	<b>0,14</b>	<b>0,13</b>	<b>0,14</b>	<b>0,15</b>
$C_{v\xi}^{1)}$	<b>0,12</b>	<b>0,12</b>	<b>0,13</b>	<b>0,13</b>
1) $C_{v\xi} = \sigma_{0,95} / \mu_{u,95}$				

## 5.5 Bewertung der Ergebnisse

Für Verstärkungen mit Kohlefasergelegen zeigt sich für alle betrachteten Varianten eine recht gute Übereinstimmung von Rechenmodell und Versuchsergebnissen. Varianten A und D führen zu einer etwas stärkeren Unterschätzung der Verbundtragfähigkeit (i. M. um ca. 18%, bzw. um ca. 15%) als die Varianten B und C. Die Streuung (ausgedrückt durch den Variationskoeffizienten  $C_{v\xi}$ ) ist für alle Varianten mit 12% bzw. 13% nahezu gleich groß. Da die Güte des Nachweiskonzepts vor allem von der Streuung abhängt sind die betrachteten Varianten für die Bemessung von Verstärkungen mit Gelegen bzw. für die Zuverlässigkeitsanalyse nahezu gleichermaßen geeignet.

Im Gegensatz dazu sind bei Verstärkungen mit CFK-Lamellen und Stahllaschen die Abweichungen zwischen tatsächlichen und berechneten Versagenslasten wesentlich größer, und es sind auch deutliche Unterschiede in den Ergebnissen der untersuchten Varianten erkennbar. So sind die mittlere Abweichung von experimenteller zu berechneter Traglast mit  $\mu_{u,95} = 2,0$  gegenüber  $\mu_{u,95} = 1,36$  und der Variationskoeffizient mit  $C_{v,\xi} = 0,49$  gegenüber  $C_{v\xi} = 0,24$  für Variante A jeweils erheblich ungünstiger als für Variante C. Varianten B und D liegen dazwischen. Auf Grundlage dieser Ergebnisse wird für die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeiten Variante C angewendet (s. Tabelle 5.4). Als Verteilungsfunktion wird eine Lognormalverteilung gewählt. Diese beschreibt einerseits die Verteilung der Stichprobe verhältnismäßig gut (s. Abbildung 5.5), andererseits wird die Lognormalverteilung auch in der Literatur – im Zusammenhang mit anderen Versagensmechanismen – häufig vorgeschlagen (z. B. in [31], [55] oder [58]). Weiterhin werden unrealistische (d. h. negative) Realisierungen von  $\xi$  vermieden.

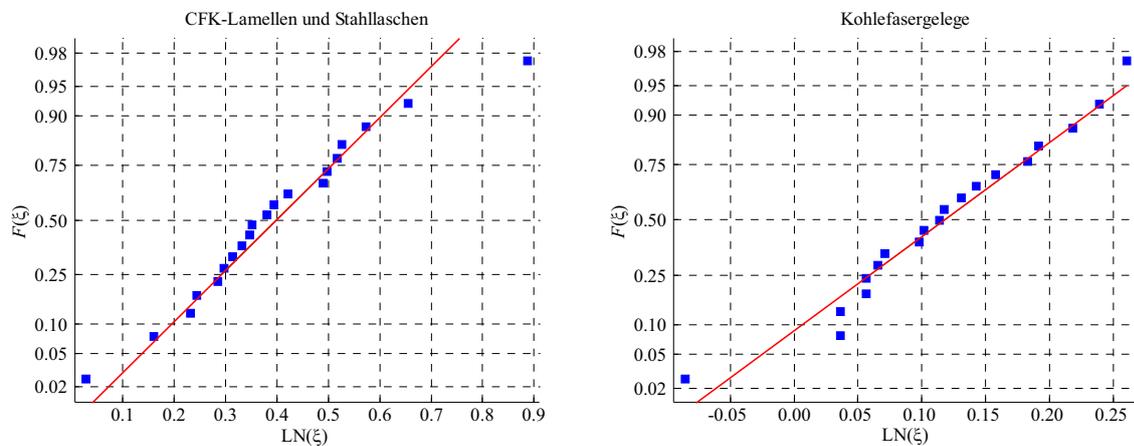


Abbildung 5.5: Grafische Darstellung der  $\text{LN}(\xi)$ -Werte und Vergleich mit der Normalverteilung

Tabelle 5.4: Verwendetes stochastisches Modell für  $\xi = F_{u,exp} / F_{u,calc}$ 

	Verteilung	Mittelwert $\mu_i$	Variationskoeffizient $C_{v,\xi}$
CFK-Lamellen und Stahllaschen	Lognormal	1,36	0,24
Kohlefasergelege	Lognormal	1,08	0,13

Die Bemessung der Berechnungsbeispiele wurde jedoch im ersten Abschnitt des Forschungsvorhabens in Einklang mit dem Zulassungsentwurf nach Variante A durchgeführt und im zweiten Teil der Untersuchungen mit Variante D (entsprechend der Beschlussfassung des SVA vom 19.12.2006).

Die deutlichen Unterschiede für die beiden Varianten bei Verstärkungen mit CFK-Lamellen und Stahllaschen können möglicherweise durch das folgende Phänomen, das teilweise beim Verbundnachweis am Lamellenende auftrat, erklärt werden. Im Nachweiskonzept ist vorgesehen, dass der Endverankerungsnachweis am äußersten Biegeriss zu führen ist, welcher entweder an der Stelle auftritt, an der infolge der Bemessungslasten das Rissmoment erreicht wird oder bzw. um die Eintragungslänge davon entfernt. Dabei ist nachzuweisen, dass die an dieser Stelle vorhandene Lamellenkraft kleiner ist als die am Lamellenende übertragbare Verbundkraft. Konnte der Endverankerungsnachweis bei einer Versuchsnachrechnung nicht erbracht werden, so wurde die Nachrechnung mit einer kleineren Last wiederholt. Dies führte jedoch dazu, dass sich die Lage des äußersten Biegerisses in Richtung des Momentenmaximums verschob, und dort (nahezu) das gleiche Moment (nämlich das Rissmoment) wirkte, wie bei der höheren Laststufe. Da jedoch die Verbundbruchkraft am Lamellenende bei wachsender Verbundlänge einen Maximalwert erreicht, kann sie i. d. R. durch die mit der Verschiebung des äußersten Biegerisses verbundene Vergrößerung der Verankerungslänge nicht weiter gesteigert werden. Daher konnte der Endverankerungsnachweis auch bei reduzierter Last nicht erbracht werden. Die Ausnutzung der Verbundtragfähigkeit am Lamellenende wurde dann durch die Last kaum oder gar nicht beeinflusst. Der Endverankerungsnachweis gelang erst dann, wenn die Last soweit reduziert wurde, dass der äußerste Biegeriss an der Stelle des Momentenmaximums auftrat und dort ein hinreichend kleines Moment wirkte, das übertragbare Lamellenkräfte hervorrief. Dieses maximale Moment war dann kleiner als das Rissmoment, d. h. das gesamte Bauteil befand sich rechnerisch im Zustand I. Das Auftreten dieses Phänomens führte zu deutlichen Unterschätzungen der Verbundtragfähigkeit. Durch eine Reduktion der Biegezugfestigkeit des Betons ließ sich der Endverankerungsnachweis leichter erbringen, da am äußersten Biegeriss ein entsprechend kleineres Moment wirkte. Die größeren Unterschiede zwischen den Varianten lassen sich darauf zurückführen, dass der Endverankerungsnachweis bei Verstärkungen mit Lamellen im Gegensatz zu Gelegen immer maßgebend war.

## 6 Probabilistische Analyse zu Überprüfung von $\gamma_b = 1,50$

### 6.1 Allgemeines

Die Eignung des für den Verbundnachweis vorgeschlagenen Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_b = 1,50$  wurde überprüft, indem die Versagenswahrscheinlichkeiten bzw. die Sicherheitsindizes des Klebeverbundes für ausgewählte Bauteile bestimmt wurden. Dazu wurden zunächst geeignete Beispiele konzipiert und mit der aktuellen Fassung des Verbundnachweises bemessen. Weiterhin wurde mittels einer Sensitivitätsanalyse der Einfluss der einzelnen Basisvariablen auf das Bemessungsergebnis bestimmt. Die Überprüfung des Sicherheitsbeiwerts  $\gamma_b = 1,50$  erfolgte dabei in zwei Abschnitten (s. a. Kapitel 1.3).

Im ersten Abschnitt des Forschungsvorhabens wurde das Nachweisverfahren entsprechend der Variante A gemäß Kapitel 5.3 bzw. Kapitel 2.3 untersucht. Zu diesem Zeitpunkt entsprach Variante A der aktuellen Fassung des Nachweiskonzepts. Diese Untersuchung wurde zunächst nur an Bauteilen mit aufgeklebten CFK-Lamellen durchgeführt, wobei für die Nutzlasten noch das stochastische Modell des Probabilistic Model Code [31] verwendet wurde (s. Tabelle 4.7, Spalten 4 und 5). Die Ergebnisse dieser Phase des Forschungsvorhabens sind teilweise bereits im Zwischenbericht [22] des Forschungsvorhabens dokumentiert.

Bei der Untersuchung der Variante A zeigte sich jedoch, dass diese zwar zu sehr ungünstigen Bemessungsergebnissen führt, dass die berechneten Zuverlässigkeitsindizes aber trotzdem noch in einigen Fällen zu klein waren ( $\beta < 3,04$ ). Daher wurde das verwendete Nutzlastmodell an Stahlbetonplatten überprüft und anschließend korrigiert (s. Kap. 4.3.3). Weiterhin wurde aus den Erkenntnissen dieses Abschnitts des Forschungsvorhabens die Variante D des Nachweiskonzepts (s. Kap. 5.3 bzw. Kap. 2.2) abgeleitet.

Da aus der Anwendung von Variante A sehr große (oftmals zu große) erforderliche Bewehrungsmengen resultieren, wurde in der Sitzung des SVA „Verstärken von Betonbauteilen“ am 19.12.2006 beschlossen, im zweiten Teil des Forschungsvorhabens nur noch das Nachweiskonzept entsprechend der Variante D zu untersuchen. Bei dieser Untersuchung wurde das geänderte stochastische Nutzlastmodell aus Tabelle 4.12 verwendet.

Dabei zeigte sich, dass die Anwendung der wirtschaftlicheren Variante D und des Sicherheitsbeiwerts  $\gamma_b = 1,50$  bereits zu ausreichend sicheren Bemessungsergebnissen führt. Die erneute Berechnung der Tragwerkszuverlässigkeiten für Variante A mit dem Nutzlastmodell aus Tabelle 4.12 sowie die Untersuchung von Stahllaschen und Kohlefasergelegen für die Variante A waren somit nicht mehr erforderlich und wurden daher auch nicht durchgeführt.

Wegen der unterschiedlichen Nutzlastmodelle können die Ergebnisse beider Abschnitte nicht direkt miteinander verglichen werden. Trotzdem lassen sich aus den Ergebnissen der ersten Projektphase wichtige Rückschlüsse über die Eignung der dabei untersuchten Fassung des Nachweiskonzepts ziehen.

## 6.2 Gewähltes Verfahren zur Bestimmung von $P_f$

Die Wahl des probabilistischen Verfahrens zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeiten wird durch die in Kapitel 2.4 beschriebenen Besonderheiten des Klebeverbundes entscheidend beeinflusst. Die Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie 1. und 2. Ordnung (FORM und SORM) ist aus mehreren Gründen nicht möglich. Einerseits entspricht die Anzahl der zu untersuchenden Grenzzustandsfunktionen der Anzahl der Zwischenrisselemente am Bauteil. Diese ist jedoch abhängig vom Lastniveau und somit für ein und dasselbe Bauteil variabel. Des Weiteren besteht der Verbundnachweis aus mehreren sehr aufwändigen Schritten, so dass die Formulierung der Grenzzustandsfunktion mit großem Aufwand bzw. großen Schwierigkeiten verbunden und fehleranfällig ist. Außerdem wären beim Aufstellen der Grenzzustandsfunktion Vereinfachungen erforderlich (z. B. bei der Spannungsermittlung in der Klebebe- wehrung), welche die Genauigkeit der Ergebnisse deutlich beeinträchtigen können.

Daher wird die Ermittlung der Tragwerkszuverlässigkeiten mit Hilfe der Adaptive Importance Sampling Methode durchgeführt. Dies ist vergleichsweise unproblematisch, da grundsätzlich alle möglichen Versagensarten des Klebeverbundes betrachtet werden, und die Versagensstelle automatisch gefunden wird.

Zur Durchführung des Adaptive Importance Sampling für den Verbundnachweis wurden im Rahmen dieses Forschungsvorhabens zwei Computerprogramme mit Hilfe des Programmsystems MATLAB entwickelt. Das erste Programm führt für gegebene Eingangsgrößen bzw. Basisvariable (Systemparameter, Werkstoffkennwerte, Einwirkungen usw.) den Verbundnachweis nach Niedermeier [42] in der hier untersuchten Form durch. Dieses Programm wurde auch für die Versuchsnachrechnungen zur Bestimmung der Modellunsicherheiten (s. Kap. 5) verwendet. Das zweite Programm führt die Adaptive Importance Sampling-Simulation aus, d. h. es generiert Stichproben von Zufallszahlen im maßgebenden Grenzbereich, ruft das vorgenannte Programm zur Auswertung dieser Stichproben auf und berechnet die Versagenswahrscheinlichkeiten.

### 6.2.1 Adaptive Importance Sampling

Die Suche nach der Importanzstichprobendichte erfolgte mittels des Algorithmus aus [46] (s. S. 28), wobei die nachfolgend genannten Abweichungen und Ergänzungen vorgenommen wurden.

Als Verteilungsfunktionen  $h_y$  wurden stets Normalverteilungen verwendet, die ggf. einseitig begrenzt wurden, um unsinnige Realisierungen (z. B. negative Festigkeiten o. ä.) zu vermeiden. Der Erwartungswert der Importanzstichprobendichte im ersten Simulationslauf wurde wie folgt festgelegt. Zunächst wurde im Rahmen einer einfachen Sensitivitätsanalyse (s. Kap. 6.3) der Einfluss der einzelnen Basisvariablen auf den Verbundnachweis ermittelt. Anschließend wurde der Mittelwert jeder Basisvariablen um deren zweifache Standardabweichung in Richtung des Versagensbereichs verschoben (s. Gl. (6.1)). Für Basisvariablen mit geringem oder nicht eindeutig bestimmbar-em Einfluss auf den Verbundnachweis wurde der Mittelwert der Originalverteilung verwendet.

$$\begin{aligned}
 E_h[X_i] &= \mu_{X_i} + 2 \cdot \sigma_{X_i} & X_i \text{ wirkt ungünstig} \\
 E_h[X_i] &= \mu_{X_i} & \text{Wirkung von } X_i \text{ nicht eindeutig} \\
 E_h[X_i] &= \mu_{X_i} - 2 \cdot \sigma_{X_i} & X_i \text{ wirkt günstig}
 \end{aligned}
 \tag{6.1}$$

Trotz der zuvor durchgeführten Sensitivitätsanalyse ist die Lage des Bemessungspunktes  $\mathbf{x}^*$  zu Beginn des ersten Simulationslaufs nicht genau bekannt und  $E_h[X_i]$  liegt möglicherweise nicht in der näheren Umgebung von  $\mathbf{x}^*$ . Um das Zentrum von  $h_y$  nicht voreilig in die falsche Richtung zu verschieben, und um nicht an einem lokalen Maximum von  $f_x$  hängen zu bleiben, wird zunächst eine Simulation mit großer Streuung von  $h_y$  und großer Stichprobe  $N$  vollständig durchgeführt bevor die erste Anpassung von  $E_h[X]$  vorgenommen wird. Bei allen weiteren Simulationen (mit Ausnahme der letzten) wurde die Stichprobe nur so lange ausgewertet, bis ein verbesserter Wert für  $\mathbf{x}^*$  gefunden wurde.

Die Standardabweichung von  $h_y$  wurde bei der ersten Simulation doppelt so groß gewählt wie die von  $f_x$  und bei jeder weiteren Simulation um 5% verringert, beim letzten Simulationslauf wurde die Standardabweichung von  $f_x$  gewählt. Durch die großen Streuungen von  $h_y$  in den ersten Simulationsläufen wurde wiederum vermieden, dass das lokale Maxima als Zentrum von  $h_y$  gefunden wurden, während durch die stetige Verringerung der Streuungen die Wahrscheinlichkeit, Punkte mit geringerem Abstand zum Bemessungspunkt zu finden vergrößert wurde.

Als Versagensfälle wurden alle Fälle von Verbundversagen gewertet. Ob das nach dem Ausfall der Klebebewehrung vorhandene unverstärkte Bauteil möglicherweise noch eine ausreichende Resttragfähigkeit aufweist bleibt dabei unberücksichtigt.

Die Eignung und die Genauigkeit des verwendeten Algorithmus wurden wie folgt überprüft. Zunächst wurden die Versagenswahrscheinlichkeiten der in Kapitel 4.3.3 beschriebenen unverstärkten Betonplatten (s. Abbildung 4.2) mit Adaptive Importance Sampling und mit FORM berechnet. Die mit den beiden Verfahren bestimmten Versagenswahrscheinlichkeiten und Sensitivitätsbeiwerte stimmten gut überein. Weiterhin wurde die Versagenswahrscheinlichkeit für ein verstärktes Bauteil mehrmals berechnet und die Ergebnisse miteinander verglichen. Da nur geringe Abweichungen zwischen den einzelnen Ergebnissen auftraten, sind die auftretenden Streuungen offenbar klein genug.

Um unsinnige Ergebnisse zu Vermeiden, wurden für einige Zufallsgrößen Mindest- bzw. Grenzwerte festgelegt und die generierten Zufallszahlen gegebenenfalls angepasst. So wurde z. B. ausgeschlossen, dass die Maximallast  $q_1$  und die risserzeugende Vorbelastung  $q_{\text{riss},1}$  kleiner sind als die Last beim Verstärken  $q_{1,0}$ , dass negative Werte oder Werte außerhalb des Gültigkeitsbereichs der angenommenen Verteilungsfunktion  $F(x)$  auftreten. In diesen Fällen wurde die Begrenzung der Verteilungsfunktion in den Verteilungsdichten  $f_x$  und  $h_y$  berücksichtigt.

## 6.2.2 Verbundnachweis

Der Verbundnachweis erfolgte nach dem in Kapitel 2 beschriebenen Verfahren. Die Festlegung, mit welcher der drei in Kapitel 5.3 beschriebenen Varianten das Rissbild ermittelt wurde, erfolgte durch die Übergabe der entsprechenden Fraktilwerte  $f_{ct,fl,min}$  und  $f_{ct,fl,max}$  für die Biegezugfestigkeit des Betons an das Programm für den Verbundnachweis. Bei der Bemessung der Beispielbauteile wurde der Verbundnachweis gemäß der aktuellen Fassung des Nachweiskonzepts (Varianten A bzw. D) unter Ansatz der Bemessungswerte von Einwirkungen und Baustofffestigkeiten geführt. Bei der Durchführung der Adaptive Importance Sampling-Simulationen wurde hingegen Variante C gewählt, da diese gegenüber den anderen Varianten mit den geringsten Unsicherheiten bzw. Streuungen behaftet ist (s. Kap. 5.4). Statt der Bemessungswerte wurden die tatsächlichen Werte von Einwirkungen und Baustofffestigkeiten (als Realisierungen  $x_i$ ) verwendet.

Ein wesentliches Element des Verbundnachweises ist die Ermittlung der Spannungen in der Klebebewehrung. Dabei ist zu beachten, dass der Verbundnachweis über die gesamte Klebelänge geführt werden muss, weshalb in den meisten betrachteten Rissen deutlich kleinere Dehnungen auftreten als in den maximal beanspruchten Querschnitten von Stahlbetonbauteilen im Grenzzustand der Tragfähigkeit. Daher ist die Annahme, dass im Betonstahl die Fließspannung wirkt in vielen Fällen nicht gerechtfertigt. Die Spannung in der Klebebewehrung kann bei Faserverbundwerkstoffen wegen deren linear-elastischen Werkstoffverhalten ohnehin nur bei Kenntnis der Dehnungen exakt berechnet werden. Weiterhin führt die zusätzlich aufgeklebte Bewehrung an den Stellen maximaler Biegebeanspruchung zu einer stärkeren Ausnutzung der Betondruckzone, so dass diese auf jeden Fall nachgewiesen werden muss. Die Spannungsberechnung unter vereinfachten Annahmen wie z. B. eines pauschalen bezogenen Hebelarms der inneren Kräfte  $\zeta = z / d$  erscheint daher nicht gerechtfertigt.

Die Berechnungen der Dehnungen in Betonstahl und Klebebewehrung des verstärkten Querschnitts erfolgte daher durch eine Iteration der Dehnungsebene wobei die folgenden Annahmen getroffen wurden:

- Ebenbleiben der Querschnitte
- Starrer Verbund zwischen Beton und Betonstahl sowie zwischen Beton und Klebebewehrung
- Vernachlässigung der Betonzugfestigkeit
- Berücksichtigung der Vordehnung des Betons auf Höhe der Klebebewehrung infolge der Einwirkungen beim Verstärken
- Spannungs-Dehnungsbeziehung des Betons entsprechend dem Parabel-Rechteck-Diagramm aus [11]
- Bilineares Werkstoffgesetz des Betonstahls ohne Verfestigung (Grenzdehnung  $\varepsilon_{su} = 25 \text{ ‰}$ )
- Linear-elastisches Werkstoffgesetz für Faserverbundwerkstoffe

- Bilineares Werkstoffgesetz des Laschenstahls ohne Verfestigung. (Grenzdehnung entsprechend zulässigem Wert bei der Bemessung  $\varepsilon_{su} = 3 \text{ ‰}$ ).

Da der bei Klebeverstärkungen verwendete Laschenstahl ein ausgeprägtes Verformungsvermögen besitzt (s. Kap. 4.2.5), darf angenommen werden, dass tatsächlich noch größere Dehnungen als  $\varepsilon_{su} = 3 \text{ ‰}$  auftreten können, bevor ein Biegeversagen auftritt. Vergleichsrechnungen zeigten jedoch, dass die maximale Laschendehnung keinen nennenswerten Einfluss auf die Tragwerkszuverlässigkeit hat. Für  $\varepsilon_{su} = 25 \text{ ‰}$  ergaben sich nahezu identische Versagenswahrscheinlichkeiten.

Die beim Verstärken des Bauteils vorhandene Vordehnung  $\varepsilon_{L,0}$  des Betons auf Höhe der Klebebewehrung wurde in den beim Verstärken gerissenen Bereichen ebenfalls durch eine Iteration der Dehnungsebene bestimmt. Dies geschah unter den gleichen Randbedingungen wie die Dehnungsermittlung für den verstärkten Querschnitt (s. o.). In den ungerissenen Bereichen erfolgte die Berechnung von  $\varepsilon_{L,0}$  unter Annahme eines linear-elastischen Materialverhaltens des Betons sowie unter Ansatz der Betonzugfestigkeit und Bruttoquerschnittswerten.

Wird die Querschnittstragfähigkeit eines Bauteils überschritten ( $M_{Ed} > M_{Rd}$ ), so liefert die beschriebene Iteration der Dehnungsebene keine sinnvollen Werte mehr. Bei einem Versagen der Betondruckzone ( $\varepsilon_{c2} < -3,5 \text{ ‰}$ ) treten zudem numerische Probleme bei der Berechnung von  $\varepsilon_L$  auf. Daher ist in diesen Fällen ein Verbundnachweis durch den Vergleich von aufnehmbaren und vorhandenen Spannungsdifferenzen nicht möglich und auch nicht sinnvoll. Um die Ausnutzungen von Bauteilen mit Querschnittsversagen mit denen der übrigen Bauteilen vergleichen zu können wird nicht die Grenzzustandsfunktion  $g(\mathbf{x})$  nach Gl. (6.2) verwendet sondern der Ausnutzungsfaktor  $v(\mathbf{x})$  nach Gleichungen (6.3a) bzw. (6.3b).

$$g(\mathbf{x}) = \text{aufn. } \Delta\sigma_{L,i} - \text{vorh. } \Delta\sigma_{L,i} \quad (6.2)$$

$$v(\mathbf{x}) = \frac{\text{vorh. } \Delta\sigma_{L,i}}{\text{aufn. } \Delta\sigma_{L,i}} \quad \text{bei ausreichender Biegetragfähigkeit des Querschnitts} \quad (6.3a)$$

$$v(\mathbf{x}) = \frac{M_E}{M_R} \quad \text{bei Biegeversagen des Querschnitts} \quad (6.3b)$$

### 6.3 Sensitivitätsanalyse

Um die Anzahl der Basisvariablen bei der Bestimmung der Tragwerkszuverlässigkeit zu reduzieren, und um möglichst gute Schätzungen für den Erwartungswert der Importanzstichprobendichte im ersten Simulationslauf des Adaptive Importance Sampling vornehmen zu können, wurde zunächst eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt. Dadurch wurden die Basisvariablen mit dem größten Einfluss auf die Ergebnisse des Nachweiskonzepts identifiziert. Hierzu wurde für die Bauteile der Parameterstudie zunächst die Ausnutzung der Verbundtragfähigkeit  $v(\boldsymbol{\mu})$  unter Ansatz der Mittelwerte für alle Basisvariablen ermittelt. Anschließend wurde jeweils eine Basisvariable um die zweifache Standardabweichung erhöht oder reduziert je nach dem, ob sich ein großer oder ein kleiner Wert ungünstig auf den Ver-

bundnachweis auswirkte, und die zugehörige Ausnutzung der Verbundtragfähigkeit  $v(x_i)$  berechnet.

Als maßgebend wurden die Basisvariablen betrachtet, deren traglastreduzierender Einfluss größer war als der mittlere Einfluss aller Parameter. In Tabelle 6.1 sind die Ergebnisse für die in Kapitel 6.4 beschriebenen Bauteile (s. Tabelle 6.5, Spalten 2 bis 4) zusammengefasst. Dabei ist angegeben, bei welchem Anteil der betrachteten Beispiele eine Basisvariable von überdurchschnittlichem Einfluss war.

In allen Fällen waren die Modellunsicherheiten sowie die maximalen Einwirkungen (Gleich- und Einzellasten) maßgebend. Danach folgten die Betondeckung (wegen der geringen Bauteildicke bei den betrachteten Beispielen), die Vorbelastung beim Verstärken und die Betondruckfestigkeit. Die Oberflächenzugfestigkeit hatte nur noch bei knapp 40% aller Beispiele einen überdurchschnittlichen Einfluss. Bei den übrigen Basisgrößen (außer  $E_c$ ,  $E_L$ ,  $b_{c,o/u}$ ,  $l_1$  und  $x_{Q1,i}$ ) war keine eindeutige Tendenz erkennbar. Hier waren immer noch bei ca. 7% aller Beispiele von Bedeutung. Um nicht bei diesen Beispielen zu kleine (und damit zu günstige) Versagenswahrscheinlichkeiten zu berechnen, werden auch ihre Streuungen dabei berücksichtigt. Die Festigkeit der Klebebewehrung  $f_L$  wird für die Bemessung durch einen Teilsicherheitsbeiwert abgemindert. Daher war von Interesse, welcher Bemessungswert von  $f_L$  bei der Zuverlässigkeitsanalyse ermittelt wird. Aus diesem Grund wurde auch  $f_L$  als streuende Größe angesetzt, obwohl sie in keinem Beispiel von überdurchschnittlichem Einfluss war.

Damit werden alle in Tabelle 6.1 fett gedruckten Basisgrößen in der Zuverlässigkeitsanalyse als Zufallsvariable behandelt und die übrigen Basisvariablen als deterministische Größen.

Tabelle 6.1: Häufigkeit eines maßgeblichen Einflusses auf den Verbundnachweis der einzelnen Basisgrößen

	alle Bauteile	Bauteile mit Klebebewehrung aus			Maximalwert
		CFK	Stahl	Gelegen	
$f_{ck}$	46%	73%	20%	43%	<b>73%</b>
$f_{ctm,surf}$	23%	13%	20%	38%	<b>38%</b>
$E_c$	0%	0%	0%	0%	0%
$f_{yk}$	3%	0%	0%	8%	<b>8%</b>
$E_s$	2%	0%	0%	7%	<b>7%</b>
$f_L$	0%	0%	0%	0%	0%
$E_L$	0%	0%	0%	0%	0%
$t_F$	2%	0%	7%	0%	<b>7%</b>
$b_{c,o/u}$	0%	0%	0%	0%	0%
$h_c$	7%	6%	7%	8%	<b>8%</b>
$l_1$	0%	0%	0%	0%	0%
$q_1$	99%	100%	100%	98%	<b>100%</b>
$Q_{1,i}^{1)}$	92% <sup>1)</sup>	100% <sup>1)</sup>	100% <sup>1)</sup>	75% <sup>1)</sup>	<b>100%<sup>1)</sup></b>
$x_{Q1,i}$	0%	0%	0%	0%	0%
$q_{riss,1}$	13%	13%	14%	13%	<b>14%</b>
$q_{1,0}$	61%	75%	68%	40%	<b>75%</b>
$A_s$	2%	0%	0%	7%	<b>7%</b>
$c_{nom}$	50%	63%	7%	78%	<b>78%</b>
$b_L$	2%	0%	7%	0%	<b>7%</b>
$\xi$	100%	100%	100%	100%	<b>100%</b>

<sup>1)</sup> Die Prozentsätze beziehen sich nur auf Beispiele mit Einzellasten

## 6.4 Parameterstudie

### 6.4.1 Untersuchte Parameter

Durch das überprüfte Sicherheitskonzept soll gewährleistet werden, dass alle bemessenen Bauteile das erforderliche Zuverlässigkeitsniveau erreichen. Die untersuchten Bemessungsbeispiele wurden daher so konzipiert, dass sie den Anwendungsbereich der Zulassung weitestgehend abdecken und möglichst repräsentativ sind.

