

**Überprüfung des Patch-Last-Verfahrens
zur Ermittlung der Antwort
abgespannter Maste unter
Böenwirkung**

T 3204

T 3204

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2009

ISBN 978-3-8167-7952-0

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de



Institut für Stahlbau
Technische Universität
Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig



Überprüfung des Patch-Last-Verfahrens zur Ermittlung der Antwort abgespannter Maste unter Böenwirkung

Forschungsbericht Nr. ZP 52-5-3.99-1278/07
Auftraggeber: Deutsches Institut für Bautechnik

August 2008

Dieser Bericht umfasst 158 Seiten.

Univ.-Prof. Dr.-Ing Udo Peil
Institutsleiter

Dr.-Ing. Mathias Clobes
Dipl.-Ing. Andreas Willecke, M.S.
Sachbearbeiter

Von Seiten des DIBt wurden folgende Betreuer des Forschungsvorhabens benannt:

Dipl.-Ing. G.W. Berger
Industrie-Verband Stahlschornsteine e.V.
Bürgweg 12 a
90482 Nürnberg

und

Dipl.-Ing. A. Schult
Deutsches Institut für Bautechnik
Postfach 620229
10792 Berlin

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
1.1	Veranlassung	7
1.2	Ziele und Vorgehensweise	8
1.3	Das Patch-Last-Verfahren	8
1.3.1	Lastfälle	8
1.3.2	Maßgebende Eigenfrequenz	9
1.3.3	Überlagerung der Schnittgrößen	10
1.3.4	Abgrenzungskriterien	10
2	Grundlagen der numerischen Untersuchungen	13
2.1	Dynamische Zeitverlaufsberechnungen	13
2.2	Ingenieurmodell für das Windfeld	13
2.2.1	Profil der mittleren Windgeschwindigkeit	14
2.2.2	Turbulenzintensität	15
2.2.3	Leistungsdichtespektren der Windturbulenz	15
2.2.4	Generierung turbulenter, korrelierter Windfelder	18
2.3	Beschreibung der Windlasten	19
2.3.1	Untersuchte Windrichtungen	20
2.4	Statistische Auswertung der Tragwerksantwort aus den Zeitverlaufsberechnungen	21
3	Untersuchung angelenkter Schornsteine	23
3.1	Einleitung	23
3.2	Schornstein I, 40 m	24
3.2.1	Systemdaten	24
3.2.2	Eigenfrequenzen und -formen	24
3.2.3	Überprüfung der Abgrenzungskriterien	25
3.2.4	Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt	25
3.2.5	Schnittgrößen	27
3.2.6	Zusammenfassung	27
3.3	Schornstein II, 55 m	30
3.3.1	Systemdaten	30
3.3.2	Eigenfrequenzen und -formen	30
3.3.3	Überprüfung der Abgrenzungskriterien	31
3.3.4	Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt	31

Inhaltsverzeichnis

3.3.5	Schnittgrößen	33
3.3.6	Zusammenfassung	33
3.4	Schornstein III, 75 m	35
3.4.1	Systemdaten	35
3.4.2	Eigenfrequenzen und -formen	36
3.4.3	Überprüfung der Abgrenzungskriterien	36
3.4.4	Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt	36
3.4.5	Schnittgrößen	39
3.4.6	Zusammenfassung	39
4	Untersuchung abgespannter Maste	41
4.1	Einleitung	41
4.2	Mast I, 205 m	42
4.2.1	Systemdaten	42
4.2.2	Eigenfrequenzen und -formen	45
4.2.3	Überprüfung der Abgrenzungskriterien	47
4.2.4	Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt	47
4.2.5	Schnittgrößen für Windrichtung 0 Grad	49
4.2.6	Schnittgrößen für Windrichtung 45 Grad	51
4.2.7	Schnittgrößen für Windrichtung 90 Grad	53
4.2.8	Schnittgrößen für Windrichtung 135 Grad	55
4.2.9	Schnittgrößen für Windrichtung 180 Grad	57
4.2.10	Zusammenfassung aller Windrichtungen	59
4.3	Mast I, 205 m, Einfluss der lateralen Turbulenz	61
4.3.1	Schnittgrößen für Windrichtung 0 Grad	62
4.3.2	Schnittgrößen für Windrichtung 45 Grad	64
4.3.3	Schnittgrößen für Windrichtung 90 Grad	66
4.3.4	Schnittgrößen für Windrichtung 135 Grad	68
4.3.5	Schnittgrößen für Windrichtung 180 Grad	70
4.3.6	Zusammenfassung	71
4.4	Mast II, 225 m	73
4.4.1	Systemdaten	73
4.4.2	Eigenfrequenzen und -formen	75
4.4.3	Überprüfung der Abgrenzungskriterien	78
4.4.4	Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt	78
4.4.5	Schnittgrößen für Windrichtung 0 Grad	80
4.4.6	Schnittgrößen für Windrichtung 20 Grad	82
4.4.7	Schnittgrößen für Windrichtung 45 Grad	84
4.4.8	Schnittgrößen für Windrichtung 90 Grad	86
4.4.9	Schnittgrößen für Windrichtung 135 Grad	88
4.4.10	Schnittgrößen für Windrichtung 160 Grad	90
4.4.11	Schnittgrößen für Windrichtung 180 Grad	92
4.4.12	Zusammenfassung aller Windrichtungen	94

4.5	Mast III, 230 m	96
4.5.1	Systemdaten	96
4.5.2	Eigenfrequenzen und -formen	99
4.5.3	Überprüfung der Abgrenzungskriterien	102
4.5.4	Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt	102
4.5.5	Schnittgrößen für Windrichtung 0 Grad	104
4.5.6	Schnittgrößen für Windrichtung 20 Grad	106
4.5.7	Schnittgrößen für Windrichtung 45 Grad	108
4.5.8	Schnittgrößen für Windrichtung 90 Grad	110
4.5.9	Schnittgrößen für Windrichtung 135 Grad	112
4.5.10	Schnittgrößen für Windrichtung 160 Grad	114
4.5.11	Schnittgrößen für Windrichtung 180 Grad	116
4.5.12	Zusammenfassung aller Windrichtungen	118
4.6	Mast IV, 300 m	120
4.6.1	Systemdaten	120
4.6.2	Eigenfrequenzen und -formen	122
4.6.3	Überprüfung der Abgrenzungskriterien	125
4.6.4	Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt	125
4.6.5	Schnittgrößen für Windrichtung 0 Grad	128
4.6.6	Schnittgrößen für Windrichtung 45 Grad	130
4.6.7	Schnittgrößen für Windrichtung 70 Grad	132
4.6.8	Schnittgrößen für Windrichtung 90 Grad	134
4.6.9	Schnittgrößen für Windrichtung 110 Grad	136
4.6.10	Schnittgrößen für Windrichtung 135 Grad	138
4.6.11	Schnittgrößen für Windrichtung 180 Grad	140
4.6.12	Zusammenfassung aller Windrichtungen	142
5	Auswertung der Untersuchungsergebnisse	145
5.1	Auswertung der Ergebnisse angelenkter Schornsteine	145
5.2	Auswertung der Ergebnisse abgespannter Maste	147
6	Abgrenzungskriterium zum Böenreaktionsfaktor	149
6.1	Hintergrund zum Böenreaktionsfaktor	149
6.2	Erstellung eines Abgrenzungskriteriums	150
7	Zusammenfassung	153
	Literaturverzeichnis	155

1 Einleitung

1.1 Veranlassung

Der Wind stellt für abgespannte Masten aufgrund deren Schlankheit und oftmals nutzungsbedingten exponierten Lage die wesentliche bemessungsrelevante Einwirkung dar.

Im Eurocode DIN EN 1993-3-1 – Masten und Türme – wird die Beanspruchung solcher Tragwerke unter Windeinwirkung mittels eines Verfahrens berechnet, welches auf einem bereichsweisen Ansatz von Böenwindlasten und 10-min-Mittelwerten der Windlasten beruht. Dieses Verfahren wird als Patch-Last-Methode bezeichnet und soll auf empirische Weise die dynamische Beanspruchung unter böigem Wind berücksichtigen. Im Eurocode wird das Patch-Last-Verfahren auf solche Masten beschränkt, die bestimmte Verhältnisse von Steifigkeit, Masse, Windwiderstand und Schlankheit besitzen und deren Kragarm kürzer als die Hälfte des benachbarten Feldes ist.

In der neu erschienenen E DIN 4131 wird dieses Verfahren aus dem Eurocode DIN EN 1993-3-1 übernommen. In Kürze wird der Entwurf dieser Norm als V DIN+4131 veröffentlicht. Hierbei wird jedoch auf die oben genannte Beschränkung der Kragarmlänge verzichtet, um den Anwendungsbereich der neuen Norm gegenüber der Vorgängernorm nicht wesentlich einzuschränken. Eine Berücksichtigung der Böenwirkung auf den Kragarm soll deshalb mittels des in DIN 1055-4 Anhang C angegebenen Böenreaktionsfaktors erfolgen. Mithilfe des Böenreaktionsfaktor würde nicht nur die Umrechnung des mittleren Windes in eine Böenwindlast, wie es beim Patch-Last-Verfahren in DIN EN 1993-3-1 der Fall ist, sondern auch die Auswirkung der Tragwerkseigenschaften und -geometrie erfasst werden.

Die DIN V 4133 – Schornsteine aus Stahl – verwendet das Verfahren nach DIN 1055-4 zur Ermittlung des Böenreaktionsfaktors. Da dieses Verfahren auf frei auskragende Tragwerke beschränkt ist, schließt DIN V 4131 implizit abgespannte Stahlschornsteine aus. Für die häufig vorkommende Variante sog. angelenkter Schornsteine – also solche mit einer Befestigung an benachbarten Bauwerken – ist anzunehmen dass in der Praxis auch hier das Patch-Last-Verfahren zur Ermittlung der Böenbeanspruchung angewandt wird.

Eine Überprüfung bezüglich der Notwendigkeit des Ansatzes eines Böenreaktionsfaktors auf die überkragenden Masten und eine Anwendbarkeit auf angelenkte Schornsteine steht aus. Es wurde deshalb vom Institut für Stahlbau der Technischen Universität Carolinense zu Braunschweig ein Forschungsantrag beim Deutschen Institut für Bautechnik (DIBt) zur Förderung numerischer Untersuchungen gestellt. In diesem Bericht wird über die gewonnenen Ergebnisse berichtet.

1.2 Ziele und Vorgehensweise

Im Rahmen dieses Kurzvorbahens werden diverse für Deutschland typische abgespannte Stahlbau-Konstruktionen, die üblicherweise mit Hilfe der Regelungen in DIN 4131 und DIN 4133 bemessen werden, unter der Einwirkung von Böenwindlasten berechnet. Die gewonnenen Ergebnisse aus den – gegenüber den Normverfahren genaueren – Berechnungen dienen der Verifizierung der Regelungen zur Berücksichtigung der Böenwirkung in DIN 4131.

Die Tragwerksantwort unter Einwirkung räumlich korrelierter turbulenter Windfelder wird dynamisch im Zeitbereich berechnet, um bei den abgespannten Tragwerken das nichtlineare Last-Verformungsverhalten zu berücksichtigen.

Die Ergebnisse der Zeitverlaufsrechnungen dienen als Referenz für die Einschätzung der Qualität der ebenfalls zu ermittelnden Ergebnisse aus dem Patch-Last-Verfahren. Es wird überprüft, ob mit dem im E DIN 4131 vorgesehenen Verfahren eine sichere und wirtschaftliche Bemessung sowohl von Antennentragwerken als auch Schornsteinen aus Stahl möglich ist.

1.3 Das Patch-Last-Verfahren

1.3.1 Lastfälle

Das Patchlast-Verfahren liefert auf Basis statischer Berechnungen die Böenbeanspruchungen abgespannter Masten. Hierzu werden neben mittleren Windlasten $F_{wj,m}$ die Böenwindkräfte F_{wj} in den Feld- oder Stützbereichen angesetzt und eine statische Berechnung durchgeführt. Die flickenartig anzusetzenden Böenwindlasten geben dem Patch-Last-Verfahren ihren Namen und spiegeln anschaulich die Lasterhöhung beim Durchlaufen einer räumlich begrenzten Windböe wieder [Peil u. Clobes 2007].

Die Grenzen der Anwendbarkeit für dieses Verfahren werden durch zwei Abgrenzungskriterien definiert. Näheres zu den Abgrenzungskriterien ist in Abschnitt 1.3.4 enthalten.

In Abbildung 1.1 auf der nächsten Seite sind die beim Patch-Last-Verfahren der E DIN 4131 [DIN 2007] zu untersuchenden Lastfälle am Beispiel eines Mastes mit zwei Abspannebenen dargestellt. Hierin sind F_{wj} die Böenwindkraft und $F_{wj,m}$ die aus dem 10-min-Mittelwert der Windgeschwindigkeit berechnete Windkraft.

Die mittlere Windkraft berechnet sich dabei nach DIN 1055-4 zu

$$F_{wj,m} = c_{fj} \cdot q_m(z) \cdot A_j \quad (1.1)$$

und die Böenwindkraft zu

$$F_{wj} = c_{fj} \cdot q(z) \cdot A_j \quad (1.2)$$

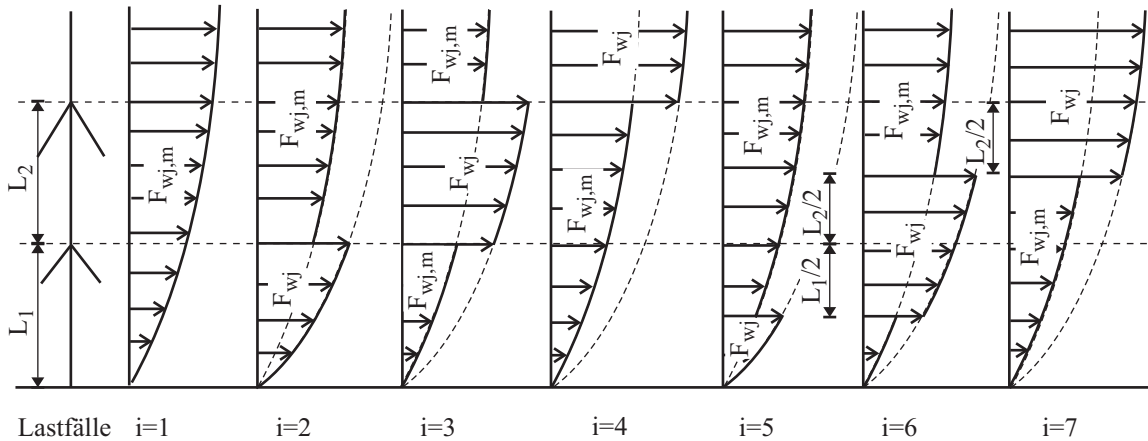


Abbildung 1.1: Lastansatz beim Patch-Last-Verfahren nach E DIN 4131:2007-04 für einen Mast mit zwei Abspannebenen

Im Lastfall 4 wird die Belastung des Kragarms aus dem 10-*min*-Mittelwert der Windkraft und dem Böenreaktionsfaktors G nach Anhang C von DIN 1055-4:2005-03 [DIN 2005] berechnet. In diesem Lastfall liegt der wesentliche Unterschied des Patch-Last-Verfahrens in E DIN 4131 gegenüber demjenigen im Eurocode 3.

$$F_{wj} = G \cdot c_{fj} \cdot q_m(z) \cdot A_j \quad (1.3)$$

1.3.2 Maßgebende Eigenfrequenz

Mit dem Böenreaktionsfaktor wird in E DIN 4131 die dynamische Windwirkung auf den überkragenden Tragwerksteil berücksichtigt. Der Böenreaktionsfaktor beschreibt dabei die dynamische Vergrößerung der Tragwerksantwort in einer einzelnen Eigenform die in aller Regel mit der Grundschwingungsform identisch ist. Grundsätzlich können jedoch bei Mehrfreiheitsgradsystemen auch mehrere Eigenformen einen relevanten Beitrag zur Tragwerksantwort liefern. Eine Berücksichtigung der Antwortanteile aus mehreren Eigenformen ist jedoch im Konzept des Böenreaktionsfaktors nach DIN 1055-4:2005-03 nicht vorgesehen.

Bei frei auskragenden oder starr gestützten Systemen ist in aller Regel die Berücksichtigung der Grundeigenfrequenz ausreichend. Die höheren Eigenformen liegen deutlich oberhalb dieser Grundfrequenz. Da das Spektrum der Windturbulenz mit steigender Frequenz stark abfällt, liefern diese Eigenformen in aller Regel keinen wesentlichen Beitrag zur Tragwerksantwort.

Bei abgespannten Tragwerken sind solche vereinfachten Betrachtungen jedoch nicht möglich. Zum einen ist das Tragverhalten wegen des Seildurchhangs nichtlinear, zum anderen beeinflussen die dynamischen Eigenschaften der Seile das Tragverhalten des Mastes. Für nähere Hinweise hierzu muss z. B. auf [Peil u. a. 1994] verwiesen werden.

1 Einleitung

Kriterien zur Bestimmung der maßgebenden Eigenfrequenz bei abgespannten Masten unter böigem Wind existieren nach Kenntniss der Autoren nicht.

In E DIN 4131 wird angeboten, die anzunehmende Eigenfrequenz für den Kragarm aus dessen vereinfachender Betrachtung als drehelastisch und horizontal federnd gehaltener Kragträger zu berechnen. Diese Regelung war auch schon in der Vorgängerversion DIN 4131:1991-11 verankert.

In der hier vorliegenden Studie werden die Eigenformen des räumlichen Tragwerks unter Eigengewicht unter Berücksichtigung der dynamischen Seilsteifigkeiten berechnet. Als maßgebende Eigenfrequenz zur Berechnung des Böenreaktionsfaktors wurde jene verwendet, deren Eigenform große Krümmungen an der obersten Abspannebene aufweist, damit einem Kragträger ähnlich und für eine Biegebeanspruchung maßgebend sein müsste. Die Entscheidung für die maßgebende Eigenform wird in dieser Studie damit bewußt vor der Auswertung der dynamischen Zeitverlaufsrechnungen ohne Kenntniss der Antwortspektren getroffen, wie es auch dem Entwurfsprozess in der Praxis entsprechen würde.

1.3.3 Überlagerung der Schnittgrößen

Die Patchlasten müssen gemeinsam mit der mittleren Windbeanspruchung angesetzt werden, da sich ansonsten – wegen des nichtlinearen Last-Verformungsverhaltens – der Arbeitspunkt verschieben würde [Peil 2004].

Von den Schnittgrößen S_i aus den Lastfällen $i \geq 2$ sind die Schnittgrößen S_m des mittleren Windes – als Lastfall 1 bezeichnet – abzuziehen, um näherungsweise nur die fluktuierenden Anteile der einzelnen Lastfälle, linearisiert am Arbeitspunkt des Mastes unter dem 10-*min*-Mittelwert der Windlasten, zu erhalten. Diese Schnittgrößen können wegen ihrer angenommenen statistischen Unabhängigkeit entsprechend der SRSS-Regel vektoriell überlagert werden, vgl. Gleichung (1.4).

Den endgültigen Schnittgrößenverlauf erhält man durch Addition der summierten Schwankungsanteile S_P zu den Schnittgrößen infolge des 10-*min*-Mittelwertes der Windlast des Lastfalls 1, vgl. Gleichung (1.5).

$$S_P = \sqrt{\sum_{i=2}^7 (S_i - S_m)^2} \quad (1.4)$$

$$S = S_m \pm S_P \quad (1.5)$$

1.3.4 Abgrenzungskriterien

In E DIN 4131 werden zwei Abgrenzungskriterien definiert, die beide erfüllt sein müssen, wenn das Patch-Last-Verfahren angewendet werden soll. Das Kriterium 1 stellt die Biegesteifigkeit des Schaftes in das Verhältnis zur mittleren Dehnsteifigkeit aller Abspannele-

mente. Im Kriterium 2 fließen die Windgeschwindigkeit und die aerodynamischen Beiwerte des Schaftes ein.

Die Abgrenzungskriterien sind nach E DIN 4131 mit Mittelwerten der Systemgrößen zu berechnen. Da die Querschnittswerte bei den hier untersuchten Tragwerkwerken in der Regel über die Höhe variieren, werden diese Werte als mit den Elementlängen gewichtete Mittelwerte aufgefasst.

Die Definition der hier verwendeten Symbole ist E DIN 4131 zu entnehmen.

Abgrenzungskriterium 1 (E DIN 4131 Gl. (A.7))

$$\beta_s = \frac{4 \left(\frac{E_M \cdot I_M}{L_S^2} \right)}{\left(\frac{1}{N} \sum K_{Gi} H_{Gi} \right)} < 1 \quad (1.6)$$

Abgrenzungskriterium 2 (E DIN 4131 Gl. (A.9))

$$Q = \frac{1}{30} \sqrt[3]{\frac{H \cdot v_H}{D_0}} \cdot \sqrt{\frac{m_0}{H \cdot R}} \leq 1 \quad (1.7)$$

Bei angelenkten Schornsteinen gilt für das 1. Kriterium stets

$$\beta_s \longrightarrow 0 \quad (1.8)$$

da der Nenner in Gleichung (1.6) gegen unendlich strebt. Das Kriterium 1 ist für Tragwerke mit starren Zwischenhalterungen also stets erfüllt.

2 Grundlagen der numerischen Untersuchungen

2.1 Dynamische Zeitverlaufsberechnungen

Das Last-Verformungsverhalten abgespannter Maste ist wegen der durchhängenden Abspannseile ausgeprägt nichtlinear. Durch die räumliche Anordnung der Abspannseile können zudem – besonders bei Windbeanspruchungen über das Nackenseil – chaotische Tauschwingungen auftreten, die keine Linearisierung erlauben [Petersen 1992]. Zudem wird das Tragwerk durch Nichtlinearitäten fortwährend verstimmt, was zu einer Reduktion von Schwingungsamplituden führt. Auch die turbulenzinduzierten Kräfte und aeroelastischen Effekte wie Galloping oder aerodynamische Dämpfung sind durch nichtlineare Effekte gekennzeichnet. Vollständig im Sinne der Modellannahmen können solche Nichtlinearitäten nur durch dynamische Berechnungen im Zeitbereich erfasst werden [Peil u. Telljohann 1997].

Die dynamischen Zeitverlaufsberechnungen werden hier mit einer institutseigenen Software auf Basis der Programmierumgebung MATLAB durchgeführt. Mit dieser Software wird neben der Generierung räumlich korrelierter Windfelder auch die Berechnung von quasi-stationären Böenwindlasten auf schlanke Tragwerke und eine anschließende dynamische Tragwerksanalyse im Zeitbereich mittels der Finite-Elemente-Methode sowohl für lineare als auch geometrisch nichtlineare Tragwerke ermöglicht. Detaillierte Informationen zur verwendeten Software können [Clobes 2008] entnommen werden.

In den dynamischen Zeitverlaufsberechnungen wird eine Strukturdämpfung von 2 % berücksichtigt. Dies gilt sowohl für die angelenkten Schornsteine als auch für die abgespannten Maste. Eine Berücksichtigung der aerodynamischen Dämpfung erfolgt direkt über eine Fluid-Struktur-Interaktion [Clobes 2008].

2.2 Ingenieurmodell für das Windfeld

In der Natur unterliegt der Wind mehr oder weniger starken Schwankungen, sowohl dem Betrag als auch der Richtung nach. Diese Schwankung wird im Allgemeinen als Turbulenz oder Böigkeit bezeichnet.

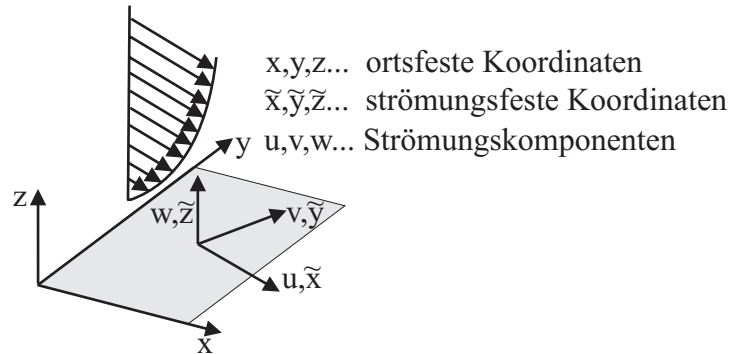


Abbildung 2.1: Bezeichnungen der Koordinatensysteme

In der erdnahen Schicht wird die Luft durch Bebauung, Bewuchs oder die natürliche Topografie abgebremst. Zwischen dem Boden und der Gradienthöhe bildet sich eine turbulente Grenzschicht. Die Gradienthöhe ist damit von der durch die Topografie bestimmten Rauigkeit der Erdoberfläche abhängig und reicht von $z_G \approx 200 \text{ m}$ bei ruhiger See bis $z_G \approx 600 \text{ m}$ bei Großstadtbebauungen [Ruscheweyh 1982, Sockel 1984]. In dieser Grenzschicht liegen die Bauwerke.

Zur Beschreibung der Windströmung innerhalb der Grenzschicht wird ein Ingenieurmodell verwendet, welches das mikrometeorologische Verhalten des Windes in einer dem Bauwesen angemessenen Genauigkeit beschreibt. Dies erfolgt unter der Annahme einer neutralen Schichtung der Grenzschicht. Die statistischen Eigenschaften der turbulenten atmosphärischen Grenzschichtströmung in einem Punkt werden dabei allein durch den Mittelwert der Windgeschwindigkeit und dessen Varianz beschrieben werden.

In dieser Studie werden – abweichend von DIN 1055-4:2005-03 – die Windrichtungen im strömungsfesten Koordinatensystem entsprechend Abbildung 2.1 bezeichnet. Hierbei ist $U(t)$ stets die Windgeschwindigkeitskomponente, die in Richtung des mittleren Windwinkels zeigt und als longitudinale Windgeschwindigkeit bezeichnet wird. Die turbulente Schwankung des Windwinkels $\varphi(t)$ führt zu einer zur longitudinalen Windgeschwindigkeit orthogonalen Windgeschwindigkeitsschwankung $v(t)$, die als laterale Windgeschwindigkeit bezeichnet wird. Die vertikale Windgeschwindigkeitsschwankung wird mit $w(t)$ bezeichnet.

2.2.1 Profil der mittleren Windgeschwindigkeit

Der Verlauf der mittleren Geschwindigkeit \bar{U} über die Höhe z hängt nur von der Rauigkeit der Erdoberfläche ab. Dieses Profil der mittleren Windgeschwindigkeit wird zum Beispiel in DIN 1055-4:2005-03 Anhang B durch den exponentiellen Zusammenhang nach Gleichung (2.1) beschrieben.

$$\bar{U} = \bar{U}_{ref} \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha \quad (2.1)$$

In dieser Studie wird als Profilexponent in allen Berechnungen $\alpha = 0,16$ entsprechend einer Geländekategorie II nach DIN 1055-4:2005-03 verwendet.

2.2.2 Turbulenzintensität

Die auf den 10-min-Mittelwert bezogene Standardabweichung der Windgeschwindigkeitschwankungen wird Turbulenzintensität genannt. Der höhenabhängige Verlauf der Turbulenzintensität wird für die longitudinale Komponente in DIN 1055-4:2005-03 geregelt.

$$I_u(z) = I_{u,ref} \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^{-\alpha_{I_u}} \quad (2.2)$$

Der Profilexponent α_{I_u} entspricht in DIN 1055-4:2005-03 demjenigen des Profils der mittleren Windgeschwindigkeit. $I_{u,ref}$ ist der Referenzwert der longitudinalen Turbulenzintensität in 10 m Höhe.

Grundsätzlich schwankt auch die Windrichtung turbulent. Dies führt zu der – bezogen auf die mittlere Windrichtung – lateralen Windgeschwindigkeitsschwankung [Niemann u. Peil 2003]. Regelungen hierzu sind in DIN 1055-4:2005-03 nicht vorhanden.

Das im Fachschrifttum angegebene Verhältnis I_v/I_u streut sehr stark. So zeigt die Zusammenstellung verschiedener Veröffentlichungen von *Solari*, dass das Verhältniss zwischen $I_v/I_u = 0,44$ und $I_v/I_u = 0,88$ streut, [Solari u. Piccardo 2001]. In eigenen Untersuchungen wurde festgestellt, dass mit einem Verhältnis der lateralen zur longitudinalen Turbulenzintensität von $I_v/I_u \approx 0,9$ bis 1,0 beide Verläufe über die Höhe affin zueinander sind, [Clobes 2008, Telljohann 1998]. *Solari* empfiehlt im Mittel $I_v/I_u = 0,75$, *Niemann* und *Peil* $I_v/I_u = 0,8$ zu setzen [Niemann u. Peil 2003]. Die in dieser Studie angesetzte laterale und vertikale Turbulenzintensität ist Tabelle 2.1 zu entnehmen.

2.2.3 Leistungsdichtespektren der Windturbulenz

Das Leistungsdichtespektrum beschreibt, welche Varianzanteile der Windgeschwindigkeitschwankungen an den einzelnen Frequenzen vorhanden sind. Eine Zusammenstellung von funktionalen Beschreibungen des natürlichen Leistungsdichtespektrums der Windturbulenz ist zum Beispiel in [Wang 1994] oder [Solari u. Piccardo 2001] zu finden.

Eigene Auswertungen trägheitsfreier Turbulenzmessungen bestätigen, dass der funktionale Ansatz nach *von Kármán* im Frequenzband bis 1 Hz eine sehr gute Approximation der gemessenen Spektren sowohl der longitudinalen als auch der lateralen Turbulenz darstellt [Clobes 2008]. Dieser Ansatz kommt deshalb in den vorliegenden Berechnungen zum Einsatz. Die verwendeten Ansätze zur Beschreibung der Autospektraldichten des dreidimensionalen Windfeldes sind in Tabelle 2.1 zusammengestellt.

2 Grundlagen der numerischen Untersuchungen

Tabelle 2.1: Für die numerische Simulation angenommene Eigenschaften der Windturbulenz

Turbulenzkomponente	Spektrum	normierte Frequenz	Integral-längenmaß	Turbulenzintensität
u	$\frac{f \cdot S_{uu}}{\sigma^2} = \frac{4 \cdot f_n}{(1+70,8 \cdot f_n^2)^{5/6}} \circ$	$f_n = \frac{f \cdot L_{ux}(z)}{\bar{U}(z)}$	$L_{ux} \star$	$I_u \star$
v	$\frac{f \cdot S_{vv}}{\sigma^2} = \frac{4 \cdot f_n \cdot (1+755,2 \cdot f_n^2) \circ}{(1+283,2 \cdot f_n^2)^{11/6}}$	$f_n = \frac{f \cdot L_{vx}(z)}{\bar{U}(z)}$	$\frac{L_{vx}}{L_{ux}} = 0,3^{\ddagger \times}$	$\frac{I_v}{I_u} = 0,8^{\ddagger}$
w	$\frac{f \cdot S_{ww}}{\sigma^2} = \frac{2,15 \cdot f_n}{1+11,16 \cdot f_n^{5/3}} \diamond$	$f_n = \frac{f \cdot z}{\bar{U}(z)}$		$\frac{I_w}{I_u} = 0,5^{\ddagger}$

Quellen: \circ [ESDU 1990]; \triangleleft [Telljohann 1998]; \ddagger [Solari u. Piccardo 2001]
 \star [DIN 2005]; \diamond [Holmes 2001]; \times [Clobes 2008]

Das *von Kármán*-Spektrum stimmt jedoch nicht mit dem im Anhang C der DIN 1055-4 angegebenen Spektrum überein. Das DIN-Spektrum entspricht einem *Kaimal*-Spektrum welches zu höheren Frequenzen verschoben wurde.

Zur Beschreibung des Spektrums der vertikalen Turbulenz liegen dem Institut für Stahlbau keine eigenen Messdaten von der Windmessanlage Gartow vor. In der numerischen Windfeldsimulation wird deshalb auf das Spektrum nach *Busch* und *Panofsky* zurückgegriffen, [Holmes 2001].

Für eine vollständige Beschreibung des Windfeldes sind Kenntnisse über die statistische Bindung der Windgeschwindigkeiten an verschiedenen Orten erforderlich. Die Spektraldichtematrix der Größe $3n \times 3n$ nach Gleichung (2.3) definiert ein Windfeld mit n Knoten im Frequenzbereich vollständig. Alle Turbulenzkomponenten u, v, w werden als statistisch unabhängig und *Gauß*-verteilt angesehen.

$$\mathbf{S}(f) \approx \begin{bmatrix} \mathbf{S}_u & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}_w \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Neben den Autoleistungsdichtespektren auf der Hauptdiagonale von $\mathbf{S}_k(f)$ müssen ebenso alle Kreuzleistungsdichtespektren bekannt sein. Der Betrag der Kreuzleistungsdichtespektren kann über die Kohärenzfunktion für die zwei Punkte i und j im Windfeld nach Gleichung (2.5) berechnet werden, vgl. zum Beispiel [ESDU 1991d].

$$\mathbf{S}_k(f) = \begin{bmatrix} S_{k_1 k_1}(f) & S_{k_1 k_2}(f) & \cdots & S_{k_1 k_n}(f) \\ S_{k_2 k_1}(f) & S_{k_2 k_2}(f) & \cdots & S_{k_2 k_n}(f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k_n k_1}(f) & S_{k_n k_2}(f) & \cdots & S_{k_n k_n}(f) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$coh_{k_i, j}^2(f) = \frac{|S_{k_i k_j}|^2}{S_{k_i k_i} \cdot S_{k_j k_j}} \quad (2.5)$$

In Gleichung (2.5) sind für den Index $k = u, v, w$ die jeweiligen Turbulenzkomponenten einzusetzen.

Beschreibung der Kohärenz

Die Kohärenz ist stets eine Funktion des Abstandes $\Delta r_{i, j}$ zwischen zwei Punkten i und j im Windfeld und der Frequenz, wobei der Abstand relativ zur Windrichtung festgelegt werden muss.

Hierin ist die Koordinatenbezeichnung auf ein strömungsfestes Koordinatensystem mit \tilde{x} als Hauptströmungsrichtung bezogen. $\Delta \tilde{x}, \Delta \tilde{y}$ und $\Delta \tilde{z}$ sind die Relativabstände zweier Punkte i und j des Windfeldes, [Behrens 2004].

$$coh_{k_i, j}(f) = \exp \left(\frac{-2 \cdot f \cdot \sqrt{C_{k, \tilde{x}}^2 (\Delta \tilde{x})^2 + C_{k, \tilde{y}}^2 (\Delta \tilde{y})^2 + C_{k, \tilde{z}}^2 (\Delta \tilde{z})^2}}{\bar{U}_i + \bar{U}_j} \right) \quad (2.6)$$

Die Abklingfaktoren $C_{v, \tilde{z}}$ und $C_{u, \tilde{z}}$ sind in zahlreichen Naturmessungen am Mast Gartow II ermittelt worden [Nölle 1991, Telljohann 1998]. Die in den Berechnungen dieser Arbeit angesetzten Abklingfaktoren sind in Tabelle 2.2 angegeben. Die Werte orientieren sich, soweit möglich, an publizierten Naturmessungen aus unterschiedlichen Quellen, wobei die eingeklammerten Werte konservativ abgeschätzt wurden.

Für den hier betrachteten Fall homogener Turbulenz ist es im Rahmen baupraktischer Genauigkeit vertretbar, eine Phasendifferenz bei den Kreuzleistungsdichtespektren zu vernachlässigen [Lazaridis 1985, Peil u. Nölle 1995]. Im Rahmen dieser Studie wird lediglich eine Beschreibung der Phasenbeziehung entsprechend der *Taylor*-Hypothese für die \tilde{x} -Richtung berücksichtigt, vgl. Abschnitt 2.2.4.

2.2.4 Generierung turbulenter, korrelierter Windfelder

Die Generierung der Zeitreihen der Windgeschwindigkeiten kann sich allein auf den Schwankungsanteil der Windgeschwindigkeit beschränken. Die Mittelwerte werden anschließend auf Basis der Gleichung (2.1) addiert. Für die Aufgabe der Erzeugung von Datenreihen, die den in Absatz 2.2.3 beschriebenen statistischen Eigenschaften genügen, stehen eine Vielzahl von numerischen Verfahren zur Verfügung.

Die Methode der Wellenüberlagerung nach *Shinozuka* liefert beispielsweise Zeitschriebe, die grundsätzlich die gewünschten Vorgaben sehr gut beschreiben [Aas-Jakobsen u. Strømmeren 2001, Clobes 2008]. Sie kommt daher in dieser Untersuchung zur Anwendung.

Tabelle 2.2: Zusammenstellung von Abklingfaktoren $C_{k,r}$ der Kohärenz $coh(f)$

Turbulenzkomponente	Höhenbereich	Korrelationsrichtung		
		\tilde{x} (long.)	\tilde{y} (lat.)	\tilde{z} (vert.)
u	$z < 100\text{m}$	$3^{*\ddagger}$	$11^{*\circ}$	10^{\triangleleft}
	$100\text{m} < z < 150\text{m}$	3^*	(7)	6^{\triangleleft}
	$z > 150\text{m}$	3^*	(6)	5^{\triangleleft}
v	$z < 100\text{m}$	3^{\ddagger}	11^{\diamond}	7^{\triangleleft}
	$100\text{m} < z < 150\text{m}$	(6)	(10)	3^{\triangleleft}
	$z > 150\text{m}$	(6)	(9)	3^{\triangleleft}
w	$z < 50\text{m}$	1^{\ddagger}	11°	4^{\blacklozenge}
	$z > 50\text{m}$	(1)	(8)	(3)

Quellen: \circ [Kristensen u. Jensen 1979]; $*$ [Wang 1994]; \triangleleft [Telljohann 1998]
 \ddagger [Solari u. Piccardo 2001]; \diamond [Madugula 2002]; \blacklozenge [Chen u. a. 2007]

Wellenüberlagerung nach *Shinozuka*

Der Windgeschwindigkeits-Zeit-Verlauf im Knoten j ergibt sich beim Verfahren nach *Shinozuka* aus einem Kaskaden-Algorithmus nach Gleichung (2.7), bei dem ausgehend vom Prozess am Knoten $j = 1$, der einzig auf dessen Autoleistungsdichte basiert, alle Prozesse an den folgenden Knoten nacheinander durch Addition jeweils eines weiteren unabhängigen Prozesses generiert werden.

$$u_j(t) = \sum_{m=1}^j \sum_{n=1}^N |H_{jm}(f_n)| \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta f} \cdot \cos(2\pi f_n t + \Theta_{jm}(f_n) + \Phi_{mn}) \quad (2.7)$$

Hierbei sind $|H_{jm}(f)|$ die Amplituden der harmonischen Komponenten am Knoten j , welche aus der Spektraldichtematrix über eine *Cholesky*-Zerlegung gewonnen werden können. Die Elemente $H_{jm}(f)$ der Linksdreiecksmatrix $\mathbf{H}(f)$ müssen der Bedingung (2.8) genügen [Schuëller u. Shinozuka 1987, Shinozuka u. Jan 1972].

$$\mathbf{S}(f) = \mathbf{H}(f) \mathbf{H}^*(f)^T \quad (2.8)$$

In Gleichung (2.7) ist Δf der Frequenzabstand zwischen den diskreten Frequenzen f_n und f_{n+1} . Der Phasenwinkel Θ ergibt sich aus den komplexen Kreuzleistungsdichtespektren und kann mittels

$$\Theta_{jm} = \arctan \frac{\Im \{H_{jm}(f)\}}{\Re \{H_{jm}(f)\}} \quad (2.9)$$

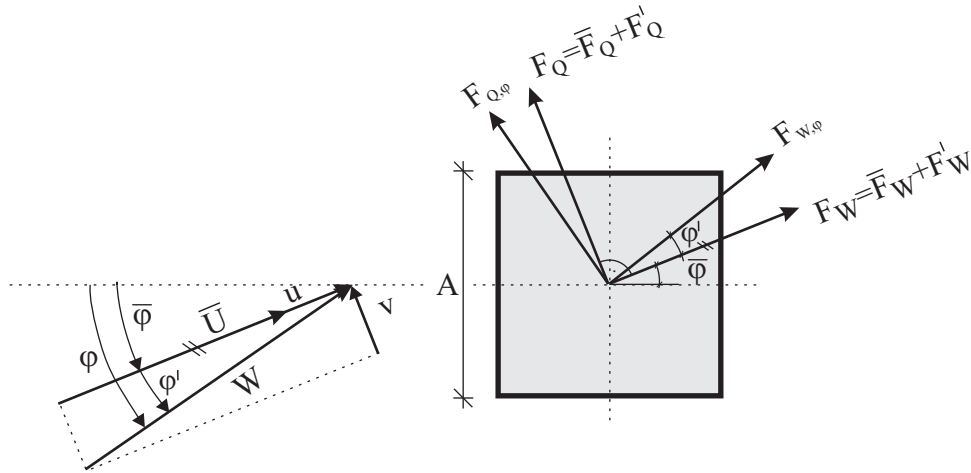


Abbildung 2.2: Windgeschwindigkeiten und -kräfte am Querschnitt des Mastschaftes

aus $H_{jm}(f)$ berechnet werden.

Die Spektraldichtematrix wird im Rahmen dieser Arbeit reell vorgegeben. Es wird lediglich ein Phasenwinkel von $\Theta = 2\pi f \Delta x / \bar{U}$ infolge der *Taylor'schen* Hypothese in Gleichung (2.7) berücksichtigt. Der Phasenwinkel $\Phi_{m,n}$ des m -ten Teilprozesses mit der Frequenz f_n im Knoten j ist eine gleichverteilte Zufallszahl zwischen 0 und 2π .

2.3 Beschreibung der Windlasten

Die Windkräfte nach quasistationärer Übertragungstheorie werden mit Gleichung (2.10) auf der nächsten Seite, beschrieben. Die vertikale Turbulenzkomponente $w(t)$ wird nur bei den Seilen abgespannter Tragwerke berücksichtigt.

Da in den Simulationen auch der Einfluss der lateralen Turbulenz $v(t)$ berücksichtigt werden soll und mit dieser turbulente Schwankungen der Windrichtungen um die mittlere Windrichtung verknüpft sind, genügt es nicht, die aerodynamischen Kraftbeiwerte lediglich für die Anströmrichtungen senkrecht und über Eck zum Beispiel der DIN 4131 zu entnehmen. Vielmehr muss der Beiwerteverlauf für den Windwiderstand C_W und den Winddrücken C_Q über den gesamten Winkelbereich bekannt sein. Für den Einzelfall lassen sich diese Beiwerteverläufe für Fachwerkgitterstrukturen mit Ein- und Anbauten zuverlässig nur über Windkanalversuche ermitteln.

Der Verlauf der aerodynamischen Kraftbeiwerte für die Fachwerkgitterstrukturen wird in den hier vorgestellten Berechnungen vereinfachend mittels eines in ESDU beschriebenen Verfahrens ermittelt. Dieses erlaubt eine Berechnung des funktionalen Zusammenhangs zwischen dem Windwinkel und der aerodynamischen Kraftbeiwerte für Widerstand und Quertrieb des Mastschaftes. Die aus einer Vielzahl von Windkanalversuchen abgeleiteten Diagramme erlauben zudem die Berücksichtigung von verschiedenen Ein- und Anbauten

2 Grundlagen der numerischen Untersuchungen

einschließlich der zugehörigen Verschattungseffekte und Exzentrizitäten, wobei jedoch eine Beeinflussung der Einbauten untereinander, wie zum Beispiel die Verschattung des Fahrstuhls durch den Kabelschacht, nicht berücksichtigt werden kann. Für einige Parameter werden zudem die statistischen Unsicherheiten angegeben. Die gesamte Vorgehensweise zur Berechnung der Kraftbeiwerte ist sehr aufwendig. Auf eine genauere Beschreibung wird an dieser Stelle verzichtet und auf [ESDU 1991b], [ESDU 1991c] sowie [ESDU 1991a] verwiesen. Dort sind auch die Grenzen der Anwendbarkeit des Verfahrens angegeben.

Für die kreiszylindrischen Schaftquerschnitten – wie bei den Rohrmantelmasten oder Schornsteinen – wird die *Reynoldszahl*-Abhängigkeit des Kraftbeiwertes von der Böenwindgeschwindigkeit berücksichtigt. Die Höhenabhängigkeit der Böenwindgeschwindigkeit wird dabei mit dem Profil der Geländekategorie II nach DIN 1055-4 beschrieben. Der Kraftbeiwert ist somit innerhalb der Zeitverlaufsreichungen konstant.

In den jeweiligen Kapiteln sind die berechneten Verläufe der aerodynamischen Kraftbeiwerte für den Mastchaft im Normalbereich und im Antennenfeld graphisch dargestellt, wie sie sich nach dem in ESDU beschriebenen Verfahren ergeben.

Die turbulenzinduzierten Windkräfte auf die Seile der abgespannten Tragwerke werden grundsätzlich mithilfe des aerodynamischen Kraftbeiwerts $C_W = 1,2$ berechnet. Windkräfte parallel zum Seil werden vernachlässigt.

Die in Richtung der mittleren Strömungsrichtung $\bar{\varphi}$ – berechnet aus der Vektorsumme aller zeitveränderlichen Windwinkel $\varphi(t)$ – zerlegten Komponenten der Windkraft werden als Windwiderstand $F_W(t)$ und -quertrieb $F_Q(t)$ bezeichnet. Diese berechnen sich beim quasistationären Windlastmodell zu

$$\begin{bmatrix} F_W(t) \\ F_Q(t) \end{bmatrix} = \frac{\rho}{2} \cdot W(t)^2 \cdot A_{ref} \begin{bmatrix} \cos(\varphi') & -\sin(\varphi') \\ \sin(\varphi') & \cos(\varphi') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_W(\varphi) \\ C_Q(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

wobei

$$W(t) = \sqrt{(\bar{U} + u(t))^2 + v(t)^2} \quad (2.11)$$

der aus den Turbulenzkomponenten resultierende Windvektor zum Zeitpunkt t ist. Zu den Bezeichnungen siehe Abbildung 2.2.

2.3.1 Untersuchte Windrichtungen

Für die angelenkten Schornsteine mit kreiszylindrischem Querschnitt muss nur eine Anströmrichtung untersucht werden.

