

**Bemessungsmodell für die  
Ermüdungsbeanspruchung bei  
schwingungsanfälligen  
turmartigen Bauwerken aus  
Stahlbeton und Spannbeton**

**T 3228**

T 3228

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2010

ISBN 978-3-8167-8268-1

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail [irb@irb.fraunhofer.de](mailto:irb@irb.fraunhofer.de)

[www.baufachinformation.de](http://www.baufachinformation.de)

# Forschungsbericht

Nr. 0514

Bemessungsmodell für die Ermüdungsbeanspruchung  
bei schwingungsanfälligen turmartigen Bauwerken  
aus Stahlbeton und Spannbeton

DIBt – ZP 52-5-3.85-1103/04

*Abschlussbericht vom 30.10.2008*



Institut für Massivbau  
Leibniz Universität Hannover  
Appelstraße 9A  
30167 Hannover

Betrifft:

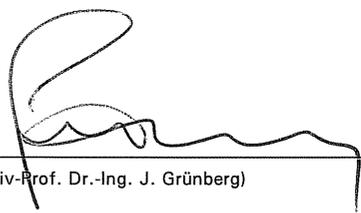
Bemessungsmodell für die Ermüdungsbeanspruchung bei  
schwingungsanfälligen turmartigen Bauwerken aus Stahlbeton  
und Spannbeton

Auftrag:

Deutsches Institut für Bautechnik  
Postfach 62 02 29  
10792 Berlin

vom 30.10.2008

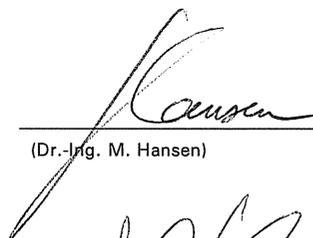
Geschäftsführender Leiter:



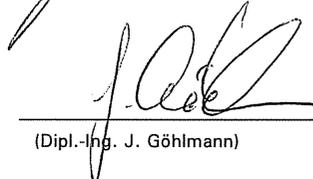
---

(Univ.-Prof. Dr.-Ing. J. Grünberg)

Sachbearbeiter:



---



---

(Dr.-Ing. M. Hansen)

(Dipl.-Ing. J. Göhlmann)

Dieser Versuchsbericht umfasst 361 Seiten einschließlich  
Literaturangaben und Anlagen

Die Veröffentlichung des vorliegenden Versuchsberichts, auch auszugsweise,  
sowie die Verwendung für Werbezwecke bedarf der Genehmigung des Instituts.

Bitte beachten:

Fehlende Seiten sind **Leerseiten**,  
die bei Erstellung  
der PDF-Datei für den Download nicht  
berücksichtigt wurden

Fraunhofer IRB Verlag

# Kurzfassung

Tragwerke für Windenergieanlagen unterliegen während ihrer Lebensdauer großen zyklischen Beanspruchungen mit hohen Lastwechselzahlen. Neben den maximalen Einwirkungen sind daher die Ermüdungsbeanspruchungen für die Dimensionierung der Tragkonstruktion von entscheidender Bedeutung. Der Ermüdungsnachweis für Beton basiert auf einer linearen Schädigungshypothese nach Palmgren und Miner. Die Anwendung dieser vereinfachten linearen Akkumulationshypothese kann aber zu unsicheren oder unwirtschaftlichen Bemessungsergebnissen führen, da der tatsächlich stark nichtlinear verlaufende Ermüdungsprozess im Beton nicht ausreichend genau berücksichtigt wird. Ebenfalls können durch diesen linearen Schädigungsansatz nicht die Auswirkungen unterschiedlicher Belastungsreihenfolgen sowie Einflüsse aus mehraxialen Beanspruchungszuständen auf die resultierende Ermüdungslebensdauer berücksichtigt werden.

Daher wird in der vorliegenden Arbeit, aufbauend auf einem mechanisch begründeten Ermüdungsmodell aus der Literatur, eine Vorgehensweise zur Beschreibung der Steifigkeits- und Schädigungsentwicklung in Beton unter mehrstufiger und mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung entwickelt. Zur Validierung des mehrstufigen Schädigungsansatzes werden experimentelle Untersuchungen durchgeführt. Die erforderlichen Materialkennwerte für mehraxiale Beanspruchungszustände werden aus Literaturangaben abgeleitet und anhand von mechanischen Modellüberlegungen entwickelt.

Das modifizierte Schädigungsmodell wird an das FE-Programm ABAQUS<sup>®</sup> adaptiert. Damit wird ein Spannbetonschaft einer Windenergieanlage der Multi-Megawattklasse numerisch untersucht. Die Ergebnisse zeigen deutlich den Einfluss der Belastungsreihenfolge auf die Ermüdungslebensdauer. Ferner wird offenkundig, dass sich durch Spannungsumlagerungen im Querschnitt erheblich geringere Ermüdungsschädigungen ergeben als bei Berechnungen, in denen die Spannungsumlagerungen nicht berücksichtigt werden. Aus den Ergebnissen wird deutlich, dass durch eine gleichzeitig auftretende Querdruck- oder Querkzugbeanspruchung die resultierende Ermüdungslebensdauer signifikant beeinflusst wird.

Die aus der numerischen Simulation gewonnenen Erkenntnisse werden im Grundsatz durch die Ergebnisse von in-situ-Messungen an einem Spannbetonschaft bestätigt. Die Auswertungen zeigen, dass die bisher gemessenen Dehnungen allein durch äußere Belastungen und Langzeiteinflüsse aus Schwinden und Kriechen erklärt werden können. Es traten keine Dehnungsentwicklungen auf, die auf Ermüdungsschädigungen an den einzelnen Messstellen hinweisen würden.

# Abstract

During their life time, constructions for wind turbines are subjected to high cycle loadings and high numbers of load cycles. Beside maximum loads fatigue loadings could be decisive for dimensioning the construction. The fatigue verification for concrete is based on a linear damage accumulation law devised by Palmgren and Miner. The application of this simplified linear damage model could lead to unsafe or uneconomical constructions. The real highly non-linear fatigue behaviour of concrete is not considered sufficiently by a linear damage model. Effects of different orders of load cycles as well as influences due to multiaxial fatigue loading on the resulting fatigue life are not represented as well.

Based on a mechanical damage model available in literature, which was developed for uniaxial fatigue loading with constant amplitude loading, a procedure is established to determine the stiffness and damage evolution in concrete under multi-stage and multiaxial fatigue loading. Experimental testings have been performed for validating the multi-stage approach. This approach was extended by modifying material values to take into account influences of multiaxial fatigue loading,.

This extended damage approach is associated with the elastic-plastic material model for concrete provided in the FE-Program ABAQUS<sup>®</sup>. Subsequently, a numerical investigation is performed at a prestressed concrete tower for a multi-megawatt wind turbine. The results of the numerical simulation obviously indicate the influence of the order of load cycles to the fatigue life. Due to alterations of the stress distributions, a significant lower fatigue damage state occurs compared with calculation results without any stress alterations. Consequently, prestressed concrete towers can be optimised by numerical fatigue damage simulations. Furthermore, the numerical results indicate, that influences of simultaneous lateral loadings in compression or tension affect the resulting fatigue life essential.

The conclusions, obtained by the results of the numerical damage investigation, in principle are confirmed by in-situ-measurement carried out at a prestressed concrete tower for a wind turbine. The evaluation of the measured strains shows that they mainly are caused by operation of the wind turbine as well as by shrinkage and creep. Strain evolutions, which could refer to fatigue damage evolution, did not appear until now.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1.</b>	<b>Einführung</b> .....	<b>1</b>
1.1	Entwicklung der Windenergie .....	1
1.2	Motivation .....	3
1.3	Zielsetzung.....	4
1.4	Aufbau der Arbeit.....	5
<b>2.</b>	<b>Materialverhalten von Beton unter monotoner Beanspruchung</b> ...	<b>7</b>
2.1	Allgemeines.....	7
2.2	Einaxiales Materialverhalten .....	8
2.2.1	Druckbeanspruchung.....	8
2.2.2	Zugbeanspruchung.....	10
2.3	Mehraxiales Materialverhalten .....	11
2.3.1	Dreiaxiales Materialverhalten .....	11
2.3.1.1	Bruchumhüllende von Beton.....	11
2.3.1.2	Materialverhalten bei Druckmeridianbeanspruchung.....	15
2.3.1.3	Materialverhalten bei Zugmeridianbeanspruchung.....	18
2.3.1.4	Gemischte Beanspruchungszustände.....	18
2.3.1.5	Versagensarten unter mehraxialer Beanspruchung.....	20
2.3.2	Sonderfall: Zweiaxiale Beanspruchung.....	22
<b>3.</b>	<b>Materialverhalten von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung</b>	<b>25</b>
3.1	Grundbegriffe und Bezeichnungen.....	25
3.2	Einflüsse auf die Ermüdungsfestigkeit.....	27
3.2.1	Allgemeines.....	27
3.2.2	Prüffrequenz.....	27
3.2.3	Lagerungsbedingungen (Feuchtigkeitsgehalt).....	27
3.2.4	Exzentrische Beanspruchungen.....	28
3.2.5	Streuung der Ermüdungsfestigkeit.....	29
3.3	Einaxiales Ermüdungsverhalten.....	30
3.3.1	Ermüdungsbeanspruchung mit konstanter Schwingbreite.....	30
3.3.1.1	Druckschwellbeanspruchung.....	30
3.3.1.2	Zugschwell- und Biegezugbeanspruchung.....	34
3.3.1.3	Wechselbeanspruchung.....	35
3.3.2	Ermüdungsbeanspruchung mit veränderlicher Schwingweite .....	36
3.3.2.1	Allgemeines.....	36
3.3.2.2	Amplitudenwechsel im Druckschwellbereich.....	37

3.3.2.3	Amplitudenwechsel im Zugschwellbereich .....	42
3.4	Mehraxiales Ermüdungsverhalten .....	44
3.4.1	Allgemeines .....	44
3.4.2	Einfluss konstanter Querdruckbeanspruchungen .....	44
3.4.2.1	Dreiaxiale Beanspruchungssituationen .....	44
3.4.2.2	Zweiaxiale Beanspruchungssituationen .....	45
3.4.3	Einfluss umschnürender Bewehrung .....	50
3.4.4	Dreiaxiale Druckschwellbeanspruchung .....	51
3.4.4.1	Niederzyklische Ermüdungsbeanspruchung .....	51
3.4.4.2	Hochzyklische Ermüdungsbeanspruchungen .....	52
3.4.5	Zweiaxiale Druckschwellbeanspruchung .....	56
3.4.5.1	Niederzyklische Beanspruchungen .....	56
3.4.5.2	Hochzyklische Ermüdungsbeanspruchungen .....	57
3.4.6	Ermüdung bei gemischten Beanspruchungssituationen .....	63
<b>4.</b>	<b>Mechanische Modelle für Beton .....</b>	<b>65</b>
4.1	Allgemeines .....	65
4.2	Materialmodelle für monotone Beanspruchung .....	65
4.2.1	Versagensmodelle .....	65
4.2.1.1	Versagenskriterium nach Drucker-Prager .....	66
4.2.1.2	Fünf-Parameter-Modell nach Willam-Warneke .....	67
4.2.2	Mehraxiales Materialgesetz nach Ottosen .....	72
4.2.2.1	Nichtlinearitätsindex .....	73
4.2.2.2	Sekantenelastizitätsmodul .....	73
4.2.2.3	Einfluss von Zugbeanspruchungen auf die Spannungs-Dehnungslinie .....	75
4.2.2.4	Querdehnzahl .....	76
4.2.2.5	Vergleich mit Versuchsdaten .....	76
4.2.3	Elasto - plastische Materialmodelle mit Schädigung .....	79
4.2.3.1	Allgemeines .....	79
4.2.3.2	Plastizitätstheorie .....	79
4.2.3.3	Schädigungstheorie .....	84
4.2.3.4	Kopplung von Schädigungstheorie und Plastizitätstheorie .....	86
4.3	Materialmodelle für Ermüdung .....	87
4.3.1	Lineare Schadensakkumulationshypothese nach Palmgren und Miner .....	87
4.3.2	Energetisches Schädigungsmodell für einstufige Ermüdungsbeanspruchungen nach [Pfanner -02] .....	90
4.3.2.1	Materialmodell für einaxiale, monotone Beanspruchung .....	90

4.3.2.2	Berücksichtigung von Schädigung im Materialmodell von [Pölling-00].....	93
4.3.2.3	Energetische Schädigungshypothese.....	93
4.3.2.4	Ermüdungsbruch und Materialversagen.....	97
4.3.2.5	Berechnung der Ermüdungsschädigung.....	98
4.3.2.6	Verzerrungszustand beim Ermüdungsbruch.....	102
4.3.2.7	Abgeminderte Zerstauchungsenergie für Druckbeanspruchung.....	103
4.3.2.8	Verzerrungsevolution während des Ermüdungsprozesses.....	105
4.3.2.9	108	
4.3.2.10	Ablaufschema.....	109
4.3.2.11	Verifikation des energetischen Ermüdungsmodells.....	110
<b>5.</b>	<b>Ermüdungsnachweise in den Vorschriften.....</b>	<b>115</b>
5.1	Allgemeines.....	115
5.2	Ermüdungswirksame Einwirkungen auf Tragkonstruktionen für Windenergieanlagen.....	115
5.2.1	Einwirkungen aus Wind und Anlagenbetrieb.....	115
5.2.2	Einwirkungen aus Wellen und Seegang.....	117
5.3	Ermüdungsnachweise nach der DIBt-Richtlinie für Windenergieanlagen.....	119
5.3.1	Vereinfachte Nachweise für Beton.....	119
5.3.2	Direkter Nachweis nach DIBt-Richtlinie.....	122
<b>6.</b>	<b>Erweiterung des energetischen Schädigungsmodells für mehrstufige Ermüdungsbeanspruchung.....</b>	<b>127</b>
6.1	Allgemeines.....	127
6.2	Energetischer Ansatz für veränderliche Schwingbreiten unter Druckschwellbeanspruchung.....	127
6.2.1	Schädigungsäquivalente Lastwechselzahlen.....	127
6.2.2	Bruchschwingspielzahlen bei mehrstufigen Ermüdungsbeanspruchungen.....	129
6.2.3	Ausnutzungsgrad der Ermüdungslebensdauer.....	129
6.2.4	Beispiel für eine dreistufige Ermüdungslastgeschichte.....	130
6.2.5	Berechnungsablauf für mehrstufige Ermüdungsbeanspruchungen.....	131
6.3	Gegenüberstellung des energetisches Schädigungsmodells und der linearen Akkumulationshypothese.....	134
6.3.1	Einstufige Ermüdungsbeanspruchungen.....	134
6.3.2	Zweistufige Ermüdungslastgeschichten.....	136
6.3.2.1	Aufsteigende Amplitude.....	136

6.3.2.2	Fallende Amplitude.....	138
6.3.2.3	Fazit.....	139
6.3.2.4	Vergleich der Schädigungswerte beim Ermüdungsversagen.....	139
6.4	Validierung des mehrstufigen Schädigungsmodells an experimentellen Ermüdungsuntersuchungen.....	142
6.4.1	Versuchsaufbau.....	143
6.4.1.1	Beschreibung der Prüfkörper.....	143
6.4.2	Messeinrichtung und Versuchsdurchführung.....	143
6.4.2.1	Prüfmaschine.....	143
6.4.2.2	Messeinrichtung.....	144
6.4.2.3	Versuchsdurchführung.....	146
6.4.2.4	Versuchsprogramm und Aufbereitung der Messwerte.....	146
6.4.3	Auswertung und Darstellung der Versuchsergebnisse.....	146
6.4.3.2	Zwei- und mehrstufige Ermüdungsuntersuchungen.....	153
6.4.4	Beurteilung des mehrstufigen Schädigungsansatzes anhand der durchgeführten Ermüdungsuntersuchungen.....	161
<b>7.</b>	<b>Berücksichtigung von mehraxialen Beanspruchungszuständen</b>	<b>163</b>
7.1	Vorbemerkungen und Vorgehen.....	163
7.1.1	Beanspruchungsbereiche.....	163
7.1.2	Formulierung der Schädigungsentwicklung in Haupt- beanspruchungsrichtung.....	165
7.2	Energetische Betrachtungsweise bei mehraxialer Ermüdung.....	165
7.2.1	In Schädigung dissipierter Energieanteil unter monotoner Beanspruchung.....	167
7.2.1.1	Mehraxiale Betonfestigkeit.....	167
7.2.1.2	Stauchung bei Erreichen der mehraxialen Betonfestigkeit.....	167
7.2.1.3	Lokalisierte Zerstauchungsenergie.....	168
7.2.2	In Schädigung dissipierter Energieanteil bei mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung.....	174
7.2.2.1	Verzerrungsevolution.....	174
7.2.2.2	Bruchschwingspielzahl.....	181
7.2.2.3	Vorgehen.....	181
7.2.3	Berechnung der Schädigungsentwicklung.....	195
7.2.3.1	Erweiterung des mehrstufigen Schädigungsalgorithmus für mehraxiale Ermüdungsbeanspruchungen.....	195
7.2.3.2	Verifizierung der berechneten Ermüdungsverzerrungen an Versuchen aus der Literatur.....	196
7.3	Schädigungsberechnungen für mehraxiale Ermüdungs- beanspruchungen mit konstanter Amplitude.....	199

7.3.1	Schädigungsentwicklung unter Druckmeridianbeanspruchung	199
7.3.1.1	Variation der Bruchenergie für $r = 0,1$	199
7.3.1.2	Variation der Querdruckbeanspruchung	203
7.3.1.3	Vergleich der Schädigungsverläufe für $r = 0$ und $r = 0,025$	205
7.3.1.4	Vergleich der Schädigungsverläufe für den Bereich $-0,025 \leq r \leq 0,05$	207
7.3.2	Schädigungsentwicklung unter zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung	208
7.3.2.1	Variation der Querdruckbeanspruchung	208
7.3.2.2	Variation des Beanspruchungsverhältnisses $\square$	210
7.3.3	Bewertung des für mehraxiale Ermüdungsbeanspruchungen erweiterten Schädigungsmodells	218
7.4	Schädigungsberechnungen für mehrstufige Ermüdungsbeanspruchungen unter Berücksichtigung von mehraxialen Beanspruchungszuständen	213
7.5	Bemessungsvorschlag bei mehraxialer Ermüdung	219
7.5.1	Erweitertes, energetisches Schädigungsmodell	219
7.5.2	Vorgehen bei der Bemessung auf Basis der linearen Akkumulationshypothese	219
7.5.2.1	Herleitung von Modifikationsfaktoren $\lambda_{c3}(N,r)$ für Ermüdungsbeanspruchungen am Druckmeridian	220
7.5.2.2	Herleitung von Modifikationsfaktoren $\lambda_{c2}(N,\alpha)$ für zweiaxiale Ermüdungsbeanspruchung	223
<b>8.</b>	<b>Adaption des Schädigungsalgorithmus an ein finite Element - Programm</b>	<b>225</b>
8.1	Einleitung	225
8.2	Nichtlineare Strukturanalysen mit dem finiten Elemente - Programm ABAQUS©	225
8.3	Elasto-plastisches Betonmodell in ABAQUS©	226
8.3.1	Allgemeines	222
8.3.2	Konstitutive Beziehungen	227
8.3.3	Plastizität und Schädigung	227
8.3.3.1	Invarianten der effektiven Spannungen	227
8.3.3.2	Fließfunktion	228
8.3.3.3	Fließregel bzw. Fließgesetz und plastische Potentialfunktion	230
8.3.3.4	Verfestigungs- und Entfestigungsgesetz	231
8.3.3.5	Viskoplastische Regularisierung	231
8.3.3.6	Spannungs-Dehnungsbeziehungen im inelastischen Bereich	232
8.3.3.7	Schädigung	233

8.3.4	Benchmarking.....	233
8.4	Zur Anwendung von User – Subroutinen.....	234
8.4.1	User-Subroutine USDFLD.for.....	234
8.4.2	User-Subroutine DLOAD.for.....	235
8.4.3	User-Subroutine UEXTERNALDB.for.....	235
8.4.4	Schädigungsalgorithmus „MULTIFAT.for“.....	235
8.4.5	Adaption von MULTIFAT an das Materialgesetz für Beton.....	236
8.4.6	Schädigungsberechnung innerhalb der finiten Element – Berechnung.....	238
8.4.6.1	Belastungszeitfunktion in MULTIFAT.....	238
8.4.6.2	Schädigungsberechnung am Integrationspunkt.....	239
8.5	Numerische Verifikation.....	242
8.5.1	Einaxiale Ermüdungsuntersuchungen an einem Stab.....	242
8.5.1.1	System und Materialkennwerte.....	242
8.5.1.2	Ergebnisse der Schädigungsberechnungen.....	243
8.5.2	Zweiaxiale Ermüdungsbeanspruchung an einer Scheibe.....	245
8.5.2.1	System und Materialkennwerte.....	245
8.5.2.2	Einaxiale Druckschwellbeanspruchung.....	247
8.5.2.3	Zweiaxiale Druckschwellbeanspruchung.....	249
8.5.2.4	Druckschwellbeanspruchung mit gleichzeitigem Querzug.....	251
<b>9.</b>	<b>Numerische Schädigungsuntersuchungen am Spannbetonschaft einer Windenergieanlage.....</b>	<b>253</b>
9.1	Vorbemerkungen.....	253
9.2	System und Einwirkungen.....	253
9.2.1	Abmessungen.....	253
9.2.2	Materialkennwerte.....	254
9.2.3	Einwirkungen.....	256
9.3	Direkter Ermüdungsnachweis nach DIBt-Richtlinie.....	257
9.4	Numerische Schädigungsanalyse des Spannbetonschaftes.....	259
9.4.1	Vergleich der Schädigungen nach linearer Akkumulations- hypothese und mehrstufigem energetischen Modellansatz.....	259
9.4.2	Numerische Untersuchung.....	262
9.4.2.1	Schädigungsberechnung im Grenzzustand der Ermüdung.....	262
9.4.2.2	Auswirkungen unterschiedlicher Belastungsreihenfolgen.....	264
9.4.2.3	Einfluss der Anfangsschädigung auf die Schädigungsentwicklung.....	265
9.4.2.4	Auswertung der Ermüdungslastgeschichte für eine Belastungs-reihenfolge.....	266
9.4.2.5	Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer.....	267

9.4.2.6	Schädigungsentwicklung unter Gebrauchslastniveau.....	268
9.5	Numerische Schädigungsanalyse am Lasteinleitungsbereich des Stahladapters.....	269
9.5.1	System und Beanspruchungszustände.....	269
9.5.2	Numerische Voruntersuchungen unter einaxialer Ermüdungsbeanspruchung.....	270
9.5.2.1	Schädigungsanalyse im Grenzzustand der Tragfähigkeit.....	270
9.5.2.2	Vereinfachte, einaxiale Schädigungsberechnung unter Berücksichtigung des Ermüdungsversagens in der Kontaktfuge.....	271
9.5.2.3	Abschätzung des Schädigungszustandes unter Gebrauchslasten.....	272
9.5.3	Schädigungsberechnung unter zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchungen.....	273
9.5.3.1	Schädigungsuntersuchung unter Gebrauchslasten.....	273
9.5.3.2	Schädigungsuntersuchung im Grenzzustand der Ermüdung.....	274
9.6	Abschließende Bewertung der Berechnungsergebnisse.....	275
<b>10.</b>	<b>In-situ-Messungen am Spannbetonschaft einer Windenergieanlage.....</b>	<b>277</b>
10.1	Einleitung.....	277
10.2	Beschreibung des Bauwerks.....	277
10.3	Verformungsmessungen im Beton.....	278
10.3.1	Schwind- und Kriechverformungen.....	279
10.3.2	Verformungen infolge Temperatur.....	279
10.4	Durchführung der Bauwerksmessung.....	281
10.4.1	Messstellenanordnung im Turmschaft.....	281
10.4.2	Messeinrichtung.....	285
10.4.3	Messprogramm.....	286
10.4.4	Stationäre Messung.....	287
10.4.5	Beginn der dynamischen Bauwerksmessung.....	287
10.5	Auswertung und Darstellung der gemessenen Dehnungen für ausgewählte Belastungssituationen.....	288
10.5.1	Auswahl der Beanspruchungssituationen.....	288
10.5.2	Gemessene Bauwerkstemperatur.....	289
10.5.3	Normalbetrieb der Anlage.....	289
10.5.3.1	Dehnungsmesswerte in Messebene 1.....	289
10.5.3.2	Dehnungsmesswerte in Messebene 2.....	298
10.5.3.3	Detaillierte Untersuchung der gemessenen Dehnungsschwingweiten.....	302

10.5.3.4	Darstellung der Dehnungsverteilung.....	303
10.5.4	Abschaltvorgänge des Anlagenbetriebes.....	309
10.5.4.1	Notabschaltung.....	309
10.5.4.2	Abschalt- und Bremsvorgänge.....	312
10.5.5	Berechnung der Dehnungsanteile unter kurzzeitiger Einwirkung (Normalbetrieb).....	312
10.5.6	Berechnung der Dehnungsanteile aus Langzeiteinflüssen und Vergleich mit den gemessenen Werten.....	315
10.5.7	Ermittlung der Gesamtdehnungen.....	318
10.6	Beurteilung der bisher gewonnenen Messergebnisse.....	319
<b>11.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick.....</b>	<b>321</b>
11.1	Zusammenfassung.....	321
11.2	Ausblick.....	324
11.2.1	Weiterentwicklung des Ermüdungsmodells.....	324
11.2.2	Erweiterung der Nachweisverfahren für Ermüdung.....	324
<b>Anhang</b>	<b>.....</b>	<b>327</b>
A.1	Bruchschwingspielzahlen im Hauptmeridianschnitt.....	328
A.2	Bruchschwingspielzahlen am Druckmeridan.....	329
A.3	Bruchschwingspielzahlen im Deviator.....	332
A.3.1	Bruchschwingspielzahlen im Deviatorschnitt $\xi / f_{c1} = -0,25$ .....	332
A.3.2	Bruchschwingspielzahlen im Deviatorschnitt $\xi / f_{c1} = -0,577$ .....	333
A.3.3	Bruchschwingspielzahlen im Deviatorschnitt $\xi / f_{c1} = -0,85$ .....	335
A.3.4	Bruchschwingspielzahlen im Deviatorschnitt $\xi / f_{c1} = -1,33$ .....	336
A.4	Bruchschwingspielzahlen im ebenen Spannungszustand.....	338
A.5	Modifikationsfaktoren $\lambda_{c2}(N,r)$ bei Druckmeridian- beanspruchung.....	340
A.6	Modifikationsfaktoren $\lambda_{c3}(N,\alpha)$ bei zweiachialer Ermüdungsbeanspruchung.....	343
<b>Literatur</b>	<b>.....</b>	<b>347</b>

# 1. Einführung

## 1.1 Entwicklung der Windenergie

Der Ausbau von regenerativen Energiequellen wird weltweit vorangetrieben. Der größte Anteil liegt derzeit in der Nutzung der Windenergie. Dabei nimmt die Windindustrie in Deutschland bei der Entwicklung und Herstellung von Windenergieanlagen (WEA) eine herausragende Stellung ein. Zur Zeit ist Deutschland der größte Windenergiemarkt der Welt. Bisher wurden in Deutschland über 18.685 Windenergieanlagen mit einer Gesamtleistung von ca. 20.621 MW installiert [Ender -07], siehe auch [Buddensiek – 07]. Der jährliche Zuwachs beträgt derzeit über 2.000 MW. Die Entwicklung geht im Binnenland hin zu leistungsstärkeren Anlagen mit über 2 MW pro Anlage und Turmhöhen von über 100 m. Die Anzahl lukrativer Standorte an Land (Onshore) wird jedoch geringer. Daher ist in den nächsten Jahren die Errichtung von Windenergieanlagen auf offener See (Offshore) geplant. Diese Offshore-Parks sollen in der Nord- und Ostsee errichtet werden und den Anteil der regenerativen Energien bei der Stromerzeugung deutlich erhöhen. Das mittelfristige Ziel ist es, bis zum Jahre 2010 in der Nord- und Ostsee Windenergieanlagen mit einer Gesamtleistung von etwa 3.000 MW zu installieren. Bis 2030 sollen Offshore-WEA mit rund 20.000 bis 25.000 MW Gesamtleistung installiert sein.

In Bild 1.1 ist das Ergebnis einer Studie vom Deutschen Windenergie-Institut dargestellt, in der die pro Jahr installierte Windenergieleistung in Deutschland seit 1990 aufgezeigt und die Entwicklung bis 2030 prognostiziert wird. Demnach wird der Rückgang von an Land installierten Anlagen durch die zu erwartende Entwicklung von Offshore-Parks ausgeglichen und durch das Repowering von Onshore-Anlagen, also den Austausch älterer Anlagen durch leistungsfähigere Anlagentypen, bis zum Jahre 2020 zu einer Verdoppelung der jährlich installierten Leistung führen.

Die Türme für WEA werden Onshore überwiegend als Stahlrohrtürme oder Spannbetontürme mit interner oder externer Vorspannung ausgeführt. Vereinzelt werden auch Stahlgittermasten errichtet. Die Spannbetontürme werden sowohl in Ortbeton- als auch in Fertigteilbauweise hergestellt. Dabei hat sich in den letzten Jahren besonders für Anlagen der Multi-Megawattklasse die hybride Turmkonstruktion, bestehend aus einem Spannbetonschaft mit weiterführendem Stahlsegment, als eine sehr wirtschaftliche Lösung erwiesen. Zukünftig werden für solche Anlagentypen Turmkonstruktionen mit Nabenhöhen von mehr als 130 m erwartet. Die Wahl einer geeigneten Turmkonstruktion wird durch die Standortbedingungen (Herstellung, Transport, Montage etc.)

bestimmt. Bild 1.2 zeigt die mit der Entwicklung der Anlagenleistung zunehmenden Turmhöhen.

Für die Gründung von Onshore-Windenergieanlagen kommen sowohl Flachgründungen als auch Tiefgründungen zum Einsatz. Als Tiefgründungen werden häufig Ramppfähle aus Beton oder Stahlrohre mit entsprechenden Pfahlfußausbildungen eingesetzt.

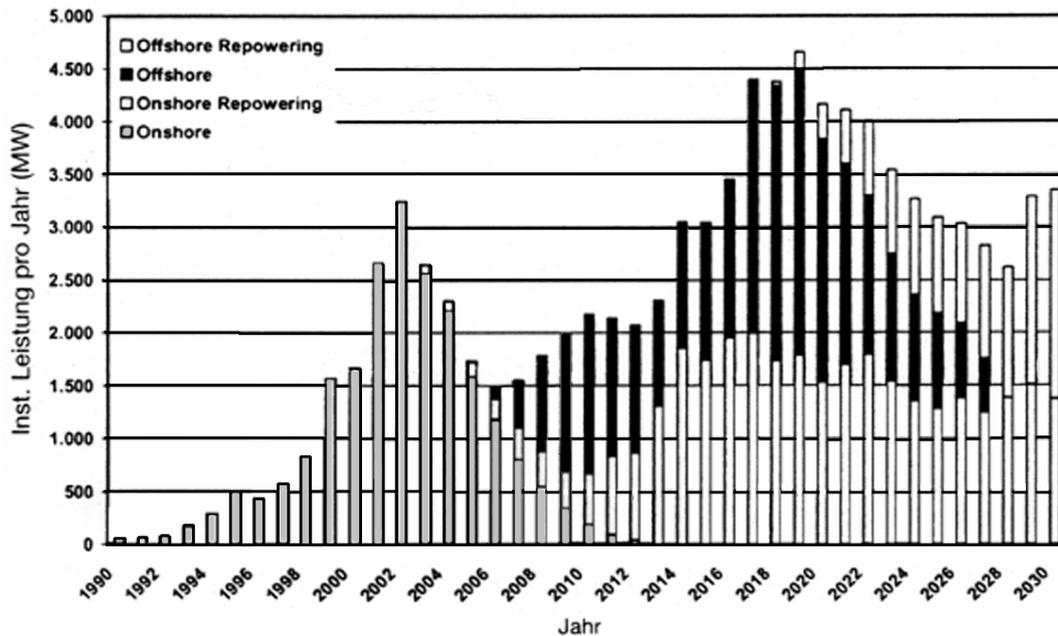


Bild 1.1: Jährlich installierte Windenergieleistung in Deutschland, [Johnson -04]

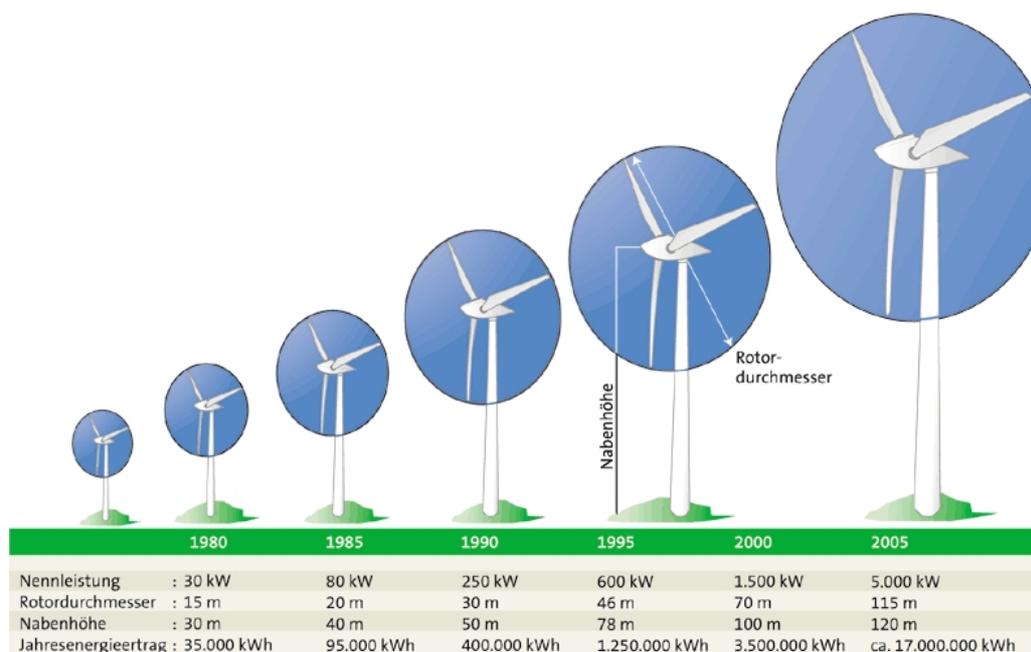


Bild 1.2: Leistungssteigerung von Windenergieanlagen und Zunahme der Turmhöhen (Quelle: www.wind-energie.de)

Für die Wahl einer geeigneten Offshore-Tragkonstruktion sind neben der Wassertiefe besonders die Seegangs- und Strömungsbedingungen sowie die vorhandenen Bodenverhältnisse entscheidend. Betonkonstruktionen können dabei sowohl küstennah (Nearshore) als auch in größeren Wassertiefen, z.B. als schwimmfähige, ballastierbare Schwergewichtsfundamente, wirtschaftlich realisiert werden. Alternativ können auch aufgelöste Strebenkonstruktionen aus vorgespanntem hochfestem Beton zum Einsatz kommen. Eine Übersicht von derzeit diskutierten Offshore-Gründungskonzepten wird u. a. in [Grünberg et al. -06/1] und [Schaumann et al. -07] gegeben.

## 1.2 Motivation

Durch die fortschreitende Entwicklung immer leistungsfähigerer Windenergieanlagen sowie durch die zusätzlichen Anforderungen bei der Bemessung und Ausführung von Offshore-Tragwerken wird der bisherige Erfahrungsbereich überschritten. Windenergieanlagen sind hochdynamisch beanspruchte Bauwerke mit Lastwechselzahlen bei Onshore-Anlagen bis zu  $N = 10^9$ . Durch die Beanspruchung aus Seegang treten bei Offshore-Anlagen zusätzlich Lastwechselzahlen von bis zu  $N = 10^8$  auf. Für die Bemessung der Tragkonstruktionen sind daher neben den maximalen Lasten die Ermüdungsbeanspruchungen von großer Bedeutung. Häufig werden diese maßgebend für die Dimensionierung der Tragelemente.

Für die Bemessung von Betonbauteilen unter Ermüdungsbeanspruchung wird in den derzeit gültigen Vorschriften die lineare Akkumulationshypothese nach Palmgren und Miner angewendet. Diese wurde im Jahre 1924 für die Bemessung von Stahlkugellagern entwickelt. Die Schädigungshypothese geht davon aus, dass jede zyklische Belastung im Bauteil eine Schädigung erzeugt und diese linear bis zum Ermüdungsversagen akkumuliert. Die einzelnen Schädigungsanteile werden über die Ausnutzung der Bruchschwingungszahlen berechnet, die aus Wöhlerlinien für die vorhandenen Ermüdungslasten entnommen werden können. Das tatsächliche Materialverhalten während des Ermüdungsprozesses sowie der Einfluss unterschiedlicher Belastungsreihenfolgen auf die Ermüdungsfestigkeit bleiben hingegen unberücksichtigt. Stattdessen wird für die Schädigungsberechnung unabhängig vom tatsächlichen Materialverhalten ein linearer Schädigungsverlauf vorausgesetzt. Dies führt bei Materialien, die wie Beton ein ausgeprägtes nichtlineares Material- und Schädigungsverhalten besitzen, zu großen Abweichungen zwischen dem auf Basis der Palmgren-Miner Hypothese berechneten Ermüdungszustand und der tatsächlich eintretenden Schädigungsentwicklung. Die Anwendung der vereinfachten linearen Akkumulationshypothese für die Querschnittsdimensionierung von Betonkonstruktionen von Windenergieanlagen kann daher sowohl zu unsicheren als auch zu unwirtschaftlichen Bemessungsergebnissen führen.

Zusätzlich ist zu beachten, dass in Schalentragsystemen sowie in den Anschluss- und Knotenbereichen von Beton- und Hybridkonstruktionen mehraxiale Beanspruchungen auftreten, die erhebliche Auswirkungen auf die resultierende Ermüdungsfestigkeit besitzen und mit den bisher angewendeten Bemessungsansätzen nicht erfasst werden.

In Bezug auf das nichtlineare Schädigungsverhalten von Beton unter mehrstufiger und mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung besteht noch hoher Forschungsbedarf.

### **1.3 Zielsetzung**

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es daher, einen Bemessungsansatz zu entwickeln, durch den die Einflüsse aus mehrstufiger und mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung auf die Schädigungsentwicklung und die Ermüdungsfestigkeit bei Betontragwerken für Windenergieanlagen berücksichtigt werden können.

Hierfür soll ein mechanisch begründetes Schädigungsmodell aus der Literatur, welches für einaxiale Ermüdungsbeanspruchung mit konstanter Amplitude hergeleitet wurde, für die Anwendung bei mehrstufigen Ermüdungslastgeschichten erweitert werden. Dieser mehrstufige Schädigungsansatz soll an eigenen, experimentellen Untersuchungen validiert werden. Weiterhin sollen die Eingangs- und Materialkennwerte so modifiziert werden, dass die Bruchschwingspielzahlen sowie die Schädigungsentwicklungen auch unter mehraxialen Ermüdungsbeanspruchungen berechnet werden können. Da die Bruchschwingspielzahlen unabhängig von dem verwendeten Schädigungsmodell hergeleitet werden sollen, können diese auch direkt durch einen zusätzlichen Modifikationsfaktor in die Bestimmungsgleichungen des bisherigen einaxialen Ermüdungsnachweises eingebunden werden. Dadurch soll es möglich sein, den derzeit gültigen Ermüdungsnachweis für mehraxiale Beanspruchungssituationen zu erweitern.

Ferner soll die Möglichkeit geschaffen werden, nichtlineare Strukturanalysen von Betontragwerken für Windenergieanlagen unter Ermüdung durchführen zu können. Hierzu soll das Schädigungsmodell an das Betonmodell eines finiten Elemente - Programms adaptiert werden. Die numerischen Simulationsergebnisse sollen anhand von in-situ-Messungen bewertet werden.

## 1.4 Aufbau der Arbeit

Nach der Einführung in Kapitel 1 wird zunächst das Materialverhalten von Beton unter einaxialer und mehraxialer, monotoner Beanspruchung in Kapitel 2 zusammenfassend dargestellt. Das mehraxiale Materialverhalten wird ausgehend von Hauptmeridianbeanspruchungen systematisch untersucht. Anschließend werden Beanspruchungssituationen analysiert, die nicht auf den Hauptmeridianen liegen. Der Sonderfall der zweiaxialen Beanspruchung wird ausführlich betrachtet.

Das Ermüdungsverhalten von Beton wird in Kapitel 3 näher untersucht. Schwerpunkte liegen auf der Beschreibung des Schädigungsprozesses unter einaxialer und mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung. Analog zu Kapitel 2 wird das mehraxiale Ermüdungsverhalten in Abhängigkeit von den Beanspruchungsverhältnissen erläutert. Das Materialverhalten unter zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung ist von besonderer Bedeutung.

Die im weiteren Verlauf der Arbeit verwendeten mechanischen Modellansätze zur Beschreibung des Materialverhaltens von Beton unter monotoner und Ermüdungsbeanspruchung werden in Kapitel 4 vorgestellt. Besonderer Schwerpunkt liegt auf einem energetischen Ermüdungsmodell, das zusammenfassend dargestellt wird und die Grundlage für die weitere Arbeit bildet.

Die derzeit gültigen Bemessungsvorschriften für Beton unter Ermüdungsbeanspruchung werden in Kapitel 5 vorgestellt.

Das energetische Schädigungsmodell wird in Kapitel 6 für mehrstufige Ermüdungsbeanspruchungen erweitert und auf zweistufige Lastgeschichten angewendet. Die Berechnungsergebnisse werden experimentellen Untersuchungsergebnissen gegenübergestellt.

Die Eingangs- und Materialkennwerte für mehraxiale Beanspruchungen wird in Kapitel 7 abgeleitet. Das Hauptaugenmerk liegt auf der Herleitung von Bruchschwingspielzahlen für mehraxiale Ermüdungsbeanspruchungen.

Die Adaption des mehrstufigen und mehraxialen Schädigungsmodells an ein Finite Elemente - Programm sowie die an einfachen Modellen durchgeführte numerische Verifikation werden in Kapitel 8 behandelt.

In Kapitel 9 wird eine numerische Schädigungssimulation am Spannbeton einer Windenergieanlage auf Grundlage der zur Verfügung gestellten Windlastkollektive durchgeführt und den Berechnungsergebnissen nach den gültigen Bemessungsvorschriften gegenübergestellt.

Über die in-situ-Messungen am selben Spannbeton wird in Kapitel 10 berichtet. Die wesentlichen Messergebnisse werden vorgestellt.

Kapitel 11 enthält eine kurze Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit sowie einen Ausblick auf weiterführende Fragestellungen.

## 2. Materialverhalten von Beton unter monotoner Beanspruchung

### 2.1 Allgemeines

Beton ist ein heterogener Werkstoff (5-Stoff-System), der sich aus der Zementmörtelmatrix, den Zuschlagstoffen, Wasser sowie aus Zusatzstoffen und Zusatzmitteln zusammensetzt. Zur Untersuchung des Materialverhaltens kann Beton in die in Bild 2.1 dargestellten drei Betrachtungsebenen unterteilt werden. Diese unterscheiden sich durch unterschiedliche Betrachtungsmaßstäbe und werden als Makro-, Meso- und Mikroskala bezeichnet [Van Mier -97].

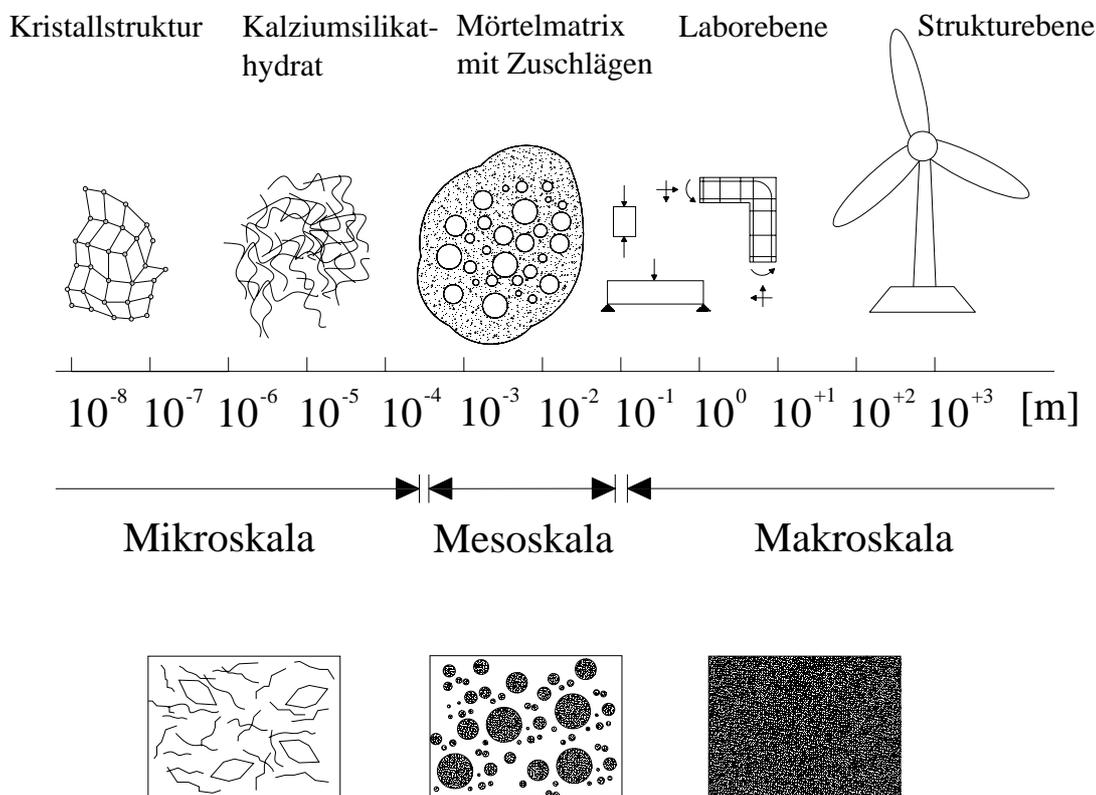


Bild 2.1: Betrachtungsebenen von Beton, nach [Van Mier -97]

Makroskopisch wird Beton als homogenes Gefüge mit nichtlinearem Materialverhalten idealisiert. In der nächstfeineren Betrachtungsebene, der Mesoskala, wird die heterogene Struktur des Betons betrachtet, die aus den Zuschlagstoffen, der Zementmörtelmatrix und der Kontaktzone zwischen den Zuschlagkörnern und der Mörtelmatrix besteht. Die Größenordnung eines solchen Bereiches liegt zwischen 10<sup>-3</sup> und 10<sup>-2</sup> m. Das makroskopische Verhalten des Be-

tons kann häufig durch Strukturveränderungen in der Mesoskala, wie z. B. Mikrorissbildung, erklärt werden. Von besonderer Bedeutung ist dabei die Interaktion zwischen den Zuschlagkörnern und der Mörtelmatrix.

Die Mikroskala umfasst die Beschreibung des Zementsteins und der Übergangsschicht auf Kristallebene. Die Zuschlagkörner werden aufgrund ihrer sehr viel höheren Festigkeit gegenüber der Zementmatrix nicht berücksichtigt. Die betrachteten Abmessungen liegen im Nanometer- und Mikrometerbereich.

## **2.2 Einaxiales Materialverhalten**

### **2.2.1 Druckbeanspruchung**

Das Materialverhalten von Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung kann in drei Bereiche unterteilt werden, Bild 2.2. Bereits im unbelasteten Zustand weist der Beton infolge des Schwindens der Zementmörtelmatrix während der Hydratation Mikrorisse an den Grenzflächen zu den Zuschlagskörnern auf. Bis zu einer Beanspruchung von ca. 30 % der einaxialen Druckfestigkeit bleiben die Mikrorisse konstant, so dass die Spannungs-Dehnungslinie näherungsweise linear verläuft. Im anschließenden Verfestigungsbereich wird durch die zunehmende Querkzugbeanspruchung an den Korngrenzen der Zuschlagskörner die Mikrorissbildung verstärkt (ca. 30% bis ca. 70 % - 75 % der Druckfestigkeit). Die Steifigkeit beginnt abzunehmen und es entsteht ein nichtlineares Materialverhalten. Bei weiterer Laststeigerung vereinigen sich die Mikrorisse zu Makrorissen und leiten das Versagen der Probe durch Bruchflächenbildung ein. Werden Betonproben nach Erreichen der Druckfestigkeit in verformungsgesteuerten Versuchen weiter beansprucht, tritt eine deutliche Abnahme der noch aufnehmbaren Druckbeanspruchung auf (Entfestigung). Das Nachbruchverhalten wird dabei maßgeblich durch die lokalen Verformungen innerhalb der Bruchflächen bestimmt, siehe u. a. [Mehlhorn/Kolleger -95], [Van Mier -84] und [Hofstetter/Mang -95].

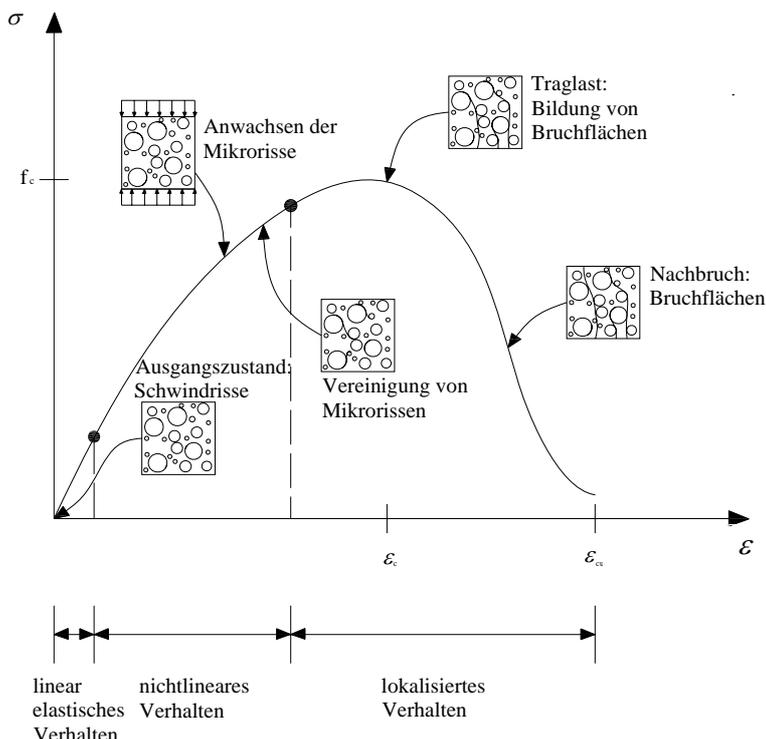


Bild 2.2: Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung, nach [Mehlhorn/Kolleger -95]

An Betonproben mit gleichem Querschnitt aber unterschiedlicher Höhe, wurde in Versuchen von [Van Mier -84] festgestellt, dass die Spannungs-Dehnungsbeziehung im Nachbruchbereich von der Probenhöhe abhängig ist. Werden hingegen die Ergebnisse als Spannungs-Verschiebungslinien aufgetragen, so weisen diese nahezu identische Verläufe auf, Bild 2.3. Dies bedeutet, dass die Verformungen in den Bruchflächen der Proben gleich groß waren und die Lokalisierung im Nachbruchbereich unabhängig von der Probenhöhe ist. Dieses Ergebnis wird durch die Versuche von [Jansen/Shah -97] bestätigt, die ebenfalls bei unterschiedlichen Probenhöhen in etwa konstante Flächen unter der Last-Verschiebungskurve erhielten, [Pölling -00].

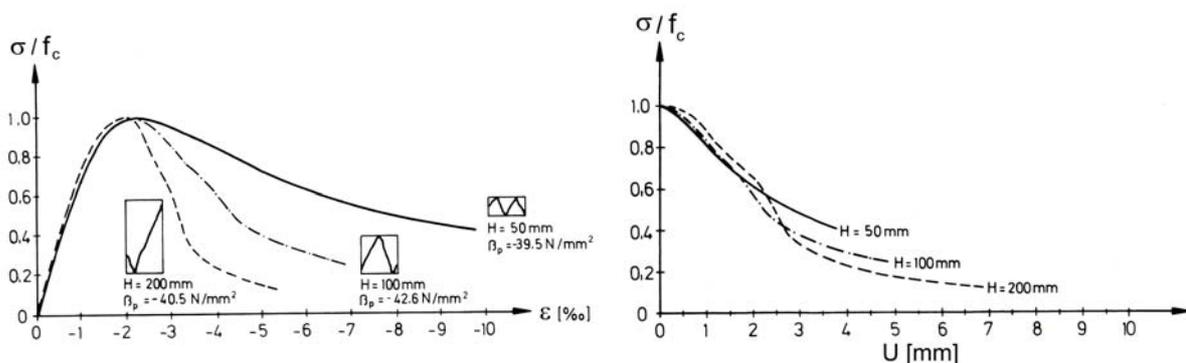


Bild 2.3: Einaxiale Druckversuche an Probekörpern mit konstantem Querschnitt und unterschiedlicher Probenhöhe, nach [Van Mier -86]

Das Volumen einer Betonprobe nimmt unter einaxialer Druckbeanspruchung bis ca. 70 % - 90 % der Druckfestigkeit ab, [Chen -82], Bild 2.4. Anschlie-

ßend tritt eine starke Volumenvergrößerung (Dilatanz) bis zum Erreichen der Druckfestigkeit ein. Dies ist auf das Einsetzen einer verstärkten Makrorissbildung und die Ausbreitung von Bruchflächen zurückzuführen.

Die Querkontraktionszahl beträgt unter einaxialer Druckspannung  $\nu = 0,15 - 0,22$ . Dieser Wert bleibt bis ca. 80 % der Druckfestigkeit konstant. Anschließend nimmt die Querdehnzahl bis zum Erreichen der Druckfestigkeit überproportional zu, Bild 2.5, und erreicht Werte von  $\nu = 0,35 - 0,37$ . Im Nachbruchbereich kann die Querdehnzahl Werte von  $\nu \geq 0,5$  annehmen, [Chen - 82].

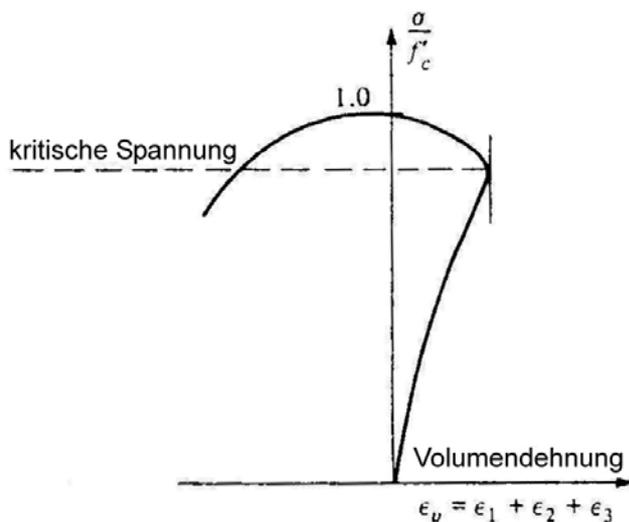


Bild 2.4: Volumenänderung bei einaxialer Druckbeanspruchung, [Chen -82]

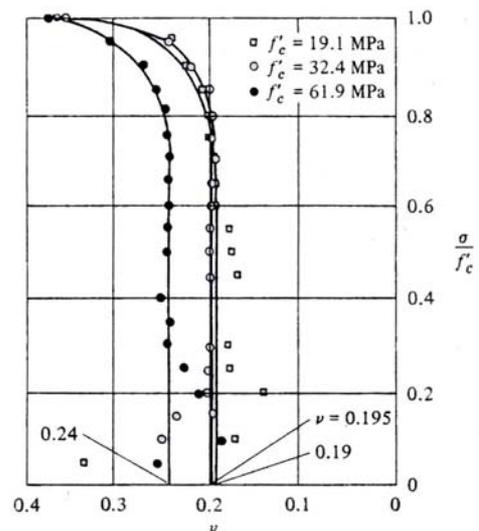


Bild 2.5: Entwicklung der Querdehnzahl bei einaxialer Druckbeanspruchung, [Chen - 82]

### 2.2.2 Zugbeanspruchung

Die Spannungs-Dehnungsbeziehung unter zentrischer Zugbeanspruchung ist in Bild 2.6 für eine gekerbte Scheibe dargestellt. Bis kurz vor dem Erreichen der Zugfestigkeit weist diese einen annähernd linearen Verlauf auf. Anschließend setzt eine verstärkte Mikrorissbildung ein, die zu einer Steifigkeitsabnahme führt. Das Materialverhalten nimmt einen nichtlinearen Verlauf an, [Hofstetter/Mang -95]. Wird die maximale Zugfestigkeit erreicht, setzt eine Makrorissbildung ein (Punkt A). Der Riss breitet sich aus, bis er auf ein Zuschlagkorn trifft. Die aufnehmbare Zugspannung nimmt ab, da die zur Verfügung stehende Fläche kleiner wird. Anschließend kann die Zugspannung wieder erhöht werden (Punkt B), bis der Haftverbund zwischen Zementstein und Zuschlagkorn versagt und die Risslänge weiter anwächst. Die Risslänge wird zunehmend größer, während die aufnehmbare Zugspannung abnimmt (Punkte C – F), [Van Mier -97].

Die Zugrissbildung findet in einer stark lokalisierten Rissprozesszone statt, die um ein Vielfaches kleiner ist als die Betonprobe. Dies führt dazu, dass bei Zugversagen nur ein kleiner Bereich innerhalb der Betonprobe entfestigt und der restliche Teil entlastet wird, [Hofstetter/Mang -95]. Ähnlich wie bei einer Druckbeanspruchung wird das Nachbruchverhalten unter Zugbeanspruchung durch das lokalisierte Verhalten der Bruchflächen bestimmt.

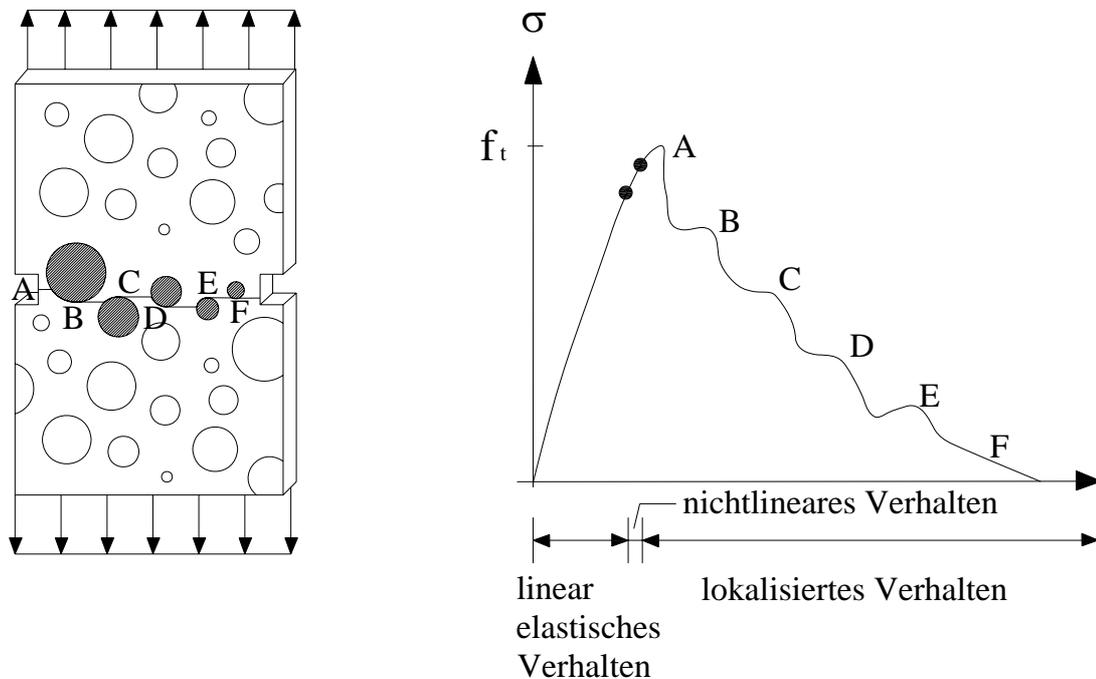


Bild 2.6: Beton unter einaxialer Zugbeanspruchung, nach [Van Mier -86]

## 2.3 Mehraxiales Materialverhalten

### 2.3.1 Dreiaxiales Materialverhalten

Wird die bei einaxialen Druckversuchen auftretende Querdehnung bzw. Mikrorissbildung behindert, so kann die mehraxiale Betondruckfestigkeit auf ein Vielfaches der einaxialen Betondruckfestigkeit gesteigert werden. Eine Behinderung bzw. Reduzierung der Querdehnung kann dabei sowohl durch zusätzliche Querdrücke als auch durch umschnürende Bewehrung oder Stahlmantelungen hervorgerufen werden. Umgekehrt vergrößern gleichzeitig auftretende Querkzugbeanspruchungen die Querdehnung und beschleunigen den Vorgang der Mikrorissbildung. Dies führt zu einer rapiden Abnahme der Betondruckfestigkeit bei Querkzugbeanspruchung. Die mehraxiale Festigkeit von Beton ist daher vom vorhandenen Beanspruchungszustand abhängig.

### 2.3.1.1 Bruchumhülle von Beton

Im dreidimensionalen Spannungsraum kann die mehraxiale Betonfestigkeit anschaulich durch eine Bruchumhülle mit konvex gekrümmten Meridianen dargestellt werden, Bild 2.7. Häufig wird deren geometrische Form durch die Spannungsinvarianten  $I_1$ ,  $J_2$  und  $J_3$  beschrieben.  $I_1$  repräsentiert den hydrostatischen Spannungszustand, während  $J_2$  und  $J_3$  durch die Komponenten des Spannungsdeviators ausgedrückt werden. Zweckmäßig ist die Formulierung in den Haigh-Westergaard-Koordinaten  $\xi$ ,  $\rho$  und  $\theta$ , siehe Angaben in [Chen -82]. Dabei gibt  $\xi$  den Abstand eines Spannungszustands auf der hydrostatischen Achse ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) vom Ursprung an. Die Koordinate  $\rho$  beinhaltet den Abstand normal zur hydrostatischen Achse, und  $\theta$  bezeichnet den Winkel in der Deviatorebene.

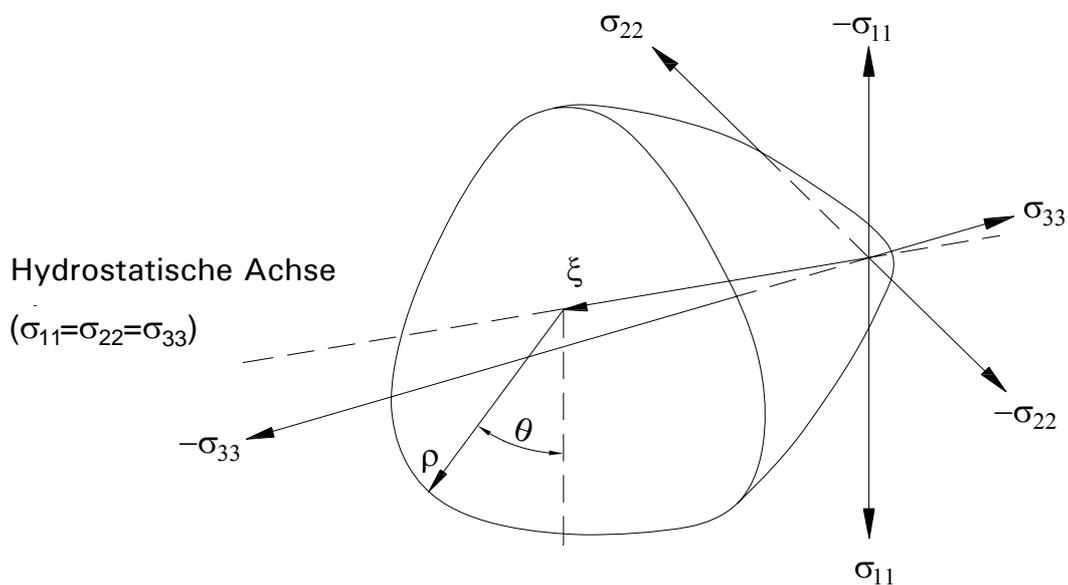


Bild 2.7: Schematische Darstellung der Bruchumhüllen des Betons im dreidimensionalen Spannungsraum, nach [Mehlhorn/Kolleger -95]

Der Sonderfall der zweiaxialen Betonfestigkeit ergibt sich aus der Bruchumhüllen, wenn eine der drei Hauptspannungen zu null gesetzt wird. In Bild 2.8 ist die zweiaxiale Spannungsebene für  $\sigma_3 = 0$  innerhalb der Bruchumhüllen dargestellt. Zusätzlich sind in Bild 2.8 die Verläufe der Hauptmeridiane angedeutet. Die Schnittlinie zwischen der zweiaxialen Spannungsebene und der Bruchumhüllen bildet die Versagenskurve für den ebenen Spannungszustand. Die resultierende Versagenskurve ist in Bild 2.9 dargestellt. Es ist erkennbar, dass die Festigkeitswerte der ein- und zweiaxialen Druck- und Zugfestigkeit jeweils auf anderen Hauptmeridianen liegen und dass durch deren Größe die Form der Bruchumhüllen maßgeblich bestimmt werden kann.

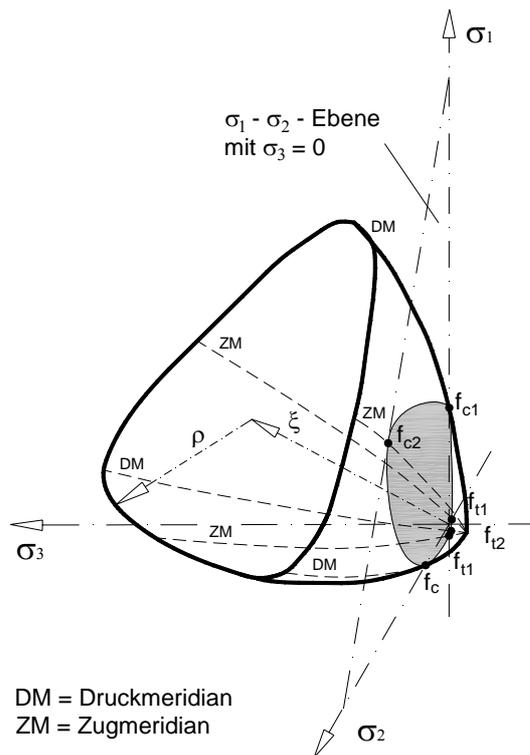


Bild 2.8: Bruchumhüllende mit zweiachialer Festigkeitskurve

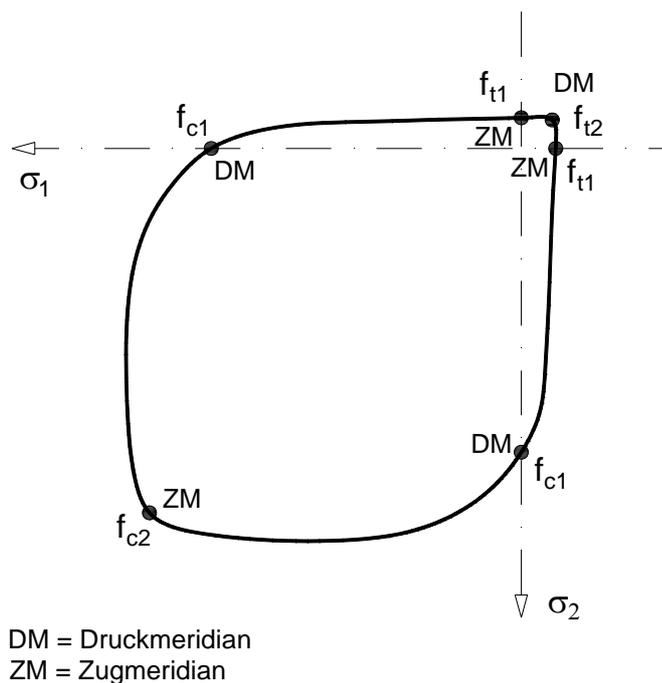


Bild 2.9: Verlauf der zweiachialen Betonfestigkeit in der  $\sigma_1$ - $\sigma_2$ -Ebene

Die insgesamt sechs Hauptmeridiane der Bruchumhüllenden teilen sich in drei Druckmeridiane und drei Zugmeridiane auf. Ein Hauptmeridianschnitt für den Druckmeridian bei  $\theta = 180^\circ$  und für den Zugmeridian bei  $(\theta = 0^\circ)$  ist in Bild 2.10 dargestellt. Mit zunehmendem hydrostatischen Druck entfernen sich die Meridianverläufe immer weiter von der hydrostatischen Achse  $\xi$ . Die mehr-

axiale Betonfestigkeit steigt mit höherem hydrostatischen Druck an. Auf dem Zugmeridian werden bei gleichem  $\xi$  geringere Festigkeiten als auf dem Druckmeridian erreicht. Das Materialverhalten von Beton ist somit anisotrop.

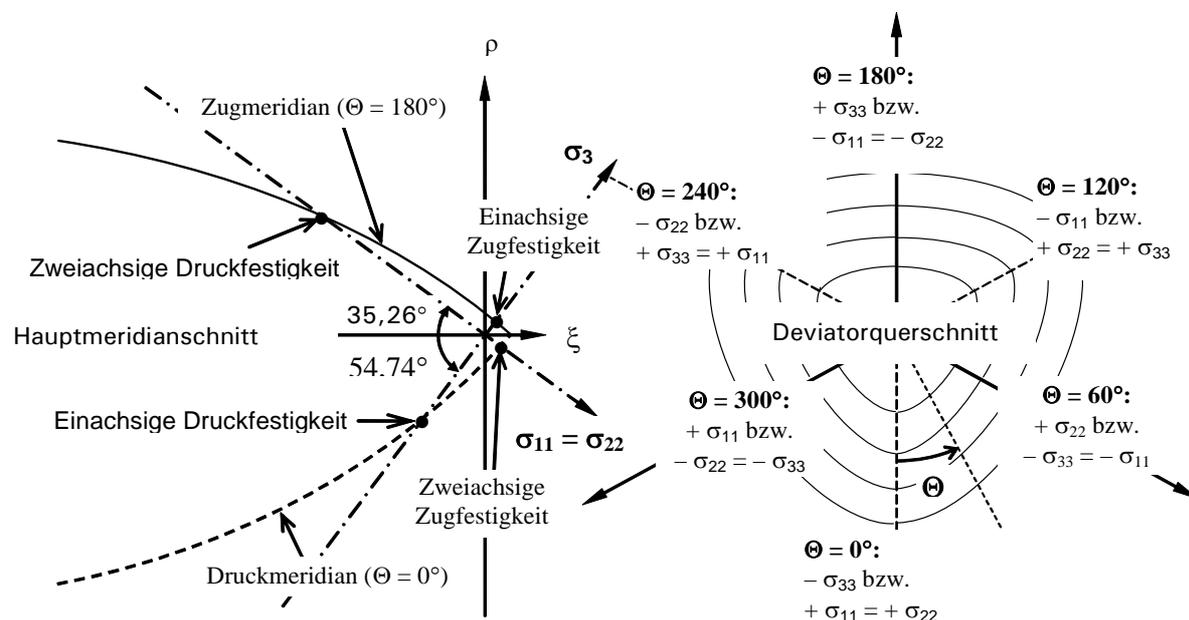


Bild 2.10: Bruchumhüllung von Beton, dargestellt in Haigh-Westergaard-Koordinaten

Punkte auf dem Druckmeridian entsprechen einem hydrostatischen Spannungszustand, dem eine einaxiale Druckspannung überlagert ist ( $\sigma_1 = \sigma_2 \leq \sigma_3$ ). Festigkeitswerte auf dem Zugmeridian beschreiben hingegen einen hydrostatischen Spannungszustand, dem eine einaxiale Zugspannung überlagert ist ( $\sigma_1 = \sigma_2 \geq \sigma_3$ ).

Deviatorschnitte normal zur hydrostatischen Achse sind ebenfalls schematisch in Bild 2.10 dargestellt. Diese weisen drei Symmetrieachsen auf und nähern sich mit kleinerem hydrostatischen Spannungszustand einem dreieckförmigen Verlauf an. Mit anwachsendem hydrostatischen Druck werden die Deviatorschnitte größer und nehmen einen völligeren Verlauf an.

Die Meridiane, die zwischen den Hauptmeridianen liegen, beschreiben gemischte Beanspruchungszustände. Diese können experimentell z. B. an Betonwürfeln mit unterschiedlichen Hauptspannungsbeanspruchungen ermittelt werden.

### 2.3.1.2 Materialverhalten bei Druckmeridianbeanspruchung

#### 2.3.1.2.1 Spannungs-Dehnungsbeziehung

Typische Spannungs-Dehnungsverläufe für Beton unter mehraxialer Beanspruchung, wie sie in Versuchen von [Balmer -49] ermittelt wurden, sind in Bild 2.11 dargestellt. Die lastgesteuerten Versuche wurden an Betonzylindern mit unterschiedlichen radialen Querdruckbeanspruchungen durchgeführt. Die Verläufe zeigen einen deutlichen Festigkeitsanstieg bei zunehmendem Querdruck. Nach [Chen -82] ist dies auf eine reduzierte Mikrorissbildung unter hohem Querdruck zurückzuführen.

Für reine hydrostatische Spannungszustände  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  konnte die mehraxiale Festigkeit bisher nicht experimentell ermittelt werden, [Mang et al. -03]. Der Spannungs-Dehnungsverlauf für eine rein hydrostatische Beanspruchung in Oktaederspannungen ist in Bild 2.12 wiedergegeben. Dieser zeigt einen nichtlinearen Verlauf der Festigkeitszunahme. Bei stetiger Zunahme des hydrostatischen Drucks kann eine anhaltende Volumenabnahme festgestellt werden. Eine Dilatanz tritt nicht auf. Bei Entlastung stellt sich ein annähernd linearer Verlauf ein. Die Steifigkeit bei Entlastung scheint dabei größer als die Anfangssteifigkeit zu sein. Die Ergebnisse in Bild 2.12 legen die Schlussfolgerung nahe, dass nach vollständiger Entlastung große inelastische Dehnungen im Beton verbleiben. Dies weist auf eine weit fortgeschrittene Zerstörung der Porenstruktur hin.

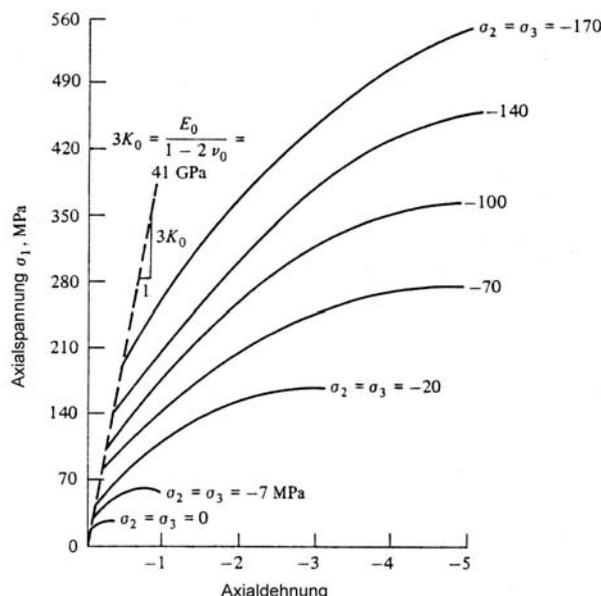


Bild 2.11: Spannungs-Dehnungsbeziehungen für Beton unter dreiaxialer Druckbeanspruchung, [Balmer -49]

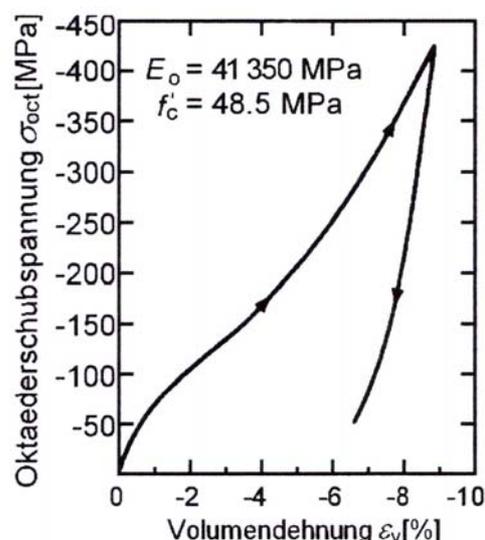


Bild 2.12: Betonverhalten unter hydrostatischer Druckbeanspruchung, aus [Chen -82]

### 2.3.1.2.2 Restfestigkeit

In den Versuchen von [Shawn, S. et al. -89] wurde ebenfalls das Materialverhalten von Betonzylindern bei unterschiedlichen Querdruckverhältnissen untersucht. Hierzu wurden Versuche sowohl lastgesteuert als auch zur Erfassung des Nachbruchverhaltens verformungsgesteuert durchgeführt. In Bild 2.13 sind die Ergebnisse der verformungsgesteuerten Versuche dargestellt.

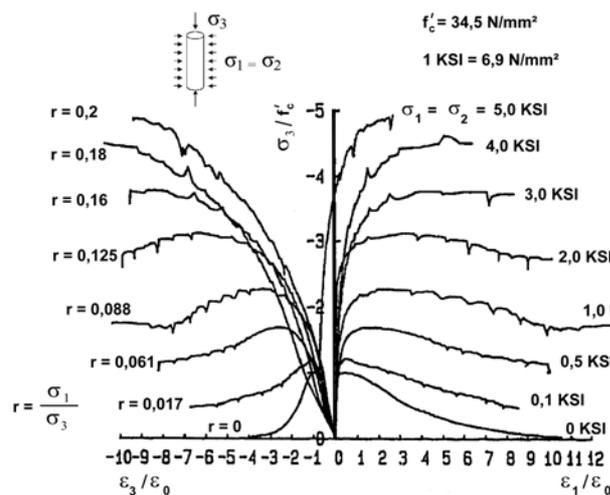


Bild 2.13: Spannungs-Dehnungslinien in axialer und radialer Richtung bei unterschiedlicher Querdruckbeanspruchung, aus [Shawn, S. et al. -89]

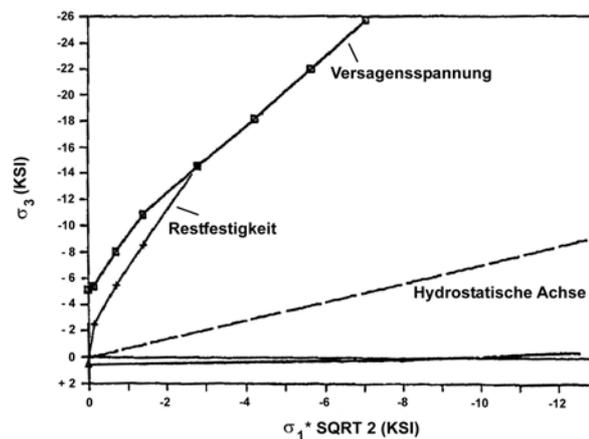


Bild 2.14: Verläufe der Versagensspannungen und Restfestigkeit am Druck- und Zugmeridian, aus [Shawn, S. et al. -89]

Die Ergebnisse zeigen, dass bereits geringe Querdrücke eine erhebliche Festigkeitszunahme bewirken. Gleichzeitig ist erkennbar, dass auch das Nachbruchverhalten von der Größe der Querdruckbeanspruchung maßgeblich beeinflusst wird.

Während bei einaxialer Beanspruchung das Nachbruchverhalten vergleichsweise spröde ist, wird dieses mit zunehmendem Querdruck duktiler und es verbleibt eine Restfestigkeit im Material. Als Restfestigkeit definieren [Shawn, S. et al. -89] die axiale Spannung, bei der im Versuch eine radiale Dehnung von 3,0 % überschritten wurde.

Bei einem Spannungsverhältnis von ca.  $r = 0,125$  ist nahezu keine Festigkeitsabnahme mehr vorhanden und es tritt ein von elasto-plastischen Materialien bekanntes Nachbruchverhalten auf, Bild 2.13. Oberhalb von  $r = 0,125$  kann eine weitere Zunahme der nichtlinearen Verfestigung beobachtet werden. Die Restfestigkeit entspricht der im Versuch erreichten Betonfestigkeit, Bild 2.14.

Beton kann daher je nach Beanspruchungsverhältnis sowohl sprödes, duktiles als auch ausgeprägt nichtlineares Verfestigungsverhalten aufweisen.

Das Materialverhalten von Beton unter dreiaxialer Druckbeanspruchung wurde auch in [Jamet et al. -84] an Betonzylinder untersucht. Die Ergebnisse sind in Bild 2.15 für variierende Querdruckbeanspruchungen dargestellt. Mit anwachsendem Querdruck wurde auch hier eine fortschreitende Festigkeitszunahme gemessen, wobei die Anfangssteifigkeit bzw. Anfangsverläufe der einzelnen Spannungs-Dehnungs-Kurven gleich blieben.

Für Querdruckbeanspruchungen bis  $\sigma_2 = \sigma_3 = - 3 \text{ MN/m}^2$  wurde im Nachbruchbereich ein näherungsweise sprödes Materialverhalten festgestellt. Für höhere Beanspruchungsniveaus wurde das Materialverhalten duktiler. Für geringe Querdruckbeanspruchungen trat das Versagen der Probe durch Schubrissbildung ein. Für hohe Querdrücke (z.B.  $\sigma_2 = \sigma_3 < - 50 \text{ MPa}$ ) konnte keine sichtbare Beschädigung an der Probenoberfläche festgestellt werden. Der Übergang zwischen sprödem und duktilem Materialverhalten trat bei den Versuchen von [Jamet et al. -84] bei einem Beanspruchungsverhältnis von ca.  $r \approx 0.20 - 0.25$  auf.

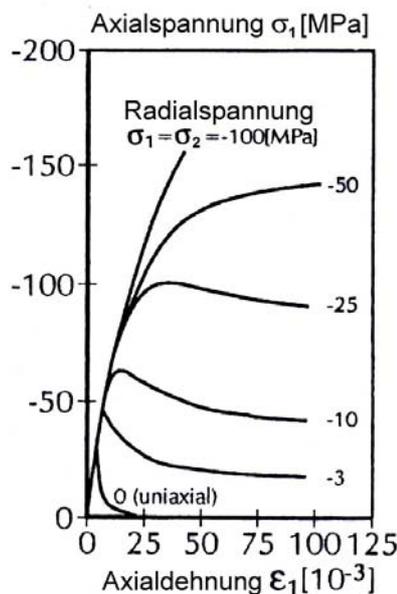


Bild 2.15: Beton unter dreiaxialer Druckbeanspruchung [Jamet et al. -84], entnommen aus [Van Mier -97]

In den Versuchen von [Willam et al.-85] wurde der Übergang zwischen sprödem und duktilem Materialverhalten bei einem Beanspruchungsverhältnis von  $r = 0,14$  festgestellt.

Die unterschiedlichen Beanspruchungsverhältnisse in den aufgeführten Versuchen bei denen kein abfallender Ast im Nachbruchbereich mehr auftrat, wird in [Van Mier -97] durch die unterschiedlichen Betonzusammensetzungen und insbesondere durch die unterschiedlichen Korndurchmesser der Zuschläge erklärt. Es besteht jedoch weiterhin Forschungsbedarf über das Nachbruchverhalten bei mehraxialer Beanspruchung.

### 2.3.1.3 Materialverhalten bei Zugmeridianbeanspruchung

Systematische Untersuchungen über das Materialverhalten bei unterschiedlichen Zugmeridianbeanspruchungen sind nicht bekannt. Jedoch geben die Erkenntnisse bei einaxialer Zugbeanspruchung, Kap. 2.2.2, sowie bei zweiaxialer Druckbeanspruchung, siehe Kap. 2.3.2, beides Spannungszustände auf dem Zugmeridian, Hinweise über die Veränderung des Materialverhaltens bei zunehmendem hydrostatischen Druck. Restfestigkeitsuntersuchungen bei hohen Zugmeridianbeanspruchungen sind ebenfalls nicht bekannt. Es ist aber zu erwarten, dass bei hohen hydrostatischen Drücken, die oberhalb der zweiaxialen Druckfestigkeit liegen, ein Übergang von sprödem hin zum duktilem Materialverhalten stattfindet, siehe Bild 2.19.

### 2.3.1.4 Gemischte Beanspruchungszustände

Als gemischte Beanspruchungen werden Spannungszustände bezeichnet, die weder auf dem Druckmeridian noch auf dem Zugmeridian liegen. Solche Versuche werden häufig an Betonwürfeln oder Betonscheiben durchgeführt, an denen alle drei Hauptspannungen unabhängig voneinander gesteuert und so verschiedene Beanspruchungszustände variiert werden können.

#### 2.3.1.4.1 *Dreiaxiale Druckbeanspruchung*

Wird bei Versuchen an kleinformatischen Betonscheiben auch senkrecht zur belasteten Scheibenebene eine dritte Druckbeanspruchung aufgebracht, kann die dreiaxiale Betonfestigkeit um ein Mehrfaches gegenüber der zweiaxialen erhöht werden. In den Versuchen von [Van Mier -84] führte bereits eine Druckspannung in der dritten Richtung von 10 % der Hauptbeanspruchung  $\sigma_1$  zu einer Betonfestigkeitssteigerung von über 100 %, siehe Bild 2.16. Die Ergebnisse werden von [Van Mier -84] in Bild 2.16 mit dem Versagenskriterium von [Willam/Warneke -75], siehe Kap. 4.2.1.2, verglichen und zeigen eine gute Übereinstimmung. Diese Ergebnisse werden u. a. durch die Untersuchungen von [Schickert/Winkler -77] bestätigt.

Die Auswirkungen von gemischten Beanspruchungszuständen auf das Nachbruchverhalten sind bisher nur für wenige Beanspruchungszustände untersucht worden. In Bild 2.17 ist das Nachbruchverhalten für drei unterschiedliche Spannungsverhältnisse aufgeführt. Hierbei wurde das Spannungsverhältnis  $\sigma_3 / \sigma_1 = 0,05$  für alle drei Prüfkörper beibehalten und das Beanspruchungsverhältnis  $\sigma_2 / \sigma_1 = \alpha$  variiert. Die Beanspruchungen sind in Tabelle 1 zusammengefasst und zusätzlich in Haigh-Westergaard-Koordinaten angegeben.

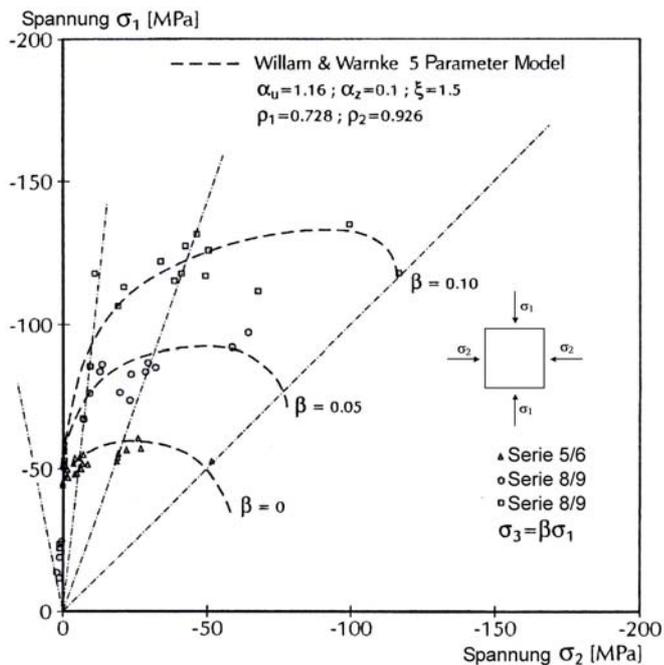


Bild 2.16: Festigkeitssteigerung bei gemischten mehraxialen Druckbeanspruchungen, [Van Mier -84].

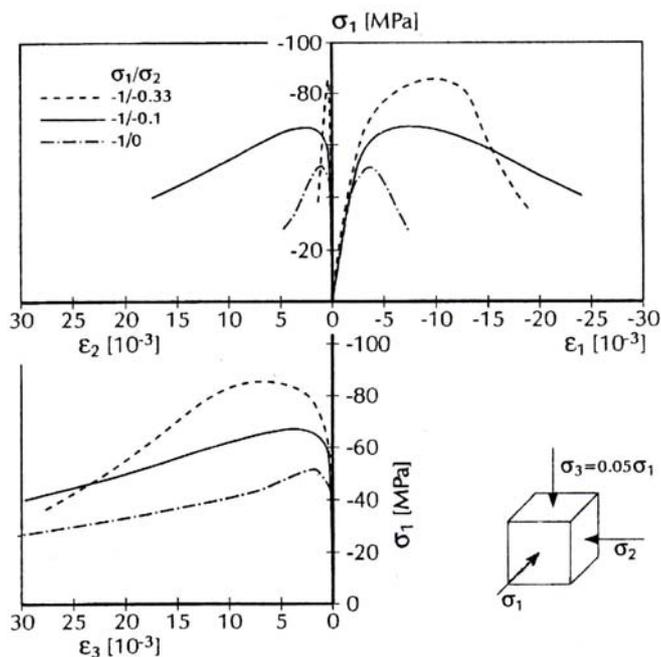


Bild 2.17: Auswirkungen von gemischten Beanspruchungszuständen auf das Nachbruchverhalten, [Van Mier -97].

Tabelle 2.1: Untersuchte Beanspruchungszustände von [Van Mier -97]

Probekörper	$\sigma_1 / \sigma_2 / \sigma_3$	$\alpha$	$\xi / f_c$	$\rho / f_c$	$\theta$
1	-1 / -0,33 / -0,05	0,33	-1,76	1,51	43,2°
2	-1 / -0,1 / -0,05	0,1	-1,15	1,29	57,8°
3	-1 / 0,0 / -0,05	0	-0,8	1,02	56,7°

Die Beanspruchung des 2. Probekörpers ( $\alpha = 0,1$ ) liegt nahe am Druckmeridian ( $\theta = 0^\circ$ ) und weist eine vergleichsweise hohe Duktilität auf. Die erreichte Festigkeit bei Probe 1 ( $\alpha = 0,33$ ) liegt zwischen einem Druck- und einem Zugmeridian. Diese Probe weist zwar die höchste Festigkeit der drei Proben auf, zeigt aber ein vergleichsweise spröderes Nachbruchverhalten. Die geringste Festigkeit wird für  $\alpha = 0$  an der Probe 3 erreicht. Diese liegt zwar ebenfalls in der Nähe des Druckmeridians, erhält aber nur einen geringen hydrostatischen Spannungsanteil.

Die Ergebnisse in Bild 2.17 verdeutlichen, dass der Verlauf des Nachbruchverhaltens vom jeweiligen Beanspruchungsverhältnis bestimmt wird und nicht allein aus der Größe der Festigkeit abgeleitet werden kann. Daraus kann schließlich gefolgert werden, dass auch das Nachbruchverhalten von den drei Invarianten  $I_1, J_2$  und  $J_3$  bzw.  $\xi, \rho$  und  $\theta$  abhängig ist. Dieser Zusammenhang ist bei der mechanischen Modellbildung zu berücksichtigen.

#### 2.3.1.4.2 Dreiaxialer Zug und gemischte Druck - Zugbeanspruchungen

Im Gegensatz zum Materialverhalten unter mehraxialer Druckbeanspruchung ist das Materialverhalten unter mehraxialer Zugbeanspruchung vergleichbar mit dem unter einaxialer Beanspruchung, [Pölling -00]. In der Literatur wird über keine mehraxialen Zuguntersuchungen berichtet. Häufig wird daher davon ausgegangen, dass die mehraxiale Zugfestigkeit nicht von den beiden kleineren sondern hauptsächlich von der größten Hauptzugspannung abhängt. Weiterhin wird erwartet, dass auch die einsetzende Rissbildung nach dem Überschreiten der Zugfestigkeit ungefähr senkrecht zur richtung der größten Hauptspannung eintritt, [Pölling -00], [Mehlhorn/Kolleger -95], [Mang et al. -03].

Für gemischte dreiaxiale Druck - Zugbeanspruchungen wurden bisher nur sehr wenige Versuche durchgeführt, z. B. in [Van Mier -97]. Auf Grundlage dieser wenigen Ergebnisse wird angenommen, dass die Versagensvorgänge ähnlich denen unter zweiaxialer Druck – Zugbeanspruchungen sind, siehe Kap.2.3.2.

#### 2.3.1.5 Versagensarten unter mehraxialer Beanspruchung

Die unterschiedlichen Versagensarten, die in den mehraxialen Versuchen von [Van Mier -97] beobachtet werden konnten, sind in einer Übersicht in Bild 2.18 zusammengefasst.

[Van Mier -84] unterscheidet zwei wesentliche Versagensarten. Die erste Versagensart ist durch ausgeprägte, überwiegend in einer Ebene verlaufende

Gleitbrüche gekennzeichnet. Dieser Bruchzustand tritt ein, wenn eine Probe einer mehraxialen Beanspruchung mit einer dominierenden Zugbeanspruchung oder einer ausgeprägten Zugdehnung ausgesetzt wird, z.B. bei zweiaxialer Druckbeanspruchung mit Zugdehnungen normal zur Beanspruchungsebene.

Die zweite Versagensart wurde in Versuchen festgestellt, deren Beanspruchungen nahe am Druckmeridian lagen, wie z.B. die einaxiale Druckfestigkeit. Hierbei stellten sich Gleitbrüche ein, die in zwei Ebenen verliefen. Bei höheren Druckmeridianbeanspruchungen waren diese durch kurze und geneigte Bruchflächen geprägt. Bei Proben unter einaxialer Zugbeanspruchung trat die in Kapitel 2.2.2 beschriebene Trennrissbildung ein.

In Bild 2.19 sind die Bruchformen nach [Guo/Wang -90] dargestellt, die in [Plotzitza -02] aufgeführt wurden. Aus diesen wird deutlich, dass das oben beschriebene Bruchverhalten aus den Versuchen von [Van Mier -84] nicht unmittelbar einem bestimmten Hauptmeridian zugeordnet werden kann. Vielmehr treten Versagensformen infolge Druckmeridianbeanspruchungen auch unter Zugmeridianbeanspruchungen auf, jedoch erst bei höherer hydrostatischer Druckspannung. Es ist erkennbar, dass sich auch am Druckmeridian, z. B. bei Druck mit geringem Querzug, Gleitbrüche in einer Ebene einstellen.

Aus der Unterteilung in Bild 2.19 kann gefolgert werden, dass die Versagensformen am Zugmeridian denen am Druckmeridian mit zunehmendem hydrostatischen Druck folgen bzw. um einen hydrostatischen Spannungsanteil verschoben sind. Ebenfalls kann aus den Bruchformen geschlossen werden, dass auch am Zugmeridian ein Übergang vom sprödem hin zu duktilem Materialverhalten stattfindet. Dieser wird jedoch erst bei deutlich höheren, hydrostatischen Drücken als am Druckmeridian zu erwarten sein.

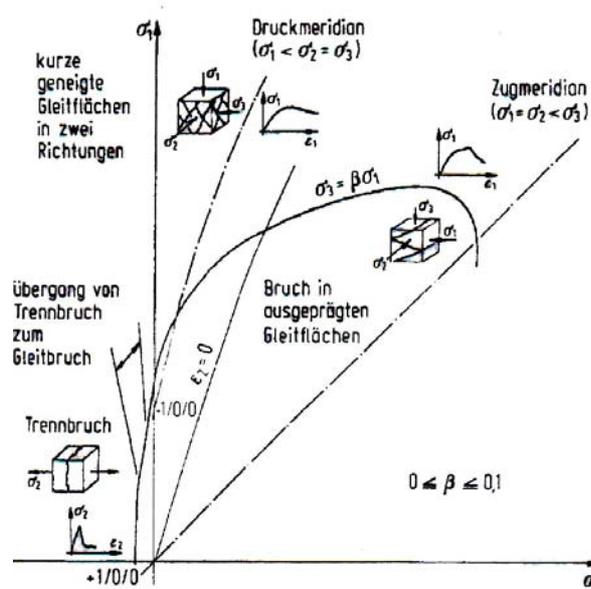


Bild 2.18: Versagensarten unter mehraxialer Beanspruchung, aus [Van Mier -97]

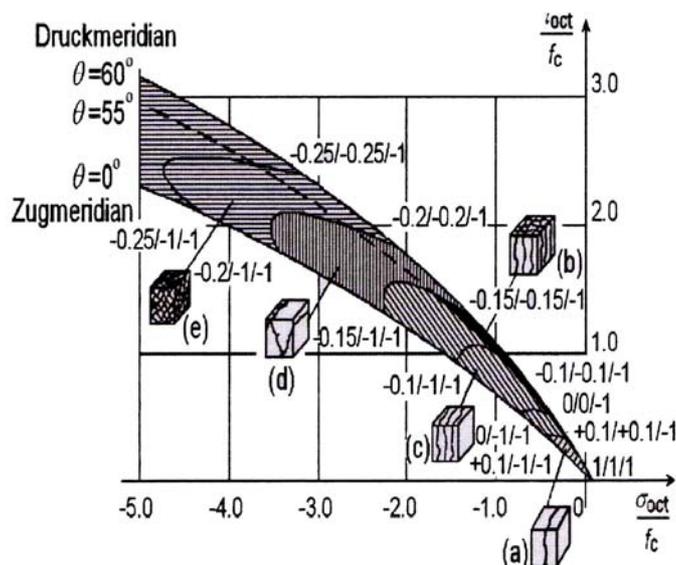


Bild 2.19: Versagensarten unter mehraxialer Beanspruchung nach [Guo/Wang -90], aus [Plotzitzka -02]

### 2.3.2 Sonderfall: Zweiaxiale Beanspruchung

Bei der Bemessung von schalenartigen Betonkonstruktionen, wie z. B. Platten und Scheiben, können die Spannungsanteile senkrecht zur Schalenmittelfläche vernachlässigt werden. Der sich dadurch rechnerisch ergebende, ebene Spannungszustand tritt in vielen praxisrelevanten Bauteilen auf.

Zur Beschreibung des Materialverhaltens von Beton unter zweiaxialer Beanspruchung werden häufig die Versuchsergebnisse von [Kupfer -73] herangezogen. [Kupfer -73] führte Versuche mit verschiedenen Beanspruchungsverhältnissen ( $\alpha = \sigma_1 / \sigma_2$  mit  $\sigma_3 = 0$ ) an kleinformatigen Stahlbetonscheiben durch. Eine typische Versagenskurve ist in Bild 2.20 dargestellt.

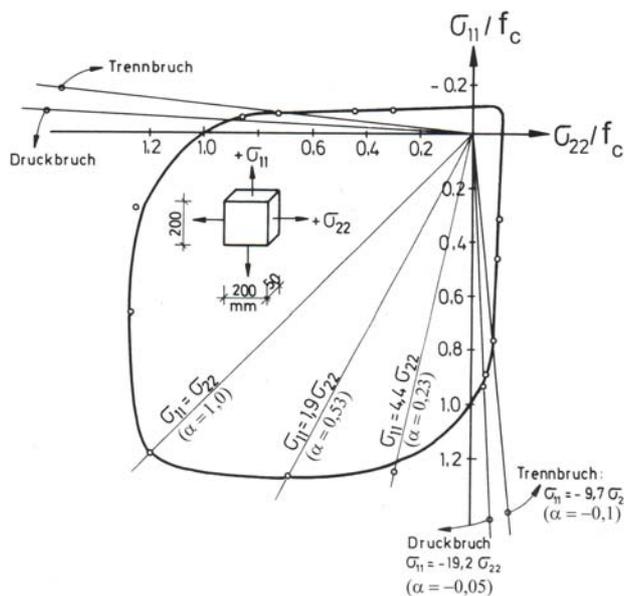


Bild 2.20: Festigkeitskurve für zweiaxiale Versuche nach [Kupfer -73]

Die experimentellen Ergebnisse zeigen, dass die zweiaxiale Festigkeit der Proben vom Spannungsverhältnis  $\alpha = \sigma_1 / \sigma_2$  abhängig ist. Gleichgroße zweiaxiale Druckbeanspruchungen ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ) führten zu einer Festigkeitssteigerung von ca. 16 %. Die maximale zweiaxiale Druckfestigkeit besaß eine Zunahme gegenüber der einaxialen Druckfestigkeit von ca. 25 % - 30 %. Dieser Zuwachs trat bei einem Hauptspannungsverhältnis von  $\sigma_1 = 1,9 \cdot \sigma_2$  ( $\alpha = \sigma_2 / \sigma_1 \approx 0,5$ ) auf.

Wurden hingegen die Proben gleichzeitig durch Druck- und Querkzugspannungen beansprucht, so ist in Bild 2.20 bei zunehmender Zugbeanspruchung eine rasche Abnahme der ertragbaren Druckspannung zu erkennen. Bei solchen kombinierten Druck – Zugbeanspruchungen wurde bei  $\sigma_1 = -19,2 \cdot \sigma_2$  ( $\alpha \approx -0,05$ ) noch Druckversagen durch Gleitbrüche festgestellt, während bei  $\sigma_1 = -9,7 \cdot \sigma_2$  ( $\alpha \approx -0,1$ ) das Versagen durch Trennrissbildung auftrat. Im Zwischenbereich traten Mischbruchformen auf.

Im Zug – Zugbereich konnte nahezu keine gegenseitige Beeinflussung der aufnehmbaren Spannungen festgestellt werden. Die experimentell ermittelte zweiaxiale Zugfestigkeit entspricht näherungsweise den Festigkeitswerten unter einaxialer Zugbeanspruchung. Die Risse bildeten sich stets senkrecht zur größeren Zugspannung, siehe auch [Chen -82].

Die Stauchungen und Dehnungen sind im Bruchzustand bei zweiaxialer Beanspruchung größer als bei einaxialer Druckbeanspruchung. Bei den Dehnungsverläufen fällt auf, dass die Dehnung normal zur Scheibenebene unmittelbar vor dem Versagen viel stärker ansteigt als die Stauchungen in der Scheibenebene. Dies führt zu einer Vergrößerung des Volumens und ist auf die verstärkte Rissbildung und die Ausbildung von Bruchflächen im Prüfkörper zurückzuführen.

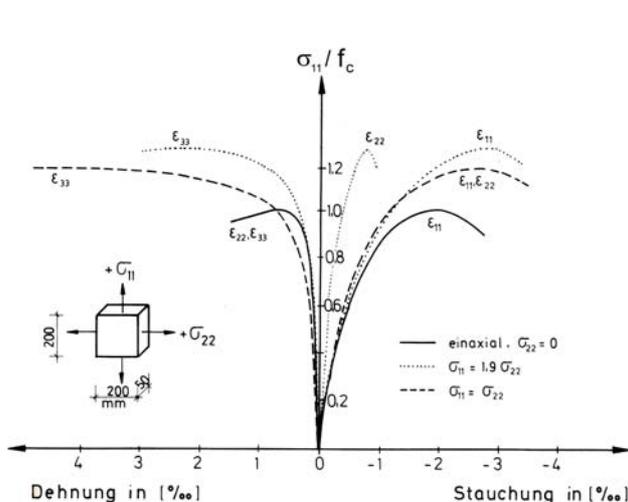


Bild 2.21: Bezogene Druckspannungs-Verzerrungsbeziehung, [Kupfer -73]

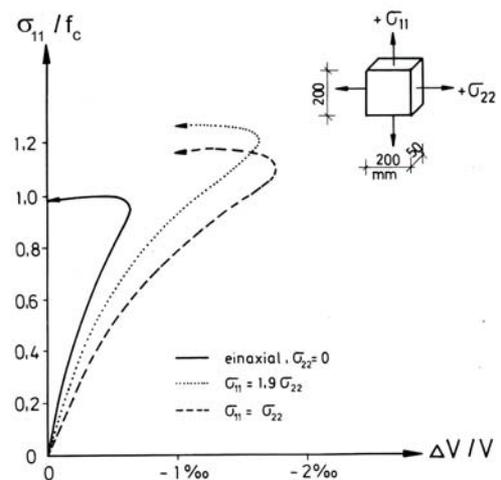


Bild 2.22: Bezogene Volumenänderung, [Kupfer -73]

Die experimentell ermittelten Festigkeitskurven und Spannungs–Dehnungs–linien unter zwei axialer Druckbeanspruchung sind prinzipiell denen unter ein axialer Druckbeanspruchung ähnlich. Der elastische Bereich des Spannungs–Dehnungsdiagramms wurde in den Versuchen von [Kupfer -73] bei ca. 35 % der einaxialen Druckfestigkeit überschritten. Oberhalb der Elastizitätsgrenze ist in Bild 2.22 eine verstärkte Volumenabnahme bis ca. 80 % - 90 % der einaxialen Festigkeit erkennbar. Das minimale Volumen wird bei ca. 95 % der einaxialen Festigkeit erreicht. Wird die Beanspruchung weiter gesteigert, nimmt ab diesem Bereich das Volumen wieder zu. Dies ist auf das Einsetzen eines verstärkten Mikrorisswachstums zurückzuführen. Im weiteren Verlauf vereinigen sich die Mikrorisse zu Makrorissen und führen letztendlich zum Versagen der Probe durch Bruchflächenbildung. Bei kleinen Querkzugbeanspruchungen sind die in [Kupfer -73] dokumentierten Spannungs–Dehnungsbeziehungen dem einaxialen Druckversuch sehr ähnlich, bei höheren Querkzugspannungen überwiegt das Materialverhalten unter Zug. Die Bruchformen unter zwei axialer Beanspruchung, die in Versuchen von [Nelissen -72] festgestellt wurden, sind in Bild 2.23 aufgeführt.

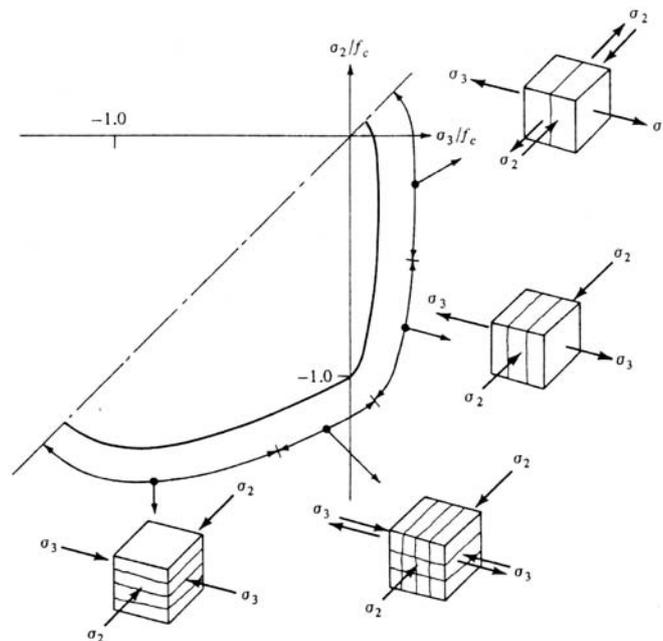


Bild 2.23: Bruchformen nach [Nelissen -72]

### 3. Materialverhalten von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung

#### 3.1 Grundbegriffe und Bezeichnungen

Die Ermüdungsfestigkeit von Beton wird im Dauerschwingversuch ermittelt. Hierbei erhalten Betonproben eine zyklische Beanspruchung mit konstanter Ober- und Unterspannung (Einstufenversuch), Bild 3.1. Je nach Art der Belastung werden die Versuche in Druckschwell-, Zugschwell- oder Wechselbeanspruchungen unterteilt, siehe Bild 3.2.

Die zyklischen Belastungen werden im Ermüdungsversuch solange auf die Probe aufgebracht, bis diese versagt oder eine vorgegebene Lastwechselzahl überschritten wird (Durchläufer). Die Wertepaare der aufgebrachten Ober- und Unterspannung sowie die zugehörige Bruchlastspielzahl kennzeichnen die Ermüdungsfestigkeit.

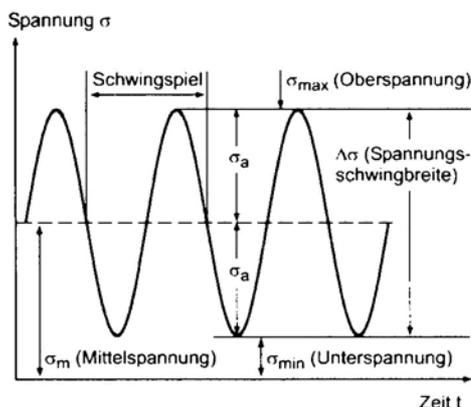


Bild 3.1: Bezeichnungen bei zyklischer Beanspruchung nach [DIN 50100], aus [Zilch et al. -04]

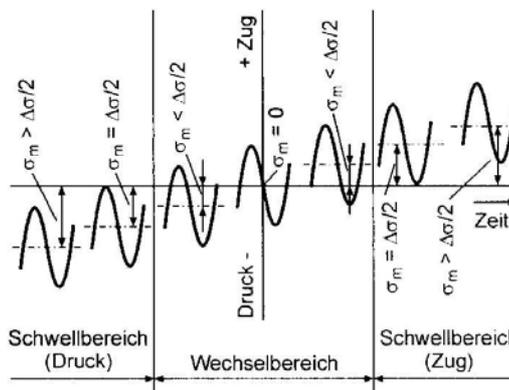


Bild 3.2: Ermüdungsbeanspruchungen nach [DIN 50100], aus [Zilch et al. -04]

Um für verschiedene Schwingbreiten bei gleicher Unterspannung oder konstantem Beanspruchungsverhältnis  $R$  (Verhältnis der Unter- zur Oberspannung) die zugehörige Bruchlastspielzahl zu erhalten, sind weitere Einstufenversuche notwendig. Die Auswertung solcher Einstufenversuche wird in Wöhlerlinien zusammengefasst. Die Wöhlerlinien sind jeweils einer Unterspannung bzw. einem Beanspruchungsverhältnis  $R$  zugeordnet. Sie geben die für eine vorgegebene zyklische Beanspruchung zugehörige Anzahl der ertragbaren Lastzyklen bis zum Ermüdungsbruch an.

In Bild 3.3 ist schematisch der Verlauf einer Wöhlerlinie dargestellt. Die Wöhlerlinie wird häufig in drei Bereiche unterteilt. Die Kurzzeitfestigkeit umfasst Bruchlastspielzahlen bis  $N = 10^4$ . Für die Ermüdungsbemessung von Bauteilen

ist dieser Bereich nur von untergeordneter Rolle, da große Schwingungsamplituden aufgrund der Spannungsbegrenzungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nicht auftreten. Für die Ermüdungsbemessung von Bauteilen sind daher der anschließende Zeitfestigkeitsbereich sowie der Bereich der Dauerschwingfestigkeit relevant. Als Dauerfestigkeit wird nach [DIN 50100] die Beanspruchung bezeichnet, die von einer Probe im Wöhlerversuch mit einer Lastwechselzahl von  $N = 2 \cdot 10^6$  ohne Bruch ertragen werden kann.

Bislang konnte die Existenz einer Dauerschwingfestigkeit für Beton nicht in Versuchen nachgewiesen werden. Es wird jedoch in [König/Danielewics -94] ein deutliches Abflachen der Wöhlerlinien für Beton im Bereich von  $N = 10^{10}$  Lastspielen erwartet. In [Klausen -78] wird angegeben, dass der Bereich der Dauerfestigkeit von Beton unter Druckschwellbeanspruchung bei ca.  $N = 10^{10}$  bis  $N = 10^{11}$  mit einer Schwingweite von  $\Delta\sigma_c = 0,4 \cdot f_c$  und  $\sigma_u = 0$  zu erwarten ist.

Neben den Wöhlerlinien sind in der Literatur weitere Darstellungsformen für die Ermüdungsfestigkeit aufgeführt, wie z. B. die Dauerschwingfestigkeits-Schaubilder nach Smith. Eine weitere häufig verwendete Darstellungsform ist das Dauerfestigkeitsschaubild nach Goodman, Bild 3.4, in dem die zu gleichen Bruchlastspielzahlen gehörigen Oberspannungen über vorgegebene Unterspannungen aufgetragen werden. Angaben zur Konstruktion der einzelnen Schaubilder werden in [DIN 50100] ausführlich beschrieben. Eine Übersicht wird auch in [Zilch et al. -04] gegeben.

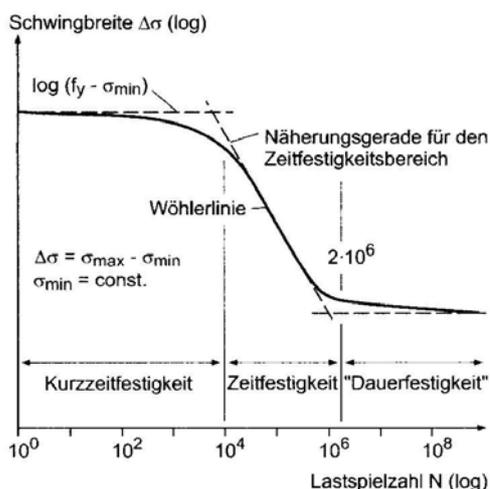


Bild 3.3: Schematische Darstellung einer Wöhlerlinie, aus [Zilch et al. -04]

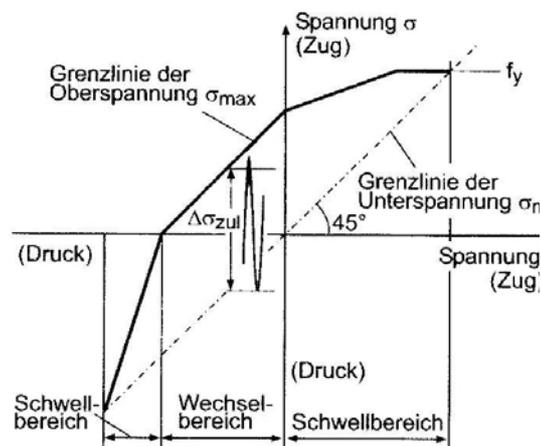


Bild 3.4: Dauerfestigkeitsschaubild nach Goodman, aus [Zilch et al. -04]

## 3.2 Einflüsse auf die Ermüdungsfestigkeit

### 3.2.1 Allgemeines

Die experimentell ermittelte Ermüdungsfestigkeit von Beton ist von einer Vielzahl von Randbedingungen abhängig. Von entscheidender Bedeutung sind dabei die Beanspruchungsart (Druck oder Zug, exzentrische oder mehraxiale Beanspruchungszustände) und der Belastungshorizont (Unterspannung und Spannungsschwingweite) sowie die Belastungsgeschichte, z.B. Reihenfolgeeffekte bei unterschiedlichen Amplituden.

Von untergeordneter Bedeutung für die Ermüdungsfestigkeit von Normalbeton sind dagegen die Betonfestigkeitsklasse, die Wahl des Zuschlages (Größtkorn) und die Sieblinie sowie die Zementart und der Zementgehalt. Ebenfalls können die Probengröße sowie deren Geometrie die Ermüdungsfestigkeit beeinflussen.

Weitere maßgebliche Einflussfaktoren werden nachfolgend kurz zusammengefasst. Ausführlich werden die einzelnen Einflüsse u. a. in [CEB 188 -88], [RILEM -94] und [König/Danielewics -94] diskutiert.

### 3.2.2 Prüffrequenz

Die vorhandene Prüffrequenz hat einen hohen Einfluss auf die Ermüdungsfestigkeit. So führten in Zugversuchen von [Cornelissen -84] Frequenzen von 6 Hz zu deutlich größeren Bruchschwingspielzahlen als vergleichsweise niedrigere Frequenzen mit 0,6 Hz. Der Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit bei Druckbeanspruchung wird u. a. in den Versuchen von [Sparks/Menzies -73], [Awad/Hilsdorf -71] und [Zhang et al. -97] bestätigt. [Hohberg -04] beobachtet, dass die Belastungsgeschwindigkeit nur im Frequenzbereich von  $f = 0,1$  Hz bis  $f = 10$  Hz die Bruchschwingspielzahl beeinflusst. Hingegen wird in [RILEM -94] auf Grundlage ausgewerteter Versuche aus der Literatur festgestellt, dass die Änderung der Belastungsfrequenz zwischen  $f = 1$  Hz bis  $f = 15$  Hz bei Spannungen von  $\sigma_c \leq 0,75 f_{cm}$  nur geringen Einfluss besitzen.

In [Hsu -88] werden Wöhlerlinien für Zug- und Druckschwellbeanspruchungen angegeben, durch die der Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit auf die Ermüdungslebensdauer berücksichtigt werden kann.

### 3.2.3 Lagerungsbedingungen (Feuchtigkeitsgehalt)

In [Hohberg -04] wurde auch der Einfluss der Lagerungsbedingungen auf die Bruchschwingspielzahl untersucht. Dabei wiesen wassergelagerte Proben im Vergleich zu luftgelagerten eine bis zu  $10^3$ -fach kleinere Bruchschwingspielzahl auf. Der Einfluss nahm mit dem Feuchtigkeitsgehalt, mit sinkender Porosität

und geringerem Wasser-Zement-Wert ab. Zu ähnlichen Ergebnissen gelangte auch [Brosge -00], der an feucht gelagerten Proben aus hochfestem Beton hohe Porenwasserdrücke feststellte, die das Risswachstum im Betongefüge beschleunigten und zu frühzeitigem Ermüdungsversagen führten.

### 3.2.4 Exzentrische Beanspruchungen

Der Einfluss exzentrisch wirkender Druckbeanspruchungen auf die Ermüdungsfestigkeit wurde in [Opele/Hulsen -66] untersucht. Dabei wurden Betonproben mit unterschiedlicher Exzentrizität so belastet, dass die Randfasern der Probe immer gleiche Spannung erfuhren. Die Belastung wurde dabei auf die Prismenfestigkeit bezogen. Die Versuche zeigen in Bild 3.5 mit zunehmender Lastausmitte einen erheblichen Anstieg der ertragbaren Bruchlastspielzahl. Wird hingegen die exzentrische Belastung auf die Bruchlast unter gleicher Exzentrizität bezogen, fallen die daraus ermittelten Wöhlerlinien mit denen für zentrische Beanspruchungen zusammen, Bild 3.5. Dies bedeutet, dass zur Ermittlung der Bruchlastspielzahl bei exzentrischer Beanspruchung die Wöhlerlinien für zentrische Druckbeanspruchungen verwendet werden können, wenn die Belastung auf eine der statischen Bruchlast zugehörigen Mittelspannung der Druckzone bezogen wird. Dieses Ergebnis wird durch die von [Hashem -86] durchgeführten Versuche zur Spannungsumlagerung in der Biegedruckzone von stark bewehrten Biegebalken bestätigt.

Die Spannungsumlagerung in exzentrisch beanspruchten Druckzonen während des Ermüdungsprozesse wurde in [Dillmann -81] untersucht. Mit ansteigender Lastspielzahl konnte eine zunehmende Umlagerung der Druckspannungen vom Rand der Proben in das Innere des Querschnitts beobachtet werden. Der Höchstwert der Spannungen blieb dabei unverändert. Die Abnahme der Randspannungen wurde durch eine größere Völligkeit der Druckzone kompensiert.

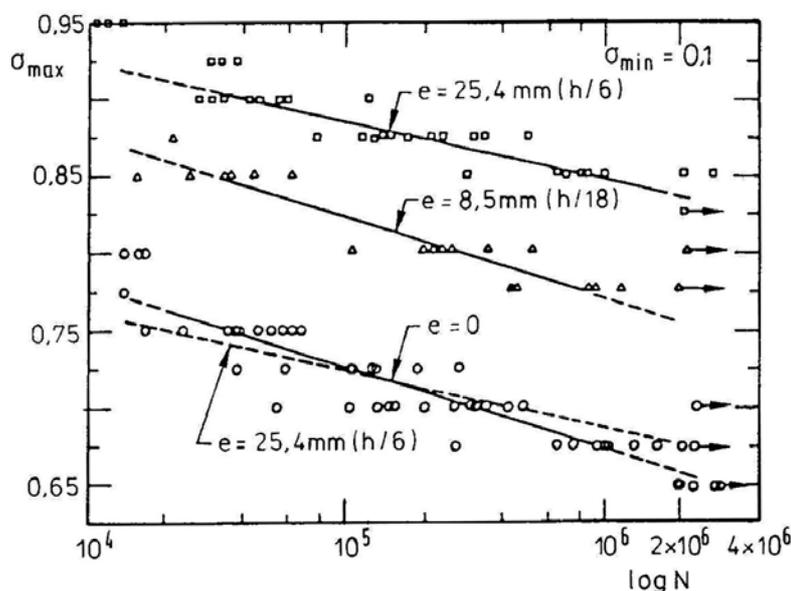


Bild 3.5: Einfluss von exzentrischen Beanspruchungen auf die Ermüdungsfestigkeit, [Opele/Hulsen -66]

### 3.2.5 Streuung der Ermüdungsfestigkeit

In Bild 3.6 ist ein typischer Verlauf einer Wöhlerlinie für Beton im halblogarithmischen Maßstab dargestellt, wie sie in den Versuchen von [Klausen -78] ermittelt wurde. Die Streuung der experimentell bestimmten Ermüdungsfestigkeit kann annähernd als logarithmisch normal-verteilt angenommen werden. In [Klausen/Weigler -79] wird angegeben, dass aufgrund der Streuungen zunächst nicht von einer mittleren Wöhlerlinie, sondern von einem Vertrauensbereich auszugehen sein müsste. Dieser könnte durch die Überlebenswahrscheinlichkeit von 95% und 5% beschrieben werden. Die auftretenden Streuungen können aber nach [Klausen/Weigler -79] allein aus der Streuung der als Bezugswert gewählten Kurzzeitfestigkeit erklärt werden. Dies bestätigen auch die Versuchsergebnisse von [Holmen -79]. Den charakteristischen Wert der Ermüdungsfestigkeit erhält man aus der Wöhlerlinie für mittlere Ermüdungsfestigkeiten, wenn die bezogene Spannung  $\sigma_{c,max} / f_{cm}$  durch  $\sigma_{c,max} / f_{ck}$  ersetzt wird, [König/Danielewics -94].

Aus Bild 3.6 ist weiterhin erkennbar, dass der Toleranzbereich zwischen dem 5% und 95% Quantilwert ca.  $\Delta N = 10^3$  bis  $10^4$  Schwingspiele umfasst. Dies bedeutet, dass bei experimentellen Untersuchungen zum Ermüdungsverhalten von Beton bei gleichen Beanspruchungsniveaus deutlich voneinander abweichende Bruchschwingspielzahlen auftreten können.

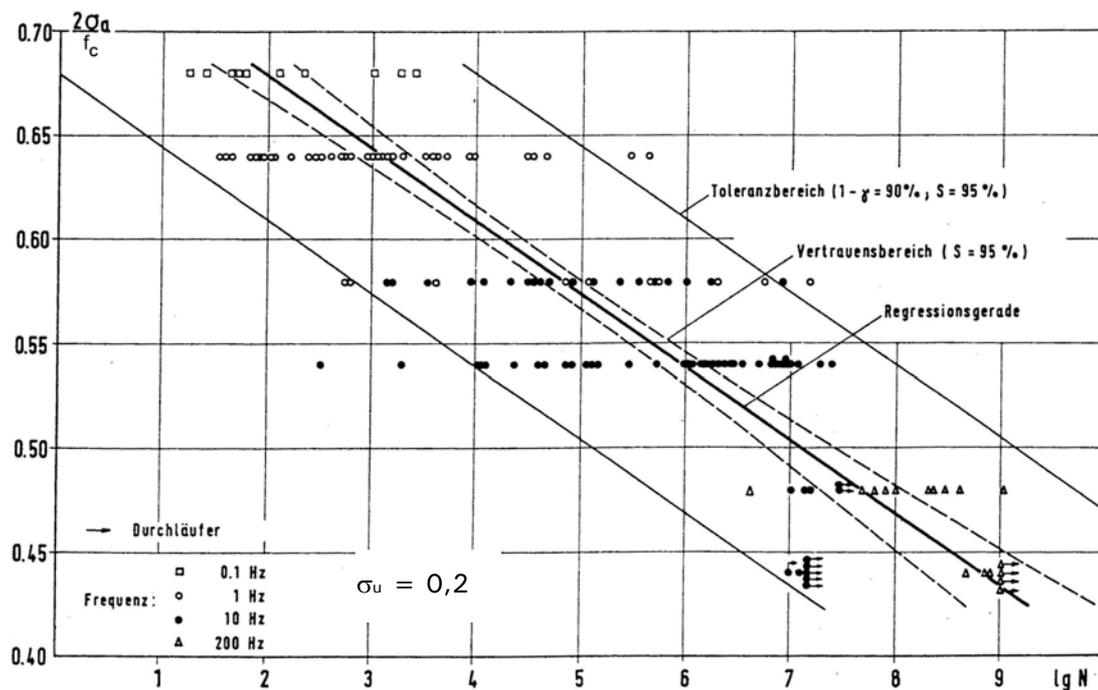


Bild 3.6: Wöhlerlinie für Beton, aus [Klausen -78]

### 3.3 Einaxiales Ermüdungsverhalten

Das Ermüdungsverhalten von Beton ist abhängig von der Belastungsart und der Belastungsgeschichte. Zunächst werden daher Ermüdungsbeanspruchungen mit konstanter Amplitude unter Druck- und Zugschwell- sowie unter Wechselbeanspruchungen untersucht. Dabei werden die Beanspruchungen in niederzyklische und hochzyklische Ermüdungsbeanspruchungen unterteilt. Anschließend wird das Materialverhalten unter mehrstufigen Ermüdungsbeanspruchungen analysiert.

#### 3.3.1 Ermüdungsbeanspruchung mit konstanter Schwingbreite

##### 3.3.1.1 Druckschwellbeanspruchung

###### 3.3.1.1.1 *Niederzyklische Beanspruchung*

In Bild 3.7 ist der typische Hystereseverlauf einer Spannungs–Dehnungskurve unter niederzyklischer Druckbeanspruchung (low-cycle-fatigue) in einem verformungsgesteuerten Versuch von [Karsan/Jirsa -69] dargestellt. Anhand der zunehmenden Neigung der Be- und Entlastungspfade ist zu erkennen, dass mit anwachsender Lastzyklenzahl die Steifigkeit des Betonprüfkörpers abnimmt. Diese Steifigkeitsabnahme kann im Sinne der Kontinuumsmechanik als Schädigung interpretiert werden, wobei bei vollständiger Materialdegradation 100 % Schädigung erreicht werden. Ebenfalls ist erkennbar, dass die Entlastungspfade der Hysteresen nicht durch den Ursprung verlaufen, sondern inelastische Verzerrungen im Beton verbleiben, siehe z. B. [Jinawath -74], [Karsan/Jirsa -69] und [Bahn/Hsu -98].

Die verminderte Steifigkeit kann wie bei monotoner Beanspruchung durch das Wachstum und die Vereinigung von Mikrorissen erklärt werden. Durch alternative Messmethoden wurde nach Angaben in [Pölling -00] festgestellt, dass nur eine fortschreitende Steigerung der Belastung einen messbaren Schädigungszuwachs hervorrufen kann. Das bedeutet, nur eine Wiederbelastung mit einer Belastungsdehnung über das bereits zuvor erreichte Maß hinaus kann einen weiteren Schädigungszuwachs (Steifigkeitsabnahme) bewirken.

Ergebnisse von verformungsgesteuerten Versuchen führten häufig zu der Schlussfolgerung, dass die monotone Arbeitslinie näherungsweise der Einhüllenden (Envelope–Konzept) aller niederzyklischen Beanspruchungen entspricht. Bei [Pfanner -02] werden jedoch lastgesteuerte Versuche von [Awad/Hilsdorf -71] aufgeführt, in denen die resultierenden Stauchungen beim Erreichen des Versagenszustands außerhalb der Einhüllenden unter monotoner Beanspruchung lagen und somit das Envelope–Konzept insbesondere für hochzyklische Ermüdungsbeanspruchungen nicht zutreffend zu sein scheint.

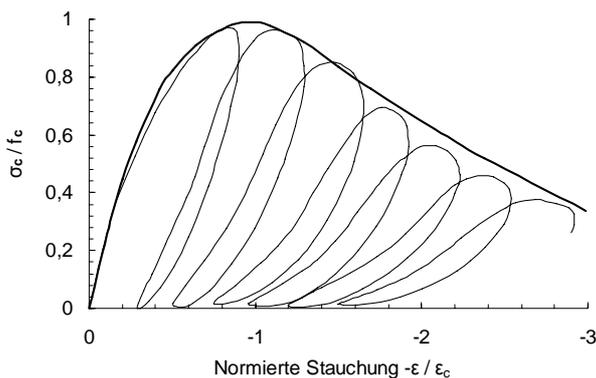


Bild 3.7: Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton bei niederzyklischer Druckbeanspruchung, [Karsan/Jirsa -69]

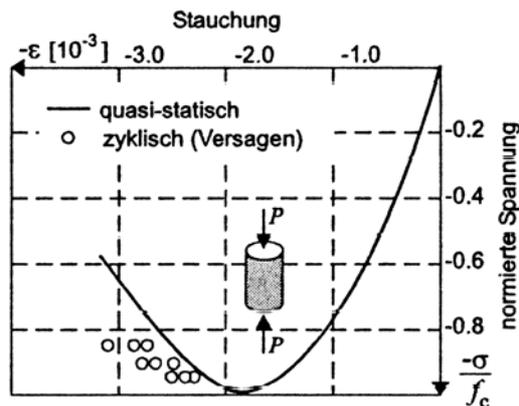


Bild 3.8: Gegenüberstellung der Stauchungen unter monotoner und zyklischer Beanspruchung in den lastgesteuerten Versuchen von [Awad/Hilsdorf -71], aus [Pfanner -02]

### 3.3.1.1.2 Hochzyklische Ermüdungsbeanspruchungen

Die Schädigungsprozesse im Beton unter hochzyklischer Ermüdungsbeanspruchung (high-cycle-fatigue) sind bisher noch nicht vollständig bekannt. Jedoch scheint bei monotoner und ermüdungswirksamer Beanspruchung prinzipiell der gleiche Schädigungsmechanismus in der Mesoskala stattzufinden.

In Bild 3.1 sind typische Dehnungsverläufe für Beton unter Druckschwellbeanspruchung dargestellt, wie sie in Versuchen von [Holmen -79] gemessenen wurden. Ähnlich verlaufende Verzerrungsentwicklungen ergaben sich auch in den Untersuchungen von [Gaede -62], [Klausen -78], [Dyduch et al. -94] und [Breitenbücher/Ibuk -06].

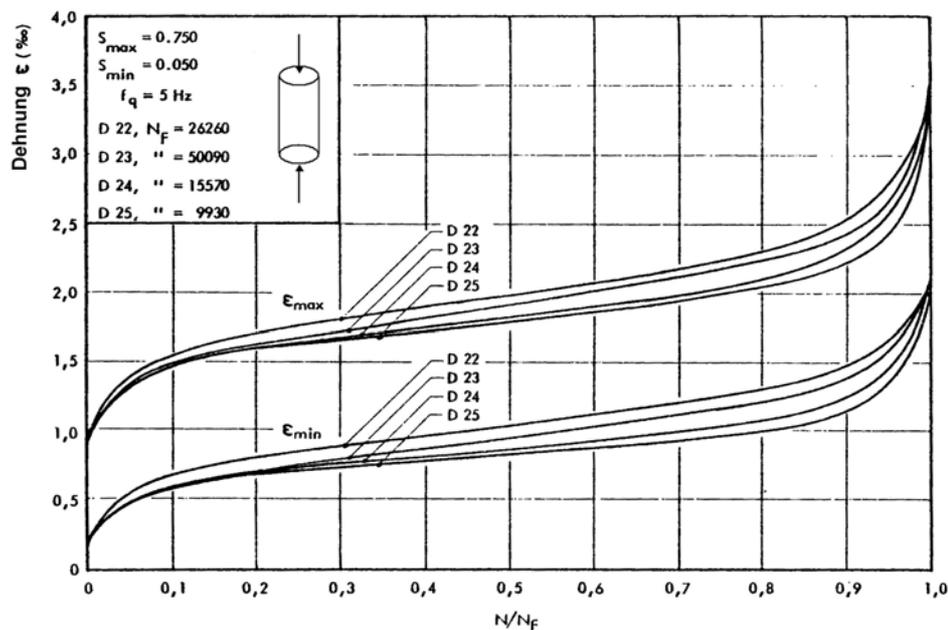


Bild 3.9: Verlauf der gemessenen Stauchungen in den Ermüdungsversuchen von [Holmen -79]

Das Materialverhalten von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung kann anhand der in Bild 3.10 dargestellten Verzerrungsentwicklung veranschaulicht werden.

Bereits im unbelasteten Zustand weist Beton infolge des Schwindens der Zementsteinmatrix Mikrorisse an den Grenzflächen zu den Zuschlagskörnern auf, die sich bei zunehmender Beanspruchung zu Makrorissen verbinden und das Ermüdungsversagen maßgebend steuern. Der Schädigungsverlauf unter Ermüdungsdruckbeanspruchung kann in drei Phasen unterteilt werden, Bild 3.10. Die erste Phase umfasst den Bereich bis ca. 20% der Bruchlastspielzahlen und ist durch ein schnell anwachsendes Mikrorisswachstum und eine schnelle Abnahme der Steifigkeit gekennzeichnet. In der zweiten Phase (ca. 20% bis 80% der Bruchspielzahlen) wachsen die Risse in der Mesoskala langsam und kontinuierlich weiter. In den letzten 20% der Lebensdauer tritt hingegen instabiles Risswachstum (Schädigungslokalisierung) auf, welches die Steifigkeitsabnahme des Bauteils stark beschleunigt und letztendlich zum Versagen durch Bruchflächenbildung führt. Die Angaben zu den Phasenübergängen basieren auf statistischen Auswertungen von [Pfanter -02]. Die resultierenden Dehnungen unter Ermüdungsbeanspruchung liegen beim Erreichen des Versagenszustandes deutlich über denen unter monotoner Beanspruchung.

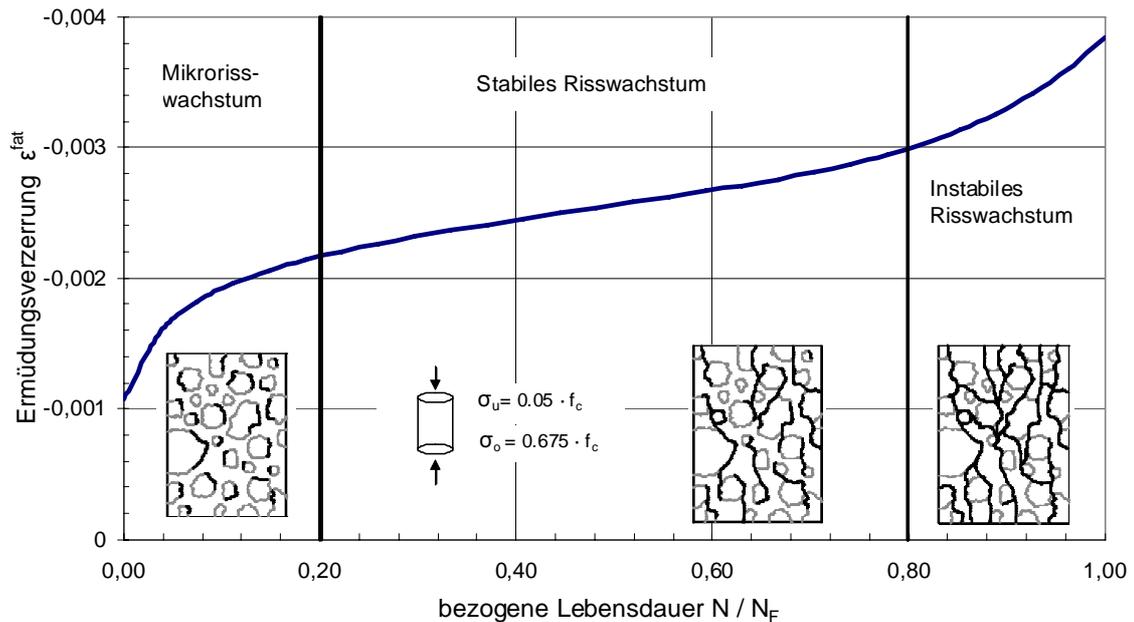


Bild 3.10: Dehnungsentwicklung bei konstanter Druckschwellbeanspruchung

Die Materialdegradation und Schädigungsentwicklung unter Ermüdungsbeanspruchung kann durch die kontinuierliche Abnahme der Probensteifigkeit erfasst und durch die Änderungen des Sekantenmoduls beschrieben werden. In Bild 3.11 ist die Änderung der Spannungs-Dehnungsbeziehung, wie sie in den Versuchen von [Holmen -79] ermittelt wurde, dargestellt. Bild 3.12 zeigt die zugehörige Abnahme der Sekantensteifigkeit. Es wird ersichtlich, dass auch die Steifigkeitsentwicklung analog zur Verzerrungsentwicklung in die drei Phasen der durch die verschiedenen Rissbildungsprozesse gesteuerten Schädigungsentwicklung unterteilt werden kann. Dieses Verhalten bestätigen auch die Versuche von [Breitenbücher/Ibuk -06] und [Do et al. -93]. Zudem wurden in den Versuchen von [Klausen -78] Schallemissionsanalysen während der Ermüdungsuntersuchungen durchgeführt. Die Ergebnisse ergaben ebenfalls einen dreiphasig verlaufenden Schädigungsprozess.

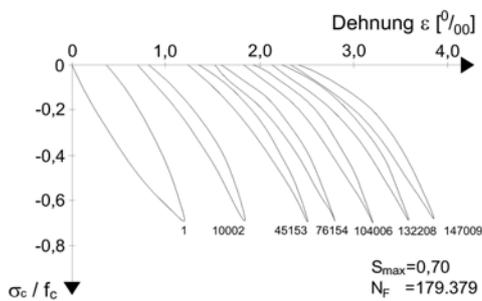


Bild 3.11: Spannungs-Dehnungsbeziehungen unter Druckschwellbeanspruchung, Versuchsergebnisse von [Jinawath -74]

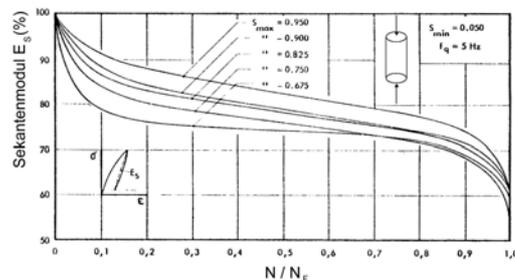


Bild 3.12: Änderung der Sekantensteifigkeit im Ermüdungsprozess, Versuchsergebnisse von [Holmen -79]

In Bild 3.12 fällt auf, dass nach dem Ermüdungsbruch eine Reststeifigkeit in den Betonproben verblieb. Die Reststeifigkeit ist dabei in den Versuchen von

[Holmen -79] umso größer, je höher die Oberspannung im Ermüdungsversuch gewählt wurde. Dies bedeutet, dass der Eintritt des Versagens im Wöhlerversuch nicht den vollständigen Verlust der Materialsteifigkeit kennzeichnet, sondern lediglich den Zeitpunkt, ab dem das vorhandene Beanspruchungsniveau nicht mehr ertragen werden kann und es zur Schädigungslokalisierung kommt. Auf niedrigerem Spannungsniveau können demnach noch eine gewisse Anzahl von Schwingspielen aufgenommen werden.

### **3.3.1.2 Zugschwell- und Biegezugbeanspruchung**

#### *3.3.1.2.1 Niederzyklische Beanspruchung*

Grundsätzlich ist das Betonverhalten unter niederzyklischer Zugbeanspruchung dem unter niederzyklischer Druckbeanspruchung ähnlich. Allerdings entsteht bei zunehmenden Belastungszyklen ein schnellerer Abfall der Zugfestigkeit. Dies ist auf die höhere Sprödigkeit von Beton unter Zugbeanspruchung zurückzuführen, siehe u. a. [Müller et al. -83] und [Cornelissen/Reinhardt -84]. Wie bei zyklischer Druckbeanspruchung kann auch im lastgesteuerten Zugversuch die monotone Arbeitslinie nicht uneingeschränkt als Einhüllende der Hystereseschleifen angesehen werden, [Pfanner -02].

#### *3.3.1.2.2 Hochzyklische Ermüdungsbeanspruchung*

Unter wiederholender Zug- bzw. Biegezugbeanspruchung weist die Dehnungsentwicklung im Beton einen ähnlichen Verlauf wie unter Druckschwellbeanspruchung auf, [Cornelissen/Timmers -81] und [Zhang/Wu -97]. Die typische Verzerrungsentwicklung unter Ermüdungsbeanspruchung kann dabei wiederum in drei Bereiche unterteilt werden, siehe Bild 3.13. Statistische Auswertungen von in der Literatur dokumentierten Versuchen, die von [Pfanner -02] durchgeführt wurden, ergaben dabei für die Übergänge der einzelnen Rissbildungsphasen Werte von 10% und 90% der bezogenen Bruchschwingspielzahl.

Das Versagen einer Probe wird durch einen einzelnen Trennriss hervorgerufen, wodurch die Ermüdungszugfestigkeit des Betons stärkere Streuungen als die Ermüdungsdruckfestigkeit aufweist. Angaben über Wöhlerlinien sind z. B. in [König/Danielewics -94] oder auch [Hsu -81] enthalten.

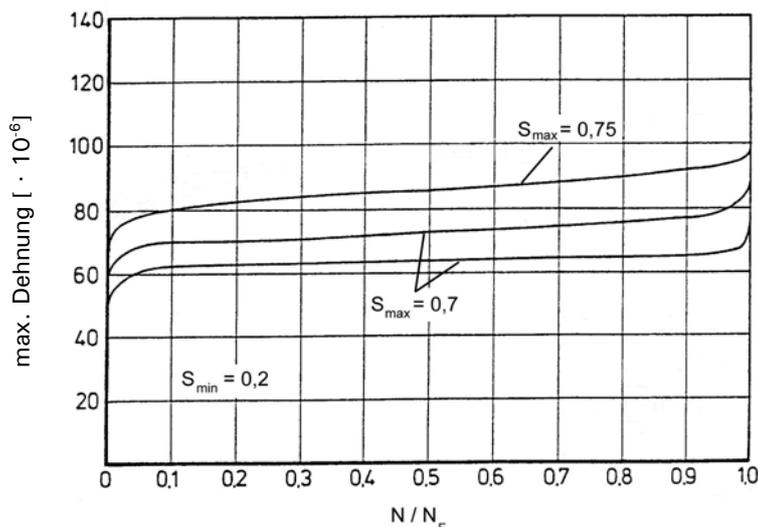


Bild 3.13: Dehnungsentwicklung unter zentrischer Zugschwellbeanspruchung, aus [Cornelissen/Timmers -81]

### 3.3.1.3 Wechselbeanspruchung

Zum Ermüdungsverhalten unter Wechselbeanspruchung wurden bisher nur wenige Untersuchungen durchgeführt. Diese lassen aber einen signifikanten Einfluss der Zugbeanspruchung auf die Ermüdungsfestigkeit und die Art des Versagens erkennen.

Durch die Versuche von [Reinhardt/Cornelissen -84] wurde nachgewiesen, dass bei Zugversuchen die Wechselbeanspruchungen zu niedrigeren Bruchlastspielzahlen führen als unter reiner Schwellzugbeanspruchung.

Weiterhin wurde festgestellt, dass eine hohe Druckunterspannung die Zugfestigkeit stark reduziert, wohingegen die Bruchschwingspielzahl des auf Druck versagenden Betons von der Größe der Zugunterspannung weniger stark beeinflusst wird, [Cornelissen -84]. Der Einfluss einer Zugbeanspruchung auf die Ermüdungsfestigkeit wird durch den Verlauf der in Bild 3.14 dargestellten Wöhlerlinien aus [Weigler/Rings -87] deutlich. Im Vergleich zu den ermittelten Bruchschwingspielzahlen der durchgeführten Druckschwellversuche, konnte für die Ermüdungsuntersuchungen unter Wechselbeanspruchung eine signifikante Abnahme der Bruchschwingspielzahl ab dem Bereich von  $N \geq 10^5$  festgestellt werden. Diese Abnahme trat bereits bei sehr geringer Zugbeanspruchung auf.

Zudem wurde festgestellt, dass die Versagensart durch das Verhältnis von Zug- zur Druckbeanspruchung bestimmt wird. Demnach tritt ab einem Verhältnis von  $|\sigma_{Zug}| / |\sigma_{Druck}| \geq 0,02$  Zugversagen ein, während bei geringeren Zugbeanspruchungen Druckversagen zu erwarten ist.

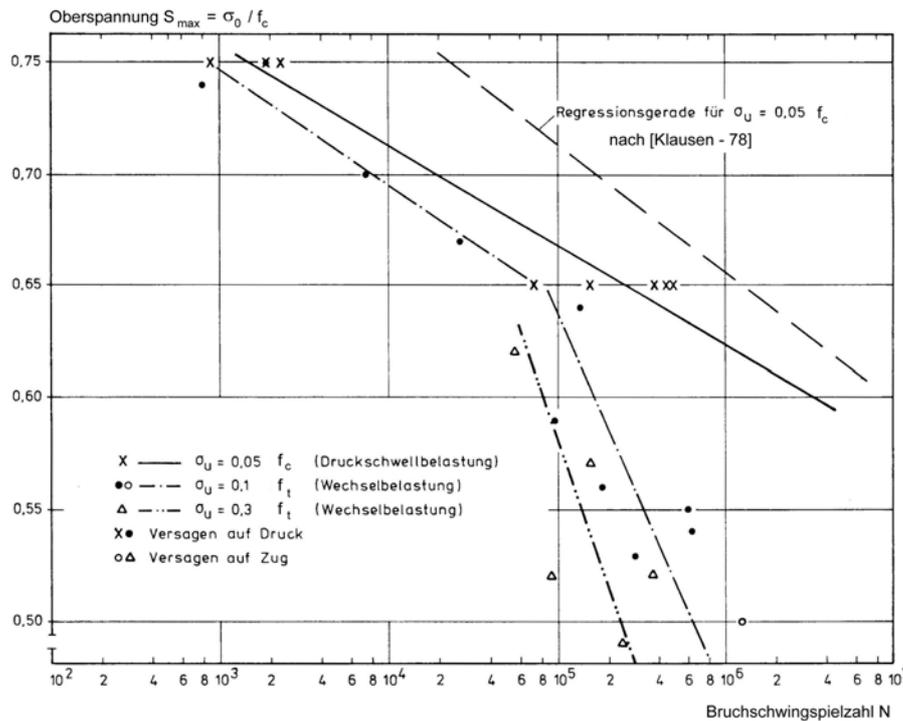


Bild 3.14: Wöhlerlinie bei Wechselbeanspruchung, aus [Weigler/Rings -87]

### 3.3.2 Ermüdungsbeanspruchung mit veränderlicher Schwingweite

#### 3.3.2.1 Allgemeines

Eine Vielzahl von in der Literatur dokumentierten Versuchen hatte das Ziel, den Einfluss von nicht konstanten Belastungen auf die Ermüdungsfestigkeit von Beton im Druck- und Zugbereich näher zu untersuchen. Demnach hat die Reihenfolge der Beanspruchungen einen signifikanten Einfluss auf die Ermüdungsfestigkeit. Die Wöhlerlinien für konstante Beanspruchungen sind bei mehrstufigen Ermüdungsprozessen für die Bestimmung der Lebensdauer nicht mehr zutreffend.

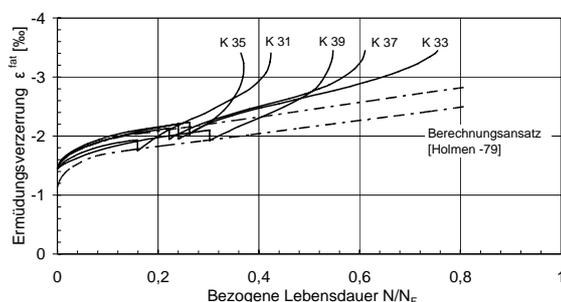
Bei der Mehrzahl der Versuche stand die Ermittlung der ertragbaren Lastwechsel unter Anwendung der linearen Schadensakkumulationshypothese nach Palmgren und Miner, siehe Kapitel 4.3.1, sowie deren Anpassung und Modifizierung an die experimentellen Versuchsergebnisse im Vordergrund. Systematische Untersuchungen der zugehörigen nichtlinearen Verzerrungs- und Schädigungsentwicklungen während des Ermüdungsprozesses sind nur sehr begrenzt verfügbar. Diese wurden in den meisten Versuchen messtechnisch nicht erfasst.

Bislang fehlt ein allgemein anerkanntes mechanisch begründetes Schädigungsmodell zur Beschreibung des Ermüdungsprozesses bei nicht konstanter Spannungsschwingweite.

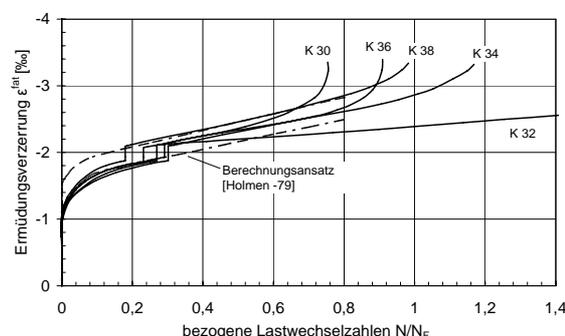
### 3.3.2.2 Amplitudenwechsel im Druckschwellbereich

#### 3.3.2.2.1 Versuche von [Holmen -79]

In [Holmen -79] wurden auch zweistufige Ermüdungsuntersuchungen im Druckschwellbereich durchgeführt. Die beiden Versuchsserien bestanden jeweils aus 5 Prüfkörpern. In Serie 1 wurde die Oberspannung von  $S_{max,1} = 0,9$  nach ca. 20 - 30 % der Lebensdauer für konstante Amplituden auf  $S_{max,2} = 0,75$  gesenkt und die Probe weiter bis zum Ermüdungsversagen beansprucht. In Serie 2 wurde die Belastungsreihenfolge umgekehrt. Die gemessenen Dehnungen sind in Bild 3.15 für Serie 1 und in Bild 3.16 für Serie 2 dargestellt. Durch die Darstellung der Dehnungsverläufe wird ein Reihenfolgeeffekt erkennbar.



**Bild 3.15:** Verzerrungsentwicklung bei fallender Amplitude (Serie 1:  $S_{max,1} = 0,90$ ;  $S_{max,2} = 0,75$ ), Versuchsergebnisse von [Holmen -79]



**Bild 3.16:** Verzerrungsentwicklung bei steigender Amplitude (Serie 2:  $S_{max,1} = 0,75$ ;  $S_{max,2} = 0,90$ ), Versuchsergebnisse von [Holmen -79]

Aus Bild 3.15 folgt, dass bei den Versuchen von [Holmen -79] nach einer Reduzierung der Oberspannung (Serie 1) die bis zum Spannungswechsel erreichten Dehnungen, trotz der nun vorherrschenden geringeren Oberspannung, bereits nach wenigen Lastzyklen wieder erreicht und anschließend überschritten werden. Der Vergleich mit dem gestrichelt dargestellten Berechnungsansatz von [Holmen -79] für konstante Amplituden verdeutlicht die enorme Dehnungszunahme nach dem Lastsprung. Die Dehnungen beim Eintreten des Ermüdungsversagens verlaufen annähernd gleich mit den gemessenen Werten für eine konstante Beanspruchung von  $S_{max,1} = 0,90$ .

Die Verzerrungsentwicklung bei einer Erhöhung der Oberspannung (Serie 2) ist in Bild 3.16 dargestellt. Hierbei ist bis auf einen Ausreißerwert keine Veränderung der Dehnungsentwicklung nach dem Amplitudenwechsel erkennbar. Die maximale Ermüdungsdehnung stimmt auch hier annähernd mit den gemessenen Werten für eine konstante Beanspruchung von  $S_{max,1} = 0,90$  überein. Die auftretende Verzerrungsentwicklung nach dem Amplitudenwechsel stimmt mit dem Berechnungsansatz für einstufige Beanspruchungen gut überein. Dies legt den Schluss nahe, dass der Verzerrungszuwachs ausschließlich durch das aktuelle Beanspruchungsniveau bestimmt wird. Der Einfluss der Lastgeschichte scheint vernachlässigbar zu sein.

Die Versuchsergebnisse wurden in [Holmen -79] nach der linearen Schadensakkumulationshypothese nach Palmgren-Miner, siehe Kapitel 4.3.1, ausgewertet. Zusammenfassend wird festgestellt, dass eine lineare und reihenfolgeunabhängige Schädigungsakkumulation zu keinen befriedigenden Ergebnissen bei mehrstufigen Ermüdungsbeanspruchungen führen. Weiterhin gelangt [Holmen -79] auf Grundlage dieser wenigen Versuche zu der Annahme, dass eine zunächst höhere Oberspannung gefolgt von einer geringeren zu einer Verkürzung der Ermüdungslebensdauer gegenüber einer umgekehrten Belastungsreihenfolge führt.

