

**Überprüfung und Ergänzung der
Imperfektionsannahmen und
Montageregeln der DIN EN 1995-1-1
für Nagelplattenkonstruktionen
zur Steigerung ihrer Sicherheit und
Wirtschaftlichkeit**

T 3317

T 3317

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2015

ISBN 978-3-8167-9528-5

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de

Martin H. Kessel Alexander Kühl Christoph Hall

**Überprüfung und Ergänzung
der Imperfektionsannahmen und Montagerregeln
der DIN EN 1995-1-1
für Nagelplattenkonstruktionen
zur Steigerung ihrer Sicherheit und Wirtschaftlichkeit**

Forschungsvorhaben

beauftragt durch

DIBt - Deutsches Institut für Bautechnik
Kolonnenstraße 30B
10829 Berlin

bearbeitet durch

Ingenieurbüro kgs
Lavesstraße 4
D-31137 Hildesheim
Fon 05121 919940
www.ingenieurbuero-kgs.de

im September 2014

VORWORT

Die Aufgabe des Tragwerksplaners ist es, Tragwerke zu entwickeln, die in der Lage sind, mit der erforderlichen Sicherheit und der angemessenen Dauerhaftigkeit und Wirtschaftlichkeit Räume zu überspannen, die vom Bauherrn zu dem von ihm bestimmten Zweck genutzt werden können. Da diese Räume dreidimensional sind, sind auch die Tragwerke dreidimensional – räumlich. Auf sie wirken Kräfte in allen drei Raumrichtungen ein. Nicht nur die Tragwerke als Ganzes sind räumlich, sondern auch ihre Einzelteile. Es sind Baukörper, die wie alle Körper in unserer Umgebung dreidimensional sind. Körper und speziell alle Baukörper, die von Menschenhand hergestellt werden, besitzen die inhärente Eigenschaft, imperfekt zu sein – im Sinne von nicht homogen, nicht perfekt lotrecht, nicht perfekt gerade und nicht perfekt eben.

Ziel des Forschungsvorhabens, über dessen Durchführung und Ergebnisse hier berichtet wird, war, die Imperfektionen von räumlichen Tragwerken in Nagelplattenbauart in ihrer Form und Größe anhand einer Stichprobe zufällig ausgewählter Bauobjekte im Raum zu messen, ihre Auftretenswahrscheinlichkeit zu bestimmen und ihre möglichen Auswirkungen auf die Beanspruchungen der Tragwerke darzustellen. Bei Letzterem spielt der Abgleich von Imperfektionsformen und Eigenformen des räumlichen Tragwerks und seiner Teile eine wichtige Rolle.

Das wesentliche Interesse des Deutschen Instituts für Bautechnik DIBt als Vertretung der Obersten Bauaufsichten der Länder der Bundesrepublik Deutschland lag als finanzieller Förderer in der durch die Ergebnisse dieses Forschungsvorhabens möglichen Überprüfung und Ergänzung der Imperfektionsannahmen und Montageregeln der DIN EN 1995-1-1.

In die stochastischen Auswertungen dieses Forschungsvorhabens wurden auch frühere Imperfektionsmessungen des Ingenieurbüros kgs, die durch die **G**ütegemeinschaft Nagelplattenprodukte und **I**nteressenverband **N**agelplatten e.V. GIN finanziert wurden, einbezogen.

Hildesheim, im September 2014

Martin H. Kessel Alexander Kühl Christoph Hall

INHALTSVERZEICHNIS:

1	Formelzeichen	7
2	Begriffe	8
3	Einleitung	10
4	Stand der Forschung	13
4.1	Auswirkungen von Imperfektionen auf Fachwerke und einzelne Bauteile	13
4.2	Messung und statistische Beschreibung von Imperfektionen	14
4.3	Stochastische Modelle	16
5	Eingeführte bauaufsichtliche Regelungen	19
5.1	Grundsätzliches	19
5.2	Zur Berücksichtigung von Imperfektionen nach DIN EN 1995-1-1:2010-12 und NA:2013-08	20
5.3	Überwachung	21
5.4	Imperfektionen und Montagetoleranzen im Stahl-, Stahlbeton- und Aluminiumbau.....	23
5.4.1	DIN 1045-1:2008-08	23
5.4.2	DIN EN 1992-1-1:2011-01 und /NA:2013-04	24
5.4.3	DIN 18800:2008-11	26
5.4.4	DIN EN 1993-1-1:2010-12 und /NA:2010-12	27
6	Eigenformen und Form der maßgebenden Imperfektionen	29
6.1	Das Eigenwertproblem eines Druckstabes aus Ingenieursicht - der quasi perfekte Druckstab	29
6.2	Der imperfekte Druckstab.....	30
6.3	Das Eigenwertproblem des kontinuierlich gestützten Druckstabes – der quasi perfekte und kontinuierlich gestützte Druckstab	33
6.4	Der imperfekte gestützte Druckstab	35
6.5	Zum Stichmaß e der Vorkrümmung	39
7	Messungen.....	42
7.1	Auswahl der Stichprobe	42
7.2	Messverfahren.....	43
7.3	Besonderheiten bei der Messung.....	46
7.4	Aufbereitung der Messergebnisse.....	47
8	Messergebnisse	49
8.1	Objekt 1: Pultdachbinder	49
8.2	Objekt 2: Trapezbinder	52
8.3	Objekt 3: Pultdachbinder	55
8.4	Objekt 4: Fünfeckbinder	58
8.5	Objekt 5: Dreieckbinder	61
8.6	Objekt 6: Trapezbinder	64
8.7	Objekt 7: Fünfeckbinder	67
8.8	Objekt 8: Dreieckbinder	70
8.9	Objekt 9: Pultdachbinder	73
8.10	Objekt 10: Dreieckbinder	76

8.11	Einfluss der Montagethoden auf die Imperfektionen	79
8.11.1	Obergurtkrümmungen	79
8.11.2	Schrägstellung.....	79
8.12	Erste zusammenfassende Übersicht der Messergebnisse	81
9	Zufällige und systematische Imperfektionen – stochastisches Modell	84
9.1	Imperfektionen eines einzelnen Binders	84
9.2	Imperfektionen eines Kollektivs von Bindern.....	85
10	Auswertung der Schrägstellungen	90
10.1	Verteilungsmodell der gemessenen Schrägstellungen	90
10.2	Verteilungsmodelle der Absolutwerte der Schrägstellungen.....	91
10.3	Einfluss der Binderanzahl n auf die Beanspruchung des Sekundärsystems	95
11	Auswertung der Krümmungen.....	97
11.1	Verteilungsmodell der gemessenen „Krümmungen“	97
11.2	Verteilungsmodelle der gewichteten Absolutwerte der „Krümmungen“	99
11.3	Einfluss der Binderanzahl n auf die Beanspruchung des Sekundärsystems	103
12	Zum gleichzeitigen Auftreten von Schrägstellungen und Krümmungen.....	105
13	Festlegung der charakteristischen Werte und der Kontrollwerte der Imperfektionen.....	106
13.1	Allgemeines.....	106
13.2	Schrägstellung.....	107
13.2.1	Grenzwerte der Schrägstellungen von Nagelplattenbindern.....	108
13.2.2	Bemessungswerte für einzelne Bauteile	108
13.2.3	Bemessungswerte für abstützende und aussteifende Bauteile.....	109
13.3	Krümmung.....	109
13.3.1	Grenzwerte der Krümmungen von Nagelplattenbindern	110
13.3.2	Bemessungswerte für einzelne Bauteile	110
13.3.3	Bemessungswerte für abstützende und aussteifende Bauteile.....	111
14	Regeln für die Montage und ihre Überprüfung.....	113
14.1	Regeln für die Montage und ihre Überprüfung	113
14.2	Vormontage des Verbandsgebindes	113
14.3	Montage des Verbandsgebindes und der Binder auf den Ringbalken	116
14.4	Montageregel für Windrispen	116
14.5	Formblätter zur Protokollführung.....	117
15	Literatur.....	118
Anlage 1:	Für dieses Forschungsvorhaben relevante Regeln der DIN EN 1990:2010-12	119
Anlage 2:	Für dieses Forschungsvorhaben relevante Regeln der DIN EN 1995-1-1:2010-12.....	121

1 Formelzeichen

Bauteile

B	Binder
K	Knickpunkt
OG	Obergurtabschnitt zwischen zwei Knickpunkten, Obergurt
n	Anzahl Knickpunkte oder Anzahl Obergurte in einem Kollektiv, in der Regel gleich 10
n_K	Anzahl der eingemessenen unabhängigen Knickpunkte gleich 24
n_{OG}	Anzahl der eingemessenen unabhängigen Obergurtabschnitte gleich 17
n_{dev}	Anzahl der gemessenen Schrägstellungen in n_K Knickpunkten gleich $n_K \cdot n - 2 = 238$
n_{bow}	Anzahl der größten Absolutwerte der gemessenen Verschiebungen gleich Gesamtzahl der Obergurte $n_{OG} \cdot n = 170$