Für die angespannten Masten mit Fachwerkgerüststrukturen sind nach E DIN 4131:2007-04 die in Abbildung 2.3 angegebenen Windrichtungen zu untersuchen. Die nichtlinearen Verläufe der aerodynamischen Kraftbeiwerte für die Fachwerkgerüststrukturen verlangen jedoch eine zusätzliche Berücksichtigung der Windrichtungen, bei denen die Kraftbeiwerten

2.4 Statistische Auswertung der Tragwerksantwort aus den Zeitverlaufsberechnungen

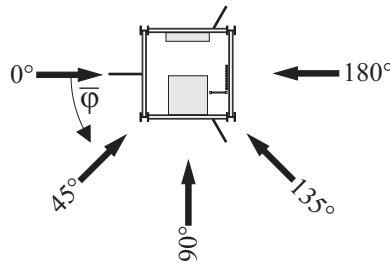


Abbildung 2.3: zu untersuchende Windrichtungen nach E DIN 4131:2007-04

C_W und C_Q extremal sind. Diese Beanspruchungen unter diesen Windrichtungen wurden zusätzlich berechnet.

2.4 Statistische Auswertung der Tragwerksantwort aus den Zeitverlaufsberechnungen

Bei einer Berechnung der Windbeanspruchung von Tragwerken im Zeitbereich basieren die generierten Zeitreihen der Windlasten auf den gleichen statistischen Parametern des Windfeldes wie beim Spektralverfahren. Ein einzelnes Ergebnis stellt jedoch lediglich eine Stichprobe aus der Grundgesamtheit aller innerhalb der Lebensdauer auftretenden Windlastprozesses mit den gleichen statistischen Parametern dar.

Wie eigene Untersuchungen gezeigt haben, kann die Momentanwertverteilung der Tragwerksantworten gut durch eine *Gauß*'sche Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion approximiert und die Extremwerte der Beanspruchung sicher aus einer einzelnen, 10 *min* repräsentierenden Berechnung ermittelt werden [Clobes 2008].

Der statistische Spitzenfaktor g wird aus dem Mittelwert der zugehörigen Extremwertverteilung berechnet [Petersen 2000]. Bei normalverteilter Grundgesamtheit und Approximation der Extremwerte mittels einer *Poisson*-Verteilung ergibt sich der in DIN 1055-4:2005-03 Gleichung (C.5) gegebene Ansatz

$$g = \sqrt{2 \cdot \ln(\psi \cdot T)} + \frac{\gamma}{\sqrt{2 \cdot \ln(\psi \cdot T)}} \quad (2.12)$$

mit $\gamma \dots$ Euler-Mascheroni-Konstante $\gamma \approx 0,5772$

2 Grundlagen der numerischen Untersuchungen

und

$$\psi = \frac{\sqrt{\int_0^{\infty} f^2 \cdot S_x(f) df}}{\sqrt{\int_0^{\infty} S_x(f) df}} = \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \quad (2.13)$$

Da in den untersuchten Fällen näherungsweise von einer normalverteilten Grundgesamtheit von $x(t)$ ausgegangen werden kann, gilt dies auch für die Zeitableitung $\dot{x}(t)$. Es ist damit aus Gründen der Vergleichbarkeit insbesondere mit den Ergebnissen aus dem Patch-Last-Verfahren angebracht, die Extremwerte aus den Zeitverlaufsberechnungen anhand der Gleichungen (2.12) bis (2.13) über die Standardabweichungen der zeitabhängigen Größen zu bestimmen.

3 Untersuchung angelenkter Schornsteine

3.1 Einleitung

Unter angelenkten Schornsteinen werden solche Tragwerke verstanden, die nicht durch Seilabspannungen in einer oder mehreren Höhen nachgiebig, sondern durch Anbindung an einem Bauwerk in einer Ebene starr gehalten sind. Dies ist eine häufig anzutreffende Konstruktion, da die Schornsteine überwiegend in unmittelbarer Nachbarschaft zu Kesselhäusern oder ähnlichen starren Bauwerken errichtet werden und so seitliche Stützungen kostengünstig realisiert werden können.

Tatsächlich muss man erwarten, dass ein benachbartes Gebäude auch die Umströmung des Schornsteins signifikant beeinflusst. Untersuchungen, die eine Beeinflussung der Böenbeanspruchung durch das benachbarte Bauwerk beinhalten, liegen nach unserer Kenntnis nicht vor. In diesen Untersuchungen konnte dieser Aspekt deshalb nicht berücksichtigt werden. Es wurde deshalb auch für die angelenkten Schornsteine eine freie An- und Umströmung unterstellt.

Die Eigenschaften des Windfeldes entsprechen Tabelle 2.1 auf Seite 16. Die Windprofile für die longitudinale Windgeschwindigkeit und die longitudinale Turbulenz werden DIN 1055-4:2005-03 für Windzone 2 und Geländekategorie II entnommen. Dies gilt für alle untersuchten Schornsteine.

3.2 Schornstein I, 40 m

3.2.1 Systemdaten

Der erste untersuchte Stahlschornstein besitzt einen kreiszylindrischen Querschnitt mit 0,5 m Durchmesser. Das Tragwerk wird in 15 m Höhe an einem benachbarten Bauwerk starr gestützt und krägt darüber 25 m aus.

Tabelle 3.1: Querschnittswerte der Biegeelemente zur Beschreibung Schornsteinschafts

Abschnitt z [m]	Fläche A [m ²]	Trägheitsmoment $I_y = I_z$ [m ⁴]	Schubflächenbeiwert $\alpha_{sy} = \alpha_{sz}$ [%]	Elastizitätsmodul E [$\frac{kN}{cm^2}$]	Schubmodul G [$\frac{kN}{cm^2}$]	Masse m [$\frac{t}{m}$]
0-39	0,00623	0,0001917	0	21000	8100	0,086
39-40	0,00623	0,0001917	0	21000	8100	0,206

3.2.2 Eigenfrequenzen und -formen

In Abbildung 3.1 sind die ersten vier Eigenformen des Schornsteins dargestellt. Wegen der Tragwerksymmetrie treten die Eigenformen paarweise auf.

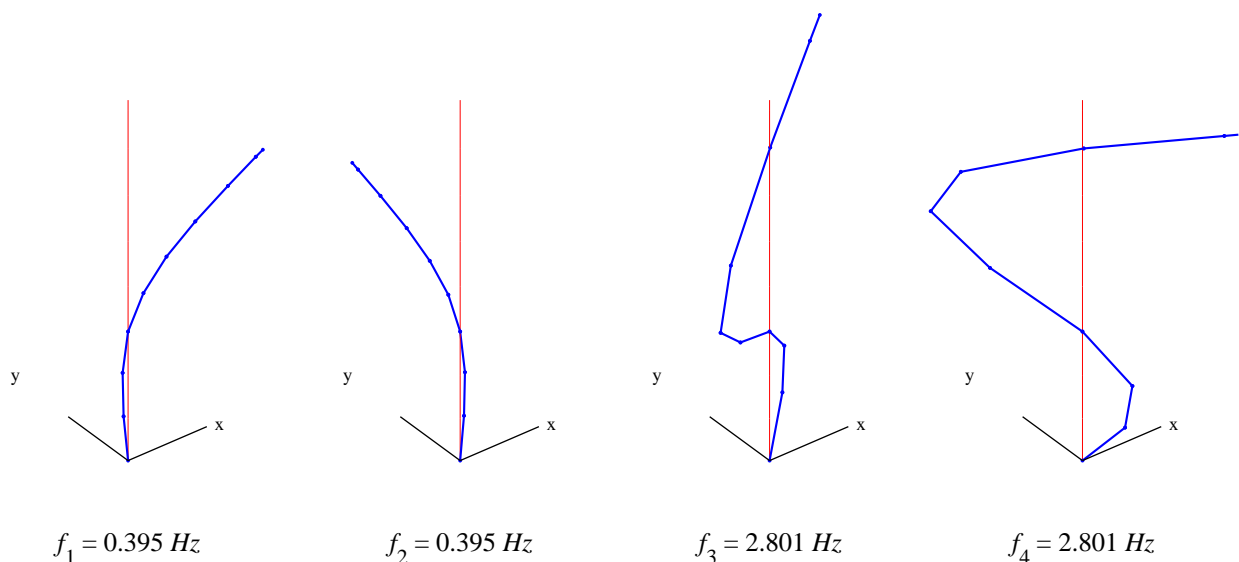


Abbildung 3.1: Unterste vier Eigenformen für den angelenkten Schornstein

3.2.3 Überprüfung der Abgrenzungskriterien

Abgrenzungskriterium 1

$$\beta_s \longrightarrow 0 \quad (3.1)$$

Der Schornstein erfüllt das Kriterium 2 mit

$$Q = \frac{1}{30} \sqrt[3]{\frac{H \cdot v_H}{D_0}} \cdot \sqrt{\frac{m_0}{H \cdot R}} = \frac{1}{30} \sqrt[3]{\frac{40 \cdot 31,2}{0,5}} \cdot \sqrt{\frac{89}{40 \cdot 0,38}} = 1,09 > 1 \quad (3.2)$$

knapp nicht mehr. Der Schornstein dürfte damit nicht mit dem Patch-Last-Verfahren berechnet werden. Wegen der geringen Überschreitung wird das Patch-Last-Verfahren trotzdem angewandt.

3.2.4 Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt

Entsprechend dem Entwurf der DIN 4131 wird der Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt des Tragwerks ermittelt.

Nachfolgend wird für den überkragenden Teil der Böenreaktionsfaktor ermittelt. Hierbei ist zu beachten, dass die Bezeichnung der Strömungskomponenten nicht wie in DIN 1055-4, sondern entsprechen der Erläuterungen nach Abschnitt 2.2 erfolgt.

Frequenz der Grundschwingung

$$n_{1,x} = 0,395 \text{ Hz} \quad \text{vgl. Abbildung 3.1} \quad (3.3)$$

Als Referenzhöhe wird die Höhe der Zwischenhalterung über Grund plus 60 % der Höhe des überkragenden Abschnittes angesetzt (vgl. DIN 1055-4:2005-03 Bild C.1).

$$z_e = 15 \text{ m} + 0,6 \cdot 25 \text{ m} = 30 \text{ m} \quad (3.4)$$

Die Parameter der Windströmung in der Referenzhöhe ergeben sich entsprechend DIN 1055-4:2005-03 Anhang B zu

$$\bar{U}_{ze} = 29,8 \text{ m/s} \quad (3.5)$$

$$I_{u,ze} = 0,159 \quad (3.6)$$

$$L_{ux,ze} = 165 \text{ m} \quad (3.7)$$

Böengrundanteil (DIN 1055-4:2005-03 Gl.(C.10))

$$Q_0^2 = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot \left(\frac{0,5 \text{ m} + 25 \text{ m}}{165 \text{ m}}\right)^{0,63}} = 0,783 \quad (3.8)$$

3 Untersuchung angelenkter Schornsteine

bezogene Frequenz (DIN 1055-4:2005-03 Gl.(C.13))

$$N_{1,x} = \frac{0,395 \cdot 165}{29,8} = 2,21 \quad (3.9)$$

dimensionslose spektrale Dichte der Windturbulenz (DIN 1055-4:2005-03 Gl.(C.12))

$$R_N = \frac{6,8 \cdot 2,21}{(1 + 10,2 \cdot 2,21)^{5/3}} = 0,077 \quad (3.10)$$

aerodynamische Übertragungsfunktion (DIN 1055-4:2005-03 Gl.(C.14) bis Gl.(C.16))

$$\eta_h = 4,6 \cdot \frac{2,21 \cdot 25 \text{ m}}{165 \text{ m}} = 1,54 \quad \rightarrow \quad R_h = 0,448 \quad (3.11)$$

$$\eta_b = 4,6 \cdot \frac{2,21 \cdot 0,5 \text{ m}}{165 \text{ m}} = 0,03 \quad \rightarrow \quad R_b = 0,980 \quad (3.12)$$

logarithmisches Dämpfungsdekrement (vgl. DIN 4131:2007-04 Entwurf A.3.3.3.1)

$$\delta = 0,1 \quad (3.13)$$

Resonanz-Antwortanteil (DIN 1055-4:2005-03 Gl.(C.11))

$$R_x^2 = \frac{\pi^2}{2 \cdot 0,1} \cdot 0,077 \cdot 0,448 \cdot 0,980 = 1,681 \quad (3.14)$$

Erwartungswert der Frequenz der Böenreaktion (DIN 1055-4:2005-03 Gl.(C.6) bis Gl.(C.8))

$$S = 0,46 \cdot \frac{0,5 \text{ m} \cdot 25 \text{ m}}{165 \text{ m}} + 10,58 \cdot \sqrt{\frac{0,5 \text{ m} \cdot 25 \text{ m}}{165 \text{ m}}} = 0,298 \quad (3.15)$$

$$\nu_{E0} = \frac{29,8 \text{ m/s}}{165 \text{ m}} \cdot \frac{1}{1,11 \cdot 0,298^{0,615}} = 0,343 \text{ Hz} \quad (3.16)$$

$$\nu_E = \sqrt{\frac{0,343^2 \cdot 0,783 + 0,40^2 \cdot 1,681}{0,783 + 1,681}} = 0,383 \text{ Hz} \quad (3.17)$$

statistischer Spitzenfaktor (DIN 1055-4:2005-03 Gl.(C.5))

$$g = \sqrt{2 \cdot \ln(0,383 \cdot 600)} + \frac{0,6}{\sqrt{2 \cdot \ln(0,383 \cdot 600)}} = 3,48 \quad (3.18)$$

Böenreaktionsfaktor (DIN 1055-4:2005-03 Gl.(C.4))

$$G = 1 + 2 \cdot 3,48 \cdot 0,159 \sqrt{0,783 + 1,681} = 2,74 \quad (3.19)$$

3.2.5 Schnittgrößen

In Abbildung 3.2 sind die extremalen Biegemomente M_y (Biegeachse senkrecht zur Windrichtung) und M_x (Biegeachse parallel zur Windrichtung) graphisch dargestellt. Abbildung 3.3 enthält die zugehörigen Querkräfte.

Die roten Linien zeigen die Ergebnisse aus einer Berechnung mittels des Patch-Last-Verfahrens, wenn kein Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Teil angesetzt wird, sondern die Böenwindlast auf Basis der Böenstaudrücke ermittelt wird. Die blauen Linien zeigen das Ergebnis des Patch-Last-Verfahrens mit dem Böenreaktionsfaktor nach Abschnitt 3.2.4. Die grünen Linien zeigen die Extremwerte der dynamischen Zeitverlaufsberechnungen.

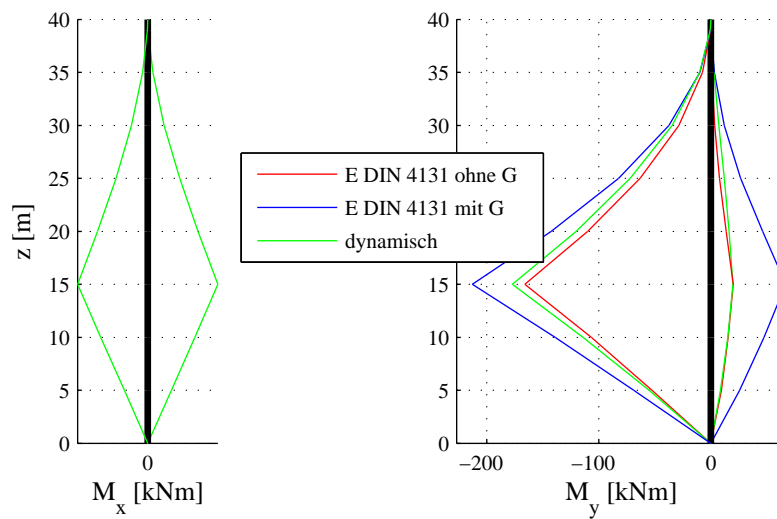


Abbildung 3.2: Biegemomente im Schaft

Tabelle 3.2: Schornstein I: Extremwerte der Biegemomente in kNm

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
M_x	max	63	0	0
	min	-63	0	0
M_y	max	20	20	68
	min	-177	-166	-213

3.2.6 Zusammenfassung

Der Schornstein kragt mit 25 m deutlich mehr als 50 % des Nachbarfeldes (7,5 m) aus. Trotzdem unterschätzt eine Patch-Last-Berechnung ohne Böenreaktionsfaktor das Moment

3 Untersuchung angelenkter Schornsteine

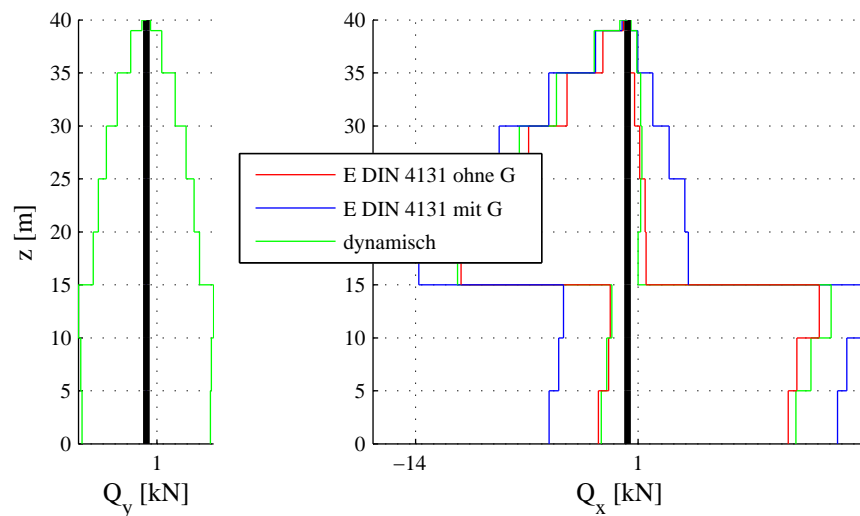


Abbildung 3.3: Querkräfte im Schaft

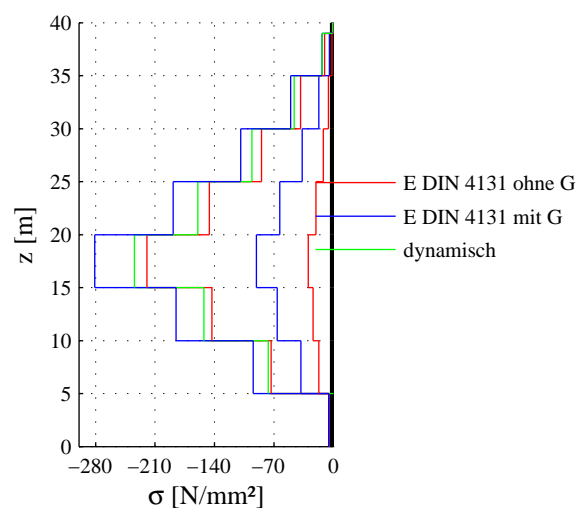


Abbildung 3.4: Normalspannungen

M_y in Hauptwindrichtung lediglich um 6 %. Eine Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors führt indes zu einer Überschätzung der Beanspruchung um 20 %.

Neben den Schnittgrößen erlaubt die Normalspannung, eine genauere Aussage über die Beanspruchungsunterschiede zu treffen. Die Ermittlung der Normalspannung erfolgt auf der Ebene der Zeitreihen. Dadurch werden nur zeitgleich wirkende Anteile überlagert, was eine konservative Überlagerung aller Extrema ausschließt.

Im Vergleich zur dynamischen Berechnung unterschätzt eine Patch-Last-Berechnung ohne Böenreaktionsfaktor die Normalspannung σ um 6 %. Mit Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors wird die Normalspannung um 20 % überschätzt.

3.2 Schornstein I, 40 m

Eine Verwendung des Böenreaktionsfaktors G und eine Berechnung der Lasten nach Gleichung (1.3) für den überkragenen Teil des Schornsteins liegt demnach auf sicherer Seite, ist aber recht konservativ.

3.3 Schornstein II, 55 m

3.3.1 Systemdaten

Der zweite untersuchte Stahlschornstein besitzt einen kreiszylindrischen Querschnitt mit 1,4 m Durchmesser. Das Tragwerk wird in 35 m Höhe an einem benachbarten Bauwerk starr gestützt und kragt darüber 20 m aus.

Tabelle 3.3: Querschnittswerte der Biegeelemente zur Beschreibung Schornsteinschafts

Abschnitt z [m]	Fläche A [m ²]	Trägheits- moment $I_y = I_z$ [m ⁴]	Schubflächen- beiwert $\alpha_{sy} = \alpha_{sz}$ [%]	Elastizitäts- modul E [$\frac{kN}{cm^2}$]	Schub- modul G [$\frac{kN}{cm^2}$]	Masse m [$\frac{t}{m}$]
0-55	0,022	0,0053	0	21000	8100	0,247

Wie in Abschnitt 3.3.2 zu sehen, liegen die Eigenfrequenzen verglichen mit dem Schornstein I sehr hoch, wobei sich die Frage stellt, ob für solch hohe Frequenzen der Grundschwingung noch Resonanzüberhöhungen infolge Windböen erwartet werden können.

3.3.2 Eigenfrequenzen und -formen

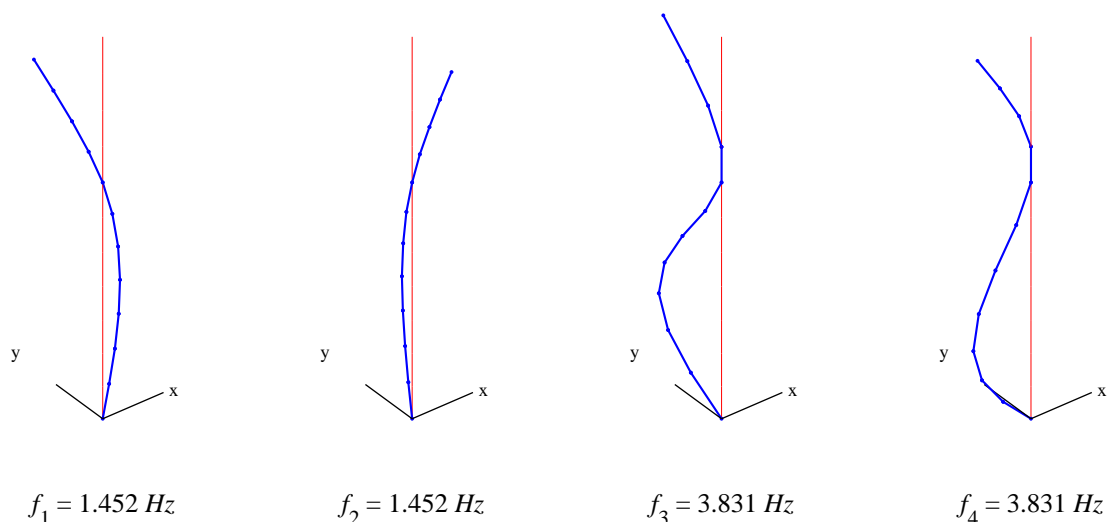


Abbildung 3.5: Unterste vier Eigenformen für den angelenkten Schornstein

3.3.3 Überprüfung der Abgrenzungskriterien

$$\beta_s \longrightarrow 0 \quad (3.20)$$

$$Q = \frac{1}{30} \sqrt[3]{\frac{H \cdot v_H}{D_0}} \cdot \sqrt{\frac{m_0}{H \cdot R}} = \frac{1}{30} \sqrt[3]{\frac{55 \cdot 32,8}{1,4}} \cdot \sqrt{\frac{247}{55 \cdot 0,38}} = 0,79 < 1 \quad (3.21)$$

Für diesen Schornstein ist die Anwendung des *Patch-Last*-Verfahrens nach DIN 4131:2007-04 Entwurf zulässig.

3.3.4 Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt

Frequenz der Grundschiwingung

$$n_{1,x} = 1,45 \text{ Hz} \quad \text{vgl. Abbildung 3.5} \quad (3.22)$$

Referenzhöhe

$$z_e = 35 \text{ m} + 0,6 \cdot 20 \text{ m} = 47 \text{ m} \quad (3.23)$$

Die Parameter der Windströmung in der Referenzhöhe ergeben sich entsprechend DIN 1055-4 zu

$$\bar{U}_{ze} = 32,0 \text{ m/s} \quad (3.24)$$

$$I_{u,ze} = 0,148 \quad (3.25)$$

$$L_{ux,ze} = 185 \text{ m} \quad (3.26)$$

Böengrundanteil

$$Q_0^2 = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot \left(\frac{1,4 \text{ m} + 20 \text{ m}}{185 \text{ m}}\right)^{0,63}} = 0,812 \quad (3.27)$$

bezogene Frequenz

$$N_{1,x} = \frac{1,45 \cdot 185}{32,0} = 8,39 \quad (3.28)$$

dimensionslose spektrale Dichte der Windturbulenz

$$R_N = \frac{6,8 \cdot 8,39}{(1 + 10,2 \cdot 8,39)^{5/3}} = 0,034 \quad (3.29)$$

3 Untersuchung angelenkter Schornsteine

aerodynamische Übertragungsfunktion

$$\eta_h = 4,6 \cdot \frac{8,39 \cdot 20 \text{ m}}{185 \text{ m}} = 4,17 \quad \rightarrow \quad R_h = 0,211 \quad (3.30)$$

$$\eta_b = 4,6 \cdot \frac{8,39 \cdot 1,4 \text{ m}}{185 \text{ m}} = 0,29 \quad \rightarrow \quad R_b = 0,831 \quad (3.31)$$

logarithmisches Dämpfungsdekrement

$$\delta = 0,1 \quad (3.32)$$

Resonanz-Antwortanteil

$$R_x^2 = \frac{\pi^2}{2 \cdot 0,1} \cdot 0,034 \cdot 0,211 \cdot 0,831 = 0,292 \quad (3.33)$$

Erwartungswert der Frequenz der Böenreaktion

$$S = 0,46 \cdot \frac{1,4 \text{ m} \cdot 20 \text{ m}}{185 \text{ m}} + 10,58 \cdot \sqrt{\frac{1,4 \text{ m} \cdot 20 \text{ m}}{185 \text{ m}}} = 0,355 \quad (3.34)$$

$$\nu_{E0} = \frac{32,0 \text{ m/s}}{185 \text{ m}} \cdot \frac{1}{1,11 \cdot 0,355^{0,615}} = 0,294 \text{ Hz} \quad (3.35)$$

$$\nu_E = \sqrt{\frac{0,294^2 \cdot 0,812 + 1,45^2 \cdot 0,292}{0,812 + 0,292}} = 0,787 \text{ Hz} \quad (3.36)$$

statistischer Spitzenfaktor

$$g = \sqrt{2 \cdot \ln(0,787 \cdot 600)} + \frac{0,6}{\sqrt{2 \cdot \ln(0,787 \cdot 600)}} = 3,68 \quad (3.37)$$

Böenreaktionsfaktor

$$G = 1 + 2 \cdot 3,68 \cdot 0,148 \sqrt{0,812 + 0,292} = 2,15 \quad (3.38)$$

3.3.5 Schnittgrößen

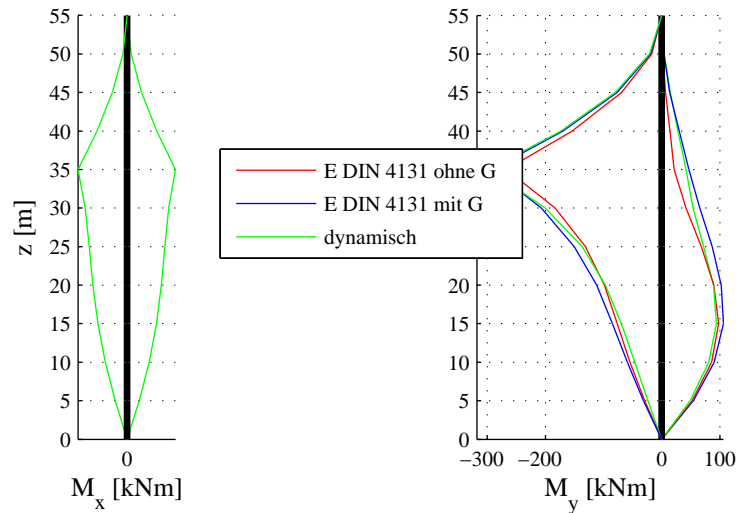


Abbildung 3.6: Biegemomente im Schaft

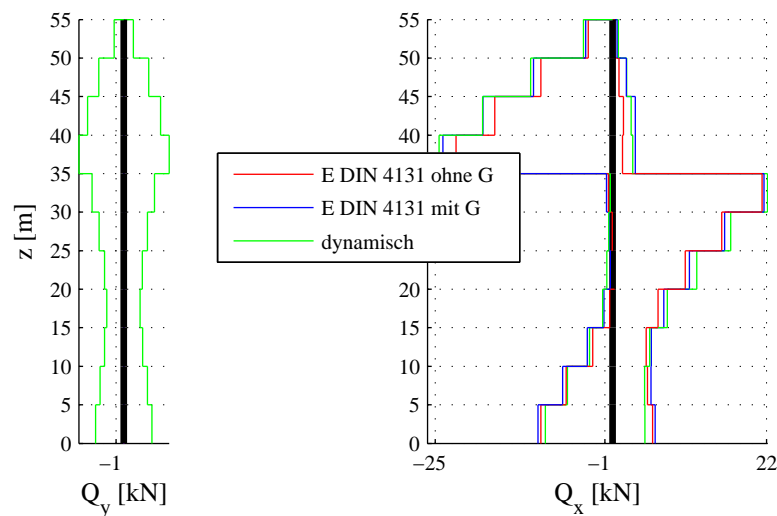


Abbildung 3.7: Querkräfte im Schaft

3.3.6 Zusammenfassung

Der Schornstein krägt mit 20 m etwas mehr als 50 % des Nachbarfeldes (17,5 m) aus. Die niedrigste Eigenfrequenz liegt mit $f_1 = 1,45 \text{ Hz}$ außerhalb des Bereiches hoher Turbulenzenenergie. Der Böenreaktionsfaktor liegt deshalb mit $G = 2,1$ in ähnlicher Größenordnung wie der Böenfaktor $q/q_m = 2,14$.

3 Untersuchung angelenkter Schornsteine

Tabelle 3.4: Schornstein II: Extremwerte der Biegemomente in kNm

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
M _x	max	71	0	0
	min	-72	0	0
M _y	max	74	98	106
	min	-298	-267	-293

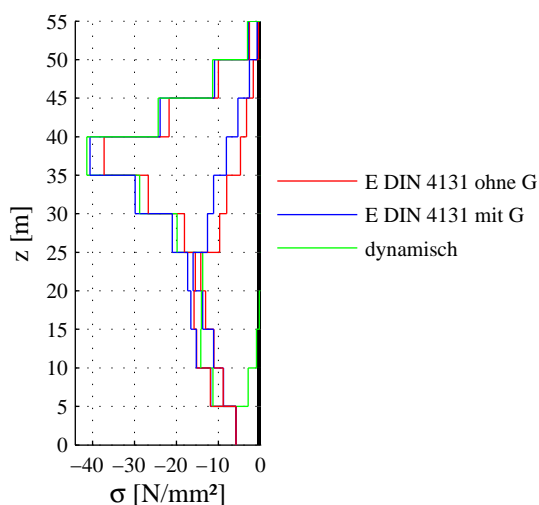


Abbildung 3.8: Normalspannungen

Bezogen auf das Moment M_y in Hauptwindrichtung unterschätzt eine Patch-Last-Berechnung ohne Böenreaktionsfaktor die Beanspruchung um 11 %. Eine Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors führt indes zu einer Übereinstimmung der Beanspruchung M_y . Die Unterschätzung liegt lediglich bei 2 %.

Im Vergleich zur dynamischen Berechnung unterschätzt eine Patch-Last-Berechnung ohne Böenreaktionsfaktor die Normalspannung σ um 11 %. Mit Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors stimmt die Normalspannung nahezu mit dynamischen Berechnung überein. Die leichte Unterschätzung beträgt lediglich 2 %.

Eine Verwendung des Böenreaktionsfaktors G und eine Berechnung der Lasten nach Gleichung (1.3) für den überkragenen Teil des Schornsteins ergibt Beanspruchungen, die gut mit den genaueren dynamischen Berechnungen übereinstimmen.

3.4 Schornstein III, 75 m

3.4.1 Systemdaten

Der dritte untersuchte Stahlschornstein besitzt einen kreiszylindrischen Querschnitt mit 1,9 m Durchmesser. Das Tragwerk wird in 27 m Höhe an einem benachbarten Bauwerk starr gestützt und krägt darüber 48 m aus.

Tabelle 3.5: Querschnittswerte der Biegeelemente zur Beschreibung Schornsteinschafts

Abschnitt z [m]	Fläche A [m ²]	Trägheits- moment $I_y = I_z$ [m ⁴]	Schubflächen- beiwert $\alpha_{sy} = \alpha_{sz}$ [%]	Elastizitäts- modul E [$\frac{kN}{cm^2}$]	Schub- modul G [$\frac{kN}{cm^2}$]	Masse m [$\frac{t}{m}$]
0-4	0,0357	0,016	0	21000	8100	0,2859
4-10	0,0476	0,0213	0	21000	8100	0,3807
10-17	0,0476	0,0213	0	21000	8100	0,3807
17-22	0,0594	0,0265	0	21000	8100	0,4754
22-27	0,0712	0,0317	0	21000	8100	0,5699
27-32	0,0712	0,0317	0	21000	8100	0,5699
32-35	0,0594	0,0265	0	21000	8100	0,4754
35-41	0,0594	0,0265	0	21000	8100	0,4754
41-47	0,0476	0,0213	0	21000	8100	0,3807
47-55	0,0476	0,0213	0	21000	8100	0,3807
55-60	0,0357	0,016	0	21000	8100	0,2859
60-65	0,0357	0,016	0	21000	8100	0,2859
65-70	0,0357	0,016	0	21000	8100	0,2859
70-75	0,0357	0,016	0	21000	8100	0,2859

3 Untersuchung angelenkter Schornsteine

3.4.2 Eigenfrequenzen und -formen

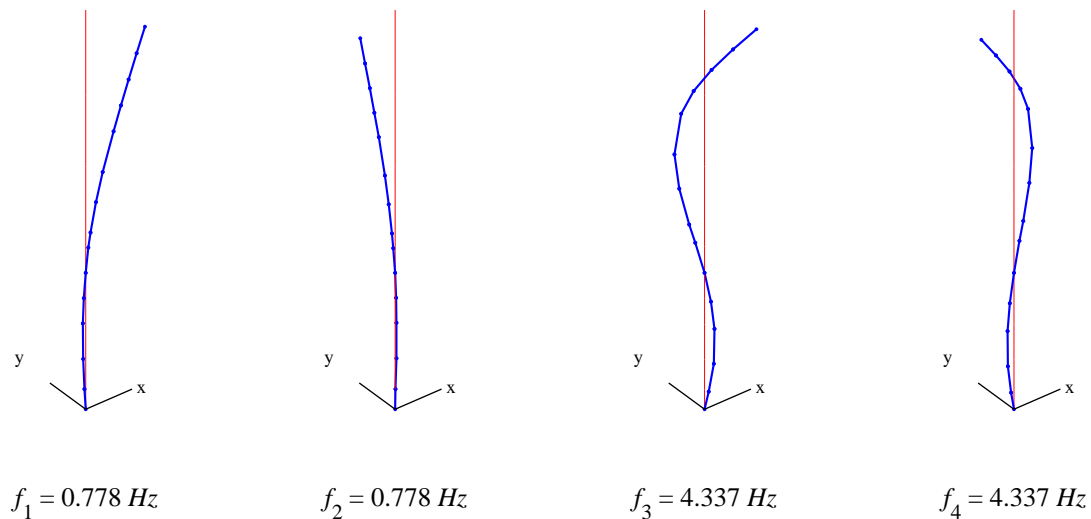


Abbildung 3.9: Unterste vier Eigenformen für den angelenkten Schornstein

3.4.3 Überprüfung der Abgrenzungskriterien

$$\beta_s \longrightarrow 0 \quad (3.39)$$

$$Q = \frac{1}{30} \sqrt[3]{\frac{H \cdot v_H}{D_0}} \cdot \sqrt{\frac{m_0}{H \cdot R}} = \frac{1}{30} \sqrt[3]{\frac{55 \cdot 34,5}{1,9}} \cdot \sqrt{\frac{393}{75 \cdot 1,28}} = 0,75 < 1 \quad (3.40)$$

Für diesen Schornstein ist die Anwendung des *Patch-Last*-Verfahrens nach DIN 4131:2007-04 Entwurf zulässig.

3.4.4 Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt

Frequenz der Grundschwingung

$$n_{1,x} = 0,78 \text{ Hz} \quad \text{vgl. Abbildung 3.9} \quad (3.41)$$

Referenzhöhe

$$z_e = 27 \text{ m} + 0,6 \cdot 48 \text{ m} = 55,8 \text{ m} \quad (3.42)$$

Die Parameter der Windströmung in der Referenzhöhe ergeben sich entsprechend DIN 1055-4 zu

$$\bar{U}_{ze} = 32,9 \text{ m/s} \quad (3.43)$$

$$I_{u,ze} = 0,144 \quad (3.44)$$

$$L_{ux,ze} = 194 \text{ m} \quad (3.45)$$

Böengrundanteil

$$Q_0^2 = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot \left(\frac{1,9 \text{ m} + 48 \text{ m}}{194 \text{ m}}\right)^{0,63}} = 0,723 \quad (3.46)$$

bezogene Frequenz

$$N_{1,x} = \frac{0,78 \cdot 194}{32,9} = 4,59 \quad (3.47)$$

dimensionslose spektrale Dichte der Windturbulenz

$$R_N = \frac{6,8 \cdot 4,59}{(1 + 10,2 \cdot 4,59)^{5/3}} = 0,050 \quad (3.48)$$

aerodynamische Übertragungsfunktion

$$\eta_h = 4,6 \cdot \frac{4,59 \cdot 48 \text{ m}}{194 \text{ m}} = 5,23 \quad \rightarrow \quad R_h = 0,173 \quad (3.49)$$

$$\eta_b = 4,6 \cdot \frac{4,59 \cdot 1,9 \text{ m}}{194 \text{ m}} = 0,207 \quad \rightarrow \quad R_b = 0,875 \quad (3.50)$$

logarithmisches Dämpfungsdekrement

$$\delta = 0,1 \quad (3.51)$$

Resonanz-Antwortanteil

$$R_x^2 = \frac{\pi^2}{2 \cdot 0,1} \cdot 0,050 \cdot 0,173 \cdot 0,875 = 0,370 \quad (3.52)$$

3 Untersuchung angelenkter Schornsteine

Erwartungswert der Frequenz der Böenreaktion

$$S = 0,46 \cdot \frac{1,9 \text{ m} \cdot 48 \text{ m}}{194 \text{ m}} + 10,58 \cdot \sqrt{\frac{1,9 \text{ m} \cdot 48 \text{ m}}{194 \text{ m}}} = 0,640 \quad (3.53)$$

$$\nu_{E0} = \frac{32,9 \text{ m/s}}{194 \text{ m}} \cdot \frac{1}{1,11 \cdot 0,640^{0,615}} = 0,201 \text{ Hz} \quad (3.54)$$

$$\nu_E = \sqrt{\frac{0,201^2 \cdot 0,723 + 0,78^2 \cdot 0,370}{0,723 + 0,370}} = 0,482 \text{ Hz} \quad (3.55)$$

statistischer Spitzenfaktor

$$g = \sqrt{2 \cdot \ln(0,482 \cdot 600)} + \frac{0,6}{\sqrt{2 \cdot \ln(0,482 \cdot 600)}} = 3,55 \quad (3.56)$$

Böenreaktionsfaktor

$$G = 1 + 2 \cdot 3,55 \cdot 0,144 \sqrt{0,723 + 0,370} = 2,07 \quad (3.57)$$

3.4.5 Schnittgrößen

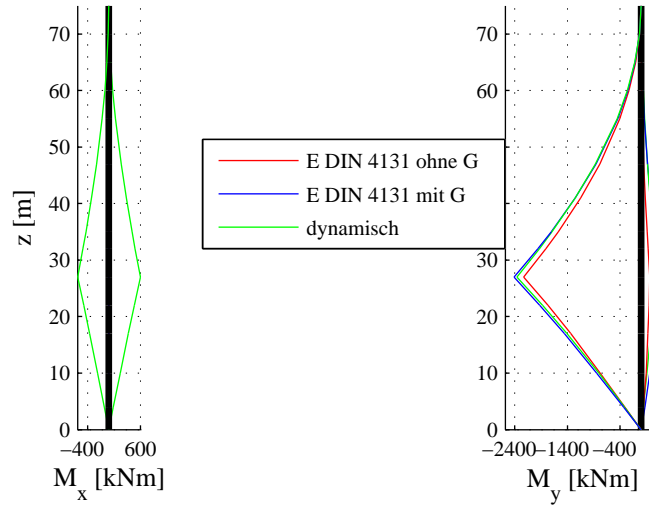


Abbildung 3.10: Biegemomente im Schaft

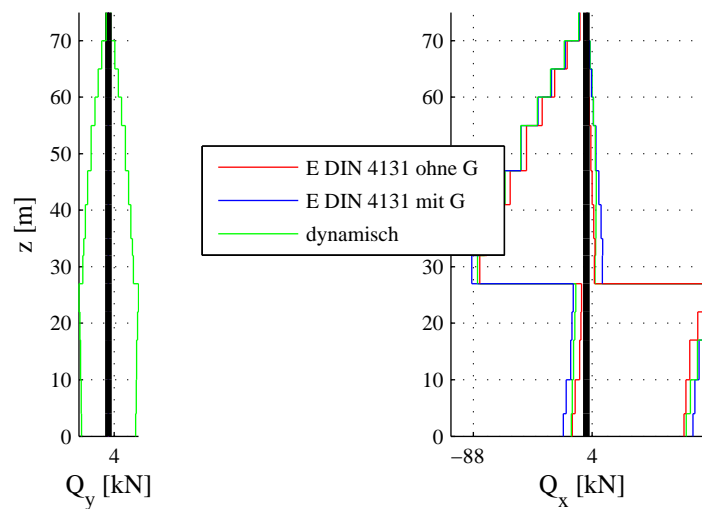


Abbildung 3.11: Querkräfte im Schaft

3.4.6 Zusammenfassung

Der Schornstein krägt mit 48 m mehr als das doppelte der Länge des Nachbarfeldes aus. Es war zu erwarten, dass das Tragverhalten dieses angelenkten Schornsteins dem eines frei auskragenden Schornsteins ähnlich ist.

3 Untersuchung angelenkter Schornsteine

Tabelle 3.6: Schornstein III: Extremwerte der Biegemomente in kNm

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
M _x	max	600	0	0
	min	-587	0	0
M _y	max	266	166	354
	min	-2360	-2228	-2415

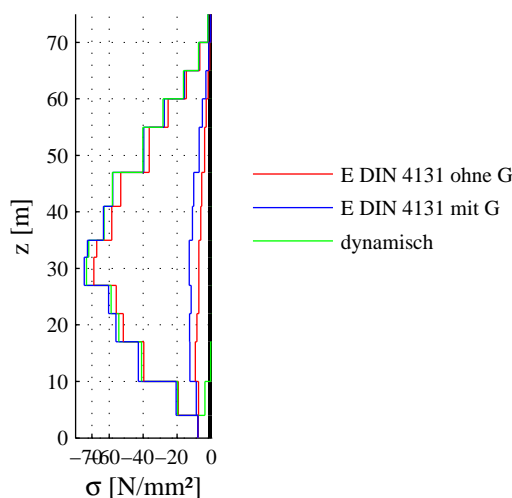


Abbildung 3.12: Normalspannungen

Tatsächlich liegt die Patch-Last-Berechnung mit Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors nur 2 % oberhalb des Ergebnisses der genaueren dynamischen Berechnung. Eine Patch-Last-Berechnung ohne Böenreaktionsfaktor, also auf Basis von Windlasten auf das überkragende Ende nach Gleichung (1.2), unterschätzt die Beanspruchung M_y in Hauptwindrichtung um 6 %.

Im Vergleich zur dynamischen Berechnung unterschätzt eine Patch-Last-Berechnung ohne Böenreaktionsfaktor die Normalspannung σ um 6 %. Mit Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors stimmt die Normalspannung nahezu mit dynamischen Berechnung überein. Die leichte Überschätzung beträgt lediglich 2 %.

Eine Verwendung des Böenreaktionsfaktors G und eine Berechnung der Lasten nach Gleichung (1.3) für den überkragenden Teil des Schornsteins ergibt Beanspruchungen, die sehr gut mit den genaueren dynamischen Berechnungen übereinstimmen.

4 Untersuchung abgespannter Maste

4.1 Einleitung

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse einer rechnerischen Untersuchung des Tragverhaltens von vier abgespannten Masten vorgestellt. Die Tragwerke sind zwischen 205 und 300 *m* hoch und zu drei Seiten in drei oder vier Ebenen abgespannt.

Die verwendeten Querschnittswerte und Vorspannungen der Seile sowie die vorhandenen Ein- und Anbauten orientieren sich an ausgeführten Tragwerken.

Die Eigenschaften des Windfeldes entsprechen Tabelle 2.1 auf Seite 16. Die Windprofile für die longitudinale Windgeschwindigkeit und die longitudinale Turbulenz werden DIN 1055-4:2005-03 für Windzone 1 (Mast II) bzw. Windzone 2 (Mast I, III und IV) und Geländekategorie II entnommen. Die gewählte Geländekategorie gilt für alle untersuchten Maste.

4.2 Mast I, 205 m

4.2.1 Systemdaten

In Abbildung 4.1 ist das System für die rechnerische Behandlung des 205 m hohen Mast I dargestellt. Der Mast ist in vier Ebenen nach drei Seiten abgespannt. Der Mastschaft ist ein kreiszylindrischer Querschnitt mit einem Durchmesser von 1,2 m. Ab der Höhenkote 186 m besteht der Mastschaft aus einer 19 m hohen Antenne mit quadratischem Querschnitt $b = 0,67m$.

In Abbildung 4.2(a) und 4.2(b) sind die verwendeten Verläufe der aerodynamischen Kraftbeiwerte beispielhaft für ausgewählte Abschnitte des Mastschaftes dargestellt. In den Abschnitten 3, 4, 6, 8, 10, 12, 14 und 16 befinden sich Außenbauten am Rohrmantelmast.