Dabei ist jedoch zu beachten, dass sich der Beton bei den von [Holmen -79] gewählten Oberspannungen bereits unter monotoner Beanspruchung im Bereich der einsetzenden Schädigungslokalisierung befindet. Es kann daher nicht ausgeschlossen werden, dass bereits nach wenigen Lastwechseln eine verstärkte Bruchflächenbildung eingesetzt hat, durch die das Ermüdungsversagen maßgeblich gesteuert wurde. Daher erscheint es grundsätzlich fragwürdig, allgemeingültige Aussagen über das Materialverhalten von Beton unter mehrstufiger Ermüdungsbeanspruchung mit geringeren Oberspannungen aus den wenigen Versuchsergebnissen von [Holmen -79] abzuleiten.

#### ***Alternative Auswertung der mehrstufigen Ermüdungsversuche***

Nachfolgend sollen die Versuchsergebnisse von [Holmen -79] weiterführend untersucht werden. Der Amplitudenwechsel sollte in beiden Serien nach ca. 20% bis 30% der Lebensdauer vorgenommen werden. Dieser Zeitpunkt wurde bei [Holmen -79] nicht durch die aufgebrachte Schwingungszahl, sondern durch die aktuell gemessene Dehnung abgeschätzt. Der hierfür notwendige Dehnungswert für den Zeitpunkt des Amplitudenwechsels wurde aus den einstufigen Versuchen abgeleitet.

Die gemessenen Dehnungen und aufgebrachten Schwingungszahlen für die einstufigen Versuche mit  $S_{\max} = 0,9$  sowie für die Serie 1 sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Vergleicht man bei den Versuchen der Serie 1 in Tabelle 3.1 die tatsächlichen Dehnungswerte,  $\varepsilon_{N_1}$ , unmittelbar vor dem Amplitudenwechsel mit denen der entsprechenden einstufigen Versuche,  $\varepsilon_{0,6}$  und  $\varepsilon_{0,7}$ , so fällt auf, dass diese bereits überwiegend in einem Bereich von ca. 60% - 70% der Lebensdauer lagen.

Die von [Holmen -79] berechnete Ausnutzung der Bruchschwingungszahlen vor dem Amplitudenwechsel betrug hingegen erst  $N_1 / N_{F1} = 0,12$  bis  $N_1 / N_{F1} = 0,32$ .  $N_1$  bezeichnet die bis zum Amplitudenwechsel aufgebrachte Schwingungszahl und  $N_{F1}$  die von [Holmen -79] berechnete einstufige Bruchschwingungszahl. Diese wird rechnerisch für  $S_{\max} = 0,9$  und  $S_{\min} = 0,05$  zu  $N_{F1} = 342$  ermittelt und weicht geringfügig von dem aus den einstufigen Versuchen berechneten Mittelwert in Tabelle 3.1 ab. Für die Berechnung der Bruchschwingungszahlen hat [Holmen -79] empirische Gleichungen aus den einstufigen Ermüdungsversuchen abgeleitet. Der Widerspruch zwischen der

Ausnutzung der Bruchschwingspielzahlen und den gemessenen Dehnungswerten vor dem Amplitudenwechsel kann mit den Angaben in [Holmen -79] nicht geklärt werden.

*Tabelle 3.1: Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse bei konstanter Amplitude und den Werten für Serie 1, aus [Holmen -79]*

<b>Konstante Amplitude:</b> S <sub>max</sub> = 0,9 und S <sub>min</sub> = 0,05; f = 5 Hz				<b>Serie 1:</b> S <sub>max,1</sub> = 0,9; S <sub>max,2</sub> = 0,75; S <sub>min</sub> = 0,05; f = 5 Hz			
Probe	ε <sub>0,6</sub>	ε <sub>0,7</sub>	N <sub>F</sub>	Probe	ε <sub>N1</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
D6	2,12	2,22	509	K31	1,93	108	22140
D7	2,08	2,19	540	K33	2,18	74	10940
D8	2,10	2,2	311	K35	2,23	40	710
D9	2,14	2,25	257	K37	2,12	45	4340
D10	2,08	2,17	457	K39	2,09	80	4110
Mittelwert	2,10	2,21	415	Mittelwert	2,11	69	8448
ε <sub>0,6</sub> = Dehnungen in ‰ bei N/N <sub>F</sub> = 0,6 mit konstanter Amplitude ε <sub>0,7</sub> = Dehnungen in ‰ bei N/N <sub>F</sub> = 0,7 mit konstanter Amplitude ε <sub>N1</sub> = Dehnungen in ‰ vor dem Amplitudenwechsel N <sub>1</sub> = Schwingspielzahl vor dem Amplitudenwechsel N <sub>2</sub> = Schwingspielzahl nach dem Amplitudenwechsel bis zum Ermüdungsbruch N <sub>F</sub> = Bruchschwingspielzahl aus Versuchen mit konstanter Amplitude							

Auch bei den Auswertungen der Serie 2 traten die Widersprüche zwischen den geringen Schwingspielzahlen bis zum Amplitudenwechsel und den hohen zugehörigen Dehnungswerten auf. In Tabelle 3.2 sind die relevanten Versuchsdaten zur Auswertung von Serie 2 zusammengestellt.

*Tabelle 3.2: Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse bei konstanter Amplitude und den Werten für Serie 2, aus [Holmen -79]*

<b>Konstante Amplitude:</b> S <sub>max</sub> = 0,75; S <sub>min</sub> = 0,05; f = 5 Hz				<b>Serie 2:</b> S <sub>max,1</sub> = 0,75; S <sub>max,2</sub> = 0,9; S <sub>min</sub> = 0,05; f = 5 Hz			
Probe	ε <sub>0,4</sub>	ε <sub>0,5</sub>	N <sub>F</sub>	Probe	ε <sub>N1</sub>	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>
D22	1,89	1,99	26260	K30	1,86	4980	136
D23	1,80	1,94	50090	K32	1,91	4110	520
D24	1,74	1,81	15570	K34	1,85	6710	344
D25	1,72	1,78	9930	K36	1,87	6760	195
-	-	-	-	K38	1,87	2260	187
Mittelwert	1,79	1,88	25463	Mittelwert	1,87	4964	276
ε <sub>0,4</sub> = Dehnungen in ‰ bei N/N <sub>F</sub> = 0,4 mit konstanter Amplitude ε <sub>0,5</sub> = Dehnungen in ‰ bei N/N <sub>F</sub> = 0,5 mit konstanter Amplitude ε <sub>N1</sub> = Dehnungen in ‰ vor Amplitudenwechsel N <sub>1</sub> = Schwingspielzahl vor Amplitudenwechsel N <sub>2</sub> = Schwingspielzahl nach dem Amplitudenwechsel bis zum Ermüdungsbruch N <sub>F</sub> = Bruchschwingspielzahl aus Versuchen mit konstanter Amplitude							

Während die Ausnutzung der Bruchschwingspielzahlen eine erreichte Lebensdauer von N<sub>1</sub> / N<sub>F1</sub> = 0,09 bis N<sub>1</sub> / N<sub>F1</sub> = 0,27 vermuten lassen, weisen die unmittelbar vor dem Amplitudenwechsel gemessenen Dehnungswerte auf eine bereits erreichte Lebensdauer von 50% hin. Die berechnete Bruchschwingspielzahl für eine einstufige Ermüdungsbeanspruchung von S<sub>max</sub> = 0,75 und

$S_{min} = 0,05$  gibt [Holmen -79] mit  $N_F = 25438$  an. Dieser Wert stimmt nahezu mit dem Mittelwert der Einstufenversuche überein.

Wird auf Grundlage der gemessenen Dehnungen bei der Auswertung der Serie 1 alternativ davon ausgegangen, dass beim Amplitudensprung bereits eine Lebensdauer von 70 % erreicht wurde, so kann aus Bild 3.17 für  $S_{max,1} = 0,9$  eine Abnahme des Sekantenmoduls auf ca. 76% abgelesen werden. Dieser Schädigungszustand wurde auch bei den einstufigen Versuchen mit  $S_{max,2} = 0,75$  bei ca. 51 % der Ermüdungslebensdauer durchlaufen. Daher kann angenommen werden, dass nach dem Amplitudensprung der Ermüdungsbruch erst eintritt, wenn die unter  $S_{max,2} = 0,75$  noch bis zum Ermüdungsbruch zur Verfügung stehende Steifigkeit aufgezehrt wurde. Dieser Bereich umfasst noch  $(1 - 0,51) = 0,49 = 49\%$  der Schwingspielzahlen des Einstufenversuchs für  $S_{max,2}$ . Daraus ergibt sich eine noch aufnehmbare Schwingspielzahl nach dem Amplitudensprung von  $N_2 = (1 - 0,51) \cdot 25463 = 12477$ . Dieser Wert liegt über dem Mittelwert  $\bar{N}_2 = 8448$  aus Tabelle 3.1, kann aber vor dem Hintergrund der dort erkennbaren Streuungen als gute Übereinstimmung bewertet werden, vgl. auch Kapitel 3.2.5.

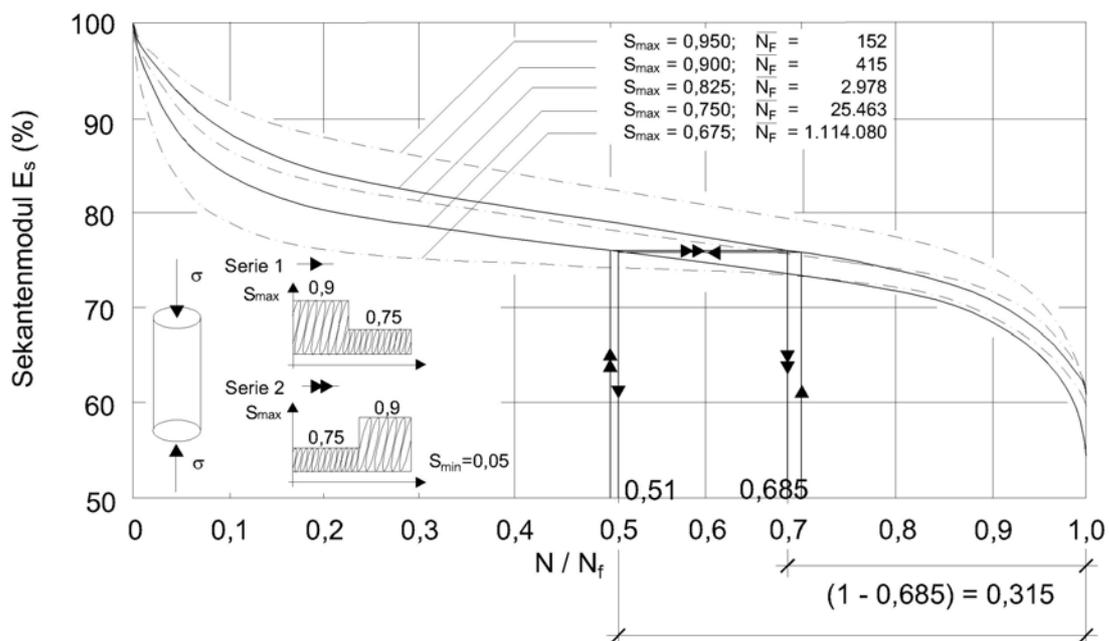


Bild 3.17: Verlauf der Steifigkeitsabnahme bei konstanter Schwingweite, aus [Holmen -79]

Für Serie 2 kann aus den Dehnungswerten der Tabelle 3.2 vor dem Amplitudensprung auf eine bereits erreichte Lebensdauer von 50% geschlossen werden. Dies führt in Bild 3.17, wie bei Serie 1, auf eine reduzierte Steifigkeit von ca. 76%. Die in den zweistufigen Ermüdungsversuchen vorhandenen Schädigungszustände waren demzufolge in beiden Serien im Mittel vor dem Amplitudensprung ungefähr gleich groß. Die bis zum Ermüdungsbruch vorhandene Steifigkeit führt für die zweite Stufe der Serie 2 auf eine noch aufnehmbare Lastwechselzahl von  $N_2 = (1 - 0,685) \cdot 415 = 131$ . Dieser Wert liegt unter-

halb des Mittelwertes von  $\bar{N}_2 = 276$ , Tabelle 3.2, kann aber aufgrund vorhandener Streuungen, wie bei Serie 1, als gute Übereinstimmung bewertet werden.

Um die Auswirkungen der beiden Belastungsreihenfolgen auf das Ermüdungsversagen besser beurteilen zu können, werden die Ergebnisse entsprechend der linearen Akkumulationshypothese nach Kapitel 4.3.1 ausgewertet. Diese geht davon aus, dass unabhängig von der Anordnung der Laststufen, die Summe der auf die zugehörige Bruchschwingspielzahl bezogenen Schwingspiele beim Ermüdungsversagen den Grenzwert von  $D^{P-M} = 1$  erreicht, siehe Gl.(3.1).

Anders als bei [Holmen -79] werden bei der Auswertung mit Gl. (3.2) und Gl.(3.3) für die erste Laststufe nicht die bezogenen Schwingspielzahlen, sondern die direkt aus den Dehnungsverläufen abgeleiteten Werte der Lebensdauer eingesetzt. Der Anteil aus der zweiten Laststufe an der Lebensdauer wird durch die aus den Steifigkeitsverläufen ermittelten Restschwingspielzahlen und den aus den Versuchsdaten gemittelten Bruchschwingspielzahlen berechnet.

Lineare Akkumulationshypothese:

$$\frac{N_1}{N_{F1}} + \frac{N_2}{N_{F2}} = D^{P-M} \leq 1 \tag{3.1}$$

Serie 1:  $0,7 + \frac{N_2}{N_{F2}} = 0,7 + \frac{12477}{25463} = 1,19 \geq 1 \tag{3.2}$

Serie 2:  $0,5 + \frac{N_2}{N_{F2}} = 0,5 + \frac{131}{415} = 0,82 \leq 1 \tag{3.3}$

Die Auswertung in Gl. (3.2) führt zu dem Ergebnis, dass bei der Serie 1 mit zunächst höherer Druckschwellbeanspruchung und anschließend geringerer Amplitude im Vergleich zur linearen Akkumulationshypothese eine höhere Anzahl von Schwingspielen bis zum Ermüdungsbruch ertragen werden konnte. In diesem Fall unterschätzt die lineare Akkumulationshypothese die Ermüdungsfestigkeit.

Bei der Auswertung der umgekehrten Belastungsreihenfolge von Serie 2 mit Gl. (3.3) trat der Ermüdungsbruch bereits früher ein als nach linearer Akkumulationshypothese prognostiziert. Die tatsächliche Ermüdungsfestigkeit wird demnach also bei zunächst geringerer Beanspruchung gefolgt von größeren Amplituden (Serie 2) überschätzt.

Diese Ergebnisse widersprechen den Schlussfolgerungen von [Holmen -79]. Der Widerspruch entsteht dadurch, dass die Dehnungen beim Amplitudenwechsel auf eine bereits deutlich größere Ermüdungsschädigung der Proben hinweisen als in den Berechnungen von [Holmen -79] durch die geringen Schwingspielzahlen berücksichtigt wurde. Bestärkt wird der Widerspruch durch die Berechnung der noch aufnehmbaren Lastwechselzahlen nach dem

Amplitudenwechsel. Diese wurden über dem reduzierten Sekantenmodul direkt aus dem einstufigen Schädigungsverlauf der zweiten Laststufe ermittelt. Die so berechneten Schwingspielzahlen stimmen mit den Versuchswerten von [Holmen -79] gut überein.

#### *3.3.2.2 Weitere mehrstufige Versuche im Druckschwellbereich*

In Versuchen von [Klausen -78] wurden an Betonzylindern Dauerschwingversuche mit ein- und mehrmaligem Wechsel der Beanspruchungshöhe durchgeführt. Dabei konnte kein eindeutig erkennbarer Einfluss der Beanspruchungsreihenfolge auf die Ermüdungsfestigkeit festgestellt werden. Sowohl bei zunehmender Oberspannung als auch bei Verringerung der Beanspruchung konnten Schädigungssummen nach Palmgren und Miner größer und kleiner festgestellt werden. Signifikanztests haben bei niedriger Vorbeanspruchung eine Erhöhung der ertragbaren Lastspielzahlen auf der anschließenden Laststufe ergeben. Bei umgekehrter Reihenfolge waren keine signifikanten Unterschiede erkennbar, vgl. auch [Klausen/Weigler -79]. Die im Versuch gemessenen Verzerrungsentwicklungen sind nicht in [Klausen -78] dokumentiert und stehen hier daher nicht zur weiteren Auswertung zur Verfügung.

Zu ähnlichen Ergebnissen gelangen [Tepfers et al. -77], die Versuche an kleinformatigen Betonprismen mit Prüffrequenzen von 150 – 200 Hz durchgeführt haben. Untersuchungen über den Einfluss der Prüffrequenz auf die Versagensformen unter Ermüdung wurden nicht durchgeführt. Bei zweistufigen Untersuchungen wurde der Wechsel der Oberspannung nach 20%, 50% oder 80 % der Lebensdauer vorgenommen. Die untersuchten Beanspruchungsniveaus lagen bei  $S_{\max,1} = 0,68$  und  $S_{\max,2} 0,75$ . [Tepfers et al. -77] weisen auf eine beträchtliche Streuung der Prüfergebnisse hin, die auf die geringe Anzahl der Prüfkörper zurückgeführt wird. Ein Reihenfolgeeffekt konnte aufgrund der starken Streuungen nicht festgestellt werden.

#### **3.3.2.3 Amplitudenwechsel im Zugschwellbereich**

In Versuchen von [Hilsdorf/Kessler -60] wurde das Ermüdungsverhalten von Beton unter zweistufiger Biegezugbeanspruchung an unbewehrten Betonbalken untersucht. Dabei wurde die auf die Biegezugfestigkeit bezogene Oberspannung um ca. 5 %– 10 % erhöht bzw. bei umgekehrter Belastungsreihenfolge verringert. Die Auswertungen ergaben, dass auch unter Zugbeanspruchungen die Ermüdungsfestigkeit von der Reihenfolge des Beanspruchungsniveaus abhängig ist. Bei den Versuchen mit zunächst geringerer Beanspruchung und anschließend erhöhter Biegezugbeanspruchung waren die eintretenden Bruchlastspielzahlen geringer. Hingegen konnte durch eine geringe Lastspielzahl mit hoher Beanspruchung die Ermüdungsfestigkeit des Betons unter anschließender niedrigerer Beanspruchung erheblich gesteigert werden. Die Versuchsergebnisse sind in Bild 3.18 zusammengefasst.

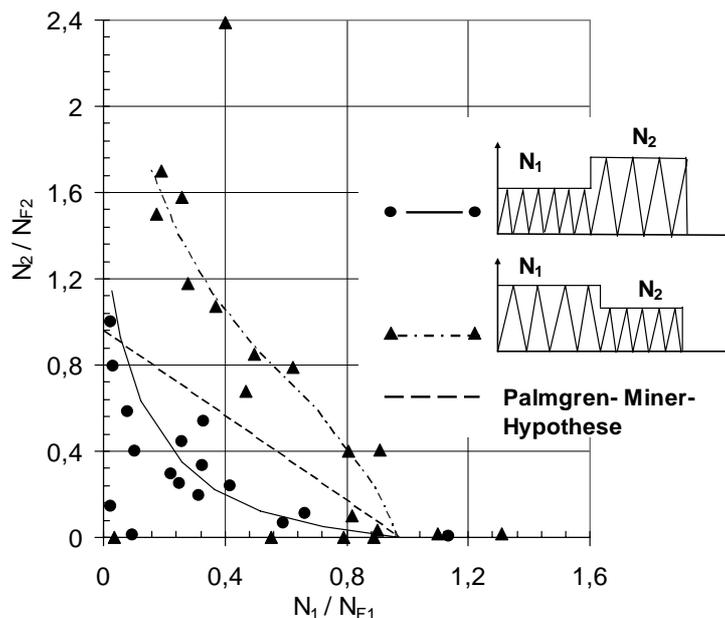


Bild 3.18: Ergebnisse der Ermüdungsversuche an unbewehrten Balken unter zweistufiger Biegebeanspruchung, aus [Hilsdorf/Kessler -60]

Zu entgegen gesetzten Ergebnissen führen die zwei- und dreistufigen Ermüdungsuntersuchungen an Betonbalken unter Biegebeanspruchung von [Oh -91]. Bei den zweistufigen Versuchen wurde die Oberspannung von  $S_{max,1} = 0,75$  auf  $S_{max,2} = 0,85$  nach 20 % der Lebensdauer für einstufige Ermüdungsbeanspruchung erhöht. Bei den dreistufigen Untersuchungen wurden nach 10 % der jeweiligen Lebensdauer die Oberspannung von  $S_{max,1} = 0,65$  auf  $S_{max,2} = 0,75$  und abschließend auf  $S_{max,3} = 0,85$  erhöht und bis zum Ermüdungsversagen beansprucht. Die mehrstufigen Untersuchungen wurden ebenfalls in umgekehrter Reihenfolge durchgeführt. Die Auswertung der Versuchsergebnisse ergab, dass die Reihenfolge der Beanspruchungen einen maßgebenden Einfluss auf die Ermüdungsfestigkeit ausübte. Die Versuchsreihen mit steigendem Spannungsniveau ergaben größere Schädigungswerte als nach Palmgren und Miner, und die umgekehrte Lastgeschichte führte zu geringeren Werten. Diese Ergebnisse stehen im Widerspruch zu den Versuchsauswertungen von [Hilsdorf/Kessler -60].

Versuche im Zugschwellbereich mit unterschiedlichen Belastungsreihenfolgen wurden von [Cornelissen/Reinhardt -84] durchgeführt. Aufgrund der hohen Streuungen konnte jedoch keine eindeutige Aussage über die Reihenfolgeeffekte getroffen werden.

Weitere Versuche zum mehrstufigen Ermüdungsverhalten sind u. a. in [CEB 188 -88], [RILEM -94] und [König/Danielewics -94] aufgeführt. Das Ziel dieser Untersuchungen lag hauptsächlich in der Überprüfung der linearen Palmgren-Miner Regel bei mehrstufiger Ermüdungsbeanspruchung und den Auswirkungen der Belastungsgeschichte auf die resultierenden Bruchschwingspielzahlen. Auch diese Untersuchungsergebnisse lassen eine eindeutige Schlussfolgerung nicht zu.

## 3.4 Mehraxiales Ermüdungsverhalten

### 3.4.1 Allgemeines

Über das mehraxiale Ermüdungsversagen ist nur eine begrenzte Anzahl von Versuchsauswertungen in der Literatur dokumentiert. Hierbei überwiegen einstufige Druckschwellversuche. Häufig wird in den Versuchen der mehraxiale Spannungszustand durch einen während des Belastungsvorgangs konstant gehaltenen Querdruck erzeugt. Dieser wird sowohl durch umschnürende Bewehrung (passiver Querdruck) als auch direkt durch horizontale Pressenkräfte (aktiver Querdruck) hervorgerufen. Während eines Be- und Entlastungsvorgangs durchläuft eine Probe aufgrund des konstanten Querdrucks unterschiedliche Beanspruchungsverhältnisse. Im Gegensatz hierzu stehen die Versuche mit proportionaler Lastaufbringung, bei denen das Beanspruchungsverhältnis zwischen Längs- und Querdruck während eines Be- und Entlastungsvorgangs konstant bleibt.

Versuchsauswertungen bei mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung mit nicht konstanter Lastamplitude liegen nur in sehr begrenztem Umfang vor.

Nachfolgend werden die wesentlichen Erkenntnisse aus den ausgewerteten Literaturquellen in Abhängigkeit der Beanspruchungsart zusammengestellt.

### 3.4.2 Einfluss konstanter Querdruckbeanspruchungen

Eine senkrecht zur Ermüdungsbeanspruchungsrichtung wirkende konstante Querdruckbeanspruchung führt bei den in der Literatur dokumentierten Versuchen zu einer signifikanten Verlängerung der Ermüdungslebensdauer bzw. zu einer maßgeblichen Steigerung der Ermüdungsfestigkeit. Dieser Effekt wurde auch bei hohen Umschnürungsgraden durch Bewehrung beobachtet.

#### 3.4.2.1 Dreiaxiale Beanspruchungssituationen

In [Takhar et al. -74] wurden Untersuchungen an Betonzylindern ( $\varnothing = 10 \text{ cm}$ ,  $l = 30 \text{ cm}$ ) durchgeführt. In Längsrichtung der Betonproben wurden unterschiedliche einstufige Ermüdungsbeanspruchungen mit Oberspannungen von 80%, 85% und 90% der mehraxialen Betondruckfestigkeit aufgebracht. Die Werte der Oberspannungen wurden experimentell bei gleichen Querdruckspannungen wie im Ermüdungsversuch ermittelt. Die Unterspannung lag bei allen Proben bei 20% der Betondruckfestigkeit. Die konstanten Querdruckbeanspruchungen wurden durch eine hydraulische Flüssigkeit als radiale Pressung auf die Zylinder aufgebracht. Bei der Serie B beträgt die Querdruckspannung ca. 13% und bei den Serien C und D ca. 10% der dreiaxialen Druckfestigkeit. Serie A wurde ohne Querdruck untersucht. Das Versuchsprogramm ist in Tabelle 3.3 aufgeführt.

Tabelle 3.3: Versuchsprogramm nach [Takhar et al. -74]

Serie	Querdruck [MN/m <sup>2</sup> ]	Einaxiale Druckfestigkeit [MN/m <sup>2</sup> ]	Dreiaxiale Druckfestigkeit [MN/m <sup>2</sup> ]	Oberspannung / Probenanzahl		
				0,80	0,85	0,90
A	-	36,0	-	6	-	6
B	13,8	30,5	104,0	5	-	5
C	6,9	31,0	73,5	5	-	6
D	6,9	36,9	76,8	2	4	6

Die Versuchsergebnisse wurden von [Takhar et al. -74] in einer Wöhlerlinie zusammengefasst, Bild 3.19. Durch die vorhandene Querdruckbeanspruchung wird bei einer Oberspannung von 80 % gegenüber der einaxialen Ermüdungsfestigkeit eine deutlich höhere Bruchschwingspielzahl erreicht. Mit höherer Oberspannung nimmt der Einfluss der konstanten Querdruckbeanspruchung ab und die erreichten Bruchschwingspielzahlen werden geringer.

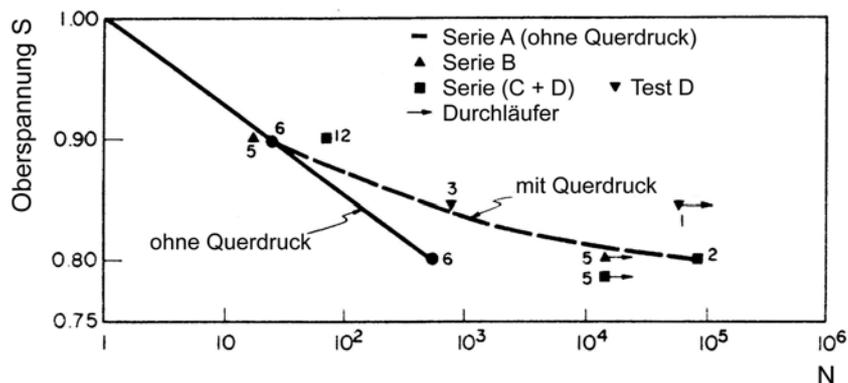


Bild 3.19: Einfluss einer seitlichen Pressung auf die Ermüdungsfestigkeit, aus [Takhar et al. -74]

### 3.4.2.2 Zweiaxiale Beanspruchungssituationen

Die Auswirkungen von konstanten Querdruckspannungen auf die Ermüdungsfestigkeit in Hauptbeanspruchungsrichtung wurden auch in [Zhu et al. -03] experimentell untersucht. Dazu wurden 80 Prüfkörper aus Normalbeton mit den Abmessungen 100 x 100 x 100 mm<sup>3</sup> unter konstanter und variabler Lastamplitude (zwei- und dreistufige Ermüdungsprozesse) mit zwei unterschiedlichen Querdruckbeanspruchungen belastet.

Die beiden untersuchten Beanspruchungsverhältnisse betragen bei Erreichen der Oberspannung  $\alpha = \sigma_2 / \sigma_1 = 0,25$  und  $\alpha = 0,5$ . Während des Be- und Entlastungsvorgangs durchliefen die Proben ein sich ständig änderndes Belastungsverhältnis. Die auf die einaxiale Festigkeit bezogenen Oberspannungen in Hauptbeanspruchungsrichtung lagen in einem Bereich von  $S_{max} = 0,65$  bis  $S_{max} = 1,05$ . Bei allen Ermüdungsuntersuchungen betrug die bezogene Unterspannung  $S_{max} = 0,1$ .

Während der Ermüdungsuntersuchungen wurde nach jeweils fünfzig Lastwechseln ein vollständiger Be- und Entlastungsvorgang unter monotoner Beanspruchung aufgebracht und die dabei auftretenden maximalen sowie minimalen Dehnungen unter Einfluss der Querdruckbeanspruchung gemessen.

Die Prüffrequenz der Ermüdungsuntersuchungen betrug 5 Hz. Um den Reibwiderstand an den Lasteinleitungsplatten zu vermeiden, wurden an den Kontaktflächen je drei Membranschichten angeordnet. Je Prüfreihe wurden 3 bis 5 Prüfkörper untersucht.

#### *3.4.2.2.1 Konstante Lastamplitude*

##### **Wöhlerlinien**

Die Ergebnisse der einstufigen Ermüdungsuntersuchungen wurden von [Zhu et al. -03] in Wöhlerlinien zusammengestellt, Bild 3.20. Die niedrigsten Werte der Ermüdungsfestigkeiten traten bei Beanspruchungen ohne Querdruck auf. Es ist erkennbar, dass bei einer Querdruckbeanspruchung von  $\alpha = 0,25$  eine signifikante Erhöhung der Ermüdungsfestigkeit gegenüber dem einaxialen Fall auftritt. Mit höherem Querdruck ( $\alpha = 0,5$ ) steigen die Ermüdungsfestigkeiten noch mal an. In Bild 3.20 ist aber auch erkennbar, dass die Verläufe der Wöhlerlinien unterschiedliche Neigungen besitzen. Mit zunehmenden Bruchschwingungszahlen nimmt der festigkeitssteigernde Einfluss einer Querdruckbeanspruchung in den Versuchen von [Zhu et al. -03] ab. Die Wöhlerlinien laufen im Bereich zwischen  $\log N = 6$  und  $\log N = 7$  immer dichter zusammen. Dies deutet auf unterschiedlich verlaufende Schädigungsprozesse in Abhängigkeit des Beanspruchungsverhältnisses hin.

In Abhängigkeit des konstanten Querdrucks werden die aus der Hauptbeanspruchung resultierenden Querdehnungen beim Erreichen der Oberspannung verringert und die in Hauptbeanspruchungsrichtung einsetzende Mikrorissbildung behindert. Beim Entlastungsvorgang führen die aus der konstanten Querdruckbeanspruchung resultierenden Querdehnungen beim Erreichen der Unterspannung in Hauptbeanspruchungsrichtung dann zu einer zusätzlichen Verringerung der Stauchung. Bei sehr geringer Unterspannung können hierbei auch Zugdehnungen auftreten, die den Schädigungsprozess im Betongefüge zusätzlich beschleunigen. Der während der Ermüdungsbeanspruchung konstante Querdruck führt somit zu einer Vergrößerung der Dehnungsschwingweite in Hauptbeanspruchungsrichtung und führt zu einer verstärkten Beanspruchung des Betongefüges gegenüber einer proportional aufgebrauchten zweiaxialen Ermüdungsbeanspruchung. In wieweit dadurch bei großen Bruchschwingungszahlen geringere Ermüdungsfestigkeiten als unter einaxialer Beanspruchung auftreten können, geht aus den Untersuchungsergebnissen von [Zhu et al. -03] nicht hervor.

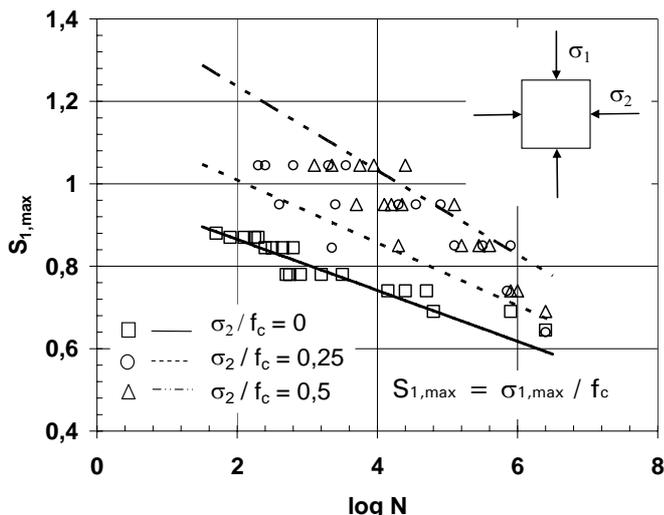


Bild 3.20: S-N Kurven für verschiedene Querdruckbeanspruchungen, aus [Zhu et al. -03]

[Zhu et al. -03] schlagen für die Berechnung der Bruchschwingspielzahlen in Hauptbeanspruchungsrichtung eine modifizierte Gleichung nach [Aas-Jakobsen -70] vor, Gl. (3.4).

$$S_{1,max} = \alpha - \beta \cdot (1 - R) \cdot \lg N_f \tag{3.4}$$

mit:  $\alpha = 1 + 0,8304 \cdot (\sigma_2 / f_c)$  für  $0 \leq (\sigma_2 / f_c) \leq 0,5$

$$\beta = 0,0638 + 0,115 \cdot (\sigma_2 / f_c)$$

und:  $R = \sigma_{1,min} / \sigma_{1,max}$

Für  $\sigma_2 = 0$  folgt aus Gl.(3.4) der lineare Berechnungsansatz nach [Aas-Jakobsen -70] für die einaxiale Ermüdungsfestigkeit von Beton. In Gl. (3.4) gibt  $\alpha$  den Schnittpunkt der Wöhlerlinie mit der Ordinate und  $\beta$  die Neigung an. Der von [Aas-Jakobsen -70] entwickelte Ansatz wird häufig zur Auswertung von Wöhlerversuchen herangezogen und kann einfach durch Parameteridentifikation an Versuchsergebnisse angepasst werden, siehe z.B. das Vorgehen bei [Tepfers/Kutti -79]

**Verzerrungsentwicklung**

Die gemessenen Verzerrungsentwicklungen folgen prinzipiell den bekannten Kurvenverläufen unter einaxialer Ermüdungsbeanspruchung, vgl. z. B. Bild 3.10. Wie stark diese gegenüber den Verzerrungsentwicklungen unter einaxialer Ermüdungsbeanspruchung abweichen, wird in [Zhu et al. -03] nicht angegeben. Einaxiale Verzerrungsverläufe sind dort nicht dokumentiert. In Bild 3.21 sind die Dehnungsentwicklungen unter konstanter Lastamplitude in Hauptbeanspruchungsrichtung für die beiden untersuchten Querdruckbeanspruchungen dargestellt. Es fällt auf, dass die Dehnungszunahmen bei einem Beanspruchungsverhältnis von  $\alpha = 0,25$  stärker untereinander abweichen als bei  $\alpha = 0,5$ . Dieses Merkmal wurde aber nicht weiter untersucht. Die Phasenübergänge der einzelnen Rissbildungsprozesse liegen bei  $\alpha = 0,25$  für den Übergang

von Phase 1 zu Phase 2 bei ca. 0,1 und für den Übergang von Phase 2 zu Phase 3 bei 0,9. Für  $\alpha = 0,5$  scheint der untere Wert der Phasenübergänge geringfügig größer zu sein, während sich der obere Wert offensichtlich gegen ca. 0,8 entwickelt. Die Entwerte der maximalen Dehnungen beim Ermüdungsversagen sind nicht eindeutig aus Bild 3.21 erkennbar. Diese scheinen aber für  $\alpha = 0,25$  größer zu sein als bei  $\alpha = 0,5$ .

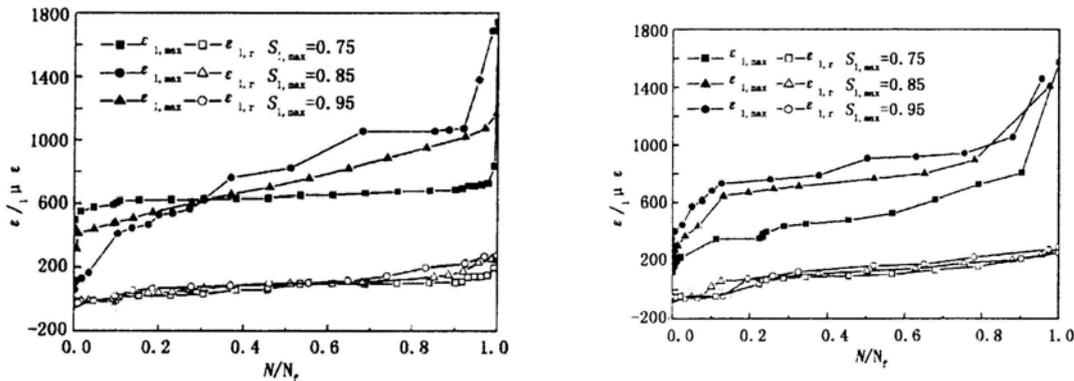


Bild 3.21: Ermüdungsverzerrungen in Hauptbeanspruchungsrichtung bei gleichzeitig konstanter Querdruckbeanspruchung, [Zhu et al. -03]

**Schädigungsansatz nach [Zhu et al. -03]**

Aus den bleibenden minimalen Stauchungen (Entlastungszustand) wurde durch nichtlineare Regression eine kubische Gleichung zur Beschreibung der Schädigungsentwicklung abgeleitet. Zur Charakterisierung des aktuellen Schädigungszustandes während der Ermüdungslbensdauer wurde die Schädigungsvariable D eingeführt, welche durch Gl. (3.5) definiert wird.

$$D = (\varepsilon_r - \varepsilon_r^0) / (\varepsilon_r^f - \varepsilon_r^0) \quad \text{mit: } 0 \leq D \leq 1$$

- mit:
- $\varepsilon_r$  = bleibende Dehnungen nach Entlastung
  - $\varepsilon_r^0$  = bleibende Dehnungen nach erster Entlastung
  - $\varepsilon_r^f$  = bleibende Dehnungen nach Ermüdungsversagen
- (3.5)

Die berechneten Schädigungsverläufe sind in Bild 3.22 aufgeführt. Schädigungsverläufe ohne gleichzeitigen Querdruck sind nicht dokumentiert. Ein Vergleich ist daher nur bedingt für zwei unterschiedliche Querdruckbeanspruchungen möglich.

Aus Bild 3.22 ist ersichtlich, dass die erste Phase der Schädigungsentwicklung bei geringer Querdruckbeanspruchung ( $\alpha = 0,25$ ) bis ca. 40 % der Lebensdauer anhält und anschließend eine Phase mit konstantem Schädigungszuwachs bis ca. 70 % der Lebensdauer auftritt. Anschließend folgt bis zum Erreichen der Lebensdauer eine Phase mit überproportionaler Schädigungsentwicklung.

Bei höherem Querdruck ( $\alpha = 0,5$ ) steigt die Schädigungsentwicklung in der ersten Phase vergleichsweise schneller und zunächst näherungsweise linear an. Die darauf folgende Phase des stabilen Schädigungszuwachses ist erkennbar kürzer (von ca. 50 % bis 60 % der Lebensdauer). Anschließend folgt eine

rasche, nichtlinear verlaufende Zunahme der Schädigung bis zum Erreichen des Ermüdungsbruchs.

Die beiden Schädigungsverläufe bestätigen die Vermutung aus den Wöhleruntersuchungen, wonach sich bei unterschiedlichen Querdruckbeanspruchungen voneinander abweichende Schädigungsprozesse einstellen.

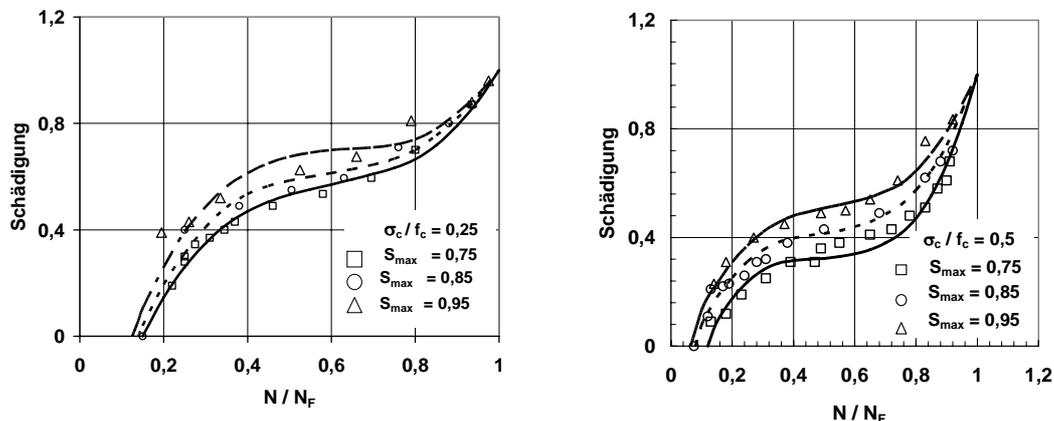


Bild 3.22: Berechnete Schädigungsverläufe für  $\alpha = 0,25$  und  $\alpha = 0,5$ , aus [Zhu et al. -03]

### Versagensformen

Bei den zweiaxialen Ermüdungsuntersuchungen wurden zwei unterschiedliche Versagensformen beobachtet. Bei einem Beanspruchungsverhältnis von  $\alpha = 0,25$  traten überwiegend Bruchformen auf, die den Versagensformen unter einaxialer Beanspruchung (Gleitbrüche) ähnlich waren. Bei  $\alpha = 0,5$  traten hingegen mehr nur in einer Ebene verlaufende Bruchflächen senkrecht zur Beanspruchungsrichtung auf.

#### 3.4.2.2.2 Zwei- und dreistufige Lastprozesse

Die mehrstufigen Ermüdungsuntersuchungen wurden mit aufsteigender oder fallender Beanspruchung für beide Querdruckverhältnisse durchgeführt. Die Lastamplituden betragen bei den zweistufigen Lastgeschichten  $S_{\max} = 0,75$  und  $S_{\max} = 0,95$ . Der Amplitudenwechsel wurde nach 20% der Bruchschwingungszahl für konstante Ermüdungsbeanspruchung durchgeführt und anschließend die Probe bis zum Ermüdungsversagen belastet. Bei den dreistufigen Ermüdungsuntersuchungen lagen die Beanspruchungsniveaus bei  $S_{\max} = 0,75$ ,  $S_{\max} = 0,85$  und  $S_{\max} = 0,95$ . Der Amplitudenwechsel wurde nach 10% und 20% der jeweiligen einstufigen Bruchschwingungszahl vorgenommen.

Die Ergebnisse wurden mit der linearen Akkumulationshypothese nach Palmgren-Miner ausgewertet. Der Einfluss unterschiedlicher Querdruckbeanspruchungen wurde durch Gl. (3.4) berücksichtigt. Im Mittel führten aufsteigende Lastgeschichten zu einer größeren und abfallende Lastgeschichten zu einer geringeren Schädigung im Versagensfall als nach Palmgren-Miner.

Verzerrungsentwicklungen für die mehrstufigen Untersuchungen sind in [Zhu et al. -03] nicht dokumentiert. Eine Auflistung der berechneten Schädigungswerte kann [Zhu et al. -03] entnommen werden.

### 3.4.3 Einfluss umschnürender Bewehrung

Die Wirkungsweise einer umschnürenden Bewehrung unterscheidet sich gegenüber einer Querdruckbeanspruchung. Durch eine Querdruckbeanspruchung wird die Ausbildung von Mikrorissen reduziert. Hingegen kann eine umschnürende Wirkung erst geweckt werden, nachdem eine Mikrorissbildung eingesetzt hat. Die umschnürende Wirkung nimmt mit dem Rissbildungsprozess aufgrund der größer werdenden Querdehnung weiter zu bis ein Fließen in der Bewehrung eintritt. Danach fällt die effektive Querdruckbeanspruchung wieder ab. Ein vollständiges Versagen der Probe wird schließlich erst durch das Versagen der Umschnürungsbewehrung eintreten. Die umschnürende Bewehrung verhindert ein plötzliches Versagen und führt zu einem duktileren Materialverhalten.

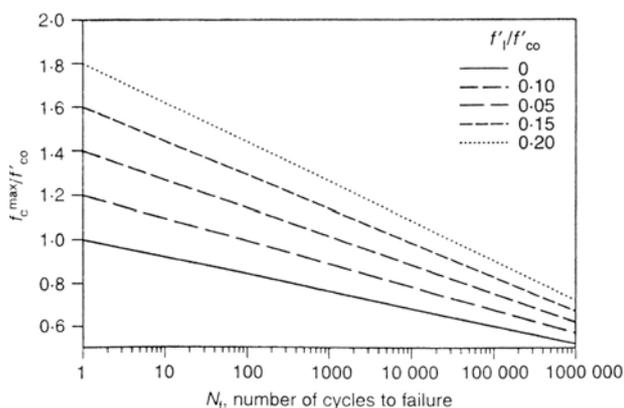
In den Versuchen von [Hooi -00] wurde der Einfluss einer Umschnürungsbewehrung auf die Ermüdungsfestigkeit experimentell untersucht. Dazu wurden Versuche an Betonzylindern mit verschiedenen Umschnürungsgraden durchgeführt. Die gemessenen Spannungs-Dehnungsverläufe lassen dabei sowohl für den Beton als auch für die umschnürende Bewehrung auf eine deutliche Abnahme der Steifigkeit und eine Zunahme der bleibenden bzw. plastischen Dehnungen während der Ermüdungsbeanspruchung schließen. Die Steifigkeitsabnahme wird auch durch die Versuchsergebnisse von [Desayi et al. -69] und [Shah et al. -83] bestätigt. Auswertungen zur Steifigkeitsentwicklung während des Ermüdungsprozesses, wie z. B. bei [Holmen -79], werden jedoch in den genannten Literaturstellen nicht vorgenommen.

Die Ergebnisse von [Hooi -00] sind als Wöhlerlinien in Bild 3.23 zusammengefasst. Zur Formulierung wurde der lineare Ansatz von [Aas-Jakobsen -70] nach Gl. (3.4) verwendet. In Bild 3.23 sind die Beiwerte  $\alpha$  und  $\beta$  in Abhängigkeit der Umschnürungsbewehrung angegeben.

Die Verläufe der Wöhlerlinien zeigen eine Zunahme der Ermüdungsfestigkeit mit ansteigender Umschnürung. Für die Formulierung wird ebenfalls der Ansatz nach [Aas-Jakobsen -70] gewählt, siehe Gl. (3.4). Höhere Umschnürungsgrade führen zu einer stärkeren Neigung der Wöhlerlinie, was in Gl. (3.4) durch größer werdende  $\beta$ -Werte berücksichtigt wird.

Unter der Annahme, dass unabhängig von der effektiven Querdruckbeanspruchung bei reiner Druckmeridianbeanspruchung die Anfangssteifigkeiten nahezu gleich groß sind, vgl. Bild 2.11 und Bild 2.15, so muss bei höheren Umschnürungsgraden ein deutlich ausgeprägter Schädigungsprozess stattfinden, der den vergleichsweise stärkeren Abfall der Wöhlerlinien verursacht.

Vorausgesetzt, dass bei noch niedrigeren Oberspannungen die Wöhlerlinien mit Umschnürung zu ähnlich großen Bruchschwingspielzahlen wie ohne Umschnürung führen würden, so wären zwei Schlussfolgerungen möglich. Eine Begründung läge darin, dass bei hohen Lastwechselzahlen in der Bewehrung während des Ermüdungsprozesses so große plastische Dehnungen auftreten, dass die Umschnürungswirkung immer mehr abnimmt und der Beton letztendlich unter einaxialer Beanspruchung versagt. Dies wird jedoch nur bei sehr schwach umschnürten Proben zu erwarten sein. Wenn andererseits die Umschnürungswirkung während des Ermüdungsprozesses näherungsweise vollständig erhalten bleibt, so kann als zweite Begründung für die Annäherung der Bruchschwingspielzahlen nur mit einem verstärkten Schädigungsprozess im Beton erklärt werden. Inwieweit dieser durch die bei Entlastung auftretenden radialen Rückstellkräfte aus der Umschnürungsbewehrung beeinflusst wird, ist ungeklärt. Weitere experimentelle Untersuchungen sind zur Klärung des Ermüdungsversagens bei Umschnürungen notwendig.



Stahldurchmesser [mm]	Abstand s [mm]	$\frac{f'}{f'_{co}}$	$\alpha$	$\beta$
0	–	0-00	1-0	0-068
3	30	0-014	1-145	0-0617
3	20	0-023	1-2	0-0775
4	30	0-028	1-4	0-1195
4	20	0-046	1-52	0-109
4	14	0-069	1-684	0-104
5	30	0-061	1-46	0-1186
5	20	0-103	1-644	0-1434
5	14	0-154	1-95	0-149

Bild 3.23: Wöhlerlinien für Beton mit unterschiedlicher Umschnürungsbewehrung sowie Beiwerte  $\alpha$  und  $\beta$  für Gl. (3.4), [Hooi -00]

### 3.4.4 Dreiaxiale Druckschwellbeanspruchung

#### 3.4.4.1 Niederzyklische Ermüdungsbeanspruchung

Systematische Untersuchungen über das Materialverhalten von Beton unter dreiaxialer niederzyklischer Beanspruchung sind nur begrenzt in der Literatur dokumentiert. Vielmehr wurden bei einigen Festigkeitsuntersuchungen unter monotoner Beanspruchung zusätzlich auch wenige Ent- und Wiederbelastungsvorgänge durchgeführt. Aus diesen kann abgeleitet werden, dass das niederzyklische Materialverhalten unter mehraxialer Druckbeanspruchung dem Verhalten unter einaxialer Druckbeanspruchung ähnlich ist. Durch die zyklische Beanspruchung wird eine Steifigkeitsdegradation hervorgerufen und es verbleiben nach vollständiger Entlastung inelastische Dehnungen im Beton. Stellvertretend seien hier die Versuchen von [Etse -92] genannt.

### 3.4.4.2 Hochzyklische Ermüdungsbeanspruchungen

Zur Untersuchung des Ermüdungsverhaltens von Beton unter mehraxialer Druckschwellbeanspruchung und höheren Lastwechselzahlen sind lediglich die Versuche von [Taliencio/Gobbi -96] bekannt. Diese werden nachfolgend kurz vorgestellt und die wesentlichen Ergebnisse zusammengefasst.

In [Taliencio/Gobbi -96] werden experimentelle Ermüdungsuntersuchungen an Betonzylinder mit verschiedenen seitlichen Querdruckbeanspruchungen vorgestellt. Es wurden Betonzylinder in einer hydraulischen Presse in Längsrichtung und Umfangsrichtung zyklisch beansprucht. Die Beanspruchung wurde durch einen hydraulischen Flüssigkeitsdruck erzeugt. Es handelt sich somit bei diesen Ermüdungsuntersuchungen um Beanspruchungssituationen, die auf dem Druckmeridian liegen.

Die Betonzylinder hatten einen Durchmesser von  $d = 100$  mm und eine Länge von  $l = 200$  mm. Maßnahmen zur Vermeidung von Querdehnungsbehinderungen an den axialen Lasteinleitungsplatten wurden nicht vorgenommen. Die Prüffrequenz betrug 1 Hz. Die maximale Schwingspielzahl wurde auf  $N = 400.000 \pm 100.000$  begrenzt. Prüfkörper, die unter der zyklischen Beanspruchung nicht versagten, wurden anschließend unter monotoner einaxialer Beanspruchung bis zum Bruch belastet.

Die Belastungen in Längsrichtung ( $\sigma_v$ ) und Umfangsrichtung ( $\sigma_h$ ) wurden getrennt von einander gesteuert. Die untersuchten Beanspruchungsverhältnisse betragen  $r = \sigma_h / \sigma_v = 0,05$  und  $0,10$  sowie  $0,15$ . Neben proportionaler Lastaufbringung wurden auch in Längs- und Umfangsrichtung alternierende (phasenverschobene) Be- und Entlastungsvorgänge untersucht. Maximal sind zwei bis vier Prüfkörper je Beanspruchungsverhältnis experimentell untersucht worden.

Für die Ermüdungsversuche wurden die beiden bezogenen Mittelspannungen  $\rho = \sigma_v / \sigma_c = 0,8$  und  $\rho = 0,9$  gewählt. Mit  $\sigma_c$  wird in den Versuchen von [Taliencio/Gobbi -96] die mehraxiale Betondruckfestigkeit des untersuchte Beanspruchungsverhältnisses  $r = \sigma_h / \sigma_v$  bezeichnet. Zwei unterschiedliche Schwingweiten in axialer Richtung mit  $\Delta\sigma_v = 5$  MN/m<sup>2</sup> bzw.  $\Delta\sigma_v = 10$  MN/m<sup>2</sup> wurden untersucht. Die zugehörigen Schwingweiten in Umfangsrichtung ergaben sich zu  $\Delta\sigma_h = 1/5 \cdot \Delta\sigma_v = 1$  MN/m<sup>2</sup> bzw.  $2$  MN/m<sup>2</sup>.

Die Längsdehnungen wurden mit induktiven Wegaufnehmern gemessen, die nach Aussage von [Taliencio/Gobbi -96] nur bedingt ausreichend zuverlässige Messwerte lieferten.

#### ***Einaxiale Ermüdungsuntersuchungen***

Bei den Versuchen, die innerhalb der vorgegebenen Lastwechselzahl versagten, wies die Verzerrungsentwicklung den bekannten dreiphasigen Verlauf der

Verzerrungsentwicklungen auf. Die Phasenübergänge werden von [Taliercio/Gobbi -96] näherungsweise bei 20% und 80% der Ermüdungsdauer angegeben.

### ***Bruchschwingspielzahlen in Phase***

Die Ergebnisse der dreiaxialen Ermüdungsuntersuchungen sind in Bild 3.24 dargestellt. Die bezogene Oberspannung  $S$  bezeichnet das Verhältnis zwischen der maximalen Axialspannung  $\sigma_{v,max}$  und der zu dem Beanspruchungsverhältnis  $r$  zugehörigen dreiaxialen Druckfestigkeit  $f_c$ . Es ist erkennbar, dass die Bruchschwingspielzahl mit zunehmendem Querdruck größer wird. Die Versuchsergebnisse werden bei [Taliercio/Gobbi -96] in einer einzigen Wöhlerlinie zusammengefasst. Diese basiert auf dem Ansatz von [Aas-Jakobsen -70], siehe nach Gl. (3.4). Bei der in Bild 3.24 angegebenen Wöhlerlinie ist zu beachten, dass einerseits unterschiedliche Beanspruchungsverhältnisse nicht getrennt berücksichtigt werden können und andererseits eine große Anzahl von Durchläufern in den Versuchen auftraten. Der Näherungsansatz scheint daher zur Bestimmung der Bruchschwingspielzahl bei Druckschwellbeanspruchungen am Druckmeridian nur bedingt geeignet zu sein.

### ***Vergleich mit und ohne Phasenverschub***

In Bild 3.25 werden die Bruchschwingspielzahlen für proportionale sowie alternierende Längs- und Querbeanspruchungen in Abhängigkeit des Beanspruchungsverhältnisses  $r$  gegenübergestellt ( $\rho = 0,9$ ;  $\Delta\sigma_v = 10 \text{ MN/m}^2$ ;  $\Delta\sigma_v = 2 \text{ MN/m}^2$ ). Es ist erkennbar, dass die alternierenden Ermüdungsbelastungen zu geringeren Bruchschwingspielzahlen als bei proportionalen Druckschwellbeanspruchungen geführt haben. Für ein Beanspruchungsverhältnis von  $r = 0,05$  ergaben sich aus den Versuchen von [Taliercio/Gobbi -96] Bruchschwingspielzahlen von ca.  $\log N = 4$ . Hingegen kann aus Bild 3.25 für alternierende Beanspruchung eine mittlere Bruchschwingspielzahl von ca.  $\log N = 1,8$  entnommen werden. Die alternierende Beanspruchungssituation führt hier also zu einer Verringerung der Bruchschwingspielzahl von  $\Delta\log N = 2,2$ . Dies entspricht einer Reduzierung um das ca. 160-fache. Auch für  $r = 0,10$  und  $r = 0,15$  liegen die Bruchschwingspielzahlen bei proportionaler Beanspruchung höher. Ein genauerer Vergleich ist jedoch aufgrund der vorhandenen Durchläufer bei proportionaler Belastung nicht mehr möglich. In Bild 3.25 sind auf der x-Achse für beide Beanspruchungssituationen die Ergebnisse der einaxialen Ermüdungsuntersuchungen aufgetragen. Es fällt auf, dass die Bruchschwingspielzahlen bei alternierender Belastung für  $r = 0,05$  offensichtlich geringer als unter einaxialer Ermüdungsbeanspruchung sind. Die alternierende Querdruckbeanspruchung hat hier also zu einer Beschleunigung des Ermüdungsversagens geführt. Erst für  $r = 0,15$  sind die erreichten Bruchschwingspielzahlen in etwa gleich groß wie bei einaxialer Beanspruchung.

Unter proportionaler Druckschwellbeanspruchung sind die Bruchschwingspielzahlen für  $r = 0,05$  noch in gleicher Größenordnung wie unter einaxialer Be-

anspruchung. Mit zunehmender Querdruckbeanspruchung werden die Bruchschwingspielzahlen größer. [Taliercio/Gobbi -96] folgern daraus, dass der positive Einfluss einer proportionalen Querdruckbeanspruchung erst ab einem bestimmten Querbeanspruchungsniveau ( $r=0,05$ ) auftritt. Diese Aussage steht jedoch im Widerspruch zu den Versuchsergebnissen von [Takhar et al. -74] , [Shah et al. -83] und [Hooi -00] bei denen bereits geringere Querdruckbeanspruchungen zu einer deutlichen Erhöhung der Bruchschwingspielzahlen geführt haben. Jedoch wird die Interpretation der Ergebnisse erheblich durch die auftretenden Streuungen erschwert.

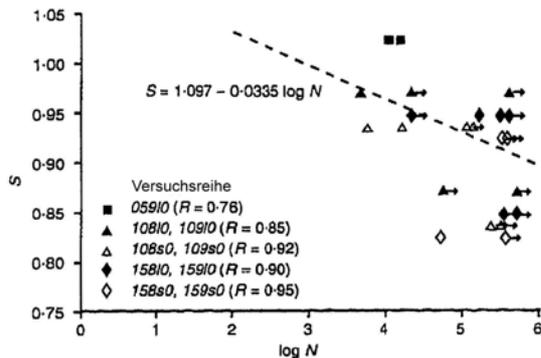


Bild 3.24: Bruchschwingspielzahlen bei proportionaler Belastung und unterschiedlichen Beanspruchungsverhältnissen, aus [Taliercio/Gobbi -96]

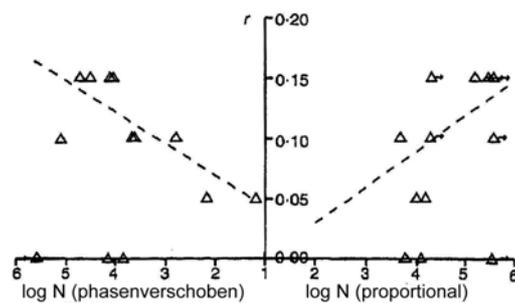


Bild 3.25: Gegenüberstellung der Bruchschwingspielzahlen zwischen proportionaler und alternierender Belastung, aus [Taliercio/Gobbi -96]

**Dehnungsentwicklung ( $r = 0,05$ )**

Nur sehr wenige Dehnungsverläufe werden für die mehraxialen Beanspruchungsverhältnisse vergleichend grafisch dargestellt. Daher ist es kaum möglich, unterschiedliche Dehnungs- und Schädigungsentwicklungen für verschiedene mehraxiale Beanspruchungszustände zu vergleichen und auszuwerten. Es kann daher auch nicht untersucht werden, ob bei höheren hydrostatischen Drücken eine veränderte Schädigungsentwicklung auftritt, wie z. B. aus den Untersuchungsergebnissen von [Zhu et al. -03] und [Hooi -00] vermutet werden kann. In Bild 3.26 ist die Dehnungsentwicklung für  $r=0,05$  dargestellt. Auch hier tritt eine dreiphasige Dehnungsentwicklung auf. Diese besitzt jedoch eine deutlich geringer anhaltende zweite Phase und demgegenüber eine stärker ausgeprägte erste und dritte Phase des Rissbildungsprozesses. Verdeutlicht wird dies durch die in Bild 3.27 aufgeführten Verzerrungsraten.

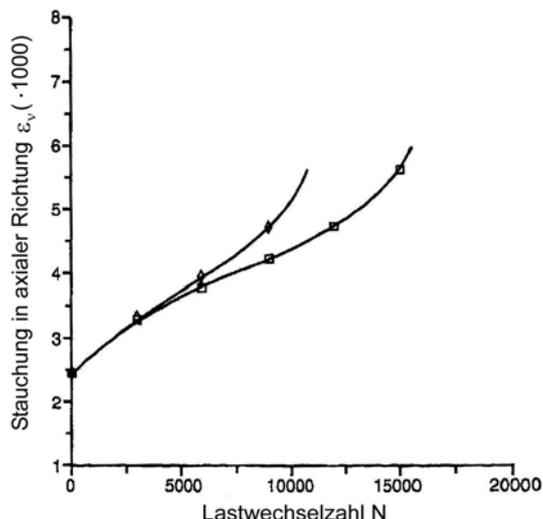


Bild 3.26: Verzerrungsentwicklung in axialer Beanspruchungsrichtung für:

$r = 0,05; \rho = 0,9; \Delta\sigma_v = 10 \text{ MN/m}^2; \Delta\sigma_h = 2 \text{ MN/m}^2$ , [Taliercio/Gobbi -96]

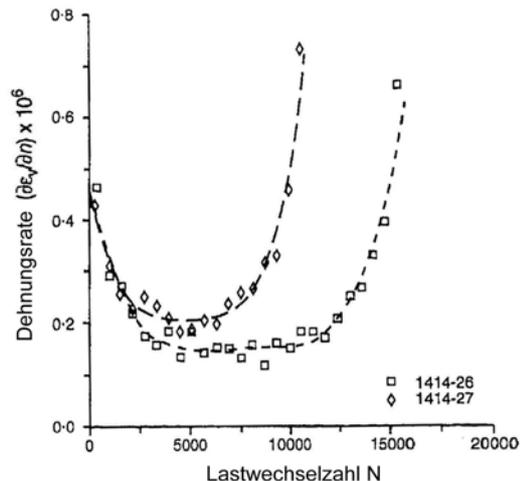


Bild 3.27: Dehnungsraten in axialer Beanspruchungsrichtung für:

$r = 0,05; \rho = 0,9; \Delta\sigma_v = 10 \text{ MN/m}^2; \Delta\sigma_h = 2 \text{ MN/m}^2$ , [Taliercio/Gobbi -96]

### Untersuchungen zur Steifigkeitsabnahme

Die in den Versuchen nicht versagten Prüfkörper (Durchläufer) wurden monoton unter axialer Beanspruchung bis zum Bruch belastet und der reduzierte E-Modul bestimmt. Die zugehörigen Spannungs-Dehnungslinien von im Ermüdungsversuch proportional belasteten Proben sind im Bild 3.28 dargestellt. Bild 3.29 zeigt die zugehörigen reduzierten E-Moduli in Gegenüberstellung zur Ausgangssteifigkeit.

Der Mittelwert der E-Moduli betrug nach Beendigung der einaxialen Ermüdungsversuche ( $r=0$ ) noch 76,6 % des Ausgangswertes. Nur noch 44,3 % der Ausgangssteifigkeit wurden für ein Beanspruchungsverhältnis von  $r = 0,10$  ermittelt. Bei  $r = 0,15$  waren nur noch 25,8 % der Anfangssteifigkeit vorhanden.

Dies hat zur Folge, dass unter proportionaler Druckschwellbeanspruchung am Druckmeridian mit zunehmendem hydrostatischen Druck eine verstärkte Steifigkeitsabnahme stattfindet, und der Schädigungsprozess vom hydrostatischen Spannungszustand beeinflusst wird. Die erreichten höheren Bruchschwingspielzahlen gehen also mit einer größeren Steifigkeitsdegradation bzw. zunehmenden Schädigung im Beton einher.

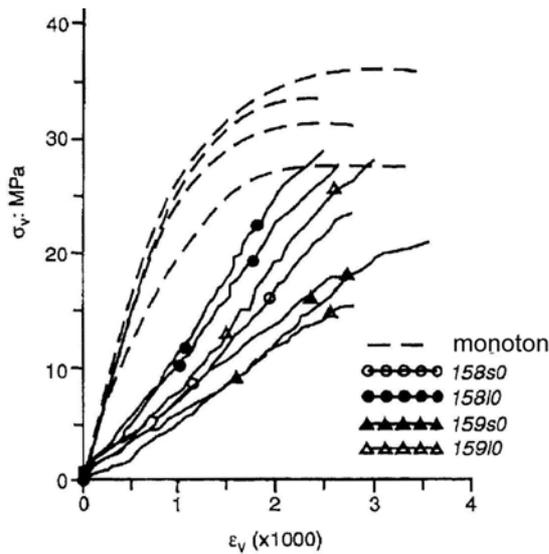


Bild 3.28: Vergleich der Spannungs-Dehnungslinien unter monotoner Beanspruchung und nach Beendigung der Ermüdungsbeanspruchung, aus [Taliercio/Gobbi -96]

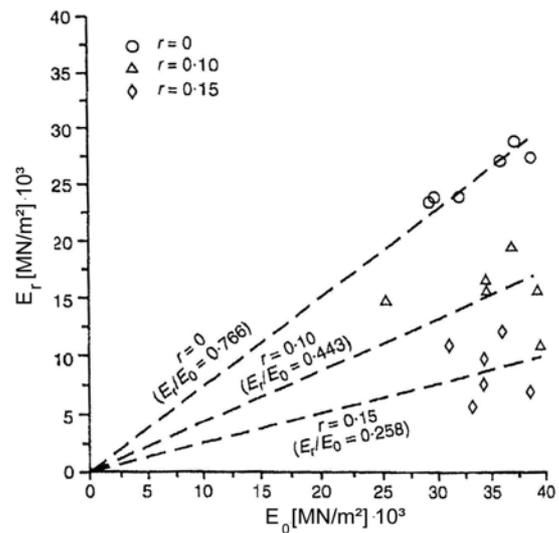


Bild 3.29: Reststeifigkeit der Durchläufer nach Beendigung der Ermüdungsbeanspruchung, aus [Taliercio/Gobbi -96]

### 3.4.5 Zweiaxiale Druckschwellbeanspruchung

#### 3.4.5.1 Niederzyklische Beanspruchungen

In der Literatur ist eine Vielzahl von Untersuchungen über das Materialverhalten von Beton unter zweiaxialer niederzyklischer Beanspruchung vorhanden. Das Hauptziel dieser Untersuchungen lag überwiegend in der Formulierung der Spannungs-Dehnungsbeziehung bei wiederholender Be- und Entlastung. Stellvertretend seien hier die Versuche von [Buyukozturk/Tseng -84] und [Lan/Gou -99] genannt. Weitere Literaturangaben können auch [Müller et al. -83] entnommen werden.

In [Leonard et al. -82] wurden an kleinformatigen Betonwürfeln mit einer Kantenlänge von  $l = 76 \text{ mm}$  statische und niederzyklische Ermüdungsversuche ( $N \leq 300$ ) unter einaxialer und zweiaxialer Druckschwellbeanspruchung durchgeführt. Die auf die einaxiale Würfeldruckfestigkeit bezogenen Oberspannungen in Hauptbeanspruchungsrichtung variierten dabei und sind in Bild 3.30 ersichtlich. Die Beanspruchungen in Querrichtung wurden proportional zur Hauptbeanspruchung aufgebracht. Als Beanspruchungsverhältnisse wurden  $\alpha = \sigma_2 / \sigma_1 = 0,5$  und  $\alpha = 1,0$  sowie  $\alpha = 0$  untersucht. Die bezogene Unterspannung wurde zu null gesetzt. Die Prüffrequenz lag zwischen 1 bis 3 Lastwechsel pro Minute.

Die Ergebnisse in Bild 3.30 führen im Mittel zu einer Zunahme gegenüber der einaxialen Ermüdungsfestigkeit von ca. 17 % für  $\alpha = 1,0$  und zu einem An-

stieg um ca. 34 % für  $\alpha = 0,5$ . Das bedeutet, dass der durch Querdruckbeanspruchungen bekannte Einfluss der Festigkeitssteigerung unter monotoner Beanspruchung, siehe Kapitel 2.2, auch unter niederzyklischer Belastung erhalten bleibt. Werden die in Bild 3.30 dargestellten Verläufe für  $\alpha = 0,5$  und  $\alpha = 1,0$  auf die zugehörige zweiachiale Festigkeit bezogen, so scheinen die Verläufe annähernd identisch zu sein und der Einfluss der zweiachialen Beanspruchung verschwindet.

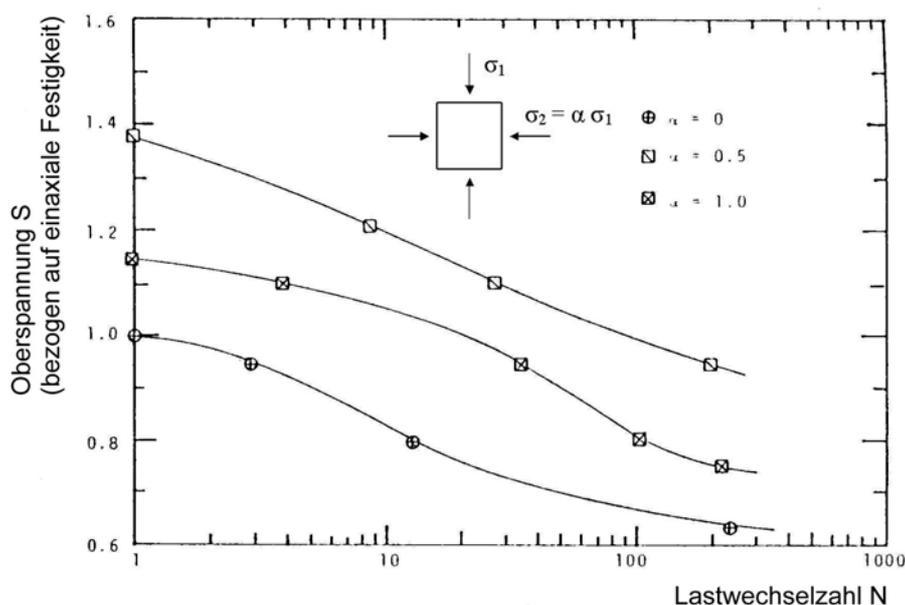


Bild 3.30: Ermüdungsfestigkeit unter zweiachsialer Beanspruchung, [Leonard et al. -82]

### 3.4.5.2 Hochzyklische Ermüdungsbeanspruchungen

#### 3.4.5.2.1 Untersuchungen an Normalbeton unter proportionaler Druckschwellbeanspruchung

In [Su/Hsu -88] wird über ein- und zweiachsiale Ermüdungsversuche unter proportionaler Druckschwellbeanspruchung berichtet. Diese hatten zum Ziel, Wöhlerlinien für verschiedene Hauptspannungsverhältnisse sowie Versagenskurven für zweiachsiale Ermüdungsbeanspruchungen zu ermitteln.

Die Ermüdungsversuche wurden an Betonscheiben mit Abmessungen von 152 mm x 152 mm x 38 mm durchgeführt. Der Mittelwert der einaxialen Betondruckfestigkeit lag bei 42,6 Mn/m<sup>2</sup>. Der Wasser-Zementwert betrug w/z = 0,6 und der Größtkorndurchmesser 13 mm. Die Lastaufbringung wurde durch Stahlbürsten vorgenommen. Die Prüffrequenz lag bei 1 Hz. Die maximale Schwingenspielzahl wurde in den Versuchen auf N = 2 · 10<sup>6</sup> begrenzt.

Neben der einaxialen Ermüdungsbeanspruchung wurden die Hauptspannungsverhältnisse  $\alpha = \sigma_2/\sigma_3 = 0,2$  und  $\alpha = 0,5$  sowie  $\alpha = 1,0$  untersucht. Bei den einaxialen Versuchen wurde die auf die einaxiale Festigkeit bezogene Ober-

spannung zwischen  $S_{\max} = 0,55$  und  $S_{\max} = 1,10$  variiert. Bei den zweiaxialen Versuchen wurden Oberspannungen zwischen  $S_{\max} = 0,65$  und  $S_{\max} = 1,4$  aufgebracht. Das Verhältnis von Unter- zur Oberspannung wurde bei allen Versuchen konstant zu  $R = 0,05$  gewählt.

### **Wöhlerlinien**

[Su/Hsu -88] geben für die unterschiedlichen Hauptspannungsverhältnisse Versagensgleichungen an, die anhand der gewonnenen Versuchsergebnisse bis  $\log N = 6$  kalibriert worden. Diese sind in Gl. (3.6) bis Gl. (3.8) angegeben.

$$\sigma_2/\sigma_3 = 0: \quad \frac{f_{c,max}}{f_c} = 1,17 - 0,13 \cdot \frac{\log N}{[1 + (0,32 \cdot \log N)^5]^{0,2}} - 0,033 \cdot \log N \quad (3.6)$$

$$\sigma_2/\sigma_3 = 0,2: \quad \frac{f_{c,max}}{f_c} = 1,47 - 0,14 \cdot \frac{\log N}{[1 + (0,33 \cdot \log N)^7]^{0,14}} - 0,029 \cdot \log N \quad (3.7)$$

$$\sigma_2/\sigma_3 = 0,5: \quad \frac{f_{c,max}}{f_c} = 1,45 - 0,1 \cdot \frac{\log N}{[1 + (0,28 \cdot \log N)^7]^{0,14}} - 0,038 \cdot \log N \quad (3.8)$$

$$\sigma_2/\sigma_3 = 1,0: \quad \frac{f_{c,max}}{f_c} = 1,43 - 0,14 \cdot \frac{\log N}{[1 + (0,25 \cdot \log N)^{10}]^{0,1}} - 0,031 \cdot \log N \quad (3.9)$$

Die mit diesen Gleichungen bis  $\log N = 9$  berechneten Wöhlerlinien sind in Bild 3.31 ausgewertet worden. Die für  $N = 1$  auftretende Festigkeitssteigerung von ca. 17% bei einaxialer Belastung kann dabei nach [Su/Hsu -88] durch die hohe Belastungsgeschwindigkeit in den Ermüdungsuntersuchungen erklärt werden.

Aus Bild 3.31 ergeben sich im Bereich bis  $\log N = 3$  (low-cycle-fatigue) stark abfallende näherungsweise lineare Verläufe. Die Ermüdungsfestigkeiten unter einaxialer Beanspruchung lagen deutlich unterhalb derer für zweiaxiale Beanspruchungsverhältnisse. Die größten Ermüdungsfestigkeiten wurden für  $\alpha = 0,2$  und  $\alpha = 0,5$  erreicht. Diese sind in etwa gleich groß. Hingegen sind für  $\alpha = 1$  die Ermüdungsfestigkeiten geringer aber größer als für  $\alpha = 0$ . Im Bereich der Schwingspielzahlen zwischen  $\log N = 3$  und  $\log N = 4$  trat eine nichtlineare Übergangsphase auf. Im anschließenden Bereich mit  $\log N \geq 4$  (high-cycle-fatigue) nahmen die Wöhlerlinien wieder einen linearen Verlauf mit deutlich flacherer Neigung an. Bis ca.  $\log N = 5$  tritt bei der Wöhlerlinie für  $\alpha = 1$  die größte Neigung auf, während die anderen Wöhlerlinien näherungsweise parallel verlaufen. Ab ca.  $\log N = 5$  sind Unterschiede in den Neigungen der einzelnen Linien kaum noch festzustellen. Ein Annähern der Wöhlerlinien mit zunehmender Bruchschwingspielzahl an den Verlauf für  $\alpha = 0$ , wie es in den Versuchen von [Zhu et al. -03] bei konstantem Querdruck festgestellt wurde, ist in den Versuchen von [Su/Hsu -88] mit proportionaler Querdruck-

beanspruchung offensichtlich nicht vorhanden. Demnach führt die Auswertung der Versagensgleichungen von [Su/Hsu -88] bis  $\log N = 9$  ebenfalls zu keiner Annäherung der Wöhlerlinien. Dieses ist jedoch nicht durch die Versuche bestätigt, sondern ergibt sich rechnerisch aus den kalibrierten Gleichungen der Wöhlerlinien für den Bereich bis  $\log N = 6$ .

### ***Ermüdungsfestigkeit unter zweiaxialer Beanspruchung***

Aus Bild 3.31 ist bereits erkennbar, dass die zweiaxiale Ermüdungsfestigkeit für jede Lastwechselzahl höher als die einaxiale Ermüdungsfestigkeit ist. Die höchste Festigkeitszunahme nach  $N = 2 \cdot 10^6$  Lastwechseln wird nach [Su/Hsu -88] für ein Spannungsverhältnis von  $\alpha = 0,2$  bzw.  $\alpha = 0,5$  erreicht und beträgt ca. 52% der einaxialen Festigkeit. Für  $\alpha = 1,0$  tritt eine Festigkeitssteigerung von ca. 26% auf. Die Wöhlerlinien verlaufen vor und nach der Übergangsphase näherungsweise parallel. Eine Änderung der Wöhlerlinienneigung in Abhängigkeit der zweiaxialen Beanspruchungsverhältnisse kann nicht festgestellt werden. Es fällt jedoch auf, dass nach der Übergangsphase die Wöhlerlinie für  $\alpha = 1,0$  in Richtung des einaxialen Verlaufs verschoben ist. Dies zeigt, dass während der Übergangsphase für  $\alpha = 1,0$  ein stärkerer Ermüdungsprozess als für  $\alpha = 0,2$  bzw.  $\alpha = 0,5$  aufgetreten ist.

### ***Versagenskurven für zweiaxiale Ermüdungsbeanspruchung***

Aus den Wöhlerlinien wurden von [Su/Hsu -88] Versagenskurven für zweiaxiale Ermüdungsbeanspruchungen im Druckschwellbereich abgeleitet. Diese sind in Bild 3.32 dargestellt und nähern sich für zweiaxiale monotone Beanspruchung den bekannten Versagenskurven nach [Kupfer -73] an. Für jede Lastwechselzahl und für alle Spannungsverhältnisse ist die zweiaxiale Ermüdungsfestigkeit größer als die einaxiale Ermüdungsfestigkeit. Weiterhin kann festgestellt werden, dass die Versagenskurven mit größer werdenden Lastwechselzahlen deutlich enger verlaufen. Ebenfalls ist eine zunehmende Verringerung des Abstandes zwischen den einzelnen Kurven und insbesondere eine verstärkte Abnahme der Ermüdungsfestigkeit für  $\alpha = 1,0$  in dem Bereich von  $\log N \geq 3$  zu erkennen. Daraus kann abgeleitet werden, dass bei Zugmeridianbeanspruchungen ( $\alpha = 1,0$ ), vgl. Bild 2.9, mit ansteigenden Lastwechselzahlen eine stärkere Versprödung als bei einer Druckmeridianbeanspruchung ( $\alpha = 0$ ) auftritt. Dieser Sachverhalt weist auf unterschiedliche Schädigungsverläufe zwischen Druck- und Zugmeridianbeanspruchungen hin. Inwieweit bei hohen Lastwechselzahlen Ermüdungsfestigkeitswerte bei Zugmeridianbeanspruchungen zu erwarten sind, die geringer als die einaxiale Ermüdungsfestigkeit sind, kann anhand der Versuchsergebnisse von [Su/Hsu -88] nicht geklärt werden.

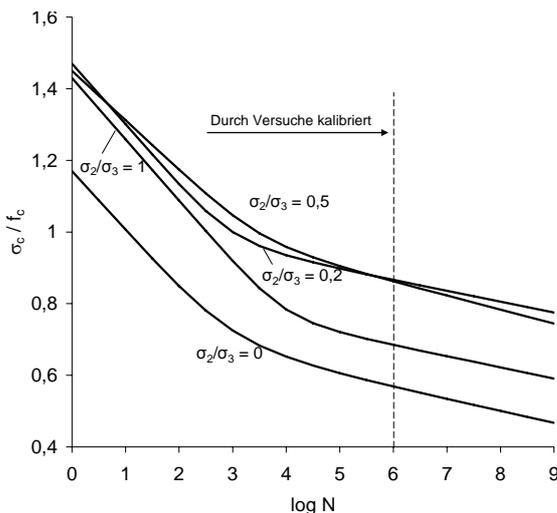


Bild 3.31: Wöhlerlinien für zweiachsigale Ermüdungsbeanspruchung, nach [Su/Hsu -88]

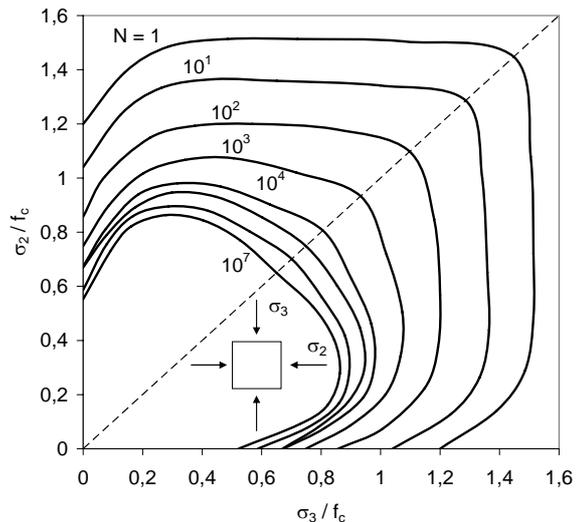


Bild 3.32: Versagenskurven für zweiachsigale Ermüdung, aus [Su/Hsu -88]

### Versagensformen

Bei allen zweiachsigalen Beanspruchungsverhältnissen traten beim Versagen unter statischer Beanspruchung und Ermüdung Trennrissbildungen auf, während bei einaxialer Beanspruchung überwiegend typische Gleitbrüche auftraten.

Die in den Versuchen gemessenen Dehnungsverläufe können [Su -87] entnommen werden. Sie entsprechen prinzipiell den bekannten Verläufen für einaxiale Ermüdungsbeanspruchungen. Die Übergänge der einzelnen Rissphasen lagen bei einaxialer Beanspruchung für den ersten Phasenübergang bei einer bezogenen Lebensdauer von  $N/N_F = 0,2$  und für den zweiten bei  $N/N_F = 0,8$ . Für  $\alpha = 1,0$  trat hingegen der Übergang von Phase 1 zu Phase 2 bei ca.  $N/N_F = 0,25$  und der Übergang zur Phase 3 bei ca.  $N/N_F = 0,75$  auf. Die Phasenübergänge für  $\alpha = 0,2$  bzw.  $\alpha = 0,5$  lagen zwischen diesen beiden Werten.

#### 3.4.5.2.2 Zweiachsigale Ermüdungsuntersuchungen an hochfestem Beton und faserbewehrtem Normalbeton

##### Faserbewehrter Normalbeton

Analog zu den zweiachsigalen Untersuchungen an unbewehrtem Beton wurden in [Weisu/Hsu -95] auch Ermüdungsuntersuchungen an faserbewehrten Betonproben durchgeführt. Die Prüfeinrichtung und die Versuchsdurchführung entsprachen dabei dem Vorgehen in [Su/Hsu -88]. Der Fasergehalt der Proben lag bei 1 Vol. %. Als Bewehrung wurden glatte, gerade Stahlfasern mit einer Länge von 25 mm und einem Querschnitt von 0,25 mm x 0,56 mm eingesetzt. Als Spannungsverhältnis wurde für alle Ermüdungsuntersuchungen  $R = 0,05$  gewählt.

Die Ergebnisse sind als zweiachsigale Versagenskurven in Bild 3.33 dargestellt. Im Gegensatz zu den Ermüdungsuntersuchungen an unbewehrten Proben von

[Hsu -88] trat im low-cycle-fatigue Bereich (bis ca.  $\log N = 3$ ) eine stärkere Zunahme der Ermüdungslebensdauer auf. Der positive Einfluss der Fasern auf die Ermüdungslebensdauer konnte jedoch bei hohen Lastwechselzahlen nicht mehr festgestellt werden. Daher kann aus den Versuchsergebnissen auf eine Abnahme der Riss überbrückenden Wirkung durch die Stahlfasern im high-cycle-fatigue Bereich geschlossen werden. Gleichzeitig konnte auch eine Zunahme der Duktilität anhand der größeren Dehnungen beim Ermüdungsversagen festgestellt werden. Die höhere Duktilität konnte auch durch eine Änderung der Versagensformen beobachtet werden. Nach [Weisu/Hsu -95] traten unter zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung nahezu keine Trennrisse, sondern überwiegend Gleitbrüche auf.

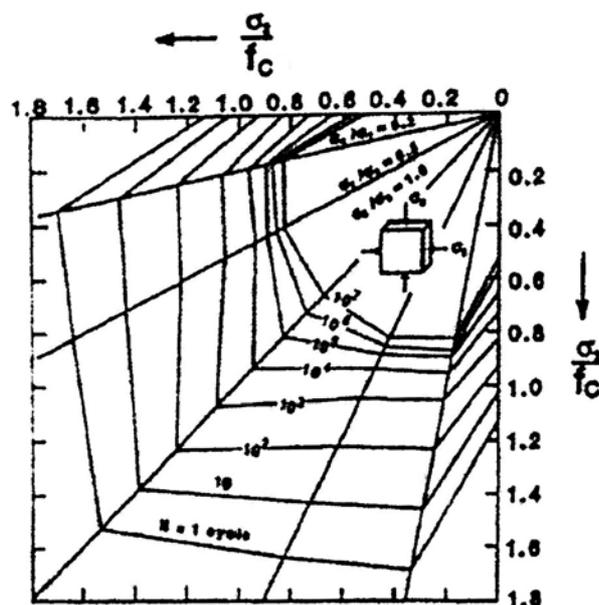


Bild 3.33: Versagenskurven für faserbewehrten Beton, aus [Weisu/Hsu -95]

### Hochfester Beton

Zweiaxiale Ermüdungsuntersuchungen an kleinformatigen Scheiben (127 mm x 127 mm x 12,7 mm) aus hochfestem Beton wurden von [Nelson et al. -88] durchgeführt. Die einaxiale Betonfestigkeit betrug 62,7 MN/m<sup>2</sup>, der Wasser-Zementwert 0,3 und das Verhältnis von Feinstoffen zu Zuschlägen 2,0. Die Durchmesser der verwendeten Feinstoffe und Zuschläge sind nicht angegeben. Chemische Zusatzmittel wurden nicht verwendet. Die Ermüdungsbeanspruchungen wurden durch Stahlbürsten eingeleitet. Für alle Ermüdungsuntersuchungen wurde die bezogene Unterspannung mit  $S_{\min} = 0,1$  festgelegt.

Die Ergebnisse sind in Bild 3.34 als Versagenskurven dargestellt. Unter monotoner Beanspruchung treten Festigkeitssteigerungen in Abhängigkeit des Beanspruchungsverhältnisse wie bei Normalbeton auf. Unter zyklischer Beanspruchung geht jedoch dieser Einfluss bereits nach wenigen Lastwechseln verloren. In den Versuchen von [Nelson et al. -88] konnte bei einem Beanspruchungsverhältnis von  $\alpha = 1$  bereits nach 50 Lastwechseln keine Festigkeitssteigerung festgestellt werden. Oberhalb einer Lastwechselzahl von ca.

$N \geq 10^3$  (high-cycle-fatigue) lag auch für die Beanspruchungsverhältnisse von  $\alpha = 0,2$  und  $\alpha = 0,5$  die zweiachiale Ermüdungsfestigkeit unterhalb der einaxialen.

[Nelson et al. -88] begründen dieses Materialverhalten durch das dichtere Gefüge gegenüber Normalbeton, wodurch die Schädigungsmechanismen im Ermüdungsprozess früher zum Versagen führen.

[Tue/Mucha -06] weisen darauf hin, dass höherfeste Betone aufgrund des dichteren Gefüges eine geringere Kriechfähigkeit und eine größere Sprödigkeit besitzen. Dies führt dazu, dass Spannungsspitzen an den Rissufern weniger stark abgebaut werden als bei Normalbeton. Ein intensiverer Rissfortschritt ist die Folge. Übertragen auf zweiachialer Ermüdungsbeanspruchung kann also angenommen werden, dass die durch wenige Beanspruchungszyklen ausgelöste Mikrorissbildung mit steigender Lastwechselzahl schneller zur Ausbildung einzelner größerer Makrorisse führt als bei Normalbeton. Dieser Konzentrationsprozess in der Rissbildung wird gegenüber einaxialer Beanspruchung durch die aus der Querdruckbeanspruchung resultierenden, normal zur Beanspruchungsrichtung auftretenden Zugdehnungen beschleunigt und führt so zu einem früheren Ermüdungsversagen.

Die Untersuchungsergebnisse von [Nelson et al. -88] legen die Schlussfolgerung nahe, dass das Materialverhalten von Normalbeton unter zweiachialer Ermüdungsbeanspruchung nicht unmittelbar auf höherfeste Betone übertragen werden kann. Ein solches Vorgehen wird zwar in [König et al. -94] für einaxiale Ermüdungsbeanspruchungen vorgeschlagen und durch die Ergebnisse von [Petkovic et al. -92] bestätigt, jedoch weisen die Untersuchungen von [Tue/Mucha -06] auf Abweichungen in den Wöhlerlinien sowie auf eine deutlich geringere Fähigkeit zur Spannungsumlagerung bei exzentrischer Belastung hin.

Weiterer Forschungsbedarf bei höherfesten Betonen insbesondere unter mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung besteht. Erste Untersuchungsergebnisse über das Materialverhalten von ultrahochfesten Betonen werden in [Grünberg/Lohaus et al. 07] vorgestellt.

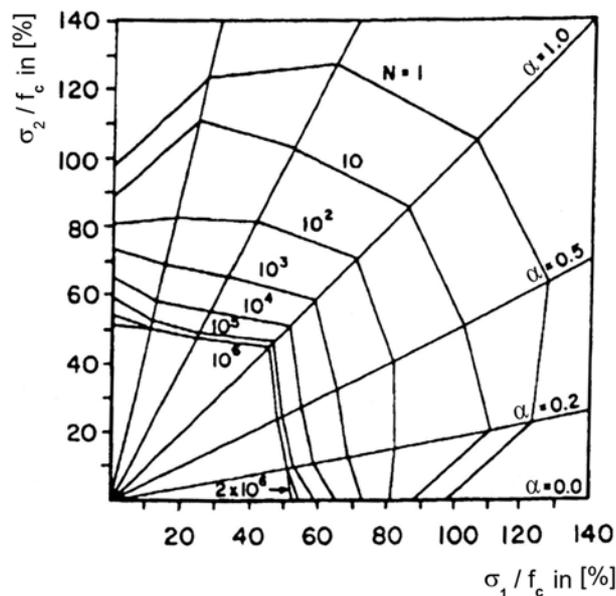


Bild 3.34: Versagenskurven für hochfesten Beton, aus [Nelson et al. -88]

### 3.4.6 Ermüdung bei gemischten Beanspruchungssituationen

In [Mu/Shah -04] und [Subramaniam/Shah -03] werden über Ermüdungsversuche an Betonhohlzylindern unter zweiaxialer Zug-Druckbeanspruchung berichtet. Hierfür wurden Betonhohlzylinder mit einem Torsionsmoment beansprucht und in axialer Richtung zusätzlich mit einer Druck- oder Zugspannung überlagert. Schwerpunkte dieser Untersuchungen lagen in der genaueren Erfassung des Rissfortschrittes einzelner Risse während des Ermüdungsprozesses auf Basis bruchmechanischer Ansätze. Angaben zu erreichten Bruchschwingenzahlen und Versagenskurven, wie z. B. bei [Hsu -88], für verschiedene zweiaxiale Spannungsverhältnisse werden nicht gemacht. Eine Beschreibung des zweiaxialen Ermüdungsverhaltens insbesondere im Übergangsbereich von Querdruck zu Querkzugbeanspruchungen ist daher nicht möglich.

Versuche an Betonzylindern unter kombinierter Torsions- und Längsbeanspruchung wurden auch von [Maohong et al. -98] durchgeführt. Das Ziel der Untersuchung lag in der Bestimmung von Wöhlerlinien für unterschiedliche Beanspruchungsverhältnisse. Dehnungs- und Schädigungsentwicklungen sind nicht aufgeführt.

## 4. Mechanische Modelle für Beton

### 4.1 Allgemeines

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein mechanisch begründetes Ermüdungsmodell für die Anwendung bei mehrstufiger und mehraxialer Beanspruchung erweitert, siehe Kapitel 6 und Kapitel 7. Anschließend wird dieses für die Durchführung von numerischen Analysen im Kapitel 8 mit einem bestehenden elasto-plastischen Betonmodell eines Finite-Elemente-Programms verbunden.

Das Ermüdungsmodell basiert auf einer energetischen Betrachtungsweise. Der Schädigungszustand unter Ermüdung wird über die in Schädigung dissipierten Energieanteile direkt aus der monotonen Arbeitslinie für Beton bestimmt.

Für mehraxiale Beanspruchungen bedeutet dies, dass sowohl die mehraxiale Festigkeit als auch die Spannungs-Dehnungslinie für das vorhandene Beanspruchungsverhältnis bekannt sein müssen. Die hierfür in dieser Arbeit angewendeten mechanischen Modelle aus der Literatur werden nachfolgend im Abschnitt 4.2 vorgestellt werden. Zudem werden die Grundlagen von elasto-plastischen Materialmodellen dargestellt.

Im Abschnitt 4.3 wird einleitend die lineare Akkumulationshypothese nach Palmgren-Miner beschrieben. Anschließend wird das energetische Ermüdungsmodell ausführlich erläutert. Alle Gleichungen werden zusammengestellt, die zur Schädigungsberechnung notwendig sind.

### 4.2 Materialmodelle für monotone Beanspruchung

#### 4.2.1 Versagensmodelle

Als einfachste Versagenskriterien werden in der Literatur Ein-Parameter-Modelle angegeben, z. B. in [Chen -82] und [Mehlhorn/ Kolleger -95]. Zu den bekanntesten Ansätzen gehört u. a. die Versagenstheorie nach Rankine, nach der das Versagen eintritt, wenn die höchste Hauptzugspannung die Zugfestigkeit überschreitet. Zwei weitere Versagenstheorien sind die Fließbedingungen nach Tresca und Mises. Danach tritt das Versagen in einem Werkstoff ein, sobald die Schubspannungen einen kritischen Wert  $k$  überschreiten. Der kritische Wert wird aus einaxialen Druck- oder Zugversuchen abgeleitet.

Diese vereinfachten Ansätze reichen jedoch nicht aus, um das vom Beanspruchungszustand abhängige Materialverhalten von Beton beschreiben zu können, siehe Abschnitt 2.3. Hierfür sind Mehrparameter-Modelle erforderlich. Eine Ge-

genüherstellung und Bewertung von häufig verwendeten Versagensmodellen wird u. a. in [Grünberg/Göhlmann -05] durchgeführt.

#### 4.2.1.1 Versagenskriterium nach Drucker-Prager

Für Beton wird häufig die Fließbedingung nach Drucker-Prager als Versagenskriterium angewendet, siehe Gl. (4.2). Diese stellt eine Erweiterung der Mises Fließbedingung durch eine lineare Abhängigkeit der Versagensfläche vom hydrostatischen Spannungszustands dar (Invariante  $I_1$ ).

$$f(\xi, \rho) = \sqrt{6} \cdot \alpha \cdot \xi + \rho - \sqrt{2} \cdot k = 0, \tag{4.1}$$

Die Fließ- bzw. Versagensfläche beschreibt im Raum einen Kegel, dessen Drehachse die  $\xi$ -Achse ist, Bild 4.1.

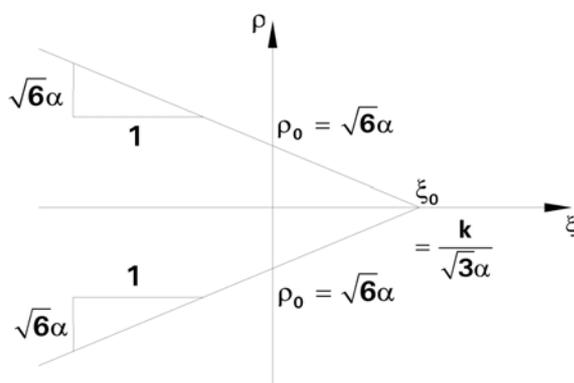


Bild 4.1: Fließbedingung nach Drucker-Prager

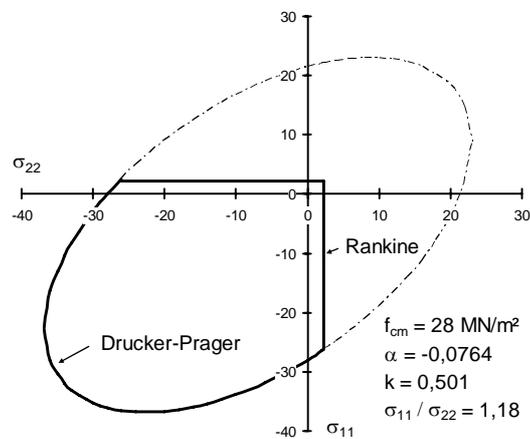


Bild 4.2: Drucker-Prager- und Rankine-Versagen im ebenen Spannungszustand, aus [Grünberg/Göhlmann -05]

Um die Fließbedingung an die zweiachsigale Versagenskurve nach [Kupfer -73] anzupassen, siehe Bild 4.2, muss der Neigungswinkel des Kegelmantels  $\alpha$  klein sein und das Versagenskriterium im Zug- Zug sowie im Druck-Zug-Bereich ersetzt werden. Hierfür wird in der Literatur häufig das Hauptspannungskriterium nach Rankine eingesetzt, siehe Bild 4.2.

Die räumlichen Kanten, die sich beim Verschneiden des Drucker-Prager-Kegels mit den drei Rankine-Ebenen ergeben, sind physikalisch nicht nachvollziehbar und rufen Konvergenzprobleme bei der numerischen Analyse hervor. Daher wird in einigen Modellansätzen, wie z.B. [Lublimer et al. -89] und [Lee/Fenves -89] in Kapitel 8.3.3.2, der Druck-Zug-Bereich durch einen linearen Verlauf und Ausrundung im Übergangsbereich zur einaxialen Druckfestigkeit angenähert. Stetig-differenzierbare Bruchflächen ergeben sich nur, wenn höherwertige Modelle verwendet werden, [Chen -82].

### 4.2.1.2 Fünf-Parameter-Modell nach Willam-Warnke

#### 4.2.1.2.1 Versagenskriterium

Im Fünf-Parameter-Modell nach [Willam/Warnke -75] werden die Hauptmeridiane nicht als Geraden, sondern als Parabeln 2. Grades angesetzt. Weiterhin werden die Änderungen in den deviatorischen Querschnitten als Funktion des hydrostatischen Spannungszustands (Invariante  $I_1$ ) und des Winkels  $\theta_{INT}$  (Invarianten  $J_2$  und  $J_3$ ) formuliert, [Grünberg/Göhlmann -05]. Das Versagenskriterium ist in Gl. (4.2) aufgeführt.

$$f(\xi, \rho, \theta_{INT}) = \frac{\rho}{\sqrt{5} \cdot f_{c,1} \cdot r(\xi, \theta_{INT})} - 1 = 0 \quad (4.2)$$

Die Krümmung der Hauptmeridiane wird durch die Gleichungen (4.3) und (4.4) beschrieben. Demnach ergibt sich der kleinste elliptische Radius am Zugmeridian ( $\theta_{INT} = 0^\circ$ ) zu

$$r_1(\xi / f_{c,1}) = a_0 + a_1 \cdot (\xi / f_{c,1}) + a_2 \cdot (\xi / f_{c,1})^2 \quad (4.3)$$

und der größte elliptische Radius am Druckmeridian ( $\theta_{INT} = 60^\circ$ ) zu

$$r_2(\xi / f_{c,1}) = b_0 + b_1 \cdot (\xi / f_{c,1}) + b_2 \cdot (\xi / f_{c,1})^2 \quad (4.4)$$

Weiterhin sind die Konvexitätsbedingungen nach Gl. (4.6) einzuhalten:

$$\begin{aligned} a_0 > 0 \text{ und } a_1 \leq 0, a_2 \leq 0 \\ b_0 > 0 \text{ und } b_1 \leq 0, b_2 \leq 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Ferner darf das Verhältnis der Radien nach Gl. (4.6) nicht unterschritten werden.

$$\frac{r_2(\xi)}{r_1(\xi)} > 0,5 \quad (4.6)$$

Die Versagenszustände zwischen den Hauptmeridianen werden durch einen abschnittsweise elliptischen Verlauf im Bereich  $-60^\circ \leq \theta_{INT} \leq 60^\circ$  angenähert, der nach Gleichung (4.7) bestimmt wird. Aufgrund der Dreifachsymmetrie in der Deviatorebene können so alle Versagenszustände auf der Bruchumhüllenden ( $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ ) bestimmt werden.

$$r(\xi, \theta) = \frac{2 \cdot r_2 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \cos \theta + r_2 \cdot (2 \cdot r_1 - r_2) \cdot \sqrt{4 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \cos^2 \theta + 5 \cdot r_1^2 - 4 \cdot r_1 \cdot r_2}}{4 \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \cos^2 \theta + (r_2 - 2 \cdot r_1)^2} \quad (4.7)$$

4.2.1.2.2 Parameterformulierung

Da die Hauptmeridiane an der Kegelspitze zusammenlaufen verbleiben, fünf freie Parameter, die aus den folgenden Randbedingungen in Gl. (4.8) bestimmt werden können:

Bezogene einachsige Zugfestigkeit:  $\alpha_{ct} = f_{ct,1}/f_{c,1}$

Bezogene zweiachsiges Druckfestigkeit:  $\alpha_{c,2} = f_{c,2}/f_{c,1}$

Bezogene hohe hydrostatische Spannung:  $\alpha_c = -\xi_c/f_{c,1}$

Bezogenen hoher Druckmeridianspannungsdeviator:  $\delta_D = \rho_D(\xi_c)/f_{c,1}$  (4.8)

Bezogenen hoher Zugmeridianspannungsdeviator:  $\delta_Z = \rho_Z(\xi_c)/f_{c,1}$

Bezogene Spitze der Bruchfläche:  $\alpha_0 = \xi_0/f_{c,1}$   
(mit  $\alpha_0$  nach Gl. (4.9))

Die Parabelgleichungen der Hauptmeridiane müssen die Randbedingungen nach Tabelle 4.1 erfüllen.

Tabelle 4.1: Randbedingungen für die Hauptmeridiangleichungen

Randbedingung	$\xi / f_{c,1}$	$\rho / f_{c,1}$	$\theta_{INT}$	$r(\xi / f_{c,1}, \theta_{INT})$
$\sigma_{11} = f_{ct,1}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \alpha_{ct,1}$	$\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \alpha_{ct,1}$	0°	$r_1\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \alpha_{ct,1}\right)$
$\sigma_{11} = \sigma_{22} = -f_{c,2}$	$-\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \alpha_{c,2}$	$\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \alpha_{c,2}$	0°	$r_1\left(-\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \alpha_{c,2}\right)$
–	$-\alpha_c$	$\delta_Z$	0°	$r_1(-\alpha_c)$
$\sigma_{11} = -f_{c,1}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	60°	$r_2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
–	$-\alpha_c$	$\delta_D$	60°	$r_2(-\alpha_c)$
–	$\alpha_0$	0	60°	$r_2(\alpha_0)$

Somit können die Parameter für den Zugmeridian nach Gl (4.9) berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \alpha_{c,2} \cdot a_1 - \frac{4}{3} \cdot \alpha_{c,2}^2 \cdot a_2 + \sqrt{\frac{2}{15}} \cdot \alpha_{c,2} \\
 a_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (2 \cdot \alpha_{c,2} - \alpha_{ct,1}) \cdot a_2 + \sqrt{\frac{6}{15}} \cdot \frac{(\alpha_{ct,1} - \alpha_{c,2})}{(2 \cdot \alpha_{c,2} + \alpha_{ct,1})} \\
 a_2 &= \frac{\sqrt{\frac{6}{15}} \cdot (\alpha_{ct,1} - \alpha_{c,2}) \cdot \alpha_c - \sqrt{\frac{6}{5}} \cdot \alpha_{ct,1} \cdot \alpha_{c,2} + \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \delta_z \cdot (2 \cdot \alpha_{c,2} + \alpha_{ct,1})}{(2 \cdot \alpha_{c,2} + \alpha_{ct,1}) \cdot \left( \alpha_c^2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \alpha_{c,2} \cdot \alpha_c + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \alpha_{ct,1} \cdot \alpha_c - \frac{2}{3} \cdot \alpha_{ct,1} \cdot \alpha_{c,2} \right)} \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

mit:

$$\alpha_0 = \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4 \cdot a_0 \cdot a_2}}{2 \cdot a_2}$$

Für den Druckmeridian können die Parameter aus Gl. (4.10) bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
 b_0 &= -\alpha_0 \cdot b_1 - \alpha_0^2 \cdot b_2 \\
 b_1 &= \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \alpha_0 \right) \cdot b_2 - \sqrt{\frac{2}{15}} \cdot \frac{1}{\left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \alpha_0 \right)} \\
 b_2 &= \frac{\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left( \alpha_0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \delta_D - \sqrt{\frac{2}{15}} \cdot (\alpha_0 + \alpha_c)}{(\alpha_0 + \alpha_c) \cdot \left( \alpha_c - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \left( \alpha_0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)} \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

Für den Sonderfall  $a_0 = b_0$  und  $a_1 = b_1 = a_2 = b_2 = 0$  entspricht die Bruchumhüllende dem Versagenskriterium nach Mises. Für  $a_0 = b_0$ ,  $a_1 = b_1$  und  $a_2 = b_2$  ergibt sich das Versagenskriterium nach Drucker-Prager.

#### 4.2.1.2.3 Experimentelle Validierung

Während die Festigkeitswerte  $f_{c,1}$ ,  $f_{c,2}$  und  $f_{ct}$  aus Versuchsergebnissen gewonnen werden können, sollten die hohe hydrostatische Spannung in der Nähe der größten hydrostatischen Druckbeanspruchung des betrachteten Bauteils liegen. Als Leitwerte für hohe Meridianbeanspruchungen werden in [CEB 156 - 83] folgende Oktaederschubspannungen aus den Versuchen von [Schickert/Winkler -77] und [Wastiels -79] abgeleitet:

$$\begin{aligned}
 \text{Zugmeridian:} \quad & \tau_{oct} = (\theta_{INT} = 0^\circ) = 0,94 \cdot |f_{c1}| \\
 \text{Druckmeridian:} \quad & \tau_{oct} = (\theta_{INT} = 60^\circ) = 1,195 \cdot |f_{c1}|
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

$$\text{für:} \quad \xi = -\frac{\sigma_{oct}}{|f_{c1}|} = 1,5$$

Unter der Annahme, dass das Verhältnis der einaxialen Zugfestigkeit zur einaxialen Druckfestigkeit eins zu zehn beträgt und die zweiaxiale Druckfestigkeit um ca. 16% höher als die einaxiale Druckfestigkeit ist, können nach [CEB 156-83] zur Verifizierung der Versagenshypothese nach [Willam/Warnke -75] für die fünf freien Parameter in Gl. (4.8) folgende Werte in Haigh-Westergaard Koordinaten angegeben werden:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{ct} &= 0,1 ; & \alpha_{c2} &= 1,16 ; \\
 \delta_Z &= 0,94 \cdot \sqrt{3} ; & \delta_D &= 1,195 \cdot \sqrt{3} \\
 \alpha_c &= -1,5 \cdot \sqrt{3}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

In Bild 4.3 sind die mit den Angaben aus Gl. (4.12) berechneten Verläufe für einen Zug- und Druckmeridian nach Gl. (4.3) bzw. Gl. (4.4) dargestellt. Zum Vergleich sind die Versuchsergebnisse von [Schickert/Winkler -77] mit aufgeführt. Es lässt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und Versuchsdaten feststellen. Bild 4.4 zeigt zwei zugehörige Deviatorschnitte mit ausgewerteten Versuchsergebnissen von [Schickert/Winkler -77]. Zur besseren Darstellung wurden diese bei  $\xi/f_{c1} = 1,25 \cdot \sqrt{3}$  für einen Winkel von  $\theta_{INT} = 0^\circ$  und die Ergebnisse bei  $\xi/f_{c1} = 1,5 \cdot \sqrt{3}$  für  $\theta_{INT} = 120^\circ$  aufgeführt. Auch in der Deviatorebene kann für die gewählten Parameter eine sehr gute Übereinstimmung zwischen dem Versagenskriterium und den Versuchsergebnissen feststellen werden. In [Grünberg/Göhlmann -05] wurde zudem gezeigt, dass sich mit zunehmender Zugbeanspruchung (geringerer hydrostatischer Druck) die nach [Willam/Warnke -75] berechneten Deviatorschnitte einer Dreiecksform annähern und mit zunehmender mehraxialer Druckbeanspruchung (hoher hydrostatischer Druck) dagegen deutlich völliger werden. Mit dem Fünf-Parametermodell kann somit das typische Materialverhalten von Beton, spröde bei niedriger und duktiler bei höheren hydrostatischen Spannungen, beschrieben werden.

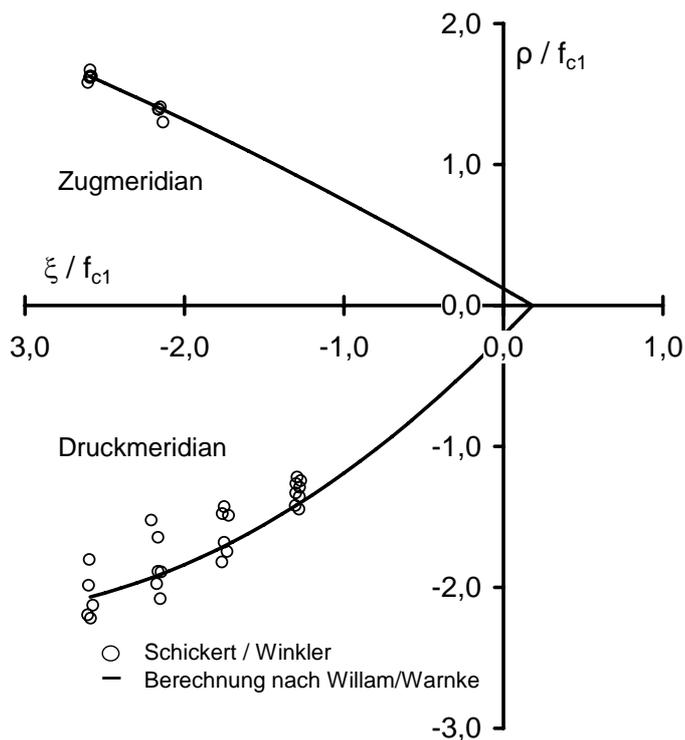


Bild 4.3: Vergleich der Versagenshypothese nach [Willam/Warke -75] mit Versuchsergebnisse von [Schickert/Winkler -77], dargestellt im Hauptmeridianschnitt

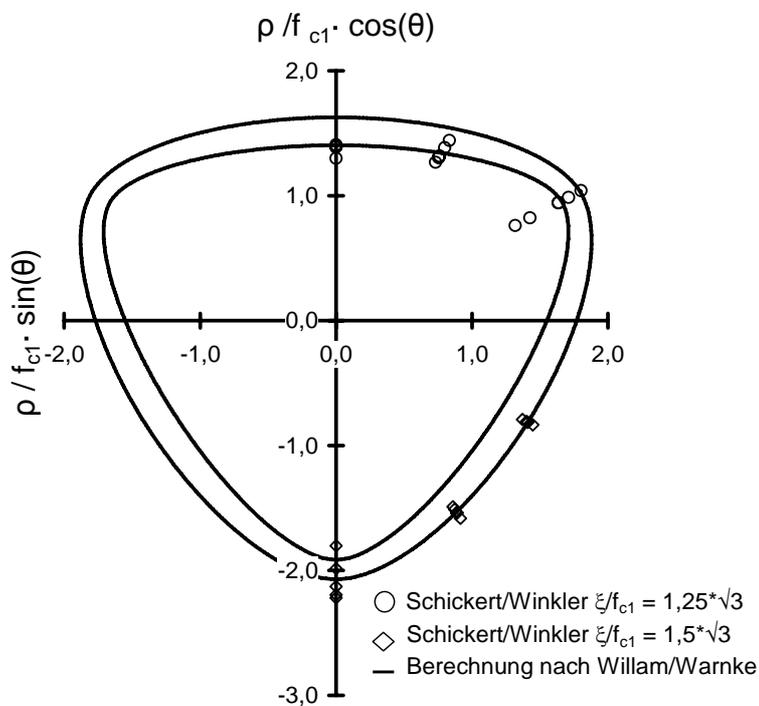


Bild 4.4: Vergleich der Versagenshypothese nach [Willam/Warke -75] mit Versuchsergebnisse von [Schickert/Winkler -77], aufgeführt für zwei Deviatorschnitte

Bild 4.5 zeigt, dass die mit den Leitwerten aus Gl. (4.12) berechnete Bruchkurve auch für den ebenen Spannungszustand zu einer guten Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen von [Kupfer -73] und [Schickert/Winkler -77] führt. Das Versagenskriterium nach [Willam/Warnke -75] ist daher sehr gut geeignet, die mehraxiale Festigkeit von Normalbeton zu beschreiben.

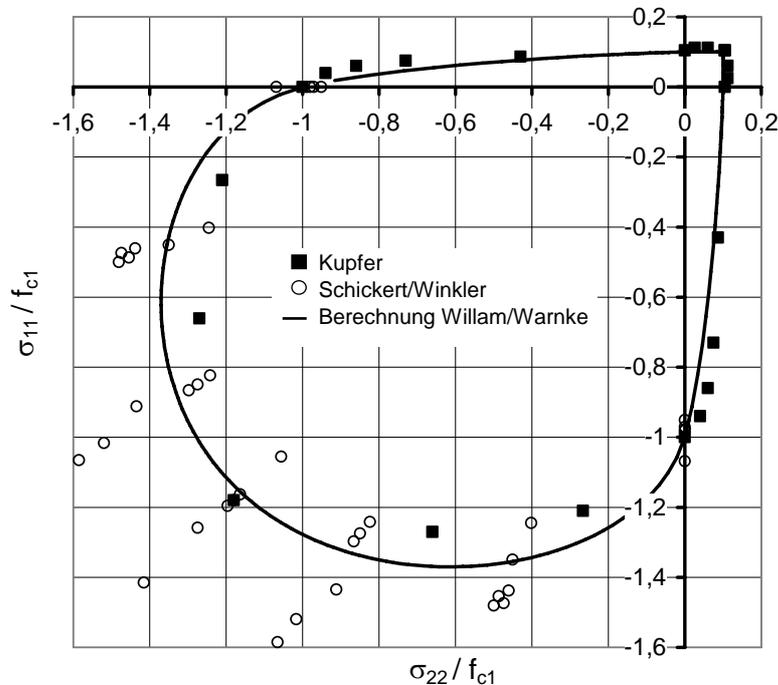


Bild 4.5: Versagenskurve für den ebenen Spannungszustand

#### 4.2.2 Mehraxiales Materialgesetz nach Ottosen

Zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungsbeziehungen von Beton unter mehraxialer Druckbeanspruchung wird im Model Code 90 [CEB 213/214 -93] das konstitutive Materialgesetz von [Ottosen -79] angegeben. Dieses basiert auf der nichtlinearen Elastizitätstheorie und führt zu guten Übereinstimmungen mit Versuchsergebnissen, siehe auch [CEB 156 -83]. Darüber hinaus ist es verhältnismäßig einfach in der Anwendung. Der Einfluss von geringen Querspannungen kann ebenfalls berücksichtigt werden, solange von einem Druckversagen ausgegangen werden kann. Die Anwendung ist beschränkt auf monotone, proportionale Beanspruchungen.

Das Modell von [Ottosen -79] verallgemeinert die nichtlineare Spannungs-Dehnungsbeziehung für einaxiale Beanspruchungen durch einen Nichtlinearitätsindex für das Materialverhalten unter mehraxialer Beanspruchung. Dazu wird für jede Hauptspannungsrichtung in Abhängigkeit vom Nichtlinearitätsindex der Sekantenmodul aus einer modifizierten einaxialen Spannungs-Dehnungsbeziehung abgeleitet und die Zunahme der Querdehnzahl ermittelt.

### 4.2.2.1 Nichtlinearitätsindex

Der Nichtlinearitätsindex  $\beta$  wird für einen Hauptspannungszustand  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  nach Gl. (4.13) definiert. Dieser gibt den Ausnutzungsgrad der jeweils kleinsten Hauptspannung  $\sigma_3$  in Bezug auf ihre Versagensspannung  $\sigma_{3f}$  an.

$$\beta = \frac{\sigma_3}{\sigma_{3f}} \quad \text{mit: } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \tag{4.13}$$

$\sigma_{3f}$  beschreibt die Druckspannung, die bei unveränderter Hauptspannung  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  zum Versagen führt. Die Versagensspannung kann dabei unabhängig vom Materialgesetz, z.B. nach [Willam/Warnke -75], ermittelt werden. Dadurch hängt der Nichtlinearitätsindex von den im Versagenskriterium berücksichtigten Invarianten ab. In Bild 4.6 sind Festigkeitskurven aus [Ottosen -79] für unterschiedliche  $\beta$  - Werte dargestellt. Die Verläufe wurden hierbei nach dem Versagenskriterium von [Ottosen -77] berechnet.

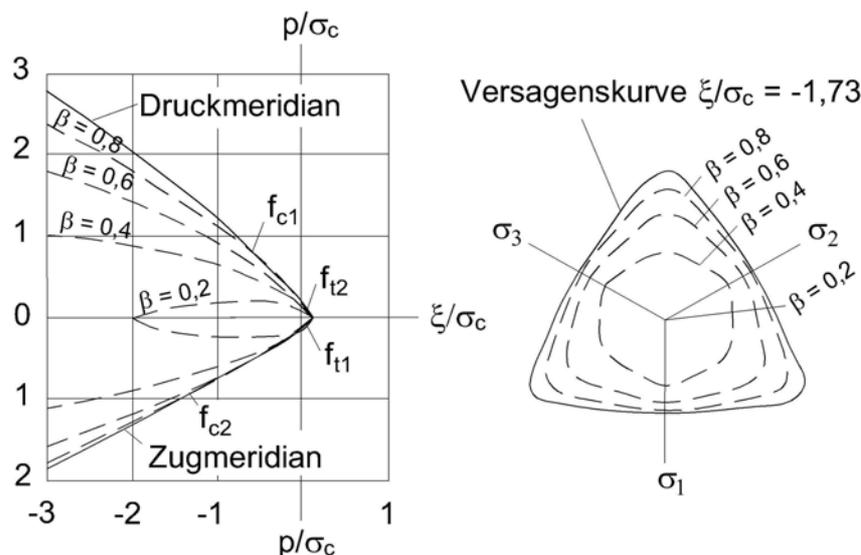


Bild 4.6: Festigkeitskurven bei unterschiedlichem Nichtlinearitätsindex  $\beta$ , aus [Ottosen -79]

### 4.2.2.2 Sekantenelastizitätsmodul

Die Sekantensteifigkeit wird bei [Ottosen -79] als Funktion des Nichtlinearitätsindex definiert, der als Maß der Nichtlinearität dient. Sein Verlauf wird nach Gl. (4.14) aus der einaxialen Spannungs-Dehnungslinie nach [Sargin -71] abgeleitet.

$$\beta = \frac{\sigma_c}{f_{c1}} = \frac{A \cdot \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} + (C-1) \cdot \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}}\right)^2}{1 + (A-2) \cdot \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} + C \cdot \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}}\right)^2} \tag{4.14}$$

$$\text{Mit:} \quad A = \frac{E_{c,0}}{E_{c,s}}; \quad E_{c,s} = \frac{f_{c1}}{\varepsilon_{c1}}$$

$E_{c,0}$  bezeichnet den Tangentenmodul, während  $E_{c,s}$  den Sekantenmodul beim Erreichen der einaxialen Festigkeit  $f_{c1}$  und der zugehörigen Dehnung  $\varepsilon_{c1}$  beschreibt. Durch  $C$  kann die Neigung des abfallenden Astes im Nachbruchbereich gesteuert werden, siehe [Ottosen -79].

Für mehraxiale Beanspruchungen wird jedoch in Gl. (4.14) nicht der Sekantenmodul  $E_{c,s}$  angesetzt, sondern ein mit dem gerade aktuellen mehraxialen Spannungs- bzw. Versagenszustand modifizierter Sekantenwert  $E_{c,f}$  nach Gl. (4.15). Der Ansatz nach Gl. (4.15) liefert nach [Ottosen -79] für allgemeine dreiaxiale Druckbeanspruchungen zutreffende Ergebnisse.

$$E_{c,f} = \frac{E_{c,s}}{1 + 4 \cdot (A-1) \cdot \lambda} \quad (4.15)$$

Mit:

$$\lambda = \frac{\sqrt{J_{2f}}}{|f_{c1}|} - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$J_{2f} = \frac{1}{6} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_{3f})^2 + (\sigma_{3f} - \sigma_1)^2 \right]$$

Durch  $\lambda$  wird die Abhängigkeit des Sekantenwertes  $E_{cf}$  vom Beanspruchungsverhältnis beim Versagen berücksichtigt.  $J_{2f}$  ist die dem Versagenszustand zugehörige 2. Invariante des Spannungsdeviators.

Das Verhältnis der Betonstauchung  $\varepsilon_c$  zur Grenzstauchung  $\varepsilon_{c1}$  kann auch in Abhängigkeit des Nichtlinearitätsindex  $\beta$  und des modifizierten Sekantenmoduls angegeben werden, Gl. (4.15).

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} = \frac{\frac{\sigma_c}{E_{cs}}}{\frac{f_{c1}}{E_{c,f}}} = -\frac{E_{c,f}}{E_{c,s}} \cdot \beta \quad (4.16)$$

Damit kann nach [Ottosen -79] Gl. (4.14) in eine Beziehung zwischen Sekantenmodul und Nichtlinearitätsindex umgeformt werden, Gl. (4.17).

$$E_{c,s}(\beta) = \frac{E_{c,0}}{2} - \beta \cdot \left( \frac{E_{c,0}}{2} - E_{c,f} \right) \pm \sqrt{\left[ \frac{E_{c,0}}{2} - \beta \cdot \left( \frac{E_{c,0}}{2} - E_{c,f} \right) \right]^2 + E_{c,f}^2 \cdot \beta \cdot [D \cdot (1 - \beta) - 1]} \quad (4.17)$$

Das positive Vorzeichen vor dem Wurzelausdruck in Gl. (4.17) wird für den ansteigenden und das negative Vorzeichen für den abfallenden Ast der Arbeitslinie angesetzt. Mit Gl. (4.17) können somit für mehraxiale Druckbeanspruchungen die Spannungs-Dehnungslinien in Abhängigkeit von  $\beta$  bestimmt werden. Die Dehnungen lassen sich dabei über den Sekantenmodul  $E_{c,s}(\beta)$  aus den Spannungen ermitteln.

#### 4.2.2.3 Einfluss von Zugbeanspruchungen auf die Spannungs-Dehnungslinie

Ist die größte Hauptspannung  $\sigma_1$  eine Zugbeanspruchung, so ist der Verlauf der Spannungs-Dehnungslinie weniger nichtlinear ausgeprägt. Das bedeutet, dass der Nichtlinearitätsindex reduziert werden muss. Um auch solche Beanspruchungszustände berücksichtigen zu können, überlagert [Ottosen -79] in Gl. (4.18) die Hauptspannungen mit einem hydrostatischen Druck des Betrages  $\sigma_1$  und erhält so einen neuen Spannungszustand.

$$\begin{aligned}\sigma_1' &= \sigma_1 - \sigma_1 \equiv 0 \\ \sigma_2' &= \sigma_2 - \sigma_1 \\ \sigma_3' &= \sigma_3 - \sigma_1\end{aligned}\tag{4.18}$$

Der abgeminderte Nichtlinearitätsindex  $\beta$  wird dann in Gl. (4.19) mit den überlagerten Hauptspannungen aus Gl. (4.18) gebildet.

$$\beta = \frac{\sigma_3'}{\sigma_{3f}'}\tag{4.19}$$

Beim Erreichen des Versagenszustandes ist die maximale Druckspannung  $\beta_f < 1$ , vgl. auch Bild 4.7. Dies hätte einen Sprung im Sekantenmodul beim Übergang vom ansteigenden in den abfallenden Druckkurvenbereich zur Folge.

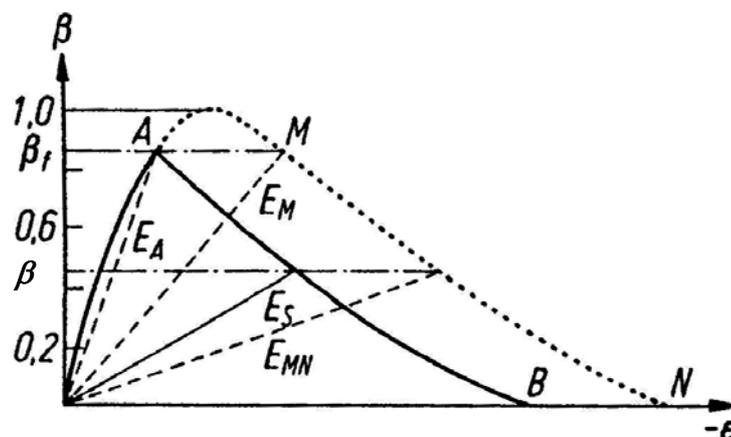


Bild 4.7: Modifiziertes Nachbruchverhalten bei Auftreten einer Hauptzugspannung, aus [Ottosen -79], mit  $E_s = E_{c,s}$

Um den Sprung zu vermeiden, verschiebt [Ottosen -79] in Bild 4.7 die Punkte M, N in die Punkte A, B, wobei A durch die vorhandene aktuelle Bruchspannung  $\beta_f$  definiert ist. Der daraus resultierende Sekantenmodul ergibt sich nach Gl. (4.20).

$$E_{c,s} = \frac{\beta \cdot E_{MN} \cdot E_A \cdot E_M}{\beta \cdot E_A \cdot E_M + \beta_f \cdot E_{MN} \cdot (E_M - E_A)} \quad (4.20)$$

#### 4.2.2.4 Querdehnzahl

Neben dem Sekantenmodul muss auch die Querdehnzahl bis zum Erreichen der Bruchfestigkeit definiert werden, um die Dehnungen in alle drei Hauptbeanspruchungsrichtungen beschreiben zu können. [Ottosen -79] geht in Gl. (4.21) bis zum Erreichen von  $\beta = 0,8$  von einer konstanten Querdehnzahl aus. Anschließend nimmt diese zur Berücksichtigung der einsetzenden Dilatanz nicht-linear bis zum Erreichen der Festigkeit zu. Für den Nachbruchbereich schlägt [Ottosen -79] eine schrittweise Zunahme der Querdehnzahl bis zum Erreichen des Grenzwertes von  $\nu < 0,5$  vor.

$$\beta \leq 0,8: \quad \nu = \nu_t \quad (4.21)$$

$$0,8 < \beta \leq 1,0: \quad \nu = \nu_f - (\nu_f - \nu_t) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\beta - 0,8}{1 - 0,8} \right)^2}$$

[Ottosen -79] gibt für Gl. (4.21) als Anfangsquerdehnzahl  $\nu_t = 0,2$  und als Querdehnzahl bei Erreichen der Festigkeit  $\nu_f = 0,36$  an. Der Verlauf der Sekantenquerdehnzahl ist in Bild 4.8 dargestellt.

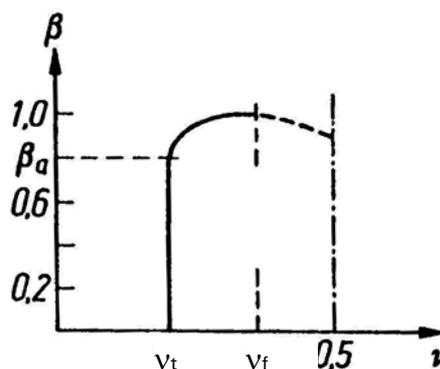


Bild 4.8: Verlauf der Sekantenquerdehnzahl nach [Ottosen -79] in Abhängigkeit des Nichtlinearitätsindex  $\beta$

#### 4.2.2.5 Vergleich mit Versuchsdaten

Mit dem Ansatz von [Ottosen -79] wurden Spannungs-Dehnungsbeziehungen aus Versuchen nachgerechnet. Als Versagenskriterium wurde dabei das

Fünf-Parameter-Modell von [Willam/Warneke -75] verwendet. In Bild 4.9 und Bild 4.10 sind die berechneten Verläufe den Versuchsergebnissen von [Kupfer -73] gegenübergestellt. Für ein Beanspruchungsverhältnis von  $\alpha = \sigma_2/\sigma_1 = 1$  (zweiachsender Druck) kann in Bild 4.9 eine nahezu vollständige Übereinstimmung zwischen Berechnungsansatz und Versuchsergebnisse festgestellt werden. Bei einer Querdrukbeanspruchung treten geringfügige Abweichungen auf, Bild 4.10.

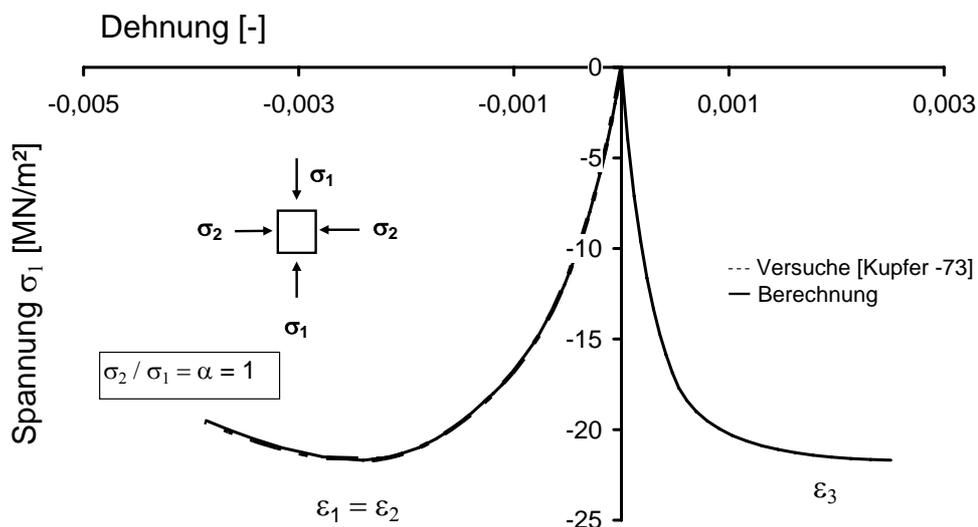


Bild 4.9: Vergleich der nach [Ottosen -79] berechneten Spannungs-Dehnungsbeziehungen mit den Versuchsergebnissen nach [Kupfer -73] bei Auftreten einer Querdrukbeanspruchung.

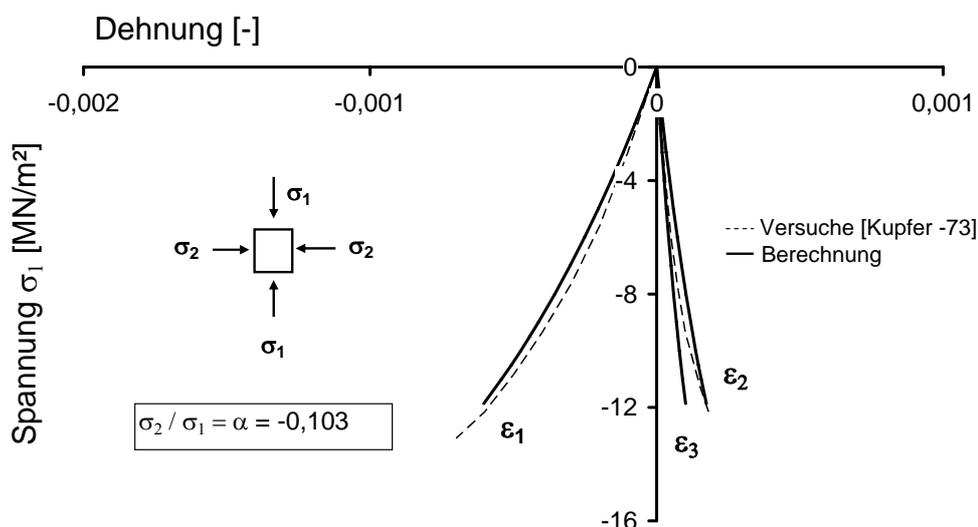


Bild 4.10: Vergleich der nach [Ottosen -79] berechneten Spannungs-Dehnungsbeziehungen mit den Versuchsergebnissen nach [Kupfer -73] bei Auftreten einer Querdrukbeanspruchung.

In Bild 4.11 sind die berechneten Spannungs-Dehnungsverläufe den Versuchsergebnissen von [Ferrara et. al -76] gegenübergestellt. Die auftretenden Abweichungen sind dadurch bedingt, dass die Betonfestigkeiten in den Versu-

chen höher waren als die mit dem Versagenskriterium nach [Willam/Warneke - 75] berechneten Werte.

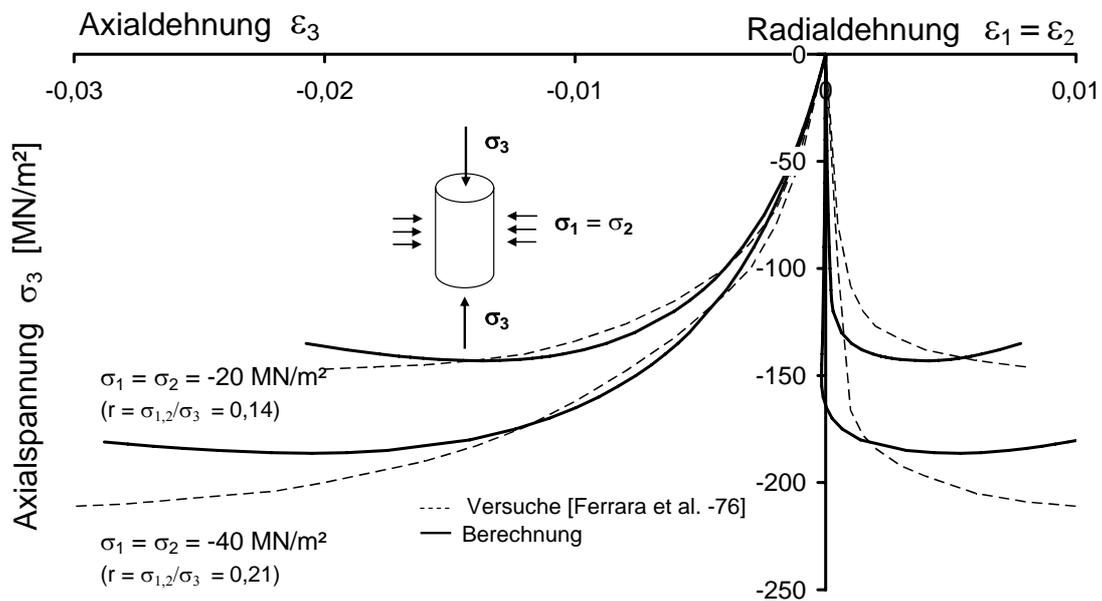


Bild 4.11: Vergleich der nach [Ottosen -79] berechneten Spannungs-Dehnungsbeziehungen mit den Versuchsergebnissen nach [Kupfer -73] bei Druckmeridianbeanspruchung.

In Bild 4.12 wurde das Vorgehen zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungslinie im Nachbruchbereich beim Auftreten einer Querkzugbeanspruchung überprüft. Vergleichende Versuchsergebnisse liegen hierfür nicht vor.

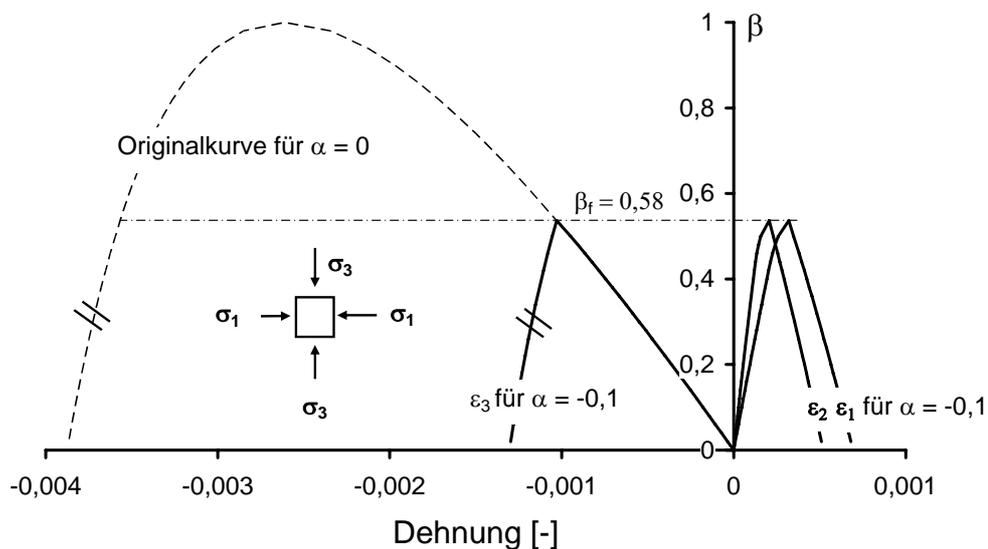


Bild 4.12: Konstruktion der Spannungs-Dehnungslinie nach [Ottosen -79] für den Nachbruchbereich bei einer Querkzugbeanspruchung.

### 4.2.3 Elasto - plastische Materialmodelle mit Schädigung

#### 4.2.3.1 Allgemeines

Das nichtlineare Materialverhalten von Beton ist sowohl durch irreversible Verzerrungen als auch durch die Degradation der elastischen Materialeigenschaften gekennzeichnet, siehe Bild 3.7. Zur mechanischen Beschreibung des nichtlinearen Materialverhaltens von Beton bieten sich daher elasto-plastische Materialmodelle mit Schädigungsformulierungen an, die darüberhinaus gut für die numerische Analyse mit Finite-Elemente-Programmen geeignet sind.

Da das in dieser Arbeit verwendete Ermüdungsmodell auf einen elasto-plastischen Materialgesetz mit Schädigung aufbaut, sollen nachfolgend die grundlegenden mechanischen Zusammenhänge zusammenfassend aus [Hofstetter -06] dargestellt werden. Ausführlich wird die Anwendung der Plastizitätstheorie zur Beschreibung des Materialverhaltens von Beton und deren Umsetzung in Finite-Elemente-Berechnungen in [Hofstetter/Mang -95], [Mang et al. -03], [Mehlhorn/ Kolleger -95] und [Chen -82] behandelt.

#### 4.2.3.2 Plastizitätstheorie

Zur Beschreibung von elasto-plastischem Materialverhalten benötigt man

- eine Fließfunktion (bzw. Fließbedingung) zur Beurteilung, ob für einen bestimmten mehraxialen Spannungszustand elastisches oder plastisches Materialverhalten vorliegt,
- eine Fließregel (bzw. Fließgesetz) zur Beschreibung der plastischen Verzerrungsänderungen
- und ein Verfestigungs- bzw. Entfestigungsgesetz zur Beschreibung des plastischen Materialverhaltens.

Eine grundlegende Annahme der Plastizitätstheorie ist die additive Aufteilung der Verzerrungen  $\varepsilon$  in einen elastischen Anteil  $\varepsilon^{el}$  und einen plastischen Anteil  $\varepsilon^p$  Gl. (4.22):

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl} \tag{4.22}$$

Da Spannungen nur durch den elastischen Anteil der Verzerrungen verursacht werden, folgt aus dem allgemeinen Hookschen Gesetz mit C als Elastizitätstensor

$$\sigma = C : \varepsilon^{el} = C : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \tag{4.23}$$

bzw. in differenziertem Schreibweise für Finite-Elemente-Berechnungen

$$\dot{\sigma} = C : \dot{\varepsilon}^{el} = C : (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^{pl}) \tag{4.24}$$

#### 4.2.3.2.1 Fließfunktion bzw. Fließbedingung

Die Fließfunktion  $f$  dient zur Feststellung, ob für einen gegebenen mehraxialen Spannungszustand die Verzerrungsrate nur einen elastischen ( $f(\sigma, q(\alpha)) < 0$ ) oder auch einen plastischen Anteil ( $f(\sigma, q(\alpha)) = 0$ ) beinhaltet. Die Fließbedingung ist abhängig vom aktuellen Spannungszustand  $\sigma$  und von inneren Variablen, die zusammenfassend in [Hofstetter -06] mit  $q(\alpha)$  bezeichnet werden. Durch die Variablen  $q(\alpha)$  wird der Einfluss einer Verfestigung bzw. Entfestigung auf die Fließfunktion berücksichtigt.

Die Fließfunktion kann als Fläche im Hauptspannungsraum interpretiert werden. Alle Spannungszustände innerhalb der Fließfläche weisen elastisches Materialverhalten auf. Auf der Fließfläche liegende Spannungszustände kennzeichnen plastisches Materialverhalten.

Je nach Modellansatz kann die Fließbedingungen aus mehreren Fließflächen zusammengesetzt sein, wie z.B. bei dem Drucker-Prager Kriterium für Druckbeanspruchungen und dem Rankine Kriterium für Zugbeanspruchung, siehe Bild 4.2, oder aus einer einzigen, anisotropen Fließfläche bestehen, wie weiter unter aufgeführt wird, [Pivonka -01].

Bleiben bei der Ermittlung der plastischen Verzerrungen die zeitabhängigen Anteile, z. B. aus Schwinden und Kriechen, unberücksichtigt, so spricht man von ratenunabhängigem elasto-plastischen Materialverhalten. Bei der Beschränkung auf die ratenunabhängige Plastizitätstheorie sind daher Funktionswerte außerhalb der Fließfläche nicht möglich. Hingegen kann innerhalb der Viskoplastizitätstheorie eine zeitlich abhängige Zunahme der plastischen Verzerrungsanteile berücksichtigt werden. Diese führen auf Spannungszustände, die außerhalb der Fließfläche liegen, ( $f(\sigma, q(\alpha)) > 0$ ).

#### 4.2.3.2.2 Fließregel bzw. Fließgesetz

Mit der Fließregel werden die plastischen Verzerrungsänderungen bestimmt. Dabei wird angenommen, dass die Verzerrungsrate proportional zum Gradienten einer als plastisches Potenzial bezeichneten Funktion  $Q$  ist, Gl. (4.25). Der Skalar  $\lambda$  dient als Maßstabsfaktor zwischen dem Gradienten und dem plastischen Verzerrungszuwachs.

$$\dot{\varepsilon}^p = \lambda \frac{dQ}{d\sigma} \quad (4.25)$$

Dient die Fließbedingung gleichzeitig als Potentialfunktion, wird dieses als assoziiertes Fließgesetz bezeichnet. Unterscheiden sich das Potential  $Q$  und die Fließbedingung  $f$ , so wird von einem nichtassoziierten Fließgesetz gesprochen. Zur Beschreibung des volumetrischen Verhaltens von Beton werden häufig nichtassoziierte Fließgesetze verwendet.

#### 4.2.3.2.3 Ver- und Entfestigungsgesetz

Das Verfestigungs- und Entfestigungsverhalten von Materialien hat auch Auswirkungen auf die Größe und Lage der Fließfläche. Dieser Einfluss kann durch Verfestigungs- und Entfestigungsgesetze beschrieben werden. Es wird zwischen isotroper und kinematischer Verfestigung unterschieden. Die isotrope Verfestigung ist durch eine gleichmäßige Erweiterung der Fließfläche gekennzeichnet. Isotrope Verfestigung kann durch die Berücksichtigung einer als Verfestigungsparameter bezeichneten inneren Variablen  $\kappa$  ( $=q(\alpha)$ ) in der Fließfunktion  $f(\sigma, \kappa)$  beschrieben werden. Als nichtlinearer Verfestigungsparameter kann z. B. die effektive oder äquivalente plastische Verzerrung nach Gl. 4.26 herangezogen werden. Gleiches gilt auch für eine isotrope Entfestigung.

$$\dot{\kappa} = \sqrt{\dot{\varepsilon}^p : \dot{\varepsilon}^p}, \text{ mit } \kappa = \int \dot{\kappa} dt \tag{4.26}$$

Im Gegensatz dazu beschreibt die kinematische Verfestigung eine Verschiebung der Fließfläche in Richtung der plastischen Verzerrungszuwächse. Durch eine Kombination von isotroper und kinematischer Verfestigung kann gleichzeitig eine Expansion bzw. Schrumpfung und eine Verschiebung der Fließfläche beschrieben werden, wodurch z. B. das zyklische Materialverhalten von Bewehrungsstahl (Bauschinger Effekt) abgebildet werden kann.

In der Literatur ist eine Vielzahl von Betonmodellen auf Basis der Plastizitätstheorie vorhanden. Diese unterscheiden sich im Wesentlichen durch die Formulierung der Fließfunktion und der Verfestigungs- bzw. Entfestigungsfunktion.

#### 4.2.3.2.4 Veranschaulichung am Betonmodell von [Pivonka -01]

Zur Veranschaulichung der Zusammenhänge ist hier, entsprechend dem Vorgehen in [Hofstetter -06], das Betonmodell von [Pivonka -01] aufgeführt. Dieses basiert auf dem elasto-plastischen Betonmodell von [Etse/Willam -96] und greift zur anisotropen Formulierung der Fließfläche das Vorgehen von [Willam/Warnke -75] auf.

Die Fließfläche wird in [Pivonka -01] in Abhängigkeit des Spannungstensors  $\sigma$  und zweier innerer Variablen  $q_h$  und  $q_s$ , die das unterschiedliche Verfestigungsverhalten unter Druck- und Zugbeanspruchung beschreiben, gesteuert, Gl. (4.27). Der räumliche Spannungszustand wird, wie bei [Etse -92] bzw. [Etse/Willam -96], in Abhängigkeit der drei Invarianten  $I_1$ ,  $J_2$  und  $J_3$  in Haigh-Westergaard Koordinaten durch  $\xi$ ,  $\rho$  und  $\theta$  beschrieben. Die Hauptmeridiane besitzen einen parabelförmigen Verlauf.

$$\begin{aligned}
 f(\xi, r, \theta, q_h, q_s) = & \left[ \left( 1 - \frac{\bar{q}_h}{f_{cm}} \right) \left( \frac{p}{f_{cm}} + \frac{r\rho(\theta, e)}{\sqrt{6}f_{cm}} \right)^2 + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{r\rho(\theta, e)}{f_{cm}} \right]^2 \\
 & + \left( \frac{\bar{q}_h}{f_{cm}} \right)^2 m(q_s) \left[ \frac{p}{f_{cm}} + \frac{r\rho(\theta, e)}{\sqrt{6}f_{cm}} \right] - \left( \frac{\bar{q}_h}{f_{cm}} \right)^2 \frac{\bar{q}_s}{f_{ctm}}
 \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\text{mit: } \quad \bar{q}_h(\alpha_h) = f_{cy} - q_h(\alpha_h) \quad \text{und} \quad \bar{q}_s(\alpha_s) = f_{ctm} - q_s(\alpha_s)$$

In Gl. (4.27) bezeichnet  $f_{cm}$  die einaxiale Druckfestigkeit und  $f_{ctm}$  die einaxiale Zugfestigkeit mit ihren Mittelwerten. Die Evolution der Fließfläche in Gl. (4.27) wird durch die beiden nichtlinearen, isotropen Verläufe der inneren Variablen  $q_h(\alpha)$  und  $q_s(\alpha)$  gesteuert.  $\bar{q}_h(\alpha_h)$  repräsentiert dabei die äquivalente einaxiale Druckfestigkeit. Die Entwicklung von der Elastizitätsgrenze für  $\bar{q}_h = f_{cy}$  bis zum Erreichen der Druckfestigkeit  $\bar{q}_h = f_{cm}$  wird durch die innere Variable  $\alpha_h$  gesteuert. Diese hängt nur von der äquivalenten plastischen Verzerrung nach Gl. (4.26) und vom hydrostatischen Spannungszustand  $\xi$  ab, d.h.  $\dot{\alpha}_h(\xi, \dot{\kappa})$ . Die Funktionsgleichung von  $\alpha_h$  kann anhand von Versuchsergebnissen kalibriert werden. Die Entfestigung wird im Betonmodell von [Pivonka -01] über die äquivalente einaxiale Zugfestigkeit  $\bar{q}_s(\alpha_s)$  und den Reibungsparameter  $m(q_s)$  beschrieben. Die Entfestigung beginnt bei  $\bar{q}_s = f_{ctm}$  und ist durch eine Abnahme von  $\bar{q}_s$  und eine Zunahme des Reibungsparameters gekennzeichnet. Die Entwicklung von  $\bar{q}_s$  wird durch die innere Variable  $\alpha_s$  gesteuert, deren Funktionsverlauf wiederum anhand von Versuchsergebnissen kalibriert werden kann. Der Verlauf der Fließfunktion wird, wie bei [Etse -92], in der Deviatorebene durch eine elliptische Interpolation nach [Willam/Warnke -75] beschrieben, Gl. (4.28).

$$\rho(\theta, e) = \frac{4(1-e^2)\cos^2\theta + (2e-1)}{2(e-1)\cos\theta + (2e-1)\sqrt{4(1-e^2)\cos^2\theta + 5e^2 - 4e}} \quad (4.28)$$

Der Exzentrizitätsparameter  $e = r_t/r_c$  berücksichtigt in Gl. (4.28) das Verhältnis der Deviatorspannungen am Zugmeridian ( $\theta=0^\circ$ ) zum Druckmeridian ( $\theta=60^\circ$ ). Zur Einhaltung der Konvexitätsbedingung kann die Exzentrizität im Bereich zwischen  $\frac{1}{2} \leq e \leq 1$  liegen, vgl. auch [Etse/Willam -96]. Für unterschiedliche Exzentrizitäten sind Fließkurven in einer Deviatorebene in Bild 4.13 dargestellt. Fließkurven während isotroper Verfestigung sind im Hauptmeridianschnitt in Bild 4.14 und in Deviatorebene in Bild 4.15 dargestellt. Fließkurven für den Entfestigungsbereich sind in [Pivonka -01] aufgeführt.

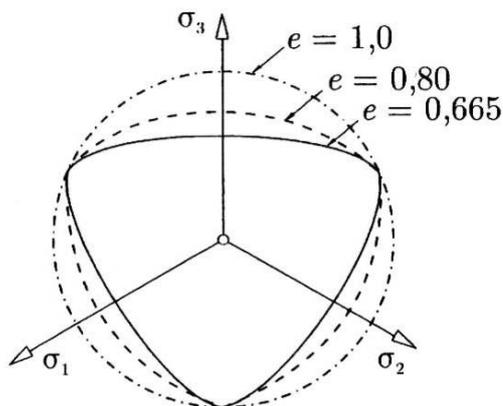


Bild 4.13: Verlauf der Fließfläche im Deviatorquerschnitt in Abhängigkeit des Exzentrizitätsparameters  $e$ , aus [Hofstetter -06]

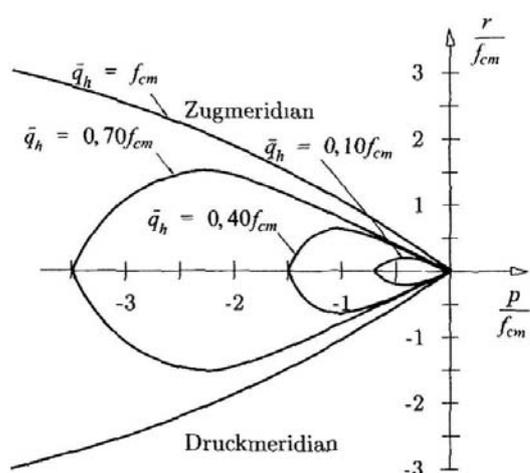


Bild 4.14: Verlauf der Fließkurven im Hauptmeridianschnitt, aus [Hofstetter -06], siehe auch [Pivonka -01]

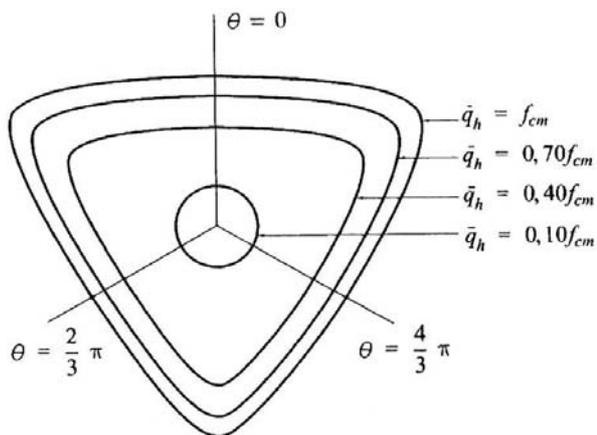


Bild 4.15: Verlauf der Fließkurven in Deviatorebene, aus [Hofstetter -06], siehe auch [Pivonka -01]

#### 4.2.3.3 Schädigungstheorie

Mit Hilfe der Schädigungstheorie wird die Degradation von Materialeigenschaften infolge von Mikrodefekten und Mikrorissen beschrieben. Ausführliche Darstellungen zur Schädigungstheorie sind in [Lemaitre -92] und [Krajcinovic -96] zu finden. Isotrope Schädigungsmodelle sind durch die Formulierung der Evolution der Materialsteifigkeit in Abhängigkeit einer einzigen inneren Variablen, der skalaren Schädigungsvariablen  $d$ , gekennzeichnet. Die Schädigungsvariable  $d$  wird dabei in allen Beanspruchungsrichtungen gleich groß angesetzt.