Imperfektionen

i_j	Imperfektion des Binders j , $j = 1, \dots, n$,
ϕ	Bemessungswert a_d der Schrägstellung i_{dev}
e	Bemessungswert a_d der Vorkrümmung i_{bow}
φ	Schrägstellung i_{dev} in mm/m gemessen
ε	Vorkrümmung i_{bow} in mm/m gemessen
$a_{dev,mean,perm}$	Grenzwert i_{max} der mittleren Lotabweichung eines Kollektivs
$a_{dev,dia,perm}$	Grenzwert i_{max} der Lotabweichung eines Verbandsgebindes
$a_{dev,single,perm}$	Grenzwert i_{max} der Lotabweichung eines einzelnen Binders
$a_{bow,mean,perm}$	Grenzwert i_{max} der mittleren Formabweichung eines Kollektivs

2 Begriffe

Primär(trag)system	Nagelplattenbinder oder ein Stab eines Nagelplattenbinders
Imperfektion i	Abweichung von einer in der Planung vorausgesetzten geometrischen oder strukturellen Eigenschaft eines Primärsystems oder seiner Teile, in der Regel Lage- oder Gestaltabweichung, die wesentlich für die Zuverlässigkeit des Tragwerks ist
Geometrische Imperfektion	Abweichungen in Lage und Gestalt von der Ausführungsplanung
Strukturelle Imperfektion	Verursacht durch Wuchsmerkmale des Baumstamms und den Einschnitt des Rohlings
Zufällige Imperfektionen	i_r , voneinander unabhängige Imperfektionen
Systematische Imperfektionen	i_s , voneinander abhängige Imperfektionen
Lotabweichung i_{dev}	Synonym für Schiefstellung, Schrägstellung, mathematische Beschreibung einer Lageabweichung eines Primärsystems in Form einer Starrkörperdrehung (hier um die Auflagerpunkte) in Größe der Drehung ϕ [-]
Formabweichung i_{bow}	Spannungslose Krümmung, mathematische Beschreibung einer Form- oder Gestaltabweichung in Form einer Krümmung $e''(x)$ eines Primärsystems oder seiner Teile in Größe des Stichmaßes $e(x_1) = e$ [m] des gekrümmten Bauteils an der Stelle x_1
Bemessungswert a_d	einer Lot- oder Formabweichung für den Nachweis der Tragfähigkeit, gleich einer hier festgelegten Fraktile der statistischen Verteilung von i
Grenzwert i_{max}	Kontrollwert einer Imperfektion, der durch Messung nach der Montage überprüft werden kann
Imperfekte Imperfektion	Eine mathematische Funktion zur Beschreibung der Ortsabhängigkeit einer Imperfektion, deren Form zu keiner Eigenform des Tragsystems affin ist.
Beiwert $k_{sim} \leq 1$	Beiwert zur Berücksichtigung zufälliger Imperfektionen in einem Kollektiv
Sekundär(trag)system	Einige ausgewählte Primärsysteme und zusätzliche Bauteile, die diese Primärsysteme verbinden. Diesem Zweck entsprechend werden diese Bauteile als Verbandsstäbe bezeichnet. Sie werden in Ebenen angeordnet, die senkrecht auf den Ebenen der Primärsysteme stehen. Ein Sekundärsystem ist ein räumliches oder ein ebenes Stabwerk, ein Biegeträger oder ein Schubfeld.
Verbandsstäbe	Verbindende Stäbe, wie Dachlatten, Bohlen, Diagonalen.
Verband	Aussteifungsträger und Teil des Sekundärsystems. Mit Hilfe zusätzlicher Gurte (Gurtstäbe) zusammengebundene Verbandsstäbe. Die zusätzlichen Gurte ermöglichen die Vorfertigung und lassen sich wesentlich einfacher als einzelne verbindende Pfosten oder Diagonalen mit den Primärsystemen verbinden.
Obergurtverband	In der Ebene der Binderobergurte angeordneter Aussteifungsträger.
Verbandsbinder	Zwei ausgewählte Primärsysteme, zwischen denen ein Obergurtverband angeordnet ist, der mit den Obergurten dieser beiden Primärsysteme verbunden ist.