Tabelle 4.1: Querschnittswerte der Biegeelemente zur Beschreibung des Mastschaftes

Abschnitt z [m]	Fläche A [m ²]	Trägheits- moment $I_y = I_z$ [m ⁴]	Schubflächen- beiwert $\alpha_{sy} = \alpha_{sz}$ [-]	Elastizitäts- modul E [$\frac{kN}{cm^2}$]	Schub- modul G [$\frac{kN}{cm^2}$]	Masse m [$\frac{t}{m}$]
0-5	0,0262	0,0047	0,5306	21000	8100	0,3001
5-39	0,0225	0,0040	0,5306	21000	8100	0,3102
39-40	0,0225	0,0040	0,5306	21000	8100	4,5502
40-54	0,0225	0,0040	0,5306	21000	8100	0,3502
54-80	0,0225	0,0040	0,5306	21000	8100	0,3002
80-81	0,0225	0,0040	0,5306	21000	8100	2,8202
81-91	0,0225	0,0040	0,5306	21000	8100	0,3002
91-96	0,0225	0,0040	0,5306	21000	8100	0,5302
96-106	0,0225	0,0040	0,5306	21000	8100	0,3002
106-118	0,0225	0,0040	0,5306	21000	8100	0,4602
118-122	0,0225	0,0040	0,5306	21000	8100	0,2702
122-123	0,0262	0,0047	0,5306	21000	8100	0,7201
123-153	0,0262	0,0047	0,5306	21000	8100	0,3001
153-178	0,0262	0,0047	0,5306	21000	8100	0,4501
178-182	0,0262	0,0047	0,5306	21000	8100	0,3001
182-183	0,0262	0,0047	0,5306	21000	8100	0,7201
183-186	0,0262	0,0047	0,5306	21000	8100	0,3001
186-195	0,0264	0,0019	0,4355	21000	8100	0,3114
195-205	0,0159	0,0012	0,4355	21000	8100	0,2576

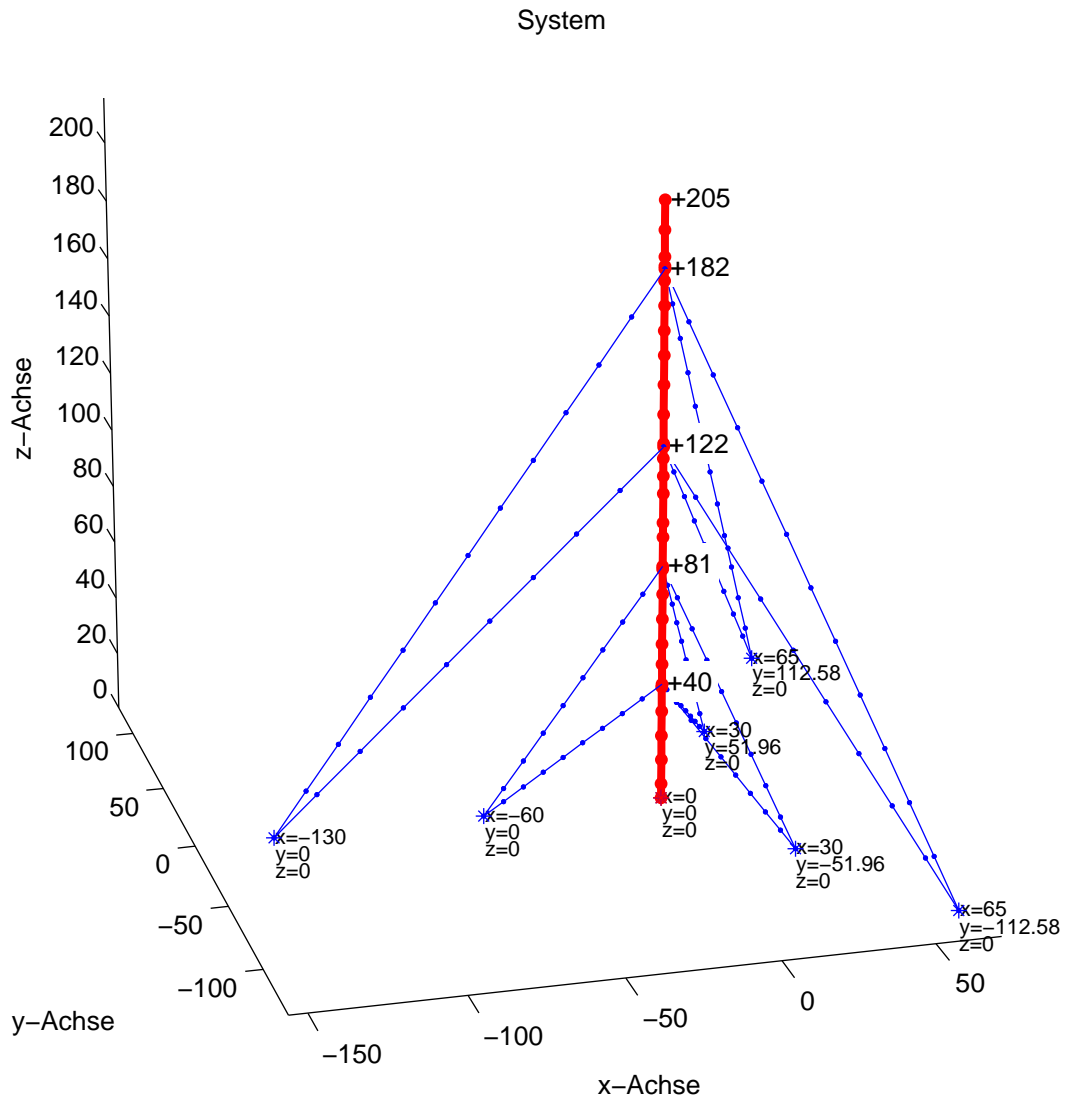


Abbildung 4.1: MastI, 205 m hoher Rohrmantelmast

Tabelle 4.2: Systemdaten der Abspannseile

Ebene Nr.	Durch- messer $\varnothing [mm]$	Füll- faktor [-]	Vorspann- kraft $P_0 [kN]$	Elastizitäts- modul $E [\frac{kN}{cm^2}]$	Masse $m [\frac{kg}{m}]$
1	20	0,75	31	15000	1,85
2	24	0,75	64	15000	2,66
3	32	0,75	70	15000	4,74
4	40	0,85	104	17000	8,38

4 Untersuchung abgespannter Maste

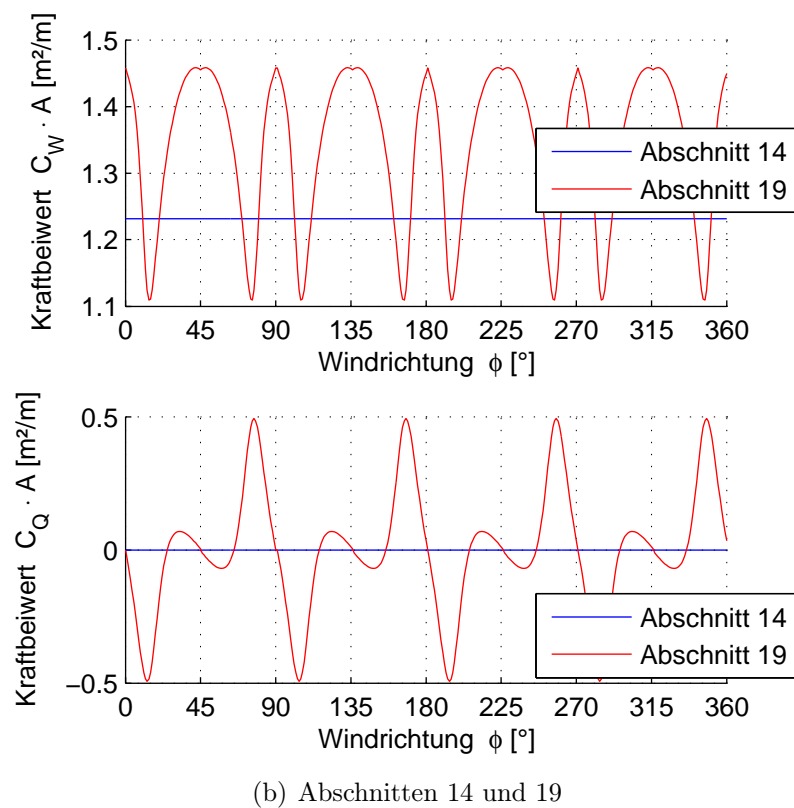
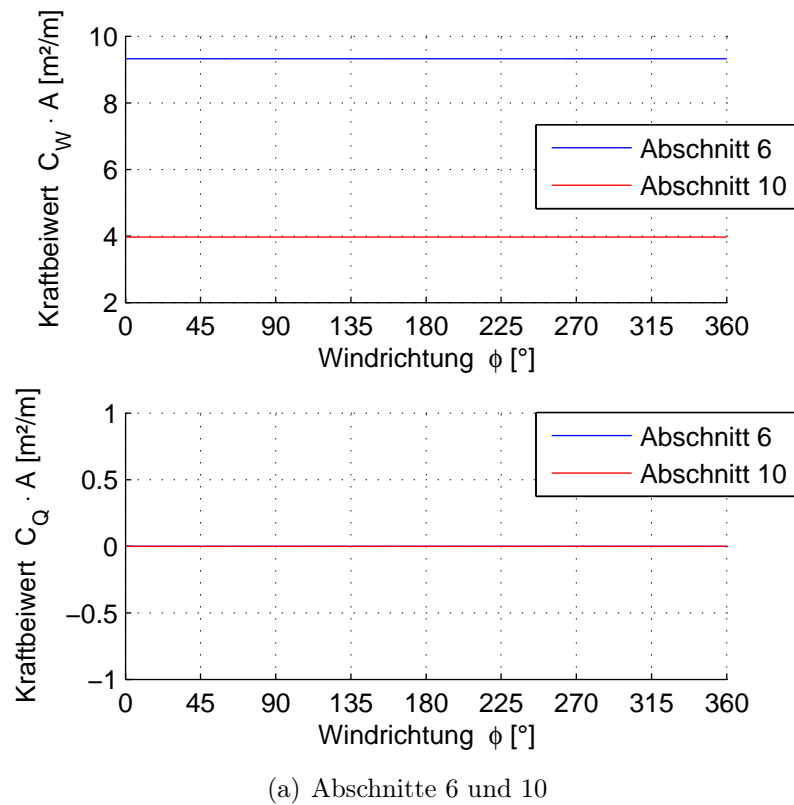


Abbildung 4.2: Verlauf der aerodynamischen Kraftbeiwerte in ausgewählten Abschnitten

4.2.2 Eigenfrequenzen und -formen

In den Abbildungen 4.3, 4.4 auf der nächsten Seite und 4.5 auf Seite 47 sind ausgewählte Eigenformen des Tragwerks im Lastfall Eigengewicht für den Frequenzbereich bis 1 Hz dargestellt.

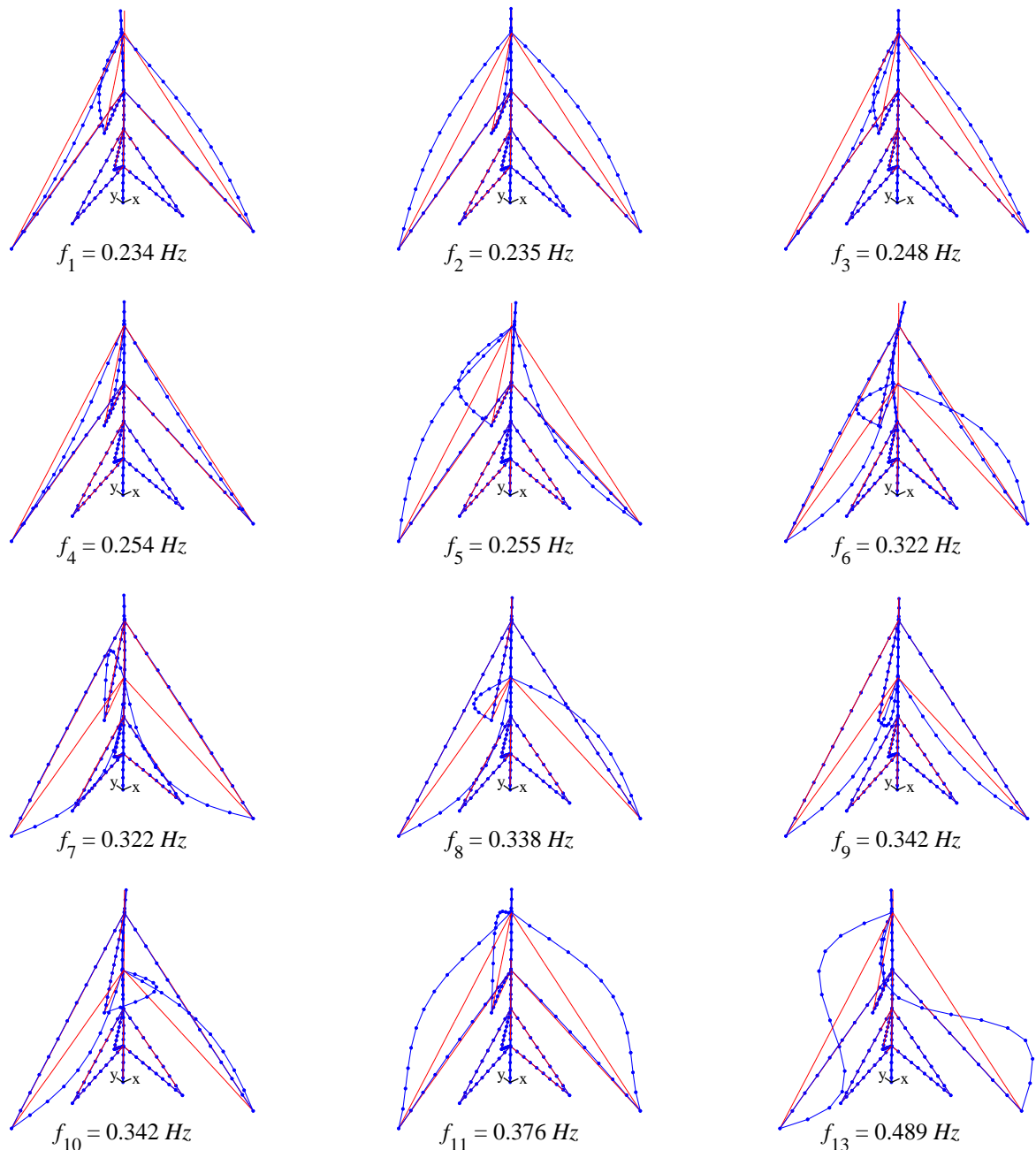


Abbildung 4.3: Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen

4 Untersuchung abgespannter Maste

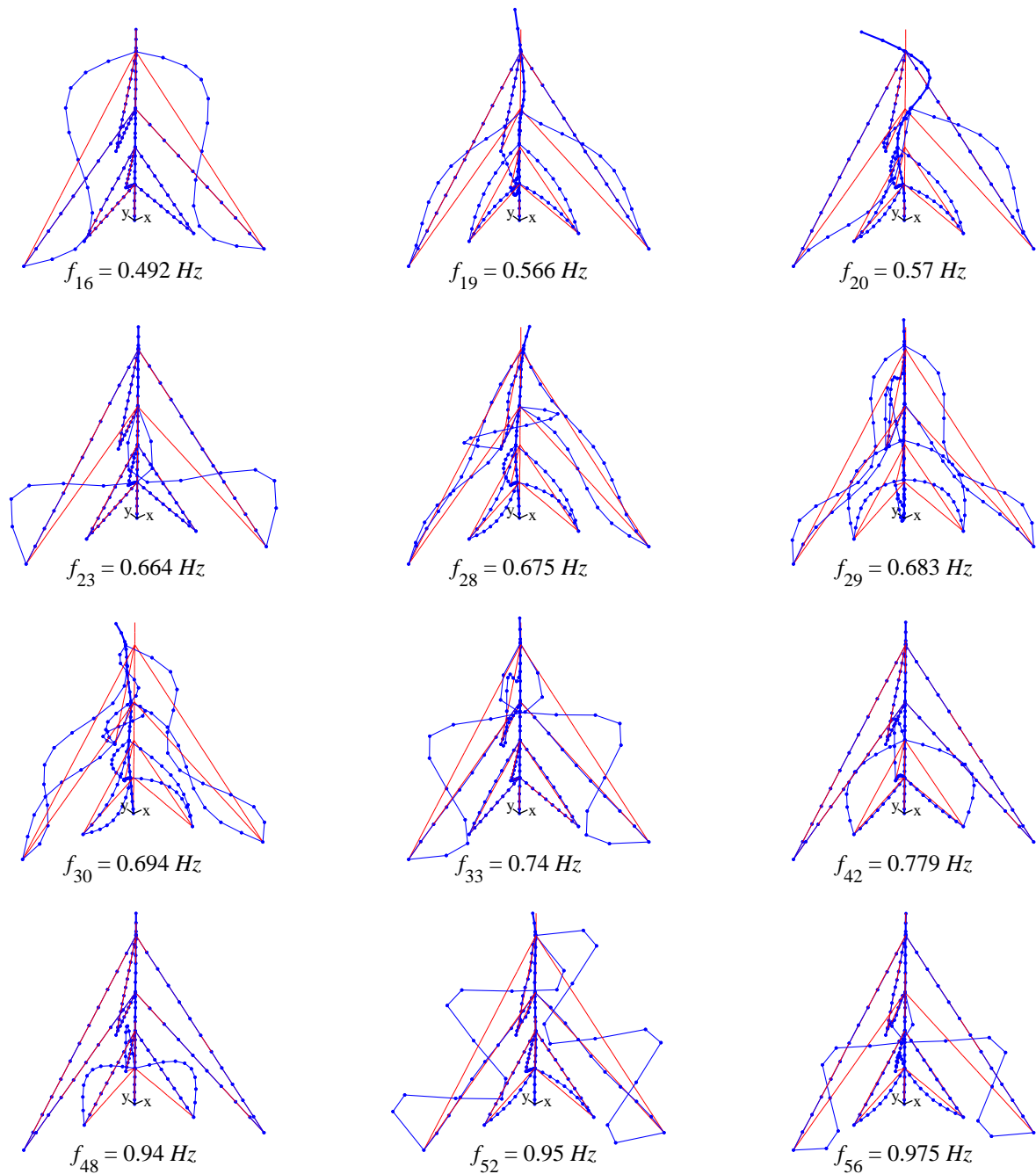


Abbildung 4.4: Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen

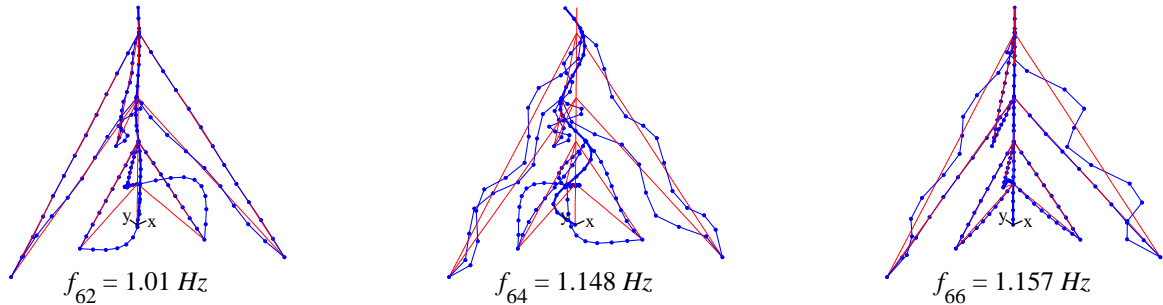


Abbildung 4.5: Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen

4.2.3 Überprüfung der Abgrenzungskriterien

Abgrenzungskriterium 1

$$\beta_s = \frac{4 \left(\frac{8,4 \cdot 10^5}{45,5^2} \right)}{\frac{1}{4} (735 \cdot 40 + 757 \cdot 81 + 761 \cdot 122 + 1218 \cdot 182)} = 0,016 < 1 \quad (4.1)$$

Abgrenzungskriterium 2

$$Q = \frac{1}{30} \sqrt[3]{\frac{205 \cdot 40,5}{1,2}} \cdot \sqrt{\frac{373}{205 \cdot 1,33}} = 0,74 < 1 \quad (4.2)$$

4.2.4 Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt

Frequenz der maßgebenden Eigenform

$$n_{1,x} = 0,57 \text{ Hz} \quad \text{vgl. Abbildung 4.4} \quad (4.3)$$

Als Referenzhöhe wird die Höhe der obersten Abspannebene über Grund plus 60 % der Höhe des überkragenden Abschnittes angesetzt

$$z_e = 182 \text{ m} + 0,6 \cdot 23 \text{ m} = 195,8 \text{ m} \quad (4.4)$$

4 Untersuchung abgespannter Maste

Die Parameter der Windströmung in der Referenzhöhe ergeben sich entsprechend DIN 1055-4:2005-03 zu

$$\bar{U}_{ze} = 40,2 \text{ m/s} \quad (4.5)$$

$$T_{ux,ze} = 0,118 \quad (4.6)$$

$$L_{ux,ze} = 268 \text{ m} \quad (4.7)$$

Böengrundanteil

$$Q_0^2 = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot \left(\frac{0,7 \text{ m} + 23 \text{ m}}{268 \text{ m}}\right)^{0,63}} = 0,836 \quad (4.8)$$

bezogene Frequenz

$$N_{1,x} = \frac{0,57 \cdot 268}{40,2} = 3,80 \quad (4.9)$$

dimensionslose spektrale Dichte der Windturbulenz

$$R_N = \frac{6,8 \cdot 3,80}{(1 + 10,2 \cdot 3,80)^{5/3}} = 0,056 \quad (4.10)$$

aerodynamische Übertragungsfunktion

$$\eta_h = 4,6 \cdot \frac{3,80 \cdot 23 \text{ m}}{268 \text{ m}} = 1,50 \quad \rightarrow \quad R_h = 0,456 \quad (4.11)$$

$$\eta_b = 4,6 \cdot \frac{3,80 \cdot 1,2 \text{ m}}{268 \text{ m}} = 0,08 \quad \rightarrow \quad R_b = 0,950 \quad (4.12)$$

logarithmisches Dämpfungsdekrement

$$\delta = 0,1 \quad (4.13)$$

Resonanz-Antwortanteil

$$R_x^2 = \frac{\pi^2}{2 \cdot 0,1} \cdot 0,056 \cdot 0,456 \cdot 0,950 = 1,191 \quad (4.14)$$

Erwartungswert der Frequenz der Böenreaktion

$$S = 0,46 \cdot \frac{1,2 \text{ m} + 23 \text{ m}}{268 \text{ m}} + 10,58 \cdot \sqrt{\frac{1,2 \text{ m} \cdot 23 \text{ m}}{268 \text{ m}}} = 0,249 \quad (4.15)$$

$$\nu_{E0} = \frac{40,2 \text{ m/s}}{268 \text{ m}} \cdot \frac{1}{1,11 \cdot 0,249^{0,615}} = 0,318 \text{ Hz} \quad (4.16)$$

$$\nu_E = \sqrt{\frac{0,318^2 \cdot 0,835 + 0,57^2 \cdot 1,191}{0,835 + 1,191}} = 0,482 \text{ Hz} \quad (4.17)$$

statistischer Spitzenfaktor

$$g = \sqrt{2 \cdot \ln(0,482 \cdot 600)} + \frac{0,6}{\sqrt{2 \cdot \ln(0,482 \cdot 600)}} = 3,55 \quad (4.18)$$

Böenreaktionsfaktor

$$G = 1 + 2 \cdot 3,55 \cdot 0,118 \sqrt{0,836 + 1,191} = 2,19 \quad (4.19)$$

4.2.5 Schnittgrößen für Windrichtung 0 Grad

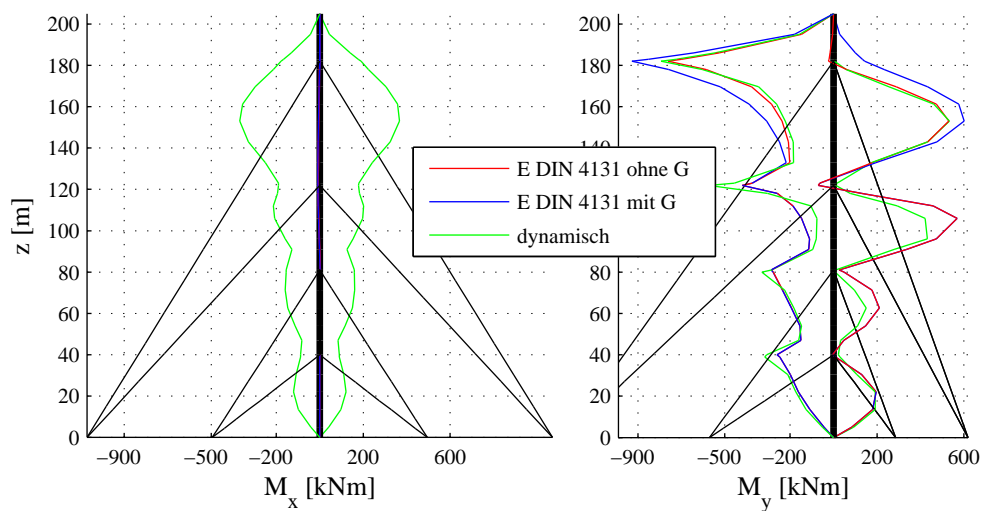


Abbildung 4.6: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 0°

4 Untersuchung abgespannter Maste

Tabelle 4.3: Mast I: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 0 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
M _x	max	367	3	3
	min	-368	-9	-9
M _y	max	533	568	601
	min	-794	-761	-928

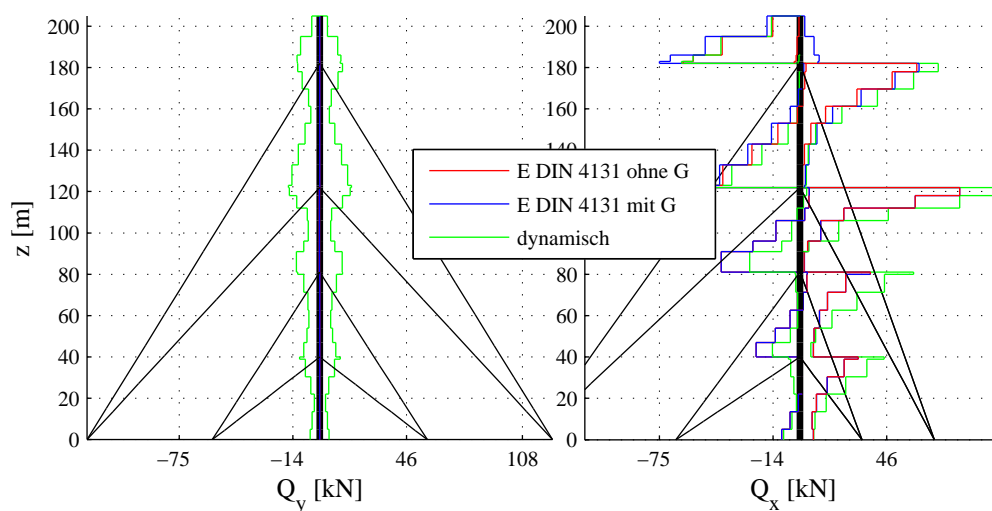


Abbildung 4.7: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 0°

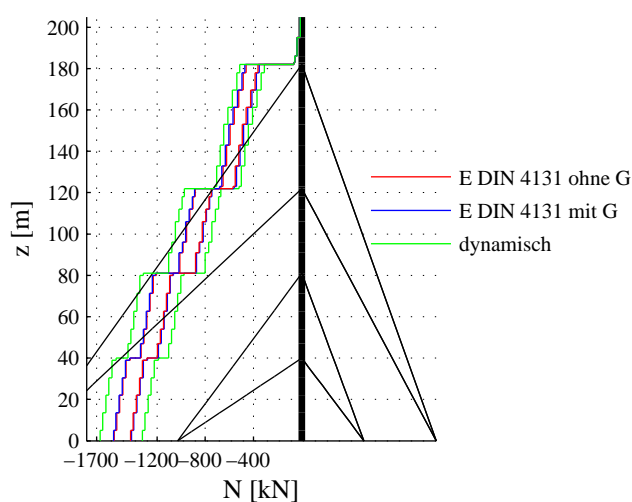


Abbildung 4.8: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 0°

4.2.6 Schnittgrößen für Windrichtung 45 Grad

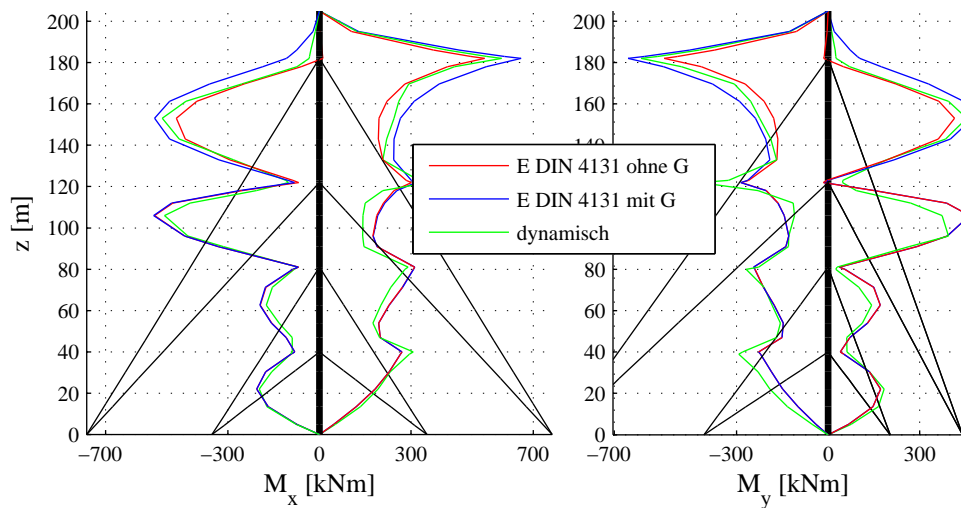


Abbildung 4.9: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 45°

Tabelle 4.4: Mast I: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 45 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	596	541	660
	min	-515	-540	-542
My	max	454	463	473
	min	-612	-537	-654

4 Untersuchung abgespannter Maste

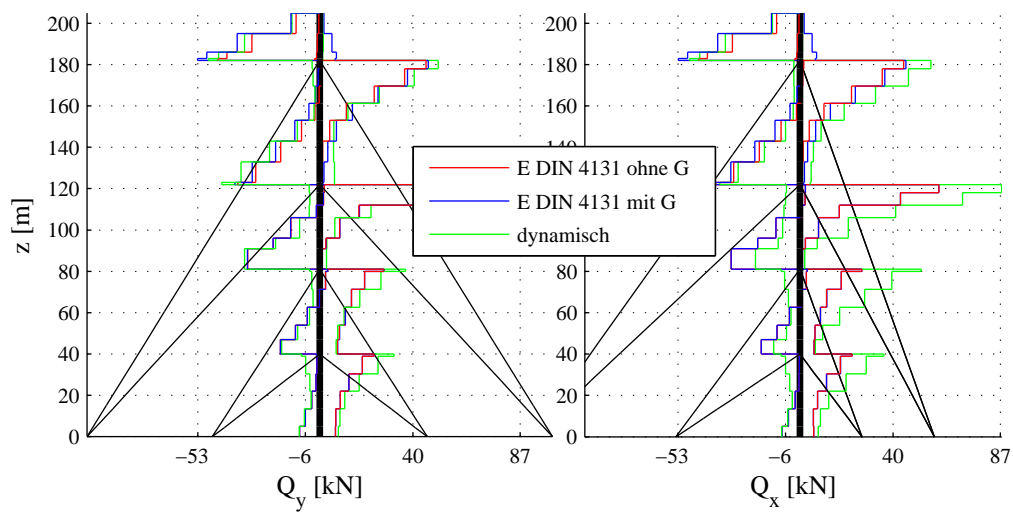


Abbildung 4.10: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 45°

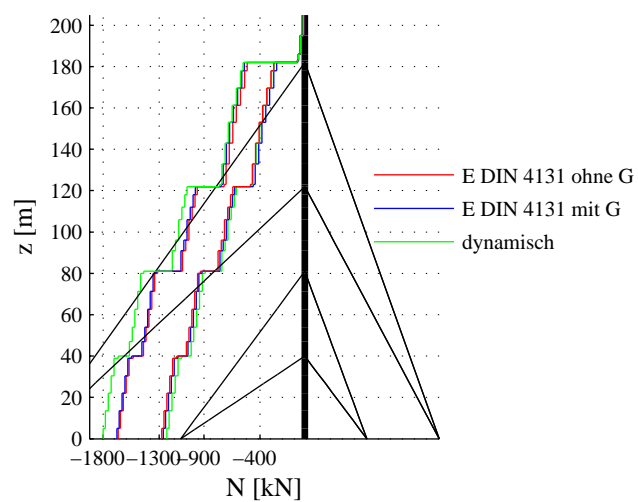


Abbildung 4.11: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 45°

4.2.7 Schnittgrößen für Windrichtung 90 Grad

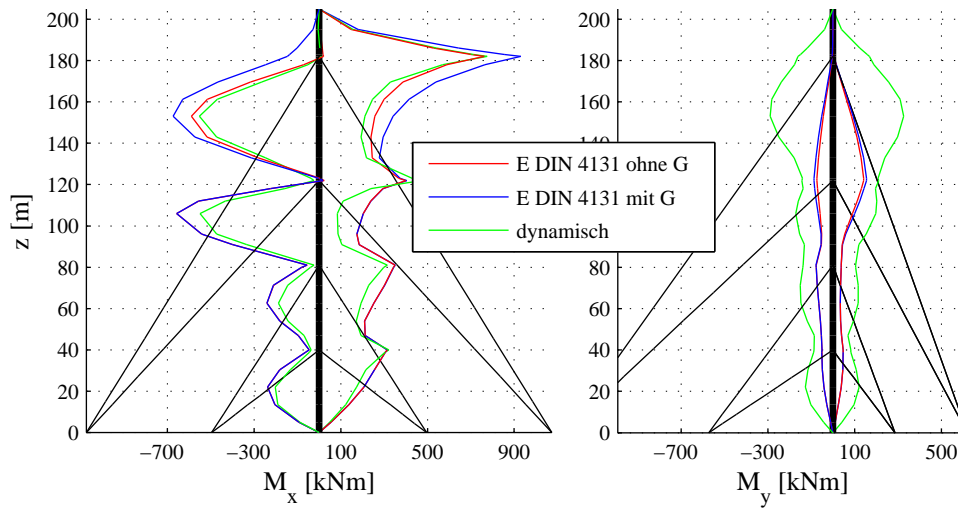


Abbildung 4.12: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 90°

Tabelle 4.5: Mast I: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 90 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	775	762	930
	min	-552	-657	-674
My	max	327	142	155
	min	-289	-77	-87

4 Untersuchung abgespannter Maste

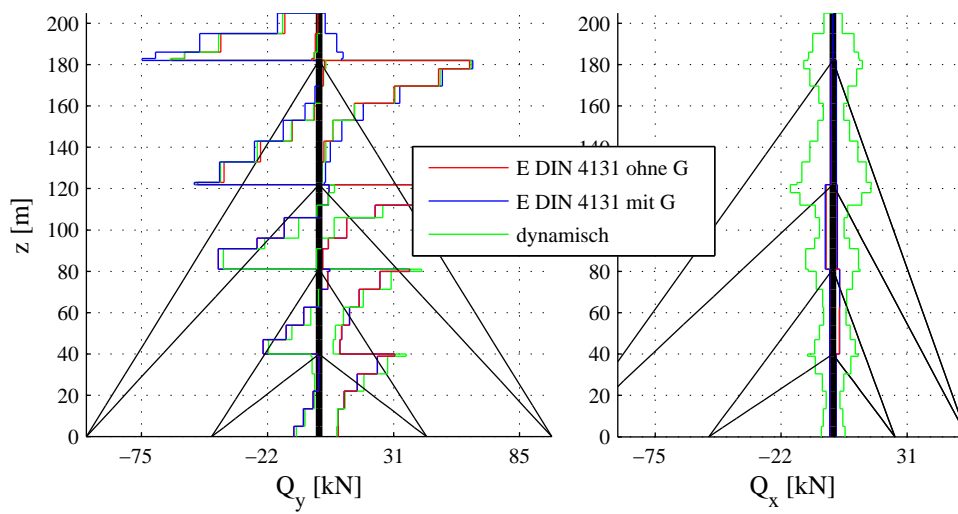


Abbildung 4.13: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 90°

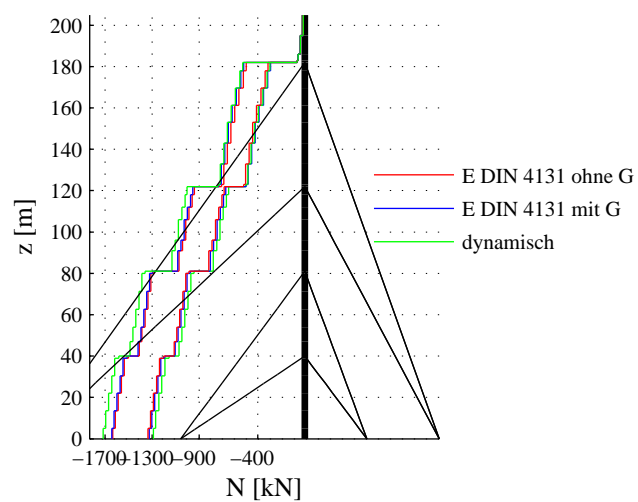


Abbildung 4.14: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 90°

4.2.8 Schnittgrößen für Windrichtung 135 Grad

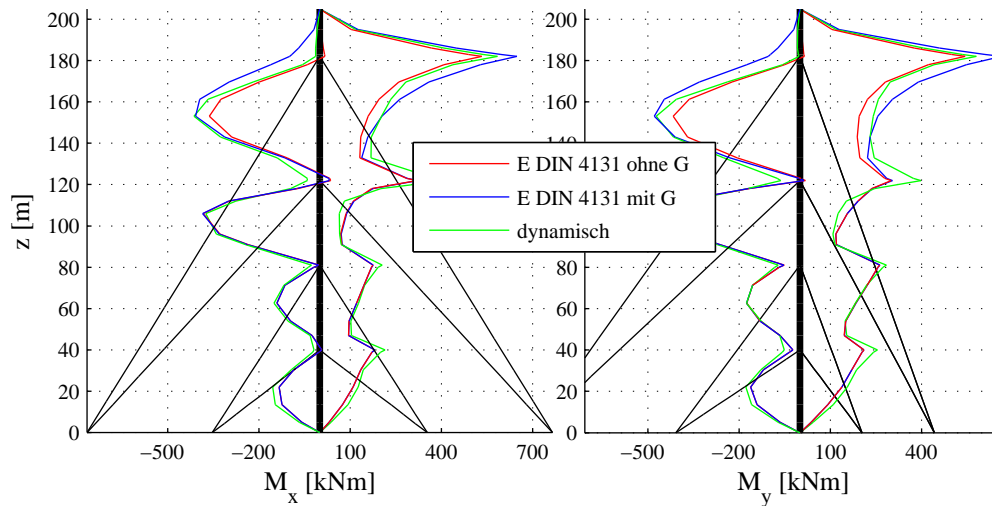


Abbildung 4.15: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 135°

Tabelle 4.6: Mast I: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 135 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	DIN V 4131 oG	DIN V 4131 mG
M _x	max	584	533	649
	min	-413	-383	-409
M _y	max	580	544	663
	min	-473	-461	-479

4 Untersuchung abgespannter Maste

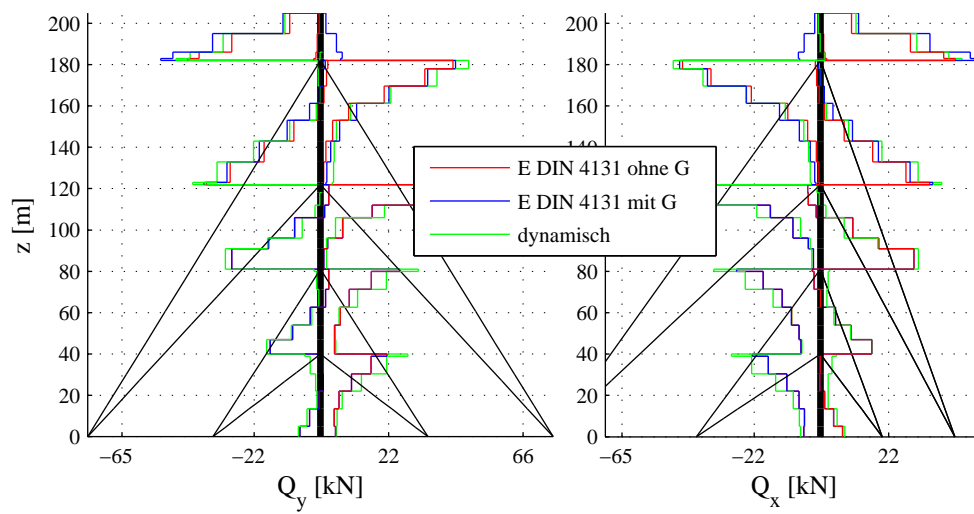


Abbildung 4.16: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 135°

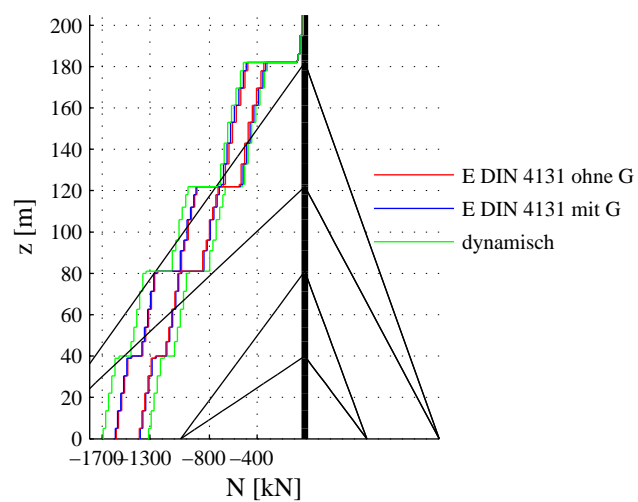


Abbildung 4.17: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 135°

4.2.9 Schnittgrößen für Windrichtung 180 Grad

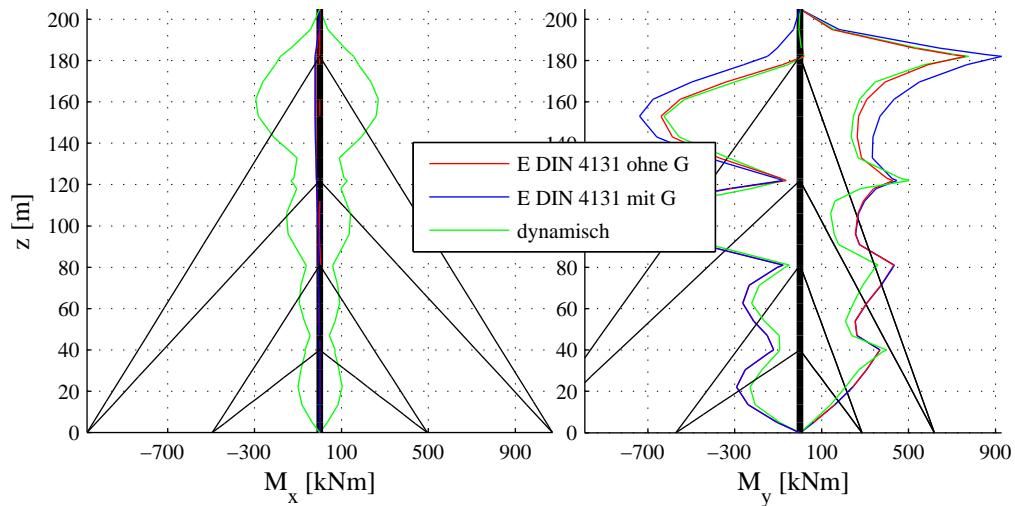


Abbildung 4.18: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 180°

Tabelle 4.7: Mast I: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 180 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	DIN V 4131 oG	DIN V 4131 mG
Mx	max	269	4	4
	min	-295	-19	-23
My	max	776	760	928
	min	-637	-731	-737

4 Untersuchung abgespannter Maste

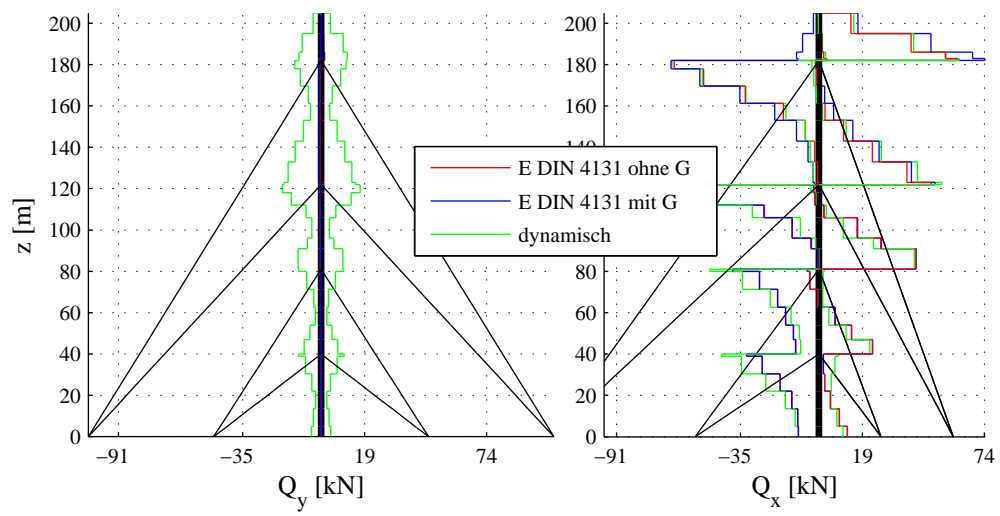


Abbildung 4.19: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 180°

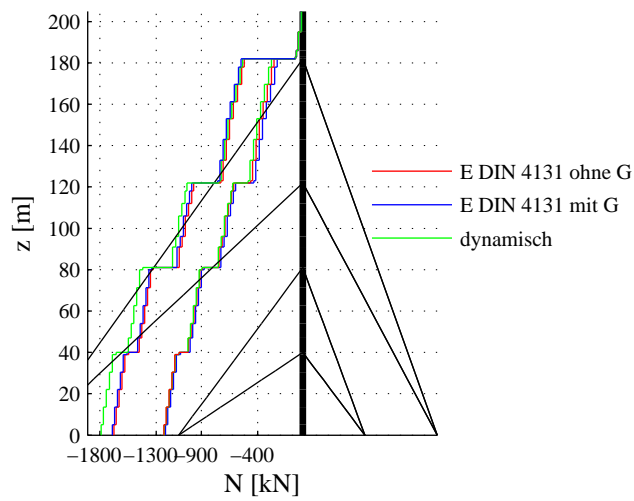


Abbildung 4.20: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 180°

4.2.10 Zusammenfassung aller Windrichtungen

In Abbildung 4.21 sind die Einhüllenden der maximalen und minimalen Normalspannungen im kreiszylindrischen Mastschaft und des quadratischen Antennenaufsatzes dargestellt. Im Bereich des überkragenden Mastschaftes überschätzt die Patch-Last-Berechnung mit Böenreaktionsfaktor die Beanspruchungen aus der dynamischen Berechnung um ca. 19 %. Ohne Böenreaktionsfaktor liegt das Patch-Last-Verfahren ca. 3 % unterhalb der dynamischen Berechnung.