Eine fundamentale Annahme der Schädigungstheorie ist das Konzept der effektiven Spannungen, welches in [Hofstetter -06] anhand eines Stabes unter weggesteuerter Zugbeanspruchung erläutert wird. Dabei wird von der Vorstellung ausgegangen, dass der Stab aus unendlich vielen Fasern besteht, die parallel zur Stabachse angeordnet sind. Im ungeschädigten Ausgangszustand sind alle Fasern ungeschädigt und die ganze Querschnittsfläche  $A$  steht zur Übertragung der Zugkraft  $F$  zur Verfügung. Mit zunehmender Dehnung des Stabes ist der Bruch einzelner Fasern verbunden, was einer Zunahme von Mikrodefekten entspricht. Der Ausfall einzelner Fasern führt zu einer Abnahme der zur Verfügung stehenden so genannten effektiven Querschnittsfläche  $\bar{A}$ . Sie wird durch den Abzug der ausgefallenen Anteile  $A_d$  von der gesamten Querschnittsfläche  $A$  gebildet, siehe Bild 4.16.

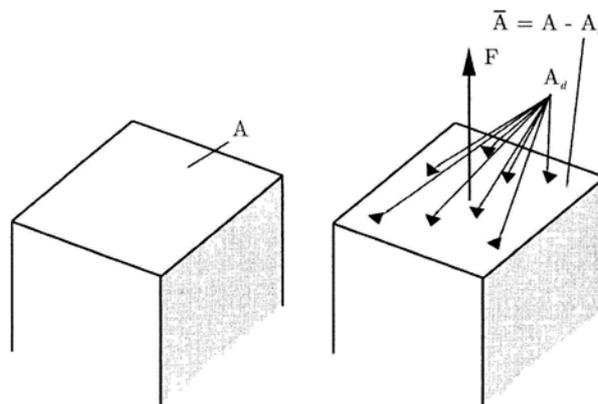


Bild 4.16: Ausgangsfläche  $A$  und effektive Querschnittsfläche  $\bar{A}$ .

Auf Grundlage dieser Modellvorstellung ändert sich bei Entlastung ein einmal erreichter Schädigungszustand nicht. Bei vollständiger Entlastung treten keine bleibenden Verzerrungen auf.

Zur Definition der Spannungen im Stabquerschnitt bestehen zwei Möglichkeiten. Die nominelle Spannung  $\sigma$  wird auf die ursprüngliche Querschnittsfläche  $A$  bezogen. Die effektive Spannung  $\bar{\sigma}$  auf den noch intakten Anteil der Querschnittsfläche  $\bar{A}$ . Die einwirkende Zugkraft kann aus Gl. (4.29) ermittelt werden.

$$F = \sigma \cdot A \quad \text{bzw.} \quad F = \bar{\sigma} \cdot \bar{A} \quad \text{woraus folgt:} \quad \frac{\sigma}{\bar{\sigma}} = \frac{A}{\bar{A}} \quad (4.29)$$

Die Schädigungsvariable  $d$  kann nach Gl. (4.30) als das Verhältnis zwischen infolge Schädigung ausgefallenen Anteil der Querschnittsfläche  $A_d$  und der ursprünglichen Querschnittsfläche  $A$  definiert werden.

$$d = \frac{A_d}{A} = 1 - \frac{\bar{A}}{A} \quad \text{mit:} \quad A_d = A - \bar{A} \quad (4.30)$$

Für ungeschädigtes Material gilt  $\bar{A} = A$ , woraus  $d = 0$  folgt. Für vollständig geschädigtes Material gilt  $\bar{A} = 0$ , was auf  $d = 1$  führt. Der Zusammenhang zwischen nomineller und effektiver Spannung ergibt sich somit nach Gl. (4.31) zu

$$\sigma = (1 - d) \cdot \bar{\sigma} . \quad (4.31)$$

Für jeden Punkt der ungeschädigten Querschnittsfläche soll das Hooksche Gesetz gelten. Deshalb ergibt sich die effektive Spannung zu

$$\bar{\sigma} = E \cdot \varepsilon . \quad (4.32)$$

Die Gleichungen Gl. (4.31) und (4.32) führen somit auf

$$\sigma = (1 - d) \cdot E \varepsilon = E_d \cdot \varepsilon . \quad (4.33)$$

In Gl. (4.34) kann  $E_d$  als geschädigter E-Modul interpretiert werden.

$$E_d = (1 - d) \cdot E \quad (4.34)$$

Die Erweiterung der einaxialen Beziehungen in Gl. (4.31), (4.32) und (4.34) auf mehraxiale Spannungszustände führt auf

$$\begin{aligned} \sigma &= (1 - d) C : \varepsilon \\ \text{mit: } C_d &= (1 - d) C \end{aligned} \quad (4.35)$$

In Gl. (4.35) beschreiben  $C$  bzw.  $C_d$  die Elastizitätstensoren des ungeschädigten und des geschädigten Materials.

Wegen des unterschiedlichen Materialverhaltens von Beton unter Druck- und Zugbeanspruchung stellen isotrope Schädigungsformulierungen nur einen vereinfachenden Ansatz zur Beschreibung der Materialdegradation dar. Sollen die unterschiedlichen Einflüsse aus mehraxialen Beanspruchungen sowie die Auswirkungen einer Rissbildung auf die Schädigungsentwicklung berücksichtigt werden, sind anisotrope Schädigungsmodelle erforderlich. Der Schädigungszustand kann dann nicht mehr über einen skalaren Schädigungswert  $d$  erfasst werden, sondern muss für die unterschiedlichen Komponenten der Steifig-

keitsmatrix  $C$  getrennt ermittelt werden. Ansätze hierzu werden z. B. in [Meschke et al. -97] vorgestellt.

#### 4.2.3.4 Kopplung von isotroper Schädigungstheorie und Plastizitätstheorie

Das elasto-plastische Materialmodell kann über die Definition der effektiven Spannungen  $\bar{\sigma}$  mit der isotropen Schädigungstheorie gekoppelt werden, [Lee/Fenves -89]. Die Kopplung wird durch die Erweiterung der konstitutiven Beziehung aus Gl. (4.34) unter Berücksichtigung der plastischen Verzerrungsanteile

$$\sigma = (1-d) C : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (4.36)$$

und der Formulierung der Fließfunktion  $f$  sowie des plastischen Potentials  $Q$  in Abhängigkeit der aus der Beziehung Gl. (4.31) folgenden effektiven Spannungen vorgenommen.

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{(1-d)} \sigma = C : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (4.37)$$

Somit können die effektiven Spannungen aus denen von Schädigung bereinigten nominellen Spannungen ermittelt werden.

Ein nach [Hofstetter -06] insbesondere zur Beschreibung niederzyklischer Beanspruchungsvorgängen geeignetes Materialmodell für Beton, wurde von [Lee/Fenves -89] entwickelt. Dieses diente als Basis für das in Kapitel 8 vorgestellte Materialmodell eines finiten Elemente Programms, mit dem im Kapitel 9 numerische Untersuchungen durchgeführt werden.

## 4.3 Materialmodelle für Ermüdung

### 4.3.1 Lineare Schadensakkumulationshypothese nach Palmgren und Miner

Einer der bekanntesten und auch häufig in Normenwerken, siehe Kapitel 5, vorgeschlagener Berechnungsansatz zur Bestimmung der Ermüdungsschädigung in Beton ist die Akkumulationshypothese von [Palmgren -24] und deren Erweiterung von [Miner -45]. Ursprünglich wurde diese zur Berechnung von Stahlkugellagern unter sich wiederholender Beanspruchung aufgestellt und geht davon aus, dass jede schwingende Beanspruchung in einem Bauteil eine Schädigung verursacht, die sich bis zum Eintreten des Ermüdungsbruchs akkumuliert. Dabei wird ein linearer Zusammenhang zwischen der Schwingspielzahl  $N$  und der daraus hervorgerufenen Schädigung  $D^{P-M}$  vorausgesetzt. Der hier zusätzlich aufgeführte Kopfzeiger gibt an, dass es sich um einen berechneten Schädigungswert nach dem linearen Verfahren von Palmgren-Miner handelt.

Für eine Ermüdungsbeanspruchung mit konstanter Amplitude (Einstufenkollektiv) wird die Schädigung  $D^{P-M}$  nach Gl. (4.38) direkt aus dem Verhältnis der vorhandenen Schwingspielzahl  $N$  zur Bruchschwingspielzahl  $N_F$  berechnet. Die Bruchschwingspielzahl wird der zum Einstufenkollektiv zugehörigen Wöhlerlinie entnommen. Wöhlerlinien für Beton sind nach Model Code 90 im Kapitel 5.3.2 aufgeführt. Als Grenzwert der Schädigung gibt die Palmgren-Miner Hypothese den Wert  $D^{P-M}_{lim} = 1$  an, der das Erreichen der Bruchschwingspielzahl und somit das Ermüdungsversagen im Wöhlerversuch kennzeichnet.

$$D^{P-M} = \frac{N}{N_F} \leq D^{P-M}_{lim} = 1 \quad (\text{einstufige Ermüdungsbeanspruchung}) \quad (4.38)$$

Ein nach [Palmgren -24] und [Miner -45] berechneter Schädigungswert beschreibt daher nicht die Steifigkeitsabnahme bzw. Schädigungsentwicklung im Sinne der Kontinuum-Schädigungsmechanik, [Literatur z. B. Betten]. Der berechnete Schädigungswert kann vielmehr als linearer Ausnutzungsgrad der Bruchschwingspielzahl interpretiert werden, der unabhängig von der tatsächlich nicht linear verlaufenden Steifigkeitsentwicklung bestimmt wird.

Bei mehrstufigen Ermüdungsbeanspruchungen werden die einzelnen Schädigungsanteile  $D^{P-M}_i$  der verschiedenen Ermüdungsbeanspruchungen linear aufsummiert. Dazu werden die Ermüdungsbeanspruchungen zweckmäßigerweise in Einstufenkollektive mit gleicher Amplitude und gleicher Unter- bzw. Mittelspannung sortiert. Verschiedene Sortierungs- bzw. Klassifizierungsverfahren werden u. a. in [König/Danielewics -94] vorgestellt siehe auch Kapitel 5.2.1. Die Berechnung des Schädigungswertes wird nach Gl. (4.39) durchgeführt.

$$D^{P-M} = \sum_{i=1}^m D_i^{P-M} = \sum_{i=1}^m \frac{N_i}{N_{Fi}} \leq D_{\text{lim}}^{P-M} = 1 \quad (\text{mehrstufige Ermüdungslastgeschichte})$$

mit:

$$D_i^{P-M} = \text{Schädigungsanteil des } i\text{-ten Kollektivs} \quad (4.39)$$

$N_i$  = Schwingspielzahl des  $i$ -ten Kollektivs

$N_{Fi}$  = Bruchschwingspielzahl für das Kollektiv  $i$

Der schematische Ablauf der linearen Akkumulationshypothese ist in Bild 4.17 beispielhaft für eine dreistufige Ermüdungslastgeschichte dargestellt.

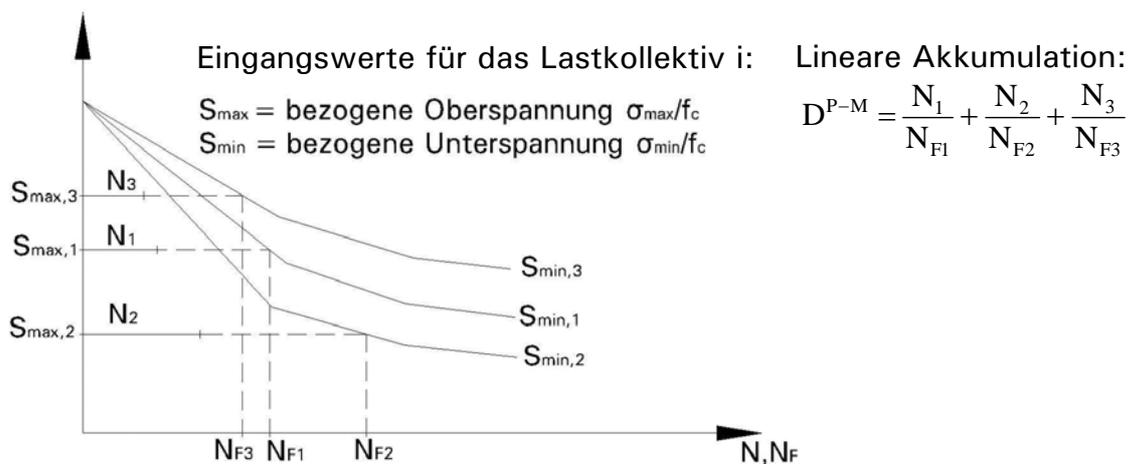


Bild 4.17 Grafische Darstellung der Palmgren-Miner Hypothese

Grundsätzlich schließt die lineare Akkumulationshypothese nach Gl. (4.39) den Einfluss der Belastungsreihenfolge auf die berechnete Schädigung  $D^{P-M}$  aus. Unabhängig vom bereits erreichten Schädigungszustand bewirken identische Ermüdungsbeanspruchungen immer gleich große Schädigungszuwächse  $D^{P-M}$ .

In Bild 4.18 ist die typische Steifigkeitsentwicklung von Beton unter konstanter Ermüdungsbeanspruchung, wie sie in den Versuchen von [Holmen -79] ermittelt wurden, mit der nach der Palmgren-Miner Hypothese berechneten Schädigungsentwicklung gegenübergestellt. Hierzu wurde aus der gemessenen Steifigkeitsentwicklung die Schädigung im Sinne von Kapitel 4.2.3.4, siehe Gl. (4.34), ermittelt. Aus Bild 4.18 wird deutlich, dass die lineare Akkumulationshypothese die tatsächlich stark nichtlinear verlaufende Schädigungsentwicklung im Beton nicht abbildet. Eine Unterscheidung der Schädigungsverläufe in Abhängigkeit vom Beanspruchungsniveau, wie sie bei [Holmen -79] beobachtet wurden, siehe Bild 3.12, kann nach Palmgren-Miner nicht vorgenommen werden. Während die Palmgren-Miner Hypothese beim Erreichen des Ermüdungsversagens einen vollständigen Verlust der Ermüdungsfestigkeit voraussetzt, weisen hingegen die Versuchsergebnisse von [Holmen -79] in Bild 3.12 noch eine nicht unerhebliche Reststeifigkeit auf.

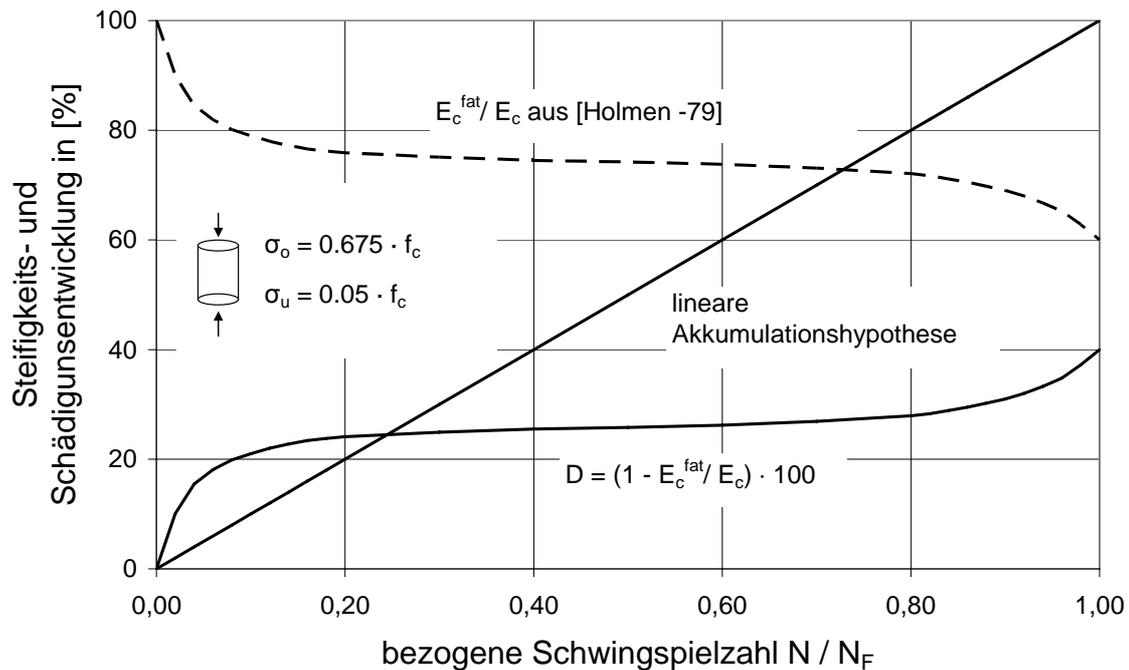


Bild 4.18 Gegenüberstellung des berechneten Schädigungsverlaufes nach linearer Akkumulationshypothese und einem Versuchsergebnis von [Holmen -79]

Die Gegenüberstellung der tatsächlich auftretenden nichtlinearen Steifigkeitsverläufe und der linearen Schädigungsberechnung nach Palmgren-Miner in Bild 4.18 legen die Schlussfolgerung nahe, dass bei mehrstufigen Ermüdungsbeanspruchungen der Zeitpunkt und die Größe des Amplitudenwechsels sowie die Belastungsreihenfolge von entscheidender Bedeutung auf den fortschreitenden Ermüdungsprozess sind. Diese Einflüsse werden jedoch von der linearen Akkumulationshypothese nicht berücksichtigt. Die wenigen Übereinstimmungen zwischen der nach [Palmgren -24] und [Miner -45] berechneten Bruchschwingenspielzahlen und einzelner Versuchsergebnisse in der Literatur, siehe Kapitel 3.3.2, sind daher als Sonderfall zu bewerten.

Zur Anpassung der Palmgren-Miner Hypothese an die nichtlineare Schädigungsentwicklung werden in [Holmen -79] Korrekturbeiwerte für den Schädigungsgrenzwert  $D^{P-M}_{lim}$  in Abhängigkeit von unterschiedlichen Kollektivformen mit variierendem Amplitudenverlauf angegeben. [Oh -91] und [Cao et al. -06] leiten aus ihren Versuchsergebnissen nichtlineare Skalierungsfaktoren zur Anpassung der Palmgren-Miner Hypothese bei ein- und mehrstufiger Ermüdungsbeanspruchung ab. Die Mehrzahl der angegebenen Modifizierungen unterliegt jedoch der Restriktion, dass sie lediglich für die untersuchten Beanspruchungen zutreffende Berechnungsergebnisse liefern. Eine Übertragung und Verallgemeinerung auf andere Beanspruchungssituationen können aus diesen phänomenologischen Ansätzen nicht abgeleitet werden.

### **4.3.2 Energetisches Schädigungsmodell für einstufige Ermüdungsbeanspruchungen nach [Pfanner -02]**

Ein Großteil der in der Literatur dokumentierten Ermüdungsuntersuchungen verfolgte das Ziel, für unterschiedliche Ermüdungslastgeschichten die Lebensdauer in Form von Bruchschwingspielzahlen zu bestimmen. Dagegen liegt der Schwerpunkt des energetischen Schädigungsmodells von [Pfanner -02] in einer mechanisch begründeten Formulierung der Schädigungsentwicklung während des gesamten Ermüdungsprozesses.

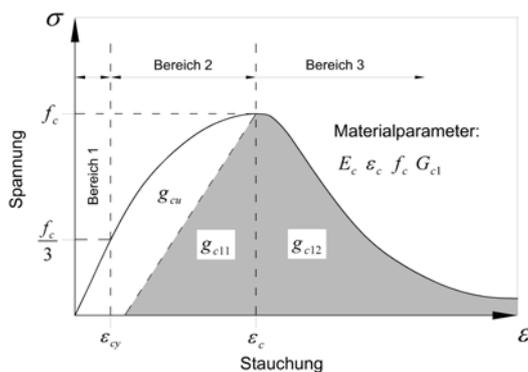
Um den Bezug zu den angegebenen Bemessungsverfahren in den Vorschriften herzustellen, siehe Kapitel 5, wurde das energetische Ermüdungsmodell spannungsbasiert formuliert. Die Bruchschwingspielzahlen können Wöhlerlinien entnommen werden. Der Anwendungsbereich ist auf einaxiale Spannungszustände mit konstanter Amplitude beschränkt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird das Schädigungsmodell von [Pfanner -02] für mehrstufige Schädigungsprozesse, siehe Kapitel 6, und für mehraxiale Ermüdungsbeanspruchungen, siehe Kapitel 7, erweitert. Daher werden in den nachfolgenden Abschnitten alle notwendigen Annahmen und Gleichungen aus [Pfanner -02] zusammenfassend dargestellt, die für das grundlegende Verständnis und die Anwendung des energetischen Ermüdungsmodells bei Druckschwellbeanspruchungen notwendig sind. Für weiterführende Erläuterungen sowie die Herleitung des energetischen Ermüdungsmodells für Beton unter Zugschwellbeanspruchung sowie die Anwendung bei Bewehrungsstahl sei auf die Originalquelle verwiesen.

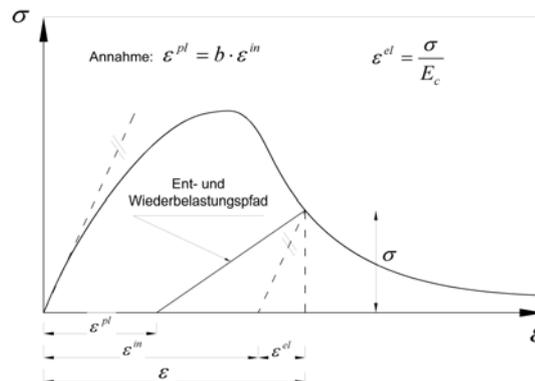
#### **4.3.2.1 Materialmodell für einaxiale, monotone Beanspruchung**

Die Beschreibung des Materialverhaltens von Beton unter monotoner Beanspruchung wird im energetischen Ermüdungsmodell von [Pfanner -02] auf Grundlage des Betonmodells von [Pölling -00] vorgenommen. Dieses basiert auf der elasto-plastischen Kontinuumsschädigungstheorie und wurde von [Pölling -00] für Beton unter monotoner und niederzyklischer Druck- und/oder Zugbeanspruchung entwickelt. Zur Schädigungsberechnung wird ein Schädigungspotential vom Drucker-Prager-Typ verwendet. Damit können auch zwei-axiale Beanspruchungen zutreffend abgebildet werden. Als Schädigung wird nach [Lemaitre -92] das Lösen von Bindungen im Material auf der Mikro- und Mesoebene definiert, welches makroskopisch als verringerte Steifigkeit bzw. Festigkeit wahrgenommen wird, siehe auch 4.3.2.2.

[Pölling -00] unterteilt die Arbeitslinie für Druckbeanspruchung in drei Bereiche, Bild 4.19, und beschreibt diese abschnittsweise:



**Bild 4.19:** Druckarbeitslinie von Beton und Anteile der volumenspezifischen Zerstauchungsenergie im Betonmodell von [Pölling -00], aus [Pfanner -02]



**Bild 4.20:** Ent- und Wiederbelastungspfad im Materialmodell von [Pölling -00] und Definition des Parameters  $b$ , aus [Pfanner -02]

**Bereich 1:** elastischer Bereich  $-\epsilon \leq \epsilon_{cy}$  mit:  $\epsilon_{cy} = \frac{f_c}{3 \cdot E_c}$

Bei Spannungen unterhalb von  $1/3 \cdot f_c$  wird von einem linear-elastischen Materialverhalten ausgegangen, Gl. (4.40). In diesem Bereich ist der Beton noch ungeschädigt, so dass er noch seine Ausgangssteifigkeit  $E_c$  besitzt.

$$\sigma_{cl}(\epsilon) = E_c \epsilon \tag{4.40}$$

**Bereich 2:** Vorbruchbereich  $\epsilon_{cy} \leq -\epsilon \leq \epsilon_c$

In diesem Bereich wird das Materialverhalten nichtlinear. Die Tangentialsteifigkeit nimmt mit zunehmender Dehnung ab, bis sie beim Erreichen der zur maximalen Festigkeit zugehörigen Dehnung  $\epsilon_c$  zu null wird. Die Arbeitslinie weist an diesem Punkt eine horizontale Tangente auf. [Pölling -00] übernimmt zur Formulierung der Arbeitslinie einen Vorschlag des Modelcodes 90, [CEB 213/214 -93], wobei  $E_{ci}$  so geändert wird, dass die Arbeitslinie durch den Punkt  $(\epsilon_{cy}, 1/3 \cdot f_c)$  verläuft.

$$\sigma_{c2}(\epsilon) = \frac{E_{ci} \frac{\epsilon}{f_c} + \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c}\right)^2}{1 - \left(E_{ci} \frac{\epsilon_c}{f_c} - 2\right) \frac{\epsilon}{\epsilon_c}} f_c \tag{4.41}$$

mit: 
$$E_{ci} = \frac{1}{2E_c} \left(\frac{f_c}{\epsilon_c}\right)^2 - \frac{f_c}{\epsilon_c} + \frac{3}{2} E_c$$

**Bereich 3: Nachbruchbereich**  $-\varepsilon > \varepsilon_c$ 

Im Nachbruchbereich kommt es zu einer Lokalisierung der Schädigung. [Pölling -00] beschreibt hier die Arbeitslinie in Abhängigkeit von der innerhalb der Rissprozesszone dissipierten lokalisierten Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$ . [Pölling -00] bezeichnet die Bruchenergie im Druckbereich als Zerstauchungsenergie.

Allgemein kann die Zerstauchungsenergie als diejenige Energie beschrieben werden, die verbraucht wird, um eine Probe mit Einheitsmaßen vollständig zu zerdrücken. Sie setzt sich nach [Pölling -00] aus einem in der Rissprozesszone lokalisierten,  $G_{cl}$ , und einem diffus in der Probe verteilten dissipierten Anteil,  $G_{cu}$ , zusammen. Dabei wird nach [Bažant/Oh -83] nur die lokalisierte Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$  als materialspezifisch angesehen, die zugleich unabhängig von der Probenhöhe ist.

Um bei Finite-Elemente-Berechnungen eine Abhängigkeit des Materialverhaltens von der Elementgröße zu vermeiden, muss  $G_{cl}$  auf die äquivalente Länge  $l_{eq}$  der untersuchten Einheit normiert werden, [Pfanner -02]. Die volumenspezifische Zerstauchungsenergie  $g_{cl}$  kann nach Gl. (4.42) bestimmt werden. Die einzelnen Anteile  $g_{cl1}$  und  $g_{cl2}$  sind in Bild 4.19 dargestellt. Dabei bezeichnet  $g_{cu}$  die volumenspezifizierte Zerstauchungsenergie in der nicht lokalisierten Zone.

$$g_{cl} = g_{cl1} + g_{cl2} = \frac{G_{cl}}{l_{eq}} \quad (4.42)$$

$$\text{mit: } l_{eq} = \sqrt{\frac{A^{(e)}}{n_{\text{int}}}} \quad (\text{hier beispielsweise für Flächenelemente})$$

$A^{(e)}$  = Fläche des Elementes

$n_{\text{int}}$  = Anzahl der Integrationspunkte

Die Arbeitslinie wird im Nachbruchbereich durch Gl. (4.43) beschrieben, in der  $\gamma_c$  die gesamte volumenspezifische Zerstauchungsenergie in der lokalisierten Zone repräsentiert, [Pfanner -02]. Der konstante Materialparameter  $b$  teilt im Materialgesetz von [Pölling -00] den inelastischen Anteil der Gesamtverzerrungen in plastische und aus Schädigung resultierende Verzerrungen auf, siehe Bild 4.20. Dieser kann aus Versuchen bestimmt werden.

$$\sigma_{c3}(\varepsilon) = - \left[ \frac{2 + \gamma_c f_c \varepsilon_c}{2 f_c} + \gamma_c \varepsilon + \frac{\gamma_c}{2 \varepsilon_c} \varepsilon^2 \right]^{-1} \quad (4.43)$$

$$\text{mit: } \gamma_c = \frac{\pi^2 f_c \varepsilon_c}{2 \left[ \frac{G_{cl}}{l_{eq}} - \frac{1}{2} f_c \left( \varepsilon_c (1-b) + b \frac{f_c}{E_c} \right) \right]^2} \quad \text{und: } b = \frac{\varepsilon^{pl}}{\varepsilon^{in}} \quad (4.44)$$

#### 4.3.2.2 Berücksichtigung von Schädigung im Materialmodell von [Pölling -00]

Bereits unter monotoner Druckbeanspruchung wird die Schädigung im Beton durch die Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungslinie sichtbar. Bei anschließender Ent- und Wiederbelastung führt die Veränderung bzw. Schädigung im Material zu einer makroskopisch messbaren verringerten Steifigkeit.

Unter der vereinfachenden Annahme, dass sich die Schädigung im Material in alle Richtungen gleich groß ist (isotrope Schädigung), kann die hervorgerufene Änderung gegenüber der Anfangssteifigkeit auf die Abminderung des E-Moduls nach Gl. (4.45) reduziert werden.

$$E_c^{da} = (1 - D) \cdot E_c \quad (4.45)$$

Der Schädigungszustand wird hierbei nur durch eine skalare Schädigungsvariable  $D$  beschrieben. Für die Spannungs-Dehnungslinie der Entlastung bzw. anschließender Wiederbelastung folgt nach der klassischen Schädigungsmechanik:

$$\bar{\sigma}(\varepsilon) = \varepsilon \cdot (1 - D) \cdot E_c \quad (4.46)$$

Bei der Anwendung von elasto-plastischen Materialmodellen mit Schädigung, durch die auch bleibende (plastische) Verzerrungsanteile im Beton berücksichtigt werden können, folgt die erweiterte Form aus Gl. (4.47).

$$\bar{\sigma}(\varepsilon) = (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \cdot (1 - D) \cdot E_c \quad (4.47)$$

#### 4.3.2.3 Energetische Schädigungshypothese

Die in einem Ermüdungsprozess auftretende Schädigungsakkumulation wird in das in Kapitel 4.3.2.1 beschriebene elasto-plastische Materialgesetz für Beton von [Pölling -00] eingebunden.

Das energetische Schädigungsmodell basiert auf dem allgemeinen Energieerhaltungssatz. Demzufolge entspricht die Änderung der Gesamtenergie (innere Energie, kinetische Energie) in einem geschlossenen System dem Energiefluss in den Körper, der z.B. durch äußere Kräfte geleistet wird. In dem Modellansatz wird dabei nur die innere Energie bzw. äußere Arbeit betrachtet, die direkt mit dem Zuwachs der mechanischen Schädigung verbunden ist.

Energetisch betrachtet ist der Zuwachs an mechanischer Schädigung im Beton ein dissipativer Prozess. Nach [Spooner/Dougill -75] und [Spooner et al. -76] wird von den äußeren Kräften keine reine Formänderungsenergie wie in einem linear-elastischen Material geleistet. Vielmehr wird Energie irreversibel durch das Entstehen von Schädigung „umgewandelt“ (dissipiert), z. B. durch Wärmefreisetzung, [Pfanner -02].

Unter gesonderter Betrachtung dieses in Schädigung dissipierten Energieanteils wird von [Pfanner -02] die folgende Schädigungshypothese aufgestellt (Zitat):

**„Die im Ermüdungsprozess aufzubringende Arbeit  $W^{fat}$ , die erforderlich ist, um einen bestimmten (geschädigten) Zustand des Materials zu erreichen, entspricht genau der Arbeit  $W^{da}$ , die durch monotone statische Belastung aufgewendet wird, um den gleichen Schädigungszustand  $D$  herzustellen.“**

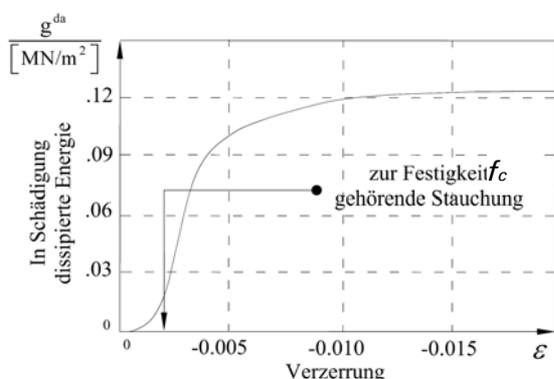
Mathematisch ist die Schädigungshypothese in Gl. (4.48) formuliert:

$$W^{da}(D) \equiv W^{fat}(D, \sigma^{fat}, N)$$

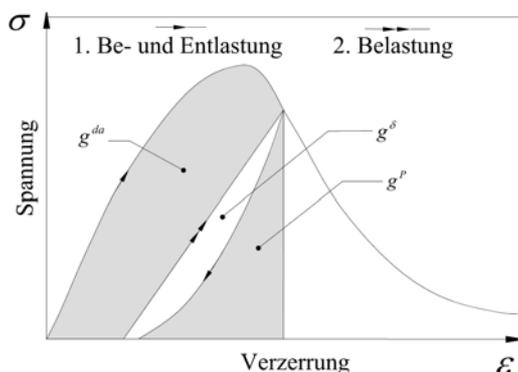
$$\text{mit: } W^i \int_V g^i dV = \int_A \int_{l=0}^{l_{eq}} g^i dl dA \tag{4.48}$$

In Gl. (4.48) ist  $g^i$  gleich der betrachteten volumenspezifischen Zerstauungsenergie. Die Grundgleichung der energetischen Schädigungshypothese nach Gl. (4.48) gibt an, dass  $W^{da}$  direkt für jeden Schädigungszustand  $D$  aus dem Materialgesetz von [Pölling -00] bestimmbar ist. Für  $W^{fat}$  ist zusätzlich die Kenntnis der Ermüdungsspannung  $\sigma^{fat}$  und die aufgebrauchte Lastwechselzahl  $N$  erforderlich.

Stellt man die in einem Ermüdungsversuch aufzuwendende Gesamtenergie dem wesentlich geringeren Aufwand eines statischen Versuchs gegenüber, so erscheint die in Gl. (4.48) aufgestellte Annahme der Invarianz der zur Herstellung eines bestimmten Schädigungszustands aufzuwendenden Energie zunächst fragwürdig, [Pfanner -02]. Jedoch zeigten die von [Spooner/Dougill -75] an Betonproben unter zyklische Beanspruchung durchgeführten Schallemissionsmessungen, dass nur ein Teil der gesamten geleisteten Arbeit in Schädigung aufgezehrt wird. Dieser Teil  $W^{da}$  erhöht sich dabei nur bei fortschreitender Steigerung der im zyklischen Versuch aufgebrauchten Verzerrung  $\epsilon$ , Bild 4.21.



*Bild 4.21: In Schädigung dissipierte Energie für Beton bei Druckbeanspruchung, aus [Pfanner -02]*



*Bild 4.22: Anteile der volumenspezifischen Energie bei wiederholenden Beanspruchung, aus [Pfanner -02]*

Der restliche Anteil  $W^\delta$  (bzw.  $g^\delta$ ) des Gesamtenergieverlustes während eines Ermüdungsprozesses ist nach [Spooner/Dougill -75] Dämpfungseffekten

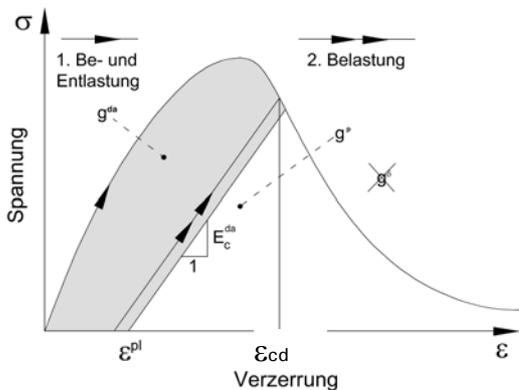
zuzuordnen und wird nicht in mechanische Schädigung umgewandelt, [Pfanner -02].

Während der zwei aufeinander folgenden Belastungszyklen in Bild 4.22 wird demnach entlang des gleichen Verzerrungsbereichs folgender Energieanteil dissipiert:

$$\begin{aligned}
 &1. \text{ Zyklus: } E_1 = W^{da} + W^\delta \\
 &2. \text{ Zyklus: } E_2 = W^\delta \\
 &\text{mit: } W^i = \int_V g^i dV = \int_A \int_{l=0}^{l_{eq}} g^i dl dA
 \end{aligned}
 \tag{4.49}$$

Im zweiten Lastzyklus wird keine Energie durch einen Zuwachs an mechanischer Schädigung verbraucht, da die Verzerrung nicht den Wert aus der Erstbelastung überschreitet. Hierdurch wird im Materialmodell von [Pölling -00] die Annahme für einen linearen Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehung bei Entlastung und anschließender Wiederbelastung begründet, siehe Bild 4.23.

In der energetischen Betrachtungsweise wird demzufolge davon ausgegangen, dass ein großer Teil der in einem Ermüdungsprozess geleisteten Arbeit als Dämpfungsenergie verbraucht wird, da der Verzerrungszuwachs infolge eines einzelnen Belastungszyklus sehr gering ist, [Pfanner -02].



$$g^{da} = g^{fat} \Rightarrow E_c^{da} = E_c^{fat} = (1 - D) \cdot E_c$$

Bild 4.23: Anteile der volumenspezifischen Energie bei niederzyklischer Beanspruchung im Materialmodell von [Pölling -00].

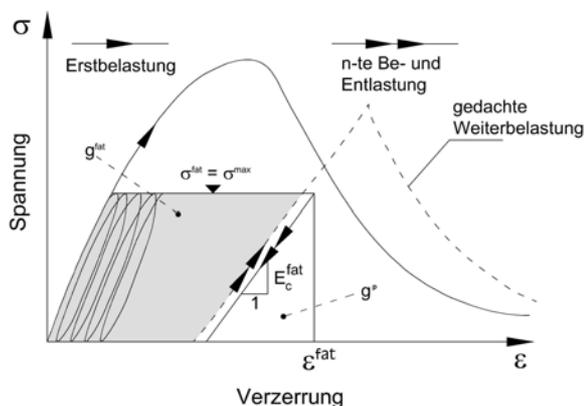


Bild 4.24: Anteile der volumenspezifischen Energie für hochzyklische Ermüdungsbeanspruchungen, aus [Pfanner -02].I

### Schädigungsinduzierender Arbeitsteil unter monotoner Beanspruchung $W^{da}$

Der schädigungswirksame Arbeitsteil  $W^{da}$  kann für eine bestimmte Schädigung  $D$  unter monotone Beanspruchung aus der Arbeitslinie nach dem Materialmodell von [Pölling -00] in Bild 4.23 bestimmt werden:

$$W^{da}(D) = \int_V g^{da}(D) dV = \int_V (g_{tot}^{da}(D) - g^p(D)) dV. \quad (4.50)$$

$g^{da}$  beschreibt die volumenspezifische Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie, die in einem monotonem Belastungsvorgang in Schädigung dissipiert wird und über das Volumen integriert auf  $W^{da}$  führt. Sie setzt sich nach [Pfanter -02] aus zwei Anteilen zusammen:

- $g_{tot}^{da}(D)$  ist die bis zur Verzerrung  $\varepsilon_d(D)$  vorhandene Gesamtfläche unter der Arbeitslinie des Betons, Gl. (4.51):

$$g_{tot}^{da}(D) = \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_d} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (4.51)$$

- $g^p(D)$  stellt die nicht schädigungswirksame elastische Verformungsenergie (potentieller Energieanteil) dar, die durch eine Dreiecksfläche beschrieben werden kann.

### Arbeitsanteil im Ermüdungsprozess $W^{fat}$

Die bis zum Erreichen eines Schädigungszustands  $D$  im Ermüdungsprozess geleistete Arbeit wird bei [Pfanter -02] analog zum Vorgehen bei monotoner Beanspruchung bestimmt. Hierbei wird angenommen, dass nur bei Zunahme der Verzerrungen Energie in Schädigung dissipiert wird. Das maßgebende Verzerrungsmaß ist die im Ermüdungsprozess akkumulierte Gesamtverzerrung  $\varepsilon^{fat}$ , Bild 4.24. Die volumenspezifische Zerstauchungsenergie  $g^{fat}$  wird nach Gl. (4.52) berechnet:

$$W^{fat}(D, \sigma^{fat}, N) = \int_V g^{fat}(D, \sigma^{fat}, N) dV = \int_V (g_{tot}^{fat}(\sigma^{fat}, N) - g^p(D, \sigma^{fat})) dV. \quad (4.52)$$

$g_{tot}^{fat}(\sigma^{fat}, N)$  beschreibt das Integral entlang des Verzerrungspfad unter Ermüdungsbeanspruchung und kann nach Gl. (4.53) bestimmt werden.  $g^p(D, \sigma^{fat})$  entspricht der potentiellen Energie, Bild 4.24:

$$g_{tot}^{fat}(\sigma^{fat}, N) = \int_{\varepsilon=0}^{\varepsilon^{fat}} \sigma^{fat}(\varepsilon) d\varepsilon \quad \text{mit: } \varepsilon^{fat} = \psi(\sigma^{fat}, N) \quad (4.53)$$

Durch Einsetzen von Gl. (4.50) und Gl. (4.52) in die Schädigungshypothese, Gl. (4.48), kann schließlich die gesuchte Schädigung bestimmt werden. Auf die Integration der volumenspezifischen Energien über das Volumen kann ver-

zichtet werden, da die daraus entstehenden Terme auf beiden Seiten in Gl. (4.48) auftreten und herausgekürzt werden können. Aus Gl. (4.48) folgt:

$$\begin{aligned}
 g^{da}(D) &= g^{fat}(D, \sigma^{fat}, N) \\
 \rightarrow g_{tot}^{da}(D) - g^p(D) &= g_{tot}^{fat}(\sigma^{fat}, N) - g^p(D, \sigma^{fat})
 \end{aligned}
 \tag{4.54}$$

Die Schädigung  $D$  wird somit im energetischen Modell von [Pfanner -02] eindeutig über das Maß der geleisteten Arbeit definiert. Dies ist ein entscheidender Unterschied zu dem elasto-plastischem Materialmodell von [Pölling -00], in dem die Schädigungsvariable  $D$  genau einem Wert entlang der Spannungs-Dehnungslinie zugeordnet ist, [Pfanner -02].

#### 4.3.2.4 Ermüdungsbruch und Materialversagen

Mit dem Ermüdungsversagen wird im Allgemeinen der Bruch im Wöhlerversuch bei einem konstanten Spannungsniveau verbunden. Der Wöhlerbruch ist jedoch nicht mit vollständigem Materialversagen bzw. dem vollständigen Verlust der Materialsteifigkeit gleichzusetzen. Der Wöhlerbruch beschreibt vielmehr den Zeitpunkt, ab dem Spannungen  $\sigma \geq \sigma_{max}$  vom Beton nicht mehr aufgenommen werden können und gleichzeitig die Schädigungslokalisierung einsetzt. Versuche von [Kessler-Kramer -02] an verformungsgesteuerten Betonproben unter Zugbeanspruchung haben gezeigt, dass nach dem Wöhlerbruch unter Umständen noch eine bedeutende Anzahl von Lastspielen auf niedrigerem Spannungsniveau ertragen werden kann, Bild 4.25. Die von [Pfanner -02] vorgenommene Übertragung dieser Erkenntnis auf lastgesteuerte Wöhlerversuche ist in Bild 4.26 dargestellt.

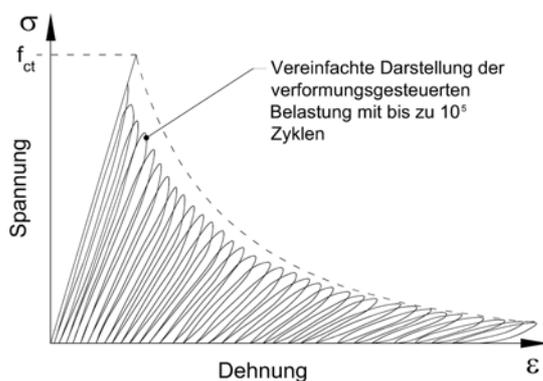


Bild 4.25: Schematische Darstellung der verformungsgesteuerten Zugschwellversuche von [Kessler-Kramer -02], nach [Pfanner -02]

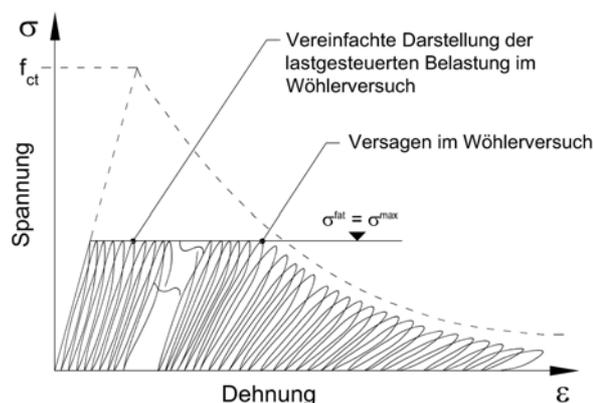


Bild 4.26: Übertragung der Erkenntnisse aus verformungsgesteuerten Versuchen auf das theoretische Nachbruchverhalten von Beton im Wöhlerversuch, nach [Pfanner -02]

In dem Ermüdungsmodell von [Pfanner -02] wird daher vollständiges Materialversagen mit dem Zustand gleichgesetzt, ab dem der Beton keine Spannungen mehr aufnehmen kann. Der Schädigungswert entspricht für diesen Zustand  $D = 1.0$ . Beim Versagen im Wöhlerversuch bzw. dem Beginn der Schädigungslokalisierung treten demnach in Abhängigkeit der Ermüdungsbeanspruchung  $\sigma_{max}$  Schädigungswerte mit  $D < 1.0$  auf.

Ein energiebasiertes Kriterium für vollständiges Materialversagen wird von [Pfanner -02] über die für die akkumulierte Schädigung geleistete Arbeit nach Gl.(4.55) definiert werden.

$$g^{fat}(D = D^{fat}, \sigma^{fat}, N) + \bar{g}^{da}(D = 1.0) = g^{da}(D = 1.0) \tag{4.55}$$

Die Summe aus der für einen bestimmten im Ermüdungsprozess akkumulierten Schädigungszustand  $D^{fat}$  geleisteten Arbeit  $g^{fat}(D = D^{fat}, \sigma^{fat}, N)$  und aus der in anschließend monotoner Belastung verbrauchten Arbeit  $g^{da}$  muss dem Integral der monotonen Arbeitslinie  $g^{da}(D = 1,0)$  entsprechen.  $\bar{g}^{da}$  wird bei [Pfanner -02] als restliche, noch im geschädigten Material gespeicherte Energie interpretiert. Die Arbeitsanteile sind in Bild 4.27 gegenübergestellt.

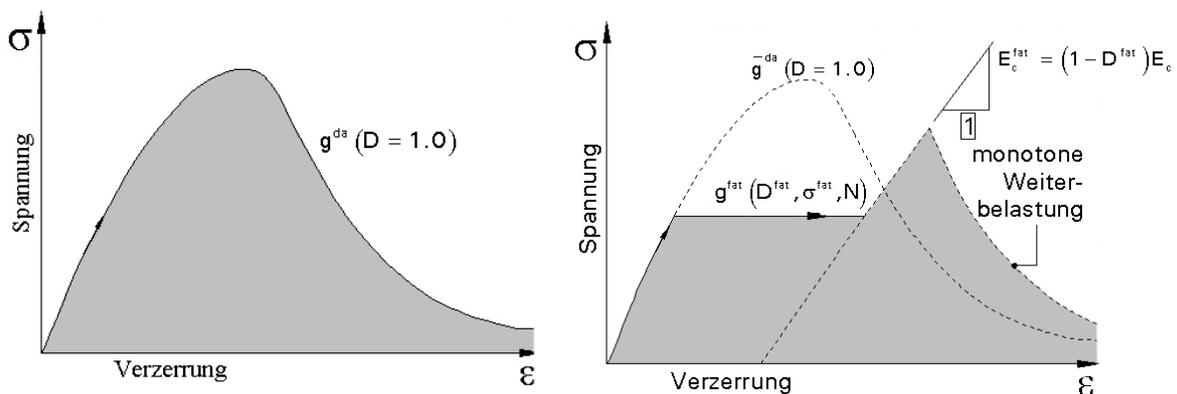


Bild 4.27: Darstellung der einzelnen Energieanteile aus Gl. (4.55), nach [Pfanner -02]

### 4.3.2.5 Berechnung der Ermüdungsschädigung

Die Lösung der Schädigungshypothese in Gl. (4.48) bzw. Gl. (4.54) erfordert die Ausformulierung und Berechnung der Energieanteile  $g^{da}$  und  $g^{fat}$ . Die dazu von [Pfanner -02] angegebenen Gleichungen werden im folgenden zusammengestellt und kurz erläutert.

#### 4.3.2.5.1 In Schädigung dissipierte Energie $g^{da}$

Zunächst wird bei [Pfanner -02] für einen vorgegeben Schädigungszustand  $D$  die zugehörige Verzerrung  $\epsilon_{cd}$  auf der Arbeitlinien ermittelt. Sie ergibt sich aus dem Schnittpunkt mit dem Ent- bzw. Wiederbelastungspfad des Pöllingschen Materialgesetzes nach Gl. (4.56)

$$\bar{\sigma}_c(\varepsilon) = \varepsilon(1-D)E_c - \frac{bD}{(1-b)}\sigma_c(\varepsilon_{cd}) \quad (4.56)$$

Das Gleichsetzen mit der Arbeitslinie in Gl. (4.57) ermöglicht die Bestimmung der gesuchten Verzerrung  $\varepsilon_{cd}$ .

$$\bar{\sigma}_c(\varepsilon_{cd}) = \sigma_c(\varepsilon_{cd}) \quad (4.57)$$

Zur Unterscheidung des Vor- und Nachbruchbereichs auf der Arbeitslinie führt [Pfanner -02] das Schädigungsmaß  $D_c$  ein. Dieses entspricht dem Schädigungszustand bei Erreichen der Druckfestigkeit, bzw. der zur Festigkeit gehörenden Stauchung  $-\varepsilon_c$  und kann nach Gl. (4.58) berechnet werden.

$$D_c = 1 - \frac{f_c}{\varepsilon_c \cdot E_c \cdot (1-b) + b \cdot f_c} \quad (4.58)$$

**Vorbruchbereich:**  $D \leq D_c$  **bzw.**  $-\varepsilon_{cd} \leq \varepsilon_c$

Aus Gl. (4.56) kann für den Vorbruchbereich die zur Schädigung  $D$  zugehörige Stauchung  $\varepsilon_{cd}$  nach Gl.(4.59) berechnet werden.

$$\varepsilon_{cd}(D) = \frac{E_c \left(1 - \frac{D}{1-b(1-D)}\right) - E_{ci}}{\frac{f_c}{\varepsilon_c^2} + E_c \left(1 - \frac{D}{1-b(1-D)}\right) \left(\frac{E_{ci}}{f_c} - \frac{2}{\varepsilon_c}\right)} \quad (4.59)$$

Anschließend kann  $g_{tot}^{da}$  als Integral der Arbeitslinie im Bereich 1 und Bereich 2 bestimmt werden.

**Bereich 1:**  $\varepsilon \leq -f_c / (3 \cdot E_c)$

$$g_{casc}(\varepsilon) = \int_{\varepsilon}^0 \sigma_{c1}(\bar{\varepsilon}) d\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon^2 \cdot E_c \quad (4.60)$$

**Bereich 2:**  $\varepsilon_c < \varepsilon \leq -f_c / (3 \cdot E_c)$

$$g_{casc}(\varepsilon) = \int_{\varepsilon}^{-f_c/3E_c} \sigma_{c2}(\bar{\varepsilon}) d\bar{\varepsilon} + \int_{\varepsilon=-f_c/3E_c}^0 \sigma_{c1}(\bar{\varepsilon}) d\bar{\varepsilon} \quad (4.61)$$

$$= \frac{1}{Y_g} \left( \frac{f_c}{2 \cdot \varepsilon_c^2} \left( \left( \frac{f_c}{3 \cdot E_c} \right)^2 - \varepsilon^2 \right) + \left( \frac{f_c}{\varepsilon_c^2 \cdot Y_g} + E_{ci} \right) \left( \frac{1}{Y_g} \ln \left( \frac{1 + Y_g \frac{f_c}{3E_c}}{1 - Y_g \cdot \varepsilon} \right) - \varepsilon - \frac{f_c}{3 \cdot E_c} \right) \right) + \frac{f_c^2}{18 \cdot E_c}$$

$$\text{mit: } Y_g = \left( \frac{E_{ci}}{f_c} - \frac{2}{\varepsilon_c} \right)$$

Der Ausdruck für  $g_{tot}^{da}(D)$  ergibt sich nach Gl. (4.62).

$$g_{tot}^{da}(D) = g_{casc}(\varepsilon_{cd}(D)) \tag{4.62}$$

**Nachbruchbereich:**  $D > D_c$  **bzw.**  $-\varepsilon_{cd} > \varepsilon_c$

Das Auflösen von Gl. (4.57) nach  $\varepsilon_{cd}$  führt im Nachbruchbereich auf eine kubische Gleichung, Gl. (4.63), die im Intervall  $[-\infty, -\varepsilon_c]$  stetig ist und genau eine Nullstelle besitzt, [Pölling -00].

$$\psi(\varepsilon_{cd}) = 0 = \frac{\gamma_c}{2\varepsilon_c} \varepsilon_{cd}^3 + \gamma_c \cdot \varepsilon_{cd}^2 + \left( \frac{2 + \gamma_c \cdot f_c \cdot \varepsilon_c}{2 \cdot f_c} \right) \varepsilon_{cd} + \frac{1 - b \cdot (1 - D)}{E_c \cdot (1 - b) \cdot (1 - D)} \tag{4.63}$$

Die Nullstelle von Gl. (4.63) kann durch numerische Iteration (z.B. durch Intervallschachtelung) bestimmt werden.

Ist  $\varepsilon_{cd}(D)$  bekannt, kann  $g_{tot}^{da}(D)$  für den Nachbruchbereich als Integral der Arbeitslinie berechnet werden. Dieses besteht zum einen aus dem Anteil des ansteigenden Astes nach Gl. (4.64) und zum anderen aus dem Integral des abfallenden Astes nach Gl. (4.65).

$$g_{casc}^{da} = g_{casc}(-\varepsilon_c) \tag{4.64}$$

$$g_{cdesc}(\varepsilon) = \int_{\bar{\varepsilon}=\varepsilon}^{-\varepsilon_c} \sigma_{c3}(\bar{\varepsilon}) d\bar{\varepsilon} = -\sqrt{\frac{2 \cdot f_c \cdot \varepsilon_c}{\gamma_c}} \arctan \left[ \sqrt{\frac{1}{2} \gamma_c \cdot f_c \cdot \varepsilon_c} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} + 1 \right) \right] \tag{4.65}$$

Das Einsetzen von  $\varepsilon = \varepsilon_{cd}(D)$  in die allgemeine Form von Gl. (4.65) führt auf den gesuchten Wert  $g_{cdesc}^{da}(D) = g_{cdesc}(\varepsilon_{cd}(D))$ . Schließlich kann  $g_{tot}^{da}(D)$  nach Gl. (4.66) bestimmt werden.

$$g_{tot}^{da}(D) = g_{casc}^{da} + g_{cdesc}^{da}(D) \tag{4.66}$$

Abschließend muss der Anteil der potentiellen Verformungsenergie  $g_p$  berechnet werden, die sich als Dreiecksfläche nach Gl. (4.67) ergibt.

$$g^p(D) = \frac{1}{2} \frac{[\sigma(\varepsilon_d)]^2}{E_c(1-D)} \text{ mit: } \sigma(\varepsilon_d) = \sigma(\varepsilon_{cd}(D)) \tag{4.67}$$

#### 4.3.2.5.2 Im Ermüdungsprozess dissipierte, schädigungswirksame Energie $g^{fat}$

Im Nachfolgenden wird der schädigungsrelevante Anteil der im Ermüdungsprozess dissipierten Energie  $g^{fat}$  bestimmt. Dieser Anteil ist in allgemeiner Form in Gl.(4.52) und (4.53) angegeben.

Die im Ermüdungsprozess in Schädigung dissipierte Energie wird durch das Integral des Ermüdungsverzerrungspfad bestimmt, siehe Bild 4.28. Der dissipierte Energieanteil kann demnach in Gl. (4.68) ausgeschrieben werden.

$$g_{tot}^{fat}(\sigma^{fat}, N) = g_{casc}(\varepsilon_{c0}) + \sigma^{fat} [\varepsilon^{fat}(\sigma^{fat}, N) - \varepsilon_{c0}] \tag{4.68}$$

In Gl. (4.68) entspricht  $\sigma^{fat}$  der Oberspannung der Ermüdungsbeanspruchung  $\sigma^{max}$ . Der Wert von  $g_{casc}(\varepsilon_{c0})$  kann mit Gl. (4.60) bzw. (4.61) für die Erstbelastungsstauchung  $\varepsilon_{c0}$  berechnet werden. Diese kann aus der monotonen Arbeitslinien für ein Beanspruchungsniveau  $\sigma^{fat}$  nach Gl. (4.69) bestimmt werden.  $\varepsilon^{fat}$  bezeichnet die während der Ermüdungslastgeschichte anwachsende Verzerrung. Sie ist abhängig vom Spannungsniveau  $\sigma^{fat}$  und der aufgebrauchten Schwingungszahl N. Die Berechnungsansätze für  $\varepsilon^{fat}$  von [Pfanner -02] werden in Abschnitt 4.3.2.8 vorgestellt.

$$\varepsilon_{c0} = \begin{cases} \frac{\sigma^{fat}}{E_c} & \text{falls } |\sigma^{fat}| \leq \frac{f_c}{3} \\ \frac{\varepsilon_c^2}{2} \left[ \sqrt{Y_0^2 + \frac{4\sigma^{fat}}{\varepsilon_c^2 f_c}} \right] & \text{falls } |\sigma^{fat}| > \frac{f_c}{3} \end{cases} \tag{4.69}$$

mit:  $Y_0 = \frac{E_{ci}}{f_c} \left[ \left( \frac{1}{f_c} - \frac{2}{E_{ci} \varepsilon_c} \right) \sigma^{fat} + 1 \right]$

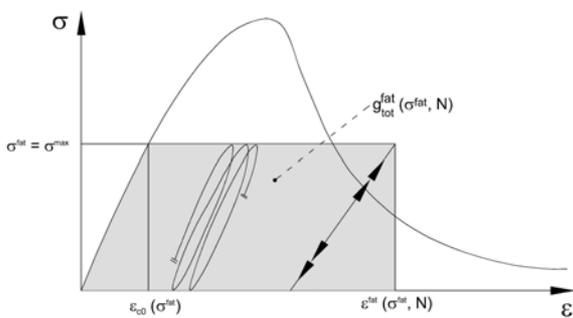


Bild 4.28: Schematische Darstellung von Gl. (4.53), aus [Pfanner -02].

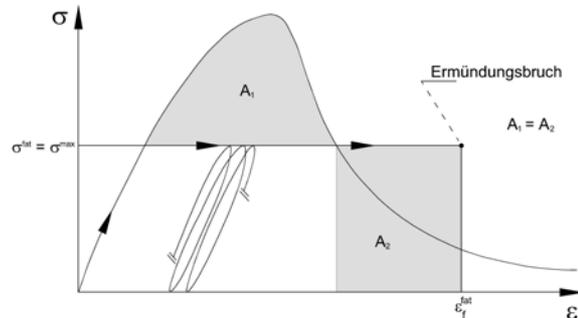


Bild 4.29: Schematische Darstellung des bis zum Ermüdungsbruch dissipierten Energieanteils, aus [Pfanner -02].

Der potentielle Energieanteil wird nach Gl. (4.70) ermittelt.

$$g^p(D, \sigma^{fat}) = \frac{1}{2} \frac{[\sigma^{fat}]^2}{E_c (1-D)} \tag{4.70}$$

#### 4.3.2.6 Verzerrungszustand beim Ermüdungsbruch

Um die während des Ermüdungsprozesses in Schädigung dissipierte Energie ermitteln zu können, muss die Ermüdungsverzerrung  $\varepsilon^{\text{fat}}$  zu jedem Zeitpunkt der Ermüdungslebensdauer bestimmt werden können. [Pfanner -02] ermittelt hierfür zunächst die Randwerte im Ermüdungsprozess. Zu Beginn ( $N = 1$ ) entspricht die Ermüdungsverzerrung gleich der Erstbelastungsverzerrung  $\varepsilon_{c0}$  nach Gl. (4.69). Die Verzerrung beim Ermüdungsbruch im Wöhlerversuch bei  $N = N_F$  kann hingegen unmittelbar aus der Grundgleichung des Schädigungsmodells in Gl. (4.48) bzw. Gl. (4.54) berechnet werden. Die Voraussetzung ist, dass beim Ermüdungsbruch eine Schädigungslokalisierung eintritt und Spannungen mit  $\sigma \geq \sigma^{\text{fat}}$  nicht mehr aufgenommen werden können. Diesen Zustand findet man nach [Pfanner -02] auch für eine Beanspruchung auf dem abfallenden Ast der monotonen Arbeitslinie, die  $\sigma^{\text{fat}}$  entspricht.

Unter der Berücksichtigung, dass diese Grundvoraussetzung nach Gl. (4.54) genau für einen bestimmten Schädigungszustand gilt, lassen sich auf beiden Seiten der Grundgleichung die potenziellen Energieanteile eliminieren, so dass die Grundgleichung für den Ermüdungsbruch auf folgende Form reduziert wird, Gl. (4.71):

$$g_{\text{tot}}^{\text{da}}(D) = g_{\text{tot}}^{\text{fat}}(\sigma^{\text{fat}}, N_f) \quad (4.71)$$

Die Schädigungsvariable  $D$ , die den Schädigungszustand für den Punkt auf dem abfallenden Ast beschreibt, wird bei [Pfanner -02] aus Gl. (4.47) für die vorhanden Ermüdungsbeanspruchung  $\sigma^{\text{fat}}$  abgeleitet. Dieser Wert kann nach Gl. (4.72) berechnet werden.

$$D_c^{\text{da}}(\sigma^{\text{fat}}) = 1 + \frac{1}{\frac{1}{\sigma^{\text{fat}}} E_c (1-b) \left[ \varepsilon_c + \sqrt{-\frac{2\varepsilon_c}{\gamma_c f_c} \left( 1 + \frac{f_c}{\sigma^{\text{fat}}} \right)} \right] - b} \quad (4.72)$$

Somit kann die vorläufige Verzerrung beim Ermüdungsbruch  $\varepsilon_f^{\text{fat}}$  nach Gl. (4.73) berechnet werden.

$$\varepsilon_f^{\text{fat}} = \varepsilon^{\text{fat}}(\sigma^{\text{fat}}, N_f) = \frac{1}{\sigma^{\text{fat}}} \left[ g_{\text{tot}}^{\text{da}}(D_c^{\text{da}}(\sigma^{\text{fat}})) - g_{\text{casc}}(\varepsilon_{c0}) \right] + \varepsilon_{c0} \quad (4.73)$$

Die Modellvorstellung zur Berechnung von  $\varepsilon_f^{\text{fat}}$  wird in Bild 4.29 verdeutlicht. Man erkennt den Energieanteil, der unter der Ermüdungsbeanspruchung  $\sigma^{\text{fat}}$  zusätzlich aufgebracht werden muss, um das Ermüdungsversagen im Wöhlerversuch zu erreichen. Daraus folgt, dass die Annahme der Invarianz der schädigungswirksamen Energie immer auf Versagensverzerrungen führen muss, die außerhalb der monotonen Arbeitslinie liegen. [Pfanner -02] stützt dieses Ergebnis auf Versuchsbeobachtungen unter monotoner Kriechbeanspruchung,

bei denen ähnliche Effekte beobachtet wurden. [Pfanner -02] kommt zu dem Ergebnis, dass infolgedessen das „Envelope-Konzept“ mit der monotonen Arbeitslinie als Umhüllende aller Spannungs-Dehnungs Hysteresen bei hochzyklischen Beanspruchungen nicht aufrecht zu erhalten ist, siehe Bild 3.8.

Bei  $\varepsilon_r^{\text{fat}}$  nach Gl. (4.73) handelt es sich jedoch um einen vorläufigen Wert. [Pfanner -02] modifiziert diesen Wert, da Versuche von [Kessler-Kramer -02] an Betonprüfkörpern unter zyklischer Zugschwellbeanspruchung eine Verringerung der von der Umhüllenden eingeschlossenen Fläche mit zunehmender Zyklenzahl ergaben. Dies bedeutet, dass mit zunehmender Lastzyklenzahl, die im Sinne von [Spooner/Dougill -75] zum Erreichen eines bestimmten Schädigungszustandes aufzubringende Energie geringer wird, was bisher nicht der Grundannahme der Invarianz dieser Energie entspricht. [Pfanner -02] erklärt dieses Phänomen damit, dass bei hochzyklischen Ermüdungsbeanspruchungen im Beton vor der Bildung einer makroskopischen Schädigung mehr Mikrostörungen entstehen, als dies bei monotoner Beanspruchung der Fall ist. In einem solcherart stärker vorgeschädigten Material hat es ein makroskopischer Riss in der lokalisierten Prozesszone wesentlich leichter, sich auszubreiten, als in einem Material mit geringer Mikrorissdichte. Das lokalisierte Nachbruchverhalten des vorgeschädigten Betons wird sich in einem steileren abfallenden Ast der Spannungs-Verzerrungs-Beziehung sichtbar, wie es die Versuche von [Kessler-Kramer -02] zeigten.

#### 4.3.2.7 Abgeminderte Zerstauchungsenergie für Druckbeanspruchung

In Bild 4.30 (linkes Bild) ist die gemäß des Materialgesetzes von [Pölling -00] verbleibende Restenergie für einen durch monotone Belastung hervorgerufenen Schädigungszustand D dargestellt. Demgegenüber ist im mittleren Bild von Bild 4.30 der geänderte Zustand nach Ermüdungsbelastung für den gleichen Schädigungszustand skizziert. [Pfanner -02] stellt hierfür die Forderungen auf,

- dass die im Material verbliebene Restenergie für den Schädigungszustand D unverändert bleibt und
- dass die Zerstauchungsenergie im lokalisierten Bereich gegenüber monotoner Beanspruchung vermindert ist.

Diese Forderungen führen zwangsläufig zu der Schlussfolgerung, dass die vom Material nach einer Ermüdungsvorbelastung noch aufnehmbare Spannung für den gleichen Schädigungszustand höher ist als bei Wiederbelastung im Materialmodell von [Pölling -00]. Dies kann dadurch begründet werden, dass infolge einer Ermüdungsvorbelastung, die bislang nicht zum Ermüdungsbruch geführt hat, die Schädigung diffus auf der Mikroebene akkumuliert wurde. Hingegen geht das Materialgesetz von [Pölling -00] davon aus, dass vor der Wiederbelastung bereits eine Schädigungslokalisierung stattgefunden hat, so dass eine niedrigere Restfestigkeit als bei Ermüdungsvorbelastung erwarten werden kann, [Pfanner -02].

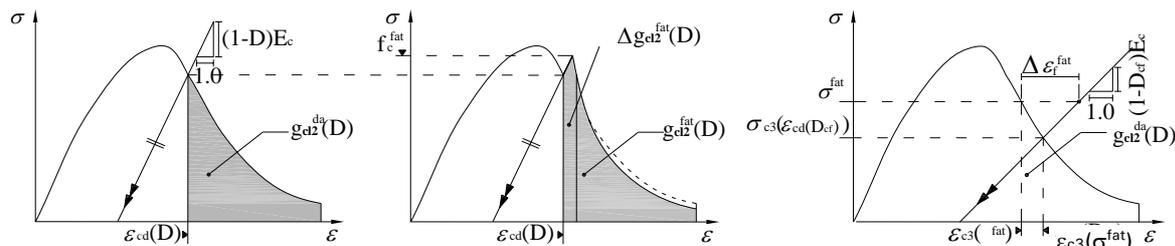


Bild 4.30: Anteile der noch verbleibenden Restenergie bei monotoner Vorbelastung bis zur Schädigung  $D$  (linkes Bild), bei Ermüdungsvorbelastung bis zur Schädigung  $D$  (Bild in der Mitte) und Schädigungszustand  $D_{cf}$  beim Ermüdungsbruch (rechtes Bild), aus [Pfanner -02].

Die Abminderung der verbleibenden Zerstauchungsenergie im lokalisierten Bereich kann nach Gl. (4.74) berechnet werden. Die einzelnen Anteile sind in Bild 4.30 erkennbar.

$$g_{c12}^{fat}(D) = g_{c12}^{da}(D) - \Delta g_{c12}^{fat}(D) \quad (4.74)$$

Die für einen bestimmten Schädigungszustand verbleibende Restenergie unter einer monotonen Arbeitslinie kann nach Gl. (4.75) berechnet werden:

$$g_{c12}^{da}(D) = g_{c12} - g_{cdesc}^{da}(D) \quad (4.75)$$

Für die durch den Ermüdungsprozess hervorgerufene Änderung der Restenergie schlägt [Pfanner -02] in Gl. (4.76) eine Abminderung in Abhängigkeit des Schädigungszustands vor.

$$\Delta g_{c12}^{fat}(D) = \left[ 1 - (1 - D)^\lambda \right] g_{c12}^{da}(D) \quad (4.76)$$

Zur Verifizierung des Exponenten  $\lambda$  stehen bisher nur die verformungsgesteuerten Zugschwellversuche von [Kessler-Kramer -02] zur Verfügung. Für den Druckbereich sind nach [Pfanner -02] allenfalls qualitative Anpassungen möglich. In Bezug auf die Veränderung der Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie besteht der Bedarf nach weiteren Versuchen.

Nach Bild 4.30 kann die Abminderung aber auch nach Gl. (4.77) vorgenommen werden.

$$\Delta g_{c12}^{fat}(D) = \frac{1}{2} \frac{\left[ f_c^{fat} \right]^2 - \left[ \sigma_{c3}(\epsilon_{cd}(D)) \right]^2}{(1 - D) \cdot E_c} \quad (4.77)$$

Darin bezeichnet  $f_c^{fat}$  die Restfestigkeit des Materials.  $\sigma_{c3}$  kennzeichnet die Spannung auf dem abfallenden Ast der monotonen Arbeitslinie für die zur Schädigung  $D$  gehörende Stauchung  $\epsilon_{cd}$  nach Gl. (4.63).

Durch Gleichsetzen von Gl. (4.76) und Gl. (4.77) kann für den Ermüdungsbruchs ( $f_c^{fat} = \sigma_{max}$ ) die Schädigung  $D_{cf}$  ermittelt werden, die sich bis zum Eintritt der Schädigungslokalisierung einstellt, Gl. (4.78).

$$\psi(D_{cf})=0 = \frac{1}{2} \frac{[\sigma^{fat}]^2 - [\sigma_{c3}(\varepsilon_{cd}(D_{cf}))]^2}{(1-D_{cf})E_c} - \left[1 - (1-D_{cf})^{\chi_c}\right] g_{c12}^{da}(D_{cf}) \quad (4.78)$$

Durch numerische Iteration kann  $D_{cf}$  aus Gl. (4.78) berechnet werden. Somit kann der zusätzliche Verzerrungsanteil  $\Delta\varepsilon_f^{fat}$  nach Gl. (4.79) bestimmt werden.

$$\Delta\varepsilon_f^{fat} = \varepsilon_{cd}(D_{cf}) + \frac{\sigma^{fat} - \sigma_{c3}(\varepsilon_{cd}(D_{cf}))}{(1-D_{cf})E_c} \varepsilon_{c3}(\sigma^{fat}) \quad (4.79)$$

Die endgültige Verzerrung beim Eintritt des Ermüdungsversagens wird durch Addition von  $\Delta\varepsilon_f^{fat}$  und dem vorläufigen Wert von  $\varepsilon_f^{fat}$  aus Gl.(4.73) bestimmt.

$$\begin{aligned} \varepsilon_f^{fat} = \varepsilon_f^{fat}(\sigma^{fat}, N_f) &= \frac{1}{\sigma^{fat}} \left[ g_{tot}^{da}(D_c^{da}(\sigma^{fat})) - g_{casc}(\varepsilon_{c0}) \right] \\ &+ \varepsilon_{c0} + \varepsilon_{cd}(D_{cf}) + \frac{\sigma^{fat} - \sigma_{c3}(\varepsilon_{cd}(D_{cf}))}{(1-D_{cf})E_c} \varepsilon_{c3}(\sigma^{fat}) \end{aligned} \quad (4.80)$$

#### 4.3.2.8 Verzerrungsevolution während des Ermüdungsprozesses

In den vorangestellten Abschnitten wurden bereits die Verzerrungen zu Beginn der Beanspruchung und beim Eintritt des Ermüdungsversagens angegeben. Nachfolgend werden die von [Pfanner -02] angegebenen Gleichungen zur Beschreibung der Verzerrungsevolution während des Ermüdungsprozesses aufgeführt. Diese sind anhand der aus Ermüdungsversuchen bekannten Verläufe für Druck- bzw. Zugschwellbeanspruchungen, siehe Kapitel 3.3.1., entwickelt worden.

Die Übergänge der einzelnen in Bild 3.10 dargestellten Rissbildungsprozesse werden bei [Pfanner -02] auf Basis von statistischen Auswertungen von in der Literatur verfügbaren Versuchsdaten angegeben. Demnach ergibt sich für Druckschwellbeanspruchungen der Übergang von Phase 1 zu Phase 2 bei einer bezogenen Schwingspielzahl von  $N/N_F = \Delta\bar{n} = 0,2$  und der Übergang von Phase 2 zu Phase 3 folgt dann bei  $N/N_F = 1 - \Delta\bar{n} = 0,8$ . Für Zugschwellbeanspruchungen ermittelt [Pfanner -02]  $\Delta\bar{n} = 0,1$  bzw.  $1 - \Delta\bar{n} = 0,9$ .

Die Verzerrungsentwicklung wird bei [Pfanner -02] immer über dem auf die Bruchschwingspielzahl bezogenen Zeitpunkt der Ermüdungslebensdauer betrachtet. Der Ermüdungsbruch entspricht dabei einem Wert von  $N/N_F = 1$ .

Die Verzerrungsentwicklung hängt stark von der Versagensverzerrung  $\varepsilon_f^{fat}$  ab. Diese wird maßgeblich von der Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie beeinflusst

und ist somit als materialabhängig anzusehen. [Pfanner -02] führt daher zur objektiveren Beschreibung der Verzerrungsentwicklung die relativen Verzerrungsänderungen  $\Delta\bar{\varepsilon}_2$  und  $\Delta\bar{\varepsilon}_3$  an den charakteristischen Zeitpunkten der Ermüdungsdauer ein, siehe Bild 4.31. Die Beziehungen zwischen den absoluten Verzerrungen und den zugehörigen Verzerrungsänderungen sind in Gl. (4.81) und Gl. (4.82) aufgeführt.

$$\varepsilon_2^{fat} = \varepsilon_0 + \Delta\bar{\varepsilon}_2 (\varepsilon_f^{fat} - \varepsilon_0) \quad (4.81)$$

$$\varepsilon_3^{fat} = \varepsilon_0 + \Delta\bar{\varepsilon}_3 (\varepsilon_f^{fat} - \varepsilon_0) \quad (4.82)$$

Für die Bestimmung von  $\Delta\bar{\varepsilon}_2$  und  $\Delta\bar{\varepsilon}_3$  leitet [Pfanner -02] aus Versuchsergebnissen Gl. (4.83) und Gl. (4.84) ab. [Pfanner -02] stellte dabei fest, dass relativen Verzerrungsänderungen hauptsächlich vom Ermüdungsspannungsniveau abhängen. Je niedriger die aufgebrachten Spannungen waren, desto größer waren die relativen Anteile der Ermüdungsverzerrungen.

$$\Delta\bar{\varepsilon}_2 = \kappa_R \left[ 0,3 \cdot \left( \frac{\sigma_{\max}}{f_c} \right)^3 + 0,46 \right] \quad (4.83)$$

$$\Delta\bar{\varepsilon}_3 = \kappa_R \left[ -0,3 \cdot \left( \frac{\sigma_{\max}}{f_c} \right)^3 + 0,8 \right] \quad (4.84)$$

$\kappa_R$  berücksichtigt das Verhältnis von Ober- zu Unterspannung und kann nach Gl. (4.85) ermittelt werden. Dieser Wert beeinflusst die Verzerrungsentwicklung jedoch nur bei großen Spannungsverhältnissen  $R$  und hohen Oberspannungen  $\sigma_{\max}$ .

$$\kappa_R = 1 + R \left( \frac{\sigma_{\max}}{f_c} \right)^{10} \quad \text{mit:} \quad R = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \quad (4.85)$$

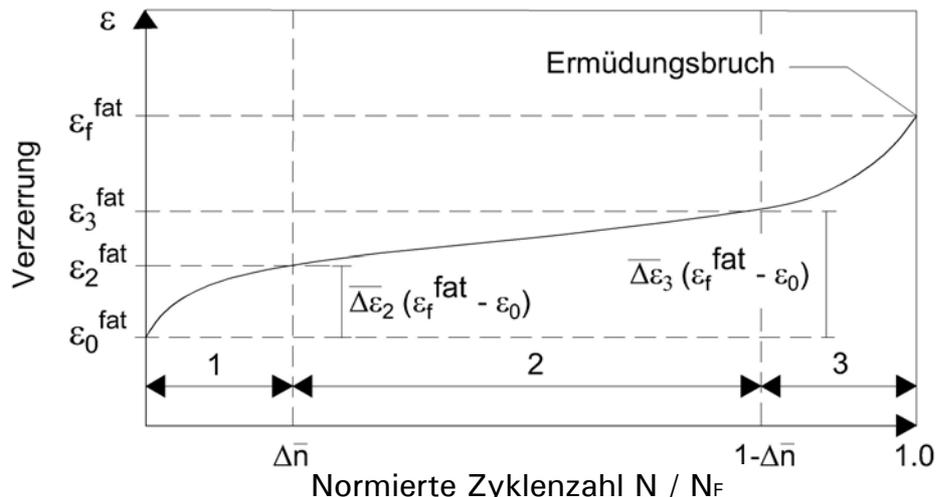


Bild 4.31: Darstellung der charakteristischen Werte der Verzerrungsentwicklung, aus [Pfanter -02].

Die Verzerrungsevolution wird mit einer kontinuierlichen Funktion  $J(N)$  beschrieben. Diese setzt sich aus unterschiedlichen Termen zusammen und folgt der typischen dreiphasigen Verzerrungsakkumulation unter Ermüdungsbeanspruchungen. Die einzelnen von [Pfanter -02] hergeleiteten Anteile sind in den Gl. (4.86) bis Gl. (4.88) angegeben. Die Verläufe sind zur Veranschaulichung Bild 4.32 dargestellt.

$$\Delta J_1(N) = \left( \frac{\varepsilon_f^{fat}}{\varepsilon_0} - 1 \right) \frac{\Delta \bar{\varepsilon}_2 \left[ (\Delta \bar{n}^2 - 1) \cdot \Delta \bar{\varepsilon}_2 + (1 - \Delta \bar{n}) \cdot \Delta \bar{\varepsilon}_2 \cdot \Delta \bar{n} \right]}{\Delta \bar{\varepsilon}_2 - \Delta \bar{n} \cdot \Delta \bar{\varepsilon}_3} \cdot \left[ \left( \frac{\Delta \bar{n} \cdot \Delta \bar{\varepsilon}_3 - \Delta \bar{\varepsilon}_2}{\Delta \bar{n}^2 \cdot (\Delta \bar{\varepsilon}_2 - \Delta \bar{\varepsilon}_3)} \cdot \frac{N}{N_f} + 1 \right)^{-1} - 1 \right] \quad (4.86)$$

$$\Delta J_2(N) = \left( \frac{\varepsilon_f^{fat}}{\varepsilon_0} - 1 \right) \cdot (\Delta \bar{\varepsilon}_3 - \Delta \bar{\varepsilon}_2) \cdot \frac{N}{N_f} \quad (4.87)$$

$$\Delta J_3(N) = \left( \frac{\varepsilon_f^{fat}}{\varepsilon_0} - 1 \right) \cdot (1 - \Delta \bar{\varepsilon}_3) \left( \frac{N}{N_f} \right)^{\log_{(1-\Delta \bar{n})} \left[ \frac{\Delta \bar{n} \cdot (\Delta \bar{\varepsilon}_2 - \Delta \bar{\varepsilon}_3)}{\Delta \bar{\varepsilon}_3 - 1} \right]} \quad (4.88)$$

Die einzelnen Anteile werden nach Gl. (4.89) additiv zusammengefügt.

$$J(N) = \Delta J_1(N) + \Delta J_2(N) + \Delta J_3(N) + 1,0 \quad (4.89)$$

Die Ermüdungsverzerrung  $\varepsilon_f^{fat}$  kann somit zu jedem Zeitpunkt der Ermüdungsdauer aus Gl. (4.90) berechnet werden kann.

$$\varepsilon_f^{fat} = J(N) \cdot \varepsilon_0 \quad (4.90)$$

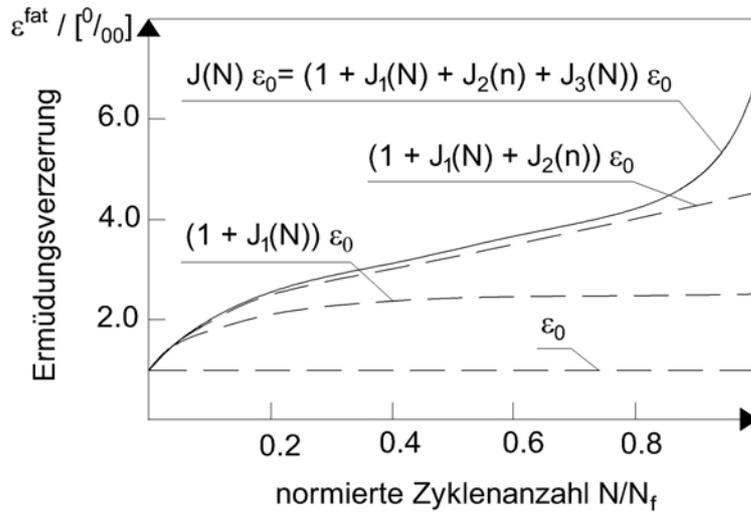


Bild 4.32: Verzerrungsfunktion  $J(N) \cdot \varepsilon_0$  sowie deren Anteile, aus [Pfanner -02].

### 4.3.2.9 Ablaufschema

Die Ermittlung des Schädigungszustandes aus der Schädigungshypothese nach Gl. (4.48) bzw. Gl. (4.54) für einen bestimmten Zeitpunkt im Ermüdungsprozess bedarf eines iterativen Vorgehens, [Pfanner -02]. In Bild 4.33 wird dieses Vorgehen in einem Ablaufschema zusammenfassend dargestellt.

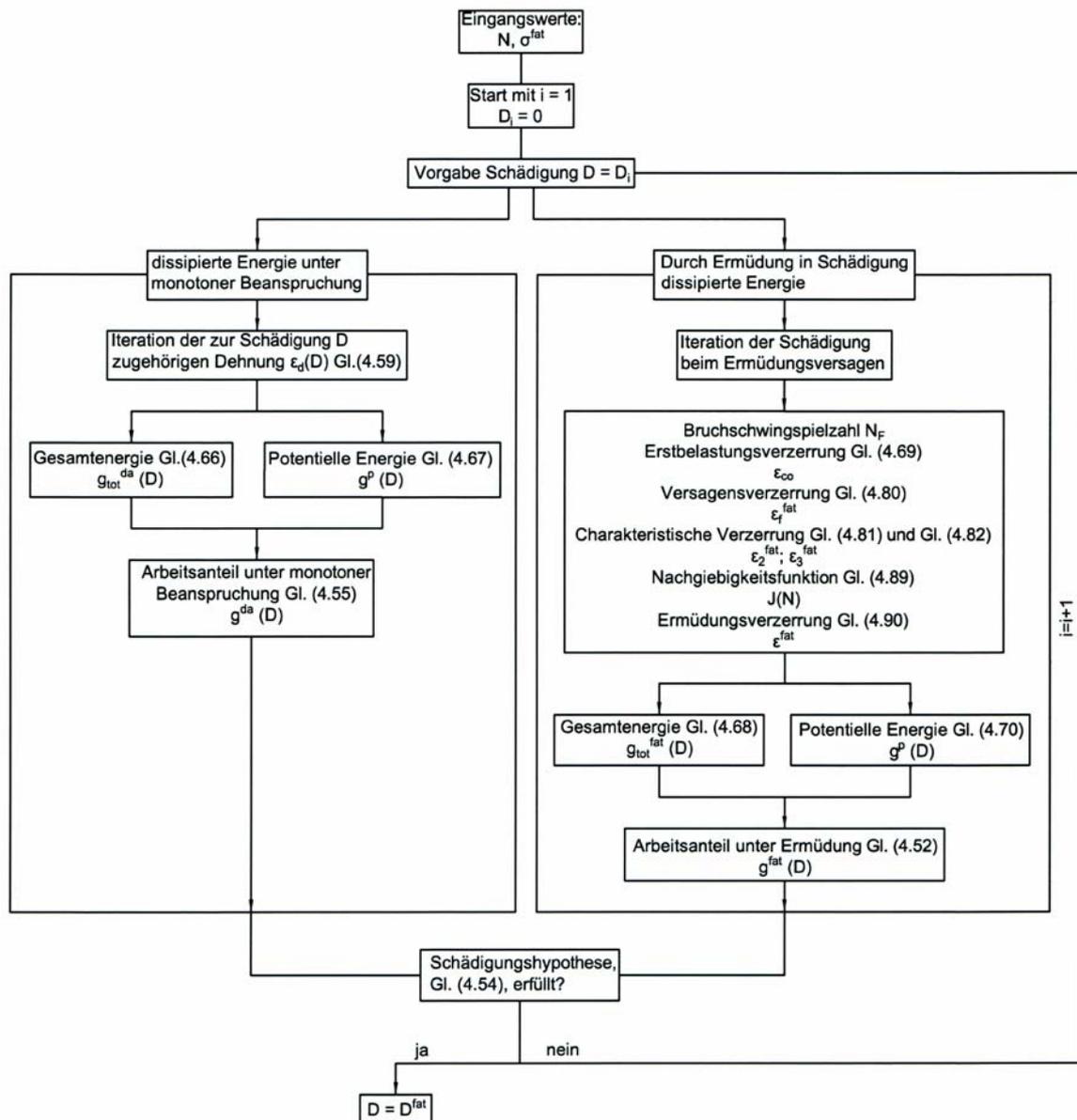


Bild 4.33: Iteration der Schädigungsvariablen  $D^{fat}$  in dem Ermüdungsmodell von [Pfanner -02]

#### 4.3.2.10 Verifikation des energetischen Ermüdungsmodells

In [Pfanner -02] werden die mit dem energetischen Ermüdungsmodell berechneten Verzerrungsverläufe und Steifigkeitsentwicklungen anhand von Versuchsergebnissen aus der Literatur verifiziert. Die zur Verfügung stehenden Versuche umfassen einen Bereich der untersuchten Oberspannungen von  $\sigma_{\max} = 0,675 \cdot f_c$  bis  $\sigma_{\max} = 0,95 \cdot f_c$ . Versuche mit geringeren Oberspannungen sind nicht bekannt. Die Unterspannungen lagen zwischen  $\sigma_{\min} = 0$  und  $\sigma_{\min} = 0,05 \cdot f_c$ . [Pfanner -02] stellt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den experimentell gewonnenen Ergebnissen mit denen nach energetischem Schädigungsmodell berechneten Verläufen fest.

Im Anhang der Arbeit von [Pfanner -02] sind die Ergebnisse eine Parameterstudie mit unterschiedlichen Ermüdungsbeanspruchungen aufgeführt. Mit den gleichen Materialparametern, siehe Tabelle 4.2, wurden eigene Berechnungen durchgeführt, um die richtige rechnerische Umsetzung des energetischen Modells entsprechend Bild 4.33 überprüfen zu können. Dabei ergaben die berechneten Verläufe eine nahezu exakte Übereinstimmung mit den von [Pfanner -02] berechneten Werten. Folglich kann davon ausgegangen werden, dass die in diesem Kapitel zur Bestimmung der Verzerrungs- und Schädigungsentwicklung nach energetischem Ermüdungsmodell aufgeführten Gleichungen und Iterationen richtig in eigenen Programmroutinen umgesetzt wurden. Somit steht das energetische Schädigungsmodell von [Pfanner -02] im Rahmen dieser Arbeit für weiterführende rechnerische Untersuchungen von Ermüdungsprozessen zur Verfügung.

*Tabelle 4.2: Materialkennwerte für die Vergleichsrechnungen*

$f_{c1} = 40,0 \text{ MN/m}^2$	$\varepsilon_{c1} = 0,0022$	$E_c = 40.000 \text{ MN/m}^2$	$b = 0,75$
$G_{cl} = 0,03 \text{ MN/m}$	$l_{eq} = 0,25 \text{ m}$	$\lambda = 0,2$	$\Delta n = 0,2$

Die berechneten Verzerrungsverläufe sind in Bild 4.34 dargestellt. Daraus ist erkennbar, dass mit abnehmender Oberspannung die Ermüdungsverzerrungen zunehmen. Inwieweit die rechnerisch ermittelten Werte auch tatsächlich bei kleineren Oberspannungen auftreten, konnte bisher nicht aufgrund der damit verbundenen sehr hohen Bruchschwingspielzahlen experimentell an Versuchen überprüft werden.

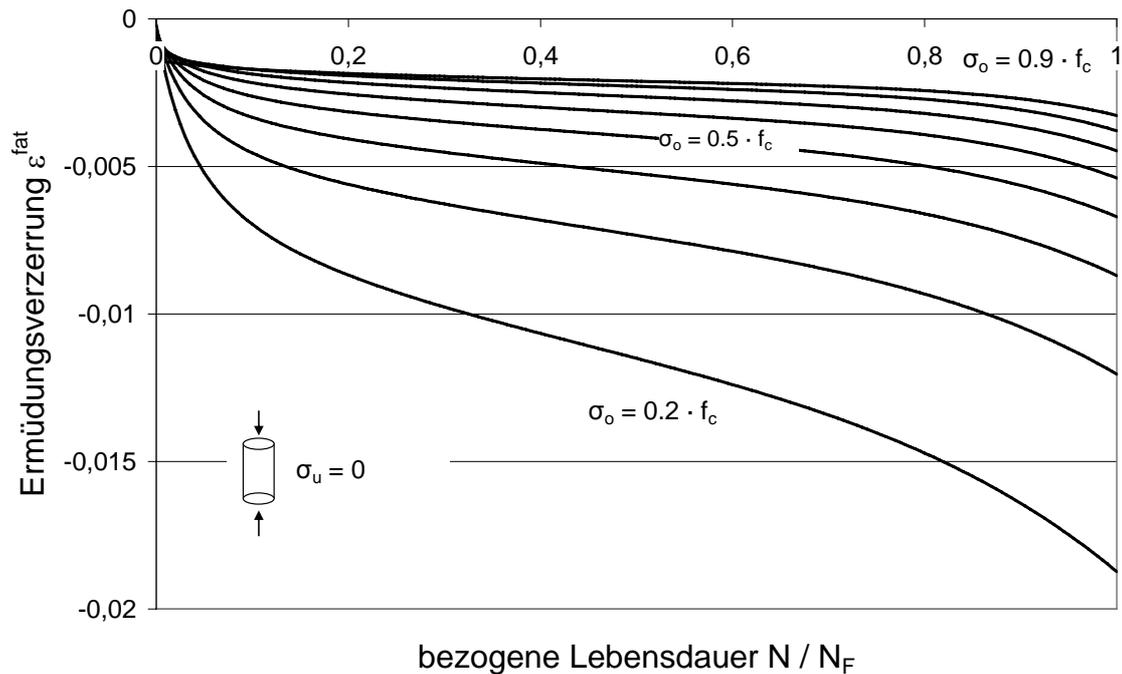


Bild 4.34: Berechnete Verzerrungsentwicklung nach den Ansätzen von [Pfanter -02]

Die berechneten Schädigungsverläufe sind in Bild 4.35 aufgeführt. Der dreiphasige Schädigungsverlauf tritt deutlich hervor. Je kleiner die Oberspannung gewählt wird, desto größer ist die berechnete Ermüdungsschädigung beim Erreichen des Wöhlerversagens ( $N/N_F = 1$ ). Dies bedeutet, dass bei höheren Oberspannungen bzw. Amplituden weniger Energie bis zum Eintreten des Ermüdungsversagens im Wöhlerversuch in Schädigung dissipiert wird als bei geringeren Beanspruchungen. Erstere führen frühzeitiger im Ermüdungsprozess zur Schädigungslokalisierung. Weiterhin ist erkennbar, dass im Ermüdungsmodell auch eine bereits durch die Erstbelastung ( $N = 1$ ) verursachte Anfangsschädigung berücksichtigt wird. Diese Anfangsschädigung wird durch das nichtlineare Materialverhalten des Betons unter monotoner Beanspruchung hervorgerufen und aus dem Materialmodell von [Pölling -00] ermittelt.

Die aus den Schädigungsverläufen nach Gl. (4.91) berechneten Steifigkeitsentwicklungen des E-Moduls sind in Bild 4.36 aufgeführt.

$$E_c^{fat} = (1 - D^{fat}) \cdot E_c \tag{4.91}$$

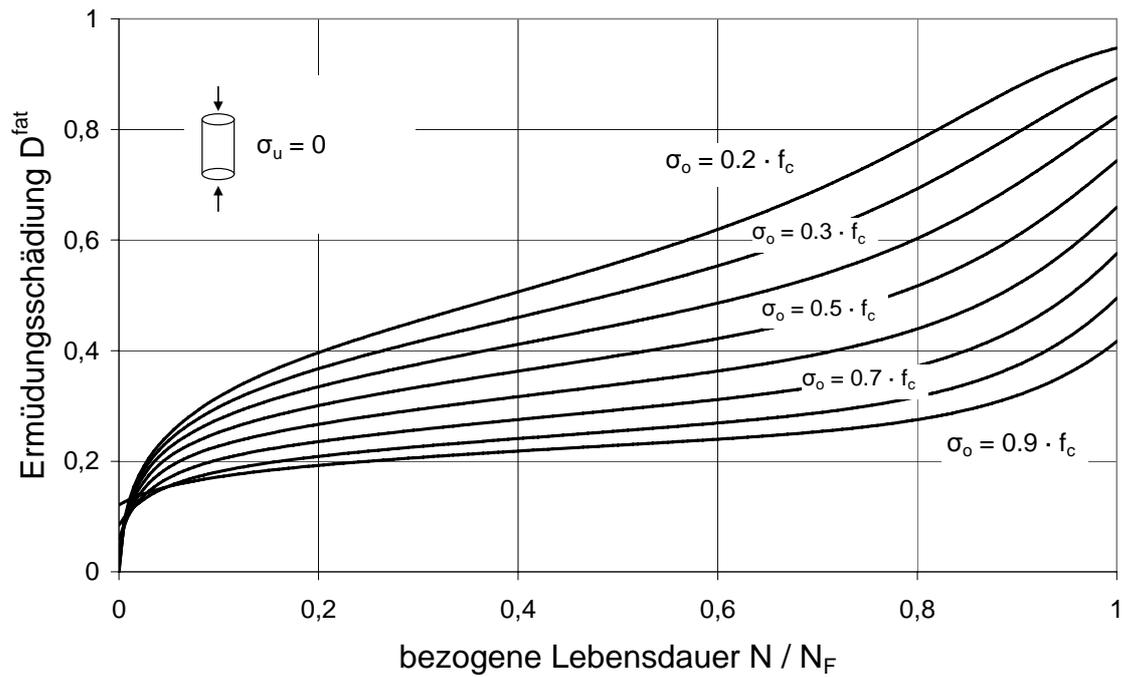


Bild 4.35: Berechnete Schädigungsentwicklung nach den Ansätzen von [Pfanner -02]

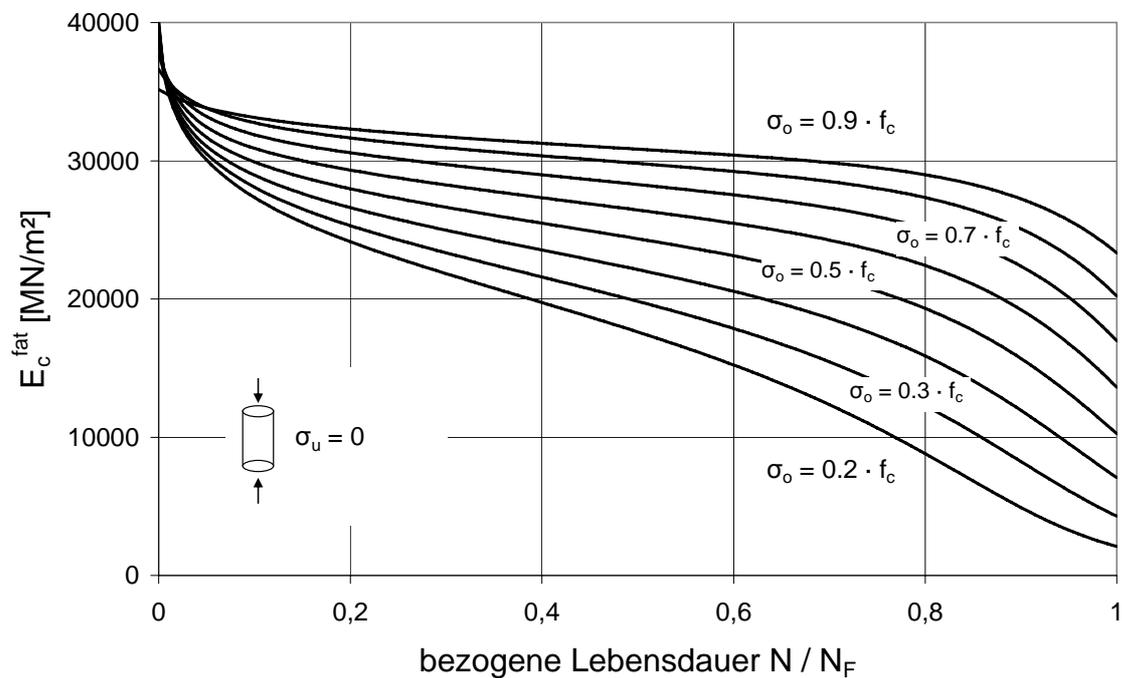


Bild 4.36: Berechnete Steifigkeitsentwicklung nach den Ansätzen von [Pfanner -02]

***Zusammenfassende Bewertung des energetischen Schädigungsmodells***

Mit dem Ermüdungsmodell von [Pfanner -02] liegt somit ein mechanisch begründeter Modellansatz zur Erfassung der nichtlinearen Steifigkeits- und Schädigungsentwicklung von Beton unter konstanter Ermüdungsbeanspruchung vor. Der Modellansatz ist spannungsbasiert formuliert und berücksichtigt die Bruchschwingspielzahlen aus den Wöhlerkurven. Ferner führt dieser zu sehr guten Übereinstimmungen zwischen Versuchsergebnissen und Berechnung. Das energetische Ermüdungsmodell ist daher als sehr geeignet zur Beschreibung des Schädigungsprozess im Beton unter Ermüdungsbeanspruchungen zu bewerten.

## 5. Ermüdungsnachweise in den Vorschriften

### 5.1 Allgemeines

Bei Türmen aus Spannbeton sind Ermüdungsnachweise für den Beton, den Betonstahl sowie den Spannstahl und für dessen Verankerungen zu führen. Sie dürfen entsprechend den Angaben der DIBT-Richtlinie für Windenergieanlagen [DIBt Ri. -04] nach den Nachweisverfahren des Model Code 90 [CEB 213/214 -93] geführt werden.

### 5.2 Ermüdungswirksame Einwirkungen auf Tragkonstruktionen für Windenergieanlagen

#### 5.2.1 Einwirkungen aus Wind und Anlagenbetrieb

Für die Ermittlung der Extrem- und Betriebslasten einer WEA werden numerische Simulationsrechnungen durchgeführt. Die in diesen Berechnungen anzusetzenden repräsentativen Umweltverhältnisse basieren auf der DIN 1055-4 und werden in der DIBt-Richtlinie [DIBt Ri. -04] bzw. DIN EN 61400-1 geregelt. Neben der stationären Anströmung des Windes sind im aerodynamischen Modell u. a. die Windturbulenz, die Böeneigenschaften des Windes und plötzliche Windrichtungsänderungen zu berücksichtigen. Das dynamische Antwortverhalten des Gesamtsystems, bestehend aus Maschine, Turm und Gründung, auf die resultierende Belastung sowie die Einflüsse aus der Steuerung und Regelung der Anlage, wie z. B. Rotor- und Generatordrehzahl, Blattstellwinkel und, sind ebenfalls in die Berechnung mit einzubeziehen [Seidel -02], vgl. auch [Hau -03] und [Gasch -05].

Aufgrund des hohen Rechenaufwandes wird nicht die gesamte Lebensdauer einer Anlage numerisch simuliert. Vielmehr werden einzelne Zeitbereiche betrachtet, die die nach Tabelle 1 der DIBt-Richtlinie, [DIBt Ri. -04], zu untersuchenden Einwirkungskombinationen beinhalten. Dies sind u. a. Normaler Anlagenbetrieb, Böen, Schräganströmungen, Start- und Stoppvorgänge, Netzausfall, sowie Kombinationen hieraus. Die in Abhängigkeit von den Betriebszuständen festgelegten Einwirkungskombinationen werden in Gruppen N (normal und extrem), A (außergewöhnlich), F (Ermüdung) und T (Transport und Montage) unterteilt.

Die gewonnenen Belastungszeitreihen werden mit statistischen Methoden unter Berücksichtigung der Auftretenswahrscheinlichkeit der Einzelereignisse zusammengeführt. Für jede Schnittgrößenkomponente kann so eine Zeitreihe für

die angestrebte Nutzungsdauer erstellt werden. Dabei muss die Bestimmung der Zeitreihen für alle Bemessungsschnitte der Anlagenstruktur durchgeführt werden, [Faber/Steck -05]. Der Ablauf einer numerischen Lastensimulation ist in Bild 5.1 dargestellt.

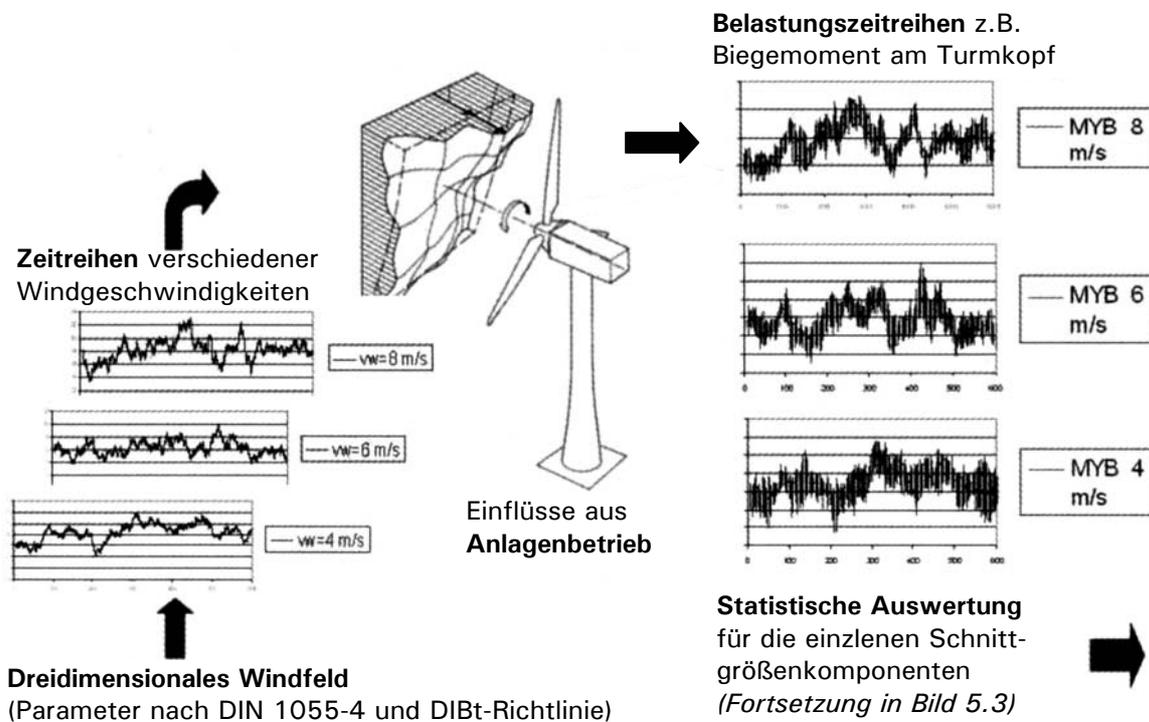


Bild 5.1: Schematische Darstellung einer Lastensimulation, nach [Faber/Steck -05]

Eine gesamtdynamische Bemessung der Anlagenstruktur mit den ermittelten Zeitreihen wird aufgrund des hohen Aufwandes nur in Ausnahmefällen vorgenommen. Im Regelfall werden daher für eine vereinfachte Berechnung die simulierten Lastwechsel in den einzelnen Bemessungsschnitten mit einem geeigneten Zählverfahren (z.B. nach Rainflow) ausgewertet und nach Mittelwerten und Schwingweiten klassiert. Die so gewonnenen Lastkollektive werden gemeinsam mit der zugehörigen Lastspielzahl z. B. in Markov-Matrizen zusammengefasst und auf die Lebensdauer der Anlage hochgerechnet, siehe Bild 5.2. Der zeitliche Zusammenhang der unterschiedlichen Beanspruchungen geht dabei verloren, so dass gegebenenfalls einzelne Schnittgrößen ungünstig überlagert werden müssen [Seidel -02].

Rainflow-Klassierung der Schnittgrößen-Zeitverläufe und Erstellung von **Markov-Matrizen**

Amplitude [kN]	Mittelwert [kN]	Lastwechselzahl [ ]
10	-5	12508
10	0	12359
10	5	58248
10	10	884289
10	15	25361
12.5	-10	95625
12.5	-5	41588
12.5	0	51236
12.5	5	357851
12.5	10	25948
12.5	15	3215
15	-5	58753
USW		

**Approximation** mit der Verteilung der mittleren Windgeschwindigkeit auf die gesamte Lebensdauer

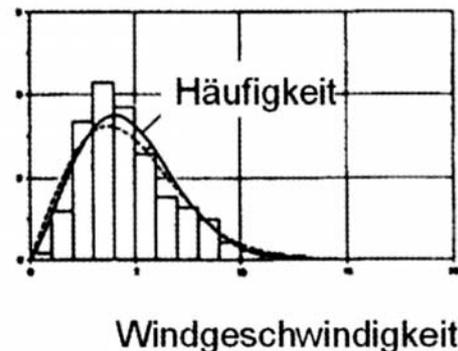


Bild 5.2: Klassierung der Schnittgrößen, aus [Faber/Steck -05]

Die Bemessungsschnittgrößen dürfen bei einer gesamt-dynamische Berechnung, die an der gekoppelten Struktur aus Gründung, Turm, Anlage und dreidimensionalem Windfeld durchzuführen ist, mit dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_F = 1,0$  ermittelt werden. Werden hingegen bei einer vereinfachten Berechnung Beanspruchungskollektive aus der aeroelastischen Simulationsrechnung am Übergang zwischen Anlage und Turm angesetzt, so sind die Beanspruchungskollektive mit den Teilsicherheitsbeiwerten in Abhängigkeit der Gruppen der Einwirkungskombinationen nach [DIBt Ri. -04], Tabelle 3, zu versehen.

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind die Festigkeits- und Stabilitätsnachweise mit der ungünstigen aller Einwirkungskombinationen der Gruppen N, A und T zu führen. Die Nachweise gegen Ermüdungsversagen werden hingegen mit der Einwirkungskombination der Gruppe F geführt.

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sind für die Nachweise der Spannungs- und Rissbreitenbeschränkung sowie der Dekompression die Einwirkungskombinationen nach [DIBt Ri. -04], Tabelle 1, anzusetzen, die nach DIN 1045-1 in Abhängigkeit des zu führenden Nachweises der seltenen, häufigen oder quasi-ständigen Einwirkungskombination entsprechen. Angaben hierzu sind in [DIBt Ri. -04] enthalten.

### 5.2.2 Einwirkungen aus Wellen und Seegang

Bei Tragkonstruktionen für Windenergieanlagen auf offener See sind neben den Windlasten besonders die dynamischen Anregungen aus Wellenbeanspruchung zu berücksichtigen. Für die Bemessung sind neben den extremalen Wellenlasten auch die Ermüdungsbeanspruchungen infolge des Seegangs entscheidend. Während der Lebensdauer von 20 Jahren können bei Offshore - Konstruktionen durch Wellenbeanspruchungen Lastwechselzahlen von mehr

als  $10^8$  auftreten. In demselben Zeitraum sind Lastwechselzahlen allein aus Windbeanspruchung von bis zu  $10^9$  zu erwarten [Kleineidamm -04].

Die Beschreibung des Seegangs wird üblicherweise auf Basis von Langzeit- und Kurzzeitstatistiken vorgenommen. Das Langzeitverhalten des Seegangs kann dabei mit Wellenverteilungsdiagrammen (Scatter - Diagramme) beschrieben werden, in denen die Auftretenshäufigkeit einzelner Kurzzeitseegangszustände angegeben ist. Unter der Annahme, dass einzelne Kurzzeitseegangszustände in den Zeiträumen von ca. 3 Stunden stationär sind, wurden zur stochastischen Beschreibung des Seegangs sog. Seegangsspektren entwickelt [Hapel -90]. Häufig wird für eine voll entwickelte See in tiefem Wasser und bei unbegrenzter Windwirkstrecke (Fetch) das Pierson – Maskowitz – Spektrum empfohlen [Clauss -88]. Für flacheres Wasser und bei extremen Seegangsverhältnissen wird auf das JONSWAP - Spektrum verwiesen [Kleineidamm -04]. Letzteres basiert auf umfangreichen Messungen vor der deutschen Nordseeküste. Liegt ein Seegangsspektrum vor, können damit repräsentative Zeitreihen der Wellen als Überlagerung einzelner periodischer Wellen erzeugt und in Wellenüberschreitungsdiagrammen zusammengestellt werden. In Bild 5.3 ist exemplarisch ein Wellenverteilungsdiagramm für die Nordsee dargestellt.  $H_s$  bezeichnet darin die Wellenhöhe und  $T_z$  die Wellenperiode.  $H_i$  bzw.  $H_j$  geben die Summe der relativen Häufigkeiten der Seegangszustände aus der jeweiligen Klasse  $T_z$  bzw  $H_s$  an. Die zeitbezogene Wahrscheinlichkeitsdichte für die jeweilige Klasse wird durch  $f_i$  und  $f_j$  dargestellt, [Kleineidamm -04].

$H_s$ -Klasse $i$ [m]	$T_z$ -Klasse $j$ [s]									$H_i$	$f_i$
	<4	4..5	5..6	6..7	7..8	8..9	9..10	10..11	11..12		
0..1	19	86	94	41	10	2				251	288
1..2	3	49	121	99	40	10	2			322	324
2..3	1	17	63	73	40	13	3	1		210	198
3..4		6	27	39	26	10	3	1		111	100
4..5		2	11	19	14	6	2	1		55	48
5..6		1	4	9	7	4	1			26	22
6..7			2	4	4	2	1			13	11
7..8			1	2	2	1	1			7	6
8..9				1	1	1				3	2
9..10				1	1					2	2
$H_j$	23	150	321	287	144	49	13	3	0	1000	1000
$f_j$	38	208	341	257	112	33	8	2	0	1000	

Bild 5.3: Wellenverteilungsdiagramm für die offene Nordsee, nach [Kleineidamm -04]

Es können aber auch Ergebnisse aus numerischen Untersuchungen verwendet werden, die beispielsweise für die Deutsche Bucht von [Zielke et al. -02] entwickelt wurden. Durch solche Simulationsrechnungen gelingt es u. a., Wellenverteilungsdiagramme für beliebige Standorte im Untersuchungsgebiet zu erstellen, [Schaumann et al. -04].

Sind die jeweiligen Seegangbedingungen bekannt, können mit geeigneten Wellentheorien die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Wasserparti-

kel ermittelt und mit geeigneten Berechnungsmethoden die Belastungen auf die Tragstruktur bestimmt werden.

### 5.3 Ermüdungsnachweise nach der DIBt-Richtlinie für Windenergieanlagen

#### 5.3.1 Vereinfachte Nachweise für Beton

Für Tragwerke von Windenergieanlagen mit einer Lastspielzahl von  $N_{\text{nom}} \leq 2 \cdot 10^9$  ist nach [DIBt Ri. –04] ein genauere Nachweis für den Beton unter Druckschwellbeanspruchung nicht erforderlich, wenn die Bedingung nach Gl. (5.1) eingehalten wird:

$$S_{cd,max} \leq 0,40 + 0,46 \cdot S_{cd,min} \quad (5.1)$$

$S_{cd,max}$  und  $S_{cd,min}$  bezeichnen dabei die maximale und minimale bezogene Betondruckspannung unter den zu untersuchenden Einwirkungskombinationen nach [DIBt Ri. –04], Tabelle 1, Gruppe F, und werden nach Gl. (5.2) und Gl. (5.3) bestimmt:

$$S_{cd,min} = \gamma_{sd} \cdot \sigma_{c,min} \cdot \eta_c / f_{cd,fat} \quad (5.2)$$

$$S_{cd,max} = \gamma_{sd} \cdot \sigma_{c,max} \cdot \eta_c / f_{cd,fat} \quad (5.3)$$

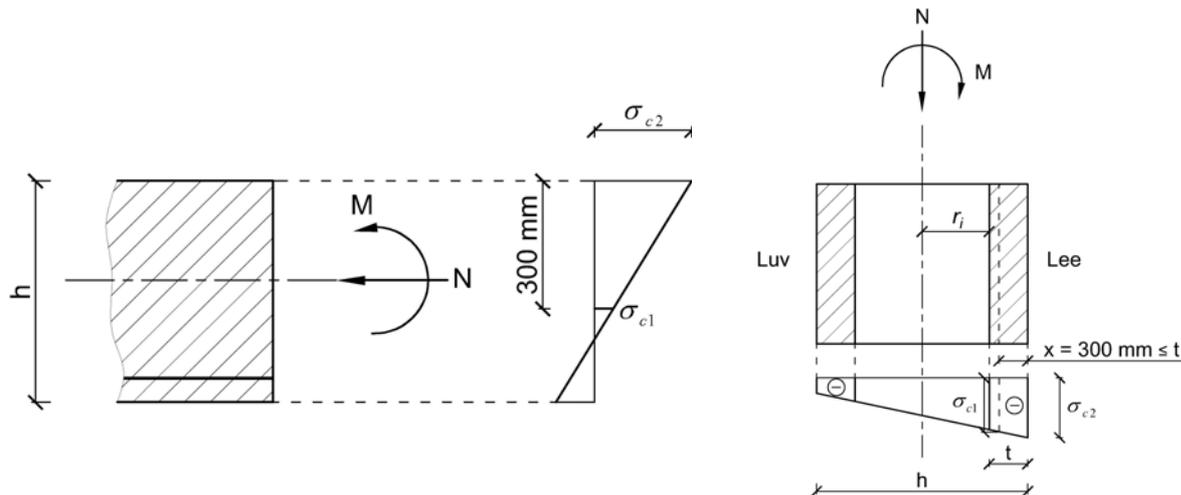
Dabei sind:

- $\gamma_{sd} = 1,1$  Teilsicherheitsbeiwert für die Modellgenauigkeiten bei der Spannungsberechnung
- $\sigma_{c,max}$  max. Betrag der Betondruckspannung
- $\sigma_{c,min}$  min. Betrag der Betondruckspannung an der gleichen Stelle, an der  $\sigma_{c,max}$  auftritt, ermittelt für den unteren Wert der Einwirkung (bei Zugspannungen ist  $\sigma_{c,min} = 0$  zu setzen)
- $\eta_c$  Faktor zur Berücksichtigung der ungleichmäßigen Verteilung der Betondruckspannungen nach Gl. (5.4) vereinfachend darf  $\eta_c = 1,0$  gesetzt werden

Die maximale Betondruckspannung am Querschnittsrand darf bei exzentrischer Ermüdungsbeanspruchung durch den Beiwert  $\eta_c$  nach Gl. (5.4) abgemindert werden. Dadurch wird der positive Einfluss aus Spannungsumlagerungen im Querschnitt auf die resultierende Ermüdungsfestigkeit berücksichtigt. Zur Bestimmung der Bruchschwingspielzahl können somit auch bei exzentrischer Beanspruchung die aus uniaxialen Ermüdungsversuchen abgeleiteten Wöhlerlinien angewendet werden.

$$\eta_c = \frac{1}{1,5 - 0,5 \cdot \frac{|\sigma_{c1}|}{|\sigma_{c2}|}} \tag{5.4}$$

In Bild 5.4 ist die Spannungsverteilung zur Berechnung von  $\eta_c$  nach Model Code 90 dargestellt. Die Übertragung auf Turmquerschnitte zeigt Bild 5.5.



*Bild 5.4: Spannungen für die Berechnung von  $\eta_c$  nach Model Code 90*     *Bild 5.5: Spannungen im Turmquerschnitt für die Berechnung von  $\eta_c$*

Die Begrenzung des Abstandes auf  $x \leq 300 \text{ mm} \leq t$  ( $t$  = Schaftwanddicke) vom äußeren Rand im Model Code 90 wird in [König/Danielewics -94] dadurch begründet, dass Spannungsumlagerungen besonders bei Bauteilen mit geringer Querschnittshöhe erwartet werden. Wie weit Spannungsumlagerung bei größeren Querschnittsdicken stattfinden ist bisher nicht untersucht worden. Die Begrenzung im Model Code 90 ist daher als eine ingenieurmäßige Abschätzung festgelegt worden.

Der Bemessungswert der Ermüdungsfestigkeit des Betons  $f_{cd,fat}$  unter Druckbeanspruchung wird wie folgt bestimmt:

$$f_{cd,fat} = 0,85 \cdot \beta_{cc}(t) \cdot f_{ck} \cdot (1 - f_{ck} / 250) / \gamma_c \tag{5.5}$$

Mit:

$\beta_{cc}(t)$      Koeffizient zur Berücksichtigung des zeitabhängigen Festigkeitsanstiegs des Betons. Dabei ist beim vereinfachten Nachweis nach Gl. (5.1)  $\beta_{cc}(t) = 1,0$  zu setzen, sofern die zyklische Erstbeanspruchung bei einem Betonalter von  $\geq 28$  Tagen entsteht. Tritt hingegen die zyklische Erstbeanspruchung in einem früheren Betonalter auf, so ist  $\beta_{cc}(t) < 1,0$  zu ermitteln und beim Nachweis zu berücksichtigen.

$f_{ck}$	Charakteristische Zylinderdruckfestigkeit
$\gamma_c$	Teilsicherheitsbeiwert für Beton

Der in Gl. (5.5) aufgeführte Beiwert 0,85 berücksichtigt den Einfluss des Dauerlastanteils auf die Betondruckfestigkeit sowie die unterschiedlichen Belastungsfrequenzen zwischen den Laborversuchen und den tatsächlichen Lastfrequenzen am Bauwerk. Die in Laborversuchen experimentell bestimmten Ermüdungsfestigkeiten führen aufgrund der höheren Lastfrequenz zu größeren Werten als die Ermüdungsfestigkeiten am Bauwerk. Zusätzlich wird bei steigender Festigkeit das zunehmend sprödere Bruchverhalten des Betons durch den Faktor  $(1 - f_{ck}/250)$  in Gl. (5.5) berücksichtigt.

Der Teilsicherheitsbeiwert wird wie für die Kurzzeitfestigkeit zu  $\gamma_c = 1,5$  angesetzt, siehe auch *Kapitel 3.2.5*.

Da die Einwirkungen über den Ansatz von Beanspruchungskollektiven bereits einschließlich ihrer Maximalwerte berücksichtigt werden, beträgt der Teilsicherheitsbeiwert für die Einwirkungen nach Model Code 90  $\gamma_{f,fat} = 1,0$ .

Die Parameter in der Gleichung des vereinfachten Nachweises nach [DIBt Ri. – 04], Gl. (5.1), wurden für eine bezogene Unterspannung von  $S_{cd,min} = 0$  und einer Lastspielzahl von  $N = 10^9$  kalibriert. Der vereinfachte Nachweis deckt somit im Regelfall die auf Basis von numerischen Windlastsimulationen berechneten Lastwechselzahlen für die Lebensdauer einer WEA ab. Demgegenüber führen die Gleichungen der vereinfachten Ermüdungsnachweise nach DIN 1045-1 und Eurocode 2 zu abweichenden Lastwechselzahlen. Sie sind somit nicht für die Anwendung bei Windenergieanlagen geeignet. Der Vergleich des vereinfachten Nachweises nach [DIBt Ri. –04] mit anderen Vorschriften ist in Bild 5.6 dargestellt.

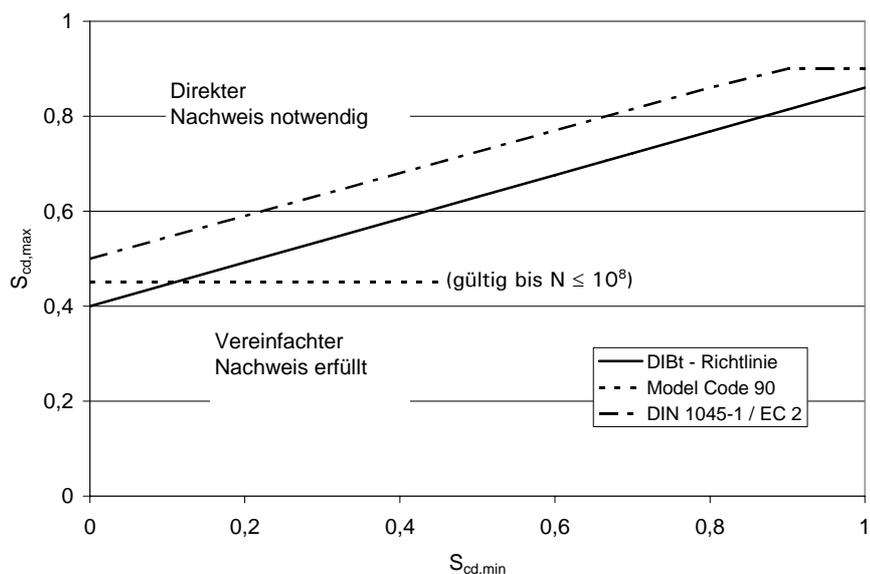


Bild 5.6: Gegenüberstellung von vereinfachten Ermüdungsnachweisen in den Vorschriften für Beton unter Druckschwellbelastung

### 5.3.2 Direkter Nachweis nach DIBt-Richtlinie

Ist der vereinfachte Nachweis nicht erfüllt, kann der Ermüdungsnachweis auf Grundlage des gesamten Beanspruchungsspektrums nach Model Code 90 geführt werden. Der Ermüdungsnachweis basiert auf einem Modell zur Schädigungsberechnung nach Palmgren und Miner [König/Danielewics -94]. Wie bereits in Kapitel 4.3.1 ausgeführt, besteht der Grundgedanke darin, dass jede schwingende Beanspruchung eine Schädigung im Bauteil bewirkt und diese bis zum Erreichen eines kritischen Schädigungswertes linear akkumuliert, bei dem der Bruch des Bauteils unterstellt wird. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Reihenfolge der Beanspruchungen keinen Einfluss auf die Schädigungsentwicklung hat.

Nachzuweisen ist in Gl. (5.6) daher, dass die Schädigung  $D^{P-M}$  des Bauteils infolge wiederholender Beanspruchung den Grenzwert der Schädigung  $D_{lim}$  nicht überschreitet:

$$D^{P-M} = \sum_{i=1}^j \frac{N_i}{N_{fi}} \leq D_{lim} \tag{5.6}$$

Dabei sind:

$N_i$  = Schwingspielzahl des Beanspruchungsblocks  $i$ , z. B. aus Markov-Matrizen

$N_{fi}$  = Bruchschwingspielzahl aus der Wöhlerlinie für Beton, Bild 5.7

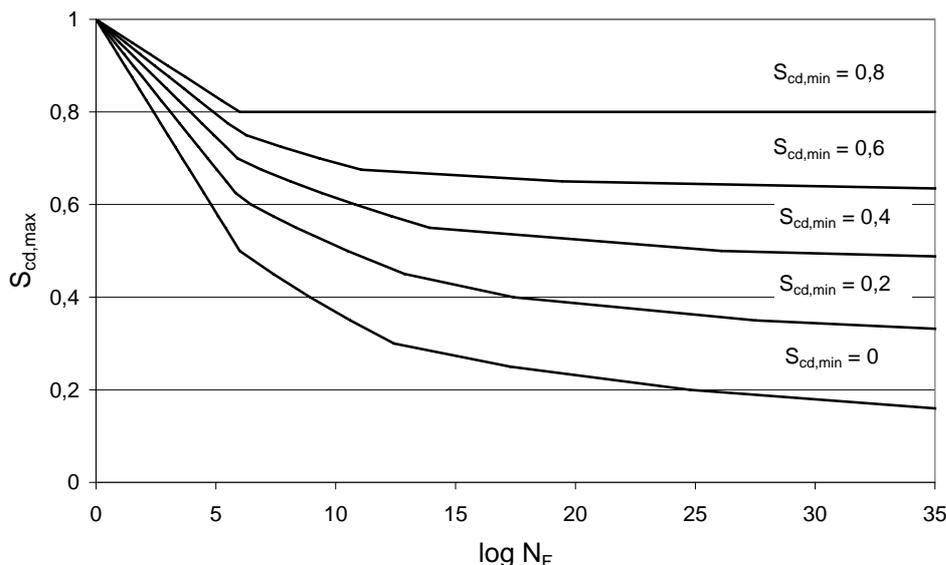


Bild 5.7: Wöhlerlinien für Beton unter Druckschwellbeanspruchung nach Model Code 90

Der Grenzwert der Schädigung beträgt nach [DIBt Ri. -04] entsprechend den Angaben im Model Code 90  $D_{lim} = 1,0$ . Angaben für Ermüdungsnachweise im Meerwasser sind in [DIN 1045-1 -01] und [CEB 213/214 -93] nicht enthalten.

Für Offshore - Konstruktionen wird im [DNV-OS-502 -04] der Grenzwert in Abhängigkeit der bestehenden Möglichkeiten zur Wartung und Reparatur angegeben, wobei für raue Nordseebedingungen grundsätzlich ein Schädigungswert von  $D_{lim} \leq 0,33$  einzuhalten ist. Für Bereiche der Wasserwechselzone wird  $D_{lim} = 0,5$  angegeben und oberhalb dieser gilt  $D_{lim} = 1,0$ . Die Schädigungsberechnung im [DNV-OS-502 -04] basiert ebenfalls auf dem linearen Schädigungsansatz nach Palmgren - Miner.

Im Model Code 90 sind sowohl Wöhlerlinien für einaxiale Druckbeanspruchung als auch für Zug- oder Wechselbeanspruchung angegeben. Angaben über die Ermüdungsfestigkeit von Beton unter Wasser sind nicht enthalten. Hinweise werden z. B. im [DNV-OS-502 -04] gegeben.

Die Wöhlerlinien für Druckschwellbeanspruchung lauten:

für  $0 < S_{cd,min} < 0,8$

gilt:  $\log N_1 = (12 + 16 \cdot S_{cd,min} + 8 \cdot S_{cd,min}^2) \cdot (1 - S_{cd,max})$  (5.7)

$\log N_2 = 0,2 \cdot \log N_1 \cdot (\log N_1 - 1)$  (5.8)

$\log N_3 = \log N_2 \cdot (0,3 - 3 \cdot S_{cd,min} / 8) / \Delta S$  (5.9)

Die Festlegung der maßgebenden Schwingspielzahl log N wird nach Gl. (5.10) bis Gl. (5.13) vorgenommen:

wenn:  $\log N_1 \leq 6$  dann gilt:  $\log N = \log N_1$  (5.10)

wenn:  $\log N_1 > 6$  und  $\Delta S \geq 0,3 - 3 \cdot S_{cd,min} / 8$  dann gilt:  $\log N = \log N_2$  (5.11)

wenn:  $\log N_1 > 6$  und  $\Delta S < 0,3 - 3 \cdot S_{cd,min} / 8$  dann gilt:  $\log N = \log N_3$  (5.12)

mit:  $S_{cd,min}$  und  $S_{cd,max}$  nach Gl. (5.2) und Gl. (5.3)  $\Delta S = S_{cd,max} - S_{cd,min}$  (5.13)

Für die Wöhlerlinie von unbewehrten Beton unter Zugschwellbeanspruchung gilt Gl. (5.14):

Es gilt:  $\log N = 12 \cdot (1 - S_{td,max})$  (5.14)

mit:  $S_{td,max} = \gamma_{sd} \cdot \sigma_{ct,max} / f_{ctd,fat}$  (5.15)

und:  $f_{ctd,fat} = f_{ctk;0,05} / \gamma_c$

Der Verlauf der Wöhlerlinie für Zugschwellbeanspruchung ist in Bild 5.8 dargestellt.

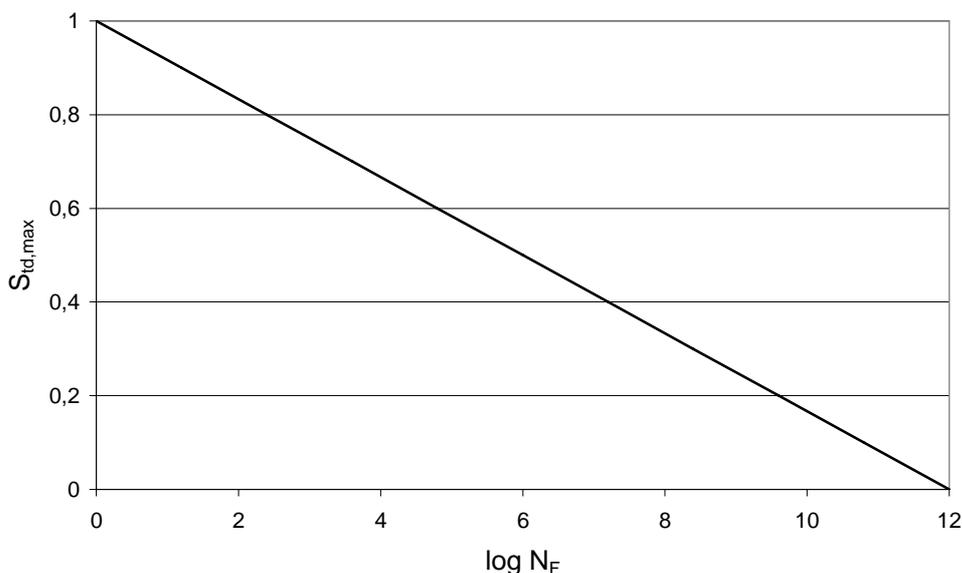


Bild 5.8: Wöhlerlinien für Beton unter Zugschwellbeanspruchung nach Model Code 90

Bei Wechselbeanspruchung sollen nach [König/Danielewics -94] sowohl die Bedingungen für Druckschwellbeanspruchung als auch für Zugbeanspruchung erfüllt sein.

Dabei ist als Unterspannung für Zugbeanspruchung

$$\sigma_{ct,min} = 0 \quad (5.16)$$

und für Druckbeanspruchung

$$\sigma_{cd,min} = 0 \quad (5.17)$$

zu setzen.

Zum Nachweis der Ermüdungstragfähigkeit bei zyklischer Querkraftbeanspruchung sei auf die Angaben in [DIN 1045-1 -01] und Model Code 90, [CEB 213/214 -93] verwiesen. Erläuterungen werden z. B. in [König/Danielewics -94] und [Zilch et al- 04] gegeben.

## 6. Erweiterung des energetischen Schädigungsmodells für mehrstufige Ermüdungsbeanspruchung

### 6.1 Allgemeines

Tragwerke für Windenergieanlagen werden durch eine große Anzahl von Lastwechseln mit unterschiedlichen Amplituden und Oberspannungen beansprucht, siehe Kapitel 5.2. Der Einfluss solch mehrstufiger Ermüdungsbeanspruchung auf das Ermüdungsverhalten von Beton kann bisher nur indirekt über die Ausnutzung der Bruchschwingspielzahlen auf der Basis der linearen Akkumulationshypothese ermittelt werden. Angaben über die fortschreitende Steifigkeits- bzw. Schädigungsentwicklung während der prognostizierten Lebensdauer einer Tragstruktur können dadurch nicht gewonnen werden. Bei Konstruktionen, in denen sich durch verändernde Steifigkeitsverhältnisse Spannungsumlagerungen einstellen, wie z.B. bei Spannbetontürmen, sind solche Angaben jedoch von entscheidender Bedeutung, um den tatsächlich auftretenden Ermüdungsprozess genauer erfassen zu können. Insbesondere für numerische Untersuchungen zum Tragverhalten der Konstruktion ist die Kenntnis der tatsächlichen Steifigkeitsverteilung infolge Ermüdung unerlässlich, um wirklichkeitsnahe Berechnungsergebnisse zu erhalten.

Aufbauend auf der energetischen Betrachtungsweise des Ermüdungsprozesses in Kapitel 4.3.2 wird nachfolgend untersucht, inwieweit das Schädigungsmodell von [Pfanner -02] für die Anwendung bei mehrstufiger Ermüdungsbeanspruchung erweitert werden kann.

### 6.2 Energetischer Ansatz für veränderliche Schwingbreiten unter Druckschwellbeanspruchung

#### 6.2.1 Schädigungsäquivalente Lastwechselzahlen

Zur Verdeutlichung des Vorgehens bei mehrstufiger Ermüdungsbeanspruchung wird beispielhaft in Bild 6.1 ein dreistufiger Lastprozess mit ansteigenden Schwingweiten und konstanter Unterspannung  $\sigma_{\min}^{\text{fat}}$  betrachtet. Für das erste Lastkollektiv mit einer Oberspannung von  $\sigma_1^{\text{fat}}$  kann nach dem Erreichen der zugehörigen Lastwechselzahl  $\Delta N_1$  die im Bauteil akkumulierte Schädigung  $D^{\text{fat}}$  direkt aus dem energetischen Ermüdungsmodell für konstante Schwingweiten bestimmt werden.

Die durch ein Lastkollektiv in Schädigung dissipierte Energie ist dabei genau einem expliziten Schädigungszustand im Material zugeordnet. Bei unterschiedlichen Lastkollektiven führen daher gleiche in Schädigung dissipierte Energien zu identischen Schädigungszuständen.

Die Fragestellung für das anschließende zweite Lastkollektiv lautet daher gemäß Gl. (6.1), welche schädigungsäquivalente Lastwechselzahl  $N_{\text{equ},2}$  bei einer Beanspruchung von  $\sigma_2^{\text{fat}}$  zu der gleichen Schädigung wie das erste Lastkollektiv  $\sigma_1^{\text{fat}}$  geführt hätte.

$$N_{\text{equ},2}(\sigma_2^{\text{fat}}, W^{\text{fat}}(D)) = N_1(\sigma_1^{\text{fat}}, W^{\text{fat}}(D)) \tag{6.1}$$

Für einen bestimmten Schädigungszustand infolge  $\sigma_1^{\text{fat}}$  ist demnach aus dem Ermüdungsmodell von [Pfanner -02] die für  $\sigma_2^{\text{fat}}$  zugehörige Lastwechselzahl zu ermitteln. Ist diese bekannt, kann die Schädigungsberechnung für die innerhalb des zweiten Lastkollektivs konstanten Spannungsverhältnisse fortgeführt werden.

Nach dem Erreichen der zugehörigen Lastwechselzahl  $\Delta N_2$  ist für das darauf folgende dritte Lastkollektiv erneut die schädigungsäquivalente Schwingspielzahl  $N_{\text{equ},3}$  für den Schädigungszustand nach Beendigung des zweiten Lastkollektivs entsprechend Gl. (6.2) zu ermitteln.

$$N_{\text{equ},3}(\sigma_3^{\text{fat}}, W^{\text{fat}}(D)) = N_2(\sigma_2^{\text{fat}}, W^{\text{fat}}(D)) \tag{6.2}$$

Anschließend kann die Schädigungsberechnung unter der konstanten Ermüdungsbeanspruchung des dritten Lastkollektivs fortgeführt werden.

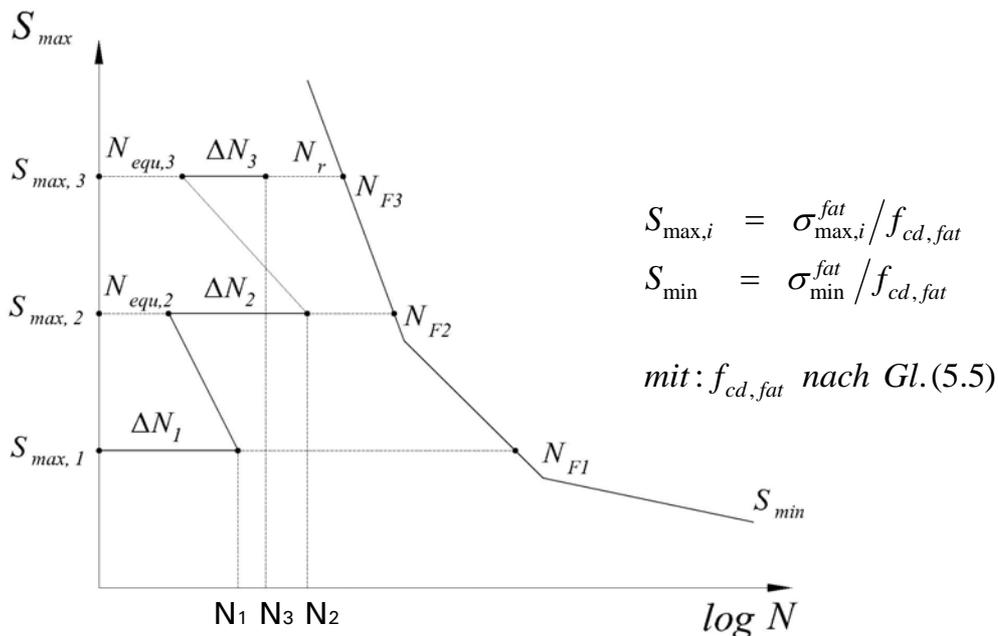


Bild 6.1: Bezeichnung der Lastspielzahlen bei mehrstufiger Ermüdung

### 6.2.2 Bruchschwingspielzahlen bei mehrstufigen Ermüdungsbeanspruchungen

Nach Beendigung der dreistufigen Ermüdungslastgeschichte in Bild 6.1 kann unter der Voraussetzung, dass kein weiterer Amplitudensprung mehr auftritt, aus der Wöhlerlinie die noch aufnehmbare Lastwechselzahl  $N_r(\sigma_3^{fat})$  bestimmt werden, Bild 6.1. Die Gesamtlastwechselzahl  $N$  ergibt sich durch Addition der Lastwechselzahlen aus den einzelnen Lastkollektiven nach Gl. (6.3). Die Bruchschwingspielzahl des dreistufigen Ermüdungsprozess kann dann aus Gl. (6.4) berechnet werden. Diese ist nicht mit der Bruchschwingspielzahl des letzten Lastkollektivs identisch,  $N_{F3}(\sigma_3^{fat}) \neq N_F$ .

$$N = \sum_i^{i=3} \Delta N_i \tag{6.3}$$

$$N_F = \sum_i^{i=3} \Delta N_i + N_r \tag{6.4}$$

### 6.2.3 Ausnutzungsgrad der Ermüdungslebensdauer

Um die Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer  $L^{fat}$  nach der Beendigung des dreistufigen Ermüdungsprozesses beschreiben zu können, wird in Gl. (6.5) der Quotient aus der akkumulierten Schädigung  $D^{fat}(N_3)$  beim Erreichen der Schwingspielzahl  $N_3$  zur Ermüdungsschädigung beim Eintritt des Wöhlerversagens  $D^{fat}(N_{F3})$ , gebildet:

$$L^{fat} = \frac{D^{fat}(N_3)}{D^{fat}(N_{F3})} \leq 1 \tag{6.5}$$

Zur Charakterisierung der Ermüdungslebensdauer ist also zunächst für die Beanspruchung des letzten Lastkollektivs die Schädigung beim Ermüdungsversagen zu bestimmen. Anschließend kann die Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer zu jedem Zeitpunkt der Lastgeschichte bestimmt werden. Für einen mehrstufigen Ermüdungsprozess lässt sich Gl. (6.5) in die allgemeine Form überführen:

$$L^{fat} = \frac{D^{fat}(\sigma_i^{fat}, N_i)}{D^{fat}(\sigma_F^{fat}, N_F)} \leq 1 \tag{6.6}$$

In Gl. (6.6) kennzeichnen  $\sigma_F^{fat}$  und  $N_F$  den Spannungszustand, der bei dem letzten Lastkollektiv der mehrstufigen Lastgeschichte zum Ermüdungsversagen führt.

### 6.2.4 Beispiel für eine dreistufige Ermüdungslastgeschichte

Zur Erläuterung des Vorgehens aus Kapitel 6.2.1 sind in Bild 6.2 und Bild 6.3 die berechneten Schädigungsverläufe für einen dreistufigen Ermüdungsprozess in unterschiedlich skaliertem Darstellung aufgeführt. Die Schädigungsberechnungen werden sowohl für eine aufsteigende als auch für eine fallende Lastgeschichte durchgeführt. Die Lastwechselzahl des dritten Lastkollektivs wird jeweils so groß gewählt, dass das Ermüdungsversagen eintritt. Die Schädigungsverläufe der einzelnen konstanten Lastkollektive sind mit aufgeführt. Als bezogene Oberspannung werden  $S_{max,1} = 0,6$  und  $S_{max,2} = 0,65$  sowie  $S_{max,3} = 0,7$  gewählt. Die bezogene Unterspannung beträgt für alle drei Lastkollektive  $S_{min} = 0,05$ .

Es ist erkennbar, wie beim Amplitudenwechsel für den aktuellen Schädigungszustand  $D^{fat}(N_i)$  durch die schädigungsäquivalente Schwingspielzahl  $N_{equ,i}$  die weitere Schädigungsentwicklung aus dem Schädigungsverlauf des anschließenden Lastkollektivs bestimmt wird. Der gesamte Schädigungsverlauf des dreistufigen Ermüdungsprozesses setzt sich somit kumulativ aus einzelnen Bereichen der Schädigungsverläufe für konstante Lastkollektive zusammen. Der signifikante Einfluss unterschiedlicher Amplituden und Belastungsreihenfolgen auf den Ermüdungsprozess sowie die daraus resultierenden Abweichungen in den Bruchschwingspielzahlen werden beim Vergleich der Ergebnisse in Bild 6.2 und Bild 6.3 deutlich. Weiterhin wird offensichtlich, dass gleiche Lastkollektive in unterschiedlicher Reihenfolge im Gegensatz zur linearen Akkumulationshypothese zu abweichenden Schädigungswertewerten beim Ermüdungsversagen führen, vgl. Bild 6.2 mit  $D^{fat} = 0,58$  und Bild 6.3 mit  $D^{fat} = 0,66$ . Ebenfalls weichen die resultierenden Schädigungsverläufe deutlich voneinander ab.

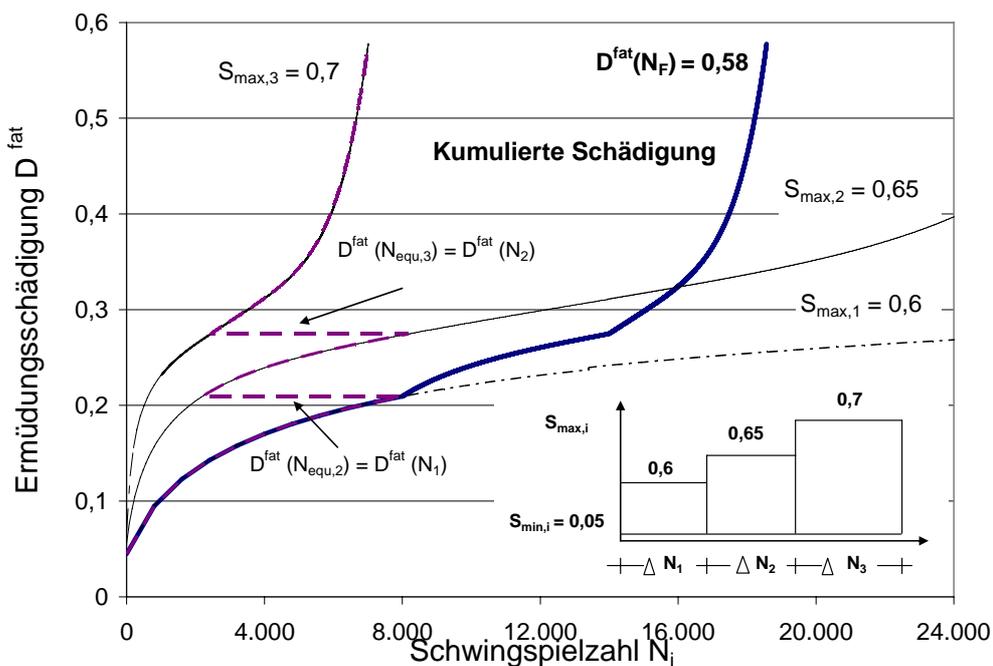


Bild 6.2: Berechnete Schädigungsentwicklung für einen dreistufigen Ermüdungsprozess mit aufsteigender Amplitude

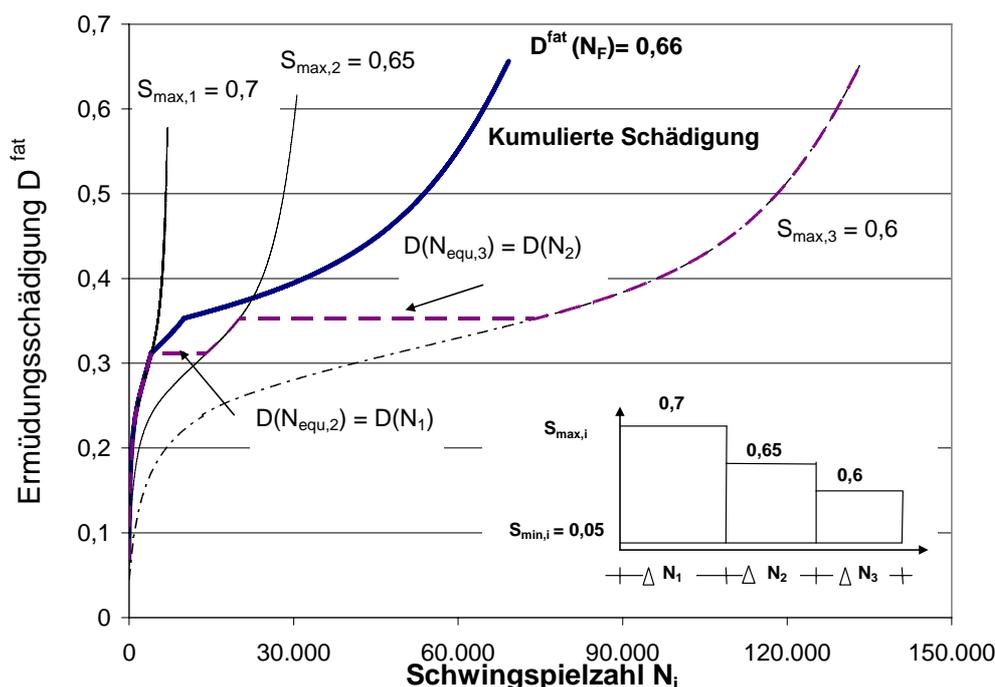


Bild 6.3: Berechnete Schädigungsentwicklung für einen dreistufigen Ermüdungsprozess mit fallender Amplitude

### 6.2.5 Berechnungsablauf für mehrstufige Ermüdungsbeanspruchungen

Das beschriebene Vorgehen zur Schädigungsberechnung unter mehrstufiger Ermüdungsbeanspruchung ist in Bild 6.4 als Ablaufdiagramm zusammengestellt.

Die Ermüdungslastgeschichte wird für die Berechnung in eine Anzahl von Lastkollektiven  $i$  mit zugehörigen Schwingspielzahlen  $\Delta N(i)$  unterteilt. Innerhalb eines Lastkollektivs werden nur konstante Ermüdungsbeanspruchungen vorausgesetzt. Die mehrstufige Ermüdungsbeanspruchung wird somit durch unterschiedliche Einstufenkollektive repräsentiert. Für Windenergieanlagen können die Lastkollektive bspw. direkt aus den Markov-Matrizen entnommen und für die Schädigungsberechnung aufbereitet werden, siehe Abschnitt 5.2.1.

Innerhalb des Berechnungsablaufes wird sowohl die äquivalente Schwingspielzahl als auch der Schädigungszustand durch Iterationen aus der Schädigungshypothese nach Abschnitt 4.3.2 ermittelt. Die hierfür benötigten Gleichungen und Iterationsabläufe können Bild 4.33 entnommen werden. Der Berechnungsvorgang zur Bestimmung der dissipierten Energie unter monotoner Beanspruchung wird stellvertretend in Bild 6.4 als „Monoton“ und für die dissipierte Energie im Ermüdungsprozess als „Ermüdung“ bezeichnet.

Um eine zuverlässige numerische Stabilität zu gewährleisten, werden innerhalb der Berechnung nur rechnerisch schädigungswirksame Lastkollektive berücksichtigt. Zur Beurteilung, ob ein Lastkollektiv als schädigungswirksam einzu-

stufen ist, werden nachfolgende Kriterien festgelegt. Demnach ist ein Lastkollektiv  $i$  nicht als schädigungswirksam einzustufen, wenn:

- $N_F(i) \geq 10^{12}$ : Bei den Ergebnissen der numerischen Windlastsimulation für Windenergieanlagen treten innerhalb der Markov-Matrizen auch Lastkollektive mit nur sehr geringer Ermüdungsbeanspruchung auf. Für diese werden folglich aus den Wöhlerlinien hohe Bruchschwingungszahlen ermittelt, die weit größer sind als die prognostizierte Schwingungszahl während der gesamten Lebensdauer einer Anlage von  $N \leq 10^9$ . Daher werden Lastkollektive vernachlässigt, deren Bruchschwingungszahl größer ist als  $N_F = 10^{12}$ . Der maximale Fehler kann mit der linearen Akkumulationshypothese zu  $\Delta D^{P-M} = 10^9 / 10^{12} = 0,001$  abgeschätzt werden.
- $\Delta W^{fat}(i) < 10^{-6}$  [MNm]: Lastkollektive mit nur wenigen Schwingungszahlen und geringer Beanspruchung können dazu führen, dass innerhalb der im Berechnungsablauf durchzuführenden Iterationen die numerische Genauigkeitsgrenze der verwendeten doppelt genauen Variablentypen erreicht wird. Dadurch können fehlerhafte Berechnungsergebnisse hervorgerufen werden. Vergleichsrechnungen zeigen, dass diese Lastkollektive keine nennenswerten Arbeitsanteile zum Ermüdungsprozess beitragen und demzufolge vernachlässigt werden können.
- $W^{fat}(\epsilon_{co}(i)) > W^{fat}(i-1)$ : Lastkollektive mit großen Amplituden können bereits durch ihre Erstbelastung mehr Energie in Schädigung dissipieren als die bis zu diesem Zeitpunkt durch den Ermüdungsprozess geleistete Arbeit. Ist dies der Fall, so wird innerhalb der Berechnung die Anfangsschädigung für das aktuelle Lastkollektiv zu null gesetzt und in der anschließenden Ermüdungsberechnung nur Schädigungsanteile ab diesem Zeitpunkt kumuliert.

