

**Verbesserung der
Vorhersagequalität von
sehr kleinen Rissbreiten**

T 3219

T 3219

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2009

ISBN 978-3-8167-8114-1

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

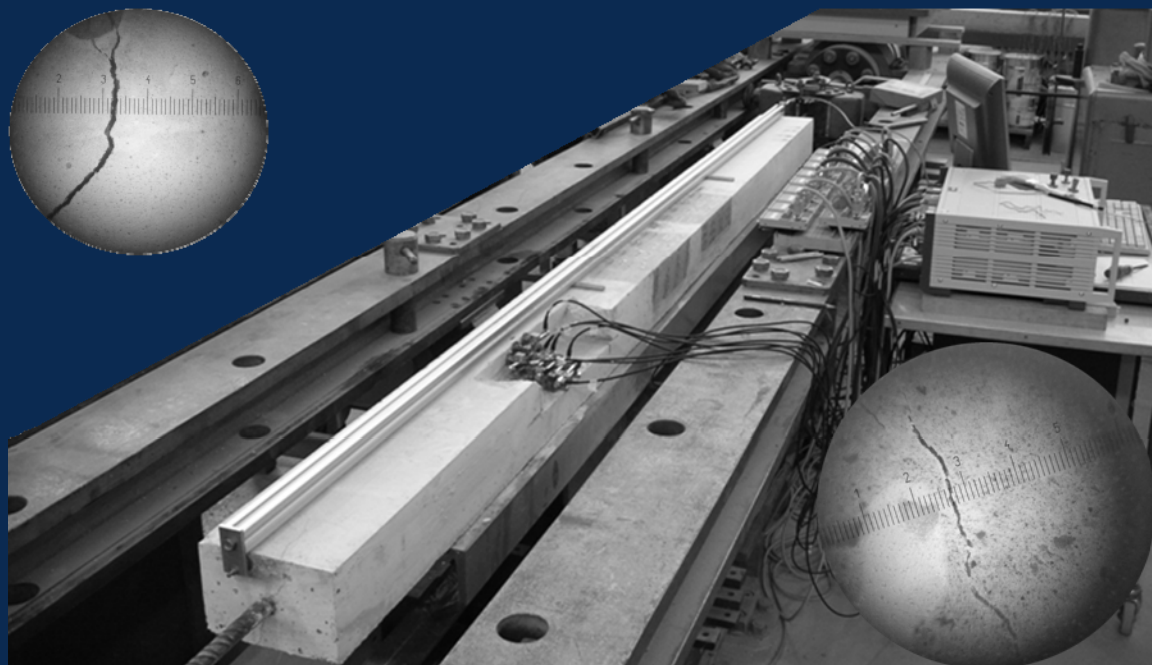
E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de

Bitte beachten:

Fehlende Seiten sind **Leerseiten**,
die bei Erstellung
der PDF-Datei für den Download nicht
berücksichtigt wurden

Fraunhofer IRB Verlag



Dr.-Ing. Lars Eckfeldt

Steffen Schröder, Alexander Lindorf, Laura Lemnitzer,
Ali Hamdam, Univ. Prof. Dr.-Ing. Manfred Curbach

VERBESSERUNG DER VORHERSAGE VON SEHR KLEINEN RISSBREITEN

SCHLUSSBERICHT DES FORSCHUNGSVORHABENS
IM AUFTRAG DES DIBt

Dresden, 2009

Adresse:
Fakultät Bauingenieurwesen
Institut Massivbau
TU Dresden
01062 Dresden

Telefon: 0351 463 39814
Fax: 0351 46337289
E-Mail: Lars.Eckfeldt@tu-dresden.de
[http:// www.tu-dresden.de/biwiwb/mbau/](http://www.tu-dresden.de/biwiwb/mbau/)

Schlussbericht zum Forschungsvorhaben

"Verbesserung der Vorhersagequalität von sehr kleinen Rissbreiten"

DIBt-Az.: ZP ZP 52-5-7.275-1245/07

Lars Eckfeldt

*Steffen Schröder, Ali Hamdam, Alexander Lindorf, Laura Lemnitzer, Manfred Curbach
Institut für Massivbau, Technische Universität Dresden*

Zusammenfassung des Arbeitsstandes: Für diesen Bericht wurden Daten aus unabhängigen Quellen und Versuchen dahingehend untersucht, inwieweit eine zuverlässige Vorhersage von Rissbreiten $w < 0,1$ (0,2) mm möglich ist und eine gegebene Zielperformance erreicht werden kann. Der Schlussbericht umfasst die Darstellung des Wissensstandes, die Versuche im Rahmen des Forschungsthemas und die gesammelten Daten und Schlussfolgerungen aus der Datenlage. Es wird festgestellt, dass die Zuverlässigkeit der Vorhersage mit Standardmodellen gegenüber Rissbreiten des üblichen Hochbaus $w \geq 0,2$ mm geringer ist. Dies gilt insbesondere für das Modell aus der Gruppe DIN 1045-1/ MC 90. Zudem wurde in einem begleitenden Versuchsprogramm an Dehnkörpern mit großer Betondeckung untersucht, ob die mechanischen Grundlagen des derzeit genormten Berechnungsmodells bestätigt werden. In Versuchen an 3000 mm langen Dehnkörpern konnte die Systematik der Rissbildung und Rissabstände untersucht werden. Aus den Untersuchungen wurden Möglichkeiten statistisch begründet und abgeleitet, derzeit genutzte Modelle durch kleine Veränderungen an das gewünschte Zuverlässigkeitsniveau anzupassen. Als Alternative wird ein abstraktes lineares Modell vorgeschlagen, dessen Qualität auf der Korrelation der Rissbreite zu den 4 bis 6 grundlegenden Parametern beruht. Die Struktur konservativer Modelle wird ebenfalls diskutiert. Das Verständnis der Systematik der Rissbildung und Rissabstände konnte anhand der Versuchsdaten verbessert werden. Die Messdaten wurden so aufbereitet, dass nun Daten zur statistischen Verteilung der Risskräfte sowie der Festigkeiten vorhanden sind und insbesondere Mikrorissbildung als auch die Rissbreitenentwicklung allgemein besser verstanden werden kann. Getestet wurden normalfeste FD-Betone und normale Betonrezepturen im Verbund mit üblichem BSt 500 S als Bewehrung.

Der Bericht enthält 316 Seiten und 1 Deckblatt.

Inhaltsverzeichnis

INHALTSVERZEICHNIS	3
FORMELZEICHEN UND ABKÜRZUNGEN	7
1 ZUR PROBLEMATIK KLEINER RISSBREITEN	15
1.1 Anliegen des Forschungsprojektes, Motivation	15
1.2 Ansatzpunkte der Untersuchung	15
1.3 Abgrenzung des Forschungsvorhabens gegen andere Untersuchungen	16
2 STAND DES WISSENS UND AUSWERTUNG DER LITERATURDATEN	18
2.1 Modellgrundlagen und -annahmen	18
2.2 Das Problem der fehlenden Korrelation zwischen den Hauptparametern w/ε und $\phi/\rho_{s,ef}$	46
2.3 Ergebnisse der Analyse einfacher $w_{m,test} - w_{m,cal}$ - Datensätze	53
2.4 Die Prüfung der Vorhersagequalität des Ansatzes MC 90-Tue und des Eurocode 2 am UPM-Datensatz	58
2.5 Identifizierte Einflussparameter auf kleine Rissbreiten, Diskussion der Modellparameter	88
2.6 Darstellung und Prüfung des Modellansatzes zur Beschreibung der Erstrissbreite	91
2.7 Folgerungen aus der bisherigen Datenanalyse vorhandener Versuchsdaten und dem Stand des Wissens	102
3 EIGENE VERSUCHE	104
3.1 Versuchsprogramm	104
3.2 Versuchskörper	107
3.3 Baustoffe	114
3.4 Messtechnik zylindrische Dehnkörper	119
3.5 Messtechnik lange Dehnkörper	126
3.6 Versuchsdurchführung zylindrische Dehnkörper	129
3.7 Versuchsdurchführung lange Dehnkörper	133

4	ERGEBNISSE DER VERSUCHE	136
4.1	Allgemeines	136
4.2	Mitwirkung des Betons bei der Zugkraftübertragung	136
4.3	Der Einfluss der in den Beton eingeleiteten Längszugdehnung auf die Ringdehnung	143
4.4	Der Einfluss der in die Versuchskörper eingeleiteten Zugkraft auf die lokale Längsdehnung	145
4.5	Der Einfluss der Betondeckung auf die Verformung von Zugkörpern	148
5	VERGLEICHENDE SIMULATION EINES RISSABSTANDES MIT DER FE-METHODE	150
5.1	Einordnung in das Projekt	150
5.2	Eingabedaten für die Modellrechnung	150
5.3	Randbedingungen und Belastung	153
5.4	Ergebnisse der Berechnung	155
5.5	Auswirkungen einer Verkleinerung der Betondeckung	162
6	RISSBILDUNG AN LANGEN DEHNKÖRPERN	166
6.1	Untersuchungsziele	166
6.2	Zur Methodik der Rissprotokollierung	166
6.3	Zusammenhang zwischen Rissbildung, Betonhärte und Festigkeit	168
6.4	Begrenzung der Erstrisse	190
6.5	Nachrechnung von gemessenen Verformungszuständen - Modellierung diskreter Oberflächenrissbreiten	194
6.6	Veränderung der Rissbreite zwischen Versuchskörperoberfläche und Stahlnähe	211
6.7	Zum Messfehler bei Risslupen-Messungen	215
6.8	Mikrorisse - Verbundrisse nach Goto und Tepfers	218
6.9	Die Auswertung von lokalen Stahldehnungsmessungen	223
7	DISKUSSION ABSTRAKTER MATHEMATISCHER FORMULIERUNGEN - EIN AUSBLICK	226
7.1	Abstrakte multiple lineare Modelle	226

7.2	Ein multivariates und lineares Modell für die mittlere Rissbreite	227
7.3	Repräsentation charakteristischer Werte der Rissbreite mit multiplen linearen Modellen	229
7.4	Eigenschaften des Datensatzes	232
7.5	Ein konservativer Modellansatz zur Bestimmung einer zuverlässigen charakteristischen Rissbreite	232
8	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	234
9	PROJEKTKOSTEN	236
10	ACKNOWLEDGEMENTS	236
11	LITERATUR	237
12	ANHANG 1 - DER RISSDATENSATZ DER UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID (UPM)	242
13	ANHANG 2 - GLEICHUNGEN ZUM STATISTISCHEN HINTERGRUND	252
13.1	Die Tschebyscheff'sche Ungleichung	252
13.2	Das Prinzip der Deming-Regression	252
13.3	Die Resimulation der $s_{rm,test}$ -Mittelwertdatenstreuung typischer Rissabstandsdaten	253
13.4	Funktionsdatenanalyse für die Festigkeitsuntersuchungen	256
14	ANHANG 3 - SYSTEMATIK DER ANWENDUNG DES MODELLS TUD (ECKFELDT) IN BEISPIELEN	259
14.1	Eine Modellvorstellung von $A_{c,eff,loc}$	259
14.2	Beispiele für die Anwendung unter besonderen geometrischen Randbedingungen	259
15	ANHANG 4 - DATEN ZUR REIHENFOLGE DER BILDUNG SUKZESSIVER RISSE AN LANGEN VERBUNDKÖRPERN	263
15.1	Gemessene Erstrissgrößen	263
16	ANHANG 5 - RISSABSTÄNDE UND RISSKRÄFTE	267
16.1	Riss - Protokolltabellen	267

17	ANHANG 6 - GEMESSENE VERFORMUNGEN	279
17.1	Diskrete Rissmessungen - Messmethodik	279
17.2	Diskrete Rissmessungen - Ergebnisse	279
17.3	Risskraft-Positions-Diagramme	282
17.4	Gesamtdehnungen gemessen am IWA 1	294
17.5	Frequentistische Auswertung der Rissabstände und Rissbreiten	298
18	ANHANG 7 - RISSLUPENAUFNAHMEN FÜR DIE STUDIE ZUR ABLESEGENAUIGKEIT	308
19	ANHANG 8 - FESTIGKEITS-RÜCKPRALLDATEN FÜR DIE VERWENDUNG IN DER MODELLBILDUNG	315

Formelzeichen und Abkürzungen

Große Formelzeichen

A	Fläche
A	= $A_{c,eff,loc}$: Betonfläche, symmetrisch zur Bewehrung (d.h. $h = 2d_1$) geteilt durch die Stabanzahl [in. ²] („Gergely-Lutz-Equation“)
A_c	Querschnittsfläche des Betons
$A_{c,eff}$	effektiv mitwirkender Teil der Zugzone = $h_{c,eff} \cdot b$; mit $h_{c,eff} = m \cdot d_1$
$A_{c,eff,brutto}$	d_1 - Abstand des Schwerpunktes der Zugbewehrung zur nächsten Außenseite m - üblicherweise 2,5; m wird jedoch von König/ Tue/ Bergner [85] und [10] in Abhängigkeit von h definiert
A_{ct}	Querschnittsfläche der Zugzone
$A_{ct,brutto}$	der Zugbereich des Querschnitts im Nachweisschnitt. Wenn beide Seiten eines Bauteils auf Zug belastet sind, können beide Seiten separat unter der Annahme $h_{ct} = h/2$ behandelt werden.
A_{ct}^I	Querschnittsfläche der Zugzone im Zustand I
A_s	Querschnittsfläche des Bewehrungsstahles, Bewehrungsquerschnitt der Hauptbewehrung
$A_{s,min}$	zur Verformungsbegrenzung notwendige Bewehrungsmenge
A_{st}	Querschnittsfläche der Querbewehrung
C	Parameter des Verbundgesetzes
E_c	Elastizitätsmodul Beton allgemein
E_{cm}	mittlerer E -Modul des Betons
$E_{cm}(t)$	mittlerer E -Modul des Betons in Abhängigkeit vom Betonalter
E_s	E -Modul für Stahl und Betonstahl
$F_{coh}(w)$	kohäsive Kraft
F_{cr}	allgemein: Risskraft, die während der Rissbildung umgelagert wird
$F_{cr,I}$	Risskraft, die während der Erstrissbildung umgelagert wird
$F_{cr,II}$	Risskraft die mindestens in der effektiven Zugzone $A_{c,eff}$ (dem Zuggurt) aktiviert wird, bei einem sekundären Reißen in den Nachbarzonen des Erstrisses im Übergang zum abgeschlossenem Rissbild
$F_{cr,i}$	Risskraft am Rissort i
F_s	Stahlkraft
ΔF_s	Veränderung der Stahlkraft
F_{tch}	durch Risskohäsion im entfestigenden Bereich übertragener Anteil der Zugringkraft im entfestigten Bereich
L	Länge des Zugglieds
LN	Log-Normalverteilung

M_{cr}	Rissmoment
N	Rissanzahl; Normalverteilung
P	Wahrscheinlichkeit
Q_k	charakteristischer Wert einer veränderlichen Einwirkung
R	<i>Rebound number</i> ; Rückprallzahl
R^2	Bestimmtheitsmaß
S_0	halber Rissabstand, auch für Übertragungslänge l_t
U	Gleichverteilung

Kleine Formelzeichen

a_{cr}	bezeichnet den Abstand zwischen einem Punkt auf der Außenseite der Betondeckung, für den die Rissbreite berechnet werden soll und dem Mittelpunkt des nächstliegenden Bewehrungsstahls
b	wirksame Bauteilbreite
c	Betonüberdeckung
c_{bottom}	Betondeckung nach unten
c_{min}	Mindestbetondeckung
c_r	zusätzlicher Summand, abhängig von ϕ („Rippenabstand“)
c_u oder $c_b; c_s$	Betondeckung nach unten/oben; Betondeckung zur Seite
d	statische Höhe
d_c	d_l in [in.] (Inch) „Gergely-Lutz-Equation“
d_l	modifizierte Bewehrungslage
d_L	$= \frac{\phi}{2 \cdot 20\rho}$, die verbundfreie Länge des Stahls am Riss
d_s, d_b	alt für Durchmesser des Betonstahls, neu: ϕ
e	Eulersche Zahl
$eff\rho$	effektiver Bewehrungsgrad, alt: μ_{eff}
f_b	Verbundfestigkeit
f_{bm}	mittlere Verbundspannung = $f_{b,ult,1}$, aus statischem Versuch
$f_{b,ult}$	Verbundversagensspannung, Verbundfestigkeit allgemein (siehe auch $f_{b,m}$), alt: τ_u
$f_{c,i,j}$	lokale Insitu-Druckfestigkeit an der Stelle i im Rahmen des Jobs j
f_{ck}	charakteristische Druckfestigkeit von Beton (am Zylinder ermittelt)
f_{cm}	Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit von Beton
$f_{co,j}$	Grundfestigkeit des Betons für Job j aus Standardversuchen
f_{ct}	Betonzugfestigkeit allgemein
$f_{ct,eff}$	effektive Betonzugfestigkeit (in der Regel die zeitabhängige Festigkeit)
f_{ctm}	mittlere Betonzugfestigkeit
f_s	Stahlspannung in der Bewehrung [ksi] (Kip per square inch) „Gergely-Lutz-Equation“
f_y	Fließgrenze des Bewehrungsstahls

h	Höhe der Ringscheibe und des Stahlrings; Bauteilhöhe
$h_{c,ef}$	Höhe der effektiven Zugzone
h_{ct}^{II}	die Zugzone bei biegebeanspruchten Bauteilen im Zustand II
k	Faktor
k	Beiwert bei der Berechnung der Mindestbewehrung zur Berücksichtigung nichtlinear verteilter Betonzugspannungen (Eigenspannungen), alt: k_E
k_2	Beiwert zur Berücksichtigung der Verbundeigenschaften der Bewehrung
k_3	Beiwert zur Berücksichtigung der Dehnungsverteilung
k_b	Verbundbeiwert
$k_{b,lim}$	nach oben begrenzter Verbundbeiwert
k_c	Völligkeitsbeiwert bei der Ermittlung der Mindestbewehrung
k_t	Faktor zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug
l_b	Verbundlänge allgemein
$l_{b,i}$	Verbundlängenabschnitt
l_t	Einleitungslänge
n	Anzahl allgemein
n	Stabanzahl in einer Lage (Ebene)
n_i	normalverteilte Zufallszahl
p	Druckspannung
p_i	Druckspannung je Abschnitt
r	Radius
r_e	Radius von Stabmitte bis zum Beginn des elastischen Teils des Betonzugrings
$r_{e,Goto}$	Goto-Risse
$r_{e,Tepfer}$	Tepfers-Risse
r_{eff}	Radius des lokalen Ersatzkreises der effektiv mitwirkenden Zugzone
s	Stabverschiebung gegenüber umgebendem Beton (Schlupf)
s	Stababstand der Hauptbewehrung
$s_1 \dots s_3; f_{b3}$	definierte Schlupfwerte; Verbundspannungsniveau einer Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung
s_r	Rissabstand (zumeist wirksamer Rissabstand)
$s_{rk}; s_{rmax}$	charakteristische Größe des Rissabstandes; maximale Größe des Rissabstandes
s_{rm}	Mittelwert des Rissabstandes, alt: a_m
$s_{rk,0.95}$	95% - Fraktile der Rissabstände eines Bauteils
t_M	Messrate
u	Kreisbogenumfang
u_i	gleichverteilte Zufallszahl
w	Rissbreite
$w_I; w_a$	Parameter in Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehungen, hier: Grenzrissbreiten
$w_c; w_2; w_b$	Grenzrissbreite bis zu der Zugspannungen über Rissufer übertragen werden können
w_{cal}	rechnerische Rissbreite
$w_{cal,th}$	rechnerische Rissbreite, abhängig vom Höhenniveau in der Betondeckung

w_{eq}	maßgebende Rissbreite
w_k	charakteristische Rissbreite, Rechenwert der Rissbreite
$w_{k,0.95}$	95%-Fraktile der Rissbreite
w_k/ε	Quotient: charakteristische Rissbreite/ Dehnung als Messwert und Indikator eines wirksamen Rissabstands
w_{lim}	Grenzzrissbreite
w_m	Mittelwert der Rissbreite
$w_{m,95\%}; w_{m,0.95}$	95 %-Fraktile vergleichbarer mittlerer Rissbreiten
w_{max}	maximale Rissbreite; $w_{max,loc}$ ist der Messwert einer einzelnen Messung an der Stelle der größten Rissöffnung
$w_{m,cal}$	berechneter Mittelwert der Rissbreite
w_m/ε	Quotient: mittlere Rissbreite/Dehnung als Messwert und Indikator eines wirksamen Rissabstands
$x; y; z$	Argument und Ordinaten im Koordinatensystem
x^{II}	Höhe der Druckzone im Zustand II
z	Hebelarm der inneren Kräfte

Griechische Formelzeichen, Symbole

$\alpha; \alpha_r$	Rippenneigungswinkel
α_e	Verhältnis der E -Moduli von Stahl E_s und Beton E_c ; alt: n
β	Neigungswinkel d. Rippe zu Stabachse
β	Verhältnis des Abstandes von Nulllinie zur Zugaußenseite zum Abstand zwischen Nulllinie zur Bewehrung (bei Balken $\beta = 1,2$) „Gergely-Lutz-Equation“
δ_t	Gesamte tangentielle Veränderung
Δ	Änderung einer Variablen
ε_c	Dehnung des Betons allgemein
ε_{c2}	Dehnung der Zugzone
ε_{cm}	Mittelwert der Betondehnung über die Stablänge
ε_{cr}	Rissdehnung des Betons
$\Delta\varepsilon_m$	Mittlere Dehnungsdifferenz zwischen Beton und Stahl
ε_s	Dehnung des Bewehrungsstahles
ε_{s2}	Stahldehnung
ε_{sm}	Mittelwert der Stahldehnung über die Stablänge
η	$= \frac{k \cdot (1 - \rho) \cdot f_{ct}}{\rho \cdot E_s} + \frac{k \cdot f_{ct}}{E_c}$ mit $k = 0,3$ (NSC)
ϕ	Stabdurchmesser (auch: d_s, \emptyset)

ϕ_{st}	Stabdurchmesser der Hauptbewehrung
π	Konstante
ρ	Bewehrungsgrad allgemein, alt: μ
$\rho_{eff}, \rho_{s,ef}, \rho_{c,eff}, \rho_{c,ef}$	} effektiver Bewehrungsgrad
$\rho_{c,eff,loc}$	lokaler, effektiver Bewehrungsgrad, auf einen einzigen Stabquerschnitt bezogen
$\rho_{ct,min}$	wirksame Zugzone bei der Erstrissbildung
Σ	Summe
σ_{ct}	Ringzugspannung des Betons
σ_r	Ringzugdruckspannung
σ_s	Stahlspannung
$\Delta\sigma_s$	Veränderung der Stahlspannung
$\Delta\sigma_{s,i}$	Veränderung der Stahlspannung in einem Abschnitt
$\sigma_{s,cr}$	Riss erzeugende Stahlspannung
$\sigma_{s,cr,I}$	Stahlspannung bei Erstrissbildung
$\sigma_{s,cr,i+sh}$	Stahlspannung bei Erstrissbildung mit Schwindanteil am Ort i
$max\Delta\sigma_{s,cr,I}$	maximal reduzierbare Stahlspannung
$\sigma_{s,cr,II}$	Stahlspannung bei abgeschlossenem Rissbild
$max\Delta\sigma_{s,cr,II}$	maximale Spannungsdifferenz, die in den Beton zwischen zwei Rissen eines abgeschlossenen Rissbildes eingetragen werden kann
σ_t	Zugspannung allgemein
τ_b	Verbundspannung wird als Schubspannung entlang der Mantelfläche eines Stabes definiert
$\tau_{b,i}$	Verbundspannung je Abschnitt
τ_{bk}	Verbundspannung
τ_{bm}	mittlere Verbundspannung
τ_u	Verbundversagensspannung (alt); auch Unterspannung bei Ermüdungsbeanspruchung
ν	Faktor, Querdehnzahl

Wichtige Indizes

b	Verbund
bar	Stab

<i>brutto</i>	Der Index "brutto" zeigt an, dass A_s in den Querschnittswert einbezogen ist, "netto" zeigt an, wenn dies nicht der Fall ist.
<i>c</i>	Beton
<i>cal</i>	Rechenwert, Berechnungswert
<i>const</i>	Konstante
<i>cr</i>	Riss; gerissen
<i>eff</i>	effektiv
<i>i-1; i; i+1</i>	Stellen, benachbarte Zahlen in Vorgänger- Nachfolger-Beziehungen bzw. sequentiellen Listen
<i>infill</i>	Verpressgrenze
<i>k</i>	charakteristischer Wert
<i>lim</i>	Grenzwert
<i>loc</i>	lokal
<i>m; mean</i>	Mittelwert
<i>max</i>	maximaler Wert
<i>min</i>	mindestens
<i>s</i>	Stahl
<i>singel</i>	einzelner Stab
<i>sec</i>	Verweis auf abgeschlossenes Rissbild
<i>sh</i>	<i>Shrinkage</i> , Schwinden
<i>st</i>	Querbewehrung
<i>th</i>	theoretisch
<i>test; exp</i>	Messwert

Abkürzungen:

AASHTO	<i>American Association of State Highway and Transportation Officials, Inc.</i>
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
ANSYS	Simulationsprogramm (FEM)
AZK	Ausziehkörper
CDF	kumulative Verteilungsfunktion (<i>Cumulative Distribution Function</i>)
CEB	<i>Comité Euro-International du Béton</i>
CEB-FIP MC	Model Code
CEM	Zementklasse

CEN	Europäisches Komitee für Normung
<i>Corfac</i>	Korrekturfaktor (Variable)
DAfStb	Deutscher Ausschuss für Stahlbeton
DIN	Deutsche Industrie Norm
DMS	Dehnmessstreifen
EC 2	Eurocode 2, EN 1992-1-1
EN	Euronorm
FEM	Finite-Elemente-Methode
<i>fib</i>	fédération internationalé du béton
FIP	Fédération Internationalé de la Précontrainte
FRC	Faserbewehrter Beton (<i>Fiber Reinforced Concrete</i>)
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
HPC	Hochfester Beton, Hochleistungsbeton (<i>High Performance Concrete</i>)
HPLC	Hochfester Leichtbeton (<i>High Performance Lightweight Concrete</i>)
HSC	Hochfester Beton, (<i>High Strength Concrete</i>)
IWA	Induktiver Wegeaufnehmer
LFRD	Lastfaktor-Bauteilwiderstandsbemessung (<i>Load Factor Resistance Design</i>)
MC 90	CEB-FIP Model Code 1990
NSC	Normalfester Beton (<i>Normal Strength Concrete</i>)
OLS	<i>Ordinary Least Square Regression</i> , Regressiver Ansatz auf Basis der Summe der kleinsten Fehlerquadrate (Pearson-Ansatz)
RILEM	Réunion Internationale des Laboratoires D'Essais et de Recherches sur les Materiaux et les Constructions
RVE	Raumvolumenelement
UPM	<i>Universidad Politécnica de Madrid</i>

1 Zur Problematik kleiner Rissbreiten

1.1 Anliegen des Forschungsprojektes, Motivation

Das Forschungsprojekt zur Vorhersagequalität von sehr kleinen Rissbreiten dient zur Beurteilung der Voraussagequalität aktueller normativer Modelle bei der Voraussage der Größe kleiner Rissbreiten, $w \leq 0,2$ mm mit dem Schwerpunkt auf Rissgrößen $< 0,1$ mm. Offiziell ist nach DIN 1045-1 die Anwendung des Modells auf eine charakteristische Rissbreite $w_k = 0,2$ mm nach unten begrenzt. Für Betonbauteile, die der Beaufschlagung mit wassergefährdenden Stoffen unterliegen, ist die betreffende DAfStb-Richtlinie maßgebend. Für gerissene Bauteile wird in dieser Richtlinie die zuverlässige Sicherstellung von Rissbreiten $< 0,1$ mm gefordert. Der Modellhintergrund, dargestellt im DAfStb-Heft 525 [30], im Betonkalender 2001 oder im MC 90 [25], erlaubt eine zumindest mathematisch korrekte Extrapolation der Ansätze, um Rissbildung mit $w_k < 0,2$ und $< 0,1$ mm zu beschreiben. Wie belastbar sind jedoch solche Näherungen?

Die Bauwirtschaft ist darauf angewiesen, Strukturen wie "weiße Wannen", Containments oder Stützmauern aus Stahlbeton anbieten zu können, in denen die Verformung und Rissbildung zuverlässig auf solche kleinen Werte begrenzt werden muss. Neben den Gebrauchstauglichkeitsanforderungen können solche Strukturen auch eine hohe Bedeutung für die Einhaltung von Umweltstandards haben, was den Zuverlässigkeitsanspruch an solche Bauwerke zusätzlich erhöhen kann. Die Belastbarkeit der verschiedenen Modellalternativen in dieser Hinsicht soll mithilfe des Forschungsprojektes herausgearbeitet werden.

1.2 Ansatzpunkte der Untersuchung

Das Forschungsprojekt konzentriert sich auf die Qualität der Voraussage von normativen oder normähnlichen Berechnungsansätzen. Insbesondere das Modell des MC 90 (DIN 1045-1, Kap.11 & Heft 525) sowie das empfohlene Modell des EN 1992-1-1 werden hier miteinander verglichen. Als Ergebnis der Forschung muss ein Instrument zur Verfügung stehen (oder zumindest unterstützt werden können), dass mit begrenztem Aufwand eine zuverlässige Begrenzung der Rissbreite auf Rechenwerte der Rissbreite $w_k < 0,2$ mm zulässt. Entsprechend der RiLi BUwSt des DAfStb ist für Betonbauteile im Geltungsbereich die Bemessung so zu führen, dass für Bauteile, in denen Risse nicht durch andere Maßnahmen explizit ausgeschlossen sind, Rissbreiten auf unter $0,1$ mm begrenzt werden. Dazu wird ein Vergleich zu weiteren, alternativen Ansätzen angestrebt, um den Einfluss einzelner Parameter im Detail zu untersuchen.

Ein wesentliches Anliegen des Forschungsprojektes ist auch die Verifizierung und kritische Prüfung der mechanischen Modelle im Hintergrund der derzeitigen normativen Ansätze. Dies zielt auf Widersprüche in der Korrelation zwischen Rissbreiten und Modellparametern, die insbesondere in der kontrovers diskutierten Veröffentlichung von Beeby [7] zusammenfassend dargestellt worden sind. Die Validität dieser Widersprüche ist in der Dissertation Eckfeldt in [50] bestätigt worden und manifestiert sich in weiteren aktuellen Forschungsarbeiten, siehe u.a. Perez Caldentey [20]. Die Notwendigkeit der Prüfung ergibt sich aber auch, weil sich über Jahre erfolgreich verwendete Ansätze aus dem Umfeld des

ACI ([3], [2], [99]) oder des BSI [18] von den zur Wahl stehenden Modellen in Europa (MC 90 oder EN 1992) deutlich unterscheiden.

Die Untersuchung konzentriert sich dabei auf eine Vertiefung der Kenntnisse an Zugkörpern. Es wird verbreitet angenommen, u.a. Alvarez [5] und Kenel [79], dass das Zuggurtmodell [5] die Übertragung auf biegebeanspruchte Bauteile erlaubt.

Die Versuche haben folgende Aufgaben:

-Versuche an zylindrischen Dehnkörpern zur Abbildung eines Verbundbereiches eines Bewehrungsstahls mit konstanten Randbedingungen in der Betondeckung mit dem Ziel der:

- Messung der Umfangsdehnungen (Ringdehnungen) und Längsdehnungen zur Beschreibung der Verformungszustände einer Einzelrissituation am abgeschlossenen Rissbild,
- Messung lokaler Rissentwicklung sowie der Versuchskörper-Gesamtverformung im Vergleich zur reinen Stahldehnung unter gleichen Lasten zur Abbildung der Betonmitwirkung auf Zug,
- Prädiktion innerer Verformungszustände in der Betondeckung, extrapoliert aus den Verformungsmessungen am Bauteilrand,
- Überprüfung des theoretischen Hintergrundes der Berechnungen.

-Versuche an langen Dehnkörpern mit dem Ziel der:

- Untersuchung des Einflusses nicht konstanter Randbedingungen auf das Verbundverhalten in Zuggurten (hier wechselnde Breiten- und Höhen-Verhältnisse sowie Randabstände der Bewehrung),
- Aufnahme der Streuungen in der Rissentwicklung zur Beschreibung der Verformungseigenschaften in Bauteilen,
- Zuarbeit zu stochastischen Rissmodellen.

-Theoretische Arbeiten

- Auswertung des Literatur-Datensatzes der UPM, [20], hinsichtlich kleiner Rissbreiten,
- Benennung hauptsächlicher Einflussgrößen auf die Entwicklung kleiner Risse - Modellparameter,
- Untersuchung der Grenzzustandsgleichung für die Rissbreitenbegrenzung,
- Aufbau eines belastbaren Simulationsmodells.

1.3 Abgrenzung des Forschungsvorhabens gegen andere Untersuchungen

Es werden Dehnkörper bzw. Zuggurte als Vereinfachung der Zugzone eines biegebeanspruchten Bauteils untersucht. Eine direkte Abbildung von Biegebauteilen, etwa bruchme-

chanisch, ist in diesem Projekt nicht möglich. Der Rissbildungsprozess in Biegebauteilen ist jedoch über das Zuggurtmodell abbildbar.

Jenseits der einfachen Behandlung des Langzeiteinflusses in normativen Modellen ist eine umfassende Simulation dieses Einflusses nicht möglich. Allerdings erlauben die aufgenommenen Materialdaten eine grobe Überprüfung dieser Effekte. Die Modelle können mit entsprechendem Aufwand und Kalibrierung anhand von Versuchsdaten modifiziert werden. Eine Sammlung von Versuchen unter Langzeiteinfluss und Zwangbeanspruchung ist von Gilbert [62] und Kaklauskas/ Gribniak [77] verfügbar. Für die Versuche an langen Dehnkörpern sind, entsprechend und mit Unterstützung des litauischen Teams unter Prof. Kaklauskas, die zeitabhängigen Parameter für den Versuchszeitpunkt angegeben. Damit sind Approximationen zeitabhängiger Veränderungen der Betoneigenschaften möglich.

Die Auswirkungen von Vorkehrungen durch Anwendung von schwindarmen Betonen oder Betonen mit langsamer Festigkeitsentwicklung können in dem vorliegenden Versuchsprogramm nicht vollständig verfolgt werden, da der Versuchsplan auf die Untersuchung des Verbundproblems ausgerichtet ist. Es wurde jedoch ein Anteil von Versuchskörpern aus sogenannten FD-Betonen hergestellt, die Richtlinien konform sind.

Wie die normativen Modelle auch, ist das Rissbreitenmodell vor allem dazu geeignet, Einwirkungen aus direkter Belastung zu verarbeiten. Einwirkungen aus Temperatur oder Zwang können nicht ohne Anpassungen berücksichtigt werden. Für Nachweise bei diesen Beanspruchungsarten bietet sich der Umweg über die Regeln zur Mindestbewehrung für die Begrenzung der Erstrissbreite. Dieser alternative Nachweisweg ist auch in der Richtlinie "Betonbau beim Umgang mit wassergefährdenden Stoffen" in abgewandelter Form für den Nachweis der Dichtheit vorgeschlagen. Hierbei wird angenommen, dass die Rissbildung eintritt (z. B. durch Zwang oder Temperatureinwirkung) und der Erstriss mit der Bewehrungskonzeption (Durchmesser, Abstand) auf ein vorgegebenes Maß beschränkt werden kann.

Die lokale Verformungsmessung auf dem Beton und Stahl in den Zonen, die nicht unmittelbar durch Risse geteilt werden, erfolgt mit Dehnmessstreifen (DMS). Erfahrungsgemäß erhöht eine größere Zahl applizierter DMS auch die Störungen, was bei der Messaufnahme und Auswertung zu berücksichtigen ist.

Globale Verformungen werden mit induktiven Wegaufnehmern (IWA) gemessen. Eine Kontrollmöglichkeit ist durch den möglichen Abgleich mit Verformungsmessungen der DMS gegeben.

Die im Rahmen dieses Projektes gewonnenen Versuchsdaten sind exemplarisch und ermöglichen nur die Prüfung der Plausibilität des angenommenen theoretischen Hintergrundes. Eine Extrahierung des Einflusses einzelner Teilparameter in einer Varianzanalyse würde jedoch einen randomisierten Versuchsplan im Blockdesign erfordern (Beispiele in Gibbons Natrella [61]). Der bestehende Kostenrahmen ist für einen solchen Versuchsumfang jedoch nicht ausreichend.

Die für die Versuche gewählten relativ realistischen Betondeckungen würden, zusammen mit dem großen Durchmesser, nach DIN 1045-1 sicher stellen, dass der Bewehrungsgrad groß und die Stahlspannungen und damit das Gros der Risse vergleichsweise klein bleibt. Zudem sind Verformungen an größeren Stahldurchmessern leichter, einfacher und ohne Schwächung der Bewehrung messbar.

2 Stand des Wissens und Auswertung der Literaturdaten

2.1 Modellgrundlagen und -annahmen

2.1.1 Das Zugringmodell nach Tepfers und dessen Erweiterung nach van der Veen

Der Verbund zwischen Betonstahl und Beton ist die Grundlage der Bauweise Stahlbeton. Obwohl seit den Anfängen des 20. Jh. fortwährender Forschungsgegenstand, ist die Beschreibung der Verbundspannungsverteilung entlang der Bewehrung in Bauteilen mit einer großen Unsicherheit gegenüber der Wirkung von Randbedingungen und streuender Materialparameter, insbesondere des Betons, versehen. Trotz dieser Unsicherheiten haben sich einige führende Modelle zur Verbundwirkung zwischen Stahl und Beton herausgebildet, die bestehende Erklärungslücken füllen sollen.

Die Verbundspannung τ_b wird als Schubspannung entlang der Mantelfläche eines Stabes definiert:

$$\tau_b = \frac{\Delta F_s}{\pi \cdot \phi \cdot l_b} \quad (1)$$

Dabei ist ΔF_s die Veränderung der Stahlkraft in der Verbundlänge l_b infolge Verbundwirkung. Das Ergebnis lässt sich für einen beliebigen Verbundlängenabschnitt $l_{b,i}$ weiter detaillieren und wiederum vereinfachen:

$$\tau_{b,i} = \frac{\Delta \sigma_{s,i} \cdot A_s}{\pi \cdot \phi \cdot l_{b,i}} = \frac{\Delta \sigma_{s,i} \cdot \pi \cdot \phi^2}{\pi \cdot \phi \cdot l_{b,i} \cdot 4} = \frac{\Delta \sigma_{s,i} \cdot \phi}{4 \cdot l_{b,i}} \quad (2)$$

Dies beantwortet jedoch nicht die Frage des Entstehens des Verbundwiderstandes. Die Stahldehnung bedingt eine Raumforderung des gerippten Stahls im Inneren des Betons. Hier wird die notwendige Querdehnung jedoch durch die Zugfestigkeit der Betonumgebung (Betondeckung) des Stahls behindert. Dadurch entsteht ein Druck auf die Stahloberfläche, der mit einer bestimmten Effektivität die Längsdehnung des Stahls behindert. Tepfers setzt das entstehende dreidimensionale Zug- und Druckstreben-System zu einer sogenannten Zugringtheorie zusammen (Abb. 1).

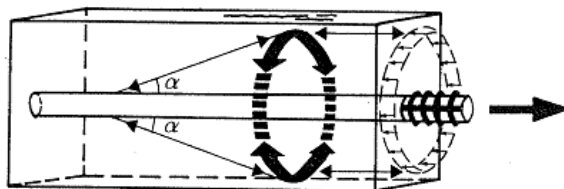


Abb. 1: Einfaches Zugringmodell von Tepfers [120]

Ein sehr einfacher Formelansatz für das Problem könnte damit lauten:

$$\tau_{b,i} = \frac{p_i}{\tan \alpha} \quad (3)$$

Dabei ist:

p_i der Innendruck auf einen dickwandigen Betonring

Eine Weiterverwendung dieses Zusammenhanges ist erst dann möglich, wenn eine Beschreibung des Drucks p_i in Abhängigkeit von den Parametern Betondeckung und Betonzugfestigkeit möglich ist. Dabei definiert Tepfers den elastischen und plastischen Grenzfall, in dem Risse im Kontinuum ausgeschlossen sind.

Elastischer Fall:

$$\tau_b = \frac{\sigma_{ct}(r = \phi / 2)}{\tan \alpha} \cdot \frac{(c + \phi / 2)^2 - (\phi / 2)^2}{(c + \phi / 2)^2 + (\phi / 2)^2} \quad (4)$$

Plastischer Fall:

$$\tau_b = \frac{\sigma_{ct,const}}{\tan \alpha} \cdot \frac{2 \cdot c}{\phi} \quad (5)$$

Mit $\sigma_{ct} = f_{ct}$ ergibt sich f_b als Verbundfestigkeit. Es ist zu sehen, dass es sich offensichtlich um idealisierte Grenzfälle handelt. Der elastische Fall stellt sich bei sehr großen Betondeckungen ein, der plastische Fall ist bei sehr kleinen Betondeckungen mit $c/\phi \sim 1$ zu erwarten. Für realistische Betondeckungen ist jedoch anzunehmen, dass die innere Zone der Betondeckung um den Betonstahl aufreißt und den Peak der Verteilung tangentialer Spannungen (also Ringzugspannungen) weiter nach außen verlagert. Damit vergrößert sich die Völligkeit der Ringzugspannungen, was einen größeren Verbundwiderstand bedingt. Zusätzlich wird daher die Ausdehnung des radial gerichteten Innenrisses (sog. "Tepfers-Riss") r_e ein Parameter zur Bestimmung der Verbundspannung (Abb. 2). In Abb. 2 wird die Verteilung der tangential bestimmten Ringzugspannungen σ_t für verschiedene Modellfälle angegeben.

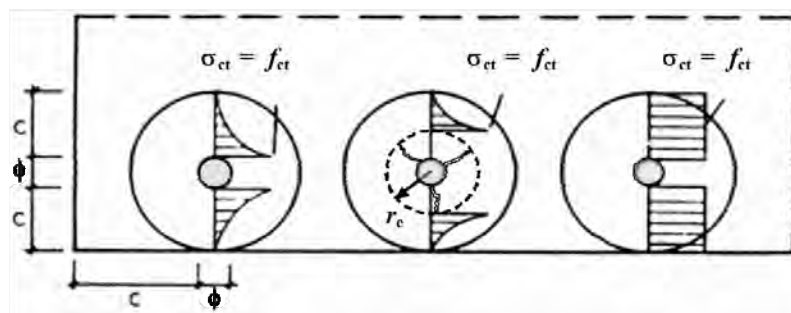


Abb. 2: Schematische Verteilung der Ringzugspannungen σ_t im elastischen, elastisch-gerissenen und plastischen Modell nach Tepfers (von links nach rechts)

"Elastisch-gerissen" bedeutet dabei, dass der radial gerissene innere Bereich in Ringrichtung spannungslos verbleibt, der äußere Ring ($r > r_e$) jedoch ein elastisches Verhalten zeigt. Aus dem Ringzug entstehende Druckspannungen σ_r können über den gerissenen Bereich zum Stahl übertragen werden. Die wesentlichen Gleichungen sind nachfolgend dargestellt:

Elastisch-gerissener Fall:

$$\tau_b = \frac{f_{ct} \cdot 2 \cdot r_e}{\tan \alpha \cdot \phi} \cdot \frac{(c + \phi / 2)^2 - r_e^2}{(c + \phi / 2)^2 + r_e^2} \quad \text{mit } \sigma_{ct}(r_e) = f_{ct} \quad (6)$$

$$\sigma_t(r | r > r_e) = \frac{r_e^2 \cdot \frac{\phi}{2 \cdot r_e} \cdot \tau_b \cdot \tan \alpha}{(c + \phi / 2)^2 - r_e^2} \cdot \left[1 + \frac{(c + \phi / 2)^2}{r^2} \right] \quad (7)$$

Die Verformungen im Inneren des gerissenen Bereichs um den Bewehrungsstahl lassen erwarten, dass die Größe der Mikrorisse sehr klein bleiben wird. Solange die radialen Mikrorisse des Verbundsystems Rissbreiten um $w < 0,15$ mm nicht überschreiten, kann eine Kraftübertragung über die Rissufer hinweg nicht ausgeschlossen werden. Eine Zusammenstellung des diesbezüglichen Forschungshintergrundes findet sich u.a. bei Remmel [113] und in Eckfeldt [50]. Demnach sind Ringzugspannungen auch im inneren gerissenen Bereich nahe der Bewehrung möglich.

Einen einfachen Ansatz schlägt dafür van der Veen in [112] vor. Als Ansatzfunktion der Zugspannungs-Rissöffnungs-Funktion wird folgender Ausdruck vorgeschlagen:

$$\sigma_{ct}(w | w < w_c) = f_{ct} \cdot \left[1 - \left(\frac{w}{w_c} \right)^k \right] \quad \text{mit } k = 0,248 \text{ und } w_c = 0,16 \text{ mm} \quad (8)$$

Dabei ist:

w_c die kritische Rissbreite, bei der keine Zugspannungen (sog. "bridging stresses") mehr übertragen werden können.

Der Verlauf der Funktion ist für verschiedene Zugfestigkeiten in Abb. 3 dargestellt.

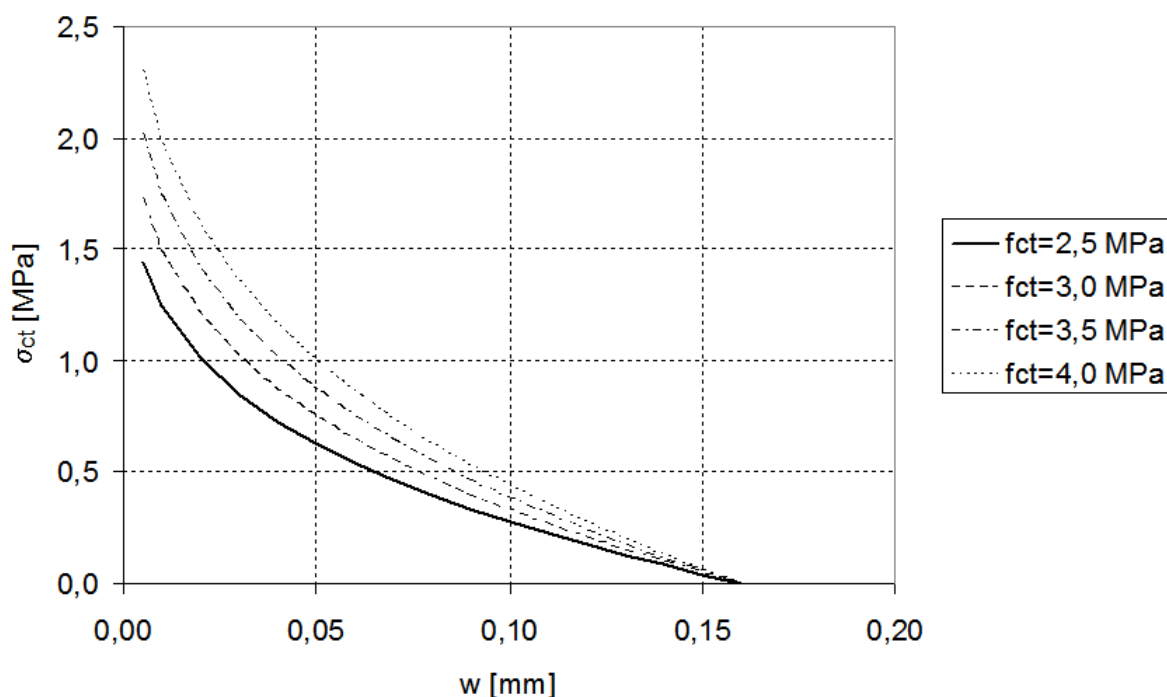


Abb. 3: Über Rissufer übertragbare Ringzugspannungen aus Gleichung (8)

Die zu lösende Aufgabe beschränkt sich damit auf die Ermittlung von r_e und die Ermittlung der Größe der Mikrorisse w in r_e . Dabei wird die Anzahl der angenommenen radialen Risse n eine Rolle spielen. Sie wird sich nach Erfahrungen mit sog. Ringtests zwischen 3 und 6 einstellen [121]. Eine geringere Rissanzahl führt dabei zu einem konservativeren Ansatz. Als Risskriterium in einer verformungsorientierten Betrachtung wird die Rissdehnung zeitabhängig eingeführt:

$$\varepsilon_{cr} = \frac{f_{ct}(t)}{E_{cm}(t)} \quad (9)$$

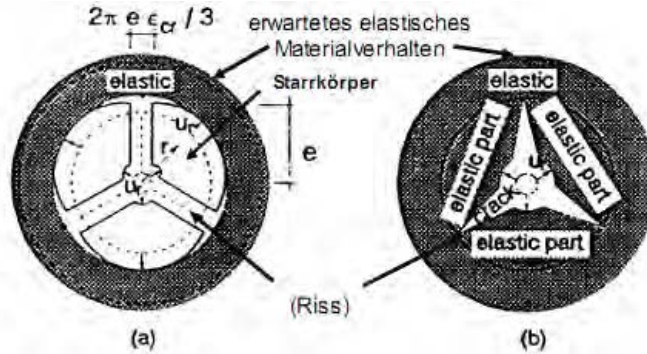


Abb. 4: Nutzung der Starrkörperverschiebung zur Herleitung eines Ansatzes zur Bestimmung der Größe der Mikrorisse (hier $n = 3$)

Der Lösungsansatz leitet sich dann aus der Beschreibung der Längenänderung δ_t bei Ringdehnung in Abb. 4 ab.

$$\delta_t(r|r = r_e) = 2 \cdot \pi \cdot r_e \cdot \varepsilon_{cr} \quad (10)$$

$$\delta_t(r|r < r_e) = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \varepsilon_t + n \cdot w = 2 \cdot \pi \cdot r_e \cdot \varepsilon_{cr} \quad (11)$$

Zur Vereinfachung kann bereits in geringer Entfernung vom Betonstahl für die Ringzugdehnung ε_t die Rissdehnung ε_{cr} angenommen werden. Gleichung (11) vereinfacht sich:

$$w(r|r \leq r_e) = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_{cr} \cdot (r_e - r)}{n} \quad (12)$$

Die zusätzlich im inneren gerissenen Ring aktivierte Ringzugkraft lässt sich als Integral über die Zugspannungsverteilung errechnen:

$$F_{tch,i} = l_{b,i} \cdot \int_{\phi/2}^{r_e} \sigma_{ct} [w(r)] dr \quad (13)$$

Die Verbundspannung ist in Erweiterung von Gleichung (6) darstellbar:

$$\tau_b = \frac{f_{ct} \cdot 2 \cdot r_e}{\tan \alpha \cdot \phi} \cdot \frac{(c + \phi / 2)^2 - r_e^2}{(c + \phi / 2)^2 + r_e^2} + \frac{2 \cdot F_{tch,i}}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot l_{b,i}} \quad (14)$$

Offen bleibt die Definition des Stützwinkels α . Hier gibt es umfangreiche Betrachtungen, die in Eckfeldt [50] diskutiert werden. Wahrscheinlich kann sich dieser Winkel lastabhängig verändern, wie Versuche an Ausziehkörpern zeigen. Jedoch steht diese Frage bei lan-

gen Verbundlängen weniger. Im Allgemeinen vereinfacht die konstante Annahme des Stützwinkels α die Aufgabe erheblich:

$$\alpha = \text{const.} \quad \left| (25^\circ) \quad 35^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ \quad (60^\circ) \right. \quad (15)$$

2.1.2 Verbundspannungs-Schlupf-Abhängigkeiten - die Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes

Bereits die Darstellung in Gleichung (2) impliziert, dass es sinnvoll sein kann, die Verbundspannung über kleine Stababschnitte darzustellen.

Das Tepfers-Modell kann einen lokalen Verbundspannungszustand beschreiben, es besteht jedoch keine Modellerweiterung, um von verschiedenen lokalen Verbundspannungen zu einer Beschreibung einer langen Verbundlänge zu gelangen. Hier ist es sinnvoll, die bisher ausgeblendete Verformungsentwicklung in Längsrichtung mit einzubeziehen.

Die Forschung von Rehm [110] hat hierfür den Weg bereitet. Es wurde festgestellt, dass der Schlupf, d.h. die Relativverschiebung zwischen zwei Bezugspunkten an der Stahloberfläche und an der inversen Betonoberfläche oder in der Betondeckung bei ursprünglich gleicher Ausgangslage mit der Verbundspannung zunimmt. Das Ergebnis wird in sog. Schubspannungs-Schlupf-Beziehungen (τ - s -Beziehungen) zusammengefasst, siehe beispielhaft Abb. 5. Effektiv werden diese Ansatzfunktionen bisher fast ausschließlich an sog. kurzen Verbundlängen (dem Stabdifferential nach Rehm [110]) mit $\Delta x \rightarrow l_{b,i} < 5 \phi$ in Ausziehversuchen gemessen, um von einer einigermaßen gleichmäßig verteilten Schubspannungsverteilung profitieren zu können. Diese Versuche werden u.a. in Eckfeldt [50] umfangreich diskutiert mit Verweis auf weitere Quellen. Die Bestimmung der Rissbreite erfolgt mithilfe der in den Versuchen bestimmten Kraft F_s und der Anpassung von Gleichung (1):

$$\tau_b = \frac{F_s}{\pi \cdot \phi \cdot \Delta x} \quad (16)$$

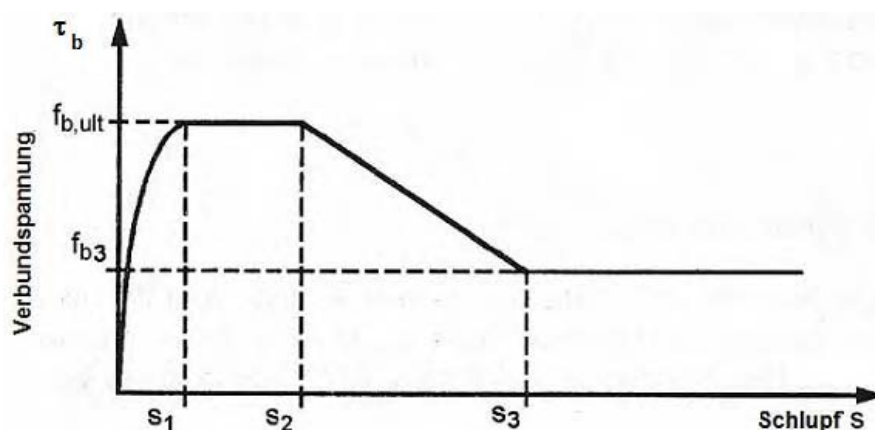


Abb. 5: Schubspannungs-Schlupf-Beziehung aus MC 90 [25], $\tau_b = f(s)$

Für die Parameter in Abb. 5 können in Abhängigkeit von der Querdehnungsbehinderung der Betondeckung, ausgedrückt durch das Verhältnis c/ϕ , folgende Werte angenommen werden.

Tab. 1: Parameter für die Schubspannungs-Schlupf-Beziehung, Gleichung (17)

Umgebung des Betonstahls	Hohe Querdehnungsbehinderung	Geringe Querdehnungsbehinderung
Zuordnungsbedingung	$c > 5\phi$ √ Querbewehrung: $A_{st} = n \cdot A_s$ √ Querdruck: $p \geq 7,5 \text{ MPa}$	$c < 1\phi$ ∧ Querbewehrung.: $A_{st} = n / 4 \cdot A_s$
Modellparameter	Rippenstahl: $\alpha = 0,4$ Schlupfwert: $s_l = 1 \text{ mm}$ Verbund: $f_{b,ult} = 2,5 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ ($f_{b,ult}$ ist bei mäßigen Verbundbedingungen zu halbieren.)	Rippenstahl: $\alpha = 0,4$ Schlupfwert: $s_l = 0,6 \text{ mm}$ Verbund: $f_{b,ult} = 2,0 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ ($f_{b,ult}$ ist bei mäßigen Verbundbedingungen zu halbieren.)
Verbundbruch	Gleitbruch	Sprengbruch

Im vorliegenden Forschungsprojekt werden nur Erklärungsmodelle für Gebrauchszustände gesucht mit $s_l | s \approx w_i / 2 < 0,1 \text{ mm}$. Damit ist nur der monoton steigende Abschnitt der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung aus Abb. 5 für die Untersuchung von Bedeutung. Folgende Parameter sind zur Beschreibung der Funktion notwendig (Zwischenwerte können interpoliert werden):

$$\tau_b = f_{b,ult} \cdot \left(\frac{s}{s_l} \right)^\alpha \quad (17)$$

Weitere, alternative Ansatzfunktionen der Form $\tau_b = C_0 \cdot s^N$, in Abhängigkeit von der Betonfestigkeit, können König/ Tue/ Zink [86] entnommen werden. Erweiterte Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen in Abhängigkeit von einer 3. Variable, z. B. Querpressung, dem Vielfachen der Fließdehnung oder der Verbundlänge Δx werden von Dörr, Shima oder Elgehausen/ Balazs angegeben. Die Dissertation von Lettow [91] enthält eine Zusammenfassung dieser Konzepte.

Über eine lange Verbundlänge wird davon ausgegangen, dass sich die Schlupfwerte aus den Längenänderungsdifferenzen der Bezugspunkte, vom ortsfesten Punkt zwischen zwei Rissen angefangen, entlang der Stabachse aufsummieren und andererseits Verbundspannungswerte die Voraussage der Schlupfwerte ermöglichen. Im symmetrischen Fall (zentrischer Zug) ergibt sich die halbe Rissbreite $w/2$ als Schlupfwert entlang des Stabes zwischen Riss und dem benachbarten lokalen Minimum der Stahldehnungsfunktion:

$$w_i / 2 = s(x_i) = \int_{x_i}^{x_{i+1}} [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)] dx \quad (18)$$

mit x_{i-1} ; x_i ; x_{i+1} als Sequenz von aufeinanderfolgenden Positionen ($i-1$), ($i+1$) von Minima der Differenzenfunktion $[\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)]$ und Maximums an der Rissposition (i).

Der beliebige, nicht symmetrische Fall (nicht-konstante Biegeeinflüsse) ergibt dann die Rissbreite aus der Addition zweier Schlupfterme entsprechend Gleichung (18):

$$w_i = s(x_i)_{links} + s(x_i)_{rechts} = \int_{x_{i-1}}^{x_i} [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)] dx + \int_{x_{i+1}}^{x_i} [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)] dx \quad (19)$$

Rissbreite und Schlupf ergeben sich also aus der Differenzenfunktion von Stahl- und Betondehnung $[\varepsilon_s(x); \varepsilon_c(x)]$.

Die lokale Verbundspannung ist der Ausdruck für die Übertragung von Teilen der Stahlkraft in die Betonumgebung. Die Gesamtzugkraft im verschmierten, ideellen Betonquerschnitt mit Bewehrung ist:

$$\sum F(x) = A_{c,eff} \cdot E_{cm}(t) \cdot [\varepsilon_c(x) + \alpha_e \cdot \varepsilon_s(x) \cdot \rho_{s,ef}] = const \text{ für alle } x \quad (20)$$

Dabei ist:

$$\begin{aligned} \alpha_e &= E_s / E_{cm}(t) \\ \rho_{s,ef} &= A_s / A_{c,eff} \quad \text{Bewehrungsgrad} \end{aligned}$$

Die differentiale Formulierung des Zusammenhangs lautet in der Fassung von Somajayi/Shah [117]:

$$\tau_b(x) = \frac{-A_s \cdot E_s}{u} \cdot \frac{d\varepsilon_s(x)}{dx} \quad (21)$$

Über einen Rippenabstand $c_{r,i} = \Delta x$ zwischen den Positionen $x_{r,i-1}$ und $x_{r,i+1}$ mit der Rippe R_i dazwischen bei $x_{r,i}$ (siehe Abb. 7) ergibt sich ein numerisch verarbeitbarer Ansatz:

$$\tau_b(x_{r,i}) = \frac{-A_s \cdot E_s}{u} \cdot \frac{\varepsilon_s(x_{r,i+1}) - \varepsilon_s(x_{r,i-1})}{c_r} = \frac{-A_s \cdot E_s}{u} \cdot \frac{\Delta\varepsilon_s(x_{r,i})}{c_r} \quad (22)$$

Da auch die lokale Schlupfentwicklung an beliebiger Stelle x von Bedeutung ist, kann ein Ansatz durch Differenziation von Gleichung (18) gewonnen werden.

$$\frac{ds(x)}{dx} = -[\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)] \quad (23)$$

Auch hier ist die Diskretisierung auf ein Niveau $\Delta x = c_r$ an der Stelle $x_{r,i}$ sinnvoll. Die Vereinfachung des Ausdrucks (23) ergibt:

$$\frac{\Delta s(x_{r,i})}{c_r} = - \frac{\{[\varepsilon_s(x_{r,i+1}) - \varepsilon_s(x_{r,i-1})] - [\varepsilon_c(x_{r,i+1}) - \varepsilon_c(x_{r,i-1})]\}}{c_r} \cdot c_r \quad (24)$$

Mit dem Ausdruck (20) kann Gleichung (23) folgendermaßen modifiziert werden:

$$\frac{ds(x)}{dx} = \varepsilon_s(x_i) \cdot \alpha_e \cdot \rho_{s,ef} - \varepsilon_s(x) \cdot [1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,ef}] \quad (25)$$

$$\text{mit: } \varepsilon_s(x_0) = \frac{\sum F(x_i | \text{Rissposition})}{E_s \cdot A_s}$$

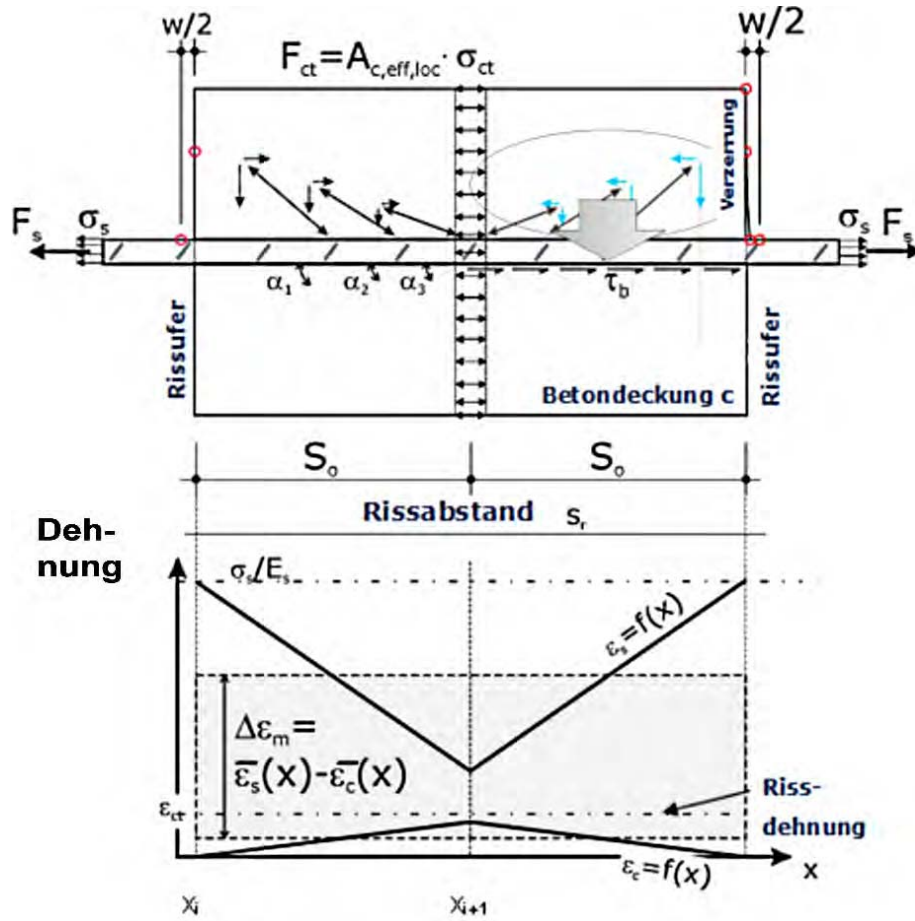


Abb. 6: Schematische Darstellung der Dehnungsverläufe zwischen zwei Rissen

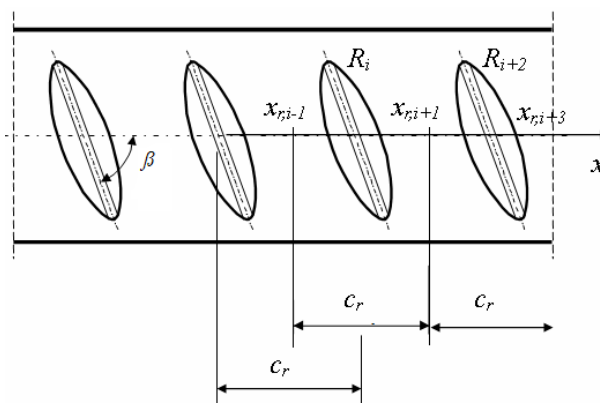


Abb. 7: Geometrische Definitionen der Rippenposition

Die wiederholte Ableitung führt zu dem abstrakten Ausdruck:

$$\frac{ds^2(x)}{dx^2} = -(1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,ef}) \cdot \frac{d\varepsilon_s(x)}{dx} \quad (26)$$

Ähnlich dem Vorgehen zur Bildung von Gleichung (24) kann man folgenden, numerisch verarbeitbaren Ausdruck herleiten:

$$\frac{\frac{s(x_{r,i-1}) - s(x_{r,i+1}))}{c_r} - \frac{s(x_{r,i+1}) - s(x_{r,i+3}))}{c_r}}{c_r} = -(1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,ef}) \cdot \frac{\varepsilon_s(x_{r,i-1}) - \varepsilon_s(x_{r,i+3}))}{c_r} \quad (27)$$

$$\frac{\Delta s(x_{r,i}) - \Delta s(x_{r,i+2}))}{c_r^2} = -(1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,ef}) \cdot \frac{\varepsilon_s(x_{r,i-1}) - \varepsilon_s(x_{r,i+3}))}{c_r}$$

Damit kann durch Substitution des Terms $\frac{d\varepsilon_s(x)}{dx}$ bzw. $\frac{\Delta\varepsilon_s(x_{r,i})}{c_r}$ durch Inhalte von Gleichung (21) und (22) die DGL des verschieblichen Verbundes aufgebaut werden:

$$\frac{ds^2(x)}{dx^2} - \frac{(1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,ef}) \cdot u}{E_s \cdot A_s} \cdot \tau_b(x) = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\Delta s(x_{r,i}) - \Delta s(x_{r,i+2}))}{c_r^2} - \frac{(1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,ef}) \cdot \pi \cdot \phi^2}{E_s \cdot A_s \cdot 4} \cdot \frac{\tau_b(x_{r,i}) + \tau_b(x_{r,i+2}))}{2} = 0 \quad (29)$$

Vorsicht ist geboten bei der Suche nach Randbedingungen für die Lösung der Differenzialgleichung. Folgende werden oft genannt und nachfolgend diskutiert:

1. $s(x_{r,i} | x_{r,i} = x_{i+1}) = 0$
2. $\frac{ds(x_i | i, Risspos.)}{dx} = -\varepsilon_s(x_i)$, sinnvoll: $x_i = 0$ setzen.

Dies ist eine Illusion für kleine Rissbreiten, da insbesondere über kleine Rissbreiten Zugspannungen übertragen werden und damit die Betondehnung dort nicht auf 0 gehen wird. Besser, jedoch auf eine neue Differenzialgleichung führend:

$$\frac{ds(x_i | i, Risspos.)}{dx} = -(\varepsilon_s(x_i) - \varepsilon_c[s(x_i)_{links} + s(x_i)_{rechts}])$$

vereinfacht:

$$\frac{ds(x_i | i, Risspos.)}{dx} = -(\varepsilon_s(x_i) - \varepsilon_c[2s(x_i)]) \quad (30)$$

Im speziellen Fall der Einzelrissbildung kann man zusätzlich bei $x_{i+1} = l_t$ feststellen, dass der Schlupf = 0 ist (vereinfacht ortsfest angenommener Punkt zwischen zwei Rissen):

$$3. \quad \frac{ds(x_{i+1} | x_{i+1} = l_t)}{dx} = 0 \quad (31)$$

Von Somajayi/ Shah [117] wird vorgeschlagen:

$$(4.) \quad \frac{ds^2(x_{i+1} | x_{i+1} = l_i)}{dx^2} = 0 \quad (32)$$

$$(5.) \quad \frac{ds^2(x_i | x_i, Risspos.)}{dx^2} = 0 \quad (33)$$

Die in Klammern gesetzten Randbedingungen (4.) und (5.) setzen eine Definition einer monotonen Funktion $s(x)$ voraus, die Wendepunkte bei x_i und x_{i+1} definiert. Dies ist jedoch aufgrund der Ausgangsdefinition (siehe Gleichung (18)) nicht möglich. Hier gilt entsprechend:

$$(4.) \quad \frac{ds^2(x_{i+1} | x_{i+1} = l_i)}{dx^2} > 0 \quad (34)$$

$$(5.) \quad \frac{ds^2(x_i | x_i, Risspos.)}{dx^2} < 0 \quad (35)$$

Es gibt eine Reihe von Beiträgen zur analytischen Lösung des Problems. Die meisten starten mit empirischen Daten einer Schlupfentwicklung unter bestimmten geometrischen Randbedingungen oder einer empirischen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung. Anhand der Datenlage werden Ansatzfunktionen als (in der Regel) nicht-lineare Fits gebildet, z. B. auf der Basis von parametrisierten e-Funktionen, Polynomen oder Exponential-Funktionen. Voraussetzung ist die stetige Differenzierbarkeit und Integrierbarkeit. In Europa haben sich die Ansätze von Bruggeling [17] und Krips [88] als gebräuchlich verbreitet:

$$\tau_b(x) = a + b \cdot s(x)^\alpha \quad \text{oder} \quad \tau_b(x) = f_{ck} \cdot b \cdot s(x)^\alpha \quad (36)$$

Allerdings gibt es auch andere Konzepte. Somajayi/ Shah [117] entwickeln aus einem Lösungsansatz für Gleichung (26) ein Polynom für die Funktion $s(x)$:

$$\frac{ds^2(x)}{dx^2} = a \cdot e^x + b \cdot e^{-x} + c \quad \Big| \iint \quad (37)$$

$$\rightarrow s(x) = a \cdot e^x + b \cdot e^{-x} + c \cdot x^2 / 2 + d \cdot x + e \quad (38)$$

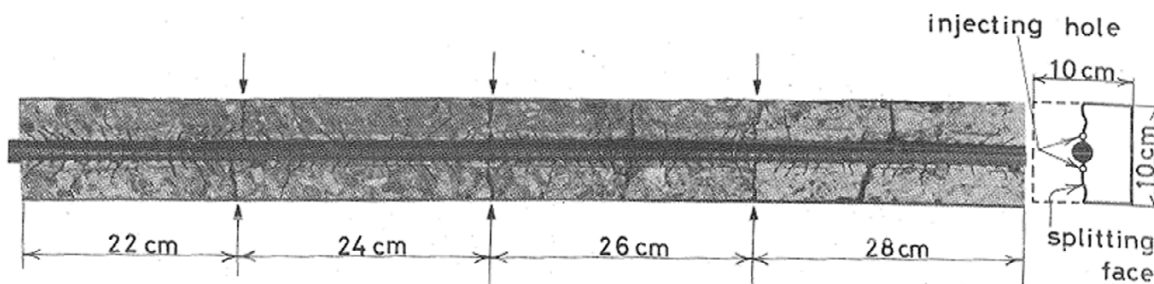
Generell nachteilig an diesem Verfahren ist, dass die Ansatzfunktionen aus Daten gewonnen werden, die zumeist aus sogenannten Ausziehversuchen entnommen wurden. Damit kann eine Reihe von Nebeneinflüssen einen Bias erzeugen, der trotz eines analytisch korrekten Lösungsverfahrens zu einer deutlich falschen Rissbreite führen kann. Dies betrifft insbesondere eine Unterschätzung von Querdehnungsbehinderungen und abweichende Betondeckungen gegenüber Bauteilen in der Praxis.

Ein zweites Problem ist, dass die Verwendung stetiger Funktionen nicht wirklich der abschnittsweisen, sequenziellen Verbundentwicklung entlang gerippter Stäbe entspricht. Damit sind zumindest in Rippennähe im Beton Sprünge im funktionalen Zusammenhang zu erwarten. Im äußeren Bereich der Betondeckung sind dagegen Verträglichkeitsbedingungen unter Gebrauchslasten erfüllbar und damit stetige Schlupffunktionen denkbar.

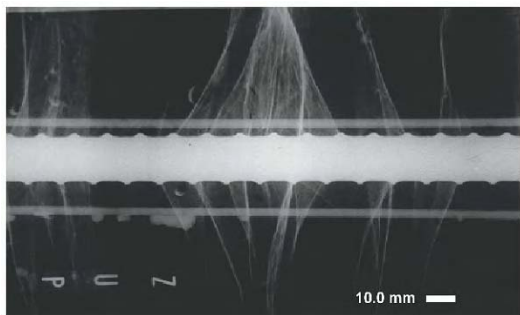
Dies zeigt aber auch ein drittes Problem an: Der analytische Ansatz kann nicht berücksichtigen, dass sich die Betonumgebung über die Entfernung von der Stahlachse unterschiedlich verformt, d.h. $s(x)$ müsste eigentlich $s(x; z/z=r)$ lauten. Beeby [8] hat dafür den Begriff "*Shear-Lag-Problem*" (übersetzt etwa: Rissuferverzerrung) eingeführt. Für das analytische Konzept der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes sollten Schlupf-Beziehungen verwendet werden, die auf den Reaktionsschwerpunkt der Betondeckung oder die Kontaktzone zwischen Beton und Stahl bezogen sind.

2.1.3 Die Verbundsituation entlang langer Verbundlängen - das Goto-Modell

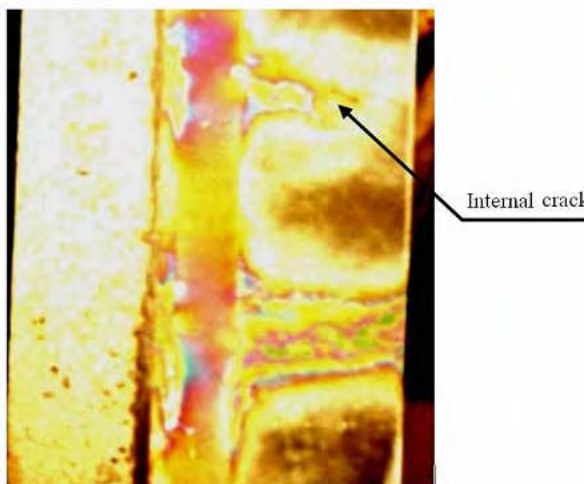
Goto und Otsuka [64], [65] haben durch einen speziellen Versuchsaufbau die Mikrorissbildung in der Verbundzone von Zugkörpern nachgewiesen. Dazu haben sie Versuchskörper mit hohem Bewehrungsgrad und großem Stahldurchmesser ($\phi 19$, $\phi 22$, $\phi 51$ mm) kombiniert und die Verbundrisse mit Tinte sichtbar gemacht. Diese Mikrorissbildung ermöglicht erst die größere Dehnung des Stahls gegenüber dem spröderen Beton. Die internen Verbundrisse sind später mit anderen Verfahren bestätigt worden, [81] und [101]):



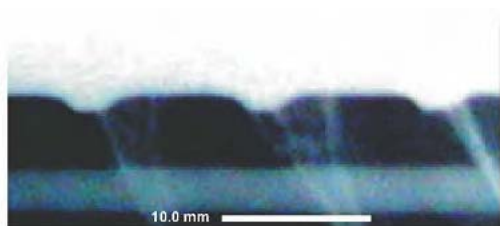
(a) Interne Risse an einem Betonstahl $\phi 19$ (Goto, [65])



(b) X-Ray Bilder von internen Rissen für FRC (Otsuka et.al [81], $\phi 16$, $\epsilon_s = 0,002$)



(d) Interner Riss sichtbar gemacht mit elektro-optischen Folien, $\phi 14, 16$ (Pedziwiatr, [101])



(c) Detail (Otsuka et.al [81])

Abb. 8: Interne Verbundrisse an Rippen von Betonstählen

Goto/ Otsuka [64] entwickelten dazu ein Denkmodell, das die kegelförmigen Risse nutzte, die zwischen den Rissen identifizierten Druckstreben voneinander abzugrenzen und mit jeweiligen Zugringen zu verbinden (siehe Abb. 9). Die Aktivierung der am stärksten beanspruchten Zugringe wurde durch Ringdehnungsmessungen bestätigt und eine Abhängigkeit zum Anstellwinkel nachgewiesen.

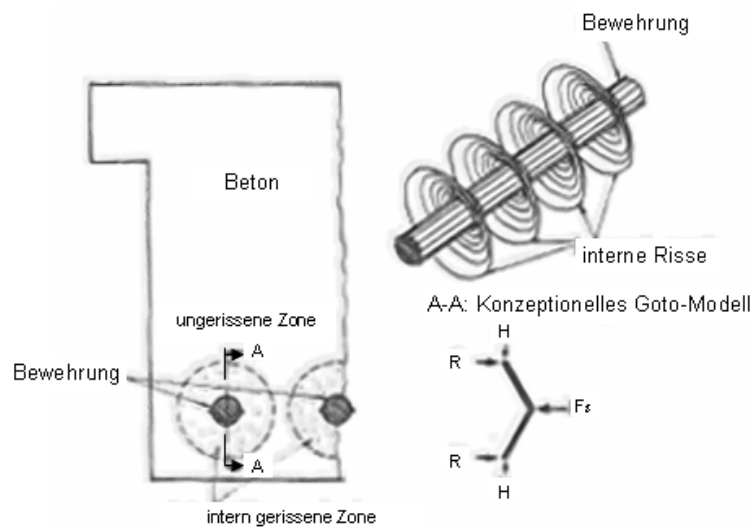


Abb. 9: Das Modell von Goto/Otsuka (aus [64])

Die Auswertung der Bilddaten aus Abb. 8 (a), Randbedingungen ($\phi 19$; $c = 41$ mm), ergab folgende Ausdehnung r_e (Abb. 10) der internen Risse in die Betondeckung:

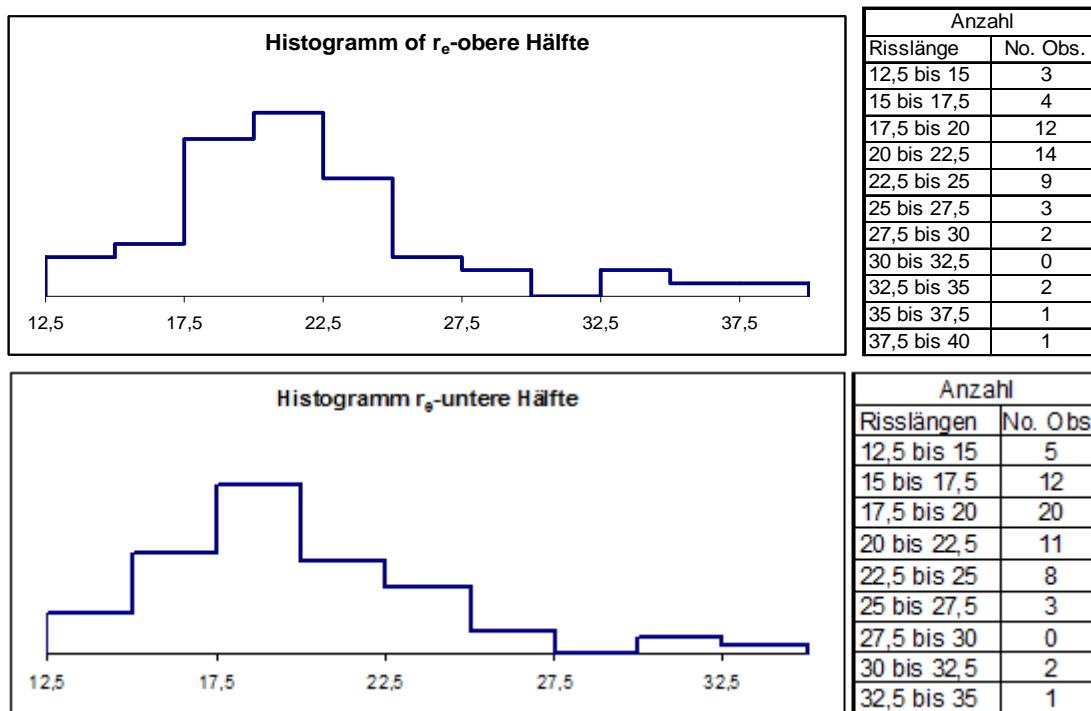


Abb. 10: Ausdehnung interner Risse (mm), zum Vergleich: $\phi/2 = 9,5$ mm

Der Winkel der internen Risse in die Betondeckung hinein gibt Auskunft über die Obergrenze des Druckstrebenwinkels α . Dieser muss jedoch nicht zwingend gleich dem Winkel

interner Risse sein. Goto und Otsuka fanden für Querkraft- und biegebeanspruchte Zonen an Balken mit Bewehrung $\phi 32$ folgende Winkel interner Risse (Abb. 11). Der Anstellwinkel ist auch durch Rippenhöhe und -abstand beeinflusst (Abb. 12).

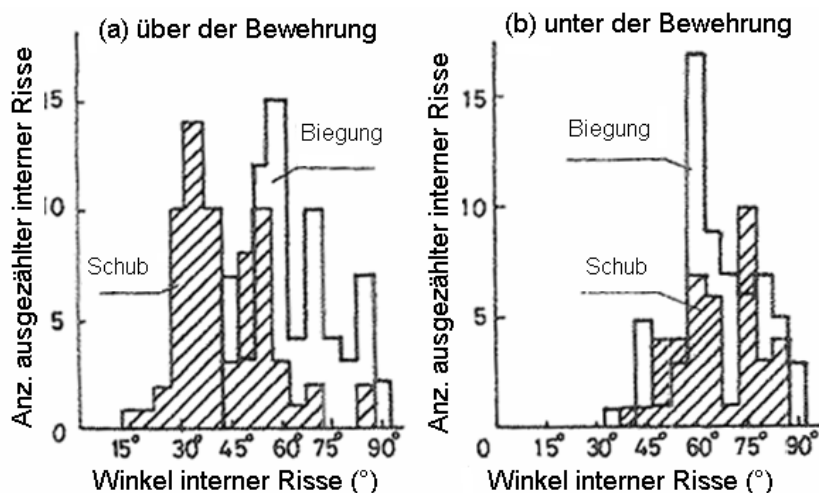


Abb. 11: Winkel interner Risse ($^{\circ}$) ober- und unterhalb des Bewehrungslevels, (aus [64])

Entgegen der reinen Zugbeanspruchung gibt es bei Balken deutliche Unterschiede zwischen der internen Rissbildung auf der Ober- und Unterseite in den stark querkraftbeanspruchten Zonen. Offensichtlich verkleinert hoher Querdruck und damit eine hohe Querdehnungsbehinderung in den querkraftbeanspruchten Zonen deutlich die Winkel der internen Risse. Die Druckstreben stützen bei diesen Bedingungen deutlich effektiver. In den rein biegebeanspruchten Zonen gibt es diese Unterschiede zwischen der Zone unter- und oberhalb der Bewehrungsebene nicht. Dadurch erscheint die vereinfachte Betrachtung der effektiven Verbundzone als Zuggurt möglich.

Der Nachweis des Zusammenhanges zwischen Verbundbeanspruchung und Ringdehnung durch die Versuche von Goto/ Otsuka [64] war eine wesentliche Grundlage für das jetzige Forschungsprojekt im Auftrag des DIBt, das im größeren Umfang Ringdehnungen untersucht.

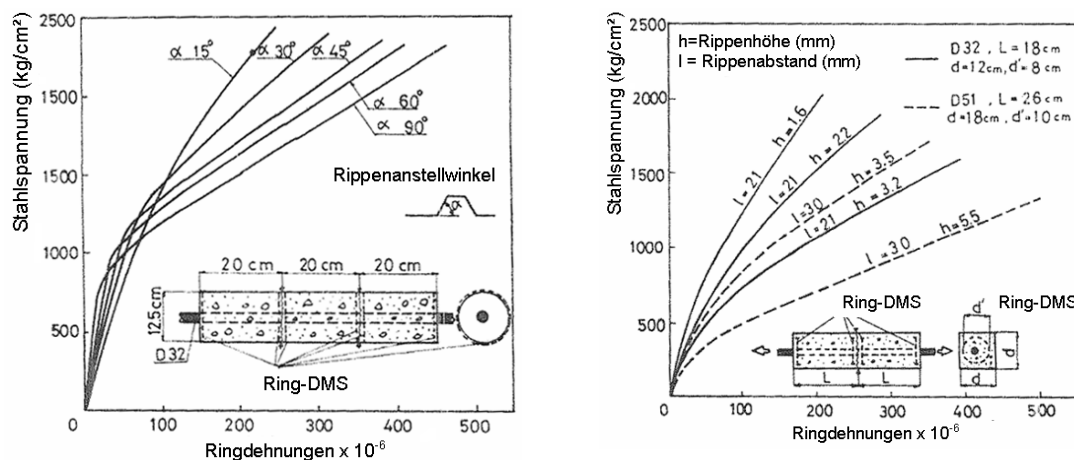


Abb. 12: Die Aktivierung der Zugringe an Dehnkörpern in Abhängigkeit von Parametern wie Rippenanstellwinkel, Rippenhöhe und Rippenabstand (aus [64])

Da die Goto-Risse bestätigt worden sind, ergibt sich für die analytische Lösung auf der Basis der Differenzialgleichung des verschieblichen Verbundes ein Problem. Die Qualität einer detaillierten Berechnung eines Verbundproblems hängt dabei von der Abbildung von Größe und Ausdehnung der Verbundrisse ab. In einem unterbrochenen Kontinuum sind der Aufbau und die Erfüllung von Verträglichkeitsbedingungen jedoch nicht möglich. Das Problem wird umgangen, indem Dehnungen über den Rissbereich verschmiert werden. Alternativ ist der Einbau von Sprungfunktionen denkbar, ein Weg der aufgrund der mathematischen Komplexität im Verbundzusammenhang noch nicht gegangen worden ist.

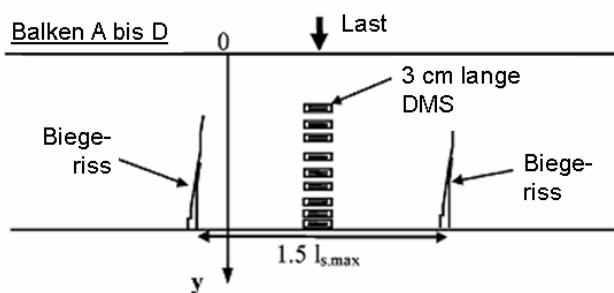
2.1.4 Zusammenführung der Modelle für Zugglieder bzw. Zuggurte von Biegebauteilen

Die Analyse der internen Winkel an Biegebalken zeigt, dass einerseits keine großen Unterschiede bezüglich der Entwicklung oberhalb oder unterhalb der Bewehrungslage bestehen, (Abb. 11). Auf der anderen Seite haben die Ergebnisse an reinen Zugkörpern, den 50% - Fraktile der Winkel bei ca. 60° bestätigt. Damit scheint es möglich, Biegebauteile als Bauteile mit Druck und Zuggurt abzubilden und den Zuggurt hinsichtlich der Rissbildung wie einen Dehnkörper zu behandeln.

Es bildet sich in einem auf Biegung beanspruchten Bauteil eine effektive Zugzone um die Hauptzugbewehrung, d.h. in einer bestimmten Zone ($A_{c,eff}$) wird der Beton direkt durch die Bewehrungsverformung beeinflusst und die Mitwirkung auf Zug aktiviert. In den Versuchen von Castel/ Vidal/ Francois [24] ist trotz der zwischen 22 mm und 56 mm modifizierter Bewehrungslage d_I der aktivierte Bereich ($= h_{c,ef}$) kaum größer als 100 mm (Abb. 13).

Der doppelte Abstand d_I wird praktisch nie überschritten, was den ursprünglichen Leonhardt-Ansatz ($h_{c,ef} = 2c + \phi/2$) eher bestätigt als eine Bauteilhöhen abhängige Definition von $h_{c,ef}$.

Mögliche Umsetzungen dieser Gedanken zu $h_{c,ef}$ sind der DIN/ MC 90 -Ansatz für $A_{c,eff}$, aber auch die anderslautenden Ansätze von Bigaj/ den Uijl [33] oder von Eckfeldt [50], siehe auch Abb. 14.



[c; ϕ] in mm:

Balken A: [48; 16]

Balken B: [16; 12]

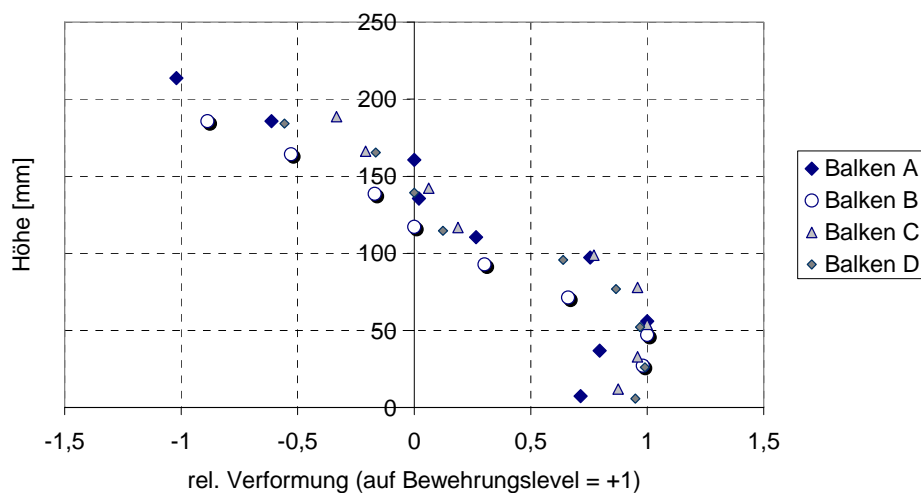
Balken C: [43; 12]

Balken D: [43; 12]

(a) Messungskonfiguration

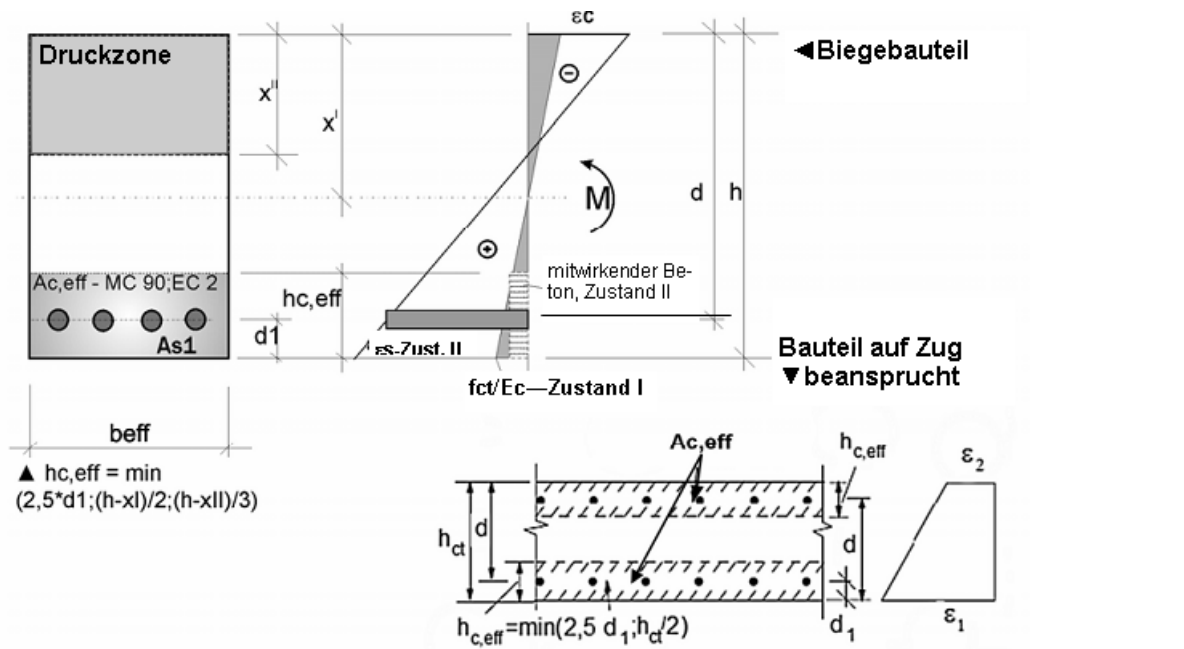
(b) Betondeckung; Durchmesser

hc,ef nach Daten von Castel/Vidal/Francois



(c) Messungen an der effektiven Zugzone

Abb. 13: Die effektive Zugzone in Messungen von Castel/ Vidal/ Francois [24]



(a) Denkmodell für $A_{c,eff}$ nach DIN MC 90

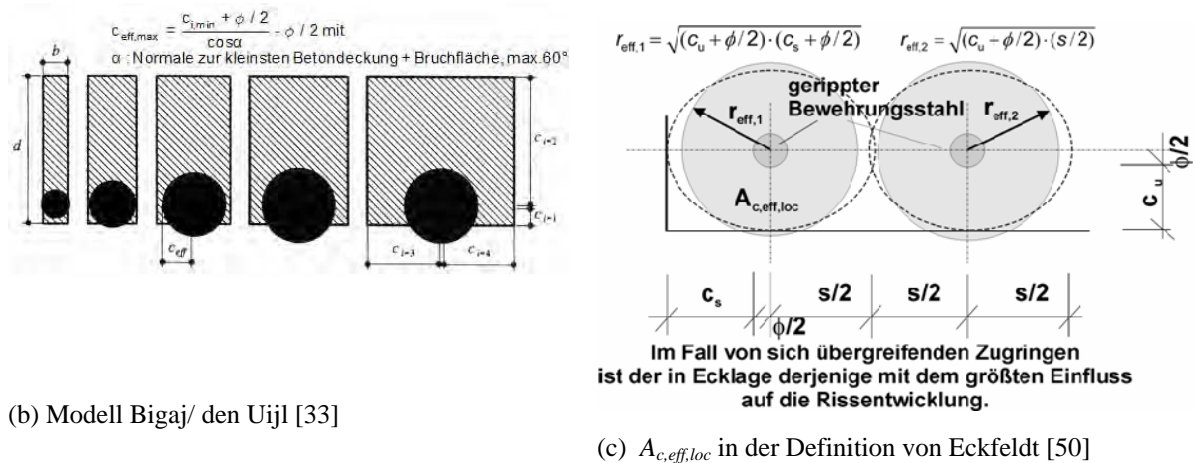


Abb. 14: Verschiedene Definitionen für $A_{c,eff}$

Offensichtlich hat die Mitwirkung von $A_{c,eff}$ entscheidenden Einfluss auf die Größe der Mitwirkung auf Zug in der Betonumgebung der Zugbewehrung. Die Probleme in der nicht widerspruchsfreien Definition von $A_{c,eff}$ kann man umgehen, wenn man die übertragbare Verbundspannung für die mitwirkende Zone vorgibt. Für den Fall $\sigma_s < f_y$ ist die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung von Alvarez u.a. [5] im Rahmen des Zuggurtmodells zu einer konstanten Funktion vereinfacht worden (Abb. 15).

Auf der anderen Seite kann man mithilfe des $A_{c,eff,loc}$ - Modells Leonhardt, Eckfeldt [50] oder Bigaj/ den Uijl (Abb. 14) eine zumindest geometrische Verbindung zu den theoretischen Modellen von Tepfers (Ringmodelle) und Goto (durch interne Risse separierte Ringzonen, deren H -Kraft im Beton rückverankert werden) ziehen. Eine Verbindung dieser Modelle führt zu einer Aneinanderreihung von Tepfersringen, die durch die internen Goto-Risse im Modell separierbar sind und deren Horizontalkomponenten sich in der Betonde-

ckung des Stabes von Ring zu Ring aufsummieren. Die geometrischen Abhängigkeiten eines solchen Ringsystems bestimmen das Verankerungspotenzial jeder einzelnen Sektion. Gegenüber dem so bestimmbaren Verankerungspotenzial ist die tatsächliche Reaktion des Systems weitaus schwerer vorhersagbar, da vor den Rippen eines deformierten Betonstahls der Beton unter den weitaus höheren Druckspannungen eines 3D-Druckzustandes zusammengepresst wird und entsprechende Verformungen erfährt. Zumindest dieser Teil der Verformungen ist nur schwer beschreibbar.

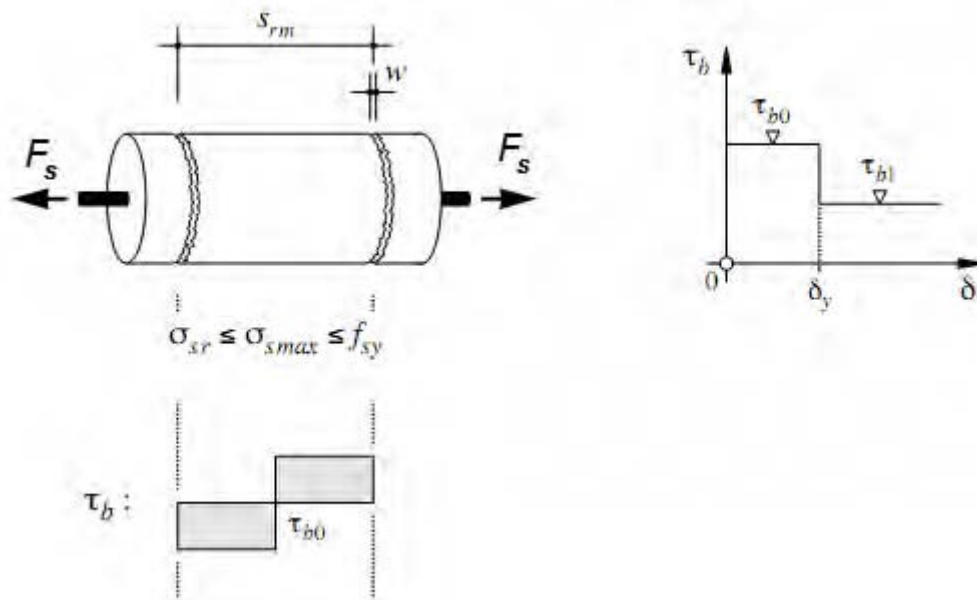


Abb. 15: Definition der Verbundspannungsfunktion im Zuggurtmodell nach Alvarez und Sigrist [5]

In einem detaillierteren Zuggurtmodell unter Zuhilfenahme der Theorie von Tepfers und Goto (Abb. 16 und Abb. 17) ist zu erkennen, dass die Rissufer nahen Zonen weitaus stärker beansprucht werden und hier auch größere Verbundspannungen übertragen werden.

“klassische” Näherung – basiert auf Verbundmodell (Tepfers)
aktivierter Zugwiderstand

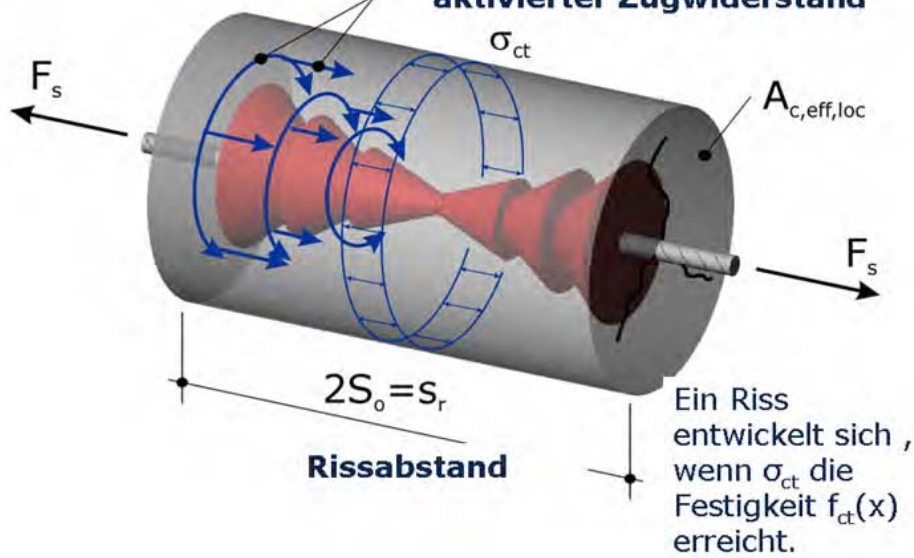


Abb. 16: 3D-Darstellung eines Zuggurtmodells

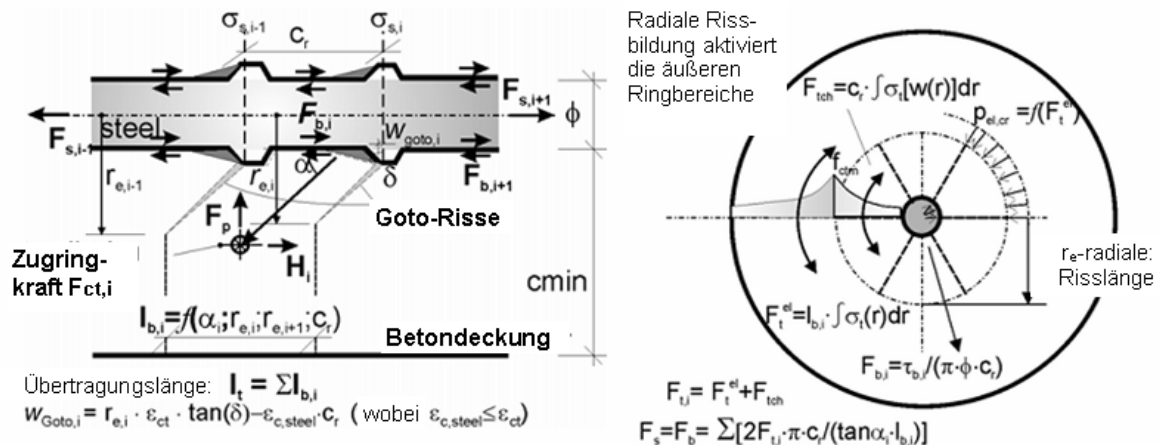


Abb. 17: 2D-Darstellung (Längs- und Querschnitt) des aus Tepfers und Gotos Theorie zusammengesetzten Zuggurts im Modell von Eckfeldt [50]

2.1.5 Zur Ableitung möglicher Modelle für die Beschreibung von Rissbreiten in Standards

Insbesondere die zuletzt dargestellten Zuggurt-Modelle sind eher dafür gedacht, Simulationen und Parameterstudien zu unterstützen, als derzeit normativ verarbeitet zu werden. Das Potenzial dieser Methoden besteht darin, dass ein Raster von typischen Verbundquerschnitten und Randbedingungen mit den Parametern (c ; ϕ ; f_{ct} ; σ_s) abgearbeitet werden kann und die interessierenden Parameter wie w oder $s_{rk}/2$ tabellarisch (zum Beispiel für einen Standard) ausgegeben werden. Sind die Eingangsdaten für eine MC-Simulation streuend, ent-

sprechend ihrer Unsicherheiten, gewählt, können die Ergebnisse sogar auf ein normativ definiertes Zuverlässigkeitsniveau angepasst werden.

Derzeitige Normen enthalten deterministische Modelle für Berechnungen auf Gebrauchstauglichkeitsniveau. Für diese müssen einfache Ansätze gefunden werden, die praktikabel und anwendbar sind. Dafür scheinen insbesondere Zuggurtmodelle geeignet, die mit konstanten Verbundspannungen die Probleme der numerischen Verarbeitung von Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen umgehen können.

Im Sinne von Zuverlässigkeitsanforderungen sollen die Rissbreiten-Berechnungsmodelle nicht mittlere Verformungswerte abbilden, sondern sie werden auf ein charakteristisches Niveau $w_k; s_{rk}$ eingestellt. Aus dem Gesichtspunkt der Zuverlässigkeit würden nur die Verformungen bewertet werden müssen, die irreversibel wie eingestellt verbleiben oder aber potenziell zu irreversiblen Schädigungen führen. Diesbezügliche Gefahren bergen Verformungen unter Dauerbeanspruchung (Szenarios unter realistischen, quasi-ständigen Lasten) und Kriechen sowie für Bauteile, in denen sich Risse unter bestimmter Zwangbeanspruchung einstellen und sich diese dabei abbaut, so dass die Verformung erhalten bleibt.

Zu irreversiblen Schädigungen können auch Risse in solchen Bauteilen führen, die einer Chloridbelastung unterliegen. Kommen gelöste Chloride durch Risse in Kontakt mit der Bewehrung, ergibt sich die Gefahr des Lochfraßes und damit eines Initialrisses. Prinzipiell kann das für alle Bauteile gelten, die hinsichtlich der Exposition XD und XS-Klassen zuzuordnen sind und Risse in der Nähe der Zugbewehrung haben, die an der Bauteiloberfläche 0,3 mm oder größer sind.

Zurzeit wird in Deutschland eine weitere Differenzierung der Schädigungsgefahr unter Berücksichtigung der Dicke der Betondeckung oder der Dicke der Bewehrung nicht vorgenommen. Praktisch wird diese Gefahr bei größeren Betondeckungen jedoch wahrscheinlich vermindert, da die Rissbreite in Stahlnähe dann viel kleiner als an der Oberfläche ist.

Aus den derzeitig gewonnen Modellen geht nicht hervor, auf welchen Fraktilwert die Rechenwerte der Rissbreite w_k beschränken. Ein oberer 5 % -Fraktil ist praktisch nicht realisierbar und unwirtschaftlich. Fortschrittlicher sind definierte, frequentistische Performance-Ziele wie die für das Modell von Martin/ Schiessl/ Schwartzkopf [95] definierten Ziele:

1. Für 95% der Testdaten $w_{m,test}$ soll gelten: $w_{m,test} < w_{k,cal}$ (39)

2. Für 75% der Testdaten $w_{max,test}$ soll gelten: $w_{max,test} < w_{k,cal}$ (40)

3. Für 95% der Testdaten $w_{max,test}$ soll gelten: $w_{max,test} < 1.25 \cdot w_{k,cal}$ (41)

Moderne Modelle müssen sich daran messen lassen. Forschungsgegenstand für die Datenanalyse ist im Folgenden:

- das Modell des MC 90/ DIN 1045-1 in der Interpretation von Tue et al. [25], [30]
- das empfohlene Modell nach EN 1992-1-1 [26]
- das Entscheidungsbaum-Modell Eckfeldt, z. B. in [48]

Das MC 90/ DIN 1045-1 Modell:

Höhe der Zugzone:

$$h_{c,eff} = \begin{cases} \rightarrow \text{"Balken"} : \min\left(\frac{h}{4} = \frac{h-x^I}{2}; 2,5 \cdot d_1\right) \\ \rightarrow \text{"Dehnkörper"} : \min\left(\frac{h}{2}; 2,5 \cdot d_1\right) \\ \rightarrow \text{"Platten"} : \min\left(\frac{h}{4} = \frac{h-x^I}{2}; 2,5 \cdot d_1\right) \end{cases} \quad (42)$$

Bewehrungsgrad:

$$\rho_{s,ef} = \rho_{c,eff} = \frac{A_{s,t}}{A_{c,eff}} = \frac{n_{bar} \cdot \pi \cdot \frac{\phi^2}{4}}{b \cdot h_{c,ef}} \quad (43)$$

Mittlerer Rissabstand:

$$s_{rm,MC90} = \frac{\phi}{4,5 \cdot \rho_{c,eff}} \quad (44)$$

Charakteristischer Rissabstand:

$$s_{rk,MC90} = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{c,eff}} = 1,25 \cdot s_{rm,MC90} \quad (45)$$

Mittlere Rissbreite:

$$w_{m,MC90,i} = s_{rm,MC90} \cdot \frac{\sigma_{s,test,i} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{c,eff}} \cdot (1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{c,eff})}{E_s} \quad (46)$$

Rechenwert der Rissbreite:

$$w_{k,MC90,i} = s_{rk,MC90} \cdot \frac{\sigma_{s,test,i} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{c,eff}} \cdot (1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{c,eff})}{E_s} \quad (47)$$

Das empfohlene Modell aus EN 1992-1-1:

Geometrie mit Gleichung (42), (43)

Mittlerer Rissabstand:

$$s_{rm,EN1992} = \begin{cases} \rightarrow \text{Biegung} : 2 \cdot c_u + \frac{\phi}{10 \cdot \rho_{c,eff}} \\ \rightarrow \text{Zug} : 2 \cdot c_u + \frac{\phi}{5 \cdot \rho_{c,eff}} \end{cases} \quad (48)$$

Charakteristischer Rissabstand:

$$s_{rmax,EN1992} = 1,70 \cdot s_{rm,EN1992} \quad (49)$$

Mittlerer Rissabstand, (c_{min} -Konzept):

$$s_{rm,EC2,c_{min}} = \begin{cases} \rightarrow \text{Biegung} : 2 \cdot \min(c_u; c_s) + \frac{\phi}{10 \cdot \rho_{c,eff}} \\ \rightarrow \text{Zug} : 2 \cdot \min(c_u; c_s) + \frac{\phi}{5 \cdot \rho_{c,eff}} \end{cases} \quad (50)$$

Charakteristischer Rissabstand, (c_{min} -Konzept):

$$s_{r \max, EC2, c_{min}} = 1,70 \cdot s_{rm, EC2, c_{min}} \quad (51)$$

Mittlere Rissbreite:

$$w_{mEN1992,i} = s_{rm, EN1992} \cdot \frac{\sigma_{s, test, i} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{c,eff}} \cdot (1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{c,eff})}{E_s} \quad (52)$$

Charakteristische Rissbreite:

$$w_{\max, EN1992,i} = s_{r \max, EN1992} \cdot \frac{\sigma_{s, test, i} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{c,eff}} \cdot (1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{c,eff})}{E_s} \quad (53)$$

Mittlere Rissbreite (c_{min} -Konzept):

$$w_{mENC_{min},i} = s_{rm, EC2, c_{min}} \cdot \frac{\sigma_{s, test, i} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{c,eff}} \cdot (1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{c,eff})}{E_s} \quad (54)$$

Charakteristische Rissbreite (c_{min} -Konzept):

$$w_{\max ENc_{min},i} = s_{r \max, EC2, c_{min}} \cdot \frac{\sigma_{s, test, i} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{c,eff}} \cdot (1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{c,eff})}{E_s} \quad (55)$$

Das Modell TUD (Eckfeldt) (begründet in [50]):

Bewehrung:

$$A_s = A_{s, \text{single bar}} \quad (56)$$

Effektive, lokal definierte Zugzone:

$$A_{c,eff} \rightarrow A_{c,eff,loc} = \pi \cdot (c_s + \frac{\phi}{2}) \cdot (c_u + \frac{\phi}{2}) \quad (57)$$

Lokalisierter effektiver Bewehrungsgrad:

$$\rho_{c,eff,loc} = \frac{A_{s, \text{singlebar}}}{A_{c,eff,loc}} \quad (58)$$

Verbundfaktor:

$$k_{b,\text{lim}} \begin{cases} \rightarrow \text{"Balken"} := 2 \cdot \sqrt{\frac{c_s + \phi / 2}{\phi}} \\ \rightarrow \text{"Zugkörper"} := \sqrt{\frac{\min(c_s; c_u) + \phi / 2}{\phi}} \\ \rightarrow \text{"Platte"} := \sqrt{\frac{c_s \text{ oder } s / 2 + \phi / 2}{\phi}} \end{cases} \quad (59)$$

Zusätzlicher Summand, abhängig von ϕ ("Rippenabstand"):

$$c_r = f(d_b) = 4,436 \cdot 1,053^\phi \quad (60)$$

Faktor für Umlagerungen im Querschnitt während des Erstrisses und Eigenspannungen:

$$k_c = \frac{h}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,9 \cdot d \quad (61)$$

$$k = 1 \quad (62)$$

Theoretische Stahlspannung unmittelbar nach Erstriss (Rissspannung):

$$\sigma_{s,cr,th} = \frac{\left(\frac{b \cdot h^2}{6} \cdot f_{ct}\right)}{n_{bar} \cdot \pi \cdot \frac{\phi^2}{4} \cdot 0,9 \cdot d} = \frac{M_{cr}}{A_{s,t} \cdot z} \quad (63)$$

Doppelte mittlere Übertragungslänge in der Einzelrissbildung (MC 90 und Modell Eckfeldt):

$$s_{rm,\text{single,th}} = \frac{\left(\frac{\overset{=A_{ct}^I}{(f_{ct} \cdot k_c \cdot k \cdot b \cdot \frac{h}{2})}}{n_{bar} \cdot \pi \cdot \frac{\phi^2}{4}} + f_{ct} \right) \cdot \phi}{2 \cdot 2,25 \cdot f_{ct}} \quad (64)$$

Modifikation, um ein alternatives Maximum (MC90 und Model TUD (Eckfeldt)) für $s_{rk} < 200$ mm zu kontrollieren:

$$s_{r \text{ max, single, th}} = 1,25 \cdot s_{rm,\text{single,th}} \quad (65)$$

Methode (1) zur Bestimmung von s_{rm} (abgeschlossenes Rissbild):

$$s_{rm,\text{sec}} = 0,85 \cdot \frac{\phi}{2 \cdot k_{b,\text{lim}} \cdot \rho_{c,\text{eff,loc}}} + \min(c_s; c_u) \cdot 0,75 \quad (66)$$

Methode (2) (alternative und bevorzugte) Methode zur Bestimmung von s_{rm} :

$$s_{rm,(2)} = \frac{\phi}{2 \cdot k_{b,\text{lim}} \cdot \rho_{c,\text{eff,loc}}} + 2 \cdot c_r \quad (67)$$

Maximaler Rissabstand, kann bei $s_{rk} < 200$ mm durch $s_{r \text{ max, single, th}}$ aus Gleichung (65) überlagert sein:

$$s_{r \text{ max, sec}} = 1,57 \cdot \frac{\phi}{2 \cdot k_{b,\text{lim}} \cdot \rho_{c,\text{eff,loc}}} + k_{b,\text{lim}} \cdot c_r \quad (68)$$

Mittlere Rissbreite, siehe Gleichung (66) für $s_{rm,sec}$:

$$w_{m(Eckfeldt),i} = s_{rm,sec} \cdot \frac{\sigma_{s,test,i} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{c,eff,loc}} \cdot (1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{c,eff,loc})}{E_s} \quad (69)$$

Mittlere Rissbreite, siehe alternative Gleichung (67) für $s_{rm,(2)}$:

$$w_{m(2),Eckf,i} = s_{rm,(2)} \cdot \frac{\sigma_{s,test,i} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{c,eff,loc}} \cdot (1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{c,eff,loc})}{E_s} \quad (70)$$

Charakteristische Rissbreite, ($\max(s_{rmax, single, th}; s_{rmax, sec})$) evtl. auf $s_{rk} < 200...220$ mm begrenzen):

$$w_{\max(Eckfeldt),i} = \max(s_{rmax, single, th}; s_{rmax, sec}) \cdot \frac{\sigma_{s,test,i} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{c,eff,loc}} \cdot (1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{c,eff,loc})}{E_s} \quad (71)$$

Beispiele zur Anwendungssystematik des Modells TUD (Eckfeldt) finden sich im Anhang ausführlich dargestellt.

2.1.6 Andere theoretische Ansätze

Grundzüge anderer Theorien sind in den zusammenfassenden Publikationen von Balazs/Borosnyoi [11] und De Stefano et. al. [37] oder der Dissertation Piyasena [103] dargestellt. Borosnyoi/Balazs zeigen, dass es bestimmte wiederkehrende Strukturen in den verschiedenartigen Konzepten gibt, obwohl allein sie 24 unterschiedliche Modelle identifiziert haben.

Es gibt Einigkeit darüber, dass der Aufbau einer Rissbreitenberechnung das Integral in Anlehnung an Gleichung (19) erfüllen soll. Mit Blick auf die veränderbaren Bedingungen von Riss zu Riss konzentriert sich die Analyse auf mittlere und charakteristische Rissbreiten bzw. exemplarisch maximale Rissbreiten. Vereinfacht auf Mittelwertniveau ergibt sich:

$$\begin{aligned} s(x_i)_{links} = s(x_i)_{rechts} &\rightarrow \int_{x_{i-1}}^{x_i} [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)] dx = \int_{x_i}^{x_{i+1}} [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)] dx \\ \rightarrow (l_{t,i} = x_i - x_{i-1}) &= (l_{t,i+1} = x_{i+1} - x_i) \\ \rightarrow l_{t,i} + l_{t,i+1} &= 2l_{t,i} \approx s_{rm} \\ \rightarrow w_m = s_{rm} \cdot \left[\overline{\varepsilon_s(x)} - \overline{\varepsilon_c(x)} \right] &= s_{rm} \cdot \Delta\varepsilon_m \end{aligned} \quad (72)$$

Der Übergang zur charakteristischen Rissbreite w_k vollzieht sich jedoch aus wahrscheinlichkeitstheoretischen Gründen weniger über 2 $l_{t,k}$, da das zweimalige Auftreten eines oberen Fraktils unwahrscheinlich ist. Hier kann man die Basisgleichung wie folgt aufbauen:

$$\begin{aligned} (l_{t,i} + l_{t,i+1})_k &\approx s_{rk} \\ \rightarrow w_k = s_{rk} \cdot \left[\overline{\varepsilon_s(x)} - \overline{\varepsilon_c(x)} \right] &= s_{rk} \cdot \Delta\varepsilon_m \end{aligned} \quad (73)$$

Einzelne Überschreitungen des Rechenwertes w_k durch tatsächliche maximale Rissbreiten sind dabei nicht unmöglich und natürlich abhängig vom definierten Wahrscheinlichkeitsniveau. Da es bei der Abbildung des Dehnungsterms in Gleichung (72) und (73) wenig Schwierigkeiten gibt und selbst die Ausblendung des Vorteils durch die Betondehnung nur geringfügig größere Streuungen verursacht, konzentriert man die Anstrengungen in der Modellfindung auf die Beschreibung des Rissabstandes s_r .

Als wichtigste und wiederkehrende Parameter wurden von Borosnyoi/Balazs identifiziert:

- die Betondeckung c
- der Stahldurchmesser ϕ
- der Stababstand s
- die Stahlspannung σ_s
- der Quotient $\phi/\rho_{c,eff}$ und damit ein Ausdruck für $A_{c,eff}$

$$s_{rm} = f[c; s; \sigma_s; \phi; g(\phi/\rho_{c,eff} \vee A_{c,eff}); \dots]. \quad (74)$$

Prinzipiell kann das Modell (74) nichtlinear angelegt sein, häufiger zu finden sind jedoch lineare Modelle des Typs:

$$s_{rm} = \beta_0 + \beta_1 \cdot c + \beta_2 \cdot s + \beta_3 \cdot \phi + \dots + [\beta_n \cdot g(A_{c,eff}) \vee \beta_n \cdot \frac{\phi}{\rho_{c,eff}}] \quad (75)$$

Dabei können einige Faktoren $\beta = 0$ gesetzt sein, was den Einfluss entsprechender Parameter auf das Modellergebnis ausschließt. Streng genommen wäre auch ein additiver Fehlerterm ε integrierbar. Das Glied $\beta_i \cdot c_r$ in Gleichung (68) kann zum Beispiel so auch interpretiert werden.

Ein typisches Beispiel für ein Modell wie in Gleichung (75) ist das Backgroundmodell zum EN 1992-1-1, siehe Gleichung (48) und (50) in diesem Bericht. Ein weiteres, bekanntes Modell ist das Modell aus dem CEB MC 78, dem Vorläufer des MC 90:

$$s_{rm} = 2 \cdot \left(c + \frac{s}{10} \right) + k_2 k_3 \cdot \frac{\phi}{10 \rho_{c,eff}} \quad (76)$$

In der Regel ist auch erkannt worden, dass unter Änderung grundsätzlicher Randbedingungen (Biegung oder Zug; gerippter oder ungerippter Stahl) einige Faktoren zu verändern sind. Aus heutiger Sicht könnten diese "Schalter" in Entscheidungsbäumen bzw. in die Analyse sogenannter "regression trees" eingebaut werden oder sind mithilfe von logistischen Modellen lösbar.

Eine interessante Alternative zu den oben genannten Modellen ist das Modell von Oh und Kang [99] zur Beschreibung des bezogenen Rissabstandes:

$$\frac{s_{rm}}{\phi} = 25,7 \cdot \left(\frac{d_1}{h_{ct}^{II}} \right)^{4,5} + 1,66 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{A_{c,eff}}{n \cdot A_s} \right)} + \frac{0,236}{\varepsilon_s^2 \cdot 10^6} \quad (77)$$

Dabei ist:

h_{ct}^{II} – die Zugzone bei biegebeanspruchten Bauteilen im Zustand II.

Das Oh und Kang-Modell ist auf der Grundlage bruchmechanischer Theorien erstellt und vereinigt in sich ein Festigkeitskriterium, das anzeigt ob der Bruch initiiert ist und ein Festigkeitskriterium, das bewertet, ob sich der Bruch tatsächlich ausbilden kann. Dieses Modell ist einheitenunabhängig, solange in den Quotienten gleiche Einheiten verwendet werden. Allerdings ist zu erwarten, dass durch Linearisierung bzw. Standardisierung des eigentlich nichtlinearen Modells am Stahldurchmesser die Korrelation zwischen den Variablen überschätzt wird.

Die vereinfachte Herleitung der maximalen Rissbreite erfolgt in der Regel durch Vervielfachung von s_{rm} . Die mittlere Rissbreite wiederum beruht auf einer Vervielfachung der charakteristischen Übertragungs- bzw. Einleitungslänge $l_{tk} = S_0$. Dies ist teilweise deterministisch durch Teilungskriterien großer, noch teilbarer Rissabstände begründet worden (so bei Braam [12] oder Bruggeling [17]), kann aber auch als statistische Abbildung eines großen Fraktilwertes (Rizkalla/ Hwang [114]) interpretiert werden. Den Spielraum zur Interpretation zeigt die Auswertung von Borosnyoi/ Balazs [11], die auf mehrere Ergebnisse verweist:

$$\begin{aligned} s_{rm} &= k \cdot S_0 \text{ mit } k \in [1, 3; 1, 33; 1, 4; 1, 5] \text{ je nach Auswertung} \\ s_{rk} &= 2 \cdot S_0 \end{aligned} \quad (78)$$

Fast alle Modelle zur Beschreibung der Rissbreite besitzen mehr oder minder starke empirische Komponenten. Einige Modelle haben zwar starke mechanische Begründungen und sind komplex deterministisch hergeleitet worden. Sie enthalten aber in der Regel auch in diesen Fällen noch Anpassungsfaktoren, die im Abgleich mit zum Vergleich herangezogenen Versuchsdaten aufgebaut worden sind.

Auch empirische Formeln können zu einer hohen Modellperformance führen. Sie setzen in der Regel präzise Vorarbeit in der Bestimmung der maßgebenden Parameter voraus. Dabei bilden bereits die vorhandenen Parameter eine Vorauswahl, denn oft werden in den Vergleichsdatensätzen schon die untersuchten Daten beschränkt. Es gilt die Parameter soweit zu reduzieren, dass ein multivariates Modell noch Aussagekraft behält. Der Einfluss einzelner Parameter sollte dabei unabhängig geprüft werden. Heutzutage wird die Modellbildung durch numerische Indizierungsverfahren (AIC, BIC) [4] unterstützt, so dass der Einfluss einzelner Parameter in einem theoretischen Modell herausgearbeitet werden kann.

Eine andere Möglichkeit besteht in der Untersuchung der partiellen Korrelation, die gegenüber dem jeweilig untersuchten Parameter alle anderen ausschließt. Damit kann die unabhängige Korrelation zwischen Parameter und abhängiger Variablen sichtbar gemacht werden, so wie die Signifikanz gegenüber der Nullhypothese: "Parameter hat keinen Einfluss auf die abhängig definierte Variable" auf definiertem Signifikanzniveau. Ob diese Modellierungsarbeit bei derzeitigen Modellen immer im vollen Umfang geleistet wurde, bleibt zu hinterfragen. In jedem Fall wurden aber die älteren Modelle intensiv an Versuchsdaten getestet und haben bereits eine umfangreiche Phase der Praxisanwendung hinter sich.

Im Rissbreiten-Kommentar des ACI, ACI 224 [1] werden die Eingangsvariablen der Rissbreitenberechnung hinsichtlich ihres Einflusses so geordnet wie von Gergely-Lutz ursprünglich definiert: (*in freier Übersetzung*)

- Die Stahlspannung in der Bewehrung ist der wichtigste Parameter;

- Die Betondeckung ist eine wichtige Variable, aber nicht die einzige geometrische Größe, die zu bedenken ist;
- Die Betonfläche, die jeden Bewehrungsstab umgibt, ist ebenfalls eine wichtige geometrische Variable.
- Der Stabdurchmesser ist kein Hauptparameter und
- Das Verhältnis der Rissbreite an der Oberfläche zu der auf Bewehrungsniveau ist proportional dem Verhältnis zwischen der Nenndeckung an der Oberfläche und der Stahldehnung.

Die „Gergely-Lutz-Equation“ (hier vereinfacht) berechnet eine „maximale“ Rissbreite:

$$w = 0,076 \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A} \cdot 10^{-3} \quad (79)$$

Dabei ist:

- d_c = d_I , [in.]
- A = $A_{c,eff,loc}$: Betonfläche, symmetrisch zur Bewehrung (d.h. $h = 2d_I$) geteilt durch die Stabanzahl [in.²], siehe Abb. 18
- β Verhältnis des Abstandes von Nulllinie zur Zugaußenseite zum Abstand zwischen Nulllinie zur Bewehrung (bei Balken $\beta = 1,2$)
- f_s Stahlspannung in der Bewehrung [ksi]

Diese Gleichung ist in der „Kaar-Mattock-Equation“ noch einmal vereinfacht worden.

$$w = 0,115 \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt[4]{A} \cdot 10^{-3} \quad (80)$$

Ohne Restriktionen durch Maßeinheiten ist die „Gergely-Lutz-Equation“ in einer Version auf Basis der Stahldehnung ε_{s2} verfügbar und damit auch mit metrischen Einheiten verwendbar:

$$w = 2,2 \cdot \beta \cdot \varepsilon_{s2} \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A} \quad (81)$$

Beide Formeln beruhen auf empirischen Daten. Die Umstellung des Gergely-Lutz-Konzeptes in eine Spannungskontrolle hat zu einem sehr einfachen, robusten und über Jahrzehnte akzeptierten Ansatz in AASHTO Standard Specifications for Highway Bridges und ACI 318, den jeweiligen amerikanischen Highways- und Hochbau-Codes für Stahlbeton, geführt. Dieser Ansatz konnte sogar in das semi-probabilistische LFRD-Bemessungskonzept umgesetzt werden. Ein Hauptmangel dieser empirischen Ansätze war jedoch, dass die Datenbasis nur Betondeckungen bis 63 mm enthielt.

Die sogenannte „Frosch-Equation“, benannt nach Robert J. Frosch, ist eine heutzutage im ACI-Raum weit akzeptierte Gleichung mit dem Ziel, physikalische Grundlagen des Rissphänomens zu beschreiben, um den Mangel der begrenzten Datenlage hinsichtlich Betondeckung und damit Dauerhaftigkeitsanforderungen auszugleichen.

$$w = 2 \cdot \frac{f_s}{E_s} \cdot \beta \cdot \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2} \quad (82)$$

Dabei ist:

s der Stababstand nach Abb. 18

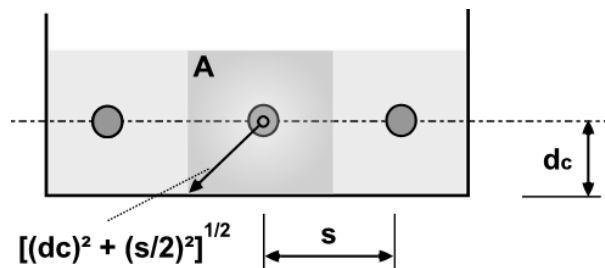


Abb. 18: Geometriedefinitionen für die Modelle aus dem ACI-Umfeld nach Frosch [59]

Diese Gleichung (82) ist ebenfalls im metrischen System verwendbar. Hier gibt es einen klaren Bezug zur größten Betondeckung im Querschnitt, gebildet durch die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, das durch die Katheten d_c und s bestimmt wird (siehe Abb. 18).

Die Konzepte von Gergely-Lutz oder Frosch wurden für die Verwendung in Codes (AASHTO, ACI 318) so modifiziert, dass sie in Anforderungen an Spannungsbegrenzungen oder zulässige Stababstandsbegrenzungen umgewandelt werden konnten, um sinnvolle Konstruktionshilfen zu geben.

Unverkennbar ist eine begrenzte Verwandtschaft mit dem britischen Ansatz, der den Wurzelterm aus der "Frosch-Equation" unter der Bezeichnung a_{cr} enthält (Quelle: Balazs [6]):

$$w_k = \frac{3 \cdot a_{cr} \cdot \varepsilon_m}{1 + 2 \cdot \frac{a_{cr} - c_{\min}}{h - x}} \quad (83)$$

Dieser Ansatz ist trotzdem wohl eher auf die Wurzeln von Broms und Lutz [16] zurückzuführen. Das Originalmodell sieht eine starke Korrelation zwischen Betondeckung und Rissbreite, insbesondere bei Balken. Die mittlere Rissbreite ergibt sich nach Broms zu:

$$w_m = 2 \cdot a_{cr} \cdot \varepsilon_{sm} \cdot \left(\text{Zusatzoption für Biegung: } \frac{h - x^{II}}{d - x^{II}}, \text{ dann jedoch } a_{cr} = c_{\text{bottom}} \right) \quad (84)$$

Dabei ist:

- ε_{sm} die mittlere Stahldehnung über die Übertragungslänge, im Allgemeinen die verschmierte Dehnung, die auf der Oberfläche gemessen wird;
- a_{cr} bezeichnet den Abstand zwischen einem Punkt auf der Außenseite der Betondeckung, für den die Rissbreite berechnet werden soll und dem Mittelpunkt des nächstliegenden Bewehrungsstahls

Das Maximum ergibt sich dann mit:

$$w_{\max} = 4 \cdot a_{cr} \cdot \varepsilon_{sm} \cdot \left(\text{Zusatzoption für Biegung: } \frac{h - x^{II}}{d - x^{II}}, \text{ dann jedoch } a_{cr} = c_{\text{bottom}} \right) \quad (85)$$

Eine umfangreiche Zusammenfassung und Vergleich amerikanischer Modelle ist bei DeStefano et. al [37] zu finden. Obwohl die Rissbreiten in den amerikanischen Modellen

als maximale Rissbreiten bezeichnet werden, wird davon ausgegangen das in der Praxis, einzelne Überschreitungen vorkommen können. ACI 224-R.01, Chapter 4.2 [1] definiert das Performance-Ziel der maximalen Rissbreite als Abbildung eines 90% - Fraktils aller Rissbreiten in einem Bauteil. Es wird darauf hingewiesen, dass der Variationskoeffizient 0,4 ist und vereinzelt Rissbreiten doppelt so groß wie berechnet auftreten können.

Eine Sonderstellung nimmt wiederum das Modell von Oh und Kang [99] und [11] ein, das dem einheitsneutralen Aufbau von Gleichung (77) folgt:

$$\frac{w_k}{\phi} = (\varepsilon_s - 0,0002) \cdot \frac{h - x^H}{d - x^H} \cdot \left[159 \cdot \left(\frac{d_1}{h_{ct}^H} \right)^{4,5} + 2,83 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{A_{c,eff}}{n \cdot A_s} \right)} \right] \quad (86)$$

$$\rightarrow \frac{w_k}{\phi} = \varepsilon_{sm} \cdot \beta \cdot \left[159 \cdot \left(\frac{d_1}{h_{ct}^H} \right)^{4,5} + 2,83 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1}{\rho_{s,ef,loc}} \right)} \right] \quad (87)$$

Speziell kleine Rissbreiten berücksichtigt ein nicht minder interessanter Ansatz. Es ist der an der Bruchmechanik orientierte Ansatz von Ouyang und Shah [100], der die Zugspannungsübertragung direkt über den Riss bei kleinen Rissbreiten erfassen soll. Für mittlere Rissbreiten $w_o < w_c$ mit $w_c \sim 0,15$ mm gilt für NSC:

$$\frac{w_o}{d_L} = \frac{\left(\frac{(1 - \rho) \cdot E_c}{\rho \cdot E_s} + 1 \right) \cdot \varepsilon_c - \eta}{1 - \frac{N \cdot d_L}{L} - \frac{\eta \cdot d_L}{w_c}} \quad (88)$$

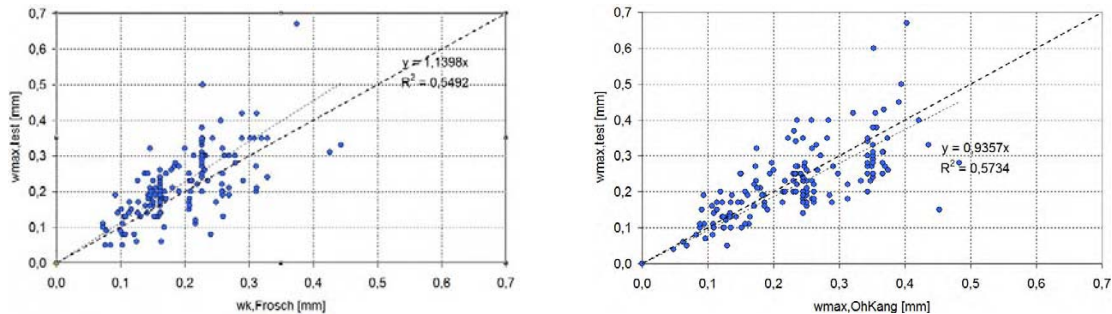


Abb. 19: Frosch-Modell (l.) und Oh-Kang-Modell (r.) verglichen mit $w_{max,test}$ (UPM-Daten)

Dabei ist: $d_L = \frac{\phi}{2 \cdot 20\rho}$, die verbundfreie Länge des Stahls am Riss

L Länge des Zugglieds

N Rissanzahl

$$\eta = \frac{k \cdot (1 - \rho) \cdot f_{ct}}{\rho \cdot E_s} + \frac{k \cdot f_{ct}}{E_c} \text{ mit } k = 0,3 \text{ (NSC)}$$

Derartige Modelle sind interessant für Post-Test-Analysen, nicht aber für die Vorhersage, da beispielsweise die Rissanzahl N in einem realen Zugglied vorab nicht bekannt ist. Die Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung wurde linear approximiert. Regeln für einen Mindestbewehrungsgrad lassen sich ableiten, verschiedene Konzepte sind in [100] dargestellt.

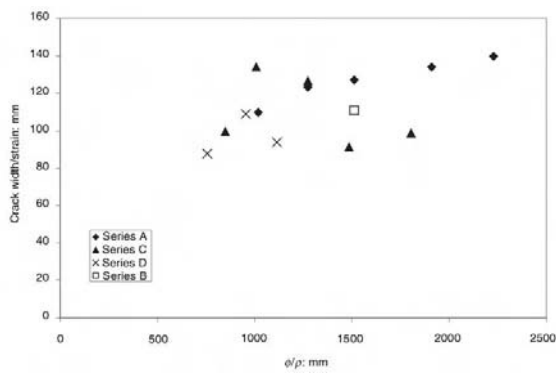
2.2 Das Problem der fehlenden Korrelation zwischen den Hauptparametern w/ε und $\phi/\rho_{s,ef}$

2.2.1 Die zusammengefassten Ergebnisse von Beeby [12]

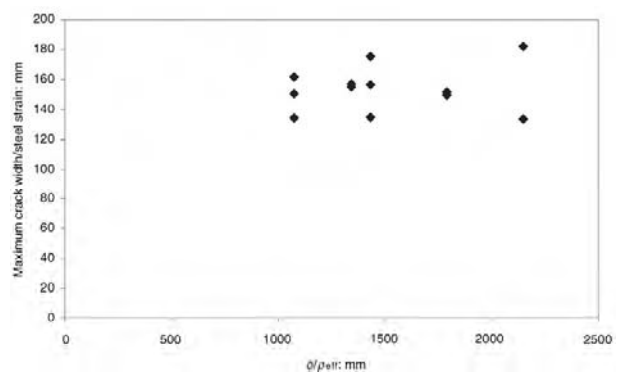
Zu den wesentlichen, angenommenen Grundlagen vieler derzeitiger, normativer Modelle (EN 1992-1-1; DIN 1045-1 & DAfStb-Heft 525; MC 90; DAfStb-Heft 400) gehört die Korrelation zwischen den Quotienten w/ε und $\phi/\rho_{s,ef}$. Laut den Modellen in Kapitel 2.1.5 sollte diese Korrelation in vielen Modellen nahezu linear sein.

A. W. Beeby von der University of Leeds hat in den zurückliegenden Arbeiten an einem gemeinsamen Eurocode 2 (EN 1992-1-1) mehrmals darauf hingewiesen, dass er diese Korrelation zwischen den Parametern in vielen unabhängigen Datenaufstellungen von Versuchen an Zugkörpern und Biegebauteilen nicht erkennen kann. Seine kritischen Anmerkungen sind im Beitrag [7] zusammengefasst. Die in der Argumentation benutzen Diagramme, die auch die Widersprüchlichkeit der Situation zeigen, sind in Abb. 20 dargestellt. Die in den Achsenbezeichnungen vorkommende Bezeichnung "average strain" stimmt mit der Außenmessung auf Bauteilen überein oder bezeichnet leicht abweichend die mittlere Stahldehnung entlang der Stabachse ε_{sm} .