In den untersten Feldern stellt man erwartungsgemäß keine Unterschiede zwischen einer Berechnung mit Böenreaktionsfaktor und ohne fest. Hier liegt das Patch-Last-Verfahren in beiden Fällen aber an einzelnen Stellen bis zu 25 % unterhalb des Ergebnisses der dynamischen Zeitverlaufsberechnung.

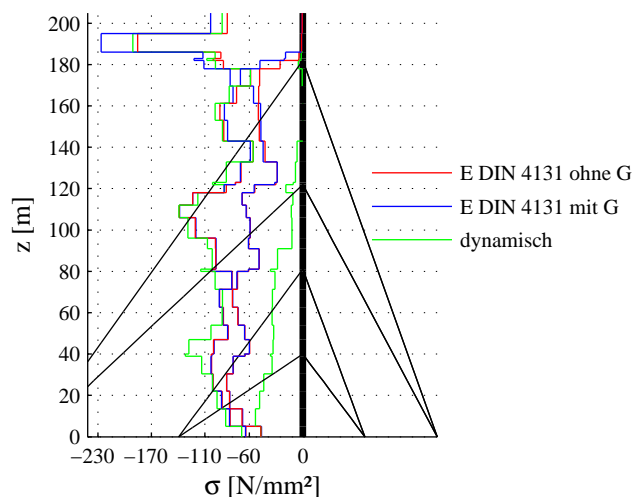


Abbildung 4.21: Normalspannungen im Mastschaft, alle Anströmrichtungen

In Tabelle 4.8 sind die maximalen und minimalen Seilkräfte in den vier Abspannebenen zusammengestellt, wie sie sich bei einer Untersuchung aller fünf Windrichtungen ergeben.

Der Böenreaktionsfaktor nimmt dabei nur Einfluss auf die Seilkräfte der obersten Abspannebene. Dessen Berücksichtigung unterschätzt die Seilkräfte um ca. 6 %. Ohne Böenreaktionsfaktor liegen diese ca. 12 % unterhalb der Referenzlösung.

4 Untersuchung abgespannter Maste

Tabelle 4.8: Mast I: Extremwerte der Seilkräfte in kN (alle Windrichtungen)

Seilebene		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	DIN V 4131 oG	DIN V 4131 mG
1	max	93	83	83
	min	(<0)	(<0)	(<0)
2	max	194	172	172
	min	(<0)	(<0)	(<0)
3	max	271	236	237
	min	(<0)	5	5
4	max	352	313	332
	min	(<0)	5	4

4.3 Mast I, 205 m, Einfluss der lateralen Turbulenz

Grundsätzlich schwankt der Windgeschwindigkeitsvektor nicht nur dem Betrage nach, auch die Windrichtung ist turbulenten Schwankungen um die mittlere Windrichtung unterworfen, dies wird über die laterale Turbulenz $v(t)$ berücksichtigt. Dieser Einfluss ist, wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, in den generierten räumlichen Windfeldern und den dynamischen Simulationen enthalten. Zur Validierung des Einflusses der lateralen Turbulenz werden nachfolgend die Ergebnisse einer dynamischen Berechnung ohne die beiden Turbulenzkomponenten $v(t)$ und $w(t)$ gezeigt.

4.3.1 Schnittgrößen für Windrichtung 0 Grad

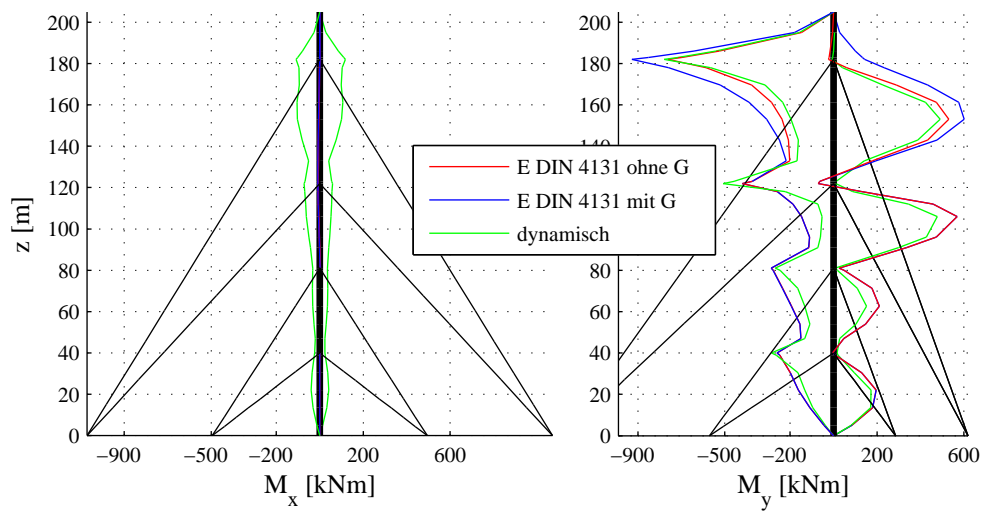


Abbildung 4.22: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 0°

Tabelle 4.9: Mast I: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 0 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	DIN V 4131 oG	DIN V 4131 mG
Mx	max	118	3	3
	min	-109	-9	-9
My	max	591	568	601
	min	-779	-761	-928

4.3 Mast I, 205 m, Einfluss der lateralen Turbulenz

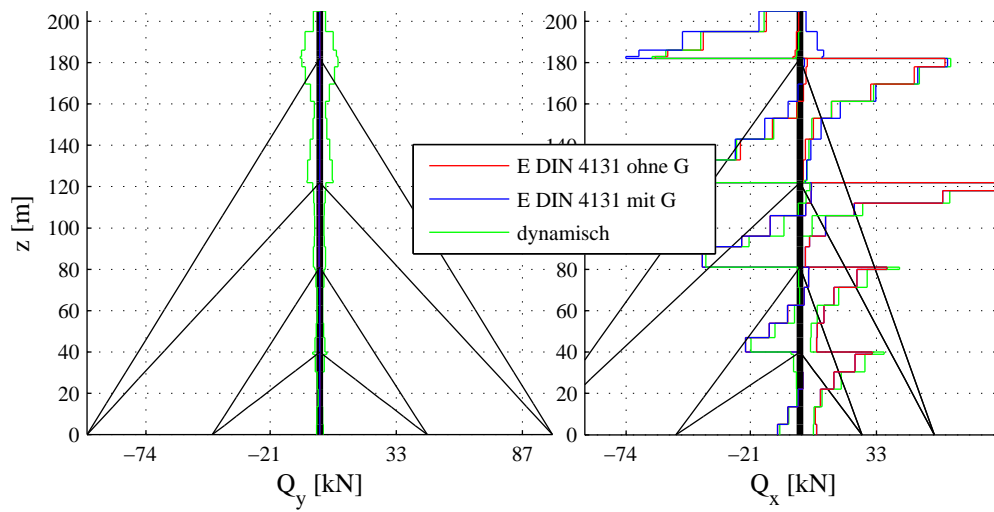


Abbildung 4.23: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 0°

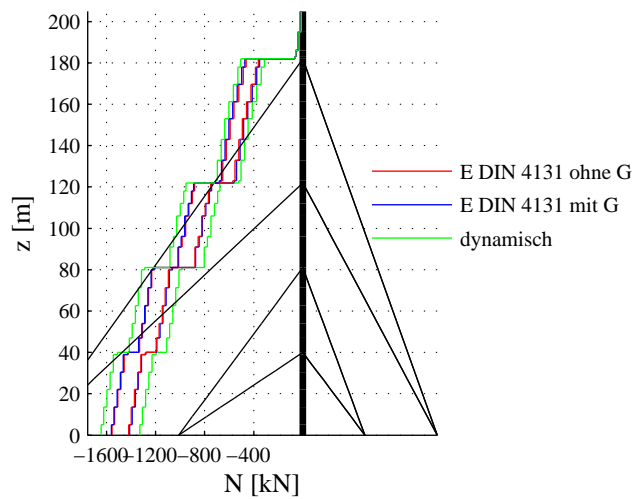


Abbildung 4.24: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 0°

4.3.2 Schnittgrößen für Windrichtung 45 Grad

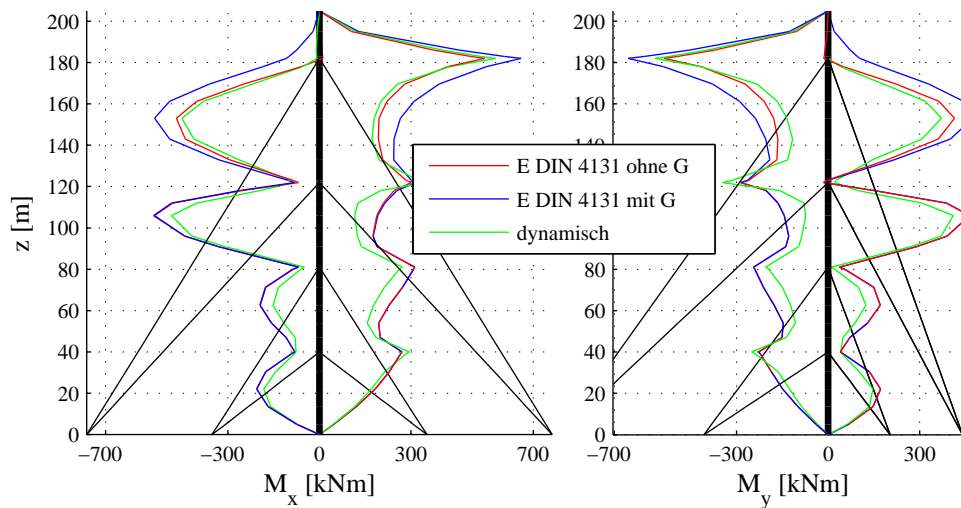


Abbildung 4.25: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 45°

Tabelle 4.10: Mast I: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 45 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	576	541	660
	min	-485	-540	-542
My	max	410	463	473
	min	-566	-537	-654

4.3 Mast I, 205 m, Einfluss der lateralen Turbulenz

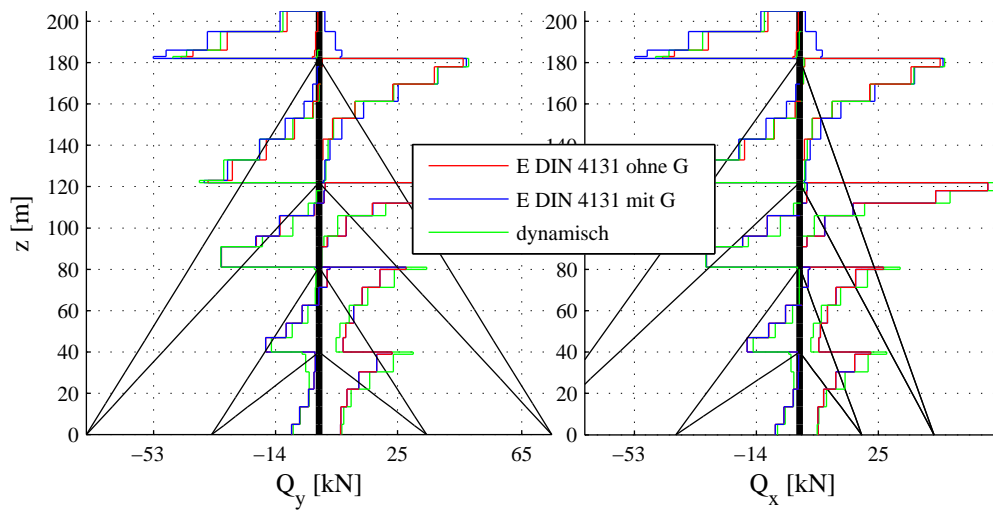


Abbildung 4.26: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 45°

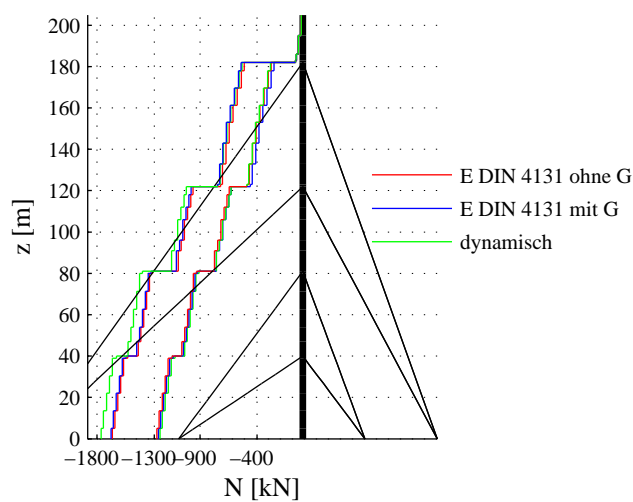


Abbildung 4.27: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 45°

4.3.3 Schnittgrößen für Windrichtung 90 Grad

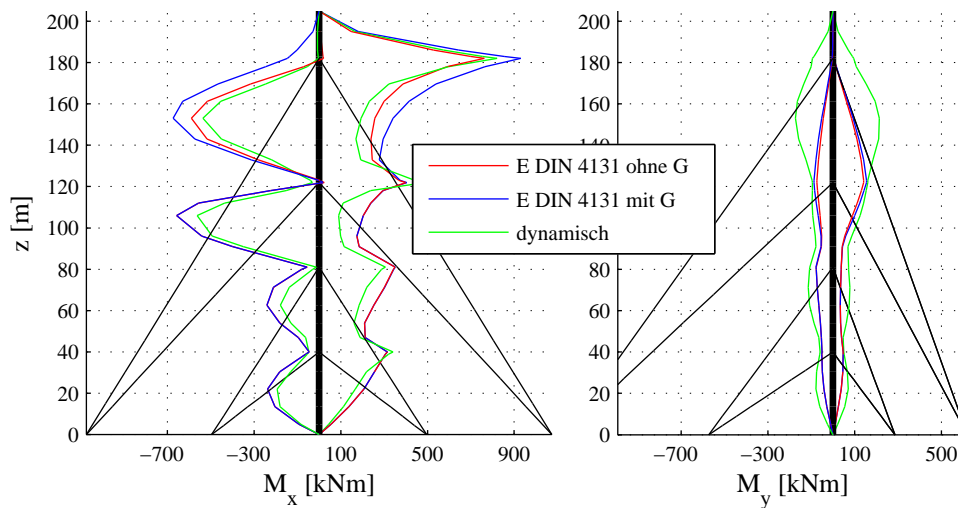


Abbildung 4.28: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 90°

Tabelle 4.11: Mast I: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 90 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	821	762	930
	min	-563	-657	-674
My	max	214	142	155
	min	-173	-77	-87

4.3 Mast I, 205 m, Einfluss der lateralen Turbulenz

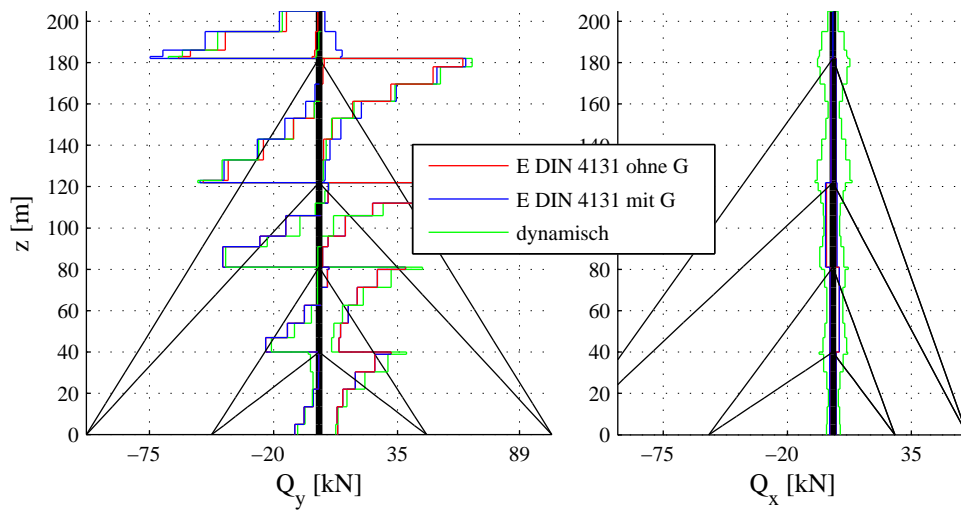


Abbildung 4.29: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 90°

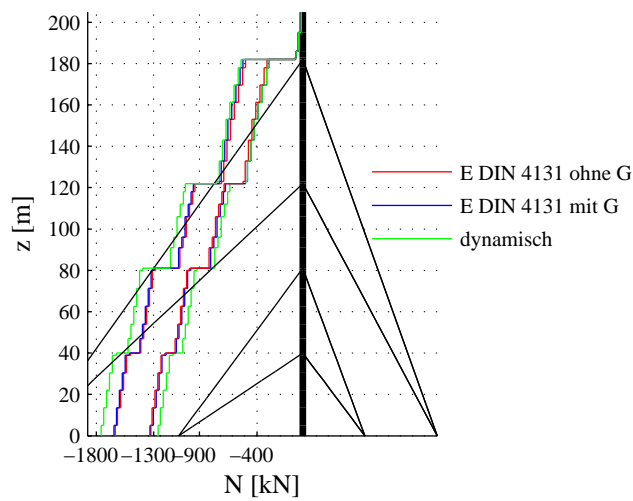


Abbildung 4.30: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 90°

4.3.4 Schnittgrößen für Windrichtung 135 Grad

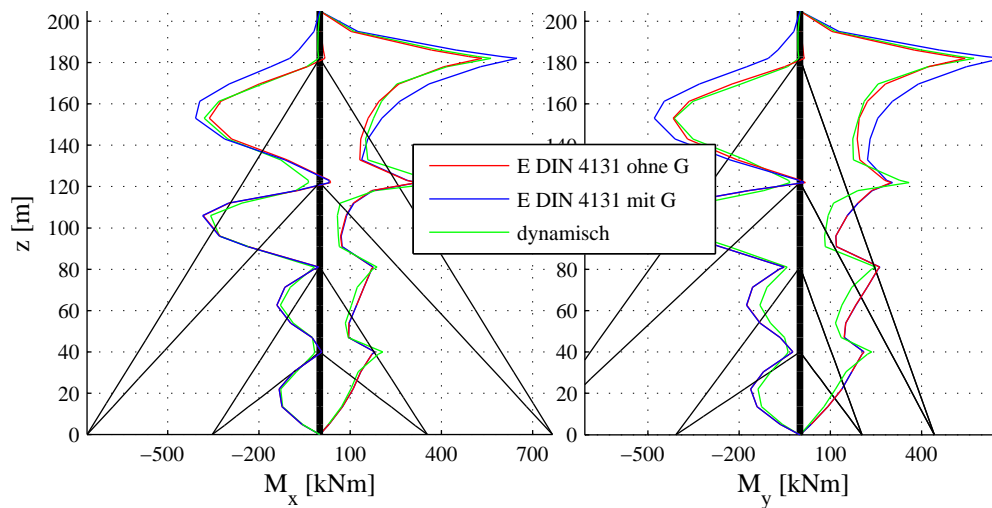


Abbildung 4.31: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 135°

Tabelle 4.12: Mast I: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 135 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	563	533	649
	min	-380	-383	-409
My	max	573	544	663
	min	-414	-461	-479

4.3 Mast I, 205 m, Einfluss der lateralen Turbulenz

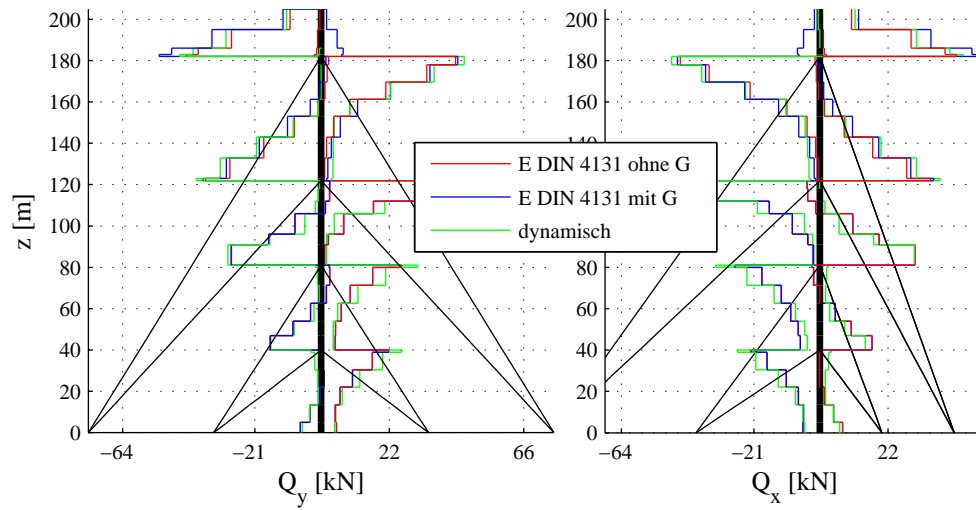


Abbildung 4.32: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 135°

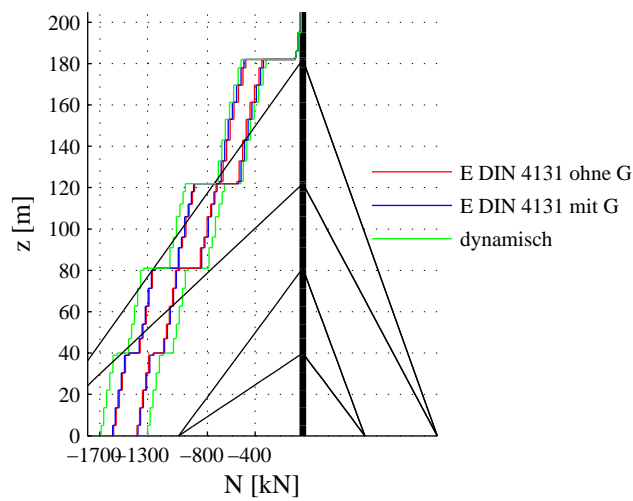


Abbildung 4.33: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 135°

4.3.5 Schnittgrößen für Windrichtung 180 Grad

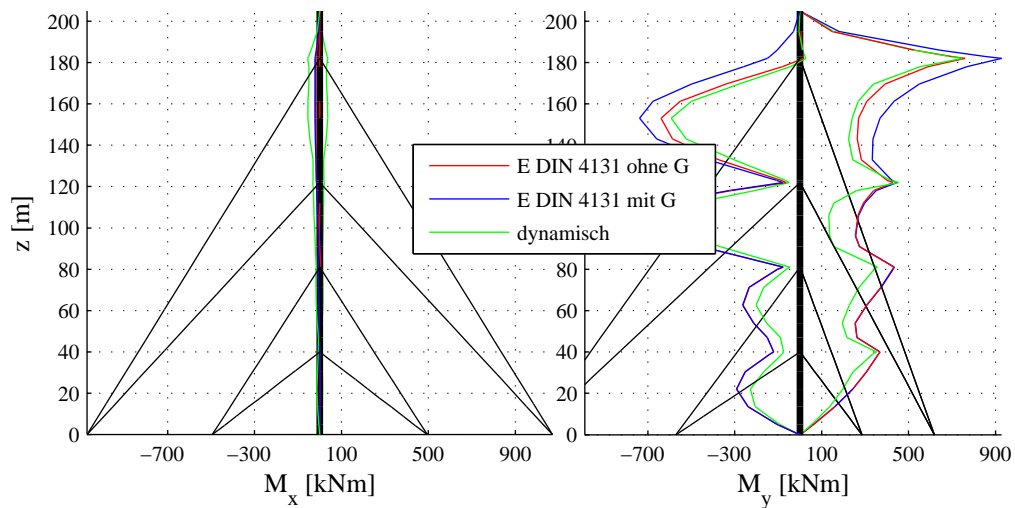


Abbildung 4.34: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 180°

Tabelle 4.13: Mast I: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 180 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	37	4	4
	min	-56	-19	-23
My	max	747	760	928
	min	-596	-731	-737

4.3 Mast I, 205 m, Einfluss der lateralen Turbulenz

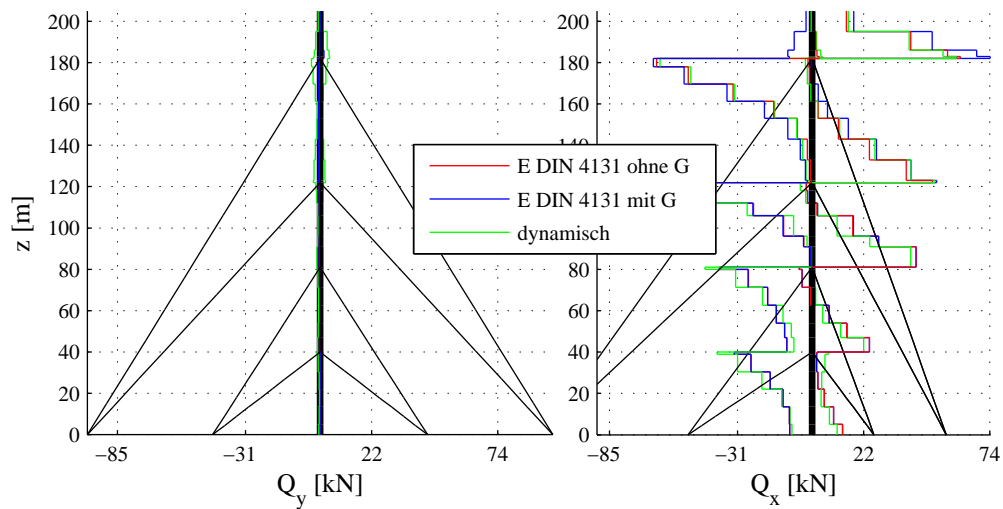


Abbildung 4.35: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 180°

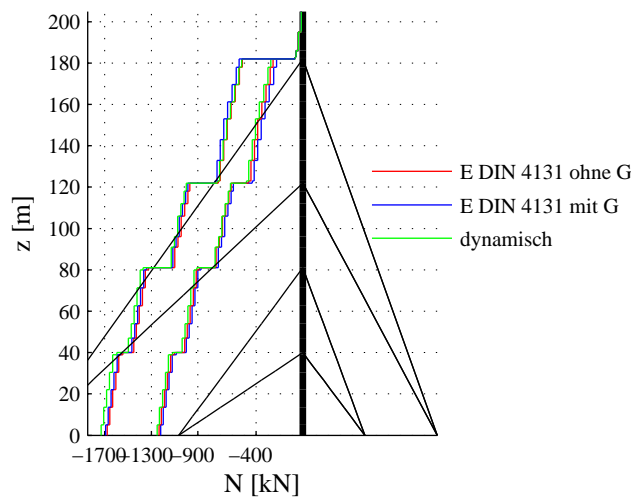


Abbildung 4.36: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 180°

4.3.6 Zusammenfassung

Wie Abbildung 4.22 zeigt, treten bei Anströmungen über das Nackenseil Biegemomente M_x senkrecht zur Hauptwindrichtung auf, die immerhin noch 30 % der Biegemomente für den Fall mit lateraler Turbulenz betragen. Das hier trotz einer Vernachlässigung lateraler Turbulenz Biegemomente M_x auftreten liegt an der dynamischen Belastung der Abspannseile mit einer stochastischen Belastung $u(t)$ die zu einer Querbeanspruchung des Mastschaftes infolge taumelnder Schwingungen führt. Dieser Einfluss verringert sich deutlich für die Windrichtung „in die Gabel“, vgl. Abbildung 4.34.

4 Untersuchung abgespannter Maste

Auf die Normalspannungen im Mastschaft hat die laterale Turbulenz jedoch nur geringen Einfluss wie Abbildung 4.37 zeigt.

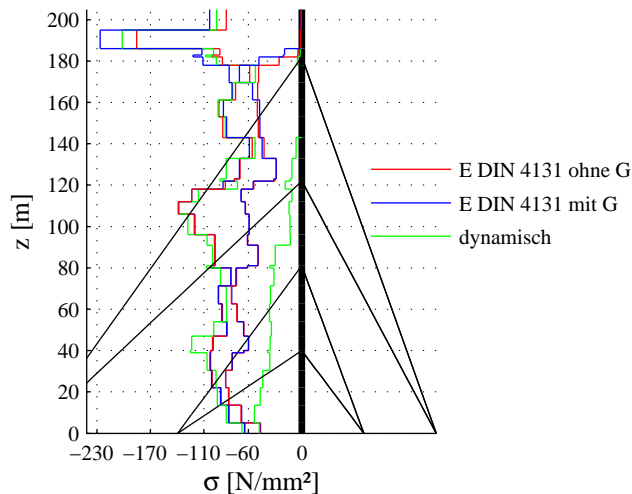


Abbildung 4.37: Normalspannungen im Mastschaft, alle Anströmrichtungen

Tabelle 4.14: Mast I: Extremwerte der Seilkräfte in kN (alle Windrichtungen)

Seilebene	Berechnungsverfahren		
	dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
1	max	89	83
	min	(<0)	(<0)
2	max	191	172
	min	(<0)	(<0)
3	max	261	236
	min	(<0)	5
4	max	341	313
	min	(<0)	5

4.4 Mast II, 225 m

4.4.1 Systemdaten

Der zweite untersuchte Mast ist vierstieliger Fachwerkgittermast mit quadratischem Grundriss. Die obersten 15 m bestehen aus einem Antennenträger mit einem Quadrathohlprofil als tragenden Querschnitt. Der Mast ist in drei Ebenen abgespannt. Er befindet sich in Windzone 1, Geländekategorie II. Neben den Windrichtungen nach DIN 4131:2005-03 Entwurf werden noch die Windrichtungen $\bar{\varphi} = 20^\circ$ und $\bar{\varphi} = 160^\circ$ untersucht, da der Kraftbeiwerte Verlauf an diesen beiden Stellen extremal ist, vgl. Abbildung 4.39.

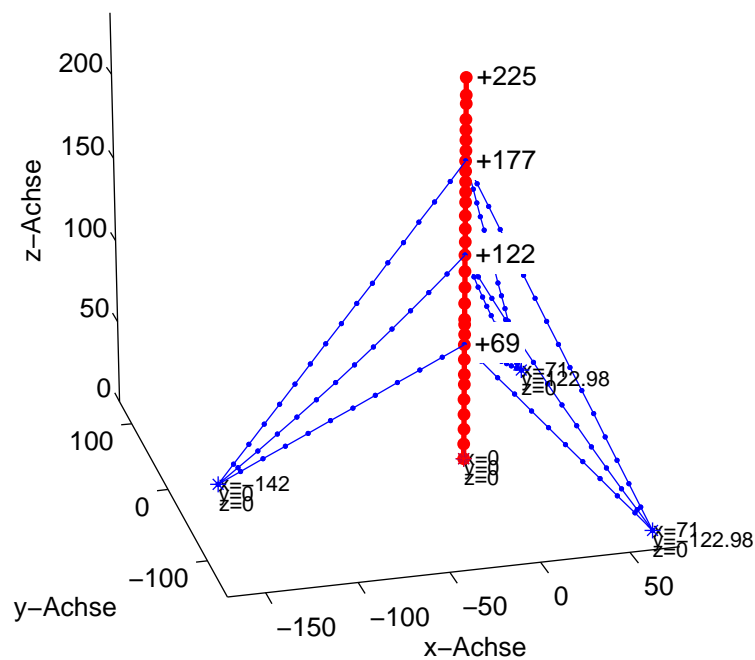


Abbildung 4.38: MastII, 225 m hoher Fachwerkgittermast

In Abbildung 4.39 sind die verwendeten Verläufe der aerodynamischen Kraftbeiwerte beispielhaft für ausgewählte Abschnitte des Mastchaftes dargestellt.

4 Untersuchung abgespannter Maste

Tabelle 4.15: Querschnittswerte der Biegeelemente zur Beschreibung des Mastschaftes

Abschnitt z [m]	Fläche A [m ²]	Trägheits- moment $I_y = I_z$ [m ⁴]	Schubflächen- beiwert $\alpha_{sy} = \alpha_{sz}$ [-]	Elastizitäts- modul E [$\frac{kN}{cm^2}$]	Schub- modul G [$\frac{kN}{cm^2}$]	Masse m [$\frac{t}{m}$]
0-9	0,03624	0,0362	0,0584	21000	8100	0,6107
9-45	0,03624	0,0362	0,0584	21000	8100	0,6107
45-51	0,03624	0,0362	0,065	21000	8100	0,7245
51-69	0,046	0,046	0,0512	21000	8100	1,108
69-81	0,03624	0,0362	0,065	21000	8100	0,7005
81-84	0,02472	0,0247	0,0953	21000	8100	3,1856
84-122	0,02472	0,0247	0,0953	21000	8100	0,5526
122-153	0,02472	0,0247	0,0819	21000	8100	0,5042
153-165	0,03052	0,0305	0,0675	21000	8100	1,5344
165-177	0,046	0,046	0,0448	21000	8100	0,76
177-189	0,046	0,046	0,0491	21000	8100	1,3615
189-201	0,03052	0,0305	0,0675	21000	8100	0,6464
201-210	0,02472	0,0247	0,0819	21000	8100	0,9542
210-215	0,020864	0,0015	0,4355	21000	8100	0,3001
215-225	0,015696	0,0011	0,4355	21000	8100	0,2997

Tabelle 4.16: Systemdaten der Abspannseile

Ebene Nr.	Durch- messer \emptyset [mm]	Füll- faktor [-]	Vorspann- kraft P_0 [kN]	Elastizitäts- modul E [$\frac{kN}{cm^2}$]	Masse m [$\frac{kg}{m}$]
1	37	0,9	158	16000	7,60
2	37	0,9	59	16000	7,60
3	53	0,9	200	16000	15,59

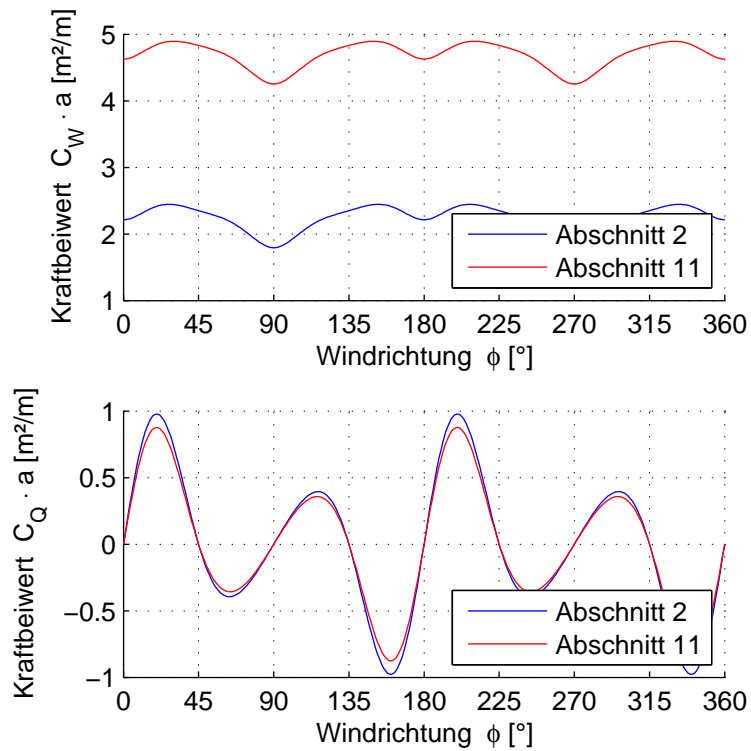


Abbildung 4.39: Verlauf der aerodynamischen Kraftbeiwerte in ausgewählten Abschnitten

4.4.2 Eigenfrequenzen und -formen

In den Abbildungen 4.40 auf der nächsten Seite, 4.41 auf Seite 77 und 4.42 auf Seite 78 sind ausgewählte Eigenformen des Tragwerks im Lastfall Eigengewicht für den Frequenzbereich bis 1 Hz dargestellt.

4 Untersuchung abgespannter Maste

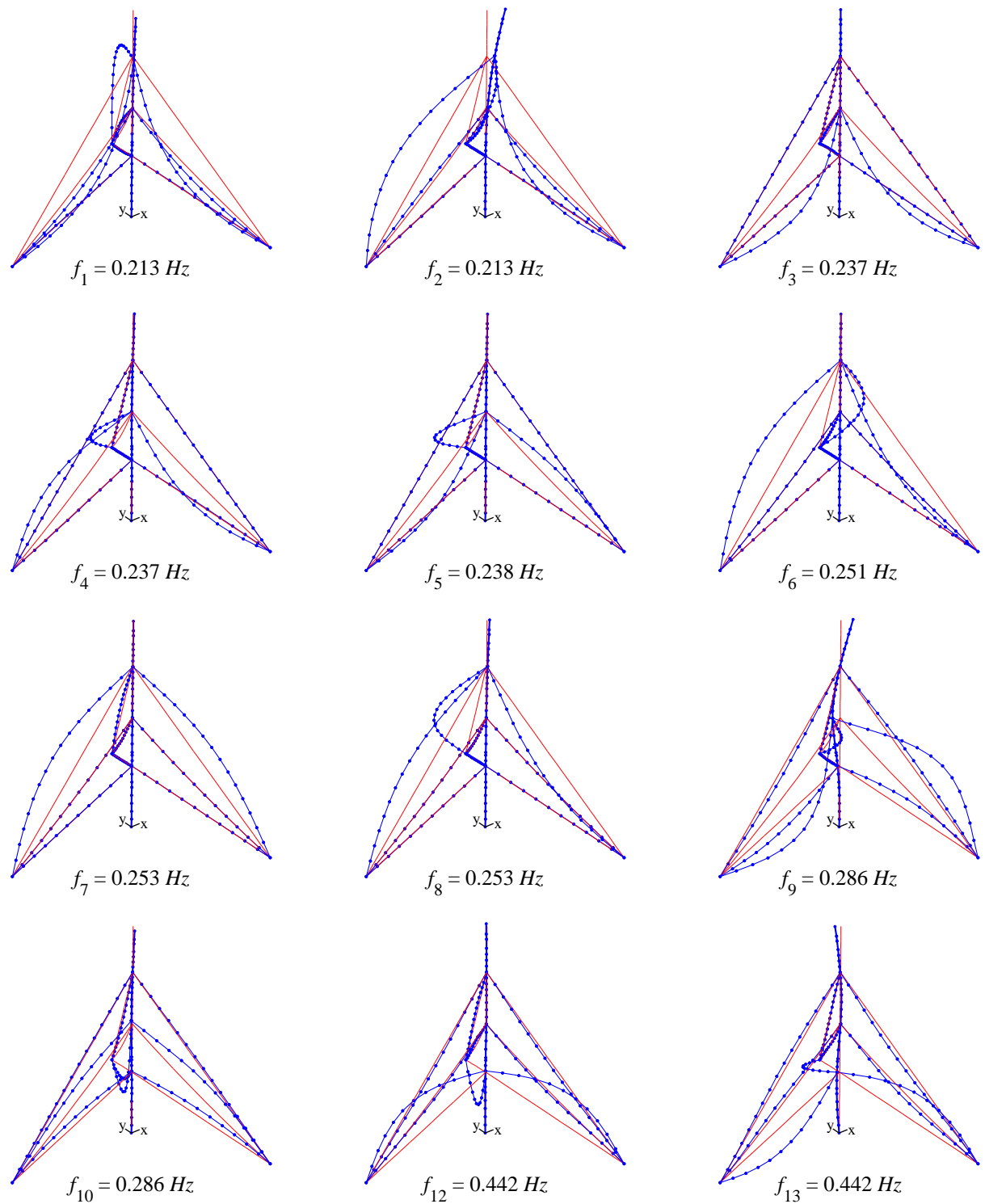


Abbildung 4.40: Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen

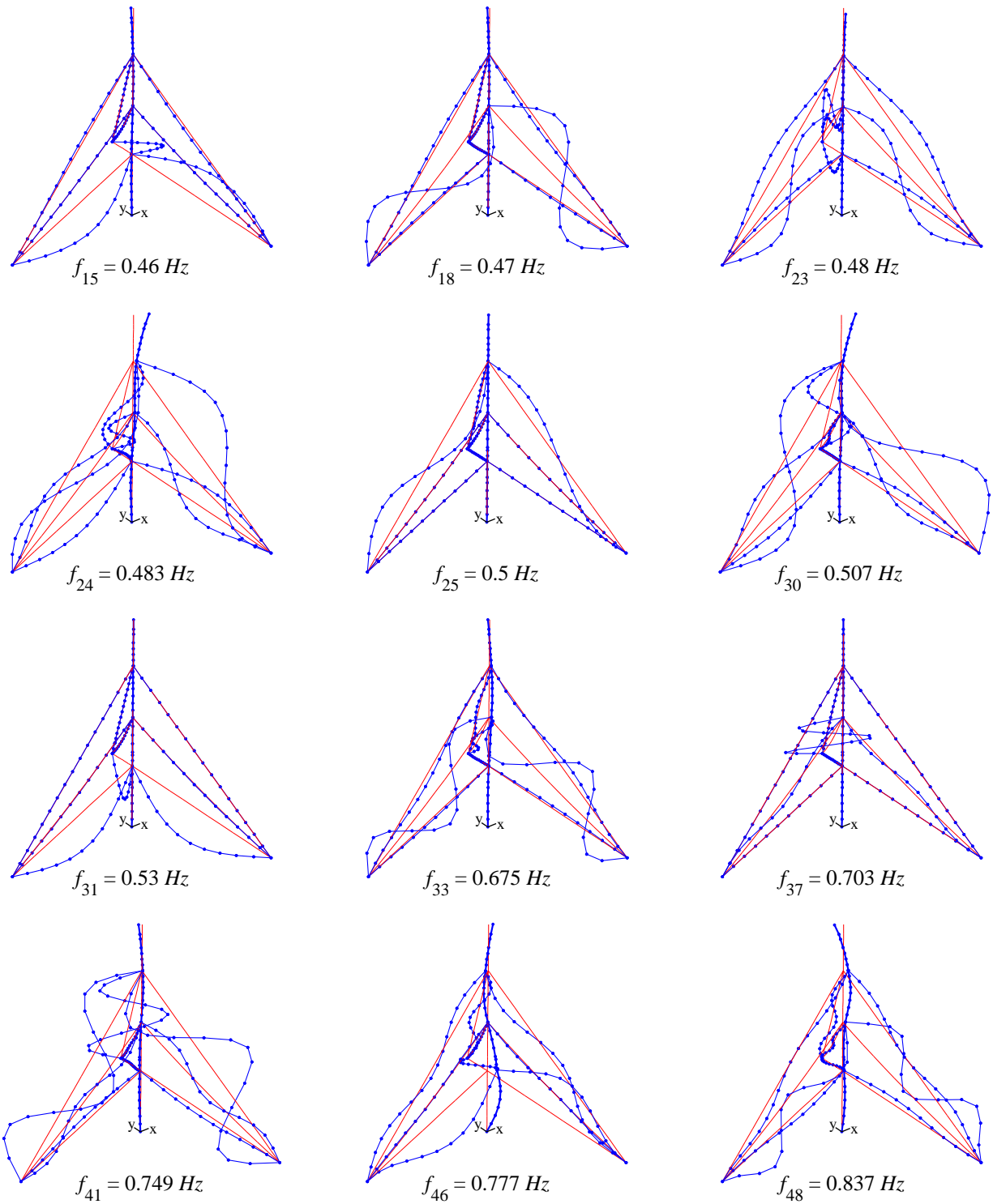


Abbildung 4.41: Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen

4 Untersuchung abgespannter Maste

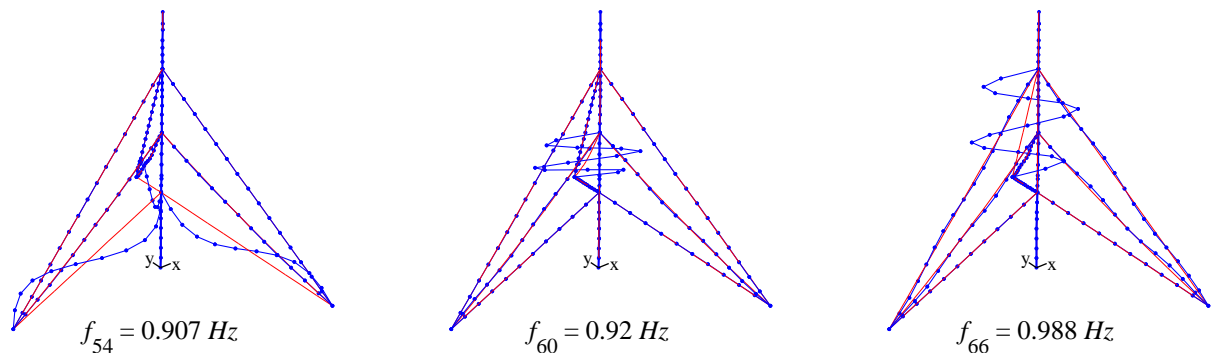


Abbildung 4.42: Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen

4.4.3 Überprüfung der Abgrenzungskriterien

$$\beta_s = \frac{4 \left(\frac{6,5 \cdot 10^6}{59^2} \right)}{\frac{1}{3} (1471 \cdot 69 + 1239 \cdot 122 + 2100 \cdot 177)} = 0,036 < 1 \quad (4.20)$$

$$Q = \frac{1}{30} \sqrt[3]{\frac{225 \cdot 37,0}{2,0}} \cdot \sqrt{\frac{760}{225 \cdot 2,85}} = 0,58 < 1 \quad (4.21)$$

