Bau<u>forschung</u>

Untersuchung des Durchstanzverhaltens von Bodenplatten mit Durchstanzbewehrung

T 3205

[†] Fraunhofer IRB Verlag

T 3205

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2009

ISBN 978-3-8167-7950-6

Vervielfältigung, auch auszugsweise, nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69 70504 Stuttgart

Nobelstraße 12 70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00 Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de



Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz

Fachgebiet Massivbau

SCHLUSSBERICHT

Untersuchung des Durchstanzverhaltens von Bodenplatten mit Durchstanzbewehrung

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Horst Falkner Dr.-Ing. Manfred Teutsch Dr.-Ing. Maike Timm

März 2006

Auftraggeber: Deutsches Institut für Bautechnik

Technische Universität Braunschweig Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz Beethovenstraße 52 38106 Braunschweig Fon +49 (0)531-391-54 16 Fax +49 (0)531-391-59 00 m.teutsch@ibmb.tu-bs.de www.ibmb.tu-braunschweig.de USt.-ID-Nr. DE152330858 Steuer-Nr.: 14/201/24509

Berichte: Schlusbericht-Timm-12-2006.doc

0	Beze	eichnung	gen	5			
1	Einle	Einleitung					
2	Literaturauswertung						
	2.1	8					
	2.2	Durch	nstanzbemessung nach DIN 1045-1 und EC 2	9			
		2.2.1	Nachweisform	9			
		2.2.2	Eignung für Bodenplatten	9			
		2.2.3	Bodenpressungen unter der Stütze	9			
		2.2.4	Konstruktive Ausbildung	10			
		2.2.5	Querschnitt der Durchstanzbewehrung	10			
		2.2.6	Maximaler Durchstanzwiderstand	10			
	2.3	Einflu	iss der Plattenschlankheit	11			
	2.4	Unter	suchungen an Bodenplatten	11			
	2.5	Einflu	iss von Durchstanzbewehrung	11			
	2.6	Maßs	stabseffekt	12			
		2.6.1	Allgemeines	12			
		2.6.2	Ergebnisse bei Durchstanzversuchen	13			
		2.6.3	Ergebnisse bei Schubversuchen	13			
		2.6.4	DIN 1045-1 und EC 2	14			
3	Vers	uche		15			
	3.1	Allger	meines	15			
	3.2	Versu	uchsprogramm	15			
		3.2.1	Versuchsreihen	15			
		3.2.2	Durchstanzbewehrung	16			
		3.2.3	Versuchsdaten	17			
		3.2.4	Herstellung der Versuchskörper	17			
	3.3	Versu	uchsdurchführung	18			
		3.3.1	Versuchsstand	18			
		3.3.2	Versuchsablauf	19			
	3.4	Versu	uchsmessungen	20			
		3.4.1	Messprogramm	20			
		3.4.2	Eindrückung der Stütze	20			
		3.4.3	Betondehnungen	21			
		3.4.4	Dehnungen der Durchstanzbewehrung	21			

4	Versuchsergebnisse und Folgerungen						
	4.1	Versu	23				
		4.1.1	Kolbenkraft und Kolbenweg	23			
		4.1.2	Eindrückung der Stütze	23			
		4.1.3	Betondehnungen auf der Druckseite	25			
		4.1.4	Betondehnungen auf der Zugseite	26			
		4.1.5	Dehnungen der Durchstanzbewehrun	g 27			
	4.2	Versa	27				
	4.3	Risse	ntwicklung	28			
		4.3.1	Oberflächenrisse	28			
		4.3.2	Innere Schrägrisse	29			
	4.4	Effekt	ivität der Durchstanzbewehrung	31			
	4.5	Maßs	tabseffekt	32			
	4.6	Tragv	erhalten und Bruchbeschreibung	33			
		4.6.1	Allgemeines	33			
		4.6.2	Schlanke Platten	33			
		4.6.3	Gedrungene Platten	34			
		4.6.4	Zusammenfassung	36			
5	Model	llierung	g mit FEM	37			
	5.1	Allger	neines	37			
	5.2	Mater	ialbeschreibungen	37			
		5.2.1	Beton Druckbereich	37			
		5.2.2	Beton Zugbereich	38			
		5.2.3	Verschmierte Rissbildung	38			
		5.2.4	Rissreibung	39			
		5.2.5	Bewehrung	40			
	5.3	FEM-	Modell	41			
	5.4	Simul	ation von Versuchen	42			
		5.4.1	Allgemeines	42			
		5.4.2	Rissreibung	42			
		5.4.3	Mehraxiales Druckverhalten	42			
		5.4.4	Durchstanzen	42			

6	Ergebnisse der FEM-Berechnungen					
	6.1	Allgemeines	46			
	6.2	Einfluss der Plattengrößen	47			
		6.2.1 Plattenschlankheit	47			
		6.2.2 Stützengröße	48			
		6.2.3 Längsbewehrungsgrad	48			
		6.2.4 Betongüte	49			
		6.2.5 Zusammenfassung	50			
	6.3	Einfluss der Bodenpressungen	51			
		6.3.1 Vorgehensweise	51			
		6.3.2 Ergebnisse	52			
	6.4	Einfluss des Feldbereiches	53			
	6.5	Zusammenfassung	53			
7	Zusa	mmenfassung	54			
8	Literatur					

Anhang A	Durchstanznachweis in den Normen	57
A 1	DIN 1045-1 (07.2001)	58
A 2	EC 2 (10.2001)	60
Anhang B	Daten zu den Durchstanzversuchen	62
B 1	Schal- und Bewehrungspläne	63
B 2	Elastomer-Gleitlager	73
B 3	Betonbeschreibung	74
B 4	Ablauf der Belastung	75
Anhang C	Messergebnisse der Durchstanzversuche	76
C 1	Kolbenkraft und Kolbenweg	77
C 2	Eindrückung der Stütze in die Platte	80
C 3	Betondehnung auf der Druckseite	82
C 4	Betondehnung auf der Zugseite	85
C 5	Stahldehnung der Durchstanzbewehrung	90
Anhang D	Zur Modellierung mit FEM	92
D 1	Iteration	93
D 2	Materialbeschreibungen	95
D 3	Modellierte Schubversuche	97
2.0		
D 4	Modellierte mehraxiale Druckversuche	99
D 4	Modellierte mehraxiale Druckversuche Modellierte Durchstanzversuche	99 101
D 4 Anhang E E 1	Modellierte mehraxiale Druckversuche Modellierte Durchstanzversuche Versuche dieses Forschungsvorhabens	99 101 102
D 4 Anhang E E 1 E 2	Modellierte mehraxiale Druckversuche Modellierte Durchstanzversuche Versuche dieses Forschungsvorhabens Versuche von Hallgren	99 101 102 104
D 4 Anhang E E 1 E 2 E 3	Modellierte mehraxiale Druckversuche Modellierte Durchstanzversuche Versuche dieses Forschungsvorhabens Versuche von Hallgren Versuche von Gardner	99 101 102 104 105
D 4 Anhang E E 1 E 2 E 3 E 4	Modellierte mehraxiale Druckversuche Modellierte Durchstanzversuche Versuche dieses Forschungsvorhabens Versuche von Hallgren Versuche von Gardner Versuche von Hallgren	99 101 102 104 105 106
D 4 Anhang E E 1 E 2 E 3 E 4 E 5	Modellierte mehraxiale Druckversuche Modellierte Durchstanzversuche Versuche dieses Forschungsvorhabens Versuche von Hallgren Versuche von Gardner Versuche von Hallgren Versuche von Beutel	99 101 102 104 105 106 107
D 4 Anhang E E 1 E 2 E 3 E 4 E 5 E 6	Modellierte mehraxiale Druckversuche Modellierte Durchstanzversuche Versuche dieses Forschungsvorhabens Versuche von Hallgren Versuche von Gardner Versuche von Hallgren Versuche von Beutel Versuche von Franz	99 101 102 104 105 106 107 109
D 4 Anhang E E 1 E 2 E 3 E 4 E 5 E 6 Anhang F	Modellierte mehraxiale Druckversuche Modellierte Durchstanzversuche Versuche dieses Forschungsvorhabens Versuche von Hallgren Versuche von Gardner Versuche von Hallgren Versuche von Beutel Versuche von Franz Ergebnisse der FEM-Berechnungen	99 101 102 104 105 106 107 109 110
D 4 Anhang E E 1 E 2 E 3 E 4 E 5 E 6 Anhang F F 1	Modellierte mehraxiale Druckversuche Modellierte Durchstanzversuche Versuche dieses Forschungsvorhabens Versuche von Hallgren Versuche von Gardner Versuche von Hallgren Versuche von Beutel Versuche von Franz Ergebnisse der FEM-Berechnungen Grafische Darstellung der Versagenslasten	99 101 102 104 105 106 107 109 110 111

0 Bezeichnungen

- Asw Querschnitt der Durchstanzbewehrung
- av lichter Abstand zwischen Stützenrand und Auflagerrand
- b Stützenbreite
- b_{Auf} Breite des Auflagers
- c Stützenradius
- d statische Höhe der Platte
- EAuf Elastizitätsmodul des Auflagers
- Ec Elastizitätsmodul des Betons
- Es Elastizitätsmodul des Stahls
- f_c Zylinderdruckfestigkeit Beton 150/300 mm
- f_{ct} zentrische Zugfestigkeit des Betons
- fy Festigkeit des Stahls
- G_f Bruchenergie
- h Plattendicke
- $h_{Auf}\;\;$ Höhe des Auflagers
- L Radius der radialen Momentennulllinie
- L_{Feld} Feldlänge bzw. Stützenraster
- L_{Rand} Radius der Ersatzplatte bzw. halbe Seitenlänge
- s Abstand der Durchstanzbewehrungsreihen
- u Stützenverschiebung
- V Stützenkraft
- V_{Ed} Bemessungswert der Einwirkung der Stützenkraft
- V_{Rd} Bemessungswert des Durchstanzwiderstandes
- V_u Versagenskraft
- w Rissbreite
- β Rissreibungsfaktor
- κ Maßstabsfaktor
- $\lambda = L/d$ Plattenschlankheit
- ρ_S Bewehrungsgrad der Stütze
- ρ_L Bewehrungsgrad der Biegezugbewehrung der Platte
- ρ_L Bewehrungsgrad der Biegedruckbewehrung der Platte
- σ Spannung
- τ Schubspannung
- ω mechanischer Bewehrungsgrad

1 Einleitung

Bodenplatten werden aus folgenden Gründen vermehrt ausgeführt:

- Der Schalungs- bzw. Aushubaufwand ist geringer als bei Einzel- und Streifenfundamenten.
- Sie lassen geringere Aushubtiefen als Einzelgründungen zu, was besonders bei hohem Grundwasserstand Bedeutung hat.
- Vielfach werden weiße Wannen gebaut, f
 ür die ohnehin eine Bodenplatte ausgebildet werden muss. Dann bietet es sich an, die Platte etwas dicker und gleichzeitig tragend auszuf
 ühren.
- Unregelmäßige Grundrisse können problemlos mit einer tragenden Platte gegründet werden.

Die Durchstanzbemessung von punktgestützten Platten basiert in Deutschland wie auch im Ausland auf den Forschungsergebnissen von Flachdeckenuntersuchungen. Diese Regeln werden bisher für Bodenplatten, die punktförmig belastet werden, in der gleichen Form angewendet. Zahlreiche Forschungsergebnisse weisen allerdings darauf hin, dass Bodenplatten wegen ihrer geringen Plattenschlankheit λ ein anderes Tragverhalten aufweisen als Flachdecken [7] [15] [17] [19] [20] [25] [26].

Durchstanzversuche wurden bisher fast ausschließlich an Ausschnitten von Flachdecken durchgeführt. Für Einzelfundamente gibt es einige Untersuchungen mit gleichmäßiger Bodenpressung. Bei Bodenplatten liegen geringere Schlankheiten und geringere relative Stützenbreiten vor als bei Flachdecken. Von Einzelfundamenten unterscheiden sich Bodenplatten dadurch, dass nur ein geringer Teil der Bodenpressungen im Stützbereich entsteht. *Bild 1* verdeutlicht die unterschiedlichen Situationen.



Bild 1: Stützbereich von Flachdecke, Bodenplatte und Einzelfundament

Versuche an Bodenplattenausschnitten ohne Durchstanzbewehrung wurden als Miniaturversuche von Gardner durchgeführt [10] und maßstabsverkleinert von Hallgren [15]. Versuche mit geeigneter Durchstanzbewehrung liegen für Bodenplatten bisher nicht vor.

Ziel dieses Forschungsvorhabens ist die Untersuchung des Durchstanzverhaltens von Bodenplatten mit Durchstanzbewehrung. In diesem Rahmen werden Versuche an Plattenausschnitten durchgeführt, mit denen unterschiedliche Bewehrungsformen für verschiedene Plattenschlankheiten λ untersucht werden. Darauf aufbauend werden numerische Untersuchungen mit finiten Elementen durchgeführt, um daneben den Einfluss der Plattenschlankheit auf den Durchstanzwiderstand erfassen zu können. Des weiteren soll der Einfluss der Bodenpressungen im unmittelbaren Stützbereich untersucht werden.

2 Literaturauswertung

2.1 Allgemeines



Bild 2: Durchstanzen einer Platte

Durchstanzen ist ein Versagen, das bei Platten in Folge der Kombination aus Biege- und Querkraftbeanspruchung bei punktförmiger Stützung oder Belastung auftreten kann (*Bild 2*). Zur Untersuchung des Durchstanzverhaltens wird ein Ersatzsystem gewählt, das nur den Bereich der Platte darstellt, in dem radiale Stützmomente wirken. Die Querkraft aus der Platte greift dabei in der Momentennulllinie an (*Bild 3*). Auf diese Weise wird bei der Ersatzplatte etwa die gleiche Momenten- und Querkraftbeanspruchung erzeugt wie im Stützbereich der Gesamtplatte.



Bild 3: Ersatzplatte für Durchstanzversuche

Der Abstand der Momentennulllinie L von Mitte Auflager bzw. Lastmitte beträgt in grober Näherung 20 % der Feldlänge. Die genaue Lage ist abhängig von der $\lambda = L/d$, der Stützengröße und der Verteilung der Bodenpressungen.

2.2 Durchstanzbemessung nach DIN 1045-1 und EC 2

In den Normen DIN 1045-1 (07.2001) und EC 2 (10.2001) basieren die Durchstanznachweise auf den Untersuchungen an schlanken Platten. Bei schlanken Platten entsteht das Durchstanzen durch Versagen der Druckzone am Stützenanschnitt ([1] [17] [19] [20]). Da auf Grund des mehraxialen Druckzustandes ein sehr komplexes Tragverhalten vorliegt, werden in den Normen empirische Ansätze verwendet.

2.2.1 Nachweisform

Bei der Bemessung nach DIN 1045-1 und EC 2 wird nachgewiesen, dass die Einwirkungsdurchstanzkraft V_{Ed} nicht größer ist als die Widerstandskraft V_{Rd} . Der Nachweis erfolgt entlang eines Bemessungsschnittes außerhalb der Stütze, wie in *Bild 4* dargestellt. In die Berechnung des Widerstandes gehen neben Länge und Dicke des Nachweisschnittes, die Betongüte, der Längsbewehrungsgrad und ein Maßstabsfaktor ein. Ein Teil der Bodenpressung im Stützbereich darf von der Einwirkung abgezogen werden. Bei Einsatz von Durchstanzbewehrung wird der Widerstand erhöht.



Bild 4: Bemessungsschnitt in Grundriss und Schnitt

Die Berechnungsverfahren der beiden Normen sind in Anhang A, S. 57 vorgestellt.

2.2.2 Eignung für Bodenplatten

Die Bemessungsansätze nach DIN 1045-1 und EC 2 sind auf der Grundlage von Versuchsergebnissen an schlanken Platten entstanden. Bei Bodenplatten ist neben der geringen Schlankheit λ auch eine kleinere bezogene Stützenbreite b/d üblich. Zahlreiche Untersuchungen (z. B. [7] [15] [20]) zeigen, dass die Regeln für schlanke Platten nicht auf gedrungene Platten übertragbar sind.

2.2.3 Bodenpressungen unter der Stütze

Die Regeln, nach denen bei der Ermittlung von V_{Ed} die Bodenpressungen in einer gewissen Größe abgezogen werden dürfen, sind grobe Abschätzungen, die der weiteren Untersuchung bedürfen. HALLGREN [15] vermutet auf Grundlage seiner Versuche an Einzelfunda-

menten, dass die Bodenpressung innerhalb des Bereiches d/2 vom Anschnitt entfernt abgezogen werden darf.

2.2.4 Konstruktive Ausbildung

Nach DIN 1045-1 und EC 2 muss eine aus Bügeln bestehende Durchstanzbewehrung die Biegezugbewehrung und die Druckzone umschließen. Eine derartige Ausführung ist besonders bei dicken Platten schwierig und aufwendig, so dass es alternative Konstruktionsmöglichkeiten für die Durchstanzbewehrung geben sollte. Einige alternative Bewehrungen werden nachfolgend untersucht.

Dübelleisten, bei denen eine Umschließung nicht gegeben ist, haben sich zwar bewährt, sind aber gerade bei dicken Platten sehr kostenaufwendig.

2.2.5 Querschnitt der Durchstanzbewehrung

Die Bemessung nach DIN 1045-1 führt zu einer großen Bewehrungsmenge in der ersten Reihe, die im Abstand 0,5 d vom Anschnitt angeordnet werden muss. Dies führt zu einer Querkraftdeckung von bis zu 100 % bezogen auf die erste Bewehrungsreihe. Der Einbau einer solchen Bewehrungsmenge ist bei dicken Platten mit einer kleinen bezogenen Stützenbreite kaum möglich.

Die nach EC 2 notwendigen Durchstanzbewehrungsmengen sind deutlich geringer als nach DIN 1045-1, so dass die Anordnung der Bewehrung innerhalb des Durchstanzbereiches weniger problematisch ist. Aber auch hier sollte untersucht werden, ob die Durchstanzbewehrungsmenge in dieser Höhe erforderlich ist.

2.2.6 Maximaler Durchstanzwiderstand

Die Ansätze für die maximale Durchstanztragfähigkeit bei Einsatz von Durchstanzbewehrung sind nach DIN 1045-1 und EC 2 vollkommen unterschiedlich.

Nach DIN 1045-1 wird die Tragfähigkeit bei Anordnung von Durchstanzbewehrung auf die 1,5-fache Tragfähigkeit der unbewehrten Platte begrenzt. Dieser Ansatz wurde für schlanke Platten ausgelegt.