Abstützung	Dachlatten, Dachschalung oder Bohlen stützen die Primärsysteme (Binder oder Füllstäbe), die nicht Teil eines Sekundärsystems sind, auf ein steifes Sekundärsystem ab. Zur Abstützung gehören Dachlatten, Dachschalung, Bohlen oder Läufer im Feld (in der Regel) mehrerer Primärsysteme und besonders steife Bohlen oder Läufer an den Rändern (Enden) dieser Primärsysteme. Es werden 3-Punkt-Abstützungen und kontinuierliche Abstützungen unterschieden.
Randabstützungen	Trauf- und Firstbohlen, Kopf- und Fußbohlen, mit besonders steifen Verbindungen an den Rändern (Enden) der Primärsysteme.
Aussteifung	Sie besteht aus Abstützung und Sekundärsystem. Ein Primärsystem wird durch das Zusammenwirken von Abstützung und Sekundärsystem ausgesteift.
Verbindung	Mindestens zwei Stäbe sind durch mindestens einen Anschluss verbunden.
Anschluss	Ein Anschluss ist ausgezeichnet durch einen Anschlusspunkt und seine Koordinaten. Er verbindet zwei Stäbe oder einen Stab mit einem Verbindungselement.
Knickpunkt K	Punkt des Binderobergurtes, in dem sich die Richtung der Obergurtdruckkraft ändert. Ursache kann entweder eine Änderung der Achsrichtung von Teilstücken des Obergurtes oder die Ableitung des größten Teils der Obergurtdruckkraft in einen druck- oder zugbeanspruchten Füllstab sein.

3 Einleitung

Nagelplattenbinder dienen im Gewerbebau, Wohnungsbau und in der Landwirtschaft zur Überdachung von Einkaufsmärkten, Büros, Wohnungen, Sportstätten, Lagerhäusern und Stallungen. Sie sind Teile dreidimensionaler Tragstrukturen. Da Dächer, wenn irgend möglich, als Satteldächer entworfen werden (aber natürlich auch als Flach-, Pult-, Walm-, Tonnen- oder Wellendach), werden Nagelplattenbinder in der weit überwiegenden Anzahl als Dreiecksbinder hergestellt. Das jährliche Produktionsvolumen liegt in der Bundesrepublik Deutschland bei 350.000 Nagelplattenbindern mit Spannweiten von 5 m bis über 30 m und das Gewicht der hierfür verbrauchten Nagelplatten lag bei 7.000 t.

Ein Nagelplattenbinder (z. B. Binder A in Abbildung 1) ist ein in seiner Ebene sehr steifes und sehr tragfähiges Tragsystem. Bei Belastung rechtwinklig zu dieser Ebene haben die einzelnen Binder A wegen der systembedingten schmalen Stabquerschnitte praktisch keine Steifigkeit und keine Tragfähigkeit. Daher bestehen Dächer dieser Bauart nicht nur aus vertikal angeordneten Bindern in der Hauptspannrichtung, sondern zusätzlich aus Fachwerken senkrecht zu diesen Ebenen, z. B. in Form horizontaler oder geneigter Binder (Binder B1 bis B4 in Abbildung 1). Dadurch entstehen räumliche Bindersysteme, deren räumlichem Tragverhalten besondere Beachtung zu schenken ist. Durch die Variation geometrischer Parameter kann eine große Vielzahl von Formen der Binder für nahezu alle Anwendungen erzeugt werden.