Die Untersuchung umfasste im Wesentlichen Platten, aber auch Balken und Plattenbalken als Einfeldträger (s. Abbildung 6.1), die mit CFK-Lamellen und bei Variante D auch mit Stahllaschen und Kohlefasergelegen verstärkt wurden. Darüber hinaus wurden noch Zweifeldplatten mit einer Verstärkung aus CFK-Lamellen betrachtet. Bei den Einfeldplatten wurden die nachfolgend genannten Parameter variiert:

- Querschnittstyp (Platte, Balken, Plattenbalken)
- Verstärkungsgrad  $\eta_B = 1,25 / 1,50 / 1,75 / 2,0$
- Vorbelastung beim Verstärken  $q_0$  (Vordehnungszustand  $\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy}$ )
- Betondruckfestigkeit  $f_{ck} = 20$  bzw.  $35 \text{ N/mm}^2$
- Betonzugfestigkeit  $[f_{ctm} / (0,30 * f_{ck}^{2/3})]$
- Betonstahlart
- mechanischer Bewehrungsgrad  $\omega_s$
- Staffelung der Betonstahlbewehrung  $A_{s,min} / A_{s,max}$
- Stabdurchmesser  $d_s$  der Längsbewehrung
- Steifigkeit der Klebebewehrung
- Biegeschlankheit ( $\lambda_b = l / d$ )
- Lastbild und Höhe der Beanspruchung (Gleichlast, Einzellasten)
- Verkehrslastanteil
- Verkehrslastart

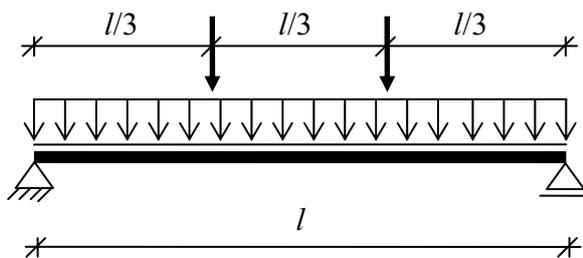


Abbildung 6.1: Statisches System der Beispielbauteile - Einfeldplatten

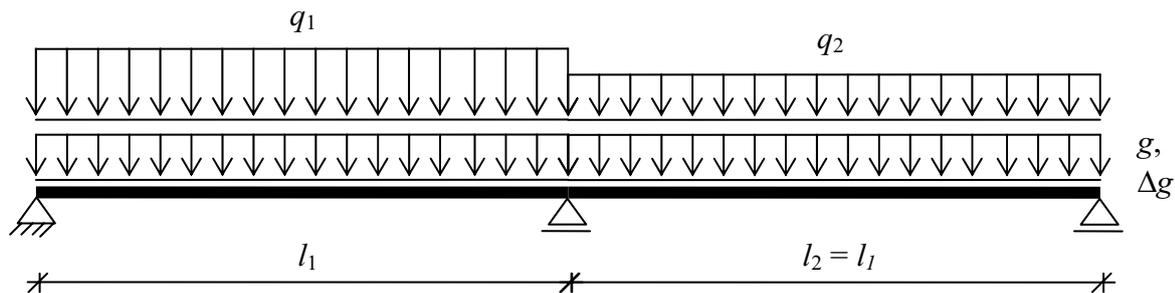


Abbildung 6.2: Statisches System der Beispielbauteile - Zweifeldplatten

### Querschnitt

Als Querschnittstypen wurden Platten, Balken und Plattenbalken untersucht, wobei für die Plattenbalken noch die Breite des Obergurtes variiert wurde. Allerdings wird bei Balken und Plattenbalken der Einfluss der externen Schubbewehrung durch das Nachweiskonzept nicht berücksichtigt, weshalb die Verbundtragfähigkeit unterschätzt wird. Daher und wegen der dort aufgetretenen Schwierigkeiten bei der Bemessung bzw. der zu großen erforderlichen Klebebewehrungsquerschnitte war der Untersuchungsumfang an Balken und Plattenbalken nur gering (s. a. Kap. 6.4.2).

### Verstärkungsgrad

Der (Biege-)Verstärkungsgrad gibt an, in welchem Maße die Tragfähigkeit eines Bauteils durch die Verstärkungsmaßnahme erhöht wird. In den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen für Klebeverstärkungen (z. B. [7] bzw. [8]) ist er als Verhältnis der rechnerischen Bruchmomente des verstärkten und des unverstärkten Bauteils definiert (s. Gl. (6.4a)). Allerdings ist der Verbundnachweis bei Anwendung des hier untersuchten Nachweiskonzepts gegenüber dem Nachweis der Biegetragfähigkeit meistens maßgebend, so dass vor Erreichen des Bruchmoments  $M_{Rd,V}$  i. d. R. Verbundversagen eintritt. Daher wird hier der Verstärkungsgrad nach Gl. (6.4b) verwendet.

$$\eta_B = \frac{M_{Rd,V}}{M_{Rd,0}} \quad (6.4a)$$

$$\eta_B = \frac{M_{Ed,V}}{M_{Rd,0}} \quad (6.4b)$$

Mit:

$M_{Rd,V}$  Bemessungswert des Bruchmoments für das verstärkte Bauteil

$M_{Rd,0}$  Bemessungswert des Bruchmoments für das unverstärkte Bauteil

$M_{Ed,V}$  Bemessungswert des einwirkenden Moments für das verstärkte Bauteil

Nach den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen darf der Biegeverstärkungsgrad maximal  $\eta_B = 2,0$  betragen. Im Rahmen der Parameterstudie werden daher vier verschiedene Verstärkungsgrade ( $\eta_B = 1,25 - 1,50 - 1,75 - 2,00$ ) untersucht. Damit wird praktisch der gesamte zulässige Anwendungsbereich von Klebeverstärkungen abgedeckt. Kleinere Verstärkungsgrade als  $\eta_B = 1,25$  werden nicht berücksichtigt, da sich dafür nur geringe Mengen an Klebewehrung ergeben und die Bedeutung dieser Fälle gering ist.

### Vordehnungszustand beim Verstärken

Verstärkungsarbeiten werden normalerweise am belasteten Bauteil durchgeführt, woraus eine Vordehnung  $\varepsilon_{s0}$  in der Betonstahlbewehrung resultiert. Hinsichtlich der Einwirkung beim Verstärken  $q_0$  werden hier zwei Fälle unterschieden. Im Regelfall wirkt nur die Konstruktionseigenlast ( $q_0 = g_k$ ). Diese stellt auch die Untergrenze für  $q_0$  dar, da geringere Vorbelastungen nur auftreten, wenn das Bauteil während des Verstärkens aufwändig unterstützt wird. Abgesehen davon wird noch der Fall betrachtet, dass beim Verstärken Konstruktionseigenlast und Ausbaulasten wirken ( $q_0 = g_k + \Delta g_k$ ). Diese Obergrenze wurde gewählt, da höhere Beanspruchungen verhältnismäßig leicht vermieden werden können und sich eine größere Vorbelastung negativ auf die Gebrauchstauglichkeit des Bauteils auswirkt.

### Betondruckfestigkeit

Hinsichtlich der Betondruckfestigkeit ist der Anwendungsbereich von Klebeverstärkungen durch die Zulassungen auf die Festigkeitsklassen von C12/15 (B15) bis C45/55 (B55) beschränkt. Als repräsentative Festigkeitsklassen werden hier C20/25 (B25) und C35/45 (B45) untersucht. Dabei wird die gemessene Druckfestigkeit so vorgegeben, dass die Streuung für den C20/25 groß und für den C35/45 klein wird (s. Tabelle 4.5).

### Betonzugfestigkeit

Die Betonzugfestigkeit kann nicht beliebig gewählt werden, da sie mit der Druckfestigkeit korreliert. Der Mittelwert und die Quantilwerte der zentrischen Betonzugfestigkeit bzw. der Oberflächenzugfestigkeit können nach DIN 1045-1 [11] mit den Gleichungen (6.5) bis (6.7) berechnet werden.

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{(2/3)} \quad \text{für } f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2 \quad (6.5)$$

$$f_{ctk;0.05} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (6.6)$$

$$f_{ctk;0.95} = 1,3 \cdot f_{ctm} \quad (6.7)$$

Daher wird hier nicht der Absolutwert der Zugfestigkeit  $f_{ct}$  sondern der Faktor  $c$  nach Gleichung (6.8) als veränderlicher Parameter gewählt, wobei im Normalfall  $c = 1,0$  verwendet wird, und bei zwei Beispielen  $c = 0,7$  bzw.  $c = 1,3$ .

$$c = \frac{f_{ct}}{0,30 \cdot f_{ck}^{(2/3)}} = \frac{f_{ct}}{f_{ctm}} \quad (6.8)$$

Die Biegezugfestigkeit  $f_{ct,fl}$  wird in allen Fällen aus  $f_{ct}$  berechnet. Je nach verwendeter Variante des Nachweiskonzepts werden hierfür entweder die Gleichungen (2.1) und (2.2) oder die Gleichungen (2.1) und (2.21) verwendet.

### Betonstahl

Verstärkungsmaßnahmen werden häufig an älteren Bauteilen durchgeführt, die oftmals noch mit Betonstählen geringerer Festigkeit bewehrt wurden. Es werden daher Betonstähle mit Streckgrenzen  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$  und  $f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$  untersucht. Für letztere wird noch zusätzlich der Fall einer glatten Staboberfläche betrachtet.

### Mechanischer Bewehrungsgrad

Der mechanische Bewehrungsgrad als Maß für die Ausnutzung der Betondruckzone wird nicht als eigener Parameter variiert sondern in Verbindung mit anderen Parametern, wie z. B. dem Verstärkungsgrad, der Betondruckfestigkeit, der Biegeschlankheit oder den Einwirkungen.

### Staffelung der Betonstahlbewehrung

Hinsichtlich der Staffelung der Betonstahlbewehrung werden zwei Fälle betrachtet. In den betrachteten Standardbauteilen wird die gesamte Längsbewehrung durchgängig über die ganze Bauteillänge angeordnet. Alternativ dazu werden Fälle untersucht, in denen die normativen Anforderungen an die Zugkraftdeckung gerade eingehalten werden. Dies gilt sowohl für den Anteil der Längsbewehrung, der über das Auflager geführt wird (s. Tabelle 6.2), als auch den Abstand  $x_{s,a}$  des rechnerischen Stabendpunktes vom Auflager. Der erste Fall einer durchlaufenden Längsbewehrung ist bei schwach bewehrten Platten durchaus realistisch, bei Balken jedoch kaum zu erwarten. Es zeigte sich allerdings, dass Verstärkungen an Balken mit einer gestaffelten Längsbewehrung nicht mehr ausführbar waren, da die erforderliche Klebebewehrungsmenge zu groß war und nicht mehr auf dem Bauteil angeordnet werden konnte (s. Kap. 6.4.2).

Tabelle 6.2: Mindestwerte der durchlaufend anzuordnenden Feldbewehrung

Regelwerk	min. $A_{s,Auflager} / A_{s,Feld}$	
	Platten	Balken und Plattenbalken
DIN 1045 (1988) [10]	50%	33%
DIN 1045-1 (2001) [11]	50%	25%

### Stabdurchmesser $d_s$ der Längsbewehrung

Der Stabdurchmesser  $d_s$  wirkt sich auf die Eintragungslänge und damit auf den Rissabstand und die Lage des äußersten Biegerisses aus. Für die untersuchten Platten wurde im Regelfall  $d_s = 10$  mm gewählt. Dies entspricht etwa dem Vergleichsdurchmesser  $d_{sV}$  für einen Doppelstab mit  $d_s = 7$  mm. Als oberer Grenzwert wurde  $d_s = 16$  mm gewählt. Kleinere Durchmesser hätten bei den gewählten Beispielen schnell zu unrealistisch kleinen Stababständen geführt. Bei Balken wurde der Stabdurchmesser wegen der kleinen Anzahl an Beispielen (s. Tabelle 6.8) nicht variiert.

### Steifigkeit der Klebebewehrung

CFK-Lamellen sind in verschiedenen Dicken und mit verschiedenen Elastizitätsmoduln lieferbar. Bei Stahllaschen kann die Lachendicke und bei Kohlefasergelegen die Lagenanzahl variiert werden. Die Dicke und der Elastizitätsmodul werden in der bezogenen Steifigkeit  $E_L * t_L$  zusammengefasst, da sich beide Größen in gleicher Weise auf die Größe der inneren Kräfte und die Verbundtragfähigkeit auswirken (s. z. B. Gleichung (2.10)). Die betrachteten Realisierungen sind in Tabelle 6.3 angegeben. Für CFK-Lamellen werden Elastizitätsmodul und Dicke so kombiniert, dass sich Extremwerte für  $E_L * t_L$  ergeben, bei Stahllaschen wurden die Dicken  $t_L = 5$  mm und  $t_L = 10$  mm verwendet. Für  $t_L = 15$  mm konnte der Verbundnachweis nicht mehr erbracht werden. Bei Kohlefasergelegen wurde mit 3 bzw. 5 Lagen die maximale Lagenanzahl nach den deutschen Zulassungen verwendet.

Tabelle 6.3: Bezogene Lamellensteifigkeiten

	Dicke $t_L$ [mm]	$E_L$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_L * t_L$ [kN/mm <sup>2</sup> ]
CFK-Lamellen	1,2	161.900	194,3
	1,4	200.000	280,0
Stahllaschen	5,0	210.000	1.050
	10,0		2.100
Kohlefasergelege	3 * 0,167 = 0,50	222.000	111,2
	5 * 0,167 = 0,84		185,4

### Biegeschlankheit

Die Biegeschlankheit  $\lambda_b = l / d$  des Standardbauteils ist so gewählt, dass die Anforderungen für den Nachweis der Verformung gerade erfüllt sind, und stellt damit die Obergrenze dar. Für jeweils eine Plattenserie wird eine minimale Schlankheit von ca. 75% des Regelwertes gewählt.

## Lastbild und Höhe der Beanspruchung

Neben dem bei Platten üblichen Lastbild einer reinen Gleichlastbeanspruchung wurde noch eine kombinierte Beanspruchung aus Gleich- und Einzellasten (als Vierpunktlasten) untersucht, woraus sich eine größere Schubschlankheit  $\lambda_s$  nach Gl. (6.9) ergab, sowie der Fall einer größeren Gleichlast. Der Fall der ausschließlichen Beanspruchung durch Einzellasten wurde nicht untersucht, da dies wegen des Konstruktionseigengewichts nicht realistisch ist.

$$\lambda_s = \frac{M}{V \cdot d} = \frac{a}{d} \quad (6.9)$$

## Verkehrslastanteil und Verkehrslastart

Wie schon im Kapitel 4.3.3 gezeigt, hat die Streuung der Einwirkungen erheblichen Einfluss auf die Tragwerkszuverlässigkeit (s. Tabelle 4.8 und Tabelle 4.10). Da die Streuungen von ständigen und veränderlichen Einwirkungen sehr unterschiedlich sind (s. Tabelle 4.12), wirkt sich der Anteil der veränderlichen Einwirkungen an der Gesamtlast ähnlich stark aus.

Bei den mit Variante D des Nachweiskonzepts bemessenen Platten wurden daher für nahezu alle Beispiele die beiden in Kapitel 4.3.3 als maßgeblich identifizierten Nutzungsarten Büro und Verkaufsraum untersucht. Für die mit Variante A bemessenen Platten wurde die Nutzung als Bürofläche nicht mehr untersucht, da diese Variante des Nachweiskonzepts offensichtlich zu unwirtschaftlichen Ergebnissen führt. Hier wurde jedoch für das Standardbauteil noch eine leichte Industrienutzung und eine Schneelast betrachtet (s. Tabelle 6.5). Bei Balken war eine Verstärkung nur in ganz wenigen Fällen und bei geringen Verstärkungsgraden möglich, so dass hier nur wenige Bauteile untersucht wurden. Hier wurden wiederum die Nutzungsarten Büro und Verkaufsraum untersucht.

Da es sich bei den meisten der betrachteten Bauteile (nämlich den Platten) um Primärtragglieder handelt, ist die Größe der veränderlichen Einwirkungen nicht frei wählbar sondern durch die Nutzungsart gegeben. Daher wurde bei den Regelbauteilen die Ausbaulast so verändert, dass sich in beiden Fällen (Büro und Verkaufsraum) gleiche Bemessungslasten  $\Sigma g_d + q_d$  ergaben (s. Tabelle 6.4). Dadurch ergaben sich wegen der unterschiedlichen charakteristischen Nutzlasten auch verschiedene Nutzlastanteile an der Gesamtlast. Um vergleichbare Ergebnisse zu erhalten, wurden bei Balken die gleichen Nutzlastanteile und die gleichen Streuungen für die veränderlichen Einwirkungen angesetzt.

Tabelle 6.4: Einwirkungen für die Standardplatten

Nutzungsart	$g_k$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\Delta g_k$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$q_k$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$(\Sigma g + q)_d$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$q_k / (\Sigma g_k + q_k)$ [-]
Büro	5,5	5,83	2,0	18,3	0,15
Verkaufsraum	5,5	2,50	5,0	18,3	0,38

## 6.4.2 Konzeption der Beispiele

Würden alle denkbaren Kombinationen der vorgenannten Parameter untersucht entstünde eine zu große Anzahl an Beispielen die nur mit erheblichem Rechenaufwand analysiert werden könnte. Daher wurden zunächst jeweils eine Platte, ein Plattenbalken und ein Balken als Standardbauteil konzipiert, aus dem dann alle weiteren Beispielbauteile durch Änderung jeweils eines maßgebenden Parameters (s. Tabelle 6.5, Spalte 5) abgeleitet wurden. Dabei war es in einigen Fällen nötig noch weitere Anpassungen vorzunehmen (s. Tabelle 6.5, Spalte 6), um ein sinnvolles Beispiel zu erhalten. Jedes dieser Bauteile wurde sowohl mit CFK-Lamellen, mit Stahllaschen und mit Kohlefasergelegen für die vier Verstärkungsgrade ( $\eta_B = 1,25 - 1,50 - 1,75 - 2,00$ ) bemessen. Die erforderliche Klebebewehrung wurde so ermittelt, dass die Biege- und die Verbundtragfähigkeit gerade nachgewiesen werden konnte. Um verschiedene Biegeverstärkungsgrade zu erhalten wurde bei Platten i. d. R. die Betonstahlbewehrung angepasst, während die Einwirkungen unverändert gelassen wurden. Bei den Platten 001 und 004, sowie bei den Balken und Plattenbalken wurde dagegen  $A_s$  konstant gehalten und die Einwirkung angepasst. Bei der Untersuchung von Variante D an verstärkten Einfeldplatten wurden darüber hinaus bei jedem Beispiel die Tragwerkszuverlässigkeiten für Büro- und Geschäftsnutzung (s. Tabelle A.4 bis Tabelle A.6) ermittelt.

Tabelle 6.5 gibt einen Überblick, welche Einfeldplatten in den verschiedenen Phasen des Forschungsvorhabens untersucht wurden, und welche Parameter dabei gegenüber dem Ausgangs- bzw. Standardbauteil variiert wurden. Eine Übersicht über alle wesentlichen Bauteildaten der Beispiele ist in Anhang 4 enthalten.

Im ersten Teil der Parameterstudie (Untersuchung der Variante A) wurden zusätzlich die Plattenserien 001 und 004 untersucht. Die Zuverlässigkeiten der Serien 001 und 010 waren jedoch nahezu gleich. Bei der Plattenserie 004 waren gegenüber den Serien 001 bzw. 010 gleich mehrere der o. g. Parameter verändert, so dass der Einfluss der einzelnen Parameter schwer zu beurteilen ist. Daher wurde im zweiten Teil der Parameterstudie auf die Untersuchung der Plattenserien 001 und 004 verzichtet. Die Bemessung mit Variante A führte in den meisten Fällen zu deutlich größeren erforderlichen Querschnitten der Klebebewehrung. Die Bemessungsergebnisse sind in Tabelle A.10 im Anhang 4 gegenübergestellt.

Weiterhin wurde für Variante D eine Serie von vier mit CFK-Lamellen verstärkten Zweifeldplatten (mit den Verstärkungsgraden  $\eta_B = 1,25 - 1,50 - 1,75 - 2,00$ ) untersucht. Dies erfolgte nur für den ungünstigeren Fall einer Nutzung als Verkaufsraum. Die Stützweiten der beiden Felder betragen jeweils  $l = 6,0$  m. Alle Parameter außer der gewählten Bewehrung entsprachen denen der Plattenserie 010. Die interne und die externe Bewehrung wurden in den Feldern auf der ganzen Länge durchlaufend angeordnet. Dagegen wurde die Betonstahlbewehrung über der Stütze hinter den Momentennullpunkten (unter Berücksichtigung des Versatzmaßes) verankert, und die Klebebewehrung wurde gemäß den Forderungen aus [8] 1,0 m hinter den versetzten Momentennullpunkt geführt (s. Tabelle A.11). Die Bemessung erfolgte für die linear-elastisch ermittelten Schnittgrößen.

Damit ergibt sich für die in Tabelle 6.5 aufgeführten Beispiele aus den beiden Varianten des Nachweiskonzepts ein Untersuchungsumfang von ca. 350 Platten.

Tabelle 6.5: Untersuchte Beispielbauteile - Einfeldplatten

1	2	3	4	5	6
Platten-Nr. <sup>1) 2)</sup>				maßgebender Parameter	zus. Parameter
Var. A	Variante D				
CFK	CFK	Stahl	Gelege		
001	–	–	–	Zusatzbauteil	
004	–	–	–	Zusatzbauteil, $f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$	
010	010	110	210	Standardbauteil	
011	011	111	211	$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (q_{1,0} = 8,0 \text{ kN/m})$	
012	012	112	212	$f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$	$\omega_s, f_{ctm,surf}$
013	013	113	213	$f_{ctm} / f_{ck} (f_{ct} = 0,7 * f_{ctm})$	
014	014	114	214	$f_{ctm} / f_{ck} (f_{ct} = 1,3 * f_{ctm})$	
015	015	115	215	$f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$	$A_s, d_s$
016	016	116	216	$f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$ , glatt	$A_s, d_s$
017	017	117	217	$E_L \cdot t_L$ (s. Tabelle 6.3)	
018	018	118	218	Einzellasten $G_k, Q_k$	$\omega_s, C_{v,q} q_k/g_k$
019	019	119 <sup>3)</sup>	219	Gleichlast ( $q_d = 26,4 \text{ kN/m}$ )	$\omega_s, C_{v,q} q_k/g_k$
020	020	120	220	Bewehrung $A_s$ gestaffelt	$x_{s2,a}$
021	021	121	221	Biegeschlankheit ( $\lambda_b = l_1/d = 23,1$ )	$d, A_s, \omega_s$
022	022	122	222	$d_s = 16 \text{ mm}$	
023	–	–	–	Nutzlastart: Schnee	$C_{v,q} q_k/g_k$
024	–	–	–	Nutzlastart: leichte Industrie	$C_{v,q} q_k/g_k$

<sup>1)</sup> zugehörige Bauteildaten s. Anhang 4  
<sup>2)</sup> Bemessung jeder Platte für  $\eta_B = 1,25 - 1,50 - 1,75 - 2,00$   
<sup>3)</sup> erf.  $A_L$  zu groß, Verstärkung nicht mehr ausführbar

Für Balken und Plattenbalken war ein ähnliches Vorgehen bei der Konzeption der Beispiele vorgesehen. Allerdings war die erforderliche Klebebewehrung bei einer Bemessung mit dem untersuchten Nachweiskonzept selbst bei geringen Verstärkungsgraden ( $\eta_B = 1,25$ ) deutlich zu groß, so dass sie nicht mehr auf dem Bauteil appliziert werden konnte.

Lediglich die Anwendung der Variante D führte bei Verstärkungen mit CFK-Lamellen oder mit Kohlefasergelegen unter bestimmten Randbedingungen ( $\eta_B = 1,25$ , Betonfestigkeitsklasse C35/45, Betonstahlbewehrung nicht gestaffelt) zu etwas günstigeren Bemessungsergebnissen. Jedoch war auch in diesen Fällen die erforderliche Breite der Klebebewehrung immer noch geringfügig größer als die nutzbare Stegbreite.

Die Tatsache, dass die eine Bemessung von Bauteilen mit gestaffelter Betonstahlbewehrung nicht mehr möglich ist, schränkt die Anwendungsmöglichkeit von Klebeverstärkungen auf Balken und Plattenbalken erheblich ein. Balken mit durchlaufender Betonstahlbewehrung

sind in der Praxis nur selten vorhanden, so dass eine Klebeverstärkung von Balken und Plattenbalken unter Anwendung des untersuchten Nachweiskonzepts nur in wenigen Ausnahmefällen möglich ist.

Allerdings ist bei Balken und Plattenbalken meistens eine externe Schubbewehrung vorhanden, die eine Steigerung der Verbundtragfähigkeit bewirkt. Da keine geeigneten Modelle existieren, um diesen Effekt zu berücksichtigen, wird er durch das verwendete Nachweiskonzept – und damit auch bei der Berechnung der Tragwerkszuverlässigkeiten – nicht berücksichtigt. Könnte der Einfluss der externen Schubbewehrung berücksichtigt werden, so wären die berechneten Traglasten bzw. die berechneten Tragwerkszuverlässigkeiten klebeverstärkter Balken und Plattenbalken größer als die mit dem verwendeten Modell berechneten. Der Untersuchungsumfang beschränkte sich daher auf die wenigen Bauteile mit nahezu praxismgerechten Klebebewehrungsquerschnitten und war damit bei Variante D deutlich kleiner als für Platten (s. Tabelle A.9 in Anhang 4). Für Variante A konnten keine sinnvollen Beispiele erzeugt werden.

### 6.4.3 Ergebnisse und Bewertung

#### Allgemein

Nachfolgend werden die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalyse dargestellt und kritisch bewertet. Es zeigte sich, dass die Variante A des Nachweiskonzepts gegenüber der Variante D wesentlich ungünstigere Bemessungsergebnisse liefert (s. Tabelle A.10 im Anhang 4), die Tragwerkszuverlässigkeiten für letztere aber immer noch ausreichend groß sind. Daher werden die Ergebnisse von Variante A nicht in der gleichen Ausführlichkeit dargestellt wie für Variante D.

#### Nachweiskonzept – Variante A

Die Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{50}$  (Bezugszeitraum 50 Jahre) der mit Variante A bemessenen Platten mit aufgeklebten CFK-Lamellen sind in Abbildung 6.3 als normiertes Histogramm aufgetragen. In Tabelle 6.6, Spalte 2 sind die Mindest-, Mittel- und Maximalwerte von  $\beta_{50}$  angegeben sowie die Verteilung der Beispiele auf die Bereiche mit Zuverlässigkeiten unter dem Mindestwert ( $\beta_{50} < 3,04$ ), über dem Zielwert ( $\beta_{50} > 3,8$ ) und im Zwischenbereich ( $3,04 < \beta_{50} < 3,8$ ).

Es wird deutlich, dass der größte Teil der betrachteten Bauteile eine ausreichend große Zuverlässigkeit aufweist. Bei 84% der Bauteile liegen die Zuverlässigkeitsindizes über dem Zielwert, bei 13% immer noch über dem Mindestwert und nur bei 3% der Beispiele unter dem geforderten Mindestwert. Allerdings wurden diese Tragwerkszuverlässigkeiten unter Verwendung des stochastischen Nutzlastmodells nach [31] berechnet (s. Kap. 4.3.3, Tabelle 4.7). Dieses Modell ist jedoch offensichtlich zu ungünstig (s. Tabelle 4.8 bzw. Tabelle 4.10), und das für die weiteren Untersuchungen verwendete Nutzlastmodell liefert größere Zuverlässigkeiten. Weiterhin wurde hier mit Ausnahme von zwei Plattenserien (004 und 023 s. Tabelle

6.5 bzw. Anhang 4) nur eine Nutzung als Verkaufsraum untersucht, was zu entsprechend großen Nutzlastanteilen bzw. -streuungen und damit auch größeren Versagenswahrscheinlichkeiten führte.

Daher kann angenommen werden, dass die hier betrachteten Bauteile bei Ansatz des günstigeren Nutzlastmodells und bei zusätzlicher Untersuchung einer Büronutzung eine hinreichende Zuverlässigkeit aufweisen, die in vielen Fällen sogar deutlich größer ist als der Zielwert.

Tabelle 6.6: Wertebereiche der Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{50}$  für Platten

1	2	3	4	5	6
	Variante A	CFK		Variante D	
	CFK	CFK		Stahllaschen	Kohlefasergelege
	1) 3)	1)	2)	2)	2)
Anzahl Beispiele	67	52	96	90	96
Beispiele [%] mit:					
$\beta_{50} < 3.04$	3%	0%	0%	0%	0%
$3.04 < \beta_{50} < 3.80$	13%	40%	33%	32%	36%
$\beta_{50} > 3.80$	84%	60%	67%	68%	64%
$\beta_{\min}$	2,7	3,1	3,1	3,3	3,1
$\bar{\beta}$	4,6	4,1	4,3	4,0	4,2
$\beta_{\max}$	7,2	5,6	6,5	4,8	6,4
1)	Ohne Beispiele mit Büronutzung (i. W. Nutzung als Verkaufsräume)				
2)	Alle Beispiele				
3)	Stochastisches Modell der Nutzlasten nach [31]				

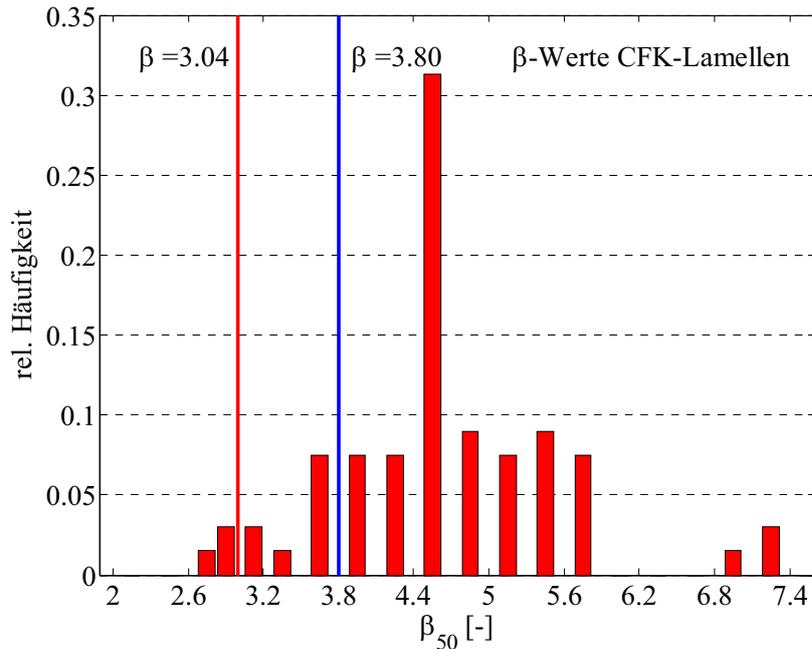


Abbildung 6.3: Häufigkeitsverteilung von  $\beta_{50}$  für Einfeldplatten mit CFK-Lamellen (Bemessung nach Variante A des Nachweiskonzepts)

### Nachweiskonzept – Variante D

Der Untersuchungsumfang für Variante D war wesentlich größer als für Variante A (s. Tabelle 6.5). Die Tragwerkszuverlässigkeiten werden daher getrennt nach Platten und Balken sowie nach Art der Klebebewehrung analysiert.

#### Einfeldplatten mit CFK-Lamellen

Abbildung 6.4 zeigt die Häufigkeitsverteilung von  $\beta_{50}$ , der Wertebereich ist in Tabelle 6.6, Spalte 4 angegeben. Zum besseren Vergleich mit den Ergebnissen für Variante A sind in Tabelle 6.6, Spalte 3 bzw. in Abbildung 6.5 jeweils die Ergebnisse ohne die Beispiele mit Büronutzung angegeben. In Abbildung A.5 und in Tabelle A.12 des Anhangs 5 werden darüber hinaus die  $\beta$ -Werte jeweils für die einzelnen Plattenserien dargestellt bzw. angegeben und mit denen der Standardplatten verglichen.

Die Zuverlässigkeiten sind in allen Fällen ausreichend groß. Für ca. 65% aller Bauteile liegen die Zuverlässigkeitsindizes im Intervall von  $\beta_{50} = 3,2 \div 4,4$  und weichen damit maximal um  $\Delta\beta_{50} = \pm 0,6$  vom Zielwert ab. Die Ergebnisse sind damit besser um den Zielwert  $\beta_{50} = 3,8$  gruppiert als bei Variante A (vgl. Abbildung 6.3 mit Abbildung 6.5) und auch der Wertebereich von  $\beta_{50}$  ist erkennbar kleiner. Die Plattenserie 010, die als Standard- bzw. Vergleichsbauteil dient, trifft den Zielwert im Mittel sehr gut.

Wie aus Abbildung A.5 im Anhang 5 hervorgeht, führte eine höhere Vordehnung bzw. –belastung ( $q_0 = 8,0 \text{ kN/m}$ ) trotz der geringeren Menge an Klebebewehrung (s. Tabelle A.4) zu etwas größeren Zuverlässigkeiten (i. M.  $\Delta\bar{\beta}_{50} = + 0,3$ ). Der Ansatz einer dem Konstruktionseigengewicht (und damit dem Minimalwert) entsprechenden Vorbelastung beim Standardbau-

teil und allen weiteren Plattenserien ist somit konservativ. Für die Platten aus C35/45 sind die Zuverlässigkeiten deutlich größer als beim Standardbauteil. Dies lässt sich einerseits auf die für diese Festigkeitsklasse angesetzte, deutlich kleinere Streuung zurückführen und auf den größeren Abstand zwischen  $f_{ck}$  und  $E[f_c]$  (s. Tabelle 4.5). Andererseits ist auch die erforderliche Klebebewehrung deutlich größer. Für das minimale bzw. maximale Verhältnis von  $f_{ct}/f_{ctm}$  sind die erforderliche Klebebewehrung und die Zuverlässigkeitsindizes ebenfalls größer als für das Standardbauteil (i. M.  $\Delta\bar{\beta}_{50} = +0,7$  bzw.  $+1,2$ ).