4.4.4 Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt

Eigenfrequenz in der maßgebenden Eigenform

$$n_{1,x} = 0,44 \text{ Hz} \quad \text{vgl. Abbildung 4.40} \quad (4.22)$$

Als Referenzhöhe wird die Höhe der obersten Abspannebene über Grund plus 60 % der Höhe des überkragenden Abschnittes angesetzt

$$z_e = 177 \text{ m} + 0,6 \cdot 48 \text{ m} = 205,8 \text{ m} \quad (4.23)$$

Die Parameter der Windströmung in der Referenzhöhe ergeben sich entsprechend DIN 1055-4:2005-03 zu

$$\bar{U}_{ze} = 36,5 \text{ m/s} \quad (4.24)$$

$$T_{ux,ze} = 0,117 \quad (4.25)$$

$$L_{ux,ze} = 272 \text{ m} \quad (4.26)$$

Böengrundanteil

$$Q_0^2 = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot \left(\frac{2,0 \text{ m} + 48 \text{ m}}{272 \text{ m}}\right)^{0,63}} = 0,764 \quad (4.27)$$

bezogene Frequenz

$$N_{1,x} = \frac{0,44 \cdot 272}{36,5} = 3,28 \quad (4.28)$$

dimensionslose spektrale Dichte der Windturbulenz

$$R_N = \frac{6,8 \cdot 3,28}{(1 + 10,2 \cdot 3,28)^{5/3}} = 0,061 \quad (4.29)$$

aerodynamische Übertragungsfunktion

$$\eta_h = 4,6 \cdot \frac{3,28 \cdot 48 \text{ m}}{272 \text{ m}} = 2,66 \quad \rightarrow \quad R_h = 0,306 \quad (4.30)$$

$$\eta_b = 4,6 \cdot \frac{3,28 \cdot 2,0 \text{ m}}{272 \text{ m}} = 0,11 \quad \rightarrow \quad R_b = 0,930 \quad (4.31)$$

logarithmisches Dämpfungsdekrement

$$\delta = 0,1 \quad (4.32)$$

Resonanz-Antwortanteil

$$R_x^2 = \frac{\pi^2}{2 \cdot 0,1} \cdot 0,061 \cdot 0,306 \cdot 0,930 = 0,857 \quad (4.33)$$

Erwartungswert der Frequenz der Böenreaktion

$$S = 0,46 \cdot \frac{2,0 \text{ m} + 48 \text{ m}}{272 \text{ m}} + 10,58 \cdot \sqrt{\frac{2,0 \text{ m} \cdot 48 \text{ m}}{272 \text{ m}}} = 0,466 \quad (4.34)$$

$$\nu_{E0} = \frac{36,5 \text{ m/s}}{272 \text{ m}} \cdot \frac{1}{1,11 \cdot 0,466^{0,615}} = 0,193 \text{ Hz} \quad (4.35)$$

$$\nu_E = \sqrt{\frac{0,193^2 \cdot 0,764 + 0,44^2 \cdot 0,857}{0,764 + 0,857}} = 0,346 \text{ Hz} \quad (4.36)$$

statistischer Spitzenfaktor

$$g = \sqrt{2 \cdot \ln(0,346 \cdot 600)} + \frac{0,6}{\sqrt{2 \cdot \ln(0,346 \cdot 600)}} = 3,45 \quad (4.37)$$

4 Untersuchung abgespannter Maste

Böenreaktionsfaktor

$$G = 1 + 2 \cdot 3,45 \cdot 0,117 \sqrt{0,764 + 0,857} = 2,03 \quad (4.38)$$

4.4.5 Schnittgrößen für Windrichtung 0 Grad

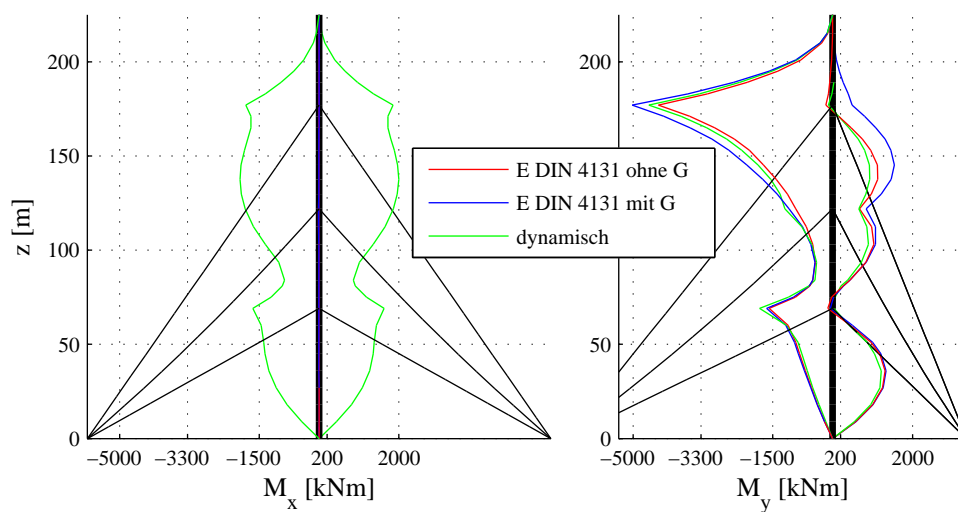


Abbildung 4.43: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 0°

Tabelle 4.17: Mast II: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 0 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	1995	0	0
	min	-1983	-13	-13
My	max	1216	1313	1541
	min	-4610	-4368	-5027

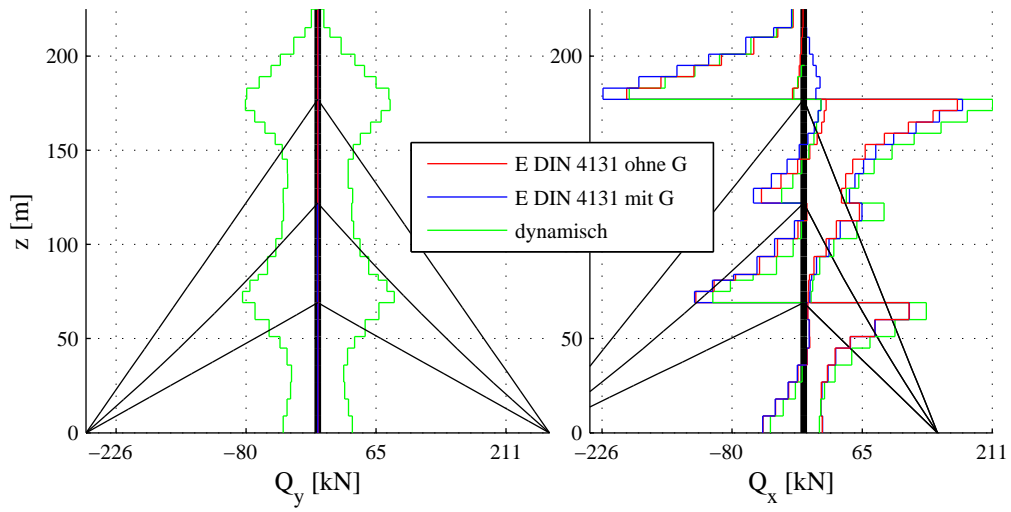


Abbildung 4.44: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 0°

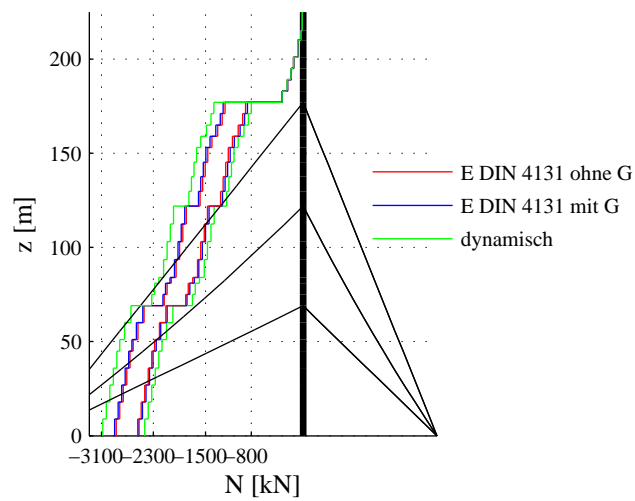


Abbildung 4.45: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 0°

4.4.6 Schnittgrößen für Windrichtung 20 Grad

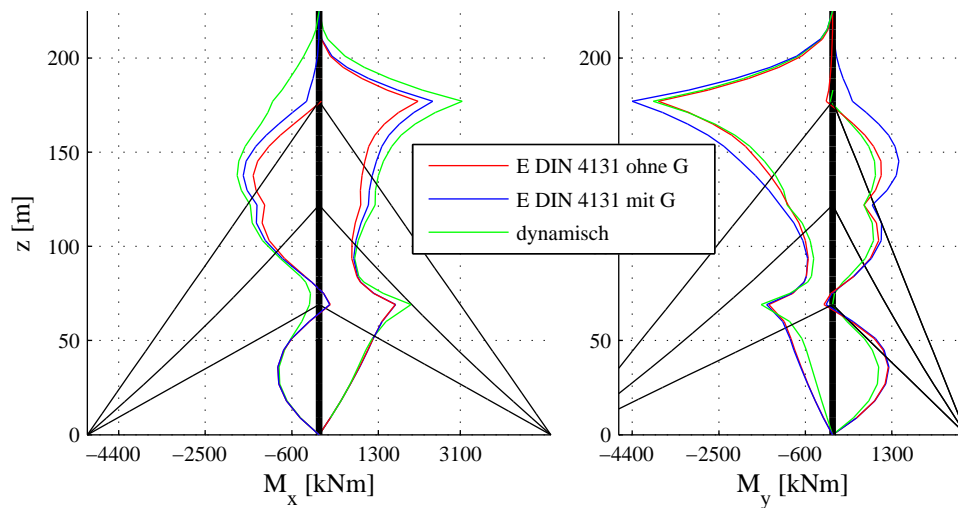


Abbildung 4.46: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 20°

Tabelle 4.18: Mast II: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 20 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	3140	2170	2496
	min	-1797	-1447	-1666
My	max	1009	1223	1455
	min	-3936	-3827	-4404

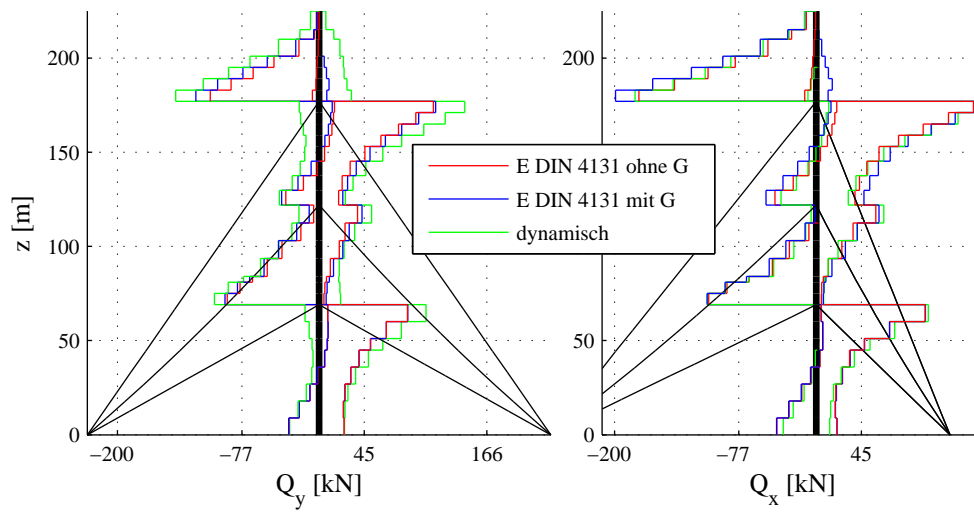


Abbildung 4.47: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 20°

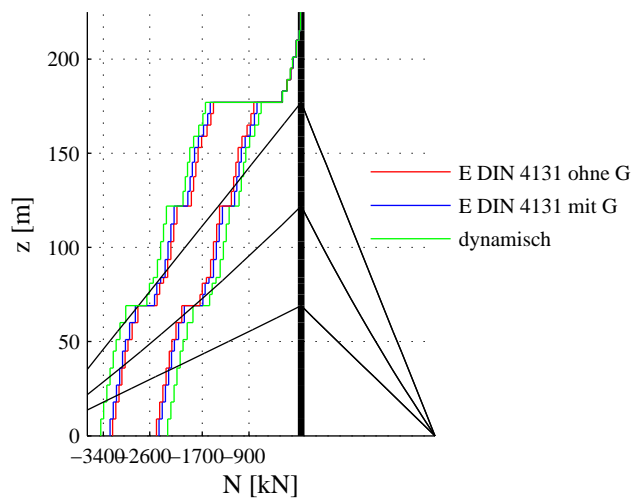


Abbildung 4.48: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 20°

4.4.7 Schnittgrößen für Windrichtung 45 Grad

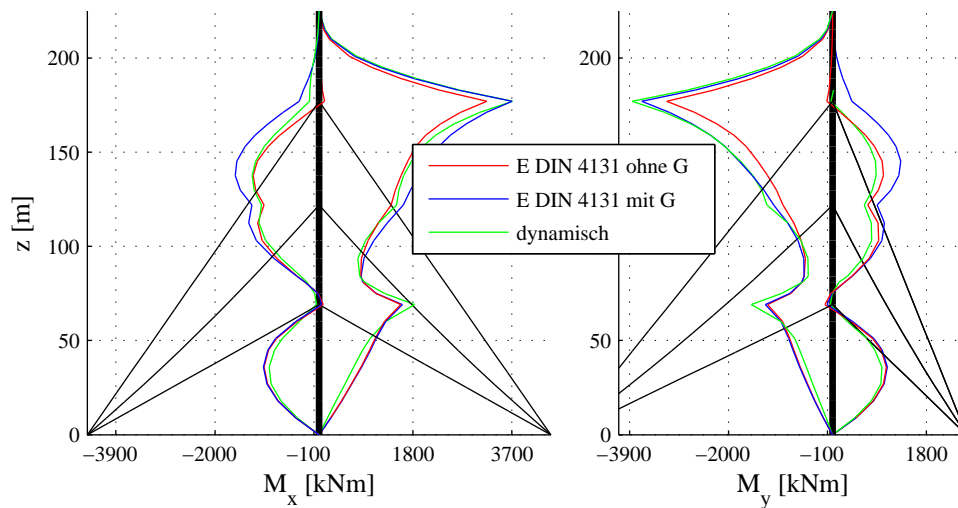


Abbildung 4.49: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 45°

Tabelle 4.19: Mast II: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 45 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	3710	3220	3706
	min	-1285	-1267	-1610
My	max	945	1033	1304
	min	-3851	-3184	-3664

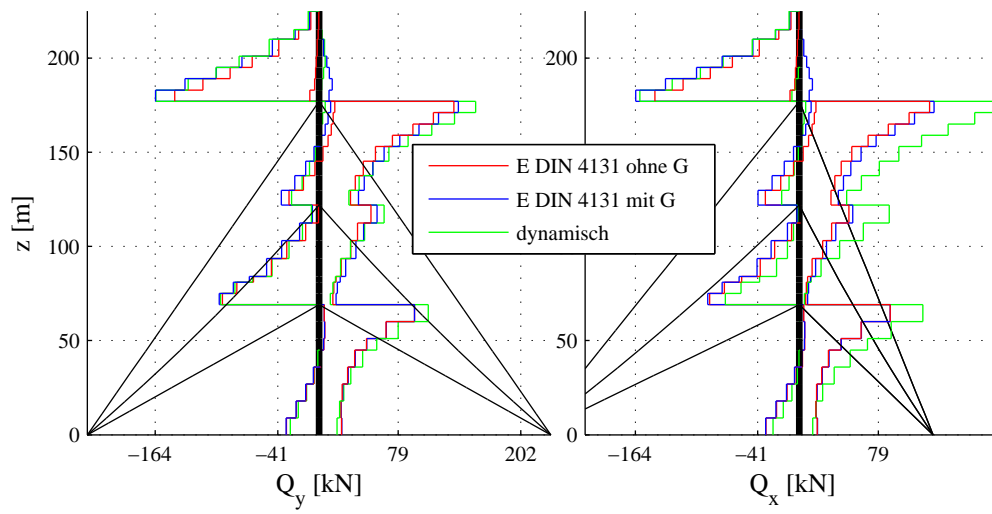


Abbildung 4.50: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 45°

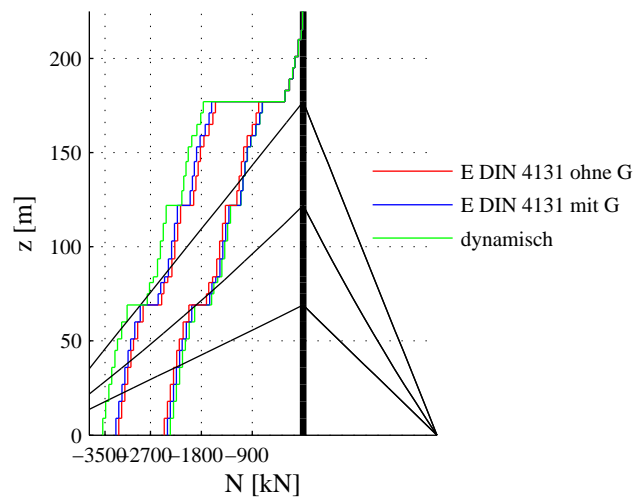


Abbildung 4.51: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 45°

4.4.8 Schnittgrößen für Windrichtung 90 Grad

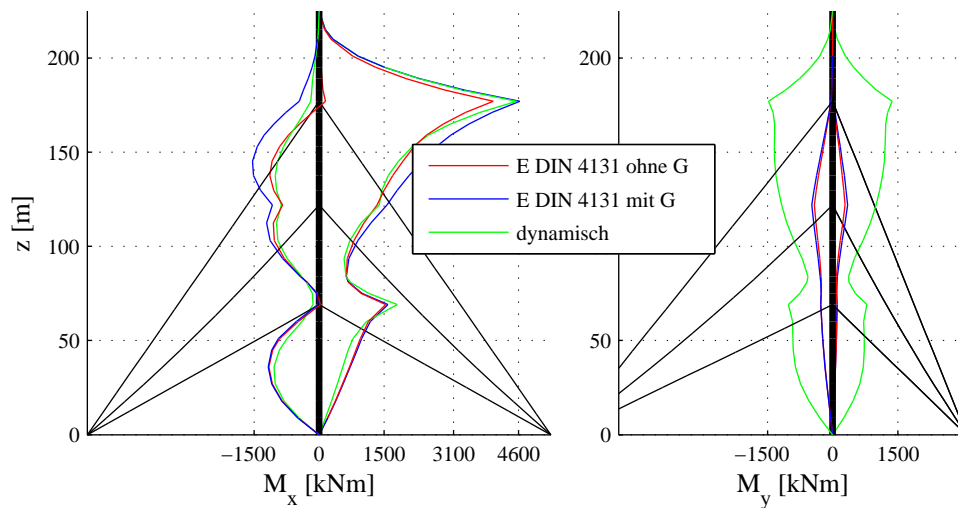


Abbildung 4.52: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 90°

Tabelle 4.20: Mast II: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 90 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	4556	4020	4627
	min	-1042	-1158	-1535
My	max	1372	286	344
	min	-1482	-424	-481

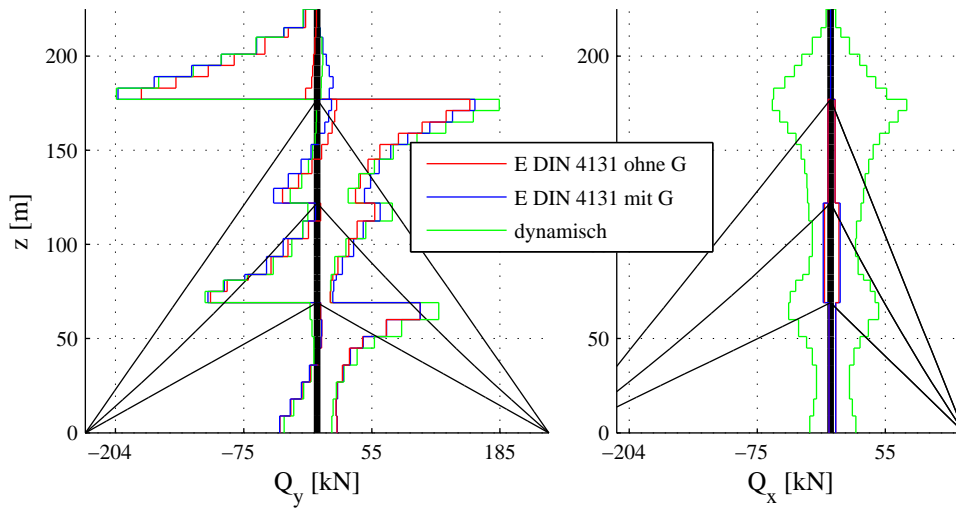


Abbildung 4.53: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 90°

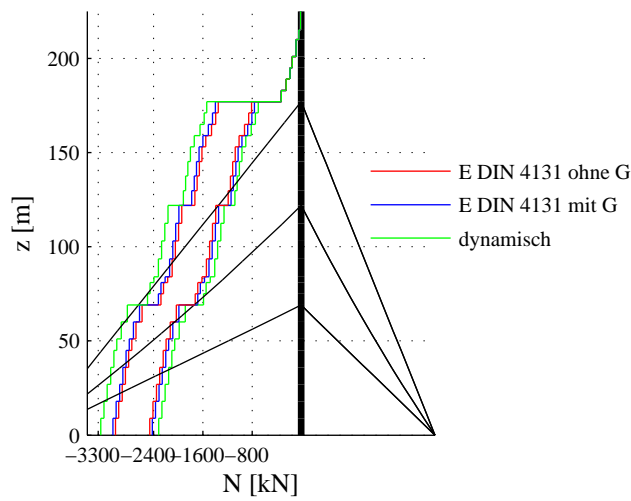


Abbildung 4.54: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 90°

4.4.9 Schnittgrößen für Windrichtung 135 Grad

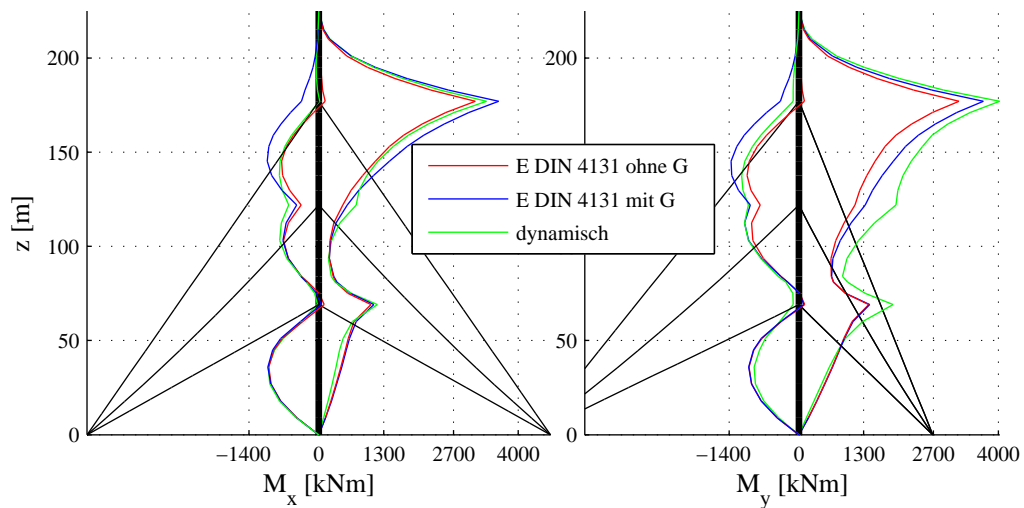


Abbildung 4.55: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 135°

Tabelle 4.21: Mast II: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 135 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	3364	3137	3610
	min	-1014	-1003	-1032
My	max	4023	3212	3696
	min	-1147	-1039	-1357

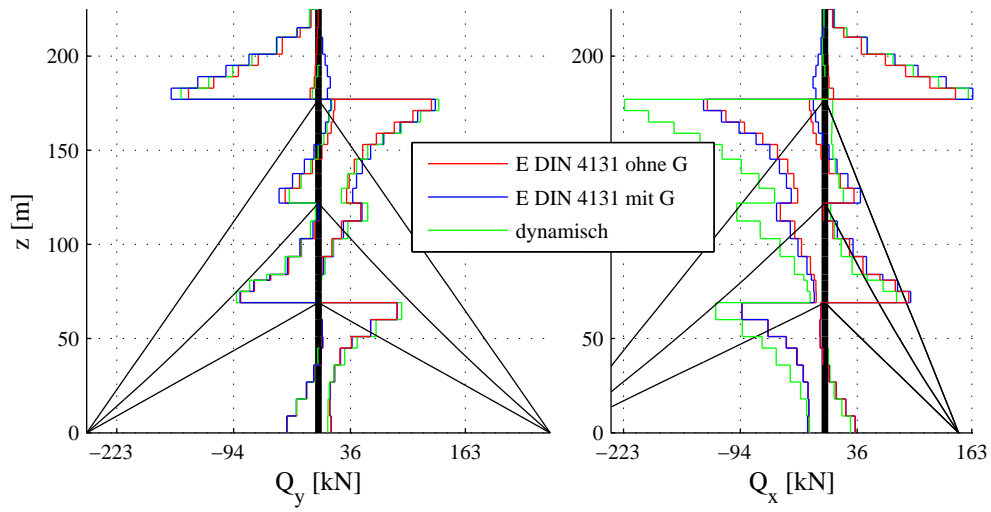


Abbildung 4.56: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 135°

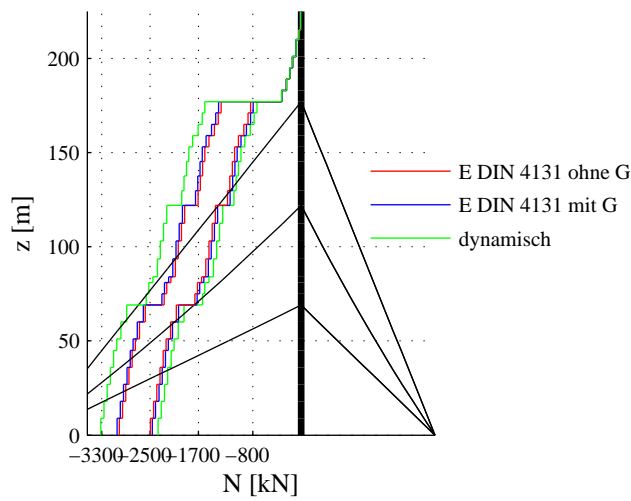


Abbildung 4.57: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 135°

4.4.10 Schnittgrößen für Windrichtung 160 Grad

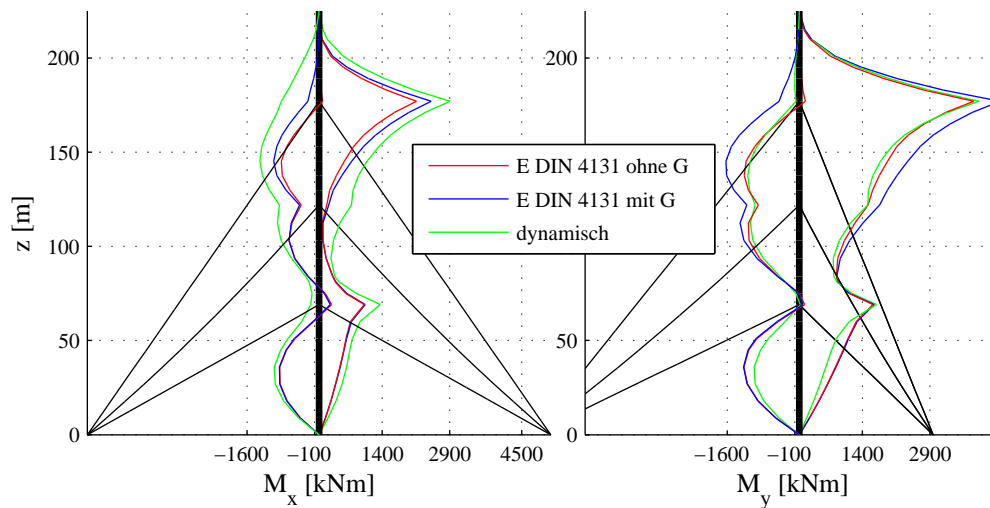


Abbildung 4.58: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 160°

Tabelle 4.22: Mast II: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 160 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	2913	2162	2487
	min	-1314	-878	-1009
My	max	3990	3876	4459
	min	-1145	-1229	-1362

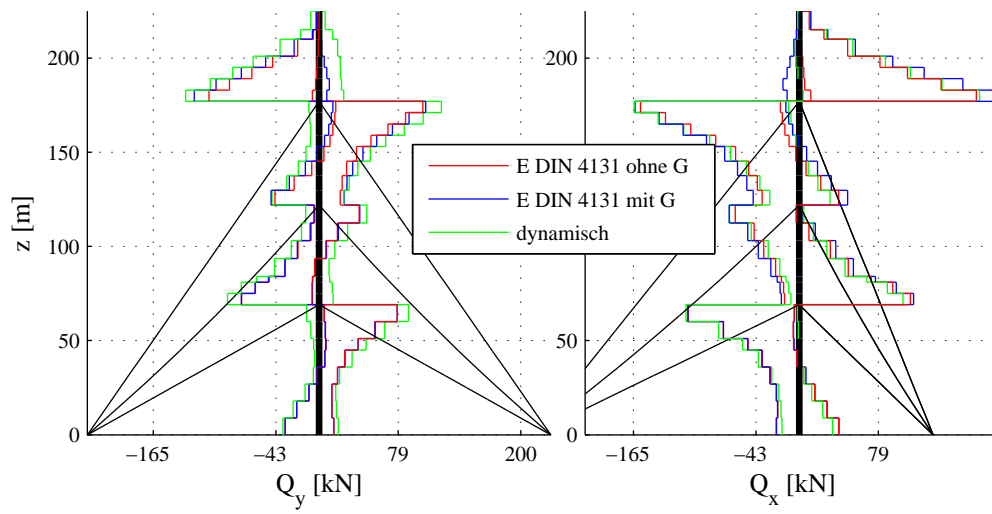


Abbildung 4.59: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 160°

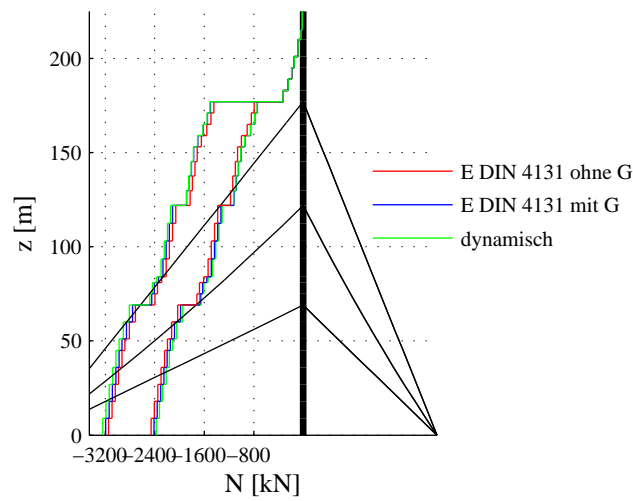


Abbildung 4.60: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 20°

4.4.11 Schnittgrößen für Windrichtung 180 Grad

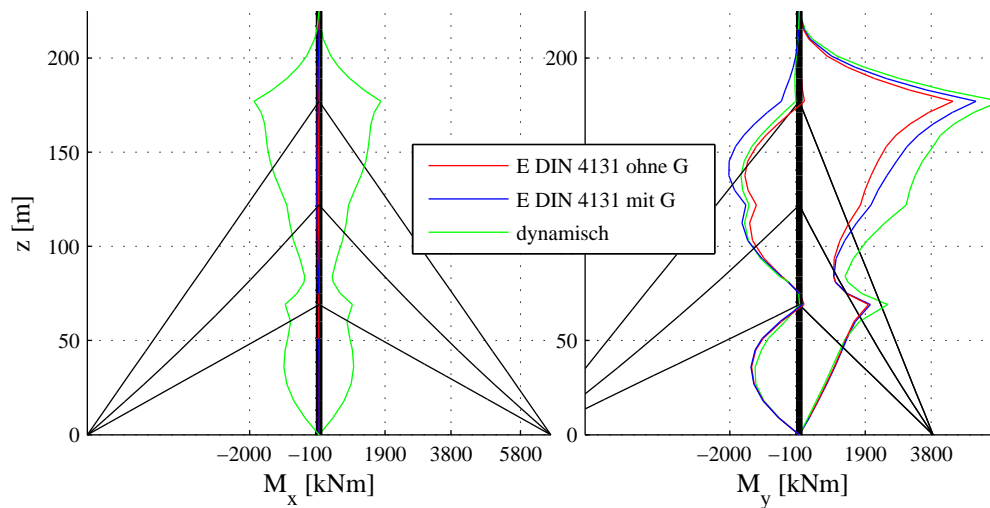


Abbildung 4.61: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 180°

Tabelle 4.23: Mast II: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 180 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	1785	3	3
	min	-1875	-61	-64
My	max	5783	4429	5097
	min	-1678	-1570	-2027

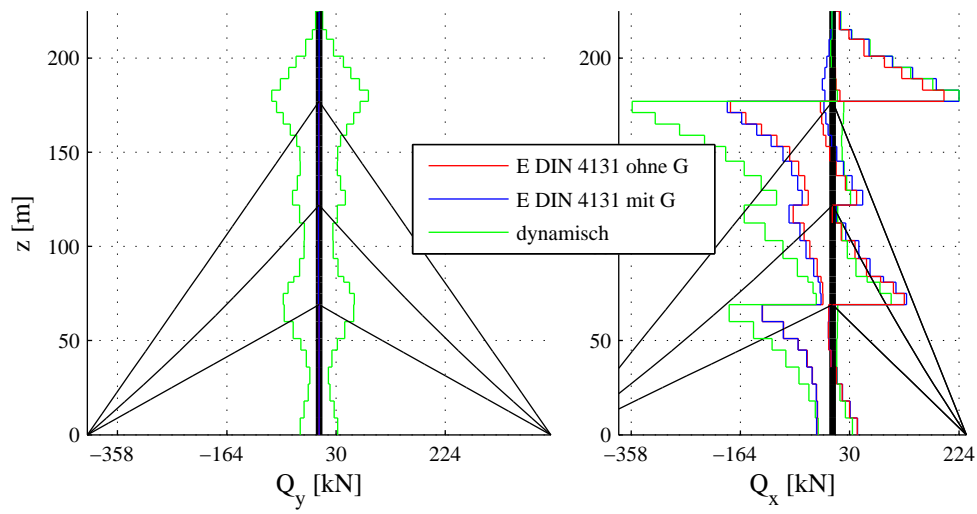


Abbildung 4.62: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 180°

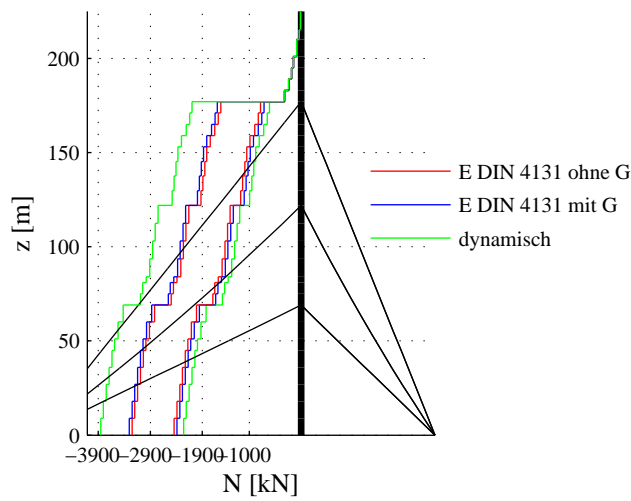


Abbildung 4.63: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 180°

4.4.12 Zusammenfassung aller Windrichtungen

In Abbildung 4.64 sind die Einhüllenden der maximalen und minimalen Normalspannungen aller Eckstiele und des quadratischen Antennenaufsatzes dargestellt, wie sie sich bei einer Untersuchung aller sieben Windrichtungen ergeben. Im Bereich des überkragenden Mastschaftes liefern die Patch-Last-Berechnung mit Böenreaktionsfaktor und die dynamische Berechnung zum Großteil identische Ergebnisse. Teilweise unterschätzt das Patch-Last-Verfahren die Normalspannungen bis zu 3 %. Ohne Böenreaktionsfaktor liegt das Patch-Last-Verfahren ca. 13 % unterhalb der dynamischen Berechnung.

Da die Seile der mittleren Abspannebene verhältnismäßig gering vorgespannt sind, hat die Dynamik des Tragwerks noch bis über die mittlere Abspannebene hinaus großen Einfluss auf die Beanspruchungen. Dadurch unterschätzt eine Berechnung mit Böenreaktionsfaktor die Normalspannungen auf Höhe der 2. Abspannebene bis zu 18%. Ohne Böenreaktionsfaktor liefert das Patch-Last-Verfahren bis zu 26% kleinere Normalspannungen.

Erst deutlich unterhalb der 2. Abspannebene stellt man erwartungsgemäß keine Unterschiede im Patch-Last-Verfahren zwischen einer Berechnung mit Böenreaktionsfaktor und ohne fest. Hier liegt das Patch-Last-Verfahren in beiden Fällen aber bis zu 14 % unterhalb des Ergebnisses der dynamischen Zeitverlaufsberechnung.

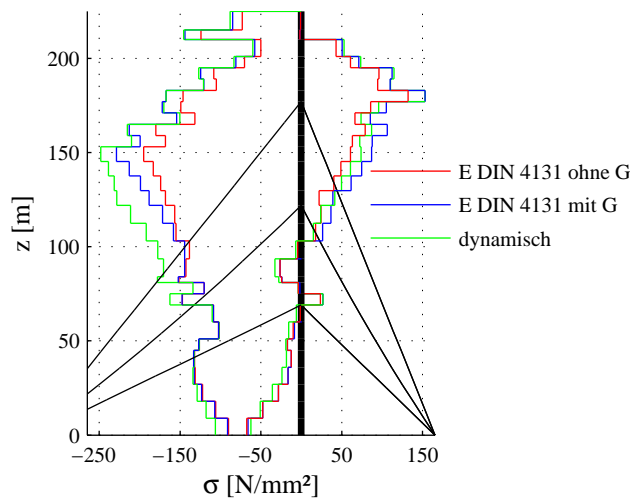


Abbildung 4.64: Einhüllende der Normalspannungen, alle Anströmrichtungen

In Tabelle 4.24 sind die maximalen und minimalen Seilkräfte in den drei Abspannebenen zusammengestellt, wie sie sich bei einer Untersuchung aller sieben Windrichtungen ergeben.

Der Böenreaktionsfaktor nimmt dabei nur Einfluss auf die Seilkräfte der obersten Abspannebene Nr. 3. Dessen Berücksichtigung unterschätzt die Seilkräfte um ca. 17 %. Ohne Böenreaktionsfaktor liegen diese ca. 22 % unterhalb der Referenzlösung.

Tabelle 4.24: Mast II: Extremwerte der Seilkräfte in kN (alle Windrichtungen)

Seilebene		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
1	max	417	408	410
	min	0	29	27
2	max	230	225	226
	min	(<0)	18	17
3	max	1088	854	906
	min	(<0)	30	28

4.5 Mast III, 230 m

4.5.1 Systemdaten

Der dritte untersuchte Mast ist vierstieliger Fachwerkgerüstmast mit quadratischem Grundriss. Die obersten 12 m bestehen aus einem Antennenträger mit einem Kreiszyylinder als tragenden Querschnitt. Der Mast ist in drei Ebenen abgespannt. Er befindet sich in Windzone 2, Geländekategorie II. Neben den Windrichtungen nach E DIN 4131:2005-03 werden noch die Windrichtungen $\bar{\varphi} = 20^\circ$ und $\bar{\varphi} = 160^\circ$ untersucht, da der Kraftbeiwerteverlauf an diesen beiden Stellen extremal ist, vgl. Abbildung 4.66.

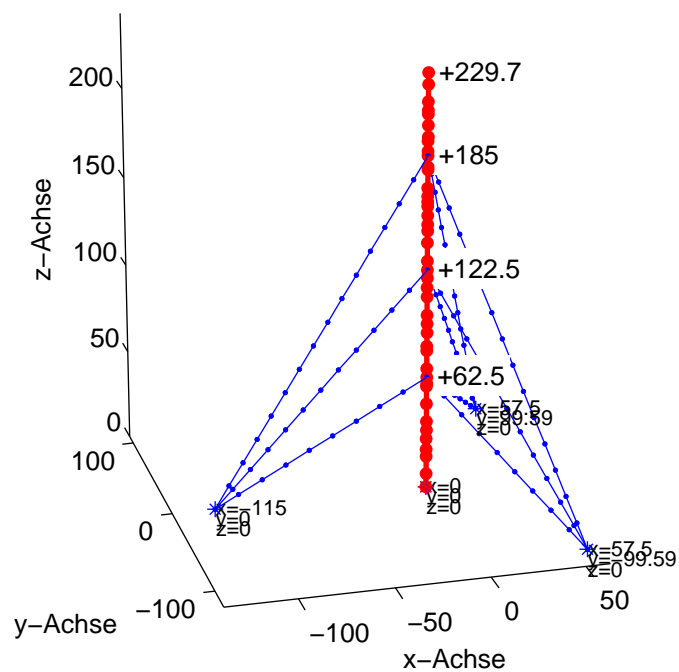


Abbildung 4.65: Mast III, 230 m hoher Fachwerkgerüstmast

Tabelle 4.25: Querschnittswerte der Biegeelemente zur Beschreibung des Mastchaftes

Abschnitt z [m]	Fläche A [m ²]	Trägheits- moment $I_y = I_z$ [m ⁴]	Schubflächen- beiwert $\alpha_{sy} = \alpha_{sz}$ [-]	Elastizitäts- modul E [$\frac{kN}{cm^2}$]	Schub- modul G [$\frac{kN}{cm^2}$]	Masse m [$\frac{t}{m}$]
0-7,5	0,046	0,0302	0,0567	21000	8100	0,7033
7,5-17,5	0,046	0,0302	0,0567	21000	8100	0,7003
17,5-21,5	0,0496	0,0325	0,0526	21000	8100	0,734
21,5-27,5	0,0496	0,0325	0,0526	21000	8100	0,85
27,5-32,5	0,0496	0,0325	0,0526	21000	8100	0,84
32,5-37,5	0,0496	0,0325	0,0526	21000	8100	0,84
37,5-47,5	0,046	0,0302	0,0567	21000	8100	0,8103
47,5-57,5	0,046	0,0302	0,0567	21000	8100	0,8103
57,5-59	0,0496	0,0325	0,0526	21000	8100	0,84
59-62,5	0,0496	0,0325	0,0526	21000	8100	0,743
62,5-67,5	0,0496	0,0325	0,0526	21000	8100	0,736
67,5-77,5	0,046	0,0302	0,0567	21000	8100	0,6903
77,5-80	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,5988
80-87,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,7188
87,5-92,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,7188
92,5-97,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,7248
97,5-107,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,7218
107,5-118	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,7188
118-122,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,6168
122,5-127,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,6168
127,5-137,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,5988
137,5-144	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,6938
144-147,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,8968
147,5-152,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,8888
152,5-157,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,8888
157,5-160	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,8888
160-163	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,6488
163-167,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,8488
167,5-177,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,8488
177,5-179	0,046	0,0302	0,0567	21000	8100	0,7503
179-185	0,046	0,0302	0,0567	21000	8100	0,7633
185-187,5	0,046	0,0302	0,0567	21000	8100	0,7903
187,5-193	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,6688
193-195,3	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,5988
195,3-207,5	0,0349	0,0229	0,0747	21000	8100	0,6008
207,5-209,6	0,075134	0,0242	0,5306	2300	600	0,305
209,6-214,2	0,060119	0,0194	0,5306	2300	600	0,293
214,2-223,4	0,060119	0,0194	0,5306	2300	600	0,293
223,4-229,7	0,060119	0,0194	0,5306	2300	600	0,298

4 Untersuchung abgespannter Maste

Tabelle 4.26: Systemdaten der Abspannseile

Ebene Nr.	Durch- messer $\varnothing [mm]$	Füll- faktor [-]	Vorspann- kraft $P_0 [kN]$	Elastizitäts- modul $E [\frac{kN}{cm^2}]$	Masse $m [\frac{kg}{m}]$
1	54	0,74	220	15000	13,30
2	50	0,74	150	15000	11,41
3	70	0,74	370	15000	22,36

In Abbildung 4.66 sind die verwendeten Verläufe der aerodynamischen Kraftbeiwerte beispielhaft für ausgewählte Abschnitte des Mastschaftes dargestellt.

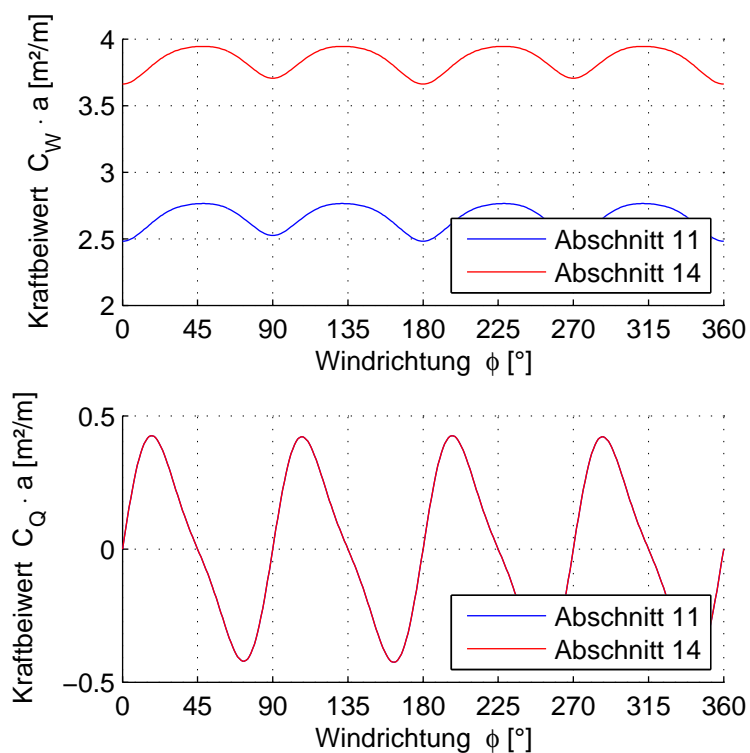


Abbildung 4.66: Verlauf der aerodynamischen Kraftbeiwerte in ausgewählten Abschnitten

4.5.2 Eigenfrequenzen und -formen

In den Abbildungen 4.67 auf der nächsten Seite, 4.68 auf der nächsten Seite und 4.69 auf Seite 101 sind ausgewählte Eigenformen des Tragwerks im Lastfall Eigengewicht für den Frequenzbereich bis 1,4 Hz dargestellt.