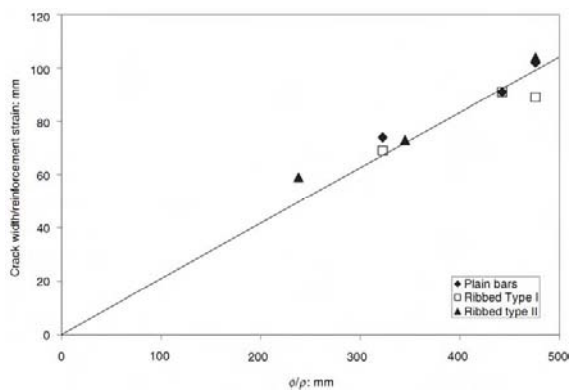
Beeby selbst favorisiert die Korrelation zwischen der Übertragungslänge l_t und c als Kern eines möglichen Erklärungsmodells ($l_t = S_o$). Seiner Meinung nach hat sich diese Korrelation in einer Vielzahl von Versuchen manifestiert, siehe Abb. 21. Dies folgt eher den Modellen von Broms und Lutz. Eine Verbindung eines c -basierten Anteils und eines $\phi/\rho_{s,ef}$ -Anteils wird jedoch nicht ausgeschlossen und ist auch Bestandteil des Eurocodes 2 in neuer Fassung.



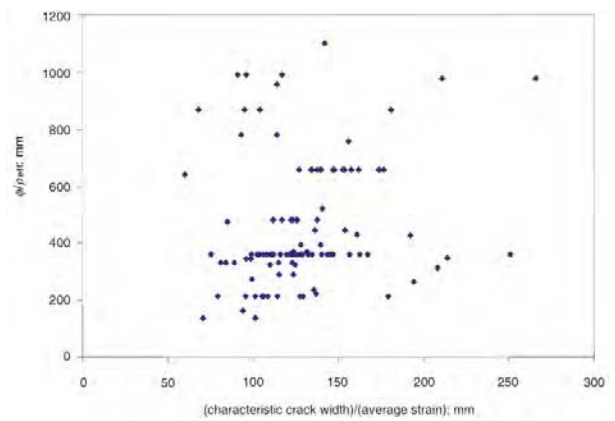
(a) Daten von Haqqi, (Zugkörper)



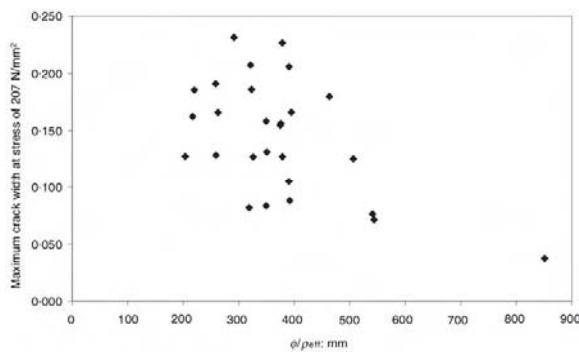
(b) Daten von Jaccoud, (Zugkörper)



(c) Daten von Ramos/ Serre, (Balken)

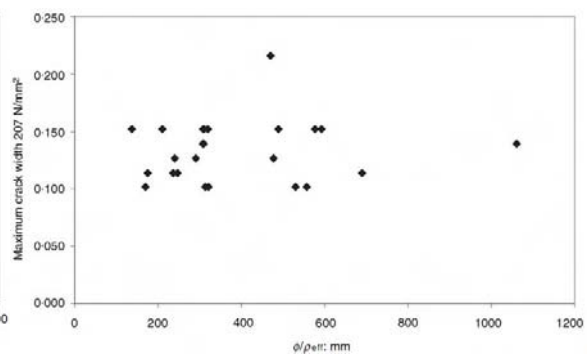


(d) Daten von Base et.al, (Balken)



(e) Daten von Clark, (Biegebauteile);

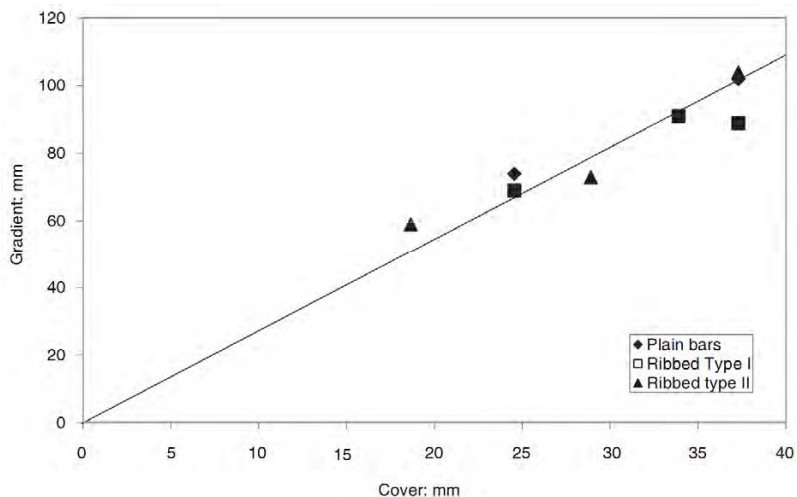
Verformung auf Bewehrungsebene bezogen



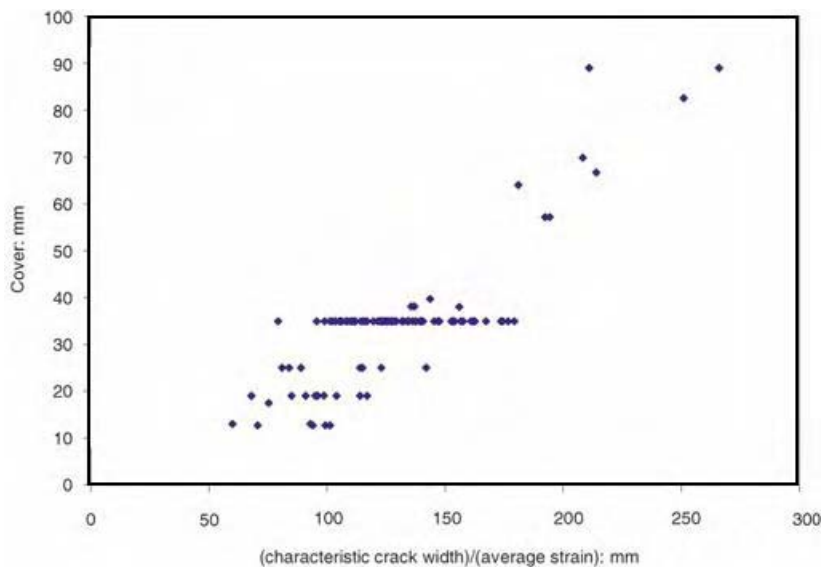
(f) Daten von Hognestad, (Biegebauteile);

Verformung auf Bewehrungsebene bezogen

Abb. 20: Datenaufstellung von Beeby zur Untersuchung der Korrelation zwischen w/ε und $\phi/\rho_{s,ef}$ (entnommen [7])



(a) Daten von Ramos/ Serre, Balken



(b) Daten von Base et. al (Balken-gleiche Datenbasis wie für Abb. 21)

Abb. 21: Die vermutete $c-l_r$ -Korrelation in der Aufstellung von Beeby (entnommen [7])

Beeby führt seine kritische Auseinandersetzung mit dem Thema zu folgenden bemerkenswerten Schlussfolgerungen:

- Die Studie erlaubt den strengen Schluss, dass ϕ/ρ_{eff} , wie auch immer, keinen Einfluss auf die Rissbildung hat und dass der Effekt aus den Verbundbedingungen, wenn nicht null, so doch weit geringer als der von der "klassischen Verbundtheorie" vorausgesagte proportionale Zusammenhang zu τ_{max} ist.
- Die praktische Konsequenz dieser Ergebnisse ist, dass Formeln zur Prädiktion von Rissbreiten, die vorwiegend von den genannten Parametern abhängen, praktisch nutzlos sind und nicht weiter verfolgt werden sollten.
- Die Konsequenz für die Forschung ist, dass die Suche nach annehmbaren Modellen für das Rissbildungs- und "tension-stiffening"-Phänomen in anderen Richtungen erfolgen sollte als in der "klassischen Verbundtheorie".

- Obwohl nicht tiefer gehend weiter verfolgt, zeigt sich offenbar, dass die Betondeckung ein weitaus wichtigerer Parameter bei der Rissbildung ist als die Parameter ϕ/ρ_{eff} und τ_{max} .

Der Parameter τ_{max} bezeichnet dabei $f_{b,ult}$ aus dem $\tau_b - s$ - Modell in Abb. 5.

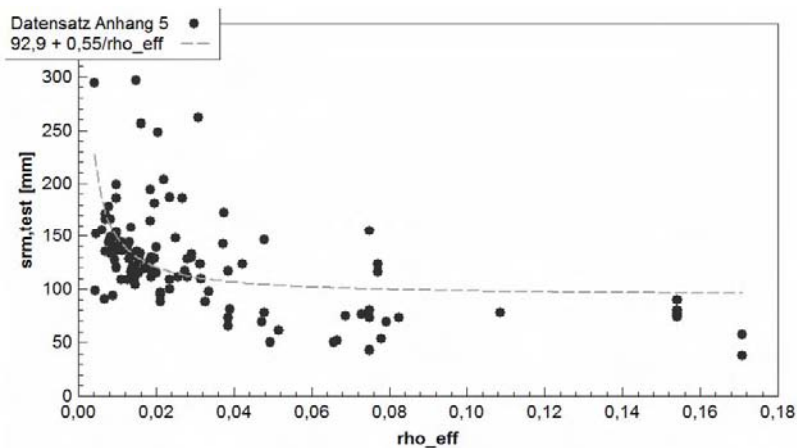
2.2.2 Ergebnisse eigener kritischer Untersuchungen

Erstmalig konfrontiert mit den Ergebnissen von Beeby bestand der Verdacht, dass die unzureichende Korrelation in den aufgeführten Versuchen auf die Versuchsstruktur älterer Versuche zurückzuführen ist. Dies betraf u.a. Bedenken hinsichtlich der Versuchskörpergröße (kaum größere Bauteilhöhen als 350 - 400 mm) sowie der Konzentration der Betondeckungen auf 20 - 35 mm und damit hinsichtlich der begrenzten Aussagekraft der Studie. Auf der anderen Seite zeigen insbesondere die empirischen Modelle in 2.1.6, dass auch in der Datenbasis anderer Modelle eine nur geringe Korrelation zwischen den Parametern w und ϕ bestanden haben kann. Zur Untersuchung dieser widersprüchlichen Situation wurde in der Dissertation Eckfeldt [50] ein alternativer Datensatz aus Versuchen an mehr als 200 Bauteilen in ca. 112 Datengruppen gebildet, der zu etwa 40 % Versuche in Bauteilgröße enthält. Darin enthalten sind auch Daten aus einem umfangreichen Forschungsvorhaben an Biegebalken von Beeby selbst (aus [126]) und Tests an HPC-Zugkörpern (Bergner [10]).

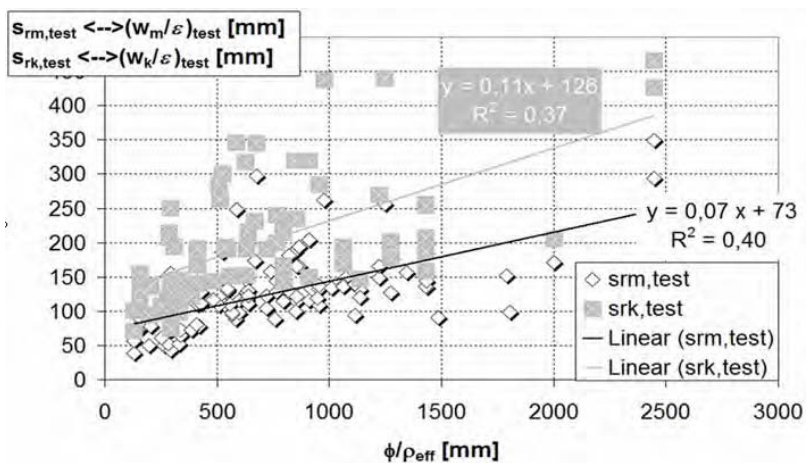
In Analysen dieses Datensatzes wurde ausgenutzt, dass (zumindest nach der "klassischen" Theorie) auf charakteristischem und Mittelwertniveau $w/\varepsilon \approx s_{r,test}$ gilt. Bei dieser angenommenen Gültigkeit der Modelle müsste sich dann ein linearer Zusammenhang zwischen $s_{r,test}$ und dem Parameter ϕ/ρ_{eff} zeigen, der auch in der Prädiktion zu finden ist, wenn die darauf basierenden Modelle realitätsnah sind. Die Ergebnisse sind in Abb. 22 dargestellt.

Im Kontrast dazu werden auch die Ergebnisse anderer Forscher (Martin/ Schiessl/ Schwartzkopf; Dilger) für normalen Rippenstahl oder beispielsweise gerippten Spannstahl für vorgespannte Bauteile im sofortigen Verbund dargestellt (Abb. 23). Die Untersuchungen von Martin/ Schiessl/ Schwartzkopf in [95] bildeten die wesentlichen Grundlagen des derzeitigen DIN 1045-1 bzw. MC 90 Modells.

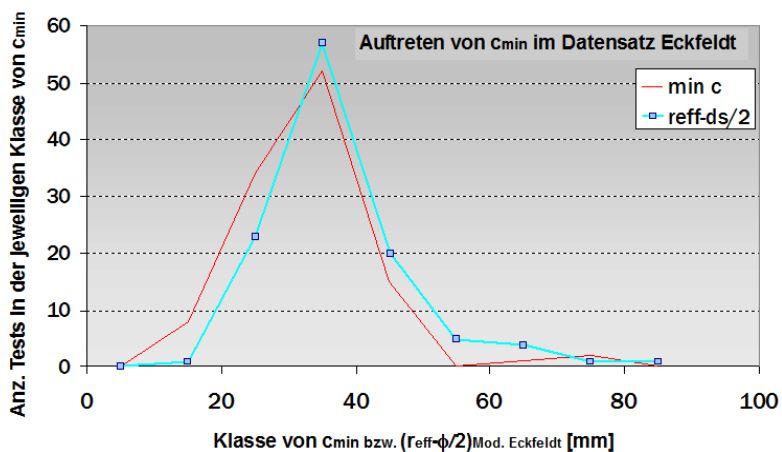
Es zeigt sich, dass unter Einbeziehung auch neuerer Versuche nur ein sehr schwacher linearer Trend zwischen den Parametern ϕ/ρ_{eff} und $s_{r,test}$ auf verschiedenen Fraktilniveaus verbleibt. Selbst die Ausgangsbasis von Martin/ Schiessl und Schwartzkopf ([95]) zeigt ein großes Streuband der Versuche. Eine Kontrolle des Zusammenhanges zwischen ρ_{eff} und $s_{r,test}$ zeigt eine nur geringfügig bessere Korrelation, die durch ein nicht minder starkes Streuband gekennzeichnet wird. Die in den Diagrammen genannten Zusammenhänge sind damit kritisch zu hinterfragen und zu beurteilen. Als wichtiges Ergebnis dieser Prüfungen enthält [50] eine formale Kritik an der Definition von $A_{c,eff}$ nach DIN oder MC 90. Es wird vorgeschlagen, eine an der Verbundtheorie näher ausgerichtete Beschreibung mit einer lokal für die maßgebenden Bewehrungsstäbe aufgestellten Definition von $A_{c,eff,loc}$ zu wählen. Das führt zu einem veränderten Parameter $\phi/\rho_{c,eff,loc}$. Die verbesserten Vorhersageergebnisse sind in Abb. 24, bezogen auf verschiedene Performance-Ziele, gezeigt. Ergänzend wird dort die Verteilung von c_{min} für die eigene Studie angegeben. Leider besitzt der Datensatz Eckfeldt bzgl. der Verteilung von c_{min} auch Probleme in der Repräsentation von Bauteilen mit größeren Betondeckungen.



(a) Untersuchung der Korrelation zwischen ρ_{eff} und $s_{rm,test}$ (aus [50])

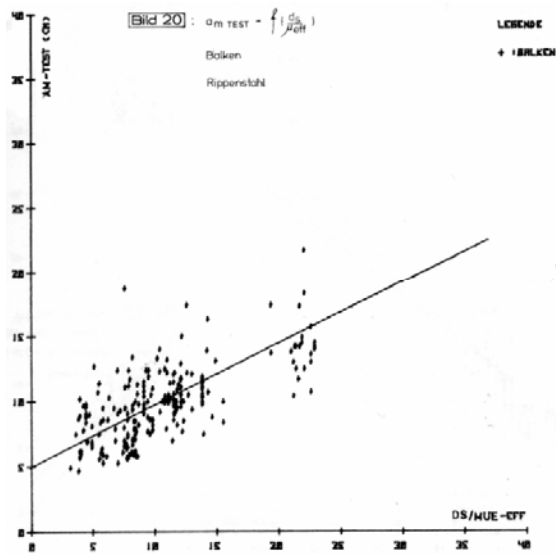


(b) Untersuchung des Zusammenhanges zwischen ϕ/ρ_{eff} und $s_{rm,test}$ - ohne Differenzierung zwischen Zug und Biegung wie in der DIN 1045-1

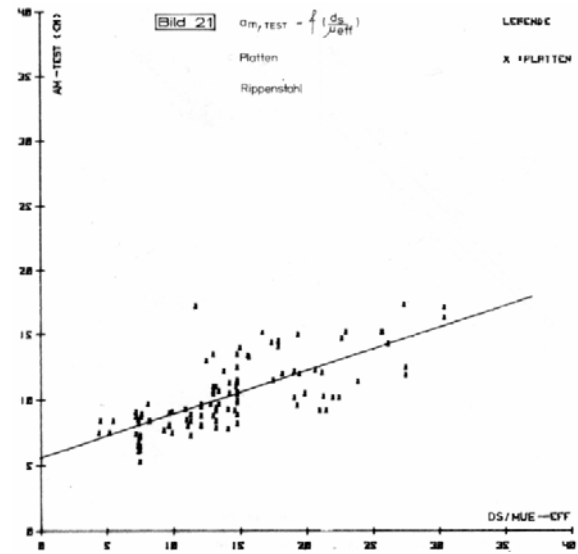


(c) Häufigkeitsverteilung von c_{min} im Datensatz Eckfeldt

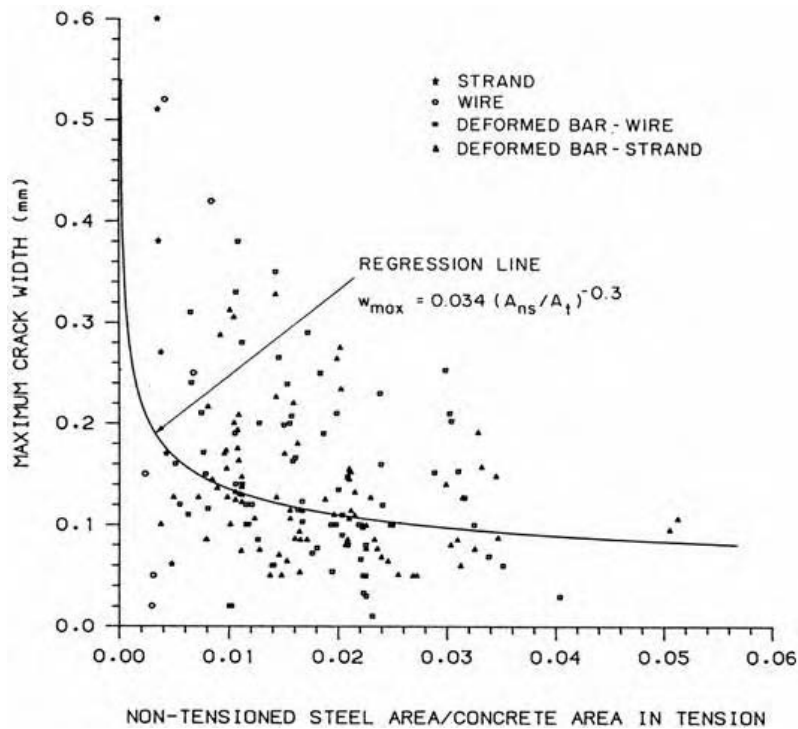
Abb. 22: Kritische Auseinandersetzung mit den Thesen von Beeby (II)



(a) $s_{m,test} = f(\phi/\rho_{eff})$ für Balken und Rippenstahl von Martin/ Schiessl/ Schwartzkopf [95]



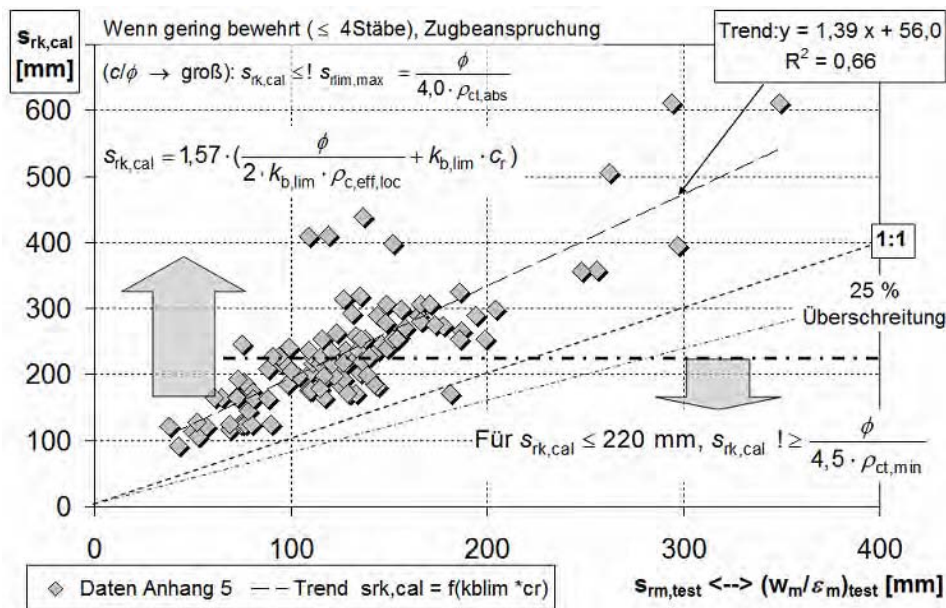
(b) $s_{m,test} = f(\phi/\rho_{eff})$ für Platten und Rippenstahl von Martin/ Schiessl/ Schwartzkopf [95]



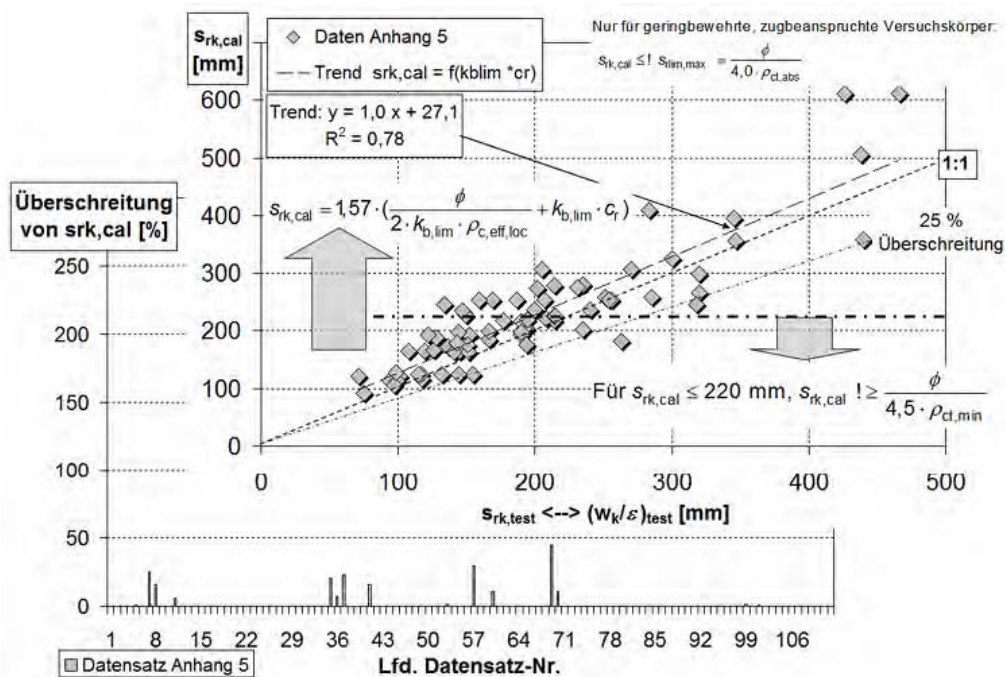
(c) Die Auswertung für die Rissbildung bei vorgespannter Bewehrung (Dilger)

Abb. 23: Kritische Auseinandersetzung mit den Thesen von Beeby (I)

Die Veränderung der Modellparameter von ϕ/ρ_{eff} zu $\phi/\rho_{c,eff,loc}$ und die Einführung eines an der Betondeckung und Belastungsart ausgerichteten Verbundfaktors k_b zur variablen Gestaltung des Verbundbeitrages, anstelle einer konstanten Verbundspannung τ_b , können die Korrelation zwischen Prädiktion und Testergebnis bzgl. des Rissabstandes deutlich verbessern, siehe auch Kapitel 2.1.5 ab (65) und Abb. 24.



(a) Performance-Ziel: Für 95% der Testdaten $s_{r_{m,test}}$: $s_{r_{m,test}} < s_{r_{k,cal}}$



(b) Performance-Ziele: Für 75% der Testdaten $s_{r_{max,test}}$: $s_{r_{max,test}} < s_{r_{k,cal}}$

Für 95% der Testdaten $s_{r_{max,test}}$: $s_{r_{max,test}} < 1.25 \cdot s_{r_{k,cal}}$

Abb. 24: Verbesserung der Modellperformance bei Verwendung von $\phi/\rho_{c,eff,loc}$ und k_b

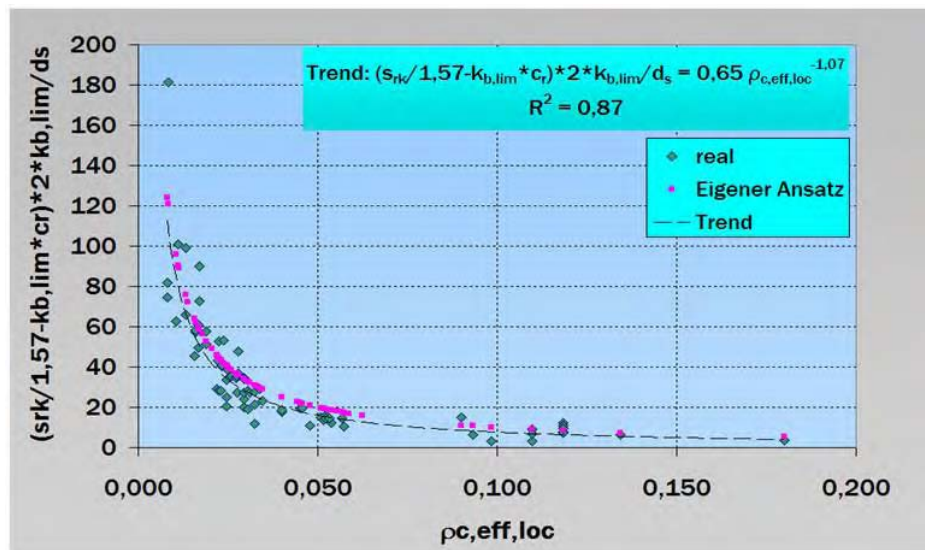


Abb. 25: Die Korrelation zwischen normierten Testwerten s_{rk} und dem neuen $\rho_{c,eff,loc}$

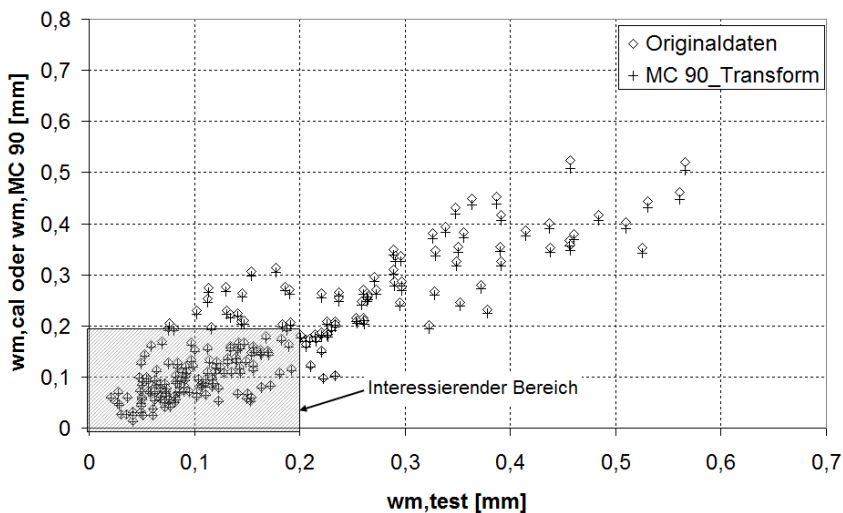
Die Korrelation zwischen normierten Testwerten s_{rk} und dem neuen $\rho_{c,eff,loc}$ (Abb. 25) scheint, verglichen mit Abb. 22 (a), deutlich verbessert und bestärkt in der Weiterverfolgung des Konzeptes lokaler effektiver Betonzugzonen $A_{c,eff,loc}$. In der Regel wird sich zeigen, dass die Rissinitiierung in einem Bauteil (mit der möglichen Ausnahme von Platten) in den Ecken der Bauteile beginnt und damit der Rissabstand vorgegeben wird. Die in den Ecken liegenden Längsstäbe mit den Parametern c_u und c_s bestimmen also in den meisten Fällen das maßgebende $A_{c,eff,loc}$.

2.3 Ergebnisse der Analyse einfacher $w_{m,test} - w_{m,cal}$ - Datensätze

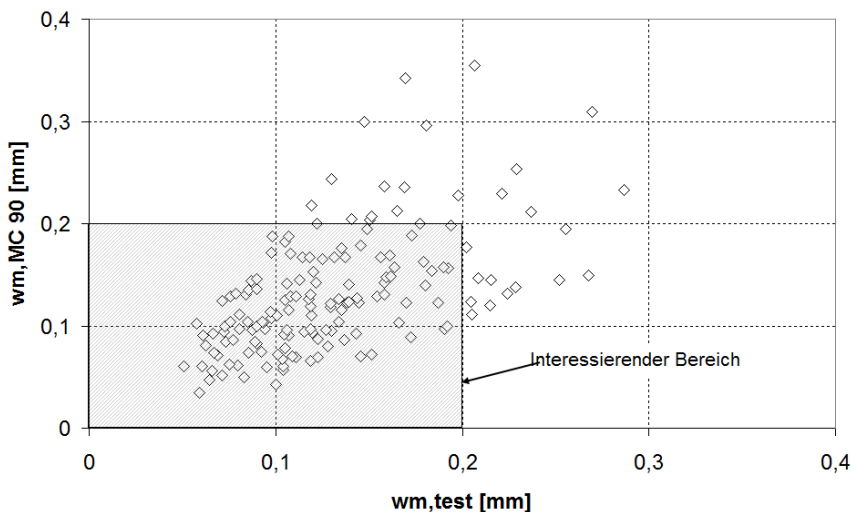
Solche Datensätze sind in Diagrammform in einigen Literaturquellen anzutreffen. Exemplarisch ist in der Dissertation Eckfeldt [50] und in der Veröffentlichung [48] umfangreich gezeigt worden, welche Aussagen sich aus diesen Daten ableiten lassen. Die wesentlichen Ergebnisse werden hier dargestellt und sind eine der Hauptmotivationen für dieses Forschungsprojekt.

Grundlage der Untersuchung bildeten Diagramme von Corres et. al aus [28] und von König/ Fehling [84], im Weiteren wird vom "Corres-Datensatz" und "Fehling-Datensatz" gesprochen. Die für die Analyse in den Diagrammen identifizierten Daten sind der Abb. 26 zu entnehmen. Die Werte $w_{m,cal}$ in beiden Datensätze sind ursprünglich mit leicht vom MC 90 abweichenden Rechenmodellen entstanden. Eine Anpassung an das Rechenmodell MC 90/ Tue [30] und Gleichung (47) wurde mittels einfacher Korrekturfaktoren erreicht, die als Mittelwert einer Parameterstudie zu ρ_{eff} ermittelt worden sind [50]. Für den Fehling-Datensatz ergab sich ein Korrekturfaktor von 1,03.

Die Analyse zielt auf das erste Performance-Ziel von Martin/ Schießl/ Schwarzkopf, das den Rechenwert der Rissbreite w_k als charakteristischen Wert mittlerer Rissbreiten in vergleichbaren Bauteilen sieht. Die vollständige Definition des Performance-Ziels ist mit dem Ausdruck (39) dargelegt:



(a) Fehling-Datensatz (aus [28])



(b) Corres-Datensatz (aus [84])

Abb. 26: $w_{m,test} - w_{m,cal}$ - Datensätze als Grundlage der Analyse

Danach erreicht der charakteristische Wert der Rissbreite aus MC 90/ DIN 1045-1, w_k , mit dem Bildungsgesetz:

$$w_k = 1,25 \cdot w_{m,cal} \cdot corfac_{MC90} \tag{89}$$

folgenden Fraktilwert der Datenmenge mittlerer Rissbreiten aus Tests (Abb. 27):

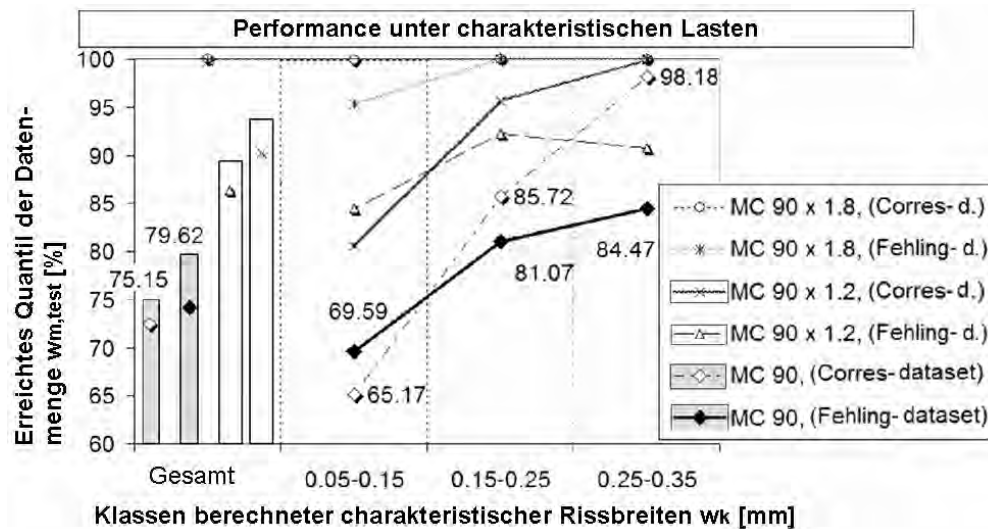


Abb. 27: Erreichte Fraktilwerte durch w_k in der Menge mittlerer Rissbreiten

Offenbar kann man die abgebildeten Quantilwerte aus Abb. 27 deutlich verbessern, wenn man Gleichung (89) mit einem weiteren Faktor, $k = 1,2 \dots 1,8$ ausstattet.

$$w_k = k \cdot 1,25 \cdot w_{m,MC90} \quad (90)$$

Die Auswirkung auf die Datenwolke ist den Diagrammen in Abb. 28 zu entnehmen. Es kann festgestellt werden, dass die Überschreitung der Vorhersage durch mittlere Testwerte erst ab einem Faktor von 1,8 zuverlässig auch für kleine Rissbreiten ausgeschlossen werden kann. Damit ist dieses Modell offenbar nicht effizient, denn es würden sich in der Konsequenz hohe Bewehrungsgrade ergeben.

Der Vergleich von Testdaten mit Rechenwerten ist ein Auswertungsverfahren, das in etwa dem Umgang mit charakteristischen Einwirkungen in realer Bauteilbemessung entspricht. Damit können die bisherigen Aussagen nicht wirklich mit den Erwartungswerten unter Lastbeanspruchung verglichen werden, sondern sind insbesondere geeignet, Rissbildung unter Zwangbeanspruchung und die Wirksamkeit von Mindestbewehrung nach DIN 1045-1, 11.2.1 zu beurteilen.

In einer weiteren Auswertung der beiden Datensätze für Lastbeanspruchungen können die zufälligen Elemente im Auftreten der Belastung in einem Randomisierungsprozess der Ausgangsdaten abgebildet werden. Eine exemplarisch generierte Veränderung des Ausgangsdatensatzes $[w_{m,test}; w_{m,cal}]$, quasi ein zufälliger Schnappschuss der Belastungsauswirkung, ist in Abb. 29 dargestellt. Der Zufallsprozess wird dabei ausschließlich auf die Testdaten $w_{m,test}$ angewandt, da die Berechnung nur das vorgegebene Belastungsregime ("selten", "häufig" oder "quasi-ständig") abarbeitet, nicht jedoch reale Lasten berücksichtigt. Das Ergebnis kann man also mit der Visualisierung des Inhaltes des in der Praxis oft gehörten Satzes: *"In Wirklichkeit war die Belastung ja gar nicht so hoch."* verbinden. Definierte Randbedingungen des Zufallsprozesses und eine detaillierte Auswertung sind in [50], Kapitel 5.5.3 ausführlich dargestellt.

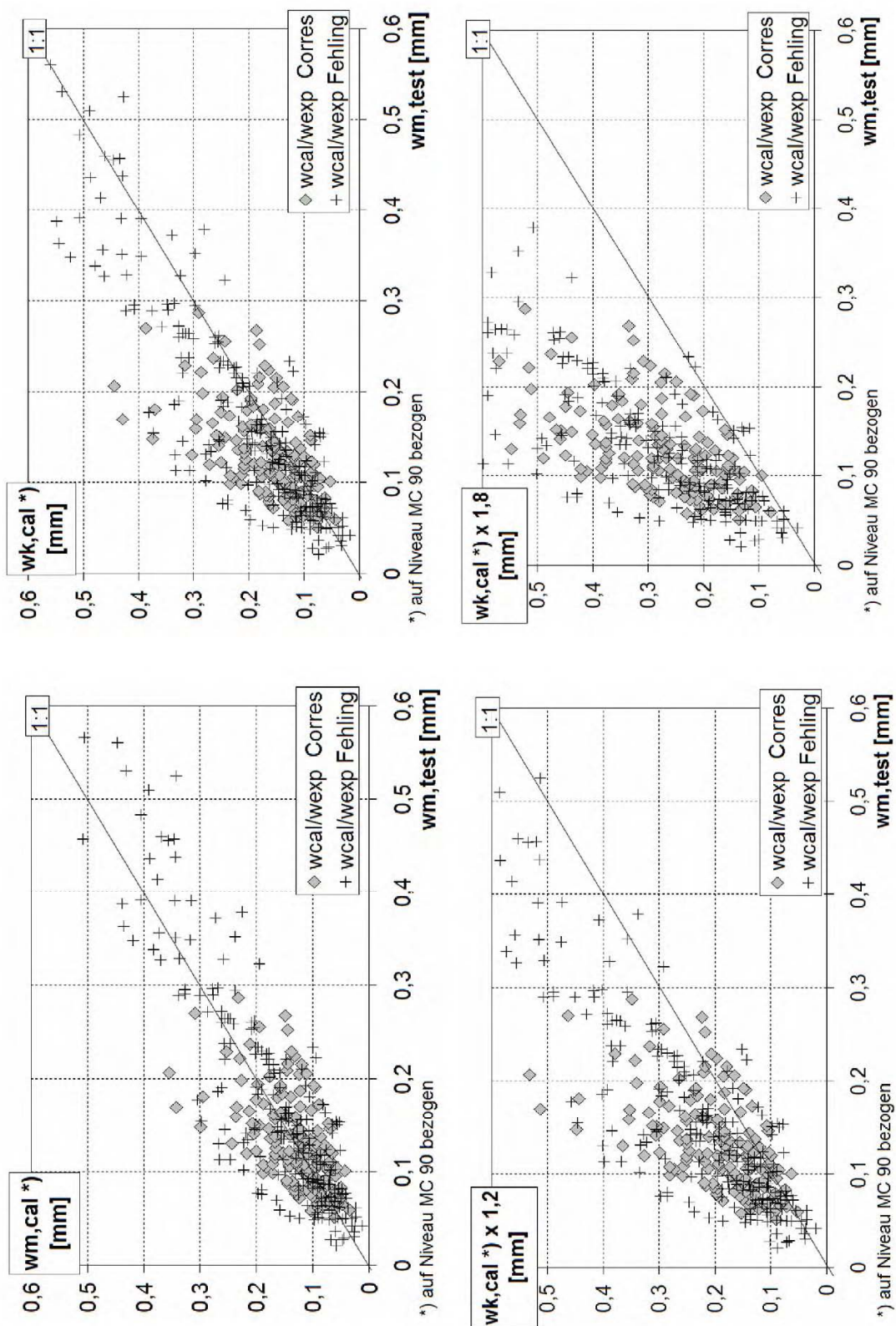


Abb. 28: Der Einfluss eines erhöhten Vorfaktors auf die Daten der Datensätze Fehling und Corres (aus [50])

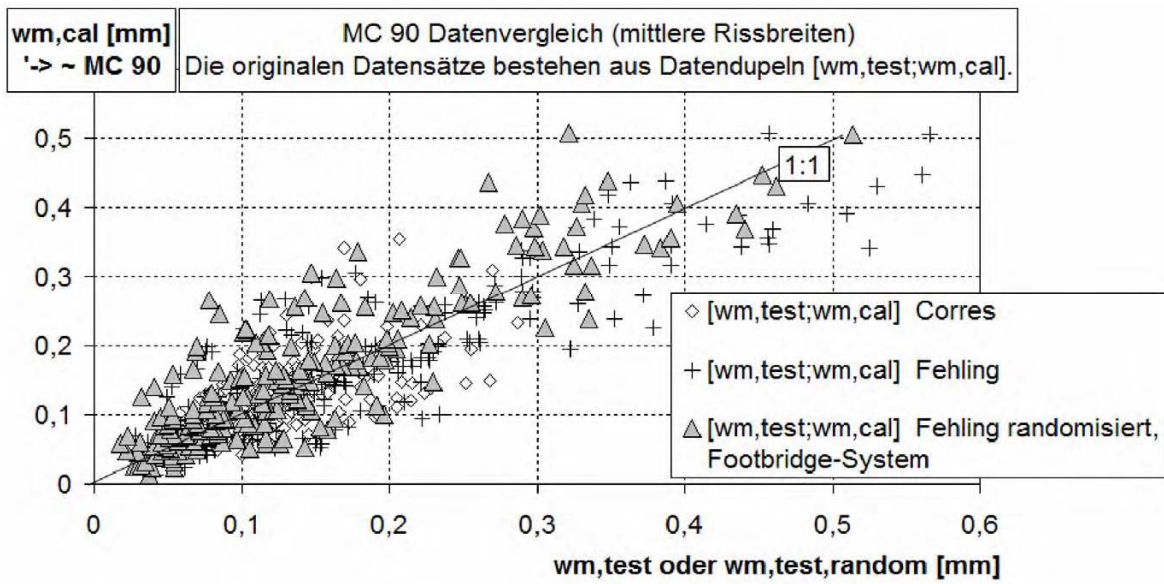


Abb. 29: Auswirkung der Randomisierung auf den Datensatz Fehling, – Lastsystem „Footbridge“ (aus [50])

Aus diesem exemplarischen Szenario lässt sich für Rissbreitenberechnungen unter Lastbeanspruchung, anhand des Fehling-Datensatzes die in Abb. 30 folgende Performance-Einschätzung von $w_{k,MC90}$ gegenüber einer Menge zu erwartender, mittlerer und im Zufallsprozess modifizierter Rissbreiten $w_{m,test}$ vornehmen:

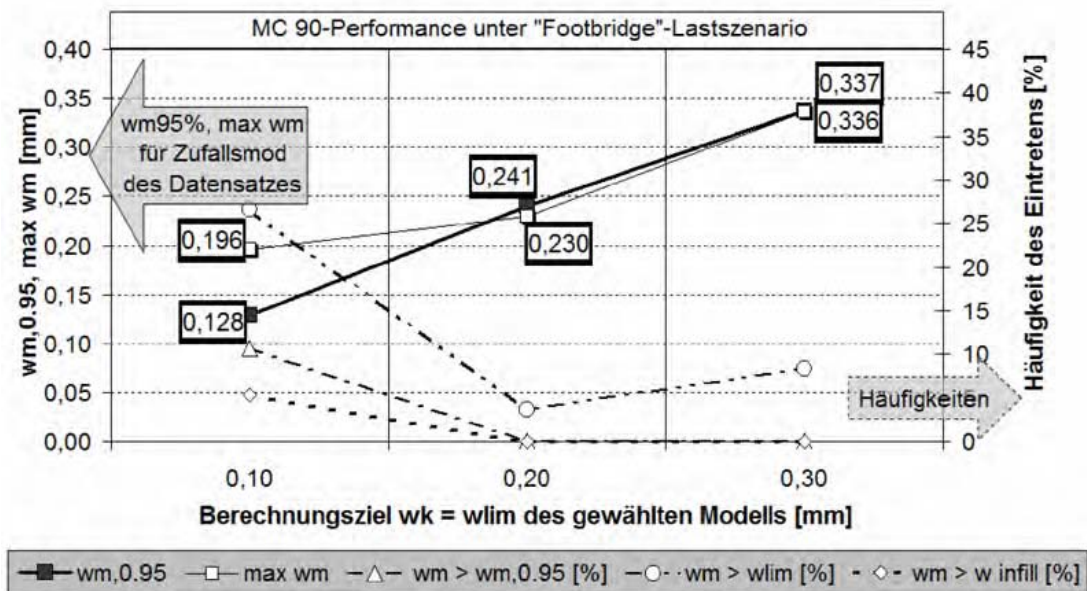


Abb. 30: Die wahrscheinlichkeitstheoretische Auswertung der modifizierten Daten zur Untersuchung der Modellperformance des MC 90 (aus [50])

Auf der x -Achse im Diagramm Abb. 30 sind die 3 Berechnungsklassen für MC 90 = DIN 1045-1, $w_{k,MC90} = 0,1; 0,2$ und $0,3$ mm als Bezugswerte der Untersuchung erkennbar.

Dabei bedeutet:

0,1 mm: w_k von 0,05 ... 0,15 mm mit ca. 100 Werten;

0,2 mm: w_k von 0,15 ... 0,25 mm mit ca. 50 Werten;

0,3 mm: w_k von 0,25 ... 0,35 mm mit ca. 30 Werten;

Diese Bereiche kann man auch als Streubreiten um die Klassenmitte (0,1; 0,2 oder 0,3 mm) ansehen und damit die Ergebnisse als Aussagen bzgl. der Klassenmitte interpretieren. Damit sind auch Unsicherheiten hinsichtlich der Genauigkeit von Rissbreitenmessungen berücksichtigt. Zu einem aufsteigend nach $w_{k,MC90}$ geordneten Datensatz aus den Daten-Dupeln [$w_{m,test}$ (aus dem Zufallszenario) und $w_{k,MC90}$] wird invers die jeweils für die Klasse festgestellte maximale mittlere Rissbreite $max w_m$ ermittelt. Zum Vergleich wird auch der zugehörige 95%-Fraktile der mittleren Rissbreiten $w_{m,0.95}$ errechnet. Zu erkennen ist, dass die Voraussage maximaler mittlerer Rissbreiten recht gut mit einem statistisch bestimmten Fraktilewert für die Klassen 0,2 und 0,3 mm korrespondiert. Für die Klasse 0,1 mm ergibt sich ein abweichend großer Unterschied, der auch mit der unterschiedlichen Daten-Dupelanzahl für die Klassen nicht zu erklären ist, wie eine Simulation zeigt. Es zeigt sich also für die Klasse 0,1 mm, dass es durchaus Beispiele gibt, in denen w_k um nahezu das Doppelte durch eine reale maximale Rissbreite w_{max} überschritten werden kann, siehe auch die Voraussagen durch ACI 224-R.01 in Kapitel 2.1.6.

Mit Bezug auf die rechte Achse in Abb. 30 sind die Häufigkeit der Überschreitung des 95%-Fraktilewertes $w_{m,0.95}$, der Bemessungsgrenze w_{lim} und die davon abgeleitete, in der Regel um 0,05 mm nach oben versetzte Toleranzgrenze für Rissverpressung w_{infill} für die einzelnen Berechnungsklassen aufgetragen. Auch hier sind die Überschreitungshäufigkeiten für Rissbreitenrechenwerte um 0,1 mm atypisch gehäuft.

2.4 Die Prüfung der Vorhersagequalität des Ansatzes MC 90-Tue und des Eurocode 2 am UPM-Datensatz

2.4.1 Vorstellung des Datensatzes

Der Datensatz von A. Perez Caldentey und der Grupo de Hormigon Estructural von der Universidad Politécnica de Madrid (UPM) [28] und [20] enthält über die Aufstellung der gemessenen Rissbreiten hinweg auch Daten zur Geometrie der untersuchten Bauteile. Er ist damit geeignet, im Rahmen der vorhandenen Daten, die Suche nach wesentlichen Modellparametern zu unterstützen. Gleichzeitig ist er groß genug, um Modellvermutungen und die Performance von Bemessungsmodellen statistisch zu stützen. Die ausgelesenen Parameter sind in Anhang 1 tabellarisch in 2 Teilen dargestellt. Die gegenseitige Zuordnung kann über die Datenblatt Nr. ("Ensayo-No.") erfolgen. In einem Datenblatt sind bis zu 6 Lastschritte dokumentiert.

Es existiert folgende Anzahl verwertbarer Datenblätter zu:

- Balken: 114
- Platten: 7
- Zugkörper: 55

Alle Daten sind mit deformierten, d.h. gerippten, Stählen gewonnen worden. Es existiert eine Erweiterung des Datensatzes mit den Daten von Jaccoud [58] und Broms.

2.4.2 Modellvergleich in Prädiktions-Test-Diagrammen für Rissbreiten

Allgemeiner Aufbau des Vergleiches:

Im Folgenden Modellvergleich wird die Modellperformance der Daten in verschiedenen Diagrammen untersucht. Dabei bleibt der Diagrammaufbau weitgehend unverändert, um die Vergleichbarkeit der Modelle untereinander zu gewährleisten. Folgende Informationen können einem solchen Diagramm entnommen werden (Abb. 31):

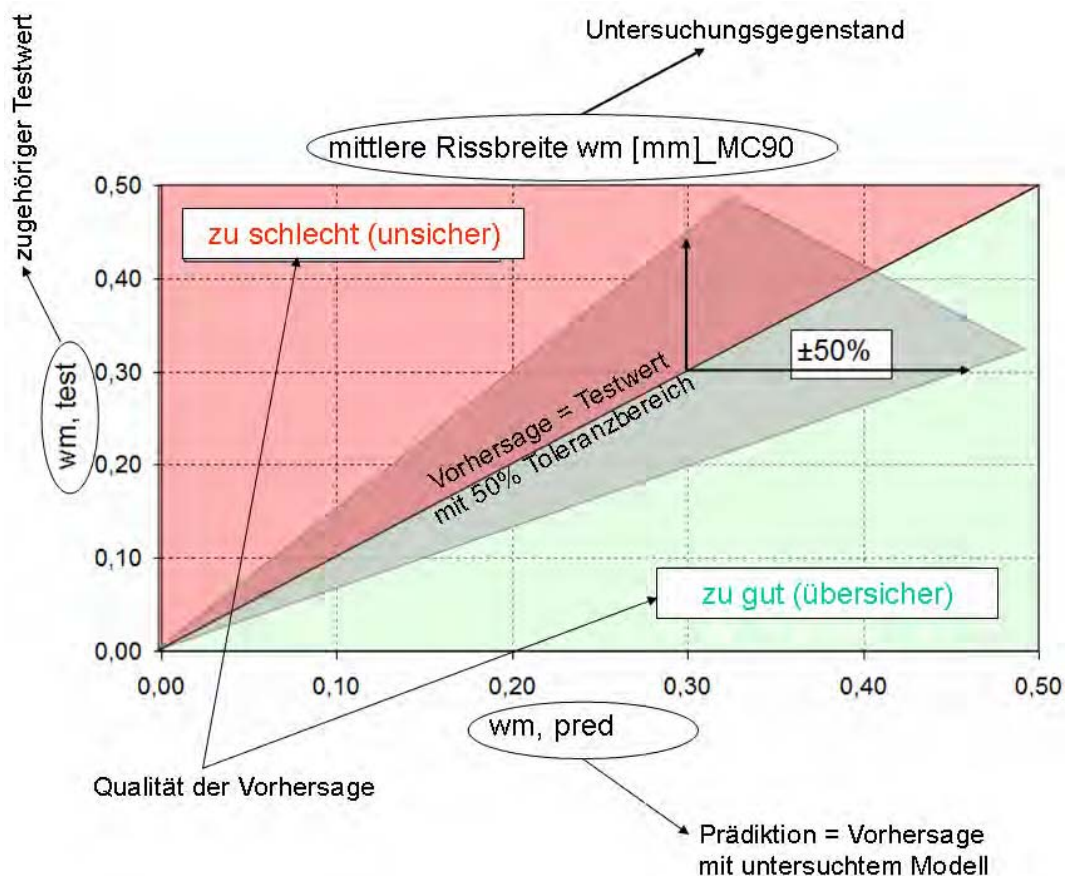


Abb. 31: Prinzipielle Darstellungsform des Modellvergleichs

Zusätzlich werden in die Diagramme sogenannte lineare Trends integriert, zumeist 2, die einer linearen Regressionsgeraden aus einer (nicht-robusten) Least-Square-Regression entsprechen. Für den ersten Trend ist jeweils der Durchgang durch den Koordinatenursprung vorgegeben, im 2. Trend kann ein konstantes Glied > 0 eingeführt werden. In physikalischer Interpretation bedeutet das bei vorhandener deutlichen Verbesserung des Bestimmtheitsmaßes R^2 , dass in der Realität ein Anfangswert $w_{test} = 0$ weniger wahrscheinlich ist. Tatsächlich sind die kleinsten möglichen Rissgrößen bei Vorhersage $w_{pred} = 0$ nicht bei 0, sondern bei $w_{test} > 0,03 \dots 0,06$ mm anzutreffen.

Modellvergleich auf Mittelwertniveau - ein Maß für die Modellqualität

In der Auswertung von Versuchen werden häufig die Daten unter Berücksichtigung aller verfügbaren Lastschritte verwendet, siehe Beispiele in [28] oder [85]. Ein entsprechender Vergleich mit den Modellen MC 90 (DIN 1045-1), EN 1992-1-1 und Eckfeldt anhand mittlerer Rissbreiten wird nachfolgend dargestellt (Abb. 32). Die exakten Modelle sind Kapitel 2.1.5 zu entnehmen.

Der Vergleich auf Mittelwertniveau ist nicht zwingend Normbestandteil. Er lässt jedoch Aussagen über die Modellqualität an sich zu. Gute Modelle sollten sich so manifestieren, dass die Vorhersagen möglichst geringen Abstand zur Linie $w_{m,pred} = w_{m,test}$ ausweisen. Weiterhin sollte der lineare Trend den Anstieg 1 ausweisen und ein möglichst hohes Maß der Bestimmtheit (R^2) aufweisen. Die Vorhersagen außerhalb des empfohlenen Toleranzbereiches sollten sich auf ein Minimum beschränken.

Die Korrelation der Prädiktion zu den Testwerten ist für die Modelle MC 90/DIN-Gleichung (46), Eckfeldt(2)-Gleichung (70) und EN 1992-1-1-Gleichung (52) in dieser Auswertung nahezu gleichwertig. Allerdings ist nicht berücksichtigt, dass die für eine statistische Auswertung zur Verfügung stehende Datendichte, wie sie Abb. 32 vorspiegelt, so gar nicht vorhanden ist.

Werden die Lastschritte eines Versuches wie unabhängige Daten interpretiert, können sie zwar den allgemeinen Trend verstärken, getreu: Passt ein Ergebnis in Lastschritt 1 wird es auch bei 2, 3 und 4 stimmen, die Unsicherheit (engl. *Uncertainty*) der Aussage wird allerdings unterschätzt, siehe Harrell jr. [67].

Als Lösungsmöglichkeit bieten sich (Re-) Sampling-Methoden, die für jedes Datenblatt (1 Datenblatt = 1 nahezu unabhängiger Versuch) einen Lastschritt zufällig gleichverteilt auswählen. Frequentistische Auswertungen können dann die Methodik der Monte Carlo (MC)-Simulation nutzen, um Mittelwerte zu simulieren.

In einer erneuten Auswertung der Datenlage ergeben sich in einem exemplarischen Schnappschuss gegenüber Abb. 32 deutlich veränderte Diagramme in Abb. 33, in denen besonders die geringere Datendichte zu erkennen ist.

Mit Ausnahme des Modells Eckfeldt(2), Gleichung (70) erleben alle Modelle signifikante Einbrüche in der Korrelation zu Testwerten und in der Qualität des Bestimmtheitsmaßes. Für das MC 90/DIN 1045-1-Modell löst sich die Korrelation geradezu auf.

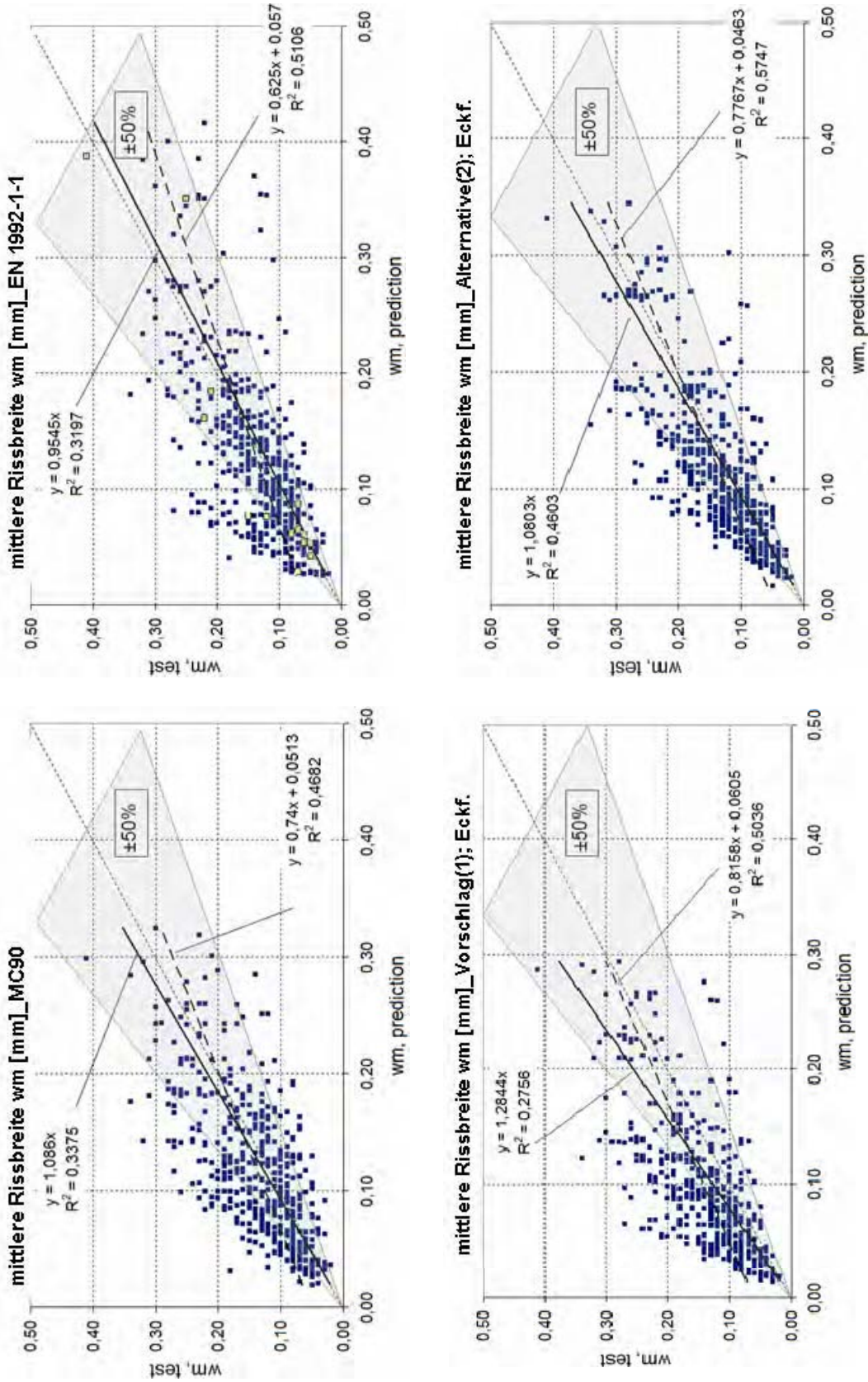


Abb. 32: Modellvergleich mit allen verfügbaren Daten

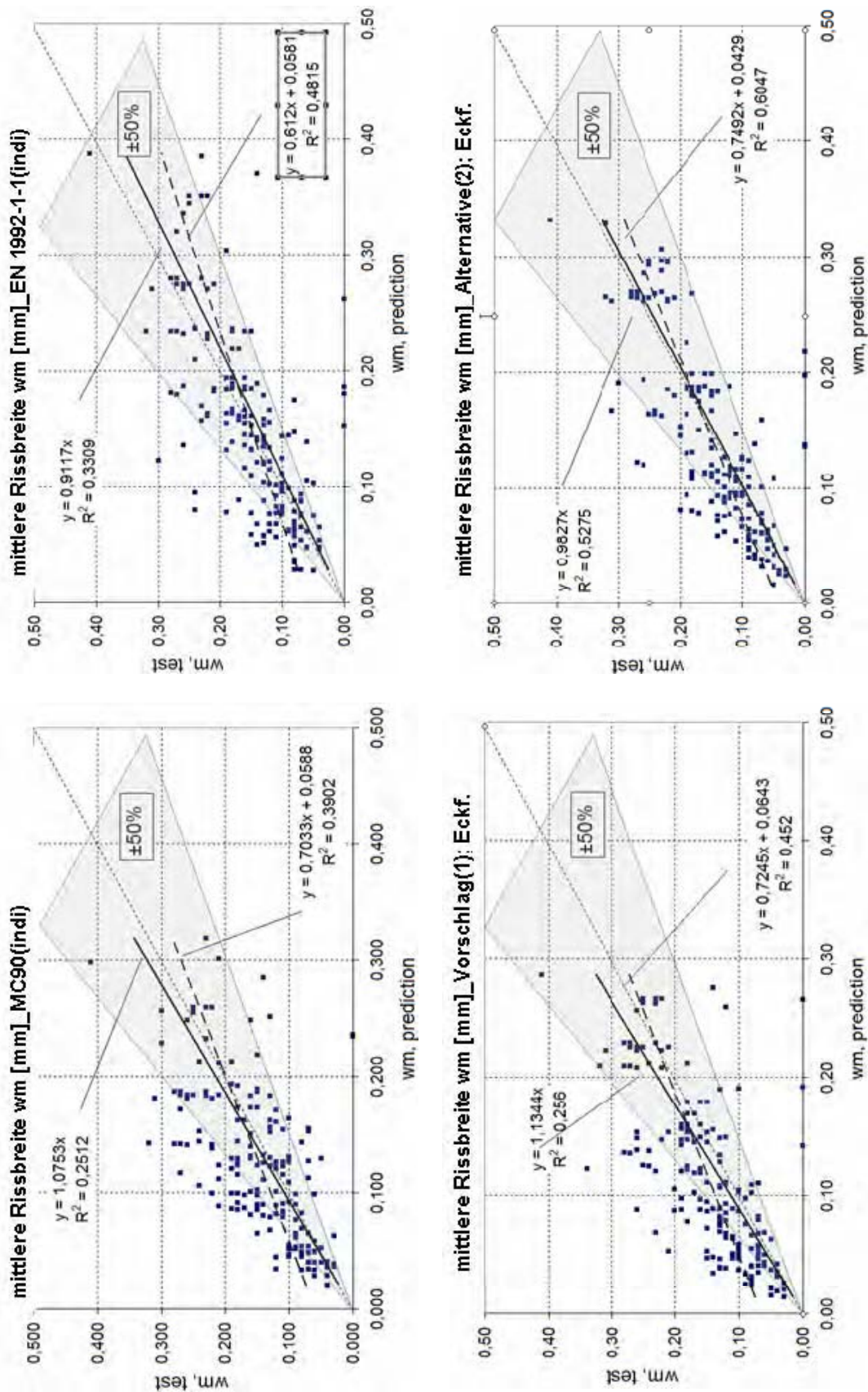


Abb. 33: Modellvergleich mit unabhängigen Daten

Modellvergleich auf dem Niveau charakteristischer Rissbreiten:

Mit dem Modellvergleich auf dem Niveau charakteristischer Rissbreiten kann visualisiert werden inwieweit beispielsweise die Performance-Ziele der Bedingungen (39) bis (41) erreicht werden. Ziel ist weiterhin ein möglichst enger Streubereich und die Bestätigung der Vorhersage durch einen linearen Anstieg im Trend nahe 1. Der Vergleich wird mit unabhängigen Daten geführt, d.h. aus jedem Versuch wird eine Stichprobe, also ein exemplarischer Lastschritt, gezogen. Damit wird ein realistischeres Bild der verbleibenden Unsicherheit im Modell gegeben.

Die Kontrolle der Vorhersageziele erfolgt in zwei Abschnitten. Im ersten werden die Rechenwerte der Rissbreite (w_k ; w_{max}) den sich aus Tests ergebenden Mittelwerten $w_{m,test}$ gegenüber gestellt (Abb. 34). Im Abschnitt zwei werden Maximalwerte der Rissbreite am Versuchskörper mit den Rechenwerten als Vorhersagen verglichen (Abb. 35). Leider konnten offenbar nicht in allen Versuchen Daten für $w_{max,test}$ aufgenommen werden, so dass sich im zweiten Vergleich, die Anzahl vergleichbarer Daten reduziert.

Ziel von Voraussagen charakteristischer Werte (w_k ; w_{max}) mit mittleren Testwerten $w_{m,test}$ ist es, sicherzustellen, dass praktisch keine mittleren Rissbreiten oberhalb der Linie Vorhersage = Testwert liegen. Mathematisch wird ein 95 % - Fraktile gesucht, somit ist praktisch kaum Raum für darüber hinausgehende Toleranzen gegeben. In der Datenauswertung zeigt sich, dass von den vier vorgestellten Modellen nur das Modell Eckfeldt, Gleichung (71), die signifikanten Überschreitungen auf eine einstellige Anzahl beschränken kann. Das Modell EN 1992, Gleichung (53), und das Modell MC 90/DIN 1045-1, Gleichung (47), zeigen, dass es deutliche Probleme bei der Beschreibung von Versuchen mit kleinen Rissbreiten gibt. Das verwendete MC 90-Modell schafft gerade die Abbildung der mittleren Rissbreite als 50% -Fraktile. Die Korrelationen sind, wie erwartet, ähnlich denen des Mittelwert-Vergleiches im vorangegangenen Abschnitt, da die Modelle eine Evolution des Berechnungsmodells der Rechenwerte mittlerer Rissbreiten darstellen.

Deutliche Unterschiede zeigen sich im Vergleich der maximal gemessenen Rissbreiten zur Prädiktion charakteristischer Werte, siehe Diagramme in Abb. 35. Ist der Anstieg des linearen Trends in den Diagrammen größer als 1, handelt es sich um ein deutlich unzuverlässiges Modell. Das Modell des MC 90 kann die Erwartungen nicht erfüllen, die Verformungen werden für den Bereich kleiner Rissbreiten im hohen Maße unterschätzt.

Trotz des Abstandsfaktors Mittelwert-charakteristischer Wert von 1,7 kann in Auswertung der Prüfung mit diesem Datensatz auch das Modell des EN 1992-1-1 die Erwartungen nicht erfüllen. Obwohl insbesondere für die Gewährleistung hoher Zuverlässigkeit von Containment-Strukturen geschaffen, ist im Bereich unterhalb $w_{k,pred} = 0,3$ mm ein auch qualitativ hohes Maß an Überschreitungen gegeben. Das Modell Eckfeldt, das Effekte aus der Erst-rissbildung berücksichtigt, hat eine ähnliche Überschreitungshäufigkeit, bewegt sich jedoch mit der Mehrheit der Daten im 50%-Toleranzbereich. Die engeren Ziele von Martin/Schießl/ Schwartzkopf [95] erreicht keines der Modelle.

Die Korrelation zwischen maximalen Rissbreiten in Versuchen und systematisch errechneten Vorhersagen charakteristischer Modelle ist geringer als auf Mittelwertniveau. Die Korrelation leidet damit unter dem zufälligen Charakter maximaler Rissbreiten in einem Bauteil.

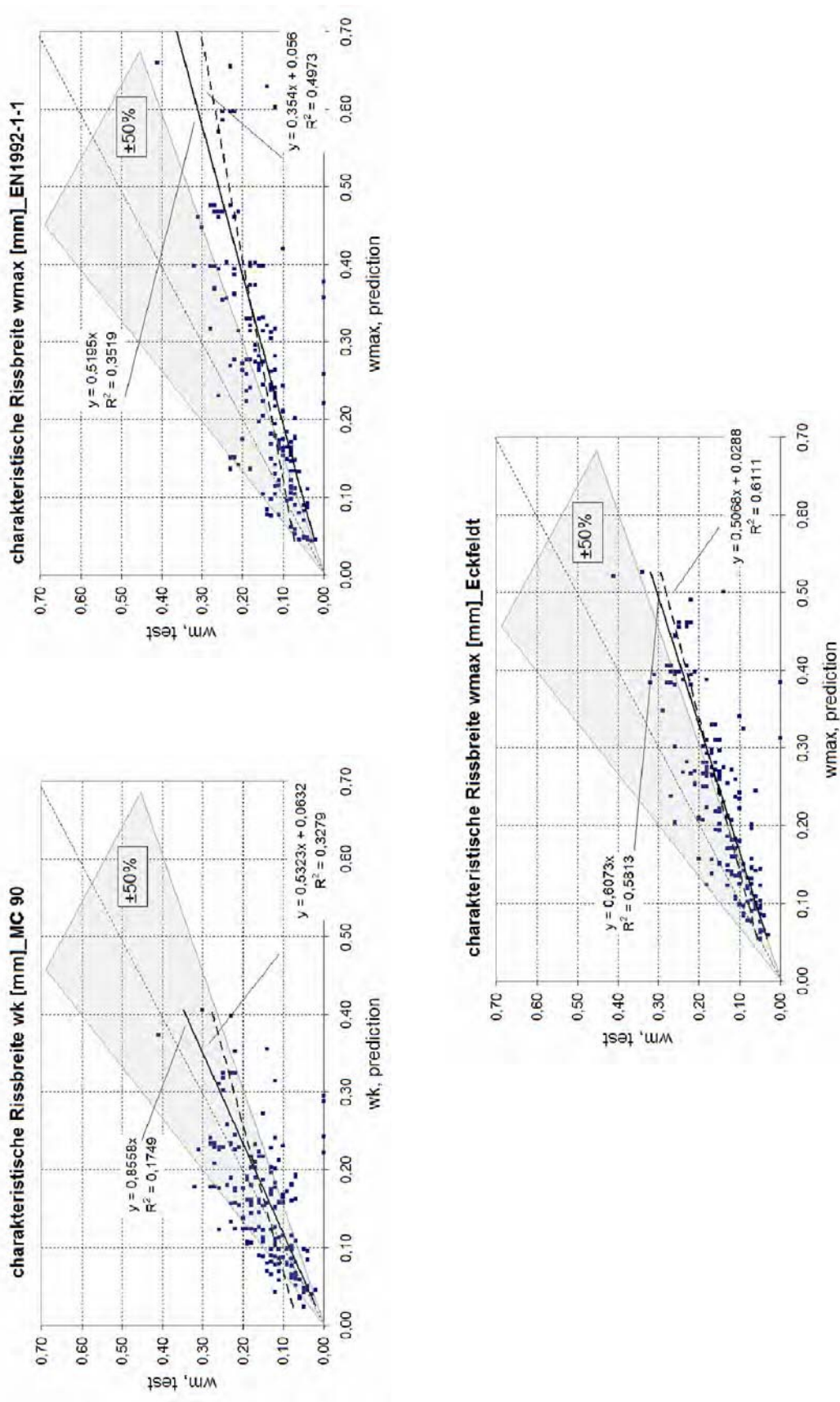


Abb. 34: Modellvergleich mit unabhängigen Daten zwischen w_k und $w_{m, test}$

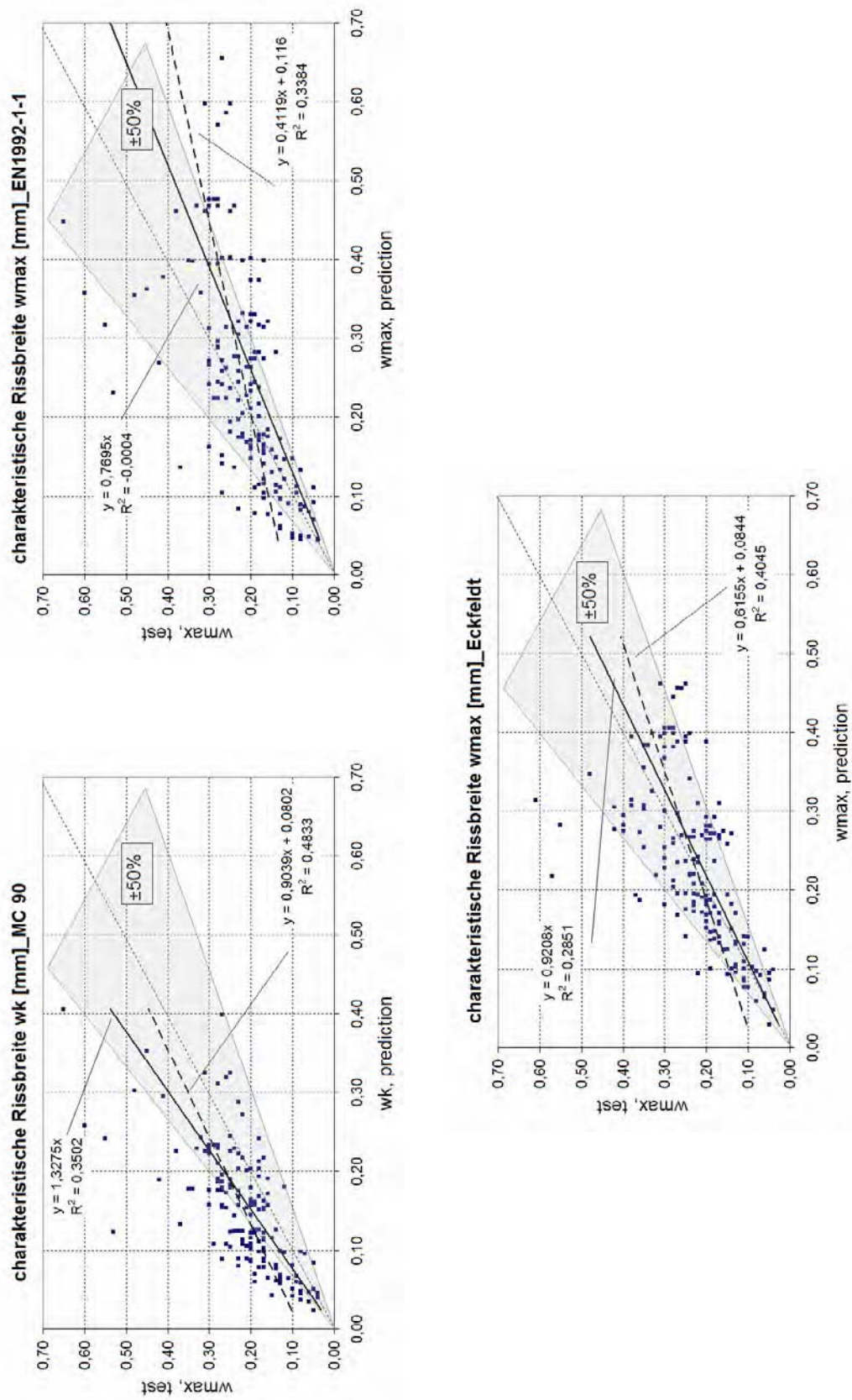
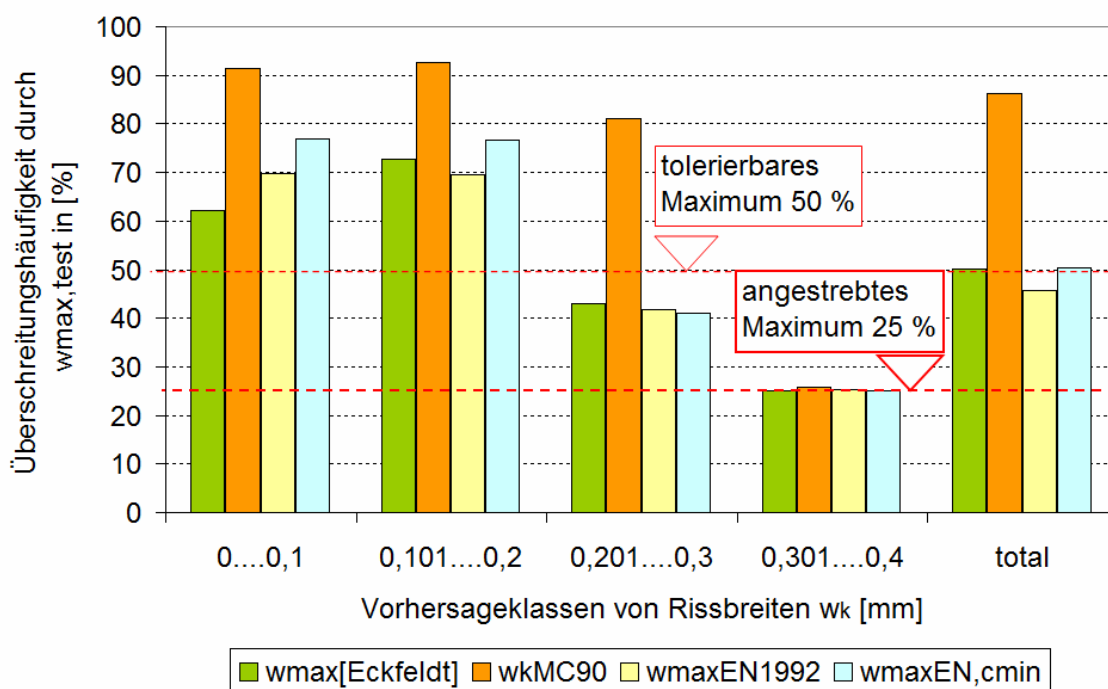


Abb. 35: Modellvergleich mit unabhängigen Daten zwischen w_k und $w_{max, test}$

2.4.3 Modellvergleich - Überschreitungshäufigkeiten für Klassen von Rissbreiten

Neben einer visuellen Prüfung der Modellperformance können die Performance-Ziele auch über Überschreitungshäufigkeiten der Rechenwerte durch Testwerte abgebildet werden. Dies ist nachfolgend für verschiedene Fragestellungen durchgeführt. Dazu sind in die Diagramme Performance-Ziele in Anlehnung an die Definitionen von Martin/ Schießl /Schwartzkopf [95] eingetragen. Da exemplarische Lastschritte aus den Versuchen gesammelt werden, würden die Überschreitungshäufigkeiten nur Ausschnitte aus der Möglichkeit der Grundgesamtheit darstellen. Daher ist der Analyseprozess in einer Monte Carlo-Simulation 1000 mal wiederholt worden. Die im Folgenden angegebenen Überschreitungshäufigkeiten stellen einen Mittelwert über 1000 Wiederholungen des Stichprobenexperiments dar. Die Vergleiche sind auf der Ebene der Vorhersageklassen und nicht auf der Seite der Testwerte abgrenzt, da der Nutzer seine Beurteilung und Einschätzung, ob kleine Rissbreiten zu erwarten sind, nur auf Bemessungsergebnisse, also Rechenwerte absetzen wird.

Als erstes wird die Überschreitung der Prädiktion $w_{k,max}$ durch die maximalen Testwerte dargestellt. Zusätzlich zu den bereits vorgestellten Untersuchungen wird ein abgewandeltes Modell des EN 1992-1-1 in die Untersuchung einbezogen, dass den Betondeckungsterm c als $\min(c_u; c_s)$ interpretiert. Aus dieser Modifikation ist das Modell Gleichung (55) in 2.1.5 entstanden.

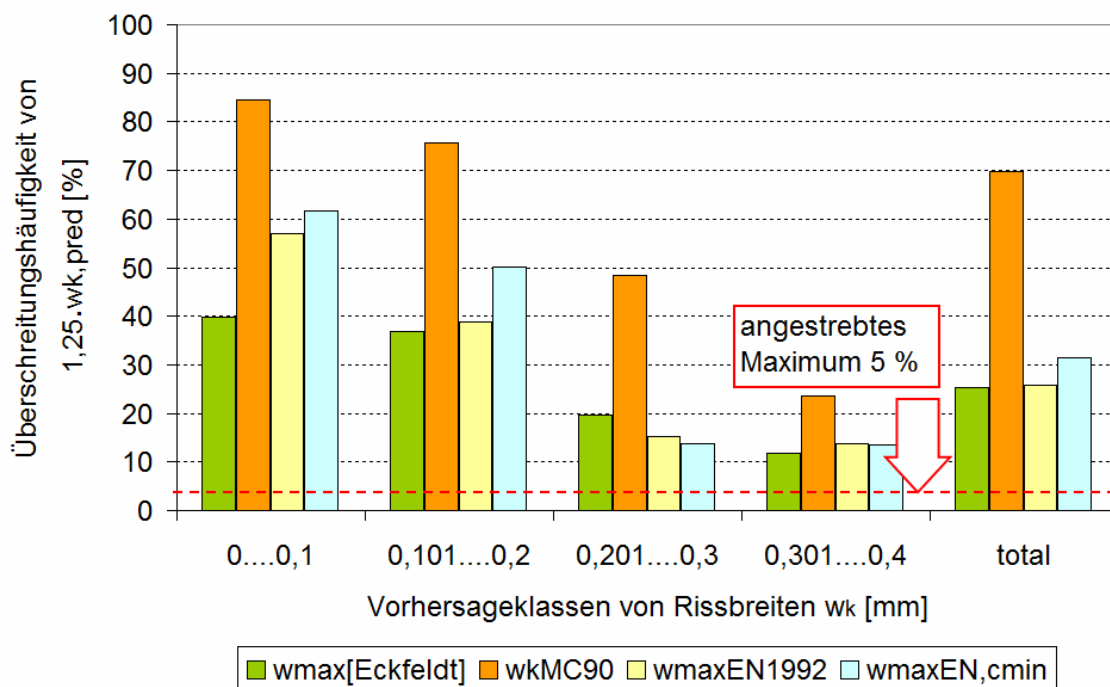


(Reihenfolge der Legende entspricht der Reihenfolge der Säulen von links nach rechts im Diagramm)

Abb. 36: Überschreitungshäufigkeiten von $w_{max, pred}$ im Vergleich mit dem Performance-Ziel, Bedingung (40)

Die besseren Ergebnisse aller Modelle in der Klasse $w_k > 0,3$ mm sind hier weniger systematisch bedingt, sondern hängen mit der reduzierten Datendichte für diesen Bereich im Datensatz zusammen. Im Vergleich der beiden EN 1992-Modelle lohnt sich das c_{min} -Konzept aus der Sicht der Überschreitungshäufigkeiten nicht. In einer ausschließlich quantitativen Beurteilung haben EN 1992 und das Modell Eckfeldt ähnliche Ergebnisse, mit der Ausnahme der Klasse $w_{max,pred} < 0,1$ mm.

Im zweiten Schritt (Diagramm Abb. 37) wird eine qualitative Komponente zusätzlich kontrolliert. Entsprechend der Randbedingung (41) sollten die Überschreitungshäufigkeiten von $1,25 \cdot w_{k,max,pred}$ hier vernachlässigbar gering sein.



(Reihenfolge der Legende entspricht der Reihenfolge der Säulen von links nach rechts im Diagramm)

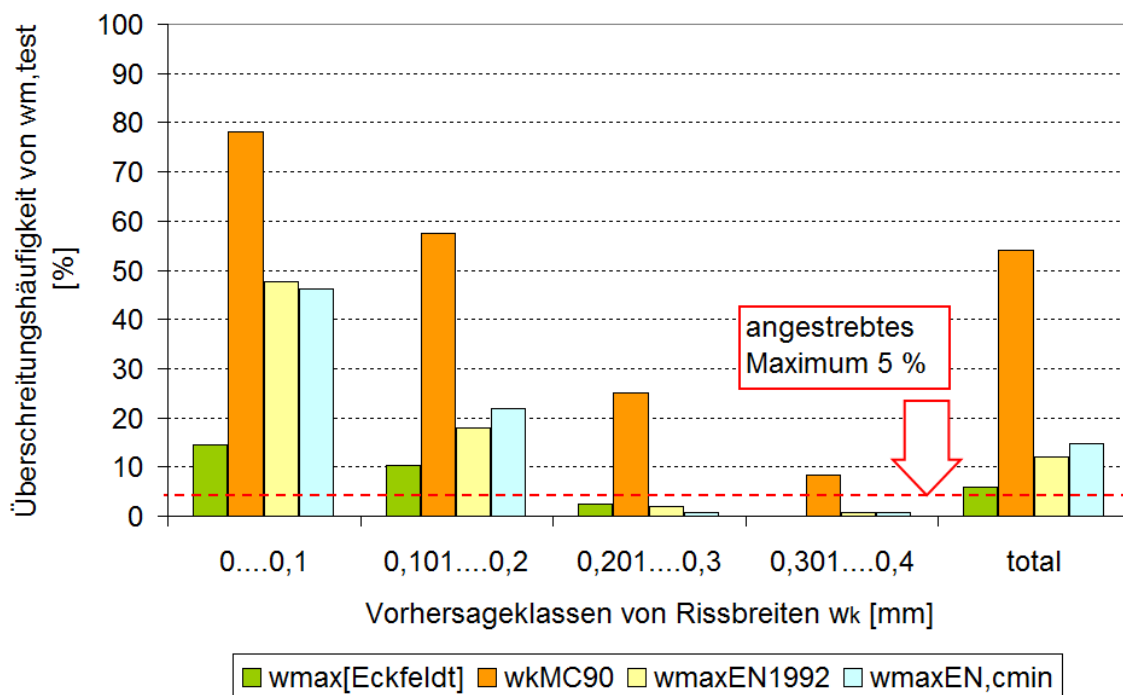
Abb. 37: Überschreitungshäufigkeiten von $1,25w_{k,pred}$ durch $w_{max,test}$ im Vergleich mit dem Performance-Ziel, Bedingung (41)

Wie in den vorhergehenden Vergleichen sind die Überschreitungshäufigkeiten für die Rechenwerte kleiner Rissbreiten gegenüber den Rechenwerten $w_k > 0,2$ mm deutlich erhöht. Als Faustregel sind die Überschreitungshäufigkeiten für kleine Rissbreiten anderthalb bis doppelt so groß, wenn Risse für eine Forderung $w_k \leq 0,2$ mm mit unveränderten Modellen berechnet werden.

Das MC 90/DIN-Modell zeigt für kleine Rissbreiten nur geringfügig verringerte Überschreitungshäufigkeiten in einem immer noch nicht tolerierbaren Bereich. Das Modell Eckfeldt zeigt in dem Diagramm Abb. 37 deutliche Vorteile gegenüber dem EN 1992-Ansatz, besonders für $w_k \leq 0,1$ mm. Deutlich besser sind die Ergebnisse insgesamt für größere Rissbreiten bei $w_{k,pred} > 0,2$ mm.

Um im Bauprozess sicher zu sein, dass in der Masse der Risse keine Überschreitungen auftreten, die möglicherweise einerseits zu ungeplanten Nacharbeiten führen könnten oder

unbehandelt zu einem Dauerhaftigkeits- und Verformungsproblem mit subsequenter Einschränkung der Gebrauchstauglichkeit, soll der Rechenwert durch mittlere Rissbreiten $w_{m,test}$ kaum überschritten werden. Der von $w_{k,pred}$ anzustrebende Fraktile sollte ein 95%-Quantilwert der Menge von Testrissbreiten $w_{m,test}$ sein. Die Auftragung der Überschreitungshäufigkeiten im Vergleich zum Performance-Ziel, Bedingung (39) ist Abb. 38 zu entnehmen. Dieses Diagramm kann mit der Vorhersage von Fraktilwerten aus der Dissertation Eckfeldt [50] (Abb. 27 in diesem Dokument) verglichen werden.



(Reihenfolge der Legende entspricht der Reihenfolge der Säulen von links nach rechts im Diagramm)

Abb. 38: Überschreitungshäufigkeiten von $w_{max,pred}$ durch $w_{m,test}$ im Vergleich mit dem Performance-Ziel, Bedingung (39)

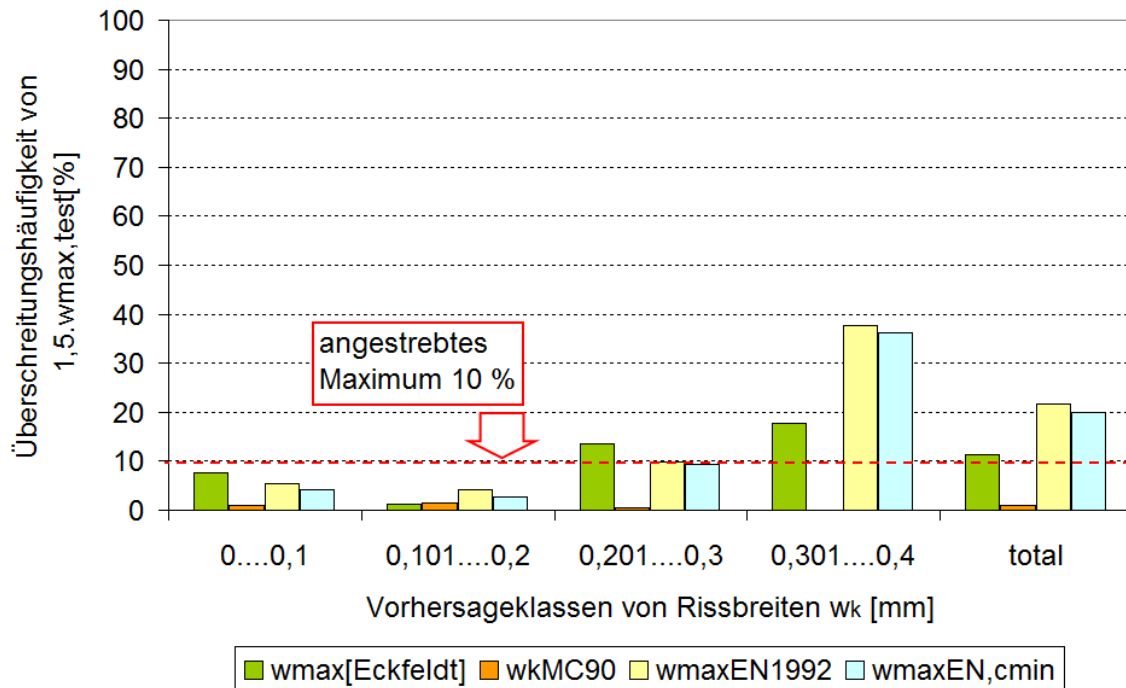
Die Ergebnisse für MC 90/DIN 1045-1 aus Abb. 27 werden durch diese Analyse bestätigt. Damit werden auch die Ergebnisse in Abb. 36 und Abb. 37 sowie die Analysemethodik gestützt. Auch das Modell des EN 1992-1-1 schafft gerade die Abbildung eines 50%-Fraktils für die kleinste Rissbreitenklasse. Ab dem charakteristischen Rechenwert von 0,2 mm, also dem Normbereich, werden von den Modellen EN 1992 und Eckfeldt die Vorgaben erreicht.

Die bevorzugte Wahl des MC 90/ DIN 1045-1-Modells gegenüber dem EN 1992-1-1 Modell wurde immer auch mit dem Effizienz-Gesichtspunkt zur Sicherstellung wirtschaftlicher Bewehrungsmengen begründet. Mit einer die Ziele (39) bis (41) ergänzenden Bedingung kann die Effizienz der Modelle kontrolliert und verbessert werden:

$$\text{Für mindestens 90 \% der Rechenwerte } w_{k,max,pred}: \quad w_{k,max,pred} < 1,5 \cdot w_{max,test} \quad (91)$$

Das Ergebnis der Prüfung der Effizienzbedingung (91) mit den UPM-Daten kann Abb. 39 entnommen werden. Diese Randbedingung wird von allen Modellen für die kleinen Riss-

breiten $w_k \leq 0,1$ mm gehalten, was allerdings mit der nicht mehr zur Vorhersage symmetrischen Unsicherheit in diesem Bereich zu erklären ist. Für den MC 90 sind Überschätzungen nahezu ausgeschlossen. Das Modell TUD (Eckfeldt) zeigt in allen Klassen eine ausgewogene Effizienz.

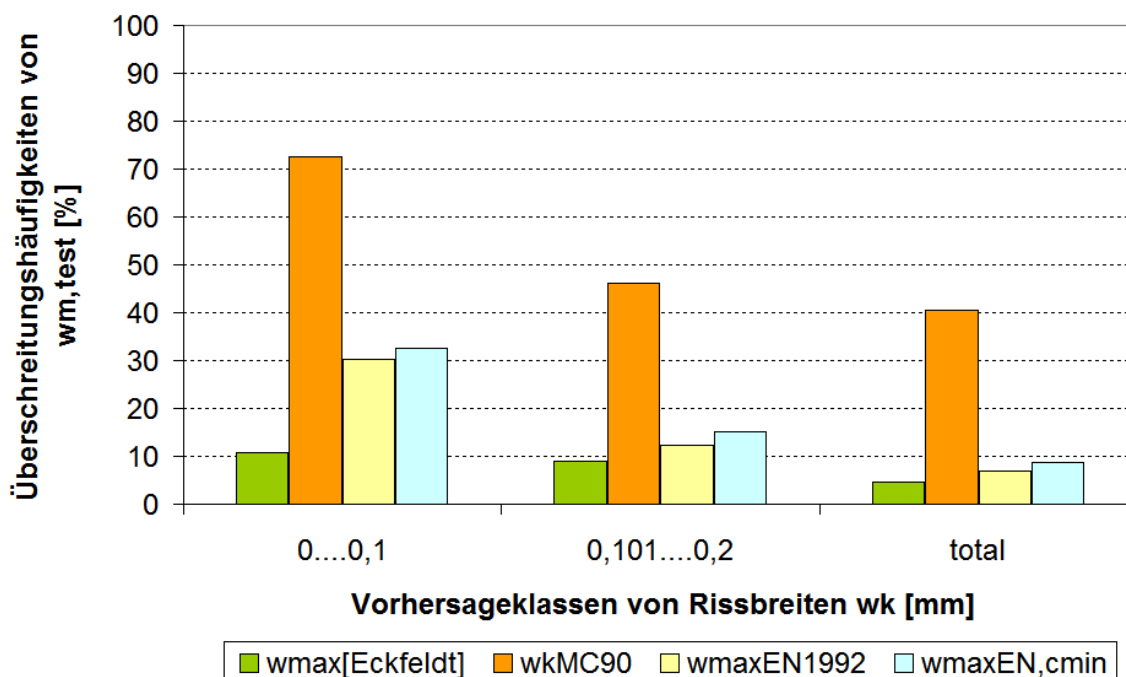


(Reihenfolge der Legende entspricht der Reihenfolge der Säulen von links nach rechts im Diagramm)

Abb. 39: Überschreitungshäufigkeiten von $w_{max,pred}$ durch $1,5 w_{max,test}$ zur Prüfung der Effizienzbedingung (91)

2.4.4 Die Modellperformance für kleine Rissbreiten am erweiterten UPM-Datensatz

Der im Anhang angegebene UPM-Datensatz wurde von einer Arbeitsgruppe der UPM, unter Prof. Alejandro Perez Caldentey, um Daten von Farra/ Jaccoud [58] und Broms [15] erweitert. Dabei handelt es sich in der Masse um Zugkörper, die mit einzelnen Stäben symmetrisch bewehrt worden sind. Die Schwierigkeit in der Weiterverarbeitung der Jaccoud-Daten bestand darin, dass sie zur Beschreibung von Zwangbeanspruchung und Langzeitrissentwicklung gewonnen worden sind. Damit enthalten die detailliert aufgenommenen Daten jedoch auch Daten der Einzelrissbildung mit abstrakt aufgenommenen Rissabständen. Diese folgen erst nach mehreren aufgezwungenen Belastungszyklen der Systematik eines (nahezu) abgeschlossenen Rissbildes in dem Sinne, dass der mittlere Rissabstand s_{rm} annähernd $2l_{t,i}$ abbilden kann. Insofern sind auch nur die Daten für eine statistische Auswertung geeignet und in die Untersuchungen einbezogen, die die für den jeweiligen Versuch kleinsten angegebenen s_{rm} -Daten enthalten und damit den Übergang zum abgeschlossenen Rissbild mit einer Toleranz von ca. 25% auf s_{rm} (Fallentscheidung). Mit diesem größeren Datensatz wurde noch einmal ein Modellvergleich unternommen, der explizit für kleine Rissbreiten zu folgenden Versuchsergebnissen führt:



(Reihenfolge der Legende entspricht der Reihenfolge der Säulen von links nach rechts im Diagramm)

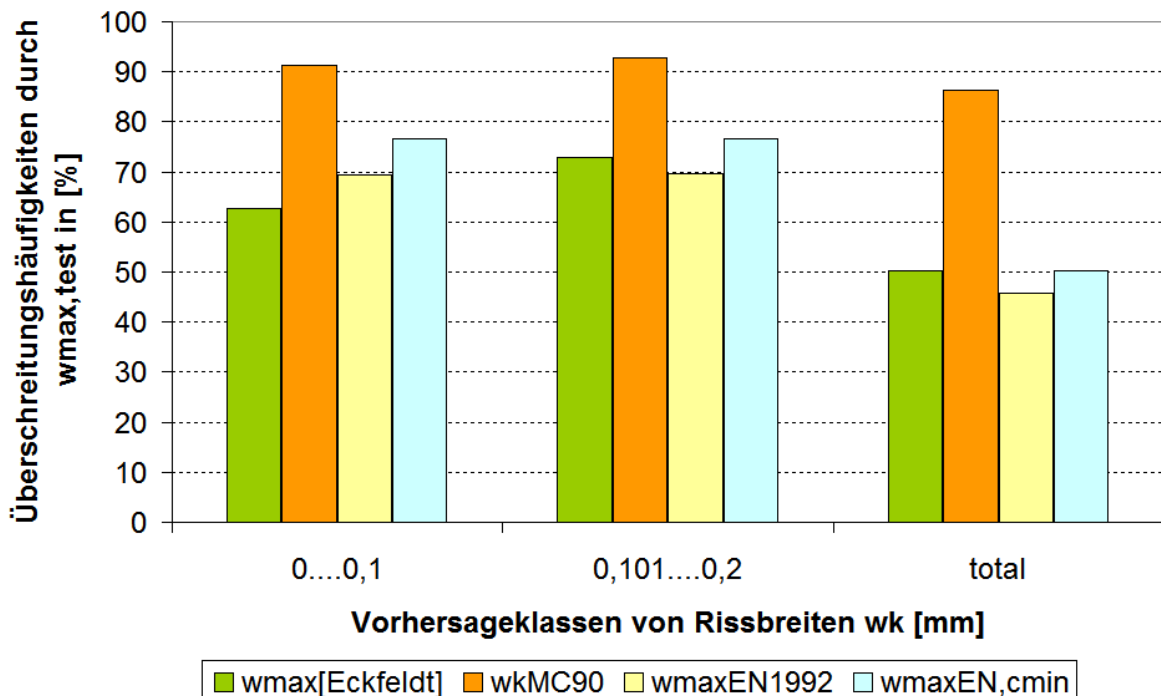
Abb. 40: Überschreitungshäufigkeiten von $w_{max,pred}$ durch $w_{m,test}$ im Vergleich mit dem Performance-Ziel, Bedingung (39) explizit für zwei Klassen kleiner Rissbreiten

Im ersten Vergleich (Abb. 40) von $w_{m,test}$ mit der Vorhersage charakteristischer Werte w_{max} für entsprechende Bauteile wird festgestellt, wie hoch die Überschreitungshäufigkeit bei der Nutzung unterschiedlicher Rechenmodelle war. Damit kann das Risiko abgeschätzt werden, inwieweit viele Risse an einem Bauteil nachträglich verpresst werden müssten, wenn sehr kleine Grenzzrissbreiten das Bemessungsziel bilden. Es zeigen sich extreme Unsicherheiten für das mit dem DIN-Modell weitgehend übereinstimmende MC 90-Modell. Die anderen Modelle, Eurocode 2 wie auch TUD (Eckfeldt) zeigen, dass die Rissbreiten an Bauteilen, für die Grenzzrissbreiten von 0,1 ... 0,2 mm nachgewiesen worden sind, diese in geringer Häufigkeit überschreiten können. Besteht das Bemessungsziel $w_k \leq 0,1$ mm, so sind auch die Eurocode-Modelle mit verhältnismäßig hohen Risiken behaftet. Einzig das TUD-Modell zeigt eine konstante Performance auch unter Bedingungen solch kleiner Rissbreiten.

Der direkte Vergleich maximaler Testwerte mit der Modellvorhersage großer Rissbreiten in Abb. 41 zeigt anhand des Vergleichsdatensatzes nun, dass speziell für kleine Rissbreitenzielwerte, die Vorhersage selten gehalten werden kann. Gut zu erkennen ist dabei, dass die beiden an Versuchsdaten kalibrierten Modelle Eurocode 2 und TUD (Eckfeldt) für den Gesamtvergleich präzise den 50% -Fraktile abbilden können. Mehr kann eine Regressionslösung kaum leisten.

Alle Modelle besitzen größere Vorhersageunsicherheiten für die großen, maximalen Rissbreiten kleiner 0,2 mm als für Rissbreitenmittelwerte. Dies ist immer dann sehr problema-

tisch, wenn schon ein einzelner Riss den Ablauf gefährlicher Stoffe in kritischer Menge in die Umwelt ermöglichen könnte.



(Reihenfolge der Legende entspricht der Reihenfolge der Säulen von links nach rechts im Diagramm)

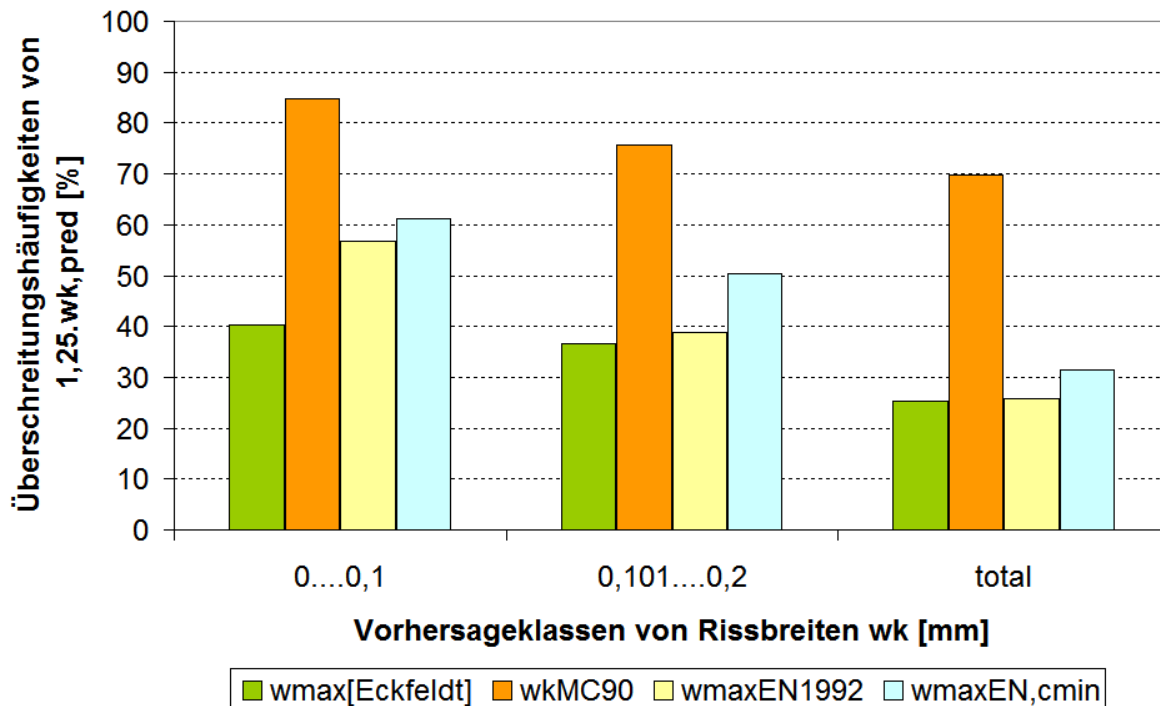
Abb. 41: Überschreitungshäufigkeiten von $w_{max,pred}$ durch $w_{max,test}$ im Vergleich mit dem Performance-Ziel, Bedingung (40) explizit für zwei Klassen kleiner Rissbreiten

Ein weiterer in Abb. 42 dargestellter Vergleich untersucht die Frage, ob im Falle einer Überschreitung des berechneten Maximalwertes w_{max} , die Überschreitungshöhe für kleine Rissbreiten geringfügig bleiben würde. Nach Martin/ Schießl/ Schwartkopf [95] wird die zulässige Toleranz für Überschreitungen des Rechenwertes mit $0,25w_{max}$ empfohlen. Sie geben in Bedingung (41) $1,25 \cdot w_{k,pred}$ die Toleranzgrenze für maximal 25% der Fälle an. Jungwirth in [76] dagegen, gibt eine konstante Toleranzgrenze von +0,05 mm an, dass jedoch Homskedastizität für das Modell voraussetzt.

Auch hier ist die Gesamtperformance (jeweils als "total" in den Diagrammen angegeben) der statistisch abgesicherten Modelle genau auf die geforderten 25% abgestimmt. Im Detail zeigt sich für Rissbreiten $w_{k,pred} < 0,2$ mm, dass das DIN/ MC-90-Modell selbst mit erlaubter Toleranz unsicher bleibt, die anderen Modelle jedoch ebenfalls abfallen.

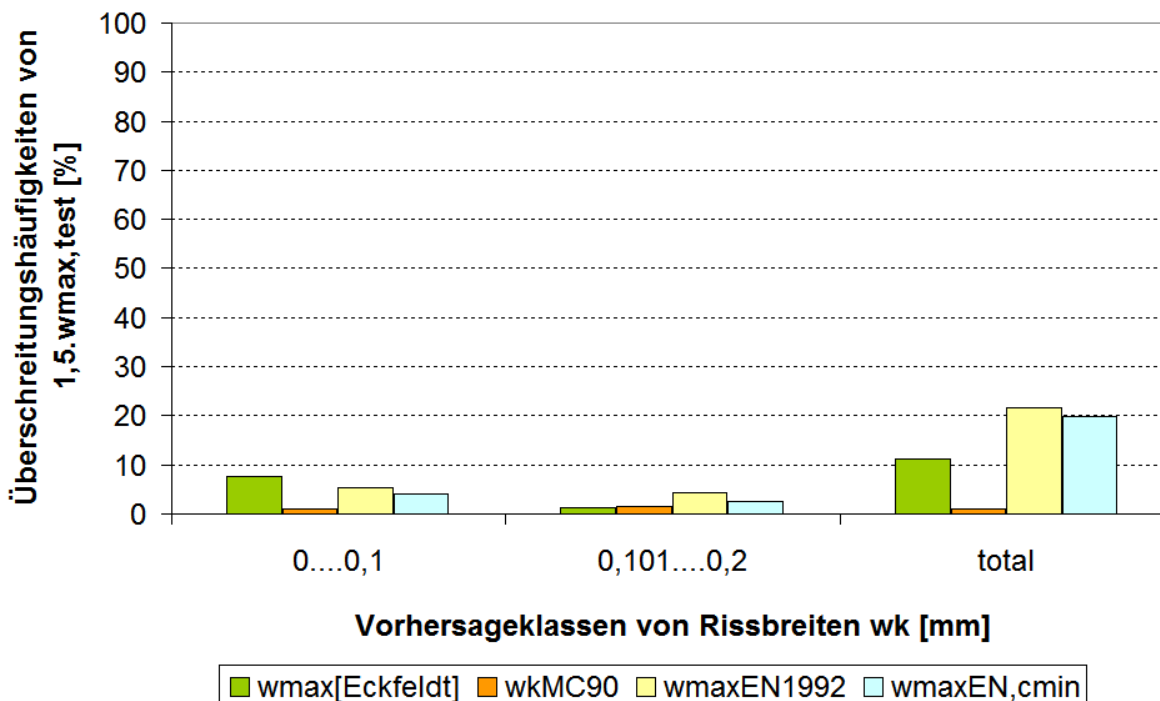
Dabei hat zwar das Modell TUD (Eckfeldt) leichte Performance-Vorteile, insgesamt ist aber das Ergebnis für alle Modelle eine hohe Unsicherheit $> 35\%$ und damit mehr als 10% zu hoch. Die Unsicherheit des DIN/ MC 90-Konzeptes beträgt nach Datenlage dagegen sogar mehr als 40% gegenüber der eingeräumten Überschreitungshäufigkeit.

So verkleinert sich der Vorteil einer marginal höheren Effizienz des DIN/MC-Modells recht drastisch, siehe Abb. 43.



(Reihenfolge der Legende entspricht der Reihenfolge der Säulen von links nach rechts im Diagramm)

Abb. 42: Überschreitungshäufigkeiten von $1,25w_{k,pred}$ durch $w_{max,test}$ im Vergleich mit dem Performance-Ziel, Bedingung (41)



(Reihenfolge der Legende entspricht der Reihenfolge der Säulen von links nach rechts im Diagramm)

Abb. 43: Überschreitungshäufigkeiten von $w_{max,pred}$ durch $1,5 w_{max,test}$ zur Prüfung der Effizienzbedingung (91)

Die in den Diagrammen vorgestellten Ergebnisse sind mithilfe von mehr als 2000 gewonnenen Stichproben aus dem Datensatz im Rahmen einer Monte-Carlo-Simulation gefunden worden. Dabei wurde aus jedem Datensatz ein repräsentatives Daten-Tripel ($\sigma_s; w_m; w_{max}$) zufällig für eine Realisation des Vergleiches und der Feststellung der Überschreitungswahrscheinlichkeiten gezogen.

Kritisch anzumerken ist, dass die Zugsituationen schlechter repräsentiert werden als die Daten für Biegung. Zugversuche des Datensatzes bleiben auf sehr kleine, zumeist nur einfach bewehrte und sehr kurze Zugkörper beschränkt, so dass eine entsprechende Unsicherheit verbleibt. Auf der anderen Seite weist dieses Versuchskonzept einzelbewehrter Zugkörper eine große Kompatibilität mit dem Zuggurt-Modell (Marti/ Alvarez [5]) und dem Hintergrund des Modells MC 90 auf.

Ergebnisse aus alternativen Strategien, wie die Wichtung von Versuchen, wären weniger transparent. In weiteren Auswertungen des Datensatzes ist auch versucht worden, Versuche die die gleiche geometrische Ausgangsposition haben und denen auch gleiche Materialparametern zugewiesen worden sind, zu einem mittleren w_m und w_{max} auf identischem Belastungsniveau zusammenzufassen. Dieses Vorgehen wurde auch deshalb notwendig, um den im Nachfolgenden dargestellten Fehler in Mittelwertdaten gering zu halten. Solch ein Vorgehen stabilisiert in der Regel Mittel- bzw. Erwartungswerte, führt aber zu einer zu optimistischen Einschätzung der wahren Streuung der Rissbreiten in Bauteilen begrenzter, kleinerer Größe.

Der alternative Rissbreitennachweis nach Gleichung (1-10), DAfStb-Richtlinie [31] für Betonbau im Umgang mit wassergefährdenden Stoffen, Teil 1,5.1.5 Nachweis (1-10):

$$w_{cal,DIN1045-1} \leq w_{crit} / \gamma_r \quad (92)$$

ist kompatibel mit dem Grundgedanken eines semi-probabilistischen Sicherheitskonzeptes, das Streuungen auf der Widerstandsseite vorsieht. In den Forderungen der genannten Richtlinie für unbeschichtete Betonbauteile gelten Rissbreitennachweise unter 0,1 mm als zu unsicher. Auf der anderen Seite ist die Konstruktion so zu wählen, dass charakteristische Risse mit maximal 0,2 mm zu erwarten sind. Nicht durch Nachweisrechnungen abgesicherte Risse über 0,1 mm sind zu schließen. Damit legt sich das Hauptaugenmerk auf die berechneten Risse zwischen 0,1 mm und 0,2 mm. In dieser Klasse gibt es nach Abb. 42 ein nahezu 75%iges Überschreitungsrisiko der Grenzzrissbreite und einer Toleranz von +25%.

2.4.5 Der Zusammenhang zwischen mittlerer und maximaler Rissbreite in Tests

In den normativen Modellen von Kapitel 2.1.5 werden Rechenwerte charakteristischer Rissbreiten aus mittleren Rissbreiten abgeleitet. Dieser Zusammenhang ist anhand der vorliegenden Daten geprüft worden, siehe Abb. 45. Zum unabhängigen Vergleich sind die Daten von Rizkalla/ Hwang [114] angegeben, die sehr kleine Rissbreiten an Zuggliedern untersucht haben (Abb. 44).

Gut zu erkennen ist, dass die rot gezeichneten Hülllinien an die $[w_m; w_{max}]$ - Punktwolke für beide unabhängige Datensätze mit identischen Anstiegen (1 und 2,5) angetragen werden können. Ebenfalls haben beide Studien ähnlich lineare Trends gemein, sie liegen zwi-

schen 1,4 und 1,55. Dies sind nahezu auch die Werte, die in der Modelldiskussion in Eckfeldt [5] für s_{rmax}/s_{rm} erwogen werden, am Ende wurde dort 1,57 ausgewählt.

Im Ergebnis dieser Untersuchung des Zusammenhanges zwischen s_{rm} und s_{rmax} kann auch für kleine Rissbreiten die Möglichkeit bestätigt werden, aus guten Beschreibungen der mittleren Rissbreiten auch charakteristische Rissbreiten herzuleiten. Es ist aber anhand der nachstehenden Diagramme zu verstehen, dass kaum mehr als die Abbildung eines 50%-Fraktils einer maximalen Rissbreite gelingen wird. Für eine bessere Modellperformance werden eine Prüfung mit Extremwerttheorien und ein Studium der Verteilung maximaler Rissbreiten in Klassen in die Modellbildung einfließen müssen.

Das die untere Begrenzung der Datenwolke die 1:1 Linie mit den mittleren Messwerten $w_{m,test}$ ist, zeigt auch, dass diese Datensätze Versuchskörper mit nur wenigen, sehr ähnlichen Rissen oder nur einem Riss enthalten können.

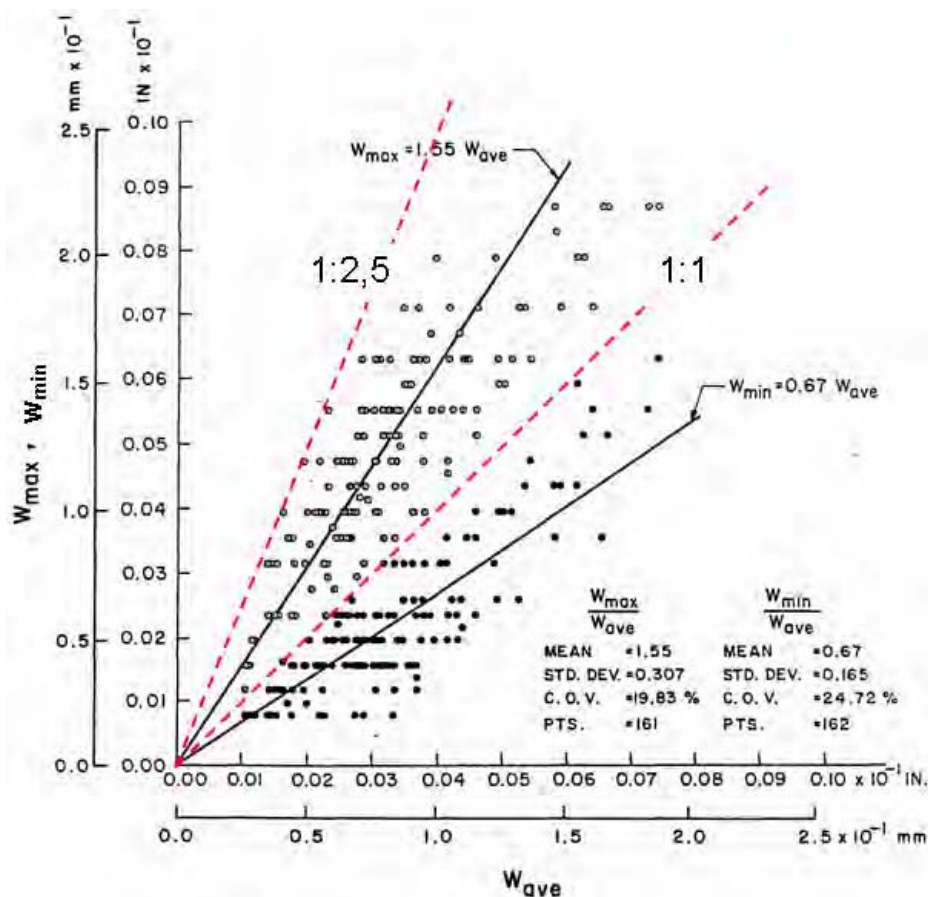


Abb. 44: Daten von Rizkalla/ Hwang [114] zur Korrelation von w_{max} und w_m (hier: w_{ave})

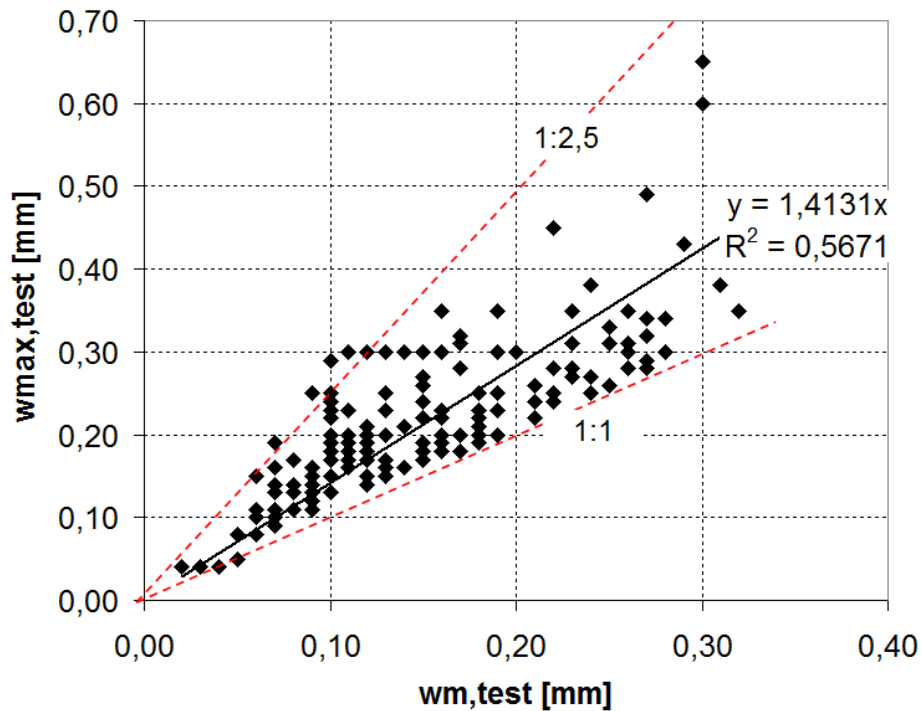


Abb. 45: UPM-Daten zur Korrelation von w_{max} und w_m

2.4.6 Die Korrelation zwischen Rissbreite und Stahlspannung

In einem nächsten Arbeitsschritt ist die Prüfung der Korrelation zwischen der Stahlspannung im Riss und den Rissbreiten-Testwerten auf Mittelwertniveau und charakteristischem Niveau vorgenommen worden.

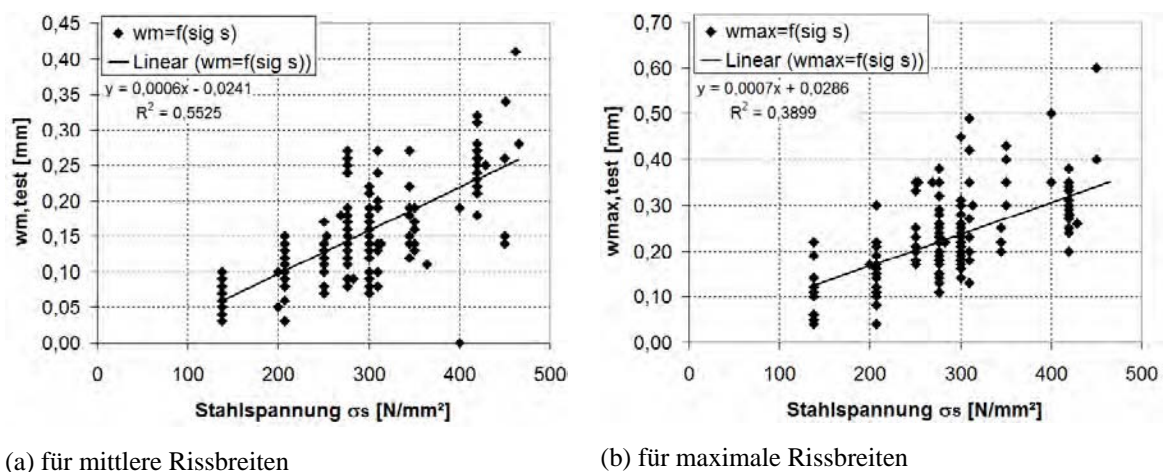


Abb. 46: Die Korrelation zwischen Rissbreite und Stahlspannung

Für die Prüfung der Korrelation ist ein Bezug zu σ_s im Riss und nicht zum Mittelwert der Stahlspannung über den Rissabstand gesucht worden. Dabei ist der Anteil der Betonmit-

wirkung auf Zug bewusst weggelassen worden, da er eine Reihe weiterer Variablen einführt, deren Interrelation noch zu prüfen ist.

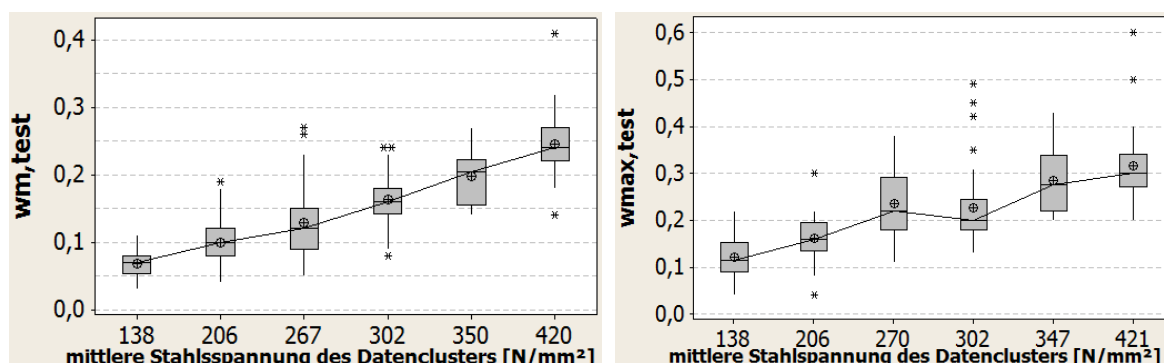
Nach der Prüfung ist festzustellen, dass insbesondere der Korrelationskoeffizient ($r_{\sigma_s;w} \approx \sqrt{R^2}$) für den Vergleich auf Mittelwertniveau deutlich größer ist als für die maximale Rissbreite. Das indiziert ein größeres zufälliges Moment und geringere systematische Einflüsse bei der Einstellung maximaler Rissbreiten.

Die ungleichmäßige Zunahme der Streubreite mit steigender Stahlspannung (Abb. 47) ist nicht unproblematisch. Offensichtlich gibt es eine Reihe sogenannter "milder" Ausreißer, d.h. Ausreißer im Intervall $1,5\sigma < \text{Ausreißer} < 3\sigma$, jedoch keine Extremwerte.

Laut Rechenmodellen, z. B. Gleichung (110), wird der Dehnungsterm für Rissbreitenberechnungen immer gleichlautend dargestellt:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \Delta\sigma_{s,crII}}{E_s} \tag{93}$$

Dabei stellt $(k_t \cdot \Delta\sigma_{s,crII})$, wahlweise durch E_s geteilt, den "tension stiffening"-Term dar, die Mitwirkung des Betons auf Zug. Dieser Term ist aufgrund der enthaltenen Parameter mit großen Unsicherheiten behaftet. Auch in einem gemischten Datensatz, wie dem vorliegenden, wird mit größer werdenden Stahlspannungen der Anteil der präzise bestimmbarer Stahlspannung im Riss gegenüber dem "tension stiffening"-Effekt im Dehnungsterm überwiegen. Damit sollte sich die Abhängigkeit von Verformung und Stahlspannung überproportional auf Ergebnisse ab $\sigma_s = 300 \text{ N/mm}^2$ auswirken und zu einem besseren Korrelationsergebnis bzw. einer geringeren bezogenen Streubreite führen. Dies scheint nach Abb. 48 für die Masse der Daten maximaler Rissbreiten der Fall zu sein. Die Ausreißer negieren allerdings diesen vorteilhaften Effekt. Da es sich bei den Ausreißern im Wesentlichen um Biegebauteile handelt, bedeutet das, dass der "tension stiffening"-Effekt in einigen Fällen untypische Größenordnungen annimmt.



(a) für mittlere Rissbreiten

(b) für maximale Rissbreiten

Abb. 47: Streuung gemessener Rissbreiten in Boxplots (Minitab® Statistical Software)

Als Ergebnis des Diagramms Abb. 47 kann gelten, dass die Untersuchung sehr kleiner mittlerer Rissbreiten den gesamten, durch die Stahlspannungsbegrenzung nach DIN 1045-1 definierten Bereich, $\sigma_s < 0,8 f_{yk}$, umfassen sollte. Für sehr kleine charakteristische Rissbrei-

ten ($w_k < 0,2$ mm) scheint die Beschränkung auf die Untersuchung des Bereiches $\sigma_s < 320$ N/mm² ausreichend.

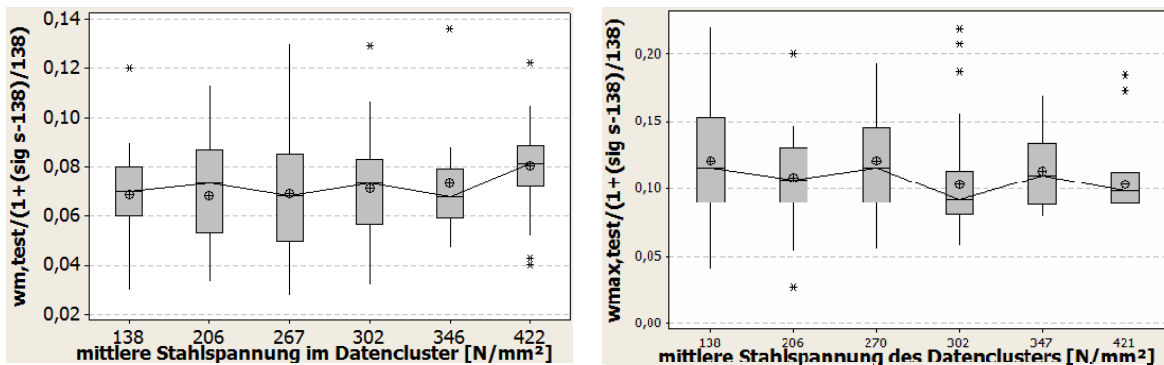


Abb. 48: Streuung von, am ersten Cluster normierten, mittleren und maximalen Rissbreiten in einem Boxplot (Minitab® Statistical Software)

2.4.7 Die Untersuchung der Vorhersage mittlerer Rissabstände

Ebenso wie die Stahlspannung hat der mittlere Rissabstand s_{rm} eine elementare Bedeutung für die Modellqualität der in Kapitel 2.1.5 beschriebenen Modelle. Da eine belastbare Korrelation zwischen den 50%-Fraktile von w_m und w_{max} aus Datengruppen mit gleichen Eingangsbedingungen besteht, siehe Kapitel 2.4.4, kann w_{max} als 50%-Fraktile nahezu über eine Vervielfachung von s_{rm} hergeleitet werden, mit oder ohne Berücksichtigung weiterer deterministischer Randbedingungen aus großen Verformungen.

Der Vergleich mittlerer und maximaler Rissabstände ist neben der in Kapitel 2.1.6 dargestellten Forschung u.a. auch von Rizkalla/ Hwang [114] für Zugkörper geführt worden. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist (Abb. 49):

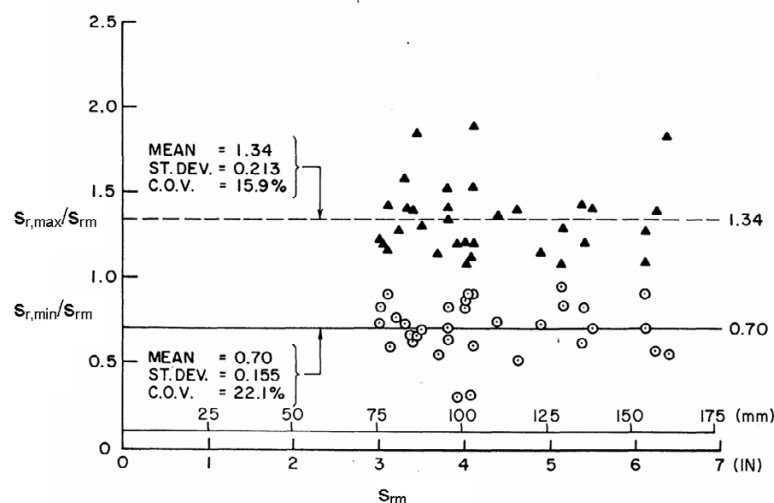
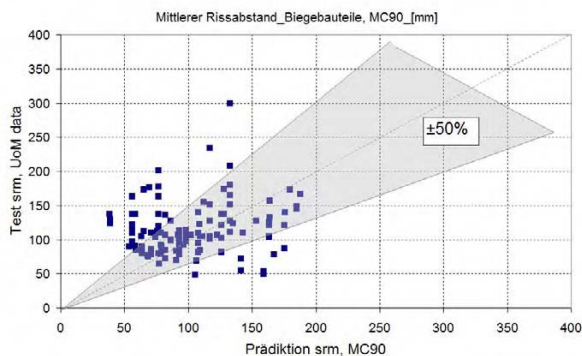


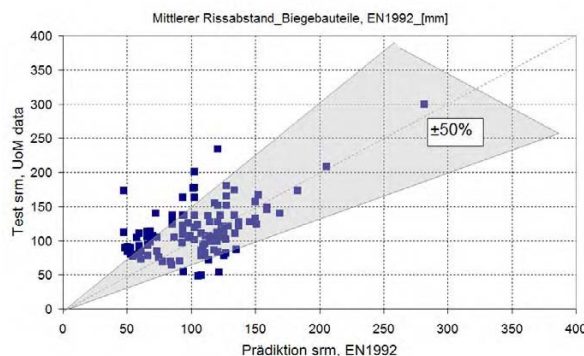
Abb. 49: Vergleich der mittleren Rissabstände mit maximalen und minimalen Werten (entnommen [114], für Zugkörper)

Die angegebenen Varianzkoeffizienten ("C.O.V.") zeigen, dass der lineare Zusammenhang zwischen s_{rmax} und s_{rm} sowie s_{rmin} und s_{rm} gegenüber der ursprünglichen Erwartung nicht sehr groß ist.

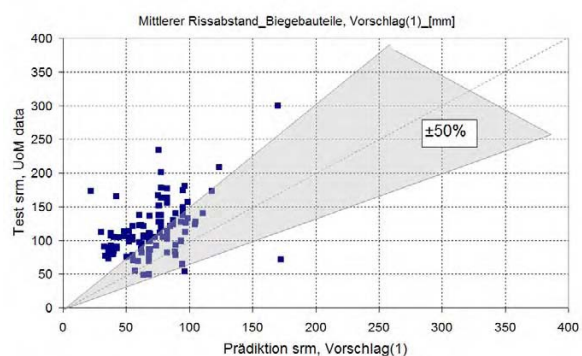
Wie sieht also die Vorhersagequalität mittlerer Rissabstände für den UPM-Datensatz aus? Das Ergebnis ist für die schon vorher untersuchten Modelle in Abb. 50 angegeben:



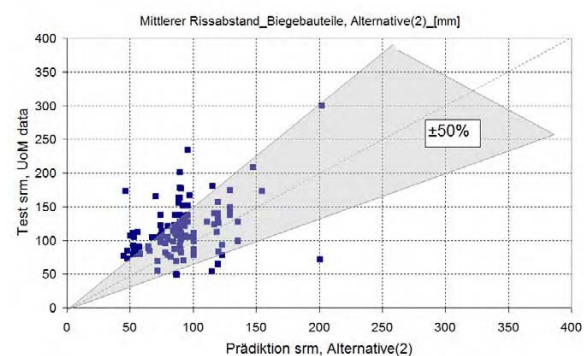
(a) MC 90, Gleichung (44)



(b) EN 1992-1-1, Gleichung (48)



(c) Modell Eckfeldt, Gleichung (66)



(d) Modell Eckfeldt, Gleichung (67)

Abb. 50: Kontrolle der Vorhersagequalität mittlerer Rissabstände)*

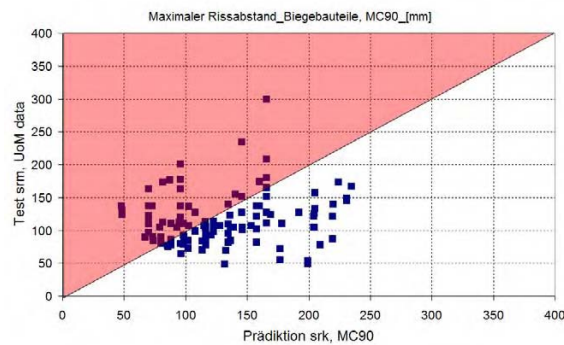
*Die Untersuchung mit dem UPM-Datensatz muss sich an dieser Stelle auf die Auswertung der Rissabstände von Biegebauteilen beschränken, da zu den Zugkörpern keine Angaben zu s_{rm} bestehen.

Die in Abb. 50 dargestellten Ergebnisse sind auf den ersten Blick katastrophal. Zu erkennen ist praktisch nur eine nicht korrelierende Punktwolke. Im Gegensatz zu den hoffnungsvollen Ergebnissen mit dem Datensatz aus [50], siehe auch die Ergebnisdarstellung in Abb. 24, versagen an diesem UPM-Datensatz auch die eigenen Modelle.

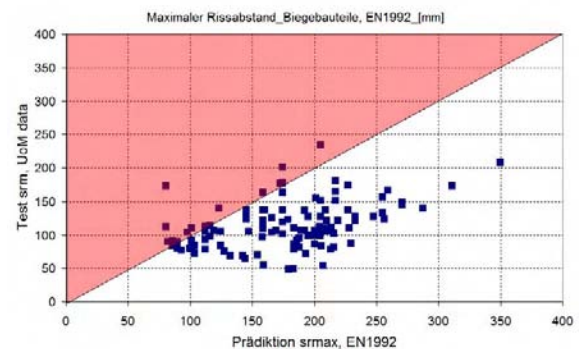
Zumindest sollte hinterfragt werden, ob mithilfe der Definition eines charakteristischen Niveaus $s_{rmax;k}$ wenigstens sichergestellt werden kann, dass die Überschreitungen auf ein Minimum beschränkt werden können.

Dies wird durch die Gegenüberstellung von vorhergesagten maximalen Rissabständen und mittleren Testwerten geprüft. Verglichen wurden die Konzepte MC 90/DIN 1045-1, EN 1992-1-1 (c_u oder c_{min})-basiert und Modell Eckfeldt (Abb. 51).

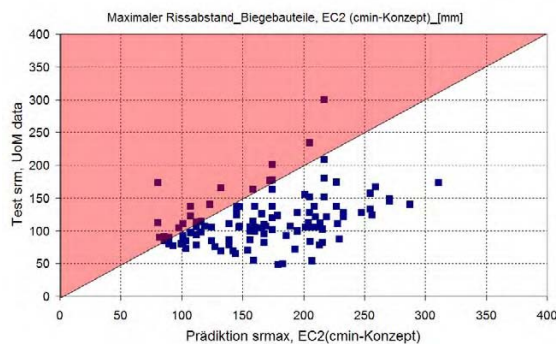
Die Grenze für den in Modell Eckfeldt geforderten Vergleich mit Anforderungen an die Mindestbewehrung wurde auf $s_{max} = 200$ mm gesetzt. Das Ergebnis kann mit den Ergebnissen an einem anderen Datensatz aus [5], siehe Abb. 24 a) in diesem Bericht, verglichen werden. Unabhängig vom Korrelationsproblem, ist hier für die Modellqualität entscheidend, dass die Daten nicht in dem farblich unterlegten Feld oberhalb der Linie Prädiktion = Test liegen. Dies ist für das Eurocode-Modell und das Modell Eckfeldt sichergestellt. Zumindest sind diese Modelle also in der Lage eine grundlegende Funktion zu erfüllen.