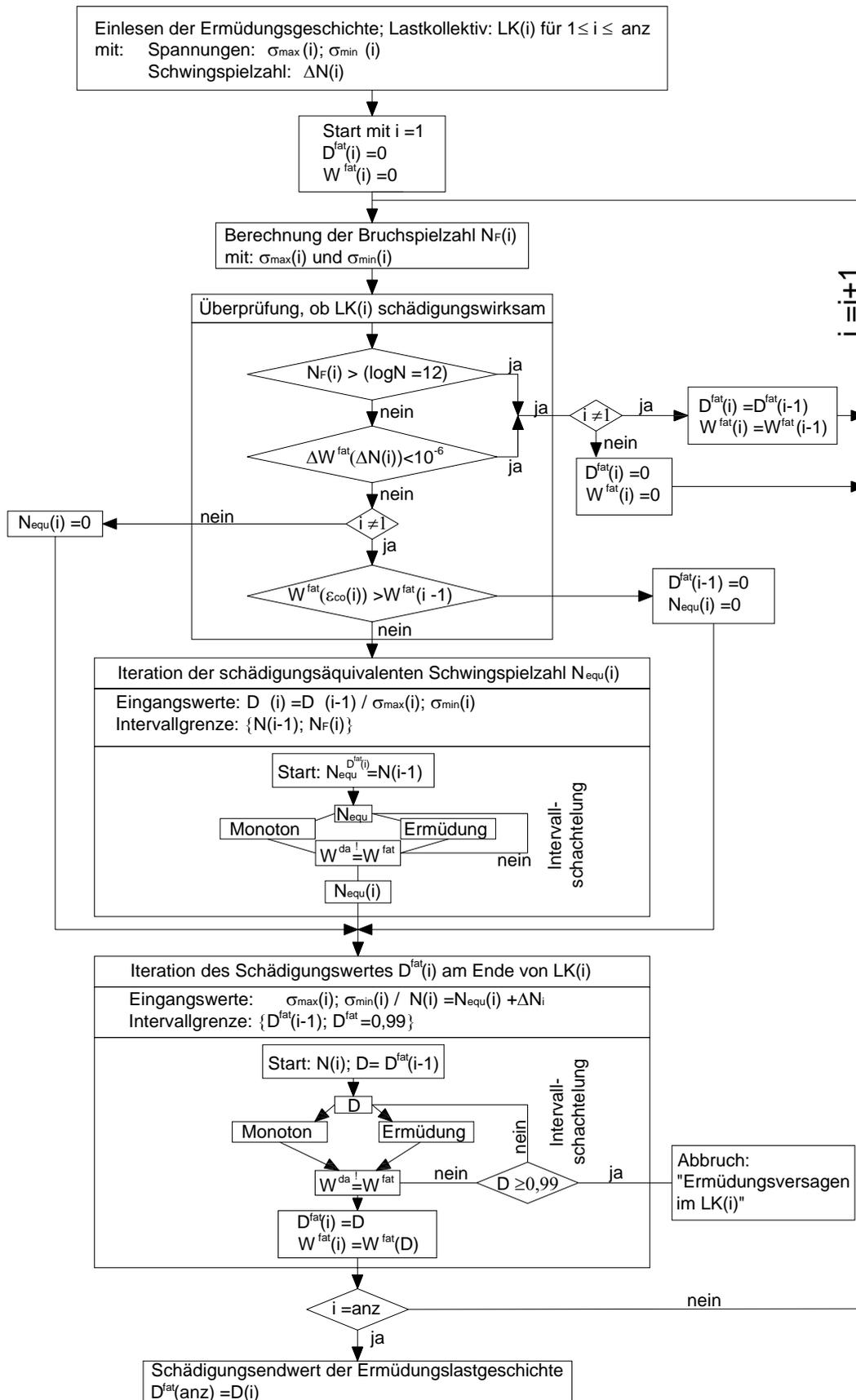


Bild 6.4: Ablaufschema für Schädigungsberechnungen bei mehrstufigen Ermüdungsbeanspruchungen

### 6.3 Gegenüberstellung des energetisches Schädigungsmodells und der linearen Akkumulationshypothese

Die Gegenüberstellung von berechneten Schädigungsverläufen nach dem energetischem Modellansatz für mehrstufige Ermüdungsprozesse mit den Schädigungswerten nach Palmgren-Miner wird am Beispiel einer zweistufigen Ermüdungslastgeschichte vorgenommen. Die zwei ausgewählten Laststufen werden zunächst für einstufige Ermüdungsbeanspruchung ausgewertet. Im Anschluss daran werden aus den beiden einstufigen Ermüdungsbeanspruchungen zweistufige Ermüdungslastgeschichten mit aufsteigender und fallender Amplitude gebildet. Der Zeitpunkt des Amplitudenwechsels wird dabei variiert. Die daraus berechneten Schädigungswerte werden miteinander verglichen. Der Berechnung werden die Materialkennwerte nach Tabelle 6.1 zugrundegelegt. Als Oberspannungen werden  $\sigma_{i,max} = 0,6 \cdot f_c$  und  $\sigma_{i,max} = 0,7 \cdot f_c$  gewählt. Die Unterspannung bleibt bei allen Ermüdungsberechnungen konstant und wird auf  $\sigma_{min} = 0,05 \cdot f_c$  festgelegt. Die Bruchschwingspielzahlen werden nach Model Code 90 berechnet.

*Tabelle 6.1: Materialkennwerte für Schädigungsberechnungen*

$f_{c1} = 40 \text{ MN/m}^2$	$\epsilon_{c1} = 0,0022$	$E_c = 40.000 \text{ MN/m}^2$	$b = 0,75$
$G_{cl} = 0,03 \text{ MN/m}$	$l_{eq} = 0,25 \text{ m}$	$\lambda = 0,2$	$\Delta n = 0,2$

#### 6.3.1 Einstufige Ermüdungsbeanspruchungen

Die für die beiden ausgewählten Oberspannungen berechneten Schädigungsverläufe nach energetischem Modell sind in Bild 6.5 dargestellt. Die unterschiedlichen Bruchschwingspielzahlen sind mit aufgeführt. Beim Erreichen des Ermüdungsversagens wird bei der geringeren Oberspannung mehr Energie in Schädigung dissipiert als bei der größeren Oberspannung. Dies wird durch einen größeren Schädigungswert ausdrückt, vgl. auch Bild 4.35.

Für den Vergleich mit der linearen Akkumulationshypothese nach Palmgren-Miner sind in Bild 6.6 die Verläufe der Ermüdungslebensdauer nach Gl. (6.6) aufgeführt. Demnach unterschätzt die Palmgren-Miner Hypothese die nach energetischem Modell berechnete Schädigungsentwicklung bis ca.  $N_i / N_F = 0,5$ . Für höhere bezogene Schwingspielzahlen überschätzt diese hingegen den Schädigungsverlauf nach energetischem Modell. Somit wird deutlich, dass ein linearer Schädigungsansatz, der sich nur auf den Ausnutzungsgrad der Bruchschwingspielzahl beschränkt, nicht zur Beschreibung von nicht-linearem Schädigungsverhalten geeignet ist.

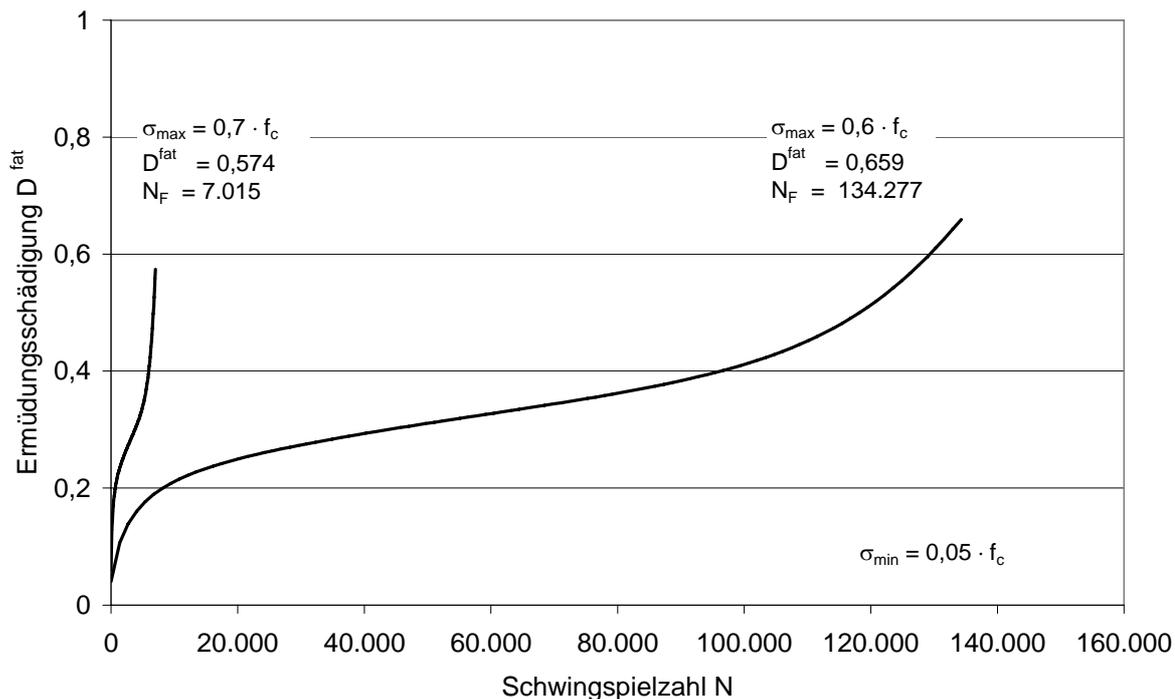


Bild 6.5: Berechnete Schädigungverläufe für einstufige Ermüdungsbeanspruchung

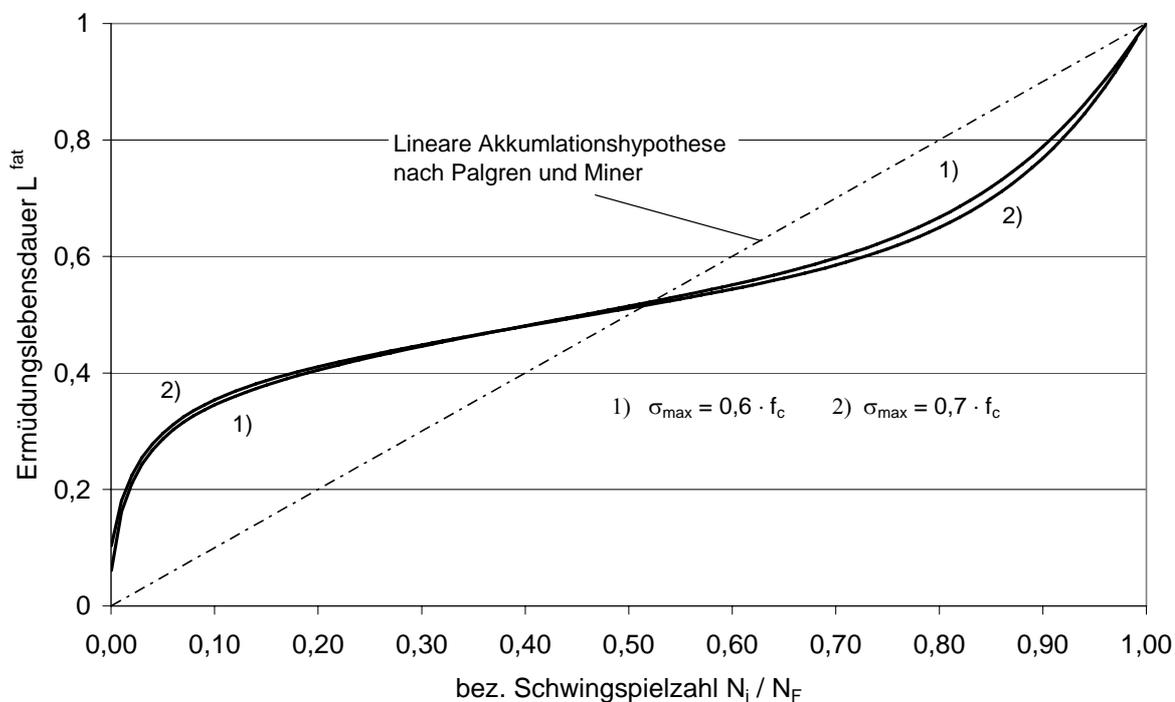


Bild 6.6: Vergleich der Ermüdungslebensdauer nach dem energetischen Modell mit der linearen Akkumulationshypothese nach Palmgren - Miner

## 6.3.2 Zweistufige Ermüdungslastgeschichten

### 6.3.2.1 Aufsteigende Amplitude

Zunächst werden mit dem energetischen Ermüdungsmodell Schädigungsverläufe für zweistufige Ermüdungslastgeschichten mit aufsteigender Amplitude berechnet. Das Vorgehen entspricht dem in Abschnitt 6.2 aufgeführten Verfahren. Der Zeitpunkt des Amplitudenwechsels wird bezogen auf die Schwingspielzahl der ersten Laststufe variiert. In Bild 6.7 sind die mit einem frühen Amplitudenwechsel berechneten Schädigungsverläufe dargestellt. Mit dem Amplitudenwechsel ändert sich trotz der scheinbar nur geringen Spannungszunahme der Schädigungsverlauf signifikant. Je früher der Amplitudenwechsel eintritt, desto stärker wird der gesamte Schädigungsverlauf durch die Schädigungsentwicklung der zweiten Laststufe geprägt, siehe Bild 6.7.

Tritt der Amplitudenwechsel erst bei fortgeschrittener Ermüdungsbeanspruchung ein, Bild 6.8, so wird der Schädigungsprozess vorrangig durch den Schädigungsverlauf der ersten Laststufe geprägt. Die Ermüdungsbeanspruchung mit höherer Amplitude führt dann, bezogen auf den gesamten Ermüdungsprozess, zu einem vergleichsweise schnelleren Schädigungszuwachs. Im Vergleich zu der Bruchschwingspielzahl der ersten Laststufe unter konstanter Amplitude führt der Amplitudenwechsel auf ein höheres Lastniveau daher zu einer erheblichen Verkürzung der Ermüdungslebensdauer und zu einer Verringerung des Endwertes der Ermüdungsschädigung.

Sowohl in Bild 6.7 als auch in Bild 6.8 wird deutlich, dass der Betrag des nach dem energetischen Modell berechneten Schädigungswertes beim Erreichen des Ermüdungsversagens von der Oberspannung der zweiten bzw. letzten Laststufe bestimmt wird, vgl. auch Bild 4.35. Die Lastwechselzahl, bei der das Ermüdungsversagen erreicht wird, hängt jedoch von dem Zeitpunkt des Amplitudenwechsels und daher auch von der Lastgeschichte ab.

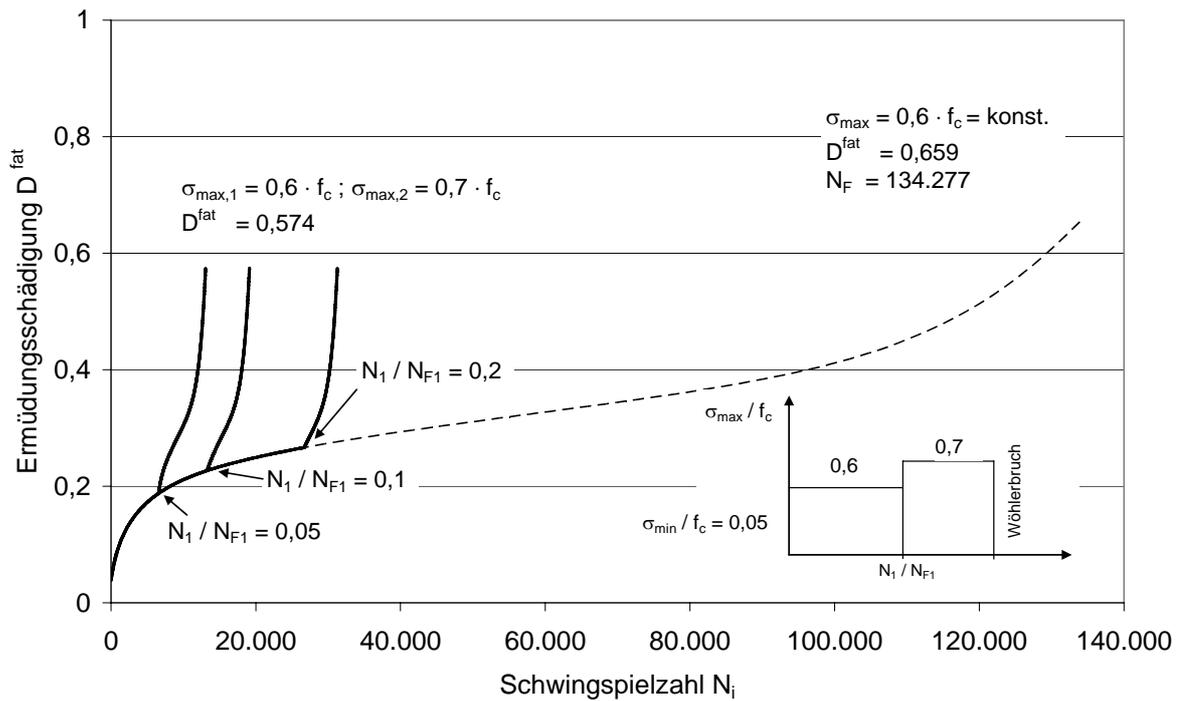


Bild 6.7: Schädigungsverläufe mit frühem, aufsteigendem Amplitudenwechsel

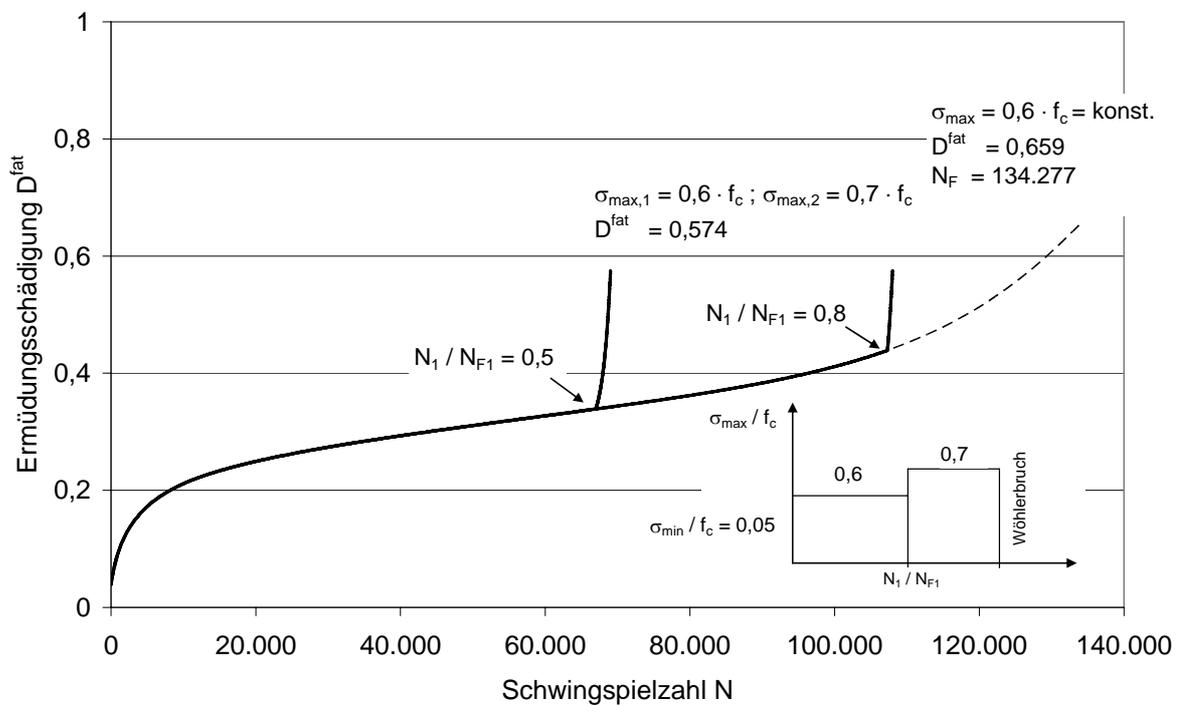


Bild 6.8: Schädigungsverläufe mit spätem, aufsteigendem Amplitudenwechsel

### 6.3.2.2 Fallende Amplitude

Bei abnehmender Oberspannung führen frühe Amplitudenwechsel im Vergleich zu aufsteigenden Amplituden zu geringeren Beeinträchtigungen des anschließenden Ermüdungsprozesses, Bild 6.9. Wird der Amplitudenwechsel erst nach fortgeschrittenem Ermüdungsprozess infolge der ersten Laststufe vorgenommen, Bild 6.10, so resultiert eine Schädigungsentwicklung, die von beiden Laststufen deutlich geprägt ist. Sowohl bei frühem als auch bei späterem Amplitudenwechsel führt die Abnahme der Oberspannung zu einer erheblichen Verlängerung der Ermüdungslebensdauer und zu einer Vergrößerung des Endwertes der Ermüdungsschädigung im Vergleich zum Ermüdungsprozess unter der ersten Laststufe mit konstanter Amplitude.

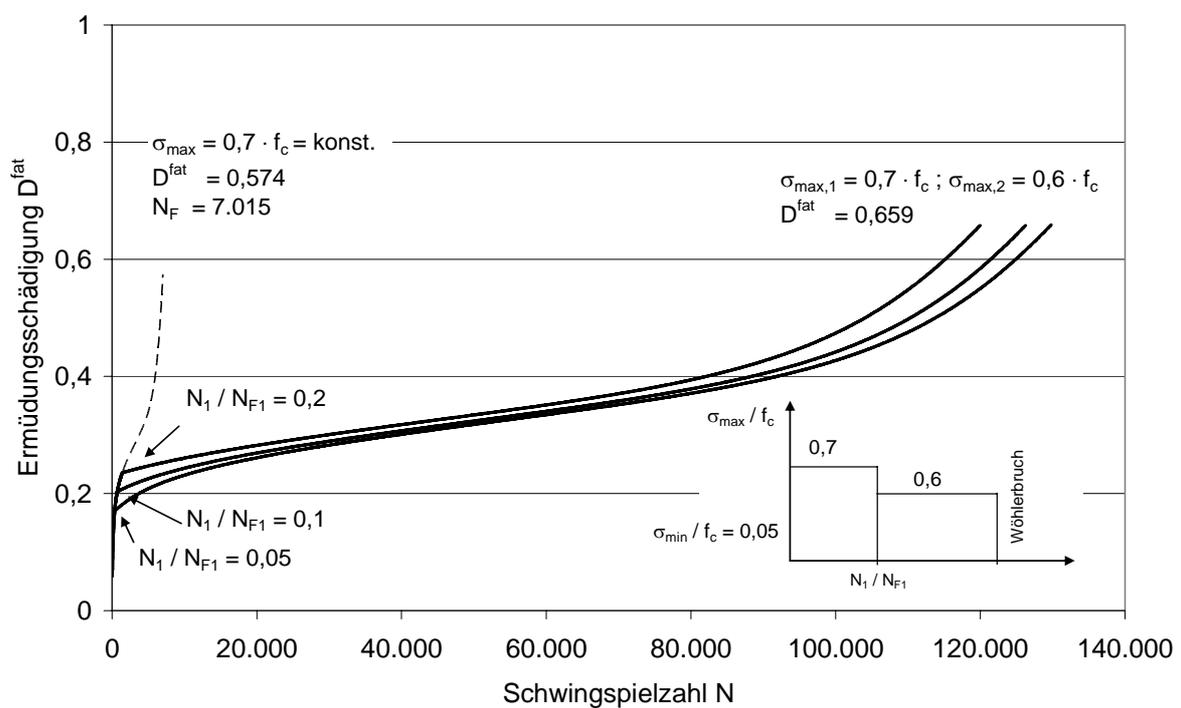


Bild 6.9: Schädigungsverläufe mit frühem, fallendem Amplitudenwechsel

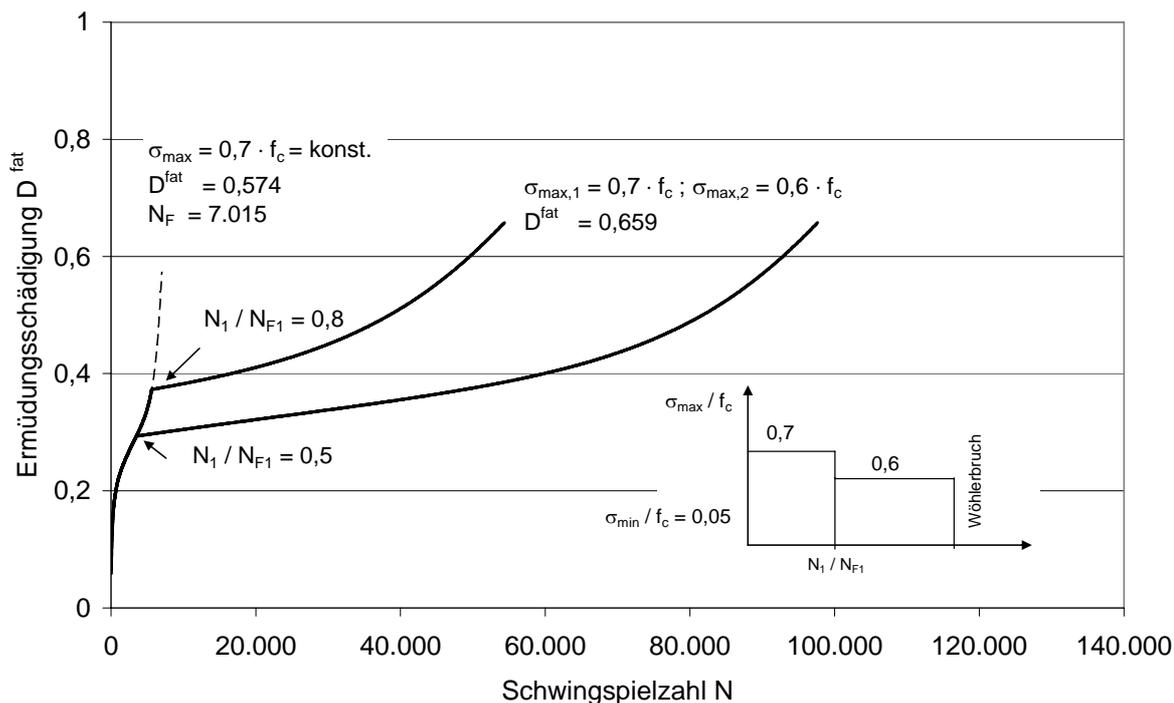


Bild 6.10 Schädigungsverläufe mit spätem, fallendem Amplitudenwechsel

### 6.3.2.3 Fazit

Aus den nach energetischem Schädigungsmodell berechneten Schädigungsverläufen in Bild 6.7 bis Bild 6.10 folgt, dass der Zeitpunkt des Amplitudenwechsels einen entscheidenden Einfluss auf den gesamten zweistufigen Ermüdungsprozess hat. Prägend ist dabei der Einfluss der Belastungsreihenfolge auf den Ermüdungsprozess.

Folglich kann aus den berechneten, nichtlinearen Schädigungsverläufen abgeleitet werden, dass mit der vereinfachten, linearen Akkumulationshypothese sehr große Abweichungen zu erwarten sind. Eine Übereinstimmung zwischen den berechneten Schädigungswerten und Bruchschwingspielzahlen aus dem energetischen Modell mit den Ergebnissen nach linearer Akkumulationshypothese wäre daher als Sonderfall einzustufen. Ein direkter Vergleich beider Schädigungsmodelle wird im nachfolgenden Abschnitt 6.3.2.4 vorgenommen.

### 6.3.2.4 Vergleich der Schädigungswerte beim Ermüdungsversagen

Für die in Abschnitt 6.3.2.1 und 6.3.2.2 untersuchten zweistufigen Ermüdungslastgeschichten werden die Schädigungswerte  $D^{P-M}$  nach linearer Akkumulationshypothese ermittelt, siehe Gl. (4.38). Diese Schädigungswerte sind für den Zeitpunkt berechnet, bei dem nach energetischem Schädigungsmodell das Versagen im Wöhlerversuch eintritt und die Bruchschwingspielzahl  $N_F$  der zweistufigen Lastgeschichte erreicht wird. Zu diesem Zeitpunkt beträgt die nach Gl. (6.6) ermittelte Ermüdungslebensdauer den Wert  $L^{fat} = 1$ . Die Berechnungsergebnisse für die zweistufige Ermüdungslastgeschichte mit aufstei-

gender Amplitude sind in Tabelle 6.2 und mit fallender Amplitude in Tabelle 6.3 zusammengestellt.

Tabelle 6.2: Berechnungsergebnisse für aufsteigende Amplitude

	1. Laststufe: $\sigma_{1,max}/f_c = 0,6$		2. Laststufe: $\sigma_{2,max}/f_c = 0,7$		Ermüdungsversagen	
$N_1/N_{1,F}$	$N_1$	$D_1^{fat}/D_{1,F}^{fat}$	$N_2$	$D_1^{fat}/D_{2,F}^{fat}$	$N_F$	$D^{P-M} (L^{fat} = 1)$
0	0	0	7015	1	7015	1
0,05	6713	0,287	6493	0,329	13206	0,976
0,1	13427	0,344	5833	0,4	19260	0,931
0,2	26855	0,41	4559	0,465	31414	0,85
0,5	67139	0,514	2021	0,59	69160	0,788
0,8	107421	0,666	713	0,765	108134	0,902
0,9	120849	0,788	241	0,904	121090	0,934
0,95	127563	0,881	Bruch	$D_1^{fat} > D_{2,F}^{fat}$	127563	0,95
1,0	134277	1,0	-	$D_1^{fat} > D_{2,F}^{fat}$	134277	1
	$N_{1,F} = 134.277$	$D_{1,F}^{fat} = 0,659$	$N_{2,F} = 7.015$	$D_{2,F}^{fat} = 0,574$	$N_F = N_1 + N_2$	$D^{P-M} = \sum \frac{N_i}{N_{i,F}}$

Tabelle 6.3: Berechnungsergebnisse für fallende Amplitude

	1. Laststufe: $\sigma_{1,max}/f_c = 0,7$		2. Laststufe: $\sigma_{2,max}/f_c = 0,6$		Ermüdungsversagen	
$N_1/N_{1,F}$	$N_1$	$D_1^{fat}/D_{1,F}^{fat}$	$N_2$	$D_1^{fat}/D_{2,F}^{fat}$	$N_F$	$D^{P-M} (L^{fat} = 1)$
0	0	0	134277	1,0	134277	1,0
0,05	351	0,3	129473	0,258	129824	1,014
0,1	702	0,354	125650	0,308	126352	1,034
0,2	1403	0,411	118680	0,358	120083	1,084
0,5	3507	0,511	94257	0,444	97764	1,2
0,8	5612	0,65	48894	0,566	54506	1,16
0,9	6313	0,768	26434	0,67	32747	1,097
0,95	6664	0,871	16385	0,759	23049	1,072
1,0	7015	1,0	-	0,871	7015	1,0
	$N_{1,F} = 7.015$	$D_{1,F}^{fat} = 0,574$	$N_{2,F} = 134.277$	$D_{2,F}^{fat} = 0,659$	$N_F = N_1 + N_2$	$D^{P-M} = \sum \frac{N_i}{N_{i,F}}$

Aus den berechneten Schädigungswerten  $D^{P-M}(L^{fat} = 1)$  wird offensichtlich, dass auch bei alleiniger Betrachtung der Bruchschwingspielzahlen deutliche Abweichungen zwischen dem energetischen Modellansatz und der linearen Akkumulationshypothese auftreten. Diese berechneten Schädigungswerte weisen beim Erreichen des Ermüdungsversagens gegenüber dem Endwert der Schädigung nach linearer Akkumulationshypothese,  $D^{P-M}_{lim} = 1$ , abweichende Schädigungswerte auf. Dies bedeutet:  $D^{P-M}_{lim} \neq D^{P-M}(L^{fat} = 1) \neq 1$ .

Lediglich für einstufige Beanspruchungen ergibt sich eine Übereinstimmung, was aber nur bedeutet, dass in beiden Ansätze beim Erreichen der Bruchschwingspielzahl das Ermüdungsversagen eintritt.

Sowohl der Zeitpunkt des Amplitudenwechsels als auch die Belastungsreihenfolge bestimmen die resultierende Bruchschwingspielzahl. Die Abweichungen der Ergebnisse nach linearer Akkumulation gegenüber dem energetischen Berechnungsansatz sind zusammenfassend in Bild 6.11 aufgeführt. Daraus ist ersichtlich, dass die größten Abweichungen bei Amplitudenwechseln auftreten, die zwischen  $0,2 \leq N_1/N_{F1} \leq 0,8$  liegen. Amplitudenwechsel zu Beginn bzw. zum Ende der ersten Laststufe führen hingegen zu geringeren Abweichungen.

Aufsteigende Amplitudenwechsel führen zu Schädigungswerten nach Palmgren-Miner von  $D^{P-M}(L^{fat} = 1) \leq 1$ . Dies bedeutet, dass bei dem energetischen Modellansatz das Ermüdungsversagen bereits erreicht wird, während bei linearer Akkumulation noch Schwingspielzahlen aufgenommen werden könnten. Bei aufsteigender Belastungsreihenfolge führt die Palmgren-Miner-Hypothese zu einer Überschätzung der Ermüdungslebensdauer und im Vergleich zum energetischen Modell zu unsicheren Berechnungsergebnissen. Bei fallender Amplitude treten hingegen nur Schädigungswerte auf, für die  $D^{P-M}(L^{fat} = 1) \geq 1$  gilt. Die Palmgren-Miner-Hypothese führt in diesem Fall zu einer Unterschätzung der Ermüdungslebensdauer und somit zu konservativen Berechnungsergebnissen.

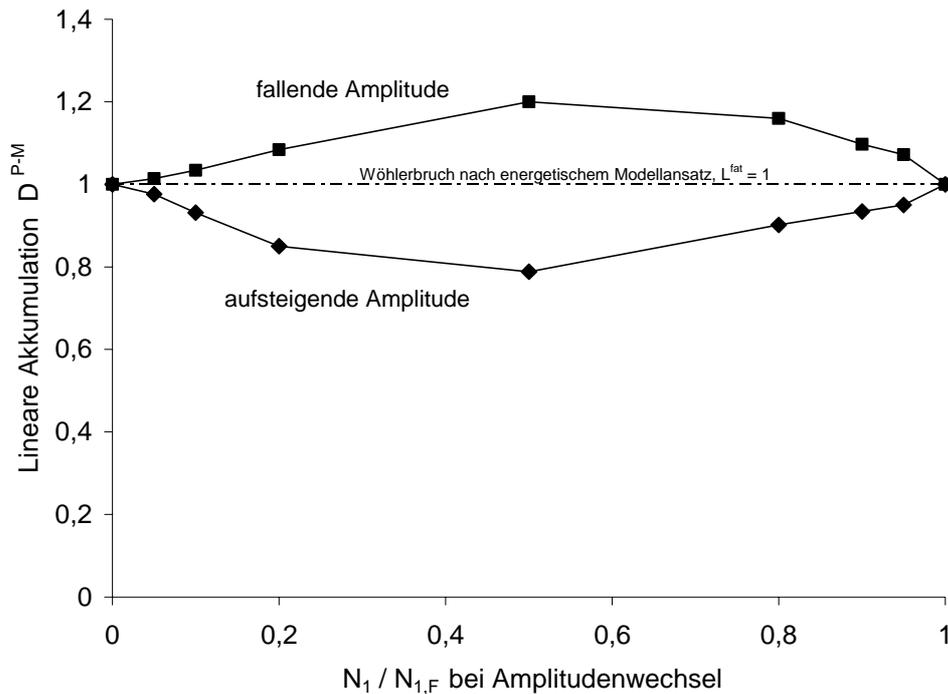


Bild 6.11: Vergleich der Berechnungsergebnisse zwischen energetischem Schädigungsmodell und der linearen Akkumulationshypothese für eine zweistufige Ermüdungslastgeschichte mit fallender und aufsteigender Amplitude

#### 6.4 Validierung des mehrstufigen Schädigungsmodells an experimentellen Ermüdungsuntersuchungen

In der Literatur sind nur sehr begrenzt Versuchsauswertungen über die Verzerungs- und Steifigkeitsentwicklung mehrstufiger Ermüdungsprozesse dokumentiert, siehe Kapitel 3.3.2. Zur Validierung des in Kapitel 6.3 entwickelten mehrstufigen Schädigungsansatzes wurden daher in [Göhlmann/Liebig -06] Ermüdungsversuche an Betonzylindern unter konstanter und überwiegend zweistufiger Ermüdungsbeanspruchung durchgeführt, deren Ergebnisse nachfolgend vorgestellt werden.

Das vorrangige Ziel der experimentellen Untersuchungen lag insbesondere in der messtechnischen Erfassung der unterschiedlichen Verzerrungsverläufen vor und nach einem Amplitudenwechsel. Aus den gemessenen Verzerrungsverläufen konnten Steifigkeitsverläufe berechnet und die zugehörigen Schädigungsverläufe bestimmt werden. Die so gewonnenen Schädigungsverläufe konnten anschließend den nach dem mehrstufigen energetischen Modellansatz berechneten Verläufen gegenübergestellt werden. Zusätzlich wurden die in den Versuchen erreichten Bruchschwingspielzahlen ausgewertet.

## 6.4.1 Versuchsaufbau

### 6.4.1.1 Beschreibung der Prüfkörper

Für die Ermüdungsversuche wurden 31 Betonzylinder mit einem Durchmesser von 100 mm und einer Höhe von 300 mm hergestellt. Davon wurden 5 Zylinder für begleitende Untersuchungen der Materialeigenschaften nach [DIN 1045-2] bzw. [DIN EN 206-1] vorgesehen. Bei ermüdungsbeanspruchten Bauwerken, wie z. B. Tragkonstruktionen für Windenergieanlagen, werden mit Rücksicht auf einen zügigen Baufortschritt häufig Betone mit hoher Anfangsfestigkeit eingesetzt. Daher wurde für die Prüfkörper ein schnell erhärtender Zement der Festigkeitsklasse CEM I 42,5 R gewählt. Um jedoch die Leistungsgrenze der verwendeten Prüfmaschine nicht zu überschreiten, wurde eine Zylinderdruckfestigkeit von  $f_{c,cyl} = 30 \text{ N/mm}^2$  angestrebt. Aus diesen Randbedingungen ergab sich für die Betonzusammensetzung ein Wassermenge-Werkstoffwert von  $w/z = 0,68$ . Zur Festlegung der einzelnen Massenanteile der unterschiedlich großen Zuschlagskörner wurde eine Sieblinie im Bereich B nach [DIN 1045-2] gewählt. Das verwendete Größtkorn betrug 8 mm. Als Schalung wurden handelsübliche PE - Rohre mit einem Innendurchmesser von 100 mm und einer Länge von 500 mm verwendet. Der Beton wurde in drei Abschnitten eingebracht und abschnittsweise auf einem Rütteltisch verdichtet. Nach der Betonage wurden die Prüfkörper 7 bis 10 Tage nass und anschließend bei ca.  $20^\circ \text{ C}$  Raumtemperatur trocken gelagert. Vor Beginn der Prüfungen wurden die Prüfkörper auf eine Länge von 300 mm geschnitten, die Stirnflächen geschliffen und die Proben vermessen, Bild 6.12. Die Betondruckfestigkeit wurde zu Beginn der Versuchsdurchführung an zwei Zylindern ermittelt. Der Mittelwert betrug  $f_{cyl} = 32,5 \text{ MN/m}^2$ . Der E-Modul wurde aus versuchstechnischen Gründen erst nach Beendigung der Ermüdungsuntersuchungen an drei Proben ermittelt. Der Mittelwert ergab  $E_c = 27952 \text{ MN/m}^2$ . Die anschließende Festigkeitsuntersuchung an diesen drei Proben ergab einen Mittelwert von  $f_{cyl} = 37,1 \text{ MN/m}^2$ . Die Zunahme kann dabei durch den verfestigenden Einfluss der E-Modul Prüfung erklärt werden. Die Proben wurden vor Versuchsbeginn ca. 18 Monate gelagert.

## 6.4.2 Messeinrichtung und Versuchsdurchführung

### 6.4.2.1 Prüfmaschine

Die Ermüdungsversuche wurden an einer Resonanzprüfmaschine am Institut für Baustoffe der Universität Hannover durchgeführt, siehe Bild 6.13. Die Prüfmaschine stellt dabei ein schwingungsfähiges Feder-Masse-Dämpfungs-System dar [SincoTec], in dem der Prüfkörper selbst als Feder in das Schwingsystem zwischen zwei Lastplatten eingebunden wird. Die Erregung des Schwingsystems wird durch zwei gegenläufig rotierende Unwuchtwellen

erzeugt, die von einem frequenzgeregelten Drehstrommotor angetrieben werden. Je nach Steifigkeit des zu prüfenden Materials können Frequenzen bis ca. 100 Hz erreicht werden. Die maximale Belastung der Prüfmaschine beträgt  $\pm 400$  kN. Der Sollwert der Amplitude wird erst nach einer bestimmten Einschwingzeit erreicht. Diese hängt von dem Abstand zwischen der vor Beginn der Prüfung festzulegenden Startfrequenz und der sich in Abhängigkeit der Probensteifigkeit tatsächlich einstellenden Resonanz- bzw. Prüffrequenz ab.

#### **6.4.2.2 Messeinrichtung**

Für die Verzerrungsmessungen wurden zwei induktive Wegaufnehmer [HBM - WI] und drei berührungslose, induktive Hochleistungssensoren verwendet [WELOTEC -IHS]. Die berührungslosen Sensoren messen die Verformung über die Änderung eines ausgestrahlten Magnetfeldes. Zusätzlich wurde für institutsinterne Vergleichsuntersuchungen auch ein optischer Laserdistanzsensor [WELOTEC -KLS] eingesetzt. Die Messbasis für die berührungslosen und optischen Sensoren ist der Abstand der Lastplatten. Dieser betrug 300 mm. Alle Messaufnehmer wurden an einem Messgestänge befestigt, welches zwischen den beiden Lastplatten angeordnet und an der Betonprobe arretiert wurde. Die gemessenen Verformungen beschreiben daher den sich ändernden Abstand zwischen den beiden Lastplatten während der Versuchsdurchführung. Zur Kontrolle wurden jeweils in halber Prüfkörperhöhe direkt auf der Probe drei über den Umfang gleichmäßig verteilte Messstellen angeordnet. Als Wegsensoren dienten je Messstelle PI-Wegaufnehmer (Omega-Aufnehmer) [Preusser – Messtechnik] mit integrierter DMS-Vollbrücke und einer Messbasis von 100 mm. Die Anordnung der Messtechnik ist in Bild 6.14 dargestellt. Die Messdaten wurden mit einem für dynamische Messungen geeigneten Messverstärker erfasst. Die Abtastrate betrug 600 Hz. Die Prüffrequenz der Maschine stellte sich bei ca. 60 Hz.



Bild 6.12: Vermessung einer Probe



Bild 6.13: Resonanzprüfmaschine

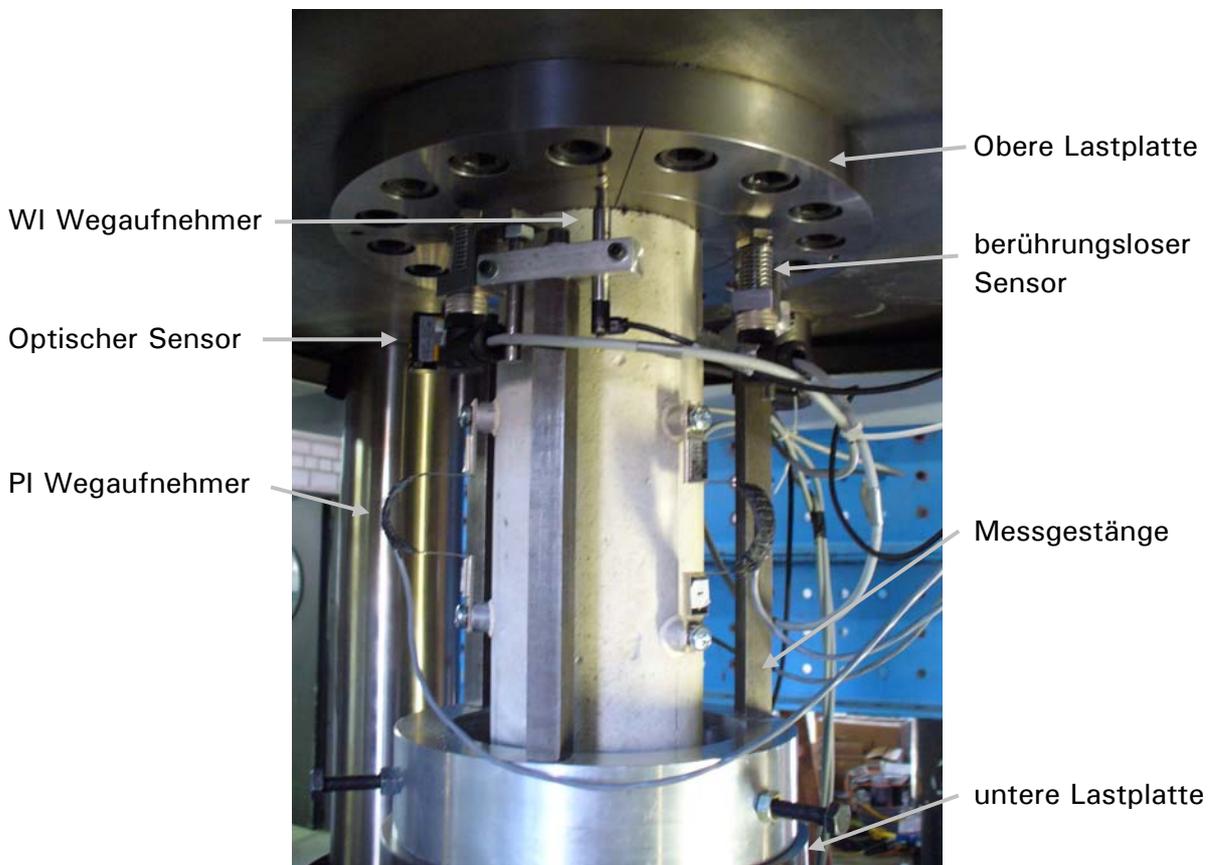


Bild 6.14: Anordnung der Messtechnik

### 6.4.2.3 Versuchsdurchführung

Nach dem Einsetzen der Probe in die Resonanzprüfmaschine wurde der Prüfkörper zwei bis drei Mal statisch bis etwa 40 % der Druckfestigkeit in gleichmäßigen Stufen vorbelastet, um die Reproduzierbarkeit der Messwerte zu überprüfen. Nach jeder Be- und Entlastung wurden die Messwerte kontrolliert und überprüft, ob diese nahezu gleich waren oder der Prüfkörper ggf. gegebenenfalls in seiner Lage korrigiert werden musste. Unmittelbar anschließend wurde mit der Ermüdungsuntersuchung gestartet.

### 6.4.2.4 Versuchsprogramm und Aufbereitung der Messwerte

Bei mehrstufigen Ermüdungsuntersuchungen ist der Abstand zwischen den verschiedenen Beanspruchungsniveaus von besonderer Bedeutung für die Versuchsdurchführung und Auswertung der Ergebnisse. Ein zu geringer Amplitudensprung kann aufgrund der Streuungen in den Materialeigenschaften bei Ermüdungsuntersuchungen dazu führen, dass die Verzerrungsentwicklungen für beide Laststufen annähernd gleich verlaufen und sich keine signifikante Änderung der Verzerrungsrate nach dem Amplitudensprung einstellt. Hingegen sind beispielsweise nach einem zu hoch gewählten zweiten Beanspruchungsniveau aufgrund der unterschiedlich großen Bruchschwingspielzahlen der einzelnen Lastkollektive möglicherweise nur noch vergleichsweise sehr wenige Lastwechsel bis zum Versagen der Probe notwendig. Diese könnten bereits in der Einschwingphase für das folgende Lastniveau erreicht werden.

Die Oberspannungen lagen sowohl für die Versuche mit konstanter Lastamplitude als auch für die mit zweistufiger Ermüdungsbeanspruchung zwischen  $\sigma_{\max} = 0,6 \cdot f_{c1}$  ( $S_{\max} = \sigma_{\max} / f_{c1} = 0,6$ ) und  $\sigma_{\max} = 0,8 \cdot f_{c1}$  ( $S_{\max} = 0,8$ ). Die Unterspannungen wurden bedingt durch das Einregeln der Resonanzprüfmaschine zu  $\sigma_{\min} = 0,2 \cdot f_{c1}$  ( $S_{\min} = \sigma_{\min} / f_{c1} = 0,2$ ) gewählt.

Die gewonnenen Messwerte wurden mit einer kommerziellen Messsoftware erfasst und mit am Institut für Massivbau entwickelten Programmroutinen ausgewertet, analysiert und für die weitere Bearbeitung aufbereitet.

## 6.4.3 Auswertung und Darstellung der Versuchsergebnisse

### 6.4.3.1.1 Bruchschwingspielzahlen

Die in den Versuchen erreichten Bruchschwingspielzahlen der einstufigen Ermüdungsuntersuchungen sind in Tabelle 6.4 zusammengestellt. Der Prüfkörper 1 sowie der Prüfkörper 2 wurden zur Ermittlung der Regelparameter für die Resonanzprüfmaschine verwendet und sind daher nicht in Tabelle 6.4 enthalten. Ein Messdatenverlust trat bei Prüfkörper 15 auf.

Die Bruchschwingspielzahlen in Tabelle 6.4 werden bei zunehmender Amplitude und gleich bleibender Unterspannung kleiner, was dem typischen Ermü-

ungsverhalten von Beton entspricht. Die Abweichungen der Bruchschwing-spielzahlen von den berechneten Mittelwerten zeigen die nach Abschnitt 3.2.5 zu erwartenden Streuungen. Die Bruchschwing-spielzahlen sind in einem Wöhlerdiagramm in Bild 6.15 dargestellt. Aufgrund der geringen Prüfkörperanzahl für die einzelnen Laststufen muss auf eine ausführliche, statistische Auswertung sowie auf eine mathematische Formulierung der Wöhlerlinie verzichtet werden.

Tabelle 6.4: Bruchschwing-spielzahlen der einstufigen Ermüdungsuntersuchungen

Prüfkörper	S <sub>max</sub>	S <sub>min</sub>	N <sub>F</sub>	Bemerkungen
16	0,6	0,2	101.123	-
17	0,6	0,2	1.224.192	-
18	0,6	0,2	363.790	-
19	0,6	0,2	609.164	-
24	0,6	0,2	4.200	Bruch beim Einregeln
Mittelwert: N <sub>F</sub> = 460.494 Mittelwert ohne PK 24: N <sub>F</sub> = 574.567				
3	0,7	0,2	295.584	-
7	0,7	0,2	4.288.107	Durchläufer
11	0,7	0,2	327.755	-
Mittelwert: N <sub>F</sub> = 1.637.149 Mittelwert ohne PK 7: N <sub>F</sub> = 311.670				
8	0,8	0,2	285.655	-
9	0,8	0,2	91.875	-
10	0,8	0,2	8.393	-
Mittelwert: N <sub>F</sub> = 128.641				

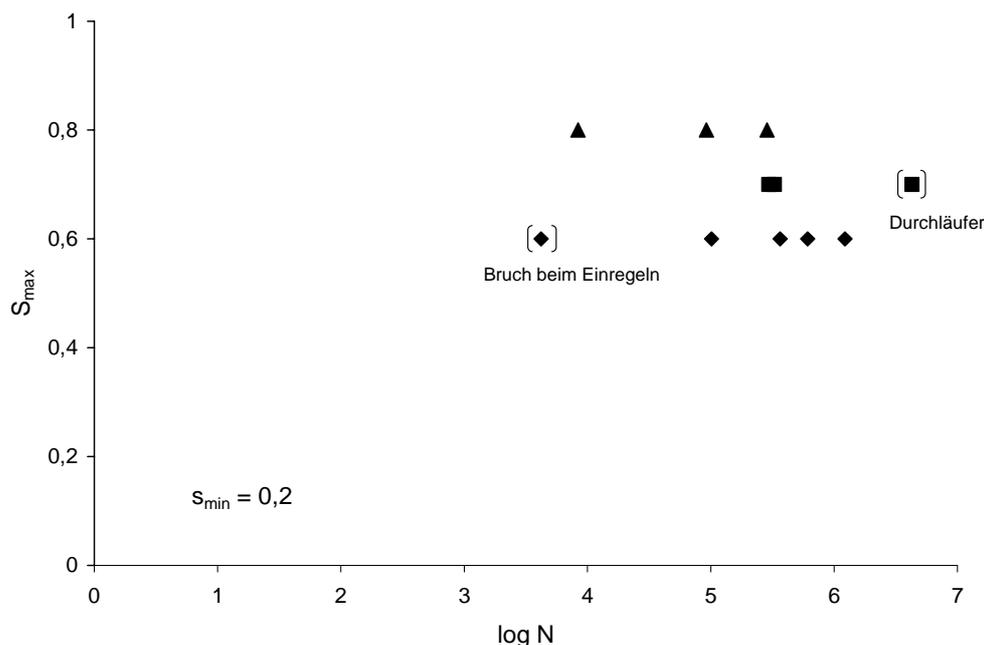


Bild 6.15: Auswertung der Bruchschwing-spielzahlen in einem Wöhlerdiagramm

#### 6.4.3.1.2 Gemessene Verzerrungsentwicklung

##### **Auswertung der Messergebnisse**

Die Auswertung der Verzerrungsentwicklung wird für Prüfkörper 20 und für Prüfkörper 11 nachfolgend in Bild 6.16 und Bild 6.17 dargestellt. Aufgeführt sind die aus den beiden WI-Wegaufnehmern gemittelten Dehnungsverläufe.

In Bild 6.16 ist nach dem Aufbringen der Mittellast und dem Einregeln der Prüffrequenz die aus der Literatur bekannte, typische Verzerrungsentwicklung erkennbar. Die dritte Phase des Rissbildungsprozesses, siehe Kapitel 3.3.1.1, ist dabei weniger ausgeprägt.

Auffällig ist, dass sowohl im Verlauf der maximalen Stauchungen ( $\epsilon_{\max}$ ) als auch im Verlauf der minimalen Stauchungen ( $\epsilon_{\min}$ ) kurzfristige Dehnungszu- und -abnahmen in den ausgewerteten Messdaten auftreten. Diese resultieren aus einem Phasenverschub zwischen der während des Versuchs konstanten Abtastrate des Messverstärkers und einer sich ständig ändernden Resonanzfrequenz der Prüfmaschine. Die Änderung der Resonanzfrequenz wird durch die Steifigkeitsänderung der Betonprobe unter Ermüdungsbeanspruchung hervorgerufen. Die Resonanzfrequenz nahm innerhalb eines Versuchs von ca. 62 Hz nach dem Einregeln bis auf ca. 60 Hz beim Eintreten des Ermüdungsbruchs ab. Teilweise konnte auch eine größere Abnahme beobachtet werden. Zudem traten auch während der Versuchsdurchführung Nachregelungen der Resonanzfrequenz auf, die kurzzeitig zu einer deutlichen Änderung der Resonanzfrequenz von  $\Delta f_R = 1$  Hz führten.

Das Verhältnis der Abtastrate zur Prüffrequenz lag bei ca.  $600 \text{ Hz} / 60 \text{ Hz} = 10$ . Dies bedeutet, dass bei einem Belastungs- und dem anschließenden Entlastungsvorgang ca. zehn Messwerte erfasst wurden (fünf für den Belastungsvorgang und fünf für den anschließenden Entlastungsvorgang). Der Phasenverschub führt dazu, dass die Messwerte bei den Belastungszyklen nicht immer beim gleichen Belastungsniveau abgefragt wurden. Das heißt, die innerhalb eines Belastungszyklus gemessene maximale Stauchung fällt nicht zwangsläufig mit dem Zeitpunkt der maximalen Beanspruchung zusammen. Dieser Zusammenhang trifft auch auf die anderen Messwerte innerhalb eines Lastzyklus zu.

Für die Auswertung der Versuchsergebnisse bedeutet dies, dass die gemessenen maximalen und minimalen Stauchungen Schwankungen unterworfen sind. Man erhält als Dehnungsverlauf jeweils über eine gewisse Bandbreite verteilte maximale und minimale Stauchungen.

Abschnittsweise sind sogar leicht stufenförmige Dehnungsverläufe aufgetreten, die insbesondere bei der Berechnung der Steifigkeitsentwicklung zu bereichsweise widersprüchlichen Ergebnissen führten. Daher wurden teilweise nur Bereiche der Ermüdungslebensdauer mit stetiger Dehnungsentwicklung für

die weitere Auswertung aufbereitet. Inwieweit die Resonanzfrequenz der Prüfmaschine die Messaufnehmer selbst und das Messgestänge beeinflusst hat, konnte nicht festgestellt werden.

**Vergleichsrechnungen**

Neben den gemessenen Verzerrungen sind zum Vergleich die berechneten Verzerrungen nach dem energetischen Ermüdungsmodell mit aufgeführt. Für alle Vergleichsrechnungen wurden die Materialkennwerte nach Tabelle 6.5 angesetzt. Nicht bekannte Materialkennwerte wurden nach Model Code 90 gewählt. Der Wert der Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$  wurde durch Vergleichsrechnungen mit den aus den Einstufenversuchen ermittelten Endwerten der Ermüdungsschädigungen aus Abschnitt 6.4.3.1.3 kalibriert und deren festgelegte Größe mit den in [Pfanner -02] und [Pölling -00] verwendeten Werten verglichen.

Tabelle 6.5: Materialkennwerte für Vergleichsrechnungen

$f_{c1} = 32,5 \text{ MN/m}^2$	$\epsilon_{c1} = 0,0022$	$E_c = 27952 \text{ MN/m}^2$	$b = 0,75$
$G_{cl} = 0,01 \text{ MN/m}$	$l_{eq} = 0,298 \text{ m}$	$\lambda = 0,2$	$\Delta n = 0,2$

Bei den Verzerrungsberechnungen am Prüfkörper 20 im Bild 6.16 treten Abweichungen insbesondere bei der Anfangsverzerrung sowie im Verlauf der ersten Phase auf. Die Verzerrungszunahme in der zweiten Phase wird hingegen gut wiedergegeben. In der dritten Phase treten wiederum größere Abweichungen zwischen Messung und Berechnung auf.

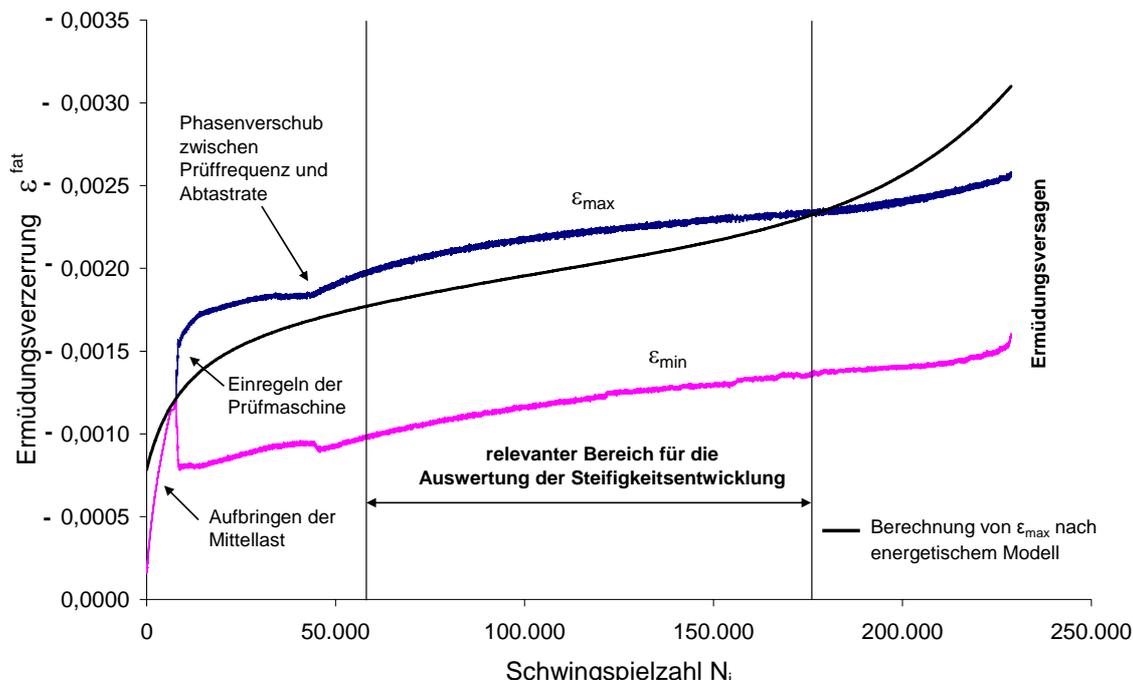
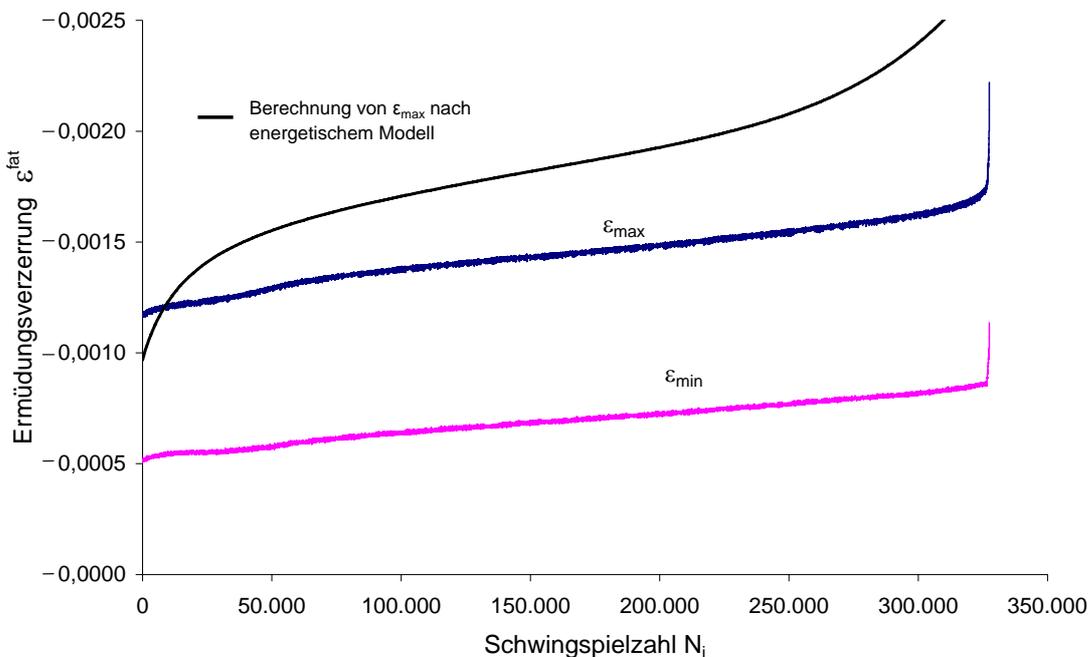


Bild 6.16: Gemessene und berechnete Verzerrungsentwicklung am Prüfkörper 20, ( $S_{max} = 0,6; S_{min} = 0,2$ )

Größere Abweichungen zwischen gemessener und berechneter Verzerrungsentwicklung treten am Prüfkörper 11 in Bild 6.17 auf. Die Abweichungen können einerseits mit der im Versuch nur schwach ausgeprägten ersten und dritten Rissbildungsphase erklärt werden. Andererseits ist aber auch die berechnete Verzerrungszunahme in der stabilen Rissbildungsphase ausgeprägter als der gemessene Verzerrungszuwachs. Insgesamt führt in diesem Fall die Vergleichsberechnung nur zu einer bedingt guten Übereinstimmung mit den gemessenen Ermüdungsverzerrungen.

Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass die im energetischen Schädigungsmodell entwickelten Gleichungen zur Beschreibung der Verzerrungsevolution, siehe Abschnitt 4.3.1.3.8, an einer Vielzahl von in der Literatur vorhandenen Versuchen kalibriert wurden. Auch dabei traten Abweichungen zwischen einzelnen Versuchsergebnissen und den berechneten Verzerrungsverläufen in der hier beobachteten Größenordnung auf.



**Bild 6.17:** Gemessene und berechnete Verzerrungsentwicklung am Prüfkörper 11, ( $S_{max} = 0,6$ ;  $S_{min} = 0,2$ )

### 6.4.3.1.3 Berechnung der Schädigungsentwicklung

Zur Auswertung des Schädigungsverlaufs wurde die Entwicklung der Sekantensteifigkeit aus den Messwerten nach Gl. (6.7) ermittelt. Als Spannungswerte wurden die in den Versuchen vorgegebene Ober- und Unterspannung ( $\sigma_{\max}$  und  $\sigma_{\min}$ ) angesetzt. Als Dehnungswerte wurde die innerhalb des betrachteten Belastungsvorgangs jeweils größte und kleinste gemessene Stauchung ( $\varepsilon_{\max}$  und  $\varepsilon_{\min}$ ) verwendet.

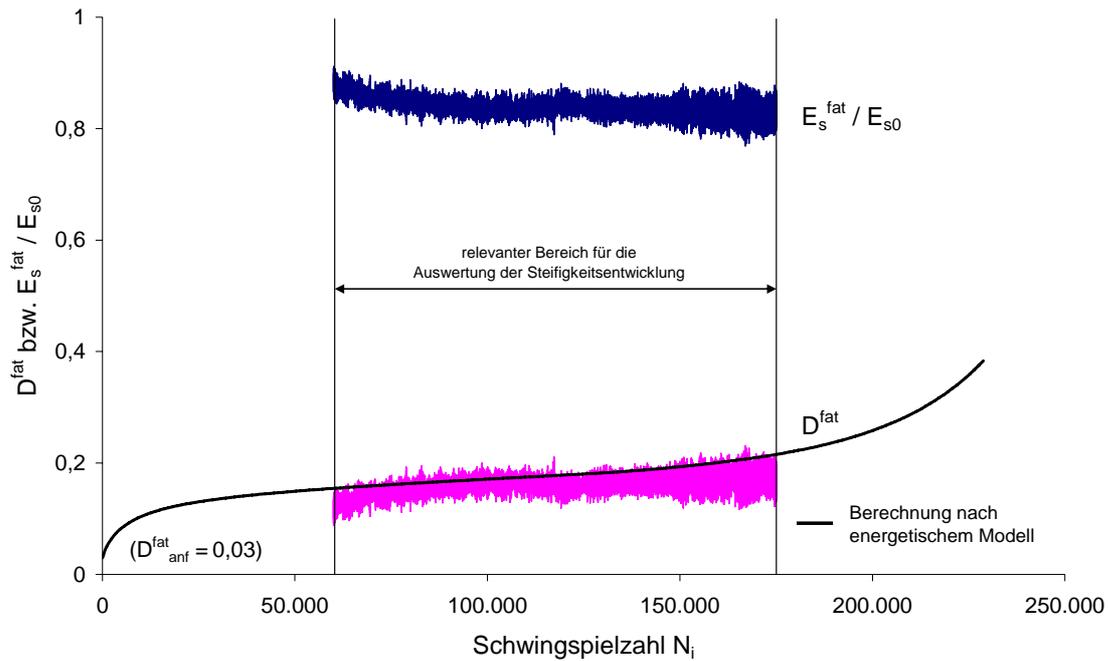
$$E_s^{fat} = \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})}{(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min})} \tag{6.7}$$

Für die Auswertung der Steifigkeitsentwicklung wurden die berechneten Sekantensteifigkeiten auf den Ausgangswert nach dem Einregelvorgang ( $E_{s0}$ ) bezogen. Die Schädigungsentwicklung kann dann nach Gl.(6.8) aus dem Verlauf der bezogenen Sekantensteifigkeiten  $E_s^{fat} / E_{s0}$  berechnet werden.

$$D^{fat} = \left( 1 - \frac{E_s^{fat}}{E_{s0}} \right) \tag{6.8}$$

Im energetischen Modell wird auch der Schädigungsanteil durch die Erstbelastung berücksichtigt. Dieser Anteil kann bei der Schädigungsermittlung nach Gl. (6.8) nicht ermittelt werden. Bei dem Bezugswert  $E_{s0}$  handelt es sich bereits um eine durch die Erstbelastung und zusätzlich durch den Einregelvorgang reduzierte Sekantensteifigkeit. Die Schädigungszuwächse aus dem Einregelvorgang können nicht bestimmt werden. Diese werden aber im Vergleich zur gesamten Schädigungsentwicklung als vernachlässigbar eingestuft. Der Anteil der reduzierten Anfangssteifigkeit kann daher näherungsweise durch die berechnete Schädigung bei Erstbelastung,  $D^{fat}_{anf}$ , abgeschätzt werden. Diese Differenz ist bei der Interpretation der aus den Messungen gewonnenen Steifigkeitsentwicklungen zu beachten.

Die Steifigkeits- und Schädigungsentwicklung von Prüfkörper 20 sind in Bild 6.19 aufgeführt. Die erste und dritte Phase des Rissbildungsprozesses wird aufgrund der ungleichmäßigen Verzerrungsentwicklung nicht mit aufgeführt. Der Einfluss des Phasenverschubs auf die Auswertung wird durch die Bandbreite der Steifigkeitswerte deutlich. Zusätzlich ist der nach dem energetischen Schädigungsmodell berechnete Schädigungsverlauf aufgeführt. Dieser liegt für die ausgewerteten Schwingenspielzahlen im oberen Bereich des Schädigungsverlaufes. Auch bei vernachlässigter Anfangsschädigung lässt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen dem nach energetischen Schädigungsmodell und dem aus den Messwerten berechneten Schädigungsverlauf feststellen.



**Bild 6.18:** Steifigkeits- und Schädigungsentwicklung am Prüfkörper 20  
 ( $S_{max} = 0,6$ ;  $S_{min} = 0,2$ )

Zu einer ähnlich guten Übereinstimmung führt die Vergleichsrechnung nach dem energetischen Modell am Prüfkörper 11. Abweichungen treten in der ersten und dritten Phase auf, wobei die berechnete Schädigungsentwicklung den aus den Messwerten ermittelten Schädigungsverlauf überschätzt. Die Berechnung führt in diesen beiden Bereichen zu größeren Schädigungswerten. Würde man hingegen den berechneten Anfangswert der Schädigung zu dem ausgewerteten Schädigungsverlauf addieren, so kann auch für die erste und dritte Phase eine bessere Übereinstimmung mit der Berechnung festgestellt werden. Der berechnete Schädigungsverlauf in der zweiten Rissbildungsphase läge dann direkt in der Bandbreite der ausgewerteten Schädigungswerte.

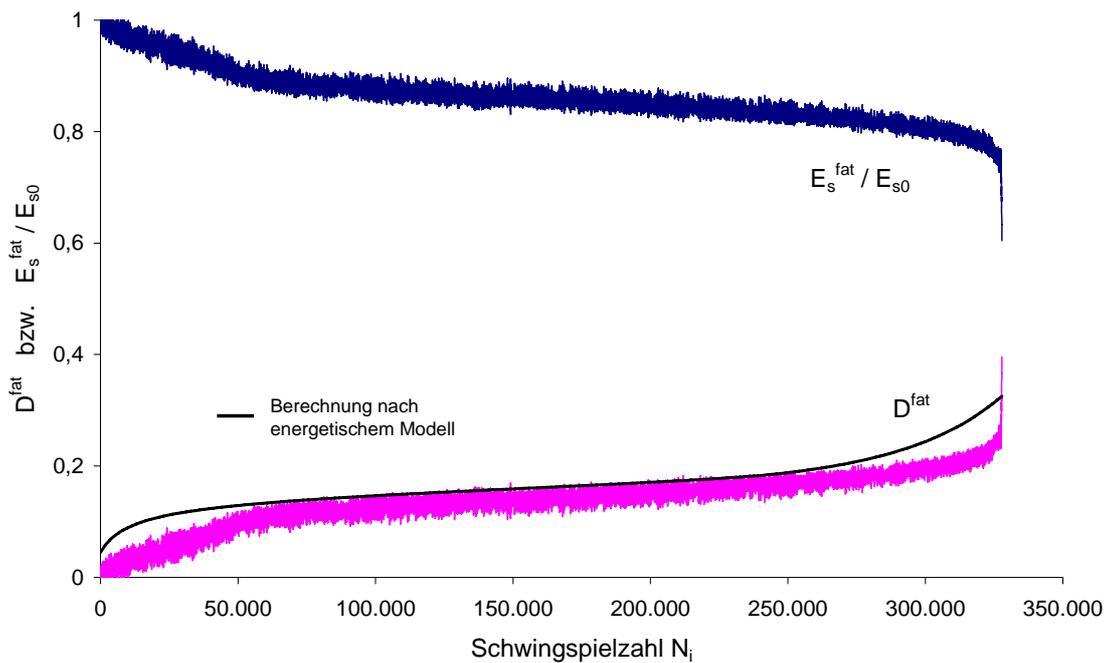


Bild 6.19: Steifigkeits- und Schädigungsentwicklung am Prüfkörper 11  
 ( $S_{max} = 0,7$ ;  $S_{min} = 0,2$ )

### 6.4.3.2 Zwei- und mehrstufige Ermüdungsuntersuchungen

Mit den Beanspruchungsniveaus  $S_{max} = 0,6$  und  $S_{max} = 0,7$  wurden zweistufige Ermüdungsuntersuchungen mit aufsteigender und fallender Belastungsreihenfolge durchgeführt. Die Unterspannung blieb unverändert und betrug wie bei den Einstufenversuchen  $S_{min} = 0,2$ . Lediglich bei Prüfkörper 5 wurde aus prüftechnischen Gründen die Unterspannung der dritten Laststufe auf  $S_{max} = 0,1$  gesetzt. Es wurde angestrebt, den Amplitudenwechsel möglichst in der stabilen Rissbildungsphase durchzuführen.

Für die Änderung der Amplitude musste der Prüfvorgang in der Resonanzprüfmaschine gestoppt und der Wert der neuen Oberspannung eingegeben werden. Danach wurde die Probe mit der neuen Mittellast beansprucht. Anschließend wurde diese mit neuen Regelparametern eingeregelt und die Ermüdungsuntersuchung fortgeführt. Trat durch die vorgegebene Lastwechselzahl für die zweite Laststufe kein Ermüdungsversagen auf, wurde anschließend eine weitere Laststufe eingeregelt, deren Amplitude wiederum der ersten Laststufe entsprach. Die untersuchten zweistufigen Ermüdungslastgeschichten sind in Tabelle 6.5 aufgeführt. Die beiden untersuchten Prüfkörper mit einer dreistufigen Ermüdungslastgeschichte sind in

Tabelle 6.7 angegeben.

Tabelle 6.6: Auswertung der zweistufigen Ermüdungsuntersuchungen

Prüfkörper	$S_{max,1}$	$N_1$	$S_{max,2}$	$N_2$	$N_F$
4	0,6	2.000.000	0,7	813.564	2.813.564
20	0,6	228.764	Bruch beim Einregeln		
22	0,6	200.000	Bruch beim Einregeln		
23	0,6	150.000	0,7	23.227	173.227
26	0,6	150.000	0,7	207.907	357.907
6	0,7	200.000	0,6	7.935.079	8.135.079
13	0,7	250.000	0,6	1.790.885	2.040.885
14	0,7	250.040	0,6	2.500.000	Durchläufer
12	0,8	250.000	0,7	6.400.000	Durchläufer

Tabelle 6.7: Auswertung der dreistufigen Ermüdungsuntersuchungen

PK	$S_{max1}$	$N_1$	$S_{max2}/S_{min2}$	$N_2$	$S_{max3}/S_{min3}$	$N_3$
5	0,7/0,2	150.000	0,6/0,2	430.000	0,6/0,1	2.881.921
						$N_F = 3.461.921$
21	0,6/0,2	150.000	0,7/0,2	2.000.000	0,6/0,2	400.000
						Durchläufer
25	0,6/0,2	90.000	0,7/0,2	800.000	0,6/0,2	3.840.069
	vierte Laststufe mit $S_{max4}/S_{min4} = 0,7/0,2$ , dabei Bruch nach $N_4 = 6.542$ ,					$N_F = 4.736.611$
<i>PK = Prüfkörper</i>						

#### 6.4.3.2.1 Bruchschwingspielzahlen

Die in den zwei- und dreistufigen Versuchen erreichten Bruchschwingspielzahlen sind in Tabelle 6.5 und

Tabelle 6.7 enthalten. Beim Vergleich der Bruchschwingspielzahlen  $N_F$  fällt auf, dass bei fallender Amplitude größere Werte auftreten als bei steigender Beanspruchung. Die Versuchsergebnisse bestätigen damit grundsätzlich die Berechnungsergebnisse aus Abschnitt 6.3.2.4. Es ist zu beachten, dass die Prüfkörper 6, Prüfkörper 13 und Prüfkörper 14 mit einer Schwingspielzahl vorbelastet wurden, die bei vergleichbaren Einstufenversuchen nach Tabelle 6.4 teilweise bereits zu einem signifikanten Schädigungsfortschritt geführt hatten. Die nach dem Amplitudenwechsel noch ertragene Lastwechselzahl  $N_2$  war deutlich höher als die bekannten Bruchschwingspielzahlen aus den Einstufenversuchen, vergleiche Prüfkörper 16 bis Prüfkörper 19 in Tabelle 6.4. Dieses Phänomen kann mechanisch nicht begründet werden. Einflüsse aus Materialstreuungen können als mögliche Ursache herangezogen werden, da die Prüfkörper in mehreren Mischungen hergestellt wurden. Ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Belastungsreihenfolge und ertragbarer Schwingspielzahl kann daher auch aufgrund der geringen Prüfkörperanzahl nicht aus den durchgeführten Versuchen abgeleitet werden.

### 6.4.3.2.2 Verzerrungsentwicklung

Die Verzerrungsentwicklung infolge einer dreistufigen Ermüdungslastgeschichte am Prüfkörper 21 ist in Bild 6.20 dargestellt. Trotz konstanter Unterspannung weist der Verlauf der minimalen Dehnungen zu den jeweiligen Zeitpunkten des Amplitudenwechsels einen Sprung auf. Da für den Amplitudenwechsel die Prüfmaschine angehalten und neu eingeregelt wurde, traten Abweichungen in der Resonanz- bzw. Prüffrequenz besonders nach dem Amplitudenwechsel auf. Diese betragen teilweise  $\Delta f_R = 1$  Hz. Der Sprung im Verlauf der Messwerte wird daher durch das geänderte Feder-Dämpfersystem der Resonanzprüfmaschine hervorgerufen.

Der Phasenverschub beeinflusst auch den Verlauf der maximalen Stauchungen. Zwar weist dieser in Bild 6.20 den erwarteten Verlauf bei mehrstufiger Ermüdungsbeanspruchung auf, jedoch ergaben Vergleichsrechnungen, dass die gemessenen Verzerrungszuwächse durch den Amplitudenwechsel zu gering ausfallen. Dies ist ebenfalls durch den Phasenverschub zu erklären. Innerhalb einer Laststufe wiesen die gemessenen Werte die aus den Einstufenversuchen bekannten Verzerrungszuwächse auf.

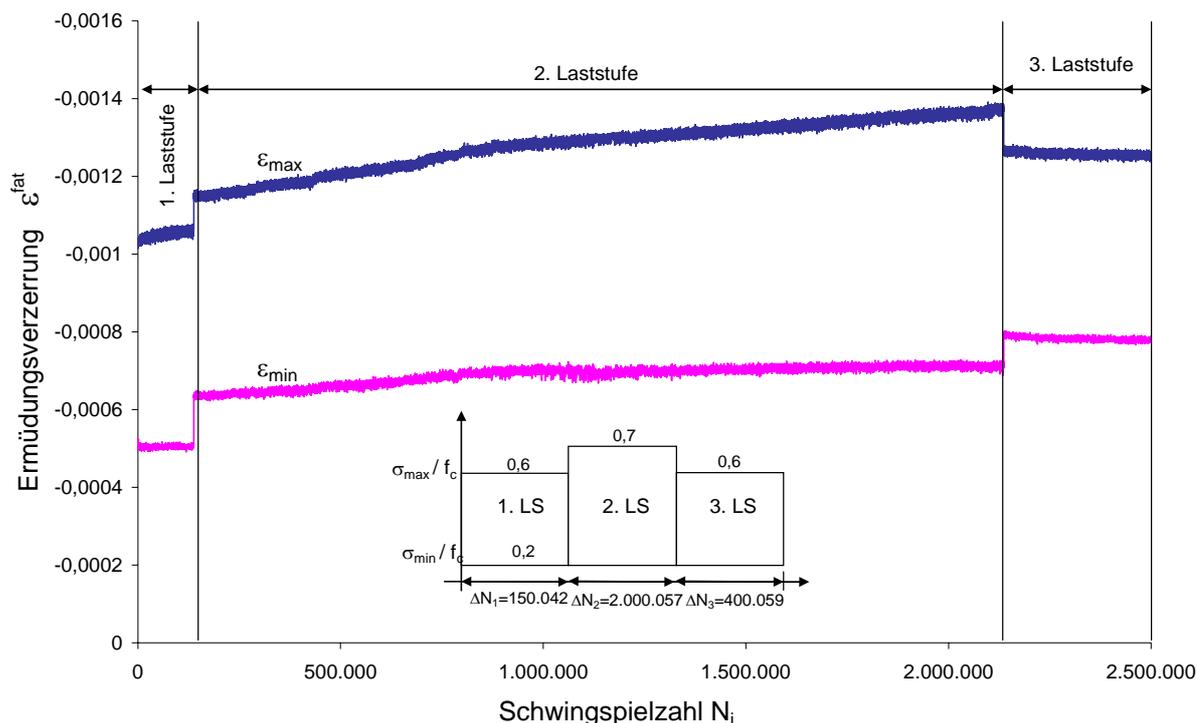
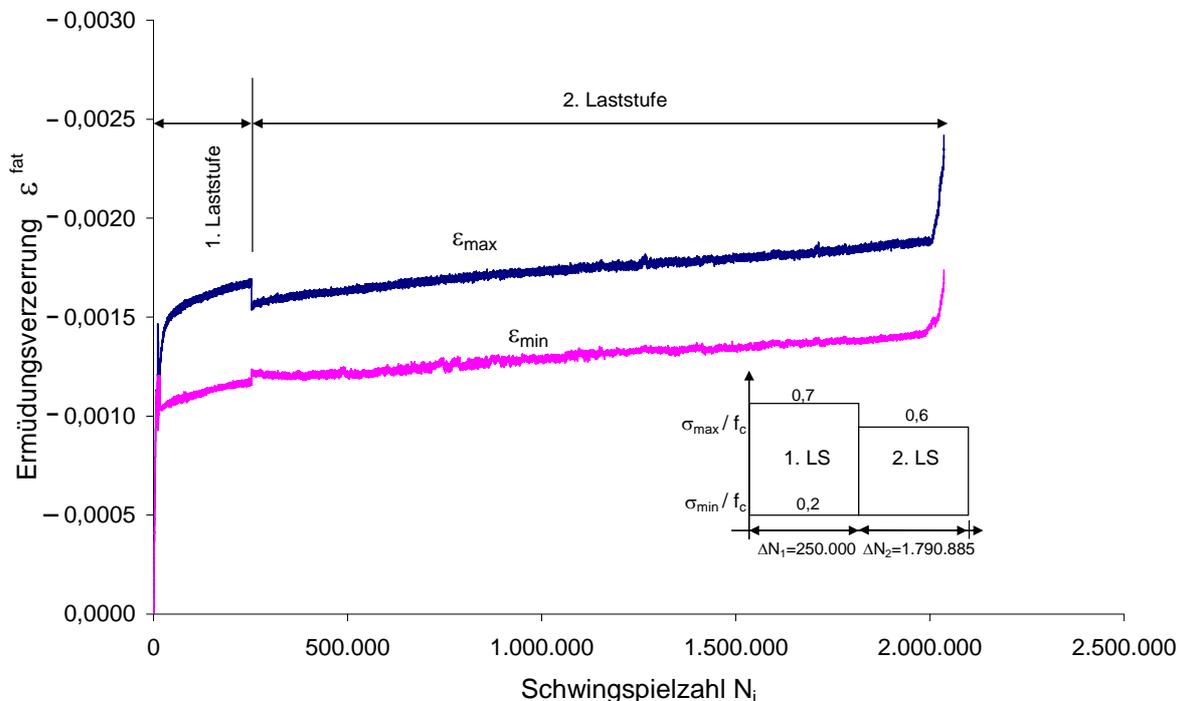


Bild 6.20: Verzerrungsentwicklung bei dreistufiger Ermüdungslastgeschichte am PK 21

Bild 6.21 zeigt die gemessenen Dehnungsverläufe für einen zweistufigen Ermüdungsversuch mit fallender Amplitude. Die Verzerrungsentwicklung weist danach auch unter zweistufiger Ermüdungsbeanspruchung einen dreiphasigen Verlauf auf. Die dritte Rissbildungsphase ist nur gering ausgeprägt. Auch in Bild 6.21 ist der Phasenverschub nach dem Amplitudenwechsel erkennbar.

Nach dem Amplitudenwechsel ist die Verzerrungsrate geringer und verläuft bis zum Erreichen der dritten Phase nahezu konstant. Eine verstärkte Verzerrungszunahme, wie in den Versuchen von [Holmen -79] bei fallender Belastungsreihenfolge beobachtet wurde, siehe Kapitel 3.3.2.2.1, konnte bei den durchgeführten Versuchen nicht festgestellt werden.



*Bild 6.21: Verzerrungsentwicklung am Prüfkörper 13 bei einer zweistufigen Ermüdungslastgeschichte mit fallender Amplitude*

In Bild 6.22 sind die gemessenen Verzerrungsverläufe für Prüfkörper 25 aufgeführt. Dieser wurde einer vierstufigen Ermüdungslastgeschichte unterworfen. Die aus Tabelle 6.4 abgeschätzte Schwingspielzahl für die erste Laststufe war jedoch im Vergleich zu der tatsächlich auftretenden Bruchschwingspielzahl so gering, dass die erste Laststufe kaum Verzerrungszuwächse ergab. Beim Einregeln der vierten Laststufe trat das Ermüdungsversagen ein bevor die maximale Oberspannung erreicht wurde. Daher wird die Probe als zweistufiger Ermüdungsversuch bewertet.

Auch hier ist der Einfluss des Phasenverschubs auf die Messwerte besonders nach dem Amplitudenwechsel zwischen der zweiten und dritten Laststufe erkennbar. Nach diesem Amplitudenwechsel kann wieder eine geringere Verzerrungszunahme als unter der höheren Amplitude beobachtet werden. Die Verzerrungsentwicklung der dritten Laststufe verläuft gleichmäßig und weist keine signifikante Beeinträchtigung durch das zweite Lastkollektiv auf.

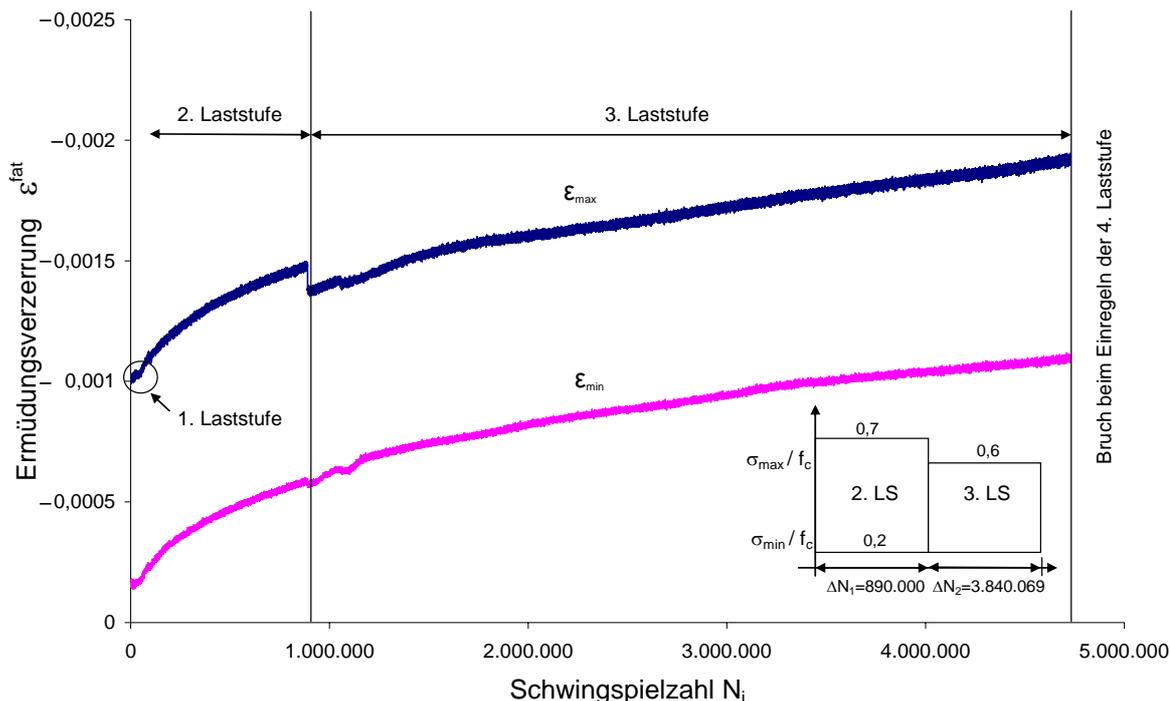


Bild 6.22: Verzerrungsentwicklung am Prüfkörper 25

### 6.4.3.2.3 Schädigungsentwicklung

Die aus den gemessenen Dehnungsverläufen nach Gl. (6.7) und (6.8) berechneten Steifigkeits- und Schädigungsentwicklungen werden nachfolgend für Prüfkörper 21, Prüfkörper 13 sowie Prüfkörper 25 aufgeführt und mit denen nach dem mehrstufigen energetischen Modellansatz berechneten Schädigungsverläufen verglichen.

Aufgrund der geringen Messwertanzahl in jedem einzelnen Belastungsvorgang sowie den Auswirkungen des Phasenverschubs zwischen Prüffrequenz und Abtastrate wird die Sekantensteifigkeit nach Gl. (6.7) nach einem Amplitudenwechsel mit den dadurch veränderten Maximalwerten nach Gl. (6.7) ermittelt. Das hat zur Folge, dass nach einem Amplitudenwechsel für die Sekantenberechnung die neue Oberspannung herangezogen wird. Die Auswahl eines für alle Laststufen durchgängigen Beanspruchungsniveaus zur Bestimmung der veränderten Sekantensteifigkeit kann aus diesen Gründen nicht durchgeführt werden.

Die Änderung der Oberspannung in Gl. (6.7) führt jedoch aufgrund des nichtlinearen Spannungs-Dehnungsverhaltens von Beton zu einer sprunghaften Änderung im Steifigkeitsverlauf. Daher wird bei der Auswertung der mehrstufigen Ermüdungsuntersuchungen die Steifigkeitsentwicklung der folgenden Laststufe immer auf den berechneten Steifigkeitsendwert der vorherigen Laststufe bezogen. Somit kann aus den Messwerten eine kontinuierliche Schädigungsentwicklung bestimmt werden.

Für die Berechnung des mehrstufigen Schädigungsverlaufes nach dem energetischen Modellansatz müssen die Bruchschwingspielzahlen für die einzelnen Laststufen unter der Annahme einer einstufigen Ermüdungsbeanspruchung bekannt sein, siehe Abschnitt 6.2.1. Hierzu werden nach Möglichkeit die Mittelwerte nach Tabelle 6.4 angesetzt. Andernfalls werden die Bruchschwingspielzahlen mit Hilfe des Schädigungsverlaufes abgeschätzt. Die für die Vergleichsrechnungen abgeschätzten Bruchschwingspielzahlen sind in Tabelle 6.8 aufgeführt.

Tabelle 6.8: Verwendete Bruchschwingspielzahlen für die Schädigungsberechnungen

Prüfkörper	$N_{F1}$ (1. LS)	$N_{F2}$ (2. LS)	$N_{F3}$ (3. LS)
21	5.000.000	3.000.000	5.000.000
13	351.670	4.000.000	-
25	490.000	445.000	-

*LS = Laststufe*  
 *$N_{Fi}$ : In der Berechnung angesetzte Bruchschwingspielzahl unter Annahme einer konstanten Ermüdungsbeanspruchung für die Laststufe  $i$*

Die aus den Messwerten ermittelten Schädigungsverläufe sind den nach dem energetischen Modellansatz durchgeführten Vergleichsrechnungen in Bild 6.23 bis Bild 6.25 gegenübergestellt.

In Bild 6.23 ist die Auswertung von Prüfkörper 21 aufgeführt. Der unterschiedliche Schädigungsfortschritt der einzelnen Laststufen ist eindeutig erkennbar. Aus dem Schädigungsverlauf der ersten Laststufe kann geschlossen werden, dass dieser näherungsweise den Übergangsbereich zwischen der ersten und zweiten Rissbildungsphase erreicht hat. Unter der Berücksichtigung, dass der Schädigungsanteil aus der Erstbelastung nicht in den Messwerten enthalten ist und die aus den Messwerten ermittelten Schädigungen um diesen Anteil größer sind, kann eine gute Übereinstimmung mit dem nach dem energetischen Modell berechneten Schädigungsverlauf festgestellt werden. In der zweiten Laststufe tritt hingegen eine deutlich stärkere Schädigungszunahme auf als sie sich nach dem energetischen Modellansatz ergibt. Für die dritte Laststufe kann ein nahezu paralleler Verlauf zwischen den berechneten und aus den Messwerten ermittelten Schädigungsverläufen festgestellt werden. Das deutet auf eine sehr gute Übereinstimmung der Schädigungsraten hin. Die Abweichung der Schädigungswerte beim Versuchsabbruch resultiert aus den unterschiedlichen Schädigungszuständen zu Beginn der dritten Laststufe. Sowohl der Schädigungsverlauf während der ersten als auch während der dritten Laststufe werden von dem energetischen Modellansatz gut wiedergegeben. In der zweiten Laststufe treten hingegen deutliche Unterschiede im Schädigungsfortschritt auf.

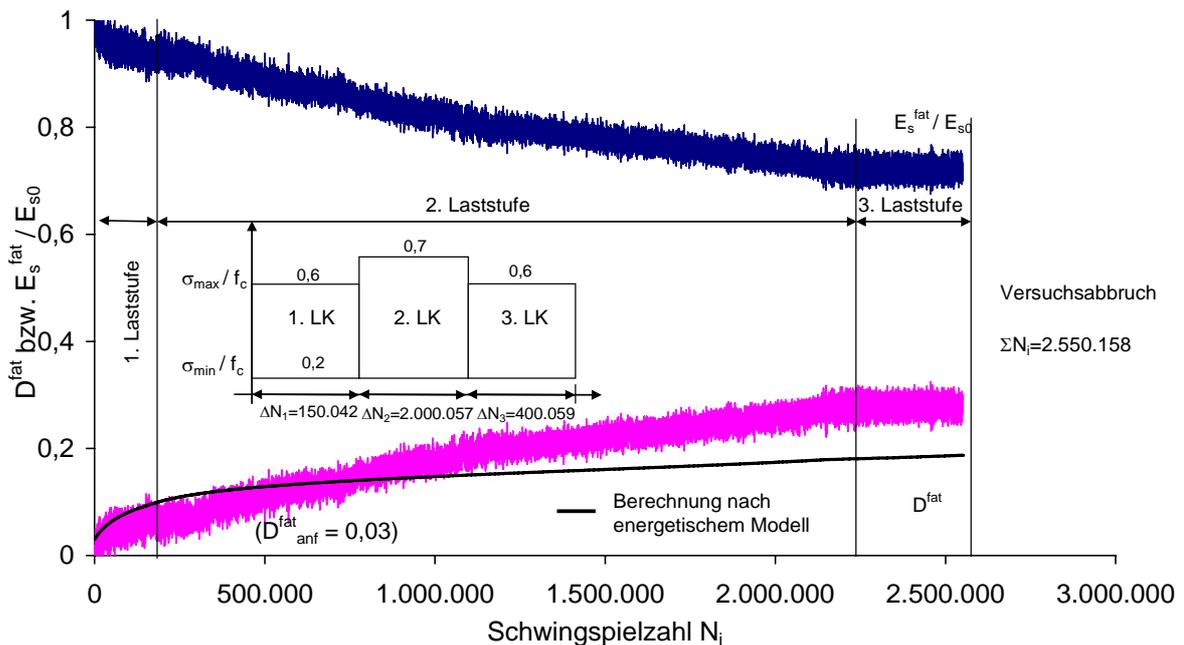


Bild 6.23: Steifigkeits- und Schädigungsentwicklung am Prüfkörper 21

Die Ergebnisse für den Prüfkörper 13 sind in Bild 6.24 dargestellt. Für die erste Laststufe lässt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und ausgewerteten Messergebnissen feststellen. Zu Beginn der zweiten Laststufe deutet die Auswertung der Messergebnisse auf eine zunächst nichtlineare Zunahme der Schädigung hin, wie sie aus der ersten Rissbildungsphase bekannt ist. Anschließend ergibt sich bis zum Erreichen des Ermüdungsversagens eine näherungsweise konstante Schädigungszunahme. Eine instabile Risswachstumsphase tritt dabei nicht auf.

Nach dem Ergebnis der energetischen Schädigungsberechnung findet der Amplitudenwechsel im Bereich des stabilen Risswachstums (2. Rissbildungsphase) statt. Ab einer Lastwechselzahl von ca.  $N = 1.600.000$  geht die berechnete Schädigungsentwicklung in die instabile Rissbildungsphase über und nimmt den bekannten stark nichtlinearen Verlauf an. Unter der Voraussetzung, dass die Anfangsschädigung aus der Berechnung zu dem ausgewerteten Schädigungsverlauf addiert werden kann, stimmt beim Erreichen des Ermüdungsversagens die berechnete Ermüdungsschädigung mit den ausgewerteten Messergebnissen näherungsweise überein.

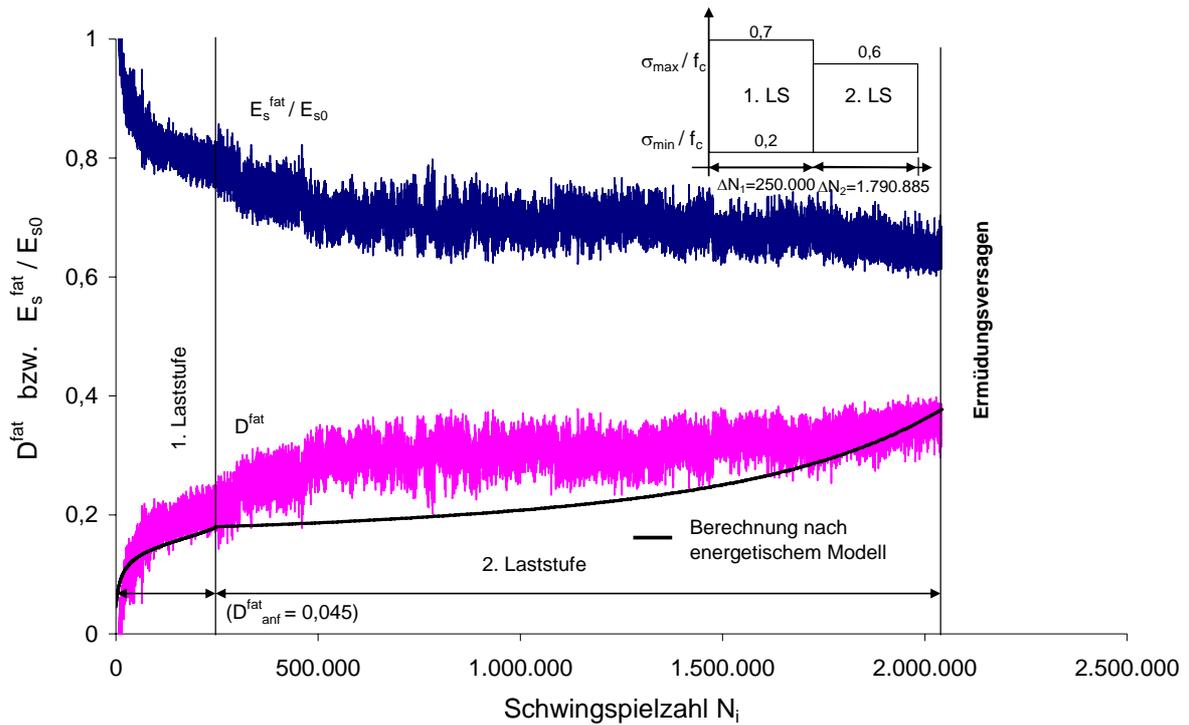


Bild 6.24: Steifigkeits- und Schädigungsentwicklung am Prüfkörper 13

Die Auswertung von Prüfkörper 25 ist in Bild 6.25 abgebildet. Dieser wurde ebenfalls einer fallenden zweistufigen Ermüdungsbeanspruchung ausgesetzt. Im Bereich der ersten Laststufe verlaufen die ausgewerteten Messwerte weniger stark nichtlinear als nach dem energetischen Modellansatz berechnet wird. Im anschließenden Bereich nach dem Amplitudenwechsel verlaufen die beiden Schädigungsentwicklungen zunächst nahezu parallel. In der Endphase der Ermüdungslebensdauer wird dann im energetischen Modellansatz wieder ein nichtlinearer Verlauf vorausgesetzt, der in diesem Versuch nicht beobachtet werden konnte. Abgesehen von den unberücksichtigten Anfangsschädigungen in den dargestellten Messwerten weisen die Ergebnisse insgesamt eine gute Übereinstimmung auf.

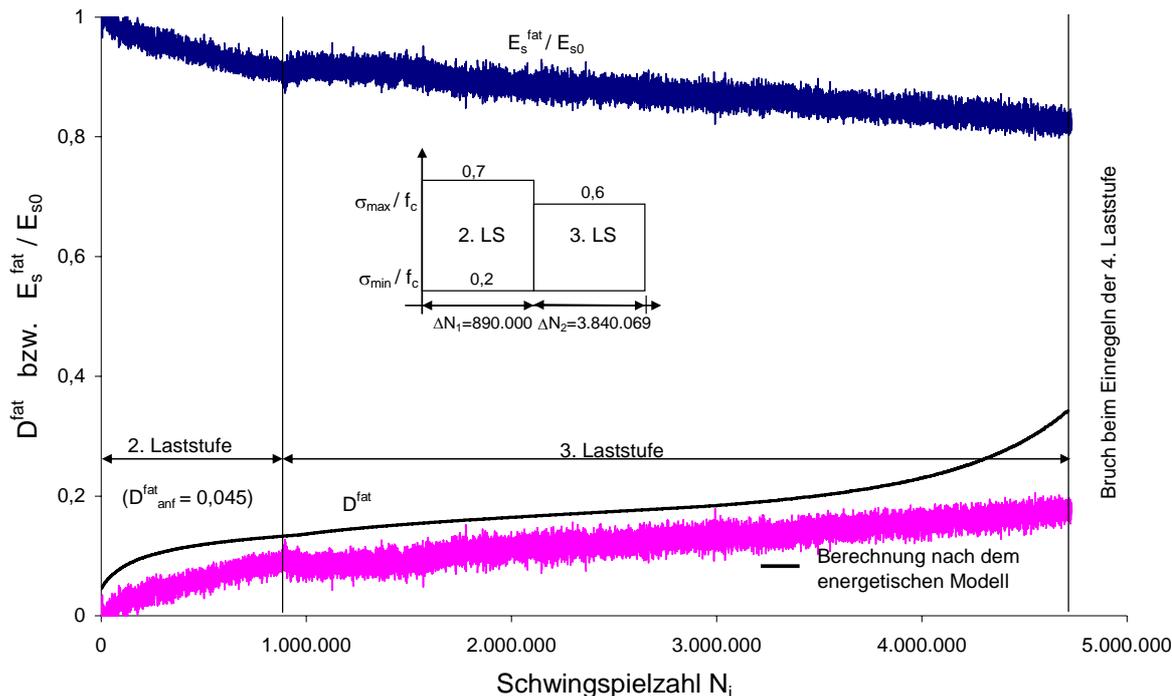


Bild 6.25: Steifigkeits- und Schädigungsentwicklung am Prüfkörper 25

### 6.4.4 Beurteilung des mehrstufigen Schädigungsansatzes anhand der durchgeführten Ermüdungsuntersuchungen

Die aus den gemessenen Ermüdungsverzerrungen ermittelten Steifigkeits- und Schädigungsentwicklungen für die einstufigen Ermüdungsuntersuchungen weisen den typischen dreiphasigen Verlauf auf. Die Vergleichsrechnungen mit dem energetischen Schädigungsmodell führen bei den durchgeführten einstufigen Versuchen zu insgesamt guten Übereinstimmungen.

Bei den Verzerrungsuntersuchungen unter mehrstufiger Ermüdungsbeanspruchung konnte gezeigt werden, dass der durch den Amplitudenwechsel veränderte Verzerrungszuwachs bei erhöhter Amplitude zunimmt und bei verringerter Amplitude abnimmt. Die Verzerrungsrate verlief in der anschließenden Laststufe stabil.

Die Berechnungsergebnisse des mehrstufigen, energetischen Modellansatzes stimmen mit den Versuchsergebnissen grundlegend überein. Dies wird insbesondere darin deutlich, dass die berechneten Schädigungsverläufe sowohl bei den einstufigen- als auch bei den mehrstufigen Versuchen insgesamt gut wiedergegeben werden. Die auftretenden Abweichungen können einerseits durch die Materialstreuungen der Prüfkörper und andererseits durch die teilweise nur abgeschätzten Materialkennwerte für die Berechnung erklärt werden.

Der Vergleich zwischen den Versuchsergebnissen und den Berechnungen lässt somit den Schluss zu, dass mit der mehrstufigen Erweiterung des energeti-

schen Schädigungsmodells das Ermüdungsverhalten von Beton für die hier untersuchten mehrstufigen Beanspruchungen prinzipiell beschrieben werden kann.

Markant ist jedoch, dass die tatsächlichen Bruchschwingspielzahlen entscheidend für die Berechnung des Schädigungsverlaufs sind. Für eine vollständige Validierung des mehrstufigen Schädigungsmodells sind daher weiterführende Untersuchungen über die auftretenden Bruchschwingspielzahlen bei mehrstufiger Ermüdungsbeanspruchung notwendig. Ebenfalls bleibt zu untersuchen, ob sich das mehrstufige Schädigungsverhalten bei anfänglich sehr großen Amplituden durch eine frühzeitig zu erwartende Schädigungslokalisierung verändert, wie es z. B. in den Versuchen von [Holmen -79] beobachtet wurde. Weiterhin muss noch untersucht werden, ob ein Amplitudenwechsel in der stark nichtlinear verlaufenden ersten oder dritten Rissbildungsphase ebenfalls durch den mehrstufigen energetischen Ansatz erfasst werden kann.

## 7. Berücksichtigung von mehraxialen Beanspruchungszuständen

### 7.1 Vorbemerkungen und Vorgehen

Mechanische Ansätze zur Formulierung von mehraxialen Ermüdungsmodellen müssen das anisotrope Materialverhalten von Beton berücksichtigen. Die in Abschnitt 4.2 erläuterten Betonmodelle für monotone Beanspruchung gehen davon aus, dass das anisotrope Materialverhalten mechanisch durch die drei Invarianten  $I_1$ ,  $J_2$  und  $J_3$  beschrieben werden kann.

Für die Lastwechselzahl  $N = 1$  entspricht die mehraxiale Ermüdungsfestigkeit genau der monotonen Betonfestigkeit. Bei höheren Lastwechselzahlen kann aus den wenigen in der Literatur vorhandenen mehraxialen Ermüdungsversuchen, siehe Abschnitt 3.4, abgeleitet werden, dass das mehraxiale Ermüdungsverhalten phänomenologisch als veränderte monotone Betonfestigkeit beschrieben werden kann. Folglich ist zu erwarten, dass auch das anisotrope Ermüdungsverhalten auf der Basis von modifizierten monotonen Betonmodellen mechanisch beschrieben werden kann. Dies setzt die Kenntnis der drei Invarianten zu jedem Zeitpunkt der mehraxialen Ermüdungsbeanspruchung voraus. Untersuchungen hierzu sind jedoch nicht bekannt.

Daher wird in der vorliegenden Arbeit eine andere Vorgehensweise gewählt. Hierbei wird der Einfluss von mehraxialen Beanspruchungszuständen auf die resultierende Ermüdungsfestigkeit durch zum 5-Parameter-Modell von [Willam/Warnke -75], siehe Abschnitt 4.2.1.2, korrespondierende Materialkennwerte beschrieben, d. h. analog zum Verlauf der Hauptmeridiane unter monotoner Beanspruchung werden die Materialkennwerte unter Ermüdungsbeanspruchung entwickelt. Das Ermüdungsverhalten in den Deviatorebenen wird durch elliptische Interpolation bestimmt. Durch dieses Vorgehen wird es einerseits möglich, Bruchumhüllende für Beton in Abhängigkeit von der Lastwechselzahl anzugeben und andererseits die Schädigungsentwicklung in Hauptbeanspruchungsrichtung während mehraxialer Ermüdungsprozesse zu beschreiben.

#### 7.1.1 Beanspruchungsbereiche

Vorwiegend wird das Ermüdungsverhalten von Beton unter Druckmeridianbeanspruchung sowie unter zweiachsialer Beanspruchung untersucht. Hierbei werden jeweils Beanspruchungszustände unter mehraxialem Druck sowie Druckbeanspruchungen mit geringem Querzug betrachtet. Bei diesen Beanspruchungszuständen kann aus den Versagenszuständen unter monotoner Bean-

spruchung abgeleitet werden, dass auch das Ermüdungsversagen durch Gleitbrüche (Druckversagen) hervorgerufen wird. Zugbeanspruchungen, die zu einer Trennrissbildung unter mehraxialer Beanspruchung führen können, bleiben unberücksichtigt.

Die Beanspruchungsverhältnisse werden in Gl. (7.1) und (7.2) definiert. Die Bezeichnungen werden auch in den nachfolgenden Kapiteln angewendet. Die hier näher untersuchten mehraxialen Beanspruchungsverhältnisse, bei denen ein Druckversagen vorausgesetzt wird, liegen am Druckmeridian in einem Beanspruchungsbereich von  $-0,1 \leq r \leq 0,1$  sowie bei zweiaxialer Beanspruchung in einem Beanspruchungsbereich von  $-0,1 \leq \alpha \leq 1$ .

Druckmeridianbeanspruchung : 
$$r = \frac{\sigma_{11} = \sigma_{22}}{\sigma_{33}} = \frac{\text{Radialspannung}}{\text{Axialspannung}} \tag{7.1}$$

zweiaxiale Beanspruchung : 
$$\alpha = \frac{\sigma_{11}}{\sigma_{22}} = \frac{\text{Spannung in Querrichtung}}{\text{Spannung in Hauptbeanspruchungsrichtung}} \tag{7.2}$$
  
 mit :  $|\sigma_{22}| \geq |\sigma_{11}|$

Die Beanspruchungsbereiche sind im Bild 7.1 und Bild 7.2 graphisch veranschaulicht. Es werden bei den nachfolgenden Untersuchungen proportionale Ermüdungsbeanspruchungen vorausgesetzt, d. h., die Beanspruchungsverhältnisse  $r$  und  $\alpha$  bleiben während der Be- und Entlastungsvorgänge konstant.

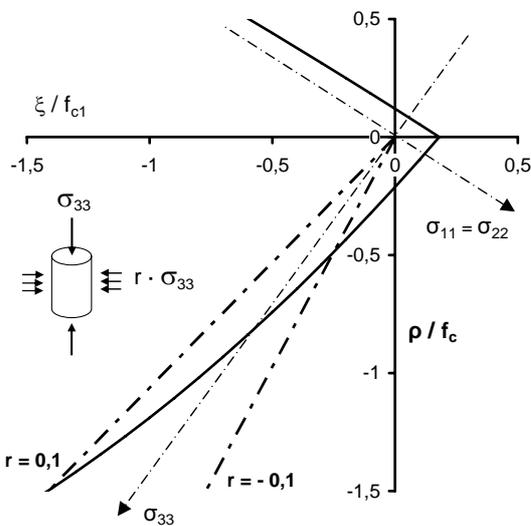


Bild 7.1: Untersucher Ermüdungsbereich am Druckmeridian

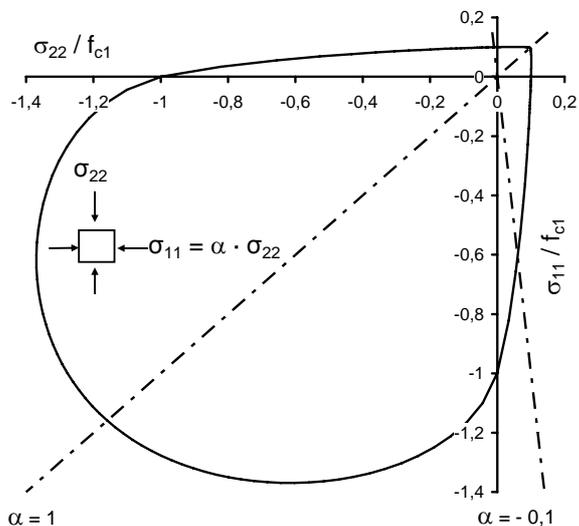


Bild 7.2: Untersucher Ermüdungsbereich bei zweiaxialer Beanspruchung

### 7.1.2 Formulierung der Schädigungsentwicklung in Hauptbeanspruchungsrichtung

Wie von [Ottosen -79] für überwiegende Druckbeanspruchungen gezeigt, siehe Abschnitt 4.2.2, kann das resultierende Materialverhalten unter mehraxialer, monotoner Beanspruchung durch eine Modifizierung der einaxialen Arbeitslinie angenähert werden.

Die von [Talierecio/Gobbi -96] in Abschnitt 3.4.4.2 aufgeführten Versuchsergebnisse zur Entwicklung der Ermüdungsverzerrungen und der Steifigkeitsentwicklungen unter mehraxialer Druckschwellbeanspruchung sowie die von [Su -87] in Abschnitt 3.4.5.2.1 dargestellten Versuchsergebnisse bei zwei-axialer Druckschwellbeanspruchung zeigen, dass auch das mehraxiale Ermüdungsverhalten in Hauptbeanspruchungsrichtung durch veränderte, einaxiale Materialkennwerte mechanisch beschrieben werden kann.

Gelingt es, die bei einem mehraxialen Beanspruchungsverhältnis auftretenden Materialkennwerte unter monotoner Beanspruchung und Ermüdung zu bestimmen, kann die in den vorherigen Kapiteln angewendete und erweiterte energetische Schädigungshypothese von [Pfanner -02] auch zur mechanischen Beschreibung der Schädigungsentwicklung unter mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung angewendet werden.

Allgemein bedeutet dies, dass auch bei mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung die Schädigung durch eine Iteration der in Schädigung dissipierten Energieanteile aus monotoner Beanspruchung und Ermüdung bestimmt werden kann. Es sind lediglich die Eingangswerte der Materialeigenschaften für das vorhandene mehraxiale Beanspruchungsverhältnis zu verwenden.

## 7.2 Energetische Betrachtungsweise bei mehraxialer Ermüdung

Unter der Voraussetzung, dass die Schädigungshypothese in Abschnitt 4.3.2.3 ihre Gültigkeit auch für die hier untersuchten mehraxialen Beanspruchungsverhältnisse behält, muss diese für den mehraxialen Spannungszustand erweitert werden. Die Formulierung des mehraxialen Beanspruchungszustands sowie die Abhängigkeit der resultierenden Materialeigenschaften vom vorhandenen Beanspruchungszustand werden durch die Haigh-Westergaard Koordinaten  $\xi$ ,  $\rho$  und  $\theta$  ausgedrückt. Die Erweiterung der Schädigungshypothese aus Gl. (4.47) für mehraxiale Beanspruchungen lautet dementsprechend:

$$W^{da}(D, \xi, \rho, \theta) \equiv W^{fat}(D, \sigma^{fat}, N, \xi, \rho, \theta). \quad (7.3)$$

Die volumenspezifische Zerstauchungsenergie aus Gl. (4.53) ist gleichermaßen für den mehraxialen Beanspruchungszustand zu erweitern und wird durch

Gl. (7.4) ausgedrückt:

$$g^{da}(D, \xi, \rho, \theta) = g^{fat}(D, \sigma^{fat}, N, \xi, \rho, \theta)$$

$$\rightarrow g^{da}(D, \xi, \rho, \theta) - g^p(D, \xi, \rho, \theta) = g^{fat}(\sigma^{fat}, N, \xi, \rho, \theta) - g^p(D, \sigma^{fat}, \xi, \rho, \theta). \tag{7.4}$$

Die nunmehr für mehraxiale Ermüdungsbeanspruchungen erweiterte Schädigungshypothese ist in Bild 7.3 veranschaulicht.

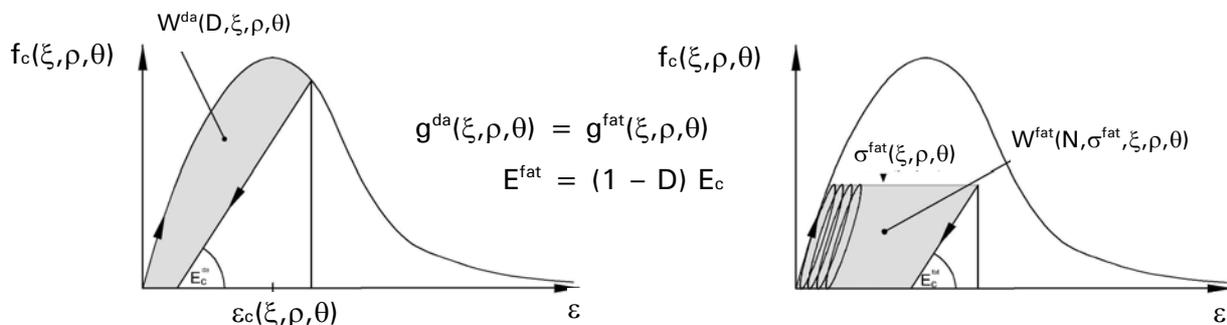


Bild 7.3: Erweiterte Schädigungshypothese für mehraxiale Ermüdungsbeanspruchung

Zur Ermittlung der Ermüdungsschädigung sind analog zum Vorgehen für einaxiale Ermüdungsbeanspruchung die linke und die rechte Seite von Gl. (7.4) zu bestimmen.

Für den unter monotoner Beanspruchung in Schädigung dissipierten Energieanteil  $g^{da}(D, \xi, \rho, \theta)$  sind das

- die mehraxiale Betonfestigkeit  $f_c(\xi, \rho, \theta)$ ,
- die Dehnung  $\varepsilon_c(\xi, \rho, \theta)$  beim Erreichen der mehraxialen Festigkeit
- und die Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie  $G_{cl}(\xi, \rho, \theta)$ .

Für den unter mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung in Schädigung dissipierten Energieanteil  $g^{fat}(D, \sigma^{fat}, N, \xi, \rho, \theta)$  sind

- die Verzerrungsevolution  $\varepsilon^{fat}(D^{fat}, N, \sigma^{fat}, \xi, \rho, \theta)$
- und die Bruchschwingspielzahl  $N(\xi, \rho, \theta)$

zu bestimmen. Die dissipierten Energieanteile  $g^{da}(D, \xi, \rho, \theta)$  und  $g^{fat}(D, \sigma^{fat}, N, \xi, \rho, \theta)$  werden in den nachfolgenden Abschnitten hergeleitet.

Zur Ermittlung der Materialkennwerte sowie einzelner Energieanteile wird in den nachfolgenden Abschnitten häufig ein iteratives Vorgehen gewählt. Hierfür werden eigens entwickelte Programmroutinen angewendet. Deren Struktur wird kurz erläutert, mit Verweisen auf die verwendeten Gleichungen bzw. Abschnitte aus dieser Arbeit verwiesen.

## 7.2.1 In Schädigung dissipierter Energieanteil unter monotoner Beanspruchung

Die volumenspezifische Zerstauchungsenergie  $g^{da}(D, \xi, \rho, \theta)$  für monotone Beanspruchung wird aus der einaxialen Arbeitslinie von [Pölling -00] abgeleitet, siehe Abschnitt 4.3.2.1, indem die Materialkennwerte für mehraxiale Beanspruchungen verwendet werden. Diese werden nachfolgend zusammengestellt und im Einzelnen erläutert.

### 7.2.1.1 Mehraxiale Betonfestigkeit

Die mehraxiale Betonfestigkeit wird nach dem Versagenskriterium von [Willam/Warnke -75] in Gl. (4.2) bestimmt. Hierzu werden die an Versuchen kalibrierten Werte aus Gl. (4.11) angesetzt. Innerhalb der verwendeten Programmroutine wird das Beanspruchungsverhältnis  $r$  bzw.  $\alpha$  der mehraxialen Ermüdungsbeanspruchung  $\sigma^{fat}(\xi, \rho, \theta)$  konstant gehalten und die in Haigh-Westergaard Koordinaten transformierte Ermüdungsbeanspruchung in Gl. (7.5) solange durch einen internen Lastfaktor  $\delta$  gesteigert, bis die mehraxiale Betonfestigkeit  $f_c(\xi, \rho, \theta)$  die Versagensbedingung nach Gl. (4.2) erfüllt.

$$\sigma^{fat}(\xi, \rho, \theta) \cdot \delta = f_c(\xi, \rho, \theta) \quad (7.5)$$

### 7.2.1.2 Stauchung bei Erreichen der mehraxialen Betonfestigkeit

Die beim Erreichen der mehraxialen Betonfestigkeit zugehörige Stauchung  $\varepsilon_c(\xi, \rho, \theta)$  wird aus dem Materialgesetz von [Ottosen -79] nach Abschnitt 4.2.2.3 ermittelt. Dazu werden über den Nichtlinearitätsbeiwert  $\beta$  der zugehörige Sekantenmodul und die Stauchung in Hauptbeanspruchungsrichtung unter Berücksichtigung der vorhandenen Querdehnungen berechnet. Mit Gl.(7.6) werden sowohl Stauchungen unter mehraxialer Druckbeanspruchung als auch Stauchungen unter Druckbeanspruchungen mit geringem Querkzug ermittelt.

$$\varepsilon_c(\xi, \rho, \theta) = \frac{1}{E_{33,s}} \cdot (\sigma_{33} - \mu \cdot (\sigma_{11} + \sigma_{22})) \quad (7.6)$$

Aus Gl. (7.6) folgt für reine Druckmeridianbeanspruchung

$$\varepsilon_c(\xi, \rho, \theta) = \frac{\sigma_{33}}{E_{33,s}} \cdot (1 - 2 \cdot \mu \cdot r) \quad (7.7)$$

und für zweiachsiges Beanspruchung

$$\varepsilon_c(\xi, \rho, \theta) = \frac{\sigma_{22}}{E_{22,s}} \cdot (1 - \mu \cdot \alpha). \quad (7.8)$$

### 7.2.1.3 Lokalisierte Zerstauchungsenergie

Die volumenspezifische Zerstauchungsenergie setzt sich in dem Materialmodell von [Pölling -00] aus einem diffusen Anteil  $g_{cu}$  und einem lokalisierten Anteil zusammen, siehe Bild 4.19. Der lokalisierte Anteil wird unterteilt in  $g_{cl1}$  und  $g_{cl2}$ . Letzterer ergibt sich aus der innerhalb der Rissprozesszone dissipierten, lokalisierten Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$ , die maßgeblich den Verlauf der Arbeitslinie im Nachbruchbereich bestimmt.

Die Erweiterung des einaxialen Ermüdungsmodells von [Pfanner -02] auf mehraxiale Beanspruchungen in Verbindung mit dem Materialgesetz von [Pölling -00] setzt eine Schädigungslokalisierung auch beim Eintreten des Versagens unter mehraxialer, monotoner Beanspruchung voraus.

Das Materialverhalten unter monotoner Druckmeridianbeanspruchung weist jedoch mit zunehmendem hydrostatischem Druck eine größer werdende Restfestigkeit auf, siehe Abschnitt 2.3.1.2. Dies bedeutet aber gleichzeitig eine Verringerung der Schädigungslokalisierung und eine Abnahme der in der Rissprozesszone dissipierten lokalisierten Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$ . Beim Übergang vom spröden zum duktilen Materialverhalten tritt schließlich dem Verlauf der monotonen Arbeitslinie im Nachbruchbereich zufolge keine Lokalisierung mehr ein und es entsteht ein vollständig diffuses Versagen. Die Erweiterung des Ermüdungsmodells setzt demnach die Kenntnis über die Entwicklung bzw. den Verlauf der lokalisierten Zerstauchungsenergie unter mehraxialer Beanspruchung voraus. Untersuchungen und Angaben über die Größe der bei solchen Versagenszuständen diffus oder lokalisiert dissipierten Energieanteile sind nicht bekannt.

#### 7.2.1.3.1 Konzept der korrespondierenden Größen

Für mehraxiale Beanspruchungszustände müssen für den Verlauf der lokalisierten Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$  Annahmen getroffen werden. Eine Formulierung der lokalisierten Zerstauchungsenergie unter mehraxialer Beanspruchung muss einerseits die Randbedingungen für die unterschiedlichen einaxialen Beanspruchungszustände unter Druck oder Zug beschreiben können und andererseits die Verringerung bei zunehmenden hydrostatischen Drücken berücksichtigen können. Bei sehr geringen hydrostatischen Drücken bzw. bei hydrostatischen Zugbeanspruchungen kann analog zur mehraxialen Zugfestigkeit davon ausgegangen werden, dass die Bruchenergie ausreichend genau durch den Wert unter einaxialer Zugbeanspruchung erfasst wird.

Da sowohl die mehraxiale Betonfestigkeit als auch die Versagensformen und damit auch das Nachbruchverhalten vom Beanspruchungszustand abhängig sind, kann vorausgesetzt werden, dass auch die Größe der lokalisierten Zerstauchungsenergie entscheidend durch den vorhandenen Beanspruchungszustand bestimmt wird. Mechanisch muss dieser in Abhängigkeit der drei Invari-

anten  $I_1$ ,  $J_2$  und  $J_3$  bzw.  $\xi$ ,  $\rho$  und  $\theta$  beschrieben werden und einen anisotropen Verlauf aufweisen. Für mehraxiale Beanspruchungen gilt demzufolge:

$$G_{cl} = G_{cl}(\xi, \rho, \theta). \quad (7.9)$$

Ausgehend von der Bruchumhüllenden für Beton, siehe Bild 2.8 und Bild 2.10, wird die lokalisierte Zerstauchungsenergie durch zur hydrostatischen Achse konvex verlaufende Parabeln beschrieben. Die Bereiche zwischen den Hauptmeridianen werden durch elliptische Interpolation ermittelt.

Durch diesen Ansatz entstehen für den Materialkennwert der lokalisierten Zerstauchungsenergie zum anisotropen Verlauf der Betonfestigkeit korrespondierenden Größen.

### 7.2.1.3.2 Hauptmeridianverläufe

Die Parameter für die Parabelverläufe in den Hauptmeridianen sollen analog dem Vorgehen des 5-Parameter-Modells nach [Willam/Warnke -75], Kapitel 4.2.1.2, bestimmt werden. Demnach sind fünf freie Parameter zu definieren. Diese sollen aus den folgenden Randbedingungen in Gl. (7.10) bestimmt werden:

<i>Bezogene einaxiale Bruchenergie:</i>	$\alpha_{ct}^G = G_t / G_{cl,1}$	
<i>Bezogene zweiaxiale Zerstauchungsenergie:</i>	$\alpha_{c2}^G = G_{cl,2} / G_{cl,1}$	
<i>Bezogene hohe hydrostatische Spannung:</i>	$\alpha_c^G = -\xi_c / f_{c,1}$	
<i>Bezogene Zerstauchungsenergie bei hoher Druckmeridianspannung:</i>	$\delta_D^G = G_{cl,D}(\xi_c) / G_{cl,1}$	(7.10)
<i>Bezogene Bruchenergie bei hoher Zugmeridianspannung:</i>	$\delta_Z^G = G_{cl,Z}(\xi_c) / G_{cl,1}$	

In Gl. ((7.10) kennzeichnete der Index eins einen Materialkennwert unter einaxialer Beanspruchung und der Index zwei einen Materialkennwert unter zwei-axialer Beanspruchung. Ferner geben die Indizes D und Z an, ob es sich um eine Druckmeridian- oder um eine Zugmeridianbeanspruchung handelt.

Bei Druckmeridianbeanspruchungen wird davon ausgegangen, dass beim Erreichen des Übergangspunktes vom spröden zum duktilen Materialverhalten keine Lokalisierung mehr eintritt, sondern nur noch diffuses Versagen vorhanden ist. Daher soll sich der Verlauf der Parabel in diesem Bereich einer horizontalen Tangente annähern. Der Übergangspunkt am Druckmeridian wird bei einem Beanspruchungsverhältnis  $r = 0,125$  bzw. bei einem Wert der bezogenen hydrostatischen Achse  $\xi / f_{c1} = 1,689$  festgelegt.

Der Beanspruchungszustand am Zugmeridian, bei dem der Übergangspunkt vom spröden zum duktilen Materialverhalten erreicht wird, ist nicht bekannt. Dieser wird erst bei höheren, hydrostatischen Drücken erwartet. Daher soll der

parabelförmige Verlauf am Zugmeridian für  $\xi / f_{c1} = 1,689$  einen bereits deutlich abgeflachten Verlauf aufweisen, aber noch nicht in eine horizontale Tangente übergehen.

### **Randbedingungen für die Parabelgleichungen**

Die fünf Parameter wurden anhand von Vergleichsrechnungen und Parameteruntersuchungen kalibriert, siehe Abschnitt 7.2.3.2. Die bezogenen Werte der Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie sind in Gl. (7.11) aufgeführt.

$$\begin{aligned} \alpha_{ct}^G &= \frac{1}{200} ; & \alpha_{c2}^G &= 1,5 ; \\ \delta_z^G &= 0,4 \cdot \sqrt{3} ; & \delta_d^G &= 0,509 \cdot \sqrt{3} \\ \alpha_c^G &= -1,5 \cdot \sqrt{3} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Für die Bestimmung von  $\alpha_{ct}^G$  sind sowohl Werte für die Bruchenergie bei einaxialer Zugbeanspruchung  $G_t$  als auch Werte für die Zerstauchungsenergie bei einaxialer Druckbeanspruchung  $G_{cl,1}$  erforderlich. Werte für die Bruchenergie unter einaxialer Zugbeanspruchung können dem Model Code 90 entnommen werden. Hingegen sind Angaben über die lokalisierte Zerstauchungsenergie bei einaxialer Druckbeanspruchung nicht aufgeführt und auch nicht in anderen Vorschriften, wie z. B. DIN 1045-1 oder Eurocode 2 enthalten. Die fehlenden Werte werden aus in der Literatur dokumentierten Versuchsauswertungen entnommen. [Vonk -92] leitet aus seinen Versuchsergebnissen ab, dass das Verhältnis der lokalisierten Zerstauchungsenergie bei einaxialer Druckbeanspruchung zur Bruchenergie bei Versagen unter einaxialer Zugbeanspruchung in einem Bereich von  $G_{cl,1} / G_t = 200 \div 500$  liegt. Das reziproke Verhältnis wird daher in Gl. (7.11) zu  $\alpha_{ct}^G = G_t / G_{cl,1} = 1 / 200$  gewählt.

Untersuchungen über die Größe der lokalisierten Bruchenergie bei zweiaxialer Druckbeanspruchung liegen nicht vor. Anhand der durchgeführten Vergleichsrechnungen wurde der Wert mit  $\alpha_{c2}^G = 1,5$  festgelegt. Die Begrenzung folgt aus der Tatsache, dass bei größeren  $\alpha_{c2}^G$  Werten eine höhere Bruchenergie am Zugmeridian als am Druckmeridian bei gleicher bezogener hydrostatischer Spannung  $\xi / f_{c1}$  auftreten würde. Dies widerspricht jedoch dem mehraxialen Festigkeitsverlauf.

Der Wert für die bezogene Zerstauchungsenergie bei hohen Druckmeridianspannungen wurde so festgelegt, dass der parabelförmige Verlauf beim Erreichen des Phasenübergangs nahezu in eine horizontale Tangente übergeht. Der Wert für die bezogene Bruchenergie bei hohen Zugmeridianspannungen wurde hingegen so gewählt, dass der Wert  $\alpha_{c2}^G$  beim Erreichen des hydrostatischen Spannungszustands für die zweiaxiale Festigkeit ( $\xi / f_{c1} = 1,348$ ) erreicht wird. Der bezogene hydrostatische Spannungszustand  $\alpha_c^G$ , bei dem die zu den hohen Hauptmeridianen korrespondierenden Werte der lokalisierten

Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie erreicht werden, bleibt gegenüber Gl. 4.11 unverändert.

**Gleichungen der Hauptmeridiane**

Das Konzept der korrespondierenden Größe wird umgesetzt, in dem die Umhüllende der lokalisierten Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie an den Haigh-Westergaard-Koordinaten der einaxialen Druckfestigkeit  $\rho / f_{c1} (\xi = 0,577) = 0,8165$  auf den Wert der zugehörigen, bezogenen lokalisierten Zerstauchungsenergie  $G_{cl}(\xi, \rho, \theta) / G_{cl}(f_{c1}) = 1$  skaliert wird. Dadurch kann jedem Beanspruchungszustand über den Spannungswert  $\xi$  auf der hydrostatischen Achse und dem Winkel  $\theta$  genau ein skaliertes, bezogener Wert der Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie zugeordnet bzw. ein korrespondierender Wert ermittelt werden.

Die Verläufe der skalierten Hauptmeridiane ergeben sich für einen Gültigkeitsbereich von  $-1,5 \leq \xi/f_{c1} \leq 0$  nach Gl. (7.12) und Gl. (7.13).

Für den skalierten, korrespondierenden Zugmeridian ( $\theta_{NT} = 0^\circ$ ) folgt:

$$\frac{G_{cl}(\xi, \rho, \theta)}{G_{cl}(f_{c1})} = \frac{0,0039 - 0,7063 \cdot (\xi / f_{c1}) - 0,2265 \cdot (\xi / f_{c1})^2}{0,8165} \tag{7.12}$$

Für den skalierten, korrespondierenden Druckmeridian ( $\theta_{NT} = 60^\circ$ ) folgt:

$$\frac{G_{cl}(\xi, \rho, \theta)}{G_{cl}(f_{c1})} = \frac{0,0042 - 0,761 \cdot (\xi / f_{c1}) - 0,2351 \cdot (\xi / f_{c1})^2}{0,8165} \tag{7.13}$$

Die Verläufe der Zerstauchungs- bzw. Bruchenergie auf den Hauptmeridianen sind in Bild 7.4 graphisch dargestellt. Die Verläufe in den Deviatorebenen  $\xi/f_{c1} = -0,577$  und  $\xi/f_{c1} = -1,348$  sind in Bild 7.5 aufgeführt.

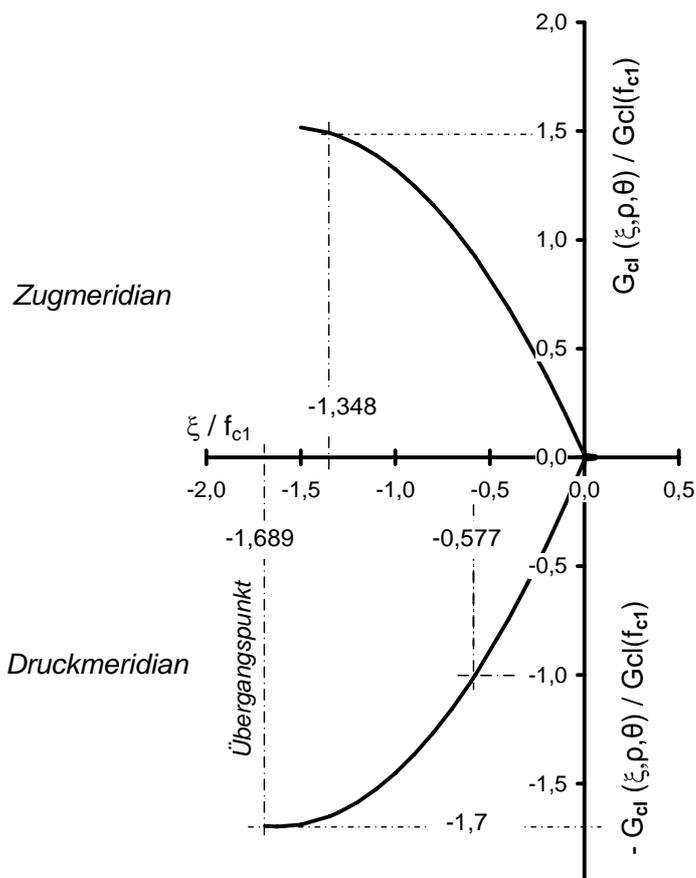


Bild 7.4: Entwicklung der volumenspezifischen Zerstauchungs- bzw. Bruchenergie im Hauptmeridianschnitt.

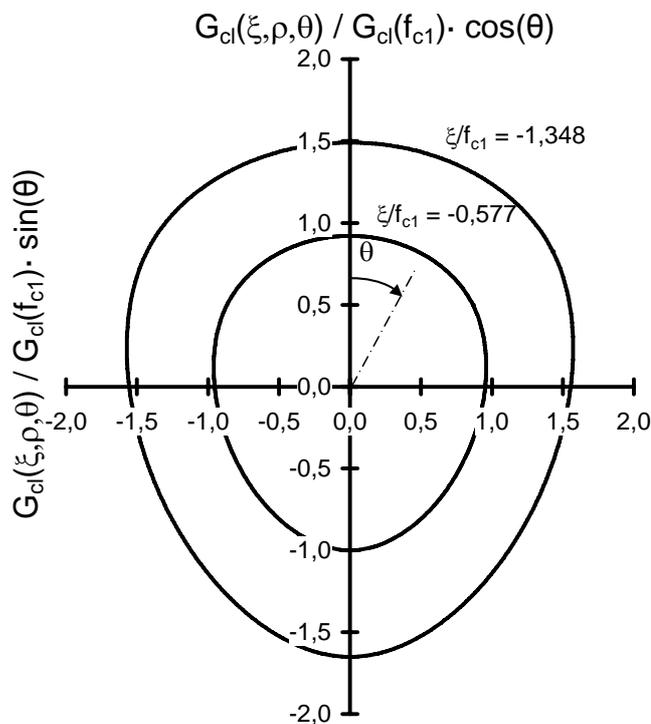


Bild 7.5: Verlauf der volumenspezifischen Zerstauchungs- bzw. Bruchenergie in den Deviatorebenen  $\xi / f_{c1} = -0,577$  und  $\xi / f_{c1} = -1,348$ .

Die Begrenzung des Gültigkeitsbereiches auf  $-1,5 \leq \xi/f_{c1} \leq 0$  folgt aus dem angewendeten 5-Parameter-Modell von [Willam/Warnke -75], in dem bei  $\alpha_0$  nur noch ein hydrostatischer Zugspannungszustand vorliegt und der Abstand der Bruchumhüllenden zur hydrostatischen Achse zu null wird ( $\rho/f_{c1}(\alpha_0)=0$ ). Im Konzept der korrespondierenden Größe würde dies zu dem Ergebnis führen, dass im Beton bei  $\alpha_0$  keine Bruchenergie mehr vorhanden wäre. Dies würde jedoch den Materialeigenschaften widersprechen. Daher wird für Beanspruchungszustände mit  $\xi/f_{c1} > 0$  davon festgelegt, dass die vorhandene Bruchenergie näherungsweise durch den Wert beim Erreichen der einaxialer Zugfestigkeit  $G_{cl}(\xi, \rho, \theta) / G_{cl}(f_{c1}) = 0,005$  beschrieben werden kann.

### 7.2.1.3.3 Bruch- und Zerstauchungsenergie bei zweiaxialer Beanspruchung

Entsprechend zum Vorgehen in Kapitel 7.2.1.2.3 wird der zum zweiaxialen Festigkeitsverlauf nach [Willam/Warnke -75] korrespondierende Verlauf der bezogenen Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie berechnet. Dieser ist in Bild 7.6 dargestellt und erfüllt die Randbedingungen aus Gl. (7.11). Der korrespondierende Wert für ein vorhandenes Beanspruchungsverhältnis  $\alpha$  kann hieraus grafisch ermittelt werden, indem eine Gerade vom Spannungsnulldpunkt durch den Festigkeitswert geführt und bis zur Kurve der bezogenen Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie verlängert wird. Beispielhaft ist in Bild 7.6 das Vorgehen für das Beanspruchungsverhältnis  $\alpha = 1$  dargestellt, für das ein korrespondierender Wert von 1,5 abgelesen werden kann.

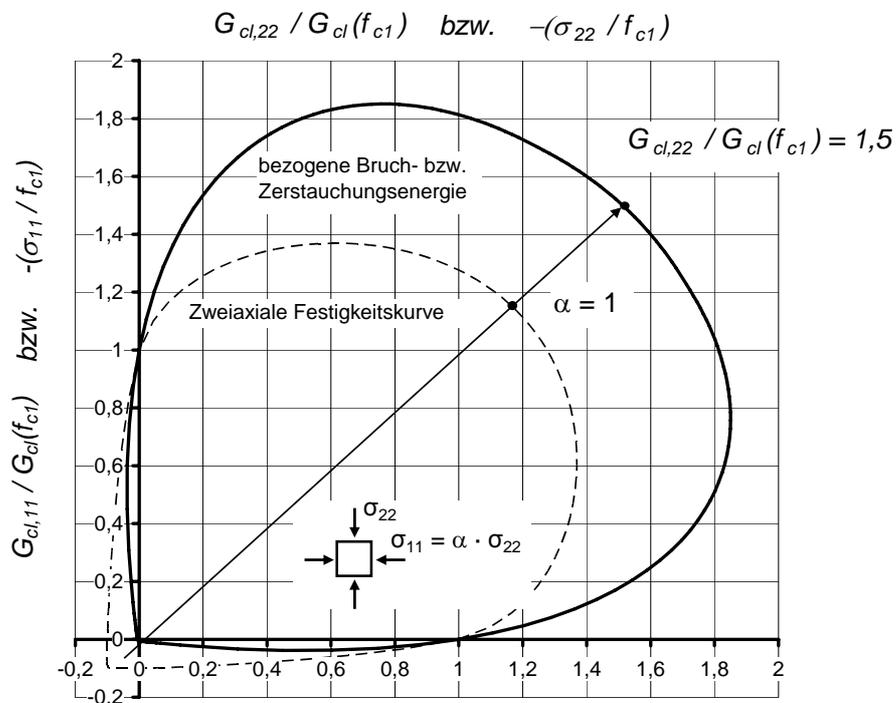


Bild 7.6: Volumenspezifische Zerstauchungs- bzw. Bruchenergie im ebenen Spannungszustand

In Bild 7.7 ist der Verlauf der bezogenen Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie über das Beanspruchungsverhältnis  $\alpha$  aufgetragen. Bei  $\alpha = 0$  führt der Verlauf auf einen Faktor  $G_{cl,22} / G_{cl}(f_{c1}) = 1$  und bei  $\alpha = 1$  auf den Wert von  $G_{cl,22} / G_{cl}(f_{c1}) = 1,5$ . Dazwischen werden Werte 1,8 erreicht. Beim Auftreten von Querkzugbeanspruchungen ( $\alpha \leq 0$ ) ist eine starke Abnahme der Zerstauchungsenergie zu erkennen. Dies weist auf eine rasche Abnahme der Ermüdungsfestigkeit hin, da der zur Verfügung stehende lokalisierte Energieanteil, der in Schädigung dissipiert werden kann, rasch abnimmt.

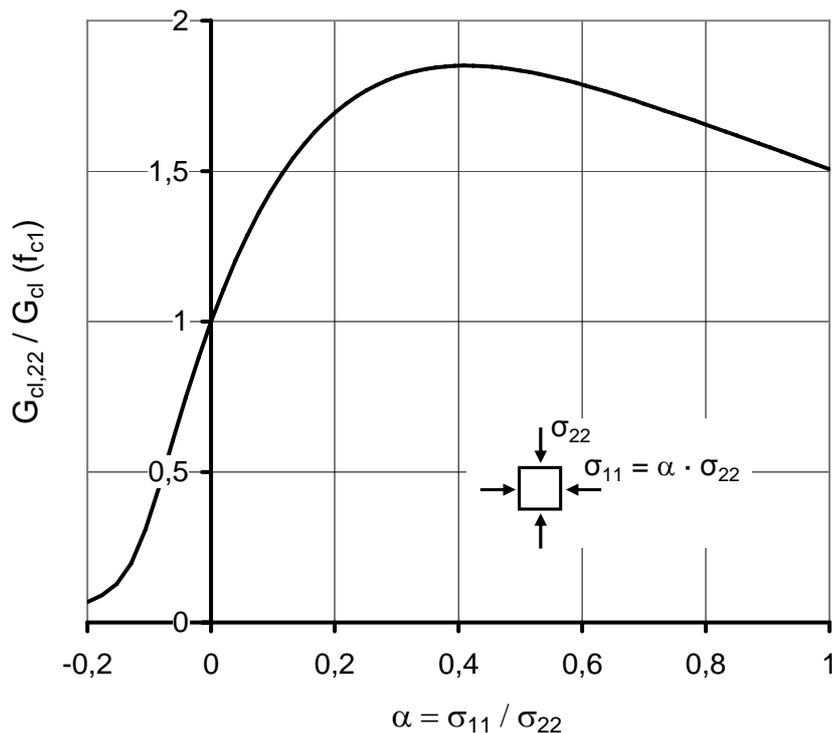


Bild 7.7: Volumenspezifische Zerstauchungs- bzw. Bruchenergie in Abhängigkeit des zweiaxialen Beanspruchungsverhältnisses  $\alpha$

### 7.2.2 In Schädigung dissipierter Energieanteil bei mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung

Zur Bestimmung des unter Ermüdungsbeanspruchung dissipierten Energieanteils werden die Gleichungen aus Abschnitt 4.3.2.5 herangezogen. Diese können für mehraxiale Beanspruchungen angewendet werden, indem die entsprechenden, modifizierten Materialkennwerte für mehraxiale Beanspruchungen angesetzt werden. Der Verlauf der Verzerrungsevolution sowie die Ermittlung der Bruchschwingspielzahlen sind gesondert für die Bedingungen unter mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung anzupassen.

#### 7.2.2.1 Verzerrungsevolution

Aus den Versuchsergebnissen von [Su -87] und [Talierto/Gobbi -96] kann den Verzerrungsverläufen entnommen werden, dass diese unter mehraxialer Bean-

spruchung den aus einaxialen Beanspruchungsfällen bekannten typischen dreiphasigen Verlauf aufweisen. Jedoch ändern sich die Punkte der Rissphasenübergänge in Abhängigkeit der Beanspruchungsart und des Beanspruchungsverhältnisses  $r$  bzw.  $\alpha$ . Die qualitativen Verläufe der einzelnen Rissphasen können den wenigen zur Verfügung stehenden Versuchsdaten nicht entnommen werden.

Daher wird zur Beschreibung der Verzerrungsevolution der qualitative Verlauf der einaxialen Druckschwellbeanspruchung beibehalten. Die Punkte der Rissphasenübergänge  $\Delta\bar{n}(\xi, \rho, \theta)$  sind in Abhängigkeit des Beanspruchungsverhältnisses festzulegen, siehe Bild 7.8. Dies bedeutet, dass zur Formulierung der Verzerrungsevolution für die in Bild 7.1 und Bild 7.2 dargestellten Beanspruchungsbereiche weiterhin die Gleichungen aus Abschnitt 4.3.2.8 zugrunde gelegt werden.

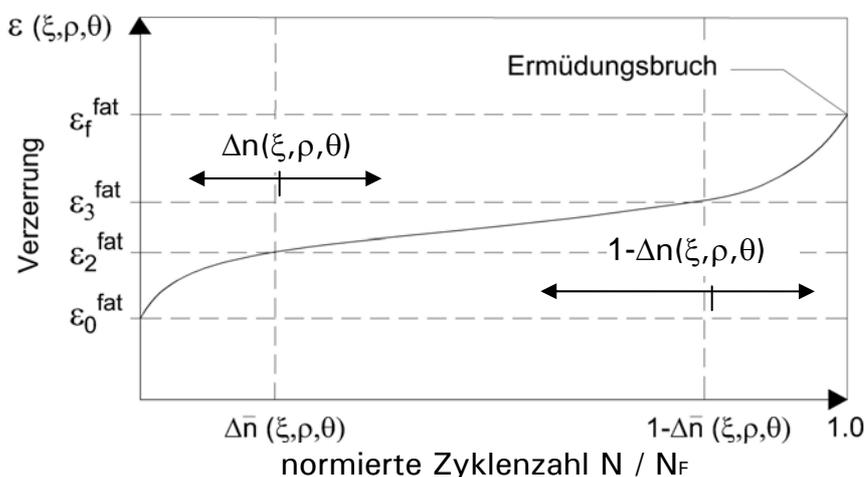


Bild 7.8: Verzerrungsentwicklung unter mehraxialer Beanspruchung

Zur Bestimmung der Phasenübergangswerte unter mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung werden wie zur Beschreibung der lokalisierten Zerstauchungsenergie in Abschnitt 7.2.1.3 zum Verlauf der Bruchumhüllenden unter monotoner Beanspruchung für signifikante Beanspruchungsverhältnisse korrespondierende Werte ermittelt. Aus den korrespondierenden Werten werden anschließend Parabelgleichungen für die Hauptmeridianverläufe hergeleitet. Bereiche zwischen den Hauptmeridianen werden elliptisch interpoliert.

### 7.2.2.1.1 Rissphasenübergänge unter Hauptmeridianbeanspruchung

Zunächst werden den einzelnen Beanspruchungszuständen auf der hydrostatischen Achse Werte für die Rissphasenübergänge zugeordnet. Diese Rissphasenübergangswerte  $\Delta\bar{n}(\xi, \rho, \theta)$  können direkt aus Hauptmeridianversuchen entnommen werden. Alternativ können die Werte vorgegeben und anhand der berechneten Rissphasenübergänge für den ebenen Fall mit Versuchsergebnis-

sen unter zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung kalibriert werden. Für den einaxialen Fall werden die Werte entsprechend Abschnitt 4.3.2.8 beibehalten.

Die Kalibrierung wurde im Wesentlichen an den zweiaxialen Druckschwellversuchen von [Su -87] und den wenigen von [Taliercio/Gobbi -96] dokumentierten Ergebnissen unter Druckmeridianbeanspruchung vorgenommen, siehe Abschnitt 3.4.4.2.

### ***Randbedingungen für die Parabelgleichungen***

Die Parabelgleichungen der Hauptmeridiane werden so festgelegt, dass diese die bekannten Rissphasenübergänge der einaxialen Ermüdungsbeanspruchung für Druck- und Zugschwellbeanspruchung abbilden. Für zweiaxiale Zugschwellbeanspruchung wird davon ausgegangen, dass sich der Phasenübergangswert  $\Delta\bar{n}(\xi, \rho, \theta)$  nur unwesentlich gegenüber einaxialer Zugschwellbeanspruchung verändert und durch diesen angenähert werden kann. Der Wert für zweiaxiale Druckschwellbeanspruchung wird aus den Versuchen von [Su -87] abgeleitet. Hierzu wurden die Phasenübergangswerte aus den in [Su -87] grafisch dargestellten Dehnungsverläufen herausgelesen und ausgewertet. Zusätzlich sind in [Su -87] die gemessenen Dehnungen in den Zehntelpunkten der Ermüdungslebensdauer tabellarisch dokumentiert. Mit diesen Werten wurden die zugehörigen Verzerrungsraten berechnet und Punkte mit signifikanten Änderungen in der Verzerrungsentwicklung bestimmt. Dadurch war es möglich, die grafische Auswertung der Dehnungsverläufe zu kontrollieren.

### ***Annahmen bei hohen hydrostatischen Spannungszuständen***

Für den Rissphasenübergang  $\Delta\bar{n}(\xi, \rho, \theta)$  bei hohem hydrostatischen Spannungszustand liegen keine Versuchsergebnisse vor. Daher werden diese Werte vorgegeben und durch die Kalibrierung der mehraxialen Verzerrungsevolution an den zweiaxialen Versuchsergebnissen von [Su -87] ermittelt.

Zunächst wird untersucht, ob am Übergangspunkt vom spröden zum duktilen Materialverhalten unter monotoner Beanspruchung ein Grenzwert des Phasenübergangs im Rissbildungsprozess unter Ermüdungsbeanspruchung vorliegt. Dabei wird angenommen, dass ab diesem Grenzwert, wie das Materialverhalten unter monotoner Beanspruchung vermuten lässt, das Ermüdungsversagen überwiegend durch eine diffuse Rissbildung gesteuert wird und keine ausgeprägte Lokalisierung in der Rissprozesszone mehr auftritt. Dies würde bedeuten, dass bei einem solchen Beanspruchungszustand der Rissbildungsprozess zu Beginn des Ermüdungsprozesses überwiegend durch Mikrorissbildung und anschließend durch das Ermüdungsversagen der Poren gesteuert wird. Eine lokalisierende Rissbildungsphase entfällt somit, was auf einen zweiphasigen, stark nichtlinear verlaufenden Rissbildungsprozess schließen ließe.

Mit den hier verwendeten Gleichungen zur Beschreibung der Verzerrungsevolution kann ein zweiphasiger Rissbildungsprozess beschrieben werden, indem in die Gleichungen für einaxiale Ermüdungsbeanspruchung aus Ab-

schnitt 4.3.2.8 als Rissphasenübergang der Wert  $\Delta\bar{n}(\xi, \rho, \theta) = 0,5$  eingesetzt wird. Die qualitativen Verläufe der ersten und dritten Rissbildungsphase in Bild 4.31 bleiben dabei unverändert. Die erste Rissbildungsphase repräsentiert weiterhin die Mikrorissbildung, während der direkt anschließende Verlauf der dritten Rissbildungsphase nun als Ermüdungsverhalten der Poren bei hohen hydrostatischen Ermüdungsdrücken interpretiert werden kann.