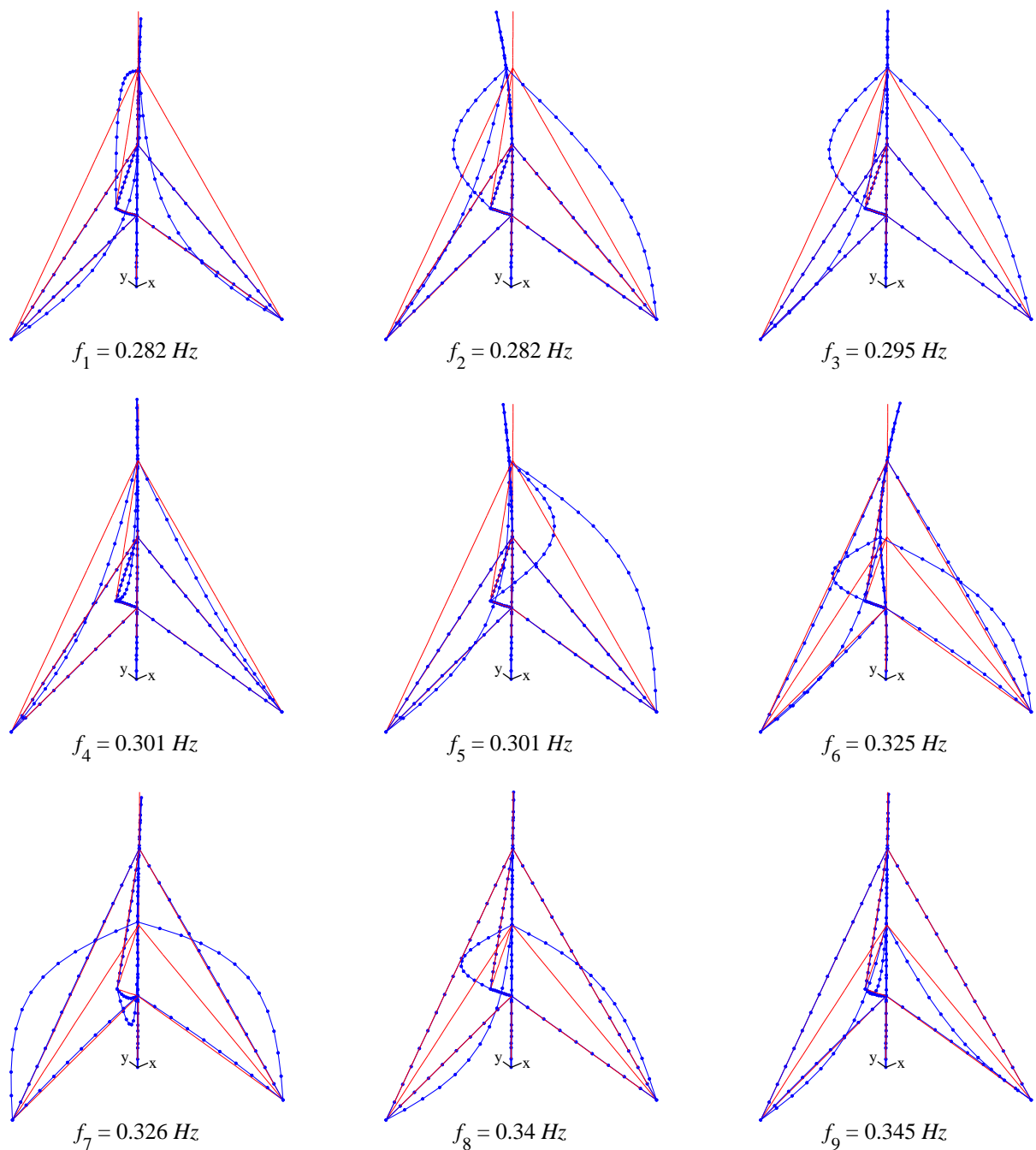


Abbildung 4.67: Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen

4 Untersuchung abgespannter Maste

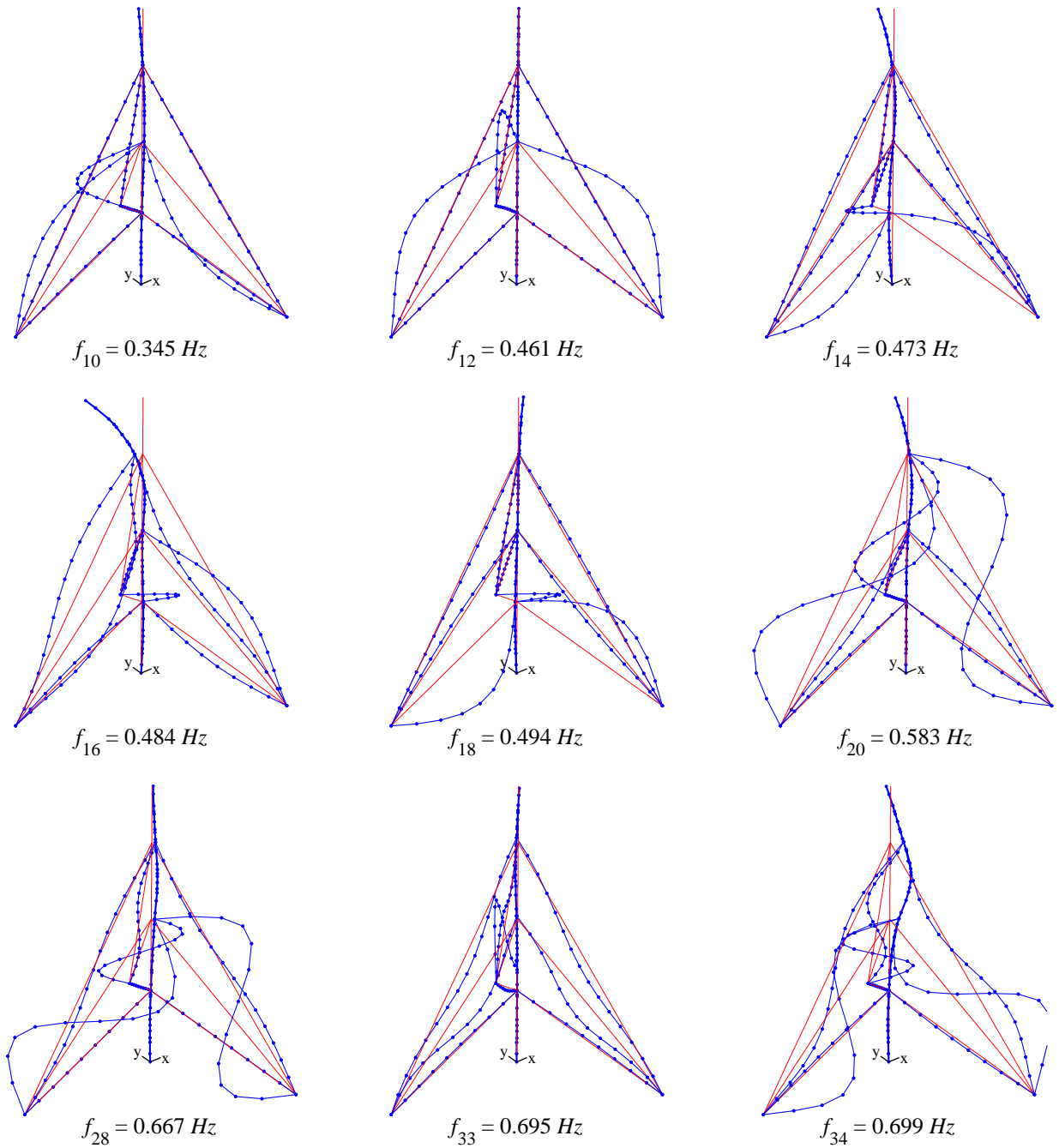


Abbildung 4.68: Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen

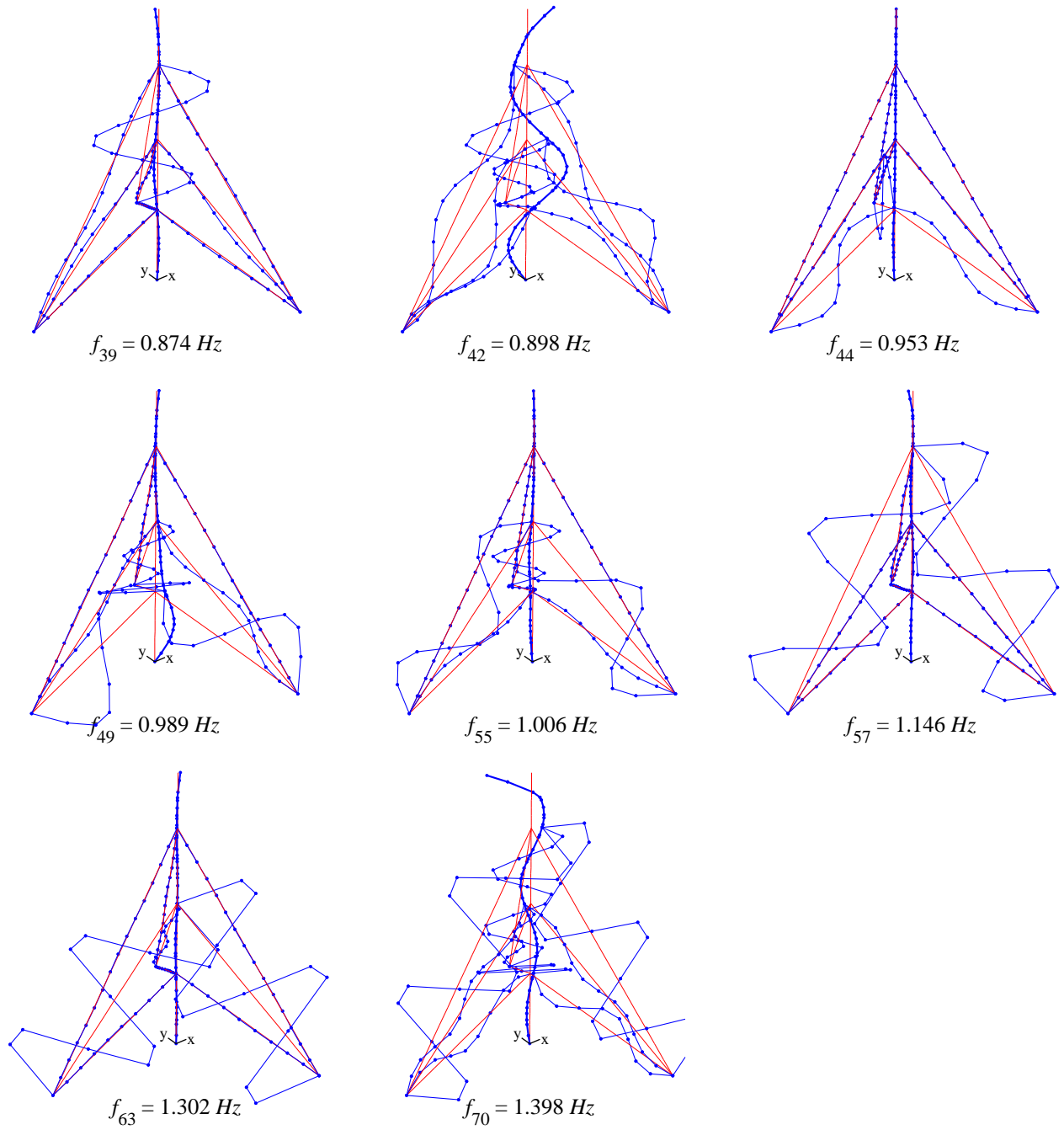


Abbildung 4.69: Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen

4.5.3 Überprüfung der Abgrenzungskriterien

$$\beta_s = \frac{4 \left(\frac{5,0 \cdot 10^6}{61,7^2} \right)}{\frac{1}{3} (2913 \cdot 62,5 + 1945 \cdot 122 + 2941 \cdot 185)} = 0,017 < 1 \quad (4.39)$$

$$Q = \frac{1}{30} \sqrt[3]{\frac{229,7 \cdot 41,3}{1,69}} \cdot \sqrt{\frac{695}{229,7 \cdot 3,14}} = 0,58 < 1 \quad (4.40)$$

4.5.4 Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt

Eigenfrequenz in der maßgebenden Eigenform

$$n_{1,x} = 0,47 \text{ Hz} \quad \text{vgl. Abbildung 4.68} \quad (4.41)$$

Als Referenzhöhe wird die Höhe der obersten Abspannebene über Grund plus 60 % der Höhe des überkragenden Abschnittes angesetzt

$$z_e = 185 \text{ m} + 0,6 \cdot 44,7 \text{ m} = 211,8 \text{ m} \quad (4.42)$$

Die Parameter der Windströmung in der Referenzhöhe ergeben sich entsprechend DIN 1055-4 zu

$$\bar{U}_{ze} = 40,8 \text{ m/s} \quad (4.43)$$

$$T_{ux,ze} = 0,117 \quad (4.44)$$

$$L_{ux,ze} = 274 \text{ m} \quad (4.45)$$

Böengrundanteil

$$Q_0^2 = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot \left(\frac{1,69 \text{ m} + 44,7 \text{ m}}{274 \text{ m}} \right)^{0,63}} = 0,773 \quad (4.46)$$

bezogene Frequenz

$$N_{1,x} = \frac{0,47 \cdot 274}{40,8} = 3,16 \quad (4.47)$$

dimensionslose spektrale Dichte der Windturbulenz

$$R_N = \frac{6,8 \cdot 3,16}{(1 + 10,2 \cdot 3,16)^{5/3}} = 0,063 \quad (4.48)$$

aerodynamische Übertragungsfunktion

$$\eta_h = 4,6 \cdot \frac{3,16 \cdot 44,7 \text{ m}}{274 \text{ m}} = 2,37 \quad \rightarrow \quad R_h = 0,334 \quad (4.49)$$

$$\eta_b = 4,6 \cdot \frac{3,16 \cdot 2,0 \text{ m}}{272 \text{ m}} = 0,09 \quad \rightarrow \quad R_b = 0,943 \quad (4.50)$$

logarithmisches Dämpfungsdekrement

$$\delta = 0,1 \quad (4.51)$$

Resonanz-Antwortanteil

$$R_x^2 = \frac{\pi^2}{2 \cdot 0,1} \cdot 0,063 \cdot 0,334 \cdot 0,930 = 0,970 \quad (4.52)$$

Erwartungswert der Frequenz der Böenreaktion

$$S = 0,46 \cdot \frac{2,0 \text{ m} + 44,7 \text{ m}}{272 \text{ m}} + 10,58 \cdot \sqrt{\frac{1,69 \text{ m} \cdot 44,7 \text{ m}}{272 \text{ m}}} = 0,414 \quad (4.53)$$

$$\nu_{E0} = \frac{40,8 \text{ m/s}}{274 \text{ m}} \cdot \frac{1}{1,11 \cdot 0,414^{0,615}} = 0,231 \text{ Hz} \quad (4.54)$$

$$\nu_E = \sqrt{\frac{0,231^2 \cdot 0,773 + 0,47^2 \cdot 0,970}{0,773 + 0,970}} = 0,383 \text{ Hz} \quad (4.55)$$

statistischer Spitzenfaktor

$$g = \sqrt{2 \cdot \ln(0,383 \cdot 600)} + \frac{0,6}{\sqrt{2 \cdot \ln(0,383 \cdot 600)}} = 3,48 \quad (4.56)$$

Böenreaktionsfaktor

$$G = 1 + 2 \cdot 3,48 \cdot 0,117 \sqrt{0,773 + 0,970} = 2,07 \quad (4.57)$$

4.5.5 Schnittgrößen für Windrichtung 0 Grad

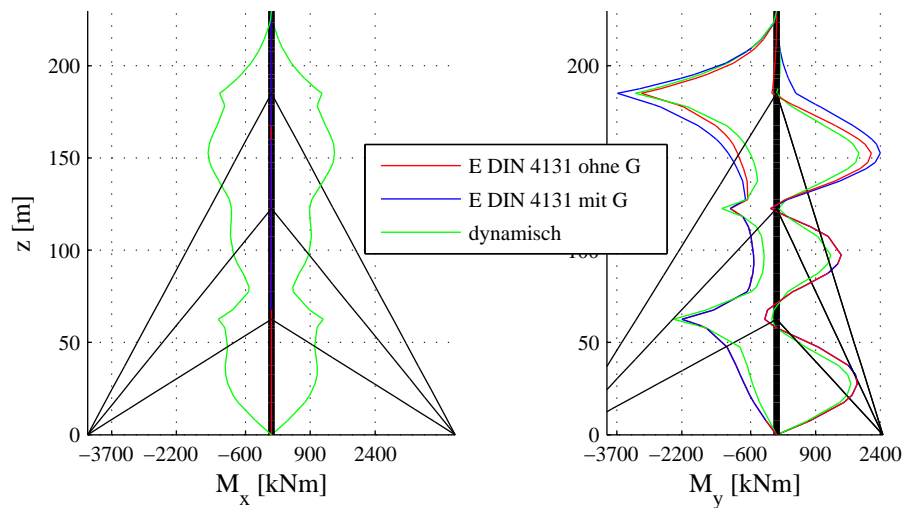


Abbildung 4.70: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 0°

Tabelle 4.27: Mast III: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 0 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
M _x	max	1463	3	3
	min	-1464	-23	-23
M _y	max	1901	2187	2400
	min	-3275	-3132	-3685

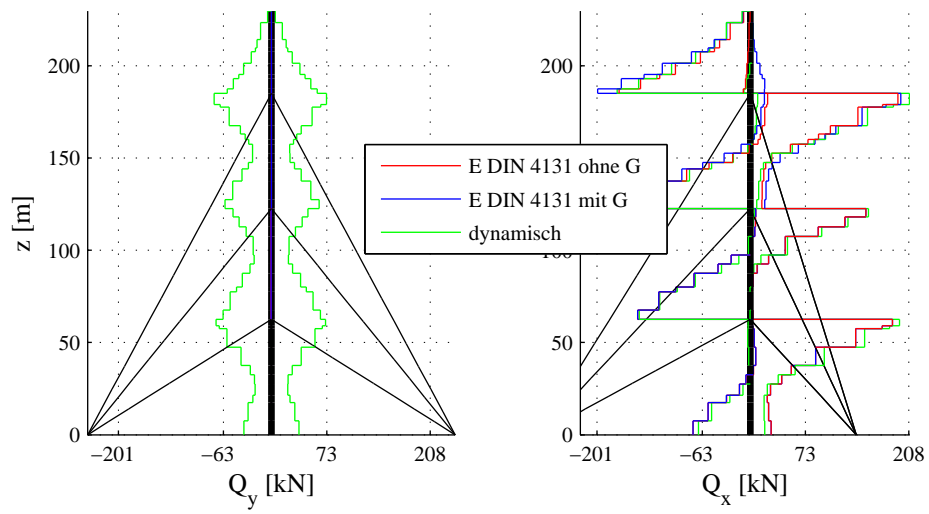


Abbildung 4.71: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 0°

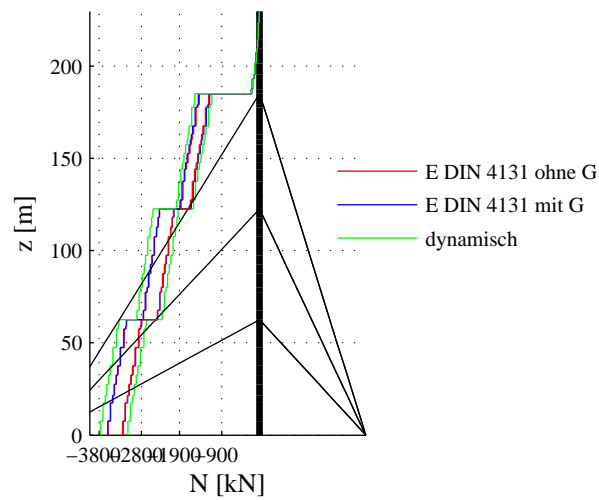


Abbildung 4.72: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 0°

4.5.6 Schnittgrößen für Windrichtung 20 Grad

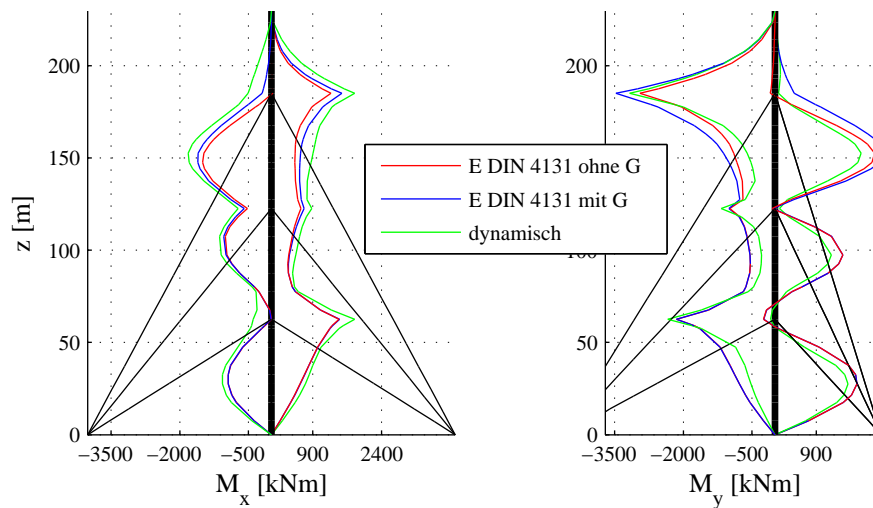


Abbildung 4.73: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 20°

Tabelle 4.28: Mast III: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 20 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
M _x	max	1818	1476	1534
	min	-1814	-1500	-1610
M _y	max	1878	2173	2390
	min	-3170	-2952	-3472

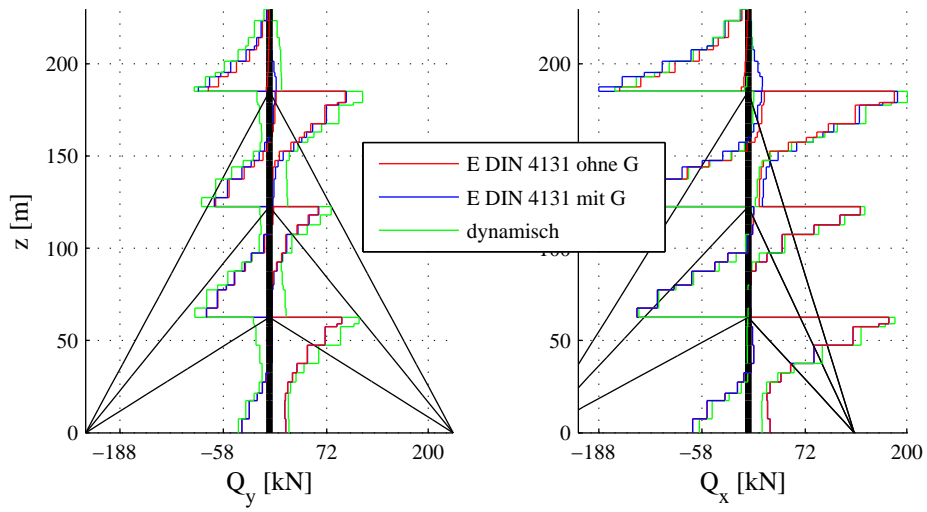


Abbildung 4.74: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 20°

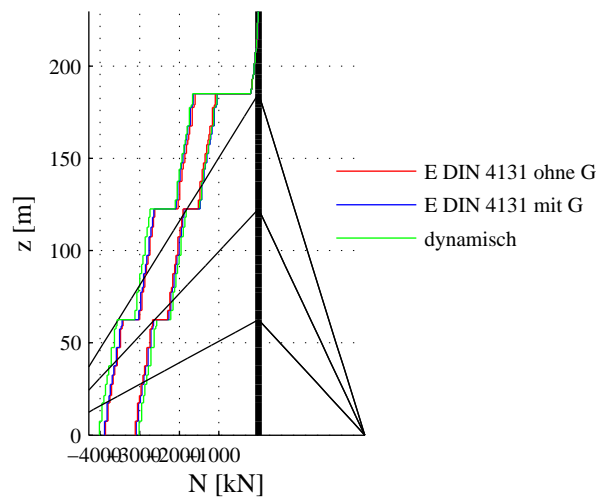


Abbildung 4.75: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 20°

4.5.7 Schnittgrößen für Windrichtung 45 Grad

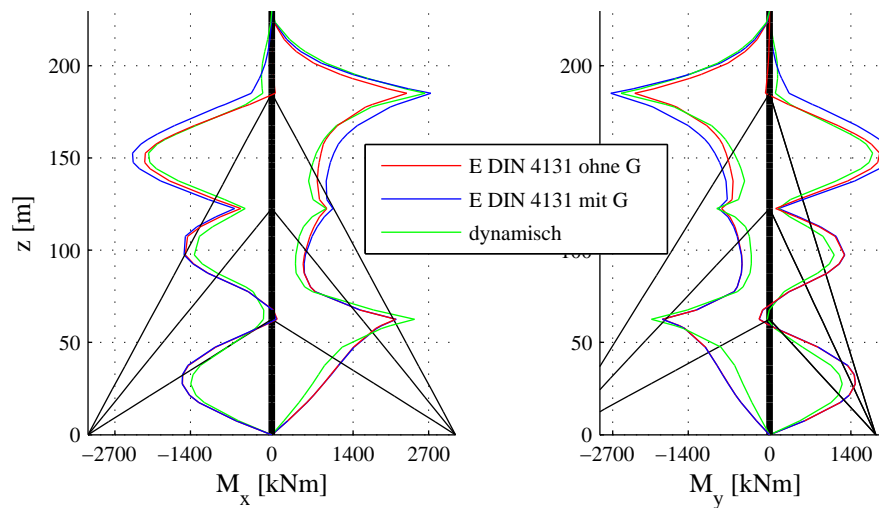


Abbildung 4.76: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 45°

Tabelle 4.29: Mast III: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 45 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	2641	2326	2740
	min	-2121	-2190	-2399
My	max	1772	1894	2083
	min	-2555	-2321	-2731

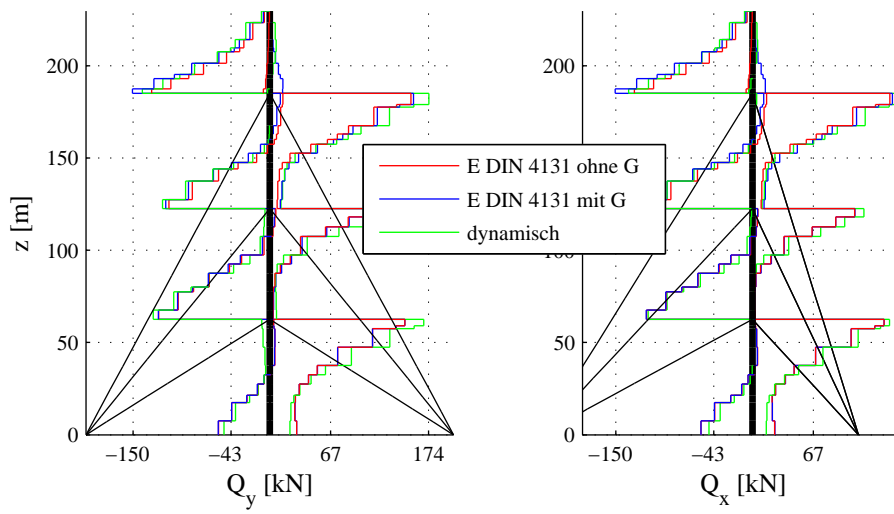


Abbildung 4.77: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 45°

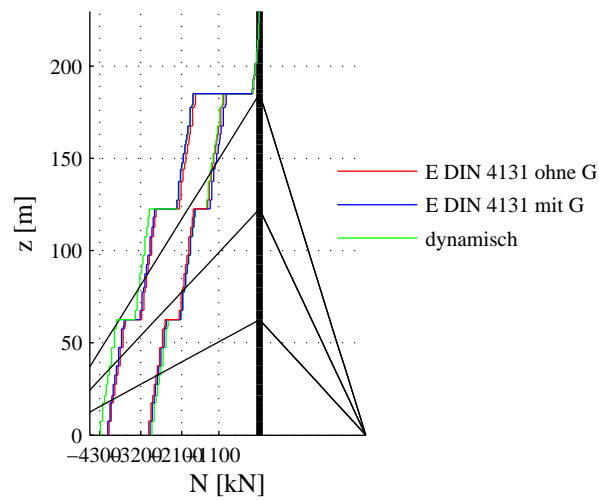


Abbildung 4.78: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 45°

4.5.8 Schnittgrößen für Windrichtung 90 Grad

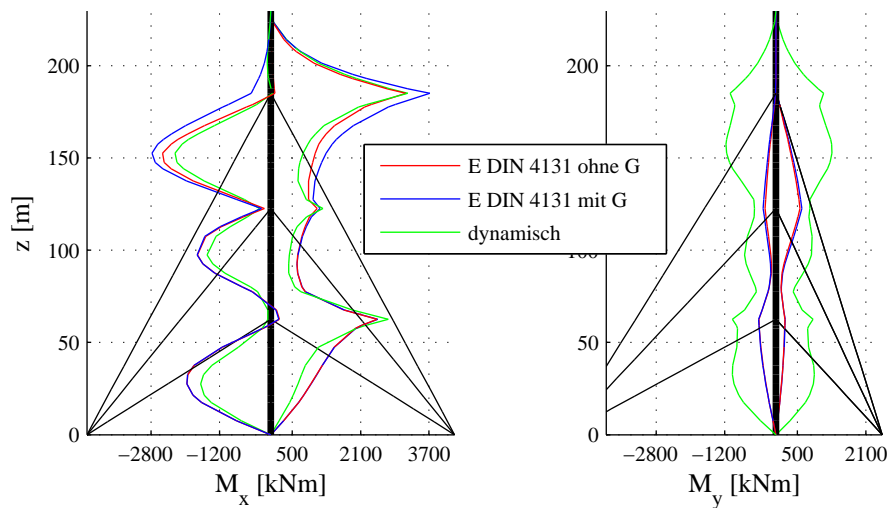


Abbildung 4.79: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 90°

Tabelle 4.30: Mast III: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 90 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	3200	3161	3720
	min	-2240	-2526	-2780
My	max	1306	561	602
	min	-1169	-399	-405

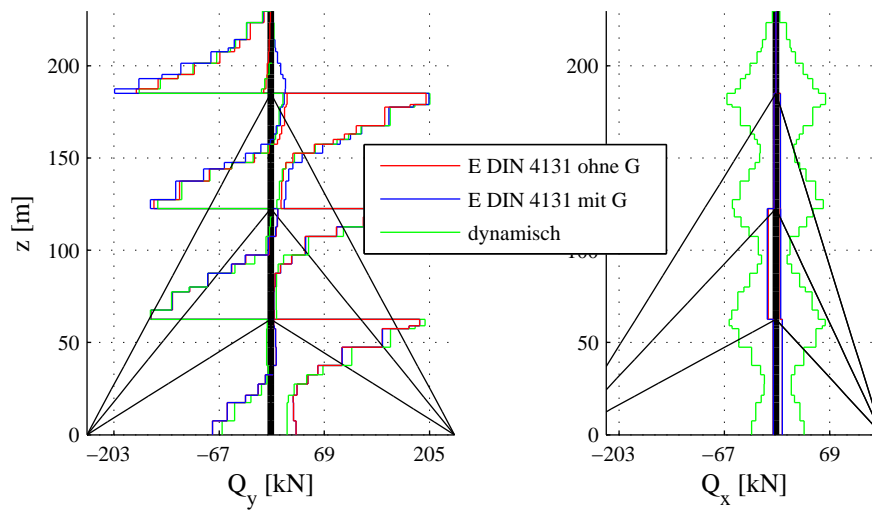


Abbildung 4.80: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 90°

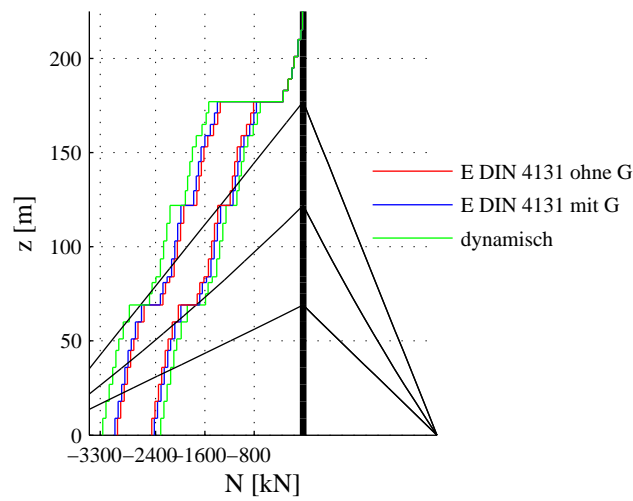


Abbildung 4.81: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 90°

4.5.9 Schnittgrößen für Windrichtung 135 Grad

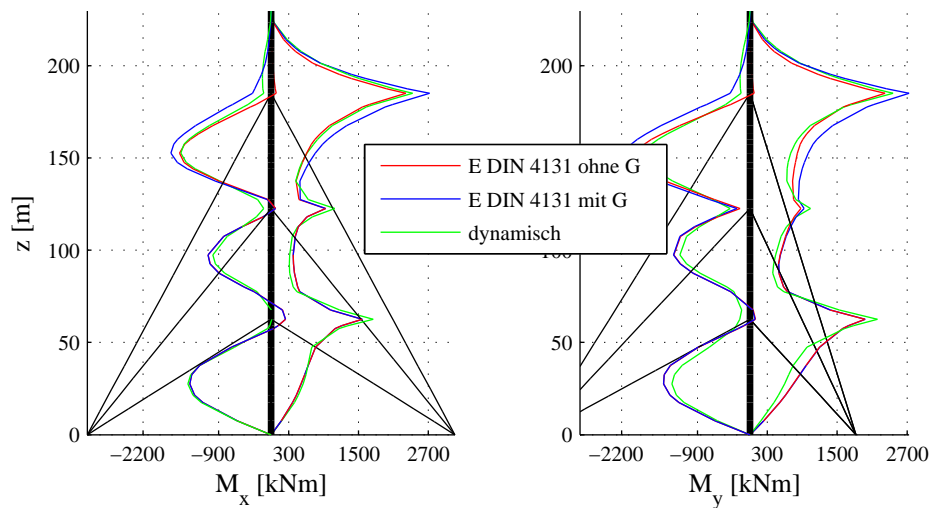


Abbildung 4.82: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 135°

Tabelle 4.31: Mast III: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 135 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	2430	2313	2720
	min	-1552	-1573	-1720
My	max	2460	2322	2733
	min	-1809	-1967	-2150

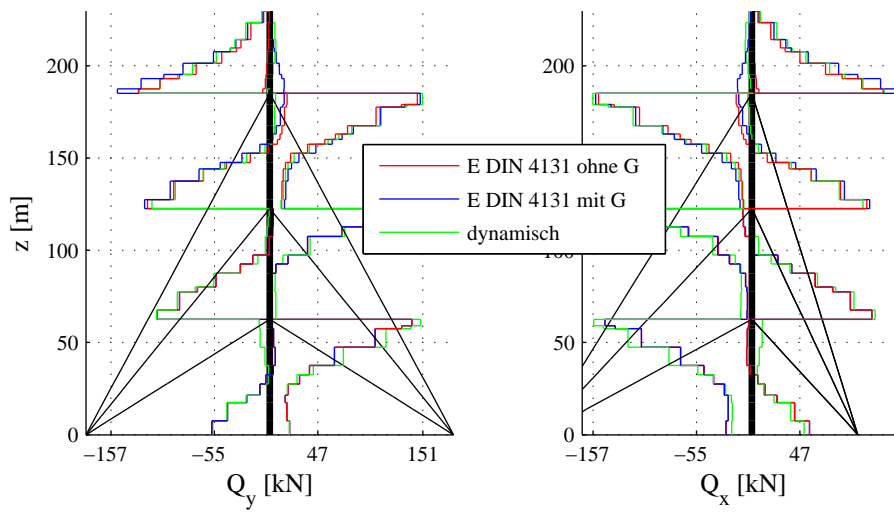


Abbildung 4.83: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 135°

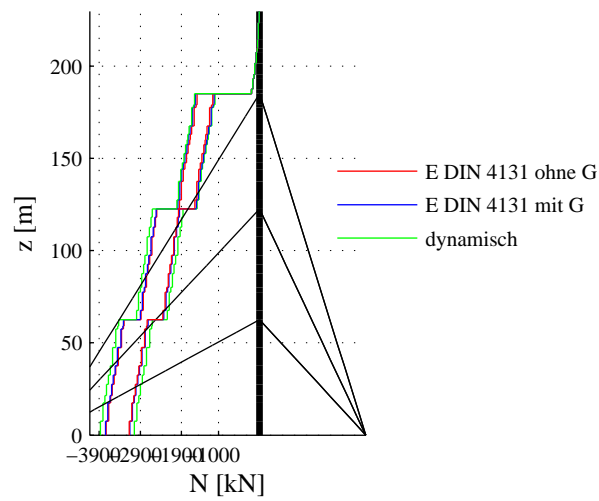


Abbildung 4.84: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 135°

4.5.10 Schnittgrößen für Windrichtung 160 Grad

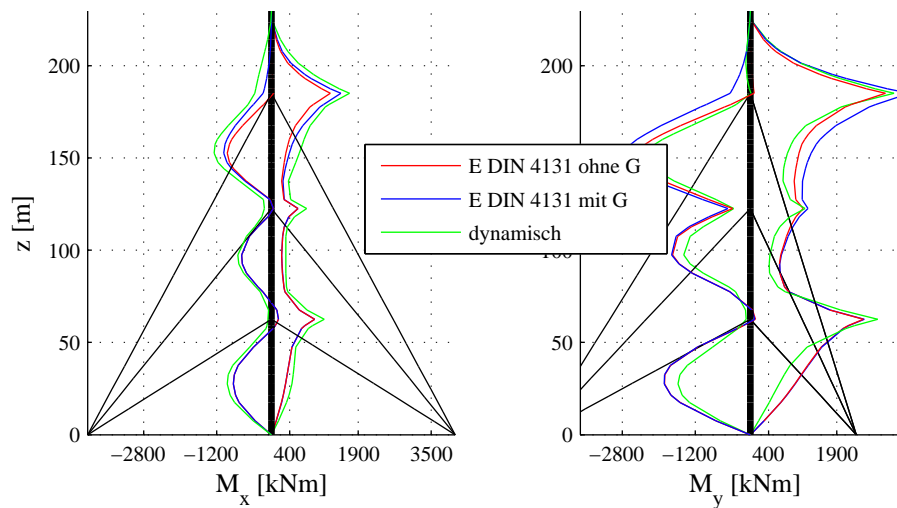


Abbildung 4.85: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 160°

Tabelle 4.32: Mast III: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 160 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	1709	1293	1519
	min	-1257	-969	-1043
My	max	3150	2962	3487
	min	-2274	-2505	-2770

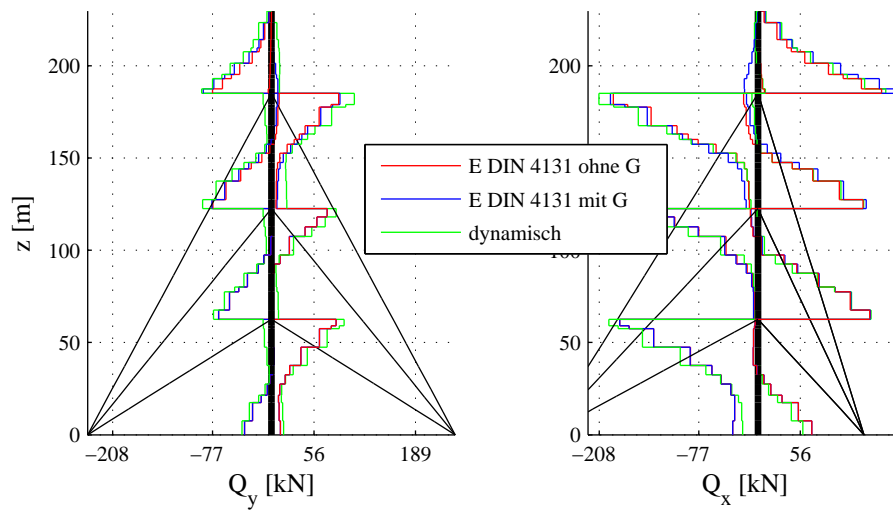


Abbildung 4.86: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 160°

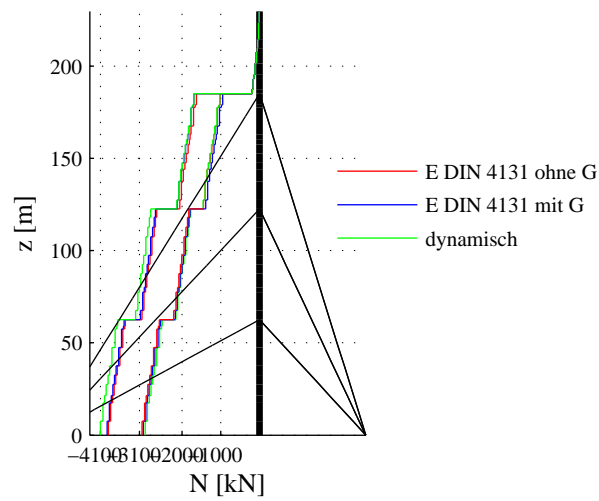


Abbildung 4.87: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 160°

4.5.11 Schnittgrößen für Windrichtung 180 Grad

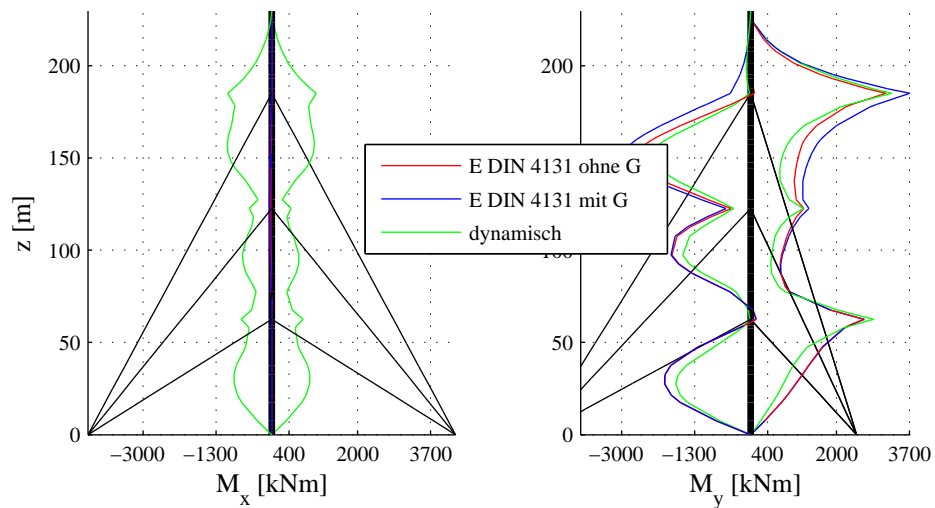


Abbildung 4.88: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 180°

Tabelle 4.33: Mast III: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 180 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
M _x	max	1033	11	11
	min	-1035	-51	-54
M _y	max	3283	3148	3706
	min	-2307	-2670	-2962

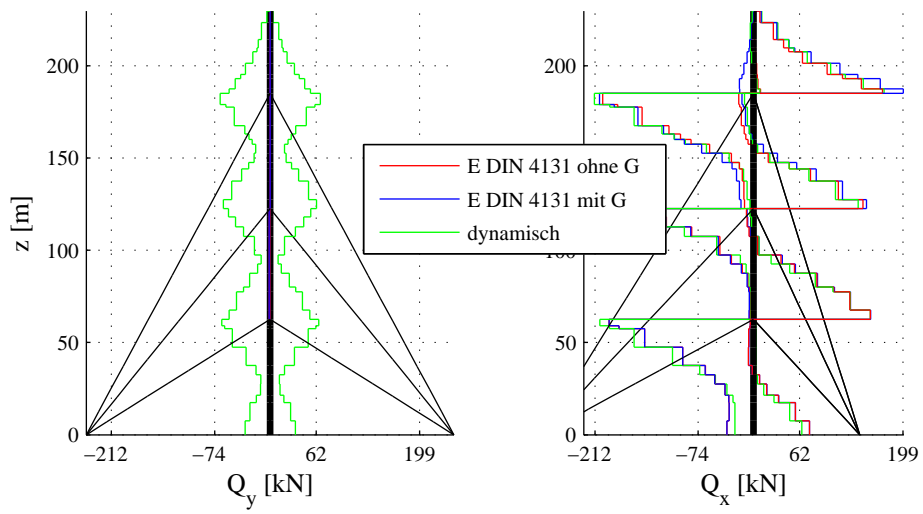


Abbildung 4.89: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 180°

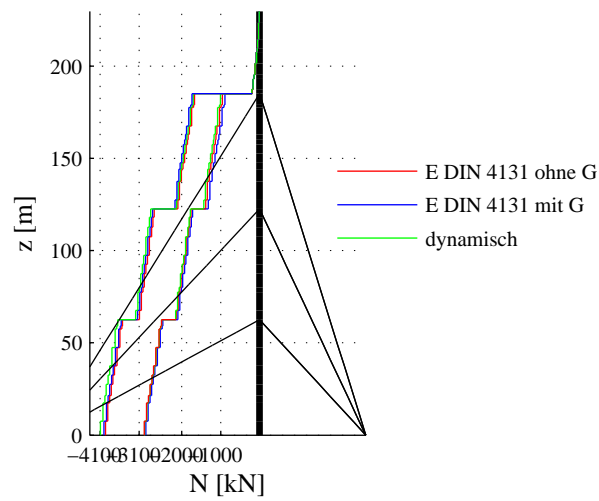


Abbildung 4.90: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 180°

4.5.12 Zusammenfassung aller Windrichtungen

In Abbildung 4.91 sind die Einhüllenden der maximalen und minimalen Normalspannungen aller Eckstiele und des quadratischen Antennenaufsatzes dargestellt, wie sie sich bei einer Untersuchung aller sieben Windrichtungen ergeben. Im Bereich des überkragenden Mastchaftes überschätzt die Patch-Last-Berechnung mit Böenreaktionsfaktor die Beanspruchungen aus der dynamischen Berechnung um bis zu 20 %. Ohne Böenreaktionsfaktor liegt das Patch-Last-Verfahren bis zu 7 % unterhalb der dynamischen Berechnung.