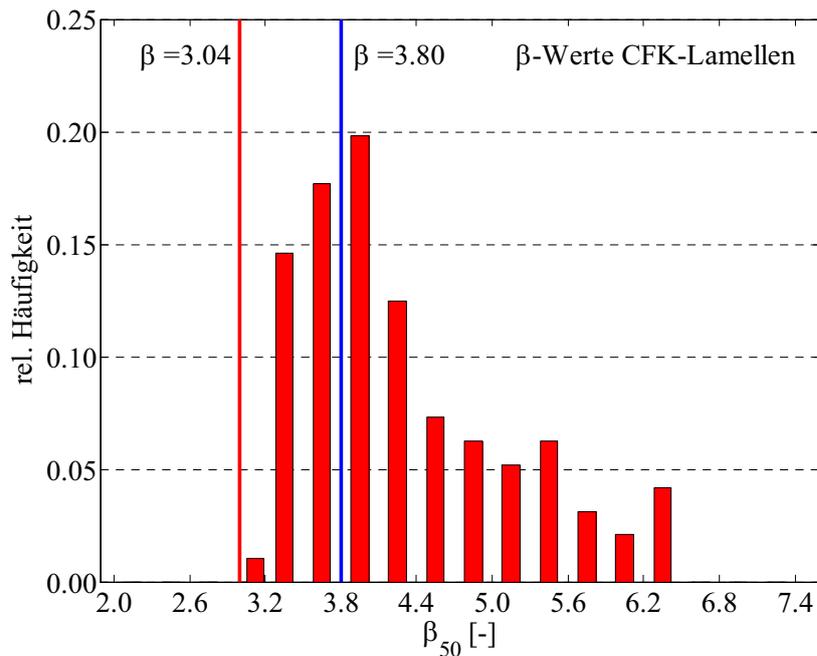


Abbildung 6.4: Häufigkeitsverteilung von  $\beta_{50}$  für Platten mit CFK-Lamellen (Bemessung nach Variante D des Nachweiskonzepts)

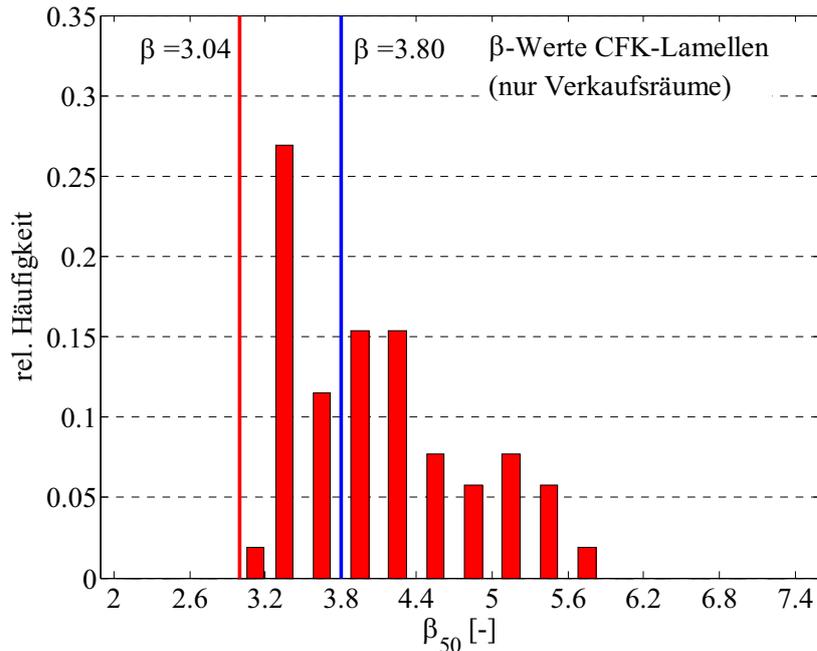


Abbildung 6.5: Häufigkeitsverteilung von  $\beta_{50}$  für Platten mit CFK-Lamellen (Bemessung nach Variante D des Nachweiskonzepts ausschließliche Nutzung als Verkaufsraum)

Bauteile mit einer Betonstahlbewehrung geringer Festigkeit ( $f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$ ) weisen durchgängig kleinere  $\beta$ -Werte auf als das Standardbauteil, die teilweise nur knapp über dem Mindestwert  $\beta_{50} = 3,04$  liegen. Aus Tabelle 4.5 geht hervor, dass für diesen Betonstahl sowohl der Quantilwert als auch der Variationskoeffizient ungünstiger ist als für Stähle mit  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ . Somit stellt sich die Frage, ob die Verwendung gleicher Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_s$  für beide Festigkeitsklassen sinnvoll ist. In Tabelle 6.7 sind (für  $f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$ ) die erforderlichen Klebebewehrungsmengen und die zugehörigen Zuverlässigkeitsindizes (für Verkaufsräume) für  $\gamma_s = 1,15$  bzw.  $\gamma_s = 1,20$  angegebenen. Die Anhebung des Sicherheitsbeiwerts  $\gamma_s$  führt in allen Fällen zu größeren erforderlichen Bewehrungsmengen, und damit auch zu größeren Tragwerkszuverlässigkeiten. Dabei sind die Unterschiede in den Bemessungsergebnissen für kleine Verstärkungsgrade größer. Dies ist günstig, da gerade Bauteile mit kleinem  $\eta_B$  die größten Versagenswahrscheinlichkeiten aufweisen.

Da alle Bauteile mit Betonstahl geringer Festigkeit (für  $\gamma_s = 1,15$ ) immer noch eine ausreichende Sicherheit aufweisen, ist eine Erhöhung von  $\gamma_s = 1,15$  auf  $\gamma_s = 1,20$  (für  $f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$ ) ist zwar nicht notwendig, aber zumindest sinnvoll, um eine Vergleichmäßigung des Zuverlässigkeitsniveaus zu erreichen.

Tabelle 6.7: Einfluss von  $\gamma_s$  für  $f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$  bei CFK-Lamellen

Platte	$\eta_B$	$\gamma_s = 1,15$		$\gamma_s = 1,20$		$b_{L;1,20} / b_{L;1,15}$
		erf. $b_L$ [cm/m]	$\beta_{50}^{1)}$ [-]	erf. $b_L$ [cm/m]	$\beta_{50}^{1)}$ [-]	
015	1,25	15,8	3,08	17,1	3,27	1,08
015	1,50	23,7	3,31	24,7	3,34	1,04
015	1,75	29,3	3,35	30,0	3,42	1,02
015	2,00	34,4	3,38	35,1	3,40	1,02
016	1,25	24,1	3,20	25,9	3,22	1,07
016	1,50	37,3	3,34	39,5	3,41	1,06
016	1,75	47,6	3,48	49,1	3,53	1,03
016	2,00	54,8	3,47	57,5	3,49	1,05
1) Für Verkaufsräume						

Die Platte mit der reduzierten bezogenen Lamellensteifigkeit  $E_L * t_L$  weist gegenüber der Vergleichsplatte der Serie 010 teilweise eine etwas geringere erforderliche Klebebewehrung auf und etwas kleinere Zuverlässigkeiten ( $\Delta\bar{\beta}_{50} = -0,2$ ). Aus der geringen Differenz  $\Delta\bar{\beta}_{50}$ , die sich bei Ansatz der beiden Extremwerte von  $E_L * t_L$  ergibt, wird deutlich, dass dieser Parameter von untergeordneter Bedeutung ist.

Für die Plattenserien 018 und 019 mit zusätzlichen Einzellasten bzw. einer größeren Gleichlast sind auf Grund der höheren Bemessungsschnittgrößen auch deutlich größere Klebebewehrungsquerschnitte erforderlich. Dabei ist zu beachten, dass beide Plattenserien nur für den ungünstigeren Variationskoeffizienten der veränderlichen Einwirkungen von  $C_{v,q} = 0,30$  untersucht wurden. Die Bauteile weisen gegenüber der Plattenserie 010 wesentlich höhere Zuverlässigkeiten auf ( $\Delta\bar{\beta}_{50} = +0,8 \div 0,9$  bezogen auf die Ergebnisse für Verkaufsräume), sind jedoch noch nicht unwirtschaftlich, wie der Vergleich mit dem Zielwert zeigt ( $\bar{\beta}_{50} = 4,3 \div 4,4$  gegenüber erf.  $\beta_{50} = 3,8$ ).

Die Staffelung der Längsbewehrung beeinflusste den Verbundnachweis erheblich und führte zu deutlich größeren erforderlichen Klebebewehrungsquerschnitten. Die Versagenswahrscheinlichkeiten waren allerdings kleiner ( $\Delta\bar{\beta}_{50} = +0,3$ ), so dass dieser in der Praxis häufig anzutreffende Fall offensichtlich nicht kritisch ist.

Bei der Plattenserie 021 mit reduzierter Biegeschlankheit  $\lambda_b$  fällt auf, dass trotz der bei gleichen Einwirkungen größeren Nutzhöhen und des kleinen mechanischen Bewehrungsgrades  $\omega_s$  wesentlich größere Bewehrungsmengen erforderlich sind als bei den Vergleichsplatten 010 (s. Tabelle A.4). Aus der großen Bauteildicke resultiert jedoch ein entsprechend großes Rissmoment, von dem der verhältnismäßig kleine Betonstahlquerschnitt nur einen geringen Anteil

übernimmt. Daher ist hier die Verbundbeanspruchung am äußersten Biegeriss sehr hoch und immer maßgebend. Da die Zuverlässigkeitsindizes der Plattenserie 021 wesentlich größer sind als die der anderen Platten bzw. als der Zielwert ( $\Delta\bar{\beta}_{50} = +2,2$  bzw.  $\bar{\beta}_{50} = 6,0 \gg \text{erf.}\beta_{50} = 3,8$ ) liefert das Bemessungskonzept hier offensichtlich unwirtschaftliche Ergebnisse.

Bei der Plattenserie 022 mit  $d_s = 16$  mm waren die  $\beta$ -Werte bei etwas ungünstigeren Bemessungsergebnissen mit  $\Delta\bar{\beta}_{50} = -0,2$  geringfügig kleiner als bei den Vergleichsplatten, aber immer noch ausreichend groß. Die geringe Differenz innerhalb des großen betrachteten Wertebereichs für  $d_s$  macht die untergeordnete Bedeutung von  $d_s$  deutlich.

### Zweifeldplatten mit CFK-Lamellen

In Abbildung 6.6 sind die Zuverlässigkeitsindizes der Zweifeldplatten dargestellt. Dabei wird nach einem Versagen im Feld ( $q_{\max}$  nur in Feld 1) und über der Innenstütze ( $q_{\max}$  in den Feldern 1 und 2) unterschieden. Es ist deutlich zu erkennen, dass ein Versagen im Feld unwahrscheinlicher ist als über der Stütze. Aber auch für Versagen über der Stütze sind die Zuverlässigkeitsindizes größer als beim vergleichbaren Einfeldsystem (Plattenserie 010, s. a. Abbildung A.5). Ein Einfluss des Verstärkungsgrades ist wiederum nicht erkennbar.

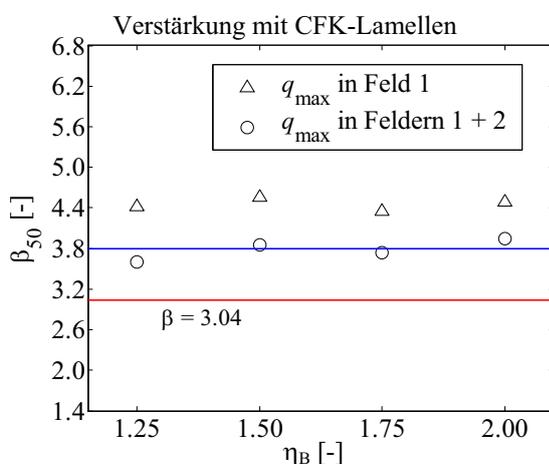


Abbildung 6.6: Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{50}$  der Zweifeldplatten mit CFK-Lamellen  
Bemessung nach Variante D

### Platten mit Stahllaschen

Bei Verstärkungen mit Stahllaschen liegt der Mittelwert der berechneten Zuverlässigkeitsindizes mit  $\bar{\beta} = 4,0$  ebenfalls nur geringfügig über dem Zielwert von 3,8, und der Mindestwert von  $\beta_{50} = 3,04$  wird in keinem Fall unterschritten (s. Abbildung 6.7 bzw. Tabelle 6.6, Spalte 5). Der minimale Zuverlässigkeitsindex aus allen Beispielen beträgt  $\beta_{50} = 3,3$ , der Maximal-

wert  $\beta_{50} = 4,8$ . Damit liegen alle  $\beta$ -Werte in einem verhältnismäßig kleinen Intervall und streuen weniger stark als bei CFK-Lamellen und Kohlefasergelegen. Der verwendete Sicherheitsbeiwert  $\gamma_b = 1,50$  für den Klebeverbund führt hier zu sehr guten Ergebnissen.

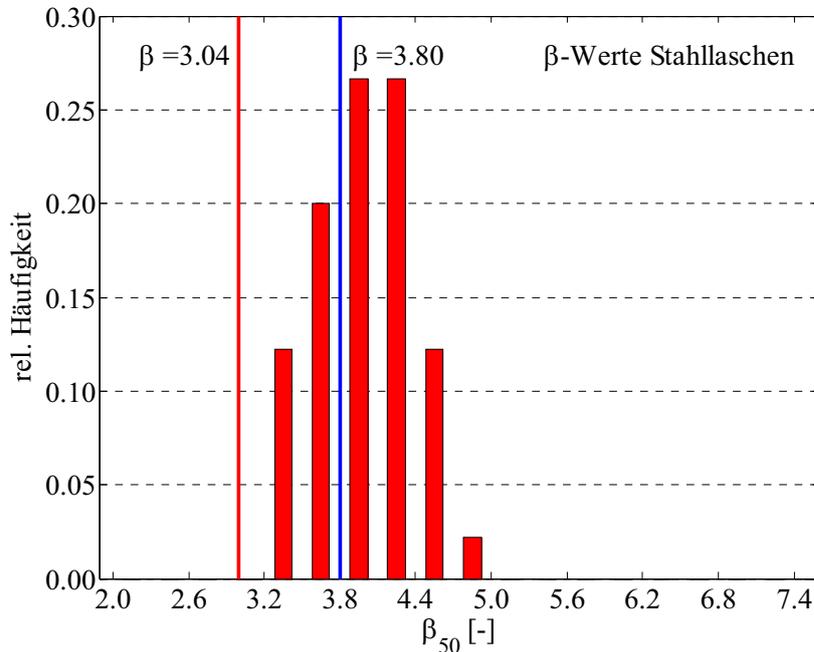


Abbildung 6.7: Häufigkeitsverteilung von  $\beta_{50}$  für Platten mit Stahllaschen (Bemessung nach Variante D des Nachweiskonzepts)

Wie schon bei den Verstärkungen mit CFK-Lamellen wirkte sich eine höhere Vorbelastung beim Verstärken ( $q_0 = 8,0$  kN/m) günstig auf die Bemessungsergebnisse (s. Tabelle A.5) und die Tragwerkszuverlässigkeit (s. Tabelle A.13 bzw. Abbildung A.6) aus, wobei die Unterschiede auch hier nicht allzu groß sind (i. M.  $\Delta\bar{\beta}_{50} = +0,4$ ).

Für den Beton C35/45 waren die Bemessungsergebnisse günstiger als bei der Standardplatte, aber die Zuverlässigkeitsindizes waren kleiner (i. M.  $\Delta\bar{\beta}_{50} = -0,6$ ). Der Mindestwert  $\beta_{50} = 3,04$  war jedoch immer eingehalten.

Die Variation der gemessenen Oberflächenzugfestigkeit des Betons führt zu sehr unterschiedlichen Ergebnissen. Für den betrachteten Minimalwert  $f_{ct,surf} = 0,7 * f_{ctm}$  sind die Bemessungsergebnisse wesentlich ungünstiger als bei den Vergleichsplatten, so dass für diese Bauteile eine Klebeverstärkung praktisch nicht mehr ausführbar ist. Die Zuverlässigkeitsindizes waren jedoch im Mittel um 0,4 kleiner. Dagegen treten bei  $f_{ct,surf} = 1,3 * f_{ctm}$  sowohl bei den Bemessungsergebnissen als auch bei den  $\beta$ -Werten nahezu keine Abweichungen gegenüber den Standardplatten auf.

Die Zuverlässigkeitsindizes der Platten mit einer Betonstahlbewehrung mit  $f_{yk} = 220$  N/mm<sup>2</sup> sind nur geringfügig kleiner als die der Vergleichsplatten ( $\Delta\bar{\beta}_{50} = -0,2$ ) und damit ausreichend groß. Da bei diesen Bauteilen das Verbundversagen nicht im Feld an der Fließstelle der Innenbewehrung eintritt, sondern am Laschenende, wo die Betonstahlspannung noch unter

der Fließspannung liegt, sind dort die Bemessungsergebnisse für die Sicherheitsbeiwerte  $\gamma_s = 1,15$  und  $\gamma_s = 1,20$  jeweils gleich. Die Wahl eines höheren Sicherheitsbeiwerts ist somit – anders als bei den Platten 015 und 016 mit CFK-Lamellen (und auch den Platten 215 und 216 mit Kohlefasergelegen) – zwar nicht notwendig, um ein gleichmäßiges Zuverlässigkeitsniveau zu erreichen, geht aber auch nicht zu Lasten der Wirtschaftlichkeit. Die erforderlichen Klebebewehrungsmengen sind um ca. 20-35% kleiner als für  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ . Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass die Querschnittsfläche und damit auch die Dehnsteifigkeit der Betonstahlbewehrung größer ist, so dass die Klebebewehrung bis zum Fließbeginn des Betonstahls einen geringeren Lastanteil übernimmt.

Die Verdopplung der bezogenen Laschensteifigkeit  $E_L * t_L$  durch die Wahl einer 10 mm dicken Lasche führte zu mehr als doppelt so großen erforderlichen Laschenquerschnitten und etwas kleineren Zuverlässigkeiten. Durch die gewählten Beispiele wurden die minimal und die maximal mögliche Laschendicke untersucht. Der Einfluss dieses Parameters ist auch hier gering.

Von den höher beanspruchten Platten 118 und 119 konnte nur die erstgenannte (mit Einzellasten) verstärkt werden. Bei den Platten mit größerer Gleichlast waren die erforderlichen Laschenquerschnitte zu groß. Die Zuverlässigkeitsindizes der Platten 118 lagen im Mittel bei  $\beta_{50} = 4,7$  und damit um ca. 0,9 über denen der Platten 018 (für Verkaufsräume). Der schon bei CFK-Lamellen festgestellte günstige Einfluss von Einzellasten wurde dadurch bestätigt.

Die gestaffelte Längsbewehrung bei der Plattenserie 120 beeinflusste den Verbundnachweis weniger stark als bei Serie 020 mit CFK-Lamellen. Die Auswirkungen auf die Tragwerkszuverlässigkeit sind gering ( $\Delta\bar{\beta}_{50} = +0,2$ ).

Durch die Reduktion der Biegeschlankheit  $\lambda_b$  ergaben sich nur geringfügig größere erforderliche Bewehrungsmengen  $A_L$ . Die Tragwerkszuverlässigkeit war im Mittel etwas größer ( $\Delta\bar{\beta}_{50} = +0,4$ ). Somit ist eine Verringerung von  $\lambda_b$  günstig. Da andererseits deutlich größere Biegeschlankheiten als beim Standardbauteil nicht realistisch sind, ist nicht zu erwarten, dass sich infolge der Variation von  $\lambda_b$  unsichere Bemessungsergebnisse einstellen. Die Wahl eines größeren Stabdurchmessers  $d_s = 16 \text{ mm}$  wirkte sich weder auf die Ergebnisse der Bemessung noch der Zuverlässigkeitsanalyse in nennenswerter Weise aus.

### Platten mit Kohlefasergelegen

Die Ergebnisse der Parameterstudie an Platten mit Kohlefasergelegen sind in Abbildung 6.8 und Tabelle 6.6 sowie Tabelle A.14 und Abbildung A.7 dargestellt. Die Eingabedaten sind in Tabelle A.6 wiedergegeben. Aus dem Histogramm wird deutlich, dass der überwiegende Teil der Ergebnisse um den Mittelwert  $\bar{\beta} = 4,2$  gruppiert ist. Insgesamt sind die Ergebnisse sehr gut, zumal auch hier keine Unterschreitungen des Mindestwertes  $\beta_{50} = 3,04$  auftreten.

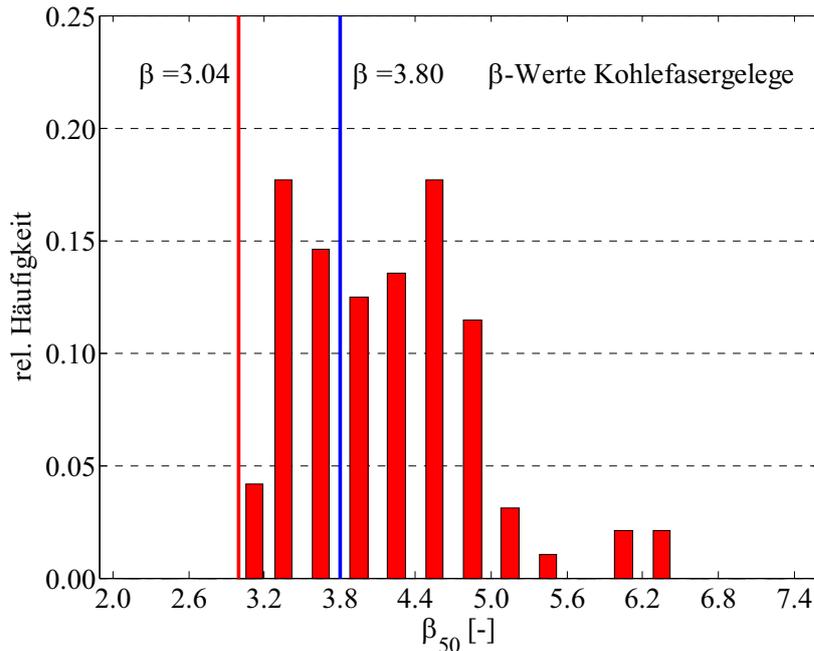


Abbildung 6.8: Häufigkeitsverteilung von  $\beta_{50}$  für Platten mit Kohlefasergelegen (Bemessung nach Variante D des Nachweiskonzepts)

Die höhere Vorbelastung  $q_0 = 8,0 \text{ kN/m}$  wirkte sich wie zuvor günstig auf die Zuverlässigkeit aus. Im Gegensatz dazu führte die höhere Druckfestigkeit  $f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$  zu etwas kleineren  $\beta$ -Werten.

Bei den Bauteilen mit abweichender Betonzugfestigkeit stellten sich in beiden Fällen ( $f_{ct,surf} = 0,7 * f_{ctm}$  und  $f_{ct,surf} = 1,3 * f_{ctm}$ ) günstigere Bemessungsergebnisse und kleinere Zuverlässigkeitsindizes ein. Dies ist für  $f_{ct,surf} = 1,3 * f_{ctm}$  stärker ausgeprägt.

Die Verwendung von Betonstahl mit geringer Festigkeit führt – wie bei CFK-Lamellen – zu etwas kleineren  $\beta$ -Werten als bei den Vergleichsplatten, wobei aber stets ausreichende Zuverlässigkeiten erreicht werden ( $\beta_{50} > 3,04$ ). Dagegen wäre die erforderliche Klebebewehrung beim Ansatz des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_s = 1,20$  für den Betonstahl um etwa 3-10% größer, und die Zuverlässigkeitsindizes würden näher am Zielwert  $\beta_{50} = 3,8$  liegen. Eine Anhebung von  $\gamma_s$  ist also wie bei CFK-Lamellen nicht notwendig, würde aber zu besseren Ergebnissen führen.

Die Erhöhung der bezogenen Steifigkeit der Klebebewehrung führte bei ca. 15% größerer Klebebewehrung  $A_L$  zu nahezu identischen Zuverlässigkeiten.

Die Plattenserien 218 und 219 mit Einzellasten bzw. größerer Gleichlast weisen wesentlich größere Zuverlässigkeitsindizes auf als die Standardplatte, was den Beobachtungen bei CFK-Lamellen und Stahllaschen entspricht.

Durch eine Staffelung der Bewehrung bzw. einen größeren Stabdurchmesser der Betonstahlbewehrung (Plattenserien 220 und 222) ergaben sich bei der Bemessung etwa 20-30% größere Werte für  $A_L$  während die Zuverlässigkeitsindizes nahezu gleich blieben.

Die Platten mit reduzierter Biegeschlankheit weisen (wie auch bei CFK-Lamellen) deutlich größere Zuverlässigkeiten auf als das Standardbauteil bzw. als erforderlich. Die Bemessungsergebnisse des Nachweiskonzepts sind hier offensichtlich unwirtschaftlich.

### Balken und Plattenbalken

Die Zuverlässigkeit von Balken und Plattenbalken wurde an Hand von fünf Bauteilen für Nutzlasten aus Büro- und Verkaufsräumen untersucht (s. Tabelle A.9). In Tabelle 6.8 sind die Zuverlässigkeitsindizes der einzelnen Beispiele angegeben und in Tabelle 6.9 die Mittel- und Extremwerte. Der Mindestwert  $\beta_{50} = 3,04$  wird in keinem Fall unterschritten, jedoch ist der Mittelwert  $\bar{\beta}$  für Plattenbalken mit CFK-Lamellen etwas kleiner als der Zielwert.

Es wird nochmals darauf hingewiesen, dass die Ergebnisse wegen der Vernachlässigung des Einflusses externer Schubbewehrung nur bedingte Aussagekraft haben. Weiterhin sind die Beispiele nicht repräsentativ, da die Betonstahlbewehrung über die gesamte Feldlänge durchläuft. Hingegen können praxisübliche Balken und Plattenbalken mit gestaffelter Längsbewehrung mit dem untersuchten Bemessungskonzept (auch mit der günstigeren Variante D) nicht mehr nachgewiesen werden.

Tabelle 6.8: Zuverlässigkeitsanalyse für Balken und Plattenbalken – Einzelergebnisse

Bauteil	Nr.	$\eta_B$ [-]	$\beta_{50}$ [-]	$q$ (Art) <sup>1)</sup> [-]	$b_{c,u}$ [m]	C / G / S <sup>2)</sup> [-]
Plattenbalken	001	1.25	3.3	V	2.00	C
	002	1.25	3.7	B		
	003	1.25	3.4	V	1.00	
	004	2.25	3.6	B		
Plattenbalken	001	1.25	3.4	V	2.00	G
	002	2.25	4.5	B		
	003	1.25	3.5	V	1.00	
	004	2.25	4.5	B		
Balken	001	1.25	3.6	V	0.45	C
	002	2.25	4.0	B		
<sup>1)</sup> Nutzungsarten: B - Büro, V – Verkaufsraum <sup>2)</sup> C – CFK-Lamellen, G – Kohlefasergelege, S – Stahllaschen						

Tabelle 6.9: Zuverlässigkeitsanalyse für Balken und Plattenbalken  
Mittel- und Extremwerte

		$\beta_{\min}$ [-]	$\bar{\beta}$ [-]	$\beta_{\max}$ [-]
Plattenbalken	C	3.3	3.5	3.7
Plattenbalken	G	3.4	4.0	4.5
Balken	C	3.6	3.8	4.0
Gesamt		3.3	3.7	4.5

### Sensitivitätsbeiwerte

Abschließend wird die Eignung des Sicherheitsbeiwerts  $\gamma_b = 1,50$  für die Verbundtragfähigkeit mit Hilfe der Sensitivitätsfaktoren  $\alpha_i$  bewertet. Diese werden mit Hilfe der Gleichungen (3.23) bis (3.28) aus der Lage des mit Adaptive Importance Sampling gefundenen Bemessungspunktes  $\mathbf{x}^*$  berechnet. Dadurch wird vor allem beurteilt, ob eine pauschale Abminderung der übertragbaren Verbundspannungen *aufn.*  $\Delta\sigma_L(\sigma_L)$  durch  $\gamma_b$  besser geeignet ist als die Abminderung einzelner Basisgrößen wie z. B.  $f_{ct,surf}$  oder  $f_{ck}$ .

Die Ableitung von Teilsicherheitsbeiwerten aus den Sensitivitätsfaktoren ist im vorliegenden Fall jedoch nicht sinnvoll. Einerseits waren die Sensitivitätsbeiwerte der einzelnen Basisvariablen nicht für alle Beispiele konstant, sondern lagen in mehr oder weniger breiten Intervallen. Daher wären für die verschiedenen Beispiele auch jeweils andere Teilsicherheitsbeiwerte erforderlich. Andererseits sind die Teilsicherheitsbeiwerte bestimmter Basisgrößen (z. B. der Einwirkungen) schon durch andere technische Regelwerke vorgegeben. Die ausschließliche Anpassung der übrigen Teilsicherheitsbeiwerte aus den Sensitivitätsfaktoren ist daher nicht zielführend.

Tabelle 6.10: Mittlere Sensitivitätsbeiwerte für mit Variante D bemessene Einfeldplatten

		CFK		Stahllaschen		Kohlefasergelege	
		$\bar{\alpha}_i$	$ \bar{\alpha}_i/\bar{\alpha}_{\max} $	$\bar{\alpha}_i$	$ \bar{\alpha}_i/\bar{\alpha}_{\max} $	$\bar{\alpha}_i$	$ \bar{\alpha}_i/\bar{\alpha}_{\max} $
		[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
1	$\xi$	0.84	1.00	0.72	1.00	0.64	1.00
2	$q$	-0.29	0.34	-0.27	0.38	-0.48	0.75
3	$g, \Delta g$	-0.19	0.22	-0.21	0.29	-0.27	0.43
4	$f_{ck}$	0.15	0.18	0.16	0.22	0.21	0.33
5	$c_{\text{nom}}$	-0.10	0.11	-0.18	0.25	-0.20	0.31
6	$h_c$	0.09	0.11	0.11	0.15	0.14	0.21
7	$f_{yk}$	0.08	0.09	0.06	0.09	0.13	0.21
8	$f_L$	0.02	0.02	0.08	0.11	0.02	0.03
9	$t_F$	0.00	0.00	0.08	0.11	0.01	0.02
10	$f_{ctm,surf}$	0.06	0.07	0.03	0.04	0.02	0.03
11	$q_{1,riss}$	-0.04	0.05	-0.02	0.03	-0.05	0.09
12	$A_s$	0.03	0.04	0.03	0.04	0.04	0.06
13	$q_{1,0}$	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.03
14	$b_L$	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00
15	$E_s$	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.01
	$\bar{\alpha}_i$	mittlerer Sensitivitätsbeiwert für alle Bauteile					
	$\bar{\alpha}_{\max}$	mittlerer Sensitivitätsbeiwert der Basisvariable mit größter Sensitivität					

Tabelle 6.11: Mittlere Sensitivitätsbeiwerte für mit Variante D bemessene Zweifeldplatten mit CFK-Lamellen

		$q_{\max}$ in Feldern 1 + 2		$q_{\max}$ nur in Feld 1	
		$\bar{\alpha}_i$	$ \bar{\alpha}_i/\bar{\alpha}_{\max} $	$\bar{\alpha}_i$	$ \bar{\alpha}_i/\bar{\alpha}_{\max} $
		[-]	[-]	[-]	[-]
1	$\xi$	0.80	1.00	0.74	1.00
2	$q_{\max}^{1)}$	-0.45	0.56	-0.49	0.65
3	$g, \Delta g$	-0.17	0.21	-0.16	0.21
4	$f_{ck}$	0.21	0.26	0.30	0.41
5	$c_{\text{nom}}$	-0.16	0.20	-0.16	0.21
6	$h_c$	0.07	0.08	0.09	0.11
7	$q_{1,0}$	0.04	0.05	0.09	0.12
8	$f_{yk}$	0.07	0.09	0.02	0.03
9	$q_{q-s}^{2)}$	0.00	0.00	0.10	0.13
10	$q_{1,\text{riss}}$	-0.01	0.01	-0.05	0.06
11	$t_F$	-0.04	0.06	0.01	0.01
12	$f_L$	0.01	0.01	0.02	0.03
13	$E_s$	0.01	0.01	-0.03	0.04
14	$f_{ctm,\text{surf}}$	0.04	0.06	-0.04	0.05
15	$A_s$	0.03	0.03	-0.02	0.03
16	$b_L$	0.00	0.00	0.00	0.00
$\bar{\alpha}_i$		mittlerer Sensitivitätsbeiwert für alle Bauteile			
$\bar{\alpha}_{\max}$		mittlerer Sensitivitätsbeiwert der Basisvariable mit größter Sensitivität			
1)		Maximale Nutzlast			
2)		Quasistationärer Nutzlastanteil			

In Tabelle 6.10 sind für die mit Variante D bemessenen Serien von Einfeldplatten jeweils unterschieden nach Art der Klebebewehrung die mittleren Sensitivitätsbeiwerte  $\bar{\alpha}_i$  angegeben. Tabelle 6.11 enthält die Sensitivitätsbeiwerte für die Zweifeldplatten, wobei zwischen den beiden möglichen Anordnungen der maximalen Nutzlast (in beiden Feldern und nur im ersten Feld) unterschieden wird.