Zur Berücksichtigung des anisotropen Materialverhaltens wird auf dem Zugmeridian der Grenzwert  $\Delta\bar{n}(\xi, \rho, \theta) = 0,5$  erst bei einem Wert auf der hydrostatischen Achse erreicht, der um  $|\Delta\xi / f_{c1}| = |-1|$  höher ist als beim Druckmeridian. Diese Differenz wurde aus den Versuchsergebnissen unter monotoner Beanspruchung aus Bild 2.19 näherungsweise bestimmt und direkt für das Ermüdungsverhalten ansetzt.

Die mit diesen Annahmen durchgeführten Berechnungen der Rissphasenübergänge ergeben jedoch keine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen im ebenen Fall von [Su -87], wodurch eine Korrektur der angenommenen Randbedingungen notwendig wird.

#### ***Korrektur der Randbedingungen für die Parabelgleichungen***

Daher wurden die Werte auf der hydrostatischen Achse verändert, bei denen der Grenzwert  $\Delta\bar{n}(\xi, \rho, \theta) = 0,5$  erreicht wurde. Dies kann einerseits bedeuten, dass der Grenzwert unabhängig von dem Festigkeitsverhalten unter monotoner Beanspruchung tatsächlich erst bei höheren hydrostatischen Drücken erreicht wird und somit das Versagensverhalten unter Ermüdung nicht aus den Versagensformen unter monotoner Beanspruchung übertragen werden kann. Andererseits kann dies aber auch durch die unveränderte Übernahme der am einaxialen Fall kalibrierten Gleichungen der Verzerrungsevolution bedingt sein, die aufgrund fehlender experimenteller Versuchsergebnisse nicht dem Verhalten unter mehraxialer Beanspruchung angepasst werden können. Es zeigt sich daher, dass experimentelle Ermüdungsuntersuchungen unter mehraxialer Beanspruchung zur Beschreibung des Materialverhaltens bei hohen Druck- und Zugmeridianbeanspruchungen notwendig sind. Dies wurde bereits bei der Ermittlung der Bruchenergie festgestellt. Die schließlich gewählten Randbedingungen für die Parabelgleichungen der Hauptmeridiane sind in Tabelle 7.1 zusammengestellt. Für diese Werte konnte eine gute Übereinstimmung mit den zweiaxialen Versuchen von [Su -87] erreicht werden.

*Tabelle 7.1: Randbedingungen für Hauptmeridiangleichungen*

<i>Hauptmeridian</i>	<i>Randbedingung</i>	$\xi / f_{c,1}$	$\Delta\bar{n}$	<i>Bemerkungen</i>
<i>Zugmeridian</i>	$f_{t,1}$	0,0577	0,1	-
	$f_{c,2}$	-1,348	0,25	<i>Aus Ergebnissen von [Su -87]</i>
	-	-4,0	0,5	<i>Kalibriert am ebenen Fall</i>
<i>Druckmeridian</i>	$f_{t,2}$	0,111	0,1	<i>wie für <math>f_{t,1}</math></i>
	$f_{c,1}$	-0,0577	0,2	-
	-	-3,0	0,5	<i>Kalibriert am ebenen Fall</i>

***Gleichungen der Hauptmeridiane***

Die quadratischen Verläufe der Hauptmeridiane ergeben sich demnach nach Gl. (7.14) und Gl. (7.15).

Für den Zugmeridian ( $\theta_{NT} = 0^\circ$ ) folgt

$$\Delta\bar{n}(\xi, f_{c,1}) = 0,1065 - 0,1116 \cdot (\xi / f_{c,1}) - 0,0033 \cdot (\xi / f_{c,1})^2 \tag{7.14}$$

und für den Druckmeridian ( $\theta_{NT} = 60^\circ$ ) gilt

$$\Delta\bar{n}(\xi, f_{c,1}) = 0,1166 - 0,1484 \cdot (\xi / f_{c,1}) - 0,006879 \cdot (\xi / f_{c,1})^2 \tag{7.15}$$

Der Gültigkeitsbereich wird auf  $-1,5 \leq \xi / f_{c,1} \leq 0,111$  beschränkt. Der Grenzwert  $\xi / f_{c,1} = 0,111$  beschreibt den hydrostatischen Spannungszustand unter zweiaxialer Zugschwellbeanspruchung. Für  $\xi / f_{c,1} \geq 0,111$  wird der Phasenübergangswert näherungsweise wie für einaxiale Zugschwellbeanspruchung angenähert. Werte für  $\xi / f_{c,1} \leq -1,5$  konnten nicht durch Versuche verifiziert werden.

Die Verläufe der Parabelgleichungen am Druckmeridian sind in Bild 7.9 und für den Zugmeridian in Bild 7.10 dargestellt. Der Verlauf in der Deviatorebene der einaxialen Druckfestigkeit ist in Bild 7.11 und der Verlauf in der Deviatorebene der zweiaxialen Druckfestigkeit in Bild 7.12 aufgeführt.

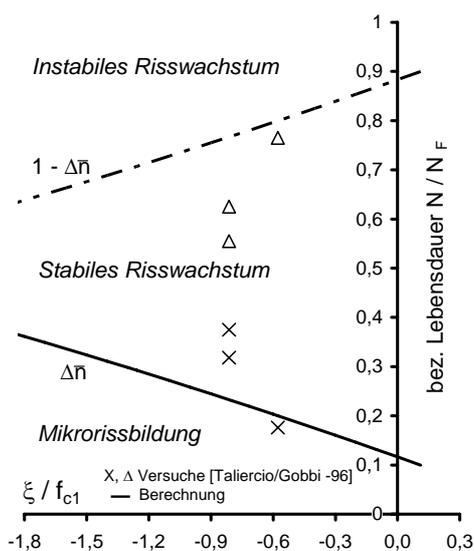


Bild 7.9: Übergang der Rissbildungsphasen am Druckmeridian

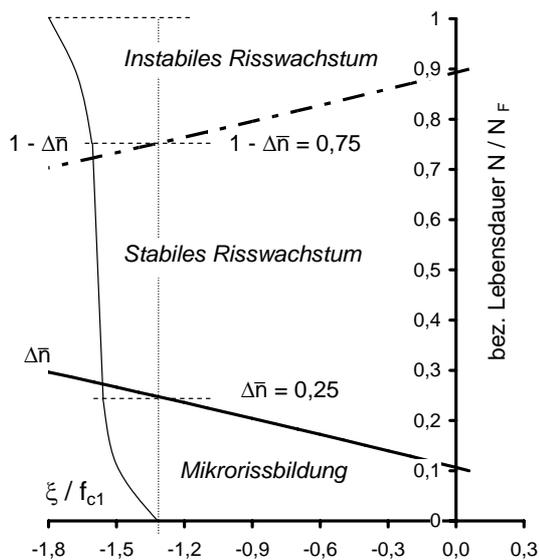


Bild 7.10: Übergang der Rissbildungsphasen am Zugmeridian

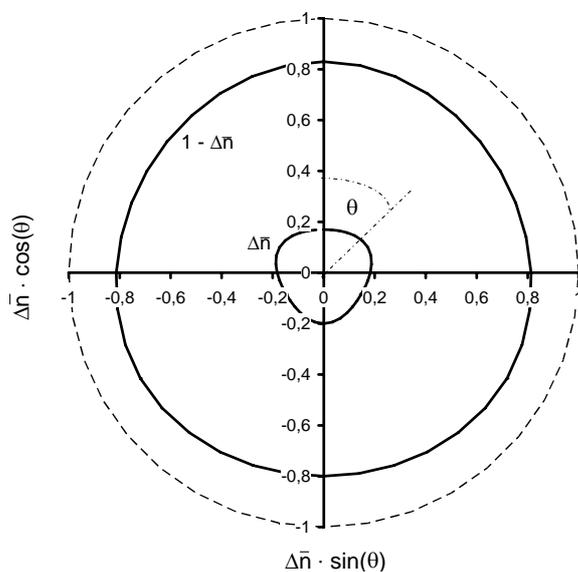


Bild 7.11: Übergang der Rissbildungsphasen im Deviatorschnitt bei  $\xi / f_{c1} = -0,577$

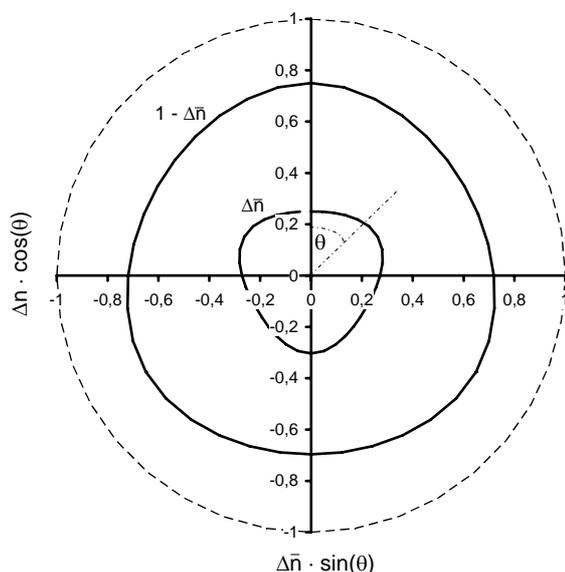


Bild 7.12: Übergang der Rissbildungsphasen im Deviatorschnitt bei  $\xi / f_{c1} = -1,348$

7.2.2.1.2 *Phasenübergänge im ebenen Spannungszustand und Verifizierung an Versuchen von [Su -87]*

Aus dem mehraxialen Ansatz wurden die Verläufe für den ebenen Fall berechnet und den Versuchsergebnissen von [Su -87] gegenübergestellt. Mit denen in Tabelle 7.1 aufgeführten Randbedingungen kann eine gute Übereinstimmung erzielt werden. Die Ergebnisse sind in Bild 7.13 und Bild 7.14 zusammengestellt. Als Eingangswert wird jenes Spannungsverhältnis  $\alpha$  bestimmt, für das die bezogene Lebensdauer beider Rissphasenübergänge  $\Delta\bar{n}$  und  $1-\Delta\bar{n}$  abgelesen werden kann. Die beiden Bilder unterscheiden sich lediglich in der Darstellungsform

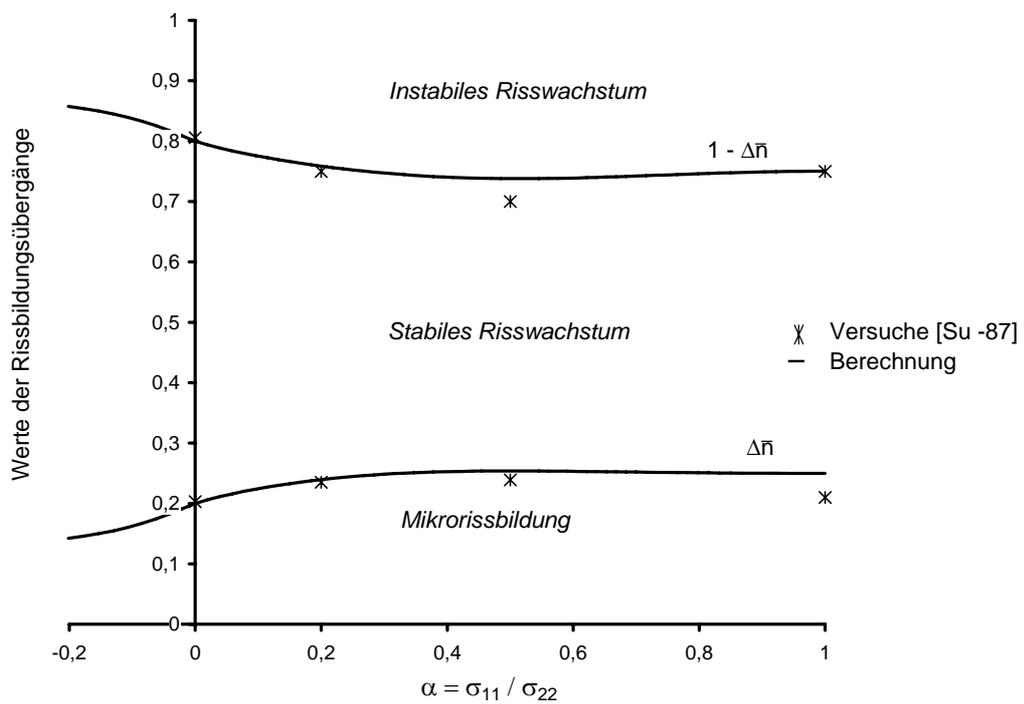


Bild 7.13: *Übergänge der Rissbildungsphasen in Abhängigkeit des zwei axialen Beanspruchungsverhältnisses  $\alpha$*

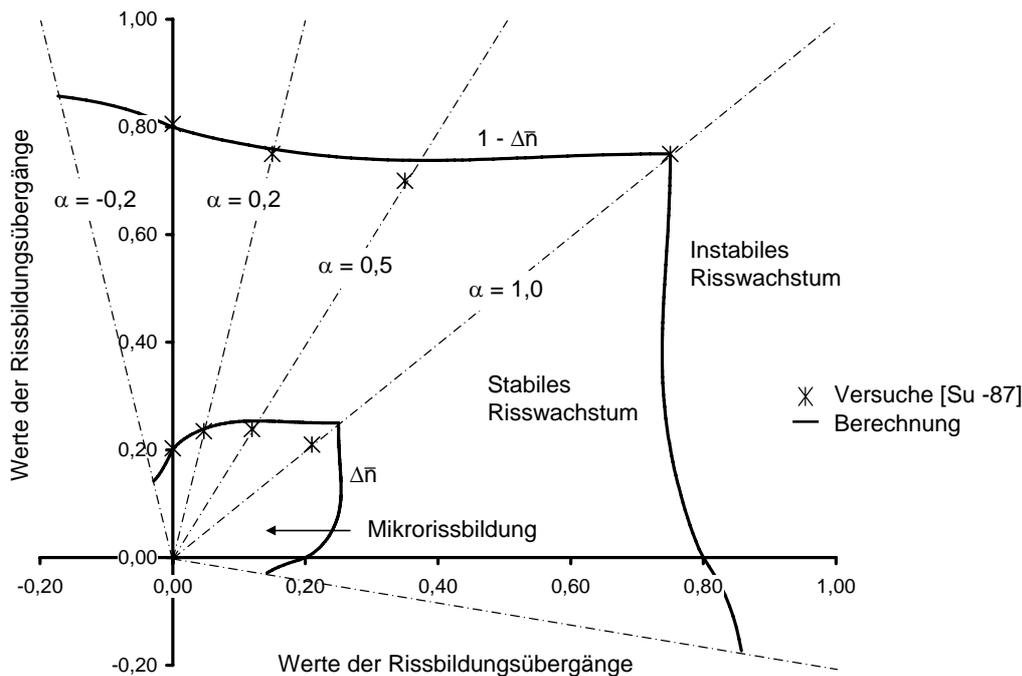


Bild 7.14: Übergänge der Rissbildungsphasen in zweiachialer Darstellung

### 7.2.2.2 Bruchschwingspielzahl

#### 7.2.2.2.1 Vorgehen

Neben der lokalisierten Zerstauchungsenergie und der Verzerrungsevolution sind die erreichbaren Bruchschwingspielzahlen unter mehraxialer Ermüdung in dem energetischen Schädigungsansatz von entscheidender Bedeutung.

Angaben zur Ermittlung von Bruchschwingspielzahlen bei mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung sind in den derzeit gültigen Vorschriften nicht enthalten. Vereinzelt sind Versuche zur Ermittlung der Bruchschwingspielzahl für ausgewählte Beanspruchungsverhältnisse in der Literatur dokumentiert, siehe Kapitel 3. Bei der Auswertung und Anwendung dieser Versuchsergebnisse ist zu bedenken, dass nicht alle äußeren Einflüsse auf die Ermüdungsfestigkeit und den daraus ermittelbaren Wöhlerlinien durch wenige Prüfkörper erfasst werden können, siehe Abschnitt 3.2.

Um für die Erweiterung des energetischen Schädigungsmodells die notwendigen Bruchschwingspielzahlen unter mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung zu erhalten, die sowohl die äußeren Einflüsse auf die Wöhlerlinien berücksichtigen als auch auf unterschiedliche Beanspruchungsverhältnisse verallgemeinert werden können, wird nachfolgend ein neuer Berechnungsansatz vorgestellt.

Dieser basiert auf einer Veränderung der Bruchumhüllenden des Betons unter mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung. Danach verringert sich mit zunehmender Schwingspielzahl das von der Bruchumhüllenden umfassende Volumen.

Dieses lässt sich am Beispiel der einaxialen Ermüdungsfestigkeit veranschaulichen. Mit zunehmender Schwingspielzahl nimmt die einaxiale Ermüdungsfestigkeit ab. Für die Bruchumhüllende bedeutet dies, dass an den Stellen der einaxialen Druckfestigkeit sowohl der Wert auf der hydrostatischen Achse als auch der Abstand  $\rho$  im Laufe der Ermüdungsbeanspruchung abnehmen, siehe Bild 7.18. Sind diese Veränderungen für signifikante Beanspruchungszustände unter zunehmender Schwingspielzahl bekannt, so kann die geänderte Form der Bruchumhüllenden mechanisch beschrieben werden. Dadurch wird es möglich, auch die Ermüdungsfestigkeiten für andere Beanspruchungsverhältnisse in Abhängigkeit der Schwingspielzahlen zu berechnen.

### ***Einführung von Schädigungsvariablen***

Zur mechanischen Beschreibung der mehraxialen Betonfestigkeit wird das in Abschnitt 4.2.1.2 vorgestellte Versagensmodell von [Willam/Warnke -75] verwendet, welches den Verlauf der Bruchumhüllenden mit Hilfe von fünf Parametern beschreibt. Mit Kenntnis über die Veränderungen der fünf Parameter in Abhängigkeit der Schwingspielzahlen kann die mehraxiale Ermüdungsfestigkeit durch die veränderte Bruchumhüllende bestimmt werden.

Zur Beschreibung der Hauptmeridianänderungen unter Ermüdungsbeanspruchung wird für die Druckmeridiane die Schädigungsvariable  $\kappa_c^{fat}$  und für die Zugmeridiane die Schädigungsvariable  $\kappa_t^{fat}$  eingeführt. Durch die Schädigungsvariablen kann die Festigkeitsabnahme bei Ermüdungsbeanspruchung durch das Versagensmodell von [Willam/Warnke -75] beschrieben werden. Vereinfachend wird davon ausgegangen, dass das Ermüdungsverhalten entlang der Hauptmeridiane näherungsweise durch jeweils eine Schädigungsvariable bestimmt werden kann.

### ***Randbedingungen für Hauptmeridianverläufe unter Ermüdungsbeanspruchung***

Die Krümmung der Hauptmeridiane wird durch die Gl. (4.3) für den Zugmeridian und für den Druckmeridian nach Gl. (4.4) beschrieben. Darüber hinaus sind die Konvexitätsbedingungen nach Gl. (4.5) einzuhalten. Die Randbedingungen zur Formulierung der Hauptmeridianverläufe unter Ermüdungsbeanspruchung ergeben sich wie in Abschnitt 4.2.1.2.2 dargestellt und sind nun unter Einbeziehung der eingeführten Schädigungsvariablen in Tabelle 7.2 aufgeführt.

**Tabelle 7.2: Randbedingungen für Hauptmeridiangleichungen**

Randbedingung	$\xi / f_{c,1}$	$\rho / f_{c,1}$	$\theta_{INT}$	$r(\xi / f_{c,1}, \theta_{INT})$
$\sigma_{11} = \kappa_t^{fat} \cdot f_{ct,1}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \kappa_t^{fat} \cdot \alpha_{ct,1}$	$\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \kappa_t^{fat} \cdot \alpha_{ct,1}$	$0^\circ$	$r_1 \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \kappa_t^{fat} \cdot \alpha_{ct,1} \right)$
$\sigma_{11} = \sigma_{22} = -\kappa_t^{fat} \cdot f_{c,2}$	$-\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \kappa_t^{fat} \cdot \alpha_{c,2}$	$\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \kappa_t^{fat} \cdot \alpha_{c,2}$	$0^\circ$	$r_1 \left( -\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \kappa_t^{fat} \cdot \alpha_{c,2} \right)$
–	$-\kappa_t^{fat} \cdot \alpha_c$	$\kappa_t^{fat} \cdot \delta_Z$	$0^\circ$	$r_1 \left( -\kappa_t^{fat} \cdot \alpha_c \right)$
$\sigma_{11} = -\kappa_c^{fat} \cdot f_{c,1}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \kappa_c^{fat}$	$\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \kappa_c^{fat}$	$60^\circ$	$r_2 \left( -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \kappa_c^{fat} \right)$
–	$-\kappa_c^{fat} \cdot \alpha_c$	$\kappa_c^{fat} \cdot \delta_D$	$60^\circ$	$r_2 \left( -\kappa_c^{fat} \cdot \alpha_c \right)$
–	$\kappa_c^{fat} \cdot \alpha_0$	0	$60^\circ$	$r_2 \left( \kappa_c^{fat} \cdot \alpha_0 \right)$

**Parameter für Hauptmeridiangleichungen**

Die Parabelgleichungen der Hauptmeridiane nach Gl. (4.3) und Gl. (4.4) können weiterhin angewendet werden, indem die Parameter für Ermüdungsbeanspruchung verwendet werden. Diese können unter Berücksichtigung der Randbedingungen in Tabelle 7.2 bestimmt werden.

Für die Parabelgleichung des Zugmeridians ergeben sich die Parameter nach Gl (7.16) zu:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \alpha_{c,2} \cdot a_1 - \frac{4}{3} \cdot (\kappa_t^{fat} \cdot \alpha_{c,2})^2 \cdot a_2 + \sqrt{\frac{2}{15}} \cdot \kappa_t^{fat} \cdot \alpha_{c,2} \\
 a_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \kappa_t^{fat} \cdot (2 \cdot \alpha_{c,2} - \alpha_{ct,1}) \cdot a_2 + \sqrt{\frac{6}{15}} \cdot \frac{(\alpha_{ct,1} - \alpha_{c,2})}{(2 \cdot \alpha_{c,2} + \alpha_{ct,1})} \\
 a_2 &= \frac{\sqrt{\frac{6}{15}} \cdot (\alpha_{ct,1} - \alpha_{c,2}) \cdot \alpha_c - \sqrt{\frac{6}{5}} \cdot \alpha_{ct,1} \cdot \alpha_{c,2} + \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \delta_Z \cdot (2 \cdot \alpha_{c,2} + \alpha_{ct,1})}{(2 \cdot \alpha_{c,2} + \alpha_{ct,1}) \cdot \left( \alpha_c^2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \alpha_{c,2} \cdot \alpha_c + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \alpha_{ct,1} \cdot \alpha_c - \frac{2}{3} \cdot \alpha_{ct,1} \cdot \alpha_{c,2} \right)} \cdot \kappa_t^{fat} \quad (7.16)
 \end{aligned}$$

$$\text{mit: } \alpha_0 = \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4 \cdot a_0 \cdot a_2}}{2 \cdot a_2 \cdot \kappa_c^{fat}}$$

Die Parameter der Parabelgleichung für den Druckmeridians ergeben sich nach Gl. (7.17) zu:

$$\begin{aligned}
 b_0 &= -\kappa_c^{fat} \cdot \alpha_0 \cdot b_1 - (\kappa_c^{fat} \cdot \alpha_0)^2 \cdot b_2 \\
 b_1 &= \kappa_c^{fat} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \alpha_0 \right) \cdot b_2 - \sqrt{\frac{2}{15}} \cdot \frac{1}{\left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \alpha_0 \right)} \\
 b_2 &= \frac{\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left( \alpha_0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \delta_D - \sqrt{\frac{2}{15}} \cdot (\alpha_0 + \alpha_c)}{(\alpha_0 + \alpha_c) \cdot \left( \alpha_c - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \left( \alpha_0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \kappa_c^{fat}}
 \end{aligned} \tag{7.17}$$

Zur Beschreibung der Bruchumhüllenden des Betons unter Ermüdungsbeanspruchung sind nunmehr die eingeführten Schädigungsvariablen in Abhängigkeit der Schwingspielzahlen zu bestimmen.

#### 7.2.2.2.2 Ableitung der Schädigungsvariablen $\kappa_c^{fat}$ und $\kappa_t^{fat}$

Die Schädigungsvariablen werden aus den qualitativen Verläufen von Wöhlerlinien für ein- und mehraxiale Ermüdungsbeanspruchung abgeleitet, da diese die Abnahme der Betonfestigkeit bei zunehmender Schwingspielzahl für unterschiedliche Beanspruchungssituationen beschreiben.

Zur Bestimmung der Schädigungsvariablen  $\kappa_c^{fat}$ , durch den die Änderungen des Druckmeridians unter Ermüdungsbeanspruchungen beschrieben werden sollen, wird der Verlauf der Wöhlerlinie bei einaxialer Druckschwellbeanspruchung angesetzt. Zur Beschreibung des Schädigungsparameters  $\kappa_t^{fat}$  am Zugmeridian soll hingegen die Festigkeitsentwicklung unter zweiaxialer Druckschwellbeanspruchung zugrunde gelegt werden.

Zur mathematischen Beschreibung der Verläufe beider Schädigungsparameter werden die Gleichungen für die Wöhlerlinien aus Model Code 90 herangezogen, siehe Abschnitt 5.3.2. Während im Model Code 90 Gleichungen für die Wöhlerlinien unter einaxialer Druckschwellbeanspruchung mit unterschiedlichen Unterspannungen angegeben sind, ist die Wöhlerlinie für einaxiale Zugschwellbeanspruchung nur für eine bezogene Unterspannung von  $S_{cd,min} = 0$  definiert. Diese besitzt einen geradlinigen Verlauf, siehe Gl. (5.14) und Bild 5.8. Der Verlauf fällt bis zum Erreichen von  $\log N = 6$  mit dem für einaxiale Druckschwellbeanspruchung zusammen. Angaben für zweiaxiale Ermüdungsbeanspruchungen sind im Model Code 90 nicht enthalten. Die fehlenden Angaben werden daher aus den in Abschnitt 3.4.5.2.1 aufgeführten Versuchsergebnisse von [Su -87] abgeleitet.

Die Verläufe der Schädigungsparameter werden für die Spannungszustände im Grenzzustand der Ermüdung dargestellt. Da jedoch die Verläufe unabhängig

vom Bemessungszustand sind wird keine entsprechende Indizierung der Schädigungsparameter vorgenommen.

### ***Ansatz für die Schädigungsvariable $\kappa_t^{fat}$ im niederzyklischen Bereich***

Wie die Wöhlerlinien für zweiachiale Druckschwellbeanspruchungen aus den Versuchen von [Su -87] zeigen, verlaufen diese bis zu einem Übergangsbereich von  $\log N = 10^3$  bis  $\log N = 10^4$  qualitativ vergleichbar zu denen unter einaxialer Druckschwellbeanspruchung, siehe Bild 3.31. Im Anschluss an diesen Übergangsbereich bzw. im hochzyklischen Bereich fallen die Wöhlerlinien für zweiachiale Druckschwellbeanspruchung gegenüber dem Verlauf unter einaxialer Druckschwellbeanspruchung deutlich ab. Deshalb stellt sich insgesamt kein geradliniger Verlauf wie bei einaxialer Zugschwellbeanspruchung ein. Die Wöhlerlinien für zweiachiale Druckschwellbeanspruchungen liegen nach dem genannten Übergangsbereich zwischen den Verläufen der Wöhlerlinien für einaxiale Druckschwell- und einaxiale Zugschwellbeanspruchung.

Bezogen auf den Verlauf der Schädigungsvariablen  $\kappa_t^{fat}$  bei zweiachialer Druckschwellbeanspruchung kann davon ausgegangen werden, dass dieser im niederzyklischen Bereich mit dem Verlauf der Wöhlerlinien unter einaxialer Druckschwellbeanspruchung zusammenfällt und im hochzyklischen Bereich zwischen den Wöhlerlinien der einaxialen Druck- und Zugschwellbeanspruchung verläuft.

Daher werden zur Beschreibung der Schädigungsvariablen die Gleichungen des Model Codes 90 für einaxiale Zugschwellbeanspruchung so verändert, dass sie zur Beschreibung des Ermüdungsverhaltens unter zweiachialer Druckschwellbeanspruchung herangezogen werden können. Zwar enthält der Model Code 90 nur eine Wöhlerlinie für  $S_{cd,min} = 0$ , jedoch wird u. a. in [Hsu et al. -81] angegeben, dass die auf die einaxiale Festigkeit bezogenen Verläufe für einaxiale Zugschwellbeanspruchung bis zu einer Unterspannung von  $S_{cd,min} = 0,6$  denen für einaxiale Druckschwellbeanspruchung entsprechen und die selben Bestimmungsgleichungen verwendet werden können. Für Schwingspielzahlen kleiner  $\log N = 6$  wird der Verlauf der einaxialen Druckschwellbeanspruchung übernommen.

### ***Ansatz für die Schädigungsvariable $\kappa_t^{fat}$ im hochzyklischen Bereich***

Im hochzyklischen Bereich wird für Schwingspielzahlen größer gleich  $\log N = 6$  der Verlauf so gewählt, dass er zwischen der einaxialen Druck- und Zugschwelllinie liegt. Als Kriterium wird dabei vorgegeben, dass der Verlauf des Zugmeridians für  $S_{cd,min} = 0$  bei  $\log N = 12$  auf eine Bruchumhüllende führt, die gerade noch die Konvexitätsbedingungen des Versagensmodells von [Willam/Warnke -75] erfüllt. Dies bedeutet, dass der Zugmeridian so stark unter Ermüdungsbeanspruchung versprödet, dass bei zweiachialer Druckschwellbeanspruchung für  $\log N = 12$  ein Festigkeitswert erreicht wird, der unterhalb der einaxialen Ermüdungsdruckfestigkeit liegt. Der festigkeitssteigernde Ein-

fluss einer zwei axialen Druckbeanspruchung geht somit bei sehr hohen Lastwechselzahlen verloren, worauf die Versuchsergebnisse von [Su -87] in Bild 3.32 bereits hindeuten. Für praxisrelevante Ermüdungsbeanspruchungen, wie z. B. bei Windenergieanlagen mit einer Schwingspielzahl  $\log N \leq 9$ , bleibt bei diesem Ansatz ein festigkeitssteigernder Einfluss bei zwei axialer Druckschwellbeanspruchung erhalten.

Gleichzeitig führt dieser Ansatz auch bis zu einer Schwingspielzahl von  $\log N = 6$  zu einem isotropen Ermüdungsverhalten, da für die Schädigungsvariablen auf dem Druck- und Zugmeridian die gleichen Verläufe vorausgesetzt werden.

Aus der Konvexitätsbedingung des Willam-Warnke Modells ergibt sich, dass die Wöhlerlinie für einaxiale Zugschwellbeanspruchung mit einer bezogenen Unterspannung von  $S_{cd,min} = 0$  dahingehend verändert werden muss, dass der Verlauf die Abszisse nicht bereits bei  $\log N = 12$ , sondern erst bei  $\log N = 15$ , schneidet, siehe Bild 7.15. Diese Differenz von  $\Delta \log N = 3$  wird für alle Unterspannungen mit  $S_{cd,min} \neq 0$  angesetzt.

Die Schädigungsverläufe können im hochzyklischen Bereich durch die Wahl von  $\Delta \log N$  beeinflusst werden. So führt z. B. ein größerer Wert von  $\Delta \log N = 6.95$  dazu, dass für  $S_{cd,min} = 0$  im Versagensmodell von [Willam/Warnke - 75] bei  $\log N = 12$ , die zwei axiale Ermüdungsdruckfestigkeit genau der Ermüdungsfestigkeit wie für einaxiale Druckschwellbeanspruchung entspricht und die Konvexitätsbedingung noch deutlich eingehalten wird. Zur Validierung der Schädigungsentwicklung am Zugmeridian sind demzufolge Versuche unter zwei axialer Druckschwellbeanspruchung erforderlich, deren Bruchschwingspielzahlen größer  $\log N = 6$  sind, und aus denen die Entwicklung der Schädigungsvariablen  $\kappa_t^{fat}$  im hochzyklischen Bereich abgeleitet werden kann.

Die für die hier festgelegten Randbedingungen resultierenden Verläufe der Schädigungsvariablen  $\kappa_c^{fat}$  und  $\kappa_t^{fat}$  sind in Bild 7.15 dargestellt.

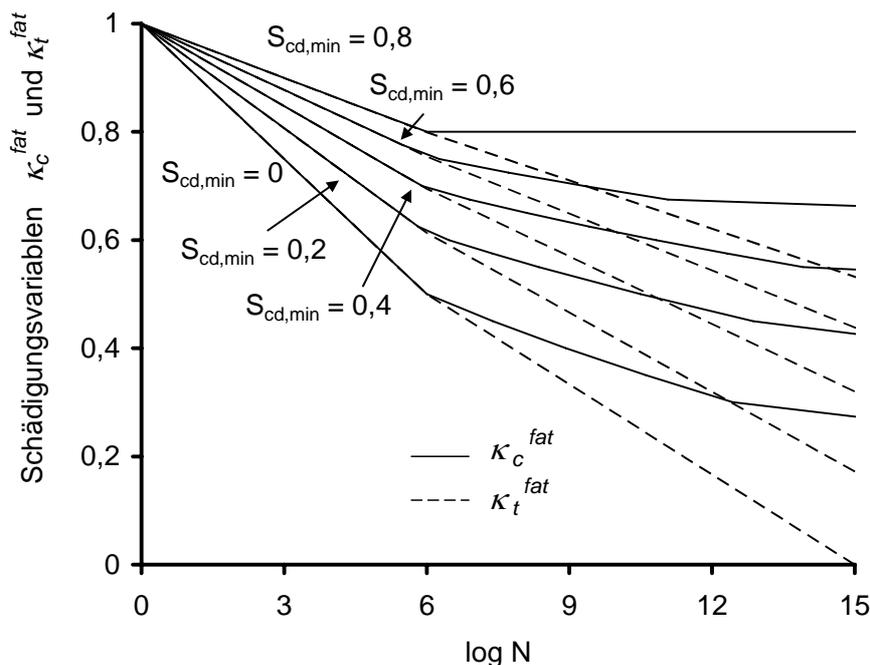


Bild 7.15: Verlauf der Schädigungsvariablen  $\kappa_c^{fat}$  und  $\kappa_t^{fat}$

**Bestimmungsgleichungen für die Schädigungsvariable  $\kappa_c^{fat}$**

Die Gleichungen für die Schädigungsvariable  $\kappa_c^{fat}$  am Druckmeridian sind in den Gl. (7.18) bis (7.23) aufgeführt. Basierend auf den Wöhlerlinien für einaxiale Druckschwellbeanspruchung, siehe Abschnitt 5.3.2, ergeben sich folgende Bereiche.

Für  $0 < S_{cd,min} < 0,8$

gilt:  $\log N_1 = (12 + 16 \cdot S_{cd,min} + 8 \cdot S_{cd,min}^2) \cdot (1 - \kappa_c^{fat})$  (7.18)

$\log N_2 = 0,2 \cdot \log N_1 \cdot (\log N_1 - 1)$  (7.19)

$\log N_3 = \log N_2 \cdot (0,3 - 3 \cdot S_{cd,min} / 8) / \Delta S$  (7.20)

Festlegung der zu  $\kappa_c^{fat}$  zugehörigen Schwingspielzahl  $\log N$ :

Wenn:  $\log N_1 \leq 6$  dann gilt:  $\log N = \log N_1$  (7.21)

Wenn:  $\log N_1 > 6$  und  $\Delta S \geq 0,3 - 3 \cdot S_{cd,min} / 8$  dann gilt:  $\log N = \log N_2$  (7.22)

Wenn:  $\log N_1 > 6$  und  $\Delta S < 0,3 - 3 \cdot S_{cd,min} / 8$  dann gilt:  $\log N = \log N_3$  (7.23)

mit:

$$S_{cd,min} = \frac{\sigma_{cd,min}}{f_c(\xi, \rho, \theta)}$$

$$\Delta S = \kappa_c^{fat} - S_{cd,min} \tag{7.24}$$

$\sigma_{cd,min}$  = Unterspannung

$f_c(\xi, \rho, \theta)$  = mehraxiale Betonfestigkeit  
nach Kapitel 4.2.1.2

Die Schädigungsvariable  $\kappa_c^{fat}$  kann iterativ aus den Gleichungen Gl. (7.18) bis (7.23) ermittelt werden. Dabei wird die Lastwechselzahl  $\log N$  als bekannt vorausgesetzt, für die die Schädigungsvariable bestimmt werden soll. Zunächst wird der Schädigungsparameter für die vorhandene Unterspannung  $S_{min}$  und in Abhängigkeit der Lastwechselzahl  $\log N$  aus Bild 7.15 abgeschätzt. Hierbei empfiehlt es sich, für eine geringfügig größere Lastwechselzahl die Schädigungsvariable  $\kappa_c^{fat}$  abzulesen. Der abgelesene Wert wird in die Bestimmungsgleichungen, Gl. (7.18) bis Gl. (7.23), eingesetzt und die damit berechnete Schwingenspielzahl  $\log N$  mit dem Eingangswert überprüft. Ist der berechnete Wert der Schwingenspielzahl zu klein, so ist die Schädigungsvariable  $\kappa_c^{fat}$  zu erhöhen. Bei einer zu groß berechneten Schwingenspielzahl ist hingegen die Schädigungsvariable zu verringern. Für den korrigierten Wert der Schädigungsvariablen ist die Schwingenspielzahl neu zu berechnen und wiederum mit dem Eingangswert zu vergleichen. Dieser iterative Vorgang ist solange zu wiederholen, bis eine ausreichende Übereinstimmung erzielt wird.

**Bestimmungsgleichungen für die Schädigungsvariable  $\kappa_t^{fat}$**

Der Verlauf für die Schädigungsvariable  $\kappa_t^{fat}$  am Zugmeridian wird in den Gl. (7.25) bis Gl. (7.24) beschrieben. Die Gleichungen wurden aus dem Verlauf der Wöhlerlinie für einaxiale Zugschwellbeanspruchung entwickelt. Die Schädigungsvariable  $\kappa_t^{fat}$  kann direkt aus den Gleichungen in Abhängigkeit der Lastwechselzahl  $\log N$  und der bezogenen Unterspannung  $S_{cd,min}$  berechnet werden.

Für  $\log N \leq 6$

gilt:

$$\kappa_t^{fat} = 1 - \frac{\log N}{(12 + 16 \cdot S_{cd,min} + 8 \cdot S_{cd,min}^2)} \tag{7.25}$$

Für  $6 \leq \log N \leq 12$

gilt:

$$\kappa_t^{fat} = \left( 1 - \frac{6}{(12 + 16 \cdot S_{cd,min} + 8 \cdot S_{cd,min}^2)} \right) \cdot \frac{(15 - \log N)}{9} \tag{7.26}$$

Mit:  $S_{cd,min}$  nach Gl. (7.24)

### 7.2.2.2.3 Bruchumhüllende unter Ermüdungsbeanspruchung

Nach dem in den vorangegangenen Abschnitten aufgeführten Vorgehen wurden für die in Bild 7.15 aufgeführten Unterspannungsniveaus die Bruchumhüllenden für verschiedene Bruchschwingspielzahlen ermittelt. Die berechneten Verläufe der mehraxialen Ermüdungsfestigkeit sind für ein Unterspannungsniveau von  $S_{cd,min} = 0$  nach Gl. ((7.24) als Hauptmeridianschnitt in Bild 7.16 dargestellt. Die unterschiedliche Entwicklung der Ermüdungsfestigkeit am Druck- und Zugmeridian ist erkennbar. Die Abnahme der Ermüdungsfestigkeit bei Zugmeridianbeanspruchung weist einen schnelleren Fortschritt als unter Druckmeridianbeanspruchung auf. Insbesondere bei höheren hydrostatischen Druckanteilen wird das duktilere Materialverhalten bei Druckmeridianbeanspruchung gegenüber dem spröderen Materialverhalten bei Zugmeridianbeanspruchung deutlich.

Ein Deviatorschnitt mit den Verläufen der unterschiedlichen Festigkeitskurven ist in Bild 7.17 aufgeführt. Durch diesen wird noch mal der anisotrope Verlauf der berechneten mehraxialen Ermüdungsfestigkeit deutlich.

Mit  $f_{c1}$  wird in den beiden Bildern die einaxiale Druckfestigkeit bezeichnet. Weitere berechnete Hauptmeridian- und Deviatorschnitte sind für die Unterspannungen von  $S_{cd,min} = 0$  bis  $S_{cd,min} = 0,6$  im Anhang aufgeführt.

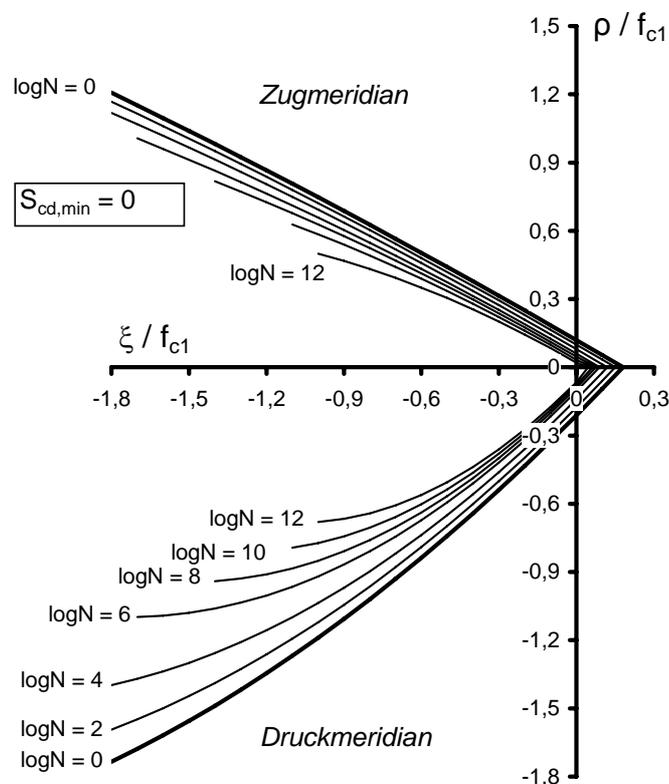


Bild 7.16: Ermüdungskurven im Hauptmeridianschnitt

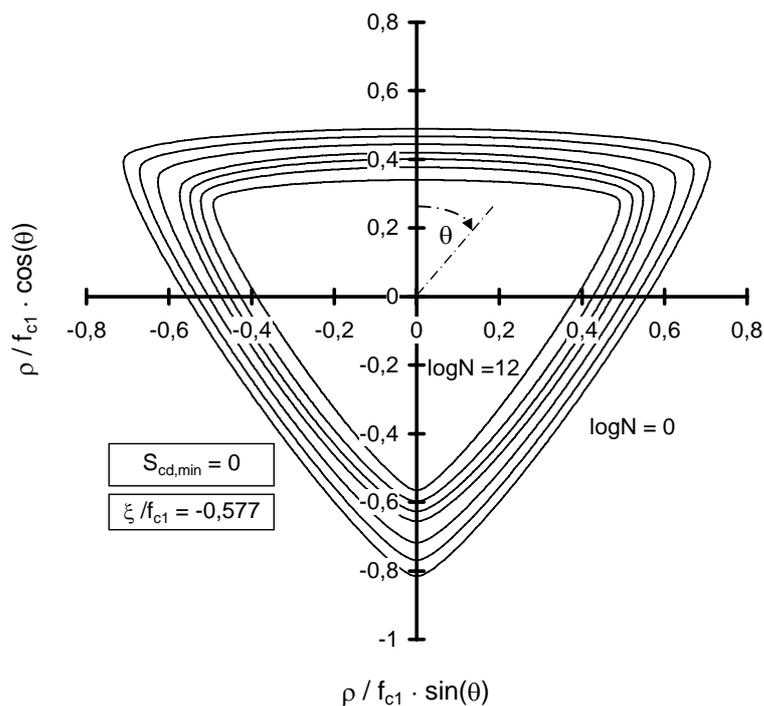


Bild 7.17: Ermüdungskurven im Deviatorebene bei  $\xi / f_{c1} = -0,57735$

Die Verläufe der Festigkeitskurven bei Druckmeridianbeanspruchung sind für  $S_{cd,min} = 0$  nochmals in Bild 7.18 vergrößert dargestellt.

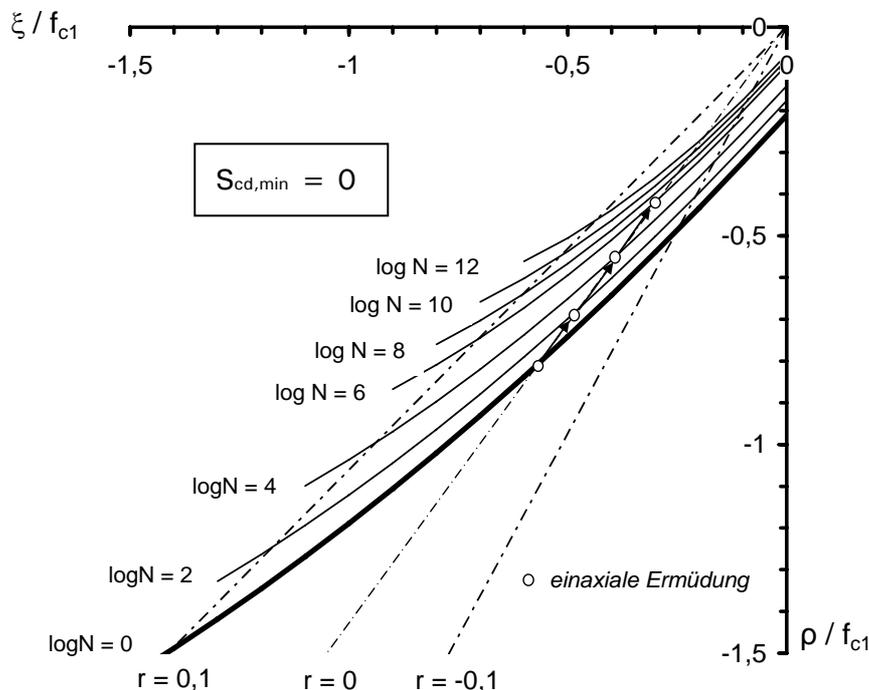


Bild 7.18: Ermüdungskurven am Druckmeridian

Bei einer Unterspannung von  $S_{cd,min} = 0$  muss nicht die mehraxiale Festigkeit  $f_c$  in Gl. ((7.24) berechnet werden. Die Bruchschwingspielzahl kann in diesem Fall in Abhängigkeit des Beanspruchungsverhältnisses  $r$  direkt aus Bild 7.18 abgelesen werden. Hierfür ist folgendermaßen vorzugehen:

### 1. Transformation der Oberspannung $\sigma_{33cd,max}$ in die bezogene Haigh-Westergaard Koordinate $\xi / f_{c1}$

Die Transformation in bezogene Haigh-Westergaard Koordinaten führt bei reiner Druckmeridianbeanspruchung auf

$$\frac{\xi}{f_{c1}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (2 \cdot r + 1) \cdot \frac{\sigma_{33cd,max}}{f_{c1}} \quad (7.27)$$

wobei  $r$  das Beanspruchungsverhältnis zwischen Radial- und Längsspannung beschreibt, siehe Bild 7.18 und Gl. (7.1).

### 2. Ablesen von $\log N$

Für die bezogene Ermüdungsbeanspruchung  $\xi / f_{c1}$  ist der Schnittpunkt mit dem Verlauf des vorhandenen Beanspruchungsverhältnisses  $r$  zu bilden und die Schwingspielzahl  $\log N$  abzulesen. Diese entspricht der Bruchschwingspielzahl  $\log N_F$ .

#### 7.2.2.2.4 Versagenskurven unter zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung

Für den ebenen Spannungszustand können die Bruchschwingspielzahlen direkt aus den Berechnungen der Bruchumhüllenden für unterschiedliche Schwingspielzahlen ermittelt werden. Die berechneten, zweiaxialen Versagenskurven sind exemplarisch für eine bezogene Unterspannung von  $S_{cd,min} = 0$  in Bild 7.19 aufgeführt. Weitere Versagenskurven für unterschiedliche Unterspannungen sind im Anhang dargestellt.

In Bild 7.19 wird der Einfluss der eingeführten Schädigungsvariablen ( $\kappa_c^{fat}$  und  $\kappa_t^{fat}$ ) auf die Verläufe der Versagenskurven deutlich. Bis  $\log N = 6$  ist das isotrope Schädigungsverhalten erkennbar. Die Festigkeitsabnahme bei zunehmender Schwingspielzahl ist unter einaxialer und zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung gleich groß. Anschließend tritt für größere Schwingspielzahlen eine stärkere Festigkeitsabnahme bei zweiaxialer Druckschwellbeanspruchung ( $\alpha = 1$ ) auf als bei einaxialer Druckschwellbeanspruchung. Das ist auf die unterschiedlichen Verläufe der Schädigungsvariablen im hochzyklischen Bereich zurückzuführen, siehe Bild 7.15. Es ist ersichtlich, dass bis ca.  $\log N = 8$  die zweiaxiale Ermüdungsfestigkeit unter Druckschwellbeanspruchung größer ist als die einaxiale Ermüdungsfestigkeit. Für  $\log N = 10$  trifft dies nicht mehr zu. Die Versagenskurve für  $\log N = 12$  erfüllt gerade noch die Konvexitätsbedingung des verwendeten Versagensmodells von [Willam/Warke -75].

Weiterhin ist in Bild 7.19 ersichtlich, dass bereits eine geringfügig vorhandene Querkzugbeanspruchung zu einer signifikanten Festigkeitsabnahme unter Ermüdungsbeanspruchung führt. Versagenskurven für andere Unterspannungen sind im Anhang dargestellt.

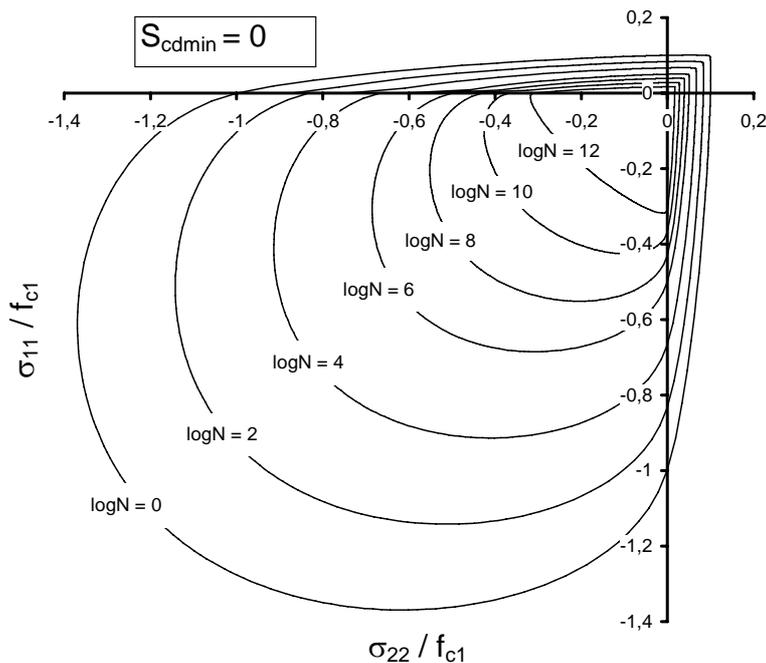


Bild 7.19: Versagenskurven für den ebenen Spannungszustand

7.2.2.2.5 Verifizierung an Versuchen von Hsu

Zur Verifizierung des aufgeführten Vorgehens zur Bestimmung der Bruchschwingenspielzahlen unter mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung, wurden die Versuchsergebnisse von [Su -87] aus Bild 3.32 ausgewertet. Hierfür wurden die Verläufe der Schädigungsvariablen  $\kappa_c^{fat}$  und  $\kappa_t^{fat}$  aus den in Abschnitt 3.4.5.2.1 aufgeführten Gleichungen der Wöhlerlinien, Gl. (3.6) bis Gl. (3.9), abgeleitet. Die Gleichung der Schädigungsvariablen für den Druckmeridian ist in Gl. (7.28) und die für den Zugmeridian in Gl. (7.29) angegeben. Die Verläufe sind in Bild 7.20 dargestellt.

$$\kappa_c^{fat} = 1 - 0,13 \cdot \frac{\log N}{[1 + (0,32 \cdot \log N)^5]^{0,2}} - 0,033 \cdot \log N \tag{7.28}$$

$$\kappa_t^{fat} = 1 - 0,14 \cdot \frac{\log N}{[1 + (0,25 \cdot \log N)^{10}]^{0,1}} - 0,031 \cdot \log N \tag{7.29}$$

Für die Vergleichsrechnungen im ebenen Spannungszustand werden die kalibrierten Parameter nach Gl. (4.11) herangezogen. Lediglich das Verhältnis der einaxialen zur zweiaxialen Druckfestigkeit wird an die Versuchsergebnisse angepasst. Diese beträgt bei [Su -87]  $\alpha_{c2} = 1,22$ .

Die Versuche von [Su -87] wurden bis zu Schwingenspielzahlen von  $\log N = 6$  bzw.  $\log N = 7$  durchgeführt. Der Verlauf der Schädigungsvariablen wird in Bild 7.20 bis  $\log N = 12$  berechnet, um auch Versagenskurven für höhere Lastwechselzahlen untersuchen zu können. Die berechneten Versagenskurven in Bild 7.21 zeigen aber, dass bereits bei  $\log N = 7$  eine größere Anisotropie

entsteht und darüber hinaus bei höheren Lastwechselzahlen die Konvexitätsbedingungen im Versagensmodell von [Willam/Warnke -75] nicht mehr eingehalten werden.

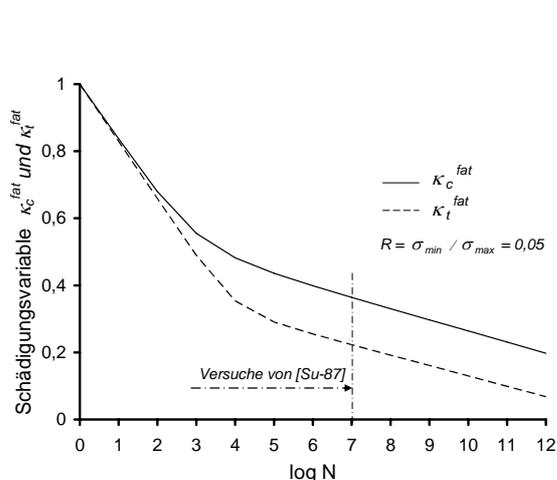


Bild 7.20: Verlauf der Schädigungsvariablen an den Hauptmeridianen

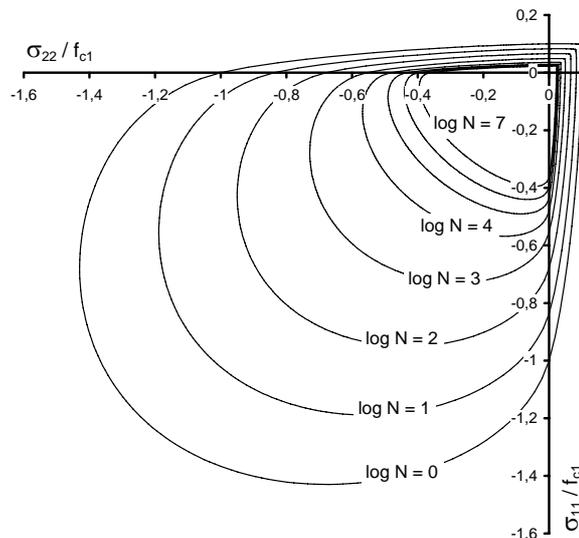


Bild 7.21: Berechnete Versagenskurven für die Versuche von [Su -87]

Im Vergleich zu den Berechnungsergebnissen aus Bild 7.21 mit den Versuchsergebnissen von [Su -87] in Bild 3.32 ist zu beachten, dass die Versuchsergebnisse eine ca. 17%ige Festigkeitssteigerung beinhalten, die aus der hohen Belastungsgeschwindigkeit im Versuch resultiert. Dieser Einfluss ist bei den hier berechneten Versagenskurven, Bild 7.21, nicht berücksichtigt worden, so dass bereits im Verlauf unter monotoner Beanspruchung Abweichungen auftreten.

Beim Vergleich der Änderungen der Versagenskurven bei zunehmender Bruchschwingspielzahl kann zunächst eine gute Übereinstimmung zwischen den Berechnungen und den Versuchsergebnissen festgestellt werden. Wie auch bei den Versuchsergebnissen von [Su -87] tritt in den berechneten Kurven, Bild 7.21, bei einem Beanspruchungsverhältnis von  $\alpha = 1$  (Zugmeridianbeanspruchung) eine stärkere Abnahme der Ermüdungsfestigkeit gegenüber der einaxialen Ermüdungsfestigkeit bei  $\alpha = 0$  (Druckmeridianbeanspruchung) auf.

Auffällig ist jedoch, dass bei den Versuchsergebnissen von [Su -87] in Bild 3.32 aller untersuchten Bruchschwingspielzahlen die zweiaxiale Ermüdungsfestigkeit für alle Beanspruchungsverhältnisse mit  $\alpha > 0$  durchweg höher als ist die einaxiale Ermüdungsfestigkeit. In den Berechnungen zeigt sich dieser festigkeitssteigernde Effekt nur bis  $\log N = 3$ . Bei einer Schwingspielzahl von  $\log N = 4$  ist die berechnete zweiaxiale Ermüdungsfestigkeit für  $\alpha = 1$  geringer als die einaxiale Ermüdungsfestigkeit. Das Auftreten einer Querdruckbeanspruchung führt bei höheren Lastwechselzahlen (hochzyklischer Bereich) zu einer rechnerischen Abnahme der zweiaxialen Ermüdungslebensdauer gegenüber der einaxialen. Infolgedessen ändert sich bei den berechneten Versagenskurven auch das Beanspruchungsverhältnis  $\alpha$ , bei dem die größte Ermüdungs-

festigkeit ermittelt wird. Tritt für die berechneten Versagenskurven von  $\log N = 0$  bis  $\log N = 3$  die höchste Ermüdungsfestigkeit bei ca.  $\alpha \approx 0,5$  auf, so nimmt  $\alpha$  für den größten Wert der Ermüdungsfestigkeit bei zunehmenden Bruchschwingspielzahlen ab. Dies bedeutet, dass sich der größte Wert der zweiaxialen Ermüdungsfestigkeit bei hohen Bruchschwingspielzahlen der einaxialen Ermüdungsfestigkeit annähert. In den Versuchsergebnissen von [Su - 87] tritt dieser Effekt nicht auf. Bei zunehmenden Lastwechselzahlen wird der höchste Wert der Ermüdungsfestigkeit näherungsweise bei einem Beanspruchungsverhältnis von  $\alpha = 0,2$  erreicht, siehe Bild 3.32.

Die Abweichungen zwischen den Berechnungen und den Versuchsergebnissen werden darauf zurückgeführt, dass für die Entwicklung der Hauptmeridiane unter Ermüdungsbeanspruchung jeweils nur eine Schädigungsvariable in dem Berechnungsansatz verwendet wird. Zur Erläuterung soll die Festigkeitsentwicklung an einem Hauptzugmeridian genauer betrachtet werden. Die Schädigungsvariable  $\kappa_i^{fat}$  wurde aus dem Verlauf der Wöhlerlinie für die zweiaxiale Ermüdungsfestigkeit abgeleitet. Diese beschreibt die Entwicklung der Ermüdungsfestigkeit für einen bestimmten Beanspruchungszustand auf dem Hauptzugmeridian. Betrachtet man nun die Festigkeitsentwicklung eines anderen Beanspruchungszustandes auf demselben Hauptzugmeridian, wie z.B. die einaxiale Zugfestigkeit, so weicht der zugehörige qualitative Verlauf der Wöhlerlinie von dem Verlauf der Schädigungsvariablen  $\kappa_i^{fat}$  ab. Der Verlauf der einaxialen Wöhlerlinie ist im hochzyklischen Bereich stärker geneigt. Der Ansatz, die Festigkeitsentwicklung aller Hauptzugmeridianbeanspruchungen durch nur eine einzige Schädigungsvariable zu beschreiben, stellt daher je nach Beanspruchungszustand eine sehr genaue oder aber eine grobe Näherung des tatsächlichen Materialverhaltens dar.

Aus diesem Grund müsste zur genaueren Beschreibung der Schädigungsentwicklung auf dem Hauptzugmeridian eine zusätzliche Schädigungsvariable eingeführt werden, die genauer die Festigkeitsentwicklung unter Ermüdungsbeanspruchung im Bereich  $\xi/f_{c1} > 0$  beschreibt. Diese könnte z.B. aus dem Verlauf der Wöhlerlinie für die einaxiale Zugfestigkeit abgeleitet werden. Diese zusätzliche Schädigungsvariable, die einen stärker abfallenden Verlauf im hochzyklischen Bereich aufwiese, würde zu einem veränderten Verlauf eines Hauptzugmeridians unter Ermüdungsbeanspruchung führen. Bei gleichen Schwingungszahlen würde im Bereich der einaxialen Zugfestigkeit die Festigkeit deutlich schneller abnehmen als im Bereich der zweiaxialen Druckfestigkeit. Der Verlauf des daraus resultierenden Hauptzugmeridians würde demzufolge eine stärkere Neigung aufweisen.

Für den zweiaxialen Beanspruchungsfall hätte dies zum einen eine geringere Abnahme der berechneten zweiaxialen Ermüdungsfestigkeit und zum anderen eine noch stärkere Festigkeitsabnahme im Bereich von Querszugsbeanspruchung zur Folge. Daraus folgt eine Zunahme der berechneten zweiaxialen

Versagenskurven im Beanspruchungsbereich von ca.  $\alpha = 0,2$  und somit insgesamt eine bessere Übereinstimmung zwischen Berechnung und Versuchsergebnissen.

Erweitert man diese Betrachtungsweise auf den gesamten Bereich der Bruchumhüllenden, so sind folglich für alle fünf Parameter im Versagensmodell von [Willam/Warnke -75] Schädigungsvariablen zu bestimmen.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass der hier gewählte Ansatz zur Berechnung der mehraxialen Ermüdungsfestigkeit bei zweiaxialer Beanspruchung im Druck-Druck Bereich gegenüber den Versuchsergebnissen von [Su - 87] zu geringeren Bruchschwingspielzahlen führt. Diese werden auf der sicheren Seite liegend berechnet. Weiterhin kann durch diesen Ansatz der Einfluss von Querspannungsbeanspruchung auf die Ermüdungsfestigkeit bestimmt werden.

Um die Entwicklung der Bruchumhüllenden von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung genauer beschreiben zu können, sind weiterführende, experimentelle Untersuchungen unter Hauptmeridianbeanspruchungen notwendig.

### **7.2.3 Berechnung der Schädigungsentwicklung**

#### **7.2.3.1 Erweiterung des mehrstufigen Schädigungsalgorithmus für mehraxiale Ermüdungsbeanspruchungen**

Um Schädigungsberechnungen unter mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung durchführen zu können, werden die bisher in diesem Kapitel vorgestellten Erweiterungen in den mehrstufigen Schädigungsalgorithmus aus Abschnitt 6.2 eingebunden. Dadurch wird es möglich, Schädigungsentwicklungen für mehrstufige Ermüdungsbeanspruchungen unter Berücksichtigung des Einflusses aus mehraxialen Beanspruchungszuständen durchzuführen.

Nachfolgend werden berechnete Verzerrungsverläufe Versuchsergebnissen aus der Literatur gegenübergestellt und anschließend im Abschnitt 7.4 mehraxiale Schädigungsberechnungen durchgeführt.

### 7.2.3.2 Verifizierung der berechneten Ermüdungsverzerrungen an Versuchen aus der Literatur

Da für die wenigen zur Verfügung stehenden Versuchsergebnisse aus der Literatur keine Materialangaben über das Nachbruchverhalten insbesondere über die Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie vorliegen, wird die Verifizierung in zwei Schritten vorgenommen. Im ersten Schritt werden die Materialkennwerte für das energetische Modell anhand einaxialer Versuchsergebnisse kalibriert. Dabei wird die Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie als Eingangsgröße so variiert, dass sich für den einaxialen Fall eine gute Übereinstimmung zwischen der Berechnung und den Versuchsergebnissen ergeben. Im zweiten Schritt wird mit den kalibrierten Materialangaben die Verzerrungsentwicklung unter mehraxialer Beanspruchung berechnet. Die daraus resultierenden Ergebnisse werden nachfolgend in Abhängigkeit der Beanspruchungsart vorgestellt.

#### 7.2.3.2.1 Druckmeridianversuche

In Bild 7.22 sind die berechneten Verzerrungsentwicklungen den Ergebnissen der Druckmeridianversuche von [Taliencio/Gobbi -96] gegenübergestellt. Da nur sehr wenige Materialkennwerte unter monotoner Beanspruchung angegeben sind, werden fehlende Materialkennwerte nach den Angaben des Model Code 90 angesetzt. Die Abschätzung der Materialkennwerte führt dazu, dass die nach dem Materialgesetz von [Pölling -00] berechneten Anfangsstauchungen  $\varepsilon_{c0}$  größer sind als die Anfangsstauchungen aus den Versuchen. Dies ist allein durch den Verlauf der monotonen Arbeitslinie begründet und resultiert nicht aus dem erweiterten Ermüdungsmodell. Werden die Abweichungen in den Anfangsverzerrungen auf die Versuchswerte angepasst, so ergibt sich für den anschließenden Ermüdungsprozess ein nahezu identischer Verlauf der Verzerrungsentwicklung zwischen Berechnung und Versuchsergebnissen. Lediglich die Ermüdungsverzerrungen beim Erreichen des Wöhlerbruchs weisen dann noch größere Abweichungen auf. Da jedoch Messwerte beim Eintreten des Ermüdungsversagens im Allgemeinen großen Streuungen unterliegen, sind diese Abweichungen von untergeordneter Bedeutung. Zusammenfassend kann gezeigt werden, dass zwischen der Berechnung und den Versuchsergebnissen eine gute Übereinstimmung erreicht wird.

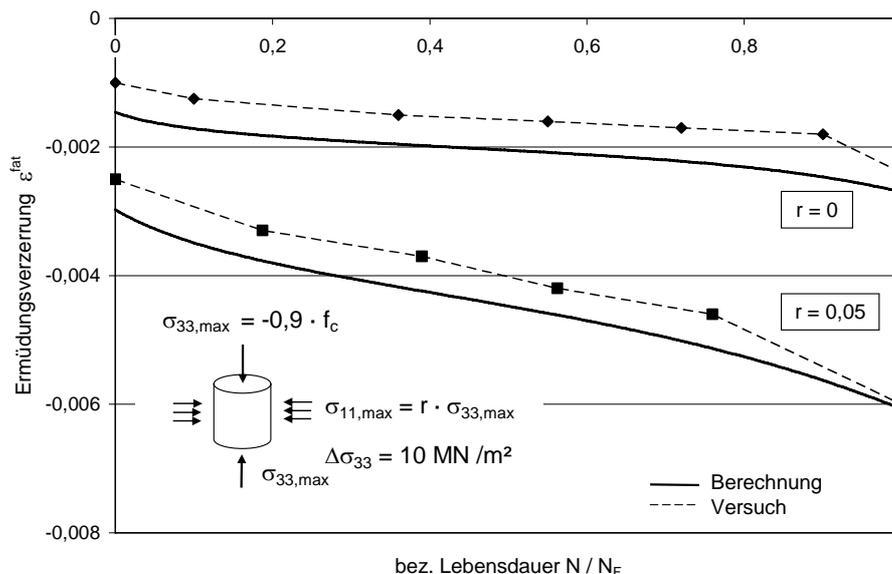


Bild 7.22: Vergleich zwischen der Berechnung und den Versuchen von [Taliercio/Gobbi -96]

### 7.2.3.2.2 Zweiaxiale Versuche von [Su -87]

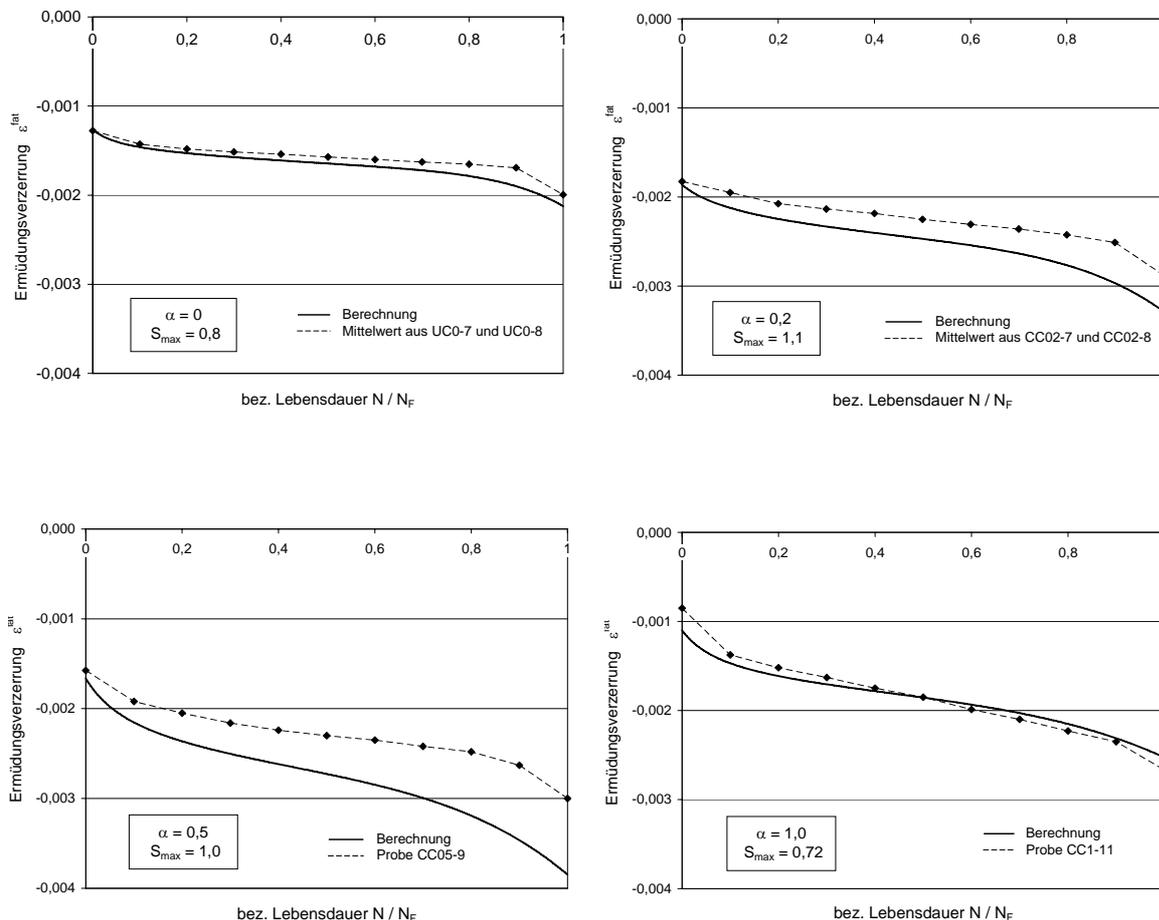
In Bild 7.23 sind die mit dem mehraxialen Ermüdungsansatz berechneten Verzerrungen den zweiaxialen Versuchsergebnissen von [Su -87] gegenübergestellt. Die experimentellen Untersuchungen von [Su -87] wurden je Oberspannung an einem bis maximal drei Prüfkörpern durchgeführt. Zur Gegenüberstellung mit den Berechnungsergebnissen werden die Mittelwerte aus den Versuchsergebnissen herangezogen. Auffällig untypische Verläufe werden nicht mit ausgewertet.

Beim Vergleich der berechneten Anfangsverzerrungen zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der Berechnung und den Versuchsergebnissen. Dies ist besonders hervorzuheben, da die Anfangsverzerrungen aus der für mehraxiale Beanspruchungen erweiterten Arbeitslinie von [Pölling -00] berechnet werden. Die modifizierte Arbeitslinie beinhaltet die mehraxiale Betonfestigkeit nach dem Versagensmodell von [Willam/Warneke -75] und den zugehörigen Verzerrungswert aus dem Materialmodell von [Ottosen -79].

Bei der Gegenüberstellung der Verzerrungsverläufe für das Beanspruchungsverhältnis  $\alpha = 0$  sind nur geringe Abweichungen zwischen der Verzerrungszunahme im Versuch und den Berechnungsergebnissen zu beobachten. Die berechnete Verzerrungsentwicklung ist dabei geringfügig größer. Diese Abweichungen nehmen für  $\alpha = 0,2$  zu und sind bei einem Beanspruchungsverhältnis von  $\alpha = 0,5$  am größten. Für  $\alpha = 1,0$  tritt wiederum eine sehr gute Übereinstimmung auf.

Die zu groß berechneten Verzerrungswerte für  $\alpha = 0,2$  und  $\alpha = 0,5$  deuten darauf hin, dass der modifizierte Wert der einaxialen Zerstauchungsenergie im

Schädigungsmodell für mehraxiale Beanspruchung, der maßgeblich den berechneten Wert der Ermüdungsverzerrung  $\epsilon_i^{fat}$  bestimmt, für diese Beanspruchungsverhältnisse zu hoch ermittelt wird. Dagegen führt die berechnete Verzerrungsevolution für  $\alpha = 1,0$  zu einer sehr guten Übereinstimmung. Das bestätigt wiederum den Berechnungsansatz der Zerstauchungsenergie für dieses Beanspruchungsverhältnis.



*Bild 7.23: Vergleich der berechneten Verzerrungsverläufe bei zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung mit den Versuchsergebnissen von [Su -87]*

Zudem folgt aus dem Vergleich der Ergebnisse, dass die Modifizierung der Verzerrungsevolutionsgleichungen aus Abschnitt 4.3.2.8, siehe Gl. (4.80) bis Gl. (4.89), allein durch die Veränderung des Rissphasenübergangswertes zu vertretbaren Ergebnissen führt. Eine Steuerung der qualitativen Verläufe der einzelnen Rissbildungsphasen in Abhängigkeit des Beanspruchungsverhältnisses  $\alpha$  scheint daher nicht erforderlich zu sein.

Zusammenfassend kann eine gute Übereinstimmung zwischen der Berechnung und den Versuchsergebnissen festgestellt werden. Vor dem Hintergrund der geringen Anzahl von Versuchsergebnissen sind weitere experimentelle Untersuchungen zur Validierung der Verzerrungsentwicklung unter mehraxialer Beanspruchung notwendig. Die Verzerrungsentwicklung ist die Basis des energetischen Schädigungsmodells, da durch diese die Größe der in Schädigung dis-

sipierten Energie in Abhängigkeit der vorhandenen Schwingspielzahl bestimmt wird. Die Genauigkeit der Verzerrungsberechnung bestimmt die Qualität der berechneten Ermüdungsschädigung.

### **7.3 Schädigungsberechnungen für mehraxiale Ermüdungsbeanspruchungen mit konstanter Amplitude**

Mit dem erweiterten energetischen Schädigungsmodell sollen nachfolgend Schädigungsberechnungen für mehraxiale Ermüdungsbeanspruchungen mit konstanten Amplituden durchgeführt werden. Die untersuchten Beanspruchungsverhältnisse befinden sich in den Bereichen von Bild 7.1 und Bild 7.2. Als Materialkennwerte werden für alle Berechnungen die Werte nach Tabelle 6.1 angesetzt.

#### **7.3.1 Schädigungsentwicklung unter Druckmeridianbeanspruchung**

Zunächst werden Schädigungsberechnungen für Druckmeridianbeanspruchungen durchgeführt. Bei den Berechnungen stellte sich jedoch heraus, dass bei Beanspruchungsverhältnissen von  $r \geq 0,05$  ein Knick im Schädigungsverlauf auftreten kann oder aber die dritte Phase des Rissbildungsprozesses offenbar nicht mehr eintritt. Daher werden die Ursachen hierfür näher untersucht, um mögliche mechanische Widersprüche bzw. Begrenzungen zu erkennen, die durch die mehraxiale Erweiterung entstehen können.

##### **7.3.1.1 Variation der Bruchenergie für $r = 0,1$**

In Bild 7.24 sind die Schädigungsverläufe dargestellt, die sich bei einer Parametervariation des Eingangswertes der Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$  ergeben. Als unterste Kurve ist der Schädigungsverlauf dargestellt, der mit dem mehraxialen Modell berechnet wurde. Der Wert der Zerstauchungsenergie erhält hierbei den Skalierungsfaktor  $\delta = 1$ . Der bei  $N/N_F = 0,85$  auftretende Knick im Schädigungsverlauf ist deutlich erkennbar. Bei einer Vergrößerung des Skalierungsfaktors, also einer Zunahme der Zerstauchungsenergie, tritt der Knick immer weniger deutlich hervor. Ab  $\delta = 3$  ist dieser nicht mehr erkennbar. Gleichzeitig ändert sich bei einer Vergrößerung der Zerstauchungsenergie auch der typische dreiphasige Schädigungsverlauf. Die dritte Rissbildungsphase ist für Werte ab  $\delta \geq 7$  nicht mehr erkennbar.

Im energetischen Modellansatz werden die berechneten Schädigungsverläufe aus einem Vergleich der in Schädigung dissipierten Energieanteile unter monotoner Beanspruchung und Ermüdung iteriert. Daher werden die Eingangswerte zur Bestimmung dieser beiden Energieanteile  $g^{da}$  und  $g^{fat}$  untersucht. Hierfür wird für die in Bild 7.24 aufgeführten Werte des Skalierungsfaktors  $\delta$  zum ei-

nen der Verlauf der monotonen Arbeitslinie ausgewertet, Bild 7.25, und zum anderen die Verläufe der Ermüdungsverzerrungen, Bild 7.26, berechnet.

In Bild 7.25 sind die einzelnen Anteile der volumenspezifischen Zerstauchungsenergie aufgeführt. Diese setzen sich aus einem diffusen Anteil  $g_{cu}$  und einem lokalisierten Anteil  $g_{cl}$  zusammen. Letzterer ist unterteilt in  $g_{cl1}$  und  $g_{cl2}$ . Das Nachbruchverhalten im Materialgesetz von [Pölling -00] wird dabei maßgeblich durch  $g_{cl2}$  gesteuert. In Bild 7.25 ist ersichtlich, dass der vom erweiterten Schädigungsmodell berechnete Anteil der lokalisierten Zerstauchungsenergie  $g_{cl2}$  für  $\delta = 1$  vergleichsweise gering ausfällt und zu einem abrupten Abfall der Arbeitslinie im Nachbruchbereich führt. Das plötzliche Abfallen der Arbeitslinie steht jedoch im Widerspruch zu den aufgeführten Versuchsergebnissen für Druckmeridianbeanspruchungen in Abschnitt 2.3.1.2. Diese weisen bei Querdruckbeanspruchungen ein deutlich duktileres Materialverhalten und eine Restfestigkeit auf. Folglich muss der berechnete Wert der lokalisierten Zerstauchungsenergie für den hier untersuchten Beanspruchungszustand zu gering berechnet worden sein.

Die Auswertung des Schädigungszustands beim Auftreten des Knicks ergibt, dass dieser dem Wert  $D_{cf}$  aus Gl. (4.77) entspricht. Dies bedeutet, dass sich im Ermüdungsprozess die in Schädigung dissipierte Energie unter monotoner Beanspruchung bis zum Knick allein aus den Anteilen  $g_{cu}$  und  $g_{cl12}$  zusammensetzt. Im anschließend berechneten Ermüdungsprozess kommt im Nachbruchbereich ( $D > D_{cf}$ ) als Zuwachs nur noch der geringe Anteil aus  $g_{cl2}$  hinzu. Der geringe Zuwachs geht mit einer schnellen Schädigungszunahme unter monotoner Beanspruchung einher. D. h., in einem Ermüdungsprozess, der einen Schädigungszustand von  $D^{fat} \geq D_{cf}$  erreicht hat, führt bei  $\delta = 1$  bereits eine geringe Zunahme an  $g^{fat}$  zu einem beträchtlich schnelleren Schädigungszuwachs.

Wird folgerichtig durch eine Erhöhung der lokalisierten Zerstauchungsenergie ein duktileres Materialverhalten erzeugt, so ist der Knick im Schädigungsverlauf weniger stark ausgeprägt. Bereits bei Skalierungswerten von  $\delta = 2$  bis  $\delta = 3$  stellt sich der erwartete, dreiphasige Schädigungsverlauf wieder ein. Bei weiterer Steigerung des Skalierungswertes  $\delta$  wird der Verlauf der Arbeitslinie im Nachbruchbereich immer stärker gestreckt. Für den in Bild 7.25 dargestellten Wertebereich der Dehnungen entsteht z. B. für  $\delta = 10$  ein zu Beginn des Nachbruchbereichs vergleichsweise schwach geneigter Verlauf. Dies bedeutet, dass hier bereits unter monotoner Beanspruchung größere Zuwächse der in Schädigung dissipierten Energie zu geringen Schädigungszuwächsen führen. Dies hat wiederum zur Folge, dass der Schädigungsverlauf unter Ermüdungsbeanspruchung keinen dreiphasigen Verlauf mehr erkennen lässt. Gleichzeitig wird der berechnete Wert der Ermüdungsschädigung  $D^{fat}$  größer, da mehr Energie zur Dissipation zur Verfügung steht.

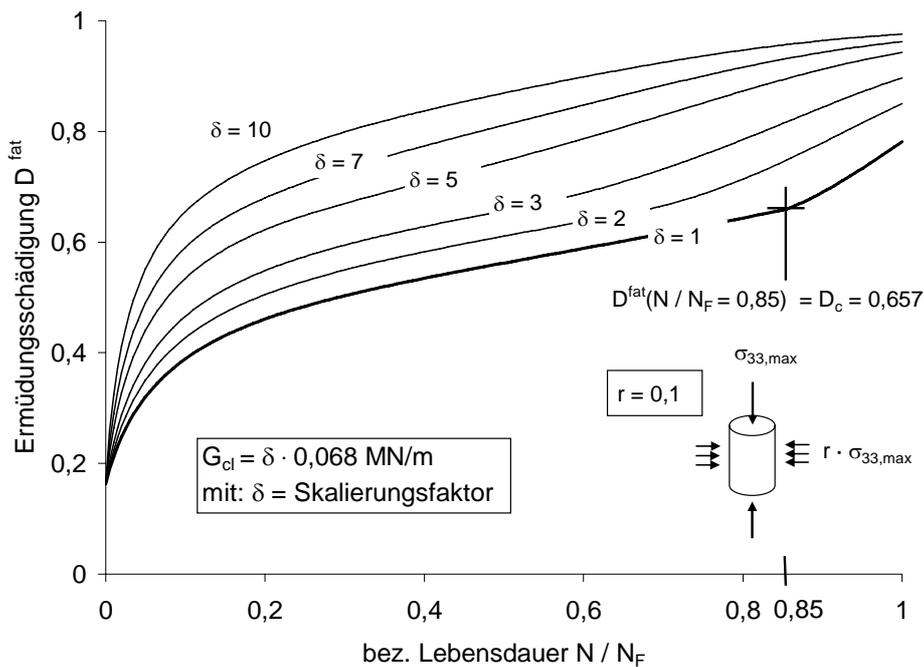


Bild 7.24: Variation der Schädigungsverläufe für unterschiedliche Werte der Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$

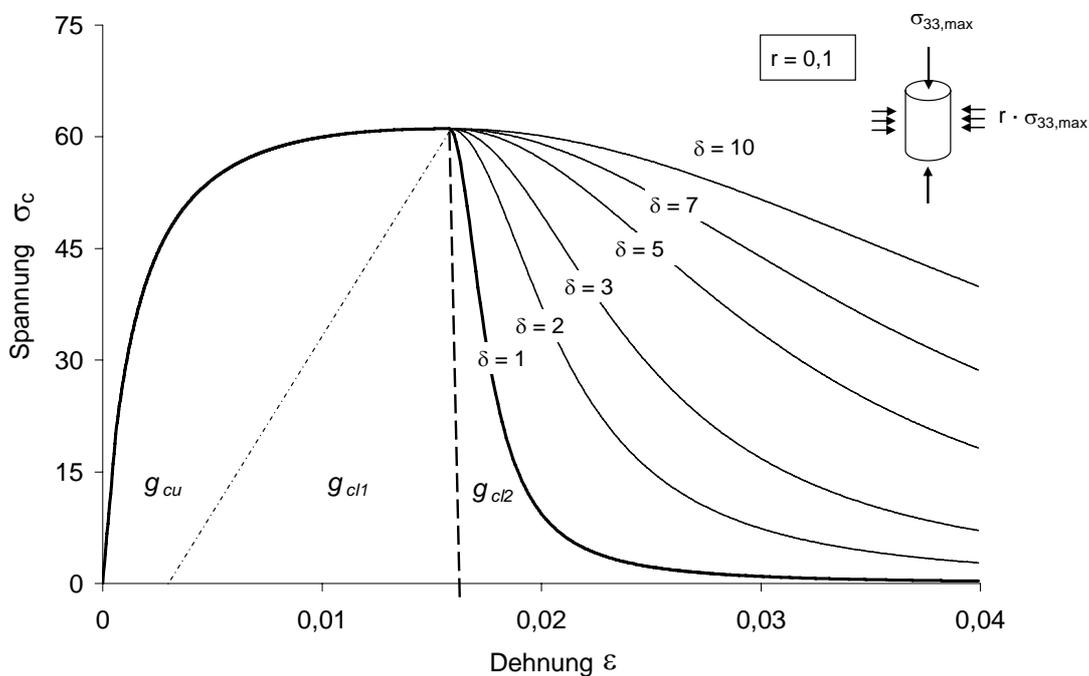


Bild 7.25: Variation des Nachbruchverhaltens in den Arbeitslinien von [Pölling -00] für unterschiedliche Werte der Zerstauchungsenergie nach Bild 7.24.

Bei den zugehörigen Verzerrungsentwicklungen in Bild 7.26 tritt weder der Knick bei kleinen Skalierungsfaktoren noch eine Änderung des dreiphasigen Verlaufes bei hohen Skalierungsfaktoren auf. Dies ist darauf zurückzuführen, dass lediglich der Endwert der Verzerrungen bzw. die Verzerrung beim Erreichen des Ermüdungsbruchs direkt über die volumenspezifische Zerstauchungsenergie berechnet wird. Die Verzerrungsevolution während des Ermüdungsprozesses wird entsprechend den modifizierten Bestimmungsgleichungen in Abschnitt 7.2.1.2 gesteuert und ist nicht unmittelbar von der Größe der Zerstauchungsenergie abhängig.

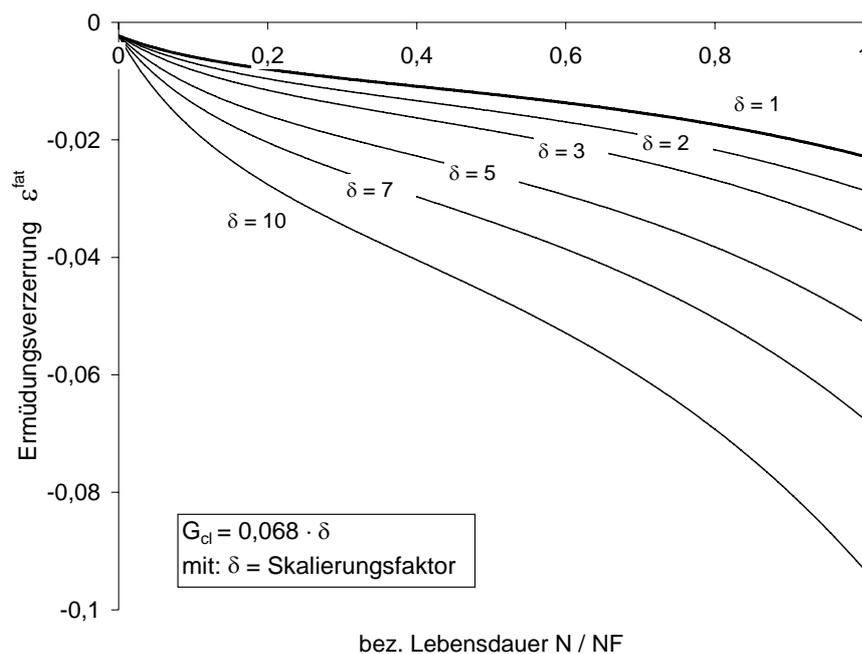


Bild 7.26: Variation der Verzerrungsverläufe für unterschiedliche Werte der Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$

Zur weiterführenden Bewertung der hier berechneten Schädigungsverläufe bei höheren Druckmeridianbeanspruchungen sind experimentelle Untersuchungsergebnisse notwendig, die jedoch bislang in der Literatur fehlen. Daher wird die Anwendung des mehraxialen Ermüdungsmodells bei Druckmeridianbeanspruchung auf Beanspruchungsverhältnisse von  $r \leq 0,05$  beschränkt. Bis zu dieser Grenze treten keine signifikanten Auffälligkeiten im Schädigungsverlauf auf. Ebenfalls zeigen die für dieses Beanspruchungsverhältnis durchgeführten Berechnungen der Verzerrungen in Bild 7.22 eine gute Übereinstimmung mit den vorliegenden Versuchsergebnissen.

Um das Ermüdungsmodell auch für höhere Druckmeridianbeanspruchungen anwendbar zu formulieren, muss in den Verlauf der monotonen Arbeitslinie von [Pölling -00] eine Restfestigkeit im Nachbruchbereich berücksichtigt werden. Diese würde einen zusätzlichen Anteil zur volumenspezifischen Zerstauchungsenergie liefern. Die zur Verfügung stehende, in Schädigung dissipierbare Energie, würde somit größer werden. Zur Bestimmung dieses Anteils ist

auch eine eindeutige Definition der Verzerrung notwendig, bei der der Versagenszustand eintritt.

Gestützt wird die These der Einbindung des Restfestigkeitsanteils in die Energiebetrachtung durch die in Abschnitt 7.3.2 aufgeführten, zweiaxialen Schädigungsuntersuchungen. Bei den zweiaxialen Beanspruchungszuständen treten im Nachbruchbereich keine bleibenden Restfestigkeiten auf. Infolgedessen werden bei den berechneten Schädigungsverläufen in Abschnitt 7.3.2 keine signifikanten Auffälligkeiten festgestellt. Die auftretenden Abweichungen im Schädigungsverlauf bei Druckmeridianbeanspruchung stellen daher nicht die energetische Betrachtungsweise des Ermüdungsprozesses unter mehraxialer Beanspruchung in Frage. Vielmehr wird die Notwendigkeit weiterführender experimenteller Untersuchungen zur Ermittlung der fehlenden Materialkennwerte, insbesondere der Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$ , offensichtlich.

### **7.3.1.2 Variation der Querbeanspruchung**

Zur Untersuchung des Einflusses von Querbeanspruchungen am Druckmeridian werden Schädigungsberechnungen für eine konstante Oberspannung mit veränderlichem Beanspruchungsverhältnis  $r \leq 0,05$  durchgeführt. Die Unterspannung wurde hierfür zu null gewählt. Die Ergebnisse sind für zwei unterschiedliche Oberspannungen in Bild 7.27 und in Bild 7.28 dargestellt.

Aus beiden Bildern ist erkennbar, dass eine zunehmende Querdruckbeanspruchung die Ermüdungslebensdauer, d.h. die erreichte Bruchschwingspielzahl, signifikant verlängert. Zugleich nimmt beim Erreichen des Ermüdungsversagens der Wert der Ermüdungsschädigung bzw. die Steifigkeitsreduktion zu. Die anwachsende Duktilität bei Querdruckbeanspruchungen führt zu größeren Werten der Ermüdungsschädigung. Werden hingegen Querzugbeanspruchungen aufgebracht, so führen diese zu einer Verringerung der aufnehmbaren Lastwechselzahlen. Gleichzeitig nimmt der Wert der Ermüdungsschädigung ab. Dies bedeutet, dass je größer die Querzugbeanspruchung ist, desto spröder verhält sich das Material während des Ermüdungsprozesses.

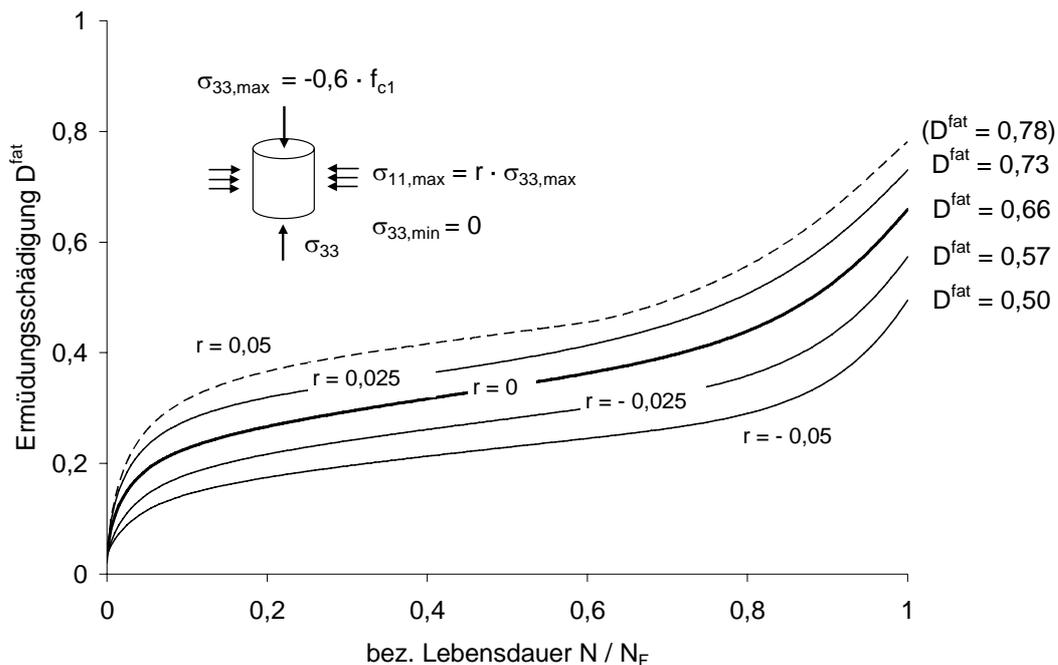


Bild 7.27: Für den Beanspruchungsbereich  $-0,05 \leq r \leq 0,05$  berechnete Verläufe der Ermüdungsschädigung bei Druckmeridianbeanspruchung.

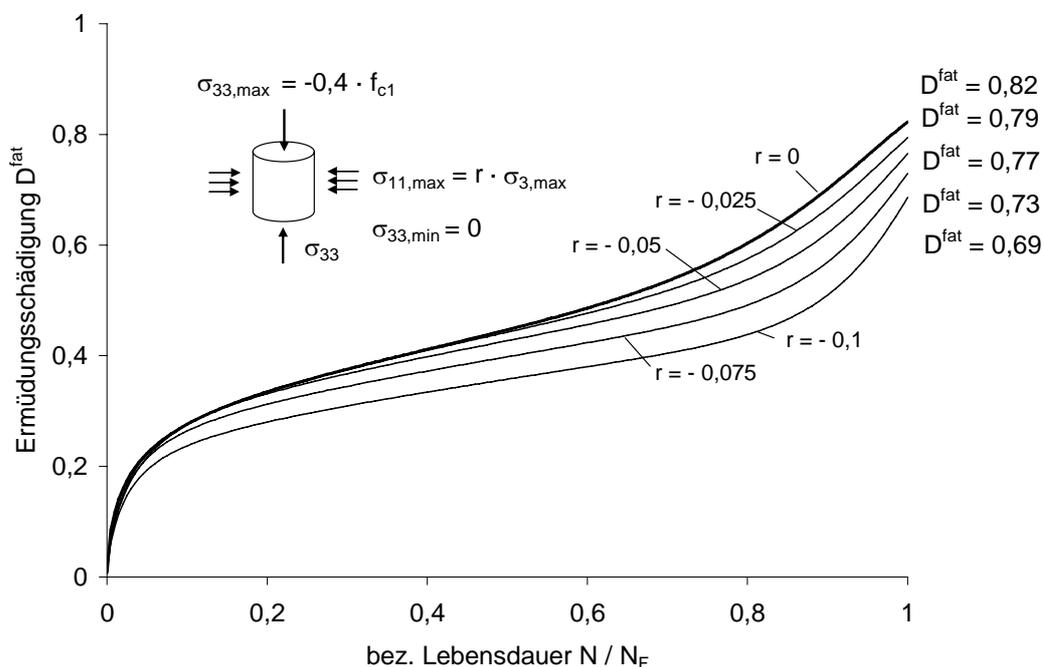


Bild 7.28: Für den Beanspruchungsbereich  $-0,1 \leq r \leq 0$  berechnete Verläufe der Ermüdungsschädigung bei Druckmeridianbeanspruchung.



Unterschiede in den Schädigungsverläufen durch veränderte Rissphasenübergangswerte sind daher vernachlässigbar. Die Abweichungen in den Schädigungsverläufen werden durch das unterschiedliche Beanspruchungsverhältnis  $r$  hervorgerufen.

Die gewählten Oberspannungen in Bild 7.30 beziehen sich auf die mehraxiale Betonfestigkeit  $f_c$  des untersuchten Beanspruchungsverhältnisses  $r$ . Diese wird nach [Willam/Warnke -75] ermittelt. Die berechneten mehraxialen Betonfestigkeitswerte sind in Tabelle 7.3 aufgeführt. Durch dieses Vorgehen erhält man jeweils gleiche auf die Festigkeit bezogene Oberspannungen für unterschiedliche Beanspruchungsverhältnisse. Aus den Verläufen in Bild 7.30 wird ersichtlich, dass trotz gleicher bezogener Oberspannungen, also gleicher Ausnutzung der Festigkeit, die Schädigungsentwicklung für  $r = 0$  und  $r = 0,025$  unterschiedlich verlaufen. Dabei fällt auf, dass die Schädigungsverläufe für  $r = 0$  bei hohen Amplituden zu geringeren Schädigungswerten als bei  $r = 0,025$  führen. Hingegen treten bei geringeren Amplituden höhere Schädigungswerte auf als bei  $r = 0,025$ . Ebenfalls unterscheiden sich die Schädigungsverläufe während des Ermüdungsprozesses deutlich von einander. Daraus folgt, dass die Verläufe der Schädigungsentwicklungen unter mehraxialer Beanspruchung nicht vereinfachend aus dem einaxialen Schädigungsprozess übernommen werden können. Vielmehr ergeben sich teilweise bedeutende Abweichungen in der Schädigungsentwicklung.

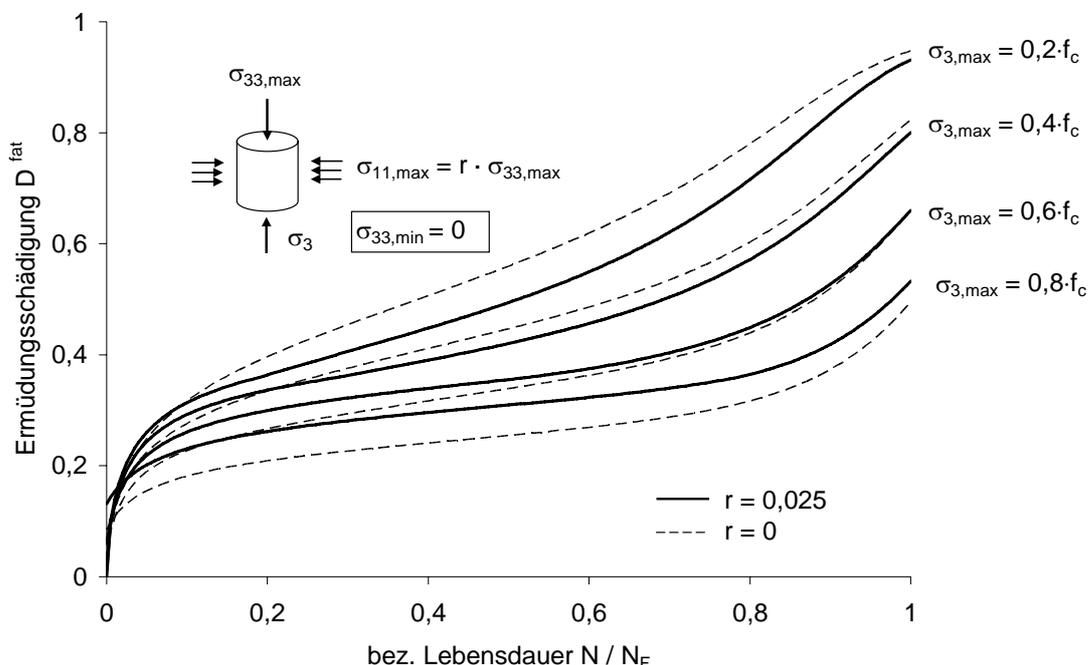


Bild 7.30: Gegenüberstellung der berechneten Schädigungsverläufe für die Beanspruchungsverhältnisse  $r = 0$  und  $r = 0,025$ .

Tabelle 7.3: Nach [Willam/Warnke -75] berechnete, mehraxiale Betonfestigkeit

$r [-]$	-0,05	-0,025	0	0,025	0,05
$f_c [MN/m^2]$	-28,65	-33,61	-40	-48,07	-57,94
$f_c =$ berechnete, mehraxiale Betonfestigkeit					

**7.3.1.4 Vergleich der Schädigungsverläufe für den Bereich  $-0,025 \leq r \leq 0,05$**

Die in Abschnitt 7.3.1.3 erläuterten Berechnungen werden nachfolgend für weitere Beanspruchungsverhältnisse durchgeführt. Die untersuchten Beanspruchungsverhältnisse  $r$  sowie die berechneten Endwerte der Ermüdungsschädigungen sind in Bild 7.31 aufgeführt. Für die berechneten mehraxialen Betonfestigkeitswerte werden die Werte in Tabelle 7.3 verwendet.

Bei einer Oberspannung von  $0,8 \cdot f_c$  fällt in Bild 7.31 auf, dass die Ermüdungsschädigung mit zunehmendem Querdruck, also höherem hydrostatischen Spannungszustand, zunimmt. Dieses Berechnungsergebnis stimmt prinzipiell mit den Versuchsergebnissen von [Taliencio/Gobbi -96] überein, bei denen die gemessene Steifigkeitsabnahme nach einer vorgegebenen Anzahl von Lastwechseln bei höherem Querdruck größer wurde, siehe Bild 3.29 in Abschnitt 3.4.4.2.

Jedoch fällt auf, dass dieser Effekt bei geringeren Oberspannungen rechnerisch abnimmt. Bereits bei  $0,6 \cdot f_c$  ist der berechnete Endwert der Ermüdungsschädigung bei  $r = -0,025$  größer als bei  $r = 0$ . Dieser Wert steigt dann aber für  $r = 0,025$  wieder an und ist schließlich bei  $r = 0,05$  wieder größer als bei  $r = 0$ , bleibt aber dennoch kleiner als bei  $r = -0,025$ . Für  $0,2 \cdot f_c$  und  $0,4 \cdot f_c$  nimmt der berechnete Wert der Ermüdungsschädigung mit größer werdendem Querdruck kontinuierlich ab. Die Zunahme des hydrostatischen Spannungszustandes führt somit bei geringeren Amplituden rechnerisch zu einer Abnahme der Ermüdungsschädigung. Diese Berechnungsergebnisse stehen damit im Widerspruch zum Materialverhalten bei hohen Amplituden.

Die Ursache für die aufgetretenen Widersprüche in Bild 7.31 liegt wiederum in der nicht ausreichend genauen Ermittlung der lokalisierten Zerstauchungsenergie im Nachbruchbereich. Bei hohen Amplituden liegt die berechnete Ermüdungsschädigung in der Größe von  $D_c$  aus monotoner Beanspruchung, siehe Gl. (4.57) in Abschnitt 4.3.2.5.1. In diesen Bereichen ist der Fehler, der in der Berechnung durch die Annahmen im lokalisierten Nachbruchbereich entsteht, nicht von großer Bedeutung. Es wird daher davon ausgegangen, dass das Materialverhalten prinzipiell richtig beschrieben wird und der geringfügige Fehler vernachlässigbare Auswirkungen auf die Berechnungsergebnisse hat.

Bei geringen Amplituden ist der berechnete Endwert der Ermüdungsschädigung größer als  $D_c$ , da vergleichsweise mehr Energie in Schädigung dissipiert wird. Die Genauigkeit der ermittelten, lokalisierten Zerstauchungsenergie ist dann von entscheidender Bedeutung für die Güte der Berechnungsergebnisse.

Eine zutreffende, mechanische Beschreibung der monotonen Arbeitslinien im Nachbruchbereich beim Auftreten von Restfestigkeiten ist daher notwendige Voraussetzung für eine genaue Schädigungsberechnung.

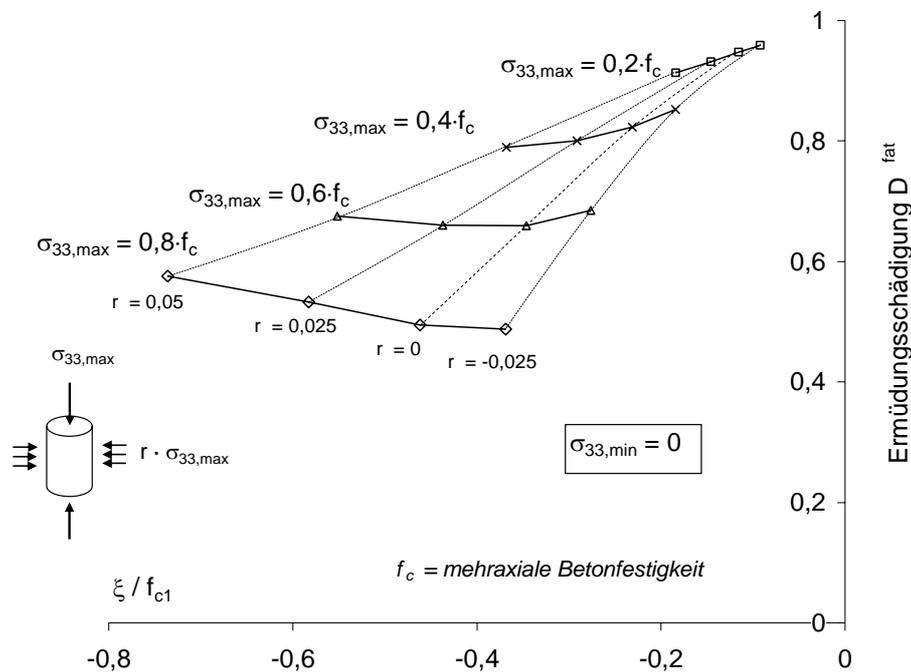


Bild 7.31: Berechnete Endwerte der Ermüdungsschädigungen bei Druckmeridianbeanspruchungen mit auf die mehraxiale Betonfestigkeit bezogenen Ober- und Querspannungen in Abhängigkeit des hydrostatischen Spannungszustandes.

### 7.3.2 Schädigungsentwicklung unter zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung

Analog zu den Untersuchungen am Druckmeridian in Abschnitt 7.3.1.2 und Kapitel 7.3.1.3 werden für zweiaxiale Ermüdungsbeanspruchungen Schädigungsberechnungen durchgeführt. Hierbei wird zunächst der Einfluss einer variierenden Querdrukbeanspruchung bei einer konstanten Oberspannung auf die Ermüdungslebensdauer untersucht. Anschließend wird das Beanspruchungsverhältnis konstant gehalten und die auf die mehraxiale Festigkeit bezogene Oberspannung variiert.

#### 7.3.2.1 Variation der Querdrukbeanspruchung

Die Ergebnisse der Schädigungsuntersuchungen für konstante Oberspannungen bei unterschiedlichen Querbeanspruchungen sind in Bild 7.32 und Bild 7.33 zusammengefasst. Es ist ersichtlich, dass die Beanspruchungsverhältnisse  $\alpha = 0,2$  und  $\alpha = 0,5$  zu den größten Ermüdungsschädigungen bei dem Erreichen des Wöhlerversagens führen. Vorhandene Querdrukbeanspruchungen führen hingegen bei  $\alpha = -0,05$  und  $\alpha = -0,1$  zu einer deutlich geringeren Ermüdungsschädigung bzw. Steifigkeitsdegradation. Daraus folgt, dass in Be-

tonkonstruktionen unter zweiachialer Ermüdungsbeanspruchung die Möglichkeit zur Spannungumlagerung im Ermüdungsprozess durch Querdruck erhöht und durch Querkzug verringert wird.

Der Einfluss des Beanspruchungsverhältnisses auf die resultierende Ermüdungsfestigkeit wird ebenfalls durch die in Tabelle 7.4 angegebenen Bruchschwingspielzahlen für die in Bild 7.32 untersuchten zweiachialen Ermüdungsbeanspruchungen deutlich. Die Bruchschwingspielzahlen sind gegenüber dem einaxialen Fall je nach Beanspruchungsverhältnis erheblich größer oder signifikant niedriger. Besonders deutlich wird, dass bereits eine geringe Querkzugbeanspruchung die resultierende Bruchschwingspielzahl erheblich reduziert.

Tabelle 7.4: Bruchschwingspielzahlen für die in Bild 7.32 aufgeführten Schädigungsverläufe

$\alpha$ [-]	-0,05	0	0,2	0,5	1,0
$N_F$	678	63.242	6.622.165	15.885.468	618.017
$N_F(\alpha)/N_F(\alpha=0)$	0,01	1,0	104,7	251,2	9,8

$\sigma_{22,max} = 0,6 \cdot f_{c1}$ ;  $\sigma_{22,min} = 0$   
 $N_F =$  Bruchschwingspielzahl in Abhängigkeit des Beanspruchungsverhältnisses  $\alpha$

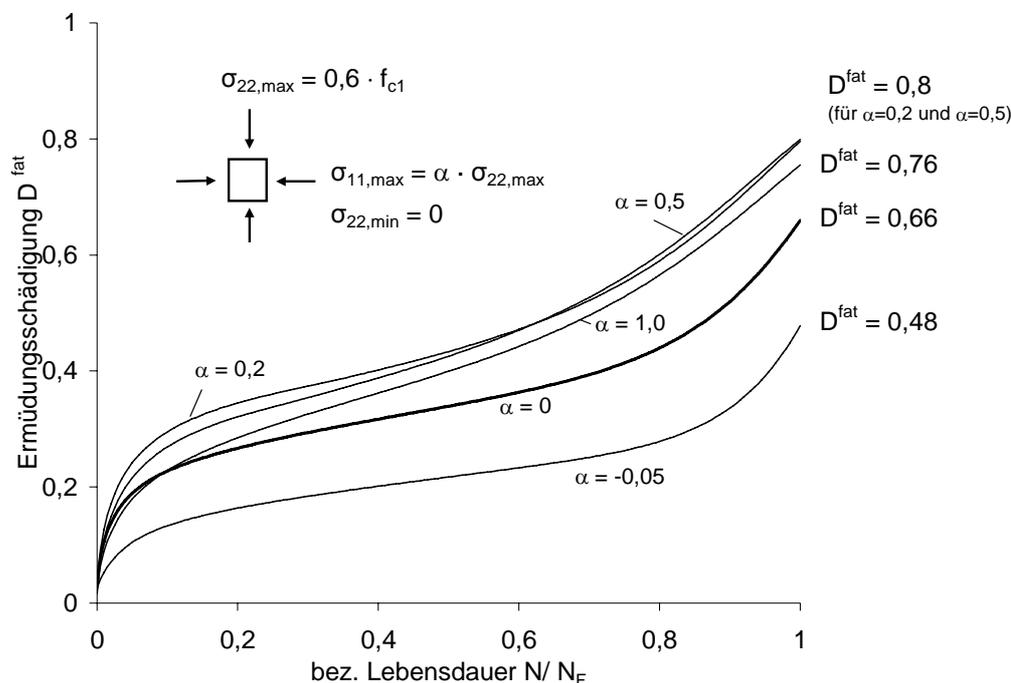


Bild 7.32: Vergleich der Schädigungsentwicklungen für  $\sigma_{22,max} = 0,6 \cdot f_{c1}$  und Variation der Querbeanspruchung  $\alpha$ , dargestellt für  $-0,05 \leq \alpha \leq 1,0$ .

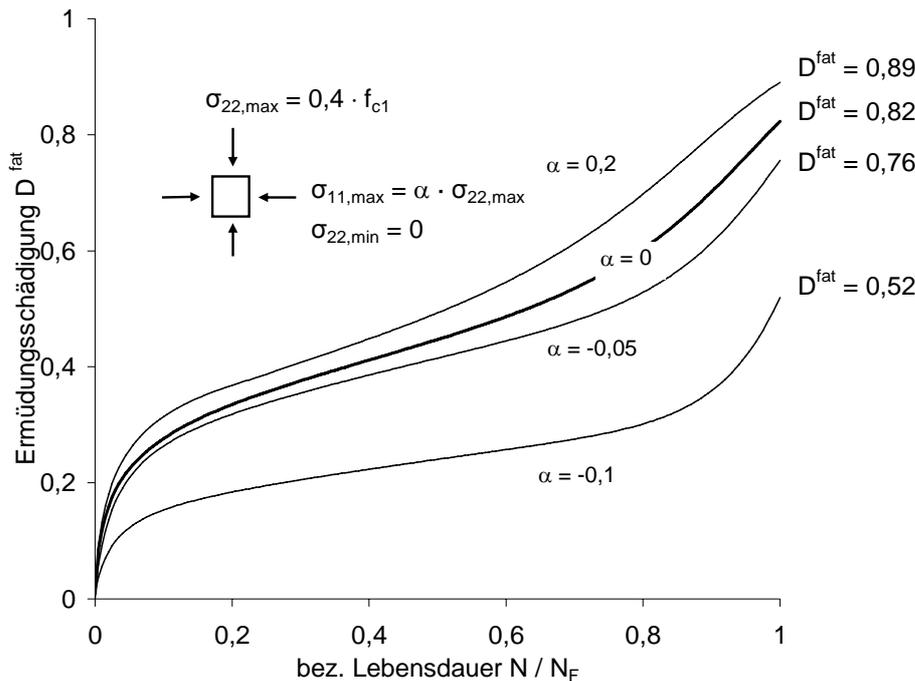


Bild 7.33: Vergleich der Schädigungsentwicklungen für  $\sigma_{22,\text{max}} = 0,4 \cdot f_{c1}$  und Variation der Querbeanspruchung  $\alpha$ , dargestellt für  $-0,1 \leq \alpha \leq 0,2$ .

### 7.3.2.2 Variation des Beanspruchungsverhältnisses $\alpha$

Zur Untersuchung des Einflusses des Beanspruchungsverhältnisses  $\alpha$  auf die Ermüdungsschädigung werden analog zu Kapitel 7.3.1.3, die Schädigungsverläufe für  $\alpha = 0,2$  und  $\alpha = 1$  mit denen unter einaxialer Beanspruchung ( $\alpha = 0$ ) verglichen. Es werden jeweils gleiche auf die vom Beanspruchungsverhältnis abhängige, zweiaxiale Festigkeit bezogene Oberspannungen untersucht. Die mehraxiale Festigkeit wird nach [Willam/Warnke -75] ermittelt. Die Ergebnisse sind in Bild 7.42 und Bild 7.43 zusammengestellt.

Aus den Ergebnissen geht hervor, dass die Ermüdungsschädigungen bei vorhandenem Querdruck für alle untersuchten Oberspannungen gegenüber den einaxialen Verläufen abweichen und beim Eintreten des Wöhlerversagens nur geringfügig größer sind. Die resultierenden Schädigungsverläufe und Endwerte der Ermüdungsschädigung sind von den vorhandenen Beanspruchungsverhältnissen abhängig. Mechanisch widersprüchliche Verläufe, wie sie in Kapitel 7.3.1.1 bei höheren Druckmeridianbeanspruchungen ermittelt wurden, sind nicht erkennbar. Dies ist im Wesentlichen darauf zurückzuführen, dass bei zweiaxialen Beanspruchungen keine Restfestigkeiten im Nachbruchbereich auftreten. Die zweiaxialen Berechnungsergebnisse bestätigen damit noch mal indirekt, dass ein unzureichend erfasster lokalisierter Energieanteil  $g_{cl2}$  die Schädigungsberechnungen erheblich beeinträchtigen und verfälschen kann, vgl. Kapitel 7.3.1.4. Für den zweiaxialen Fall führt der erweiterte, energetische Schädigungsansatz für mehraxiale Beanspruchungen zu plausiblen und nachvollziehbaren Berechnungsergebnissen.

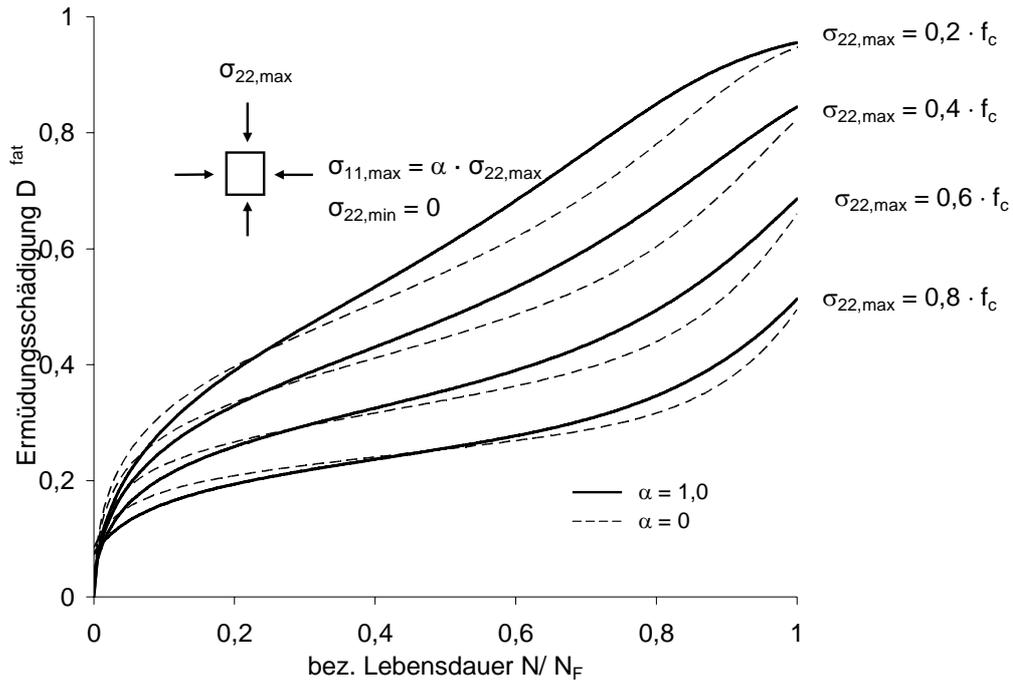


Bild 7.34: Vergleich der berechneten Schädigungsverläufe für  $\alpha = 0$  und  $\alpha = 1,0$

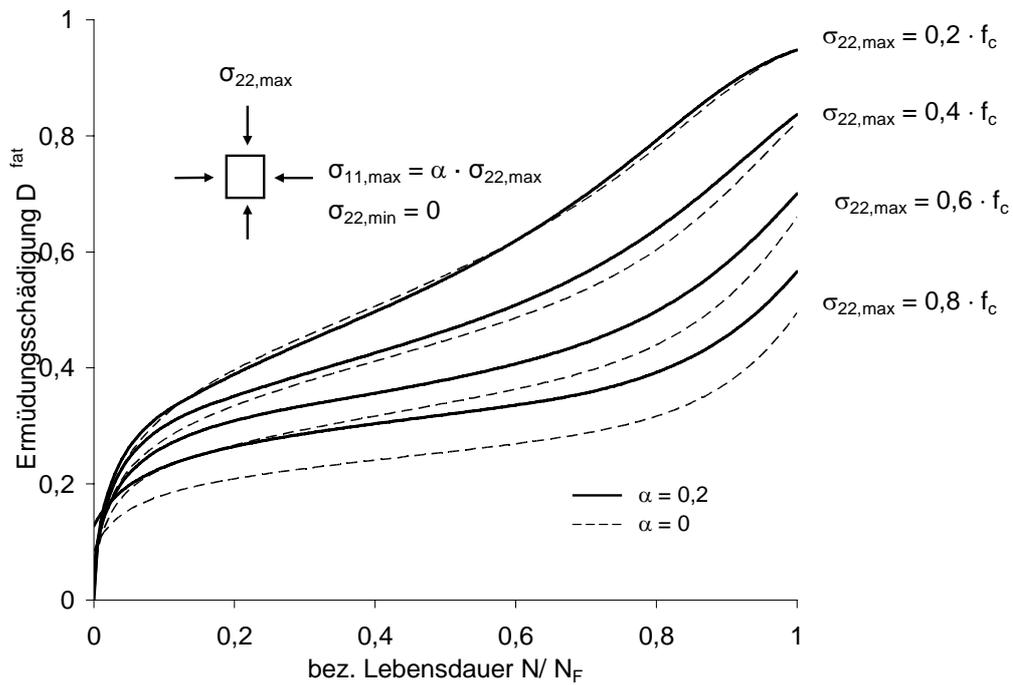


Bild 7.35: Vergleich der berechneten Schädigungsverläufe für  $\alpha = 0$  und  $\alpha = 0,2$

### 7.3.3 Bewertung des für mehraxiale Ermüdungsbeanspruchungen erweiterten Schädigungsmodells

Die durchgeführten Verzerrungsberechnungen ergeben eine gute Übereinstimmung mit den dargestellten Versuchsergebnissen. Die vorgenommenen Erweiterungen der Bestimmungsgleichungen für die Verzerrungsverläufe führen für die hier untersuchten Beanspruchungsverhältnisse, siehe Bild 7.1 und Bild 7.2 zu plausiblen Ergebnissen.

Für die Berechnung von Ermüdungsschädigungen bei mehraxialer Beanspruchung ist die Ermittlung der volumenspezifischen Zerstauchungsenergie für die Genauigkeit der Ergebnisse von entscheidender Bedeutung. Diese muss daher für mehraxiale Beanspruchungen, bei denen eine Restfestigkeit im Nachbruchbereich verbleibt, genau ermittelt werden. Hierzu stehen aber derzeit noch keine experimentellen Versuchsergebnisse zur Verfügung. Bei Druckmeridianbeanspruchungen wird daher der Anwendungsbereich des erweiterten Ermüdungsmodell auf Beanspruchungsverhältnisse von  $r \leq 0,05$  beschränkt.

Bei zweiaxialen Ermüdungsbeanspruchungen sind keine mechanischen Widersprüche für die untersuchten Beanspruchungsbereiche, siehe Bild 7.2, aufgetreten. Die berechneten Schädigungen weisen nachvollziehbare und ebenfalls plausible Verläufe auf. Für diese Bereiche sind keine weiteren Einschränkungen erforderlich.

Das auf mehraxiale Beanspruchungsverhältnisse erweiterte energetische Ermüdungsmodell kann daher insgesamt als sehr geeignet für Schädigungsrechnungen bewertet werden.

Die energetische Betrachtungsweise des Ermüdungsprozesses, wie sie von [Pfanner -02] für einaxiale Ermüdungsbeanspruchungen mit konstanter Amplitude eingeführt wurde, ermöglicht auch für mehraxiale Beanspruchungen den gesamten Ermüdungsprozess mechanisch beschreiben und die eintretenden Steifigkeitsdegradationen im Material erfassen zu können. Eine Anwendung auf Beanspruchungsverhältnisse außerhalb der in Bild 7.1 und Bild 7.2 dargestellten Bereiche scheint grundsätzlich möglich zu sein. Hierzu ist aber die genaue Kenntnis der maßgeblichen Materialeigenschaften erforderlich.

## 7.4 Schädigungsberechnungen für mehrstufige Ermüdungsbeanspruchungen unter Berücksichtigung von mehraxialen Beanspruchungszuständen

Für Schädigungsberechnungen unter mehrstufiger und gleichzeitig mehraxialer Beanspruchung werden die in dieser Arbeit erweiterten Ansätze des energetischen Ermüdungsmodells von [Pfanner -02] aus Abschnitt 6.2 und Kapitel 7.2 zusammengeführt.

Hierbei werden zunächst die Materialkennwerte für den einaxialen Beanspruchungsfall nach Kapitel 7.2 für das vorhandene, mehraxiale Beanspruchungsverhältnis  $r$  bzw.  $\alpha$  modifiziert bzw. erweitert. Anschließend werden diese veränderten Materialkennwerte im Berechnungsablauf für mehrstufige Ermüdungsbeanspruchungen nach Abschnitt 6.2.5 angesetzt, siehe Bild 6.4. Während der Berechnung des mehrstufigen Ermüdungsprozesses bleiben die Materialkennwerte unverändert. Diese Vorgehensweise setzt implizit voraus, dass auch das Beanspruchungsverhältnis während des mehrstufigen Ermüdungsprozesses konstant bleibt und demzufolge eine proportionale Lastgeschichte vorliegt. Ein Amplitudenwechsel innerhalb der mehrstufigen Berechnung bedingt daher auch immer eine Änderung der Querbeanspruchung.

Zwar ließen sich bei nicht proportionalen Lastgeschichten rechnerisch auch aktualisierte Materialkennwerte für veränderte Beanspruchungsverhältnisse ermitteln und in den Berechnungsablauf einbinden, jedoch müssten diese in Abhängigkeit der bisherigen Beanspruchungsgeschichte bestimmt werden. Angaben hierzu, wie sich z. B. eine zunächst vorhandene Querkzugbeanspruchung gefolgt von einer anschließenden Querdruckbeanspruchung auf den Schädigungsprozess in Hauptbeanspruchungsrichtung auswirkt, sind bisher nicht bekannt. Daher werden keine nichtproportionalen Lastgeschichten mit dem erweiterten Schädigungsmodell untersucht.

Zur Verdeutlichung des Einflusses mehraxialer Beanspruchungsverhältnisse auf den Ermüdungsprozess werden nachfolgend dreistufige Ermüdungslastgeschichten mit steigender und fallender Amplitude untersucht. Ausgehend von der einaxialen Beanspruchung ( $\alpha = 0$ ) werden anschließend zwei-axiale Beanspruchungsverhältnisse mit Querdruck ( $\alpha = 0,2$ ) und Querkzug ( $\alpha = -0,05$ ) untersucht. Darauf folgend wird ein Beanspruchungsverhältnis auf dem Druckmeridian mit rotationssymmetrischem Querdruck ( $r = 0,05$ ) ausgewertet.

Die Amplituden der einzelnen Laststufen bleiben innerhalb einer steigenden oder fallenden Belastungsreihenfolge konstant. Nur das Beanspruchungsverhältnis wird variiert. Sofern möglich, bleiben auch die Schwingenspielzahlen der einzelnen Laststufen unverändert. Nach Erreichen der vorgegebenen Schwingenspielzahl der dritten Laststufe, wird für diese Amplitude die Schädigungsbe-

rechnung bis zum Erreichen der Bruchschwingspielzahl fortgeführt. Die Lastgeschichten mit aufsteigender Amplitude sowie die berechneten Schädigungswerte am Ende jeder Laststufe sind in Tabelle 7.5 aufgeführt. Die Werte für Belastungsreihenfolgen mit fallender Amplitude sind in Tabelle 7.6 enthalten.

Der Einfluss unterschiedlicher Beanspruchungsverhältnisse auf den resultierenden Ermüdungsprozess wird einerseits durch veränderte Schädigungsverläufe und andererseits durch die stark abweichenden Bruchschwingspielzahlen deutlich.

Die Ergebnisse der mehrstufigen Schädigungsberechnungen unter einaxialer und zweiaxialer Beanspruchung sind für die Belastungsreihenfolge mit steigender Amplitude in Bild 7.36 und Bild 7.37 und für die Belastungsreihenfolge mit fallender Amplitude in Bild 7.38 und Bild 7.39 dargestellt. Die Ergebnisse der Ermüdungsbeanspruchungen am Druckmeridian sind in Bild 7.40 und Bild 7.41 aufgeführt. Der Einfluss der gewählten, mehrstufigen Lastgeschichte fällt nur noch sehr gering aus.

Beim Vergleich der aufgeführten Schädigungsverläufe aus mehraxialer Beanspruchung mit denen aus einaxialer Ermüdungsbeanspruchung tritt der Einfluss der unterschiedlichen Beanspruchungsverhältnisse auf den resultierenden Ermüdungsprozess deutlich hervor.

Insbesondere Querdruckbeanspruchungen führen zu einer signifikanten Vergrößerung der Ermüdungsfestigkeit und der aufnehmbaren Schwingspielzahl gegenüber einaxialer Beanspruchung. Im Gegensatz dazu führen geringe Querkzugbeanspruchungen zu einer rapiden Abnahme der Ermüdungsfestigkeit von Beton. Die Anzahl der Schwingspiele bis zum Eintreten des Ermüdungsversagens ist bei Querkzugbeanspruchungen erheblich geringer als beim einaxialen Beanspruchungsfall.

*Tabelle 7.5: Schwingspielzahlen und berechnete Ermüdungsschädigungen für eine dreistufige Ermüdungslastgeschichte mit steigender Amplitude und unterschiedlichen, mehraxialen Beanspruchungsverhältnissen.*

	<i>Laststufe i</i>	1	2	3	$N_F$
	$S_{max1,i} / S_{min1,i}$	0,6 / 0,05	0,65 / 0,05	0,7 / 0,05	
$\alpha = 0$	$\Delta N_i$	20.000	8.000	2.995	30.995
	$D^{fat}(\Sigma \Delta N_i \text{ bzw. } N_F)$	0,25	0,31	0,56	0,56
$\alpha = 0,2$	$\Delta N_i$	20.000	8.000	3.000	644.390
	$D^{fat}(\Sigma \Delta N_i \text{ bzw. } N_F)$	0,04	0,07	0,1	0,73
$\alpha = -0,05$	$\Delta N_i$	10	50	10	73
	$D^{fat}(\Sigma \Delta N_i \text{ bzw. } N_F)$	0,05	0,16	0,23	0,34
$r = 0,05$	$\Delta N_i$	20.000	8.000	3.000	13.480.459
	$D^{fat}(\Sigma \Delta N_i \text{ bzw. } N_F)$	0,02	0,03	0,04	0,73

$S_{max1,i} / S_{min1,i}$  = Auf die einaxiale Druckfestigkeit  $f_{c1}$  bezogene Ober- / Unterspannung in Hauptbeanspruchungsrichtung,  $\sigma_{33}$  nach Bild 7.1 bzw.  $\sigma_{22}$  nach Bild 7.2  
 $\alpha$  = biaxiales Beanspruchungsverhältnis nach Bild 7.2  
 $r$  = Beanspruchungsverhältnis am Druckmeridian nach Bild 7.1  
 $\Delta N_i$  = Lastwechselzahl der Laststufe  $i$   
 $N_F$  = Bruchschwingspielzahl der dreistufigen Lastgeschichte unter der Annahme, dass Laststufe 3 bis zum Eintreten des Ermüdungsversagens fortgeführt wird.  
 $D^{fat}(\Sigma \Delta N_i \text{ bzw. } N_F)$  = Berechnete Ermüdungsschädigung beim Erreichen von  $\Sigma \Delta N_i$  bzw.  $N_F$

*Tabelle 7.6: Schwingspielzahlen und berechnete Ermüdungsschädigungen für eine dreistufige Ermüdungslastgeschichte mit fallender Amplitude und unterschiedlichen, mehraxialen Beanspruchungsverhältnissen.*

	<i>Laststufe i</i>	1	2	3	$N_F$
	$S_{max1,i} / S_{min1,i}$	0,7 / 0,05	0,65 / 0,05	0,6 / 0,05	
$\alpha = 0$	$\Delta N_i$	3.000	8.000	20.000	81.597
	$D^{fat}(\Sigma \Delta N_i \text{ bzw. } N_F)$	0,28	0,33	0,37	0,66
$\alpha = 0,2$	$\Delta N_i$	3.000	8.000	20.000	24.998.081
	$D^{fat}(\Sigma \Delta N_i \text{ bzw. } N_F)$	0,09	0,11	0,12	0,79
$\alpha = -0,05$	$\Delta N_i$	10	20	100	922
	$D^{fat}(\Sigma \Delta N_i \text{ bzw. } N_F)$	0,15	0,19	0,24	0,47
$r = 0,05$	$\Delta N_i$	3.000	8.000	20.000	$2,28 \cdot 10^9$
	$D^{fat}(\Sigma \Delta N_i \text{ bzw. } N_F)$	0,0427	0,0437	0,0439	0,77

Bezeichnung nach Angaben in Tabelle 7.5

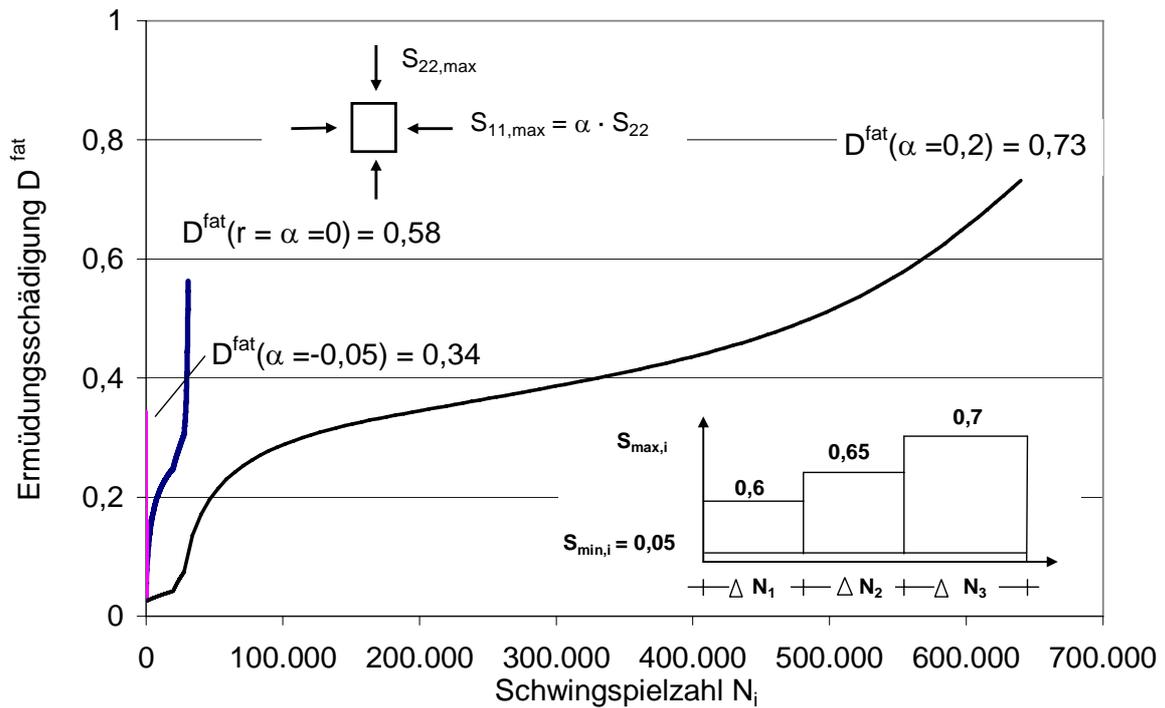


Bild 7.36: Berechnete Schädigungsverläufe für eine dreistufige, mehraxiale Ermüdungslastgeschichte mit steigender Amplitude und unterschiedlichen, zweiaxialen Beanspruchungsverhältnissen  $\alpha$ .

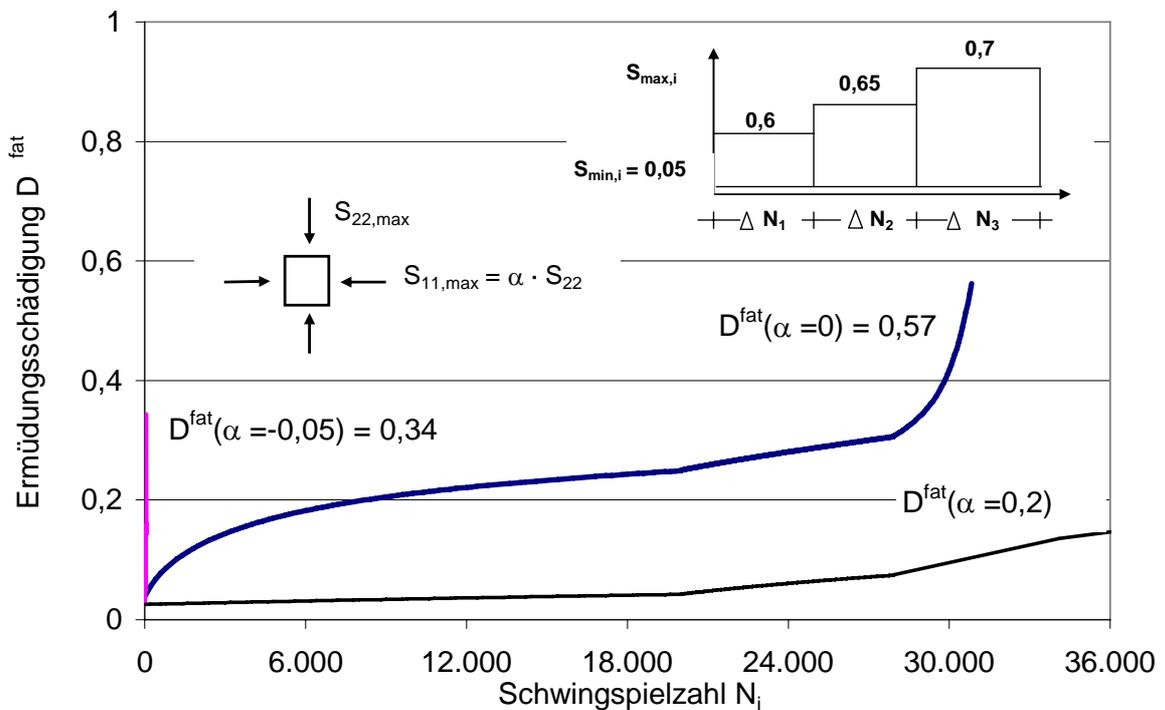


Bild 7.37: Ausschnitt der Schädigungsverläufe aus Bild 7.36

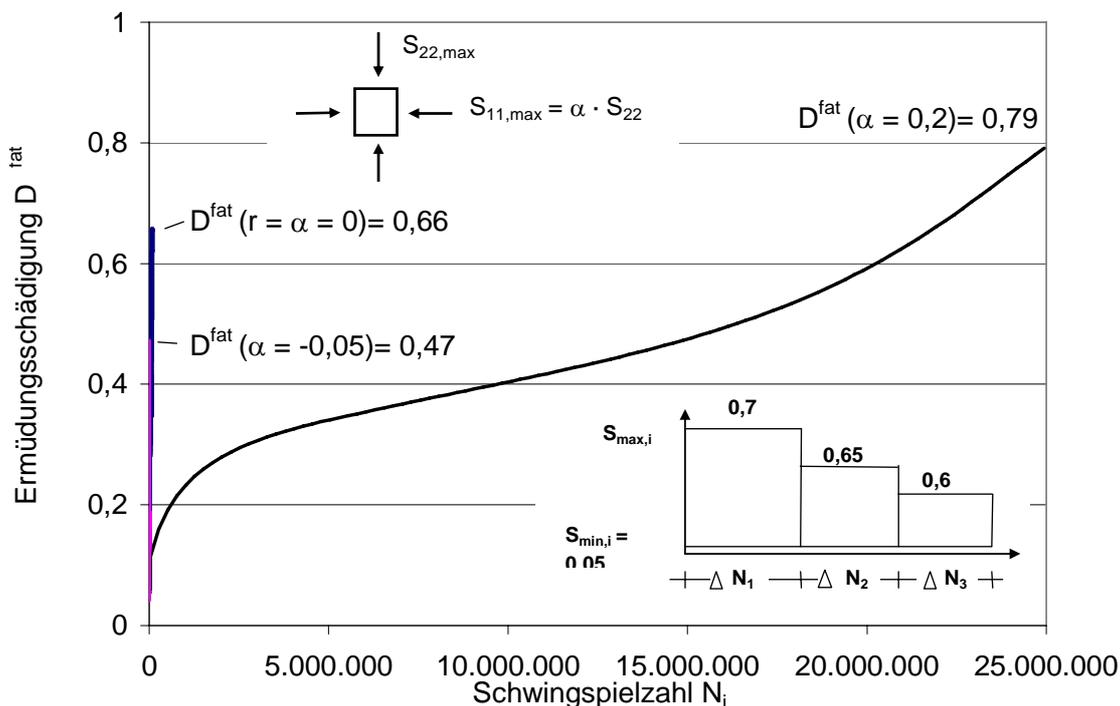


Bild 7.38: Berechnete Schädigungsverläufe für eine dreistufige, mehraxiale Ermüdungslastgeschichte mit fallender Amplitude und unterschiedlichen, zwi-axialen Beanspruchungsverhältnissen  $\alpha$ .

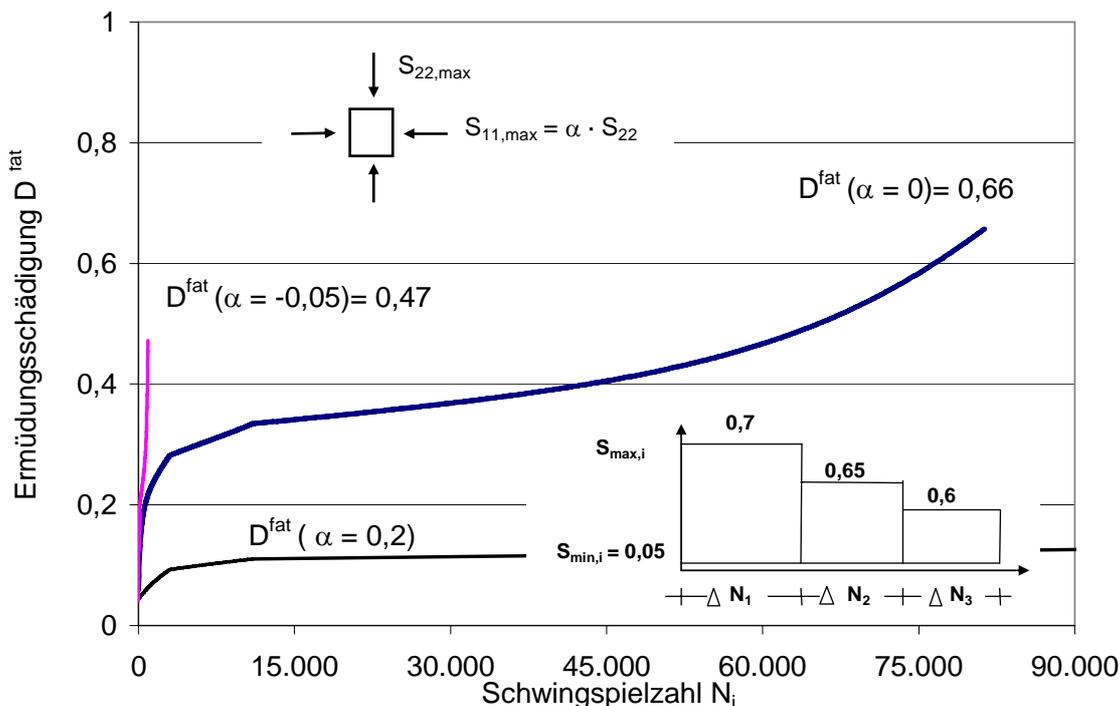


Bild 7.39: Ausschnitt der Schädigungsverläufe aus Bild 7.36

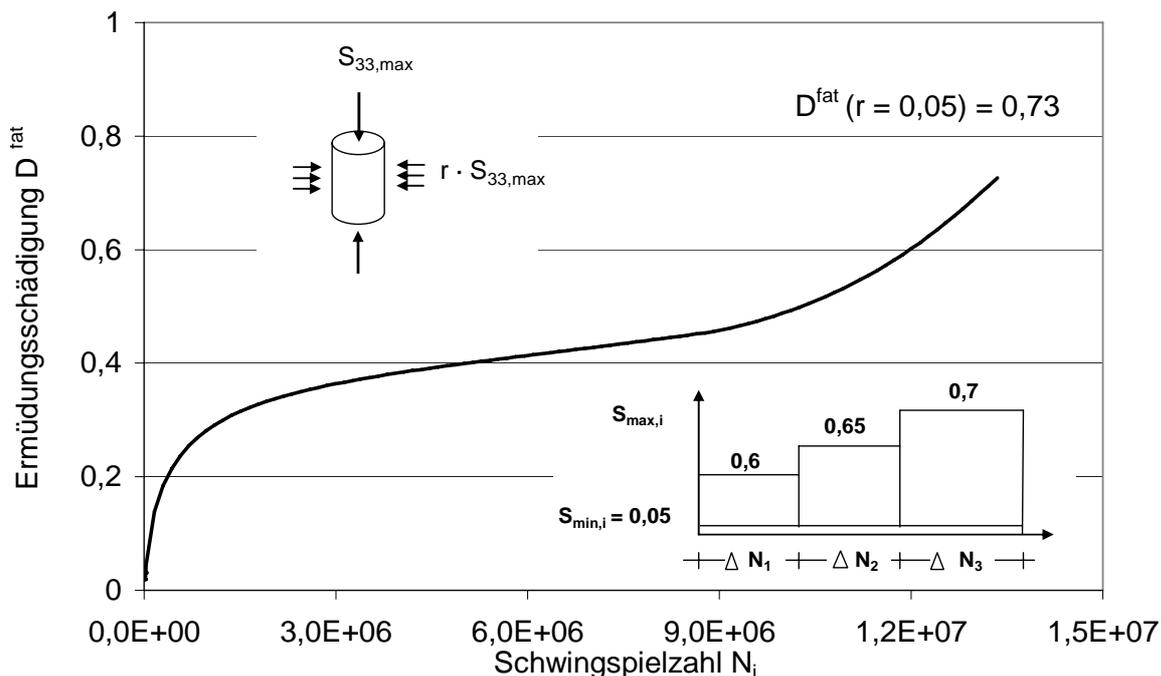


Bild 7.40: Berechnete Schädigungsverläufe für eine dreistufige, mehraxiale Ermüdungslastgeschichte mit steigender Amplitude und einem Beanspruchungsverhältnissen  $r = 0,05$ .

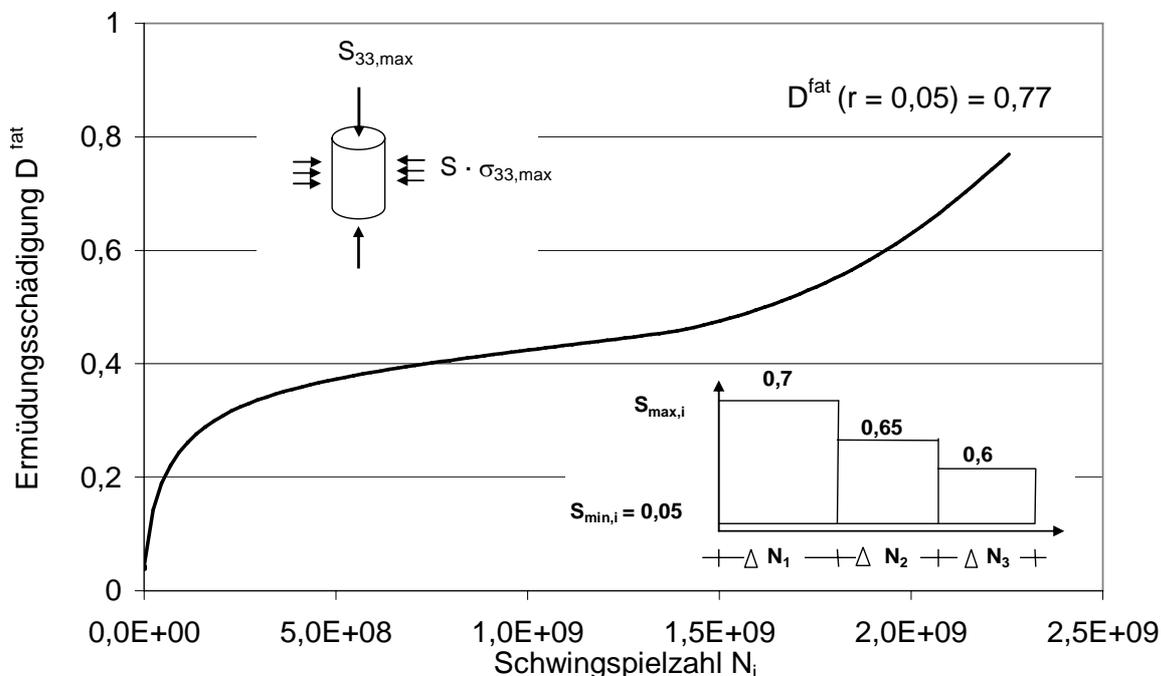


Bild 7.41: Berechnete Schädigungsverläufe für eine dreistufige, mehraxiale Ermüdungslastgeschichte mit fallender Amplitude und einem Beanspruchungsverhältnis  $r = 0,05$ .

## 7.5 Bemessungsvorschlag bei mehraxialer Ermüdung

### 7.5.1 Erweitertes, energetisches Schädigungsmodell

Für genauere Ermüdungsuntersuchungen unter mehrstufiger und mehraxialer Beanspruchung wird die Anwendung des erweiterten, energetischen Schädigungsmodells empfohlen, siehe Kapitel 6 und Kapitel 7. Der nichtlineare Schädigungsprozess kann mit diesem Schädigungsmodell sehr gut erfasst werden.

Die Anwendung setzt dabei die iterative Ermittlung des im Ermüdungsprozess in Schädigung dissipierten Energieanteils aus der monotonen Arbeitslinie voraus. Dies kann jedoch nur programmgestützt durchgeführt werden.

Zudem ist die Kenntnis der Materialparameter notwendig, wie z. B. die volumenspezifische Zerstauchungsenergie.

Das erweiterte energetische Schädigungsmodell wird im Rahmen einer Bemessung im Grenzzustand der Ermüdung nach DIN 1045-1 bzw. des Model Code 90 im Kapitel 9 ausgewertet.

Soll der Einfluss von mehraxialen Ermüdungsbeanspruchungen durch die lineare Akkumulationshypothese abgeschätzt werden, reicht es aus, die Bruchschwingspielzahlen nach Abschnitt 7.2.2.2 zu ermitteln und die einzelnen Schädigungsanteile nach der Palmgren-Miner Hypothese, siehe Abschnitt 4.3.1 auszuwerten.

### 7.5.2 Vorgehen bei der Bemessung auf Basis der linearen Akkumulationshypothese

Wird für eine Ermüdungsbemessung in Hauptbeanspruchungsrichtung näherungsweise der Verlauf der Wöhlerlinien wie für einaxiale Druckschwellbeanspruchungen vorausgesetzt, so können die Bruchschwingspielzahlen mit Gl. (5.7) bis Gl. (5.13) nach Abschnitt 5.3.2 ermittelt werden. Dabei sind jedoch die vorhandenen Spannungen auf die mehraxiale Betonfestigkeit zu beziehen. Diese ist jeweils für das vorhandene Beanspruchungsverhältnis zu bestimmen und kann z. B. nach [Willam/Warnke -75], siehe Kapitel 4.2.1.2, ermittelt werden.

Für die praktische Anwendung kann alternativ die mehraxiale Festigkeit durch eine modifizierte, einaxiale Betondruckfestigkeit ausgedrückt werden. Hierfür werden in Abschnitt 7.5.2.1 und Abschnitt 7.5.2.2 Modifikationsfaktoren  $\lambda_{c2}$  bzw.  $\lambda_{c3}$  ermittelt und in Diagrammen aufbereitet. Die Modifikationsfaktoren werden direkt in die Gleichungen zur Auswertung der Wöhlerlinien eingebunden. Die Bruchschwingspielzahlen können dann mit den Eingangswerten nach Gl.(7.30) bestimmt werden.

$$S_{cd,min} = \gamma_{sd} \cdot \lambda_{c2 \text{ bzw. } c3}(N, \alpha \text{ bzw. } r) \cdot \sigma_{c,min} \cdot \eta_c / f_{cd,fat} \quad (7.30)$$

$$S_{cd,max} = \gamma_{sd} \cdot \lambda_{c2 \text{ bzw. } c3}(N, \alpha \text{ bzw. } r) \cdot \sigma_{c,max} \cdot \eta_c / f_{cd,fat}$$

Mit:

$S_{cd,min}$  bzw.  $S_{cd,max}$  = Auf die einaxiale Druckfestigkeit bezogene minimale und maximale Druckschwellbeanspruchung in Hauptbeanspruchungsrichtung

$\lambda_{c2}(N, \alpha)$  = Modifikationsfaktor bei zweiaxialer Beanspruchung

$\lambda_{c3}(N, r)$  = Modifikationsfaktor bei Druckmeridianbeanspruchungen

$N$  = vorhandene Schwingspielzahl

$r, \alpha$  = Beanspruchungsverhältnis nach Bild 7.1 und Bild 7.2

(Alle weiteren Bezeichnungen wie in Abschnitt 5.3.1 beschrieben)

Die vorhandenen Spannungen in Hauptbeanspruchungsrichtung werden auf die einaxiale Druckfestigkeit bezogen. Der Einfluss des mehraxialen Beanspruchungszustands wird allein durch die Modifikationsfaktoren berücksichtigt. Durch die Einführung der Modifikationsfaktoren ist es nunmehr möglich, eine vergleichsweise aufwendigere, direkte Berechnung der mehraxialen Betonfestigkeit zu umgehen.

