

**Anwendbarkeit der Labilitätszahl
alpha zur Beurteilung der räumlichen
Steifigkeit nach DIN 1045 auf die
Besonderheiten der Bemessung von
Mauerwerk nach DIN 1053-100**

T 3161

T 3161

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2008

ISBN 978-3-8167-7552-2

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de



Technische Universität Darmstadt
INSTITUT FÜR MASSIVBAU
Fachgebiet Prof. Dr.-Ing. C.-A. Graubner

**Anwendbarkeit der Labilitätszahl α
zur Beurteilung der räumlichen
Steifigkeit nach DIN 1045 auf die
Besonderheiten der Bemessung von
Mauerwerk nach DIN 1053-100**

FORSCHUNGSBERICHT

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner
November 2007

Forschungsvorhaben

Anwendbarkeit der Labilitätszahl α zur Beurteilung
der räumlichen Steifigkeit nach DIN 1045 auf die
Besonderheiten der Bemessung von Mauerwerk
nach DIN 1053-100

- ABSCHLUSSBERICHT -

Forschende Stelle:

Technische Universität Darmstadt

Institut für Massivbau

Prof. Dr.-Ing. C.-A. Graubner

Dr.-Ing. H. Schmidt

Sachbearbeiter: Dipl.-Ing. F. Ritter

Petersenstr. 12

64287 Darmstadt

Darmstadt, im November 2007

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	1
1.1	Notwendigkeit des Forschungsvorhabens.....	1
1.2	Ziel des Forschungsvorhabens.....	1
1.3	Vorgehensweise.....	1
2	Räumliche Steifigkeit eines Bauwerkes.....	3
2.1	Allgemeines.....	3
2.2	Schnittgrößen in aussteifenden Bauteilen infolge horizontaler Einwirkungen.....	6
2.3	Wissenschaftliche Hintergründe der Labilitätszahl.....	11
2.4	Umsetzung in die normativen Regelwerke.....	15
3	Variation der Eingangsgrößen bezogen auf das Aussteifungskriterium.....	16
3.1	Einfluss der Sicherheitsbeiwerte.....	16
3.2	Einfluss des Steifigkeitsverlusts.....	17
4	Ermittlung der Biegesteifigkeiten einer Mauerwerkswand im Zustand II.....	19
4.1	Allgemeines.....	19
4.2	Analytisches Modell der eingeschossigen Wand.....	20
4.2.1	Modell unter Berücksichtigung des Steineranteils.....	20
4.2.2	Modell unter Berücksichtigung des rückdrehenden Momentes.....	24
4.3	Finite-Element-Modell der eingeschossigen Wand.....	28
4.3.1	Allgemeines.....	28
4.3.2	Ergebnisse und Zusammenfassung.....	29
4.4	Analytisches Modell der mehrgeschossigen Wand.....	32
4.4.1	Modell der einzelnen Geschosse.....	32
4.4.2	Modell mit aufgebrauchten Linienlasten.....	36
4.5	Finite-Element-Modell der mehrgeschossigen Wand.....	39
4.5.1	Allgemeines.....	39
4.5.2	Ergebnisse und Zusammenfassung.....	40
5	Modifizierung des Labilitätskriteriums.....	46
5.1	Allgemeines.....	46
5.2	Aussteifungskriterium unter Einbeziehung der Steifigkeitsabminderung.....	48

6	Beispielberechnungen	52
6.1	Allgemeines.....	52
6.2	Typisches Reihenhaus mit geringer Aussteifung in Querrichtung.....	52
6.3	Schlankes Bürogebäude in Mauerwerksbauweise	56
6.4	Bürogebäude im üblichen Mauerwerksbau.....	61
6.5	Vorschlag für die normative Anwendung	64
7	Zusammenfassung und Ausblick	68
7.1	Zusammenfassung	68
7.2	Ausblick	69
8	Literatur.....	71
9	Anhang.....	73
9.1	Allgemeines.....	73
9.2	Ergebnisse der FE-Parameterstudie (eingeschossig).....	73
9.3	Ergebnisse der FE-Parameterstudie (mehrgeschossig)	76

Zusammenfassung

Das Ziel dieses Forschungsvorhabens war es, die Anwendbarkeit des Aussteifungskriteriums nach DIN 1045 auf die Besonderheiten der Mauerwerksbauweise zu überprüfen. In diesem Zusammenhang sollten die Einflüsse einer realitätsnahen Bestimmung der Biegesteifigkeit EI^{II} von aussteifenden Mauerwerkswandscheiben ermittelt, sowie ein Vorschlag zur Modifizierung des Aussteifungskriteriums an die Besonderheiten der Mauerwerksbauweise erarbeitet werden.

Der Nachweis der räumlichen Steifigkeit und Stabilität im Mauerwerksbau und Stahlbetonbau ist auf den Nachweis der DIN 1045 vom Juli 1988 zurückzuführen. Das α -Kriterium, nach welchem der Knicksicherheitsnachweis für die aussteifenden Bauteile entfallen darf, findet sich in unveränderter Form in der DIN 1045-1, in DIN 1053-1, sowie in DIN 1053-100 wieder. Ist der Nachweis nicht eingehalten, müssen genauere rechnerische Nachweise der Normalkraft- und Schubbeanspruchung geführt werden, d.h. für vertikale Tragglieder ist ein Nachweis nach Theorie II. Ordnung (Knick sicherheitsnachweis) erforderlich, da der Schnittgrößenzuwachs infolge der Tragwerksverformungen größer ist als 10% der Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die wissenschaftlichen Hintergründe und die Herleitung des Aussteifungskriteriums genauer untersucht, um zu zeigen, in welcher Form der globale Sicherheitsbeiwert und die Steifigkeitsabminderung in das Labilitätskriterium mit eingehen.

Zur Bestimmung einer realitätsnahen Biegesteifigkeit EI^{II} im gerissenen Zustand werden verschiedene Wandmodelle mit typischen Anwendungslastfällen betrachtet. Es werden Wandscheiben als Kragarm mit horizontalen und vertikalen Einzellasten, sowie Wandscheiben mit über die Höhe verteilten Linienlasten untersucht. Auf der Grundlage, dass beim Klaffen des Querschnittes die Steifigkeit signifikant abnimmt, wird ein analytisches Modell unter Berücksichtigung der überdrückten Länge des Querschnitts entwickelt. Wird also eine Krag-scheibe durch eine Kopfverschiebung beansprucht, führt die Wand vereinfacht eine Kippbewegung um den unteren Eckpunkt aus, mit entsprechend großen Verdrehungen am Wandkopf. Der überdrückte Bereich wird kleiner und die Steifigkeit der Wand nimmt entsprechend ab. Es konnte ein Zusammenhang zwischen der Steifigkeitsabminderung und der bezogenen Schlankheit ermittelt werden, in die sowohl die Geometrie verhältnisse als auch die Lastansätze mit einfließen. Neben der analytischen Lösung wurden die verschiedenen Wandmodelle mit einer Finite Elemente Berechnung nach Theorie I. Ordnung und Theorie II. Ordnung mit nichtlinearem Materialmodell überprüft, wobei eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Modellen festgestellt werden konnte.

Der Zusammenhang zwischen der Steifigkeitsabminderung und der bezogenen Schlankheit lässt sich in einem Abminderungsdiagramm darstellen, mit dem sämtliche Anwendungsfälle gerader Aussteifungswände (I-förmiger Grundriss) mit über die Höhe verteilten Linienlasten abgedeckt werden können.

Mit dem Einbau der Abminderungszahl α_{EI} wurde ein Vorschlag zur Modifizierung des Aussteifungskriteriums an die Besonderheiten der Mauerwerksbauweise erarbeitet, mit dem der

jeweilige Steifigkeitsabfall am konkreten System berechnet werden kann. Damit können sowohl Tragreserven aktiviert werden, die eine genauere Berechnung erübrigen, als auch Sicherheitsrisiken abgedeckt werden, die unter bestimmten Last- und Geometriekombinationen nach dem bestehenden Labilitätskriterium vorhanden sind. Diesbezüglich lässt sich festhalten, dass im üblichen Mauerwerksbau eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung in den meisten Fällen nicht erforderlich ist und nur in Ausnahmefällen (bei sehr schlanken Bauteilen mit geringer Auflast) ein Sicherheitsdefizit zu erkennen ist.

Das bisherige Aussteifungskriterium liefert im Allgemeinen ausreichend genaue Ergebnisse, so dass aufgrund der einfacheren Anwendbarkeit empfohlen wird, dieses in den normativen Regelwerken zunächst beizubehalten.

Abstract

The purpose of this research project was to proof the application of the stiffening criterion α of DIN 1045 for the specific properties of common masonry construction. In this connection the influence of a realistic definition of the flexural stiffness EI'' of bracing masonry shear walls should be determined. Finally, a suggestion for the modification of the stiffening criterion to the specific properties of common masonry construction method should be developed.

The proof of the three-dimensional stiffness and stability in masonry design and reinforced concrete design is based on the check of DIN 1045 (1988-07). If the α criterion is maintained, the check against buckling of the bracing components can be neglected. The α -criterion can be found in original form in DIN 1045-1, as well as in DIN 1053-1 and DIN 1053-100. If the criterion is not maintained, a detailed analysis of the axial force and shear strain must be carried out. A proof is required for vertical structures, when the second order bending moments exceed 110% of the first order moments.

The theoretical background and the derivation of the stiffening criterion are analysed in a detailed way within this report to point out how the global safety factor and the reduction of stiffness influence the α -criterion.

To determine a realistic flexural stiffness EI'' in the cracked state, different wall models with typical application load cases are examined. Shear walls are modelled as cantilevers and then are examined with concentrated loads or with linearly distributed loads in horizontal and vertical direction. Based on a significant reduction of stiffness due to gaping, an analytical model is developed taking into account the compressed length of the cross section. It can be stated that the wall rotates around the lower corner if there is a deflection of the upper end of the wall. The compressed area becomes smaller and the stiffness of the wall decreases correspondingly. A relation between the reduction of stiffness and the respective slenderness could be determined, including different dimensions and loading cases. Beside the analytical solution the different wall models were checked with a Finite Elements analysis based on first order theory and second order theory with non-linear stress-strain relationship, in which a very good correspondence could be found between the models.

This relation between can be shown in a diagram covering all application cases of straight bracing walls (I-shaped cross-section) with linearly distributed loads spread on the height.

With the inclusion of the decrease factor α_{EI} a modified stiffness criterion can be suggested considering the specific properties of masonry construction. The new stiffening criterion does not contain a global reduction factor for the stiffness. The reduction is calculated in every particular system. So reserves in bearing capacity can be activated which make a more precise calculation unnecessary. Another important fact is the covering of safety risks that were provided by the current model for certain load and geometry combinations. It can be summarized that in common masonry construction a calculation according to second order theory mostly does not become decisive, so a security gap is existent only in very special cases (e.g. very slender structural components with smaller superimposed load).

The currently available stiffness criterion leads to sufficiently exact results, so that it is recommended to keep this criterion in the codes due to the simple application.

Résumé bref du rapport final

Le but de ce projet de recherche est de contrôler l'applicabilité du nombre de labilité α de la norme DIN 1045 sur les particularités de la méthode de construction de maçonnerie. Dans ce cadre, les impacts d'une estimation proche de la réalité de la résistance à la flexion EI'' d'une plaque raidissante en maçonnerie doivent non seulement être déterminés, mais aussi proposer une modification du critère de raidissement pour ce montage particulier.

La preuve du raidissement spatial et de la stabilité en maçonnerie et en béton armé est à mener d'après la norme DIN 1045 de juillet 1998. Ce critère α , qui peut faire défaut pour une preuve de flambement d'une pièce raidissante, se retrouve sous une forme modifiée dans la DIN 1045-1, dans la DIN 1053-1 ainsi que dans la DIN 1053-100. Si la preuve n'est pas respectée ; une preuve exacte de la contrainte normale et de cisaillement doit être réalisée, i. e. une preuve d'après la théorie du II^{ème} ordre (preuve de flambement) est nécessaire pour un élément participant à la portance verticale puisque l'accroissement des éléments de réduction, dont les déformations de la structure portante, est supérieur à 10% de celles d'après la théorie du I^{er} ordre.

Dans le cadre de ce travail, on recherche les causes scientifiques et les dérivations du critère de raideur, pour conclure à la forme globale du coefficient de sécurité et de la diminution de la raideur dans ce critère de labilité.

Pour l'estimation d'une résistance à la flexion EI'' proche de la réalité dans un état fissuré, on utilise différents modèles de murs avec des cas de charges utiles typiques. On recherche des plaques de mur en porte-à-faux avec des charges individuelles horizontales et verticales ainsi que des plaques de mur avec les charges linéaires distribuées sur la hauteur examinée. On sait que la raideur diminue de manière significative lors de l'écartement de la coupe, un modèle analytique prenant en compte une longueur en coupe surchargée a donc été mis au point. Ainsi, si un plaque en porte-à-faux est contraint par déplacement de l'arête supérieure, alors le mur effectue simplement un glissement vers le coin inférieur, avec la torsion de grandeur correspondante au sommet du mur. Ainsi si la surface du domaine surchargée diminue alors la raideur du mur correspondante diminue également. Ceci pourrait permettre un rapport entre la diminution de la raideur et la minceur, dans lesquels influeraient tant les relations géométriques que les lieux des charges. A côté de la solution analytique, les différents modèles de mur avec des calculs d'éléments finis ont été contrôlés après la théorie de I^{er} ordre et du II^{ème} ordre avec le modèle de matériaux non linéaires. On constate une très bonne concordance entre les modèles.

Cette relation entre la diminution de la raideur et la minceur est représentée dans un diagramme de réduction, avec lequel on peut couvrir la totalité des cas utiles de murs raidisseurs (plan en forme de I) avec les charges de lignes distribuées sur la hauteur.

Avec l'adaptation du nombre d'amoindrissement α , on propose une modification du critère de raidissement pour les particularités de la maçonnerie. Alors le critère de raideur ne comporte plus aucun résidu de raidissement, on calcule alors un simple résidu dans un système concret. On peut également activer des réserves de portance, qui sont inutiles pour un calcul

exact, ou alors couvrir des risques de sécurité, qui sont disponibles dans des combinaisons de charges et de géométrie d'après un critère de labilité satisfaisant. On fixe, dans des cas normaux de maçonnerie, qu'un calcul selon la théorie du II^{ème} ordre n'est pas nécessaire dans la plupart des cas et par conséquent il ne faut voir une lacune de la sécurité seulement dans des cas exceptionnels (lors de parties très mince avec peu de surcharge).

Le critère de raidissement jusqu'à présent livre en général les résultats suffisamment exacts si bien qu'est recommandé en raison de l'applicabilité plus simple de garder d'abord cela dans les ensembles de règles normatifs.

Zusammenfassung mit Wertung für die praktische Anwendung

Im Rahmen des Forschungsvorhabens wurde Anwendbarkeit des Aussteifungskriteriums nach DIN 1045 auf die Besonderheiten der Mauerwerksbauweise überprüft. In diesem Zusammenhang sollten die Einflüsse einer realitätsnahen Bestimmung der Biegesteifigkeit EI^{II} von aussteifenden Mauerwerkswandscheiben ermittelt, sowie ein Vorschlag zur Modifizierung des Aussteifungskriteriums an die Besonderheiten der Mauerwerksbauweise erarbeitet werden.

Der Nachweis der räumlichen Steifigkeit und Stabilität im Mauerwerksbau und Stahlbetonbau ist auf den Nachweis der DIN 1045 vom Juli 1988 zurückzuführen (siehe Gleichung (1)).

$$\alpha = h_{\text{ges}} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{EI}} \begin{array}{ll} \leq 0,6 & \text{für } n \geq 4 \\ \leq 0,2 + 0,1 \cdot n & \text{für } 1 \leq n < 4 \end{array} \quad (1)$$

mit:

h_{ges} : Gebäudehöhe ab der rechnerischen Einspannebene

N_k : Summe aller charakteristischen Vertikallasten (g_k+q_k) des Gebäudes in Höhe der rechnerischen Einspannebene ($\gamma_F = 1,0$)

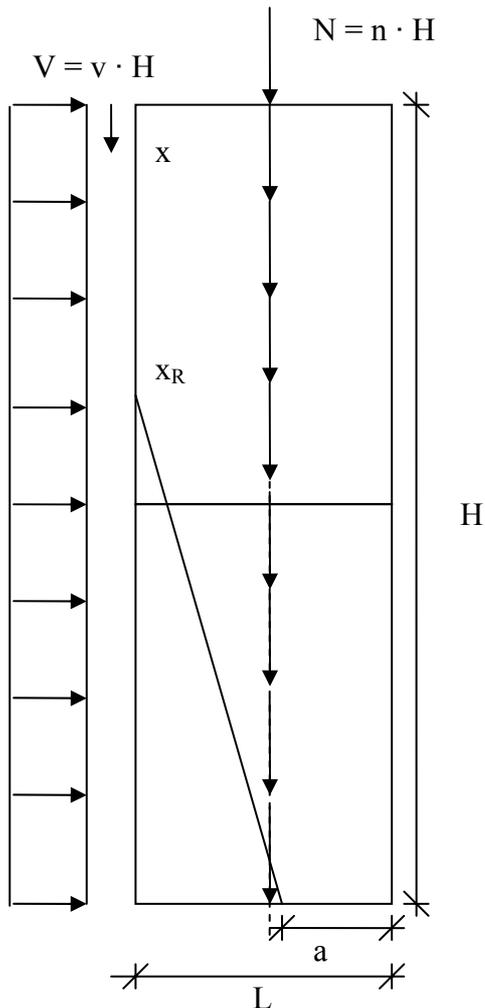
EI : Summe der Nennbiegesteifigkeit aller lotrecht aussteifenden Bauteile im Zustand I, nach der Elastizitätstheorie, die in der betrachteten Richtung wirken

n : Anzahl der Geschosse ab der rechnerischen Einspannebene

Das α -Kriterium, nach welchem der Knicksicherheitsnachweis für die aussteifenden Bauteile entfallen darf, findet sich in unveränderter Form in der DIN 1045-1, in DIN 1053-1, sowie in DIN 1053-100 wieder. Ist der Nachweis nicht eingehalten, müssen genauere rechnerische Nachweise der Normalkraft- und Schubbeanspruchung geführt werden, d.h. für vertikale Tragglieder ist ein Nachweis nach Theorie II. Ordnung (Knicksicherheitsnachweis) erforderlich, da der Schnittgrößenzuwachs infolge der Tragwerksverformungen größer ist als 10% der Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die wissenschaftlichen Hintergründe und die Herleitung des Aussteifungskriteriums genauer untersucht, um zu zeigen, in welcher Form der globale Sicherheitsbeiwert und die Steifigkeitsabminderung in das Labilitätskriterium mit eingehen.

Zur Bestimmung einer realitätsnahen Biegesteifigkeit EI^{II} im gerissenen Zustand wurden verschiedene Wandmodelle mit typischen Anwendungslastfällen betrachtet. Es werden Wandscheiben als Kragarm mit horizontalen und vertikalen Einzellasten, sowie Wandscheiben mit über die Höhe verteilten Linienlasten (siehe Abbildung 1) untersucht.



mit:

- N: Gesamtnormalkraft [kN]
n: Normalkraft über die Höhe verteilt [kN/m]
V: Gesamthorizontallast [kN]
v: Horizontallast über die Höhe verteilt [kN/m]
H: Wandhöhe
L: Wandlänge
x: Laufvariable über die Wandhöhe
 x_R : Aufreißen des Querschnitts
a: überdrückte Länge der Wand

Abbildung 1: Wandscheibe mit über die Höhe verteilten Linienlasten

Auf der Grundlage, dass beim Klaffen des Querschnittes die Steifigkeit signifikant abnimmt, wurde ein analytisches Modell unter Berücksichtigung der überdrückten Länge des Querschnitts entwickelt. Wird also eine Kragsscheibe durch eine Kopfverschiebung beansprucht, führt die Wand vereinfacht eine Kippbewegung um den unteren Eckpunkt aus, mit entsprechend großen Verdrehungen am Wandkopf. Der überdrückte Bereich wird kleiner und die Steifigkeit der Wand nimmt entsprechend ab. Es konnte ein Zusammenhang zwischen der Steifigkeitsabminderung und der bezogenen Schlankheit ermittelt werden, in die sowohl die Geometrieverhältnisse als auch die Lastansätze mit einfließen. Neben der analytischen Lösung wurden die verschiedenen Wandmodelle mit einer Finite Elemente Berechnung nach Theorie I. Ordnung und Theorie II. Ordnung mit nichtlinearem Materialmodell überprüft, wobei eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Modellen festgestellt werden konnte.

Der Zusammenhang zwischen der Steifigkeitsabminderung (abgebildet durch die Abminderungszahl α_{EI}) und der bezogenen Schlankheit lässt sich in einem Abminderungsdiagramm (siehe Abbildung 2) darstellen, mit dem sämtliche Anwendungsfälle gerader Aussteifungs-

wände (I-förmiger Grundriss) mit über die Höhe verteilten Linienlasten abgedeckt werden können. Die bezogene Schlankheit für einzelne Wände lässt sich nach Gleichung (2) bestimmen:

$$\bar{\lambda}_{\text{Last}} = 10 \cdot \frac{h_{\text{ges.}}}{L} \cdot \frac{V_k}{N_k} \quad (2)$$

mit:

$h_{\text{ges.}}$: Wandhöhe ab rechnerischer Einspannebene [m]

L : Wandlänge [m]

V_k : Summe der charakteristischen Horizontallasten [kN]

N_k : Summe der charakteristischen Vertikallasten [kN]

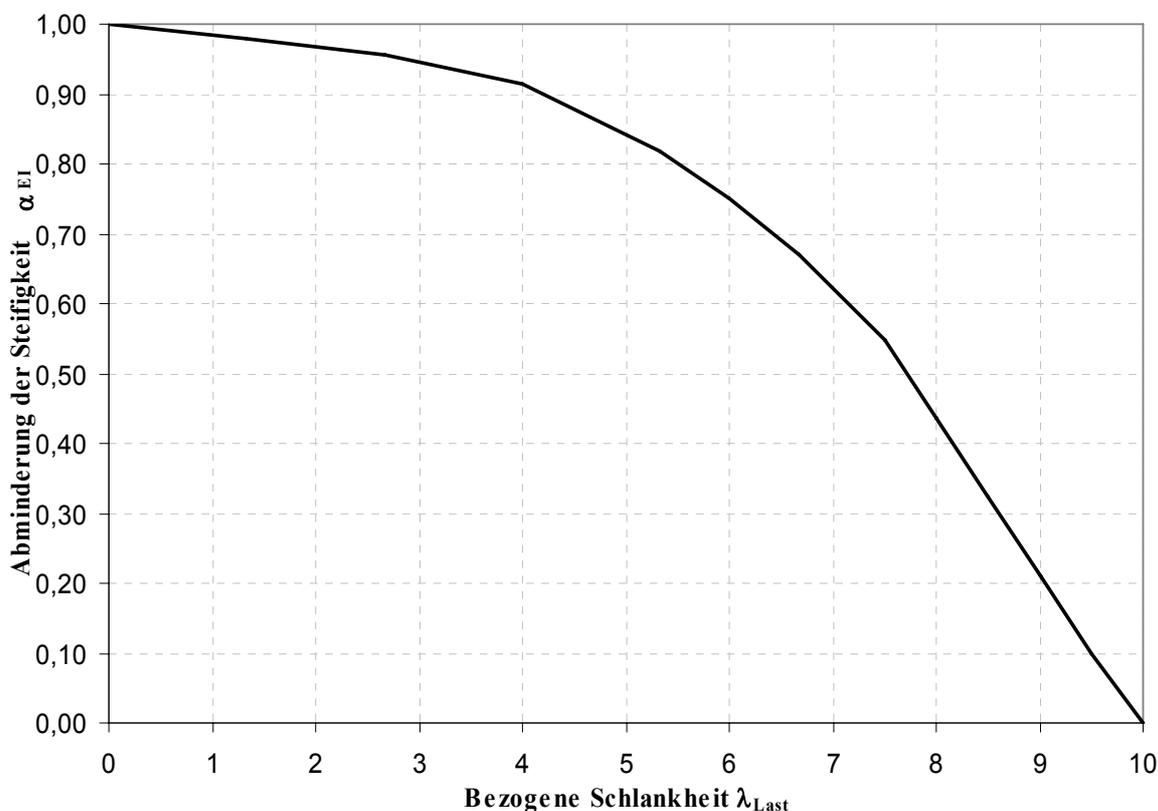


Abbildung 2: Abminderungsfaktor α_{EI} für Einzelwände mit aufgetragenen Linienlasten

Die Anwendung des Abminderungsbeiwertes α_{EI} ist auf gerade Einzelwände begrenzt. Als Abminderungsbeiwert für das neue Labilitätskriterium wird das gewichtete Mittel der Beiwerte der einzelnen zur Aussteifung herangezogenen Bauteile verwendet. In Abhängigkeit der einzelnen Bauteilsteifigkeiten ergibt sich näherungsweise über die Gleichung

$$S_{y,i} = H_{y,i} \cdot \frac{EI_{y,i}}{\sum EI_{y,i}} \text{ bzw. } S_{z,i} = H_{z,i} \cdot \frac{EI_{z,i}}{\sum EI_{z,i}} \quad (3)$$

der Abminderungsbeiwert für die jeweilige Richtung

$$\alpha_{EI,y} = \sum_i S_{y,i} \cdot \alpha_{EI,i} \text{ bzw. } \alpha_{EI,z} = \sum_i S_{z,i} \cdot \alpha_{EI,i} \quad (4)$$

Es wird das Mittel der Einzelabminderungen bezogen auf den jeweiligen Anteil am Horizontallastabtrag gebildet.

Um eine möglichst praktikable Anwendung des Aussteifungskriteriums zu gewährleisten, kann die Abminderungskurve nach Abbildung 2 in drei Bereiche eingeteilt und für jeden Bereich eine Beziehung angegeben werden, die die Abminderungskurve möglichst genau abbildet (Abbildung 3). Mit den ermittelten Gleichungen lässt sich das modifizierte Aussteifungskriterium in analytischer Form angeben.

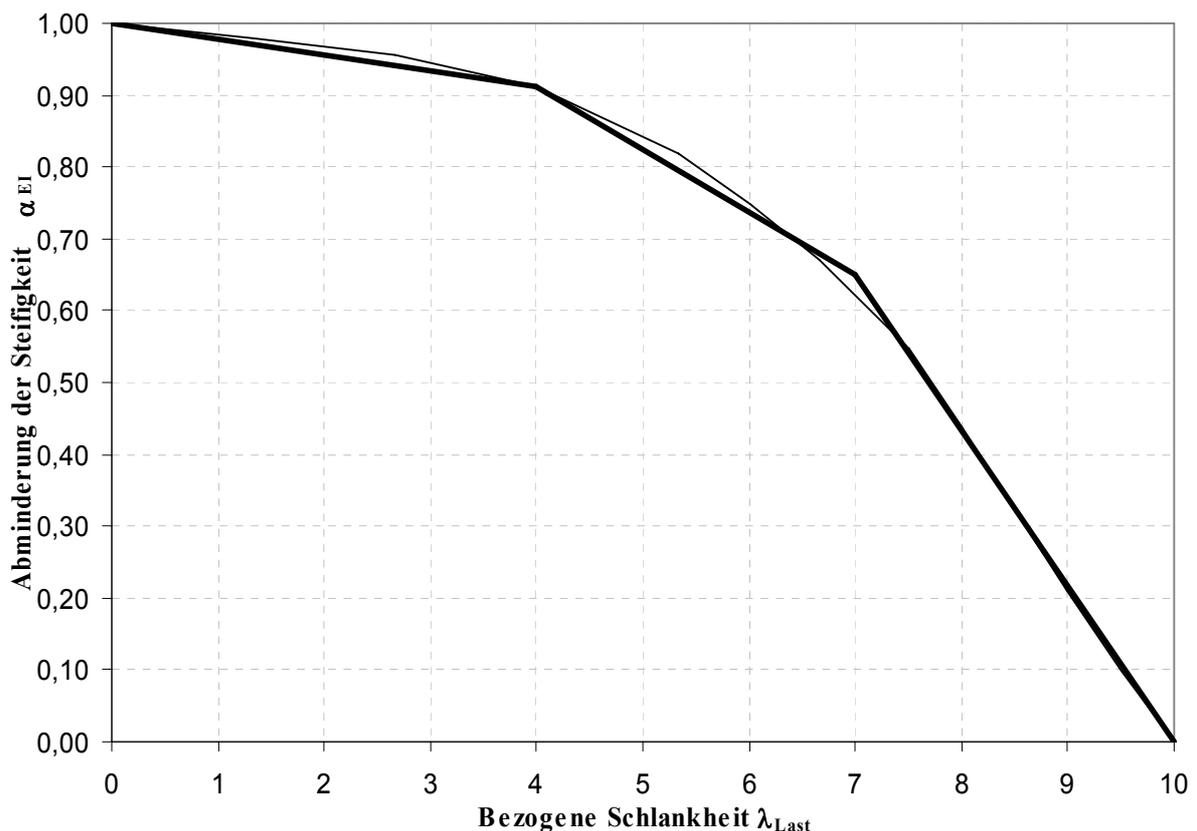


Abbildung 3: Angenäherte Kurve der Abminderung

Die Gleichungen für die einzelnen Abschnitte lauten:

$$\begin{aligned}\alpha_{EI} &= -0,02 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 1,00 && \text{für } 0 \leq \bar{\lambda}_{Last} \leq 4 \\ \alpha_{EI} &= -0,09 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 1,28 && \text{für } 4 \leq \bar{\lambda}_{Last} \leq 7 \\ \alpha_{EI} &= -0,22 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 2,19 && \text{für } 7 \leq \bar{\lambda}_{Last} \leq 10\end{aligned}\quad (5)$$

Mit dem Einbau der Abminderungszahl α_{EI} wurde ein Vorschlag zur Modifizierung des Aussteifungskriteriums an die Besonderheiten der Mauerwerksbauweise erarbeitet, mit dem der jeweilige Steifigkeitsabfall am konkreten System berechnet werden kann.

$$\alpha_{mod} = h_{ges} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{EI'}} \leq 0,64 \cdot \sqrt{\alpha_{EI}} \quad (6)$$

mit:

h_{ges} : Gebäudehöhe ab der rechnerischen Einspannebene

N_k : Summe aller charakteristischen Vertikallasten des Gebäudes in Höhe der rechnerischen Einspannebene ($N_k = n_k \cdot h_{ges}$)

EI' : Summe der Nennbiegesteifigkeit aller lotrecht aussteifenden Bauteile im Zustand I, nach der Elastizitätstheorie, die in der betrachteten Richtung wirken

α_{EI} : Beiwert der Steifigkeitsabminderung für die einzelnen Schlankheitsbereiche:

$$\begin{aligned}\alpha_{EI} &= -0,02 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 1,00 && \text{für } 0 \leq \bar{\lambda}_{Last} \leq 4 \\ \alpha_{EI} &= -0,09 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 1,28 && \text{für } 4 \leq \bar{\lambda}_{Last} \leq 7 \\ \alpha_{EI} &= -0,22 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 2,19 && \text{für } 7 \leq \bar{\lambda}_{Last} \leq 10\end{aligned}$$

$\bar{\lambda}_{Last}$ Bezogene Schlankheit für die einzelne Wand $\bar{\lambda}_{Last} = 10 \cdot \frac{h_{ges}}{L} \cdot \frac{V_k}{N_k}$

mit:

L: Wandlänge [m]

V_k : Summe der charakteristischen Horizontallasten [kN]

N_k : Summe der charakteristischen Vertikallasten [kN]

Damit können sowohl Tragreserven aktiviert werden, die eine genauere Berechnung erübrigen, als auch Sicherheitsrisiken abgedeckt werden, die unter bestimmten Last- und Geometriekombinationen nach dem bestehenden Labilitätskriterium vorhanden sind. Diesbezüglich lässt sich festhalten, dass im üblichen Mauerwerksbau eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung in den meisten Fällen nicht erforderlich ist und nur in Ausnahmefällen (bei sehr schlanken Bauteilen mit geringer Auflast) ein Sicherheitsdefizit zu erkennen ist.

Der erhebliche Rechenaufwand für das neue Verfahren mit der Bestimmung des jeweiligen Steifigkeitsabfalls der Einzelwände in Abhängigkeit von Geometrie und Lastansätzen ist

somit in den meisten Fällen nicht erforderlich, so dass aufgrund der einfacheren Anwendbarkeit empfohlen wird, das bestehende Aussteifungskriterium in den normativen Regelwerken zunächst beizubehalten. Es bleibt zu erwähnen, dass bei den vorliegenden Untersuchungen lediglich ein globaler Sicherheitsbeiwert berücksichtigt wurde. Die Auswirkungen des semi-probabilistischen Teilsicherheitskonzeptes konnten bisher nicht untersucht werden.

1 Einleitung

1.1 Notwendigkeit des Forschungsvorhabens

Die Einwirkungen auf Bauwerke können unterteilt werden in Vertikalkräfte (Gewichtskräfte) und Horizontalkräfte, wie Wind- und Erdbebenlasten bzw. mögliche Lasten aus einer Gebäudeschiefstellung. Alle auftretenden Horizontalkräfte eines Gebäudes müssen zuverlässig in den Baugrund weitergeleitet werden können. Bei einer großen Nachgiebigkeit der aussteifenden Bauteile müssen dabei die Formänderungen bei der Ermittlung der Schnittgrößen durch eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung berücksichtigt werden. Dieser Nachweis darf im Mauerwerksbau entfallen, wenn die lotrechten aussteifenden Bauteile in der betrachteten Tragrichtung die Bedingungen gemäß DIN 1053-100 [1] durch Einhaltung einer Labilitätszahl α erfüllen.

Die normativen Grenzwerte zur Beurteilung einer ausreichenden Gebäudestabilität wurden ohne Modifizierung aus der Stahlbetonnorm DIN 1045 [3] übernommen. Der entsprechende Nachweis ist dort mit den charakteristischen Werten der Einwirkungen zu führen, wobei ein globaler Sicherheitsfaktor von $\gamma_g=1,75$ sowie ein für Stahlbetonbauteile realistischer Steifigkeitsverlust der aussteifenden Bauteile (Zustand II) von 30% bereits in dem Nachweisformat impliziert wurde. Bei der Anwendung des Teilsicherheitskonzeptes im Mauerwerksbau entsprechend DIN 1053-100 [1] ist durch den nunmehr zu berücksichtigenden günstig/ungünstig wirkenden Einfluss einer Einwirkung der in dem Aussteifungskriterium implizierte globale Teilsicherheitsbeiwert ebenso zu hinterfragen, wie der im Vergleich zu einer Stahlbetonwand offensichtlich größere Steifigkeitsverlust einer Mauerwerkswand beim Übergang in den gerissenen Zustand II.

1.2 Ziel des Forschungsvorhabens

Ziel dieses Forschungsvorhabens ist die Identifikation, unter welchen Randbedingungen die Labilitätszahl α zur Bestimmung der räumlichen Steifigkeit von Stahlbetongebäuden eine Sicherheitslücke bei der Anwendung im Mauerwerksbau darstellt. In diesem Zusammenhang sollen im Rahmen dieses ersten Forschungsvorhabens im wesentlichen nur die Einflüsse der Biegesteifigkeit EI^{II} von aussteifenden Mauerwerkswandscheiben ermittelt, sowie ein entsprechender Vorschlag zur Modifizierung des Aussteifungskriteriums an die Besonderheiten der Mauerwerksbauweise erarbeitet werden.

1.3 Vorgehensweise

Im Rahmen des Forschungsvorhabens werden zunächst die wissenschaftlichen Hintergründe zur Beurteilung der räumlichen Steifigkeit eines Bauwerkes durch Einhaltung der Labilitätszahl α sowie die Darstellung der entsprechenden Umsetzung in die normativen Regelwerke

untersucht. Anschließend wird ein analytisches Modell entwickelt, mit dem die Steifigkeitsverluste von Mauerwerkswänden, unter Berücksichtigung der notwendigen Vereinfachungen im Rahmen der Modellentwicklung, im gerissenen Zustand II untersucht werden können. Zum Vergleich werden die Ergebnisse des analytischen Modells durch eine nichtlineare FE-Analyse auf Plausibilität geprüft. Das Aussteifungskriterium wird durch die ermittelten Abminderungsbeiwerte angepasst, was zu einer realistischeren Abbildung des Steifigkeitsverhaltens von Mauerwerkswänden führt. Der Einbau der Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1055-100 in das Kriterium wird in kurzer Form angedacht, wird aber im vorliegenden ersten Forschungsvorhaben nicht weiter untersucht.