Ein Vergleich der Sensitivitätsbeiwerte zeigt, dass die Modellunsicherheit  $\xi$ , die veränderliche Einwirkung  $q$ , die ständigen Einwirkungen  $g$  und  $\Delta g$  und die Betondruckfestigkeit stets den größten Einfluss haben, gefolgt von der Betondeckung und der Bauteildicke. Die beiden letztgenannten Basisvariablen dürften allerdings bei dickeren Bauteilen einen wesentlich kleineren Einfluss haben, da ihre Streuung nicht von der Bauteildicke abhängt. Die Oberflächenzugfestigkeit des Betons, die Streckgrenze der Betonstahlbewehrung sowie die Festigkeit bzw. Streckgrenze der Klebebewehrung sind von geringem Einfluss, und alle weiteren Basisgrößen können wegen der kleinen  $\alpha_i$ -Werte vernachlässigt werden. Bei den Zweifeldplatten, bei denen die maximale Nutzlast  $q_{\max}$  nur im ersten Feld wirkt, ist der quasi-stationäre Nutzlastanteil ebenfalls nicht von großer Bedeutung.

Für die Einwirkungen sind die Teilsicherheitsbeiwerte bereits durch die Norm vorgegeben. Hingegen sind für die Modellunsicherheiten und die geometrischen Größen keine eigenen Teilsicherheitsbeiwerte vorgesehen, so dass deren Einfluss durch den pauschalen Sicherheitsbeiwert  $\gamma_b$  abgedeckt werden muss. Jene Basisgrößen, für die im Rahmen dieser Forschungsarbeit eigene Teilsicherheitsbeiwerte definiert werden konnten ( $f_{ctm,surf}$  und  $f_L$ ), haben bereits wesentlich kleinere  $\alpha_i$  als die Modellunsicherheit.

Die Angaben in Tabelle 6.10 zeigen für einige Basisgrößen größere oder kleinere Sensitivitäten an, als die Werte aus Tabelle 6.1. Dies lässt sich daraus erklären, dass in Tabelle 6.1 angegeben ist, wie häufig eine Basisgröße das Bemessungsergebnis (verglichen mit den anderen Basisgrößen) überdurchschnittlich beeinflusste, während in Tabelle 6.10 die Mittelwerte von  $\alpha_i$  für alle Bauteile angegeben sind. Die Abweichungen resultieren daher aus der großen Bandbreite, in denen sich die Sensitivitätsfaktoren bewegen.

Die vorliegenden Ergebnisse begründen daher eine pauschale Abminderung der übertragbaren Verbundspannungen *aufn.*  $\Delta\sigma_L(\sigma_L)$  durch  $\gamma_b$  an Stelle der Abminderung einzelner Basisgrößen.

## 6.5 Empfehlungen für das Sicherheitskonzept und den Verbundnachweis

Basierend auf den Ergebnissen der durchgeführten probabilistischen Analyse werden folgende Empfehlungen für den Verbundnachweis ausgesprochen:

1. Der Verbundnachweis sollte mit Variante D des Nachweiskonzepts geführt werden. D. h. bei der rechnerischen Bestimmung des Rissbildes sind die Quantilwerte der Biegezugfestigkeit des Betons wie folgt zu berechnen:

$$f_{ct,fl.min} = 0,7 \cdot f_{ctm,surf}$$

$$f_{ct,fl.max} = 1,3 \cdot f_{ctm,surf}$$

2. Die übertragbaren Verbundspannungen  $aufh. \Delta\sigma_L$  sind in den Bereichen, in denen die Verbundtragfähigkeit gegenüber den zulässigen Spannungen in der Klebebewehrung maßgebend ist, mit einem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_b = 1,50$  abzumindern.
3. Die Bemessungswerte der zulässigen Spannungen in der Klebebewehrung sind wie folgt zu berechnen:

$$f_{Ld} = f_{Lk} / 1,2 \quad \text{für CFK - Lamellen}$$

$$f_{yd} = f_{yk} / 1,1 \quad \text{für Stahllaschen}$$

$$f_{Ld} = f_{Lk} / 1,35 \quad \text{für Kohlefasergelege}$$

4. Für Betonstähle mit geringer Festigkeit ( $f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$ ) kann wie für Stähle mit  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$  der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_s = 1,15$  verwendet werden. Der Ansatz eines Sicherheitsbeiwertes  $\gamma_s = 1,20$  führt jedoch zu einer Vergleichmäßigung des erreichten Zuverlässigkeitsniveaus.

## 7 Zusammenfassung

Im Rahmen des durchgeführten Forschungsvorhabens wurde durch eine probabilistische Analyse das Sicherheitskonzept für den Verbundnachweis bei klebeverstärkten Betonbauteilen überprüft.

Hierfür wurde zunächst ein stochastisches Modell für die Basisvariablen des Verbundnachweises gewählt und auf Plausibilität überprüft. Die Modellunsicherheiten des untersuchten Nachweiskonzepts wurden durch die Nachrechnung geeigneter Versuche bestimmt. Anschließend wurden Bemessungsbeispiele konzipiert, für die unter Anwendung von Adaptive Importance Sampling die Versagenswahrscheinlichkeiten bestimmt wurden. Die Durchführung des Adaptive Importance Sampling erfolgte mit einem eigens hierfür entwickelten Computerprogramm.

Die Untersuchungen wurden für zwei Varianten des Verbundnachweises durchgeführt. Dabei sah das Sicherheitskonzept jeweils eine pauschale Abminderung der übertragbaren Verbundspannungen mit einem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_b = 1,50$  vor.

Es stellte sich heraus, dass eine Verstärkung von Balken und Plattenbalken unter praxisüblichen Randbedingungen mit beiden untersuchten Varianten des Bemessungskonzepts praktisch nicht mehr möglich ist. Lediglich bei Anwendung der zweiten Variante kann eine Bemessung von Balken und Plattenbalken mit sehr günstigen Eigenschaften zu gerade noch ausführbaren Ergebnissen führen. Allerdings berücksichtigen die verfügbaren Nachweiskonzepte nicht den positiven Einfluss einer – bei verstärkten Balken meistens vorhandenen – externen Schubbewehrung, da hierfür noch keine geeigneten Rechenmodelle vorliegen. Daher wird die Tragfähigkeit des Klebeverbundes bei Balken und Plattenbalken durch das untersuchte Nachweisverfahren unterschätzt. Bei klebeverstärkten Platten führen die beiden Varianten zu sehr unterschiedlichen Bemessungsergebnissen und damit auch zu abweichenden Tragwerkszuverlässigkeiten. Die Anwendung der ersten Variante des Verbundnachweises ergab sehr unwirtschaftliche Bemessungsergebnisse und teilweise unnötig große Tragwerkszuverlässigkeiten. Die zweite Variante, die auf Grund der Ergebnisse für die erste Variante zusätzlich betrachtet wurde, lieferte wesentlich günstigere Bemessungsergebnisse, wobei die Tragwerkszuverlässigkeiten immer noch ausreichend groß waren.

Es konnte gezeigt werden, dass das untersuchte Nachweiskonzept unter Beachtung der in diesem Forschungsbericht gegebenen Empfehlungen ausreichend sichere Bemessungsergebnisse liefert.

## Quellenverzeichnis

- [1] Au, S. K.; Beck, J. L.: A new adaptive importance sampling scheme for reliability calculations. *Structural Safety* 21, 1999, S. 135-158.
- [2] Bonzel, J.: Zur Gestaltabhängigkeit der Betondruckfestigkeit. *Beton- und Stahlbetonbau* 54, 1959, S. 223-248.
- [3] Breitung, K.: Asymptotic approximations for multinormal integrals. *Journal of Engineering Mechanics Division*, S. 357-366, 1984.
- [4] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.: Taschenbuch der Mathematik. Teubner Verlag, Leipzig, 1991.
- [5] Bucher, C. G.: Adaptive Sampling – an iterative fast Monte Carlo Procedure. *Structural Safety* 5, 1988, S. 119-126.
- [6] CIB: CIB-Report, Publication 116, Actions on Structures – Live Loads in Buildings, June, 1989.
- [7] Deutsches Institut für Bautechnik: Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Nr. Z-36.12-32, Verstärkung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen durch schubfest aufgelebte Kohlefaserlaminat. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, Januar 2000.
- [8] Deutsches Institut für Bautechnik: Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Nr. Z-36.12-39, Verstärkung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen durch schubfest aufgelebte Kohlefaserlamellen Sika CarboDur. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, Juli 2002.
- [9] Deutsches Institut für Bautechnik: Sitzung SVA "Verstärken von Betonbauteilen" – 456 a, am 19./20. Dezember 2006 in Berlin -Sitzungsunterlagen-.
- [10] DIN 1045: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. Berlin, Juli 1988.
- [11] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Berlin, Juli 2001.
- [12] DIN 1045-2: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 2: Beton – Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität; Anwendungsregeln zu DIN EN 206-1. Berlin, Juli 2001.
- [13] DIN 1048-2: Prüfverfahren für Beton – Teil 2: Festbeton in Bauwerken und Bauteilen. Beuth-Verlag, Berlin, 1991.
- [14] DIN 1048-5: Prüfverfahren für Beton – Teil 5: Festbeton, gesondert hergestellte Probekörper. Berlin, 1996.
- [15] DIN 1055-3: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 3: Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten. Beuth-Verlag, Berlin, 2006.
- [16] DIN 1055-5: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 5: Schnee- und Eislasten. Beuth-Verlag, Berlin, 2005.

- [17] DIN 1055-100: Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln. März 2001.
- [18] DIN EN 206-1: Beton. Teil 1: Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität. Berlin, Juli 2001.
- [19] DIN EN 12390-2: Prüfung von Festbeton. Teil 2: Herstellung und Lagerung von Probekörpern für Festigkeitsprüfungen. Berlin, 2001.
- [20] Glowienka, S.; Hausmann, G.: Hintergründe zur Festlegung der charakteristischen Werte von Nutzlasten. Unveröffentlichtes Manuskript, 2006.
- [21] Graubner, C.-A.; Daus, S.: Verifizierung eines Nachweiskonzepts zur Verbundtragfähigkeit klebarmierter Bauteile durch die Nachrechnung von Versuchen. Forschungsbericht des Instituts für Massivbau, Technische Universität Darmstadt, 2004.
- [22] Graubner, C.-A.; Daus, S.: Sicherheit und Zuverlässigkeit des Klebeverbundes von nachträglich verstärkten Betonbauteilen. Zwischenbericht zum Forschungsvorhaben. Institut für Massivbau, Technische Universität Darmstadt, 2006.
- [23] Graubner, C.-A.; Glowienka, S.: Zuverlässigkeitsanalysen von Stahlbetondruckgliedern unter besonderer Berücksichtigung des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_G$  auf der Einwirkungsseite. Forschungsbericht V425 des DAfStb, unveröffentlicht, 2005.
- [24] Grünberg, J.: Grundlagen der Tragwerksplanung – Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln für den konstruktiven Ingenieurbau. Erläuterungen zu DIN 1055-100. Praxis Bauwesen, 1. Auflage, Beuth Verlag, Berlin 2004.
- [25] GruSiBau: Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen. DIN, Beuth-Verlag, 1981.
- [26] Harbitz, A.: An efficient sampling method for probability of failure calculation. Structural Safety 3, 1986, S. 109-115.
- [27] Hasofer A. M.; Lind, N. C.: An exact and invariant first order reliability format. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 100, S. 111-121, 1974.
- [28] Hawranek, R.: Optimierung von Sicherheitsnachweisen mit besonderem Bezug auf den Tragsicherheitsnachweis von Stützen aus Formstahl. SFB 96, LKI, TU München, 1978.
- [29] Holický, M.; Markova, J.: Calibration of Reliability Elements for a Column. In Workshop on reliability based code calibration, Zürich, März 2002.
- [30] Ibrahim, Y.: Observations of applications of importance sampling in structural reliability analysis. Structural Safety 9, 1991, S. 269-281.
- [31] JCSS: Probabilistic Model Code. Joint Committee on Structural Safety ([www.jcss.ethz.ch](http://www.jcss.ethz.ch)), 2000.
- [32] Kleinschmitt, J.: Probabilistisch fundierte Bewertung nichtlinearer Berechnungskonzepte für die Traglastermittlung von Verbundstützen aus einbetonierten I-Profilen.

- Dissertation TU Darmstadt, Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der TU Darmstadt, Heft Nr. 69, 2003.
- [33] Kotynia, R.: Limitations of Flexural Strengthening of RC Beams by Bonded CFRP Strips. In: Advanced Composite Materials in Bridges and Structures, Calgary, Alberta, 20.-23.07.2004.
- [34] Kühlmeyer, M.: Statistische Auswertungsmethoden für Ingenieure. Springer-Verlag, Heidelberg, 2001.
- [35] Maaß, G.; Rackwitz, R.: Maßabweichungen bei Ortbetonbauten. Beton- und Stahlbetonbau 75, 1980, Heft 1, S. 9-13.
- [36] Maes, M. A.; Breitung, K.; Dupuis, D. J.: Asymptotic importance sampling. Structural Safety 12, 1993, S. 167-186.
- [37] Matthys, S.: Structural behaviour and design of concrete members strengthened with externally bonded FRP reinforcement. Thesis in fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Applied Sciences, option Structural Engineering, Academic year 1999-2000, Ghent University.
- [38] Melchers, R. E.: Importance Sampling in Structural Systems. Structural Safety 6, 1989, S. 3-10.
- [39] Melchers, R. E.: Discussion to. Bucher, C. G. Adaptive Sampling – an iterative fast monte carlo procedure. Structural Safety 6, 1989, S. 65-66.
- [40] Melchers, R. E.: Search-Based Importance Sampling. Structural Safety 9, 1990, S. 117-128.
- [41] Neubauer, U.: Verbundtragverhalten geklebter Lamellen aus Kohlenstofffaser-Verbundwerkstoff zur Verstärkung von Betonbauteilen. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 2000.
- [42] Niedermeier, R.: Zugkraftdeckung bei klebarmierten Biegeträgern. Dissertation, Technische Universität München, 2001.
- [43] Plate, E. J.: Statistik und angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für Bauingenieure. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1993.
- [44] Rackwitz, R.: Einwirkungen auf Bauwerke. In Mehlhorn, G. (Herausgeber): Der Ingenieurbau: Grundwissen, Band 8 Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1997.
- [45] Rackwitz, R.; Fießler, B.: Structural reliability under combined random load sequence. Computers and Structures, 9, S. 484-494, 1984.
- [46] Rackwitz, R.; Zilch, K.: Zuverlässigkeit von Tragwerken. Handbuch für Bauingenieure (Hrsg. Zilch, K.; Diederichs, C. J.; Katzenbach, R.). Springer-Verlag, 1-217 – 1-260, 2002.

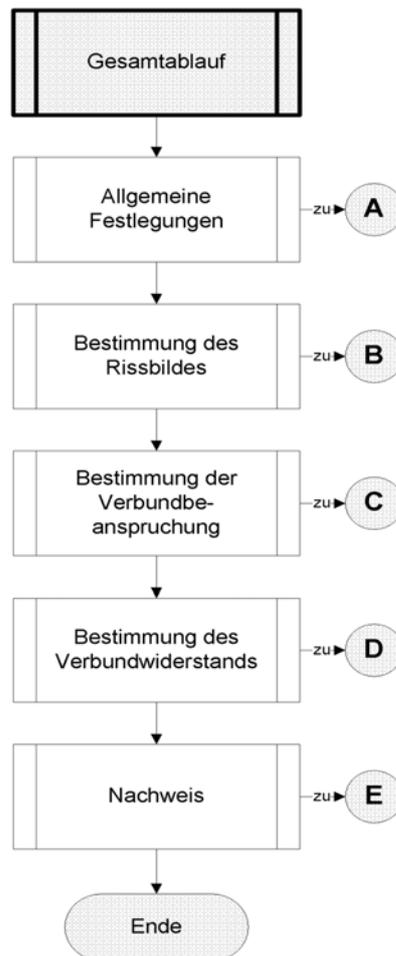
- [47] Rostásy, F. S.; Neubauer, U.: Grundlagen zur Verstärkung von Balkonplatten von Plattenbauten mit CFK-Lamellen. Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben IV 1-5-837/97, gefördert vom Deutschen Institut für Bautechnik, TU Braunschweig, 1999.
- [48] Rußwurm, D.: Teilsicherheitsbeiwerte für Werkstoffwiderstände. Betonwerk + Fertigteil-Technik, 1988, Heft 10, S. 30-36.
- [49] Scheuermann, G.: Beitrag zur Kombination klimatischer Lasten. Schriftenreihe Stahlbau – RWTH Aachen. Shaker Verlag, 2002.
- [50] Schmidt, H.: Versagenswahrscheinlichkeit unbewehrter Wand-Decken-Verbindungen bei Gasexplosionen im Fertigteilbau. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2003.
- [51] Schueller, G. I.; Stix, R.: A critical appraisal of methods to determine failure probabilities. Structural Safety 4, 1987, S. 293-309.
- [52] Seim, W.; Karbhari, V.; Seible, F.: Nachträgliches Verstärken von Stahlbetonplatten mit faserverstärkten Kunststoffen. Beton- und Stahlbetonbau 94, 1999, Heft 11, S. 440-456.
- [53] Shinozuka M.: Basic analysis of structural safety. J. Struct. Eng., ASCE, 109 (3), 1983, S. 721-740.
- [54] Six, M.: Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau. Dissertation Technische Universität Darmstadt, 2001 (auch erschienen als Heft 534 des DAfStb, Beuth Verlag, 2003).
- [55] Sørensen, J. D.: Calibration of Partial Safety Factors in Danish Structural Codes. In Workshop on reliability based code calibration, Zürich, März 2002.
- [56] Spaethe, G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen. Springer Verlag, Wien, 1992.
- [57] Strauss, A.: Stochastische Modellierung und Zuverlässigkeit von Betonkonstruktionen. Dissertation, Universität für Bodenkultur, Wien, 2003.
- [58] Vrouwenvelder, A. C. W. M.; Siemes, A. J. M.: Probabilistic calibration procedure for the derivation of partial safety factors for the Netherlands building codes. Heron, Vol. 32, No. 4, S. 9-29, 1987.
- [59] Yao, J.; Teng, J. G.; Lam, L.: Experimental Study on Intermediate Crack Debonding in FRP-Strengthened RC Flexural Members. Advances in Structural Engineering. Vol. 8, Nr. 4, 2005, S. 364-396.
- [60] Zilch, K.; Schmidhuber, C.; Niedermeier, R.: Bauteilversuche zur Querkraftbiegung an mittels Klebarmierung verstärkten Betonbauteilen. Forschungsbericht des Lehrstuhls für Massivbau, Technische Universität München, 2000.

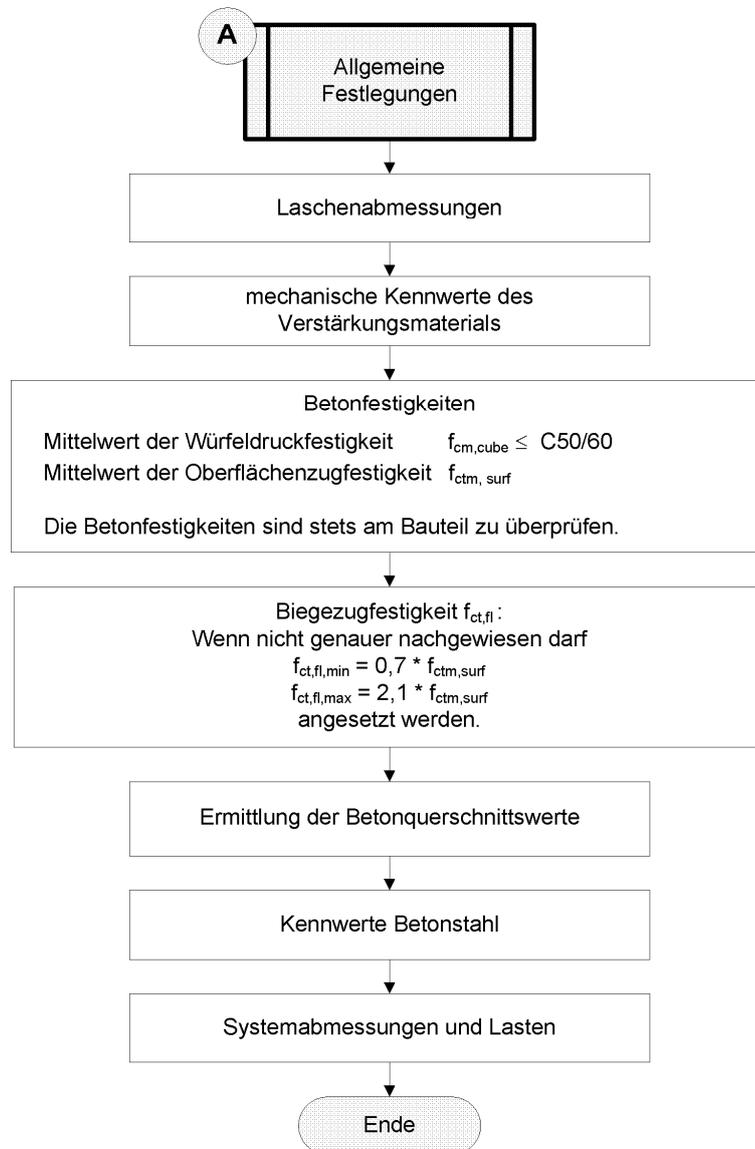
- [61] Zilch, K.; Zehetmaier, G.; Niedermeier, R.: Zusammenwirken von einbetonierter Bewehrung mit Klebarmierung bei verstärkten Betonbauteilen. Forschungsbericht des Lehrstuhls für Massivbau, Technische Universität München, 2002.
- [62] Zilch, K.; Zehetmaier, G.; Niedermeier, R.: Zugkraftdeckung im Bereich von Endauflagern bei klebarmierten Biegebauteilen. Forschungsbericht des Lehrstuhls für Massivbau, Technische Universität München, 2004.

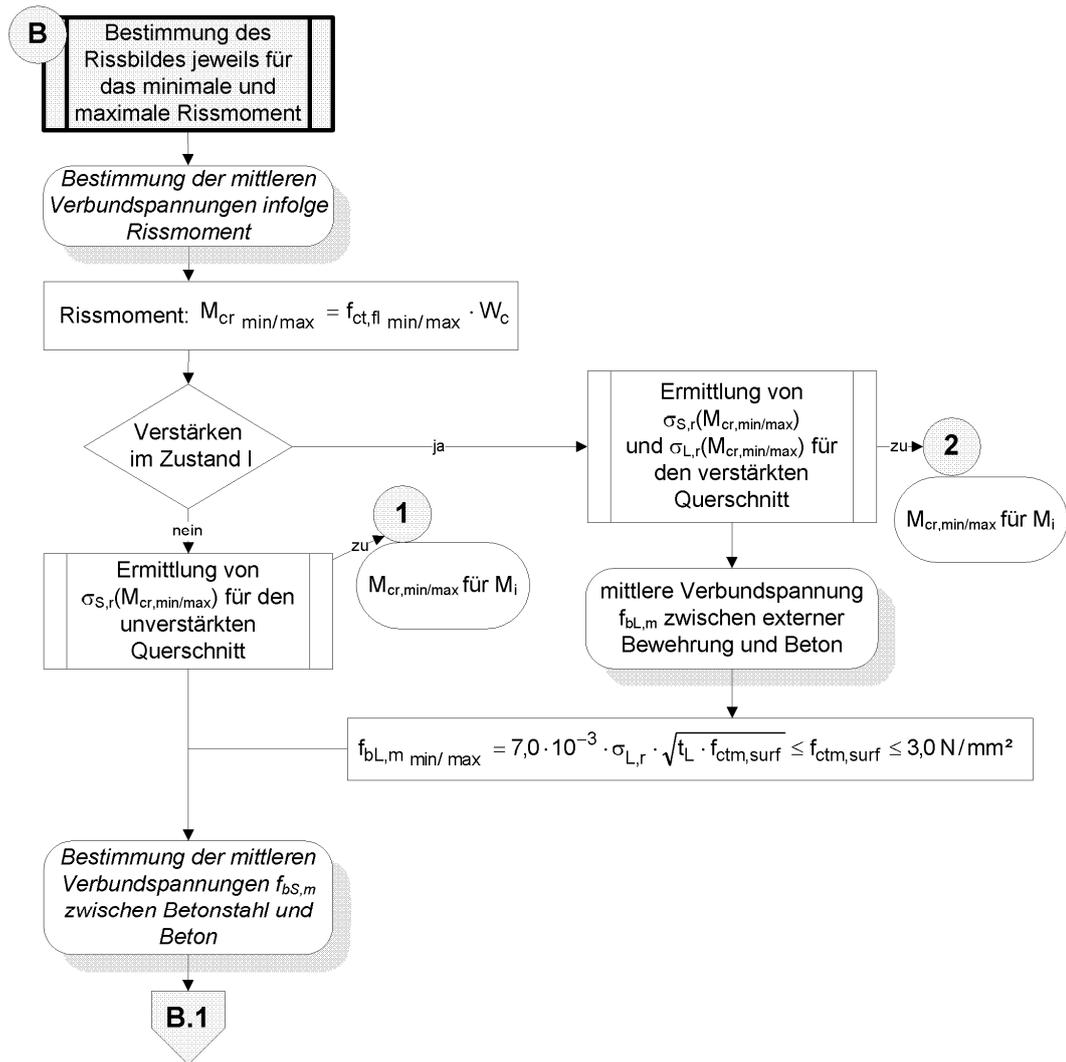
## Anhang

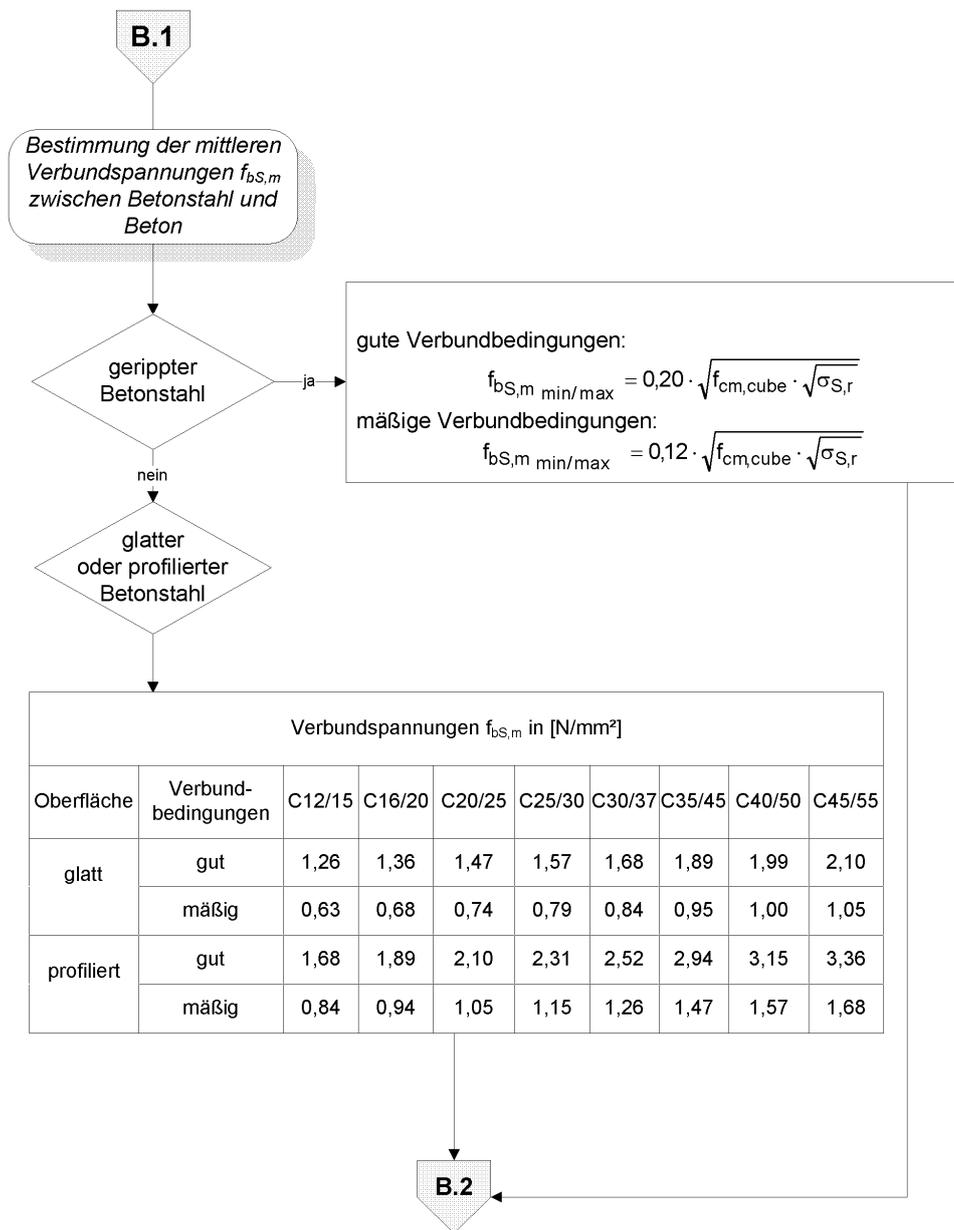
## Anhang 1: Nachweiskonzept – Flussdiagramm