Nach EC 2 wird bei Anordnung von Durchstanzbewehrung ein Druckzonennachweis am Anschnitt geführt, der den tatsächlich vorhandenen mehraxialen Spannungszustand nicht berücksichtigt. So wird die Tragfähigkeit durch Anordnung von Durchstanzbewehrung bei geringer Betongüte und kleiner Stützenabmessung gar nicht erhöht. Dagegen beträgt die maximale Tragfähigkeit bei hoher Betongüte und großer Stützenabmessung ein Vielfaches der Tragfähigkeit ohne Durchstanzbewehrung. Diese Berechnungen stimmen nicht mit den vorhandenen Versuchsergebnissen an Flachdecken überein.

2.3 Einfluss der Plattenschlankheit

REGAN [22] untersuchte die Abhängigkeit des Durchstanzwiderstandes von der Plattenschlankheit mit einem Versuchsaufbau gem. *Bild 5.* Dabei stellte er bei $a_v/d < 1,5$ einen deutlichen Anstieg des Durchstanzwiderstandes mit abnehmender Schlankheit fest, während der Durchstanzwiderstand bei $a_v/d > 1,5$ etwa konstant blieb.



2.4 Untersuchungen an Bodenplatten

Für gedrungene Platten gibt es bisher kein Tragmodell. HALLGREN ET AL. [15] vermuten auf Grundlage ihrer Versuche, dass die Durchstanztragfähigkeit von gedrungenen Platten stark von der Betondruckfestigkeit abhängt. Von ihnen wurde ein empirischer Produktansatz für die Durchstanzbemessung von Einzelfundamenten ohne Durchstanzbewehrung aufgestellt, bei dem die Betondruckfestigkeit mit dem Exponenten 0,76 eingeht. Der Längsbewehrungsgrad fließt mit dem Exponenten 0,3 ein, bei den Versuchen wurde allerdings nur ein maximaler Längsbewehrungsgrad von 0,66 % getestet.

2.5 Einfluss von Durchstanzbewehrung

Durch Anordnung von Durchstanzbewehrung innerhalb des Durchstanzkegels kann die Traglast gesteigert werden. Der Durchstanzriss kann die Durchstanzbewehrung kreuzen oder auch innerhalb oder außerhalb der Durchstanzbewehrung verlaufen [3] [12].

Die Verwendung von Durchstanzbewehrung in Form von voll verankerten Vertikalbügeln führt bei schlanken Platten zu einer Erhöhung der Tragfähigkeit zwischen 25 % und 100 % [9] [11] [23] [3], bezogen auf die mittlere Tragfähigkeit ohne Durchstanzbewehrung. Schrägaufbiegungen führen zu einer höheren Tragfähigkeit als vertikale Durchstanzbewehrung [20], das gilt auch für Einzelfundamente [7] [15]. DIETERLE [7] hat an Einzelfundamenten auch horizontale Bewehrungszulagen untersucht, diese waren aber weniger effektiv als Bügel.

BEUTEL [16] untersuchte die Verankerungsqualität von verschiedenen Durchstanzbewehrungsformen. Er fand heraus, dass auch Bügel, die die Längsbewehrung umgreifen, ein Schlupfverhalten aufweisen, bevor die Streckgrenze erreicht wird. Nur mit angeschweißten Querstäben oder mit besonderen Bewehrungsformen (Bolzenköpfen) kann eine volle Verankerung gewährleistet werden. Für seine Versuche hat BEUTEL den Wirkungsfaktor 0,7 für die Bügel-Durchstanzbewehrung ermittelt. REGAN UND SAMADIAN [23] schlagen basierend auf ihren Versuchen für Bügel grundsätzlich eine Begrenzung der Stahlspannung auf 250 MN/m² vor, um die begrenzte Mitwirkung der Bügel am Tragverhalten zu berücksichtigen.

2.6 Maßstabseffekt

2.6.1 Allgemeines

Als Maßstabseffekt beim Beton bezeichnet man die Tatsache, dass mit steigender Bauteilgröße die Bruchspannungen sinken. Dafür gibt es im Wesentlichen zwei Ursachen.

- Je größer der Zuschlag im Verhältnis zur Bauteilgröße ist, desto ungeordneter verlaufen die Risse, so dass mehr Rissenergie aufgebracht werden muss. Laut CARPINTERI
 [4] [5] ist dieser Einfluss beim Druck- und Zugversagen nur bis zu einem Verhältnis von d / d_{max} < 10 (Probekörperdurchmesser / Größtkorn) von Bedeutung. Demnach kann dieser Einfluss bei üblichen Bauteilabmessungen vernachlässigt werden.
- Weiterhin tritt ein Maßstabseffekt immer dann auf, wenn mit beginnender Rissbildung nicht sofortiges Versagen eintritt. Geht man davon aus, dass sich ein einziger Riss zum Bruchriss entwickelt, so ist die Rissbreite proportional zur Bauteilgröße bei gleicher Querschnittsrotation (siehe *Bild 6*). OZBOLT [21] beschreibt diesen Effekt damit, dass die Dehnungsenergie aus einem größeren Bereich freigesetzt wird.

Zugspannungen können in Rissen bis zu einer Rissbreite von 0,15 bis 0,2 mm [24] [29] übertragen werden. Daraus folgt, dass bei einem großen Bauteil kleinere Zugspannungen in den Rissen übertragen werden können, aber vor allem ist dadurch der Rissfortschritt bei großen Bauteilen stärker als bei kleinen Bauteilen.



Bild 6: Rissbreite bei kleinem und großem Bauteil gleicher Geometrie

Dieses als Maßstabeffekt bezeichnete Phänomen kann nicht für alle Bauteile einheitlich beschrieben werden. Die Bemessungsansätze müssen für Bauteile gleicher Geometrie kalibriert werden, da sich der Rissfortschritt unterschiedlich auf das Versagen auswirkt.

2.6.2 Ergebnisse bei Durchstanzversuchen

ToLF [27] untersuchte den Maßstabseffekt an schlanken Platten. Dabei beobachtete er eine Zunahme der Größe des Maßstabeffekts bei steigendem Längsbewehrungsgrad. Er untersuchte Platten mit den statischen Höhen d = 10 cm, d = 20 cm und d = 60 cm.

Im Mittel kommt er zu folgenden Ergebnissen für Platten ohne Durchstanzbewehrung:

- $d = 10 \text{ cm} \rightarrow d = 20 \text{ cm}$: 20 % Tragverlust (Schlankheit: L/d = 6)
- $d = 20 \text{ cm} \rightarrow d = 60 \text{ cm}$: 20 % Tragverlust (Schlankheit: L/d = 3,5)

2.6.3 Ergebnisse bei Schubversuchen

LEHWALTER [18] führte Versuche an kurzen Balken mit einer Schubschlankheit von a/d = 1 durch, wie in *Bild 7* dargestellt. Die Balkendicke variierte zwischen h = 20 - 100 cm, die Betongüte betrug etwa 20 MN/m².



Bild 7: Versuche zum Maßstabseffekt von LEHWALTER gem. [18]

Die Ergebnisse zeigen, dass der Maßstab für die Größe der Schrägrisslast von geringer Bedeutung ist, die Versagenslast wird dagegen stark vom Maßstab beeinflusst. Die Versuche mit Bügelbewehrung ergaben, dass sich der Maßstabseffekt nur auf den Betontraganteil auswirkt. Der zusätzliche Bauteilwiderstand in Folge von Bügelbewehrung ist nicht maßstabsabhängig.

WALRAVEN [29] hat den Ansatz von BAZANT [2] für das Schubversagen kalibriert. Als Grundlage dienten eigene Versuche an schlanken Balken und die vorab beschriebenen Versuche von LEHWALTER an gedrungenen Balken. Mit der nachfolgend angegebenen Gleichung GI. 1 hat er eine gute Beschreibung des Maßstabseffekts erzielt. Diese ist gültig für das Schubversagen von gedrungenen und schlanken Balken.

$$\kappa = \left(1 + \frac{d}{100}\right)^{-0.5}$$
Gl. 1

mit d = statische Höhe [mm]

2.6.4 DIN 1045-1 und EC 2

Bild 8 zeigt einen Vergleich des Maßstabsfaktors nach DIN 1045-1 (gleich EC 2) mit den Ergebnissen von TOLF [27] an schlanken Platten und von WALRAVEN [29] an Schubbalken.



Bild 8: Ansätze zum Maßstabsfaktor

Es ist zu sehen, dass die Versuche von TOLF an schlanken Platten gut mit dem Ansatz der DIN 1045-1 übereinstimmen. Bei den Schubbalken von WALRAVEN wurde bei großer Querschnittsdicke ein stärkerer Einfluss des Maßstabsfaktors festgestellt, als in der DIN 1045-1 zu Grunde gelegt.

3 Versuche

3.1 Allgemeines

Es wurden am iBMB 10 Durchstanzversuche an gedrungenen Platten durchgeführt. Die Durchstanzversuche bilden maßstabsverkleinert eine 60 cm dicke Bodenplatte mit den Achsmaßen 4,2 m und 6,0 m ab. Dabei handelt es sich um durchschnittliche Schlankheiten für Bodenplatten.

Die Versuche wurden an Plattenausschnitten durchgeführt, die den Stützbereich von Bodenplatten abbilden, in dem radiale Stützmomente wirken, siehe *Bild 3*, S. 8. Zur Vereinfachung der Versuchsdurchführung wurden die Platten in den Maßstäben 1:2 und 1:3 verkleinert hergestellt. Es wurde darauf geachtet, dass alle Abmessungen, also auch Stabdurchmesser und Stababstände, maßstabsverkleinert ausgeführt wurden.

Die Bodenpressungen, die innerhalb der Momentennulllinie angreifen, wurden bei den Versuchen vernachlässigt. Diese Tragreserve wurde numerisch untersucht, die Ergebnisse sind in Kap. 6.3, S. 51 vorgestellt.

3.2 Versuchsprogramm

3.2.1 Versuchsserien

Die Versuchsplatten, wie dargestellt in *Bild 9*, wurden in 3 Serien ausgeführt, dabei wurden Plattendicke h und Schlankheit $\lambda = L/d$ variiert. In den Serien 1 und 2 wurden bei gleicher Dicke verschiedene Schlankheiten untersucht. Die Serien 1 und 3 hatten bei gleicher Schlankheit unterschiedliche Plattendicken.



Bild 9: System der Versuchsplatten

	h [cm]	$\lambda = L / d$	Anzahl der Versuche
Ti-1	20	1,6	4
Ti-2	20	2,3	4
Ti-3	28,5	1,6	2

Tabelle 1: Versuchsserien

3.2.2 Durchstanzbewehrung

Bei den Versuchen wurden unterschiedliche Durchstanzbewehrungsformen untersucht, wie in *Bild 10* dargestellt. Die Bügel B entsprechen den Vorschriften der DIN 1045-1, wonach Druckzone und Biegezugbewehrung umschlossen werden müssen. Da Bügel selbst bei den kleinen Plattendicken sehr aufwendig und schwierig im Einbau sind, wurden weitere Bewehrungsformen in den Serien C und D untersucht. Diese Bewehrungen sind nach DIN 1045-1 nicht zulässig.



Bild 10: Untersuchte Durchstanzbewehrungsformen

Die Abstandhalter werden auf die Grundbewehrung gestellt und nur von einer Lage der Zulagen umschlossen. *Bild 11* zeigt für den Fall C einen Schnitt durch die Bewehrung.



Bild 11: Schnitt durch die Bewehrung bei Verwendung von Abstandhaltern C

Da die Abstandhalter nicht die Druckzone erreichen, wurden im Fall D zusätzlich Kappen aufgebracht, die die Druckbewehrung umschließen. Die Verankerungslänge der Kappen ist rechnerisch nach DIN 1045-1 nicht ausreichend.

3.2.3 Versuchsdaten

In *Tabelle 2* sind die Daten aller Versuche zusammengestellt. Die Schal- und Bewehrungspläne sind für alle Versuche in Anhang B 1, S. 63 zu finden. Es wurde Stabstahl der Güte S 500 verwendet, für die Betongüte wurde eine Festigkeit von $f_c = 35 \text{ MN/m}^2$ angestrebt.

	h [cm]	d [cm]	L [cm]	L _{Rand} [cm]	c [cm]	ρ _L [%]	ρ _L ´ [%]	A _{sw} [cm ²]
Ti-1 A			28	38		1,25	0,33	-
Ti-1 B					8 			
Ti-1 C								14
Ti-1 D	20	20 17,2						
Ti-2 A	20		40	50				-
Ti-2 B								
Ti-2 C								14
Ti-2 D								
Ti-3 A	20 E	24.6	40	54	10 5	1 10	0.20	-
Ti-3 B	20,0	28,5 24,6			12,5	1,18	0,29	27

Tabelle 2: Versuchsdaten der Durchstanzversuche

h Plattendicke

d statische Höhe

L Auflagerradius

L_{Rand} halbe Plattenlänge der quadratischen Platte

c Stützenradius

ρ_L Bewehrungsgrad der Biegezugbewehrung

ρ_L´ Bewehrungsgrad der Biegedruckbewehrung

Asw Querschnitt der Durchstanzbewehrung gesamt

3.2.4 Herstellung der Versuchskörper

Die Versuchskörper wurden in der gleichen Reihenfolge hergestellt wie eine Bodenplatte, so dass die Druckzone oben liegt. Der Stützenstumpf wurde jeweils einen Tag später betoniert als die Platte. *Bild 12* zeigt einen Versuchskörper vor der Betonage.

Die Beschreibung der Betoneigenschaften ist in Anhang B 3, S. 74 angegeben. Als Begleitkörper wurden jeweils 3 Zylinder 150 / 300 mm zur Bestimmung der Druckfestigkeit am Prüftag hergestellt.



Bild 12: Bewehrungskorb von Ti-3 B

3.3 Versuchsdurchführung

3.3.1 Versuchsstand

Bild 13 zeigt den Versuchsaufbau in Grundriss und Schnitt. Die Platten wurden auf dem Kopf geprüft, von unten wurde die Kolbenlast über den Stützenstumpf aufgebracht und von oben erfolgte die Auflagerung in der Momentennulllinie.



Bild 13: Versuchsaufbau in Grundriss und Schnitt

Bei den Versuchen musste gewährleistet werden, dass die Auflagerung in der Momentennulllinie horizontal verschieblich ist. Hierzu wurden 8 Flächenloch-Gleitlager der Firma CA-LENBERG INGENIEURE verwendet, bestehend aus einer Elastomerschicht auf einer beschichteten Stahlplatte und einer Gleitplatte. Vor jedem Versuch wurden die Gleitplatten und die Beschichtung der Stahlplatten zusätzlich mit Teflonspray bearbeitet. Während der Versuche konnten deutliche Verschiebungen zwischen Elastomer und Gleitplatte beobachtet werden, so dass die Auflagerung als geeignet beurteilt werden kann. In Anhang B 2, S. 73 befinden sich weitere Informationen zu Größe und Ausbildung der Gleitlager.



Bild 14: Versuchsstand

Bild 14 zeigt ein Bild des Versuchsstandes. Bei dem Widerlager handelt es sich um ein Kalotten-Lager, das vor der Belastung verdrehbar ist und sich an dem Prüfkörper ausrichten kann, bei Belastung ist es dann fest. Die Kolbenlast wurde von unten über ein zweiachsig gelenkiges Lager aufgebracht.

Die gelenkige Lastaufbringung wurde gewählt, da eine Stütze, die auf einer Bodenplatte steht verdrehbar sein kann. In den Versuchen konnte eine Verdrehung des Stützenstumpfes vor allem bei den Platten ohne Durchstanzbewehrung beobachtet werden. Hier bildete sich die Versagenszone einseitig aus.

3.3.2 Versuchsablauf

Die Durchführung der Versuche dauerte zwischen 2,5 und 3,5 Stunden. Die Belastung erfolgte zunächst kraftgesteuert bis zur Schrägrisslast, dann wurde auf Wegsteuerung umgestellt.

Nach Überschreitung der Maximallast wurde die Weggeschwindigkeit erhöht, bis sich der Durchstanzriss deutlich auf der Oberfläche abzeichnete.

Außer bei den ersten Versuchen wurde während der weggesteuerten Belastung nicht pausiert, bis die Maximallast überschritten wurde, um keine Kriechverformungen entstehen zu lassen. Die Belastungsdaten sind für alle Versuche in Anhang B 4, S. 75 aufgelistet.

3.4 Versuchsmessungen

3.4.1 Messprogramm

Während des Versuchs wurden zunächst die folgenden Messungen durchgeführt.

- Kolbenkraft und Kolbenweg
- Betondehnungen auf der Druckseite
- Betondehnungen auf der Zugseite
- Stahldehnungen der Durchstanzbewehrung

Bei den ersten beiden Versuchen wurde vermutet, dass sich der Durchstanzriss schon vor Erreichen der maximalen Last bis zum Stützenanschnitt ausgebildet hat. Anhaltspunkte dafür waren, dass eine sichtbare Eindrückung der Stütze in die Platte stattfand und dass Betonteile vom Anschnitt herunterbröselten. Die Auswertung der radialen Stauchungen neben der Stütze zeigte vor der Maximallast einen Wendepunkt, der sonst bei Durchstanzversuchen nicht auftritt. Daraufhin wurde bei den folgenden Versuchen zusätzlich die Eindrückung der Stütze in die Platte gemessen.

Die Datenerfassung erfolgte alle 6 Sekunden. Auf der Oberfläche, die die Biegezugseite darstellte, wurden während des Versuchs kontinuierlich die Risse nachgezeichnet und nach Laststufen beschriftet. Für einzelne Risse wurde eine Rissbreitenmessung per Hand vorgenommen.

3.4.2 Eindrückung der Stütze



Bild 15: Messung der Eindrückung der Stütze in die Platte



Die Eindrückung der Stütze in die Platte wurde mit zwei Wegaufnehmern gemessen, die an gegenüberliegenden Seiten an der Stütze befestigt waren. *Bild 15* stellt die Eindrückung dar und zeigt ein Foto der Messeinrichtung.

3.4.3 Betondehnungen

Auf der Druckseite wurden die Betondehnungen mit Dehn-Mess-Streifen (DMS) gemessen, diese waren im Abstand von 5 cm vom Anschnitt auf die Oberfläche geklebt und hatten eine Länge von 60 mm.

Auf der Zugseite wurden die Dehnungen mit Wegaufnehmern über eine Strecke von 10 cm gemessen. *Bild 16* zeigt die Anordnung der Wegaufnehmer auf der Plattenoberfläche. Da sich die tangentialen Momente über die Plattenlänge wenig ändern, wurde in dieser Richtung jeweils nur eine Messung durchgeführt. Die radialen Momente fallen bis zum Auflager auf Null ab. Um den Verlauf der radialen Momente über die Plattenlänge bestimmen zu können, wurden jeweils drei Wegaufnehmer angeordnet.