In den untersten Feldern stellt man erwartungsgemäß keine Unterschiede zwischen einer Berechnung mit Böenreaktionsfaktor und ohne fest. Hier liegt das Patch-Last-Verfahren in beiden Fällen aber bis zu 9 % unterhalb des Ergebnisses der dynamischen Zeitverlaufsrechnung.

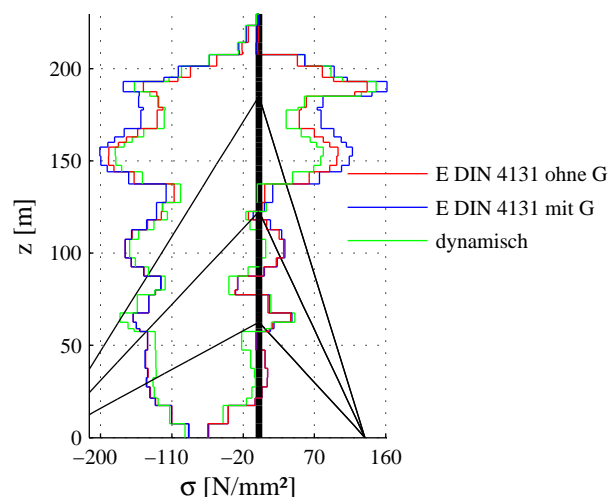


Abbildung 4.91: Einhüllende der Normalspannungen, alle Anströmrichtungen

In Tabelle 4.34 sind die maximalen und minimalen Seilkräfte in den drei Abspannebenen zusammengestellt, wie sie sich bei einer Untersuchung aller sieben Windrichtungen ergeben.

Der Böenreaktionsfaktor nimmt dabei nur Einfluss auf die Seilkräfte der obersten Abspannebene. Dessen Berücksichtigung überschätzt die Seilkräfte um ca. 3 %. Ohne Böenreaktionsfaktor liegen diese ca. 2 % unterhalb der Referenzlösung.

Tabelle 4.34: Mast III: Extremwerte der Seilkräfte in kN (alle Windrichtungen)

Seilebene		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
1	max	557	545	545
	min	8	47	47
2	max	584	578	581
	min	(<0)	17	17
3	max	1026	1008	1057
	min	(<0)	23	17

4.6 Mast IV, 300 m

4.6.1 Systemdaten

Der vierte untersuchte Mast ist vierstieliger Fachwerkgerüstmast mit quadratischem Grundriss. Der Mast ist in vier Ebenen abgespannt. Er befindet sich in Windzone 2, Geländekategorie II. Neben den Windrichtungen nach DIN 4131 (Entwurf) werden noch die Windrichtungen $\bar{\varphi} = 70^\circ$ und $\bar{\varphi} = 110^\circ$ untersucht, da der Kraftbeiwerteverlauf an diesen beiden Stellen extremal ist, vgl. Abbildung 4.93.

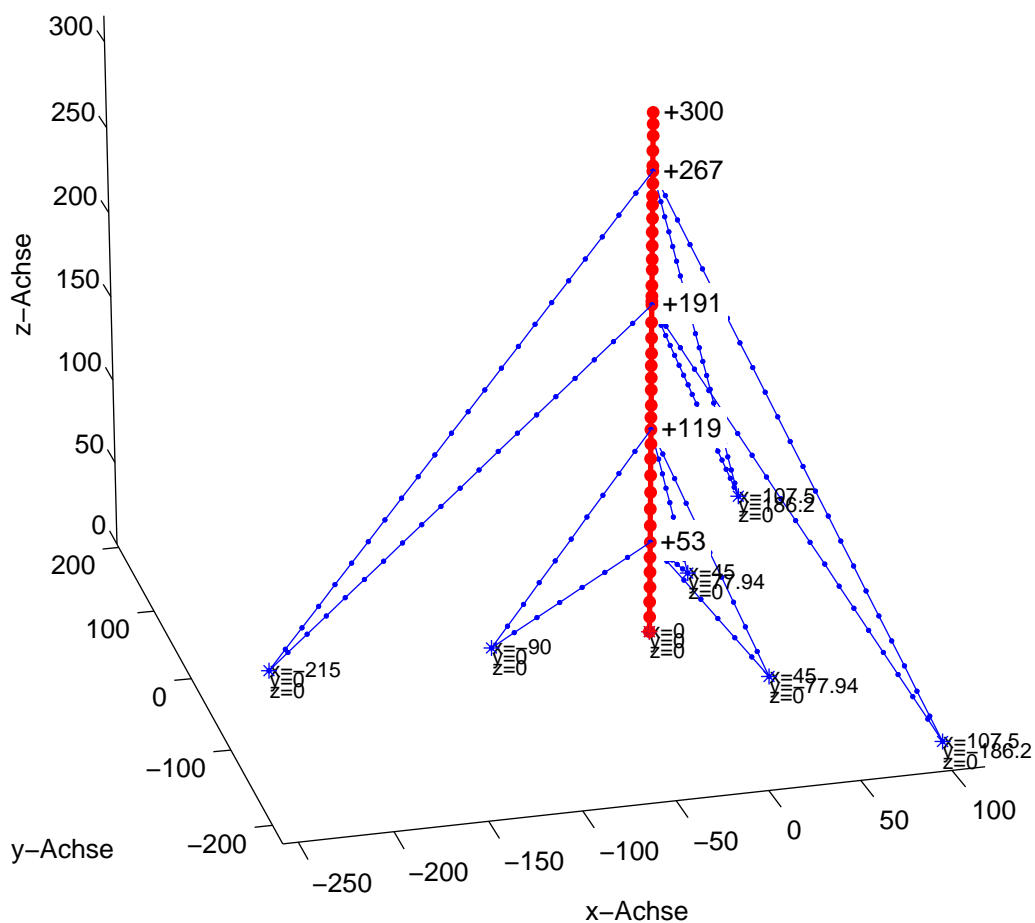


Abbildung 4.92: MastIV, 300 m hoher Fachwerkgerüstmast

Tabelle 4.35: Querschnittswerte der Biegeelemente zur Beschreibung des Mastschaftes

Abschnitt z [m]	Fläche A [m ²]	Trägheits- moment $I_y = I_z$ [m ⁴]	Schubflächen- beiwert $\alpha_{sy} = \alpha_{sz}$ [-]	Elastizitäts- modul E [$\frac{kN}{cm^2}$]	Schub- modul G [$\frac{kN}{cm^2}$]	Masse m [$\frac{t}{m}$]
0-53	0,0396	0,0396	0,1237	21000	8100	0,7869
53-102	0,0396	0,0396	0,1237	21000	8100	0,7869
102-119	0,0320	0,0320	0,1237	21000	8100	0,6762
119-133	0,0320	0,0320	0,1237	21000	8100	0,6762
133-142	0,0272	0,0272	0,1237	21000	8100	0,6063
142-163	0,0220	0,0220	0,1237	21000	8100	0,5305
163-172	0,0272	0,0272	0,1237	21000	8100	0,6063
172-181	0,0320	0,0320	0,1237	21000	8100	0,6762
181-193	0,0396	0,0396	0,1237	21000	8100	0,7869
193-196	0,0396	0,0396	0,1237	21000	8100	0,7869
196-202	0,0320	0,0320	0,1237	21000	8100	0,6762
202-211	0,0220	0,0220	0,1237	21000	8100	0,5305
211-217	0,0272	0,0272	0,1237	21000	8100	0,6063
217-248	0,0320	0,0320	0,1237	21000	8100	0,6762
248-253	0,0272	0,0272	0,1237	21000	8100	0,6063
253-267	0,0320	0,0320	0,1237	21000	8100	0,6762
267-270	0,0320	0,0320	0,1237	21000	8100	0,6762
270-287	0,0272	0,0272	0,1237	21000	8100	0,7063
287-300	0,0172	0,0172	0,1237	21000	8100	0,5606

Tabelle 4.36: Systemdaten der Abspannseile

Ebene Nr.	Durch- messer \varnothing [mm]	Füll- faktor [-]	Vorspann- kraft P_0 [kN]	Elastizitäts- modul E [$\frac{kN}{cm^2}$]	Masse m [$\frac{kg}{m}$]
1	44	1	115	16000	13,2
2	44	1	112	16000	13,2
3	49	1	325	16000	16,1
4	60	1	509	16000	23,5

4 Untersuchung abgespannter Maste

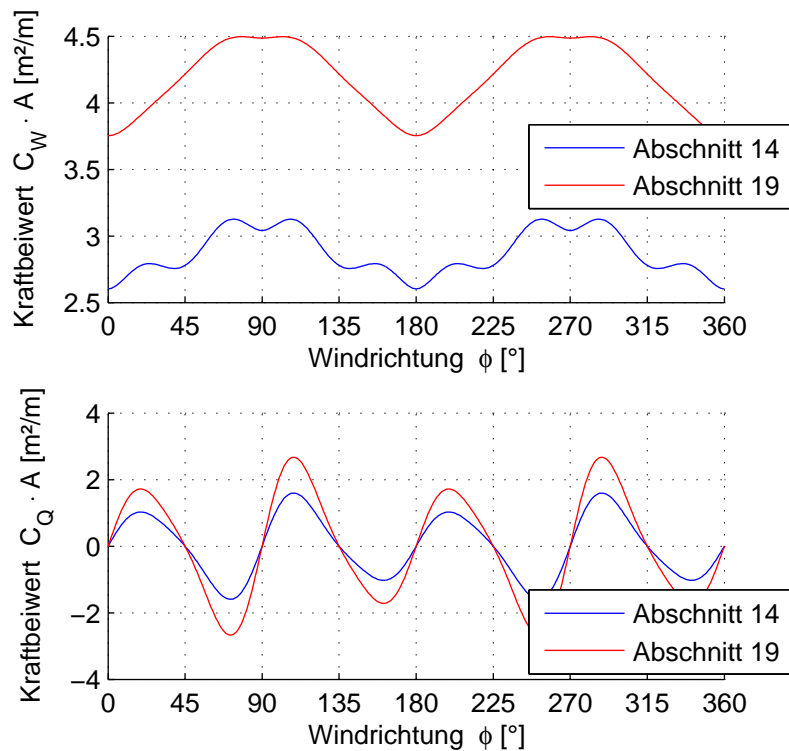


Abbildung 4.93: Verlauf der aerodynamischen Kraftbeiwerte in ausgewählten Abschnitten

4.6.2 Eigenfrequenzen und -formen

In den Abbildungen 4.94 auf der nächsten Seite, 4.95 auf Seite 125 und 4.96 auf Seite 125 sind ausgewählte Eigenformen des Tragwerks im Lastfall Eigengewicht für den Frequenzbereich bis $0,7 \text{ Hz}$ dargestellt.

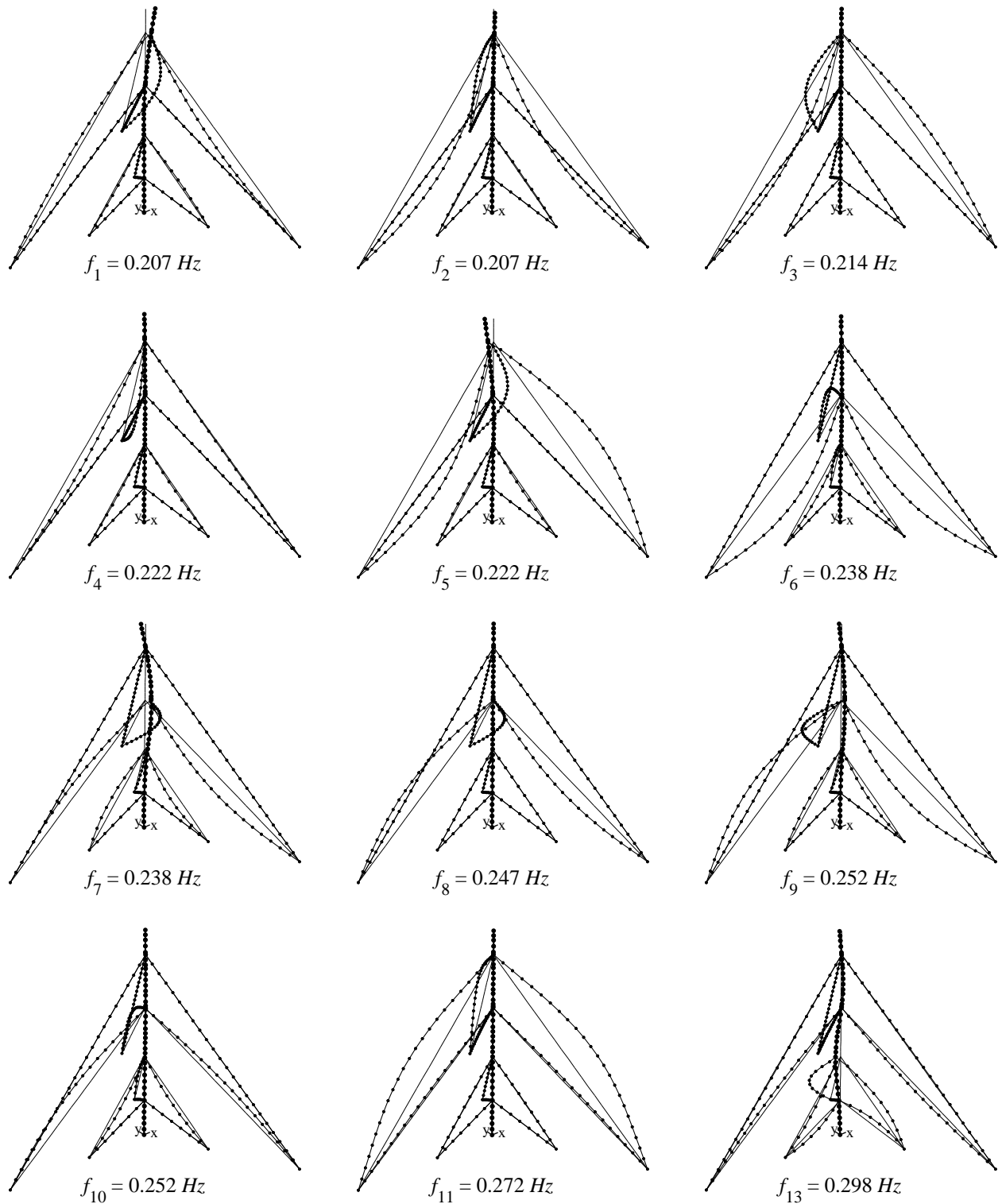


Abbildung 4.94: Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen

4 Untersuchung abgespannter Maste

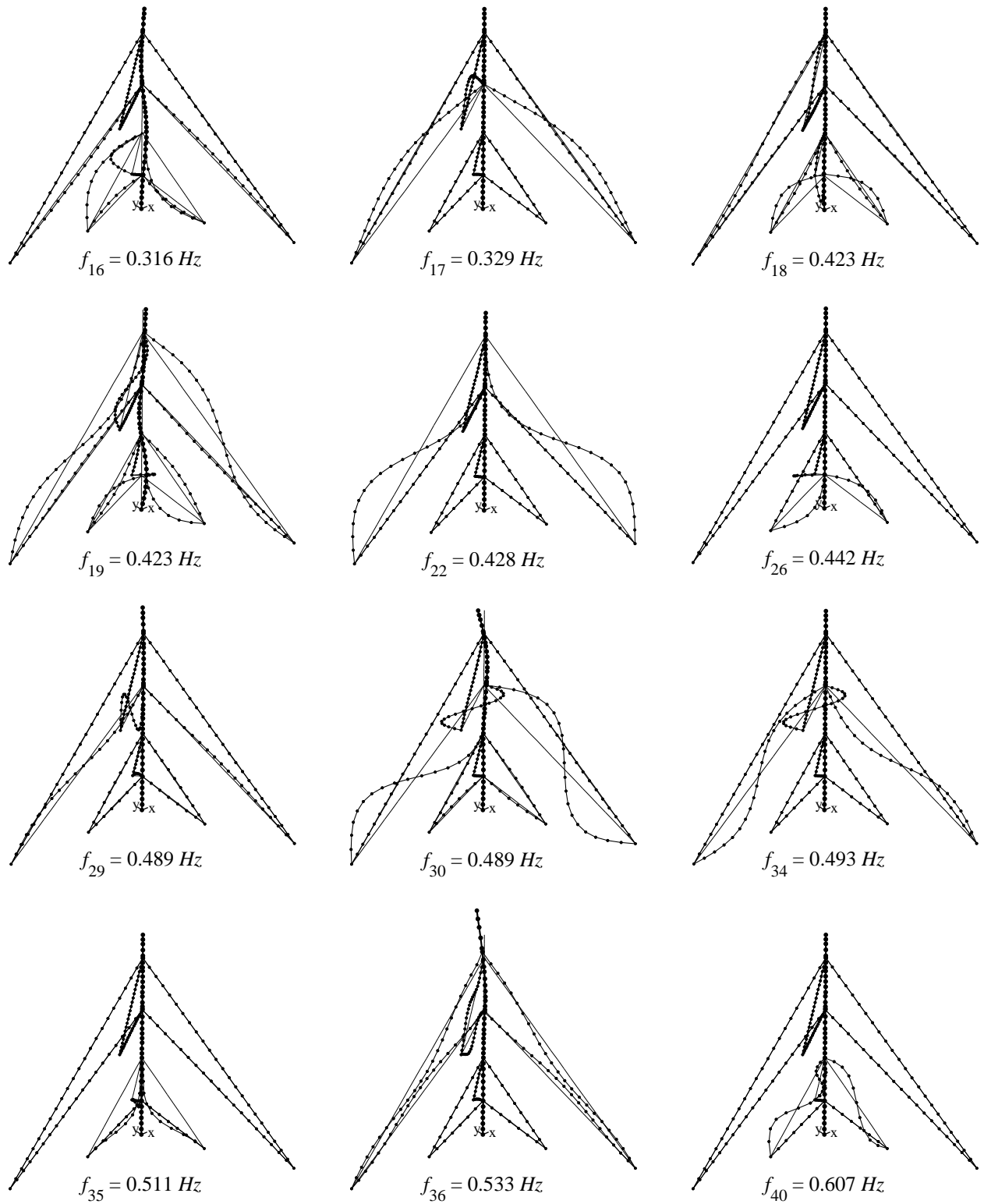


Abbildung 4.95: Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen

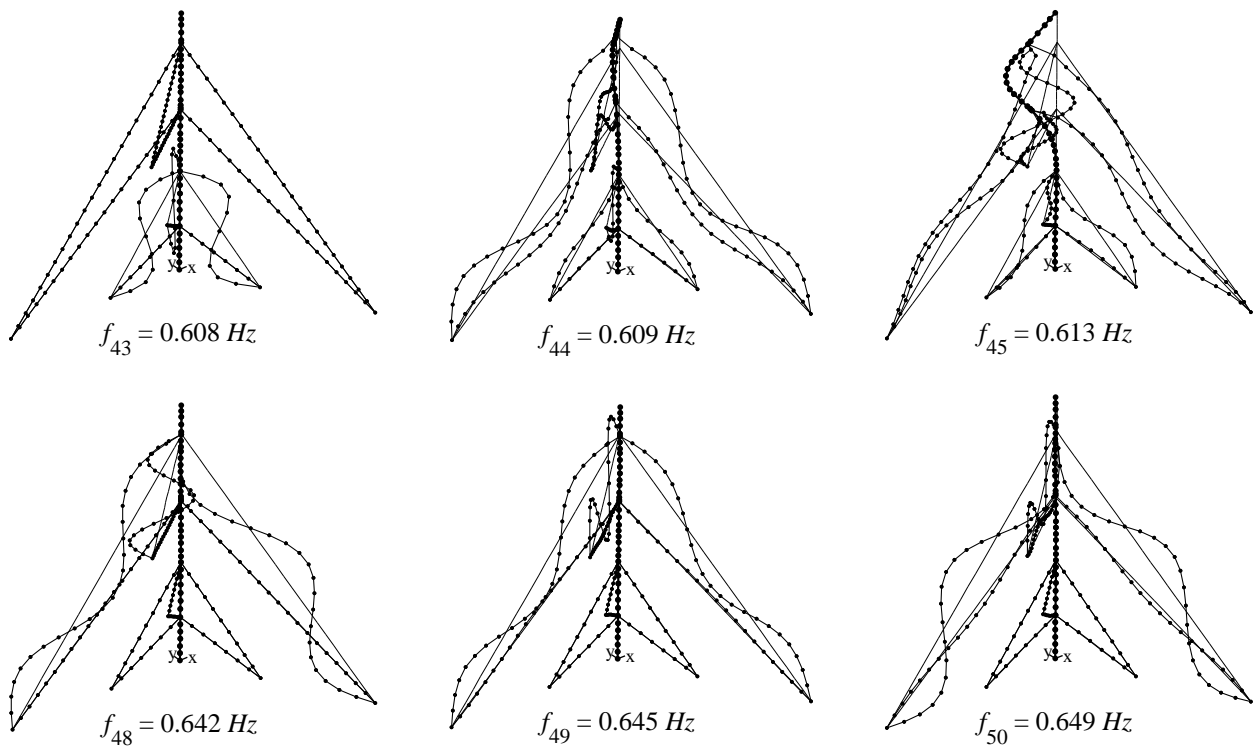


Abbildung 4.96: Eigenfrequenzen und zugehörige Eigenformen

4.6.3 Überprüfung der Abgrenzungskriterien

$$\beta_s = \frac{4 \left(\frac{6,8 \cdot 10^6}{66,8^2} \right)}{\frac{1}{4} (3494 \cdot 53 + 2445 \cdot 119 + 1574 \cdot 191 + 1979 \cdot 267)} = 0,019 < 1 \quad (4.58)$$

$$Q = \frac{1}{30} \sqrt[3]{\frac{300 \cdot 43,1}{2,2}} \cdot \sqrt{\frac{695}{300 \cdot 2,42}} = 0,59 < 1 \quad (4.59)$$

4.6.4 Böenreaktionsfaktor für den überkragenden Abschnitt

Eigenfrequenz in der maßgebenden Eigenform

$$n_{1,x} = 0,53 \text{ Hz} \quad \text{vgl. Abbildung 4.95} \quad (4.60)$$

4 Untersuchung abgespannter Maste

Als Referenzhöhe wird die Höhe der obersten Abspannebene über Grund plus 60 % der Höhe des überkragenden Abschnittes angesetzt

$$z_e = 267 \text{ m} + 0,6 \cdot 33 \text{ m} = 286,8 \text{ m} \quad (4.61)$$

Die Parameter der Windströmung in der Referenzhöhe ergeben sich entsprechend DIN 1055-4 zu

$$\bar{U}_{ze} = 42,8 \text{ m/s} \quad (4.62)$$

$$T_{ux,ze} = 0,111 \quad (4.63)$$

$$L_{ux,ze} = 297 \text{ m} \quad (4.64)$$

Böengrundanteil

$$Q_0^2 = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot \left(\frac{2,2 \text{ m} + 33 \text{ m}}{297 \text{ m}}\right)^{0,63}} = 0,810 \quad (4.65)$$

bezogene Frequenz

$$N_{1,x} = \frac{0,53 \cdot 297}{42,8} = 3,67 \quad (4.66)$$

dimensionslose spektrale Dichte der Windturbulenz

$$R_N = \frac{6,8 \cdot 3,67}{(1 + 10,2 \cdot 3,67)^{5/3}} = 0,057 \quad (4.67)$$

aerodynamische Übertragungsfunktion

$$\eta_h = 4,6 \cdot \frac{3,67 \cdot 33 \text{ m}}{274 \text{ m}} = 1,88 \quad \rightarrow \quad R_h = 0,394 \quad (4.68)$$

$$\eta_b = 4,6 \cdot \frac{3,67 \cdot 2,2 \text{ m}}{297 \text{ m}} = 0,13 \quad \rightarrow \quad R_b = 0,921 \quad (4.69)$$

logarithmisches Dämpfungsdekrement

$$\delta = 0,1 \quad (4.70)$$

Resonanz-Antwortanteil

$$R_x^2 = \frac{\pi^2}{2 \cdot 0,1} \cdot 0,057 \cdot 0,394 \cdot 0,921 = 1,020 \quad (4.71)$$

Erwartungswert der Frequenz der Böenreaktion

$$S = 0,46 \cdot \frac{2,2 \text{ m} + 33 \text{ m}}{272 \text{ m}} + 10,58 \cdot \sqrt{\frac{2,2 \text{ m} \cdot 33 \text{ m}}{2972 \text{ m}}} = 0,359 \quad (4.72)$$

$$\nu_{E0} = \frac{42,8 \text{ m/s}}{297 \text{ m}} \cdot \frac{1}{1,11 \cdot 0,359^{0,615}} = 0,244 \text{ Hz} \quad (4.73)$$

$$\nu_E = \sqrt{\frac{0,244^2 \cdot 0,810 + 0,53^2 \cdot 1,020}{0,810 + 1,020}} = 0,428 \text{ Hz} \quad (4.74)$$

statistischer Spitzenfaktor

$$g = \sqrt{2 \cdot \ln(0,428 \cdot 600)} + \frac{0,6}{\sqrt{2 \cdot \ln(0,428 \cdot 600)}} = 3,51 \quad (4.75)$$

Böenreaktionsfaktor

$$G = 1 + 2 \cdot 3,48 \cdot 0,111 \sqrt{0,810 + 1,020} = 2,05 \quad (4.76)$$

4.6.5 Schnittgrößen für Windrichtung 0 Grad

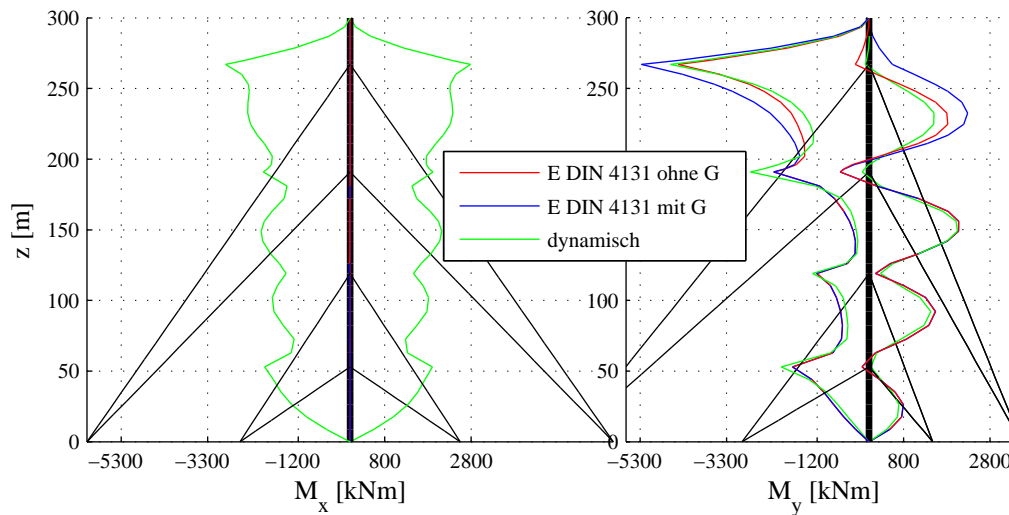


Abbildung 4.97: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 0°

Tabelle 4.37: Mast IV: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 0 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	3081	2	2
	min	-3114	-12	-12
My	max	2149	2073	2283
	min	-4600	-4416	-5272

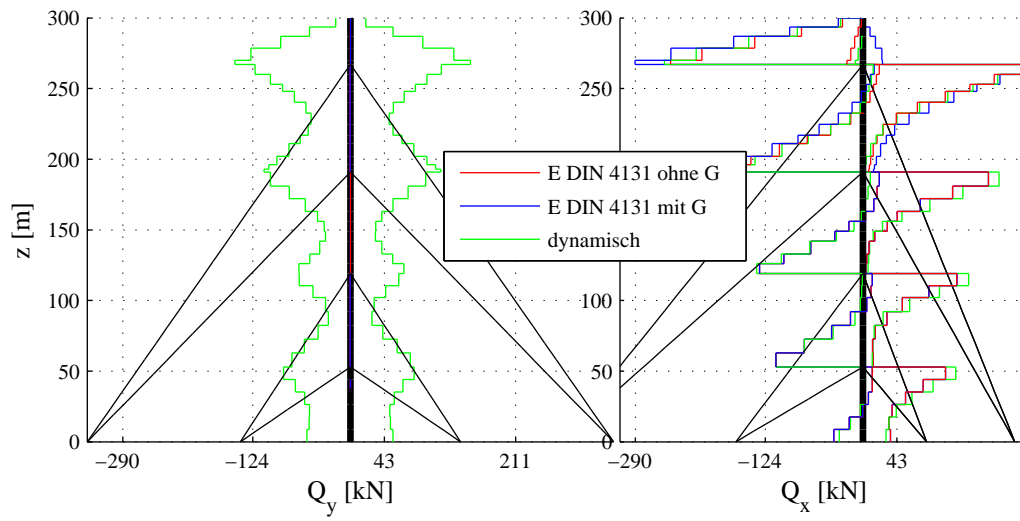


Abbildung 4.98: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 0°

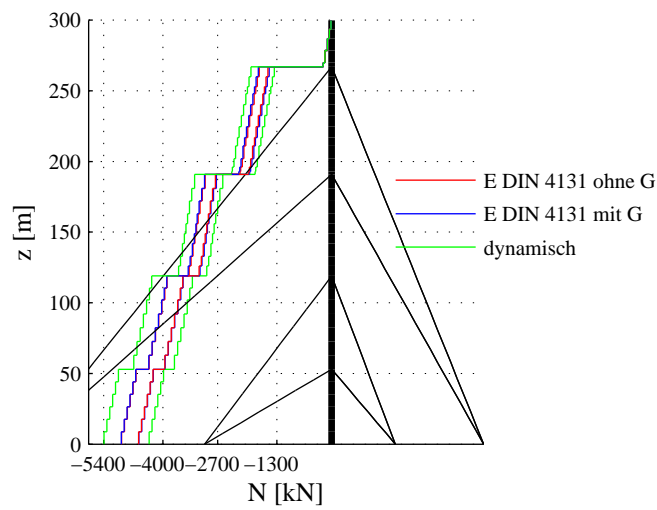


Abbildung 4.99: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 0°

4.6.6 Schnittgrößen für Windrichtung 45 Grad

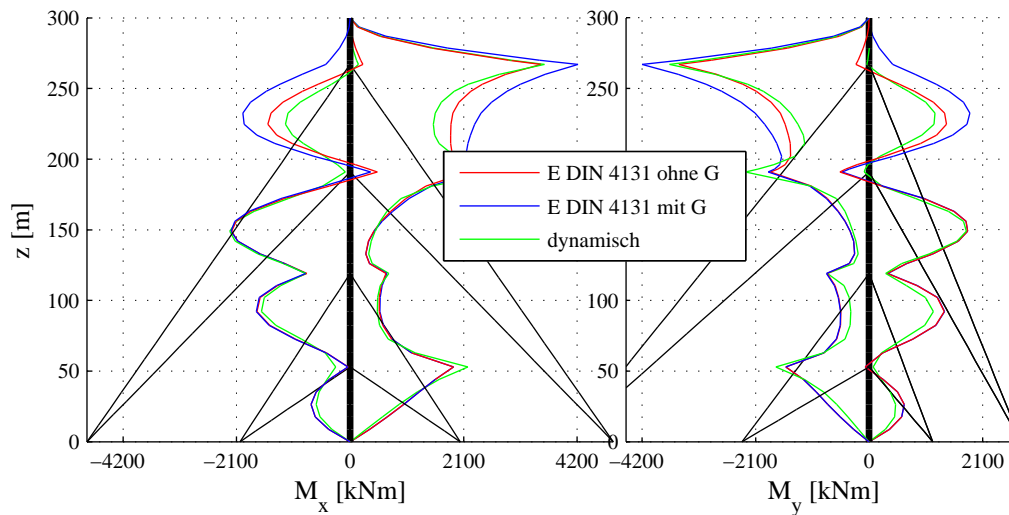


Abbildung 4.100: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 45°

Tabelle 4.38: Mast IV: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 45 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	3872	3527	4214
	min	-2256	-2192	-2201
My	max	1859	1819	1860
	min	-4210	-3516	-4200

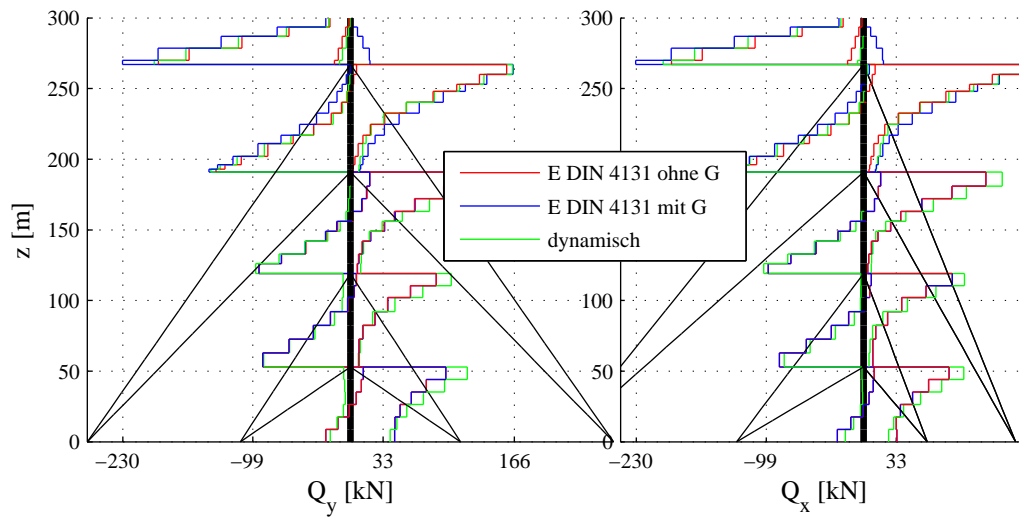


Abbildung 4.101: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 45°

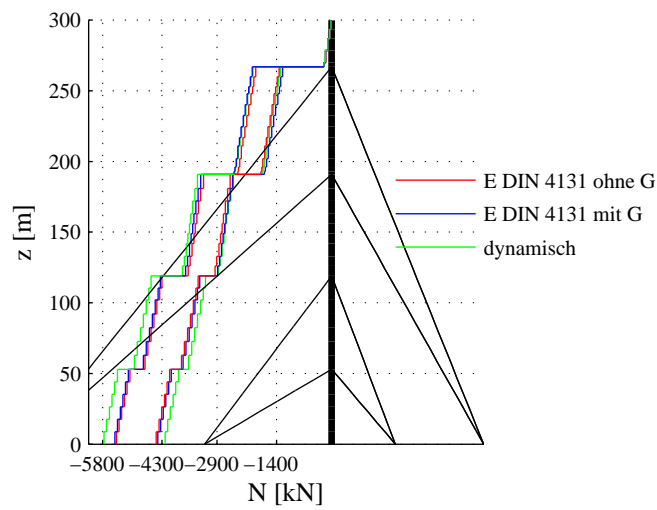


Abbildung 4.102: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 45°

4.6.7 Schnittgrößen für Windrichtung 70 Grad

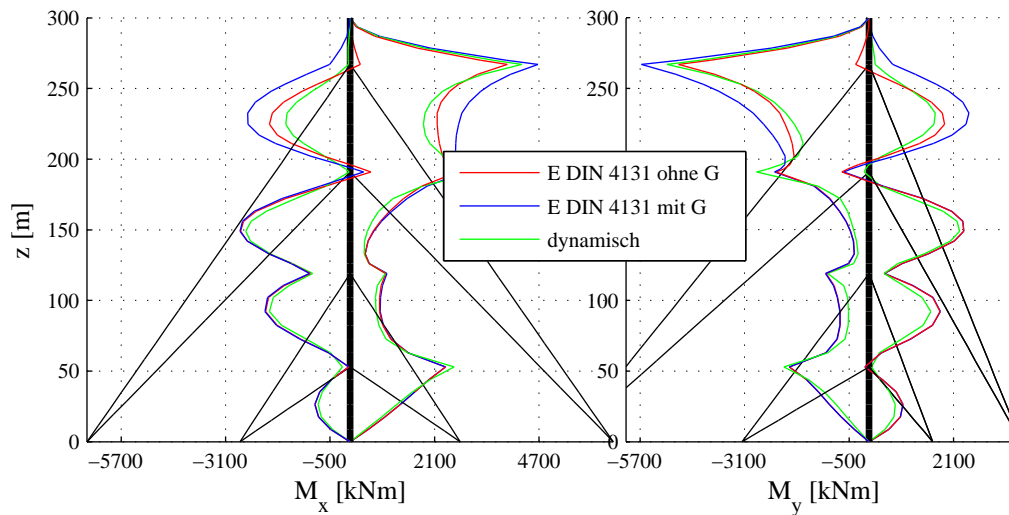


Abbildung 4.103: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 70°

Tabelle 4.39: Mast IV: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 70 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	4273.9	3912.1	4675.7
	min	-2598.7	-2723.9	-2737.8
My	max	2249.2	2353.1	2484
	min	-5031.6	-4748.3	-5671.5

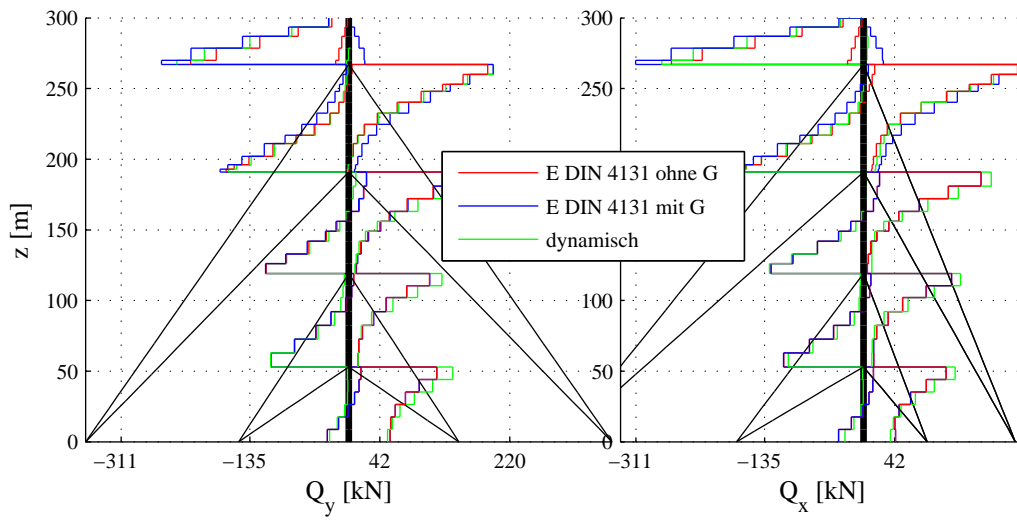


Abbildung 4.104: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 45°

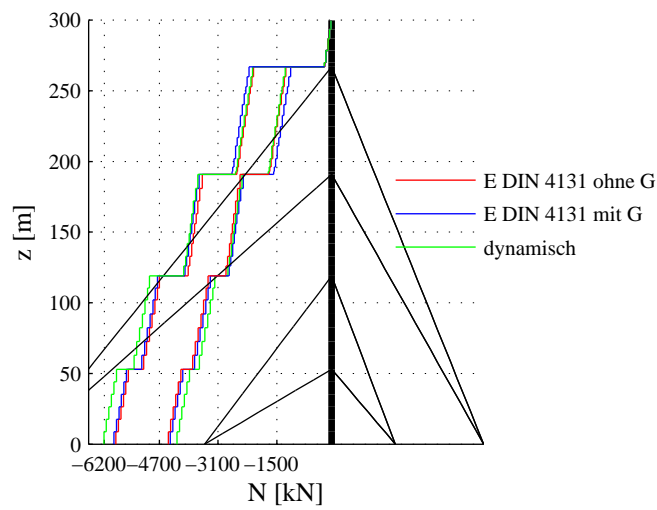


Abbildung 4.105: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 70°

4.6.8 Schnittgrößen für Windrichtung 90 Grad

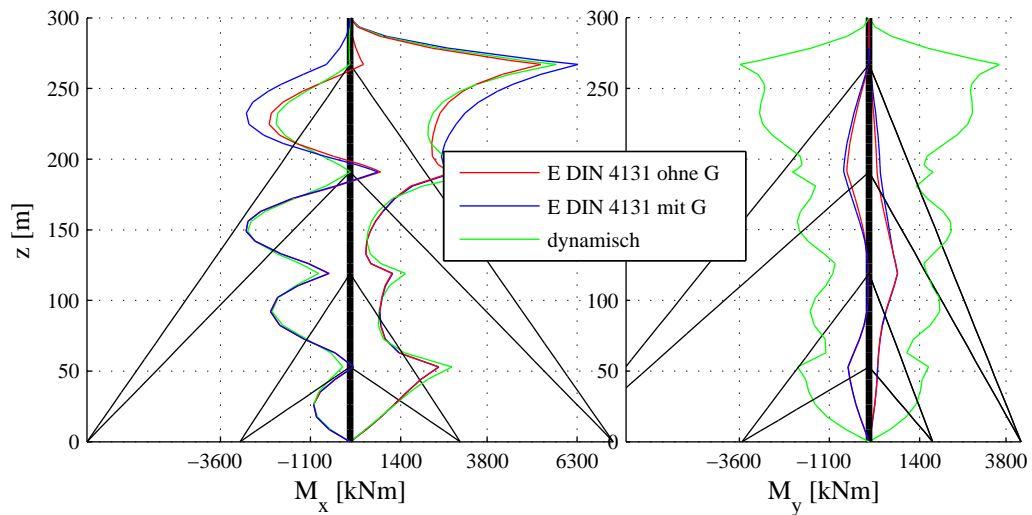


Abbildung 4.106: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 90°

Tabelle 4.40: Mast IV: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 90 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
M _x	max	5447	5292	6321
	min	-3057	-2888	-2890
M _y	max	4503	783	787
	min	-4369	-616	-706

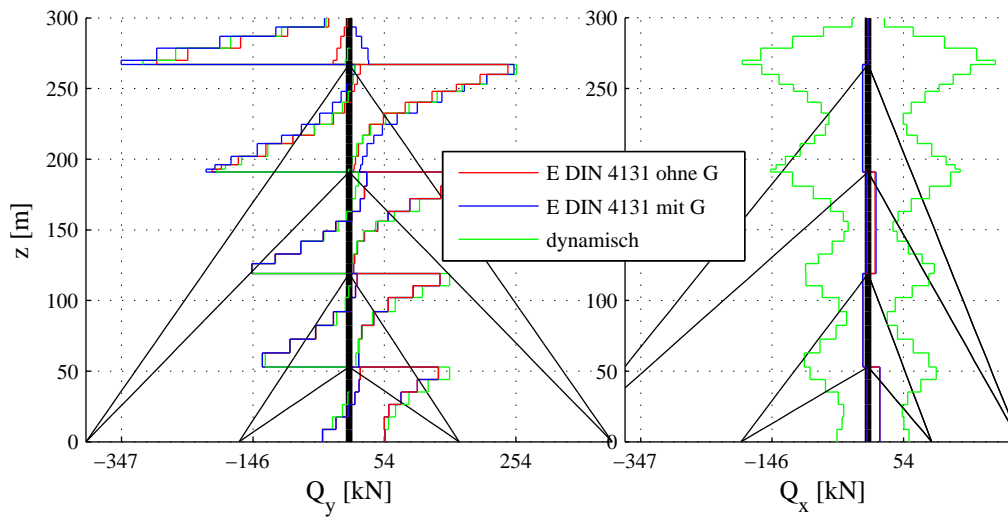


Abbildung 4.107: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 90°

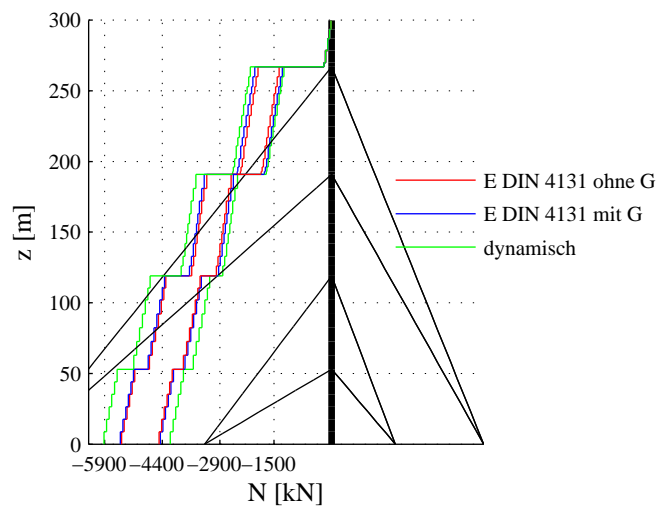


Abbildung 4.108: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 90°

4.6.9 Schnittgrößen für Windrichtung 110 Grad

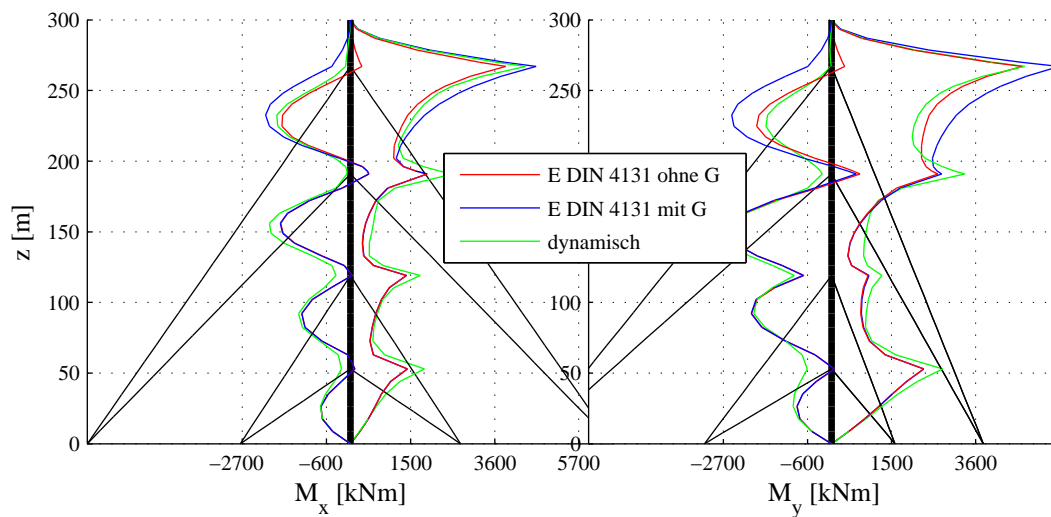


Abbildung 4.109: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 110°

Tabelle 4.41: Mast IV: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 110 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	5717.8	5292.1	6321.2
	min	-2839.7	-2888.2	-2889.8
My	max	3616.1	783.4	786.8
	min	-3586.7	-616.1	-706.2