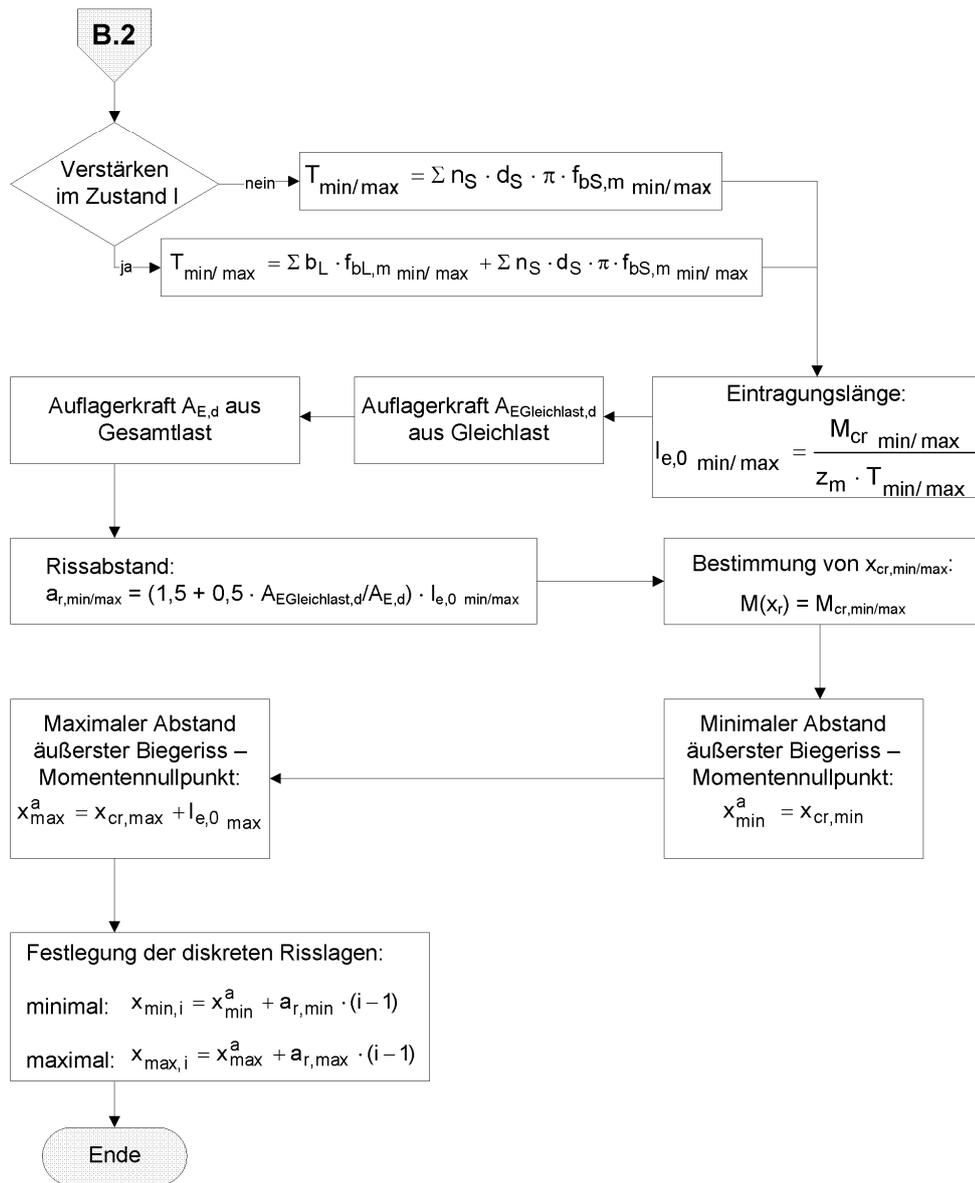
(entnommen aus [9], Anlage [1.1])

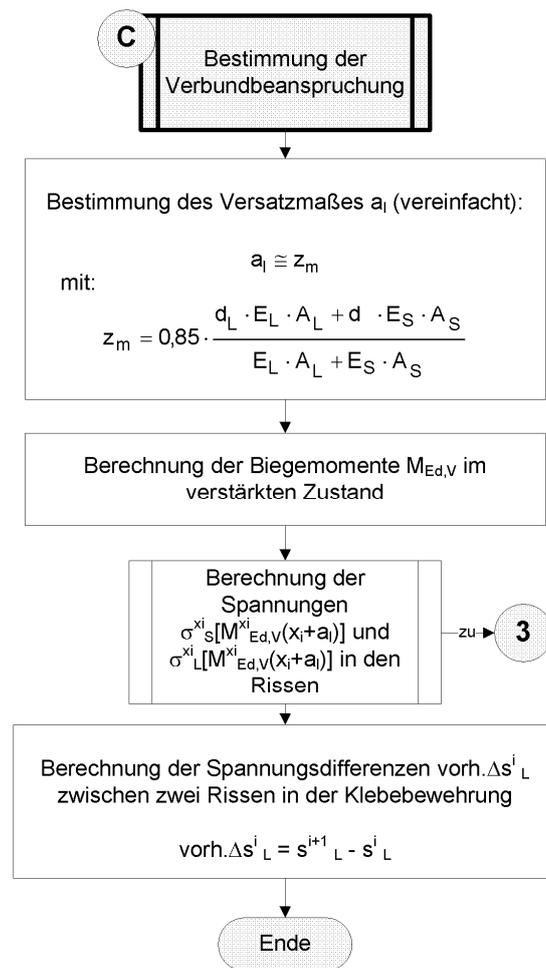




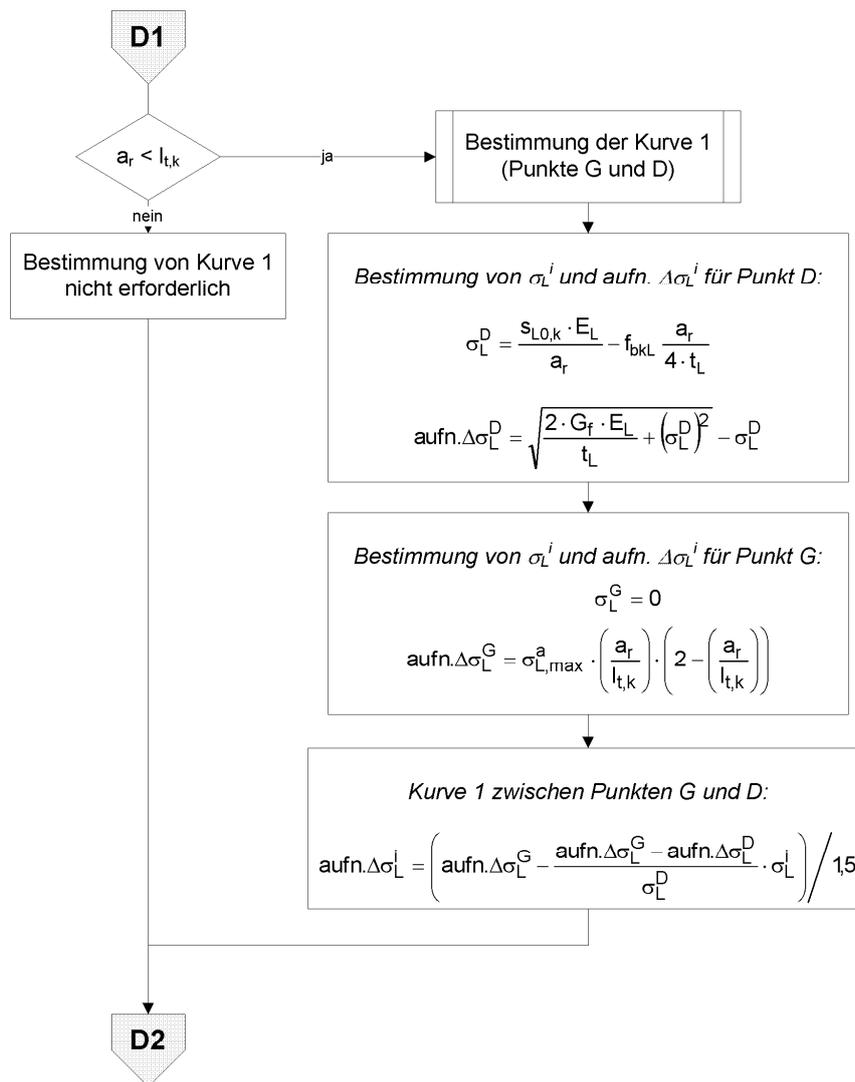


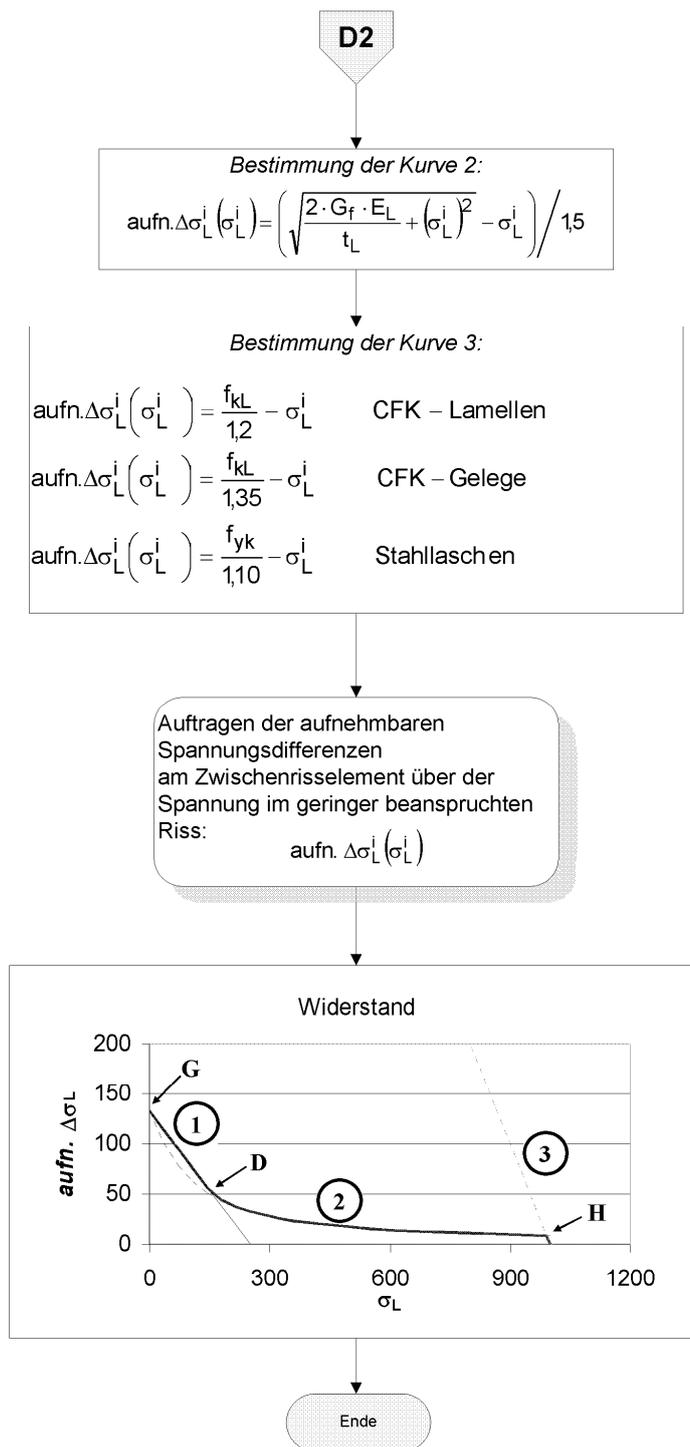


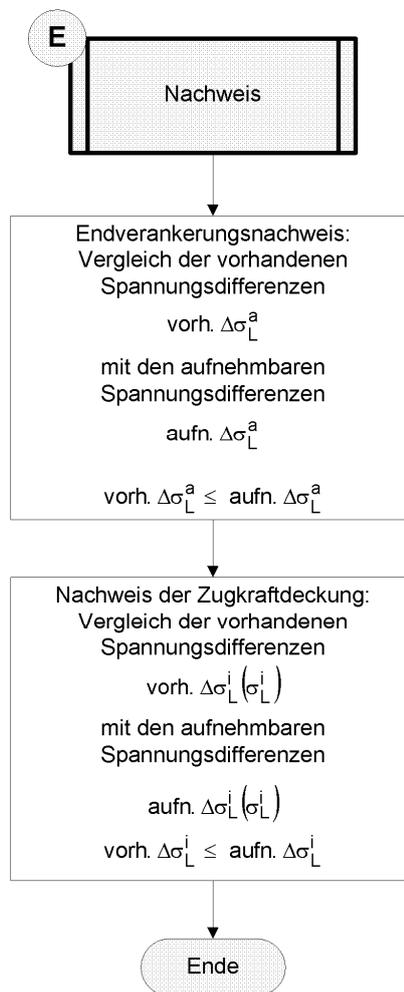


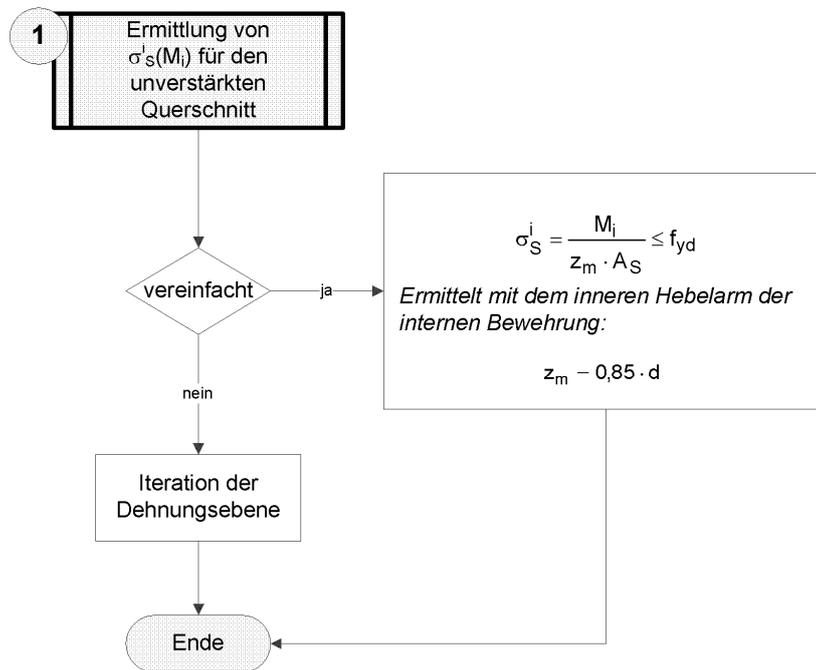


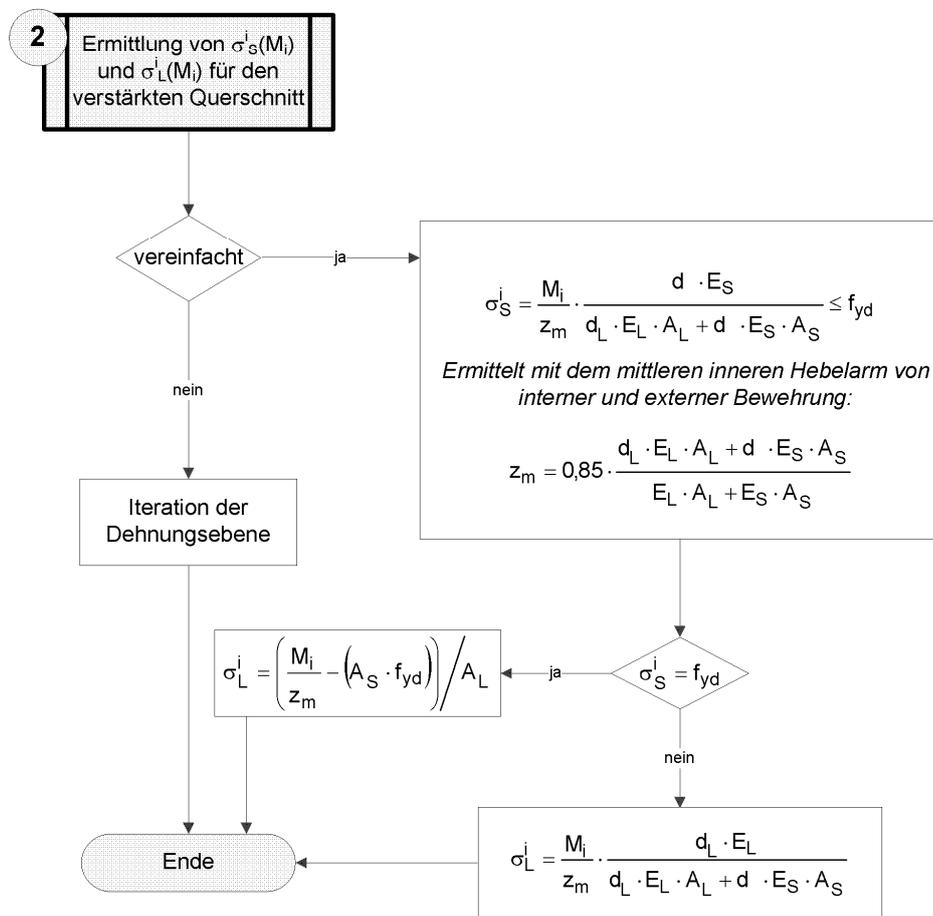


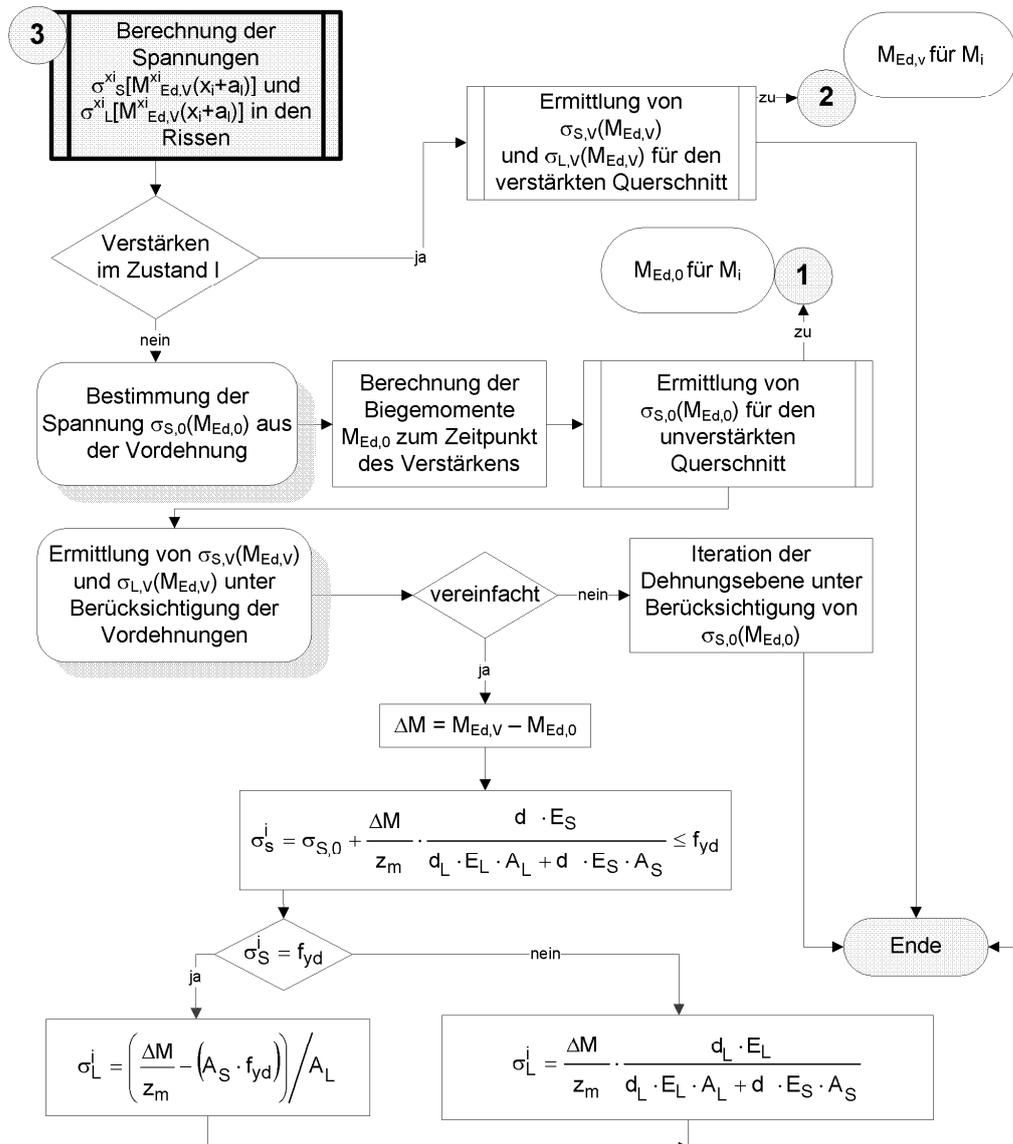


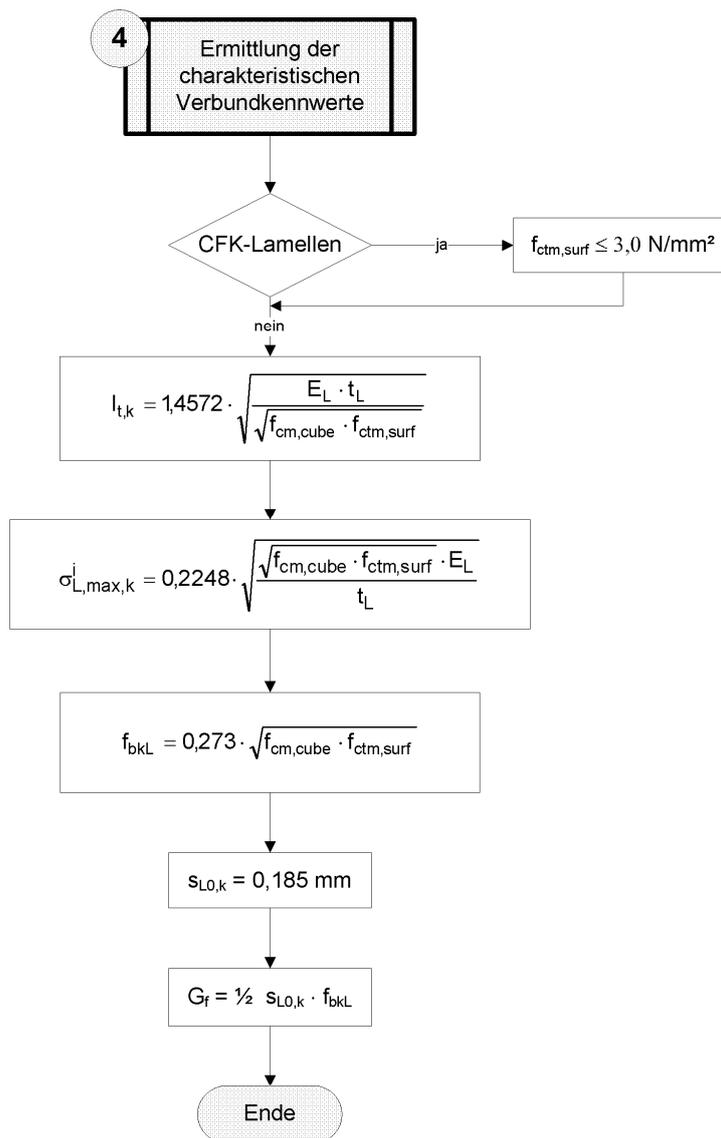












## Anhang 2: Versuchsdaten

Nachfolgend sind die Versuchsdaten, die den Nachrechnungen zur Bestimmung der Modellunsicherheiten zu Grunde gelegt wurden, dokumentiert. Neben den auf Seite 1f. angegebenen und den in Abbildung A.1 bis Abbildung A.2 dargestellten Formelzeichen, werden die folgenden Abkürzungen verwendet:

r	gerippter Betonstahl
g	glatter Betonstahl
C	CFK-Lamellen
S	Stahllaschen
G	Gelege
4-PL	4-Punkt-Last
3-PL	3-Punkt-Last

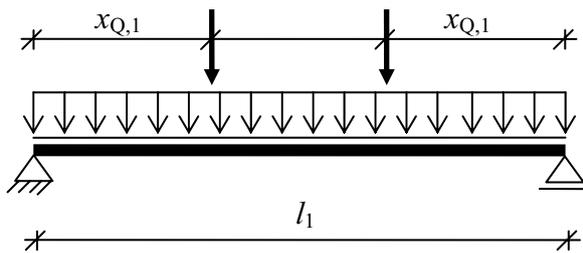


Abbildung A.1: Bezeichnungen - System

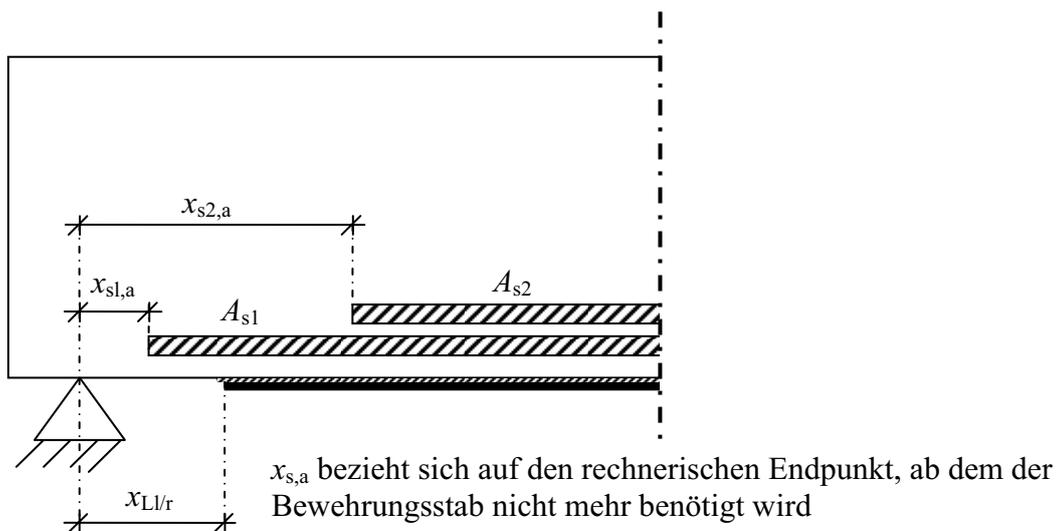


Abbildung A.2: Bezeichnungen - Bewehrung

Tabelle A.1: Versuchsdaten

Quelle	Bauteil	Geometrie								
		Beton		Betonstahl			Klebebewehrung			
		$b_c$ [m]	$h_c$ [m]	$d_s$ [mm]	$n_s$ [-]	$d$ [m]	$b_L$ [mm]	$t_L$ [mm]	$n_L$ [-]	$d_L$ [m]
Zilch u. a. [60]	TUM-bb1	0,30	0,50	28	3	0,451	201	15	-	0,508
Kotynia [33]	Lodz-B-08S	0,15	0,30	12	3	0,268	50	1,2	-	0,301
	Lodz-B-08M	0,15	0,30	12	3	0,268	120	1,4	-	0,301
	Lodz-B-083m	0,15	0,30	12	3	0,268	150	0,13	3	0,300
	Lodz-T2	1,00	0,22	12	7	0,190	100	1,24	-	0,221
Yao u. a. [59]	ICD - GS1	0,30	0,15	10	2	0,118	90	1,27	1	0,152
	ICD - GS2	0,30	0,15	10	2	0,113	90	1,27	1	0,152
	ICD - CS1	0,30	0,15	10	2	0,115	50	0,165	1	0,151
	ICD - CS2	0,30	0,15	10	2	0,109	50	0,165	1	0,151
	ICD - CP1	0,30	0,15	10	4	0,117	50	1,2	-	0,151
	ICD - CP2	0,30	0,15	10	4	0,111	50	1,2	-	0,153
	ICD - CP3	0,30	0,15	10	2	0,108	50	1,2	-	0,151
	ICD - CP4	0,30	0,15	10	2	0,120	50	1,2	-	0,151
	ICD - CP5	0,30	0,15	10	2	0,118	50	1,2	-	0,150
	ICD - II-1	0,30	0,15	10	2	0,118	30	0,165	1	0,153
	ICD - II-2	0,31	0,15	10	2	0,117	50	0,165	1	0,149
	ICD - II-3	0,31	0,15	10	2	0,118	70	0,165	1	0,150
	ICD - II-4	0,30	0,15	10	2	0,119	90	0,165	1	0,150
	ICD - II-5	0,32	0,15	10	2	0,118	50	0,165	1	0,151
	ICD - II-6	0,32	0,15	10	2	0,120	50	0,165	1	0,152
	ICD - II-7	0,31	0,15	10	2	0,071	50	0,165	1	0,150
	ICD - II-8	0,20	0,15	10	2	0,115	50	0,165	1	0,152
	ICD - II-9	0,32	0,15	10	2	0,117	30	0,165	1	0,151
	ICD - III-1	0,20	0,16	10	2	0,121	50	0,165	1	0,155
	ICD - III-2	0,20	0,16	10	2	0,123	100	0,165	1	0,157
ICD - III-3	0,20	0,15	10	2	0,120	200	0,165	1	0,153	
ICD - III-4	0,15	0,15	10	2	0,122	50	0,165	1	0,154	
Matthys [37]	Gent-BF2	0,20	0,45	16	4	0,409	100	1,2	-	0,451
	Gent-BF3	0,20	0,45	16	4	0,409	100	1,2	-	0,451
	Gent-BF4	0,20	0,45	16	4	0,409	100	1,2	-	0,451
	Gent-BF5	0,20	0,45	16	4	0,409	100	1,2	-	0,451
	Gent-BF8	0,20	0,45	16	2	0,409	100	1,2	-	0,451
	Gent-BF9	0,20	0,45	16	2	0,409	100	0,111	2	0,450
Seim u. a. [52]	SKS-SF-1	0,95	0,20	19	3	0,169	200	1,3	-	0,204
	SKS-SF-2	0,95	0,20	22	2	0,167	200	1,3	-	0,204
	SKS-SF-15	0,95	0,20	13	7	0,172	200	1,3	-	0,204
	SKS-SF-4	0,95	0,20	19	3	0,169	200	1,3	-	0,204
	SKS-SF-5	0,95	0,20	19	3	0,169	200	1,3	-	0,204
	SKS-SF-6	0,95	0,20	22	2	0,167	200	1,3	-	0,204

## Fortsetzung von Tabelle A.1: Versuchsdaten

Quelle	Bauteil	Werkstoffkennwerte								
		Beton			Betonstahl			Klebebewehrung		
		$f_c$ [MPa]	$f_{ctm,surf}$ [MPa]	$E_{cm}$ [GPa]	$f_y$ [MPa]	$E_s$ [GPa]	Oberfl. [-]	Art [-]	$f_L$ [MPa]	$E_L$ [GPa]
Zilch u. a. [60]	TUM-bb1	37,5	3,45	31,8	564	201	r	S	317	205
Kotynia [33]	Lodz-B-08S	32,3	2,55	30,3	493	215	r	C	2924	172
	Lodz-B-08M	37,3	3,18	31,7	493	215	r	C	2728	220
	Lodz-B-083m	34,4	2,61	30,9	436	220	r	G	3450	230
	Lodz-T2	38,5	3,15	32,1	550	177	r	C	2805	165
Yao u. a. [59]	ICD - GS1	23,5	2,27	27,2	343	208	r	G	269	21
	ICD - GS2	56,5	4,07	36,5	343	208	r	G	269	21
	ICD - CS1	22,4	2,19	26,8	343	208	r	G	3720	271
	ICD - CS2	63,5	4,39	37,9	343	208	r	G	3720	271
	ICD - CP1	28,2	2,56	28,9	343	208	r	C	2800	165
	ICD - CP2	39,3	3,19	32,3	343	208	r	C	2800	165
	ICD - CP3	13,2	1,54	22,4	343	208	r	C	2800	165
	ICD - CP4	48,2	3,66	34,6	343	208	r	C	2800	165
	ICD - CP5	25,2	2,38	27,9	343	208	r	C	2800	165
	ICD - II-1	26,7	2,47	28,4	349	200	r	G	4519	257
	ICD - II-2	26,4	2,45	28,3	332	208	r	G	4519	257
	ICD - II-3	31,5	2,75	30	332	208	r	G	4519	257
	ICD - II-4	22,9	2,23	27	332	208	r	G	4519	257
	ICD - II-5	22,1	2,18	26,7	333	206	r	G	4519	257
	ICD - II-6	24,4	2,32	27,5	338	209	r	G	4519	257
	ICD - II-7	28,8	2,60	29,1	367	208	r	G	4519	257
	ICD - II-8	24,9	2,35	27,7	364	208	r	G	4519	257
	ICD - II-9	23,1	2,24	27,1	332	208	r	G	4519	257
	ICD - III-1	23,5	2,26	27,2	346	208	r	G	4519	257
	ICD - III-2	22,1	2,18	26,7	373	210	r	G	4519	257
ICD - III-3	21,8	2,16	26,5	362	210	r	G	4519	257	
ICD - III-4	23,4	2,26	27,2	351	206	r	G	4519	257	
Matthys [37]	Gent-BF2	36,5	1,79	31,6	590	200	r	C	3200	173
	Gent-BF3	34,9	3,22	33,6	590	200	r	C	3200	173
	Gent-BF4	30,8	2,97	32,4	590	200	r	C	3200	173
	Gent-BF5	37,4	3,53	33,6	590	200	r	C	3200	173
	Gent-BF8	39,4	3,75	34,2	590	200	r	C	3200	173
	Gent-BF9	33,7	3,18	34,7	590	200	r	G	3500	280
Seim u. a. [52]	SKS-SF-1	31,6	3,16	30	451	202	r	C	2221	179
	SKS-SF-2	31,5	3,15	30	452	206	r	C	2221	179
	SKS-SF-15	33,3	3,27	30,6	457	209	r	C	2221	179
	SKS-SF-4	33,4	3,28	30,6	451	202	r	C	2300	192
	SKS-SF-5	35,2	3,39	31,1	451	202	r	C	2633	179
	SKS-SF-6	34,5	3,35	30,9	452	206	r	C	2221	179