Bild 16: Anordnung der Wegaufnehmer auf der Zugseite

3.4.4 Dehnungen der Durchstanzbewehrung

Die Dehnungen der Durchstanzbewehrung wurden an den Stellen gemessen, an denen der Schrägriss erwartet wurde. Dazu wurden DMS auf je zwei innere und zwei äußere Schenkel der Durchstanzbewehrung geklebt, der Untergrund wurde für die DMS glatt geschliffen. Zum Schutz bei der Betonage wurden die DMS mit Gewebeklebeband umwickelt, siehe *Bild 17*.





Bild 17: DMS auf der Durchstanzbewehrung

4 Versuchsergebnisse und Folgerungen

4.1 Versuchsmessungen

In den folgenden Abschnitten werden zur Erläuterung die Messergebnisse für den Versuch Ti-1B in idealisierter Form dargestellt. Die Kurven stellen die Mittelung aus jeweils zwei Messstellen dar. Die genauen Messergebnisse für alle Versuche sind in Anhang C, S. 76 abgebildet.



4.1.1 Kolbenkraft und Kolbenweg

Bild 18: Kolbenweg über Kolbenkraft bei Ti-1B

Bild 18 zeigt den Verlauf des Kolbenweges über die Kolbenkraft. Dabei sind drei Punkte markiert:

- <u>Schrägriss</u>: bei Entstehung des Schrägrisses ist in der Kurve ein leichter Knick zu erkennen, der den Steifigkeitsverlust wiedergibt. Deutlicher kann die Entstehung des Schrägrisses aus den Dehnungen der Durchstanzbewehrung abgelesen werden (siehe Kap. 4.1.5, S. 27).
- <u>Versagen</u>: bei Versagen ist ein kleiner Versatz zu sehen. Als Versagen wird definiert, wenn der Schrägriss die Druckzone durchdrungen hat. Die Festlegung der Versagenslast wird aus der Eindrückung der Stütze in die Platte vorgenommen (siehe Kap. 4.1.2).
- <u>Maximum</u>: die Maximallast hat hier nur eine geringe Bedeutung, da sie nur auf Grund der direkten Auflagerung im Versuch auftreten kann.

4.1.2 Eindrückung der Stütze

In *Bild 19* ist die Eindrückung der Stütze über die Kolbenkraft zu sehen. Dabei ist ein ausgeprägter Knick zu erkennen an dem Punkt, der als Versagen definiert ist. Hier durchdringt der Schrägriss die Druckzone bis zum Anschnitt hin. Bei weiterer Laststeigerung ist der größte Teil des Kolbenweges als Eindrückung der Stütze in die Platte wiederzufinden, so dass von einem Versagen gesprochen werden muss.



Bild 19: Eindrückung der Stütze in die Platte bei Ti-1B

Nach Erreichen des Versagenszustandes ist noch eine weitere Kraftsteigerung möglich. Zwischen Durchstanzkegel und Restplatte werden Reibungskräfte und Dübelkräfte der Durchstanzbewehrung übertragen. Außerdem wird die Dübelwirkung der Biegebewehrung aktiviert. Die Biegebewehrung kann sich auf den direkten Lagern und auf der Durchstanzbewehrung abstützen. *Bild 20* zeigt schematisch den Lastabtrag nach Erreichen des Versagenszustandes. Bei einer Platte ohne Durchstanzbewehrung ist die beschriebene Laststeigerung geringer, aber auch vorhanden.



Bild 20: Lastabtrag der Versuchsplatte nach Erreichen des Versagenszustandes

Über die hier als Versagenslast definierte Beanspruchung hinaus ist die Tragfähigkeit einer Bodenplatte unter Langzeitbeanspruchung unbestimmt. Bei der Bodenplatte ist im Gegensatz zum Versuch keine direkte Auflagerung in der Momentennulllinie vorhanden, sondern eine elastische Bettung der Platte.

4.1.3 Betondehnungen auf der Druckseite

Bild 21 zeigt den Verlauf der Stauchungen in radialer und tangentialer Richtung als Funktion der Kolbenkraft. Der Verlauf der Kurven entspricht qualitativ derjenigen von schlanken Platten, bei denen auch vor dem Versagen ein Rückgang der radialen Betonstauchungen stattfindet.



Bild 21: Betondehnungen auf der Druckseite für Ti-1B



Bild 22: Entwicklung der radialen Verformungen

Bild 22 veranschaulicht die Entwicklung der radialen Dehnungen. Bei Belastung entstehen zunächst Betonstauchungen auf der gesamten Oberfläche. Nach Schrägrissbildung wird die Steifigkeit am Anschnitt stark geschwächt, so dass sich die Stütze stärker in die Platte hineindrückt und dabei den umliegenden Beton derart beeinflusst, dass es zum Aufbau von Zugdehnungen kommt. Im Versagenszustand wird der umliegende Plattenbereich durch den Schrägriss vom Durchstanzkegel getrennt, so dass sich die Oberfläche entspannt und schließlich wie bei Belastungsbeginn Stauchungen erfährt.

Bei schlanken Platten ist die Maximallast erreicht, wenn der Schrägriss die Druckzone durchdringt.

4.1.4 Betondehnungen auf der Zugseite

In *Bild 23* und *Bild 24* sind die Messergebnisse für die radialen und die tangentialen Dehnungen zu sehen. Die Ergebnisse schwanken in Abhängigkeit von der Anzahl der Risse, die die Messstrecke kreuzen.



Bild 23: Radiale Betondehnungen auf der Zugseite für Ti-1B



Bild 24: Tangentiale Betondehnungen auf der Zugseite für Ti-1B

Die Größe der Betondehnungen auf der Zugseite entsprechen nicht den Stahldehnungen der Biegezugbewehrung. Zwischen Mitte der Bewehrungslage und Oberfläche liegen 15 % der Bauteildicke, so dass die Dehnungen auf der Oberfläche erheblich größer sind. Die numerischen Nachrechnungen zeigen, dass die Fließdehnungen, die bei etwa 2,5 ‰ liegen, in keinem Versuch bis zum Erreichen des Versagenszustandes erreicht wurden.

4.1.5 Dehnungen der Durchstanzbewehrung

Bild 25 zeigt die Ergebnisse der Stahldehnungen für den Versuch Ti-1B. Auffällig ist, dass bei Schrägrissbildung die inneren Schenkel stärker beansprucht werden als die äußeren. Die gleiche Beobachtung hat DIETERLE [7] bei Durchstanzversuchen an Einzelfundamenten gemacht.

Die stärkere Beanspruchung der inneren Schenkel lässt darauf schließen, dass sich der Schrägriss von innen nach außen entwickelt. Nach Versagen sind die Dehnungen der beiden Schenkel ähnlich groß, der Grund wird sein, dass sich die Biegebewehrung in die Durchstanzbewehrung hineinhängt.



Bild 25: Stahldehnungen der Durchstanzbewehrung für Ti-1B

Bei Erreichen des Versagenszustandes beträgt die Stahldehnung nicht einmal 0,5 ‰, insofern war die Menge an Durchstanzbewehrung nicht zu gering dimensioniert. Bei dieser geringen Dehnung tritt noch kein Versagen durch Verankerungsschlupf auf.

4.2 Versagenslasten

Als Versagen wird der Zustand definiert, bei dem der innere Schrägriss die Druckzone durchdrungen hat, so dass sich ein durchgehender Riss vom Anschnitt bis zur Oberfläche erstreckt (siehe *Bild 20*, S. 24). In diesem Zustand ist das Bauteil zerstört. Es kann allerdings nicht abgeschätzt werden, wie sich die Tragfähigkeit bei einer Bodenplatte und Langzeitbeanspruchung, Zwangrissbildung und elastischer Bettung ergeben wird.

Die Versagenslast wurde aus dem Verlauf der Eindrückung der Stütze in die Platte ermittelt, wie in Kap. 4.1.2, S. 23 beschrieben. *Tabelle 3* gibt die Versagenslasten V_u und die Zylinderdruckfestigkeiten f_c am Prüftag für die durchgeführten Versuche an.

	$f_c \; [MN/m^2]$	d [cm]	$\lambda = L \ / \ d$	V _u [kN]
Ti-1 A	40,7	17,2	1,6	673
Ti-1 B	37,5	17,2	1,6	744
Ti-1 C	40,7	17,2	1,6	780
Ti-1 D	38,9	17,2	1,6	883
Ti-2 A	36,0	17,2	2,3	668
Ti-2 B	40,7	17,2	2,3	798
Ti-2 C	40,6	17,2	2,3	652
Ti-2 D	40,8	17,2	2,3	698
Ti-3 A	32,8	24,6	1,6	1060
Ti-3 B	40,5	24,6	1,6	1456

Tabelle 3: Betonfestigkeiten und Versagenslasten

Für einen besseren Vergleich der Versagenslasten sind diese in *Tabelle 4* umgerechnet auf eine Betonfestigkeit von 35 MN/m² aufgeführt. Die Umrechnung erfolgte entsprechend Gl. 2 über den Faktor $f_c^{\frac{1}{2}}$. Der Einfluss der Betonfestigkeit bei gedrungenen Platten wird in Kap. 6.2.4, S. 49 behandelt.

$$\mathbf{V}_{u,35} = \mathbf{V}_{u} \cdot \left(\frac{35}{\mathbf{f}_{c}}\right)^{1/2}$$
Gl. 2

Tabelle 4: Versagenslasten umgerechnet auf $f_c = 35 \text{ MN/m}^2$

		Ti	-1		Ti-2				Ti-3	
	А	В	С	D	А	В	С	D	А	В
V _{u,35} [kN]	624	719	723	838	659	740	605	646	1095	1354

Die relativ hohe Versagenslast bei dem Versuch Ti-2 A kommt dadurch zu Stande, dass die Belastungsgeschwindigkeit wegen fehlerhafter Eingabe deutlich höher war als bei den anderen Versuchen.

4.3 Rissentwicklung

4.3.1 Oberflächenrisse

Bild 26 zeigt ein Rissbild auf der Biegezugseite. Es ist ein gleichmäßiges Rissbild zu erkennen und ein Bruchriss, der innerhalb der Auflagerkissen verläuft.

Bei Versagen wurde im Mittel etwa eine maximale Rissbreite von 0,2 mm gemessen, bei Maximallast von etwa 0,4 mm. Die Entwicklung der Rissbildung war unabhängig davon, ob die Versuchsplatten mit oder ohne Durchstanzbewehrung ausgeführt waren. Bei den Platten mit größerer Schlankheit war die Rissbildung stärker ausgeprägt.



Bild 26: Rissbild des Versuchskörpers Ti-1 B

Die Rissbildung begann bei etwa 40 % der Versagenslast von Platten ohne Durchstanzbewehrung mit radialen Rissen in Höhe des Stützenanschnitts, gefolgt von tangentialen Rissen am Anschnitt. Die radialen Risse verlängerten sich in kurzer Zeit bis zum Plattenrand. Es entstanden außerhalb des Anschnitts 1 bis 2 weitere tangentiale Risse. Der äußerste Tangentialriss wurde mit zunehmender Belastung sehr breit und es konnte bei Maximallast ein vertikaler Versatz beobachtet werden. Der Bruchriss hat sich aber erst weit nach Überschreitung der Maximallast ausgebildet und verlief am inneren Rand der Auflager.

4.3.2 Innere Schrägrisse

Die Entstehung des inneren Schrägrisses kann aus den Stahldehnungen der Durchstanzbewehrung abgeschätzt werden. Demnach entsteht der innere Schrägriss bei ungefähr 70 % der Versagenslast ohne Durchstanzbewehrung.

Der Verlauf der inneren Schrägrissbildung ist nach Aufschneiden der Versuchskörper sichtbar geworden. Die Sägeschnitte wurden direkt neben dem Stützenstumpf geführt, daher ergibt sich der bogenförmige Verlauf der Schrägrisse. *Bild 27* und *Bild 28* zeigen die Sägeschnitte der aufgeschnittenen Versuchskörper. Die Schrägrisse verlaufen bei allen Platten mehr oder weniger direkt zwischen Stützenanschnitt und Auflagerlinie.



Bild 27: Sägeschnitte der Serie 1



Bild 28: Sägeschnitte der Serie 2

Die Körper mit Durchstanzbewehrung weisen die gleichen Schrägrisse auf wie die ohne Durchstanzbewehrung, allerdings haben sich die Bruchrisse einen anderen Weg gesucht. Bei den Platten mit Bügeln (Ti-1 B und Ti-2 B) verlaufen die Bruchrisse innerhalb der Bügel. Bei den Platten mit Abstandhaltern (Ti-1 C und Ti-2 C) verlaufen die Bruchrisse oberhalb der Abstandhalter.

4.4 Effektivität der Durchstanzbewehrung

Die Bügel haben zu einer Steigerung des Durchstanzwiderstandes geführt. Diese betrug zwischen 17 und 22 % und liegt damit deutlich unter den Werten, die bei schlanken Platten erreicht werden. Die Bügel haben den Schrägriss mit beiden Schenkeln gekreuzt, wie in *Bild 29* dargestellt.





Bild 29: Anordnung der Bügel

Bild 30: Anordnung der Abstandhalter

Die Abstandhalter waren bei Serie 1 genauso tragfähig wie die Bügel. Bei Serie 2 haben sie dagegen keine nennenswerte Traglaststeigerung gebracht. *Bild 30* zeigt, wie die Schrägrisse die Abstandhalter kreuzen. Bei den Abstandhaltern hat sich der Bruchriss oberhalb der Abstandhalter ausgebildet. Die unterschiedliche Tragfähigkeit erklärt sich damit, dass die Abstandhalter bei Serie 1 günstiger angeordnet waren als bei Serie 2.

Die Kappen haben in beiden Serien eine Traglaststeigerung gebracht, wobei auch diese in Serie 1 größer war als in Serie 2.

Zusammenfassend wird beurteilt, dass die Bügel zu einer sicheren Traglaststeigerung geführt haben, die Abstandhalter mit und ohne Kappen dagegen nicht. Die Versuche bestätigen die Konstruktionsregeln der DIN 1045-1, nach denen die Durchstanzbewehrung in der Druckzone und in der Zugzone voll verankert sein muss, um eine erhöhte Tragfähigkeit sicher zu stellen.

Die Traglaststeigerung, die in den Versuchen mit Durchstanzbewehrung erreicht wurde, ist nur gering. Daher ist ihr Einsatz bei gedrungenen dünnen Platten nicht empfehlenswert. Wie im Folgenden beschrieben, bezieht sich der Maßstabseffekt wahrscheinlich nur auf den Betontraganteil, so dass die Effektivität von Durchstanzbewehrung mit steigender Plattendicke zunimmt.

4.5 Maßstabseffekt

Im Folgenden sind die Versagenslasten aus *Tabelle 4*, S. 28 für die Versuche Ti-1 A und B umgerechnet auf die Abmessungen der Versuche Ti-3 A und B.

Ti-1 A:	V _{u,35} ' = 609 * 40/28 * 24,6/17,2	= 1244 kN
Ti-1 B:	V _{u,35} ' = 711 * 40/28 * 24,6/17,2	= 1453 kN
Ti-3 A:	V _{u,35}	= 1107 kN
Ti-3 B:	V _{u,35}	= 1321 kN

Hierbei ist zu erkennen, dass offensichtlich ein Maßstabseffekt bei den Versuchen A ohne Durchstanzbewehrung vorliegt. Die Differenz zu den Versuchen B mit Bügeln ist in beiden Serien gleich, so dass die Vermutung nahe liegt, dass ebenso wie bei gedrungenen Schubbalken der Maßstabseffekt nur für den Betontraganteil zutrifft.

Da schlanke und gedrungene Platten ein vollkommen unterschiedliches Trag- und Bruchverhalten aufweisen (siehe Kap. 4.6), muss damit gerechnet werden, dass sich der Maßstabseffekt auch unterschiedlich auswirkt. Dagegen besteht zwischen dem Trag- und Bruchverhalten von gedrungenen Balken und gedrungenen Platten eine große Übereinstimmung, so dass es naheliegend ist, dass auch der Maßstabseffekt in ähnlicher Größe auftritt.



Bild 31: Vergleich der Versuche Ti-1 A und Ti-3 A mit Ansätzen zum Maßstabseffekt

In *Bild 31* werden die Ergebnisse der Versuche Ti-1 A und Ti-3 A zusammen mit den Ansätzen der DIN 1045-1 und dem Ansatz von WALRAVEN aufgeführt (siehe Kap. 2.6, S. 12). Hierbei ist eine sehr gute Übereinstimmung der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen von Balken zu sehen. Auf Grundlage der bruchmechanischen Überlegungen und der Versuchsergebnisse wird die Bestimmung des Maßstabseffektes gemäß Gl. 1, S. 14 für geeignet gehalten.

4.6 Tragverhalten und Bruchbeschreibung

4.6.1 Allgemeines

Basierend auf den Versuchsbeobachtungen und den numerischen Untersuchungen kann das Tragverhalten von gedrungenen Platten beim Durchstanzversagen beschrieben werden. Als Ergebnis hat sich herausgestellt, dass schlanke und gedrungene Platten ein vollkommen unterschiedliches Verhalten aufweisen, eine Übereinstimmung besteht lediglich in der Ausbildung eines kegelförmigen Bruchkörpers.

Im Folgenden werden neben den gedrungenen Platten auch schlanke vorgestellt, um einen Vergleich und eine Bewertung der Unterschiede zu ermöglichen.

4.6.2 Schlanke Platten

Bild 32 zeigt qualitativ den Verlauf der Hauptspannungen vor der Rissbildung. Im Bereich des Anschnitts herrscht ein dreiaxialer Druckzustand. Zunächst entstehen radiale und tangentiale Biegerisse (*Bild 33*). Die radialen Biegerisse verlängern sich mit steigender Belastung zum Plattenrand hin. Aus den tangentialen Biegerissen entstehen Schrägrisse, die sich in Richtung Stützenanschnitt verlängern.



Bild 32: Hauptspannungen bei schlanker Platte ungerissen

Die Schrägrisse reduzieren die Querkraftübertragung in der Zugzone, so dass der größte Teil der Querkraft von der radialen Druckkraft aufgenommen wird. Die Größe der radialen Druckkraft ergibt sich im Wesentlichen aus den aufnehmbaren Druckspannungen und der Druckzonenhöhe.

