

Begrenzung der Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung

T 3237

T 3237

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2010

ISBN 978-3-8167-8310-7

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de

24. Juni 2010
PDF Ausfertigung

Schlussbericht

<u>Auftraggeber</u>	Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt) Kolonnenstraße 30 L 10829 Berlin
<u>Fördernummer</u>	ZP 52-5-7.292-1320/09
<u>Vorhabensbezeichnung</u>	Begrenzung der Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung
<u>Laufzeit des Vorhabens</u>	01.01.2009 – 30.04.2010
<u>Berichtszeitraum</u>	17.03.2009 – 30.04.2010
<u>Zuwendungsempfänger</u>	TU Braunschweig Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz Univ.-Prof. Dr.-Ing. M. Empelmann
<u>Bearbeiter</u>	Dipl.-Ing. Waldemar Krakowski Dr.-Ing. Volker Henke iBMB der TU Braunschweig Beethovenstraße 52 38106 Braunschweig ☎ (05 31) 3 91-54 13; Fax -81 79 E-Mail: massivbau@ibmb.tu-bs.de

Der Bericht umfasst 41 Seiten und 39 Anlageseiten.

Inhaltsverzeichnis

Seite

1	Veranlassung	4
2	Sichtung und Auswertung von vorhandenen Versuchen mit schiefwinkliger Bewehrung	5
3	Sichtung von rechnerischen Ansätzen und Verfahren zur Rissbreitenbestimmung bei schiefwinkliger Bewehrung.....	6
4	Vergleich normentechnischer Regelungen und Verfahren aus der Literatur mit Versuchsergebnissen von Peter (Scheiben)	7
4.1	Ermittlung der Rissabstände mit dem Ansatz nach DIN 1045-1 [6]	7
4.2	Ermittlung der Rissabstände und Rissbreiten mit den Verfahren von Clark [1] und Windisch [29]	9
5	Vergleich normentechnischer Regelungen und Verfahren aus der Literatur mit Versuchsergebnissen von Iványi & Lardi (Platten).....	14
5.1	Ermittlung der Rissabstände mit dem Ansatz nach DIN 1045-1 [6]	14
5.2	Ermittlung der Rissabstände und Rissbreiten mit den Verfahren von Clark [1] und Windisch [29]	16
6	Zusammenfassung und Wertung der bisherigen Ergebnisse	20
7	Vorschlag zur Bestimmung der Rissabstände und Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung	21
7.1	Ermittlung der Stahlspannungen im Zustand II	22
7.2	Bestimmung der Rissbreiten	23
8	Numerisches Modell (FE-Modell)	26
8.1	Aufbau des numerischen Modells	26
8.2	Validierung des numerischen Modells.....	28
9	Verifikation des numerischen Modells und des Vorschlags zur Bestimmung der Rissabstände und Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung	30
9.1	Vergleich zwischen Ingenieurmodell und numerischen Modell zur Bestimmung der Stahlspannungen.....	30
9.2	Vergleich des Vorschlags zur Bestimmung der Rissabstände und Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung anhand von Versuchsdaten.....	31
9.3	Wertung des Vorschlags zur Bestimmung der Rissabstände und Rissbreite bei schiefwinkliger Bewehrung.....	34

10	Zusammenfassung.....	37
11	Offene Fragestellungen und Fortschreibung des Vorhabens	38
12	Literatur	39
13	Unterschriften	41
	Anlage A	
	Anlage B	

1 Veranlassung

Das Fachgebiet Massivbau des Instituts für Baustoffkunde, Massivbau und Brandschutz (iBMB) der TU Braunschweig wurde vom Deutschen Institut für Bautechnik (DIBt) mit der Durchführung des Forschungsvorhabens „Begrenzung der Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung“ beauftragt.

Im Rahmen des Forschungsvorhabens wurde folgende Vorgehensweise gewählt:

1. Sichtung von vorhandenen Versuchen mit schiefwinkliger Bewehrung und Erstellung einer Datenbank.
2. Auswertung der vorhandenen Versuche mit schiefwinkliger Bewehrung im Hinblick auf die Rissneigung, die Rissabstände, die Rissbreiten und sonstiger relevanter Ergebnisse.
3. Überprüfung der Vorhersagegenauigkeit der vorhandenen Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Rissbreite.
4. Eigene theoretische und numerische Untersuchungen zur Analyse der Ergebnisse der vorhandenen Bauteilversuche.
5. Entwicklung eines verbesserten Berechnungsmodells zur Bestimmung der Rissbreite und damit Sicherstellung der Gebrauchsfähigkeit von Bauteilen mit schiefwinkliger Bewehrung.
6. Bewertung und Kalibrierung der Vorhersagegenauigkeit des neuen Berechnungsmodells für schiefwinklige Bewehrungsnetze anhand der vorhandenen Datenbank.
7. Aufstellung von weitergehenden Erläuterungen für den entwerfenden Ingenieur und Darstellung der Vorgehensweise an einem Beispiel.

2 Sichtung und Auswertung von vorhandenen Versuchen mit schiefwinkliger Bewehrung

Insgesamt wurden 49 Versuche an Scheiben, 89 Versuche an Platten und zahlreiche Versuche zum lokalen Tragverhalten gesichtet und ihre Eignung für die vorliegende Fragestellung geprüft.

Im Einzelnen wurden gesichtet:

- Versuche an scheibenförmigen Bauteilen mit schiefwinkliger Bewehrung unter einaxialer Zugbeanspruchung wurden von Rabich [23], Peter [21], Röder [24] sowie Kollegger & Mehlhorn [14] durchgeführt.
- Purainer [22] untersuchte Scheiben unter zweiaxialer Zugbeanspruchung, diese jedoch mit in Richtung der Belastung eingebauter Bewehrung.
- Versuche an Platten hatten u. a. Ebener [10], Clark [1], Iványi & Lardi [12] und Rüdiger [25] vorgenommen.
- Versuche zum lokalen Tragverhalten wurden z. B. von Dulácska [8], Paulay et al. [20], Mattock [17] und Walraven [28] durchgeführt.

Eine tabellarische Zusammenstellung der wesentlichen Arbeiten und eine Bewertung der Bauteilversuche hinsichtlich der Relevanz für die vorliegende Fragestellung enthält Anlage A1.

Im Rahmen der Erstellung einer Datenbank musste festgestellt werden, dass bis auf die Untersuchungen von Peter [21] und Iványi & Lardi [12] keine Versuchsberichte gesichtet werden konnten, die eine weitgehend uneingeschränkte Überprüfung der Rissbreitenansätze erlaubten. In den übrigen Untersuchungsberichten fehlten Angaben zur Belastungshöhe, Rissbreiten und Rissabständen teilweise oder vollständig.

Die Versuchsergebnisse der Untersuchungen von Peter [21] und Iványi & Lardi [12] wurden hinsichtlich der experimentell aufgetretenen Rissabstände und Rissbreiten, beides in Abhängigkeit von der konstruktiven Durchbildung (Bewehrungsgrad, Kreuzungswinkel der Bewehrung etc.), den rechnerischen Ansätzen zur Bestimmung des Rissabstandes und der Rissbreite gegenübergestellt. Insgesamt konnten so 22 Versuche, davon 15 Platten und 7 Scheiben, für die weiteren Untersuchungen verwendet werden.

Bei den für Vergleichsberechnungen zur Verfügung stehenden Versuchen handelt es sich in allen Fällen um Versuche mit einaxialer Zug- bzw. Biegebeanspruchung und Einfachrissbildung. Geeignete Versuche unter zweiaxialer Beanspruchung mit Mehrfachrissbildung konnten, unter Berücksichtigung der genannten Anforderung (Rissbreiten- und Rissabstandsmessung), nicht gesichtet werden.

3 Sichtung von rechnerischen Ansätzen und Verfahren zur Rissbreitenbestimmung bei schiefwinkliger Bewehrung

In der Vergangenheit wurden in der Literatur auf Grundlage von Bauteilversuchen und numerischen Simulationen rechnerische Ansätze zur Bestimmung von Rissabständen und Rissbreiten bei schiefwinklig bewehrten Bauteilen entwickelt, z. B. Clark [1], Lardi [15], Windisch [29] und Noh [19].

Clark [1] und Windisch [29] ermitteln eine wirksame Bewehrungsfläche für schiefwinklig zum Riss angeordnete Stäbe auf Grundlage von mechanischen Modellen bzw. umfangreichen numerischen Berechnungen.

Das Modell von Clark [1] basiert auf Überlegungen von Lenschow & Sozen [16] für Traglastuntersuchungen. Im Traglastzustand ist gegenüber dem Gebrauchszustand von einer neuen Gleichgewichtslage auszugehen, bei der Bruchrisse - in Bezug auf die Risse des Gebrauchszustandes - ihre Ausrichtung verändern. Dieses Abdrehen der Risse ist jedoch für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nicht von Bedeutung.

Das Modell von Windisch [29] basiert auf numerischen Simulationen einer Bewehrungsschar. Windisch erweiterte es später in einer theoretischen Abhandlung auf zweibahnige Bewehrung [30]. Diese Erweiterung führt auf nahezu exakt die gleichen Ergebnisse wie der oben genannte Ansatz von Clark [1] und wird nachfolgend nicht gesondert aufgeführt.

Das Modell von Noh [18] basiert im Wesentlichen auf den gleichen Überlegungen wie das von Clark [1] verwendete Verfahren und wird deshalb nicht zusätzlich behandelt.

Ein von Vecchio & Collins [27] vorgeschlagenes Verfahren zur Ermittlung der Rissbreite erfordert einen numerischen Lösungsalgorithmus. Da dieses Verfahren für eine Handrechnung ungeeignet ist, wurde es nachfolgend nicht weiter behandelt. Es soll jedoch erwähnt werden, dass der von Vecchio & Collins vorgeschlagene Ansatz zur Bestimmung des Rissabstandes in gleicher Form in die DIN 1045-1 bzw. DIN EN 1992-1-1 eingeflossen ist.

Die in DIN 1045-1 [6] und DIN EN 1992-1-1 [4] angegebenen Formeln beruhen auf dem gleichen Ansatz und sind aus einer Übertragung der für eindimensionale Zugbeanspruchung entwickelten Ansätze auf zweiaxiale Bewehrungen entwickelt worden. Beide Bewehrungsrichtungen werden separat betrachtet und der Rissabstand aus beiden Anteilen in Abhängigkeit der Schiefe additiv berechnet. Angaben zur Ermittlung der Dehnungsdifferenz fehlen jedoch in beiden Normen. Eine Bestimmung der Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung ist deshalb ohne weitergehende Überlegungen nicht möglich.

Die Ansätze nach DIN 1045-1 [6], Clark [1] und Windisch [29] sind in Anlage A3 zusammengestellt.

4 Vergleich normentechnischer Regelungen und Verfahren aus der Literatur mit Versuchsergebnissen von Peter (Scheiben)

Für die Vergleichsauswertung wurden zunächst die rechnerischen Rissabstände bestimmt und den Versuchswerten gegenübergestellt. Im zweiten Schritt ist ein Vergleich mit den rechnerisch ermittelten Rissbreiten vorgenommen worden.

Die zweigliedrige Vorgehensweise wurde gewählt, weil die Rissbreite im Regelfall eine Größenordnung aufweist, die drei Zehnerpotenzen unter der des Rissabstandes liegt, und demzufolge größeren Streuungen unterliegt. Zudem ergibt sich die Rissbreite bei den verwendeten Ansätzen aus dem Produkt der mittleren Dehnungsdifferenz (zwischen Betonstahl und Beton) mit dem Rissabstand.

4.1 Ermittlung der Rissabstände mit dem Ansatz nach DIN 1045-1 [6]

Ein Vergleich des normativen Ansatzes nach DIN 1045-1 [6] mit den Versuchsergebnissen konnte lediglich für die Rissabstände vorgenommen werden. Aufgrund von fehlenden Angaben in der DIN 1045-1 waren eine Berechnung der Dehnungsdifferenz und damit die Ermittlung der Rissbreiten nicht möglich.

Die für die Ermittlung des maximalen Rissabstandes $s_{r,max}$ erforderlichen Stahlspannungen der x- und y-Richtung wurden anhand einer Abbildung der gezogenen Scheibe als Stabwerkmodell ermittelt (Bild 4-1). Dies erlaubte auch die Berücksichtigung von in einigen Versuchen verwendeten, konstruktiven Randstäben.

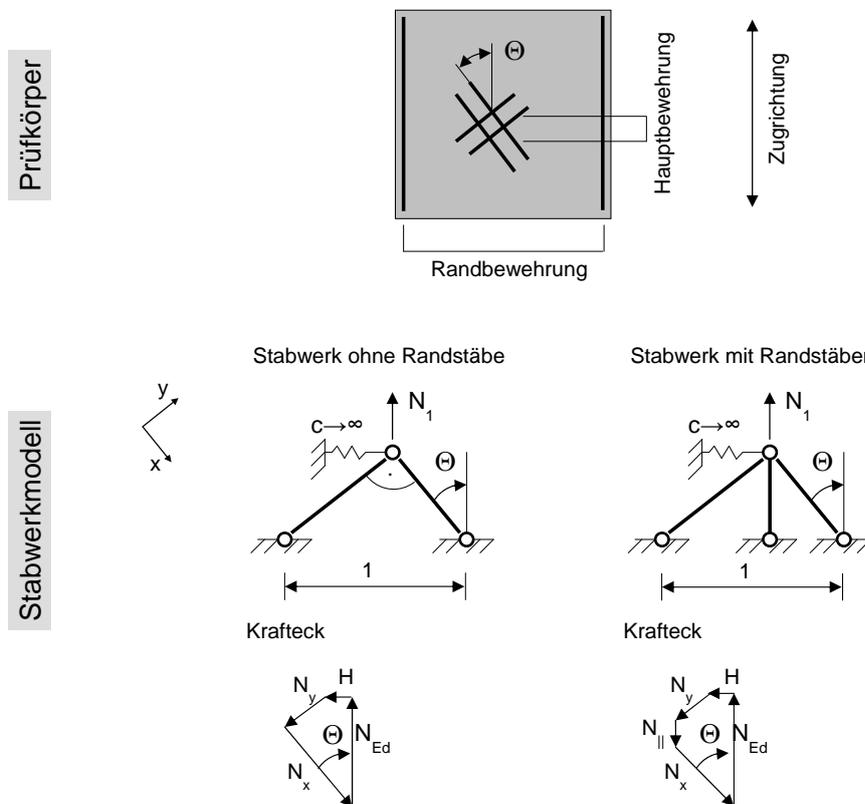


Bild 4-1: Stabwerkmodell zur Ermittlung der Stahlspannungen

In Bild 4-2 ist der mittlere Rissabstand der Versuche ab einer Zugkraft von $N = 250$ kN bis $N = 350$ kN angegeben. Vergleichend dazu ist im Bild 4-3 der rechnerische maximale Rissabstand nach DIN 1045-1 aufgeführt. Die Schiefwinkligkeit ist Teil der Versuchkörperbezeichnung, wobei z. B. „S 2r 10“ einer 10°-Abweichung und „S 2r 20“ einer 20°-Abweichung der Bewehrung (x-Richtung) von der Hautzugrichtung entspricht.

Aus Bild 4-3 lässt sich feststellen:

1. Während der rechnerische maximale Rissabstand $s_{r,max}$ für „S 2r 0“ in allen Laststufen konstant bleibt, wird $s_{r,max}$ bei schiefwinkliger Bewehrung („S 2r 10“ bis „S 2r 40“) mit zunehmender Belastung größer ermittelt.

Dies ist damit zu erklären, dass für den rechnerischen maximalen Rissabstand der Nebenrichtung ($s_{r,max,y}$) der Term für die Einzelrissbildung in DIN 1045-1 [6] maßgebend wird, siehe Gl. (A-4) in Anlage A3. Dieser wird von der Stahlspannung σ_s bestimmt und ist demnach beanspruchungsabhängig.

2. Der rechnerische maximale Rissabstand $s_{r,max}$ sinkt zunächst mit zunehmender Schiefwinkligkeit, steigt jedoch ab einer Schiefwinkligkeit von mehr als 20° wieder an.

Dieser Zusammenhang resultiert aus dem Umstand, dass der rechnerische Ansatz der DIN 1045-1 für den Rissabstand bei schiefwinkliger Bewehrung und nur mäßiger Abweichung der Wirkungsrichtung für $\sin\theta$ einen kleinen Wert für die Nebenbewehrung ergibt. Wird nun dieser kleine Wert für $\sin\theta$ aufgrund der nur mäßigen Beanspruchung durch einen kleinen Wert für $s_{r,max,y}$ dividiert, so erhält man im Ergebnis einen relativ großen Wert. Dies führt dazu, dass nach DIN 1045-1 die gering beteiligte Nebenrichtung einen großen Einfluss auf den Rissabstand ausübt.

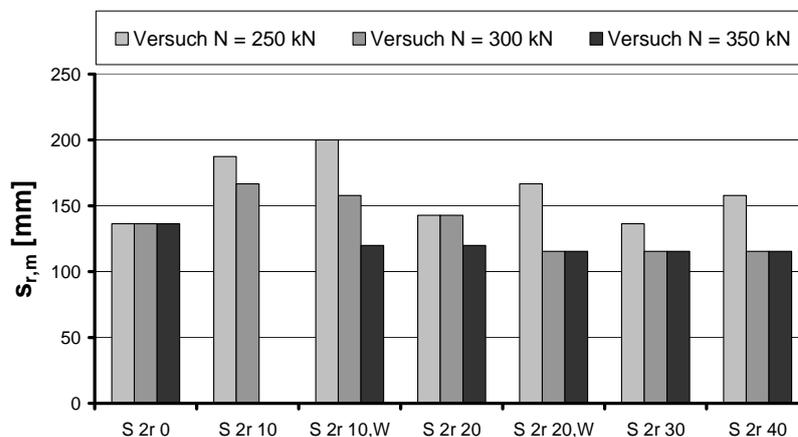


Bild 4-2: Mittlerer Rissabstand in Versuchen von Peter [21]

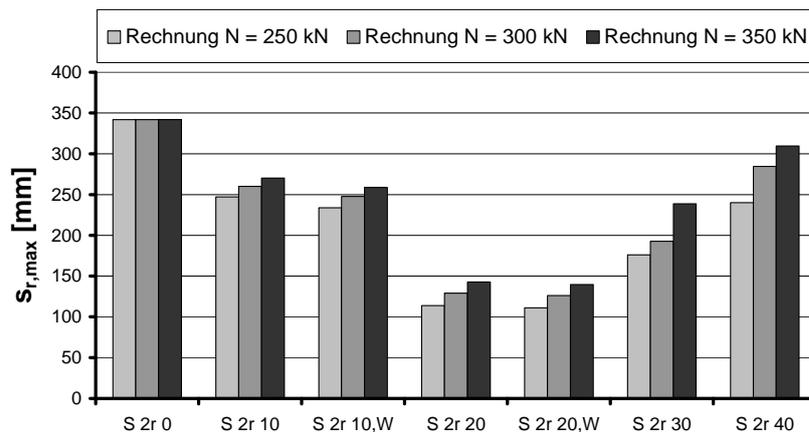


Bild 4-3: Rechnerischer maximaler Rissabstand nach DIN 1045-1

In Bild 4-4 sind bezogene Werte der Rissabstände (Rechenwerte/Versuchswerte) dargestellt. Die bezogenen Werte schwanken stark zwischen 0,7 („S 2r 20“) und 2,7 („S 2r 40“) und erreichen für Schiefwinkligkeiten von 20° ein Minimum. Bei einem konsistenten rechnerischen Ansatz, der das Rissverhalten bei allen Laststufen und Winkelabweichungen wirklichkeitsnah beschreibt, müsste sich ein nahezu gleicher Quotient $s_{r,max} / s_{r,m}$ ergeben.

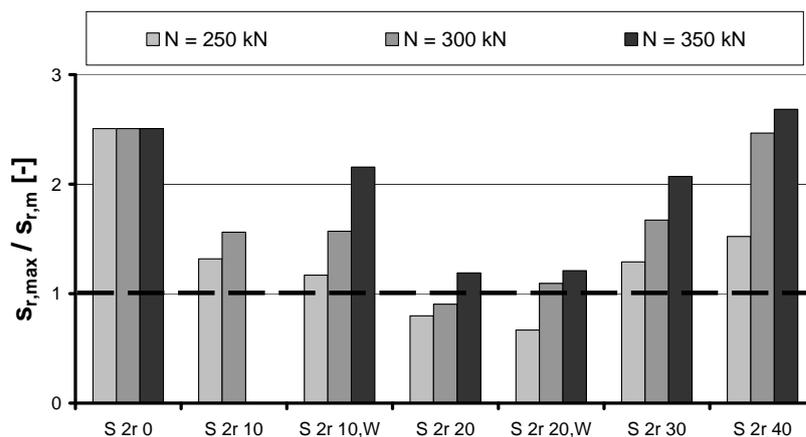


Bild 4-4: Bezogener Rissabstand der Werte nach DIN 1045-1 zu Versuchsergebnissen

4.2 Ermittlung der Rissabstände und Rissbreiten mit den Verfahren von Clark [1] und Windisch [29]

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wurde aus den in Abschnitt 3 gesichteten Berechnungsverfahren aus der Literatur die Ansätze von Clark [1] und Windisch [29] für die weiteren Betrachtungen ausgewählt.

Hierbei wird nach der Umrechnung der schiefwinkligen Bewehrung in eine wirksame Bewehrung nach den Modellen von Clark [1] bzw. Windisch [29], die Bestimmung der Rissbreite nach dem Verfahren der DIN 1045-1 [6] durchgeführt. Das gewählte Rechenverfahren ist zweistufig aufgebaut und gliedert sich wie folgt:

1. Bestimmen einer „wirksamen Bewehrung“ mit dem Modell nach Clark bzw. Windisch in Hauptzugrichtung; siehe Anlage A3, Gl. (A-6) bzw. Gl. (A-9)
2. Berechnung des Rissabstandes und der Rissbreite nach den Ansätzen in DIN 1045-1, wobei

- Gl. (A-3) durch Gl. (A-8) bzw. Gl. (A-12) ersetzt wird, und
- die anzusetzenden Stahlspannungen mit Gl. (A-7) bzw. Gl. (A-11) bestimmt werden.

Wirksame Bewehrung nach Clark – Rissabstand

Im Bild 4-5 ist der rechnerische maximale Rissabstand mit der wirksamen Bewehrungsfläche nach Clark für eine Zugkraft von $N = 250 \text{ kN}$ bis $N = 350 \text{ kN}$ angegeben. Dabei kann festgestellt werden:

1. Gegenüber der ursprünglichen Berechnung nach DIN 1045-1 ergibt sich mit der wirksamen Bewehrung nach Clark für die jeweiligen Prüfkörper in allen betrachteten Laststufen ein konstanter, und damit beanspruchungsunabhängiger Rissabstand.

Dies resultiert daraus, dass bei allen Berechnungen der spannungsunabhängige maximale Rissabstand des abgeschlossenen Rissbildes, Gl. (A-4) in Anlage A3, maßgebend wurde.

2. Der rechnerische maximale Rissabstand bleibt bis zu einer Schiefwinkligkeit von 20° etwa konstant und nimmt dann mit zunehmender Schiefwinkligkeit der Bewehrung („S 2r 30“ bis „S 2r 40“) stark zu.

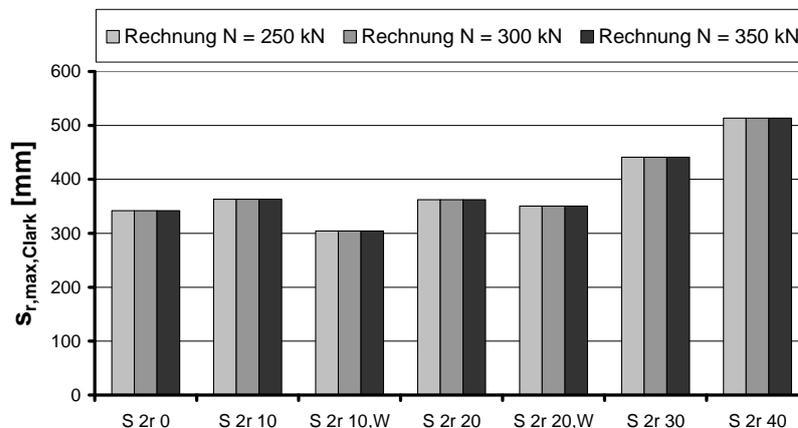


Bild 4-5: Rechnerischer maximaler Rissabstand (wirksame Bewehrung nach Clark)

Die Rechenwerte der Wiederholungsversuche „S 2r 10,W“ und „S 2r 20,W“ fielen gegenüber „S 2r 10“ und „S 2r 20“ etwas geringer aus. Der Grund ist eine etwas größere konstruktive randparallele Bewehrung bei diesen Prüfkörpern, die rechnerisch berücksichtigt wurde.

Die bezogenen Werte der Rissabstände (Rechenwerte/Versuchswerte) in Bild 4-6 zeigen auf, dass mit zunehmender Schiefwinkligkeit auch die Verhältniszerte und damit die Abweichungen zu den Versuchswerten zunehmen.

Der minimale, bezogene Rissabstand liegt bei etwa 1,5 („S 2r 10,W“). Der maximale, bezogene Rissabstand beträgt etwa 4,5 („S 2r 40“).

Auch unter Ansatz der wirksamen Bewehrung nach Clark kann kein konstantes Verhältnis der bezogenen Rissabstände über den untersuchten Bereich der Winkelabweichungen erreicht werden.

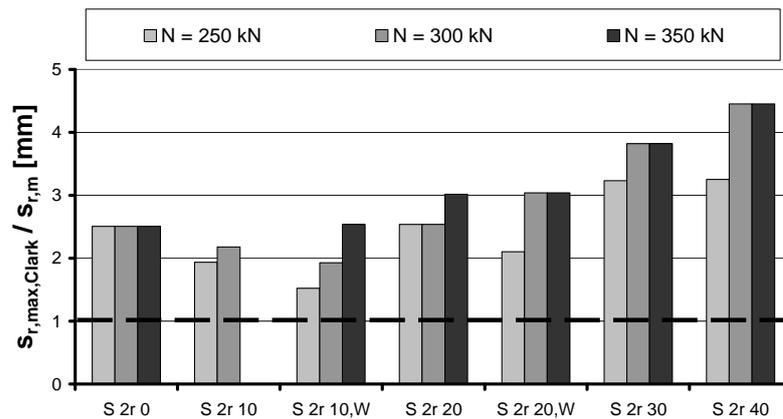


Bild 4-6: Bezogener Rissabstand, rechnerische Rissabstände (wirksame Bewehrung nach Clark) zu mittlere Rissabstände (Versuche)

Wirksame Bewehrung nach Clark – Rissbreite

Bild 4-7 zeigt einen Vergleich zwischen den rechnerischen Rissbreiten $w_{k,Clark}$ auf Basis der nach Clark ermittelten wirksamen Bewehrungsfläche und den maximalen gemessenen Rissbreiten $w_{exp,max}$ im Versuch [21].