## Fortsetzung von Tabelle A.1: Versuchsdaten

Quelle	Bauteil	System					
		$l_1$ [m]	$x_{L1}$ [m]	$x_{Lr}$ [m]	$x_{Q,1}$ [m]	$F_{exp}$ [kN]	Lastart [-]
Zilch u. a. [60]	TUM-bb1	5,25	0,175	0,175	2,13	162,7	4-PL
Kotynia [33]	Lodz-B-08S	4,20	0,075	0,075	1,40	48,0	4-PL
	Lodz-B-08M	4,20	0,075	0,075	1,40	70,0	4-PL
	Lodz-B-083m	4,20	0,075	0,075	1,40	46,0	4-PL
	Lodz-T2	6,00	0,200	0,200	1,20	31,7	4-PL
Yao u. a. [59]	ICD - GS1	2,00	0,100	0,100	1,00	20,0	3-PL
	ICD - GS2	2,00	0,100	0,100	1,00	17,9	3-PL
	ICD - CS1	2,00	0,100	0,100	1,00	17,0	3-PL
	ICD - CS2	2,00	0,100	0,100	1,00	17,6	3-PL
	ICD - CP1	2,00	0,100	0,100	1,00	39,9	3-PL
	ICD - CP2	2,00	0,100	0,100	1,00	35,2	3-PL
	ICD - CP3	2,00	0,100	0,100	1,00	26,6	3-PL
	ICD - CP4	2,00	0,100	0,100	1,00	27,1	3-PL
	ICD - CP5	2,00	0,100	0,100	1,00	20,0	3-PL
	ICD - II-1	2,00	0,100	0,100	1,00	14,4	3-PL
	ICD - II-2	2,00	0,100	0,100	1,00	16,7	3-PL
	ICD - II-3	2,00	0,100	0,100	1,00	17,7	3-PL
	ICD - II-4	2,00	0,100	0,100	1,00	20,4	3-PL
	ICD - II-5	2,00	0,600	0,600	1,00	17,2	3-PL
	ICD - II-6	2,00	0,695	0,695	1,00	16,0	3-PL
	ICD - II-7	2,00	0,100	0,100	1,00	10,0	3-PL
	ICD - II-8	2,00	0,100	0,100	1,00	16,8	3-PL
	ICD - II-9	2,00	0,100	0,100	1,00	13,8	3-PL
	ICD - III-1	2,00	0,100	0,100	1,00	15,0	3-PL
	ICD - III-2	2,00	0,100	0,100	1,00	21,4	3-PL
ICD - III-3	2,00	0,100	0,100	1,00	31,3	3-PL	
ICD - III-4	2,00	0,100	0,100	1,00	18,4	3-PL	
Matthys [37]	Gent-BF2	3,80	0,070	0,070	1,25	185,0	4-PL
	Gent-BF3	3,80	0,070	0,070	1,25	186,0	4-PL
	Gent-BF4	3,80	0,070	0,070	1,25	184,2	4-PL
	Gent-BF5	3,80	0,070	0,070	1,25	177,0	4-PL
	Gent-BF8	3,80	0,070	0,070	1,25	111,3	4-PL
	Gent-BF9	3,80	0,070	0,070	1,25	95,8	4-PL
Seim u. a. [52]	SKS-SF-1	4,17	0,460	0,460	1,89	64,2	4-PL
	SKS-SF-2	4,17	0,460	0,460	1,89	65,8	4-PL
	SKS-SF-15	4,17	0,460	0,460	1,89	66,8	4-PL
	SKS-SF-4	4,17	0,460	0,460	1,89	65,3	4-PL
	SKS-SF-5	4,17	0,280	0,280	1,59	71,9	4-PL
	SKS-SF-6	4,17	0,280	0,280	1,59	73,2	4-PL

### Anhang 3: Ergebnisse – Versuchsnachrechnungen

Tabelle A.2: Versuchsnachrechnungen für Bauteile mit CFK-Lamellen und Stahllaschen  
Verhältniswerte  $\xi = F_{exp} / F_{calc}$

Versuch	Variante			
	A	B	C	D
ICD - CP1	1,414	1,294	1,329	1,414
Lodz-B-08S	1,572	1,363	1,368	1,570
Gent-BF5	1,600	2,700	2,430	1,380
ICD - CP2	1,660	1,159	1,173	1,179
Gent-BF3	1,714	1,419	1,275	1,714
ICD - CP5	1,737	1,081	1,028	1,089
ICD - CP4	1,759	1,320	1,261	1,350
Gent-BF4	1,828	1,504	1,346	1,803
Lodz-B-08M	1,910	1,549	1,394	1,908
TUM-bb1	1,947	1,607	1,421	1,941
Gent-BF8	2,339	1,246	1,483	1,936
SKS-SF-5	2,634	1,396	1,414	1,772
Gent-BF2	2,656	2,128	1,925	2,656
SKS-SF-15	2,723	1,877	1,691	2,563
SKS-SF-1	2,879	1,895	1,643	2,577
SKS-SF-6	2,892	1,576	1,525	1,847
SKS-SF-4	2,915	1,869	1,631	2,534
SKS-SF-2	3,162	1,966	1,676	2,663
Lodz-T2	3,169	1,466	1,462	1,997
ICD - CP3	3,651	1,827	1,775	2,066

Tabelle A.3: Versuchsnachrechnungen für Bauteile mit Kohlefasergelegen  
Verhältniswerte  $\xi = F_{exp}/F_{calc}$

Versuch	Variante			
	A	B	C	D
ICD - III-1	1,071	1,075	1,037	1,082
ICD - II-1	1,090	1,063	1,037	1,063
ICD - II-9	1,104	1,078	1,068	1,078
ICD - II-8	1,136	1,125	1,125	1,164
ICD - II-6	1,155	1,070	1,107	1,084
ICD - III-2	1,163	1,086	1,103	1,141
ICD - GS2	1,172	1,116	1,058	1,266
Gent-BF9	1,197	1,195	1,171	1,200
ICD - II-3	1,216	1,122	1,074	1,105
Lodz-B-083m	1,216	1,133	1,121	1,156
ICD - CS1	1,237	1,217	1,153	1,218
ICD - II-4	1,250	1,148	1,201	1,203
ICD - II-2	1,252	1,177	1,211	1,197
ICD - CS2	1,266	1,205	1,140	1,266
ICD - II-7	1,272	0,889	0,918	1,272
ICD - II-5	1,288	1,215	1,244	1,225
ICD - III-4	1,307	1,228	1,270	1,289
ICD - GS1	1,365	1,309	1,298	1,328
ICD - III-3	1,463	1,074	1,058	1,468

## Anhang 4: Zuverlässigkeitsanalyse – Beispielbauteile

Nachfolgend sind die Kennwerte der Beispielbauteile dokumentiert, für die im Rahmen der probabilistischen Analyse die Tragwerkszuverlässigkeiten bestimmt wurden. Neben den auf Seite 1f. angegebenen und den in Abbildung A.3 bis Abbildung A.4 dargestellten Formelzeichen, werden die folgenden Abkürzungen verwendet:

Ba	Balken
PB	Plattenbalken
C	CFK-Lamellen
S	Stahllaschen
G	Kohlefasergelege

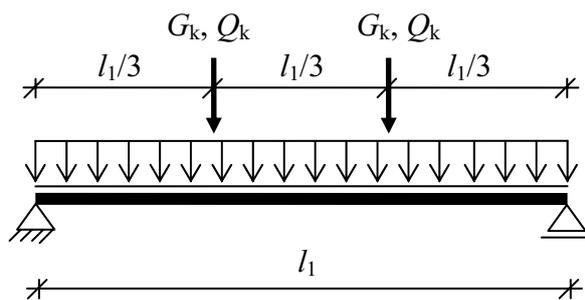


Abbildung A.3: System - Beispielbauteile

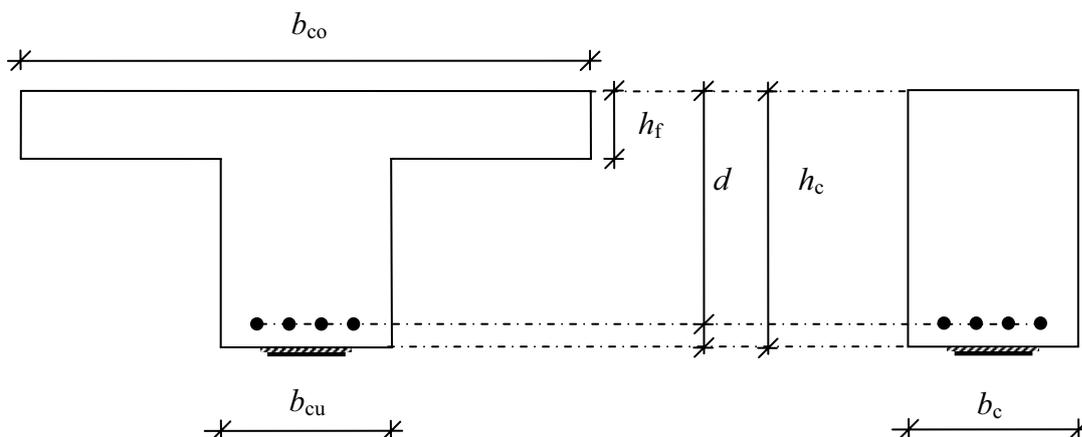


Abbildung A.4: Bezeichnungen Beispielbauteile – Querschnitte

Tabelle A.4: Beispielplatten mit CFK-Lamellen – Bemessung mit Variante D

Platte-Nr.		010	011	012	013	014
$l_1$	[m]	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00
$b_c$	[m]	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$h_c$	[m]	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220
$d$	[m]	0,190	0,190	0,190	0,190	0,190
$\lambda_b = l_1 / d$	[-]	31,58	31,58	31,58	31,58	31,58
$d_s (= \varnothing_s)$	[cm]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} / (A_{s1} + A_{s2})$	[-]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} (\eta_B = 1,25)$	[cm <sup>2</sup> ]	8,77	8,77	<b>8,39</b>	8,77	8,77
$A_{s1} (\eta_B = 1,50)$	[cm <sup>2</sup> ]	7,18	7,18	<b>6,94</b>	7,18	7,18
$A_{s1} (\eta_B = 1,75)$	[cm <sup>2</sup> ]	6,08	6,08	<b>5,91</b>	6,08	6,08
$A_{s1} (\eta_B = 2,00)$	[cm <sup>2</sup> ]	5,27	5,27	<b>5,15</b>	5,27	5,27
$\omega_s (\eta_B = 1,25)$	[-]	0,177	0,177	<b>0,097</b>	0,177	0,177
$\omega_s (\eta_B = 2,00)$	[-]	0,106	0,106	<b>0,059</b>	0,106	0,106
$x_{s2,a}$	[m]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$t_f$	[mm]	1,40	1,40	1,40	1,40	1,40
$n_L$	[-]	1	1	1	1	1
$b_L (\eta_B = 1,25)$	[cm]	19,1	<b>15,9</b>	<b>34,2</b>	<b>60,7</b>	<b>45,3</b>
$b_L (\eta_B = 1,50)$	[cm]	26,6	<b>24,1</b>	<b>41,5</b>	<b>68,2</b>	<b>52,8</b>
$b_L (\eta_B = 1,75)$	[cm]	31,9	<b>30,3</b>	<b>46,5</b>	<b>73,2</b>	<b>58,1</b>
$b_L (\eta_B = 2,00)$	[cm]	35,6	<b>36,0</b>	<b>50,4</b>	<b>76,8</b>	<b>62,1</b>
$f_{ck}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	20	20	<b>35</b>	20	20
$f_{ct,surf}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2,21	2,21	<b>3,21</b>	<b>1,55</b>	<b>2,87</b>
$f_{ct,i} / f_{ctm,calc}$	[-]	1,0	1,0	1,0	<b>0,7</b>	<b>1,3</b>
$f_{yk}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	500	500	500	500	500
Staboberfläche	[-]	r	r	r	r	r
C / G / S	[-]	C	C	C	C	C
$f_{kL} / f_{yk,L}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2.500	2.500	2.500	2.500	2.500
$E_{L,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000
$E_L * t_L$	[kN/mm]	280,0	280,0	280,0	280,0	280,0
$g_k$	[kN/m]	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>				
$q_k$	[kN/m]	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>				
$q_k / (g_k + q_k)$	[-]	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>				
$C_{v,q}$	[-]	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>				
$q$ (Art) <sup>1)</sup>	[-]	B / V <sup>2)</sup>				
$G_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$Q_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$q_{1,riss}$	[kN/m]	6,25	6,25	6,25	6,25	6,25
$q_{1,0}$	[kN/m]	5,50	<b>8,00</b>	5,50	5,50	5,50
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=1,25)$	[-]	0,32	<b>0,47</b>	0,33	0,32	0,32
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=2,00)$	[-]	0,53	<b>0,76</b>	0,54	0,53	0,53
1) Nutzungsarten: B - Büro, I. I. - Industrie (leicht), S - Schnee, V - Verkaufsraum						
2) Werte für: Büronutzung / Nutzung als Verkaufsraum						

Fortsetzung von Tabelle A.4

Platte-Nr.		015	016	017	018	019
$l_1$	[m]	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00
$b_c$	[m]	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$h_c$	[m]	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220
$d$	[m]	0,190	0,190	0,190	0,190	0,190
$\lambda_b = l_1 / d$	[-]	31,58	31,58	31,58	31,58	31,58
$d_s (= \varnothing_s)$	[cm]	<b>1,60</b>	<b>1,60</b>	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} / (A_{s1} + A_{s2})$	[-]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} (\eta_B = 1,25)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>19,94</b>	<b>19,94</b>	8,77	<b>13,16</b>	<b>13,16</b>
$A_{s1} (\eta_B = 1,50)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>16,32</b>	<b>16,32</b>	7,18	<b>10,77</b>	<b>10,77</b>
$A_{s1} (\eta_B = 1,75)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>13,82</b>	<b>13,82</b>	6,08	<b>9,12</b>	<b>9,12</b>
$A_{s1} (\eta_B = 2,00)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>11,99</b>	<b>11,99</b>	5,27	<b>7,91</b>	<b>7,91</b>
$\omega_s (\eta_B = 1,25)$	[-]	<b>0,177</b>	<b>0,177</b>	0,177	<b>0,266</b>	<b>0,266</b>
$\omega_s (\eta_B = 2,00)$	[-]	<b>0,107</b>	<b>0,107</b>	0,106	<b>0,160</b>	<b>0,160</b>
$x_{s2,a}$	[m]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$t_f$	[mm]	1,40	1,40	<b>1,20</b>	1,40	1,40
$n_L$	[-]	1	1	1	1	1
$b_L (\eta_B = 1,25)$	[cm]	<b>15,8</b>	<b>24,1</b>	<b>19,0</b>	<b>34,0</b>	<b>73,5</b>
$b_L (\eta_B = 1,50)$	[cm]	<b>23,7</b>	<b>37,3</b>	<b>28,4</b>	<b>45,4</b>	<b>84,4</b>
$b_L (\eta_B = 1,75)$	[cm]	<b>29,3</b>	<b>47,6</b>	<b>36,6</b>	<b>53,0</b>	<b>92,0</b>
$b_L (\eta_B = 2,00)$	[cm]	<b>34,4</b>	<b>54,8</b>	<b>43,1</b>	<b>58,7</b>	<b>97,4</b>
$f_{ck}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	20	20	20	20	20
$f_{ct,surf}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2,21	2,21	2,21	2,21	2,21
$f_{ct,i} / f_{ctm,calc}$	[-]	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$f_{yk}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	<b>220</b>	<b>220</b>	500	500	500
Staboberfläche	[-]	r	g	r	r	r
C / G / S	[-]	C	C	C	C	C
$f_{kL} / f_{yk,L}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2.500	2.500	<b>2.800</b>	2.500	2.500
$E_{L,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	200.000	200.000	<b>161.900</b>	200.000	200.000
$E_L * t_L$	[kN/mm]	280,0	280,0	<b>194,4</b>	280,0	280,0
$g_k$	[kN/m]	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	<b>7,00</b>	<b>14,00</b>
$q_k$	[kN/m]	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	<b>2,50</b>	<b>5,00</b>
$q_k / (g_k + q_k)$	[-]	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	<b>0,26</b>	<b>0,26</b>
$C_{v,q}$	[-]	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	<b>0,30</b>	<b>0,30</b>
$q$ (Art) <sup>1)</sup>	[-]	B / V <sup>2)</sup>	B / V <sup>2)</sup>	B / V <sup>2)</sup>	<b>V</b>	<b>V</b>
$G_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	<b>15,75</b>	0,00
$Q_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	<b>5,63</b>	0,00
$q_{1,riss}$	[kN/m]	6,25	6,25	6,25	6,25	6,25
$q_{1,0}$	[kN/m]	5,50	5,50	5,50	5,50	5,50
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=1,25)$	[-]	0,33	0,33	0,32	<b>0,22</b>	<b>0,22</b>
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=2,00)$	[-]	0,54	0,54	0,53	<b>0,35</b>	<b>0,35</b>
<sup>1)</sup> Nutzungsarten: B - Büro, I. I. - Industrie (leicht), S - Schnee, V - Verkaufsraum						
<sup>2)</sup> Werte für: Büronutzung / Nutzung als Verkaufsraum						

## Fortsetzung von Tabelle A.4

Platte-Nr.		020	021	022	023	024
$l_1$	[m]	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00
$b_c$	[m]	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$h_c$	[m]	0,220	<b>0,290</b>	0,220	0,220	0,220
$d$	[m]	0,190	<b>0,260</b>	0,190	0,190	0,190
$\lambda_b = l_1 / d$	[-]	31,58	<b>23,08</b>	31,58	31,58	31,58
$d_s (= \varnothing_s)$	[cm]	1,00	1,00	<b>1,60</b>	1,00	1,00
$A_{s1} / (A_{s1} + A_{s2})$	[-]	<b>0,50</b>	1,00	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} (\eta_B = 1,25)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>4,39</b>	<b>6,11</b>	8,77	8,77	8,77
$A_{s1} (\eta_B = 1,50)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>3,59</b>	<b>5,06</b>	7,18	7,18	7,18
$A_{s1} (\eta_B = 1,75)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>3,04</b>	<b>4,31</b>	6,08	6,08	6,08
$A_{s1} (\eta_B = 2,00)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>2,64</b>	<b>3,76</b>	5,27	5,27	5,27
$\omega_s (\eta_B = 1,25)$	[-]	0,177	<b>0,090</b>	0,177	0,177	0,177
$\omega_s (\eta_B = 2,00)$	[-]	0,106	<b>0,055</b>	0,106	0,106	0,106
$x_{s2,a}$	[m]	<b>0,90</b>	0,00	0,00	0,00	0,00
$t_f$	[mm]	1,40	1,40	1,40	1,40	1,40
$n_L$	[-]	1	1	1	1	1
$b_L (\eta_B = 1,25)$	[cm]	<b>39,8</b>	<b>55,9</b>	<b>21,3</b>	19,1	19,1
$b_L (\eta_B = 1,50)$	[cm]	<b>43,5</b>	<b>61,6</b>	<b>28,6</b>	26,6	26,6
$b_L (\eta_B = 1,75)$	[cm]	<b>46,1</b>	<b>65,7</b>	<b>35,1</b>	31,9	31,9
$b_L (\eta_B = 2,00)$	[cm]	<b>47,9</b>	<b>68,7</b>	<b>40,0</b>	35,6	35,6
$f_{ck}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	20	20	20	20	20
$f_{ct,surf}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2,21	2,21	2,21	2,21	2,21
$f_{ct,i} / f_{ctm,calc}$	[-]	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$f_{yk}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	500	500	500	500	500
Staboberfläche	[-]	r	r	r	r	r
C / G / S	[-]	C	C	C	C	C
$f_{kL} / f_{yk,L}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2.500	2.500	2.500	2.500	2.500
$E_{L,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	200.000	200.000	200.000	200.000	200.000
$E_L * t_L$	[kN/mm]	280,0	280,0	280,0	280,0	280,0
$g_k$	[kN/m]	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	<b>11,89</b>	8,00
$q_k$	[kN/m]	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	<b>1,50</b>	5,00
$q_k / (g_k + q_k)$	[-]	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	<b>0,11</b>	0,38
$C_{v,q}$	[-]	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	<b>0,25</b>	<b>0,77</b>
$q$ (Art) <sup>1)</sup>	[-]	B / V <sup>2)</sup>	B / V <sup>2)</sup>	B / V <sup>2)</sup>	<b>S</b>	<b>I. I.</b>
$G_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$Q_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$q_{1,riss}$	[kN/m]	6,25	6,25	6,25	6,25	6,25
$q_{1,0}$	[kN/m]	5,50	5,50	5,50	5,50	5,50
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=1,25)$	[-]	0,32	0,33	0,32	0,32	0,32
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=2,00)$	[-]	0,53	0,53	0,53	0,53	0,53
<sup>1)</sup> Nutzungsarten: B - Büro, I. I. - Industrie (leicht), S - Schnee, V – Verkaufsraum						
<sup>2)</sup> Werte für: Büronutzung / Nutzung als Verkaufsraum						

Tabelle A.5: Beispielplatten mit Stahllaschen – Bemessung mit Variante D

Platte-Nr.		110	111	112	113	114
$l_1$	[m]	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00
$b_c$	[m]	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$h_c$	[m]	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220
$d$	[m]	0,190	0,190	0,190	0,190	0,190
$\lambda_b = l_1 / d$	[-]	31,58	31,58	31,58	31,58	31,58
$d_s (= \varnothing_s)$	[cm]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} / (A_{s1} + A_{s2})$	[-]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} (\eta_B = 1,25)$	[cm <sup>2</sup> ]	8,77	8,77	<b>8,39</b>	8,77	8,77
$A_{s1} (\eta_B = 1,50)$	[cm <sup>2</sup> ]	7,18	7,18	<b>6,94</b>	7,18	7,18
$A_{s1} (\eta_B = 1,75)$	[cm <sup>2</sup> ]	6,08	6,08	<b>5,91</b>	6,08	6,08
$A_{s1} (\eta_B = 2,00)$	[cm <sup>2</sup> ]	5,27	5,27	<b>5,15</b>	5,27	5,27
$\omega_s (\eta_B = 1,25)$	[-]	0,177	0,177	<b>0,097</b>	0,177	0,177
$\omega_s (\eta_B = 2,00)$	[-]	0,106	0,106	<b>0,059</b>	0,106	0,106
$x_{s2,a}$	[m]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$t_f$	[mm]	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
$n_L$	[-]	1	1	1	1	1
$b_L (\eta_B = 1,25)$	[cm]	36,4	<b>31,5</b>	<b>28,9</b>	<b>87,9</b>	<b>36,5</b>
$b_L (\eta_B = 1,50)$	[cm]	38,1	<b>33,3</b>	<b>31,5</b>	<b>89,0</b>	<b>39,0</b>
$b_L (\eta_B = 1,75)$	[cm]	39,2	<b>34,5</b>	<b>32,8</b>	<b>89,6</b>	<b>40,7</b>
$b_L (\eta_B = 2,00)$	[cm]	40,1	<b>35,3</b>	<b>33,9</b>	<b>90,3</b>	<b>41,8</b>
$f_{ck}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	20	20	<b>35</b>	20	20
$f_{ct,surf}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2,21	2,21	<b>3,21</b>	<b>1,55</b>	<b>2,87</b>
$f_{ct,i} / f_{ctm,calc}$	[-]	1,0	1,0	1,0	<b>0,7</b>	<b>1,3</b>
$f_{yk}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	500	500	500	500	500
Staboberfläche	[-]	r	r	r	r	r
C / G / S	[-]	S	S	S	S	S
$f_{kL} / f_{yk,L}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	235	235	235	235	235
$E_{L,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	210.000	210.000	210.000	210.000	210.000
$E_L * t_L$	[kN/mm]	1050,0	1050,0	1050,0	1050,0	1050,0
$g_k$	[kN/m]	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>				
$q_k$	[kN/m]	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>				
$q_k / (g_k + q_k)$	[-]	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>				
$C_{v,q}$	[-]	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>				
$q$ (Art) <sup>1)</sup>	[-]	B / V <sup>2)</sup>				
$G_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$Q_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$q_{1,riss}$	[kN/m]	6,25	6,25	6,25	6,25	6,25
$q_{1,0}$	[kN/m]	5,50	<b>8,00</b>	5,50	5,50	5,50
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=1,25)$	[-]	0,32	<b>0,47</b>	0,33	0,32	0,32
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=2,00)$	[-]	0,53	<b>0,76</b>	0,54	0,53	0,53
1) Nutzungsarten: B - Büro, I. I. - Industrie (leicht), S - Schnee, V - Verkaufsraum						
2) Werte für: Büronutzung / Nutzung als Verkaufsraum						

Fortsetzung von Tabelle A.5

Platte-Nr.		115	116	117	118	119
$l_1$	[m]	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00
$b_c$	[m]	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$h_c$	[m]	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220
$d$	[m]	0,190	0,190	0,190	0,190	0,190
$\lambda_b = l_1 / d$	[-]	31,58	31,58	31,58	31,58	31,58
$d_s (= \varnothing_s)$	[cm]	<b>1,60</b>	<b>1,60</b>	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} / (A_{s1} + A_{s2})$	[-]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} (\eta_B = 1,25)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>19,94</b>	<b>19,94</b>	8,77	<b>13,16</b>	<b>13,16</b>
$A_{s1} (\eta_B = 1,50)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>16,32</b>	<b>16,32</b>	7,18	<b>10,77</b>	<b>10,77</b>
$A_{s1} (\eta_B = 1,75)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>13,82</b>	<b>13,82</b>	6,08	<b>9,12</b>	<b>9,12</b>
$A_{s1} (\eta_B = 2,00)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>11,99</b>	<b>11,99</b>	5,27	<b>7,91</b>	<b>7,91</b>
$\omega_s (\eta_B = 1,25)$	[-]	0,177	0,177	0,177	<b>0,266</b>	0,266
$\omega_s (\eta_B = 2,00)$	[-]	0,107	0,107	0,106	<b>0,160</b>	0,160
$x_{s2,a}$	[m]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$t_f$	[mm]	5,0	5,0	<b>10,0</b>	5,0	5,0
$n_L$	[-]	1	1	1	1	1
$b_L (\eta_B = 1,25)$	[cm]	<b>22,2</b>	<b>22,2</b>	<b>40,4</b>	<b>76,4</b>	<b>&gt;&gt; 100</b>
$b_L (\eta_B = 1,50)$	[cm]	<b>26,6</b>	<b>26,6</b>	<b>40,9</b>	<b>78,2</b>	<b>&gt;&gt; 100</b>
$b_L (\eta_B = 1,75)$	[cm]	<b>29,7</b>	<b>29,7</b>	<b>41,2</b>	<b>79,9</b>	<b>&gt;&gt; 100</b>
$b_L (\eta_B = 2,00)$	[cm]	<b>32,0</b>	<b>32,0</b>	<b>41,4</b>	<b>80,8</b>	<b>&gt;&gt; 100</b>
$f_{ck}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	20	20	20	20	20
$f_{ct,surf}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2,21	2,21	2,21	2,21	2,21
$f_{ct,i} / f_{ctm,calc}$	[-]	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$f_{yk}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	<b>220</b>	<b>220</b>	500	500	500
Staboberfläche	[-]	r	g	r	r	r
C / G / S	[-]	S	S	S	S	S
$f_{kL} / f_{yk,L}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	235	235	235	235	235
$E_{L,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	210.000	210.000	210.000	210.000	210.000
$E_L * t_L$	[kN/mm]	1050,0	1050,0	<b>2100,0</b>	1050,0	1050,0
$g_k$	[kN/m]	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	<b>7,00</b>	<b>14,00</b>
$q_k$	[kN/m]	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	<b>2,50</b>	<b>5,00</b>
$q_k / (g_k + q_k)$	[-]	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	<b>0,26</b>	<b>0,26</b>
$C_{v,q}$	[-]	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	<b>0,30</b>	<b>0,30</b>
$q$ (Art) <sup>1)</sup>	[-]	B / V <sup>2)</sup>	B / V <sup>2)</sup>	B / V <sup>2)</sup>	<b>V</b>	<b>V</b>
$G_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	<b>15,75</b>	0,00
$Q_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	<b>5,63</b>	0,00
$q_{1,riss}$	[kN/m]	6,25	6,25	6,25	6,25	6,25
$q_{1,0}$	[kN/m]	5,50	5,50	5,50	5,50	5,50
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=1,25)$	[-]	0,33	0,33	0,32	0,22	0,22
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=2,00)$	[-]	0,54	0,54	0,53	0,35	0,35
<sup>1)</sup> Nutzungsarten: B - Büro, I. I. - Industrie (leicht), S - Schnee, V – Verkaufsraum						
<sup>2)</sup> Werte für: Büronutzung / Nutzung als Verkaufsraum						