2 Räumliche Steifigkeit eines Bauwerkes

2.1 Allgemeines

Die räumliche Steifigkeit von Bauwerken und deren Stabilität ist hinsichtlich der Standsicherheit von besonderer Bedeutung. Dies gilt insbesondere für die Aufnahme und Weiterleitung der horizontalen Einwirkungen auf das Bauwerk. Dabei muss nicht nur die Standsicherheit der einzelnen Wände, sondern auch die Stabilität des Gesamtbauwerkes gewährleistet sein. Ist ein Bauwerk durch Fugen unterteilt, so muss jeder Gebäudeabschnitt so ausgesteift sein, dass er für sich alleine standsicher ist. Die wichtigste Anforderung an die Standsicherheit und Stabilität eines Mauerwerksbaus ist somit die Ausbildung von aussteifenden Wänden. Diese werden für zwei unterschiedliche Zwecke benötigt:

- Sie dienen der seitlichen Halterung von auszustreifenden tragenden Wänden, um deren Knicklänge zu reduzieren (auch durch kurze, nichttragende Wände möglich).
- Sie sind zur Abtragung von Horizontallasten erforderlich (nur durch ausreichend lange Wände möglich).

Zur Erzielung der räumlichen Steifigkeit und Stabilität müssen aussteifende Wände für beide Zwecke vorhanden sein. In diesem Sinne enthalten alle Mauerwerksnormen entsprechende allgemeine Forderungen bezüglich der räumlichen Steifigkeit. Zur Gewährleistung der Standsicherheit gemauerter Bauwerke und Bauteile müssen daher sowohl die Stabilität des Gesamtbauwerks als auch die Standsicherheit der einzelnen Wände untersucht werden. Die aussteifenden Wände werden hierbei durch Horizontallasten in ihrer Ebene als Scheibe beansprucht, wobei im weiteren Verlauf dieser Arbeit ausschließlich die gebäudeaussteifenden Wände betrachtet werden.

Die wesentlichen horizontalen Einwirkungen auf Mauerwerksgebäude sind:

- Winddruck und Windsog,
- Erddruck,
- Seismizität/Erdbeben
- Imperfektionen

Der Begriff Imperfektionen subsumiert ungewollte Abweichungen vom planmäßigen Zustand, z. B. durch Lotabweichungen von vertikalen Bauteilen, Vorkrümmungen von Stabachsen, Eigenspannungen und strukturellen Imperfektionen durch Toleranzen der Querschnittsabmessungen. Ihr Einfluss darf nach DIN 1053-100 [1], Abschnitt 8.4 näherungsweise durch den Ansatz geometrischer Ersatzimperfektionen in Form einer Schiefstellung aller lotrechten Bauteile erfasst werden. Gegenüber der Sollachse ist hierfür eine Schiefstellung um den Winkel φ in Abhängigkeit der Gebäudehöhe anzusetzen, aus der zusätzlich Horizontallasten auf die aussteifenden Bauteile resultieren (siehe Abbildung 2-1).

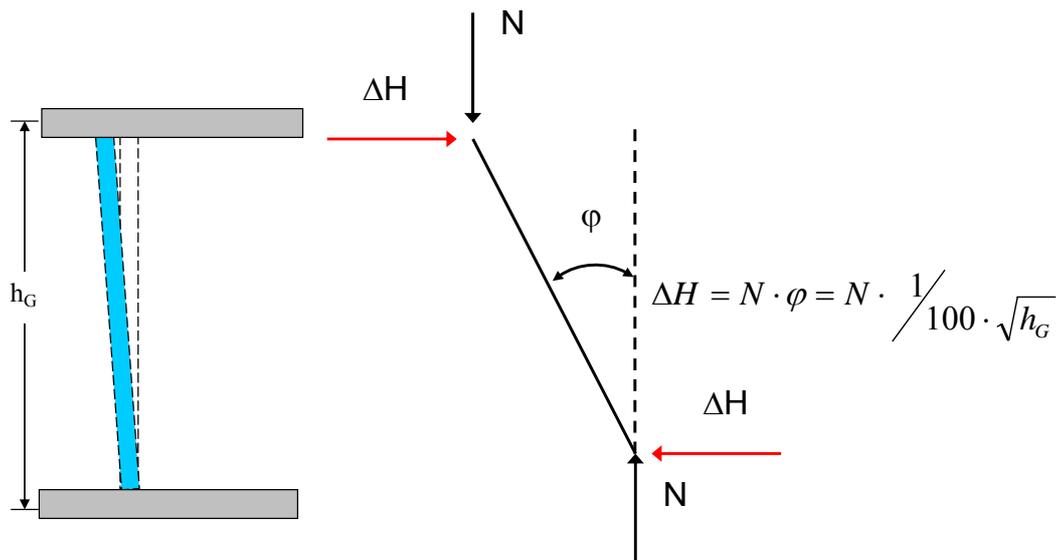


Abbildung 2-1: Lotabweichung für den Nachweis der Gebäudeaussteifung

Die übliche Vorgehensweise bei der Berechnung der räumlichen Aussteifung im Beton- und Mauerwerksbau ist die Zusammenfassung der aussteifenden Wandscheiben zu einem Gesamtstab. Ein Schubmittelpunkt, als lastunabhängiger Drillruhepunkt des Gesamtstabes ist somit nur dann definiert, wenn die mechanischen Voraussetzungen für die Zusammenfassung des Aussteifungssystems zu einem Gesamtstab gegeben sind. Diese werden in den folgenden Kapiteln ausführlich beschrieben.

Beim Angriff der äußeren Horizontallasten wird der Gesamtstab durch Kräfte in Richtung der Hauptachsen und bei unsymmetrischem Lastangriff zusätzlich durch ein Torsionsmoment belastet. Eine Betrachtung am verformten System des Gesamtstabes nach Theorie I. Ordnung liefert infolge der richtungstreuen lotrechten Lasten auf Wandscheiben und Kerne in den einzelnen Geschoßdecken den 1. Anteil horizontaler Umlenkkräfte und – bezogen auf den Schubmittelpunkt des Gesamtstabes – den 1. Anteil zusätzlicher Torsionsmomente. Diese Zusatzbelastung kann als äußere Belastung aufgefasst werden und bewirkt ein weiteres Anwachsen der Verformungen um den 1. Anteil nach Theorie II. Ordnung. Durch die richtungstreuen lotrechten Lasten wird jetzt der 2. Anteil der Zusatzkräfte und Torsionsmomente erzeugt. Jeder weitere Anteil der zusätzlichen Belastung ruft einen entsprechenden Beitrag zu den Verformungen nach Theorie II. Ordnung hervor. Die gesamte Verformung und zusätzliche Belastung des Gesamtstabes nach Theorie II. Ordnung kann durch Iterationen ermittelt werden.

Nach DIN 1053-100 [1], Abschnitt 8.4 müssen alle horizontalen Einwirkungen sicher in den Baugrund weitergeleitet werden können. Dabei kann auf einen rechnerischen Nachweis verzichtet werden, wenn die Geschosdecken als steife Scheiben ausgebildet sind bzw. statisch

nachgewiesene, ausreichend steife Ringbalken vorliegen und wenn in Längs- und Querrichtung des Gebäudes eine offensichtlich ausreichende Anzahl von genügend langen Wänden vorhanden sind, die ohne größere Schwächungen und Versprünge bis auf die Fundamente geführt werden. Ist bei einem Bauwerk nicht von vornherein erkennbar, dass Steifigkeit und Stabilität gesichert sind, so ist ein rechnerischer Nachweis der Gesamtaussteifung erforderlich.

Wesentliche Elemente der Bauwerksaussteifung stellen im Mauerwerksbau die Decken und die Wände dar. Die Decken übernehmen die horizontale, die Wände die vertikale Windlastabtragung im Bauwerk. Es ist darauf zu achten, dass alle tragenden und aussteifenden Wände mit den Decken kraftschlüssig verbunden sind. Nach DIN 1053-1 [2], die für Ausführung und Konstruktionsdetails weiterhin gilt, müssen die Wandscheiben entweder durch Reibung (Stahlbetondecken) oder Zuganker (z. B. bei Holzbalkendecken) an die Deckenscheibe angeschlossen sein.

Für die Aussteifung eines Gebäudes sind stets mindestens drei Wandscheiben und eine schubsteife Deckenscheibe (oder ein statisch nachgewiesener Ringbalken) erforderlich, deren Wirkungslinien sich nicht in einem Punkt schneiden und nicht parallel angeordnet sein dürfen. Lage und Richtung der Wandscheiben sollten zudem so gewählt werden, dass die Verdrehung des Gebäudes um seine vertikale Achse gering bleibt. Ferner sollten Wandscheiben derart angeordnet werden, dass Zwangbeanspruchungen der Geschossdecken vermieden werden. Abbildung 2-2 zeigt einige Beispiele für günstige und ungünstige Anordnungen von Wandscheiben. Vereinbarungsgemäß nehmen dabei Wandscheiben nur Lasten in Richtung ihrer starken Achse auf, da ihre Biegesteifigkeit bei der Bemessung um die schwache Achse vernachlässigbar gering ist. Stützen tragen ebenfalls aufgrund ihrer geringen Biegesteifigkeit nicht zur rechnerischen Aussteifung bei.

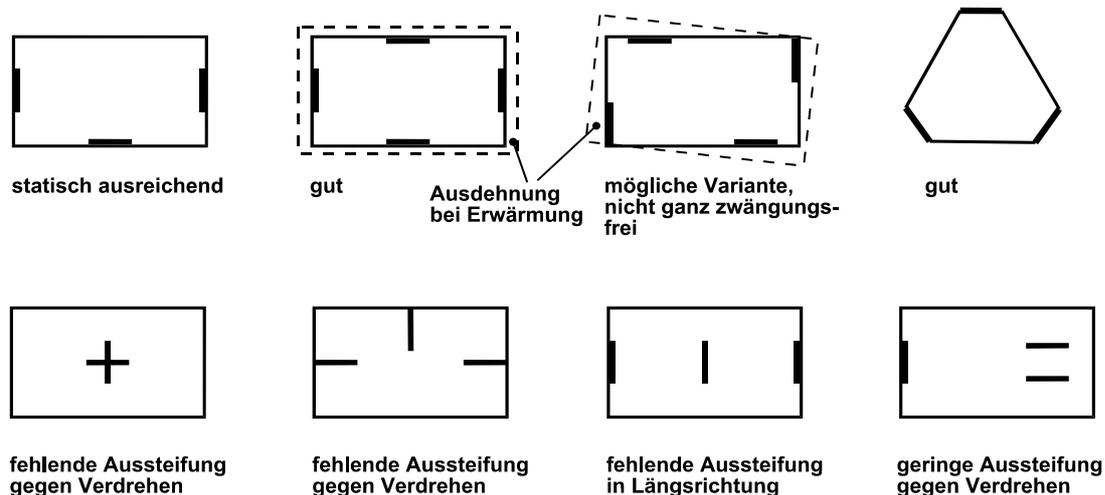


Abbildung 2-2: Günstige und ungünstige Anordnung von aussteifenden Wandscheiben
[14]

Werden mehrere Wandscheiben schubfest miteinander verbunden (z.B. durch Aufmauerung im Verband), so entstehen L- oder U-förmige Aussteifungselemente, die sich durch höhere Steifigkeiten auszeichnen. Der Nachweis dieser Aussteifungselemente muss allerdings nach dem genaueren Verfahren gemäß DIN 1053-100 [1], Abschnitt 9 erfolgen, da mit dem vereinfachten Verfahren nur rechteckförmige Mauerwerksquerschnitte bemessen werden dürfen. Zusammengesetzte torsionssteife Querschnitte aus Wänden bezeichnet man als Aussteifungskerne, die im Allgemeinen aber nicht aus Mauerwerk, sondern aus Stahlbeton ausgeführt werden.

Bei großer Nachgiebigkeit der aussteifenden Bauteile müssen deren Formänderungen bei der Schnittgrößenermittlung berücksichtigt werden. Für vertikale Tragglieder ist nach DIN 1053-100 [1], Abschnitt 8.4 ein Nachweis nach Theorie II. Ordnung (Knicksicherheitsnachweis) erforderlich, wenn der Schnittgrößenzuwachs infolge der Tragwerksverformungen größer ist als 10% der Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung. Dieser Nachweis darf entfallen, wenn die lotrechten aussteifenden Bauteile in der betrachteten Richtung die Bedingungen des α -Kriteriums erfüllen. Dieses wird in Kapitel 2.4 näher erläutert.

2.2 Schnittgrößen in aussteifenden Bauteilen infolge horizontaler Einwirkungen

Erfolgt die Gebäudeaussteifung durch Wandscheiben, L- oder U-Querschnitte und/oder Kerne, so werden für die Schnittgrößenermittlung zunächst folgende idealisierende Annahmen getroffen (siehe Abbildung 2-3):

- Die Decken werden in Horizontalrichtung als starre Scheiben aufgefasst und übertragen die horizontalen Lasten ohne wesentliche Formänderung auf die lotrechten aussteifenden Bauteile.
- In Vertikalrichtung werden die Decken gelenkig an die aussteifenden Bauteile angeschlossen, d. h. es werden keine Biegemomente in die Wandscheiben eingeleitet.
- Stützen und Wände quer zur Beanspruchungsrichtung wirken wegen ihrer im Vergleich zu den Wandscheiben geringen Biegesteifigkeit bei der Aussteifung nicht mit.
- Die Torsionssteifigkeit der einzelnen Wandscheiben wird vernachlässigt.
- Verformungen der Wandscheiben infolge Querkraftbeanspruchung können in der Regel unberücksichtigt bleiben.

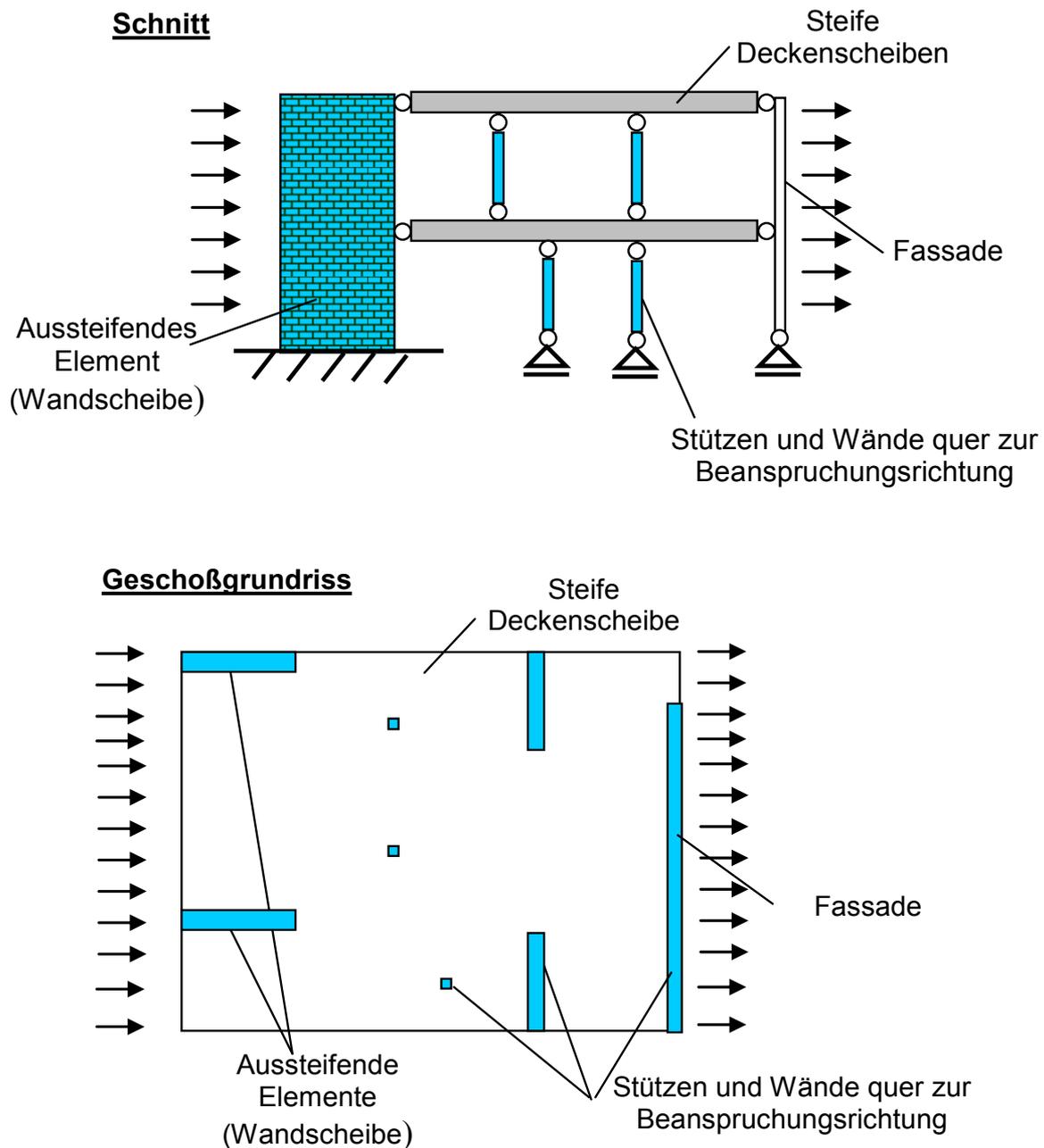


Abbildung 2-3: Idealisierung der Aussteifungselemente

Die auf die Fassade wirkenden Horizontallasten werden zunächst in die steifen Deckenscheiben eingeleitet und von dort auf die aussteifenden Wände abgetragen, welche die Lastweiterleitung in die Fundamente sicherstellen müssen.

Bei der Aufteilung der Horizontallasten auf die Wandscheiben unterscheidet man hinsichtlich der Anzahl der aussteifenden Wandscheiben zwischen statisch bestimmten und statisch unbestimmten Systemen.

Statisch bestimmte Aussteifungssysteme

Bei statisch bestimmten Aussteifungssystemen mit drei Wandscheiben und einer Deckenscheibe kann die Aufteilung der Kräfte allein über die Gleichgewichtsbedingungen

$$\sum V_x = 0 \quad (2.1)$$

$$\sum V_y = 0 \quad (2.2)$$

$$\sum M = 0 \quad (2.3)$$

erfolgen. Abbildung 2-4 verdeutlicht das Vorgehen an einem einfachen Beispiel.

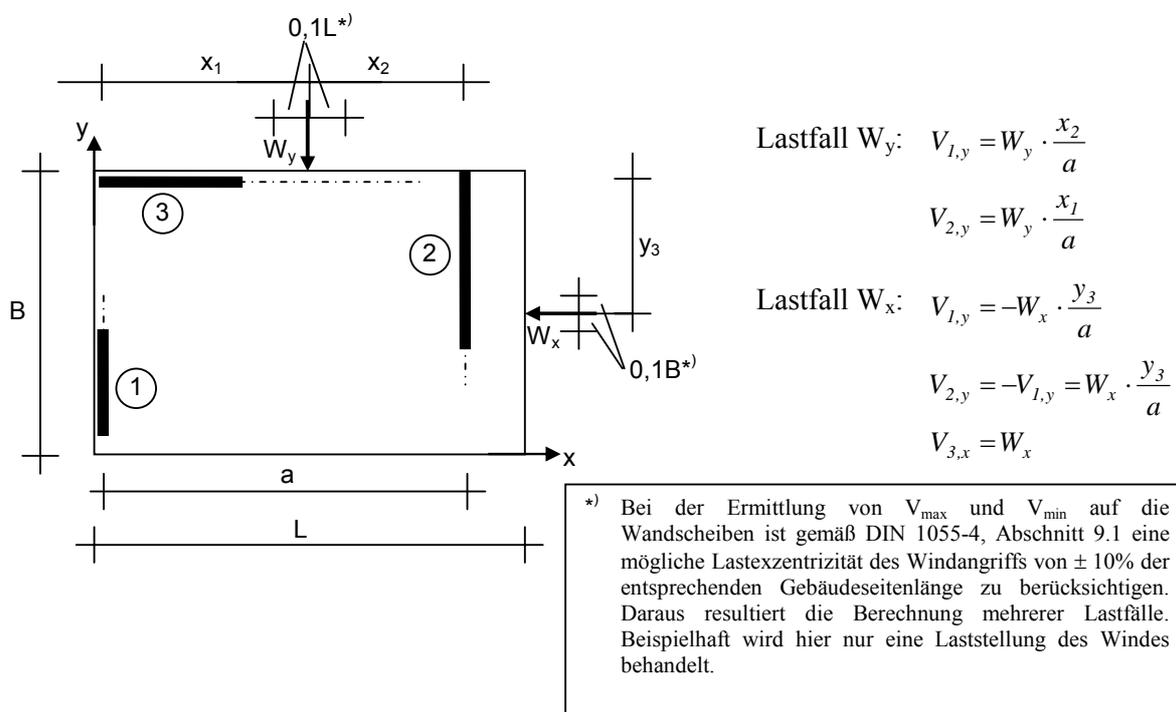


Abbildung 2-4: Lastaufteilung bei statisch bestimmten Aussteifungssystemen

Statisch unbestimmte Aussteifungssysteme

Wenn mehr als drei Wandscheiben vorhanden sind, müssen wegen der statischen Unbestimmtheit zusätzlich die Verträglichkeitsbedingungen zur Lastverteilung berücksichtigt werden. Bei im Grundriss symmetrisch angeordneten Aussteifungselementen (vgl. Abbildung 2-5) treten bei gleichzeitig symmetrischer Belastung nur Verschiebungen des Systems in der jeweils betrachteten Richtung auf (Translation). Die resultierende Beanspruchung infolge Translation wird dann entsprechend der Biegesteifigkeit der Einzelelemente verteilt. Für die einzelne Wandscheibe gilt dann:

$$V_{Trans,y,i} = \frac{W_y \cdot EI_{x,i}}{\sum EI_{x,i}} \quad (2.4)$$

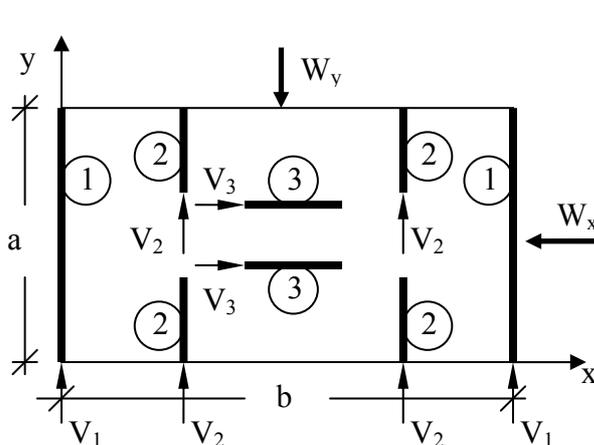
$$V_{Trans,x,i} = \frac{W_x \cdot EI_{y,i}}{\sum EI_{y,i}} \quad (2.5)$$

mit:

W_x ; W_y : Summe aller horizontalen Lasten in die jeweilige Richtung

$EI_{x,i}$; $EI_{y,i}$: Biegesteifigkeit eines einzelnen Aussteifungsbauteils in die jeweilige Richtung

$\sum EI_{x,i}$; $\sum EI_{y,i}$: Biegesteifigkeit aller Aussteifungsbauteile in die jeweilige Richtung



$$\text{Lastfall } W_y: V_1 = \frac{1}{2} \cdot W_y \cdot \frac{EI_1}{EI_1 + 2 \cdot EI_2}$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \cdot W_y \cdot \frac{EI_2}{EI_1 + 2 \cdot EI_2}$$

$$V_3 = 0$$

$$\text{Lastfall } W_x: V_1 = 0$$

$$V_2 = 0$$

$$V_3 = \frac{1}{2} \cdot W_x$$

Abbildung 2-5: Statisch unbestimmtes, symmetrisches Aussteifungssystem [14]

In der Regel sind jedoch die Wandscheiben nicht symmetrisch angeordnet und/oder die Horizontallasten greifen außermittig an (siehe Abbildung 2-6). In diesem Fall setzt sich die Verschiebung der starren Deckenscheiben aus einer Translation und einer Rotation zusammen. Der Schubmittelpunkt des Gesamtsystems ergibt sich gemäß den Formeln (2.6) und (2.7).

$$x_S = \frac{\sum EI_{x,i} \cdot x_i}{\sum EI_{x,i}} \quad (2.6)$$

$$y_S = \frac{\sum EI_{y,i} \cdot y_i}{\sum EI_{y,i}} \quad (2.7)$$

mit:

x_i ; y_i : Abstand des Schwerpunkts der Einzelbauteile zum Bezugspunkt

$EI_{x,i}; EI_{y,i}$: Biegesteifigkeit eines einzelnen Aussteifungsbauteils in die jeweilige Richtung

$\Sigma EI_{x,i}; \Sigma EI_{y,i}$: Biegesteifigkeit aller Aussteifungsbauteile in die jeweilige Richtung

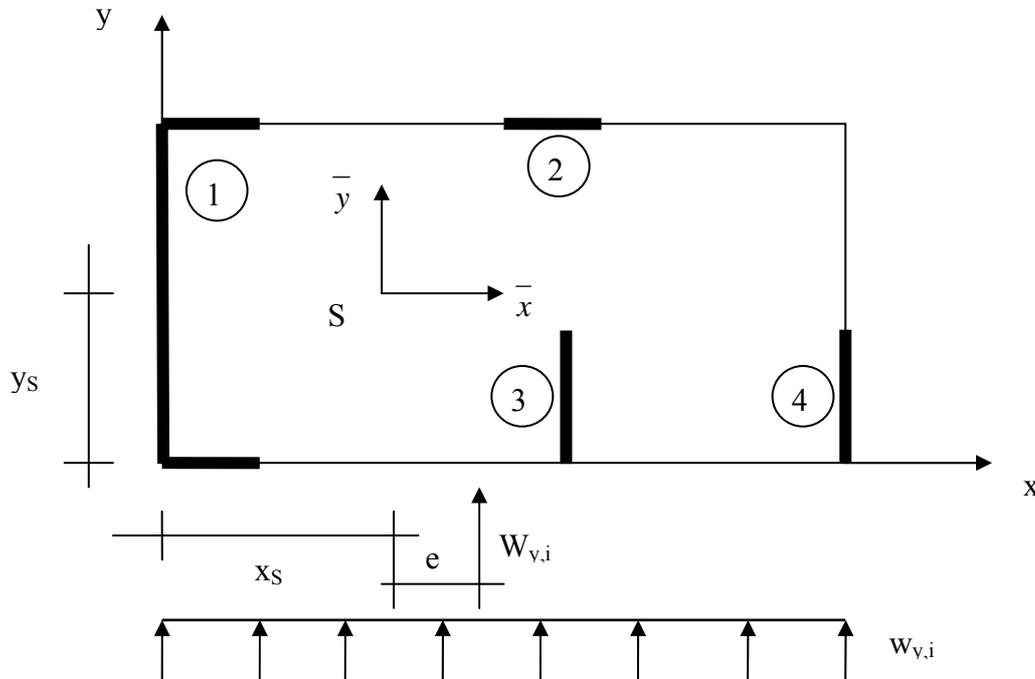


Abbildung 2-6: Statisch unbestimmtes Aussteifungssystem

Verschiebt man nun die angreifenden Horizontallasten in den Schubmittelpunkt, so können die aus Translation entstehenden Kräfte in den einzelnen Wandscheiben wie bei einem symmetrischen Aussteifungssystem mit Hilfe der Gleichungen (2.4) und (2.5) berechnet werden.

Durch eine Exzentrizität der angreifenden Last zum Schubmittelpunkt entsteht ein zusätzliches Torsionsmoment $T = W \cdot e$, das durch Zerlegung in Kräftepaare von den Wandscheiben abzutragen ist. Analog zu den Wandbelastungen aus Translation werden auch die Beanspruchungen aus Rotation entsprechend den Biegesteifigkeiten und dem Abstand der einzelnen Wandscheiben zum Schubmittelpunkt aufgeteilt, so dass gilt:

$$V_{Rot,y,i} = T \cdot \frac{EI_{x,i} \cdot \bar{x}_i}{\sum EI_{x,i} \cdot \bar{x}_i^2 + EI_{y,i} \cdot \bar{y}_i^2} \quad (2.8)$$

$$V_{Rot,x,i} = T \cdot \frac{EI_{y,i} \cdot \bar{y}_i}{\sum EI_{x,i} \cdot \bar{x}_i^2 + EI_{y,i} \cdot \bar{y}_i^2} \quad (2.9)$$

Hierin sind $I_{x,i}$ und $I_{y,i}$ die Trägheitsmomente der Einzelemente bezogen auf ein zum x-y-Koordinatensystem achsparalleles System durch den jeweiligen Profilschwerpunkt. Die Werte \bar{x}_i und \bar{y}_i bezeichnen die Abstände zwischen den Schubmittelpunkten der Einzelemente und dem Schubmittelpunkt S des Gesamtsystems (Hebelarm).

Die Gesamtlasten auf die aussteifenden Wandscheiben ergeben sich durch Addition des Translations- und des Rotationsanteils:

$$V_{y,i} = V_{Trans,y,i} + V_{Rot,y,i} \quad (2.10)$$

$$V_{x,i} = V_{Trans,x,i} + V_{Rot,x,i} \quad (2.11)$$

Die Saint-Venant'sche Torsionssteifigkeit EI_{ω} einzelner Aussteifungselemente liefert nur bei geschlossenen Hohlprofilen, also bei Anordnung von geschlossenen Aussteifungskernen einen wesentlichen Beitrag zur Abtragung der Torsionsmomente und ist daher bei ebenen Wandscheiben ebenso wie die Biegesteifigkeit um die schwache Querschnittsachse vernachlässigbar.

In vielen Fällen ist es ausreichend, die gesamten Horizontalkräfte unter Berücksichtigung der Gleichgewichtsbedingungen den Bauteilen mit großer Steifigkeit zuzuweisen. Zur Aussteifung nicht herangezogene Bauteile müssen dann nur die Verformungen des Tragwerks schadensfrei ertragen können, was durch konstruktive Maßnahmen sicherzustellen ist.

Falls erforderlich, dürfen nach DIN 1053-100 [1], Abschnitt 8.4 bis zu 15% des jeweils ermittelten horizontalen Kraftanteiles einer Wand auf andere Wände umverteilt werden, wodurch Steifigkeitsunterschiede infolge von strukturellen Inhomogenitäten (Rissbildung) berücksichtigt werden.

2.3 Wissenschaftliche Hintergründe der Labilitätszahl

Das Abgrenzungskriterium nach welchem über die Berücksichtigung der Formänderungen bei der Berechnung in Abhängigkeit der Steifigkeit entschieden werden muss, wird in DIN 1053-1 [2], DIN 1053-100 [1] und DIN 1045-1 [4] als Labilitätszahl α bezeichnet. Wandscheiben müssen neben den Vertikallasten alle Horizontallasten abtragen und zusätzlich die labilen oder labil angenommenen Tragwerksteile über die Deckenscheiben halten. Nur durch eine Betrachtung der Kräfte am verformten System ist dieses Tragverhalten zu erfassen.

Die Definition der Labilitätszahl wurde im wesentlichen von König und Liphardt [9] entwickelt und basiert auf der Biegetheorie. Für eine Geschossanzahl von mindestens vier wird am

eingespannten Ersatzstab mit horizontaler Gleichstreckenlast das Gleichgewicht am verformten System gebildet.

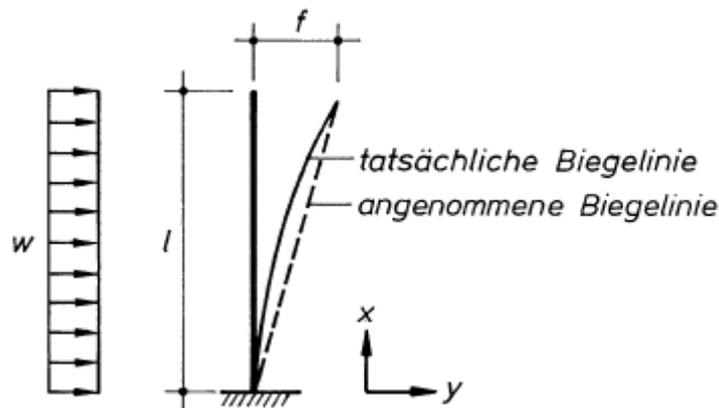
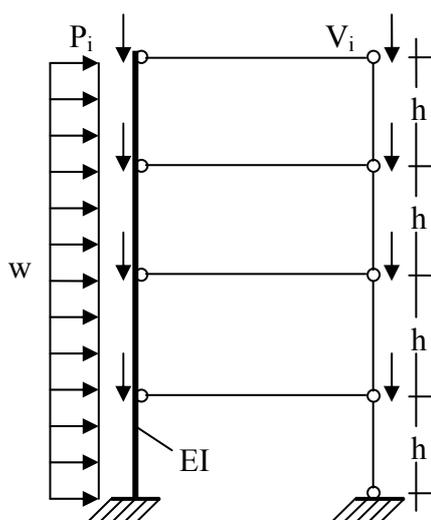


Abbildung 2-7: Näherung für die Biegelinie [9]

Die Biegesteifigkeit EI des als Ersatzstab idealisierten Kragträgers ist gleich der Summe der Biegesteifigkeiten der in der betrachteten Richtung wirksamen Aussteifungselemente, wobei für gegliederte Scheiben ein Ersatzträgheitsmoment I^* eingeführt werden kann, das mit guter Näherung durch Gleichsetzen der Kopfauslenkung der gegliederten Scheibe mit der eines Kragträgers zu ermitteln ist. Diskontinuierliche Systeme mit Geschossanzahl ≥ 4 werden zu kontinuierlichem Systemen verschmiert (siehe Abbildung 2-8).

Diskontinuierliches System



Kontinuierliches Ersatzsystem

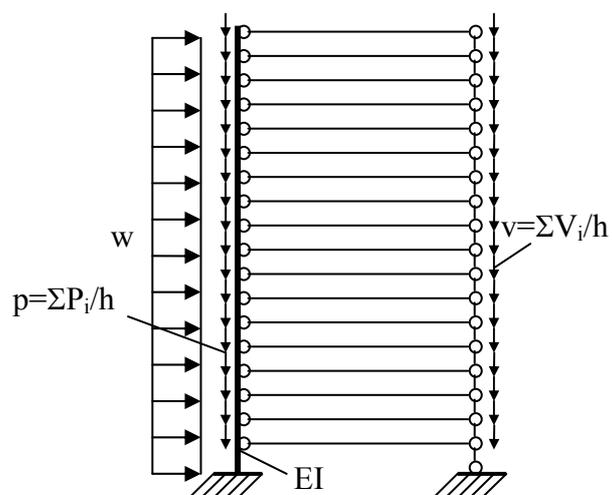


Abbildung 2-8: Idealisiertes System

Die auf diese Aussteifungselemente entfallende Vertikalbelastung wird zu einer über die Höhe gleichmäßig verteilten Axialbelastung p umgerechnet. Die angeschlossene Gelenkkette repräsentiert die Summe der von der Aussteifung zu stabilisierenden Skelettstützen. Folglich entspricht die Belastung der Gelenkkette der auf die Gesamtheit der Skelettstützen entfallenden Vertikalbelastung. Auch sie wird über die Höhe verschmiert.

Geringe Abweichungen von der Biegelinie haben nur wenig Einfluss auf die Größe der Knicklast. Demgemäß bringt für das vorliegende Spannungsproblem II. Ordnung die Annahme, dass die Durchbiegung des Kragträgers linear verläuft, brauchbare Ergebnisse (siehe Abbildung 2-7). Über das inkrementelle Gleichgewicht am verformten Tragwerk erhält man eine Näherung für die Biegelinie der Aussteifungselemente (siehe Abbildung 2-9):

$$u(x) = \text{const.} = v \cdot dx \cdot \frac{f}{l} \quad (2.12)$$

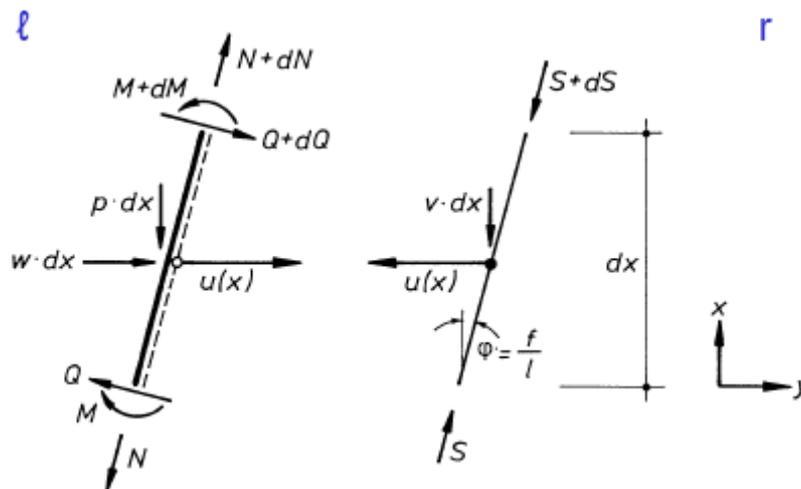


Abbildung 2-9: Gleichgewicht am verformten System [9]

Für den Kragarm gilt damit:

$$\frac{dQ}{dx} = -w - (p + v) \cdot \frac{f}{l} \quad (2.13)$$

$$\frac{dM}{dx} = Q \quad (2.14)$$

d.h. der Kragarm kann wie ein Biegeträger unter der Querbelastung $w + (p + v) \cdot f/l$ berechnet werden, wobei der zweite Term den Anteil aus Theorie II. Ordnung darstellt.