### 7.5.2.1 Herleitung von Modifikationsfaktoren $\lambda_{c3}(N,r)$ für Ermüdungsbeanspruchungen am Druckmeridian

#### 7.5.2.1.1 Vergleich der Betonfestigkeiten unter einaxialer und mehraxialer Beanspruchung

Unter der Annahme, dass bei Ermüdungsbeanspruchungen am Druckmeridian die qualitativen Verläufe der Wöhlerlinien für einaxiale Druckschwellbeanspruchung herangezogen werden können, kann der Modifikationsfaktor  $\lambda_{c3}(N,r)$  direkt aus dem Vergleich der Betonfestigkeiten unter einaxialer Betonfestigkeit  $f_{c1}$  und mehraxialer Betonfestigkeit  $f_c(\xi, \rho, \theta)$  ermittelt werden. Dies wird für die bezogene Oberspannung  $S_{c33,max}$  und der Schwingspielzahl  $N = 1$  gezeigt und gilt gleichermaßen auch für höhere Schwingspielzahlen.

Für die Werte der bezogenen Oberspannung in axialer Richtung  $S_{c33,max}$  am Druckmeridian gilt demnach als Ausgangsgleichung Gl. (7.31):

$$S_{c33,max} = \frac{\sigma_{c33,max}^{fat} (r = 0)}{f_{c1}} = \frac{\sigma_{c33,max}^{fat} (r \neq 0)}{f_c(\xi, \rho, \theta)} \quad (7.31)$$

Aus Gl. (7.31) folgt Gl. (7.32):

$$\sigma_{c33,max}^{fat} (r \neq 0) = \sigma_{c33,max}^{fat} (r = 0) \cdot \frac{f_c(\xi, \rho, \theta)}{f_{c1}} \quad (7.32)$$

Der Modifikationsfaktor  $\lambda_{c3}$  wird definiert zu:

$$\lambda_{c3} = \frac{f_{c1}}{f_c(\xi, \rho, \theta)}. \quad (7.33)$$

Der Modifikationsfaktor  $\lambda_{c3}$  ist damit vom mehraxialen Beanspruchungszustand  $\xi$ ,  $\rho$  und  $\theta$  abhängig, der bei Druckmeridianbeanspruchungen durch das Beanspruchungsverhältnis  $r$  ausgedrückt werden kann, siehe Bild 7.1. Das Einsetzen von Gl. (7.33) in Gl. (7.32) führt schließlich zu:

$$\sigma_{c33,max}^{fat}(r=0) = \lambda_{c3}(r) \cdot \sigma_{c33,max}^{fat}(r). \quad (7.34)$$

Die Gl. (7.34) sagt aus, dass die axiale Oberspannung unter Druckmeridianbeanspruchung durch den Modifikationsfaktor  $\lambda_{c3}(r)$  auf den einaxialen Druckbeanspruchungszustand zurückgeführt werden kann. D.h., für die Berechnung der Bruchschwingspielzahl bei mehraxialer Druckmeridianbeanspruchung müssen allein die Axialspannungen (Ober- und Unterspannung) und ein vom Beanspruchungsverhältnis  $r$  abhängiger Modifikationsfaktor  $\lambda_{c3}(r)$  bekannt sein. Dies bedeutet, dass die mehraxiale Ermüdungsfestigkeit im Rahmen eines Ermüdungsnachweises auf Basis der linearen Akkumulationshypothese durch die Verwendung von Gl. (7.30) direkt aus den einaxialen Wöhlerlinien für Druckschwellbeanspruchung nach Kapitel 5.3.2 ermittelt werden kann.

#### 7.5.2.1.2 Bestimmung des Modifikationsfaktors $\lambda_{c3}(N, r)$ aus der Versagenshypothese nach [Willam/Warnke -75]

Die Modifikationsfaktoren  $\lambda_{c3}(N, r)$  können wie folgt ermittelt werden. Aus der Fließbedingung nach [Willam/Warnke -75] in Gl. (4.2) ergibt sich:

$$\rho/f_{c1} = \sqrt{5} \cdot r(\xi, \theta_{INT}) \quad (7.35)$$

Dabei wird der Versagensverlauf auf dem Druckmeridian ( $\theta_{INT} = 60^\circ$ ) durch die Parabel nach Gl. (4.4) beschreiben. Durch das Einsetzen von Gl. (4.4) in Gl. (7.35) folgt:

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \rho/f_{c1} = b_0 + b_1 \cdot \xi/f_{c1} + b_2 \cdot \left(\xi/f_{c1}\right)^2. \quad (7.36)$$

Mit Gl. (7.37) kann bei Druckmeridianbeanspruchung die in Haigh-Westergaard Koordinaten beschriebene bezogene Spannung  $\rho/f_{c1}$  durch die bezogene Hauptspannung  $\sigma_{c33,max}^{fat}(r)/f_{c1}$  und  $r$  ausgedrückt werden:

$$\rho/f_{c1} = \sqrt{\frac{2}{3}} (1-r) \cdot \frac{\sigma_{c33,max}^{fat}(r)}{f_{c1}}. \quad (7.37)$$

Gleichsetzen von Gl. (7.36) und Gl. (7.37) führt auf folgende quadratische Gleichung:

$$0 = \frac{3 \cdot b_0}{b_2 \cdot (2 \cdot r + 1)^2} + \frac{b_1 \cdot \sqrt{3} \cdot (2 \cdot r + 1) + 3 \cdot \sqrt{\frac{2}{15}} (1 - r) \cdot \sigma_{c33,max}^{fat}(r)}{b_2 \cdot (2 \cdot r + 1)^2} \cdot \frac{\sigma_{c33,max}^{fat}(r)}{f_{c1}} + \left( \frac{\sigma_{c33,max}^{fat}(r)}{f_{c1}} \right)^2 \tag{7.38}$$

Mit den Werten aus Gl. (4.11) können die Parameter der Parabelgleichung  $b_0$ ,  $b_1$  und  $b_2$  in Gl. (4.7) für  $N = 1$  bestimmt und anschließend in Abhängigkeit von  $r$  die Spannung  $\sigma_{c33,max}^{fat}(r)$  aus Gl. (7.38) berechnet werden.

Für Schwingenspielzahlen  $N > 1$  ist Gl. (7.17) zur Bestimmung der Parameter für die Parabelgleichungen und zur Lösung von Gl. (7.38) anzuwenden. Der Modifikationsfaktor  $\lambda_{c3}(N, r)$  wird dadurch abhängig von der Schwingenspielzahl  $N$  und als Reziprokwert von  $\sigma_{c33,max}^{fat}(N, r) / f_{c1}$  bestimmt:

$$\lambda_{c3}(N, r) = \frac{1}{\frac{\sigma_{c33,max}^{fat}(N, r)}{f_{c1}}} = \frac{1}{S_{c33,max}(N, r)} \tag{7.39}$$

Für die praktische Anwendung werden im Anhang die Verläufe des Modifikationsfaktors  $\lambda_{c3}(N, r)$  in Abhängigkeit vom Beanspruchungsverhältnis  $r$  und der vorhandenen Schwingenspielzahl  $N$  für unterschiedliche bezogene Unterspannungen  $S_{c33,min}$  aufbereitet. Aus diesen Diagrammen kann der Modifikationsfaktor  $\lambda_{c3}(N, r)$  abgelesen und in Gl. (7.34) angewendet werden. Exemplarisch sind in Bild 7.42 die Verläufe für  $S_{c33,min} = 0$  dargestellt.

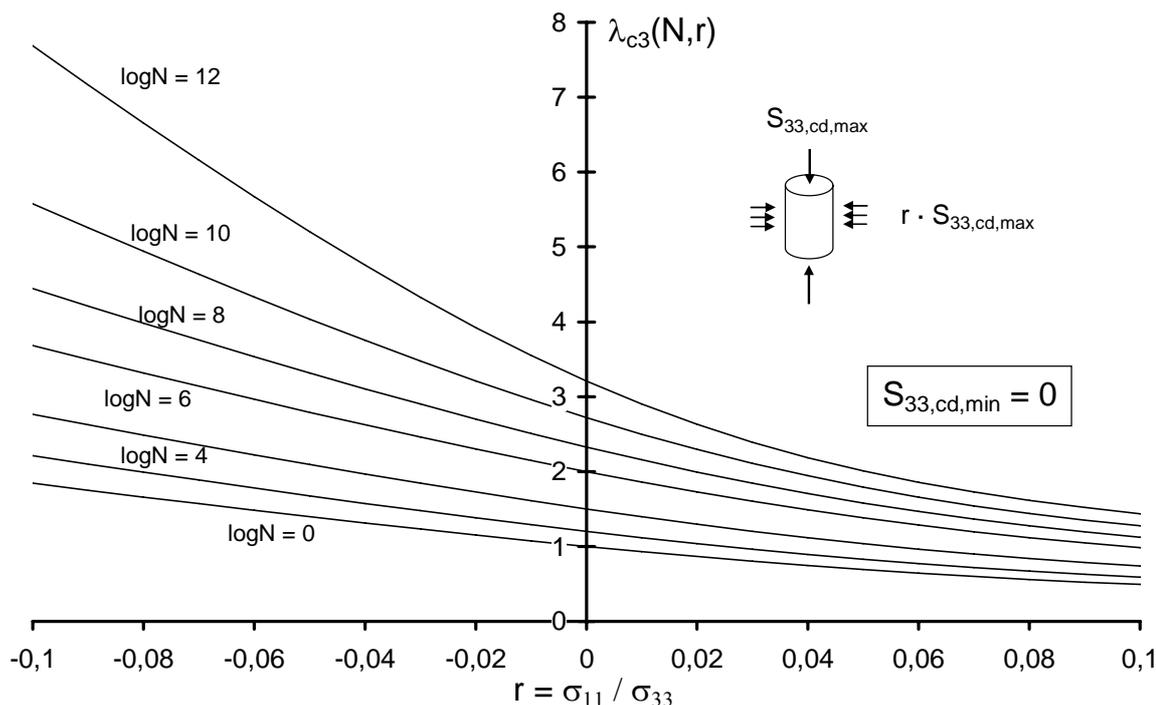


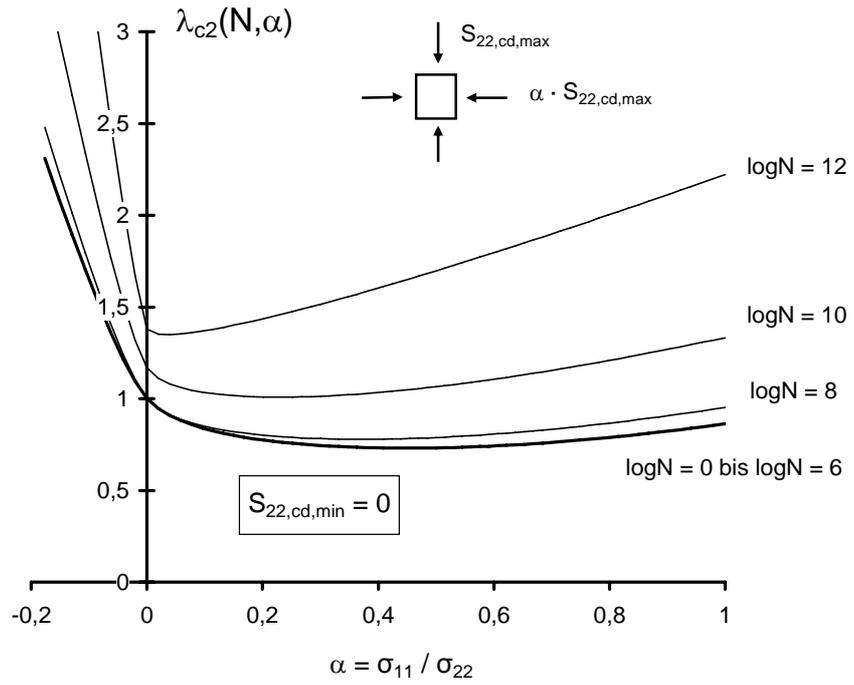
Bild 7.42: Modifikationsfaktor  $\lambda_{c3}(N,r)$  bei Druckmeridianbeanspruchung für die bezogene Unterspannung  $S_{33,cd,min} = 0$ .

### 7.5.2.2 Herleitung von Modifikationsfaktoren $\lambda_{c2}(N,\alpha)$ für zweiaxiale Ermüdungsbeanspruchung

Bei zweiaxialen Ermüdungsbeanspruchungen können für Gl. (7.30) ebenfalls Modifikationsfaktoren bestimmt werden. Diese werden nach Gl.(7.40) direkt aus den in Abschnitt 7.2.2.3.3 ermittelten Versagenskurven für zweiaxiale Ermüdungsbeanspruchung gewonnen.

$$\lambda_{c2}(N,\alpha) = \frac{1}{\frac{\sigma_{c22,max}^{fat}(N,\alpha)}{f_{c1}}} = \frac{1}{S_{c22,max}(N,\alpha)} \tag{7.40}$$

Beispielhaft sind in Bild 7.43 die Verläufe von  $\lambda_{c2}(N,\alpha)$  für  $S_{c22,min} = 0$  dargestellt. Für die praktische Anwendung werden im Anhang die Verläufe in Abhängigkeit vom Beanspruchungsverhältnis  $\alpha$  und von der vorhandenen Schwingspielzahl  $N$  für unterschiedliche bezogene Unterspannungen  $S_{c22,min}$  aufbereitet.



*Bild 7.43: Modifikationsfaktor  $\lambda_{c2}(N, \alpha)$  bei zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung für die bezogene Unterspannung  $S_{22,cd,min} = 0$ .*

## 8. Adaption des Schädigungsalgorithmus an eine finite Element - Programm

### 8.1 Einleitung

Zur Durchführung numerischer Schädigungsuntersuchungen wird das in Kapitel 6 für mehrstufige Ermüdungsbeanspruchungen erweitertes Schädigungsmodell durch einen externen Schädigungsalgorithmus an das vom FEM-Programm ABAQUS verwendete elasto-plastische Materialgesetz für Beton adaptiert.

Hierbei bleiben zunächst die Einflüsse aus mehraxialen Spannungszuständen unberücksichtigt. Dies liegt darin begründet, dass durch die Ermüdungsschädigungen Spannungsumlagerungen im FE-Modell auftreten, die zu nichtproportionalen Lastgeschichten an den einzelnen Integrationspunkten der Elemente führen. Mit dem für mehraxiale Beanspruchungen erweiterten Ermüdungsmodell können jedoch nur proportionale Lastgeschichten untersucht werden, siehe Kapitel 7.

Eingangs werden zunächst die besonderen Eigenschaften des hier verwendeten elasto-plastischen Materialgesetzes vorgestellt. Zur Erläuterung der Grundlagen sei dabei auf Abschnitt 4.2.3 hingewiesen. Anschließend wird das gewählte Vorgehen zur Berücksichtigung von Ermüdungsschädigungen innerhalb einer FE - Berechnung vorgestellt. Darauf folgend wird die numerische Schädigungssimulation an einem Stab- und einem Scheibenmodell vorgeführt. Abschließend wird an einem Scheibenmodell die Umsetzung von proportionalen, zwei axialen Spannungszuständen innerhalb einer numerischen Schädigungsanalyse aufgezeigt.

### 8.2 Nichtlineare Strukturanalysen mit dem finiten Elemente - Programm ABAQUS<sup>®</sup>

Auf ein FE – Modell werden äußere Kräfte oder Verschiebungen aufgebracht. Die allgemeine Bewegungsgleichung, welche die Forderung nach Gleichgewicht der inneren und äußeren Kräfte beschreibt, ist in Gl.(8.1) aufgeführt.

$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [C] \cdot \{\dot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{F(t)\} \quad (8.1)$$

Wird das Tragverhalten einer Struktur durch die Massenträgheitskräfte sowie den Rückstellkräften infolge Dämpfung nur unwesentlich beeinflusst, so können diese Anteile bei der Lösung der Bewegungsgleichung vernachlässigt werden. Das Gleichungssystem lautet dann:

$$[K] \cdot \{u\} = \{F\}. \quad (8.2)$$

Dabei sind in  $[K]$  die Koeffizienten des Gleichungssystems als Steifigkeitsmatrix zusammengefasst. Die Knotenverschiebungsgrößen sind in dem Knotenverschiebungsvektor  $\{u\}$  enthalten. Aus ihnen werden die inneren Kräfte ermittelt. Die äußeren Kräfte der Belastungen sind in dem Lastvektor  $\{F\}$  zusammengestellt. Die gesuchte Knotenverschiebung  $\{u\}$  ergibt sich aus der Lösung des Gleichungssystems in Gl. (8.2).

Bei linearen Berechnungen sind die Verformungen und die sich daraus ergebenden Spannungen proportional zur äußeren Last, d. h. Gl. (8.2) kann direkt gelöst werden. Im nichtlinearen Fall kann das Gleichungssystem nicht direkt gelöst werden, da die Steifigkeitsmatrix von den Verschiebungen abhängig ist. Hieraus entsteht die Notwendigkeit einer inkrementellen Lastaufbringung.

Inkreme sind Berechnungsabschnitte bzw. Zeitschritte der FE-Berechnung. Die vom Anwender eingegebene Belastung wird nicht vollständig in einem Inkrement aufgebracht, sondern von Inkrement zu Inkrement linear gesteigert (Lastinkremente). Der Gleichgewichtszustand zwischen äußeren und inneren Kräften muss dabei für jedes Lastinkrement iterativ ermittelt werden. Die Lösung des Gleichungssystems wird abhängig von der Belastungs- und Verformungsgeschichte.

ABAQUS verwendet zur Gleichgewichtssiteration das Newton-Raphson-Verfahren. Dieses stellt in jedem Iterationsschritt die Tangentensteifigkeitsmatrix neu auf, was sehr rechenintensiv ist, aber zu einer quadratischen Konvergenz führt, so dass oft nur wenige Iterationsschritte benötigt werden.

## 8.3 Elasto-plastisches Betonmodell in ABAQUS<sup>®</sup>

### 8.3.1 Allgemeines

Das im Finite-Elemente-Programm ABAQUS<sup>®</sup> für Berechnungen mit impliziter Zeitintegration zur Verfügung gestellte elasto-plastische Materialgesetz mit kombinierter Schädigung beschreibt das Materialverhalten von Beton phänomenologisch in der Makroskala. Das Betonmodell basiert auf isotroper Plastizität mit einem nicht assoziierten Fließgesetz und einer isotropen Schädigungsformulierung.

Es ist geeignet für die Berechnung mit nahezu beliebigen Beanspruchungszuständen, bei denen typische Gleitbrüche oder Trennrisse zum Versagen führen. Zur Berechnung von Beanspruchungszuständen mit hohen hydrostatischen Drücken ( $\sigma_c \leq 4 \div 5 \cdot f_{c1}$ ), bei denen kollapsartiges Versagen der Porenstruktur mit anschließender Verfestigung auftritt, ist das Betonmodell nicht geeignet, siehe Angaben in [ABAQUS -04].

Das Betonmodell ist zur Simulation von Stahlbetonbauteilen unter monotoner und zyklischer Beanspruchung entwickelt worden. Es können aber auch unbewehrter Beton oder andere quasi-spröde Materialien, wie z.B. Fels oder Keramik berechnet werden. Das Betonmodell basiert auf dem elasto-plastischen Materialgesetz von [Lubliner et al. -89] und den Erweiterungen von [Lee/Fenves -89]. Durch die Entkoppelung der konstitutiven Beziehung von der Schädigungsformulierung ist dieses Modell besonders für die numerische Simulation geeignet, siehe Abschnitt 4.3.2.4.

### 8.3.2 Konstitutive Beziehungen

Ausgangspunkt für die nachfolgende Beschreibung des Betonmodells ist das in Tensorschreibweise dargestellte Werkstoffgesetz in Gl. (8.3):

$$\sigma = (1 - d) E_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \tag{8.3}$$

Demnach berechnet sich der Cauchy-Spannungstensor  $\sigma$  aus dem ungeschädigten elastischen Steifigkeitstensor  $E_0^{el}$ , der skalaren Schädigungsvariablen  $d$  und der Differenz zwischen dem Gesamtdehnungstensor  $\varepsilon$  und dem plastischen Dehnungstensor  $\varepsilon^{pl}$ .

Der effektive Spannungstensor  $\bar{\sigma}$  wird in Gl. (8.4) aus dem von Schädigung bereinigten Cauchy-Tensor errechnet, siehe Ausführungen in Kapitel 4.2.3.3.

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{(1 - d)} \sigma = E_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \tag{8.4}$$

Liegt keine Schädigung vor, so sind effektive und Cauchy-Spannungen identisch.

### 8.3.3 Plastizität und Schädigung

#### 8.3.3.1 Invarianten der effektiven Spannungen

Die zur Beschreibung und Steuerung der Fließfläche verwendeten plastischen Dehnungsanteile werden über die Invarianten  $\bar{p}$  und  $\bar{q}$  (= Mises Vergleichsspannungen) der effektiven Spannungen formuliert. Dazu wird der effektive Spannungstensor  $\bar{\sigma}$  additiv in den Kugeltensor und den Deviator zerlegt. Der Kugeltensor ergibt sich unter Beachtung der Einsteinschen Summationskonvention nach Gl. (8.5):

$$\bar{p} = -\frac{1}{3} \bar{\sigma}_{ii} = -\frac{1}{3} \bar{I}_1 \tag{8.5}$$

Der Spannungsdeviator ist durch die Differenz des Spannungstensors  $\bar{\sigma}$  und des Kugeltensors  $(-\bar{p} I)$  nach Gl. (8.6) definiert.

$$\bar{S} = \bar{\sigma} + \bar{p} \mathbf{I} \quad (\mathbf{I} = \text{Einheitstensor}) \quad (8.6)$$

Aus dem Deviator errechnet sich die Mises - Vergleichsspannung zu:

$$\bar{q} = \sqrt{\frac{3}{2}(\bar{S} : \bar{S})} = \sqrt{\frac{3}{2}(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})} = \sqrt{3 \cdot \bar{J}_2} \quad (8.7)$$

### 8.3.3.2 Fließfunktion

Die Fließfunktion beschreibt die Änderung der Verfestigungsfläche und basiert auf der Arbeit von [Lubliner et al. -89] sowie den Ergänzungen von [Lee/Fenves -89]. Sie ist vom Typ Drucker-Prager und besitzt einen bilinearen Verlauf, siehe Bild 8.1. Auf die Gestalt der Verfestigungsfläche kann durch eine entsprechende Parameterwahl beschränkt Einfluss genommen werden. Die Formulierung in Gl. (8.8) wird über die beiden Spannungsinvarianten der effektiven Spannungen  $\bar{p}$  und  $\bar{q}$  vorgenommen.

$$F(\bar{\sigma}_c, \tilde{\epsilon}^{pl}) = \frac{1}{1-\alpha}(\bar{q} - 3\alpha \bar{p} + \beta \langle \hat{\sigma}_{\max} \rangle) - \gamma \langle -\hat{\sigma}_{\max} \rangle - \bar{\sigma}_c(\tilde{\epsilon}_c^{pl}) = 0 \quad (8.8)$$

Mit:

$$\alpha = \frac{(\sigma_{b0} / \sigma_{c0}) - 1}{2(\sigma_{b0} / \sigma_{c0}) - 1}; \quad 0 \leq \alpha \leq 0,5$$

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c(\tilde{\epsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\tilde{\epsilon}_t^{pl})}(1-\alpha) - (1+\alpha)$$

$$\gamma = \frac{3(1-K_c)}{2K_c - 1}$$

$$\langle \hat{\sigma}_{\max} \rangle = \frac{1}{2} \cdot (|\hat{\sigma}_{\max}| + \hat{\sigma}_{\max})$$

Dabei sind:

$\hat{\sigma}_{\max}$  = maximaler Hauptspannungswert des Effektivspannungstensors

$\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$  = Verhältnis der zwei axialen zur einaxialen Druckfestigkeit

$K_c$  = Verhältnis der zweiten Spannungsinvarianten auf dem Zugmeridian zur zweiten Invarianten auf dem Druckmeridian

$\bar{\sigma}_t(\tilde{\epsilon}_t^{pl})$  = effektive Zugkohäsionsspannung nach Gl.(8.13)

$\bar{\sigma}_c(\tilde{\epsilon}_c^{pl})$  = effektive Druckkohäsionsspannung nach Gl.(8.14)

Der Parameter  $\alpha$  ist konstant. Durch ihn wird das Verhältnis der zwei axialen Druckfestigkeit zur einaxialen berücksichtigt. Das unterschiedliche Materialverhalten unter Druck- und Zugbeanspruchung wird durch die beiden dimensionslosen Parameter  $\beta$  und  $\gamma$  berücksichtigt. Durch sie kann die Gestalt der Fließ- und Verfestigungsflächen bestimmt werden. Aus Gl. (8.8) ist erkennbar, dass der konstante Hilfwert  $\gamma$  nur für Spannungszustände mit dreiaxialen Druckbelastungen ( $\hat{\sigma}_{\max} < 0$ ) einen Einfluss auf die Neigung der Fließfläche hat. Beim Auftreten von Hauptzugspannungen ( $\hat{\sigma}_{\max} > 0$ ) wird hingegen die Neigung

maßgeblich durch den Gestaltsteuerungswert  $\beta$  beeinflusst. Die sich aus der Fließfläche in Gl. (8.8) ergebenden Verläufe der Hauptmeridiane sind in Gl. (8.9) und Gl. (8.10) angegeben, [ABAQUS -04].

Für  $\hat{\sigma}_{\max} \leq 0$ :

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\gamma + 1\right)\bar{q} - (\gamma + 3\alpha)\bar{p} &= (1 - \alpha)\bar{\sigma}_c \quad (\text{Zugmeridian}) \\ \left(\frac{1}{3}\gamma + 1\right)\bar{q} - (\gamma + 3\alpha)\bar{p} &= (1 - \alpha)\bar{\sigma}_c \quad (\text{Druckmeridian}) \end{aligned} \tag{8.9}$$

Für  $\hat{\sigma}_{\max} > 0$ :

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\beta + 1\right)\bar{q} - (\beta + 3\alpha)\bar{p} &= (1 - \alpha)\bar{\sigma}_c \quad (\text{Zugmeridian}) \\ \left(\frac{1}{3}\beta + 1\right)\bar{q} - (\beta + 3\alpha)\bar{p} &= (1 - \alpha)\bar{\sigma}_c \quad (\text{Druckmeridian}) \end{aligned} \tag{8.10}$$

In Bild 8.1 sind die aus Gl. (8.9) und Gl. (8.10) ermittelten Meridianverläufe für die in [ABAQUS -04] angegebenen Voreinstellungen aufgeführt. Der bilineare Verlauf der Fließfläche ist ersichtlich. Die Neigung des Druckmeridians ändert sich bei zunehmendem hydrostatischem Druck bei dem Spannungszustand, bei dem keine Zugspannungen mehr auftreten. Dieser Spannungszustand kennzeichnet die einaxiale Druckfestigkeit. Auf dem Zugmeridian wird dieser Spannungszustand durch die zweiaxiale Druckfestigkeit markiert.

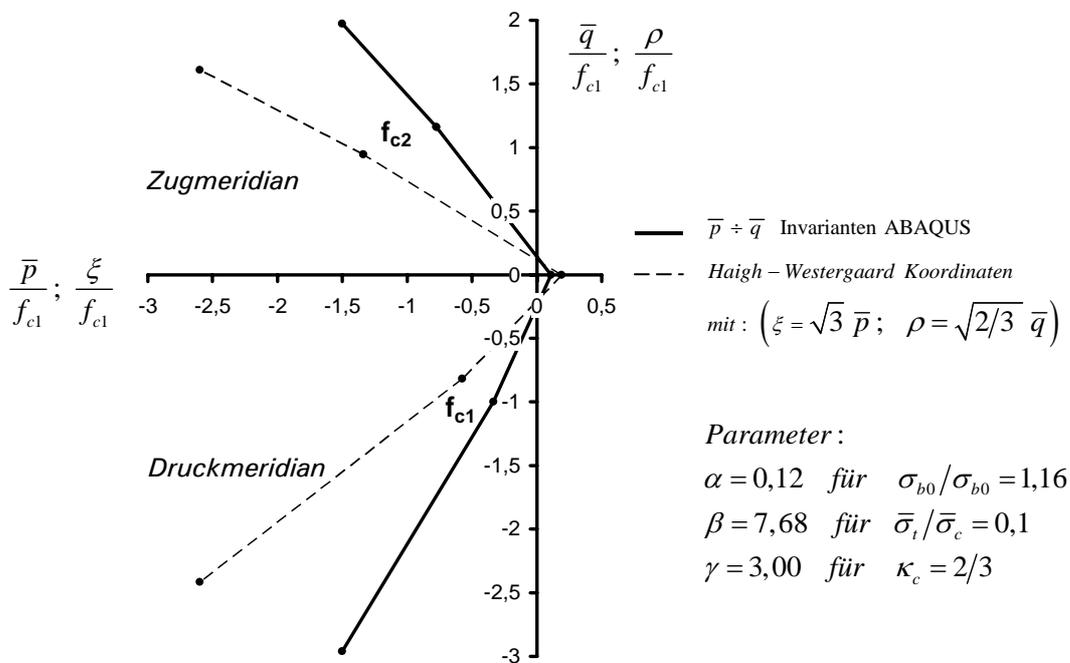


Bild 8.1: Versagensfläche im Hauptmeridianschnitt (ohne Schädigung)

Der Parameter  $K_c$  gibt das Verhältnis der zweiten Invariante  $\bar{q}$  auf dem Druckmeridian zum Zugmeridian an und liegt im Bereich  $0,5 \leq K_c \leq 1$ . Durch

den Wert  $K_c$  wird der Verlauf der Fließ- und Verfestigungsflächen in der Deviator Ebene festgelegt, siehe Bild 8.2. Für  $K_c = 1$  ergibt sich ein Deviatorkreis, für  $K_c = 0,5$  ein Dreieck. Der Beiwert  $K_c$  geht in das Betonmodell als konstanter Parameter ein und kann vom Anwender festgelegt werden. [Lee/Fenves - 89] empfehlen einen Wert von  $K_c = 2/3$ . Die Form der Deviatorschnitte ist im Betonmodell konstant und somit unabhängig vom hydrostatischen Spannungszustand.

In Bild 8.3 ist die Versagenskurve für den ebenen Spannungszustand dargestellt. Die resultierende Fließfunktion für die einzelnen Beanspruchungszustände sind ebenfalls mit aufgeführt. Für zweiachsigale Druckbeanspruchung ( $\hat{\sigma}_{max} = 0$ ) entspricht die Fließfunktion dem Drucker - Prager Kriterium nach Gl. 4.1. Der einzig mögliche Parameter zur Kalibrierung der Versagenskurve an Versuchsergebnisse ist der Parameter  $\alpha$ .

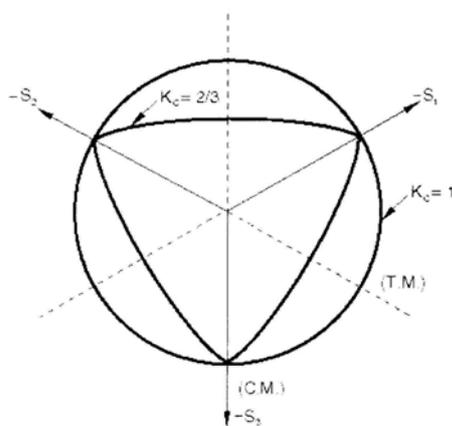


Bild 8.2: Fließflächen in Deviator-Ebene für unterschiedliche  $K_c$  – Werte, nach [ABAQUS -04]

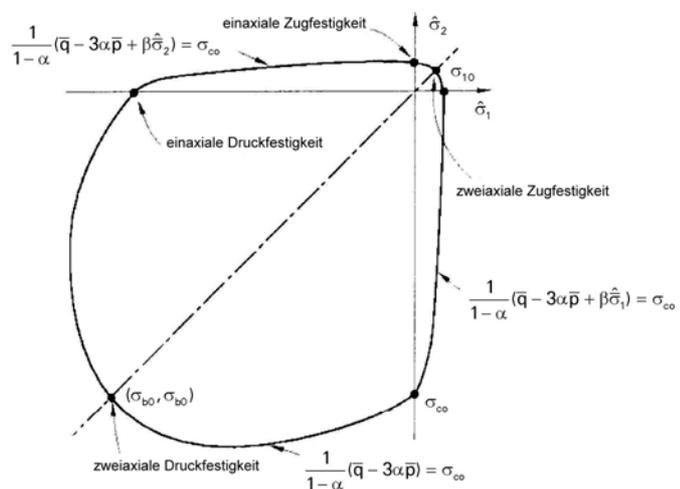


Bild 8.3: Fließfläche im ebenen Spannungszustand, nach [ABAQUS -04]

### 8.3.3.3 Fließregel bzw. Fließgesetz und plastische Potentialfunktion

Es gilt die Fließregel nach Gl. (4.24) in Abschnitt 4.2.3.2.2. Das elasto-plastische Materialgesetz geht von einem nichtassozierten Fließgesetz aus. Das heißt die plastische Potentialfunktion  $Q$  zur Bestimmung des plastischen Verzerrungszinkrementes  $d\varepsilon^p$  ist nicht identisch mit der Verfestigungsfläche  $F$ . Die plastische Potentialfunktion  $Q$  ist in Gl. (8.11) durch eine hyperbolische Funktion vom Typ Druck-Prager (bilinear) definiert:

$$Q = \sqrt{(\varepsilon \cdot \sigma_{i0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi \tag{8.11}$$

Der Dilatationswinkel  $\psi$  gibt die Steigung der Asymptote für großen hydrostatischen Druck im Meridianschnitt an. [Lubliner et al. -89] verwenden zur numerischen Verifikation einen Wert von  $\psi = 15^\circ$ . Durch den Exzentrizitätsparameter  $\varepsilon$  wird die Geschwindigkeit der asymptotischen Näherung an die lineare

Drucker-Prager Funktion gesteuert. Die Voreinstellung in [ABAQUS -04] beträgt  $\varepsilon = 0,1$  vor. Der Wert  $\sigma_{t0}$  entspricht der einaxialen Zugfestigkeit. Durch die nichtassoziierte Fließregel ist die Steifigkeitsmatrix im Regelfall nicht symmetrisch. Aus diesem Grund kann es notwendig sein, einen speziellen Lösungsalgorithmus für nichtsymmetrische Matrizen zu aktivieren.

### 8.3.3.4 Verfestigungs- und Entfestigungsgesetz

Die Steuerung der Verfestigung wird über die beiden Variablen  $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$  und  $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$  vorgenommen. Die äquivalente plastische Dehnung wird als einstufiger Vektor mit zwei Komponenten definiert. Die einzelnen Komponenten ergeben sich als Integral der äquivalenten plastischen Dehnraten über die Zeitdauer T nach Gl. (8.12).

$$\tilde{\varepsilon}^{pl} = \begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_t^{pl} \\ \tilde{\varepsilon}_c^{pl} \end{bmatrix} \quad \text{mit:} \quad \tilde{\varepsilon}_t^{pl} = \int_0^T \dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl} dt \quad \text{bzw.} \quad \tilde{\varepsilon}_c^{pl} = \int_0^T \dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl} dt \quad (8.12)$$

Die plastischen Dehnraten werden nach [Lee/Fenves -89] aus den maximalen und minimalen Eigenwerten des plastischen Dehnratentensors  $\dot{\varepsilon}^{pl}$  berechnet, siehe auch Angaben in [ABAQUS -04]. Die effektiven einaxialen Kohäsionsspannungen ergeben sich dann nach Gl. (8.13) zu:

$$\bar{\sigma}_t(\tilde{\varepsilon}_t^{pl}) = \frac{\sigma_t}{1-d_t} = E_0(\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (8.13)$$

$$\bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl}) = \frac{\sigma_c}{1-d_c} = E_0(\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}) \quad (8.14)$$

Die effektiven einaxialen Kohäsionsspannungen bestimmen die Größe der Fließfläche in Gl. (8.8) bzw. das Erreichen des Versagenszustandes. Sie können neben den äquivalenten plastischen Dehnungen auch von der Temperatur oder anderen zusätzlichen Feldvariablen abhängig sein, siehe [ABAQUS -04].

### 8.3.3.5 Viskoplastische Regularisierung

Durch Entfestigungen und Steifigkeitsreduktionen ist eine zufrieden stellende Konvergenz nicht in jedem Fall gewährleistet. Diesem Problem kann durch die Einführung einer künstlichen Viskosität begegnet werden. Sie bewirkt, dass Spannungszustände, die außerhalb der Verfestigungsflächen liegen, toleriert werden. Die viskoplastische Regularisierung wird durch den Parameter  $\mu$  gesteuert. Dieser repräsentiert die Relaxationszeit des viskoplastischen Systems. Bei Wahl eines in Relation zur Berechnungszeit t angepassten Parameters ( $t / \mu \rightarrow \infty$ ) approximiert die Lösung des viskosen Systems zu der des Ausgangssystems.

### 8.3.3.6 Spannungs-Dehnungsbeziehungen im inelastischen Bereich

Das Verhalten des Betons nach Überschreiten der Elastizitätsgrenze wird für den Zug- und Druckbereich vom Anwender getrennt vorgegeben. In Abhängigkeit von der inelastischen Dehnung  $\tilde{\varepsilon}_c^{in}$  werden die einaxialen Druckspannungen tabellarisch aufgeführt. Intern werden die inelastischen Dehnungen in plastische Dehnungen nach Gl. (8.15) und Gl. (8.16) umgewandelt.

$$\tilde{\varepsilon}_c^{in} = \varepsilon_c - \varepsilon_{0c}^{el} = \varepsilon_c - \frac{\sigma_c}{E_0} \quad (8.15)$$

$$\tilde{\varepsilon}_c^{pl} = \varepsilon_c - \varepsilon_c^{el} = \tilde{\varepsilon}_c^{in} + \varepsilon_{0c}^{el} - \varepsilon_c^{el} = \tilde{\varepsilon}_c^{in} + \frac{\sigma_c}{E_0} - \frac{1}{(1-d_c)} \frac{\sigma_c}{E_0} = \tilde{\varepsilon}_c^{in} - \frac{d_c}{(1-d_c)} \frac{\sigma_c}{E_0} \quad (8.16)$$

Die einzelnen Komponenten sind in (8.4) dargestellt.

Zur Definition des Nachbruchverhaltens im Zugbereich können die Spannungen  $\sigma_t$  über die Rissdehnung  $\tilde{\varepsilon}_t^{ck}$  angegeben werden. Die Transformationen der Dehnungen ist äquivalent zu Gl. (8.15).

$$\tilde{\varepsilon}_t^{ck} = \varepsilon_t - \varepsilon_{0t}^{el} = \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E_0} \quad (8.17)$$

$$\tilde{\varepsilon}_t^{pl} = \tilde{\varepsilon}_t^{in} - \frac{d_t}{(1-d_t)} \frac{\sigma_t}{E_0} \quad (8.18)$$

Zur Vermeidung von netzabhängigen Ergebnissen kann alternativ das Nachbruchverhalten auch über die Bruchenergie formuliert werden.

Da die in dieser Arbeit durchgeführten numerischen Untersuchungen ein Druckversagen voraussetzen, wird hier nicht näher auf das Betonmodell für Zugbeanspruchungen eingegangen und stattdessen auf [ABAQUS -04] und [Lee/Fenves -89] verwiesen.

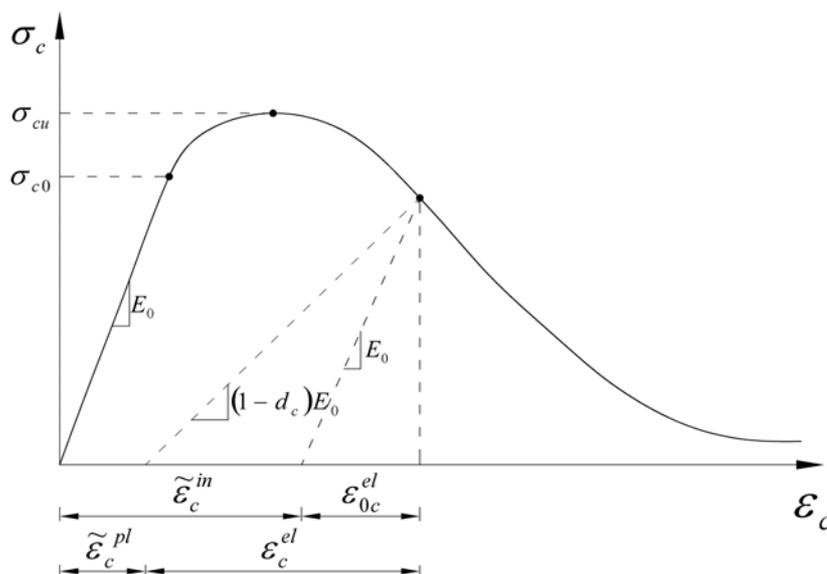


Bild 8.4: Materialgesetz für Druckbeanspruchung

### 8.3.3.7 Isotrope Schädigung

Die isotrope Schädigungsvariable  $d$  gibt den Grad der Materialschädigung in Form reduzierter elastischer Steifigkeit an. Für ungeschädigtes Material gilt  $d = 0$  und für vollkommen geschädigtes Material  $d = 1$ . Bei der Schädigung wird zwischen Druck und Zug unterschieden. Die isotrope Gesamtschädigung bildet sich aus dem Produkt in Gl. (8.19) mit den Einzelschädigungsparametern  $d_t$  für die einaxiale Zugschädigung und  $d_c$  für die einaxiale Druckschädigung:

$$(1 - d) = (1 - s_t d_c) \cdot (1 - s_c d_t) \quad (8.19)$$

Die skalaren Größen  $s_t$  und  $s_c$  steuern die Steifigkeitsveränderungen bei Spannungsumkehr, siehe [ABAQUS -04]. Eine Schädigung wird als irreparabel angenommen, das heißt die Schädigungsparameter werden nicht reduziert. Die aktuellen Werte ergeben sich aus der jeweiligen Maximalschädigung der gesamten Belastungsgeschichte. Die zulässigen Werte für  $d_t$  und  $d_c$  liegen zwischen  $0 \leq d_{t,c} \leq 1$ , wobei vollständige Schädigung ( $d > 0,99$ ) aus Konvergenzgründen vermieden werden sollte. Die Schädigungsfunktionen werden tabellarisch über die inelastischen Dehnungen aufgetragen, siehe Gl.(8.15). Weiterhin besteht die Möglichkeit, diese in Abhängigkeit von Feldvariablen, deren Werte in User-Subroutinen berechnet werden können, zu verändern.

### 8.3.4 Benchmarking

In [Lublinter et al. -89] wurde die Anwendung der plastischen Potentialfunktion aus Gl. (8.11) als nicht assoziierte Fließregel gezeigt. [Lee/Fenves -89] führen weiterhin vor, dass das von ihnen entwickelte Ver- und Entfestigungsgesetz auch für Beton unter zyklischer Beanspruchung geeignet ist und zu guten Übereinstimmungen mit den Versuchsergebnissen führt.

Die Anwendung des in ABAQUS implementierten Betonmodells wird in [Nasdala/Schröder -04] am Beispiel einer Traglastberechnung für eine Stahlbetonplatte vorgeführt. [Löhning -03] führt im Vorfeld der Arbeit von [Schröder -07] ein Benchmarking des ABAQUS - Betonmodells an Versuchen unter einaxialem Druck und Zug mit und ohne Schädigung bei mehrmaliger zyklischer bzw. wechselnder Beanspruchung durch. Weiterhin wird die berechnete zwei-axiale Versagenskurve mit den Versuchsergebnissen von [Kupfer -73] verglichen, und es werden Traglastberechnungen an einem in [Leonhardt/Walther -62] dokumentierten Stahlbetonbalken durchgeführt. An die Untersuchungen zum Betonmodell schließen sich Berechnungen zu den Schubversuchen von [Nooru-Mohamed et al -90] an. Die umfangreichen Ergebnisse aus der Arbeit von [Löhning -03] wurden dankenswerterweise zur Verfügung gestellt. Insgesamt konnte darin eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Berechnungen und den Versuchsergebnissen festgestellt werden.

## 8.4 Zur Anwendung von User – Subroutinen

Die Einbindung des erweiterten Ermüdungsmodells als externen Schädigungsalgorithmus in das Betonmodell von ABAQUS wird über die User-Subroutine USDFLD.for vorgenommen. User-Subroutinen bieten in ABAQUS u. a. die Möglichkeiten, den Berechnungsprozess zu steuern, ergebnisabhängige Materialeigenschaften innerhalb der numerischen Berechnung zu modifizieren oder direkt eigenständige Materialgesetze zu implementieren.

### 8.4.1 User-Subroutine USDFLD.for

Durch diese User-Subroutine besteht die Möglichkeit, zu Beginn eines jeden Iterationsschritts den aktuellen Schädigungszustand infolge der Ermüdungslastgeschichte an den Integrationspunkten der FE-Struktur zu berechnen und den aktuellen Wert der Ermüdungsschädigung an das Materialgesetz für den nächsten Berechnungsschritt zurückzugeben.

#### Feldvariablen

Die User-Subroutine *USDFLD.for* ermöglicht dem Anwender, Informationen an den Materialpunkten abzurufen, Größen in Abhängigkeit von diesen zu berechnen und über diese Größen Einfluss auf die innerhalb der ABAQUS - Berechnung verwendeten Materialkennwerte zu nehmen. Innerhalb der finiten Element - Berechnung wird die User-Subroutine zu Beginn jedes Inkrementes aufgerufen, und die berechneten Werte werden als Feldvariablen am Ende des Inkrementes zurückgegeben, siehe Bild 8.5. Es ist zu beachten, dass die geänderten Materialkennwerte erst im folgenden Inkrement in die FE – Berechnung eingehen. Die Genauigkeit der Berechnung ist daher abhängig von der Inkrementgröße bzw. der Anzahl der Inkremente.

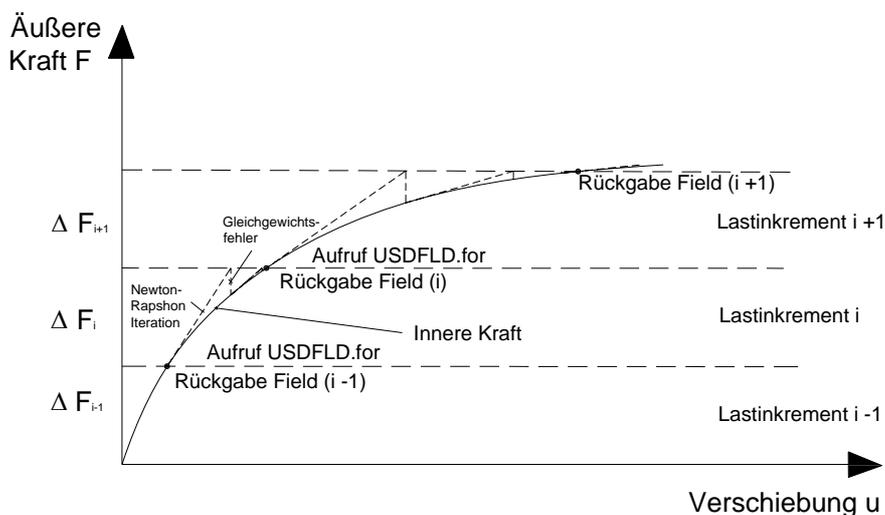


Bild 8.5: Aufruf der User-Subroutine USDFLD.for innerhalb der Gleichgewichtsiteration

### ***Gedächtnisvariablen***

Weiterhin besteht die Möglichkeit lösungsabhängige Zustandsvariablen („Gedächtnisvariablen“) zu definieren. Die innerhalb der Berechnung zugewiesenen Werte stehen solange am Anfang des jeweils folgenden Inkrementes zur Verfügung, bis neue Werte abgespeichert und die alten Werte überschrieben werden.

### ***Abfragen an den Integrationpunkten***

Über die ABAQUS-interne Funktion *GETVRM* kann aus der Subroutine *USDFLD.for* auf Daten an den Materialpunkten (Integrationspunkten) der finiten Elemente zugegriffen werden, wie z. B. auf Spannungen und Dehnungen. Dabei werden die Daten am Anfang jedes Inkrementes, d. h. vor der inkrementellen Laststeigerung und der anschließenden Berechnung, abgerufen.

#### **8.4.2 User-Subroutine *DLOAD.for***

Sollen nicht gleichmäßig verteilte Belastungen auf eine FE-Struktur aufgebracht werden, so sind deren Größe und Verteilung in ABAQUS durch die User-Subroutine *DLOAD.for* zu definieren. Die Subroutine liest automatisch die Koordinaten der Lastpunkte an den ausgewählten Elementen ein. Diese befinden sich oberhalb der Integrationspunkte an den Oberflächen der Elemente. Die Belastungswerte können dann in Abhängigkeit der Lastpunktkoordinaten in der Subroutine berechnet werden.

#### **8.4.3 User-Subroutine *UEXTERNALDB.for***

Die User-Subroutine *UEXTERNALDB.for* wird zur Organisation der benutzerdefinierten externen Dateien, wie z. B. Belastungs- oder Ergebnisdateien, und zur Bestimmung modellunabhängiger Berechnungsinformationen verwendet.

#### **8.4.4 Schädigungsalgorithmus „*MULTIFAT.for*“**

Die User-Subroutinen werden beim Aufruf der ABAQUS Berechnung an das FE-Programm übergeben und von diesem kompiliert und gelinkt. Dazu ist es notwendig, alle verwendeten User-Subroutinen in einer einzigen Datei zusammenzustellen und diese ABAQUS zu übergeben. Für diese Datei wurde der Dateiname „*MULTIFAT.for*“ gewählt. Nachfolgend wird daher auch vereinfachend die Bezeichnung *MULTIFAT* für alle zur Anbindung des externen Schädigungsalgorithmus an das Betonmodell verwendete User-Subroutinen verwendet.

### 8.4.5 Adaption von MULTIFAT an das Materialgesetz für Beton

#### ***Lebensdauerintervalle***

Für die numerische Untersuchung von Ermüdungsschädigungen wird die gesamte Ermüdungslastgeschichte in eine Anzahl von Lebensdauerintervallen unterteilt, denen eine spezifische Lastwechselzahl zugeordnet wird. Während eines Lebensdauerintervalls wird für die zugehörige Lastwechselzahl von einer konstanten Ober- und Unterspannung ausgegangen. Ein Lebensdauerintervall wird somit durch ein Lastkollektiv mit konstanter Amplitude repräsentiert.

#### ***Schädigungsberechnung für ein Lebensdauerintervall***

Innerhalb der FE-Berechnung wird ein Lebensdauerintervall durch einen vollständigen zyklischen Belastungsvorgang (Be- und Entlastung) repräsentiert. Nachdem die Belastung des aktuellen Lebensdauerintervalls auf das Strukturmodell aufgebracht ist, werden die Spannungen an allen Integrationspunkten der Elemente abgefragt und temporär gespeichert. Anschließend wird die Struktur auf den unteren Wert der Beanspruchung entlastet und wiederum die Spannungen abgefragt. Darauf folgend wird an jedem Integrationspunkt des numerischen Modells die User-Subroutine USDFLD.for aufgerufen und die Schädigungsberechnung für das aktuelle Lebensdauerintervall mit den gespeicherten Spannungswerten sowie den daraus ermittelten Schwingweiten durchgeführt. Die zu den Lebensdauerintervallen zugehörigen Lastwechselzahlen werden innerhalb von MULTIFAT in Abhängigkeit einer vorgegebenen Belastungs-Zeit-Funktion zugewiesen. Nach Beendigung der Schädigungsberechnung wird an jedem Integrationspunkt die isotrope Schädigungsvariable  $d_c = d^{\text{fat}}$  aktualisiert und an das Betonmodell zurückgegeben. Die Spannungsrechnungen für das folgende Lebensdauerintervall werden dann unter Berücksichtigung der degradierten Materialsteifigkeit infolge der bisherigen Ermüdungslastgeschichte durchgeführt. Der Berechnungsablauf ist in Bild 8.6 zusammengefasst.

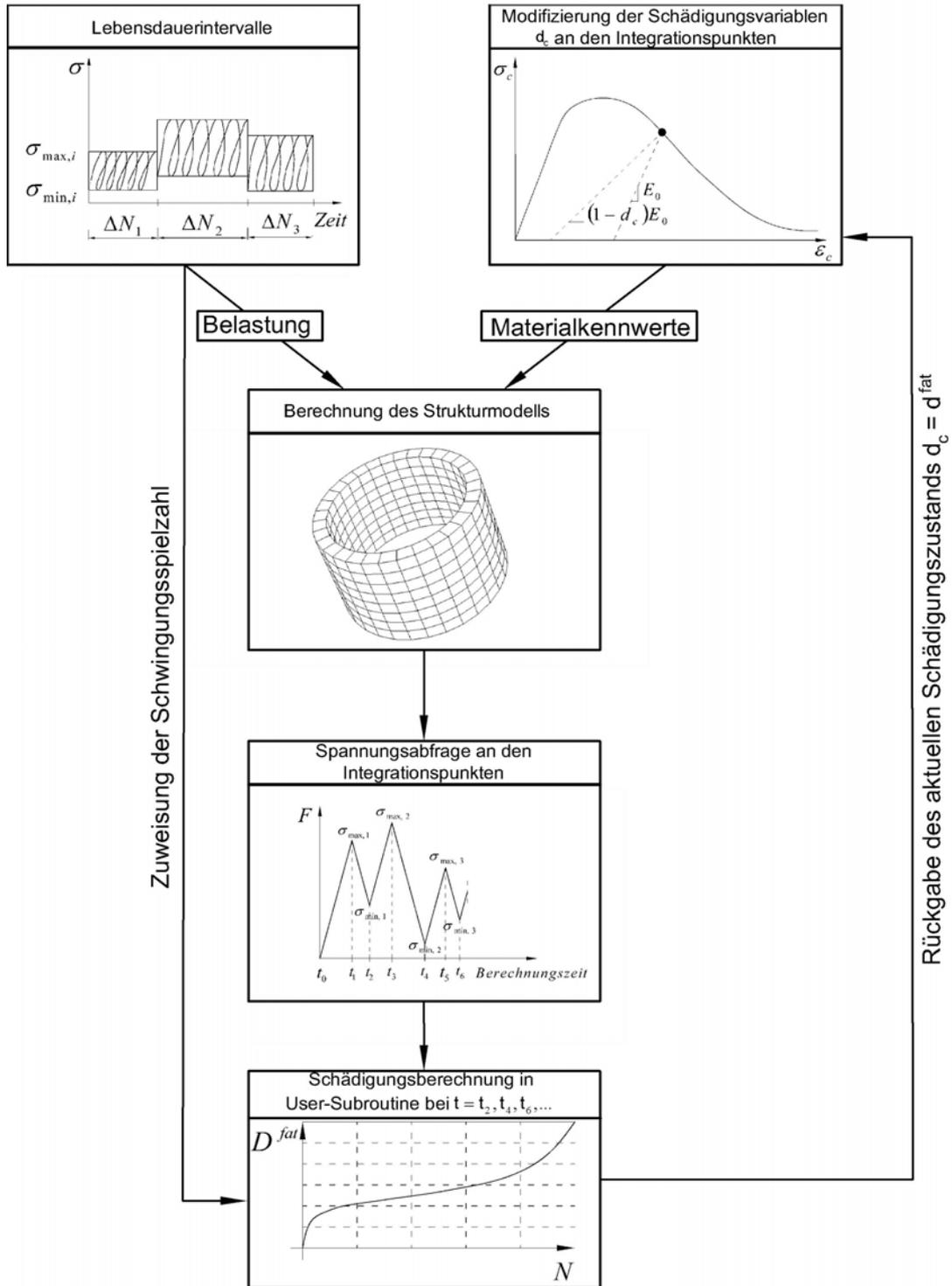


Bild 8.6: Adaption von MULTIFAT an das Betonmodell in ABAQUS

### 8.4.6 Schädigungsberechnung innerhalb der finiten Element - Berechnung

Für die Untersuchung von Ermüdungsschädigungen im Rahmen einer finiten Elemente - Berechnung bedarf es einer Synchronisierung zwischen der aufzubringenden äußeren Belastung, dem Speichern von Spannungszuständen an den Integrationspunkten und dem Aufruf der Schädigungsberechnung sowie der Rückgabe des aktuellen Schädigungszustandes an das Materialgesetz.

Die Steuerung der einzelnen Berechnungsschritte wird über die Berechnungszeit  $t$  vorgenommen. Hierfür wird eine Belastungs-Zeit-Funktion  $F(t)$  aus den Lastkollektiven der Ermüdungslastgeschichte erstellt.

#### 8.4.6.1 Belastungszeitfunktion in MULTIFAT

Zu Beginn der numerischen Berechnung ( $t = 0$ ) wird in MULTIFAT eine Belastungs-Zeit-Funktion  $F(t)$  aus den maximalen und minimalen Belastungswerten der einzelnen Lastkollektive erstellt. Diese wird so aufgestellt, dass bei einer ungeraden Berechnungszeit  $t$  der maximale Wert der äußeren Last,  $F_{\max}(t)$ , erreicht wird und bei geraden Zeitwerten der minimale Wert  $F_{\min}(t)$  auftritt. Zwischenwerte für die inkrementellen Gleichgewichtsiterationen der FE-Berechnung werden über die Berechnungszeit linear interpoliert. Beispielhaft ist in Bild 8.7 der schematische Verlauf dargestellt.

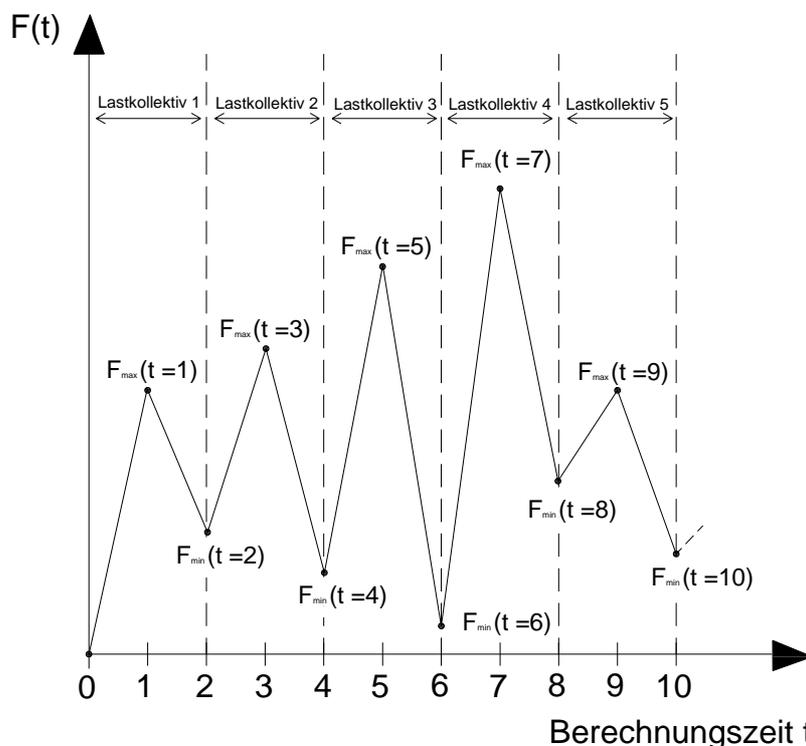


Bild 8.7: Schematische Darstellung der Belastungs-Zeit-Funktion für fünf Lastkollektive

#### 8.4.6.2 Schädigungsberechnung am Integrationspunkt

Die Steuerung der Schädigungsberechnung wird ebenfalls über die Berechnungszeit  $t$  vorgenommen. Der Ablauf an allen Integrationspunkten der finiten Elemente ist in Bild 8.8 dargestellt und wird nachfolgend kurz erläutert.

##### ***Berechnungszeit $t = 0$***

Zu Beginn der FE-Berechnung ( $t = 0$ ) werden die Lastkollektive eingelesen und die Belastungs-Zeit-Funktion  $F(t)$  aufgestellt. Gleichzeitig werden die Felder der Gedächtnisvariablen (Statev) initialisiert. Anschließend ist der Wert der Feldvariablen Field (1) festzulegen.

Die Feldvariable Field (1) beinhaltet den aktuellen Rückgabewert der Schädigung am Integrationspunkt, der nach jeder Gleichgewichtsiteration eines Lastinkrementes an das Materialmodell zurückgegeben wird. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  ist der aktuelle Wert der Schädigung gleich null.

##### ***Berechnungszeitpunkte mit ungeraden Integerwerten***

Für darauf folgende Zeitpunkte (Berechnungszeit  $t \neq 0$ ) wird zunächst der Integerwert der Berechnungszeit bestimmt und der bisherige Wert der Ermüdungsschädigung als Anfangswert der Schädigung für das aktuelle Lastkollektiv zugewiesen. Anschließend wird überprüft, ob die Berechnungszeit  $t$  ungleich ihrem Integerwert ist. Wenn ja, so bleibt der Wert von Field (1) unverändert. Ist dies nicht der Fall, wird anschließend untersucht, ob der Integerwert gerade oder ungerade ist. Bei einem ungeraden Wert wird die Spannung am Integrationspunkt durch die ABAQUS Funktion getvrm abgefragt und als Maximalwert (= Oberspannung) in einer Gedächtnisvariablen abgespeichert. Sofern die Oberspannung größer als  $\sigma_{\max} = -1 \text{ MN/m}^2$  ist wird der Wert auf  $\sigma_{\max} = -0,5 \text{ MN/m}^2$  festgesetzt. Dadurch wird in Bereichen des FE-Modells, die nahezu unbelastet und in denen deshalb keine maßgeblichen Ermüdungsschädigungen zu erwarten sind, eine größere numerische Stabilität im Schädigungsalgorithmus hergestellt. Sofern Zugspannungen am Integrationspunkt auftreten, wird ebenfalls der Spannungswert auf  $\sigma_{\max} = -0,5 \text{ MN/m}^2$  gesetzt und ein Hinweis in eine Protokolldatei geschrieben. Dadurch kann die Berechnung fortgeführt werden und im nachhinein die Auswirkungen der nicht betrachteten Zugspannung bewertet werden.

##### ***Berechnungszeitpunkte mit geraden Integerwerten***

Bei Berechnungszeitpunkten mit geraden Integerwerten wird wiederum zunächst durch die interne ABAQUS Funktion getvrm der Spannungswert am Integrationspunkt (= Unterspannung) abgefragt.

Liegt eine Zugspannung vor, so wird die Spannung zu null gesetzt und ein Hinweis in die Protokolldatei geschrieben. Ferner wird überprüft, ob der Betrag der Unterspannung größer als der Wert der Oberspannung ist. Ist dies der Fall, so werden die maximalen und minimalen Spannungswerte getauscht. Solche

Beanspruchungssituationen treten z. B. an der Luvseite (= die dem Wind zugewandte Seite) von vorgespannten Betontürmen unter Biegung infolge Windbeanspruchung auf. Hier erzeugt der obere Wert des Turmbiegemoments maximale Druckspannungen auf der Leeseite (= die dem Wind abgewandte Seite) und gleichzeitig minimale Druckspannungen auf der Luvseite. Umgekehrt treten an der Luvseite beim unteren Wert des Turmbiegemomentes ( $t =$  ungerade Integerwerte) die maximalen Werte der Druckspannung auf. Gleichzeitig sind zu diesem Zeitpunkt die minimalen Druckspannungen auf der Leeseite vorhanden.

Anschließend wird die Subroutine mit dem mehrstufigen Schädigungsalgorithmus nach Bild 6.4 aufgerufen. Alle notwendigen Werte werden übergeben und die Schädigungsberechnung am Integrationspunkt durchgeführt. Als Rückgabewert wird u. a. die berechnete Ermüdungsschädigung  $D^{\text{fat}}$  am Ende des untersuchten Lastkollektivs zurückgegeben und als Gedächtnisvariable gespeichert. Diese wird der Feldvariablen Field (1) zugewiesen und dadurch der bisherige Wert der Schädigung überschrieben.

Aus dem Ablaufschema in Bild 8.8 wird ersichtlich, dass die Feldvariable Field (1) nur dann einen neuen Schädigungswert erhält, wenn eine Neuberechnung der Ermüdungsschädigung vorgenommen wird ( $t =$  gerader Integerwert). Für alle anderen Berechnungszeitpunkte bleibt der bisher berechnete Schädigungswert erhalten.

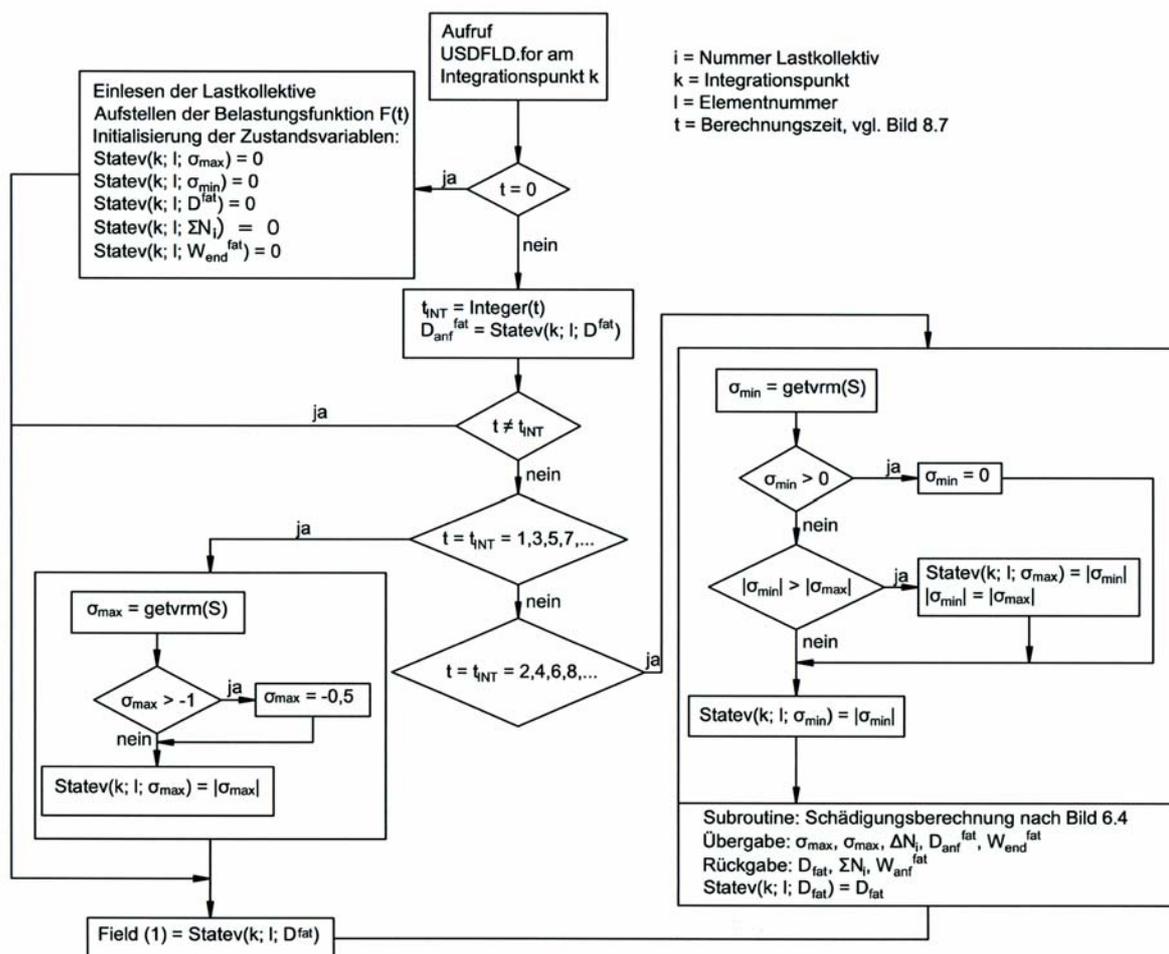


Bild 8.8: Vereinfachtes Ablaufschema von MULTIFAT für ein Inkrement der finiten Elemente - Berechnung

## 8.5 Numerische Verifikation

Die numerische Umsetzung von MULTIFAT wird an einem Stabsystem und einem Scheibenmodell verifiziert. Beide Systeme werden durch ein- und mehrstufige Ermüdungsbeanspruchung belastet. Am Scheibenmodell werden zudem Berechnungen unter zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung durchgeführt. Die untersuchten Systeme sind statisch bestimmt gelagert. Die Ergebnisse von MULTIFAT werden mit einaxialen Schädigungsberechnungen nach Abschnitt 4.3.2 für einstufige Beanspruchungen und nach Abschnitt 6.2 für mehrstufige Lastgeschichten verglichen. Die zweiaxialen Ermüdungsberechnungen mit MULTIFAT am Scheibenmodell werden Schädigungsberechnungen nach Kapitel 7 gegenübergestellt. Alle Vergleichsrechnungen werden hier mit denen für die einzelnen Kapitel entwickelten Programmroutinen durchgeführt. Die Umsetzung und Funktionsweise von MULTIFAT kann so sehr genau überprüft werden.

Es sei angemerkt, dass äußere Lasten, die mit der User-Subroutine DLOAD erzeugt werden, von ABAQUS nicht grafisch dargestellt werden können. Die Funktion von DLOAD bzw. die an den einzelnen Lastpunkten aufgebrauchte Belastung muss anhand der in der Ergebnisdatei protokollierten Lastdaten überprüft und die Berechnungsergebnisse an den Integrationspunkten kontrolliert werden. Zudem können die Berechnungsergebnisse im Postprozessor von ABAQUS grafisch ausgewertet werden. Durch diese beiden Möglichkeiten konnte die richtige Funktionsweise von DLOAD bestätigt werden.

### 8.5.1 Einaxiale Ermüdungsuntersuchungen an einem Stab

#### 8.5.1.1 System und Materialkennwerte

Der Stab mit einer Gesamthöhe von  $h = 1,0$  m wird sowohl mit Stabelementen als auch mit Volumenelementen modelliert. Die Querschnittswerte der beiden Systeme sind unterschiedlich. Da ein Stabelement über zwei Integrationspunkte verfügt, können mit dem gewählten Stabmodell aus zwei Elementen vergleichsweise schnell die Werte der Ermüdungsschädigung berechnet und die Einbindung der Schädigungsberechnung in MULTIFAT kontrolliert werden. Das Volumenmodell mit acht Integrationspunkten je Element wird hingegen gewählt, um die Funktionsweise des in Bild 8.8 dargestellten Ablaufschemas bei einer höheren Anzahl von Integrationspunkten und Freiheitsgraden zu überprüfen.

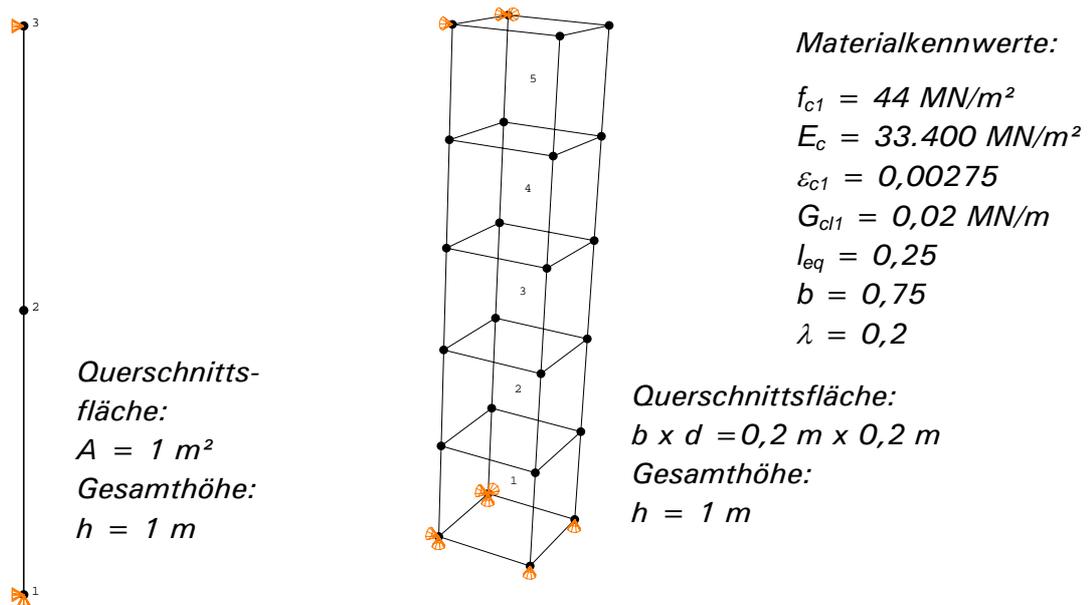


Bild 8.9: Modellierung mit Stab- und Volumenelementen

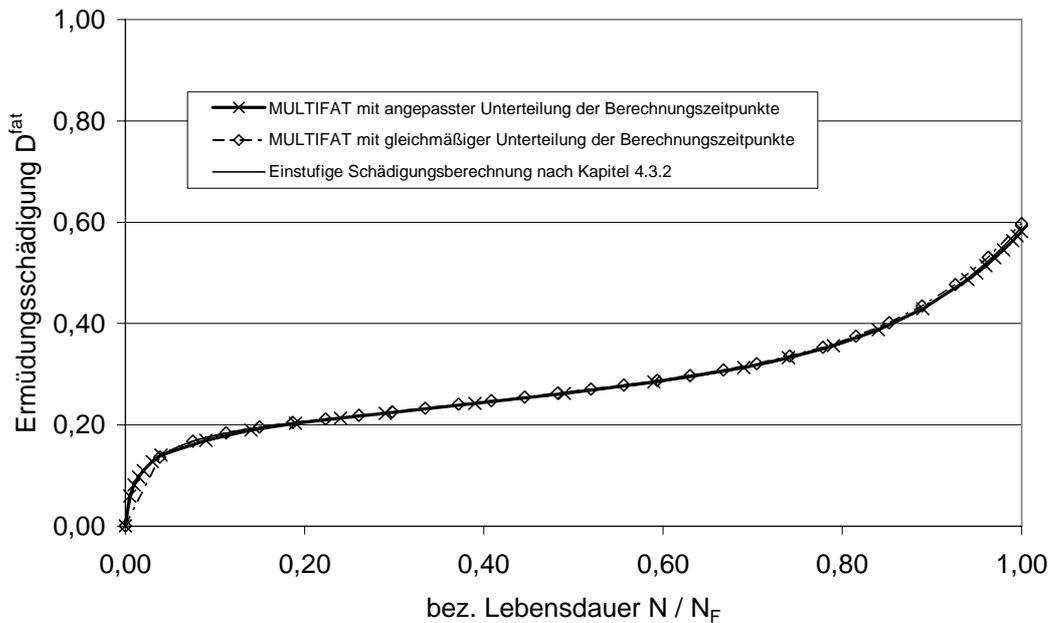
### 8.5.1.2 Ergebnisse der Schädigungsberechnungen

#### **Einstufige Ermüdungsbeanspruchung**

In Bild 8.10 werden die Berechnungsergebnisse von MULTIFAT den Ergebnissen der Schädigungsberechnung auf Basis von Abschnitt 4.3.2 gegenübergestellt. Dabei wird das Modell mit Stabelementen und einer konstanten Ermüdungsbeanspruchung gewählt.

Die konstante Ermüdungsbeanspruchung muss für die Berechnung mit MULTIFAT in Lastkollektive unterteilt werden. Nach jedem Lastkollektiv wird die Schädigungsberechnung entsprechend dem Vorgehen in Bild 8.8 durchgeführt. Die Anzahl der Lastkollektive (= Anzahl der Berechnungszeitpunkte) und deren Schwingspielumfang bestimmen die Genauigkeit des zu berechnenden, nichtlinearen Schädigungsverlaufes. In Bild 8.8 stellt jede Markierung des Schädigungsverlaufes einen Berechnungszeitpunkt dar. Die Berechnungszeitpunkte werden linear verbunden.

Die Schädigungsberechnung wird zum einen mit Lastkollektiven gleich großen Schwingspielumfangs und zum anderen mit einer erhöhten Anzahl von Lastkollektiven durchgeführt, deren Schwingspielumfang an den Schädigungsverlauf angepasst wird. Für einen Integrationspunkt sind die Ergebnisse in Bild 8.10 dargestellt.



*Bild 8.10: Schädigungsberechnung mit Stabelementen und konstanter Amplitude*

Aus Bild 8.10 ist erkennbar, dass insbesondere in den Bereichen mit ausgeprägtem, nichtlinearem Verlauf (erster und dritter Bereich des Ermüdungsprozesses), die Anzahl der Lastkollektive die Genauigkeit des gesamten Schädigungsverlaufes bestimmt. Wird die einstufige Ermüdungslastgeschichte in eine geringe Anzahl gleichgroßer Lastkollektive unterteilt, so wird von MULTIFAT als erster Schädigungswert der Schädigungszustand am Ende des ersten Lastkollektivs ermittelt. Bei entsprechender Größe der zugehörigen Schwingspielzahl wird dadurch der nichtlineare Anfangsbereich bis zu diesem Schädigungswert nicht wiedergegeben. Wird hingegen die Anzahl der Lastkollektive erhöht bzw. die Schwingspielzahl der einzelnen Lastkollektive an die Schädigungsentwicklung angepasst, kann dadurch der nichtlineare Verlauf sehr gut wiedergegeben werden. Die mit MULTIFAT berechneten Schädigungswerte stimmen mit den Ergebnissen der Programmroutinen aus Abschnitt 4.3.2 überein.

Die gewählte Anzahl der Lastkollektive bzw. der Berechnungszeitpunkte ist besonders bei Bauteilen und Konstruktionen von Bedeutung, bei denen Spannungumlagerungen infolge Steifigkeitsveränderungen die resultierende Entwicklung der Ermüdungsschädigung maßgeblich beeinflussen können.

**Dreistufiger Ermüdungsprozess**

Der Vergleich der Berechnungsergebnisse aus MULTIFAT und der mehrstufigen Schädigungsberechnung nach Abschnitt 6.2 sind für einen dreistufigen Ermüdungsprozess in Bild 8.11 dargestellt. Für die finite Elemente Berechnung wurde das Stabsystem mit Volumenelementen modelliert.

Die Ergebnisse in Bild 8.11 zeigen für einen ausgewählten Integrationspunkt wiederum, dass für die Berechnung mit MULTIFAT die Anzahl der Lastkollektive bzw. die Anzahl der Berechnungszeitpunkte die Genauigkeit des resultie-

renden Schädigungsverlaufes bestimmt. Während im Anfangsbereich eine weitere Unterteilung des ersten Lastkollektivs zu einer genaueren Übereinstimmung führen würde, zeigt der Verlauf der dritten Laststufe infolge einer größeren Anzahl von Berechnungszeitpunkten eine sehr gute Übereinstimmung mit den Berechnungsergebnissen der Programmroutinen aus Abschnitt 6.2. Somit kann die Funktionsweise von MULTIFAT auch für die Anwendung bei Volumenelementen bestätigt werden.

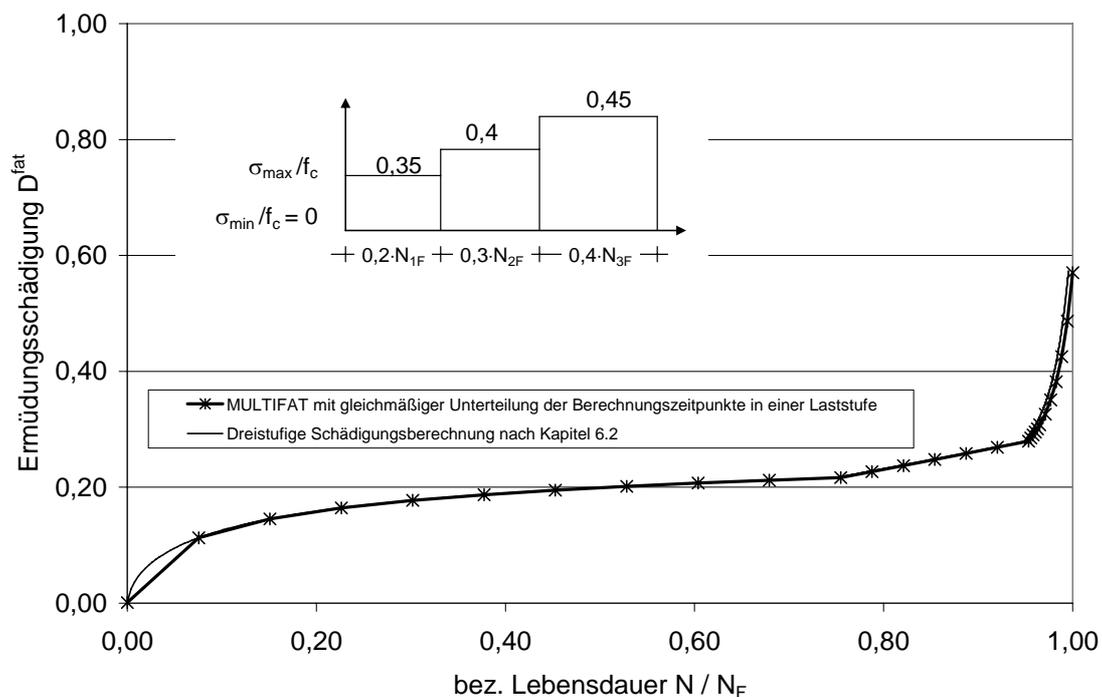


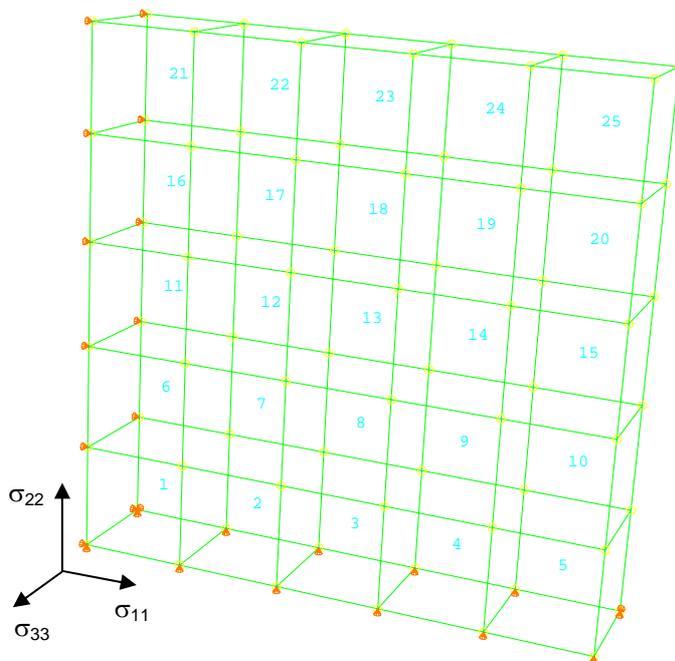
Bild 8.11: Schädigungsberechnung an einem Stabmodell aus Volumenelementen

## 8.5.2 Zweiaxiale Ermüdungsbeanspruchung an einer Scheibe

### 8.5.2.1 System und Materialkennwerte

Das untersuchte Scheibensystem sowie die verwendeten Materialkennwerte sind in Bild 8.12 dargestellt. Zusätzlich zur vertikalen Lagerung wird eine Seitenfläche horizontal in Scheibenlängsrichtung gelagert. Die Scheibe ist dadurch in Längsrichtung symmetrisch gelagert.

Als Hauptbeanspruchungsrichtung wird die vertikale Richtung definiert. Die vertikalen Beanspruchungen werden am Wandkopf angesetzt. Vertikale Druckschwellbeanspruchungen wirken daher entgegen der in Bild 8.12 dargestellten  $\sigma_{22}$  – Achse. Querdruck bzw. Querkzugbeanspruchungen werden an der freien Seitenfläche aufgebracht. Querdruckbeanspruchungen wirken entgegen der  $\sigma_{11}$  – Achse und Querkzugbeanspruchungen wirken in Richtung der  $\sigma_{11}$  – Achse.



#### Materialkennwerte:

$$f_{c1} = 40 \text{ MN/m}^2$$

$$E_c = 40.000 \text{ MN/m}^2$$

$$\varepsilon_{c1} = 0,0022$$

$$G_{cl} = 0,03 \text{ MN/m}$$

$$I_{eq} = 0,25$$

$$b = 0,75$$

$$\lambda = 0,2$$

#### Abmessungen:

$$\text{Höhe} = 5 \text{ m}$$

$$\text{Breite} = 5 \text{ m}$$

$$\text{Dicke} = 1 \text{ m}$$

*Bild 8.12: Darstellung des Scheibenmodells mit Lagerung, Elementnummerierung sowie mit den Materialkennwerten und Abmessungen*

Die nachfolgende Auswertung wird hier exemplarisch an einem Integrationspunkt des Elements 23 dargestellt. Alle weiteren Elemente ergeben jeweils die gleichen Ergebnisse an ihren Integrationspunkten.

Zur Verifizierung von MULTIFAT bei unÜberprüfung der funktionsweise Die Berechnungsergebnisse mit MULTIFAT werden den

Die Zeitpunkte der Schädigungsberechnungen mit MULTIFAT werden den Schädigungsverläufen nach Kapitel 7 angepasst.

### 8.5.2.2 Einaxiale Druckschwellbeanspruchung, $\alpha = 0$

In Bild 8.13 sind die Berechnungsergebnisse von MULTIFAT am Scheibenmodell für eine konstante, einaxiale Ermüdungslastgeschichte dem nach Kapitel 7 berechneten Schädigungsverlauf gegenübergestellt. Die Berechnung liefert eine gute Übereinstimmung. Die geringfügigen Abweichungen am Ende des Schädigungsprozesses begründen sich darin, dass zwischen den von MULTIFAT abgefragten Spannungswerten aus der FE-Berechnung und den vorgegebenen Spannungswerten für die Schädigungsberechnung nach Kapitel 7 geringfügige Abweichungen auftreten. Die Abweichungen der Spannungswerte an den jeweiligen Berechnungszeitpunkten von MULTIFAT liegen unterhalb von 1%.

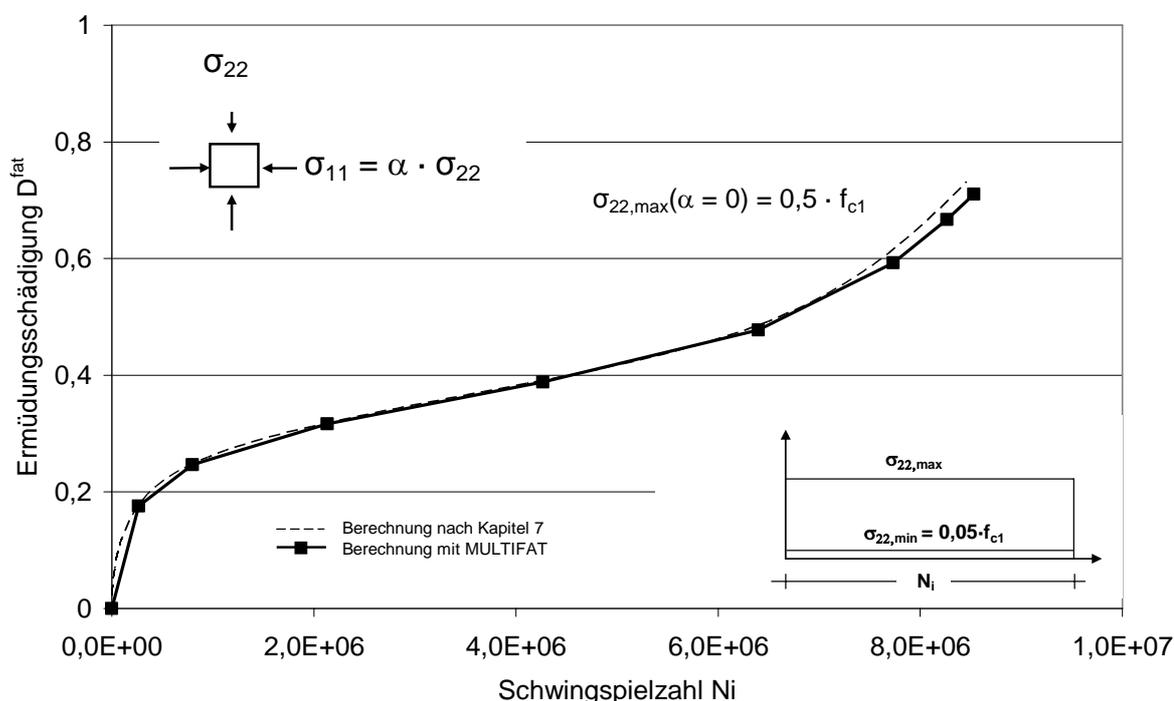


Bild 8.13: Gegenüberstellung der berechneten Schädigungsentwicklung nach Kapitel 7 und MULTIFAT unter einaxialer Ermüdungsbeanspruchung am Scheibenmodell

In Bild 8.14 sind zwei weitere mit MULTIFAT berechnete Schädigungsentwicklungen aufgeführt. Die Schädigungsverläufe werden hierbei über die bezogene Schwingspielzahl dargestellt. Die mit MULTIFAT berechneten Schädigungswerte und Bruchschwingspielzahlen werden in Tabelle 8.1 angegeben.

Tabelle 8.1: Zusammenstellung der Schädigungswerte aus MULTIFAT für drei einstufige, einaxiale Ermüdungsbeanspruchungen

$\alpha = 0$	$\sigma_{22,max,i}$	$0,5 \cdot f_{c1}$	$0,55 \cdot f_{c1}$	$0,6 \cdot f_{c1}$
	$\sigma_{22,min1,i}$	$0,05 \cdot f_{c1}$	$0,05 \cdot f_{c1}$	$0,05 \cdot f_{c1}$
	$N_F$	8.530.991	590.200	135.206
	$D^{fat}(N_F)$	0,73	0,7	0,654

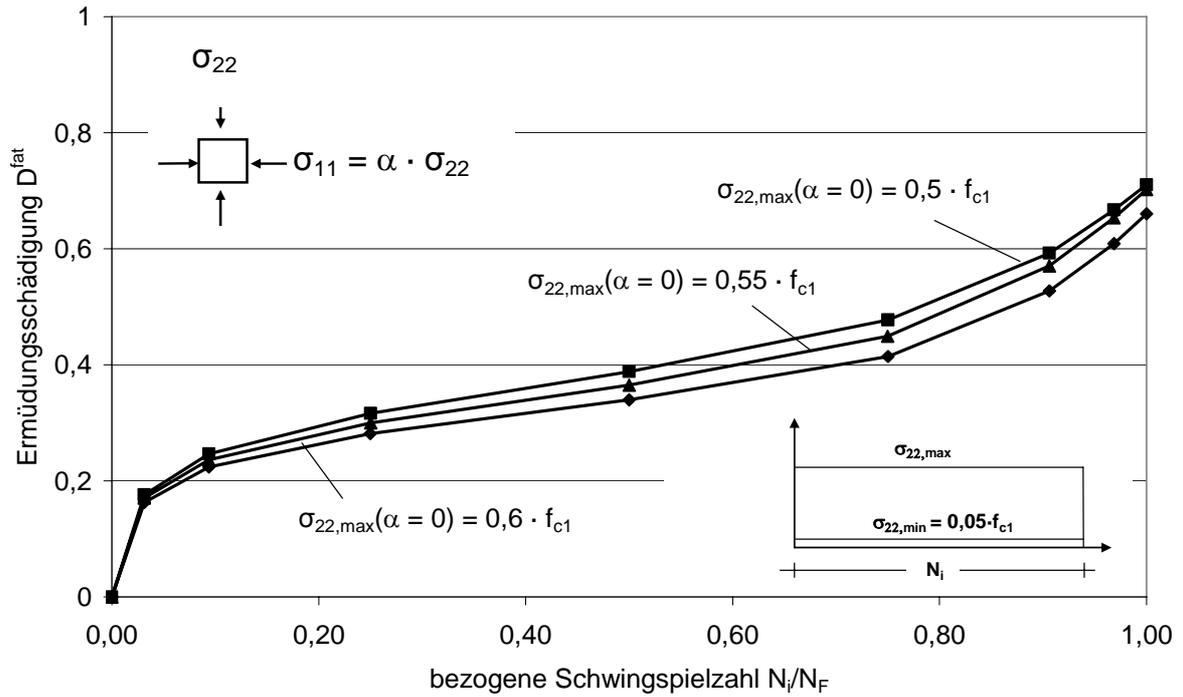


Bild 8.14: Mit MULTIFAT berechnete Schädigungsverläufe unter einaxialer, einstufiger Ermüdungsbeanspruchung. Die Verläufe werden über die bezogene Schwingspielzahl dargestellt.

Ein Vergleich der Berechnungsergebnisse für eine dreistufige, einaxiale Ermüdungslastgeschichte mit wechselnder Amplitude ist in Bild 8.15 aufgeführt. Die Schwingspielzahlen der einzelnen Laststufen sowie die nach Kapitel 7 berechneten Schädigungswerte können Tabelle 8.2 entnommen werden.

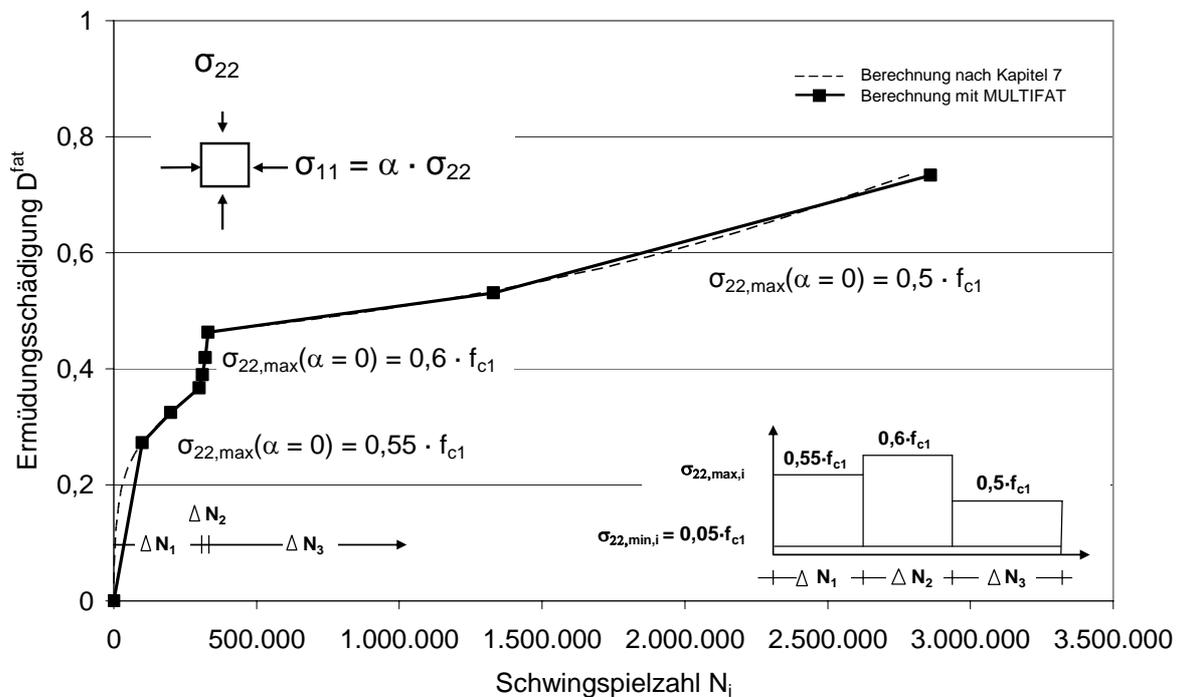


Bild 8.15: Gegenüberstellung der berechneten Schädigungsentwicklung nach Kapitel 7 und MULTIFAT für eine einaxiale, dreistufige Ermüdungslastgeschichte

Tabelle 8.2: Ergebnisse der Schädigungsberechnungen nach Kapitel 7 für eine einaxiale, dreistufige Ermüdungslastgeschichte

	Laststufe $i$	1	2	3	
	$\sigma_{22,max,i}$	$0,55 \cdot f_{c1}$	$0,6 \cdot f_{c1}$	$0,5 \cdot f_{c1}$	
	$\sigma_{22,min,i}$	$0,05 f_{c1}$	$0,05 f_{c1}$	$0,05 f_{c1}$	$N_F$
$\alpha = 0$	$\Delta N_i$	300.000	30.000	2.532.593	2.862.593
	$D^{fat}(\sum \Delta N_i \text{ bzw. } N_F)$	0,37	0,46	0,73	0,73

### 8.5.2.3 Zweiaxiale Druckschwellbeanspruchung, $\alpha = 0,5$

Die mit MULTIFAT für eine konstante, zweiaxiale Druckschwellbeanspruchung berechneten Schädigungswerte sind in Bild 8.16 dem nach Kapitel 7 berechneten Schädigungsverlauf gegenübergestellt. Wie bei den einaxialen Schädigungsberechnungen kann auch hier eine gute Übereinstimmung festgestellt werden.

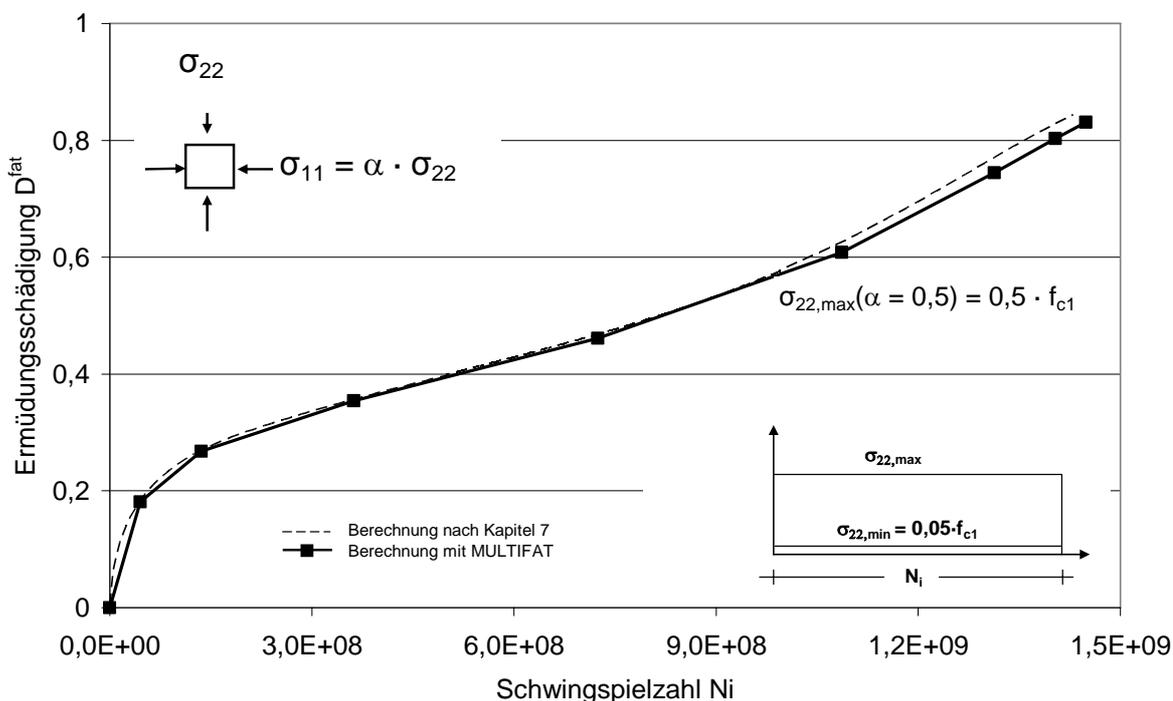


Bild 8.16: Schädigungsentwicklung in Hauptbeanspruchungsrichtung unter zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung mit konstanter Amplitude

Ergänzend sind in Bild 8.17 drei mit MULTIFAT berechnete Schädigungsverläufe unter zweiaxialer Druckschwellbeanspruchung mit unterschiedlichen, konstanten Amplituden aufgeführt. Die Schädigungsverläufe sind zur besseren Übersichtlichkeit über die bezogene Schwingspielzahl dargestellt. Die zugehör-

rigen Schädigungswerte und Bruchschwingspielzahlen sind in Tabelle 8.3 aufgeführt.

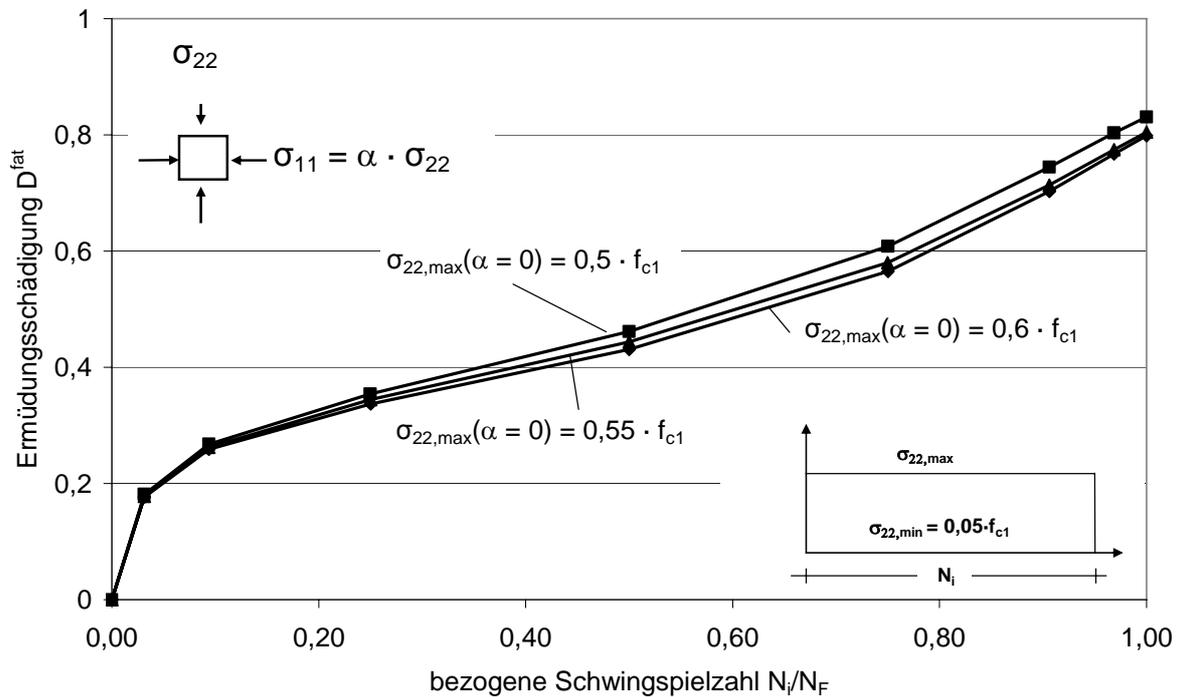


Bild 8.17: Mit MULTIFAT berechnete Schädigungsverläufe unter zwei axialer, einstufiger Ermüdungsbeanspruchung, dargestellt über die bezogenen Schwingspielzahl

Tabelle 8.3: Zusammenstellung der Schädigungswerte aus MULTIFAT für drei zwei-axiale, einstufige Ermüdungsbeanspruchungen

	$\sigma_{22,max,i}$	$0,5 \cdot f_{c1}$	$0,55 \cdot f_{c1}$	$0,6 \cdot f_{c1}$
	$\sigma_{22,min,i}$	$0,05 \cdot f_{c1}$	$0,05 \cdot f_{c1}$	$0,05 \cdot f_{c1}$
$\alpha = 0,5$	$N_F$	1.448.771.854	276.057.785	51.404.365
	$D^{fat}(N_F)$	0,85	0,82	0,79

Die Ergebnisse für eine dreistufige Ermüdungslastgeschichte unter zwei axialer Druckschwellbeanspruchung sind in Bild 8.18 dargestellt. Das Beanspruchungsverhältnis  $\alpha$  bleibt während der gesamten Ermüdungslastgeschichte konstant. Die Schwingspielzahlen der einzelnen Laststufen sowie die berechneten Schädigungswerte am Ende der jeweiligen Laststufe und beim Erreichen der zugehörigen Bruchschwingspielzahl werden in Tabelle 8.4 angegeben.

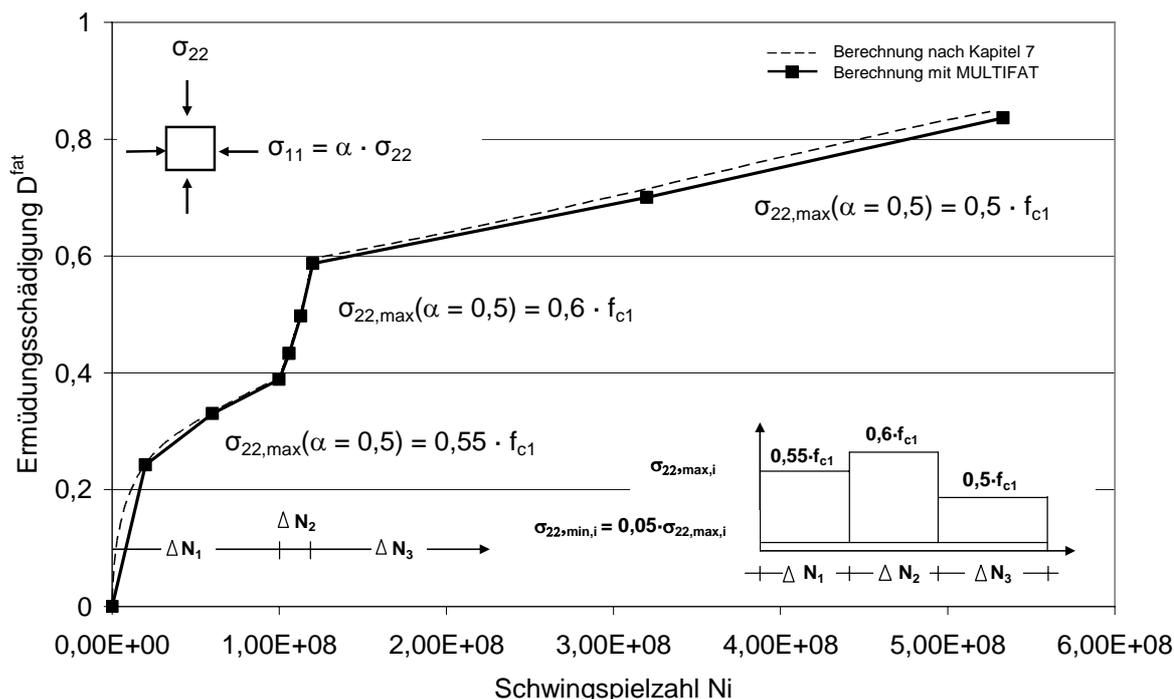


Bild 8.18: Schädigungsentwicklung in Hauptbeanspruchungsrichtung unter zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung und dreistufiger Lastgeschichte

Tabelle 8.4: Ergebnisse der Schädigungsberechnungen nach Kapitel 7 für eine dreistufige Ermüdungslastgeschichte unter zweiaxialer Druckschwellbeanspruchung

	Laststufe $i$	1	2	3	
	$\sigma_{22,max,i}$	$0,55 \cdot f_{c1}$	$0,6 \cdot f_{c1}$	$0,5 \cdot f_{c1}$	
	$\sigma_{22,min,i}$	$0,05 f_{c1}$	$0,05 f_{c1}$	$0,05 f_{c1}$	$N_F$
$\alpha = 0,5$	$\Delta N_i$	100.000.000	20.000.000	413.528.638	533.528.638
	$D^{fat}(\sum \Delta N_i$ bzw. $N_F)$	0,39	0,59	0,84	0,84

### 8.5.2.4 Druckschwellbeanspruchung mit gleichzeitigem Querzug, $\alpha = -0,05$

Zur Überprüfung der Schädigungsberechnung mit MULTIFAT bei einer vorhandenen Querzugbeanspruchung wurde auf das Scheibenmodell in Bild 8.13 eine Druckschwellbeanspruchung in Hauptbeanspruchungsrichtung und eine gleichzeitig wirkende Zugschwellbeanspruchung in Querrichtung aufgebracht. Die mit MULTIFAT berechneten Schädigungswerte sind dem nach Kapitel 7 berechnete Schädigungsverlauf in Bild 8.19 gegenübergestellt. Auch hier kann insgesamt eine gute Übereinstimmung festgestellt werden.

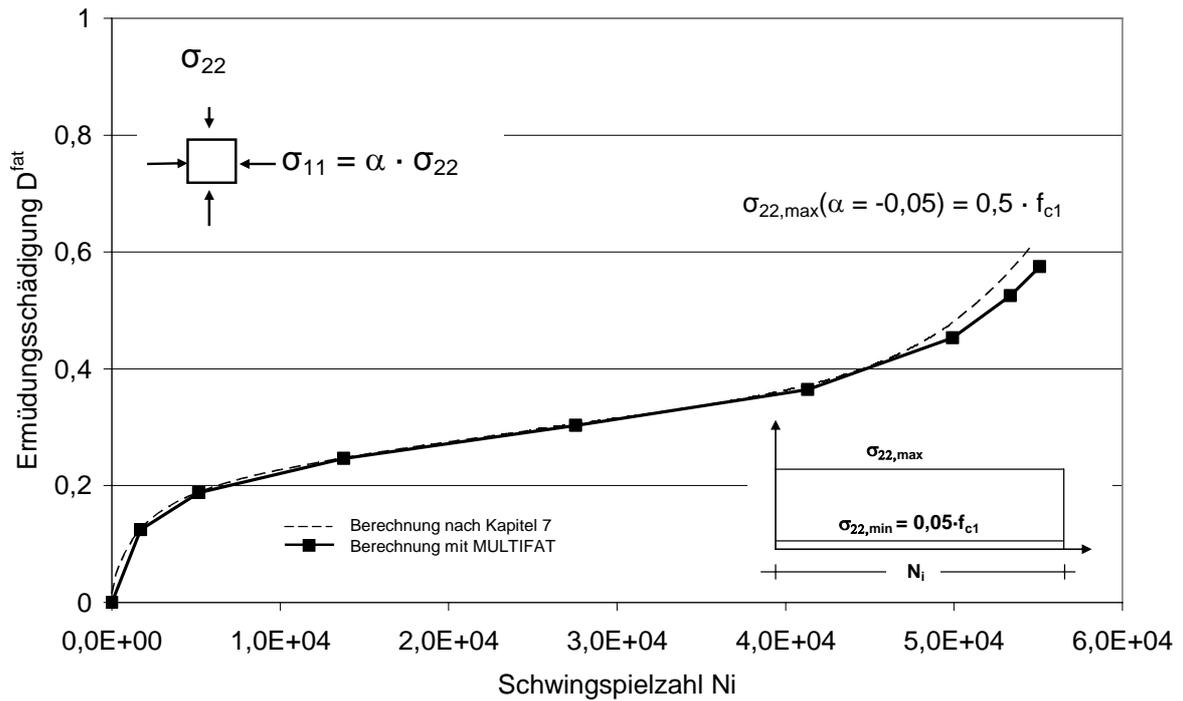


Bild 8.19: Schädigungsentwicklung in Hauptbeanspruchungsrichtung infolge einer Druckschwellbeanspruchung und einer gleichzeitigen Querschwelbeanspruchung.

Tabelle 8.5: Mit MULTIFAT berechnete Bruchschwingenspielzahl und Ermüdungsschädigung für eine einstufige Hauptdruckschwellbeanspruchung und gleichzeitiger Querschwelbeanspruchung

	$\sigma_{22,max,i}$	$0,5 \cdot f_{c1}$
	$\sigma_{22,min1,i}$	$0,05 \cdot f_{c1}$
$\alpha = -0,050$	$N_F$	55.080
	$D^{fat}(N_F)$	0,61

## **9. Numerische Schädigungsuntersuchungen am Spannbetonschaft einer Windenergieanlage**

### **9.1 Vorbemerkungen**

Durch die in Kapitel 8 vorgestellte Adaption des mehrstufigen und mehraxialen Schädigungsalgorithmus an das im finite Elemente Programm ABAQUS vorhandene Betonmodell wird es möglich, das Ermüdungsverhalten von Betonkonstruktionen für Windenergieanlagen näher zu untersuchen. Dies soll hier an einem Spannbetonschaft für eine Windenergieanlage vorgeführt werden. Die Abmessungen des Betonschaftes entsprechen näherungsweise der vorgestellten Turmkonstruktion in Kapitel 10.

Für die numerischen Schädigungsanalysen werden die Lastangaben des Anlagenherstellers verwendet. Diese und Einzelheiten über Konstruktionsdetails unterliegen der Geheimhaltung.

Daher ist das Ziel, aus den Ergebnissen der numerischen Untersuchungen grundlegende Aussagen über die Schädigungsentwicklung und das Ermüdungsverhalten von Spannbetontürmen zu erhalten.

### **9.2 System und Einwirkungen**

#### **9.2.1 Abmessungen**

Die Ermüdungsuntersuchungen werden an einem hybriden Turmschaft für eine WEA der Multi-Megawattklasse durchgeführt, siehe Bild 9.1. Dieser besteht aus einem ca. 30 m hohen Spannbetonschaft mit anschließendem ca. 70 m hohen Stahlschaft. Die Gesamthöhe des Turmtragwerks beträgt ca. 100 m. Die Abmessungen des Betonschafts und des Lasteinleitungsbereiches des Stahladapters sind in Bild 10.4 und Bild 10.5 dargestellt.

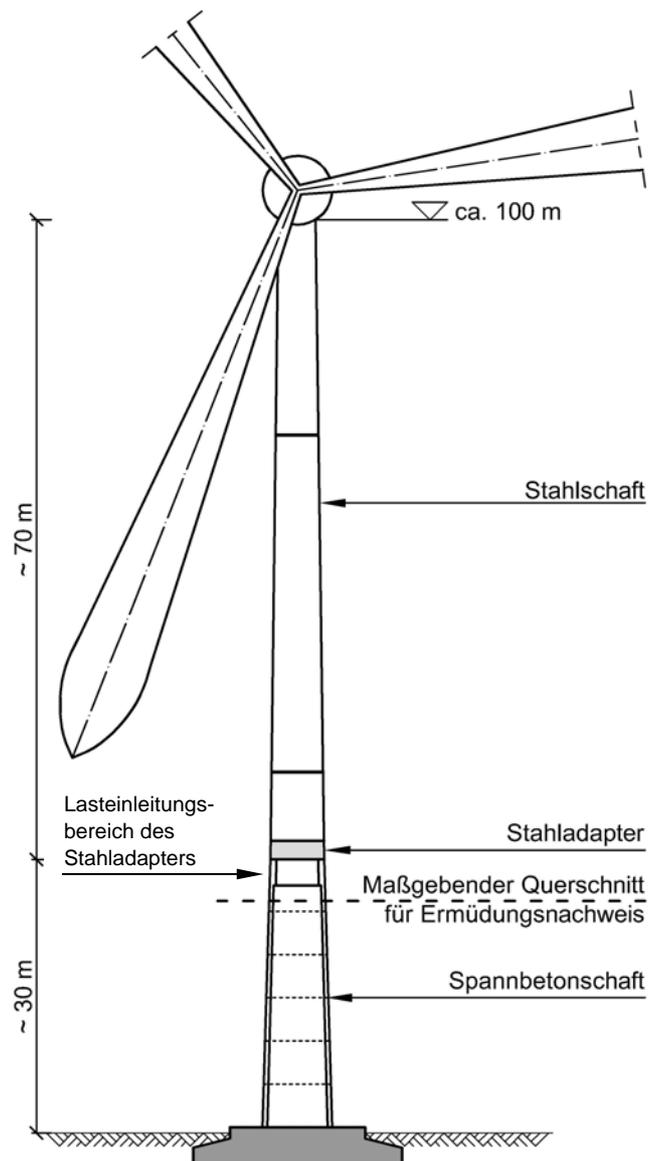


Bild 9.1: Übersicht der Turmkonstruktion

### 9.2.2 Materialkennwerte

Die Untersuchungen werden im Grenzzustand der Ermüdung durchgeführt. Die Materialkennwerte werden nach [DIN 1045-1 –01] gewählt. Diese sind für den Spannbetonschaft in Tabelle 9.1 und für die Lasteinleitungsbereich des Stahladapters in Tabelle 9.2 aufgeführt. Der E-Modul sowie die Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$  werden in Anlehnung an DIN 1045-1, Abschnitt 8.6.1 (7), als Bemessungswerte angesetzt, die auf den Mittelwerten der Baustoffkennwerte beruhen. Als Baustofffestigkeit wird der Bemessungswert im Grenzzustand der Ermüdung  $f_{cd,fat}$  nach Gl. (5.5) verwendet.

*Tabelle 9.1: Bemessungswerte für einen Beton C 35/45 im Grenzzustand der Ermüdung*

$f_{cd,fat} =$ 18,63 MN/m <sup>2</sup>	$\epsilon_{c1} =$ - 0,0024	$E_{cm} / \gamma_c =$ 29900 / 1,5 [MN/m <sup>2</sup> ]	$G_{clm} / \gamma_c =$ 0,025 / 1,5 [MN/m]
$b = 0,75$	$\Delta n = 0,2$	$\lambda = 0,2$	$l_{eq} = 0,25$ m

*Tabelle 9.2: Bemessungswerte für einen Beton C 55/67 im Grenzzustand der Ermüdung*

$f_{cd,fat} =$ 26,56 MN/m <sup>2</sup>	$\epsilon_{c1} =$ - 0,00265	$E_{cm} / \gamma_c =$ 35700 / 1,52 [MN/m <sup>2</sup> ]	$G_{clm} / \gamma_c =$ 0,03 / 1,52 [MN/m]
$b = 0,75$	$\Delta n = 0,2$	$\lambda = 0,2$	$l_{eq} = 0,25$ m

Angaben über die Größe der Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$  sind weder in der DIN 1045-1 noch im Model Code 90 enthalten. Lediglich aus in der Literatur dokumentierten Versuchen sind einzelne Werte bekannt, siehe [Pfanner -03]. Zwar kann die Spannungs-Dehnungslinie im Nachbruchbereich nach Model Code 90, Gl. (2.1-18) bis Gl. (2.1-21), für die verschiedenen Betongüten berechnet werden, doch wird hierfür nicht die Zerstauchungsenergie  $G_{cl}$  herangezogen. Diese wird aber in dem Materialgesetz von [Pölling -00] als maßgebender Materialkennwert für die Spannungs-Dehnungsbeziehung verwendet, siehe Abschnitt 4.3.2.1, Gl. (4.42). Durch einen Vergleich der beiden Ansätze für die Spannungs-Dehnungslinie wird der Wert der Zerstauchungsenergie aus dem Materialgesetz von [Pölling -00] ermittelt. Für den im Spannbetonschaft eingesetzten Beton C 35/45 zeigt Bild 9.2 die Verläufe der Spannungs-Dehnungslinien nach [Pölling -00] und [CEB 213/214 -93]. Für die Verläufe wurden die Materialkennwerte nach Tabelle 9.1 angesetzt. Der Wert der Zerstauchungsenergie wurde so festgelegt, dass der Nachbruchbereich in der Spannungs-Dehnungslinie nach [Pölling -00] eine geringere Duktilität aufweist als der Verlauf nach [CEB 213/214 -93]. Analog dazu wurde die Zerstauchungsenergie für den Beton C 55/67 im Übergangsbereich ermittelt. Die Materialkennwerte sind in Tabelle 9.2 aufgeführt. Die Spannungs-Dehnungslinien nach [Pölling -00] und [CEB 213/214 -93] sind in Bild 9.3 dargestellt.

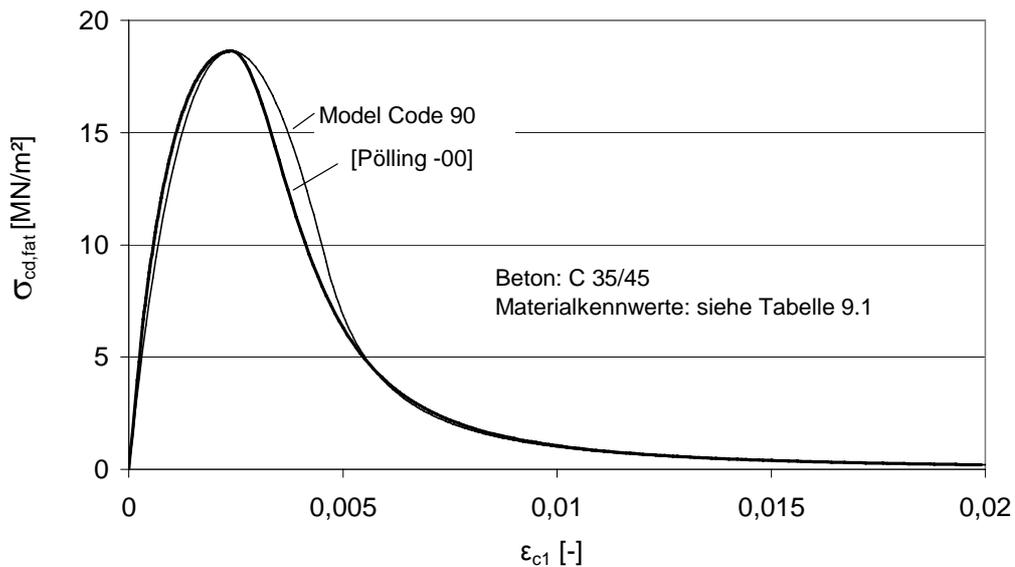


Bild 9.2: Spannungs-Dehnungslinien für einen C 35/45 im Grenzzustand der Ermüdung

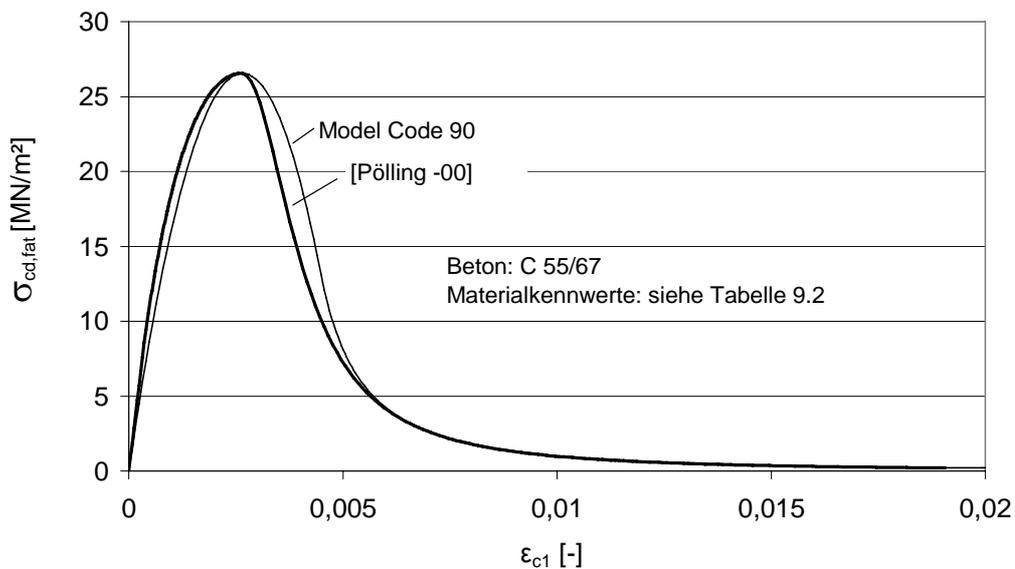


Bild 9.3: Spannungs-Dehnungslinien für einen C 55/67 im Grenzzustand der Ermüdung

### 9.2.3 Einwirkungen

Für die Schädigungsuntersuchung des Spannbetonschaftes liegen die vom Anlagenhersteller aus numerischen Windlastsimulationen ermittelten Betriebslastkollektive der Turmbiegemomente mit zugehörigen Lastwechselzahlen als Markov-Matrizen für die untersuchten Bemessungsschnitte vor, vgl. Abschnitt 5.2.1. Die gesamte Schwingenspielzahl beträgt für eine Lebensdauer von 20 Jahren  $N \leq 10^9$ . Eine Änderung der Windrichtung wird bei der Erstellung der Betriebslastkollektive nicht berücksichtigt. Es wird vereinfachend vorausgesetzt, dass die Windrichtung während der gesamten Lebensdauer unveränderlich ist.

### 9.3 Direkter Ermüdungsnachweis nach DIBt-Richtlinie

Für den Spannbetonschaft in Bild 9.1 wurde der direkte Ermüdungsnachweis nach Abschnitt 5.3.2 auf Basis der vorliegenden Betriebslastkollektive zu verschiedenen Zeitpunkten des Belastungsbeginns und für unterschiedliche Werte  $\eta_c$ , siehe Gl. 5.4, durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 9.3 zusammenfassend aufgeführt.

Tabelle 9.3: Auswertung der linearen Schädigungsberechnung nach Palmgren-Miner

t [Tage]	$\beta_{cc}(t)$ [-]	$f_{cd,fat}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	Schädigung $D^{P-M}$		
			$\eta_c = 1,0$ <sub>1)</sub>	$\eta_c \approx 0,98$ <sub>2)</sub>	$\eta_c \approx 0,96$ <sup>3)</sup>
28	1,0	17,06	14,68	6,7	3,51
45	1,043	17,79	3,45	1,6	0,85
60	1,065	18,17	1,71	0,80	0,42
<b>90</b>	<b>1,092</b>	<b>18,63</b>	<b>0,76</b>	<b>0,35</b>	<b>0,18</b>
120	1,1	18,91	0,47	0,22	0,08
365	1,16	19,71	0,10	0,02	0,008
730	1,17	20,03	0,04	0,01	0,003

<sup>1)</sup> Keine Spannungsumlagerung im Querschnitt angesetzt  
<sup>2)</sup> Abstand für Spannungsumlagerung auf  $x \leq 300$  mm begrenzt  
<sup>3)</sup> Schaftwanddicke ( $t > 300$  mm) als Begrenzung für Spannungsumlagerung

Die Berechnungsergebnisse sind direkt von dem angesetzten Bemessungswert der Ermüdungsfestigkeit des Betons  $f_{cd,fat}$  abgänglich. So betragen die errechneten Schädigungen für einen Belastungsbeginn nach 45 Tage einen ca. 4,6-fach größeren Wert als bei einem Belastungsbeginn nach 90 Tagen. Werden die Schädigungswerte nach 28 Tagen und die nach 120 Tagen gegenübergestellt, so verringert sich die Schädigung um das ca. 30-fache.

Für den Ermüdungsnachweis kann die Berücksichtigung der Spannungsumlagerung im Querschnitt von entscheidender Bedeutung sein. So führt die Berechnung für  $t = 60$  Tage und  $\eta_c = 1,0$  auf einen Schädigungswert von  $D^{P-M} = 1,71 \geq 1$ . Der Ermüdungsnachweis ist für den vorliegenden Querschnitt nicht erfüllt. Wird hingegen eine Spannungsumlagerung für den vorliegenden Turmschaft von  $\eta_c \approx 0,98$  angesetzt, so verringert sich der Schädigungswert auf  $D^{P-M} = 0,80$  und der Ermüdungsnachweis ist erfüllt. Würde entgegen der im Model Code 90 enthaltenen Begrenzung des Abstandes  $x$ , siehe Kapitel 5.3.1, zur Berechnung von  $\eta_c$  eine größere Spannungsumlagerung am äußeren Bereich des Querschnitts zugelassen werden, z. B. bis auf die Schaftwandin-

nenseite, würde dies noch einmal zu einer erheblichen Reduzierung des berechneten Schädigungswertes führen. Der Ermüdungsnachweis wäre unter diesen Bedingungen schon bei einem Belastungsbeginn nach 45 Tagen ( $D^{P-M} = 0,85$ ) erfüllt.

Die großen Unterschiede bei den berechneten Schädigungswerten werden hauptsächlich durch den Verlauf der Wöhlerlinien in dem relevanten Spannungsbereich hervorgerufen. Für die aus den Betriebslastkollektiven resultierenden Beanspruchungen weisen die Wöhlerlinien in Bild 5.7 bereits einen sehr flachen Verlauf auf. Geringfügige Änderungen der Eingangswerte ( $S_{cd,max}$ ,  $S_{cd,min}$ ) können in diesem Bereich schnell zu einer 10- bis 100-fachen Vergrößerung oder Verringerung der halblogarithmisch dargestellten Bruchschwingungszahlen führen und so das Ergebnis der Schädigungsberechnung erheblich beeinflussen. Ergebnisse von Vergleichsrechnungen für unterschiedliche Eingangswerte sind in [Seidel -02] und [Göhlmann -04] aufgeführt. Von entscheidender Bedeutung für den Ermüdungsnachweis sind somit der Bemessungswert der Betondruckfestigkeit unter Ermüdung zu Beginn der zyklischen Beanspruchung und die Genauigkeit der in der Schädigungsberechnung angesetzten Spannungen.

Bei der Beurteilung der errechneten Schädigungswerte ist außerdem zu beachten, dass die lineare Akkumulationshypothese nach Palmgren und Miner den nichtlinearen Schädigungsprozess unter Ermüdungsbeanspruchung im Beton nicht erfasst. Wie die in Kapitel 3 aufgeführten Versuchsergebnisse aus der Literatur zeigen, kann die Anwendung der linearen Schädigungsberechnung zu unwirtschaftlichen oder aber auch zu sehr unsicheren Bemessungsergebnissen bzw. Bauwerksabmessungen führen.

Numerische Schädigungsanalysen für Betonkonstruktionen sollten demzufolge nicht auf der Basis der linearen Akkumulationshypothese durchgeführt werden. Vielmehr sind Modellansätze zu verwenden, welche die eintretenden Veränderungen der Materialsteifigkeit infolge des Ermüdungsprozesses berücksichtigen können.

## 9.4 Numerische Schädigungsanalyse des Spannbetonschafftes

### 9.4.1 Vergleich der Schädigungen nach linearer Akkumulationshypothese und mehrstufigem energetischen Modellansatz

Aus den in Kapitel 9.3 durchgeführten linearen Schädigungsberechnungen folgte, dass nur durch 10 der insgesamt über 380 Belastungskollektive signifikante Schädigungsanteile entstehen. Diese 10 Belastungskollektive umfassen dabei einen Schwingspielumfang von  $\sum N_i \leq 1,2 \cdot 10^6$ . Für die Ermüdungsuntersuchungen werden daher nur diese 10 Lastkollektive betrachtet. Der lineare Schädigungsanteil der unberücksichtigten Betriebslastkollektive an der Gesamtschädigung liegt bei  $D^{P-M} \leq 0,01$ . Für die Ermüdungsuntersuchung wird als Beginn der zyklischen Belastung  $t = 90$  Tage gewählt. Die hierfür gültigen Materialfestigkeiten sind in Tabelle 9.3 hervorgehoben. Die im energetischen Modell verwendeten Materialkennwerte sind in Tabelle 9.1 aufgeführt.

Für einen Vergleich der Schädigungsansätze werden zwei unterschiedliche Belastungsreihenfolgen gewählt. Hierfür wurden die Schädigungsraten der 10 Lastkollektive (LK) nach Palmgren-Miner für  $\eta_c = 1,0$  (keine Spannungsumlagerung im Querschnitt) ermittelt und in Belastungsreihenfolgen mit zunehmenden bzw. abnehmenden Schädigungsraten sortiert. Die Schädigungsentwicklung der einzelnen Lastkollektive nach dem energetischen Modellansatz ist unter Annahme einer jeweils konstanten Schwingweite und  $N_i = 1,2 \cdot 10^6$  in Bild 9.4 dargestellt. Die zugehörigen Beanspruchungen und Schädigungswerte sind in Tabelle 9.4 aufgeführt.

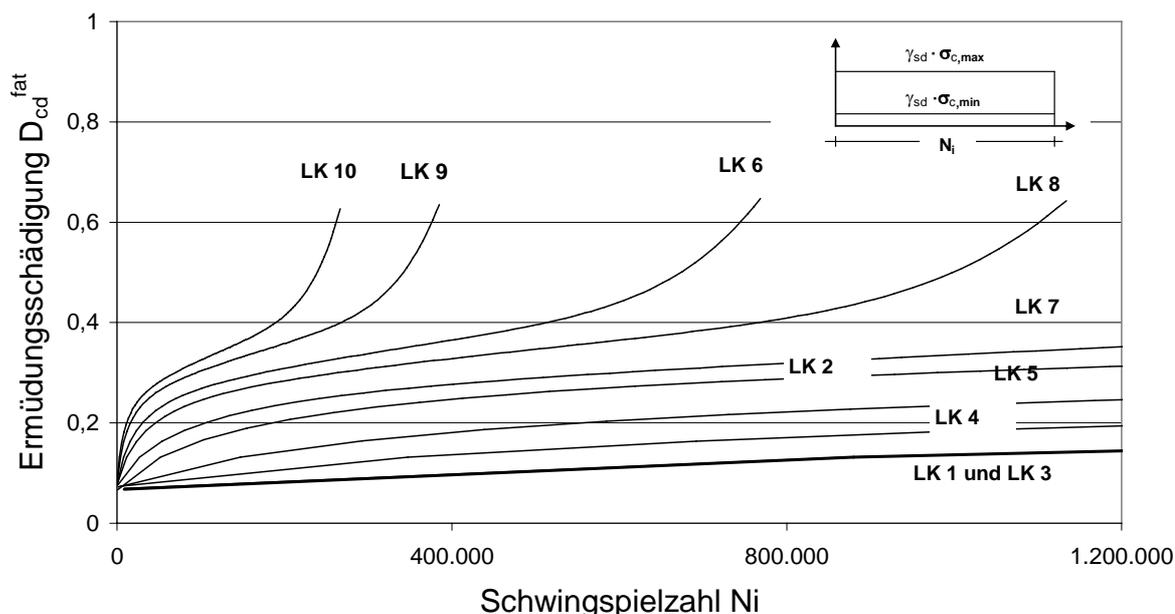


Bild 9.4: Schädigungsentwicklung der 10 Lastkollektive (LK(i)) für konstante Ermüdungsbeanspruchung

*Tabelle 9.4: Beanspruchungen und Ergebnisse der Schädigungsberechnungen für die zehn maßgebenden Lastkollektive*

Lastkollektive	$S_{cd,min}$	$S_{cd,max}$	$D_{cd}^{fat} (N_f)$	$N_f$
LK 1	0,48	0,68	0,664	85.473.274
LK 2	0,38	0,67	0,672	5.104.633
LK 3	0,47	0,68	0,668	86.228.011
LK 4	0,51	0,74	0,651	34.064.021
LK 5	0,47	0,7	0,656	14.432.796
LK 6	0,42	0,71	0,647	768.556
LK 7	0,46	0,71	0,647	2.649.402
LK 8	0,46	0,71	0,643	1.201.037
LK 9	0,42	0,72	0,635	384.807
LK 10	0,43	0,73	0,626	266.599

$S_{cd,min}$  und  $S_{cd,max}$  nach Gl. (5.2) und Gl. (5.3) mit  $\eta_c = 1,0$   
 $D_{cd}^{fat}$  = Ermüdungsschädigung beim Erreichen der Bruchschwingspielzahl  $N_f$   
 $N_f$  = Bruchschwingspielzahl

Aufgrund der Ergebnisse in Abschnitt 6.3.2 kann davon ausgegangen werden, dass die Entwicklung der Ermüdungsschädigung von der Reihenfolge der einzelnen Belastungskollektive abhängig ist. Die mit den beiden festgelegten Belastungsreihenfolgen berechneten Schädigungsentwicklungen nach Palmgren-Miner und dem mehrstufigen energetischen Modellansatz nach Kapitel 6.2 sind in Bild 9.5 zusammengefasst. Bei der Beurteilung der Ergebnisse ist zu beachten, dass in den Modellansätzen der Begriff der Schädigung unterschiedlich definiert wird. Während die Palmgren-Miner-Regel als Schädigung lediglich die Summation einzelner Anteile von auf die jeweilige Bruchschwingspielzahl bezogener Schwingspielzahlen bezeichnet, siehe Abschnitt 4.3.1, Gl. (4.38), und dadurch implizit einen linearen Schädigungszuwachs voraussetzt, beschreibt die Schädigungsvariable im energetischen Modell von [Pfanter -03] die Materialdegradation im Sinne der Kontinuumsschädigungsmechanik, siehe Abschnitt 4.3.2.2.

Um dennoch eine Vergleichbarkeit zu ermöglichen, wird in Bild 9.5 bei den nach dem energetischen Modell berechneten Schädigungswerten zusätzlich die Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer  $L_{cd}^{fat}$  nach Gl. (6.6) mit angegeben.

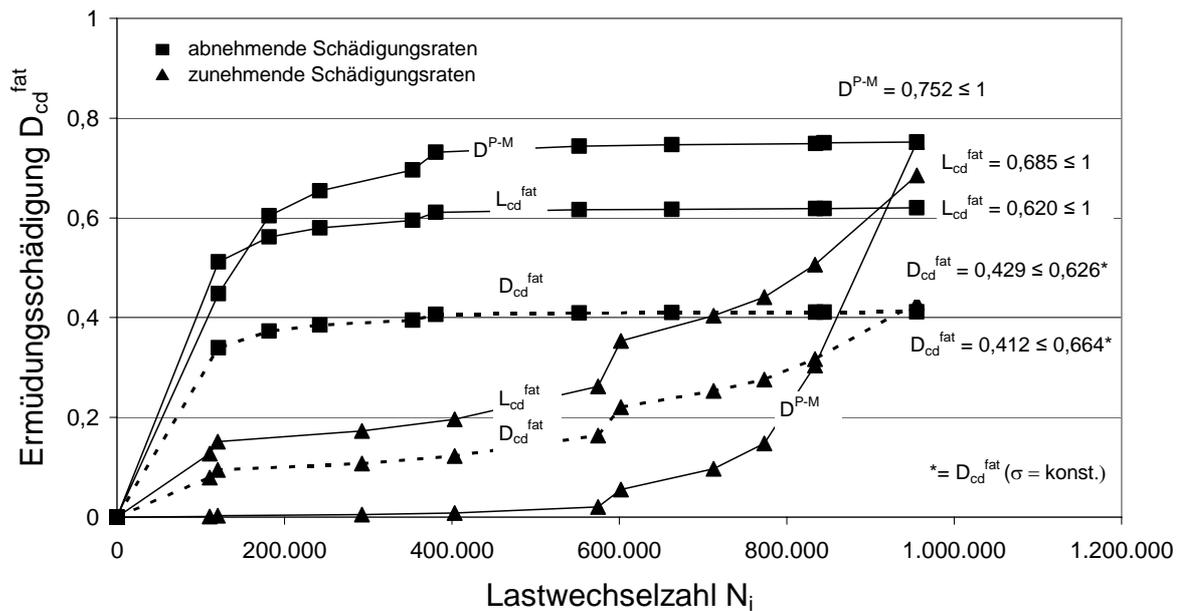


Bild 9.5: Vergleich der berechneten Schädigungsentwicklungen für die ausgewählten 10 Lastkollektive

Die beiden nach der Palmgren–Miner Regel ausgewerteten Schädigungsverläufe für die festgelegten 10 Lastkollektive führen auf denselben Endwert von  $D^{P-M} = 0,752$ , da die Belastungsreihenfolge keinen Einfluss auf den berechneten Endwert der Schädigung besitzt. Unter Einbeziehung aller Betriebslastkollektive beträgt  $D^{P-M} = 0,76$ , siehe Tabelle 9.3.

Die nach dem mehrstufigen energetischen Modell berechneten Steifigkeitsdegradationen ergeben für die Belastungsreihenfolge mit zunehmender Schädigungsrate eine Schädigung von  $D_{cd}^{fat} = 0,429$  und bei abnehmender Schädigungsrate einen Wert von  $D_{cd}^{fat} = 0,412$ . Diese Werte sind in Bild 9.4 den Schädigungswerten beim Erreichen der Bruchschwingspielzahl für das jeweilig letzte Belastungskollektiv gegenüber gestellt. Hierfür ergibt sich für zunehmende Schädigungsraten eine Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer von  $L_{cd}^{fat} = 0,429 / 0,625 = 0,685$  und für abnehmende Schädigungsraten einen Wert von  $L_{cd}^{fat} = 0,412 / 0,684 = 0,62$ . Werden diese Werte den Ergebnissen nach Palmgren-Miner gegenübergestellt, so führt der mehrstufige energetische Ansatz zu vergleichsweise geringeren Ermüdungsschädigungen als die lineare Akkumulationshypothese.

Vergleichsuntersuchungen unter der Annahme eines früheren Belastungsbeginns von  $t = 60$  Tage sowie  $\eta_c = 0,98$  führten hingegen beim energetischen Ansatz zum Ermüdungsversagen, während nach Palmgren-Miner rechnerisch der Ermüdungsnachweis mit  $D^{P-M} = 0,80$  noch erfüllt ist, siehe Tabelle 9.3. Für diesen Fall überschätzt die lineare Akkumulationshypothese die Ermüdungsfestigkeit des hier untersuchten Spannbetonschaftes. Aus diesem Grund ist eine Verallgemeinerung auf Basis dieser Untersuchungsergebnisse nicht möglich.

## 9.4.2 Numerische Untersuchung

### 9.4.2.1 Schädigungsberechnung im Grenzzustand der Ermüdung

Für die festgelegten 10 Lastkollektive werden numerische Schädigungsuntersuchungen an einem Ausschnitt des in Bild 9.1 dargestellten Spannbetonschaftes im Grenzzustand der Ermüdung durchgeführt. Der untersuchte Turmabschnitt liegt unterhalb des Lasteinleitungsbereiches und enthält den maßgebenden Schnitt für den Ermüdungsnachweis, siehe Bild 9.1. Die Spannungsverteilung zu Beginn und nach Beendigung der Schädigungsuntersuchung ist für die Belastungsgeschichte mit abnehmenden Schädigungsraten in Bild 9.6 und Bild 9.7 gegenübergestellt. Es ist deutlich eine Spannungsumlagerung innerhalb des Turmquerschnitts infolge einer Steifigkeitsveränderung erkennbar. In Bild 9.8 ist die zugehörige Schädigungsverteilung am Ende der berechneten Ermüdungslastgeschichte dargestellt.

Die größte Steifigkeitsabnahme bzw. Ermüdungsschädigung tritt in dem Querschnittsbereich mit den größten Druckspannungswerten auf. In Umfangsrichtung nimmt die Steifigkeitsdegradation aufgrund der geringeren Ermüdungsbeanspruchung ab. Eine Spannungsumlagerung von dem am stärksten geschädigten Bereich hin zu den weniger geschädigten Bereichen trat sowohl in Umfangs- als auch in Wanddickenrichtung auf. Dabei konnte jedoch entlang der Wanddicke keine Spannungsumlagerung festgestellt werden, die hier eine Beschränkung des Abstandes von  $x = 300$  mm bei der Berechnung von  $\eta_c$  nach Gl. (5.4) und Bild 5.4 für den Ermüdungsnachweis begründen würde. Die Ermüdungslebensdauer wurde an keinem Integrationspunkt des Modells erreicht bzw. überschritten. Zugspannungen traten nach Beendigung der Ermüdungslastgeschichte an keinem Element des Modells auf. Daher kann davon ausgegangen werden, dass auch der Nachweis der Dekompression trotz der Spannungsumlagerungen im Querschnitt weiterhin eingehalten ist.

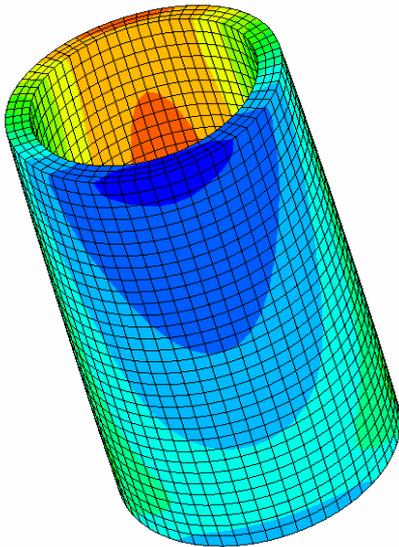


Bild 9.6: Spannungsverteilung zu Beginn der mehrstufigen Lastgeschichte

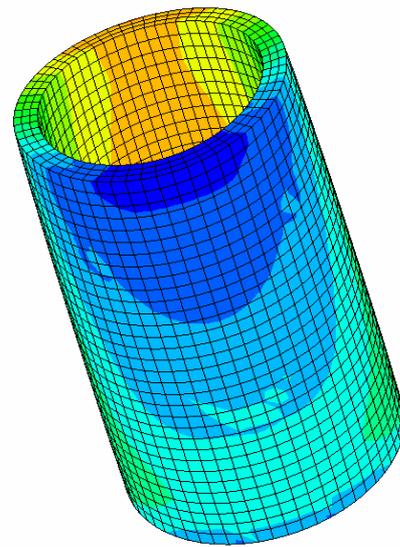


Bild 9.7: Spannungsverteilung am Ende der mehrstufigen Lastgeschichte

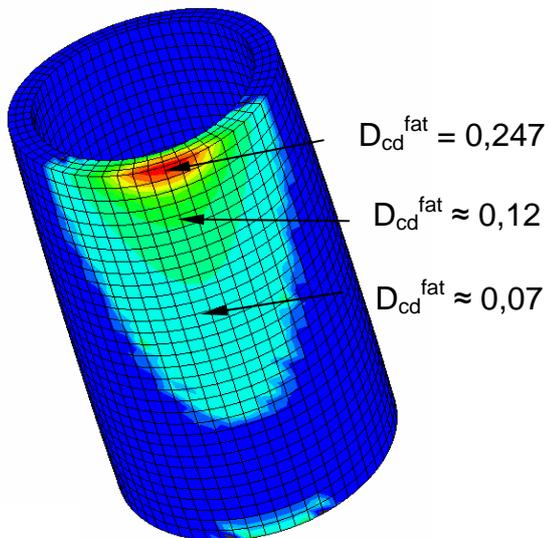


Bild 9.8: Schädigungsverteilung am Ende der mehrstufigen Lastgeschichte

### 9.4.2.2 Auswirkungen unterschiedlicher Belastungsreihenfolgen

Die Verläufe der unterschiedlichen Schädigungsentwicklungen an dem Integrationspunkt mit der größten Ermüdungsschädigung sind in Bild 9.9 dargestellt. Die Nummerierung der Berechnungszeitpunkte bezieht sich auf Bild 8.8, wonach für die vollständige, numerische Schädigungsberechnung eines Lastkollektivs zwei Berechnungszeitpunkte verwendet werden.

Bei der Lastgeschichte mit abnehmender Schädigungsrate fällt auf, dass bereits nach dem ersten Lebensdauerintervall nahezu der Endwert des Schädigungsprozesses erreicht wird. Hier treten bereits durch die Schädigung des ersten Lastkollektivs größere Spannungsumlagerungen auf. In der anschließenden Belastungsgeschichte entstehen infolge der Umlagerungen nur noch Spannungszustände, die gegenüber der in Bild 9.9 dargestellten Schädigungsentwicklung zu sehr geringen Schädigungszuwächsen führen, die in Bild 9.9 nicht mehr wahrzunehmen sind.

Bei umgekehrter Belastungsreihfolge ist die durch das erste Lastkollektiv hervorgerufene Ermüdungsschädigung geringer. In Bild 9.9 ist daran anschließend eine kontinuierliche Zunahme der Schädigung während der Belastungsgeschichte erkennbar. Der größte Schädigungszuwachs tritt jeweils zu Beginn der Belastungsgeschichte auf.

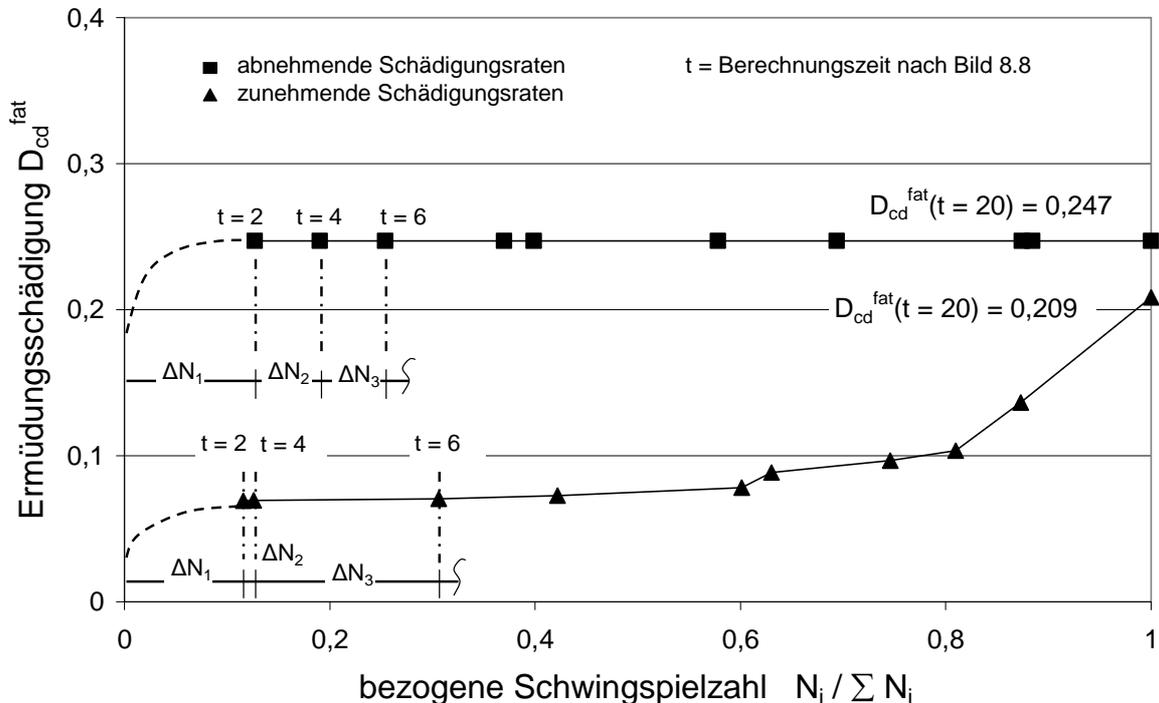


Bild 9.9: Vergleich der berechneten Schädigungsentwicklungen am Integrationspunkt mit dem größten Schädigungsendwert

Der Vergleich der Ergebnisse aus der numerischen Simulation in Bild 9.9 mit den in Bild 9.5 zusammengestellten Berechnungsergebnissen ohne Spannungsumlagerung zeigt eine erhebliche Verringerung der resultierenden Ermüdungsschädigung im untersuchten Spannbetonschaft. Dies ist im wesentlichen auf die Berücksichtigung der während des Ermüdungsprozesses entstehenden Steifigkeitsveränderungen und den daraus resultierenden Spannungsumlagerungen im Querschnitt zurückzuführen. Die Spannungsumlagerungen führen dazu, dass höher geschädigte Bereiche entlastet werden und insgesamt eine geringere Schädigung erleiden.

#### 9.4.2.3 Einfluss der Anfangsschädigung auf die Schädigungsentwicklung

Bei der in Bild 9.9 dargestellten Schädigungsentwicklung für abnehmende Schädigungsraten wird durch das zuerst berechnete Lastkollektiv mit der größten Schädigungsrate nahezu der Endwert der Schädigung erreicht. Dieses Lastkollektiv entspricht LK 10 in Tabelle 9.4. Durch die anschließenden Lastkollektive tritt nur noch ein vernachlässigbarer Zuwachs der Schädigung auf. Das zuerst berechnete Kollektiv dominiert somit den Schädigungszustand im Querschnitt. Bei dem Verlauf für zunehmende Schädigungsraten tritt das Lastkollektiv mit der größten Schädigungsrate (LK 10) am Ende der Lastgeschichte auf, wodurch der größte Schädigungszuwachs der gesamten Lastgeschichte hervorgerufen wird.

Um den Einfluss des Lastkollektivs auf den Endwert der Schädigung genauer zu untersuchen, wurde der zugehörige Kollektivumfang verringert bzw. das Lastkollektiv wiederum in einzelne, konstante Lastkollektive unterteilt. Zwei Aufteilungen wurden untersucht. Bei der ersten Aufteilung wurde das Lastkollektiv in 5 gleich große Einzelkollektive unterteilt. Daraus ergeben sich 28 Berechnungszeitpunkte. Bei der zweiten Aufteilung wurden zehn Unterteilungen vorgenommen. Die gesamte Berechnungszeit beträgt  $t = 38$ , vgl. Bild 8.8.