Die dargestellten Versuchswerte beinhalten die Daten der ersten von insgesamt drei Messlinien (siehe Bild A-13). Es handelt sich bei $w_{exp,max}$ um Absolutwerte der Messlinie Nr. 1. Die Gegenüberstellungen mit den übrigen Messlinien (Nr. 2 und 3) und mit den für jeden Versuch aus allen Messlinien (Nr. 1 bis 3) gebildeten mittleren Werten sind im Anhang A4 dargestellt.

Die Berechnungen liegen gegenüber den Versuchswerten im relevanten Bereich ($w \leq 0,4$ mm) alle auf der sicheren Seite.

Für geringe Winkelabweichungen (10° bzw. 20°) werden etwa 30 bis 40% größere Rissbreiten ermittelt. Mit größer werdender Schiefwinkligkeit (30° bzw. 40°) ergibt sich eine deutlich zunehmende Diskrepanz zwischen den Rechen- und den Messwerten. Die tatsächlichen Rissbreiten werden um bis zu 280% überschätzt.

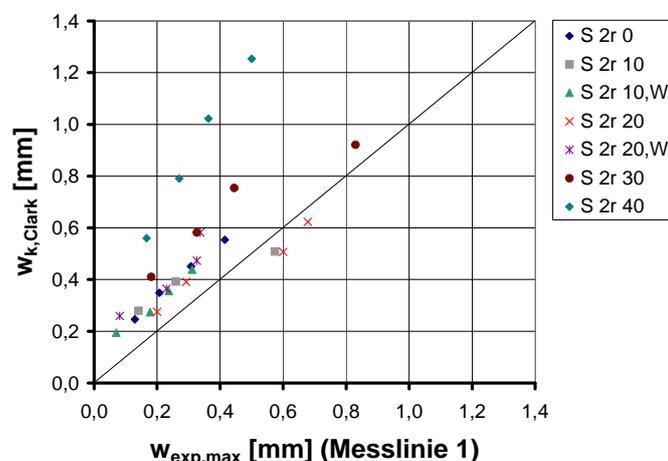


Bild 4-7: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten (wirksame Bewehrung nach Clark) mit Versuchsergebnissen

Wirksame Bewehrung nach Windisch – Rissabstand

In Bild 4-8 ist der rechnerische maximale Rissabstand für eine Zugkraft von $N = 250$ kN bis $N = 350$ kN angegeben. Die folgenden Aussagen können getroffen werden:

1. Gegenüber der Berechnung nach DIN 1045-1 ergibt sich mit der wirksamen Bewehrung nach Windisch für die jeweiligen Prüfkörper ein konstanter Rissabstand.

Dies ist, wie schon beim Modell von Clark, darauf zurückzuführen, dass stets die Formulierung für das abgeschlossene Rissbild in Gl. (A-4) in Anlage A3 maßgebend wurde.

2. Der rechnerische Rissabstand nimmt mit zunehmender Schiefwinkligkeit bis 20° ab, erreicht hier ein Minimum und nimmt ab 30° wieder zu. Dabei unterliegen die Rechenwerte geringeren Schwankungen als bei der Berechnung nach DIN 1045-1 und Clark.

Dies ist damit zu erklären, dass nach Windisch bei zunehmender Schiefwinkligkeit der Bewehrung die Wirksamkeit deutlich größer ermittelt wird als z. B. mit dem Modell von Clark. Eine direkte Gegenüberstellung beider Modelle ist in der Anlage A3.4 enthalten.

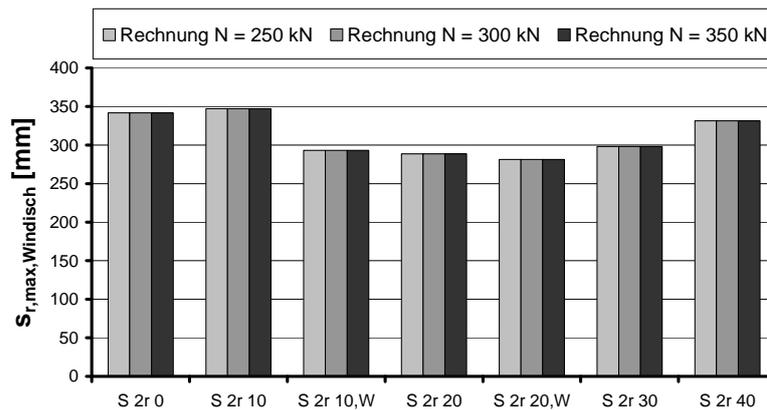


Bild 4-8: Rechnerischer maximaler Rissabstand (wirksame Bewehrung nach Windisch)

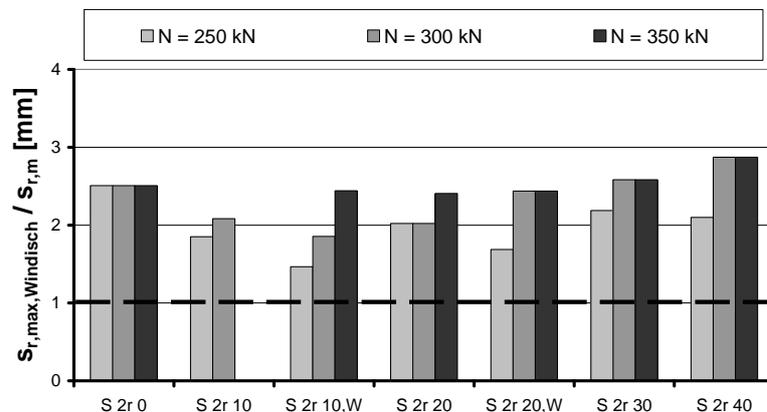


Bild 4-9: Bezogener Rissabstand, rechnerische Rissabstände (wirksame Bewehrung nach Windisch) zu mittlere Rissabstände (Versuche)

Die Auswertung der bezogenen Rissabstände (Rechenwerte/Versuchswerte) in Bild 4-9 zeigt, im Rahmen der untersuchten Parameter, ein wesentlich gleichmäßigeres Verhältnis als mit

dem Ansatz der DIN 1045-1 oder nach dem Modell von Clark. Der bezogene Rissabstand nimmt minimale Werte von 1,5 bei „S 2r 10,W“ und maximale Werte von 2,9 bei „S 2r 40“ an.

Wirksame Bewehrung nach Windisch – Rissbreite

In Bild 4-10 sind die Ergebnisse der rechnerischen Rissbreite auf Basis der nach Windisch ermittelten wirksamen Bewehrung den Versuchswerten gegenübergestellt. Im interessierenden Bereich bis $w = 0,4$ mm liegt ein Teil der Rechenwerte (Schiefwinkligkeit $\theta = 20^\circ$ und $\theta = 30^\circ$) etwas auf der unsicheren Seite.

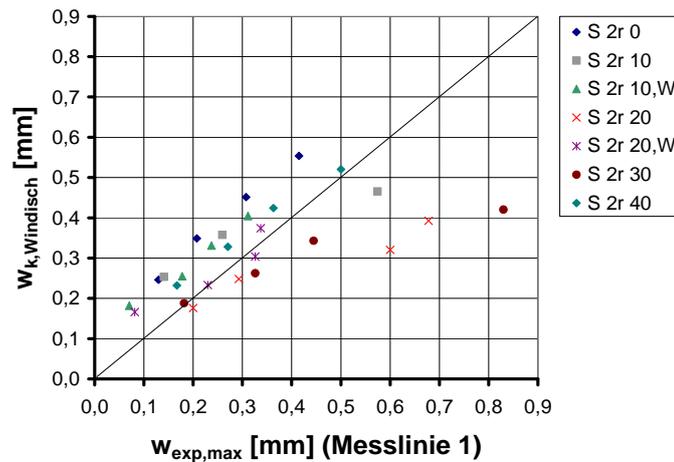


Bild 4-10: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten (wirksame Bewehrung nach Windisch) mit Versuchsergebnissen

5 Vergleich normentechnischer Regelungen und Verfahren aus der Literatur mit Versuchsergebnissen von Iványi & Lardi (Platten)

Eine Schwierigkeit beim Vergleich rechnerischer Rissbreiten mit Messwerten von Platten besteht in der Rissaufweitung infolge Biegebeanspruchung. Besonders bei dünnen Platten mit relativer großer Betondeckung, wie bei den vorliegenden Versuchskörpern, stimmt die an der Oberfläche des Bauteils gemessene Rissbreite nicht mit der Rissbreite in Höhenlage der Bewehrung überein [3].

Da nach DIN 1045-1 die Rissbreiten im Schwerpunkt der Bewehrung nachgewiesen werden, muss entweder eine Rückrechnung der Messwerte erfolgen oder die Rechenwerte sind zu extrapolieren. Im vorliegenden Fall wurden die Messwerte auf die mittlere Höhenlage der beiden Bewehrungsrichtungen transformiert. Hierzu wurde ein mittlerer, innerer Hebelarm, bzw. die mittlere Druckzonenhöhe des gerissenen Betonquerschnittes angenommen. Die Versuchsdokumentation enthielt keine Angaben zu Risstiefen oder Druckzonenhöhen.

In diesem Zusammenhang sei explizit darauf hingewiesen, dass die Bestimmung der Stahlspannungen mit Hilfe des geschätzten inneren Hebelarms, nur eine Näherung darstellt. Somit unterliegen die vorgenannten Annahmen der zugrunde gelegten Eingangsgrößen gewissen Unsicherheiten.

5.1 Ermittlung der Rissabstände mit dem Ansatz nach DIN 1045-1 [6]

Ein Vergleich des normativen Rechenansatzes nach DIN 1045-1 [6] mit den Versuchsergebnissen von Iványi & Lardi [12] konnte, wie bereits zuvor beim Vergleich mit den Versuchen von Peter, lediglich für die Rissabstände vorgenommen werden. Die Stahlspannungen wurden, wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, unter Zugrundelegung eines Stabwerkmodells für die Zugzone und eines mittleren inneren Hebelarmes berechnet.

Im Bild 5-1 ist der mittlere Rissabstand der Versuche unter Gebrauchslastniveau angegeben. Bei den Versuchen P1 bis P5, P6 & P7 und P10 & P11 wurde in [12] die Schiefwinkligkeit der Bewehrung verändert, die übrigen Parameter waren jeweils konstant. Bei den restlichen Versuchen (P8, P9, P12, P13, P14 und P15) wurden unter Beibehaltung einer Schiefwinkligkeit von 30° der Durchmesser, der Bewehrungsgrad sowie das Bewehrungsverhältnis von x- zu y-Richtung variiert.

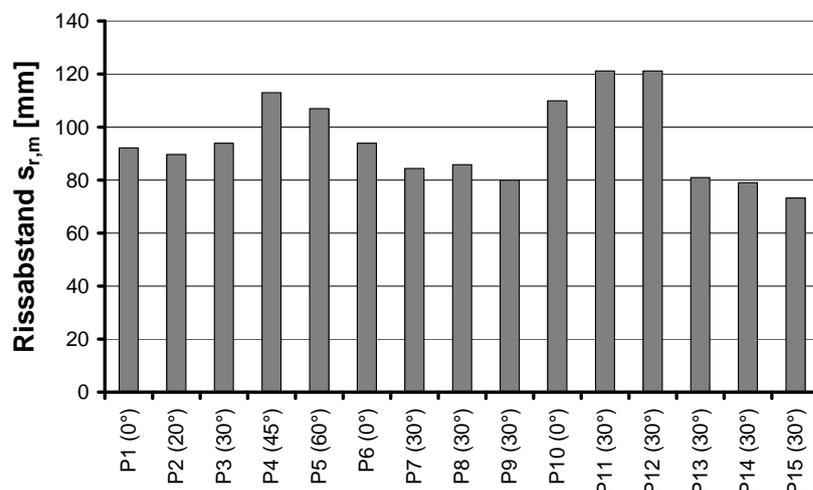


Bild 5-1: Mittlerer Rissabstand in Versuchen von Iványi & Lardi [12]

Im Bild 5-2 ist der rechnerische maximale Rissabstand dargestellt. Hieraus kann festgestellt werden:

1. Die Berechnungen ohne Richtungsabweichung der Bewehrung (d. h. $\theta = 0^\circ$ bei P1, P6 und P10) weisen die größten Rissabstände auf.
2. Die Rechenwerte für $\theta = 30^\circ$ liegen deutlich unter den Werten für $\theta = 0^\circ$.
3. Die Versuchskörper P2 bis P4, mit Variation der Bewehrungsrichtung, zeigen mit abnehmender Schiefwinkligkeit eine Abnahme des Rissabstandes.

Diese Beobachtungen lassen sich weitgehend mit den Erläuterungen des Abschnitts 4.1 erklären. So ist der große Einfluss der Nebenrichtung bei geringer Richtungsabweichung der Bewehrung deutlich zu erkennen. Bei kleinem Winkeln (P2) ergibt sich somit der kleinste Rissabstand. Er nimmt bei wachsender Schiefwinkligkeit zu (P4), erreicht jedoch nicht die Größe wie der vergleichbare Versuch mit 0° (P1). Dies ist gegenüber den Ergebnissen von Peter, die in beiden Richtungen gleich stark bewehrt waren, darauf zurück zu führen, dass bei P4 der Querschnitt der Bewehrung in Nebenrichtung nur ein Fünftel der Bewehrung in Hauptrichtung ausmachte.

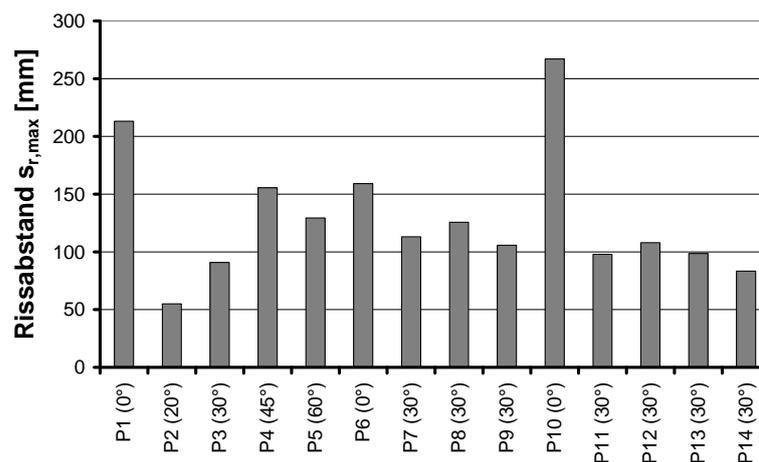


Bild 5-2: Rechnerischer maximaler Rissabstand nach DIN 1045-1

Der bezogene Rissabstand (Rechenwerte/Versuchswerte) in Bild 5-3 ergibt für Platten ohne Richtungsabweichung der Bewehrung maximale Werte. Für die kleinste Richtungsabweichung bei P2 (20°) zeigt sich ein Minimum von etwa 0,6 und bei P10 (0°) ein Maximum von etwa 2,4. Somit liegt auch bei diesen Versuchen kein konstantes Verhältnis der bezogenen Rissabstände vor, wie bereits im Abschnitt 4.1 festgestellt.

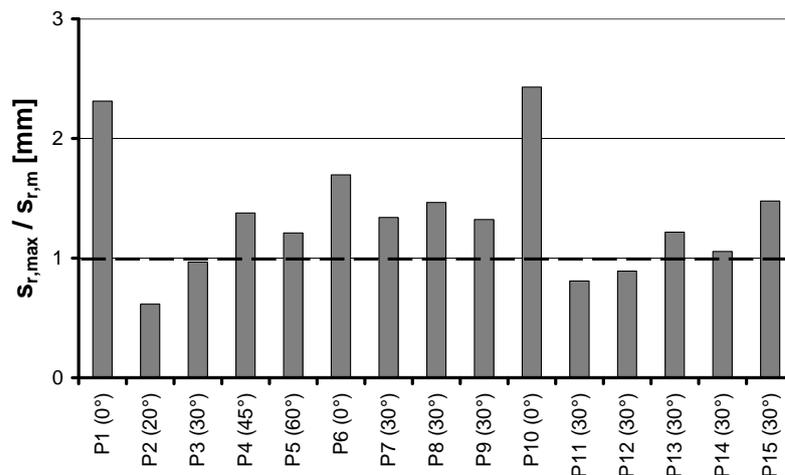


Bild 5-3: Bezogener Rissabstand der Werte nach DIN 1045-1 zu Versuchsergebnissen

5.2 Ermittlung der Rissabstände und Rissbreiten mit den Verfahren von Clark [1] und Windisch [29]

Wirksame Bewehrung nach Clark – Rissabstand

Im Bild 5-4 ist der rechnerische maximale Rissabstand nach dem Verfahren von Clark angegeben. Mit zunehmender Schiefwinkligkeit der Bewehrung nimmt der rechnerische maximale Rissabstand der vergleichbaren Versuche P1 bis P5, P6 & P7 und P10 & P11 deutlich zu.

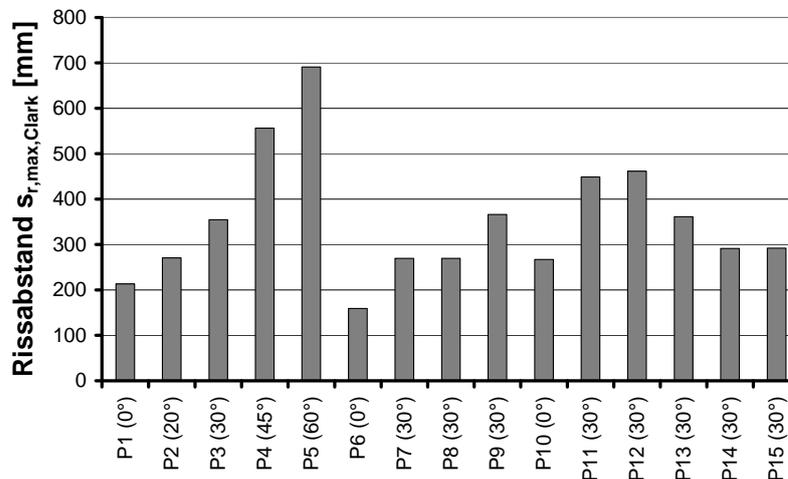


Bild 5-4: Rechnerischer maximaler Rissabstand (wirksame Bewehrung nach Clark)

Die bezogenen Werte der Rissabstände (Rechenwerte/Versuchswerte) in Bild 5-5 zeigen kein konstantes Verhältnis, sondern mit zunehmender Schiefwinkligkeit der Bewehrung zunehmende Verhältniswerte (P1 bis P5, P6 & P7 und P10 & P11). Die übrigen Versuche mit Schiefwinkligkeit (P8, P9, P12, P13, P14 und P15) weisen stets größere bezogene Werte auf als die Prüfkörper ohne Richtungsabweichung (P1, P6 und P10). Der bezogene Rissabstand liegt zwischen 1,7 (P6) und 6,6 (P5).

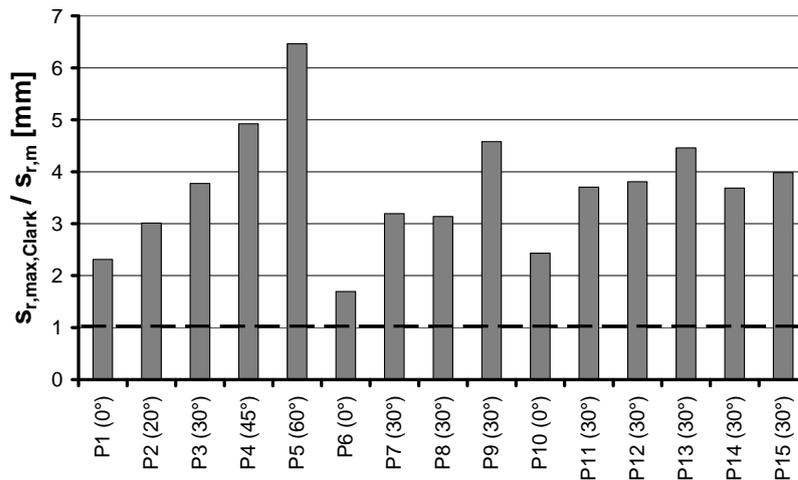


Bild 5-5: Bezogener Rissabstand, rechnerische Rissabstände (wirksame Bewehrung nach Clark) zu mittlere Rissabstände (Versuche)

Wirksame Bewehrung nach Clark – Rissbreite

Bild 5-6 zeigt einen Vergleich zwischen den rechnerischen Rissbreiten $w_{k,Clark}$ auf Basis der nach Clark ermittelten wirksamen Bewehrungsfläche und den gemessenen, maximalen Rissbreiten $w_{exp,max}$ bzw. dem 95%-Quantilwert $w_{exp,95\%}$ der Rissbreiten nach [12]. Die Berechnungen liegen gegenüber den Versuchswerten bis auf wenige Ausnahmen auf der sicheren Seite.

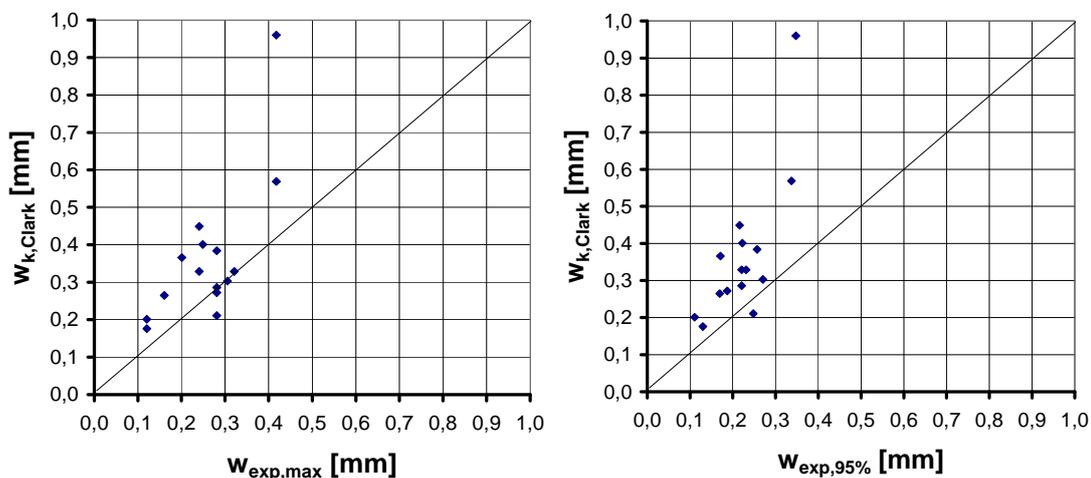


Bild 5-6: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten (wirksame Bewehrung nach Clark) mit Versuchsergebnissen, Absolutwerte (links) und 95%-Quantilwerte (rechts)

Wirksame Bewehrung nach Windisch – Rissabstand

Mit dem Verfahren nach Windisch ergibt sich in Bild 5-7 mit zunehmender Schiefwinkligkeit der Bewehrung, bei ansonsten gleichen Parameterkonstellationen (P1 bis P5), eine Zunahme des rechnerischen Rissabstandes. Dies lässt sich auch bei den übrigen, vergleichbaren Versuchen P6 & P7 und P10 & P11 feststellen. Im Gegensatz zum Verfahren nach Clark weisen die mit dem Verfahren nach Windisch ermittelten Rissabstände der übrigen Prüfkörper (P8, P9, P12,

P13, P14 und P15) durchaus auch geringere Werte auf, als die Versuche ohne Richtungsabweichung.

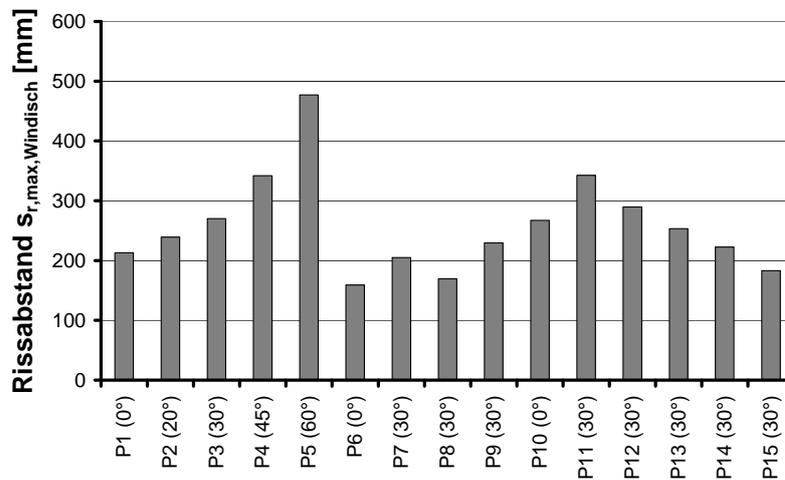


Bild 5-7: Rechnerischer maximaler Rissabstand (wirksame Bewehrung nach Windisch)

Der bezogene Rissabstand in Bild 5-8 zeigt, mit Ausnahme von P5, ein relativ konstantes Niveau. Somit liegt im Vergleich zu dem Verfahren nach Clark oder dem Ansatz der DIN 1045-1 eine bessere Vorhersagegenauigkeit vor. Der bezogene Rissabstand liegt in einem Wertebereich von 1,7 (P6) bis 3,1 (P13). P5 zeigt im deutlichen Gegensatz zu den übrigen Vergleichsberechnungen einen bezogenen Rissabstand von 4,5.

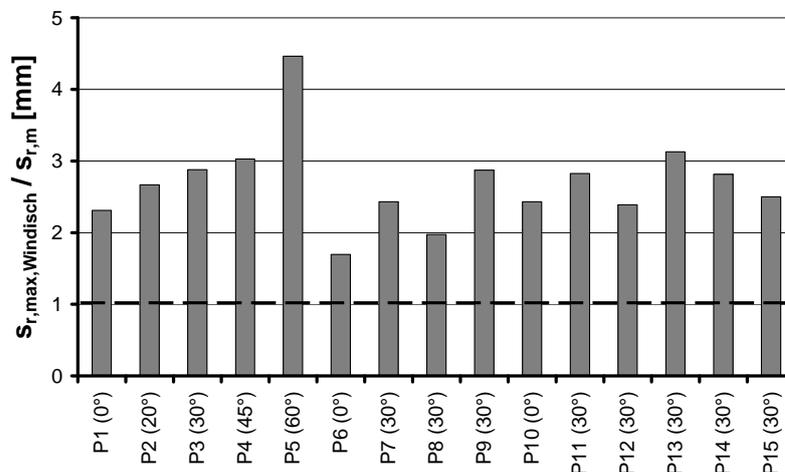


Bild 5-8: Bezogener Rissabstand, rechnerische Rissabstände (wirksame Bewehrung nach Windisch) zu mittlere Rissabstände (Versuche)

Wirksame Bewehrung nach Windisch – Rissbreite

Gemäß Bild 5-9 streuen die Ergebnisse für die Rissbreiten relativ stark um die Winkelhalbierende. Die Vergleichsberechnungen für die Versuche ohne Schiefwinkligkeit liegen immer auf der sicheren Seite. Die Berechnungen für die Versuche mit einer schiefen Bewehrung liegen für $w_{exp,max}$ fast ausschließlich auf der unsicheren Seite. Der Vergleich der Rechenwerte mit den 95%-Quantilwerten liefert eine bessere Übereinstimmung, jedoch liegen auch hier zahlreiche Werte auf der unsicheren Seite.