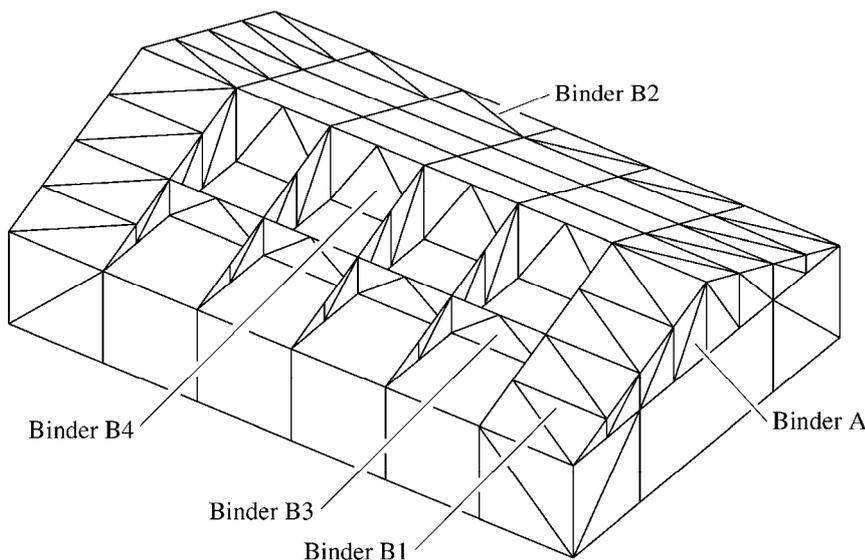


Abbildung 1: Typisches räumliches Fachwerksystem eines Tragwerks in Nagelplattenbauart

Da wir ein überlebenswichtiges Interesse daran haben, dass von Bauwerken keine Gefahr für die öffentliche Sicherheit und Leben, Gesundheit und Wohlbefinden des einzelnen Menschen ausgeht, führen wir die Nachweise der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit auf der Grundlage des in DIN EN 1990:2010-12 festgelegten semiprobabilistischen Sicherheitskonzeptes. Dieses Konzept berücksichtigt durch Sicherheitsbeiwerte, die u. a. materialabhängig sind, dass wir sowohl die Beanspruchungszustände als auch die Widerstände in Tragwerken aller Bauarten nur mit einer gewissen, aber von allen Beteiligten als ausreichend groß eingeschätzten Wahrscheinlichkeit vorhersagen können.

Die einzelnen filigranen Nagelplattenbinder besitzen wie alle schlanken Bauteile aus Holz, Stahl oder Stahlbeton (Primärsysteme) für Einwirkungen in ihrer Ebene große Festigkeit und Steifigkeit, solange sie als perfekt ebene Systeme betrachtet werden.

Um sie für diesen Zweck einsetzen zu können, fordert die Bauaufsicht in Deutschland, dass Bauprodukte ganz allgemein und so auch Nagelplattenbinder ihre Verwendbarkeit nachweisen und die Hersteller für ihre Produktion zertifiziert sind.

Durch äußere horizontale Einwirkungen, wie z. B. Wind, und in Folge von Imperfektionen, wie material-, herstellungs- und montagebedingte Abweichungen von dem in der Planung angenommenen Idealzustand, werden die Binder wie alle ebenen Bauteile aus Holz, Stahl oder Stahlbeton immer auch senkrecht zu ihrer Ebene (Binderebene) belastet, wofür sie allein keine ausreichende Festigkeit und Steifigkeit besitzen. Erst durch das Verbinden (Zusammenwirken) der Binder mit Latten, Pfetten, Rispenbändern und Verbänden (das sind vorgefertigte parallelgurtige Nagelplattenbinder, die senkrecht zur Ebene der Primärsysteme eingebaut werden) entsteht ein räumliches Tragsystem (Sekundärsystem), das auch diese Lasten sicher in die Unterkonstruktion weiterleiten kann.

Der Einfluss der Imperfektionen auf die Grenzzustände der Tragfähigkeit aller Bauarten, so auch der Nagelplattenbauart, kann nur durch die Berechnung der Beanspruchungen am räumlichen Sekundärsystem ermittelt werden, das aus einem Teil der Primärsysteme und den sie verbindenden (aussteifenden) Bauteilen besteht. Die Berechnung kann

- entweder geometrisch nichtlinear unter Berücksichtigung der Imperfektionen Δa in der Systemgeometrie
- oder linear unter Berücksichtigung von Ersatzlastgruppen bei perfekter Systemgeometrie durchgeführt werden.

Größe und Form der Ersatzlastgruppen müssen so gewählt sein, dass sie im Tragwerk Beanspruchungen verursachen, die den durch die Imperfektionen direkt verursachten Beanspruchungen vergleichbar sind.

Die im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu berücksichtigenden Größen der Imperfektionen werden ebenso wie die Größen der äußeren horizontalen Einwirkungen (Wind) durch die Technischen Baubestimmungen materialabhängig vorgeschrieben, da von Imperfektionen ebenso wie z. B. von Wind eine Gefährdung der öffentlichen Sicherheit ausgehen kann. Während die Wahrscheinlichkeit für das Einwirken einer bestimmten Größe der Windlast wegen der in der Region, in der die Baubestimmungen gültig sind, herrschenden klimatischen Bedingungen mit zunehmender Größe der Windlast abnimmt, wird bislang stillschweigend unterstellt, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten großer Imperfektionen dadurch gering gehalten werden kann, dass wiederum durch Technische Baubestimmungen Baustoff-, Produkt- und Ausführungstoleranzen definiert und gefordert werden.