## Fortsetzung von Tabelle A.5

Platte-Nr.		120	121	122
$l_1$	[m]	6,00	6,00	6,00
$b_c$	[m]	1,000	1,000	1,000
$h_c$	[m]	0,220	<b>0,290</b>	0,220
$d$	[m]	0,190	<b>0,260</b>	0,190
$\lambda_b = l_1 / d$	[-]	31,58	<b>23,08</b>	31,58
$d_s (= \varnothing_s)$	[cm]	1,00	1,00	<b>1,60</b>
$A_{s1} / (A_{s1} + A_{s2})$	[-]	<b>0,50</b>	1,00	1,00
$A_{s1} (\eta_B = 1,25)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>4,39</b>	<b>6,11</b>	8,77
$A_{s1} (\eta_B = 1,50)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>3,59</b>	<b>5,06</b>	7,18
$A_{s1} (\eta_B = 1,75)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>3,04</b>	<b>4,31</b>	6,08
$A_{s1} (\eta_B = 2,00)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>2,64</b>	<b>3,76</b>	5,27
$\omega_s (\eta_B = 1,25)$	[-]	0,177	<b>0,090</b>	0,177
$\omega_s (\eta_B = 2,00)$	[-]	0,106	<b>0,055</b>	0,106
$x_{s2,a}$	[m]	<b>0,90</b>	0,00	0,00
$t_f$	[mm]	5,0	5,0	5,0
$n_L$	[-]	1	1	1
$b_L (\eta_B = 1,25)$	[cm]	<b>41,0</b>	<b>39,8</b>	36,4
$b_L (\eta_B = 1,50)$	[cm]	<b>41,7</b>	<b>41,5</b>	38,1
$b_L (\eta_B = 1,75)$	[cm]	<b>42,1</b>	<b>42,9</b>	39,2
$b_L (\eta_B = 2,00)$	[cm]	<b>42,4</b>	<b>43,8</b>	40,1
$f_{ck}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	20	20	20
$f_{ct,surf}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2,21	2,21	2,21
$f_{ct,i} / f_{ctm,calc}$	[-]	1,0	1,0	1,0
$f_{yk}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	500	500	500
Staboberfläche	[-]	r	r	r
C / G / S	[-]	S	S	S
$f_{kL} / f_{yk,L}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	235	235	235
$E_{L,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	210.000	210.000	210.000
$E_L * t_L$	[kN/mm]	1050,0	1050,0	1050,0
$g_k$	[kN/m]	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>
$q_k$	[kN/m]	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>
$q_k / (g_k + q_k)$	[-]	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>
$C_{v,q}$	[-]	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>
$q$ (Art) <sup>1)</sup>	[-]	B / V <sup>2)</sup>	B / V <sup>2)</sup>	B / V <sup>2)</sup>
$G_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00
$Q_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00
$q_{1,riss}$	[kN/m]	6,25	6,25	6,25
$q_{1,0}$	[kN/m]	5,50	5,50	5,50
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=1,25)$	[-]	0,32	0,33	0,32
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=2,00)$	[-]	0,53	0,53	0,53
<sup>1)</sup> Nutzungsarten: B - Büro, I. I. - Industrie (leicht), S - Schnee, V - Verkaufsraum				
<sup>2)</sup> Werte für: Büronutzung / Nutzung als Verkaufsraum				

Tabelle A.6: Beispielplatten mit Kohlefasergerlegen – Bemessung mit Variante D

Platte-Nr.		210	211	212	213	214
$l_1$	[m]	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00
$b_c$	[m]	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$h_c$	[m]	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220
$d$	[m]	0,190	0,190	0,190	0,190	0,190
$\lambda_b = l_1 / d$	[-]	31,58	31,58	31,58	31,58	31,58
$d_s (= \varnothing_s)$	[cm]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} / (A_{s1} + A_{s2})$	[-]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} (\eta_B = 1,25)$	[cm <sup>2</sup> ]	8,77	8,77	<b>8,39</b>	8,77	8,77
$A_{s1} (\eta_B = 1,50)$	[cm <sup>2</sup> ]	7,18	7,18	<b>6,94</b>	7,18	7,18
$A_{s1} (\eta_B = 1,75)$	[cm <sup>2</sup> ]	6,08	6,08	<b>5,91</b>	6,08	6,08
$A_{s1} (\eta_B = 2,00)$	[cm <sup>2</sup> ]	5,27	5,27	<b>5,15</b>	5,27	5,27
$\omega_s (\eta_B = 1,25)$	[-]	0,177	0,177	<b>0,097</b>	0,177	0,177
$\omega_s (\eta_B = 2,00)$	[-]	0,106	0,106	<b>0,059</b>	0,106	0,106
$x_{s2,a}$	[m]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$t_f$	[mm]	0,167	0,167	0,167	0,167	0,167
$n_L$	[-]	3	3	3	3	3
$b_L (\eta_B = 1,25)$	[cm]	19,3	<b>18,7</b>	<b>12,9</b>	<b>17,8</b>	<b>16,4</b>
$b_L (\eta_B = 1,50)$	[cm]	29,9	<b>28,8</b>	<b>18,7</b>	<b>27,9</b>	<b>23,6</b>
$b_L (\eta_B = 1,75)$	[cm]	37,9	<b>36,9</b>	<b>22,4</b>	<b>35,1</b>	<b>30,1</b>
$b_L (\eta_B = 2,00)$	[cm]	44,4	<b>42,9</b>	<b>31,3</b>	<b>41,2</b>	<b>38,2</b>
$f_{ck}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	20	20	<b>35</b>	20	20
$f_{ct,surf}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2,21	2,21	<b>3,21</b>	<b>1,55</b>	<b>2,87</b>
$f_{ct,i} / f_{ctm,calc}$	[-]	1,0	1,0	1,0	<b>0,7</b>	<b>1,3</b>
$f_{yk}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	500	500	500	500	500
Staboberfläche	[-]	r	r	r	r	r
C / G / S	[-]	G	G	G	G	G
$f_{kL} / f_{yk,L}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	3.700	3.700	3.700	3.700	3.700
$E_{L,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	222.000	222.000	222.000	222.000	222.000
$E_L * t_L$	[kN/mm]	111,2	111,2	111,2	111,2	111,2
$g_k$	[kN/m]	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>				
$q_k$	[kN/m]	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>				
$q_k / (g_k + q_k)$	[-]	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>				
$C_{v,q}$	[-]	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>				
$q$ (Art) <sup>1)</sup>	[-]	B / V <sup>2)</sup>				
$G_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$Q_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$q_{1,riss}$	[kN/m]	6,25	6,25	6,25	6,25	6,25
$q_{1,0}$	[kN/m]	5,50	<b>8,00</b>	5,50	5,50	5,50
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=1,25)$	[-]	0,32	<b>0,47</b>	0,33	0,32	0,32
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=2,00)$	[-]	0,53	<b>0,76</b>	0,54	0,53	0,53
1) Nutzungsarten: B - Büro, I. I. - Industrie (leicht), S - Schnee, V - Verkaufsraum						
2) Werte für: Büronutzung / Nutzung als Verkaufsraum						

## Fortsetzung von Tabelle A.6

Platte-Nr.		215	216	217	218	219
$l_1$	[m]	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00
$b_c$	[m]	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
$h_c$	[m]	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220
$d$	[m]	0,190	0,190	0,190	0,190	0,190
$\lambda_b = l_1 / d$	[-]	31,58	31,58	31,58	31,58	31,58
$d_s (= \varnothing_s)$	[cm]	<b>1,60</b>	<b>1,60</b>	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} / (A_{s1} + A_{s2})$	[-]	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$A_{s1} (\eta_B = 1,25)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>19,94</b>	<b>19,94</b>	8,77	<b>13,16</b>	<b>13,16</b>
$A_{s1} (\eta_B = 1,50)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>16,32</b>	<b>16,32</b>	7,18	<b>10,77</b>	<b>10,77</b>
$A_{s1} (\eta_B = 1,75)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>13,82</b>	<b>13,82</b>	6,08	<b>9,12</b>	<b>9,12</b>
$A_{s1} (\eta_B = 2,00)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>11,99</b>	<b>11,99</b>	5,27	<b>7,91</b>	<b>7,91</b>
$\omega_s (\eta_B = 1,25)$	[-]	0,177	0,177	0,177	<b>0,266</b>	<b>0,266</b>
$\omega_s (\eta_B = 2,00)$	[-]	0,107	0,107	0,106	<b>0,160</b>	<b>0,160</b>
$x_{s2,a}$	[m]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$t_f$	[mm]	0,167	0,167	0,167	0,167	0,167
$n_L$	[-]	3	3	<b>5</b>	3	3
$b_L (\eta_B = 1,25)$	[cm]	<b>17,6</b>	<b>27,4</b>	<b>13,6</b>	<b>33,6</b>	<b>26,9</b>
$b_L (\eta_B = 1,50)$	[cm]	<b>27,4</b>	<b>42,6</b>	<b>20,9</b>	<b>51,3</b>	<b>40,0</b>
$b_L (\eta_B = 1,75)$	[cm]	<b>35,1</b>	<b>55,8</b>	<b>26,2</b>	<b>62,1</b>	<b>49,3</b>
$b_L (\eta_B = 2,00)$	[cm]	<b>40,7</b>	<b>67,1</b>	<b>30,5</b>	<b>71,5</b>	<b>57,9</b>
$f_{ck}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	20	20	20	20	20
$f_{ct,surf}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2,21	2,21	2,21	2,21	2,21
$f_{ct,i} / f_{ctm,calc}$	[-]	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$f_{yk}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	<b>220</b>	<b>220</b>	500	500	500
Staboberfläche	[-]	<b>r</b>	<b>g</b>	<b>r</b>	<b>r</b>	<b>r</b>
C / G / S	[-]	<b>G</b>	<b>G</b>	<b>G</b>	<b>G</b>	<b>G</b>
$f_{kL} / f_{yk,L}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	3.700	3.700	3.700	3.700	3.700
$E_{L,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	222.000	222.000	222.000	222.000	222.000
$E_L * t_L$	[kN/mm]	111,2	111,2	<b>185,4</b>	111,2	111,2
$g_k$	[kN/m]	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	<b>7,00</b>	<b>14,00</b>
$q_k$	[kN/m]	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	<b>2,50</b>	<b>5,00</b>
$q_k / (g_k + q_k)$	[-]	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	<b>0,26</b>	<b>0,26</b>
$C_{v,q}$	[-]	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	<b>0,30</b>	<b>0,30</b>
$q$ (Art) <sup>1)</sup>	[-]	<b>B / V</b> <sup>2)</sup>	<b>B / V</b> <sup>2)</sup>	<b>B / V</b> <sup>2)</sup>	<b>V</b>	<b>V</b>
$G_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	<b>15,75</b>	0,00
$Q_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	<b>5,63</b>	0,00
$q_{1,riss}$	[kN/m]	6,25	6,25	6,25	6,25	6,25
$q_{1,0}$	[kN/m]	5,50	5,50	5,50	5,50	5,50
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=1,25)$	[-]	0,33	0,33	0,32	0,22	0,22
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=2,00)$	[-]	0,54	0,54	0,53	0,35	0,35
<sup>1)</sup> Nutzungsarten: B - Büro, I. I. - Industrie (leicht), S - Schnee, V - Verkaufsraum						
<sup>2)</sup> Werte für: Büronutzung / Nutzung als Verkaufsraum						

## Fortsetzung von Tabelle A.6

Platte-Nr.		220	221	222
$l_1$	[m]	6,00	6,00	6,00
$b_c$	[m]	1,000	1,000	1,000
$h_c$	[m]	0,220	<b>0,290</b>	0,220
$d$	[m]	0,190	<b>0,260</b>	0,190
$\lambda_b = l_1 / d$	[-]	31,58	<b>23,08</b>	31,58
$d_s (= \varnothing_s)$	[cm]	1,00	1,00	<b>1,60</b>
$A_{s1} / (A_{s1} + A_{s2})$	[-]	<b>0,50</b>	1,00	1,00
$A_{s1} (\eta_B = 1,25)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>4,39</b>	<b>6,11</b>	8,77
$A_{s1} (\eta_B = 1,50)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>3,59</b>	<b>5,06</b>	7,18
$A_{s1} (\eta_B = 1,75)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>3,04</b>	<b>4,31</b>	6,08
$A_{s1} (\eta_B = 2,00)$	[cm <sup>2</sup> ]	<b>2,64</b>	<b>3,76</b>	5,27
$\omega_s (\eta_B = 1,25)$	[-]	0,177	<b>0,090</b>	0,177
$\omega_s (\eta_B = 2,00)$	[-]	0,106	<b>0,055</b>	0,106
$x_{s2,a}$	[m]	<b>0,90</b>	0,00	0,00
$t_f$	[mm]	0,167	0,167	0,167
$n_L$	[-]	3	3	3
$b_L (\eta_B = 1,25)$	[cm]	<b>24,9</b>	<b>23,2</b>	<b>24,5</b>
$b_L (\eta_B = 1,50)$	[cm]	<b>36,4</b>	<b>36,2</b>	<b>36,6</b>
$b_L (\eta_B = 1,75)$	[cm]	<b>48,1</b>	<b>45,7</b>	<b>47,6</b>
$b_L (\eta_B = 2,00)$	[cm]	<b>53,5</b>	<b>52,7</b>	<b>55,6</b>
$f_{ck}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	20	20	20
$f_{ct,surf}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2,21	2,21	2,21
$f_{ct,i} / f_{ctm,calc}$	[-]	1,0	1,0	1,0
$f_{yk}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	500	500	500
Staboberfläche	[-]	r	r	r
C / G / S	[-]	G	G	G
$f_{kL} / f_{yk,L}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	3.700	3.700	3.700
$E_{L,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	222.000	222.000	222.000
$E_L * t_L$	[kN/mm]	111,2	111,2	111,2
$g_k$	[kN/m]	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>	11,3 / 8,0 <sup>2)</sup>
$q_k$	[kN/m]	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>	2,0 / 5,0 <sup>2)</sup>
$q_k / (g_k + q_k)$	[-]	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>	0,15 / 0,38 <sup>2)</sup>
$C_{v,q}$	[-]	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>	0,25 / 0,30 <sup>2)</sup>
$q$ (Art) <sup>1)</sup>	[-]	B / V <sup>2)</sup>	B / V <sup>2)</sup>	B / V <sup>2)</sup>
$G_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00
$Q_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00
$q_{1,riss}$	[kN/m]	6,25	6,25	6,25
$q_{1,0}$	[kN/m]	5,50	5,50	5,50
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=1,25)$	[-]	0,32	0,33	0,32
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy} (\eta_B=2,00)$	[-]	0,53	0,53	0,53
<sup>1)</sup> Nutzungsarten: B - Büro, I. I. - Industrie (leicht), S - Schnee, V - Verkaufsraum				
<sup>2)</sup> Werte für: Büronutzung / Nutzung als Verkaufsraum				

Tabelle A.7: Beispielplatten Serie 001 mit CFK-Lamellen – Bemessung mit Variante A

Bauteil		001-125	001-150	001-175	001-200
$l_1$	m	6,00	6,00	6,00	6,00
$b_c$	m	1,00	1,00	1,00	1,00
$h_c$	m	0,22	0,22	0,22	0,22
$d$	m	0,19	0,19	0,19	0,19
$f_{ck}$	MN/m <sup>2</sup>	20	20	20	20
$f_{ct,surf}$	MN/m <sup>2</sup>	2,2	2,2	2,2	2,2
$f_{yk}$	MN/m <sup>2</sup>	500	500	500	500
$f_{L,k}$	MN/m <sup>2</sup>	2.500	2.500	2.500	2.500
$E_L$	MN/m <sup>2</sup>	200.000	200.000	200.000	200.000
$A_{s1}$	cm <sup>2</sup>	6,31	6,31	6,31	6,31
$A_L$	cm <sup>2</sup>	10,50	11,20	12,04	12,88
$t_L$	mm	1,40	1,40	1,40	1,40
$b_L$	cm	75,00	80,00	86,00	92,00
$g_{k,v}$	kN/m	7,81	6,48	8,48	10,49
$q_{k,v}$	kN/m	2,00	5,00	5,00	5,00
$M_{Ed,v}$	kNm	60,92	73,11	85,30	97,48
$M_{Rd,0}$	kNm	48,74	48,74	48,74	48,74
$\eta_B$	-	1,25	1,50	1,75	2,00
$C_{v,q,50}$	-	0,45	0,45	0,45	0,45

Tabelle A.8: Beispielplatten Serie 004 mit CFK-Lamellen – Bemessung mit Variante A

Bauteil		004-125	004-150	004-175	004-200
$l_1$	m	7,00	7,00	7,00	7,00
$b_c$	m	1,00	1,00	1,00	1,00
$h_c$	m	0,23	0,23	0,23	0,23
$d$	m	0,20	0,20	0,20	0,20
$f_{ck}$	MN/m <sup>2</sup>	35	35	35	35
$f_{ct,surf}$	MN/m <sup>2</sup>	3,2	3,2	3,2	3,2
$f_{yk}$	MN/m <sup>2</sup>	500	500	500	500
$f_{L,k}$	MN/m <sup>2</sup>	2.800	2.800	2.800	2.800
$E_L$	MN/m <sup>2</sup>	162.000	162.000	162.000	162.000
$A_{s1}$	cm <sup>2</sup>	8,08	8,08	8,08	8,08
$A_L$	cm <sup>2</sup>	9,60	21,12	22,56	23,52
$t_L$	mm	1,20	2,40	2,40	2,40
$b_L$	cm	80,00	88,00	94,00	98,00
$g_{k,v}$	kN/m	8,94	10,73	12,52	14,30
$q_{k,v}$	kN/m	1,07	1,29	1,50	1,72
$M_{Ed,v}$	kNm	83,76	100,55	117,30	134,02
$M_{Rd,0}$	kNm	67,04	67,04	67,04	67,04
$\eta_B$	-	1,25	1,50	1,75	2,00
$C_{v,q,50}$	-	0,25	0,25	0,25	0,25

Tabelle A.9: Beispielbalken und –plattenbalken – Bemessung mit Variante D

Art Bauteil-Nr.		PB 001	PB 002	PB 003	PB 004
$\eta_{B,max}$	[-]	1,25	1,25	1,25	1,25
$l_1$	[m]	10,00	10,00	10,00	10,00
$b_{c,o}$	[m]	<b>2,000</b>	<b>2,000</b>	<b>1,000</b>	<b>1,000</b>
$b_{c,u}$	[m]	0,450	0,450	0,450	0,450
$h_c$	[m]	0,680	0,680	0,680	0,680
$h_f$	[m]	0,180	0,180	0,180	0,180
$d$	[m]	0,630	0,630	0,630	0,630
$\lambda_b = l_1 / d$	[-]	15,87	15,87	15,87	15,87
$d_s (= \varnothing_s)$	[cm]	2,80	2,80	2,80	2,80
$A_{s1} / (A_{s1} + A_{s2})$	[-]	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>
$A_{s1}^{1)}$	[cm <sup>2</sup> ]	36,95	36,95	36,95	36,95
$\omega_s^{1)}$	[-]	0,064	0,064	0,129	0,129
$x_{s2,a}$	[m]	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>
$t_f$	[mm]	1,200	1,200	1,200	1,200
$n_L$	[-]	2	2	2	2
$b_L^{1)}$	[cm]	<b>43,5</b>	<b>43,5</b>	<b>42,3</b>	<b>42,3</b>
$f_{ck}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	35	35	35	35
$f_{ct,i} / f_{ctm,calc}$	[-]	1,0	1,0	1,0	1,0
$f_{yk}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	500	500	500	500
Staboberfläche	[-]	r	r	r	r
C / G / S	[-]	C	C	C	C
$f_{kL} / f_{ykL}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	2.800	2.800	2.800	2.800
$E_{L,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	161.900	161.900	161.900	161.900
$E_L * t_L$	[kN/mm]	194,3	194,3	194,3	194,3
$g_k$	[kN/m]	<b>42,67</b>	<b>60,45</b>	<b>41,27</b>	<b>58,47</b>
$q_k$	[kN/m]	<b>26,67</b>	<b>10,67</b>	<b>25,80</b>	<b>10,32</b>
$q_k / (g_k + q_k)$	[-]	0,38	0,15	0,38	0,15
$C_{v,q}$	[-]	0,30	0,25	0,30	0,25
$q$ (Art) <sup>2)</sup>	[-]	V	B	V	B
$G_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	0,00
$Q_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	0,00
$q_{1,riss}$	[kN/m]	<b>39,33</b>	<b>39,33</b>	<b>39,33</b>	<b>39,33</b>
$q_{1,0}$	[kN/m]	<b>34,00</b>	<b>34,00</b>	<b>34,00</b>	<b>34,00</b>
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sy}$	[-]	<b>0,39</b>	<b>0,39</b>	<b>0,40</b>	<b>0,40</b>
1)	für $\eta_B = 1,25$				
2)	Nutzungsarten: B - Büro, I. I. - Industrie (leicht), S - Schnee, V - Verkaufsraum				

Tabelle A.9: – Fortsetzung

Art Bauteil-Nr.		PB 201	PB 202	PB 203	PB 204	Ba 001	Ba 002
$\eta_{B,max}$	[-]	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25
$l_1$	[m]	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
$b_{c,o}$	[m]	<b>2,000</b>	<b>2,000</b>	<b>1,000</b>	<b>1,000</b>	<b>0,450</b>	<b>0,450</b>
$b_{c,u}$	[m]	0,450	0,450	0,450	0,450	0,450	0,450
$h_c$	[m]	0,680	0,680	0,680	0,680	0,680	0,680
$h_f$	[m]	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180
$d$	[m]	0,630	0,630	0,630	0,630	0,630	0,630
$\lambda_b = l_1 / d$	[-]	15,87	15,87	15,87	15,87	15,87	15,87
$d_s (= \varnothing_s)$	[cm]	2,80	2,80	2,80	2,80	2,80	2,80
$A_{s1} / (A_{s1} + A_{s2})$	[-]	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>	<b>1,00</b>
$A_{s1}^{1)}$	[cm <sup>2</sup> ]	36,95	36,95	36,95	36,95	36,95	36,95
$\omega_s^{1)}$	[-]	0,064	0,064	0,129	0,129	0,286	0,286
$x_{s2,a}$	[m]	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>
$t_f$	[mm]	0,167	0,167	0,167	0,167	1,200	1,200
$n_L$	[-]	5	5	5	5	2	2
$b_L^{1)}$	[cm]	<b>44,7</b>	<b>44,7</b>	<b>42,7</b>	<b>42,7</b>	<b>42,0</b>	<b>42,0</b>
$f_{ck}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	35	35	35	35	35	35
$f_{ct,i} / f_{ctm,calc}$	[-]	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$f_{yk}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	500	500	500	500	500	500
Staboberfläche	[-]	r	r	r	r	r	r
C / G / S	[-]	G	G	G	G	C	C
$f_{kL} / f_{ykL}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	3.700	3.700	3.700	3.700	2.800	2.800
$E_{L,k}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	222.000	222.000	222.000	222.000	161.900	161.900
$E_L * t_L$	[kN/mm]	185,4	185,4	185,4	185,4	194,3	194,3
$g_k$	[kN/m]	<b>42,67</b>	<b>60,45</b>	<b>41,27</b>	<b>58,47</b>	<b>37,70</b>	<b>53,42</b>
$q_k$	[kN/m]	<b>26,67</b>	<b>10,67</b>	<b>25,80</b>	<b>10,32</b>	<b>23,57</b>	<b>9,43</b>
$q_k / (g_k + q_k)$	[-]	0,38	0,15	0,38	0,15	0,38	0,15
$C_{v,q}$	[-]	0,30	0,25	0,30	0,25	0,30	0,25
$q$ (Art) <sup>2)</sup>	[-]	V	B	V	B	V	B
$G_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$Q_k$	[kN]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$q_{1,riss}$	[kN/m]	<b>39,33</b>	<b>39,33</b>	<b>39,33</b>	<b>39,33</b>	<b>39,33</b>	<b>39,33</b>
$q_{1,0}$	[kN/m]	<b>34,00</b>	<b>34,00</b>	<b>34,00</b>	<b>34,00</b>	<b>34,00</b>	<b>34,00</b>
$\varepsilon_{s0,max} / \varepsilon_{sv}$	[-]	<b>0,39</b>	<b>0,39</b>	<b>0,40</b>	<b>0,40</b>	<b>0,41</b>	<b>0,41</b>
1)	für $\eta_B = 1,25$						
2)	Nutzungsarten: B - Büro, I. I. - Industrie (leicht), S - Schnee, V - Verkaufsraum						

Tabelle A.10: Erforderliche Lamellenbreiten je m Plattenbreite bei Bemessung mit Varianten A und D

Platte - Nr.	erf. $b_L$ [cm/m] für $\eta_{B,max} =$			
	1,25	1,50	1,75	2,00
010	19,1	26,6	31,9	35,6
	74,0	82,0	88,0	92,0
011	15,9	24,1	30,3	36,0
	74,0	81,0	87,0	91,0
012	34,2	41,5	46,5	50,4
	75,0	83,0	88,0	92,0
013	60,7	68,2	73,2	76,8
	68,0	76,0	81,0	85,0
014	45,3	52,8	58,1	62,1
	90,0	97,0	103,0	107,0
015	15,8	23,7	29,3	34,4
	20,0	36,0	49,0	58,0
016	24,1	37,3	47,6	54,8
	26,0	42,0	53,0	61,0
017	19,0	28,4	36,6	43,1
	77,0	88,0	96,0	102,0
018	34,0	45,4	53,0	58,7
	68,0	80,0	89,0	95,0
019	73,5	84,4	92,0	97,4
	83,0	95,0	102,0	108,0
020	39,8	43,5	46,1	47,9
	96,0	100,0	103,0	105,0
021	55,9	61,6	65,7	68,7
	99,0	105,0	109,0	112,0
022	21,3	28,6	35,1	40,0
	76,0	83,0	89,0	93,0
023	19,1	26,6	31,9	35,6
	74,0	82,0	87,0	91,0
024	19,1	26,6	31,9	35,6
	74,0	82,0	87,0	91,0
Oberer Wert:	Variante D			
Unterer Wert:	Variante A			

Tabelle A.11: Gewählte Betonstahl- und Klebewehrung der Zweifeldplatten

$\eta_B$	[-]	1.25	1.50	1.75	2.00
Feldbewehrung					
$A_{sF}$	[cm <sup>2</sup> ]	5,46	4,50	3,83	3,34
$d_{sF}$ (= $\varnothing_s$ )	[cm]	1,00	1,00	1,00	1,00
$d$ <sup>1)</sup>	[cm]	19,0	19,0	19,0	19,0
$x_{sF}$ <sup>2)3)</sup>	[m]	0,00	0,00	0,00	0,00
$b_{LF}$	[cm]	42,00	49,80	61,30	52,30
$A_{LF}$	[cm <sup>2</sup> ]	5,88	6,97	8,58	7,32
$x_{LF}$ <sup>2)3)</sup>	[m]	0,10	0,10	0,10	0,10
Stützbewehrung					
$A_{sS}$	[cm <sup>2</sup> ]	8,77	7,18	6,08	5,27
$d_{sS}$ (= $\varnothing_s$ )	[cm]	1,00	1,00	1,00	1,00
$d$ <sup>1)</sup>	[cm]	19,0	19,0	19,0	19,0
$x_{sS}$ <sup>3)</sup>	[m]	2,05	2,05	2,05	2,05
$b_L$	[cm]	23,30	30,70	44,90	48,80
$A_L$	[cm <sup>2</sup> ]	3,27	4,30	6,28	6,82
$x_{LS}$ <sup>3)</sup>	[m]	3,05	3,05	3,05	3,05
<sup>1)</sup> Bezogen auf den Druckzonenrand <sup>2)</sup> Abstand Stab-/Lamellenende zum nächstgelegenen Endauflager <sup>3)</sup> Abstand Stab-/Lamellenende zum mittleren Auflager					

### Anhang 5: Zuverlässigkeitsanalyse – Ergebnisse

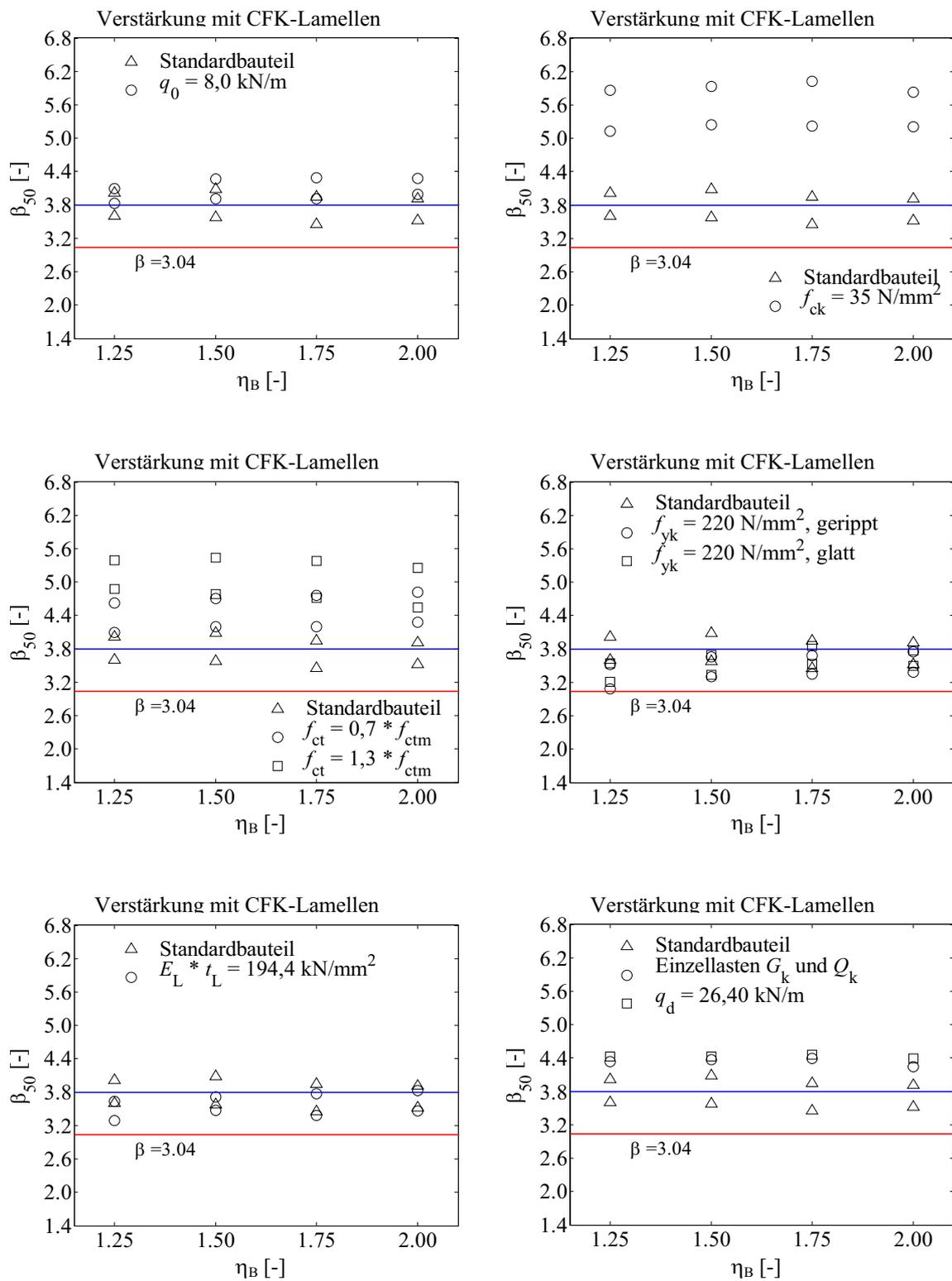


Abbildung A.5: Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{50}$  für einzelne Plattenserien mit CFK-Lamellen  
Bemessung nach Variante D - Teil 1