Die Größe der aufnehmbaren radialen Druckspannungen hängt von dem dreiaxialen Spannungszustand ab. Je größer der Querdruck ist, desto größer sind die aufnehmbaren Bruchspannungen. Die Größe der Bruchspannungen ist außerdem etwa proportional zur Betondruckfestigkeit.

Die Druckzonenhöhe ist vor allem von dem Längsbewehrungsgrad abhängig.


Bild 33: Rissbildung kurz vor Versagen

Mit Versagen der radialen Druckzone tritt bei der nicht durchstanzbewehrten Platte plötzlich das Durchstanzversagen ein, der Durchstanzkegel verläuft entlang des äußersten Schrägrisses.

Durch eine kleinere Stützengröße wird der Durchstanzwiderstand nur wenig reduziert, da bei kleineren Stützen günstigere Spannungsverhältnisse in der Druckzone entstehen.

Die Anordnung von Durchstanzbewehrung bringt eine Traglaststeigerung aus den folgenden Gründen.

- Ein Teil der Querkraft wird zurückgehängt und kann über die Zugzone zur Stütze gelangen.
- Die Durchstanzbewehrung reduziert die innere Rissbildung, dadurch verbleibt eine größere Druckzonenhöhe.
- Die Durchstanzbewehrung verdübelt den inneren Schrägriss, so dass sich dieser nicht zum Bruchriss ausbildet. Dadurch können sich die Biegemomente von radialer in tangentiale Richtung umlagern.

Versagen tritt bei Platten, die mit ausreichend und gut verankerter Durchstanzbewehrung versehen sind, erst ein, wenn die Druckzone auch in tangentialer Richtung versagt. Hier liegt eigentlich ein Biegedruckversagen vor.

4.6.3 Gedrungene Platten

Bei einer Platte mit geringer Schlankheit verlaufen die Hauptdruckspannungen schon im ungerissenen Zustand direkt oder fast direkt zwischen Stütze und Auflager in der Momentennullinie (*Bild 34*).

Die Hauptdruckspannungen driften bei der gedrungenen Platte auseinander und erzeugen außerhalb des Druckbereiches starken Querzug. Wenn die Querzugspannungen die Zugfestigkeit überschreiten, entsteht ein Schrägriss. Der Schrägriss stört das Kräftegleichgewicht *(Bild 35)*. Die nicht mehr aufnehmbaren Zugkräfte bewirken eine Verlängerung des Schrägrisses durch die Druckzone hindurch bis zum Anschnitt. Dies ist vergleichbar mit einem Spaltzugversagen.



Bild 34: Hauptspannungen bei gedrungener Platte ungerissen



Bild 35: Tragmodell bei gedrungener Platte

Eine gedrungene Platte unterliegt einer geringen Biegebeanspruchung, daher erreichen die Hauptdruckspannungen am Anschnitt nicht die Druckfestigkeit. Hier entsteht das Versagen durch die Querzugspannungen, daher ist die Größe der Durchstanzkraft abhängig von der Zugfestigkeit des Betons, von der Stützengröße und von der Neigung der radialen Hauptdruckspannungen. Der Längsbewehrungsgrad hat nur einen geringen Einfluss auf den Durchstanzwiderstand. Das Tragverhalten ist vergleichbar mit dem von gedrungenen Balken (siehe LEHWALTER [18]).



Bild 36: Durchstanzbewehrung bei gedrungener Platte

Durch Anordnung von Durchstanzbewehrung im Bereich des inneren Schrägrisses wird die Ausbildung zum Bruchriss verzögert. Der Bruchriss verläuft schließlich innerhalb der Durchstanzbewehrung durch Verbindung des Schrägrisses mit einem Biegeriss. Senkrechte Durchstanzbewehrung verliert bei abnehmender Schlankheit an Effektivität, da der Winkel zwischen Schrägriss und Durchstanzbewehrung immer kleiner wird (siehe *Bild 36*).

4.6.4 Zusammenfassung

Während bei schlanken Platten Durchstanzen durch das Versagen der Druckzone ausgelöst wird, wird das Versagen bei gedrungenen Platten durch Überschreitung der aufnehmbaren Querzugspannungen eingeleitet.

Diese unterschiedlichen Versagensmechanismen bewirken, dass sich auch die Randbedingungen unterschiedlich auf den Durchstanzwiderstand auswirken. Während die Stützengröße bei gedrungenen Platten einen großen Einfluss hat, ist dieser bei schlanken Platten relativ gering. Bei gedrungenen Platten spielt die Betonzugfestigkeit eine entscheidende Rolle, bei schlanken Platten wird der Durchstanzwiderstand von der Druckfestigkeit und dem Biegebewehrungsgrad bestimmt. Hierauf wird in Kap. 6.2, S. 47 näher eingegangen.

Die Anordnung von Durchstanzbewehrung steigert in beiden Fällen den Durchstanzwiderstand, bei gedrungenen Platten ist diese Steigerung geringer als bei schlanken Platten.

Diese Unterschiede haben zur Folge, dass die Durchstanzbemessung von gedrungenen Platten nach anderen Regeln erfolgen sollte als die von schlanken Platten.

5 Modellierung mit FEM

5.1 Allgemeines

Die Berechnungen wurden mit dem nichtlinearen FEM-Programm DIANA durchgeführt [6]. Der Vorteil des Programms liegt darin, dass das Betonverhalten gut abgebildet werden kann. Im Rahmen dieser Untersuchungen wird der Beton mit Volumenelementen mit 8 Knoten abgebildet, die Bewehrung wird entweder als Schicht mit Flächenelementen oder mit Stabelementen simuliert. In Anhang D 1, S. 93 findet sich eine Beschreibung der gewählten Iteration.

5.2 Materialbeschreibungen

Es wird hier mit Materialmodulen gearbeitet, die eine möglichst umfassende Beschreibung der Materialien vorgeben. Das ist von Vorteil, da eine Kalibrierung mehrerer Parameter eine potentielle Fehlerquelle darstellt.

Die ausgewählten Materialmodule wurden an Hand von Versuchsnachrechnungen überprüft und der Rissreibungsfaktor wurde an den Versuchsergebnissen kalibriert. Weitere Angaben zu den verwendeten Parametern finden sich in Anhang D 2, S. 95.

5.2.1 Beton Druckbereich

Der Druckbereich des Betons wird mit dem Modell von THORENFELDT simuliert. Dieses Modell ist dimensionsgebunden, der Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie wird also in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit ermittelt, zusätzlich wird der E-Modul angegeben. *Bild 37* zeigt die Verläufe für einen C 30 und einen C 100. Man sieht, dass auch der Nachbruchbereich wirklichkeitsnah dargestellt wird.



Bild 37: THORENFELDT-Modell für Betondruck

Bild 38: Einfluss von Querdruck und -rissen

Wird der Beton nicht nur einaxial beansprucht, sondern ist er Querdruckbeanspruchungen ausgesetzt, steigt seine Bruchfestigkeit. Zur Beschreibung dieses Verhaltens wird der Ansatz von SELBY UND VECCHIO verwendet. Bei Querrissbildung sinkt die Bruchfestigkeit, dies wird rechnerisch mit dem Ansatz von VECCHIO UND COLLINS erfasst.

Bild 38 zeigt die Auswirkungen von Querdruck und Querrissbildung beispielhaft für einen C 30. Querdruck bzw. Querrisse wurden dabei für beide Querrichtungen gleich gewählt. Münchener Versuche [13] zeigen, dass die Druckfestigkeit bei Querzug schon vor dem Entstehen von Querrissen abgemindert wird. Dieses Verhalten findet bei DIANA keine Berücksichtigung.

Die Überprüfung des mehraxialen Druckverhaltens an Hand von Versuchsergebnissen wird in Kap. 5.4.3, S. 42 dokumentiert.

5.2.2 Beton Zugbereich

Für den Zugbereich des Betons wird der Ansatz von HORDIJK verwendet. Bis zum Riss gilt der gleiche E-Modul wie für den Druckbereich. Die Beschreibung des Nachrissbereiches wird auf der Grundlage der Bruchenergie ermittelt, siehe Kap. 5.2.3. *Bild 39* zeigt den Spannungsverlauf im Zugbereich für einen C 30 und einen C 100 bei gleicher Bauteilgröße.



Bild 39: HORDIJK-Modell für Betonzug

5.2.3 Verschmierte Rissbildung

Bei den Berechnungen wird mit verschmierter Rissbildung gearbeitet. Die Risse werden also nicht diskret berechnet, sondern es werden gerissene Zonen bzw. gerissene Integrationspunkte ermittelt. Eine Lokalisierung des Rissverlaufes und eine Berechnung der Rissbreite ist somit über die Dehnung und die Elementgröße möglich. So spielt die Elementierung hinsichtlich der Rissbreite keine Rolle, bei feinerer Elementierung ist die Rissdehnung größer und die Elementgröße kleiner, so dass sich die gleiche Rissbreite ergibt.

Da die Risse aber nur in einzelnen Integrationspunkten ermittelt werden, liefert eine feinere Elementierung genauere Ergebnisse. Für die im Rahmen dieses Forschungsvorhabens nachgerechneten Versuche hat sich gezeigt, dass eine Unterteilung der Bauteildicke in 10 Elemente ausreichend genau ist. Diese Elementierung wurde einheitlich gewählt.





Bild 40: Verlauf der Betonzugspannung über die Rissbreite

Der Verlauf der über die Risse übertragbare Zugspannung wird aus der Bruchenergie ermittelt. *Bild 40* zeigt qualitativ für den Nachrissbereich die Größe der übertragbaren Restzugspannung in Abhängigkeit von der Rissbreite w. Die Bruchenergie G_f wird aus der Fläche unterhalb der Kurve ermittelt.

5.2.4 Rissreibung

Nach Auftreten eines Risses können weiterhin reduzierte Schubspannungen im Riss übertragen werden. Grund dafür sind vor allem die ungerissenen Bereiche und die Rissversprünge. In der FEM-Berechnung wird die Inhomogenität des Materials nicht direkt simuliert. Die Restzugfestigkeit auf Grund ungerissener Bereiche wird über den abfallenden Ast der Materialbeschreibung erfasst (*Bild 39*). Die Rissversprünge mit der damit verbundenen Schubtragfähigkeit werden über einen Rissreibungsfaktor beschrieben.

Die Größe der Schubspannungen im Riss ist abhängig von der Oberflächenbeschaffenheit des Risses, von der Rissbreite, von der Betongüte und von evtl. kreuzender Bewehrung, die einen Dübeleffekt verursacht. Interessant für die hier durchgeführten Berechnungen sind nur die Schrägrisse, die aus der Querkraftbeanspruchung entstehen, da hier in Folge der Rissreibung weiterhin Querkräfte übertragen werden.

Bei dem hier verwendeten Betonmodul wird die Rissreibung über einen konstanten Reibungsfaktor erfasst, siehe *Bild 41*.







Bei Bauteilen ohne Durchstanzbewehrung wurde bei allen Berechnungen der Rissreibungsfaktor nach Programmempfehlung überprüft und als geeignet beurteilt. Bei Bauteilen mit Durchstanzbewehrung verliert die eigentliche Rissreibung an Bedeutung, da die Schubkraftübertragung in viel größerem Maße durch die Dübelwirkung der Durchstanzbewehrung beeinflusst wird. Für diese Bauteile wurde der Rissreibungsfaktor an den Ergebnissen der Durchstanzversuche mit Durchstanzbewehrung kalibriert.

5.2.5 Bewehrung

Das Material des Bewehrungsstahls wird mit dem VoN-MISES-Kriterium beschrieben. Wenn nicht anders ermittelt, wird hier ein E-Modul von $E_s = 200\ 000\ MN/m^2$ angesetzt. Die Verfestigung nach Überschreitung der Fließgrenze f_y ist in *Bild 42* dargestellt.



Bild 42: Spannungs-Dehnungs-Linie des Bewehrungsstahls

Orthogonale Biegebewehrung wird als Schicht mit Flächenelemeten simuliert, und die Durchstanzbewehrung wird mit Stabelementen simuliert. Beides kann beliebig innerhalb der Beton-Volumenelemente angeordnet werden.

Den Bewehrungselementen wird nur eine Normalspannung zugeordnet, so dass die Biegesteifigkeit der Bewehrung nicht erfasst wird. Aus diesem Grund muss die Dübelwirkung, die entsteht, wenn die Bewehrungsstäbe Risse kreuzen, über die Rissreibung berücksichtigt werden (Kap. 5.2.4, S. 39).

Der Verbund zwischen Beton und Bewehrungsstahl wird als fest angenommen, der Schlupf von Bewehrungsstäben wird nicht erfasst. Diese Simulation mit festem Verbund bewirkt, dass die Steifigkeit der Bauteile rechnerisch überschätzt wird.

5.3 FEM-Modell

Zur Modellierung der Versuche wird bei der FEM-Simulation das Durchstanzen ebenfalls an einer Ersatzkreisplatte untersucht, wie in Kap. 2.1, S. 8 beschrieben. Bei der Ersatzkreisplatte wird die Stützenkraft verformungsgesteuert über einen Stützenstumpf oder eine Lasteinleitungsplatte aufgebracht, die Auflagerlinie liegt in der radialen Momentennulllinie. *Bild 43* zeigt die Ersatzkreisplatte in Grundriss und Schnitt.



Bild 43: Ersatzkreisplatte in Grundriss und Schnitt

Da das System rotationssymmetrisch ist, wird für die FEM-Berechnung nur eine "Tortenscheibe" abgebildet, die senkrecht zu ihren Seitenrändern gehalten ist. Der Winkel der Scheibe wird so gewählt, dass das Anschnittselement etwa würfelförmig ist. *Bild 44* zeigt das FEM-Netz eines Beispiels. Das Auflager in der Momentennulllinie wird elastisch weich simuliert, so dass gleichmäßige Druckkräfte erzeugt werden und kein Einspannmoment entsteht.



Bild 44: FEM-Modell der Ersatzkreisplatte

5.4 Simulation von Versuchen

5.4.1 Allgemeines

Für die wirklichkeitsnahe Simulation von Durchstanzversuchen ist die korrekte Modellierung von 2 Faktoren von besonderer Bedeutung:

- Rissreibung und
- mehraxiales Druckverhalten.

Die Modellierung dieser Faktoren wird mit Hilfe von Versuchsnachrechnungen überprüft. Darüber hinaus wird gezeigt, dass das Durchstanzversagen mit den verwendeten Modulen mit ausreichender Genauigkeit simuliert werden kann.

5.4.2 Rissreibung

Die Rissreibung wird über einen konstanten Reibungsfaktor erfasst (siehe Kap. 5.2.4, S. 39). Um den von DIANA vorgeschlagenen Faktor zu überprüfen, wurden am iBMB durchgeführte Schubversuche mit angeklebter Bewehrung nachgerechtet (siehe Anhang D 3, S. 97).

Die Ergebnisse zeigen, dass die FEM-Modellierung die Laststeigerung im gerissenen Zustand gut berechnet. Die Laststeigerung nach Ausbildung des Schrägrisses betrug in den Versuchen 36 % und in der Berechnung 38 %.

5.4.3 Mehraxiales Druckverhalten

Das mehraxiale Druckverhalten wird so simuliert, dass die Druckfestigkeit jedes Integrationspunktes abhängig ist von den Hauptspannungen und der Belastungsgeschichte (siehe Kap. 5.2.1, S. 37). Der von DIANA verwendete Ansatz wurde mit Münchner Ergebnissen aus Druckversuchen unter dreiaxialer Beanspruchung überprüft (siehe Anhang D 4, S. 99).

Die Ergebnisse zeigen, dass die Bruchspannungen in Abhängigkeit von den Querspannungen gut von dem Programm DIANA berechnet werden, die rechnerischen Ergebnisse liegen etwas auf der sicheren Seite.

5.4.4 Durchstanzen

Um die wirklichkeitsnahe Simulation des Durchstanzvorganges zu untersuchen, wurden die Versuche dieses Forschungsvorhabens und zahlreiche Versuche aus der Literatur nachgerechnet, die ganz unterschiedlichen Randbedingungen unterlagen. Dabei wurde sowohl die Größe der Versagenslast verglichen als auch Messwerte wie Dehnungsmessungen und Rissverläufe.

Die nachgerechneten Durchstanzversuche sollten ein möglichst breites Spektrum an Randbedingungen abdecken. Rotationssymmetrische Durchstanzversuche an dicken Platten (h > 30 cm) liegen leider für konventionelle Bewehrungsführung nicht vor.

Randbedingungen

- kleine und große Schlankheiten λ
- geringe und hohe Längsbewehrungsgrade ρ_L
- geringe bis hochfeste Betongüten f_c
- Ausführung mit und ohne Durchstanzbewehrung Asw
- kleine und mittlere Plattendicken h bzw. statische Höhen d

Um für die FEM-Simulation geeignet zu sein, mussten die Versuche die folgenden Voraussetzungen erfüllen:

Voraussetzungen

- Versuchsaufbau annähernd rotationssymmetrisch (eine quadratische Stütze kann in eine flächengleiche Rundstütze umgerechnet werden)
- horizontal verschiebliche Auflagerung in der Momentennulllinie
- ausreichende Dokumentation
- zeitgemäße Bewehrungsführung
 - nicht abgestufte orthogonale Biegebewehrung,
 - senkrechte und ausreichend verankerte Durchstanzbewehrung
- Versagen eindeutig durch Durchstanzen ausgelöst



Bild 45: FEM-System für Modellierung der Durchstanzversuche

Bild 45 zeigt das FEM-System, wie beschrieben in Kap. 5.3, S. 41. Für die nachgerechneten Systeme wurde eine Unterteilung von 10 Elementen über die Plattenhöhe gewählt. Die Lasteinleitung erfolgte verformungsgesteuert mit gleichmäßiger Belastung, dabei wurden etwa 100 Lastschritte bis zum Versagen aufgebracht. Für alle Berechnungen wurden die Materialwerte des Betons aus der Druckfestigkeit f_c ermittelt, wie beschrieben in Anhang D 2, S. 95. Für den Bewehrungsstahl wurde die Kennlinie gem. Bild 42, S. 40 angenommen.

Ausgewählt zum Nachrechnen wurden die in Tabelle 5 aufgelisteten Versuche, die ausführlich in Anhang E, ab S. 101 dokumentiert sind. Die Elementierung und alle Berechnungswerte sind dort ebenfalls angegeben.