In Regeln festgelegte Toleranzen gibt es bis heute nur für den einzelnen Nagelplattenbinder: Zum einen gibt es für den einzelnen ebenen Nagelplattenbinder Baustoff-, Produkt- und Ausführungstoleranzen, die durch die im Rahmen der Zertifizierung durchgeführten Betriebsüberwachungen stichprobenartig kontrolliert werden, und zum anderen gibt es für den einzelnen montierten Nagelplattenbinder Größtwerte für Geradheit und lotrechte Ausrichtung. Geduldete Toleranzen von räumlichen aus mehreren Bauteilen bestehenden Tragwerksteilen gibt es de facto nicht bis auf unverbindliche Hinweise in Informationsheften und Montageempfehlungen der **G**ütegemeinschaft Nagelplattenprodukte und Interessenverband **N**agelplatten e.V. GIN.

Durch das Versagen mehrerer weitgespannter Nagelplattenkonstruktionen ohne Brandeinwirkung (bekannt geworden sind in letzter Zeit: Schwend, Falkensee, Bückeberg, Kirchdorf) hat sich zum einen die GIN als Mitglied im RAL seit mehr als 10 Jahren bemüht, die statischen Schwachstellen aufzuspüren. Dabei wurden festgestellt:

- mangelnde Kenntnisse über das Tragverhalten solcher Konstruktionen bei allen Beteiligten einschließlich der Prüfengeure,
- mangelnde theoretische Erkenntnisse, die Grundlagen für eine sichere Planung und Ausführung sind, und
- mangelnde Kenntnisse und Vorschriften zu Montage und Imperfektionen.

Zum anderen hat sich die Fachkommission Bautechnik der Bauministerkonferenz (ARGEBAU) mit den Sicherheitsrisiken von Nagelplattenkonstruktionen beschäftigt und im Februar 2011 „Hinweise zur Planung und Ausführung von Nagelplattenkonstruktionen sowie Anmerkungen zur Prüfung der Standsicherheitsnachweise und Überwachung der Bauausführung“ veröffentlicht. Anlass waren die in der jüngeren Vergangenheit bei Inspektionen von Nagelplattenkonstruktionen sowie im Zusammenhang mit den oben erwähnten Schadensfällen wiederholt festgestellten Unzulänglichkeiten bei der Planung, Ausführung und Instandhaltung von Nagelplattenkonstruktionen (s. S. 1 der Hinweise). Die Hinweise enthalten u. a. die Forderung, die Übereinstimmung der ausgeführten Konstruktion mit den geprüften bautechnischen Unterlagen stichprobenartig zu überprüfen. Dazu gehört u. a. die Durchsicht des Protokolls über die aufgemessenen tatsächlich vorhandenen Krümmungen der Fachwerkgerüste und Schrägstellungen der Fachwerkbinder und gegebenenfalls deren erforderlicher Überprüfung (s. S. 6 der Hinweise).

Die Hinweise enthalten keine Angaben über die für die Tragsicherheit einer Konstruktion relevanten Imperfektionen (Krümmungen und Schrägstellungen) und ihre Bezugsmaße, über Verfahren zur Minimierung von Imperfektionen bei der Errichtung und über die für eine Überprüfung erforderlichen Grenzmaße von Imperfektionen (zulässige Krümmungen und Schrägstellungen).

Daher erschien es erforderlich, an einer repräsentativen Stichprobe (bestehend aus 10 Bauobjekten mit jeweils 20 gleichartigen Bauteilen) die tatsächlich vorhandenen Imperfektionen direkt nach Abschluss der Montage zu messen. Die Auswertung erfolgt auf der Grundlage eines stochastischen Modells für zufällige und systematische Imperfektionen. Die Ergebnisse sind mit dem deterministischen statischen Modell, das für alle gleichartigen Bauteile nur ein Maß einer Imperfektion berücksichtigt, abzugleichen. Der Abgleich wird entweder zur Annahme oder Ablehnung der zur Zeit in der DIN EN 1995-1-1 nur für Bogen und Rahmen festgelegten Imperfektionsmaße oder zur Annahme oder Ablehnung des Standes der Technik der Montage führen.