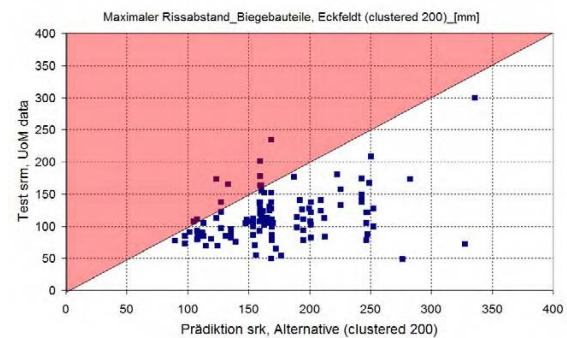
(a) MC 90, Gleichung (45)



(b) EN 1992-1-1, Gleichung (49)



(c) EN 1992-1-1, (cmin-Konzept)-Gleichung (51)



(d) Modell Eckfeldt, Gleichung (68)

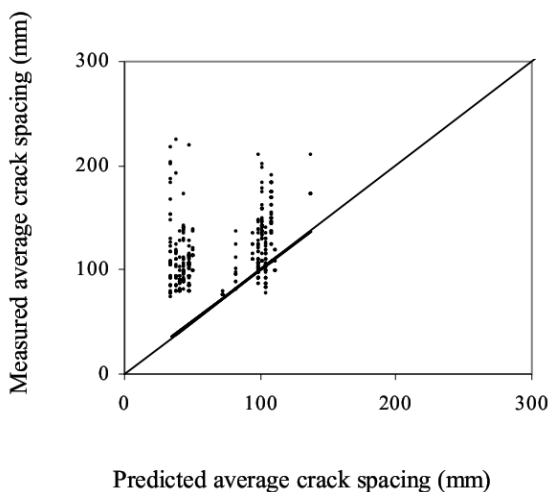
(für $s_{max} < 200$ mm mit Berücksichtigung von Gleichung (65))

Abb. 51: Kontrolle der Vorhersagequalität maximaler Rissabstände gegenüber Testmittlerwerten*

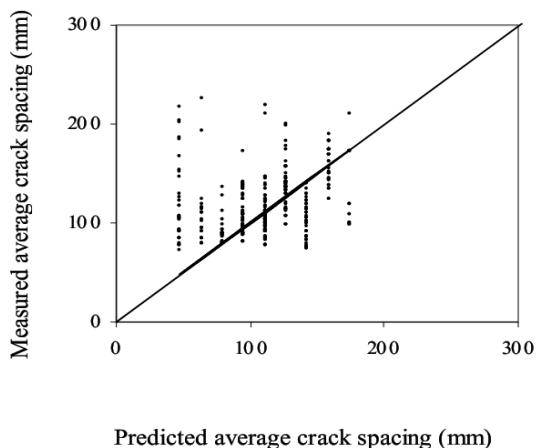
*Der rot schattierte Bereich indiziert nicht erwünschte Überschreitungen.

Die Literatur stellt eine Reihe von Vergleichsmöglichkeiten zur Verfügung. Neben der oben bereits vorgestellten Arbeit von Rizkalla/ Hwang [114] bieten sich Vergleiche zur Datenauswertung in der Dissertation Piyasena [103] an.

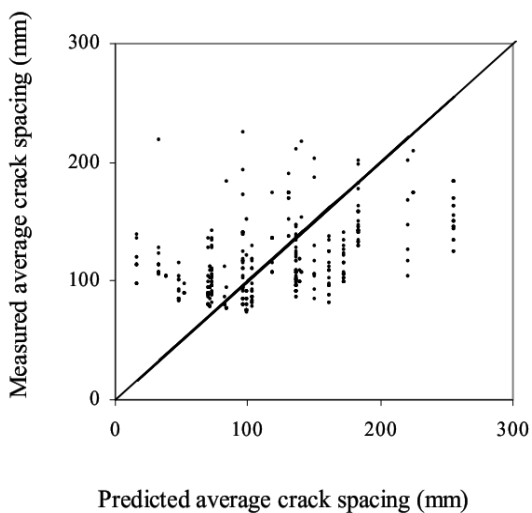
Piyasena hat für die Untersuchung der Rissbildung an Platten und Balken die Modellqualität verschiedener Beschreibungen mittlerer Rissabstände ("*Predicted average crack spacing*") mit Versuchsdaten ("*Measured average crack spacing*") verglichen. Erstaunlicherweise kommt Piyasena mit völlig anderen, zum Teil exotischen Modellen, zu ähnlichen Ergebnissen wie dieser Bericht, siehe die verschiedenen Diagramme in Abb. 52. Nähere Erläuterungen zu den Modellen finden sich in der Arbeit von Piyasena [103] und, soweit es die Modelle Broms und Lutz sowie Oh und Kang betrifft, in Kapitel 2.1.6. Piyasena verwendete für seine Diagramme in Abb. 52 immer die gleiche Datenbasis.



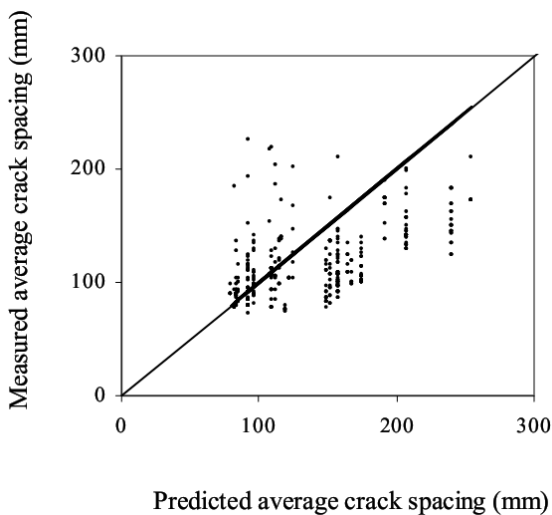
(a) Broms und Lutz, siehe auch [16] u. 2.1.6



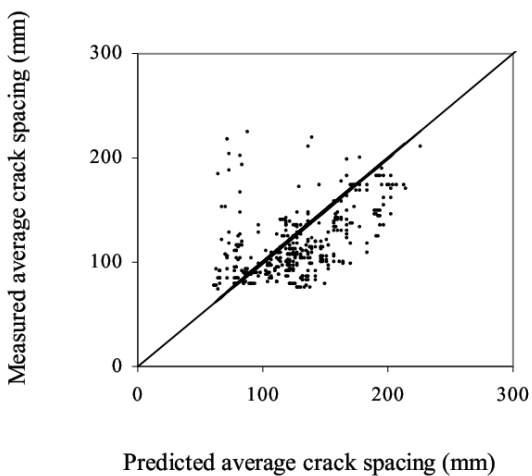
(b) Chi und Kirstein



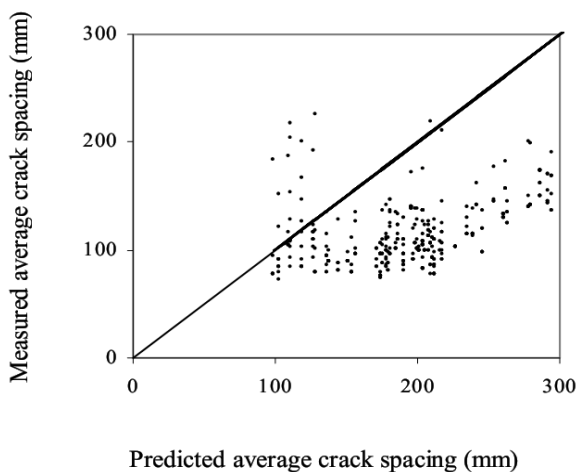
(c) Chowdhury und Loo



(d) Lan und Ding



(e) Oh und Kang, siehe auch [99] u. 2.1.6



(f) Venkateswarlu und Gesund

Abb. 52: Ergebnisse des Modellvergleichs von Piyasena (aus [103])

2.4.8 Das Problem der großen Abweichungen zwischen Vorhersage und Testwerten für mittlere Rissabstände s_{rm}

Die großen Abweichungen sind schon deshalb ein Problem, weil sie die Glaubwürdigkeit und Sorgfalt vorangegangener Analysen auf die Probe stellen. Wäre die mangelhafte Abbildung von Rissabständen in der Praxis wirklich so groß, wäre die Zahl negativer Rückmeldungen aus der Bauwirtschaft, zumindest für die in den Normen geregelten Rissbreiten $w_k \geq 0,2$ mm, sicher größer. Zum anderen gibt es ähnliche Probleme für durchaus namhafte Modelle wie das von Broms und Lutz oder Oh und Kang. Die Suche nach einer Problemlösung kann also nicht wieder damit beginnen, ein Modell xy aufzustellen, das anhand verfügbarer Daten gefittet wird und bei der nächsten Prüfung ähnlich schlecht wie alle anderen Modelle vorher abschneidet.

Die Unwahrscheinlichkeit im Auge, dass (nach Kapitel 2.1.6) mehr als 24 Forscherteams in der Modellfindung geirrt haben, wird hier eine andere These aufgestellt und anschließend ausführlich begründet:

"Die Streuung der Ergebnisse ist nicht zwingend das Ergebnis einer schlechten Modellbildung zur Beschreibung von s_{rm} oder s_{rmax} , sondern das Ergebnis der Stichprobenstreuung von Mittelwerten oder anders ausgedrückt, das Ergebnis eines stochastischen Size-Effekts."

Folglich ist das Problem zu einem noch zu bestimmenden Anteil eine (wenig vorteilhafte) Eigenschaft der besonderen Testkonfigurationen, die zu den für Vergleiche genutzten Labordaten führten und die den Hintergrund der Prüf-Datensätze bilden.

Geht man zurück auf die Ausgangsfragestellung, was ein mittlerer Rissabstand ist, wird man feststellen, dass neben der klassischen Antwort:

$$s_{rm} = \frac{\sum_{i=1}^n s_{r,i}}{n} \quad \text{mit } n - \text{Anzahl der Rissabstände} \quad (94)$$

noch eine abstraktere Ebene der Interpretation existiert. Der mittlere Rissabstand kann eben auch als (arithmetischer) Mittelwert einer Stichprobe interpretiert werden. Mittelwerte unabhängiger, vergleichbarer Stichproben unterliegen Streuungen. Zu der Menge der Rissabstände gehört also eine Standardabweichung $\sigma_{sr,i}$ bzw. bei kleinen Stichproben ein Schätzer der Standardabweichung $\hat{\sigma}_{sr,i}$. Die Größe dieser Streuung der Mittelwerte kann damit zu :

$$\sigma_{srm} = \frac{\sigma_{sr,i}}{\sqrt{n}} \quad (95)$$

erwartet werden. Für eine rückwärts ausgerichtete Analyse müsste eine Standardabweichung der Stichprobenstreuung bei unbekannter Standardabweichung $\sigma_{sr,i}$ der Grundgesamtheit von Rissabständen vergleichbarer Bauteile entsprechend wie folgt abgeschätzt werden:

$$\hat{\sigma}_{srm} = \frac{\hat{\sigma}_{sr,i}}{\sqrt{n-1}} \tag{96}$$

Gleichung (95) wie (96) bedeuten für den Mittelwert der Stichprobe s_{rm} , dass er mit dem steigenden Stichprobenumfang immer stabiler wird. Bedingt durch die Größe der in die Datenbanken einbezogenen Versuchskörper, sind oft jedoch nur kleine "Stichproben", also Körper mit nur wenigen Rissabständen, realisiert. Zug- oder biegebeanspruchte Zonen in realen Bauteilen, mit entsprechend großen Abschnitten im Zustand II, werden dementsprechend wahrscheinlich einen weniger streuenden Mittelwert des Rissabstandes aufweisen als Versuchskörper die beispielsweise nur 1000 mm lang sind und nur etwa 4 bis 5 belastbare Rissabstände enthalten. Die Einleitungsbereiche an den Rändern der Versuchskörper sollten in der Untersuchung immer vernachlässigt werden.

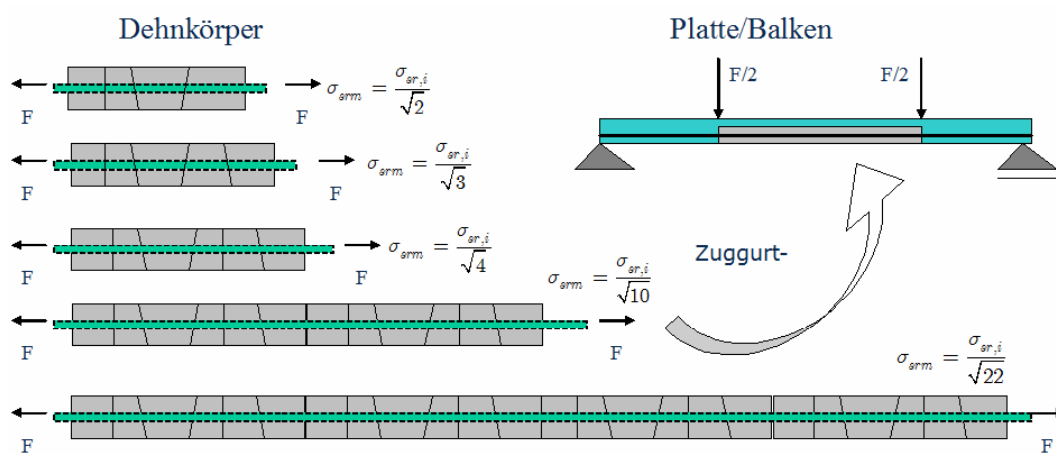


Abb. 53: Streuung von Mittelwerten von Rissabständen an Zuggliedern mit gleichem Bewehrungsgrad für bekannte Standardabweichungen

Warum zeigte sich aber beispielsweise in Eckfeldt [50] bzw. Abb. 24 eine deutlich bessere Konvergenz zwischen Vorhersage und Testwerten?

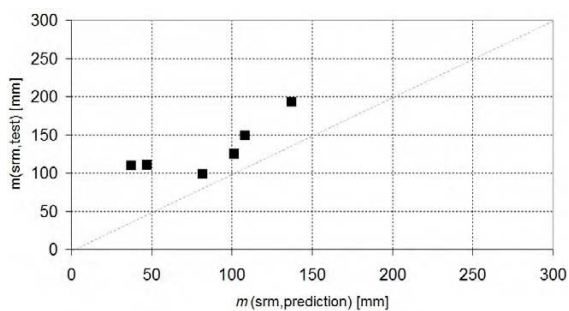
Die Antwort liegt in einer deutlich anderen Struktur des für die Modellbildung dort benutzten Datensatzes. Er enthält zu ca. 40% Versuche in Bauteilformat und setzt die 112 enthaltenen Versuchsgruppen aus 195 Einzelversuchen zusammen. Insbesondere in der verbleibenden Gruppe von Versuchen kleiner Größe wurden die Versuche mit gleichen Geometrien zur Bildung eines $s_{rm,test}$ - oder $s_{rk,test}$ - Wertes zusammengefasst. Teilweise enthält eine der 112 Versuchsgruppen bis zu 6 und mehr Versuche. Erst aus diesen gruppierten Daten wurden die angegebenen Daten $s_{rm,test}$ und $s_{rk;0.95}$ entwickelt. Damit konnte das oben beschriebene Problem aus der Streuung arithmetischer Mittel im Datensatz Eckfeldt sehr deutlich reduziert werden und das Konvergenzerggebnis ist mit Praxiserfahrungen eher vergleichbar. Ein Vorteil der UPM-Daten ist aber, dass er eine Zuordnung von s_r , σ_s und w - Daten zu einem Versuch ermöglicht. Der Datensatz Eckfeldt ist dagegen auf die Untersuchung des s_r -Problems konzentriert.

Welche Informationen kann man trotzdem aus $s_{rm,pred}$ - $s_{rm,test}$ - Diagrammen mit den Daten aus Abb. 50 bis Abb. 52 entnehmen?

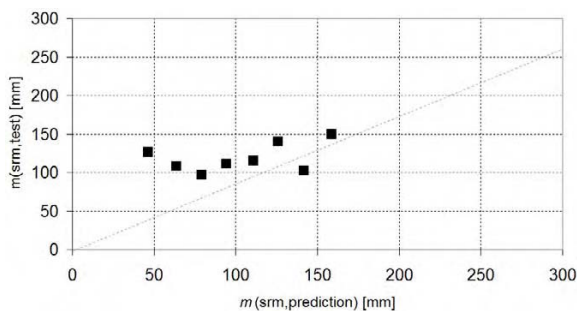
Denkt man an ein Versuchsprogramm mit gleichen geometrischen Randbedingungen für einen Zugkörper, ist das Ziehen des Versuchskörpers bis zur Einstellung des abgeschlossenen Rissbildes vergleichbar mit dem Ziehen einer Stichprobe von Rissabständen. Das arithmetische Mittel $\bar{x} = s_{rm}$ ist dabei insbesondere bei kleinen Stichproben sehr empfindlich gegen Ausreißer. Ausreißer sind üblicherweise bereits Werte, die einen 1,5-fachen bis 3-fachen Abstand zum Mittelwert haben. Entsprechend der Tschebyscheff'schen Ungleichung (siehe Anhang 2) konvergiert der arithmetische Mittelwert stochastisch gegen den Erwartungswert einer Verteilung, wenn diese eine Standardabweichung hat.

Der Median gilt dagegen als robust gegenüber Ausreißern. Der Median oder Zentralwert einer Verteilung ist dabei das 50%-Fraktile einer Verteilung. Geht man in der Analyse der Datenlage davon aus, dass die Vorhersagen zu einem wesentlichen Anteil eigentlich mittlere Testwerte bestätigen müssten, kann man die vorhandenen Testwerte als verschiedene, unabhängige Stichproben unter etwa gleichen Randbedingungen interpretieren. Dementsprechend kann man, wie schon bei den Rissbreiten, die Daten durch eine sinnvolle Teilung auf der $s_{rm,pred}$ -Achse in Gruppen separat auswertbare Datencluster teilen. Mit diesem neuen Analyseansatz ergibt die Auswertung der aus den Diagrammen Abb. 52 ausgelesenen Daten somit das in Abb. 54 dargestellte Ergebnis.

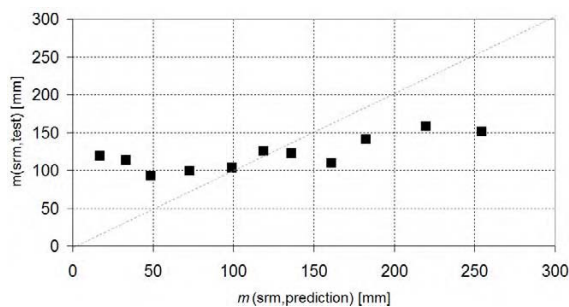
Abb. 54 e) enthält eine zusätzliche Beurteilungshilfe. Die Werte auf der $s_{rm,pred}$ -Achse (x -Achse) entstehen ebenfalls als Zentralwert $\tilde{m}(s_{rm,pred})$ einer Gruppe von aufeinanderfolgenden vorhergesagten Rissabständen. Damit wird bis zu einem gewissen Grad auch die Unschärfe in der Vorhersage kompensiert. Dieses Verfahren profitiert von einigen Grundgedanken, die auch von der sogenannten Deming-Regression [92] benutzt werden (siehe Anhang 2), einem Regressionsverfahren, das Unschärfen auch auf der x -Achse berücksichtigt. Es zeigt sich in der Mediananalyse, dass einige Modelle erkennbar Schwächen in der Abbildung eines 50%-Fraktils bzw. keine Korrelation mit der Vorhersage zeigen. Bessere Resultate ergeben sich für die Modelle Oh und Kang, Broms und Lutz sowie Chi und Kirstein, aber nur das Oh- und Kang-Modell schafft für die Piyasena-Daten eine sichere Abbildung nahe den Testwerten. Alle Modelle haben offensichtliche Schwächen Rissabstände $s_{rm,test} < 110$ mm abzubilden.



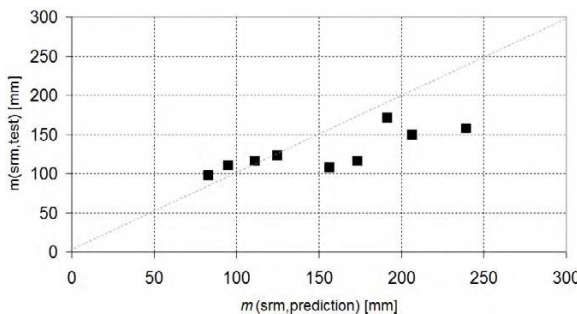
(a) Broms und Lutz



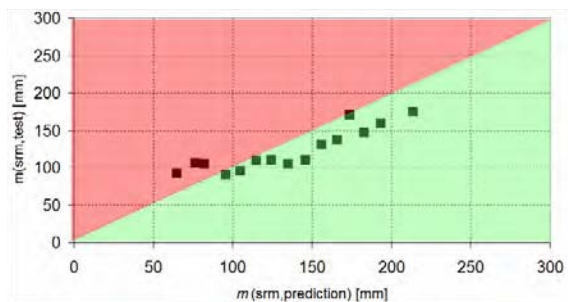
(b) Chi und Kirstein



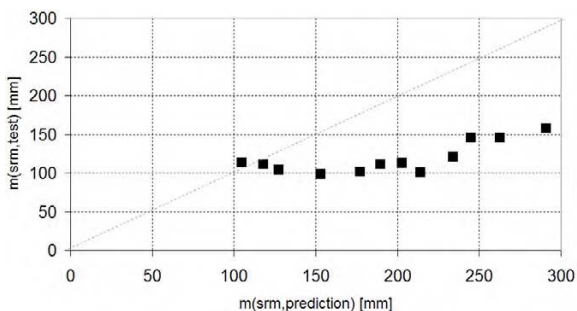
(c) Chowdhury und Loo



(d) Lan und Ding



(e) Oh und Kang,



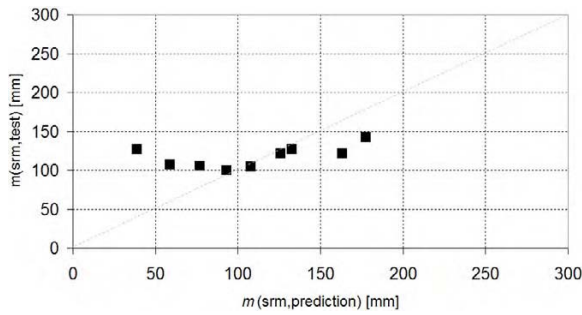
(f) Venkateswarlu und Gesund

Abb. 54: Mediane der nach Prädiktion gruppierten $s_{rm,test}$ -Daten, $\tilde{m}(s_{rm,test}) = \tilde{s}_{rm,test}$

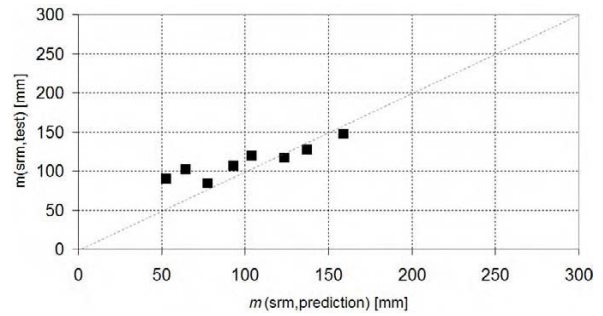
Bei der Untersuchung mit Zentralwerten, also Medianen, wird das Streuungsproblem der Mittelwerte nahezu ausgeschaltet, so dass das Ergebnis belastbar und robust ist.

Wie sieht das Ergebnis für die anderen Modelle MC 90/ DIN 1045-1, EC2cmin und TUD-Eckfeldt (1) und (2) mit den UPM-Daten aus? Aus der scheinbar nicht vorhandenen Korrelation in Abb. 50 ergeben sich die veränderten Diagramme in Abb. 55.

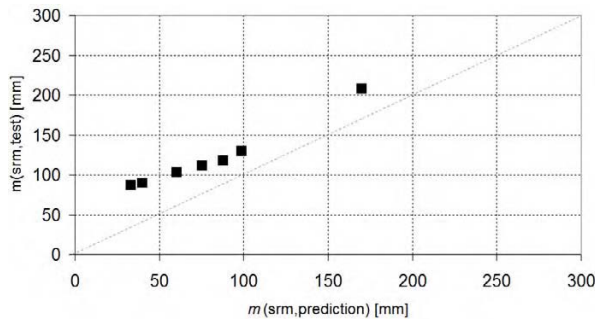
Der Modellvergleich mit den UPM-Daten zeigt auch hier ein gemischtes Bild. MC 90/ DIN 1045-1 zeigt in der Prüfung mit dieser Methodik starke Defizite und eine geringe Korrelation zwischen den Medianen der Vorhersage- und Testwert-Gruppen von mittleren Rissabständen.



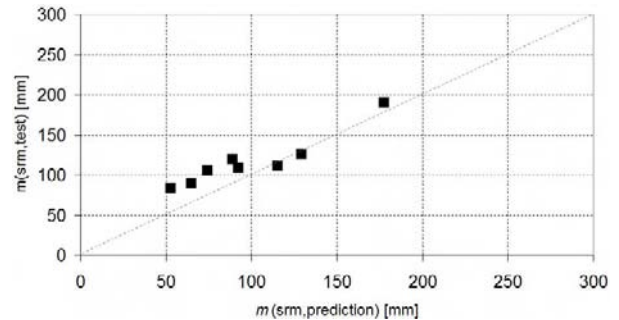
(a) MC 90, Gleichung (44)



(b) EN 1992-1-1 cmin, Gleichung (50)



(c) Modell Eckfeldt, Gleichung (66)



(d) Modell Eckfeldt, Gleichung (67)

Abb. 55: Mediankorrelation der gruppierten $s_{rm,test}$ -Daten, UPM-Daten

Stimmt die These einer Mediankorrelation für srm-cluster mit der Vorhersage, müssten sich die Ergebnisse auch bei anderen Datensätzen reproduzieren lassen. Nachgestellt ist deshalb der Vergleich für die Prädiktion mithilfe des Modells Eckfeldt (2), Gleichung (67), zwischen den Medianen der UPM-Datengruppen auf der einen Seite und dem unabhängigen Datensatz aus der Dissertation Eckfeldt (dort Bild A-5.10) auf der anderen Seite. Das positive Resultat mit dem UPM-Datensatz wird in Abb. 56 bestätigt.

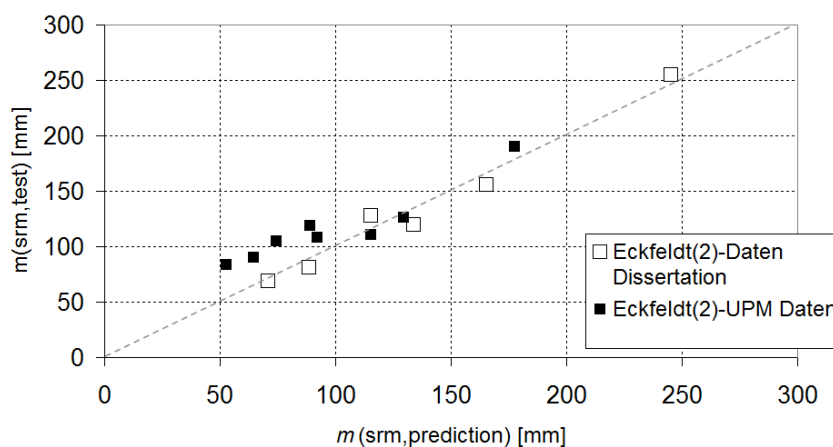


Abb. 56: Mediankorrelation der gruppierten $s_{rm,test}$ -Daten - UPM-Daten und Daten aus dem Datensatz in [50] im direkten Vergleich

Ist die Modellqualität tatsächlich so wie beschrieben, muss zur abschließenden Begründung der Effekt der Streuung der $s_{rm,test}$ -Werte aus kleinen Versuchskörpern simuliert werden.

Am Beispiel der Piyasena-Daten (Oh und Kang-Modell (Abb. 52 e)) wird die Simulation des Streuungseffektes versucht. Dieses Modell wird genutzt, weil es jenseits der im Hauptfokus stehenden Modelle eine akzeptable Modell-Korrelation hat, so dass die Basisvorhersage glaubhaft erscheint. Damit das Verfahren die Ausgangssituation abbilden kann, muss die Prädiktion wie in den Piyasena-Daten für Oh und Kang simuliert werden. Die Stichprobenmittelwerte werden um einen Startwert herum erzeugt. In diesem Sinne wird mit dem Prädiktor ein wesentlicher Einflussparameter für den Stichprobenmittelwert $s_{rm,test}$ entwickelt, der unter Zuhilfenahme von log-normalverteilten Zufallszahlen nach einem im Anhang 2 spezifizierten Algorithmus gewonnen wird. Die zu einer Stichprobe selbst gehörenden Rissabstände werden dabei \log_{10} -normal verteilt erzeugt. Auch hierfür sind die Algorithmen ausführlich und nachvollziehbar im Anhang dargestellt.

In den nachfolgenden Diagrammen wird zunächst überprüft, welche Unterschiede sich in aus 3 bzw. 20 Rissabständen $s_{r,i}$ erzeugten Mittelwerten zeigen. Dazu werden 4 exemplarische Simulationen ("eingefrorene Zufallsschnappschüsse") gezeigt, (Abb. 57).

In einem zweiten Schritt wird die Simulation des gesamten Datensatzes vorgenommen, in dem nur Mittelwerte $s_{rm,test,simu}$ aus 3; 4; 5 und 20 Rissabständen $s_{r,i}$ zu gleichen Anteilen vorkommen, (Abb. 58). Bei einem guten Simulationsergebnis sind die linearen Trends der Original-Daten und der Simulation vergleichbar. Dies ist hier nahezu exakt der Fall. Anhand der aufgefundenen Bestimmtheitsmaße R^2 kann man prognostizieren, dass der Variationskoeffizient der Simulation etwas kleiner ist als für die Originaldaten. Dies ist auch realistisch, da selbstverständlich auch andere Einflüsse als der Effekt der Stichprobengröße für die Versuchsdatenstreuung verantwortlich sind (siehe Kapitel 2.5).

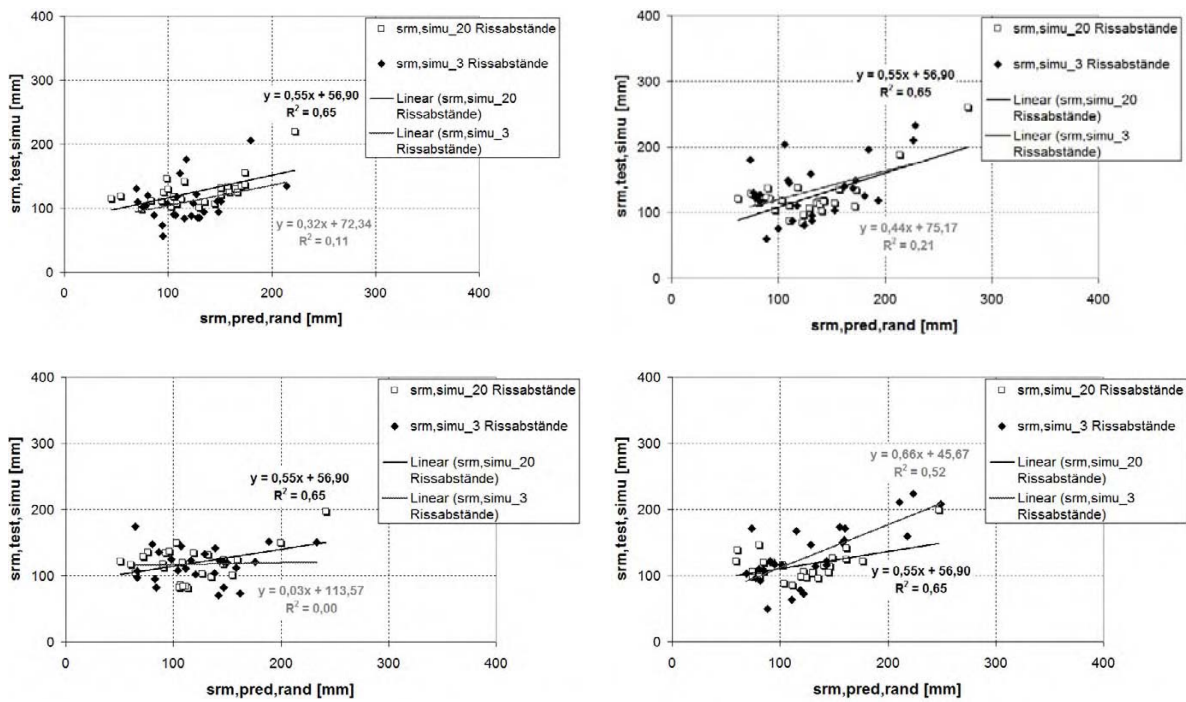


Abb. 57: Unterschiedliche Streubreiten für 25 $s_{r, test}$ -Werte (wahlweise aus 20 oder 3 Daten $s_{r, i}$ simuliert)

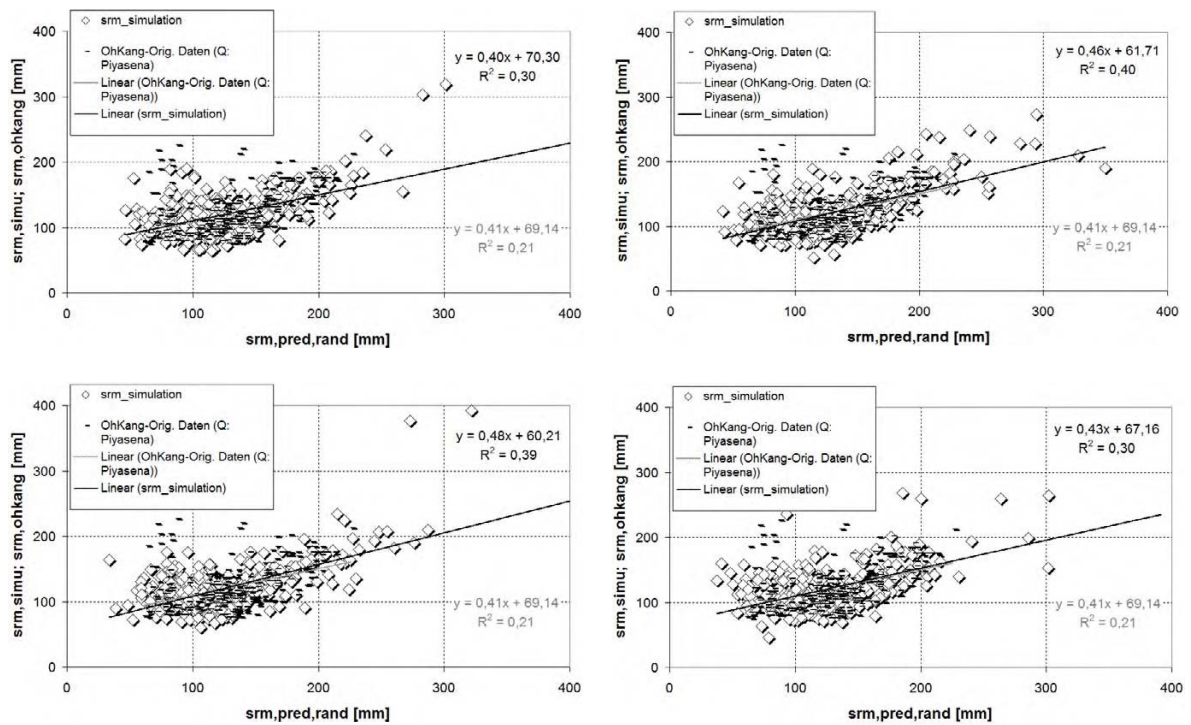


Abb. 58: Vergleich der Streuungen zwischen Originaldaten aus Abb. 52 e) und dem vollständigen Simulationsergebnis

Die Simulation lässt auch die Erwartung von s_{rmax} zu (siehe Abb. 61). Das Verhältnis der Trends zwischen $s_{rmax,simu}$ und $s_{rm,simu}$ entspricht der Prognose von etwa 1,5. Allerdings sind die Extrema für das Oh- und Kang-Modell wie folgt zu erwarten:

$$\left(\frac{s_{rmax,simu}}{s_{rm,test,simu}} \right)_{\max} \geq 3,1 \qquad \left(\frac{s_{rmax,simu}}{s_{rm,pred,rand}} \right)_{\max} \geq 9,8 \qquad (97)$$

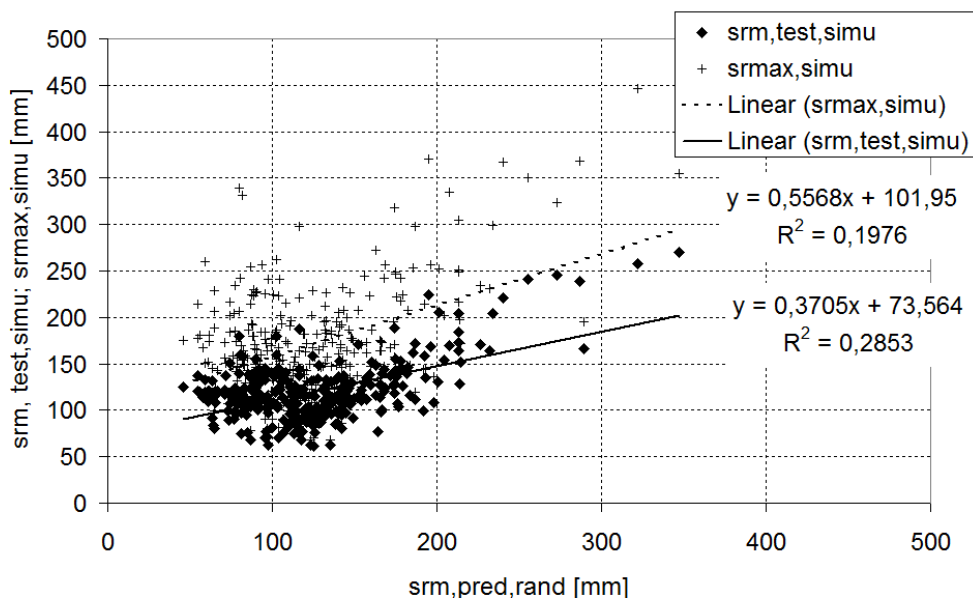


Abb. 54: Das Verhältnis von $s_{r,max}$ und $s_{rm,test}$ in der Simulation

Das vorgestellte Simulationsverfahren kann im Sinne der Abb. 57 auch verwandt werden, um die aufgrund ungünstig strukturierter Datensätze zu groß angenommen Unsicherheit realistischer zu simulieren. Dazu ist in einem ersten Schritt eine Simulation zur glaubwürdigen Abbildung der Versuchsdaten (wie oben) durchzuführen, um einerseits die Original-Prädiktion richtig zu erfassen und die Parameter in Tab. 38, Anhang 2 richtig zu setzen. In einem zweiten Schritt wird dann der bestätigte Simulationsalgorithmus für Werte k in der gewünschten Größe (in der Regel > 10) zur Erzeugung des Rissabstands-Zufallsvektors $S_{r,test,simu} = [s_{r,1}; \dots; s_{r,k}]^T$ genutzt. Die entstandenen Daten geben dann ein realistischeres Bild der Modellunsicherheit, wobei die Unsicherheit anderer Einflussfaktoren noch zu berücksichtigen ist.

Voraussetzung für die Brauchbarkeit des Vorgehens ist immer eine anhand der Ausgangsdatenlage bestätigte gute Mediankorrelation zwischen Vorhersage und mittleren Rissabstandstestwerten.

2.5 Identifizierte Einflussparameter auf kleine Rissbreiten, Diskussion der Modellparameter

- Übertragung von Zugspannungen direkt über Risse bei kleinen Rissbreiten $w < 0,15$ mm

- Betonzugfestigkeit f_{ct}
- keine systematische Einstellung von Rissabständen bei $s_{rk} < 200$ mm (110 mm bei s_{rm})
- Faktor k_t im Tension stiffening
- Probekörperquerschnitt und -länge
- Betondeckung c_u ; c_s
- Anordnung der Bewehrungsstäbe
- Verbundfaktor, abhängig von der Betondeckung c

Korrelationstests können Anhaltspunkte geben zwischen welchen Parametern möglicherweise Zusammenhänge bestehen und welche Parameter möglicherweise Einfluss auf die Rissbreite haben. Zu statistischen Methoden gehören Korrelationstests. Diese bergen allerdings auch die Gefahr der Missinterpretation und von unbeobachteten Interrelationen. Um diese Gefahr auszuschließen, kann man nach der Modellbildung für den Datenvergleich partielle Korrelationen untersuchen, die die Korrelationen von Interrelationen befreit ausweisen. Kapitel 7.2, Abb. 181 zeigt ein solches Beispiel für ein Rissbreitenmodell.

Als Korrelationstests stehen u.a. die oft verwendete Pearson-Moment-Korrelation und die Rangkorrelation nach Spearman zur Verfügung. Dieser zweite Test bietet den Vorteil gegenüber Pearson, dass Transformationen der Variablen in den Verteilungsraum der Normalverteilung und Linearität des Zusammenhanges nicht zwingend notwendig sind sowie auch nicht-monotone Korrelationen detektiert werden können.

Für den im Anhang dargestellten UPM-Datensatz ergibt sich folgendes Ergebnis des Spearman-Rangkorrelationstests und Pearson-Moment-Korrelation in Form von Korrelationskoeffizienten. Stärkere Unterschiede zwischen beiden Koeffizienten, bei denselben untersuchten Variablen, geben Indizien für unklare Abhängigkeiten. Diese sind in der nachfolgend dargestellten Matrix gelb markiert.

Die Variablen wurden folgendermaßen transformiert:

Tab. 2: Variablentransformationsbeziehungen

Variable	Transform	Variable	Transform
σ_s	$\sqrt{\sigma_s}$	c_s	$\ln(c_s)$
w_m	$\sqrt{w_m}$	d_s	d_s
w_{max}	$\sqrt{w_{max}}$	(No.of) bars	$\exp(1/\sqrt{\text{bars}})$
s_{rmtest}	$\sqrt{s_{rmtest}}$	(No.of) layers	$\sqrt{\text{layers}}$
b	$\ln(b)$	f_{cm}	f_{cm}
h	$1/\ln(\sqrt{h})$	E_c	E_c
d	$1/(\ln(\sqrt{d}))$	f_{ctm}	f_{ctm}
c_u	$\ln(c_u)$		

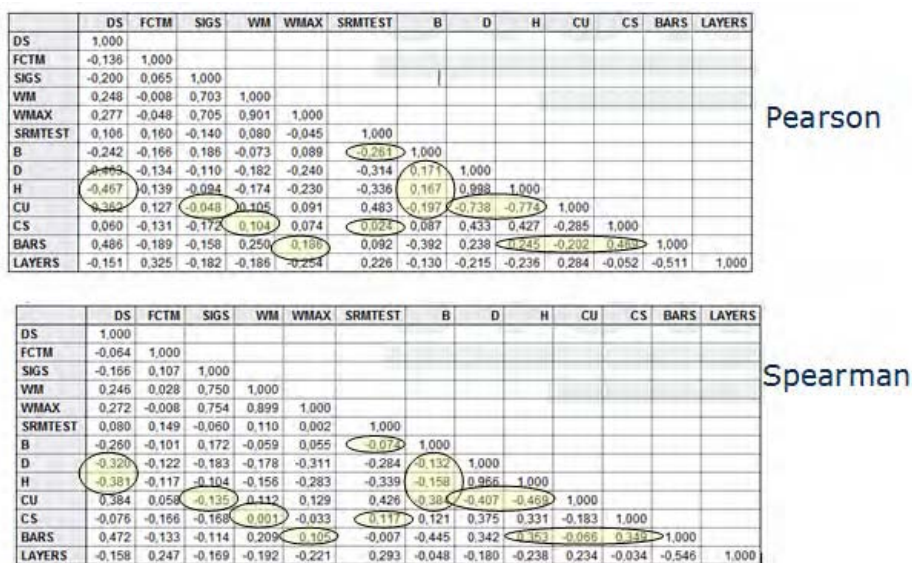
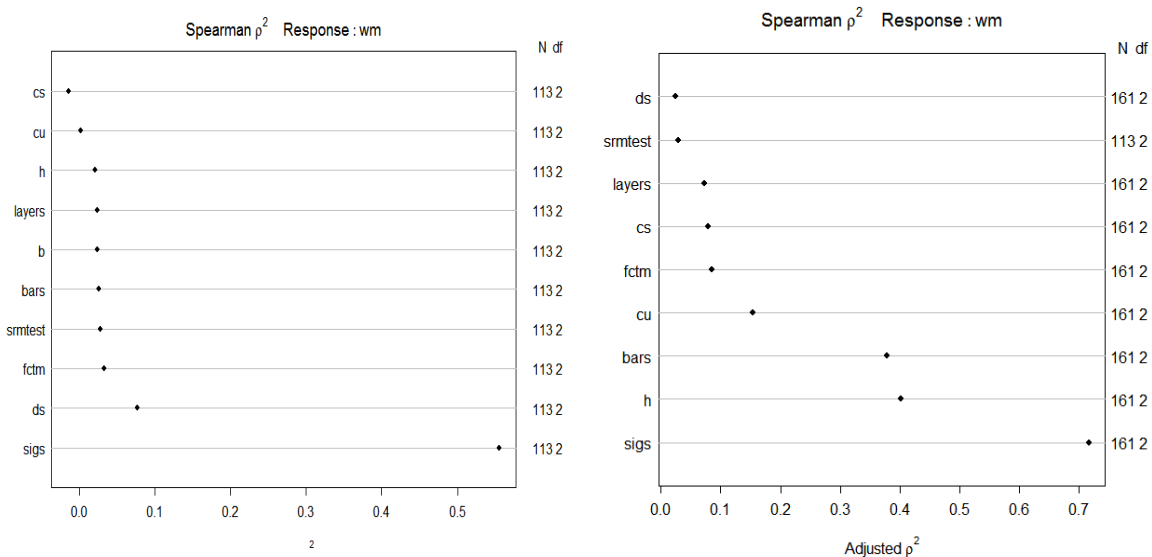


Abb. 59: Korrelationsmatrix transformierter Variablen

Die vorherige Transformation der Variablen macht Pearson und Spearman-Korrelationsfaktoren vergleichbar. Im Ergebnis besteht die stärkste und monotone, lineare Korrelation zwischen Rissbreiten und Stahlspannung. Die Korrelationsmatrix zeigt aber auch Interrelationen zwischen den Geometriedaten, die eigentlich unabhängig sein sollten. Dies bedeutet, dass Teile des Versuchsdatensatzes nicht randomisierten Parameterstudien folgen, sondern vorbestimmten Grundkonstellationen, die sich zwischen unterschiedlichen Forscherteams zu wiederholen scheinen.

Im Vergleich der Daten für Biegeversuche mit den Gesamtdaten unter Einbeziehung der Zugversuche verändern sich einige Abhängigkeiten zur Rissbreite:



a) Nur Biegeversuche

b) Gesamtdaten

Abb. 60: Spearman-Rangkorrelation zwischen Rissbreiten w_m und Parametern

Interessanterweise tritt der Rissabstand ($s_{rm,test}$) als Parameter in diesen Tests völlig in den Hintergrund.

2.6 Darstellung und Prüfung des Modellansatzes zur Beschreibung der Erstrissbreite

2.6.1 Die Entwicklung des Modellansatzes zur Beschreibung der Erstrissbreite in der DIN 1045-1

In der Berechnung der Mindestbewehrung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird grundsätzlich vom Zustandekommen des Risses ausgegangen. Alle weiteren Belastungen für die Bewehrung oder die Betondeckung ergeben sich aus der während des Rissprozesses umzulagernden Kraft.

Die während der Erstrissbildung freigesetzte Zugrisskraft ist von der Mindestbewehrung aufzunehmen. Dabei ist der Zeitbezug der Zugfestigkeit, $f_{ct}(t)$, von entscheidender Wichtigkeit für die Richtigkeit der Bewertung der Erstrisskraft. Um Rissbreiten kontrollierbar und damit die Gebrauchstauglichkeit zu halten, muss dabei die Stahldehnung elastisch bleiben und auf Grenzwerte $< \varepsilon_{sy}$ begrenzt werden, um Reserven für unberücksichtigte Zwangbeanspruchungen zu lassen. Man kann also die Stahlspannung begrenzen, indem man über die eingelegte Stahlmenge und -durchmesser steuert. Aus diesen zwei Aufgaben ((I) Aufnahme Risskraft, (II) Dehnungsbegrenzung) leiten sich Möglichkeiten für eine Grenzwertdefinition mittels eines Mindestbewehrungsgrades ab:

$$\rho_{ct,min} = \frac{A_{s,min}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct,brutto}} \quad , \quad \rho_{c,eff} = \frac{A_{s,min}}{A_{c,eff,brutto}} \quad , \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_c(t)} \quad (98)$$

Dabei ist:

$A_{ct,brutto} = h_{ct} \cdot b$ der Zugbereich des Querschnitts im Nachweisschnitt. Wenn beide Seiten eines Bauteils auf Zug belastet sind, können beide Seiten separat unter der Annahme $h_{ct} = h/2$ behandelt werden.

Der Index "brutto" zeigt an, dass A_s in den Querschnittswert einbezogen ist, "netto" zeigt an, wenn dies nicht der Fall ist.

$$A_{c,eff,brutto} = h_{c,eff} \cdot b; \text{ mit } h_{c,eff} = m \cdot d_1 \quad (99)$$

Dabei ist:

- d_1 - Abstand des Schwerpunktes der Zugbewehrung zur nächsten Außenseite
- m - üblicherweise 2,5; m wird jedoch von König/ Tue/ Bergner [85], [10] in Abhängigkeit von h definiert, den Erfahrungen von Castel et. al [24] (siehe auch Abb. 13) widersprechend.

Nach Bergner [10] ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \text{für : } 0 \leq h / d_1 \leq 5, & \quad m = h / (2d_1) \leq 2,5 \\
 \text{für : } 5 \leq h / d_1 \leq 35, & \quad m = (3,33 + h / d_1 \cdot 0,33) / 2 \\
 \text{für : } h / d_1 > 35, & \quad m = 15 / 2 = 7,5
 \end{aligned} \tag{100}$$

(Der Term "/2" resultiert aus der Betrachtung von $A_{c,eff}$ auf einer Zugseite.)

Die Risskraft, die während der Erstrissbildung umgelagert wird, ist definiert zu:

$$F_{cr,I} \approx k \cdot k_c \cdot A_{ct} \cdot f_{ct}(t) \tag{101}$$

Wird diese Kraft vollständig in die Zugbewehrung induziert, kann die Stahlspannung daraus abgeleitet beschrieben werden:

$$\sigma_{s,cr,I} = \frac{k \cdot k_c \cdot A_{ct} \cdot f_{ct}(t)}{A_{s,min}} \cdot \left[1 + (\alpha_e - 1) \cdot \frac{A_{s,min}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} \right] \tag{102}$$

Die Erweiterung [1+...] sichert die Berücksichtigung der Dehnungsverträglichkeit zwischen Stahl und Beton beim Aufbau der Risslast. Die über den Verbund links und rechts des Erstrisses maximal abbaubare Stahlspannung, ein Maß für das "Tension stiffening", lässt sich darstellen als:

$$\max \Delta \sigma_{s,cr,I} = \frac{k \cdot k_c \cdot A_{ct} \cdot f_{ct}(t)}{A_{s,min}} - f_{ct}(t) \tag{103}$$

Aufgrund der sehr kleinen Bewehrungsgrade lässt sich leicht feststellen:

$$\max \Delta \sigma_{s,cr,I} \sim \sigma_{s,cr,I} : \rightarrow \sigma_{s,cr,I} \approx \frac{k \cdot k_c \cdot A_{ct} \cdot f_{ct}(t)}{A_{s,min}} \tag{104}$$

Ist ein sequenziell nachgeschaltetes, sekundäres Reißen in den Nachbarzonen des Erstrisses nicht auszuschließen, ist in der effektiven Zugzone $A_{c,eff}$ (dem Zuggurt) mindestens folgende Kraft aktiviert worden:

$$F_{cr,II} \approx A_{c,eff} \cdot f_{ct}(t) \tag{105}$$

Die Stahlspannung in der Zugbewehrung in einem Sekundärriss ist damit:

$$\sigma_{s,cr,II} = \frac{A_{c,eff} \cdot f_{ct}(t)}{A_{s,min}} \cdot \left[1 + (\alpha_e - 1) \cdot \frac{A_{s,min}}{A_{c,eff}} \right] \tag{106}$$

Davon kann maximal $\max \Delta \sigma_{s,cr,II}$ in den Beton eingetragen werden:

$$\max \Delta \sigma_{s,cr,II} = \frac{A_{c,eff} \cdot f_{ct}(t)}{A_{s,min}} - f_{ct}(t) \sim \frac{A_{c,eff} \cdot f_{ct}(t)}{A_{s,min}} \tag{107}$$

Die Spannungsdifferenzen $\max \Delta \sigma_{s,cr,II}$ in Gleichung (103) und (107) zeigen die maximal mögliche Reduktion der Rissspannung durch "tension stiffening" (Mitwirkung des Betons auf Zug). Aus Erfahrung kann man voraussetzen, dass sich die Rissspannungen untereinander wie

$$\sigma_{s,cr,I} > \sigma_{s,cr,II} \tag{108}$$

verhalten. Für den Fall, dass $\sigma_{s,cr,I} > 1,5 \dots 1,2 \cdot \sigma_{s,cr,II}$ eintritt, werden mit hoher Wahrscheinlichkeit weitere sekundäre Risse in den Nachbarzonen um Erstrisse herum unmittelbar folgen. Die damit größer werdende Verformung entspannt ein zwangbeanspruchtes Bauteil und entlastet damit auch den Erstriss. Infolge von Zugkriechen kann die Zugfestigkeit eines dauerhaft zwangbeanspruchten Bauteils bis auf 60% der Ausgangsfestigkeit sinken (Kordina/ Troitzsch/ Schubert [87]). Damit ist praktisch für nahezu alle oberflächennahen Zonen von Bauteilen die Gefahr gegeben, dass sich allein infolge Schwindens bereits mit der Zeit eine Risszugkraft in normalen Betonen aufbaut. Ein abgeschlossenes Rissbild kann damit über eine längere Zeitperiode erwartet werden.

Die Abb. 61 zeigt die einzelnen Stufen der Rissbildung schematisch in der Zugspannungs-Verformungs-Kurve für Stahl und im Zusammenwirken mit Beton.

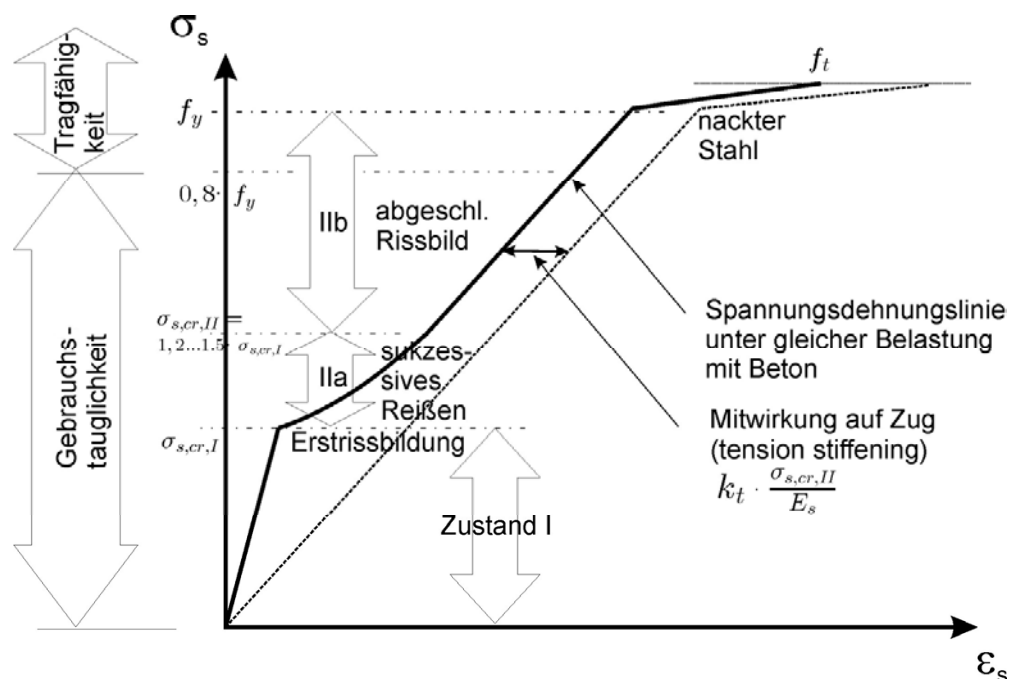


Abb. 61: Rissphasen und "tension stiffening" in der Zugspannungs-Verformungs-Kurve eines Zuggliedes

Die zur Begrenzung der Verformung erforderliche Mindestbewehrung kann aus Gleichungen zur Ermittlung der charakteristischen Rissbreite (Rechenwert der Rissbreite w_k nach Gleichung (47) in Bauteilen hergeleitet werden.

Fall a): $\sigma_{s,cr,I} > 1,2 \dots 1,5 \cdot \sigma_{s,cr,II}$ (siehe auch Abb. 62)

Die Rissbreite kann aus der über den charakteristischen Rissabstand integrierten mittleren Dehnung ermittelt werden.

$$w_k = s_{rk} \cdot \Delta \varepsilon_m \quad (109)$$

Dies kann man in folgenden Ansatz überführen:

$$w_k = \frac{\Delta\sigma_{s,cr,II} \cdot \phi}{2 \cdot \tau_{bk}} \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \sigma_{s,cr,II}}{E_s}; \quad \begin{matrix} (k_t)=0,4 \rightarrow \text{Langzeitbelastung} \\ (k_t)=0,6 \rightarrow \text{Kurzzeitbelastung} \end{matrix} \quad (110)$$

In Gleichung (110) ist die ursprüngliche Stahlspannung aus der Erstrissbildung als σ_s anzunehmen, ($\sigma_s = \sigma_{s,cr,I}$). Für die Verbundspannung kann folgender Ausdruck angenommen werden, der gleichzeitig auch Längsrissbildung entlang der Bewehrung ausschließt.

$$\tau_{bk} = 1,8 \cdot f_{ctm}(t) \quad (111)$$

Bei Erstrissbildung ist die Rissdistanz s_{rk} hauptsächlich durch die Möglichkeit der Bildung weiterer sukzessiver Risse in der Umgebung der Erstrisse beeinflusst und die zu erwartende Stahlspannung steht in Beziehung zu $F_{cr,I}$. Dies lässt sich mit der vorhergehenden Substitution zu folgendem Ansatz verbinden:

$$w_k = \frac{\Delta\sigma_{s,cr,II} \cdot \phi}{3,6 \cdot f_{ct}(t)} \cdot \frac{\sigma_{s,cr,I} - k_t \cdot \sigma_{s,cr,II}}{E_s} \quad (112)$$

Um die Verbindung mit dem Grenzwert der Verformung zu suchen, wird der Rechenwert der Rissbreite w_k gegen den Grenzwert w_{lim} ausgetauscht. Gleichzeitig werden die vereinfachten Terme für die Stahlspannung in die Berechnung übernommen:

$$w_{lim} = \frac{\cancel{f_{ct}(t)} \cdot A_{c,eff} \cdot \phi}{A_{s,min} \cdot 3,6 \cdot \cancel{f_{ct}(t)}} \cdot \frac{f_{ct}(t) \cdot k \cdot k_c \cdot A_{ct} - k_t \cdot f_{ct}(t) \cdot A_{c,eff}}{A_{s,min} \cdot E_s} \quad (113)$$

Durch Umformen entsteht folgender Ausdruck für die zur Verformungsbegrenzung notwendige Bewehrungsmenge.

$$A_{s,min} = \sqrt{\frac{f_{ct}(t) \cdot A_{c,eff} \cdot \phi \cdot (k \cdot k_c \cdot A_{ct} - k_t \cdot A_{c,eff})}{3,6 \cdot E_s \cdot w_{lim}}} \quad (114)$$

Umgesetzt auf einen Mindestbewehrungsgrad lautet das Ergebnis:

$$\rho_{ct,min} = \sqrt{\frac{f_{ct}(t) \cdot A_{c,eff} \cdot \phi \cdot (k \cdot k_c \cdot A_{ct} - k_t \cdot A_{c,eff})}{3,6 \cdot E_s \cdot w_{lim} \cdot (k \cdot k_c \cdot A_{ct})^2}} \quad (115)$$

Fall b): $\sigma_{s,cr,I} < 1,2 \dots 1,5 \cdot \sigma_{s,cr,II}$ (siehe auch Abb. 62)

Besteht also keine Klarheit, ob sich die sukzessiven, sekundären Risse bilden, dann kann eine Näherung unter folgendem Ansatz versucht werden:

$$w_{lim} = \frac{\sigma_{s,cr,I} \cdot \phi}{3,6 \cdot f_{ct}(t)} \cdot \frac{(1 - k_t) \cdot \sigma_{s,cr,I}}{E_s} \quad (116)$$

Es ist vorausgesetzt, dass eine maximal mögliche Kraftübertragung der Erstrisskraft möglich ist, d.h. die Stahlspannung $\max \Delta\sigma_{s,cr,I}$ kann eingetragen werden. Dabei gibt es links und rechts des Rissufers (x_i) bestimmte Positionen x_{i-1} , x_{i+1} , für die Dehnungsverträglich-

keit zwischen Stahl- und Betondehnung festgestellt werden kann, beispielsweise $\varepsilon_s(x_{i+1}) = \varepsilon_c(x_{i+1})$.

Die Berechnung kann durch Substitution von $\sigma_{s,cr,I}$ mit Gleichung (104) zu Mindestbewehrung und Mindestbewehrungsgrad geführt werden:

$$w_{lim} = \frac{\cancel{f_{ct}(t)} \cdot k \cdot k_c \cdot A_{ct} \cdot \phi \cdot (1 - k_t) \cdot f_{ct}(t) \cdot k \cdot k_c \cdot A_{ct}}{3,6 \cdot \cancel{f_{ct}(t)} \cdot A_{s,min} \cdot E_s \cdot A_{s,min}} \quad (117)$$

$$w_{lim} = \frac{k \cdot k_c \cdot A_{ct} \cdot \phi \cdot (1 - k_t) \cdot f_{ct}(t) \cdot k \cdot k_c \cdot A_{ct}}{3,6 \cdot A_{s,min} \cdot E_s \cdot A_{s,min}} \quad (118)$$

$$A_{s,min} = k \cdot k_c \cdot A_{ct} \cdot \sqrt{\frac{(1 - k_t) \cdot \phi \cdot f_{ct}(t)}{w_{lim} \cdot 3,6 \cdot E_s}} \quad (119)$$

$$\rho_{ct,min} = \sqrt{\frac{(1 - k_t) \cdot \phi \cdot f_{ct}(t)}{w_{lim} \cdot 3,6 \cdot E_s}} \xrightarrow{\text{später Zwang, } (1-k_t) = 0,6} = \sqrt{\frac{\phi \cdot f_{ct}(t)}{w_{lim} \cdot 6 \cdot E_s}} \quad (120)$$

Um die Gültigkeit der Gleichungen in diesem Abschnitt zu erhalten, sind einige Einschränkungen notwendig:

Die Stahlspannung ist unter bekannten, charakteristischen Einwirkungen auf $0,8f_y$ zu begrenzen. Dies soll eine Reserve von 25 % für nicht berücksichtigte Zwangsbeanspruchungen erlauben. Allerdings wird damit auch sichergestellt, dass die Bewehrung unter Last oder Lastzwang im vollelastischen Verformungsbereich verbleibt. Ebenfalls ist, laut Formelapparat, die Wahl von w_{lim} selbstverständlich beliebig, aber aus Sicht der Gebrauchstauglichkeit und des Erfahrungsbereiches nur für $0,2 \text{ mm} \leq w_{lim} \leq 0,5 \text{ mm}$ zulässig.

Die Einfachheit der Formeln macht keine weiteren Justierungen notwendig. Nachweis- und Bemessungswerkzeuge können im Stil von Diagrammen angegeben werden, die Bezüge zwischen ϕ und $\rho_{ct,min}$ herstellen.

Die nachfolgende Abbildung illustriert die Rissituation in der Nachbarschaft eines Erstrisses an einem Bauteil unter Zugbeanspruchung mit Bewehrungslagen, die auf Ober- und Unterseite unterschiedliche Betondeckungen c_1 und c_2 besitzen können (Beispiel: Scheibe mit Oberflächen in unterschiedlicher Exposition - Abb. 62).

MC 90 und DIN 1045-1 sind für die Gebrauchstauglichkeit ähnlich strukturiert, Ergebnisse können untereinander übertragen werden. In einigen Fällen ist es leichter, mit MC 90 anstelle der DIN 1045-1 zu vergleichen, da er durch einen größeren Umfang wissenschaftlicher Hintergrundinformation erklärt ist.

Einige Unterschiede zwischen den Rissbreitenkonzepten aus DIN 1045-1 und MC 90 sollen hier trotzdem erläutert werden. Das DIN 1045-1-Konzept und die Interpretation von Tue et.al [30] leben von der Voraussetzung, dass egal wie, ein sukzessives Reißen im Umfeld des Erstrisses zustande kommt, das dann zu einem abgeschlossenem Rissbild führt. Dies ist auch für Zwangssituationen anzunehmen, wenn auch über einen längeren Entwicklungszeitraum.

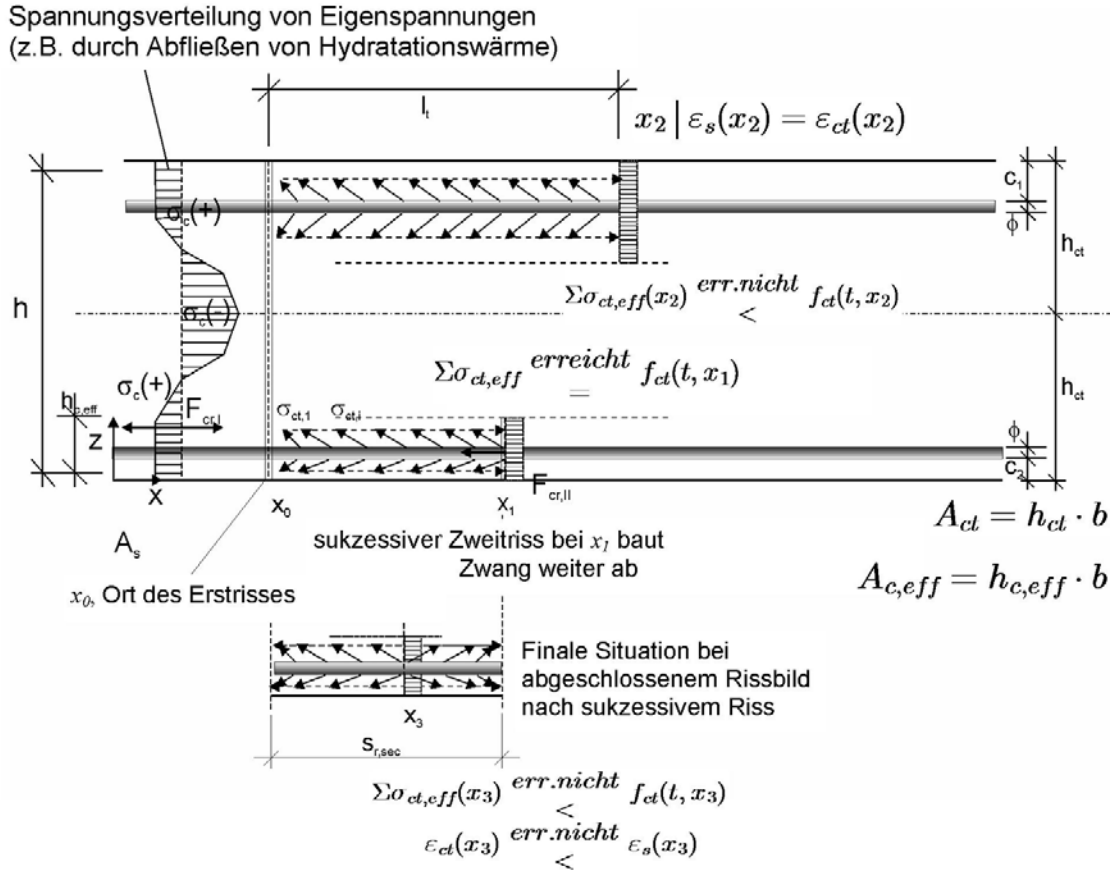


Abb. 62: Fall a) und b) illustriert an einer Scheibe mit $c_1 > c_2$

Auf der anderen Seite kann man einfache Einzelrissbildung nach MC 90 so beschreiben:

$$w_k = \frac{\max \Delta \sigma_{s,cr,I} \cdot \phi}{2 \cdot \tau_{bk}} \cdot \frac{\sigma_{s,cr,I} - k_t \cdot \sigma_{s,cr,I}}{E_s} \quad (121)$$

Dabei ist:

$$\tau_{bk} = 1,35 \cdot f_{ctm}(t) \quad \leftarrow \tau_{bm} / 1,7 = 2,25 \cdot f_{ctm}(t) / 1,7$$

Ein anderer Erklärungsversuch, $\tau_{bk} = \frac{2,25}{1,25} \cdot f_{ct;0.05}$, führt auf $1,26 \cdot f_{ctm}(t)$.

$k_t = 0,6$ (sog. früher Zwang)

Daraus ergibt sich:

$$w_k = \frac{\Delta \sigma_{s,cr,I} \cdot \phi}{2 \cdot 1,35 \cdot f_{ctm}(t)} \cdot \frac{0,4 \cdot \sigma_{s,cr,I}}{E_s} \sim \frac{\phi}{2,7 \cdot \rho_{ct,min}} \cdot \frac{0,4 \cdot \sigma_{s,cr,I}}{E_s} < \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{ct,min}} \cdot \frac{0,6 \cdot \sigma_{s,cr,I}}{E_s} \quad (122)$$

$$\begin{matrix} \updownarrow & \frac{1,5}{1,5} & \updownarrow & \searrow \text{ wie für DIN 1045-1} \\ & & & \\ & \frac{\phi}{4,05 \cdot \rho_{ct,min}} \cdot \frac{0,6 \cdot \sigma_{s,cr,I}}{E_s} < \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{ct,min}} \cdot \frac{0,6 \cdot \sigma_{s,cr,I}}{E_s} \end{matrix}$$

Das bedeutet, dass, verglichen mit dem Original-Ansatz des MC 90, der Ansatz nach DIN 1045-1, im Zusammenhang mit Heft 525 [30], geringfügig auf der sicheren Seite liegt.

Dabei ist die Definition von τ_{bm} nicht frei von Widersprüchen. Eligehausen [53] erwartet eine Obergrenze der mittleren Verbundspannung ohne Längsrissbildung abhängig vom Verhältnis c/ϕ :

$$\tau_{bm} = 1,5 \cdot f_{ct} \cdot \sqrt{\frac{c}{\phi}} \quad (123)$$

mit einem Grenzwert von 6 N/mm², um die verbundgefährdende Längsrissbildung auszuschließen.

Auf der anderen Seite zeigen eigene Simulationen, dass, wenn der Abstand zwischen zwei Einzelrissen während sukzessiven Reißens wieder geteilt wird, die Peaks der Verbundspannungsverteilung an den Rissufern verbleiben und dabei ein größeres Gewicht für die mittlere Verbundspannung über den verkürzten Rissabstand erhalten!

Das bedeutet nicht, dass die erwartete Verbundperformance zwischen Einzelrissbildung und Belastung bei abgeschlossenem Rissbild wechselt, wie es MC 90 suggeriert.

Die oft wiederholte Interpretation von DIN 1045-1 in Heft 525 ist, dass s_{rk} praktisch den Übergang zwischen Einzelrissbildung und Rissabstand bei abgeschlossenem Rissbild darstellt. Eine alternative Interpretation kann lauten, dass im abgeschlossenen Rissbild zumindest eine große effektive Eintragungslänge um einen Riss existiert, die nahezu eine Eintragung der Stahlspannung in den umgebenden Beton bis kurz vor die Dehnungsverträglichkeit ermöglicht (Denkmodell: Substitution von $s_{r,eff} \leftrightarrow (l_{i,i} + l_{i,i+1})_k$).

2.6.2 Nachweis der Dichtheit über Mindestbewehrung nach Richtlinie [31]

Wird der Nachweis über die Mindestbewehrung nach Kapitel 5.1, Richtlinie geführt, ergeben sich in der Rückrechnung der Mindestbewehrungsmengen aus Tabelle 1-6 folgende charakteristische Rissbreiten (Basis: DIN 1045-1, dort Gleichung (127) im Zusammenhang mit Gleichung (135), (136)). Es muss jedoch darauf hingewiesen werden, dass die Bewehrungsmengen für die Sicherstellung einer bestimmten Druckzonenhöhe in einer Platte ausgelegt sind. Die Bewehrungsmengen sind also nicht ursprünglich für die Begrenzung auf eine bestimmte Erstrissbreite ermittelt worden und auch nicht für ein sich daran anschließendes Nachweiskonzept über die Rissbreite!

Die grau schattierten Werte in den zwei nachfolgenden Tabellen zeigen eine wahrscheinliche Überschreitung der Rissbreite 0,2 mm auf der Zugseite. Die Berechnung folgt den optimistischen höhenabhängigen Annahmen von $k = 0,8 \dots 0,5$. Die europäische Forderung von $k = 1,0 \dots 0,65$ indiziert eine relative Unsicherheit von 25% bzgl. des Ergebnisses.

Tab. 3: Charakteristische Rissbreiten w_k für nachgewiesenen und gesicherten Biegezwang ($k_c = 0,4$) C30/37, $d_s = 12 \text{ mm}^1$)

Eindringtiefe e_{tm} [mm]	Plattendicke h [mm]									
	200	250	300	350	400	450	500	550	600	
60					0,008	0,012	0,017	0,023	0,028	
50				0,010	0,016	0,024	0,032	0,040	0,048	
40			0,013	0,023	0,034	0,047	0,060	0,071	0,082	
30		0,017	0,035	0,054	0,074	0,094	0,111	0,125	0,135	
20	0,026	0,056	0,092	0,125	0,151	0,176	0,190	0,200	0,207	
10	0,102	0,153	0,213	0,242	0,264	0,272	0,282	0,278	0,278	
Mindestbewehrung	0,050	0,050	0,051	0,047	0,043	0,040	0,037	0,034	0,031	

¹⁾ Für alle anderen Bewehrungsdurchmesser ergeben sich Rissbreiten im Verhältnis von $d_s/12$

Ist Biegezwang nicht zu erwarten oder bautechnisch absicherbar, muss $k_c = 1$ angenommen werden:

Tab. 4: Charakteristische Rissbreiten w_k für zwangbeanspruchte Bauteile unter nachgewiesener überwiegender Zugbeanspruchung ($k_c = 1,0$) C30/37, $d_s = 12 \text{ mm}^1$)

Eindringtiefe e_{tm} [mm]	Plattendicke h [mm]									
	200	250	300	350	400	450	500	550	600	
60					0,049	0,076	0,108	0,141	0,176	
50				0,062	0,101	0,147	0,199	0,251	0,300	
40			0,082	0,143	0,215	0,293	0,372	0,447	0,512	
30		0,108	0,219	0,337	0,464	0,590	0,693	0,780	0,844	
20	0,165	0,350	0,578	0,783	0,945	1,101	1,188	1,253	1,296	
10	0,636	0,959	1,332	1,513	1,652	1,699	1,760	1,739	1,737	
Mindestbewehrung	0,313	0,315	0,316	0,293	0,271	0,250	0,230	0,210	0,191	

¹⁾ Für alle anderen Bewehrungsdurchmesser ergeben sich Rissbreiten im Verhältnis von $d_s/12$

Beim Einsatz langsam erhärtender Betone prognostiziert die DIN 1045-1:08-2008, 11.2.2 (9) eine etwa 30% geringere Rissbreite als beim Einsatz von schnell erhärtenden Betonen.

2.6.3 Zuverlässigkeit des Nachweises der Mindestbewehrung beim Einsatz von Stahlfaserbetonen

Eigene Forschungsarbeiten [51] zur Prüfung der Gebrauchstauglichkeitsnachweise der DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton haben, aufgrund der Auswertung von Versuchsdaten, folgendes Ergebnis ergeben:

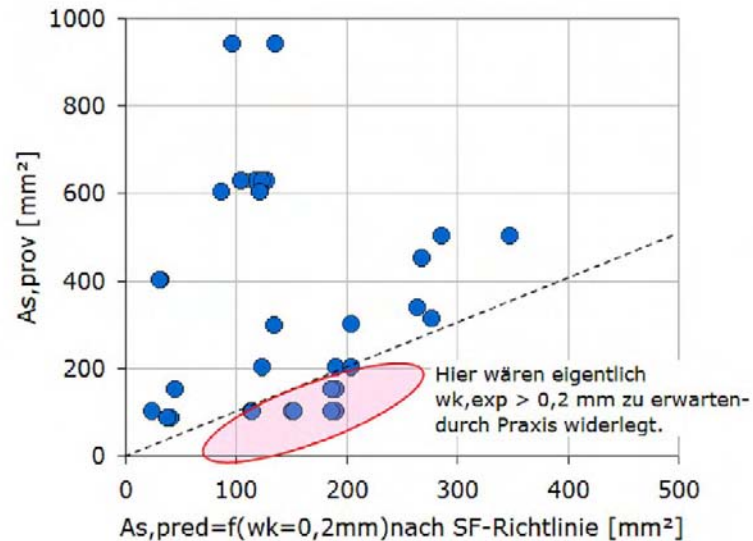


Abb. 63: Vergleich von geforderter Bewehrung (y-Achse) und vorhandener Bewehrung (x-Achse) für eine Grenzzrissbreite 0,2 mm (Diagramm und Daten aus [51])

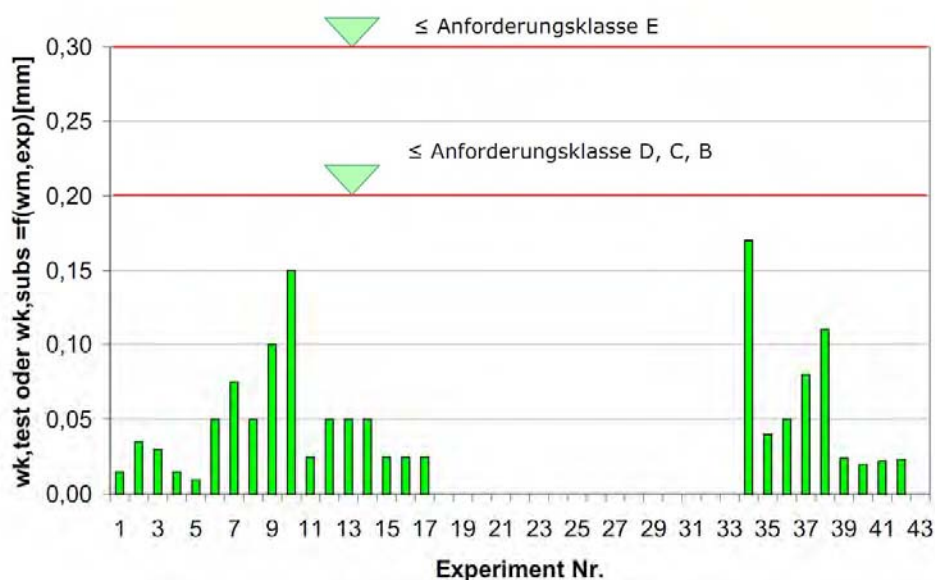


Abb. 64: Tatsächliche charakteristische Erstrissbreite in den Versuchen zu Abb. 63 (Diagramm und Daten aus [51])

Die Richtlinie fordert beim Einsatz von Stahlfaserbeton die Sicherstellung einer Grenzrissbreite für den Anfangsriss (Erstriss) von 0,2 mm.

Trotzdem die Vorhersage mit dem Modell der Stahlfaserbeton-Richtlinie für Bauteile eine Unterbewehrung voraussagte (rot schattierter Bereich Abb. 63), wurde die Grenzrissbreite von 0,2 mm in keinem der dahingehend ausgewerteten Versuche erreicht (Abb. 64). Daraus ist zu folgern, dass das Material Stahlfaserbeton weitaus duktiler auf risserzeugende Lasten und in der Lastumlagerung auf die eingelegte Betonstahlbewehrung reagiert als der Modellannahme zugrunde liegt.

Der Erfahrungsbereich beschränkt sich dabei auf:

- L = 1100 ... 7800 mm
- b = 100 ... 1050 mm
- h = 100 ... 350 mm
- A_s = 85 ... 942 mm²
- d_s = 6 ... 20 mm
- f_y = 421 ... 650 N/mm²
- f_{cm} = 34 ... 62 N/mm²

2.6.4 Mögliche Weiterentwicklung für einen Modellansatz zur Beschreibung kleiner Rissbreiten für Zugkörper

In vorhergehenden Ansätzen sind kleine Rissbreiten mit $w < 0,16$ mm bewusst ausgeklammert worden, da ein Restkraftanteil von F_{cr} noch über die Rissufer direkt übertragen wird. Dieser Restanteil der Kraft ist dabei wiederum abhängig vom Verhältnis der Rissgröße w/w_c mit $w_c = 0,16$ mm. Das Gleichgewicht im Riss lautet:

$$F_{cr,I} = F_s + F_{coh}(w_{eq}) \quad (124)$$

Jedoch ist die Rissbreite über den Querschnitt nicht konstant, sondern bleibt in Bewehrungsnähe deutlich kleiner.

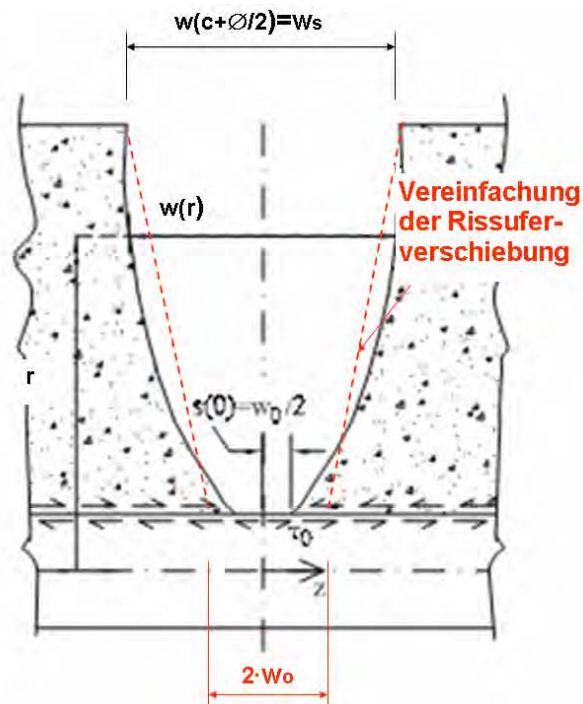


Abb. 65: Vereinfachte Darstellung der Rissuferverschiebung

Die kohäsive Kraft $F_{coh}(w)$ kann man auf Basis des van der Veen-Ansatzes [111], Gleichung (8), vereinfacht berechnen.

$$F_{coh}(w_{eq})_{mean} = \sigma_{ct}(w_{eq}) \cdot A_{ct} = f_{ct}(t; x) \cdot \left[1 - \left(\frac{w_{eq}}{w_c} \right)^k \right] \quad (125)$$

Bei der maßgebenden Rissbreite w_{eq} handelt es sich nicht um die Rissbreite an der Außenseite w_s .

Da es sich bei kleinen Rissbreiten in der Regel um Einzelrissbildung handelt, wird der Ansatz aus 2.6.1 Fall b) verwendet und aufgebaut.

Wird jedoch eine Absicherung des Ergebnisses für einen Ansatz gesucht, der mit entsprechender Zuverlässigkeit das Ergebnis abbilden soll, wäre der kohäsive Ansatz mit einer großen Standardabweichung und Modellunsicherheit zu belegen. Damit würde sich der Vorteil nur für einzelne Versuchsnachrechnungen eignen, nicht aber der Bemessungspraxis effektiv zur Verfügung stehen.

2.7 Folgerungen aus der bisherigen Datenanalyse vorhandener Versuchsdaten und dem Stand des Wissens

Die Ergebnisse von Beeby haben sich insbesondere für kleine Rissbreiten, auch mit unabhängigen Daten, bestätigt. Auch wenn seine anderen kontroversen Schlussfolgerungen nicht unbedingt geteilt werden, hat das hier vorgestellte Analyse-Verfahren den Zweck, nach anderen Lösungs- und Erklärungsmöglichkeiten zu suchen. In der Tat sind wichtige Einflüsse jenseits der gebräuchlichen Parameter identifiziert worden.

Folgende Schlussfolgerungen sind anhand des Standes des Wissens und der Analyse bisher zulässig:

- Der Rechenwert der Rissbreite nach MC 90/Tue bzw. DIN 1045-1 hat nach Datelage keine Eignung für Rissbreitenberechnungen unterhalb von 0,2 mm. Praktisch keine der Qualitätsanforderungen wurde für kleine Rissbreiten auch nur annähernd erfüllt.
- Der entscheidende Ansatzpunkt zur Verbesserung der Modellperformance von Rissbreiten-Berechnungsmodellen für kleine Rissbreiten ist eine verbesserte Annahme für die Beschreibung des Rissabstandes s_r und dies insbesondere durch verbesserte Annahmen zu $A_{c,eff}$ und der Einbeziehung des Parameters Betondeckung.
- Das Lösungsmodell EN 1992-1-1 erfüllt zwar einige Mindestanforderungen an die Qualität eines Berechnungsmodells für Rissbreiten, hat aber Schwierigkeiten bei der zuverlässigen Abbildung von $w_{m,test}$ -Daten. Das Modell Eckfeldt hat bei konstanter Effizienz über alle Rissbreitenbereiche des GZG zumindest vergleichbare, oft jedoch eine deutlich bessere Performance bei Rissbreitenberechnungen als die Standardmodelle.
- Die bisherigen Auswerteverfahren für Rissbreitenberechnungen erfassen die wirkliche große Unsicherheit der Vorhersage nicht, da sie stochastisch abhängige Daten nicht konsequent identifizieren und absondern, sondern in die Datenanalyse mit einbeziehen. Die Folge ist eine gefährliche Unterschätzung der Überschreitungshäufigkeiten. Eine zweite Schwäche der Analyse-Verfahren ist möglicherweise eine Vielzahl von in Modelle integrierten Parametern, deren Einfluss auf die Rissbreite nicht unter Ausschaltung der anderen Parameter untersucht wird (fehlende Erfassung der partiellen Korrelation). Damit werden lineare Trends verstärkt, die in der Realität so nicht vorhanden sind.
- Die bisherigen Auswerteverfahren für Rissabstandsdaten zeigen dagegen eine Unsicherheit, die weniger den Modellen, sondern der Datensatzstruktur und der Konfiguration darin enthaltener Versuche zuzuordnen ist. Der Fehler ist zu einem großen Anteil weniger der Parameterstreuung, sondern einer großen, durch kleine Versuchsgrößen bedingten Mittelwertstreuung zuzuordnen. In Datensätzen, die zu einem großen Anteil Bauteilversuche enthalten oder Versuchswiederholungen in einer Gruppe zusammenfassen, verkleinert sich dieser Störeffekt drastisch. Es ist sinnvoll, neue Versuche möglichst in Bauteilgröße anzustreben.

- Die Korrelation zwischen Stahlspannung im Riss und Rissbreitenberechnungen ist im Prinzip bestätigt. Da aber für kleine Rissbreiten nur wenige Stahlspannungsklassen vorhanden sind, ist nicht klar zu erkennen, ob diese Aussage auch für den interessierenden Bereich kleiner Rissbreiten gehalten werden kann.
- Trotz großer Modellunsicherheiten für den Rissabstand kann mit dem hier herausgearbeiteten Verfahren der Kontrolle der Mediankorrelation die Brauchbarkeit der Modelle zur Bestimmung des Rissabstandes bestimmt werden. Ist diese gegeben, können praxisnähere Modellunsicherheiten in einer Simulation berechnet werden.

3 Eigene Versuche

3.1 Versuchsprogramm

3.1.1 Allgemeines

Um die in Kapitel 2 vorgestellten theoretischen Ansätze zum Zugringmodell nach Tepfers sowie zur inneren Mikrorissbildung nach Goto zu überprüfen, wurden 600 mm lange zylindrische Dehnkörper mit jeweils einem einbetonierten Betonstahlstab im zentrischen Zugversuch geprüft. Abb. 66 zeigt Geometrie und Serienzuordnung. Der Durchmesser der Dehnkörper der Versuchsserien 1 bis 3 beträgt 153 mm, was einem Verhältnis von Betondeckung zu Stabdurchmesser von $c/\phi = 4,3$ für ϕ 16 mm bzw. $c/\phi = 3,3$ für ϕ 20 mm entspricht.

Die Dehnkörper Typ 2 der Versuchserie 4 weisen einen Außendurchmesser von 119 mm auf. Auch hier wurde der Bewehrungsstab ϕ 20 mm, zentrisch angeordnet, einbetoniert. Das Verhältnis von Betondeckung zu Stabdurchmesser beträgt hier $c/\phi = 2,5$.

Im Rahmen des Versuchsprogramms sollten die Dehnungs- und Spannungsverhältnisse während der abgeschlossenen Rissbildung sowie zum Zeitpunkt der Erstrissbildung untersucht werden. Daher wurden zum einen Dehnkörper mit einem voreingestellten Rissbild (Typ 1) und zum anderen ungerissene, gekerbte Dehnkörper (Typ 2) hergestellt und geprüft.

Mit Hilfe der Dehnkörper der Versuchsserie 4 sollten die zuvor gewonnenen Versuchsergebnisse abgesichert und der Einfluss der Betondeckung auf das Spannungs- und Dehnungsverhalten untersucht werden. Auf die Durchführung dieses Versuches wurde aber zugunsten der Detaillierung der langen Dehnkörper verzichtet, in denen der Informationsgewinn höher war. Dort konnte das Verbundverhalten über ähnlich große Stababschnitte bei realistischer Rissbildung beobachtet werden.

Im Zuge eines detaillierten Messkonzepts an den 600 mm Dehnkörpern wurden Ringdehnungen und lokale Längsdehnungen sowie die eingeleiteten Kräfte aufgezeichnet.

In einer zweiten thematischen Versuchsreihe wurden in den Versuchsserien 5 – 10 prismatische Dehnkörper mit einer Länge von 3000 mm verwendet. Anhand der Zugversuche der Serien 5 – 10 sollte der Prozess der systematischen Entstehung von Rissen an einer langen und ungestörten Verbundlänge von 3000 mm untersucht werden. Die Versuche können in zwei Gruppen gegliedert werden. Dies sind zum einen Versuche an einem einfach bewehrten Querschnitt mit variierender Breite und zum anderen Versuchskörper mit zwei Bewehrungsstäben bei gleichem Querschnitt. Hier wurde lediglich der Abstand zwischen den Stäben verändert. Damit sind Voraussetzungen für unterschiedliche mitwirkende Betonflächen gegeben, deren unterschiedlicher Einfluss, wenn vorhanden, in der Rissbildung nachzuweisen sein sollte.

3.1.2 Versuchsserien

Insgesamt wurden drei Versuchsserien mit zylindrischen Dehnkörpern geprüft und 6 Serien mit langen prismatischen Dehnkörpern. Je Versuchsserie wurden zwei Versuchskörper

betoniert. Bei den Dehnkörpern Typ 1 wurde mittels eingelegter Rissbleche ein abgeschlossenes Rissbild vorgegeben. Auf diese Art wurden zwei Versuchsserien hergestellt: Serie Nr. 1 mit einem Betonstahldurchmesser von $\phi 16$ mm und alle folgenden Serien mit einem Betonstahldurchmesser von $\phi 20$ mm (siehe Abb. 66 a und b). Die Serien mit $\phi 20$ mm sollen über einen großen Bereich geringere, gebrauchstaugliche Stahlspannungen für kleine Rissbreiten sicherstellen. Die Dehnkörper Typ 2 dienen der Untersuchung der Erstrissbildung. Sie wurden an zwei Stellen mittels ca. 1 cm tiefen Kerben um ca. 30% im Querschnitt geschwächt, so dass sich die während der Laststeigerung bildenden Risse genau im Bereich der definierten Kerben einstellen (siehe Abb. 66 c). Das Prüfalter der Versuchskörper betrug zwischen 38 und 86 Tagen. Alle Parameter der einzelnen Versuchsserien sind in Tab.5 zusammengefasst.

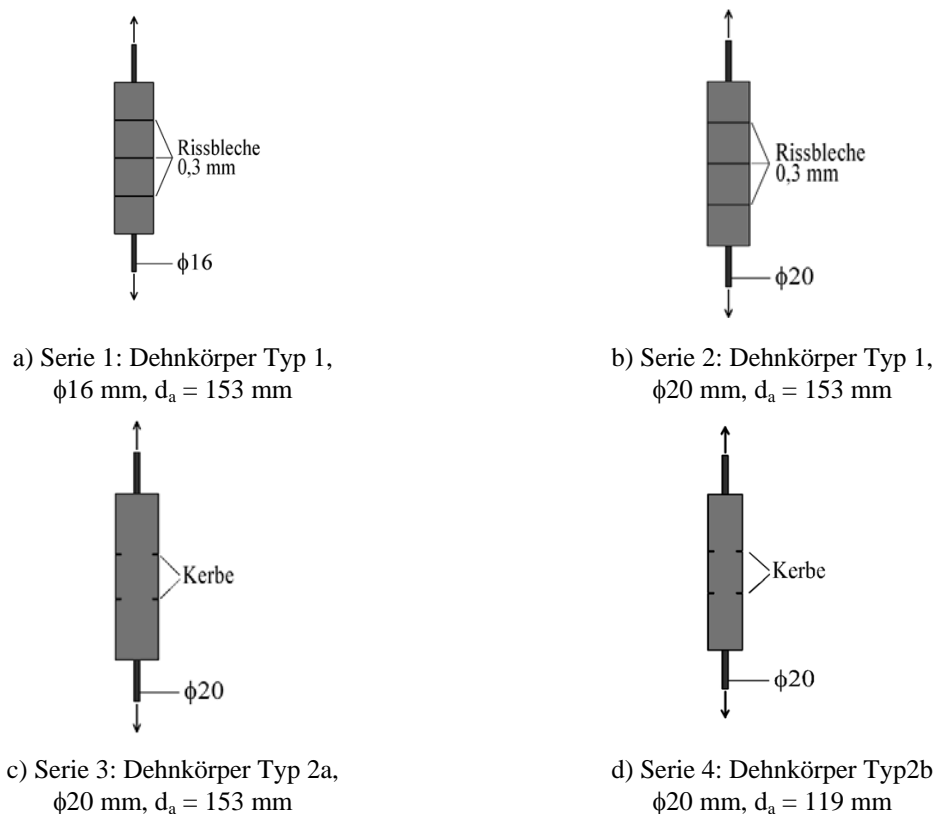


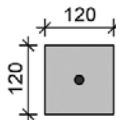
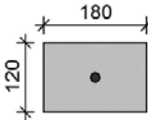
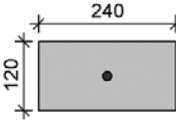
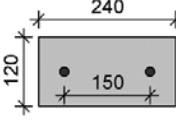
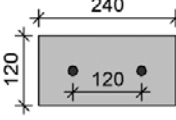
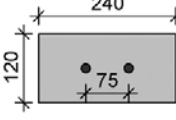
Abb. 66: Übersicht der Versuchsserien und zugehörigen Dehnkörpertypen

Tab. 5: Versuchsserien und zugehörige Parameter

Serie Nr.	Versuchskörper- Bezeichnung	Betonstahl	Dehnkörper- typ	Prüfalter [d]
1	VK1	1 ϕ 16	Typ 1	45
	VK2	1 ϕ 16	Typ 1	86
2	VK3	1 ϕ 20	Typ 1	38
	VK4	1 ϕ 20	Typ 1	42
3	VK5	1 ϕ 20	Typ 2	44
	VK6	1 ϕ 20	Typ 2	48

Für die Durchführung der Zugversuche an 3000 mm langen Dehnkörpern wurden insgesamt neun Versuchskörper in sechs Serien hergestellt. Die Versuchsserien der langen Dehnkörper sind tabellarisch in Tab. 3 zusammengestellt. Als Zielbeton wurde ein C30/37 mit einem Größtkorn von 8 mm angestrebt. Die erreichten Betonklassen lt. DIN 1045-1 sind Tab. 42 im Anhang zu entnehmen. Bei allen Versuchen wurde ein Bewehrungsstab mit ϕ 20 mm eingesetzt.

Tab. 6: Versuchsprogramm für die langen Dehnkörper

Serie	Versuchskörper	Abmessungen der Dehnkörper [mm]	Länge	Bewehrung	Anzahl
5	LDK 1 - 1		3 m	1 ϕ 20	2
	LDK 1 - 2				
6	LDK 2 - 1		3 m	1 ϕ 20	2
	LDK 2 - 2				
7	LDK 3 - 1		3 m	1 ϕ 20	2
	LDK 3 - 2				
8	LDK 4		3 m	2 ϕ 20	1
9	LDK 5		3 m	2 ϕ 20	1
10	LDK 6		3 m	2 ϕ 20	1

Tab. 7: Versuchsserien lange Dehnkörper

Serie Nr.	Versuchskörper- bezeichnung	Beton	Betonstahl	Prüfalter [d]
5	LDK1_1	C30/37	1	65
	LDK1_2	C30/37	1	71
6	LDK2b_1	FD	1	61
	LDK2b_2	FD	1	76
7	LDK3_1	FD	1	50
	LDK3_2	FD	1	76
8	LDK4	C30/37	2	96
9	LDK5	C30/37	2	117
10	LDK6	C30/37	2	137
Betonstahl Typ 1: BSt 500S; Typ 2 BSt 500S Fa. Pfeiffer				

3.2 Versuchskörper

3.2.1 Allgemeines

Als Betonschalung wurden für alle Dehnkörper-Typen Kanalrohre COEX 2000[®] System Funke gewählt. Die Dehnkörper der Serien 1 bis 3 weisen, bedingt durch die verwendeten Rohre, einen Außendurchmesser von 153 mm auf. Die Betondeckung für den zentrisch eingebauten Rippenstahl ϕ 16 mm beträgt somit $c = 68,5$ mm und für den Rippenstahl ϕ 20 mm, $c = 66,5$ mm.

Die Gesamtlänge der Schalung betrug analog zum Dehnkörper 600 mm. Um das Ausschalen zu erleichtern, wurde die Schalung vor der Betonage in Längsrichtung geschlitzt. Zentrisch im Betonquerschnitt wurde ein 1200 mm langer Betonstahl einbetoniert, so dass zur Einspannung des Stahles in die Prüfmaschine ein Überstand von 300 mm je Seite zur Verfügung stand. Oberhalb der Schalung wurde der Betonstahl über Gewindestangen und ein Stahlprofil ausgerichtet und in der Lage fixiert (siehe Abb. 67). Die zylinderförmige Schalung der Dehnkörper wurde auf einem aus zwei Ebenen bestehenden Schalungstisch befestigt. Die obere Ebene bestand aus einer handelsüblichen Arbeitsplatte, die untere Ebene aus einem Stahlblech. Zwischen beiden Ebenen wurden Stahlrohre so angeordnet, dass der untere Überstand des Betonstahlstabes zur Schalung 300 mm betrug. So konnte der Bewehrungsstab ebenfalls auf der unteren Ebene des Schalungstisches mittels einer Hülse zentriert werden.

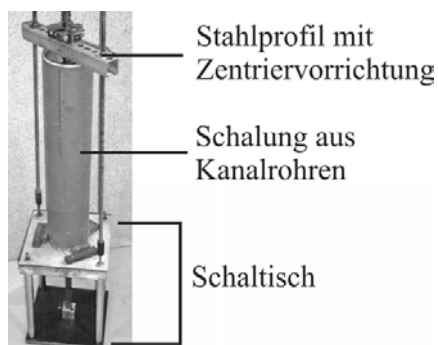


Abb. 67: Schalungstisch mit Schalung

3.2.2 Dehnkörper Typ 1

Geometrie

Mit Hilfe des Dehnkörpers Typ 1 sollen die Verformungen bei abgeschlossenem Rissbild untersucht werden. Daher wurden die Risse in den gewünschten Abständen bereits vor dem Zugversuch eingestellt. Die Risse wurden durch drei 0,3 mm dicke Trennbleche abgebildet, die während des Betoniervorgangs in den Zylinder eingelegt wurden. Somit ergab sich für den 600 mm langen Dehnkörper durch die Rissbleche eine gleichmäßige Einteilung in vier Teilstücke mit einer Länge von 150 mm (siehe Abb. 68). Die Dehnkörper vom Typ 1 wurden mit einem Betonstahl ϕ 16 mm (Serie 1) und ϕ 20 mm (Serie 2) hergestellt.

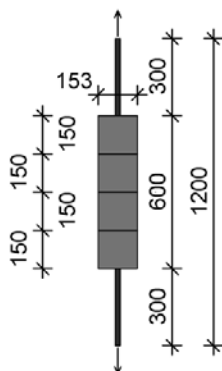


Abb. 68: Geometrie Dehnkörper Typ 1 (Maße in mm)

Herstellung

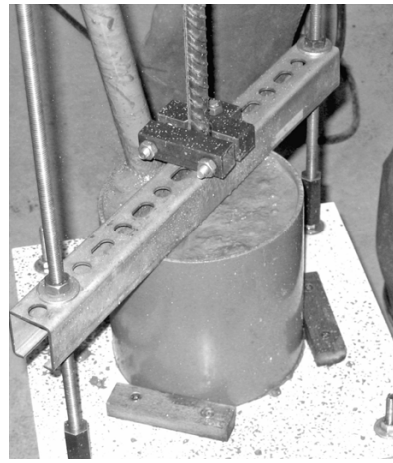
Bedingt durch die stehende Betonage der Dehnkörper, waren die Betonierabschnitte durch die Lage der eingelegten Rissbleche vorgegeben. Die Rissbleche wurden vor der Betonage auf den Außendurchmesser des Schalrohrs zugeschnitten, um ein Aufliegen des Bleches auf dem Rohrmantel und damit eine Lagefixierung während des Betonagevorgangs zu gewährleisten. Weiterhin wurden die Bleche mit Löchern von 2 mm Durchmesser versehen, um das Entweichen von Luft unterhalb der Bleche zu ermöglichen.

Der Herstellungsprozess der Dehnkörper ist in Abb. 69 dargestellt. Zunächst wurde das erste Schalungssegment auf dem Schaltisch angeordnet und der Bewehrungsstab zentriert. Anschließend erfolgten die Fixierung des Schalungselementes und des Stabes mittels Gewindestangen und eines Stahlprofils und die Befüllung des Segments mit Beton (a). Nach der Verdichtung mit einem Innenrüttler (b) wurde die Fixierung durch das Stahlprofil gelöst und das vorbereitete Rissblech über den Betonstahlstab aufgeschoben (c) und ange-drückt (d). Danach wurde das folgende Schalungssegment aufgesetzt und erneut fixiert (e). Die Betonage der folgenden drei Betonierabschnitte erfolgte analog dem ersten. Die Stabi-lität der aufeinander gesetzten Schalungssegmente wurde durch übergestreifte Muffen ge-währleistet (f).

Die Dehnkörper wurden nach einem Tag ausgeschalt. Danach lagerten die Dehnkörper sieben Tage eingehüllt in feuchten Tüchern und Folie. Anschließend erfolgte die Lagerung bis zum Prüftag bei Raumklima in der Versuchshalle.



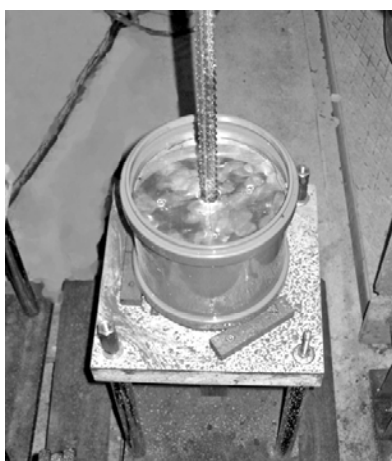
a) Befüllung des 1. Segments



b) Verdichten des Betons



c) Aufschieben der Muffe und des Rissblechs



d) 1. Segment mit fixiertem Rissblech



e) Aufsetzen des 2. Segments



f) Abgeschlossene Betonage

Abb. 69: Herstellung Dehnkörper Typ 1

3.2.3 Dehnkörper Typ 2

Geometrie

Die Dehnkörper Typ 2 dienen der Untersuchung des Erstrisszustandes, so dass die Rissbildung erst während des Zugversuchs erfolgte. Um einen definierten Rissabstand zu erhalten und eine Vergleichbarkeit zum Dehnkörper Typ 1 herzustellen, wurde an zwei Stellen des Dehnkörpers eine Querschnittsschwächung von etwa 30% vorgesehen. Der Abstand der Kerben von 160 mm wurde dem Rissabstand des Dehnkörpers Typ 1 angepasst. Somit teilte sich der Dehnkörper durch das sich einstellende Rissbild in drei Abschnitte: in zwei äußere Abschnitte mit einer Länge von 220 mm und einen inneren Abschnitt mit einer Länge von 160 mm (siehe Abb. 70).

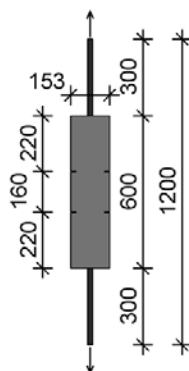


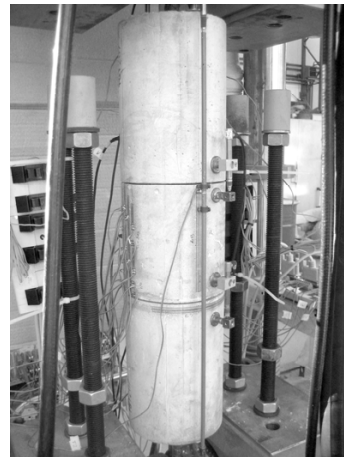
Abb. 70: Geometrie Dehnkörper Typ 2 (Maße in mm)

Herstellung

Die Dehnkörper Typ 2 wurden ebenfalls stehend betoniert. Da kein Rissbild voreingestellt werden musste, konnten die Dehnkörper in einem Arbeitsschritt betoniert werden. Die Fixierung der Schalung und des Betonstahlstabes auf dem Schaltisch erfolgte analog zu Dehnkörper Typ 1 mit Gewindestangen und Stahlprofil (siehe Abb. 71 a). Die Betonage eines Dehnkörpers erfolgte in drei Zwischenschritten. Nach jeweils ca. einem Drittel der Füllhöhe wurde der Beton verdichtet. Die Lagerung der Dehnkörper erfolgte analog zum Dehnkörper Typ 1. Nach 20 Tagen wurden die ca. 1 cm tiefen und 0,3 cm breiten Kerben in den Probekörper gesägt. Hierfür kam ein Trennschleifgerät mit Diamant-Trennscheiben zum Einsatz. Der in den Versuchsstand eingespannte gekerbte Probekörper ist in Abb. 71 b dargestellt.



a) Schalung



b) Dehnkörper mit Kerben

Abb. 71: Herstellung Dehnkörper Typ 2 und 3

3.2.4 Dehnkörper Typ 3

Geometrie

Die Dehnkörper Typ 3 dienen neben der Untersuchung des Erstrisszustandes auch der Prüfung der Versuchsergebnisse der vorangegangenen Versuchsserien. Weiterhin wurde hier der Einfluss der Betondeckung auf die sich einstellenden Spannungs- und Dehnungsverhältnisse untersucht. Aus diesem Grund wurde ein geringerer Durchmesser des Prüfkörpers gewählt, das Verhältnis der Betondeckung wurde von $c/\phi = 3,3$ Dehnkörper Typ 2 auf $c/\phi = 2,5$ reduziert.

Analog zu den Dehnkörpern Typ 2 wurde der Dehnkörper an zwei Stellen im Querschnitt um von etwa 30% geschwächt. Somit war ein definiertes Rissbild bei der Durchführung der Zugversuche gewährleistet. Der Abstand der Kerben betrug auch hier 160 mm (siehe Abb. 70).

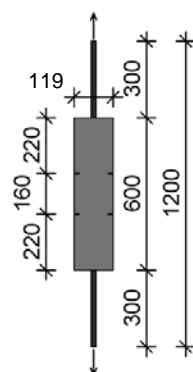


Abb. 72: Geometrie Dehnkörper Typ 3 (Maße in mm)

Herstellung

Die Herstellung der Probekörper erfolgte analog zum Dehnkörper Typ 2.

3.2.5 Lange Dehnkörper (LDK)

Anhand der Zugversuche an den langen Dehnkörpern sollte der Prozess der systematischen Entstehung mehrerer Risse an einer langen ungestörten Verbundlänge untersucht werden. Die Entstehung des Erstrisszustandes bis hin zum abgeschlossenen Rissbild wurde aufgezeichnet. Anhand von 6 verschiedenen Versuchskörpern soll auch der Einfluss der Betondeckung und des Bewehrungsgrades auf die Rissbildung betrachtet werden.

Geometrie

Die Untersuchungen zum Rissbildungsprozess wurden an prismatischen Stahlbetonkörpern mit unterschiedlichem Querschnitt und Bewehrungsgehalt durchgeführt. So wurden in den Serien 5 bis 7 die Querschnitte bei dem Einsatz eines zentrisch angeordneten Betonstabstahles ϕ 20 mm variiert. In den Serien 8 - 10 variierte die seitliche Betondeckung infolge der unterschiedlichen Abstände der Bewehrungsstäbe zueinander. Eine Zusammenstellung der Versuchskörper ist in Tab. 5 gegeben. Die konstante Auslegung der Betondeckung c_u und die variable Definition von c_s in den Versuchskörpern kann A_{ceff} in rechteckiger oder elliptischer Definition einfach und unterschiedlich verändern. Somit wird versucht, die Grundlage dafür zu legen, dass unterschiedliche Reaktionen in der Rissbildung verschiedenen Definitionsmöglichkeiten von A_{ceff} zugeordnet werden können und die eine oder andere Theorie stützen.

Herstellung

Die Herstellung der langen Dehnkörper erfolgt in horizontaler Lage. Bedingt durch die geringe Bauhöhe und der daraus folgenden Lage der Bewehrung konnte eine Störung des Verbundes aus der Einbaulage der Stäbe weitestgehend ausgeschlossen werden. Als Schalung wurden zwei seitlich angeordnete 120 U-Profile aus Stahl angeordnet. An den Stirnseiten bildeten zwei, auf Maß geschnittene Schaltafeln mit Bohrungen zur Aufnahme der Bewehrungsstäbe den Abschluss der Schalung. Wandschalungstafeln der Firma Peri dienten als Schalungsboden. Um das Ausschalen bzw. das Umsetzen der Versuchskörper zu erleichtern, wurde der Schalungsboden zusätzlich mit einer PE-Folie belegt. Es erfolgte weiterhin eine Behandlung der Schalungswände mit Schalöl.

Die Fixierung der Bewehrungsstäbe erfolgte über den Schalungsabschluss an der Stirnseite. Diese wurde in Abständen aufgehängt, somit konnte die Durchbiegung auf ein Minimum reduziert werden. Weiterhin wurde auf eine konstante Ausrichtung der Rippen bzgl. der Versuchskörperachse geachtet. In parallel laufenden Versuchen am Institut wurde festgestellt, dass die Ausrichtung der Rippen zur Betondeckung einen Einfluss auf das Spaltbruchverhalten des Körpers hat. Durch die Fixierung der Stäbe wurde gewährleistet, dass der Stabstahl spannungsfrei eingebaut werden konnte.

Nach der Betonage der Probekörper wurden diese für sieben Tage mit feuchten Tüchern und mit PE – Folien abgedeckt. Anschließend erfolgte die Lagerung der Probekörper bei Raumklima in der Versuchshalle. Um ein Durchbiegen bei erforderlichen Transporten zu verhindern, sind die Prüfkörper auf Stahlprofilen gelagert worden. Auf diesen wurden sie auch transportiert und in die Zugfestigkeitsprüfmaschine eingebaut.

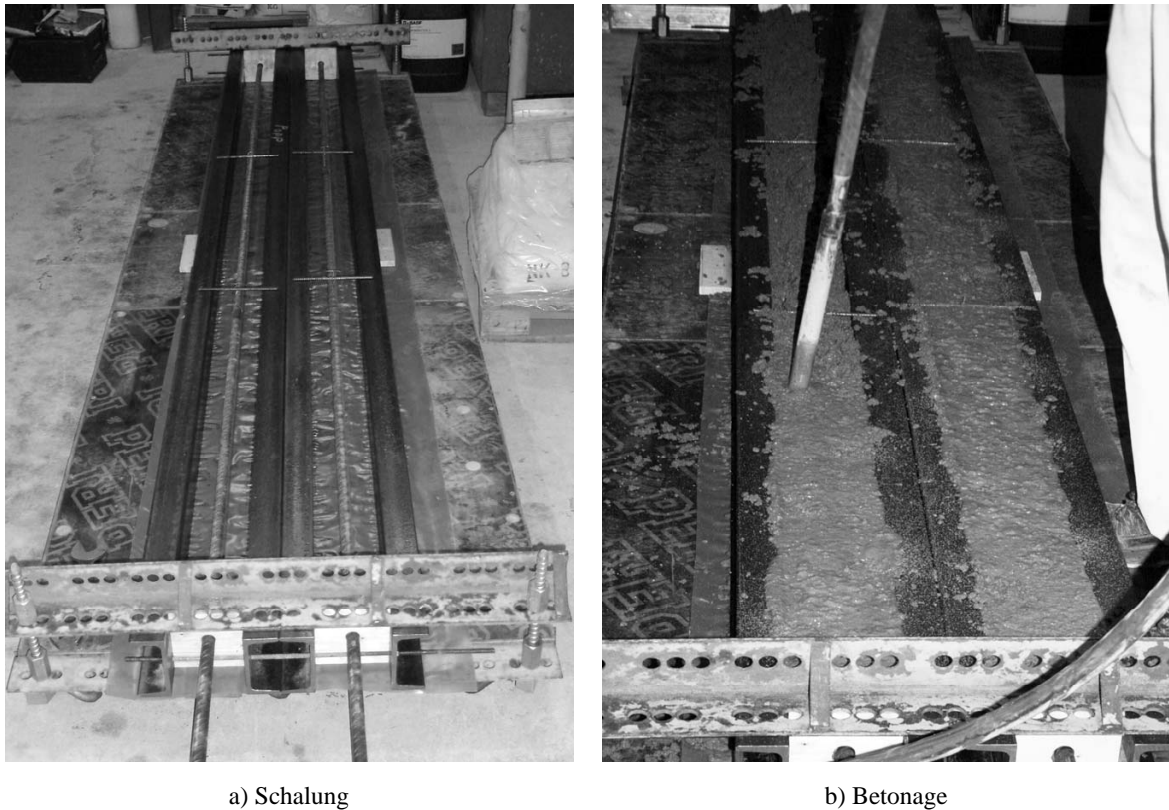


Abb. 73: Herstellung der langen Dehnkörper

Die Verdichtung der Versuchskörper erfolgte analog der Herstellung der Standardprüfkörper mit einem Innenrüttler in einem Arbeitsschritt. Anschließend wurde die Oberfläche mit einer herkömmlichen Glättkelle geglättet. Im Bereich der zu applizierenden Messtechnik ist die Oberfläche zusätzlich mit einer Glasscheibe abgedeckt worden. Somit konnten die erforderlichen Vorarbeiten zur Messstellenapplikation minimiert werden.

Im Anschluss an die Standardzugversuche wurden Teile des Querschnittes einzelner Versuchskörper herausgelöst. Dazu wurde, mittels eines Trennschleifers, der Beton in den Achsen eines außenliegenden Bewehrungsstabes im Bereich von 3 aufeinanderfolgenden Rissen bzw. über maximal 500 mm bis zur Bewehrung eingeschnitten, Abb. 74. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Schnitttiefe geringer als die jeweilige Betondeckung war. Anschließend wurden die Teilstücke herausgebrochen und die Oberfläche am Versuchskörper geschliffen. Der Bewehrungsstab wurde mit Hilfe einer Drahtbürste gereinigt und für die Applikation der Stahl – DMS vorbereitet.



Abb. 74: Herausgelöste Querschnitte

Die Betonflächen wurden lackiert, somit konnten bei Wiederbelastung erneut auftretende Risse mit Hilfe von handelsüblicher Tinte sichtbar gemacht werden. Hierfür war es erforderlich, die lackierten Betonflächen im belasteten Zustand mit einer Tintenlösung einzustreichen. Aufgrund der Farbkontraste vermutete Mikrorisse wurden mittels digitalem Mikroskop kontrolliert und bei positivem Befund mit einem Stift markiert. Goto/ Otsuka [65] wiesen erstmals interne Risse mittels Farbinjektion in einem Verbundkörper nach.

In den Serien 5 – 7 wurden herkömmliche Bewehrungsstäbe gem. DIN 488 eingesetzt. In den Serien 8 – 10 dagegen sind Doppelmuffenstäbe Typ PH – DM 20 M 24 der Firma Pfeifer [102] eingesetzt worden. Über die an den Enden befindlichen Muffen konnte mittels Schraubverbindung die Kopplung an das Lastgeschirr hergestellt werden, vgl. hierzu auch Abb. 94.

3.3 Baustoffe

3.3.1 Beton

Zylindrische Dehnkörper

Für die Herstellung der zylindrischen Dehnkörper wurde eine Betonfestigkeit gewählt, die den Anforderungen eines C30/37 nach [38] entspricht. Die Mischrezeptur 1 des verwendeten Betons ist in Tab. 8 aufgeführt.

Tab. 8: Mischrezeptur 1 des verwendeten Betons

Mischrezeptur je m ³ Beton	Menge
Zement CEM I 32,5R	366,7 kg
Sand 0/2	868,0 kg
Kies 2/8	868,0 kg
Wasser	210,6 l
w/z	0,57

Lange Dehnkörper

Die Herstellung der langen Dehnkörper erfolgte unter Verwendung verschiedener Mischrezepturen. Zusätzlich zu dem bereits bekannten Mischungsverhältnis 1 für die zylindrischen Dehnkörper, wurde eine Referenzmischung für FD-Beton (flüssigkeitsdichter Beton) gemäß Richtlinie [31] eingesetzt. Diese muss den Anforderungen an Normalbeton nach DIN EN 206-1 [45] und DIN 1045-2 [40] genügen. Die Rezeptur ist in Tab. 9 abgebildet.

Tab. 9: Mischrezeptur 2 des verwendeten Betons

Mischrezeptur je m ³ Beton	Menge
Zement CEM I 32,5R	327,4 kg
Sand 0/2	841,8 kg
Kies 2/8	566,7 kg
Zusatzmittel ¹	4,915 kg
Wasser	160,6
w/z	0,5

¹ bei 1,5 Masseprozent Fließmittelmenge bezogen auf Zement

Die Zuordnung der Mischungen zu den einzelnen langen Dehnkörpern kann Tab. 10 entnommen werden.

Tab. 10: Zuordnung der Mischrezepturen

Serie	Versuchskörperbezeichnung	Mischrezeptur
5	LDK 1 - 1	1
	LDK 1 - 2	1
6	LDK 2 - 1	2
	LDK 2 - 2	2
7	LDK 3 - 1	2
	LDK 3 - 2	2
8	LDK 4	1
9	LDK 5	1
10	LDK 6	1

Begleitend zur Herstellung der Dehnkörper wurden je Betoniercharge, d.h. je Versuchsserie, Standardprüfkörper zur Bestimmung der Betoneigenschaften hergestellt. Je Versuchsserie wurden folgende Materialkennwerte bestimmt:

- Die Würfeldruckfestigkeit an drei Würfeln mit einer Kantenlänge von $a = 150$ mm nach DIN-EN 12390-3 [44],
- Die Zylinderdruckfestigkeit nach DIN-EN 12390-3 [44] sowie der Elastizitätsmodul nach DIN 1048-5 [41] an drei Zylindern mit einem Durchmesser von $d = 150$ mm und einer Höhe von $h = 300$ mm,
- Die Spaltzugfestigkeit nach DIN-EN 12390-6 [44] an drei Würfeln mit einer Kantenlänge von $a = 150$ mm.

Die Verdichtung der Standardprüfkörper erfolgte ebenfalls mit einem Innenrüttler, die Lagerung entsprechend der Normvorgabe. Um die spezifischen Materialeigenschaften der Dehnkörper möglichst exakt zu erfassen, erfolgte die Prüfung zeitgleich zur Prüfung des ersten Dehnkörpers einer Versuchsserie.

In Tab. 11 sind die Mittelwerte der Materialeigenschaften je Versuchsserie zusammengefasst. Eine Zusammenstellung der Ergebnisse der Einzelprüfungen ist im Anhang zu finden.

Da zu erwarten war, dass die Materialeigenschaften des FD - Betons erheblich vom Alter der Proben abhängig sind, wurden für diese Betonrezepturen die 28 Tage-Eigenschaften sowie die tatsächlichen Eigenschaften zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung bestimmt.

Tab. 11: Materialeigenschaften zylindrische Dehnkörper C30/37

Serie Nr.	Prüfalter [d]	Würfeldruckfestigkeit $f_{cm,cube}$ [N/mm ²]	Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} [N/mm ²]	Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$ [N/mm ²]	Elastizitätsmodul E_c [N/mm ²]
1	45	53,3	49,6	4,0	33.900
2	37	47,2	40,1	3,1	33.200
3	45	48,6	40,9	3,5	34.300
4	99	46	46,2	4,0	33.000

Tab. 12 Materialeigenschaften lange Dehnkörper C30/37

Serie Nr.	Prüfalter [d]	Würfeldruckfestigkeit $f_{cm,cube}$ [N/mm ²]	Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} [N/mm ²]	Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$ [N/mm ²]	Elastizitätsmodul E_c [N/mm ²]
5	28	45,1	41,4	3,4	33200
	66	46,4	46,9	3,6	33200
8/9	29/30	42,1	38,9	2,8 ¹	31100
8	100	47,3	45,7	2,9	32600
10 ²	140	48,0	48,5	3,4	31300

¹ Prüfung der Spaltzugfestigkeit erfolgte am 30. Tag.

² Materialwerte für 28. Tag liegen nicht vor

Tab. 13 Materialeigenschaften lange Dehnkörper FD - Betone

Serie Nr.	Prüfalter [d]	Würfeldruck- festigkeit $f_{cm,cube}$ [N/mm ²]	Zylinderdruck- festigkeit f_{cm} [N/mm ²]	Spaltzug- festigkeit $f_{ct,sp}$ [N/mm ²]	Elastizitäts- modul E_c [N/mm ²]
7	28	52,2	42,9	3,5	36000
	50	55,8	45,4	3,8	36200
6	28	50,4	40,3	3,2	34800
	62	53,1	42,7	3,4	38000

3.3.2 Betonstahl

Zur Ermittlung der Materialfestigkeiten des verwendeten Betonstahls BSt500S ϕ 16 mm und ϕ 20 mm wurden Zugversuche nach DIN EN 10002-1 [43] durchgeführt. Die Festigkeitseigenschaften der verwendeten Betonstähle sind in Tab. 14 zusammengestellt.

Tab. 14: Materialeigenschaften der verwendeten Betonstabstähle

Serie	Stahlsorte	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Streckgrenze [N/mm ²]	Zugfestigkeit [N/mm ²]	Querschnitt [mm ²]
1	ϕ 16 BSt500S	182.586	575,0	667,3	199,4
2; 3; 4	ϕ 20 BSt500S	200.360	553,4	665,5	306,8
5; 6; 7	ϕ 20 BSt500S	192.320	577,1	690,8	314,2
8; 9; 10	ϕ 20 BSt500S	193.407	566,2	650,2	314,2

Für die analytische Beurteilung der Berechnungsergebnisse wurden nicht nur die Dehnungen über die normativen Regelvorgabe von 200 mm ermittelt, sondern parallel jeweils eine Betonstahlprobe mit je 2 gegenüberliegend applizierten Dehnmessstreifen (Messlänge 5 mm) geprüft. Folgende Mittelwertarbeitslinien lassen sich ermitteln:

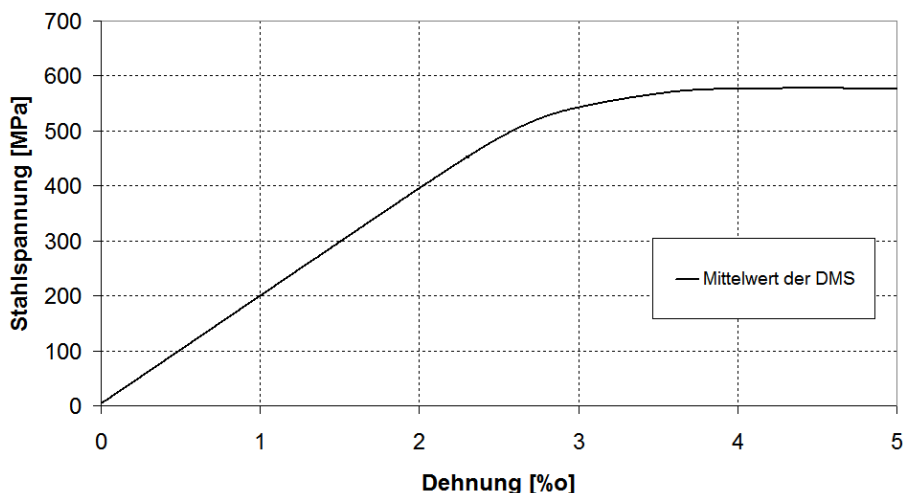


Abb. 75: Vergleichsarbeitslinie der Betonstähle $\phi 20$ für die Analyse der langen Dehnkörper LDK 1, LDK 2, LDK 3

Im Vergleich mit den Messdaten der einzelnen Dehnkörperversuche sind u.a. Rückschlüsse auf den tatsächlichen Anteil der Schwindverformung möglich. Diese ist damit die einzige Möglichkeit einer Versuchsdaten bezogenen Rückrechnung des Schwindeinflusses, da vor Beginn der Erstbelastung keine Datenaufnahme der Verformungswerte erfolgt ist.

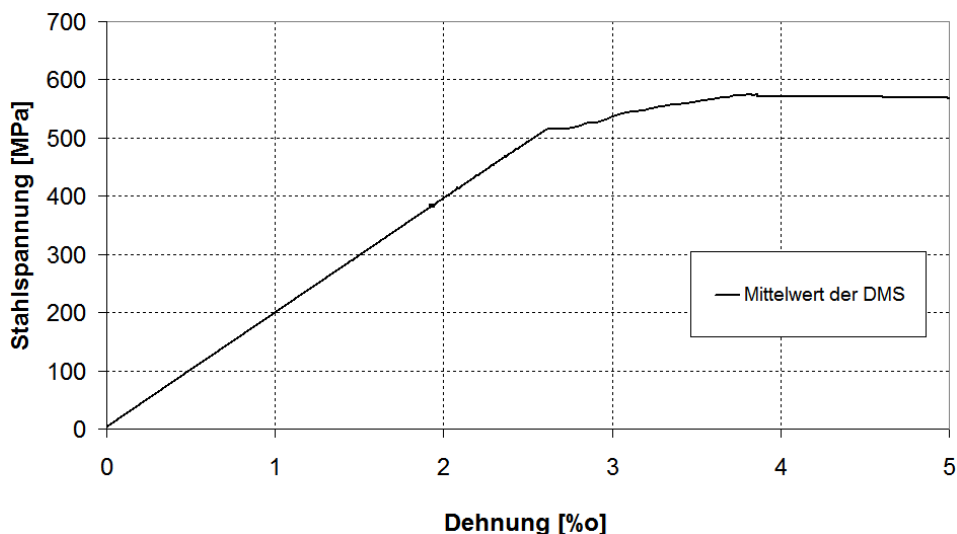


Abb. 76: Vergleichsarbeitslinie der Pfeiffer-Muffenstäbe $\phi 20$ für die Analyse der langen Dehnkörper LDK 4, LDK 5, LDK 6

Die Oberflächengestalt der Betonstähle nach DIN 488-2 [42] wurde mittels eines Betonstahlprofilmessgeräts gemessen. Die Angaben zur Oberflächengeometrie der Betonstähle können Tab. 15 entnommen werden. Eine Skizze mit den zugehörigen Bezeichnungen findet sich in Abb. 77.

Tab. 15: Geometriedaten der verwendeten Betonstabstähle

Stahlsorte	Seite	Reihen- abstand e	bezogene Rippenfläche f_R	Kopf- breite b_s	Rippenhöhe		Rippen- abstand c_s	Winkel		
					Mitte	Viertelpunkt		α	β	
		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[°]	[°]
$\phi 16$ BSt500S ¹	1	2,7	0,089	1,5	1,57	1,12	1,00	9,7	44	61
	2	2,7		1,6	1,33	1,07	1,18	9,8	47	51
$\phi 20$ BSt500S ²	1	2,8	0,085	2,0	1,70	1,41	1,15	12,5	52	58
	2	2,8		1,8	1,51	1,36	1,38	12,3	47	54
$\phi 20$ BSt500S ³	1	2,4	0,087	1,8	1,65	1,43	1,33	13,1	49	52
	2	2,5		2,0	1,75	1,50	1,41	12,9	58	
$\phi 20$ BSt500S ⁴	1	5	0,071	1,5	1,50	0,96	1,12	11,6	48	56
	2	4,3		1,4	1,52	1,13	0,98	11,2	43	

¹ Versuchserie 1; ² Versuchsserie 3 – 4; ³ Versuchsserie LDK 1 – 3, ⁴ Versuchsserie LDK 4 - 6 Fa. Pfeifer

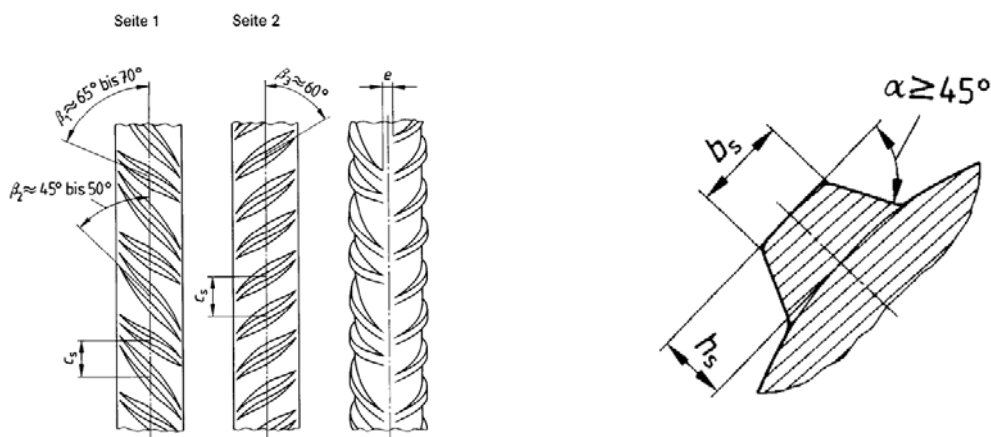


Abb. 77: Geometriedaten Betonstahl (aus [42])

3.4 Messtechnik zylindrische Dehnkörper

3.4.1 Eingesetzte Messtechnik

Die während des Zugversuchs auftretenden Verformungen wurden mittels Dehnmessstreifen (DMS) und induktiven Wegaufnehmern (IWA) aufgezeichnet. Ziel der Versuche war es, die lokalen Ring- und Längsdehnungen bei abgeschlossener Rissbildung sowie während der Erstrissbildung zu erfassen. Hierbei wurden für die Aufnahme der Ringdehnungen hauptsächlich Dehnmessstreifen mit einer Messlänge von 60 mm verwendet. Zur Messung der lokalen Längsdehnungen kamen Dehnmessstreifen mit Messlängen von 10 mm und 20 mm zum Einsatz. Die Verbundsituation wurde vorab simuliert und die Positionen der Dehnmessstreifen auf ein angenommenes Zugringsystem abgestimmt. Die Anordnung der

Messtechnik erfolgte bei allen Dehnkörpern nach dem gleichen Prinzip. Die Zylindermantelfläche der Dehnkörper wurde analog zu Abb. 78 in vier Segmente eingeteilt. Die lokale Ringdehnungsmessung erfolgte immer im Mantelflächensegment 1, die Messung der lokalen Längsdehnungen im gegenüberliegenden Mantelflächensegment 3. Die Gesamtverformung im Mantelbereich des Dehnkörpers wurde im Segment 2 und 4 mittels zweier, sich gegenüberliegender induktiver Wegaufnehmer aufgenommen, um eventuelle Biegeeinflüsse zu erfassen. In diesen Segmenten wurden weiterhin induktive Wegaufnehmer nahe der Rissufer angeordnet, um die Rissbreitenentwicklung aufzuzeichnen. Zusätzlich zur globalen Verformungsmessung in Längsrichtung mittels induktiver Wegaufnehmer wurden Dehnmessstreifen verwendet, die auf den Stahl appliziert wurden. Damit war über die Arbeitslinie des Stahles auch eine Kontrollmöglichkeit der Versuchssteuerung gegeben.

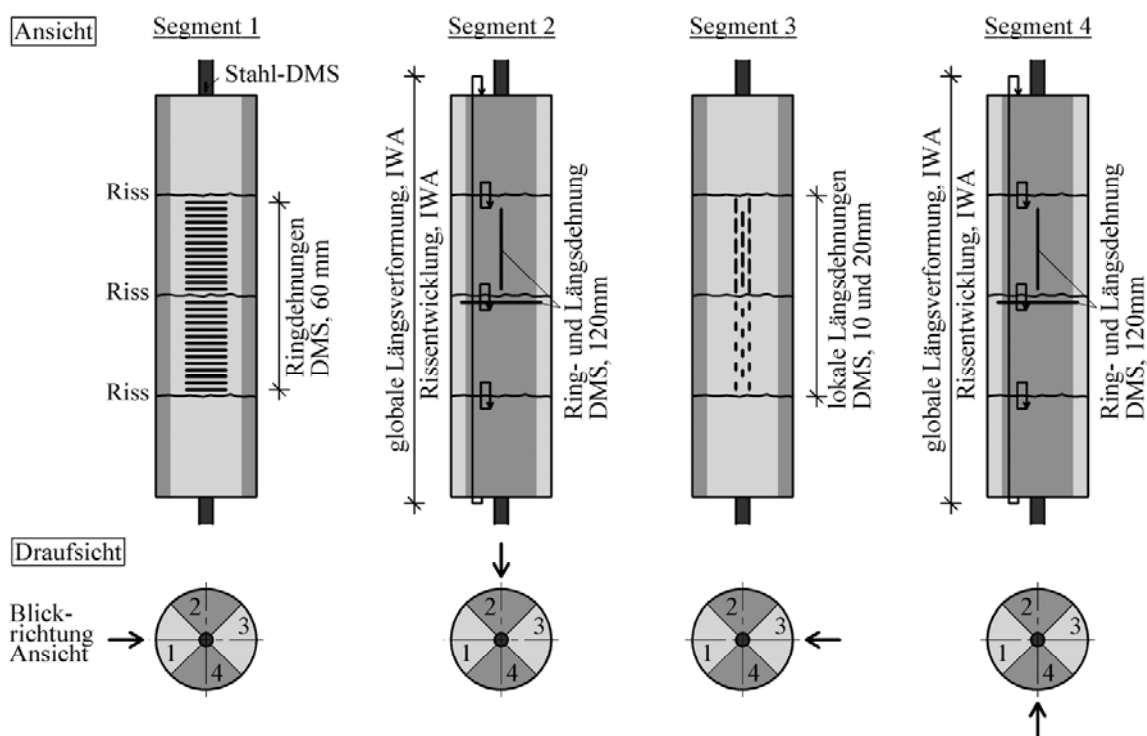


Abb. 78: Übersicht der verwendeten Messtechnik am Beispiel des Dehnkörpers Typ 1

Eine Zusammenfassung der verwendeten Messtechnik sowie die Zuordnung zu den benannten Segmenten ist in Tab. 16 aufgeführt. Die vollständig mit Messtechnik ausgerüsteten Dehnkörper sind in Abb. 79 zu sehen.

Tab. 16: Verwendete Messtechnik

Segment-Nr.	Messwert	Messgerät	Messlänge
1	lokale Ringdehnungen	DMS	60 mm
2, 4	Längsverformung global	IWA	600 mm
	Rissbreitenentwicklung	IWA	45 mm
	globale Längsdehnung	DMS	120 mm
	Ringdehnung	DMS	120 mm
3	lokale Längsdehnungen	DMS	10 mm
		DMS	20 mm

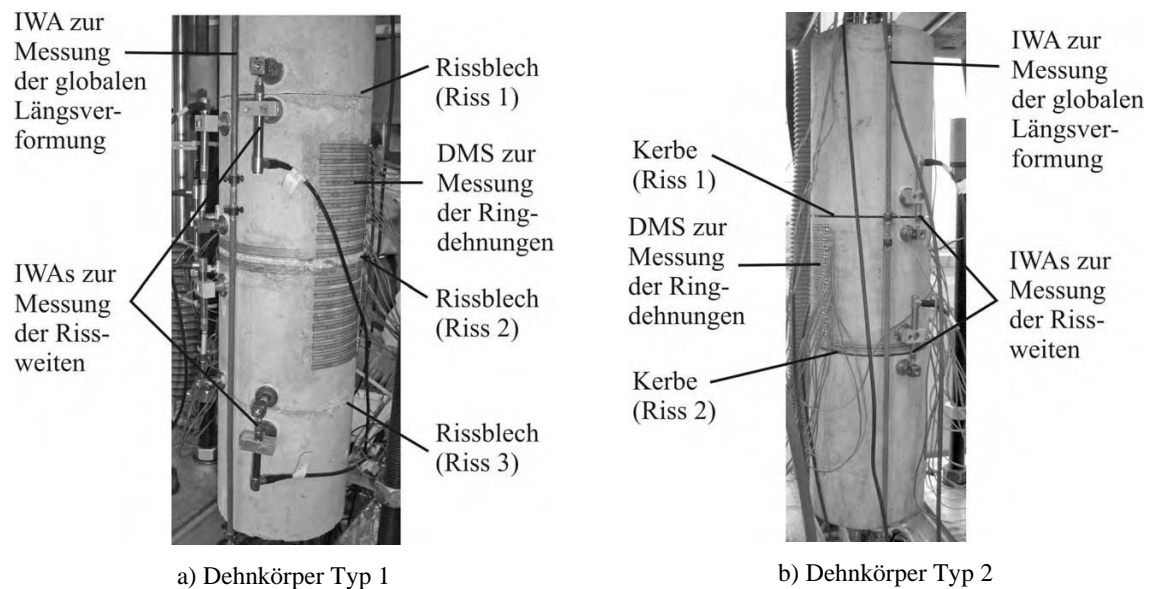


Abb. 79: Dehnkörper mit applizierter Messtechnik

3.4.2 Messtechnik am Dehnkörper Typ 1

Die Dehnkörper Typ 1 erhielten durch die Rissbleche eine gleichmäßige Einteilung in vier 150 mm lange Teilstücke. Für den Zugversuch wurden jedoch nur die beiden innen liegenden Teilstücke mit Dehnmessstreifen ausgestattet. Die Anordnung der Dehnmessstreifen erfolgte symmetrisch zum mittleren der drei Risse (Riss 2). Für die Längsdehnungsmessung wurden im Abschnitt oberhalb des mittleren Risses Dehnmessstreifen mit einer Messlänge von 20 mm verwendet, im unteren Abschnitt hingegen Dehnmessstreifen mit einer Messlänge von 10 mm. Eine detaillierte Skizze zur Anordnung der Dehnmessstreifen auf der Mantelfläche ist in Abb. 80 dargestellt.