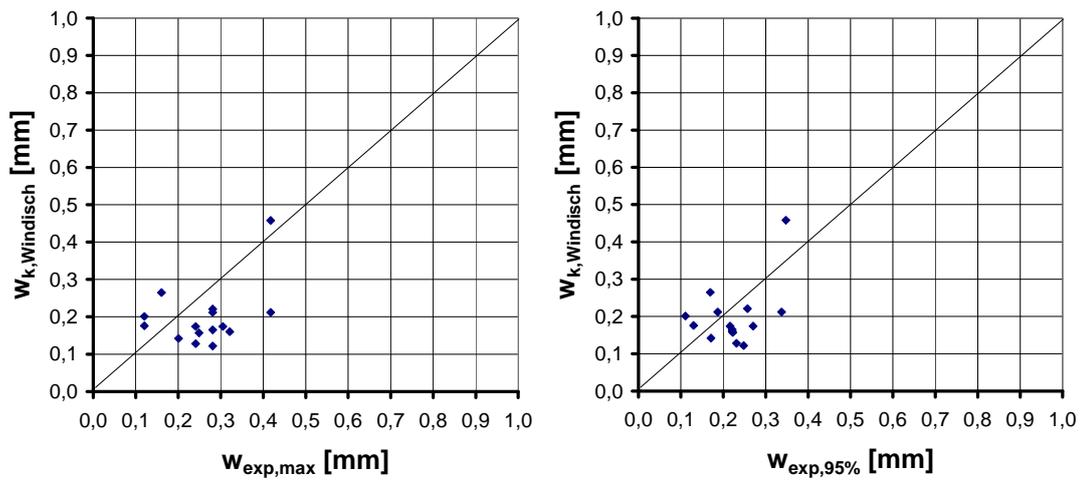


Bild 5-9: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten (wirksame Bewehrung nach Windisch) mit Versuchsergebnissen, Absolutwerte (links) und 95%-Quantilwerte (rechts)

6 Zusammenfassung und Wertung der bisherigen Ergebnisse

Die vorliegenden Untersuchungen zeigen Unstimmigkeiten bezüglich der konsistenten und vorhersagegenauen Bestimmung der Rissabstände und Rissbreiten auf und führen teilweise zu unsicheren oder unwirtschaftlichen Berechnungsergebnissen.

Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die Vergleichsberechnungen nach DIN 1045-1 zeigen deutliche Unregelmäßigkeiten bei der Ermittlung der Rissabstände. Die rechnerischen Rissabstände liegen zum Teil deutlich unterhalb der im Versuch festgestellten Werte. Formulierungen zur Berechnung einer Dehnungsdifferenz bei schiefwinkliger Bewehrung werden in der DIN 1045-1 nicht angegeben, so dass eine Auswertung hinsichtlich der im Versuch festgestellten Rissbreiten nicht vorgenommen wurde. Daher erscheint das Verfahren für eine Bemessung von Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung als ungeeignet.
- Die Verfahren mit der wirksamen Bewehrungsfläche nach Clark und Windisch führen zu keiner zielgenauen Prognose der Rissabstände und Rissbreiten. Zwar liegt das Verfahren mit der wirksamen Bewehrungsfläche nach Clark im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen meist auf der sicheren Seite, aber die rechnerische Bestimmung der Rissabstände oder Rissbreiten weist erhebliche Abweichungen zu den Versuchswerten auf. Beide Verfahren der wirksamen Bewehrungsfläche erschweren die Interpretation der Rechenergebnisse, da die Verknüpfung dieser Verfahren mit dem Rissbreitennachweis der DIN 1045-1 das Modell des eindimensionalen Zugstabes verwendet. Eine mechanisch sinnvolle Einordnung der Rechenergebnisse ist so nicht uneingeschränkt möglich.

Aufgrund der Diskrepanzen der beschriebenen Verfahren wurde ein Vorschlag zur Bestimmung der Rissbreiten bei schiefwinklig bewehrten Bauteilen entwickelt, dessen Grundlagen in dem nachfolgenden Abschnitt erläutert werden.

7 Vorschlag zur Bestimmung der Rissabstände und Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung

Ein wirklichkeitsnahes Verfahren zur Bestimmung der Rissabstände und Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung muss die grundlegenden Mechanismen des Rissvorganges erfassen und in geeigneter Weise in einem Ingenieurmodell berücksichtigen.

Bei der vorliegenden Problemstellung wurden die in Bild 7-1 dargestellten Einflussgrößen als maßgeblich für die Rissbreiten in schiefwinklig bewehrten Bauteilen identifiziert:

- Verbund
- Rissverzahnung
- Dübelwirkung

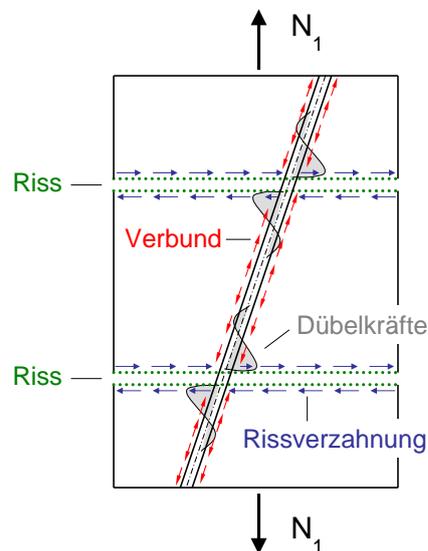


Bild 7-1: Maßgebliche Mechanismen der Risskraftübertragung bei schiefwinkliger Bewehrung

Der Verbundwirkung wird in der Literatur der größte Einfluss zugesprochen [15]. Die Rissverzahnung und die Dübelwirkung sind anhand umfangreicher experimenteller Untersuchungen quantitativ belegt worden [8], [17], [20], [28]. Bei vielen Arbeiten wird die Dübelwirkung vernachlässigt, da ihr Einfluss auf Grundlage der genannten experimentellen Untersuchungen gegenüber der Rissverzahnung als vergleichsweise gering eingestuft worden ist [9], [11].

Der neue Vorschlag zur Bestimmung der Rissbreite in schiefwinklig bewehrten Bauteilen ist an das bekannte Berechnungsmodell des eindimensionalen Zugstabes angelehnt. Die Modellvorstellungen und die mathematischen Zusammenhänge zwischen Rissbreite, Rissabstand und Dehnungsdifferenz bleiben vom Grundsatz her erhalten.

Das neue Verfahren ist zweigliedrig aufgebaut. Zunächst werden die Stahlspannungen unter Berücksichtigung der Schiefwinkligkeit bestimmt. Anschließend wird der Rissbreitennachweis geführt, wobei die hergeleiteten Rissbreitenbeziehungen anlehnend an das Nachweiskonzept der DIN 1045-1 und unter Zugrundelegung eines starr-plastischen Verbundgesetzes bestimmt wurden. Die Herleitung ist in der Anlage A5.2 ausführlich dargestellt.

7.1 Ermittlung der Stahlspannungen im Zustand II

Für den Nachweis der Rissbreiten müssen die Stahlspannungen im Zustand II bekannt sein. Zur Bestimmung der Stahlspannungen in netzbewehrten Bauteilen stehen in der Literatur verschiedene Verfahren zur Verfügung. Diese zeichnen sich meist durch komplexe Transformationsgleichungen aus, die auf der Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen beruhen.

Für den Fall einer orthogonal, zweibahnig bewehrten Scheibe wurden Spannungs- und Verformungsbeziehungen unter Berücksichtigung der Rissentstehung hergeleitet (siehe auch Anlage A5.1).

Bei dem gewählten Berechnungsweg wurden folgende Annahmen getroffen (Bild 7-2):

- Vernachlässigung des Verbundes
- Keine Querverschiebung der Rissufer (Schubstarrheit)
- Vernachlässigung der Dübelwirkung
- Risse entstehen senkrecht zur Hauptzugrichtung

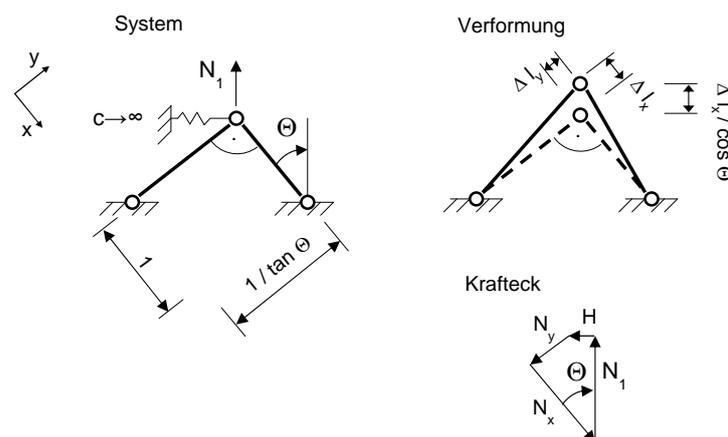


Bild 7-2: Stabwerkmodell einaxiale Zugbeanspruchung

Die Vernachlässigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (Verbundwirkung) führt zu keiner wesentlichen Abweichung bei den Stahlspannungen im Zustand II, sofern die Stabdurchmesser der jeweiligen Bewehrungsrichtungen sich nicht allzu stark unterscheiden.

Die Annahme der Schubstarrheit basiert auf der Verhinderung von Rissuferverschiebungen in biegebeanspruchten Plattentragwerken durch die ungerissene Druckzone (Scheibenwirkung) [15]. Dabei kann davon ausgegangen werden, dass die Schubverzerrungen gegenüber den Stahldehnungen vernachlässigbar klein sind. Weiterhin ist in zentrisch auf Zug beanspruchten Scheiben über die Rissreibung und Dehnsteifigkeit des Bewehrungsnetzes ein ausreichend hoher Widerstand gegen eine Querverschiebung der Rissufer gegeben [21].

Die volle Dübelwirkung wird erst bei sehr großen gegenseitigen Verschiebungen der Rissufer geweckt [20], so dass dieser Traganteil im Gebrauchszustand vernachlässigt wird.

In zahlreichen Versuchen [1], [10], [12], [16], [21], [22], [25] wurde beobachtet, dass sich die ersten Risse, unabhängig von der Bewehrungsneigung oder -anisotropie, nahezu senkrecht zur Beanspruchungsrichtung bildeten. Diese Risse blieben in ihrer Ausrichtung bis zum Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls stabil. Erst kurz vor Erreichen der Traglasten ergab sich meist ein Abdrehen der Risse und führte zur Ausbildung einer Bruchlinie mit größerer Abweichung in Bezug auf die Risslinien des Gebrauchszustandes.

Aus dem Modell in Bild 7-2 lassen sich die Normalspannungen der Bewehrung bestimmen zu

$$\sigma_{s,x} = \frac{N_1 \cdot \cos^2 \Theta}{(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)}$$

$$\sigma_{s,y} = \frac{N_1 \cdot \sin^2 \Theta}{(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)}$$

Gl. (1)

Diese Beziehungen gelten streng für Scheiben unter einaxialer Beanspruchung.

Für Platten können diese Beziehungen aber analog angewendet werden. Dazu wird die Hauptzugkraft aus der einwirkenden Beanspruchung (Hauptmoment) und dem inneren Hebelarm ermittelt. Die weitere Vorgehensweise für die Bestimmung der Stahlspannungen und der rechnerischen Rissbreiten entspricht dann wieder den Modellvorstellungen an einer Scheibe.

Für zweiachsigale Beanspruchungen wurden die Bestimmungsgleichungen der Stahlspannungen entsprechend erweitert. Eine Darstellung ist ebenfalls in der Anlage A5.1 enthalten.

7.2 Bestimmung der Rissbreiten

Die Rissbreite in Richtung der Hauptzugspannung (einaxiale Beanspruchung) wird aus dem Produkt von maximalem Rissabstand und der mittleren Dehnungsdifferenz bestimmt mit

$$w_k = s_{r,max,x} \cdot (\varepsilon_{sm,x} - \varepsilon_{cm,x}) / \cos \Theta$$

bzw. Gl. (2)

$$w_k = s_{r,max,y} \cdot (\varepsilon_{sm,y} - \varepsilon_{cm,y}) / \sin \Theta.$$

Hierin sind

$s_{r,max,x}, s_{r,max,y}$	maximaler Rissabstand der Bewehrung bei abgeschlossenem Rissbild
$\varepsilon_{sm,x}, \varepsilon_{sm,y}$	mittlere Dehnung der Bewehrung unter der maßgebenden Einwirkungskombination unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen
$\varepsilon_{cm,x}, \varepsilon_{cm,y}$	mittlere Dehnung des Betons zwischen den Rissen
Θ	Abweichung der Bewehrung von der Hauptzugrichtung

Bei unterschiedlichen Stabdurchmessern $d_{s,x}$ und $d_{s,y}$ in den einzelnen Bewehrungsrichtungen, ist die maßgebende Bewehrungsrichtung für den Nachweis der Rissbreite unter Beachtung der unterschiedlichen Einleitungslängen zu ermitteln.

Die maßgebende Bewehrungsrichtung kann aber auch vereinfachend über das nachfolgende Abgrenzungskriterium bestimmt werden:

$$\frac{d_{s,y}}{d_{s,x}} \cdot \tan^4 \Theta > 1 \quad y\text{-Richtung maßgebend}$$

$$< 1 \quad x\text{-Richtung maßgebend}$$

Gl. (3)

Hierin sind:

- $d_{s,x}$ Stabdurchmesser des Betonstahls in x-Richtung
- $d_{s,y}$ Stabdurchmesser des Betonstahls in y-Richtung

Basierend auf dem Ergebnis von Gl. (3) wird die Dehnungsdifferenz in x-Richtung oder y-Richtung bestimmt zu:

$$\varepsilon_{sm,x} - \varepsilon_{cm,x} = \frac{\sigma_{s,x}}{E_s} - \frac{0,4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)}{\text{eff}\rho^*} \cdot \cos^2 \Theta \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s,x}}{E_s}$$

bzw. Gl. (4)

$$\varepsilon_{sm,y} - \varepsilon_{cm,y} = \frac{\sigma_{s,y}}{E_s} - \frac{0,4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)}{\text{eff}\rho^*} \cdot \sin^2 \Theta \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s,y}}{E_s}$$

Dabei ist

- $\sigma_{s,x} / E_s, \sigma_{s,y} / E_s$ Stahldehnung im Riss der jeweiligen Bewehrungsrichtung
- $\frac{0,4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)}{\text{eff}\rho^*}$ Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen auf Zug
- mit α_e Verhältnis der Elastizitätsmoduln $\alpha_e = E_s / E_{cm}$
- $f_{ct,eff}$ wirksame Betonzugfestigkeit zum betrachteten Zeitpunkt
- $\text{eff}\rho^*$ effektiver Bewehrungsgrad nach Gl. (5)

und

$$\text{eff}\rho^* = \frac{A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta}{A_{c,eff}}$$

Gl. (5)

- $A_{s,x}$ Querschnittsfläche der Betonstahlbewehrung in x-Richtung
- $A_{s,y}$ Querschnittsfläche der Betonstahlbewehrung in y-Richtung
- $A_{c,eff}$ Wirkungsbereich der Bewehrung

Die Ermittlung des maximalen Rissabstandes (bezogen auf die Stabachse) erfolgt – ebenfalls unter Berücksichtigung der maßgebenden Bewehrungsrichtung nach Gl. (3) – mit

$$s_{r,max,x} = \frac{1}{3,6 \cdot \cos \Theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_x}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_y}{d_{s,y}} \right)} \leq \frac{\sigma_{s,x} \cdot d_{s,x} \cdot \cos \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)}$$

bzw. Gl. (6)

$$s_{r,max,y} = \frac{1}{3,6 \cdot \sin \Theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_x}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_y}{d_{s,y}} \right)} \leq \frac{\sigma_{s,y} \cdot d_{s,y} \cdot \sin \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)}$$

Für den effektiven Bewehrungsgrad der jeweiligen Richtung gilt

$$\text{eff}\rho_x = \frac{A_{s,x}}{A_{c,eff}} \cdot \cos \Theta$$

bzw. Gl. (7)

$$\text{eff}\rho_y = \frac{A_{s,y}}{A_{c,eff}} \cdot \sin \Theta$$

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die grundlegenden Bestandteile des Nachweiskonzepts nach DIN 1045-1 bei dem aufgezeigten Berechnungsweg erhalten bleiben. Allerdings entfällt die bislang gebräuchliche „sin & cos“ Reziprokformel.

Eine Erweiterung des o. g. Konzepts auf zweiachbiale Beanspruchungen wurde ebenfalls durchgeführt und ist im Anhang A5.2 enthalten. Es ist jedoch bereits an dieser Stelle anzumerken, dass diese erweiterten Beziehungen noch nicht mit Versuchen abgeglichen wurden und deshalb nur ein theoretisches Modell ohne Verifizierung durch experimentell gewonnenes Datenmaterial darstellen. Für eine sichere Anwendung in der Praxis ist zwingend eine Absicherung durch Belegversuche erforderlich.

8 Numerisches Modell (FE-Modell)

8.1 Aufbau des numerischen Modells

Im Rahmen des Forschungsprojekts wurden zur weitergehenden Untersuchung der mechanischen Zusammenhänge Finite-Element-Berechnungen mit dem Programmsystem SOFiSTiK durchgeführt. Hierzu wurde ein Scheibenmodell generiert, welches auf einer Layertechnik basiert und je Bewehrungsrichtung ein eigenes Netz mit der halben Bauteildicke aufweist. Mittels starrer Kopplungen an diskreten Punkten wurden beide Netze zusammengefügt (Bild 8-1). Diese Verknüpfungspunkte befanden sich an Stellen, an denen die Elementknoten beider Layer genau übereinander lagen. Dies war je nach Netz an jedem dritten bis fünften Knoten möglich. Daraus ergab sich eine beträchtliche Reduktion der erforderlichen Rechenzeit gegenüber einem gemeinsamen Netz für beide Bewehrungsrichtungen.

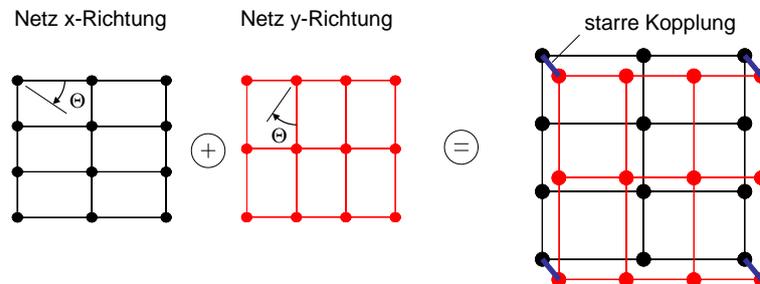


Bild 8-1: Netzgenerierung und Kopplungen

Die Abbildung von Rissen kann auf zwei Arten erfolgen. Entweder werden die Risse durch das Lösen von Knotenbindungen vorgegeben (diskrete Risse) oder die Steifigkeit des Elements wird bei Überschreitung einer vorab definierten Rissdehnung reduziert (verschmierte Risse).

Bei der ersten Methode sind ein Rissabstand sowie die Rissrichtung vorzugeben. Die Rissbreite kann bei dieser Methode explizit als Differenzverschiebung der beiden Rissufer angegeben werden und eignet sich besonders für lokale Untersuchungen. Die zweite Methode ist aufgrund des geringeren Modellierungsaufwandes vor allem für Verformungsberechnungen auf Bauteilebene geeignet. Über eine Rückrechnung können aber auch mit der verschmierten Rissbildung anhand der ermittelten Dehnungen die Rissbreiten, entsprechend einem vorgegebenen Ansatz, bestimmt werden.

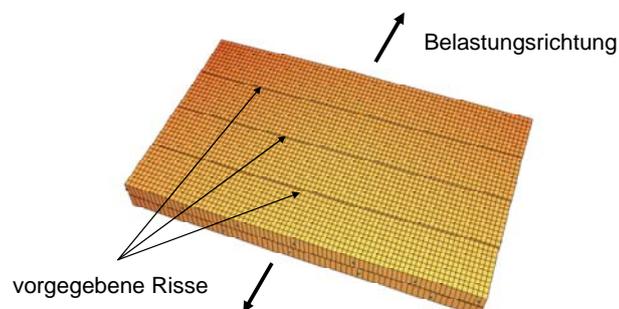


Bild 8-2: Generiertes FE-Modell

Für die vorliegende Problemstellung wurde auf die Methode der diskreten Risse zurückgegriffen (Bild 8-2), wobei mehrere Risse mit konstantem Rissabstand diskretisiert und die Stahlspannungen sowie die relativen Rissuferverschiebungen im mittleren Riss betrachtet wurden.

Die Last wurde am Bauteilrand über die Scheibenelemente eingeleitet und die Risse stets orthogonal zur Beanspruchungsrichtung in Form von Doppelknoten (Interfaces) vorgegeben.

Zur Erfassung der Verbundwirkung können an jedem Knoten der jeweiligen Bewehrungsrichtung nichtlineare Verbundfedern (Bond Link) zwischen den Stabelementen (Bewehrung) und Scheibenelementen (Beton) angeordnet werden (Bild 8-3).

In der Literatur existieren eine Vielzahl von nichtlinearen Verbundmodellen und rechnerischen Verbundbeziehungen. In diesem Forschungsprojekt wurden zur Verbundmodellierung die nichtlinearen Verbundbeziehungen von Noakowski [18] herangezogen, die auch eine Unterscheidung in gute und mittlere Verbundverhältnisse zulassen.

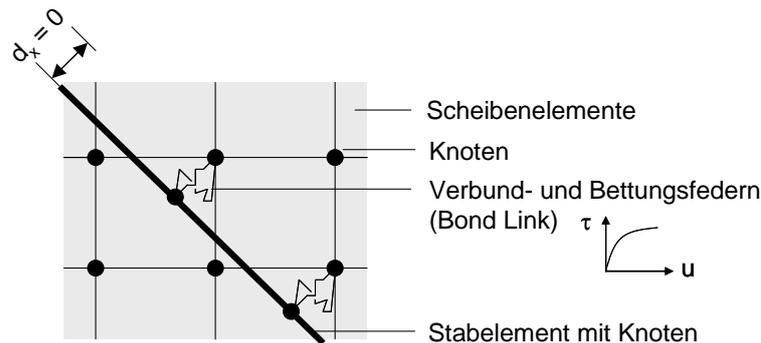


Bild 8-3: Verbundmodellierung

In dem verwendeten Scheibenmodell können auch Rissspannungs-Öffnungsbeziehungen oder Schubspannungs-Querverschiebungsbeziehungen (Bild 8-4) implementiert werden.

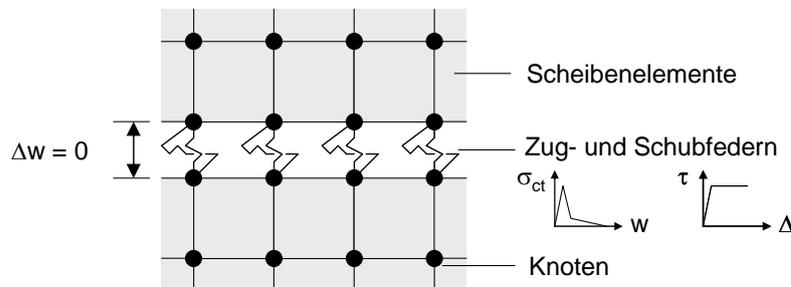


Bild 8-4: Rissmodellierung

Eine Rissspannungs-Öffnungsbeziehung hat nur bei sehr kleinen Rissbreiten $w < 0,1$ mm eine nennenswerte Auswirkung [7]. Da bei den Untersuchungen vorwiegend Rissbreiten in der Größenordnung zwischen 0,2 bis 0,4 mm zu betrachten waren, ist im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen auf eine Modellierung der Rissspannungs-Öffnungsbeziehung verzichtet worden.

Die Berücksichtigung einer Schubspannungs-Querverschiebungsbeziehung ist aufgrund der nur wenigen, vorhandenen Untersuchungen zu dieser Thematik mit einer gewissen Unsicherheit verbunden. Deshalb wurden bei den eigenen Untersuchungen Grenzwertbetrachtungen durchgeführt. Zum einen wurden eine vollkommene Schubstarrheit der Rissufer und zum anderen eine fehlende Schubbehinderung angesetzt. Mit diesen oberen und unteren Grenzmöglichkeiten wurden Sensitivitätsanalysen zum Einfluss einer Querverschiebung ausgeführt.

8.2 Validierung des numerischen Modells

Das numerische Modell wurde mit den Versuchsergebnissen von Peter [21] validiert.

Die Berechnungen erfolgten unter Zugrundelegung folgender Randbedingungen:

- Schubsteifigkeit = 0 bzw. Schubsteifigkeit = ∞
- Gute Verbundbedingungen nach Noakowski [17]
- Mittlerer Rissabstand gemäß Versuchsdokumentation
- Verbundfreie Vorlänge $1,5 d_s$ nach Kobarg [13]

Für die Nachrechnungen wurde der Versuch mit der größten Schiefwinkligkeit der Bewehrung „S 2r 40“ herangezogen. Die Überprüfung erfolgte zunächst anhand der Rissbreite. In Bild 8-5 ist eine Last-Rissbreitenbeziehung dargestellt. Die Übereinstimmung zwischen Versuch und Nachrechnung ist relativ gut. Der Einfluss der Schubsteifigkeit auf die Rissbreite ist rechnerisch gering.

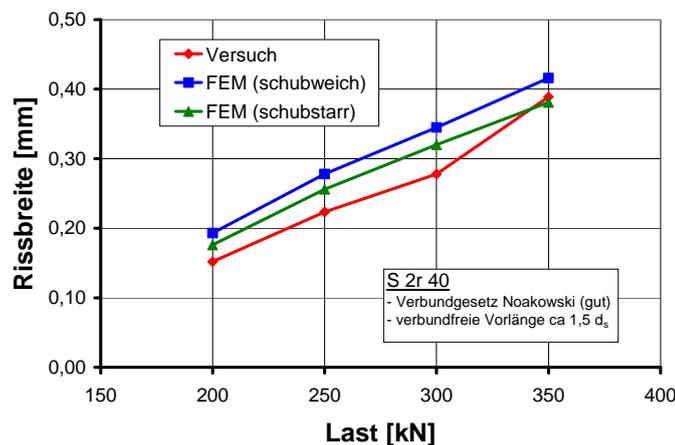


Bild 8-5: Last-Rissbreitenbeziehung im Versuch „S 2r 40“ und mit FE-Modell

Ein Vergleich der Stahlspannungen in x- und y-Richtung war nicht ohne weiteres möglich, da aus der Versuchsdokumentation nicht hervorging, ob die DMS im Riss oder zwischen den Rissen angeordnet waren. Zudem wurde an jedem Messpunkt lediglich ein DMS in einem Schlitz befestigt. Aus der Versuchsdokumentation geht auch nicht hervor, ob die DMS in der neutralen Faser angeordnet wurden oder evtl. lokal Biegedehnungen infolge Dübelwirkung mit gemessen wurden.