Es gilt dann für die Durchbiegung:

$$f = \frac{l^4}{8EI} \cdot \left[w + (p + v) \cdot \frac{f}{l} \right] \text{ bzw.} \quad (2.15)$$

$$f = \frac{wl^4}{8EI} \cdot \frac{1}{1 - \frac{(p + v) \cdot l^3}{8EI}} \quad (2.16)$$

Die ideale Knicklast folgt mit $w = 0$ zu:

$$(p + v)_{ki} = \frac{8EI}{l^3} \quad (2.17)$$

Mit der Forderung, dass der Zuwachs der Schnittgrößen und Verformungen unter 1,75-fachen Lasten aus Theorie II. Ordnung auf 10% gegenüber denen nach Theorie I. Ordnung begrenzt werden, also

$$M'' \leq 1,10 \cdot M' \quad (2.18)$$

$$f'' \leq 1,10 \cdot f' \quad (2.19)$$

folgt mit

$$\frac{1,75wl^2}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1,75 \cdot (p + v) \cdot l^3}{8EI}} \leq 1,10 \cdot \frac{1,75wl^2}{2} \quad (2.20)$$

als Aussteifungskriterium

$$l \cdot \sqrt{\frac{p + v}{EI}} \cdot l \leq \frac{0,85}{\sqrt{1,75}} = 0,64. \quad (2.21)$$

Zieht man mit einer abgeminderten Steifigkeit $EI'' = 0,7 EI'$ weiterhin in Betracht, dass einige Bauteile in den Zustand II geraten können, dann ergibt sich Gleichung (2.21) zu

$$l \cdot \sqrt{\frac{p + v}{EI'}} \cdot l \leq 0,85 \cdot \sqrt{\frac{0,7}{1,75}} = 0,54 \approx 0,6. \quad (2.22)$$

Der Parameter

$$\alpha = l \cdot \sqrt{\frac{p + v}{EI}} \cdot l \quad (2.23)$$

wird in der Fachliteratur als Labilitätszahl bezeichnet.

2.4 Umsetzung in die normativen Regelwerke

Der Nachweis der räumlichen Steifigkeit und Stabilität im Mauerwerksbau und Stahlbetonbau ist auf den Nachweis der DIN 1045 [3] vom Juli 1988 zurückzuführen. Das α -Kriterium, nach welchem der Knicksicherheitsnachweis für die aussteifenden Bauteile entfallen darf, wurde durch die folgende Formel in die Norm aufgenommen:

$$\alpha = h_{ges} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{EI}} \begin{array}{ll} \leq 0,6 & \text{für } n \geq 4 \\ \leq 0,2 + 0,1 \cdot n & \text{für } 1 \leq n < 4 \end{array} \quad (2.24)$$

mit:

- h_{ges} : Gebäudehöhe ab der rechnerischen Einspannebene
- N_k : Summe aller charakteristischen Vertikallasten (g_k+q_k) des Gebäudes in Höhe der rechnerischen Einspannebene ($\gamma_F = 1,0$)
- EI : Summe der Nennbiegesteifigkeit aller lotrecht aussteifenden Bauteile im Zustand I, nach der Elastizitätstheorie, die in der betrachteten Richtung wirken
- n : Anzahl der Geschosse ab der rechnerischen Einspannebene

Ist der Nachweis nicht eingehalten, müssen genauere rechnerische Nachweise der Normalkraft- und Schubbeanspruchung geführt werden, d.h. für vertikale Tragglieder ist ein Nachweis nach Theorie II. Ordnung (Kniksicherheitsnachweis) erforderlich, da der Schnittgrößenzuwachs infolge der Tragwerksverformungen größer ist als 10% der Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung.

Dieses Aussteifungskriterium findet sich in unveränderter Form in der DIN 1045-1 [4], Abschnitt 8.6.2 (5), in DIN 1053-1 [2], Abschnitt 6.4, sowie in DIN 1053-100 [1], Abschnitt 8.4, wieder. Von großer Bedeutung ist dabei der Satz zum Nachweis der räumlichen Steifigkeit im Mauerwerksbau gemäß [2], Abschnitt 6.4:

„Auf einen rechnerischen Nachweis der räumlichen Steifigkeit darf verzichtet werden, wenn die Geschossdecken als steife Scheiben ausgebildet sind bzw. statisch nachgewiesene, ausreichend steife Ringbalken vorliegen und wenn in Längs- und Querrichtung des Gebäudes eine offensichtlich ausreichende Anzahl von genügend langen aussteifenden Wänden vorhanden ist, die ohne größere Schwächungen und ohne Versprünge bis auf die Fundamente geführt sind. Ist bei einem Bauwerk nicht von vornherein erkennbar, dass Steifigkeit und Stabilität gesichert sind, so ist ein rechnerischer Nachweis der Standsicherheit der waagerechten und lotrechten Bauteile erforderlich.“

Zur Erleichterung der Entscheidung, wann ein solcher Nachweis entfallen kann, werden z. B. in [10] entsprechende Kriterien angegeben. Ansonsten muss der Nachweis gemäß Gleichung (2.24) geführt werden.

3 Variation der Eingangsgrößen bezogen auf das Aussteifungskriterium

3.1 Einfluss der Sicherheitsbeiwerte

DIN 1045 (07/88) [3] und DIN 1053-1 (11/96) [2] basieren auf dem Sicherheitskonzept mit globalem Sicherheitsfaktor, weswegen auch das Aussteifungskriterium einen globalen Sicherheitsfaktor von $\gamma_g = 1,75$ impliziert. Die neueren Normen DIN 1045-1 (07/01) [4] und DIN 1053-100 (08/06) [1] bauen auf dem Teilsicherheitskonzept für Widerstand und Einwirkungen auf, so dass der Aussteifungsnachweis mit dem α -Kriterium kritisch hinterfragt werden muss. Dies insbesondere durch den Einfluss der günstig oder ungünstig wirkenden Normalkraft, welche nach Tabelle A.1 der DIN 1053-100 mit den jeweiligen Sicherheitsfaktoren angesetzt werden muss.

Auswirkung	Ständige Einwirkungen (γ_G)	Veränderliche Einwirkungen (γ_Q)
günstig	1,0	0
ungünstig	1,35	1,5

Tabelle 3-1: Teilsicherheitsbeiwerte γ_F für Einwirkungen in Tragwerken für ständige und vorübergehende Bemessungssituationen [1]

Aufbauend auf der Herleitung des Aussteifungskriteriums zeigten sich bei einer vorab durchgeführten Variation der globalen Sicherheitsfaktoren relativ geringe Auswirkungen auf den α -Wert (siehe Abbildung 3-1). Für das in dieser Arbeit angestrebte neue α -Kriterium wurden die Auswirkungen des Sicherheitsbeiwertes auf das Labilitätskriterium sowohl für günstig, als auch für ungünstig wirkende Normalkräfte untersucht.

Ausgehend von einem Ausgangswert $\alpha = 0,54$ bei einem globalen Sicherheitsfaktor von 1,75 lassen sich die Unterschiede zu den α -Werten mit Teilsicherheitsfaktoren aus Abbildung 3-1, inklusive dem Teilsicherheitsfaktor auf der Materialseite von $\gamma_M = 1,5$, erkennen. Für ständige Lasten mit $\gamma_G = 1,35$ und $\gamma_M = 1,5$ ergibt sich ein α -Wert von 0,50; für Verkehrslasten mit $\gamma_Q = 1,50$ und $\gamma_M = 1,5$ ergibt sich ein α -Wert von 0,47; mit einem baupraktisch üblichen Verhältnis von Ständigen Lasten zu Verkehrslasten von 70:30 ergibt sich ein α -Wert von 0,49.

Vernachlässigt wurde dabei, dass sich für günstige bzw. ungünstige Lastkombinationen erhebliche Auswirkungen auf die Momentenzuwächse nach Theorie II. Ordnung ergeben können. Es bleibt somit festzuhalten, dass die Implementierung der Teilsicherheitsfaktoren in das Aussteifungskriterium nicht ohne weiteres machbar ist, da die Teilsicherheitsfaktoren (günstig/ungünstig) getrennt für Vertikal- und Horizontallasten entsprechend dem zu untersuchenden Lastfall berücksichtigt werden müssen.

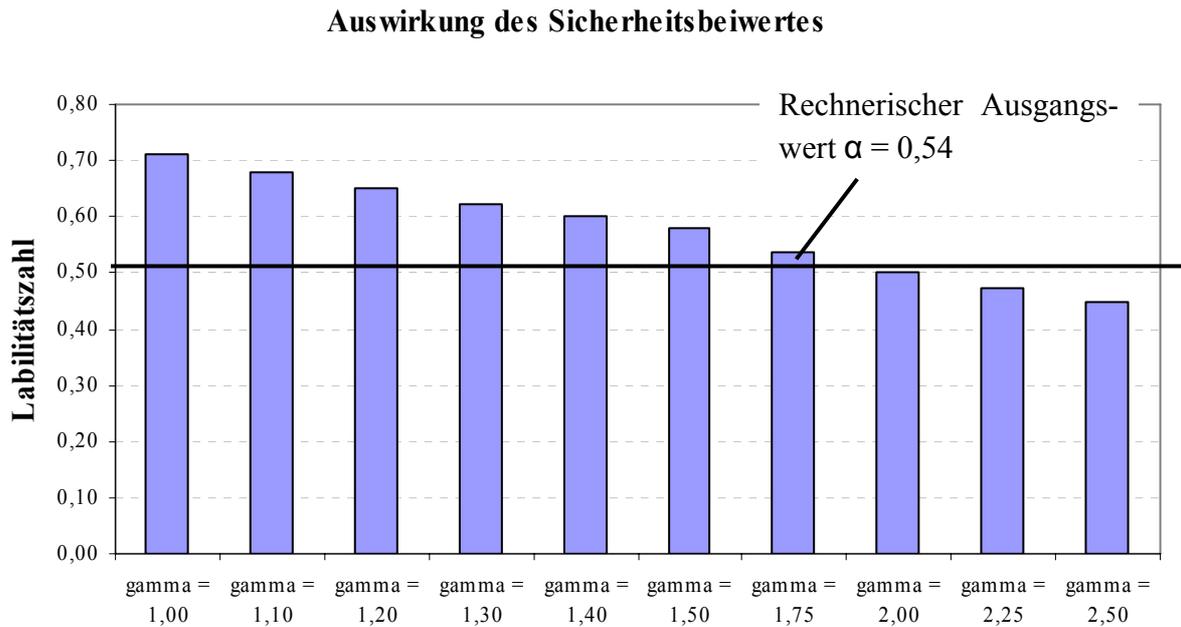


Abbildung 3-1: Auswirkungen des Sicherheitsbeiwertes auf die Labilitätszahl α

Dies sollte in einem späteren Forschungsvorhaben, das sich mit den Auswirkungen der Lastfallkombinationen auf die Zuwächse nach Theorie II. Ordnung beschäftigt, geklärt werden und ist nicht Gegenstand der vorliegenden Untersuchungen.

3.2 Einfluss des Steifigkeitsverlusts

Als weiteres Problem ist der in die Labilitätszahl α implizierte Steifigkeitsverlust der Aussteifungswände von 30 % beim Übergang vom ungerissenen Zustand I in den gerissenen Zustand II zu überprüfen. Für Stahlbetonwände scheint diese Annahme sinnvoll. Für Mauerwerkswände sind entsprechende Untersuchungen erforderlich, um den Einfluss des unterschiedlichen Steifigkeitsverlusts gegenüber Stahlbetonwänden identifizieren zu können.

Ausgehend von einem α -Wert von 0,54 für die Steifigkeit $EI'' = 0,7 EI'$ werden die Auswirkungen auf das α -Kriterium in der folgenden Abbildung 3-2 dargestellt:

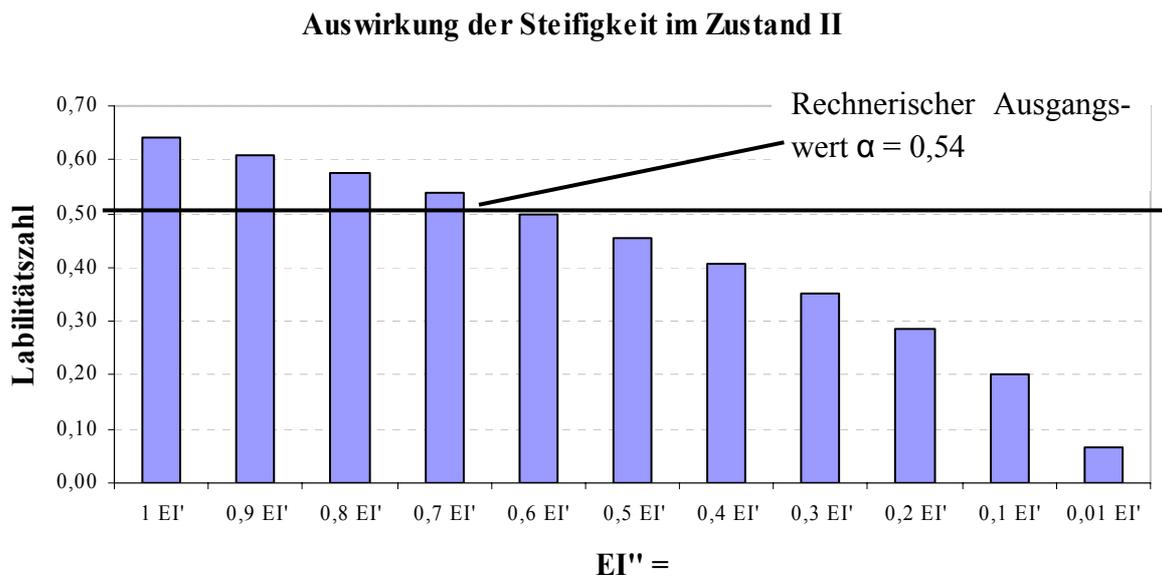


Abbildung 3-2: Auswirkungen der Steifigkeitsabminderung auf die Labilitätszahl α

Es ist erkennbar, dass ein Abfall der Steifigkeit im Zustand II große Auswirkungen auf das Labilitätskriterium hat. Daher wird eine Untersuchung des Steifigkeitsabfalls von Mauerwerkswänden vom Zustand I zum gerissenen Zustand II durchgeführt, um eine entsprechende Anpassung des α -Kriteriums zu gewährleisten.

4 Ermittlung der Biegesteifigkeiten einer Mauerwerkswand im Zustand II

4.1 Allgemeines

Das Kraft-Verformungsverhalten von Mauerwerksscheiben wird durch verschiedene Randbedingungen beeinflusst. Als entscheidender Punkt stellt sich die Tatsache dar, dass beim Klaffen des Querschnittes die Steifigkeit signifikant abnimmt. Der überdrückte Bereich wird kleiner und die Steifigkeit der Wand nimmt entsprechend ab. Wird eine Kragsscheibe durch eine Kopfverschiebung beansprucht, führt die Wand vereinfacht eine Kippbewegung um den unteren Eckpunkt durch, mit entsprechend großen Verdrehungen am Wandkopf (siehe Abbildung 4-1).

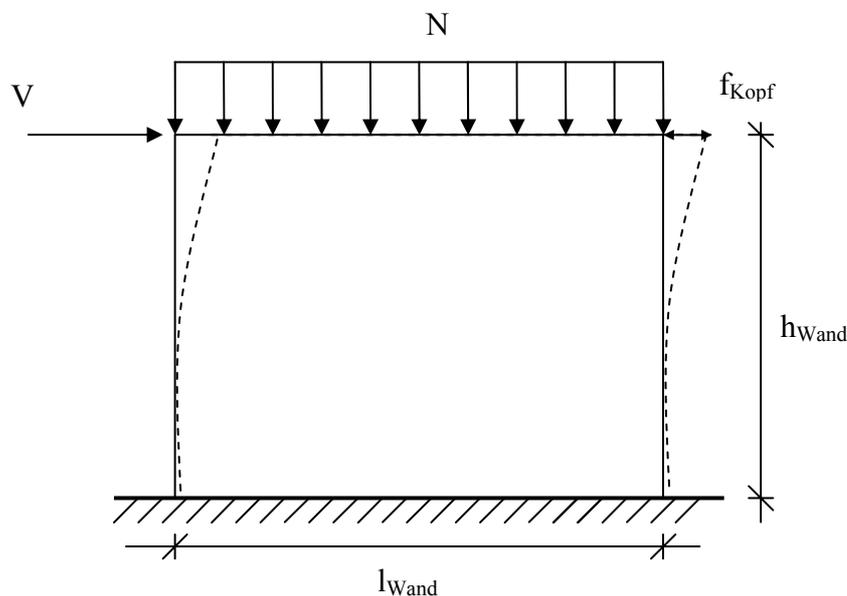


Abbildung 4-1: Kragsscheibe mit Kopfauslenkung

Liegt das Normalspannungsniveau ausreichend weit unter der Mauerwerks- bzw. Steindruckfestigkeit – wodurch ein Steindruckversagen im überdrückten Querschnittsbereich auszuschließen ist – ist die Kraft-Verformungs-Beziehung stabil. Im Bereich geringer Horizontallasten ist das System linear-elastisch mit relativ hoher Anfangssteifigkeit. Mit zunehmender Horizontallast nimmt die Steifigkeit deutlich ab.

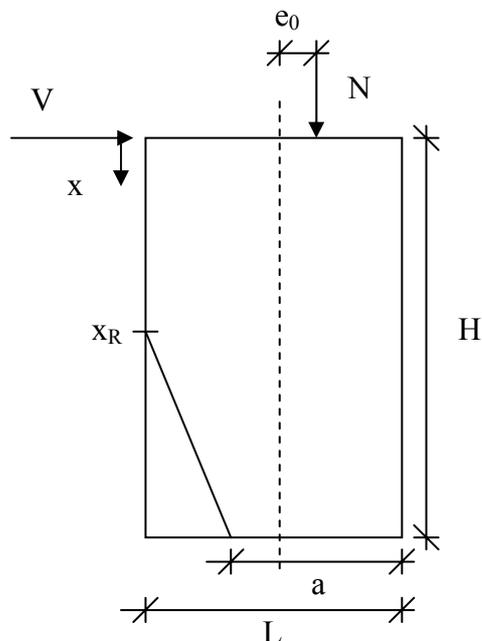
Im Folgenden sollen für verschiedene baupraktische Anwendungsfälle die Abminderungen der Steifigkeit für Mauerwerkswände realitätsnah bestimmt werden. Als variable Eingangsgrößen werden dabei die Horizontallast am Wandkopf, die Normalkraft am Wandkopf, die Wandlänge und die Wandhöhe berücksichtigt.

4.2 Analytisches Modell der eingeschossigen Wand

4.2.1 Modell unter Berücksichtigung des Steineranteils

Zunächst wird die eingeschossige Wand als Kragarm mit Horizontallast und Vertikallast am Kopf modelliert (siehe Abbildung 4-2). Die mechanischen Eingangsgrößen sind dabei mit aufgeführt.

Der Zustand der Wand für verschiedene Geometrien und Lastverhältnisse kann ungerissen sein oder ab einem bestimmten Punkt aufreißen. Dies wird durch die Laufvariable x bis zum evtl. vorhandenen Punkt x_R abgebildet. Das Aufbringen einer vertikalen Normalkraft N mit einer Exzentrizität e_0 wird in die Berechnung mit eingebaut, wobei der Ansatz der Exzentrizität im weiteren Verlauf nicht näher verfolgt wird, da in der Regel von einer zentrischen Lasteinleitung ausgegangen werden kann.



mit:

- N: Normalkraft am Wandkopf
- V: Horizontallast am Wandkopf
- e_0 : vorgegebene Ausmitte
- H: Wandhöhe
- L: Wandlänge
- x : Laufvariable über die Wandhöhe
- x_R : Aufreißen des Querschnitts
- a: überdrückte Länge der Wand

Abbildung 4-2: Systemübersicht Kragstange

Die Wand bleibt solange ungerissen, bis sich auf Grund des aufgetragenen Momentes eine Ausmitte $e > L/6$ am Wandfuß einstellt und sich eine klaffende Fuge ergibt. Das bedeutet für die Ausmitte und den Punkt x_R :

$$\frac{e}{L} = \frac{M}{N \cdot L} = \frac{(V \cdot x + N \cdot e_0)}{N \cdot L} > \frac{1}{6} \quad (4.1)$$

$$x_R = \frac{N}{V} \left(\frac{L}{6} - e_0 \right). \quad (4.2)$$

Der aufgerissene Wandquerschnitt lässt sich unterteilen in einen gerissenen Bereich (klaffende Fuge) und einen überdrückten Bereich. Die Länge dieses überdrückten Bereiches ergibt sich zu

$$a = 3 \cdot \left(\frac{L}{2} - e \right) = \frac{3}{2} L - \frac{3 \cdot V}{N} \cdot x - 3 \cdot e_0 \quad (4.3)$$

mit den Grenzwerten $a = L$ für die ungerissene Wand und $a = 0$ für den vollständig gerissenen Querschnitt.

Die entsprechenden Flächenträgheitsmomente lauten für den ungerissenen Querschnitt

$$I_{ung.} = \frac{t \cdot L^3}{12} \quad (4.4)$$

und für den gerissenen Querschnitt

$$I_{ger.} = \frac{t \cdot a^3}{12} + A \cdot z^2 \quad (4.5)$$

inkl. dem dazugehörigen Anteil nach dem Satz von Steiner. Das Trägheitsmoment des gerissenen Querschnitts ergibt sich somit zu

$$I_{ger.} = \frac{t \cdot a}{12} \left[a^2 + 3(L - a)^2 \right]. \quad (4.6)$$

Mit Hilfe des Arbeitssatzes aus der Mechanik lässt sich nun die maximale Kopfauslenkung des Kragarmes bestimmen. Dazu wird eine virtuelle 1-Last am Ersatzsystem angebracht und die virtuelle Momentenlinie mit der Momentenlinie des Ursprungsystems gekoppelt.

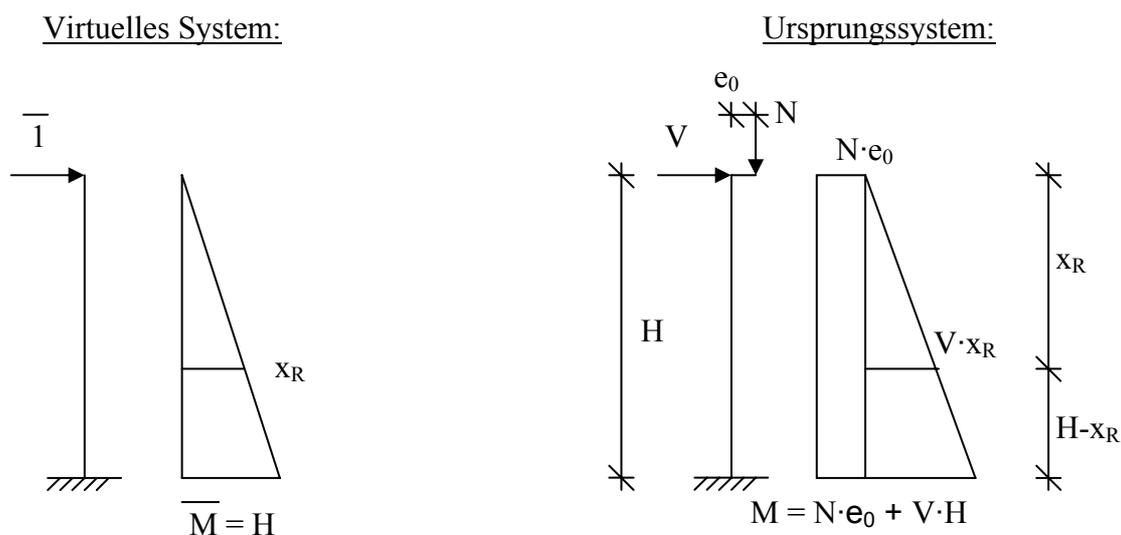


Abbildung 4-3: Arbeitssatz

Damit ergibt sich die Verschiebung am Kragarmende in Abhängigkeit von der Systemhöhe H

$$\delta = \int_0^H \frac{\overline{MM}}{EI} dx = \frac{1}{EI_{ung.}} \int_0^{x_R} \overline{MM} dx + \int_{x_R}^H \frac{\overline{MM}}{EI_{ger.}} dx \quad (4.7)$$

mit dem ungerissenen Anteil δ_1 von 0 bis x_R und dem gerissenen Anteil δ_2 von x_R bis H . Für die ungerissene Wand kann der Anteil der Biegesteifigkeit vor das Integral gezogen werden, während bei der gerissenen Wand die Steifigkeit über die Höhe veränderlich ist und somit im Integral stehen bleiben muss.

Eingesetzt lautet die Gleichung für die Kopfverformung der ungerissenen Wand

$$E\delta_1 = \frac{1}{3} \cdot x_R \cdot (V \cdot x_R + N \cdot e_0) \cdot x_R \cdot \frac{12}{t \cdot L^3} = \frac{4 \cdot x_R^2}{t \cdot L^3} \cdot (V \cdot x_R + N \cdot e_0). \quad (4.8)$$

Für den gerissenen Anteil des Wandquerschnitts ist die Lösung des Integrals nicht trivial. Die erforderlichen Einzelanteile für das Integral ergeben sich aus den bereits ermittelten Formeln:

$$\overline{M}(x) = x \quad (4.9)$$

$$M(x) = N \cdot e + V \cdot x \quad (4.10)$$

$$I_{ger.}(x) = \frac{t \cdot a}{12} [a^2 + 3(L - a)^2] \quad (4.11)$$

Die Formel zur Bestimmung von δ_2 lautet:

$$\begin{aligned} \delta_2 = & \frac{N^3}{27} (-9 \cdot \log(L \cdot N - 2 \cdot V \cdot H - 2 \cdot N \cdot e) \cdot L + 18 \cdot \log(L \cdot N - 2 \cdot V \cdot H - 2 \cdot N \cdot e) \cdot e \dots \quad (4.12) \\ & \dots + 3 \cdot \log(L^2 \cdot N^2 - 6 \cdot V \cdot L \cdot N \cdot H + 24 \cdot V \cdot H \cdot N \cdot e - 6 \cdot L \cdot N^2 \cdot e + 12 \cdot V^2 \cdot H^2 \dots \\ & \dots + 12 \cdot N^2 \cdot e^2) \cdot L - 9 \cdot \log(L^2 \cdot N^2 - 6 \cdot V \cdot L \cdot N \cdot H + 24 \cdot V \cdot H \cdot N \cdot e - 6 \cdot L \cdot N^2 \cdot e \dots \\ & \dots + 12 \cdot V^2 \cdot H^2 + 12 \cdot N^2 \cdot e^2) \cdot e + 6 \cdot e \cdot 3^{1/2} \cdot a \tan((L \cdot N - 4 \cdot V \cdot H - 4 \cdot N \cdot e) \cdot 3^{1/2} \dots \\ & \dots / (L \cdot N)) + 9 \cdot L \cdot \log(2) - 6 \cdot L \cdot \log(3) + 9 \cdot L \cdot \log(L \cdot N) - 18 \cdot e \cdot \log(2) + 9 \cdot e \cdot \log(3) \dots \\ & \dots - 18 \cdot e \cdot \log(L \cdot N) - 3 \cdot L \cdot \log(L^2 \cdot N^2) + 9 \cdot e \cdot \log(L^2 \cdot N^2) - e \cdot 3^{1/2} \cdot \pi) / (E \cdot t \cdot V^2 \cdot L) \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich die Gesamtverschiebung am Wandkopf aus den Formeln (4.8) und (4.12):

$$\delta_{ges.} = \delta_1 + \delta_2 = \delta_{ung.} + \delta_{ger.} \quad (4.13)$$

Die Teilergebnisse $\delta_{ung.}$ und $\delta_{ges.}$ können für die jeweiligen Eingangsgrößen (hier z.B.: $L = 2,0\text{m}$; $N = 30\text{kN}$; $V = 10\text{kN}$; $t = 0,30\text{m}$) über die Wandhöhe angetragen werden.

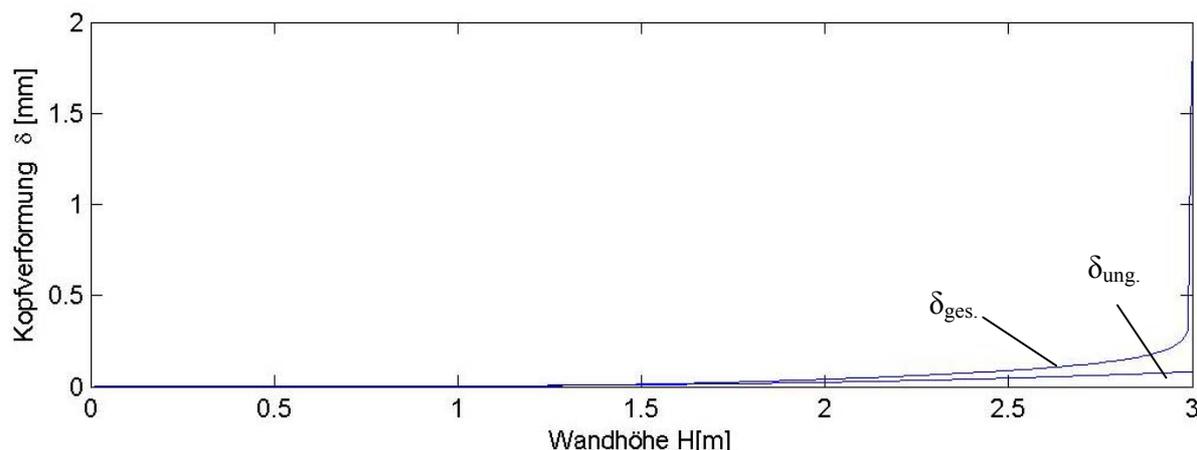


Abbildung 4-4: Beispiel der Kopfverformung in Abhängigkeit von der Wandhöhe

Um einen einheitlichen Bezugswert für alle Lastkombinationen und Wandgeometrien zu erhalten, wird die Formel für die Schlankheit von Mauerwerkswänden

$$\lambda = \frac{\text{Wandhöhe}}{\text{Wandlänge}} = \frac{H}{L} \quad (4.14)$$

um den Lastfaktor V/N erweitert, um somit eine bezogene Schlankheit zu erhalten, die alle variablen Eingangsgrößen erfasst.

$$\text{Bezogene Schlankheit } \bar{\lambda}_{Last} = 10 \cdot \frac{H}{L} \cdot \frac{V}{N} \quad (4.15)$$

Der zusätzlich eingeführte Faktor 10 ist ein Darstellungsfaktor, der eine ganzzahlige Darstellung im Diagramm ermöglicht.

Normiert man die Kopfverformung als Abfall der Steifigkeit (Gleichung (4.16)) und trägt diese über dem bezogenen Schlankheitswert aus Gleichung (4.15) auf, ergibt sich eine Kurve für den Steifigkeitsabfall für alle möglichen Lastkombinationen und Wandgeometrien (siehe Abbildung 4-5).

$$\text{Steifigkeitsbeiwert } \alpha_{EI} = \frac{\delta_{ung.}}{\delta_{ges.}} \quad (4.16)$$

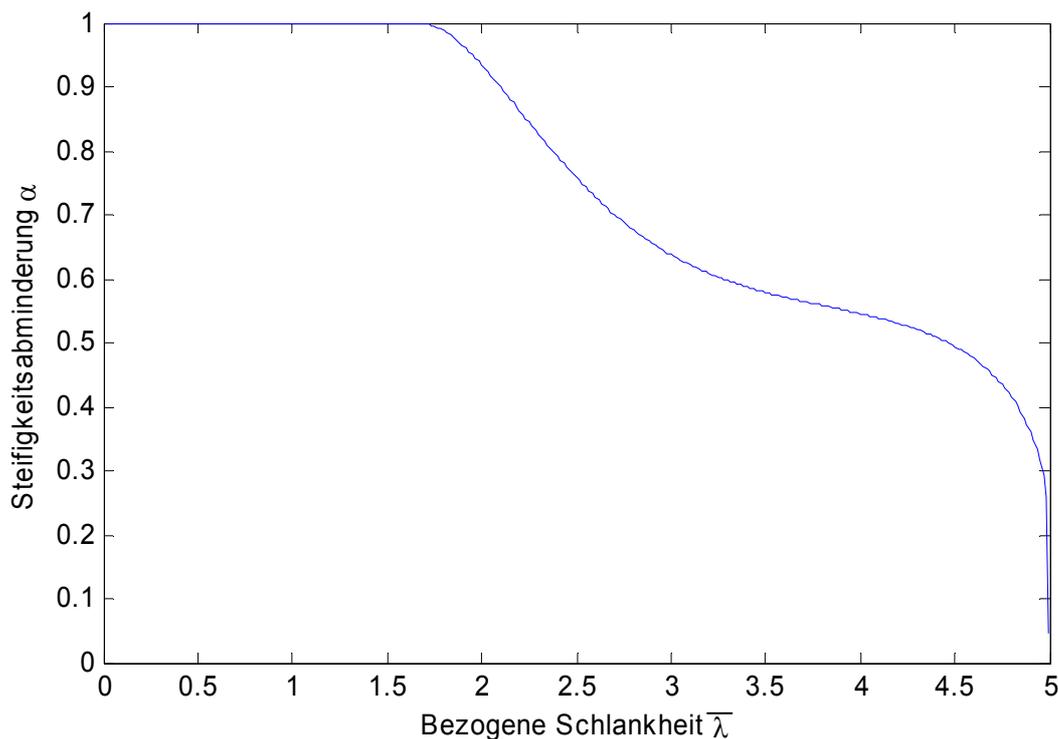
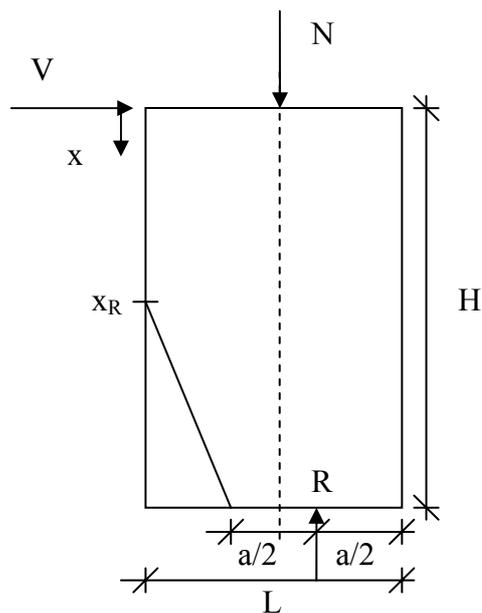


Abbildung 4-5: Steifigkeitsabfall von eingeschossigen Wänden beim Übergang in den gerissenen Zustand II (Ansatz des Steiner-Anteils)

Der Verlauf der Kurve für den Steifigkeitsabfall mit einem annähernd horizontalen Ast im Bereich von ca. $0,6 > \alpha > 0,4$ führt zu der Vermutung, dass der Steineranteil bei der Berechnung zu einer unrealistischen Versteifung des Systems führt. Aus diesem Grund wird im folgenden Kapitel ein analytisches Modell unter Berücksichtigung des rückdrehenden Momentes und Vernachlässigung des Steineranteils entwickelt.

4.2.2 Modell unter Berücksichtigung des rückdrehenden Momentes

Eine genauere Betrachtung der Grundlagen für das Wandmodell in Abbildung 4-2 zeigte, dass sich das Modell realitätsnäher verhält, wenn man auf den Ansatz des Steineranteils verzichtet und dafür ein rückdrehendes Moment auf der Einwirkungsseite berücksichtigt.



mit:

- N: Normalkraft am Wandkopf
 V: Horizontallast am Wandkopf
 R: Res. Ersatzkraft am Wandfuß
 H: Wandhöhe
 L: Wandlänge
 x: Laufvariable über die Wandhöhe
 x_R : Aufreißen des Querschnitts
 a: überdrückte Länge der Wand

Abbildung 4-6: Systemübersicht Kragplatte mit rückdrehendem Moment

Das rückdrehende Moment lässt sich über die Gleichung (4.17) bestimmen:

$$M_{\text{Rück}} = R \cdot \left(\frac{L}{2} - \frac{a}{2} \right) = \frac{N}{2} (L - a) \quad (4.17)$$

Die weitere Berechnung entspricht dem Vorgehen für das mechanische Modell in Kapitel 4.2.1, wobei vereinfachend auf den Ansatz einer vorgegebenen Exzentrizität e_0 verzichtet wird, was zu einer Vereinfachung der Formeln führt.