Auf allen Dehnkörpern wurden ebenfalls Dehnmessstreifen kurz oberhalb des Betonkörpers auf den Betonstahl appliziert.

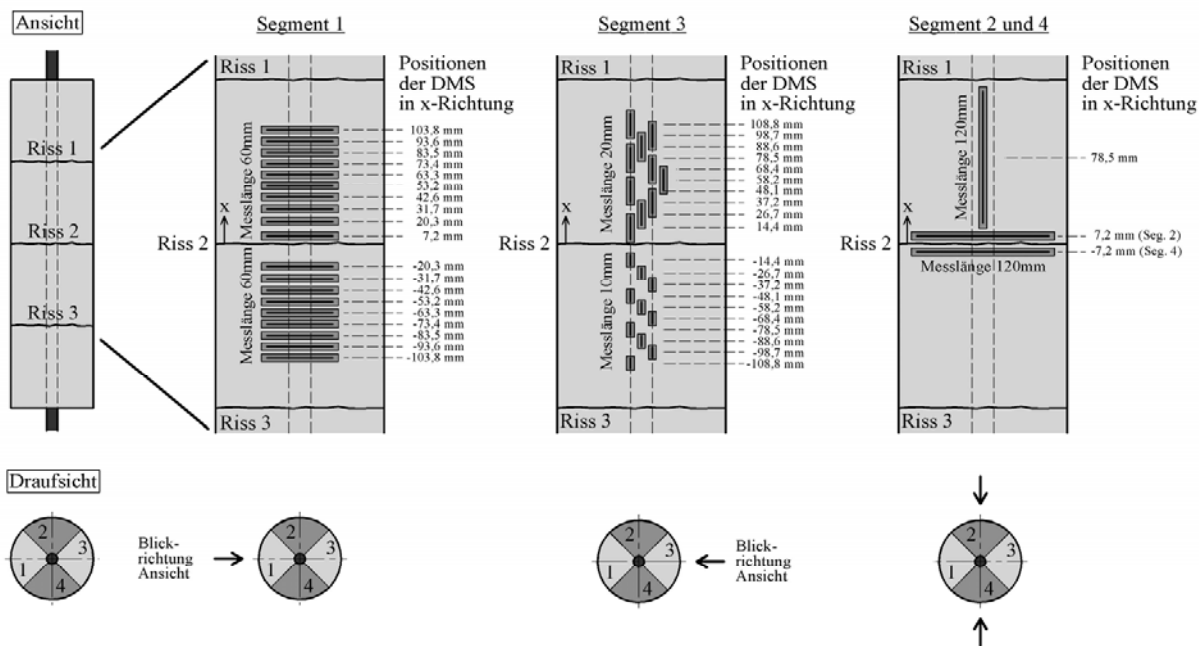


Abb. 80: Anordnung der Dehnmessstreifen auf Dehnkörper Typ 1

Die globalen Längsverformungen wurden mittels zwei gegenüberliegender induktiver Wegaufnehmer gemessen. Weiterhin wurden über allen drei Rissblechen ebenfalls paarweise induktive Wegaufnehmer angeordnet (siehe Abb. 81). Bei Dehnkörpern VK1 wurden zusätzlich induktive Wegaufnehmer angeordnet, die die Verformung zwischen zwei Rissen aufnahmen. Zusätzlich wurde auf alle Dehnkörper Typ 1 ein Stahl-Dehnmessstreifen oberhalb des Betonkörpers appliziert.

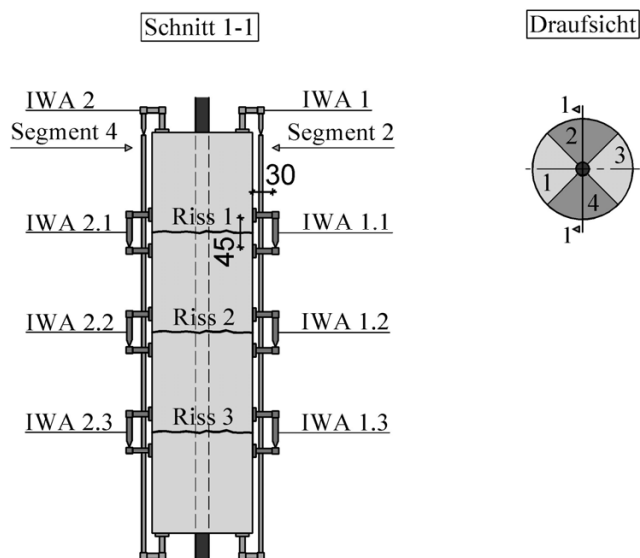


Abb. 81: Anordnung der induktiven Wegaufnehmer an Dehnkörper Typ 1

3.4.3 Messtechnik am Dehnkörper Typ 2

Der Dehnkörper Typ 2 wurde durch die zwei gesägten Kerben in drei Teilabschnitte gegliedert. Die Anordnung der Dehnmessstreifen auf der Mantelfläche erfolgt im mittleren Abschnitt der Probekörper. Die berechneten Positionen der Dehnmessstreifen beziehen sich auf die untere Kerbe. Für die Messung der lokalen Längsdehnungen wurden hier hauptsächlich Dehnmessstreifen mit einer Messlänge von 20 mm verwendet. Die Anordnung der Dehnmessstreifen auf der Mantelfläche ist in Abb. 82 dargestellt. Bei Dehnkörper VK6 wurde ein Stahl-Dehnmessstreifen oberhalb des Betons appliziert. Dehnkörper VK5 wurde nicht mit Stahl-Dehnmessstreifen ausgestattet.

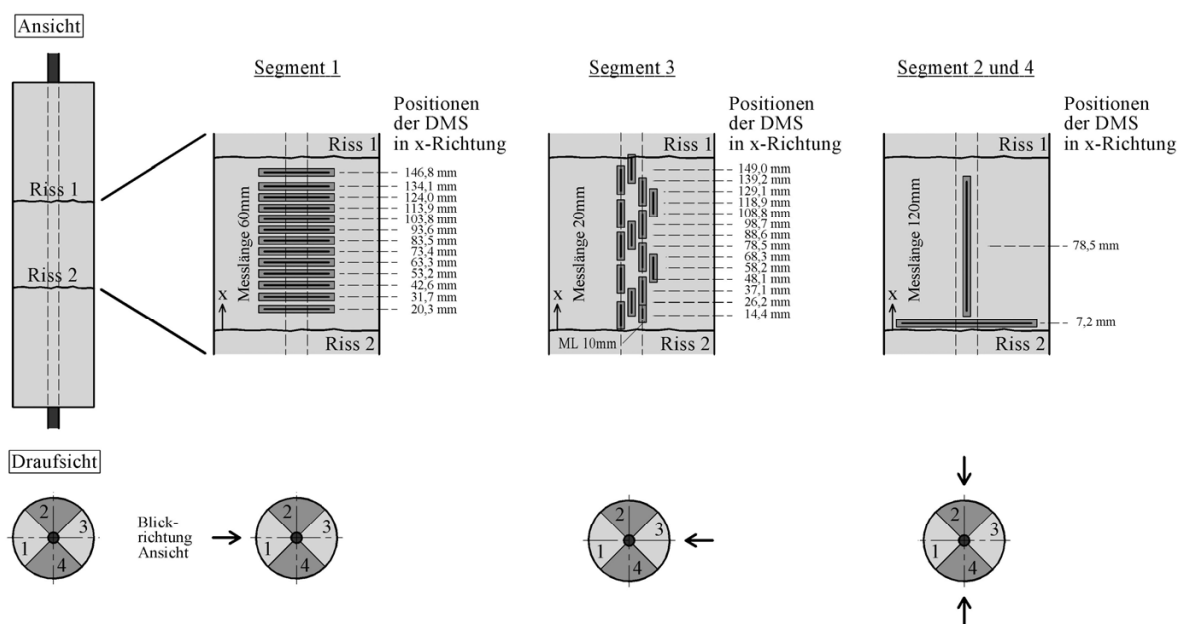


Abb. 82: Anordnung der Dehnmessstreifen auf Dehnkörper Typ 2

Die globalen Längsverformungen sowie die Rissentwicklung an den Stellen der Querschnittsschwächungen wurden analog zum Dehnkörper 1 mit paarweise sich gegenüberliegenden induktiven Wegaufnehmern aufgezeichnet. Bei Dehnkörper VK5 wurde zusätzlich ein induktiver Wegaufnehmer angeordnet, der die Gesamtverformung des Abschnittes zwischen den Kerben maß. Die Positionen der induktiven Wegaufnehmer sind in Abb. 83 dargestellt.

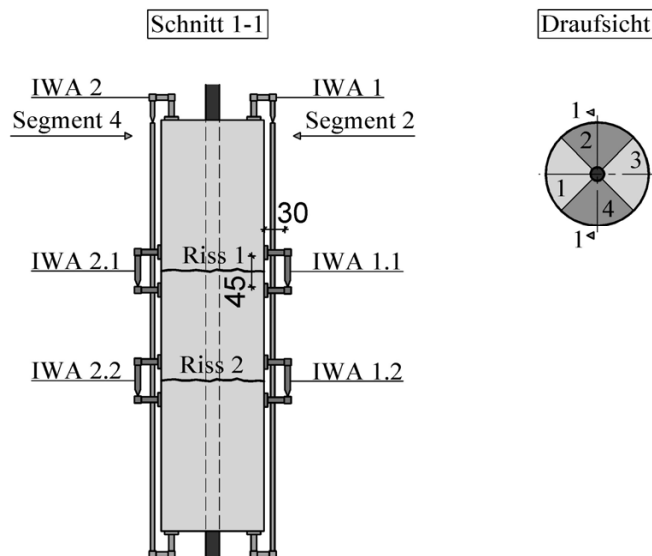


Abb. 83: Anordnung der induktiven Wegaufnehmer auf Dehnkörper Typ 2

3.4.4 Messtechnikkonzept für Dehnkörper Typ 3

Zusätzlich zu der bereits im Abschnitt 3.4.3 dargestellten Messtechnik werden zwei am Bewehrungsstab befestigte IWA vorgesehen. Mit Hilfe dieser IWA ist die Gesamtverformung des Dehnkörpers in der Körperachse aufgezeichnet worden. Die Messlänge dieser induktiven Wegaufnehmer ist 10 mm geplant, der Messbereich 700 mm. Die IWA sind parallel zu den IWA 1 und 2 im selben Mantelflächenbereich abgeordnet. Es kann somit ein direkter Vergleich der Gesamtverformungen im Mantelbereich zur Gesamtverformung in der Dehnkörperachse erfolgen. Die Anordnung der induktiven Wegaufnehmer kann Abb. 84 entnommen werden.

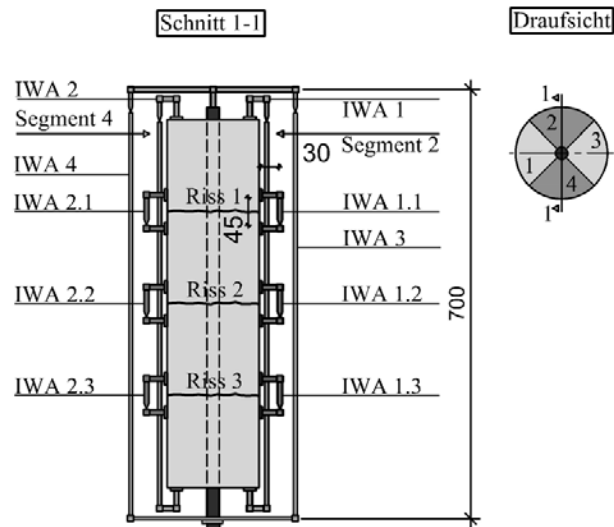
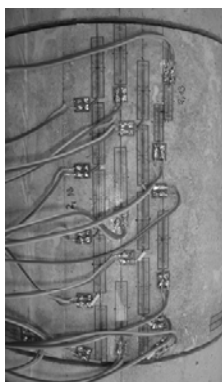


Abb. 84: Anordnung der induktiven Wegaufnehmer auf Dehnkörper Typ 3

3.4.5 Applikation der Messtechnik

Für die Applikation der Messgeräte wurden verschiedene Techniken angewandt (siehe Abb. 85). Vor der Applikation der Dehnmessstreifen wurde die Betonoberfläche der Dehnkörper gereinigt und geschliffen. Kleine Unebenheiten auf der Betonoberfläche wurden durch das Aufbringen einer Ausgleichs- und Schutzschicht behoben. Nach dem Auftragen des Schnellklebstoffes Z70 der Firma HBM auf die vorbereitete Oberfläche konnten die DMS appliziert werden. Gegebenenfalls vorhandene Rückstände wurden durch ein geeignetes Lösungsmittel, z. B. Aceton, entfernt. Die Applikation der Dehnmessstreifen auf den Bewehrungsstahl erfolgte analog. Die Halterungen der induktiven Wegaufnehmer wurden mit Zweikomponenten-Schnellklebstoff X60 auf die vorbereitete Oberfläche aufgeklebt. Die Applikation der gesamten Messtechnik eines Dehnkörpers nahm ca. sieben Arbeitstage in Anspruch.



a) Beton-DMS



b) Stahl-DMS



c) IWA

Abb. 85: Applikation der Dehnmessstreifen und induktiven Wegaufnehmer

3.5 Messtechnik lange Dehnkörper

3.5.1 Eingesetzte Messtechnik

Analog zu den Versuchen an zylindrischen Dehnkörpern wurden auch bei den langen Dehnkörpern Dehnmessstreifen und induktive Wegaufnehmer eingesetzt. Zur Erfassung der infolge eingeleiteter Zugkräfte auftretenden Längs- und Querdehnung wurden die Dehnmessstreifen in einem Messfeld in der Mitte der Probekörper angeordnet. Die Größe des Messfeldes ist durch den erwarteten Rissabstand bestimmt, welcher vorab anhand vorhandener Modelle bestimmt wurde.

Aufgrund der Symmetrie der Versuchskörper wurde das Messfeld auf einen Viertelbereich des Umfangs beschränkt, vgl. hierzu Abb. 86. Das Messfeld wurde mit Dehnmessstreifen in Längsrichtung und senkrecht zur Körperachse bestückt.

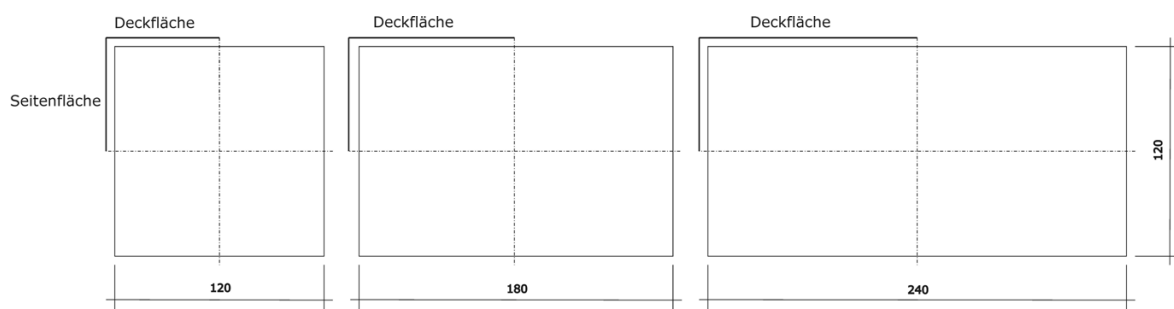


Abb. 86: Messfelder langer Dehnkörper Typ Serie 5 - 10

Bei der Aufnahme der Dehnungen wird in lokale und globale Dehnungen unterschieden. Die lokalen Dehnungen auf der Oberfläche wurden mit Hilfe von Dehnmessstreifen mit einer Messlänge von 60mm gemessen. Die globalen Dehnungen werden durch den Einsatz von induktiven Wegaufnehmern erfasst. Dazu wurde der IWA über der Prüfkörperachse angeordnet. Weiterhin ist nach der Erstrissbildung die Rissbreitenentwicklung protokolliert worden.

Die Anordnung der bei dem Auftreten der ersten Risse lokal applizierten induktiven Wegaufnehmer erfolgte in Abhängigkeit der Rissbildung. Sie wurden benutzt, um Risslupenmessungen zu kontrollieren. Allerdings konnten so nur wenige Risse kontinuierlich beobachtet werden. Die Dehnungsmessung zwischen Rissen blieb ohne Ergebnis, da die Verformungen unterhalb des Messfehlers dieser Messart liegen.

In weiteren nachfolgenden Untersuchungen wurde das Dehnungsverhalten des Verbundkörpers untersucht. Hierzu wurde bei Versuchskörpern mit abgeschlossenem Rissbild der Querschnitt derart aufgelöst, dass der Beton zu einem Viertel der Querschnittsfläche bis zum Bewehrungsstahl herausgebrochen wurde. In diesem Bereich wurden in verschiedenen Versuchen die Rissöffnungsentwicklung und die Dehnungsverteilung im eingebetteten Stahl untersucht. Beim LDK 6 ist diese über 500 mm Länge vorhandene Querschnittsveränderung bereits vor der Einstellung des Rissbildes in der Erstbelastung vorgenommen worden.

3.5.2 Messtechnik am Versuchskörper

Die Anordnung der Messtechnik ist exemplarisch am Beispiel des Versuchskörpers LDK 1 in Abb. 87 dargestellt. Die Anordnung der DMS erfolgte in 11 Spalten und 6 Zeilen für LDK 1, 9 Zeilen für LDK 2 bzw. 11 Zeilen bei den LDK 3 bis LDK 6.

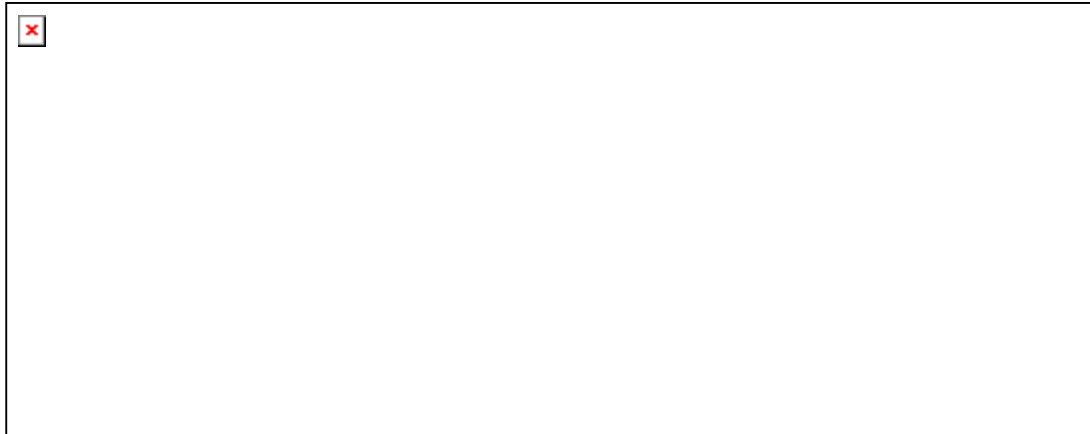


Abb. 87: Anordnung der Dehnmessstreifen auf Dehnkörper LDK 1

Bei rechteckigen Querschnitten der LDK 2 bis 6 wurde auf einen Teil der quergerichteten DMS auf der Seitenfläche verzichtet. An deren Stelle waren DMS (20 mm Messlänge) in Längsrichtung angeordnet, vgl. hierzu Abb. 87 und Abb. 88. Durch die Anordnung der DMS in Längsrichtung konnten lokale Dehnungen der Seitenfläche entlang der Körperachse gemessen werden. Senkrecht zur Körperachse wurden bis zu vier DMS in differierenden Abständen appliziert. Hierüber wurde die Verformungsverteilung infolge Belastung über den Verbund zwischen Stahl und Beton aufgezeichnet.

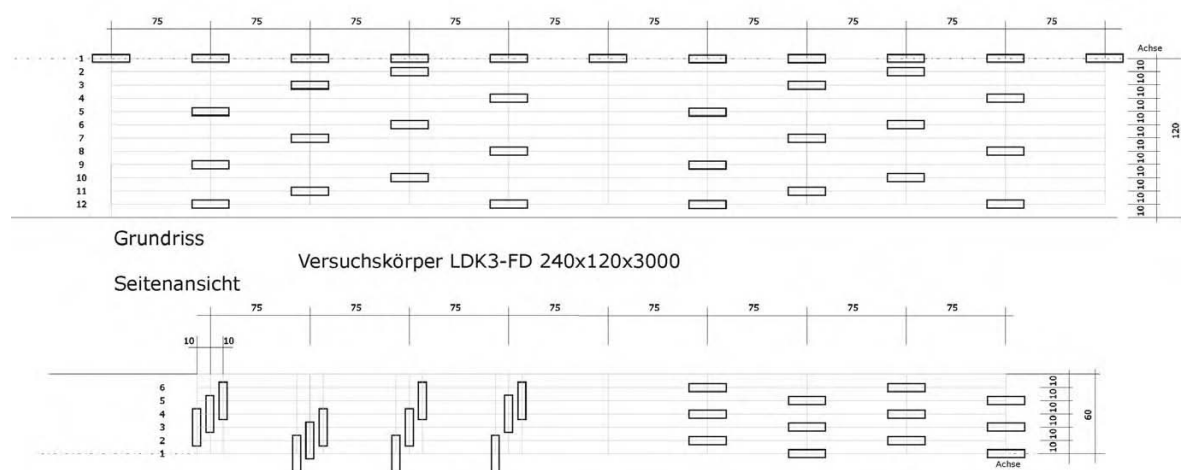


Abb. 88: Anordnung der Dehnmessstreifen auf Dehnkörper Serie 6 - 10

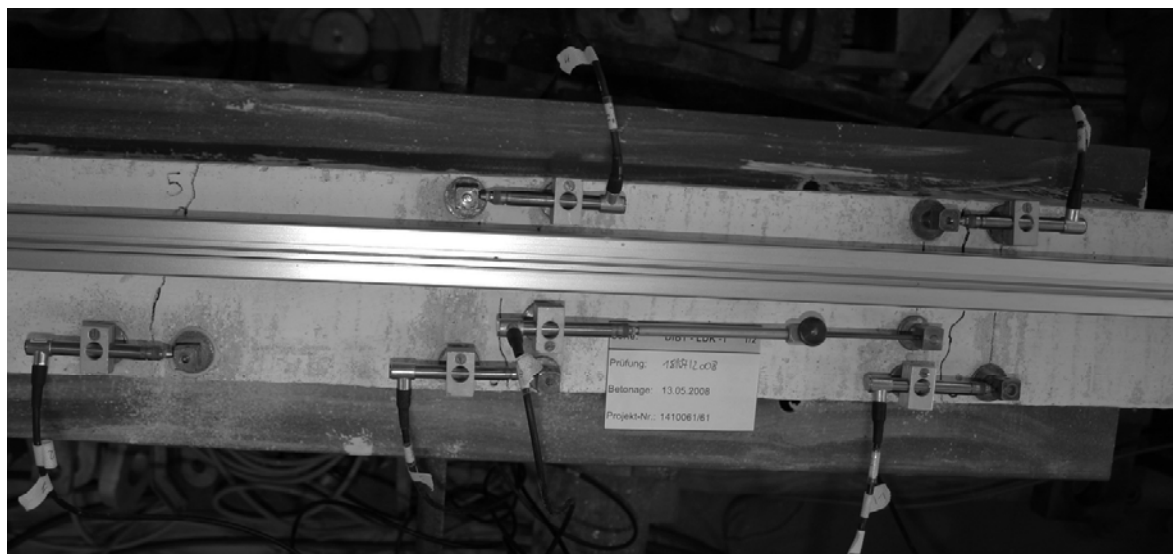


Abb. 89: Anordnungsbeispiel lokal applizierter IWA auf langen Dehnkörpern

Zur Messung der lokalen Stahldehnungen wurde aus einer Reihe von Versuchskörpern ein Teil des Querschnittes herausgelöst, vgl. hierzu auch Abb. 90. Auf den freigelegten und gereinigten Bewehrungsstab wurden DMS mit nur 5 mm Messlänge appliziert. Diese zeichnen die gemessene Dehnungsverteilung unter Belastung am eingebetteten Stahl auf.

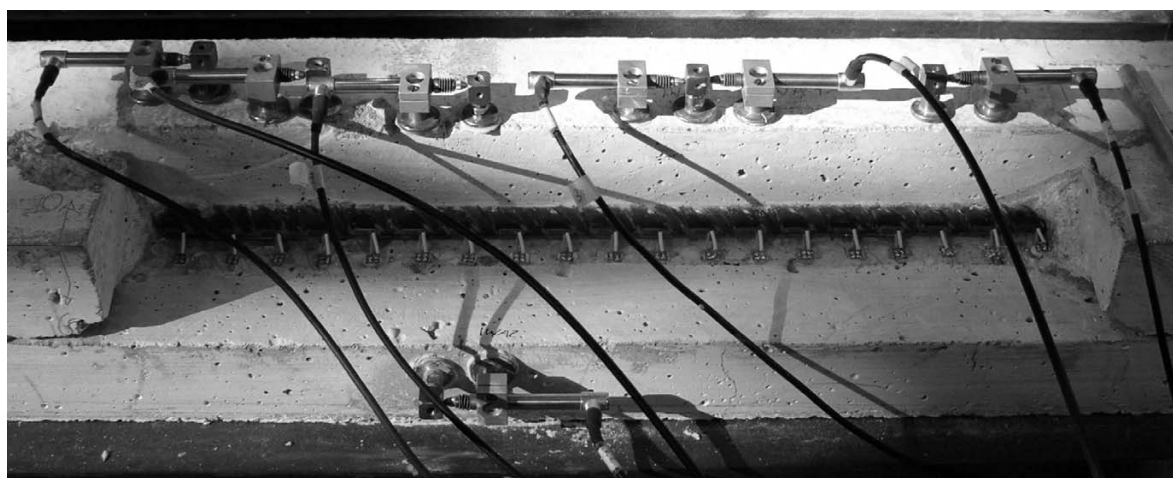


Abb. 90: Anordnung der Stahl-DMS und lokaler IWA-Messungen exemplarisch

Weiterhin wurde im freigelegten Bereich das Rissöffnungsverhalten in der Betondeckung unter Lastbeanspruchung untersucht. Für die Erfassung der Verformungen wurden über einen bereits vorhandenen Riss IWA an beiden Schnittflächen angeordnet, vgl. hierzu Abb. 91. Hierdurch konnten die Abstände der Rissufer, auf verschiedenen Niveaus, seitlich und vertikal gemessen werden.

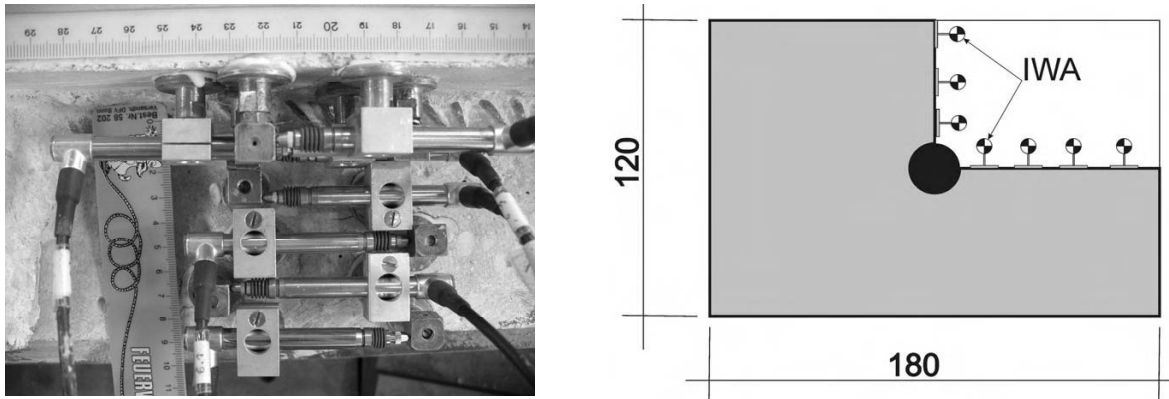


Abb. 91: Anordnung der IWA über eingestelltem Riss

3.6 Versuchsdurchführung zylindrische Dehnkörper

Zur Durchführung der Versuche stand das Otto-Mohr-Labor des Institutes für Massivbau der Technischen Universität Dresden zur Verfügung. Alle Versuche an den zylindrischen Versuchskörpern wurden kraftgesteuert in einem Prüfrahm der Hydropuls-Standard-Prüfmaschine PSB durchgeführt (siehe Abb. 92), die Vergleichbarkeit der Versuche untereinander ist somit gegeben. Die Zugversuche an den langen Dehnkörpern dagegen wurden ausschließlich in einer Kettenzugmaschine mit Handradsteuerung (kraftgesteuert) durchgeführt. Das ermöglichte eine einfache Referenz zu Risskräften.

3.6.1 Versuchsstand Dehnkörper

Der vertikale 4-Säulen-Rahmen der Hydropuls-Standard-Prüfmaschine PSB bildet zusammen mit einem Längszylinder, einem Kraftaufnehmer und dem Hydrospannzeug den mechanischen Teil der Prüfmaschine. Der Maschinenrahmen ist mit einer Tischplatte, vier hartverchromten Säulen und einer Traverse ausgerüstet. Die Traverse kann durch die Verstellzylinder stufenlos in der Höhe verstellt werden. Im arretierten Zustand wird die Traverse zum Gegenlager des Versuchsrahmens.

Der Maschinenrahmen ist sorgfältig ausgerichtet. Nach dem Einbau des Kraftaufnehmers und des Hydropulszylinders beträgt die Genauigkeit der Planparallelität der beiden Spannzeugbefestigungsflächen $< 0,3 \text{ mm/m}$ und der Prüfaxenversatz ist kleiner als $0,1 \text{ mm}$ pro Meter Befestigungsflächenabstand.



a) Prüfraumen



b) Spannbacken

Abb. 92: Hydropuls-Standard-Prüfmaschine PSB

3.6.2 Einbau des Versuchskörpers

Die Dehnkörper wurden vertikal in den Prüfstand eingebaut. Während der Applikation der langen IWA und der Vervollständigung der IWA-Messstellen lagerte der Dehnkörper auf einer Hartfaserplatte auf. Die Stabenden waren frei und nicht in die Maschine eingespannt. In diesem Zustand erfolgte der komplette Anschluss der Messtechnik an die Messverstärkersysteme.

Vor der Versuchsdurchführung erfolgte die Einspannung des Dehnkörpers in den Testrahmen über die Spannbacken (Abb. 92 b)). Diese wiesen einen Hohlsliff zur Aufnahme runder Probekörper auf. Eine Gleichlaufsteuerung garantiert beim Schließen der Hydro-Spannzeuge, dass sich die Spannbacken gleichmäßig bewegen und die Probe zentrisch aufgenommen wird. Nach dem Schließen der Spannzeuge wurde eine Vorkraft von 5 kN aufgebracht.

3.6.3 Messreihen

Um einerseits eine große Anzahl an unterschiedlichen Versuchsdaten zu erhalten und andererseits mögliche äußere Einflüsse auf die Versuchsergebnisse zu minimieren, wurde jeder Versuchskörper mehrfach geprüft. Dabei wurde der Versuchskörper durch Drehen um die Stabachse in vier verschiedene Stellungen (vgl. Abb. 93) gebracht. In jeder dieser vier Stellungen fand eine, im Regelfall, viermalige Be- und Entlastung ohne Veränderung der Position statt. Die dabei aufgezeichneten vier Messreihen ergaben eine Versuchsreihe. Somit wurden pro Versuchskörper vier Versuchsreihen mit insgesamt 16 Messreihen aufgenommen. Vor jeder neuen Messreihe wurde ein Nullabgleich aller Messstellen durchgeführt.

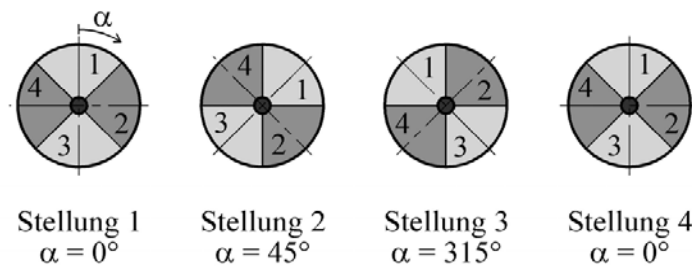


Abb. 93: Versuchsreihen und zugehörige Dehnkörperstellungen

Die jeweilige Anzahl der für die Versuchsauswertung herangezogenen Messreihen kann Tab. 17 entnommen werden. Dabei ist zu beachten, dass die Durchführung der Zugversuche am Dehnkörper VK1 ausschließlich eine mögliche Optimierung der Versuchsgestaltung zum Ziel hatte. Es sollten möglicherweise bestehende Störeinflüsse identifiziert und nachfolgend minimiert werden. Als ernst zu nehmende Einflussfaktoren wurden u.a. die Messfrequenz, die Speisespannung, die Trägerfrequenz der Messgeräte sowie die Belastungsgeschwindigkeit im Versuch ermittelt.

3.6.4 Belastungshierarchie

Die Belastungshierarchie war für alle Dehnkörper gleich. Als Obergrenze der Belastung wurden 80% der Streckgrenze (ca. 400 N/mm²) festgelegt. Somit ergaben sich für die verschiedenen Stabdurchmesser unterschiedliche Lastgrenzen. Diese wurden bei einem Stabdurchmesser $\phi 16$ mm mit 80 kN und bei einem Stabdurchmesser $\phi 20$ mm mit 125 kN festgelegt. Bis zu dieser Höchstlast erfolgte die Steigerung der Belastung kontinuierlich mit 300 N/sec.

Tab. 17: Anzahl der ausgewerteten Messreihen

Serie Nr.	Bezeichnung Versuchskörper	Maximalkraft [kN]	Stellung 1 0°	Stellung 2 45°	Stellung 3 315°	Stellung 4 0°
1	VK1	80	1	1	1	0
	VK2	80	4	4	3	4
2	VK3	125	4	4	4	4
	VK4	125	4	5	4	4
3	VK5*	125	4	4	4	4
	VK6*	125	4	4	4	4

* Es ist zu beachten, dass für die erste Be- und Entlastung der Dehnkörper Typ 2 eine separate Auswertung der Messergebnisse erfolgte. Diese Messreihen sind daher nicht in Tab. 17 aufgeführt. Hierfür erfolgen detaillierte Auswertungen zur Rissentstehung.

3.6.5 Durchführung der Zugversuche

Bei allen Versuchen konnten sich die Verformungen frei einstellen. In ersten Vorversuchen wurde festgestellt, dass, bedingt durch eine exzentrische Aufnahme des Dehnkörpers in die Prüfmaschine, ein Biegeeinfluss ausgeübt wird. Um diesen Einfluss zu minimieren, wurden die Probekörper vertikal ausgerichtet und einseitig an die Spannbacken gepresst und beim Schließen parallel an die gegenüberliegende Spannbacke verschoben. Anschließend wurden die Klemmbacken gleichmäßig geschlossen. Ein möglicher Einfluss der Anordnung des Dehnkörpers in der Prüfmaschine konnte durch die Drehung der Versuchskörper in die vier verschiedenen Stellungen (siehe Abb. 93) weiter minimiert werden.

Die Aufzeichnung der Messergebnisse erfolgte für jede Belastung einzeln. Dabei wurde der gesamte Verlauf der Lasteintragung aufgezeichnet. Gleichzeitig wurde eine visuelle Prüfung der Probekörper durchgeführt.

Nach dem Erreichen der maximal vorgegebenen Zugkraft wurde in der Regel die Messdatenerfassung gestoppt und die Zugkraft mit einer Geschwindigkeit von 500 N/sec auf den Startwert von 5 kN zurückgefahren. Vor jeder neuen Messung, d.h. vor jeder neuen Belastung, wurde ein Nullabgleich aller Messstellen durchgeführt.

Während der Durchführung der Versuche wurde auf gleich bleibende Randbedingungen geachtet. Hierbei musste unter anderem durch Verschattung der Probekörper und der Maschine der Einfluss einer möglichen Sonneneinstrahlung ausgeschlossen werden. Die gleich bleibende Umgebungstemperatur war durch die Klimatisierung des Otto-Mohr Labors gegeben.

Die Dauer einer Messung, d.h. einer Be- und Entlastungsphase, richtete sich nach der angesteuerten Maximalkraft, sie betrug durchschnittlich 10 bis 15 Minuten.

3.6.6 Messdatenerfassung

Alle gemessenen Versuchsdaten wurden mit einem Messverstärkersystem MGCplus mit Mehrkanalverstärkern der Firma Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH erfasst. Zur Aufnahme der großen Anzahl an Messstellen wurden Mehrkanal-Messverstärker-Einschübe Typ ML801 sowie Einkanal-Verstärkereinschübe Typ ML01 eingesetzt.

Eine Zusammenstellung der Bestückung des Messverstärkersystems mit den erfassten Messstellen kann Tab. 18 entnommen werden.

Tab. 18: Bestückung des Messgerätes

Messgröße	Einschub
IWA	ML455 Mehrkanal-Verstärkereinschub
Längs – DMS	ML801B Multikanaleinschub
Ring – DMS	ML801B Multikanaleinschub
Stahl - DMS	ML801 Multikanaleinschub
Maschinenkraft	ML01 Verstärker
Maschinenweg	ML01 Verstärker
Zeit	im Messgerät integriert

Für die Aufzeichnung und Verarbeitung der Messdaten des Dehnkörpers Typ 1 wurde der Einsatz mehrerer Messverstärkersysteme MGCplus erforderlich. Die Synchronisation der einzelnen Messverstärker untereinander wurde über eine Master-Slave-Kopplung erreicht. Weiterhin wurden die für den Versuch erzeugte Maschinenkraft und der Maschinenweg aufgezeichnet. Alle Daten wurden mittels Dauermessung und einer Messfrequenz von 5 Hz aufgezeichnet. Die Filterfrequenz betrug bei allen Messkanälen 40 Hz, die Speisespannung der Messstellen wurde mit 2,5 V festgelegt. Die Steuerungsgrößen wurden gering gewählt, um eine mögliche Beeinflussung der Dehnmessstreifen zu minimieren. Parallel zu den Versuchen wurden Temperaturkompensationsmessungen durchgeführt. Auf Grund der geringen Versuchsdauer konnte der Einfluss möglicher Temperaturschwankungen während des Versuchs vernachlässigt werden.

3.6.7 Versuche mit Erstrissbildung (Dehnkörper Typ 2 und 3)

Die Erstrissbildung am Dehnkörper Typ 2 erfolgte jeweils nur während des ersten Belastungsvorgangs der Versuchskörper VK5 und VK6. Hier wurden, entgegen der allgemeinen Festlegung, die Messdaten mit einer Frequenz von 10 Hz aufgezeichnet. Die Ergebnisse dieser Messungen wurden gesondert ausgewertet, da hier die Rissentstehung im Bereich der Querschnittschwächung des Versuchskörpers vom übergeordneten Interesse war.

Alle nachfolgend durchgeführten Belastungen an den Dehnkörpern VK5 und VK6 wurden mit einer Messfrequenz von 5 Hz aufgezeichnet.

3.7 Versuchsdurchführung lange Dehnkörper

3.7.1 Versuchstand lange Dehnkörper

Die Durchführung der Dehnversuche an langen Dehnkörpern erfolgte in einer so genannten Zugfestigkeitsprüfmaschine. Hierbei handelt es sich um eine handgesteuerte servohydraulische Maschine. Mit Hilfe dieser Maschine können umfangreiche Prüfungen von Seilen, Kabeln, Ketten und anderen Bauteilen bis zu einer Tragfähigkeit von maximal 400 kN und bis zu einer Länge von 12 m durchgeführt werden. Die Lasteinleitung erfolgt über eine mit dem Arbeitszylinder verbundene Koppelstange, diese wiederum ist an den Aufnehmerwagen, an welchem die Einspannteile befestigt sind, angeschlossen.

Der Aufnehmerwagen ist innerhalb des Prüfrahmens in Längsrichtung frei beweglich. Auf der lastabgewandten Seite ist der zweite Aufnehmerwagen, entsprechend der Länge des Prüfkörpers, am Rahmen fixiert und bildet somit das Widerlager gegen welches die Zugkraft in den Körper eingeleitet wird. Hinter dem so genannten Widerlager befindet sich eine zentrisch angeordnete Kraftmessdose. Hierüber werden die in den Zugkörper eingeleiteten Kräfte gemessen.

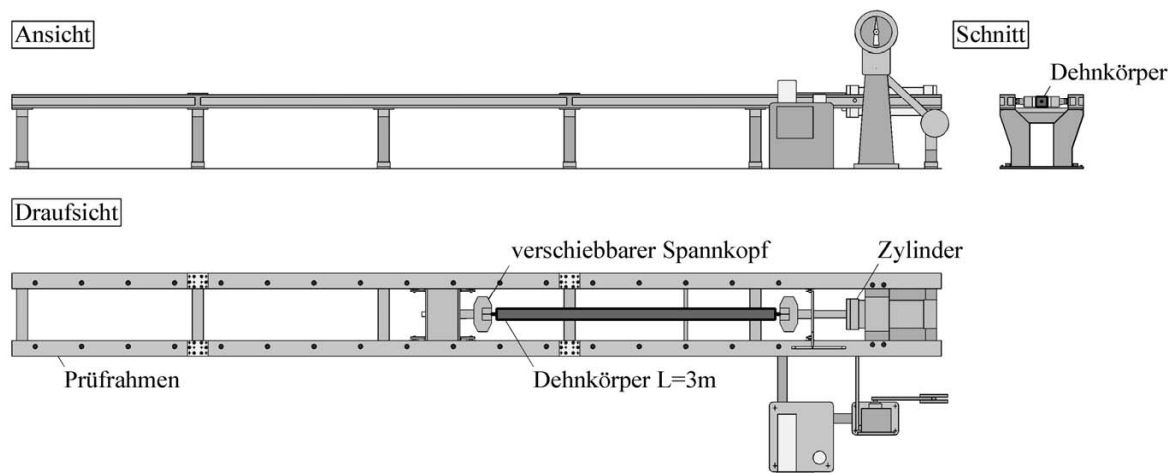


Abb. 94: Prinzipskizze der Versuche an langen Dehnkörpern LDK 1 bis LDK 6

3.7.2 Einbau des Versuchskörpers

Der Einbau der Prüfkörper erfolgte horizontal auf einem Stahlträgerprofil in die Zugfestigkeitsprüfmaschine. Das Stahlprofil wird auf Zwischenstützungen gelagert, die Lasteinleitung erfolgt über die Einspannteile in den Prüfkörper. Dabei war darauf zu achten, dass die Achsen der Bewehrungsstähle mit der Kraftachse der Maschine identisch sind. Dies konnte über die Ausnivellierung mittels der Stützenhöhe gewährleistet werden. Wie bereits erwähnt, wurde die Zugkraft über die Einspannteile eingeleitet, in den Serien LDK 1 bis 3 erfolgte dies direkt in den eingebetteten Betonstahl. Da in den Serien LDK 4 bis 6 zwei Betonstabstähle einbetoniert waren, wurde hier eine Traverse, über die die Last verteilt wurde, erforderlich. Diese Traverse wurde so steif ausgebildet, dass eine gleichmäßige Lasteinleitung in die Stähle erfolgte (Abb. 95). Ein Ausrichten des Lastgeschirrs war durch die verschiebliche Lagerung der Zugstange im Lastgeschirr gewährleistet. Die Zugstange bestand aus einem Gewindestahl $\phi 28$ mm und wurde auf der Rückseite des Lastgeschirrs mit einer Mutter fixiert.

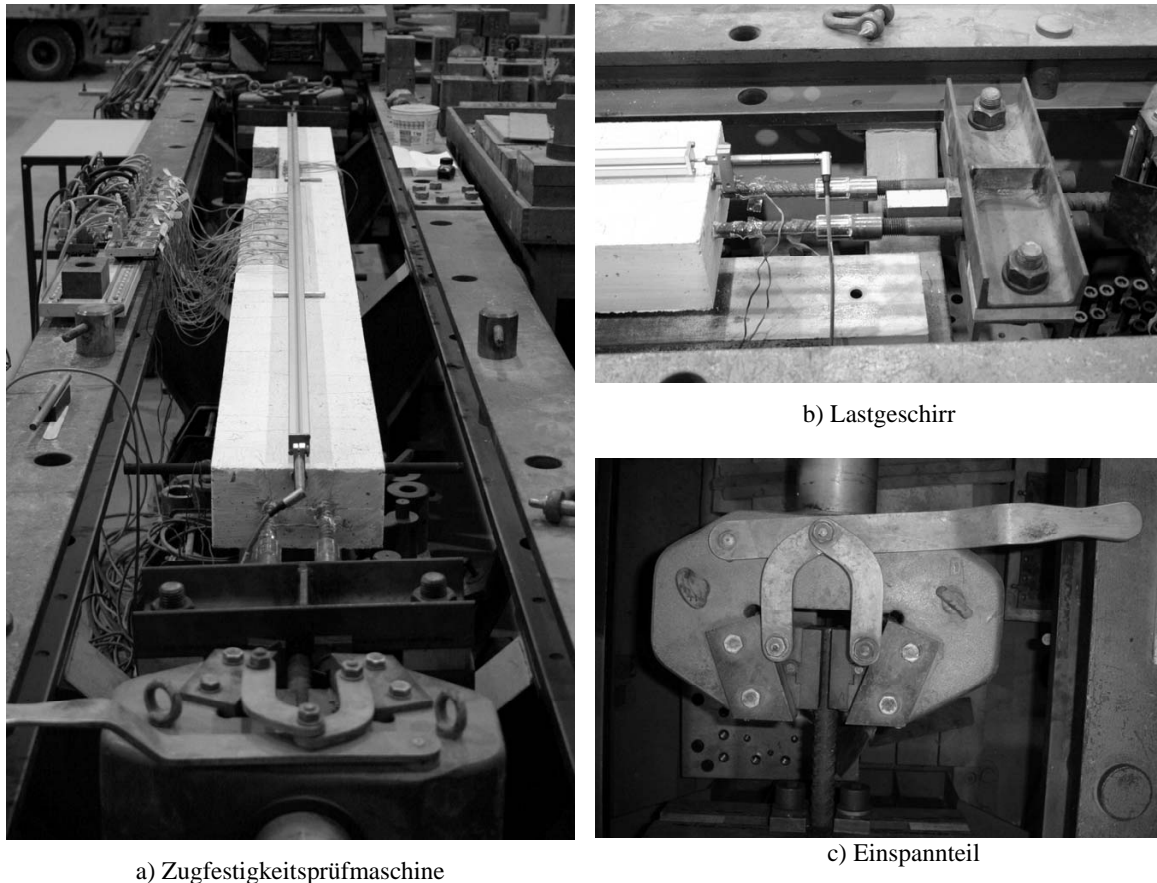


Abb. 95: Zugfestigkeitsprüfmaschine

3.7.3 Belastungshierarchie

Die Steigerung der Last erfolgte kraftgesteuert über eine Handradsteuerung. Beim Erreichen der Erstrisskraft wurde die Steigerung der Last unterbrochen und der Riss bzw. die Risse angezeichnet. Nach dem Abschluss dieser Arbeiten wurde die Last bis zum nächsten Rissereignis weiter gesteigert. Mit dem Erreichen der nächsten Risskraft wurde die Laststeigerung wiederum unterbrochen und der bzw. die neuen Risse kartiert. Dieser Vorgang wurde solange fortgesetzt, bis keine weitere Zunahme der Rissanzahl zu verzeichnen war. In Phasen der konstant gehaltenen Last zur Feststellung eines Risses sind in einer Reihe von Fällen in kurzer Zeit weitere sukzessive Risse entstanden, eine mögliche Folge nichtlinearen Kriechens und Kraftumlagerungen entlang der Verbundlänge bereits vorhandener Risse.

Die maximal eingeleiteten Zugkräfte betragen in den LDK 1 bis 3 ca. 160 kN und in den LDK 4 bis 6 ca. 280 kN. Nach der Einstellung eines abgeschlossenen Rissbildes wurde die Last abgesenkt. Anschließend erfuhren die Versuchskörper mit einem Bewehrungsstahl eine erneute Belastung. Diese wurde bis zu einer Höhe von 80 kN gesteigert, hier wurde für alle Risse die Rissbreite mit einer Risslupe gemessen, im zweiten Schritt wurde die Last bis auf 110 kN gesteigert und wiederum die Rissbreite gemessen. Analog wurde bei den Versuchskörpern LDK 4 bis 6 die Last im ersten Schritt bis 160 kN und im zweiten Schritt bis 220 kN gesteigert und die gleichen Messungen der Rissbreite durchgeführt, um ein vergleichbares Stahlspannungsniveau zu den einfachbewehrten Prüfkörpern zu erhalten.

4 Ergebnisse der Versuche

4.1 Allgemeines

Die Rissbildung im Beton kann auf verschiedene Ursachen zurückgeführt werden. Diese sind im Wesentlichen einerseits Einflüsse unmittelbar aus der Herstellung des Verbundkörpers und andererseits Einwirkungen unter Nutzungsbedingungen. Weiterhin können Volumenänderungen durch Temperatureinflüsse, Korrosion oder chemische Stoffumwandlungsprozesse zur Rissbildung führen oder diese initiieren.

Im Versuchsteil des Forschungsvorhabens werden Risse mit einer Rissbreite $w_k < 0,2$ mm untersucht. Diese treten unterhalb der Tragfähigkeitsgrenze und Fließgrenze der Stahlbetonbauteile ein.

Risse unter Gebrauchsbedingungen treten immer dann auf, wenn Zugspannungen, die zum betrachteten Zeitpunkt vorliegende Zugfestigkeit $f_{ct}(t)$ des Betons überschreiten. Sie sind das Ergebnis von Dehnungsunterschieden zwischen Beton und dem gezogenen Stahl um einen Riss herum (siehe Abb. 6 und Gleichung (19)).

Betonkörper und einbetonierter Bewehrungsstahl bilden im ungerissenen Zustand I einen idealen Verbundquerschnitt, in dem sich die unterschiedlichen Materialien, entsprechend dem Verhältnis ihrer unterschiedlichen Steifigkeiten, am Lastabtrag beteiligen.

Nach der Entstehung eines Risses wird die Längszugkraft im Riss nahezu allein durch den Betonstahl aufgenommen, die Stahlspannung wächst mit der Rissbildung somit schlagartig an. Der Spannungssprung in der Bewehrung hängt unmittelbar vom Verhältnis der Querschnittsflächen der Bewehrung A_s und des Betons $A_{c,eff}$ ab.

In den Bereichen zwischen den Rissen werden durch die Verbundwirkung Zugkräfte in den Beton eingeleitet, so dass die Stahldehnung mit der Entfernung vom Riss in Stabrichtung abnimmt. Der Effekt eines steiferen Verformungsverhaltens eines Stahlbetonkörpers im Vergleich zur reinen Bewehrung wird als Zugversteifung oder aber "tension stiffening"-Effekt bezeichnet.

4.2 Mitwirkung des Betons bei der Zugkraftübertragung

4.2.1 Grundlagen der Datenauswertung

Anhand der durchgeführten Versuche soll die Wirkungsweise des Verbundwerkstoffes Stahlbeton besser verstanden werden. Bei Belastung der Zugkörper entstanden durch die über den Verbund eingeleiteten Zugkräfte aus dem Betonstabstahl Geometrieänderungen in der Betonumgebung, die in Form von Ring- und Längsdehnungen am Probekörper gemessen werden können.

Um das globale Dehnungsverhalten des Probekörpers zu beurteilen, wurden die gemessenen Gesamtlängenänderungen der induktiven Wegaufnehmer (IWA) über die Versuchslänge den Stahldehnungen am nackten Bewehrungsstahl gegenübergestellt. Hierfür wurden aus allen Messreihen einer Versuchsserie die jeweiligen Mittelwerte gebildet. Die Differenz zwischen den Dehnungen des Betonstahls in Zonen ohne Mitwirkung des Betons und

den Dehnungen der Materialien Stahl und Beton im Zusammenwirken wird ersichtlich. Sie ist auf den "tension stiffening"-Effekt zurück zu führen.

Wie bereits festgestellt, beteiligt sich der Beton bis zur Rissbildung voll an der Zugkraftübertragung. Ein Riss im Verbundkörper entsteht dann, wenn die lokale Zugfestigkeitsgrenze des weniger elastischen Materials Beton im direkt beeinflussten lokalen Bereich um den Betonstahl überschritten wird. Dieser auf Zug aktivierte bzw. mitwirkende Einzugsbereich wird als effektive Betonzugfläche $A_{c,eff}$ bezeichnet. Die lokale Risschnittgröße (Normalkraft, Moment) erzeugt im Stahl beim Übergang in den Zustand II eine Rissspannung $\sigma_{s,cr}$. Diese ist abhängig von der Geometrie und den Materialeigenschaften des Betons in der Verbundzone und lässt sich für die in Kapitel 3 beschriebenen Versuchskörper nach Gleichung (106) beschreiben.

Die Betonrissdehnung ε_{cr} muss auch im Stahl mobilisiert werden. Der Unterschied der E-Moduli wird durch $\alpha_e = E_s/E_{cm}(t)$ beschrieben und ist zeitabhängig.

Die theoretischen, risserzeugenden Stahlspannungen sind für einzelne Versuchsserien in Tab. 19 abgebildet. Aufgrund des Versuchskörperaufbaus mit Rissblechen sind im Versuch keine Rissspannungen in der angegebenen Form erzeugbar, die theoretischen Werte beinhalten aber die Grundlage für das Potenzial zur Mitwirkung des Betons auf Zug. Die berechneten Rissspannungen im Stahl sind aus den Spaltzugfestigkeiten der versuchsspezifischen Betoneigenschaften (vgl. 3.3.1, Tab. 11) ermittelt worden.

Tab. 19: Zusammenstellung, Rissspannungen, Risskräfte im Stahl

Serie Nr.	Spaltzugfestigkeit [N/mm ²]	Rissspannung [N/mm ²]	Risskraft [kN]
1	4,0	381,2	76,0
2	3,1	197,3	60,5
3	3,5	222,8	68,3
3*	3,5	161,1	49,4

* Es wurde eine Querschnittsverringering von 30% berücksichtigt. Diese Größe ist maßgebend für die Erstrissbildung beim Dehnkörper 2 in der Versuchsserie 3.

Die mittlere Dehnung der Versuchskörper ε_{VK} ("average strain" aus Kapitel 2.2) wurde unter Verwendung der im Folgenden dargestellten Beziehung aus zwei gegenüberliegenden Messungen am Versuchskörper errechnet, (siehe Abb. 83).

$$\varepsilon_{VK} [‰] = \frac{(\Delta l_{IWA,1} + \Delta l_{IWA,2})}{2 \cdot l_{ges}} \cdot 1000 \quad (126)$$

Dabei ist:

$\Delta l_{IWA,1}, \Delta l_{IWA,2}$ die gemessenen Längenänderung der IWA1 und 2
 l_{ges} Gesamtlänge des Dehnkörpers: 600 mm

Die Größe des "tension stiffening"-Effekts lässt sich über die Differenz zwischen der Dehnung des nackten Stahles ε_s bzw. ε_{s2} und der Dehnung des Versuchskörpers ε_{VK} erfassen.

Die höhere Dehnsteifigkeit des Versuchskörpers im Vergleich zum Bewehrungsstahl kann über den Faktor k_t beschrieben werden:

$$\varepsilon_{VK} = \varepsilon_s - \frac{k_t \cdot \sigma_{s,cr}}{E_s} \quad (127)$$

Der "tension stiffening" Faktor k_t ist somit praktisch ein Völligkeitsfaktor für die Mitwirkung des Betons auf Zug:

$$k_t = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{VK}) \cdot E_s}{\sigma_{s,cr}} = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{VK})}{\varepsilon_{s,cr}} \quad (128)$$

Für die Auswertung und Beurteilung der Versuchsergebnisse sind weitere Einflüsse aus dem Versuchsablauf zu berücksichtigen:

Da der Versuchskörper bei der Fixierung in der Maschine bereits durch eine leichte Haltekraft belastet wird, ist der Startwert für die Versuche mit 5 kN Zuglast festgelegt worden. Auf diesem Zuglastniveau ist für alle Messstellen ein Nullabgleich vor dem jeweils eigentlichen Versuchsbeginn durchgeführt worden.

Die Auswertung der Versuche der Serie 1 wurde bis zu einer Zugkraft von 80 kN ($\phi = 16\text{mm}$) und die für die Versuche der Serien 2 und 3 bis zu einer Zugkraft von 125 kN ($\phi = 20\text{mm}$) durchgeführt. Diese Zugkräfte entsprechen einer Stahlspannung im Riss von ca. 400 N/mm^2 . Diese Grenze ist mit Bezug auf die DIN 1045-1 Regelung zur Spannungsbegrenzung auf $\sigma_s < 0,8 \cdot f_{yk}$ gewählt worden.

Die Darstellung der einzelnen Messwerte erfolgt mit Hilfe einer einheitlichen Bezeichnungssyntax. Diese ist exemplarisch in Tab. 20 dargestellt. Die Indizierung trägt zur Zuordnung der Versuchskörper und der Zuordnung von Messreihen zu den jeweiligen Versuchskörpern bei (vgl. hierzu auch Tab. 17).

Tab. 20: Legendenbezeichnungen

Legendenbezeichnung	Darstellung
MW Stahl Dehnung VK i	Mittelwerte aller Stahldehnungen der Messreihen für den Versuchskörper i ($i = 1 \dots 6$)
MW Dehnung VK i	Mittelwerte aller errechneten Dehnungen der Messreihen für den Versuchskörper i ($i = 1 \dots 6$)
VK 2_ j	Grafische Darstellung der Messreihe j ($j = 1 \dots 18$) des Versuchskörpers 2

4.2.2 Auswertung der Versuchsdaten

Eine Zusammenstellung der globalen Verformungen für alle Versuchsserien ist in Abb. 96 enthalten. Es werden die Versuchskörper der jeweiligen Serie in einem Diagramm für definierte Laststufen gegenübergestellt. Die Datengrundlage für die Auswertung der Serien bilden die Mittelwerte der IWA-Messreihen eines Versuchskörpers.

In den Diagrammen Abb. 97 ist die Mitwirkung des Betons auf Zug anhand des Faktors k_t dargestellt.

Die Versuchskörper der Serie 1 und 2 besaßen ein abgeschlossenes Rissbild, welches durch die Rissbleche vorgegeben wurde. Die Versuchskörper der Serie 3 wiesen hingegen kein abgeschlossenes Rissbild auf. Dieses stellte sich während des jeweils ersten Versuches mit den Versuchskörpern VK 5 und VK 6 ein. Offenbar vergrößert sich die Mitwirkung auf Zug, unter den Versuchsbedingungen, mit der steigenden Belastung bezogen auf die theoretische Rissspannung. Die gegenüber der Stahldehnung geringeren Dehnungen der Versuchskörper sind auf die Mitwirkung des Betons zurückzuführen. Dieser sogenannte "tension-stiffening"-Effekt wurde in allen Versuchen, auch nach mehreren wiederholten Be- und Entlastungen, bestätigt. Es ist festzustellen, dass dieser Effekt bei kontinuierlicher Laststeigerung bis zur Erreichung der als Abbruchkriterium festgelegten Maximalkraft zunimmt.

Im Vergleich der Serie 2 zur Serie 1 tritt eine geringfügig größere Verformung der Dehnkörper auf. Die Serie 2 weist trotzdem einen höheren Faktor k_t des "tension-stiffening"-Effektes als die Serie 1 auf, weil die Rissspannung mit Blick auf Gleichung (128) bzw. Tab. 19 für die Versuchsserie 2 deutlich kleiner ist als die für Versuchsserie 1. Die Größe gegenüber der Stahldehnung ist jedoch real kleiner, da durch den Nullabgleich vor dem jeweiligen Belastungsbeginn die bleibende Betonverformung hier nicht mit abgebildet wird.

Wie bei den Versuchen der Serien 1 und 2 wurde auch in der Versuchsserie 3 (Serienbezeichnungen nach Tab. 17) die Mitwirkung des Betons bei der Übertragung der Zugkräfte untersucht.

Die ermittelten mittleren Dehnungen für die Versuchskörper lagen in den einzelnen Versuchsreihen bei Erreichen der Maximalkraft in ähnlicher Größenordnung. Eine Zusammenstellung der gemessenen bzw. ermittelten maximalen Dehnungen aller Versuchsserien ist in Tab. 21 enthalten. Die Stahldehnungen sind dabei jeweils aus der Maschinenkraft berechnet worden.

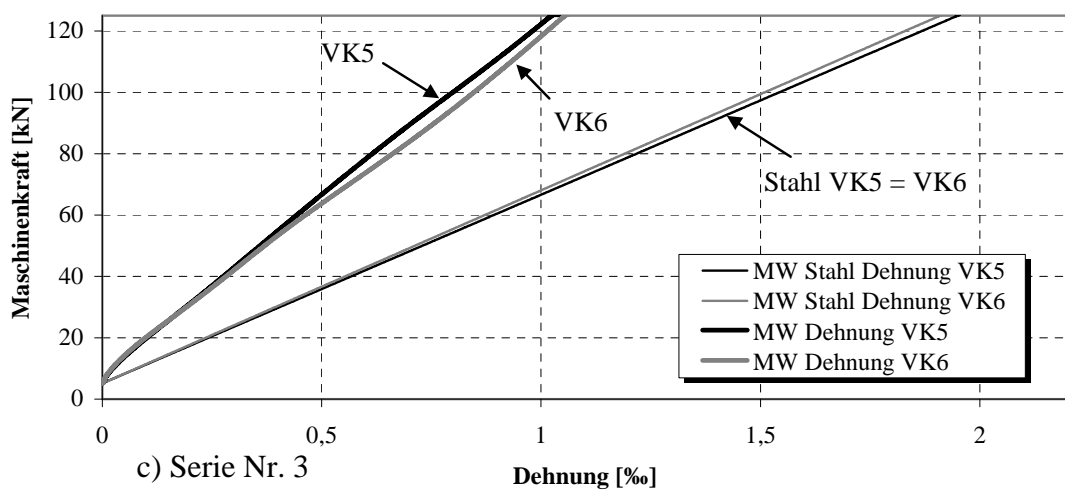
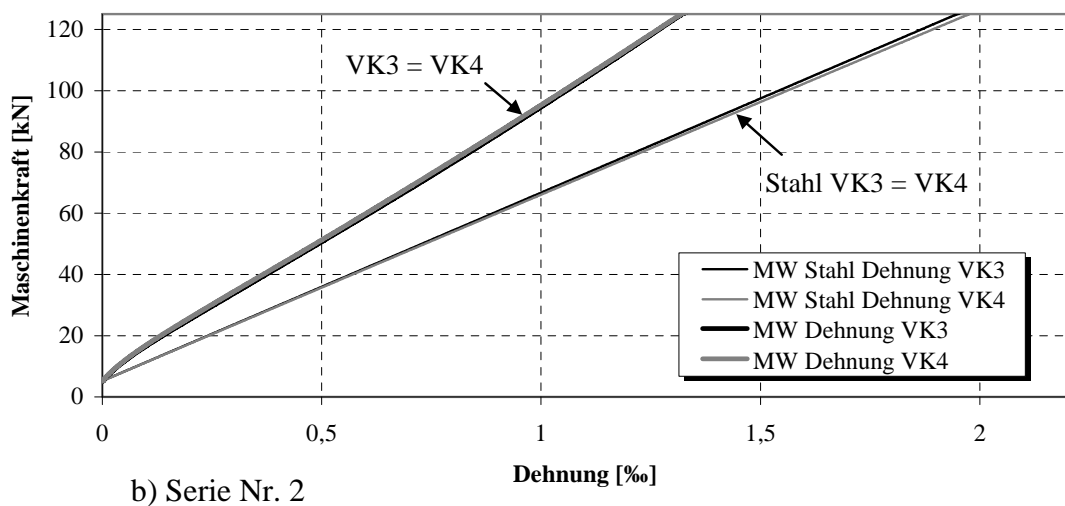
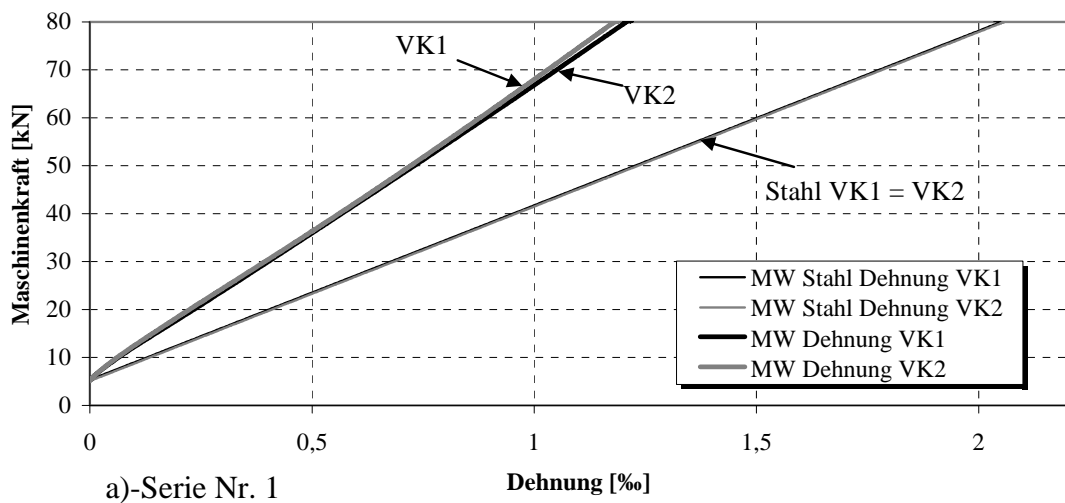


Abb. 96: Gesamtverformung der Versuchskörper

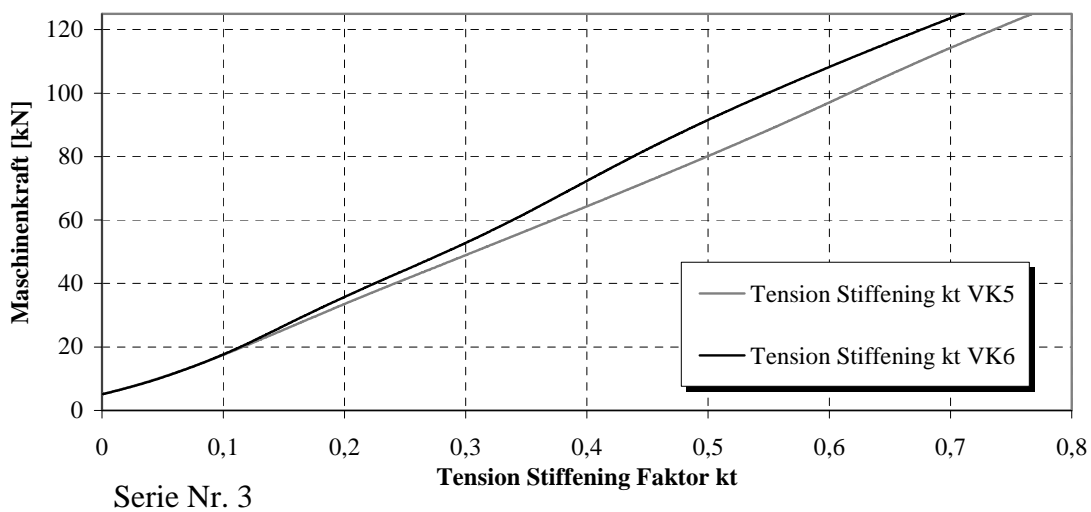
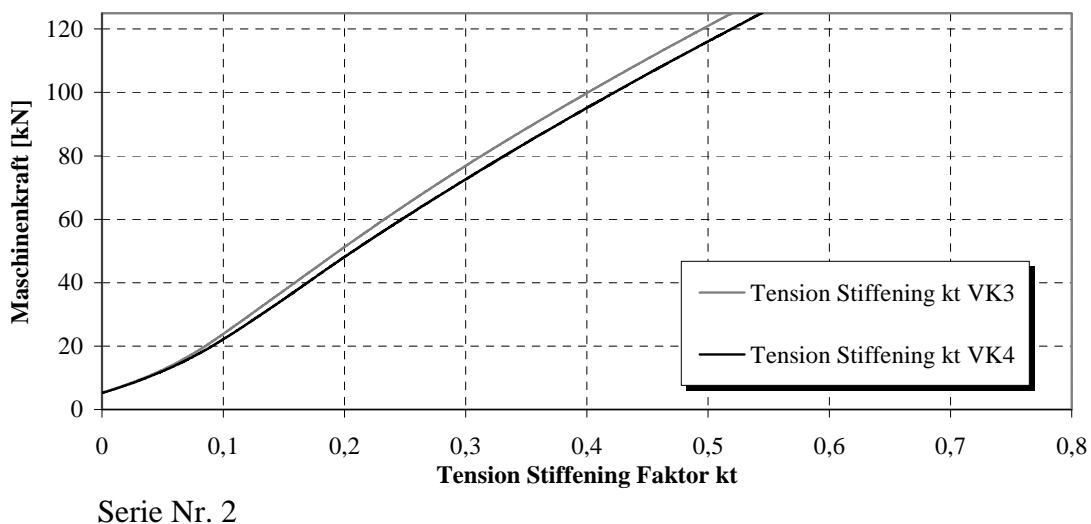
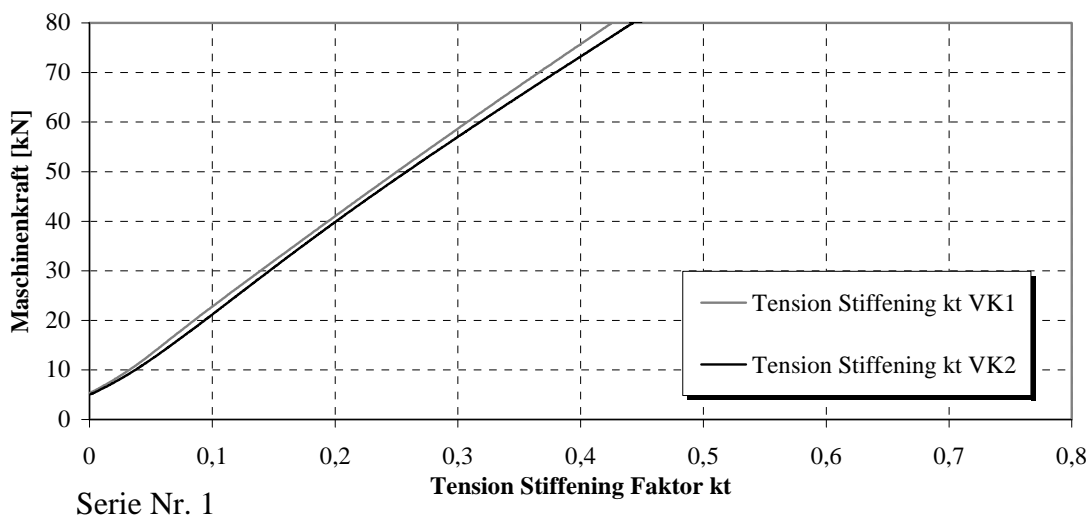


Abb. 97: Tension Stiffening, Faktor k_t

Tab. 21: Maximale mittlere Dehnungen der Versuchskörper

Serie Nr.	Dehnkörper	Kraft [kN]	Dehnung [‰]	
			Stahl ε_s	Mittlere Dehnung ε_{VK}
1	VK1	80	2,05	1,21
	VK2	80	1,85	1,18
2	VK3	125	1,95	1,32
	VK4	125	2,03	1,32
3	VK5	125	1,95	1,05
	VK6	125	1,95	1,02

4.2.3 Verformungsentwicklung der mittleren Versuchskörperdehnung in Bezug auf Lastwiederholungen

Im Zuge der Auswertung der Versuchsdaten wurde festgestellt, dass die Gesamtverformungen der Dehnkörper mit steigender Anzahl der Be- und Entlastungen zunehmen. Exemplarisch ist dieses Ergebnis für die Messreihen 2 und 15 des Versuchskörpers VK2 (Dehnkörper Typ I, $\phi 16$) in Abb. 98 dargestellt. Dabei zeigt die Messreihe die 2. Belastung, die Messreihe 15 die Auswirkung der 15. Belastung. Mit der Verformungszunahme nimmt der "tension stiffening"-Effekt ab. Die Mitwirkung des Betons auf Zug wird reduziert.

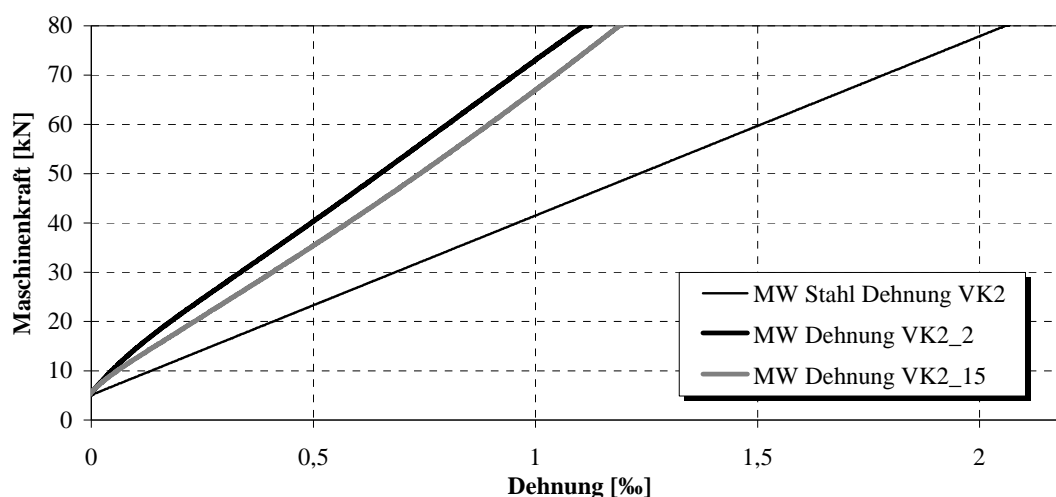


Abb. 98: Dehnungsverläufe nach wiederholter Belastung

4.3 Der Einfluss der in den Beton eingeleiteten Längszugdehnung auf die Ringdehnung

4.3.1 Grundlagen der Datenauswertung

Basierend auf den Erkenntnissen des Zugringmodells nach Tepfers und dessen Erweiterung nach van der Veen (Kapitel 2.1.1) wurden Verformungen in radialer und Umfangsrichtung am Dehnkörper erwartet.

Die Dehnungen in Umfangsrichtung, im Weiteren Ringdehnungen genannt, wurden mit Dehnmessstreifen aufgenommen, die auf der Außenseite der Betondeckung appliziert sind. Es war zu erwarten, dass diese Ringdehnungen einerseits Auskunft geben über die jeweilige Aktivierung einzelner Ringe, entsprechend dem Modell Abb. 17, und andererseits eine Rückrechnung der Ausdehnung der Tepfersrisse r_e in die Betondeckung hinein erlauben (siehe auch Abb. 121).

Der Algorithmus dafür lautet:

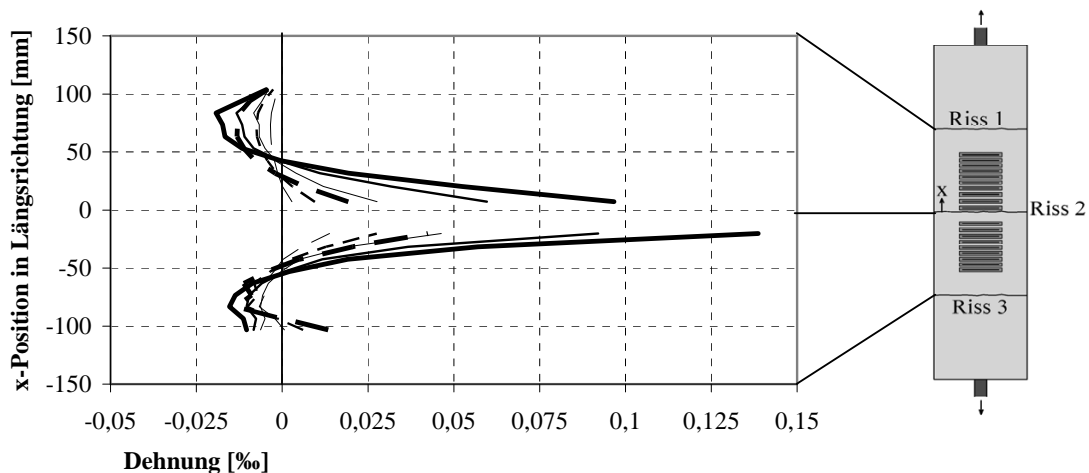
$$r_e = \frac{(c + \phi / 2)}{\sqrt{2 \cdot \frac{f_{ct,sp}(t)}{\varepsilon_{ct,DMS}(r = (c + \phi / 2)) \cdot E_{cm}(t)} - 1}} \quad (129)$$

Rückschlüsse auf die Änderung des Radius sind aus der Datenlage möglich. Die Länge des gemessenen Bogenstückes war durch die Messlänge der gewählten Dehnmessstreifen für die Ringdehnungsmessungen vorgegeben und betrug 60 mm (siehe z. B. Abb. 82, Segment 1). Die Messungen wurden in den beiden mittleren Abschnitten des Dehnkörpers Typ 1 und dem mittleren Abschnitt 2 des Dehnkörpers Typ 2 durchgeführt. Die Applikation der Messtechnik kann dem Kapitel 3.4 entnommen werden.

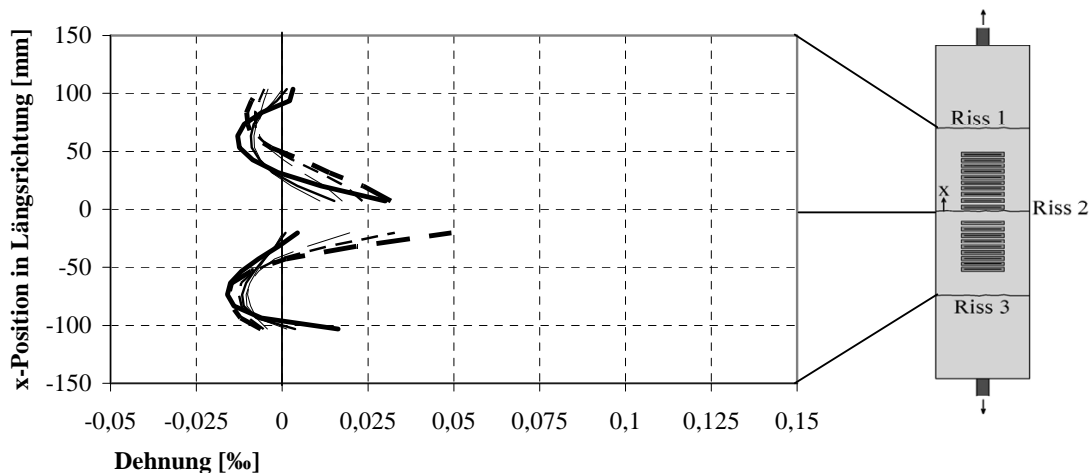
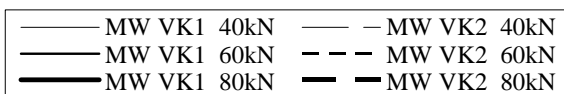
4.3.2 Auswertung der Versuchsdaten

Die Darstellung der gemessenen Ringdehnungen der einzelnen Versuchsserien erfolgt in Abb. 99. Analog der Auswertung der mittleren Dehnungen des Versuchskörpers sind die Messdaten einzelner Versuchskörper in ausgewählten Laststufen abgebildet.

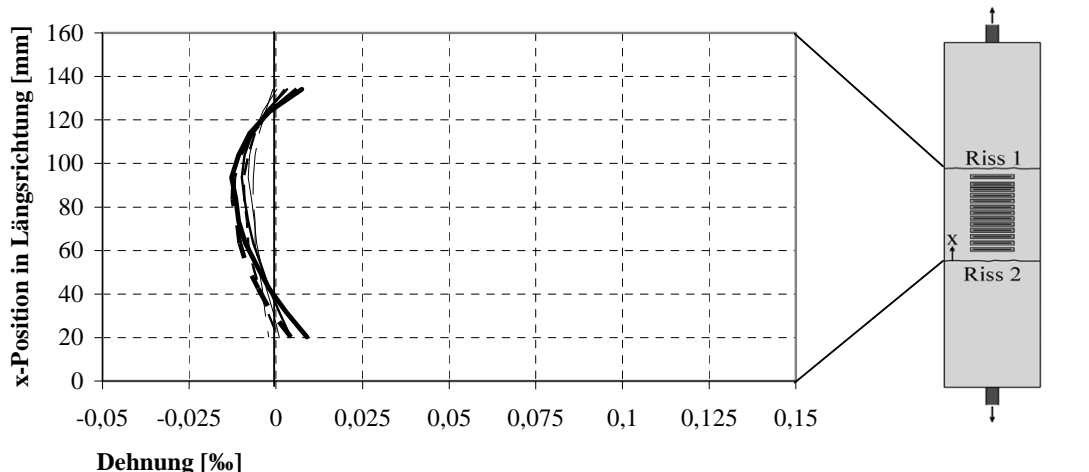
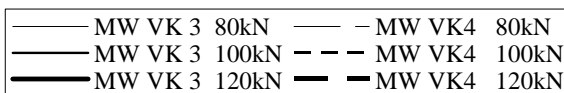
Infolge der aktivierten Zugspannungen in den Zugringen in Rissufernehe werden die Verformungen des Dehnkörpers deutlich sichtbar. In den rissnahen Bereichen ist eine Aufwölbung des Dehnkörpers zu verzeichnen. Die Verformungen nehmen mit zunehmender Lasteinwirkung zu. Die Verbundkörper werden im mittleren Bereich zwischen den Rissen, aufgrund kleiner Verbundbelastung und eines negativ gerichteten Querdehnungseffektes, eingeschnürt, der Radius des Körpers verringert sich. Alle Versuchskörper weisen qualitativ ähnliche Verformungsverläufe auf.



a) Serie Nr. 1



b) Serie Nr. 2



c) Serie Nr. 3

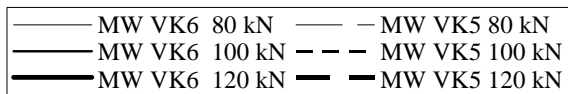


Abb. 99 : Ringdehnungen

4.3.3 Ringdehnungsverläufe in Abhängigkeit der Lastwiederholungen

Analog zur Untersuchung der mittleren Längsverformung der Versuchskörper wurden für die Ringdehnungen die Auswirkungen der wiederholten Be- und Entlastungen auf das Verformungsverhalten der Versuchskörper ausgewertet. Wie in Abb. 100 exemplarisch am Versuchskörper VK 2 ersichtlich, nehmen die Ringverformungen mit zunehmender Anzahl gleichmäßiger Be- und Entlastung ab, der Versuchskörper zeigt zunehmende geringere Verformungen. Dies geht einher mit einer Zunahme der Gesamtlängenänderung des Versuchskörpers. Dies kann ein Hinweis auf den Rückgang der Verbundspannungen sein.

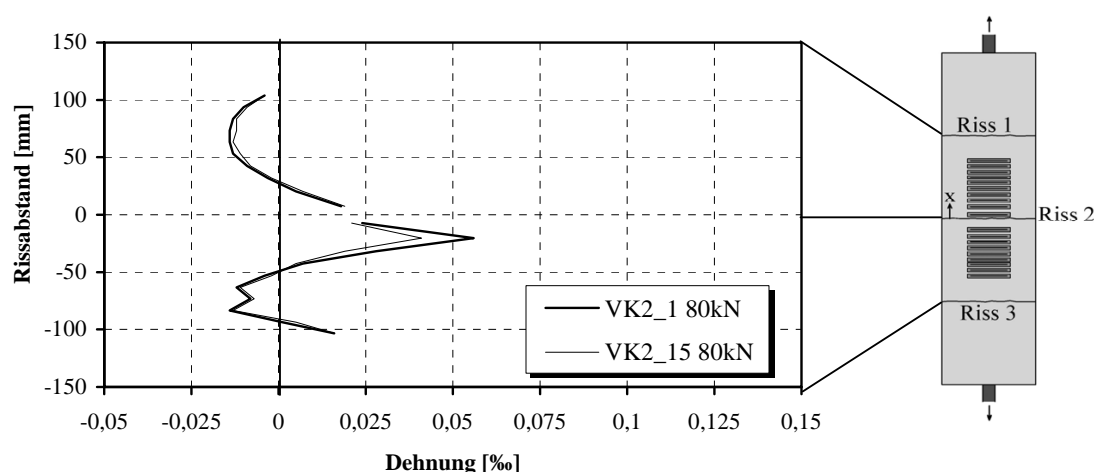


Abb. 100: Ringdehnungsverläufe nach wiederholter Belastung

4.4 Der Einfluss der in die Versuchskörper eingeleiteten Zugkraft auf die lokale Längsdehnung

4.4.1 Grundlagen der Datenauswertung

Die Längsdehnungen wurden anhand der über die Dehnmessstreifen in Längsrichtung erfassten lokalen Messwerte ausgewertet. Betrachtet und verglichen wurden die mittleren Segmente der Versuchskörper. Dies sind die Abschnitte 2 und 3 der Versuchskörper Typ 1 sowie der Abschnitt 2 des Versuchskörpers Typ 2. Die Applikation der Messtechnik kann dem Kapitel 3.4, Abb. 80 und Abb. 82, entnommen werden.

4.4.2 Auswertung der Versuchsdaten

Wie bereits in den Auswertungen zu den mittleren Längsdehnungen über die Versuchskörperlänge gezeigt, erfahren die Versuchskörper mit der Belastung eine Längsdehnung. Die Gesamtlänge der Verbundkörper nimmt mit steigender Last und steigender Anzahl der Be- und Entlastungen zu. Die Ergebnisse der lokalen Dehnungen in Längsrichtung auf der Mantelfläche eines Segmentes des zylindrischen Versuchskörpers sind in Abb. 101 dargestellt.

Im Gegensatz zu den positiven globalen Längsdehnungen treten hier unerwartet negative Dehnungen im untersuchten Bereich auf. Das heißt, der Versuchskörper erfährt in diesen lokalen Bereichen eine leichte Stauchung. Den Verfassern sind keine vergleichbaren Daten aus der Literatur bekannt, jedoch zeigt die in Kapitel 5.4 abgebildete Simulation vergleichbare Ergebnisse für die Spannung $\sigma_x(x)$ auf der Bezugslinie H_1 (Abb. 117). Es handelt sich mit Sicherheit um lokale Effekte, die nur den äußeren Bereich der Betondeckung betreffen.

Die grafischen Darstellungen der gemessenen lokalen Längsdehnungen für den Dehnkörper Typ 1 mit eingestelltem Rissbild zeigen deutlich Unterschiede zwischen den einzelnen, vergleichbaren Segmenten hinsichtlich Größe und qualitativen Verlauf der Längsdehnungen. Die Bereiche in denen die Unterschiede auftreten, sind durch die verschiedenen Messlängen der eingesetzten Dehnmessstreifen definiert. Oberhalb des Rissufers (positive Richtung) wurden DMS mit einer Messlänge von 20 mm und unterhalb des Rissufers (negative Richtung) mit einer Messlänge von 10 mm angeordnet. Im Bereich der Dehnmessstreifen mit einer Messlänge von 20 mm werden die größten Stauchungen am Rissufer gemessen. Die Stauchungen nehmen, von den Rissufern ausgehend, zur Mitte zwischen zwei Rissufern hin ab. Im Gegensatz dazu, kann eine Zunahme der Stauchung, ausgehend vom Rissufer, für den Bereich der eingesetzten Dehnmessstreifen mit einer Messlänge von 10 mm festgestellt werden.

Für Versuchskörper mit deutlich verringertem Durchmesser (c/ϕ -klein) wird angenommen, dass dieser Stauchungseffekt nicht zustande kommt, sondern die erwarteten positiven Längsdehnungen bis zur Oberfläche der Betondeckung durchtreten.

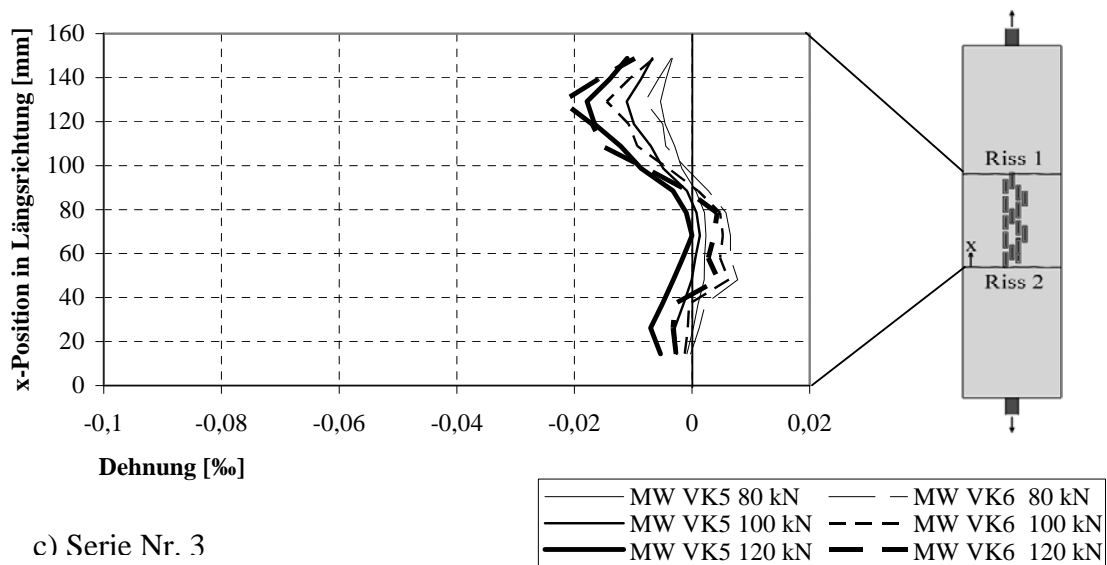
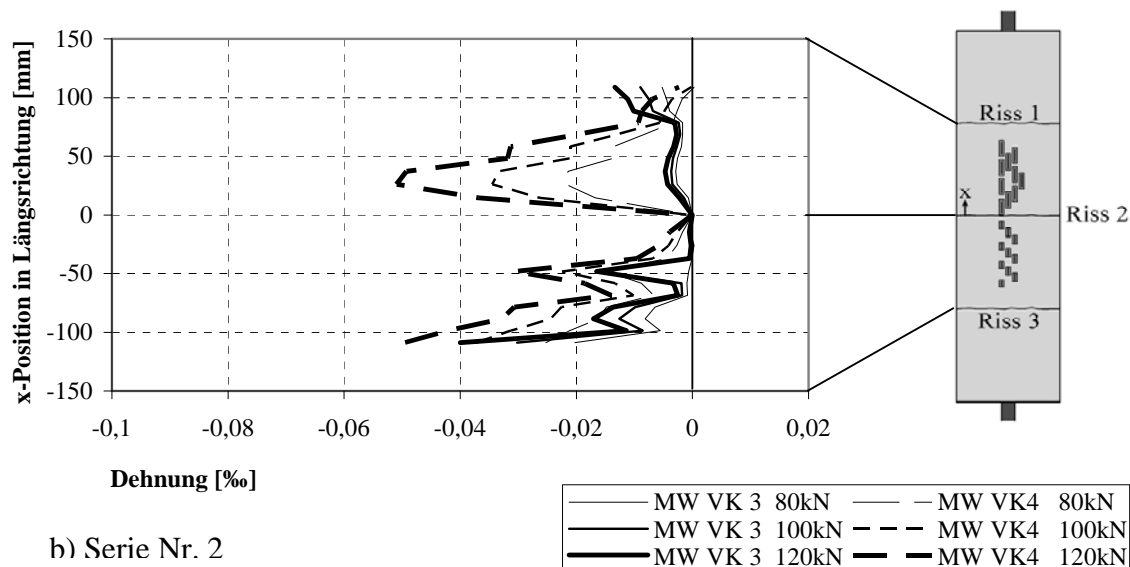
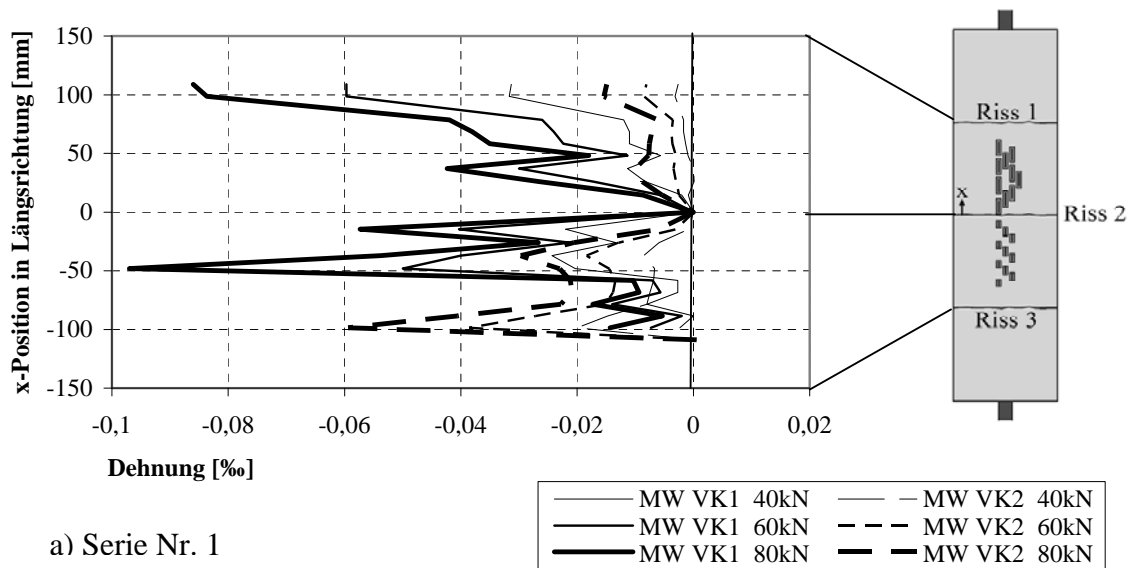


Abb. 101 : Längsdehnung

4.4.3 Längsdehnungsverläufe in Abhängigkeit der Lastwiederholungen

Der zeitliche Verlauf der Längsdehnung ist wiederum exemplarisch anhand ausgewählter Messreihen am Versuchskörper VK 2 in Abb. 102 dargestellt. Aus den abgebildeten Dehnungsverläufen ist zu erkennen, dass die lokalen Längsdehnungen im betrachteten Segment unter wiederholter Lasteinwirkung abnehmen.

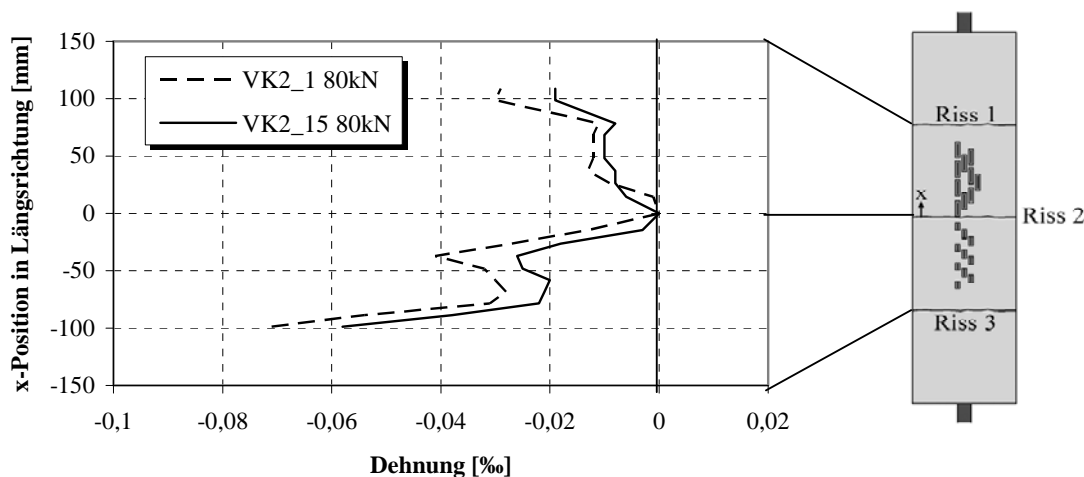


Abb. 102 : Längsdehnungsverläufe Versuchsserie 1; Dehnkörper 2; ϕ 16 mm

Im Vergleich zur Zunahme globaler Längenänderungen, infolge wiederholter Be- und Entlastungen, nehmen die lokalen Stauchungen zwischen den Rissufern ab. Auch hier scheint sich der Zugspannungseinfluss aus der Betonmitwirkung auf Zug bei wiederholter Belastung zur Oberfläche durchzusetzen.

4.5 Der Einfluss der Betondeckung auf die Verformung von Zugkörpern

Ausgehend von den Untersuchungen [50] und den Ergebnissen der Versuche an den Probekörpern 1 und 2 wurden weitere Versuche mit verminderter Betondeckung durchgeführt.

In der Versuchsphase stellten sich zusätzlich zu den voreingestellten Rissen weitere Risse ein. Dabei wurde festgestellt, dass diese einen Abstand von ca. 5 cm vom benachbarten Rissufer hatten. Weiterhin traten zu diesen senkrecht zur Stabachse verlaufenden Rissen Verbundrisse in Längsrichtung der Bewehrung auf.

In [50] werden, aufgrund von Erfahrungen, an Verbundversuchen Kriterien festgelegt, mit denen zwischen Sprengbruchversagen und Gleitbruchversagen unterschieden werden kann. Es konnte eine Abhängigkeit der Versagensart vom Verhältnis zwischen der Betondeckung und dem Bewehrungsdurchmesser festgestellt werden. Mit steigendem Verhältnis c/ϕ findet ein zunehmender Wettbewerb zwischen Sprengbruchversagen und Gleitbruchversagen statt. Um eine Trennung der Versagensarten zu ermöglichen, wird ein Grenzwert lim_{quo} eingeführt, dieser kann mit

$$\lim_{quo} = \frac{A_{shear,slip}}{A_{split,act}} \quad (130)$$

unter Verwendung von

$$A_{shear,slip} = l_b \cdot \pi \cdot \phi \quad (131)$$

$$A_{split,act} = l_b \cdot c_{min} \quad (132)$$

bestimmt werden. Hierbei ist $A_{shear,slip}$ die Gleitbruchfläche entlang des Stabumfanges und $A_{split,act}$ die Betondeckung schneidende (Spreng-) Bruchfläche. Bei einem Grenzwert $\lim_{quo} < 1$ (1,1) kann von einem Sprengbruchversagen und darüber von einer steigenden Wahrscheinlichkeit für ein Überwiegen des Gleitbruchversagen ausgegangen werden.

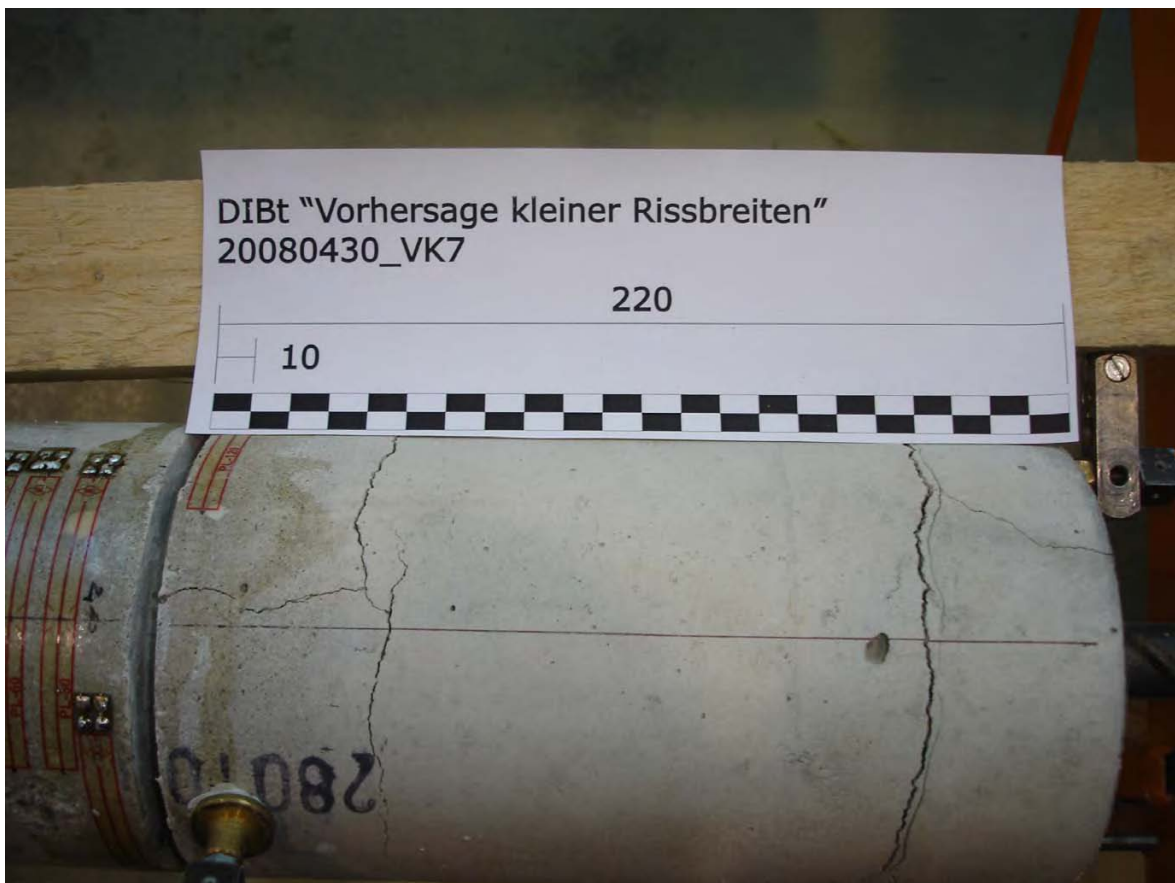


Abb. 103: Sprengbruchrisse am Dehnkörper Typ 3

In Abb. 103 ist das Rissbild eines Dehnkörpers Typ 3 dargestellt. Gut zu erkennen sind die in Längsrichtung verlaufenden Sprengrisse. Das Grenzverhältnis \lim_{quo} liegt hier bei 1,25 und somit oberhalb der in [50] festgestellten Grenze von 1,1.

5 Vergleichende Simulation eines Rissabstandes mit der FE-Methode

5.1 Einordnung in das Projekt

Im Rahmen der Untersuchung der Rissbildung und -entwicklung an zylindrischen Versuchskörpern am Institut Massivbau an der TU Dresden wurden sowohl die experimentellen Untersuchungen als auch die numerischen Untersuchungen der getesteten Dehnkörper parallel durchgeführt. Die FE- Modellierung mit dem Programm ANSYS dient der Unterstützung der Beschreibung und Simulation des Verbundverhaltens zwischen Beton und Stahl und der Prüfung des theoretischen Hintergrundes der Verbundtheorie.

Die FE-Modellierung von Versuchen stellt mittlerweile ein Grundwerkzeug in der Ingenieurwissenschaft dar, obwohl nach wie vor Schwierigkeiten in der Wahl geeigneter Vernetzungen, Elemente, Stoffgesetze und des Rechenaufwands bestehen, die oft mit mehr oder weniger begründeten Parametrisierungen oder Vereinfachungen ausgeglichen werden müssen.

Die Ergebnisse der FEM- Berechnung zeigen daher in der Regel eine Näherungslösung, die mit den experimentellen Untersuchungen im Labor verifiziert werden muss und eine anschließende Kalibrierung der Modellparameter notwendig macht.

5.2 Eingabedaten für die Modellrechnung

Der Modellkörper ist ein Zylinder aus Beton mit einem Bewehrungsstahl im Zentrum des Zylinders, an dem in beide Richtungen eine Zugkraft angreift. Der Durchmesser des Modellzylinders ist 160 mm mit einem Modellstabdurchmesser von 15 mm. Für die Modellierung wurde das Element Solid65 aus ANSYS für den Beton und Solid45 für den Stahl ausgewählt.

Das Element Solid65 ist speziell für 3D-Modellierung des Betons geeignet und wird durch 8 Knoten definiert. Jeder Knoten hat dabei 3 Freiheitsgrade (Verschiebung in x -, y - und z -Richtung). Mit dem Element Solid65 können Risse entweder im Zentrum des Elements oder im Integrationspunkt dargestellt werden. Der Riss wird nach der Berechnung als Kreis an diesem Punkt gezeigt, die Kreisebene definiert die Ebene des Risses. Wenn das Kreisymbol für einen Riss zusätzlich mit einem X markiert ist, bedeutet das, dass der Riss aufgegangen ist und sich wieder geschlossen hat. In jedem Integrationspunkt könnte der Riss in drei verschiedenen Ebenen gebildet werden. Die Risse sind mit einem roten Kreis für den Riss in der ersten Ebene, mit einem grünen Kreis für den Riss in der zweiten Ebene und mit einem blauen Kreis für den Riss in der dritten Ebene dargestellt.

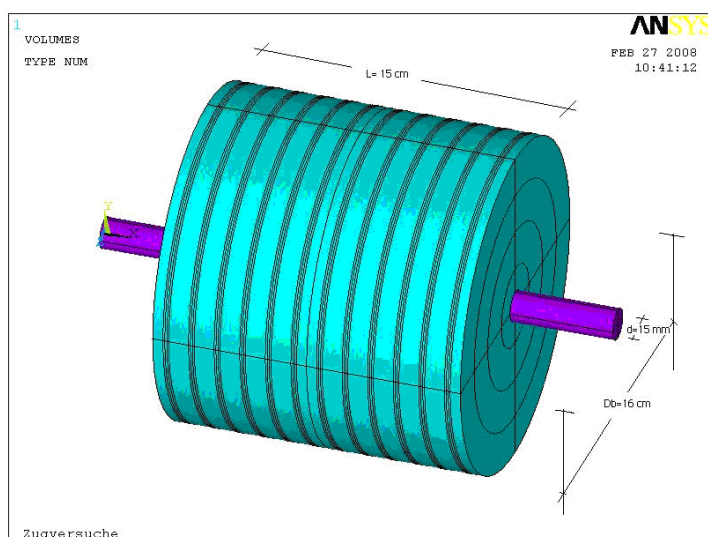
Im Fall, dass eine Abscherung bzw. ein Scherbruch in einem Integrationspunkt auftritt, wird ein Oktaeder im Schwerpunkt des Elements gezeigt. Wenn die Risse in mindestens fünf Integrationspunkten aufgegangen und geschlossen sind, wird das Symbol der Risse im Zentrum des Elements positioniert. Anschließend, wenn der Riss in mehr als einem Integrationspunkt gebildet ist, wird der Kreis im Zentrum des Elements angezeigt, mit gemittelter Orientierung in den Ebenen, in denen die Risse entstehen.

Um eine für die Berechnung günstige Vernetzung während des *meshings* (automatische Netzgenerierung) zu bekommen, wurde der Dehnkörper in der Modellierung in kleinere Volumen aufgeteilt, d.h. es wurde der Körper mit der Länge von 150 mm gerechnet. Das entspricht dem Rissabstand in der Versuchskörperkonfiguration und damit kann das Modell das am Dehnkörper realisierte Messfeld zwischen zwei sich einstellenden Rissen abbilden. Die Berechnungen am Modellkörper dienen dem Studium eines ungestörten Verbundsystems und der Verbundtheorie. Die Materialeigenschaften des Modellversuches sind Tab. 22 zu entnehmen.

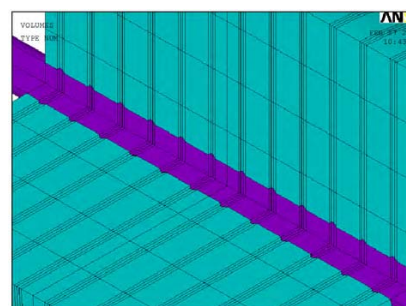
Tab. 22: Materialparameter für die Modellrechnung

Material	E-Modul E_c [MPa]	Dichte ρ [t/m ³]	Querdehnzahl ν	Zugfestigkeit f_{ct} [MPa]	Druckfestigkeit f_c [MPa]
Beton	30000	2,4	0,2	4,5	40
Stahl	200000	7,9	0,3	500	500

In Abb. 104 ist der Modellaufbau dargestellt.



(a)-Abmessungen



(b) - Übergang Bewehrung-Beton

Abb. 104: 3D-Volumenmodell eines Rissabstandes zwischen zwei Rissen

Der Stab wurde unter Einbeziehung der Rippen detailliert. Allerdings wurde dabei zur Vereinfachung ein konstanter Rippenabstand mit Rippen senkrecht zur Stabachse modelliert. Die gewählte Stabgeometrie geht aus Abb. 105 hervor. Die Konfiguration des Modellbewehrungsstabes mit Rippen setzte eine sorgfältige Vernetzung voraus. Dazu soll die Vernetzung der Betondeckung die Modellvorstellung von Zugringen stützen (Abb. 106).

Zur Erfassung der Spannungsübertragung über kleine Risse ("bridging stresses") wurde eine verformungsabhängig definierte trilineare Beziehung für das Nachrissverhalten des Betons verwendet, Abb. 107. Die dort definierte Dehnung ϵ_{ck} ist mit ϵ_{cr} aus Gleichung (9) vergleichbar.

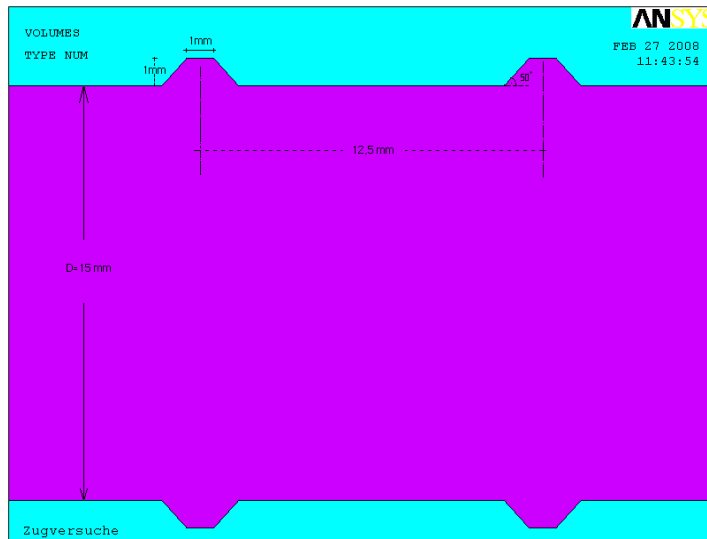


Abb. 105: Geometrische Definitionen des Bewehrungsstabes

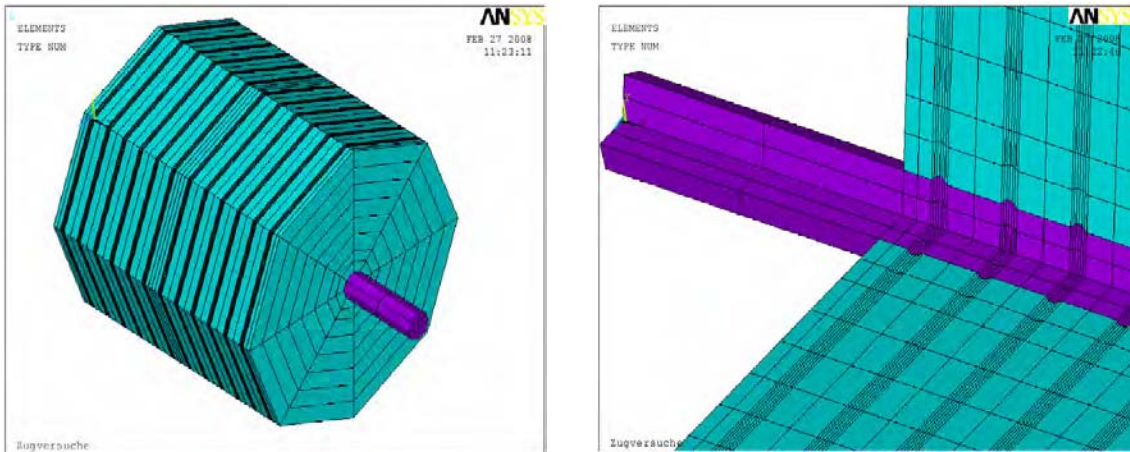


Abb. 106: Vernetzung der Betondeckung und des Modellstabes

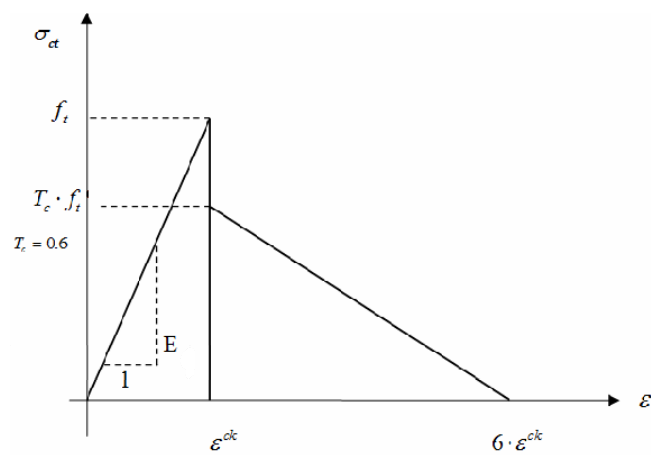


Abb. 107: Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung für das Nachrissverhalten

5.3 Randbedingungen und Belastung

Der Prüfkörper wurde an den beiden Seiten des Stabs in y - und z - Richtung gelagert. Die beiden Enden des Stabs werden entgegengesetzt gezogen. Die Betondeckung des Modellzugkörpers wurde nicht gehalten, um eine freie Verformung der Betondeckung zuzulassen. Aus dem gleichen Grund wurde auch von symmetrischen Teilen entlang der Stabachse des Versuchskörpers abgesehen. Die Lagerungsbedingungen sind Abb. 108 zu entnehmen. Der Einfluss der Spannungsübertragung über Rissufer hinweg kann mit diesem Ausschnitt aus dem Versuchskörper nicht abgebildet werden. Dazu wären in einem aufwendigen Schritt die Lagerungsbedingungen der Betonoberfläche in x -Richtung als nichtlineare Federn abhängig von der Stahldehnung zu definieren.

Anders als im eigentlichen Versuch, wurde die Belastung weggesteuert eingetragen. Der maximale Weg wurde auf beiden Seiten mit 0,09 mm definiert, was einer Rissbreite von $w_0 = 0,18$ mm an der Stahloberfläche entspricht (Abb. 109). Damit wird eine Zugspannung im Stahl aktiviert. Die Belastungssteigerung mittels Wegvorgabe im Modell erfolgte in 100 Schritten mit jeweils 10 Integrationschritten.

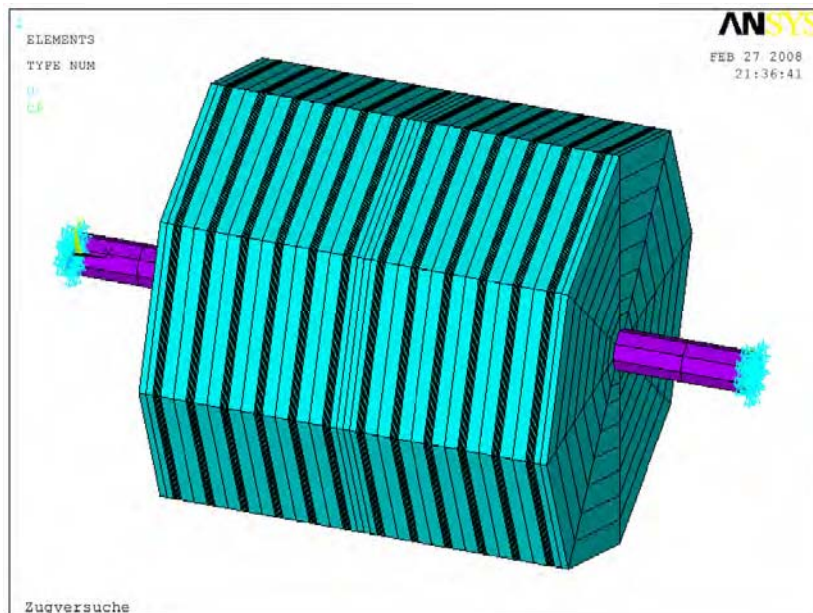


Abb. 108: Lagerungsbedingungen des Zugkörpers

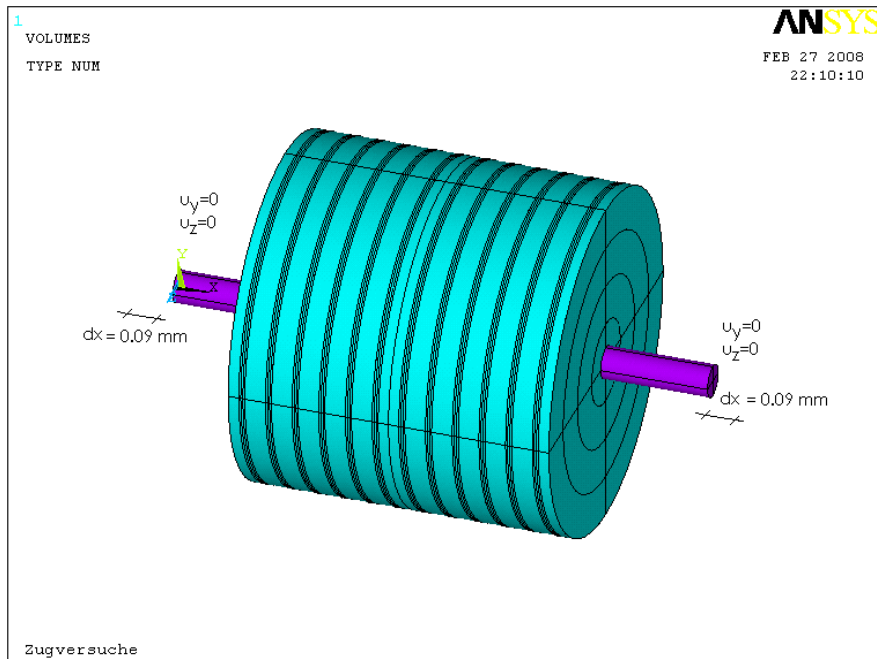


Abb. 109: Vorgabe des Dehnweges für den Belastungseintrag in der Modellrechnung

Der Verbund zwischen Stahl und Beton ist im Modell mittels Kontaktelementen berücksichtigt. In der Berechnung sind die Elemente TARGE170 und CONTA174 verwendet worden. Die Verbundspannung zwischen Beton und Stahl wird mit 3,2 MPa vorgegeben. Dabei handelt es sich um einen Normwert der Verbundfestigkeit. In der Realität kann diese deutlich höher sein, insofern ist das Ergebnis ein sehr konservatives. Es kann also durchaus sinnvoll sein, diesen Anteil an der Simulation weiter zu erhöhen. Die Kontaktelemente sind in Abb. 110 am modellierten Bewehrungsstahl angetragen.

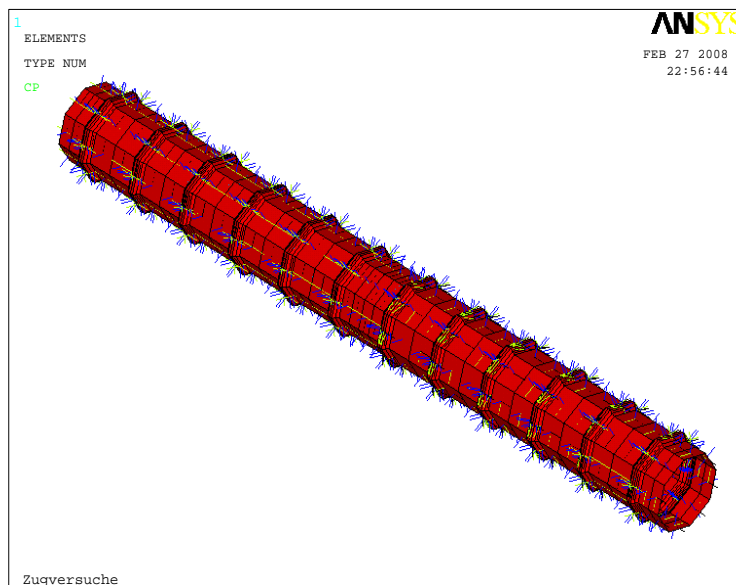


Abb. 110: Kontaktelement zwischen Stahl und Beton

5.4 Ergebnisse der Berechnung

Die Ergebnisse der Modellrechnung sind im Folgenden dargestellt. Insbesondere die Verteilung der Spannungen σ_x (Abb. 111) erlaubt Aussagen und damit Vergleichsmöglichkeiten über die Dehnungen ε_x , die in den realen Dehnkörper-Versuchen auch an der Außenseite gemessen worden sind.

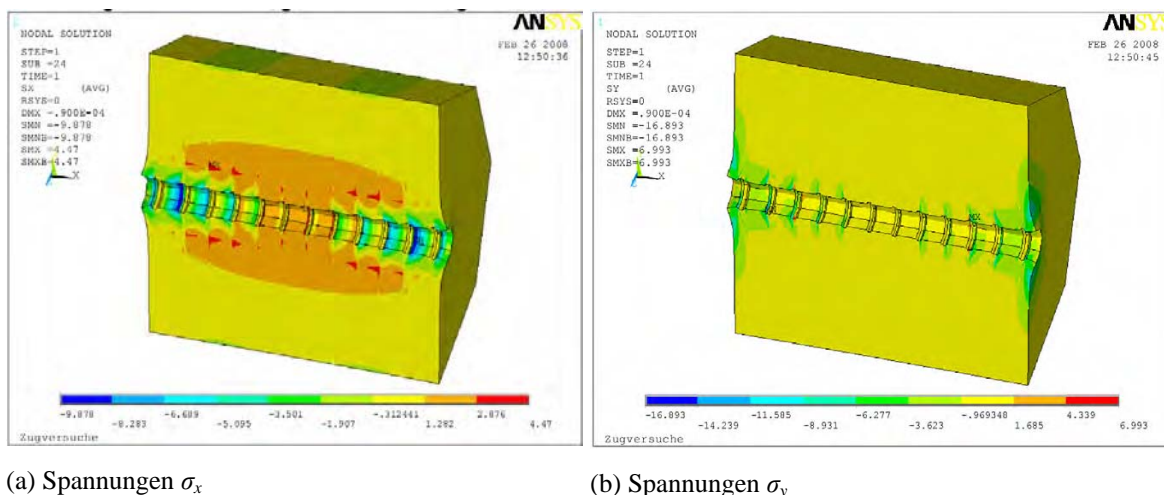


Abb. 111: Spannungen in Längs(σ_x) - und radialer(σ_y) Richtung

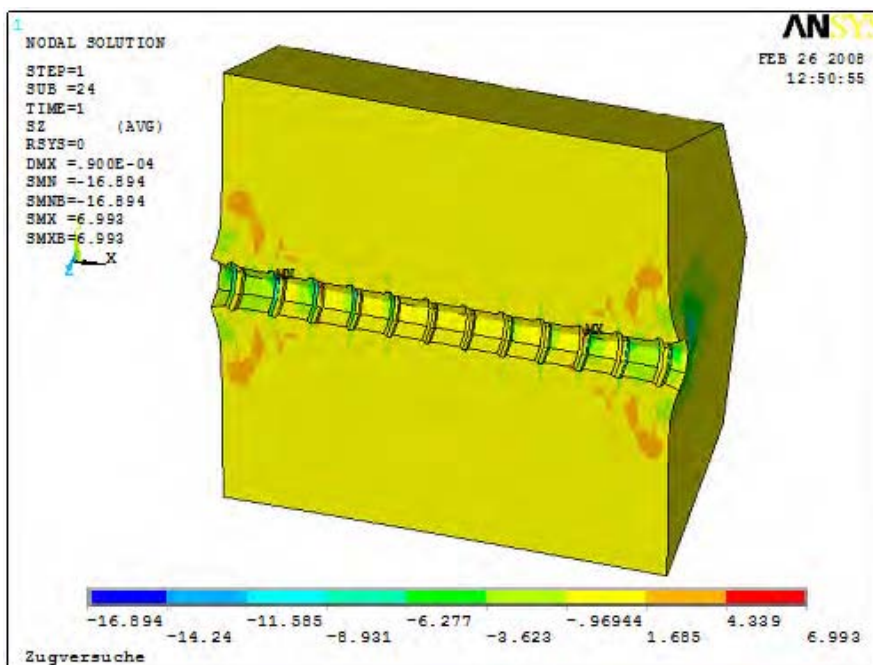
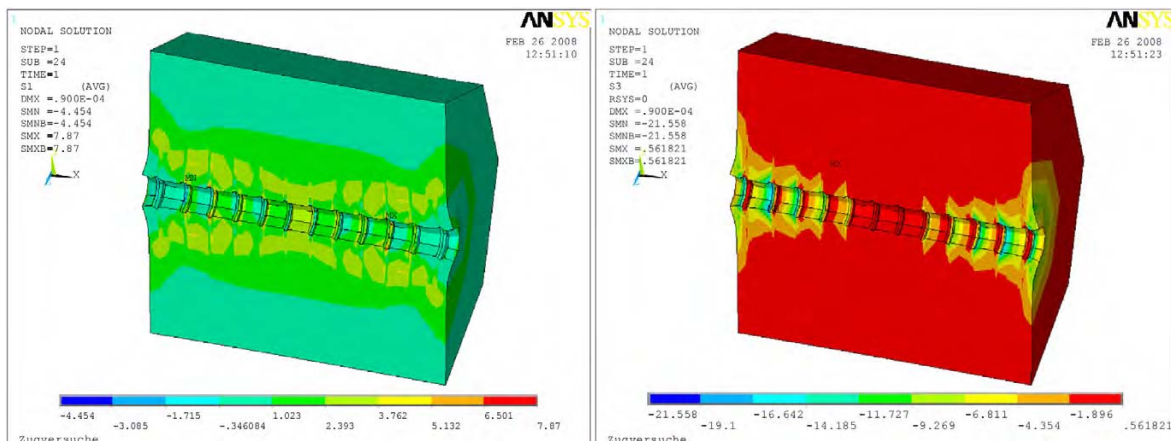


Abb. 112: Spannungen (σ_z) orthogonal zur Längsschnittebene - Ringzugspannungen

Die Längsschnittdarstellung (Abb. 112) ermöglicht einen Vergleich mit den erwarteten Ringzugspannungen und mit dem Rissdiagramm ausgebildeter Tefpers-Risse (Abb. 121(a)). Offensichtlich sind in einem größeren Bereich in der Mitte nahezu elastische Verbundverhältnisse gegeben.

Die nächste Darstellung (Abb. 113) erlaubt eine Vorstellung von der Verteilung der Hauptzugspannungen und Hauptdruckspannungen (σ_1 ; σ_2) im Längsschnitt.



(a) Haupt(zug)spannungen σ_1

(b) Hauptdruckspannungen σ_3

Abb. 113: Hauptspannungen im Längsschnitt

Zur Quantifizierung der Verschiebungen und Spannungen in verschiedenen Schnittebenen des Modellkörpers wurden verschiedene Bezugslinien definiert. Die Ergebnisse auf der Basislinie H_1 (Abb. 114) an der Oberfläche des Modellkörpers sind gut mit den Messwerten auf der Betonoberfläche vergleichbar.

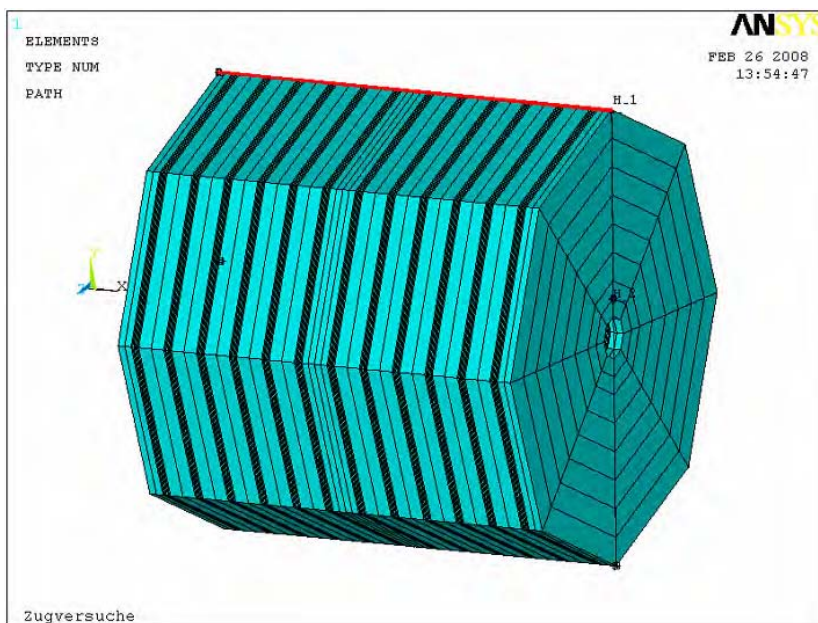


Abb. 114: Position der Basislinie H_1

Die Verschiebung $u(x)$ (Abb. 115), entlang der Bezugslinie H_1 , wechselt auf der Hälfte des Versuchskörpers das Vorzeichen, da sich dort der ortsfeste Punkt des Modellversuchs befindet.

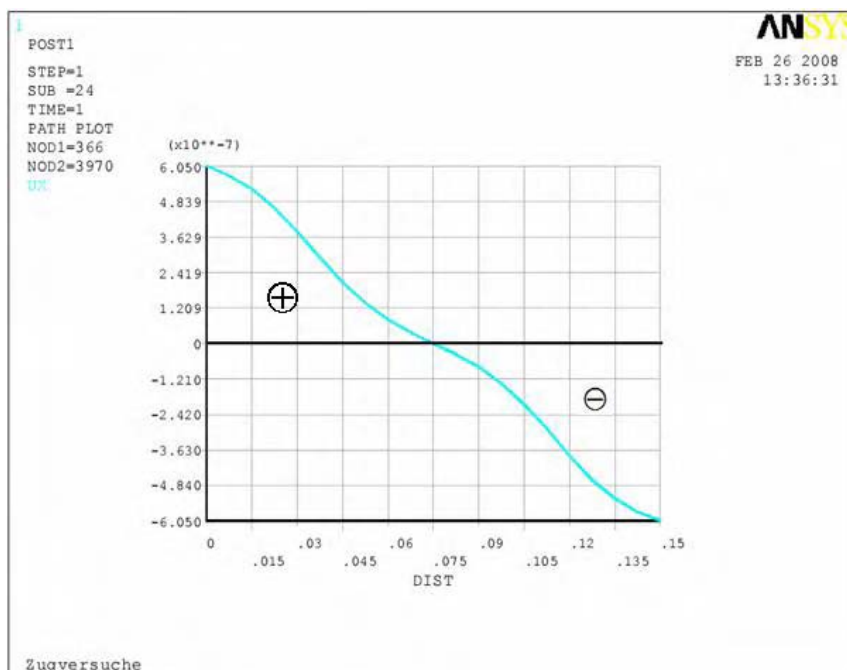


Abb. 115: Die Verschiebung $u(x)$ entlang der Bezugslinie H_1

Die Verschiebung $u(y)$ ist identisch mit der radialen Verschiebung $u(r)$, (Abb. 116). Das Ergebnis lässt die größten Ringdehnungen am Rissufer erwarten. Dies ist so auch von Goto [65] festgestellt worden. Die Ringlängenänderungen auf dem Perimeter des Modellkörpers sind dann mit:

$$u(u_{\phi 160}) = 2 \cdot \pi \cdot u(r) \quad (133)$$

aus $u(r)$ ermittelbar.

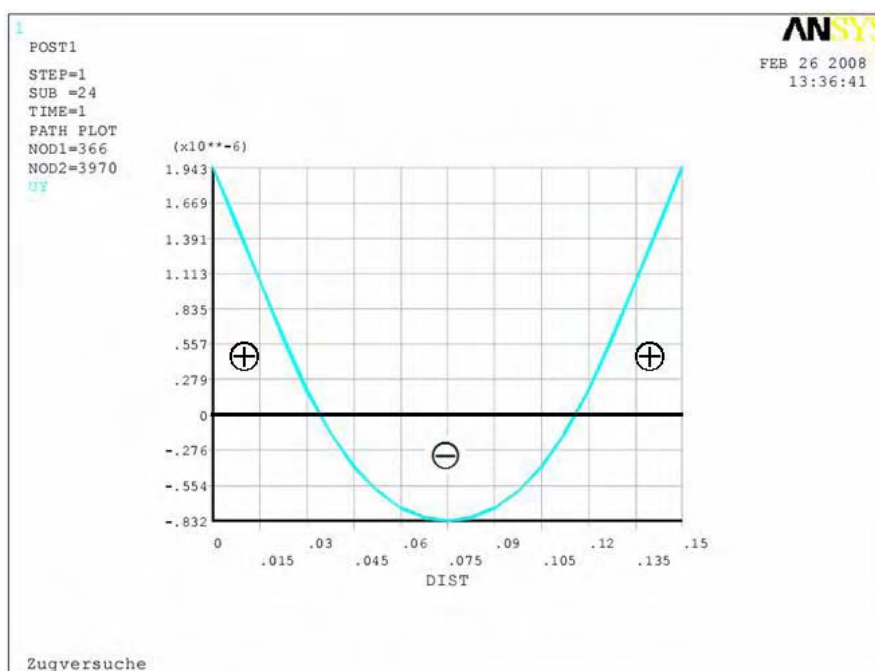


Abb. 116: Die Verschiebung $u(y) = u(r)$ auf H_1

Unerwartet, aber im Nachhinein begründbar war, dass die Ringdehnungen in der Modellrechnung wie in den Versuchen im mittleren Bereich des Rissabstandes negativ wurden. Verantwortlich ist wahrscheinlich das Querdehnungsverhalten von Beton, dass bei einer Zugbelastung dazu führt, dass sich der Beton mit der Längsdehnung zusammenzieht. Da dies offenbar von der sich akkumulierenden Längsdehnung vom Rissufer zum ortsfesten Punkt abhängt, wird die eigentlich durch Verbundwirkung ausgelöste Ringdehnung durch die zunehmende Einschnürung infolge der Zugbelastung, mit Ausnahme des Rissuferbereiches, fast vollständig kompensiert. Goto [65] konnte dies nicht feststellen, da er mit seinem Team die Ringdehnungen nur unmittelbar am Rissufer gemessen hat.

Die Spannungsentwicklung $\sigma_x(x)$ auf der Außenseite der Betondeckung (Bezugslinie H_1 , Abb. 114) gibt die Möglichkeit, qualitativ die lokalen Dehnungen $\varepsilon_x(x)$ abzuschätzen und Vergleiche zu den Dehnungsmessungen auf der Betondeckung zu ziehen.

$$\varepsilon_x(x) \sim \frac{\sigma_x(x)}{E_c} \tag{134}$$

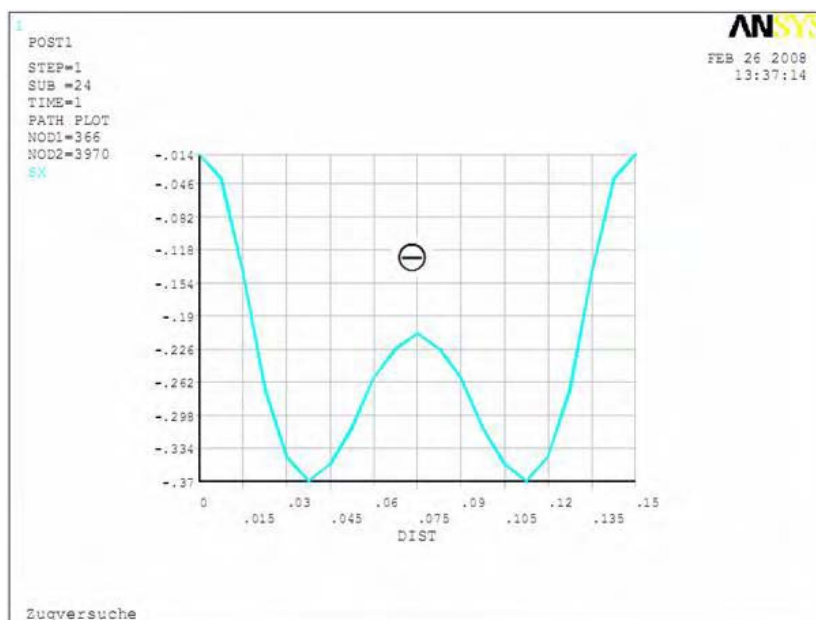


Abb. 117: Die Entwicklung der Spannung $\sigma_x(x)$ auf H_1

Für einen ideal-elastischen Körper (zutreffende Voraussetzungen sind über große Bereiche von H_1 gegeben) ergibt sich $\varepsilon_x(x)$ unter Berücksichtigung der Spannungen in andere Raumrichtungen vollständig aus:

$$E_c \cdot \varepsilon_x = \sigma_x - \nu \cdot \sigma_y - \nu \cdot \sigma_z \quad \rightarrow \quad \varepsilon_x = \frac{\sigma_x - \nu \cdot (\sigma_y + \sigma_z)}{E_c} \tag{135}$$

Auch hier stellt sich offenbar eine Verformung ein, die so weder erwartet noch vorhergesagt wurde. Jedoch ist die Vorhersage in den nun vorliegenden Messungen bestätigt worden. Bisher sind allerdings negative Dehnungen auf der Betondeckung in der Literatur nicht bestätigt worden. Als ein Beispiel mit anderer Voraussage kann hier die Veröffentlichung von Fantelli/Mihashi/Vallini [57] gezeigt werden, die positive Dehnungen auch am Bauteilrand vermutet (Abb. 118):

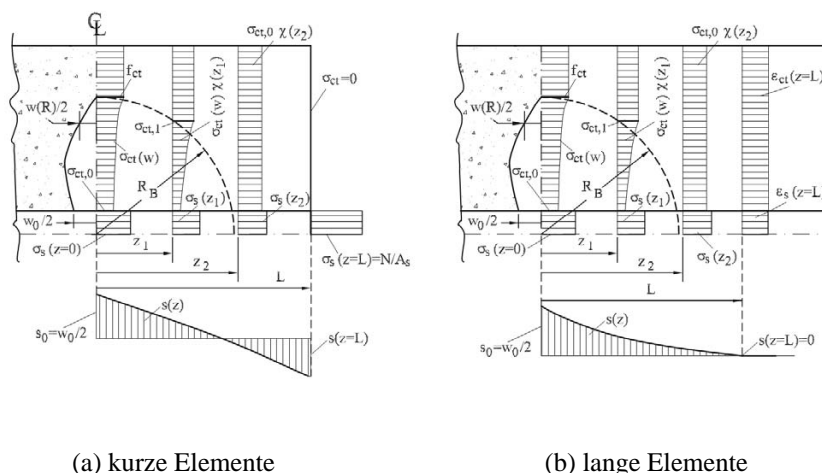


Abb. 118: Erwartete Spannungsverteilung von Längszugspannungen (aus Fantilli/ Mihashi/ Vallini [57], Fig. 7)

Es bieten sich für die Messwerte jedoch eine Reihe von Plausibilitätsprüfungen. Beispielsweise muss die Summe der lokal gemessenen Rissbreiten $\sum w_c$ geringer sein als die über den Versuchskörper gemessene Längenänderung. Andererseits sind die zwei lokalen Extrema über einen Rissabstand so zu verstehen, dass sich eigentlich ein Biegeeffekt mit einem sich zur ortsfesten Mitte akkumulierenden Längszug überlagert.