	$\mathbf{f}_{\mathbf{c}}$	L	d	c	λ	ρ_{l}	A_{sw}	$V_u^{\ Ver}$	$V_u^{\ Ber}$	$^{\rm Ber}\!/_{\rm Ver}$
	[MN/m²]	[cm]	[cm]	[cm]	= L/d	[%]	[cm ²]	[kN]	[kN]	[-]
<u>Anhang E 1, S. 102</u>										
Ti-1 A	40,7	28	17,2	8,75	1,6	1,25	-	673	698	1,04
Ti-1 B	37,5	28	17,2	8,75	1,6	1,25	14	744	762	1,02
Ti-2 A	36,0	40	17,2	8,75	2,3	1,25	-	668	580	0,87
Ti-2 B	40,7	40	17,2	8,75	2,3	1,25	14	798	724	0,91
Ti-3 A	32,8	40	24,6	12,5	1,6	1,18	-	1060	1107	1,04
Ti-3 B	40,5	40	24,6	12,5	1,6	1,18	27	1456	1469	1,01
<u>Anhang E 2, S. 104</u>										
HALLGREN S 12	27,5	34	24,2	12,5	1,4	0,42	-	1049	1007	0,96
HALLGREN S 13	19,9	34	24,4	12,5	1,4	0,42	-	803	854	1,06
<u>Anhang E 3, S. 105</u>										
GARDNER 12	24,8	34	11,3	10,2	3,0	2,14	-	357	341	0,96
GARDNER 13	24,8	34	12,2	10,2	2,8	0,66	-	271	294	1,08
GARDNER 23	14,5	27	8,1	7,6	3,3	1,47	-	108	123	1,14
GARDNER 27	52,1	27	8,1	7,6	3,3	1,47	-	243	251	1,03
<u>Anhang E 4, S. 106</u>										
HALLGREN HSC 0-2	89,1	120	19,8	12,5	6,1	0,81	-	958	853	0,89
HALLGREN HSC 4	91,6	120	20,0	12,5	6,0	1,19	-	1040	1026	0,99
<u>Anhang E 5, S. 107</u>										
Beutel P 1	21,9	120	19,0	22,6	6,3	0,81	-	615	618	1,00
BEUTEL P 2-II	29,8	120	19,0	22,6	6,3	0,81	17	1109	1029	0,93
BEUTEL P 6-I	46,3	120	22,4	18,1	5,4	1,75	54	2349	1895	0,81
<u>Anhang E 6, S. 109</u>										
Franz I	24,7	84	12,9	10,5	6,5	1,10	-	343	270	0,79
Franz V	27,6	84	12,9	10,5	6,5	1,10	12	432	402	0,93

Tabelle 5: Simulierte Durchstanzversuche mit FEM

Die letzte Spalte der Tabelle 5 gibt das Verhältnis der berechneten zu den gemessenen Versagenslasten an. Die Rechenergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus den Versuchen.

Der Versuch Ti-2 A hat eine höhere Versagenslast, da die Belastungsgeschwindigkeit deutlich schneller war als bei den anderen Versuchen.

Bei den Versuchen von HALLGREN S 12 und S 13 wurde die Auflagerung mit Zugstäben vorgenommen. Dort findet nach Versagen keine Laststeigerung in Folge von Dübelwirkung der Längsbewehrung statt, wie es bei den Versuche der Fall ist, die im Rahmen dieses Forschungsvorhabens durchgeführt wurden. Aus diesem Grund entsprechen die Versagenslasten den Maximallasten.

Bei dem Versuch GARDNER 23 wird rechnerisch die Versagenslast deutlich überschätzt, allerdings zeigt ein Vergleich auf Grundlage der DIN 1045-1, dass die Versagenslast verglichen mit den anderen Versuchen von Gardner sehr niedrig ausgefallen ist.

Die Nachrechnung des Versuchs FRANZ I liefert eine zu geringe Versagenslast. Begründet ist dies wahrscheinlich damit, dass der Zuschlag ein Größtkorn von 30 mm hatte bei einer Plattendicke von 14 cm. Das Größtkorn ist demnach größer als die Druckzonenhöhe, außerdem verläuft bei so großem Zuschlag der Schrägriss im Inneren entsprechend ungeradlinig. Hierdurch entsteht ein zusätzlicher Maßstabsfaktor, der in Kap. 2.6.1, S. 12 beschrieben ist und vom Programm nicht erfasst wird. Bei den Versuchen mit Durchstanzbewehrung spielt die Größe des Zuschlags im Vergleich zu dem Einfluss der Durchstanzbewehrung eine untergeordnete Rolle (siehe *Bild 41*, S. 39).

Die Nachrechnungen der Versuche mit Durchstanzbewehrung zeigen, dass der Rissreibungsfaktor mit steigendem Durchstanzbewehrungsgrad höher zu wählen ist. Bei den Simulationen wurde einheitlich ein Reibungsfaktor von 0,1 gewählt, wie in Kap. 5.2.4, S. 39 beschrieben. Dieser liegt auf der sicheren Seite und ist für die Versuche an gedrungenen Platten passend.

6 Ergebnisse der FEM-Berechnungen

6.1 Allgemeines

Mit Hilfe der FEM-Berechnungen wurde das Durchstanzversagen von Bodenplatten mit unterschiedlichen Randbedingungen analysiert. Auf diesem Wege wurde über die durchgeführten Versuche hinaus untersucht, wie sich die veränderlichen Plattengrößen wie Schlankheit, Stützengröße, Betongüte und Längsbewehrungsgrad auf den Durchstanzwiderstand auswirken. Darüber hinaus wurde untersucht, welchen Einfluss die Bodenpressungen im Stützbereich auf den Durchstanzwiderstand haben.

Die Modellierung der Platten wurde vorgenommen wie beschrieben in Kap. 5.3, S. 41. Mit den Berechnungen wurden Durchstanzversuche simuliert, die den Stützbereich der Platte abbilden. Die Abmessungen der numerisch untersuchten Platten sind in *Bild* 46 dargestellt.



Bild 46: Abmessungen der numerisch simulierten Platten [cm]

Für die Stützen wurde einheitlich das Material Stahl gewählt. Grund dafür war, dass bei kleinen Stützen eine Ausbildung in Beton nicht möglich ist, da dies zum Stützenversagen führen würde. Bei gedrungenen Platten wirkt sich das Stützenmaterial nicht auf den Durchstanzwiderstand aus. Bei schlanken Platten sind Betonstützen günstiger als Stahlstützen, da beim Stahl auf Grund der großen Steifigkeit stärkere Spannungsspitzen am Stützenrand entstehen, die zu einem geringeren Durchstanzwiderstand führen.

In Anlehnung an die Versuche wurde der Querschnitt der Durchstanzbewehrung einheitlich zu $A_{sw} = 16 \text{ cm}^2$ gewählt, verteilt auf 2 Reihen.

Das Auflager wurde mit einem verschieblichen Element abgebildet, das bei allen Berechnungen die folgenden Größen aufwies.

$$\begin{split} b_{Auf} &= 4\ cm \\ h_{Auf} &= 20\ cm \\ E_{Auf} &= 1000\ MN/m^2 \end{split}$$

6.2 Einfluss der Plattengrößen

Im Folgenden werden exemplarisch Ergebnisse vorgeführt, um den Einfluss der Plattengrößen grafisch zu veranschaulichen. Darüber hinaus werden die Einflüsse der Randbedingungen über eine Rechenwert quantitativ erfasst als Ergebnis der Auswertung aller Berechnungen. In Anhang F, ab S. 110 sind alle Ergebnisse der durchgeführten Berechnungen abgebildet und aufgelistet.

6.2.1 Plattenschlankheit

Bild 47 zeigt für ein Beispiel den Verlauf des Durchstanzwiderstandes über den Auflagerradius L. Dabei ist zu erkennen, dass der Übergang von gedrungenen Platten zu schlanken Platten etwa bei L = 50 cm liegt. Dieser Übergang liegt im Allgemeinen im Bereich der Schlankheiten von $\lambda = L/d = 2$ bis 3.



Bild 47: Einfluss der Größe des Auflagerradius auf den Durchstanzwiderstand

Bei gedrungenen Platten ist der Einfluss der Plattenschlankheit erheblich, während er bei schlanken Platten vernachlässigbar ist. Für gedrungene Platten kann der Zusammenhang zwischen Plattenschlankheit und Durchstanzwiderstand ohne Durchstanzbewehrung beschrieben werden mit einem Faktor gem. Gl. 3.

Faktor_{Schlankheit} =
$$\left(\frac{L}{d}\right)^{-0.8\frac{c}{d}}$$
 Gl. 3
mit L = Auflagerradius
d = statische Höhe
c = Stützenradius

Die Steigerung des Durchstanzwiderstandes durch Durchstanzbewehrung ist über die Schlankheit etwa konstant. Nur bei sehr geringen Schlankheiten verliert die Durchstanzbewehrung an Effektivität, wie beschrieben in Kap. 4.6.3, S. 34.

6.2.2 Stützengröße

Bild 48 stellt den Durchstanzwiderstand exemplarisch in Abhängigkeit von der Stützengröße dar. Es ist zu sehen, dass sich die Stützengröße bei gedrungenen Platten stärker auf den Durchstanzwiderstand auswirkt als bei schlanken Platten.



Bild 48: Einfluss der Stützengröße auf den Durchstanzwiderstand

Würde man, wie in den Normen üblich, einen Bemessungsschnitt außerhalb des Stützenrandes festlegen, so sollte dieser bei gedrungenen Platten im Abstand d/3 vom Stützenrand angeordnet werden, wie dargestellt in *Bild 49*.



Bild 49: Lage des Bemessungsschnittes bei gedrungenen Platten

Da bei schlanken Platten der Einfluss der Stützengröße geringer ist, muss der Bemessungsschnitt weiter außerhalb liegen. Gem. DIN 1045-1 wird ein Abstand von 1,5 d gewählt.

6.2.3 Längsbewehrungsgrad

Wie in *Bild 50* zu sehen ist, ist der Einfluss des Längsbewehrungsgrades der Biegezugbewehrung bei gedrungenen Platten geringer als bei schlanken Platten.

Für gedrungene Platten kann der Einfluss des Längsbewehrungsgrades einheitlich über einen Faktor gem. Gl. 4 beschrieben werden.

Faktor_{Längsbewehrung} =
$$\rho_L^{0,1}$$
 Gl. 4

mit $\rho_L = L$ ängsbewehrungsgrad [%]



Bild 50: Einfluss des Längsbewehrungsgrades auf den Durchstanzwiderstand

Bei schlanken Platten ist der Einfluss des Längsbewehrungsgrades abhängig von der Stützengröße. Bei den hier untersuchten Systemen beträgt der Faktor $\rho_L^{0,15}$ bei der kleinsten Stütze und $\rho_L^{0,3}$ bei der größten Stütze.

6.2.4 Betongüte

Der Einfluss der Betongüte kann nicht vom Einfluss des Längsbewehrungsgrades getrennt werden. Eigentlich müsste bei Variation der Betongüte der mechanische Längsbewehrungsgrad ω konstant bleiben, der gem. Gl. 5 definiert ist. Ist dies der Fall, ist der Durchstanzwiderstand bei gedrungenen Platten etwa proportional zur Betonzugfestigkeit. Bei schlanken Platten ist der Durchstanzwiderstand fast proportional zur Betondruckfestigkeit. Allerdings sind mit steigender Betongüte eine geringere Duktilität und eine relativ geringe Zugfestigkeit verbunden, beides schwächt den Tragwiderstand.

mit ρ_L = geometrischer Längsbewehrungsgrad

 f_v = Stahlfestigkeit

 f_c = Betondruckfestigkeit

Wegen der einfacheren Handhabung wird üblicherweise mit dem geometrischen Längsbewehrungsgrad ρ_L gearbeitet. Die Verwendung des geometrischen Längsbewehrungsgrades wirkt sich auf den Exponenten der Betongüte aus, wie im Folgenden hergeleitet.

$$V = f_c^{a} \cdot \omega^{b} \cdot ...$$

= $f_c^{a} \cdot (\rho_L \cdot f_y / f_c)^{b} \cdot ...$
= $f_c^{a-b} \cdot \rho_L^{b} \cdot f_y^{b} \cdot ...$ Gl. 6

Dabei geht in die Berechnung des Durchstanzwiderstandes V die Betongüte f_c mit dem Exponenten a ein und der mechanische Längsbewehrungsgrad ω mit dem Exponenten b. Bei

Umwandlung in den geometrischen Längsbewehrungsgrad ρ_L ergibt sich der Einfluss der Betongüte f_c mit dem Exponenten a-b.

Bild 51 zeigt für ein Beispiel den Einfluss der Betongüte auf den Durchstanzwiderstand bei konstantem geometrischen Längsbewehrungsgrad. Sowohl für gedrungene Platten als auch für schlanke Platten kann der Einfluss der Betongüte mit einem Faktor gem. Gl. 7 beschrieben werden.



Bild 51: Einfluss der Betongüte auf den Durchstanzwiderstand

6.2.5 Zusammenfassung

In Anhang F, ab S. 110 sind die Ergebnisse von allen durchgeführten Berechnungen aufgelistet. Dazu wurden in den vorangegangenen Abschnitten die Auswirkungen der folgenden Randbedingungen quantitativ erfasst.

- Plattenschlankheit
- Stützengröße
- Längsbewehrungsgrad
- Betongüte

Wird weiterhin ein Maßstabeffekt gem. Kap. 2.6, S. 12 berücksichtigt, kann auf dieser Grundlage eine Bemessung von Bodenplatten erfolgen. Hierbei ist jedoch zu berücksichtigen, dass die Untersuchungen am Ersatzsystem gem. Kap. 2.1, S. 8 durchgeführt wurden, bei dem nur der Stützbereich der Bodenplatte abgebildet wird. Nähere Angaben zum Einfluss des Feldbereiches beim Gesamtsystem findet sich in Kap. 6.4, S. 53.

6.3 Einfluss der Bodenpressungen

6.3.1 Vorgehensweise

In den Versuchen wurden die Bodenpressungen aus dem gesamten Einflussbereich der Stütze in der Momentennulllinie auf die Platte aufgebracht. Dabei wurde nicht berücksichtigt, dass Bodenpressungen, die innerhalb der Momentennulllinie wirken, eine günstigere Auswirkung auf den Durchstanzwiderstand haben. Darüber hinaus liegt die Momentennulllinie bei der Gesamtplatte umso näher an der Stütze, je mehr sich die Bodenpressungen im Stützbereich konzentrieren.



Bild 52: Untersuchung der Bodenpressungen im Stützbereich

Als Ausgangssystem für die Untersuchungen wurde ein System gewählt wie in *Bild 52* dargestellt. Hier liegt eine starke Konzentrierung der Bodenpressungen im Stützbereich vor. Es wurde angenommen, dass die Summe der Bodenpressungen im Feldbereich gleich der Summe der Bodenpressungen im Stützbereich ist.

Für das Ersatzsystem wurde zunächst ein Ausgangssystem ohne Bodenpressung im Stützbereich gerechnet. In weiteren Berechnungen wurde in Ringen um die Stütze die Bodenpressung entsprechend der gewählten Verteilung aufgebracht (siehe *Bild 52 c*). Aus der Differenz der Versagenslast im Vergleich zum Ausgangssystem wurde berechnet, um welchen Anteil die Bodenpressung im Streifen günstiger ist als in der Momentennulllinie.

Bei der Untersuchung wurden die Streifen von der Stütze bis zum Momentennulllinie verschoben, so dass der Einfluss der Bodenpressung in Abhängigkeit von der Entfernung zur Stütze ausgedrückt werden kann. Die Belastung im Streifen und in der Momentennulllinie wurde weggesteuert, gelenkig und horizontal verschieblich aufgebracht.

Die Untersuchungen wurden für mehrere Plattensysteme mit unterschiedlichen Stützengrößen und unterschiedlichen Plattenschlankheiten durchgeführt. Die Untersuchungen beziehen sich nur auf das dargestellte Ersatzsystem. Bei der Gesamtplatte verlaufen die Hauptspannungen anders, so dass auch der Einfluss der Bodenpressungen abweichend ist, näheres dazu in Kap. 6.4, S. 53.

6.3.2 Ergebnisse

Die Ergebnisse zeigen, dass Bodenpressungen, die innerhalb der Stützenfläche bestehen, keinen Einfluss auf den Durchstanzwiderstand nehmen. Außerhalb der Stütze wirken sich die Bodenpressungen dagegen auf den Durchstanzwiderstand aus, wobei der Einfluss umso größer ist, je weiter die Bodenpressungen von der Stütze entfernt sind.



Bild 53: Günstige Wirkung der Bodenpressungen im Stützbereich

Bild 53 stellt dar, welcher Anteil der Bodenpressungen vom Durchstanzwiderstand abgezogen werden dürfte, wenn eine Bemessung auf der Grundlage von Untersuchungen am Ersatzsystem von Bodenplatten durchgeführt wird (Kap. 6.2.5, S. 50).

6.4 Einfluss des Feldbereiches

Beim Ersatzsystem erfolgt eine direkt Auflagerung in der Momentennulllinie. Beim Gesamtsystem ist dagegen die elastische Bettung vergleichbar mit einer indirekten Lagerung. Dieser Unterschied wirkt sich auf den Verlauf der Hauptspannungen aus.

Das Tragmodell und der Bruchmechanismus von Ersatzplatte und Gesamtsystem sind übereinstimmend, insofern sind die Versuche an Ersatzplatten für eine Untersuchung von Bodenplatten geeignet. Bei der Gesamtplatte entstehen aber geringere Verformungen als bei der Ersatzplatte, außerdem kann sich durch den Feldbereich eine Bogentragwirkung ausbilden. Beide Faktoren führen dazu, dass die Gesamtplatte gegenüber der Ersatzplatte einen höheren Durchstanzwiderstand besitzt.

Durch den veränderten Verlauf der Hauptspannungen wirken sich auch die Bodenpressungen in anderer Weise auf den Durchstanzwiderstand aus als bei Ersatzplatten. Bei der Gesamtplatte ist der Bereich der günstigen Bodenpressungen sehr klein.

Die Untersuchung des Gesamtsystems ist nicht Teil dieses Forschungsvorhabens. Es wurden aber hierzu Untersuchungen am iBMB der TU Braunschweig durchgeführt, die in [27] veröffentlicht sind.

6.5 Zusammenfassung

Mit Hilfe von FEM-Berechnungen wurde eine Analyse von Bodenplatten am Ersatzsystem durchgeführt. Dabei wurde untersucht, welche Auswirkungen die Größen Plattenschlankheit, Stützengröße, Längsbewehrungsgrad und Betongüte auf den Durchstanzwiderstand haben. Die Ergebnisse sind in Kap. 6.2, S. 47 präsentiert.