4 Stand der Forschung

Der Zusammenhang von Eigenformen des verwendeten Tragwerksmodells, die u. a. wesentlich von den Steifigkeiten der Lagerungen abhängig sind, und der Form der maßgebenden Imperfektion wird in der Regel nicht hergestellt. Die Größe der Imperfektion wird in der Regel den bereits existierenden Angaben in Regelwerken entnommen.

Der Stand der Forschung kann thematisch in Untersuchungen gegliedert werden, die sich

- indirekt mit Imperfektionen in Form von Untersuchungen zu den Auswirkungen von Imperfektionen auf Tragwerke und einzelne Bauteile,
- direkt mit Imperfektionen in Form von Messungen und der statistischen Beschreibung von Imperfektionen und
- direkt mit Imperfektionen in Form ihrer stochastischen Modellierung

auseinandersetzen.

4.1 Auswirkungen von Imperfektionen auf Fachwerke und einzelne Bauteile

In diesem Kontext sind das Tragverhalten druck- und biegebeanspruchter Holzbauteile (Primärsysteme), das Tragverhalten des zugehörigen Aussteifungssystems (Sekundärsystem) sowie dessen Auswirkung auf das Tragverhalten des Primärsystems zu nennen. Hierzu wurden in der Vergangenheit zahlreiche theoretische Arbeiten durchgeführt.

Die erste grundlegende Arbeit hierzu mit dem Titel „Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur seitlichen Stabilisierung von Biegeträgern“ entstand 1985 von Natterer und Kessel an der ETH Lausanne und wurde von der Kommission zur Förderung von Wissenschaft und Forschung KWF gefördert. In dieser Arbeit wird erstmals gezeigt, dass durch die Annahme einer Beanspruchung des Sekundärsystems durch eine konstante Ersatzlast die Verträglichkeitsbedingungen der Verformungen verletzt werden und die Annahme einer sinusförmigen Beanspruchung nur für Primärsysteme mit konstanter Druck- oder Biegebeanspruchung gerechtfertigt ist.

Der Einfluss der Form der Imperfektion wurde erstmals von Mertinaschk (2002) untersucht. Er stellte den Zusammenhang von Eigenformen des verwendeten Tragwerksmodells, die u. a. wesentlich von den Steifigkeiten der Lagerungen abhängig sind, und der Form der maßgebenden Imperfektion her.

Auf der Grundlage der weiterführenden Arbeit von Kessel (1996), in der erstmals gezeigt wurde, dass neben den Schrägstellungen der Binder und den Vorkrümmungen ihrer Obergurte (Vergrößerungsfaktor $1/(1-\alpha_v)$) auch ihre vertikalen Durchbiegungen (Vergrößerungsfaktor $1/(1-\alpha_b)$) wesentlichen Einfluss auf die Beanspruchung des Sekundärsystems haben, führte die Arbeit von Kessel und Kühl (2011) zu einer konsistenten Beschreibung des räumlichen Tragverhaltens von imperfekten Flach- und Pultdachbindern und symmetrischen Dreieck-, Trapez- und Fünfeckbindern. In dieser Beschreibung sind erstmals auch die in Abbildung 2c und d schematisch dargestellten Abtriebskräfte in der Obergurtebene aus Vorkrümmung und Schrägstellung berücksichtigt, die nicht allein in der Obergurtebene ins Gleichgewicht gebracht werden können und auf die in den Bemessungsnormen des Holz- und Stahlbaus bislang nicht hingewiesen wird. Sie sind jedoch von gleicher Größenordnung wie die Aussteifungskräfte des Obergurtes als Druckstab in Abbildung 2b.