Offenbar ist zumindest zu prüfen, inwieweit Veränderungen der Betondeckungshöhe den Hebelarm verändern und damit den Einfluss des Längszuges gegenüber dem Biegeeinfluss auch in den äußeren Randbereichen der Betondeckung verstärken.

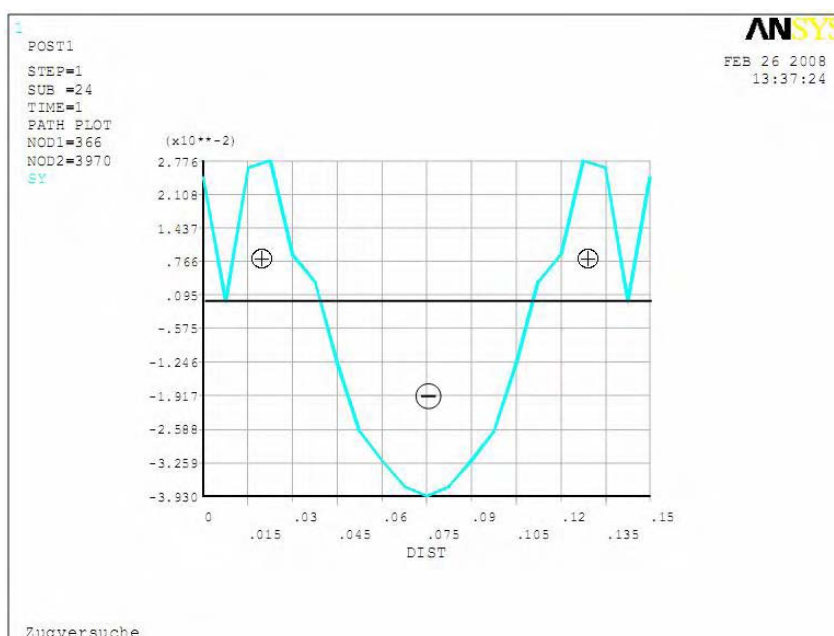


Abb. 119: Die Entwicklung der Spannung $\sigma_y(x)$ auf H_1

Die in Abb. 119 dargestellte Spannungsverteilung zu $\sigma_y(x)$ entlang H_1 entspricht der Spannungsentwicklung entlang des Radius $\sigma_r(x)$. Mit dem Teffers-Modell [120] sind positive

Werte für $\sigma_r(x)$ über den Radius nicht erklärbar. Es ergibt sich für den elastischen Bereich als Druckspannung:

$$\sigma_r(r) = \frac{r_e^2 \cdot \frac{\phi}{2 \cdot r_e} \cdot \tau_b \cdot \tan \alpha}{(c_y + \phi / 2)^2 - r_e^2} \cdot \left[1 - \frac{(c_y + \phi / 2)^2}{r^2} \right] \quad (136)$$

Damit ergibt sich immer für $\sigma_r(c_y + \phi/2) = 0$. Die Ergebnisse müssen also im Rahmen des Forschungsprogramms anders erklärt werden. Allerdings sollte das Problem nicht überschätzt werden. Die radiale Zugdehnung beträgt nur $\varepsilon_r \approx 8,4 \cdot 10^{-7}$.

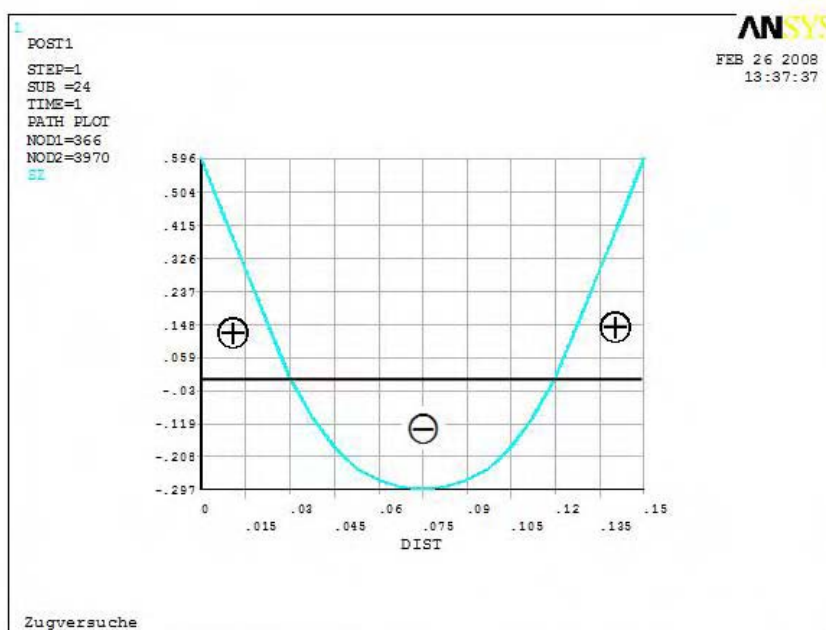


Abb. 120: Die Entwicklung der Spannung $\sigma_z(x)$ auf H_1 - Ringzugspannungen an H_1

Abb. 120 enthält die Verteilung der Ringzugspannungen entlang der Bezugslinie H_1 . Vereinfacht lässt sich die Dehnung $\varepsilon_z(x)$ auf H_1 über den folgenden Zusammenhang, ohne Berücksichtigung der Querdehnungsanteile, darstellen:

$$\varepsilon_z(x) \sim \frac{\sigma_z(x)}{E_c} = \frac{\sigma_t(x)}{E_c} \quad (137)$$

Unter Berücksichtigung der Querdehnungsbehinderung verändert sich die Ansatzgleichung bei Annahme einer ideal-elastischen Verformung bei H_1 wie folgt:

$$E_c \cdot \varepsilon_z = \sigma_z - \nu \cdot \sigma_x - \nu \cdot \sigma_y \quad \rightarrow \quad \varepsilon_z = \frac{\sigma_z - \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)}{E_c} \quad (138)$$

$$\rightarrow \varepsilon_x = \frac{\sigma_x - \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_r)}{E_c} \quad (139)$$

In den nächsten Abbildungen wird die interne Rissbildung ("Tepfers-Risse", Abb. 121 und "Goto-Risse", Abb. 122) in Längsschnitt, Querschnitt und 3D dargestellt. Hierbei handelt es sich streng genommen um Überschreitungen von Randbedingungen aus den Beton-Stoffgesetzen, die Risse werden also selten diskret oder unter Berücksichtigung der Differenzierungen in der Betonmatrix (Größe der Gesteinskörnung) dargestellt. Ausrichtung und Ausdehnung in die Betondeckung hinein sind durchaus realistisch und bestätigen das Ergebnis des selbst entwickelten Simulationsmodells auf Basis des "klassischen" Goto- und Tepfers-Modells.

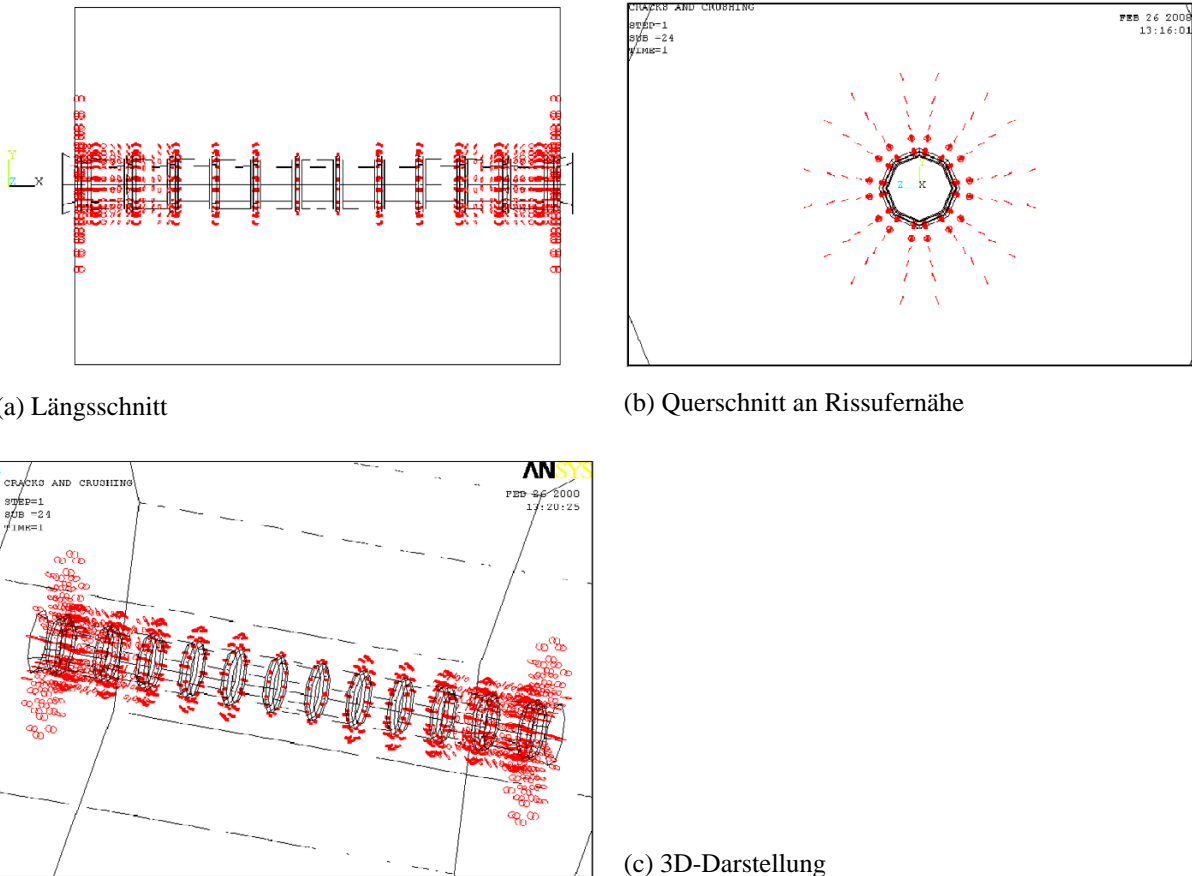


Abb. 121: Interne Rissbildung (I-Tepfers-Risse) in der Verbundzone

Die Ergebnisse können keine direkte Auskunft über die Breite der indirekten Risse geben. Aus den eigenen bisherigen Simulationen geht hervor, dass sich aus den Verformungswerten in der unmittelbaren Stabumgebung errechenbare Differenzen, also Risse, in der Größenordnung von nur wenigen μm ergeben und erwarten lassen.

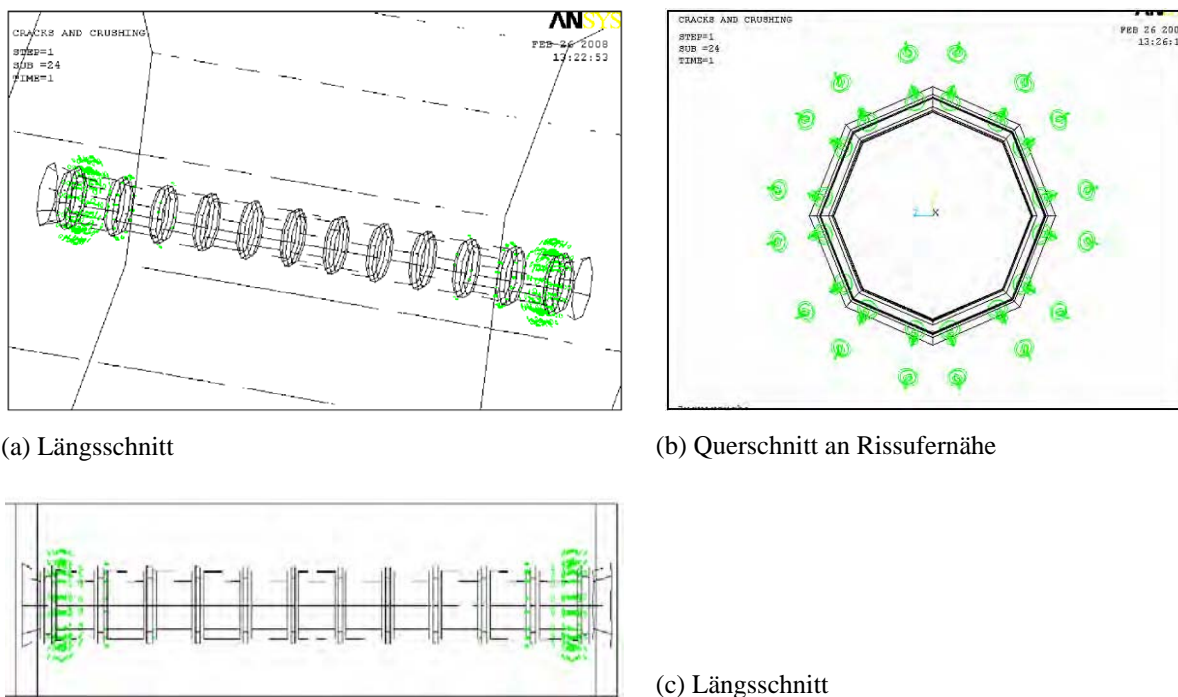


Abb. 122: Interne Rissbildung (II-Goto-Risse) in der Verbundzone

Die Größe der Risse im Tepfers-Modell am Übergang Stab - Beton kann mit der Erweiterung von Reinhardt/ van der Veen [112], Gleichung (12), errechnet werden. Interessanterweise ist die Ausdehnung der Goto-Risse $r_{e,Goto}$ in die Betondeckung hinein in dieser Modellrechnung deutlich kleiner als die radiale Ausdehnung der Tepfers-Risse $r_{e,Tepfers}$. In der eigenen Simulation wird vereinfacht angenommen, $r_{e,Goto} = r_{e,Tepfers}$, da der Unterschied über weite Bereiche entlang des Stabes nur wenige Millimeter beträgt.

5.5 Auswirkungen einer Verkleinerung der Betondeckung

Es gibt aus Versuchen Indizien, dass eine Verkleinerung der Betondeckung die Betondehnungen auf der Versuchskörperaußenseite nicht nur quantitativ, sondern auch qualitativ drastisch ändern kann. Um diesen Effekt zu simulieren, wird, gegenüber dem voran gegangenen Beispiel, der Versuchskörper mit einem auf 80 mm verkleinerten Durchmesser in einer ähnlich geführten FE-Rechnung simuliert.

Die Eingangsdaten unterscheiden sich von der vorherigen Rechnung folgendermaßen:

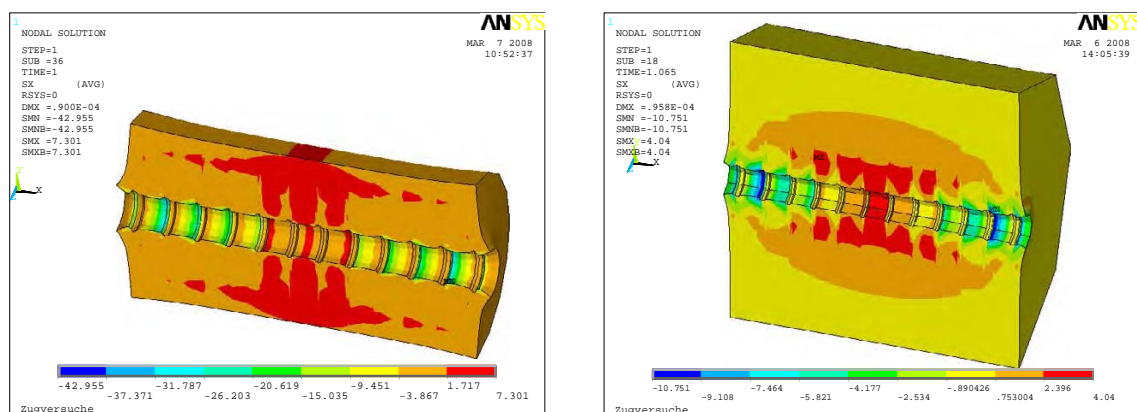
$$D = 80 \text{ mm } (c/d_s = 2)$$

$$d_s = 16 \text{ mm}$$

$$f_{bm} = 2,25 \cdot f_{ctm} \Rightarrow 2,25 \cdot 3,5 \text{ N/mm}^2 = 7,88 \text{ N/mm}^2$$

(Annahme: Plastisches Verbundmodell, Zuggurtansatz für Gebrauchstauglichkeit mit der Annahme von Tue et.al nach Heft 525 [30])

Simuliert wird wieder der 150 mm lange Bereich zwischen zwei Rissen. Die nachstehenden Ergebnisse resultieren aus einer weggesteuerten Belastung, wie in 5.3 beschrieben. Dabei sind ab einem bestimmten Lastniveau, das dem Spannungszustand zwischen zwei Rissen eines abgeschlossenen Rissbilds nahe kommt, keine tiefgreifenden qualitativen und quantitativen Veränderungen im Beton mehr zu erwarten. Dies hängt damit zusammen, dass sich die Mitwirkung des Betons auf Zug nach Erreichen des abgeschlossenen Rissbildes bis zum Erreichen der Tragfähigkeitsgrenze kaum verändert (siehe auch 2.6, Abb. 61). Die nachfolgend gezeigten Spannungszustände gehören zu den letzten erreichten Verformungen des in 100 Schritten bis auf 0,09 mm gesteigerten Stabweges auf einer Seite des Versuchskörpers (weggesteuerte Simulation).



a) $D = 80$ mm

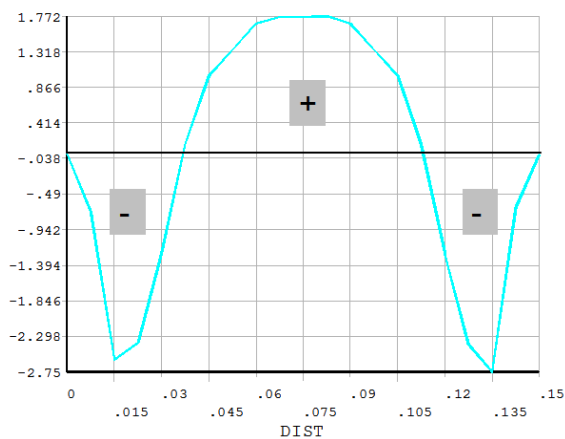
b) $D = 160$ mm

Abb. 123: Koordinatenachsendefinition und Verteilung der Längsspannungen im Beton parallel zur Stabachse

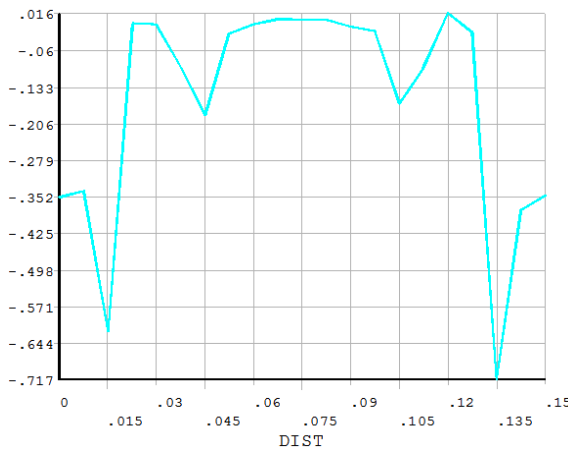
Abb. 123 a) zeigt sehr gut, dass sich die Zugspannungen über den ganzen Betonquerschnitt in der Mitte zwischen zwei Rissen, wie erwartet, zu einer möglichen Risszone akkumulieren. In Abb. 123 b) findet dies nicht statt. Dieselbe Situation unter sonst gleichen Parametern für $D = 160$ mm schließt weitere sukzessive Risse offenbar aus. Es ist nicht zu erkennen, dass sich Rissspannungen großflächig akkumulieren.

Die wichtigsten Ergebnisse enthält Abb. 124. Sie sind mit Abb. 117 bis Abb. 120 für einen Prüfkörperdurchmesser von $D = 160$ mm vergleichbar. Die zu erwartenden Verformungsfunktionen werden qualitativ ähnlich eintreten.

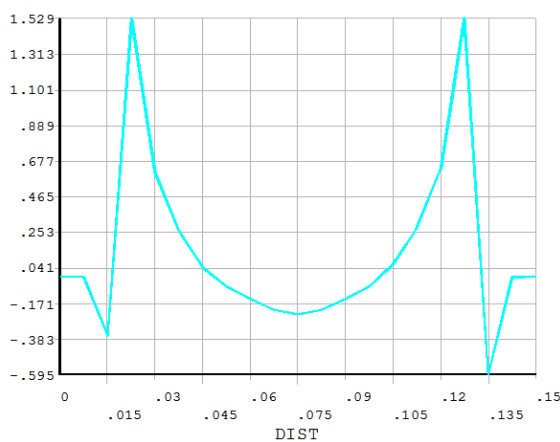
Die Bezugslinie H_1 ist wiederum auf der Betonoberseite in Längsrichtung definiert. Die Koordinatenachsen entsprechen der Definition in Abb. 123.



a) Die Entwicklung der Spannung $\sigma_x(x)$ auf H_1 (Längsspannungen an der Versuchskörperaußenseite)



b) Die Entwicklung der Spannung $\sigma_y(x)$ auf H_1 (vergleichbar: radialer Druck an der Versuchskörperaußenseite)



c) Die Entwicklung der Spannung $\sigma_z(x)$ auf H_1 (vergleichbar: Ringspannungen an der Versuchskörperaußenseite)

Abb. 124: Die Spannungen in den Hauptkoordinatenrichtungen

Deutlich zu erkennen ist, dass sich an den Enden der Stäbe in Rissnähe, bei kleinerer Betondeckung, aufgrund des geringeren Betonwiderstandes, deaktivierte Betonzonen bilden. Die Ringspannungen folgen bei kleinerer Betondeckung der Erwartung. Damit zeigt sich sehr deutlich, dass die Betondeckungsgröße Einfluss auf die Völligkeit der Zugspannungsverteilung zwischen zwei Rissen hat. Offenbar führen kleinere Betondeckungen zu geringeren Rissabständen.

Es sind jedoch weitere aufwendige Parameterstudien in Form von Simulationen oder Versuchen notwendig, um zu klären, ob es sich um einen monotonen Einfluss handelt oder einfach bei einem bestimmten c/d_s ein Umschlag zwischen zwei Widerstandszuständen stattfindet.

6 Rissbildung an langen Dehnkörpern

6.1 Untersuchungsziele

Die Datenaufnahme beinhaltet zuerst die Protokollierung der sukzessiven Rissentwicklung mit der Zielstellung, die Risskraftgröße mit der Position x_{pos} entlang des Dehnkörpers und der lastabhängigen Gesamtdehnungsentwicklung in Übereinstimmung zu bringen. Zudem werden Rissabstände und Rissbreiten auf definierten Lastniveaus festgestellt. Anhand dieser Daten, die ein ganzes Spektrum von Rissbreiten verschiedener Größen hervorbringen, kann getestet werden, wie gut die Hintergrundmodelle der DIN 1045-1/ MC-90 Modelle für Nachrechnungen geeignet sind. Dies gilt insbesondere für die Vorhersage kleiner Rissbreiten. Wesentliche Prüfungen erfolgen dabei für die lokalen Rissbreiten im abgeschlossenen Riss sowie die Erstrissbreiten. Im Weiteren ermöglichen sekundäre Messungen und fotografische Aufnahmen im Rahmen der Dokumentationen die Beurteilung lokaler Verformungszustände.

Somit sind auch Aussagen zum menschlichen Ablesefehler bei Risslupenmessungen möglich. Zudem wird in zwei Messungen dokumentiert, wie die wirkliche Rissform im Längsschnitt aussieht. Es können auch Aussagen zur Verbundrissentwicklung im Zuggurt sowie zur Entwicklung der Längsdehnungen gemacht werden. All diese Messungen dienen dem Verständnis lokaler Verformungsentwicklungen und der Stützung diskreter Rissmodelle.

6.2 Zur Methodik der Rissprotokollierung

Die Versuche zum Zugverhalten der langen Dehnkörper erfolgten in einer handgesteuerten Zugfestigkeitsprüfmaschine. Zu Beginn der Versuche wiesen die Versuchskörper keine Schädigungen auf und es wurde kein Rissbild durch Kerben oder Trennmaterialien vorgegeben.

Die Erstrissbildung konnte bereits bei relativ geringen Zugspannungen festgestellt werden. Die Rissbildung war deutlich hörbar. Die aus den Rückrechnungen der Erstrisskräfte ermittelten Betonzugspannungen in der Rissprozesszone lagen deutlich unter dem Niveau der Zugfestigkeiten aus den Spaltzugversuchen der parallel hergestellten Probekörper. Die Differenz zur wesentlich höheren Spaltzugfestigkeit der Betonchargen kann zu einem wesentlichen Anteil auf Vorverformungen aus Schwinden zurückgeführt werden. Die genauen zeitabhängigen Daten sind Tab. 40-Tab. 42 im Anhang zu entnehmen. Während der Phasen einer konstanten Last, in welchen die Risse kartiert wurden, konnten auch weitere Risse auftreten. Besonders, wenn schon einige Risse vorher eingetreten sind, kann dieser Effekt über Verteilungen von Festigkeiten oder über Festigkeitsverlust bei nichtlinearem Kriechen erklärt werden. Nach der Kartierung der Risse auf einem bestimmten Lastniveau wurde die Last erneut bis zur weiteren Rissbildung gesteigert. Im Ergebnis entstanden die Protokolle Tab. 44 bis Tab. 54. Parallel wurden ab LDK 2 die jeweils aufgetretenen Rissbreiten un-mittelbar bei der Rissbildung aufgenommen, soweit zugänglich.

Neben den erwarteten Rissbildungen wurden auch Sprengrisse im Bereich der Stahlbewehrung festgestellt. Diese Art der Risse trat jedoch erst bei mittleren Stahlspannungen im

Gebrauchstauglichkeitsbereich auf. Ausgeprägte Sprengrissbildung ist besonders typisch für Zugkörper mit nur einem Bewehrungsstab. Sprengrisse in den doppelt bewehrten Zugkörpern traten seltener und bei viel höheren Lasten eher seitlich und erst bei höheren Stahlspannungen auf. Im LDK 4, der seitlich eine geringere Betondeckung als LDK 1 bis 3 aufweist, trat die Sprengrissbildung trotzdem erst bei 350 N/mm^2 auf. Bei LDK 3-1 entstanden vergleichbare Risse bereits ab 195 N/mm^2 aus externer Belastung.

Parallel mit dem Abklingen der primären Rissbildung konnte die Entstehung von sekundären Rissen beobachtet werden. Hierbei handelt es sich um Risse, die von der Bewehrungslage ausgehend, zum Rand des Versuchskörpers verliefen. Ein völliges Durchreißen des Querschnittes wurde nach dem Abklingen der Erstrissbildung nur noch selten festgestellt. (siehe Anhang 6, Diskrete Rissmessungen - Ergebnisse).

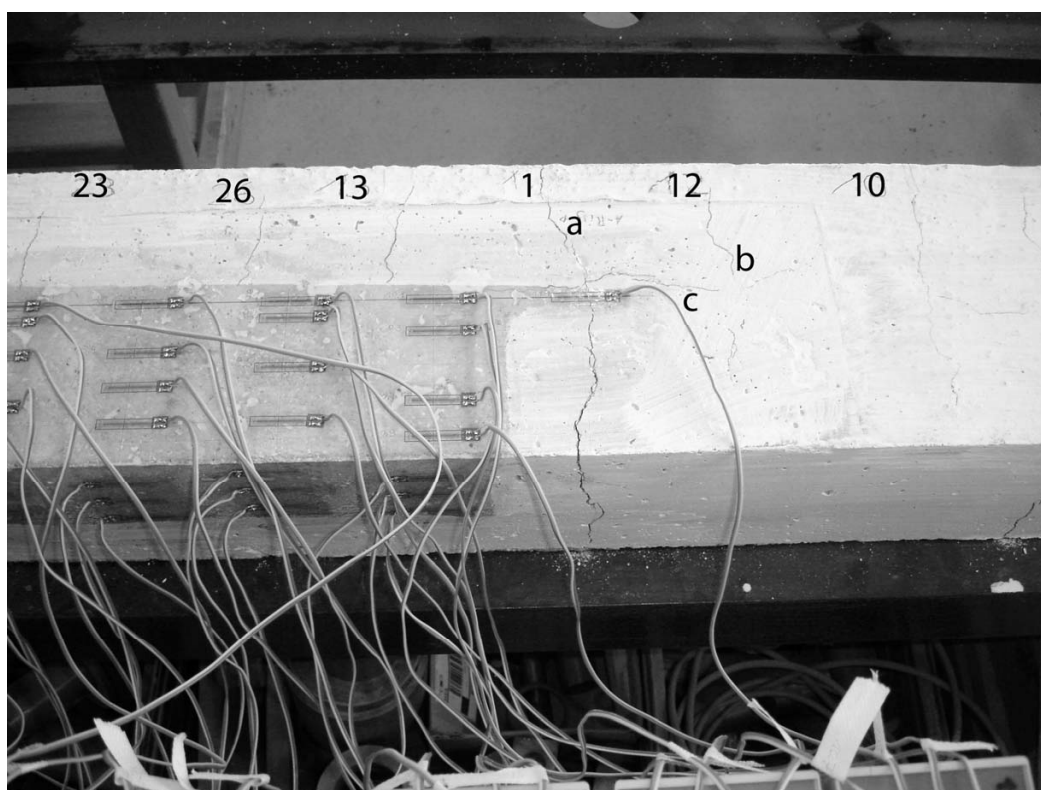


Abb. 125: Typisches Rissbild eines langen Dehnkörpers LDK 2 - 1

In Abb. 125 ist ein typisches Rissbild eines langen Dehnkörpers mit einem Bewehrungsstab zu sehen. Deutlich sind die durchgehenden Hauptrisse (a) – Primärriss – und die sogenannten Sekundärrisse (b) zu erkennen. Gut zu erkennen sind auch Sprengrisse (c) in der Achse des Versuchskörpers. Wie hier im Bild gezeigt, bildeten sich diese ausgehend vom Erstriss Nr. 1 (Primärriss) über der Stabachse an der Stelle der kleinsten Betondeckung. Weiterhin wurde festgestellt, dass die Sprengrisse auch von den Sekundärrissen, im Bild rechts zu erkennen, ausgehen können. Bezüglich der Rissbreitenentwicklung, in Abhängigkeit der Lasteinleitung, ist festzustellen, dass die Primärrisse ein größeres Risswachstum aufweisen als die Sekundärrisse. Die Sekundärrisse wurden an der Oberfläche erst nach der Bildung erster Primärrisse festgestellt.

6.3 Zusammenhang zwischen Rissbildung, Betonhärte und Festigkeit

6.3.1 Allgemeines zum Konzept der Rückprallprüfungen

Oft wird die Bildung eines Risses mit den Punkten geringer Zugfestigkeit in einem Betonbauteil in Zusammenhang gebracht. Allerdings ist die Zugfestigkeitsverteilung in Belastungsrichtung praktisch nicht ohne Weiteres in engen Abständen ermittelbar. Um Alternativen zu prüfen, ist exemplarisch am LDK 3-1 nach den abgeschlossenen Risstests versucht worden, ein dichtes Messgitter an Festigkeitsermittlungen auf der planen und abgeschliffenen Versuchskörperoberseite mittels Rückprallhärte-Messungen abzudecken. Die Umrechnung der Härtemessungen in Betondruckfestigkeiten ist nicht mehr normativ geregelt. Es steht jedoch frei, in der Orientierung an älterer Literatur oder Gerätebeschreibungen eigene Rückrechnungen vorzunehmen.

Der prinzipielle Grundgedanke dieser Untersuchung zielt auf den Zusammenhang zwischen Betondruck- und Zugfestigkeit ab. Dieser Zusammenhang bestimmt auch das Versagen von Betonproben in der Standardprüfung. Die Versagensrichtung auf Zug stimmt dabei mit der Hauptzugrichtung im Längsdehnkörper überein.

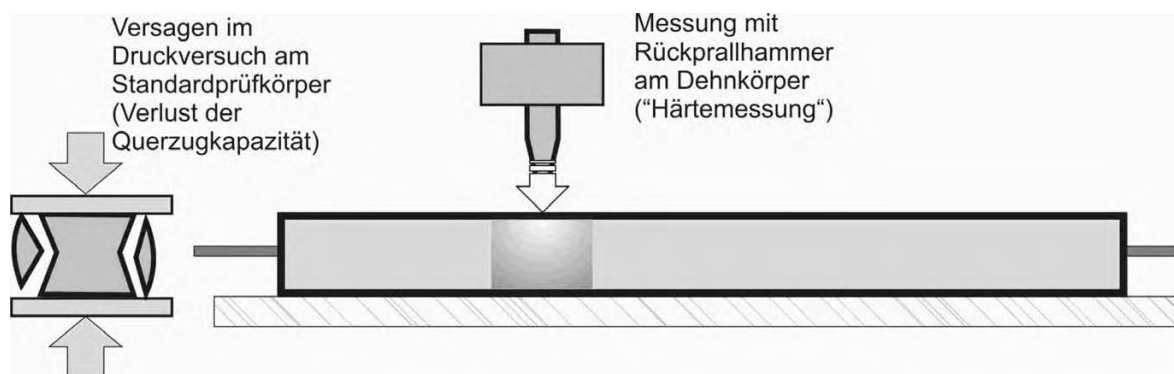


Abb. 126: Zusammenhang Druckfestigkeitsversagen und Zugkapazität von Versuchskörpern - Überlegung zur Übertragbarkeit von Ergebnissen

6.3.2 Ein detaillierter Test an LDK 3-1 - Härtekartierung

Vor Beginn der Härtemessungen am LDK 3-1 wurde die Zementleimschicht abgeschliffen, um Messfehler zu korrigieren. Der Versuchskörper war während der Härtemessung gleichmäßig gelagert. Die Härtemessung selbst wurde in einem engen Messgitter geführt. Dazu wurde in der Länge alle 2 cm und in der Tiefe bei 4; 9; 12; 15; 20 cm ein Gitternetz aufgetragen, dessen Kreuzungspunkte geprüft worden sind. Insgesamt wurden die Festigkeiten an 745 Punkten, beginnend von links, aufgenommen. Es steht dem Leser frei, aufgrund alter Umrechnungstabellen, die Konformität von Härtemessungen und Druckfestigkeitsangaben zu suchen. Nach aktuellen Normen sind mehr als qualitative Aussagen jedoch nicht zulässig.

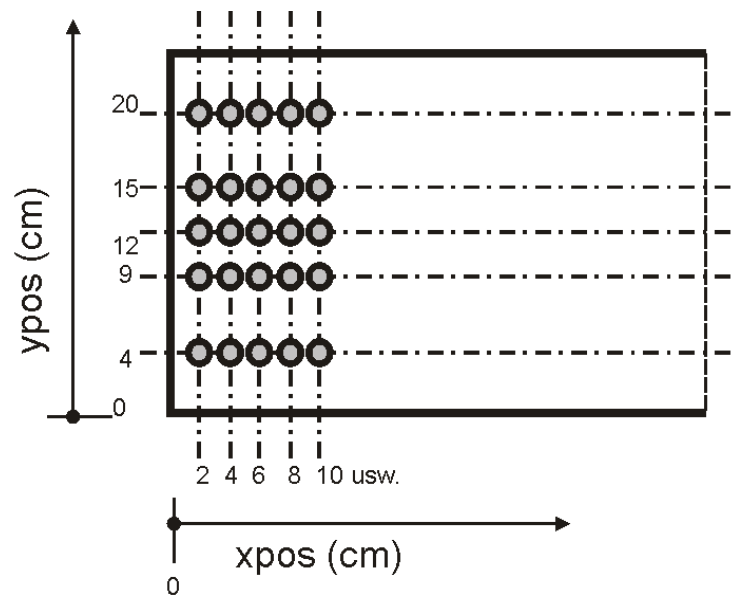


Abb. 127: Messungspunkte für Rückprallmessungen

Für die Auswertung ergibt sich die Möglichkeit, aus den Rückprallwerten durch Interpolationen nach Akima, eine 2D-Kartierung der Messwerte für den Versuchskörper zu ermitteln. Kombiniert mit der Risskartierung der Erstrisse (siehe auch Anhang 6, 17.3) kann man prüfen, ob die Position der Härteminima mit den Positionen der ersten Risse übereinstimmt. Gleichzeitig sollten die rückgerechneten Festigkeitswerte aus der Risskraft eine Korrelation mit der Härtemessung ergeben.

Das Resultat dieser Untersuchung ist in Abb. 128 gezeigt. Interessant ist dabei einerseits, dass die Risse oft die lokalen Fehlstellen der Festigkeit zu treffen scheinen, oft jedoch auch in der Nähe ziemlich hoher Festigkeiten anzutreffen sind. Möglicherweise fallen Risse viel eher mit einem steilen Abfall der Festigkeit zusammen als mit dem eigentlichen lokalen Minimum.

Aufgrund der Untersuchungsergebnisse erscheint es prinzipiell möglich, weitere stochastische Untersuchungen auf der Basis von Zugfestigkeitsverteilungen in Zufallsfeldern - *random fields*- zu führen. Schon Untersuchungen in eindimensionaler Festigkeitsauftragung dürften zu sehr aufschlussreichen Ergebnissen führen. Die nachfolgend demonstrierte Festigkeitsnachrechnung soll das Potential solches Vorgehens auch zur Ermittlung von Festigkeitsfeldern zeigen:

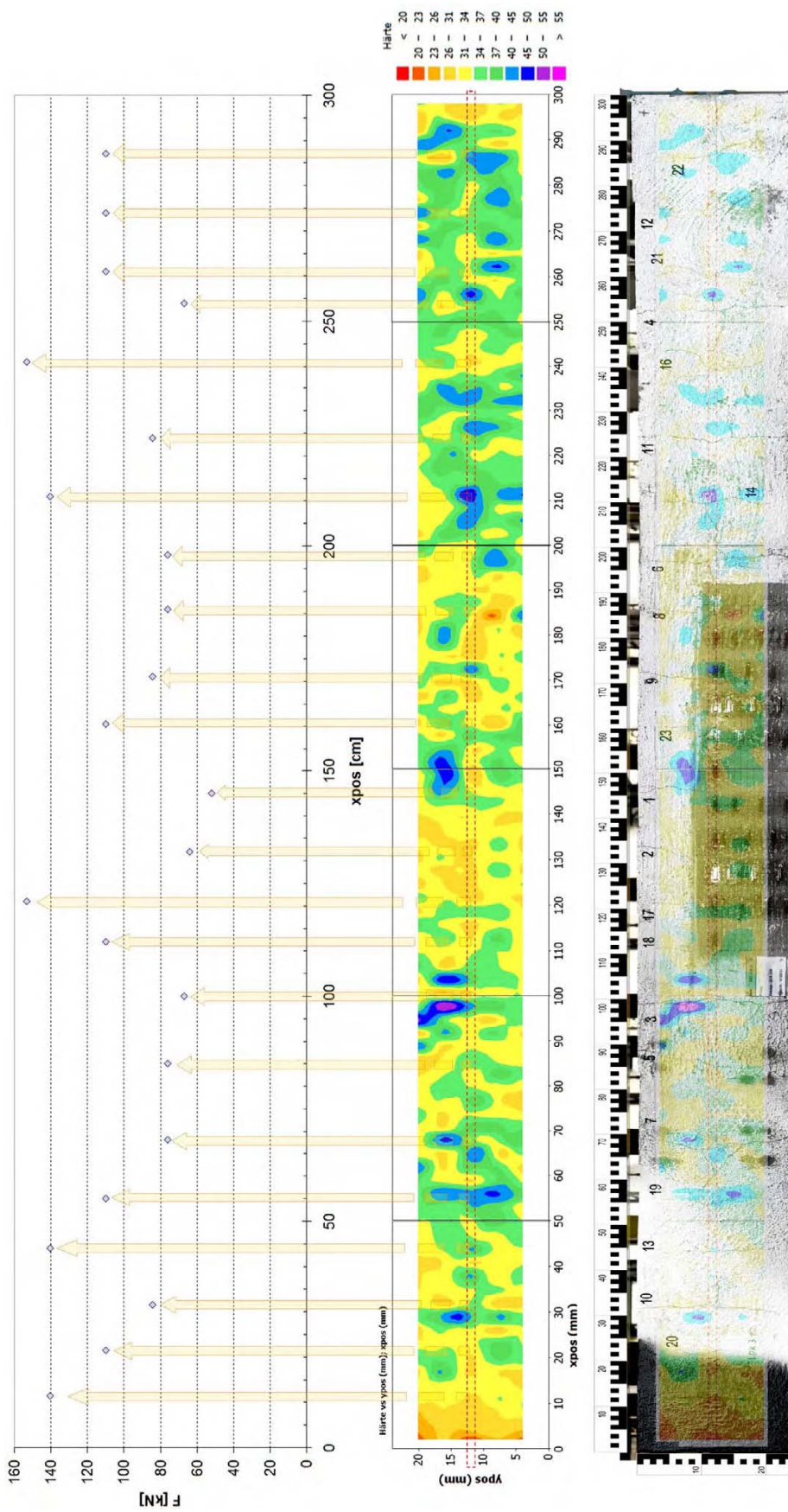


Abb. 128: Zusammenhang Druckfestigkeitsversagen und Zugkapazität von Versuchskörpern - Lokalisierung der Rissbildung (Con-tourplot erzeugt mit Minitab® Statistical Software)

6.3.3 Die Approximation einer Festigkeitsverteilung aus Härtemessungen mittels Rückprallhammer

Die Aufstellung der Einzelrisskräfte zu LDK3-1, Tab. 40 kann mit der *xpos* am Dehnkörper nach Tab. 48 überlagert werden. Über folgenden Formelapparat erscheint die Rückrechnung auf Druckfestigkeiten am Rissort möglich:

$$\Delta\sigma_{s,cr,i} = \frac{F_{cr,i}}{A_s \cdot \left(1 + \frac{E_s}{E_{cm} / (1 + 0,8 \cdot \varphi(t, t_o))} \cdot \rho\right)} \quad (140)$$

$$\Delta f_{ct,i} = \frac{\Delta\sigma_{s,cr,i} \cdot A_s}{A_c} \quad (141)$$

$$f_{ct,i} = \Delta f_{ct,i} + \sigma_{ct,sh} \quad (142)$$

$$f_{cm,i} = \left(\sqrt{\frac{f_{ct,i}}{0,3}} \right)^3 \quad (143)$$

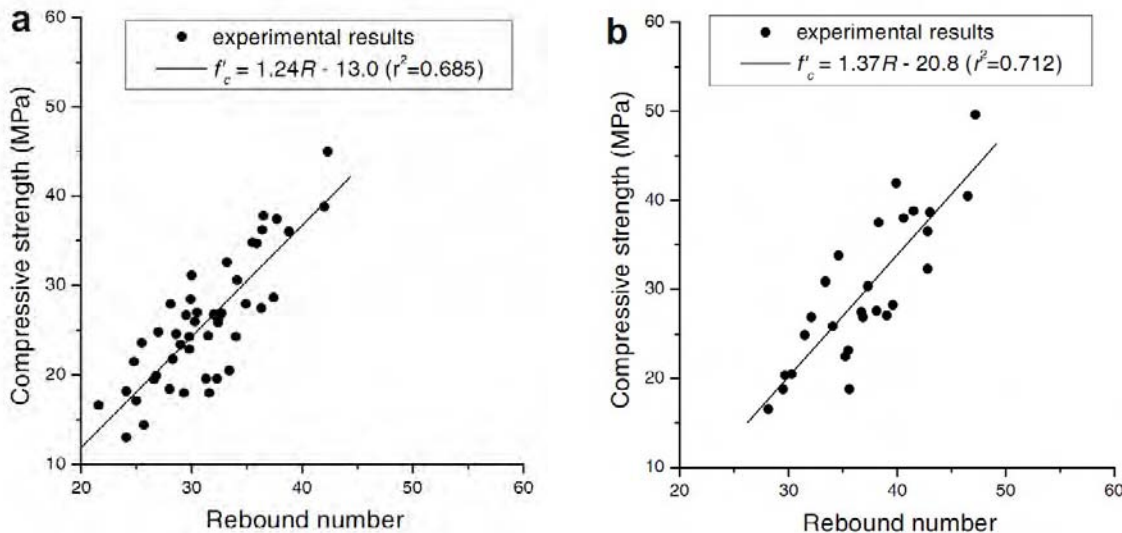
Damit ergeben sich für diesen Prüfkörper 8 Kontrollpunkte für die Festigkeitsentwicklung in Tab. 24.

Tab. 23: Abgeleitete Druckfestigkeiten aus den Risslasten des Hauptversuches LDK 3-1

Riss-Nr.	<i>xpos</i> [cm]	$F_{s,cr}$ [kN]	ρ_{eff}	$\Delta\sigma_{s,cr}$ [MPa]	$f_{ct,i}$ [MPa]	$f_{ct,i}$ [MPa] mit Schwinden	f_{cm} [MPa]
1	145	51,9	0,011	145,02	1,58	2,08	18,27
2	132	64,1	0,011	179,11	1,95	2,45	23,38
3	100	67,0	0,011	187,21	2,04	2,54	24,65
4	254	67,0	0,011	187,21	2,04	2,54	24,65
6	198	76,1	0,011	212,64	2,32	2,82	28,79
8	186	76,1	0,011	212,64	2,32	2,82	28,79
9	171	84,5	0,011	236,11	2,57	3,07	32,80
11	224	84,5	0,011	236,11	2,57	3,07	32,80

Aktuelle Normen (ASTM C805, EN 12504-2) für die Rückprallhärteprüfung an Prüfkörpern enthalten keine Umrechnung der Rückprallwerte in Druckfestigkeiten. Für den Fall das dies gewünscht ist, wird die Kalibrierung von Rückprallzahlen und Bohrkernfestigkeiten empfohlen. Beides ist im vorliegenden Fall nicht möglich. Einfache Umrechnungen

sind insbesondere dadurch erschwert, dass der Einfluss der Karbonatisierung zeitabhängig ist. Kim et. al [80] haben diesen Zusammenhang untersucht und für verschiedene Tage alte Betone u.a. folgende Beziehungen gefunden:



a) nach 28 Tage Betonalter

b) nach 90 Tage Betonalter

Abb. 129: Der Zusammenhang zwischen der Rückprallzahl R und der Betonfestigkeit f_c' für verschiedene Betonalter, entnommen aus Kim et. al [80] - begründet über den Einfluss zeitlich fortschreitender Karbonatisierung

Aus einer Reihe von weiteren Tests in verschiedenen Forschungseinrichtungen hat das koreanische Forschungsthema folgenden Korrekturbeiwert für die ermittelten Festigkeiten aus dem 28 Tage-Zusammenhang ermittelt:

$$\alpha(R, t) = 1 - \frac{0,3064}{(34,7 / R)^{4,2}} \cdot \frac{(t - 28)^{[d]}}{(t + 94)^{[d]}} \tag{144}$$

R ist die Rückprallzahl (Härte) - *rebound number*; t ist das Betonalter zum Prüfzeitpunkt.

Die Diagramme in Abb. 129 zeigen, dass in diesem Fall das R als unabhängige, die Festigkeit f_c' als abhängige Variable definiert worden sind. Dies mag zwar als ein wünschenswertes Ergebnis gelten, im Ergebnis wird aber nur eine Streuung für f_c' , nicht jedoch für R , mit dem vorgeschlagenen linearen Modell akzeptiert. Das dies jedoch kaum realitätsnah ist, zeigt schon die Anschauung der Diagramme. Rückprallversuche sind jedoch keine perfekten Versuche, da es eine starke menschliche Komponente gibt. Auch R streut und sollte daher als streuende Größe ebenfalls berücksichtigt werden. Auf Gleichung (144) hat das wahrscheinlich wenig Einfluss, jedoch auf die Ausgangsgleichungen der 28d- und 90d-Festigkeiten.

Zur Berücksichtigung von Streuungen in R bieten sich so genannte orthogonale Regressionsverfahren oder Abstand minimierende Verfahren an. Ein praktikables Lösungsverfahren bietet dazu die Deming-Regression, siehe auch Anhang 2- 13.2 und Carstensen [22], [23].

Die Ergebnisse einer so abgewandelten regressiven Lösung werden im Folgenden im Vergleich zur Lösung von Kim et.al, Abb. 129 dargestellt. Es werden die ausgelesenen Daten von Kim et. al verwendet:

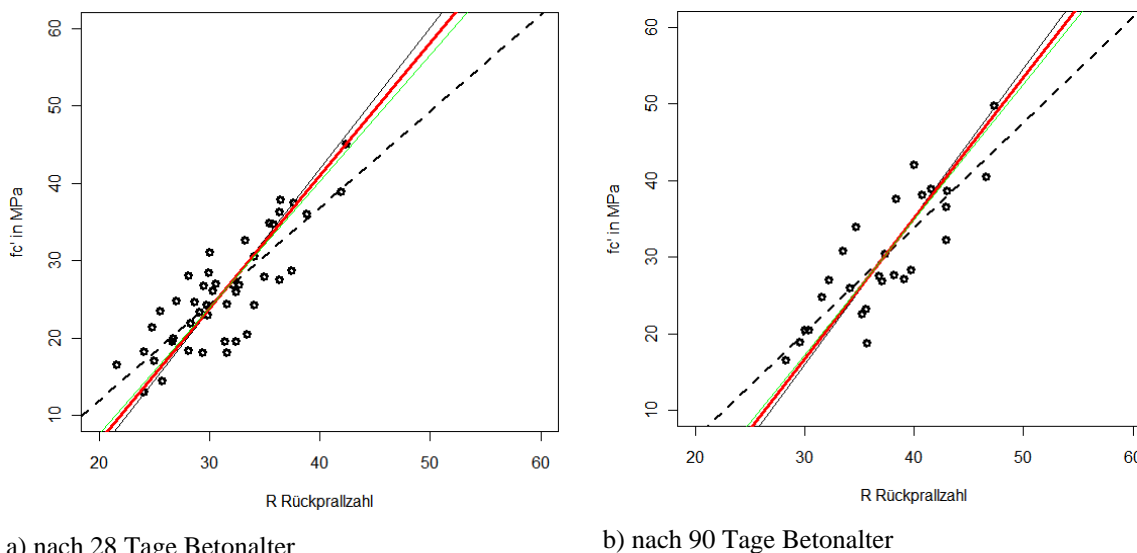


Abb. 130: Der Zusammenhang zwischen der Rückprallzahl R und der Betonfestigkeit fc' für verschiedene Betonalter, Kim-Daten in der Deming-Regression

Ein wichtiger Steuerungsparameter für die Deming-Regression ist das relative Verhältnis von der Varianz auf der y -Achse (fc') zur Varianz auf der x -Achse (R) vr . Die Standard-Pearson-Regression (OLS-Regression) ergibt sich mit $\lim vr \rightarrow +\infty$. Eine vernünftige Annahme könnte nach Anschauung der Daten $vr = 1$ sein. Noch konservativer könnte argumentiert werden, dass neben den Unsicherheiten, die von den geprüften Betonen ausgehen, zusätzliche Unsicherheiten aus dem Messverfahren mit dem Rückprallhammer bestehen. Der Verhältnisparameter $vr = 0.5$ steht für diese Denkweise. Die nachfolgende Tab. 24 zeigt den direkten Modellvergleich mit unterschiedlichen vr und erklärt den Farbcode in Abb. 130. Die Datenbasis ist in Tab. 63 und Tab. 64, siehe Anhang, gezeigt. Kapitel 13.2 enthält das R-Script zur Ermittlung der 28d-Modelle in Tab. 24.

Tab. 24: Modelle zum Zusammenhang von Rückprallzahl R und f_c'

	28 Tage-Modell	90 Tage-Modell
Kim et.al (gestrichelt in Abb. 130)	$f_c' = 1.24R - 13.0$ [MPa]	$f_c' = 1.37R - 20.8$ [MPa]
Deming-Regression ($\nu_r = 0.5$, rot in Abb. 130)	$f_c' = 1.72R - 27.7$ [MPa]	$f_c' = 1.84R - 38.4$ [MPa]
Deming-Regression ($\nu_r = 1.0$, grün in Abb. 130)	$f_c' = 1.64R - 25.2$ [MPa]	$f_c' = 1.77R - 35.8$ [MPa]

Zum Vergleich werden die Formulierungen des EN 13791 [55] angegeben:

$$f_R = 1.25R - 23 \quad \text{für } 20 \leq R \leq 24 \quad (145)$$

$$f_R = 1.73R - 34,5 \quad \text{für } 24 \leq R \leq 50 \quad (146)$$

Ein Vergleich zur DIN EN 13791, Tab. NA.2 [46] ist insofern nicht möglich, da die hier vorgestellte Messmethodik eine andere Zielrichtung hat und Mehrfachmessungen an einem Punkt für einen Median-Vergleich fehlen. Insofern wären nur Clustervergleiche möglich, hier geht es jedoch um das Auffinden lokaler Fehlstellen. Als Alternative wird hier eine Glättung des funktionalen Zusammenhangs demonstriert, die eine ähnliche Information wie die Beschreibung durch Mediane erzeugt, jedoch mit dem Vorteil der Ableitbarkeit der Funktion. Richtig und wichtig an DIN EN 13791, Tab. NA.2 [46] ist jedoch, dass auch die Zufälligkeit in R_i berücksichtigt werden muss. Daher wird im Nachgang ein sogenanntes Mixed-Effect-Modell vorgestellt, um dem Rechnung zu tragen.

Die Rückprallzahl-Prüfungen wurden einige Tage nach dem Hauptversuch LDK 3-1 gemacht. Damit werden alle Festigkeitsberechnungen mit Zeitbezug auf 67 Tage abgestellt. Für die Ermittlung der Festigkeit ergeben sich, ausgehend von den Ergebnissen der Deming-Regression und des Reduktionsfaktors α nach Gleichung (144), zwei Möglichkeiten. Dies sind entweder die lineare Interpolation zwischen dem 28 Tage- und dem 90 Tage- Demingmodell oder die Umrechnung der Ergebnisse des 28 Tage-Modells mittels $\alpha(R, 67d)$. Wie Abb. 131 zeigt, bleibt der Unterschied marginal und unwesentlich, (Parameter $\nu_r = 0.5$).

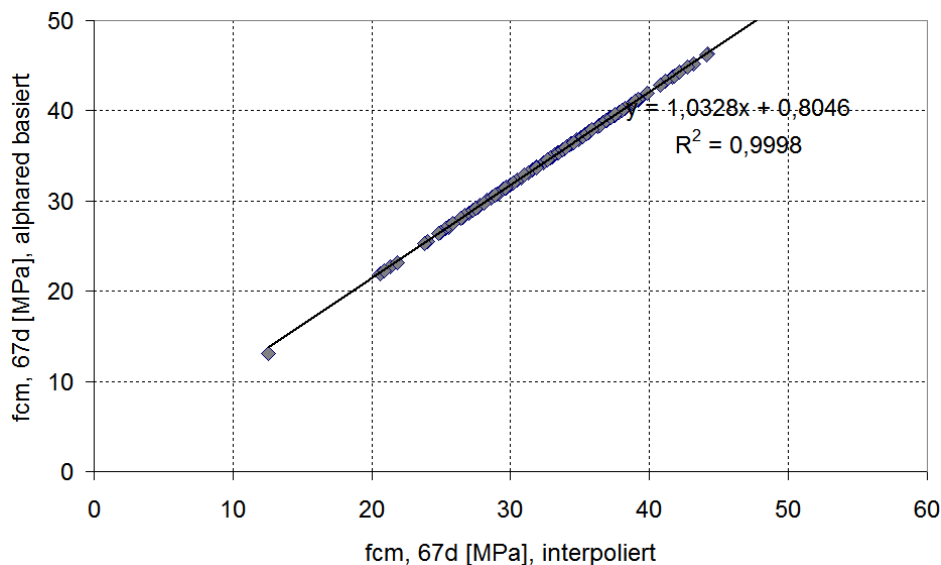


Abb. 131: Prüfung der Festigkeitsalgorithmen

Für die folgenden Diagramme werden die anhand von Rückpralldaten ermittelten Festigkeiten auf Basis folgender Formel erzeugt:

$$f_{cm,i} = (1,72 \cdot R_i - 27,7)^{[MPa]} \cdot \alpha(R_i, 67d) \quad (147)$$

Die gewählte Gleichung hat nur eine geringe Abweichung zu den Empfehlungen in EN 13791, Gl. (145), (146). Der wesentliche Unterschied liegt in der kontinuierlichen Gestaltung und in einem kleineren konstanten Glied.

Dabei wird untersucht, inwieweit die Mittelwertbildung zwischen Messpunkten auf dem LDK in die verschiedenen Richtungsmöglichkeiten die Beurteilung der Situation verändern kann (Abb. 132, nächste Seite). Die dunkel angelegten Einzelpunkte in den Diagrammen sind die invers bestimmten Festigkeiten aus den Risslasten zum Vergleich zu den Rückprallergebnissen. Die Referenz bzgl. (9; 12; 15) bezieht sich auf die Messpunkt-Definition in Abb. 127 und Abb. 132 unten.

Zu überprüfen ist die These, dass die Rissereignisse an Stellen sehr geringer Festigkeit zu finden sind und ob mit dieser Methodik überhaupt Festigkeitsangaben möglich sind. Mit Ausnahme der immer in Zweifel zu ziehenden Randbereiche des Prüfkörpers fallen die umgerechneten Festigkeiten aufgrund der Rückprallzahlen mit den Ergebnissen aus den rückgerechneten Festigkeiten der Risszonen zusammen, Abb. 132.

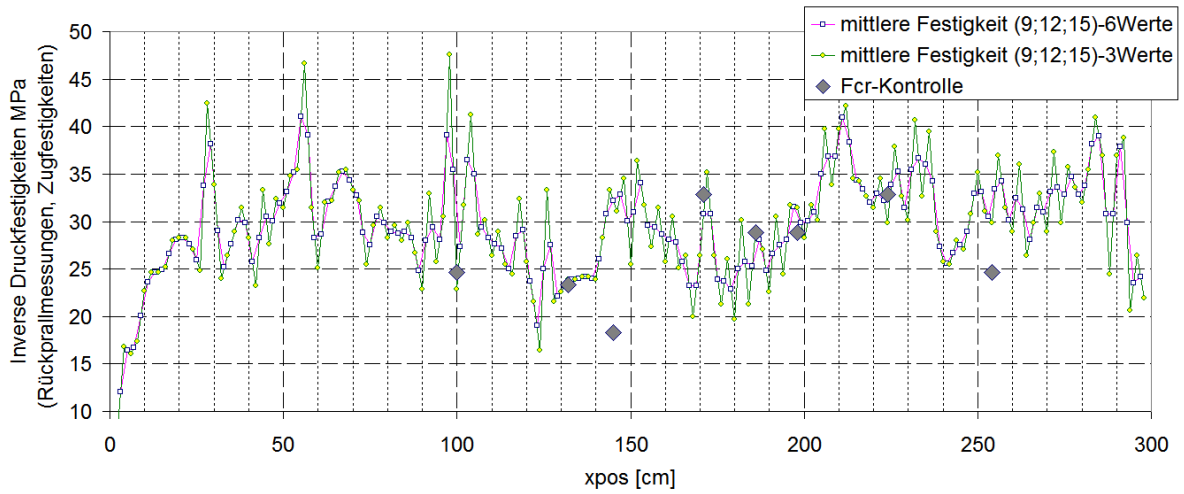
Es bleibt bei dem derzeitigen Erfahrungsstand unbekannt, inwieweit zwischen in x -Richtung aufgetragenen Festigkeiten eine Glättung der Funktionswerte erfolgen sollte. Physikalisch ist für NSC bzw. FD-Betone die Bindung der Gesteinskörnung an den Zementstein von entscheidender Bedeutung für die Zugfestigkeit. Bei einem Größtkorn von 8-16 mm kann theoretisch schon ein Mitteln über 3 Reihen benachbarter Festigkeiten in x -Richtung unsicher sein. Andererseits wird auch die Rückprallzahl von dort beeinflusst. Auch Ramsay [108] hält die Glättung für unumgänglich, da diese eng gesetzten Festigkeitsunterschiede energetisch kaum begründet werden können. Da es sich nicht um Zeitserien handelt, wird mit Methoden der Funktionsdatenanalyse ($fda = \text{"functional data analysis"}$) [108], [109] geglättet. Der funktionale Zusammenhang entsteht durch vorhande-

ne Interrelationen zwischen benachbarten Festigkeiten. Das zugehörige Beispielscript findet sich in 0. In Wirklichkeit streut nicht nur die Festigkeit, sondern auch die Rückprallzahl hat eine eigene, aus dem Messverfahren ableitbare Unsicherheit, die die eigentliche aus f_{cm} überlagert. Die Umrechnung der Rückprallzahl in Festigkeiten nach Gleichung (147) sollte das jedoch im Mittel abbilden, die Zufallseffekte erfasst diese Gleichung jedoch nicht.

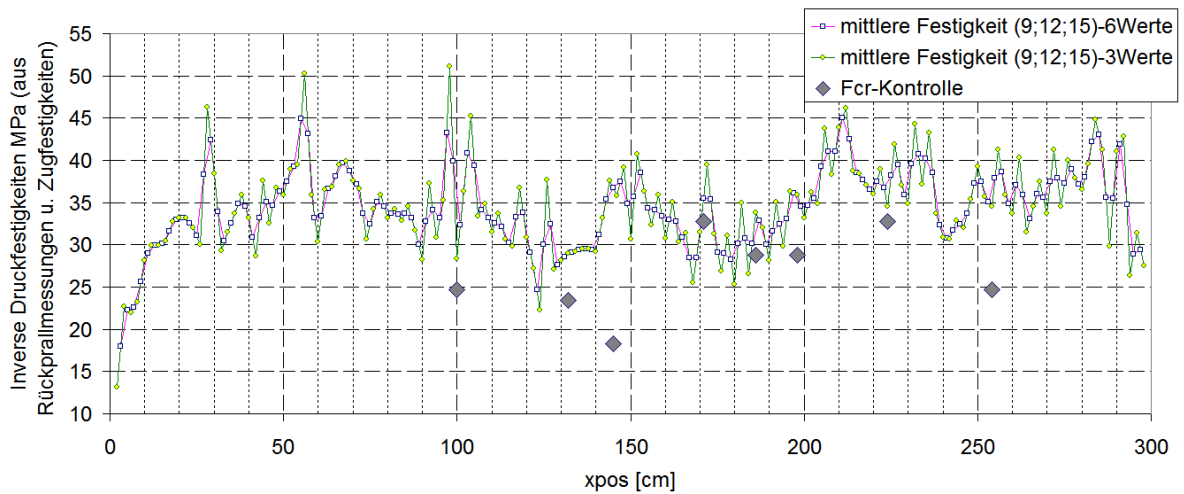
Entsprechend alter Prüfnormen (DIN 1048, Teil2) ist aber auch die Prüfrichtung in die Überlegungen einzubeziehen. Die berechneten Mittelwerte (Abb. 128 enthält noch die unveränderten Messwerte) sollen noch einmal entsprechend des gemittelten Prüfergebnisses mit einem richtungsabhängigen Zuschlag bewertet werden (Tab. 25). Um diese Forderung erfüllen zu können, gleichzeitig die Variabilität der Untersuchung zu erhalten, werden die Einzelmesswerte nach (Tab. 25) verändert. Nach Mittelwertbildung stellt sich dann der gewünschte Effekt ein. Berücksichtigt man dann jedoch noch die zusätzlichen Veränderungen durch die altersabhängigen Anpassungen in Tab. 24, ergeben sich noch größere Veränderungen.

Tab. 25: Zuschlag zur Berücksichtigung der Prüfrichtung in Abb. 126

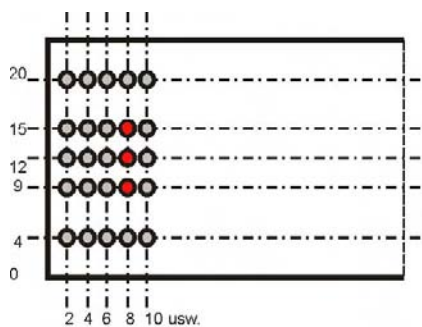
Skalablesung (R)	Korrektur-Summand für -90° zur horizontalen Prüfrichtung für R
≤ 30	+3
31 ... 39	$+3-(R-30)/10$
≥ 40	+2



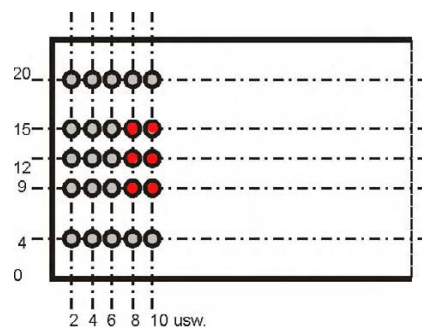
a) ohne Korrektur der Prüfrichtung



b) mit Korrektur der Prüfrichtung



Mittelwert (9;12;15) aus 3 Werten



Mittelwert (9;12;15) aus 6 Werten

Abb. 132: Festigkeitsverteilung LDK 3-1 entlang der Längsachse im Vergleich zu invers bestimmten Festigkeiten aus den Risslasten unter Berücksichtigung des Schwindens

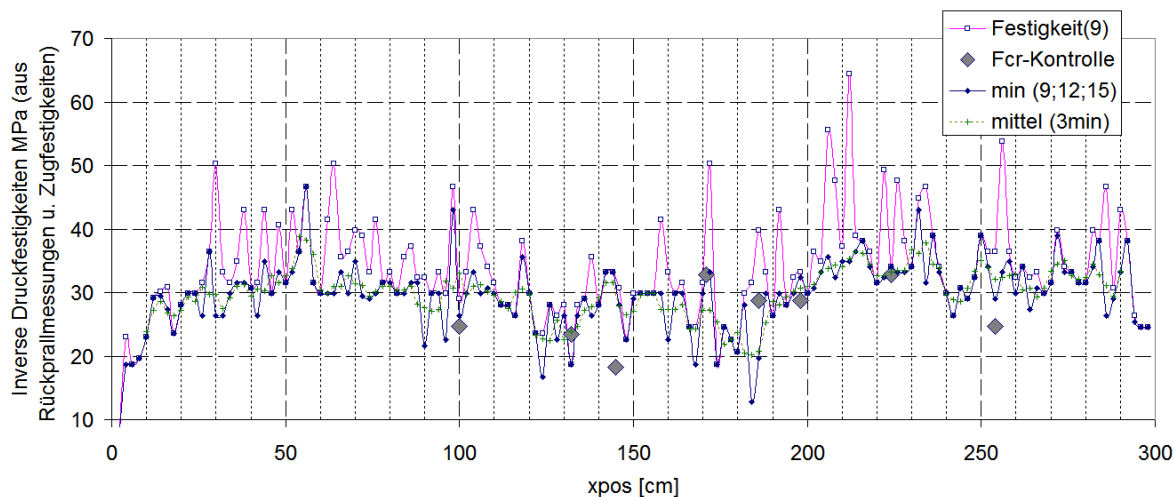


Abb. 133: Festigkeitsverteilung LDK 3-1 entlang der Längsachse im Vergleich zu invers bestimmten Festigkeiten aus den Risslasten unter Berücksichtigung des Schwindens

6.3.4 Glättungsstrategien anstelle von Korrelationsüberlegungen zur Beschreibung der Interrelationen zwischen Festigkeitsdaten benachbarter Orte

Benachbarten Orten zugeordnete Festigkeiten stehen zueinander in Beziehung, in Interrelation. Der Zusammenhang kann über Mindestanforderungen an die Korrelation bzw. vorgegebene Korrelationsbeziehungen des zufälligen Anteils in diesen Festigkeiten beschrieben werden, Grundbeziehungen gibt u. a. der "JCSS Probabilistic Model Code - Part III: Resistance Models. Concrete" [75] an. Alternativ können aber auch Glättungsoperationen diesen korrelativen Effekt erzeugen. Im Prinzip werden dazu für die Funktionsapproximation (Basisfunktionen aus Polynomen oder B-Splines) in deren n -ter Ableitung die Amplitude des Rauschens, hier Rauheit genannt, begrenzt, was rückwirkend die approximierte Ausgangsfunktion glättet. Der Unterschied zwischen beiden Denkweisen besteht darin, dass das korrelative Verfahren Festigkeitsdaten diskret aufbaut und dann über Interrelationen verbindet. Das Glättungsverfahren interpretiert die Daten von Anfang an als (ableitbare) Funktion, deren funktionaler Zusammenhang erhalten bleiben soll. Damit ist dieser Ansatz realitätsnäher, da der Zusammenhang von vornherein als funktional behandelt wird und nicht mehr zwingend eine Trennung in voneinander unabhängige Daten erfolgen muss, die nachträglich miteinander korreliert werden müssen.

Im Folgenden werden verschiedene Glättungsversuche gezeigt und die Ergebnisse diskutiert. Die Randbereiche ($y_{pos} = 4; 20$) sind in der Rückprallmessung immer stark fehlerbehaftet, zudem erfolgt bei der Bildung der Spline-Basisfunktionen für die Funktionsapproximation eine Störung der Randbereiche. Die Glättungen basieren auf Interaktion der so genannten Rauheit-Beschränkung (*roughness penalty*) für die Funktion mit dem Differentialoperator.

Parameter: 300 B-Spline-Basisfunktionen 6. Ordnung (5. Grades), linearer Differential Operator $Lfd = 2$, Glättungsparameter $\lambda = 10000$

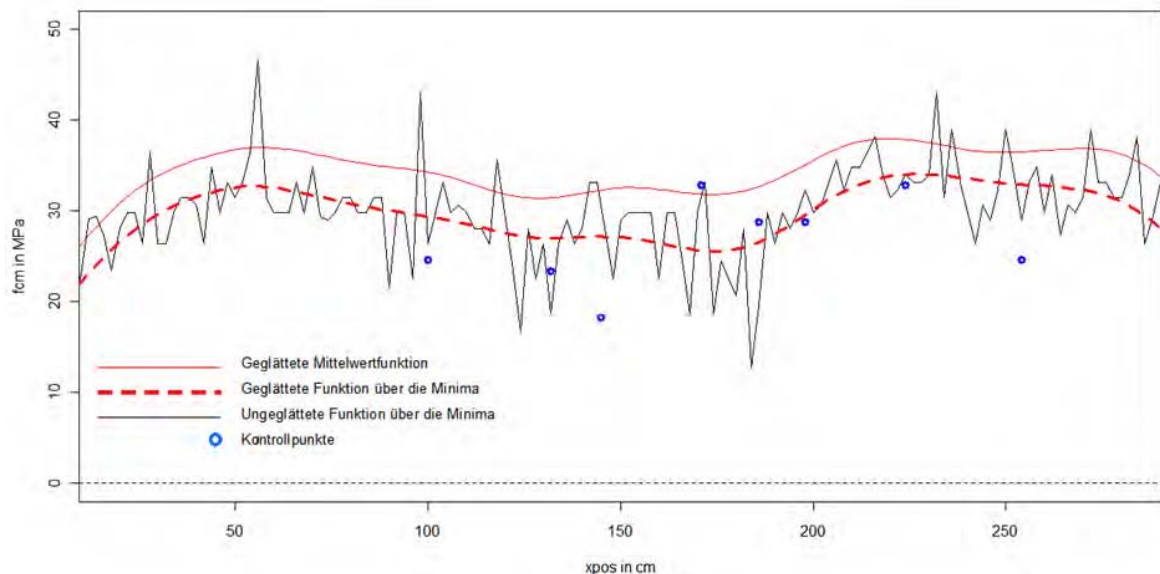


Abb. 134: Glättungsversuch, der sich auf die Interpretation von Festigkeitsminima der mittleren Messpunkte konzentriert (starke Glättung)

Die zusätzlich als Kontrollpunkte invers bestimmten "Rissfestigkeiten", also die Festigkeiten der Rissprozesszone und invers bestimmten Vergleichspunkte, sind ebenfalls in das Diagramm Abb. 134 eingetragen. Für sukzessive, sekundär entstehende Risse wird es jedoch immer unwahrscheinlicher, dass die Risse mit dem Ort lokaler Festigkeitsminima zusammenfallen. Mit der steigenden Anzahl bereits vorhandener Risse wird ein immer größer werdender Anteil der Dehnkörperlänge durch die Einleitungslängen reserviert. Für die Bildung der sukzessiven Risse ist dann nur entscheidend, dass die jeweilige Risskraft die lokal vorhandene Festigkeitsgrenze erreichen kann. Das eigentliche Festigkeitsminimum kann in den angrenzenden Einleitungslängen kaum detektierbar, also "versteckt" bleiben.

Die zugehörigen geglätteten Funktionen der Einzelpositionen ($y_{pos} = 9; 12; 15$) sind im nachfolgenden Diagramm aufgetragen. Interessanterweise zeigt Abb. 105, dass die Mehrheit der Kontrollpunktpositionen, also die Erstriss-Risspositionen, in der Nähe von Minima der verschiedenen Messpunktfolgen zu finden ist. Die detaillierte Lokalisierung der Rissinitiierung scheint aber umso schwerer, wenn die anderen mittleren Messreihen bei ähnlichem x_{pos} gerade keine Extrema anzeigen.

Parameter: 300 B-Spline-Basisfunktionen 6. Ordnung (5. Grades), linearer Differential Operator $Lfd = 3$, Glättungsparameter $\lambda = 1000$

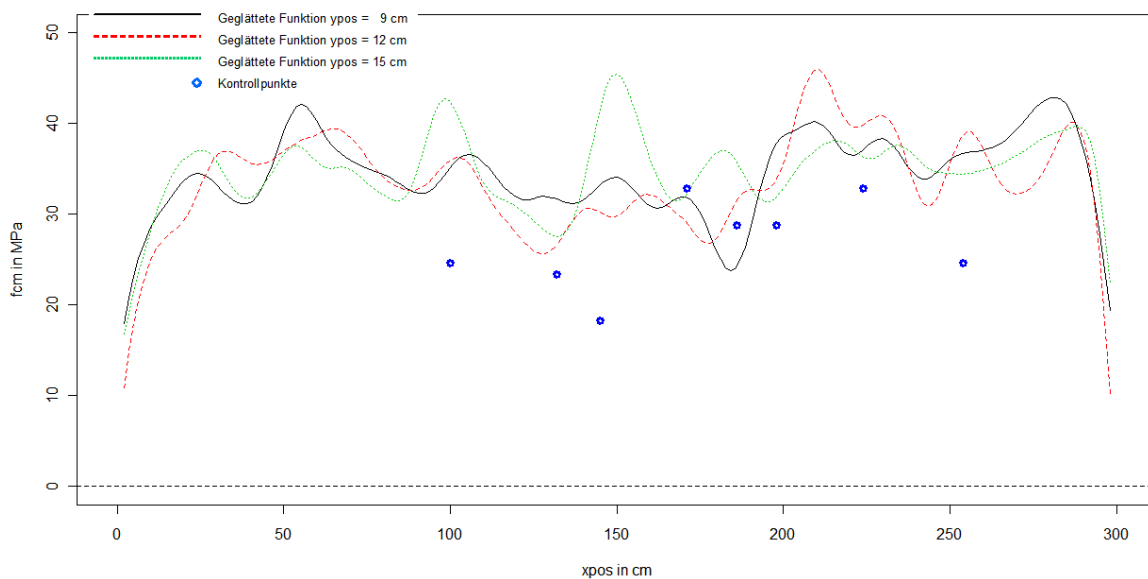


Abb. 135: Glättungsversuch mit den mittleren Messpunktfunktionen über x_{pos}

Parameter: 300 B-Spline-Basisfunktionen 7. Ordnung (6. Grades), linearer Differential Operator $Lfd = 4$, Glättungsparameter $\lambda = 100$

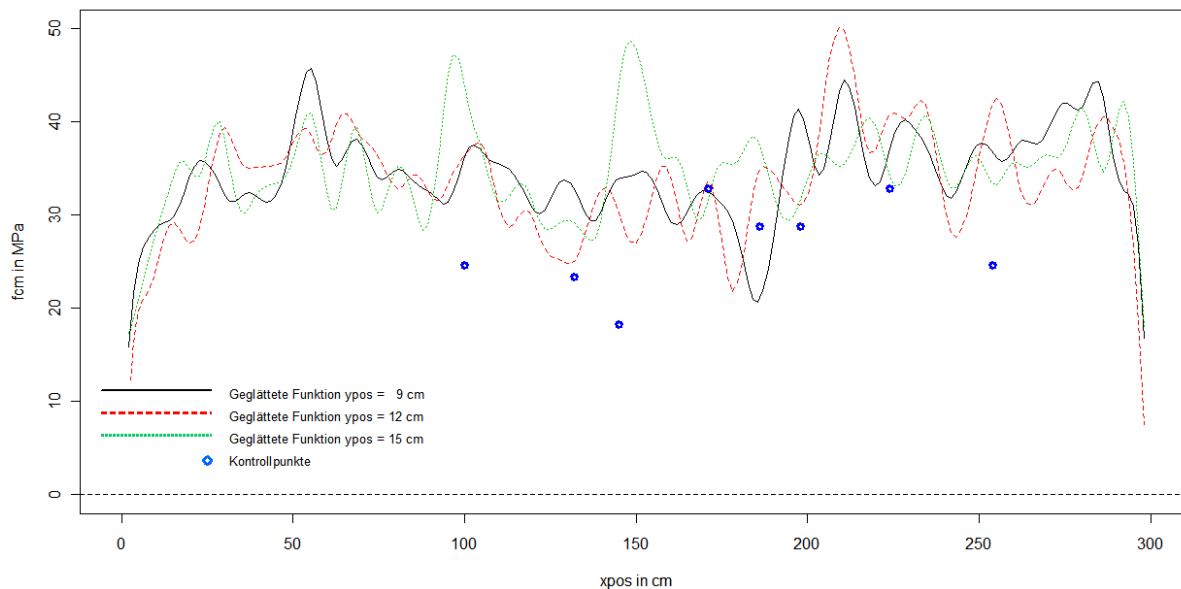


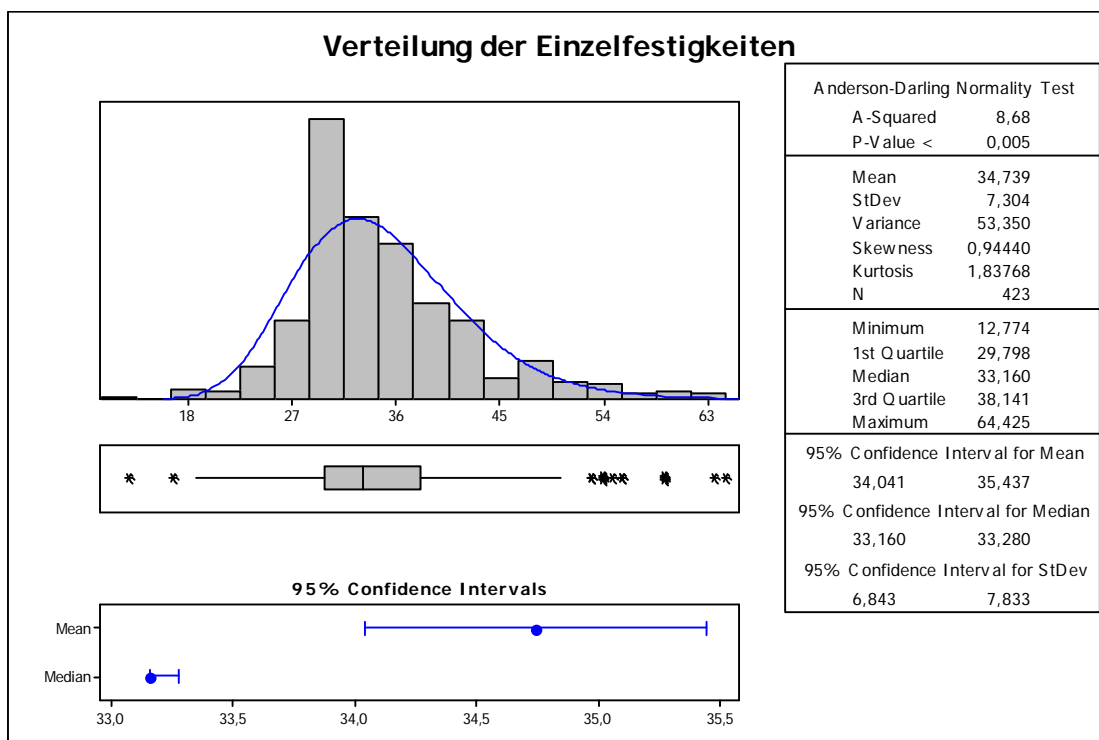
Abb. 136: Wie Abb. 135, jedoch Ableitung höherer Ordnung für Glättung beeinträchtigt ($Lfd = 4$)

6.3.5 Überlegungen zur Verteilung von Druckfestigkeiten im Zugkörper - Zufällige Effekte in Rückprallmessungen

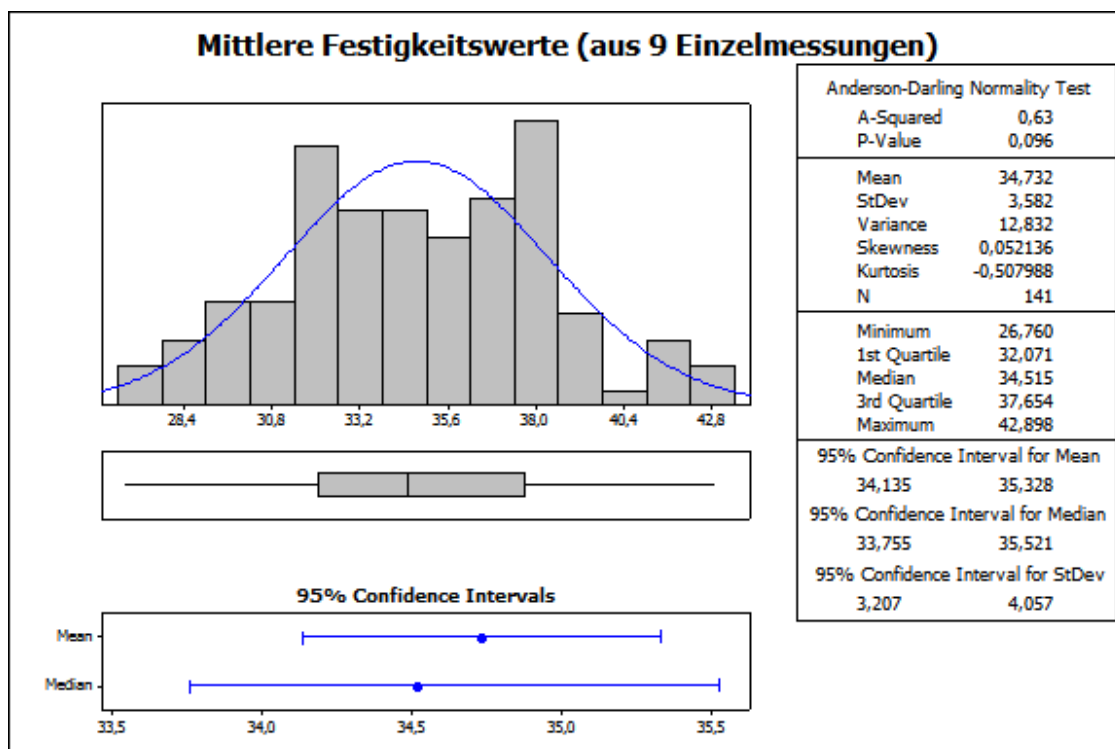
Die Betrachtungen zur Festigkeitsverteilung sind wichtig, um künftige Untersuchungen mit und zu so genannten Zufallsfeldern ("random fields"), also stochastischen Betrachtungen zur Verteilung von Bauwerksfestigkeiten, zu ermöglichen. Ein adäquates Vorgehen muss durch Prüfungen an Standardversuchskörpern abgesichert werden. Die Festigkeitsminderung gegenüber den zur Versuchszeit geprüften Proben könnte ebenfalls auf das Schwinden zurückzuführen sein. Dies kann mit am Prüfkörper gezogenen Bohrkernen jedoch kaum geprüft werden. Diese Proben würden sich nach Wegfall der Dauerlast wieder weitgehend entspannen. Hier sollten an Prüfalternativen gearbeitet werden wie beispielsweise begleitende, kontinuierliche Dehnungsaufnahmen.

Die Festigkeitsangaben ermöglichen auch Untersuchungen des Verteilungstyps. Dazu werden die Daten von $x_{pos} = 10 \dots 290$ cm und $y_{pos} \in (9; 12; 15)$ cm verwendet. Die Randdaten werden in die Betrachtung nicht einbezogen, da deren Verwendung umstritten ist. Für die statistische Prüfung im Fall 2 wurden jeweils 9 Daten zu einem Mittelwert zusammengefasst. Dieser Mittelwert wird zur Vereinfachung im Zentrum dieser 9 Daten positioniert. Dadurch ist der Mittelwert auf $y_{pos} = 12$ cm festgelegt. Dieses Vorgehen würde etwa der DIN-Forderung entsprechen, Festigkeiten aus mindestens 10 Messdaten zusammenzusetzen.

Es zeigt sich jedoch, dass diese Mittelwertbildung die wirkliche Variation der lokalen Festigkeit eher verschleiert als erklären hilft. Für die Entwicklung von Zufallsfeldern mit Zielrichtung der Beschreibung von Rissbildungsprozessen scheint ein höherer Detaillierungsgrad realitätsnäher zu sein. Zum Vergleich der Unterschiede zeigt Abb. 137 a) die Auftragung der Einzelwerte und b) die Verteilung der gemittelten Werte.



a) Verteilung der Festigkeitsergebnisse aus Einzelmessungen (Vergleich zum Fit einer Lognormal-Verteilung)



b) Verteilung der Mittelwerte aus 9 Einzelmessungen (Vergleich mit einer Normalverteilung)

Abb. 137: Statistische Auswertung der Festigkeiten in einem Längsdehnkörper mit zwei Auswertungsstrategien (erzeugt mit Minitab® Statistical Software)

Wählt man anstelle der Mittelwertbildung die Medianbildung aus den 9 Einzelwerten, wird die Verteilung nicht so massiv gestört. Der in Abb. 138 zum Vergleich angegebene Verteilungstyp ist die Lognormalverteilung.

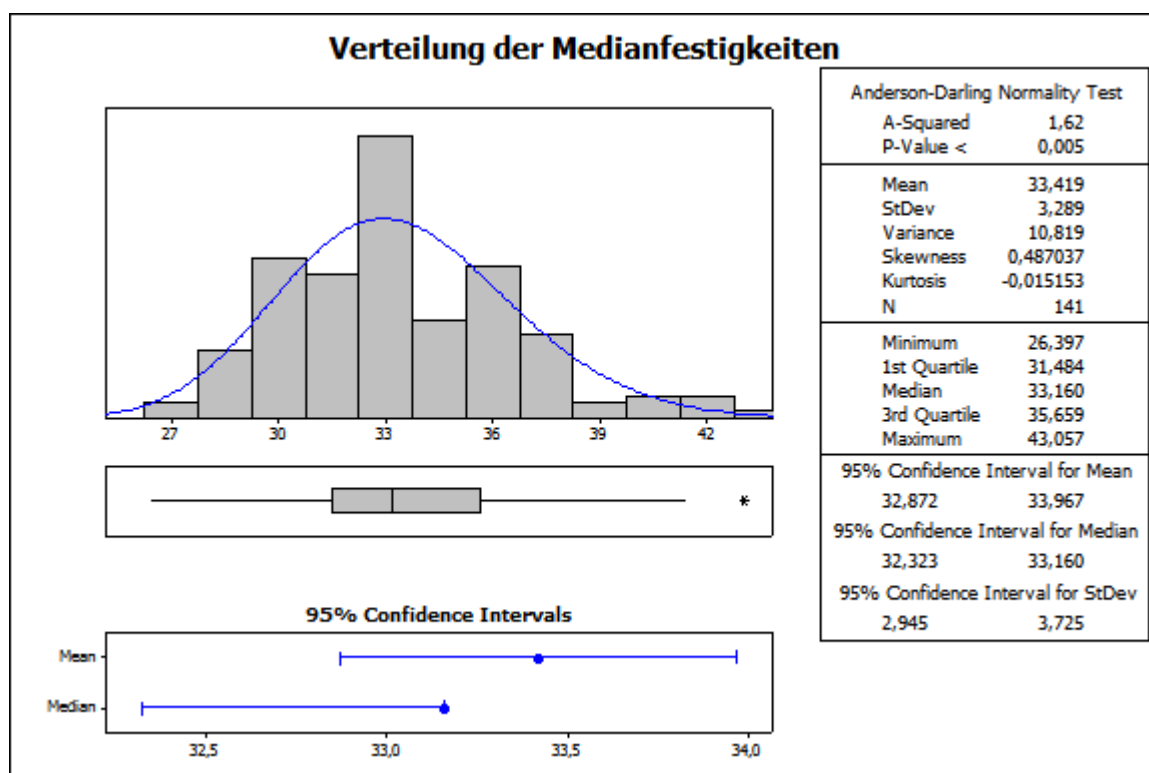


Abb. 138: Statistische Auswertung der Medianfestigkeiten aus je 9 Einzelmessungen (erzeugt mit Minitab[®] Statistical Software)

Sicherlich führt die Mittelwertbildung auf eine tragbare Ausgangsposition für Versuchsnachrechnungen mit deterministischen Modellen. Für detaillierte probabilistische Analysen bieten die streuenden Daten aber möglicherweise eine größere Aussagekraft.

Man kann in den Einzelmessungen (Abb. 137 a)) Evidenz für eine Log-Normalverteilung finden. Dieses Ergebnis deckt sich mit den im JCSS Probabilistic Modelcode [74] vorgeschlagenen Verteilungstyp. Offenbar ist natürlich Rückprallmessungen auch ein bestimmter Fehler eigen, der die vorgeschlagene Festigkeitsverteilung stört. Diese eigene Fehlerstruktur der Rückprallmessung kann als zufälliger Einfluss ("*random effect*") interpretiert werden, der den feststehenden Einfluss der Festigkeitsstreuung ("*fixed effect*") überlagert. Für die Simulation der allgemeinen Festigkeitsverteilung kann man damit versuchen, die Verteilung in einem gemischten Modell, einem so genannten "*Mixed effect*"-Modell, abzubilden.

Kann man den Rückpralleffekt, also den zufälligen Effekt abspalten, hat man direkten Zugriff auf die wirkliche Festigkeitsverteilung. Dabei können Simulationen helfen, die u.a. das Ziel haben, das Messergebnis abzubilden. Zuerst wird daher versucht, auf der Grundlage der im JCSS Modelcode [75] vorgeschlagenen Festigkeitsmodellierung das Messergebnis zu simulieren.

Detaillierte Angaben zum Hintergrund der Parameterdefinition finden sich in [75]. Der Gesamtzusammenhang lautet für In-situ-Druckfestigkeiten:

$$f_{c,ij} = \alpha(t, \tau) \cdot (f_{co,ij})^\lambda \cdot Y_{ij} \quad (148)$$

Der Parameter $f_{co,ij}$ ist üblicherweise die streuende Festigkeit aus den begleitenden Zylinderdruckfestigkeiten. Sie kann entsprechend von Korrelationsansätzen für benachbarte Orte i und für den Job j zufällig gewählt, aber weitgehend konstant gehalten werden. Da für die Rissbildung aber auch lokale Effekte und Unterschiede wichtig sind, wird diese Grundfestigkeit in dieser Analyse für verschiedene Orte so randomisiert, dass die Verteilung $f_{cm}(t)$ den Mittelwert abbildet und der obere 95%-Quantil aus $f_{cm}(t) + 8$ MPa entsteht. $f_{cm}(t)$ kommt dabei aus Standardprüfkörpern. Mittels *fda*-Glättungsalgorithmen kann nachträglich ein korrelativer ("Job"-Effekt) erzeugt werden. Gerade aber im Hinblick auf starke lokale Zugfestigkeitsunterschiede in diesem Versuchskörper (siehe Erstrisslasten) ist unklar, ob damit die Realität besser abgebildet werden würde. Die gewählten Verteilungen erfüllen die Randbedingungen des JCSS Modelcode.

Die nachfolgende Tabelle enthält die notwendigen Parameter und Verteilungsannahmen, um die lokalen Druckfestigkeiten in LDK 3-1 abzubilden.

Tab. 26: Parameter für das probabilistische Festigkeitsmodell Gleichung (148)

Parameter	Verteilungstyp	Location-Parameter	Scale-Parameter
$f_{co,ij}$	LN	3,75	0,115
λ	LN	-0,04	0,005
Y_{ij}	LN	0	0,06

Das Histogramm der simulierten Festigkeiten, auf Basis von Gleichung (148) im Zusammenhang mit Tab. 26, zeigt als Ergebnis eine weitaus engere Verteilung als die Verteilung, die sich aus den berechneten Einzelfestigkeiten aus Rückprallmessungen ableiten ließ (Abb. 137 a)). Es handelt sich um eine zufällige Realisierung der gleichen Anzahl von 423 Druckfestigkeitswerten $f_{c,ij}$, wie es Messwerte $R(xpos; ypos)$ und damit rückgerechnete Einzelmessungen für $ypos$ (9; 12; 15 cm) zwischen den $xpos$ -Grenzen 10 bis 290 cm gab.

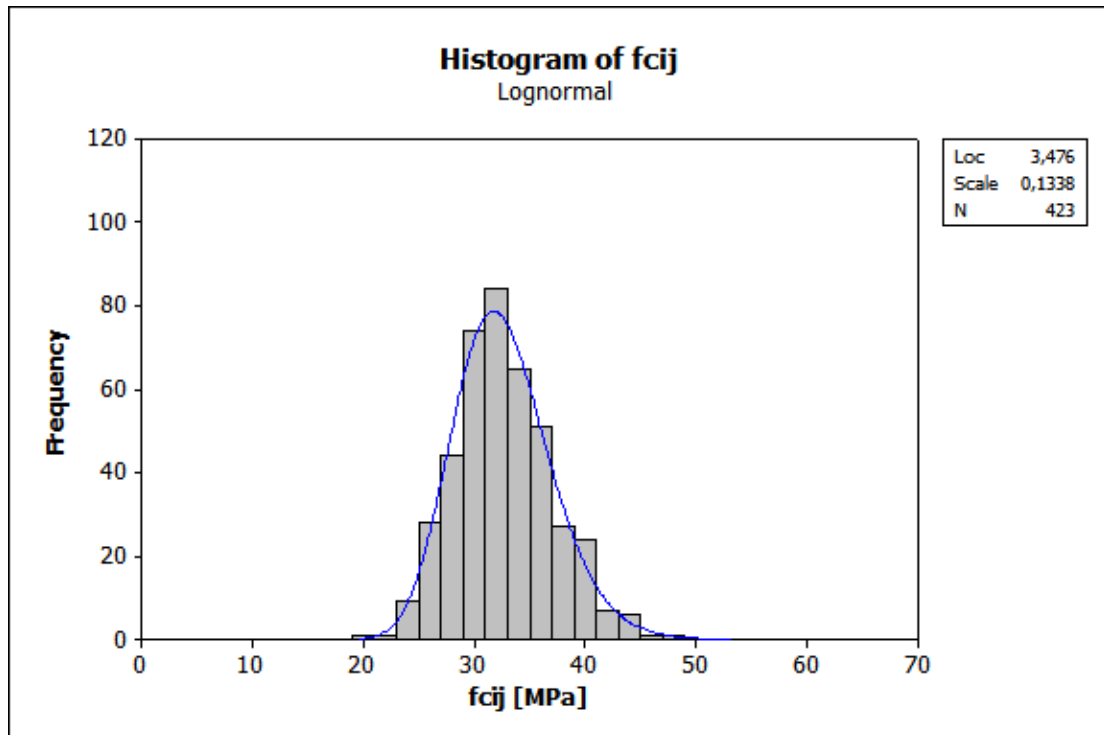


Abb. 139: Festigkeitssimulation nach Gl. (148) der gleichen Anzahl von Druckfestigkeiten wie Messwerte zum Vergleich mit Abb. 137 (erzeugt mit Minitab[®] Statistical Software)

Zum Vergleich für diese Aussage werden die Dichtefunktionen von Simulation und Messwerten geprüft:

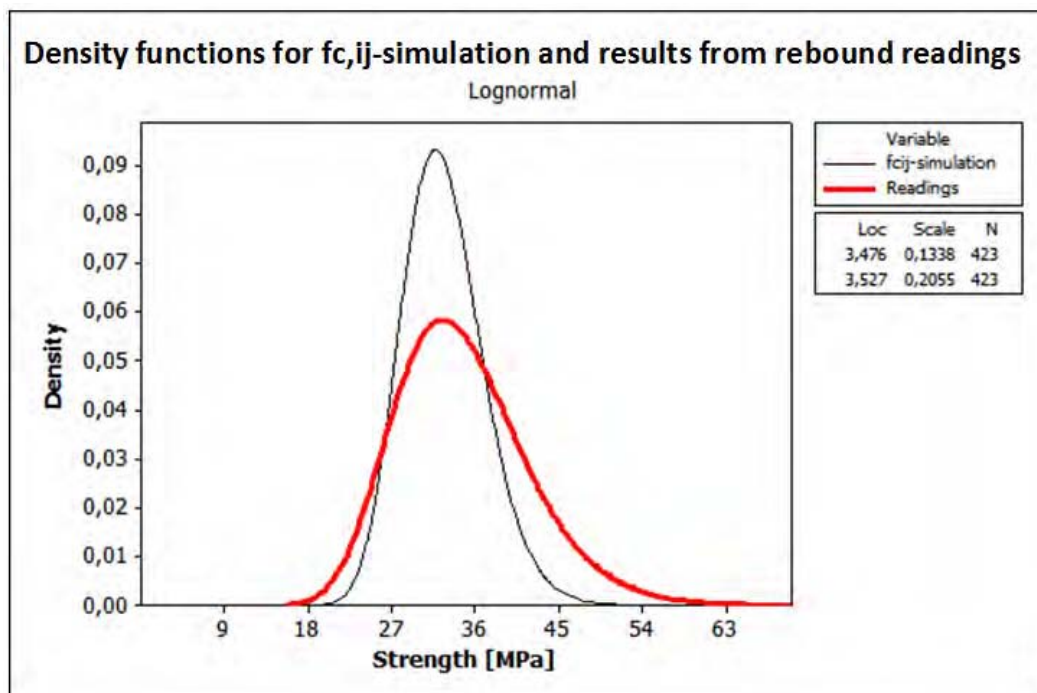


Abb. 140: Dichtefunktionen von Simulation und Messung bei angenommener Log-Normalverteilung (erzeugt mit Minitab[®] Statistical Software)

Es ist also noch mindestens ein weiterer Effekt vorhanden, der die Festigkeiten zu überlagern scheint. Dies führt zurück zur vieldiskutierten Verwendbarkeit von Rückprallmessungen mit dem Hinweis auf die gewaltigen Streuungen. Vereinfacht unterliegen die Rückprallmessungen einer von der Festigkeit weitgehend unabhängigen Zufälligkeit durch beispielsweise Geschwindigkeit der Federspannung, Abstand zu Zuschlagkörnern sowie deren lokale Härte, Aufschlagrichtung, lokale Karbonatisierungstiefe. In der Realität wird zumindest eine leichte Korrelation zur Grundfestigkeit vorhanden sein. So ist auch eine log-normale Verteilungsform des Rückprallfehlers in der Festigkeit eher wahrscheinlich als ein abstrakt normal-verteilter Fehler aus der Rückprallmessung.

Schwierigkeiten bereitet die Simulation einer durch die Qualität der Rückprallmessung geprägten Abweichung von der Simulationsfestigkeit als "*random effect*" in Log-Normal-Form. Die Log-Normalverteilung kennt keine negativen Werte, die hier jedoch unerlässlich sind. Dies wird erst mittels einer Transformation der log-normalen Grundverteilung ermöglicht.

Die Abweichungen von der Festigkeit durch Fehleranteile in der Rückprallzahl werden der Einfachheit halber R_{ij} genannt, auch wenn es sich bereits um eine umgerechnete Festigkeit aus dem Rückprallfehler handelt.

$$R_{ij} = e^{(n_j \cdot \sigma + \mu)} - e^\mu \quad \text{mit } (\mu = 1; \sigma = 1; n_j \in N(0;1)) \quad (149)$$

Die Orientierung am Mittelwert 1 ermöglicht die Platzierung des 50%-Fraktils (Medians) auf dem 0-Punkt $E(R_{ij}) = 0$, Abb. 141. Das lange Auslaufen im positiven Bereich ist nicht ungewöhnlich. Platziert man den Rückprallhammer hastig und löst rasch aus, kann der Skalenwert durch dynamische Effekte gegenüber der Realfestigkeit extrem erhöht sein. Das gleiche trifft zu, wenn verdeckte Zuschlagkörner direkt getroffen werden. Gerade bei größeren Testreihen ist nicht ausgeschlossen, dass einzelne Messungen so entarten können.

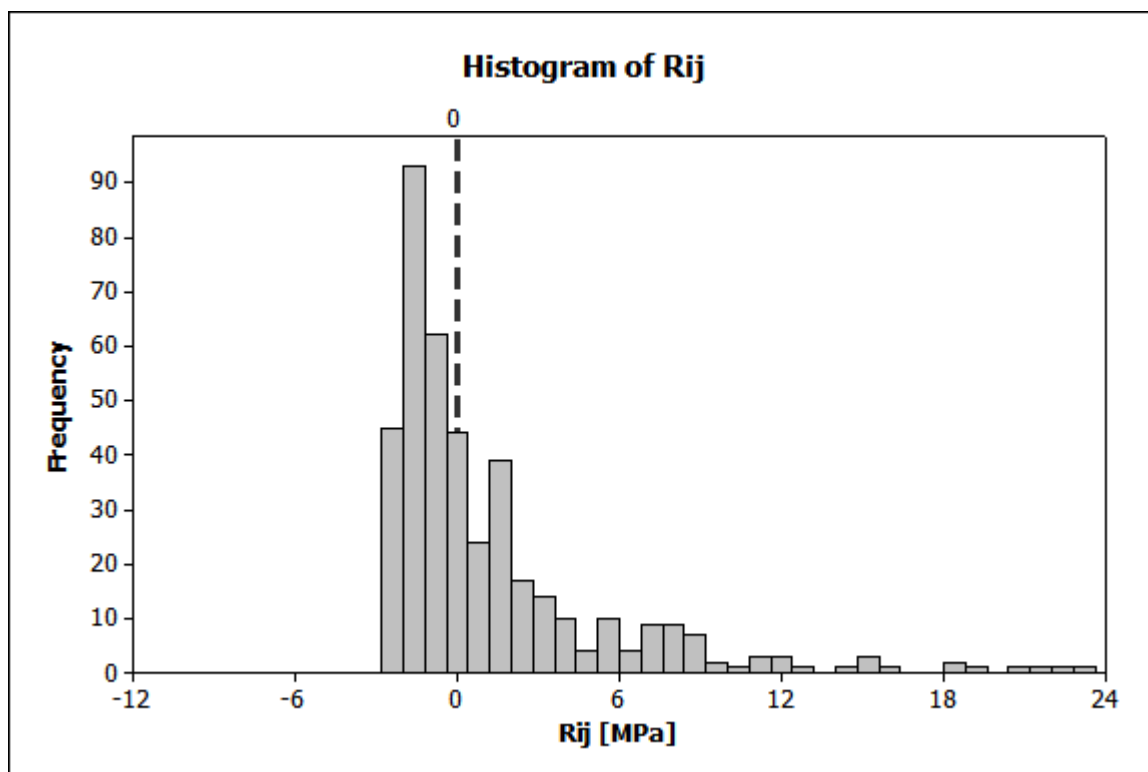
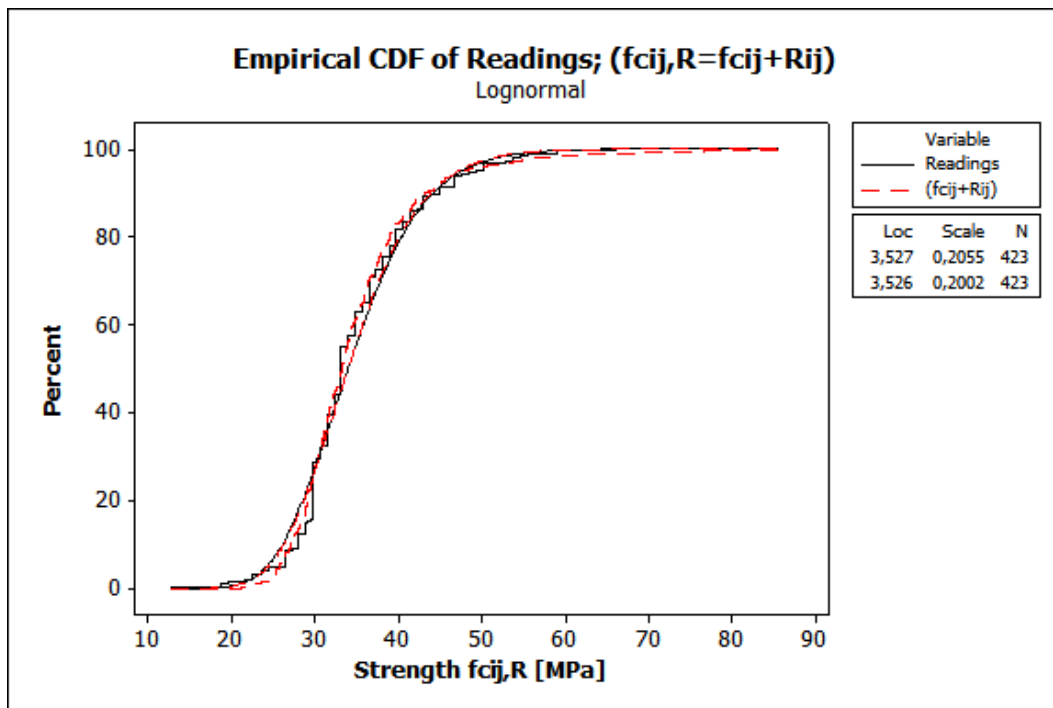


Abb. 141: Histogramm für die durch den Rückprallfehler bedingten Festigkeitsabweichung R_{ij} nach Gl. (149), (erzeugt mit Minitab[®] Statistical Software)

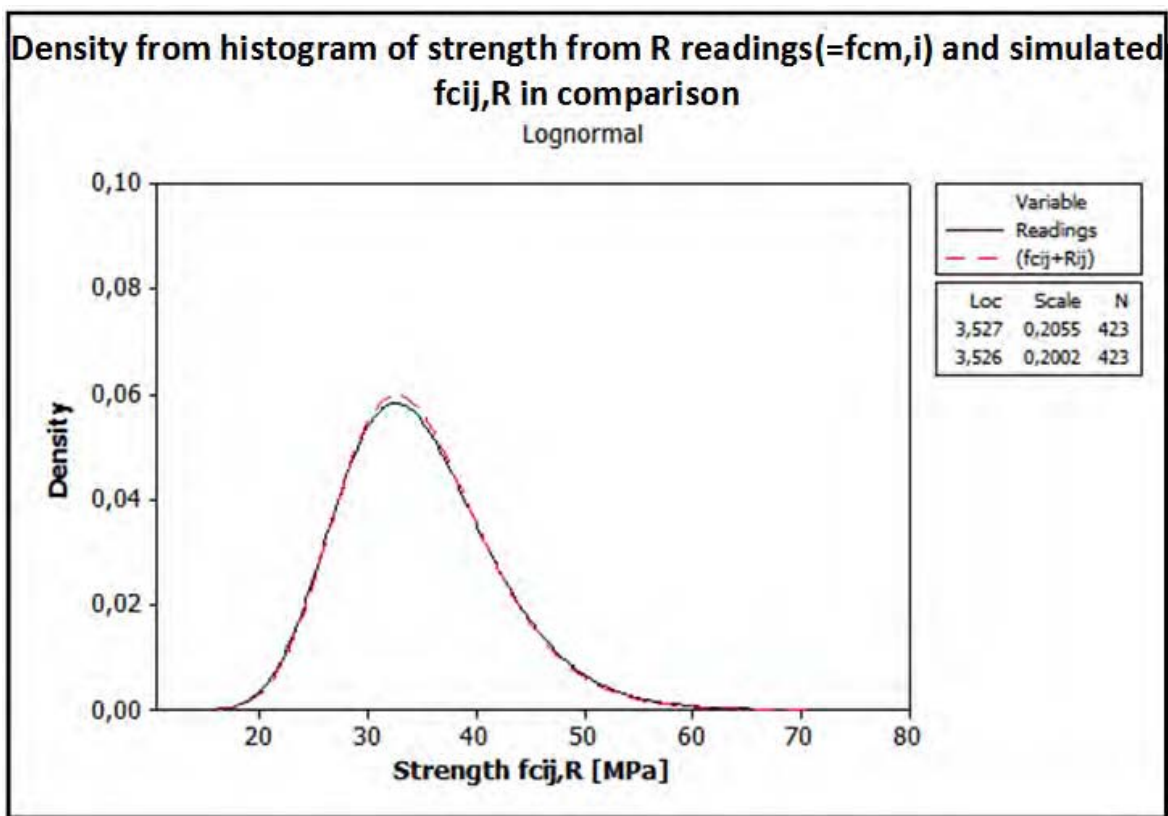
Im folgenden Vergleich wird nun geprüft, ob sich die Messwerte durch die Kombination von Gl. (148) und Gl. (149) reproduzieren lassen. Die Rückprallmessungsbasierte Festigkeitsvermutung $f_{c,ij}^R$ entsteht:

$$f_{c,ij}^R = f_{c,ij} + R_{ij} \quad (+\varepsilon) \quad (150)$$

Der Vergleich von kumulativer Verteilungsfunktion (CDF) und Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (Abb. 142) zeigt die Qualität der Simulation der Festigkeitswerte in einer exemplarischen Realisierung von 423 Werten. "Readings" bezeichnet die aus den Rückprallmessungen rückgerechneten Druckfestigkeiten $f_{cm,i}$ nach Gleichung (147) ff. Der Einfluss der Prüfrichtung (Tab. 25) ist sicher gestellt.



a) CDF



b) Dichtefunktion

Abb. 142: Vergleich der aus Rückprallmessungen bestimmten Festigkeiten mit der Festigkeitsvermutung aus Gl. (150), (erzeugt mit Minitab® Statistical Software)

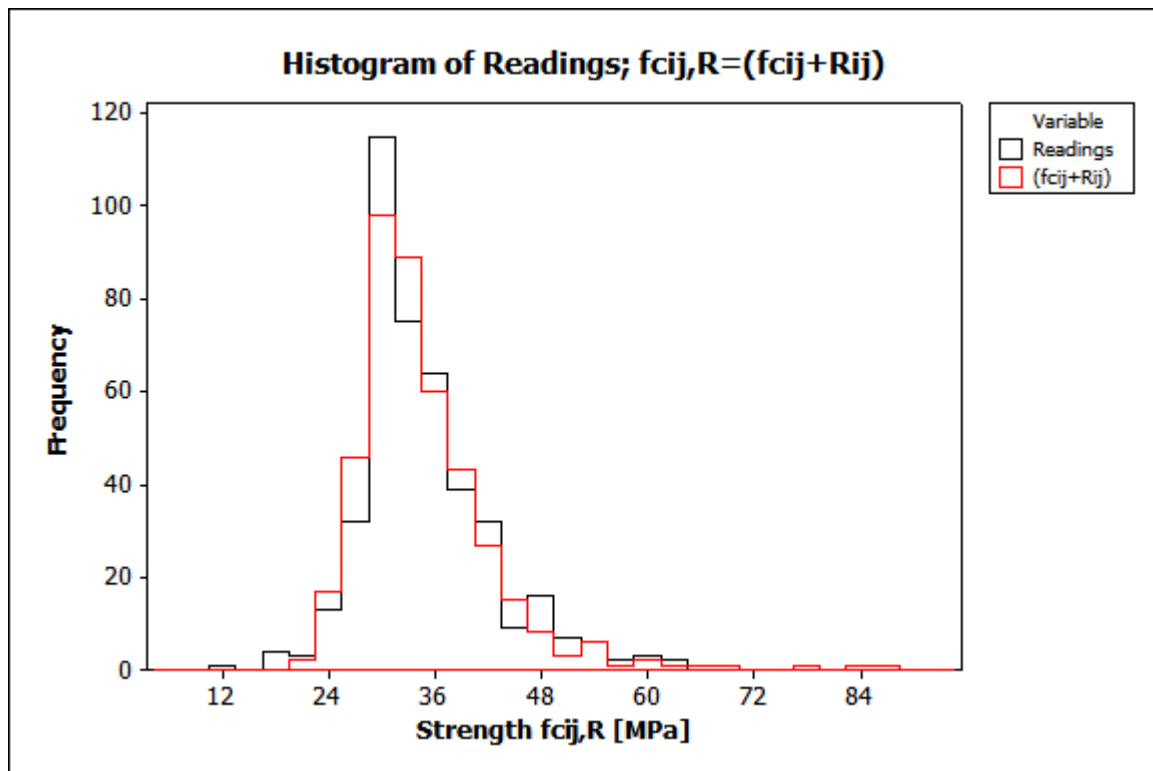


Abb. 143: Vergleich der Häufigkeitsstruktur der umgerechneten Messwerte gegen die Simulationsergebnisse einer Festigkeitsvermutung aus Rückprallmessungen, (erzeugt mit Minitab[®] Statistical Software)

Im Ergebnis kann formuliert werden, dass die Druckfestigkeiten in stochastischen Modellen der Gl. (148) folgen sollten. Darauf aufbauend können auch Versuche unternommen werden, Zugfestigkeiten nach den Empfehlungen des JCSS Probabilistic Modelcode [75] zu modellieren. Es ist wichtig und durchaus möglich, Evidenz für Verteilungsaussagen in dicht gerasterten Härteprüfungen zu finden, da sich über Risslasten noch weitere alternative Kontrollmöglichkeiten bieten. Die Abweichungen, durch mit der Rückprallmessung verbundenen Fehlern, sind von den eigentlichen Messwerten abzurechnen. Allerdings wird empfohlen, die Festigkeitsextrapolation der Messwerte an den neueren Erkenntnissen von Kim et.al [80] zur Abhängigkeit von der Karbonatisierungstiefe zu orientieren und dabei auch die Unsicherheit der Rückprallmessungen zusätzlich zu berücksichtigen. Unter diesen Bedingungen kann der Auswertung der Einzelmessungen der Vorzug gegeben werden. Stochastische Festigkeitsfunktionen in langen Bauteilen können mit hoher Wahrscheinlichkeit anhand von Rückprallmessungen begründet werden. Zur Abbildung/ Modellierung der Funktionsdaten ("*functional data*", "*longitudinal data*") sind entweder Mixed-Effect-Modelle oder fda-Objekte geeignet, die auf B-Spline Basisfunktionen aufbauen.

6.4 Begrenzung der Erstrisse

Die Aufnahme der Erstrissbreiten für LDK 2 bis LDK 6, eröffnet die Möglichkeit die Ansätze aus Kapitel 2.6 zu prüfen. Das Versuchsprogramm an langen Dehnkörpern ist ein Programm, das in seinen wesentlichen Abläufen während eines Testes der Kraftsteuerung, also Lastbeanspruchung, folgt. Die Begrenzung der Erstrissbildung mit Mindestbewehrungsgraden soll vor allem die Gebrauchstauglichkeit in Bauteilen sichern, die Einzelrissprozessen ausgesetzt sind. Dies sind vor allem zwangbeanspruchte Bauteile, in denen sich mit der Rissbildung auch der Zwang abbaut. Formal gesehen handelt es sich hier um Problemstellungen, die mit Verformungssteuerung besser abzubilden sind. Trotzdem liefern die gesammelten Erstrissöffnungsmessungen bei den Längsdehnkörpern Anhaltspunkte, inwieweit die Nachrechnung von Erstrissen im Rahmen von DIN und MC 90 nicht nur möglich, sondern entsprechend der Aufgabenstellung auch sicher ist.

Insgesamt wurden die Erstrissdaten für alle LDK 2-1, 2-2, 3-1, 3-2, 4, 5, 6 also insgesamt 7 Körper aufgenommen. Die gemessenen Erstrisse sind in Reihenfolge in Tab. 39 und die zugehörigen Risskräfte in Tab. 40, Anhang 4 zusammengefasst. Alle notwendigen Daten zur Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit finden sich in Tab. 41 (Messwerte), Tab. 42 (normativ vorgegebene Werte) und Tab. 43 (erwarteter Schwindeinfluss auf Materialdaten).

Grundlage der Nachrechnung lokaler Daten bilden die in Kapitel 2.6 dargestellten und hergeleiteten Ansätze. Für das nachfolgende Diagramm (Abb. 144) wurde die in DAfStb-Heft 525 verwendete Formel verwendet:

$$w_{k,i} = \frac{\sigma_{s,cr,i+sh,test} \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ctm}(t)} \cdot 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s,cr,i+sh,test}}{E_s} \quad (151)$$

Die Rissspannungen werden dabei ortsabhängig eingesetzt und das Ergebnis, die rechnerische Rissbreite, mit den lokal beim Risseintritt gemessenen Werten verglichen. Gemäß dem Nachweiskonzept dürfte der anhand der Rissspannung für diese Stelle berechnete charakteristische Wert der Rissbreite nur in wenigen seltenen Fällen durch den jeweiligen Messwert überschritten werden.

Im nachfolgenden Diagramm Abb. 144 indiziert der rot hinterlegte Bereich die zu erwartende Unsicherheit für die kleinen Rissbreiten. Alle Werte, die unterhalb der Diagramm-Diagonale liegen, sind unproblematisch. Die Versuche lassen auf geringfügig größere Unsicherheiten für kleine Rissbreiten schließen als für größere Rissbreiten (gelber Bereich zeigt die Unsicherheiten in diesem Bereich). Da der Rechenwert der Rissbreite hier nur Grenzwertfunktion hat, ist die nicht erkennbare Systematik im Verhältnis von $w_{i,test}$ zu $w_{k,cal}$ unbedenklich.

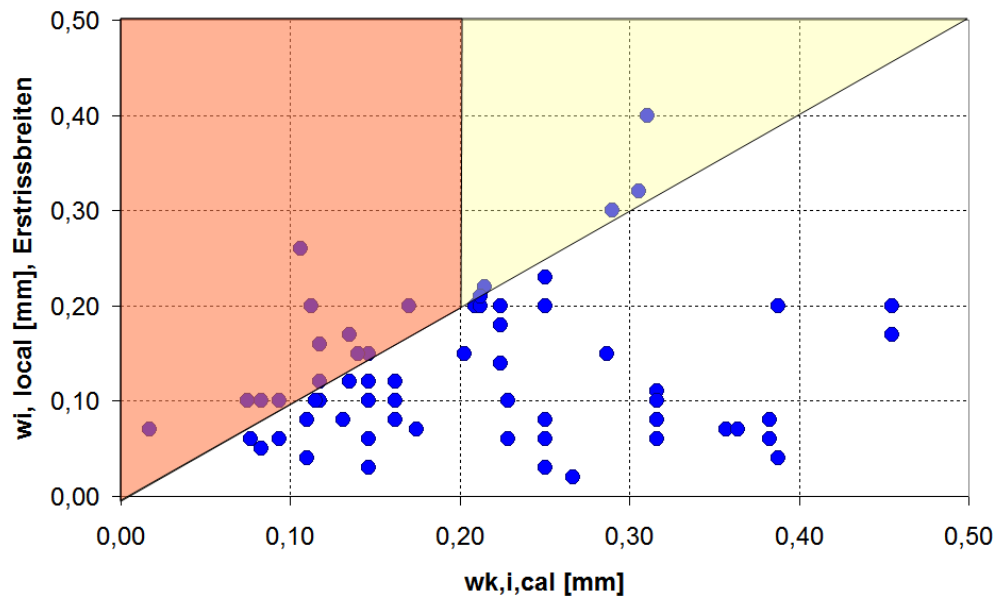


Abb. 144: Beurteilung des Nachweiskonzeptes der Begrenzung der Erstrissbreite, Vergleich Testwerte und Rechenwerte nach Gleichung (151)

Die Überschreitungshäufigkeiten aus Abb. 144 stellen sich detailliert wie folgt dar:

Tab. 27: Überschreitungshäufigkeiten der lokal berechneten Grenzwerte der Rissbreite nach Gleichung (151) durch gemessene Anfangsrissbreiten

	$w_{k,i} \leq 0,2 \text{ mm}$ (kleine Rissbreiten)	$0,5 \text{ mm} > w_{k,i} > 0,2 \text{ mm}$ (Rissbreiten Geltungsbereich DIN 1045-1)
Fälle i	34	35
Fälle i mit $w_{i,test} > w_{k,i}$	13	5
$P(w_{i,test} > w_{k,i})$	0,38	0,14

Die Überschreitungshöhe erreicht nur in wenigen Fällen größere Werte als 0,06 mm im Bereich kleiner Rissbreiten.

Bei der Überprüfung kann auch nicht ausgeschlossen werden, dass der in der Bemessungsverantwortung stehende Ingenieur nur über repräsentative Normwerte verfügt. Eine Berechnung mit 28 Tage- oder 56 Tage-Norm- und Richtlinienangaben sollte also über einen genügend großen Sicherheitsabstand zum Bemessungskriterium Grenzzrissbreite verfügen. Auch diese Überprüfung ist nachfolgend vorgenommen worden, um den Einfluss des möglichen Beurteilungsfehlers des Ingenieurs abschätzen zu können. Zudem erlaubt die DIN wie die Richtlinie die Verwendung von $f_{ct,eff} = 0,5f_{ctm}$.

Um ein realistisches Szenario zu prüfen, sind anhand der Prüfwerte der Betondruckfestigkeit die Eingruppierungen in Festigkeitsklassen vorgenommen worden, die sukzessive unter Nutzung der DIN 1045-1, Tabelle 9 zu Zugfestigkeitsannahmen $f_{ctm(DIN)}$ führen. Dies ermöglicht die zu jedem Versuchskörper gehörende Nachrechnung der charakteristischen Rissbreite, die den Messwerten in der folgenden Darstellung (Abb. 145) der Nachrechnungsergebnisse gegenüber gestellt werden können. Der Bereich kleiner Rissbreiten ist rot hinterlegt. Die verwendeten Normenmaterialkennwerte sind Tab. 42 im Anhang zu entnehmen.

Grundlage der Berechnung ist:

$$w_k = \frac{d_s \cdot A_{ct} \cdot k \cdot k_c}{3,6 \cdot A_s} \cdot 0,6 \cdot \frac{f_{ct(DIN)} \cdot A_{ct} \cdot k \cdot k_c}{A_s} \cdot \left(1 + \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_s}{A_{ct} \cdot k \cdot k_c}\right) \quad (152)$$

Für die Nachrechnung der Zugversuche und aufgrund der Bewehrungslage/ Geometrie werden die Faktoren k und k_c auf 1,0 gesetzt.

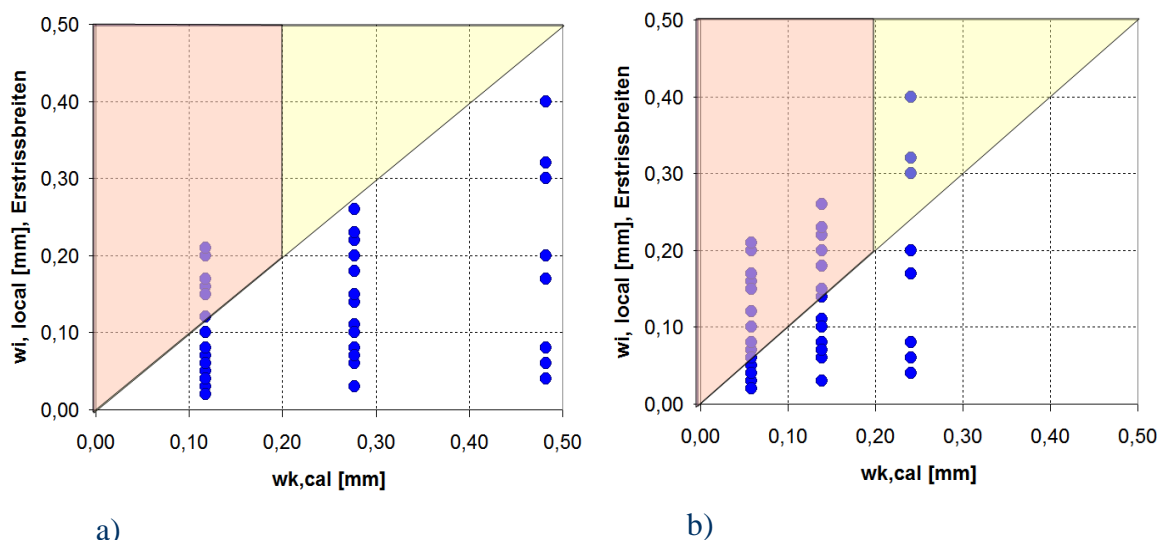


Abb. 145: Beurteilung des Nachweiskonzeptes der Begrenzung der Erstrissbreite mit Rechenwerten der Rissbreite auf Basis (152) a): $f_{ct(DIN)}$, rechts b) $f_{ct,eff} = 0,5f_{ct(DIN)}$

In dem vorliegenden Beispiel zeigt sich deutlich, dass für kleine Rissbreiten Unsicherheiten bestehen. Die Verwendung von $f_{ct,eff}$ erscheint vor dem Hintergrund dieser Ergebnisse nicht unproblematisch, da wenig mehr als der Erwartungswert (Mittelwert) der Verteilung der Anfangsrissgrößen unter gleichen Parametern erreicht wird. Gut zu erkennen ist auch, dass mit der Größe des Rechenwertes der Rissbreite die Varianz zunimmt. Modelle, wie vorliegend, sollten eigentlich überwiegend homoskedastisches Verhalten zeigen, also konstante Residuen und Varianzen. Es ist also abzuleiten, dass die Modelle einige zufällige Effekte noch nicht berücksichtigen.

Reduziert man die Prüfung auf die Kontrolle der Fähigkeit des Modells der DIN 1045-1, wenigstens einen oberen Fraktilwert der lokalen Messwerte w_i zuverlässig abzubilden, kann man diese Fraktilwerte gegen Rechenwerte nach Gleichung (152) vergleichen. In der nachfolgenden Abbildung (Abb. 146) kann wiederum der Bezug zu $f_{ct,eff}$ hergestellt wer-

den. Das zweite Diagramm vergleicht hier nicht mit w_k auf Basis von $f_{ctm(DIN)}$, sondern auf Basis der zum Zeitpunkt des Versuches festgestellten Zugfestigkeit $f_{ctm}(t)$. Der Vergleich erfolgt gegen den 75%- und 90%-Fraktile der Anfangsrisse w_i im jeweiligen Bauteil, der Bezug zu $w_{i,max}$ ist enthalten. Jeder Punkt repräsentiert einen Versuch. Sollten zwei Versuche mit gleicher Grenzzrissbreite für vergleichbar gehalten werden, kann der Erwartungswert des 75%-Fraktils als Durchschnitt der Versuche in erster Näherung abgeschätzt werden.

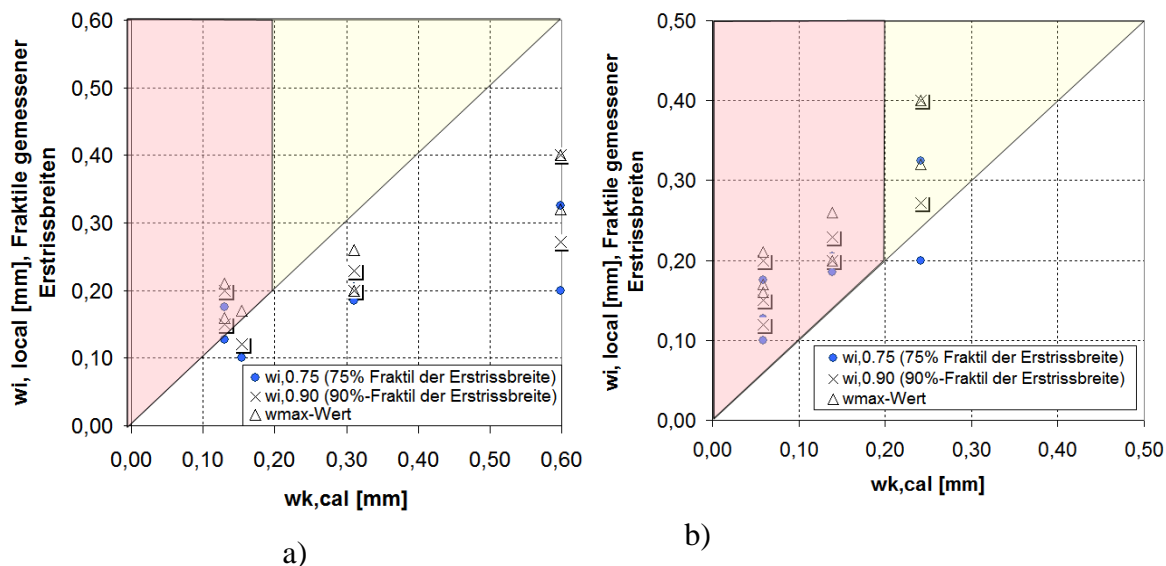


Abb. 146: Beurteilung des Nachweiskonzeptes der Begrenzung der Erstrissbreite mit Rechenwerten der Rissbreite auf Basis a): $f_{ctm}(t)$, rechts b) $f_{ct,eff} = 0,5f_{ctm(DIN)}$

Auch hier ist zu erkennen (Abb. 146 b)), dass für kleine Rissbreiten unter Zwangbeanspruchung von der Nutzung von $f_{ct,eff}$ für den Nachweis in der häufig verwendeten Form abzuzuraten ist.

Ein letzter Vergleich in der Thematik Mindestbewehrung soll klären, inwieweit eine Annäherung an das Modell MC 90 mit einer geringer bewerteten Verbundspannung eine größere Zuverlässigkeit erreichen kann. Das prinzipielle Modell beruht auf der Annahme, dass die lokale Rissspannung voll in den Beton mit einer Verbundspannung τ_b von $1,35f_{ctm}$ anstelle von $1,8f_{ctm(DIN)}$ eingeleitet werden kann. Das Modell lautet vollständig:

$$w_k = \frac{d_s \cdot A_{ct} \cdot k \cdot k_c}{2,7 \cdot A_s} \cdot 0,6 \cdot \frac{\frac{f_{ct(DIN)} \cdot A_{ct} \cdot k \cdot k_c}{A_s} \cdot \left(1 + \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_s}{A_{ct} \cdot k \cdot k_c}\right)}{E_s} \quad (153)$$

Im Gegensatz zum Original-Modell, Gleichung (122), wird hier der Dehnungsterm jedoch nicht mit 0,4, sondern mit 0,6 multipliziert. Das stellt zuverlässige Vorhersagen bei spätem Zwang sicher. Die Zuverlässigkeit dieses Modells wird durch Abb. 147 abgebildet.

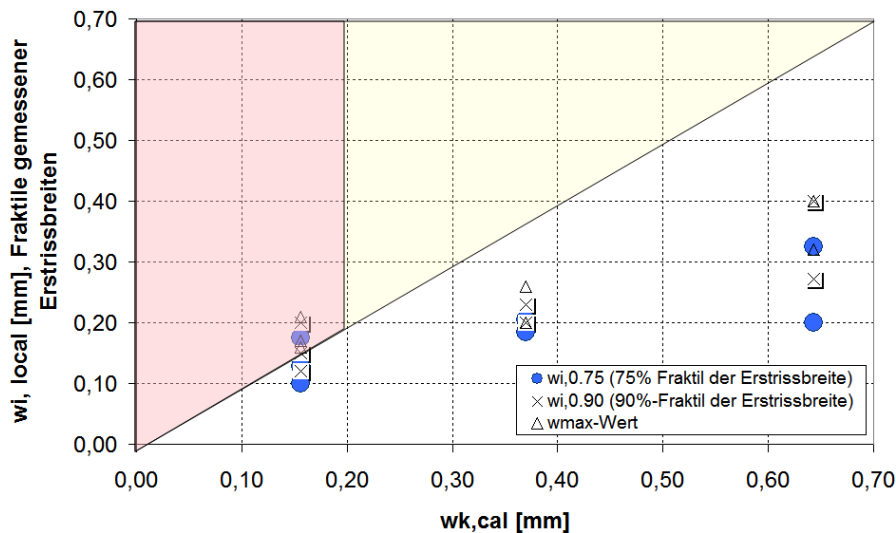


Abb. 147: Beurteilung des Nachweiskonzeptes der Begrenzung der Erstrissbreite mit dem Modell des MC 90 für Langzeitbelastung, späten Zwang oder Lastwiederholung

Dieses Modell ist offenbar zuverlässig genug, um sicherzustellen, dass ein 75%-Fraktile kleiner Rissbreiten abgebildet werden kann. Damit wäre, zumindest für kleine Rissbreiten, ein Nachweis auf der Basis von Gleichung (153) das gesuchte konservative Modell zur Sicherung der Erstrissbreite.

6.5 Nachrechnung von gemessenen Verformungszuständen - Modellierung diskreter Oberflächenrissbreiten

Mit den versuchsbegleitenden Rissbreiten-, Kraft- und Verformungsmessungen an den Längsdehnkörpern stehen Daten zur Verfügung, die eine Analyse wesentlicher Ansätze des Bemessungskonzeptes ermöglichen. Die Daten sind in detaillierter Form im Anhang Kapitel 17 zu entnehmen. Nach Erreichen eines spezifischen Grenzwertes der Rissspannung (siehe Tab. Tab. 58) nimmt die Steifigkeit des Bauteils bis zum Erreichen der Spannungsgrenze der Gebrauchstauglichkeit ($0,8f_{yk}$) nicht mehr ab. Weitere sukzessive Risse in dem Bereich sind trotzdem auch bei höherer Belastung nicht ausgeschlossen, aber für die Gesamtverformung und die Beurteilung der größten Risse im Bauteil ohne nennenswerte Bedeutung. Eine Analyse der Verformungszustände, entsprechend des klassischen Bemessungsansatzes Gleichung (19), ist anhand der zum Versuchsabschluss gemessenen Rissabstände (Tab. 44 bis Tab. 53) unmöglich und führt nur unter vereinfachenden Annahmen zum Erfolg. So stellen nach detaillierten Stahldehnungsmessungen die kleinen Risse im nahen Umfeld von primär entstandenen Rissen nicht zwingend Maxima der Stahldehnungsfunktion da. Daher wurden in einer 2. Auswertung nur die Rissabstände und Rissbreiten bewertet, die bei externer Belastung bis zum Erreichen der Grenzzrissspannungen (Tab. 58) gebildet worden sind.

Fortgesetzte statistische Analysen an den einzelnen Prüfkörpern sind u.a. deshalb möglich, weil diese Rissabstände hinsichtlich der Anordnung auf der x -Achse, wie auch in der Reihenfolge des Auftretens mit hoher Wahrscheinlichkeit, eine zufällige Anordnung aufweisen. Dies kann für die einzelnen Versuchskörper mit dem Run-Test (*Wald-Wolfowitz-Test*) gezeigt werden. Als Unsicherheit verbleibt jedoch, dass in kleineren Stichproben (geringe-

re Rissanzahl im Prüfkörper) die Mindestanzahl von Elementen für den Test knapp unterschritten wird. Die angenommene Korrelation mit Festigkeitskriterien erreicht also nicht das Signifikanzniveau von $\alpha=0,05$, um eine nichtzufällige Entwicklung annehmen zu können.