Die Ergebnisse sind in Bild 9.10 dargestellt. Daraus wird erkennbar, dass bei den Schädigungsverläufen für abnehmende Schädigungsraten durch die geringere Anfangsschädigung eine abgestuftere Schädigungsentwicklung im Querschnitt stattfindet. Hierdurch treten Spannungsumlagerungen auf, die im Vergleich zu Bild 9.9 zu einem um 5% geringeren Endwert der Schädigung führen. Bei den Schädigungsverläufen für zunehmende Schädigungsraten führen die Unterteilungen des schädigungswirksamsten Lastkollektivs ebenfalls zu einer Verringerung des Endwertes der Schädigung, wobei dieser Wert nur ca. 1% geringer ist als der nach Bild 9.9. Auffällig ist in Bild 9.10, dass sich die Endwerte der Schädigungen angleichen. Die erreichte Schädigung liegt für alle untersuchten Belastungsgeschichten bei ca.  $D_{cd}^{fat} \approx 0,19$ . Dieses Ergebnis der numerischen Schädigungsuntersuchung lässt die Schlussfolgerung zu, dass durch Spannungsumlagerungen im Querschnitt der Einfluss der Belastungsreihenfolge auf den Endwert der Ermüdungsschädigung aufgehoben wird. Im

Spannbetonschaft wird demnach unabhängig von der Belastungsreihenfolge ein Endwert der Ermüdungsschädigung erreicht.

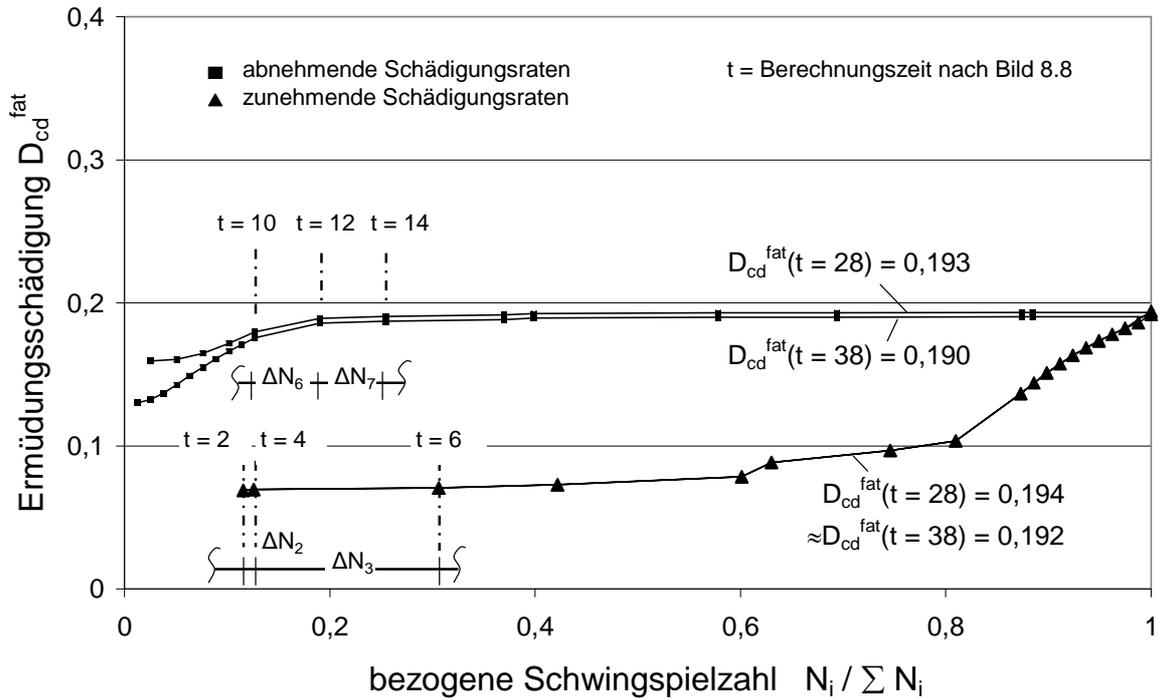


Bild 9.10: Vergleich der berechneten Schädigungsentwicklungen am Integrationspunkt mit dem größten Schädigungsendwert

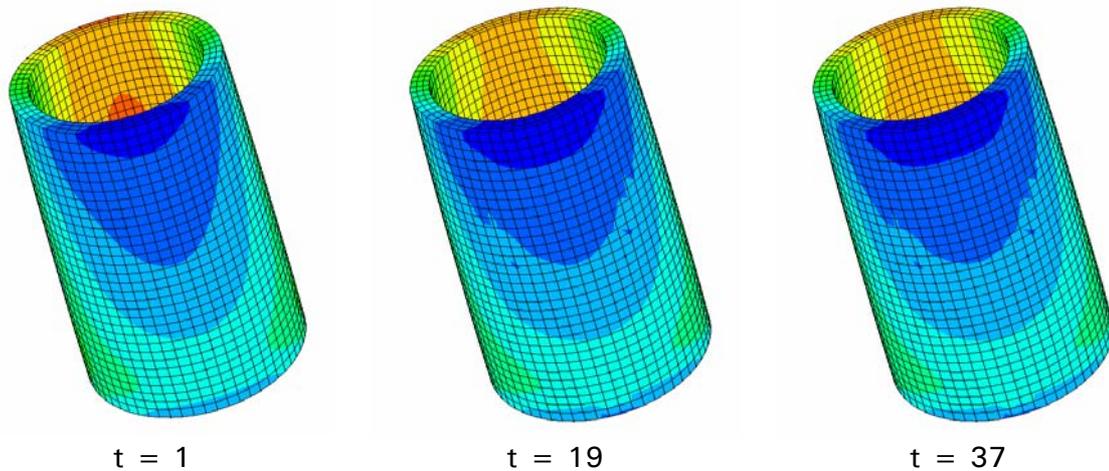
**9.4.2.4 Auswertung der Ermüdungslastgeschichte für eine Belastungsreihenfolge**

Nachfolgen soll der Ermüdungsprozess für die im Bild 9.10 aufgeführte Schädigungsentwicklung mit zunehmender Schädigungsrate und der zehnfachen Unterteilung des Lastkollektivs LK 10 ( $t=38$  Berechnungszeitpunkten) noch einmal grafisch dargestellt werden. Hierzu sind die Spannungsverteilungen und Schädigungszustände im Spannbetonschaft zu unterschieden Zeitpunkten der Berechnung in Bild 9.11 dargestellt und in Tabelle 9.5 zusammengefasst.

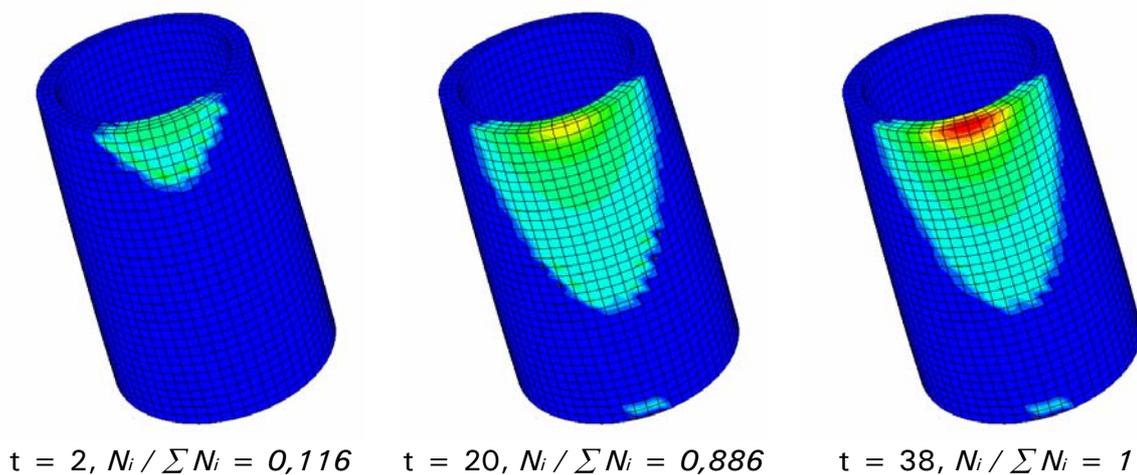
Tabelle 9.5: Zusammenstellung der Berechnungsergebnisse von Bild 9.11

Berechnungszeitpunkt $t$	bezogene Schwingspielzahl $N_i / \sum N_i$	Spannung		$D_{cd}^{fat}$
		$S_{cd,min}$	$S_{cd,max}$	
$t = 1$			0,683	
$t = 2$	0,116	0,531		0,069
$t = 19$			0,709	
$t = 20$	0,886	0,475		0,144
$t = 37$			0,709	
$t = 38$	1,0	0,475		0,192

Spannungsverteilung zu den Berechnungszeitpunkten t:



Schädigungsverteilung zu den Berechnungszeitpunkten t bzw. zu der bezogenen Schwingungszahl  $N_i / \sum N_i$ :



*Bild 9.11: Spannungs- und Schädigungsverteilung im Spannbetonschaft während der mehrstufigen Ermüdungslastgeschichte mit zunehmenden Schädigungsraten*

#### 9.4.2.5 Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer

Zur Bewertung des Schädigungszustandes wird die Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer nach Gl. (6.6) bestimmt. Hierzu ist es erforderlich, für den Spannungszustand infolge des zuletzt berechneten Lastkollektives die Ermüdungsschädigung unter der Annahme einer konstanten Amplitude zu bestimmen. Dies wurde für die beiden Belastungsreihenfolgen mit abnehmender und zunehmender Schädigungsrate durchgeführt. Die Ergebnisse sind Tabelle 9.6 aufgeführt. Bei der Belastungsgeschichte mit abnehmender Schädigungsrate ergibt sich eine Ausnutzung von  $L_{cd}^{fat} = 0,281$  und bei der Belastungsreihenfolge mit zunehmender Schädigungsrate eine Ausnutzung von  $L_{cd}^{fat} = 0,297$ . Werden diese Ergebnisse mit den Werten ohne Spannungsumlagerung aus Bild

9.5 verglichen, so kann eine um ca. 50% geringere Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer am Ende der Ermüdungslastgeschichte festgestellt werden.

*Tabelle 9.6: Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer des Spannbetonschäftes*

Belastungsgeschichte	$S_{cd,min}$ (t = 38)	$S_{cd,max}$ (t = 37)	$D_{cd}^{fat}(t = 38)$	$D_{cd}^{fat}(\sigma = konst.)$	$L_{cd}^{fat}$
abnehmende Schädigungsraten	0,515	0,670	0,190	0,675	0,281
zunehmende Schädigungsraten	0,475	0,709	0,192	0,646	0,297

Aufgrund der geringen Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer scheint eine Reduzierung der Schaftwanddicke möglich. Vergleichsrechnungen unter Ermüdungsbeanspruchung ergaben, dass eine Verringerung um ca. 10% möglich ist.

**9.4.2.6 Schädigungsentwicklung unter Gebrauchslastniveau**

Zur Untersuchung der Schädigungsverteilung im Spannbetonschaft unter Gebrauchslasten wird eine numerische Schädigungsanalyse auf Gebrauchslastniveau durchgeführt. Als Einwirkung wird die Belastungsgeschichte nach Abschnitt 9.4.2.4 angesetzt. Als Materialkennwerte werden die Angaben nach Tabelle 9.7 verwendet.

*Tabelle 9.7: Materialkennwerte für Untersuchungen auf Gebrauchslastniveau*

$f_{ck} =$ 35 MN/m <sup>2</sup>	$\epsilon_{c1} =$ - 0,0024	$E_{cm} =$ 29900 [MN/m <sup>2</sup> ]	$G_{clm} =$ 0,025 [MN/m]
b = 0,75	$\Delta n = 0,2$	$\lambda = 0,2$	$l_{eq} = 0,25$ m

Die numerische Schädigungsanalyse führt zu dem Ergebnis, dass nach Beendigung der Berechnung keine Schädigungswerte an den Integrationspunkten des numerischen Modells auftreten. In Bild 9.12 ist die Spannungsverteilung am Ende der Schädigungsberechnung dargestellt. Es treten offensichtlich keine Spannungsumlagerungen infolge vorhandener Steifigkeitsreduktionen auf. In Bild 9.13 ist der berechnete Schädigungszustand gezeigt.

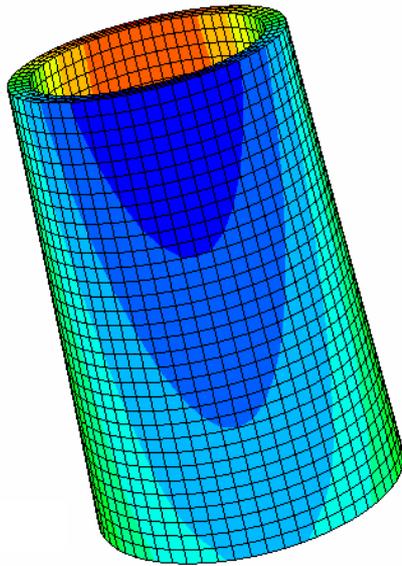


Bild 9.12: Spannungsverteilung am Ende der Belastungsgeschichte (Berechnungszeitpunkt  $t = 37$ )

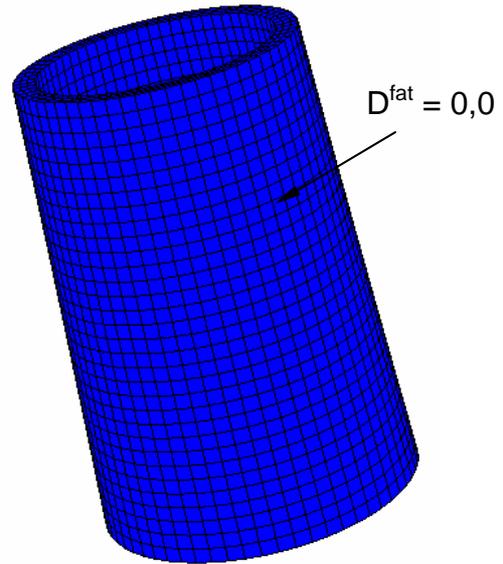


Bild 9.13: Schädigungsverteilung unter Gebrauchslastniveau (Berechnungszeitpunkt  $t = 38$ )

## 9.5 Numerische Schädigungsanalyse am Lasteinleitungsbereich des Stahladapters

### 9.5.1 System und Beanspruchungszustände

An dem im Lasteinleitungsbereich vom Spannbetonschaft zum Stahlrohrturn angeordneten Stahladapter werden die extern geführten Spannglieder des Betonschaftes verankert. Die Spanngliedführung weist dabei einen zweifach gekrümmten Verlauf auf. Durch die Krümmungen der Spannglieder entstehen Umlenkkräfte die zu Druck- bzw. Zugspannungen in Umfangsrichtung führen, siehe Bild 9.14. Zusammen mit den Beanspruchungen aus dem Stahlrohrturn ergeben sich im Lasteinleitungsbereich mehraxiale Beanspruchungszustände.

Unter Vernachlässigung der üblicherweise bei Schalentragerwerken geringen Spannungsanteile in radialer Richtung werden hier für die Ermüdungsuntersuchungen zweiachsigel Beanspruchungszustände vorausgesetzt. Insbesondere für den Bereich unmittelbar unterhalb der Kontaktfuge stellt diese Voraussetzung eine grobe Vereinfachung dar, weil durch die Behinderung der Querdehnung auch in radialer Richtung Spannungen auftreten können, die sich auf die Ermüdungsfestigkeit auswirken.

Durch die Vorspannung und die Spanngliedführung treten im oberen Bereich Druckspannungen in vertikaler Richtung mit gleichzeitig vorhandenen Querdrukbeanspruchungen und im unteren Bereich vertikale Druckspannungen mit Querkzugbeanspruchungen auf. Die Spanngliedführung und die Beanspruchungszustände sind schematisch in Bild 9.14 dargestellt.

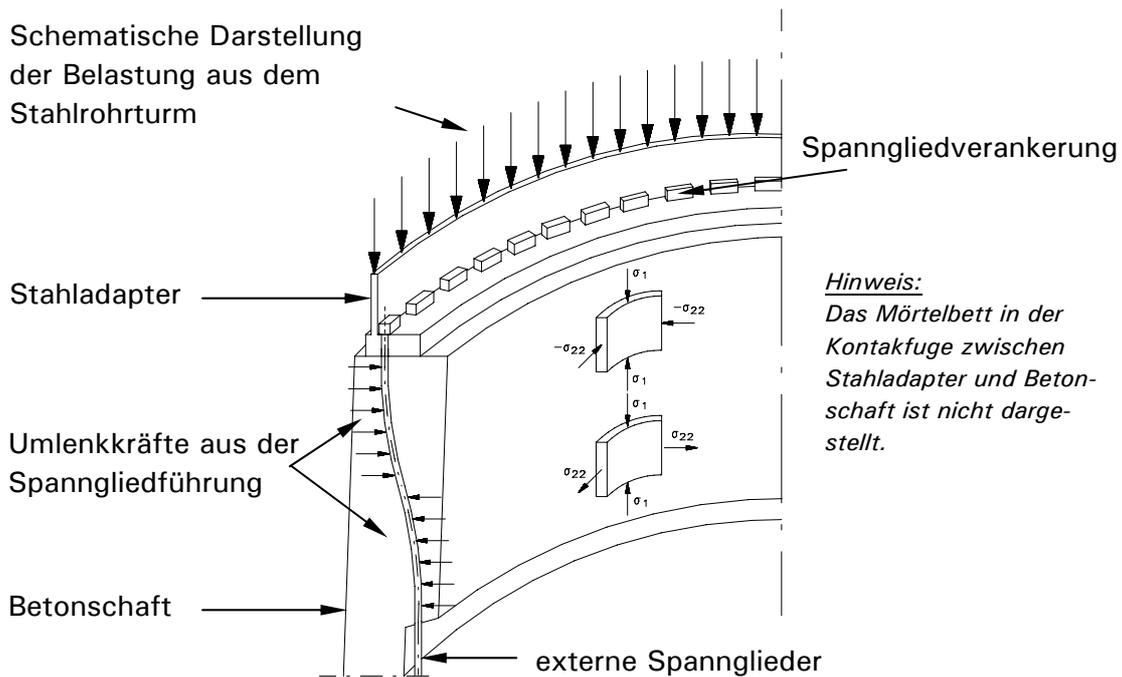


Bild 9.14: Spanngliederführung im Lasteinleitungsbereich und auftretende Beanspruchungszustände

## 9.5.2 Numerische Voruntersuchungen unter einaxialer Ermüdungsbeanspruchung

### 9.5.2.1 Schädigungsanalyse im Grenzzustand der Ermüdung

Die Voruntersuchungen werden an einem finiten Elemente - Modell durchgeführt, das einen Ausschnitt des Übergangsbereiches abbildet. Zwischen dem Stahladapter und dem Beton werden Kontaktelemente angeordnet. Das Modell erhält an seinen beiden tangentialen Seitenflächen symmetrische Randbedingungen. Die Verankerungskräfte aus Vorspannung werden durch äußere Flächenlasten abgebildet. Die Spanngliederverankerungen werden nicht modelliert. Die Umlenkkräfte aus Vorspannung bleiben für die einaxiale Ermüdungsuntersuchung unberücksichtigt.

Da die Belastungen innerhalb User-Subroutine DLOAD ermittelt und auf das Modell aufgebracht werden, können diese grafisch nicht dargestellt werden. Zur Überprüfung der äußeren Belastungen wurden Spannungsanalysen durchgeführt. Als Belastungsgeschichte wird die Belastungsreihenfolge aus Abschnitt 9.4.2.4 verwendet.

Die Untersuchungen wurden im Grenzzustand der Ermüdung durchgeführt. Dabei werden die Materialkennwerte nach den Angaben in Tabelle 9.2 angesetzt.

In Bild 9.15 ist die Spannungsverteilung im Lasteinleitungsbereich zu Beginn der Ermüdungslastgeschichte dargestellt. Diese zeigt hohe Spannungswerte im Beton im unmittelbaren Kontaktbereich zu dem Stahlflansch. Die Spannungswerte sind so groß, dass bereits für das erste Lastkollektiv lokales Ermüdungsversagen im Bereich der Außenkante des Stahlflansches eintritt, Bild 9.16, und die Schädigungsberechnung gestoppt wird. Nach dieser Modellbildung wäre der Grenzzustand der Ermüdung nicht eingehalten.

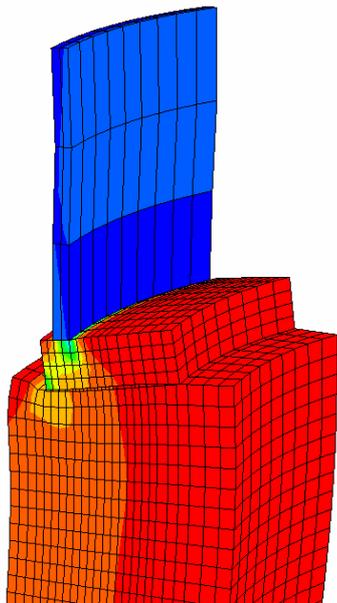


Bild 9.15: Spannungsverteilung zum Berechnungszeitpunkt  $t = 1$

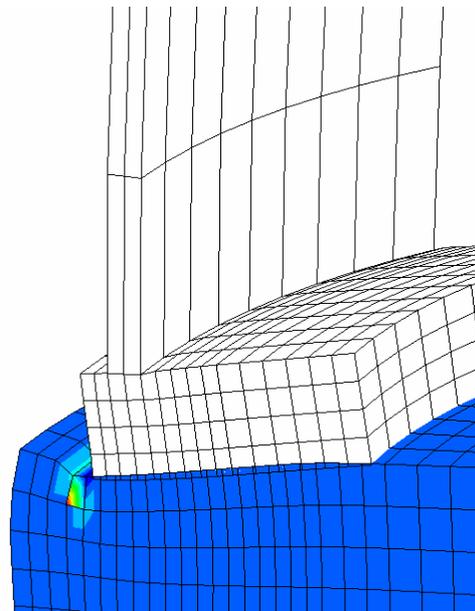


Bild 9.16: Lokales Ermüdungsversagen in der Kontaktfuge zum Berechnungszeitpunkt  $t = 2$

In Wirklichkeit ist zwischen dem Betonschaft und dem Stahladapter ein hochfestes Mörtelbett vorgesehen. Dieses soll zu einer gleichmäßigeren Spannungsverteilung führen und Spannungsspitzen bzw. Kerbwirkungen abbauen. Das Mörtelbett ist hier nicht modelliert, da keine Materialkennwerte und keine Angaben über das Ermüdungsverhalten vorliegen.

### 9.5.2.2 Vereinfachte, einaxiale Schädigungsberechnung unter Berücksichtigung des Ermüdungsversagens in der Kontaktfuge

Um Aufschluss darüber zu erhalten, wie der Schädigungsprozess nach dem Eintreten des Ermüdungsversagens an einem einzigen Integrationspunkte des numerischen Modells weiter fortschreitet, wird im Schädigungsalgorithmus „MULTIFAT“ ein konstanter Schädigungswert definiert. Dieser Schädigungswert soll dem Zustand Rechnung tragen, dass nach dem Eintreten des Ermüdungsversagens noch eine Reststeifigkeit im Beton verbleibt. Untersuchungen über die Größe der verbleibenden Reststeifigkeit sind nicht bekannt. Daher wird hier ein Wert von  $D_{cd}^{fat} = 0,3$  gewählt. Das bedeutet, dass nach dem Erreichen des Ermüdungsversagens ein E-Modul von  $E_r^{fat} = (1,0 - 0,3) \cdot E_{cm} = 0,7 \cdot E_{cm}$  als konstant bleibende Reststeifigkeit verwendet wird. In Bild 9.15 ist die berechnete Schädigungsverteilung im Kontaktbereich aufgeführt. Die grau

dargestellten Flächen zeigen Ermüdungsversagen an. Der Bereich des Ermüdungsversagens breitet sich von der Außenseite des Stahlflansches hin zur Innenseite aus. Die stärker geschädigten Bereiche entziehen sich dabei der Lastabtragung, was zu einer Spannungserhöhung in den bislang geringer geschädigten Bereichen führt. Diese Bereiche erfahren dadurch eine erhöhte Ermüdungsbeanspruchung, die zu einem schnelleren Ermüdungsprozess und schließlich zu einem früheren Ermüdungsversagen führt. Das bedeutet, dass in der Kontaktfuge ein progressiver Schädigungsfortschritt entsteht, der zum Versagen des Anschlussbereiches führen kann.

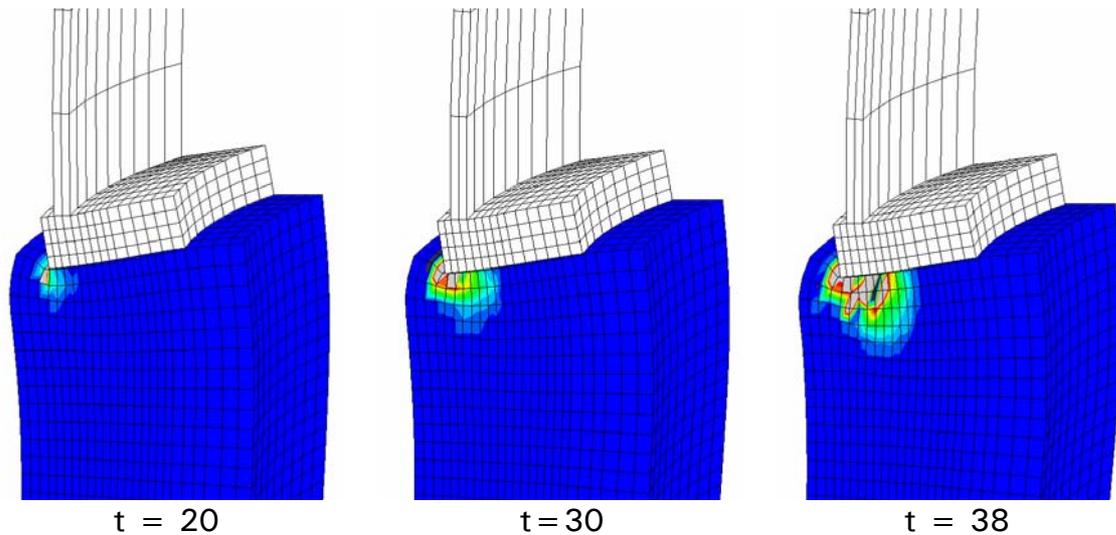


Bild 9.17: Darstellung der Schädigungsentwicklung in der Kontaktfuge zu den Berechnungszeitpunkten  $t$

### 9.5.2.3 Abschätzung des Schädigungszustandes unter Gebrauchslasten

Analog zum Vorgehen in Kapitel 9.4.2.6 wird die Schädigungsentwicklung unter Gebrauchslastniveau untersucht. Hierbei werden die Materialkennwerte nach Tabelle 9.8 angesetzt. Als Belastungsgeschichte wird die Belastungsreihenfolge aus Abschnitt 9.4.2.4 verwendet.

Tabelle 9.8: Materialkennwerte für Untersuchungen auf Gebrauchslastniveau

$f_{ck} =$ 55 MN/m <sup>2</sup>	$\varepsilon_{c1} =$ - 0,00265	$E_{cm} =$ 35700 [MN/m <sup>2</sup> ]	$G_{clm} =$ 0,03 [MN/m]
$b = 0,75$	$\Delta n = 0,2$	$\lambda = 0,2$	$l_{eq} = 0,25$ m

Die Ergebnisse der numerischen Schädigungsanalyse weisen keine Schädigungen am Ende der Belastungsgeschichte auf.

### 9.5.3 Schädigungsberechnung unter zweiachsender Ermüdungsbeanspruchung

In Abschnitt 7.4 und Abschnitt 8.5.2 wird der Einfluss von gleichzeitig einwirkenden Querdruck- und Querkzugspannungen auf die resultierende Schädigungsentwicklung in Hauptbeanspruchungsrichtung gezeigt. Demnach führt eine gleichzeitig einwirkende Querdruckspannung zu einer deutlichen Erhöhung der Ermüdungslebensdauer während eine gleichzeitig einwirkende Querkzugbeanspruchung zu einer erheblichen Abminderung der Ermüdungsfestigkeit bzw. der Ermüdungslebensdauer führt.

Im Lasteinleitungsbereich entstehen durch die Umlenkkräfte aus Vorspannung sowohl Querdruck- als auch Querkzugbeanspruchungen. Daher wird der Lasteinleitungsbereich für zweiachsende Ermüdungsbeanspruchungen numerisch untersucht.

Im oberen Bereich treten Querdruckspannungen auf, siehe Bild 9.14. Das Beanspruchungsverhältnis zwischen Querdruckbeanspruchung zu vertikaler Druckbeanspruchung beträgt in diesem Bereich ca.  $\alpha = 0,1$ . Im unteren Bereich treten Querkzugbeanspruchungen auf. Diese führen zu einem Beanspruchungsverhältnis von  $\alpha = -0,05$ .

Während bei der Schädigungsberechnung an einer Scheibe in Abschnitt 8.5.2 die Spannungen in beiden Beanspruchungsrichtungen abgefragt werden, sollen hier die Beanspruchungsverhältnisse bei der Schädigungsberechnung vorgegeben werden. Hierdurch wird erreicht, dass nur proportionale Lastgeschichten innerhalb Schädigungsberechnung auftreten.

#### 9.5.3.1 Schädigungsuntersuchung unter Gebrauchslasten

Zunächst wird der Übergangsbereich unter Gebrauchslasten untersucht. Dabei werden die Materialkennwerte nach Tabelle 9.8 verwendet und die Lastgeschichte nach Abschnitt 9.4.2.4 herangezogen.

Bei der numerischen Untersuchung konnten weder in der Kontaktfuge noch im Bereich von Querkzugbeanspruchungen Ermüdungsschädigungen festgestellt werden. Das bedeutet, dass insbesondere für den Bereich der Querkzugbeanspruchungen keine Rissbildung infolge der hier untersuchten Ermüdungsbeanspruchungen zu erwarten ist.

### 9.5.3.2 Schädigungsuntersuchung im Grenzzustand der Ermüdung

Zur Untersuchung der Schädigungsentwicklung im Grenzzustand der Ermüdung werden die Materialkennwerte nach Tabelle 9.3 verwendet. Als Lastgeschichte wird die Belastungsreihenfolge mit abnehmender Schädigungsrate nach Bild 9.9 angesetzt.

Die Untersuchungen ergaben, dass auch im Grenzzustand der Ermüdung keine Ermüdungsschädigungen auftreten. Durch den vorhandenen zweiaxialen Druckspannungszustand wird die Ermüdungsfestigkeit des Betons im Bereich der Kontaktzone entscheidend erhöht. Eine progressive Schädigungsentwicklung, wie in Bild 9.17 beschrieben, konnte nicht festgestellt werden.

Sofern bei einer Bemessung der Vorteil eines zweiaxialen Druckspannungszustandes im Bereich der Kontaktfuge berücksichtigt werden soll, ist sicherzustellen, dass sich dieser Spannungszustand durch die Konstruktion des Anschlusses einstellen kann. Bei der dargestellten Anschlussausbildung in Bild 9.14 beginnt die Krümmung des Spanngliedes erst unterhalb der Kontaktfuge. Ein durch die Umlenkkräfte hervorgerufener mehraxialer Spannungszustand tritt in der Kontaktfuge noch nicht auf, da die Krümmung der Spannglieder erst unterhalb der Kontaktfuge einsetzt. Ein mehraxialer Spannungszustand entsteht aber durch die Behinderung der Querdehnung im Beton durch den Stahladapter. Ggf. können auch zusätzliche konstruktive Maßnahmen empfehlenswert sein, wie z. B. ein umlaufendes, vertikales Stahlblech zum Einfassen der äußeren Betonkante.

Im Bereich der Querkzugbeanspruchung sind die auftretenden Spannungen sehr gering. Ein Schädigungsprozess wird aber trotz der vorhandenen Querkzugbeanspruchungen nicht initialisiert. Die Spannungs- und Schädigungsverteilung sind exemplarisch für das schädigungswirksamste Lastkollektiv in Bild 9.18 und Bild 9.19 dargestellt.

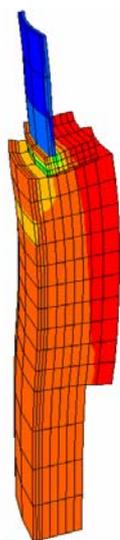


Bild 9.18: Verteilung der vertikalen Spannungen zur Berechnungszeit = 1

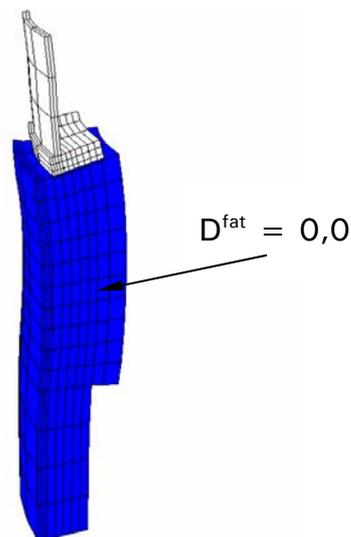


Bild 9.19: Schädigungszustand im Lasteinleitungsbereich zur Berechnungszeit  $t = 2$

## 9.6 Abschließende Bewertung der Berechnungsergebnisse

Die Ergebnisse der Schädigungsuntersuchungen am Spannbetonschaft einer Windenergieanlage können wie folgt zusammengefasst werden:

- Unter einaxialer Ermüdungsbeanspruchung und ohne Berücksichtigung von Spannungumlagerungen im Querschnitt führt der mehrstufige, energetische Schädigungsansatz zu einer geringeren Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer als die lineare Akkumulationshypothese. Ebenfalls wird der Einfluss von unterschiedlichen Belastungsreihenfolgen auf den Endwert der Ermüdungsschädigung deutlich.
- Durch eine numerische Schädigungsanalyse können auch Spannungumlagerungen im Querschnitt während der Ermüdungslastgeschichte berücksichtigt werden. Diese führen gegenüber den Berechnungen ohne Spannungumlagerungen auf eine geringere Ermüdungsschädigung.
- Der Einfluss von unterschiedlichen Belastungsreihenfolgen auf den Endwert der Ermüdungsschädigung scheint durch die Umlagerungseffekte im Querschnitt aufgehoben zu werden.
- Für den hier untersuchten Spannbetonschaft wird eine Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer von nur ca. 30% festgestellt.
- Eine Reduzierung der Schaftwanddicke um 10% scheint möglich, insbesondere, da die Belastungs- bzw. Windrichtung für die Ermüdungsnachweise derzeit als unveränderlich vorausgesetzt wird.
- In der Kontaktfuge zwischen Betonschaft und Stahladapter tritt bei Untersuchungen mit einaxialen Beanspruchungszuständen Ermüdungsversagen ein. Dabei kann von einem progressiven Schädigungsfortschritt ausgegangen werden.
- Bei dem hier untersuchten zweiaxialen Druckspannungszustand wird in der Kontaktfuge kein Ermüdungsversagen festgestellt.
- Im Lasteinleitungsbereich mit gleichzeitig auftretenden Querkzugbeanspruchungen sind die Spannungen in Hauptbeanspruchungsrichtung so gering, dass keine Ermüdungsschädigungen ermittelt werden.
- Bei allen numerischen Untersuchungen unter Gebrauchslastniveau werden keine Schädigungen am Ende der Ermüdungslastgeschichte festgestellt. Signifikante Ermüdungsschädigungen sind daher am Bauwerk nicht zu erwarten.

## **10. In-situ-Messungen am Spannbetonschaft einer Windenergieanlage**

### **10.1 Einleitung**

Zur Überprüfung der in Kapitel 9 auf Basis von numerischen Schädigungsuntersuchungen gewonnenen Erkenntnisse, wurden am Spannbetonschaft einer Windenergieanlage in-situ-Messungen durchgeführt. Die Messungen sollten Aufschluss über die tatsächlichen Beanspruchungen sowie die auftretenden Dehnungsentwicklungen und möglichen Steifigkeitsdegradationen unter realen Bauwerksbedingungen geben.

### **10.2 Beschreibung des Bauwerks**

Die Bauwerksmessungen wurden an einem Prototypen („Multibrid M5000“) mit einer Nennleistung von 5-MW durchgeführt, der von der Multibrid Entwicklungsgesellschaft in Bremerhaven für die Offshore – Windenergienutzung entwickelt wurde. Die Anlage wurde im Dezember 2004 mit einem Rotordurchmesser von 116 m und einer Nabenhöhe von 101,40 m errichtet und anschließend in Betrieb genommen, siehe Bild 10.1.

Die hybride Turmkonstruktion besteht aus einem extern vorgespannten 26,40 m hohen Betonschaft und einem anschließenden 71 m langen Stahlschaft, Bild 10.2. Als Übergangskonstruktion zwischen Betonschaft und Stahlschaft wurde ein Stahladapter eingebaut, siehe Bild 10.4 und Bild 10.5, der durch die Spannglieder des Betonschaftes rückverankert wird. Die Turmkonstruktion wurde über einer Kreisringplatte auf teilweise geneigten Ort betonrammpfählen gegründet, Bild 10.2.

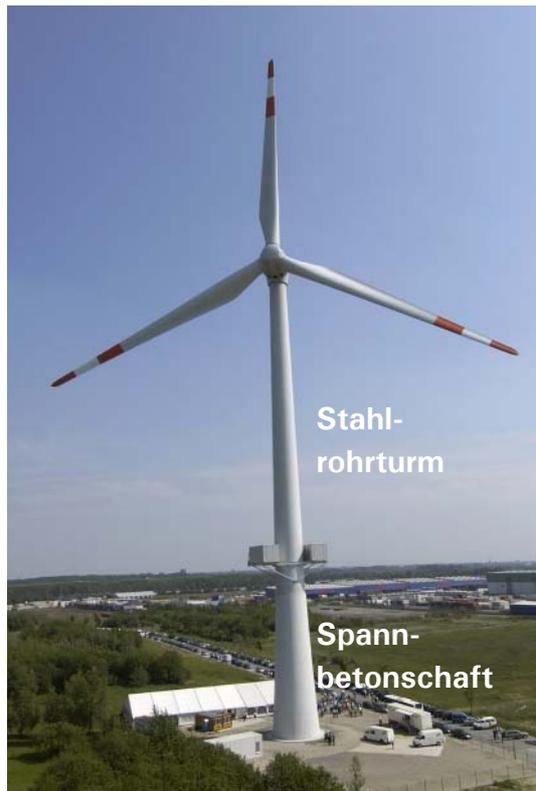


Bild 10.1: Gesamtansicht der Anlage  
(Quelle: www.Multibrid.com)

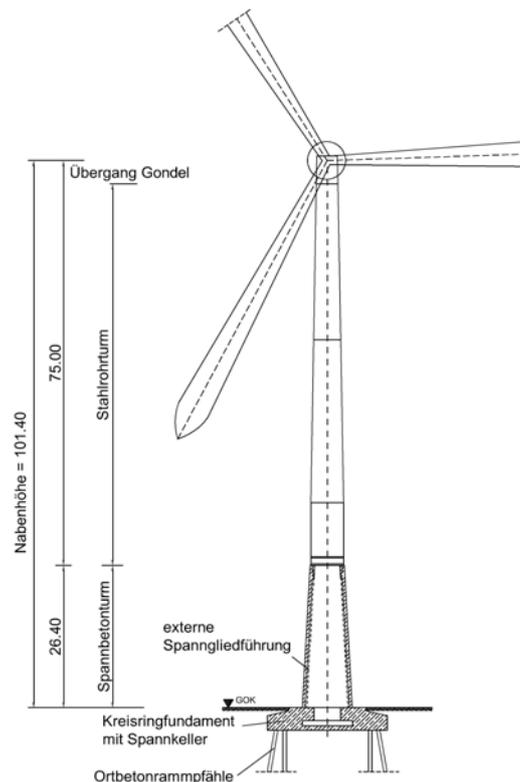


Bild 10.2: Turmkonstruktion mit Gründung

### 10.3 Verformungsmessungen im Beton

Die Dehnungsmessungen am Spannbetonschaft ermöglichen Rückschlüsse auf die Beanspruchungen und auf die an den Messstellen vorhandene Materialsteifigkeit unter Einbeziehung aller Langzeiteinflüsse sowie der klimatischen Rand- bzw. Umgebungsbedingungen. Die auftretenden Spannungen können nur indirekt über die gemessenen Dehnungen und die Anwendung bekannter Spannungs-Dehnungsbeziehungen ermittelt werden. Dazu sollten die vorhandenen Materialeigenschaften im Bauwerk bekannt sein oder näherungsweise abgeschätzt werden können.

Die Verformungen im Beton entstehen einerseits durch das Eigengewicht und die äußeren Einwirkungen wie z.B. aus Vorspannung, Wind oder Temperatur und andererseits durch das zeitabhängige Materialverhalten des Betons. Die zeitabhängigen Dehnungen können dabei ein Mehrfaches der elastischen Dehnungen erreichen.

#### 10.3.1 Schwind- und Kriechverformungen

Gewöhnlich werden die unter einer konstanten Druckspannung auftretenden Betondehnungen  $\epsilon_c(t)$  in einen lastunabhängigen Anteil  $\epsilon_{cs}(t, t_s)$  aus Schwinden

und in die lastabhängigen Anteile  $\varepsilon_{ci}(t_0)$  aus elastischer Verformung und  $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$  aus Kriechen getrennt, Gl. (10.1):

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{cs}(t, t_s) + \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0) \quad (10.1)$$

Mit:

$t$  = Zeitpunkt der auftretenden Betondehnung

$t_s$  = Beginn der Austrocknung

$t_0$  = Belastungsbeginn

Als Schwinden wird die Volumenreduktion durch chemische Prozesse als Folge der Hydratation des Zements sowie vor allem die Volumenänderung durch das von den Feuchterandbedingungen abhängige Austrocknen des Betons bezeichnet. Als Kriechen wird die lastabhängige Verformung insbesondere des Zementsteins bezeichnet. Die Zusammenhänge des Kriechens sind noch nicht vollständig geklärt. Kriechdehnungen entstehen unter anderem aus Umlagerungsprozessen der Wassermoleküle in Verbindung mit Gleitvorgängen in der Zementmatrix. Die Kriechdehnung wird besonders durch das wirksame Betonalter zu Belastungsbeginn und der Beanspruchungshöhe beeinflusst [Zilch/Zehetmaier -06].

Sowohl das Kriechen als auch das Schwinden wird erheblich von den Umgebungsbedingungen (Luftfeuchtigkeit, Temperatur etc.) und den Bauteilabmessungen sowie von zahlreichen betontechnologischen Parametern wie z. B. dem Wasserzementwert, der Zementart und des Zementgehalts beeinflusst. Dies führt dazu, dass auch innerhalb eines Betonquerschnitts die auftretenden Kriech- und Schwindvorgänge Schwankungen unterworfen sind.

Von besonderer Bedeutung für das Kriechen ist das Maß des Feuchteverlustes während der Dauerlastbeanspruchung, da z.B. durch Austrocknung der Kriechvorgang beschleunigt wird. Ist die Feuchte im Betonquerschnitt ungleichmäßig verteilt (Feuchtegradient), resultieren hieraus ungleichmäßige Kriech- und Austrocknungsvorgänge. Dadurch entstehen im Querschnitt nicht-linear verlaufende Eigenspannungen, wodurch die resultierenden Betondehnungen beeinflusst werden.

### 10.3.2 Verformungen infolge Temperatur

Da Temperaturänderungen den Dehnungszustand in einem Bauteil maßgeblich beeinflussen, erfordern Dehnungsmessungen immer auch eine Beurteilung des im Querschnitt vorhandenen instationären Temperaturzustands [Bieger et al. - 95]. Gleichzeitig ermöglichen Temperaturen eine Aussage über die Größe und Verteilung der im Bauteil auftretenden Temperaturverhältnisse. Die Messergebnisse können zur Kalibrierung von numerischen Untersuchungen über den Einfluss von klimatischen Randbedingungen auf die Spannungsverteilung im

Bauwerk herangezogen werden, wie sie z.B. basierend auf [Fouad -98] in [Gerasch -03] für einen Spannbetonschaft einer WEA durchgeführt wurden.

Infolge klimatischer Einwirkungen sind die Temperaturen in einem Querschnitt nichtlinear verteilt, Bild 10.3. Durch die Nichtlinearität entstehen im Querschnitt Zwang- und Eigenspannungen, da die resultierenden Dehnungen unterschiedlich behindert werden. Bei der rechnerischen Erfassung wird die Temperaturverteilung zweckmäßigerweise in drei Anteile zerlegt. Eine gleichmäßige Erwärmung oder Abkühlung bewirkt eine Längenänderung des Bauteils. Hierbei entstehen nur Zwangspannungen, wenn die freie Bewegung behindert wird. Der linear veränderliche Anteil bewirkt eine Verkrümmung des Querschnitts. Wird dieser behindert, entstehen Zwangbiegemomente. Nichtlinear verteilte Eigenspannungen entstehen dadurch, dass der wärmere Bereich im Querschnitt sich ausdehnen möchte, vom kälteren Bereich aber daran gehindert wird. Im warmen Bereich führt dies zu Druckspannungen und im übrigen Querschnitt zu Zugspannungen. Diese Eigenspannungen erzeugen keine äußeren Verformungen oder Schnittgrößen sondern stehen innerhalb des Querschnitts im Gleichgewicht.

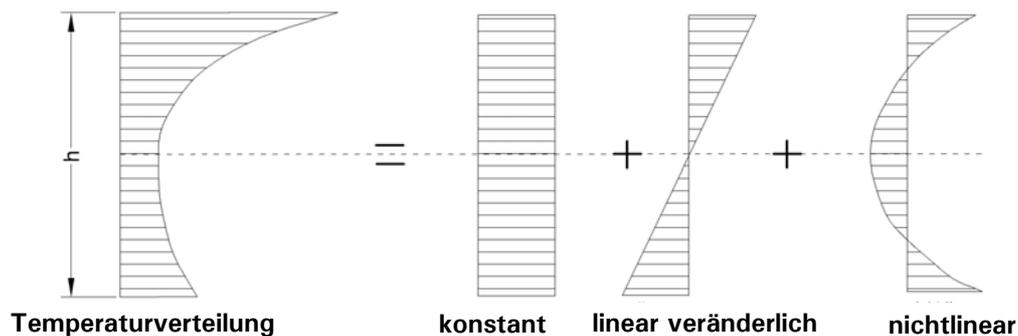


Bild 10.3: Anteile der Temperaturverteilung über die Schaftwanddicke  $h$

Die in einem Bauwerk auftretenden Zwang- und Eigenspannungen aus Temperatur hängen also von der Temperaturänderung bzw. von dem Temperaturgradienten innerhalb des Betonquerschnitts ab. Weiterhin sind die Bauteilabmessungen und die Bauteilsteifigkeiten von besonderer Bedeutung. Der Verformungsanteil infolge einer Temperaturdifferenz kann allgemein nach Gl. (10.2) bestimmt werden:

$$\epsilon_c(\Delta T) = \alpha_{Tc} \cdot \Delta T \tag{10.2}$$

Mit:

$$\alpha_{Tc} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ [1/K] (Wärmedehnzahl für Beton)}$$

$$\Delta T = \text{Temperaturdifferenz [K]}$$

Für einen über die Schaftwanddicke linear veränderlichen Temperaturgradienten ergeben sich bei Verformungsbehinderung die Zwangbiegemomente  $M_\varphi$  und  $M_x$  in Umfangs- und Längsrichtung nach Gl. (10.3) zu:

$$M_{\varphi} = M_x = -\frac{\alpha_{Tc} \cdot E_c \cdot \Delta T \cdot h^2}{12 \cdot (1 - \nu)} \quad (10.3)$$

Mit:

$E_c$  = Elastizitätsmodul des Betons

$\nu$  = Querkontraktionszahl des Betons

$\Delta T$  =  $T_a - T_i$  (Temperaturdifferenz zwischen Außen- und Innenseite)

$h$  = Schaftwanddicke

Die resultierenden Randspannungen  $\sigma_{\varphi}$  und  $\sigma_x$  können aus Gl. (10.4) berechnet werden:

$$\sigma_{\varphi} = \sigma_x = \pm \frac{\alpha_{Tc} \cdot E_c \cdot \Delta T}{2 \cdot (1 - \nu)} \quad (10.4)$$

Die Gesamtverformung in einem Querschnitt ergibt sich aus der Addition von Gl. (10.1) und Gl. (10.2).

## 10.4 Durchführung der Bauwerksmessung

Die Messungen wurden sowohl in Bereichen mit mehraxialen Beanspruchungszuständen, wie im Anschlussbereich des Stahladapters an den Betonschaft, als auch an Stellen mit der höchsten Betonspannung im ungestörten Schaftbereich durchgeführt. Zusätzlich wurden in drei Ort betonrammpfählen Betondehnungsaufnehmer eingebaut sowie je ein Kraftmessring an zwei gegenüberliegenden Spanngliedern. Auf die Messergebnisse der Spannglieder wird hier nicht weiter eingegangen, da die gemessenen Schwingweiten sehr gering waren und lediglich Spannkraftverluste infolge Schwinden und Kriechen auftraten.

### 10.4.1 Messstellenanordnung im Turmschaft

Aufgrund von Vorversuchen im Labor an einer häufig ausgeführten Übergangskonstruktion und vereinfachten Finite-Elemente-Berechnungen des Spannbetonschaftes wurde die genaue Lage der Betondehnungsaufnehmer für die Bauwerksmessungen festgelegt [Lierse/Göhlmann -04].

Insgesamt wurden 29 Betondehnungsaufnehmer und drei Temperaturlaufnehmer in den Betonschaft sowie zwei Kraftmessringe an den Spanngliedverankerungen eingebaut. Die Betonkonstruktion wurde in 2 Hauptmessbereiche untersucht. Da die Hauptwindrichtung für den betreffenden Standort aus langjährigen Windmessungen bekannt ist, konnten die Betondehnungsaufnehmer gezielt in den Bereichen mit hohen bzw. geringen zu erwartenden Beanspruchungen eingebaut werden. Die Einteilung der Messebenen ist im Bild 10.4 und die

Anordnung der Betondehnungsaufnehmer im Lasteinleitungsbereich des Stahladapters im Bild 10.5 dargestellt.

Der Hauptmessbereich 2 wird in drei Messebenen unterteilt. Die Messebene 2 - 0,86 m liegt dabei 0,86 m unterhalb der Messebene 2. In einem Abstand von 1,84 m unterhalb der Messebene 2 wird die Messebene 2 - 1,84 m angeordnet. Zusätzlich wurde die Messebene 2 - 2,96 m für die Temperaturmessungen eingeführt.

In der Messebene 2 und der Messebene 2 - 0,86 m sollte die tatsächlich vorhandene Spannungsverteilung im Beton im unmittelbaren Lasteinleitungsbereich des Stahladapters ermittelt werden. Die Messebene 2 - 1,84 m wurde angeordnet, um die Dehnungsänderungen über die Bauteilhöhe messen zu können. Zur Ermittlung der Dehnungsverteilung in der Schaftwand wurden an den maßgebenden Stellen in der Messebene 2 und der Messebene 2 - 0,86 m jeweils zwei Betondehnungsaufnehmer über die Wanddicke verteilt angeordnet.

Zur Erfassung der maximalen Beanspruchungen im ungestörten Betonschaftbereich wurde die Messebene 1 in der Höhe der rechnerisch ermittelten höchsten Betonspannungen festgelegt.

Die Anordnung der Betondehnungsaufnehmer in den einzelnen Messebenen ist in Bild 10.6 aufgeführt. Bild 10.7 zeigt einen Vertikalschnitt durch die Messebenen.



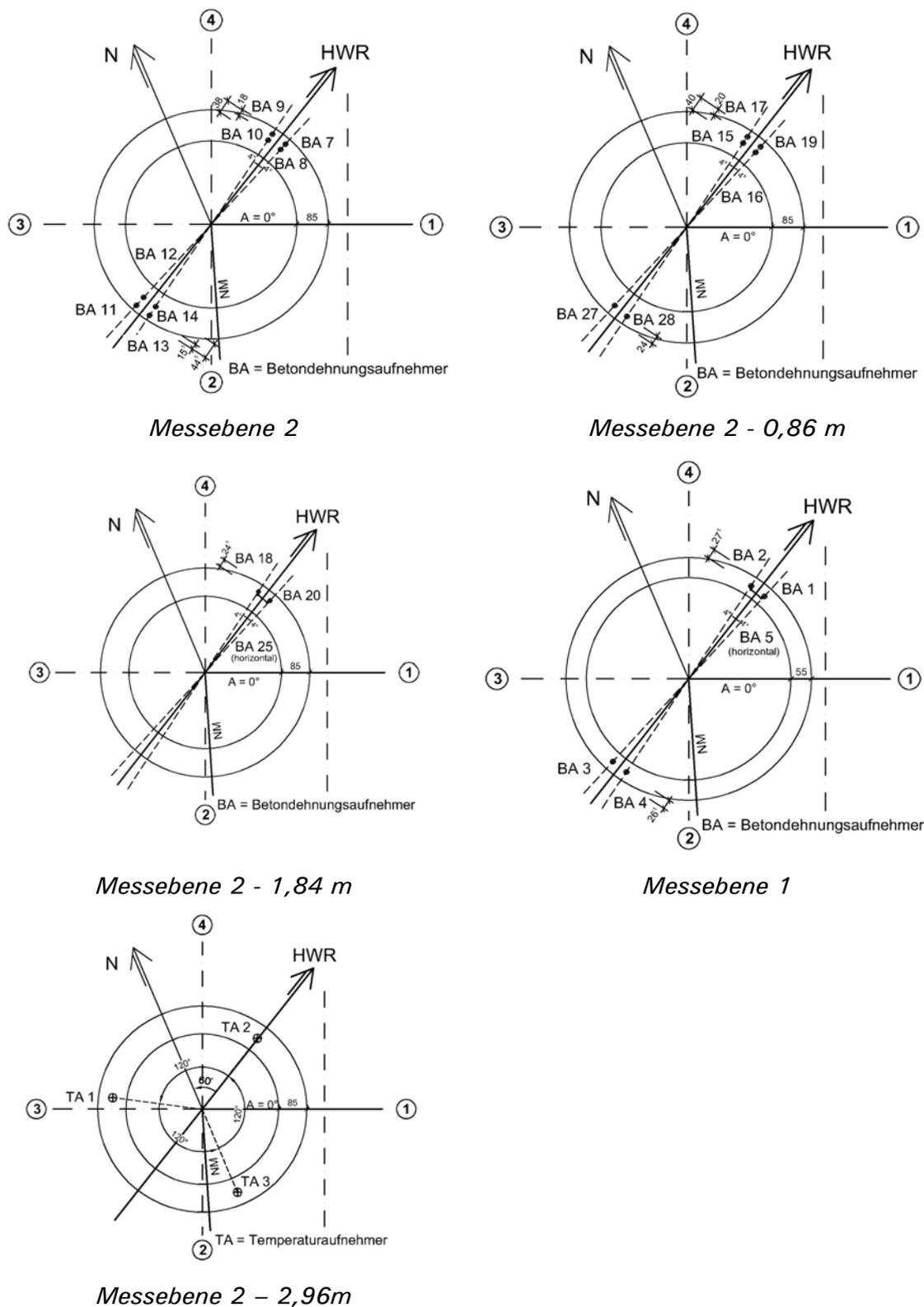


Bild 10.6: Anordnung der Messstellen im Betonschaft. NM bezeichnet die Ausrichtung der Gondel während der Nullmessung.

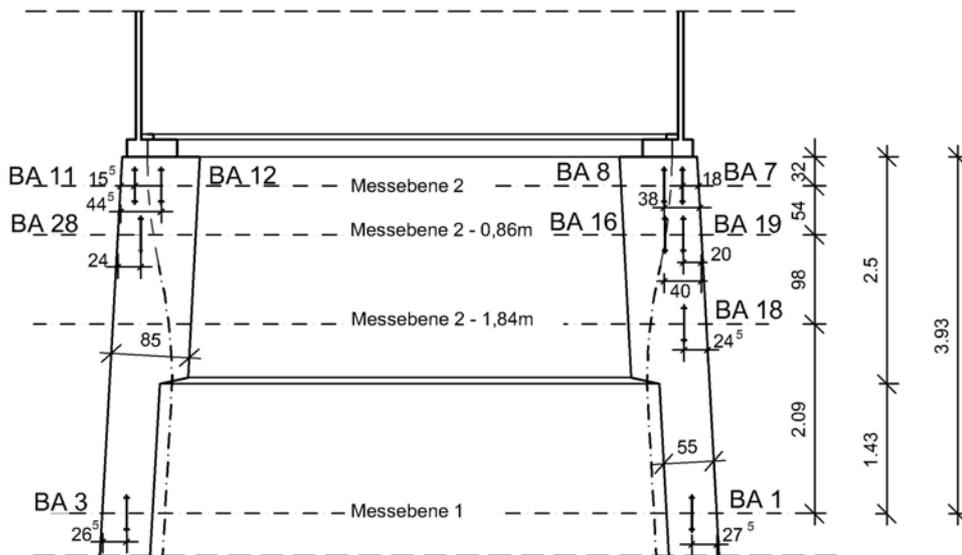
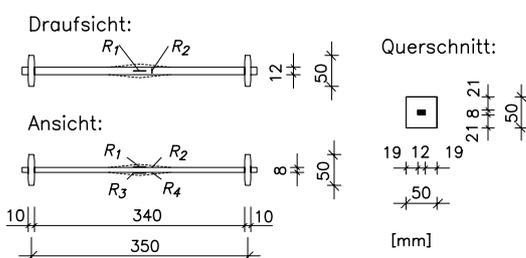


Bild 10.7: Vertikalschnitt durch die Messebenen, ohne Darstellung der Temperaturmessstellen

### 10.4.2 Messeinrichtung

Die Messungen der Betondehnungen wurden mit Betondehnungsaufnehmern durchgeführt, die am Institut für Massivbau entwickelt [Lierse-80] und in den vergangenen Jahren fortwährend modifiziert wurden [Grünberg/Hamfler -94], [Bieger et al. -95]. Der hier verwendete Aufnehmertyp, Bild 10.8, besteht aus einem Stahlrechteckprofil mit beidseitigen Verankerungsplatten. Gegenüber einer möglichen Querstabverankerung konnte so die Betonflächenpressung reduziert und eine unkontrollierbare Kerbwirkung der Verankerungsstäbe unter häufig wiederholender Beanspruchung nahezu ausgeschlossen werden. Im mittleren Bereich der Aufnehmer wurden Dehnungsmessstreifen (DMS) appliziert und zu einer Wheatstonschen Vollbrücke zusammenschaltet, Bild 10.9. Ausführliche Informationen zur Messung mit DMS werden z.B. in [Hoffmann - 87] gegeben.



Dehnungsmessstreifen :

HBM 6/350 XG11  
 $R = 350 \Omega \pm 0,2 \%$   
 $k = 2,05 \pm 0,5 \%$   
 $\alpha_T = 11 \cdot 10^{-6}/K$

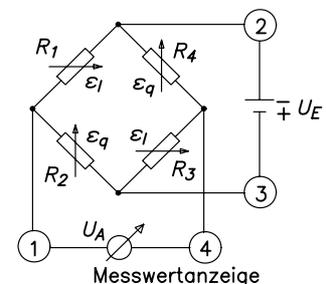


Bild 10.8: Betondehnungsaufnehmer mit Plattenverankerung

Bild 10.9: Verdrahtung der DMS zu einer Wheatstonschen Vollbrücke

Jeder Aufnehmer wurde in einer Universalprüfmaschine kalibriert und mehrfach bis über die später zu erwartende Maximaldehnung beansprucht, so dass

die hohe Messgenauigkeit und Linearität der DMS gerade auch für geringe Dehnungsbereiche voll genutzt werden konnte.

Aus Untersuchungen am Institut für Massivbau folgt, dass bei den hier zum Einsatz kommenden Betondehnungsaufnehmern unter Berücksichtigung aller unvermeidbaren Fehlereinflüsse nur Messunsicherheiten bis zu  $u = \pm 4 \%$  zu erwarten sind. Diese sind jedoch bei Messungen im Beton vor dem Hintergrund der ohnehin stärkeren Streuungen bei den Materialeigenschaften des Betons hinnehmbar.

Die eingesetzten Temperaturmesselemente bestehen aus einem handelsüblichen Platin-Messwiderstand PT100, der nach dem Anlöten der Messkabel mit einem Zwei-Komponenten-Klebstoff in eine Messinghülse eingegossen wird. Die Hülse wird zusätzlich durch einen Schrumpfschlauch abgedichtet. Das Temperaturmesselement wurde am Institut für Massivbau entwickelt und erfolgreich in Bauwerksmessungen eingesetzt, z.B. [Grünberg/Hamfler -94], [Bieger et al. -95] und [Wiesner -02]. Das Messinstrument ist in Bild 10.10 dargestellt.

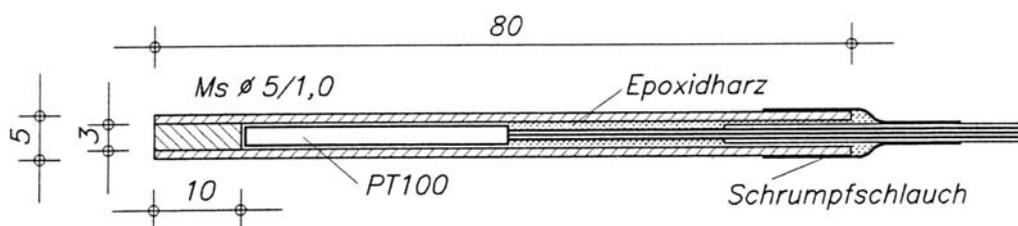


Bild 10.10: Temperaturmesselement

Weiterführende Erläuterungen hinsichtlich der hier eingesetzten Messeinrichtung werden u.a. ausführlich in [Grünberg/Hamfler -94] und [Wiesner -02] gegeben.

### 10.4.3 Messprogramm

Die zu registrierenden Messsignale wurden über temperaturkompensierte Kabel an die besonders für dynamische Messungen geeigneten Messverstärker geleitet. Durch ein selbst entwickeltes Messprogramm konnten in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit, dem Azimutwinkel der Gondel und der Leistung der Anlage die Messungen gestartet und gezielt die Frequenz der Abtastung gesteuert werden.

Die Messwerte wurden vom Messprogramm direkt für eine Auswertung und Weiterverarbeitung aufbereitet. Die Ergebnisse wurden auf den Festplatten des Messrechners gespeichert. Diese wurden in Abständen von einigen Wochen ausgewechselt. Die Kontrolle und Wartung der Messungen wurde durch Da-

tenfernübertragung vom Institut für Massivbau in Abständen von wenigen Tagen regelmäßig ausgeführt.

Eine Überprüfung bzw. Korrektur von nicht auszuschließenden Nullpunktverschiebungen an den Betondehnungsaufnehmern während des Messzeitraumes wurde aufgrund der sich ständig ändernden Beanspruchung und Gondelausrichtung nicht vorgenommen.

#### **10.4.4 Stationäre Messung**

Der hier näher untersuchte Abschnitt des Betonschafts wurde am 10.12.2003 betoniert. Der Stahladapter wurde gemeinsam mit der Vorspannung am 22.03.2004 aufgebracht. Die stationären Messungen begannen am 20.04.2004, nachdem die Messkabel zugänglich waren. Die stationären Messungen wurden in regelmäßigen Abständen durchgeführt. Dadurch konnten die Schwind- und Kriechverformungen bis zur Turmmontage messtechnisch erfasst werden. Der Turm wurde Ende November 2004 montiert. Die Montage der einzelnen Turmsegmente sowie der Gondel wurden dabei messtechnisch verfolgt. Die stationäre Messung wurde nach der Turmerrichtung fortgeführt. Dabei wurden nun auch die Dehnungsanteile infolge Anlagenbetrieb erfasst. Die Messwerte waren jedoch ohne die genaue Kenntnis der Anlagendaten (Azimutwinkel, Windgeschwindigkeit und Leistung) nicht mehr eindeutig interpretierbar, so dass diese hier nicht aufgeführt werden. Die Messergebnisse der stationären Messung wurden bereits in [Grünberg et al. -05] und [Grünberg/Göhlmann -06/2] vorgestellt. Es ergaben sich sowohl bei den Dehnungen infolge Schwindens und Kriechens sowie bei den Dehnungszuwächsen während der Turmmontage plausible Messergebnisse.

#### **10.4.5 Beginn der dynamischen Bauwerksmessung**

Die Anlage wurde im Dezember 2004 installiert und erstmalig in Betrieb genommen. Mit den dynamischen in-situ-Messungen wurde im Mai 2005 begonnen, nachdem die notwendigen Anlagendaten (Azimutwinkel, Windgeschwindigkeit und Leistung) zur Verfügung gestellt werden konnten.

Die Nullmessung des Messsystems wurde am 3. Mai 2005 vorgenommen. Hierfür wurden zu einem Zeitpunkt, an dem annähernd Windstille war und sich die Anlage im Stillstand befand, alle Messwerte der Betondehnungsaufnehmer zu Null gesetzt. Die Ausrichtung der Gondel zum Zeitpunkt der Nullmessung ist in Bild 10.6 mit angegeben.

## 10.5 Auswertung und Darstellung der gemessenen Dehnungen für ausgewählte Belastungssituationen

Nach der Nullmessung wurden messtechnisch nur Dehnungen infolge Windbeanspruchungen und Temperatur sowie die aus zeitabhängigen Einflüssen resultierenden Dehnungsanteile erfasst.

Zur Beurteilung der Gesamtverformung im Querschnitt sind daher zum einen die Dehnungsanteile aus Eigengewicht und Vorspannung zu berechnen und zum anderen die zeitabhängigen Dehnungszunahmen während der stationären Messung zu bestimmen. Diese Werte sind additiv zu den Messergebnissen der dynamischen Messung unter Anlagenbetrieb hinzuzufügen.

Die hier ausgewertete Messdauer umfasst den Zeitraum vom 03. Mai 2005 bis zum 19. Januar 2007. Die Messdauer betrug insgesamt 21 Monate.

### 10.5.1 Auswahl der Beanspruchungssituationen

Die Auswertung der Messergebnisse soll sowohl Aufschluss über kurzzeitig einwirkende Extrembeanspruchungen als auch über zeitabhängige Einflüsse geben.

Daher wurden Kriterien festgelegt, durch die in Abhängigkeit von dem Azimutswinkel  $A$  [°], der Windgeschwindigkeit  $v$  [m/s] sowie der Anlagenleistung  $L$  [U/min] Messwerte zur weiteren Bearbeitung aus den Rohdaten herausgefiltert werden konnten. Der Bereich des Azimutwinkels beträgt  $-900^\circ \leq A \leq +900^\circ$ . D.h. die Gondel kann der Windrichtung 2,5 mal um die eigene Längsachse nachgeführt werden, bevor eine Neuausrichtung notwendig wird.

Nach folgenden Kriterien wurden die Messwerte ausgewählt:

- maximale und minimale Dehnungswerte, unabhängig von den Anlagen-daten (Azimutwinkel, Leistung) und der Windgeschwindigkeit
- maximale und minimale Dehnungswerte für Windbeanspruchungen in Hauptwindrichtung, unabhängig von der Anlagenleistung
- Dehnungswerte bei maximaler und minimaler Windgeschwindigkeit, unabhängig vom Azimutwinkel und der Anlagenleistung
- Besondere Beanspruchungssituationen aus dem Anlagenbetrieb, wie z.B. Notabschaltungen und Bremsvorgänge
- Beanspruchungssituationen wie bei der Nullmessung (Azimutwinkel, Stillstand der Anlage, annähernd Windstille) zur Untersuchung von Langzeiteinflüssen

Die Hauptwindrichtung sowie der Azimutwinkel bei Nullmessung sind in Bild 10.11 dargestellt.

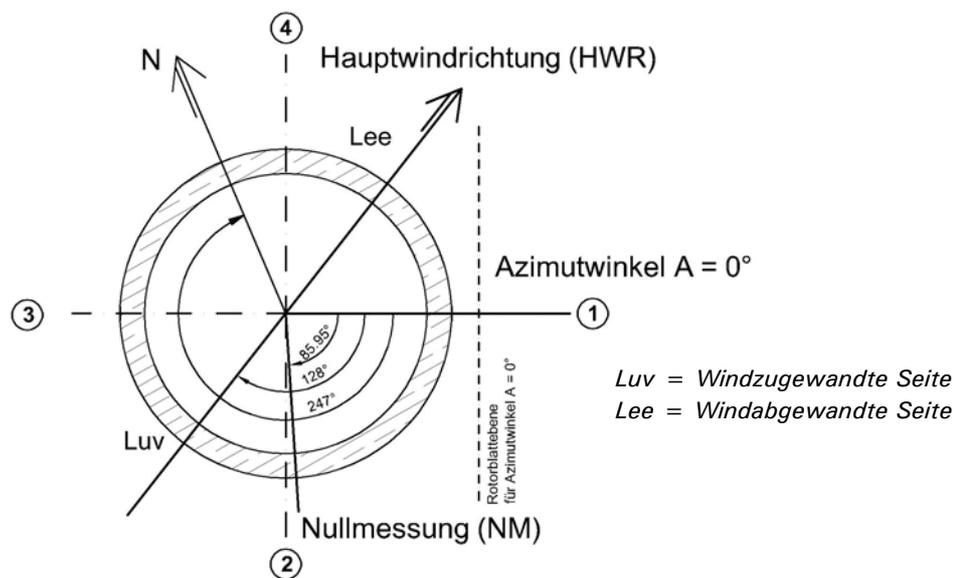


Bild 10.11: Winkelangaben im Querschnitt

### 10.5.2 Gemessene Bauwerkstemperatur

Die an den drei Messstellen in der Mitte der Schaftwand gemessenen Bauwerkstemperaturen werden nachfolgend für zwei Messzeiträume näher erläutert. Beim ersten Messzeitraum vom 29.07.2005 – 01.08.2005 („warmer Sommertag“) traten hohe Außentemperaturen auf. Beim zweiten Messzeitraum vom 12.3.2006 – 13.03.2006 („kalter Wintertag“) lagen hingegen niedrige Außentemperaturen vor. Die Werte der Außentemperaturen wurden nicht direkt an der Bauteiloberfläche gemessen, sondern den Angaben vom Deutschen Wetterdienst für Bremerhaven entnommen. Die Ebene der Temperaturmessstellen liegt 2,96 m unterhalb von Messebene 2. Die Anordnung der Messstellen innerhalb des Querschnitts ist in der Ergebnisdarstellung enthalten.

#### **Messzeitraum vom 29.07.2005 – 01.08.2005 („warmer Sommertag“)**

Die gemessenen Bauteiltemperaturen sowie die Außentemperatur sind für diesen Messzeitraum in Bild 10.12 aufgeführt. Die Messstelle T3 zeigt im Süd-Westen des Bauwerks den höchsten Temperaturwert an. Die Differenz zu den beiden anderen Messstellen ist geringer als 2 K. Hieraus kann insgesamt eine verhältnismäßig einheitliche Temperaturverteilung über den Umfang des Querschnitts abgeleitet werden.

Weiterhin ist aus der Temperaturentwicklung der einzelnen Messstellen der Sonnengang erkennbar. Die östliche Messstelle T 2 erreicht als erstes ihren Höchstwert. Anschließend folgt mit einem deutlich höheren Temperaturwert die Messstelle T 3 im Süd - Westen. Als letztes erreicht die Messstelle T 1 im Nord – Westen ihren höchsten Messwert, der wieder deutlich geringer ist als an Messstelle 2.

In Bild 10.12 ist zur Abschätzung der Temperaturentwicklung im Bauwerk auch die Außentemperatur mit aufgeführt. Es ist erkennbar, dass zwischen den Maximal- bzw. Minimalwerten der Außentemperatur und den gemessenen Bauwerkstemperaturen in Schaftwandmitte eine zeitliche Verzögerung von ca. 6 – 8 Stunden auftritt, wobei sich kurzzeitige Schwankungen der Außentemperaturen nicht bis zur Schaftwandmitte hin auswirken.

Durch die zeitliche Verzögerung der Temperaturentwicklung im Bauwerk entstehen innerhalb der Schaftwand ungleichmäßige Temperaturverläufe, vgl. Bild 10.3, durch die Zwang- und Eigenspannungen hervorgerufen werden. Aus Bild 10.12 ist ersichtlich, dass z.B. am Nachmittag des 29. Juli eine ca. 5,5 K höhere Außentemperatur im Vergleich zur Messstelle T1 auftrat. Umgekehrt kühlte die Außentemperatur in den frühen Morgenstunden des 31. Juli deutlich ab, so dass die Bauwerkstemperatur an der Messstelle T3 einen ca. 8 K höheren Wert gegenüber der Außentemperatur besaß. Dies bedeutet, dass die Temperaturverteilung entlang der Schaftwand ständigen Änderungen unterworfen ist und sehr unterschiedliche Temperaturverteilungen auftreten. Durch direkte Sonneneinstrahlung kann die Bauteiltemperatur an der Oberfläche deutlich größer sein als die gemessene Außentemperatur, vgl. Untersuchungen von [Kehlbeck -75] und die Berechnungen von [Gerasch -03], und sich dadurch sehr steile Temperaturgradienten über die Dicke in der Schaftwand einstellen können.

Durch die Änderung der Temperaturverteilung treten die Zwang- und Eigenspannungen mit wechselnden Vorzeichen auf und können so die Messwerte der Betondehnungsaufnehmer vergrößern oder verringern. Bei der Auswertung von Messungen über einen längeren Zeitraum ist daher immer auch der Einfluss der Zwang- und Eigenspannungen auf die Messwerte zu beurteilen. Werden hingegen Kurzzeitmessungen mit konstanten Temperaturrandbedingungen untersucht, kann dieser Einfluss vernachlässigt werden.

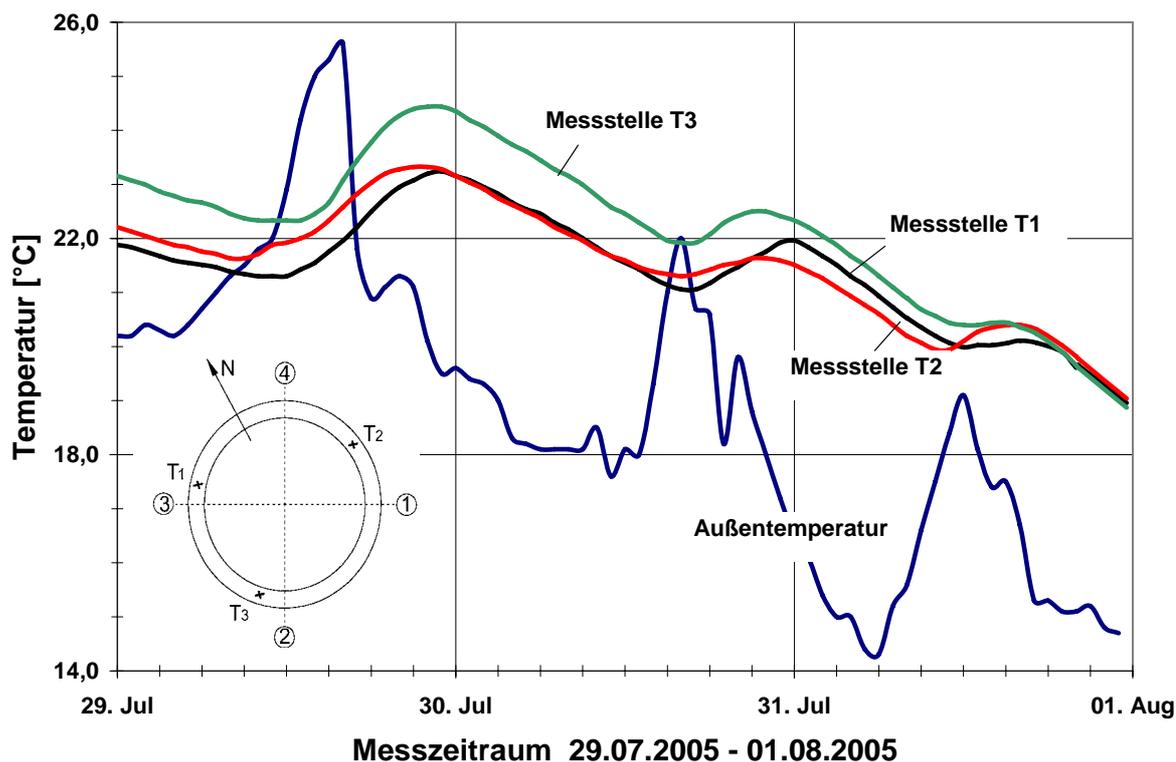


Bild 10.12: Verlauf der Außentemperatur und der gemessenen Bauwerkstemperaturen an einem warmen Sommertag

**Messzeitraum vom 12.3.2006 – 13.03.2006 („kalter Wintertag“)**

Die gemessenen Temperaturverläufe sowie die Außentemperatur sind in Bild 10.13 aufgeführt. Die Außentemperatur liegt für den gesamten Messzeitraum in Bild 10.13 unter 0° C. Die geringste Außentemperatur beträgt – 9,4° C. Die gemessenen Temperaturwerte lassen einen zur Außentemperatur zeitlich verzögerten Verlauf der Außentemperatur erkennen. Die gemessenen Bauwerkstemperaturen liegen an der Messstelle T3 über 0° C und an der Messstelle T1 sowie der Messstelle T2 unter 0° C. Die größte Differenz zwischen der gemessenen Bauwerkstemperatur und der Außentemperatur trat während des gesamten Messzeitraumes an der Messstelle T3 auf und betrug  $\Delta T = 9,6^\circ \text{ C}$ . Dieser Wert deutet auf einen hohen Temperaturgradienten zwischen der Außenfläche der Schaftwand und der Schaftwandmitte hin.

Die aus einer solchen Temperaturdifferenz hervorgerufene Dehnungsdifferenz kann nach Gl. (10.2) zu  $\Delta \varepsilon_c(\Delta T) = 9,6 \cdot 10^{-5}$  bzw.  $\Delta \varepsilon_c(\Delta T) = 0,096 \text{ ‰} \approx 0,1 \text{ ‰}$  ermittelt werden. Inwieweit eine solche Temperaturdifferenz tatsächlich zu behinderten Dehnungen und damit zu Zwang- und Eigenspannungen führt, kann aus den Messwerten nicht bestimmt werden. Hierfür wären weitere Messstellen an den Oberflächen der Außen- und Innenseite der Schaftwand und zusätzliche Messstellen entlang der Schaftwanddicke notwendig. Die Dehnungsdifferenz verdeutlicht aber, dass die im Turmschaft gemessenen

Bauwerksdehnungen durch teilweise große Dehnungsanteile aus Zwang- und Eigenspannungen überlagert sein können.

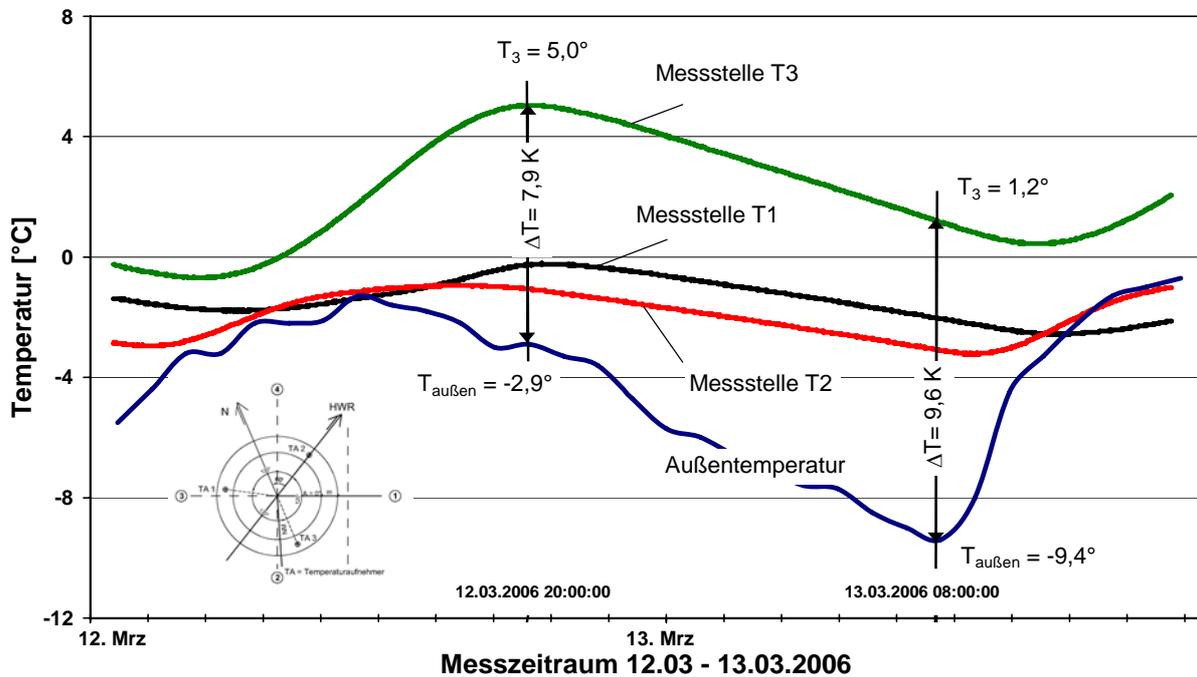


Bild 10.13: Verlauf der Außentemperatur und der gemessenen Bauwerkstemperaturen an einem kalten Wintertag

### **Abschätzung des linearen und nichtlinearen Temperaturanteils**

Da bei der hier durchgeführten Bauwerksmessung keine zusätzlichen Temperaturmessstellen eingebaut werden konnten, werden die nicht linearen Temperaturanteile aus [Kehlbeck -75] abgeschätzt. In [Kehlbeck -75] wurden umfangreiche Temperaturmessungen an einer Hohlkastenbrücke dokumentiert. Aus den Ergebnissen werden folgende nicht lineare Temperaturanteile abgeschätzt:

- Schaftwanddicke  $h = 55 \text{ cm}$ :  $\Delta T_{nl} = \pm 2 \text{ k}$
- Schaftwanddicke  $h = 85 \text{ cm}$ :  $\Delta T_{lin+nl} = \pm 4,5 \text{ k}$

Im Bereich der Schaftwanddicke mit  $h = 55 \text{ cm}$  (Messebene 1) werden die Betondehungsaufnehmer in Schaftwandmitte eingebaut. Zwangspannungen infolge des linearen Temperaturgradienten führen hier zu keinen Dehnungsanteilen.

### 10.5.3 Normalbetrieb der Anlage

Zu Beginn der Messauswertung wurden für alle Betondehnungsaufnehmer die jeweils maximalen und minimalen Dehnungen unter Berücksichtigung der entsprechenden Auswahlkriterien nach Kapitel 10.5.1 monatsweise zusammengestellt.

Die größten gemessenen Stauchungen (=minimale Dehnungen) traten für Windbeanspruchungen auf, die nur einige Grad von der Hauptwindrichtung abwichen. Die zu diesen gemessenen Stauchungswerten zugehörigen Windgeschwindigkeiten und Anlagenleistungen wurden für Windrichtungen, die deutlich von der Hauptwindrichtung abwichen nicht übertroffen. Daher kann davon ausgegangen werden, dass im Querschnitt für andere Windrichtungen und entsprechend hohe Anlagenleistungen keine größeren Beanspruchungen auftreten, als die in Hauptwindrichtung gemessenen Werte. Das bedeutet, dass das zweite und dritte Kriterium zur Messwertauswahl nach Abschnitt 10.5.1 bereits mit durch das erste Kriterium erfasst wird.

Die Auswertung der Messergebnisse wird für den Betondehnungsaufnehmer 1 (BA 1) und den Betondehnungsaufnehmer (BA 7) dargestellt. Der BA 1 liegt im ungestörten Schaftbereich mit den rechnerisch höchsten Betondruckspannungen (siehe Messebene 1 in Bild 10.6). Der BA 7 ist in der Messebene 2 unmittelbar unterhalb des Stahlflansches und in Verlängerung des Stegbleches angeordnet, siehe Bild 10.7.

Nachfolgend werden die gemessenen, maximalen Stauchungen über den gesamten Messzeitraum dargestellt. Hierzu wurden monatsweise und in Einzelfällen in Abschnitten von 30 Tagen die größten Dehnungswerte aus den Messwerten herausgefiltert und getrennt für die einzelnen Messebenen aufbereitet. Die Windenergieanlage lief hierbei jeweils im Nennleistungsbereich. Zusätzlich sind zum Vergleich der Beanspruchungssituationen zu den Dehnungswerten der Azimutwinkel  $A$ , die Windgeschwindigkeit  $V$  und die Leistung  $L$  der Anlage sowie das Datum mit Uhrzeit aufgeführt, bei der die Beanspruchung auftrat.

#### 10.5.3.1 Dehnungsmesswerte in Messebene 1

Die gemessenen Dehnungswerte am Betondehnungsaufnehmer 1 (BA 1) sind für den gesamten Messzeitraum in Bild 10.14, Bild 10.15 und Bild 10.16 aufgeführt und werden nachfolgend erläutert.

##### ***Vergleich der Anlagendaten (Azimutwinkel, Windgeschwindigkeit, Leistung)***

Der Einfluss der Gondelausrichtung (Azimutwinkel  $A$ ) auf die resultierenden Messwerte ist offensichtlich. Die größten aus allen Messwerten herausgefilterten Stauchungswerte (minimale Dehnungen) treten bei Azimutwinkeln auf, die der Hauptwindrichtung (HWR) entsprechen. Von der HWR stärker abweichenden

de Azimutwinkel führen zu kleineren Messwerten, da die extreme Randspannung aus dem Turmbiegemoment nicht an der Stelle der eingebauten Betondehnungsaufnehmer auftritt. Gondelausrichtungen, die senkrecht zur HWR auftreten, führen zu den geringsten Dehnungswerten. Hierbei befinden sich die Betondehnungsaufnehmer im rechnerischen Momentennulldurchgang. Ein Vergleich der gemessenen Windgeschwindigkeiten und der Anlagenleistungen für Azimutwinkel, die nicht mit der HWR übereinstimmen, ergab, dass keine größeren Werte auftraten als solche, die auch bei Gondelausrichtungen in HWR erfasst wurden. Hieraus folgt, dass Beanspruchungssituationen mit Azimutwinkeln abweichend von der HWR zu keinen größeren Beanspruchungen im Betonschaft führen. Bei den gemessenen Dehnungen kann davon ausgegangen werden, dass die größten und kleinsten im Querschnitt des Turmschaftes auftretenden Beanspruchungssituationen messtechnisch erfasst wurden.

Dehnungsmesswerte zu unterschiedlichen Zeitpunkten und Azimutwinkeln, die nahe an der HWR liegen, weichen trotz nahezu identischer Anlagenleistung voneinander ab. Dies ist auf den Einfluss der Windbeanspruchung auf den Turm selbst zurückzuführen. Geringere Windgeschwindigkeiten führen zu geringeren Turmbiegemomenten und somit zu geringeren Stauchungen. Dies wird deutlich, wenn die Messwerte vom 31.07.2005 mit den Werten am 15.11.2005 verglichen werden. Die Leistung der Anlage ist an beiden Zeitpunkten nahezu gleich groß und liegt etwa bei  $L = 16,1$  U/min. Die Windrichtung am 31.07.2005 entspricht der HWR. Der gemessene Dehnungswert beträgt  $\varepsilon_{\min} = -0,116\%$ . Am 15.11.2005 weicht der Azimutwinkel um ca.  $5^\circ$  von der HWR ab. Dennoch ist die am 15.11.2005 gemessene Stauchung von  $\varepsilon_{\min} = -0,123\%$  geringfügig größer. Dies wird größtenteils auf ein größeres Turmbiegemoment am Fuß des Stahlrohrturmes durch die um  $v = 1,5$  m/s höhere Windgeschwindigkeit zurückgeführt.

### ***Maximaler und minimaler gemessener Dehnungswert***

Die größte gemessene Stauchung (=minimale Dehnung) tritt am 08.10.2006 auf. Diese beträgt  $\varepsilon_{\min} = -0,13\%$ . Die Anlagenleistung liegt bei  $L = 15,97$  U/min und die gemessene Windgeschwindigkeit  $v = 13,84$  m/s. Die Abweichung des Azimutwinkels zur HWR beträgt ca.  $3^\circ$ . Vergleicht man die Anlagenwerte mit den Daten vom 31.07.2005 ( $L = 16,1$  U/min,  $A = 488^\circ$ ,  $V = 13,5$  m/s), so stimmen diese nahezu überein. Dennoch sind die gemessenen Stauchungen am 08.10.2006 größer. Da der Messzeitraum zwischen den beiden Messzeitpunkten ca. 11 Monate beträgt, kann die Dehnungszunahme durch die zeitabhängige Verformungszunahme aus Schwinden und Kriechen erklärt werden, siehe Bild 10.16. Ein Einfluss von Eigenspannungen infolge nichtlinearer Temperaturverteilung kann ebenfalls die Messwerte beeinflussen. Insgesamt werden die gemessenen, minimalen Dehnungswerte als gering eingestuft. Hinweise zur Berechnung der Gesamtverformung werden in Abschnitt 10.5.7 gegeben.

Die maximale Dehnung infolge Normalbetrieb der Anlage tritt am 09.09.2005 auf und beträgt  $\varepsilon_{\max} = +0,055 \text{ ‰}$  (Azimutwinkel:  $A = 319,14^\circ$ , Windgeschwindigkeit  $V = 13,17 \text{ m/s}$ , Leistung:  $L = 16,04 \text{ U/min}$ ). Die gemessene Zugdehnung wird allein durch den Anlagenbetrieb und die Windbeanspruchung auf den Turm hervorgerufen. Die Dehnungsanteile aus Vorspannung und Eigengewicht sind im Messwert nicht enthalten. Etwa 5 Monate später wurde bei einer Notabschaltung der Anlage eine Zugdehnungen von  $\varepsilon_{\max} = +0,116 \text{ ‰}$  gemessen. Bereits hieraus wird ersichtlich, dass aus der Regelung des Anlagenbetriebes besondere Beanspruchungssituationen hervorgerufen werden können. Auf diese wird in Abschnitt 10.5.4 näher eingegangen.

Auf eine grafische Darstellung der maximalen Dehnungen,  $\varepsilon_{\max}$ , wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet.

### ***Größter Dehnungszuwachs und größte Schwingweite***

Die größte Differenz zwischen zwei maximalen Stauchungsmesswerten unter Normalbetrieb der Anlage tritt zwischen dem 17.06.2005 und 31.07.2005 auf und beträgt  $\max. \varepsilon_{\min}^{\text{diff}} = 0,04 \text{ ‰}$ . Diese Differenz ist durch die abweichenden Anlagendaten und die unterschiedliche Windgeschwindigkeit bedingt.

Zur Abschätzung der auftretenden Dehnungsschwingweiten sind neben den minimalen Dehnungen (= maximale Stauchungen) auch die maximalen Dehnungen (Zugdehnungen) zu ermitteln. Hierzu wurden die größten, monatsweise gemessenen Werte über den gesamten Messzeitraum ausgewertet. Die gemessenen Zugdehnungen entstehen allein aus der Windbeanspruchung. Zur Beurteilung der Gesamtverformungen sind die Anteile aus Eigengewicht und Vorspannung mit einzubeziehen.

Die größte Dehnungsschwingweite während des gesamten Messzeitraumes wird nicht aus einem einzelnen Lastzyklus berechnet, sondern durch den größten und den geringsten Dehnungsmesswert, der in einem Monat auftrat. Dieser Wert stellt somit einen Grenzwert der größtmöglichen aufgetretenen Schwingweite der bisherigen Bauwerksmessung am BA 1 dar. Die größte, berechnete Schwingweite ergibt sich demnach mit der Stauchung am 24.05.2006 ( $\varepsilon_{\min} = -0,113 \text{ ‰}$ ) und der Zugdehnung am 28.05.2006 ( $\varepsilon_{\max} = 0,090 \text{ ‰}$ ) zu  $\max. \Delta\varepsilon = -0,113 \text{ ‰} - 0,090 \text{ ‰} = 0,203 \text{ ‰}$ . Der Messwert am 24.05.2006 trat bei einem Bremsvorgang der Anlage auf und liegt geringfügig unterhalb der größten Stauchungswerte während des Normalbetriebes.

### ***Bewertung der maximalen Schwingweite***

Unter der Annahme eines linearen Materialverhaltens und eines E-Moduls von  $E_{\text{cm}} = 35700$  für C55/67 kann vereinfacht aus der Dehnungsschwingweite eine Spannungsschwingweite von  $\Delta\sigma = 35700 \cdot 0,000203 = 7,25 \text{ MN/m}^2$  berechnet werden. Bezogen auf den Mittelwert der Betondruckfestigkeit

$f_{cm} = 63 \text{ MN/m}^2$  folgt daraus eine bezogene Schwingweite von  $\Delta S = 7,25 / 63 = 0,12$ . Wird hingegen die Schwingweite in Beziehung zum charakteristischen Wert der Betondruckfestigkeit gesetzt, so liegt diese bei  $\Delta\sigma = 0,13 f_{ck}$ . Die Werte der Spannungsschwingweite werden als sehr gering eingestuft.

### ***Einfluss aus Schwinden und Kriechen***

Wird die Entwicklung der maximalen Stauchungen über den gesamten Messzeitraum (Bild 10.14, Bild 10.15 und Bild 10.16) betrachtet, so kann insgesamt eine kontinuierliche Dehnungszunahme während des Messzeitraums festgestellt werden, obwohl sich die Beanspruchungen nicht signifikant verändert haben. Die Zunahme ist auf den Einfluss aus Schwinden und Kriechen zurückzuführen. Wird der Messwert vom 25.05.2005 mit dem vom 17.12.2006 verglichen, so kann bei näherungsweise gleichen Anlagendaten ein Dehnungszuwachs von ca. 78% festgestellt werden.

### ***Einfluss der Temperatur***

Ein jahreszeitlich bedingter Temperaturgang, der die Messergebnisse maßgeblich beeinflusst, ist aus den Messergebnissen nicht erkennbar.

Da die Betondehnungsaufnehmer in der Messebene 1 in der Schaftwandmitte angeordnet sind, wird kein Einfluss aus Zwangbiegemomenten infolge des linearen Temperaturgradienten erwartet. Lediglich der nichtlineare Temperaturanteil führt zu Eigenspannungen im Querschnitt und kann die Messwerte beeinflussen.

Dieser Dehnungsanteil wurde nach Abschnitt 10.5.2 zu  $\varepsilon(T_{nl}) = \pm 0,02\text{‰}$  abgeschätzt und beträgt somit nur 15,4% der größten gemessenen Stauchung. Eine Beeinträchtigung der gemessenen Dehnung infolge Eigenspannungen ist daher als gering einzustufen.

### ***Besonderheiten***

Auffällig ist die kurzzeitige Abnahme der Stauchungen am 01.06.2006. Diese resultiert aus dem Beginn eines Bremsvorganges der Anlage. Es handelt sich daher nicht um einen Messwert unter Normalbetrieb. Hinweise auf eine signifikante Steifigkeitsreduktion des Betons im Bereich der Messstellen infolge der zyklischen Beanspruchung konnten nicht festgestellt werden.

BA 1 in Messebene 1

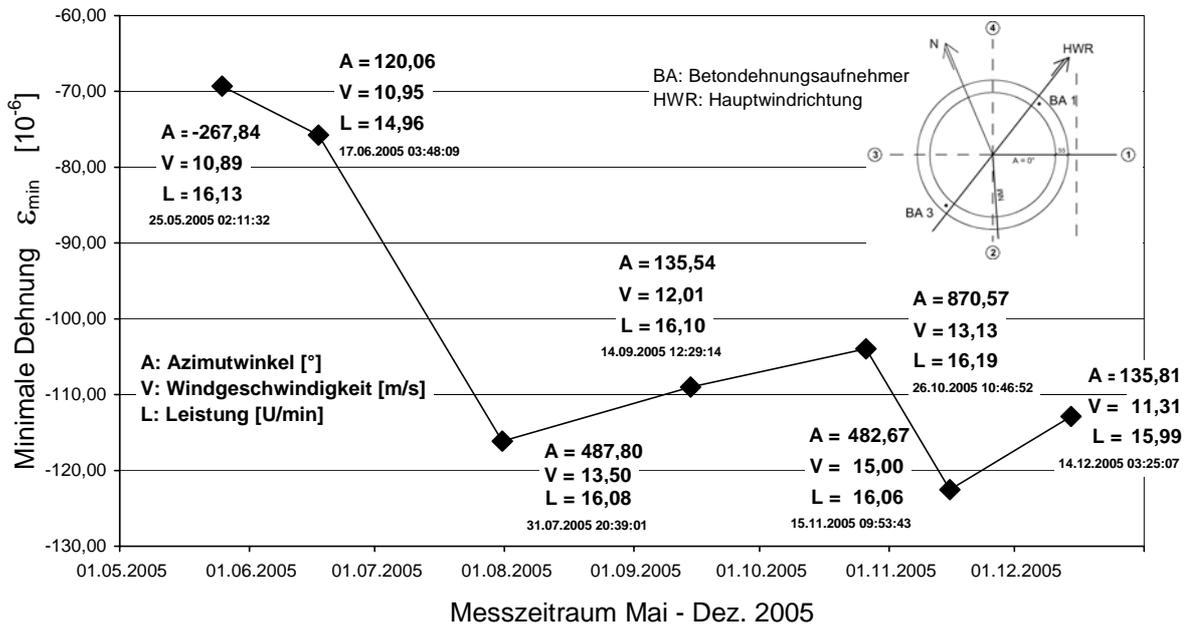


Bild 10.14: Minimale Dehnung (= max. Stauchung) am BA 1 in Messebene 1, Messzeitraum: Mai – Dezember 2005

BA 1 in Messebene 1

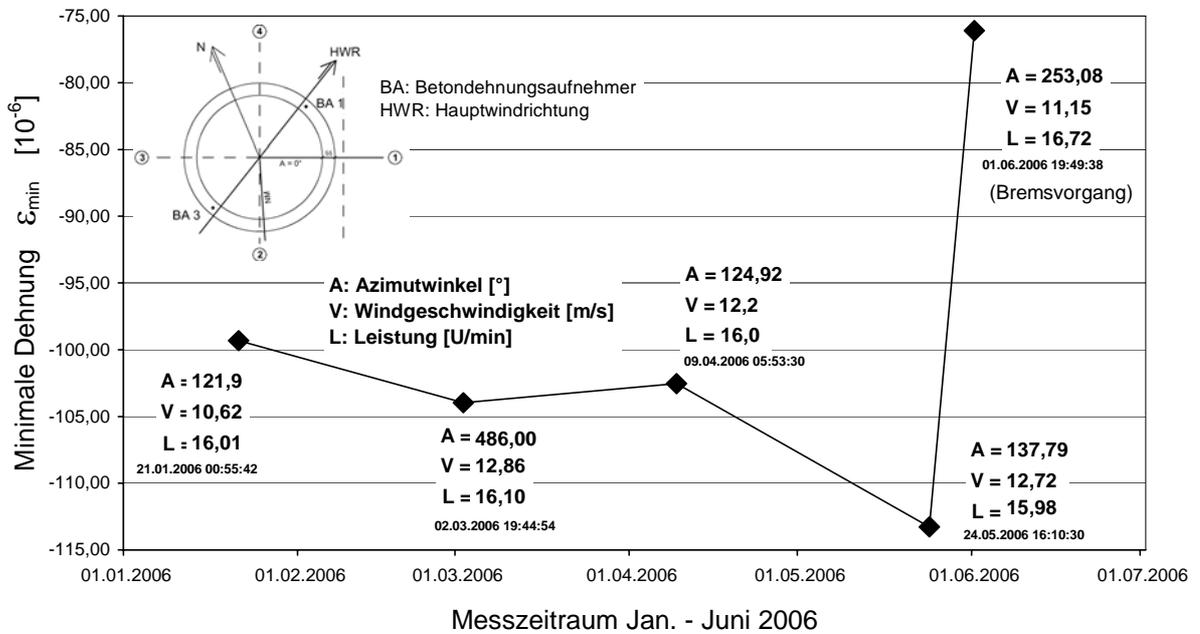


Bild 10.15: Minimale Dehnung (= max. Stauchung) am BA 1 in Messebene 1, Messzeitraum: Januar – Juni 2006

BA 1 in Messebene 1

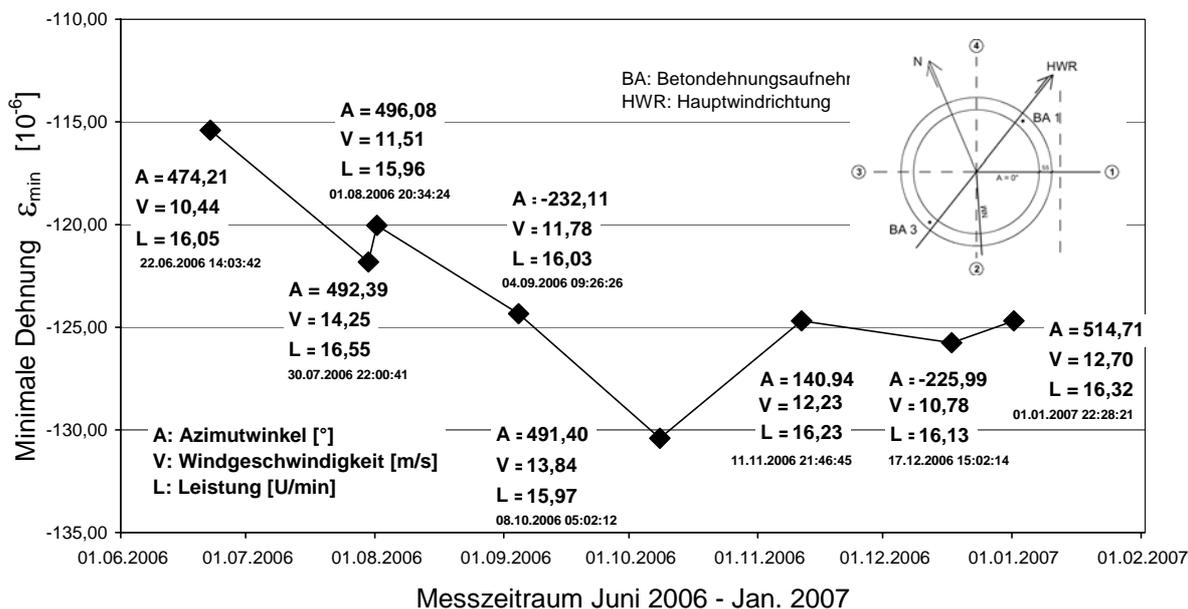


Bild 10.16: Minimale Dehnung (= max. Stauchung) am BA 1 in Messebene 1, Messzeitraum: Juni 06 – Januar 07

10.5.3.2 Dehnungsmesswerte in Messebene 2

Die gemessenen Dehnungen am Betondehnungsaufnehmer 7 (BA 7) werden nachfolgend erläutert. Diese sind entsprechend dem Vorgehen bei der Auswertung von BA 1 aus den Messwerten herausgefiltert worden. Die Verläufe sind in Bild 10.17, Bild 10.18 und Bild 10.19 aufgeführt. Gegenüber den Werten am BA1 fällt auf, dass die maximalen Werte nicht unbedingt zu den Zeitpunkten auftreten, bei denen am BA 1 die maximalen Werte gemessen wurden. Dies kann durch den Einfluss der Temperatur und durch unterschiedliches Schwind- und Kriechverhalten erklärt werden. Ein Messwertvergleich zeigte, dass zu den maßgebenden Zeitpunkten vom BA 1 auch am BA 7 entsprechend hohe Dehnungswerte auftraten. Diese lagen nur geringfügig unterhalb der herausgefilterten, maximalen Messwerte.

**Vergleich der Anlagendaten**

Die zu den herausgefilterten Messwerten zugehörigen Anlagendaten entsprechen in ihrer Größe den Werten wie am BA 1.

**Maximaler und minimaler gemessener Dehnungswert**

Grundsätzlich zeigt sich ein Dehnungsverlauf wie in Messebene 1. Die gemessenen Stauchungen am BA 7 sind jedoch gegenüber den Werten von BA 1 größer. Dieses ist auf die konzentrierte Lasteinleitung durch den Stahladapter und insbesondere durch die Lastkonzentration in Verlängerung des Stegbleches zurückzuführen.

Die größte gemessene Stauchung tritt zum gleichen Zeitpunkt wie beim BA 1 am 08.10.2006 auf. Diese beträgt  $\varepsilon_{\min} = -0,168 \text{ ‰}$ . Vergleicht man die Stauchung wie auch bei BA 1 mit dem Messwert vom 31.07.2005, so ist die gemessene Stauchung am 31.07.2005 trotz gleicher Anlagendaten und Windgeschwindigkeit deutlich geringer. Die Differenz der Stauchungen zwischen den beiden Zeitpunkten ist jedoch beim BA 7 gegenüber BA 1 offensichtlich größer. Dies wird vorrangig auf höhere, kriecherzeugende Spannungen infolge der konzentrierten Lasteinleitung zurückgeführt. Ferner ist zu beachten, dass BA7 nicht wie BA 1 in der Wandmitte angeordnet ist. Neben Eigenspannungen infolge nichtlinearer Temperaturverteilung treten zusätzlich auch Dehnungsanteile infolge linearer Temperaturgradienten auf. Die dadurch hervorgerufenen Zwangsbiegemomente bzw. Zwangsspannungen führen zu Dehnungsanteilen im Querschnitt, die den Messwert deutlich beeinflussen können.

Die maximale Dehnung unter Normalbetrieb tritt am BA 7 am 25.01.2006 auf und beträgt  $\varepsilon_{\max} = +0,07 \text{ ‰}$  (Azimutwinkel:  $A = 656,2^\circ$ , Windgeschwindigkeit  $V = 10,44 \text{ m/s}$ , Leistung:  $L = 15,92 \text{ U/min}$ ). Infolge einer Notabschaltung wird am 09.04.2006 eine maximale Zugdehnung von  $\varepsilon_{\max} = +0,12 \text{ ‰}$  gemessen, siehe hierzu Abschnitt 10.5.4.

#### ***Größter Dehnungszuwachs und größte Schwingweite***

Die größte Differenz zwischen zwei maximalen Stauchungsmesswerten unter Normalbetrieb der Anlage tritt wie beim BA 1 zwischen dem 17.06.2005 und 31.07.2005 auf und beträgt  $\varepsilon_{\min}^{\text{diff}} = 0,043 \text{ ‰}$ .

Zur Abschätzung der größten Schwingweite innerhalb eines Monats wird analog zum Vorgehen beim BA 1 diese aus der größten und der kleinsten gemessenen Dehnungen berechnet.

Die größte Dehnungsschwingweite unter Normalbetrieb ergibt sich demnach mit der Stauchung am 08.10.2006 ( $\varepsilon_{\min} = -0,168 \text{ ‰}$ ) und der Zugdehnung am 15.09.2006 ( $\varepsilon_{\max} = 0,06 \text{ ‰}$ ) zu  $\Delta\varepsilon = -0,168 \text{ ‰} - 0,06 \text{ ‰} = 0,228 \text{ ‰}$ . Unter der Annahme eines linearen Materialverhaltens und eines E-Moduls von  $E_{\text{cm}} = 35700$  für C55/67 folgt daraus eine Spannungsschwingweite von  $\Delta\sigma = 35700 \cdot 0,000228 = 8,14 \text{ MN/m}^2$ . Bezogen auf den Mittelwert der Betondruckfestigkeit  $f_{\text{cm}} = 63 \text{ MN/m}^2$  ergibt sich daraus die bezogene Schwingweite  $\Delta S = 8,14 / 63 = 0,13$ . Im Bezug zum charakteristischen Wert der Betondruckfestigkeit folgt  $\Delta\sigma = 0,15 f_{\text{ck}}$ . Die Spannungsschwingweite wird wie beim BA 1 ebenfalls als sehr gering eingestuft.

#### ***Einfluss aus Schwinden und Kriechen***

Wird wie bei der Auswertung des BA 1 die Entwicklung der maximalen Stauchungen über den gesamten Messzeitraum betrachtet (Bild 10.17, Bild 10.18 und Bild 10.19), so kann eine kontinuierliche Dehnungszunahme während des Messzeitraums infolge Schwinden und Kriechen festgestellt werden. Vergleicht man die Messwerte vom 24.05.2005 mit den vom 01.01.2007 mit-

einander, so kann bei näherungsweise gleichen Anlagendaten ein Dehnungszuwachs von ca. 75 % zwischen den beiden Messzeitpunkten festgestellt werden.

**Einfluss aus Temperatur**

Der Einfluss des jahreszeitlichen Temperaturganges ist wie schon beim BA 1 nicht erkennbar. Signifikante Abweichungen, die auf eine starke Beeinträchtigung infolge Temperatur hinweisen würden, treten nicht auf.

**Besonderheiten**

Auch am BA7 führt der einsetzende Bremsvorgang am 01.06.2006 zu einer kurzzeitigen Dehnungsabnahme. Hinweise auf eine Steifigkeitsreduktion des Betons im Bereich des BA 7 infolge der bisherigen zyklischen Beanspruchung konnte wie bei BA 1 nicht festgestellt werden.

BA 7 in Messebene 2

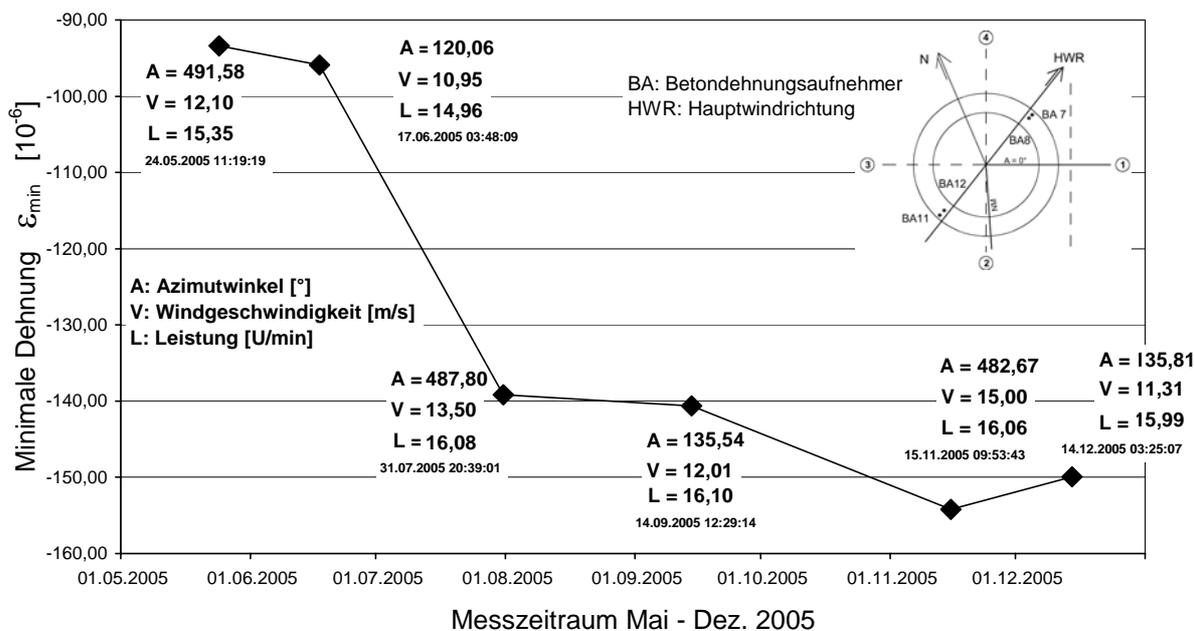


Bild 10.17: Minimale Dehnung (= max. Stauchung) am BA 7 in Messebene 2, Messzeitraum: Mai – Dezember 2005

### BA 7 in Messeebene 2

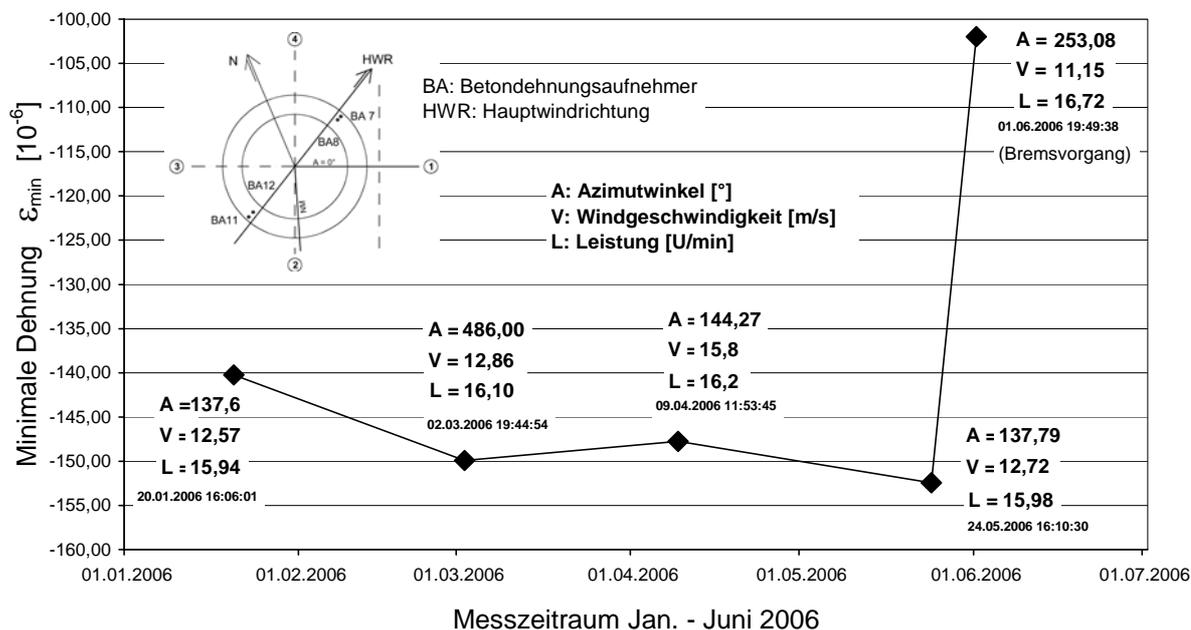


Bild 10.18: Minimale Dehnung (= max. Stauchung) am BA 7 in Messeebene 2, Messzeitraum: Januar – Juni 2006

### BA 7 in Messeebene 2

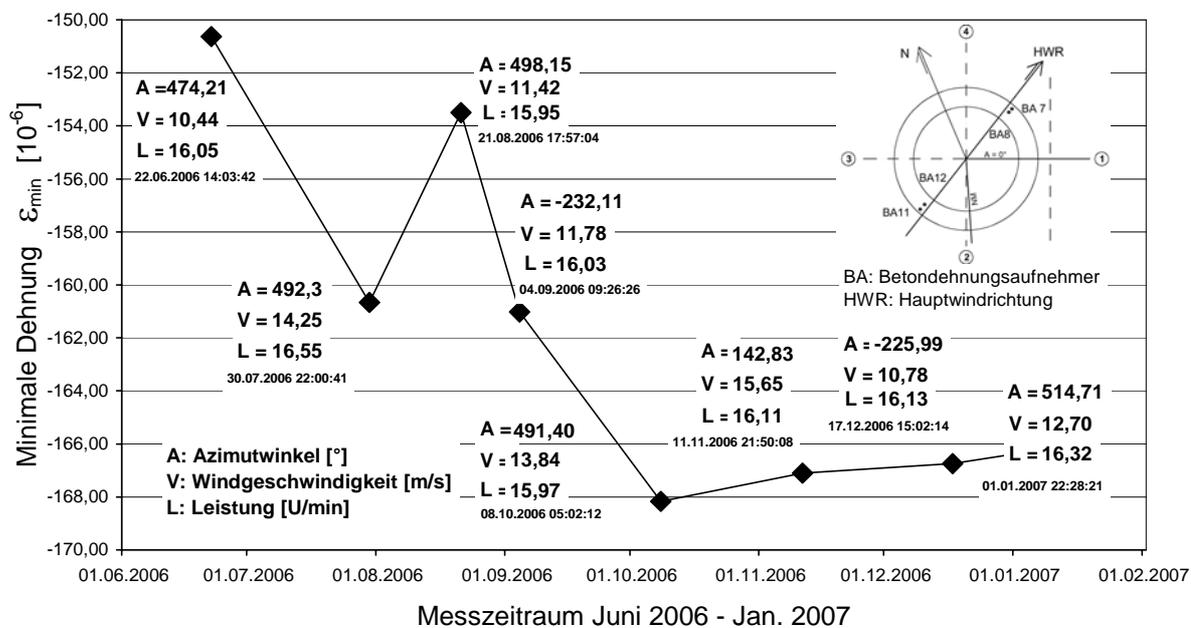


Bild 10.19: Minimale Dehnung (= max. Stauchung) am BA 7 in Messeebene 2, Messzeitraum: Juni 06 – Januar 07

### 10.5.3.3 Detaillierte Untersuchung der gemessenen Dehnungsschwingweiten

Zur genaueren Beurteilung der unter Normalbetrieb der Anlage auftretenden Schwingweiten wurden die Zeitpunkte, die zur Abschätzung der monatlich größten Schwingweite herangezogen wurden, näher untersucht.

Hierfür werden die Dehnungsmesswerte über einen kurzen Messzeitraum dargestellt und die Schwingweiten ermittelt.

#### Messebene 1

In Bild 10.20 ist der Dehnungsverlauf in der Messebene 1 zum Zeitpunkt der maximal gemessenen Stauchung am 08.10.2006 für alle vier Betondehnungsaufnehmer abgebildet. Der zur maximalen Stauchung zugeordnete minimale Stauchungsmesswert und die daraus berechnete Dehnungsschwingweite sind in Bild 10.20 enthalten. Die Dehnungsschwingweite am BA 1 beträgt  $\Delta\varepsilon = -0,130 \text{ ‰} + 0,076 \text{ ‰} = 0,054 \text{ ‰}$ . Diese ist deutlich geringer als die in Abschnitt 10.5.3.1 aus den monatlichen Extremwerten ermittelte Schwingweite von  $\Delta\varepsilon = 0,203 \text{ ‰}$ . Die zugehörige bezogene Spannungsschwingweite beträgt  $\Delta S = 0,03$ . In Abhängigkeit der charakteristischen Betondruckfestigkeit liegt die Schwingweite bei  $\Delta\sigma = 0,04 f_{ck}$ .

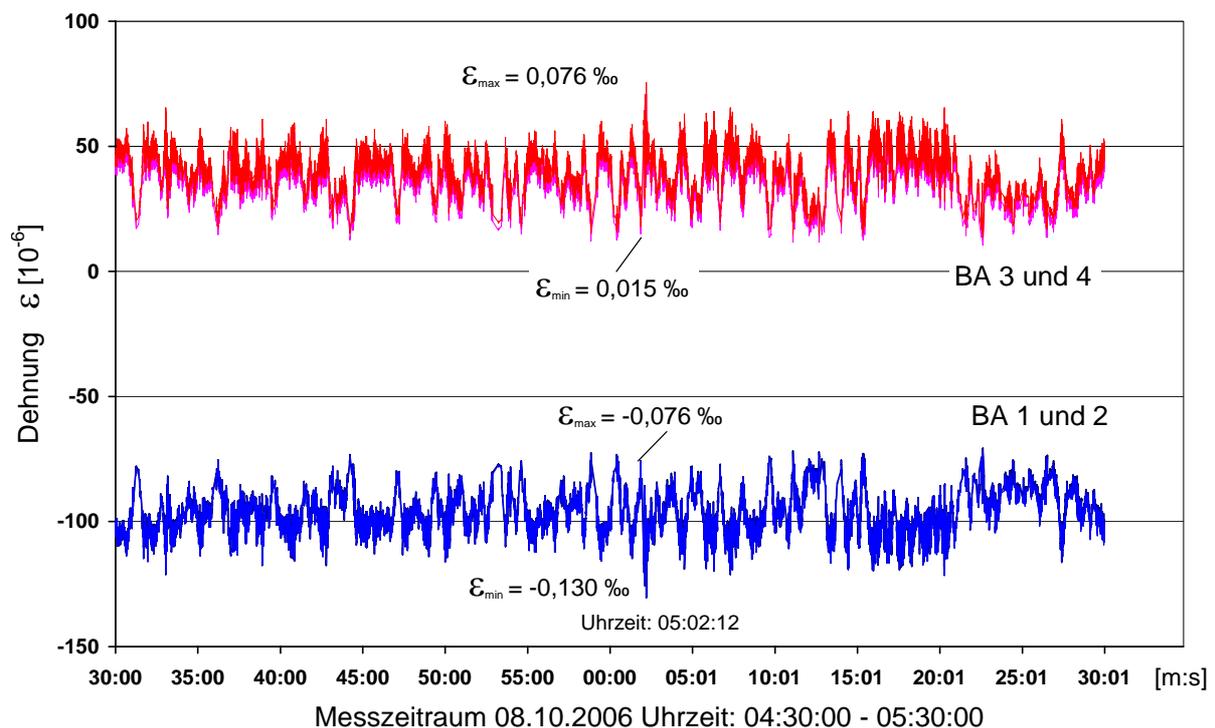


Bild 10.20: Gemessene Dehnungen in Messebene 1 über einen Messzeitraum von einer Stunde

#### Messebene 2

In Bild 10.21 ist der Dehnungsverlauf in der Messebene 2 zum Zeitpunkt der maximal gemessenen Stauchung am 08.10.2006 aufgeführt. Der zur maxima-

len Stauchung zugeordnete minimale Stauchungsmesswert und die daraus berechnete Dehnungsschwingweite sind in Bild 10.21 enthalten. Die Dehnungsschwingweite am BA7 beträgt  $\Delta\varepsilon = -0,168\text{‰} + 0,1\text{‰} = 0,068\text{‰}$  und ist ebenfalls deutlich geringer als der in Abschnitt 10.5.3.2 abgeschätzte Wert von  $\Delta\varepsilon = 0,228\text{‰}$ . Die entsprechende Spannungsschwingweite beträgt  $\Delta S = 0,04$  (bezogene Schwingweite) bzw.  $\Delta\sigma = 0,04 f_{ck}$ .

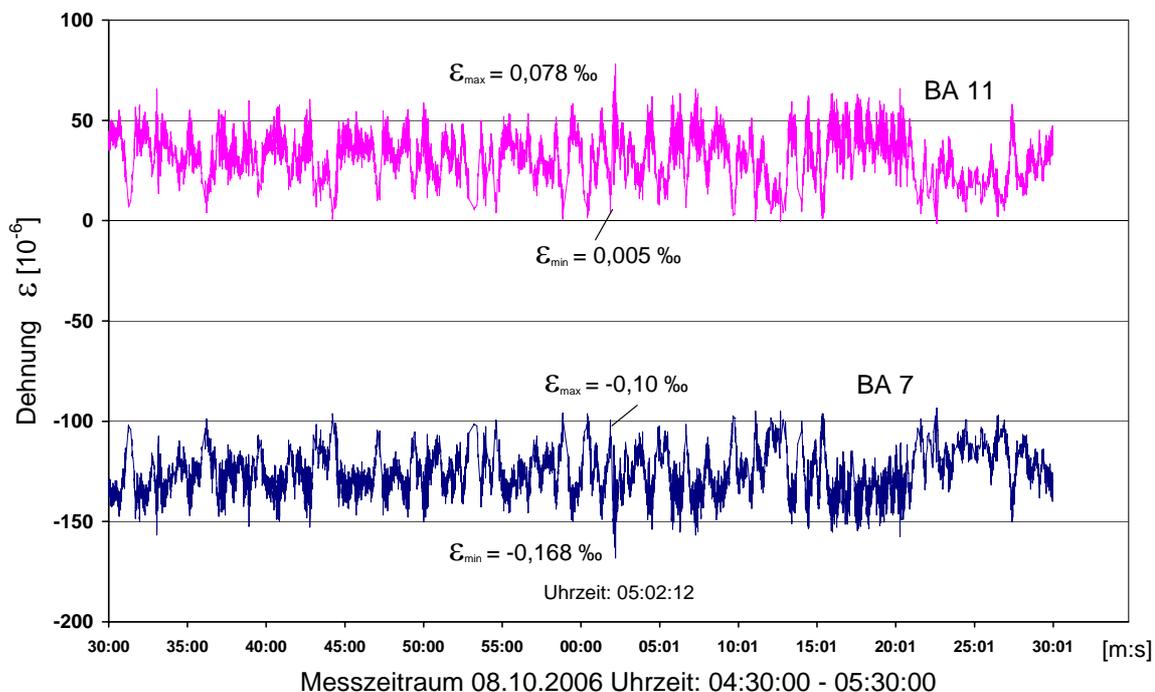


Bild 10.21: Gemessene Dehnungen in Messebene 2 über einen Messzeitraum von einer Stunde

#### 10.5.3.4 Darstellung der Dehnungsverteilung

Nachfolgend wird die Dehnungsverteilung im Querschnitt untersucht. Hierbei wird der Messzeitpunkt vom 08.10.2006 um 05:02:12 Uhr näher ausgewertet. Zu diesem Zeitpunkt traten die maximalen Stauchungen am BA 1 in der Messebene 1 und am BA 7 in der Messebene 2 auf.

Zur Abschätzung der Dehnungsverteilung im Querschnitt infolge kurzzeitiger Einwirkung werden die Messwerte auf eine Bezugsmessung bezogen. Als Bezugsmessung wird der Dehnungszustand vom 27.09.2006 um 18:44:24 Uhr gewählt. Zu diesem Zeitpunkt trat nur eine sehr geringe Windgeschwindigkeit in Hauptwindrichtung auf und die Anlage war außer Betrieb (Azimutwinkel:  $A = 470^\circ$ , Windgeschwindigkeit  $V = 0.39 \text{ m/s}$ , Leistung:  $L = 0,083 \text{ U/min}$ ). Die Differenz zwischen den gemessenen Dehnungswerten und dem Bezugsdehnungszustand gibt Aufschluss über den Dehnungszuwachs aus Windeinwirkung.

Die Dehnungsanteile aus einem möglichen linearen Temperaturgradienten sowie aus einer nichtlinearen Temperaturverteilung in der Schaftwand sind in den Messwerten beinhaltet und beeinflussen somit die resultierende Spannungsverteilung innerhalb des Querschnitts.

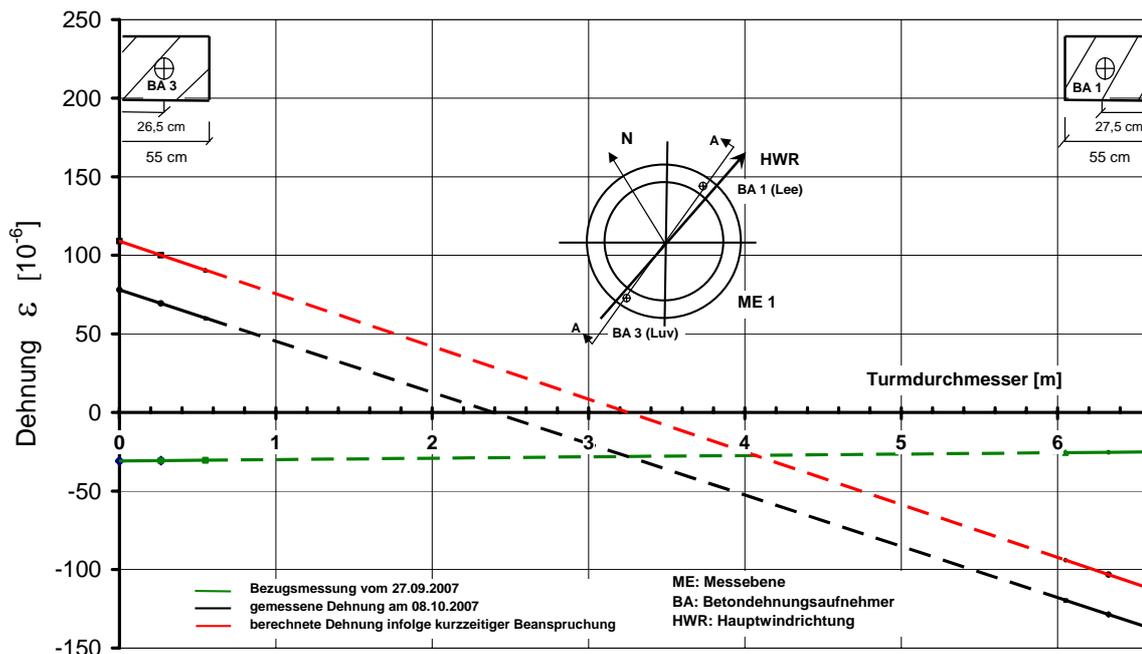
Sind die gemessenen Dehnungszuwächse infolge kurzzeitiger Beanspruchung sowie die berechneten Dehnungsanteile aus Eigengewicht und Vorspannung bekannt, so kann aus der Spannungs-Dehnungslinie nach DIN 1045-1, Abschnitt 9.1.5, auf die Spannungsverteilung im Querschnitt geschlossen werden.

Nachfolgend werden die Dehnungsverteilungen dargestellt. Die berechneten Spannungszustände im Querschnitt sind in Abschnitt 10.5.5 und Abschnitt 10.5.6 aufgeführt.

#### ***10.5.3.4.1 Dehnungsverteilung im Querschnitt***

##### ***Messebene 1***

In Bild 10.22 sind die Messwerte des BA 1 auf der Leeseite und des BA 3 auf der Luvseite aufgeführt. Die gemessenen Dehnungswerte enthalten keine Anteile aus Eigengewicht und Vorspannung. Für die Dehnungsverteilung im Querschnitt wird ein linearer Verlauf angenommen, der durch beide Messwerte führt. Der Verlauf ohne Berücksichtigung von Langzeiteinflüssen besitzt dann den Dehnungsnulldurchgang ungefähr in der Turmlängsachse. Dies bestätigt die Annahme einer antimetrischen linearen Dehnungsverteilung im Querschnitt unter Biegebeanspruchungen bei Normalbetrieb der Anlage. Werden auch die Langzeiteinflüsse berücksichtigt, verschiebt sich der Dehnungsnulldurchgang zur Luvseite. Dies ist im Wesentlichen auf abweichendes Schwind- und Kriechverhalten an den beiden unterschiedlichen Messstellen zurückzuführen. Ebenfalls können Temperatureinflüsse nicht ausgeschlossen werden. Die Abweichungen wurden auch während den stationären Messungen festgestellt, die in etwa in der gleich Größenordnung auftraten wie in Bild 10.22 dargestellt ist, siehe [Grünberg/Göhlmann -06/2].



Messung am 08.10.2006 Uhrzeit: 05:02:12

Bild 10.22: Dehnungsverteilung im Schnitt A - A in der Messebene 1

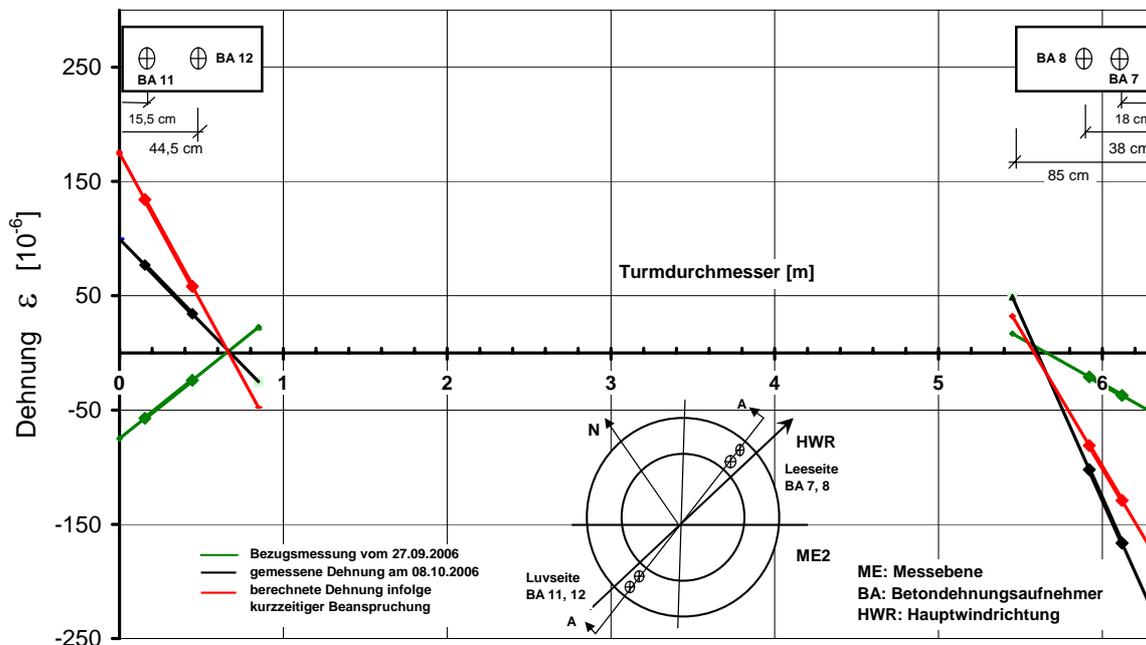
**Messebene 2**

In der Messebene 2 sind jeweils zwei Betondehnungsaufnehmer an der Luv- und der Leeseite angeordnet. Der Dehnungsverlauf innerhalb der Schaftwand wird vereinfachend linear angenommen und verläuft durch die beiden Dehnungsmesswerte.

Aus den in [Lierse/Göhlmann -04] ausführlich berichteten Vorversuchen im Labor, ist bekannt, dass die Dehnungsverteilung im Lasteinleitungsbereich nichtlinear verläuft. Bei den Vorversuchen mit einer Beanspruchungssituation wie bei der Leeseite traten unterhalb des Stegbleches die größten Stauchungen auf. Diese nahmen zum Außenrand hin ab. Ebenso nahmen die Stauchungen zur Innenseite deutlich schneller ab, als dies durch einen linearen Verlauf approximiert wird. Zwischen den beiden Betondehnungsaufnehmern stellte sich im Vorversuch ein annähernd linearer Verlauf ein. Erst nachdem die Lastausstrahlung in etwa die ganze Prüfkörperdicke erreicht hatte, konnte eine lineare Dehnungsverteilung über die Prüfkörperdicke festgestellt werden. Aus den Vorversuchen kann abgeleitet werden, dass der Bereich zwischen den Betondehnungsaufnehmern linear approximiert werden kann, die Stauchungen zu den Rändern hin aber deutlich schneller abnehmen. Insgesamt stellt sich eine nichtlineare Dehnungsverteilung im unmittelbaren Lasteinleitungsbereich ein.

Vergleicht man die zu den Rändern hin linear approximierten Dehnungsverläufe an der Luv- und Leeseite, so ist der Einfluss der exzentrischen Lasteinleitung deutlich zu erkennen. Diese wird durch die Einleitung des Turmbiegemomentes über das Stegblech und den Stahlflansch in den Übergangsbereich hervorgerufen, siehe Bild 10.5. Während für die hier untersuchte Beanspruchungssituati-

on auf der Leeseite ein nach außen drehendes Krepelmoment infolge Biegedruckbeanspruchung entsteht, tritt auf der Luvseite infolge Biegezugbeanspruchung ein nach innen drehendes Krepelmoment auf. Die resultierende Dehnungsverteilung im unmittelbaren Lasteinleitungsbereich wird eindeutig durch die exzentrische Lasteinleitung bestimmt.



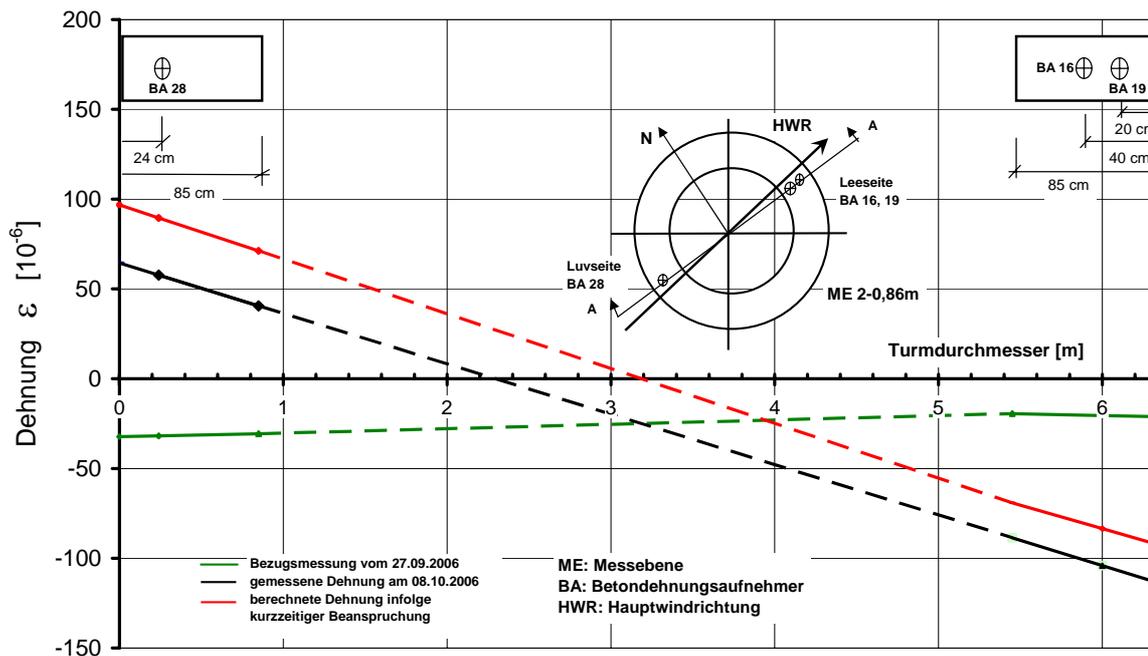
Messung am 08.10.2006 Uhrzeit: 05:02:12

Bild 10.23: Dehnungsverteilung im Schnitt A-A in der Messebene 2

In Bild 10.23 deutet der approximierter Dehnungsverlauf daraufhin, dass an der Innenseite infolge Windbeanspruchung Zugdehnungen auftreten. Bedenkt man, dass auch das Stahlurmeigengewicht und die Vorspannung exzentrisch in den Übergangsbereich eingeleitet werden, sind die Gesamtdehnungen an dieser Stelle deutlich größer zu vermuten. In den Vorversuchen wurden in diesem Bereich ebenfalls Zugdehnungen gemessen, die unter Ermüdungsbeanspruchung auch zur Rissbildung führten. Dieser Bereich sollte daher bei einer Dimensionierung des Anschlussbereiches auch für Ermüdungsbeanspruchungen untersucht werden.

**Messebene 2 - 0,86 m**

In der Messebene 2 – 0,86 m sind auf der Leeseite zwei Betondehnungsaufnehmer und auf der Luvseite ein Betondehnungsaufnehmer angeordnet. Die Annahme einer linearen Dehnungsverteilung über den Querschnitt führt zu einer guten Übereinstimmung mit den Messwerten auf der Luv- und Leeseite. Der Einfluss der exzentrischen Lasteinleitung auf die Dehnungsverteilung innerhalb der Schaftwand scheint in dieser Messebene bereits deutlich abgeklungen zu sein, Bild 10.24.



Messung am 08.10.2006 Uhrzeit: 05:02:12

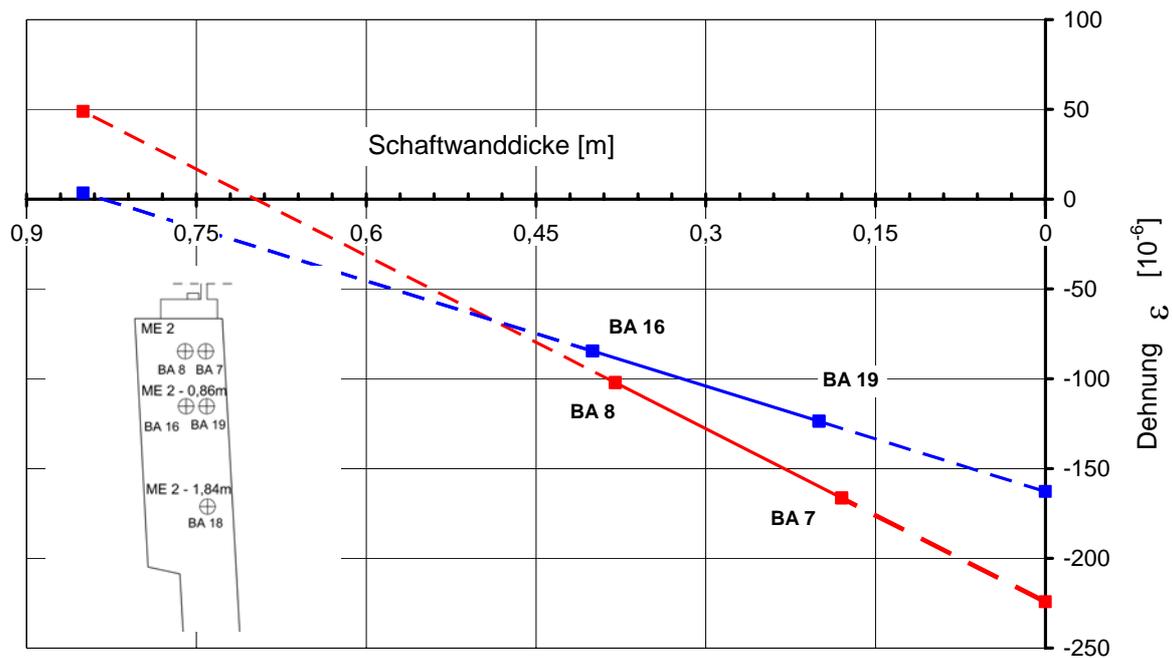
Bild 10.24: Dehnungsverteilung im Schnitt A – A in der Messebene 2-0,86 m

**10.5.3.4.2 Dehnungsverteilung im Lasteinleitungsbereich des Stahladapters**  
**Dehnungsverlauf über die Schaftwanddicke**

Die gemessene Dehnungsverteilung im Lasteinleitungsbereich des Stahladapters ist für den Messzeitpunkt 08.10.2006 in Bild 10.25 über die Schaftwanddicke dargestellt. Die Dehnungswerte an den Rändern der Schaftwand wurden in Bild 10.25 aus den Messwerten näherungsweise linear approximiert. Es ist ersichtlich, dass die größte gemessene Stauchung im Beton in Verlängerung des Stegbleches an der Messstelle des BA 7 ( $\epsilon_{c,max} \cong -0,168 \text{ ‰}$ ) auftritt. Der Messwert für den BA 8 beträgt  $\epsilon_c \cong 0,102 \text{ ‰}$ . Eine Messebene tiefer beträgt der gemessene Dehnungswert am BA 19 nur noch  $\epsilon_c \cong 0,124 \text{ ‰}$  und am BA 16  $\epsilon_c \cong 0,085 \text{ ‰}$ .

Dies bedeutet, dass für die hier näher untersuchte Beanspruchungssituation nicht die vollständige Flanschbreite an der Lastausstrahlung beteiligt ist, sondern ein größerer Teil der Lastausstrahlung erst im Betonschaft stattfindet. Die Lasten aus dem Stegblech werden sehr konzentriert in den Beton eingeleitet. Eine ausgeprägte Lastverteilung tritt erst im Beton auf.

Durchgeführte Plausibilitätsberechnungen ergaben, dass mit einer Lastausstrahlung von  $45^\circ$  beidseitig vom Stegblech an der Oberkante des Flansches beginnend eine gute Übereinstimmung mit den Werten aus den Messungen am BA 7 und BA 8 für kurzzeitige Beanspruchungen erzielt werden konnte.



Messung am 08.10.2006 Uhrzeit: 05:02:12

Bild 10.25: Dehnungsverteilung über die Schaftwanddicke

**Dehnungsverteilung über die Höhe des Lasteinleitungsbereiches**

Die sich aus den Messwerten ergebenden Dehnungsverteilungen in vertikaler Richtung sind in Bild 10.26 aufgeführt. Daraus wird deutlich, dass im Übergangsbereich die größte Beanspruchung unmittelbar unterhalb des Stegbleches auftritt. Die Messwerte von BA 19, BA 18 und BA 1 sind geringer und weichen untereinander nur unwesentlich voneinander ab.

Der größte Messwert am BA 7 ist ca. um 30 % größer als der Messwert am BA 1 in Messebene 1. Alle anderen Messwerte in diesem Bereich liegen unter diesen beiden maximalen Stauchungswerten.

Messung am 08.10.2006, Uhrzeit: 05:02:12

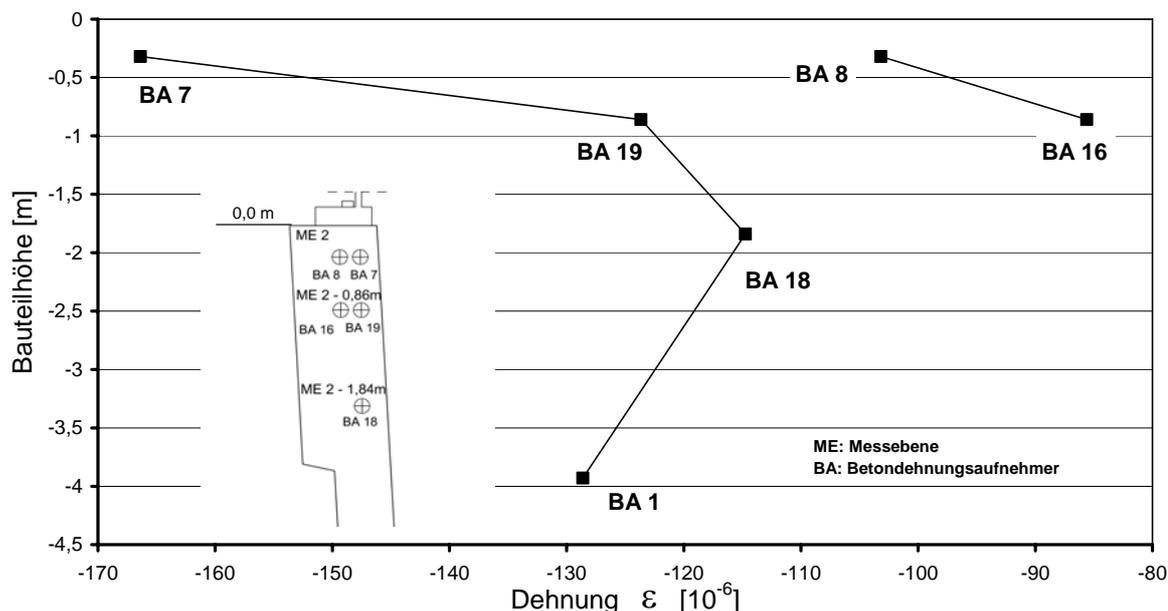


Bild 10.26: Dehnungsverteilung über die Höhe des Lasteinleitungsbereiches

### 10.5.4 Abschaltvorgänge des Anlagenbetriebes

Zusätzlich zu den Beanspruchungen aus Normalbetrieb können besondere Ereignisse aus der Anlagenführung, wie z. B. Abschalt- und Bremsvorgänge oder Notabschaltungen, die gesamte Tragkonstruktion erheblich beanspruchen. Bei Bremsvorgängen wird die Drehzahl langsam bis zum vollständigen Stillstand der Anlage reduziert. Bei plötzlichen Notabschaltungen steht hingegen die Anlage nach wenigen Sekunden still und das durch die Windbeanspruchung ausgelenkte Turmsystem schwingt aus. Die in Abschnitt 10.5.3 ausgewerteten extremalen Dehnungsmesswerte ergaben für Notabschaltungen große Dehnungsmesswerte, so dass diese Beanspruchungszustände nachfolgend genauer untersucht werden sollen.

#### 10.5.4.1 Notabschaltung

##### *Dehnungsverlauf in Messebene 1*

Bild 10.27 zeigt die gemessenen Dehnungsentwicklungen während einer Notabschaltung am 09.04.2006. Die maximale Stauchung tritt dabei gegenüberliegend von BA 1 am BA 3 auf und beträgt  $\epsilon_{\min} = -0,12 \text{ ‰}$ . Der größte Dehnungswert tritt hingegen am BA 1 auf und beträgt  $\epsilon_{\max} = 0,116 \text{ ‰}$ . Die auftretenden Dehnungsschwingweiten, gebildet aus den Dehnungswerten unmittelbar vor der Notabschaltung und dem ersten Amplitude des Ausschwingvorganges, betragen am BA 1 und am BA 3 jeweils ca.  $\Delta\epsilon = 0,160 \text{ ‰}$ . Sie sind damit um ein Vielfaches größer als vor der Notabschaltung und den größten unter Normalbetrieb gemessenen Dehnungsschwingweiten. Die Spannungs-

schwingweite beträgt  $\Delta\sigma = 35700 \cdot 0,00016 = 5,71 \text{ MN/m}^2$  und bezogen auf den Mittelwert der Betondruckfestigkeit  $\Delta S = 5,71 / 63 = 0,09$ .

Die großen Schwingweiten der Dehnungen sind bereits nach wenigen Eigenschwingungen des Turmes infolge der Dämpfung der gesamten Turmkonstruktion sowie des Bodens abgeklungen. Sie sind zwar während des weiteren Ausschwingvorgangs zunächst noch größer als vor der Notabschaltung, liegen aber unterhalb der größten gemessenen Dehnungsschwingweite während Normalbetrieb.

Der in Bild 10.27 aufgeführte Ausschwingvorgang der Tragkonstruktion dauerte mehrere Minuten an und wurde zusätzlich durch die Anregung des Windes überlagert. Die Windgeschwindigkeit in Nabenhöhe betrug für den Messzeitraum der Notabschaltung  $V = 15 - 20 \text{ m/s}$ . Die Windbeanspruchung trat in Hauptwindrichtung auf. In Bild 10.27 ist zusätzlich der Verlauf der Anlagendrehleistung mit angegeben. Es wird deutlich, dass die Anlage innerhalb weniger Sekunden zum Stillstand kommt.

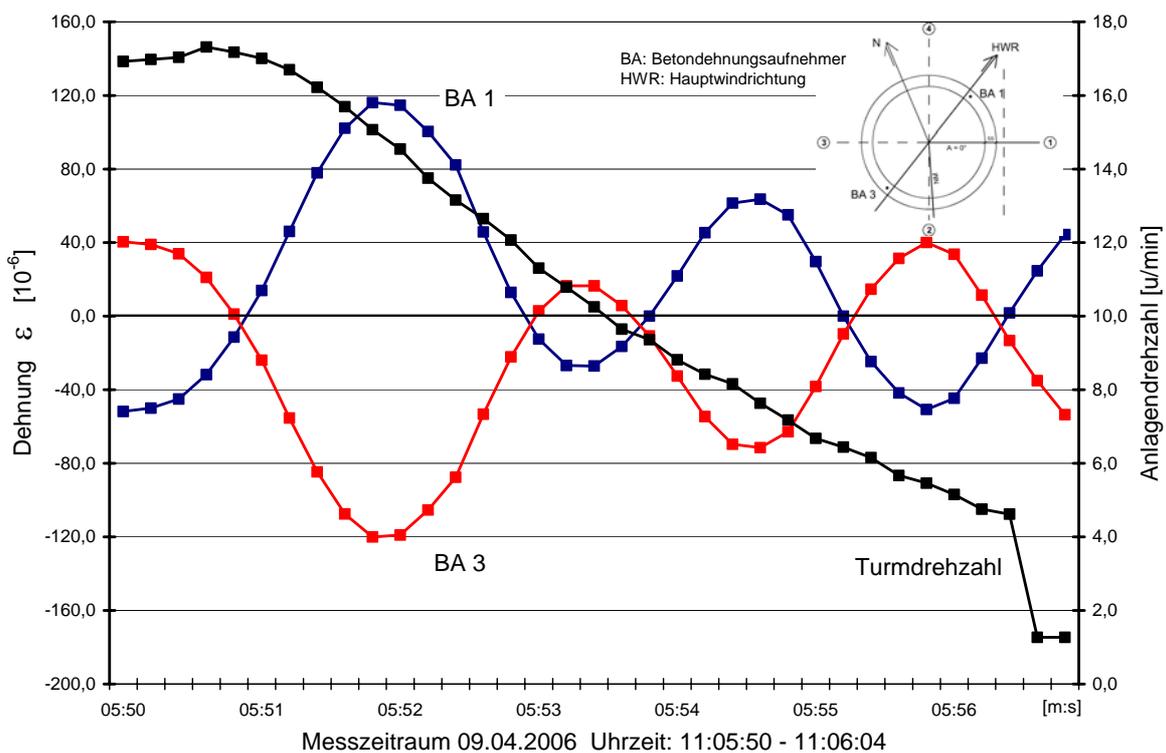


Bild 10.27: Gemessene Dehnungsentwicklung während einer Notabschaltung der Anlage in Messebene 1

### Dehnungsverlauf in Messebene 2

In Bild 10.28 sind die Dehnungsverläufe während der Notabschaltung in der Messebene 2 aufgeführt. Auch hier sind die auftretenden Schwingweiten nach dem plötzlichen Abschaltvorgang zunächst um ein Vielfaches höher als die Schwingweiten vor der Notabschaltung. Die Schwingweiten betragen für den BA 7 und den BA 11 in etwa  $\Delta\varepsilon = 0,20 \text{ ‰}$  und liegen somit ebenfalls deutlich über den unter Normalbetrieb gemessenen Dehnungsschwingweiten. Die Spannungsschwingweite beträgt  $\Delta\sigma = 35700 \cdot 0,0002 = 7,14 \text{ MN/m}^2$  und bezogen auf den Mittelwert der Betondruckfestigkeit  $\Delta S = 7,14 / 63 = 0,11$ .