Dennoch ist in Bild 8-6 ein Vergleich der rechnerischen Stahlspannungen im Riss mit den Versuchswerten dargestellt und zeigt für die x-Richtung eine sehr gute Übereinstimmung. Dagegen weist die y-Richtung in der Berechnung höhere Stahlspannungen auf als die DMS Messung ergab. Ein Abgleich der durchgeführten Messungen zeigte, dass die Messungen mit DMS in y-Richtung geringere Werte als mit SDM aufwiesen. SDM geben das mittlere Verformungsverhalten des Bauteils über die entsprechende Messlänge wieder. Die Messlänge der SDM bei den Versuchen von Peter war größer als der mittlere Rissabstand. Von daher liegt die Vermutung nahe, dass die DMS Messung der y-Richtung zwischen zwei Rissen erfolgte und nicht im Riss.

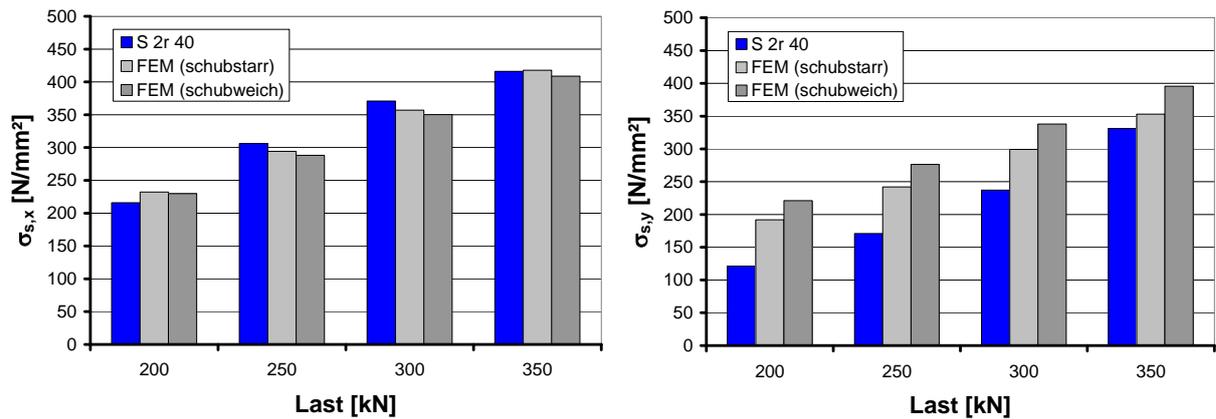


Bild 8-6: Stahlspannungen S 2r 40, x-Richtung (links) und y-Richtung (rechts)

Insgesamt lässt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den Versuchsergebnissen und den Ergebnissen der FE-Nachrechnungen feststellen. Mit dem verwendeten FE-Modell lassen sich somit der Stahlspannungsverlauf und die Rissbreiten im abgeschlossenen Rissbild bei schiefwinklig bewehrten, uniaxial beanspruchten Scheiben mit ausreichender Genauigkeit wiedergeben.

9 Verifikation des numerischen Modells und des Vorschlags zur Bestimmung der Rissabstände und Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung

9.1 Vergleich zwischen Ingenieurmodell und numerischen Modell zur Bestimmung der Stahlspannungen

Der Vergleich zwischen dem Ingenieurmodell aus Abschnitt 7.1 und dem numerischen Modell wurde vorrangig hinsichtlich der über den Riss übertragenen Kräfte durchgeführt (Bild 9-1). Die Auswertungen zeigten, dass die aus den Normalkräften gewonnenen Betonstahlspannungen des FE-Modells nicht ohne weiteres mit den Betonstahlspannungen des Ingenieurmodells verglichen werden konnten. Da im FE-Modell elastisch gebettete Stäbe modelliert wurden, können diese Stäbe neben Normalkräften auch Querkräfte und Biegemomente aufnehmen, so dass - zusätzlich zu den Normalspannungen - infolge der Rissuferverschiebungen quer und normal zum Riss Biegebeanspruchungen im Stab entstehen. Aufgrund dessen wurden keine absoluten Werte der Stahlspannungen, sondern bezogene Werte ($F_{\text{Riss},x;y\text{-Anteil}} / F_{\text{Last}}$) gegenübergestellt.

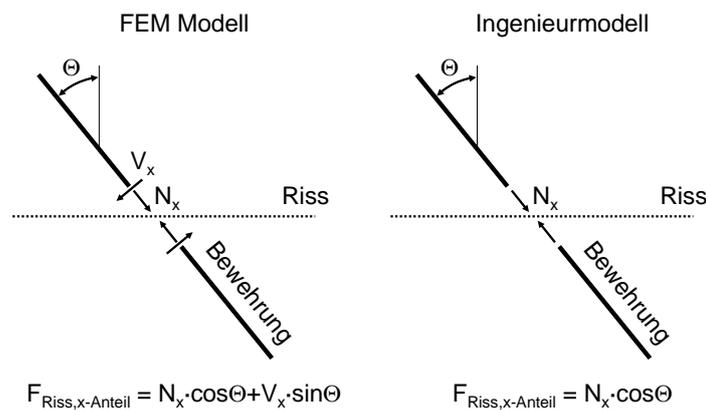


Bild 9-1: Bestimmung der über den Riss übertragenen Kräfte (x-Richtung)

Für die Berechnungen wurden die in Tabelle 1 aufgeführten Parameterkonstellationen gewählt. Dabei wurde bei allen Berechnungen vom konstanten Rissabstand ($s_r = 150 \text{ mm}$) und gleicher Betonfestigkeitsklasse ($f_c = 30 \text{ N/mm}^2$) ausgegangen. Variiert wurden der Winkel der Bewehrungen, der Bewehrungsgrad, das Verhältnis der Bewehrungsmengen (λ) und der Stabdurchmesser. Außerdem wurde eine Grenzwertbetrachtung unter Ansatz schubstarrer ($G = \infty$) und schubweicher ($G = 0$) Rissufer durchgeführt.

Tabelle 1: Untersuchte Parameterkonstellationen

Nr.	[-]	1	2	3	4	5	6	7
θ	[°]	20	30	30	30	30	40	40
$a_{s,x}$	[cm ² /m]	11,3	11,3	11,3	15,4	15,4	11,3	11,3
$a_{s,y}$	[cm ² /m]	11,3	11,3	11,3	5,0	5,0	11,3	11,3
λ	[-]	1	1	1	3	3	1	1
$d_{s,x}$	[mm]	12	12	12	14	14	12	12
$d_{s,y}$	[mm]	12	12	12	8	8	12	12
Schubsteifigkeit		∞	∞	0	∞	0	∞	0

In Bild 9-2 und Bild 9-3 ist ein Vergleich der beiden Modelle dargestellt. Tendenziell werden die von der Bewehrung in x-Richtung übertragenen Kräfte mit dem Ingenieurmodell größer ermittelt. Dagegen sind die mit dem FE-Modell übertragenen Kräfte der y-Richtung größer. Die Ab-

weichungen der bezogenen Werte der Bewehrung in x-Richtung betragen zwischen den Modellen bis zu 18% (Berechnung Nr. 3).

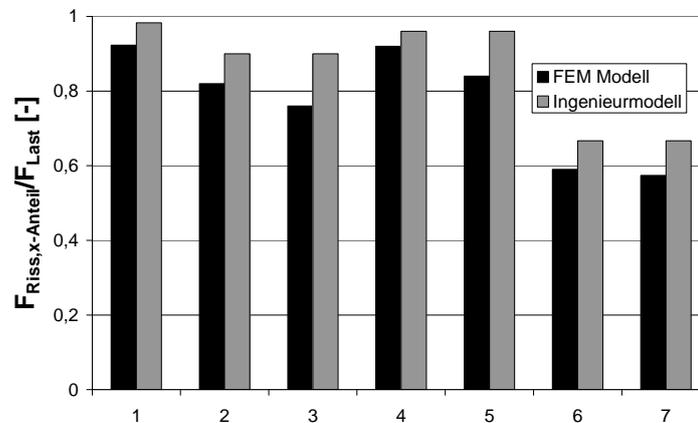


Bild 9-2: Bezogene über den Riss übertragene Kräfte der Bewehrung in x-Richtung

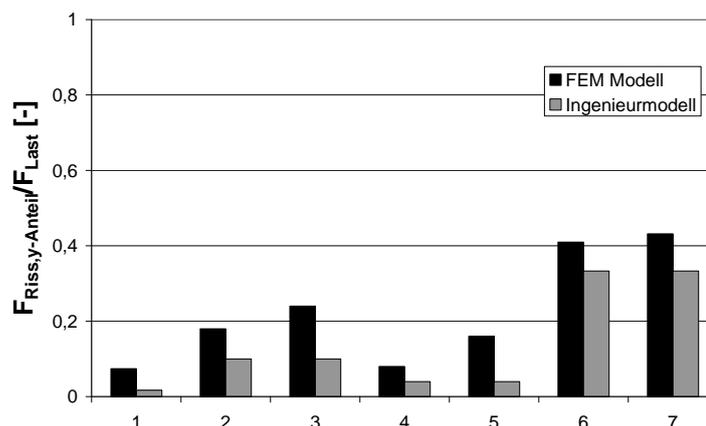


Bild 9-3: Bezogene über den Riss übertragene Kräfte der Bewehrung in y-Richtung

Der Vergleich der Berechnungsergebnisse mit und ohne Schubsteifigkeit (Parameterkonstellation Nr. 2 & 3, Nr. 4 & 5 und Nr. 6 & 7) in Bild 9-2 zeigt, dass die Auswirkungen eines schubstarrten bzw. schubweichen Rissufers auf das Rechenergebnis relativ gering sind. Da die Stahlspannungen von der Schubsteifigkeit kaum beeinflusst werden, ist davon auszugehen, dass unter Berücksichtigung der Ergebnisse in Abschnitt 8.2, die Schubsteifigkeit auch auf die Rissbreite keinen großen Einfluss ausübt.

Aufgrund der Validierung des FE-Modells in Abschnitt 8.2 und der in Bild 9-2 und 9-3 dargestellten, guten Übereinstimmung der Ergebnisse beider Modelle kann gefolgert werden, dass die Ermittlung der Stahlspannungen im Zustand II mit dem in Abschnitt 7.1 beschriebenen Ingenieurmodell realitätsnah erfolgen kann.

9.2 Vergleich des Vorschlags zur Bestimmung der Rissabstände und Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung anhand von Versuchsdaten

Der in Abschnitt 7 entwickelte Vorschlag zur Bestimmung der Rissabstände und Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung wurde mit den Versuchsergebnissen der Scheibenversuche von Peter und der Plattenversuche von Iványi & Lardi verglichen.

Scheibenversuche von Peter

Der rechnerische maximale Rissabstand nach Gl. (6) ist in Bild 9-4 für die verschiedenen Versuchskörper dargestellt. Unabhängig von der Schiefwinkligkeit der Bewehrung wird der Rissabstand für alle Laststufen konstant ermittelt. Darüber hinaus ist zu erkennen, dass mit zunehmender Schiefwinkligkeit der Bewehrung der rechnerische Rissabstand abnimmt.

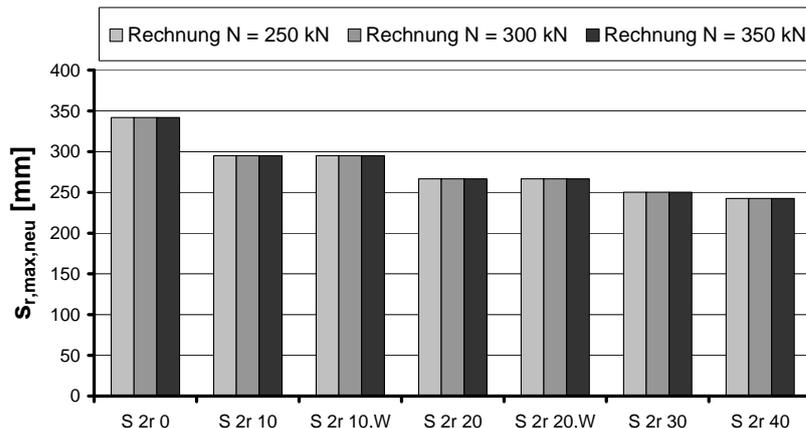


Bild 9-4: Rechnerischer maximaler Rissabstand nach Gl. (6)

Die Auswertung des bezogenen Rissabstandes in Bild 9-5 zeigt ein nahezu konstantes Verhältnis, wobei der Wertebereich laststufenabhängig zwischen etwa 1,5 („S 2r 10“) und 2,5 („S 2r 10,W“) liegt. Da für $s_{r,max,neu}$ in allen Berechnungen ein konstanter Wert ermittelt wurde, in den Versuchen aber z. B. bei „S 2r 10,W“ die Rissbildung bis zur letzten Laststufe andauerte (Bild 4-2), ergeben sich in Bild 9-5 für alle Versuchskörper, bis auf „S 2r 0“, laststufenabhängige bezogene Rissabstände. D. h., dass sich mit zunehmender Last geringere mittlere Rissabstände $s_{r,m}$ und damit größere Verhältnisse $s_{r,max,neu}/s_{r,m}$ einstellen.

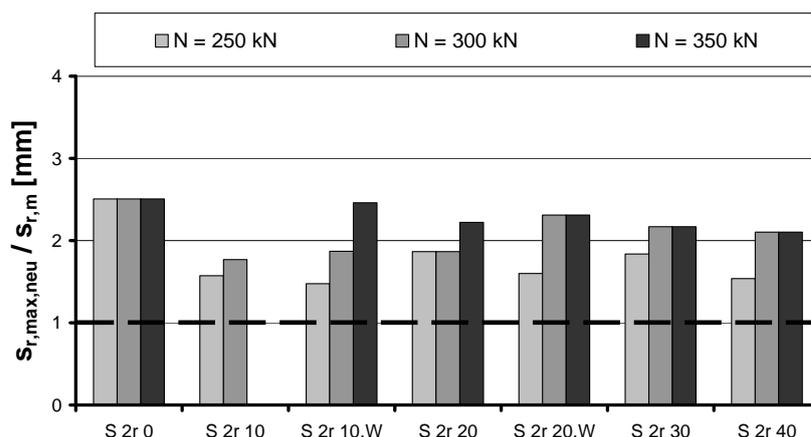


Bild 9-5: Bezogener Rissabstand (Rechenwerte nach Gl. (6) zu mittleren Versuchswerten)

Einen Vergleich der Versuchswerte mit den Rechenergebnissen nach Gl. (2) zeigt Bild 9-6 für die Rissmesslinie 1. Im Bereich der Gebrauchstauglichkeit ($w \leq 0,4\text{mm}$) liegen die rechnerisch ermittelten Werte nahezu alle oberhalb der Winkelhalbierenden und damit auf der sicheren Seite.

Die in der Anlage A6 enthaltenen Messlinien Nr. 2 und 3 sowie die mittlere maximale Rissbreite aller Messlinien zeigen ein ähnliches Ergebnis.

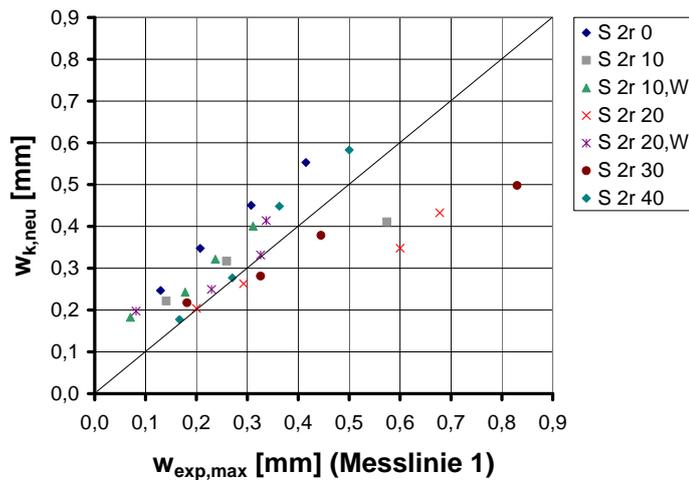


Bild 9-6: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten nach Gl. (2) mit Versuchsergebnissen

Plattenversuche von Iványi & Lardi

Der rechnerische maximale Rissabstand nach Gl. (6) ist in Bild 9-7 für die verschiedenen Versuchskörper dargestellt.

Für die Platten ohne Winkelabweichung (P1, P6 und P10) ergeben sich mit dem neuen Vorschlag die gleichen Ergebnisse wie nach dem Ansatz der DIN 1045-1.

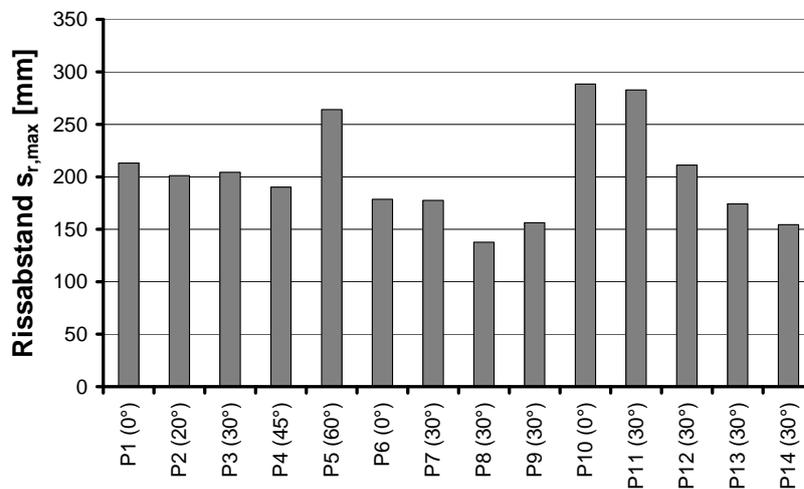


Bild 9-7: Rechnerischer maximaler Rissabstand nach Gl. (6)

Ein Vergleich des bezogenen Rissabstandes (maximaler rechnerischer Rissabstandes zu Versuchsmittelwerten) in Bild 9-8 zeigt, dass der bezogene Rissabstand relativ konstant zwischen 1,6 (P8) und 2,6 (P10) liegt.

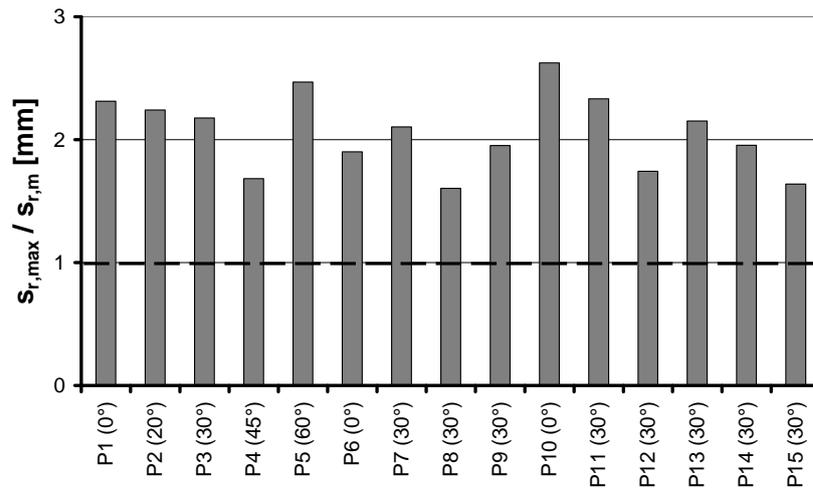


Bild 9-8: Bezogener Rissabstand (Rechenwerte nach Gl. (6) zu mittleren Versuchswerten)

Die rechnerisch ermittelten Werte der Rissbreiten in Bild 9-9 liegen im Vergleich zu den Versuchswerten zum Teil auf der unsicheren Seite. Es war im Rahmen der Untersuchungen nicht möglich, den Ergebnissen ein bestimmtes Muster in Abhängigkeit einer Einflussvariable (z. B. Schiefwinkligkeit, Durchmesser etc.) zuzuordnen.

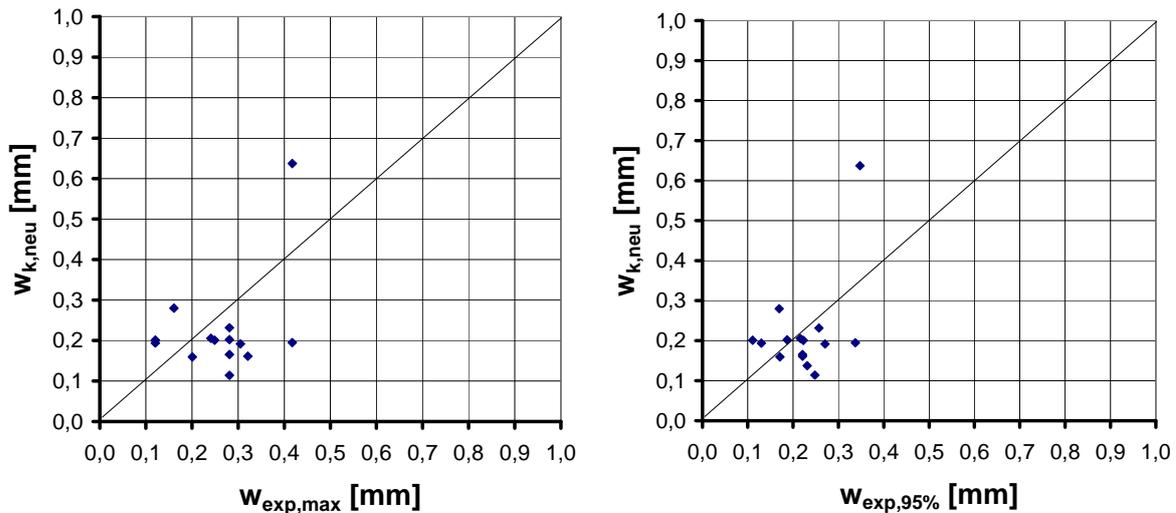


Bild 9-9: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten nach Gl. (2) mit Versuchsergebnissen, Absolutwerte (links) und 95%-Quantilwerte (rechts)

9.3 Wertung des Vorschlags zur Bestimmung der Rissabstände und Rissbreite bei schiefwinkliger Bewehrung

Der neue Vorschlag zur Ermittlung der Stahlspannungen, Rissabstände und Rissbreiten bei schiefwinklig bewehrten und einaxial beanspruchten (Einfachrissbildung) Bauteilen baut auf konsistenten, modelltheoretischen Überlegungen auf und wird durch weitergehende FE-Berechnungen gestützt.

Der derzeitig experimentell abgesicherte Bereich beschränkt sich auf Bauteile mit einer Hauptzugrichtung bzw. auf zwei Hauptzugrichtungen, wenn mindestens eine nicht die Risschnitt-

größe übersteigt. Diese Einschränkung ist notwendig, da experimentelle Untersuchungen zum Riss- und Verbundverhalten von biaxial beanspruchten Bauteilen mit schiefwinkliger Bewehrung bislang fehlen.

Wertung unter Bezugnahme auf Scheibenversuche (Peter)

Die guten Übereinstimmungen in Bild 9-5 und Bild 9-6 bzw. im direkten Vergleich der Verfahren in Bild 9-10 und Bild 9-11 belegen, dass der entwickelte Ansatz zur Berechnung der Rissbreiten für einaxial beanspruchte, schiefwinklig bewehrte Scheiben zufriedenstellende Lösungen liefert. Sowohl der Rissabstand als auch die Rissbreiten werden unter Berücksichtigung der Streuungen bei der Rissbreitenermittlung ausreichend genau ermittelt.

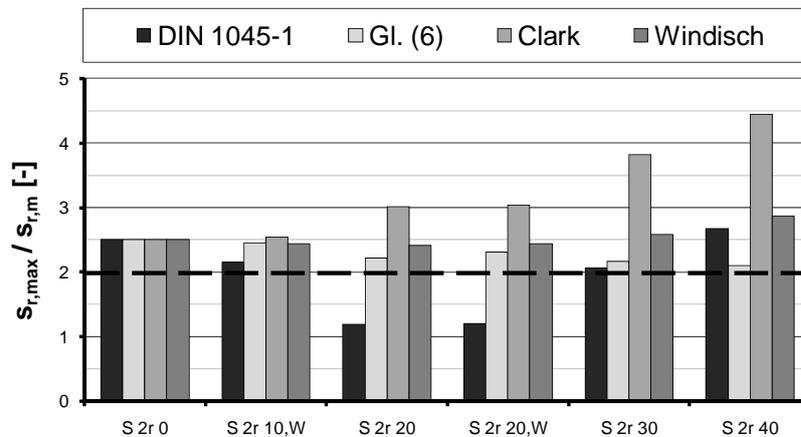


Bild 9-10: Vergleich der bezogenen Rissabstände mit Versuchen von Peter, N=350 kN

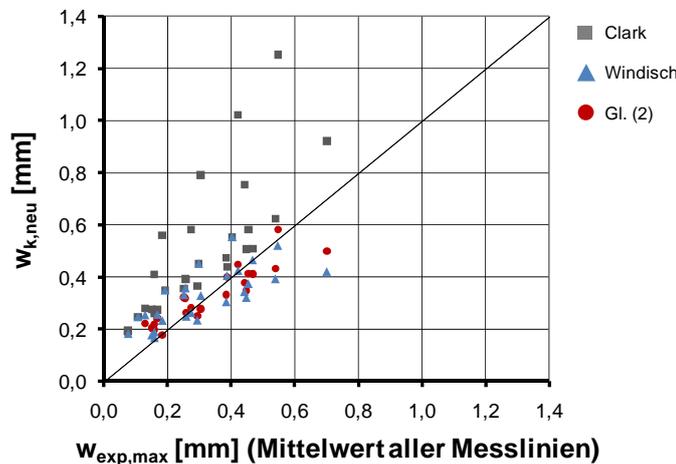


Bild 9-11: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten mit Versuchen von Peter

Wertung unter Bezugnahme auf Plattenversuche (Iványi & Lardi)

Der entwickelte Ansatz beschreibt den Rissabstand (Bild 9-8) in Abhängigkeit der Schiefwinkligkeit und konstruktiven Durchbildung ausreichend genau.

Im Hinblick auf die Rissbreiten (Bild 9-9) ergeben sich mit dem neuen Vorschlag Unterschiede zwischen Modell und Versuchen. Die Abweichungen sind zum Teil in der Streuung der Versuchsergebnisse begründet. Außerdem liegen den Vergleichsberechnungen nur Einzelwerte der jeweiligen Prüfkörper zugrunde, so dass die vollständige Rissbreitenentwicklung über

mehrere Laststufen hinweg nicht betrachtet werden konnte. Weiterhin ist die Interpretation von Rissbreiten in Plattenversuchen mit Nebeneffekten, wie z. B. die in Abschnitt 5 angesprochenen Rissaufweitung und die Beteiligung der Betondruckkraft beim Rissprozess, verbunden. Somit ist eine Übertragung des für zugbeanspruchte Scheiben entwickelten Rissmodells auf dünne Plattenquerschnitte nicht ohne weiteres möglich.

Ein direkter Vergleich aller geprüften Verfahren ist für die Rissabstände in Bild 9-12 und für die Rissbreiten in Bild 9-13 enthalten.