Die Hintergrunddaten der nachfolgenden statistischen Analyse sind in Kapitel 0 (Anhang) dargestellt. Folgende Tabellen zeigen die wichtigsten, deskriptiven Parameter der relevanten Rissabstände und Rissbreiten:

Tab. 28: Deskriptive Statistik für die wesentlichen Rissbreiten w_i [mm] auf dem Niveau $\sigma_s = 350$ MPa

LDK									Deskriptive Eigenschaften
1-1	1-2	2-1	2-2	3-1	3-2	4	5	6	
0,26	0,19	0,21	0,18	0,22	0,19	0,20	0,30	0,23	\bar{w} Mittelwert
0,25	0,20	0,23	0,13	0,20	0,12	0,21	0,30	0,20	$m(w)$ Median
0,08	0,04	0,13	0,12	0,10	0,16	0,06	0,08	0,12	$s_w = \sqrt{(s^2)_w}$
0,30	0,21	0,59	0,68	0,46	0,82	0,32	0,28	0,51	$vk_w = \frac{s_w}{w}$
0,35	0,25	0,41	0,36	0,38	0,47	0,30	0,43	0,50	$w_{0.95}$
LDK 1, ges		LDK 2, ges		LDK 3, ges		LDK 4, 5, 6			
0,23		0,20		0,20		0,24			\bar{w}
0,22		0,19		0,15		0,22			$m(w)$ Median
0,07		0,12		0,14		0,10			$s_w = \sqrt{(s^2)_w}$
0,30		0,63		0,66		0,40			$vk_w = \frac{s_w}{w}$
0,30		0,41		0,44		0,47			$w_{0.95}$

Tab. 29: Deskriptive Statistik für die wesentlichen Rissbreiten $s_{r,i}$ [mm]

LDK									Deskriptive Eigenschaften
1-1	1-2	2-1	2-2	3-1	3-2	4	5	6	
17,65	20,00	15,79	15,00	25,00	18,75	17,65	18,75	16,67	\bar{s}_r
18,50	20,50	12,40	11,70	26,00	18,50	17,00	17,85	16,50	$m(s_r)$
3,92	4,99	8,65	9,49	10,74	7,76	5,23	4,49	5,93	$s_{sr} = \sqrt{(s^2)_{sr}}$
0,22	0,25	0,55	0,63	0,43	0,41	0,30	0,24	0,36	$vk_{sr} = \frac{s_{sr}}{s_r}$
22,40	26,30	28,24	26,40	40,78	31,50	26,20	24,95	26,08	$s_{r0.95}$
LDK 1, ges		LDK 2, ges		LDK 3, ges		LDK 4, 5, 6			
18,75		15,38		21,43		17,65			\bar{s}_r
18,75		12,40		19,50		17,00			$m(s_r)$
4,54		8,98		9,51		5,28			$s_{sr} = \sqrt{(s^2)_{sr}}$
0,24		0,58		0,44		0,30			$vk_{sr} = \frac{s_{sr}}{s_r}$
26,00		28,24		36,33		26,25			$s_{r0.95}$

Die lokalen Rissspannungen $\sigma_{scr+sh,i}$ sind mit einer Unsicherheit bei der Detektierung belegt. In einigen Fällen wurden einige Risse erst im Zuge der Entdeckung weiterer Risse bei der visuellen Inspektion festgestellt, so dass nur das dann vorhandene Spannungsniveau aufgenommen werden konnte. Die Verteilung der Rissspannungen der ersten Risse ist wahrscheinlich mit den lokalen Minima der Zugfestigkeit überlagert. Die Rissspannungen an Orten sukzessiver Risse werden dagegen durch die der Log-Normalverteilung folgenden Festigkeiten zunehmend beeinflusst, da nicht mehr die lokalen Minima, sondern die Minima der verbleibenden Areale, in denen sich noch Rissspannungen aufbauen können, beeinflusst werden. Das Ergebnis ist eine so genannte Mischverteilung aus einer Verteilung mit den Charakteristika einer *smallest extreme value distribution* (= Minima orientierter Fall der Gumbel-Verteilung) und einer Log-Normalverteilung. Die Werte für die nachfolgenden Betrachtungen können Tab. 60 im Anhang entnommen werden.

Die Verteilungsdichtefunktion einer Gumbel-Verteilung ist:

$$f(x) = \frac{1}{\beta} \cdot e^{-\frac{x-\mu}{\beta}} \cdot e^{-e^{-\frac{x-\mu}{\beta}}} \quad (\mu = Loc.; \beta = Sca.) \quad (154)$$

Die Verteilungsdichtefunktion einer Log-Normalverteilung ist:

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot s \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln x - m)^2}{2s^2}} \quad (m = \overline{\ln x} = Loc.; s = \text{stabwa}(\ln x) = Sca.) \quad (155)$$

Der letztendliche Aufbau der Mischungsverteilung ist dabei davon abhängig, wieviel Elemente des Versuches der einen oder der anderen Verteilungsform zugeordnet werden.

Die nachfolgenden Rissspannungen von LDK 2-2 oder LDK 6 lassen sich recht gut mit der Gumbel-Verteilung für Minima (*smallest extreme*) abbilden (Abb. 148).

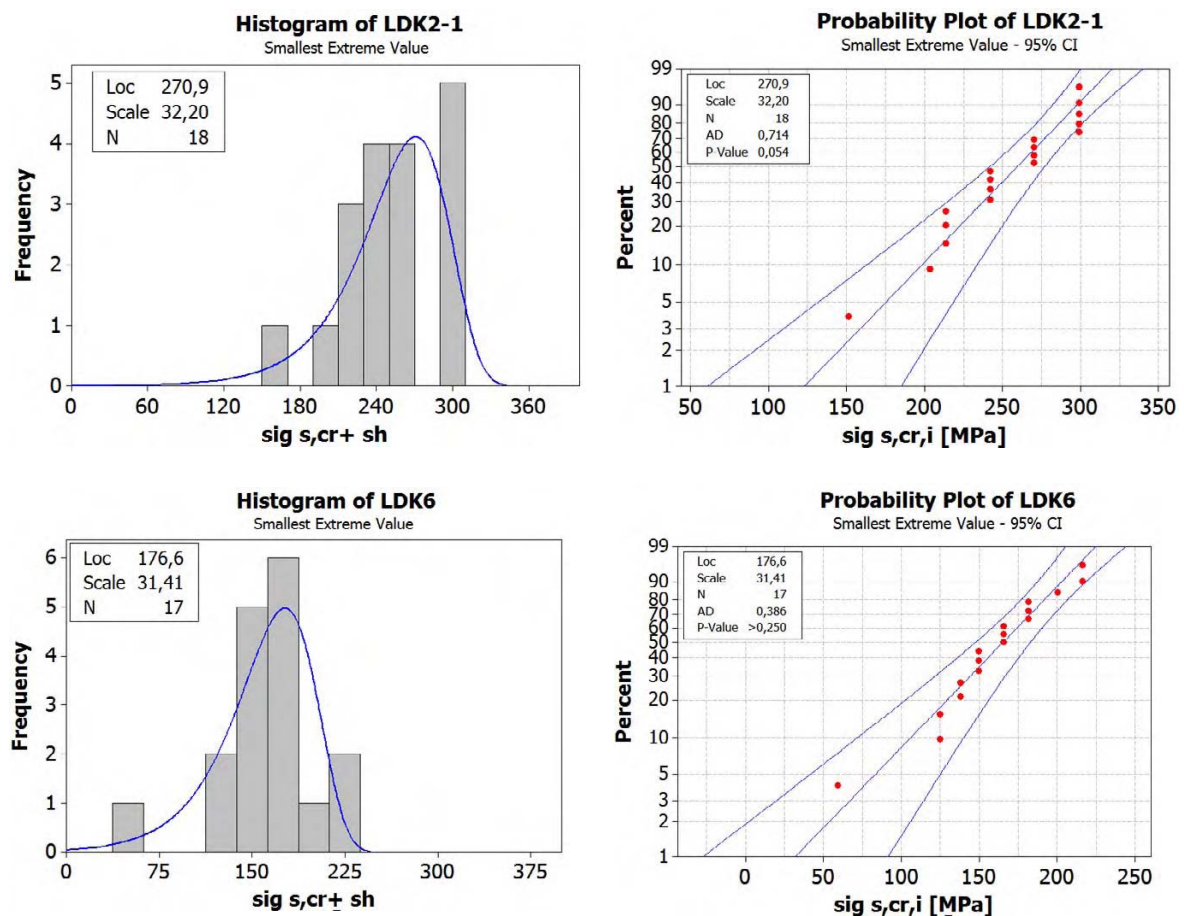


Abb. 148: Approximation der Häufigkeitsstruktur der Erstrissspannungen mittels Extremalverteilung (oben für LDK 2-2 unten für LDK 6 erzeugt mit Minitab[®] Statistical Software), die in diesen Versuchen offenbar überwog

Im Gegensatz dazu folgt der Versuch 1-2 nicht zwingend dieser Charakteristik (Abb. 149).

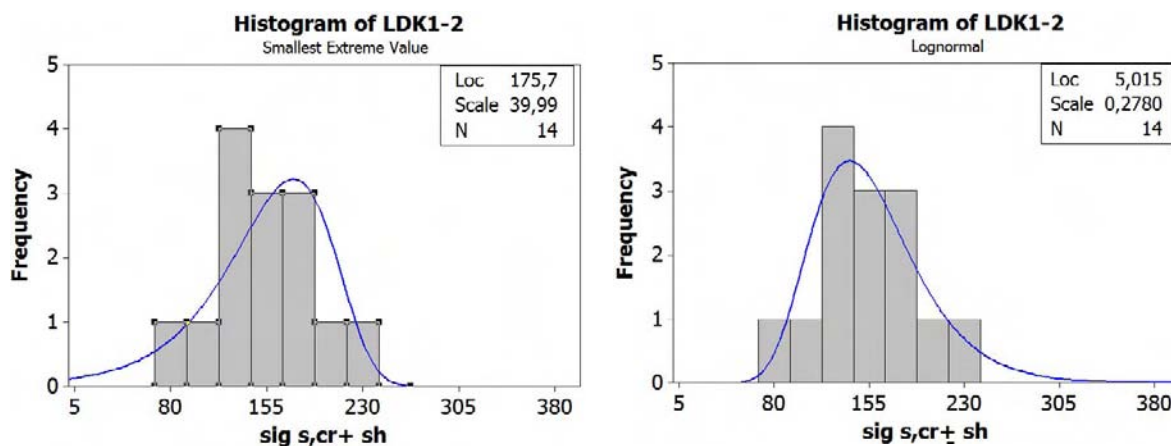


Abb. 149: Approximation der Häufigkeitsstruktur der Erstrissspannungen mittels Extremalverteilung und Lognormalverteilung im Vergleich für LDK 1-2 (erzeugt mit Minitab[®] Statistical Software)

Es ist sehr wahrscheinlich, dass eine ortsgebundene niedrige Rissspannung nicht nur einen Ort mit Minderfestigkeiten anzeigt, sondern auch die Festigkeiten im Nahbereich nur geringfügig höher sind. Damit bringt nicht nur die höchste Einflusslänge ($l_{t,il} + l_{t,tr}$) einen entscheidenden Anteil zum Maximalriss sondern auch die größte Dehnungsdifferenz. Diese ist geprägt von der Differenz zwischen dem Spannungsniveau beim Messen der Risskraft und dem Festigkeitsniveau in der Umgebung des untersuchten Rissortes, dessen Maß durch das Rissspannungsniveau konservativ approximiert werden kann, siehe Eckfeldt [50]. Folglich sind die größten Risse unter den ersten Rissen zu erwarten. Der jeweils größte Riss muss jedoch nicht zwingend der exakt erste Riss sein, da sich die Größe der Einflusslänge unabhängig auf das Ergebnis auswirkt. Im Folgenden ist die Erstriss-Rangfolge der jeweils größten Risse auf einem Niveau von 110 kN ($\sigma_s = 350$ MPa) in der Reihenfolge des Auftretens gezeigt, Tab. 30. Nur in den schattiert dargestellten Versuchen gab es einen direkten Zusammenhang zwischen den Positionen des größten Risses und der Position des größten Rissabstandes. Es gibt offenbar eine Wahrscheinlichkeit, dass Beides überlagert ist und zusammenhängt, diese dürfte aber deutlich unter $P = 0,5$ liegen.

Tab. 30: Charakteristik maximaler Rissbreiten in den LDK-Versuchen w_i [mm]

Versuchskörper	Rang des max. Risses	w_{max} [mm]	min $\sigma_{scr,i}$ [MPa]	Rissspannung [MPa]	max $\sigma_{scr,i}$ [MPa]	$s_{r,i}$ [cm]	$s_{r,i+1}$ [cm]	$s_{r,max}$ [cm]
LDK1-1	7	0,50	134,7	146,2	236,0	21,5	18,5	26,0
LDK1-2	2	0,25	77,0	111,8	240,1	21,0	26,0	27,0
LDK2-1	3	0,45	151,3	158,6	298,8	9,0	27,1	38,5
LDK2-2	4	0,45	146,9	225,8	272,3	14,5	25,5	43,5
LDK3-1	3	0,40	218,1	266,2	322,0	15,0	32,0	46,0
LDK3-2	1	0,50	196,8	196,8	348,7	21,0	9,0	36,0
LDK4	2	0,30	143,0	143,0	174,3	17,0	13,0	27,0
LDK5	5	0,50	113,9	141,2	198,7	13,7	30,2	30,2
LDK6	5	0,50	59,0	124,8	215,9	18,5	26,5	26,5

Es ist in den Daten klar erkennbar, dass der größte Rissabstand zumeist nicht in der Umgebung des größten Risses zu finden ist. Gegenüber vielen Aussagen, die bisher zu diesen Themen gemacht werden, ist diese Korrelation aber nicht zwingend erforderlich, um den größten Riss zu beschreiben. Zur Beschreibung des Problems großer Risse sollte die Problemstellung generalisierter und abstrakter auf der Wahrscheinlichkeitsebene formuliert werden.

Erläuternd wird zunächst folgende Skizze vorgestellt, die die Situation vereinfacht darstellt:

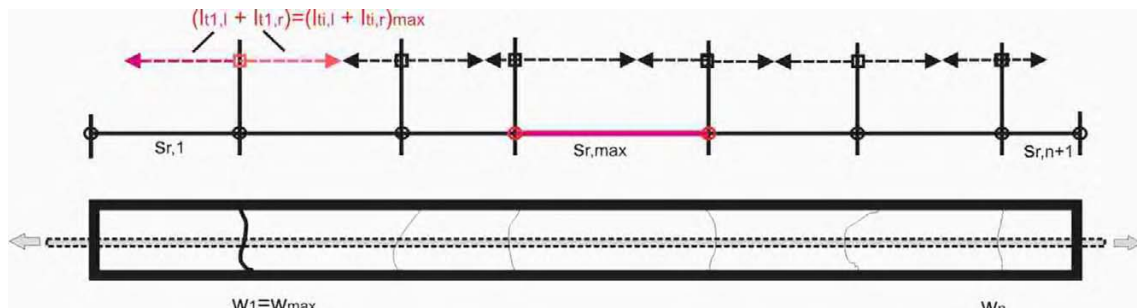


Abb. 150: Darstellung großer Rissbreiten, Rissabstände und Summen der beteiligten Einleitungslängen

Das Modell zur Beschreibung der großen Rissbreite lautet dann korrekt:

$$(w_i)_{\max} = w_{\max} = (l_{t,il} + l_{t,ir})_{\max} \cdot (\varepsilon_{si,m} - \varepsilon_{ci,m}) \tag{156}$$

Die mittlere Betondehnung hat dabei eine wichtige Abhängigkeit zum Level z in der Betondeckung, dass den Bezug zum Berechnungsniveau von w_{\max} im Riss herstellt.

Im Rahmen der Vorbereitung eines Bemessungsmodells für ein effizientes Modell ist es wenig sinnvoll den maximalen Riss zu verfolgen. Das entscheidende Bemessungsziel ist den 95%-Fraktil möglichst mit einer Aussagewahrscheinlichkeit von 90% abzubilden. Dabei hilft die Ähnlichkeit der prinzipiellen Verteilungen von $s_{r,i}$ und w_i in einem Bauteil. Weitere Histogramme im Vergleich finden sich im Anhang 6, Kapitel 0.

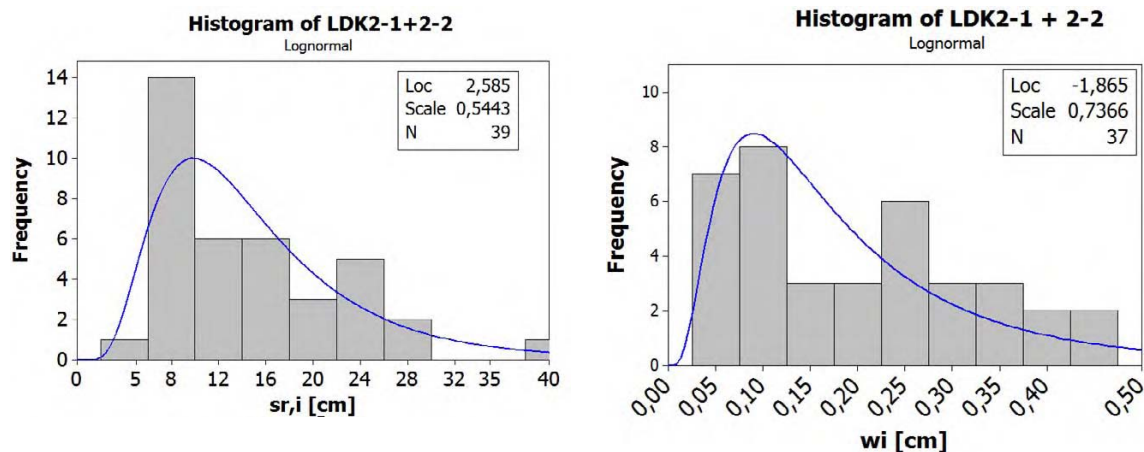


Abb. 151: Ähnlichkeiten in der Verteilung von Rissbreiten und Rissabständen (hier für LDK 2-1 und LDK 2-2 zusammengefasst)

Die Ähnlichkeiten manifestieren sich dabei erst glaubwürdig, wenn eine größere Menge von Messwerten ($n > 30$) prüfbar ist. Da immer $(n+1)$ Rissabstände n Rissen gegenüberstehen, ist der Vergleich der Fraktile zwischen 5% bis 95% Niveau möglich. Diese können in einem empirischen QQ-Plot verglichen werden.

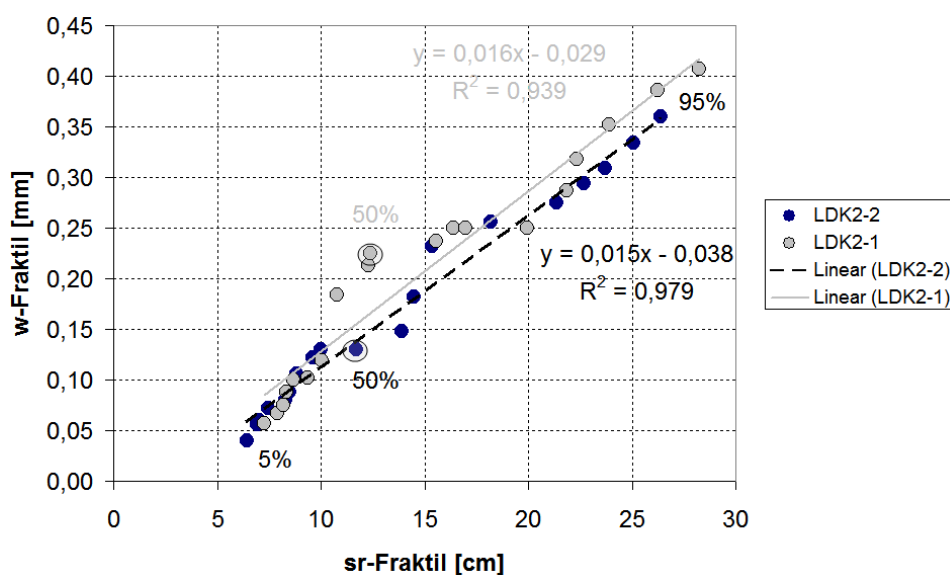


Abb. 152: Empirischer QQ-Plot für die Versuche LDK 2-1 und 2-2 für die Variablen w , s_r

Im Idealfall, dass beide Variablen zumindest einem Verteilungstyp folgen, hätten sich die Fraktilepunkte entlang einer ansteigenden Linie geordnet. Zum Vergleich sind in den QQ-Plot für den jeweiligen Versuch die Regressionsgeraden eingetragen. Es zeigt sich durchaus, dass die Vereinfachung zu einem Verteilungstyp vertreten werden kann. Allerdings gibt es mit der Veränderung des Anstieges einige Indizien von den Werten unterhalb des Medians zu Werten oberhalb des Medians, dass beide Variablen durchaus bi- bzw. multimodalen Verteilungen folgen können. Aber auch dieser Effekt besteht für Rissbreite und Rissabstände gleichermaßen.

Wenn auch kein zwingender Ortszusammenhang zwischen $s_{r,max}$ und w_{max} besteht, so gibt es doch den Zusammenhang zwischen den Verteilungen von $s_{r,i}$ und w_i . Es ergibt sich folgende Frage:

Gesucht: $(l_{t,il} + l_{t,ir})_{0,95}$; Vorhanden: Zufallsvektor S_r mit $s_{r,i} = (l_{t,i-1r} + l_{t,il})$ (157)

Kann der Messwert $s_{r,max}$ bei genügend großen Stichproben, abstrakt gesehen, als Simulation des Einleitungsbereichs $(l_{t,il} + l_{t,ir})_{0,95}$ angesehen werden? Der Vorteil dieses Denkkonzepts liegt darin, dass die Materialeigenschaften für Rissabstand und Einleitungsbereich bei genügend großer Inkrementwahl Δx annähernd vergleichbar sind.

Anhand der empirischen Vektoren S_r (siehe Tab. 59) kann eine Simulation gewagt werden. Der Zufallsvektor für LDK 3-1 würde beispielsweise wie folgt aussehen:

$S_{r,LDK3-1} = [31,5 \ 36,5 \ 17 \ 15 \ 32 \ 13 \ 26 \ 15 \ 12 \ 26 \ 30 \ 46]^T$; $n = 11, n + 1 = 12$ (158)

Detaillierte Aufnahmen der Stahldehnung im Umfeld großer und kleiner Risse zeigen, dass die Teilung des Rissabstandes in zwei Einleitungslängen am Ort des lokalen Stahldehnungsminimums nicht zwingend symmetrisch erfolgen muss (Abb. 154). Solche detaillierten Messungen am LDK 6 zeigen, dass die Teilungen von $s_{r,i}$ in $l_{t,i-1r}$ und $l_{t,il}$ weder Symmetriebedingungen noch einer wiederholten Systematik zu folgen scheinen. Dies vereinfacht jedoch die Simulationsmöglichkeiten. Man kann auch aus 2 Prüfkörpern gleicher Geometrie und Charge einen langen Prüfkörper 6000 mm bilden, LDK 1,g (Tab. 31).

Einerseits sind Einleitungslängen nach Teilungen, kleiner 5 cm, für die Prüfkörper praktisch auszuschließen. Andererseits hat die Simulation selbst nur einen abstrakten Teiler u_i oder n_i für $s_{r,i}$ zu entwickeln, der idealisiert um die Mittellage zwischen zwei Rissen streut. Im folgenden Bild Abb. 153 wird das prinzipielle Vorgehen demonstriert. Das Vorgehen bezieht sich auf die illustrative Darstellung Abb. 150.

Die Monte-Carlo-Simulation stützt sich auf die bekannten Rissabstände $s_{r,i}$ und $s_{r,max}$. Aus den Einzelwerten $(l_{t,1l} + l_{t,1r})$ bis $(l_{t,nl} + l_{t,nr})$ einer zu den Rissabständen $s_{r,1}; \dots; s_{r,n+1}$ gehörenden Stichprobe lässt sich der jeweils zur Stichprobe gehörende 95%-Fraktile $(l_{t,il} + l_{t,ir})_{0,95}$ ermitteln und mit $s_{r,max}$ vergleichen. In je 1000 Realisierungen einer solchen Stichprobe lässt sich eine Wahrscheinlichkeit darstellen, dass $s_{r,max} > (l_{t,il} + l_{t,ir})_{0,95}$ ist. Diese Wahrscheinlichkeit kann im weiteren Sinne als Aussagewahrscheinlichkeit interpretiert werden.

$U(0,15; 0,85)$ definiert nachfolgend eine gleichverteilte Zufallszahl u_i zwischen 0,15 und 0,85, $N(0,5; 0,2)$ definiert eine normal verteilte Zufallszahl n_i mit den Parametern $\mu = 0,5$ und $\sigma = 0,2$. In der üblichen Definitionsform $N(\mu; \sigma^2)$ wäre der normalverteilte Teiler aus mit $n_i \in N(0,5; 0,04)$ zu beschreiben.

i	$s_{r,i}$	Zufallsteiler	$l_{t,i,r}$	$l_{t,i,l}$	$l_{t,i,l} + l_{t,i,r}$
1	$s_{r,1}$	$u_1 \in U(0,15; \dots; 0,85)$		$l_{t,1l} = (1-u_1) \cdot s_{r,1}$	$(l_{t,1l} + l_{t,1r}) = (1-u_1) \cdot s_{r,1} + u_2 \cdot s_{r,2}$
2	$s_{r,2}$	$u_2 \in U(0,15; \dots; 0,85)$	$l_{t,1r} = u_2 \cdot s_{r,2}$	$l_{t,2l} = (1-u_2) \cdot s_{r,2}$	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$n+1$	$s_{r,n+1}$	$u_{n+1} \in U(0,15; \dots; 0,85)$	$l_{t,nr} = u_{n+1} \cdot s_{r,n+1}$		$(l_{t,nl} + l_{t,nr}) = (1-u_n) \cdot s_{r,n} + u_{n+1} \cdot s_{r,n+1}$

Anstelle des gleichverteilten Zufallsteilers u_i kann auch ein normalverteilter Zufallsteiler $n_i \in N(\mu=0,5; \sigma = 0,2)$ verwendet werden, der jedoch in seltenen Fällen die gegebenen Grenzen überschreiten kann

Abb. 153: Simulationsprinzip für $(l_{t,il} + l_{t,ir})$, deren Einzelwerte die Bildung von $(l_{t,il} + l_{t,ir})_{0,95}$ einer Stichprobe ermöglichen

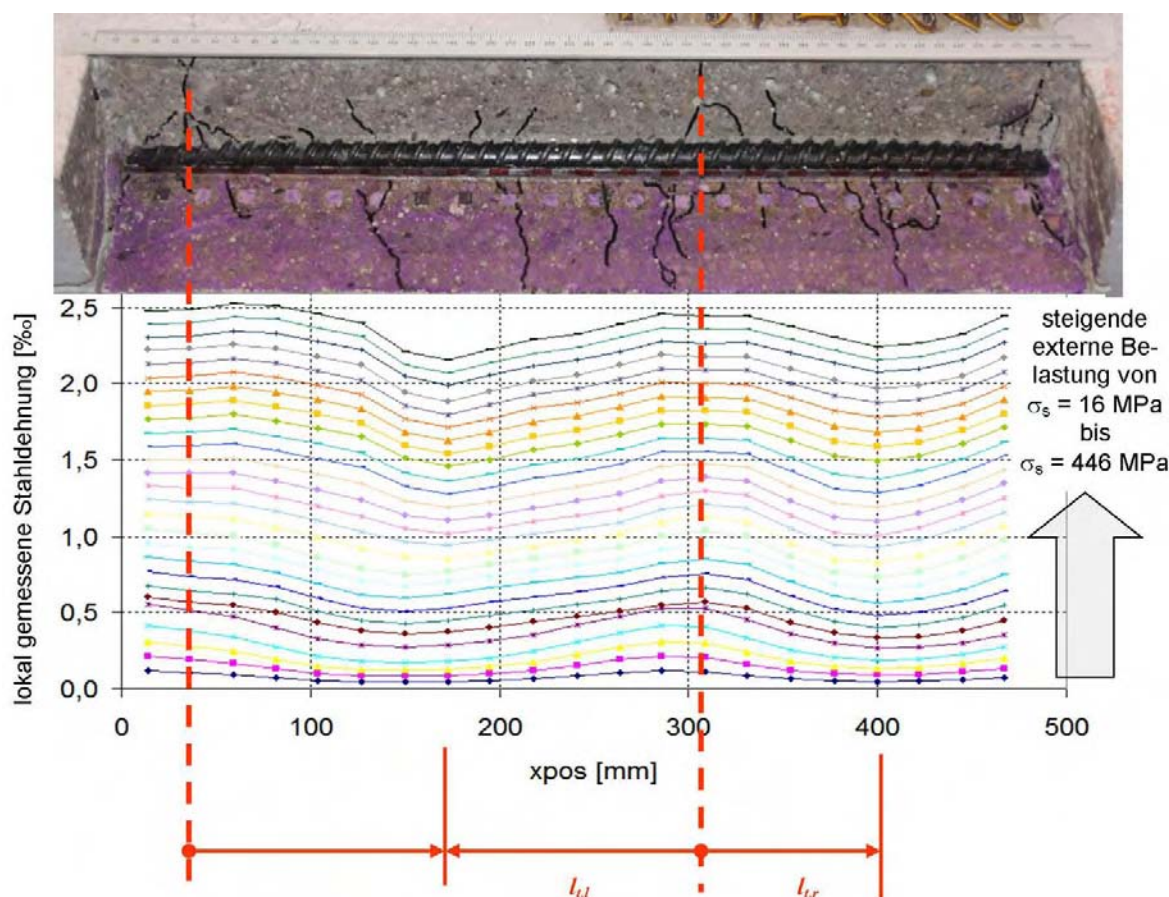


Abb. 154: Gemessene Stahldehnungen und Einleitungsbereiche an LDK 6

Um eine wahrscheinlichkeitstheoretische Betrachtung führen zu können, ist eine Anzahl vergleichbarer Daten notwendig. Dies kann gelingen, wenn die $s_{r,0,95}$ -Daten an den jeweiligen Mittelwerten s_{rm} normiert werden. Alternativ ist die Normierung $s_{r,max}/s_{rm}$ prüfbar.

Verbleibende Streuungen sind dann im Wesentlichen auf Unterschiede im Variationskoeffizienten νk zurückzuführen.

Tab. 31: MC-Simulationsergebnisse als Grundlage einer wahrscheinlichkeitstheoretischen Betrachtung

Versuch	νk	$s_{r,max}/s_{rm}$	$s_{r,0,95}/s_{rm}$	$P[(l_{t,il} + l_{t,ir})_{0,95} \leq s_{rmax}]$ $f(u_i)$	$P[(l_{t,il} + l_{t,ir})_{0,95} \leq s_{rmax}]$ $f(n_i)$
LDK1-1	0,22	1,5	1,27	0,44	0,51
LDK1-2	0,25	1,4	1,32	0,07	0,10
LDK2-1	0,55	2,4	1,79	1,00	1,00
LDK2-2	0,63	2,9	1,76	1,00	1,00
LDK3-1	0,43	1,8	1,63	0,89	0,90
LDK3-2	0,41	1,9	1,68	0,97	0,97
LDK4	0,30	1,5	1,52	0,51	0,56
LDK5	0,24	1,6	1,55	0,88	0,91
LDK6	0,36	1,6	1,57	0,63	0,64
LDK1,g.	0,24	1,4	1,39	0,13	0,15
LDK2,g.	0,58	2,8	1,84	1,00	1,00
LDK3,g.	0,44	2,1	1,70	0,98	0,99
Weitere Zwangspkt.	Im Weiteren werden Zwangspunkte definiert, die helfen können, die CDF für die Wahrscheinlichkeit $P[(l_{t,il} + l_{t,ir})_{0,95} \leq s_{rmax}]$ erwartungstreu zu approximieren.				
1		0,5	0,5	0	0
2		1	1	0	0
3		3	2	1	1
4		3,5	2,5	1	1

Das Ergebnis dieser Fragestellung ist eine kumulative Verteilungsfunktion $F(x)$. Die begründbaren Zwangspunkte aus Tab. 31 stützen das Ergebnis der nicht-linearen Modellierungen. Die Modellierungsergebnisse mit verschiedenen Verteilungsansätzen sind in folgenden Tabelle zusammen gefasst. Als unabhängige Variable dient wahlweise das Verhältnis $s_{r,0,95}/s_{rm}$ oder s_{rmax}/s_{rm} .

Tab. 32: Mögliche CDF für $P[(l_{t,il} + l_{t,ir})_{0,95} \leq s_{max}]$ als Funktion von $x = s_{r,0,95}/s_{rm}$

Nr.	Modell	Parameter a	Parameter b	Parameter c	Justiertes R^2
1	$P = 1 - e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^b}$ Weibull-Verteilung (2-Parameter-Modell)	1,53	11,70		0,912
2	$P = e^{-e^{a-bx}}$ Gumbelverteilung von Maxima	17,17	11,77		0,886
3	$\ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = a + b \cdot x$ $\rightarrow p = \frac{e^{a+b \cdot x}}{1 + e^{a+b \cdot x}}$ Logistisches Modell (1)	-18,88	13,03		0,734
4	$\ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = a + b \cdot x + c \cdot x^2$ $\rightarrow p = \frac{e^{a+b \cdot x + c \cdot x^2}}{1 + e^{a+b \cdot x + c \cdot x^2}}$ Logistisches Modell (2)	75,11	-114,82	43,04	0,840

Tab. 33: CDF für $P[l_{t,il} + l_{t,ir}]_{0,95} \leq s_{rmax}$ als Funktion von $x = s_{rmax}/s_{rm}$

Nr.	Modell	Parameter <i>a</i>	Parameter <i>b</i>	Parameter <i>c</i>	Justiertes <i>R</i> ²
1	$P = 1 - e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^b}$ Weibull-Verteilung (2-Parameter-Modell)	1,56	16,22		0,972
2	$P = e^{-e^{a-bx}}$ Gumbelverteilung von Maxima	14,96	10,14		0,981
3	$\ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = a + b \cdot x$ $\rightarrow p = \frac{e^{a+b \cdot x}}{1 + e^{a+b \cdot x}}$ Logistisches Modell (1)	-13,89	8,96		0,852
4	$\ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = a + b \cdot x + c \cdot x^2$ $\rightarrow p = \frac{e^{a+b \cdot x + c \cdot x^2}}{1 + e^{a+b \cdot x + c \cdot x^2}}$ Logistisches Modell (2)	-50,82	52,49	-12,58	0,920

Die Modelle für die Wahrscheinlichkeiten, dass s_{rmax} oder $s_{r0,95}$ den $[l_{t,il} + l_{t,ir}]_{0,95}$ größtmäßig abbilden kann, sind auf dem Regressionsweg gewonnen. Da für die logistischen Modellansätze so genannte Logit-Links verwendet werden (ein logarithmischer Funktions- und Transformationstyp), werden diese Funktionen ohne Zwangspunkte in einer linearen Regression gefunden. Die Parameter der anderen Typen sind in nicht-linearer Regression gefunden worden. Dabei ist zu erkennen, dass die Extremwertverteilungen vom Gumbel- (Maxima) oder Weibulltyp insgesamt recht gut den Zusammenhang abbilden können.

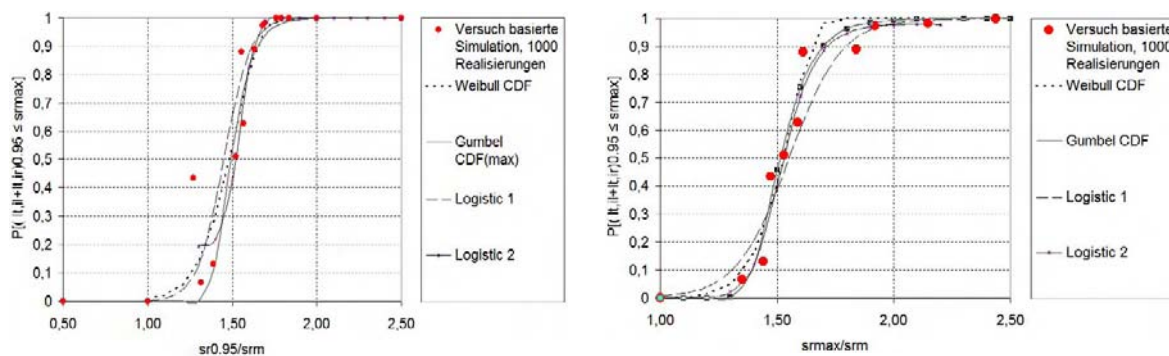


Abb. 155: Modelle der Wahrscheinlichkeit, dass s_{rmax} oder $s_{r0,95}$ den $[l_{t,il} + l_{t,ir}]_{0,95}$ abbilden kann (Verteilungsfunktionen, siehe auch Tab. 32 und Tab. 33)

Trotzdem bietet die logistische Funktion, Modell (1)-"Logistic 1", die gewünschte konservative Abbildung in den s_{rmax}/s_{rm} -Modellen im zu untersuchenden Bereich höherer Wahrscheinlichkeiten. Es gibt leider zu wenige Daten, um auch den Einfluss der Standardabweichung oder der Rissanzahl n überprüfen zu können. Hierbei handelt es sich um eingebettete Effekte, deren Auswirkung aufgrund der begrenzten Versuchsdatengrundlage nicht charakterisierbar ist.

Für die Auswertung von Versuchsdaten ergibt sich das Ergebnis, dass durchaus s_{rmax} -basierte Modelle zuverlässige Antworten geben können, wenn sie als Simulationen des Einleitungslängen-Fraktils $(l_{t,il} + l_{t,ir})_{0.95}$ verwendet werden. Es wird in der Praxis der Verifizierung von Versuchsdaten effektiver sein mit s_{rmax}/s_{rm} -Verhältnissen zu arbeiten, auch wenn es gegenüber der Orientierung an empirischen 95%-Fraktile des Rissabstandes größere Unsicherheiten bezüglich der Verteilungen in den Endbereichen der Verteilung ("Tails") gibt.

Tab. 34: Mindestgrößen s_{rmax}/s_{rm} und $s_{r0.95}/s_{rm}$ zur Sicherstellung der Aussagewahrscheinlichkeit von 90% für $(l_{t,il} + l_{t,ir})_{0.95} \leq s_{rmax}$

x	$P[(l_{t,il} + l_{t,ir})_{0.95} \leq s_{rmax}] = 0.90^1$			
	Weibull	Gumbel	Logistic 1	Logistic 2
s_{rmax}/s_{rm}	1,643	1,697	1,795	1,715
$s_{r0.95}/s_{rm}$	1,643	1,650	1,618	1,626

¹ Die empfohlenen Modelle sind grau hinterlegt.

Die Mittelwerte der Einleitungslänge werden geringfügig größer streuen als der Mittelwert von $s_{r,i}$ in einem Prüfkörper. Das Verhältnis der Standardabweichungen ist abhängig von der Stichprobengröße:

$$\frac{\sigma_{(l_{t,il}+l_{t,ir})_m}}{\sigma_{s_{rm}}} = \sqrt{\frac{n+1}{n}} \tag{159}$$

Dieser Verhältniswert in Gleichung (159) der nur in Ausnahmefällen 1,05 übersteigen wird, sollte dem Faktor aus Tab. 34 noch hinzugefügt werden.

Bei genügend großer Stichprobengröße sollte für einen 95%-Fraktilewert der Rissbreite mit einer Aussagewahrscheinlichkeit nahe 90% folgende Formulierung genügen:

Das bevorzugte, jedoch unbekannte Grundmodell:

$$w_{k0.95} = (l_{t,il} + l_{t,ir})_{0.95} \cdot \Delta\varepsilon \tag{160}$$

kann damit als Funktion bekannter Größen mit einer vom bekannten Verhältnis $s_{r0.95} / s_{rm}$ abhängigen Wahrscheinlichkeit P angenähert werden:

$$w_{k0.95} = \sqrt{\frac{n+1}{n}} \cdot s_{r0.95} / s_{rm} \cdot s_{rm} \cdot \Delta\varepsilon \tag{161}$$

Damit kann man zwei Modellalternativen formulieren:

Modell a)

$$w_{k0.95} = \sqrt{\frac{n+1}{n}} \cdot s_{r0.95} / s_{rm} \cdot s_{rm} \cdot \frac{\sigma_s - 0,5 \cdot \sigma_{s,cr,i+sh}}{E_s} \quad (162)$$

Mit: σ_s Spannung aus externer Belastung oberhalb der Risslast

$\sigma_{s,cr,i+sh}$ Gemessene Rissspannung am Ort i

Da oft die Meinung besteht, dass der Vorfaktor k_t im Tension stiffening-Term die Langzeitanteile an der Verformung ausreichend berücksichtigt, wird ein zweites, einfacheres Validierungsmodell ebenfalls geprüft:

Modell b)

$$w_{k0.95} = \sqrt{\frac{n+1}{n}} \cdot s_{r0.95} / s_{rm} \cdot s_{rm} \cdot \frac{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ctm(28d)}}{\rho} (1 + \frac{E_s}{E_c} \cdot \rho)}{E_s} \quad (163)$$

Mit: σ_s Spannung aus externer Belastung

ρ Bewehrungsgrad des Zugkörpers, für komplexere Bauteile kann nach dem Zuggurtmodell und ausreichender Evaluierung ρ mit ρ_{eff} ersetzt werden

Das Modell b) ist dabei mit großer Normennähe versehen. Der Faktor $\sqrt{\frac{n+1}{n}} \cdot s_{r0.95} / s_{rm}$ kann für praktische Anwendungsfälle mit $1,05 \cdot 1,65 = 1,73$ approximiert werden.

Mittlere Rissbreiten können wie folgt beschrieben werden:

$$w_m = s_{rm} \cdot \frac{\sigma_s - 0,5 \cdot E(\sigma_{s,cr,i+sh})}{E_s} \quad (164)$$

Mit: $E(\sigma_{s,cr,i+sh})$ Erwartungswert der Verteilung der Rissspannungen im Bauteil (inklusive der Schwindvordehnungen)

Die Validierung der Modelle a), b) sowie des Mittelwertansatzes Gleichung (164) an den Versuchsergebnissen hat folgendes Ergebnis:

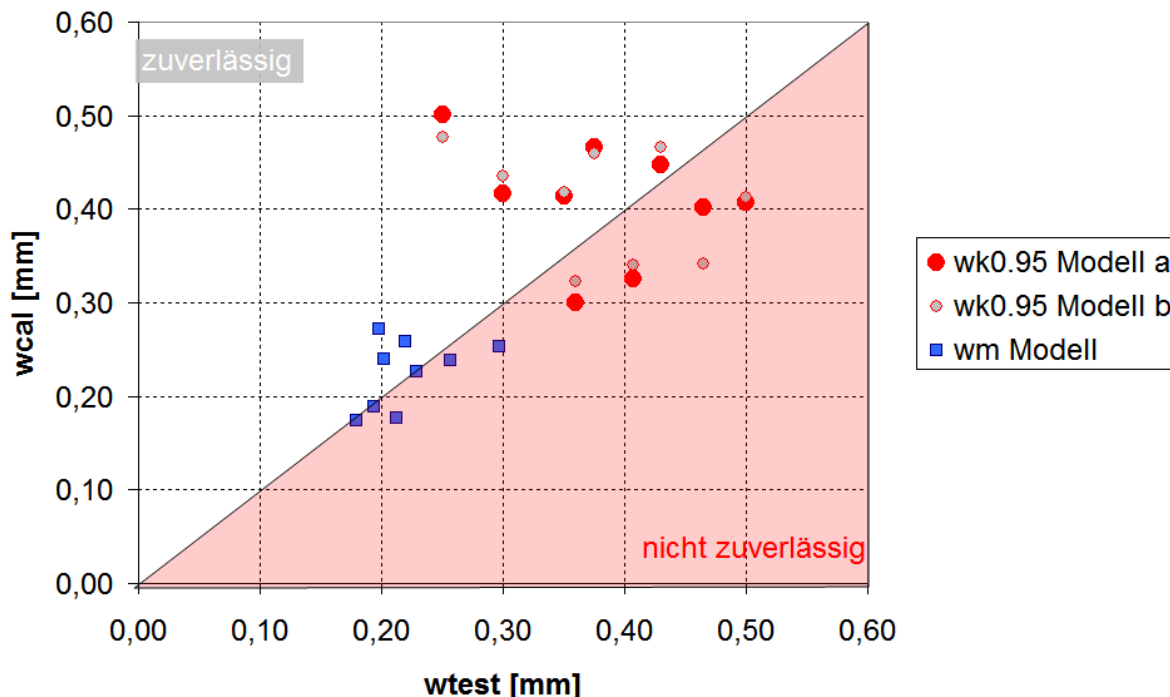


Abb. 156: Validierung der angegebenen Rissbreitenmodelle

Der Dehnungsterm des Mittelwert-Ansatzes (164), $\frac{\sigma_s - 0,5 \cdot E(\sigma_{s,cr,i+sh})}{E_s}$, wird in dieser

Konfiguration immer geringfügig konservativ bleiben, da der verbundaktivierte Beton in der Umgebung des Risses wahrscheinlich etwas höhere Festigkeiten als in der Risszone selbst aufweisen wird. Der Mittelwert der Rissspannungen ermöglicht praktisch eine konservative obere Grenze der mittleren Dehnungsdifferenz und ergibt deshalb geringfügig höhere Mittelwerte als tatsächlich getestet.

Das etwas größere Modell b) zeigt keine wesentlich schlechteren Ergebnisse als das mit ortsbezogenen empirisch gemessenen Daten arbeitende Modell a). Es spricht also nicht gegen die Nutzung des einfachen Modells b), Gleichung (163). Die Gruppierung der Daten um die Linie Test = Berechnung zeigt, dass die Modelle in der Lage sind, den Erwartungswert des 95%-Fraktils zu treffen. Sieht man allgemein die Streuungen von Extremwertverteilungen in den Enden ("Tails") einer Verteilung, verwundert die hier festgestellte Streuung nicht. Es ist nicht zu erwarten, dass die Versuchsdaten exakt abgebildet werden können.

Die Modellqualität lebt in den vorliegenden Fällen insbesondere davon, dass auf die vorhandenen empirischen Werte für den mittleren Rissabstand aufgebaut werden konnte. Würde man diese Werte jedoch berechnen (z.B. mit dem MC 90-Modell oder dem Modell TUD), würden sich noch größere Streuungen ergeben.

Das Modell b) kann mit unverändertem Dehnungsterm mit den drei folgenden Ansätzen für s_{rm} getestet werden:

Modell b1) Semi-empirisch: $s_{rm} = \overline{s_{r,i,cal}}$ mit $s_{r,i,cal} = \frac{\sigma_{s,cr,i+sh} \cdot d_s}{5,3 \cdot f_{ctm}}$ (165)

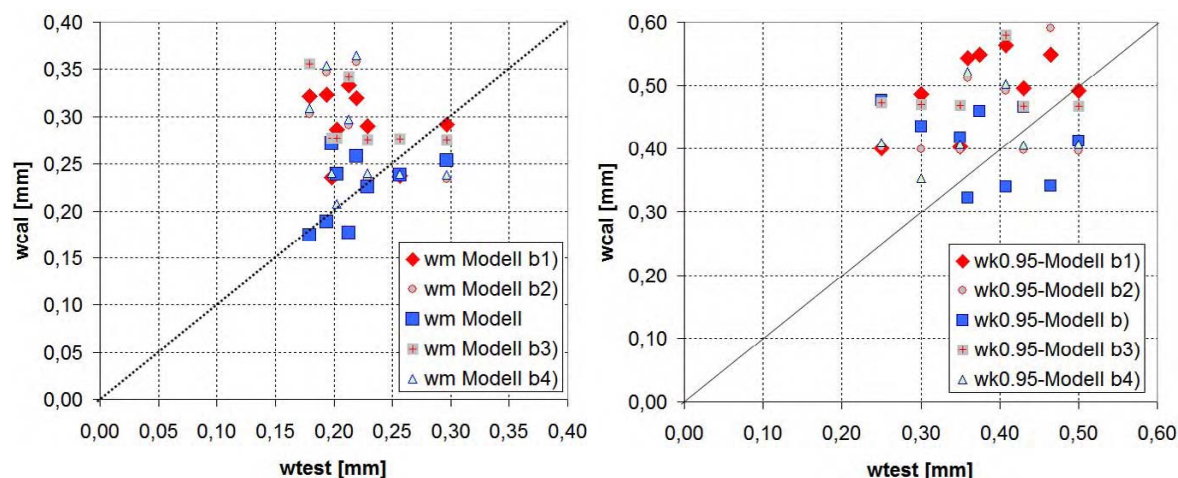
Modell b2) MC 90: $s_{rm} = \frac{d_s}{5,3 \cdot \rho_{eff}}$ (166)

Modell b3) MC/DAfStb-Heft 525 (Interpretation Tue [30]): $s_{rm} = \frac{d_s}{4,5 \cdot \rho_{eff}}$ (167)

Modell b4) Eckfeldt-TUD, modifiziert: $s_{rm} = 0,85 \cdot \frac{d_s}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{eff,loc}}$ (168)

In Modell b4) wird auf den Anteil 0,75-min(cu;cs) verzichtet, der für den deaktivierten Verbund steht. In der visuellen Inspektion der Versuche, in denen die Verbundzone zugänglich war, wurden kaum deaktivierte Bereiche in dieser Größenordnung festgestellt (siehe auch Abb. 170, Abb. 176).

Berechnet man Abb. 156 unter Ansatz der mittleren Rissabstände nach (165) bis (168) mit einem unveränderten Dehnungsterm wie in Gleichung (163) neu, wird der Einfluss dieser Unsicherheit greifbar (Abb. 157). Auf den ersten Blick sieht die Streuung unverändert aus, allerdings werden auf Grundlage der s_{rm} -Werte aus Modell b2, Modell b3 und Modell b4 einige Versuche ähnlich berechnet. Nur das Modell b1 verleiht der veränderten Streuung durch geringere Präzision im s_{rm} -Ansatz Ausdruck. Allerdings wirken sich die größeren Streuungen im Wesentlichen eher auf der zuverlässigen Seite aus. Somit würden s_{rm} -Modelle (auch DIN 1045-1 nah) zur Verfügung stehen, die als Eingangsfunktionen für Gleichung (163) dienen können.



a) Mittelwertvergleich Rechnung vs. Test auf Basis der s_{rm} -Modelle

a) Charakteristische Rissbreiten im Vergleich Rechnung vs. Test auf Basis der s_{rm} -Modelle

Abb. 157: Validierung der angegebenen Rissbreitenmodelle, Tests an Modell b) Modifikationen bei unverändertem Dehnungsterm

Der Modellansatz (163) kann prinzipiell zu jedem gewünschten Fraktile der Rissbreite jenseits des 95%-Fraktiles mit dieser Methodik justiert werden. Es ergeben sich mit dieser Methodik auch neue Ansätze für die Evaluierung von Versuchsergebnissen in Versuchsdatenbanken. Beispielsweise könnte man einen Analysealgorithmus so aufbauen,

dass die Datensätze nach $s_{r,max}/s_{rm}$ sortiert und dahingehend untersucht werden, mit welchem Faktor es gelingt zu zeigen, dass der Nachweis $w_{k,0.95} > w_{max}$ mit hoher Wahrscheinlichkeit gelingt.

6.5.1 Die Größe der effektiv belasteten Betonzugfläche $A_{c,eff}$ im effektiven Bewehrungsgrad ρ_{eff}

Die Versuche an Längsdehnkörpern konnten nicht völlig klären, ob eher eine elliptische Definition der mitwirkenden Betonfläche $A_{c,eff,loc}$ oder eine rechteckige Definition $A_{c,eff}$ anzustreben ist (Abb. 158). Die Verbesserung bei der Definition von s_{rm} ist eher marginal. Anders jedoch die Korrelation mit der mittleren Rissspannung $\sigma_{s,cr+sh,m}$ der Versuche.

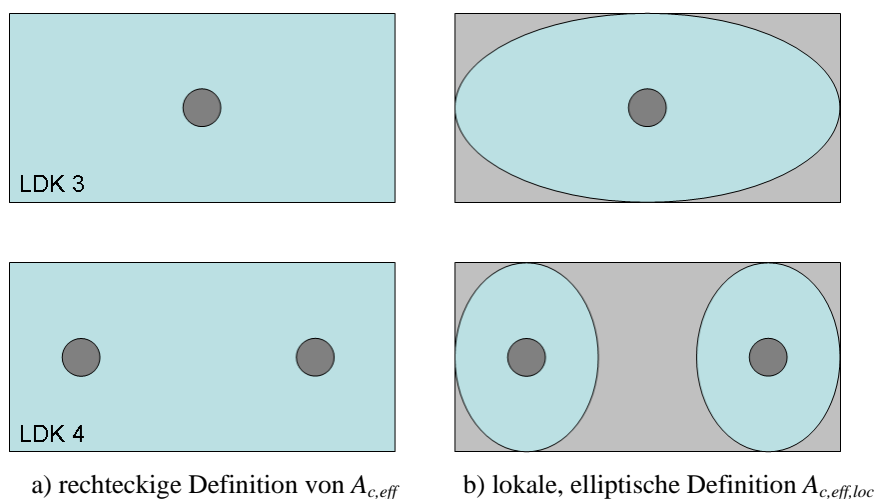


Abb. 158: Unterschiedliche Definitionsmöglichkeiten von $A_{c,eff}$ an langen Dehnkörpern (beispielhaft für LDK 3 und LDK 4)

$A_{c,eff}$ (rechteckig) führt zu folgender Definition der mittleren Rissspannung:

$$\sigma_{s,cr,m+sh,cal} = \frac{f_{ctm} \cdot h \cdot b}{A_{s,total}} \cdot \left(1 + \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{h \cdot b}{A_{s,total}}\right) + \sigma_{s,sh} \quad (169)$$

Die abweichende Definition $A_{c,eff,loc} = \pi \cdot (c_u + d_s / 2)(c_s + d_s / 2)$ (elliptisch) führt zu folgenden Veränderungen:

$$\sigma_{s,cr,m+sh,cal} = \frac{f_{ctm} \cdot A_{c,eff,loc}}{A_{s,single}} \cdot \left(1 + \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_{c,eff,loc}}{A_{s,single}}\right) + \sigma_{s,sh} \quad (170)$$

Die Schwindzuschläge $\sigma_{s,sh}$ können Tab. 43 im Anhang entnommen werden. Eine Überschätzung der Rissspannungen vergrößert die Erwartung der Mitwirkung auf Zug zu optimistisch und verkleinert rechnerisch den Dehnungsterm im diskreten Rissmodell. Ein Vergleich der mittleren Rissspannungen im Test mit den Rechenwerten, entweder nach (169) oder nach (170), könnte Auskunft geben inwieweit das eine oder andere Modell geeignet sein könnte, $A_{c,eff}$ zu beschreiben. Das nachfolgende Diagramm in Abb. 159 zeigt den vergleich beider Ansätze für die Prüfkörper LDK. Im Versuch LDK 6 wird abweichend von oben $A_{c,eff,loc} = \pi \cdot (h / 2)(b / 2)$ definiert und $A_{s,loc}$ enthält beide Bewehrungsstäbe.

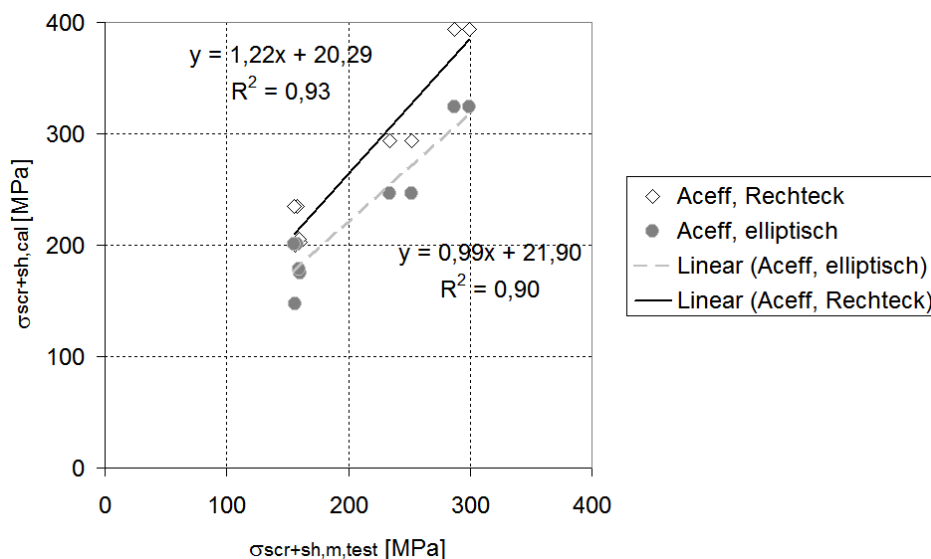


Abb. 159: Der Einfluss auf der effektiven Betonzugfläche auf das Ergebnis

Die Konstante von etwa 20 MPa in der jeweiligen linearen Regressionsgerade indiziert, dass der Schwindzuschlag aus Tab. 43 möglicherweise etwas groß ist. Eine vollständige Vernachlässigung würde jedoch definitiv eine Differenz von -40 MPa im Mittel ergeben. Die elliptischen Ansätze für $A_{c,eff,loc}$ liefern die optimale Übereinstimmung mit den Testergebnissen unter Berücksichtigung einer leichten Streuung vergleichbarer Versuche.

6.5.2 Rückschlüsse auf die Berechnung kleine Rissbreiten mit einer Grenzrissbreite von 0,1 mm

Es gibt keine Indikation, die die Anwendung der Modelle aus 6.5 für kleine Rissbreiten ausschließen würde. Allerdings leiden diese Modelle unter den starken Streuungen in der Vorhersage des Rissabstandes. Auch multiple lineare Modelle zur Beschreibung von s_r liefern momentan keine besseren Simulationsergebnisse. Um eine höhere Modellzuverlässigkeit als mit den Standardmodellen zu erhalten (siehe Kapitel 2.4.4), empfiehlt sich die Verwendung des in 6.5 beschriebenen Faktors auf den Erwartungswert der Rissbreite in einem Bauwerk. Dieser ist deutlich höher als der entsprechende Faktor im Modell DIN 1045-1.

6.6 Veränderung der Rissbreite zwischen Versuchskörperoberfläche und Stahlnähe

Im Zusammenhang mit möglichen Vergleichspunkten am Rissufer (siehe Abb. 65) stellt sich die Frage, wie die Rissgröße sich zwischen Versuchskörperoberfläche und Risswurzel, also der Stahloberfläche, verändert. Dazu wurden an zwei größeren Rissen der langen Dehnkörper entsprechend Abb. 91 Dehnungsmessungen in unmittelbarer Umgebung der Rissufer gemacht. Dabei ist zu beachten, dass die Messungen entsprechend der Versuchsmethodik erst frühestens ab der 5. Wiederbelastung gemessen werden konnten. Die dem Spannungslevel $\sigma_s = 0$ zugeordneten Verformungen sind bleibende Verformungen aus dem visko-elastischen Materialverhalten aus den vorangegangenen Belastungen. Um diese Verformungen auf 0 zurückzuführen, wäre ein Überdrücken des Querschnitts notwendig. Ge-

messen wurde die Entwicklung des Risses 5 (5 → siehe Referenz-Nr. in Tab. 47) am LDK 2-2 und Riss 14 am LDK 2-1. Die Kraftreferenz ist die Stahlspannung im Riss aus externer Belastung. Die zwei Ergebnisse sind dadurch vergleichbar, da sie an Versuchskörpern gleicher Geometrie gewonnen worden sind.

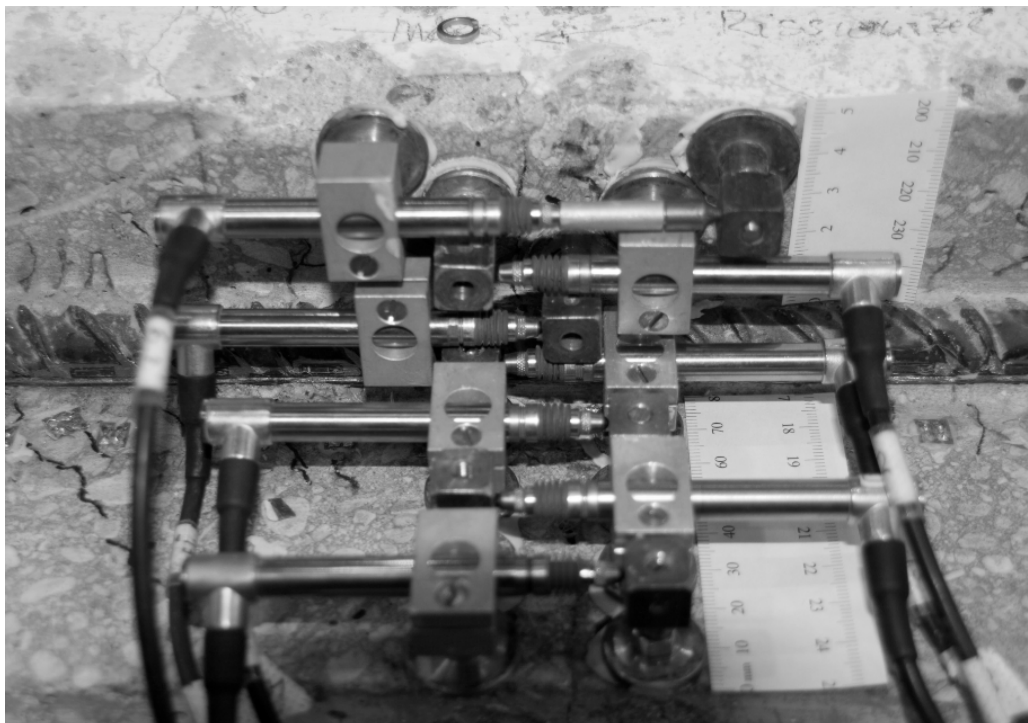
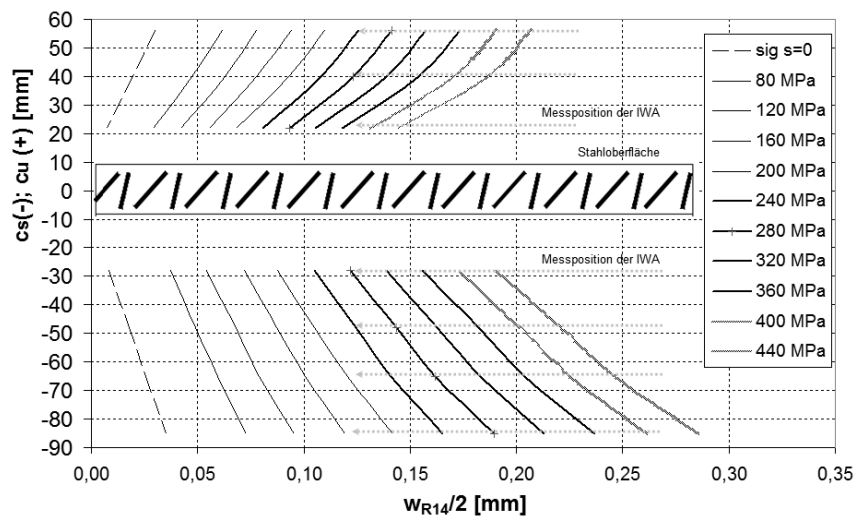
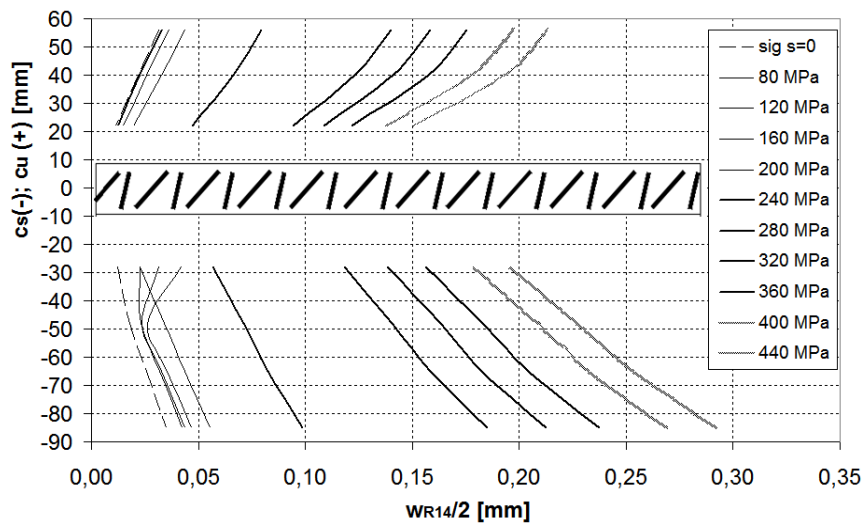


Abb. 160: Messungskonfiguration für die Risswurzelmessung am LDK 2-2

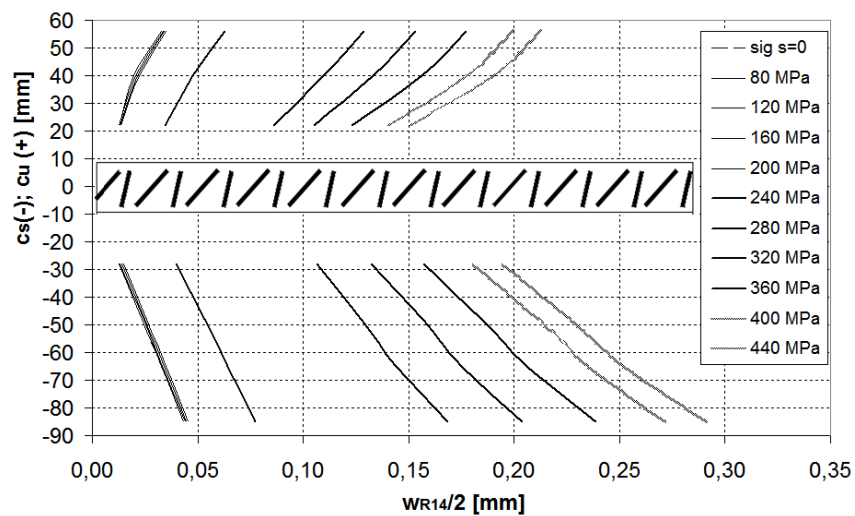
Die nachfolgenden Ergebnisse zeigen die Rückrechnungen der Rissbreiten aus den Dehnungsmessungen, aus denen der Anteil Betondehnung in der Messlänge bereits extrahiert ist. Der Bezug zu beiden Betondeckungen kann jeweils in einem Diagramm dargestellt werden. Dabei ist die Rissbreitenentwicklung über die Betondeckung nach oben c_u oberhalb der Stabachse, die Entwicklung der Rissbreite in der seitlichen Betondeckung c_s ist unterhalb der Stabachse dargestellt. Die Argumente auf der x -Achse stellen die halben Rissbreiten für LDK 2-1 dar (Abb. 161).



a) 5. Wiederbelastung



b) 6. Wiederbelastung



c) 7. Wiederbelastung

Abb. 161: Risswurzelmessung am LDK 2-1

Zu erkennen ist sehr gut, dass die Vorverformung bei Entlastung des Prüfkörpers von Belastung zu Belastung zunimmt. In einem Fall (LDK 2-1, 6. Wiederbelastung) gibt es sogar Indizien für eine lokale Rissuferverhakung in der Mitte der seitlichen Betondeckung, die sich bei zunehmender Laststeigerung wieder löst.

Zum Vergleich an einem ähnlichen Prüfkörper ist die volle Rissbreite im Diagramm zu Riss 5, LDK 2-2 angegeben (Abb. 162).

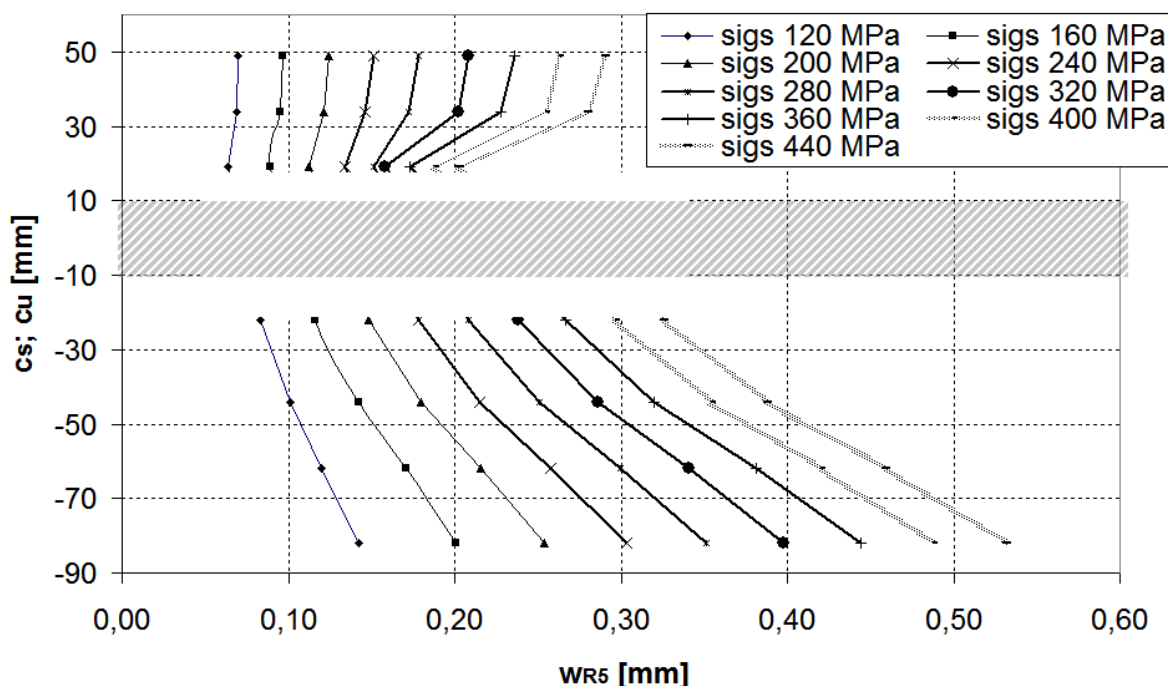


Abb. 162: Risswurzelmessung am LDK 2-2, 5. Wiederbelastung

Anhand der Messdaten, kann nicht abschließend bewertet werden, ob und unter welchen Einflüssen sich systematisch eine konkave, konvexe oder linear geformte Verschiebung der Rissufer zueinander einstellt. Offenbar sind bereits für denselben Riss Unterschiede an verschiedenen Risspositionen feststellbar. Trotzdem erscheint für kleine Rissbreiten $w < 0,2$ mm, mit Sicht auf die Messdaten, eine lineare Approximation der Rissentwicklung vertretbar, wobei sich die Rissbreite w_0 an der Stahloberfläche, siehe auch Abb. 65, für die Definitionen mit etwa 60% der Oberflächenrissbreite w_s abschätzen lässt.

Mit Blick auf Abb. 65 lässt sich für $w_s < 0,2$ mm und Belastungen $\sigma_s < 240$ MPa formulieren:

$$w_0 \sim 0,5...0,7 \cdot w_s \tag{171}$$

6.7 Zum Messfehler bei Risslupen-Messungen

Eine ausführliche Beschreibung des theoretischen Hintergrundes der Evaluierung der Rissbreite durch Auswertung der gesamten visuell erfassbaren Rissprojektion an der Versuchskörperoberfläche, auf Basis digitaler Rissfotos, ist u.a. bereits in Eckfeldt [49] dargestellt worden. Abweichend davon sind Risslupenablesungen eine starke Vereinfachung und die Daten nur auf einen bestimmten, in der Regel repräsentativ ausgewählten Messpunkt entlang des Risses fixiert. Würde man entlang der Risslänge eines Risses mehrere Ablesungen durchführen und mitteln, könnte man das Ergebnis der Flächenauswertung aus [49] approximieren. Untersucht man jedoch zielgerichtet die lokale Verformungsentwicklung und Zusammenhänge zwischen Belastung, Stahl- und Betondehnung, besteht eine höhere Korrelation zu einzelnen, lokalen Ablesungen, also beispielsweise zur einfachen Messung der Rissbreite in der Achse der Bewehrung.

Die Qualität bei der Bestimmung von Oberflächenrissbreiten hängt im hohen Maß von der Qualität der Ablesung und der Ausbildung der Ablesenden ab. Ein typisches Bild, das sich dem Ingenieur bietet, ist gekennzeichnet durch eine stark vergrößerte Oberflächenaufsicht auf einen Riss (Abb. 163). Dabei soll die Risslupenskalerung den Riss an der Messstelle kreuzen. Die Interpretation der Skaleneinteilung ist in dem Bild mit eingetragen und hat für die Versuche 0,1 mm für den Abstand zweier Skalenteilstriche betragen.

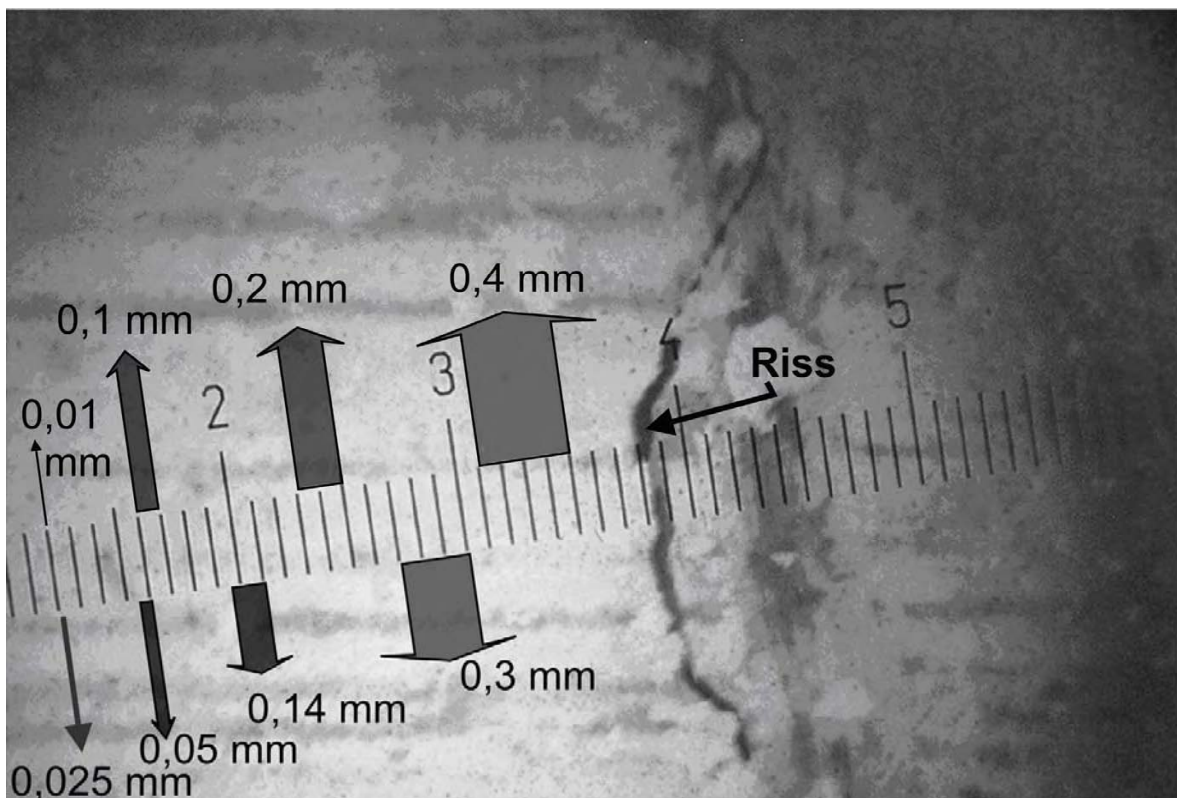


Abb. 163: Fotografiertes Blick durch eine Risslupe mit Interpretationshilfe für die Skalenablesung

Ablesesituationen können auch fotografisch dokumentiert werden. Die im Kapitel 18 Anhang 7 angegebenen Fotos stellen eine Dokumentation aller Risse des LDK 2-2 dar. Die Risse sind mit einer handelsüblichen Digitalkamera Pentax Optio 550 mit 5MP Auflösung und einem 1/1,8"-Photochip angefertigt worden. Dazu wurde das Objektiv mit der Kamera im Makromodus auf die Risslupe aufgesetzt. Um sich ein Bild vom möglichen menschlichen Fehler bei der Ablesung der Rissbreiten zu machen, wurde das im Anhang abgelegte Bilderset in wechselnder, randomisierter Reihenfolge an 9 verschiedene Mitarbeiter versendet. Damit sind Ermüdungs- und Lerneffekte bei der Ablesung gleichmäßiger auf alle Bilder verteilt. Zudem wurde nicht gestattet, in die Bilder einzuzoomen, um nicht gegenüber der Ablesesituation an Bauteilen und Bauwerken Vorteile einzuräumen. Die Zeitdauer des Anschauens eines einzelnen Bildes war auf 10 s zu beschränken. Die Riss-Nr. entspricht der Reihenfolge von links nach rechts im LDK 2-2 in Einbaulage. Zwei Risse (Nr. 5 und Nr. 16) konnten nicht gemessen werden, da sie seitlich auftraten. Die ermittelten Größen wurden in einem so genannten Box-Whisker-Plot nach Tukey [122] dargestellt und stellen eine Verteilung der Ableserinterpretation zu nummerierten Rissen dar. In einem zweiten Plot ist die Darstellung des Variationskoeffizienten für die einzelnen Risse aufgetragen, um die Möglichkeit einer normierten Interpretation zu liefern. Dieser Variationskoeffizient wird wie folgt für jeden Riss anhand der unterschiedlichen Meinung der Bearbeiter neu berechnet:

$$vk_{w,i} = \frac{\widehat{\sigma}_{w,i}}{\widehat{w}_{i,m}} \quad (172)$$

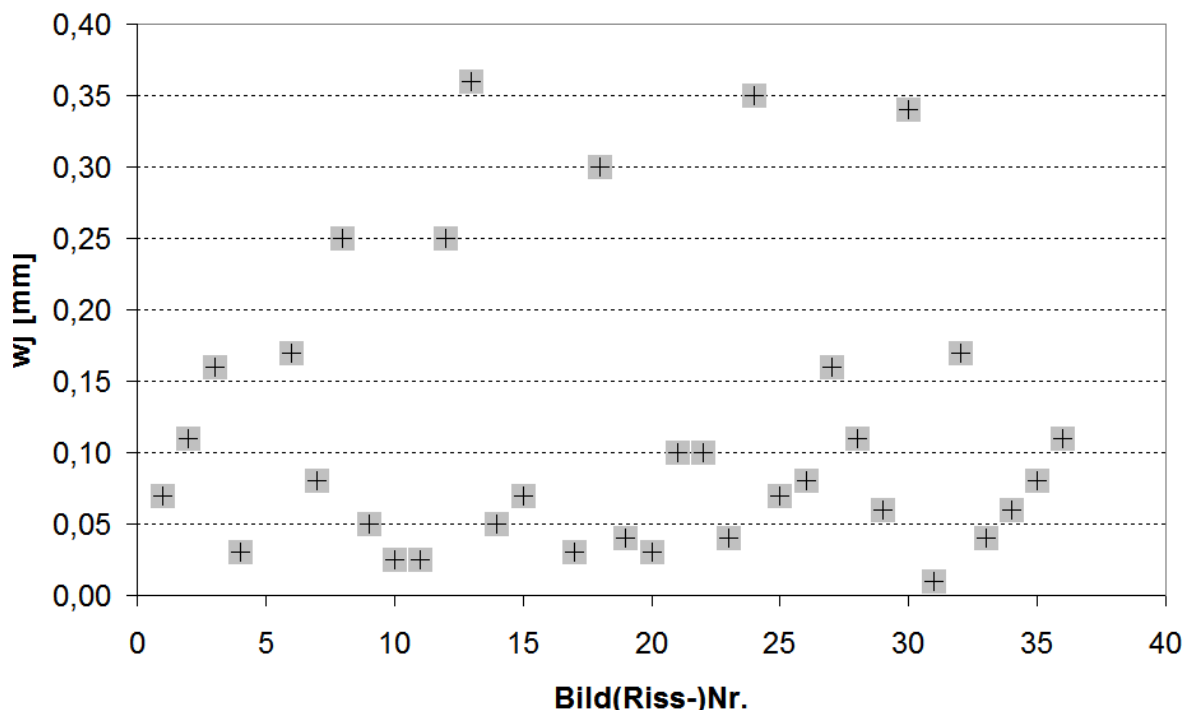


Abb. 164: Expertenablesung der Rissgröße zum Vergleich

Box-Whisker-Plot der Ableseung zu einzelnen Rissen in LDK 2-2

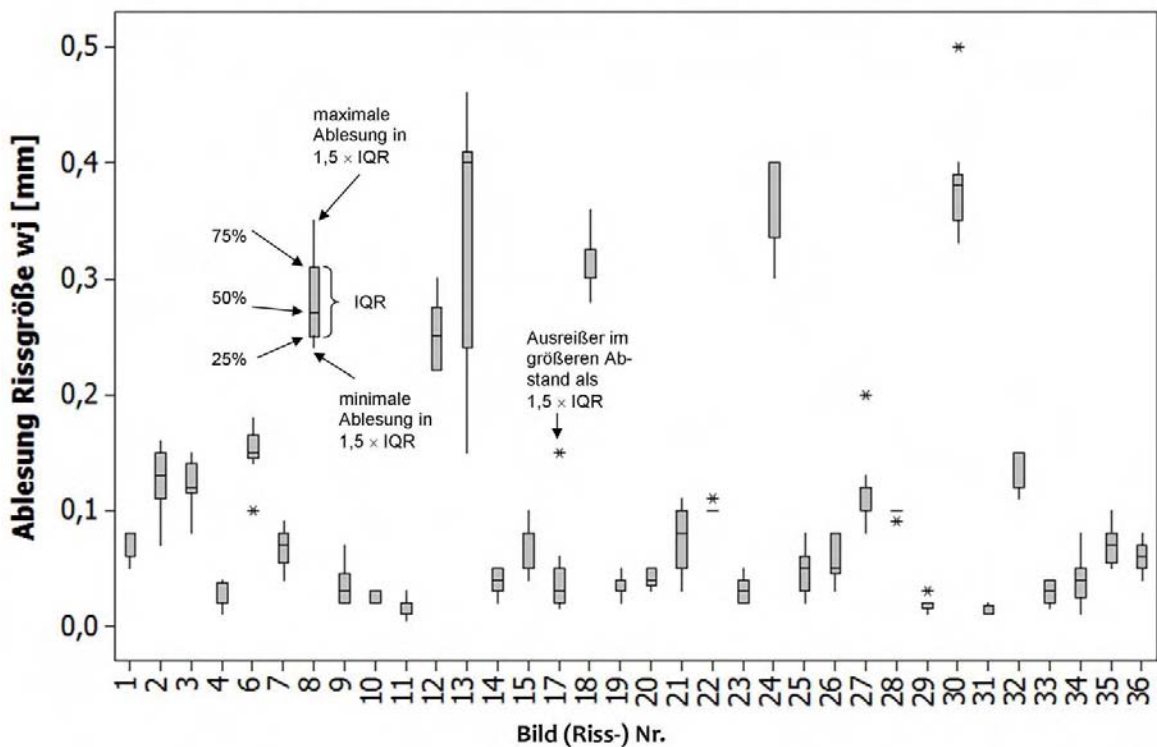


Abb. 165: Ablesemeinung der 10 Test-Interpretatoren über die einzelnen Risse (erzeugt mit Minitab® Statistical Software)

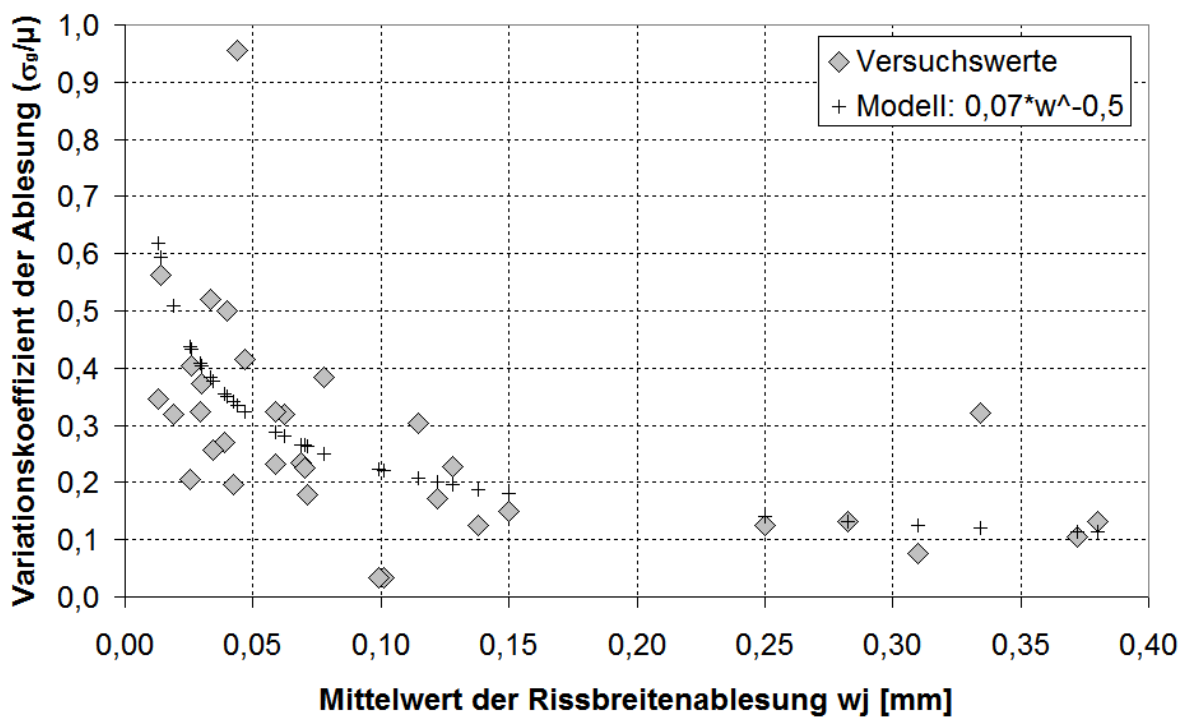


Abb. 166: Variationskoeffizient der Ablesemeinung über die einzelnen Risse

Es ist zu erkennen, dass der absolute Ablesefehler für kleine Rissbreiten $< 0,2$ mm deutlich kleiner ausfällt, als für Rissbreiten $> 0,2$ mm. Der Variationskoeffizient, der einen relativen Bezug zur Rissgröße herstellt, verhält sich jedoch umgekehrt.

6.8 Mikrorisse - Verbundrisse nach Goto und Tepfers

Bereits Goto wies in [64] Mikrorisse nach. Goto stellte in [65] auch fest, dass sich die internen Risse ab einer Stahlspannung von etwa 100 MPa (14ksi bzw. 1000 kg/cm²) im Bereich der Primärrisse bildeten. Diese Risse stellen sicher aufgrund ihrer Größe in Hinblick auf das Durchdringen von Wasser keine Gefahr dar, da die Breite der Mikrorisse im Mikrometerbereich liegt. Ist die Beauflagung jedoch durch Chemikalien mit besonderen Kriecheigenschaften gegeben, können Risse, die mit Hauptrissen verbunden sind, möglicherweise die Durchflussmenge erhöhen. Zudem ist eine Ausdehnung von Verbundrisse bis zur Oberfläche nicht ausgeschlossen. Zur visuellen Feststellung dieser Risse wurden an einigen Betonkörpern über eine wahlweise Länge von 300 oder 500 mm die Betondeckung des Stahls zu einem Viertel entfernt (siehe Abb. 167). Das sichert gleichzeitig immer noch eine hohe Wirksamkeit des Verbundes, die auch im Versuch nachgewiesen werden konnte.

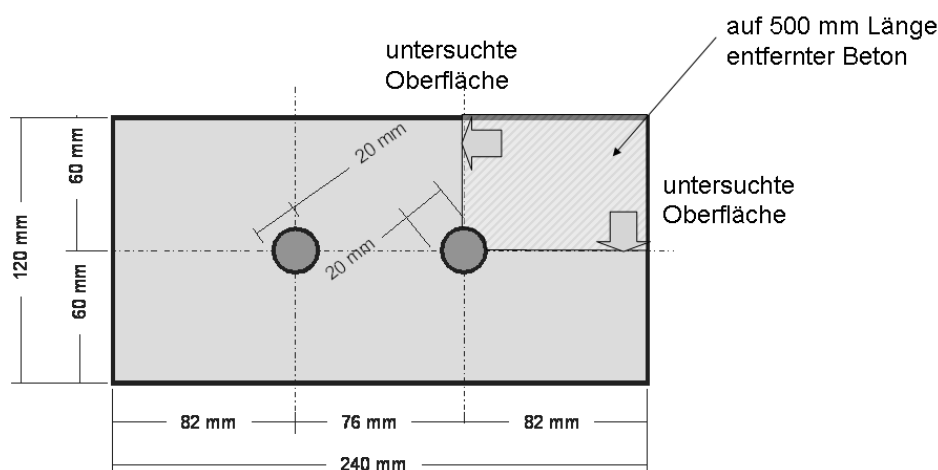


Abb. 167: LDK 6, Schematische Darstellung des Untersuchungsbereichs für die Mikrorissbildung

An der offenen Verbundzone konnten zudem kurze DMS (5 mm) in engem Abstand zur Stahldehnungsmessung appliziert werden.

Nach Abschluss der Verformungsmessungen wurden die Betonflächen der Betondeckung im entlasteten Zustand versiegelt. Mit der erneuten Belastung bricht die Versiegelung in den Rissbereichen auf. Die anschließend im belasteten Zustand aufgetragene Tintenlösung dringt in diese Bereiche aufgerissener Versiegelung durch die Kapillarität tiefer ein als in die Umgebung, von der die Tinte wieder nahezu entfernt werden kann. Danach müssen die dunkleren und stärker kontrastierten Bereiche unter Vergrößerung als Mikroriss identifiziert werden, da auch Kontaktflächen der Gesteinskörnung manchmal dazu neigen, die Versiegelung zu durchstoßen und Tinte stärker zu saugen. Ab dem Versuch LDK 5 konnte für diese Arbeit ein digitales Mikroskop herangezogen werden.

Alle identifizierten Mikrorisse wurden final mit Bleistift oder Edding markiert, um eine fotografische Dokumentation zu ermöglichen. Aufgrund der mm² genauen Inspektion des LDK 6 kann beispielsweise ausgeschlossen werden, dass noch andere als die markierten Mikrorisse während des Versuches vorhanden waren.

Eine Abhängigkeit des Auftretens der Mikrorisse in Beziehung zur Bildung der Primärrisse konnte durch den gewählten Versuchsaufbau nicht festgestellt werden. Goto wusste hierzu zu berichten, dass sich die Mikrorisse erst nach der Bildung der Haupt- bzw. Primärrisse bildeten.

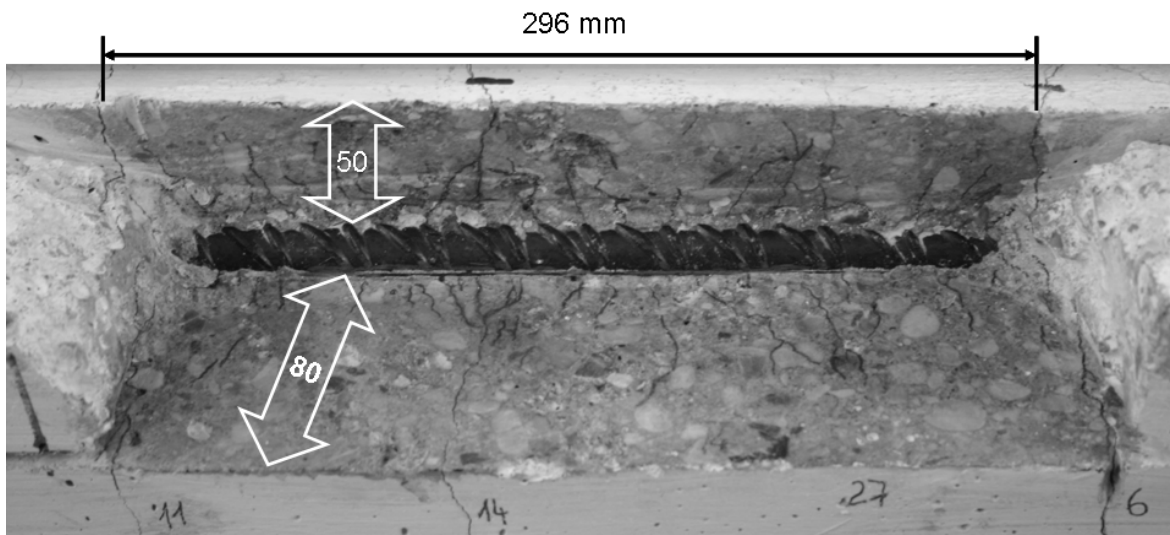


Abb. 168: Festgestellte Mikrorissbildung am LDK 2-1 (3. Wiederbelastung) bei einer externen Belastung von 150 kN (weiß markiert sind die Betondeckungen horizontal und vertikal)

Die Mikrorisse des LDK 6 wurden bei der Zweitbelastung (externes Belastungsniveau 280 kN) aufgenommen. Die untersuchte Länge betrug ca. 500 mm. Bei LDK 6 wurde die Verbundzone durch den Ausschnitt bereits vor der ersten Belastung gestört, bei LDK 2-1 und 4 wurde der Ausschnitt erst nach der 2. Wiederbelastung hergestellt. Dort haben sich die Verbundrisse zum Teil noch bei vollem Verbundquerschnitt eingestellt. Offenbar zeigen sich bei (realitätsnäheren) Versuchen mit zwei Stählen (Abb. 154, Abb. 169, Abb. 170) deutlich weniger Verbundrisse als bei den Versuchen mit nur einem Bewehrungsstab (Abb. 168).

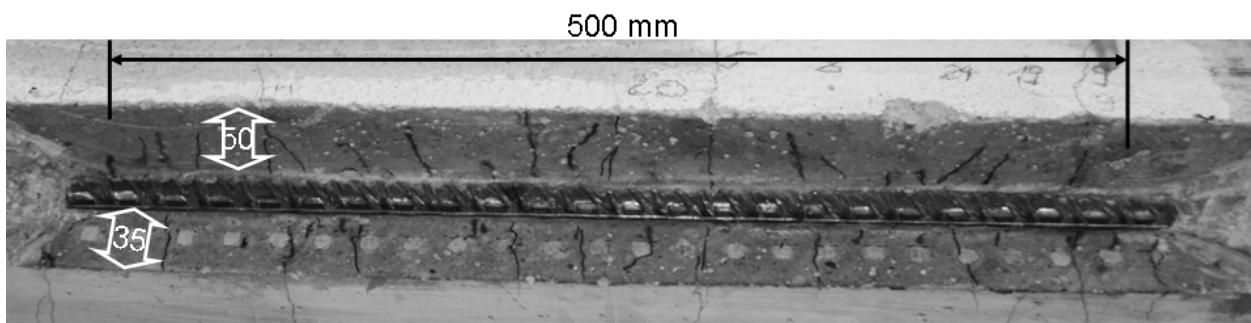


Abb. 169: Mikrorissbildung am LDK 4 (4. Wiederbelastung)

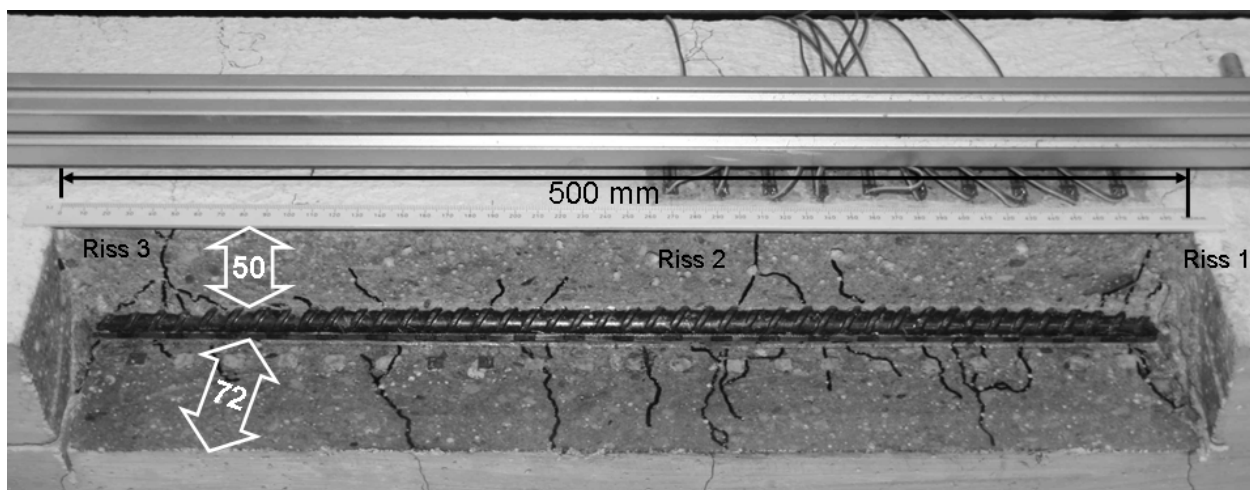


Abb. 170: Mikrorissbildung am LDK 6 (1. Wiederbelastung) bei einer externen Belastung von 2×140 kN. Riss 2 ist der größte Riss des gesamten Versuchskörpers.

Gegenüber den Ergebnissen von Goto/ Otsuka [64], die an Bewehrungsstahl 32 und 51 mm Durchmesser gewonnen worden sind, entwickelte sich in den Versuchen an den Längsdehnkörpern mit deutlich kleinerem Durchmesser nicht zwingend an jeder Rippe ein Verbundriss. Eine Analyse der Bilder (Abb. 170 und Abb. 171) zeigt, dass nicht zwingend vor jeder Rippe ein so genannter Goto-Riss entstehen muss. Einige wenige reichen aus, um wie bei LDK 6 geschehen, den Schlupf des Betonstahls ermöglichen. Der deaktivierte Bereich links und rechts vom Hauptriss (Ausbruchkegel, siehe [50]) ist selten größer als 2 Rippenabstände, erreicht niemals jedoch $3,4 c_{min}$. Nicht ausgeschlossen ist, dass kleine Verbundrisse neben dem Hauptriss bis zur Oberfläche durchstoßen und der Abstand zwischen beiden keinen wesentlichen Verbundbeitrag liefert. Dieser Abstand erreicht manchmal c_{min} .



Abb. 171: Vergrößerte Aufnahme der Mikrorissbildung in der Umgebung von durchgehenden Hauptrissen

In Abb. 171 ist an den Stellen 1 und 2 gut zu erkennen, wie sich die Gesteinskörnung auf den Lauf der Verbundrisse auswirken.

Weiter können Schlupf, Scherbrüche und die Entwicklung von Goto-Rissen vor den Rippen in den nächsten Abbildungen, Mikroskopaufnahmen, illustrativ gezeigt werden.

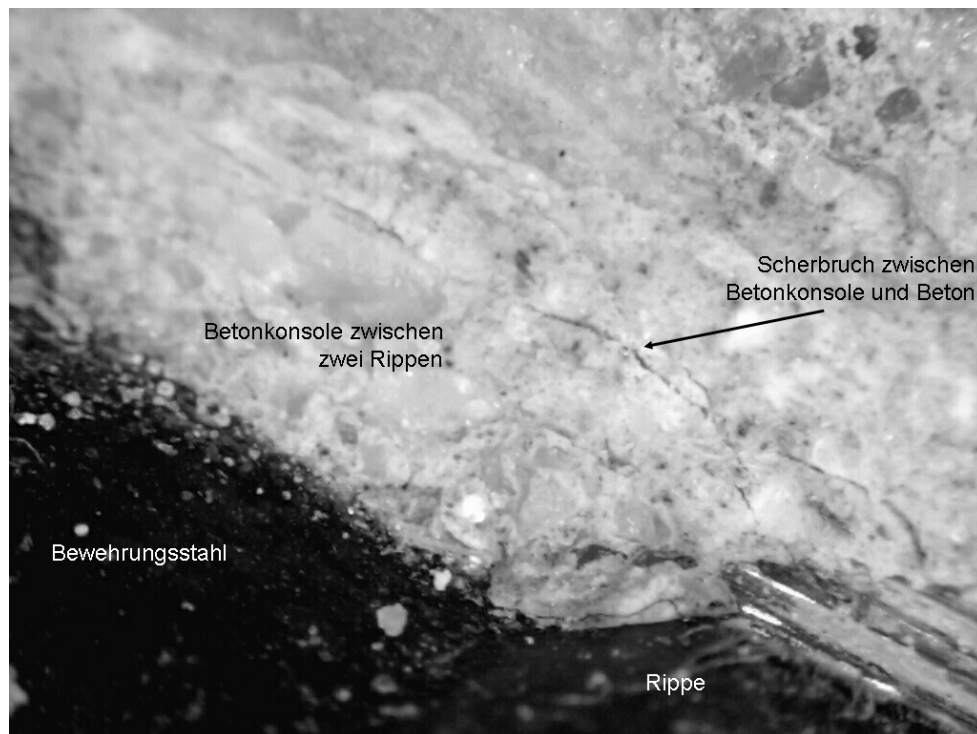


Abb. 172: Beobachteter Scherbruch (Verbundbruchart) am LDK 6 (stark vergrößert)

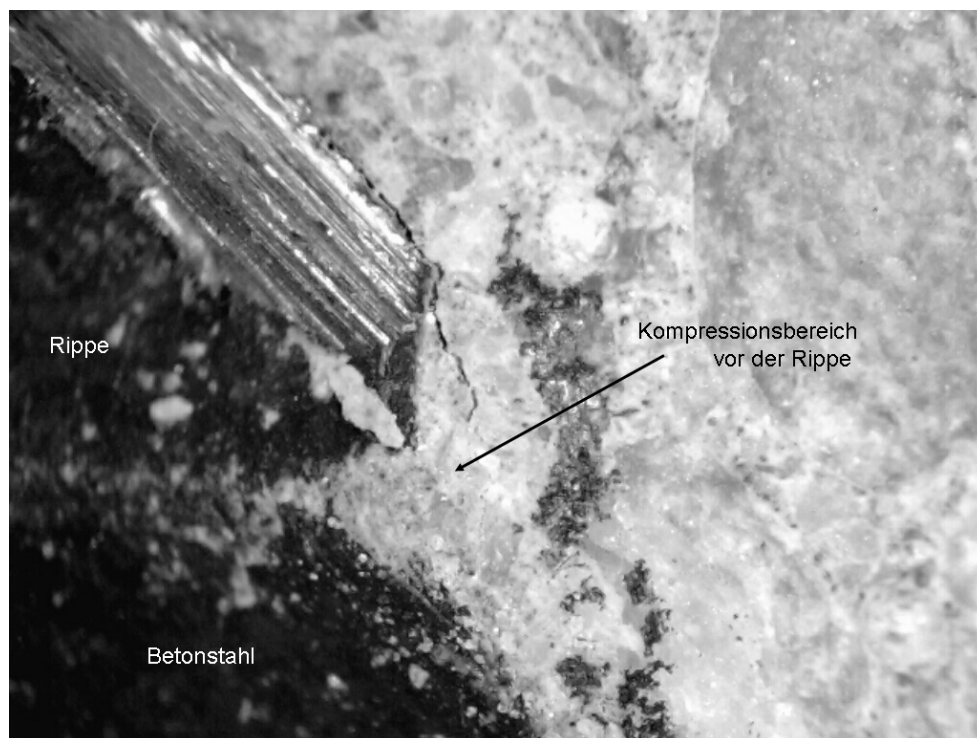


Abb. 173: Kompressionsbereich vor den Rippen (stark vergrößert)

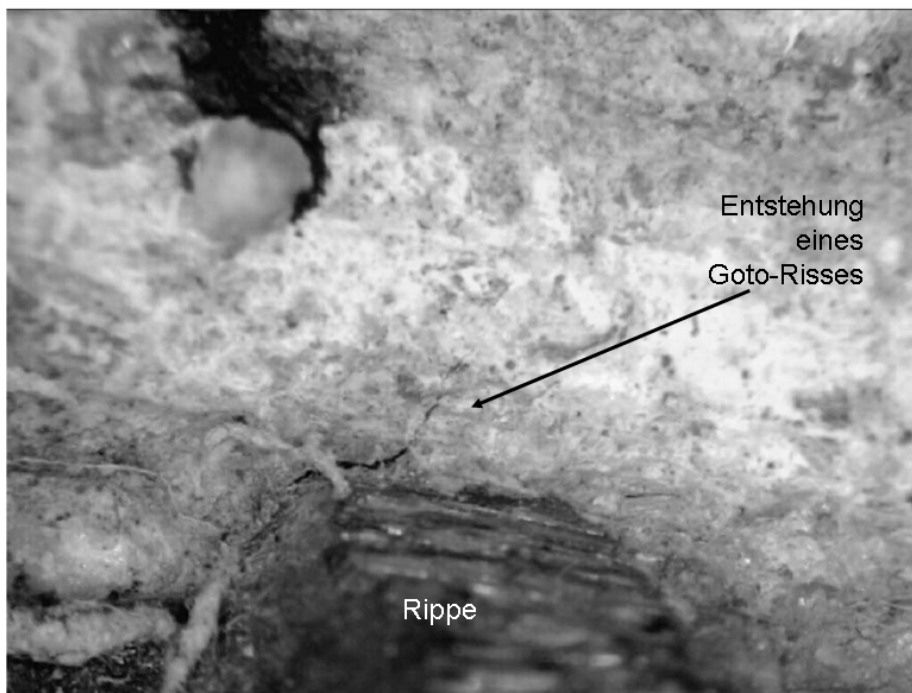


Abb. 174: Beginnender Goto-Riss an BSt 500S, $d_s = 20$ mm (etwa $30 \times$ vergrößert)

An der Stelle, wo sich der Beton vom Betonstahl deutlich abhebt, ist der Übergang von der "perfekten" (Schlupf freien) zur verschieblichen Verbundsituation zu vermuten. Das nächste Bild zeigt illustrativ diesen Übergang.

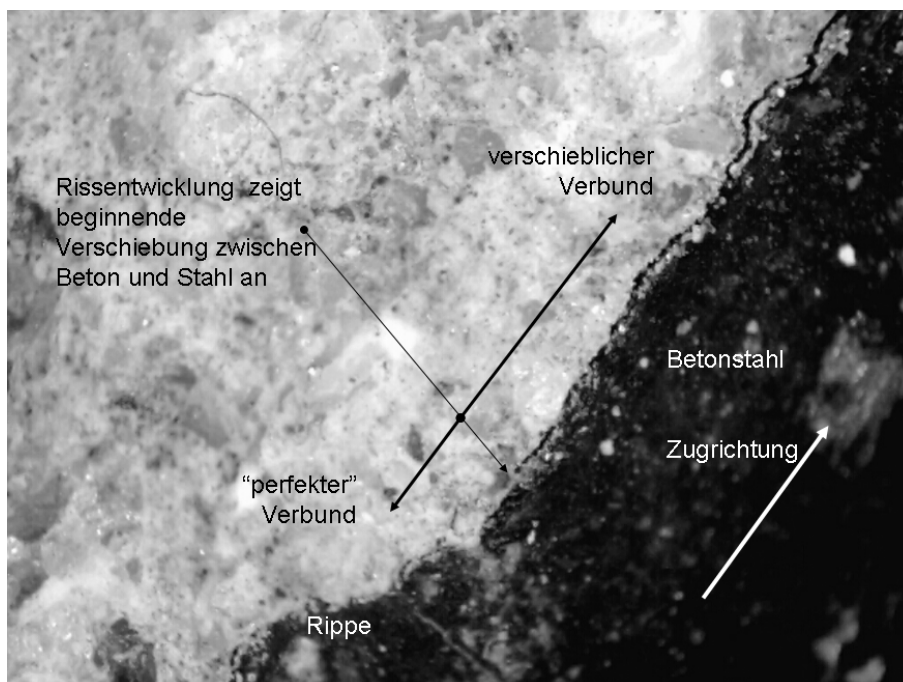


Abb. 175: Übergang perfekter (perfect bond) zu verschieblichem Verbund (Vergrößerung)

6.9 Die Auswertung von lokalen Stahldehnungsmessungen

Lokale Stahldehnungsmessungen wurden mit DMS (5mm) durchgeführt, die auf die nach dem Betonieren freigelegten Bewehrungsstäbe appliziert worden sind. Am LDK6 konnten diese Messungen auch die Erstbelastung begleiten (Abb. 154), in den anderen Prüfkörpern wurde der Stahl erst nach der Rissbildung teilweise freigelegt. Eine Abbildung dieser Messwerte mit Lagebeziehung zum später festgestellten Mikrorissbild zeigt Abb. 154. Diese Messkonfiguration verringert die Gefahr durch Verbundschubkräfte zerstörter DMS und die Querschnittsschwächungen des Bewehrungsstahls werden ebenfalls auf ein Minimum begrenzt.

Auswertungsziel war es, einen Vergleich mit dem Verbund-Schlupf-Modell des MC 90 führen zu können. Im Folgenden wird ein Vergleich der einzelnen Analyseschritte am Beispiel der Stahldehnungsmessungen gezeigt, die bei der Erstbelastung LDK 6 gewonnen worden sind.

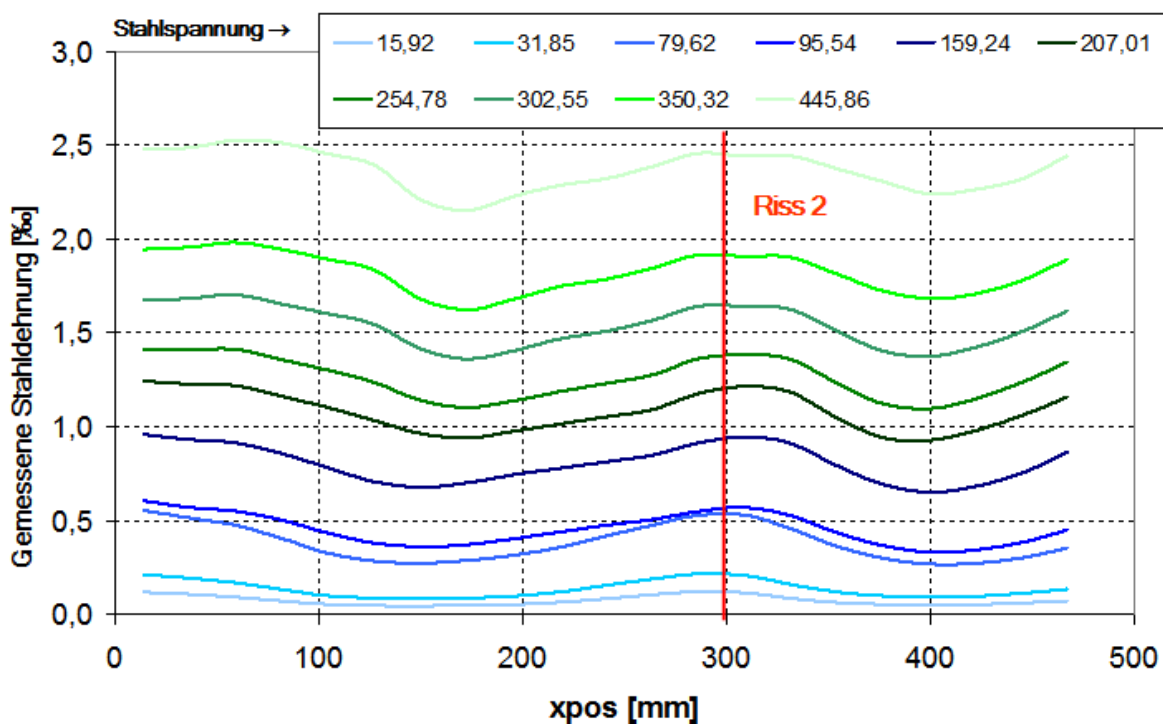


Abb. 176: Gemessene und geglättete Stahldehnungen im Untersuchungsgebiet um Riss 2 LDK 6

Mithilfe der numerischen Ansätze, Gleichung (22), lassen sich Verbundspannungen entlang x_{pos} errechnen. Das Diagramm Abb. 177 entsteht und stellt die Verbundspannungsfunktionen abhängig vom Spannungsniveau dar.

Unter Annahme eines geeigneten Ansatzes für die Betondehnungen lässt sich ebenfalls die Schlupfentwicklung $s(x_{pos})$ nach Ansatz (24) darstellen (Abb. 178). Anstelle des Parameters c_r ist allerdings der Abstand der DMS-Messtellen am Stahl eingesetzt worden.

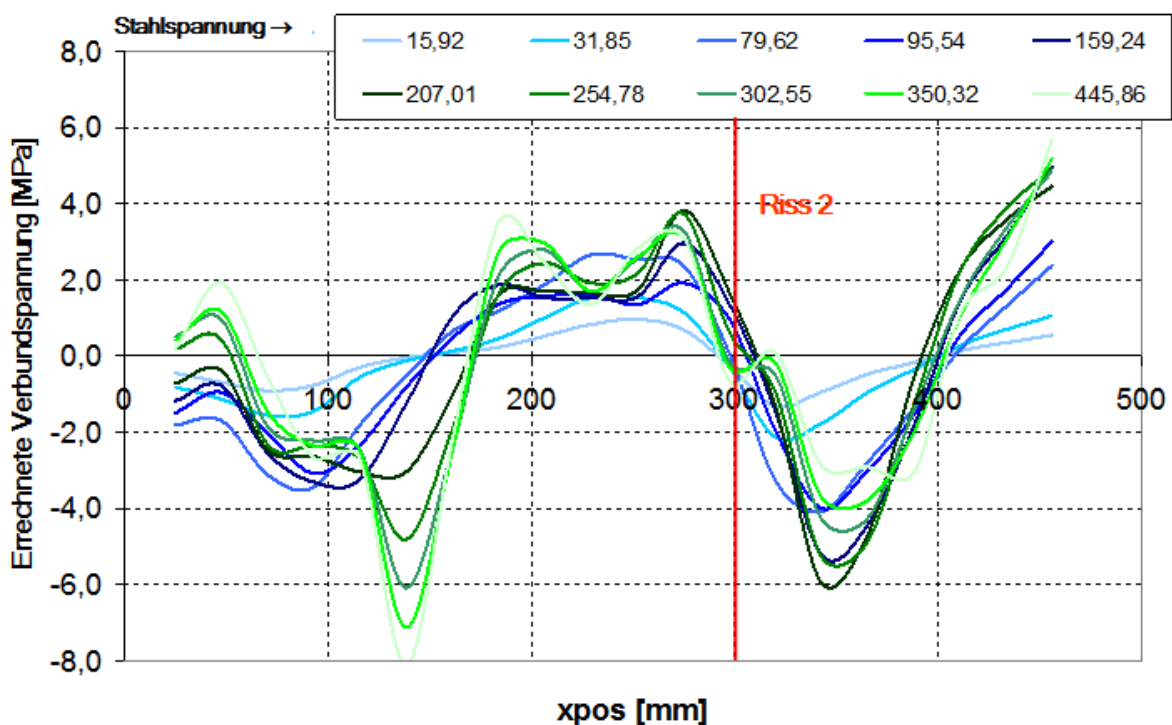


Abb. 177: Numerisch berechnete Verbundspannungsfunktion $\tau_b(x=xpos)$ aus den DMS-Daten in Abb. 177

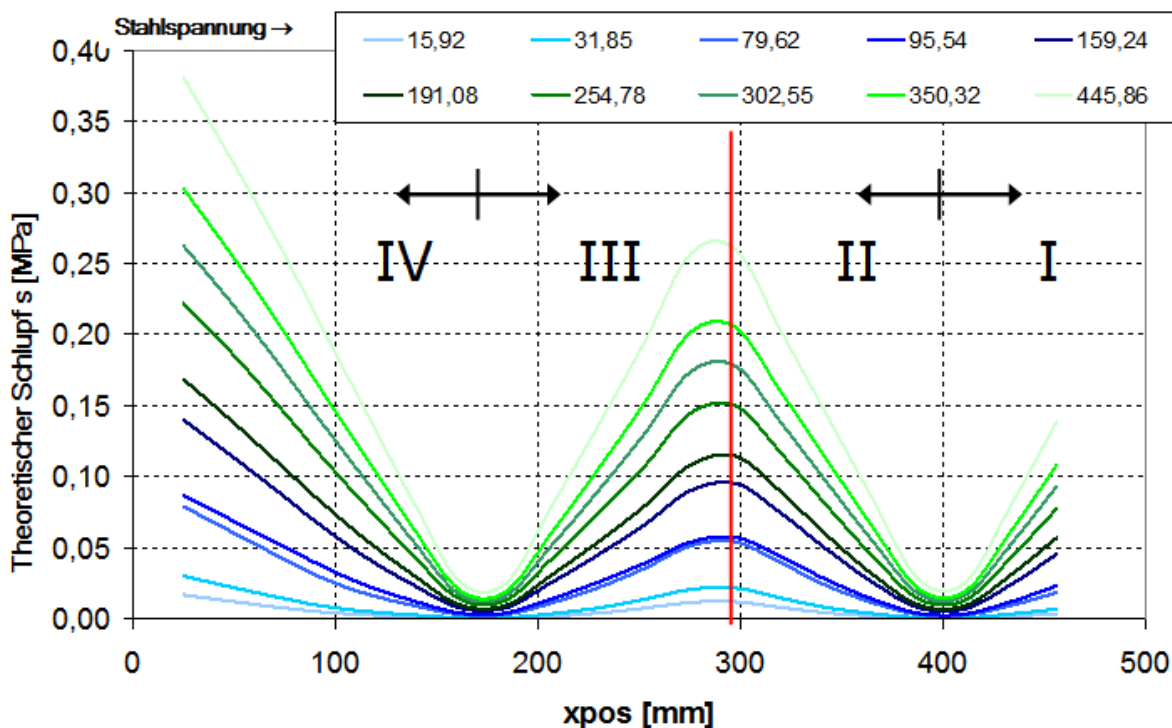


Abb. 178: Numerisch berechnete Verbundspannungsfunktion $s(x=xpos)$ aus den DMS-Daten in Abb. 177

Um einen Vergleich mit dem Verbundmodell des MC 90 (siehe Abb. 5, Tab. 1 und Gleichung (17)) führen zu können, werden die Abschnitte zwischen den Nullstellen der Verbundspannungsfunktion separat untersucht. Beispielhaft ist das Ergebnis für Abschnitt II aus Abb. 178 in Abb. 179 gezeigt.

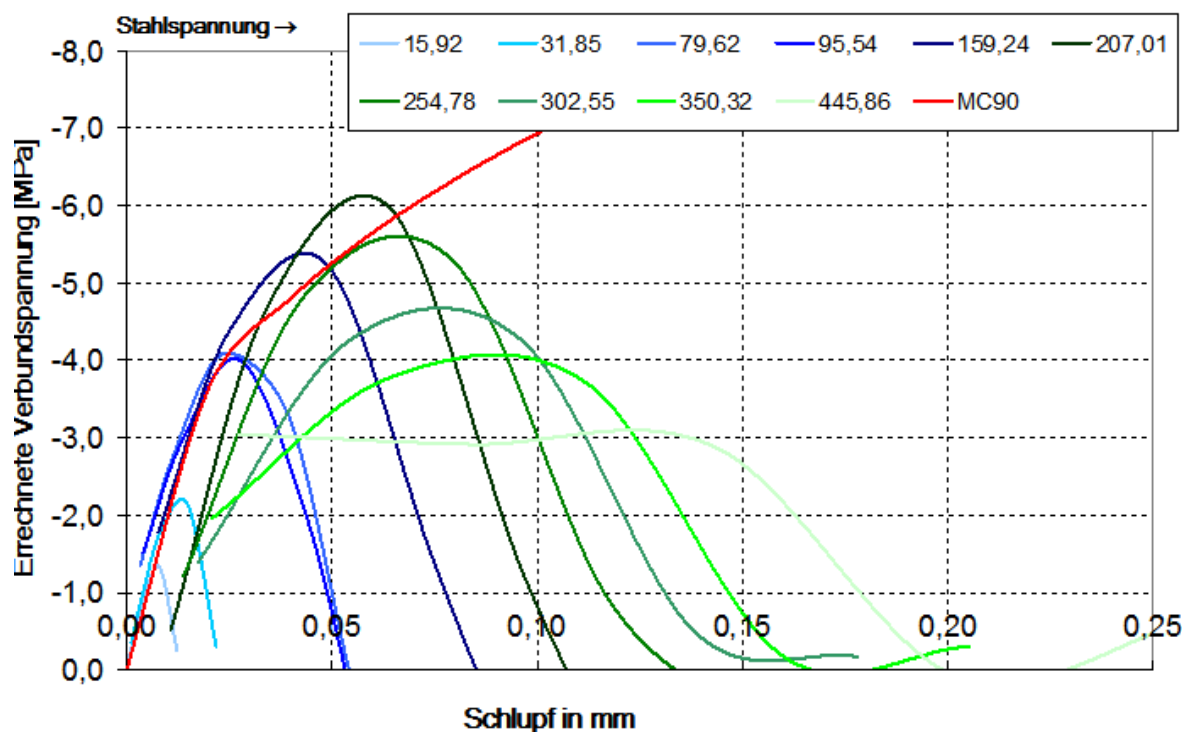


Abb. 179: Beispielhafte Überlagerung von $\tau_b(x=x_{pos})$ und $s(x=x_{pos})$ für den in Abb. 178 definierten Abschnitt II

Im Ergebnis kann festgestellt werden, dass das Verbundmodell nach Model Code 90 von einer sehr hohen Verbundsteifigkeit ausgeht. Die durch dieses Modell gegebene Verbundspannung-Schlupf-Entwicklung ergibt am LDK 6 praktisch eine optimistische Hüllkurve für die im Experiment vorhandene Verbundspannungsentwicklung. Es ist zu erwarten, dass dies auch für den realistischen Anwendungsfall gilt, da ähnliche Entwicklungen auch für die anderen Abschnitte I, III und IV gefunden worden sind. Problematisch ist besonders die Modellierung der deaktivierten Verbundbereiche (Ausbruchkegel) in der Nähe der Haupttrisse. Für die Abbildung von Verformungszuständen in FE-Rechnungen bieten die Verbundgesetze nach Model Code 90 sicher trotzdem wichtige Anhaltspunkte. Für Parameterstudien und Studien zur Ermittlung charakteristischer Einleitungslängen ist dieses Modell jedoch in der unveränderten Form nur bedingt und nach umfangreichen Anpassungen geeignet. Plastische Verbundmodelle, im Sinne der Grundlage für Zuggurtmodelle, können zutreffendere Vorhersagen stützen, sind jedoch zuvor an die jeweilige Bemessungssituationen anzupassen, was einen hohen Aufwand erfordert.

7 Diskussion abstrakter mathematischer Formulierungen - ein Ausblick

7.1 Abstrakte multiple lineare Modelle

Im Folgenden wird in einem kurzen Abriss unabhängiger theoretischer Forschungsarbeit dargestellt, welches Potential eine abstrakte mathematische Modellierung des Problems haben kann.

Bezüglich der Probleme bei der Beschreibung von s_{rm} und der damit verbundenen hohen Streuung stellt sich die Frage, ob die Integration von s_{rm} in ein Modell für w_m überhaupt notwendig ist. Mechanisch begründete Ideen für s_r integrieren einige der möglichen Parameter, die sich aus festgestellten Korrelationen ableitet. Daraus ergibt sich die Frage, ob auch eine abstraktere mathematische Modellierung der Rissbreite, zum Beispiel mit multiplen linearen Modellen möglich ist. Interessanterweise kann auch der Modellansatz der DIN 1045-1 für w_k in ein multiples lineares Modell überführt werden. Mithilfe der logarithmischen Transformation erhält man aus:

$$w_k = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \cdot \Delta \varepsilon_m \quad | \ln \quad (173)$$

$$\ln w_k = \ln d_b - \ln 3,6 - \ln \frac{A_s}{A_{ceff}} + \ln \Delta \varepsilon_m = \ln d_s - \ln 3,6 - (\ln A_s - \ln A_{ceff}) + \ln \Delta \varepsilon_m$$

$$\ln w_k \approx \ln d_s - \ln 3,6 - \ln A_s + \ln A_{ceff} + \ln \sigma_s - \ln E_s \quad (174)$$

Die Logarithmisierung kann dabei als Transformationsoperation, der die in der Regel log-normal, zumindest aber rechtsschief verteilten Variablen in den Vektorraum einer Normalverteilung überführt.

Unter Nutzung einer üblichen Repräsentation linearer Modelle,

$$Y = \beta X + \varepsilon \quad (175)$$

kann ein Modell für den Erwartungswert von $\ln(w_k)$ erzeugt werden:

$$E(\ln w_k) = [1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1]^T \cdot \begin{bmatrix} \ln d_b \\ \ln A_s \\ \ln A_{ceff} \\ \ln \sigma_s \\ \ln E_s \end{bmatrix} - \ln 3,6 \quad (176)$$

Das Ergebnis ist hierbei ein Skalar.

Es zeigt sich, dass das Model Code 90 bzw. das prinzipiell ähnlich aufgebaute DIN 1045-Modell nur begrenzte Kalibrierungsmöglichkeiten besitzt und damit die Qualität eines Fits von Versuchsdaten gering bleiben muss. Die wenigen Steuerungsmöglichkeiten im Vergleich zum Grundmodell (175) beschränken sich auf einen Vorzeichenvektor und das konstante Glied $-\ln(3,6)$.

Anhand der Auswertung von Versuchsdaten wird ein effektiveres Modell auf mathematischem Weg gesucht. Hierbei sollen die Variablen möglichst in ihrer kanonischen Form verwendet werden. Hilfestellung geben dabei Korrelationsuntersuchungen (Rangkorrelation, Pearson-Moment-Korrelation) wie in Kapitel 2.5 und Abb. 59 dargestellt. Das bedeutet, dass Anstelle von Flächeninhalten der Einfluss von Höhe, Durchmesser, Breite direkt in das Modell eingehen. Mit einer Selbstbegrenzung in der Verwendung von Freiheitsgraden für das mögliche Modell und beim Grad der Komplexität der Transformation der vorhandenen Versuchsparameter in den Vektorraum der Normalverteilung werden die Grundlagen für robuste Modelle zur Beschreibung von w_m oder w_k unter Verwendung multipler linearer Regression (OLS) gelegt.

7.2 Ein multivariates und lineares Modell für die mittlere Rissbreite

Ein Modell mit gutem Bestimmtheitsmaß R^2 auf Basis der Pearson-Moment-Korrelation kann mit wenig Aufwand bereits durch die Implementierung der Korrelationen der Rissbreite zu den einzelnen Parametern h , c_u , c_s , σ_s , f_{ctm} und d_b erreicht werden. Das Bestimmtheitsmaß ist dabei in der multiplen Regression zu justieren.

Kombinierte Variablen in Interaktionen (multiplikative Effekte) sowie die Modellierung von nicht monotonen Korrelationen, mittels begrenzter kubischer Splines, werden für diesen Versuch der abstrakten mathematischen Beschreibung ausgeschlossen, um die Modellrobustheit zu erhalten. Die nachfolgende Untersuchungsmethodik orientiert sich an dem von Harrell [67] empfohlenen Vorgehen und nutzt die statistische Programmiersprache R [106] zusammen mit den von ihm entwickelten R-Bibliotheken *Hmisc* und *Design* [69], [68].

Aus den Daten in Anhang 1 kann das nachstehende Modell (177) mittels schrittweiser, AIC basierter OLS-Regression (justiertes $R^2 = 0,732$) gewonnen werden:

(177):

$$E(\sqrt{w_m}) = 0.03\sqrt{\sigma_s} + 0.13 \frac{1}{\ln(\sqrt{h})} + 0.029 \ln(c_u) + 0.037 \ln(c_s) + 0.0028d_s - 0.014f_{ctm} - 0.409$$

Daraus kann durch Rücktransformation das folgende Modell (178) hergeleitet werden, das den Erwartungswert der Rissbreite w_m unter gegebenen Bedingungen beschreiben kann.

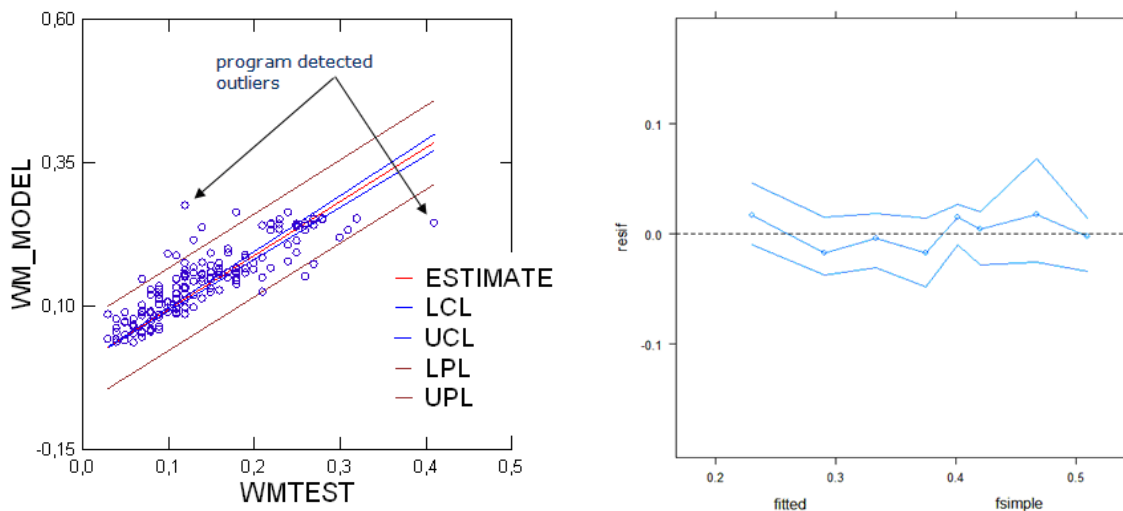
(178):

$$w_m = \left[0.03\sqrt{\sigma_s} + 0.26 \frac{1}{\ln(h)} + 0.029 \ln(c_u) + 0.037 \ln(c_s) + 0.003d_s - 0.014f_{ctm} - 0.41 \right]^2$$

Einheitentreue berücksichtigen [mm, N/mm²]!

Die Gleichungsstrukturen der Gleichungen (177) und (178) zeigen, welchen bedeutenden Beitrag die Transformationen spielen. Die Transformationen sind deshalb notwendig, da die OLS-Regression konzeptionell Normalität und Additivität von Daten zwingend fordert und in dem engen Zusammenhang mit der Momentkorrelation nach Pearson begründet ist. Nur die Schaffung dieser Voraussetzungen ermöglicht homoskedastische Modelle, die für

die Beschreibung einfacher, konstanter Toleranzmaße (Jungwirth [76]) und Modellzuverlässigkeit im Bereich kleiner Rissbreiten von Vorteil sind. Der Vergleich Modell zu Ausgangsdaten zeigt die Qualität des OLS-Fits nach der Rücktransformation (Abb. 180 a)). Die Kontrolle der Residuen aus der Regression mit transformierten Daten im Vektorraum der Normalverteilung zeigt, dass diese relativ gleichmäßig und mit geringer Größe um die Regressionsgerade zur Beschreibung von $\sqrt{w_m}$ verteilt sind (Abb. 180 b)).



(a) Test↔Fit Vergleich des rücktransformierten Modells (178)

(b) Quartile (25%; 50%; 75%) der Residuen für den Gleichungsfit (177)

Abb. 180: Qualität des multiplen linearen Modells für w_m

Nach der Aufstellung einer faktorisierten Modellbasis kann die Untersuchung der partiellen Korrelationen interessantere Einsichten als die Untersuchung marginaler Beziehungen der Grunddaten vermitteln. Abb. 181 zeigt den direkten Einfluss der unabhängigen, transformierten Parameter auf die abhängige, transformierte Größe in Form des partiellen Korrelationskoeffizienten. Gegenüber anderen Korrelationsuntersuchungen werden hier Abhängigkeiten zwischen den so genannten unabhängigen Parametern nicht erfasst. Damit sind die in Abb. 181 dargestellten Korrelationen nicht durch Interrelationen verfälscht.

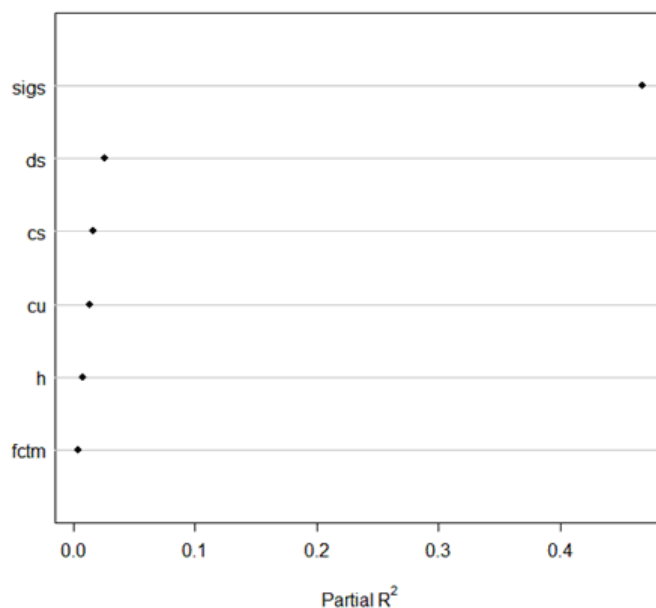


Abb. 181: Partielle Korrelationen, abgebildet durch partielle R^2 -Werte für die identifizierten und transformierten Prädiktoren für die transformierte Größe w_m

Es ist interessant diese Korrelationen mit den Ergebnissen beispielsweise der nicht Interrelations freien Rangkorrelation (Abb. 60), zu untersuchen.

Mit diesem Diagramm zeigt sich, dass die Notwendigkeit zur Implementierung von f_{ctm} berechtigt hinterfragt werden kann. Der Einfluss der Zugfestigkeit ist vergleichsweise klein und damit ist die Rissbreite unter Lastbeanspruchung offenbar weitgehend unabhängig von f_{ctm} .

7.3 Repräsentation charakteristischer Werte der Rissbreite mit multiplen linearen Modellen

Neben den guten Korrelationsresultaten zwischen Modell und Datensatz, verbleibt das Problem, das Modell so zu vereinfachen und neu aufzustellen, dass charakteristische Werte mit vertretbarem Aufwand berechnet werden können und zu untersuchen inwieweit Bemessungshilfsmittel die Nutzung dieser Zusammenhänge deutlich vereinfachen können.

Auch wenn nicht zwingend notwendig, so wird doch ein Nachweis, der sich auf w_{max} konzentriert, besser zum derzeitig angewendeten Nachweiskonzept passen. Eine OLS-basierte Näherung würde den Nachteil haben, dass nur der Erwartungswert $E(E(\tilde{w}_{max}))$ abgebildet würde. Robuste oder Quantilregressionsstrategien können den Weg zu vordefinierten Bemessungsniveaus, z. B. 75%-Fraktile, markieren. Übliche Datensätze haben den Nachteil, dass sie keinen präzisen 95%-Fraktile der gemessenen Rissbreiten, sondern nur die Maxima enthalten. Insofern können Ergebnisse nur auf Fraktilewerte von w_{max} abstellen. Die in 7.2 dargestellte Gruppe von potentiellen Prädiktoren konnte weiter reduziert werden. Es verbleibt der folgende Parameter-Vektor. Der Parameter 1 sichert dabei das konstante Glied.

$$V = [1 \quad \sqrt{\sigma_s} \quad (\ln(h))^{-1} \quad \ln(c_s) \quad d_b]^T \quad (179)$$

In der Datenanalyse der UPM-Datenbasis zeigte sich, dass nicht nur f_{cm} sondern auch die Betondeckung c_u nur geringfügigen Einfluss auf w_{max} hat.

Entsprechend der Größe der Datenbasis können bis zu einem 90%-Fraktile von w_{max} beliebige Fraktile abgebildet werden. Beispielhafte Modelle auf Basis des Parameter-Vektors \mathbf{V} aus (179) sind mit dem Ausdruck (180) angegeben. Bemessungshilfen können als einfach nutzbare Nomogramme, z. B. nach dem Konzept von Harrell, angegeben werden. Alle Parameter werden dabei in einem Diagramm bereits berücksichtigt. Lästige Stratifizierungen einzelner Prädiktoren, die eine Weiterbearbeitung des Ableseergebnisses erforderlich machen würden, entfallen bei Nutzung der Methodik von Harrell.

Das Konzept der Nutzung linearer Modelle zur Beschreibung des repräsentativen Rechenwertes der Rissbreite auf gegebenem Bemessungsniveau, zusammen mit solchen Nomogrammen, fördern aufgrund der additiven Kombination auch einfache ingenieurmäßige Abschätzungen des Einflusses von Variablenänderungen. Damit wird dem Bemessungsingenieur die Beurteilung von Situationen, trotz komplexen Formelhintergrunds, weitgehend erleichtert.

$$\begin{aligned}
 \hat{w}_{max,0.50} &= \left[-0.3598 \quad 0.0352 \quad -0.4620 \quad 0.0676 \quad 0.0045 \right]^T \cdot \mathbf{V}^2 \\
 \hat{w}_{max,0.75} &= \left[-0.3278 \quad 0.0400 \quad -0.8478 \quad 0.0648 \quad 0.0054 \right]^T \cdot \mathbf{V}^2 \\
 \hat{w}_{max,0.80} &= \left[-0.3287 \quad 0.0400 \quad -0.8764 \quad 0.0683 \quad 0.0052 \right]^T \cdot \mathbf{V}^2 \\
 \hat{w}_{max,0.90} &= \left[-0.2438 \quad 0.0433 \quad -1.1504 \quad 0.0676 \quad 0.0031 \right]^T \cdot \mathbf{V}^2
 \end{aligned}
 \tag{180}$$

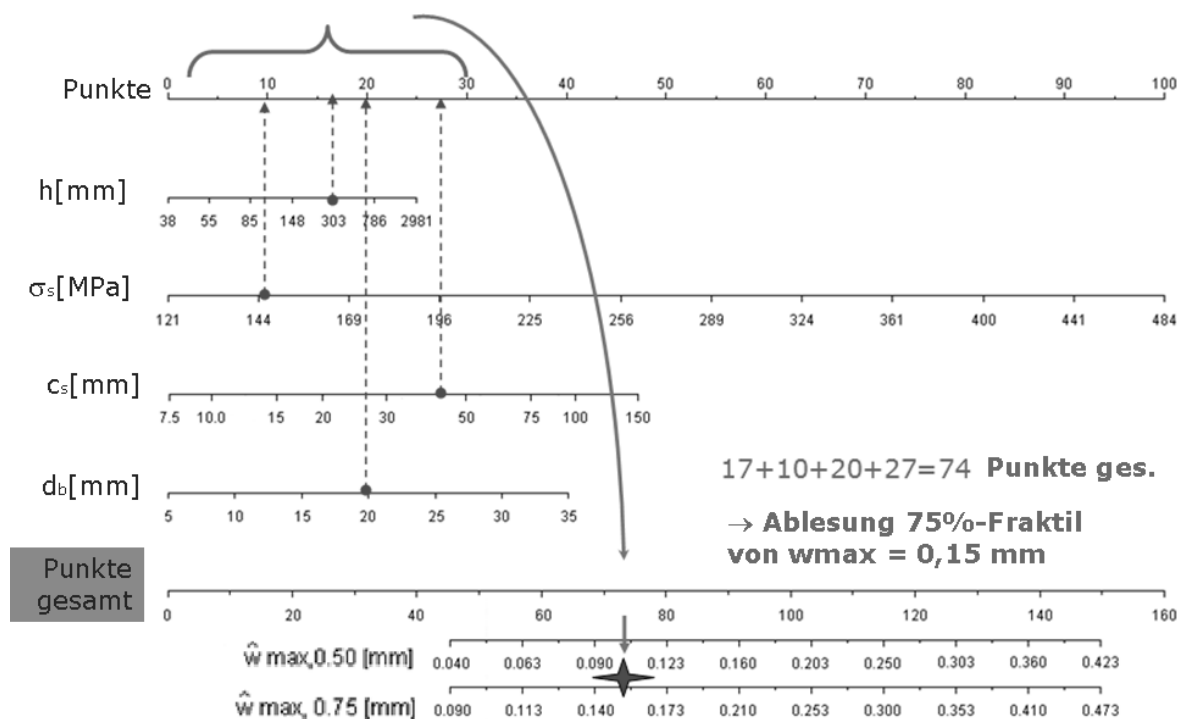


Abb. 182: Beispielhafte grafische Bemessungshilfe für den 50%-Fraktile der maximalen Rissbreite und den 75% - Fraktile der maximalen Rissbreite (siehe Modellsystem (180))

Empirische Modelle, die praktisch an Trainingsdaten gewonnen werden, wie beispielsweise die UPM-Daten, sollten nach Möglichkeit auch mit Prüfdaten verglichen werden, die vorteilhafterweise Bauteildaten enthalten sollten.