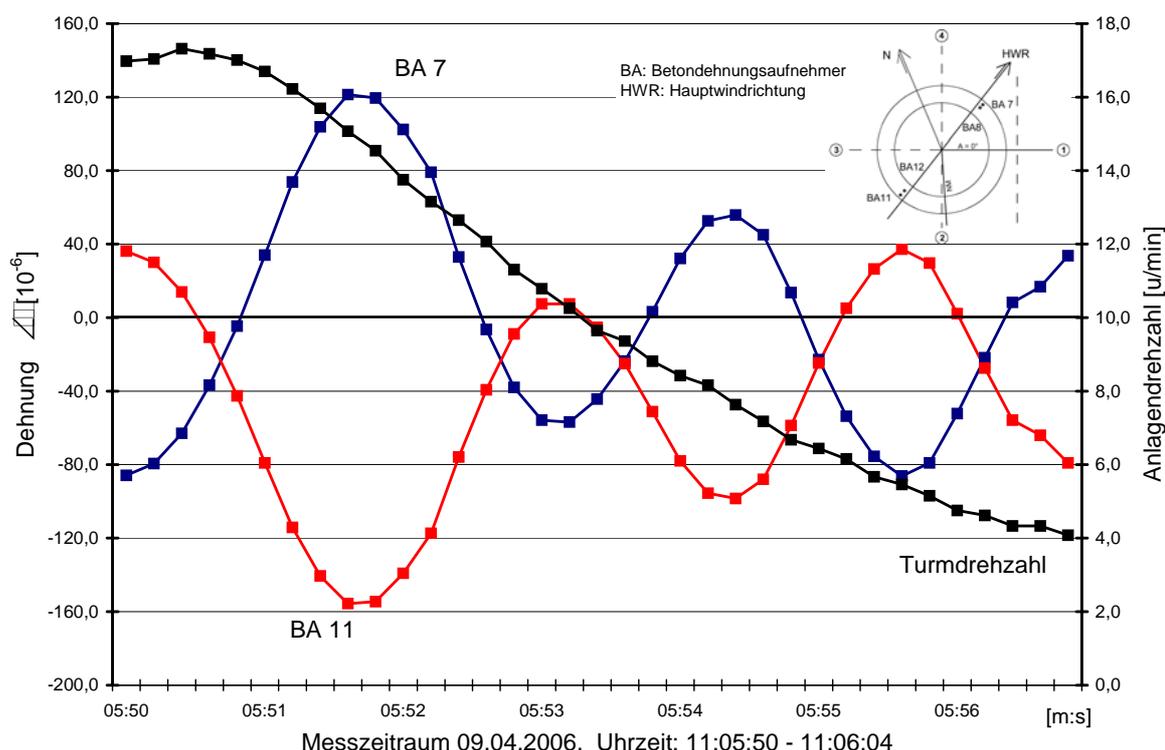


Bild 10.28: Gemessene Dehnungsentwicklung während einer Notabschaltung der Anlage in Messebene 2

### Eigenfrequenz und Eigenschwingzeit

Die 1. Eigenfrequenz der Tragkonstruktion tritt in Bild 10.27 deutlich aus dem zeitlichen Verlauf der Messwerte hervor. Sie liegt bei etwa  $f_0 = 0,41 \text{ Hz}$  ( $T = 2,439 \text{ s}$ ) und stimmt gut mit den Ergebnissen der genaueren Frequenzuntersuchungen des Anlagenherstellers überein. Dies bestätigt die hohe Genauigkeit der hier eingesetzten Betondehnungsaufnehmer sowie der Steuerung der Messeinrichtung.

### 10.5.4.2 Abschalt- und Bremsvorgänge

Abschalt- und Bremsvorgänge der Anlage unterscheiden sich von Notabschaltungen durch den größeren Zeitraum, in dem die Drehzahl der Anlage reduziert wird. Die hierbei gemessenen Dehnungsschwingweiten waren nicht größer als die extremalen Werte unter Normalbetrieb.

Exemplarisch ist in Bild 10.29 ein Abschaltvorgang der Anlage vom 18.01.2007 während des Sturmtiefs „Kyrill“ aufgeführt. Hieraus ist erkennbar, dass durch einen länger anhaltenden Bremsvorgang keine größeren Schwingweiten als unter Normalbetrieb auftraten.

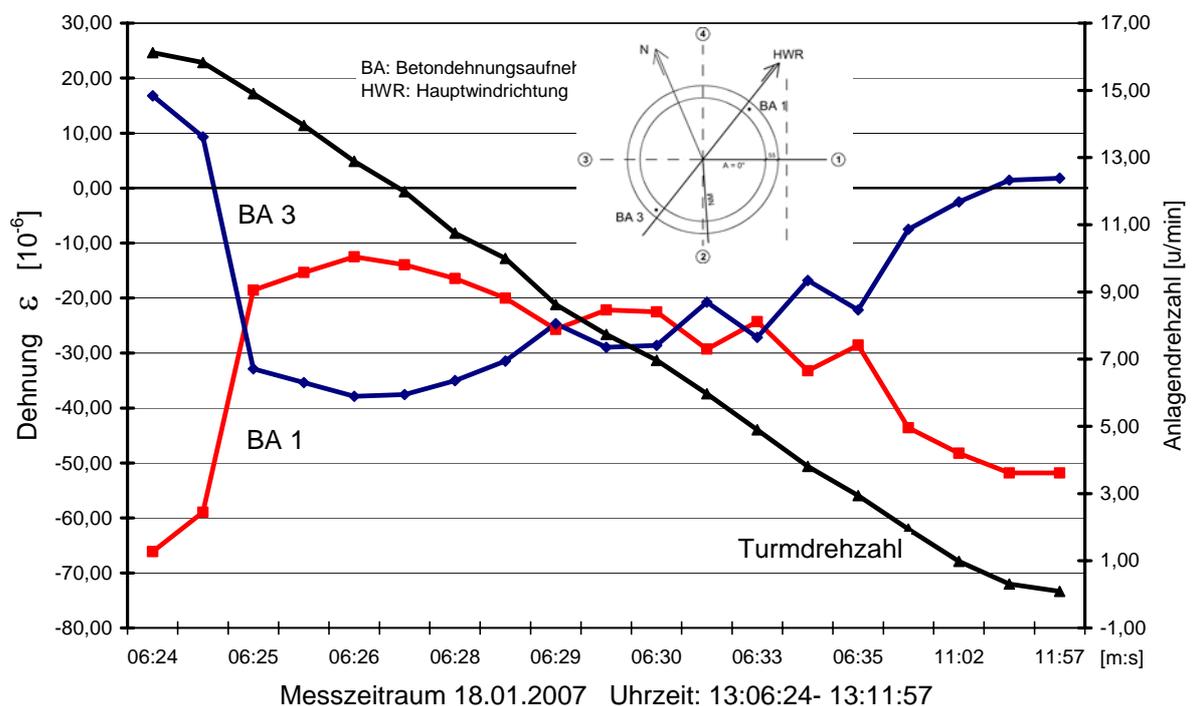


Bild 10.29: Gemessene Dehnungen in der Messebene 1 während eines durchgeführten Abschaltvorgangs beim Sturmtief „Kyrill“

### 10.5.5 Berechnung der Dehnungsanteile unter kurzzeitiger Einwirkung (Normalbetrieb)

In Abschnitt 10.5.3.4 wurden die Dehnungsverteilungen unter kurzzeitiger Einwirkung ermittelt. Zu diesen Dehnungswerten werden die Anteile aus Eigengewicht und Vorspannung addiert, die rechnerisch ermittelt wurden. Hierzu wurden von der Multibrid Entwicklungsgesellschaft die Vorspannprotokolle sowie die Gewichtsangaben der einzelnen Turmsegmente inklusive Gondel und Rotorblätter zur Verfügung gestellt. Sind die Gesamtdehnungen unter kurzzeitiger Einwirkung bekannt, so können mit der Spannungs-Dehnungslinie für nichtlineare Schnittgrößenermittlungen nach DIN 1045-1 die Spannungen an den einzelnen Messstellen berechnet werden. Nachfolgend wird die Auswer-

tung für den Zeitpunkt mit den größten gemessenen Stauchungen (08.10.2006) ausgewertet. Als Bezugswerte werden die gemessenen Dehnungen vom 27.09.2006 herangezogen, siehe Abschnitt 10.5.3.4.

Die Ergebnisse zeigen, dass die mit den gemessenen Dehnungswerten berechneten maximalen Betondruckspannungen den elastischen Bereich auf der Spannungs-Dehnungslinie nicht überschreiten. Die im Kapitel 10.5.3.4 getroffenen Annahme eines linear elastischen Materialverhaltens zur Berechnung der Spannungsschwingweiten kann damit bestätigt werden.

Die hier ermittelten Betonspannungen stehen in guter Übereinstimmung mit Berechnungsergebnissen an Spannbetonkonstruktionen für Windenergieanlagen, über die in [Grünberg et al. -06/1] berichtet wird.

**Messebene 1**

In Bild 10.30 sind die einzelnen Dehnungsanteile in der Messebene aufgeführt. Die maximale Gesamtstauchung ergibt sich in der Messebene 1 am BA 1 zu  $\epsilon = 0,24 \text{ ‰}$ . Die aus diesem Wert berechnete Betonspannung am BA 1 beträgt  $\sigma_c = 35700 \cdot 0,00024 = 8,57 \text{ MN/m}^2$ . Dies entspricht einem Wert von ca.  $\sigma_c = 0,16 f_{ck}$ . Die vorhandene Betonspannung liegt damit offensichtlich im linear elastischen Bereich. Am Querschnittsrand beträgt die Betonspannung unter der Annahme einer linearen Approximation der Dehnungsverteilung im Querschnitt  $\sigma = 35700 \cdot 0,00025 = 8,93 \text{ MN/m}^2$ .

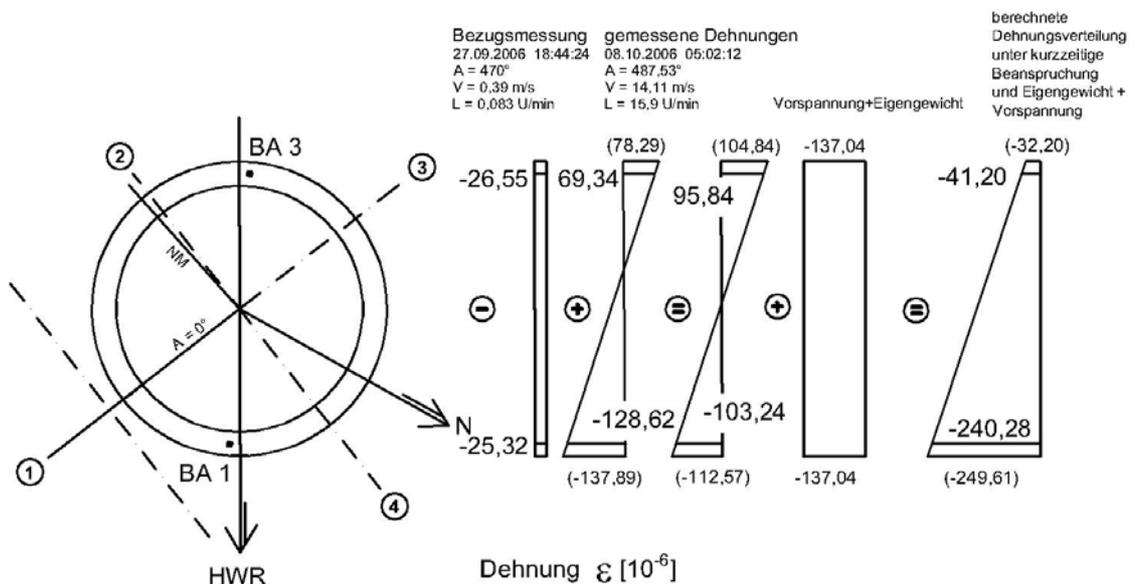


Bild 10.30: Dehnungsverteilung im Querschnitt, ME 1, ausgewertet für BA 1 und BA 3

**Messebene 2**

Die maximale Gesamtstauchung tritt in der Messebene 2 am BA 7 auf und beträgt  $\epsilon = 0,295 \text{ ‰}$ , siehe Bild 10.31. Die daraus berechnete Betonspannung am BA 7 beträgt  $\sigma = 35700 \cdot 0,000295 = 10,53 \text{ MN/m}^2$ . Dies entspricht einem Wert von ca.  $\sigma = 0,19 f_{ck}$ .

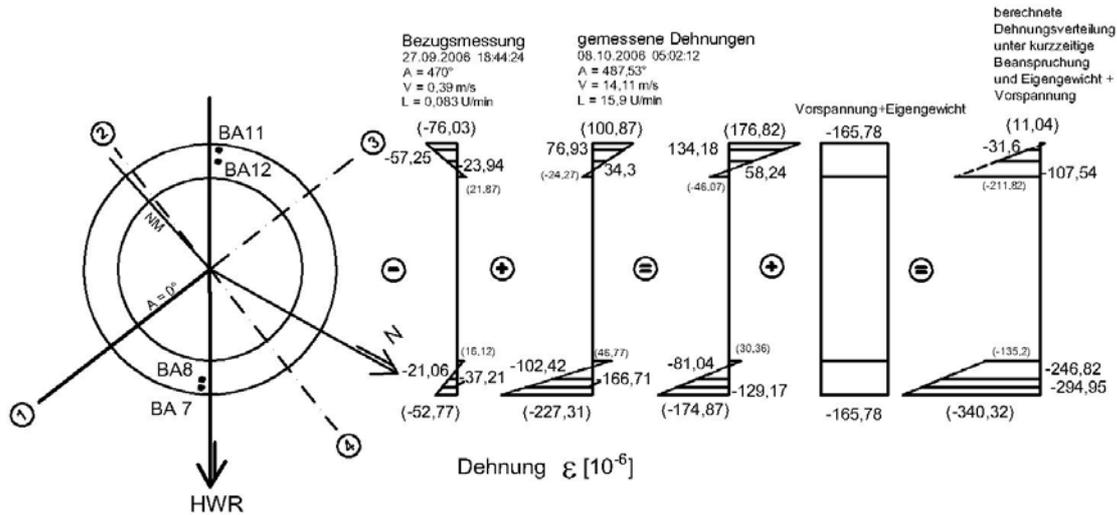


Bild 10.31: Dehnungsverteilung im Querschnitt, ME 1, ausgewertet für BA 1 und BA 3

**Messebene 2-0,86 m**

Die Berechnungsergebnisse für die Messebene 2-0,86 m sind in Bild 10.32 dargestellt. Hiernach ergibt sich am BA 19 eine Betonspannung von  $\sigma_c = 35700 \cdot 0,000263 = 9,39 \text{ MN/m}^2$  ( $\sigma_c = 0,17 f_{ck}$ ) und am BA 16 eine Betonspannung von  $\sigma = 35700 \cdot 0,000236 = 8,43 \text{ MN/m}^2$  bzw.  $\sigma = 0,15 f_{ck}$ .

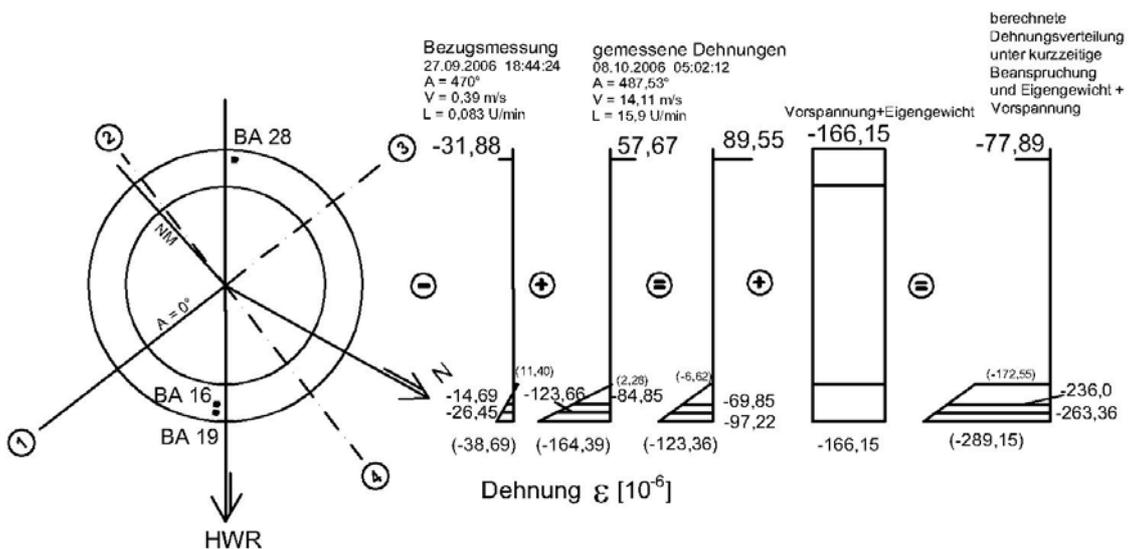


Bild 10.32: Dehnungsverteilung im Querschnitt, ME 1, ausgewertet für BA 1 und BA 3

### 10.5.6 Berechnung der Dehnungsanteile aus Langzeiteinflüssen und Vergleich mit den gemessenen Werten

Sollen die Dehnungsanteile aus Langzeiteinflüssen (Schwinden und Kriechen) ermittelt werden, so muss die gesamte Belastungsgeschichte an den einzelnen Messstellen berücksichtigt werden.

Da nach der Betonage des Spannbetonschaftes, erst bei einem wirksamen Betonalter von 67 Tagen mit den stationären Messungen begonnen werden konnte, siehe Abschnitt 10.4.4, kann die Dehnungsentwicklung bis zu diesem Zeitpunkt nur rechnerisch nachvollzogen werden. Die Genauigkeit der Berechnung kann dann anhand der stationären bzw. der dynamischen Messungen überprüft werden.

Während des Zeitraumes der stationären Messung traten bis zur Turmmontage nur das Eigengewicht des Betonschaftes sowie die Vorspannung als kriecherzeugende Dauerlast auf. Nach der Turmmontage kamen das Eigengewicht des Stahlrohrturmes sowie der Gondel und der Rotorblätter hinzu. Unter Anlagenbetrieb tritt eine permanente Änderung der Windrichtung und somit der Beanspruchungsrichtung auf. Die Windeinwirkungen werden daher nicht als kriecherzeugend angesehen und innerhalb der Berechnung nicht berücksichtigt.

Um aus den Messwerten die Dehnungsanteile aus Schwinden und Kriechen abschätzen zu können, wurden Beanspruchungssituationen zu Beginn und zum Ende der dynamischen Messungen gesucht, bei denen nur sehr geringe Windgeschwindigkeiten gemessen wurden und kein Anlagenbetrieb vorhanden war.

Hierfür wurden zwei unterschiedliche Gondelausrichtungen untersucht:

- Azimutwinkel wie zur Nullmessung
- Azimutwinkel in Hauptwindrichtung (HWR)

Beide Ansätze ergaben näherungsweise den gleichen Dehnungszuwachs.

#### **Messebene 1**

In Bild 10.33 sind die berechneten Dehnungen unter Langzeiteinflüssen und die gemessenen Dehnungen aus der stationären sowie der dynamischen Messungen gegenübergestellt. Die Berechnungen wurden entsprechend den Angaben nach [DAfStb Heft 525 -03], Abschnitt 9.1.4, durchgeführt.

Die Berechnungsergebnisse weisen daraufhin, dass bis zur Aufbringung der Vorspannung ( $t_0 = 48$  Tage) bereits eine deutliche Schwinddehnung  $\varepsilon_{cs}(t_0, t_s)$  im Querschnitt eingetreten sein muss. Die Dehnung im Querschnitt wird bei einem wirksamen Betonalter von  $t_0 = 48$  Tage durch den elastischen Verformungsanteil  $\varepsilon_{ci}(t_0)$  aus der Vorspannung erhöht. Nach dem Vorspannen setzt der Kriechvorgang im Querschnitt ein. Dieser führt zunächst zu einer schnell anwachsenden, stark nichtlinear ausgeprägten Dehnungszunahme. Anschließend treten ab einem wirksamen Betonalter von  $t \approx 60$  Tage noch nahezu li-

neare Dehnungszuwächse infolge Schwinden und Kriechen auf. In diesen Zeitbereich begannen die stationären Messungen, die bis zu einem wirksamen Betonalter von  $t = 227$  (Abschlussmessung vor Turmmontage) in regelmäßigen Abständen vorgenommen wurden [Grünberg/Göhlmann -06/2].

Da die tatsächlichen Dehnungen bis zum Beginn der stationären Messung nicht bekannt waren, wurde der Anfangswert durch die Berechnung festgelegt. Im anschließenden Bereich zeigen die aus den Messwerten ermittelten Dehnungszunahmen eine gute Übereinstimmung mit den berechneten Werten.

Die dynamische Messung wurde bei einem wirksamen Betonalter von  $t = 316$  Tagen gestartet (Nullmessung). Die Dehnungszuwächse aus der dynamischen Messung wurden ebenfalls mit den berechneten Werten verglichen. Auch hier ergab sich für den bisher untersuchten Messzeitraum eine gute Übereinstimmung.

Dies bedeutet, dass durch die gemessenen Dehnungszunahmen der Berechnungsansatz bestätigt werden kann. So kann davon ausgegangen werden, dass die berechnete Dehnungsentwicklung den tatsächlichen Dehnungsverlauf gut wiedergeben.

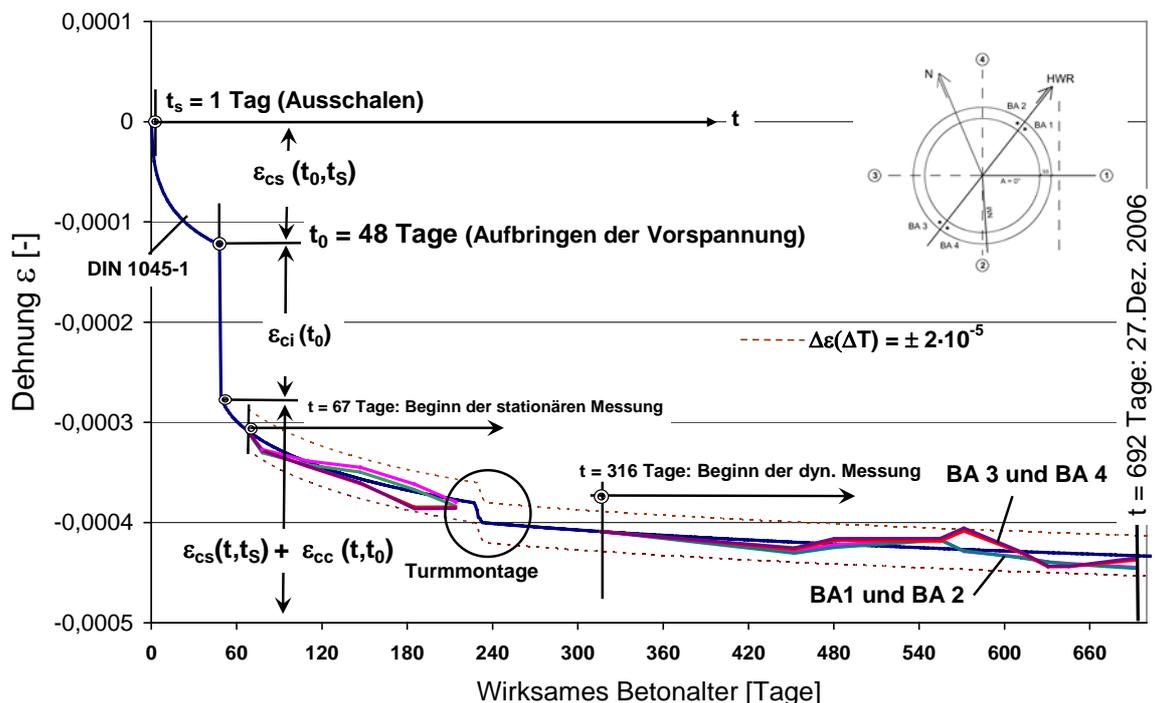


Bild 10.33: Vergleich der Dehnungsberechnung mit den Messwerten, ME 1

Während der Zeit zwischen dem Aufbringen der Vorspannung auf den Beton und dem Beginn der dynamischen Messungen wurden die Messdaten manuell mit einem digitalen Dehnungsmesser (Dehnungsmesser DMD 20) aufgenommen. Die Dehnungsentwicklungen verlaufen, wie zu erwarten war, aufgrund des gleichmäßigen Kriech- und Schwindvorganges nahezu parallel. Am Ende des gesamten Messzeitraumes betragen die Dehnungen aus Schwinden

und Kriechen am BA 1  $\epsilon_{S+K} (t = 692 \text{ Tage}) = 0,445 \text{ ‰}$  und am BA 3  $\epsilon_{S+K} (t = 692 \text{ Tage}) = 0,43 \text{ ‰}$ . Der berechnete Dehnungswert beträgt  $\epsilon_{S+K} (t = 692 \text{ Tage}) = 0,433 \text{ ‰}$ .

Durch die Abweichungen der Messwerte von den Rechenwerten während des Messzeitraumes wird der Einfluss des jahreszeitlichen Temperaturganges deutlich. Es treten gemessene Dehnungswerte in Bild 10.33 auf, die sowohl größer als auch kleiner als die berechneten sind. Der auf Grundlage der Untersuchungen von [Kehlbeck -75] zur Abschätzung des Einflusses aus Temperatureigen-  
spannungen abgeleitete Differenzdehnungswert von  $\Delta\epsilon(T_{nl}) = \pm 2 \text{ K}$  wird zwar erreicht aber nicht überschritten. Dies bestätigt indirekt den angesetzten Differenzdehnungswert.

**Messebene 2**

Aufgrund der größeren Schaftwanddicke wird der Einflusses aus Temperatureigen-  
spannungen abgeleitete Differenzdehnungswert gegenüber Messebene 1 erhöht auf  $\Delta\epsilon(T_{nl}) = \pm 4,5 \text{ K}$ . Dieser Wert kann ebenfalls aus [Kehlbeck -75] abgeleitet werden.

Am Ende des gesamten Messzeitraumes betragen die Dehnungen aus Schwinden und Kriechen am BA 7  $\epsilon_{S+K} (t = 692 \text{ Tage}) = 0,503 \text{ ‰}$  und am BA 11  $\epsilon_{S+K} (t = 692 \text{ Tage}) = 0,506 \text{ ‰}$ . Der berechnete Dehnungswert ist etwas geringer und liegt bei  $\epsilon_{S+K} (t = 692 \text{ Tage}) = 0,47 \text{ ‰}$ . Zum Vergleich sind in Bild 10.34 die Messwerte am BA 8, BA10, BA 12 und BA 14 aufgeführt.

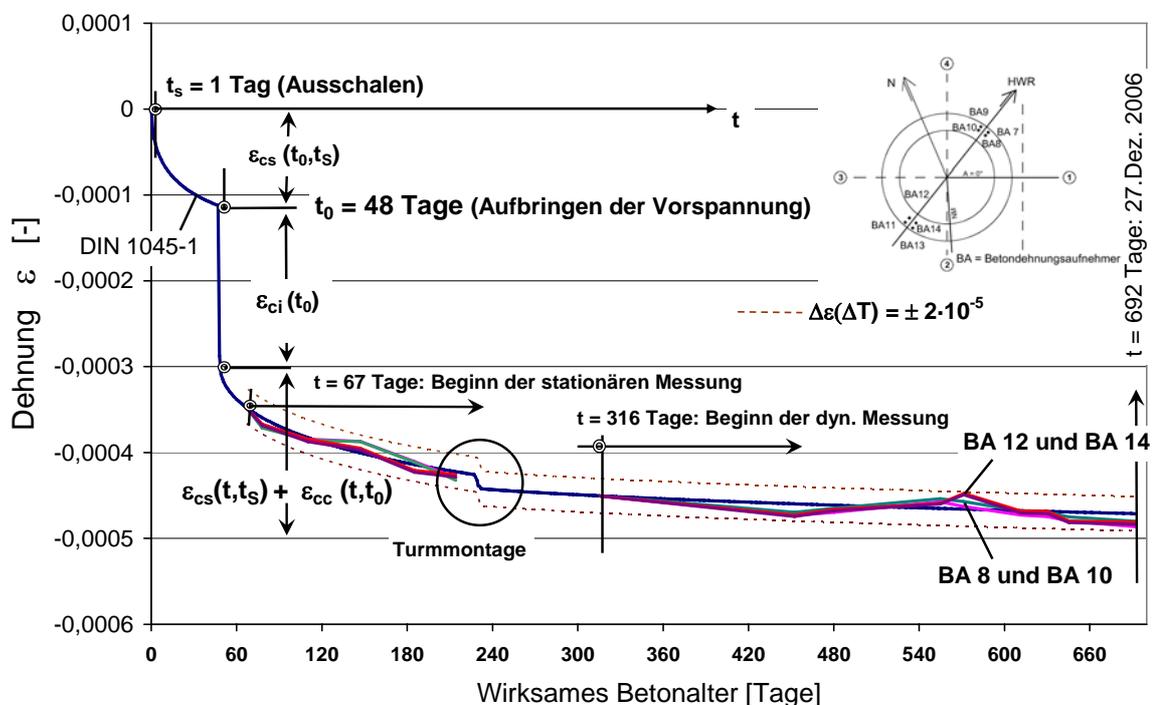


Bild 10.34: Dehnungsverteilung im Querschnitt, ME 2

**Messebene 2-0,86**

Die Dehnungen aus Schwinden und Kriechen werden für die Messebene 2 – 0,86 m in Bild 10.35 dargestellt. Die Messwerte der einzelnen Betondehnungsaufnehmer sind am Ende des Messzeitraumes nahezu identisch. Stellvertretend wird daher der Wert am BA 19 angegeben. Dieser beträgt  $\epsilon_{S+K}(t = 692 \text{ Tage}) = 0,44 \text{ ‰}$ .

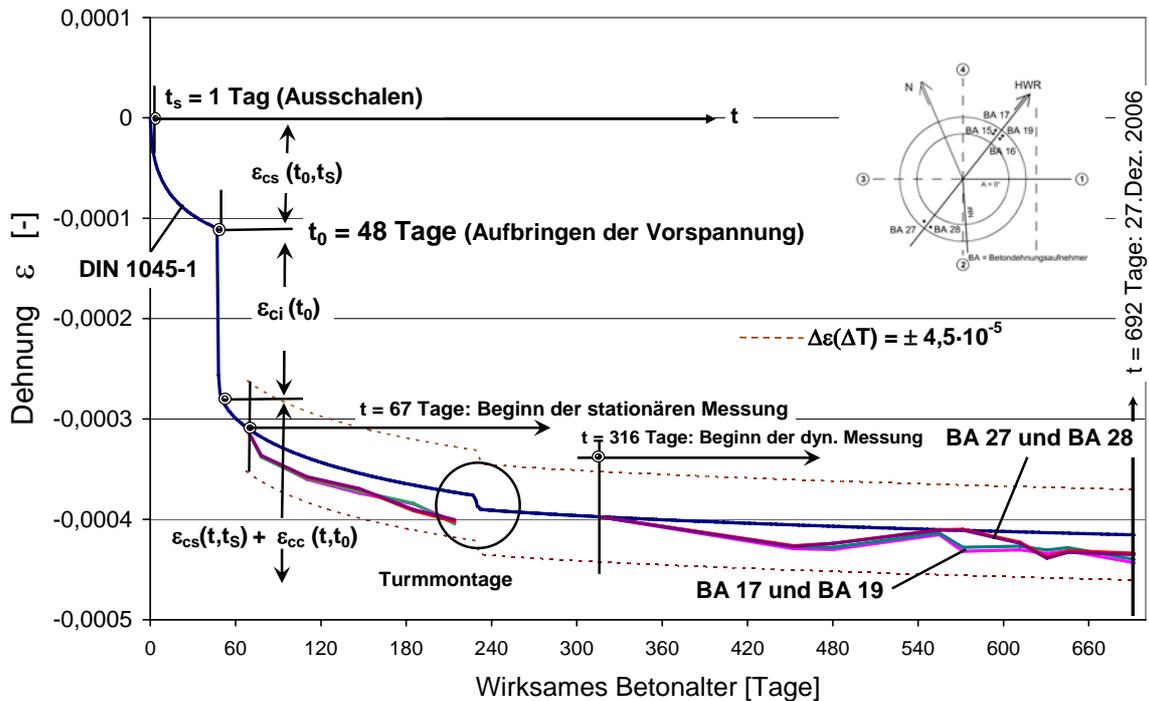


Bild 10.35: Vergleich der Dehnungsberechnung mit den Messwerten, ME 2-0,86

**10.5.7 Ermittlung der Gesamtdehnungen**

Sofern die Gesamtdehnung an einzelnen Messstellen von Bedeutung ist, kann diese additiv aus den Dehnungsanteilen infolge kurzzeitiger Beanspruchung, Abschnitt 10.5.5, und den Dehnungsanteilen aus Langzeiteinflüssen, Abschnitt 10.5.6, bestimmt werden. Beide Dehnungsanteile beinhalten Einflüsse aus Temperatur.

Eine Auflistung der Gesamtdehnungen aller Messstellen wird hier nicht gezeigt. Stellvertretend werden die Gesamtdehnungen für die Messstellen BA 1, BA 7 und BA 19 in Tabelle 10.1 zusammengestellt.

*Tabelle 10.1: Gesamtdehnung an ausgewählten Messstellen*

Messstelle	Dehnungsanteil infolge kurzzeitiger Beanspruchungen	Dehnungsanteil infolge Langzeit- einflüssen	Gesamtdehnung $\epsilon$
BA 1 (ME 1)	0,240 ‰	0,445 ‰	0,685 ‰
BA 7 (ME 2)	0,295 ‰	0,503 ‰	0,798 ‰
BA 19 (ME – 0,86m)	0,264 ‰	0,440 ‰	0,704 ‰

## 10.6 Beurteilung der bisher gewonnenen Messergebnisse

### *Kurzzeitige Einwirkungen*

Die gewonnenen Dehnungsmesswerte deuten auf ein linear elastisches Materialverhalten bei den näher untersuchten Beanspruchungssituationen hin. Die Annahme linear verlaufender Dehnungsverteilungen im Querschnitt führt zu einer guten Übereinstimmung mit den Messwerten. Sowohl unter Normalbetrieb der Anlage als auch bei Abschaltvorgängen lagen die aus den gemessenen Stauchungen berechneten Spannungen im Querschnitt unterhalb der Elastizitätsgrenze.

Die größte aus den gemessenen Kurzzeitdehnungen berechnete Betondruckspannung beträgt im ungestörten Schaftquerschnitt in der Messebene 1  $\sigma = 0,16 f_{ck}$  und im Lasteinleitungsbereich des Stahladapters in der Messebene 2 am BA 7  $\sigma = 0,19 f_{ck}$ .

Die größte Spannungsschwingweite für einen Auswertungsintervall von 30 Tagen bzw. einem Monat unter Normalbetrieb am BA 1 beträgt  $\Delta\sigma = 0,13 f_{ck}$  und  $\Delta\sigma = 0,15 f_{ck}$  am BA 7. Wird die Schwingweite, die zu maximalen Stauchungswerten führte genauer untersucht, so liegt diese am BA 1 nur noch bei  $\Delta\sigma = 0,03 f_{ck}$  und am BA 7 bei  $\Delta\sigma = 0,04 f_{ck}$ .

Bei Notabschaltungen traten die größten gemessenen Schwingweiten auf (BA 1:  $\Delta\sigma = 0,1 f_{ck}$ , BA 7:  $\Delta\sigma = 0,13 f_{ck}$ ). Die dabei vorhandenen maximalen Betonspannungen lagen aber unterhalb der größten Werte während des Normalbetriebs der Anlage.

Die auftretenden Schwingweiten und maximalen Betonspannungen werden als sehr gering eingestuft, da aus der bekannten Literatur keine Versuche an Proben oder Bauteilen bekannt sind, bei denen solche geringe Ermüdungsbeanspruchungen zu einer signifikanten Schädigung oder zum Versagen geführt haben.

### ***Langzeiteinflüsse***

Die Berechnung der Schwind- und Kriechdehnungen nach DIN 1045-1 konnten durch die gemessenen Dehnungszunahmen im betrachteten Messzeitraum bestätigt werden. Abweichungen zwischen Berechnung und Messung werden dabei durch den jahreszeitlichen Temperaturgang hervorgerufen. Der Einfluss von Zwangs- und Eigenspannungen auf die Messwerte liegt in der erwarteten Größenordnung.

Insgesamt ergeben sich daher sowohl für kurzzeitige Beanspruchungen als auch für Langzeiteinflüsse nachvollziehbare und in ihrer Größe plausible Dehnungsmesswerte, die auf eine sehr geringe Ermüdungsbeanspruchung schließen lassen.

### ***Schädigungszustand***

Die gemessenen Dehnungszustände und Dehnungsentwicklungen im Spannbeton können aus kurzzeitiger Beanspruchung sowie durch Langzeiteinflüsse erklärt werden. Überproportionale Dehnungszunahmen, die auf eine verstärkte Ermüdungsschädigung hinweisen würden, konnten nicht festgestellt werden.

Daraus kann einerseits abgeleitet werden, dass die bisher aufgetretenen Beanspruchungen zu keinen Ermüdungsschädigungen geführt haben. Andererseits können aber auch infolge der bisherigen Ermüdungsbeanspruchung nur sehr geringe Steifigkeitsverluste aufgetreten sein, die kann zu Spannungsumlagerungen im Querschnitt geführt haben. Die damit einhergehenden, sehr geringen Dehnungszunahmen können dann nicht mehr eindeutig aus den gemessenen Werten herausgefiltert werden.

Die Messungen bestätigen auch bei einem im Vergleich zur Lebensdauer nur begrenzten Messzeitraumes grundsätzlich die Ergebnisse der numerischen Schädigungsuntersuchungen in Kapitel 9. Sie weisen deutlich daraufhin, dass tatsächlich nur sehr geringe Ermüdungsschädigungen bzw. Steifigkeitsreduktionen infolge der häufig wiederholenden Beanspruchungen zu erwarten sind.

# 11. Zusammenfassung und Ausblick

## 11.1 Zusammenfassung

### *Ausgangssituation*

Einhergehend mit der Entwicklung von immer leistungsfähigeren Windenergieanlagen sowie durch die Errichtung von Offshore-Windparks erhöhen sich die Beanspruchungen auf die gesamte Tragkonstruktion einer Anlage. Für die Dimensionierung der einzelnen Bauteilabmessungen sind neben den Maximalbeanspruchungen oftmals die Ermüdungsbeanspruchungen infolge häufig wiederholender Einwirkungen entscheidend.

Die in den Vorschriften für Windenergieanlagen angegebenen Ermüdungsnachweise für Beton basieren auf einer vereinfachten, linearen Akkumulationshypothese nach Palmgren und Miner. Diese berücksichtigt jedoch nicht das ausgeprägt nichtlineare Materialverhalten von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung sowie den Einfluss unterschiedlicher Belastungsreihenfolgen auf die resultierende Ermüdungsfestigkeit. Ebenfalls bleiben die Auswirkungen infolge mehraxialer Beanspruchungszustände unbeachtet. Die Anwendung der linearen Akkumulationshypothese kann daher, wie Versuche in der Literatur belegen, zu unsicheren oder aber auch zu unwirtschaftlichen Betonkonstruktionen für Windenergieanlagen führen.

### *Erweiterung eines Schädigungsmodells für Beton unter mehrstufiger und mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung*

In der vorliegenden Arbeit wird deshalb ein in der Literatur dokumentiertes nichtlineares Ermüdungsmodell für Beton unter einaxialer Beanspruchung mit konstanter Amplitude für die Anwendung bei mehrstufiger und mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung erweitert. Das Modell für den Ermüdungsprozess basiert auf einer energetischen Schädigungshypothese. Nach dem Prinzip von der Erhaltung der Energie wird der Schädigungszustand im Beton mit Hilfe der im Ermüdungsprozess dissipierten Energie aus einem Materialgesetz unter monotoner Beanspruchung bestimmt.

Die für mehrstufige, einaxiale Druckschwellbeanspruchungen erweiterte energetische Schädigungshypothese führt bei Belastungsgeschichten mit aufsteigender Amplitude zu einem früheren rechnerischen Versagen als die lineare Akkumulationshypothese. Die Anwendung der Palmgren-Miner-Regel führt bei derartigen Belastungsreihenfolgen zu einer Überschätzung der Ermüdungslebensdauer und demzufolge zu unsicheren Berechnungsergebnissen. Bei Belastungsgeschichten mit fallender Amplitude tritt hingegen das Ermüdungsversagen nach der energetischen Schädigungshypothese später ein, und die Palmgren-Miner-Regel führt zu unwirtschaftlichen Berechnungsergebnissen.

Zur Validierung des erweiterten Modellansatzes wurden experimentelle Untersuchungen an Betonzylindern unter ein- und überwiegend zweistufigen Ermüdungs-

lastgeschichten durchgeführt. Es konnte eine gute Übereinstimmung zwischen den Versuchsergebnissen und dem erweiterten, mehrstufigen Ermüdungsmodell festgestellt werden.

Um auch Auswirkungen infolge mehraxialer Ermüdungsbeanspruchungen auf den Schädigungsprozess im Beton erfassen zu können, wurden ferner die Parameter des energetischen Ermüdungsmodells für die Erweiterung auf mehraxiale Beanspruchungszustände mit Druckschwellversagen in Hauptbeanspruchungsrichtung hergeleitet. Von besonderer Bedeutung ist hierbei die Ermittlung der Bruchschwingspielzahlen für mehraxiale Ermüdungsbeanspruchungen. Zu diesem Zweck wurden Schädigungsvariablen für das Fünfparametermodell nach Willam-Warneke eingeführt, mit denen die Tragfähigkeitskurven auf den Hauptmeridianen in die von den Bruchschwingspielzahlen abhängigen Ermüdungskurven transformiert wurden.

Die Schädigungsentwicklungen wurden vorwiegend für rotationssymmetrische und zweiaxiale Ermüdungsbeanspruchungen jeweils mit Querdruck oder mit geringem Querzug berechnet.

Zur vereinfachten Berücksichtigung des Einflusses aus mehraxialen Beanspruchungszuständen in den derzeit gültigen Ermüdungsnachweisen wurden Korrekturbeiwerte zur Modifizierung der einaxialen Ermüdungsfestigkeit abgeleitet. Diese Korrekturbeiwerte können aus aufgestellten Diagrammen entnommen werden und direkt in die Bestimmungsgleichungen zur Berechnung der Bruchschwingspielzahlen eingesetzt werden.

### ***Numerische Schädigungsanalysen am Spannbetonschaft einer Windenergieanlage***

Der zur Berechnung von mehrstufigen und mehraxialen Ermüdungsbeanspruchungen erstellte Schädigungsalgorithmus wurde als User-Subroutine an das im Finite-Elemente-Programm ABAQUS© zur Verfügung stehende elasto-plastische Betonmodell adaptiert. Hierdurch konnten numerische Schädigungsanalysen an einem Spannbetonschaft für eine Windenergieanlage und an dem vorhandenen Lasteinleitungsbereich des Stahladapters durchgeführt werden. Hierfür wurden Betriebslastkollektive des Anlagenherstellers verwendet, die für eine Anlagenlebensdauer von 20 Jahren aufgestellt worden waren.

Die numerischen Untersuchungen im Grenzzustand der Ermüdung ergaben, dass die durch Ermüdungsschädigungen hervorgerufenen Spannungsumlagerungen im Querschnitt die resultierende Schädigungsentwicklung gegenüber Schädigungsberechnungen ohne Spannungsumlagerungen signifikant verringern. Weiterhin wurde festgestellt, dass der Einfluss der Belastungsreihenfolge auf die resultierende Ermüdungsfestigkeit durch die Spannungsumlagerungen im Querschnitt näherungsweise wieder aufgehoben wird. Die untersuchten gegenläufigen Belastungsreihenfolgen führten am Ende der numerischen Berechnungen nahezu auf den gleichen Schädigungswert. Die Untersuchungen ergaben zudem eine Ausnutzung der Ermüdungslebensdauer von ca. 30%. Grundsätzlich erscheint eine Abminderung der Schaftwanddicken an Spannbetontürmen durch solche numeri-

schen Schädigungsanalysen möglich, sofern der Ermüdungsnachweis maßgebend für die Querschnittsdimensionierung ist.

Zur Abschätzung der tatsächlich zu erwartenden Schädigungsentwicklung im Spannbetonschaft wurden auch Schädigungsanalysen unter Gebrauchslastniveau durchgeführt. Diese ergaben keine rechnerischen Schädigungswerte am Ende der berechneten Belastungsgeschichten. Bei dem hier näher untersuchten Spannbetonschaft sind demzufolge keine signifikanten Ermüdungsschädigungen zu erwarten sind.

Im Lasteinleitungsbereich des Stahlrohrturmes führt die vereinfachte Schädigungsberechnung zum Ermüdungsversagen. In der Kontaktfuge zwischen Spannbetonschaft und Stahladapter wurde ein progressiver Schädigungsfortschritt festgestellt. Dagegen ergibt sich aus der realitätsnäheren Schädigungsberechnung unter zweiaxialer Ermüdungsbeanspruchung kein Ermüdungsversagen. In den Bereichen, in denen durch die Umlenkkräfte aus den Spanngliedern Querspannungen auftreten, wird ebenfalls kein Ermüdungsversagen in Hauptbeanspruchungsrichtung festgestellt.

### ***In-situ-Messung am Spannbetonschaft einer Windenergieanlage***

Zur Bewertung der aus der numerischen Schädigungsanalyse gewonnenen Erkenntnisse unter realen Bauwerksbedingungen wurden in-situ-Messungen an einem Spannbetonschaft für eine 5 MW-Anlage durchgeführt. Die Messungen wurden an der Stelle mit den höchsten berechneten Betondruckspannungen sowie im Lasteinleitungsbereich des Stahladapters durchgeführt. Der Messzeitraum betrug ca. 21 Monate. Die Bauwerksmessungen begannen kurz nach der Anlageninstallation.

Die Auswertung der Bauwerksmessungen ergab, dass die bislang aufgetretenen Beanspruchungen zu keinen messbaren Schädigungen bzw. Steifigkeitsreduktionen geführt haben. Insgesamt sind die Messergebnisse sowohl unter kurzzeitiger Beanspruchung als auch unter Langzeiteinflüssen rechnerisch nachvollziehbar und plausibel. Die Bauwerksmessungen bestätigten somit prinzipiell die Ergebnisse der numerischen Schädigungsuntersuchungen.

## 11.2 Ausblick

### 11.2.1 Weiterentwicklung des Ermüdungsmodells

#### ***Validierung durch Laborversuche***

Die hergeleiteten Eingangswerte für die mehraxiale Erweiterung des energetischen Schädigungsmodells bedürfen der Validierung durch gezielte Laborversuche. Die wesentlichen Parameter sind dabei der Materialkennwert der Bruch- bzw. Zerstauchungsenergie sowie der unter mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung schädigungswirksame, dissipierte Energieanteil.

Durch geeignete Ermüdungsversuche sollten die angesetzten Verläufe der Schädigungsparameter am Druck- und Zugmeridian zur Ermittlung der Bruchschwingspielzahlen unter mehraxialer Ermüdungsbeanspruchung belegt werden. Ggf. können zusätzliche Schädigungsparameter definiert und in die verwendete Versagenshypothese mit einbezogen werden.

#### ***Übertragung des Ermüdungsmodells auf höherfeste Betone***

Bei der Errichtung von Betonkonstruktionen für Windenergieanlagen werden zunehmend höherfeste Betone eingesetzt. Das hier verwendete energetische Ermüdungsmodell scheint grundsätzlich auch für die Anwendung bei hochfestem und ultrahochfestem Beton geeignet. Für diese Werkstoffe stehen bislang nur begrenzt die erforderlichen Materialkennwerte und Schädigungsverläufe unter Ermüdung zur Verfügung. Die ausstehenden Parameter sollten durch Versuche bestimmt und das Ermüdungsmodell für diese Werkstoffe kalibriert werden. Da Offshore-Konstruktionen größtenteils zur Minimierung des Fundamenteigengewichts aus Leichtbeton hergestellt werden, sollten hochfeste Leichtbetone in diese Untersuchungen einbezogen werden.

### 11.2.2 Erweiterung der Nachweisverfahren für Ermüdung

#### ***Weiterentwicklung der Lastansätze für Wind- und/oder Wellebeanspruchungen***

Für den hier untersuchten Spannbetonschaft wurden die Windbelastungen für die gesamte Lebensdauer der Anlage aus einer Windrichtung angesetzt. Tatsächlich ist die Belastungsrichtung des Windes ständigen Änderungen unterworfen. Durch das nichtlineare Schädigungsmodell können die einzelnen Schädigungszuwächse in einem Spannbetonschaft infolge der Windbelastungen aus unterschiedlichen Richtungen ermittelt werden. Dazu werden, ähnlich zum Vorgehen bei Wellenbelastungen auf OffshoreKonstruktionen, Verteilungsfunktionen für die Windrichtung benötigt. Durch die Berücksichtigung der variierenden Windrichtung wird erwartet, dass die berechnete Ermüdungsschädigung im Spannbetonschaft geringer ausfällt und eine Optimierung der Abmessungen vorgenommen werden kann.

Bei der Anwendung des Ermüdungsmodells für großvolumige Offshore-Bauwerke aus Beton ist darauf zu achten, dass bei der Ermittlung der hydrodynamischen Beanspruchungen aus Seegang die Einflüsse aus Diffraktion berücksichtigt werden. Werden vereinfachend Berechnungsansätze für schlanke Bauteile angewendet, können erhebliche Abweichungen zwischen den berechneten und den tatsächlich auftretenden Beanspruchungen auftreten. Ebenfalls sollte die genaue Beanspruchungsverteilung in Umfangsrichtung des Gründungskörpers bekannt sein, damit sich Spannungsumlagerungen in der numerischen Schädigungsanalyse einstellen können.

### ***Ermüdungsnachweise im Zeitbereich***

Sind die oben genannten Voraussetzungen hinsichtlich der Lastermittlung bei großvolumigen Offshore-Bauwerken erfüllt, können mit dem erweiterten nichtlinearen Ermüdungsmodell grundsätzlich auch Schädigungsuntersuchungen auf Basis von Belastungszeitreihen durchgeführt werden. Schädigungsbewertungen im Zeitbereich werden bislang bei Gründungskonstruktionen aus Stahl erfolgreich eingesetzt. Dieses Nachweisverfahren scheint insbesondere auch für Konstruktionen mit nichtlinearem Materialverhalten geeignet zu sein, um die zu erwartende Schädigungsgeschichte rechnerisch genauer vorhersagen zu können. Die Entwicklung von Nachweisverfahren im Zeitbereich ist für Betonkonstruktionen von Windenergieanlagen von großer Bedeutung und sollte daher zielstrebig vorangetrieben werden.

# Anhang

### A.1: Bruchschwingspielzahlen im Hauptmeridianschnitt

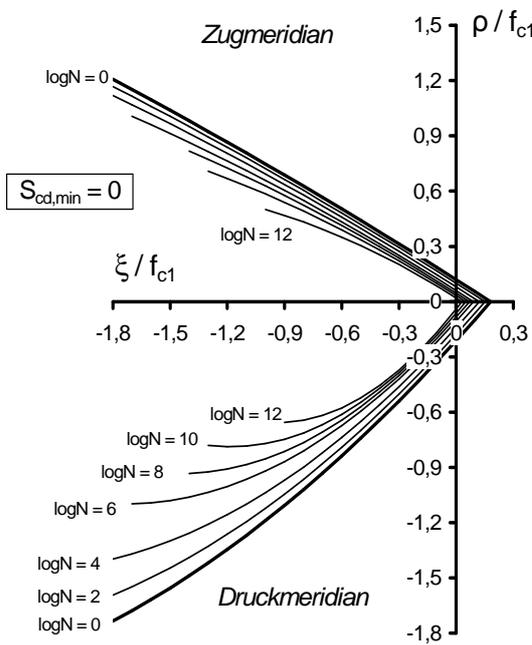


Bild A.1.1:  $S_{cd,min} = 0$

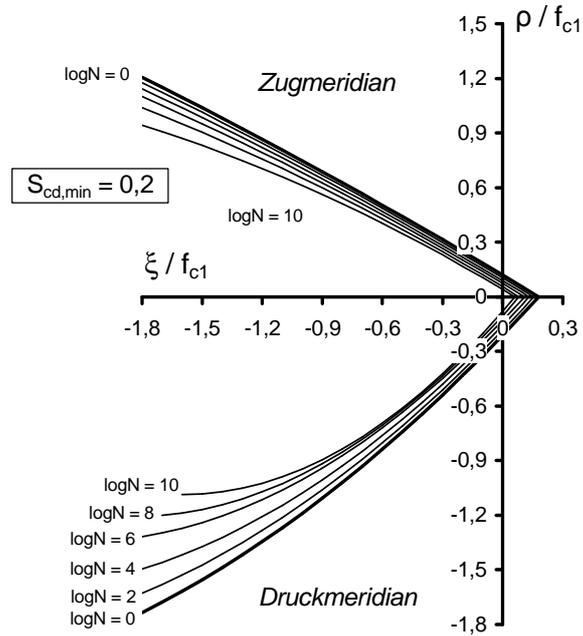


Bild A.1.2:  $S_{cd,min} = 0,2$

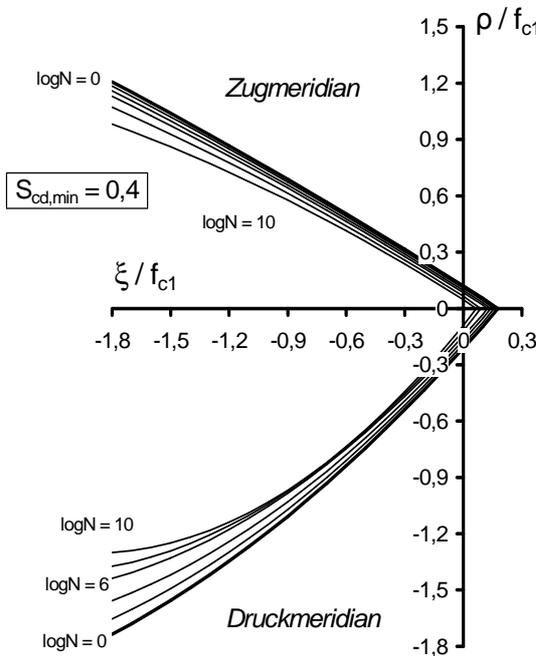


Bild A.1.3:  $S_{cd,min} = 0,4$

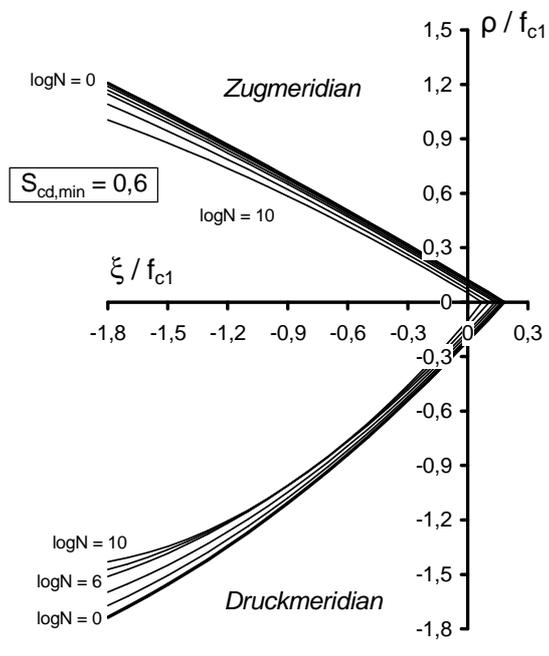


Bild A.1.4:  $S_{cd,min} = 0,6$

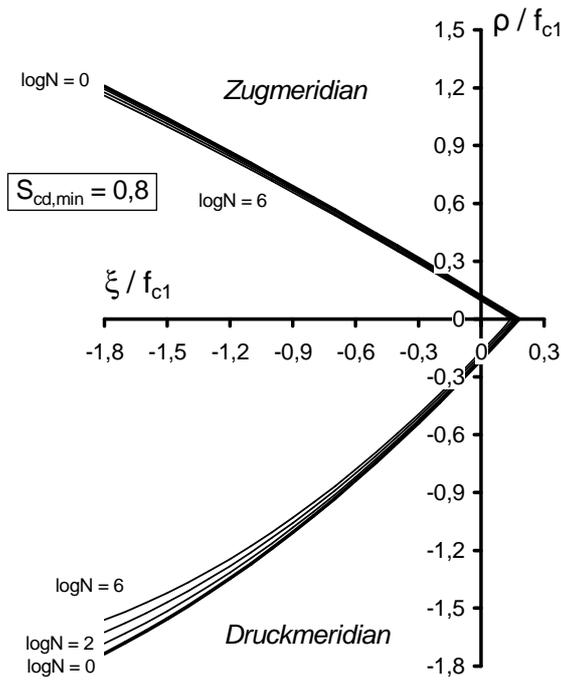


Bild A.1.5:  $S_{cd,min} = 0,8$

## A.2: Bruchschwingspielzahlen am Druckmeridian

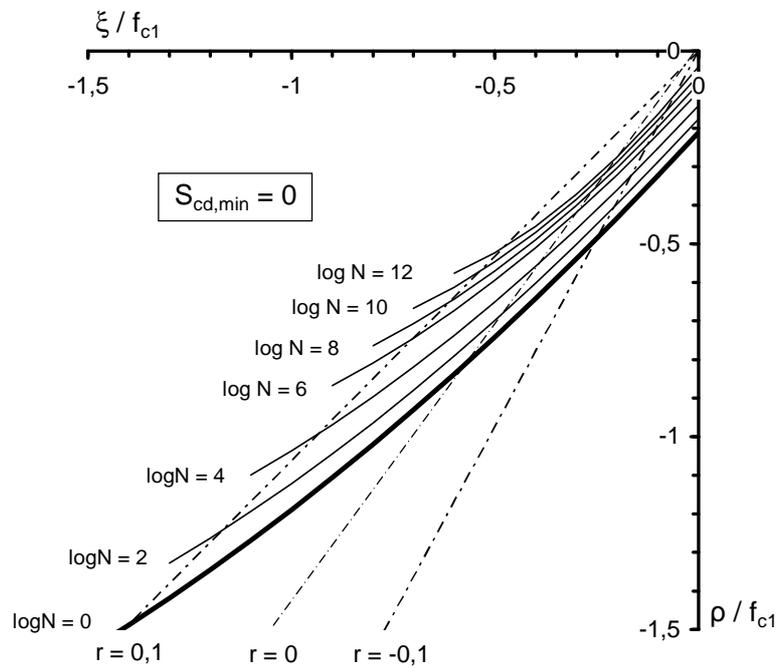
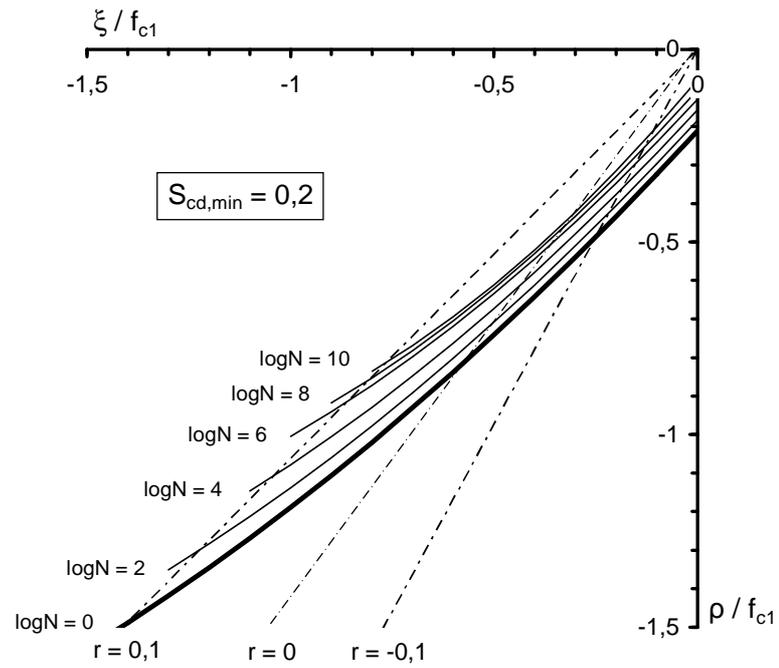
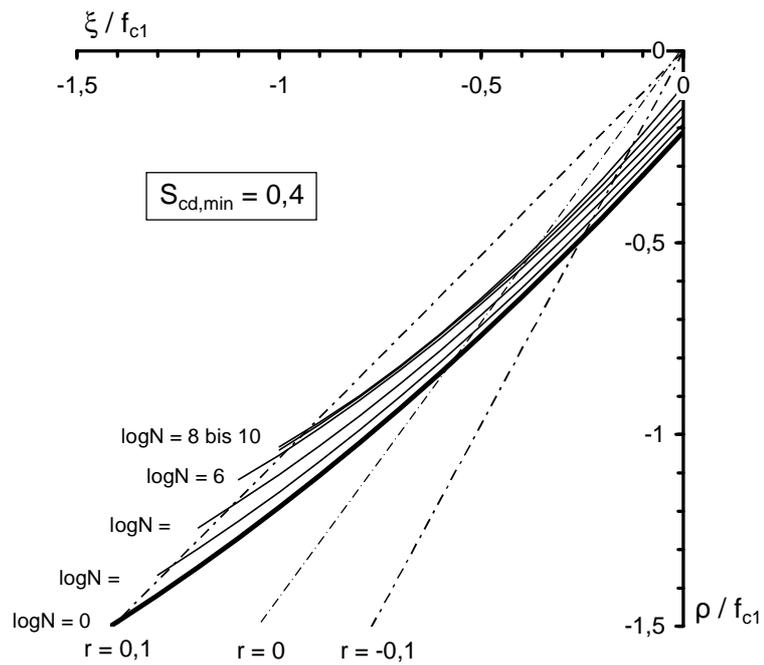


Bild A.2.1:  $S_{cd,min} = 0$

Bild A.2.2:  $S_{cd,min} = 0,2$ Bild A.2.3:  $S_{cd,min} = 0,4$

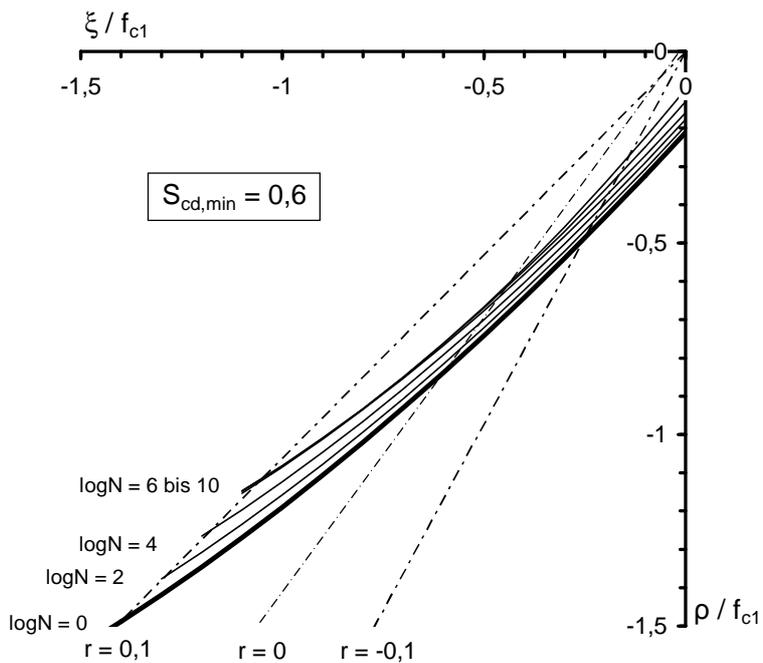


Bild A.2.4:  $S_{cd,min} = 0,6$

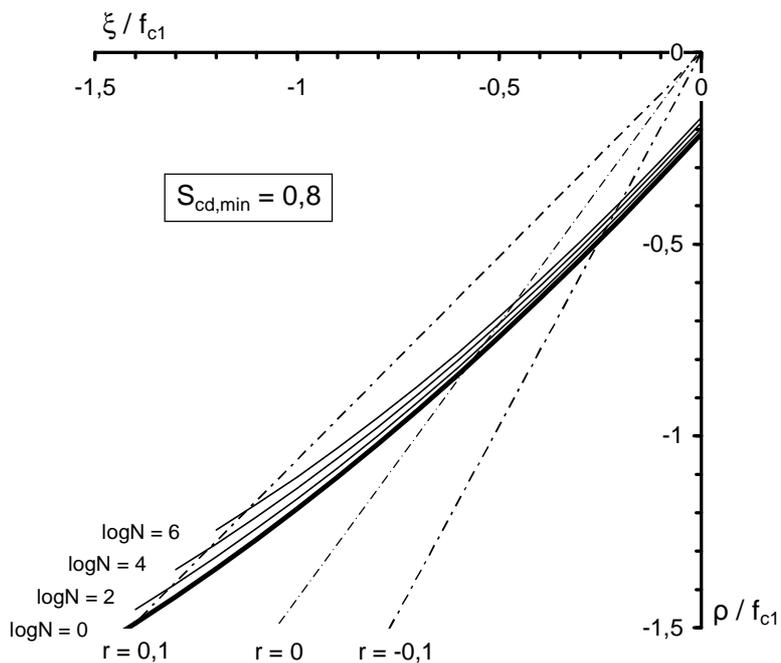


Bild A.2.5:  $S_{cd,min} = 0,8$

### A.3: Bruchschwingspielzahlen im Deviator

#### A.3.1: Bruchschwingspielzahlen im Deviatorschnitt: $\xi / f_{c1} = -0,25$

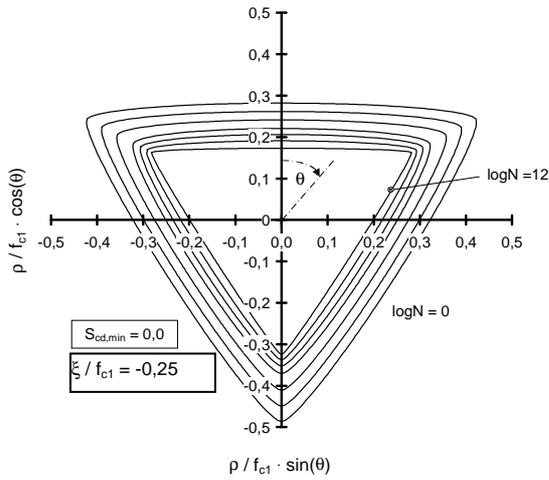


Bild A.3.1.1:  $S_{cd,min} = 0$

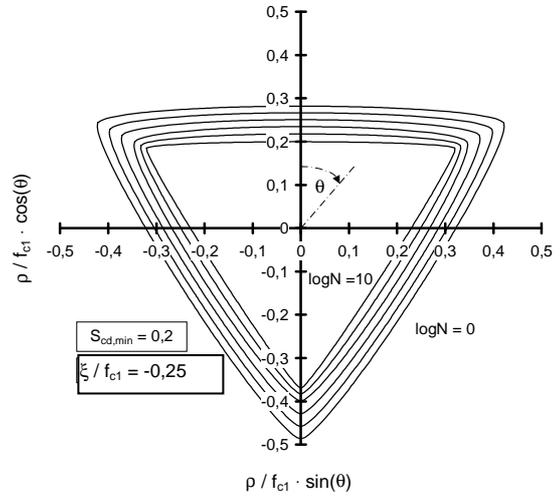


Bild A.3.1.2:  $S_{cd,min} = 0,2$

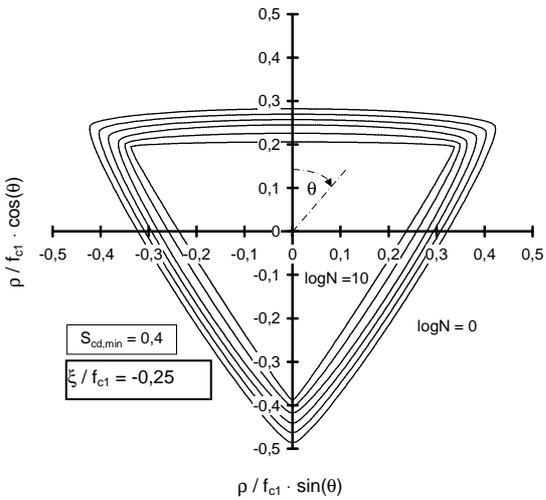


Bild A.3.1.3:  $S_{cd,min} = 0,4$

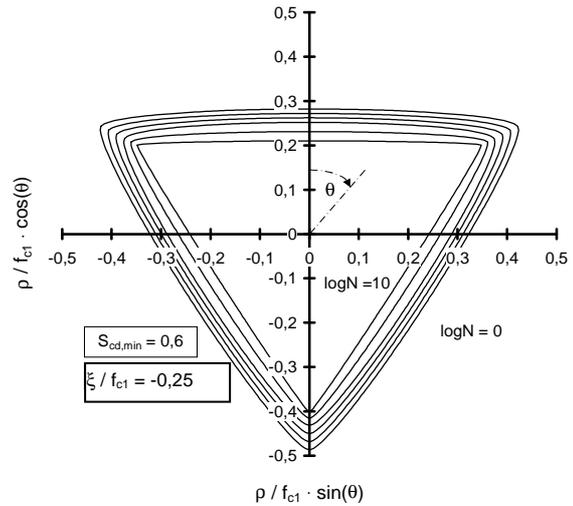


Bild A.3.1.4:  $S_{cd,min} = 0,6$

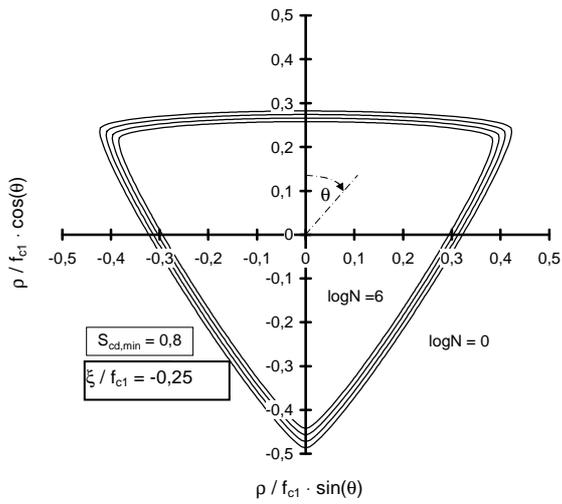


Bild A.3.1.5:  $S_{cd,min} = 0,8$

**A.3.2: Bruchschwingspielzahlen im Deviatorschnitt:  $\xi/f_{c1} = -0,577$**

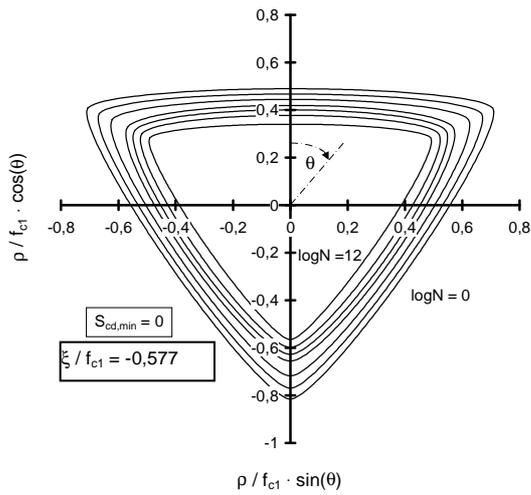


Bild A.3.2.1:  $S_{cd,min} = 0$

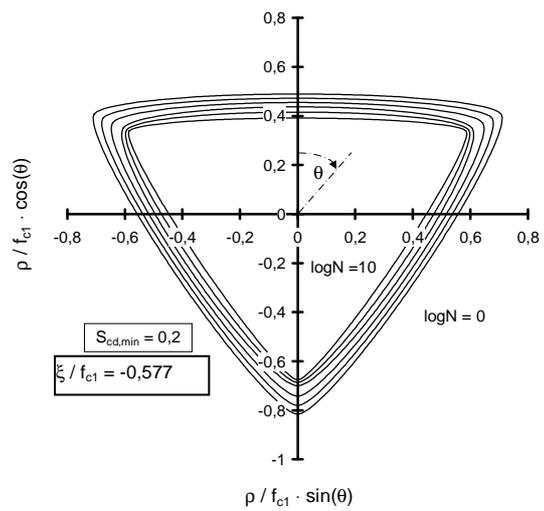


Bild A.3.2.2:  $S_{cd,min} = 0,2$

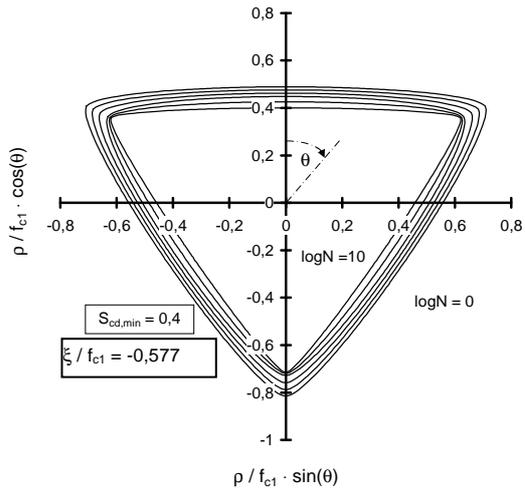


Bild A.3.2.3:  $S_{cd,min} = 0,4$

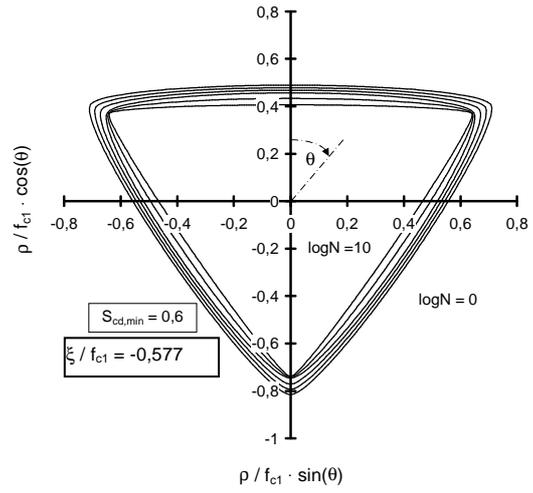


Bild A.3.2.4:  $S_{cd,min} = 0,6$

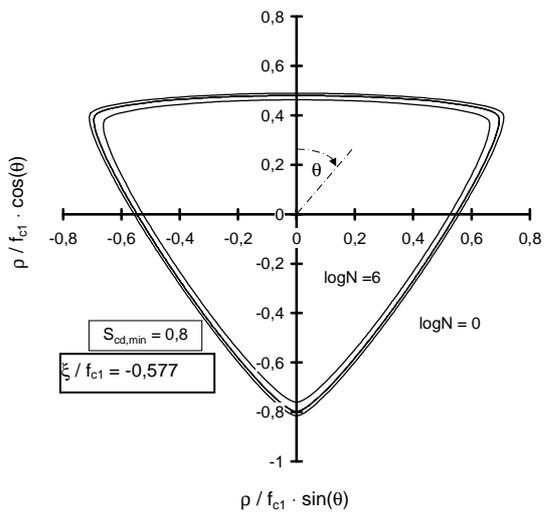


Bild A.3.2.5:  $S_{cd,min} = 0,8$

**A.3.3: Bruchschwingspielzahlen im Deviatorschnitt:  $\xi/f_{c1} = -0,85$**

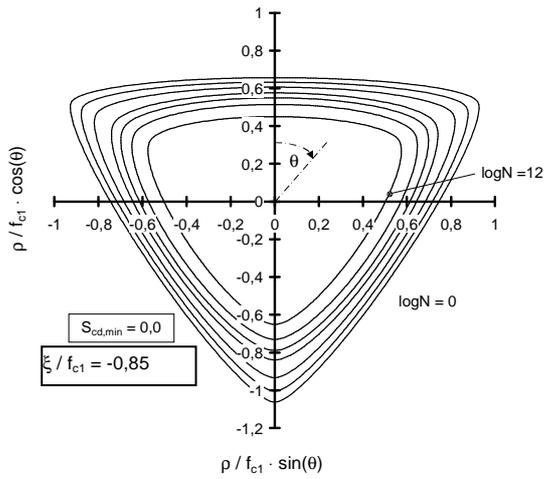


Bild A.3.3.1:  $S_{cd,min} = 0$

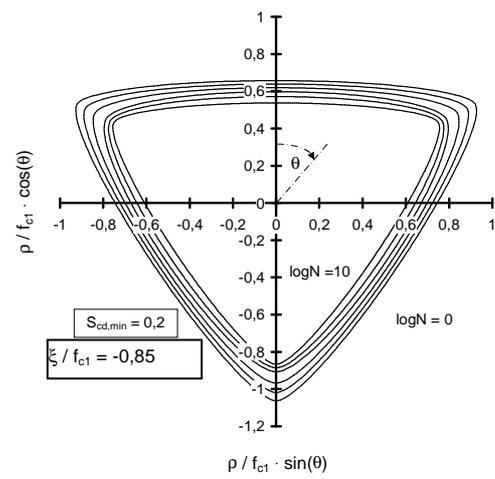


Bild A.3.3.2:  $S_{cd,min} = 0,2$

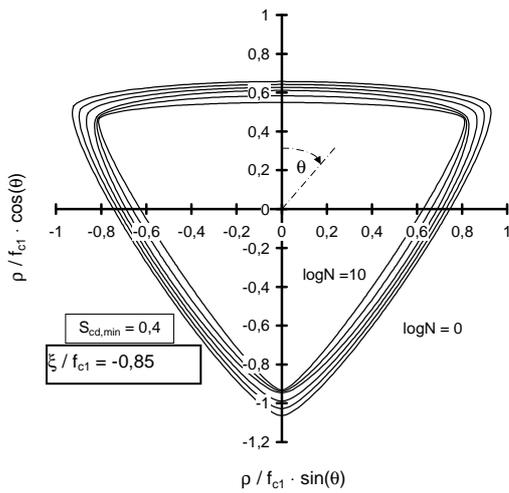


Bild A.3.3.3:  $S_{cd,min} = 0,4$

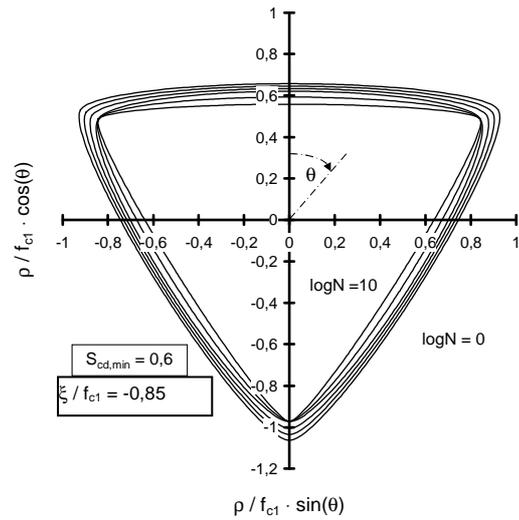


Bild A.3.3.4:  $S_{cd,min} = 0,6$

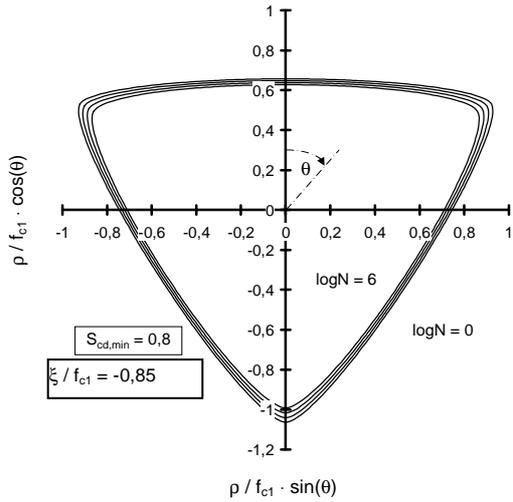


Bild A.3.3.5:  $S_{cd,min} = 0,8$

**A.3.4: Bruchschwingspielzahlen im Deviatorschnitt:  $\xi / f_{c1} = -1,33$**

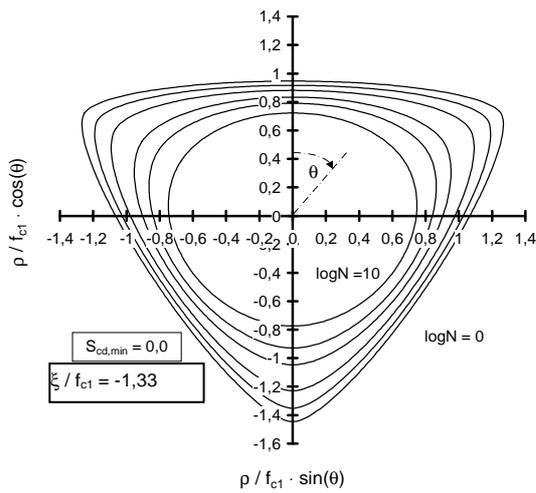


Bild A.3.4.1:  $S_{cd,min} = 0$

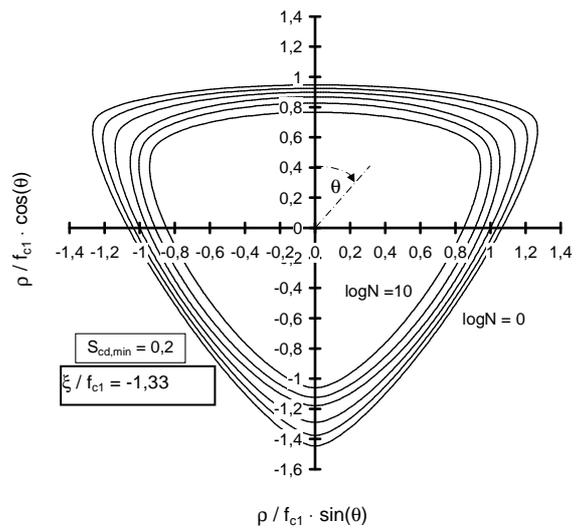


Bild A.3.4.2:  $S_{cd,min} = 0,2$

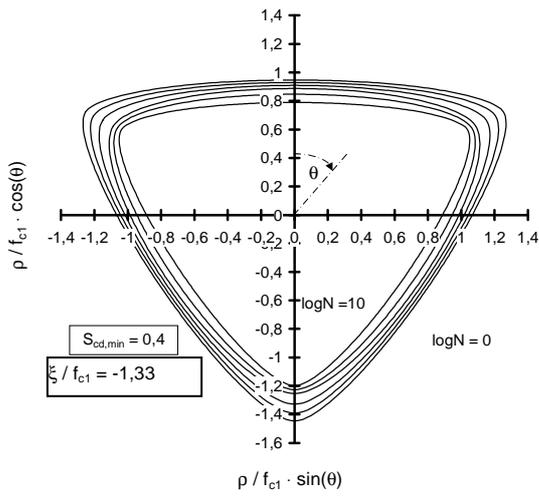


Bild A.3.4.3:  $S_{cd,min} = 0,4$

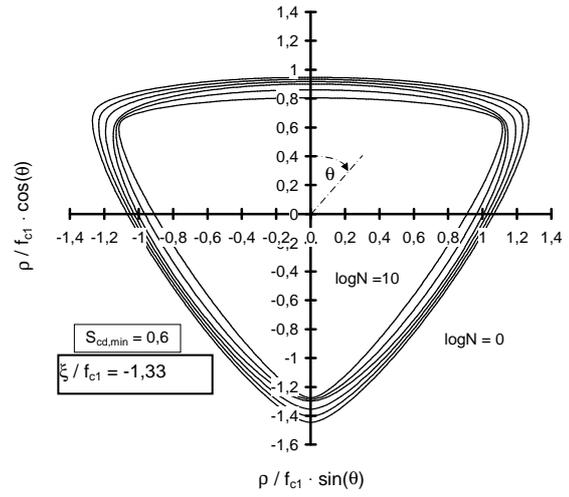


Bild A.3.4.4:  $S_{cd,min} = 0,6$

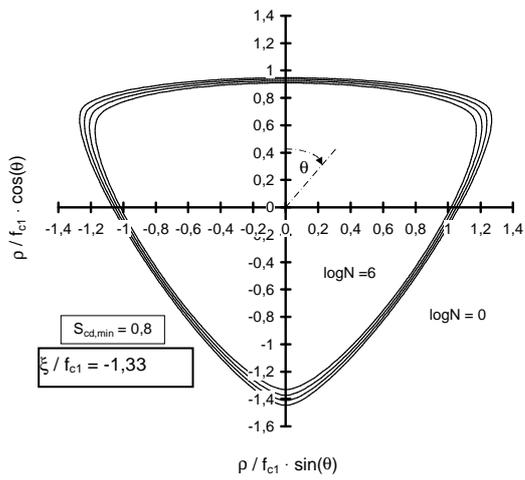


Bild A.3.4.5:  $S_{cd,min} = 0,8$

## A.4: Bruchschwingenspielzahlen im ebenen Spannungszustand

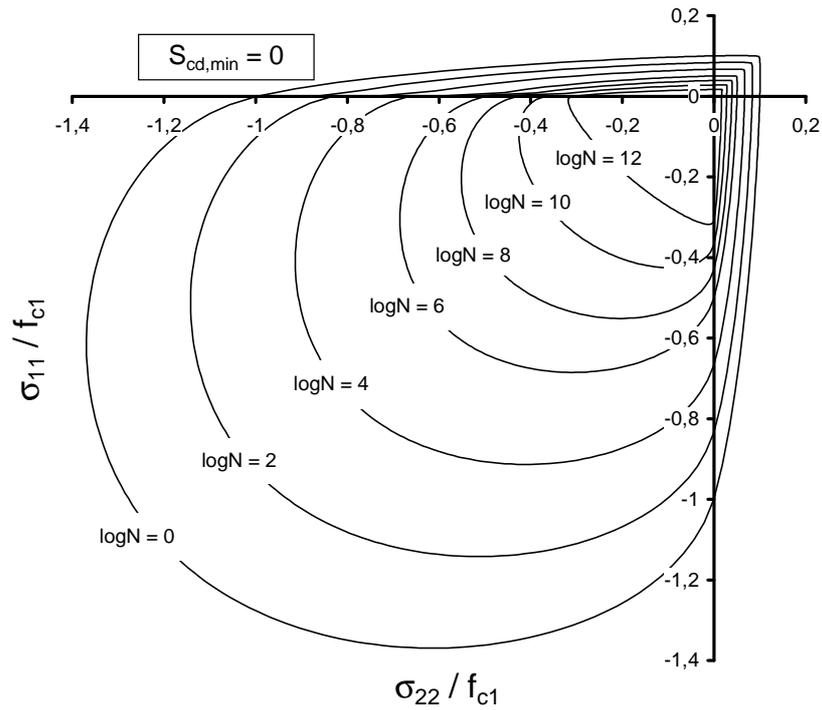


Bild A.4.1:  $S_{cd,min} = 0$

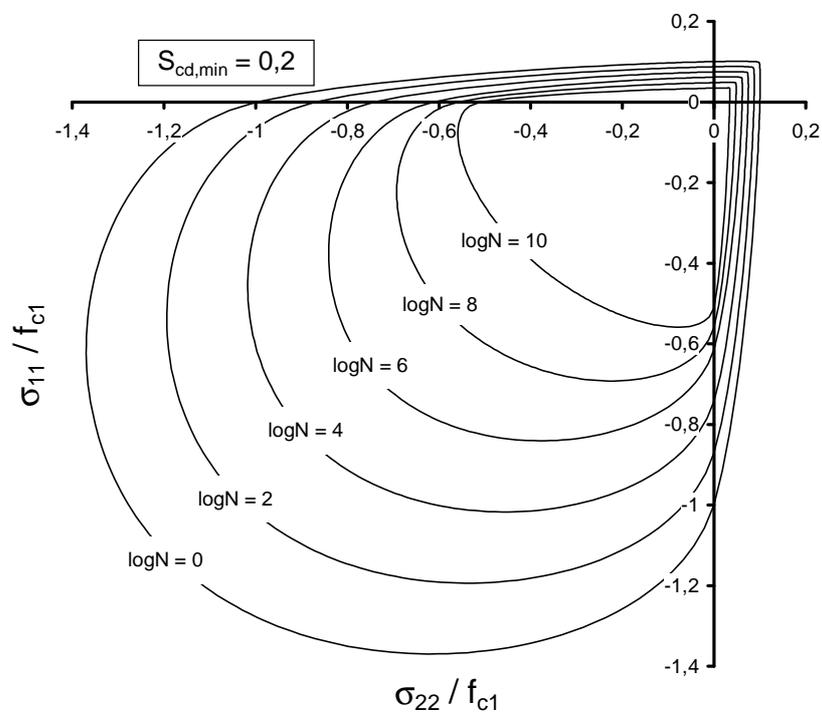
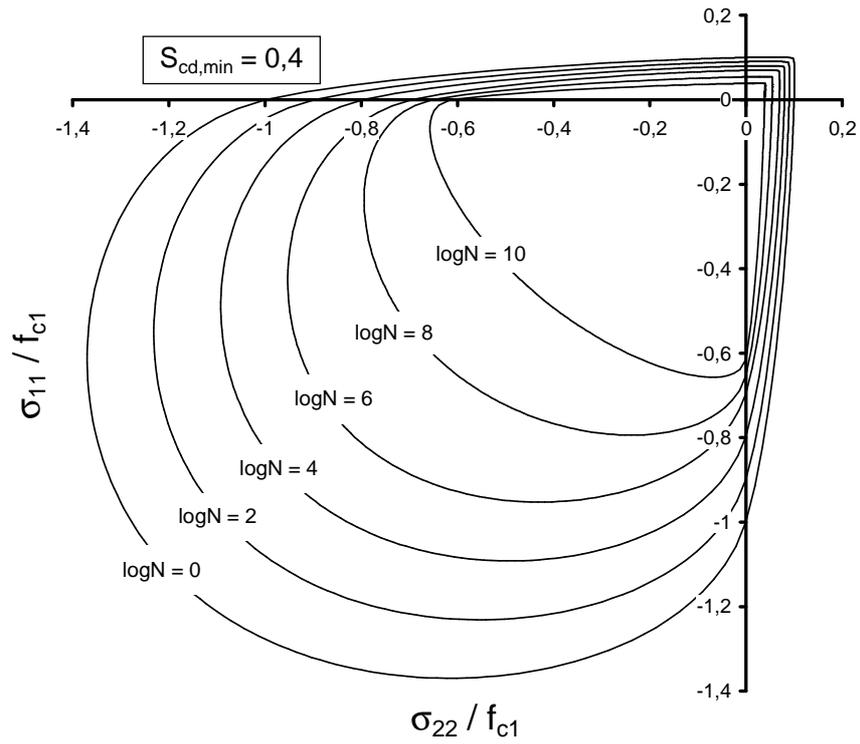
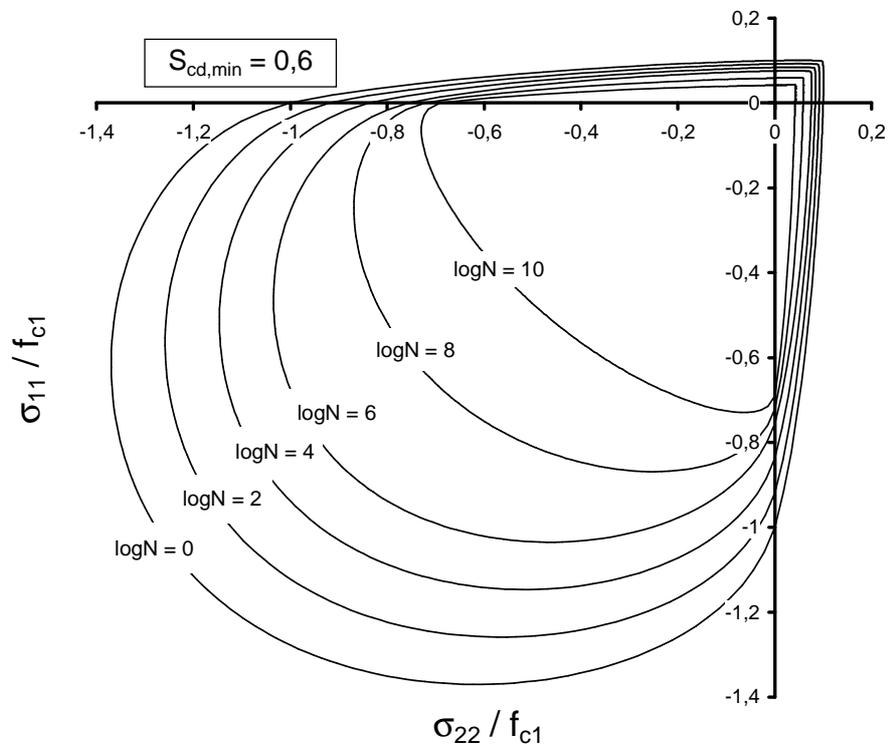


Bild A.4.2:  $S_{cd,min} = 0,2$

Bild A.4.3:  $S_{cd,min} = 0,4$ Bild A.4.4:  $S_{cd,min} = 0,6$

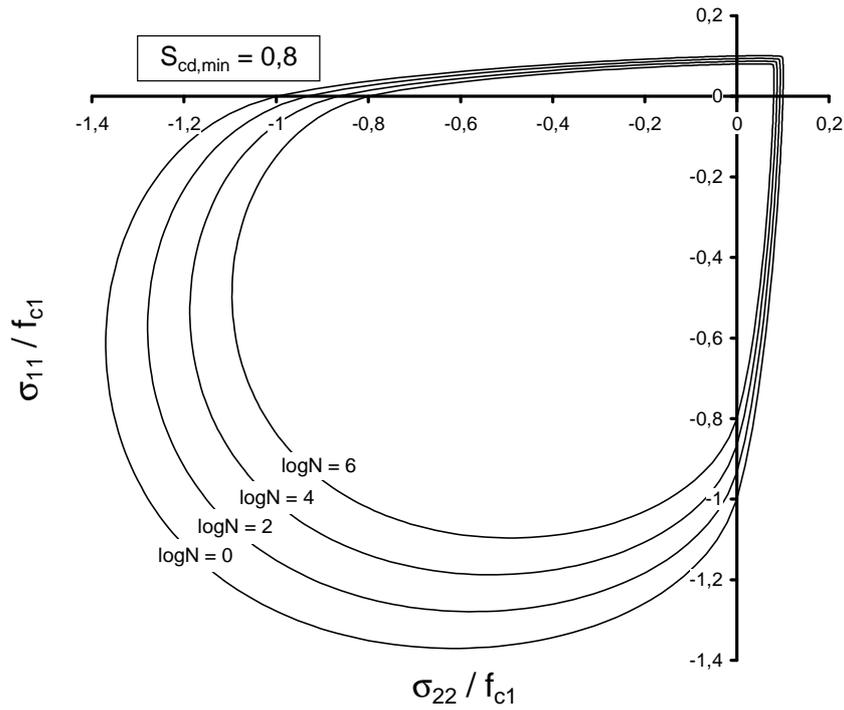


Bild A.4.5:  $S_{cd,min} = 0,8$

### A.5: Modifikationsfaktoren $\lambda_{c3}(N,r)$ für Druckmeridianbeanspruchungen

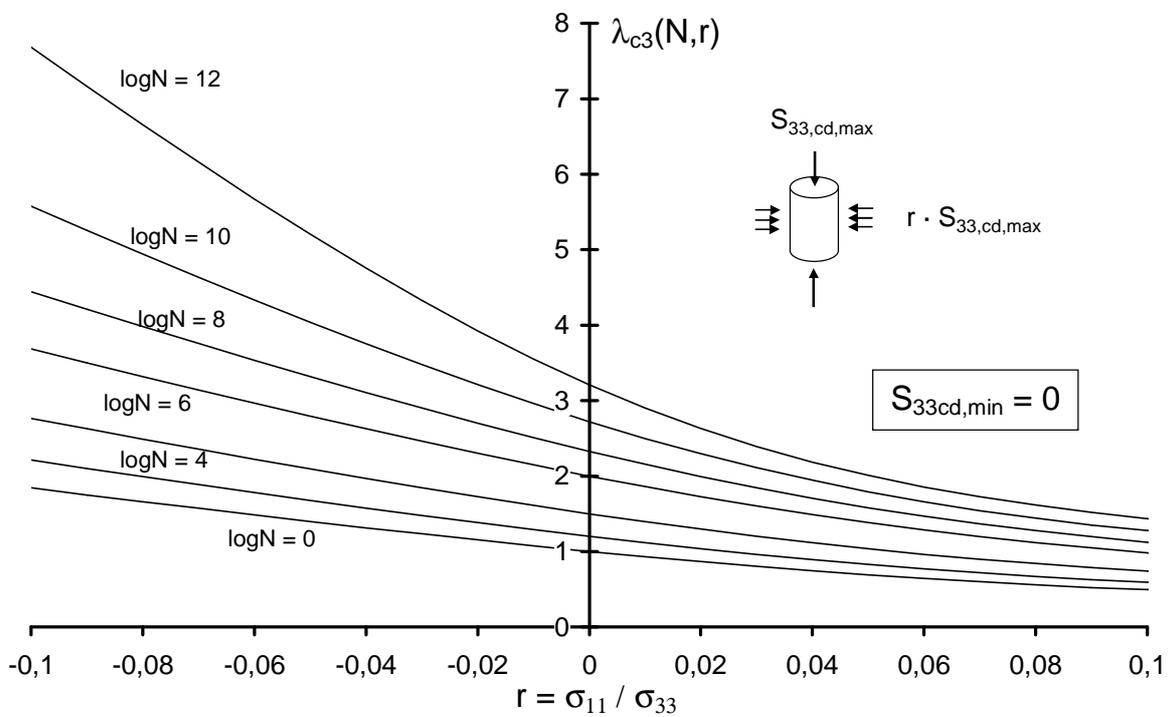
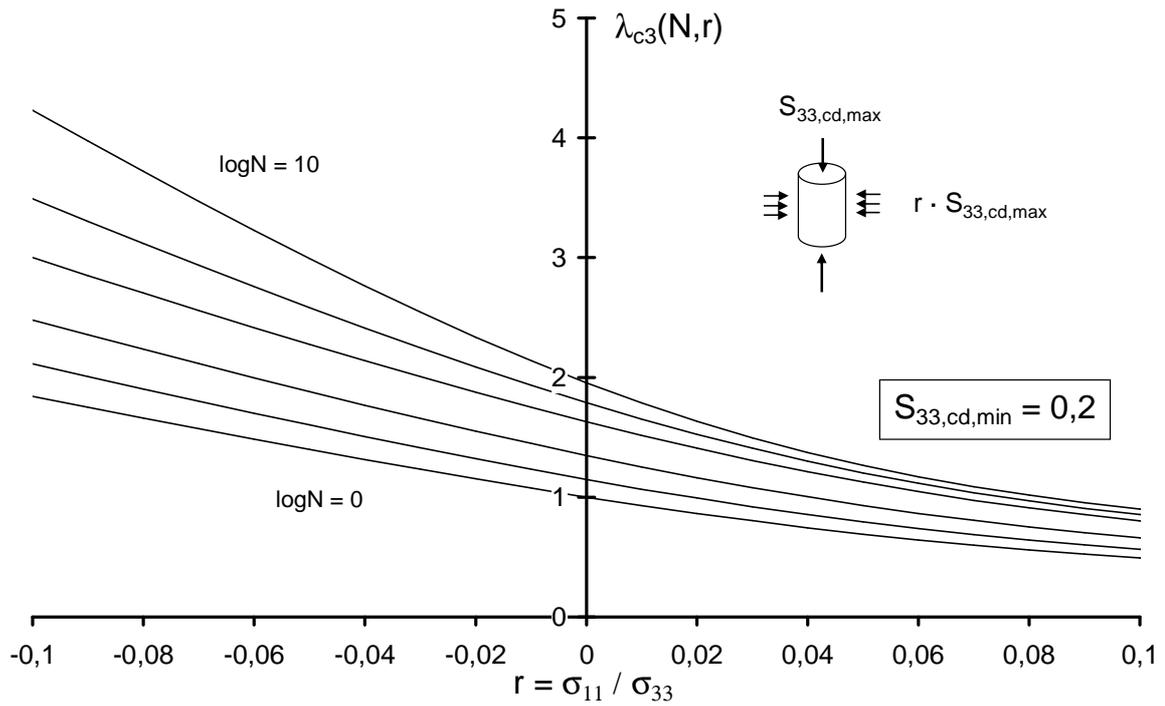
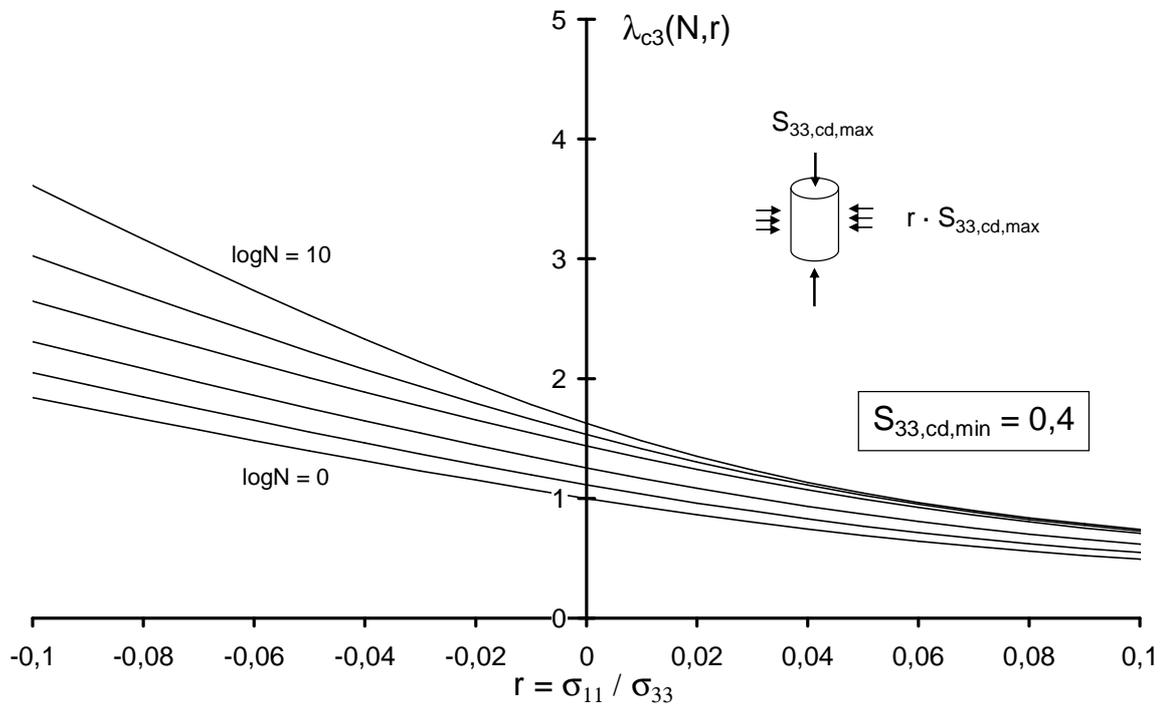


Bild A.5.1:  $S_{cd,min} = 0$

Bild A.5.2:  $S_{cd,min} = 0,2$ Bild A.5.3:  $S_{cd,min} = 0,4$

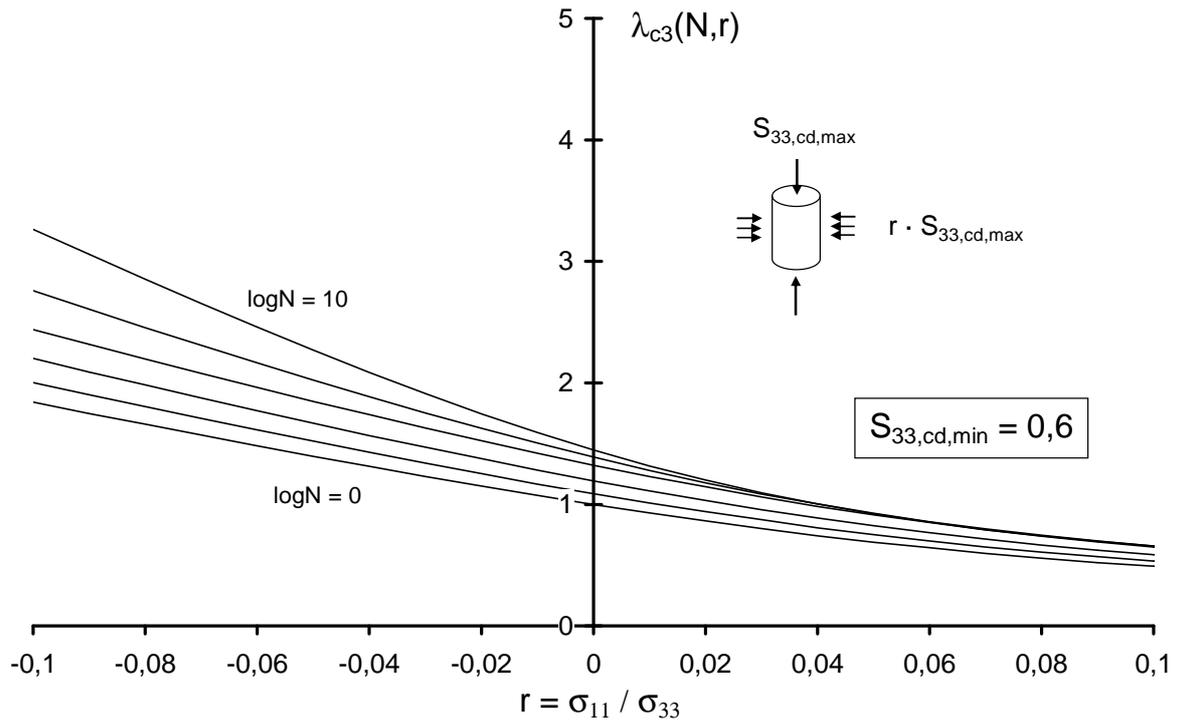


Bild A.5.4:  $S_{cd,min} = 0,6$

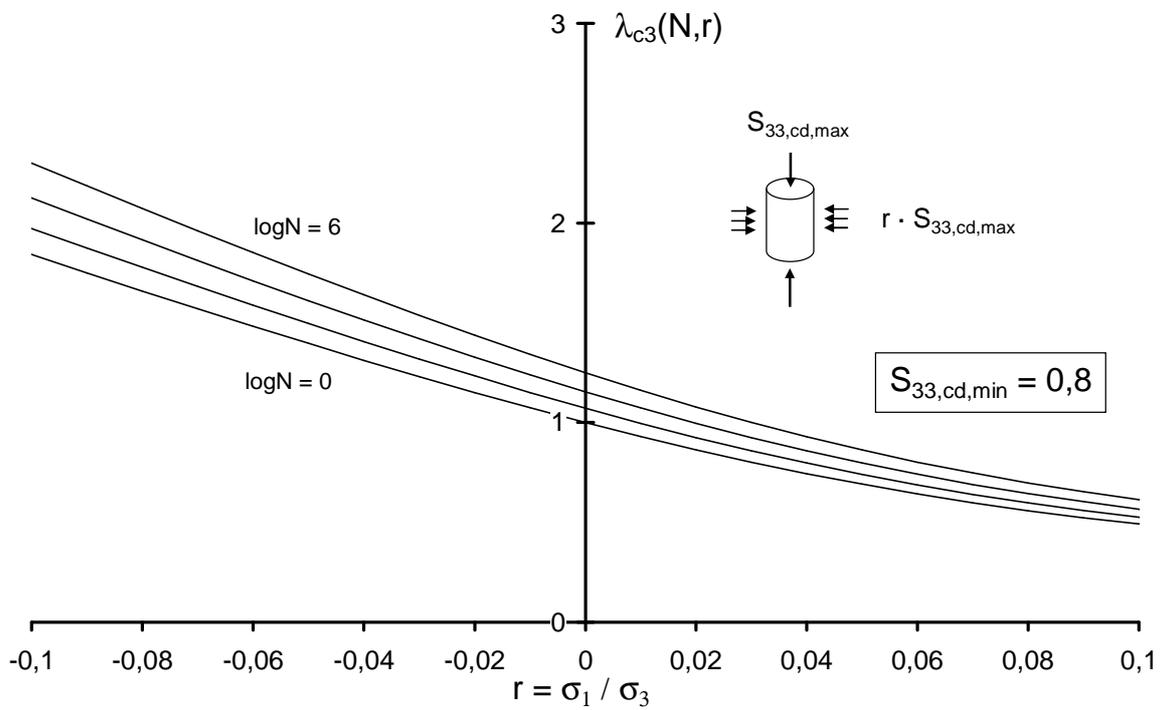


Bild A.5.5:  $S_{cd,min} = 0,8$

## A.6: Modifikationsfaktoren $\lambda_{c2}(N, \alpha)$ für den ebenen Spannungszustand

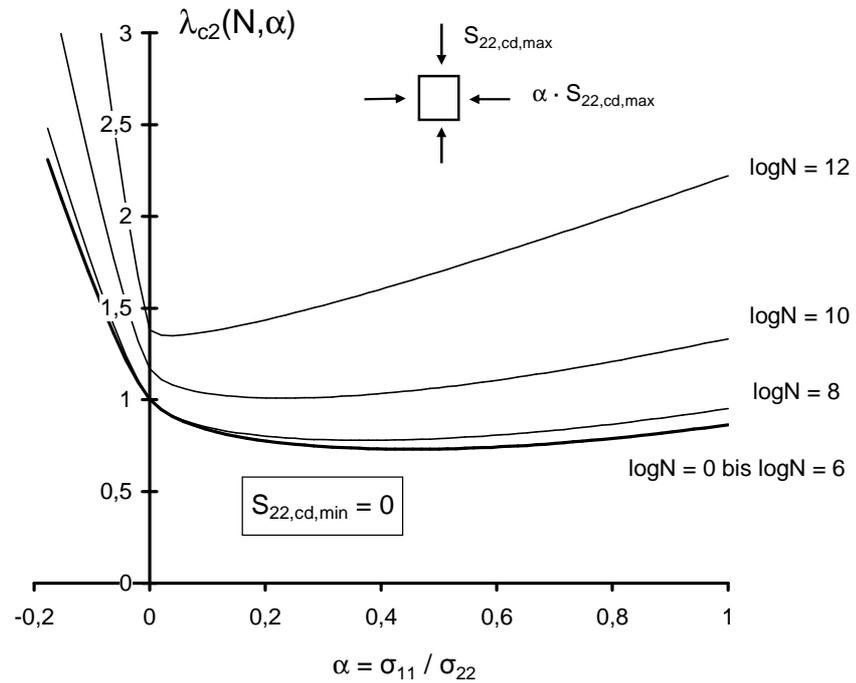


Bild A.6.1:  $S_{cd,min} = 0$

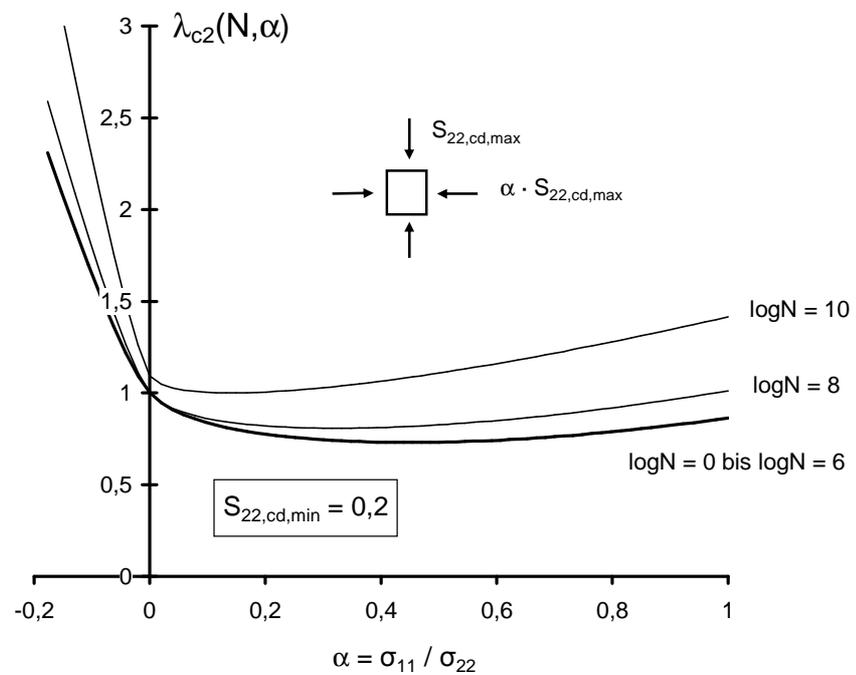
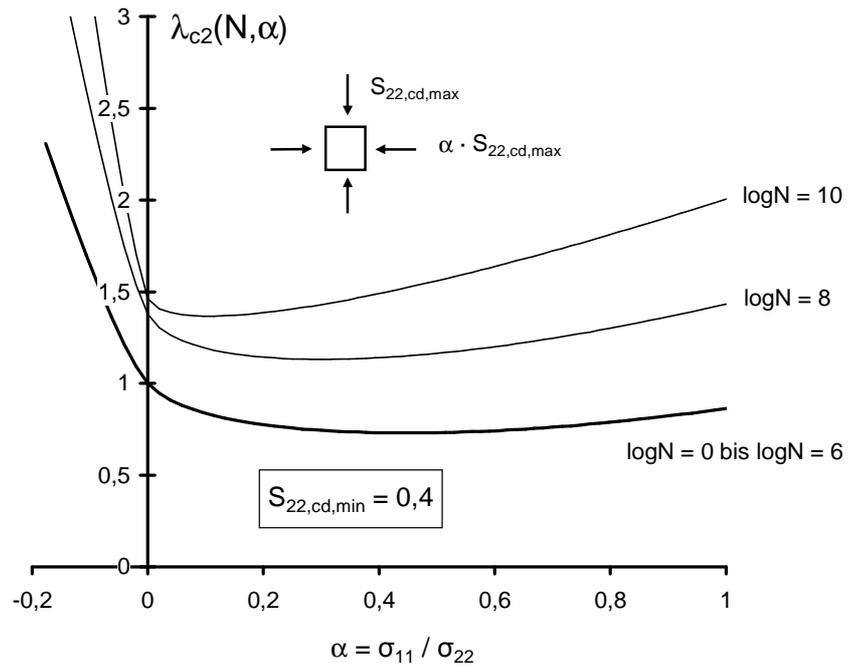
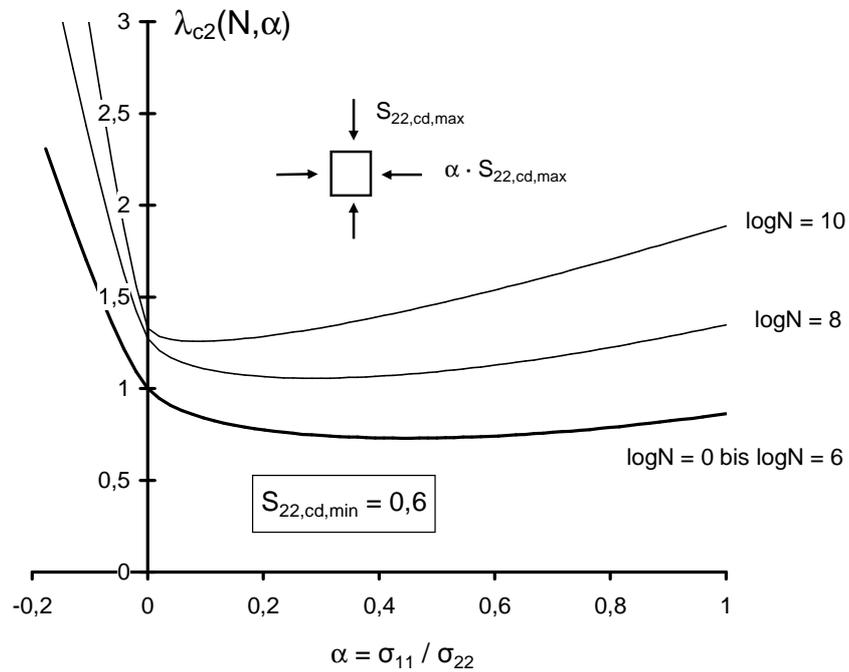


Bild A.6.2:  $S_{cd,min} = 0,2$

Bild A.6.3:  $S_{cd,min} = 0,4$ Bild A.6.4:  $S_{cd,min} = 0,6$

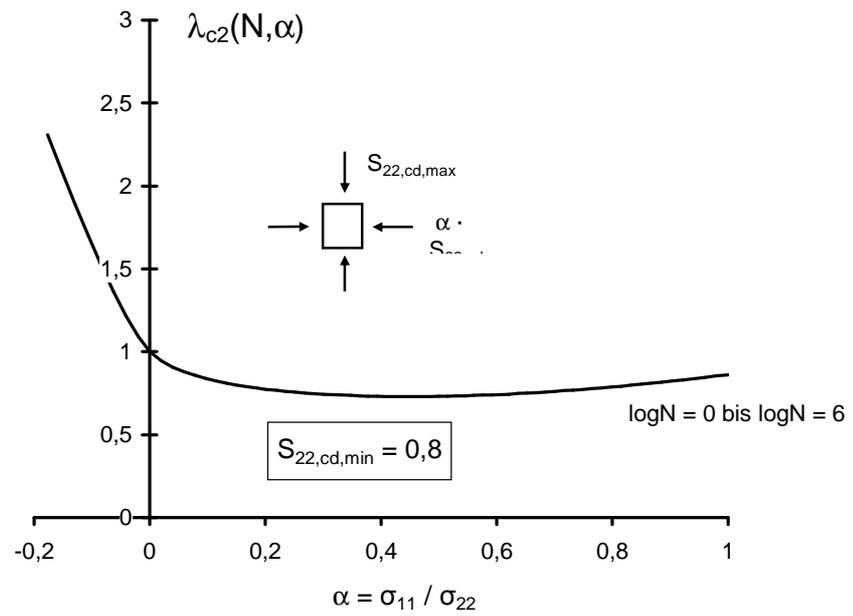


Bild A.6.5:  $S_{cd,min} = 0,8$

## Literatur

- [Aas-Jakobsen -70] Aas-Jakobsen, K.: Fatigue of concrete beams and columns. Division of Concrete Structures, NTH-Trondheim, Bulletin, No. 70-1.
- [ABAQUS -04] Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc.: ABAQUS® Documentation Manuals, Version 6.5.1 (2004).
- [Awad/Hilsdorf -71] Awad, M. E.; Hilsdorf, H. K.: Strength and deformation characteristics of plain concrete subjected to high repeated and sustained loads. University of Illinois, Urbana 1971.
- [Bahn/Hsu -98] Bahn, B.; Hsu, C. T. T.: Stress-strain behavior of concrete under cyclic loading. ACI Materials Journal, V. 95, No. 2, 1998.
- [Balmer -49] Balmer, G. G.: Shearing strength of concrete under high triaxial stress-computation of Mohr's envelope as a Curve. Struct. Res. Lab. Rep. SP-23, Denver, Colo., 1949.
- [Bathe -90] Bathe, K.-J.: Finite-Elemente-Methoden. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1990.
- [Bažant/Oh -83] Bažant, Z. P.; Oh, B. H.: Crack band theory for fracture of concrete. *Matériaux et Constructions* 16 (93), pp. 155 – 177, 1983.
- [Betten -01] Betten, J.: Kontinuumsmechanik, Elastisches und inelastisches Verhalten isotroper und anisotroper Stoffe, 2. Auflage. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001.
- [Bieger et al. -95] Bieger, K.W.; Lierse, J.; Tengen, A.: Zwangbeanspruchungen infolge Sonneneinstrahlung und veränderlicher Temperaturen in den dicken Schaftwänden des neuen Fernmeldeturms Hannover. Forschungsbericht Nr. 9106. Institut für Massivbau, Universität Hannover 1995.
- [Breitenbücher/Ibuk -06] Breitenbücher, R.; Ibuk, H.: Experimentally based investigation on the degradation-process of concrete under cyclic load. *Materials & Structures* 39 (7), pp. 717 – 727, 2006.
- [Brosge -00] Brosge, S.: Beitrag zur Ermüdungsfestigkeit von hochfestem Beton. Dissertation, Universität Leipzig, 2000.
- [Buddensiek – 07] Buddensiek, V.: Windkraft wächst weltweit schneller als erwartet. *Erneuerbare Energien*, 17. Jahrg., Heft 3, 2007
- [Buyukozturk/Tseng -84] Buyukozturk, O.; Tseng, T.-M.: Concrete in biaxial cyclic compression. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 110, No. 3, pp. 461 – 476, 1984.
- [Cao et al.-06] Cao, W.; Liu, H.-C.; Song, Y.-P.: Experimental investigation of plain concrete under triaxial tension-compression cyclic loading. *Magazine of Concrete Research*, No. 4 (58), pp. 209-219, 2006.
- [CEB 156 -83] Comité Euro – International du Béton: Concrete under multiaxial states of stress constitutive equations for practical design. *Bulletin d'Information* No. 156, 1983.

- [CEB 188 -88] Comité Euro – International du Béton: Fatigue of concrete structures. State of the Art Report. Bulletin d'Information No. 188, 1988.
- [CEB 213/214 -93] Comité Euro – International du Béton: CEB – FIP Model Code 90. Bulletin d'Information No. 213/214, Final Draft, Lausanne, July 1993
- [Chen -82] Chen, W. F.: Plasticity in Reinforced Concrete. Mc Graw – Hill Book Company, New York, 1982
- [Clauss -88] Clauss, G.; Lehmann, E.; Östergaard, C.: Meerestechnische Konstruktionen. Springer, 1988.
- [Cook/Chindaprasirt -81] Cook, D. J.; Chindaprasirt, P.: Influence of loading history upon the tensile properties of concrete. Magazine of Concrete Research, Vol. 33, No. 116, pp. 154 – 160, 1981.
- [Cordes -86] Cordes, H.: Dauerhaftigkeit von Spanngliedern unter zyklischer Beanspruchung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 370. Ernst & Sohn, 1986
- [Cornelissen -84] Cornelissen, H. A. W.: Fatigue failure of concrete in tension. Heron, Vol. 29, No. 4, 1984.
- [Cornelissen/Reinhardt -84] Cornelissen, H. A. W.; Reinhardt, H. W.: Uniaxial tensile fatigue failure of concrete under constant – amplitude and programe loading. Magazine of Concrete Research, Vol. 36, No. 129, pp. 219-226, 1984.
- [Cornelissen/Timmers -81] Cornelissen, H.A.W.; Timmers, G.: Fatigue of plain concrete in uniaxial tension and in alternating tension-compression. Experiment and result. Department of Civil Engineering, Delft University of Technology, Report 5-81-7, 1981.
- [DAfStb Heft 525 -03] Deutscher Ausschuss für Stahlbetonbau: Erläuterungen zu DIN 1045-1, 1. Auflage 2003, Beuth Verlag GmbH, 2003
- [Desayi et. al. -69] Desayi, P.; Iyengar, K. T.; Reddy, T. S.: Stress – strain characteristics of concrete confined in steel spirals under repeated loading. Material and Structures, Vol. 12, No. 71, pp. 375 – 383, 1969.
- [DIBt Ri. –04] Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt): Richtlinie Windenergieanlagen. Einwirkungen und Standsicherheitsnachweise für Turm und Gründung. Fassung März 2004
- [Dillmann -81] Dillmann, R. R.: Die Spannungsverteilung in der Biegedruckzone von Stahlbetonquerschnitten bei häufig wiederholender Belastung. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1981
- [DIN 1045-1 –01] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spann-beton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Deutsches Institut für Normung (Hrsg.), Beuth, Juli 2001, 2. Berichtigung, Juni 2005.
- [DIN 1045-2 -01] DIN 1045-2: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 2: Beton – Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität. Ausgabe: Juli 2001.
- [DIN 1055/4 -06] DIN 1055: Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 4: Windlasten, Ausgabe März 2005, 1. Berichtigung.
- [DIN 50100 -78] DIN 50100: Dauerschwingversuch – Begriffe, Zeichen, Durchführung, Auswertung. 02/1978.

- [DIN 61400/1 -04] DIN EN 61400-1: Windenergieanlagen – Teil 1: Sicherheitsanforderungen, August 2004.
- [DIN FB 102 -03] DIN - Fachbericht 102: Betonbrücken, März 2003.
- [DIN EN 206 -1] DIN EN 206-1: Beton – Teil 1: Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität. Ausgabe: Juli 2001.
- [DNV-OS-502 -04] Offshore concrete structures. Det Norske Veritas Offshore Standard, DNV-OS-502, July 2004.
- [DNV-OS-J101 -04] Design of offshore wind turbine structures. Det Norske Veritas Offshore Standard, DNV-OS-J101, June 2004.
- [Do et al. -93] Do, M.-T.; Challal, O.; Aitcin, P.-C.: Fatigue behaviour of high-performance concrete. Journal of Material Civil Engineering, Vol. 5, No. 1, pp. 96 – 111, 1993.
- [Dyduch et al. -94] Dyduch, K; Szerszen, M; Destrebecq, J. – F.: Experimental investigation of the fatigue strength of plain concrete under high compressive loading. Materials and Structures, Vol. 27, pp. 505 – 509, 1994.
- [Ender -07] Ender, C.: Anlage zur Presseinformation des Bundesverbandes für WindEnergie e.V., Stand: 31.12.2006, Deutsches Windenergie-Institut (DEWI), Wilhelmshaven.
- [Etse -92] Etse, G.: Theoretische und numerische Untersuchung zum diffusen und lokalisierten Versagen in Beton. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1992.
- [Etse/Willam -96] Etse, G.; Willam, K.: Integration algorithms for concrete plasticity. Engineering Computations, Vol. 13, No. 8, pp. 38 – 65, 1996.
- [Eurocode 2 -05] Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau: Deutsche Fassung EN 1992-1-1: 2005.
- [Faber/Steck -05] Faber, T.; Steck, M.: Windenergieanlagen zu Wasser und zu Lande – Entwicklung und Bautechnik der Windenergie. VDI – Jahrbuch 2005, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf 2005.
- [Fardis/Chen -86] Fardis, M. N.; Chen, E. S. A.: A cyclic multiaxial model for concrete. Computational Mechanics, Vol. 1, pp. 301 – 315, 1986.
- [Ferrara -79] Ferrara, G.; et al.: Dispositivi di prova per l'analisi sperimentale del comportamento di conglomerati cementizi sottoposti a stati triassiali di sollecitazione. 4<sup>th</sup> Associazione Italiana Analisi Sollecitazione Congress, Rome, 1976.
- [Ferrara et. al -76] Ferrara, G. et al.: Dispositivi di prova per l'analisi sperimentale del comportamento di conglomerati cementizi sottoposti a stati triassiali di sollecitazione. Presented at the October 1976, 4th Associazione Italiana Analisi Sollecitazione Congress, held at Rome, Italy.
- [Fouad -98] Fouad, N.: Rechnerische Simulation der klimatisch bedingten Temperaturbeanspruchung von Bauwerken, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität Berlin, Heft 28, 1998,
- [Gaede -62] Gaede, K.: Versuche über die Festigkeit und Verformung von Beton bei Druckschwellbeanspruchung und über den Einfluss der Größe der Proben auf die

- Würfeldruckfestigkeit von Beton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 144, Ernst & Sohn, Berlin, 1962,
- [Gasch -05] Gasch, R.: Windkraftanlagen: Grundlagen und Entwurf. Teubner 2005.
- [Gerasch -03] Gerasch M.: Klimatisch bedingt Temperaturbeanspruchung auf eine Windenergie-anlage in Spannbetonbauweise, Diplomarbeit, Institut für Massivbau, Universität Hannover, August 2003,
- [GL -95] Germanischer Lloyd: Rules for Regulations. IV Non Marine Technology, Part 2 – Offshore Wind Energy, Regulation for the Certification of Offshore Wind Energy Conversion Systems, Hamburg 1995.
- [Göhlmann -04] Göhlmann, J.: Zum Ermüdungsnachweis von Windenergie-anlagen in Spannbetonbauweise. 44. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, 7./8. Oktober 2004, Institut für Massivbau der Universität Hannover.
- [Göhlmann/Liebig -06] Göhlmann, J.; Liebig, J.: Experimentelle Untersuchungen zum Materialverhalten von Beton unter mehrstufiger Ermüdungsbeanspruchung. Versuche am Institut für Massivbau, Leibniz Universität Hannover, 2006 (unveröffentlichter Versuchsbericht).
- [Grünberg et al. -05] Grünberg, J.; Lierse, J.; Göhlmann, J.: In-situ-Messungen zum dynamischen Verhalten von Beton bei Windenergieanlagen. GESA-Symposium: Strukturanalyse. Saarbrücken, 2005.
- [Grünberg et al. -06] Grünberg, J.; Funke, G.; Stavesand, J.; Göhlmann, J.: Fernmeldetürme und Windenergieanlagen in Massivbauweise, Beitrag im Beton-Kalender 2006, Ernst & Sohn, 2006.
- [Grünberg/Göhlmann -05] Grünberg, J.; Göhlmann, J.: Versagensmodelle für Beton unter monotoner Beanspruchung und Ermüdung. Der Bauingenieur, Springer VDI Verlag, S. 115 – 122, März 2005.
- [Grünberg/Göhlmann -06] Grünberg, J.; Göhlmann, J.: In-situ-Messungen an einem Spannbetonschaft für den Prototypen einer 5-MW-Offshore Windenergieanlage. VDI-Jahrbuch 2006.
- [Grünberg/Hamfler -94] Grünberg, J.; Hamfler, H.: Beanspruchungen und Rissebeschränkung in Stahlbetonbauteilen infolge Hydratationswärmewirkungen, Forschungsbericht Nr. 9095. Institut für Massivbau, Universität Hannover 1994.
- [Grünberg/Lohaus et al. -07/06] Grünberg, J.; Lohaus, L.; Ertel, C.; Wefer, M.: Mehraxiales mechanisches Ermüdungsmodell von ultra-hochfestem Beton (Experimentelle und analytische Untersuchungen). Beton- und Stahl-betonbau; Jahrgang 102, Heft 6, Ernst & Sohn, 2007.
- [Guo/Wang -90] Guo, Z.; Wang, C.: Experimentelle Untersuchung der Bruchkriterien von Beton bei mehrachsiger Beanspruchung. Fakultät für Bauingenieurwesen, Tsinghua Universität, 1990 (in chinesisches).
- [Hapel -90] Hapel, K. - H.: Festigkeitsanalyse dynamisch beanspruchter Offshore – Konstruktionen. Vieweg 1990.
- [Hashem -86] Hashem, M.: Betriebsfestigkeitsnachweis von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1986.
- [Hau -03] Hau, P.: Windkraftanlagen. Springer 2003.

- [HBM -WI] Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Datenblatt: WI Wegaufnehmer, [www.hbm.com](http://www.hbm.com).
- [Hilsdorf/Kessler -60] Hilsdorf, H; Kessler, C. E.: The behaviour of concrete in flexure under varying repeated loads. Department of theoretical and applied mechanics, University of Illinois, Report No. 172, 1960.
- [Hintergrundbericht EC2] Hintergrundbericht zu den Ermüdungsnachweisen des Eurocodes 2 Teil2 für Stahlbeton- und Spannbeton-Straßenbrücken.
- [Hoffmann -87] Hoffmann, K.: Eine Einführung in die Technik des Messens mit Dehnungsmessstreifen, Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Damstadt, 1987.
- [Hofstetter -06] Hofstetter, G.: Konstitutive Modellierung von Beton. Beitrag in BetonKalender 2006, Ernst & Sohn, 2006.
- [Hofstetter/Mang -95] Hofstetter, G.; Mang, H. A.: Computational mechanics of reinforced concrete structures. Vieweg, 1995.
- [Hohberg -04] Hohberg, R.: Zum Ermüdungsverhalten von Beton. Dissertation, TU Berlin, 2004.
- [Holmen -79] Holmen, J. O.: Fatigue of concrete by constant and variable amplitude loading. Bulletin No. 79-1, Division of Concrete Structures, NTH – Trondheim, 1979.
- [Hooi -00] Hooi, T. T.: Effects of passive confinement on fatigue properties of concrete. Magazine of Concrete Research, Vol. 52, No. 1, pp. 7 – 15, 2000.
- [Hsu -81] Hsu, T. T. C.: Fatigue of plain concrete. ACI Materials Journal, Vol. 78, pp. 292 – 305, 1981.
- [Hsu et al. -63] Hsu, T. T. C.; Slate, F. O.; Sturmann, G. M.; Winter, G.: Microcracking of plain concrete and the shape of the stress-Strain curve. Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, pp. 209 – 224, 1963.
- [Jamet et al. -84] Jamet, P.; Millard, A.; Nahas, G.: Triaxial behaviour of micro-concrete complete stress-strain curves for confining pressures ranging from 0 to 100 MPa, in Proceedings RILEM/CEB Symposium on „Concrete under Multiaxial Conditions“, Vol. 1, Presses de l'Université Paul Sabatier, Toulouse, 133.
- [Jansen/Shah -97] Jansen, D. C.; Shah, S. P.: Effect of length on compressive strain softening of concrete. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 123, No. 1, pp. 25-35, 1997.
- [Jinawath -74] Jinawath, P.: Cumulative fatigue damage of plain concrete in compression. Ph.D. Thesis. University of Leeds.
- [Johnson -04] Johnson, B.: DEWI – Studie. Das Jahrzehnt der Windenergie beginnt 2006. Erneuerbare Energien, 17. Jahrg., Heft 4, 2004.
- [Karsan/Jirsa -69] Karsan, I. D.; Jirsa, J. O.: Behavior of concrete in compression. Journal of Structural Division (ASCE), 95 (ST12), pp. 2543 – 2563, 1969.
- [Kehlbeck -75] Kehlbeck, F.: Einfluss der Sonnenstrahlung bei Brücken-bauwerken, Dissertation, Institut für Massivbau, Universität Hannover, 1975
- [Kessler-Kramer -02] Kessler-Kramer: Zugtragverhalten von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung. Dissertation, Universität Karlsruhe, 2002.

- [Klausen -78] Klausen, D.: Festigkeit und Schädigung von Beton bei häufig wiederholter Beanspruchung. DiSSERTATION, Technische Hochschule Darmstadt, 1978.
- [Klausen/Weigler -79] Klausen, D.; Weigler, H.: Betonfestigkeit bei konstanter und veränderlicher Dauerschwellbeanspruchung. Betonwerk + Fertigteil-technik 45, Heft 3, S. 158 – 163, 1979.
- [Kleineidamm -04] Kleineidam, P.: Zur Bemessung der Tragstrukturen von Offshore – Windenergieanlagen gegen Ermüdung. Dissertation, Institut für Stahlbau, Universität Hannover, 2004.
- [König et. al. -94] König, G.; Bergner, H.; Grimm, R.; Held, M.; Rimmel, G.; Simsch, G.: Hochfester Beton, Sachstandsbericht, Teil 2: Bemessung und Konstruktion, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 438, Beuth, 1994
- [König/ Danielewics -94] König, G.; Danielewics, I.: Ermüdungsfestigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 439, Beuth, 1994.
- [Krajcinovic -96] Krajcinovic, D.: Damage Mechanics. North-Holland, Elsevier, 1996.
- [Krätzig/Başar -97] Krätzig, W. B.; Başar, Y.: Tragwerke 3, Theorie und Anwendung der Methode der Finiten Elemente, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1997.
- [Kupfer -73] Kupfer, Helmut: Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung. DAfStb, Heft 229, Wilhelm Ernst & Sohn, 1973.
- [Lan/Gou -99] Lan, S.; Gou, Z.: Biaxial compression behaviour of concrete under repeated loading. Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 11, No. 2, pp. 105 – 115, 1999.
- [Launay/Gachon -70] Launay, P.; Gachon, H.: Strain and ultimate strength of concrete under triaxial stress. ACI Material Journal, SP-34, pp. 269 – 282, 1970.
- [Lee/Fenves -89] Lee, J.; Fenves, L. G.: Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 124, No. 8, August, 1998.
- [Lemaitre -92] Lemaitre, J.: A Course on damage mechanics. Springer-Verlag, 1992.
- [Leonard et al. -82] Leonhard, A. Traina, L. A.; Jeragh, A. A.: Fatigue of plain concrete subjected to biaxial-cycling loading. ACI Publication SP – 75, pp. 217 – 235, 1982.
- [Leonhardt/Walter -62] Leonhardt, F.; Walther, R.: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 151, Beuth Verlag, 1962.
- [Lierse -80] Lierse, J.: Dehnungs- und Durchbiegungsmessungen an Massivbauwerken, Düsseldorf: Werner-Verlag, 1980.
- [Lierse/Göhlmann -04] Lierse, J.; Göhlmann, J.: Experimentelle Untersuchungen an Windenergieanlagen in Spannbetonbauweise, 44. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, 7./8. Oktober 2004, Institut für Massivbau der Universität Hannover.

- [Löhning -03] Löhning, T.: Löhning, T.: Nichtlineare Berechnung von Betonbauteilen. Diplomarbeit, Institut für Statik und Dynamik, Leibniz Universität Hannover, 2003.
- [Lublinter et al.-89] Lubliner, J.; Oliver, J.; Oller, S.; Onate, E.: A Plastic-Damage Model for Concrete, *International Journal of Solids Structures*, Vol. 25, No. 3, pp. 299-326, 1989.
- [Mang et al.-03] Mang, H. A.; Lackner, R.; Meschke, G.; Mosler, J.: Computational modeling of concrete structures. *Comprehensive Structural Integrity*, Vol. 3, pp. 541 – 606, 2003.
- [Maohong et al. -98] Maohong, Y.; Junhai, Z. et. al.: Experimental studies on the fatigue strength of concrete under the complex stress state. *Journal of XI'AN JIAOTONG University*, Vol. 32, No. 3, 1998.
- [Mehrlhorn/Kolleger -95] Mehrlhorn, G.; Kolleger, J.: Anwendung der Finite Elemente Methode im Stahlbetonbau. Beitrag in: *Der Ingenieurbau - Rechnerorientierte Baumechanik*. S. 293 – 425, Ernst & Sohn, Berlin 1995.
- [Meschke et al.-97] Meschke, G; Lackner, R.; Mang, H. A.: An anisotropic elastoplastic-damage model for plain concrete. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, pp. 703 – 727, 1989.
- [Miner -45] Miner, M. A.: Cumulative damage in fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, No. 12, pp. 159 – 164, 1945.
- [Mu/Shah -04] Mu, B.; Shah, S. P.: Failure mechanisms of concrete under biaxial fatigue load. *Proceedings of the Fifth International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures*, Colorado (USA), April 2004.
- [Müller -86] Müller, H. - H.: Dauerschwingfestigkeit von Spanngliedern. *Beton + Fertigteiltechnik*, S. 804 – 808, 1986.
- [Müller et al. -83] Müller, F. P.; Keintzel, E.; Charlier, H.: Dynamische Probleme im Stahlbetonbau – Teil1: Der Baustoff Stahlbeton unter dynamischer Beanspruchung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft 342. Beuth, 1983.
- [Mzyk -05] Mzyk, A: Experimentelle und mechanische Untersuchungen von Beton unter nicht konstanter Ermüdungsbeanspruchung. Diplomarbeit. Institut für Massivbau, Universität Hannover, 2005.
- [Nasdala/Schröder -04] Nasdala, L.; Schröder, K. U.: Numerical analysis of failure and damage. *Mitteilungen des Instituts für Statik*, Nr. 53-04, Leibniz Universität Hannover, 2004.
- [Nelissen -72] Nelissen, L. J. M.: Biaxial testing of normal concrete. *HERON*, Vol.18, No. 1, 1972.
- [Nelson et al. -88] Nelson E. L.; Carraquillo R. L.; Fowler, D. W.: Behavior and failure of high-strength concrete subjected to biaxial-cyclic compression. *ACI Materials Journal*, Vol. 85, pp. 248 – 253, 1988.
- [Nooru-Mohamed et al. – 90] Nooru-Mohamed, M. B.; Schlangen, E.; van Mier, J. G. M.: Fracture of concrete plates subjected to rotation biaxial stress. *Fracture and Design of Materials and Structures*, ECF3, Band 2, S. 682 – 687, 1990.
- [Oh -91] Oh, B. H.: Cumulative Damage Theory of Concrete under Variable – Amplitude Fatigue Loadings. *ACI Material Journal*, V. 88, No. 1, pp. 41 – 48, 1988.

- [Opele/Hulsen -66] Opele, F. S.; Hulsen, C. L.: Probable fatigue life of plain concrete with stress gradient. *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 63, No.1, 1966.
- [Ottosen -77] Ottosen, N. S.: A Failure criterion for concrete. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 103, No. EM4, Proc. Paper 13111, pp. 527 – 535, 1977.
- [Ottosen -79] Ottosen, N.: Constitutive model for short-time loading of concrete. *ASCE*, Vol. 105 EM1, pp. 127 – 141, 1979.
- [Palmgren -24] Palmgren, A.: Die Lebensdauer von Kugellagern. *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, Nr. 58, S. 339 – 341, 1924.
- [Papa -93] Papa, E.: A damage model for concrete subjected to fatigue loading. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, Vol. 12, No. 3, pp. 429 – 440, 1993.
- [Papa/Taliercio -96] Papa, E.; Taliercio, A. L. F.: Anisotropic damage model for the multiaxial static and fatigue behaviour of plain concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 55, No. 2, pp. 163 – 179, 1996.
- [Petkovic et al. -92] Petkovic, G.; Lenschow, R.; Stemland, H.; Rosseland, S.: *Fatigue of High-Strength Concrete*. SINTEF Structural Engineering – FCB, Trondheim, 1992.
- [Pfanter -02] Zur Degradation von Stahlbetonbauteilen unter Ermüdungsbeanspruchung, *Konstruktiver Ingenieurbau*, Ruhr-Universität Bochum, VDI-Verlag GmbH, 2002.
- [Pivonka -01] Pivonka, P.: Constitutive modeling of triaxially loaded concrete considering large compressive stresses: Application to Pull-Out Tests of Anchor Bolts. Dissertation, Technische Universität Wien, 2001.
- [Pivonka et al.-01] Pivonka, P.; Lackner, R.; Mang, H. A.: Material modelling of concrete subjected to multiaxial loading: application to pull-out analyses. *Arch. Mech.* (53), 4-5, pp. 487 – 499, 2001.
- [Plotzitz -02] Plotzitz, A.: Ein Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen beim Abbruch durch Sprengen. Dissertation, Universität Karlsruhe, 2002.
- [Pölling -00] Pölling, R.: Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen. Dissertation, Ruhr – Universität Bochum, 2000.
- [Preusser – Messtechnik] Preusser – Messtechnik: Datenblatt: PI – Wegaufnehmer. Bergisch – Gladbach.
- [Rehm -77] Rehm, G.; Nürnberger, U.; Patzak, M.: Keil und Klemmverankerungen für dynamisch beanspruchte Zugglieder aus hochfesten Drähten. *Bauingenieur* 52, s. 287 – 298, 1977.
- [Reinhardt/Cornelissen -84] Reinhardt, H. W.; Cornelissen, H. A. W.: Influence of loading history upon the tensile properties of concrete. *Cement and Concrete Research*, Vol. 14, pp. 263 – 270, 1984.
- [RILEM -94] RILEM Technical Committee 36-RDL: Long term random dynamic loading of concrete structures. *Materials and Structures – research and testing*, Vol. 17, No. 97, pp. 1-28, 1994.

- [Sargin -71] Sargin, M.: Stress-strain relationships for concrete and the analysis of structural concrete sections. Study No. 4, Solid Mechanics Division, university of Waterloo, Ontario, Canada, 1971.
- [Schaumann et al. -07] Schaumann, P.; Böker, C.; Rutkowski, T.; Wilke, F.: Tragstrukturen für Windenergieanlagen, Stahlbaukalender 2007, Ernst & Sohn, 2007.
- [Schaumann et al.-04] Schaumann, P.; Kleineidam, P.; Wilke, F.: Fatigue Design bei Offshore – Windenergieanlagen, Stahlbau 73, Heft 9, 2004.
- [Schickert/Winkler -77] Schickert, G.; Winkler, H.: Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung. DAFStb, Heft 277, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1977.
- [Schröder -07] Schröder, K. - U.: zur nichtlinearen Berechnung von Stahlbeton- und Verbundbauteilen. Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2007.
- [Schröder -07] Schröder, K. - U.: Zur nichtlinearen Berechnung von Stahlbeton- und Verbundbauteilen. Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2007.
- [Seidel -02] Seidel, M.: Auslegung von Hybridtürmen für Windenergieanlagen, Beton- und Stahlbetonbau 97, S. 564-575, 2002.
- [Shah et al. -83] Shah, S. P.; Fafitis, A.; Arnold, R.: Cyclic loading of spirally reinforced concrete. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 109 (1983), No. ST7, pp. 1695 – 1710.
- [Shawn et al.-89] Shawn, S.; Smith, S.; Willam, K. J.; Gerstle, K. H.; Sture, S.: Concrete over the Top, or: Is There Life after Peak?. ACI Materials Journal, V. 86, No. 5, September-October 1989, pp. 491 – 497.
- [SincoTec] SincoTec: Bedienungs- und Wartungsanleitung. Universelle Regelsoftware für Resonanzprüfstände. SincoTec, Bauteil-Prüftechnik GmbH, Clausthal-Zellerfeld
- [Sparks/Menzies -73] Sparks, P. R.; Menzies, J. B.: The effect of rate of loading upon the static and fatigue strengths of plain concrete in compression. Magazine of Concrete Research, Vol. 25, No. 83 (1973), pp. 73 - 80, 1973.
- [Spooner et al.-76] Spooner, D.C.; Pomery, C.D.; Dougill, J.W.: Damage and energy dissipation in cement pastes in compression. Mag. Conc. Res. 28 (94):21-29, 1976.
- [Spooner/Dougill-75] Spooner, D.C.; Pomeroy, C. D.; Dougill, J. W.: Damage and energy dissipation in cement pastes in compression. Magazin of Concrete Research, No. 28 (94), pp. 21 – 29, 1976.
- [Stöckel -67] Stöckel, S.: Tastversuche über den Einfluss von vorangegangenen Dauerlasten auf die Kurzzeitfestigkeit des Betons. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 196, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1967.
- [Su -87] Su, E. C.: Biaxial compression fatigue of concrete. PhD Dissertation, Department of Civil and Engineering, University of Houston, Texas, 1987.
- [Su/Hsu -88] Su, E. C.; Hsu, T. T. C.: Biaxial compression fatigue and discontinuity of concrete. ACI Materials Journal, Vol. 85 (1988), pp. 178 – 188.

- [Subramaniam/Shah -03] Subramaniam, K. V.; Shah, P.: Biaxial tension fatigue response of concrete. *Cement & Concrete Composites*, Vol. 25 (2003), pp. 617 – 623.
- [Takhar et al. -74] Takhar, S. S.; Jordaan, I. J.; Gamble, B. R.: Fatigue of concrete under lateral confining pressure. *Abeles Symposium of Fatigue of Concrete*, ACI Publication SP – 41, 1974, pp. 59 – 69.
- [Taliercio et al. -99] Taliercio, A. L. F.; Berra, M.; Pandolfi, A.: Effect of high-intensity sustained triaxial stresses on the mechanical properties of plain concrete. *Magazine of Concrete Research*, Vol. 51, No. 6, pp. 437 – 447, 1999.
- [Taliercio/Gobbi -96] Taliercio, A. L. F.; Gobbi, E.: Experimental investigation on the triaxial fatigue behaviour of plain concrete. *Magazine of Concrete Research*, Vol. 48, No. 176, pp. 157 – 172, 1996.
- [Taliercio/Gobbi -97] Taliercio, A. L. F.; Gobbi, E.: Effect of elevated triaxial cyclic and constant loads on the mechanical properties of plain concrete. *Magazine of Concrete Research*, Vol. 49, No. 181, pp. 353 – 365, 1997.
- [Taliercio/Gobbi -98] Taliercio, A. L. F.; Gobbi, E.: Fatigue life and change in mechanical properties of plain concrete under triaxial deviatoric cyclic stresses. *Magazine of Concrete Research*, Vol. 50, No. 3, pp. 247 – 255, 1998.
- [Tepfers et al. -77] Tepfers, R.; Fridén, C.; Georgsson, L.: A study of the applicability to the fatigue of concrete of the Palmgren-Miner partial damage hypothesis. *Magazine of Concrete Research*, Vol. 29, No. 100, pp. 123 – 130, 1977.
- [Tepfers/Kutti -79] Tepfers, R.; Kutti, T.: Fatigue strength of plain, ordinary and lightweight concrete. *ACI Materials Journal*, Vol. 76, No. 6, pp. 635 – 652, 1979.
- [Tue/Mucha -06] Tue, N. V.; Mucha, S.: Ermüdungsfestigkeit von hochfestem Beton unter Druckbeanspruchung. *Beton- und Stahlbetonbau*; Heft 7, Ernst & Sohn, 2006.
- [Van Mier -84] Van Mier, J. G. M.: Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions. Ph.D. thesis, University of Technology, Eindhoven 1984.
- [Van Mier -86] Van Mier, J. G. M.: Fracture of concrete under complex stress. *HERON* 31 (3), 1986.
- [Van Mier et al.-87] Van Mier, J. G. M.; Reinhardt, H. W.; Van der Vlugt, B. W.: Ergebnisse dreiachsiger verformungsgesteuerter Belastungsversuche an Beton. *Der Bauingenieur* 62, S. 353-361, 1987.
- [Vonk -92] Vonk, R. A.: Softening of concrete loaded in compression. Dissertation. Delft University of Technology, 1992.
- [Wang et al.-87] Wang, C.-Z.; Guo, Z.-H.; Zhang, X.-Q.: Experimental investigation of biaxial and triaxial compressive concrete strength. *ACI Materials Journal*, Vol. 86, pp. 92 – 100, 1987.
- [Wastiels -79] Wastiels, J.: Behaviour of Concrete under Multiaxial Stresses – A Review. *Cement and Concrete Research*, Volume 9, 1979.
- [Weigler -81] Weigler, H.: Beton bei häufig wiederholter Beanspruchung. *Beton*, Heft 5, S. 189 – 194, 1981.

- [Weigler/Becker -63] Weigler, H.; Becker, G.: Untersuchungen über das Bruch- und Verformungsverhalten von Beton bei zweiachsiger Beanspruchung. DAFStb, Heft 157, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1963.
- [Weigler/Rings -87] Weigler, H.; Rings, K.H.: Unbewehrter und bewehrter Beton unter Wechselbeanspruchung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 383. Ernst & Sohn, 1987.
- [Weisu/Hsu -95] Weisu, Y.; Hsu, T. T. C.: Fatigue behavior of steel fiber reinforced concrete in uniaxial and biaxial compression. ACI Materials Journal, Vol. 92, No. 1, pp. 71 – 81, 1995.
- [WELOTEC -IHS] WELOTEC Wireless Technologies, Datenblatt: Induktive Hochleistungssensoren, [www.welotec.de](http://www.welotec.de).
- [WELOTEC -KLS] WELOTEC Wireless Technologies, Datenblatt: Kompakte Laserdistanzsensoren, [www.welotec.de](http://www.welotec.de).
- [Wiesner -02] Wiesener, R.: Beanspruchungen von massigen Betonsohlen unter frühem Temperaturzwang, Dissertation, Institut für Massivbau, Universität Hannover, VDI-Verlag, 2002.
- [Willam et al.-85] Willam, K.; Hurlbut, B.; Sture, S.: Experimental constitutive and computational aspects of concrete fracture, in Proc. Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, Ch. Meyer and H. Okamura, Eds., ASCE, New York, 1985.
- [Willam/Warnke -75] Willam, K.J.; Warnke, E.P.: Constitutive model for triaxial behaviour of concrete. Vol. 19, ISMES, Bergamo, Italy, 1975.
- [Wischers/Lusche -72] Wischers, G.; Lusche, M.: Einfluß der inneren Spannungsverteilung auf das Tragverhalten von druckbeanspruchten Normal- und Leichtbeton, Betontechnische Berichte, Verein Deutscher Zementwerke e.V., S. 135 – 136, 1972.
- [Wriggers -01] Wriggers, P.: Nichtlineare Finite-Element-Methoden. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001.
- [Zhang et al. -96] Zhang, B.; Phillips, D. V.; Wu, K.: Effects of loading frequency and stress reversals on fatigue life of plain concrete. Magazine of Concrete Research, Vol. 48, No. 177, pp. 361 – 375, 1996.
- [Zhang et al. -97] Zhang, B.; Phillips, D. V.; Wu, K.: Further research on fatigue properties of plain concrete. Magazine of Concrete Research, Vol. 49, No. 180, pp. 241-252, 1997.
- [Zhu et al. -03] Zhu, J.-S.; Song, Y.-P.; Cao, W.; Fatigue Behavior of Plain Concrete Under Biaxial Compression: Experiments and Theoretical Model. China Ocean Engineering, Vol. 17, No. 4, pp. 617 – 630, 2003
- [Zielke et al.-02] Zielke, W; Mittendorf, K.; Nguyen, B.: Seegang und Seegangsbelastung. 2. Symposium Offshore – Windenergie Bau- und umwelttechnische Aspekte. Hannover, 9. September 2002.
- [Zilch et al-04] Zilch, K.; Zehetmaier, G.; Gläser, C.: Ermüdungsnachweis bei Massivbrücken. Beitrag in: Beton-Kalender 2004, Teil1: Brücken, Parkhäuser, Ernst und Sohn Verlag, 2004.