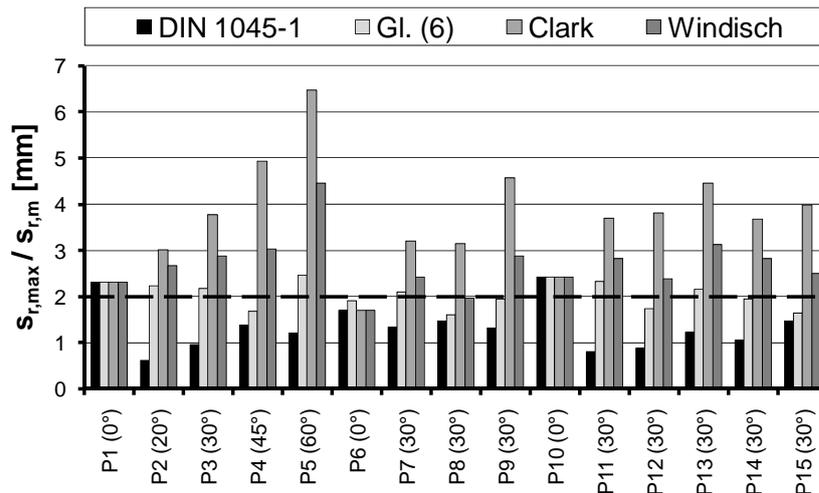


Bild 9-12: Vergleich der bezogenen Rissabstände mit Versuchen von Iványi & Lardi

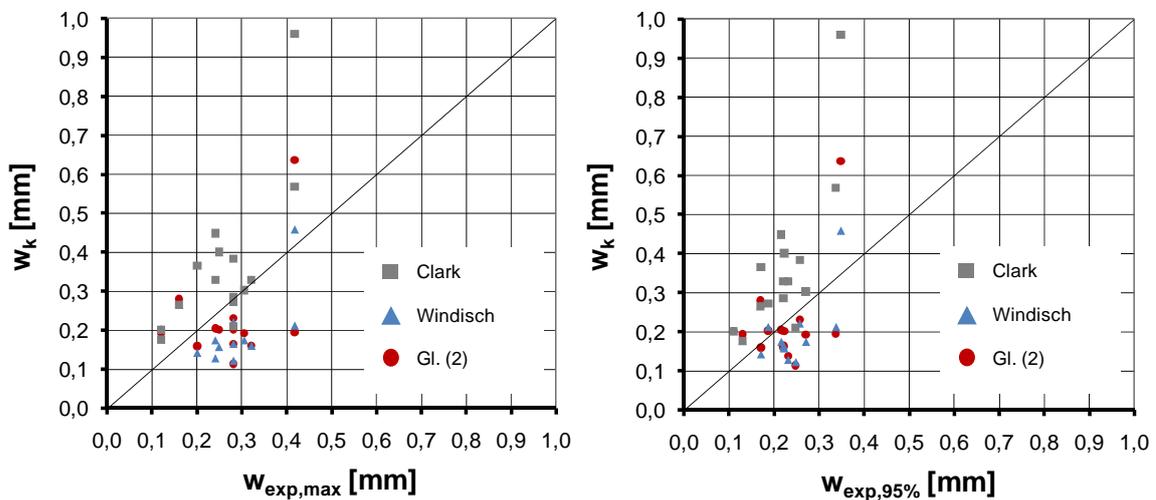


Bild 9-13: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten mit Versuchen von Iványi & Lardi, Absolutwerte (links) und 95%-Quantilwerte (rechts)

10 Zusammenfassung

Im Rahmen des vom Deutschen Institut für Bautechnik (DIBt) in Auftrag gegebenen Forschungsvorhabens „Begrenzung der Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung“ wurden folgende Punkte bearbeitet:

1. In Abschnitt 2 wurden vorhandene Versuche gesichtet und eine Datenbank (Anlage A) erstellt. Dabei sind zwei Versuchsreihen für einen Abgleich mit theoretischen Ansätzen als geeignet befunden und im Weiteren verwendet worden.
2. Die vorhandenen Versuche sind hinsichtlich der Rissneigung, der Rissabstände und der Rissbreiten ausgewertet und die Daten für einen Vergleich mit theoretischen Ansätzen aufbereitet worden.
3. Auf Grundlage einer Literaturstudie wurden in Abschnitt 3 Berechnungsverfahren zur Ermittlung von Rissabständen und Rissbreiten gesichtet. Neben dem Ansatz nach DIN 1045-1 wurden zwei weitere dieser Berechnungsverfahren für eine Gegenüberstellung mit Versuchsergebnissen verwendet.
4. Aufgrund der Diskrepanzen zwischen Versuchs- und Rechenwerten in den Abschnitten 4 und 5, wurden in Abschnitt 7 ein Ingenieurmodell zur Bestimmung der Stahlspannungen sowie ein eigener, auf den Zusammenhängen der DIN 1045-1 basierender Vorschlag zur Ermittlung der Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung entwickelt.
5. In Abschnitt 8 wurden der grundsätzliche Aufbau des FE-Modells erläutert und das FE-Modell anhand von Versuchswerten validiert.
6. Das in Abschnitt 7 vorgestellte Ingenieurmodell wurde in Abschnitt 9 durch weitergehende Berechnungen mit dem FE-Modell abgeglichen.
7. In Abschnitt 9 führte der Vergleich zwischen neuem Vorschlag zur Berechnung der Rissbreiten und Scheibenversuchen zu befriedigenden Ergebnissen. Der Vergleich mit Plattenversuchen zeigte, dass weitergehende Überlegungen erforderlich sind. Eine Überprüfung bei zweiachsialer Beanspruchung konnte aufgrund fehlender Daten nicht erfolgen.
8. Um die praxisgerechte Handhabung des neuen Vorschlags zu demonstrieren, wurde in Anlage B ein einfaches Beispiel konzipiert und der Rechenweg des entwickelten Berechnungsvorschlags beim Nachweis der Rissbreite mit schiefwinkliger Bewehrung aufgezeigt.

11 Offene Fragestellungen und Fortschreibung des Vorhabens

Im Rahmen der Literaturstudie konnten für die vorliegende Problemstellung nur zwei geeignete Versuchsreihen gesichtet werden. Die Auswertung der gesichteten Versuche und die Interpretation der dokumentierten Versuchsdaten gestaltete sich aufgrund der Streuungen bei den Materialkenngrößen und teilweise unklaren Randbedingungen bei der Versuchsdurchführung zum Teil schwierig, wofür u. A. folgende Gründe aufgeführt werden:

- Verwendung von konstruktiven Randstäben (Peter) die, je nach Prüfkörperkonfiguration, relativ früh die Fließspannung erreichten, woraus eine unklare Kraftaufteilung in die jeweiligen Bewehrungsrichtungen resultierte sowie
- fehlende bzw. ungenügende Angaben (Lardi/Peter) zu den Baustoffeigenschaften, Rissbreiten, Rissabständen und der Lage der DMS-Messpunkte.

Es wird daher angeregt, im Anschluss an das Forschungsvorhaben oder als Fortführung zusätzliche experimentelle Untersuchungen durchzuführen, um

- den neu entwickelten rechnerischen Ansatz zur Bestimmung der Rissabstände und Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung im Hinblick auf die Vorhersagegenauigkeit weiter zu entwickeln und
- für die Umsetzung in die Praxis statistisch besser absichern zu können.

In diesem Rahmen wird auch dringend empfohlen, die bei zwei Hauptzugrichtungen vorliegenden Verhältnisse durch experimentelle Untersuchungen zu verifizieren, da

- die hierbei auftretenden Effekte (Zweifachrissbildung) bislang wenig erforscht und
- die Auswirkungen auf den Verbund und damit die Rissbreiten nahezu unbekannt sind.

Die Diskrepanz bei der Ermittlung der Rissbreiten für dünne Platten erfordert eine weitergehende Analyse, die in dem vorliegenden Forschungsbericht nicht im Detail berücksichtigt werden konnte und in weiteren Untersuchungen erfasst werden muss.

12 Literatur

- [1] Clark, L. A. (1973): Flexural cracking in slab bridges. Cement and Concrete Association. London. (Technical Report 42.479).
- [2] CEB-FIP Model Code 90, 1991: Bulletin d' Information.
- [3] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (2003): Erläuterungen zu DIN 1045-1. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 525).
- [4] DIN EN 1992-1-1, Oktober 2005: Eurocode 2 - Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [5] DIN EN 1992-1-1/NA, September 2008: Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2 - Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [6] DIN 1045-1, August 2008: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion.
- [7] Duda, H. (1991): Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 419).
- [8] Dulácska, H. (1972): Dowel action of reinforcement crossing cracks in concrete. In: ACI Journal, S. 754–757.
- [9] Dörr, K. (1980): Ein Beitrag zur Berechnung von Stahlbetonscheiben unter besonderer Berücksichtigung des Verbundverhaltens. Dissertation. TH Damstadt.
- [10] Ebener, F. (1963): Über den Einfluss der Richtungsabweichung der Bewehrung von der Hauptspannungsrichtung auf das Tragverhalten von Stahlbetonplatten. Dissertation. TH Karlsruhe.
- [11] Hars, E. (2006): Zum Querkraftverhalten von Stahl- und Spannbetonbalken aus Normal- und Hochleistungsbeton. Dissertation. TU Hamburg-Harburg.
- [12] Iványi, G.; Lardi, R. (1982): Trag- und Verformungsverhalten von netzbewehrten Stahlbetonplatten. Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen. Universität Essen Gesamthochschule.
- [13] Kobarg, J. (1986): Ein inkrementelles Stahlbetonverbundgesetz unter Berücksichtigung von Stahldehnung und Querdruck: VDI-Verlag (Reihe 4: Bauingenieurwesen, Nr. 76).
- [14] Kollegger, J.; Mehlhorn, G. (1988): Biaxiale Zug-Druckversuche an Stahlbetonscheiben, Abschlussbericht DFG-Forschungsvorhaben Me 464/29. Gesamthochschule Kassel.
- [15] Lardi, R. (1985): Zur Bemessung von Flächentragwerken aus Stahlbeton mit Netzbewehrung beliebiger Orientierung. Dissertation. Essen. Universität Essen Gesamthochschule, Fachbereich Bauwesen.
- [16] Lenschow, R.; Sozen, M. (1966): A yield criterion for reinforced concrete under biaxial moment and forces. University of Illinois.

- [17] Mattock, A. H. (1974): Shear transfer in concrete having reinforcement at an angle to the shear plane. In: ACI SP 42-2.
- [18] Noakowski, P. (1978): Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung infolge Temperatur. Berlin: Beuth (DAfStb, Heft 296).
- [19] Noh, S. Y. (2001): Beitrag zur numerischen Analyse der Schädigungsmechanismen von Naturzugkühltürmen. Dissertation. RWTH Aachen.
- [20] Paulay, T.; Park, R.; Phillips, M. H. (1974): Horizontal construction joints in cast in place reinforced concrete. Detroit (Paper 41-47, S. 599-616, ACI Special Publication SP 42 - Shear in reinforced concrete).
- [21] Peter, J. (1964): Zur Bewehrung von Scheiben und Schalen für Hauptspannungen schiefwinklig zur Bewehrungsrichtung. Dissertation. TH Stuttgart.
- [22] Purainer, R. (2005): Last- und Verformungsverhalten von Stahlbetonflächentragwerken unter zweiaxialer Zugbeanspruchung. Dissertation. München. Universität der Bundeswehr, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen.
- [23] Rabich, R. (1957): Die Schnittkräfte in Kreiszyklindrischen Schalenträgern aus Stahlbeton (Proceedings of the Symposium on Concrete Shell Roof Construction).
- [24] Röder, F. (1974): Versuchsergebnisse zum Kraftverlauf in schräg zum Riss angeordneten Bewehrungsstäben. TH Darmstadt. (Forschungsbericht Nr. 23).
- [25] Rüdiger, L. (2009): Zum Tragverhalten von Stahlbetonplatten unter Berücksichtigung der Steifigkeitsänderung im gerissenen Zustand. Dissertation. München. Universität der Bundeswehr.
- [26] Schäfer, H. (1976): Zur Berechnung von Stahlbetonplatten. Dissertation. TH Darmstadt.
- [27] Vecchio, F. J.; Collins, M. P. (1986): The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. In: ACI Journal, S. 219–231.
- [28] Walraven, J. (1980): Aggregate Interlock; A theoretical and experimental analysis. Dissertation. Delft. University.
- [29] Windisch, A. (1993): Der Wirkungsgrad eines schräg zum Riss angeordneten Bewehrungsstabes. In: Bauingenieur, Jg. 68, S. 175–181.
- [30] Windisch, A. (2000): On the design of two-way reinforcements in R/C. Scuola di specializzazione in Costruzioni in C.A. Fratelli Pesenti. Politecnico di Milano, Italia. (Studi e ricerche, Vol. 21).

13 Unterschriften



Univ.-Prof. Dr.-Ing. Martin Empelmann



Dr.-Ing. Volker Henke



Dipl.-Ing. Waldemar Krakowski

ANLAGEN

Anlage A1: Übersicht von Versuchen an Bauteilen mit schiefwinkliger Bewehrung

Autor	Jahr	Anzahl Prüfkörper (auch Nullversuche)	Belastung	Bewehrung	Verwertbarkeit	Verwertung hinsichtlich	Kommentar
Scheiben							
Rabich	1957	2	einaxial	flächig, orthogonal	nein	-	glatter Stahl
Peter	1964	9	einaxial	flächig, orthogonal	ja	Rissbild, Rissbreite, Rissabstand	2 Versuche ungenügend dokumentiert, sonst verwertbar
Röder	1974	26	einaxial	Einzelstab, einbändig	zum Teil	Rissbild, Rissbreite	zum Teil Spaltbildung, nur Rissbreite (zwei Versuche wiederholt)
Kollegger & Mehlhorn	1988	12	zweiachsig	flächig, orthogonal	nein	-	Fokus auf Tragfähigkeit unter Querdruck, keine Dok. der Rissbreiten etc.
Summe		49					
Platten							
Ebener	1963	22	einaxial / zweiachsig	flächig, orthogonal	zum Teil	Rissbild	größtenteils glatter Stahl, keine ausreichende Dokumentation
Lenschow & Sozen	1966	22	einaxial / radial	flächig, orthogonal	zum Teil	Rissbild	keine Dokumentation der Rissbreite etc.
Clark	1972	13	einaxial	flächig, orthogonal	zum Teil	Rissbild	Versuche im Modellmaßstab, schiefwinkliger und Rechteckplatten
Ivanyi & Lardi	1982	15	einaxial	flächig, orthogonal	ja	Rissbild, Rissbreite, Rissabstand	Ausreichend dokumentiert, Schweißbeanspruchung
Rüdiger	2009	15	zweiachsig	flächig, orthogonal	zum Teil	Rissbild, Rissabstand	keine Dokumentation der Rissbreiten
Jäger & Marti	2009	2	einaxial	flächig, orthogonal	nein	-	Fokus auf Querkrafttragfähigkeit, kein Dokumentation der Rissbreite etc.
Summe		89					
Summe gesamt Bauteile		138					

Versuche zum lokalen Tragverhalten

Autor	Jahr	Anzahl Prüfkörper (auch Nullversuche)	Belastung	Bewehrung	Neigung	Verwertung hinsichtlich	Kommentar
Dulacska	1972	16	Schub	parallel	ja	Dübelwirkung	Erste Untersuchungen dieser Art, Metallfolie zur Trennung der Rissufer
Maitok	1974	23	Schub	orthogonal, parallel	ja	Dübelwirkung, Rissverzahnung	Versuchstechnische Trennung von Dübelwirkung und Rissverzahnung
Paulay & Park & Phillips	1974	36	Schub	parallel	nein	Dübelwirkung, Rissverzahnung	Stiefgileisproblem externer Gewindestangen
Maravari	1980	32	Schub, normal	keine, parallel	ja	Dübelwirkung, Rissverzahnung	Fokus auf Verstärkung (Albeton - Neubeton) von Bauteilen
Bas & Carrasvillo & Jirsa	1985	33	Schub	parallel	nein	Dübelwirkung, Rissverzahnung	Neigung der Resultierenden
Nissen	1987	43	Schub, normal	keine	nein	Rissverzahnung	
Summe		188					

Sonstige Versuche

Autor	Jahr	Anzahl Prüfkörper (auch Nullversuche)	Belastung	Bewehrung	Prüfkörper	Verwertung hinsichtlich	Kommentar
Puraiter & Keuser	2006	18	zweiachsig	flächig, orthogonal	Scheiben	Rissbild, Rissbreite, Rissabstand	Bewehrung in Beanspruchungsrichtung

Anlage A2: Versuche an Bauteilen mit schiefwinkliger Bewehrung

A2.1 Versuche von Rabich

Rabich [23] untersuchte experimentell den Einfluss der Bewehrungsneigung im einaxialen Zugversuch. Dabei verwendete er Scheiben mit orthogonaler Bewehrung und $d_s = 10$ mm bzw. $d_s = 16$ mm. Vorrangiges Interesse galt dem Verformungsverhalten. Aufgrund der im Versuch verwendeten glatten Stäbe ist ein Vergleich mit heutigen Rissbreitenansätzen nicht möglich.

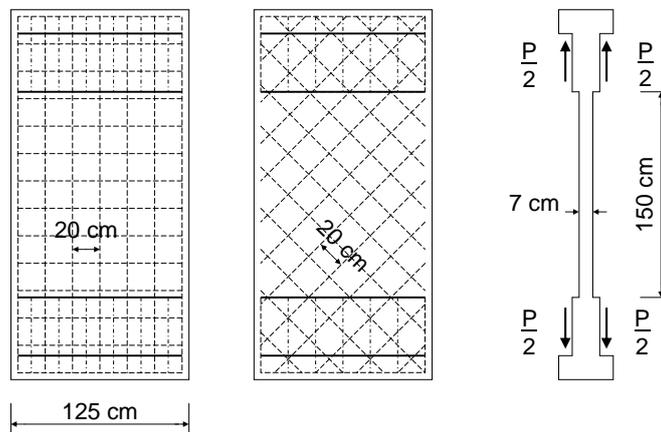


Bild A-1: Prüfkörper nach Rabich [23]

A2.2 Versuche von Peter

Peter [21] führte einaxiale Zugversuche an Scheiben durch (Bild A-2). Ziel der Untersuchungen war die Wirkungsweise schiefwinkliger Bewehrung und die Erarbeitung von verbesserten Bemessungsmethoden in Bezug auf das Tragverhalten im ULS. Es wurden zwei Serien mit insgesamt 9 Versuchen durchgeführt.

In der ersten Serie mit sieben Prüfkörpern wurden Versuche mit gleichen Stabquerschnitten und -abständen in orthogonaler Anordnung untersucht. Es wurden fünf Versuche unter Variation der Neigung der Bewehrung zur Hauptzugrichtung von 0° bis 40° durchgeführt. Zwei Versuche wurden geringfügig modifiziert wiederholt (10° und 20°).

In einer zweiten Serie wurden zwei Versuche mit einem stark unterschiedlichen Bewehrungsverhältnis ($\lambda = a_{s,x} / a_{s,y} = 5$ bzw. $\lambda = 2$) durchgeführt. Die Winkelabweichung betrug 20° und 30° von der Hauptzugrichtung.

Wesentliche Versuchsparameter:

- Versuchskörper: quadratische Form 160 x 160 cm, Dicke 8 cm (Bild A-2)
- Bewehrung: BSt III b (Rippentorsteel)
- Orthogonale Bewehrung ersten Serie: d_s 8 – 10 cm (x- und y-Richtung)
- Orthogonale Bewehrung zweiten Serie: d_s 8 – 10 cm (x-Richtung) und d_s 6 – 28 cm (y-Richtung) bzw. d_s 8 – 10 cm (x-Richtung) und d_s 8 – 20 cm (y-Richtung)
- Variation der Winkelabweichung: 0° bis 40°

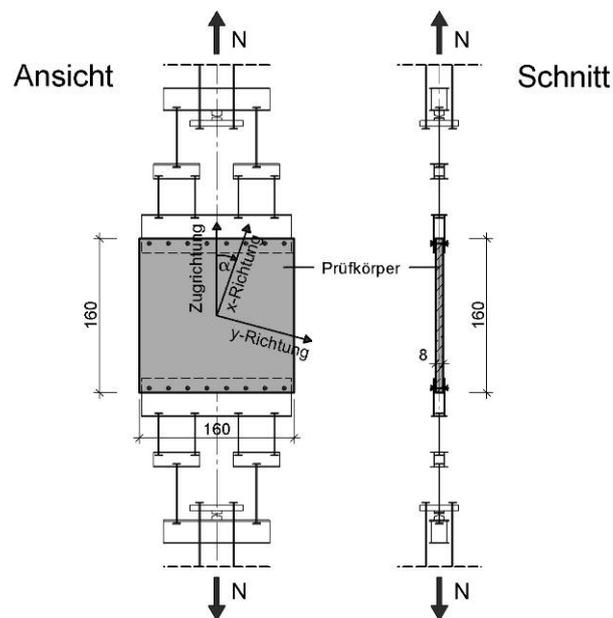


Bild A-2: Prinzipieller Versuchsaufbau nach Peter [21]

Die Versuchsergebnisse enthalten Angaben zu den Risschnittgrößen, der Anzahl der Risse, den mittleren und maximalen Rissbreiten, den Dehnungen des Stahls zu jeder Laststufe sowie Prüfwerte der Baustoffeigenschaften. Sämtliche Messergebnisse sind sehr ausführlich dokumentiert. Einzelwerte bzw. Quantilwerte der Rissbreiten wurden nicht angegeben. Die eingelegten Randstäbe erschweren jedoch die Ergebnisinterpretation. Die Versuche der ersten Serie eignen sich dennoch für Vergleichsbetrachtungen.

A2.3 Versuche von Kolleger & Mehlhorn

Kolleger und Mehlhorn [14] führten Zugversuche an Scheiben durch. Ziel der Versuche war die Untersuchung des Tragverhaltens von Beton unter dem Einfluss von Querdruck bzw. Querzug in der Ebene. Rissabstands- und Rissbreitenmessungen wurden nicht durchgeführt, weshalb diese Versuchsreihen nicht für Auswertungen herangezogen werden können.

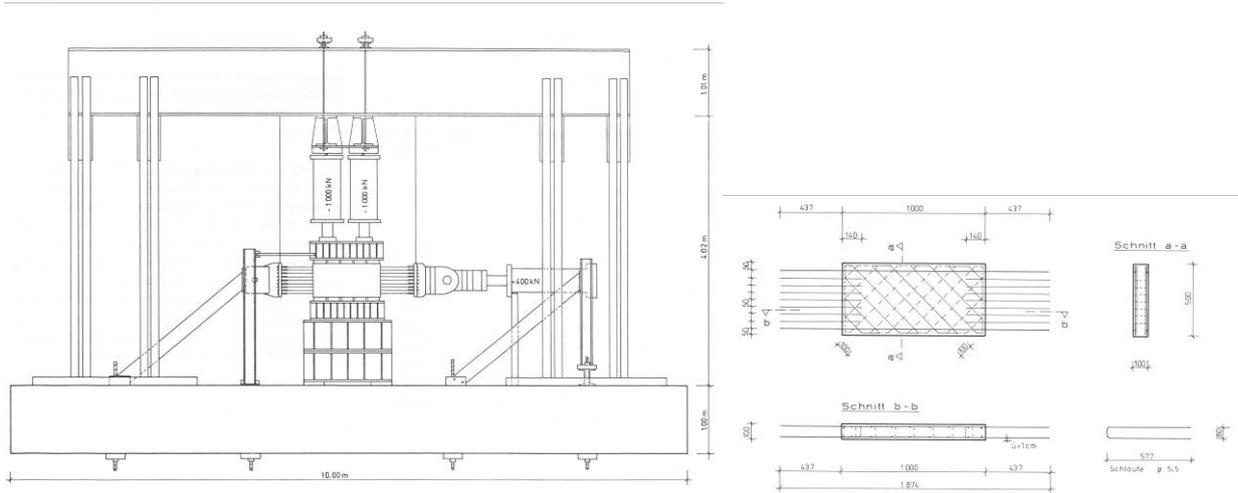


Bild A-3: Versuchsaufbau (links) und Bewehrung (rechts) nach Kolleger & Mehlhorn [14]

A2.4 Versuche von Röder

Der Versuchsaufbau von Röder [24] bestand aus einer Scheibe, die seitlich durch Pressen fixiert wurde, so dass nur eine Verschiebung normal zum Riss möglich war (Bild A-4, links).

Die Scheiben wurden im Bereich der verengt ausgebildeten Sollrissstelle mit zwei parallelen Bewehrungsstäben bewehrt (Bild A-4, rechts).

In insgesamt 26 Versuchen veränderte Röder den Winkel der Bewehrung und variierte zudem den Bewehrungsdurchmesser.

Wesentliche Versuchsparameter:

- Versuchskörper: rechteckige Form 100 x 50 cm, Dicke 15 cm (Bild A-4)
- Bewehrung: BSt III b (Rippentorsteel), $d_s = 10$ mm bzw. $d_s = 16$ mm
- Variation der Winkelabweichung: 0° , 30° und 45°

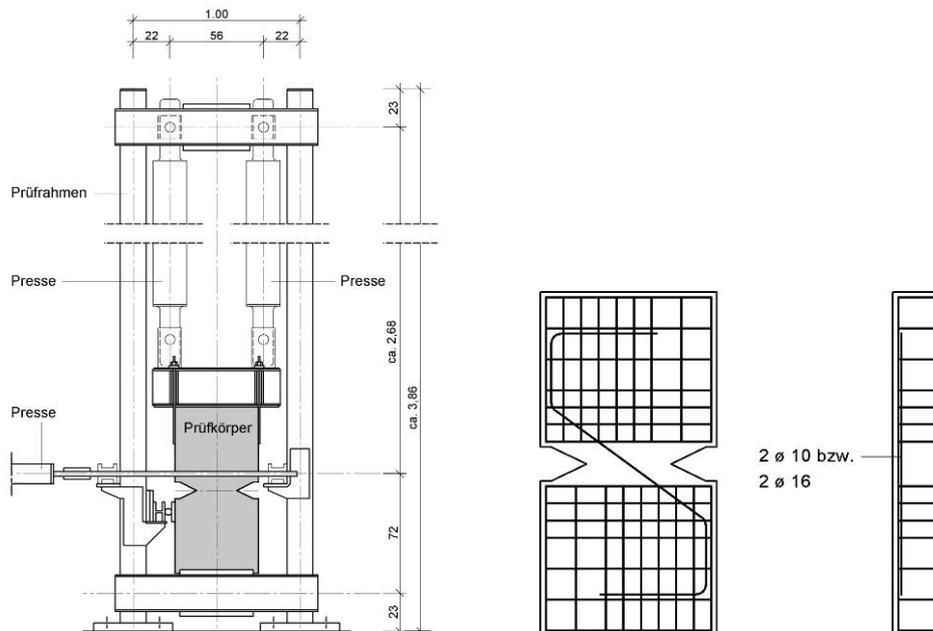


Bild A-4: Versuchsaufbau (links) und Bewehrung (rechts) nach Röder [24]

Durch eine langsam zunehmende Zugkraft wurde in dem verengtem Querschnitt ein Riss erzeugt. Anschließend wurde der Versuchskörper wieder entlastet und dann der eigentliche Versuch durchgeführt.