Der Vergleich von Modell (178) und (180) mit den Daten der LDK bei abgeschlossener Rissbildung gibt ersten Aufschluss über die Vorhersagequalität der regressiv gewonnenen Ergebnisse. Im nächsten Diagramm werden die Ergebnisse aus (178) mit den mittleren Rissbreiten der Risse verglichen, die zum Abschluss der Rissbreiten vorhanden waren. Weiter wird der 95%-Fraktile aller Risse im Test mit der Voraussage des mittleren Maximalwertes verglichen (50%-Fraktile). Ein dritter Vergleichscluster bildet sich durch den Vergleich des berechneten 90%-Fraktiles maximaler Rissbreiten, Modell (180), mit den maximal festgestellten Rissbreiten, für die auch die Streuung maximal ist. Der Vergleich wird jeweils auf dem Niveau der externen Belastung von $\sigma_s = 350$ MPa geführt.

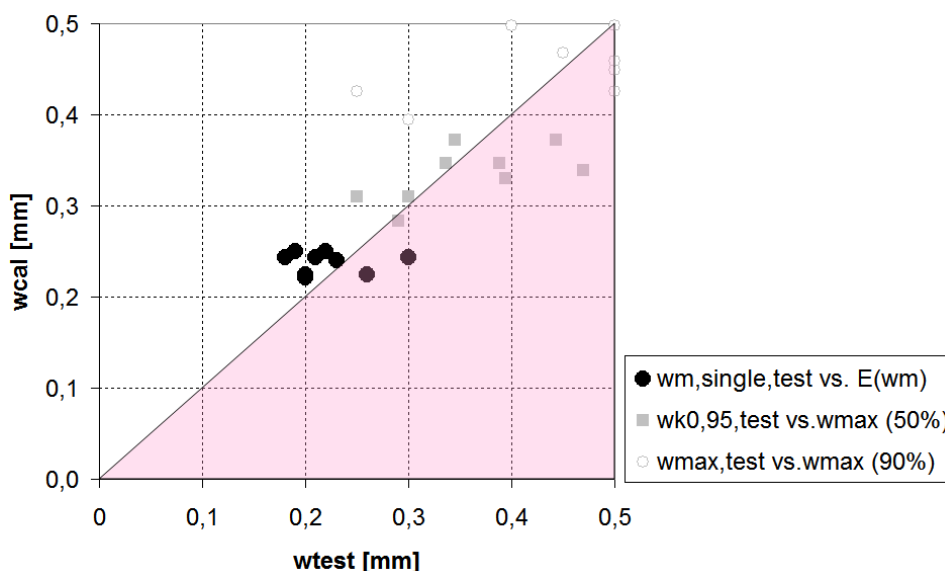


Abb. 183: Rissbreitenmodelle (178) und (180) im Vergleich mit Testdaten für ein Spannungsniveau 350 MPa

Eine Gruppierung der drei Vergleichscluster um die Diagrammdiagonale ist das gewünschte Ergebnis, dass die erwartete Modellqualität bestätigt.

Der Schwindzuschlag wird nicht in die Betrachtungen eingebracht, da davon ausgegangen werden muss, dass ähnliche Anteile der Daten des UPM-Datensatzes bereits Bestandteil des Modells und damit ausreichend berücksichtigt worden sind. Das Diagramm zum Modellvergleich bestätigt diese Vermutung, da die Datenpunkte um die Diagonale streuen und keine Indizien für große systematische Ableitungen liefern.

7.4 Eigenschaften des Datensatzes

Kein empirischer Datensatz ist perfekt. Rissbreitendatensätze enthalten im Regelfall ältere Daten, die durchaus bis zu 50 Jahre alt sein können. Wenige Daten sind jünger als 15 Jahre. Zudem handelt es sich um internationale Daten, die an verschiedenen gerippten Bewehrungsstählen gewonnen worden sind. Auch die Extraktion von Versuchsdaten aus Forschungsberichten setzt ein hohes Maß von Kenntnis älterer Versuchsmethodik voraus. In einigen Fällen wurden im Originaldatensatz fehlende Vergleichsdaten mithilfe international akzeptierter Ansätze von der Arbeitsgruppe um Prof. Caldentey verantwortungsvoll ergänzt. Eigene Kontrollrechnungen haben diese Ansätze verifiziert und bestätigt. Ein weiteres Problem ist die begrenzte Streuung in den vertikalen Betondeckungen c_u bzw. c_b . Hier wären größere Werte wünschenswert. Ein schon diskutierter Aspekt ist auch in einigen Fällen die Probekörpergröße oder die zu geringe Größe der gleichmäßigen, Riss erzeugenden Beanspruchung, die nicht nur einen Effekt auf s_{rm} zu haben scheint, sondern damit auch den Quotienten w_{max}/w_m beeinflusst. Dies hat die Folge, dass die Jaccoud-Daten [58] für die Ermittlung der empirischen Modelle unberücksichtigt bleiben, auch da keine Angaben zu w_{max} enthalten sind. Zudem würde die vielfach wiederholte Versuchskörpergeometrie die Modelle für w_m zu stark gewichten. Für den Vergleich Vorhersage w_k mit Testwerten w_m sind die Daten aber durchaus wertvoll, da sie die Teststreuung demonstrieren.

7.5 Ein konservativer Modellansatz zur Bestimmung einer zuverlässigen charakteristischen Rissbreite

Ein Diskussionsvorschlag von Windisch [123], im Rahmen der Diskussion der Rissbreitenmodelle für den zukünftigen Modelcode 2010 in der *fib* TG 4.1, enthält eine interessante Grundidee für eine Modellkonstruktion, die das weitgehende Verbleiben des Rechenwertes der Rissbreite auf der zuverlässigen sicheren Seite ermöglicht.

Dabei wird als Gedankenmodell davon ausgegangen, dass auch innerhalb eines Bauteils ein Abschnitt im Übergang zwischen Einzelrissbild und abgeschlossenem Rissbild verharrt. Das kann in den Zonen möglich werden, in denen der Aufbau einer Rissspannung für sukzessive in der Nachbarschaft großer, bereits vorhandener Risse aufgrund lokal höherer Zugfestigkeiten erschwert ist, was große Einleitungslängen erzwingt. Das jeweils untersuchte Lastniveau gilt also für den einzelnen, großen Riss als vollständig in den umgebenden Beton einleitbar. Das Modell wird daher in Anlehnung an die Grunddefinition in MC 90 wie folgt aufgebaut:

$$w_k = \frac{\sigma_s \cdot d_s}{5 \cdot f_{ctm}} \cdot \left(\frac{\sigma_s}{E_s} - 0,6 \cdot \left(\frac{\sigma_s}{E_s} - \left(\frac{E_s}{E_c} - 1 \right) \cdot \frac{f_{ctm}}{E_c} \right) \right) \quad (181)$$

Das Ergebnis zielt dabei nicht zwingend auf Korrelation, sondern auf einen Grenzwert, der, mechanisch gesehen, praktisch nicht überschreitbar ist. Über den Faktor 5 und 0,6 ergeben sich noch leichte Justiermöglichkeiten. Die Kontrolle anhand der vorhandenen UPM-Daten zeigt folgendes Ergebnis:

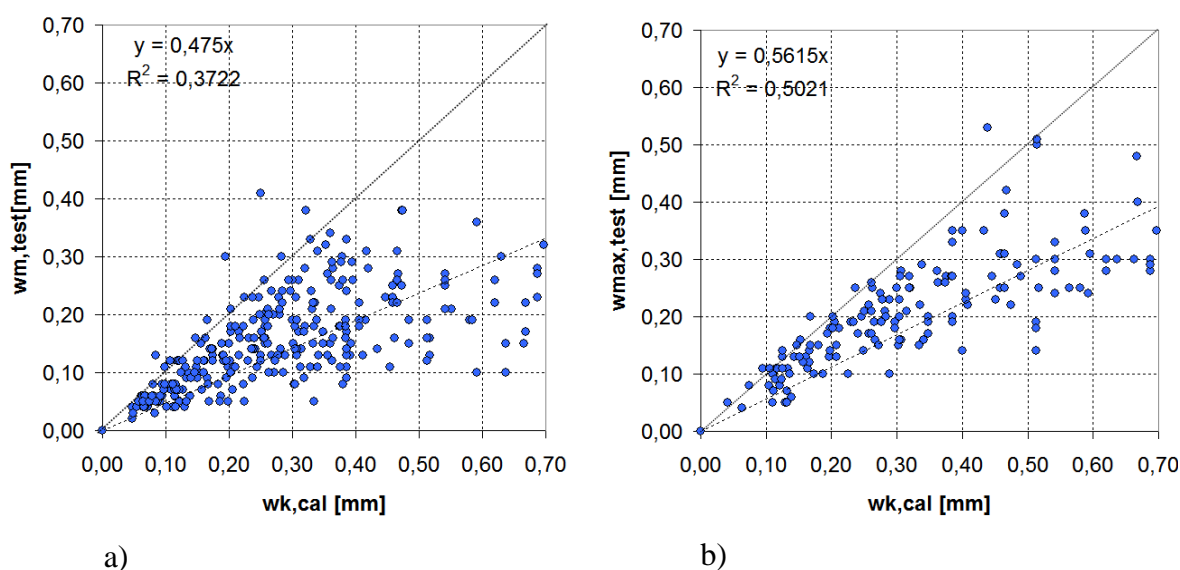


Abb. 184: Kontrolle des konservativen Modellansatzes anhand des Vergleiches des Rechenwertes der Rissbreite mit den UPM-Daten für zwei exemplarische Stichproben der a) w_m -Daten (größere Datemenge) und b) w_{max} -Daten

In den UPM-Daten (auch unter Einbeziehung der Jaccoud- und Broms-Daten) stehen zu einigen Datensätzen keine w_{max} -Daten, sondern nur w_m -Daten zur Verfügung, womit die Anzahl verfügbarer Versuche mit Angaben zu w_m größer ist. In beiden Ergebnisauftragungen zeigt sich, dass der Übergang in den unzuverlässigen Bereich (Testwert > Rechenwert) selten bleibt. Allerdings birgt natürlich die Nähe einiger mittlerer Testdaten zur Diagonale die Gefahr, dass zu diesem Rissbild zugehörige, jedoch unbekannte Maximalwerte der Rissbreite, den ermittelten Rechenwert überschreiten. Der zulässige Mittelwert garantiert aber auch, dass das Gros der Rissbreiten im geforderten Bereich ohne die Notwendigkeit zu Nacharbeiten verbleibt. Gerade für kleine Rissbreiten $w < 0,2$ mm zeigt dieses Berechnungssystem keine deutlich schlechtere Zuverlässigkeit im Sinne von Überschreitungshöhe als für größere Rissbreiten. Das Überschreitungsmaß ist begrenzt und überschreitet nur in sehr wenigen Fällen 0,05 mm im Bereich kleiner Rissbreiten.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Der Forschungsbericht ist eine umfassende Darstellung des Zusammenhangs zwischen Verbund und diskreter Rissbildung sowie der Modellierung diskreter Risse. Daraus abgeleitete normative oder normennahe Modelle werden beschrieben. Dieser Abschnitt demonstriert auch den Unterschied zwischen Modellen und stellt alternative Modelle aus dem britischen und amerikanischen Raum ergänzend vor.

Anhand eines internationalen Vergleichsdatensatzes der Polytechnischen Universität Madrid (UPM) wurden die wichtigsten Modelle, der Rissbreitenansatz nach DIN 1045-1, die empfohlenen Ansätze des EN 1992-1-1 sowie ein eigener Ansatz verglichen. Der genannte Datensatz enthält eine große Menge kleiner Rissbreiten, so dass die Untersuchung durchaus repräsentativ ist. Besonders für kleine Rissbreiten wurde ermittelt, dass die normativen Ansätze, insbesondere nach DIN 1045-1, eine hohe Unsicherheit hinsichtlich der Vorhersage kleiner Rissbreiten von 0,1 mm und kleiner in sich bergen. Im Vergleich mit Testdatensätzen wurde festgestellt, dass der vorhergesagte (charakteristische) Rechenwert der Rissbreite mit der Methodik MC 90/ DIN 1045-1 im Bereich $w_k \leq 0,1$ mm durch maximale Rissbreiten zu 90% und durch die mittleren Rissbreiten im Bauteil noch zu 70 % überschritten wurde. Damit sind für Bauteile im Anwendungsbereich der Richtlinie "Betonbau beim Umgang mit wassergefährdenden Stoffen" in vielen Fällen umfangreiche Nacharbeiten zum Schließen unerwartet großer Risse zu erwarten. Als Ursache für die Schwierigkeiten sind insbesondere zufällige und systematische Effekte in der Vorhersage der Rissabstände als auch Artefakte in der empirischen Grundlage der verwendeten Modelle identifiziert.

Dehnkörperversuche mit voreingestellten Risszonen und einer vermuteten starken Mitwirkung auf Zug wurden entworfen, um mit umfangreichen Ringdehnungsmessungen Verformungen des Betonzugringes entsprechend dem Tepfers-Modell aufzunehmen. In den Versuchen stellte sich heraus, dass die negative Querdehnung bei Zugbeanspruchung starke Auswirkung auf die Verformungsfigur haben kann und die Effekte aus Verbundwirkung weitgehend überlagert werden. Dies konnte durch detaillierte FE-Rechnungen exemplarisch bestätigt werden. Damit sind detaillierte Zugringmodelle derzeit nur verwendbar, wenn der Einfluss der Volumenänderung/Querdehnung auf den Verbund in die Modelle integriert wird. Dafür wird derzeit keine Möglichkeit gesehen. FE-Rechnungen können diesen Einfluss qualitativ darstellen. Sie sind quantitativ jedoch nur mit hohem Detaillierungsgrad und Rechenaufwand in die Lage zu versetzen, vergleichbare Ergebnisse für eine Parameterstudie zu liefern. Das prinzipielle Vorgehen ist jedoch in diesem Bericht demonstriert.

Aus der Analyse der Daten aus den Längsdehnkörpern konnten das Rissbreitenmodell, wie das Modell zur Beschränkung der Erstrissbreite durch Mindestbewehrung, in DIN und Richtlinie verifiziert werden. Für die Mindestbewehrung sind die grundlegenden Ansätze hergeleitet. Es wird empfohlen, die Berechnungen mit den Mittelwerten der Zugfestigkeit nach 28 oder 56 Tagen zu führen, um Unsicherheiten durch zu optimistische Berechnungsannahmen in Form von $f_{ct,eff}$ zu reduzieren. Eine aus dem MC 90 abgeleitete Modellempfehlung, mit einer reduzierten Verbundspannung, wird angegeben, um für Rissbreiten $w < 0,1(0,2)$ mm gegen höhere Fraktilwerte der Rissbreite zu sichern. Dieses Resultat ist

anhand gemessener Erstrissbreiten an langen Dehnkörpern geprüft worden. Für diesen Prüfkörpertyp ergab sich, dass die konservative Modellempfehlung aus MC 90, in Kombination mit dem Langzeitdehnungsterm der DIN, zu den zuverlässigsten Resultaten führte.

Der Nachweis der Mindestbewehrung in stahlfaserbewehrten Bauteilen erscheint unbedenklich, wenn Kombibewehrung vorliegt.

Für die Berechnung von Rissbreiten unter Lastbeanspruchung wurde anhand der vorliegenden Messdaten an langen Dehnkörpern eine Modellergänzung zum Grundmodell DIN 1045-1 in Form eines Sicherheitsfaktors begründet. Dieser sichert, dass die Erwartung für den großen Rissabstand den zum großen Riss gehörenden Verbundbereich mit 90% Aussagewahrscheinlichkeit simuliert.

Anhand des empirischen Vergleichsdatensatzes konnten mit multiplen Regressionsverfahren ein multivariates Modell und einfache Bemessungshilfen angegeben werden, die geeignet sind, repräsentative Werte der Rissbreite zuverlässig zu ermitteln. Das Ergebnis dieser Methodik ist an den mit diesem Projekt gewonnenen Versuchsdaten der langen Dehnkörper überprüft worden. Anhand eines Grundgedankens von Windisch ist ebenfalls ausgeführt worden, wie in großer Normennähe ein konservativer Modellansatz begründet werden kann, der für kleine Rissbreiten eine vergleichsweise hohe Zuverlässigkeit bietet. Alle vorgeschlagenen Verbesserungen der Modelle für eine höhere Vorhersagegenauigkeit bedingen aber einen höheren Bewehrungsaufwand, als durch das Grundmodell nach DIN 1045-1 ursprünglich gefordert ist.

Stochastische Eingangsdaten für die Betonfestigkeitsentwicklung, Rissbreiten- und Abstandsentwicklung liegen mit diesem Forschungsprojekt vor. Die Annahmen werden in den entsprechenden Teilabschnitten diskutiert und Empfehlungen für statistische Verteilungsmodelle nach Verifikation anhand der aufgenommenen Versuchsdaten begründet. Dieser Forschungsbericht enthält zudem eine umfassende Illustration von Verbundrissen, Rissbreitenentwicklungen über die Höhe der Betondeckung und zur Größe des menschlichen Messfehlers bei Risslupenmessungen, dessen Variationskoeffizient mit der Größe der Rissbreite abnimmt.

Für die Verbindung zu probabilistischen Annahmen ist die solide Definition des Grenzzustandes der Rissbreitenentwicklung notwendig. Zurzeit beschränkt sich der Nachweis auf den Vergleich repräsentativer Werte auf der Einwirkungsseite mit dem Bemessungskriterium, der so genannten Grenzrissbreite. Die Anbindung an Grenzzustände der Dauerhaftigkeit oder an Durchflussversuche könnte jedoch auch ermöglichen, auf der Widerstandsseite eine Verteilung einzuführen und den probabilistischen Nachweis in üblicher Form zu führen. Das kann zukünftig diesen wichtigen Nachweis der Gebrauchstauglichkeit auch an zeitabhängige Service Life Modelle ankoppeln.

9 Projektkosten

Der Gesamtkostenrahmen des Projektes bleibt unverändert. Eine zusätzliche Förderung durch Dritte besteht nicht.

10 Acknowledgements

Das Forschungsvorhaben "Verbesserung der Vorhersagequalität von sehr kleinen Rissbreiten" ist mit der freundlichen Förderung durch das Deutsche Institut für Bautechnik (DIBt) entstanden (Az: ZP 52-5-7.275-1245/07).

Wir danken Prof. Alejandro Perez Caldentey und seinem Team für die Unterstützung durch den Rissdatensatz der UPM und die schöpferische Diskussion um die Interpretation der daraus gewinnbaren Ergebnisse.

Wir danken ebenfalls insbesondere Prof. Gintaris Kaklauskas und Viktor Gribniak von der Vilnius Gediminas Technical University für die Unterstützung bei der Bestimmung der Erwartungswerte zeitabhängiger Betoneigenschaften sowie die Grundideen zur Integration der zeitabhängigen Verformungen in die Kalkulation.

Dr. Andor Windisch ist zu danken für die konstruktive und hilfreiche Diskussion aktueller und neuer Modellvorschläge zur Berechnung charakteristischer Rissbreiten.

Aufgrund der Lizenzbedingungen für die Analysesoftware "Minitab[®] Statistical Software" sind wir verpflichtet, folgenden Hinweis bezüglich "Minitab[®] Statistical Software" im unveränderten Originaltext in den Bericht zu integrieren:

"Portions of the input and output contained in this publication/book are printed with permission of Minitab Inc. All material remains the exclusive property and copyright of Minitab Inc. All rights reserved."

"MINITAB[®] and all other trademarks and logos for the Company's products and services are the exclusive property of Minitab Inc. All other marks referenced remain the property of their respective owners. See minitab.com for more information."

11 Literatur

- [1] ACI 224-R01: Control of Cracking in Concrete Structures. ACI Committee 224, 2001
- [2] ACI 224-R90: Control of Cracking in Concrete Structures. ACI Committee 224, 1990
- [3] ACI 318M-05: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. American Concrete Institute, Farmington Hills 2005
- [4] Akaike, H.: A new look at the statistical model identification. IEEE Transactions on Automatic Control, 19 (6), 1974, pp. 716-723
- [5] Alvarez, M: Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton. Dissertation ETH Zürich, 1998
- [6] Balazs, G. L.: „Verification of serviceability. SLS. *Präsentation auf dem Meeting der fib-TG 4.1 "Serviceability Models"*. fib-TG 4.1 Homepage
- [7] Beeby, A. W.: „The Influence of the Parameter ϕ/ρ_{eff} on Crack widths.“ Structural Concrete. Journal of the fib, 6/2004
- [8] Beeby, A. W.: Discussion to „The Influence of the Parameter ϕ/ρ_{eff} on Crack widths.“ Structural Concrete. Journal of the fib, 12/2005
- [9] Beeby, A.W.; Scott, R.H.: Insights into the cracking and tension stiffening behaviour of reinforced concrete tension members revealed by computer modelling. Magazine of Concrete Research, 56, No.3, April 2004, S. 179–190
- [10] Bergner, H.: Rissbreitenbeschränkung zwangbeanspruchter Bauteile aus hochfestem Normalbeton. Heft 482 des DAfStb, Beuth-Verlag 1997
- [11] Borosnyoi, A. and Balazs, G. L.: Models for flexural cracking in concrete: the state of the art. Structural Concrete. Journal of the fib, 6/2005
- [12] Braam, C. R.: Control of Crack Width in Deep Reinforced Concrete Beams. Heftreihe Heron, Volume 35 No.4, Delft 1990
- [13] Brandt, Siegmund: Datenanalyse. Spektrum Akademischer Verlag, 1999, S.135
- [14] Bresler, B.; Bertero, V.: Behaviour of Reinforced Concrete Under Repeated Load. Journal of the Structural Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 94, No. ST6, June 1968, S.1568-1589
- [15] Brooms, B.B.: Crack width and crack spacing in reinforced concrete members. ACI Journal, 1965, 1237–1255.
- [16] Brooms, B. B.; Lutz, L. A.: Effects of Arrangement of Reinforcement on Crack Width and Spacing of Reinforced Concrete Members. Proceedings of the American Concrete Institute, Vol. 62, November 1965, S. 1395-1409
- [17] Bruggeling, A. S. G.: Structural Concrete. A. A. Balkema, Rotterdam, 1991
- [18] BSI 8110: Structural use of concrete. Part 2. Code of practice for special circumstances. British Standard Institution, London 1985
- [19] Büchter, A.; Henn, H.-W.; Elementare Stochastik. Eine Einführung in die Mathematik der Daten und des Zufalls. Springer, Berlin 2005, S.76
- [20] Caldentey Perez, A.: Comparison of MC 90 and EN 1992 Crack Models Using Available Experimental Data. Presentation held on the occasion of the meeting of the fib-TG 4.1 on the 7th December 2007 in Prague.
- [21] Carino, N. J.; Clifton J.R.: Prediction of Cracking in Reinforced Concrete Structures. Report: NISTIR 5634. U.S. Department of Commerce, National Institute of Standards and Technology Gaithersburg, 1995
- [22] Carstensen, B.: Comparing Clinical Measurement Methods: A Practical Guide. Steno Diabetes Center, Gentofte, Denmark & Department of Biostatistics, University of Copenhagen, 2008, URL: <http://www.biostat.ku.dk/~bxc>
- [23] Carstensen, B; Gurrin, L.: MethComp 0.5.2. Functions for analysis of method comparison studies. R package, 2009. URL: <http://www.pubhealth.ku.dk/~bxc/MethComp/>
- [24] Castel, A.; Vidal, T.; Francois, R.: Effective tension active cross-section of reinforced concrete beams after cracking. Materials and Structures, 2006, 11 Seiten
- [25] CEB-FIP Model Code 1990. CEB Bulletin d'information No. 213, Lausanne, 1993
- [26] CEN. 2004/05. EN 1992-1-1 (EC 2-1-1): “Eurocode 2: Design of Concrete Structures” – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings + EN 1992-2 (EC 2-2): Eurocode 2, Part 2: “Concrete bridges. Design and Detailing Rules.” Brussels, Belgium, 2005 (EC 2)
- [27] Chen, W.-H.: Cracking Damage Assessment of Reinforced Concrete Members. Proc. Natl. Sci. Counc. Vol. 22, No. 6, 1998, S.765-774

- [28] Corres Peiretti, H.; Perez Caldentey, A.; Petschke, T.: prEN Chapter 7 – Serviceability Limit States. Cracking. Supporting Document. Hrsg.: Grupo de Hormigon Estructural – ETSICCP – UPM, May 2003
- [29] Cosenza, E.; Greco, C.: Comparison and optimization of different methods of evaluation of displacements in cracked reinforced concrete beams. *Materials and Structures*, Vol. 23, 1990, S. 196-203
- [30] Curbach, M.; Tue, N.; Eckfeldt, L.; Speck, K.: Beitrag: Zum Nachweis der Rissbreitenbeschränkung gemäß DIN 1045-1. In: Erläuterungen zu DIN 1045-1. Teil 2. Heft 525 des DAfStb, Beuth Verlag, Berlin 2003, S. 190 ff.
- [31] DAfStb-Richtlinie: Betonbau beim Umgang mit wassergefährdenden Stoffen, Beuth Verlag Berlin GmbH, Oktober 2004
- [32] DBV: Merkblatt Rissbildung. Begrenzung der Rissbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau (Crack control in reinforced and prestressed structures). Fassung Januar 2006. DBV, Berlin 2006
- [33] den Uijl, J.A.; Bigaj, A.J.: Bond model for ribbed bars. *Heron*, Vol. 41, No.3, 1996. Netherlands School for Advanced Studies in Construction and TNO, Delft 1996
- [34] Desayi, P.; Ganesan, N: An investigation on spacing of cracks and maximum crack width in reinforced concrete flexural members. *Materials- and Structures*, Vol. 18, 1985, S. 123-133
- [35] Desayi, P.; K. B. Rao.: Probabilistic analysis of the cracking of RC beams. *Materials- and Structures*, Vol. 20, 1987, S. 408-417
- [36] Desayi, P.; K. B. Rao.: Reliability of reinforced concrete beams in limit state of cracking- failure rate analysis approach. *Materials- and Structures*, Vol. 22, 1989, S. 269-279
- [37] DeStefano, R.; Evans, J.; Tadros, M. K.; Sun, Ch.: Flexural Crack Control in Concrete Bridge Structures. *Proceedings of ISHPC*, 2003
- [38] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion. DIN, Juli 2001
- [39] DIN 1045-1:07-2001 bzw. 8-2008, Tragwerke aus Stahlbeton. Beuth-Verlag, Berlin 2001, 2008
- [40] DIN 1045-2: Tragwerke aus Beton; Stahlbeton und Spannbeton; Teil 2: Beton – Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität; Beuth Verlag Berlin GmbH, Juli 2001
- [41] DIN 1048 Teil 5: Prüfverfahren für Beton, Festbeton, gesondert hergestellte Probekörper; Beuth Verlag GmbH Berlin, Juni 1991
- [42] DIN 488 Teil 2: Betonstahl, Betonstabstahl, Maße und Gewichte; Beuth Verlag GmbH Berlin, Juni 1986
- [43] DIN EN 10002-1: Metallische Werkstoffe, Zugversuch, Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur; Beuth Verlag GmbH Berlin, Dezember 2001
- [44] DIN EN 12390: Prüfung von Festbeton, Beuth Verlag GmbH Berlin, April 2001
- [45] DIN EN 206-1: Beton; Teil 1 Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität; Beuth Verlag Berlin GmbH, Juli 2001
- [46] DIN EN 13791:2008-05: Bewertung der Druckfestigkeit von Beton in Bauwerken oder in Bauwerksteilen, Anhang B (informativ) Rückprallhammer-Prüfungen
- [47] Eckfeldt, L.: “Crack Control for Bridges – In-Depth Analysis of Currently Discussed European models in Comparison to Research Results”. *Proceedings of the 6th German-Japanese Bridge Symposium*, Munich, August 2005
- [48] Eckfeldt, L.: Control of Cracking for Concrete Bridges - the performance of calculation models, *Proceedings of the 7th International Conference on Short and Medium Span Bridges*, Montreal 2006 (AN-019, 11 pages)
- [49] Eckfeldt, L.: Einfache Optische Messung von Rissbreiten aus digitalisierten Fotos – eine Alternative zu Messkartenablesungen ? Auszug aus: Der Fraktalwert von Rissbreitenberechnungsmodellen. Erschienen in der Schriftenreihe: Konstruktiver Ingenieurbau Dresden, kid 2, Dresden 2004: URL: www.tu-dresden.de/biwithb/mbau/forschung/rissbreiten_stb/messung_rissbreite.pdf
- [50] Eckfeldt, L.: Möglichkeiten und Grenzen der Berechnung von Rissbreiten in veränderlichen Verbundsituationen (Opportunities and limits of crack control in respect to varying bond situations), Dissertation. Dresden 2005, published online: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:swb:14-1138179912681-09751>
- [51] Eckfeldt, L.; Lindorf, A.; Lemnitzer, L.: Gebrauchstauglichkeitsmodelle nach DAfStb-Richtlinie Stahlfaserbeton. *Forschungsbericht im Auftrage des DAfStb*, Dresden, 2009, 57 S.
- [52] Elfgrén, L.; Noghabai, K.: Tension of reinforced concrete prisms. Bond properties of reinforcement bars embedded in concrete tie elements. Summary of a RILEM round-robin investigation arranged by TC 147-FMB 'Fracture Mechanics to Anchorage and Bond'. *Materials and Structures*, Vol. 35, July 2002, S. 318-325

- [53] Eligehausen, R.; Popow, E. P. und Bertero, V. V.: Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars under Generalized Excitations, Report No. UCB/EERC-83/23 Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Oktober 1983
- [54] EN 1990: Basis of Design. CEN, Brussels, 2002
- [55] EN 13791 (2007): "Assessment of in-situ compressive strength in structures and precast concrete", CEN, Brussels, 2007,
- [56] Falkner, H.: Zur Frage der Rissbildung durch Eigen- und Zwängspannungen infolge Temperatur in Stahl- und Betonbauten. DAFStb Heft 208, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn 1969
- [57] Fantilli, A.P.; Mihashi, H.; Vallini, P.: Crack profile in RC, R/FRCC and R/HPFRCC members in tension. Materials and Structures, Vol. 39, 2006
- [58] Farra, B.; Jaccoud J.-P.; Influence du Béton et de l'armature sur la fissuration des structures en Béton. Rapport des essais de tirants sous déformation imposée de courte durée. Département de Génie Civil, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, November 1993, Publication No. 140.
- [59] Frosch, R. J.: Another look at cracking and crack control in reinforced concrete. ACI Structural Journal/ May-June 1999, pp. 437-442
- [60] Gelfi, P.; Plizzari, G.: Studio Sperimentale Dei Rami Instabili Di Una Trave In Cemento Armato Con Sezione A T. From: Studi E Ricerche, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato F. Ili Pesenti, Politecnico di Milano, 1989
- [61] Gibbons Natrella, M.: Experimental Statistics. Dover Publications, Mineola, 2005
- [62] Gilbert, R.I.: Shrinkage, Cracking and Deflection - the Serviceability of Concrete Structures. eJSE, Electronic Journal of Structural Engineering, 1 Australia, 2001, S. 15-37
- [63] Giuriani, E.; Gelfi, P.: Sul Fenomeno Dello Scollamento Progressivo E Sui Movimenti Delle Armature In Prossimità Di Fessure In Via Di Formazione. From: Studi E Ricerche, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in Cemento Armato F. Ili Pesenti, Politecnico di Milano, 1982
- [64] Goto, Y. and Otsuka, K.; Studies on Internal Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars. ACI Journal. Proceedings V. 68, No.4, April 1971, pp. 244-251
- [65] Goto, Y.: Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars. ACI Journal, April 1971, S.244-251
- [66] Hamad, B. S.; Machak, M. F.: Effect of transverse reinforcement on bond strength of reinforcing bars in silica fume concrete. Materials and Structures, Vol. 32, July 1999, S. 468-476
- [67] Harrell jr., F. E.: Regression Modeling Strategies: With Applications to Linear Models Logistic Regression and Survival Analysis. Springer Series in Statistics, Springer, New York 2001, 568p.
- [68] Harrell, F. E.: Design 2.1-1. Design Package. R package, 2007. URL: <http://biostat.mc.vanderbilt.edu/s/Design>
- [69] Harrell, F. E.: Hmisc 3.4.3. Harrell Miscellaneous. R package, 2007. URL: <http://biostat.mc.vanderbilt.edu/trac/Hmisc>
- [70] Helmus, M.: Mindestbewehrung zwangbeanspruchter dicker Stahlbetonbauteile. Heft 412 des DAFStb, Beuth-Verlag 1990
- [71] Holicky, M.; Retief, J.V.: Reliability assessment of alternative Eurocode and South African load combination schemes for structural design. Journal of the South African Institution of Civil Engineers, Vol. 47, No.1, 2005, S. 15-20
- [72] Horii, H.; Ichinomiya, T.: Observation of fracture process zone by laser speckle technique and governing mechanism in fracture of concrete. International Journal of Fracture, 51, 1991, S. 19-29
- [73] Huang, Z.; Engström, B.; Magnusson, J.: Experimental and Analytical Studies of the Bond Behaviour of Deformed Bars in High Strength Concrete. Fourth International Symposium at the Utilization of High Strength/High Performance Concrete, Vol. 3, Laboratoires des Ponts et Chaussées, Paris, 1996
- [74] JCSS. Probabilistic Modelcode. Joint Committee on Structural Safety, 12th Draft, 2001
- [75] JCSS. Probabilistic Modelcode. Part 3: Resistance Models. Joint Committee on Structural Safety, 2000
- [76] Jungwirth, D.: „Begrenzung der Rissbreite im Stahl- und Spannbetonbau.“ Beton- und Stahlbetonbau 80 (1985), H.7, Ernst & Sohn, Berlin 1985, pp. 178 ff.
- [77] Kaklauskas, G.; Gribniak, V.: Shrinkage influence on tension stiffening in concrete members. Engineering Structures, 2008
- [78] Kankam, C. K.: A routine method for measuring bond stress, steel strain and slip in reinforced concrete beams at service loads. Magazine of Concrete Research, Vol. 55, No.1, 2003, S. 85-93
- [79] Kenel, A.; Nellen, P.; Frank, A.; Marti, P.: Reinforcing Steel Strains Measured by Bragg Grating Sensors. ASCE, Journal of Materials in Civil Engineering, July/August 2005, S. 423-431
- [80] Kim, J.-K. et al.: Effect of carbonation on the rebound number and compressive strength of concrete. Cement & Concrete Composites 31 (2009), p.139-144

- [81] Kiyota, M; Otsuka, K; Mihashi, H; Kiyota, M; Mori, S.; Kawamata, A.: Observation of Multiple Cracking in Hybrid FRCC at Micro and Meso Levels. In: Journal of Advanced Concrete Technology by Japan Concrete Institute JCI, Vol.1, No.3, November 2003, S. 291-298
- [82] Kong, K. L.; Beeby, A.W.; Forth, J.P.; Scott, R.H.: Cracking and tension zone behaviour in RC flexural members. Proceedings of the Institution of Civil Engineers (ICE), June 2007, S. 165-172
- [83] König, G.; Fehling, E.: „Zur Rissbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau.“ Journal: Beton- und Stahlbetonbau 83 (1988), No. 6 + 7. Ernst & Sohn, Berlin 1988
- [84] König, G.; Fehling, E.: Zur Rissbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau. In Zeitschrift: Beton- und Stahlbetonbau 83 (1988), H. 6 und 7. Verlag Ernst & Sohn, Berlin 1988
- [85] König, G.; Tue, N. V.: Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahl- und Spannbetonbau. DAFStb, Heft 466. Beuth-Verlag, Berlin 1996
- [86] König, G; Tue, N. G.; Zink, M.: Hochleistungsbeton. Bemessung, Herstellung und Anwendung. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn Berlin, 2001
- [87] Kordina, K.; Schubert, L.; Troitzsch, U.: Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung. Heft 498 des DAFStb, Beuth-Verlag, Berlin, 2000
- [88] Krips, M.: Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. Bericht, Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt. Heft 33, Herausgegeben von König, G. und Weigler, H., Ernst & Sohn, Berlin 1985, 166 S.
- [89] Kuang, K.S.C.; Akmaluddin; Cantwell, W.J.; Thomas, C.: Crack detection and vertical deflection monitoring in concrete beams using plastic optical fibre sensors. Measurement Science and Technology, 14, 2003, S. 205-216
- [90] Kwak, H.-G.; Song, J.-Y.: Cracking analysis of RC members using polynomial strain distribution function. Engineering Structures, 24, Elsevier, 2002, S. 455-468
- [91] Lettow, S.: Ein Verbundelement für nichtlineare Finite Elemente Analysen - Anwendung auf Übergreifungsstöße. Dissertation, Stuttgart 2006, 206 S.
- [92] Linnet, K.: Performance of Deming regression analysis in case of misspecified analytical error ratio in method comparison studies. Clinical Chemistry. Clinical Chemistry 44:5, 1998, S.1024-1031
- [93] Litorowicz, A.: Identification and quantification of cracks in concrete by optical fluorescent microscopy. Cement and Concrete Research, 36, 2006, S. 1508-1515
- [94] MacGregor, J. G.; Rizkalla, S.H.; Simmonds, S.H.: Cracking of Reinforced and Prestressed Concrete Wall Elements. Structural Engineering Report No. 82 (SER82), University of Alberta, Edmonton, 1982
- [95] Martin, H.; Schiebl, P.; Schwartzkopf, M.: „Berechnungsverfahren für Rißbreiten aus Lastbeanspruchung“. Hefreihe Forschung, Straßenbau- und Straßenverkehrstechnik. Heft 309. BMV, Bonn 1980
- [96] Mendola, L.L.: Cracking Analysis of RC Members by Using Coupled BE-FE Modeling. Journal of Engineering Mechanics, July 1997, S. 758-761
- [97] Muttoni, A.; Ruiz, M. F.: Concrete cracking in tension members and application to deck slabs of bridges. ASCE, Journal of Bridge Engineering, April, 2006
- [98] Nejadi, S.: Time-Dependent Cracking and Crack Control in Reinforced Concrete Structures. Ph.D.-Thesis, Sydney, Australia, 2005
- [99] Oh, B. H.; Kang, Y.-J.: New formulas for maximum crack width and crack spacing in reinforced concrete flexural members. ACI Structural Journal, 1987, 85, No. 2, S.103-112
- [100] Ouyang, C.; Wollrab, E.; Kulkarni, S. M.; Shah, S. P.: Prediction of Cracking Response of Reinforced Concrete Tensile Members. Journal of Structural Engineering, January 1997, S.70-78
- [101] Pedziwiatr, J.: The influence of cyclic loading on the bond between concrete and steel bars. Archives of Civil and Mechanical Engineering, Vol. V, No.3, 2005
- [102] Pfeifer Seil- und Hebetchnik; Bewehrungsanschlusssystem PH, Allgemeine bauaufsichtlich Zulassung Z – 1,5 - 226
- [103] Piyasena, R.: Crack Spacing, Crack Width and Tension Stiffening Effect in Reinforced Concrete Beams and One-Way Slabs. Ph.D.-Thesis, Griffith University, Gold Coast, Australia, 2002
- [104] Qin Quan, Zhao Gengwein: Calibration of reliability index of RC beams for serviceability limit state of maximum crack width. Reliability Engineering and System Safety, 75, 2002, S. 359-366
- [105] R Development Core Team (2007). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL: <http://www.R-project.org>
- [106] R Development Core Team (2008). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.
- [107] Ramsay, J. O. & Silverman, B. W.: Applied Functional Data Analysis. Springer-Verlag, New York, 2002
- [108] Ramsay, J. O. & Silverman, B. W.: Functional Data Analysis. Springer-Verlag, New York, 2005

-
- [109] Ramsay, J. O., Wickham, H., Graves, S.: fda 1.2.4. Functional Data Analysis. R package, 2007.
URL: <http://www.functionaldata.org>
- [110] Rehm, G.: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. Heft 138 des DAfStb, W. Ernst & Sohn, Berlin 1961
- [111] Reinhardt, H. W. und van der Veen, C., "Splitting Failure of A Strain-Softening Material Due to Bond Stresses." In: Application of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete. Edited by Alberto Carpinteri, London and New York: Elsevier Applied Science 1992
- [112] Reinhardt, H. W.; van der Veen, C.: Splitting Failure of A Strain-Softening Material Due to Bond Stresses. In: Application of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete. Edited by Alberto Carpinteri, London and New York: Elsevier Applied Science 1992
- [113] Rimmel, G.: Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton. Heft 444 des DAfStb, Beuth-Verlag Berlin, 1994
- [114] Rizkalla, S.H.; Hwang, L.E.: Crack Prediction For Members In Uniaxial Tension At Any Given Loading Stage. University of Manitoba. 1984
- [115] Röhling, S.: Zwangspannungen infolge Hydratationswärme. Verlag Bau + Technik, Düsseldorf, 2005
- [116] Sachs, L. and Hedderich, J.; Angewandte Statistik: Methodensammlung mit R. Springer-Verlag 2006, 702p.
- [117] Somajayi, S.; Shah, S.P.: Bond Stress Versus Slip Relationship And Cracking Response Of Tension Members. ACI Journal, May-June 1981
- [118] Stratford, T.J.; Burgoyne, C.J.: Crack-based analysis of concrete with brittle reinforcement. Magazine of Concrete Research, 54, No.5, October, 2002, S. 321–332
- [119] Szilagyi, K; Borosnyoi, A.: 50 Years of Experience with the Schmidt Rebound Hammer. *Concrete Structures. Annual Technical Journal of the Hungarian Group of fib.* Vol. 10, 2009, p. 46-55
- [120] Tepfers, R.; A Theory of Bond Applied To Overlapped Tensile Reinforcement Splices For Deformed Bars. Publication 73:2. Chalmers University of Technology Göteborg, Division of Concrete Structures, 1973, 328 p.
- [121] Tepfers, R.; Olsson, P.-A.: Ring Test for Evaluation of Bond Properties of Reinforcing Bars. CEB - International Conference: Bond in Concrete, Proceedings, Part I. Riga 1992, S. 1-89 – 1-99
- [122] Tukey, John W.: Exploratory data analysis. Addison-Wesley 1977
- [123] Windisch, Andor: Draft crack width control model for the future Model Code. Internal Paper/ Discussion of *fib* TG 4.1. Serviceability Models, 2008/2009
- [124] Yankelevsky, D.Z.; Abutbul, A.D.: One Dimensional Tension Stiffening in Reinforced Concrete Incorporating Tensile Splitting. Proceedings of the 2nd International Congress of fib. Naples, 2006
- [125] Youai, Gan: Bond Stress And Slip Modeling In Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures. Master-Thesis, University of Toronto, Canada, 2000
- [126] Zilch, M.; Cyllok, M.: Report: Notes on Crack Control. Report Nr. cy-2304420. TU München, IBK, März 2004

12 Anhang 1 - Der Rissdatensatz der Universidad Politécnica de Madrid (UPM)

Das Original des Datensatzes besteht aus 187 Datenblättern, die jeweils 1 Versuch dokumentieren. Nachfolgend dargestellt ist ein Beispiel für ein spanisches Original .dbf-File, das mithilfe von MS-Excel eingelesen wird. Insgesamt wurden 187 solcher Datenbank-Einträge (Ensayo-No. 1 bis Ensayo. No. 187) ausgewertet. Die Daten sind durch A. Caldentey Perez und von der Grupo de Hormigon Estructural – ETSICCP – UPM im Rahmen der Forschung zu [20] und [28] gesammelt worden. Eine weitergehende Veröffentlichung und Nutzung macht die Zustimmung dieser Autoren notwendig.

	A	B	C	D
1	REGISTRO No. 2			
2				
3	[AUTOR Y REFERENCIAS]			
4	Hognestad			
5	[1]			
6	Journal of pci Research and Development Laboratories			
7	1962			
8				
9	[DENOMINACIÓN DEL ENSAYO]			
10	B-2			
11				
12	[TIPO DE ENSAYO - F=flexión/T= Tracción]			
13	F			
14				
15	[DEFINICION SECCION mm]			
16	R			
17	Sección Rectangular/b/h/d			
18	203,00 406,00 360,00			
19				
20	[DISPOSICION DE ARMADURAS mm]			
21	4 2 3 No, Barras Total, No, de Capas, No Barras en capa inferior			
22	19,00 Diámetro de las barras			
23	34 34 Recubrimiento Lateral, Recubrimiento Inferior			
24				
25	[MATERIALES MPa]			
26	27,40 Resistencia a compresión del hormigón			
27	-30147,42 Módulo de deformación del hormigón			
28	-2,73 Resistencia a tracción del hormigón			
29				
30	[ADHERENCIA - C=corrugada/L=lisa]			
31	C			
32	Barra Corrugada			
33				
34	[DATOS DEL ENSAYO - Tensión/wm/sml/wmax MPa, mm]			
35	-1000,00 Tensión en la armadura para el esfuerzo de Fisuración			
36	138,00 0,04 163,00 0,05			
37	207,00 0,09 163,00 0,15			
38	276,00 0,12 163,00 0,25			
39	345,00 -1000,00 163,00 -1000,00			
40				
41	NOTA: Los valores negativos son valores calculados o no disponibles			

Abb. 185: Beispiel für eingelesene .dbf-Daten (hier Ensayo-No.2)

Die Datenauswertung für dieses Projekt beschränkt sich auf die Auswertung der Datenblätter Ensayo-No.1 bis Ensayo-No.180. In den Datenblättern 177 sowie 181-187 ergeben sich Widersprüche zwischen den angegebenen Lastschritten und der viel größeren, errechenbaren Rissspannung, so dass diese Daten nicht weiterverfolgt werden. Auch die Datenblätter Ensayo-No.171 - Ensayo-No. 173 werden ausgeschlossen, da sie Dopplungen von Ensayo-

No.170 darstellen. Daten zum mittleren Rissabstand s_{rm} sind auf die Balken, also Ensayo-No.1-Ensayo-No.121 beschränkt.

In der Zusammenfassung des Datensatzes UPM, Teil 1 (Tab. 35 (a) - Tab. 35 (d)) sind in Reihenfolge und fortlaufend dargestellt:

- Datenblatt Nr. ("Ensayo No."),
- Lastschritt Nr.,
- erreichte Stahlspannung σ_s im Lastschritt,
- w_m und w_{max} im Lastschritt.

Der Datensatz UPM, Teil 2 (Tab. 36 (a) - Tab. 36 (d)) enthält die zugehörigen Geometriedaten mit Bezug zur Datensatz-Nr. Die Tab. 37 enthält die aus dem Datensatz ausgelesene Kurzreferenz zur jeweiligen Publikationsquelle der Versuche und Hintergrundberichte.

Tab. 35 (a): Datensatz UPM, Teil 1

Ensayo	Last-schritt	σ_s [N/mm ²]	wm [mm]	wmax [mm]	Ensayo	Last-schritt	σ_s [N/mm ²]	wm [mm]	wmax [mm]	
1	1	138,0	0,06	0,08	18	1	138,0	0,06	0,08	
	2	207,0	0,10	0,13		2	207,0	0,11	0,17	
	3	276,0	0,13	0,18		3	276,0	0,15	0,20	
	4	345,0	0,18	0,25		4	345,0	0,19	0,25	
2	1	138,0	0,04	0,05	19	1	207,0	0,07	0,10	
	2	207,0	0,09	0,15		2	276,0	0,10	0,17	
	3	276,0	0,12	0,25		3	345,0	0,12	0,20	
3	1	138,0	0,04	0,06	20	1	138,0	0,06	0,08	
	2	207,0	0,07	0,13		2	207,0	0,09	0,14	
	3	276,0	0,10	0,18		3	276,0	0,14	0,23	
	4	345,0	0,14	0,22		4	345,0	0,18	0,27	
4	1	138,0	0,04	0,06	21	1	138,0	0,06	0,08	
	2	207,0	0,07	0,10		2	207,0	0,10	0,15	
	3	276,0	0,11	0,13		3	276,0	0,15	0,22	
	4	345,0	0,16	0,25		4	345,0	0,19	0,25	
5	1	138,0	0,09	0,11	22	1	138,0	0,04	0,05	
	2	207,0	0,13	0,14		2	207,0	0,07	0,10	
	3	276,0	0,18	0,23		3	276,0	0,08	0,15	
	4	345,0	0,20	0,30		4	345,0	0,10	0,20	
6	1	138,0	0,09	0,13	23	1	138,0	0,05	0,05	
	2	207,0	0,20	0,22		2	207,0	0,08	0,10	
	3	276,0	0,27	0,32		3	276,0	0,11	0,14	
	4	345,0	0,34	0,36		4	345,0	0,16	0,20	
7	1	138,0	0,05	0,09	24	1	138,0	0,04	0,05	
	2	207,0	0,10	0,11		2	207,0	0,08	0,13	
	3	276,0	0,13	0,15		3	276,0	0,13	0,17	
	4	345,0	0,18	0,20		4	345,0	0,15	0,19	
8	1	207,0	0,06	0,11	25	1	138,0	0,04	0,05	
	2	276,0	0,11	0,15		2	207,0	0,08	0,10	
	3	345,0	0,15	0,22		3	276,0	0,11	0,17	
9	1	207,0	0,07	0,10	26	4	345,0	0,18	0,22	
	2	276,0	0,12	0,18		1	138,0	0,05	0,06	
	3	345,0	0,18	0,25		2	207,0	0,10	0,15	
10	1	138,0	0,06	0,08	27	3	276,0	0,17	0,25	
	2	207,0	0,10	0,15		4	345,0	0,19	0,28	
	3	276,0	0,16	0,23		1	138,0	0,06	0,08	
11	1	138,0	0,07	0,08	28	2	207,0	0,13	0,15	
	2	207,0	0,12	0,15		3	276,0	0,13	0,20	
	3	276,0	0,15	0,18		4	345,0	0,22	0,25	
12	1	138,0	0,06	0,09	29	1	138,0	0,03	0,05	
	2	207,0	0,10	0,15		2	207,0	0,05	0,10	
	3	276,0	0,13	0,23		3	276,0	0,09	0,15	
	4	345,0	0,17	0,28		4	345,0	0,12	0,18	
13	1	138,0	0,05	0,08	30	1	138,0	0,09	0,10	
	2	207,0	0,11	0,15		2	207,0	0,12	0,20	
	3	276,0	0,17	0,20		3	276,0	0,15	0,28	
	4	345,0	0,21	0,25		4	345,0	0,19	0,30	
14	1	138,0	0,05	0,08	31	1	138,0	0,03	0,05	
	2	207,0	0,08	0,11		2	207,0	0,05	0,08	
	3	276,0	0,12	0,18		3	276,0	0,08	0,13	
	4	345,0	0,16	0,23		4	345,0	0,10	0,29	
15	1	138,0	0,05	0,05	32	1	276,0	0,08	0,11	
	2	207,0	0,08	0,11		2	310,0	0,11	0,18	
	3	276,0	0,12	0,17		33	1	207,0	0,03	0,04
	4	345,0	0,15	0,20			2	276,0	0,08	0,12
16	1	138,0	0,06	0,06	3		310,0	0,12	0,21	
	2	207,0	0,10	0,13	34	1	207,0	0,05	0,08	
	3	276,0	0,15	0,23		2	276,0	0,11	0,16	
	4	345,0	0,22	0,27		3	310,0	0,14	0,20	
17	1	138,0	0,04	0,06	34	1	207,0	0,04	0,07	
	2	207,0	0,06	0,08		2	276,0	0,07	0,14	
	3	276,0	0,09	0,13		3	310,0	0,08	0,18	
	4	345,0	0,12	0,19						

Tab. 35 (b): Datensatz UPM, Teil 1

Ensayo	Lastschritt	σ_s [N/mm ²]	wm [mm]	wmax [mm]	Ensayo	Lastschritt	σ_s [N/mm ²]	wm [mm]	wmax [mm]
35	1	207,0	0,08	0,13	51	1	138,0	0,07	0,11
	2	276,0	0,09	0,14		2	207,0	0,14	0,19
	3	310,0	0,12	0,17		3	276,0	0,14	0,27
36	1	138,0	0,02	0,04	52	4	310,0	0,17	0,31
	2	207,0	0,04	0,09		1	138,0	0,05	0,10
	3	276,0	0,09	0,15		2	207,0	0,10	0,17
37	4	310,0	0,10	0,13	53	3	276,0	0,13	0,19
	1	138,0	0,04	0,04		4	310,0	0,15	0,24
	2	207,0	0,06	0,11		1	138,0	0,09	0,10
	3	276,0	0,09	0,17		2	207,0	0,13	0,17
38	4	310,0	0,11	0,13	54	3	276,0	0,18	0,24
	1	138,0	0,03	0,04		1	138,0	0,08	0,13
	2	207,0	0,06	0,08		2	207,0	0,14	0,21
	3	276,0	0,09	0,15		3	276,0	0,27	0,71
39	4	310,0	0,10	0,18	55	1	138,0	0,09	0,14
	1	138,0	0,05	0,08		2	207,0	0,14	0,23
	2	207,0	0,09	0,16		3	276,0	0,21	0,36
	3	276,0	0,14	0,25		56	1	138,0	0,06
40	1	138,0	0,03	0,04	2		207,0	0,11	0,13
	2	207,0	0,06	0,08	3		276,0	0,15	0,18
	3	276,0	0,11	0,17	57	1	138,0	0,08	0,19
41	1	138,0	0,04	0,06		2	207,0	0,13	0,16
	2	207,0	0,08	0,13	58	1	138,0	0,07	0,12
	3	276,0	0,12	0,19		2	207,0	0,10	0,19
	4	310,0	0,15	0,29		3	276,0	0,15	0,27
42	1	138,0	0,09	0,12	59	1	138,0	0,07	0,12
	2	207,0	0,16	0,18		2	207,0	0,13	0,21
	3	276,0	0,21	0,27		3	276,0	0,17	0,28
	4	310,0	0,24	0,35		4	310,0	0,24	0,38
43	1	138,0	0,05	0,09	60	1	138,0	0,08	0,12
	2	207,0	0,08	0,13		2	207,0	0,16	0,20
	3	276,0	0,12	0,18		3	276,0	0,23	0,35
	4	310,0	0,14	0,21		4	310,0	0,31	0,61
44	1	138,0	0,07	0,10	61	1	138,0	0,07	0,11
	2	207,0	0,12	0,19		2	207,0	0,10	0,23
	3	276,0	0,18	0,28		3	276,0	0,14	0,32
	4	310,0	0,24	0,29		4	310,0	0,16	0,37
45	1	138,0	0,08	0,11	62	1	138,0	0,05	0,08
	2	207,0	0,13	0,21		2	207,0	0,08	0,14
	3	276,0	0,20	0,30		3	276,0	0,11	0,19
	4	310,0	0,23	0,37		4	310,0	0,13	0,23
46	1	138,0	0,06	0,11	63	1	138,0	0,08	0,09
	2	207,0	0,09	0,13		2	207,0	0,05	0,16
	3	276,0	0,13	0,18		3	276,0	0,18	0,23
	4	310,0	0,17	0,21		4	310,0	0,20	0,27
47	1	138,0	0,07	0,13	64	1	138,0	0,05	0,07
	2	207,0	0,11	0,23		2	207,0	0,09	0,12
	3	276,0	0,15	0,33		3	276,0	0,12	0,17
	4	310,0	0,19	0,42		4	310,0	0,14	0,19
48	1	138,0	0,06	0,15	65	1	138,0	0,07	0,11
	2	207,0	0,13	0,16		2	207,0	0,11	0,19
	3	276,0	0,19	0,23		3	276,0	0,14	0,27
	4	310,0	0,23	0,27		4	310,0	0,16	0,30
49	1	138,0	0,08	0,13	66	1	138,0	0,07	0,09
	2	207,0	0,14	0,16		2	207,0	0,11	0,14
	3	276,0	0,19	0,23		3	276,0	0,15	0,20
	4	310,0	0,22	0,27		4	310,0	0,17	0,24
50	1	138,0	0,07	0,11	67	1	138,0	0,08	0,11
	2	207,0	0,11	0,13		2	207,0	0,11	0,18
	3	276,0	0,17	0,18		3	276,0	0,16	0,25
	4	310,0	0,21	0,22					

Tab. 35 (c): Datensatz UPM, Teil 1

Ensayo	Lastschritt	σ_s [N/mm ²]	wm [mm]	wmax [mm]	Ensayo	Lastschritt	σ_s [N/mm ²]	wm [mm]	wmax [mm]	
68	1	138,0	0,08	0,14	89	1	250,0	0,12	0,21	
	2	207,0	0,13	0,25		90	1	250,0	0,11	0,19
	3	276,0	0,18	0,34			2	300,0	0,13	0,25
69	1	138,0	0,11	0,17	91	3	400,0		0,32	
	2	207,0	0,18	0,27		1	250,0	0,13	0,26	
	3	276,0	0,24	0,35		2	300,0	0,17	0,31	
70	4	310,0	0,28	0,41	92	3	400,0		0,46	
	1	138,0	0,12	0,19		1	250,0	0,09	0,14	
	2	207,0	0,19	0,29		2	300,0	0,10	0,19	
	3	276,0	0,23	0,42	3	400,0		0,33		
71	4	310,0	0,27	0,49	93	1	250,0	0,12	0,21	
	1	138,0	0,10	0,22		2	300,0	0,15	0,27	
	2	207,0	0,17	0,32		94	1	250,0	0,05	0,10
3	276,0	0,26	0,53	2	300,0		0,07	0,14		
72	1	138,0	0,08	0,13	3		400,0		0,23	
	2	207,0	0,13	0,21	95	1	250,0	0,05	0,13	
	3	276,0	0,17	0,28		2	300,0	0,07	0,16	
73	1	138,0	0,05	0,09		96	3	400,0		0,23
	2	207,0	0,08	0,14	1		250,0	0,07	0,17	
	3	276,0	0,11	0,20	2		300,0	0,10	0,24	
	4	310,0	0,13	0,24	3	400,0		0,34		
74	1	138,0	0,08	0,14	97	1	250,0	0,07	0,16	
	2	207,0	0,12	0,20		2	300,0	0,08	0,21	
	3	276,0	0,19	0,29		3	400,0		0,31	
75	1	138,0	0,06	0,10	98	1	250,0	0,07	0,18	
	2	207,0	0,09	0,17		2	300,0	0,08	0,22	
76	1	138,0	0,07	0,11		99	3	400,0		0,33
	2	207,0	0,11	0,16	1		250,0	0,07	0,12	
	3	276,0	0,15	0,26	2		300,0	0,09	0,16	
77	1	138,0	0,06	0,10	100	3	400,0		0,30	
	2	207,0	0,11	0,17		1	250,0	0,08	0,17	
	3	276,0	0,15	0,24		2	300,0	0,10	0,22	
78	1	138,0	0,09	0,16	101	3	400,0		0,30	
	2	207,0	0,15	0,30		1	203,0	0,12	0,23	
	3	276,0	0,21	0,42		2	253,0	0,15	0,35	
	4	310,0	0,25	0,48		3	304,0	0,23	0,40	
79	1	138,0	0,10	0,16	102	4	354,0	0,25	0,50	
	2	207,0	0,19	0,28		5	405,0	0,30	0,65	
	3	276,0	0,25	0,38		1	215,0	0,12	0,25	
	4	310,0	0,29	0,43		2	269,0	0,18	0,35	
80	1	138,0	0,11	0,17		103	3	323,0	0,19	0,35
	2	207,0	0,19	0,27	1		200,0	0,11	0,30	
	3	276,0	0,26	0,35	2		250,0	0,14	0,35	
81	1	138,0	0,08	0,13	104	3	300,0	0,16	0,35	
	2	207,0	0,12	0,22		4	350,0	0,17	0,43	
	3	276,0	0,17	0,32		1	200,0	0,08	0,20	
82	1	138,0	0,07	0,09		2	250,0	0,11	0,30	
	2	207,0	0,11	0,16	3	300,0	0,13	0,35		
	3	276,0	0,16	0,22	4	350,0	0,16	0,40		
83	1	138,0	0,08	0,13	105	5	400,0	0,20	0,50	
	2	207,0	0,10	0,22		1	200,0	0,10	0,23	
84	1	138,0	0,07	0,19		106	2	250,0	0,13	0,35
	1	138,0	0,07	0,19			3	300,0	0,15	0,45
	1	250,0	0,10	0,20			4	350,0	0,17	0,55
86	2	300,0	0,12	0,26	107		5	400,0	0,21	0,67
	3	400,0		0,40			1	200,0	0,12	0,20
	1	250,0	0,10	0,18		2	250,0	0,15	0,27	
87	2	300,0	0,13	0,23		3	300,0	0,18	0,35	
	3	400,0		0,35		4	350,0	0,19	0,35	
	1	250,0	0,10	0,20	5	400,0	0,22	0,45		
88	2	300,0	0,13	0,28	108	1	200,0	0,12	0,25	
	3	400,0		0,41		2	250,0	0,17	0,33	
						3	300,0	0,20	0,40	
				4		350,0	0,22	0,45		
				5		400,0	0,28	0,55		

Tab. 35 (d): Datensatz UPM, Teil 1

Ensayo	Last-schritt	σ_s [N/mm ²]	wm [mm]	wmax [mm]	Ensayo	Last-schritt	σ_s [N/mm ²]	wm [mm]	wmax [mm]
108	1	200,0	0,07	0,15	125	1	300,0	0,18	0,22
	2	250,0	0,11	0,23	126	1	420,0	0,25	0,31
	3	300,0	0,13	0,30	127	1	300,0	0,15	0,17
	4	350,0	0,16	0,30	128	1	420,0	0,22	0,25
	5	390,0	0,23		129	1	300,0	0,16	0,19
109	1	200,0	0,08	0,17	130	1	420,0	0,23	0,28
	2	250,0	0,09	0,25	131	1	300,0	0,19	0,20
	3	300,0	0,13	0,25	132	1	420,0	0,28	0,30
	4	350,0	0,21	0,35	133	1	300,0	0,18	0,19
	5	400,0	0,19	0,50	134	1	420,0	0,27	0,29
110	1	200,0	0,08	0,15	135	1	300,0	0,12	0,14
	2	250,0	0,09	0,25	136	1	420,0	0,18	0,20
	3	300,0	0,14	0,30	137	1	300,0	0,16	0,19
	4	350,0	0,16	0,30	138	1	420,0	0,24	0,27
	5	400,0	0,19	0,40	139	1	300,0	0,16	0,18
	6	450,0	0,22	0,40	140	1	420,0	0,24	0,25
111	1	200,0	0,10	0,17	141	1	300,0	0,17	0,18
	2	250,0	0,13	0,23	142	1	429,0	0,25	0,26
	3	300,0	0,17	0,45	143	1	300,0	0,18	0,20
	4	350,0	0,21	0,45	144	1	420,1	0,26	0,28
	5	400,0	0,25	0,51	145	1	300,0	0,18	0,23
112	1	200,0	0,10	0,20	146	1	420,0	0,25	0,33
	2	250,0	0,14	0,25	147	1	300,0	0,18	0,20
	3	300,0	0,19	0,57	148	1	420,0	0,27	0,28
	4	350,0	0,23	0,45	149	1	300,0	0,14	0,16
	5	400,0	0,26	0,50	150	1	420,0	0,21	0,24
	6	450,0	0,30	0,60	151	1	300,0	0,18	0,20
113	1	209,0	0,07	0,20	152	1	420,0	0,26	0,30
	2	266,0	0,09	0,25	153	1	300,0	0,18	0,23
	3	268,0	0,09	0,23	154	1	420,0	0,27	0,34
	4	313,0	0,13	0,27	155	1	300,0	0,19	0,23
	5	313,0	0,14	0,30	156	1	420,0	0,28	0,34
114	1	200,0	0,10	0,17	157	1	300,0	0,22	0,24
	2	250,0	0,13	0,25	158	1	420,0	0,32	0,35
	3	300,0	0,19	0,40	159	1	300,0	0,15	0,17
	4	450,0	0,26	0,60	160	1	420,0	0,22	0,25
115	1	200,0	0,07	0,20	161	1	300,0	0,18	0,21
	2	250,0	0,09	0,20	162	1	420,0	0,26	0,31
	3	300,0	0,13	0,25	163	1	300,0	0,21	0,26
	4	350,0	0,14	0,30	164	1	420,0	0,31	0,38
	5	400,0	0,15	0,30	165	1	300,0	0,17	0,20
116	1	200,0	0,05		166	1	420,0	0,26	0,30
	2	250,0	0,06		167	1	300,0	0,15	0,17
	3	300,0	0,09		168	1	420,0	0,22	0,28
	4	350,0	0,11		169	1	300,0	0,15	0,19
	5	400,0	0,12		170	1	420,0	0,22	
	6	450,0	0,10		174	1	304,5	0,19	
117	1	200,0	0,07	0,15		2	280,4	0,21	
	2	250,0	0,09	0,20		3	224,0	0,18	
	3	300,0	0,10	0,25		4	280,0	0,23	
	4	350,0	0,12	0,30		5	345,0	0,27	
	5	400,0	0,13	0,30		6	400,0	0,30	
	6	450,0	0,15	0,40		7	460,0	0,32	
118	1	200,0	0,10	0,17	175	1	183,0	0,11	
	2	250,0	0,10	0,20		2	383,1	0,27	
	3	300,0	0,15	0,30		3	418,4	0,30	
119	1	200,0	0,07	0,15		4	450,8	0,34	
	2	300,0	0,12	0,25		5	200,0	0,13	
	3	350,0	0,13	0,30		6	244,0	0,20	
120	1	200,0	0,09	0,15		7	300,0	0,23	
	2	300,0	0,16	0,30	176	1	152,0	0,08	
121	3	350,0	0,19	0,40		2	275,5	0,19	
	4	400,0	0,24	0,60		3	348,4	0,20	
	1	202,0	0,07	0,15		4	420,1	0,23	
	2	242,5	0,08	0,20		5	465,5	0,28	
	3	283,0	0,09	0,22	178	1	450,2	0,14	
	4	323,6	0,10	0,25	179	1	260,4	0,08	
5	364,1	0,11	0,32		2	364,5	0,11		
6	404,6	0,13	0,35		3	412,3	0,13		
122	1	420,0	0,23	0,27		4	312,0	0,09	
123	1	300,0	0,16	0,22		5	412,0	0,12	
124	1	420,0	0,23	0,31	180	1	462,2	0,41	

Tab. 36 (a): Datensatz UPM, Teil 2

Ensayo	Specimen type	srm,test [mm]	b [mm]	h [mm]	d1 [mm]	cu [mm]	cs [mm]	No. of bars total	Reinfor- cement layers	ds [mm]	fcm [N/mm ²]	Ecm [N/mm ²]	fctm [N/mm ²]
1	Beam	152,00	203	406	358,0	34	34	2	1	25	31,5	31582	3,0
2	Beam	163,00	203	406	360,0	34	34	4	2	19	27,4	30147	2,7
3	Beam	109,00	203	406	345,0	34	34	8	2	13	29,8	31003	2,9
4	Beam	130,00	203	406	332,0	34	34	15	3	10	26,5	29814	2,7
5	Beam	178,00	203	406	360,0	34	34	4	2	19	26,6	29851	2,7
6	Beam	234,00	203	406	358,0	34	34	2	1	25	24,3	28965	2,5
7	Beam	163,00	203	406	345,0	34	34	8	2	13	22,4	28189	2,4
8	Beam	127,00	203	406	360,0	34	34	2	1	19	27,2	30074	2,7
9	Beam	155,00	203	406	345,0	34	34	4	1	13	27,7	30257	2,7
10	Beam	137,00	203	406	332,0	34	34	4	2	25	25,5	29434	2,6
11	Beam	137,00	203	406	340,0	34	34	8	3	19	30,8	31346	3,0
12	Beam	127,00	203	406	358,0	34	34	2	1	25	48,6	36493	4,0
13	Beam	201,00	203	406	360,0	34	34	4	2	19	49,9	36816	4,1
14	Beam	114,00	203	406	345,0	34	34	8	2	13	48,8	36543	4,0
15	Beam	124,00	203	406	332,0	34	34	15	3	10	46,8	36037	3,9
16	Beam	137,00	304	406	345,0	34	19	12	2	13	32,6	31945	3,1
17	Beam	122,00	203	406	345,0	34	19	8	2	13	31,0	31414	3,0
18	Beam	137,00	152	406	345,0	34	19	6	2	13	30,6	31278	2,9
19	Beam	97,00	101	406	345,0	34	19	4	2	13	40,5	34341	3,5
20	Beam	119,00	203	609	543,0	34	34	6	2	19	29,8	31003	2,9
21	Beam	137,00	203	406	360,0	34	34	4	2	19	30,8	31346	3,0
22	Beam	137,00	203	304	259,0	34	34	3	1	19	30,6	31278	2,9
23	Beam	119,00	203	203	157,0	34	34	2	1	19	28,3	30474	2,8
24	Beam	112,00	203	406	386,0	9	34	2	1	22	27,8	30293	2,8
25	Beam	152,00	203	406	360,0	34	34	2	1	22	21,0	27589	2,3
26	Beam	208,00	203	406	322,0	73	34	2	1	22	25,1	29279	2,6
27	Beam	300,00	203	406	284,0	111	34	2	1	22	25,1	29279	2,6
28	Beam	165,00	203	406	360,0	34	9	2	1	22	30,1	31107	2,9
29	Beam	180,00	203	406	360,0	34	73	2	2	22	30,1	31107	2,9
30	Beam	173,00	203	406	386,0	9	9	2	1	22	27,2	30074	2,7
31	slab?	126,00	304	152	134,0	12	71	2	1	10	29,4	30864	2,9
32	Beam	104,00	304	152	134,0	12	71	2	1	10	28,6	30581	2,8
33	Beam	105,00	203	152	134,0	12	46	2	1	10	23,4	28603	2,5
34	Beam	84,00	203	152	134,0	12	46	2	1	10	26,6	29851	2,7
35	Beam	107,00	190	152	134,0	12	39	2	1	10	28,8	30652	2,8
36	Beam	73,00	228	152	134,0	12	33	3	1	10	25,1	29279	2,6
37	Beam	84,00	228	152	134,0	12	33	3	1	10	23,0	28439	2,4
38	Beam	77,00	190	152	134,0	12	27	3	1	10	25,7	29511	2,6
39	Beam	110,00	190	152	133,0	12	41	2	1	13	24,5	29044	2,5
40	Beam	92,00	190	152	133,0	12	41	2	1	13	24,6	29083	2,5
41	Beam	79,00	190	152	133,0	12	41	2	1	13	26,3	29738	2,7
42	slab?	140,00	381	152	130,0	12	85	2	1	19	26,8	29926	2,7
43	Beam	80,00	228	152	131,0	12	49	2	1	16	29,7	30968	2,9
44	Beam	91,00	279	152	130,0	12	60	2	1	19	28,3	30474	2,8
45	Beam	88,00	279	152	130,0	12	60	2	1	19	25,9	29587	2,6

Tab. 36 (b) Datensatz UPM, Teil 2- Fortsetzung

Ensayo	Specimen type	srm,test [mm]	b [mm]	h [mm]	d1 [mm]	cu [mm]	cs [mm]	No. of bars total	Reinforcement layers	ds [mm]	fcm [N/mm ²]	Ecm [N/mm ²]	fctm [N/mm ²]
46	slab?	78,00	381	152	128,0	12	84	2	1	22	26,7	29888	2,7
47	slab?	93,00	381	152	128,0	12	84	2	1	22	26,6	29851	2,7
48	Beam	106,00	190	152	128,0	12	84	1	1	22	24,8	29162	2,6
49	Beam	113,00	190	152	128,0	12	84	1	1	22	23,9	28805	2,5
50	Beam	90,00	190	152	131,0	12	39	2	1	16	23,0	28439	2,4
51	Beam	80,00	190	152	131,0	12	39	2	1	16	22,1	28063	2,4
52	Beam	81,00	190	152	131,0	12	39	2	1	16	28,9	30688	2,8
53	Beam	98,00	228	152	127,0	12	101	1	1	25	31,0	31414	3,0
54	Beam	114,00	228	152	127,0	12	101	1	1	25	26,1	29663	2,6
55	Beam	104,00	152	152	128,0	12	65	1	1	22	29,3	30829	2,9
56	Beam	90,00	190	152	130,0	12	38	2	1	19	27,4	30147	2,7
57	Beam	84,00	241	152	128,0	12	49	2	1	22	23,5	28643	2,5
58	Beam	84,00	241	152	128,0	12	49	2	1	22	28,3	30474	2,8
59	Beam	133,00	152	381	330,0	38	63	1	1	25	25,4	29395	2,6
60	Beam	157,00	152	381	330,0	38	63	1	1	25	25,9	29587	2,6
61	Beam	95,00	152	381	339,0	31	25	2	1	19	30,1	31107	2,9
62	Beam	82,00	152	381	339,0	31	25	2	1	19	29,2	30794	2,8
63	Beam	109,00	152	381	333,0	37	25	2	1	19	27,2	30074	2,7
64	Beam	91,00	152	381	357,0	12	25	2	1	22	26,8	29926	2,7
65	Beam	86,00	152	381	331,0	38	25	2	1	22	22,4	28189	2,4
66	Beam	100,00	152	381	331,0	38	25	2	1	22	29,5	30899	2,9
67	Beam	102,00	152	381	331,0	38	25	2	1	22	29,0	30723	2,8
68	Beam	106,00	152	381	331,0	38	25	2	1	22	27,9	30330	2,8
69	Beam	174,00	152	381	326,0	38	60	1	1	32	24,6	29083	2,5
70	Beam	137,00	152	381	326,0	38	60	1	1	32	28,7	30617	2,8
71	Beam	136,00	152	381	330,0	38	25	2	1	25	26,6	29851	2,7
72	Beam	107,00	152	381	330,0	38	25	2	1	25	26,7	29888	2,7
73	Beam	75,00	152	381	344,0	22	25	2	1	29	28,1	30402	2,8
74	Beam	110,00	152	381	328,0	38	25	2	1	29	28,6	30581	2,8
75	Beam	78,00	152	381	328,0	38	25	2	1	29	27,2	30074	2,7
76	Beam	86,00	152	381	328,0	38	25	2	1	29	28,6	30581	2,8
77	Beam	82,00	152	381	328,0	38	25	2	1	29	24,4	29004	2,5
78	Beam	145,00	152	584	529,0	38	60	1	1	32	27,3	30111	2,7
79	Beam	149,00	152	584	529,0	38	60	1	1	32	25,0	29240	2,6
80	Beam	173,00	152	584	515,0	51	58	1	1	35	27,1	30037	2,7
81	Beam	99,00	152	584	531,0	38	25	2	1	29	25,2	29318	2,6
82	Beam	105,00	152	584	531,0	38	25	2	1	29	24,6	29083	2,5
83	Beam	100,00	152	584	528,0	38	58	2	2	35	24,8	29162	2,6
84	Beam	99,00	152	584	528,0	38	58	2	2	35	27,9	30330	2,8
85	Beam	127,00	152	584	528,0	38	58	2	2	35	27,9	30330	2,8
86	Beam	111,00	300	400	359,0	33	33	4	1	16	22,3	28147	2,4
87	Beam	127,00	300	400	349,0	43	43	4	1	16	22,2	28105	2,4
88	Beam	110,00	300	600	557,0	35	35	4	1	16	28,5	30546	2,8
89	Beam	140,00	300	600	547,0	45	45	4	1	16	25,0	29240	2,6
90	Beam	105,00	300	600	554,0	35	35	4	1	22	26,9	29963	2,7

Tab. 36 (c) Datensatz UPM, Teil 2- Fortsetzung

Ensayo	Specimen type	srm,test [mm]	b [mm]	h [mm]	d1 [mm]	cu [mm]	cs [mm]	No. of Reinfor-		ds [mm]	fcm [N/mm ²]	Ecm [N/mm ²]	fctm [N/mm ²]
								bars total	cement layers				
91	Beam	124,00	300	600	544,0	45	45	4	1	22	25,1	29279	2,6
92	Beam	92,00	300	600	539,0	33	33	6	2	22	20,0	27144	2,2
93	Beam	112,00	300	600	524,0	43	43	6	2	28	17,8	26110	2,0
94	slab?	69,00	1000	120	101,0	15	15	10	1	8	14,1	24159	1,8
95	slab?	55,00	1000	120	99,0	15	15	5	1	12	22,9	28397	2,4
96	slab?	72,00	1000	120	89,0	25	100	5	1	12	21,9	27978	2,4
97	slab?	49,00	1000	180	154,0	18	18	5	1	16	21,8	27935	2,3
98	slab?	54,00	1000	180	147,0	25	25	5	1	16	19,4	26870	2,2
99	slab?	69,00	1000	240	214,0	18	18	10	1	16	14,7	24497	1,8
100	slab?	65,00	1000	240	204,0	25	25	10	1	22	29,8	31003	2,9
101	Beam	166,67	300	625	579,0	34	34	2	1	26	26,9	29963	2,7
102	Beam	121,21	300	625	582,0	29	29	2	1	26	26,9	29963	2,7
103	Beam	105,26	300	625	585,0	25	25	2	1	26	26,9	29963	2,7
104	Beam	78,43	300	625	584,0	25	25	2	1	26	26,9	29963	2,7
105	Beam	86,96	300	625	582,0	28	28	2	1	26	26,9	29963	2,7
106	Beam	121,21	300	625	585,0	25	25	2	1	26	26,9	29963	2,7
107	Beam	122,45	300	625	585,0	28	28	3	1	26	26,9	29963	2,7
108	Beam	101,69	300	625	582,0	25	25	3	1	26	26,9	29963	2,7
109	Beam	102,56	300	625	587,0	35	35	4	1	16	27,0	29985	2,7
110	Beam	102,56	300	625	587,0	35	35	4	1	16	26,9	29963	2,7
111	Beam	137,00	300	625	587,0	33	33	4	1	16	26,9	29963	2,7
112	Beam	121,21	300	625	587,0	36	36	4	1	16	26,9	29963	2,7
113	Beam	106,67	300	625	588,0	28	28	4	1	16	26,9	29963	2,7
114	Beam	106,67	300	625	580,0	29	29	4	1	26	26,9	29963	2,7
115	Beam	48,78	450	1200	1157,0	29	29	5	1	26	26,9	29963	2,7
116	Beam	83,33	200	625	584,0	40	40	2	1	32	27,0	29985	2,7
117	Beam	70,18	200	625	584,0	25	25	2	1	32	27,0	29985	2,7
118	Beam	105,26	200	625	582,0	29	29	3	1	32	27,0	29985	2,7
119	Beam	81,63	300	625	587,0	35	35	4	1	16	27,0	29985	2,7
120	Beam	105,26	300	625	582,0	33	33	3	1	26	27,0	29985	2,7
121	Beam	176,47	180	1000	965,0	35	35	4	1	16	35,8	32958	3,3
122	Tie specimen		80	80	40,0	35	35	1	1	8	27,0	30000	2,7
123	Tie specimen		80	80	40,0	34	34	1	1	12	27,0	30000	2,7
124	Tie specimen		80	80	40,0	34	34	1	1	12	27,0	30000	2,7
125	Tie specimen		80	80	40,0	34	34	1	1	12	27,0	30000	2,7
126	Tie specimen		80	80	40,0	34	34	1	1	12	27,0	30000	2,7
127	Tie specimen		80	80	40,0	34	34	1	1	12	27,0	30000	2,7
128	Tie specimen		80	80	40,0	34	34	1	1	12	27,0	30000	2,7
129	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	27,0	30000	2,7
130	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	27,0	30000	2,7
131	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	27,0	30000	2,7
132	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	27,0	30000	2,7
133	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	27,0	30000	2,7
134	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	27,0	30000	2,7
135	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	27,0	30000	2,7

Tab. 36 (d) Datensatz UPM, Teil 2- Fortsetzung

Ensayo	Specimen type	srn,test [mm]	b [mm]	h [mm]	d1 [mm]	cu [mm]	cs [mm]	No. of bars total	Reinforcement layers	ds [mm]	fcm [N/mm ²]	Ecm [N/mm ²]	ftcm [N/mm ²]
136	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	27,0	30000	2,7
137	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	27,0	30000	2,7
138	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	27,0	30000	2,7
139	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	27,0	30000	2,7
140	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	27,0	30000	2,7
141	Tie specimen		80	80	40,0	34	34	1	1	12	39,1	33941	3,5
142	Tie specimen		80	80	40,0	34	34	1	1	12	39,1	33941	3,5
143	Tie specimen		80	80	40,0	34	34	1	1	12	39,1	33941	3,5
144	Tie specimen		80	80	40,0	34	34	1	1	12	39,1	33941	3,5
145	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	39,1	33941	3,5
146	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	39,1	33941	3,5
147	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	39,1	33941	3,5
148	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	39,1	33941	3,5
149	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	39,1	33941	3,5
150	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	39,1	33941	3,5
151	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	39,1	33941	3,5
152	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	39,1	33941	3,5
153	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	39,1	33941	3,5
154	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	39,1	33941	3,5
155	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	39,1	33941	3,5
156	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	39,1	33941	3,5
157	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	39,1	33941	3,5
158	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	39,1	33941	3,5
159	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	49,3	36668	4,0
160	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	49,3	36668	4,0
161	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	49,3	36668	4,0
162	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	49,3	36668	4,0
163	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	49,3	36668	4,0
164	Tie specimen		80	80	40,0	30	30	1	1	18	49,3	36668	4,0
165	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	49,3	36668	4,0
166	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	49,3	36668	4,0
167	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	49,3	36668	4,0
168	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	49,3	36668	4,0
169	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	49,3	36668	4,0
170	Tie specimen		80	80	40,0	28	28	1	1	24	49,3	36668	4,0
174	Tie specimen		50	100	50,0	47	21	1	1	6	26,7	29888	2,7
175	Tie specimen		50	100	50,0	45	21	1	1	8	26,7	29888	2,7
176	Tie specimen		50	100	50,0	44	20	1	1	10	26,7	29888	2,7
178	Tie specimen		50	100	50,0	47	21	1	1	6	26,7	29888	2,7
179	Tie specimen		50	100	50,0	45	21	1	1	8	26,7	29888	2,7
180	Tie specimen		50	100	50,0	47	21	1	1	6	26,7	29888	2,7

Tab. 37: Quellen der UPM-Daten

Ensayo	Source	Published:
1 ... 30	Hognestad	Journal of pci Research and Development Laboratories, 1962
31 ... 85	A.P.Clark	ACI Journal, 1956
86 ... 100	CUR Report 37	CUR Report 37, 0
101 ... 120	E.H.Rüsch & G. Rehm	Versuche mit Betonformstählen, 1963
121	M. Krips	Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton, 1984
122 ... 170	G. Hartl	Die Arbeitslinie 'Eingebetteter Stähle' bei Erst- und Kurzzeitbelastung, 1977
174 ... 180	Rehm, Eligehausen, Malle	Rissverhalten von Stahlbetonkörpern bei Zugbeanspruchung, Untersuchungsbericht, 1976

13 Anhang 2 - Gleichungen zum statistischen Hintergrund

13.1 Die Tschebyscheff'sche Ungleichung

Die Tschebyscheff'sche Ungleichung beschreibt im Prinzip die Summe relativer Häufigkeiten von Merkmalsausprägungen in einem Intervall [19]:

$$P[(\bar{x} - \varepsilon; \bar{x} + \varepsilon)] > 1 - \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2} \tag{182}$$

mit $\varepsilon = k \cdot \sigma$ wird daraus:

$$P[(\bar{x} - k\sigma; \bar{x} + k\sigma)] > 1 - \frac{\sigma^2}{(k\sigma)^2} \quad \rightarrow \quad P[(\bar{x} - k\sigma; \bar{x} + k\sigma)] > 1 - \frac{1}{k^2} \tag{183}$$

Dabei ist:

- σ die Standardabweichung
- k ein Vervielfachungsfaktor >0

13.2 Das Prinzip der Deming-Regression

Das Prinzip der Deming-Regression kann der folgenden Darstellung im Vergleich mit der gewöhnlichen linearen Regression auf der Grundlage der kleinsten Fehlerquadrate (OLS) entnommen werden. Den Winkel zur Regressionsgeraden bestimmt der Parameter λ der bei einem 90°-Winkel zur Regressionsgerade 1 ist:

$$\lambda = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} \tag{184}$$

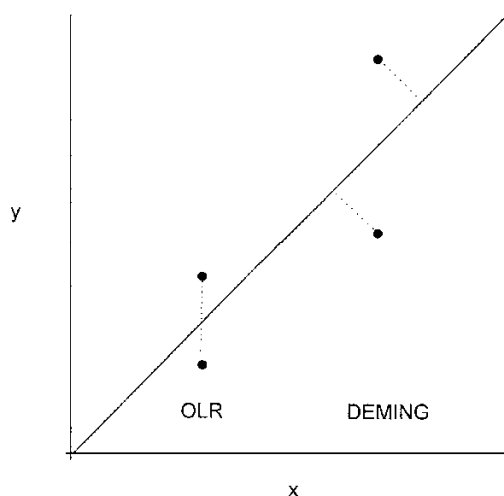


Abb. 186: Regressionskonzepte im Vergleich (entnommen aus Linnet [92])

Für die Deming-Regression in Kapitel 6.3 wurde folgendes R-Script benutzt. Für eine Anwendung auf andere Probleme sind die Pfade, Variablennamen und die Varianzrelation vr anzupassen. Im Wesentlichen wird das R Package MethComp verwendet, [23].

```
#####
library(MethComp); library(Design, T) #lädt Bibliotheken von Carstensen, Harrell
rfcdata<- read.csv("D:/Rdata/reboundfccorrel28d.csv", sep=";",dec=",")
edit(rfcdata)
attach(rfcdata)
describe(rfcdata)

Deming(rnumb,fc) #vr default-wert 1
Deming(rnumb,fc,vr=0.5)
Deming(rnumb,fc,vr=0.5, boot=TRUE) # bootstrapping
bb <- Deming(rnumb,fc,boot=TRUE,keep.boot=TRUE)
str(bb)
# Plot data with the two classical regression lines
plot(rnumb,fc, xlim=c(20,60), ylim=c(10,60), xlab="R Rückprallzahl", ylab="fc' in MPa",
+lwd=3)
abline(lm(fc~rnumb), lwd=2, lty="dashed")
ir <- coef(lm(rnumb~fc))
abline(-ir[1]/ir[2],1/ir[2])
abline(Deming(rnumb,fc,vr=0.5)[1:2],col="red", lwd=3)
abline(Deming(rnumb,fc,vr=1)[1:2],col="green")
# Comparing classical regression and "Deming extreme"
summary(lm(fc~rnumb))
Deming(rnumb,fc,vr=1000000)
```

13.3 Die Resimulation der $s_{rm,test}$ -Mittelwertdatenstreuung typischer Rissabstandsdaten

Der Algorithmus zur Erzeugung von einem Zufallsvektor $S_r = [s_{r,1}; \dots; s_{r,k}]^T$ mit $k \in 3;4;5;10;20$ bzw. $k \in (N \cap k > 2)$ mit der interessierenden Eigenschaft $\mu = \bar{s}_r$ wird nachfolgend dargestellt.

Die Analyse der Piyasena-Daten zum Oh und Kang-Modell (Grundlage ist Abb. 52 e)) ergibt, dass die Prädiktoren in Näherung log-normalverteilt approximiert werden können wie die Anschauung des Probability-Plots, Abb. 187, zeigt. Dabei sollte die schlechte Teststatistik nicht überbewertet werden, andere Standardtypen der Verteilungen wiesen weitaus schlechtere Ergebnisse auf. Die Datenanalyse ergab zusätzlich einen Modalwert der Prädiktoren bei 117 und den Median $m(s_{rm,pred}) = 126$. Daher wurden die Zufallszahlen für die Prädiktorseite (x -Achse) mit der "12er-Regel" erzeugt und um die Zahl 120 lognormal verteilt. Die Qualität dieser Approximation im Hauptbereich der Verteilung zeigt auch Abb. 188.

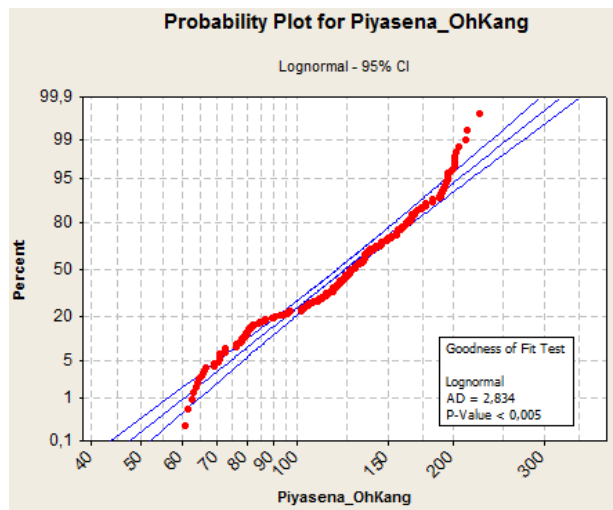


Abb. 187: Analyse der Daten zum Oh-Kang Modell [von Piyasena] (erzeugt mit **Minitab®** Statistical Software)

Der Generierungsalgorithmus für die Prädiktoren lautet:

$$s_{rm,pred,rand} = e^{x_i} \tag{185}$$

Dabei ist:

$$x_i = \left(\left[\sum_{i=1}^{12} a_i \right] - 6 \right) \cdot \frac{\ln(predcenter)}{v_i \cdot predi_{fac}} + \ln(predcenter)$$

mit:

$$v_i = \left(\left[\sum_{i=1}^{12} b_i \right] - 6 \right) \cdot \frac{10}{8} + 10$$

$$a_i = \text{zufallszahl}() \quad (\text{zwischen } 0 \text{ und } 1 \text{ gleichverteilt})$$

$$b_i = \text{zufallszahl}() \quad (\text{zwischen } 0 \text{ und } 1 \text{ gleichverteilt})$$

Die Qualität der Simulation wurde für 311 nacheinander mit Gleichung (185) generierte Prädiktoren in Abb. 188 gegenüber der Verteilung der Originaldaten geprüft. Mithilfe der generierten Variation v_i kann auch eine gewisse Unschärfe der Prädiktion abgebildet werden (z. B. durch Geometrieabweichungen oder Abweichungen in der Verbundfestigkeit).

Das Oh-und Kang-Modell reagiert nicht befriedigend in der Vorhersage von Rissabständen, wenn diese kleiner als 110 mm vorhergesagt werden. Daher wird ein Vergleichswert $s_{rm,pred,lim110}$ zusätzlich zum Prädiktor generiert, der in dem Fall kleinerer Rissabstände als Schalter für einen abweichenden Bildungsalgorithmus für $S_r = [s_{r,1}; \dots; s_{r,k}]^T$ dient.

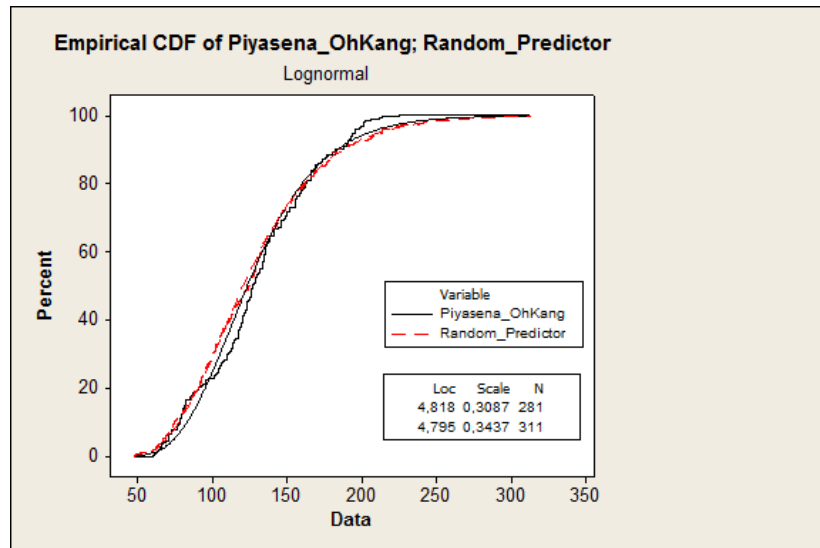


Abb. 188: Vergleich der empirischen CDF mit einem theoretischen lognormal verteilten Modell und der Resimulation des Prädiktoren $s_{rm,pred}$ (erzeugt mit Minitab® Statistical Software)

$$s_{rm,pred,lim110} = \left(\left[\sum_{i=1}^{12} c_i \right] - 6 \right) \cdot \frac{\min s_{rm}}{v_i} + \min s_{rm} \quad (186)$$

Dabei ist:

$$v_i = \left(\left[\sum_{i=1}^{12} b_i \right] - 6 \right) \cdot \frac{10}{8} + 10$$

$$c_i = \text{zufallszahl()} \quad (\text{zwischen 0 und 1 gleichverteilt})$$

Die Generierung von k Rissabständen eines Rissbildes ist dann nach folgendem Algorithmus möglich:

```

If  $s_{rm,pred,rand} < s_{rm,pred,lim110}$  Then
  For  $i = 1$  to  $k$  step 1
     $s_{r,i} = 10^{y_i}$ 
  Next  $i$ 
Else
  For  $i = 1$  to  $k$  step 1
     $s_{r,i} = 10^{(k_{110} \cdot z_i)}$ 
  Next  $i$ 
End if
    
```

(187)

Dabei ist:

$$\begin{aligned}
 y_i &= \left(\left[\sum_{i=1}^{12} d_i \right] - 6 \right) \cdot \frac{\log_{10}(s_{rm,pred,lim110})}{v_i \cdot \text{var}_{fac}} + \log_{10}(s_{rm,pred,lim110}) \\
 z_i &= \left(\left[\sum_{i=1}^{12} e_i \right] - 6 \right) \cdot \frac{\log_{10}(s_{rm,pred,rand})}{v_i \cdot \text{var}_{fac}} + \log_{10}(s_{rm,pred,rand}) \\
 d_i &= \text{zufallszahl}() \quad (\text{zwischen } 0 \text{ und } 1 \text{ gleichverteilt}) \\
 e_i &= \text{zufallszahl}() \quad (\text{zwischen } 0 \text{ und } 1 \text{ gleichverteilt})
 \end{aligned}$$

Mit $k \in \{3; 4; 5; 10; 20\}$ kann ein Vektor $K=[k_1; k_2; \dots k_n]$ erzeugt werden, der beliebige Datensatzstrukturen nachbilden kann. Zum demonstrierten Beispiel sind zu jeder untersuchten Gruppe k eine gleichmäßige Menge von Daten erzeugt worden, siehe Kapitel 2.4.8.

Aus jeweils einem simulierten Sample der Größe k von Rissabständen $s_{r,i}$ in einem Zufallsvektor S_r können dann

$$s_{rm,test,simu} = \frac{\sum_{i=1}^{k_i} s_{r,i}}{k_i} \tag{188}$$

und

$$s_{r \max,simu} = \max[s_{r,1}; \dots; s_{r,k}] \tag{189}$$

oder ein $s_{r;0.95} \sim s_{r \max,simu}$ ermittelt werden.

Die für die Simulation der Oh- und Kang-Daten eingesetzten Konstanten der Algorithmen (185) bis (189) sind der nachfolgenden Tabelle zu entnehmen. Mit den Konstanten $predi_{fac}$ und var_{fac} wird die Variation gesteuert.

Tab. 38: Konstanten in der Simulation von Oh-Kang-Daten

$\min s_{rm}$ [mm]	$predi_{fac}$	k_{110}	var_{fac}	$predcenter$ [mm]
110	1,4	0,75	1,4	120

13.4 Funktionsdatenanalyse für die Festigkeitsuntersuchungen

Folgendes Script nutzt die Möglichkeiten des *fda*-Package für R [109], um nicht-monotone Glättungen der Festigkeitsfunktion über *xpos* zu erreichen. Dazu werden auch die deskriptiven Parameter, Mittelwert und Standardabweichung, in Form von Funktionen über *xpos* erzeugt. Vor Verwendung wird die Anpassung der Dateneinlesealgorithmen, der Smoothing-Parameter sowie der Basis-Funktionen notwendig. Die vorgestellte Näherung wird mittels B-Splines als Basisfunktionen erreicht.

```

library(Hmisc, T); library(Design, T); library(fda, T); library(splines, T); library(zoo, T)
library(graphics, T); library(odesolve, T); library(quadprog, T)
##### neue Daten #####
####Daten einlesen####
festdata<- read.csv("D:/Rdata/xposcenterstrength.csv", sep=";",dec=",")
####Kontrolldaten####
fcmdata<- read.csv("D:/Rdata/xpos_fcm.csv", sep=";",dec=",")

edit(festdata)
attach(festdata)
edit(fcmdata)
attach(fcmdata)

fspline01<-spline(xpos,Fed9, xmin=2, xmax=298, n=149, method = "periodic")
fspline02<-spline(xpos,Fed12, xmin=2, xmax=298, n=149, method = "periodic")
fspline03<-spline(xpos,Fed15, xmin=2, xmax=298, n=149, method = "periodic")

festmatrix<-matrix(c(xpos, fspline01$y,fspline02$y,fspline03$y),149)
plot(festmatrix[,1], festmatrix[,2], ylim=c(0,50))
points(festmatrix[,1], festmatrix[,3])
points(festmatrix[,1], festmatrix[,4])

lines(xpos, Fed9)
lines(xpos, Fed12)
lines(xpos, Fed15)

#####Variablendefinition, Ansprache spezieller Matrixspalten
xv <- festmatrix[,1]
yn <- matrix(c(fspline01$y,fspline02$y,fspline03$y),149)
# -----
# Errechnet nicht-monotone Glättungen der Daten
# -----
rng<-c(2,298)
nbasis<-300
norder<-6

##Basisfunktionen- für jeden Wert etwa eine
testbasis<- create.bspline.basis(rng, nbasis, norder)
plot(testbasis)

# --- Glättet diese Objekte----- --
#

Lfdobj <- 2 # norder-Lfdobj >=3!
lambda <- 10^4 #je kleiner desto rauher
testfdPar <- fdPar(testbasis, Lfdobj, lambda)

#Erzeugungung eines funktionalen Datenobjektes
festnonmon_fd <- smooth.basis(xv, yn, testfdPar)$fd

par(mfrow=c(1,1), ask=T)
plot(xv, yn[,1], pty=2, xlim=c(0,300), ylim=c(0, 50), xlab="xpos in cm", ylab="fcm in MPa")
points(xv, yn[,2])
points(xv, yn[,3])
lines(festnonmon_fd, lty=2, lwd=3, col=2)
####Check gegen Kontrolldaten #####
points(xpostest, fcm, col=4, lwd=3)
####nur fd_objekt#####
plot.fd(festnonmon_fd, xlim=c(0,300), ylim=c(0, 50), xlab="xpos in cm", ylab="fcm in MPa")
points(xpostest, fcm, col=4, lwd=3)

#-----
# Deskriptive Statistik
#-----

festmatrix_mean<-mean.fd(festnonmon_fd)
festmatrix_stabwa<-sd.fd(festnonmon_fd)
festmatrix_sum<-sum.fd(festnonmon_fd)
festmatrix_center<-center.fd(festnonmon_fd)
festmatrix_quantil<-festmatrix_mean-2*festmatrix_stabwa

#####Variationskoeffizient#####
festmean_val<-eval.fd(xpos,festmatrix_mean)
festmeanmatrix<-matrix(c(xpos,festmean_val),149)
festsd_val<-eval.fd(xpos,festmatrix_stabwa)
festsdmatrix<-matrix(c(xpos,festsd_val),149)
festvr_val<-festsd_val/festmean_val
festvrmatrix<-matrix(c(xpos,festvr_val),149)

####meanstabwa_plot####
par(mfrow=c(1,1))
plot.fd(festmatrix_mean, col=2, xlab="xpos in cm", ylab="fcm in MPa", xlim=c(20,280), ylim=c(0, 50),
main="Nicht-monotone smooths")
lines(festmatrix_stabwa, lty=3,col=3)
lines(festmatrix_quantil, col=4)
points(xpostest, fcm, col=4, lwd=3)

####var-plot#####
par(mfrow=c(1,1))

```

```

plot(xpos, festvr_val, col=2, xlab="xpos in cm", ylab="vr", ylim=c(0, 1), main="Variationskoeffizient")
lines(xpos, festvr_val, lty=3,col=3)
points(xpostest, fcm/1000000, col=4, lwd=3)

#####zentrierter plot
par(mfrow=c(1,1))
plot.fd(festmatrix_center, xlab="xpos in cm", ylab="fcm in MPa", main="Centered functions")
points(xpostest, fcm, col=4, lwd=3)

#####min-tests#####
nfunct<-1:149
minmatrix<-matrix(nrow=149,ncol=1) #Matrix-Platzhalter

for (ic in nfunct) {
minmatrix[ic]<-min(yn[ic,1],yn[ic,2],yn[ic,3])
}

x_val<-xpos
y_minval<-minmatrix[,1]

rng<-c(2,298)
nbasis<-300
norder<-6

##Basisfunctions für jeden Wert eine
testbasis<- create.bspline.basis(rng, nbasis, norder)
plot(testbasis)
Lfdobj <- 2 #
lambda <- 10^4 #je kleiner desto rauher
testfdPar <- fdPar(testbasis, Lfdobj, lambda)

#produces functional data object
festmin_fd <- smooth.basis(x_val, y_minval, testfdPar)$fd

par(mfrow=c(1,1), ask=T)
plot.fd(festmatrix_mean, col=2, xlab="xpos in cm", ylab="fcm in MPa", xlim=c(20,280), ylim=c(0, 50),
main="Nicht-monotone smooths")
lines(x_val, y_minval, lty=2, xlim=c(20,280), ylim=c(0, 50), xlab="xpos in cm", ylab="fcm in MPa")
lines(festmin_fd, lty=2, lwd=3, col=2)
#####check gegen Kontrolldaten #####
points(xpostest, fcm, col=4, lwd=3)

```

14 Anhang 3 - Systematik der Anwendung des Modells TUD (Eckfeldt) in Beispielen

14.1 Eine Modellvorstellung von $A_{c,eff,loc}$

Die $A_{c,eff,loc}$ -Idee versucht den Ansatz aufzunehmen, dass Risse lokal an den Orten initiiert werden können, in denen die Belastung um eine Einzelstab durch geometrische Randbedingungen erwartungsgemäß am größten sind. Von dort wird sich der Riss entsprechend den Regeln der Bruchmechanik (Risswachstum) fortsetzen können. Die Grundannahme eines solchen Modells ermöglicht die weitgehend störungsfreie Einbindung der Erkenntnisse von Tepfers (Zugringmodellierung) und Goto (Verbundrisse in Längsrichtung). Eine vereinfachte Weiterbearbeitung des Modells ist beispielsweise mit Grundgedanken des so genannten Zuggurtmodells (*Tension-Chord-Model*) möglich.

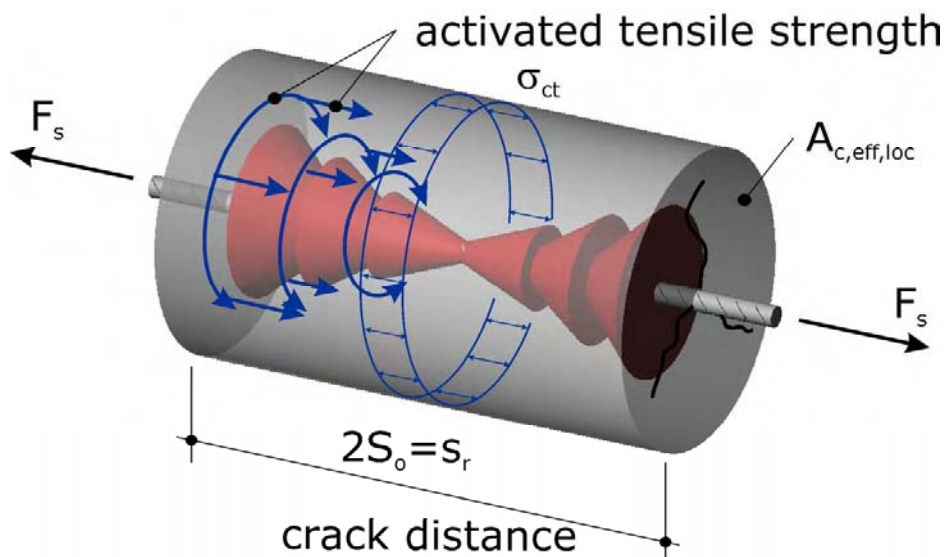


Abb. 189: Idealisierter Einzelstab mit verbundaktivierter Zone $A_{c,eff,loc}$ -um die Bewehrung

14.2 Beispiele für die Anwendung unter besonderen geometrischen Randbedingungen

Eine besondere Herausforderung ist die Anwendung des Modells TUD (Eckfeldt) auf die Balken G1D bis G6D von Beeby aus der Veröffentlichung [7]. All diesen Balken ist gemein, dass traditionelle Nachrechnungskonzepte mit $A_{c,eff}$ nach DIN oder Eurocode 2, insbesondere für mehrlagig bewehrte Balken, versagen würden.

Im Folgenden werden die Anwendung des allgemeinen Grundgedankens zur Definition von $A_{c,eff,loc}$ im Bauteil und die daraus abgeleitete Nachrechnung der festgestellten Rissabstände demonstriert. Weitere Erläuterungen finden sich u.a. in der Dissertation Eckfeldt

[50]. Dort finden sich auch statistische Auswertungen, die auf die genannten Balken-Nummern 81, 82, 83 usw. quer verweisen. Die für die Nachrechnung gewählte Modellrechnung folgt den Gleichungen (56) bis (71).

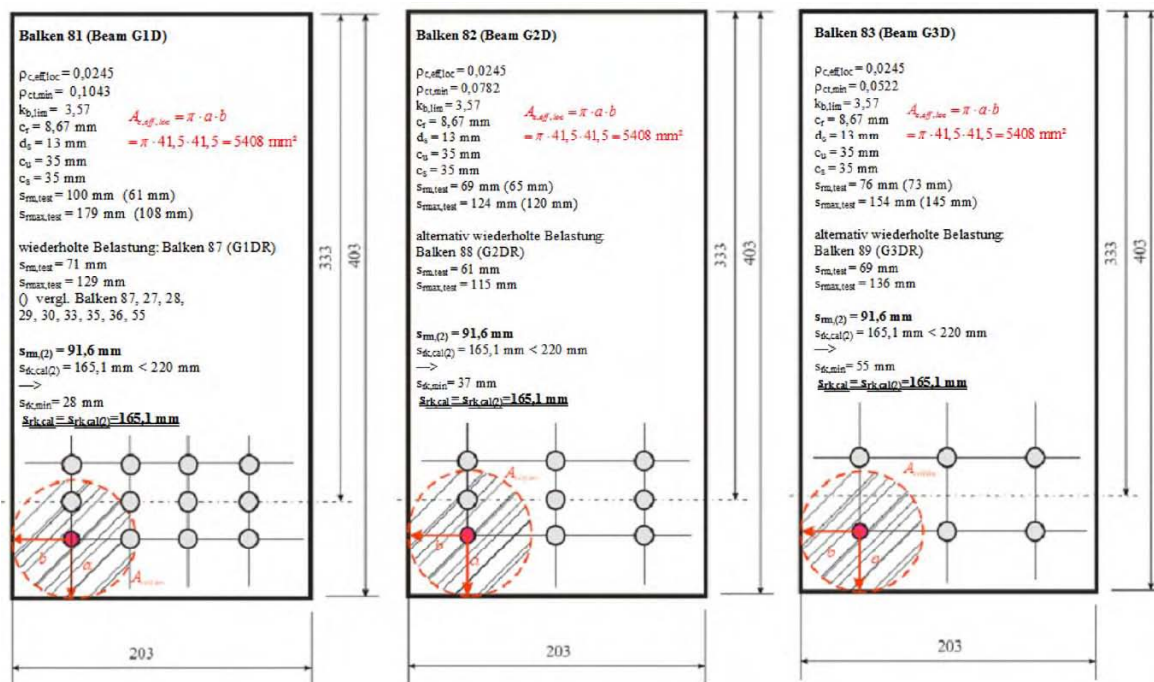


Abb. 190: Beispielhafte Balkentests G1D bis G3D aus [7] zur Kontrolle des Konzepts

Der jeweils rot umrandete, schraffierte Bereich umfasst die durch die äußere Betondeckung bestimmte lokale effektive Betonzugzone $A_{c,eff,loc}$.

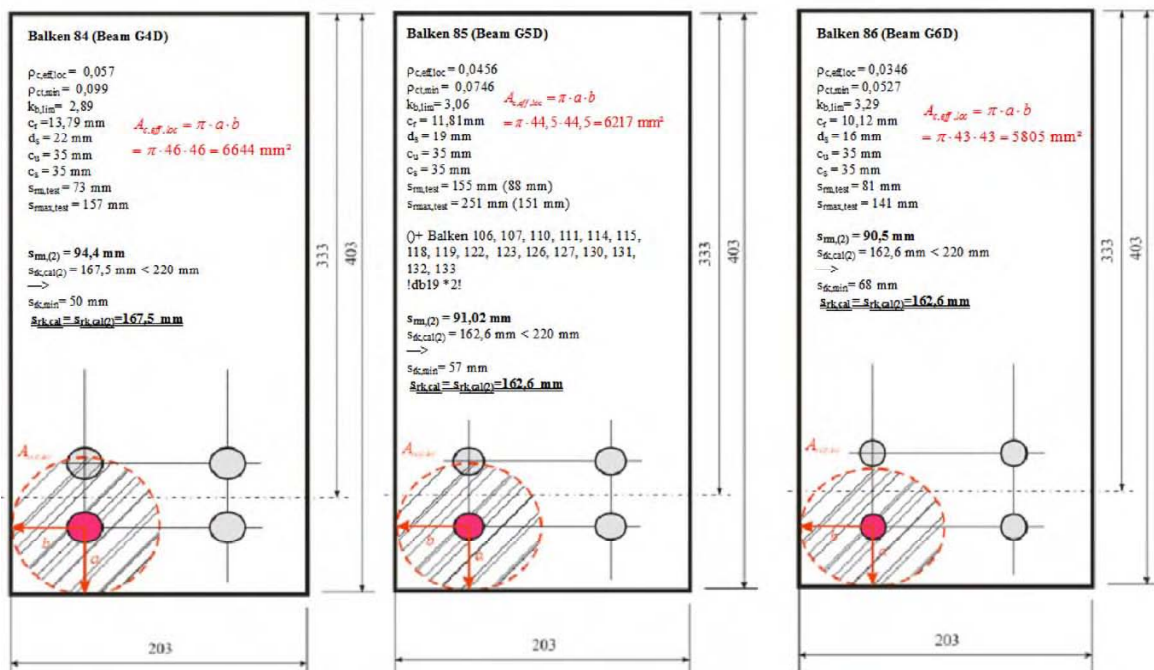


Abb. 191: Beispielhafte Balkentests G4D bis G6D aus [7] zur Kontrolle des Konzepts

Für plattenartige Bauteile sind andere, in diesem Fall elliptische Formdefinitionen notwendig. Auch scheint es dort nicht den starken Bezug auf die Positionierung der Randstäbe zu geben.

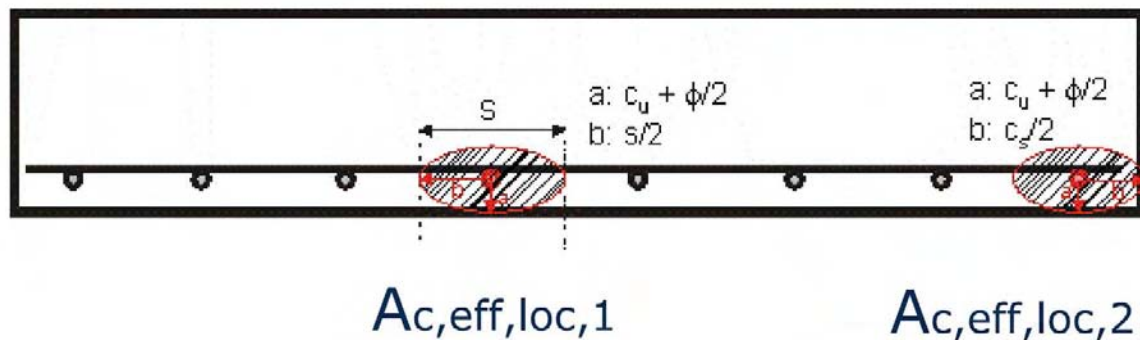


Abb. 192: Beispielhafte $A_{c,eff,loc}$ -Definition für Platten und flächige Zugkörper

Für das in Abb. 192 gezeigte Szenario ist ein Vergleich zwischen c_s und $s/2$ zu führen. Der höhere Wert bestimmt das worst-case-scenario für $A_{c,eff,loc}$.

Zugkörper in Testdatensätzen haben, abweichend von Abb. 192, oft eine Bewehrungsführung, die die Konzentration der Bewehrung in den Ecken vorsieht. Auch wenn diese Form in der Realität meist Ringankern oder Balken vorbehalten bleibt, war dieses Konzept doch recht verbreitet in der Durchführung von Zugversuchen (Beispiele: Falkner [56] oder Bergner [10]). Für diese Fälle folgt die $A_{c,eff,loc}$ -Definition wieder dem Konzept der Rissinitiation in den Ecken. Allerdings setzen sich die Flächen aus 4 Viertel ellipsen zusammen (Abb. 193).

Die Pflicht, die Ergebnisse einer auf dieser Basis geführten Bemessung mit den Ergebnissen des Nachweises der Rissbreite für die Erstrissbildung zu vergleichen, bleibt von der Anwendung dieses Modells unberührt. Diese parallele Untersuchung ist für eine Zugzone:

$\geq A_{ct} \cdot k \cdot k_c$ zu führen, wenn der errechnete charakteristische Rissabstand kleinere Werte als 220 mm ergibt.

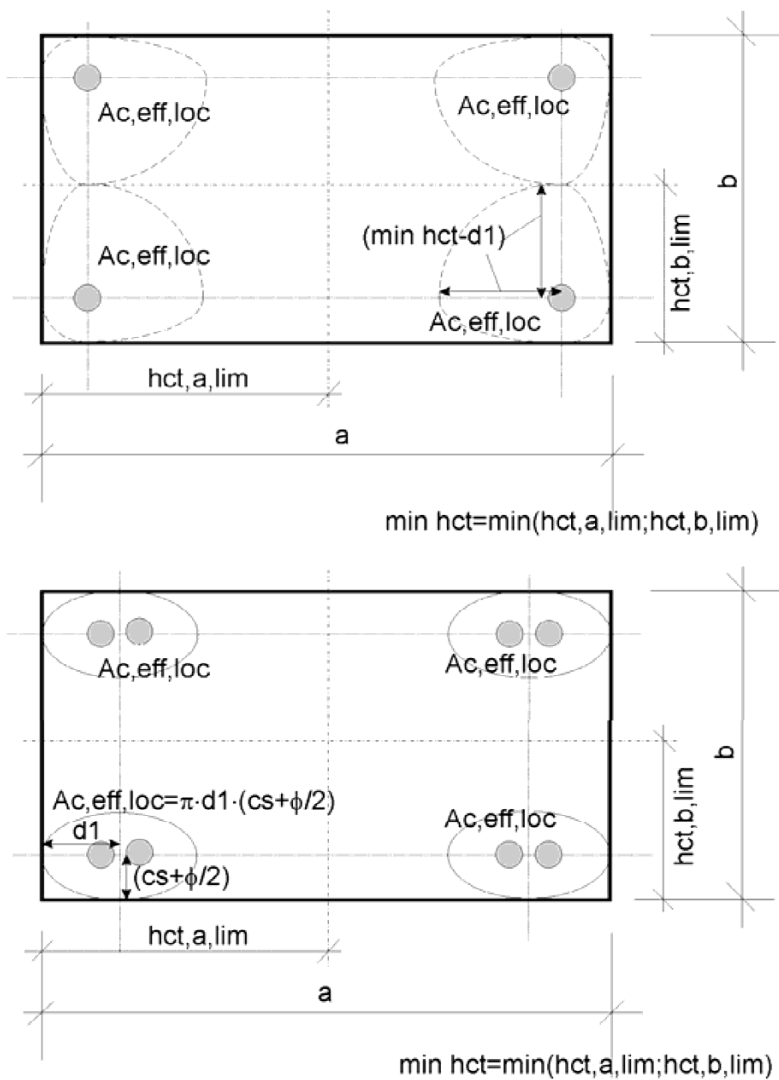


Abb. 193: Versuchskörper unter Zug mit in den Ecken konzentrierter Bewehrung

15 Anhang 4 - Daten zur Reihenfolge der Bildung sukzessiver Risse an langen Verbundkörpern

15.1 Gemessene Erstrissgrößen

Für eine Reihe von Versuchskörpern und Erstrissen wurde versucht, die jeweiligen Erstrissgrößen nach Rissentstehung aufzunehmen. Die Daten beschränken sich auf die Rissbreiten unmittelbar bei Erstrissbildung bis das abgeschlossenen Rissbild annähernd erreicht ist. Die Messungen sind auf der Oberfläche und dort in Zonen erfolgt, wo keine Beeinträchtigung durch DMS oder den IWA zur Messung der Gesamtausdehnung vorlag. Im Abgleich mit dem Versuchsprotokoll kann der Reihenfolge des Auftretens die festgestellte Risskraft zugeordnet werden.

Tab. 39: Größe der Erstrisse in Reihenfolge des Auftretens

Riss in Reihenfolge des Auftretens	w_i [mm]						
	LDK2-1	LDK2-2	LDK3-1	LDK3-2	LDK4	LDK5	LDK6
1	0,20	0,26	0,20	0,20	0,12	0,10	0,07
2	0,15		0,30	0,32	0,10	0,05	
3	0,18	0,22	0,40	0,20	0,16	0,10	0,06
4	0,20	0,20	0,40	0,20		0,10	0,06
5	0,14	0,06				0,10	0,10
6	0,15	0,03	0,08	0,04	0,15		0,04
7		0,23			0,10	0,08	0,08
8	0,15	0,08	0,06		0,06	0,15	
9			0,20		0,15		0,17
10	0,07				0,10	0,10	
11			0,17			0,20	0,12
12		0,11			0,03	0,20	0,08
13		0,08				0,21	0,10
14		0,10					0,12
15		0,06			0,12		
16					0,07		0,10
17		0,07					0,06
18					0,02		

Tab. 40: Zugehörige Größe der gemessenen Erstrisskräfte

Riss in Reihenfolge des Auftretens	$F_{cr,i}$ [kN]						
	LDK2-1	LDK2-2	LDK3-1	LDK3-2	LDK4	LDK5	LDK6
1	30,2	28,8	51,9	45,2	56,1	36,0	0
2	46,5		64,1	66,3	56,1	39,7	
3	49,8	48,4	67,0	76,8	56,1	39,7	41,3
4	49,8	53,6	67,0	76,8		53,1	49,6
5	49,8	53,6				53,1	49,6
6	58,6	53,6	76,1	76,8	66,4		56,8
7		53,6			66,4	59,3	56,8
8	58,6	53,6	76,1		66,4	62,4	
9			84,5		66,4		67,0
10	67,4				66,4	69,8	
11			84,5			85,1	67,0
12		62,4			66,4	85,1	77,0
13		62,4				85,1	77,0
14		62,4					77,0
15		62,4			66,4		
16					75,7		98,5
17		68,2					98,5
18					101,6		

Tab. 41: Eingangsdaten zur Versuchsnachrechnung (zeitabhängig gemessen)

Material- eigenschaften [Einheit]	Versuch						
	LDK2-1	LDK2-2	LDK3-1	LDK3-2	LDK4	LDK5	LDK6
$f_{cm}(t)$ [MPa]	3,4	3,4	3,8	3,8	2,9	2,9	3,4
$E_{cm}(t)$ [MPa]	38000	38000	36200	36200	32600	32600	31300
h [mm]	120	120	120	120	120	120	120
b [mm]	180	180	240	240	240	240	240
d_s [mm ²]	20	20	20	20	2 × 20	2 × 20	2 × 20
A_s [mm ²]	314	314	314	314	628	628	628
ρ	0,0145	0,0145	0,0109	0,0109	0,0218	0,0218	0,0218
E_s [MPa]	200000	200000	200000	200000	200000	200000	200000
β	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Testalter t [d]	62	78	50	57	98	119	140

In einem weiteren Analyseschritt wird untersucht, ob mit normativen Werten die oberen Fraktile der festgestellten Anfangsrisssbreiten sicher dargestellt werden können. Die normativen Werte wurden realitätsnah nach Eingruppierung des Betons in eine Druckfestigkeitsklasse aus 28 Tage-Prüfwerten aus DIN 1045-1:08-2008, Tabelle 9 gewonnen.

Tab. 42: Veränderte Eingangsdaten zur Versuchsnachrechnung mit normativen Werten

Material- eigenschaften [Einheit]	Versuch						
	LDK2-1	LDK2-2	LDK3-1	LDK3-2	LDK4	LDK5	LDK6)
$f_{cm}(28d)$	40,3	40,3	42,9	42,9	38,9	38,9	38,9
Betonklasse	C35/45	C35/45	C35/45	C35/45	C30/37	C30/37	C30/37
$f_{cm}(28d)$	3,2	3,2	3,5	3,5	2,8	2,8	2,8
$f_{cm}(DIN,28d)$	3,2	3,2	3,2	3,2	2,9	2,9	2,9
$f_{ct,eff}(DIN)$	1,6	1,6	1,6	1,6	1,45	1,45	1,45
$E_{cm}(28d)$	34800	34800	36000	36000	31100	31100	31100
$E_{cm}(DIN)$	29300	29300	29300	29300	28300	28300	28300

*) abgeschätzt mangels verfügbarer 28 Tage-Daten zu LDK 6

Tab. 43: Schwindbeiwerte für Versuchsnachrechnungen
(Berechnungssystem EN 1992-1-1)

	LDK 1-1 LDK 1-2	LDK 2-1 LDK 2-2	LDK 3-1 LDK 3-2	LDK 4	LDK 5	LDK 6
Angesetztes Vergleichsalter t [d]	72	62	57	98	119	137
Freies Schwinden, ε_{sh}	-0,00039	-0,00033	-0,00030	-0,00036	-0,00039	-0,00041
Zeitabhängiger Kriechbeiwert, ϕ_t	1,96	1,85	1,65	1,95	2,05	2,12
Aus Schwind- behinderung $\sigma_{s,sh}$ [MPa]	-58,26	-55,15	-52,85	-53,71	-56,62	-59,03
Aus Schwind- behinderung $\sigma_{ct,sh}$ [MPa]	0,95	0,66	0,50	0,86	0,90	0,93

16 Anhang 5 - Rissabstände und Risskräfte

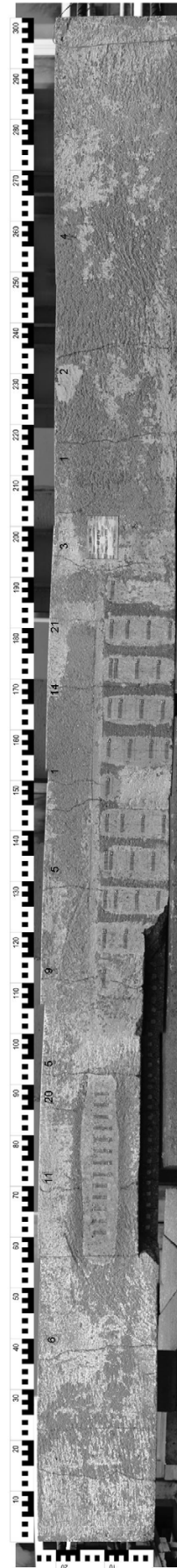
16.1 Riss - Protokolltabellen

Die Versuche werden jeweils maßstabgerecht in der Draufsicht dargestellt. Da für LDK 4 und LDK 5, aufgrund der geometrischen Voraussetzungen, eine separate Beeinflussung der Riss(abstands)entwicklung für jeden Stahl nicht ausgeschlossen werden kann, wird die Rissposition für diesen Versuch für den ersten und den zweiten Stab getrennt angegeben.

Tab. 50: LDK 4 (Stab 1 auf der DMS-Seite)

Nr.	Zugkraft [kN]	Versuch LDK 4, Ergebnisse der Erstprüfung am 30.09.2008, Alter: 98 d, hinten																																					
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30								
		Abstand vom Nullpunkt x-Position [cm]																																					
1	56,1																																						
2	56,1																151																						
3	56,1																																						
4	56,1																																						
5	66,4																																						
6	66,4																																						
7	66,4																																						
8	66,4																																						
9	66,4																																						
10	66,4																																						
11	66,4																																						
12	66,4																																						
13	66,4																																						
14	66,4																																						
15	66,4																																						
16	75,7																																						
17	101,6																																						
18	101,6																																						
19	101,6																																						
20	120,3																																						
21	120,3																																						
22	138,3																																						
23	138,3																																						
24	280																																						
25	280																																						
26	280																																						
27	280																																						
28	280																																						
29	280																																						
30	280																																						
31	280																																						
32	280																																						
33	280																																						

Seite 2



Abmessung: 3000 x 240 x 120 mm

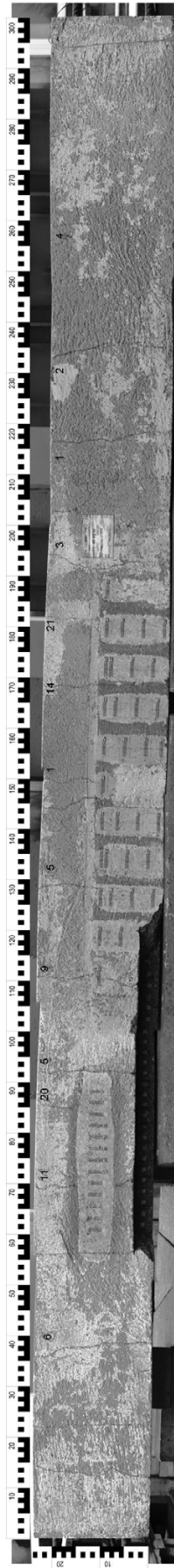
Serie: DIBT-LDK-4 Projekt: 1410061/61

Bewehrung 2 x 20 mm

Tab. 51: LDK 4 (Stab2)

Nr.	Zugkraft [kN]	Versuch LDK 4, Ergebnisse der Erstprüfung am 30.09.2008, Alter: 98 d, vorn (unter DMS)																																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30						
1	56,1																154																				
2	56,1																					192,5			236												
3	56,1																																				
4	56,1																																				
5	66,4								94																												
6	66,4																																				
7	66,4																																				
8	66,4																																				
9	66,4																																				
10	66,4																																				
11	66,4																																				
12	66,4																																				
13	66,4																																				
14	66,4																																				
15	66,4																																				
16	75,7																																				
17	102																																				
18	102																																				
19	102																																				
20	120																																				
21	120																																				
22	138																																				
23	138																																				
24	138																																				
25	280																																				
26	280																																				
27	280																																				
28	280																																				
29	280																																				
30	280																																				
31	280																																				
32	280																																				
33	280																																				

Seite 2



Abmessung: 3000 x 240 x 120 mm

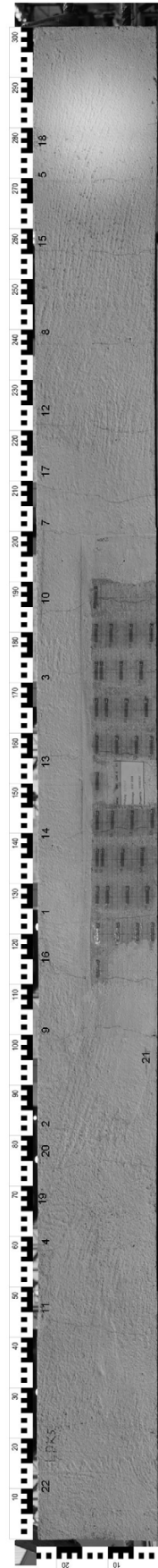
Serie: DIBT-LDK-4 Projekt: 1410061/61

Bewehrung 2 x 20 mm

Tab. 53: LDK 5 (hinten, Stab2)

Nr.	Zugkraft [kN]	Versuch LDK 5, Ergebnisse der Erstprüfung am 21.10.2008, Alter: 119 d																																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30					
		Abstand vom Nullpunkt x-Position [cm]																																		
1	36												122,9																							
2	39,7						79,5																													
3	39,7																																			
4	53,1					57,1																														
5	53,1																																			
6	59,3					23,2																														
7	59,3																																			
8	62,4																																			
9	69,8																																			
10	69,8											101																								
11	85,1																																			
12	85,1																																			
13	85,1																																			
14	89,2																																			
15	89,2																																			
16	123,8																																			
17	234,5																																			
18	234,5																																			
19	246,6																																			
20	246,6																																			
21	246,6																																			
22	280																																			
23	280																																			
		bei Zweitbelastung																																		
		n.m., Riss kommt von unten																																		

Seite 2



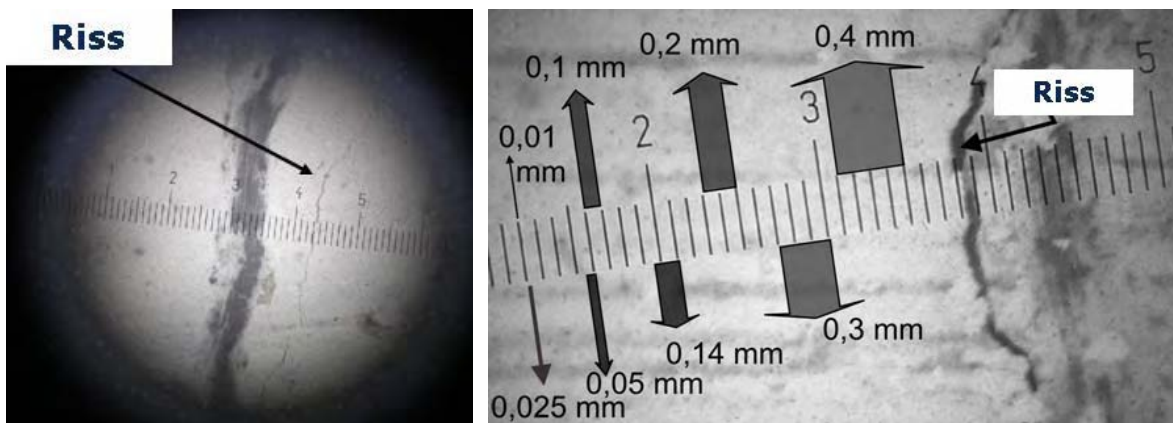
Abmessung: 3000 x 240 x 120 mm Bewehrung : 2x 20 mm

Serie: DIBT-LDK-5 Projekt: 1410061/61

17 Anhang 6 - Gemessene Verformungen

17.1 Diskrete Rissmessungen - Messmethodik

Die Rissbreiten der langen Dehnkörper sind in der Regel während der 1. Wiederbelastung nach Entfernung des IWA1 festgestellt worden. Die Messung der Rissbreite erfolgte als lokale Skalenablesung der Risslupe. Die Rissbreiten sind über der Stahlachse an der Oberfläche bei $c = 50$ mm gemessen worden. Für LDK 4 und 5 sind die Rissbreiten aus jeweils 3 Werten (je über dem Stahl und in der Mitte) gemittelt worden. Für LDK 6 wurde die Rissbreitenablesung in der Mitte, ebenfalls an der Oberfläche vorgenommen. Dazu wurde die lastgesteuerte Belastung bei 80 und 110 kN für die einfach bewehrten Serien und bei 160 und 220 kN für die doppelt bewehrten Serien angehalten. Die untere Laststufe bei der Messung entspricht dabei jeweils einer Stahlspannung σ_s von 254,8 MPa im Riss, die obere Laststufe 350,3 MPa.



a) Blick durch die Risslupe

b) Skaleninterpretation

Abb. 194: Risslupenmessung

17.2 Diskrete Rissmessungen - Ergebnisse

Die Rissnummern stimmen mit der Nummer des Erstauftretens überein, siehe auch Tabellen in Anhang 5.