Für die Ausmitte am Wandfuß und den Punkt x_R bedeutet das

$$\frac{e}{L} = \frac{M}{N \cdot L} = \frac{(V \cdot x)}{N \cdot L} > \frac{1}{6} \quad (4.18)$$

$$x_R = \frac{N}{V} \left(\frac{L}{6} - e_0 \right). \quad (4.19)$$

Die Länge des überdrückten Bereiches ergibt sich zu

$$a = 3 \cdot \left(\frac{L}{2} - e \right) = \frac{3}{2} L - \frac{3 \cdot V}{N} \cdot x. \quad (4.20)$$

Das Flächenträgheitsmoment kann für den gerissenen und den ungerissenen Anteil vollständig mit der Formel (4.21) abgedeckt werden, da der Steiner-Anteil für den gerissenen Querschnitt nicht mehr eingeht.

$$I = \frac{t \cdot a^3}{12} \quad (4.21)$$

Über den Arbeitssatz aus der Mechanik lässt sich nun die maximale Kopfauslenkung des Kragarmes bestimmen.

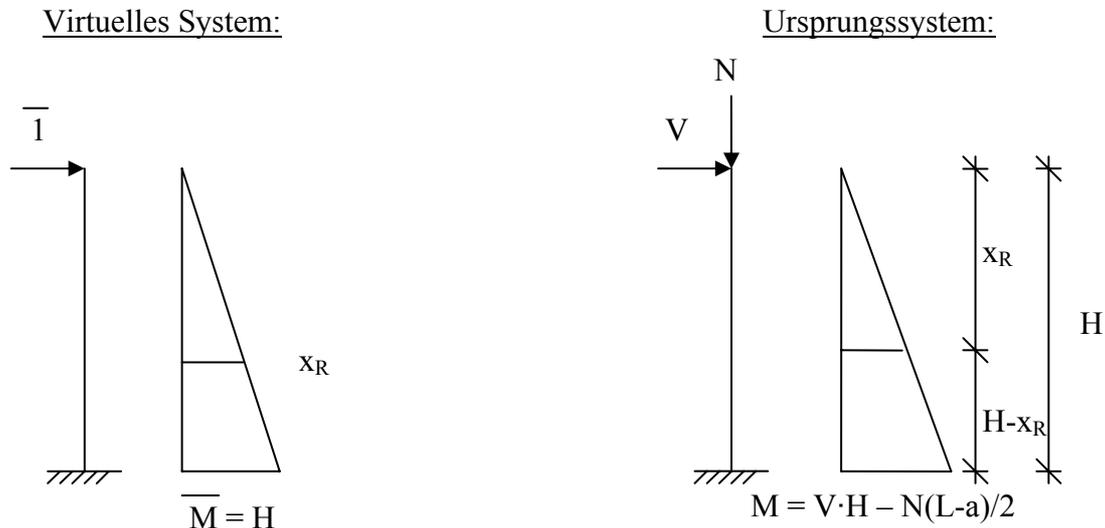


Abbildung 4-7: Arbeitssatz

Damit ergibt sich die Verschiebung am Kragarmende in Abhängigkeit von der Systemhöhe H

$$\delta = \int_0^H \frac{\overline{M}M}{EI} dx = \frac{1}{EI} \int_0^{x_R} \overline{M}M dx + \int_{x_R}^H \frac{\overline{M}M}{EI} dx \quad (4.22)$$

mit dem ungerissenen Anteil δ_1 von 0 bis x_R und dem gerissenen Anteil δ_2 von x_R bis H . Für die ungerissene Wand kann der Anteil der Biegesteifigkeit wieder vor das Integral gezogen werden, während bei der gerissenen Wand die Steifigkeit über die Höhe veränderlich ist und somit im Integral stehen bleiben muss.

Eingesetzt lautet die Gleichung für die Kopfverformung der ungerissenen Wand

$$E\delta_1 = \frac{1}{3} \cdot x_R \cdot (V \cdot x_R) \cdot x_R \cdot \frac{12}{t \cdot L^3} = \frac{4 \cdot V \cdot x_R^3}{t \cdot L^3} \quad (4.23)$$

Für den gerissenen Anteil des Wandquerschnitts ergibt sich mit

$$\overline{M}(x) = x \quad (4.24)$$

$$M(x) = V \cdot x - \frac{N}{2}(L-a) \quad (4.25)$$

die endgültige Formel zur Bestimmung von δ_2 :

$$\delta_2 = \frac{N^3}{9} (-8 \cdot L \cdot N \cdot e + L^2 \cdot N + 4 \cdot L \cdot \log(-2 \cdot N \cdot e - 2 \cdot H \cdot V + L \cdot N) \cdot N \cdot e \dots \quad (4.26)$$

$$\dots + 4 \cdot L \cdot \log(-2 \cdot N \cdot e - 2 \cdot H \cdot V + L \cdot N) \cdot H \cdot V - 2 \cdot \log(-2 \cdot N \cdot e - 2 \cdot H \cdot V + L \cdot N) \dots$$

$$\dots \cdot L^2 \cdot N + 12 \cdot N \cdot e^2 + 12 \cdot e \cdot H \cdot V - 6 \cdot L \cdot H \cdot V - L \cdot N \cdot e \cdot \log(16) - L \cdot H \cdot V \cdot \log(16) \dots$$

$$\dots + L^2 \cdot N \cdot \log(4) + L \cdot N \cdot e \cdot \log(81) + L \cdot H \cdot V \cdot \log(81) - L^2 \cdot N \cdot \log(9) \dots$$

$$\dots - 4 \cdot \log(L \cdot N) \cdot L \cdot N \cdot e - 4 \cdot \log(L \cdot N) \cdot L \cdot H \cdot V + 2 \cdot \log(L \cdot N) \cdot L^2 \cdot N) \dots$$

$$\dots / (E \cdot t \cdot V^2 \cdot L \cdot (2 \cdot N \cdot e + 2 \cdot H \cdot V - L \cdot N))$$

Daraus ergibt sich die Gesamtverschiebung am Wandkopf aus den Formeln (4.23) und (4.26):

$$\delta_{ges.} = \delta_1 + \delta_2 = \delta_{ung.} + \delta_{ger.} \quad (4.27)$$

Die Teilergebnisse $\delta_{ung.}$ und $\delta_{ges.}$ werden wieder für die jeweiligen Eingangsgrößen (hier z.B.: $L = 2,0\text{m}$; $N = 30\text{kN}$; $V = 10\text{kN}$; $t = 0,30\text{m}$) über die Wandhöhe angetragen.

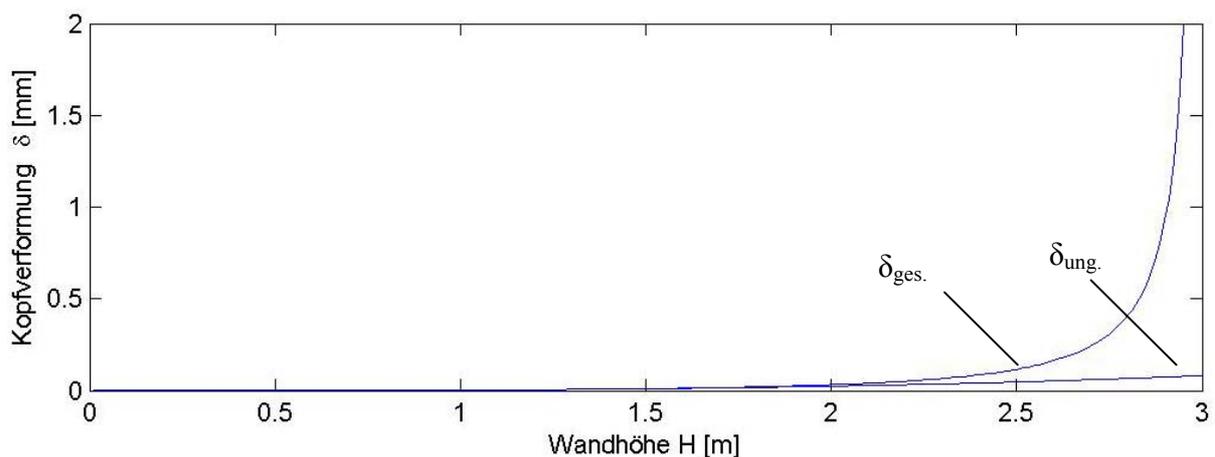


Abbildung 4-8: Beispiel der Kopfverformung in Abhängigkeit von der Wandhöhe

Mit der Normierung entsprechend Kapitel 4.2.1 für die Kopfverformung als Abfall der Steifigkeit (Gleichung (4.16)) und dem bezogenen Schlankheitswert aus dem Verhältnis von Höhe zur Länge der Wand multipliziert mit dem Verhältnis von Horizontallast zur Vertikallast (Gleichung (4.15)) ergibt sich eine Beziehung für den Steifigkeitsabfall (siehe Abbildung 4-9).

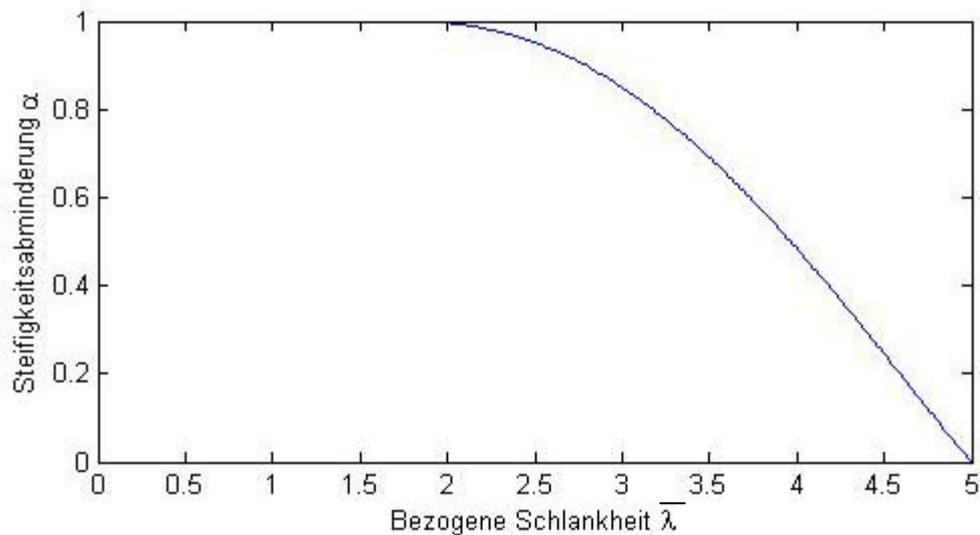


Abbildung 4-9: Steifigkeitsabfall von eingeschossigen Wänden beim Übergang in den gerissenen Zustand II (Ansatz des rückdrehenden Momentes)

4.3 Finite-Element-Modell der eingeschossigen Wand

4.3.1 Allgemeines

Zur Verifizierung der Ergebnisse des analytischen Modells soll im Folgenden eine vergleichende FE Untersuchung für gemauerte Aussteifungswände durchgeführt werden. Die eingeschossige Wand als einfachstes Aussteifungselement wird dabei analog dem analytischen Modell als Kragarm mit horizontaler und vertikaler Einzellast am Wandkopf modelliert. Die FE-Modellierung erfolgt mit dem Programm SOFiSTiK.

Als statisches System kommt eine voll eingespannte Wandscheibe zum Einsatz. Die Elementgrößen des gewählten FE-Netzes werden der jeweiligen Wandgeometrie angepasst, um bei Parameterstudien Abweichungen durch unterschiedliche Elementgrößen in den Ergebnissen einzugrenzen. Die Abbildung erfolgt durch ebene Viereck-Flächenelemente der Dicke t mit einem maximalen Längenverhältnis von 1:5.

Die Mauerwerkswand wird nicht diskret mit einzelnen Steinen und Fugen, sondern über ein in SOFiSTiK implementiertes verschmiertes Modell mit je einer Arbeitslinie für Gebrauchstauglichkeit, Bruchzustand und Zugfestigkeit eingegeben. Als Standardmauerwerk wird für die Parameterstudien zunächst ein Ziegelmauerwerk mit der Steinfestigkeitsklasse 12 und Mörtelgruppe III verwendet.

Die Wand ist über eine Linienlagerung am Fuß voll eingespannt. Der Wandkopf ist als Linie in Wandlängsrichtung gekoppelt, um einen konstanten Verformungsverlauf zu gewährleisten und Abweichungen durch Infinitesimalstellen im Lasteinleitungsbereich zu verhindern.

Die Lasten werden als verschmierte Linienlasten am Wandkopf bzw. als verschmierte Flächenlasten über die gesamte Wand eingegeben.

Somit ergibt sich das in Abbildung 4-10 dargestellte System als Berechnungsmodell mit den gezeigten Eigenschaften für die Berechnung nach Theorie I. Ordnung und Theorie II. Ordnung mit nichtlinearem Materialmodell.

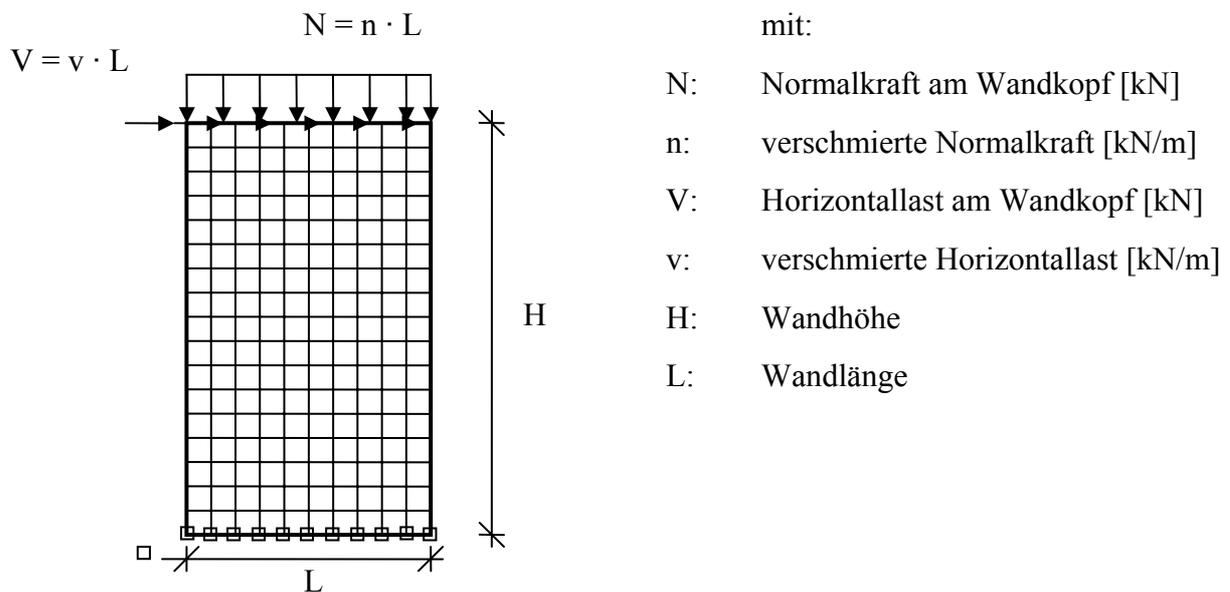


Abbildung 4-10: Berechnungsmodell für die FE-Berechnung

4.3.2 Ergebnisse und Zusammenfassung

Zur Verifizierung der Ergebnisse des analytischen Modells werden bei der Finite-Element-Berechnung Parameterstudien mit SOFiSTiK durchgeführt, an denen die jeweilige Kopfverformung nach Theorie I. Ordnung und Theorie II. Ordnung ausgewertet werden. Es werden die verschiedenen Eingangsparameter variiert und auf die in den Gleichungen (4.15) und (4.16) ermittelten Schlankheits- bzw. Steifigkeitskriterien zusammengefasst, die sich analog der Kurve aus dem analytischen Modell darstellen lassen.

In Abbildung 4-11 sind die Steifigkeitsabminderungen für die jeweilige Variation eines Parameters der Schlankheit dargestellt. Die jeweils anderen Parameter wurden konstant gelassen. Es ergeben sich sehr geringe Abweichungen untereinander.

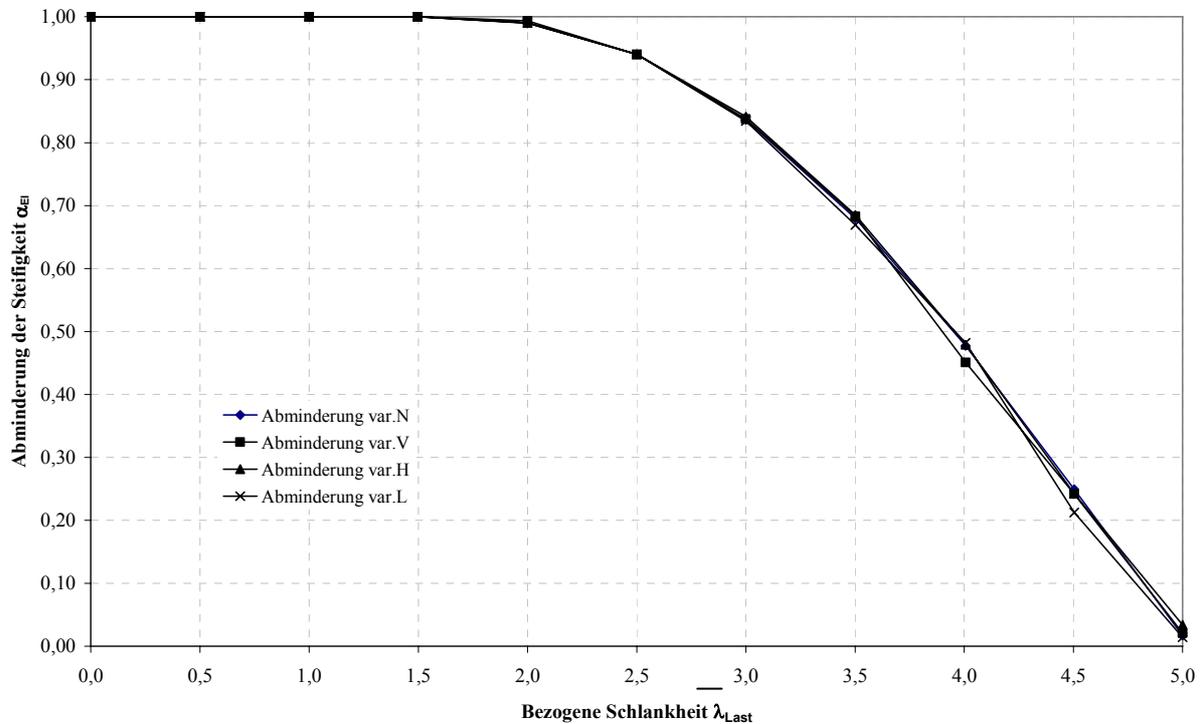


Abbildung 4-11: Ergebnisse der FE-Berechnung zur Abminderung der Steifigkeit für eingeschossige Wände (Variation der Geometrie)

Die Einzelwerte der Kopfverformungen für die verschiedenen Parametervariationen sind im Anhang in Tabelle 9-1 dargestellt.

Eine weitere Parameterstudie zu den Materialfestigkeiten mit Variation der Mauerwerksgüten 6/II, 12/III und 28/IIIa liefert in Abbildung 4-12 analog die gleichen Kurven wie Abbildung 4-11, so dass auf weitere Studien am eingeschossigen Modell verzichtet werden kann. Auch diese Einzelwerte sind im Anhang aufgelistet (Tabelle 9-2).

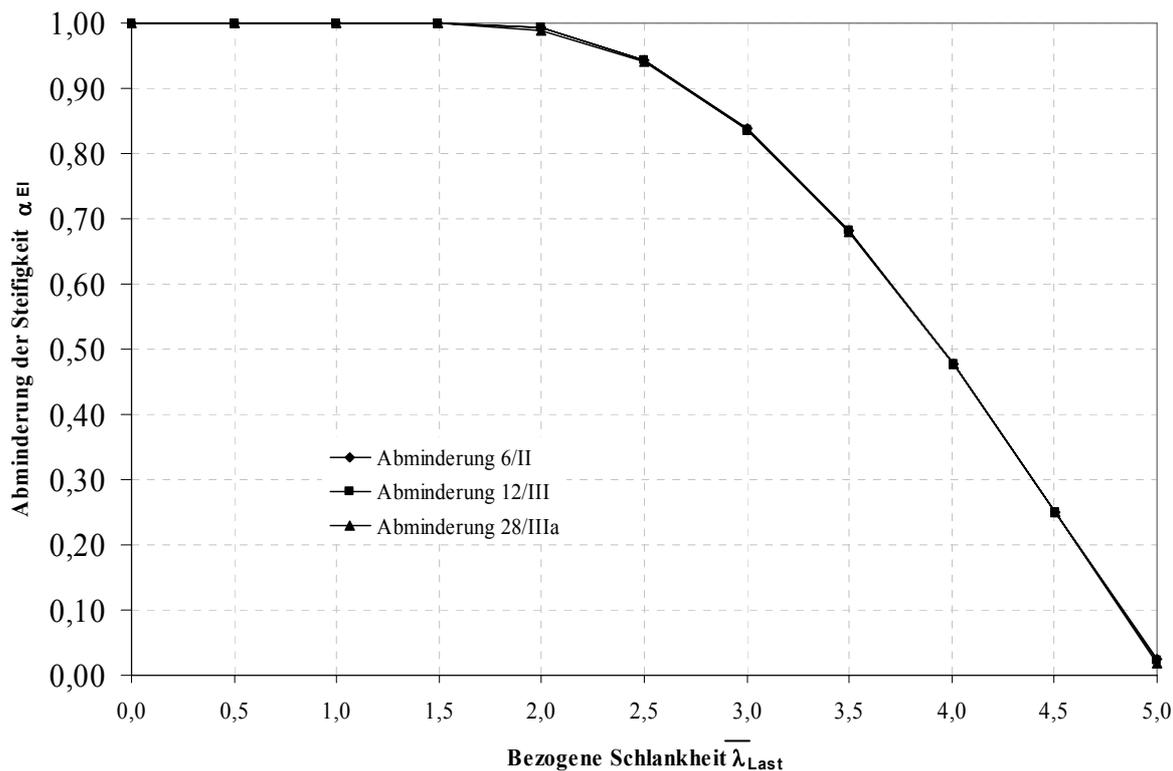


Abbildung 4-12: Ergebnisse der FE-Berechnung zur Abminderung der Steifigkeit für eingeschossige Wände (Variation des Materials)

Einen Vergleich der Ergebnisse der FE-Berechnung für den Steifigkeitsabfall mit den analytischen Modellen zeigt Abbildung 4-13. Wie schon in Kapitel 4.2.1 vermutet, liefert das analytische Modell mit Einbeziehung des rückdrehenden Moments realistischere Ergebnisse als das Modell mit Berücksichtigung des Steiner-Anteils. Aus diesem Grund wird im weiteren Verlauf der Arbeit auf den Ansatz des Steiner-Anteils verzichtet.

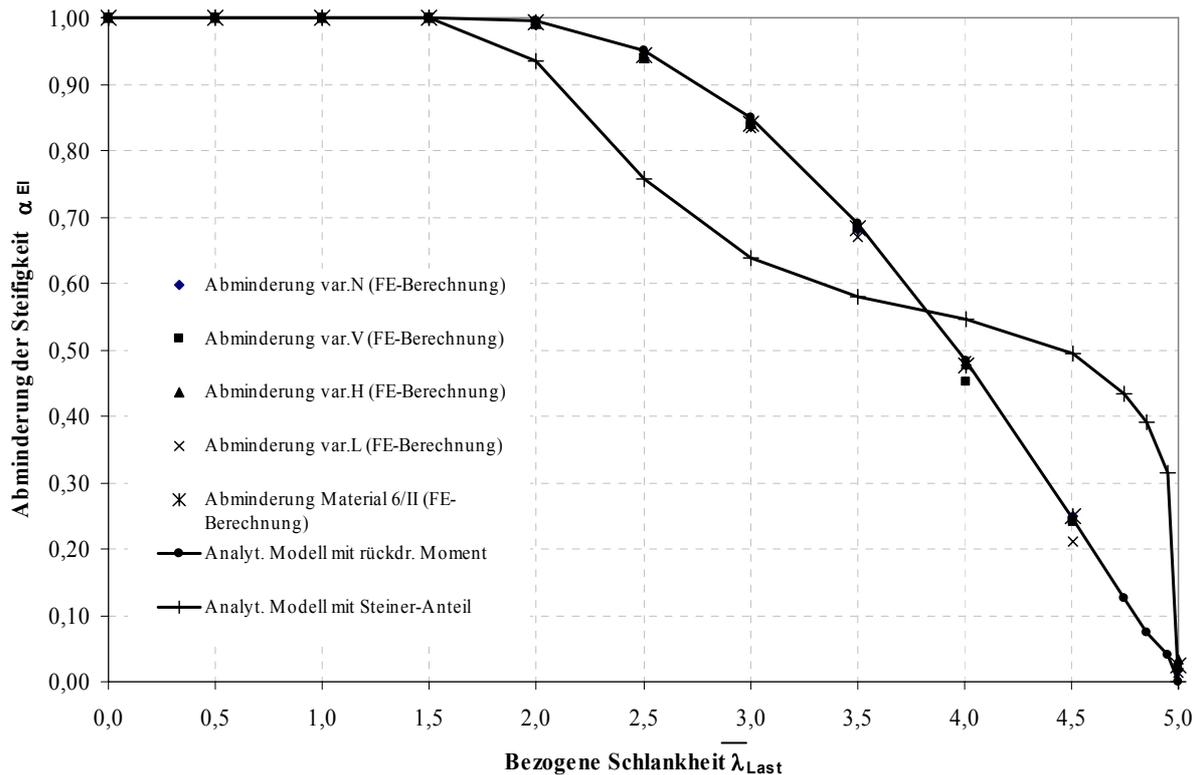


Abbildung 4-13: Modellvergleich zwischen analytischen Modellen und Finite Element-Berechnung

4.4 Analytisches Modell der mehrgeschossigen Wand

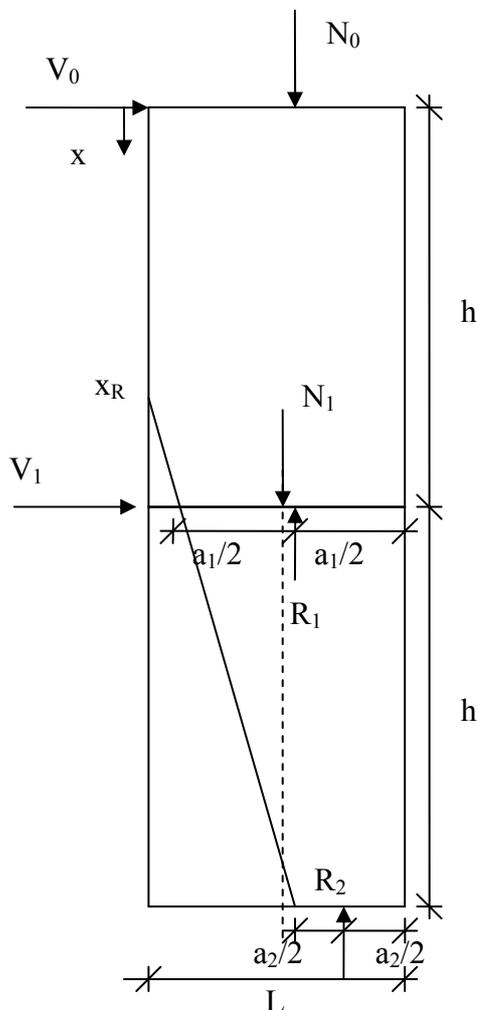
4.4.1 Modell der einzelnen Geschosse

Die Modellierung von mehrgeschossigen Wänden kann auf verschiedene Arten erfolgen. Zunächst wird eine diskrete Modellierung der einzelnen Geschosse mit Lasteinleitung im Bereich der Stahlbetondecken vorgesehen. Eine mögliche Einspannwirkung in die Stahlbetondecken wird nicht berücksichtigt. Geschosshöhe, Wandlänge, angreifende Horizontal- und Normalkräfte in den Geschossen werden als gleich groß angenommen.

Aufbauend auf Kapitel 4.2.2 (Modell unter Berücksichtigung des rückdrehenden Momentes) wird für eine zweigeschossige Wand ein analoges Berechnungsmodell zur Bestimmung des Steifigkeitsabfalls bestimmt. Hierfür ist eine Fallunterscheidung erforderlich, ob die Wand bereits im Obergeschoß gerissen ist, oder diese im ungerissenen Zustand bleibt und nur die Wand im unteren Geschoß aufreißen wird, oder ob die Wand vollständig überdrückt ist.

Für den Fall der vollständig ungerissenen Wand bleibt die Steifigkeit erhalten. Eine Abminderung ist nicht erforderlich.

Ist die Wand im oberen Geschoß ungerissen und nur die untere Wand reißt auf, kann der Abfall der Steifigkeit analog den Gleichungen in Kapitel 4.2.2 bestimmt werden. Eine Anpassung der Formeln ist dann nur für die neu zu bestimmenden Momente an den maßgebenden Stellen durchzuführen.



mit:

- N_0 : Normalkraft am Wandkopf OG
- N_1 : Normalkraft am Wandkopf UG
- V_0 : Horizontallast am Wandkopf OG
- V_1 : Horizontallast am Wandkopf UG
- R_1 : Res. Ersatzkraft am Wandfuß OG
- R_2 : Res. Ersatzkraft am Wandfuß UG
- h : Geschosshöhe
- H : Gesamthöhe ($H = 2 \cdot h$)
- L : Wandlänge
- x : Laufvariable über die Wandhöhe
- x_R : Aufreißen des Querschnitts
- a_1 : überdrückte Länge der Wand OG
- a_2 : überdrückte Länge der Wand UG
- t : Wanddicke

Abbildung 4-14: Systemübersicht Kragenscheibe über zwei Geschosse

Das Vorgehen für die vollständig aufgerissene Wand über zwei Geschosse ist im Folgenden dargestellt:

Der Punkt x_R ergibt sich in der oberen Wand zu

$$x_{R1} = \frac{N_0}{V_0} \left(\frac{L}{6} - e_0 \right) \quad (4.28)$$

und für die untere Wand gleich

$$x_{R2} = \frac{\frac{L}{6}(N_0 + N_1) - N_0 \cdot e_0 - N_1 \cdot e_1 + V_1 \cdot h_1}{V_0 + V_1}. \quad (4.29)$$

Die Länge des überdrückten Bereiches erhält man mit den Formeln

$$a_1 = 3 \cdot \left(\frac{L}{2} - e \right) = \frac{3}{2}L - \frac{3 \cdot V_0}{N_0} \cdot x - 3 \cdot e_0 \quad (4.30)$$

$$a_2 = \frac{3}{2}L - 3 \cdot \frac{(V_0 \cdot x + V_1(x - h_1))}{N_0 + N_1} - 3 \cdot e_0 \quad (4.31)$$

Über den Arbeitssatz lässt sich mit den maßgebenden Momenten die maximale Kopfauslenkung des Kragarms bestimmen:

$$M_0 = N_0 \cdot e_0 + V_0 \cdot x - N_0 \cdot \frac{(L - a_1)}{2} \quad (4.32)$$

$$\overline{M}_0 = x \quad (4.33)$$

$$M_1 = N_0 \cdot e_0 + N_1 \cdot e_1 + V_0 \cdot x + V_1 \cdot (x - h_1) - \frac{N_0 + N_1}{2} \cdot (L - a_2) \quad (4.34)$$

$$\overline{M}_1 = x + (x - h_1) \quad (4.35)$$

Damit ergibt sich die Verschiebung am Kragarmende in Abhängigkeit von der Systemhöhe H

$$\delta = \int_0^H \frac{\overline{MM}}{EI} dx = \frac{1}{EI} \int_0^{x_R} \overline{MM} dx + \int_{x_R}^H \frac{\overline{MM}}{EI} dx \quad (4.36)$$

mit dem ungerissenen Anteil δ_1 von 0 bis x_R und dem gerissenen Anteil δ_2 von x_R bis H. Für die ungerissene Wand kann der Anteil der Biegesteifigkeit vor das Integral gezogen werden, während bei der gerissenen Wand die Steifigkeit über die Höhe veränderlich ist und somit im Integral stehen bleiben muss.

Eingesetzt lautet die Gleichung für die Kopfverformung der ungerissenen Wand

$$E\delta_1 = \frac{4 \cdot x_{R2}^2}{t \cdot L^3} \cdot (V_0 \cdot x_{R2} + N_0 \cdot e_0 + V_1 \cdot (x_{R2} - h_1) + N_1 \cdot e_1). \quad (4.37)$$

Für den gerissenen Anteil des Wandquerschnitts ergibt sich das Integral aus den bereits ermittelten Formeln (4.32) bis (4.35). Auf die explizite Darstellung der Formel wird aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

Daraus ergibt sich die Gesamtverschiebung am Wandkopf aus den Formeln für den gerissenen und ungerissenen Querschnitt:

$$\delta_{ges.} = \delta_1 + \delta_2 = \delta_{ung.} + \delta_{ger.} \quad (4.38)$$

Die Teilergebnisse $\delta_{ung.}$ und $\delta_{ges.}$ können für die jeweiligen Eingangsgrößen (hier z.B.: $L = 2,0\text{m}$; $N = 30\text{kN}$; $V = 10\text{kN}$; $t = 0,30\text{m}$) über die Wandhöhe bestimmt werden und sind in Abbildung 4-15 dargestellt:

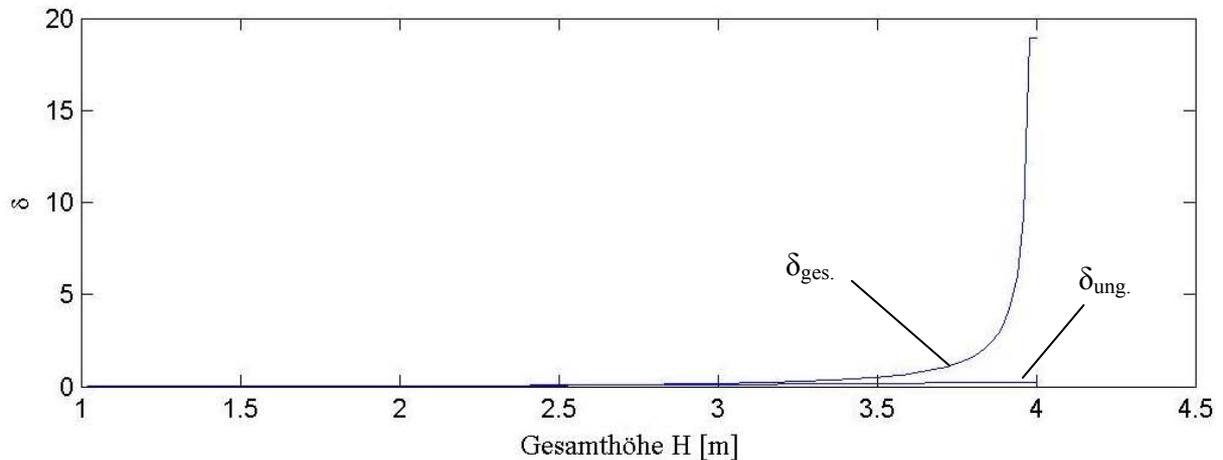


Abbildung 4-15: Beispiel der Kopfverformung in Abhängigkeit von der Gesamthöhe

Mit der Normierung aus den eingeschossigen Modellen für die Kopfverformung und dem bezogenen Schlankheitswert aus dem Verhältnis von Gesamthöhe zur Länge der Wand multipliziert mit dem Verhältnis von gesamter Horizontallast zur gesamten Vertikallast ergibt sich eine ähnliche Kurve für den Steifigkeitsabfall wie in Kapitel 4.2.2 für die eingeschossige Wand (siehe Abbildung 4-16).