Bei den Ersatzplatten wurden zunächst die Bodenpressungen innerhalb des Stützbereiches vernachlässigt, die eine relativ günstige Wirkung haben. Der Einfluss dieser Bodenpressungen wurde gesondert untersucht, die Ergebnisse sind in Kap. 6.3, S. 51 vorgestellt.

In Kap. 6.4, S. 53 wird auf die Unterschiede zwischen den hier untersuchten Ersatzplatten und dem Gesamtsystem von Bodenplatten hingewiesen.

7 Zusammenfassung

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wurde das Durchstanzverhalten von Bodenplatten mit Durchstanzbewehrung untersucht. Anlass für das Forschungsvorhaben war, dass Durchstanzversuche an Bodenplatten kaum verfügbar sind, Versuche an Bodenplatten mit geeigneter Durchstanzbewehrung sind nicht bekannt. Auf Grund der fehlenden Informationen werden Bodenplatten nach den gleichen Regeln bemessen wie Flachdecken. Die bestehenden Untersuchungen weisen jedoch darauf hin, dass das Durchstanzverhalten von Flachdecken (schlanke Platten) und Bodenplatten (gedrungene Platten) unterschiedlich ist.

Als experimentelle Grundlage für die Untersuchungen wurden 10 Versuche an maßstabsverkleinerten Bodenplattenausschnitten durchgeführt. Hierbei wurden verschiedene Durchstanzbewehrungsformen untersucht, als Referenz dienten Platten ohne Durchstanzbewehrung. Die Versuche haben gezeigt, dass die Durchstanzbewehrung in der Druckzone und in der Zugzone voll verankert sein muss, um eine erhöhte Tragfähigkeit zu gewährleisten. Die Traglaststeigerung durch Durchstanzbewehrung war bei den Bodenplattenausschnitten geringer, als es von Flachdeckenausschnitten bekannt ist.

Die Versuche wurden numerisch modelliert mit finiten Elementen, um weitere Hinweise über das Tragverhalten zu erhalten. Die Untersuchungen haben ergeben, dass gedrungene und schlanke Platten ein ganz unterschiedliches Trag- und Bruchverhalten aufweisen.

Mit Hilfe von einer numerischen Analyse wurden die Auswirkungen der Randbedingungen Plattenschlankheit, Stützengröße, Längsbewehrungsgrad, Betongüte und Bodenpressungen auf den Durchstanzwiderstand untersucht und quantitativ bewertet. Die Ergebnisse zeigen, dass auch hier keine Übereinstimmung mit den Regeln für schlanke Platten vorliegt.

8 Literatur

- Andrä, H.P.
 Zum Verhalten des Auflagerbereichs von Flachdecken Dissertation, Stuttgart, 1982
- [2] Bazant, Z. P.; Cao, Z. Size Effect in Punching Shear Failure of Slabs ACI Structural Journal 84 (1987), S. 44 – 53
- Beutel, R.
 Durchstanzwiderstand von schubbewehrten Flachdecken im Bereich von Innenstützen Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 36. Forschungskolloquium, Aachen, 1998
- [4] Carpinteri, A., Chiaia, B., Ferro, G.
 Scale dependence of tensile strength of concrete specimens: a multifractal approach Magazine of Concrete Research 50, 1998, S. 237 – 246
- [5] Carpinteri, A., Ferro, G., Monetto, I.
 Scale effects in uniaxially compressed concrete specimens Magazine of Concrete Research 51, 1999, S. 217 – 225
- [6] DIANA Release 7.2
 User manuals
 TNO DIANA BV (www.tnodiana.com), Delft, 2001
- [7] Dieterle, H. Tragverhalten quadratischer Einzelfundamente aus Stahlbeton Deutscher Ausschuss f
 ür Stahlbeton, Heft 387, Berlin, 1987
- [8] Falkner, H.; Timm, M. Verbundwirkung des Betons im Bereich von Stremaform-Abschalelementen Untersuchungsbericht des iBMB der TU Braunschweig, Oktober 2000
- [9] Franz, G.
 Versuche an Stahlbetonkörpern der Flachdecke im Stützenbereich Versuchsreihe I DFG-Bericht, Institut für Beton- und Stahlbetonbau, TH Karlsruhe, 1063
- [10] Gardner, N. J. Relationship of the punching shear capacity of reinforced concrete slabs with concrete strength ACI Journal, January/February 1990, S. 66 – 71
- [11] Georgopoulos, T. Durchstanzlast und Durchstanzwinkel über Innenstützen punktförmig gestützter Stahlbetonplatten und deren Sicherung gegen progressiven Kollaps Dissertaton, München, 1986
- [12] Gomes, R. B., Andrade, M. Does a Punching Shear Reinforcement Need to Embrace a Flexural Reinforcement of a Reinforced Concrete Flat Slab International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs - Proceedings TRITA-BKN. Bulletin 57, Stockholm, 2000
- [13] Guo, Z.; Zhou, Y.; Nechvatal, D. Auswertung von Versuchen zur mehrachsigen Betonfestigkeit, die an der Technischen Universität München durchgeführt wurden Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 447, Berlin, 1995
- Hallgren, M.
 Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs TRITA-BKN. Bulletin 23, Stockholm, 1996
- [15] Hallgren, M.; Kinnunen, S.; Nylander, B.
 Punching Shear Tests on Column Footings
 Nordic Concrete Research, Publication No. 21, 1/1998, S. 1 22, Stockholm

- [16] Hegger, J., Beutel, R.
 Durchstanzen Versuche und Bemessung
 Der Prüfingenieur 15, S. 16 33, Oktober 1999
- [17] Kinnunen, S.; Nylander, H.
 Punching of concrete slabs without shear reinforcement
 Transactions of the royal institute of technology of Stockholm, Sweden Nr. 158
 Göteborg, 1960
- [18] Lehwalter, N. Die Tragfähigkeit von Betondruckstreben in Fachwerkmodellen am Beispiel von gedrungenen Balken Dissertation, Darmstadt, 1988
- [19] Moe, J. Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads Portland cement association, Development Department Bulletin D47, Illinois, 1961
- [20] Nölting, D. Das Durchstanzen von Platten aus Stahlbeton -Tragverhalten, Berechnung, Bemessung Dissertation, Braunschweig, 1984
- [21] Ozbolt, J. Maßstabseffekt und Duktilität von Beton- und Stahlbetonkonstruktionen Habilitationsschrift, Stuttgart, 1995
- [22] Regan, P. E.; Braestrup, M. W. Punching shear in reinforced concrete: a state of art report CEB Bulletin d'information No. 168, Rotterdam, 1985
- [23] Regan, P.E., Samadian, F. Shear reinforcement against punching in reinforced concrete flat slabs The Structural Engineer, Volume 79 / No 10, 15 May 2001, S. 24 – 31
- [24] Remmel, G. Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 444, Berlin, 1994
- [25] Schaeidt, W.; Ladner, M.; Rösli, A. Berechnung von Flachdecken auf Durchstanzen Beton-Berlag, Düsseldorf, 1970
- [26] Staller, M. Analytische und numerische Untersuchungen des Durchstanztragverhaltens punktgestützter Stahlbetonplatten Dissertation, München, 2000
- [27] Timm, M. Durchstanzen von Bodenplatten unter rotationssymmetrischer Belastung Dissertation, Braunschweig, 2003
- [28] Tolf, P. Effect of Slab Thickness on Punching Shear Strength (Summary) TRITA – BST – 0160 Stockholm, 1992
- [29] Walraven, J. C., Lehwalter, N.
 Size Effects in Short Beams Loaded in Shear
 ACI Structural Journal, Volume 91 / No 5, 1994, S. 585 593

Anhang A

Durchstanznachweis in den Normen

<u>A 1</u> DIN 1045-1 (07.2001)

Bei der Durchstanzbemessung nach DIN 1045-1 wird nachgewiesen, dass die Einwirkungskraft V_{Ed} nicht größer ist als die Widerstandskraft V_{Rd} . Der Bemessungsschnitt u_{crit} liegt 1,5 d vom Anschnitt entfernt, siehe *Bild 54*. Bei Fundamenten darf von der Einwirkungskraft 50 % der Resultierenden aus der Bodenpressung abgezogen werden, die innerhalb des kritischen Schnittes u_{crit} angreift.



Bild 54: Bemessungsmodell nach DIN 1045-1

Die Einwirkungskraft berechnet sich zu

$$V_{Ed} = \beta \cdot V_{Ed}$$
 Gl. 8

mit β = Beiwert für nichtrotationssymmetrische Querkraftverteilung

V_{Ed} = Stützenkraft incl. Sicherheitsbeiwerte

Die Widerstandskraft ohne Durchstanzbewehrung berechnet sich für Normalbeton ohne Vorspannung zu

 $\rho_L = mittlerer Längsbewehrungsgrad$

 $f_{ck} = charakteristische Zylinderdruckfestigkeit Beton$

Die maximale Widerstandkraft mit Durchstanzbewehrung berechnet sich zu

$$V_{Rd,max} = 1,5 \cdot V_{Rd,ct}$$
Gl. 10

Die Durchstanzbewehrung muss in mindestens 2 Reihen mit Abstand 0,75 d angeordnet werden. Die erste Reihe ist 0,5 d vom Anschnitt entfernt. Die Querschnittsfläche der senkrechten Durchstanzbewehrung in der ersten Bewehrungsreihe berechnet sich zu

$$A_{sw} = \frac{V_{Ed} - V_{Rd,ct} \cdot u_1 / u_{crit}}{\kappa_s \cdot f_{ywd}}$$
Gl. 11

mit $u_1 =$ Nachweisschnitt im Abstand 0,5 d vom Anschnitt

$$\kappa_{s} = 0.7 \le 0.7 + 0.3 \cdot \frac{d \text{ [mm]} - 400}{400} \le 1.0$$

für die Wirksamkeit der Durchstanzbewehrung

 $f_{ywd} = \text{Bemessungswert} \text{ der Streckgrenze der Durchstanzbew}.$

In den weiteren Bewehrungsreihen darf der Querschnitt der Durchstanzbewehrung abgemindert werden.

Außerhalb des Bemessungsschnittes muss die Querkrafttragfähigkeit nachgewiesen werden.

<u>A 2</u> EC 2 (10.2001)

Bei der Durchstanzbemessung nach EC 2 darf die Einwirkungskraft V_{Ed} die Widerstandskraft V_{Rd} nicht überschreiten. Der Bemessungsschnitt u_1 liegt 2,0 d vom Anschnitt entfernt, siehe *Bild 55*.

Bei Fundamenten darf von der Einwirkungskraft die Resultierende der Bodenpressung abgezogen werden, die innerhalb des Bemessungsschnittes angreift. Der Nachweis muss dann für den ungünstigsten Bemessungsschnitt innerhalb des Abstandes 2,0 d geführt werden, wobei die Widerstandskraft in Abhängigkeit von der Lage des Bemessungsschnittes erhöht wird. Dadurch entsteht eine iterative Bemessung.



Bild 55: Bemessungsmodell nach EC 2

Die einwirkende Kraft berechnet sich zu

$$\mathbf{V}_{\mathrm{Ed}} = \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{V}_{\mathrm{Ed}}$$

mit β = Beiwert für nichtrotationssymmetrische Querkraftverteilung

V_{Ed} = Stützenkraft incl. Sicherheitsbeiwerte

Die Widerstandskraft ohne Durchstanzbewehrung berechnet sich für Normalbeton ohne Vorspannung zu

$$V_{Rd,c} = 0.18 / \gamma_c \cdot k \cdot (100 \rho_L \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot d \cdot u_1$$
 Gl. 13

mit γ_c = Sicherheitsbeiwert für Beton (= 1,5 bei Dauerlast)

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d \text{ [mm]}}} \leq 2,0$$
 für den Maßstabseffekt

 ρ_L = mittlerer Längsbewehrungsgrad

 f_{ck} = charakteristische Zylinderdruckfestigkeit Beton

Gl. 12

Die maximale Widerstandkraft mit Durchstanzbewehrung berechnet sich zu

$$V_{Rd,max} = 0.5 \cdot \nu \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot d \cdot u_0$$

$$mit \quad \nu = 0.6 \cdot (1 - f_{ck}[MPa] / 250)$$
Gl. 14

 u_0 = Bemessungsschnitt am Anschnitt gem. *Bild* 55

Die Durchstanzbewehrung muss in mindestens 2 Reihen mit Abstand 0,75 d angeordnet werden. Die erste Reihe befindet sich zwischen 0,3 d und 0,5 d vom Anschnitt entfernt. Die Querschnittsfläche der senkrechten Durchstanzbewehrung berechnet sich pro Bewehrungsreihe zu

$$A_{sw} = \frac{V_{Ed} - 0.75 \cdot V_{Rd,c}}{f_{ywd,ef}} \cdot \frac{s_r}{1.5 d}$$
 Gl. 15

mit $f_{ywd,ef}$ [MPa] = 250 + 0,25 · d [mm] $\leq f_{ywd}$

 $f_{ywd} = \text{Bemessungswert der Streckgrenze der Durchstanzbew.}$

 s_r = Abstand der Durchstanzbewehrungsreihen

Außerhalb des Bemessungsschnittes muss die Querkrafttragfähigkeit nachgewiesen werden.

Anhang B

Daten zu den Durchstanzversuchen

<u>B1</u> Schal- und Bewehrungspläne

<u>Planliste</u>

	Schalplan	Bew. unten	Bew. mitte	Bew. oben		
Ti – 1 A			B 11	B 21		
Ti – 1 B	S 01	R 01	B 12			
Ti – 1 C	301	вот	B 13	021		
Ti – 1 D			B 14			
Ti – 2 A			B 15	B 25		
Ti – 2 B	S 02	R 05	B 16			
Ti – 2 C	5 02	6.02	B 17			
Ti – 2 D			B 18			
Ti – 3 A	S 03	R 00	B 19	P 20		
Ti – 3 B	5 05	008	B 20	D 23		
















Bewehrungsplan B 25	<u>Stahllis</u>	<u>te</u> B 2	5	
	Pos.	Ø	Form	
Obere Lage	[28]	6	94	
Bewehrungsplan B 29 Versuch: Ti - 3 A und B obere Lage	Stahllis Pos.	<u>te</u> B2 ∅	9 Form	
<[16] 15 Ø 8 / 7 (1. Lage) ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	[16]	8	100	

<u>B2</u> Elastomer-Gleitlager

Flächenloch-Gleitlager von der Firma CALENBERG INGENIEURE

(www.Calenberg-Ingenieure.de)



Abmessungen [mm]

	L_{E}	L_{S}	L_{G}	B_E	B_S	B_G
Ti-1 und Ti-2 $(h = 20 \text{ cm})$	100	120	140	50	70	90
Ti-3 (h = $28,5$ cm)	140	160	180	70	90	110

<u>B3</u> Betonbeschreibung

Bestandteile

Kieszuschlag aus der Region Braunschweig

w/z-Wert = 0,53

CEM I 32,5 R

<u>Sieblinie</u>

	0 / 1	1 / 2	2/8	8 / 16
Anteil [%]	10	30	28	32

Ausbreitmaß etwa 50 cm

<u>Nachbehandlung</u>

Platten: 7 Tage nachbehandelt und mit Folie abgedeckt

Zylinder: 7 Tage Wasserlagerung

<u>B4</u> Ablauf der Belastung

	kraftges	steuert		weggesteuert	
	Geschwindigke	eit	0,001 mm/s	0,002 mm/s	0,005 mm/s
		bis	bis	bis	bis
Ti-1 A	0,25 kN/s	500 kN	5,0 mm	6,7 mm	9,0 mm
Ti-1 B	0,25 kN/s	500 kN	6,9 mm	7,8 mm	10,0 mm
Ti-1 C	0,25 kN/s	500 kN	7,5 mm	9,9 mm	10,9 mm
Ti-1 D	0,25 kN/s	500 kN	7,1 mm	9,0 mm	11,0 mm
Ti-2 A	0,25 kN/s	500 kN			12,2 mm
Ti-2 B	0,25 kN/s	500 kN	10,5 mm		15,3 mm
Ti-2 C	0,25 kN/s	500 kN	4,6 mm	9,6 mm	11,2 mm
Ti-2 D	0,25 kN/s	500 kN	8,4 mm		14,8 mm
Ti-3 A	0,5 kN/s	1100 kN	5,5 mm	8,0 mm	9,0 mm
Ti-3 B	0,5 kN/s	1000 kN	10,3 mm	11,0 mm	12,4 mm

Die Verformungen stellen die gemessene Kolbenverschiebung dar. Eine geringfügige Verformung der Versuchseinrichtung durch die Elastomer-Gleitlager ist darin enthalten.

Anhang C

Messergebnisse der Durchstanzversuche

Bei den Wegaufnehmern und DMS wurden jeweils zwei Messungen an gegenüberliegender Seite vorgenommen. Die im Folgenden dargestellten Ergebnisse stellen die Mittelung der Messwerte dar.

<u>C1</u> Kolbenkraft und Kolbenweg

Markiert sind jeweils die Versagenslast und die Maximallast.









<u>C2</u> Eindrückung der Stütze in die Platte











<u>C4</u> Betondehnung auf der Zugseite













<u>C 5</u> Stahldehnung der Durchstanzbewehrung



Anhang D

Zur Modellierung mit FEM

<u>D1</u> Iteration

Die Iteration erfolgt mit dem modifizierten Newton-Raphson-Verfahren. Auf der folgenden Seite ist beispielhaft ein command-file abgedruckt.

Üblicherweise erfolgt bei FEM-Programmen die Iteration spannungsgesteuert. Dabei werden für jeden Belastungsschritt lokale Spannungen ermittelt. Die Iteration erfolgt über Fehlerkräfte, bis die lokalen Dehnungen denen der Materialbeschreibung entsprechen (*Bild 56*).

Bei der spannungsgesteuerten Iteration ist nachteilig, dass eine Berechung des abfallenden Astes der Spannungs-Dehnungs-Linie nicht möglich ist, da es in diesem Bereich für die ermittelte Spannung zwei Dehnungszustände gibt.





Bild 56: spannungsgesteuerte Iteration

Bild 57: dehnungsgesteuerte Iteration

DIANA rechnet bei dem verwendeten Modul TOTAL STRAIN dagegen dehnungsgesteuert. Hierbei werden für jeden Belastungsschritt lokale Dehnungen ermittelt, die Iteration erfolgt über Fehlerverformungen, bis die lokalen Spannungen denen der Materialbeschreibung entsprechen (*Bild 57*).

Auf diese Weise kann ein beliebiges Materialverhalten simuliert werden. Außerdem gibt es keinen Maßstabseffekt aus der Elementgröße.