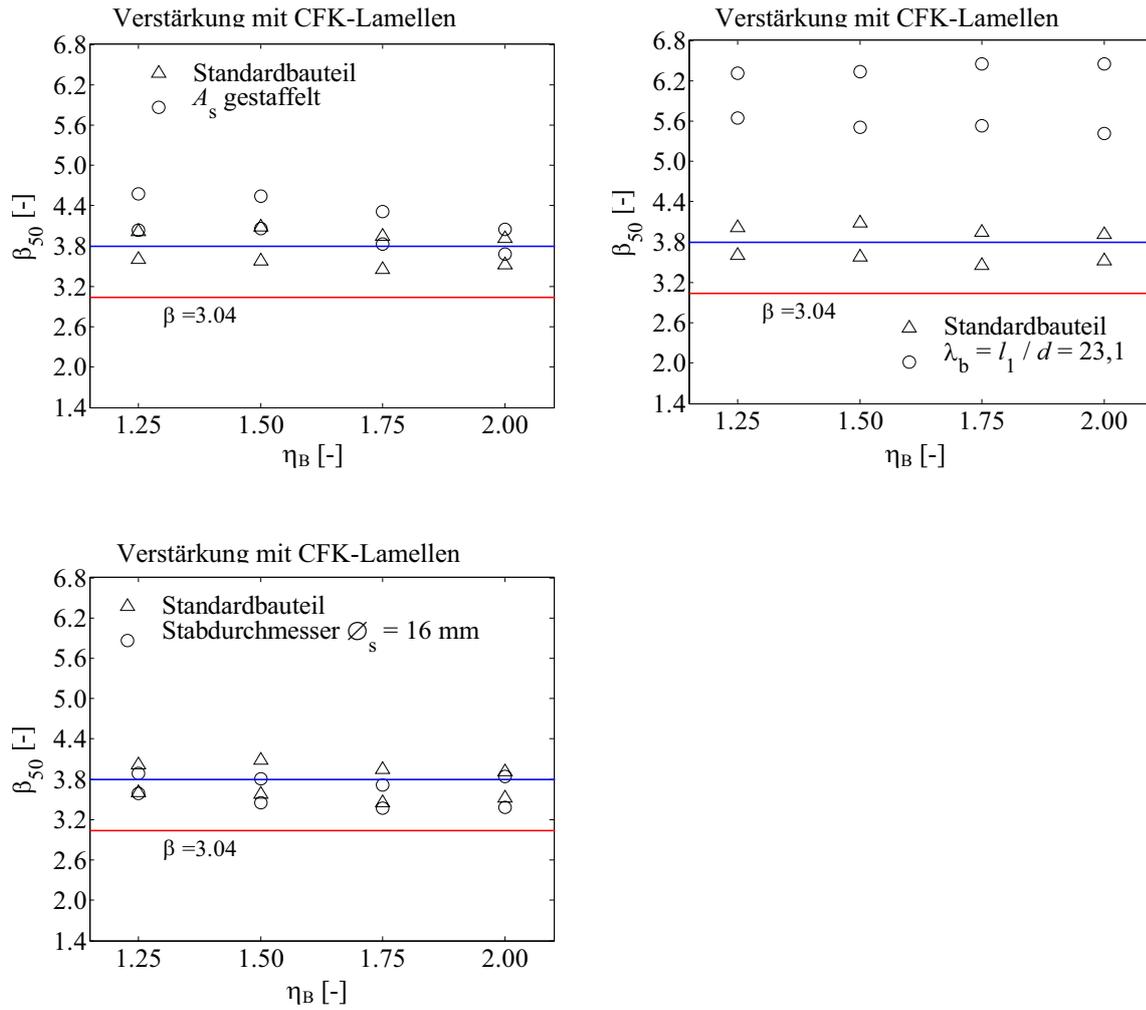


Abbildung A.5: Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{50}$  für einzelne Plattenserien mit CFK-Lamellen  
 Bemessung nach Variante D – Teil 2

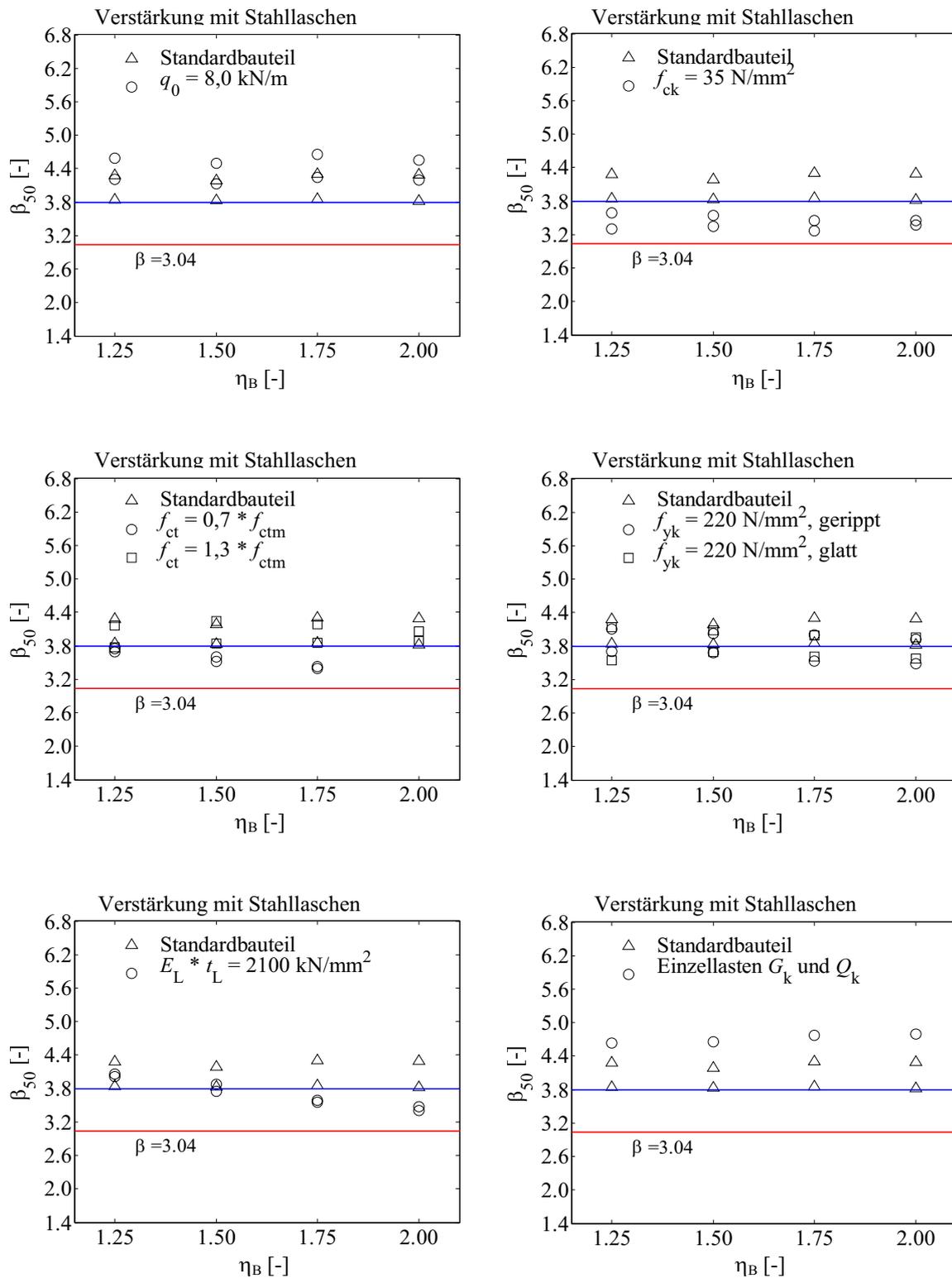


Abbildung A.6: Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{50}$  für einzelne Plattenserien mit Stahllaschen  
Bemessung nach Variante D – Teil 1

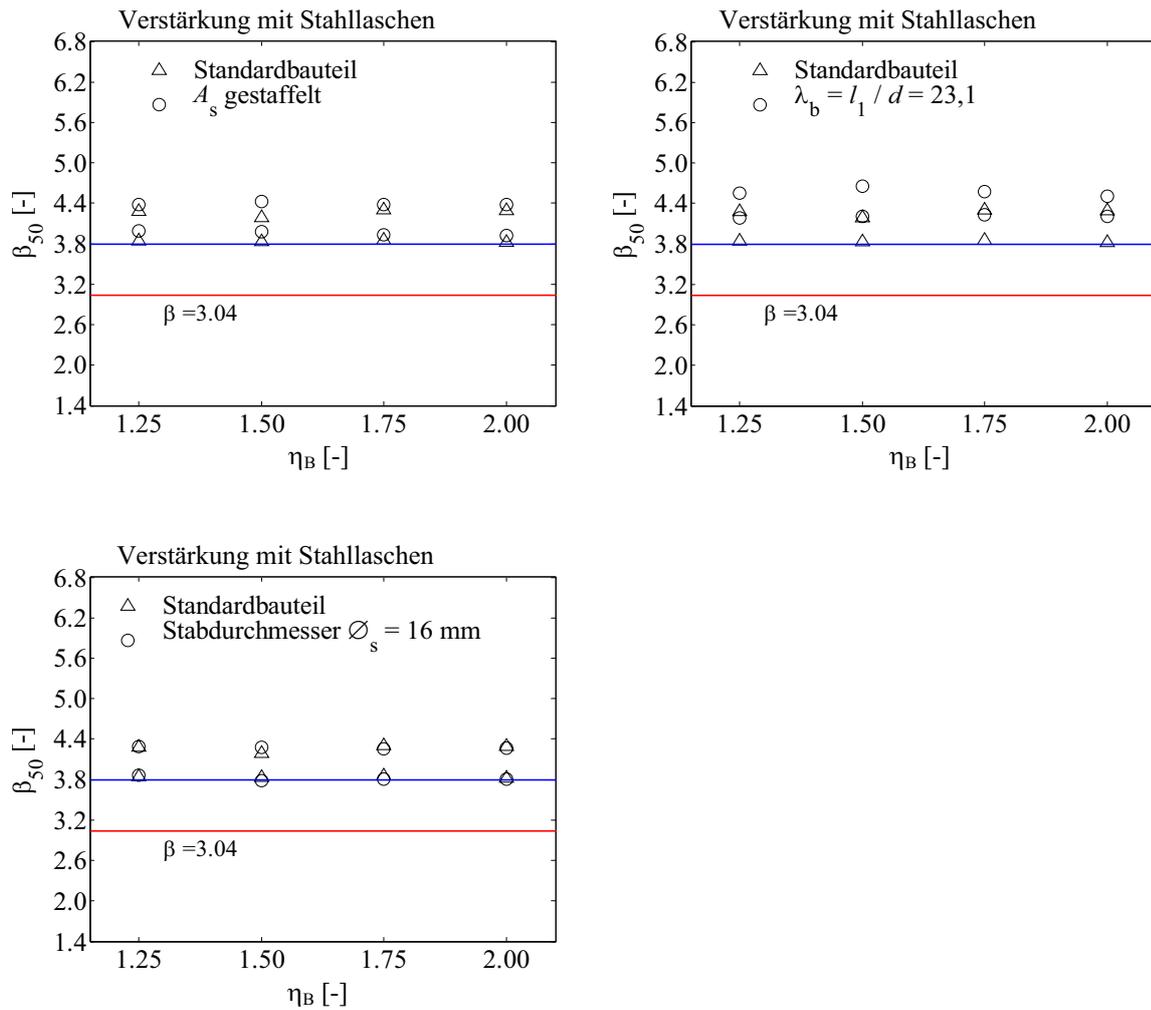
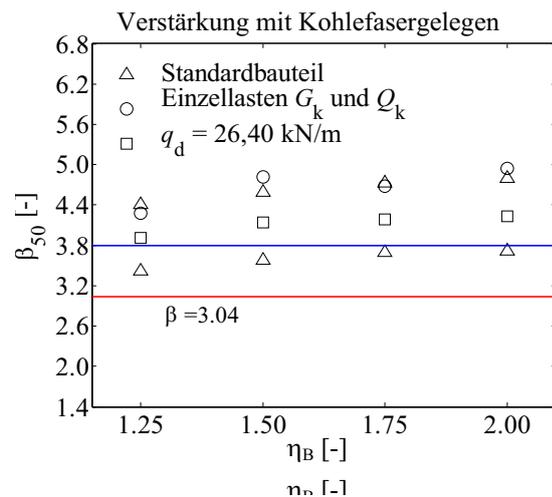
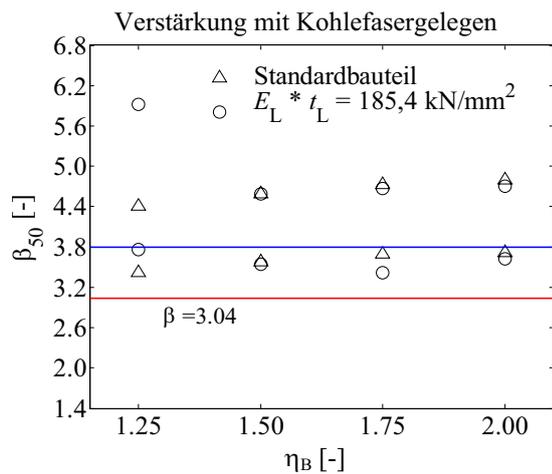
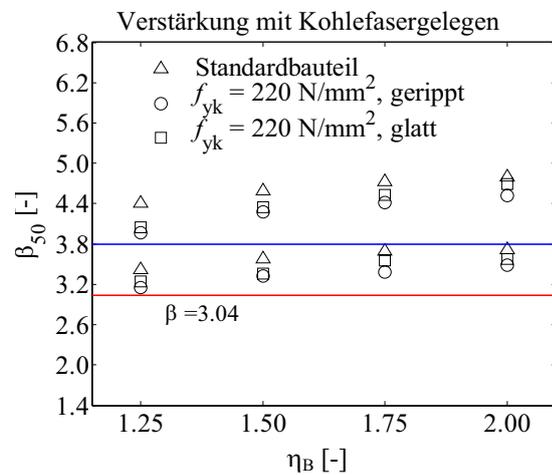
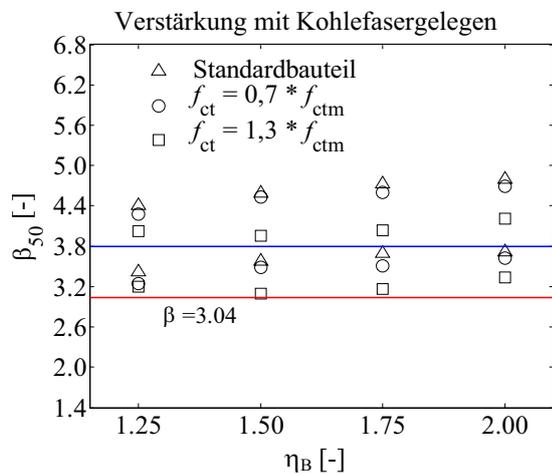
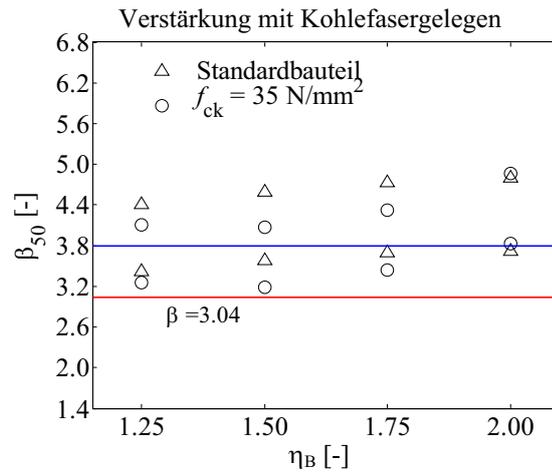
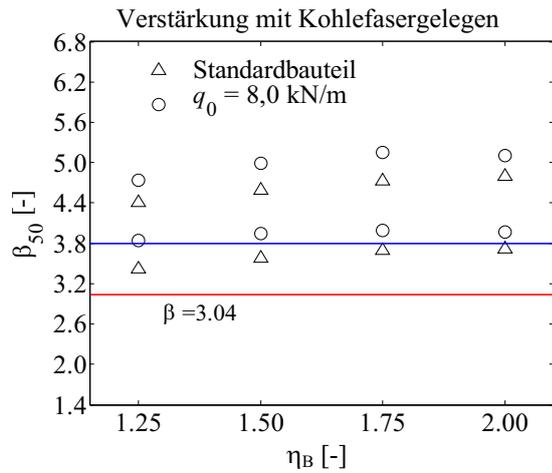
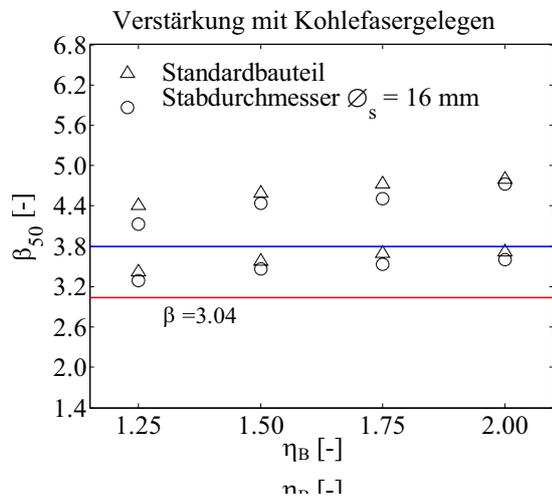
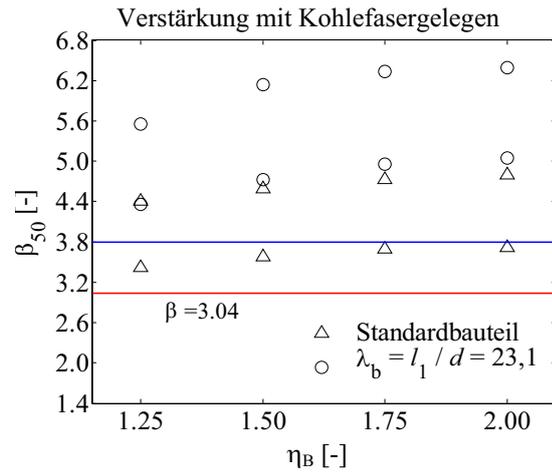
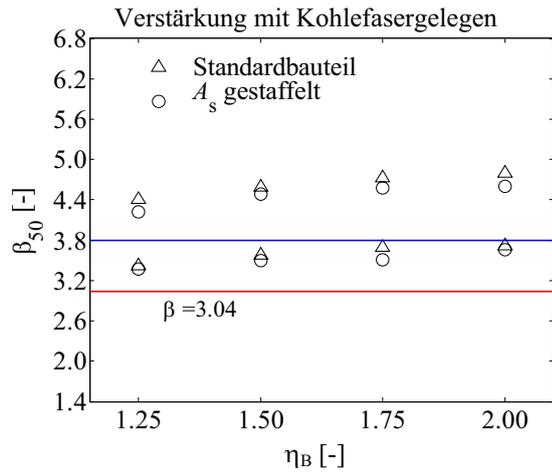


Abbildung A.6: Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{50}$  für einzelne Plattenserien mit Stahllaschen  
 Bemessung nach Variante D – Teil 2





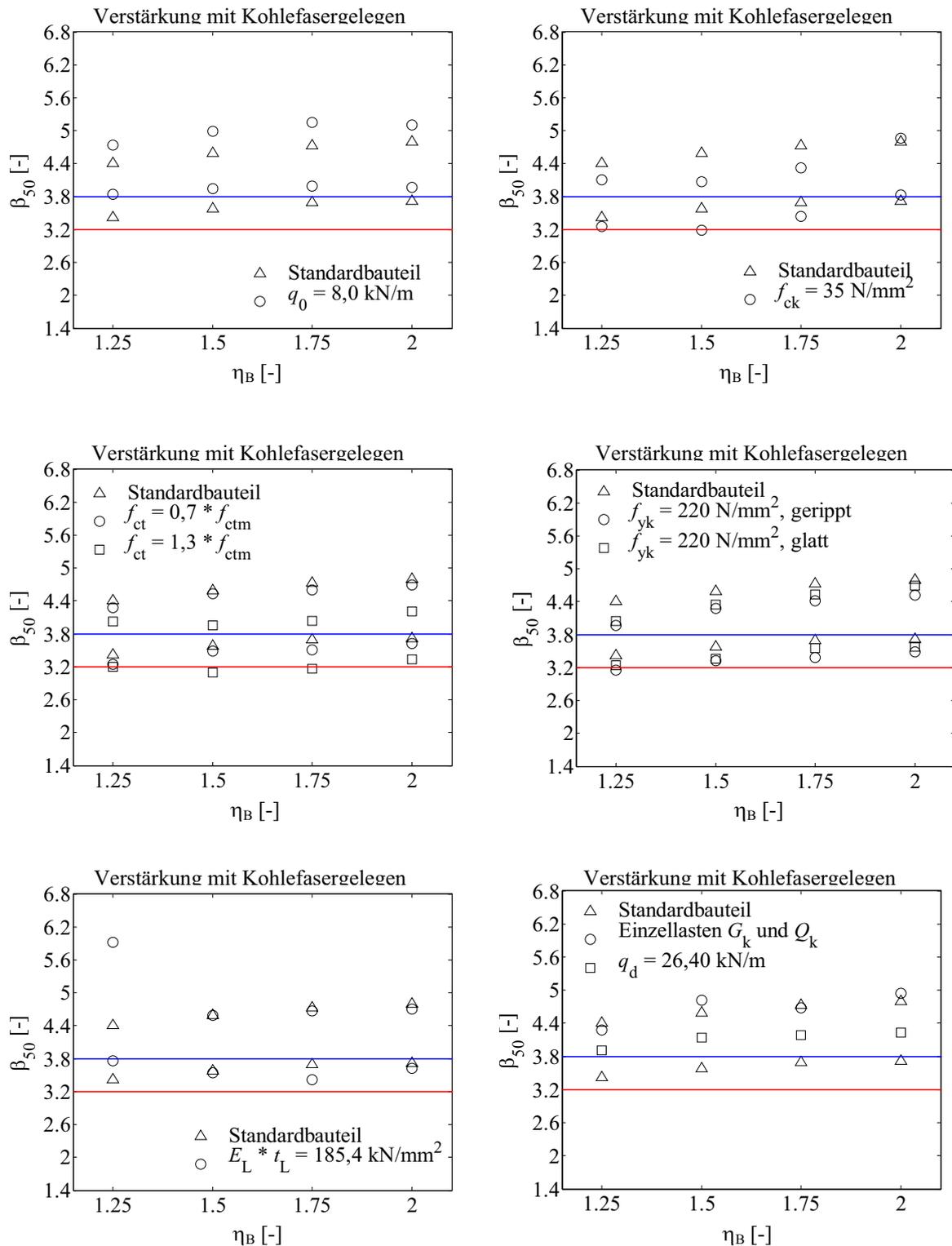


Abbildung A.7: Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{50}$  für einzelne Plattenserien mit Kohlefasergelegen  
Bemessung nach Variante D – Teil 1

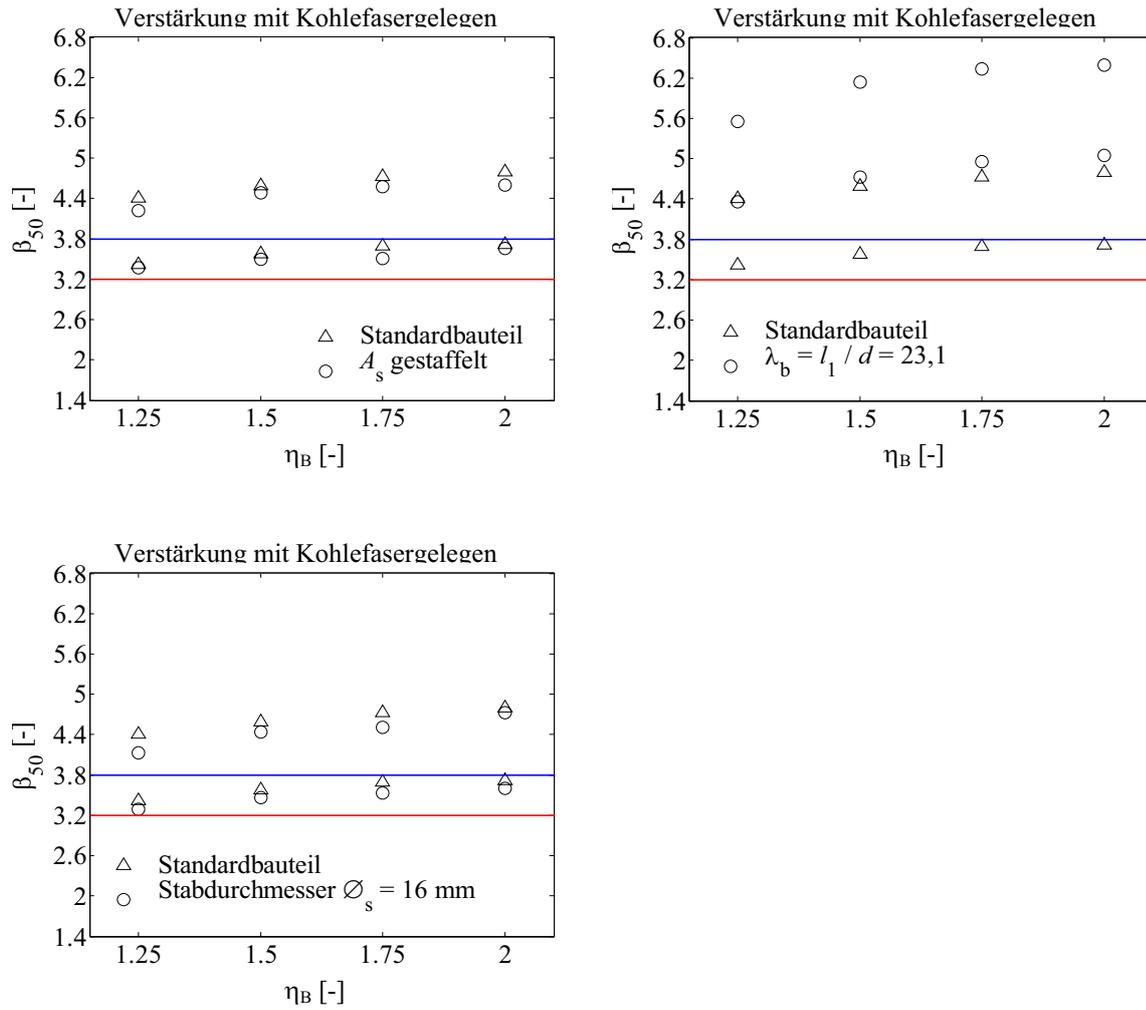


Abbildung A.7: Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_{50}$  für einzelne Plattenserien mit Kohlefasergelegen  
 Bemessung nach Variante D – Teil 2

Tabelle A.12: Minimale, mittlere und maximale Werte von  $\beta_{50}$  für einzelne Plattenserien mit CFK-Lamellen – Bemessung nach Variante D

Platte Nr.	$\beta_{50,\min}^{1)}$	$\bar{\beta}_{50}^{1)}$	$\beta_{50,\max}^{1)}$	$\Delta\bar{\beta}_{50}^{2)}$	
010	3,4	3,8	4,1	0,0	Standardbauteil
011	3,8	4,1	4,3	0,3	$q_{1,0} = 8,0 \text{ kN/m}$
012	5,1	5,6	6,0	1,8	$f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$
013	4,1	4,5	4,8	0,7	$f_{ct} = 0,7 * f_{ctm}$
014	4,5	5,0	5,4	1,2	$f_{ct} = 1,3 * f_{ctm}$
015	3,1	3,5	3,7	-0,3	$f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$
016	3,2	3,6	3,8	-0,2	$f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$ , glatt
017	3,3	3,6	3,8	-0,2	$E_L \cdot t_L = 194,4 \text{ N/mm}^2$
018	4,2	4,3	4,4	0,8 <sup>3)</sup>	Einzellasten $G_k, Q_k$
019	4,4	4,4	4,5	0,9 <sup>3)</sup>	$q_d = 26,4 \text{ kN/m}$
020	3,7	4,1	4,6	0,3	$A_s$ gestaffelt
021	5,4	6,0	6,5	2,2	$\lambda_b = l_1/d = 23,1$
022	3,4	3,6	3,9	-0,2	$\varnothing_s = 16 \text{ mm}$
1) Aus allen Ergebnissen der Plattenserie ( $\eta_B = 1,25 \div 2,0$ , Büro und Verkaufsraum)					
2) $\Delta\bar{\beta}_{50} = \bar{\beta}_{50,i} - \bar{\beta}_{50,010}$					
3) Bezogen auf $\bar{\beta}_{50,210} = 3,5$ (für $\eta_B = 1,25 \div 2,0$ ; nur Verkaufsräume)					

Tabelle A.13: Minimale, mittlere und maximale Werte von  $\beta_{50}$  für einzelne Plattenserien mit Stahllaschen – Bemessung nach Variante D

Platte Nr.	$\beta_{50,\min}^{1)}$	$\bar{\beta}_{50}^{1)}$	$\beta_{50,\max}^{1)}$	$\Delta\bar{\beta}_{50}^{2)}$	
110	3,8	4,0	4,3	0,0	Standardbauteil
111	4,1	4,4	4,7	0,4	$q_{1,0} = 8,0 \text{ kN/m}$
112	3,3	3,4	3,6	-0,6	$f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$
113	3,4	3,6	3,8	-0,4	$f_{ct} = 0,7 * f_{ctm}$
114	3,8	4,0	4,2	0,0	$f_{ct} = 1,3 * f_{ctm}$
115	3,5	3,8	4,1	-0,2	$f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$
116	3,5	3,8	4,1	-0,2	$f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$ , glatt
117	3,4	3,7	4,1	-0,3	$E_L \cdot t_L = 2.100 \text{ N/mm}^2$
118	4,6	4,7	4,8	0,9 <sup>3)</sup>	Einzellasten $G_k, Q_k$
119	-	-	-	-	$q_d = 26,4 \text{ kN/m}$
120	3,9	4,2	4,4	0,2	$A_s$ gestaffelt
121	4,2	4,4	4,7	0,4	$\lambda_b = l_1/d = 23,1$
122	3,8	4,0	4,3	0,0	$\varnothing_s = 16 \text{ mm}$
1) Aus allen Ergebnissen der Plattenserie ( $\eta_B = 1,25 \div 2,0$ , Büro und Verkaufsraum)					
2) $\Delta\bar{\beta}_{50} = \bar{\beta}_{50,i} - \bar{\beta}_{50,110}$					
3) Bezogen auf $\bar{\beta}_{50,210} = 3,8$ (für $\eta_B = 1,25 \div 2,0$ ; nur Verkaufsräume)					

Tabelle A.14: Minimale, mittlere und maximale Werte von  $\beta_{50}$  für einzelne Plattenserien mit Kohlefasergelegen – Bemessung nach Variante D

Platte Nr.	$\beta_{50,\min}^{1)}$	$\bar{\beta}_{50}^{1)}$	$\beta_{50,\max}^{1)}$	$\Delta\bar{\beta}_{50}^{2)}$	
210	3,4	4,1	4,8	0,0	Standardbauteil
211	3,8	4,5	5,1	0,4	$q_{1,0} = 8,0 \text{ kN/m}$
212	3,2	3,9	4,9	-0,2	$f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$
213	3,2	4,0	4,7	-0,1	$f_{ct} = 0,7 * f_{ctm}$
214	3,1	3,6	4,2	-0,5	$f_{ct} = 1,3 * f_{ctm}$
215	3,2	3,8	4,5	-0,3	$f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$
216	3,2	3,9	4,7	-0,2	$f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$ , glatt
217	3,4	4,3	5,9	0,2	$E_L \cdot t_L = 185,4 \text{ N/mm}^2$
218	4,3	4,7	4,9	1,1 <sup>3)</sup>	Einzellasten $G_k, Q_k$
219	3,9	4,1	4,2	0,5 <sup>3)</sup>	$q_d = 26,4 \text{ kN/m}$
220	3,4	4,0	4,6	-0,1	$A_s$ gestaffelt
221	4,4	5,4	6,4	1,3	$\lambda_b = l_1/d = 23,1$
222	3,3	4,0	4,7	-0,1	$\varnothing_s = 16 \text{ mm}$
<sup>1)</sup> Aus allen Ergebnissen der Plattenserie ( $\eta_B = 1,25 \div 2,0$ , Büro und Verkaufsraum) <sup>2)</sup> $\Delta\bar{\beta}_{50} = \bar{\beta}_{50,i} - \bar{\beta}_{50,210}$ <sup>3)</sup> Bezogen auf $\bar{\beta}_{50,210} = 3,6$ (für $\eta_B = 1,25 \div 2,0$ ; nur Verkaufsräume)					