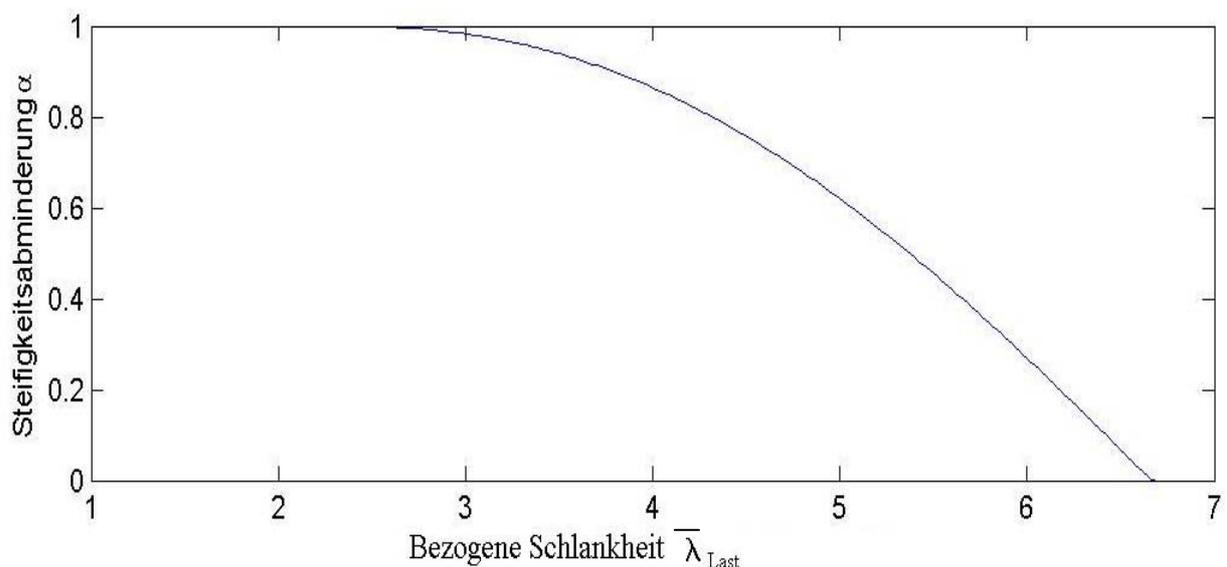
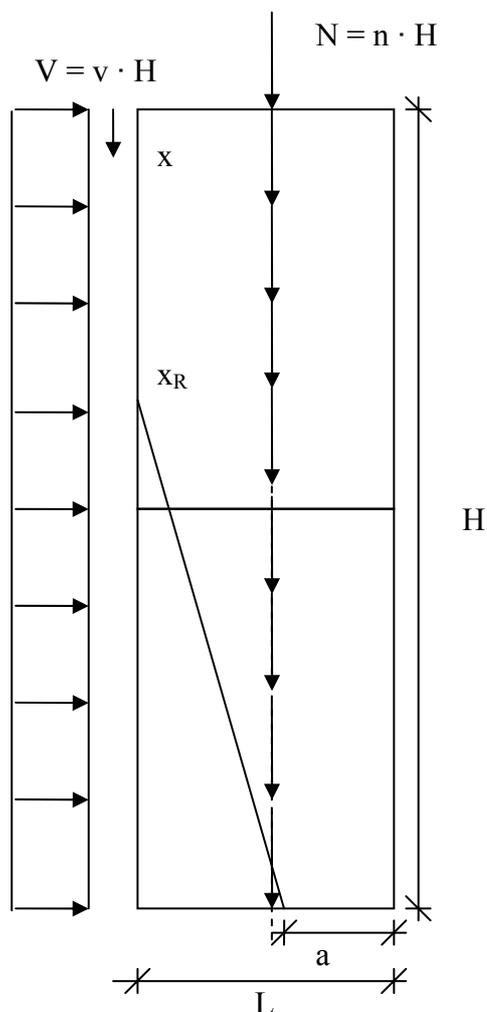


Abbildung 4-16: Steifigkeitsabfall von zweigeschossigen Wänden beim Übergang in den gerissenen Zustand II

4.4.2 Modell mit aufgebrachtten Linienlasten

Eine weitere Unterteilung des Kragarms in mehr als zwei diskrete Geschosse ist auf analytischem Weg nicht mehr praktisch umsetzbar. Daher werden für eine Berechnung von Wänden über mehr als zwei Geschosse Linienlasten verteilt über die Höhe als Belastung angesetzt (Abbildung 4-17). Dieses „Verschmieren der Lasten“ wird sowohl für die vertikale Normalkraft als auch für die Horizontalkraft durchgeführt. Eine teilweise Erhöhung der horizontalen Lasten für mehrere Geschosse und größere Gebäudehöhen z.B. durch den Ansatz des erhöhten Staudruckes ab 8m bzw. 20m kann nicht berücksichtigt werden. Da diese Vorgehensweise allerdings auch bei der generellen Herleitung des Labilitätskriteriums angewandt wurde (vgl. Kapitel 2.3), stellt diese Vereinfachung auch für die Ermittlung der Biegesteifigkeit EI^II eine vertretbare Annahme dar. Die weiteren Modellparameter werden aus Kapitel 4.2.2 Abbildung 4-6 übernommen.



mit:

- N: Gesamtnormalkraft [kN]
- n: Normalkraft über die Höhe verteilt [kN/m]
- V: Gesamthorizontallast [kN]
- v: Horizontallast über die Höhe verteilt [kN/m]
- H: Wandhöhe
- L: Wandlänge
- x: Laufvariable über die Wandhöhe
- x_R : Aufreißen des Querschnitts
- a: überdrückte Länge der Wand

Abbildung 4-17: Wandscheibe mit über die Höhe verteilten Linienlasten

Das Verhalten der Wand für verschiedene Geometrien und Lastverhältnisse kann ungerissen sein oder ab einem bestimmten Punkt aufreißen. Die Wand bleibt solange ungerissen, bis sich auf Grund des aufgetragenen Momentes eine Ausmitte $e > L/6$ am Wandfuß einstellt und sich eine klaffende Fuge ergibt. Das bedeutet für die Ausmitte und den Punkt x_R :

$$\frac{e}{L} = \frac{M}{N \cdot L} = \frac{\frac{v \cdot x^2}{2}}{n \cdot x \cdot L} > \frac{1}{6} \quad (4.39)$$

$$x_R = \frac{n \cdot L}{3 \cdot v} \quad (4.40)$$

Der aufgerissene Wandquerschnitt lässt sich unterteilen in einen gerissenen Bereich (klaffende Fuge) und einen überdrückten Bereich. Die Länge dieses überdrückten Bereiches ergibt sich zu

$$a = 3 \cdot \left(\frac{L}{2} - e \right) = \frac{3}{2} \cdot \left(L - \frac{v \cdot x}{n} \right) \quad (4.41)$$

mit den Grenzwerten $a = L$ für die ungerissene Wand und $a = 0$ für den vollständig gerissenen Querschnitt.

Das entsprechende Flächenträgheitsmoment lautet

$$I = \frac{t \cdot a^3}{12} \quad (4.42)$$

Mit Hilfe des Arbeitssatzes aus der Mechanik lässt sich nun die maximale Kopfauslenkung des Kragarmes bestimmen. Dazu wird eine virtuelle 1-Last am Ersatzsystem angebracht und die virtuelle Momentenlinie mit der Momentenlinie des Ursprungssystems gekoppelt.

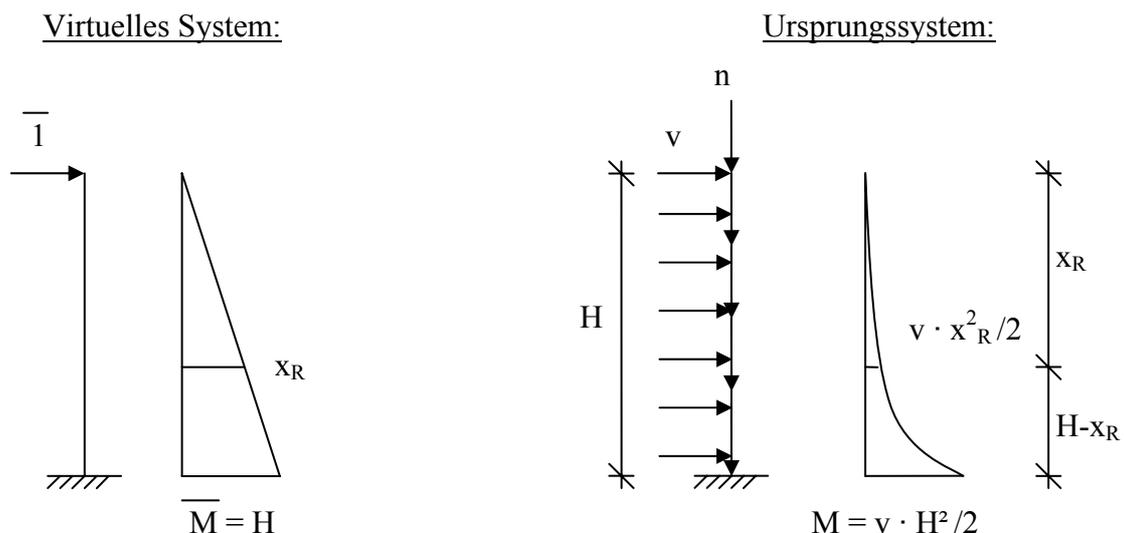


Abbildung 4-18: Arbeitssatz

Damit ergibt sich die Verschiebung am Kragarmende in Abhängigkeit von der Systemhöhe H

$$\delta = \int_0^H \frac{\overline{MM}}{EI} dx = \frac{1}{EI} \int_0^{x_R} \overline{MM} dx + \int_{x_R}^H \frac{\overline{MM}}{EI} dx \quad (4.43)$$

mit dem ungerissenen Anteil δ_1 von 0 bis x_R und dem gerissenen Anteil δ_2 von x_R bis H .

Eingesetzt lautet die Gleichung für die Kopfverformung der ungerissenen Wand

$$E\delta_1 = \frac{1}{4} \cdot x_R \cdot \left(\frac{v \cdot x_R^2}{2} \right) \cdot x_R \cdot \frac{12}{t \cdot L^3} = \frac{3 \cdot v \cdot x_R^4}{2 \cdot t \cdot L^3} \quad (4.44)$$

Für den gerissenen Anteil des Wandquerschnitts ergibt sich die Lösung für das Integral aus den bereits ermittelten Formeln:

$$\overline{M}(x) = x \quad (4.45)$$

$$M(x) = \frac{1}{2} (v \cdot x^2 - n \cdot x \cdot (L - a)) \quad (4.46)$$

$$I_{ger.}(x) = \frac{t \cdot a^3}{12} \quad (4.47)$$

Die endgültige Formel zur Bestimmung von δ_2 lautet:

$$\delta_2 = \frac{4}{27} \cdot n^3 \cdot (-6 \cdot v^2 \cdot H^2 + 17 \cdot v \cdot H \cdot n \cdot L - 5 \cdot n^2 \cdot L^2 + v \cdot H \cdot n \cdot L \cdot (-12 \cdot \log(v \cdot H \dots) \dots - n \cdot L) + 12 \cdot \log(-n \cdot L) + \log(0,0077)) - n^2 \cdot L^2 \cdot (-12 \cdot \log(v \cdot H - n \cdot L) \dots \dots + 12 \cdot \log(-n \cdot L) + \log(0,0077))) / (t \cdot E \cdot v^3 \cdot (-v \cdot H + n \cdot L)) \quad (4.48)$$

Analog Kapitel 4.2 lässt sich die Kopfverformung als Abfall der Steifigkeit entsprechend Gleichung (4.49) normieren und man erhält mit dem bezogenen Schlankheitswert entsprechend Gleichung (4.50) eine Beziehung für den Steifigkeitsabfall für alle möglichen Lastkombinationen und Wandgeometrien für Linienlasten (siehe Abbildung 4-19).

$$\text{Steifigkeitsbeiwert } \alpha_{EI} = \frac{\delta_{ung.}}{\delta_{ges.}} \quad (4.49)$$

$$\text{Bezogene Schlankheit } \overline{\lambda}_{Last} = 10 \cdot \frac{H}{L} \cdot \frac{v}{n} \quad (4.50)$$

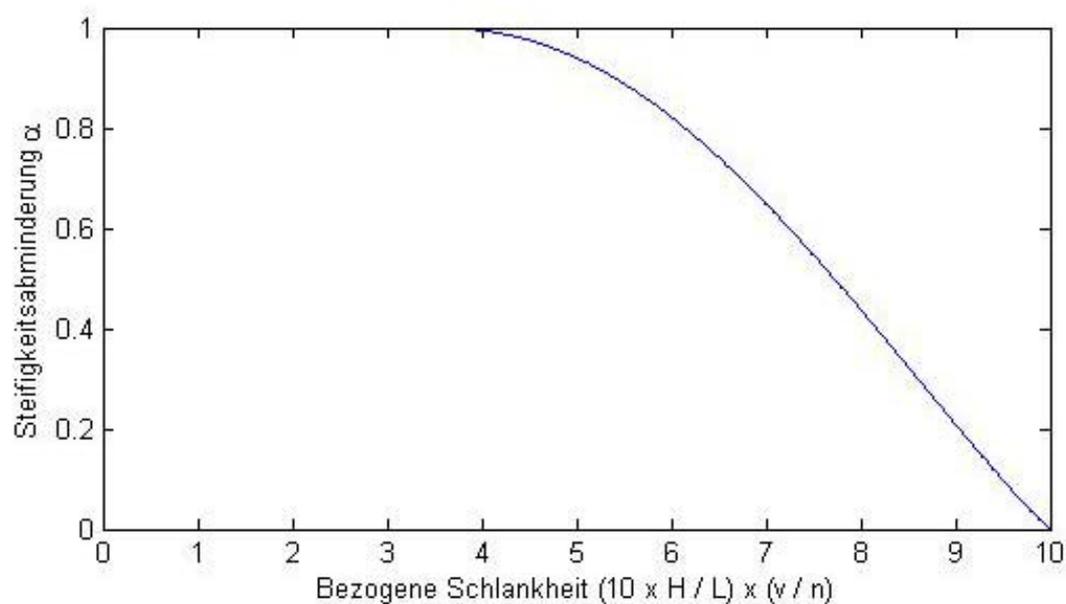
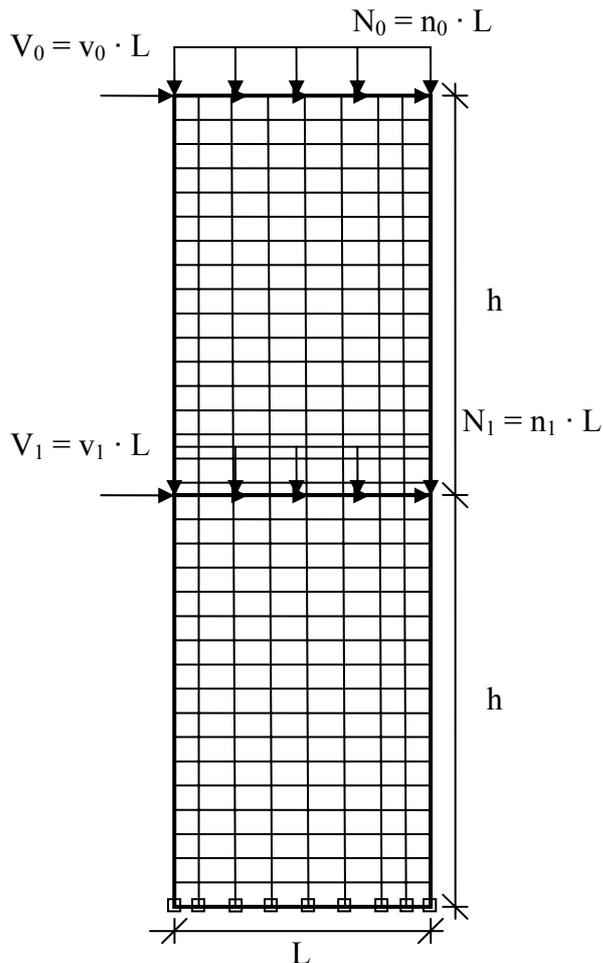


Abbildung 4-19: Steifigkeitsabfall von Wänden mit aufgetragenen Linienlasten beim Übergang in den gerissenen Zustand II

4.5 Finite-Element-Modell der mehrgeschossigen Wand

4.5.1 Allgemeines

Für die Finite-Element-Modellierung wird analog Kapitel 4.4 die mehrgeschossige Wand zunächst mit diskreter Lasteinleitung im Bereich der Stahlbetondecken abgebildet. Die Systemparameter werden aus Kapitel 4.3 übernommen. Die Vorgehensweise entspricht der analytischen Modellierung (siehe Abbildung 4-20).



mit:

- N_0 : Gesamtnormalkraft OG [kN]
- n_0 : Normalkraft am Wandkopf OG [kN/m]
- N_1 : Gesamtnormalkraft UG [kN]
- n_1 : Normalkraft am Wandkopf UG [kN/m]
- V_0 : Gesamte Horizontallast am Wandkopf OG [kN]
- v_0 : Horizontalkraft am Wandkopf OG [kN/m]
- V_1 : Gesamte Horizontallast am Wandkopf UG [kN]
- v_1 : Horizontalkraft am Wandkopf UG [kN/m]
- h : Geschosshöhe
- H : Gesamthöhe ($H = 2 \cdot h$)
- L : Wandlänge

Abbildung 4-20: Zweigeschossige Wand mit Lasteinleitung über die Decken

Eine weitere Möglichkeit der Modellierung von mehrgeschossigen Wänden besteht in der Aufbringung der Last als Linienlasten über die Höhe. Es entfällt die Einteilung in einzelne Geschosse. Die Abgrenzung erfolgt über die verschiedenen Last- bzw. Geometrieverhältnisse analog Kapitel 4.4.2.

Die weiteren Modellparameter, sowie die Berechnungsarten nach Theorie I. Ordnung und Theorie II. Ordnung werden aus dem eingeschossigen Modell übernommen.

4.5.2 Ergebnisse und Zusammenfassung

Für zweigeschossige Aussteifungswände kann der Abfall der Steifigkeit beim Übergang in den gerissenen Zustand analog den Kriterien der eingeschossigen Wände zusammengefasst werden. Die Kopfverformungen lassen sich gemäß Gleichung (4.16) normieren. Für den bezogenen Schlankheitswert nach Gleichung (4.50) zeigen sich für die Variation der einzel-

nen Parameter erste Abweichungen in den Ergebnissen im Vergleich zur analytischen Lösung (siehe Abbildung 4-21). Das analytische Modell verhält sich etwas steifer als die Systeme der FE-Berechnung.

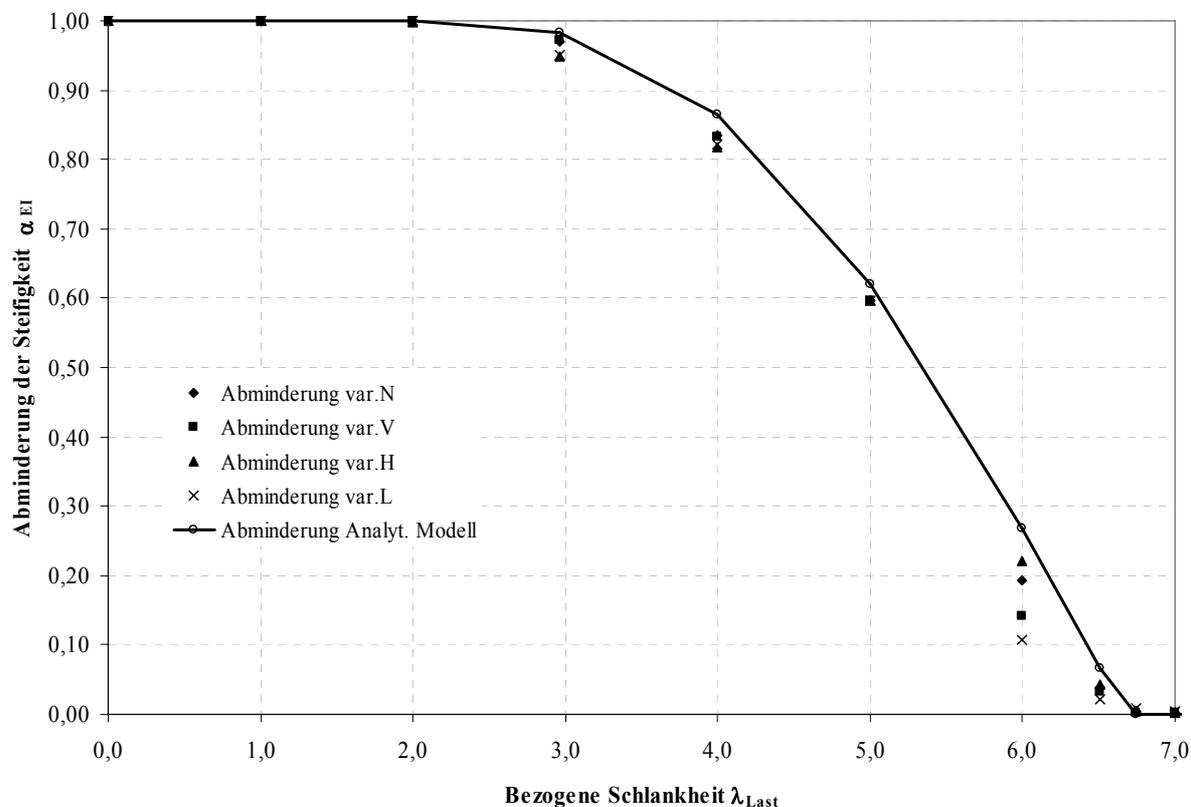


Abbildung 4-21: Abminderung der Steifigkeit für zweigeschossige Wände

Die Einzelwerte der Kopfverformungen für die verschiedenen Parametervariationen sind im Anhang in Tabelle 9-3 dargestellt.

Führt man die beschriebene Modellierung mit diskretem Lastansatz im Bereich der Stahlbetondecken für mehr als zwei Geschosse weiter, ist durch lokales Versagen an einzelnen Punkten kein konstanter Verlauf der Kurven zu erkennen. Dies lässt darauf schließen, dass die eingeführte bezogene Schlankheit nicht als Abszisse für die Steifigkeitsabminderung von diskret belasteten Wänden geeignet ist. In der folgenden Abbildung sind beispielhaft verschiedene Abminderungskurven dargestellt, die die Problematik der Auswertung der Ergebnisse für mehrgeschossige, diskret belastete Wände im Rahmen dieser Arbeit verdeutlichen.

Die Ergebnisse dieser Studie wurden anhand einer Variation der Normalkraft ermittelt (siehe Anhang Kapitel 9.3). Für die Variation der jeweils anderen Eingangsparameter ergibt sich keine Übereinstimmung mit der Normalkraftvariation. Es wird deshalb im weiteren Verlauf

der Arbeit auf die Untersuchung von Wänden mit diskreter Lasteinleitung verzichtet und die bereits in Kapitel 4.4 angesprochene Vereinfachung der verschmierten Lastgeschichte weiter verfolgt.

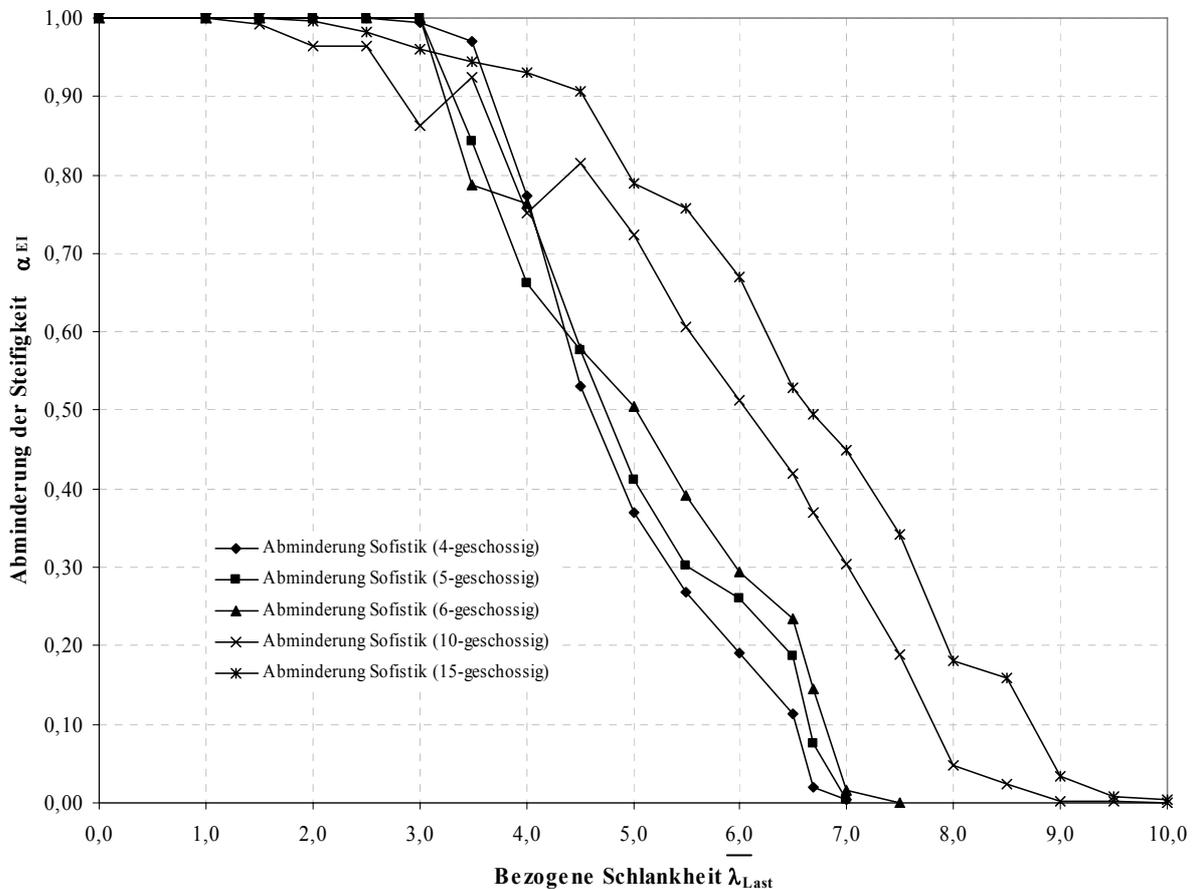


Abbildung 4-22: Abminderung der Steifigkeit für mehrgeschossige Wände

Analog der in Kapitel 4.4.2 beschriebenen Modellierung mit Linienlasten wird das Finite-Element-Modell in SOFiSTiK an die neue Belastung angepasst. Aufgrund der Erkenntnisse aus der diskreten Modellierung der einzelnen Geschosse, werden zur Verifizierung der angenommenen bezogenen Schlankheit nach Gleichung (4.50) verschiedene Parameterstudien durchgeführt, die die Übereinstimmung von analytischer Lösung und FE-Lösung unabhängig von der bezogenen Schlankheit zeigen sollen. Die Parameter Wandlänge, Horizontallast und Vertikallast werden für verschiedene Beispielwerte mit beiden Rechenmodellen überprüft und über die Geschoßanzahl (mit einer festen Geschoßhöhe von 2,50 m) aufgetragen. Es zeigen sich sehr gute Übereinstimmungen der Rechenergebnisse für die jeweiligen Parameter. Abweichungen im Bereich von max. ca. 10% werden im weiteren Verlauf der Arbeit durch eine modifizierte Regressionskurve abgedeckt.

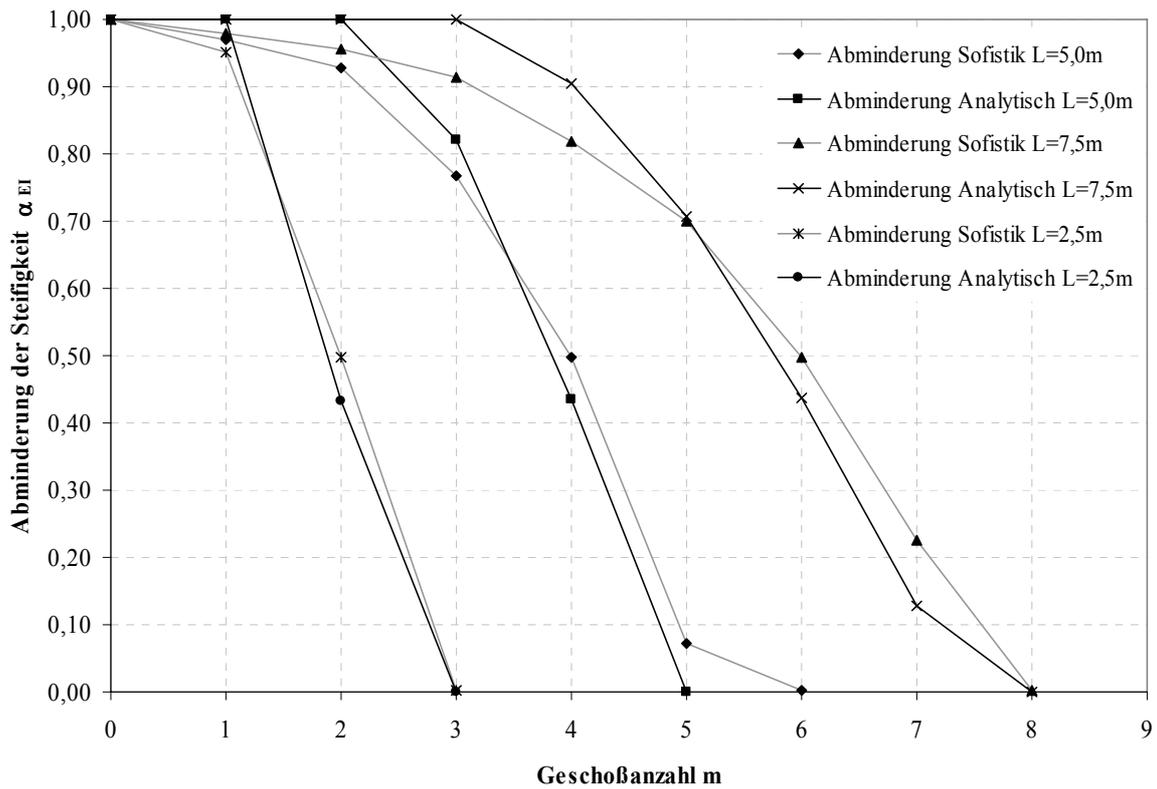


Abbildung 4-23: Modellvergleich Analytisches Modell – Finite Element Modell bei Wänden mit aufgetragenen Linienlasten für verschiedene Wandlängen

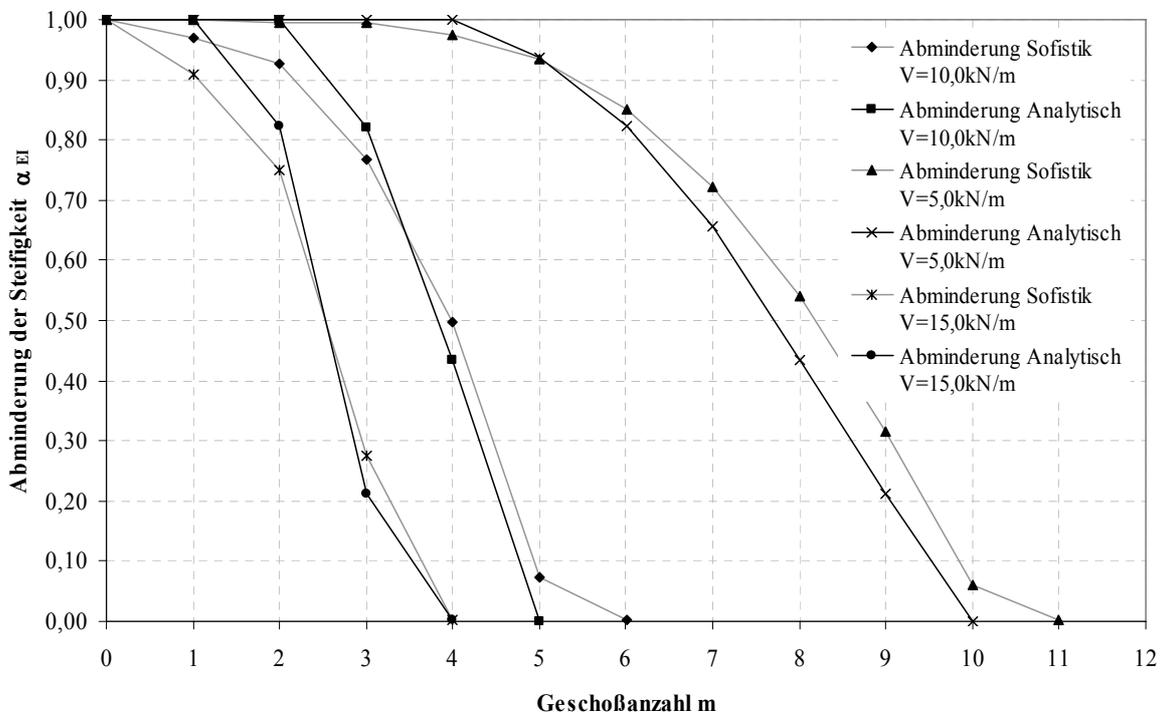


Abbildung 4-24: Modellvergleich Analytisches Modell – Finite Element Modell bei Wänden mit aufgetragenen Linienlasten für verschiedene Horizontallasten

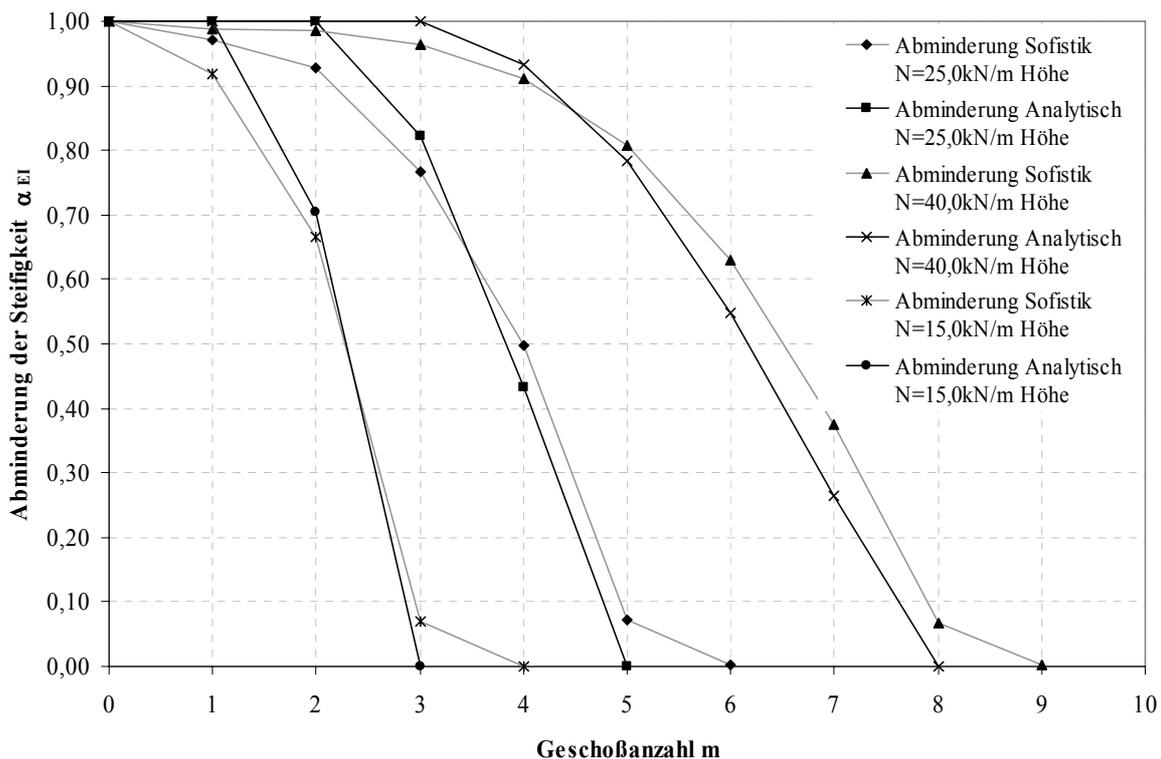


Abbildung 4-25: Modellvergleich Analytisches Modell – Finite Element Modell bei Wänden mit aufgetragenen Linienlasten für verschiedene Vertikallasten

Es lässt sich festhalten, dass die beiden gewählten Modelle sehr gute Übereinstimmungen der Ergebnisse liefern. Es sollte möglich sein, die Abminderungsdiagramme für Wände mit verschmierter Lasteinleitung auf der x-Achse zu normieren. Diesbezüglich kann wieder auf die „bezogene Schlankheit“ nach Gleichung (4.50) mit den Eingangswerten Wandhöhe und Wandlänge, sowie den über die Wandhöhe verteilten vertikalen und horizontalen Linienlasten zurückgegriffen werden.

Somit lassen sich die Kurven für den Steifigkeitsabfall zwischen dem analytischen Modell (Abbildung 4-19) und den Ergebnissen aus den FE-Parameterstudien im folgenden Diagramm gegenüberstellen. Das analytische Stabmodell verhält sich zunächst etwas steifer und fällt erst im hohen Schlankheitsbereich hinter das FE-Modell zurück (Abbildung 4-26). Als endgültige Kurve für den Anwender werden auf der sicheren Seite liegend die Werte aus allen Parameterstudien mit der jeweils größten Abminderung verwendet. Diesbezüglich sind die maßgebenden Werte in den folgenden Diagrammen mit aufgenommen. Abbildung 4-27 zeigt abschließend den maßgebenden Steifigkeitsverlust für Mauerwerkswände im gerissenen Zustand II.