Beispiel für einen command-file

```
*filos
```

initia

*input

*linsta

*nonlin

initia

analys physic

option tangen

end initia

loadin

```
load(1): (1) 1.0 /
end loadin
execut load(1) steps
size 0.04 (100) /
perfor newton regula mi=20
line search
norm energy contin co=1.e-4 ab=1.e+4
end execut
```

<u>D2</u> Materialbeschreibungen

<u>Beton</u>

Für alle Berechnungen wurde die Beschreibung des Zugtragverhaltens und des E-Moduls von der Zylinderdruckfestigkeit abgeleitet. Sind nur die Würfeldruckfestigkeiten bestimmt worden, wurden diese gem. DIN 1045 (07.88) 7.4.3.5.3 in Zylinderdruckfestigkeiten umgerechnet.

Zylinderdruckfestigkeit 150/300 mm

 $\mathbf{f}_{\mathbf{c}}$

Würfeldruckfestigkeit 200 mm

 $f_{c,cube200} = f_c * 1,18$

Würfeldruckfestigkeit 150 mm

 $f_{c,cube150} = f_c * 1,24$

E-Modul tangential (Model Code 90, Gl. 3.1-4 für Kieszuschlag)

$$E_c = 21500 * (f_c/10)^{\frac{1}{3}}$$
 [MN/m²]

Zugfestigkeit (REMMEL [24] GI 4.1)

$$f_{ct} = 2,12 * \ln (1 + f_c/10)$$
 [MN/m²]

Bruchenergie (REMMEL [24] Gl. 4.3 für Kieszuschlag mit Größtkorn 16 mm)

$$G_f = 0.0307 * f_{ct} \le 0.143$$
 [MN/m²]

Beispiel für eine Betonbeschreibung (C 30)

(bei Verwendung von SI-Einheiten):

1 TOTCRK FIXED

YOUNG 31008.e6

POISON 0.2

TENCRV HORDYK

TENSTR 2.94e6 GF1 90.26

COMCRV THOREN

- COMSTR 30.0e6
- REDCRV VC1993
- CNFCRV VECCHI

SHRCRV CONSTA

BETA 0.01

Beispiel für eine Stahlbeschreibung (S 500)

(bei Verwendung von SI-Einheiten):

2 YOUNG 200.e9 YIELD VMISES YLDVAL 500.e6 HARDEN STRAIN HARDIA 500.e6 .0 525.e6 .025

D3 Modellierte Schubversuche

An 3 unbewehrten Balken mit angeklebten Stahllamellen wurden Schubversuche durchgeführt, *Bild* 58 zeigt den Versuchsaufbau. Die Betonkörper hatten eine Höhe von 15,5 cm und eine Breite von 30 cm, die Zylinderdruckfestigkeit betrug $f_c = 42 \text{ MN/m^2}$. Zur Vermeidung eines Biegeversagens wurden 5 mm dicke Stahllamellen aus St 37 angeklebt, wie die Betonkörper mit einer Breite von 30 cm.



Bild 58: Versuchsaufbau der Schubversuche [8]

Diese 3 gleichen Versuche eignen sich gut zur Nachrechnung mit finiten Elementen, da die Stahlplatte wie der Beton mit Volumenelementen simuliert werden kann, so dass die Dübelwirkung, die durch die Eigensteifigkeit der Stahllamellen entsteht, erfasst wird.

Das Modell wurde mit vollem Verbund zwischen Beton und Stahl gerechnet. Dies führt dazu, dass es rechnerisch nur einen Biegeriss in Feldmitte gibt. Im Versuch dagegen gewährleistete der 2-Komponentenkleber keinen vollen Verbund, so dass sich die Zugkräfte verteilten und in diesen Versuchen gar keine Biegerissbildung sichtbar war.

Durch die Modellierung mit vollem Verbund verläuft der Schubriss auch etwas steiler als in den Versuchen aufgetreten. *Bild 59* und *Bild 60* zeigen die Rissverläufe des FEM-Modells und eines Versuchskörpers.

Die mittlere Versagenslast bei den 3 Versuchen betrug 308 kN. Die rechnerische Versagenslast betrug 292 kN.

In den Versuchen traten die Schrägrisse plötzlich auf, danach konnte noch eine beträchtliche Laststeigerung aufgenommen werden, bis dann plötzlich der Bruch eintrat. Diese Bruchenergie wird vom Programm nicht erfasst, dort entwickelt und verlängert sich der Schrägriss allmählich zum Auflager und zur Last hin. Um dennoch die Laststeigerung in Folge Rissreibung ermitteln zu können, wurde die Berechnung ohne Rissreibung durchgeführt. Dabei ergibt sich eine Versagenslast von 211 kN, die mittlere Schrägrisslast aller Oberflächen betrug in den Versuchen 226 kN.



Bild 59: Rissbild des FEM-Modells



Bild 60: Rissbild eines Versuchskörpers nach dem Schubversuch

<u>D4</u> Modellierte mehraxiale Druckversuche

Die Auswirkungen der Querspannungen auf die Druckfestigkeit wurden in München in zahlreichen Versuchen untersucht [13]. Zur Nachrechnung mit FEM wurden nur die Versuche ausgewählt, von denen mindestens 3 ähnliche durchgeführt wurden, diese Ergebnisse wurden dann gemittelt. Im Anschluss sind die Querspannungen σ_1 und σ_2 und die Bruchspannungen σ_3 der nachgerechneten Versuche aufgelistet und den berechneten Bruchspannungen gegenübergestellt. In den Versuchen wurden die Spannungen mit Bürsten auf die Versuchswürfel aufgebracht, um eine Querdehnungsbehinderung durch die Lasteinleitung zu vermeiden (*Bild 61*).

Die Versuche, bei denen versucht wurde, in 2 Richtungen gleich große Spannungen zum Bruch zu führen ($\sigma_2 \approx \sigma_3$), weisen vergleichsweise geringe Bruchspannungen auf, die nicht zu den anderen Ergebnissen passen. Bei den anderen Versuchen beträgt das Verhältnis von Bruchspannung_Berechnung / Bruchspannung_Versuch im Mittel 0,9.

Die Abweichungen zwischen Berechnung und Versuch streuen um den Mittelwert mit einer Abweichung von +/- 8 %, dabei ist keine Abhängigkeit zwischen Größe der Abweichung und Größe der Querspannungen zu erkennen, sondern die Schwankungen sind willkürlich.



Bild 61: Spannungen bei mehraxialen Druckversuchen

F

G

н

J

Κ

L

Μ

Ν

0

Ρ

Q

R

S

43,3

47,1

42,2

35,0

45.9

30,7

41,4

41,9

30,7

47,3

35,0

44,6

30,7

0,00

0,19

0,00

0,10

0.08

0,00

0,06

0,00

0,00

0,00

0,18

0,00

0,00

0,11

0,19

0,24

0,24

0.27

0,33

0,51

0,54

0,67

0,78

0,98

0,99

1,00

		fc	σ 1	σ2	σ _{3,Vers.}	σ _{3,Ber.}	Ber./Vers.	$\sigma_1/\sigma_{3,Vers}$	$\sigma_2/\sigma_{3,Vers.}$
4	A	39,9	4,5	4,7	72,9	60,0	0,82	0,06	0,06
I	В	35,0	6,0	6,0	63,6	59,8	0,94	0,09	0,09
(C	35,0	4,1	6,2	64,2	53,6	0,83	0,06	0,10
I	D	43,9	8,8	9,0	88,3	81,8	0,93	0,10	0,10
I	E	43,9	4,7	7,1	73,8	66,5	0,90	0,06	0,10

5,4

39,3

11,8

21,9

27,3

13,1

45,2

28,9

28,0

39,1

95,6

46,5

35,7

51,0

203,8

49,9

91,4

101,7

39,7

89,0

53,8

41,8

50,1

97,1

47,0

Ergebnisse mehraxiale Druckversuche

0,0

38,9

0,0

9,4

7,9

0,0

5,1

0,0

0,0

0,0

17,7

0,0

0,0

35,7 38,9 1,09

45,6

180,2

47,0

77,8

89.6

35,7

77,8

52,3

39,2

60,1

114,4

57,2

0,89

0,88

0,94

0,85

0.88

0,90

0,87

0,97

0,94

1,20

1,18

1,22

Mittel A-O: 0.90

Die Versuchsergebnisse entstammen Heft 447, DAfStb, S. 98 - 103

(Tab. 1: Scholz u. a.; Tab. 2: Linse und Aschl)

Die Gruppen A bis S sind gemittelte Werte von folgenden Versuchen:

- A: (Tab. 1) 188, 186, 185, 187
- B: (Tab. 2) T2-4, T2-2, T4-5, T7-4
- C: (Tab. 2) T7-5, T4-6, T7-6
- (Tab. 1) 178, 180, 179 D:
- E: (Tab. 1) 183, 181, 184
- F: (Tab. 1) 27, 28, 94, 95
- G: (Tab. 1) 146, 147, 148
- H: (Tab. 1) 89, 90, 24, 25, 96, 97, 26
- J: (Tab. 2) T5-1, T8-2, T8-3
- K: (Tab. 1) 198, 200, 199, 201, 196, 197, 190, 204, 203
- L: (Tab. 2) C1-2, C1-6, C2-4, C3-1, C4-3
- M: (Tab. 1) 192, 191, 193, 194
- N: (Tab. 1) 20, 19, 22, 85, 111, 18, 21, 86, 108, 109, 23, 107
- O: (Tab. 2) C1-3, C2-1, C2-5, C3-2, C4-1, C4-4
- P: (Tab. 1) 31, 30, 87, 88
- (Tab. 2) T9-1, T9-2, T5-2, T2-1 Q:
- R: (Tab. 1) 105, 113, 11, 84, 9, 61, 15, 10, 16, 62, 115, 17, 114, 106
- S: (Tab. 2) C1-4, C2-2, C2-6, C2-3, C4-2, C4-6

Anhang E

Modellierte Durchstanzversuche

<u>E1</u> Versuche dieses Forschungsvorhabens

		Ti-1 A	Ti-1 B	Ti-2 A	Ti-2 B	Ti-3 A	Ti-3 B
f _c	[MN/m ²]	40,7	37,5	36,0	40,7	32,8	40,5
d	[m]	0,172	0,172	0,172	0,172	0,246	0,246
h	[m]	0,200	0,200	0,200	0,200	0,285	0,285
d ₂	[m]	0,033	0,033	0,033	0,033	0,045	0,045
c	[m]	0,088	0,088	0,088	0,088	0,125	0,125
L	[m]	0,280	0,280	0,400	0,400	0,400	0,400
L _{Rand}	[m]	0,380	0,380	0,500	0,500	0,540	0,540
ρL	[%]	1,250	1,250	1,250	1,250	1,180	1,180
ρĹ	[%]	0,330	0,330	0,330	0,330	0,290	0,290
ΣA_{sw}	[cm ²]	-	14,0	-	14,0	-	27,0
L_{sw1}	[m]	-	0,060	-	0,085	-	0,090
L_{sw2}	[m]	-	0,120	-	0,170	-	0,180
F_u	[kN]	673	744	668	798	1060	1456

Versuchswerte (siehe Kap. 3.2, S. 15 und Kap. 4.2, S. 27)



Rechenwerte

		Ti-1 A	Ti-1 B	Ti-2 A	Ti-2 B	Ti-3 A	Ti-3 B
f _{ct}	[MN/m²]	3,44	0,30	3,24	3,44	3,08	3,43
G _f	[N/m]	105,7	101,4	99,3	105,7	94,6	105,4
Ec	[MN/m²]	34327	33403	32951	34327	31945	34271
A _{s1}	[mm]	2,15	2,15	2,15	2,15	2,91	2,91
A _{s2}	[mm]	0,57	0,57	0,57	0,57	0,71	0,71
A _{sw} / Reih	e [cm²]	-	7,0	-	7,0	-	13,5
f _y	[MN/m²]	500	500	500	500	500	500
Es	[MN/m²]	200000	200000	200000	200000	200000	200000
Rissreibu	ng	0,01	0,10	0,01	0,10	0,01	0,10
b _{Auf}	[m]	0,040	0,040	0,040	0,040	0,060	0,060
h _{Auf}	[m]	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
E_{Auf}	[MN/m ²]	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Fu	[kN]	698	762	580	724	1107	1469



E 2 Versuche von Hallgren

Versuchswerte [15]



Rechenwerte

		S12	S13
f _c	[MN/m²]	27,5	19,9
f _{ct}	[MN/m²]	2,80	2,32
G _f	[N/m]	86,0	71,3
Ec	[MN/m²]	30122	27043
Rissreit	oung	0,01	0,01
A _{s1}	[mm]	1,00	1,00
Es	[MN/m²]	200000	200000
b _{Auf}	[m]	0,030	0,300
h _{Auf}	[m]	0,100	0,100
E _{Auf}	[MN/m²]	1000	1000
F.	[kN]	1007	854

<u>E 3</u> Versuche von Gardner

Versuchswerte [10]





Rechenwerte

		12	13	23	27
f _c	[MN/m²]	24,8	24,8	14,5	52,1
f _{ct}	[MN/m²]	2,64	2,64	1,90	3,87
G _f	[N/m]	81,2	81,2	58,3	118,9
Ec	[MN/m²]	29102	29102	24335	37272
d	[m]	0,113	0,122	0,081	0,081
h	[m]	0,152	0,152	0,102	0,102
с	[m]	0,102	0,102	0,076	0,076
L	[in.]	0,343	0,343	0,267	0,267
L_{Rand}	[in.]	0,495	0,495	0,394	0,394
Rissreil	bung	0,01	0,01	0,01	0,01
A _{s1}	[mm]	2,42	0,81	1,19	1,19
f _y	[MN/m²]	490	490	490	490
Es	[MN/m²]	200000	200000	200000	200000
b _{Auf}	[m]	0,020	0,020	0,010	0,010
h _{Auf}	[m]	0,100	0,100	0,100	0,100
E _{Auf}	[MN/m²]	1000	1000	1000	1000
Fu	[kN]	341	294	123	251
Fu	[kN]	341	294	123	251
<u>E 4</u> Versuche von Hallgren

Versuchswerte [14]



Rechenwerte



<u>E 5</u> Versuche von Beutel

Versuchswerte [3]

		P1	P2-II	P6-I
f _c	[MN/m²]	21,9	29,8	46,3
d	[m]	0,190	0,190	0,224
h	[m]	0,230	0,230	0,270
C _{quadr.}	[m]	0,200	0,200	0,160
L	[m]	1,200	1,200	1,200
L _{Rand}	[m]	1,375	1,375	1,375
ρ∟	[%]	0,806	0,806	1,753
ρĹ	[%]	0,235	0,235	0,550
ΣA_{sw}	[cm ²]	-	32,2	131,2
L _{sw1}	[m]	-	0,060	0,100
L _{sw2}	[m]	-	0,172	0,268
L _{sw3}	[m]	-	0,362	0,428
L _{sw4}	[m]	-	-	0,596
L_{sw5}	[m]	-	-	0,718
Fu	[kN]	615	1109	2349
	c ρ _L (A _s ρ _L (A _s	q (s)	uadratisc itützenstu	her Impf
	×			L
	K			L _{Rar}

Rechenwerte

		P1	P2-II	P6-I
f _{ct}	[MN/m²]	2,46	2,93	3,66
G _f	[N/m]	75,5	89,9	112,5
E _c	[MN/m²]	27920	30939	35834
d ₂	[m]	0,035	0,035	0,035
С	[m]	0,226	0,226	0,181
A _{s1}	[mm]	1,53	1,53	3,93
A _{s2}	[mm]	0,45	0,45	1,23
A _{sw} / Rei	he [cm²]	-	8,5	27,1
f _y	[MN/m ²]	500	500	500
Es	[MN/m²]	200000	200000	200000
Rissreib	ung	0,01	0,10	0,10
b _{Auf}	[m]	0,020	0,020	0,020
h _{Auf}	[m]	0,100	0,100	0,100
E _{Auf}	[MN/m²]	1000	1000	1000
\mathbf{F}_{u}	[kN]	618	1029	1895



<u>E 6</u> Versuche von Franz

Versuchswerte [9]



Rechenwerte

		Ι	V
f _c	[MN/m²]	24,7	27,6
f _{ct}	[MN/m²]	2,64	2,81
G _f	[N/m]	81,0	86,2
Ec	[MN/m²]	29063	30158
Rissreibur	ng	0,01	0,10
A _{s1}	[mm]	1,410	1,410
A _{sw} /Reihe	[cm ²]	-	6,0
f _y	[MN/m²]	440	440
Es	[MN/m²]	204000	204000
f _{y,w}	[MN/m²]	-	300
E _{s,w}	[MN/m²]	-	193000
b _{Auf}	[m]	0,020	0,020
h _{Auf}	[m]	0,100	0,100
E _{Auf}	[MN/m²]	1000	1000
Fu	[kN]	270	402

Anhang F

Ergebnisse der FEM-Berechnungen

Bezeichnungen gem. Bild 9, S. 15

- f_c Zylinderdruckfestigkeit Beton
- c Stützenradius
- L Auflagerradius
- L_{Rand} Plattenradius
- ρ_L Bewehrungsgrad der Biegezugbewehrung
- A_{sw} Querschnitt der Durchstanzbewehrung gesamt
- d statische Höhe
- h Plattendicke
- $b_{Auf} \ \ \, \text{Breite des Auflagers} = 4 \ cm$
- h_{Auf} Höhe des Auflagers = 20 cm
- $E_{Auf}~$ E-Modul des Auflagers = $1000~MN/m^2$