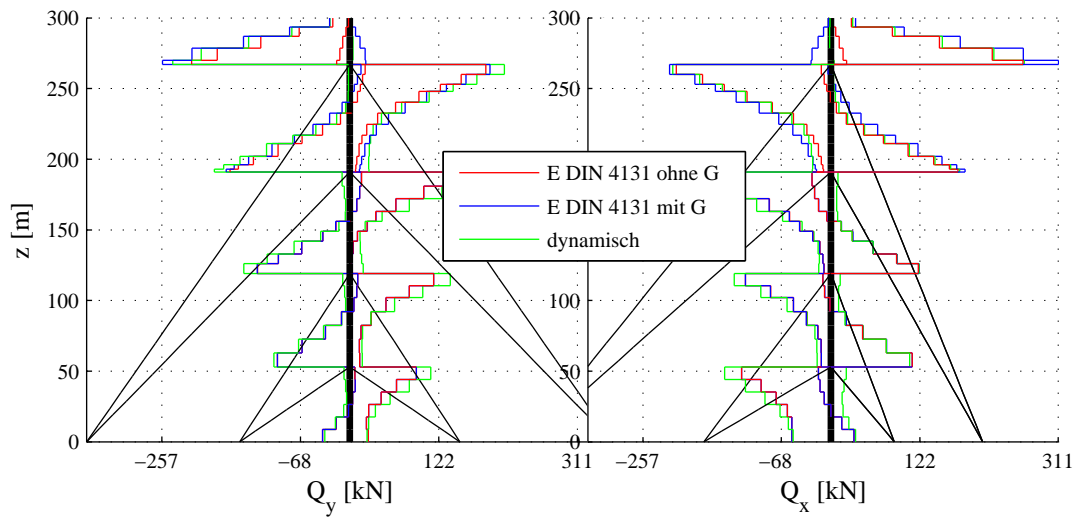


Abbildung 4.110: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 110°

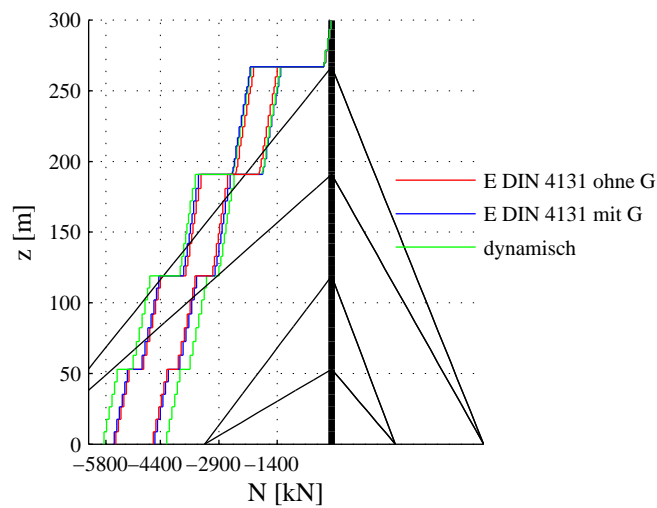


Abbildung 4.111: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 110°

4.6.10 Schnittgrößen für Windrichtung 135 Grad

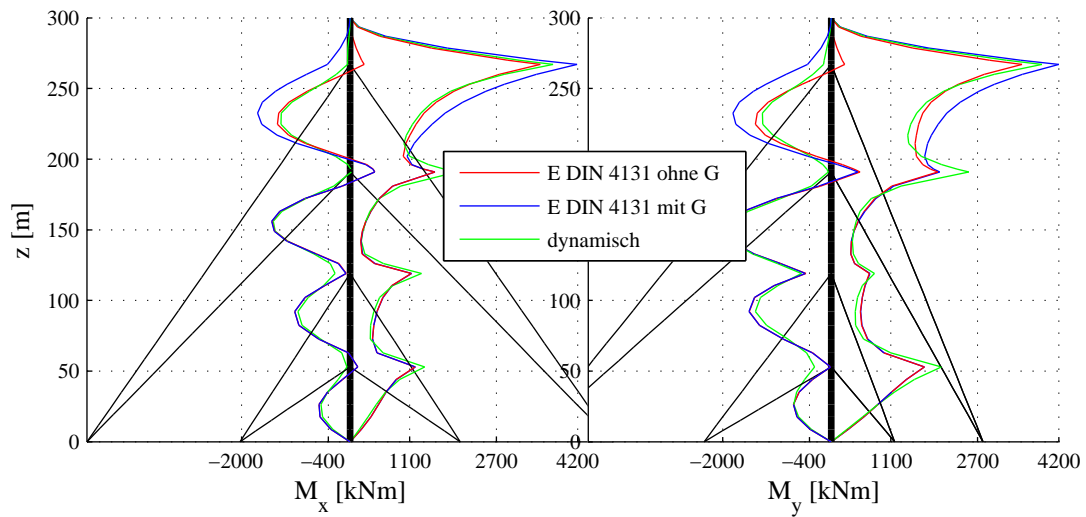


Abbildung 4.112: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 135°

Tabelle 4.42: Mast IV: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 135 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	3709	3504	4184
	min	-1559	-1439	-1708
My	max	3973	3517	4201
	min	-2323	-1968	-1970

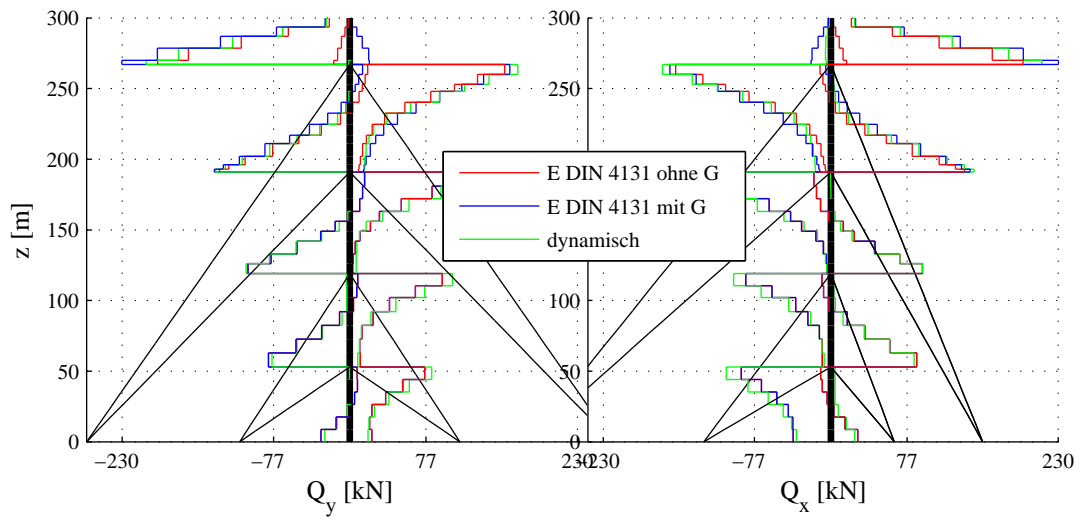


Abbildung 4.113: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 135°

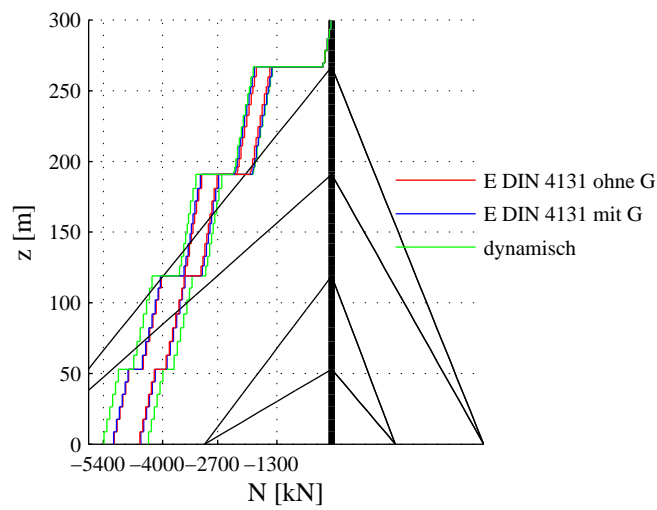


Abbildung 4.114: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 135°

4.6.11 Schnittgrößen für Windrichtung 180 Grad

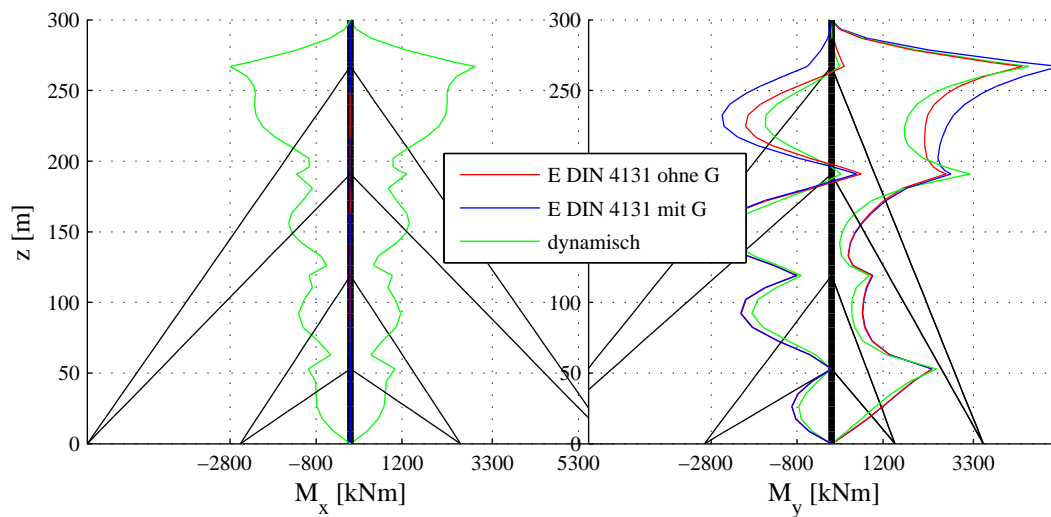


Abbildung 4.115: Biegemomente im Mastschaft, Anströmung 180°

Tabelle 4.43: Mast IV: Extremwerte der Biegemomente in kNm für Windrichtung 180 Grad

Moment		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
Mx	max	3079	4	7
	min	-3112	-18	-20
My	max	4914	4434	5297
	min	-2786	-2704	-2711

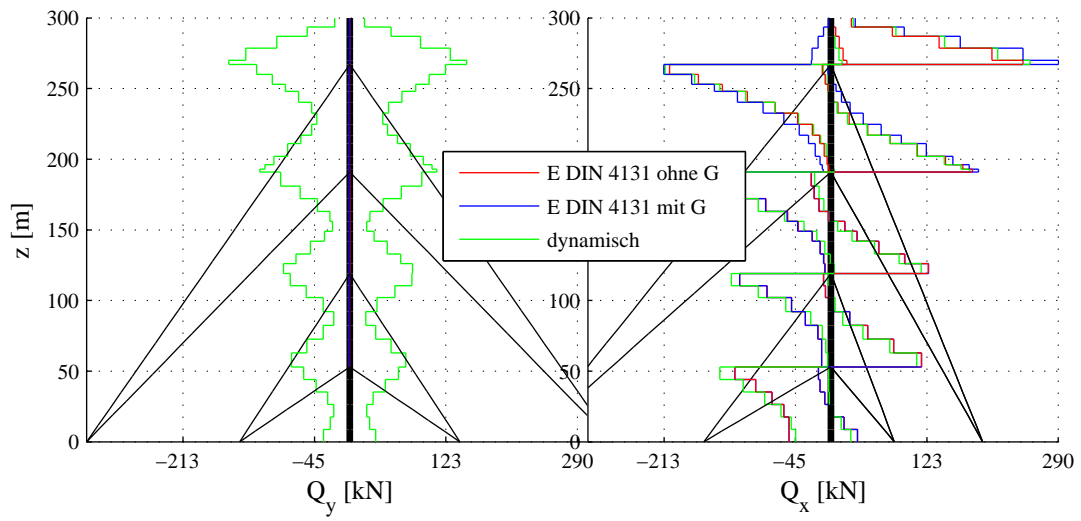


Abbildung 4.116: Querkräfte im Mastschaft, Anströmung 180°

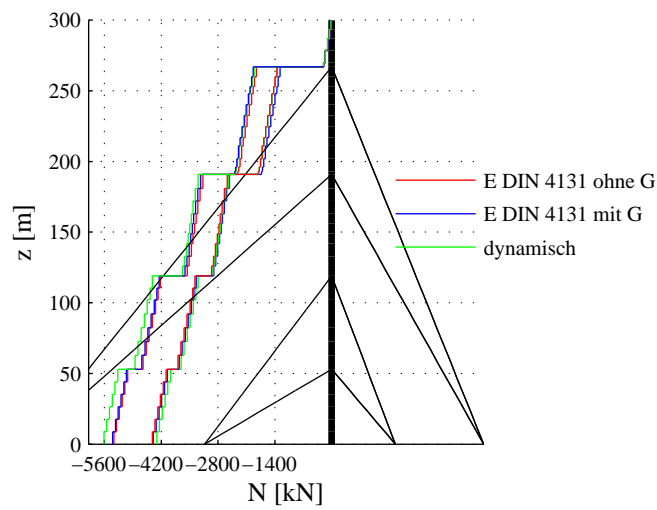


Abbildung 4.117: Normalkräfte im Mastschaft, Anströmung 180°

4.6.12 Zusammenfassung aller Windrichtungen

In Abbildung 4.118 sind die Einhüllenden der maximalen und minimalen Normalspannungen aller Eckstiele und des quadratischen Antennenaufsatzes dargestellt, wie sie sich bei einer Untersuchung aller sieben Windrichtungen ergeben. Im Bereich des überkragenden Mastschaftes und des obersten Feldes überschätzt die Patch-Last-Berechnung mit Böenreaktionsfaktor die Beanspruchungen aus der dynamischen Berechnung um bis zu 38 %. Ohne Böenreaktionsfaktor liegt das Patch-Last-Verfahren bis zu 10 % oberhalb der dynamischen Berechnung.

In den untersten Feldern stellt man erwartungsgemäß keine Unterschiede zwischen einer Berechnung mit Böenreaktionsfaktor und ohne fest. Hier liegt das Patch-Last-Verfahren in beiden Fällen aber bis zu 6 % unterhalb des Ergebnisses der dynamischen Zeitverlaufsbe-
rechnung.

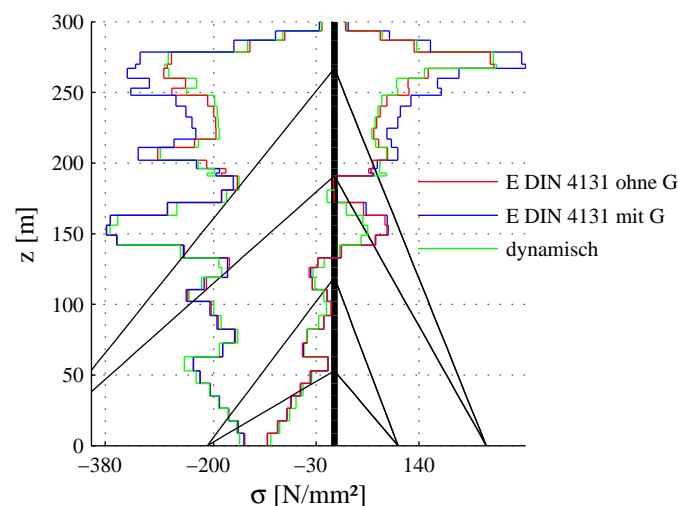


Abbildung 4.118: Einhüllende der Normalspannungen, alle Anströmrichtungen

In Tabelle 4.44 sind die maximalen und minimalen Seilkräfte in den drei Abspannebenen zusammengestellt, wie sie sich bei einer Untersuchung aller sieben Windrichtungen ergeben.

Der Böenreaktionsfaktor nimmt dabei nur Einfluss auf die Seilkräfte der obersten Abspannebene. Dessen Berücksichtigung überschätzt die Seilkräfte um ca. 5 %. Ohne Böenreaktionsfaktor liegen diese ca. 3 % unterhalb der Referenzlösung.

Tabelle 4.44: Mast IV: Extremwerte der Seilkräfte in kN (alle Windrichtungen)

Seilebene		Berechnungsverfahren		
		dynamisch	E DIN 4131 oG	E DIN 4131 mG
1	max	488	474	474
	min	(<0)	30	30
2	max	765	705	705
	min	(<0)	13	13
3	max	922	871	878
	min	(<0)	67	64
4	max	1439	1399	1504
	min	(<0)	78	65

4 Untersuchung abgespannter Maste

5 Auswertung der Untersuchungsergebnisse

5.1 Auswertung der Ergebnisse angelenkter Schornsteine

Eine Zusammenfassung ausgewählter Systemdaten der angelenkten Schornsteine ist in Tabelle 5.1 gegeben. Zusammen mit den Angaben über die Tragwerksparameter in Abschnitt 3.2.1, 3.3.1 und 3.4.1 zeigt sich, dass sich die drei untersuchten Schornsteine sowohl in Bezug auf die Steifigkeits- und Massenverteilung als auch in Bezug auf die Gesamthöhe und die bezogene Überkrragung deutlich voneinander unterscheiden.

Tabelle 5.1: Zusammenfassung ausgewählter Systemdaten der untersuchten Schornsteine

			Schorn. I	Schorn. II	Schorn. III
Gesamthöhe	h_{ges}	[m]	40	55	75
Auskragende Länge	h_{Krag}	[m]	25	20	48
Bezogene Auskrragung	$\frac{h_{Krag}}{h_{ges}-h_{Krag}}$	[%]	167	57	178
Grundeigenfrequenz	f_1	[Hz]	0,40	1,45	0,78
Max. Trägheitsmoment	I	[m ⁴]	0,0002	0,0053	0,0317

Tabelle 5.2 zeigt ausgewählte Beanspruchungen der angelenkten Schornsteine. Es sind die prozentualen Abweichungen signifikanter Größen zwischen der dynamischen Zeitverlaufsberechnung und der Patch-Last-Berechnung mit Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors G nach DIN 1055-4:2005-03 für das überkragenden Ende sowie zwischen der Zeitverlaufsberechnung und der Patch-Last-Berechnung ohne G dargestellt. Ein negativer Eintrag kennzeichnet eine Unterschätzung des dynamischen Vergleichswertes.

Die Abweichungen der Normalspannung σ stimmen mit denen des Momentes M_y überein. Somit treten das Moment in Hauptwindrichtung M_y und das Moment senkrecht dazu M_z nicht zeitgleich auf. Die Annahme, dass die beiden Extrema der Biegemomente vektoriell addiert werden können, wäre daher zu konservativ.

Anhand der Vergleichswerte lässt sich feststellen, dass eine Patch-Last-Berechnung ohne G die Referenzergebnisse aus der dynamischen Zeitbereichsberechnung unterschätzt. Dabei

5 Auswertung der Untersuchungsergebnisse

Tabelle 5.2: Vergleich ausgewählter Berechnungsergebnisse an den untersuchten Schornsteinen; alle Werte in [%]

Beanspruchung		Schornstein I	Schornstein II	Schornstein III
M_y	E DIN 4131 oG	-6	-11	-6
	E DIN 4131 mG	+20	-2	+2
σ	E DIN 4131 oG	-6	-11	-6
	E DIN 4131 mG	+20	-2	+2

weichen die Patch-Last-Ergebnisse umso weniger von den Referenzwerten ab, je kleiner die Grundeigenfrequenz ist. Dies geht hier mit einem relativ langen überkragenden Tragwerksabschnitt einher.

Hingegen sind die Ergebnisse mit Berücksichtigung von G identisch bis konservativ. Insbesondere bei Schornstein I, der eine kleine Grundeigenfrequenz besitzt, wird die Böenwirkung mit Berücksichtigung von G deutlich überschätzt. Im Vergleich dazu verschwindet diese Überschätzung bei Schornstein II, der eine weitaus höhere Grundeigenfrequenz besitzt.

Insgesamt ist eine Berechnung angelenkter Schornsteine nach dem in E DIN 4131:2007-04 verankerten Patch-Last-Verfahren zulässig. Die Berechnung mit Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors liefert Ergebnisse, die auf sicherer Seite liegen. Ohne Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors werden die Beanspruchungen bis zu 11 % unterschätzt.

5.2 Auswertung der Ergebnisse abgespannter Maste

Eine Zusammenfassung ausgewählter Systemdaten der abgespannten Maste ist in Tabelle 5.3 gegeben.

Tabelle 5.3: Zusammenfassung ausgewählter Systemdaten der untersuchten Maste

			Mast I	Mast II	Mast III	Mast IV
Schafttyp			Rohr	Fachwerk	Fachwerk	Fachwerk
Antennenaufsatz			quadrat.	quadrat.	kreiszahl.	n.v.
Gesamthöhe	h_{ges}	[m]	205	225	230	300
Oberste Feldlänge	h_{Feld}	[m]	60	55	62.5	76
Auskragende Länge	h_{Krag}	[m]	23	48	44.7	33
Bezogene Auskrägung	$\frac{h_{Krag}}{h_{Feld}}$	[%]	38	87	72	43
Maßgebende Eigenfrequenz	f_1	[Hz]	0,57	0,44	0,47	0,53
Abgrenzkriterium 1		[-]	0,016	0,036	0,017	0,019

Tabelle 5.4 fasst ausgewählte Beanspruchungsgrößen zusammen. Es sind die prozentualen Abweichungen signifikanter Größen zwischen der dynamischen Zeitverlaufsrechnung und der Patch-Last-Berechnung mit Berücksichtigung von G sowie zwischen der Zeitverlaufsrechnung und der Patch-Last-Berechnung ohne G dargestellt. Ein negativer Eintrag bezeichnet eine Unterschätzung des dynamischen Vergleichswertes. Mit der Variablen σ_{Krag} ist die Abweichung der Normalspannungen bei ausschließlicher Betrachtung des Kragarms sowie des obersten Feldes und mit σ_{ges} jene bei Betrachtung des gesamten Mastschaftes gekennzeichnet.

Tabelle 5.4: Vergleich ausgewählter Berechnungsergebnisse an den untersuchten Masten; alle Werte in [%]

Beanspruchung		Mast I	Mast II	Mast III	Mast IV
σ_{Krag}	E DIN 4131 oG	-3	-13	-7	+10
	E DIN 4131 mG	+19	-3	+20	+38
σ_{ges}	E DIN 4131 oG	-25	-26	-20	-6
	E DIN 4131 mG	-25	-18	-9	-6
N_{Seil}	E DIN 4131 oG	-12	-22	-2	-3
	E DIN 4131 mG	-6	-17	+3	+5

Signifikante Unterschiede zwischen der dynamischen und der Patch-Last-Berechnung zeigen sich im Allgemeinen schon im Bereich der obersten Abspannebene. Sobald die bezogene

5 Auswertung der Untersuchungsergebnisse

Auskragung 50 % übersteigt, unterschätzt die Patch-Last-Berechnung ohne Böenreaktionsfaktor die Beanspruchungen deutlich. Dies ist bei den Masten II und III der Fall. Eine Berechnung mit G überschätzt die Beanspruchungen im oberen Mastbereich bei den Masten I, III und IV jedoch deutlich.

Im Bereich von schwach vorgespannten Abspannseilen kann es dazu kommen, dass sich eine erhöhte Dynamik des Tragwerks einstellt, die auch in den mittleren bis unteren Mastbereichen signifikante Unterschiede zwischen den Berechnungsergebnissen der statischen Patch-Last-Berechnung und einer dynamischen Analyse hervorruft. Dies tritt beispielsweise bei Mast II auf, da die mittlere Abspannebene aufgrund der geringen Vorspannung, vgl. Tabelle 4.16, nur eine weiche Stützung liefert. Dies ist in Abbildung 4.64 an der deutlichen Überschätzung im Bereich der mittleren Abspannung zu sehen.

Eine Betrachtung der Normalspannungen im gesamten Schaftbereich zeigt, dass das dynamische Verhalten von Mast I nur mithilfe einer Zeitverlaufsrechnung genau erfasst werden kann. An fast allen Stellen des Tragwerks – unterhalb des Kragarms – unterschätzt das Patch-Last-Verfahren die Beanspruchungen, vgl. Abbildung 4.21. Mögliche Ursache können die relativ weich vorgespannten Abspannseile sein. Die geringste Vorspannkraft beträgt mit 31 kN weniger als ein Drittel der maximalen Vorspannkraft von 104 kN , vgl. Tabelle 4.2.1. Im Vergleich zu den übrigen abgespannten Tragwerken ist Mast I sehr gering vorgespannt. Einzige Ausnahme bildet die weich vorgespannte, mittlere Abspannebene am Mast II. Dies lässt, wie zuvor erläutert, eine hohe Dynamik des Tragwerks zu, wodurch das Patch-Last-Verfahren die Beanspruchung deutlich unterschätzt.

Die Beanspruchungen der Seile werden durch das Patch-Last-Verfahren ohne G zum Teil deutlich unterschätzt. Mit Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors liefert das Patch-Last-Verfahren brauchbare Resultate, abgesehen vom Masten II, was möglicherweise auf die im Vergleich zu den anderen Abspannebenen niedrige Vorspannung des mittleren Ebene zurückgeführt werden kann.

Alle untersuchten Maste erfüllen Abgrenzkriterium 1 der E DIN 4131 [DIN 2007], mit dem die Biegesteifigkeit des Schaftes in das Verhältnis zur Dehnsteifigkeit der Abspannelemente gestellt wird, vgl. Abschnitt 1.3.4. Dennoch zeigen die Untersuchungsergebnisse eine deutliche Abhängigkeit der Abweichungen der Beanspruchungen von der Stärke der Stützung in den einzelnen Abspannebenen.

Weitere Untersuchungen zum Einfluss der Steifigkeiten der Abspannbündel auf die Güte des Patch-Last-Verfahrens konnten im Rahmen dieses Forschungsvorhabens nicht durchgeführt werden.

6 Abgrenzungskriterium zum Bienenreaktionsfaktor

6.1 Hintergrund zum Bienenreaktionsfaktor

Im Zuge der Bearbeitung dieses Forschungsvorhabens kam die Frage auf, ob ein einfaches Kriterium entwickelt werden kann, dass eine grundsätzliche Berechnung des Bienenreaktionsfaktors nach Anhang C der DIN 1055-4 entbehrlich macht. Die Berechnung der Bienenwindlast für das überkragende Ende des Mastschaftes oder Schornsteines könnte dann auf Basis der Bienenwindgeschwindigkeiten und des Bienenstaudrucks q nach Gleichung (1.2) erfolgen.

Der Bienenreaktionsfaktor nach DIN 1055-4 Anhang C stellt ein Vergrößerungsfaktor zur Berechnung der maximalen Windlast F_w aus dem 10-min-Mittelwert der Windlast F_m dar.

$$F_w = F_m \cdot G \quad (6.1)$$

$$F_w = F_m \cdot \left(1 + 2 \cdot g \cdot I_v \cdot \sqrt{Q_0^2 + R_x^2} \right) \quad (6.2)$$

$$F_w = F_m + F_m \cdot 2 \cdot g \cdot I_v \cdot \sqrt{Q_0^2 + R_x^2} \quad (6.3)$$

$$F_w = F_m + \Delta F \quad (6.4)$$

Der Bienenreaktionsfaktor nach DIN 1055-4 Anhang C beschreibt zwei Anteile der Bienenreaktion eines Tragwerkes über getrennte Faktoren. Der Bienengrundanteil Q_0 ist ein reiner Größenfaktor, der durch die Korrelation der Turbulenz und das Windprofil bestimmt wird [Niemann u. Peil 2003]. Der Resonanzanteil R_x berücksichtigt im Gegensatz dazu auch die mechanischen Eigenschaften des Tragwerkes und ist dementsprechend auch eine Funktion der Frequenz.

Demnach kann man aus der allgemeinen Gleichung für den Bienenreaktionsfaktor zwei Sonderfälle ableiten. So gilt für starre Bauwerke $f \rightarrow \infty$ und $R_x = 0$. Der Bienenreaktionsfaktor

6 Abgrenzungskriterium zum Böenreaktionsfaktor

für diesen Sonderfall ergibt sich zu

$$G = 1 + 2 \cdot g \cdot I_v \cdot Q_0 \quad (6.5)$$

Für starre und zugleich kleine Bauwerke gilt zudem noch, dass keine Abminderung infolge Korrelation der Winddrücke auf der Bauwerksoberfläche vorhanden ist. Somit gilt $Q_0^2 = 1$. Der Böenreaktionsfaktor für diesen Sonderfall ergibt sich zu

$$G = 1 + 2 \cdot g \cdot I_v \quad (6.6)$$

Für den quasistatischen Schwankungsanteil der Windlast folgt dementsprechend

$$\Delta F_{qs} = F_m \cdot 2 \cdot g \cdot I_v \quad (6.7)$$

Dies entspricht damit dem Faktor zur Berechnung des Böenstaudrucks q aus dem 10-min-Mittelwert des Staudrucks q_m und wird deshalb auch als Böfaktor bezeichnet. In EC 1 steht

$$q = q_m \cdot (1 + 7 \cdot I_v) \quad (6.8)$$

Es wird also ein statistischer Spitzenfaktor von $g = 3,5$ angesetzt.

In der DIN 1055-4 wird der Böenstaudruck hingegen entsprechend Gleichung (6.5) verwendet und für den Faktor $g \cdot Q_0$ ein Wert von 3,0 angesetzt [Niemann 2002]. Dementsprechend gilt dort

$$q = q_m \cdot (1 + 6 \cdot I_v) \quad (6.9)$$

In den Regelungen der DIN 1055-4 wird somit bei der Berechnung des Böenstaudrucks stets eine lastvermindernde Korrelation mit $Q_0 \approx 0,86$ unterstellt.

6.2 Erstellung eines Abgrenzungskriteriums

Unter Berücksichtigung von Gleichung (6.6) lässt sich eine Vergrößerungsfunktion V definieren, die das Verhältnis des Schwankungsanteils der Windlast ΔF einer dynamischen Berechnung – mittels Böenreaktionsfaktors G – gegenüber einer quasistatischen Berechnung kennzeichnet.

$$V = \frac{\Delta F}{\Delta F_{qs}} = \frac{F_m \cdot 2 \cdot g \cdot I_v \cdot \sqrt{Q_0^2 + R_x^2}}{F_m \cdot 2 \cdot g \cdot I_v} = \sqrt{Q_0^2 + R_x^2} \quad (6.10)$$

Zusammen mit der Regelung in DIN 1055-4 dass ein Bauwerk nicht Schwingungsanfällig ist, wenn die Beanspruchungen infolge Böenreaktion nicht um mehr als 10 % vergrößert werden, kann Gleichung (6.10) als Abgrenzungskriterium für die Notwendigkeit einer Ermittlung

des Böenreaktionsfaktors herangezogen werden. Demnach kann auf eine Berechnung des Böenreaktionsfaktors G verzichtet werden, sofern

$$V < 1,1 \quad (6.11)$$

ist.

Bei schlanken Tragwerken, wie den Schornsteinen ist die Breite b gegenüber der Höhe h im Ausdruck für den Böengrundanteil vernachlässigbar. Die aerodynamische Übertragungsfunktion für die Bauwerksbreite kann demnach vereinfachend mit

$$R_b = 1 \quad (6.12)$$

unabhängig von der Eigenfrequenz des Tragwerks angenommen werden, vgl. Gl. (C.14) in [DIN 2005]. Aus Gleichung (6.10) folgt somit

$$V = \sqrt{Q_0^2 + R_x^2} = \sqrt{Q_0^2 + \frac{\pi^2}{2 \cdot \delta} \cdot R_N \cdot R_h} \quad (6.13)$$

Durch Einsetzen der benötigten Größen entsprechend DIN 1055-4 kann für Gleichung (6.13) geschrieben werden

$$V = \sqrt{\frac{1}{1 + 0,9 \cdot \lambda^{0,63}} + \frac{\pi^2}{2 \cdot \delta} \cdot \left(\frac{6,8 \cdot \zeta}{\lambda \cdot (1 + 10,2 \cdot \frac{\zeta}{\lambda})^{5/3}} \right) \cdot \left(\frac{1}{4,6 \cdot \zeta} - \frac{1 - e^{-9,2 \cdot \zeta}}{42,3 \cdot \zeta^2} \right)} \quad (6.14)$$

Die Vergrößerungsfunktion ist damit nur noch abhängig vom Turbulenzgrößenmaß

$$\lambda = \frac{h}{L_i(z_e)} \quad (6.15)$$

und dem Frequenz-Geschwindigkeitsmaß

$$\zeta = \frac{n_{1,x} \cdot h}{\bar{U}(z_e)} \quad (6.16)$$

sowie dem logarithmischen Dämpfungsdekrement δ .

In Abbildung 6.1 ist eine Auswertung der Gleichung (6.14) in Abhängigkeit der beiden Parameter λ und ζ dargestellt. Kurvenparameter ist das logarithmische Dämpfungsdekrement. Oberhalb der jeweiligen Kurve ist der Vergrößerungsfaktor V kleiner als 1,1. In diesen Fällen dürfen die Windkräfte auf Basis des Böenstaudrucks ermittelt werden. Unterhalb der jeweiligen Kurve muss der Böenreaktionsfaktor nach Anhang C der DIN 1055-4 bestimmt werden.

6 Abgrenzungskriterium zum Böenreaktionsfaktor

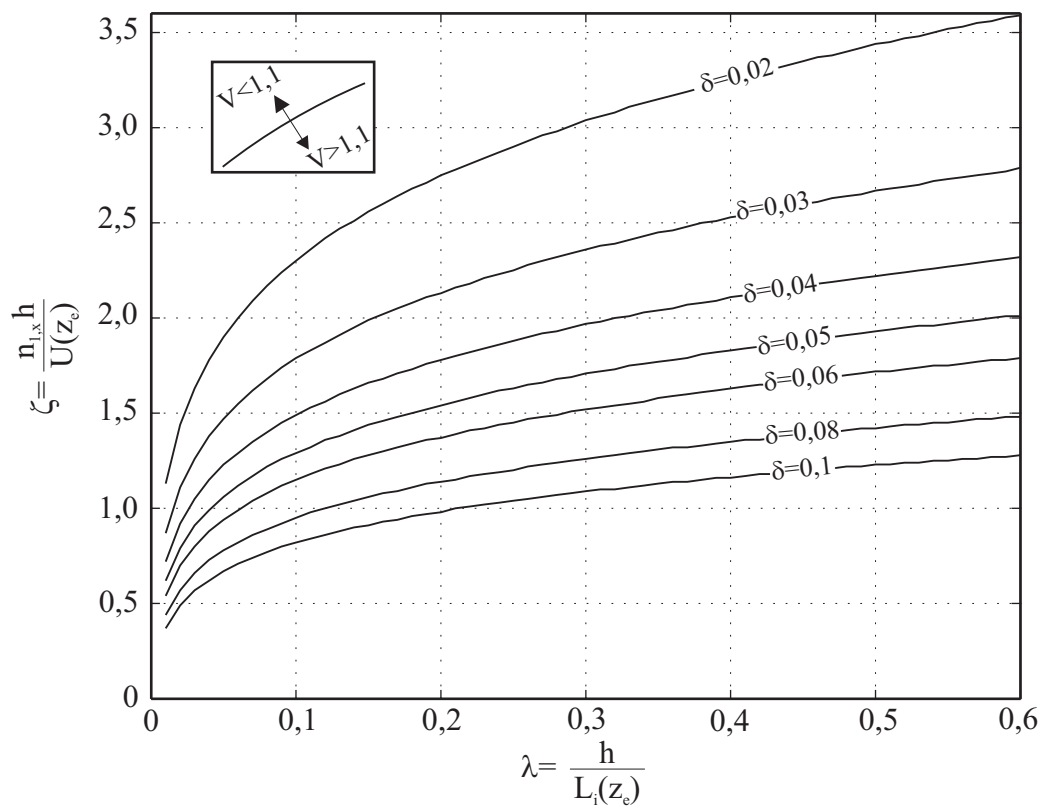


Abbildung 6.1: Abgrenzungskriterium zum Böenreaktionsfaktor

7 Zusammenfassung

Der Wind stellt für abgespannte Masten aufgrund deren Schlankheit und oftmals nutzungsbedingten exponierten Lage die wesentliche bemesungsrelevante Einwirkung dar.

Im Eurocode DIN EN 1993-3-1 – Maste und Türme – wird die Beanspruchung solcher Tragwerke unter Windeinwirkung mittels eines Verfahrens berechnet, welches auf einem bereichsweisen Ansatz von Böenwindlasten und 10-min-Mittelwerten der Windlasten beruht. Dieses Verfahren wird als Patch-Last-Methode bezeichnet und soll auf empirische Weise die dynamische Beanspruchung unter böigem Wind berücksichtigen. Im Eurocode wird das Patch-Last-Verfahren auf solche Maste beschränkt, die bestimmte Verhältnisse von Steifigkeit, Masse, Windwiderstand und Schlankheit besitzen und deren Kragarm kürzer als die Hälfte des benachbarten Feldes ist.

Im veröffentlichten Entwurf der DIN 4131 – Antennentragwerke aus Stahl – wurde dieses Verfahren aus dem Eurocode DIN EN 1993-3-1 übernommen. Hierbei wurde jedoch auf die oben genannte Beschränkung der Kragarmlänge verzichtet, um den Anwendungsbereich der neuen Norm gegenüber der Vorgängernorm nicht wesentlich einzuschränken. Eine Berücksichtigung der Böenwirkung auf den Kragarm soll deshalb mittels des in DIN 1055-4:2005-03 Anhang C angegebenen Böenreaktionsfaktors erfolgen. Mithilfe des Böenreaktionsfaktor würde nicht nur die Umrechnung des mittleren Windes in eine Böenwindlast, wie es beim Patch-Last-Verfahren in DIN EN 1993-3-1 der Fall ist, sondern auch die Auswirkung der Tragwerkseigenschaften und -geometrie erfasst werden.

In der vorliegenden Studie wurde drei angelenkte Schornsteine und vier abgespannte Masten sowohl mittels des Patch-Last-Verfahrens als auch dynamisch im Zeitbereich unter der Einwirkung korrelierter Windfelder berechnet.

Die Ergebnisse der angelenkten Schornsteine zeigen, dass die Beanspruchungen dieser Tragwerke mithilfe des Patch-Last-Verfahrens in guter Näherung erfasst werden können. Die hier ermittelte Unterschätzung bei Vernachlässigung des Böenreaktionsfaktors kann im Vergleich zur dynamischen Zeitbereichsberechnung bis zu 11 % betragen.

Für die Berechnung abgespannter Maste ist die Beschränkung der bezogenen Auskragung im Eurocode auf 50 % gerechtfertigt. Bei abgespannten Masten mit einer größeren Auskragung ist die Anwendung des Böenreaktionsfaktors G zur Vergrößerung der Lasten auf das überkragende Ende des Mastschaftes geeignet, eine sichere Prognose der Beanspruchungen im Kragarmbereich mit Hilfe des Patch-Last-Verfahrens zu liefern.

Bei weichen Zwischenstützungen können relevante Beanspruchungen auftreten, die in der bisherigen Form des Patch-Last-Verfahrens nicht erfasst werden, da in Abgrenzkriterium 1

7 Zusammenfassung

die Steifigkeiten aller Abspannbündel gemittelt werden und zusätzlich die Größe der Vorspannung der Abspannbündel nicht berücksichtigt wird. Auch eine Patch-Last-Berechnung mit Berücksichtigung des Böenreaktionsfaktors kann in diesem Fall zu unsicheren Ergebnissen führen.

Bei Berechnungen in der Praxis nach E DIN 4131:2007-04 würden die Unterschreitungen nicht in der hier festgestellten Größenordnung auftreten, da die aerodynamischen Kraftbeiwerte nach DIN 4131:2007-04 Entwurf oder DIN 1055-4:2005-03 überwiegend deutlich oberhalb des hier verwendeten und genaueren Ansatzes des ESDU liegen. So dass in der Verwendung dieser aerodynamischen Kraftbeiwerte eine zusätzliche Sicherheit liegt.

Literaturverzeichnis

Aas-Jakobsen u. Strømmen 2001

AAS-JAKOBSEN, K. ; STRØMMEN, E.: Time domain buffeting response calculation of slender structures. In: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 89 (2001), S. 341–364

Behrens 2004

BEHRENS, M.: *Aerodynamische Admittanzansätze zur Böenwirkung auf hohe, schlanke Bauwerke*, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Diss., 2004

Chen u. a. 2007

CHEN, J. ; H., Hui M. C. ; XU, Y. L.: A comparative study of stationary and non stationary wind models using field measurements. In: *Boundary-Layer Meteorology* 122 (2007), S. 105–121

Clobes 2008

CLOBES, M.: *Identifikation und Simulation instationärer Übertragung der Windturbulenz im Zeitbereich*, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Diss., 2008

DIN 2005

DIN: DIN 1055-04:2005-03 Einwirkungen auf Tragwerke Teil 4: Windlasten / Deutsches Institut für Normung e. V. 2005. – Forschungsbericht

DIN 2007

DIN: DIN 4131:2007-04 Antennentragwerke aus Stahl / Deutsches Institut für Normung e. V. 2007. – Forschungsbericht

ESDU 1990

ESDU: ESDU 85020: Characteristics of atmospheric turbulence near the ground. Part II: single point data for strong winds (neutral atmosphere). / ESDU International plc, London. 1990. – Forschungsbericht

ESDU 1991a

ESDU: ESDU 71016: Fluid forces and pressures on rectangular blocks / ESDU International plc, London. 1991. – Forschungsbericht

ESDU 1991b

ESDU: ESDU 81027: Lattice Structures. Part I: mean fluid forces on single and multiple plane frames. / ESDU International plc, London. 1991. – Forschungsbericht

ESDU 1991c

ESDU: ESDU 81028, Lattice Structures. Part II: mean fluid forces on tower like space frames. / ESDU International plc, London. 1991. – Forschungsbericht

ESDU 1991d

ESDU: ESDU 86010: Characteristics of atmospheric turbulence near the ground. Part III: variations in space and time for strong winds (neutral atmosphere) / ESDU International plc, London. 1991. – Forschungsbericht

Holmes 2001

HOLMES, J. D.: *Wind loading of structures*. Spon Press, London, 2001

Kristensen u. Jensen 1979

KRISTENSEN, J. ; JENSEN, N. O.: Lateral coherence in isotropic turbulence and in the natural wind. In: *Boundary-Layer Meteorology* 17 (1979), S. 353–373

Lazaridis 1985

LAZARIDIS, N.: *Zur dynamischen Berechnung abgespannter Mast und Kamine in böigem Wind unter besonderer Berücksichtigung der Seilschwingungen*, Universität der Bundeswehr, Diss., 1985

Madugula 2002

MADUGULA, K. S.: *Dynamic response of lattice towers and guyed masts*. American society of civil engineers, 2002

Niemann 2002

NIEMANN, H. J.: Anwendungsbereich und Hintergrund der neuen DIN 1055 Teil 4. In: *Der Prüfingenieur* 10 (2002), S. 35–45

Niemann u. Peil 2003

NIEMANN, H. J. ; PEIL, U. ; KUHLMANN, U. (Hrsg.): *Windlasten auf Bauwerke, in Stahlbau Kalender 2003*. Ernst & Sohn, Berlin, 2003

Nölle 1991

NÖLLE, H.: *Schwingungsverhalten abgespannter Maste in böigem Wind*, Universität Karlsruhe, Diss., 1991

Peil 2004

Kapitel Maste und Türme. In: PEIL, U.: *Stahlbau-Kalender 2004*. Ernst & Sohn, Berlin, 2004, S. 493–602

Peil u. Clobes 2007

PEIL, U. ; CLOBES, M.: Böenwindlasten auf abgespannte Maste - Vergleichsrechnungen zum Bemessungsverfahren in E DIN 4131. In: *Bauingenieur* 82 (2007)

Peil u. Nölle 1995

PEIL, U. ; NÖLLE, H.: Ermittlung der Lebensdauer hoher windbeanspruchter Bauwerke. In: *Bauingenieur* 70 (1995), S. 21–33

Peil u. a. 1994

PEIL, U. ; NÖLLE, H. ; WANG, Z. H.: Dynamic behavior of guys under turbulent wind load. In: *East European Conference on Wind Engineering - EECWE'94*. Warsaw, Poland, July 1994

Peil u. Telljohann 1997

PEIL, U. ; TELLJOHANN, G.: Dynamisches Verhalten hoher Bauwerke im böigen Wind. In: *Stahlbau* 66 / Heft 3 (1997), S. 99–109

Petersen 1992

PETERSEN, C.: *Statik und Stabilität der Baukonstruktionen*. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1992

Petersen 2000

PETERSEN, C.: *Dynamik der Baukonstruktionen*. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 2000

Ruscheweyh 1982

RUSCHEWEYH, H.: *Dynamische Windwirkung an Bauwerken, Band 1 & 2*. Bauverlag GmbH, Wiesbaden und Berlin, 1982

Schuëller u. Shinozuka 1987

SCHUËLLER, G. I. ; SHINOZUKA, M.: *Stochastic methods in structural dynamics*. Martinus Nijhoff Publishers. Dordrecht, Boston, Lancaster, 1987

Shinozuka u. Jan 1972

SHINOZUKA, M. ; JAN, C.-M.: Digital simulation of random processes and its Applications. In: *Journal of Sound and Vibration* 25 (1972), S. 111–128. – Ordner 5 Nr. 187

Socket 1984

SOCKEL, H.: *Aerodynamik der Bauwerke*. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1984

Solari u. Piccardo 2001

SOLARI, G. ; PICCARDO, G.: Probabilistic 3-D turbulence modeling for gust buffeting of structures. In: *Probabilistic Engineering Mechanics* 16 (2001), S. 73–86

Literaturverzeichnis

Telljohann 1998

TELLJOHANN, G.: *Turbulenzmodellierung des Windes für Schwingungsuntersuchungen hoher, schlanker Bauwerke*, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Diss., 1998

Wang 1994

WANG, Z. H.: *Schwingungsverhalten der Abspannseile von Masten unter Berücksichtigung der Böenbelastung*, Universität Karlsruhe, Diss., 1994