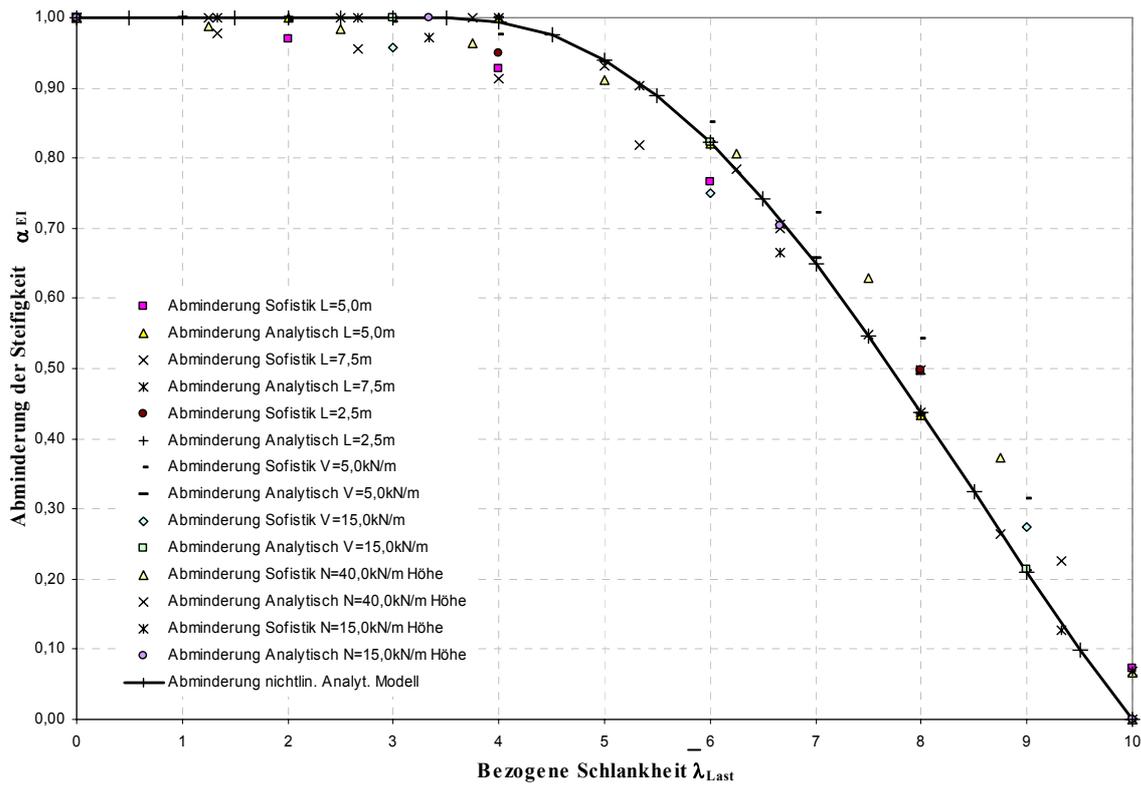


Abbildung 4-26: Modellvergleich Analytisches Modell – Finite Element Modell bei Wänden mit aufgetragenen Linienlasten

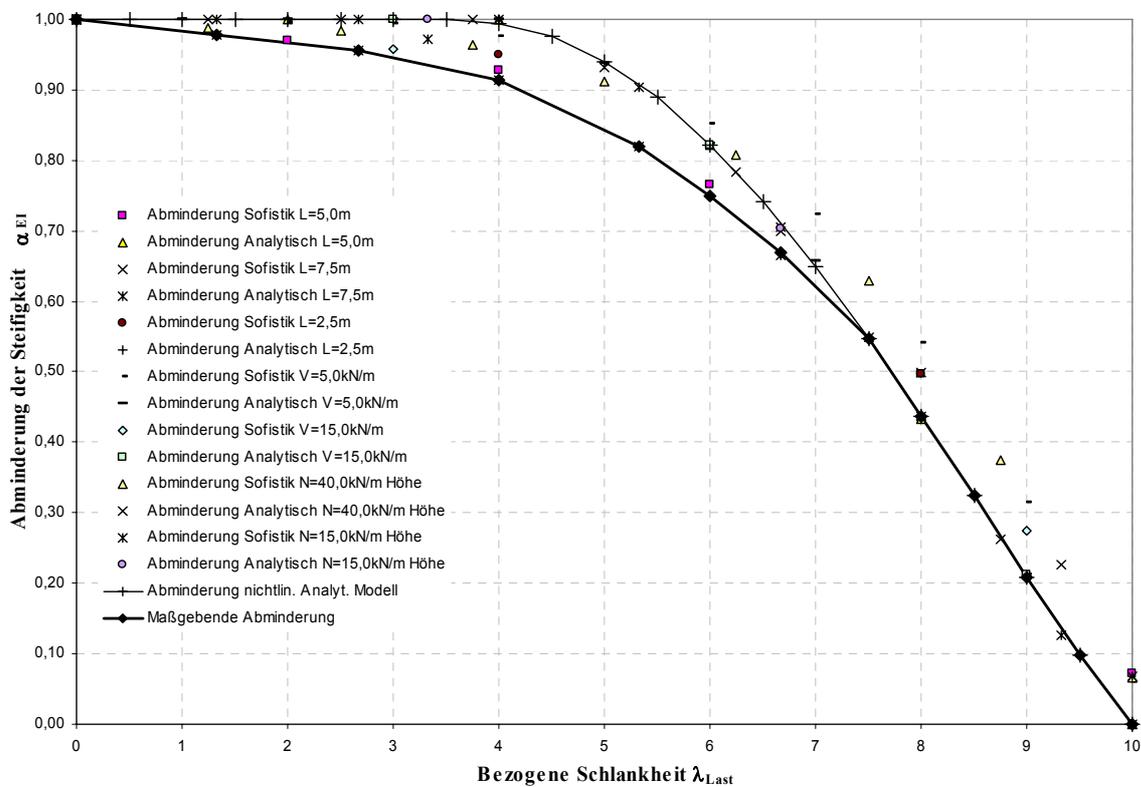


Abbildung 4-27: Maßgebende Abminderungskurve der Steifigkeit bei Wänden mit aufgetragenen Linienlasten

5 Modifizierung des Labilitätskriteriums

5.1 Allgemeines

Die Regelungen der DIN 1053-100 [1] setzen ebenso wie die der Normen [2], [3], [4], die Zusammenfassung der Aussteifung zu einem Gesamtstab voraus.

Ein Schubmittelpunkt, als lastunabhängiger Drillruhepunkt, des Gesamtstabes ist somit nur dann definiert, wenn die mechanischen Voraussetzungen für die Zusammenfassung des Aussteifungssystems zu einem Gesamtstab gegeben sind. Die Voraussetzungen werden hier noch einmal wiederholt:

- Die Decken müssen starre Scheiben sein, deren elastische Verformungen vernachlässigbar sind.
- Sämtliche Verformungen der aussteifenden Wände und Kerne müssen zueinander affin sein, d.h. Querschnittsänderungen oder Aussparungen sind nicht zugelassen.
- Jedes Aussteifende Bauteil muss als Kragträger anzusehen sein, dessen Formänderungen ausschließlich durch Biegeverformungen bestimmt werden.

Die Gleichungen für die Labilitätszahl gelten nur dann, wenn diese Voraussetzungen erfüllt sind und ein Schubmittelpunkt der Aussteifung existiert.

Diese Voraussetzungen liegen selten vollständig vor. Aus diesem Grund ist die mechanische Deutung der Norm in den gegebenen Grenzen erforderlich. Wie bereits beschrieben, wurde die Grenze aus der Bedingung gewonnen, dass die Erhöhung der Schnittkräfte nach Theorie II. Ordnung im Grenzzustand der Tragfähigkeit nicht mehr als 10 % betragen darf. Bei einem Einfluss der Theorie II. Ordnung unter 10 % wird dieser vernachlässigt.

Ist die Voraussetzung einer gleichmäßigen Aussteifung im Grundriss nicht erfüllt, so muss zum Nachweis der Zulässigkeit der Berechnung nach Theorie I. Ordnung eine gemittelte Steifigkeit des Gesamtsystems gefunden werden, um die Nachweise für die Labilitätszahl zu führen. Eine Abschätzung der Steifigkeit von Mauerwerkswänden unter Aussteifungslasten wurde durch diese Arbeit gefunden. Eine Modifizierung des Labilitätskriteriums für Translation wird im folgenden Kapitel vorgeschlagen.

Das zurzeit gültige Labilitätskriterium nach Gleichung (2.24) wurde als Grenzwert für die Beurteilung einer ausreichenden Gebäudestabilität für den Stahlbeton nach DIN 1045 [3] entwickelt. Für den Mauerwerksbau nach DIN 1053-100 [1] kann dieses Kriterium nicht mehr alle Anforderungen erfüllen, da weder ein mauerwerksspezifischer Steifigkeitsverlust, noch die Anwendung des semi-probabilistischen Teilsicherheitskonzeptes impliziert wurden.

In Kapitel 2.4 wurden die Teilsicherheitsbeiwerte nach DIN 1053-100 [1] für die Einwirkungs- und die Materialeite bereits dargestellt. Da die Normalkraft für den Abfall der Steifigkeit günstig wirkt, für das Aussteifungskriterium jedoch ungünstig anzusetzen ist, werden vereinfacht beide Einwirkungskombinationen untersucht und gegenüber gestellt.

Ausgangspunkt der Gegenüberstellung ist Gleichung (2.20). In diese Gleichung ist der globale Sicherheitsfaktor von $\gamma_g = 1,75$ bereits eingeflossen. Dieser Wert wird nun für eine günstig wirkende Normalkraft durch $\gamma_G = 1,0$ für ständige Lasten und $\gamma_Q = 0$ für Verkehrslasten ersetzt. Der Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_M = 1,5$ für die Materialseite wird für beide Varianten mit dem γ der Einwirkungen multipliziert.

$$\frac{w \cdot h_{\text{ges}}^2}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1,0 \cdot 1,5 \cdot N_{g,k} \cdot h_{\text{ges}}^2}{8EI}} \leq 1,10 \cdot \frac{w \cdot h_{\text{ges}}^2}{2} \quad (5.1)$$

mit:

h_{ges} : Gebäudehöhe ab der rechnerischen Einspannebene

w : Summe aller charakteristischen Horizontallasten ($v_g + v_q$) in die betrachtete Richtung

$N_{g,k}$: Summe aller charakteristischen ständigen Vertikallasten des Gebäudes in Höhe der rechnerischen Einspannebene

EI : Summe der Nennbiegesteifigkeit aller lotrecht aussteifenden Bauteile im Zustand I, nach der Elastizitätstheorie, die in der betrachteten Richtung wirken

Daraus folgt für das Aussteifungskriterium

$$h_{\text{ges}} \cdot \sqrt{\frac{N_{g,k}}{EI}} \leq \sqrt{\frac{8}{1,5 \cdot 11}} = 0,696. \quad (5.2)$$

Zieht man nach dem bestehenden Kriterium mit einer abgeminderten Steifigkeit $EI'' = 0,7 EI'$ weiterhin in Betracht, dass einige Bauteile in den Zustand II geraten können, dann ergibt sich

$$h_{\text{ges}} \cdot \sqrt{\frac{N_{g,k}}{EI'}} \leq 0,696 \cdot \sqrt{0,7} = 0,583. \quad (5.3)$$

Für eine ungünstig wirkende Normalkraft ergibt sich aus den Sicherheitsfaktoren $\gamma_g = 1,35$ für die ständigen Lasten und $\gamma_q = 1,50$ für Verkehrslasten die Formel zu

$$\frac{w \cdot h_{\text{ges}}^2}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1,5 \cdot (1,35 \cdot N_{g,k} + 1,5 \cdot N_{q,k}) \cdot h_{\text{ges}}^2}{8EI}} \leq 1,10 \cdot \frac{w \cdot h_{\text{ges}}^2}{2}. \quad (5.4)$$

Daraus folgt für das Aussteifungskriterium:

$$h_{\text{ges}} \cdot \sqrt{\frac{(1,35 \cdot N_{g,k} + 1,5 \cdot N_{q,k})}{EI}} \leq 0,583 \quad (5.5)$$

Vereinfacht könnte man annehmen, dass der Fall der ungünstig wirkenden Normalkraft immer maßgebend wird, da der Wert des Terms auf der linken Seite für diesen Fall größer ist als für die günstig wirkende Normalkraft. Dabei wird aber nicht berücksichtigt, dass sich die

Normalkraft für die Steifigkeit genau umgekehrt verhält und somit z. B. der Zuwachs der Momente nach Theorie II. Ordnung für $\gamma_g = 1,0$ und $\gamma_q = 0$ gering sein kann, während dieser bei $\gamma_g = 1,35$ und $\gamma_q = 1,50$ erhebliche Auswirkungen hat. Im einen Fall müssten dann Formänderungen berücksichtigt werden, während im anderen Fall darauf verzichtet werden kann. Wenn also die Teilsicherheitsbeiwerte explizit in das Aussteifungskriterium aufgenommen werden sollen, müsste das Kriterium in Abhängigkeit der Teilsicherheitsbeiwerte für die Belastung entsprechend unterteilt werden, was aber nicht Gegenstand dieses Forschungsvorhabens ist. Im Folgenden wird wie bei den bisherigen Regelungen von einem globalen Sicherheitsbeiwert $\gamma_G = 1,75$ ausgegangen.

5.2 Aussteifungskriterium unter Einbeziehung der Steifigkeitsabminderung

Die Aufgabe dieses Forschungsvorhabens besteht darin, einen realistischen Abfall der Steifigkeiten in das neue Aussteifungskriterium zu implementieren. Ausgangspunkt (mit globalem Sicherheitsbeiwert) ist Gleichung (2.21).

$$h_{ges} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{EI}} \leq \frac{0,85}{\sqrt{1,75}} = 0,64 \quad (5.6)$$

mit:

h_{ges} : Gebäudehöhe ab der rechnerischen Einspannebene

N_k : Summe aller charakteristischen Vertikallasten des Gebäudes in Höhe der rechnerischen Einspannebene ($N_k = n_k \cdot h_{ges}$)

EI : Summe der Nennbiegesteifigkeit aller lotrecht aussteifenden Bauteile im Zustand I, nach der Elastizitätstheorie, die in der betrachteten Richtung wirken

Unter Einbeziehung der Steifigkeitsabminderung aus Kapitel 4: $EI^{II} = \alpha_{EI} \cdot EI^I$ erhält man die Gleichung

$$h_{ges} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{EI^I}} \leq 0,64 \cdot \sqrt{\alpha_{EI}} \quad (5.7)$$

wobei der Wert α_{EI} nach Abbildung 5-1 aus den einzelnen Abminderungsbeiwerten der zur Aussteifung herangezogenen Bauteile gemittelt werden muss (siehe Gleichungen (5.8) und (5.9)).

Die Anwendung des Abminderungsbeiwertes α_{EI} ist auf gerade Einzelwände begrenzt. Als maßgebender Abminderungsbeiwert für das neue Labilitätskriterium wird das gewichtete Mittel der Beiwerte der einzelnen zur Aussteifung herangezogenen Bauteile verwendet. In Abhängigkeit der einzelnen Bauteilsteifigkeiten ergibt sich näherungsweise über die Gleichung

$$S_{y,i} = H_{y,i} \cdot \frac{EI_{y,i}}{\sum EI_{y,i}} \text{ bzw. } S_{z,i} = H_{z,i} \cdot \frac{EI_{z,i}}{\sum EI_{z,i}} \quad (5.8)$$

der Abminderungsbeiwert für die jeweilige Richtung

$$\alpha_{EI,y} = \sum_i S_{y,i} \cdot \alpha_{EI,i} \text{ bzw. } \alpha_{EI,z} = \sum_i S_{z,i} \cdot \alpha_{EI,i} \quad (5.9)$$

Es wird das Mittel der Einzelabminderungen bezogen auf den jeweiligen Anteil am Horizontallastabtrag gebildet.

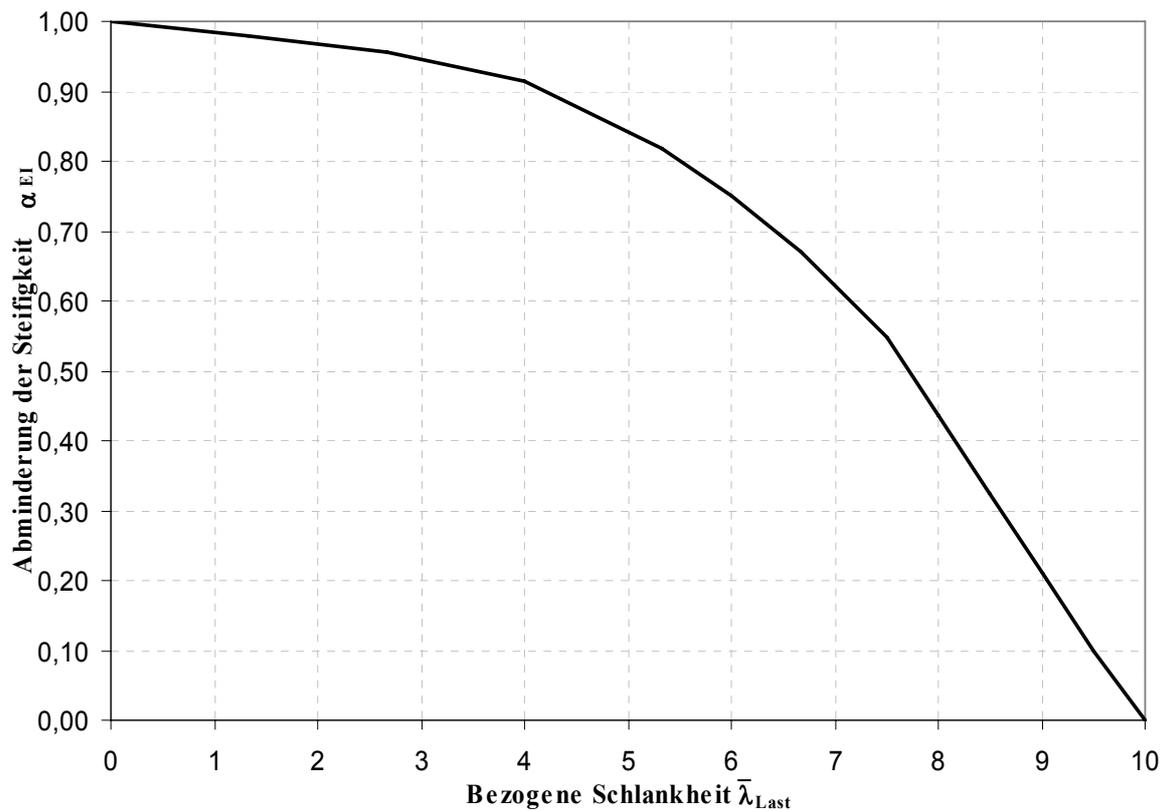


Abbildung 5-1: Abminderungsfaktor α_{EI} für Einzelwände mit aufgetragenen Linienlasten

Um eine möglichst praktikable Anwendung des Aussteifungskriteriums zu gewährleisten, kann die Abminderungskurve nach Abbildung 5-1 in drei Bereiche eingeteilt und für jeden Bereich eine Beziehung angegeben werden, die die Abminderungskurve möglichst genau abbildet (Abbildung 5-2). Die kleine Einschnidung in den unsicheren Bereich bei einer bezogenen Schlankheit von 7 ist nach Meinung des Verfassers vertretbar. Mit den ermittelten Gleichungen lässt sich das modifizierte Aussteifungskriterium in analytischer Form angeben.

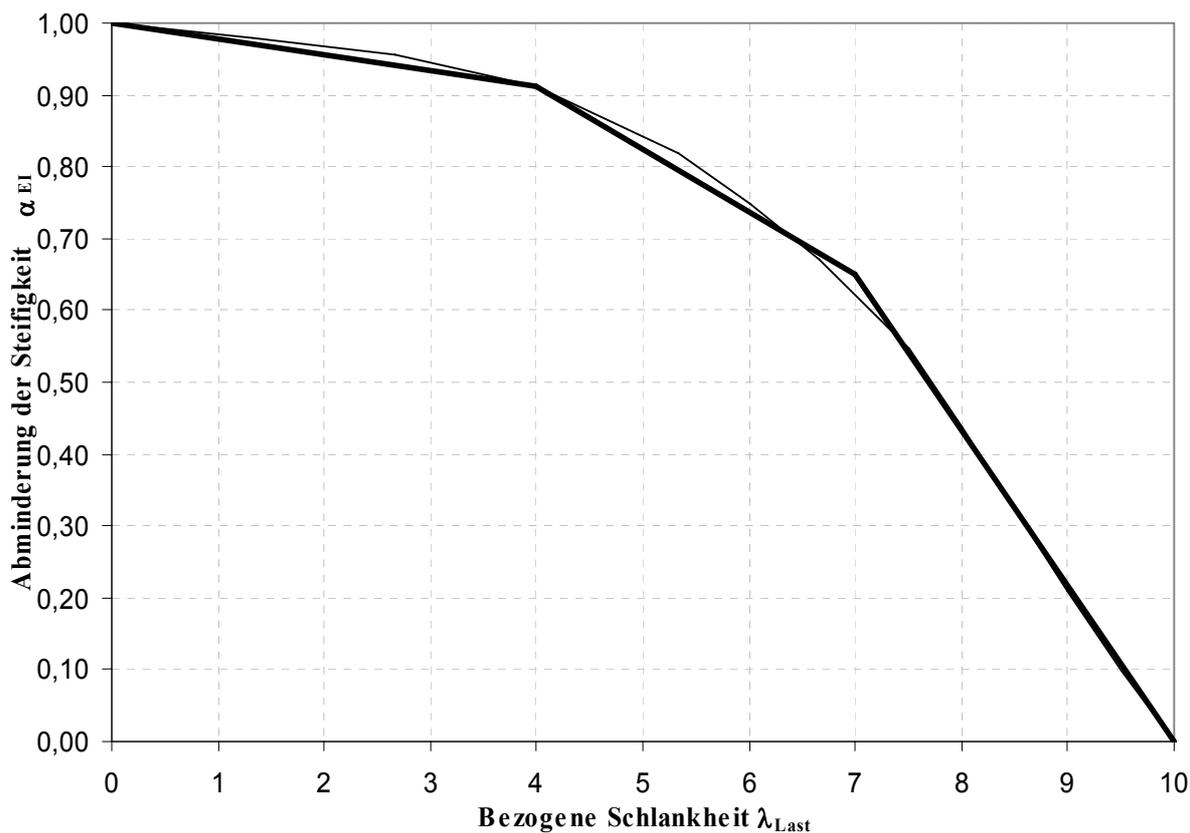


Abbildung 5-2: Angenäherte Kurve der Abminderung

Die Gleichungen für die einzelnen Abschnitte lauten:

$$\begin{aligned} \alpha_{EI} &= -0,02 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 1,00 & \text{für } 0 \leq \bar{\lambda}_{Last} \leq 4 \\ \alpha_{EI} &= -0,09 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 1,28 & \text{für } 4 \leq \bar{\lambda}_{Last} \leq 7 \\ \alpha_{EI} &= -0,22 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 2,19 & \text{für } 7 \leq \bar{\lambda}_{Last} \leq 10 \end{aligned} \quad (5.10)$$

Daraus ergibt sich das Aussteifungskriterium in analytischer Form unabhängig von der Anzahl der Geschosse:

$$\alpha_{mod} = h_{ges} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{EI'}} \leq 0,64 \cdot \sqrt{\alpha_{EI}} \quad (5.11)$$

mit:

h_{ges} : Gebäudehöhe ab der rechnerischen Einspannebene

N_k : Summe aller charakteristischen Vertikallasten des Gebäudes in Höhe der rechnerischen Einspannebene ($N_k = n_k \cdot h_{ges}$)

EI' : Summe der Nennbiegesteifigkeit aller lotrecht aussteifenden Bauteile im Zustand I, nach der Elastizitätstheorie, die in der betrachteten Richtung wirken

α_{EI} : Beiwert der Steifigkeitsabminderung für die einzelnen Schlankheitsbereiche:

$$\alpha_{EI} = -0,02 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 1,00 \quad \text{für} \quad 0 \leq \bar{\lambda}_{Last} \leq 4$$

$$\alpha_{EI} = -0,09 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 1,28 \quad \text{für} \quad 4 \leq \bar{\lambda}_{Last} \leq 7$$

$$\alpha_{EI} = -0,22 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 2,19 \quad \text{für} \quad 7 \leq \bar{\lambda}_{Last} \leq 10$$

$\bar{\lambda}_{Last}$ Bezogene Schlankheit für die einzelne Wand $\bar{\lambda}_{Last} = 10 \cdot \frac{h_{ges.}}{L} \cdot \frac{V_k}{N_k}$

mit:

L: Wandlänge [m]

V_k : Summe der charakteristischen Horizontallasten [kN]

N_k : Summe der charakteristischen Vertikallasten [kN]

6 Beispielberechnungen

6.1 Allgemeines

In den folgenden Beispielen wird das modifizierte Aussteifungskriterium dem aktuellen Aussteifungskriterium gegenüber gestellt. Es soll auf Anwendbarkeit und Umsetzbarkeit in die normativen Regelungen überprüft werden. Dies wird anhand von drei typischen Beispielen durchgeführt.

6.2 Typisches Reihenhaus mit geringer Aussteifung in Querrichtung

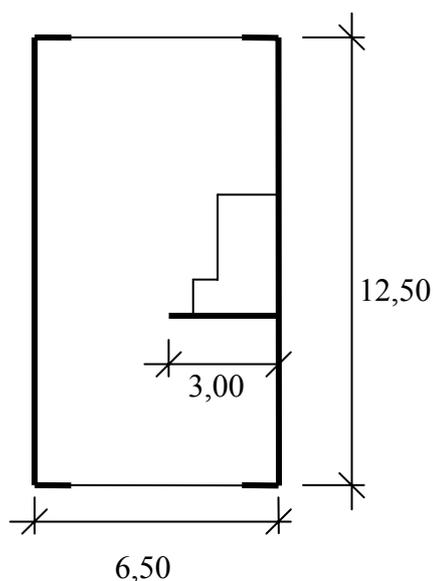
Küttler [18] hat in seinen Ausführungen eine ausreichende Aussteifung anhand eines typischen Reihenhauses dargestellt.

Vorbemerkung:

Reihenhäuser sind üblicherweise aus Mauerwerk mit Stahlbetondecken errichtet. Sie verfügen im Allgemeinen über ein Kellergeschoß, ein Erdgeschoß und ein Obergeschoß. Die typische Gebäudebreite ist 6,50m, mit einer Tiefe bis zu 14m.

Wegen der vorhandenen Nachbarbebauung erhält das Reihenhaus zwar keine Windlast, dies darf jedoch mit Rücksicht auf die Bauordnung nicht in Rechnung gestellt werden, da kein Gebäude seine Standsicherheit nur unter Zuhilfenahme der Nachbarbebauung erhalten darf. Üblicherweise sind sowohl die Vorder-, als auch die Rückfront von Reihenhäusern stark aufgelöst, so dass aussteifende Wände nur im Gebäudeinneren sein können.

Notwendigkeit des Nachweises:



Die beiden Giebelwände steifen das Bauwerk sowohl in Bauwerkslängsrichtung, als auch gegen Verdrehung so gut aus, dass sich nach DIN 1053-1, Abschnitt 6.4 ein Nachweis erübrigt. Demzufolge genügt hier ein Nachweis in Bauwerksquerrichtung.

Abbildung 6-1: Grundriss eines typischen Reihenhauses analog [18]

Das Kellergeschoß ist ebenfalls durch viele Wände (alle 4 Außenwände und 2 Innenwände) hinreichend ausgesteift.

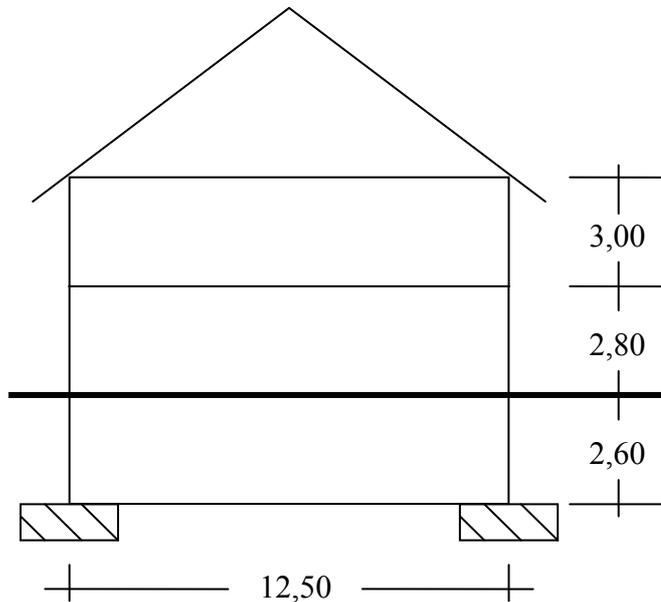


Abbildung 6-2: Ansicht eines typischen Reihenhauses analog [18]

Als Nachweisgrenze gibt Reeh [10] die folgenden Kriterien an:

„Gebäude geringer Höhe ($h < 9 \text{ m}$) können als ausgesteift ohne Nachweis gelten, wenn sie über soviel Aussteifungswände Stfk. 12/MG IIa mit mindestens 115 mm Dicke und 2,75 m Länge verfügen, dass auf die einzelne Aussteifungswand maximal 30 m^2 Windeinflussfläche entfallen.“

Die ist hier in Querrichtung nicht gegeben, demzufolge muss ein Nachweis geführt werden.

Annahme: Summe der Vertikallasten $N_k = 1900 \text{ kN}$ (aus baupraktischem Anwendungsfall)

Nachweis mit bestehendem Labilitätskriterium:

$$\alpha = 5,80 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{1900 \text{ kN}}{3 \cdot 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{3^3 \cdot 0,175 \cdot \text{m}^4}{12}}} = 0,26 < 0,4 = \alpha_{zul.} = 0,2 + 2 \cdot 0,1$$

Damit braucht kein Nachweis nach Theorie II. Ordnung geführt zu werden.

Nachweis mit neuem Labilitätskriterium:

Die maximale Normalkraft für die Wand ergibt sich (inklusive Eigengewicht) zu $N_k = 331 \text{ kN}$.

$$\Rightarrow n_k = \frac{331kN}{5,8m} = 57,1kN/m$$

Die anzusetzende Horizontallast ergibt sich aus Windlast und Schiefstellung:

$$\text{Windlast: } w_k = 1,3 \cdot 0,5 \cdot 12,5 \cdot \frac{7}{5,8} = 9,8kN/m$$

$$\text{Schiefstellung: } S = \frac{1900}{100 \cdot \sqrt{5,8}} = 8kN \text{ am Wandkopf}$$

umgerechnet als Linienlast:

$$s_k = \frac{2 \cdot 8kN}{5,8m} = 2,76kN/m$$

$$\Rightarrow v_k = 9,8 + 2,76 = 12,56kN/m$$

Daraus folgt eine bezogene Schlankheit der Wand von:

$$\bar{\lambda}_{Last} = \frac{10 \cdot 5,8 \cdot 12,56}{3,0 \cdot 57,1} = 4,25$$

Mit Hilfe des Steifigkeitsdiagramms lässt sich ein Abminderungsfaktor für die Wand ablesen:

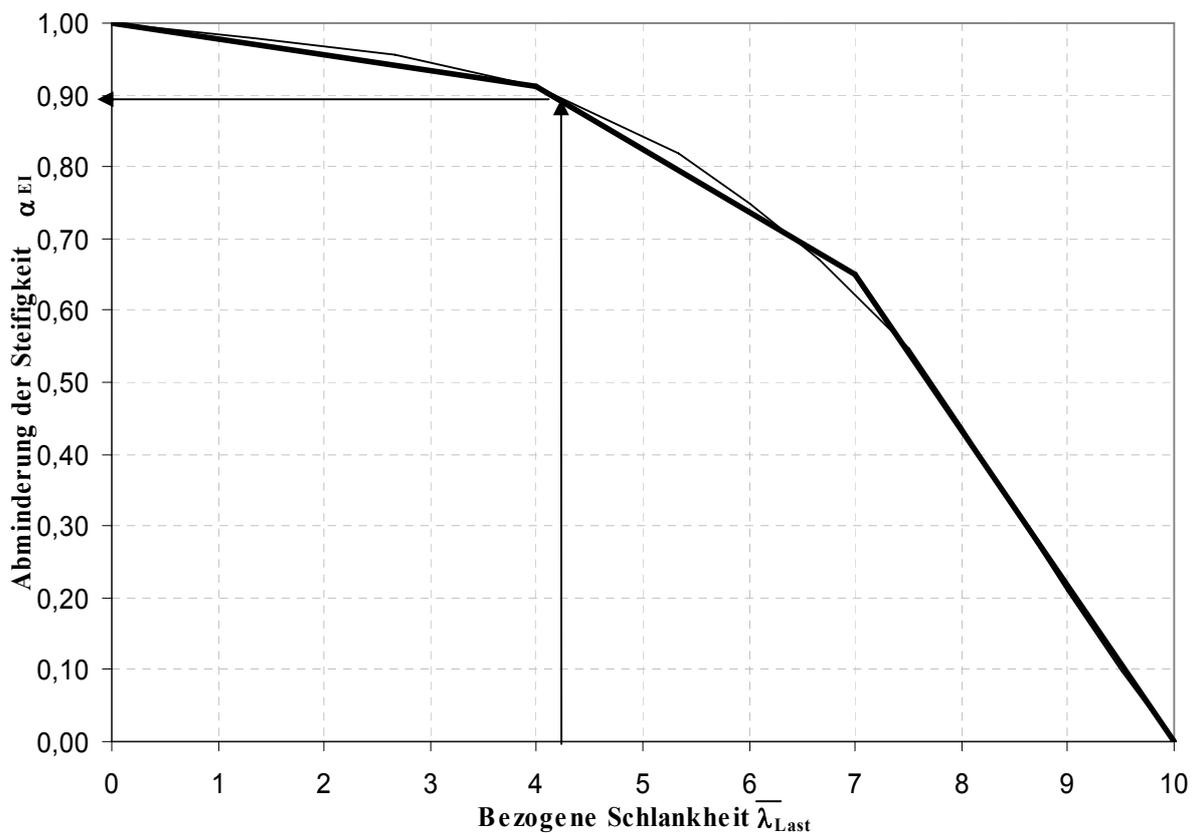


Abbildung 6-3: Abminderungsfaktor α_{EI} für Einzelwände mit aufgetragenen Linienlasten

Daraus folgt für das neue Aussteifungskriterium:

$$\alpha = 5,80\text{m} \cdot \sqrt{\frac{1900\text{kN}}{3 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{3^3 \cdot 0,175 \cdot \text{m}^4}{12}}} \leq 0,64 \cdot \sqrt{\alpha_{EI}}$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,26 \leq 0,64 \cdot \sqrt{0,90} = 0,61$$

Alternativ ergibt sich mit der Gleichung (5.11) ein Beiwert von

$$\alpha_{EI} = -0,09 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 1,28 = -0,09 \cdot 4,25 + 1,28 = 0,90.$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,26 \leq 0,64 \cdot \sqrt{0,90} = 0,61$$

Es braucht kein Nachweis nach Theorie II. Ordnung geführt zu werden.

Führt man die aussteifende Wand unter der Annahme konstant bleibender Einwirkungen nicht mit 3 m Länge, sondern mit einer Länge von 2,0 m aus, ergeben sich für die Labilitätszahlen die folgenden Werte:

Nachweis mit bestehendem Labilitätskriterium:

$$\alpha = 5,80\text{m} \cdot \sqrt{\frac{1900\text{kN}}{3 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{2^3 \cdot 0,175 \cdot \text{m}^4}{12}}} = 0,43 > 0,4 = \alpha_{zul.} = 0,2 + 2 \cdot 0,1 !!!$$

Ein Nachweis nach Theorie II. Ordnung ist erforderlich.

Nachweis mit neuem Labilitätskriterium:

Die bezogene Schlankheit der Wand ergibt sich zu:

$$\lambda_{Last} = \frac{10 \cdot 5,8 \cdot 12,56}{2,0 \cdot 57,1} = 6,38$$

Daraus folgt für das neue Aussteifungskriterium:

$$\alpha = 5,80\text{m} \cdot \sqrt{\frac{1900\text{kN}}{3 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{2^3 \cdot 0,175 \cdot \text{m}^4}{12}}} \leq 0,64 \cdot \sqrt{\alpha_{EI}}$$

$$\alpha_{EI} = -0,09 \cdot \bar{\lambda}_{Last} + 1,28 = -0,09 \cdot 6,38 + 1,28 = 0,71$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,43 \leq 0,64 \cdot \sqrt{0,71} = 0,53$$

Es braucht kein Nachweis nach Theorie II. Ordnung geführt werden. Für dieses Beispiel ist das neue Aussteifungskriterium günstiger als das bestehende Kriterium.

Für den Fall, dass sich die aussteifende Wand der Vertikallastabtragung entziehen kann und die Stahlbetondecke ihre Last nicht an die Wand abgibt, muss das Aussteifungskriterium neu überprüft werden, da sich eine neue bezogene Schlankheit und eine geringere Steifigkeit der Wand ergeben würde.