Die Ergebnisse der Untersuchungen wurden in Kraft-Weg-Diagrammen zusammengefasst. Eine Messung der Rissbreiten wurde bei der letzten Laststufe kurz vor Erreichen der Streckgrenze durchgeführt.

Die Prüfkörper von Röder eignen sich nur eingeschränkt für Vergleichsbetrachtungen. Zum einen sind aufgrund der messtechnischen Einrichtung abschnittsweise Querschnittschwächungen von bis zu 26% der Ausgangsfläche im Betonstahl vorhanden. Zum anderen ist zu beachten, dass aufgrund von Spaltrissbildung der Großteil der Ergebnisse nicht zum Abgleich mit bestehenden Rissbreitenansätzen, die vom ungeschwächten Verbund ausgehen, herangezogen werden kann.

A2.5 Versuche von Purainer

Purainer [22] untersuchte u. a. das Trag- und Verformungsverhalten von Scheiben unter zwei-axialer Beanspruchung. Die Bewehrung war jedoch in Wirkungsrichtung der Hauptzugkräfte eingelegt. Deshalb sind diese Versuchreihen für die vorliegende Fragestellung nicht geeignet.

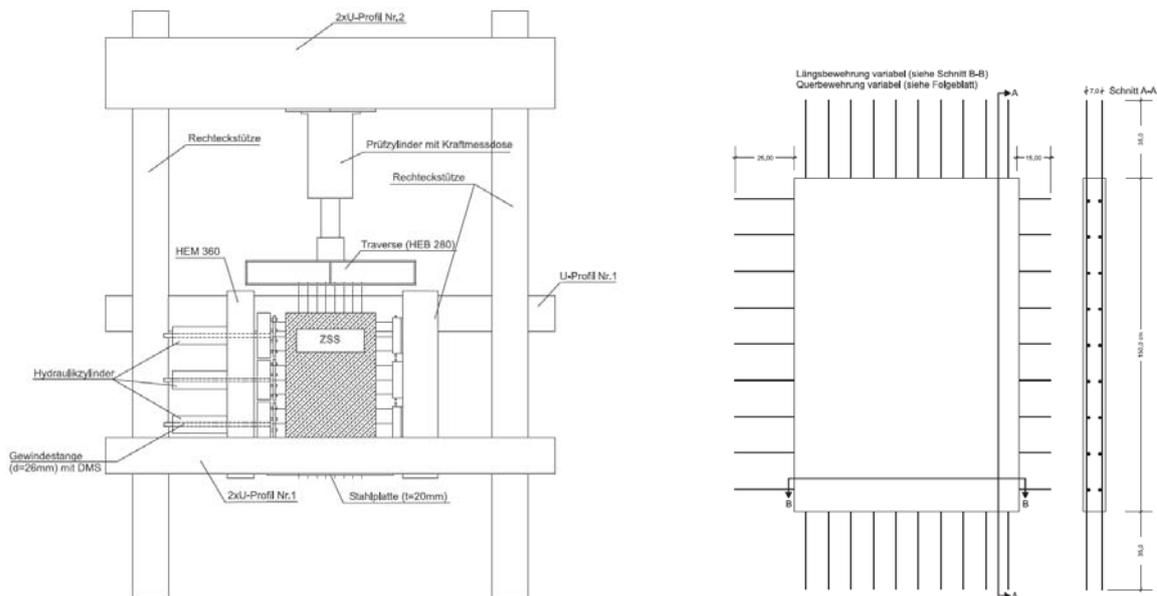


Bild A-5: Versuchsaufbau (links) und Bewehrung (rechts) nach Purainer [22]

A2.6 Versuche von Ebner

Ebner [10] hat aufbauend auf vier Vorversuchen an Platten achtzehn weitere Plattenversuche durchgeführt. Ziel der Untersuchungen war, ein verbessertes Bemessungsmodell für schiefwinklige Bewehrungsnetze im ULS zu entwickeln.

Die Prüfkörper der Vorversuche unterschieden sich sowohl geometrisch als auch von der Beanspruchungsart her von denen der weiteren Versuche, siehe Bild A-6 und Bild A-7.

Wesentliche Versuchsparameter:

- Versuchskörper der Vorversuche: quadratische Form mit 150 cm Kantenlänge, Plattendicke 12 cm (Bild A-6)
- Bewehrung: BSt I (glatt)
- Orthogonale Bewehrung: $d_s = 12$ mm, $e = 12$ cm
- Variation der Winkelabweichung: 0° bis 45°

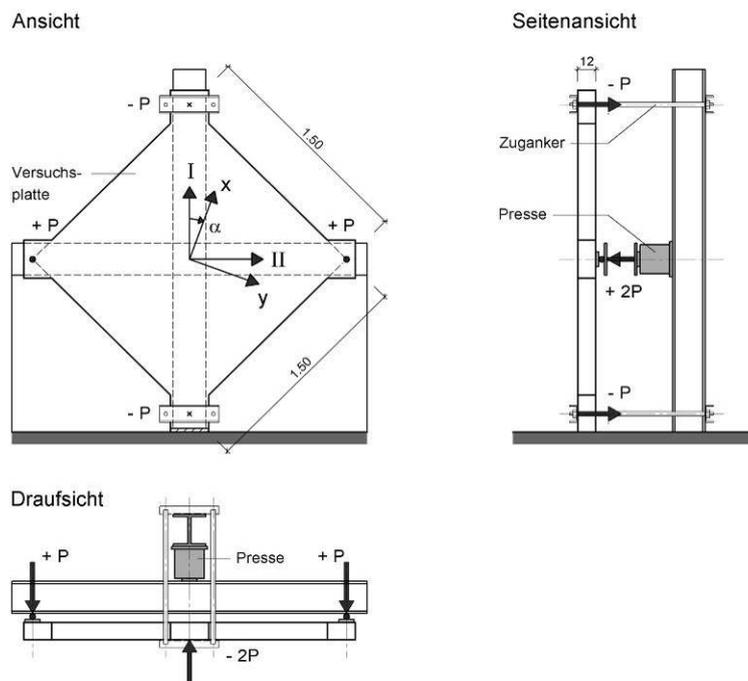


Bild A-6: Versuchsaufbau Vorversuche nach Ebner [10]

Ebner führte die weiteren Versuche (Serie A, B und C) unter Variation der Bewehrung (Stababstand, Winkelabweichung) sowie der Oberflächengestaltung (glatt, gerippt) der Stäbe durch.

Wesentliche Versuchsparameter:

- Versuchskörper der weiteren Versuche: rechteckige Form mit 250 cm x 100 cm, Plattendicke 10 cm (Bild A-7)
- Bewehrung: Serie A BSt I (glatt), Serie B und C BSt III b (Rippentorstahl)
- Variation der Bewehrungsverhältnisse von x- zur y-Richtung mit $\lambda \approx 1$ bis $\lambda \approx 3$
- Variation der Winkelabweichung: 0° bis 45°

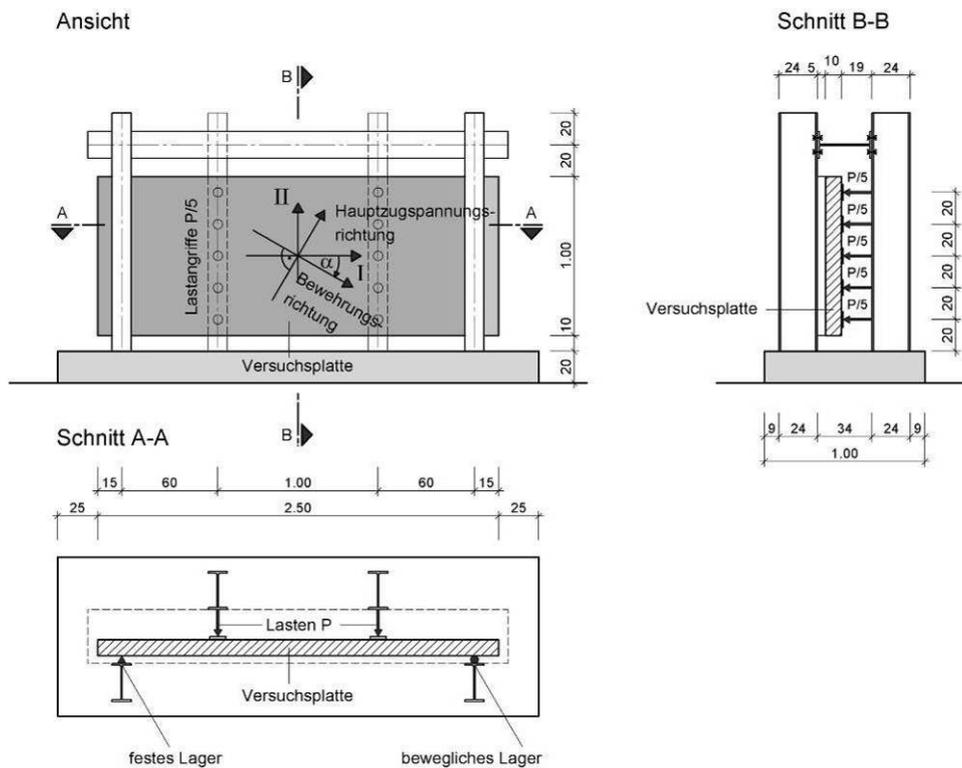


Bild A-7: Versuchsaufbau der weiteren Versuche nach Ebner [10]

Die Entwicklung der Rissbreiten ist nur für die Versuchserien A und B dokumentiert worden. In Serie A wurden die Versuchskörper mit glattem Betonstahl bewehrt. Von Ebner wurden bei der Serie B mittlere Rissbreiten, nicht jedoch Anzahl der betrachteten Risse, Rissabstände oder maximale Rissbreiten angegeben. Die Versuche sind für einen rechnerischen Vergleich mit theoretischen Ansätzen nicht geeignet.

A2.7 Versuche von Iványi & Lardi

Iványi & Lardi [12] führten insgesamt 15 Versuche an Rechteckplatten mit schiefwinkliger, orthogonal angeordneter Bewehrung durch.

Wesentliche Versuchsparameter:

- Versuchskörper: rechteckige Form 440 x 180 cm, Dicke 15 cm (Bild A-8)
- BSt 420/500 RU (Einzelstab) und BSt 500/550 RK (geschweißte Matten)
- Orthogonale Bewehrung: Längsrichtung $d_s = 10$ bis 16 mm, Querrichtung $d_s = 6$ bis 16 mm (je nach Konfiguration)
- Variation der Winkelabweichung: 0° bis 60°
- Betondeckung: 15 mm

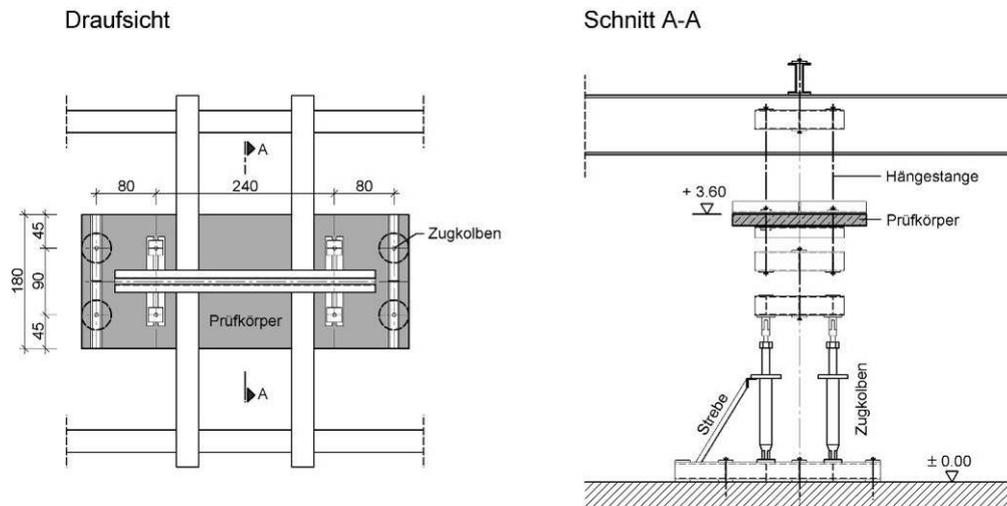


Bild A-8: Versuchsaufbau Draufsicht (links) und Schnitt (rechts) nach Iványi & Lardi [15]

Die Versuche wurden durch umfangreiche Begleitkörperprüfungen ergänzt. In der Versuchsdokumentation sind Angaben zu den Rissrichtungen im SLS und ULS ausführlich zusammengefasst. Angaben bezüglich der Rissbreiten sind für eine Laststufe in Höhe der Gebrauchslasten enthalten. Dabei wurden Mittelwerte aller Risse, Maximal- und 95%-Quantilwerte angegeben. Die Rissbreitenmessung wurde an der Bauteiloberfläche durchgeführt. Die Versuche können für Vergleiche mit theoretischen Ansätzen herangezogen werden.

A2.9 Versuche von Rüdiger

Rüdiger [25] untersuchte ein- und zweiachial beanspruchte Platten. Neben Versuchen mit Beanspruchungen in Bewehrungsrichtung wurden auch Versuche mit einer Winkelabweichung durchgeführt. Insgesamt wurden 15 Versuchskörper geprüft. Dabei kamen auch verschiedene Betongüten zur Anwendung.

Wesentliche Versuchsparameter:

- Versuchskörper: Auswertungsbereich quadratische Form 150 x 150 cm, Lastarme 150 x 85 cm, Dicke 12 cm (Bild A-10)
- Betondeckung: 15 mm oben und unten, 40 mm an den Seiten
- Betongüten: C 30/37, C 70/75 C100/115
- Orthogonale Bewehrung: $d_s = 10$ mm, $e = 10$ cm (x- und y-Richtung)
- Variation der Winkelabweichung: 0° , $22,5^\circ$ und 45°

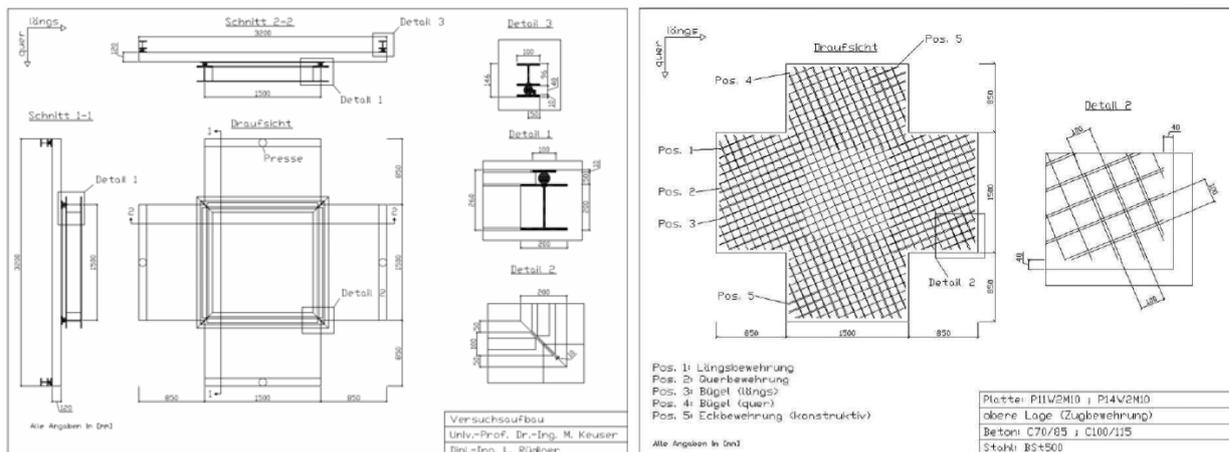


Bild A-10: Versuchsaufbau (links) und Bewehrung Platte $22,5^\circ$ (rechts) nach Rüdiger [25]

Eine Prüfung der Baustoffeigenschaften des Betons wurde lediglich für die Druckfestigkeit vorgenommen. Während der Versuche wurden Verformungsmessungen jedoch keine Messungen von Rissbreiten oder Dehnungen durchgeführt. Eine Auswertung hinsichtlich der Rissabstände ist problematisch, da lediglich Fotoaufnahmen zur Verfügung stehen. Bei den Fotoaufnahmen ist zu berücksichtigen, dass diese Verzerrungen enthalten und ohne spezielle Nachbearbeitung nicht verwendet werden können. Ein Abgleich dieser Versuche mit theoretischen Ansätzen ist nicht möglich.

Anlage A3: Rechnerische Ansätze aus der Literatur

A3.1 Rechnerischer Ansatz der DIN 1045-1 [6] zur Bestimmung des Rissabstandes und der Rissbreite

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad \text{Gl. (A-1)}$$

mit $s_{r,max}$ maximaler Rissabstand bei abgeschlossenem Rissbild
 ε_{sm} mittlere Dehnung der Bewehrung unter der maßgebenden Einwirkungskombination unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen
 ε_{cm} mittlere Dehnung des Betons zwischen den Rissen

Ermittlung der Dehnungsdifferenz

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{0,4 \cdot f_{ct,eff}}{E_s \cdot \text{eff}\rho} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho) \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \quad \text{Gl. (A-2)}$$

mit σ_s / E_s die Stahldehnung im Riss
 $0,4 \cdot f_{ct,eff} / (E_s \cdot \text{eff}\rho)$ Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen auf Zug bei (Langzeitbeanspruchung)
 und α_e Verhältnis der Elastizitätsmoduln $\alpha_e = E_s / E_{cm}$
 σ_s Betonstahlspannung im Riss
 $f_{ct,eff}$ wirksame Betonzugfestigkeit zum betrachteten Zeitpunkt
 $\text{eff}\rho$ effektiver Bewehrungsgrad Gl. (A-3)

$$\text{eff}\rho = \frac{A_s + \xi_1^2 \cdot A_p}{A_{c,eff}} \quad \text{Gl. (A-3)}$$

mit A_s Querschnittsfläche der Betonstahlbewehrung
 A_p Querschnittsfläche der Spannglieder
 $A_{c,eff}$ Wirkungsbereich der Bewehrung, i. Allg. darf $h_{eff} = 2,5 d_1$ verwendet werden
 ξ_1 Verhältnis der Verbundfestigkeiten

Ermittlung des maximalen Rissabstandes mit

$$s_{r,max} = \frac{d_s}{3,6 \cdot \text{eff}\rho} \leq \frac{\sigma_s \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff}} \quad \text{Gl. (A-4)}$$

mit d_s Stabdurchmesser des Betonstahls

Rissabstand bei schiefwinkliger Bewehrung

$$s_{r,max} = \frac{1}{\frac{\cos \theta}{s_{r,max,x}} + \frac{\sin \theta}{s_{r,max,y}}}$$

Gl. (A-5)

A3.2 Wirksame Bewehrung, Modell von Clark [1]

Für die Ermittlung der Rissbreiten in schiefwinklig bewehrten Bauteilen mit Hilfe einer wirksamen Bewehrung, müssen bei Anwendung der Gl. (A-2) bis Gl. (A-4) die Variablen A_s und σ_s durch die nachfolgend aufgeführten Variablen $A_{n,Clark}$ und $\sigma_{n,Clark}$ ersetzt werden.

$$A_{n,Clark} = \sum_{i=1}^j A_i \cdot \cos^4 \Theta_i \quad \text{Gl. (A-6)}$$

mit: $A_{n,Clark}$ Wirksame Bewehrungsfläche nach Clark
 A_i Fläche der betrachteten Bewehrungsschar
 Θ_i Winkel der betrachteten Bewehrungsschar in Bezug auf die Rissnormale (Bild A-11)

Die wirksamen Stahlspannungen ergeben sich nach Clark zu

$$\sigma_{n,Clark} = \frac{N_1}{A_{n,Clark}} \quad \text{Gl. (A-7)}$$

mit: $\sigma_{n,Clark}$ Stahlspannung der wirksamen Bewehrung in Hauptzugrichtung
 N_1 Hauptzugkraft

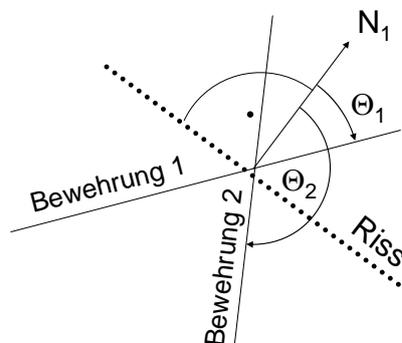


Bild A-11: Definition der Variablen nach Clark am Beispiel zweibahniger Bewehrung

Der wirksame Bewehrungsgrad schiefwinkliger Bewehrung berechnet sich nach Clark zu

$$\text{eff} \rho_{n,Clark} = \frac{A_{n,Clark}}{A_{c,eff}} \quad \text{Gl. (A-8)}$$

A3.3 Wirksame Bewehrung, Modell von Windisch [29]

Wie beim Modell von Clark sind für die Ermittlung der Rissbreiten in schiefwinklig bewehrten Bauteilen in die Gl. (A-2) bis Gl. (A-4) die Variablen A_s und σ_s durch die nachfolgend aufgeführten Variablen $A_{n,Windisch}$ und $\sigma_{n,Windisch}$ zu ersetzen.

Für die Berechnung von $A_{n,Windisch}$ ist die Bestimmung eines Wirkungsgrades ψ erforderlich, der sich mit Gl. (A-9) ermittelt.

$$\begin{aligned}\psi &= 1,0 && \text{bei } \Theta \leq 10^\circ \\ \psi &= 1,0 - 0,010 \cdot (\Theta_i - 10) && \text{bei } 10^\circ \leq \Theta_i \leq 30^\circ \\ \psi &= 0,8 - 0,015 \cdot (\Theta_i - 30) && \text{bei } 30^\circ \leq \Theta_i \leq 70^\circ\end{aligned}\tag{A-9}$$

$$A_{n,Windisch} = \sum_{i=1}^j A_i \cdot \Psi(\Theta_i) \cdot \cos \Theta_i\tag{A-10}$$

mit: $A_{n,Windisch}$ Wirksame Bewehrungsfläche nach Windisch
 A_i Fläche der betrachteten Bewehrungsschar
 Ψ Wirkungsgrad der Bewehrung in Abhängigkeit des Winkels
 Θ_i Winkel der betrachteten Bewehrungsschar in Bezug auf die Rissnormale

Die wirksamen Stahlspannungen ergeben sich nach Windisch zu

$$\sigma_{n,Windisch} = \frac{N_1}{A_{n,Windisch}}\tag{A-11}$$

mit: $\sigma_{n,Windisch}$ Stahlspannung der wirksamen Bewehrung in Hauptzugrichtung
 N_1 Hauptzugkraft

Der wirksame Bewehrungsgrad schiefwinkliger Bewehrung berechnet sich nach Windisch zu

$$\text{eff} \rho_{n,Windisch} = \frac{A_{n,Windisch}}{A_{c,eff}}\tag{A-12}$$

A3.4 Vergleich Wirksamkeit der Bewehrung nach Windisch und Clark

In Bild A-12 wurden die Modelle von Clark [1] und Windisch [29] einander gegenübergestellt. Dargestellt ist die wirksame Bewehrung, ausgehend von einem Einheitswert von $1,0 \text{ cm}^2$, in Abhängigkeit der Winkelabweichung.

Der Vergleich zeigt für das Modell von Windisch eine höhere Wirksamkeit als nach Clark. Bei etwa 50° ist der Unterschied am größten. Ab einer Abweichung von $> 70^\circ$ ist beim Modell nach Windisch die Wirksamkeit mit 0 anzunehmen.

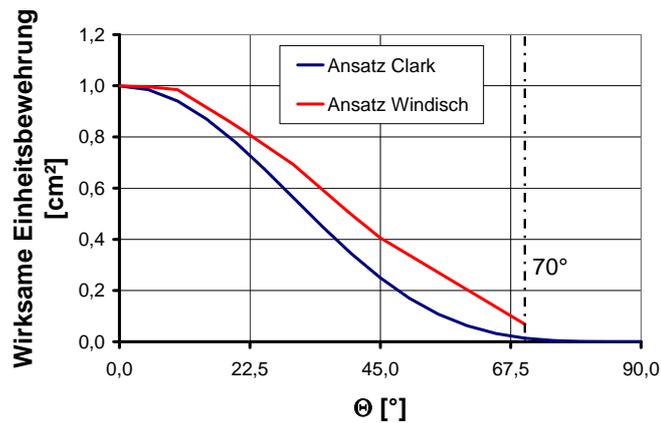


Bild A-12: Vergleich Modell der wirksamen Bewehrung nach Clark und Windisch

Anlage A4: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den rechnerischen Ansätzen

A4.1 Versuche von Peter

In der Versuchsdokumentation nach [21] wurden insgesamt drei Messlinien im gleichmäßigen Abstand über den Prüfkörper gezeichnet (Bild A-13). Entlang dieser Messlinien wurden die Anzahl und die Breite der Risse gemessen.