Tab. 55: Gemessene Oberflächenrissbreiten LDK 1 und LDK 2

Dehnkörper	LDK 1-1			LDK 1-2			LDK 2-1			LDK 2-2		
	Rissbreite wi auf Lastniveau		Durchriss	Rissbreite wi auf Lastniveau		Durchriss	Rissbreite wi auf Lastniveau		Durchriss	Rissbreite wi auf Lastniveau		Durchriss
	80 kN	110 kN	j/n	80 kN	110 kN	j/n	80 kN	110 kN	j/n	80 kN	110 kN	j/n
Nr. des Auftretens	mm	mm		mm	mm		mm	mm		mm	mm	
1	0,21	0,27	j	0,12	0,18	j	0,35	0,38	j	0,25	0,29	j
2	0,21	0,26	j	0,18	0,25	j	0,34	0,40	j	0,07	0,06	n
3	0,22	0,30	j	0,12	0,14	j	0,35	0,45	j	0,25	0,30	j
4	0,18	0,26	j	0,10	0,13	j	0,16	0,25	j	0,30	0,45	j
5	0,12	0,22	j	0,16	0,20	j	0,22	0,22	j	0,23	0,35	j
6	0,12	0,22	j	0,15	0,22	j	0,18	0,25	j	0,04	0,06	n
7	0,40	0,50	j	0,18	0,25	j	0,04	0,04	n	0,10	0,13	j
8	0,23	0,25	j	0,20	0,25	j	0,22	0,30	j	0,23	0,33	n
9	0,17	0,25	j	0,13	0,15	j	0,26	0,33	j	0,04	0,08	n
10	0,16	0,23	j	0,12	0,20	j	0,16	0,23	n	0,07	0,08	n
11	0,14	0,22	j	0,15	0,22	j	0,11	0,20	n	0,02	0,04	n
12	0,12	0,17	j	0,20	0,20	j	0,08	0,12	n	0,14	0,26	j
13	0,20	0,28	j	0,12	0,15	j	0,08	0,08	n	0,12	0,15	j
14	0,22	0,30	j	0,10	0,23	j	0,20	0,25	j	0,15	0,25	j
15	0,18	0,22	j	0,09	0,12	j	0,10	0,10	j	0,13	0,19	j
16	0,13	0,15	j	0,10	0,16	n	0,03	0,10	n	0,09	0,10	j
17	0,15	0,22	j	0,12	0,22	j	0,03	0,07	n	0,09	0,13	n
18	-	-	n-seitl.	0,12	0,15	n	0,05	0,06	n	0,02	0,04	n
19	0,04	0,05	n	-	0,02	n	0,08	0,10	n	0,10	0,12	n
20	0,03	0,03	n	-	0,02	n	0,03	0,08	n	0,05	0,06	n
21	0,04	0,05	n	0,08	0,14	j	0,01	0,01	j	0,02	0,03	j
22	0,03	0,04	n	0,05	0,08	n	0,06	0,10	n	0,06	0,09	n
23	0,02	0,03	n	0,03	0,04	n	0,03	0,03	n	0,03	0,05	n
24	0,01	0,02	n	0,03	0,05	n	0,06	0,07	n	0,03	0,04	n
25	-	0,03	n	0,02	0,04	n	0,03	0,07	n	0,08	0,09	j
26	-	-	n-seitl.	0,02	0,03	n	0,01	0,03	n	0,02	0,03	n
27	-	0,06	n	0,02	0,04	n	0,06	0,06	n	0,02	0,03	n
28	-	0,05	n	0,03	0,04	n	0,05	0,07	n	0,03	0,03	n
29	-	-	n	-	0,03	n	0,07	0,07	n	0,03	0,03	n
30	-	-	n				0,02	0,04	n	0,03	0,03	n
31							0,02	0,03	n	0,01	0,02	n
32							0,02	0,06	n	0,04	0,07	n
33							0,02	0,05	n	0,01	0,01	n
34										-	-	n - seitl.
35										0,06	0,08	n
36										0,03	0,05	n
Auswertung			<i>Risse</i>			<i>Risse</i>			<i>Risse</i>			<i>Risse</i>
Min	0,010	0,020	30	0,020	0,020	29	0,010	0,010	33	0,010	0,010	36
Max	0,400	0,500	D="j"	0,200	0,250	D="j"	0,350	0,450	D="j"	0,300	0,450	D="j"
Mean	0,145	0,180	17	0,105	0,136	17	0,107	0,142	11	0,085	0,118	12
k0.95	0,229	0,300		0,195	0,250		0,344	0,388		0,250	0,336	
Min(D="j")	0,120	0,150		0,080	0,120		0,010	0,010		0,020	0,025	
Max(D="j")	0,400	0,500		0,200	0,250		0,350	0,450		0,300	0,450	
Σwi	3,325	4,680		2,730	3,940		3,530	4,700		2,980	4,145	

Tab. 56: Gemessene Oberflächenrissbreiten LDK 3 und LDK 4

Dehnkörper	LDK 3-1			LDK 3-2			LDK 4, über Stab 1(vorn)			LDK 4, über Stab 2		
	Rissbreite wi auf Lastniveau		Durchriss	Rissbreite wi auf Lastniveau		Durchriss	Rissbreite wi auf Lastniveau		Durchriss	Rissbreite wi auf Lastniveau		Durchriss
	80 kN	110 kN	j/n	80 kN	110 kN	j/n	160 kN	220 kN	j/n	160 kN	220 kN	j/n
Nr. des Auftretens	mm	mm		mm	mm		mm	mm		mm	mm	
1	0,20	0,25	j	nicht gemessen	0,50	j	0,07	0,12	j	0,18	0,27	j
2	0,10	0,15	j	nicht gemessen	0,45	j	0,17	0,30	j	0,28	0,30	j
3	0,25	0,40	j	nicht gemessen	0,40	j	0,15	0,16	j	0,10	0,11	j
4	0,25	0,30	j	nicht gemessen	0,40	j	0,12	0,12	j	0,18	0,20	j
5	0,09	0,13	n	nicht gemessen	0,15	j	0,25	0,30	j	0,20	0,25	j
6	0,30	0,35	j	nicht gemessen	0,04	n	0,17	0,17	j	0,12	0,17	j
7	0,14	0,20	j	nicht gemessen	0,10	n	0,18	0,20	j	0,17	0,20	j
8	0,07	0,09	j	nicht gemessen	0,07	n	0,17	0,21	j	0,15	0,16	j
9	0,20	0,25	j	nicht gemessen	0,10	n	0,18	0,30	j	0,22	0,28	j
10	0,10	0,12	j	nicht gemessen	0,03	n	0,16	0,22	j	0,13	0,18	j
11	0,14	0,17	j	nicht gemessen	0,08	n	0,17	0,22	j	0,13	0,22	j
12	0,02	0,02	n	nicht gemessen	0,12	n	0,20	0,24	j	0,22	0,15	j
13	0,07	0,10	n	nicht gemessen	0,20	j	0,08	0,09	j	0,10	0,15	j
14	0,05	0,08	n	nicht gemessen	0,15	j	0,16	0,16	j	0,19	0,23	j
15	0,02	0,07	n	nicht gemessen	0,12	j	0,20	0,22	j	0,12	0,27	j
16	0,04	0,08	n	nicht gemessen	0,06	n	0,18	0,21	j	0,25	0,27	j
17	0,07	0,10	n	nicht gemessen	0,02	(j)	0,03	0,04	j	0,04	0,07	j
18	-	0,07	n	nicht gemessen	0,08	n	-	-	n(seitl.)	0,01	0,25	j
19	-	0,07	n	nicht gemessen	0,05	n	-	-	n(seitl.)			
20	-	0,03	n	nicht gemessen	0,02	n	0,01	0,02	j	0,08	0,11	j
21	-	0,05	n	nicht gemessen	0,11	n	0,08	0,14	j	0,15	0,17	j
22	-	0,04	n	nicht gemessen	0,05	n	0,04	0,13	j	0,09	0,12	j
23	-	0,05	n	nicht gemessen	0,04	n	0,07	0,15	j	0,06	0,10	j
24				nicht gemessen	0,10	n	-	-	n(seitl.)	-	-	n(seitl.)
25							-	-	n(seitl.)			
26							-	-	n(seitl.)			
27										-	-	n(seitl.)
28										-	-	n(seitl.)
29										-	-	n(seitl.)
30										-	-	n(seitl.)
31							-	-	n(seitl.)			
32							-	-	n(seitl.)	-	-	n(seitl.)
33										-	-	n(seitl.)
34												
35												
36												
Auswertung			<i>Risse</i>			<i>Risse</i>			<i>Risse</i>			<i>Risse</i>
Min	0,020	0,020	23		0,020	24	0,010	0,020	28	0,010	0,070	29
Max	0,300	0,400	D="j"		0,500	D="j"	0,250	0,300	D="j"	0,280	0,300	D="j"
Mean	0,124	0,138	10		0,143	8	0,135	0,177	21	0,144	0,192	22
k0.95	0,260	0,345			0,443		0,200	0,300		0,249	0,280	
Min(D="j")	0,070	0,090			0,120		0,010	0,020		0,010	0,070	
Max(D="j")	0,300	0,400			0,500		0,250	0,300		0,280	0,300	
Ewi	2,110	3,165			3,440		2,840	3,720		3,170	4,230	

Tab. 57: Gemessene Oberflächenrissbreiten LDK 5 und LDK 6

Dehnkörper Nr. des Auftretens	LDK 5, über Stab 1(vorn)			LDK 5, über Stab 2			LDK 6		
	Rissbreite wi auf Lastniveau		Durchriss j/n	Rissbreite wi auf Lastniveau		Durchriss j/n	Rissbreite wi auf Lastniveau		Durchriss j/n
	160 kN mm	220 kN mm		160 kN mm	220 kN mm		160 kN mm	220 kN mm	
1	0,20	0,20	j	0,20	0,25	j	0,18	0,20	j
2	0,15	0,25	j	0,15	0,20	j	0,38	0,50	j
3	0,35	0,35	j	0,25	0,35	j	0,26	0,50	j
4	0,20	0,40	j	0,15	0,30	j	0,12	0,15	j
5	0,45	0,50	j	0,50	0,50	j	0,22	0,30	j
6	0,30	0,30	j	0,20	0,25	j	0,12	0,19	j
7	0,20	0,20	j	0,15	0,20	j	0,12	0,22	j
8	0,30	0,25	j	0,30	0,25	j	0,10	0,10	j
9	0,20	0,25	j	0,10	0,25	j	0,15	0,25	j
10	0,15	0,20	j	0,15	0,25	j	0,08	0,10	j
11	0,15	0,35	j	0,30	0,30	j	0,10	0,15	j
12	0,25	0,30	j	0,25	0,30	j	0,13	0,20	j
13	0,15	0,25	j	0,20	0,25	j	0,17	0,21	j
14	0,20	0,30	j	0,20	0,25	j	0,24	0,30	j
15	0,30	0,35	j	0,35	0,30	j	0,19	0,19	j
16	0,25	0,35	j	0,25	0,30	j	0,14	0,20	j
17	0,15	0,20	j	0,15	0,25	j	0,08	0,13	j
18	-	-	n(seitl.)	-	-	n(seitl.)	0,05	0,07	j
19	-	-	-	-	-	n(seitl.)	0,13	0,13	j
20	0,10	0,15	j	0,10	0,20	j	-	-	n
21	-	-	n(seitl.)	-	-	-	0,12	0,17	j
22	-	-	n(seitl.)	-	-	n(seitl.)	0,05	0,06	n
23	-	-	-	-	-	-	-	-	n
24	-	-	-	-	-	-	0,07	0,11	n
25	-	-	-	-	-	-	0,09	0,21	j
26	-	-	-	-	-	-	0,07	0,07	n
27	-	-	-	-	-	-	-	-	n
28	-	-	-	-	-	-	-	-	n
29	-	-	-	-	-	-	-	-	n
30	-	-	-	-	-	-	-	-	-
31	-	-	-	-	-	-	-	-	-
32	-	-	-	-	-	-	-	-	-
33	-	-	-	-	-	-	-	-	-
34	-	-	-	-	-	-	-	-	-
35	-	-	-	-	-	-	-	-	-
36	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Auswertung			<i>Risse</i>			<i>Risse</i>			<i>Risse</i>
Min	0,100	0,150	21	0,100	0,200	21	0,050	0,060	29
Max	0,450	0,500	D="j"	0,500	0,500	D="j"	0,380	0,500	D="j"
Mean	0,225	0,286	18	0,219	0,275	18	0,140	0,196	21
k0.95	0,365	0,415		0,373	0,373		0,257	0,470	
Min(D="j")	0,100	0,150		0,100	0,200		0,050	0,070	
Max(D="j")	0,450	0,500		0,500	0,500		0,380	0,500	
Σwi	4,050	5,150		3,950	4,950		3,360	4,710	

17.3 Risskraft-Positions-Diagramme

Die Riss erzeugenden Kräfte können in Risskraft-Positions-Diagrammen (ab Abb. 195) dargestellt werden. Im Zusammenhang mit den festgestellten Rissgrößen, ist es möglich, die Zufälligkeit der Erstrissbildung zu analysieren. Interrelationen und systematische Zusammenhänge können ebenso sichtbar gemacht werden. Die Rissgrößen sind dabei aus technischen Gründen (IWA 1 blockiert die Hauptmessstelle während der Erstbelastung) während der Zweitbemessung festgestellt worden, die Risskräfte bei der Erstbelastung.

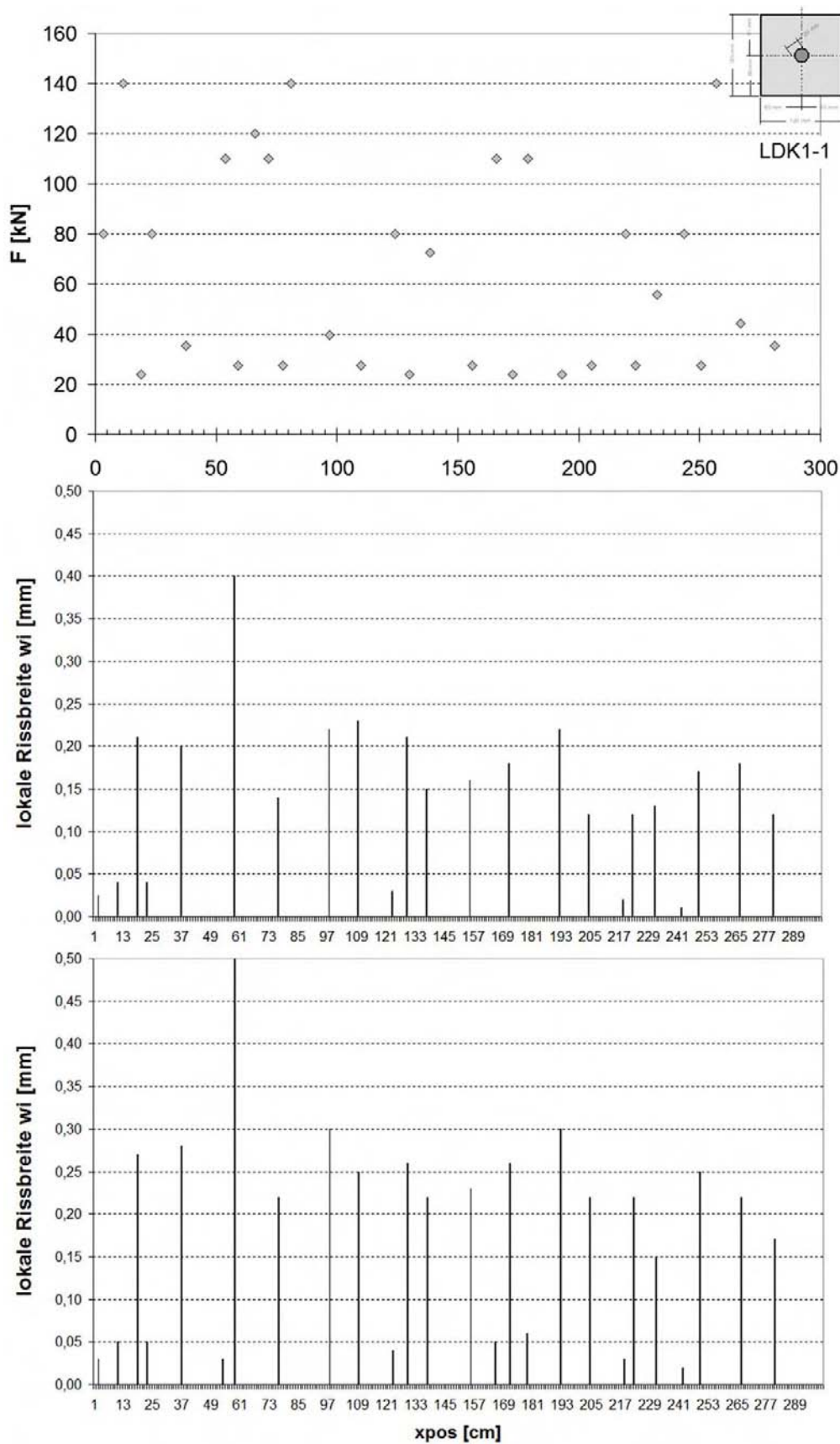


Abb. 195: Positionsdiagramme LDK 1-1 (Mitte 80 kN, unten 110 kN bei Zweitbelastung)

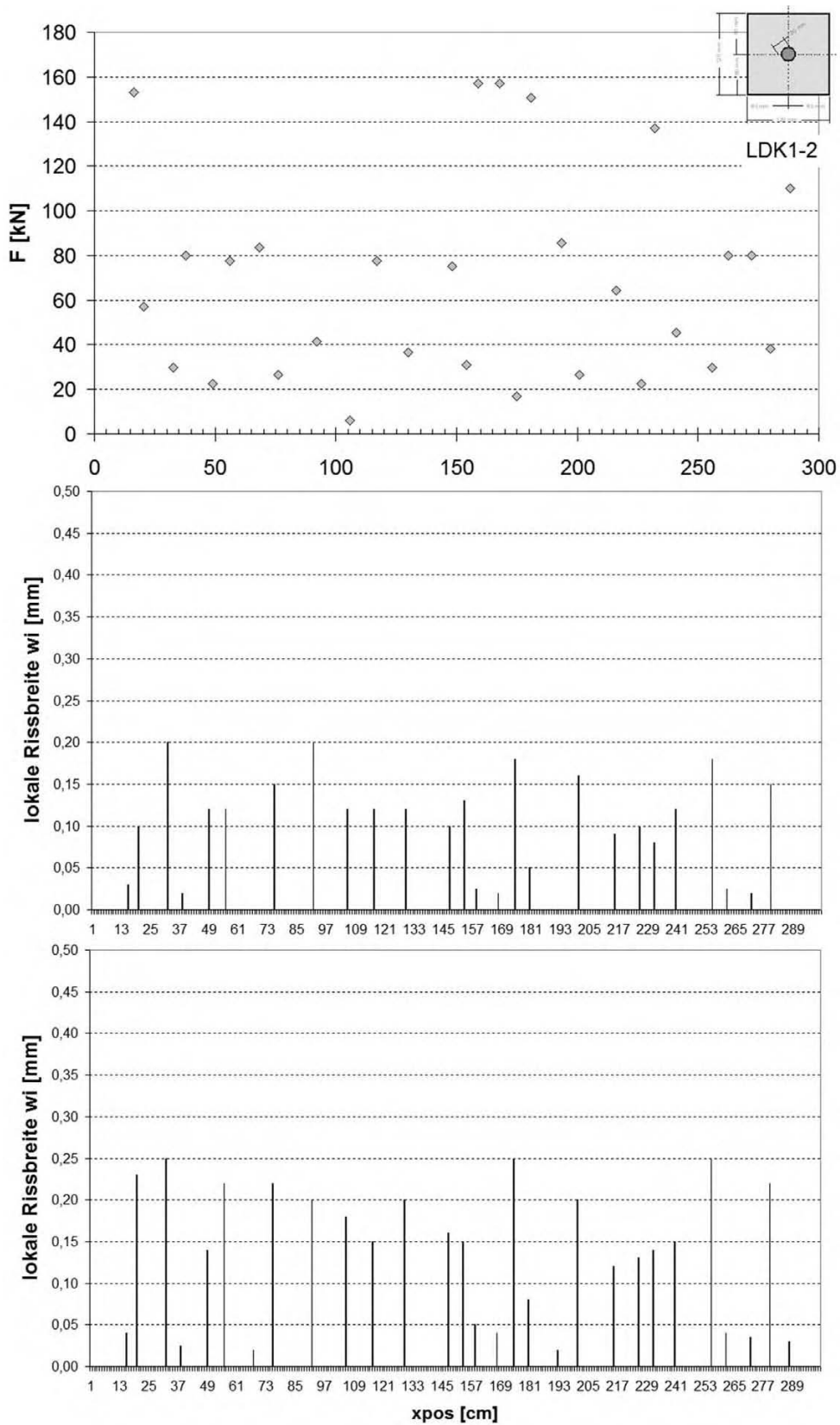


Abb. 196: Positionsdiagramme LDK 1-2 (Mitte 80 kN, unten 110 kN bei Zweitbelastung)

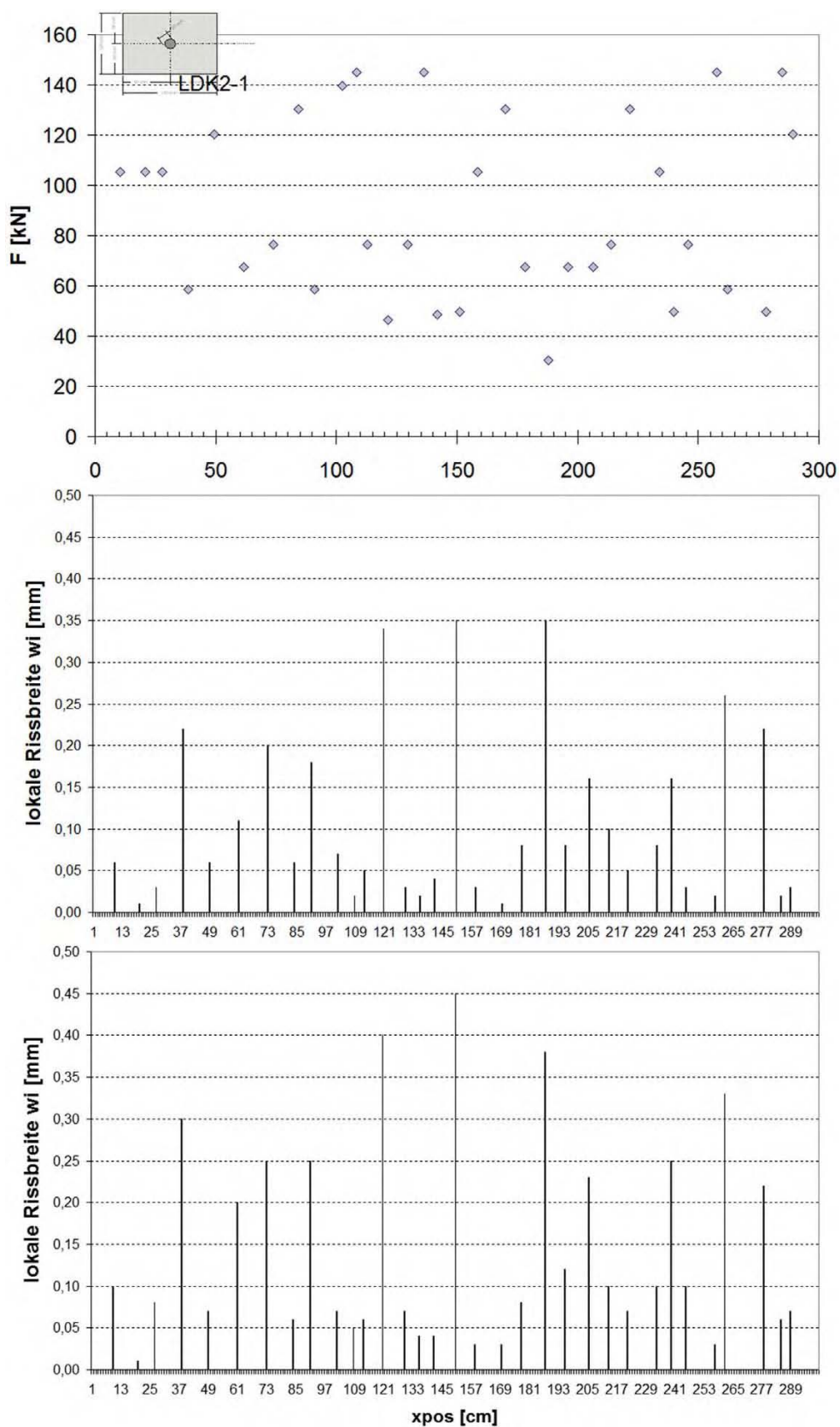


Abb. 197: Positionsdiagramme LDK 2-1 (Mitte 80 kN, unten 110 kN bei Zweitbelastung)

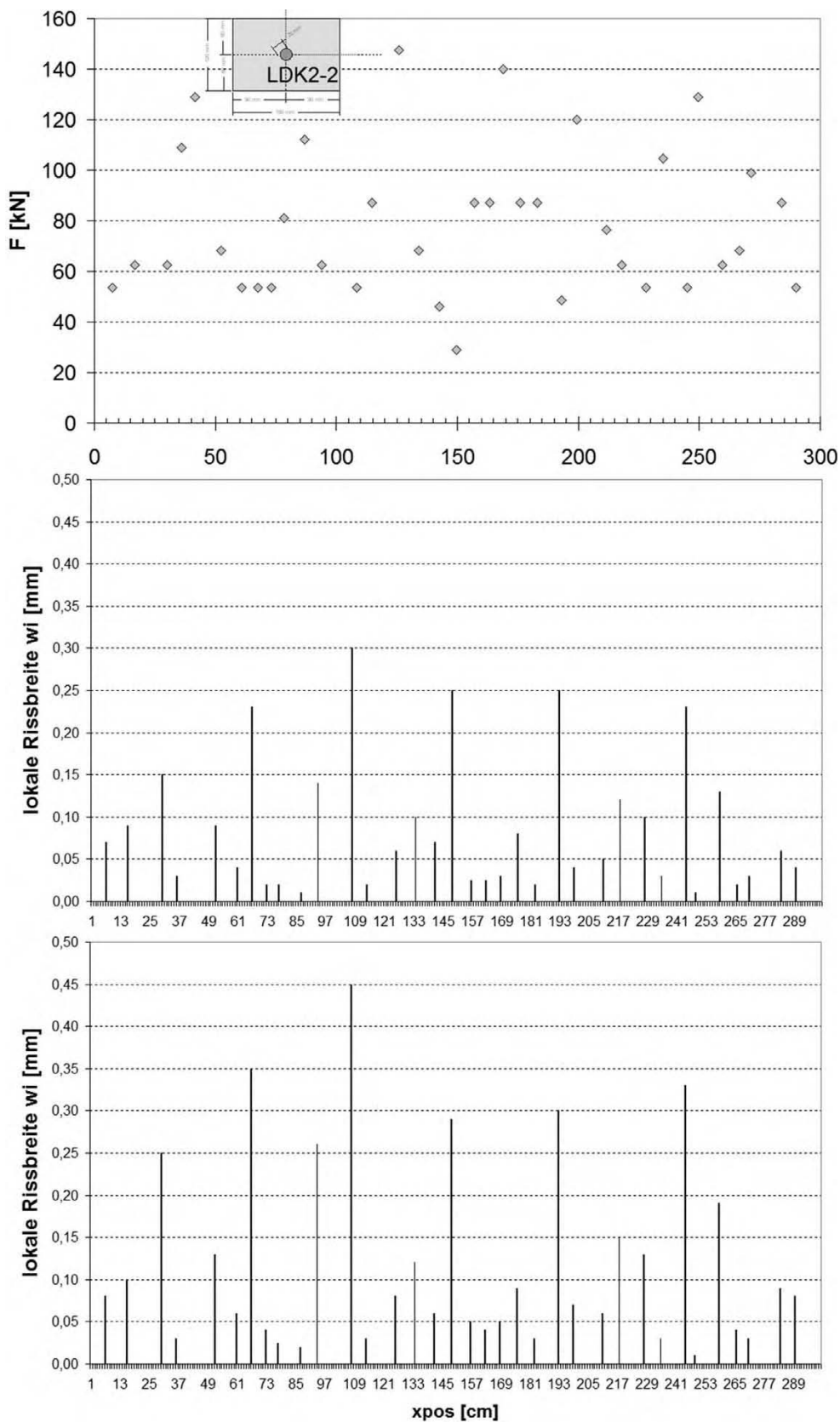


Abb. 198: Positionsdiagramme LDK 2-2 (Mitte 80 kN, unten 110 kN bei Zweitbelastung)

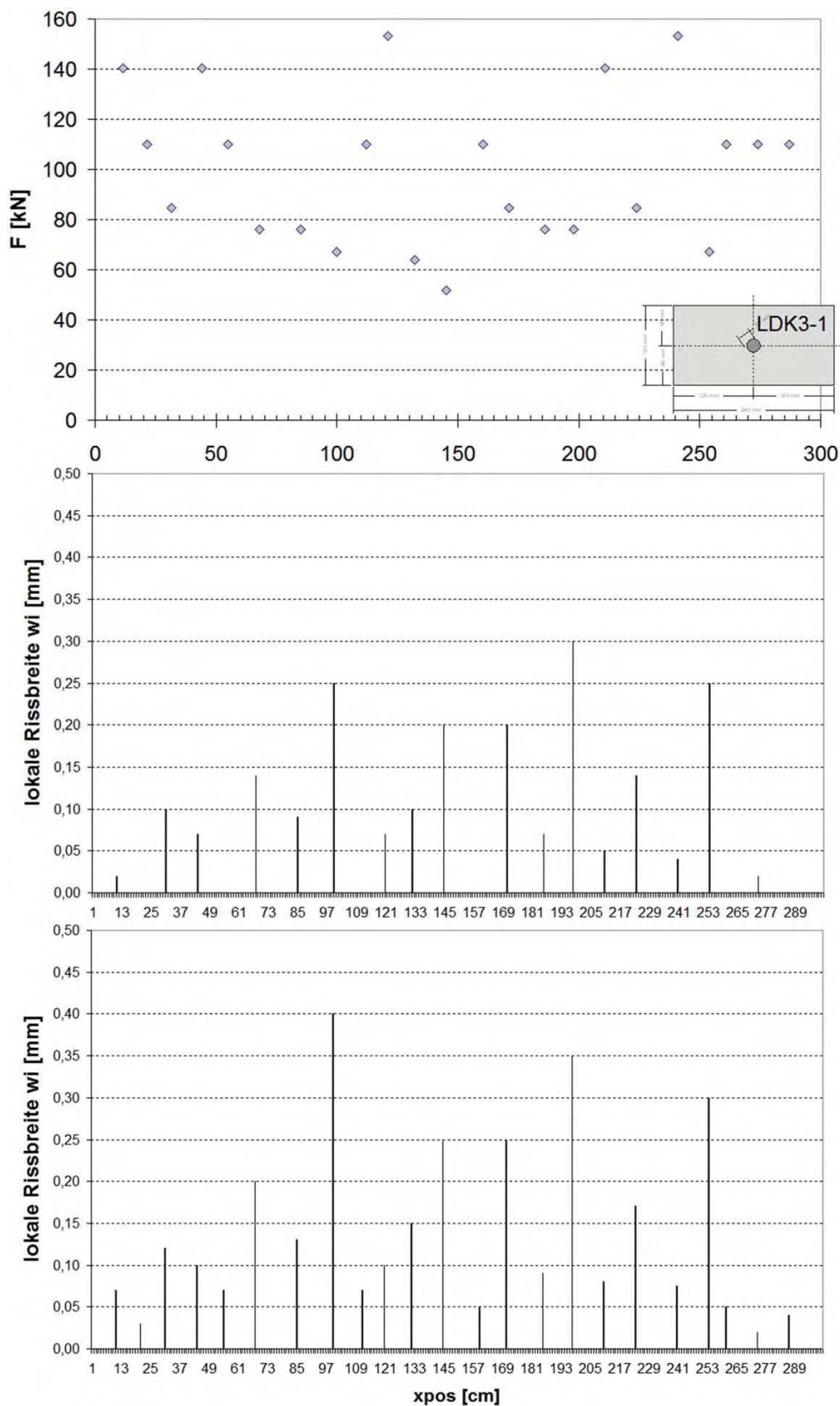


Abb. 199: Positionsdiagramme LDK 3-1 (Mitte 80 kN, unten 110 kN bei Zweitbelastung)

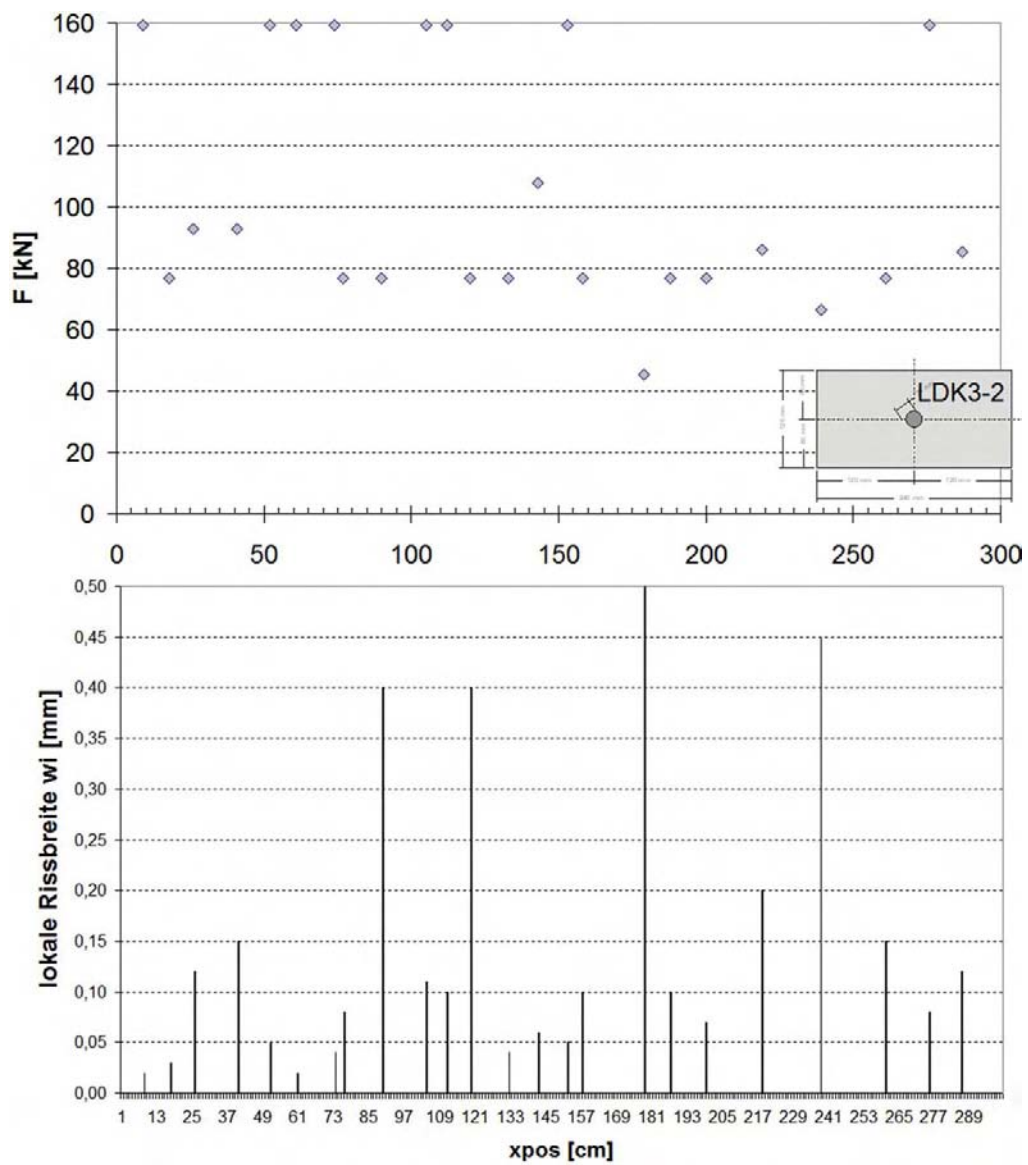


Abb. 200: Positionsdiagramme LDK 3-2 (Mitte 80 kN bei Zweitbelastung)

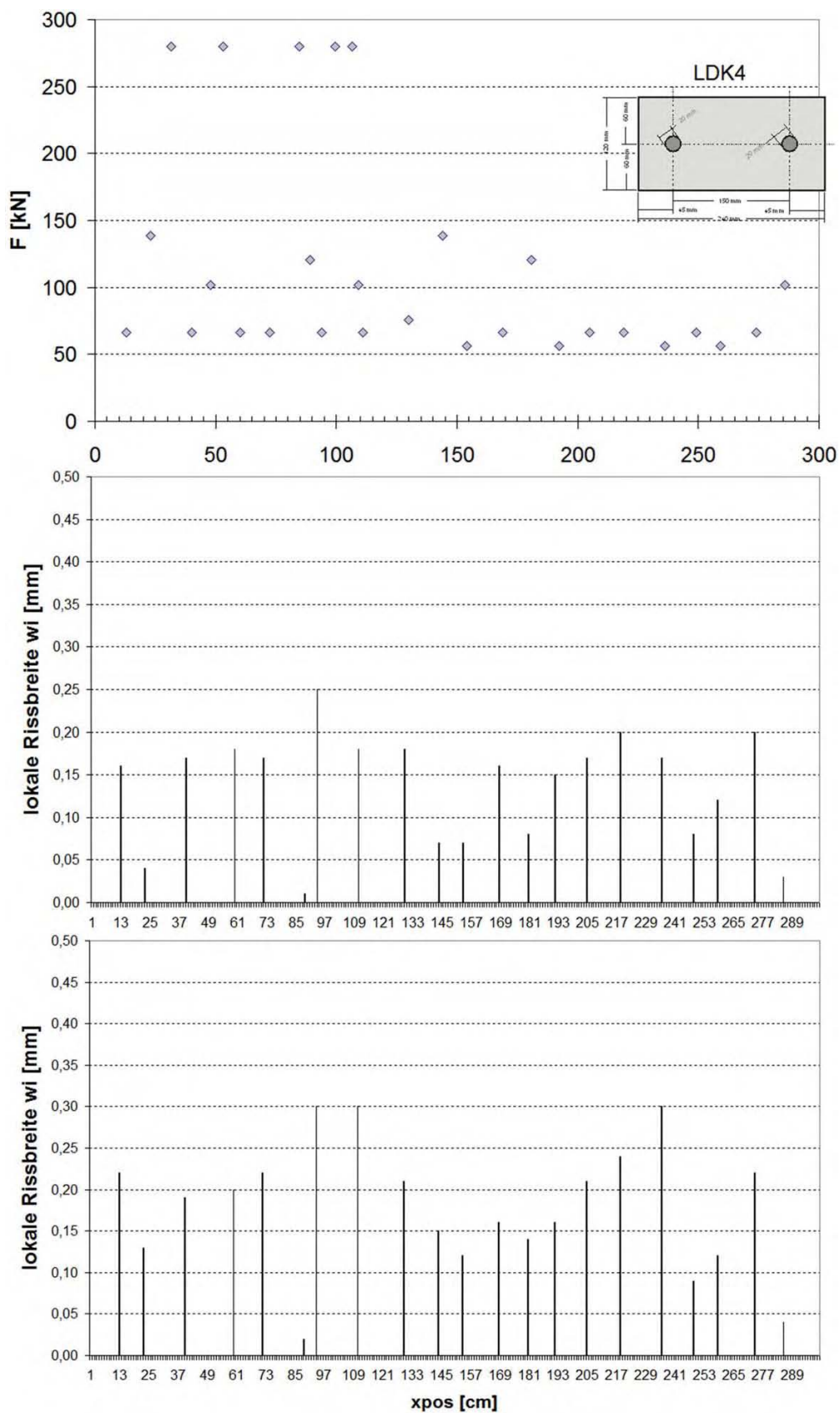


Abb. 201: Positionsdiagramme LDK 4-Stab1 (M:160 kN-u: 220 kN, Zweitbelastung)

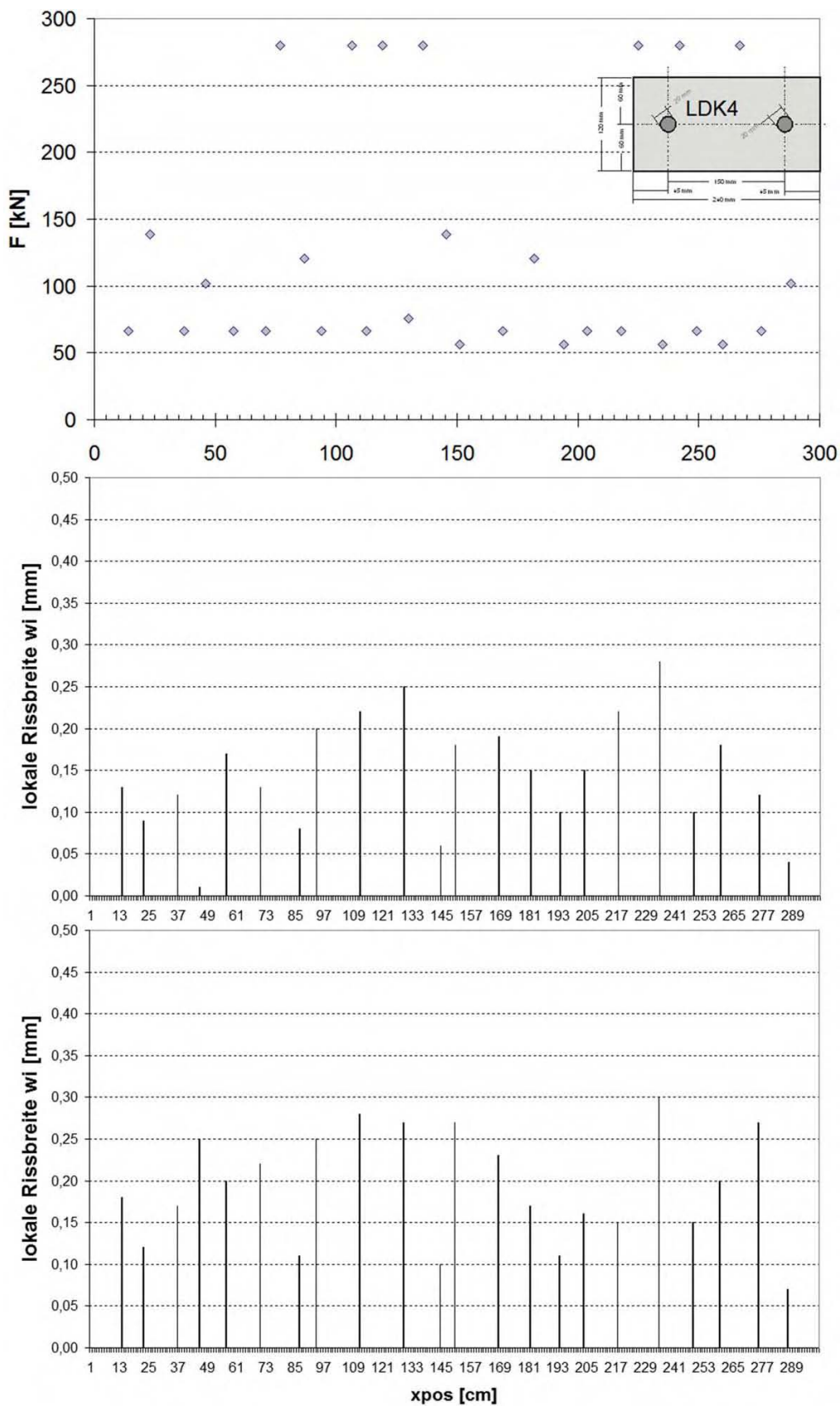


Abb. 202: Positionsdiagramme LDK 4-Stab2 (M:160 kN-u: 220 kN, Zweitbelastung)

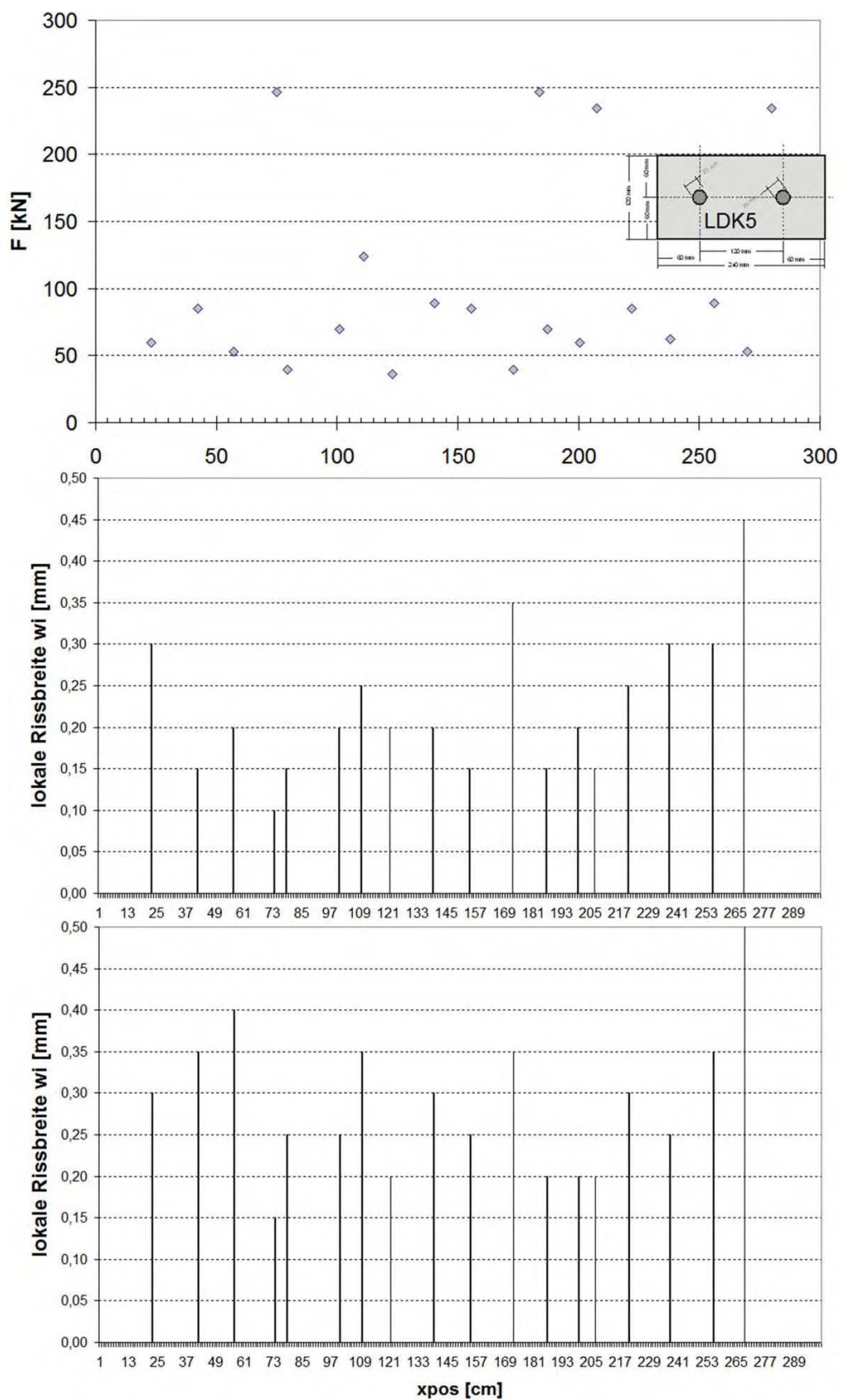


Abb. 203: Positionsdiagramme LDK 5-Stab1 (M:160 kN-u: 220 kN, Zweitbelastung)

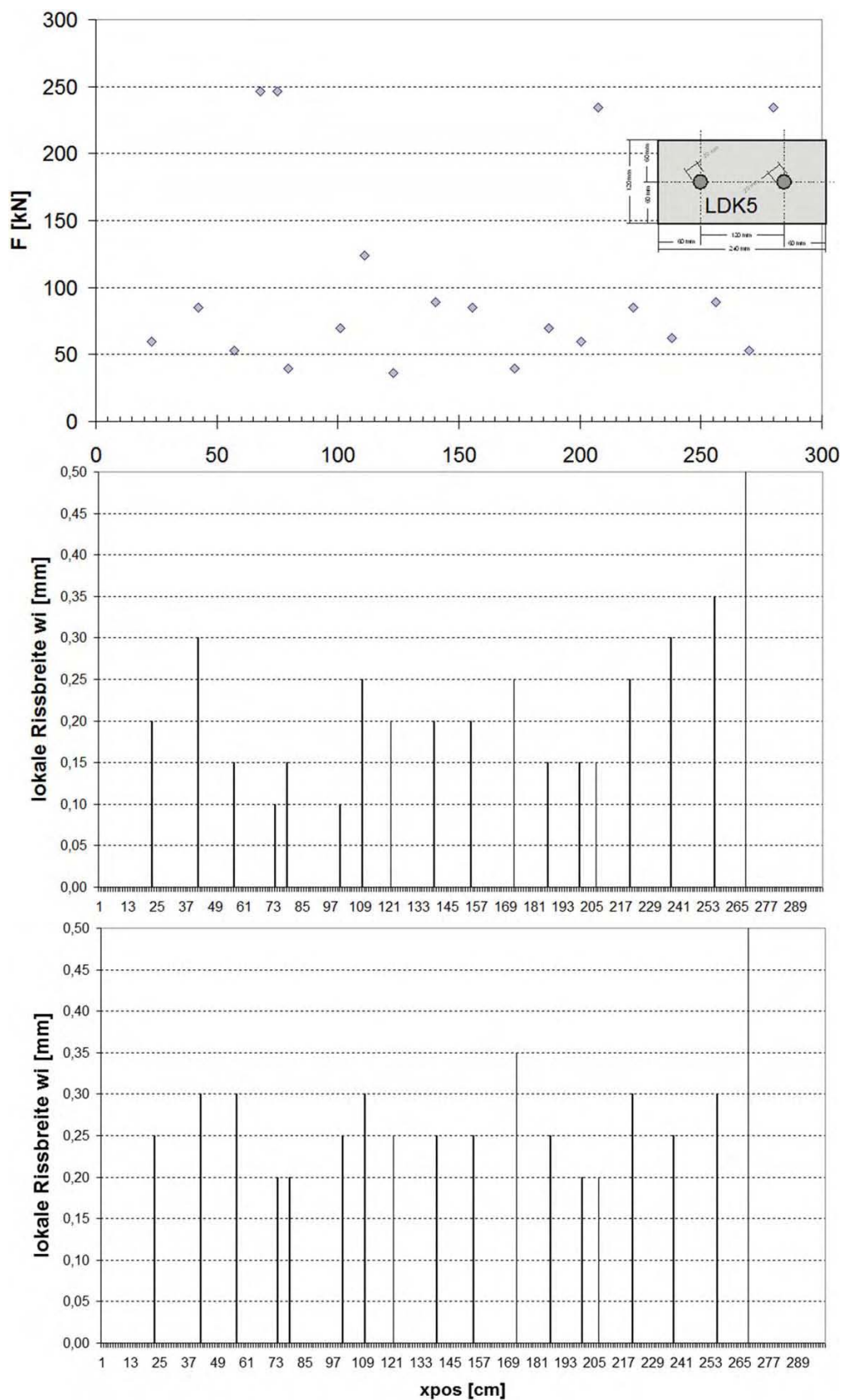


Abb. 204: Positionsdiagramme LDK 5-Stab2 (M:160 kN-u: 220 kN, Zweitbelastung)

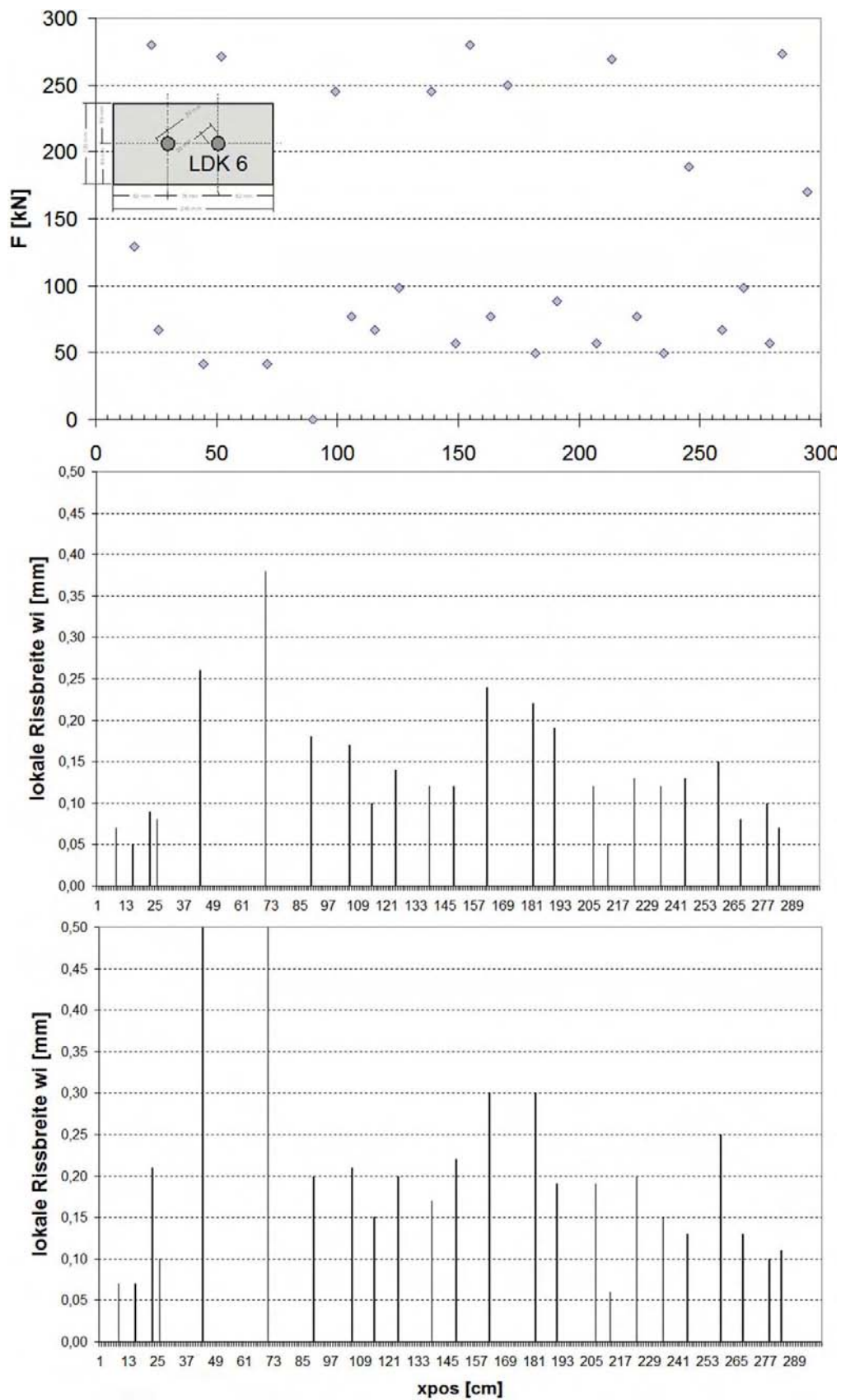


Abb. 205: Positionsdiagramme LDK 6, Mitte (M:160 kN-u: 220 kN, Zweitbelastung)

17.4 Gesamtdehnungen gemessen am IWA 1

Die nächsten Diagramme zur Gesamtdehnungsmessung zeigen die relativen Dehnungen aus der Längsdehnungsmessung des IWA1 gegen das externe Belastungsniveau aufgetragen.

$$\varepsilon_{ges,IWA1} = \frac{\Delta l_{IWA1} [\text{mm}]}{3000 \text{ mm}} \quad (190)$$

Die Stahldehnung wurde aus je zwei auf der Lastseite der Bewehrung außerhalb des Betons applizierten DMS durch Mittelwertbildung erzeugt. Dies funktioniert gut für die einfach bewehrten Versuchskörper. In den Körpern mit zwei parallelen Stäben erhielt jeder Stab nur einen DMS, womit einige Störungen rechnerisch nicht ausgeglichen werden konnten. So entstehen möglicherweise Messstörungen durch ein leicht ungleichmäßiges Anziehen der Stäbe und die abweichende Positionierung der Rippung der Stäbe. Die Spannungswerte sind Umrechnungen der mittels Kraftmessdose gemessenen Zugkräfte.

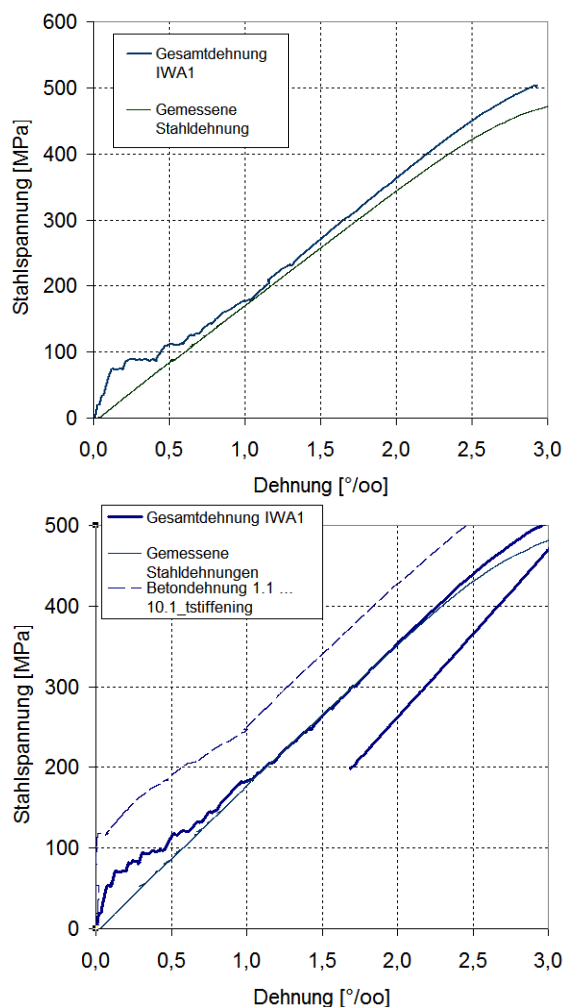


Abb. 206: Spannungs-Dehnungs-Diagramme LDK 1-1 (o.), LDK 1-2 (u.)

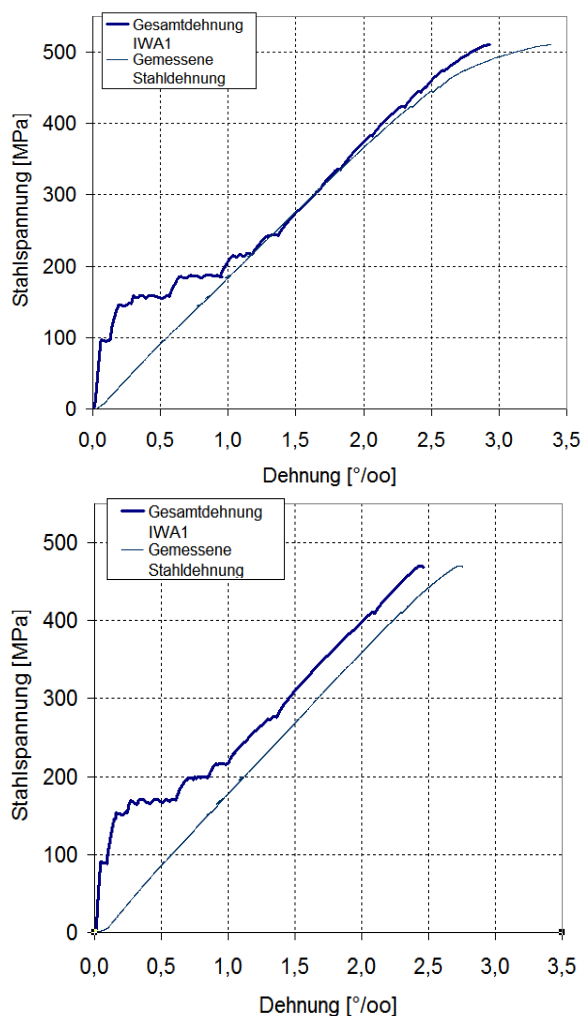


Abb. 207: Spannungs-Dehnungs-Diagramme LDK 2-1 (o.), LDK 2-2 (u.)

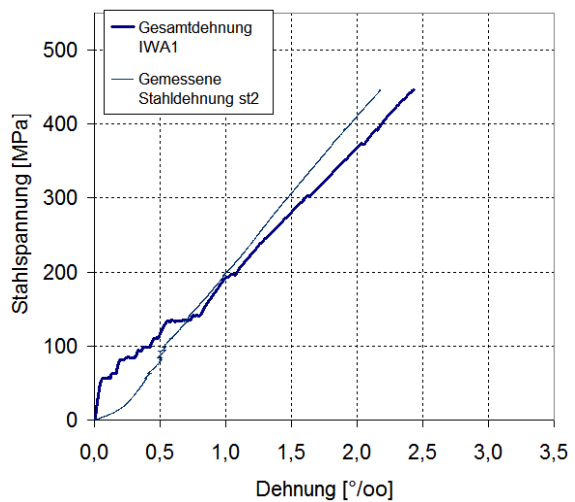
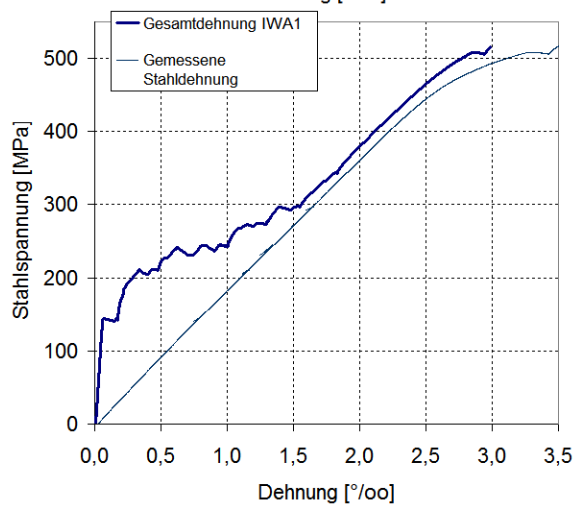
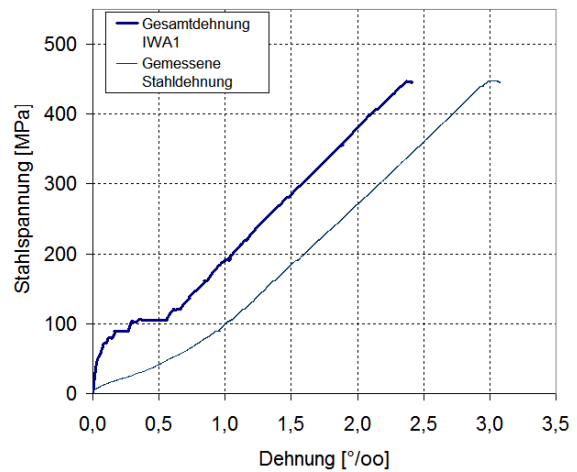
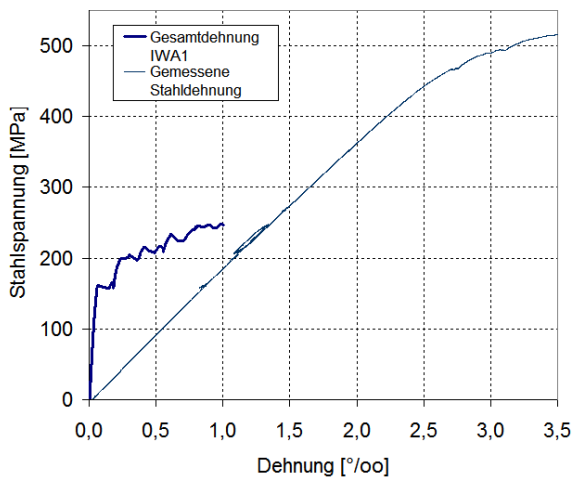


Abb. 208: Spannungs-Dehnungs-Diagramme LDK 3-1 (o.), LDK 3-2 (u.)

Abb. 209: Spannungs-Dehnungs-Diagramme LDK 4 (o.), LDK 5 (u.)

Die Gesamtdehnungsmessung des LDK3-1 musste bei einer Spannung von 250 MPa abgebrochen werden, da ein Messpunkt des IWA 1 durch einen hineinlaufenden Tepfers-Riss an der Stirnseite des Versuchskörpers danach durch seine Verschiebung unsinnige Werte erzeugte.

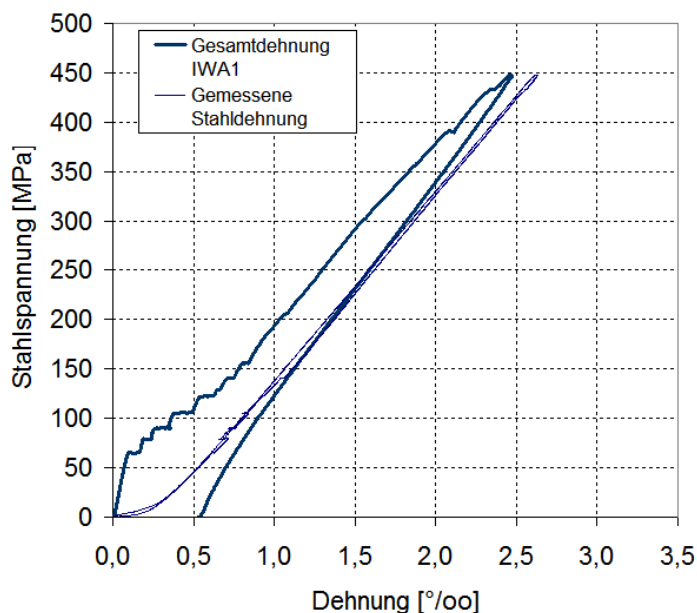
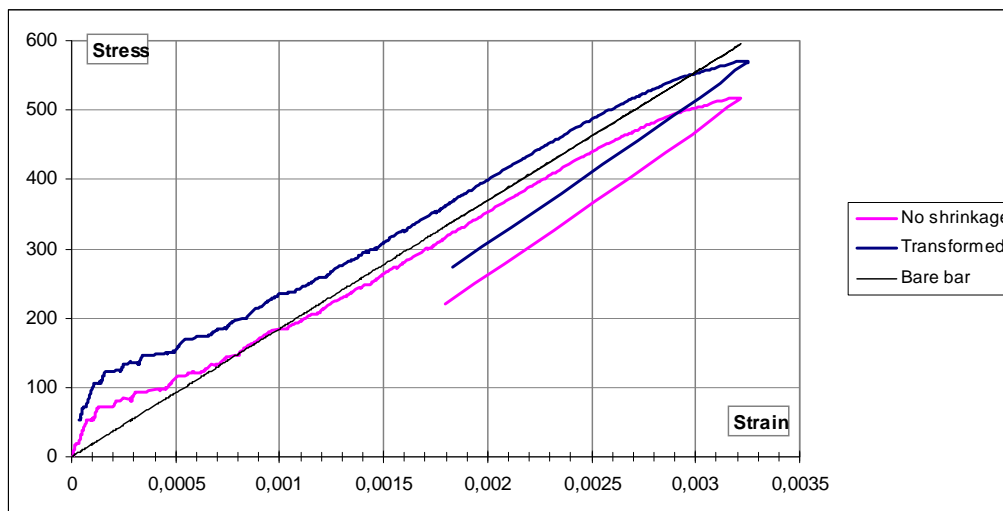


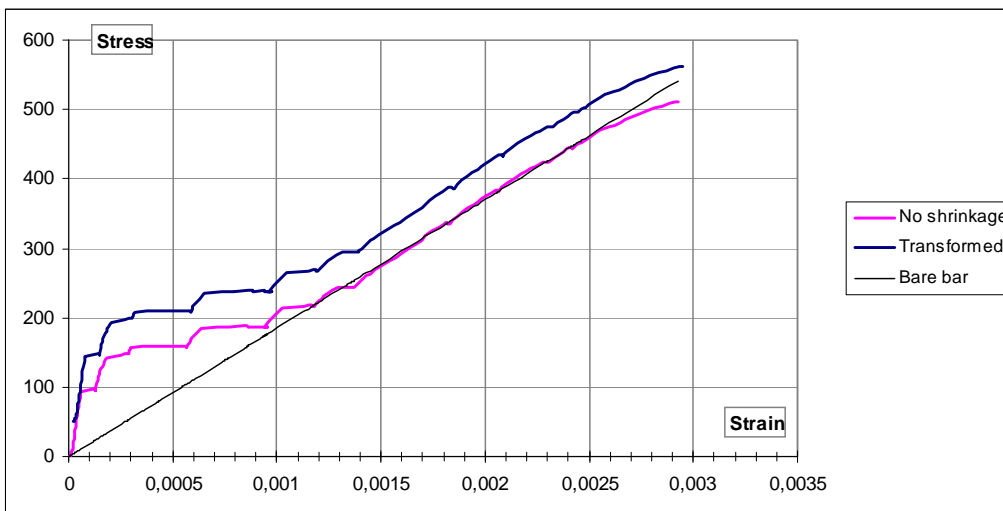
Abb. 210: Spannungs-Dehnungs-Diagramm LDK 6

Die Versuche LDK 4 bis 6 wurden aus Sicherheitsgründen nicht völlig bis zum Fließen des Stahls gefahren. Da es sich um Handrad, also Kraft gesteuerte Versuche handelte, bestand das Risiko eines nicht kontrollierbaren Stahlversagens und damit Zerstörung der Versuchseinrichtung aufgrund der hohen externen Belastung.

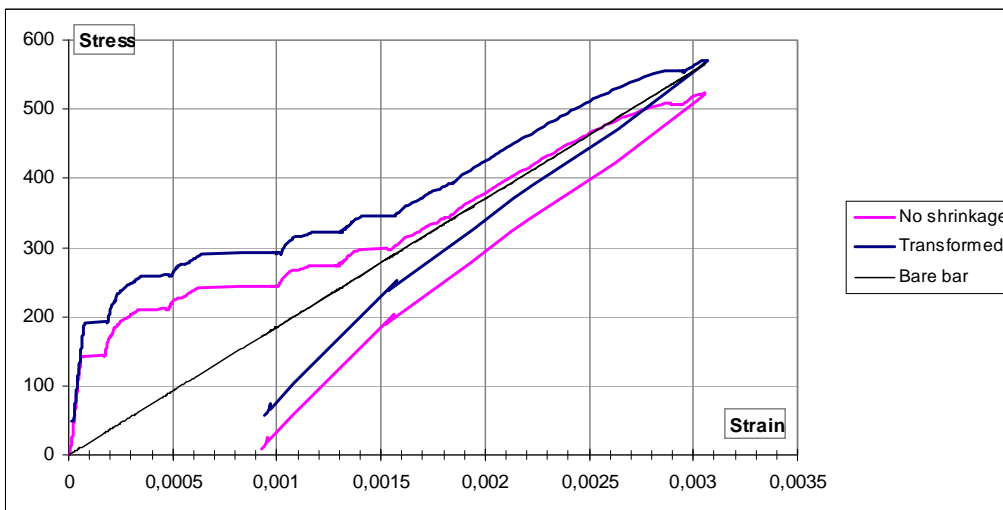
Da bis zum Testbeginn eine größere Zeitspanne vergangen ist, sollte der Einfluss der Dehnungsbehinderung durch die eigene Bewehrung nicht vernachlässigt werden, siehe auch Tab. 43. Die Methodik von GRIBNIAK/ KAKLAUSKAS [77] erlaubt die Transformation der Versuchsergebnisse unter Berücksichtigung realistischer Schwind- und Kriechparameter. Im folgenden sind Beispiele demonstriert, die unter freundlicher Hilfe dieses Forscherteams entstanden sind. Sichtbar wird, dass die Mitwirkung auf Zug zweifellos existiert, durch zeitabhängige Dehnungsbehinderungen aber praktisch verbraucht wird.



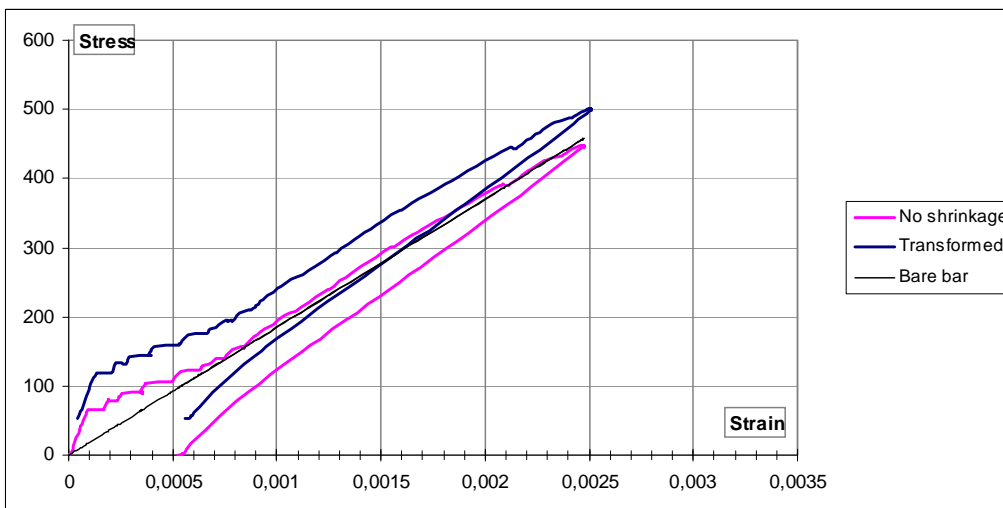
LDK 1-2



LDK2-1



LDK 3-2



LDK 6

Abb. 211: Für Schwinden und Kriechen korrigierte Messwerte aus Abb. 206 ff.

- Kurve "No shrinkage": Messwerte (enthält nicht berücksichtigtes Schwinden und Zugkriechen)
- Kurve "Transformed": schwindkorrigierte Vergleichskurve, Effekte in externe Mehrbelastung transformiert;
- Kurve "Bare bar": Vergleichskurve des Stahls unter Last

Anhand der Versuche LDK 2-1 und LDK 6 wird die beschriebene Abweichung zwischen den Stahl-DMS-Messungen demonstriert.

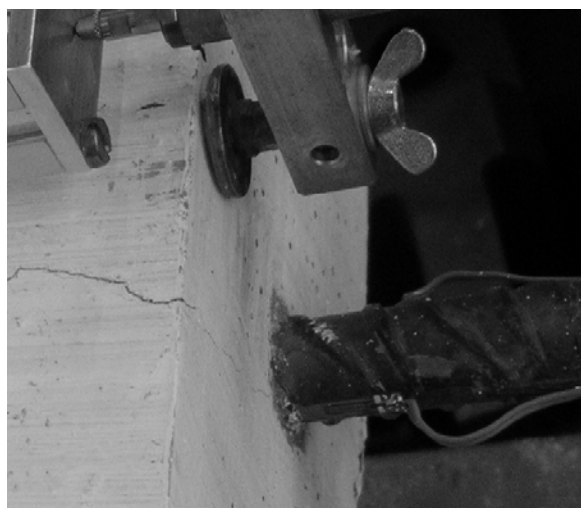
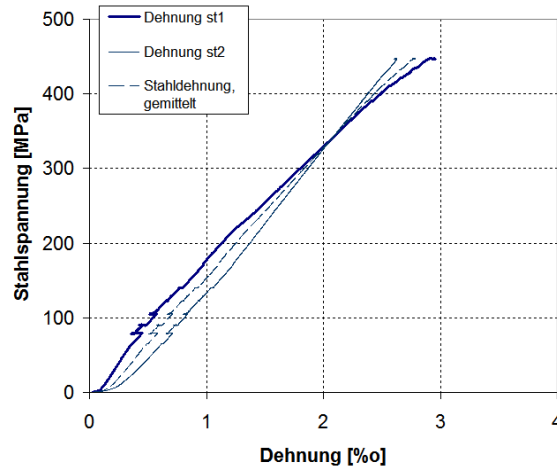
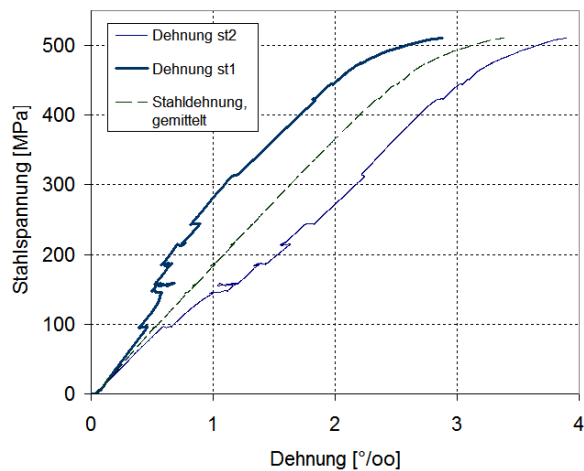


Abb. 212: Messergebnisse der Stahl-DMS an der Bewehrung des LDK 2-1

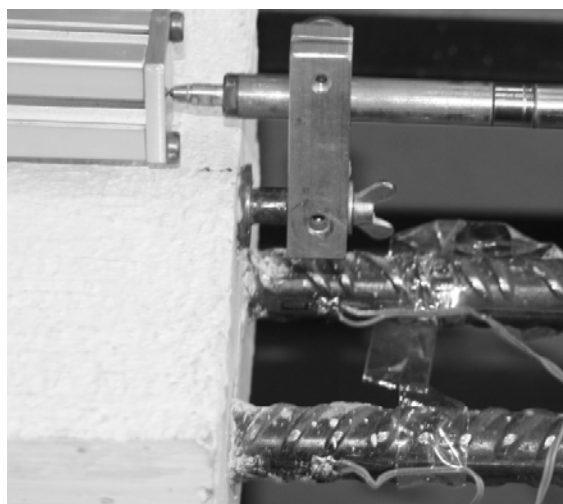


Abb. 213: Messergebnisse der Stahl-DMS an der Bewehrung des LDK 6

17.5 Frequentistische Auswertung der Rissabstände und Rissbreiten

Für die frequentistische Untersuchung wurden diejenigen Rissabstände ausgewertet, die sich bis zu demjenigen Spannungsniveau σ_s gebildet haben, ab dem keine nennenswerten Verringerungen der Mitwirkung auf Zug mehr auftraten. Die zugehörigen Kräfte sind in der nachfolgenden Tabelle aufgetragen. In allen Versuchen war die Rissbildung an diesem Punkt nicht beendet, aber es traten bei weiterer Laststeigerung keine großen Trennrisse mehr auf.

Tab. 58: Grenzspannungen und -kräfte für die frequentistische Untersuchung

Versuch	Grenzspannung $\sigma_{s,lim}$ für die frequentistische Untersuchung [MPa]	$F_{cr,lim} = \sigma_{s,lim} \cdot A_s$ [kN]
LDK 1-1	185	58,1
LDK 1-2	185	58,1
LDK 2-1	250	78,5
LDK 2-2	220	69,1
LDK 3-1	300	94,2
LDK 3-2	300	94,2
LDK 4	121	76,0
LDK 5	142	89,2
LDK 6	160	100,5

Die nachfolgenden Abbildungen (ab Abb. 214) zeigen die frequentistischen Auswertungen der Versuche. Dabei wird die Verteilung der Rissbreiten und der Rissabstände vergleichbar.

Aufgrund der in Tab. 58 angegebenen Grenzwerte für den Übergang zu einem annähernd abgeschlossenen Rissbild kann man folgende Rissdaten für eine statistische Auswertung gewinnen:

Tab. 59: Rissabstände $s_{r,i}$ [cm] beim Eintreten eines annähernd abgeschlossenen Rissbilds

LDK1-1	LDK1-2	LDK2-1	LDK2-2	LDK3-1	LDK3-2	LDK4	LDK5	LDK6
19	20,5	38,5	7,6	31,5	18	13	23,2	26
18,5	12	23	9	36,5	8	27	19,1	18,5
21,5	16,5	12,4	13,4	17	15	20	14,8	26,5
18,5	27	17,2	22,5	15	36	12,5	22,4	19
19,5	16	21,9	8,5	32	13	21,5	21,5	16
13	14	8,4	6,5	13	30	17	21,9	9,5
20	24	8,3	5,5	26	13	19	17,4	10
26	24	12,3	21	15	25	24	15,2	23,5
16,5	21	9	14,5	12	21	15	17,6	14,5
20,5	26	27,1	25,5	26	9	23,5	14,1	18,5
12,5	25,5	9,9	8,5	30	12	12,5	13,4	9
18	14,5	8	7	46	19	14	21,3	16
9	15	10,4	43,5		20	17	16,1	17
18	24	7,4	25		22	13	18,1	11
16,5	20	26	10		26	10	13,7	24
14		6	17		13	15	30,2	9
19		16,5	14,5			26		11
		15,9	7					21
		21,8	23,5					
			10					

Tab. 60: Rissspannungen $\sigma_{cr+sh,i}$ [MPa] beim Eintreten eines annähernd abgeschlossenen Rissbilds (schließt die Schwindvorspannung nach Tab. 43 ein)

LDK1-1	LDK1-2	LDK2-1	LDK2-2	LDK3-1	LDK3-2	LDK4	LDK5	LDK6
134,7	240,1	241,8	225,9	322,0	297,4	159,4	151,0	165,7
170,4	152,8	269,8	253,9	295,3	348,7	159,4	192,1	124,8
146,2	129,3	298,8	253,9	295,3	348,7	159,4	141,2	124,8
146,2	142,3	241,8	272,3	266,2	297,4	159,4	119,8	59,0
184,7	189,5	298,8	225,9	257,0	297,4	159,4	167,8	181,6
146,2	77,0	203,2	225,9	218,1	297,4	159,4	113,9	165,7
134,7	174,8	298,8	225,9	322,0	297,4	174,3	198,7	215,9
146,2	156,7	241,8	253,9	295,3	297,4	143,0	192,1	149,5
134,7	111,8	213,7	225,9	295,3	196,8	159,4	119,8	181,6
134,7	142,3	269,8	272,3	322,0	297,4	143,0	167,8	138,0
146,2	129,3	151,3	201,3	266,2	297,4	159,4	151,0	200,0
146,2	202,5	269,8	146,9		326,4	159,4	192,1	149,5
236,0	152,8	269,8	209,3		264,0	143,0	156,0	181,6
146,2	179,6	298,8	253,9		297,4	159,4	198,7	138,0
199,4		213,7	225,9		324,5	143,0	141,2	165,7
170,4		298,8	225,9			159,4		215,9
		241,8	253,9					149,5
		213,7	272,3					
			225,9					

Tab. 61: Rissgrößen w_i [mm] der wesentlichen Risse des abgeschlossenen Rissbilds auf dem Niveau einer Stahlspannung aus äußerer Belastung von 350 MPa

LDK1-1	LDK1-2	LDK2-1	LDK2-2	LDK3-1	LDK3-2	LDK4	LDK5	LDK6
0,27	0,23	0,3	0,08	0,12	0,03	0,22	0,3	0,1
0,28	0,25	0,2	0,1	0,2	0,12	0,17	0,35	0,5
0,5	0,14	0,25	0,25	0,13	0,15	0,2	0,4	0,5
0,22	0,22	0,25	0,13	0,4	0,08	0,22	0,25	0,2
0,3	0,2	0,06	0,06	0,15	0,4	0,3	0,25	0,21
0,25	0,18	0,4	0,35	0,25	0,4	0,3	0,2	0,15
0,26	0,2	0,07	0,04	0,25	0,04	0,21	0,3	0,2
0,23	0,15	0,04	0,26	0,09	0,1	0,12	0,25	0,22
0,26	0,25	0,45	0,45	0,35	0,5	0,16	0,35	0,3
0,3	0,2	0,08	0,12	0,17	0,1	0,16	0,2	0,3
0,22	0,13	0,38	0,06	0,3	0,07	0,21	0,2	0,19
0,22	0,15	0,12	0,29		0,2	0,24	0,3	0,19
0,15	0,25	0,23	0,3		0,45	0,3	0,25	0,2
0,25	0,22	0,1	0,15		0,15	0,09	0,35	0,15
0,22		0,25	0,13		0,12	0,12	0,5	0,25
0,17		0,1	0,33			0,22		0,13
		0,33	0,19					0,1
		0,22	0,04					
			0,08					

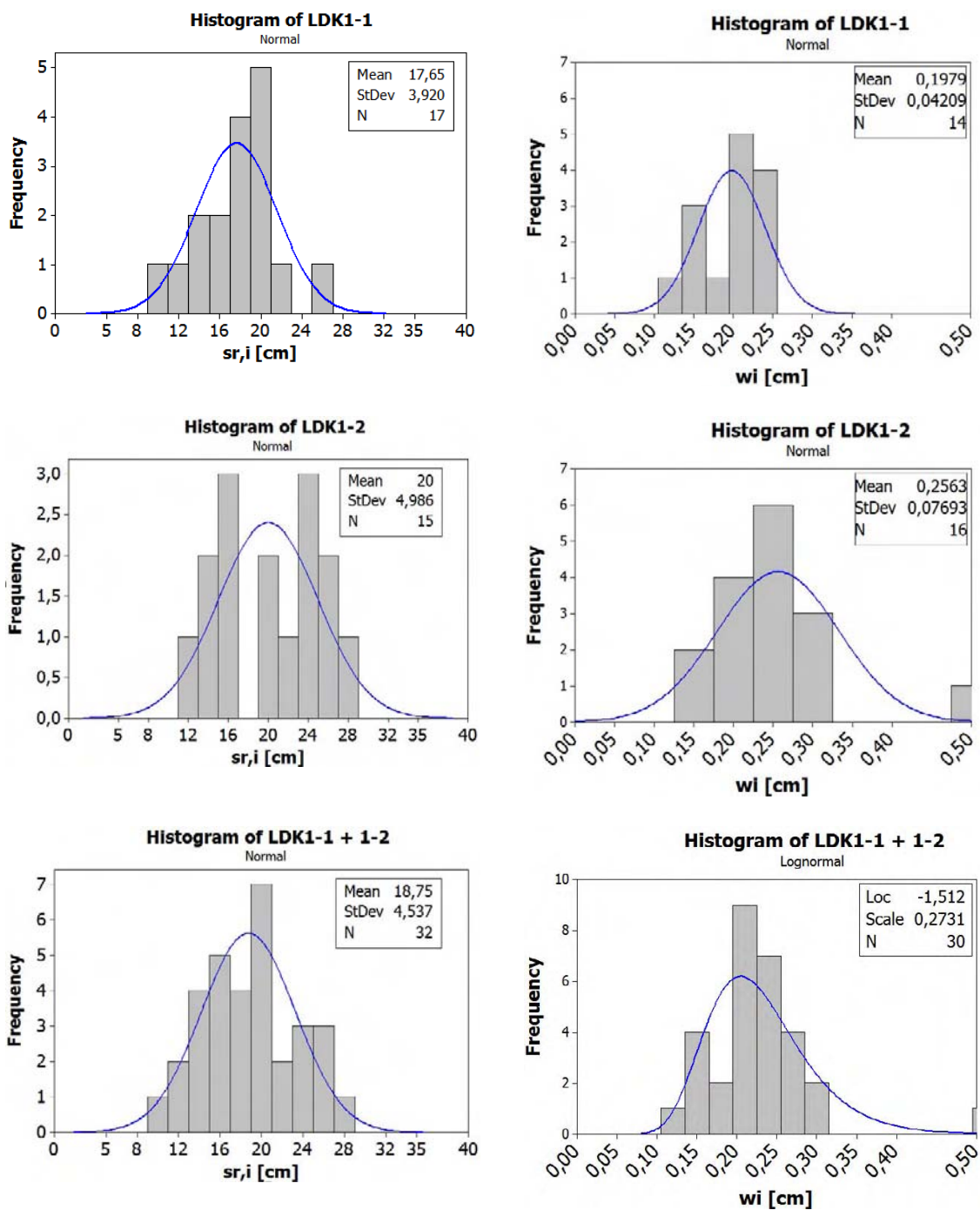


Abb. 214: Histogramme der Verteilung von Rissabständen und Rissbreiten an den Dehnkörpern LDK 1 (erzeugt mit Minitab® Statistical Software)

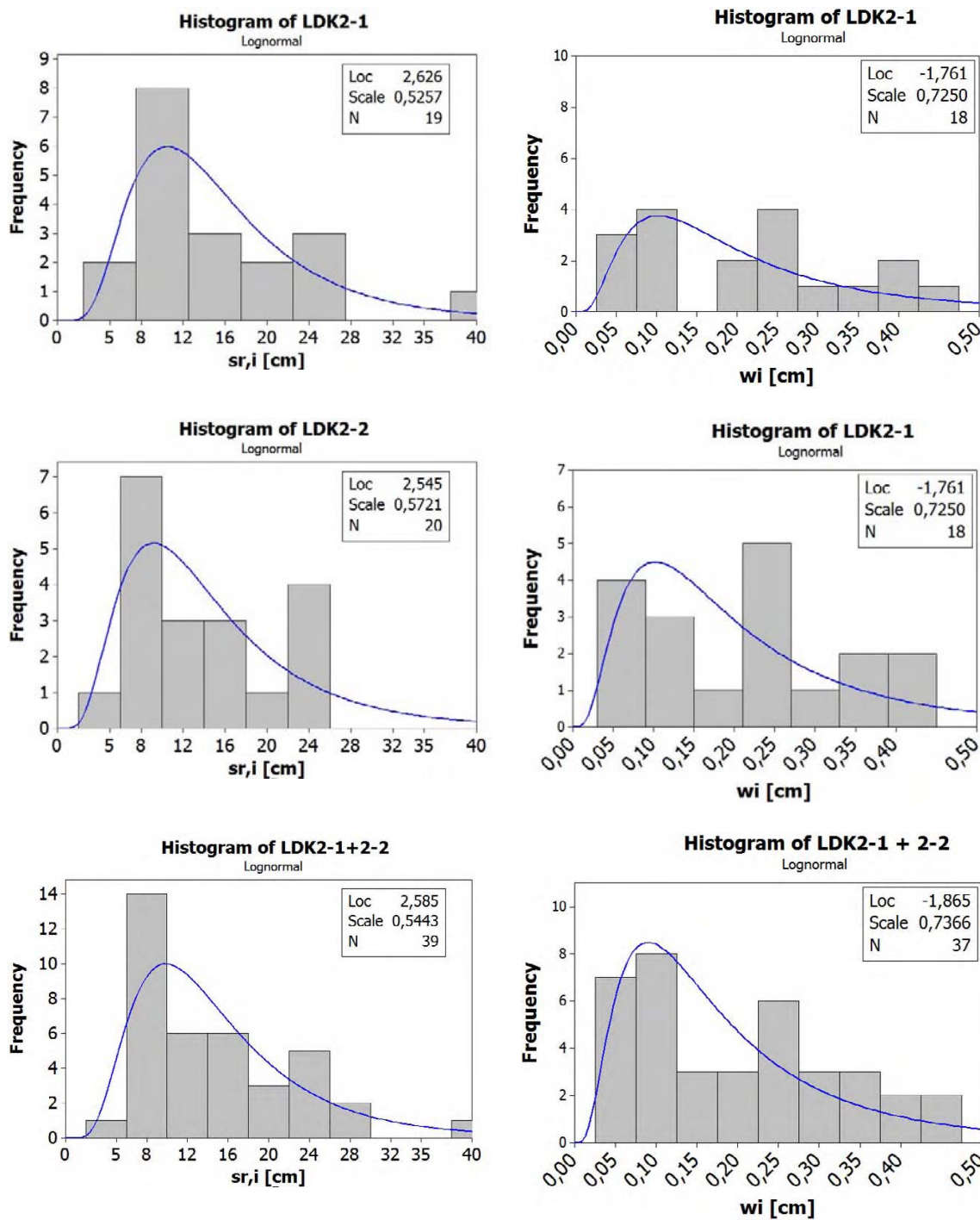


Abb. 215: Histogramme der Verteilung von Rissabständen und Rissbreiten an den Dehnkörpern LDK 2 (erzeugt mit Minitab® Statistical Software)

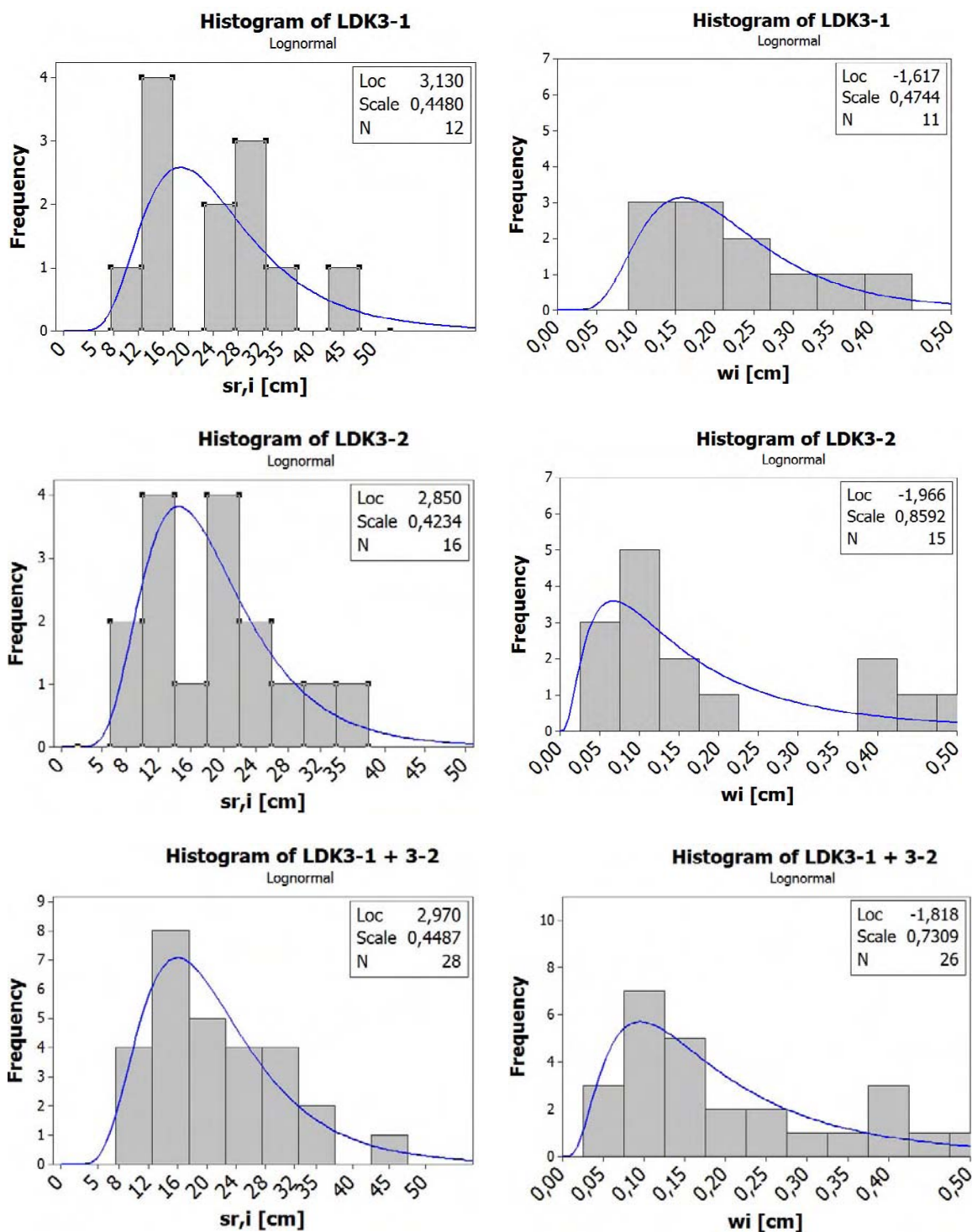


Abb. 216: Histogramme der Verteilung von Rissabständen und Rissbreiten an den Dehnkörpern LDK 3 (erzeugt mit Minitab® Statistical Software)

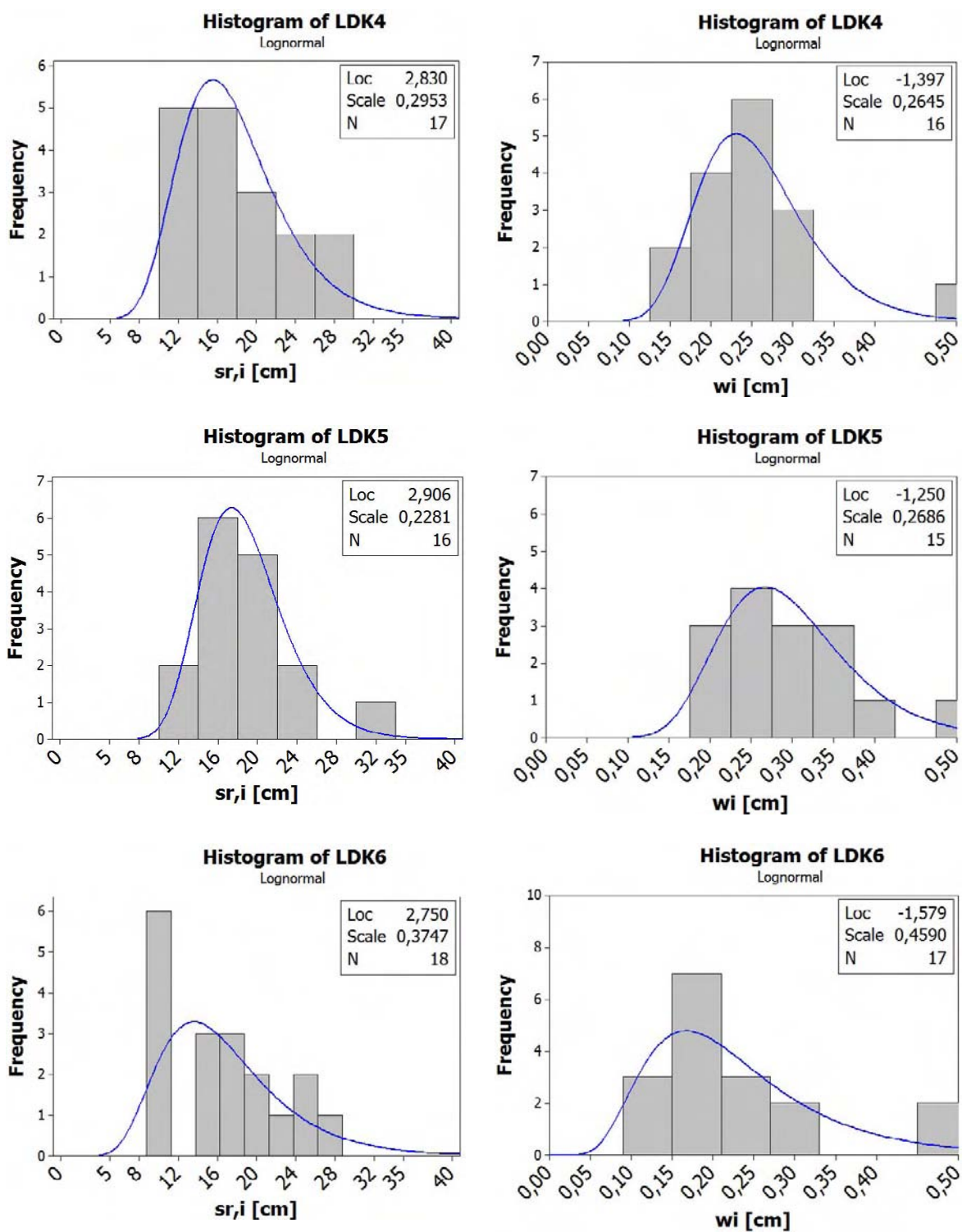


Abb. 217: Histogramme der Verteilung von Rissabständen und Rissbreiten an den Dehnkörpern LDK 4, 5, 6 (erzeugt mit Minitab® Statistical Software)

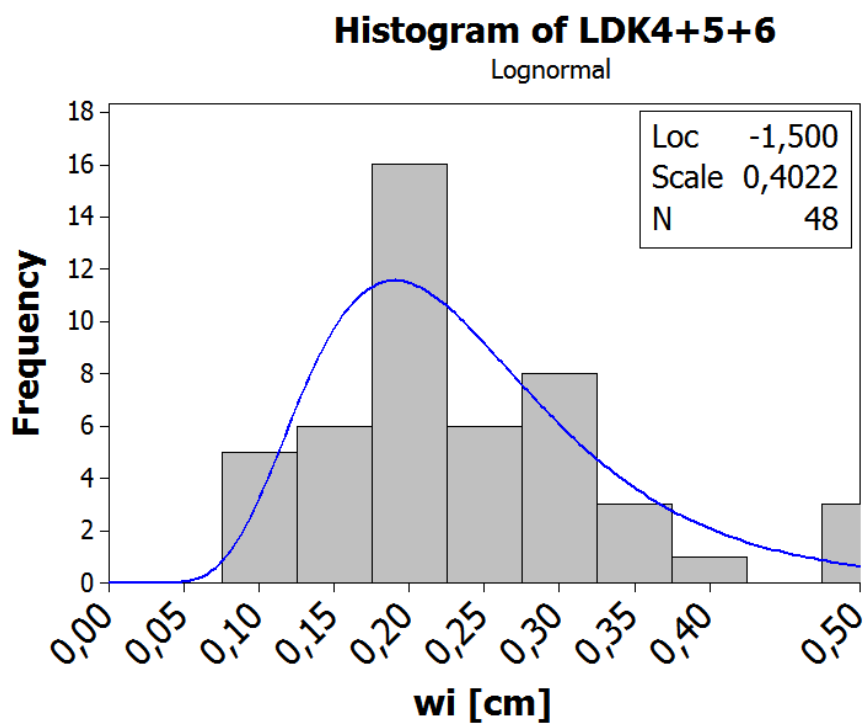
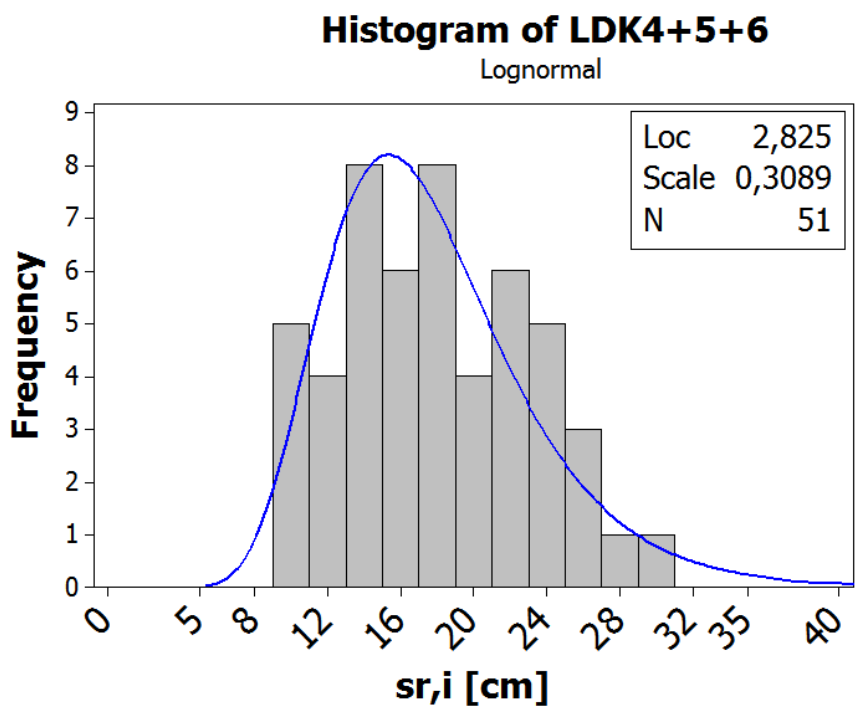


Abb. 218: Histogramme der Verteilung von Rissabständen und Rissbreiten an den Dehnkörpern LDK 4,5,6 zusammen (erzeugt mit Minitab® Statistical Software)

18 Anhang 7 - Risslupenaufnahmen für die Studie zur Ablesegenauigkeit

Zur Ableseung der Rissgröße in Risslupenmessungen:

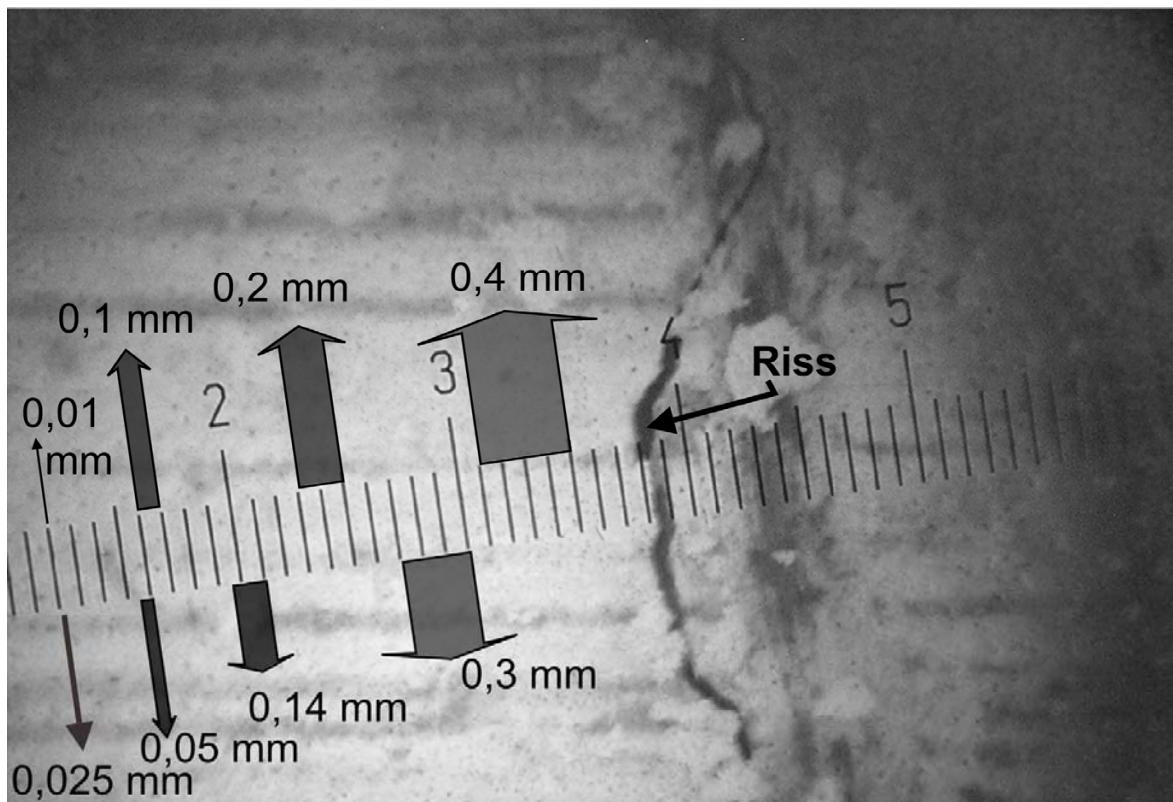


Abb. 219: Definierter Zusammenhang von Skala und Rissgröße (stark vergrößert)

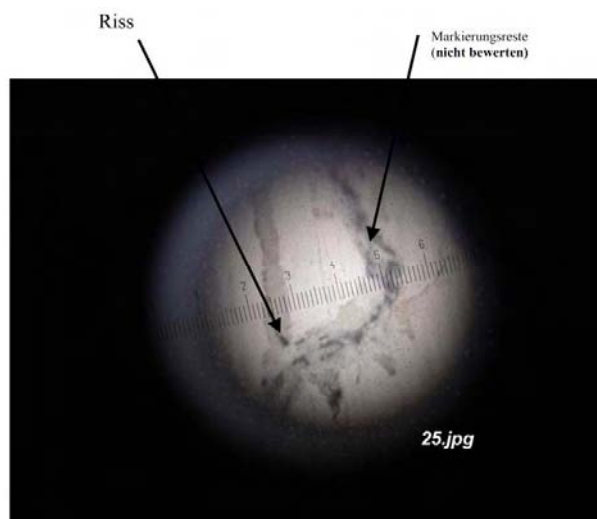
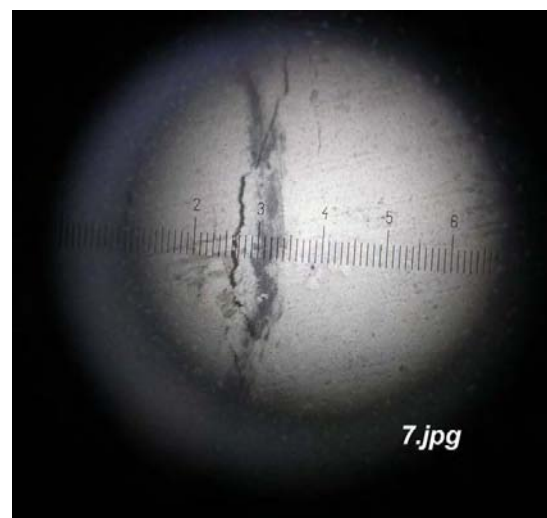
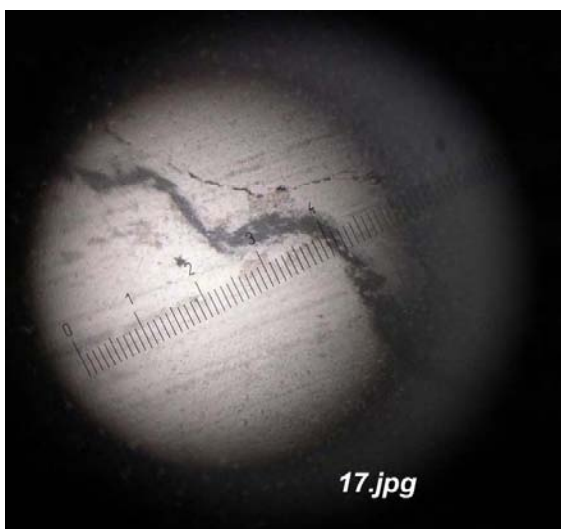
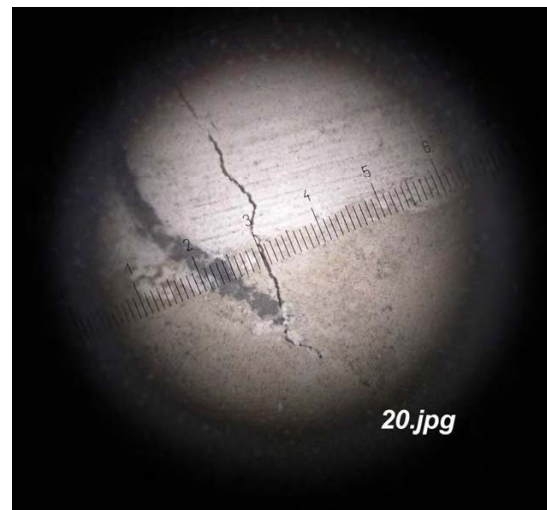
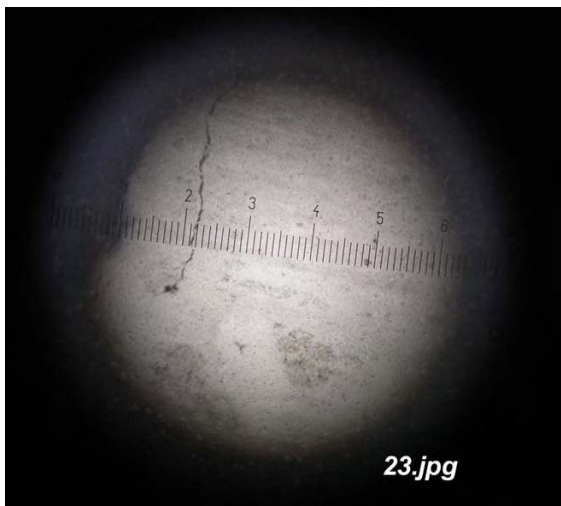
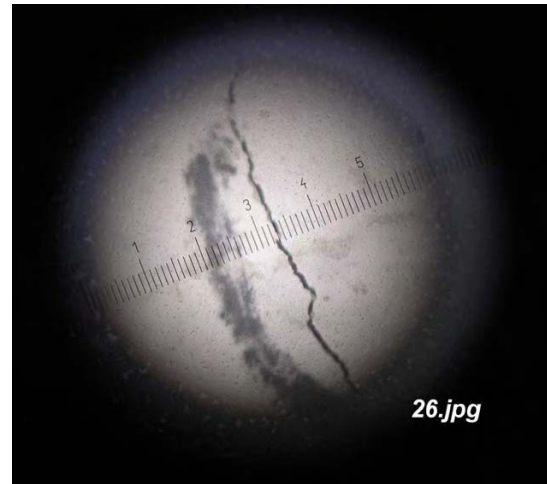
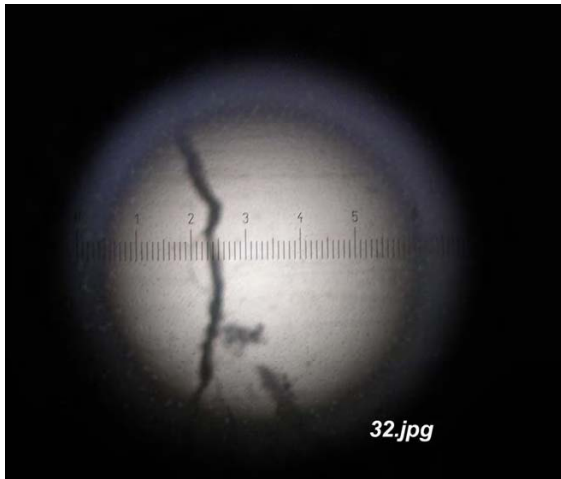


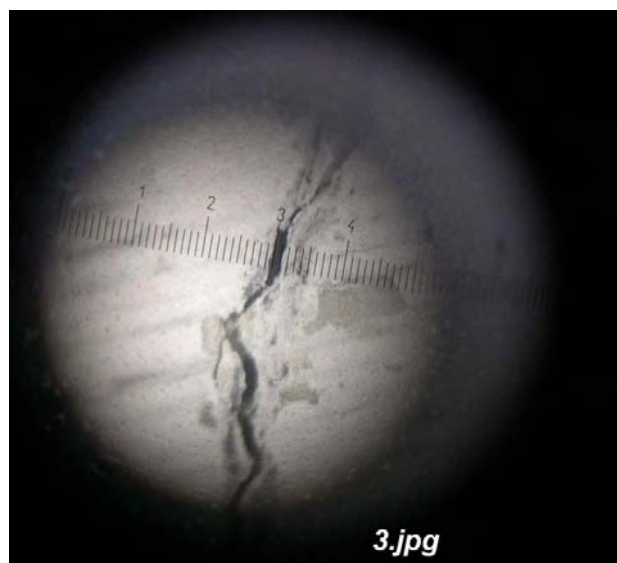
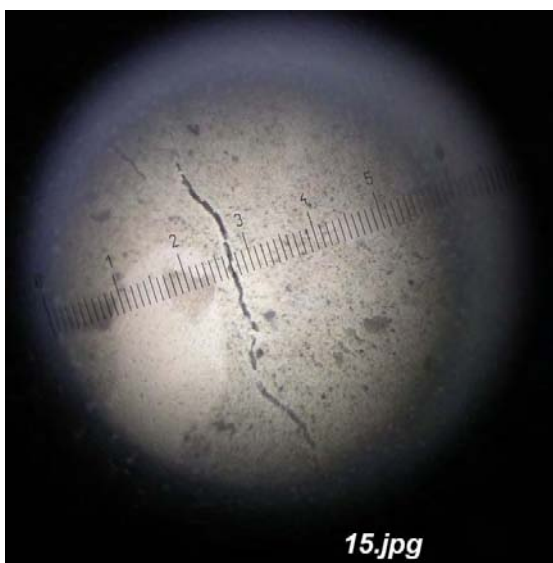
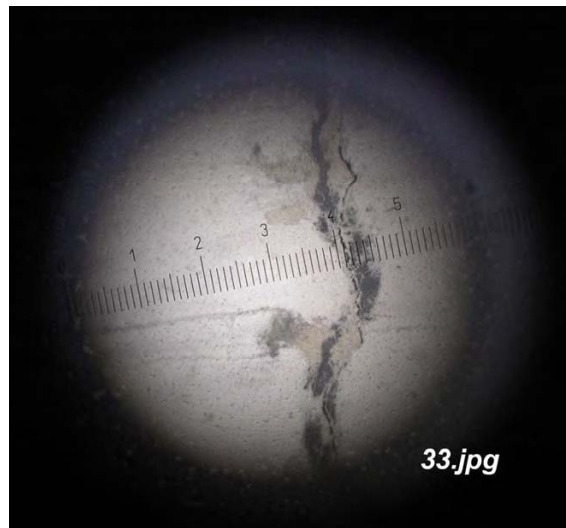
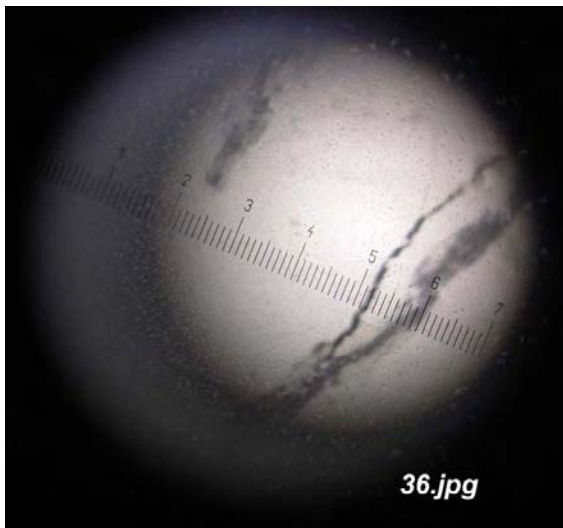
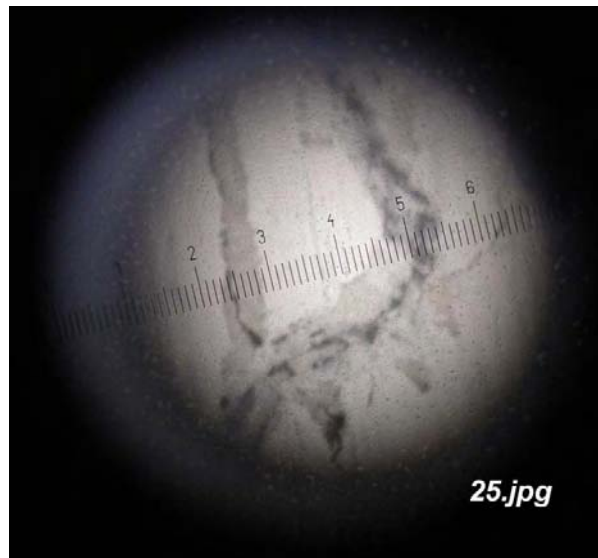
Abb. 220: Weitere Hinweise zur Rissinterpretation

In der folgenden Tabelle stimmt die Bildnummer mit der Rissnummer des LDK2-2 überein.

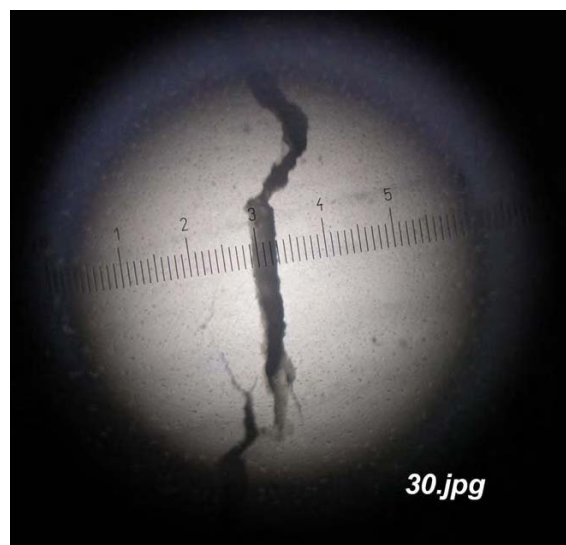
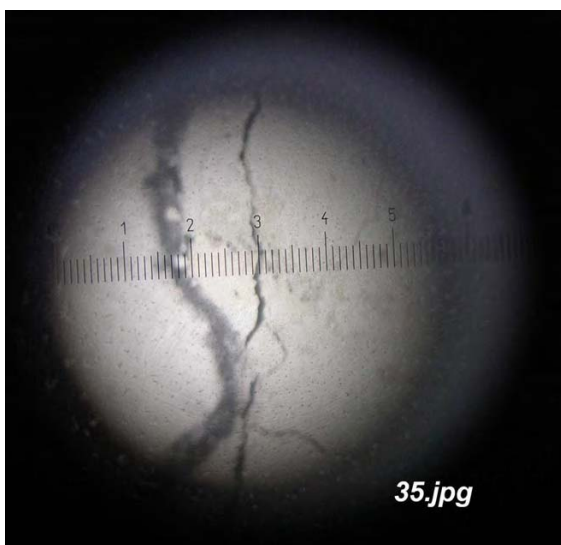
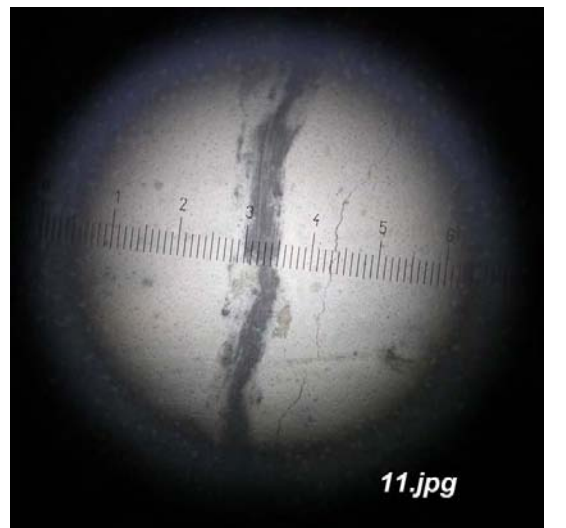
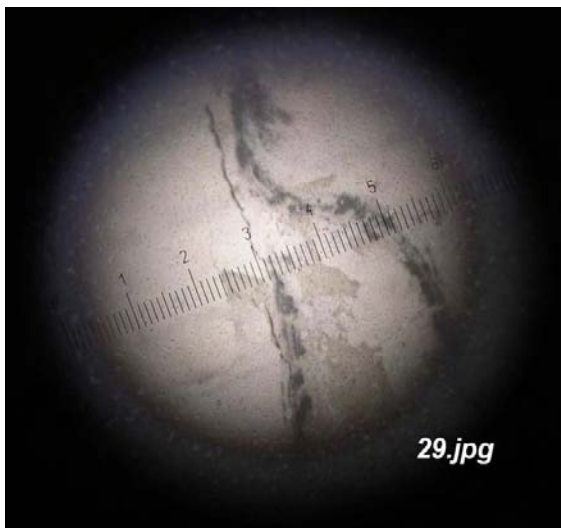
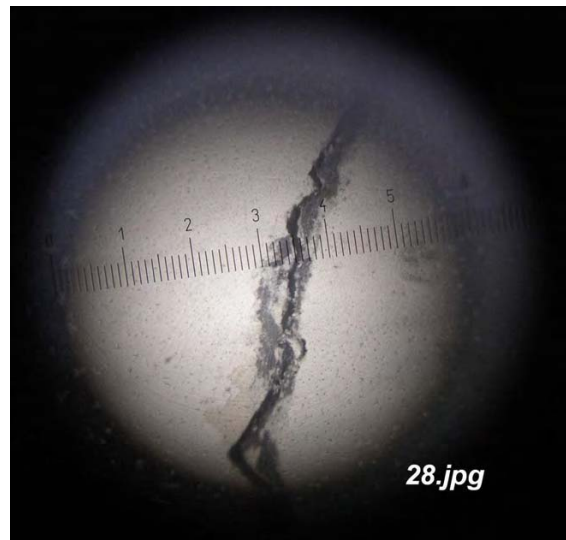
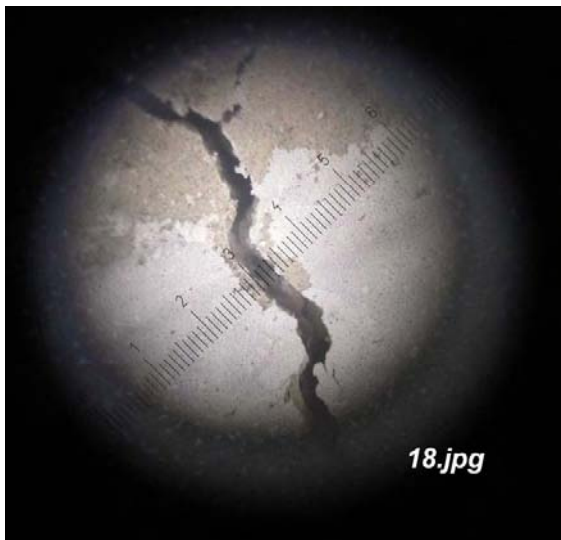
Tab. 62: Randomisiert angeordnete Risslupen-Fotos für die Messfehlerstudie an LDK 2-2,
 $\sigma_s = 350 \text{ MPa}$



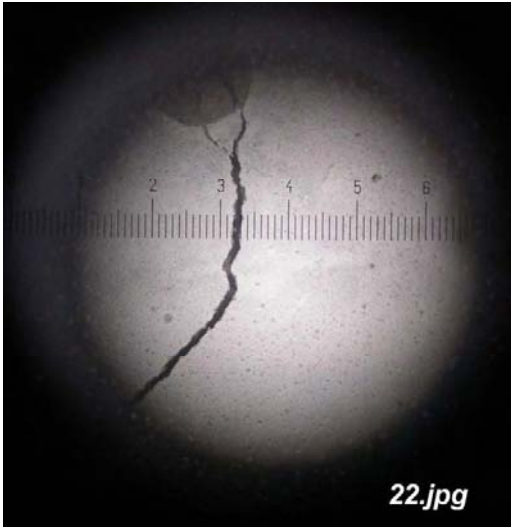
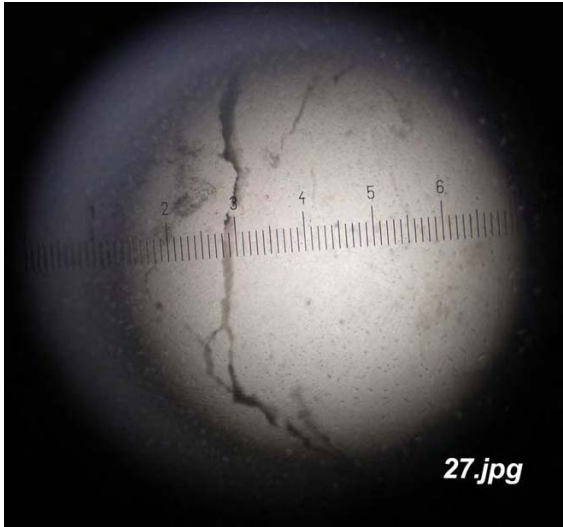
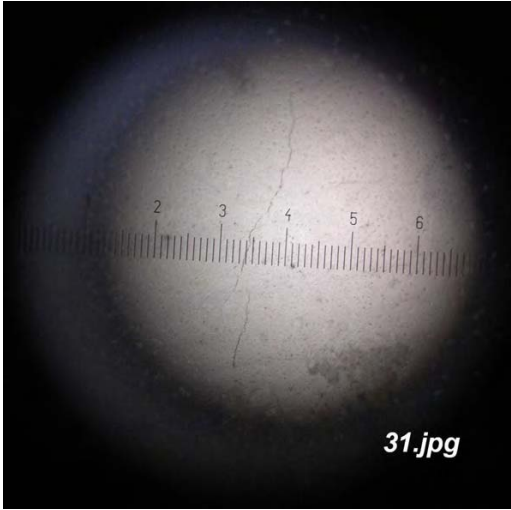
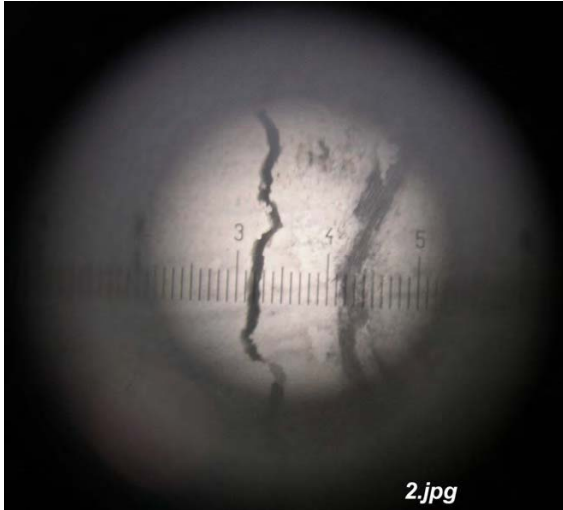
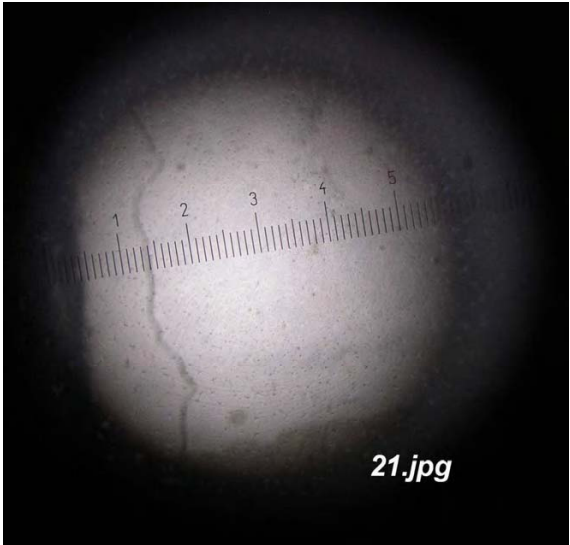
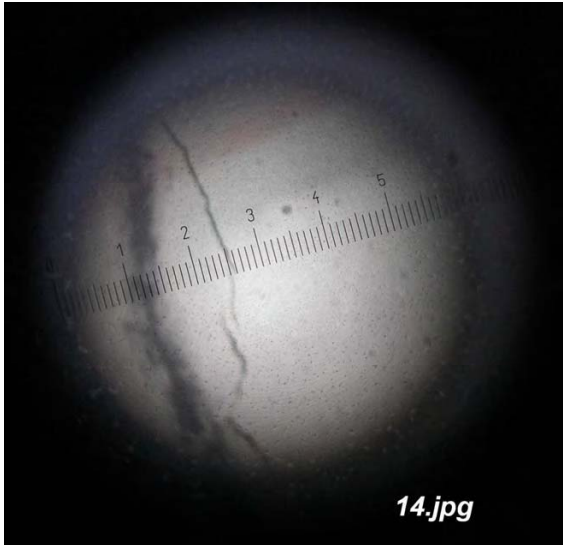
Fortsetzung Tabelle:



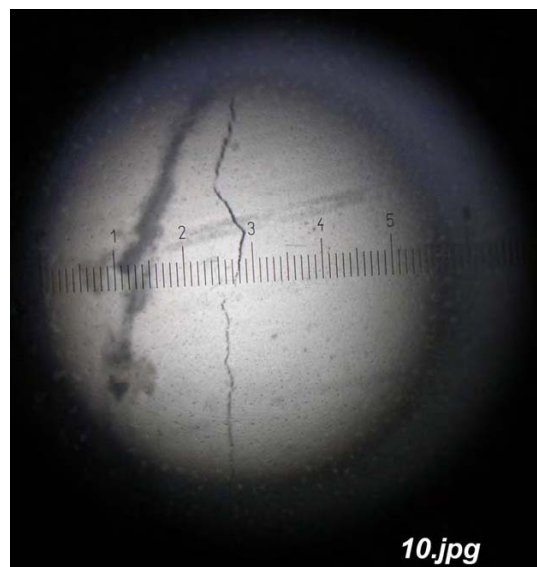
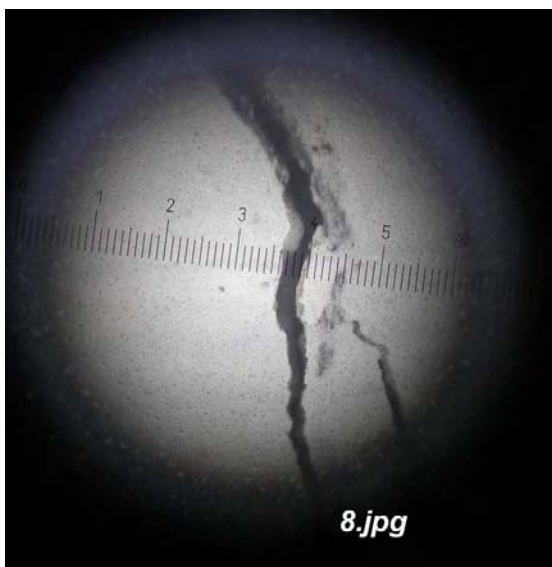
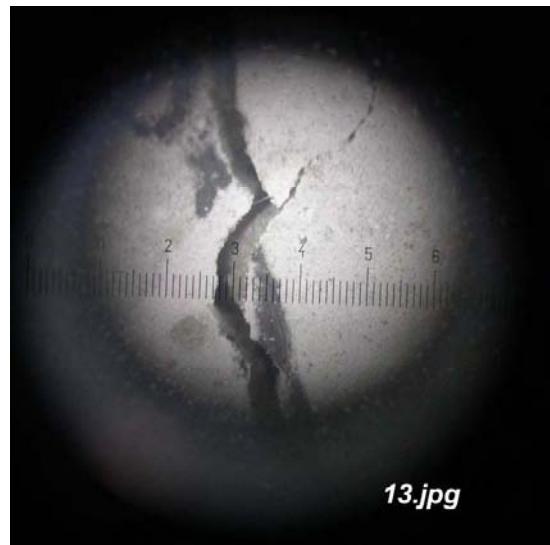
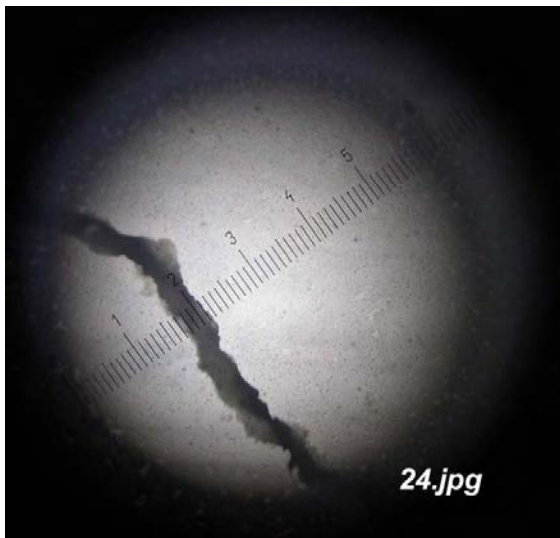
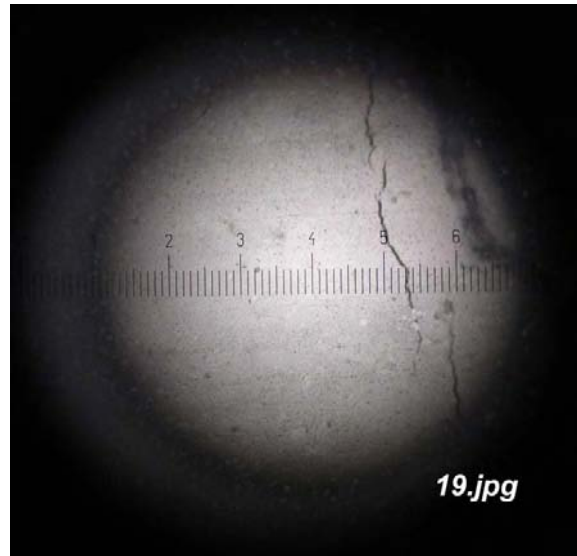
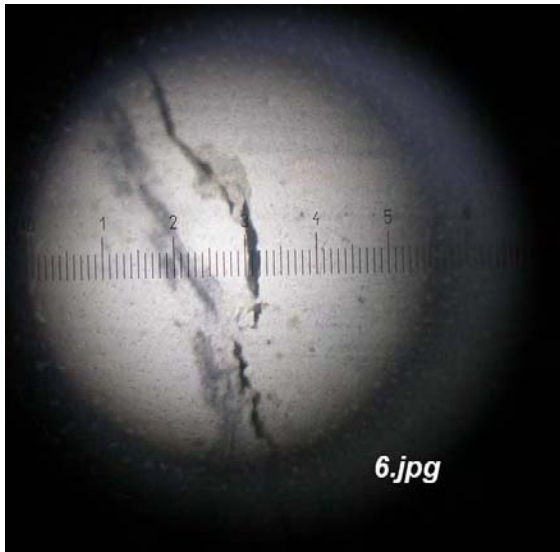
Fortsetzung Tabelle:



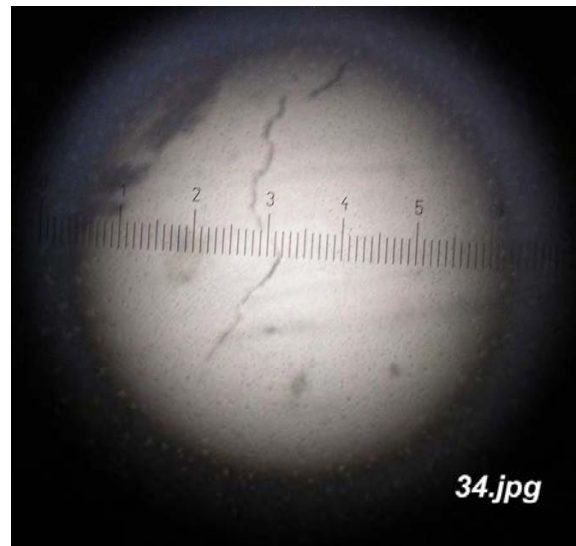
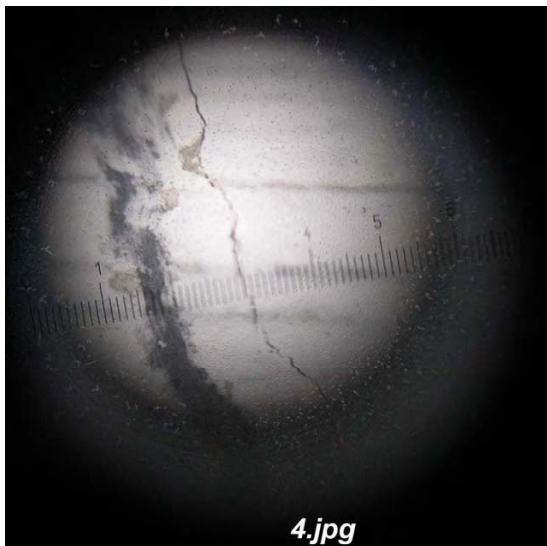
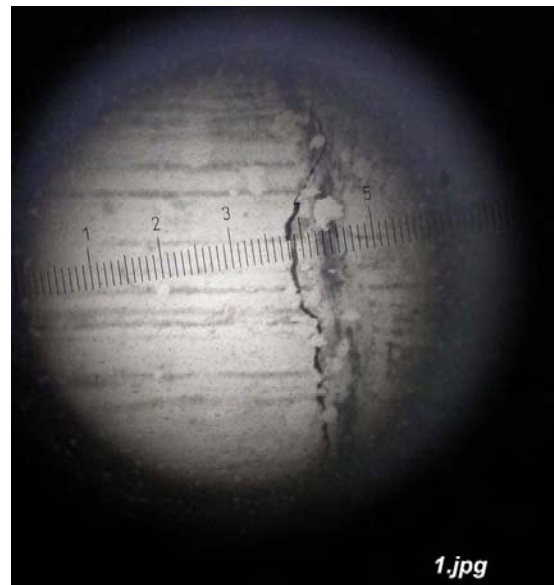
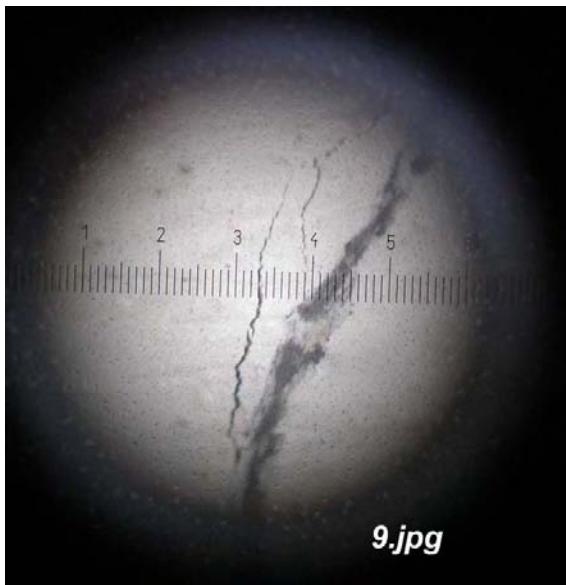
Fortsetzung Tabelle:



Fortsetzung Tabelle:



Fortsetzung Tabelle:



19 Anhang 8 - Festigkeits-Rückpralldaten für die Verwendung in der Modellbildung

Die Daten der nachfolgenden Tabellen sind aus Fig. 8 (a) und (b) der Veröffentlichung von Kim et al. [80] für weitergehende Analysen in Kapitel 6.3 extrahiert worden:

Tab. 63: 28d-Daten für den Zusammenhang von Rückprallzahl und Betondruckfestigkeit

R	f_c' [MPa]	R	f_c' [MPa]
21,6	16,6	31,4	19,6
24,1	13,0	31,6	24,4
24,1	18,2	31,6	18,1
24,8	21,4	32,1	26,8
25,0	17,2	32,3	19,6
25,5	23,6	32,4	26,0
25,7	14,5	32,6	26,9
26,7	19,6	33,2	32,6
26,7	20,0	33,4	20,5
27,0	24,8	34,1	30,5
28,0	18,4	34,1	24,3
28,1	28,0	35,0	27,9
28,2	21,9	35,4	34,8
28,6	24,7	35,8	34,7
29,1	23,4	36,4	36,3
29,4	18,1	36,4	27,5
29,5	26,8	36,4	37,9
29,8	24,3	37,4	28,7
29,8	23,0	37,6	37,5
29,9	28,5	38,8	36,0
30,0	31,1	41,9	38,9
30,3	26,1	42,3	45,1
30,5	27,0		

Tab. 64: 90d-Daten für den Zusammenhang von Rückprallzahl und Betondruckfestigkeit

<i>R</i>	<i>f_c'</i> [MPa]	<i>R</i>	<i>f_c'</i> [MPa]
28,3	16,6	37,3	30,4
29,6	19,0	38,1	27,7
30,0	20,5	38,3	37,6
30,4	20,5	39,0	27,2
31,6	24,8	39,7	28,3
32,2	27,0	40,0	42,0
33,5	30,9	40,7	38,1
34,1	26,0	41,5	38,9
34,7	34,0	42,9	36,5
35,2	22,6	42,9	32,3
35,6	23,2	43,0	38,6
35,7	18,8	46,6	40,5
36,8	27,6	47,3	49,7
37,0	26,8		