6.3 Schlankes Bürogebäude in Mauerwerksbauweise

Als weiterführendes Beispiel wird im Folgenden die Aussteifung eines höheren Bürogebäudes in Mauerwerksbauweise untersucht. Das Kellergeschoß gilt als ausreichend ausgesteift, so dass die Decke des Kellergeschosses als Einspannebene für die Obergeschosse betrachtet werden kann. Die aufgehenden Geschosse (EG und Geschosse 1 – 5) sind gemäß der Skizze ausgesteift:

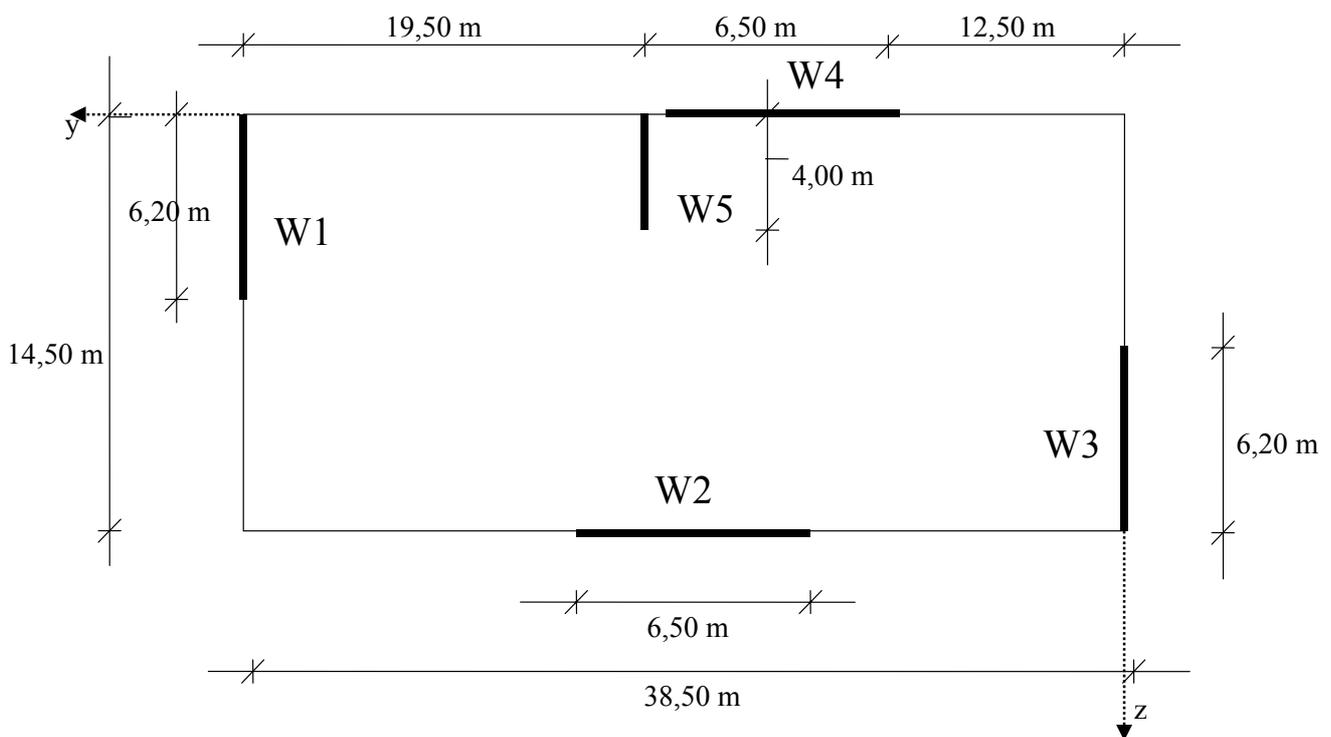


Abbildung 6-4: Grundriss Bürogebäude

Die Dicke aller Wände beträgt $d = 30$ cm bei einer Mindestfestigkeitsklasse des Mauerwerks von Stfk. 12/MG IIa. Die Abtragung der Vertikallasten erfolgt größtenteils über Stahlbetonstützen.

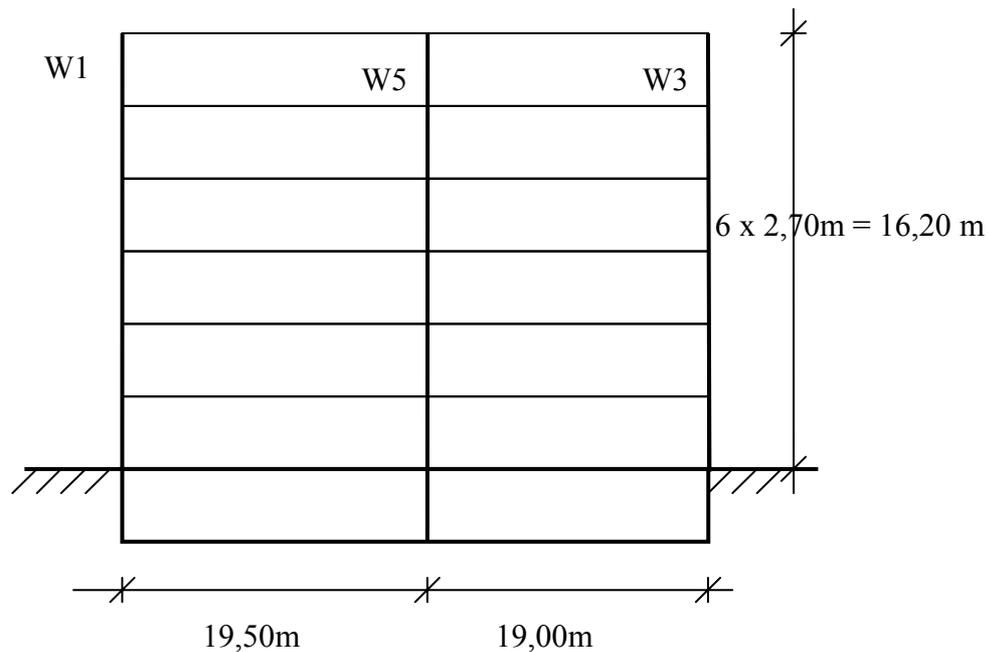


Abbildung 6-5: Prinzipschnitt Bürogebäude

Ermittlung der Aussteifungslasten:

Vereinfachte Ermittlung der Vertikallasten:

$$\text{Volumenformel: } n_k = 14,50 \cdot 38,50 \cdot 5,0 = 2800 \text{ kN} / \text{m}$$

$$\text{Anteil Ständige Last: } n_{k,g} = 0,7 \cdot 2800 = 1960 \text{ kN} / \text{m}$$

$$\text{Anteil Verkehrslast: } n_{k,q} = 0,3 \cdot 2800 = 840 \text{ kN} / \text{m}$$

Vereinfachte Ermittlung der Windlasten:

$$\text{In z-Richtung: } w_{k,z} = 1,3 \cdot 0,8 \cdot 38,5 = 40,04 \text{ kN} / \text{m}$$

$$\text{In y-Richtung: } w_{k,y} = 1,3 \cdot 0,8 \cdot 14,5 = 15,08 \text{ kN} / \text{m}$$

Imperfektionen:

$$\text{Schiefstellung: } \alpha_{a1} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{h_{ges}}} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{16,20}} = \frac{1}{402,5} \leq \frac{1}{200}$$

$$\text{Zusatzlast: } \Delta v = \frac{1}{402,5} \cdot 2800 = 6,96 \text{ kN} / \text{m}$$

Ermittlung der Querschnittswerte:

Wand W1:

$$A = 6,20 \cdot 0,30 = 1,86 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{0,3 \cdot 6,2^3}{12} = 5,95 \text{ m}^4$$

$$y_s = z_s = 0$$

$$I_z \approx 0$$

Wand W2:

$$A = 6,50 \cdot 0,30 = 1,95 \text{ m}^2$$

$$I_y \approx 0$$

$$y_s = z_s = 0$$

$$I_z = \frac{0,3 \cdot 6,5^3}{12} = 6,86 \text{ m}^4$$

Wand W3:

$$A = 6,20 \cdot 0,30 = 1,86 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{0,3 \cdot 6,2^3}{12} = 5,95 \text{ m}^4$$

$$y_s = z_s = 0$$

$$I_z \approx 0$$

Wand W4:

$$A = 6,50 \cdot 0,30 = 1,95 \text{ m}^2$$

$$I_y \approx 0$$

$$y_s = z_s = 0$$

$$I_z = \frac{0,3 \cdot 6,5^3}{12} = 6,86 \text{ m}^4$$

Wand W5:

$$A = 4,00 \cdot 0,30 = 1,20 \text{ m}^2$$

$$I_y = \frac{0,3 \cdot 4,0^3}{12} = 1,60 \text{ m}^4$$

$$y_s = z_s = 0$$

$$I_z \approx 0$$

Koordinaten Gesamtschubmittelpunkt:

$$\bar{y}_0 = \frac{\sum EI_{y_i} \cdot y_i}{\sum EI_y}$$

$$\bar{z}_0 = \frac{\sum EI_{z_i} \cdot z_i}{\sum EI_z}$$

Bauteil	I_{yi}	y_i	$I_{yi} \cdot y_i$	I_{zi}	z_i	$I_{zi} \cdot z_i$
W1	5,95	38,50	229,08	0	3,10	0
W2	0	19,25	0	6,86	14,50	99,47
W3	5,95	0	0	0	11,40	0
W4	0	15,75	0	6,86	0	0
W5	1,60	19,00	30,40	0	2	0
Summe	13,50		259,48	13,72		99,47

$$\bar{y}_0 = \frac{259,48}{13,50} = \underline{19,22m} \quad \text{und} \quad \bar{z}_0 = \frac{99,47}{13,72} = \underline{7,25m}$$

Nachweis mit bestehendem α -Kriterium:

$$\alpha = 16,20m \cdot \sqrt{\frac{2800kN/m \cdot 16,20m}{3 \cdot 10^6 \frac{kN}{m^2} \cdot 13,50m^4}} = 0,54 < 0,60$$

Damit braucht kein Nachweis nach Theorie II. Ordnung geführt zu werden.

Nachweis mit neuem Labilitätskriterium:

Lastverteilung nach Steifigkeit:

$$S_{z,i} = H_{z,i} \cdot \frac{EI_{y,i}}{\sum EI_{y,i}} \quad S_{y,i} = H_{y,i} \cdot \frac{EI_{z,i}}{\sum EI_{z,i}}$$

Es wird nur die ungünstigere z-Richtung betrachtet:

$$S_{z,W1} = 1 \cdot \frac{5,95}{13,50} = 0,44$$

Wand nimmt 44 % einer Belastung in z-Richtung auf.

$$S_{z,W2} = 0$$

$$S_{z,W3} = 1 \cdot \frac{5,95}{13,50} = 0,44$$

Wand nimmt 44 % einer Belastung in z-Richtung auf.

$$S_{z,W4} = 0$$

$$S_{z,W5} = 1 \cdot \frac{1,60}{13,50} = 0,12$$

Wand nimmt 12 % einer Belastung in z-Richtung auf.

Aus den ermittelten Lasten folgen die bezogenen Schlankheiten der Wände. Der jeweilige Anteil am Vertikallastabtrag wird abgeschätzt, kann aber auch durch eine genaue Berechnung ermittelt werden.

$$\bar{\lambda}_{\text{Last,W1}} = \frac{10 \cdot 16,2 \cdot 47,0 \cdot 0,44}{6,2 \cdot 2800 \cdot 0,021} = 9,19$$

$$\bar{\lambda}_{\text{Last,W3}} = \frac{10 \cdot 16,2 \cdot 47,0 \cdot 0,44}{6,2 \cdot 2800 \cdot 0,026} = 7,42$$

$$\bar{\lambda}_{\text{Last,W5}} = \frac{10 \cdot 16,2 \cdot 47,0 \cdot 0,12}{4,0 \cdot 2800 \cdot 0,05} = 1,63$$

Aus der Gleichung (5.11) ergibt sich für jede Wand ein Beiwert von

$$\alpha_{\text{EI,W1}} = -0,22 \cdot 9,19 + 2,19 = 0,17 \quad \alpha_{\text{EI,W3}} = -0,22 \cdot 7,42 + 2,19 = 0,56 \quad \alpha_{\text{EI,W5}} = -0,02 \cdot 1,63 + 1,0 = 0,97$$

und damit ein über die Steifigkeitsverteilung gemittelter Abminderungsbeiwert

$$\Rightarrow \alpha_{\text{EI}} = 0,17 \cdot 0,44 + 0,56 \cdot 0,44 + 0,97 \cdot 0,12 = 0,44 .$$

Daraus folgt für das neue Aussteifungskriterium:

$$\alpha = 16,2\text{m} \cdot \sqrt{\frac{(2800\text{kN/m} \cdot 16,20\text{m})}{3 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 13,50\text{m}^4}} \leq 0,64 \cdot \sqrt{\alpha_{\text{EI}}}$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,54 > 0,64 \cdot \sqrt{0,44} = 0,42!!!$$

In diesem Beispiel wird deutlich, dass bei Aussteifungssystemen mit wenig Auflast das neue Kriterium eine genauere Abschätzung der Steifigkeitsverluste ermöglicht und damit eine vollständige Berechnung nach Theorie II. Ordnung erforderlich macht.

6.4 Bürogebäude im üblichen Mauerwerksbau

Als abschließendes Beispiel wird die Aussteifung eines üblichen Bürogebäudes in Mauerwerksbauweise untersucht [20]. Die Lastermittlung erfolgt in Bezug auf OK Fundamente. Die aufgehenden Geschosse (KG, EG und Geschosse 1 – 4) sind gemäß der Abbildung 6-6 aussteift:

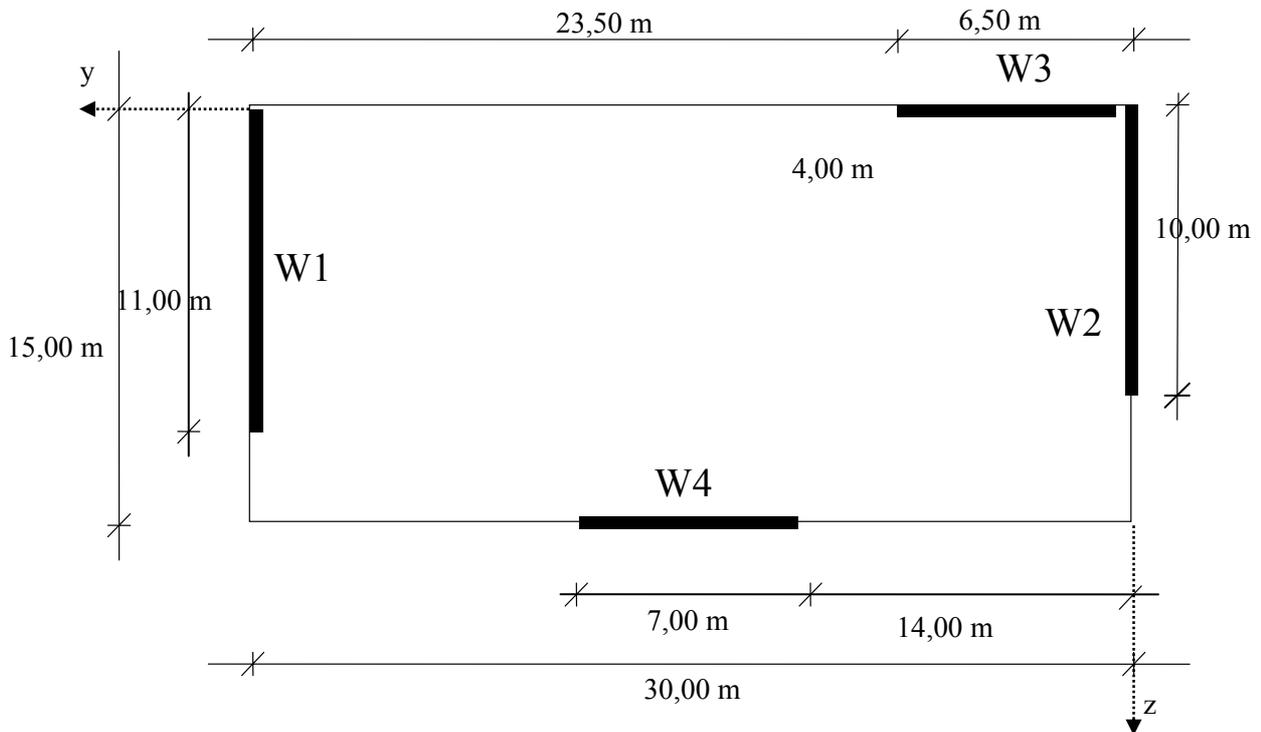


Abbildung 6-6: Grundriss Bürogebäude

Die Dicke aller Wände beträgt $d = 24 \text{ cm}$ bei einer Mindestfestigkeitsklasse des Mauerwerks von Stfk. 12/MG IIa.

Summe aller Vertikallasten:

$$F_{\text{Ed}} = 15,0 \cdot 30,0 \cdot 13,0 \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 35,1 \text{ MN}$$

Vertikallasten der Einzelemente:

$$F_{\text{Ed},1} = 11,0 \cdot 45,0 \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 2,97 \text{ MN}$$

$$F_{\text{Ed},2} = 10,0 \cdot 45,0 \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 2,70 \text{ MN}$$

$$F_{\text{Ed},3} = 6,5 \cdot 45,0 \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 1,76 \text{ MN}$$

$$F_{\text{Ed},4} = 7,0 \cdot 45,0 \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 1,89 \text{ MN}$$

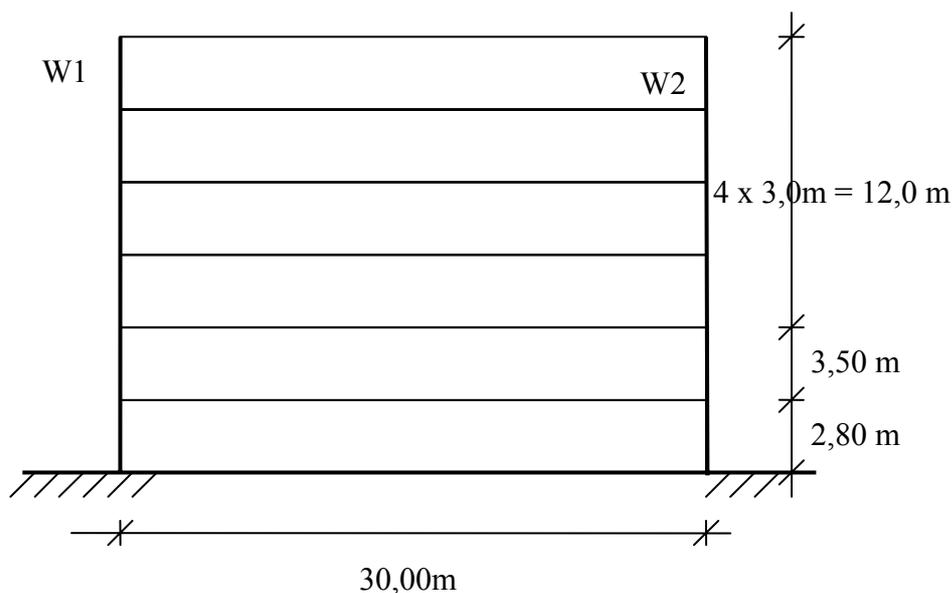


Abbildung 6-7: Prinzipschnitt Bürogebäude

Vereinfachte Ermittlung der Windlasten:

In z-Richtung: $w_{k,z} = 1,3 \cdot 0,8 \cdot 30,0 \cdot 18,3 = 571,0 \text{ kN}$

In y-Richtung: $w_{k,y} = 1,3 \cdot 0,8 \cdot 15,0 \cdot 18,3 = 285,5 \text{ kN}$

Imperfektionen:

Schiefstellung: $\alpha_{a1} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{h_{\text{ges}}}} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{18,30}} = \frac{1}{428} \leq \frac{1}{200}$

Zusatzlast: $\Delta v = \frac{1}{428} \cdot 35100 = 82,0 \text{ kN}$

Querschnittswerte:

Wand W1: $I_{y,1} = 26,62 \text{ m}^4$ Wand W3: $I_{z,3} = 5,49 \text{ m}^4$

Wand W2: $I_{y,2} = 20,0 \text{ m}^4$ Wand W4: $I_{z,4} = 6,86 \text{ m}^4$

$\sum I_y = 46,62 \text{ m}^4$ $\sum I_z = 12,35 \text{ m}^4$

Nachweis mit bestehendem α -Kriterium:

$$\alpha_y = 18,30\text{m} \cdot \sqrt{\frac{35100\text{kN}}{3 \cdot 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 12,35\text{m}^4}} = 0,56 < 0,60$$

$$\alpha_z = 18,30\text{m} \cdot \sqrt{\frac{35100\text{kN}}{3 \cdot 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 46,62\text{m}^4}} = 0,29 < 0,60 \quad \text{nicht maßgebend}$$

Damit braucht kein Nachweis nach Theorie II. Ordnung geführt zu werden.

Nachweis mit neuem Labilitätskriterium:

Lastverteilung nach Steifigkeit:

$$S_{z,i} = H_{z,i} \cdot \frac{EI_{y,i}}{\sum EI_{y,i}} \quad S_{y,i} = H_{y,i} \cdot \frac{EI_{z,i}}{\sum EI_{z,i}}$$

Es wird nur die ungünstigere y-Richtung betrachtet:

$$S_{y,W1} = 0$$

$$S_{y,W2} = 0$$

$$S_{y,W3} = 1 \cdot \frac{5,49}{12,35} = 0,44 \quad \text{Wand 3 nimmt 44 \% der Belastung in y-Richtung auf.}$$

$$S_{z,W4} = 1 \cdot \frac{6,86}{12,35} = 0,56 \quad \text{Wand 4 nimmt 56 \% der Belastung in y-Richtung auf.}$$

Aus den ermittelten Lasten folgen die bezogenen Schlankheiten der Wände.

$$\bar{\lambda}_{\text{Last},W3} = \frac{10 \cdot 18,3 \cdot (285,5 + 82) / 2}{6,5 \cdot 1755} = 2,95$$

$$\bar{\lambda}_{\text{Last},W4} = \frac{10 \cdot 18,3 \cdot (285,5 + 82) / 2}{7,0 \cdot 1890} = 2,54$$

Aus der Gleichung (5.11) ergibt sich für jede Wand ein Beiwert von

$$\alpha_{\text{EI},W3} = -0,02 \cdot 2,95 + 1,0 = 0,94 \quad \alpha_{\text{EI},W4} = -0,02 \cdot 2,54 + 1,0 = 0,95$$

und damit ein über die Steifigkeitsverteilung gemittelter Abminderungsbeiwert

$$\Rightarrow \alpha_{\text{EI}} = 0,94 \cdot 0,44 + 0,95 \cdot 0,56 = 0,95 .$$

Daraus folgt für das neue Aussteifungskriterium:

$$\alpha = 18,3\text{m} \cdot \sqrt{\frac{35100\text{kN}}{3 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 12,35\text{m}^4}} \leq 0,64 \cdot \sqrt{\alpha_{EI}}$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,56 < 0,64 \cdot \sqrt{0,95} = 0,62$$

In diesem Beispiel wird deutlich, dass im üblichen Mauerwerksbau kaum Unterschiede zwischen dem alten und dem neuen Aussteifungskriterium auftreten.

6.5 Vorschlag für die normative Anwendung

Mit dem Einbau der Abminderungszahl α_{EI} wurde ein Vorschlag zur Modifizierung des Aussteifungskriteriums an die Besonderheiten der Mauerwerksbauweise erarbeitet. Die Anwendung des neuen Aussteifungskriteriums hat sich allerdings bereits bei den ersten Beispielen als sehr aufwändig herausgestellt. In Tabelle 6-1 werden die Ergebnisse der drei Beispiele noch einmal gegenübergestellt.

	Bestehendes Kriterium		Modifiziertes Kriterium	
Beispiel 1a) Reihenhauwand 3m	$\alpha_{\text{vorh.}} = 0,26$	$\alpha_{\text{zul.}} = 0,40$	$\alpha_{\text{vorh.}} = 0,26$	$\alpha_{\text{zul.}} = 0,61$
Beispiel 1b) Reihenhauwand 2m	$\alpha_{\text{vorh.}} = 0,43$	$\alpha_{\text{zul.}} = 0,40$	$\alpha_{\text{vorh.}} = 0,43$	$\alpha_{\text{zul.}} = 0,53$
Beispiel 2) Schlankes Bürogebäude	$\alpha_{\text{vorh.}} = 0,54$	$\alpha_{\text{zul.}} = 0,60$	$\alpha_{\text{vorh.}} = 0,54$	$\alpha_{\text{zul.}} = 0,42$
Beispiel 3) Übliches Bürogebäude	$\alpha_{\text{vorh.}} = 0,56$	$\alpha_{\text{zul.}} = 0,60$	$\alpha_{\text{vorh.}} = 0,56$	$\alpha_{\text{zul.}} = 0,62$

Tabelle 6-1: Zusammenstellung der Beispielergebnisse

Für den üblichen Mauerwerksbau lässt sich festhalten, dass eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung in den meisten Fällen nicht erforderlich ist und nur in Ausnahmefällen (bei sehr schlanken Bauteilen mit geringer Auflast) ein Sicherheitsdefizit zu erkennen ist. Die Beispiele 1b (Kapitel 6.2) und 2 (Kapitel 6.3) sind Grenzfälle, die zur Abgrenzung des modifizierten Labilitätskriteriums dienen sollen. Mit einer üblicherweise vorhandenen größeren Auflast sind auch diese Aussteifungssysteme als unkritisch anzusehen und mit dem bestehenden Aussteifungskriterium ausreichend sicher nachzuweisen.

Zur Verdeutlichung dieser Aussage wurde abschließend eine praxisnahe Parameterstudie zum Steifigkeitsabfall üblicher Mauerwerkswände durchgeführt. Anhand einer Referenzwand mit praxisnahen Eingangsparametern gemäß Tabelle 6-2 wurde der Steifigkeitsabfall verschiedener Wandhöhe/Wandlänge-Verhältnisse untersucht und mit unterschiedlichen Grenzparametern verglichen. Für die Parameterstudie wurde eine Geschoßhöhe von 3,0 m zugrunde gelegt.

In Abbildung 6-8 ist der Steifigkeitsabfall der Referenzwand für verschiedene Wandhöhe/Wanddecken-Verhältnisse (entspricht in dieser Studie der Stockwerksanzahl) dargestellt, d.h. mit den dargestellten Eingangsparametern könnte man beispielsweise für eine viergeschossige Wand einen Steifigkeitsabfall auf 95% ablesen.

Referenzkurve üblicher Mauerwerksbau

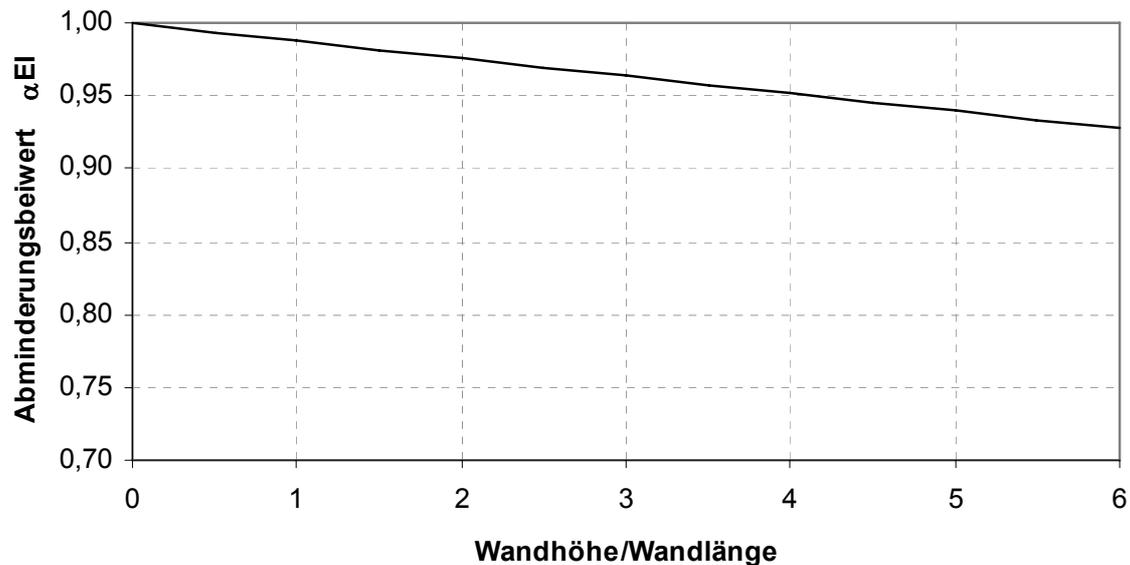


Abbildung 6-8: Steifigkeitsabfall einer praxisnahen Mauerwerkswand (Geschoßhöhe 3,0m)

Anschließend wurden die einzelnen Eingangsparameter variiert, um den Steifigkeitsverlust der Wände in verschiedenen Praxissituationen aufzuzeigen. Die Ergebnisse wurden jeweils in Diagrammen zusammengefasst und die eingegebenen Grenzparameter in Tabelle 6-2 dargestellt.

	Referenz	Variation des Wandeigengewichts		Variation der Deckenlast		Variation der Horizontallast	
		lim _{oben}	lim _{unten}	lim _{oben}	lim _{unten}	lim _{oben}	lim _{unten}
Wichte γ_{MW}	18,0 kN/m³	22,0	12,0	18,0	18,0	18,0	18,0
Dicke d_{MW}	0,30 m	0,365	0,175	0,3	0,3	0,3	0,3
Stb.-Decke g_D	5,5 kN/m²	5,5	5,5	6,5	4,0	5,5	5,5
Stb.-Decke q_D	2,0 kN/m²	2,0	2,0	5,0	1,0	2,0	2,0
Einfluss b_D	5,0 m	5,0	5,0	8,0	2,0	5,0	5,0
Beiwert c_f	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	0,5
Staudruck q_w	0,5 kN/m²	0,5	0,5	0,5	0,5	0,8	0,5
Einfluss b_w	5,0 m	5,0	5,0	5,0	5,0	10,0	4,0

Tabelle 6-2: Grenzparameter der Studie

Zunächst wurde die Normalkraft der Wände anhand einer Variation des Wandeigengewichtes untersucht. Die Auswirkungen sind relativ gering, da sich die Hauptlasten in vertikaler Richtung überwiegend aus den einwirkenden Deckenlasten ergeben.

Variation des Wandeigengewichtes

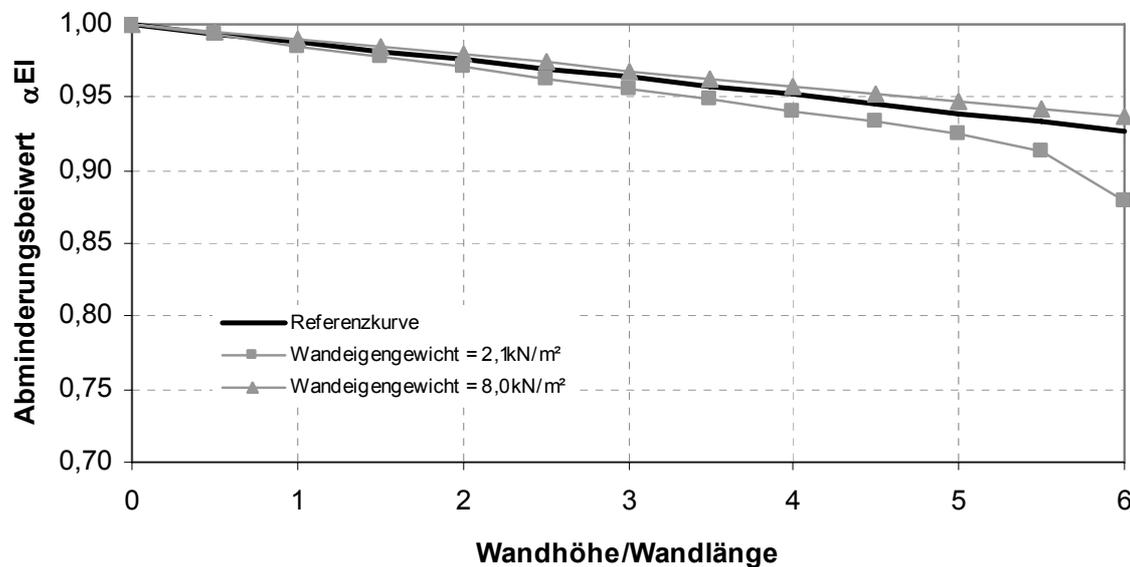


Abbildung 6-9: Steifigkeitsverlust für Wände mit verschiedenem Eigengewicht

Die Auswirkungen einer Variation der einwirkenden Deckenlasten sind deutlich größer und lassen in Ausnahmefällen den Steifigkeitsverlust unter den Grenzwert des bestehenden Aussteifungskriteriums ($\alpha_{EI} = 0,70$) sinken.

Variation der Deckenlast

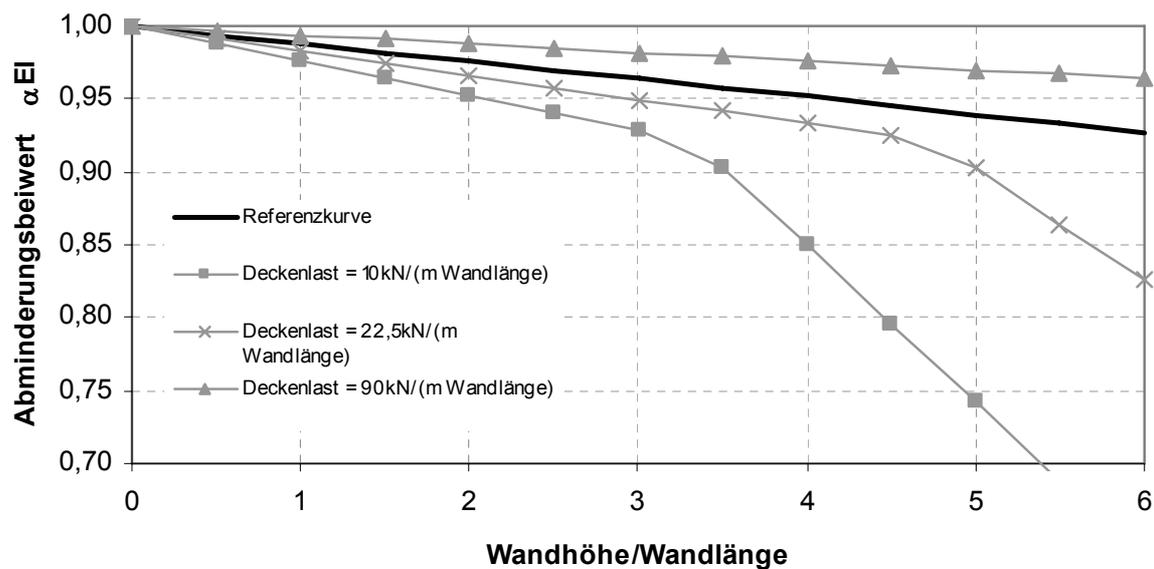


Abbildung 6-10: Steifigkeitsverlust für Wände mit verschiedener Deckenauflast

Wie sich Abbildung 6-11 entnehmen lässt, ergeben sich für große Horizontalkräfte die gleichen Probleme wie für Wände mit kleinen Vertikalkräften, wobei diese Lastfälle im üblichen Mauerwerksbau nur sehr selten auftreten.