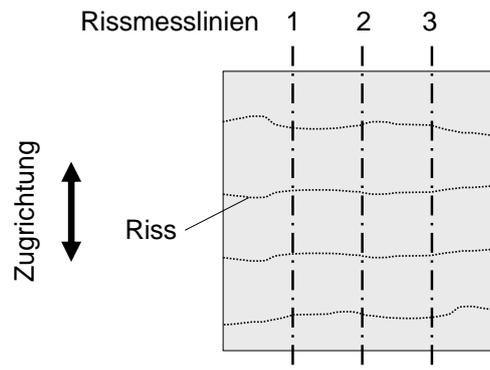


Bild A-13: Messlinienanordnung Versuchskörper nach Peter [21]

Ergebnisse Rissbreitenberechnung wirksame Bewehrung nach Clark

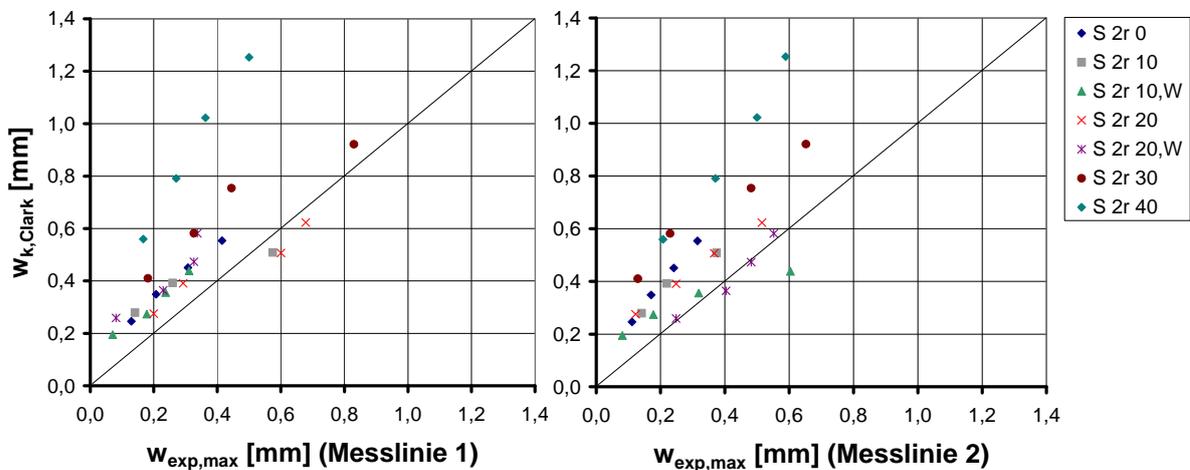


Bild A-14: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten (wirksame Bewehrung nach Clark) mit Versuchsergebnissen, Messlinie 1 (links) und Messlinie 2 (rechts)

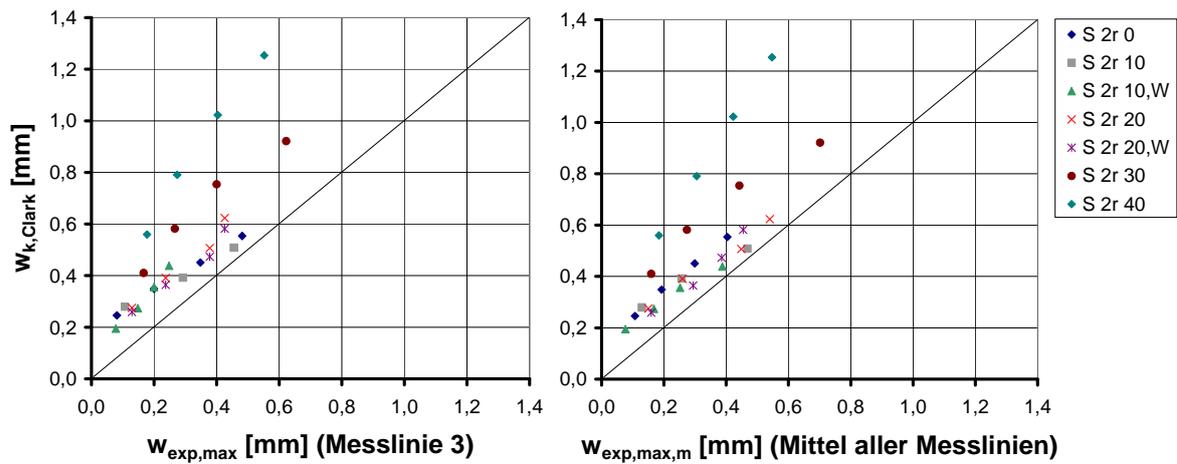


Bild A-15: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten (wirksame Bewehrung nach Clark) mit Versuchsergebnissen, Messlinie 3 (links) und Mittelwert (rechts)

Ergebnisse Rissbreitenberechnung wirksame Bewehrung nach Windisch

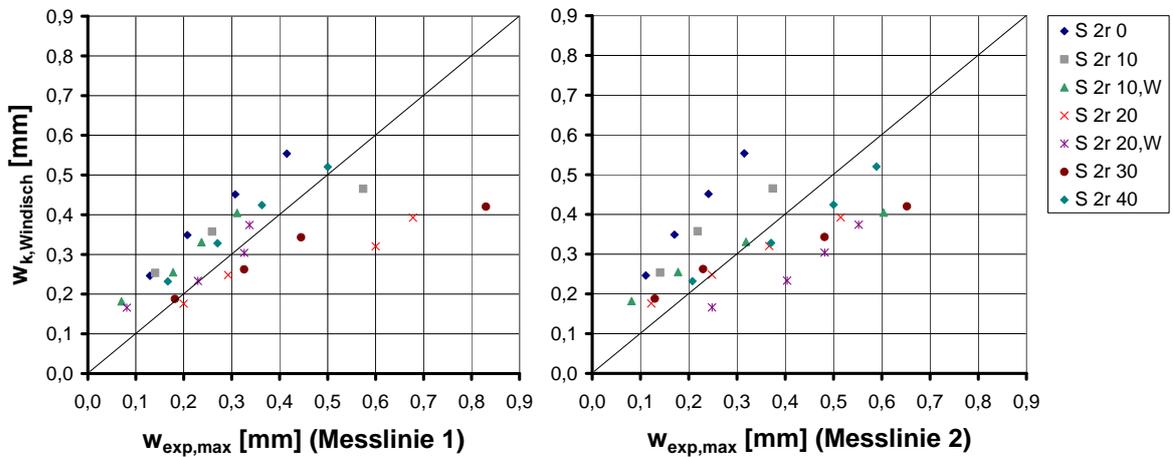


Bild A-16: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten (wirksame Bewehrung nach Windisch) mit Versuchsergebnissen, Messlinie 1 (links) und Messlinie 2 (rechts)

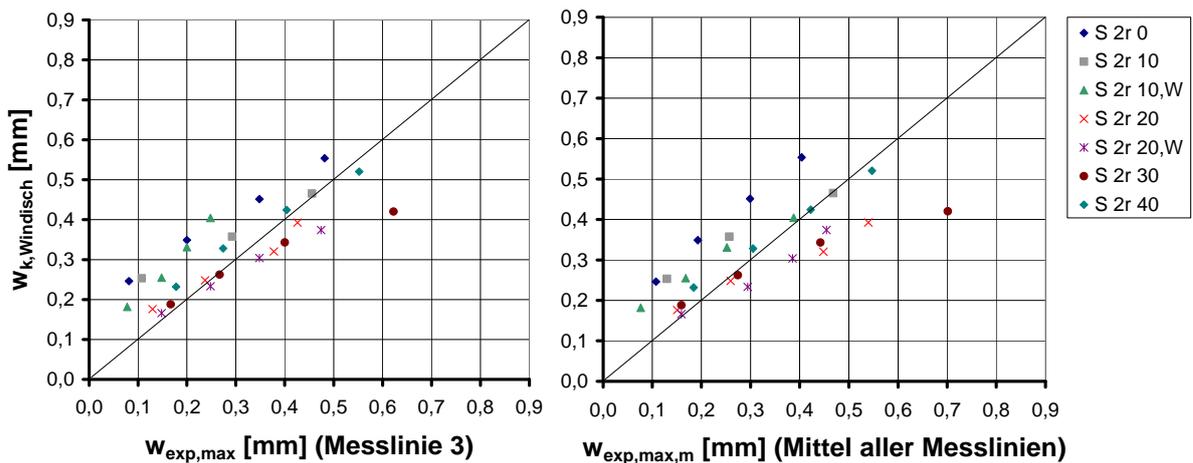


Bild A-17: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten (wirksame Bewehrung nach Windisch) mit Versuchsergebnissen, Messlinie 3 (links) und Mittelwert (rechts)

Anlage A5: Herleitung eines neuen Ansatzes zur Bestimmung des Rissabstandes und der Rissbreite bei schiefwinkliger Bewehrung

A5.1 Bestimmung der Stahlspannungen in orthogonal netzbewehrten Bauteilen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Die Bestimmung der Stahlspannungen erfolgt anhand eines Ingenieurmodells, das als Stabwerk die Zugzone des Bauteils charakterisiert (Bild A-18). Es wird davon ausgegangen, dass Risse senkrecht zur Hauptzugkraft N_1 entstehen.

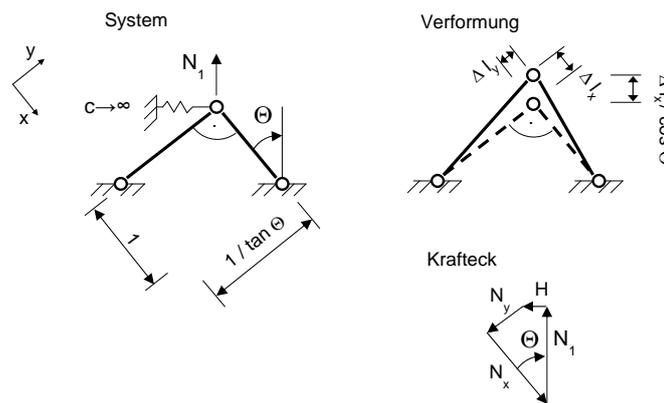


Bild A-18: Stabwerkmodell einaxiale Beanspruchung

Die Verlängerung des jeweiligen Stabes kann durch

$$\Delta l_x = \frac{N_x}{E_s \cdot A_{s,x} \cdot \cos \Theta} \quad \text{und} \quad \Delta l_y = \frac{N_y}{E_s \cdot A_{s,y} \cdot \sin \Theta \cdot \tan \Theta} \quad \text{Gl. (A-13)}$$

beschrieben werden.

Es gilt die Gleichgewichtsbedingung

$$N_1 = N_x \cdot \cos \Theta + N_y \cdot \sin \Theta \quad \text{Gl. (A-14)}$$

sowie Verträglichkeitsbedingung

$$\Delta l_y = \Delta l_x \cdot \tan \Theta \quad \text{Gl. (A-15)}$$

Durch Einsetzen von Gl. (A-13) in Gl. (A-15) ergibt sich

$$\frac{N_x \cdot \tan \Theta}{E_s \cdot A_{s,x} \cdot \cos \Theta} = \frac{N_y}{E_s \cdot A_{s,y} \cdot \sin \Theta \cdot \tan \Theta} \quad \text{Gl. (A-16)}$$

und durch Umstellen der Gleichgewichtsbedingung aus Gl. (A-14) folgt

$$N_y = \frac{N_1 - N_x \cdot \cos \Theta}{\sin \Theta} \quad \text{Gl. (A-17)}$$

Das Einsetzen von Gl. (A-16) in Gl. (A-17) und das Auflösen nach N_x führt auf

$$N_x = \frac{N_1}{\left(\frac{A_{s,y} \cdot \sin^2 \Theta \cdot \tan^2 \Theta}{A_{s,x} \cdot \cos \Theta} + \cos \Theta \right)} \quad \text{Gl. (A-18)}$$

Die Stahlspannung berechnet sich mit

$$\sigma_{s,x} = \frac{N_x}{A_{s,x} \cdot \cos \Theta} \quad \text{Gl. (A-19)}$$

und wird durch Einsetzen von Gl. (A-18) in Gl. (A-19) und Umformen zu

$$\sigma_{s,x} = \frac{N_1 \cdot \cos^2 \Theta}{\left(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta \right)} \quad \text{Gl. (A-20)}$$

Analog ergibt sich für die y-Richtung

$$\sigma_{s,y} = \frac{N_1 \cdot \sin^2 \Theta}{\left(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta \right)} \quad \text{Gl. (A-21)}$$

Die Verträglichkeit der Dehnungen wird hergestellt mit der Verformungsbedingung

$$\frac{\varepsilon_{s,y}}{\varepsilon_{s,x}} = \tan^2 \Theta \quad \text{Gl. (A-22)}$$

Für die Beziehung zwischen Hauptdehnung ε_1 und den Dehnungen der Bewehrungsrichtungen gilt der Zusammenhang

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_{s,x}}{\cos^2 \Theta} = \frac{\varepsilon_{s,y}}{\sin^2 \Theta} \quad \text{Gl. (A-23)}$$

Die Bestimmungsgleichungen Gl. (A-13) bis Gl. (A-21) gelten für $N_1 > 0$ und $N_2 = 0$. Sollen die Stahlspannungen für eine zweiachiale Beanspruchung angegeben werden, so müssen die o. g. Gleichungen erweitert werden. Für eine Beanspruchung von $N_1 > 0$ und $N_2 > 0$ gilt dann folgender Zusammenhang:

$$\sigma_{s,x} = \sigma_{s,x}^1 + \sigma_{s,x}^2 = \frac{N_1 \cdot \cos^2 \Theta}{(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)} + \frac{N_2 \cdot \sin^2 \Theta}{(A_{s,x} \cdot \sin^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \cos^4 \Theta)} \quad \text{Gl. (A-24)}$$

und

$$\sigma_{s,y} = \sigma_{s,y}^1 + \sigma_{s,y}^2 = \frac{N_1 \cdot \sin^2 \Theta}{(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)} + \frac{N_2 \cdot \cos^2 \Theta}{(A_{s,x} \cdot \sin^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \cos^4 \Theta)} \quad \text{Gl. (A-25)}$$

A5.2 Herleitung eines Ansatzes zur Bestimmung des Rissabstandes und der Rissbreite bei schiefwinkliger Bewehrung auf Basis des Konzepts der DIN 1045-1

Nachfolgend aufgeführte Beziehungen wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit zunächst für die Einfachrissbildung mit $N_1 > f_{ct}$ und $N_2 \leq f_{ct}$ hergeleitet. Hierbei werden die bei Einfachrissbildung aus N_2 resultierenden zusätzlichen Stahlspannungen vernachlässigt.

Darauf aufbauend sind am Schluss unter Punkt F) Beziehungen für Zweifachrissbildung mit $N_1 > f_{ct}$ und $N_2 > f_{ct}$ angegeben.

A) Rissabstand bei Erstrissbildung

Voraussetzung ist, dass am Ende der Einleitungslänge Dehnungsgleichheit zwischen Beton und Stahl vorliegt (Bild A-19) und

$$\frac{\varepsilon_{sr1,x}}{\cos^2 \Theta} = \frac{\varepsilon_{sr1,y}}{\sin^2 \Theta} = \varepsilon_{cr} \quad \text{Gl. (A-26)}$$

gilt.

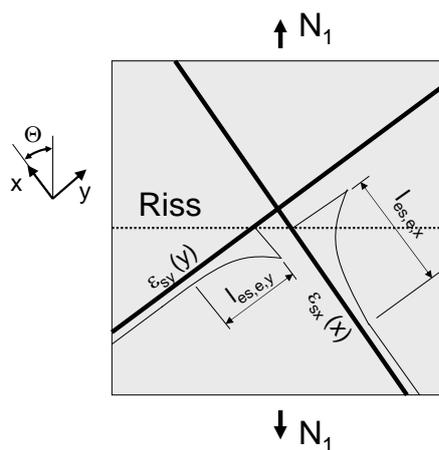


Bild A-19: Einleitungslängen im Erstrissbild

Die Summe der Kräfte am Ende der Einleitungslänge ergibt sich zu

$$N_{ges} = N_{cr} + N_{sr1,x} \cdot \cos \Theta + N_{sr1,y} \cdot \sin \Theta \quad \text{Gl. (A-27)}$$

Am Ende der Einleitungslänge liegt zwischen Stahl und Beton Dehnungsgleichheit vor, es gilt

$$\frac{\sigma_{sr1,x}}{\cos^2 \Theta \cdot E_s} = \frac{\sigma_{sr1,y}}{\sin^2 \Theta \cdot E_s} = \varepsilon_c = \frac{f_{ct}}{E_c} \quad \text{Gl. (A-28)}$$

Auflösen nach den Stahlspannungen ergibt

$$\sigma_{sr1,x} = f_{ct} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \cos^2 \Theta = f_{ct} \cdot \alpha_e \cdot \cos^2 \Theta$$

Gl. (A-29)

$$\sigma_{sr1,y} = f_{ct} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \sin^2 \Theta = f_{ct} \cdot \alpha_e \cdot \sin^2 \Theta$$

Die Beziehung zwischen Kraft und Stahlspannung der jeweiligen Bewehrungsrichtung wird mit

$$N_{sr1,x} = \sigma_{sr1,x} \cdot A_{s,x} \cdot \cos \Theta = f_{ct} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \cos^2 \Theta \cdot A_{s,x} = A_{s,x} \cdot f_{ct} \cdot \alpha_e \cdot \cos^3 \Theta$$

Gl. (A-30)

$$N_{sr1,y} = \sigma_{sr1,y} \cdot A_{s,y} \cdot \sin \Theta = f_{ct} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \sin^2 \Theta \cdot A_{s,y} = A_{s,y} \cdot f_{ct} \cdot \alpha_e \cdot \sin^3 \Theta$$

hergestellt.

Das Einsetzen von Gl. (A-30) in Gl. (A-27) ergibt

$$\begin{aligned} N_{ges} &= f_{ct} \cdot A_{ct} + A_{s,x} \cdot f_{ct} \cdot \alpha_e \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot f_{ct} \cdot \alpha_e \cdot \sin^4 \Theta \\ &= f_{ct} \cdot A_{ct} \cdot \left(1 + \alpha_e \cdot \frac{A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta}{A_{ct}} \right) \\ &= f_{ct} \cdot A_{ct} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*) \end{aligned}$$

Gl. (A-31)

mit der Abkürzung

$$\text{eff}\rho^* = \frac{A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta}{A_{ct}}$$

Gl. (A-32)

Die Zugkräfte im Riss müssen mit den Zugkräften am Ende der Einleitungslänge im Gleichgewicht stehen. Es gilt

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{sr1,x}}{\cos^2 \Theta} &= \frac{N_{ges}}{E_c \cdot A_{c,eff} + E_s \cdot (A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)} \\ &= \frac{N_{s2,x} \cdot \cos \Theta + N_{s2,y} \cdot \sin \Theta}{E_c \cdot A_{c,eff} + E_s \cdot (A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)} \\ &= \frac{\sigma_{s2,x} \cdot A_{s,x} \cdot \cos^2 \Theta + \sigma_{s2,y} \cdot A_{s,y} \cdot \sin^2 \Theta}{E_c \cdot A_{c,eff} + E_s \cdot (A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)} \end{aligned}$$

Gl. (A-33)

Die Stahlspannung in x-Richtung beträgt

$$\sigma_{sr1,x} = \frac{E_s \cdot (\sigma_{s2,x} \cdot A_{s,x} \cdot \cos^2 \Theta + \sigma_{s2,y} \cdot A_{s,y} \cdot \sin^2 \Theta)}{E_c \cdot A_{c,eff} + E_s \cdot (A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)} \cdot \cos^2 \Theta \quad \text{Gl. (A-34)}$$

Die einzuleitende Spannungsdifferenz beträgt dann

$$\sigma_{s2,x} - \sigma_{sr1,x} = \sigma_{s2,x} - \frac{E_s \cdot (\sigma_{s2,x} \cdot A_{s,x} \cdot \cos^2 \Theta + \sigma_{s2,y} \cdot A_{s,y} \cdot \sin^2 \Theta)}{E_c \cdot A_{c,eff} + E_s \cdot (A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)} \cdot \cos^2 \Theta \quad \text{Gl. (A-35)}$$

Mit der Beziehung aus Gl. (A-22) erhält man

$$\sigma_{s2,y} = \sigma_{s2,x} \cdot \tan^2 \Theta \quad \text{Gl. (A-36)}$$

Einsetzen von Gl. (A-36) in Gl. (A-35) führt auf

$$\begin{aligned} \sigma_{s2,x} - \sigma_{sr1,x} &= \sigma_{s2,x} - \frac{E_s \cdot (\sigma_{s2,x} \cdot A_{s,x} \cdot \cos^2 \Theta + \sigma_{s2,x} \cdot A_{s,y} \cdot \tan^2 \Theta \cdot \sin^2 \Theta)}{E_c \cdot A_{c,eff} + E_s \cdot (A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)} \cdot \cos^2 \Theta \\ &= \sigma_{s2,x} - \sigma_{s2,x} \cdot \frac{E_s \cdot (A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)}{E_c \cdot A_{c,eff} + E_s \cdot (A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)} \\ &= \sigma_{s2,x} \left(1 - \frac{\alpha_e \cdot (A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta) \cdot \frac{1}{A_{c,eff}}}{1 + \alpha_e \cdot (A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta) \cdot \frac{1}{A_{c,eff}}} \right) \\ &= \frac{\sigma_{s2,x}}{1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*} \end{aligned} \quad \text{Gl. (A-37)}$$

Das Gleichgewicht zwischen der Zugkraft der Bewehrung und der über Verbund einzuleitenden Kraft wird für ein starr-plastisches Verbundgesetz mit

$$\frac{\sigma_{s2,x}}{1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*} \cdot A_{s,x} \cdot \cos \Theta = \tau_{sm} \cdot u_{s,x} \cdot l_{es,e,x} \quad \text{Gl. (A-38)}$$

hergestellt.

Mit $A_{s,x} / u_{s,x} = d_{s,x} / 4$ ermittelt sich die Einleitungslänge der x-Richtung zu

$$l_{es,e,x} = \frac{\sigma_{s2,x} \cdot d_{s,x} \cdot \cos \Theta}{4 \cdot \tau_{sm} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)} \quad \text{Gl. (A-39)}$$

Analog kann die Einleitungslänge der y-Richtung bestimmt werden

$$l_{es,e,y} = \frac{\sigma_{s2,y} \cdot d_{s,y} \cdot \sin \Theta}{4 \cdot \tau_{sm} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff} \rho^*)} \quad \text{Gl. (A-40)}$$

Im Zustand der Erstrissbildung können die Einleitungslängen bezogen auf die Hauptrichtung unterschiedliche Werte annehmen. Dies muss bei der Bemessung berücksichtigt werden.

Die für den Rissbreitennachweis zugrunde zu legende Einleitungslänge lässt sich mittels einer Abgrenzung mit

$$\frac{l_{es,e,y} \cdot \sin \Theta}{l_{es,e,x} \cdot \cos \Theta} = \frac{d_{s,y}}{d_{s,x}} \cdot \tan^4 \Theta \quad \begin{array}{l} > 1 \quad y\text{-Richtung maßgebend} \\ < 1 \quad x\text{-Richtung maßgebend} \end{array} \quad \text{Gl. (A-41)}$$

bestimmen.

Die Gl. (A-41) basiert auf den Annahme, dass die der jeweiligen Bewehrungsrichtung zugeordnete, größere Einleitungslänge zur maßgebenden rechnerischen Rissbreite führt und dementsprechend bemessungsrelevant wird.

Mit der Annahme $1,8 \cdot f_{ct,eff} = \tau_{sm}$ und $2 \cdot l_t = s_{r,max}$ gilt in Abhängigkeit von Gl. (A-41) entweder

$$s_{r,max} = s_{r,max,x} \cdot \cos \Theta \cdot \frac{\sigma_{s2,x} \cdot d_{s,x} \cdot \cos^2 \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff} \rho^*)}$$

oder Gl. (A-42)

$$s_{r,max} = s_{r,max,y} \cdot \sin \Theta \cdot \frac{\sigma_{s2,y} \cdot d_{s,y} \cdot \sin^2 \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff} \rho^*)}$$

B) Rissabstand bei abgeschlossener Rissbildung

Bei Überschreiten der Betonzugfestigkeit tritt ein Riss auf und es gilt

$$N_{cr} = f_{ct} \cdot A_{c,eff} = \tau_{sm} \cdot (l_{es,a,x} \cdot u_{s,x} \cdot \cos \Theta + l_{es,a,y} \cdot u_{s,y} \cdot \sin \Theta) \quad \text{Gl. (A-43)}$$

Zwischen den beiden Einleitungslängen besteht die geometrische Beziehung (Bild A-20)

$$l_{es,a} = l_{es,a,x} \cdot \cos \Theta = l_{es,a,y} \cdot \sin \Theta \quad \text{Gl. (A-44)}$$

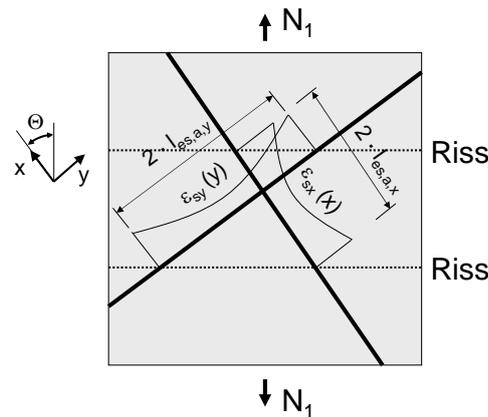


Bild A-20: Einleitungslänge im abgeschlossenen Rissbild

Diese Einleitungslänge lässt sich durch Einsetzen von Gl. (A-44) in Gl. (A-43) mit

$$l_{es,a} = \frac{f_{ct} \cdot A_{c,eff}}{\tau_{sm} \cdot (u_{s,x} \cdot \cos \Theta + u_{s,y} \cdot \sin \Theta)}$$

$$= \frac{f_{ct} \cdot A_{c,eff}}{\tau_{sm} \cdot (A_{s,x} \cdot \cos \Theta + A_{s,y} \cdot \sin \Theta)}$$

Gl. (A-45)

bestimmen.

Mit den Annahmen $1,8 \cdot f_{ct,eff} = \tau_{sm}$ und $2 \cdot l_t = s_{r,max}$ der DIN 1045-1, sowie der Abkürzung $A_{s,x} \cdot \cos \Theta / A_{c,eff} = \text{eff} \rho_x$ bzw. $A_{s,y} \cdot \sin \Theta / A_{c,eff} = \text{eff} \rho_y$ wird der maximale Rissabstand im abgeschlossenen Rissbild mit

$$s_{r,max} = s_{r,max,x} \cdot \cos \Theta = s_{r,max,y} \cdot \sin \Theta = \frac{1}{3,6 \cdot \left(\frac{\text{eff} \rho_x}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff} \rho_y}{d_{s,y}} \right)}$$

Gl. (A-46)

berechnet.

C) Dehnungsdifferenz bei Erstrissbildung

Die Beziehungen nach DIN 1045-1 bleiben erhalten, es gilt

$$\epsilon_{sm,x} - \epsilon_{cm,x} = \epsilon_{sm,x} - \epsilon_{cm} \cdot \cos^2 \Theta = 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s2,x}}{E_s}$$

oder

Gl. (A-47)

$$\epsilon_{sm,y} - \epsilon_{cm,y} = \epsilon_{sm,y} - \epsilon_{cm} \cdot \sin^2 \Theta = 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s2,y}}{E_s}$$

D) Dehnungsdifferenz bei abgeschlossener Rissbildung

Auch hier bleiben die Beziehungen der DIN 1045-1 grundsätzlich erhalten, es gilt

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{sm,x} - \varepsilon_{cm,x} &= \varepsilon_{sm,x} - \varepsilon_{cm} \cdot \cos^2 \Theta \\
 &= \varepsilon_{s2,x} - 0,4 \cdot \frac{N_{ges}}{E_s \cdot \text{eff}\rho^*} \cdot \cos^2 \Theta \\
 &= \frac{\sigma_{s,x}}{E_s} - \frac{0,4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)}{\text{eff}\rho^*} \cdot \cos^2 \Theta
 \end{aligned}$$

Gl. (A-48)

bzw.

$$\varepsilon_{sm,y} - \varepsilon_{cm,y} = \frac{\sigma_{s,y}}{E_s} - \frac{0,4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)}{\text{eff}\rho^*} \cdot \sin^2 \Theta$$

E) Rissbreite bei einaxialer Zugbeanspruchung

Die Rissbreite errechnet sich analog DIN 1045-1 mit dem Abgrenzungskriterium aus Gl. (A-41) zu

$$w_k = s_{r,max,x} \cdot (\varepsilon_{sm,x} - \varepsilon_{cm,x}) / \cos \Theta$$

bzw.

$$w_k = s_{r,max,y} \cdot (\varepsilon_{sm,y} - \varepsilon_{cm,y}) / \sin \Theta .$$

Gl. (A-49)

Es gelten für die Dehnungsdifferenz die Bedingungen

$$\varepsilon_{sm,x} - \varepsilon_{cm,x} = \frac{\sigma_{s,x}}{E_s} - \frac{0,4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)}{\text{eff}\rho^*} \cdot \cos^2 \Theta \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s,x}}{E_s}$$

bzw.

$$\varepsilon_{sm,y} - \varepsilon_{cm,y} = \frac{\sigma_{s,y}}{E_s} - \frac{0,4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)}{\text{eff}\rho^*} \cdot \sin^2 \Theta \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s,y}}{E_s}$$

Gl. (A-50)

Für den Rissabstand gilt

$$s_{r,max,x} = \frac{1}{3,6 \cdot \cos \Theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_x}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_y}{d_{s,y}} \right)} \leq \frac{\sigma_{s2,x} \cdot d_{s,x} \cdot \cos \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)}$$

bzw.