<u>F1</u> Grafische Darstellung der Versagenslasten

$\underline{\text{für } f_c = 30 \text{ } MN/m^2}$





<u>für $\rho_L = 1,0$ %</u>



<u>F2</u> Numerische Darstellung der Versagenslasten

f _c	C	L	L _{Rand}	ρL	A _{sw}	d	h	V_u
[MN/m²]	[cm]	[cm]	[cm]	[%]	[cm ²]	[cm]	[cm]	[kN]
30	6	20	30	0,5	-	20	21	595
30	6	20	30	1,0	-	20	21	604
30	6	20	30	1,5	-	20	21	604
30	6	20	30	2,0	-	20	21	605
30	6	30	40	0,5	-	20	21	533
30	6	30	40	1,0	-	20	21	572
30	6	30	40	1,5	-	20	21	594
30	6	30	40	2,0	-	20	21	605
30	6	40	50	0,5	-	20	21	480
30	6	40	50	1,0	-	20	21	522
30	6	40	50	1,5	-	20	21	564
30	6	40	50	2,0	-	20	21	590
30	6	50	60	0,5	-	20	21	450
30	6	50	60	1,0	-	20	21	503
30	6	50	60	1,5	-	20	21	527
30	6	50	60	2,0	-	20	21	559
30	6	60	70	0,5	-	20	21	438
30	6	60	70	1,0	-	20	21	479
30	6	60	70	1,5	-	20	21	506
30	6	60	70	2,0	-	20	21	536
30	6	70	80	0,5	-	20	21	422
30	6	70	80	1,0	-	20	21	470
30	6	70	80	1,5	-	20	21	503
30	6	70	80	2,0	-	20	21	518
30	6	80	90	0,5	-	20	21	419
30	6	80	90	1,0	-	20	21	467
30	6	80	90	1,5	-	20	21	497
30	6	80	90	2,0	-	20	21	519
30	6	100	110	0,5	-	20	21	409
30	6	100	110	1,0	-	20	21	458
30	6	100	110	1,5	-	20	21	483
30	6	100	110	2,0	-	20	21	501

f _c	С	L	L_{Rand}	ρL	A _{sw}	d	h	Vu
[MN/m²]	[cm]	[cm]	[cm]	[%]	[cm ²]	[cm]	[cm]	[kN]
30	6	20	30	0,5	16	20	21	591
30	6	20	30	1,0	16	20	21	599
30	6	20	30	1,5	16	20	21	604
30	6	20	30	2,0	16	20	21	613
30	6	30	40	0,5	16	20	21	571
30	6	30	40	1,0	16	20	21	610
30	6	30	40	1,5	16	20	21	615
30	6	30	40	2,0	16	20	21	630
30	6	40	50	0,5	16	20	21	522
30	6	40	50	1,0	16	20	21	584
30	6	40	50	1,5	16	20	21	601
30	6	40	50	2,0	16	20	21	644
30	6	50	60	0,5	16	20	21	479
30	6	50	60	1,0	16	20	21	552
30	6	50	60	1,5	16	20	21	600
30	6	50	60	2,0	16	20	21	636
30	6	60	70	0,5	16	20	21	469
30	6	60	70	1,0	16	20	21	539
30	6	60	70	1,5	16	20	21	594
30	6	60	70	2,0	16	20	21	630
30	6	70	80	0,5	16	20	21	460
30	6	70	80	1,0	16	20	21	535
30	6	70	80	1,5	16	20	21	589
30	6	70	80	2,0	16	20	21	630
30	6	80	90	0,5	16	20	21	458
30	6	80	90	1,0	16	20	21	526
30	6	80	90	1,5	16	20	21	588
30	6	80	90	2,0	16	20	21	622
30	6	100	110	0,5	16	20	21	452
30	6	100	110	1,0	16	20	21	527
30	6	100	110	1,5	16	20	21	583
30	6	100	110	2,0	16	20	21	615

f _c	С	L	L_{Rand}	ρL	A _{sw}	d	h	Vu
[MN/m²]	[cm]	[cm]	[cm]	[%]	[cm ²]	[cm]	[cm]	[kN]
30	8	20	30	0,5	-	20	21	693
30	8	20	30	1,0	-	20	21	723
30	8	20	30	1,5	-	20	21	725
30	8	20	30	2,0	-	20	21	724
30	8	30	40	0,5	-	20	21	628
30	8	30	40	1,0	-	20	21	674
30	8	30	40	1,5	-	20	21	697
30	8	30	40	2,0	-	20	21	701
30	8	40	50	0,5	-	20	21	552
30	8	40	50	1,0	-	20	21	620
30	8	40	50	1,5	-	20	21	648
30	8	40	50	2,0	-	20	21	670
30	8	50	60	0,5	-	20	21	510
30	8	50	60	1,0	-	20	21	581
30	8	50	60	1,5	-	20	21	617
30	8	50	60	2,0	-	20	21	640
30	8	60	70	0,5	-	20	21	462
30	8	60	70	1,0	-	20	21	545
30	8	60	70	1,5	-	20	21	580
30	8	60	70	2,0	-	20	21	607
30	8	70	80	0,5	-	20	21	442
30	8	70	80	1,0	-	20	21	516
30	8	70	80	1,5	-	20	21	566
30	8	70	80	2,0	-	20	21	575
30	8	80	90	0,5	-	20	21	413
30	8	80	90	1,0	-	20	21	495
30	8	80	90	1,5	-	20	21	540
30	8	80	90	2,0	-	20	21	559
30	8	100	110	0,5	-	20	21	408
30	8	100	110	1,0	-	20	21	479
30	8	100	110	1,5	-	20	21	539
30	8	100	110	2,0	-	20	21	562

f _c	С	L	L_{Rand}	ρL	A _{sw}	d	h	Vu
[MN/m²]	[cm]	[cm]	[cm]	[%]	[cm ²]	[cm]	[cm]	[kN]
30	8	20	30	0,5	16	20	21	714
30	8	20	30	1,0	16	20	21	818
30	8	20	30	1,5	16	20	21	841
30	8	20	30	2,0	16	20	21	852
30	8	30	40	0,5	16	20	21	650
30	8	30	40	1,0	16	20	21	717
30	8	30	40	1,5	16	20	21	775
30	8	30	40	2,0	16	20	21	800
30	8	40	50	0,5	16	20	21	573
30	8	40	50	1,0	16	20	21	665
30	8	40	50	1,5	16	20	21	731
30	8	40	50	2,0	16	20	21	787
30	8	50	60	0,5	16	20	21	536
30	8	50	60	1,0	16	20	21	634
30	8	50	60	1,5	16	20	21	698
30	8	50	60	2,0	16	20	21	766
30	8	60	70	0,5	16	20	21	522
30	8	60	70	1,0	16	20	21	612
30	8	60	70	1,5	16	20	21	693
30	8	60	70	2,0	16	20	21	768
30	8	70	80	0,5	16	20	21	509
30	8	70	80	1,0	16	20	21	612
30	8	70	80	1,5	16	20	21	684
30	8	70	80	2,0	16	20	21	747
30	8	80	90	0,5	16	20	21	500
30	8	80	90	1,0	16	20	21	594
30	8	80	90	1,5	16	20	21	670
30	8	80	90	2,0	16	20	21	729
30	8	100	110	0,5	16	20	21	491
30	8	100	110	1,0	16	20	21	610
30	8	100	110	1,5	16	20	21	667
30	8	100	110	2,0	16	20	21	722

f _c	С	L	L_{Rand}	ρL	A _{sw}	d	h	Vu
[MN/m ²]	[cm]	[cm]	[cm]	[%]	[cm ²]	[cm]	[cm]	[kN]
30	10	20	30	0,5	-	20	21	796
30	10	20	30	1,0	-	20	21	817
30	10	20	30	1,5	-	20	21	847
30	10	20	30	2,0	-	20	21	874
30	10	30	40	0,5	-	20	21	677
30	10	30	40	1,0	-	20	21	741
30	10	30	40	1,5	-	20	21	769
30	10	30	40	2,0	-	20	21	793
30	10	40	50	0,5	-	20	21	606
30	10	40	50	1,0	-	20	21	671
30	10	40	50	1,5	-	20	21	700
30	10	40	50	2,0	-	20	21	718
30	10	50	60	0,5	-	20	21	521
30	10	50	60	1,0	-	20	21	590
30	10	50	60	1,5	-	20	21	654
30	10	50	60	2,0	-	20	21	659
30	10	60	70	0,5	-	20	21	490
30	10	60	70	1,0	-	20	21	561
30	10	60	70	1,5	-	20	21	599
30	10	60	70	2,0	-	20	21	650
30	10	70	80	0,5	-	20	21	461
30	10	70	80	1,0	-	20	21	536
30	10	70	80	1,5	-	20	21	584
30	10	70	80	2,0	-	20	21	630
30	10	80	90	0,5	-	20	21	442
30	10	80	90	1,0	-	20	21	522
30	10	80	90	1,5	-	20	21	580
30	10	80	90	2,0	-	20	21	601
30	10	100	110	0,5	-	20	21	410
30	10	100	110	1,0	-	20	21	502
30	10	100	110	1,5	-	20	21	559
30	10	100	110	2,0	-	20	21	585

f _c	С	L	L _{Rand}	ρL	A _{sw}	d	h	Vu
[MN/m²]	[cm]	[cm]	[cm]	[%]	[cm ²]	[cm]	[cm]	[kN]
30	10	20	30	0,5	16	20	21	787
30	10	20	30	1,0	16	20	21	838
30	10	20	30	1,5	16	20	21	882
30	10	20	30	2,0	16	20	21	910
30	10	30	40	0,5	16	20	21	751
30	10	30	40	1,0	16	20	21	830
30	10	30	40	1,5	16	20	21	870
30	10	30	40	2,0	16	20	21	882
30	10	40	50	0,5	16	20	21	599
30	10	40	50	1,0	16	20	21	785
30	10	40	50	1,5	16	20	21	819
30	10	40	50	2,0	16	20	21	874
30	10	50	60	0,5	16	20	21	577
30	10	50	60	1,0	16	20	21	700
30	10	50	60	1,5	16	20	21	764
30	10	50	60	2,0	16	20	21	840
30	10	60	70	0,5	16	20	21	569
30	10	60	70	1,0	16	20	21	674
30	10	60	70	1,5	16	20	21	761
30	10	60	70	2,0	16	20	21	842
30	10	70	80	0,5	16	20	21	570
30	10	70	80	1,0	16	20	21	651
30	10	70	80	1,5	16	20	21	755
30	10	70	80	2,0	16	20	21	821
30	10	80	90	0,5	16	20	21	555
30	10	80	90	1,0	16	20	21	645
30	10	80	90	1,5	16	20	21	754
30	10	80	90	2,0	16	20	21	817
30	10	100	110	0,5	16	20	21	551
30	10	100	110	1,0	16	20	21	644
30	10	100	110	1,5	16	20	21	754
30	10	100	110	2,0	16	20	21	777

f _c	С	L	L_{Rand}	ρL	A _{sw}	d	h	Vu
[MN/m ²]	[cm]	[cm]	[cm]	[%]	[cm ²]	[cm]	[cm]	[kN]
30	12	20	30	0,5	-	20	21	967
30	12	20	30	1,0	-	20	21	993
30	12	20	30	1,5	-	20	21	1059
30	12	20	30	2,0	-	20	21	1041
30	12	30	40	0,5	-	20	21	768
30	12	30	40	1,0	-	20	21	847
30	12	30	40	1,5	-	20	21	869
30	12	30	40	2,0	-	20	21	891
30	12	40	50	0,5	-	20	21	656
30	12	40	50	1,0	-	20	21	733
30	12	40	50	1,5	-	20	21	765
30	12	40	50	2,0	-	20	21	766
30	12	50	60	0,5	-	20	21	573
30	12	50	60	1,0	-	20	21	628
30	12	50	60	1,5	-	20	21	703
30	12	50	60	2,0	-	20	21	716
30	12	60	70	0,5	-	20	21	484
30	12	60	70	1,0	-	20	21	603
30	12	60	70	1,5	-	20	21	667
30	12	60	70	2,0	-	20	21	723
30	12	70	80	0,5	-	20	21	480
30	12	70	80	1,0	-	20	21	590
30	12	70	80	1,5	-	20	21	652
30	12	70	80	2,0	-	20	21	691
30	12	80	90	0,5	-	20	21	473
30	12	80	90	1,0	-	20	21	557
30	12	80	90	1,5	-	20	21	624
30	12	80	90	2,0	-	20	21	666
30	12	100	110	0,5	-	20	21	481
30	12	100	110	1,0	-	20	21	557
30	12	100	110	1,5	-	20	21	592
30	12	100	110	2,0	-	20	21	615

f _c	С	L	L _{Rand}	ρL	A _{sw}	d	h	Vu
[MN/m²]	[cm]	[cm]	[cm]	[%]	[cm ²]	[cm]	[cm]	[kN]
30	12	20	30	0,5	16	20	21	969
30	12	20	30	1,0	16	20	21	978
30	12	20	30	1,5	16	20	21	1047
30	12	20	30	2,0	16	20	21	1039
30	12	30	40	0,5	16	20	21	846
30	12	30	40	1,0	16	20	21	897
30	12	30	40	1,5	16	20	21	944
30	12	30	40	2,0	16	20	21	951
30	12	40	50	0,5	16	20	21	653
30	12	40	50	1,0	16	20	21	820
30	12	40	50	1,5	16	20	21	888
30	12	40	50	2,0	16	20	21	901
30	12	50	60	0,5	16	20	21	622
30	12	50	60	1,0	16	20	21	778
30	12	50	60	1,5	16	20	21	850
30	12	50	60	2,0	16	20	21	898
30	12	60	70	0,5	16	20	21	613
30	12	60	70	1,0	16	20	21	747
30	12	60	70	1,5	16	20	21	822
30	12	60	70	2,0	16	20	21	901
30	12	70	80	0,5	16	20	21	603
30	12	70	80	1,0	16	20	21	737
30	12	70	80	1,5	16	20	21	813
30	12	70	80	2,0	16	20	21	898
30	12	80	90	0,5	16	20	21	611
30	12	80	90	1,0	16	20	21	734
30	12	80	90	1,5	16	20	21	815
30	12	80	90	2,0	16	20	21	900
30	12	100	110	0,5	16	20	21	612
30	12	100	110	1,0	16	20	21	736
30	12	100	110	1,5	16	20	21	816
30	12	100	110	2,0	16	20	21	902

f _c	С	L	L _{Rand}	ρL	A _{sw}	d	h	Vu
[MN/m²]	[cm]	[cm]	[cm]	[%]	[cm ²]	[cm]	[cm]	[kN]
20	8	20	30	1,0	-	20	21	554
20	8	30	40	1,0	-	20	21	529
20	8	40	50	1,0	-	20	21	497
20	8	50	60	1,0	-	20	21	459
20	8	60	70	1,0	-	20	21	433
20	8	70	80	1,0	-	20	21	409
20	8	80	90	1,0	-	20	21	389
20	8	100	110	1,0	-	20	21	356
20	8	20	30	1,0	16	20	21	629
20	8	30	40	1,0	16	20	21	569
20	8	40	50	1,0	16	20	21	516
20	8	50	60	1,0	16	20	21	494
20	8	60	70	1,0	16	20	21	477
20	8	70	80	1,0	16	20	21	477
20	8	80	90	1,0	16	20	21	467
20	8	100	110	1,0	16	20	21	462
40	8	20	30	1,0	-	20	21	851
40	8	30	40	1,0	-	20	21	769
40	8	40	50	1,0	-	20	21	712
40	8	50	60	1,0	-	20	21	673
40	8	60	70	1,0	-	20	21	627
40	8	70	80	1,0	-	20	21	603
40	8	80	90	1,0	-	20	21	573
40	8	100	110	1,0	-	20	21	558
40	8	20	30	1,0	16	20	21	917
40	8	30	40	1,0	16	20	21	844
40	8	40	50	1,0	16	20	21	786
40	8	50	60	1,0	16	20	21	754
40	8	60	70	1,0	16	20	21	738
40	8	70	80	1,0	16	20	21	722
40	8	80	90	1,0	16	20	21	709
40	8	100	110	1,0	16	20	21	690

f _c	С	L	L _{Rand}	ρL	A _{sw}	d	h	Vu
[MN/m²]	[cm]	[cm]	[cm]	[%]	[cm ²]	[cm]	[cm]	[kN]
60	8	20	30	1,0	-	20	21	1052
60	8	30	40	1,0	-	20	21	923
60	8	40	50	1,0	-	20	21	840
60	8	50	60	1,0	-	20	21	788
60	8	60	70	1,0	-	20	21	775
60	8	70	80	1,0	-	20	21	724
60	8	80	90	1,0	-	20	21	685
60	8	100	110	1,0	-	20	21	656
60	8	20	30	1,0	16	20	21	1099
60	8	30	40	1,0	16	20	21	1020
60	8	40	50	1,0	16	20	21	961
60	8	50	60	1,0	16	20	21	923
60	8	60	70	1,0	16	20	21	889
60	8	70	80	1,0	16	20	21	879
60	8	80	90	1,0	16	20	21	877
60	8	100	110	1,0	16	20	21	865
20	10	20	30	1,0	-	20	21	626
20	10	30	40	1,0	-	20	21	598
20	10	40	50	1,0	-	20	21	539
20	10	50	60	1,0	-	20	21	473
20	10	60	70	1,0	-	20	21	444
20	10	70	80	1,0	-	20	21	428
20	10	80	90	1,0	-	20	21	407
20	10	100	110	1,0	-	20	21	376
20	10	20	30	1,0	16	20	21	661
20	10	30	40	1,0	16	20	21	670
20	10	40	50	1,0	16	20	21	597
20	10	50	60	1,0	16	20	21	566
20	10	60	70	1,0	16	20	21	558
20	10	70	80	1,0	16	20	21	516
20	10	80	90	1,0	16	20	21	509
20	10	100	110	1,0	16	20	21	511

f _c	С	L	L _{Rand}	ρL	A _{sw}	d	h	Vu
[MN/m²]	[cm]	[cm]	[cm]	[%]	[cm ²]	[cm]	[cm]	[kN]
40	10	20	30	1,0	-	20	21	980
40	10	30	40	1,0	-	20	21	846
40	10	40	50	1,0	-	20	21	760
40	10	50	60	1,0	-	20	21	682
40	10	60	70	1,0	-	20	21	644
40	10	70	80	1,0	-	20	21	626
40	10	80	90	1,0	-	20	21	593
40	10	100	110	1,0	-	20	21	576
40	10	20	30	1,0	16	20	21	978
40	10	30	40	1,0	16	20	21	938
40	10	40	50	1,0	16	20	21	869
40	10	50	60	1,0	16	20	21	814
40	10	60	70	1,0	16	20	21	799
40	10	70	80	1,0	16	20	21	810
40	10	80	90	1,0	16	20	21	794
40	10	100	110	1,0	16	20	21	774
60	10	20	30	1,0	-	20	21	1251
60	10	30	40	1,0	-	20	21	1009
60	10	40	50	1,0	-	20	21	903
60	10	50	60	1,0	-	20	21	843
60	10	60	70	1,0	-	20	21	778
60	10	70	80	1,0	-	20	21	731
60	10	80	90	1,0	-	20	21	746
60	10	100	110	1,0	-	20	21	707
60	10	20	30	1,0	16	20	21	1250
60	10	30	40	1,0	16	20	21	1140
60	10	40	50	1,0	16	20	21	1077
60	10	50	60	1,0	16	20	21	970
60	10	60	70	1,0	16	20	21	979
60	10	70	80	1,0	16	20	21	973
60	10	80	90	1,0	16	20	21	991
60	10	100	110	1,0	16	20	21	933