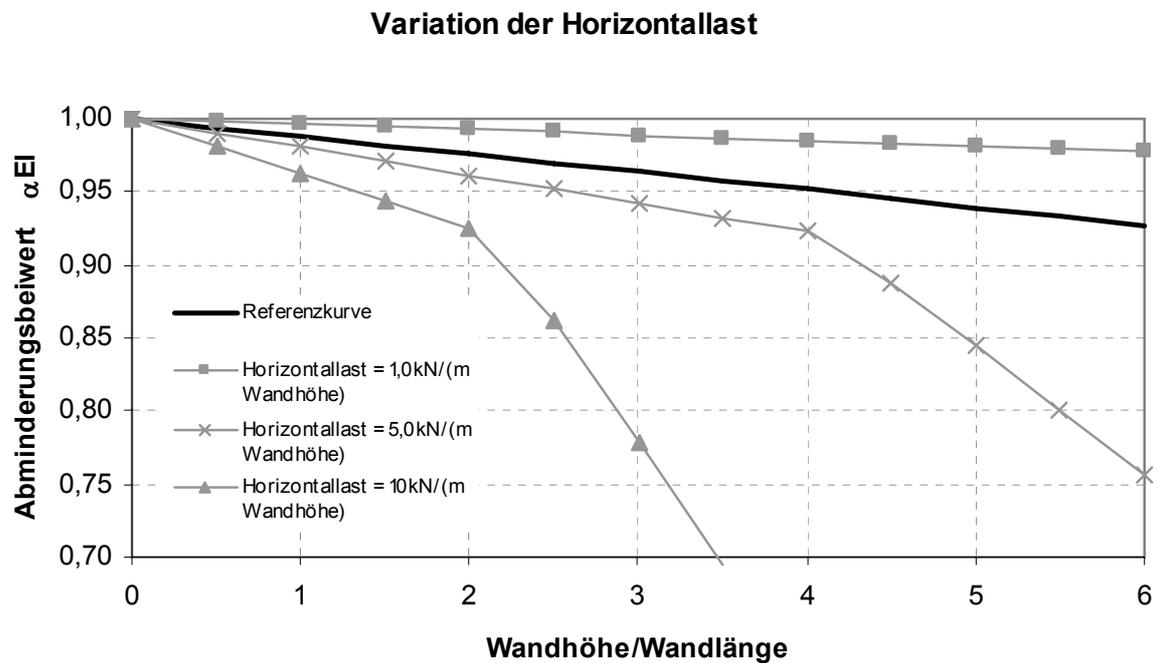


Abbildung 6-11: Steifigkeitsverlust für Wände mit verschiedener Horizontallast

Es lässt sich somit festhalten, dass der erhebliche Rechenaufwand für das neue Verfahren mit der Bestimmung des jeweiligen Steifigkeitsabfalls in Abhängigkeit von Geometrie und Lastansätzen in den meisten Fällen nicht erforderlich ist und dass das bestehende Aussteifungskriterium für den üblichen Mauerwerksbau als ausreichend anzusehen ist. Hierbei bleibt zu erwähnen, dass bei den vorliegenden Untersuchungen lediglich ein globaler Sicherheitsbeiwert berücksichtigt wurde. Die Auswirkungen des semi-probabilistischen Teilsicherheitskonzeptes konnten bisher nicht untersucht werden. Dies sollte in einem nachfolgenden Forschungsvorhaben durchgeführt werden.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

Das Ziel dieses Forschungsvorhabens war es, die Anwendbarkeit des Aussteifungskriteriums nach DIN 1045 auf die Besonderheiten der Mauerwerksbauweise zu überprüfen. In diesem Zusammenhang sollten die Einflüsse einer realitätsnahen Bestimmung der Biegesteifigkeit EI^{II} von aussteifenden Mauerwerkswandscheiben ermittelt, sowie ein Vorschlag zur Modifizierung des Aussteifungskriteriums an die Besonderheiten der Mauerwerksbauweise erarbeitet werden.

Der Nachweis der räumlichen Steifigkeit und Stabilität im Mauerwerksbau und Stahlbetonbau ist auf den Nachweis der DIN 1045 vom Juli 1988 zurückzuführen. Das α -Kriterium, nach welchem der Knicksicherheitsnachweis für die aussteifenden Bauteile entfallen darf, findet sich in unveränderter Form in der DIN 1045-1, in DIN 1053-1, sowie in DIN 1053-100 wieder. Ist der Nachweis nicht eingehalten, müssen genauere rechnerische Nachweise der Normalkraft- und Schubbeanspruchung geführt werden, d.h. für vertikale Tragglieder ist ein Nachweis nach Theorie II. Ordnung (Kniksicherheitsnachweis) erforderlich, da der Schnittgrößenzuwachs infolge der Tragwerksverformungen größer ist als 10% der Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die wissenschaftlichen Hintergründe und die Herleitung des Aussteifungskriteriums genauer untersucht, um zu zeigen, in welcher Form der globale Sicherheitsbeiwert und die Steifigkeitsabminderung in das Labilitätskriterium mit eingehen.

Zur Bestimmung einer realitätsnahen Biegesteifigkeit EI^{II} im gerissenen Zustand werden verschiedene Wandmodelle mit typischen Anwendungslastfällen betrachtet. Es werden Wandscheiben als Kragarm mit horizontalen und vertikalen Einzellasten, sowie Wandscheiben mit über die Höhe verteilten Linienlasten untersucht. Auf der Grundlage, dass beim Klaffen des Querschnittes die Steifigkeit signifikant abnimmt, wird ein analytisches Modell unter Berücksichtigung der überdrückten Länge des Querschnitts entwickelt. Wird also eine Krag-scheibe durch eine Kopfverschiebung beansprucht, führt die Wand vereinfacht eine Kippbewegung um den unteren Eckpunkt aus, mit entsprechend großen Verdrehungen am Wandkopf. Der überdrückte Bereich wird kleiner und die Steifigkeit der Wand nimmt entsprechend ab. Es konnte ein Zusammenhang zwischen der Steifigkeitsabminderung und der bezogenen Schlankheit ermittelt werden, in die sowohl die Geometrieverhältnisse als auch die Lastansätze mit einfließen. Neben der analytischen Lösung wurden die verschiedenen Wandmodelle mit einer Finite Elemente Berechnung nach Theorie I. Ordnung und Theorie II. Ordnung mit nichtlinearem Materialmodell überprüft, wobei eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Modellen festgestellt werden konnte.

Der Zusammenhang zwischen der Steifigkeitsabminderung und der bezogenen Schlankheit lässt sich in einem Abminderungsdiagramm darstellen, mit dem sämtliche Anwendungsfälle gerader Aussteifungswände (I-förmiger Grundriss) mit über die Höhe verteilten Linienlasten abgedeckt werden können, welche durch eine Regressionsanalyse als Beziehungen für den

Steifigkeitsverlust typischer Mauerwerkswände in Abhängigkeit der bezogenen Schlankheit dargestellt werden können.

Mit dem Einbau der Abminderungszahl α_{EI} wurde ein Vorschlag zur Modifizierung des Aussteifungskriteriums an die Besonderheiten der Mauerwerksbauweise erarbeitet, mit dem der jeweilige Steifigkeitsabfall in Abhängigkeit von Geometrie und Lastansätzen berechnet werden kann. Damit können sowohl Tragreserven aktiviert werden, die eine genauere Berechnung erübrigen, als auch Sicherheitsrisiken abgedeckt werden, die unter bestimmten Last- und Geometrikombinationen nach dem bestehenden Labilitätskriterium vorhanden sind. Diesbezüglich lässt sich festhalten, dass im üblichen Mauerwerksbau eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung in den meisten Fällen nicht erforderlich ist und nur in Ausnahmefällen (bei sehr schlanken Bauteilen mit geringer Auflast) ein Sicherheitsdefizit zu erkennen ist.

Das bisherige Aussteifungskriterium liefert im Allgemeinen ausreichend genaue Ergebnisse, so dass aufgrund der einfacheren Anwendbarkeit empfohlen wird, dieses in den normativen Regelwerken zunächst beizubehalten.

7.2 Ausblick

Im Rahmen der Bearbeitung des Forschungsvorhabens sind eine Reihe von Fragestellungen aufgetreten, die durch weitere Forschungsvorhaben geklärt werden sollten, um langfristig eine konsistente, wirtschaftliche und den Sicherheitsanforderungen einer modernen Gesellschaft genügenden Berechnung der räumlichen Steifigkeit von Mauerwerksbauten zu sichern.

Die Berücksichtigung unterschiedlicher Teilsicherheitsfaktoren war nicht Gegenstand dieses Forschungsvorhabens. Den Einfluss der günstig oder ungünstig wirkenden Normalkräfte auf die Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung zu erfassen und in ein neues Aussteifungskriterium zu integrieren erfordert einen zusätzlichen Untersuchungsaufwand, der in einem weiteren Forschungsvorhaben durchgeführt werden sollte, um das Teilsicherheitskonzept konsistent in der neuen Normung anwenden zu können.

Während der Bearbeitung des Forschungsvorhabens mussten verschiedene Annahmen getroffen werden, die den Einsatz des Labilitätskriteriums in der Praxis einschränken. Hier ist weiterer Forschungsbedarf zu erkennen, um z.B. analytische Lösungen für mehrere Geschosse mit diskreter Lasteinleitung zu erhalten oder um den Einfluss unterschiedlicher Wind- und Geschoßlasten innerhalb des Systems berücksichtigen zu können.

Die angegebenen Beziehungen zur Bestimmung eines modifizierten Ausnutzungsfaktors können lediglich einen kleinen Teil der möglichen Systeme von Aussteifungswänden abdecken. Vor allem L- oder T-Grundrisse bzw. im Verband gemauerte Aussteifungskerne besitzen eine deutlich höhere Steifigkeit im Bezug auf Horizontalverformungen, welche in den vorliegenden Untersuchungen nicht berücksichtigt werden konnten.

Im vorliegenden Forschungsvorhaben wurde nur die Labilitätszahl für Translation untersucht. Bei statisch unbestimmten Systemen setzt sich die Verschiebung der starren Deckenscheiben aus einer Translation und einer Rotation zusammen. Es besteht somit weiterer Forschungsbedarf bei der Umsetzung eines Aussteifungskriteriums für Translation und Rotation.

Häufig sind Aussteifungswände nicht mit den Anforderungen an den Entwurf vereinbar, die in dem Bestreben nach hoher Flexibilität einen Grundriss nahezu ohne Querwände fordern. In diesen Fällen wäre zu untersuchen, wie sich eine Lastverteilung der Horizontalkräfte auf Stahlbetonstützen im Vergleich zum reinen Mauerwerksabtrag auswirken könnte.

Weiterhin zu untersuchen wären die Grenzen des Aussteifungskriteriums, die sich aus der Bemessung ergeben, der Einfluss der Einspannwirkung von Stahlbetondecken auf die Mauerwerkswände oder auch die Möglichkeiten der Lastumlagerung innerhalb des Aussteifungssystems, welche im vorliegenden Bericht ausschließlich über das gewichtete Mittel der Abminderungsfaktoren eingeht.

Schäden infolge mangelhafter Aussteifung im Mauerwerksbau treten sehr selten auf. Dies lässt darauf schließen, dass entweder noch versteckte Tragreserven vorhanden sein müssen, die durch weitere Forschung noch besser genutzt werden könnten; oder dass in bebauten Gebieten bei relativ großflächigen Bauwerken wesentlich geringere Windgeschwindigkeiten vorhanden sind, so dass bei geschlossener Bebauung die Winddrücke wesentlich niedriger ausfallen, als nach DIN 1055 [6] anzusetzen ist. Auch hier könnten weitere Untersuchungen ein wirtschaftlicheres Aussteifungssystem ermöglichen.

8 Literatur

- [1] DIN 1053-100: Mauerwerk, Berechnung auf der Grundlage des semiprobabilistischen Sicherheitskonzeptes. Beuth-Verlag, Berlin August 2006.
- [2] DIN 1053-1: Mauerwerk, Berechnung und Ausführung. Beuth-Verlag, Berlin, November 1996.
- [3] DIN 1045: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. Beuth-Verlag, Berlin, Juli 1988.
- [4] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Beuth-Verlag, Berlin, Juli 2001.
- [5] DIN 1055-3: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 3: Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten. Beuth-Verlag, Berlin, 2006.
- [6] DIN 1055-4: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 4: Windlasten. Beuth-Verlag, Berlin, 2005.
- [7] DIN 1055-5: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 5: Schnee- und Eislasten. Beuth-Verlag, Berlin, 2005.
- [8] DIN 1055-100: Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln. Beuth-Verlag, Berlin, März 2001.
- [9] König, G., Liphardt, S.: Hochhäuser aus Stahlbeton, Aufsatz in Betonkalender 2003. Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2003.
- [10] Reeh, H.: Aussteifung und Gesamtstabilität von Mauerwerksbauten, Aufsatz in Mauerwerkskalender 2000. Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2000.
- [11] Beck, H. und König, G.: Haltekräfte im Skelettbau. Beton- und Stahlbetonbau 1967, Heft 1 und 2.
- [12] Beck, H. und König, G.: Kenngrößen zur Beurteilung der Torsionssteifigkeit von Hochhäusern. Beton- und Stahlbetonbau 1968, Heft 12.
- [13] König, G.: Ein Beitrag zur Berechnung aussteifender Bauteile von Skelettbauten. Dissertation, Darmstadt, 1966.
- [14] Graubner, C.-A.: Konstruktionen nach DIN 1045-1, Skript zur Vorlesung Stahlbetonbau II, 3. Auflage, Darmstadt, 2006
- [15] Reeh, H.: Ein Beitrag zur Berechnung aussteifender auf Biegung und Torsion beanspruchter Bauteile von Hochhäusern unter Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung. Dissertation, Darmstadt, 1970.
- [16] Ambos, G.: Zur wirklichkeitsnahen Berechnung aussteifender Bauteile von Hochhäusern. Heft 24 der Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Ernst & Sohn Verlag, Berlin 1977.

- [17] Beck, H., Liphardt, S., Schäfer, H. G.: Untersuchung der ausgleichenden Wirkung der räumlichen Steifigkeit von Hochhäusern beim Angriff von Horizontallasten und bei exzentrischer lotrechter Belastung einzelner Wandscheiben. Forschungsbericht Nr. 13 der Arbeitsgruppe Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt, 1973.
- [18] Küttler, M.: Aussteifung von Hochbauten. Seminarunterlagen zur Gebäudeaussteifung, IK-Bau NRW, 2002.
- [19] Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten – Teil 1-1: Allgemeine Regeln – Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk (EN 1996-1-1:2005), Europäische Norm.
- [20] Wommelsdorf, O., Albert, A.: Stahlbetonbau – Bemessung und Konstruktion Teil 2 Werner Verlag, 7. Auflage, München 2006.

9 Anhang

9.1 Allgemeines

Im vorliegenden Anhang werden die Grundlagen der verschiedenen Diagramme, sowie die Ergebnisse der FE-Parameterstudien in Tabellenform dargestellt.

9.2 Ergebnisse der FE-Parameterstudie (eingeschossig)

Um die Abhängigkeiten von Geometrie und Belastung zu untersuchen, werden die verschiedenen Eingangsparameter Wandlänge, Wandhöhe, Horizontallast und Vertikallast variiert und dokumentiert (siehe Tabelle 9-1). Die sich daraus ergebenden Kurven finden sich im Forschungsbericht (Abbildung 4-11).

Des Weiteren wurde untersucht, ob sich verschiedene Steifigkeitsklassen auf das Verhalten der Mauerwerkswände auswirken. Die Festigkeitsklassen 6/II, 12/III und 28/IIIa wurden für variable Normalkräfte untersucht (siehe Tabelle 9-2 sowie Abbildung 4-12).

Eingabedaten:												
L = [m]	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
H = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
N = [kN] variabel	1	500	250	167	125	100	83,3	71,4	62,4	55,5	50	10
V = [kN]	0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 28/IIIa (fck = 11,0)												
delta1 = [mm]	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189
delta2 = [mm]	0,189	0,189	0,189	0,189	0,191	0,201	0,226	0,278	0,396	0,758	11	11
Bez., Schlankheit (H x V) / (N x L)	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,0
Abminderung var.N	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,94	0,84	0,68	0,48	0,25	0,02	0,02
Ziegel 28/IIIa (fck = 11,0)												
L = [m]	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
H = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
N = [kN]	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
V = [kN] variabel	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	20
Ziegel 28/IIIa (fck = 11,0)												
delta1 = [mm]	0,0001	0,0379	0,0757	0,114	0,151	0,189	0,227	0,265	0,303	0,341	0,379	0,379
delta2 = [mm]	0,0001	0,0379	0,0757	0,114	0,152	0,201	0,271	0,388	0,672	1,41	18,1	18,1
delta3 = [mm]	0,0001	0,0379	0,0757	0,114	0,152	0,201	0,271	0,388	0,642	1,29	2,5	2,5
Bez., Schlankheit (H x V) / (N x L)	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,0
Abminderung var.V	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,94	0,84	0,68	0,45	0,24	0,02	0,02
Ziegel 28/IIIa (fck = 11,0)												
L = [m]	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
H = [m] variabel	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10
N = [kN]	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
V = [kN]	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 28/IIIa (fck = 11,0)												
delta1 = [mm]	0,0001	0,0047	0,0178	0,0474	0,102	0,189	0,318	0,496	0,733	1,03	1,41	1,41
delta2 = [mm]	0,0001	0,0047	0,0178	0,0474	0,103	0,201	0,378	0,724	1,53	4,25	41,3	41,3
Bez., Schlankheit (H x V) / (N x L)	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,0
Abminderung var.H	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,94	0,84	0,69	0,48	0,24	0,03	0,03
Ziegel 28/IIIa (fck = 11,0)												
L = [m] variabel	20	10	5	3,25	2,5	2	1,65	1,41	1,25	1,1	1	1
H = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
N = [kN]	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
V = [kN]	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 28/IIIa (fck = 11,0)												
delta1 = [mm]	0,0001	0,0047	0,0178	0,0506	0,102	0,189	0,327	0,516	0,733	1,07	1,41	1,41
delta2 = [mm]	0,0001	0,0047	0,0178	0,0506	0,103	0,201	0,392	0,771	1,52	5,04	100	100
Bez., Schlankheit (H x V) / (N x L)	0,3	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,0
Abminderung var.L	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,94	0,83	0,67	0,48	0,21	0,01	0,01

Tabelle 9-1: Parameterstudie zur Kopfverformung nach Theorie I. Ordnung (delta1), nichtlinear (delta2) und beispielhaft für Theorie II. Ordnung (delta3)

Eingabedaten:		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
L = [m]		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
H = [m]		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
N = [kN]		1	500	250	167	125	100	83,3	71,4	62,4	55,5	50	50	50	50	50	50	50
V = [kN]		0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 6/II (fck = 2,8)																		
delta1 = [mm]		0,744	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744	0,744
delta2 = [mm]		0,744	0,744	0,744	0,744	0,749	0,788	0,886	1,09	1,56	2,98	29,6	29,6	29,6	29,6	29,6	29,6	29,6
Bez. Schlankheit (H x V) / (N x L)		0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
Abminderung 6/II		1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,94	0,84	0,68	0,48	0,25	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
Ziegel 12/III (fck = 5,0)																		
delta1 = [mm]		0,416	0,416	0,416	0,416	0,416	0,416	0,416	0,416	0,416	0,416	0,416	0,416	0,416	0,416	0,416	0,416	0,416
delta2 = [mm]		0,416	0,416	0,416	0,416	0,419	0,441	0,498	0,611	0,87	1,67	19,1	19,1	19,1	19,1	19,1	19,1	19,1
Bez. Schlankheit (H x V) / (N x L)		0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
Abminderung 12/III		1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,94	0,84	0,68	0,48	0,25	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
Ziegel 28/IIIa (fck = 11,0)																		
delta1 = [mm]		0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189	0,189
delta2 = [mm]		0,189	0,189	0,189	0,189	0,191	0,201	0,226	0,278	0,396	0,758	11	11	11	11	11	11	11
Bez. Schlankheit (H x V) / (N x L)		0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
Abminderung 28/IIIa		1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,94	0,84	0,68	0,48	0,25	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02

Tabelle 9-2: Parameterstudie zur Koperverformung in Abhängigkeit des Materials nach Theorie I. Ordnung (delta1) und nichtlinearer Berechnung (delta2)

9.3 Ergebnisse der FE-Parameterstudie (mehrgeschossig)

Um die Abhängigkeiten von Geometrie und Belastung zu untersuchen, werden die verschiedenen Eingangsparameter Wandlänge, Wandhöhe, Horizontallast und Vertikallast variiert und dokumentiert (siehe Tabelle 9-3).

Die sich daraus ergebenden Kurven finden sich im Text des Forschungsberichtes (Abbildung 4-21).

Für die weiteren Untersuchungen an mehr als zwei Geschossen wurde zunächst nur noch die Auflast variiert (siehe Tabelle 9-4 und Tabelle 9-5). Diese Untersuchungen für Wände mit diskreter Lasteinleitung wurden aber im weiteren Verlauf der Arbeit nicht verfolgt, da sich Unstetigkeiten in den Abminderungskurven für die höheren Geschoßwände ergaben.

Für das Modell mit verschmierten Lasten werden zunächst die Abminderungen bezogen auf die mögliche Geschoßanzahl ermittelt. Diese Parameterstudien sind Grundlage der Diagramme in Abbildung 4-23 bis Abbildung 4-26 (siehe Tabellen

Eingabedaten: (h1 = h2 = H, V1 = V2 = V, N1 = N2 = N)													
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
N = [kN] variabel	500	200	100	67,5	50	33,3333	30,75	29,65	28,59	25	22,23	20	10
V = [kN]	0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 12/III (fck = 5,0)													
delta1 = [mm]	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
delta2 = [mm]	0,3	0,3	0,3	0,309	0,359	0,503	1,56	7,98	92,3	139,9	231,7	300	500
Bez. Schlankheit (H x V) / (N x L)	0,00	1,00	2,00	2,96	4,00	5,00	6,00	6,50	7,00	8,00	9,00	10,00	10,00
Abminderung var.N	1,00	1,00	1,00	0,97	0,84	0,60	0,19	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
N = [kN]	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
V = [kN] variabel	0	2	4	6	8	10	12	13	13,5	14	16	18	20
Ziegel 12/III (fck = 5,0)													
delta1 = [mm]	0,0001	0,0379	0,12	0,18	0,24	0,3	0,359	0,389	0,404	0,419	0,479	0,539	0,6
delta2 = [mm]	0,0001	0,0379	0,12	0,185	0,288	0,503	2,55	12	138,9	193	308	449	600
Bez. Schlankheit (H x V) / (N x L)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	6,50	7,00	8,00	9,00	10,00	10,00
Abminderung var.V	1,00	1,00	1,00	0,97	0,83	0,60	0,14	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m] variabel	0	1	2	3	4	5	6	6,5	7,5	8	9	10	10
N = [kN]	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
V = [kN]	0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 12/III (fck = 5,0)													
delta1 = [mm]	0,0001	0,0047	0,034	0,0618	0,166	0,3	0,494	0,618	0,687	0,762	1,11	2	3
delta2 = [mm]	0,0001	0,0047	0,0341	0,0863	0,203	0,503	2,23	14,6	168	294	746	1000	1500
Bez. Schlankheit (H x V) / (N x L)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	6,50	7,00	8,00	9,00	10,00	10,00
Abminderung var.H	1,00	1,00	1,00	0,95	0,82	0,60	0,22	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
L = [m] variabel	50	25	12,5	8,33	6,25	5	4,17	3,85	3,705	3,55	3,125	2,775	2,5
H = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
N = [kN]	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
V = [kN]	0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 12/III (fck = 5,0)													
delta1 = [mm]	0,0001	0,0047	0,034	0,0638	0,166	0,3	0,483	0,616	0,686	0,775	1,11	2	3
delta2 = [mm]	0,0001	0,0047	0,034	0,0852	0,202	0,503	4,49	29,5	84,2	150	256	500	1500
Bez. Schlankheit (H x V) / (N x L)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	6,49	7,04	8,00	9,01	10,00	10,00
Abminderung var.L	1,00	1,00	1,00	0,95	0,82	0,60	0,11	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00

Tabelle 9-3: Parameterstudie zur Kopfverformung nach Theorie I. Ordnung (delta1) und nichtlinearer Berechnung (delta2) für zweigeschossige Wände

1 Geschoss												
Eingabedaten:												
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN] variabel	500	50	33,33	25	20	16,67	14,29	12,5	11,11	10	10	10
V = [kN]	0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 12III (fck = 5,0)												
delta1 = [mm]	0,0104	0,0104	0,0104	0,0104	0,0104	0,0104	0,0104	0,0104	0,0104	0,0104	0,0104	0,0104
delta2 = [mm]	0,0104	0,0104	0,0104	0,0108	0,0115	0,0131	0,0175	0,0256	0,0416	10	10	10
Bez. Schlankheit (H x V) / (N x L)												
Abminderung (1-geschossig)	1,00	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,00	5,00
	1,00	1,00	1,00	0,96	0,90	0,79	0,69	0,41	0,25	0,00	0,00	0,00
2 Geschosse												
Eingabedaten: (h1 = h2 = H, V1 = V2 = V, N1 = N2 = N)												
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN] variabel	500	100	66,67	50	40	33,33	28,59	25	22,23	20	18,18	16,67
V = [kN]	0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 12III (fck = 5,0)												
delta1 = [mm]	0,0541	0,0541	0,0541	0,0541	0,0541	0,0541	0,0541	0,0541	0,0541	0,0541	0,0541	0,0541
delta2 = [mm]	0,0541	0,0541	0,0541	0,0542	0,0551	0,0577	0,0625	0,0704	0,0826	0,103	0,138	0,242
Bez. Schlankheit (H x V) / (N x L)												
Abminderung (2-geschossig)	1,00	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00
	1,00	1,00	1,00	1,00	0,98	0,94	0,87	0,77	0,65	0,53	0,39	0,22
3 Geschosse												
Eingabedaten: (h1 = h2 = H, V1 = V2 = V, N1 = N2 = N)												
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN] variabel	500	150	100	75	60	50	42,9	37,5	33,33	30	27,25	25
V = [kN]	0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 12III (fck = 5,0)												
delta1 = [mm]	0,181	0,181	0,181	0,181	0,181	0,181	0,181	0,181	0,181	0,181	0,181	0,181
delta2 = [mm]	0,181	0,181	0,181	0,181	0,182	0,185	0,192	0,205	0,255	0,36	0,531	0,882
Bez. Schlankheit (H x V) / (N x L)												
Abminderung (3-geschossig)	1,00	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00
	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,98	0,94	0,88	0,71	0,52	0,34	0,20

Tabelle 9-4: Parameterstudie zur Kopfverf. nach Theorie I. Ordnung (delta1) und nichtlinearer Berechnung (delta2) für ein- bis dreigeschossige Wände

4. Geschosse												
Eingabedaten: (h1 = h2 = H, V1 = V2 = V, N1 = N2 = N)												
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN] variabel	500	200	133,33	100	80	66,67	57,18	50	44,45	40	36,38	33,33
V = [kN]	0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 12MII (fck = 5,0)												
deltat1 = [mm]	0,469	0,469	0,469	0,469	0,469	0,469	0,469	0,469	0,469	0,469	0,469	0,469
deltat2 = [mm]	0,469	0,469	0,469	0,469	0,469	0,472	0,483	0,607	0,884	1,27	1,75	2,46
Bez. Schrägheit (H x V) / (N x L)	0,00	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00
Abminderung (4-geschossig)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,97	0,77	0,53	0,37	0,27	0,19
5. Geschosse												
Eingabedaten: (h1 = h2 = H, V1 = V2 = V, N1 = N2 = N)												
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN] variabel	500	250	166,67	125	100	83,33	71,5	62,5	55,5	50	45,45	41,7
V = [kN]	0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 12MII (fck = 5,0)												
deltat1 = [mm]	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02
deltat2 = [mm]	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,21	1,54	1,77	2,48	3,38	3,91
Bez. Schrägheit (H x V) / (N x L)	0,00	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00
Abminderung (5-geschossig)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,84	0,66	0,58	0,41	0,30	0,26
6. Geschosse												
Eingabedaten: (h1 = h2 = H, V1 = V2 = V, N1 = N2 = N)												
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN] variabel	500	300	200	150	120	100	85,8	75	66,67	60	55,6	50
V = [kN]	0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 12MII (fck = 5,0)												
deltat1 = [mm]	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97
deltat2 = [mm]	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97	1,97	2,5	2,58	3,41	3,9	5,03	6,71
Bez. Schrägheit (H x V) / (N x L)	0,00	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,40	6,00
Abminderung (6-geschossig)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,79	0,76	0,58	0,51	0,39	0,29

Tabelle 9-5: Parameterstudie zur Kopfverf. nach Theorie I. Ordnung (delta1) und nichtlinearer Berechnung (delta2) für vier- bis sechsgeschossige Wände

Verschmierte Abbildung Sofistik:	Geschoßanzahl							
	0	1	2	3	4	5	6	15
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN]	25	25	25	25	25	25	25	25
V = [kN]	10	10	10	10	10	10	10	10

Ziegel 12/III (fck = 5,0)								
delta1 = [mm]	0,0063	0,0166	0,0837	0,315	0,879	2,01	4,03	
delta2 = [mm]	0,0063	0,0171	0,0902	0,411	1,77	27,8	2400	
Bezogene Schlankheit	0	2	4	6	8	10	12	
Abminderung Sofistik L=5,0m	1,00	0,97	0,93	0,77	0,50	0,07	0,00	

Verschmierte Abbildung Analytisch:	Geschoßanzahl					
	0	1	2	3	4	5
L = [m]	5	5	5	5	5	5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN]	25	25	25	25	25	25
V = [kN]	10	10	10	10	10	10

Ziegel 12/III (fck = 5,0)						
delta1 = [mm]	0,03	0,03	0,06	0,23	0,727	1,776
delta2 = [mm]	0,03	0,03	0,06	0,28	1,676	5,9E+08
Bezogene Schlankheit	0	2	4	6	8	10
Abminderung Analytisch L=5,0m	1,00	1,00	1,00	0,82	0,43	0,00

Verschmierte Abbildung Sofistik:	Geschoßanzahl								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
L = [m]	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN]	25	25	25	25	25	25	25	25	25
V = [kN]	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Ziegel 12/III (fck = 5,0)									
delta1 = [mm]	0,005	0,0135	0,0436	0,126	0,316	0,684	1,32	2,33	3,86
delta2 = [mm]	0,005	0,0138	0,0456	0,138	0,386	0,977	2,65	10,3	1338
Bezogene Schlankheit	0	1,33333	2,66667	4	5,33333	6,66667	8	9,33333	10,6667
Abminderung Sofistik L=7,5m	1,00	0,98	0,96	0,91	0,82	0,70	0,50	0,23	0,00

Verschmierte Abbildung Analytisch:	Geschoßanzahl								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
L = [m]	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN]	25	25	25	25	25	25	25	25	25
V = [kN]	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Ziegel 12/III (fck = 5,0)									
delta1 = [mm]	0,005	0,005	0,014	0,068	0,216	0,524	1,094	2,01	5,5
delta2 = [mm]	0,005	0,005	0,014	0,068	0,239	0,742	2,506	15,8	500000
Bezogene Schlankheit	0	1,33333	2,66667	4	5,33333	6,66667	8	9,33333	10,6667
Abminderung Analytisch L=7,5m	1,00	1,00	1,00	1,00	0,90	0,71	0,44	0,13	0,00

Verschmierte Abbildung Sofistik:	Geschoßanzahl							
	0	1	2	3	4	5	10	15
L = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN]	25	25	25	25	25	25	25	25
V = [kN]	10	10	10	10	10	10	10	10

Ziegel 12/III (fck = 5,0)				
delta1 = [mm]	0,005	0,0419	0,44	2,01
delta2 = [mm]	0,005	0,0441	0,884	1200
Bezogene Schlankheit	0	4	8	12
Abminderung Sofistik L=2,5m	1,00	0,95	0,50	0,00

Verschmierte Abbildung Analytisch:	Geschoßanzahl					
	0	1	2	3	4	5
L = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN]	25	25	25	25	25	25
V = [kN]	10	10	10	10	10	10

Ziegel 12/III (fck = 5,0)				
delta1 = [mm]	0,005	0,023	0,366	1
delta2 = [mm]	0,005	0,023	0,844	20000
Bezogene Schlankheit	0	4	8	12
Abminderung Analytisch L=2,5m	1,00	1,00	0,43	0,00

Tabelle 9-6: Parameterstudie zur Kopfverf. nach Theorie I. Ordnung (δ_1) und nichtlinearer Berechnung (δ_2) in Abhängigkeit von der Geschoßanzahl

Verschmierte Abbildung Sofistik:	Geschoßanzahl											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN]	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
V = [kN]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Ziegel 12/III (fck = 5,0)												
delta1 = [mm]	0,005	0,0081	0,0416	0,158	0,44	1,01	2,01	3,65	6,12	9,71	14,7	21,3
delta2 = [mm]	0,005	0,0081	0,0418	0,159	0,451	1,08	2,36	5,05	11,3	30,8	240,8	7403
Bezogene Schlankheit	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Abminderung Sofistik V=5,0kN/m	1,00	1,00	1,00	0,99	0,98	0,94	0,85	0,72	0,54	0,32	0,06	0,00
Verschmierte Abbildung Analytisch:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN]	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
V = [kN]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Ziegel 12/III (fck = 5,0)												
delta1 = [mm]	0,0005	0,00144	0,02273	0,1151	0,3651	0,8878	1,836	3,426	5,807	9,32	14,18	
delta2 = [mm]	0,0005	0,00144	0,02273	0,1151	0,3651	0,9465	2,23	5,21	13,35	44,02	2091000	
Bezogene Schlankheit	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Abminderung Analytisch V=5,0kN/m	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,94	0,82	0,66	0,43	0,21	0,00	
Verschmierte Abbildung Sofistik:	Geschoßanzahl											
	0	1	2	3	4	5	10	15				
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5				
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5				
N = [kN]	25	25	25	25	25	25	25	25				
V = [kN]	15	15	15	15	15	15	15	15				
Ziegel 12/III (fck = 5,0)												
delta1 = [mm]	0,005	0,0252	0,126	0,473	1,32							
delta2 = [mm]	0,005	0,0263	0,168	1,72	829,2							
Bezogene Schlankheit	0	3	6	9	12							
Abminderung Sofistik V=15,0kN/m	1,00	0,96	0,75	0,28	0,00							
Verschmierte Abbildung Analytisch:	0	1	2	3	4	5						
L = [m]	5	5	5	5	5	5						
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5						
N = [kN]	25	25	25	25	25	25						
V = [kN]	15	15	15	15	15	15						
Ziegel 12/III (fck = 5,0)												
delta1 = [mm]	0,0005	0,00443	0,06818	0,3452	1,2							
delta2 = [mm]	0,0005	0,00443	0,08288	1,62	500							
Bezogene Schlankheit	0	3	6	9	12							
Abminderung Analytisch V=15,0kN/m	1,00	1,00	0,82	0,21	0,00							

Tabelle 9-7: Parameterstudie zur Kopfverf. nach Theorie I. Ordnung (δ_1) und nichtlinearer Berechnung (δ_2) in Abhängigkeit von der Geschoßanzahl

Verschmierte Abbildung Sofistik:	Geschoßanzahl									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
N = [kN]	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
V = [kN]	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ziegel 12/III (fck = 5,0)										
delta1 = [mm]	0,005	0,0163	0,0835	0,315	0,879	2,01	4,03	7,29	12,2	19,4
delta2 = [mm]	0,005	0,0165	0,0848	0,327	0,964	2,49	6,4	19,5	183,7	7960
Bezogene Schlankheit	0	1,25	2,5	3,75	5	6,25	7,5	8,75	10	11,25
Abminderung Sofistik N=40,0kN/m Höhe	1,00	0,99	0,98	0,96	0,91	0,81	0,63	0,37	0,07	0,00
Verschmierte Abbildung Analytisch:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5	5	
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	
N = [kN]	40	40	40	40	40	40	40	40	40	
V = [kN]	10	10	10	10	10	10	10	10	10	
Ziegel 12/III (fck = 5,0)										
delta1 = [mm]	0,0005	0,00284	0,04545	0,2301	0,7273	1,804	3,711	6,79	11,61	
delta2 = [mm]	0,0005	0,00284	0,04545	0,2301	0,7802	2,303	6,76	25,78	1369000	
Bezogene Schlankheit	0	1,25	2,5	3,75	5	6,25	7,5	8,75	10	
Abminderung Analytisch N=40,0kN/m Höhe	1,00	1,00	1,00	1,00	0,93	0,78	0,55	0,26	0,00	
Verschmierte Abbildung Sofistik:	Geschoßanzahl									
	0	1	2	3	4	5	10	15		
L = [m]	5	5	5	5	5	5	5	5		
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5		
N = [kN]	15	15	15	15	15	15	15	15		
V = [kN]	10	10	10	10	10	10	10	10		
Ziegel 12/III (fck = 5,0)										
delta1 = [mm]	0,005	0,0169	0,0839	0,315	0,879					
delta2 = [mm]	0,005	0,0174	0,126	4,56	780,1					
Bezogene Schlankheit	0	3,33333	6,66667	10	13,3333					
Abminderung Sofistik N=15,0kN/m Höhe	1,00	0,97	0,67	0,07	0,00					
Verschmierte Abbildung Analytisch:	0	1	2	3	4	5				
L = [m]	5	5	5	5	5	5				
H = [m]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5				
N = [kN]	15	15	15	15	15	15				
V = [kN]	10	10	10	10	10	10				
Ziegel 12/III (fck = 5,0)										
delta1 = [mm]	0,0005	0,00284	0,04545	0,2301						
delta2 = [mm]	0,0005	0,00284	0,06453	8,9E+07						
Bezogene Schlankheit	0	3,33333	6,66667	10						
Abminderung Analytisch N=15,0kN/m Höhe	1,00	1,00	0,70	0,00						

Tabelle 9-8: Parameterstudie zur Kopfverf. nach Theorie I. Ordnung (delta1) und nichtlinearer Berechnung (delta2) in Abhängigkeit von der Geschoßanzahl