Gl. (A-51)

$$s_{r,max,y} = \frac{1}{3,6 \cdot \sin \Theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_x}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_y}{d_{s,y}} \right)} \leq \frac{\sigma_{s2,y} \cdot d_{s,y} \cdot \sin \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)}$$

F) Rissbreite bei zweiaxialer Zugbeanspruchung

Für eine zweiaxiale Zugbeanspruchung lassen sich die vorgenannten Gleichungen entsprechend erweitern. Es wird unterstellt, dass die in A) bis E) formulierten Beziehungen ihre Gültigkeit behalten.

Das Superpositionsgesetz, das aus den Gleichungen Gl. (A-24) und Gl. (A-25) hervorgeht, bedingt eine Unabhängigkeit der beiden Hauptrichtungen und somit auch eine Unabhängigkeit bei der Rissbildung in beiden Richtungen. Es wird davon ausgegangen, dass die Rissbildung einer Hauptrichtung keinen Einfluss auf das Verbundverhalten der anderen Hauptrichtung hat. Dabei ist aber zu beachten, dass hinsichtlich dieser Annahme gesicherte Erkenntnisse fehlen.

Die mit Gl. (A-24) und Gl. (A-25) bestimmten Spannungen können eindeutig der jeweiligen Hauptrichtung (=Rissnormale) zugewiesen und in den Gleichungen zur Bestimmung der Rissbreiten verwendet werden. Unter den genannten Voraussetzungen wurden die nachfolgenden Rissbreitenbeziehungen der zweiten Hauptrichtung aufgebaut.

Der Nachweis der Rissbreiten ist damit für zwei Hauptrichtungen einzeln zu führen. Für die Hauptrichtung 1 gelten die in A) bis E) genannten Beziehungen. Für den Nachweis der Rissbreiten in der Hauptrichtung 2 ist von den nachfolgenden Gleichungen auszugehen. Der Kopfzeiger gibt zur besseren Unterscheidung die betrachtete Hauptrichtung an.

Für Risse senkrecht zur Hauptrichtung 2 lautet die Bestimmungsgleichung

$$w_k^2 = s_{r,max,x}^2 \cdot (\varepsilon_{sm,x} - \varepsilon_{cm,x}) / \sin \Theta$$

bzw.

Gl. (A-52)

$$w_k^2 = s_{r,max,y}^2 \cdot (\varepsilon_{sm,y} - \varepsilon_{cm,y}) / \cos \Theta$$

Die maßgebende Bewehrungsrichtung für den Nachweis der Rissbreite in Hauptrichtung 2 wird mit

$$\frac{d_{s,y}}{d_{s,x}} \cdot \cot^4 \Theta > 1 \quad y - \text{Richtung maßgebend} \quad \text{Gl. (A-53)}$$

$$< 1 \quad x - \text{Richtung maßgebend}$$

ermittelt.

Die Dehnungsdifferenz wird in Abhängigkeit von Gl. (A-53) mit

$$\varepsilon_{sm,x}^2 - \varepsilon_{cm,x}^2 = \frac{\sigma_{s,x}^2}{E_s} - \frac{0,4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^{2*})}{\text{eff}\rho^{2*}} \cdot \sin^2 \Theta$$

oder Gl. (A-54)

$$\varepsilon_{sm,y}^2 - \varepsilon_{cm,y}^2 = \frac{\sigma_{s,y}^2}{E_s} - \frac{0,4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^{2*})}{\text{eff}\rho^{2*}} \cdot \cos^2 \Theta$$

bestimmt.

Es gilt die Abkürzung

$$\text{eff}\rho^{2*} = \frac{A_{s,x} \cdot \sin^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \cos^4 \Theta}{A_{c,eff}} \quad \text{Gl. (A-55)}$$

Die Ermittlung des maximalen Rissabstandes (bezogen auf die Stabachse) erfolgt ebenfalls in Abhängigkeit von Gl. (A-53) mit

$$s_{r,max,x}^2 = \frac{1}{3,6 \cdot \sin \Theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_x^2}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_y^2}{d_{s,y}} \right)} \leq \frac{\sigma_{s,x}^2 \cdot d_{s,x} \cdot \sin \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^{2*})}$$

bzw. Gl. (A-56)

$$s_{r,max,y}^2 = \frac{1}{3,6 \cdot \cos \Theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_x^2}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_y^2}{d_{s,y}} \right)} \leq \frac{\sigma_{s,y}^2 \cdot d_{s,y} \cdot \cos \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^{2*})}$$

Für den effektiven Bewehrungsgrad der jeweiligen Richtung gilt

$$\text{eff}\rho_x^2 = \frac{A_{s,x}}{A_{c,eff}} \cdot \sin \Theta \quad \text{bzw.} \quad \text{eff}\rho_y^2 = \frac{A_{s,y}}{A_{c,eff}} \cdot \cos \Theta \quad \text{Gl. (A-57)}$$

Anlage A6: Vergleich des neuen Vorschlags zur Bestimmung der Rissbreiten mit Versuchen von Peter [21]

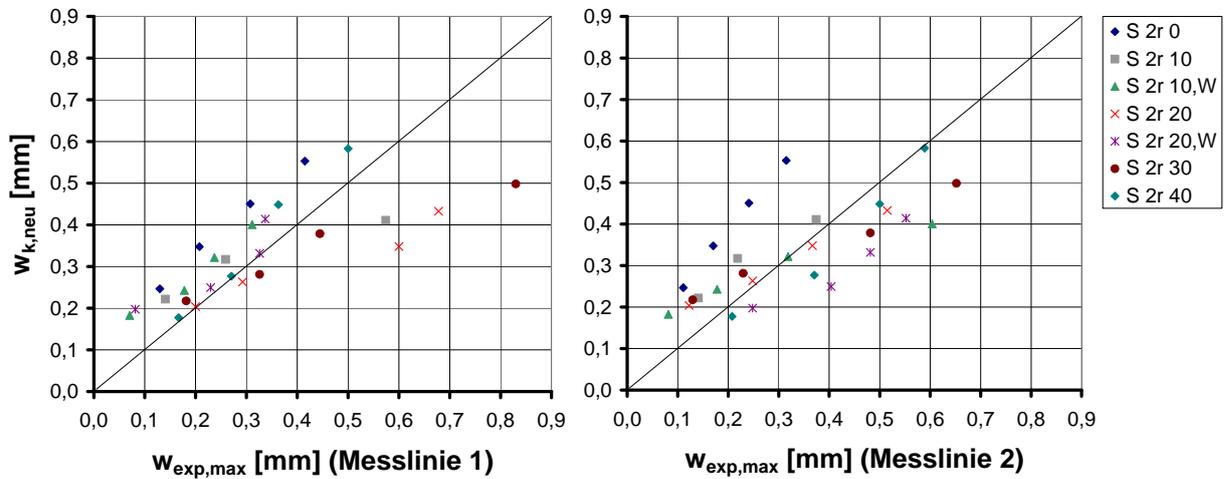


Bild A-21: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten (neuer Vorschlag) mit Versuchsergebnissen, Messlinie 1 (links) und Messlinie 2 (rechts)

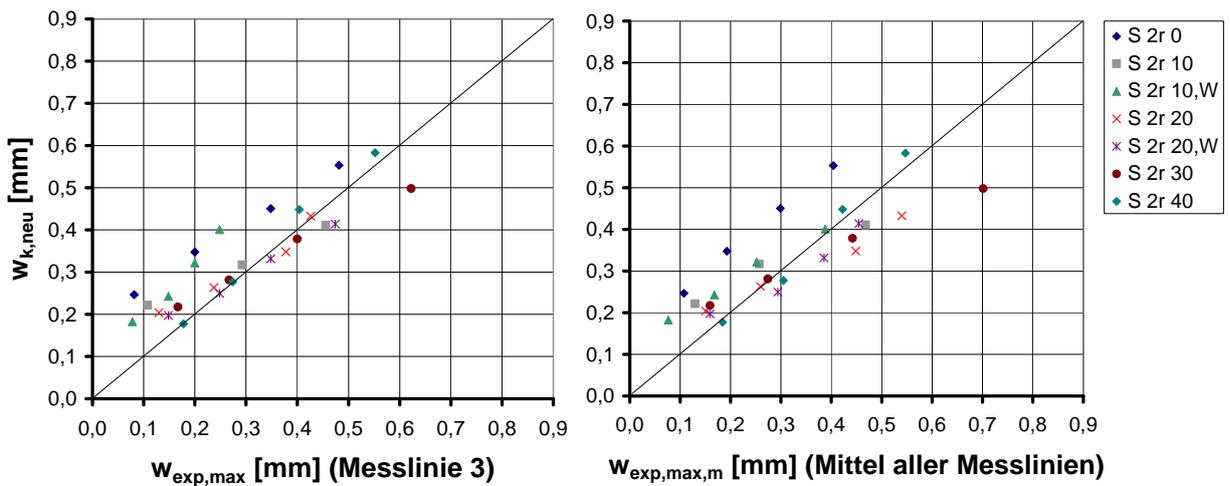


Bild A-22: Vergleich der rechnerischen Rissbreiten (neuer Vorschlag) mit Versuchsergebnissen, Messlinie 3 (links) und Mittelwert (rechts)

Anlage B: Bemessungsbeispiel

Um die praxisgerechte Handhabung des Vorschlags zur Begrenzung der Rissbreiten bei schiefwinkliger Bewehrung zu verdeutlichen, wird der Berechnungsweg an einem einfachen Beispiel demonstriert. Erläuterungen und Kommentare befinden sich rechts der Berechnung.

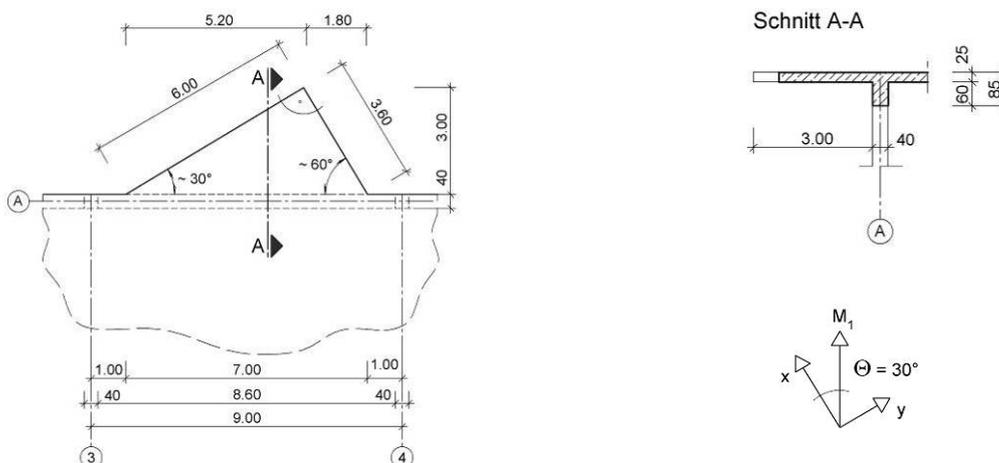
B1 Aufgabenstellung

Bei dem Bauteil handelt es sich um eine Stahlbetonkragplatte im Innern eines öffentlichen Gebäudes als Teil eines Deckensystems in Ortbeton. Nachfolgend wird nur die Kragplatte exemplarisch bemessen und konstruiert. Der Schwerpunkt der nachfolgenden Berechnung liegt auf dem Nachweis der Rissbreite. Querkraftnachweise, bauliche Durchbildung etc. sind nicht Gegenstand des Beispiels.

B2 System, Bauteilmaße, Betondeckung

B2.1 System und Bauteilmaße

Kragarm mit einer maximalen Länge von 3,0 m und einer Plattendicke von 25 cm. Die Biegebewehrung wird parallel zu den Außenkanten der Kragplatte geführt (siehe Skizze).



B2.2 Mindestfestigkeitsklasse, Betondeckung

Expositionsklasse für Bewehrungskorrosion infolge
 Karbonatisierung

Trocken, Bauteil in Innenräumen mit normaler Luftfeuchte XC1

Mindestfestigkeitsklasse Beton C 16/20

Keine Expositionsklasse für Betonangriff

Gewählt: C 25/30 XC1

Betondeckung für Expositionsklasse XC1

Mindestbetondeckung $c_{\min} = 10 \text{ mm}$

Vorhaltemaß $\Delta c = 10 \text{ mm}$
 Nennmaß der
 Betondeckung $c_{\text{nom}} = 20 \text{ mm}$

Entspricht Verlegemaß c_v für die äußerste Bewehrungslage.

Sicherstellung des Verbundes

c_{min} darf nicht geringer sein als der Stabdurchmesser d_s , dies ist bei der Bewehrungswahl zu beachten.

B2.3 Bestimmung der Plattendicke aus der Begrenzung der Biegeschlankheit

Begrenzung der Biegeschlankheit

Normale Anforderungen $l_i / d \leq 35$

$$\begin{aligned} l_i &= \alpha_i \cdot l \\ &= 2,4 \cdot 300 \quad (\text{Kragarm}) \\ &= 720 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{erf } d &\geq l_i / 35 \\ &= 720 / 35 = 20,6 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{erf } h &\geq \text{erf } d + d_s \cdot 1,5 + c_{\text{nom}} \\ &= 20,6 + 1,0 \cdot 1,5 + 2,0 \\ &= 24,1 \text{ cm} \end{aligned}$$

gewählt $h = 25,0 \text{ cm}$

Schiefwinklig bewehrte Bauteile weisen ein weiches Verformungsverhalten im gerissenen Zustand auf, als Bauteile mit Bewehrung in Krafrichtung. Von daher wäre im vorliegenden Fall für den GZG ein entsprechender Nachweis zu führen. Vereinfachend wird an dieser Stelle auf das Schlankheitskriterium der DIN 1045-1 zurückgegriffen.

B3 Einwirkungen

Charakteristische Werte

Ständig (Eigenlasten)
 Stahlbetonplatte $0,25 \cdot 25 = 6,3 \text{ kN/m}^2$
 Ausbaulast (Estrich etc.) $= 1,5 \text{ kN/m}^2$
 Summe $g_k = 7,8 \text{ kN/m}^2$

Veränderlich
 Nutzlast (Z) $q_k = 4,0 \text{ kN/m}^2$
 Summe $q_k = 4,0 \text{ kN/m}^2$

Das Eigengewicht des Geländers ist in der Ausbaulast enthalten.

Balkone, DIN 1055-3, Kategorie Z

Horizontallasten (z. B. Menschengedränge) werden vereinfachend im Rahmen dieser Berechnung nicht berücksichtigt.

Bemessungswerte in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit

Teilsicherheitsbeiwerte

Ständige Einwirkungen

Günstig	γ_G	= 1,0
Ungünstig	γ_G	= 1,35

Veränderliche Einwirkungen

Günstig	γ_Q	= 0
Ungünstig	γ_Q	= 1,35

$$g_d = \gamma_G \cdot g_k = 1,35 \cdot 7,8 = 10,5 \text{ kN/m}^2$$

$$q_d = \gamma_G \cdot g_k = 1,5 \cdot 4,0 = 6,0 \text{ kN/m}^2$$

$$g_d + q_d = 10,5 + 6,0 = 16,5 \text{ kN/m}^2$$

Repräsentative Werte in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit

Kombinationsbeiwerte für veränderliche Einwirkungen

selten	$\psi_{0,1}$	= 0,7
häufig	$\psi_{1,1}$	= 0,7
quasi-ständig	$\psi_{2,1}$	= 0,6

a) seltene Einwirkungskombination

$$g_k = 7,8 \text{ kN/m}^2$$
$$q_{k,1} = 0,7 \cdot 4,0 = 2,8 \text{ kN/m}^2$$

b) häufige Einwirkungskombination

$$g_k = 7,8 \text{ kN/m}^2$$
$$\psi_{1,1} \cdot q_{k,1} = 0,7 \cdot 4,0 = 2,8 \text{ kN/m}^2$$

c) quasi-ständige Einwirkungskombination

$$g_k = 7,8 \text{ kN/m}^2$$
$$\psi_{2,1} \cdot q_{k,1} = 0,6 \cdot 4,0 = 2,4 \text{ kN/m}^2$$

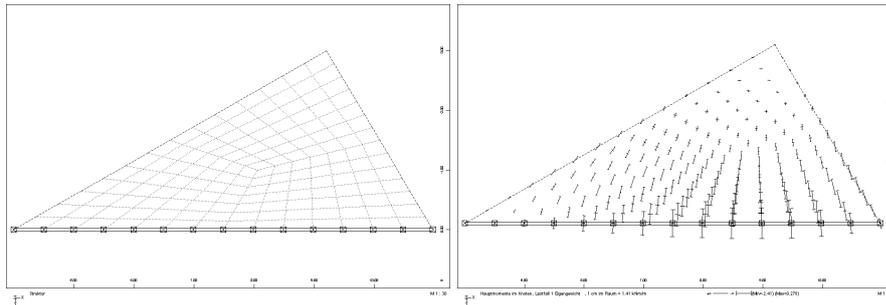
B4 Schnittgrößen

Einheitsschnittgrößen

Die Ermittlung der Einheitsschnittgrößen erfolgte mit einem FEM Programm. Als maßgebender Schnitt wurde der Anschnitt zum Steg des Unterzuges definiert. Konservativ wurde angenommen, dass der Unterzug eine unnachgiebige Lagerung darstellt.

Hinsichtlich der Einwirkungskombination nach DIN 1055-100 sind die Einwirkungen der Nutzungskategorie des jeweiligen Gebäudes zuzuordnen.
Hier Kategorie C3.

Programm SOFiSTiK, Version 25



Vernetztes System (links) und Hauptmomente (rechts)

Der maßgebende Punkt ergibt sich am Anschnitt mit $M_1 = 2,4 \text{ kNm/m}$. Das maximale Hauptmoment verläuft senkrecht zum eingespannten Rand und damit um 30° geneigt zur Bewehrung in x-Richtung.

Grenzzustand der Tragfähigkeit

$$M_{Ed,1} = 2,4 \cdot 16,5 = 39,8 \text{ kNm/m}$$

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit

seltene Einwirkungskombination

$$M_{Ed,1,rare} = 2,4 \cdot (7,8 + 2,8) = 25,4 \text{ kNm/m}$$

häufige Einwirkungskombination

$$M_{Ed,1,frequ} = 2,4 \cdot (7,8 + 2,8) = 25,4 \text{ kNm/m}$$

quasi-ständige Einwirkungskombination

$$M_{Ed,1,perm} = 2,4 \cdot (7,8 + 2,4) = 24,5 \text{ kNm/m}$$

B5 Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit (Biegung)

Bemessungswerte der Baustoffe

Teilsicherheitsbeiwerte in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit

- Beton < C 55/67	γ_c	= 1,50
- Stahl	γ_s	= 1,15

Beton C 25/30

f_{ck}	= 25 N/mm ²	
f_{cd}	= $0,85 \cdot 25 / 1,50$	= 14,2 N/mm ²
f_{ctm}	= 2,6 N/mm ²	

Betonstahlmatten und Betonstahl

BSt 500 M (A)

BSt 500 S (A)

$$\begin{aligned}f_{yk} &= 500 \text{ N/mm}^2 \\f_{yd} &= 500 / 1,15 \\&= 435 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

Bemessung für Biegung

Bemessungsquerschnitt

$$b / h / d_x / d_y = 100 / 25 / 22,5 / 21,5 \text{ cm}$$

$$M_{Ed,x} = M_1 \cdot \cos^2\Theta + M_2 \cdot \sin^2\Theta + 1 / k [(M_1 - M_2) \cdot \sin\Theta \cdot \cos\Theta]$$

$$M_{Ed,y} = M_1 \cdot \sin^2\Theta + M_2 \cdot \cos^2\Theta + 1 / k [(M_1 - M_2) \cdot \sin\Theta \cdot \cos\Theta]$$

mit $k = 1$ und $M_2 = 0$ ergibt sich für die jeweilige Richtung

$$\begin{aligned}M_{Ed,x} &= M_1 \cdot \cos^2\Theta + M_1 \cdot \sin\Theta \cdot \cos\Theta \\&= 39,8 \cdot \cos^2 30 + 39,8 \cdot \sin 30 \cdot \cos 30 \\&= 47,0 \text{ kNm/m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k_d &= d_x / M_{Ed,x}^{(1/2)} \\&= 22,5 / 47,0^{(1/2)} = 3,28 \quad k_s = 2,40\end{aligned}$$

$$A_{sy,erf} = 2,40 \cdot 47,0 / 22,5 = 5,01 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\begin{aligned}M_{Ed,y} &= M_1 \cdot \sin^2\Theta + M_1 \cdot \sin\Theta \cdot \cos\Theta \\&= 39,8 \cdot \sin^2 30 + 39,8 \cdot \sin 30 \cdot \cos 30 \\&= 27,2 \text{ kNm/m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}k_d &= d_y / M_{Ed,y}^{(1/2)} \\&= 21,5 / 27,2^{(1/2)} = 4,12 \quad k_s = 2,36\end{aligned}$$

$$A_{sy,erf} = 2,36 \cdot 27,2 / 21,5 = 2,99 \text{ cm}^2/\text{m}$$

gewählte Bewehrung

$$\begin{aligned}\text{längs } \emptyset 10 - 15 &= 5,24 \text{ cm}^2/\text{m} \\&> 5,01 \text{ cm}^2/\text{m} = A_{sx,erf}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{quer } \emptyset 8 - 15 &= 3,35 \text{ cm}^2/\text{m} \\&> 2,99 \text{ cm}^2/\text{m} = A_{sy,erf}\end{aligned}$$

Für die Bestimmung der erforderlichen Bewehrung im GZT stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. Im Rahmen des Beispiels wurde das Transformationsverfahren von KUYT verwendet.

B6 Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (Rissbildung)

Bei der vorliegenden Expositionsklasse XC1 ergibt sich ein zulässiger Rechenwert der Rissbreiten von $w_k = 0,4$ mm.

Anforderungsklasse F

Bestimmung der maßgebenden Richtung

$$\frac{d_{s,y}}{d_{s,x}} \cdot \tan^4 \Theta > 1 \quad y - \text{Richtung maßgebend}$$

$$< 1 \quad x - \text{Richtung maßgebend}$$

$$\frac{8}{10} \cdot \tan^4 30 = 0,01 \quad \text{die x-Richtung ist maßgebend}$$

Bestimmung der Rissbreite

$$w_k = s_{r,\max,x} \cdot (\varepsilon_{sm,x} - \varepsilon_{cm,x}) / \cos \Theta$$

Bestimmung der Dehnungsdifferenz

$$\varepsilon_{sm,x} - \varepsilon_{cm,x} = \frac{\sigma_{s,x}}{E_s} - \frac{0,4}{E_s} \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)}{\text{eff}\rho^*} \cdot \cos^2 \Theta \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s,x}}{E_s}$$

mit

Stahlspannung in x-Richtung

$$\sigma_{s,x,perm} = \frac{N_{Ed,1,perm} \cdot \cos^2 \Theta}{(A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta)}$$

$$N_{Ed,1,perm} = \frac{M_{Ed,1,perm}}{z}$$

$$= \frac{24,5}{0,198} = 125,3 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_{s,x,perm} = \frac{125,3 \cdot \cos^2 30}{(5,24 \cdot \cos^4 30 + 3,25 \cdot \sin^4 30)} \cdot 10$$

$$= 298,3 \text{ N/mm}^2$$

Effektive Betonzugfestigkeit

$$f_{ct,eff} = f_{ctm} = 2,6 \text{ N/mm}^2$$

Bewehrungsgrade

$$\text{eff}\rho^* = (A_{s,x} \cdot \cos^4 \Theta + A_{s,y} \cdot \sin^4 \Theta) / A_{c,eff}$$

$$= (5,24 \cdot \cos^4 30 + 3,25 \cdot \sin^4 30) / (7,25 \cdot 100) = 0,00435$$

Mittlerer Hebelarm:

$$z = 0,9 \cdot d_m$$

$$= 0,9 \cdot 22,1$$

$$= 19,8 \text{ cm}$$

$$A_{c,eff} = 2,5 \cdot d_{1m}$$

$$= 2,5 \cdot 2,9$$

$$= 7,25 \text{ cm/m}$$

$$\begin{aligned}\text{eff}\rho_x &= A_{s,x} \cdot \cos \Theta / A_{ct} \\ &= 6,24 \cdot \cos 30 / (7,25 \cdot 100) = 0,00745\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{eff}\rho_y &= A_{s,y} \cdot \sin \Theta / A_{c,\text{eff}} \\ &= 3,25 \cdot \sin 30 / (7,25 \cdot 100) = 0,00224\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{sm,x} - \varepsilon_{cm,x} &= \frac{298,3}{200.000} - \frac{0,4}{200.000} \cdot \frac{2,6 \cdot (1 + 7,5 \cdot 0,00435)}{0,00435} \cdot \cos^2 30 \\ &= 0,0005657 \\ &< 0,6 \cdot \frac{298,3}{200.000} = 0,0008949 \text{ (maßgebend)}\end{aligned}$$

Bestimmung des Rissabstandes

$$\begin{aligned}s_{r,\text{max},x} &= \frac{1}{3,6 \cdot \cos \Theta \cdot \left(\frac{\text{eff}\rho_x}{d_{s,x}} + \frac{\text{eff}\rho_y}{d_{s,y}} \right)} \leq \frac{\sigma_{s2,x} \cdot d_{s,x} \cdot \cos \Theta}{3,6 \cdot f_{ct,\text{eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff}\rho^*)} \\ &= \frac{1}{3,6 \cdot \cos 30 \cdot \left(\frac{0,00745}{10} + \frac{0,00224}{8} \right)} = 312,9\text{mm} \\ &> \frac{298 \cdot 10 \cdot \cos 30}{3,6 \cdot 2,6 \cdot (1 + 7,5 \cdot 0,00435)} = 267,0\text{mm (maßgebend)}\end{aligned}$$

Die rechnerische Rissbreite ergibt sich zu

$$\begin{aligned}w_k &= 267,0 \cdot 0,0008949 / \cos 30 \\ &= 0,28\text{mm}\end{aligned}$$

$$w_{k,\text{vorh}} = 0,28 \text{ mm} < 0,40 \text{ mm} = w_{k,\text{zul}}$$

Nachweis der Begrenzung der Rissbreiten ist erbracht, die vorhandene Bewehrung ist ausreichend dimensioniert.