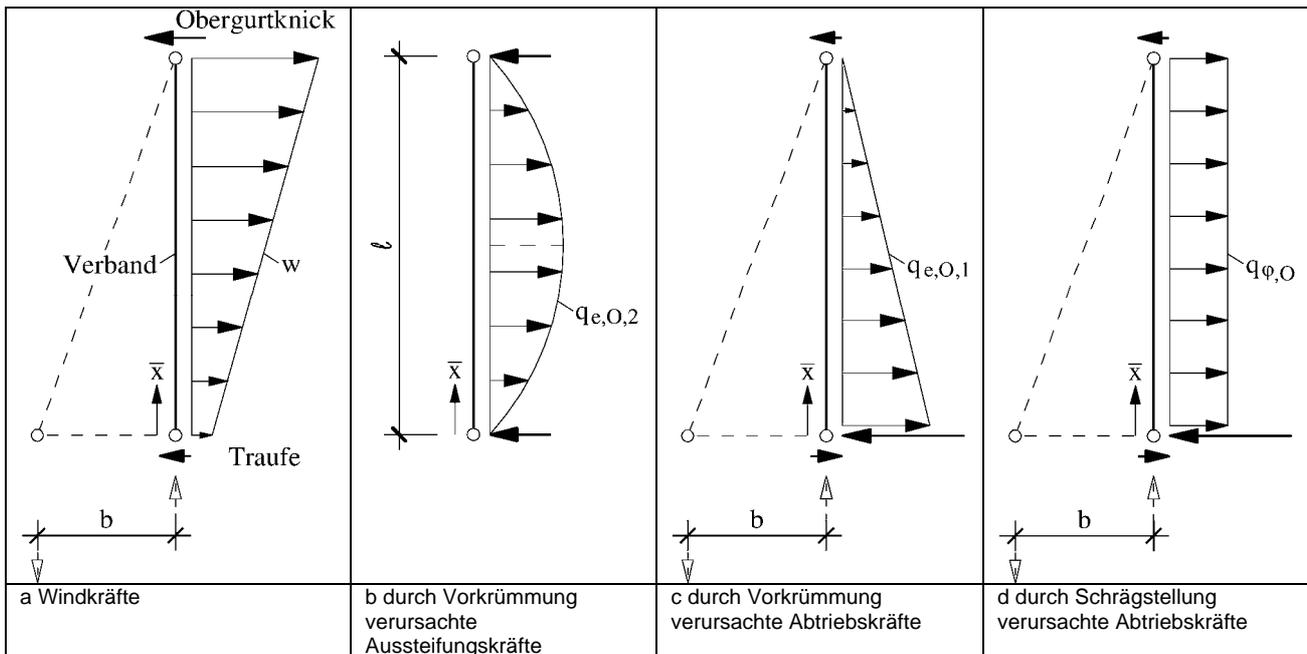


Abbildung 2: An einfachen ebenen Stabmodellen ermittelte Beanspruchungen des Verbandes

Den von Kessel und Kühl (2011) aufgezeigten Auswirkungen der Vorkrümmung des Untergurtes und den damit zusammenhängenden Auswirkungen der Richtung der Diagonalen des Primärsystems insbesondere bei Bindern mit nicht konstanter Untergurtzugkraft (z. B. Flach- und Pultdachbinder) wird hier keine Aufmerksamkeit geschenkt.

Das räumliche Tragverhalten von unsymmetrischen imperfekten Bindern wurde bislang noch nicht untersucht.

4.2 Messung und statistische Beschreibung von Imperfektionen

Maaß, Materna, Karner und Rackwitz (1976) maßen die Schrägstellungen und Vorkrümmungen der Stützen von 6 Stahlbetonbauwerken. Ihre Messergebnisse „zeigen eine gute Anpassung an die Normalverteilung.“ Die in Abschnitt 17.4 der damals gültigen DIN 1045 festgelegte ungewollte Exzentrizität für Einzelstützen unterscheidet sich nicht wesentlich von dem Mittelwert ihrer Beobachtungen. Dabei konnten sie keine systematischen Imperfektionen von Stützenreihen mehrerer Stützen feststellen. Die Imperfektionen waren also zufällig. Sie kommen zu dem Ergebnis, „dass bei Unabhängigkeit der Schiefstellungen zwischen Stützen mit zunehmender Stützenszahl das Mittel gegen Null konvergieren sollte.“

Stoffregen und König (1979) maßen die Schiefstellungen von Stützen in 7 vorgefertigten Skelettbauten und einem in Ortbeton errichteten Rathaus in positiver und negativer Richtung. Andere Imperfektionen, wie Abweichungen der Stützenfuß- und Stützenkopfpunkte von der Sollage, wurden nicht gemessen. Die statistische Auswertung der Messergebnisse beinhaltete die Mittelwerte und die Standardabweichungen je Bauwerk. Die Messergebnisse dienen Stoffregen und König (1979) in ihrem weiter unten beschriebenen stochastischen Modell als Eingangsdaten.

Lindner und Gietzelt (1984) maßen die Absolutwerte der Stützenschiefstellungen von 8 Stahlkonstruktionen unterschiedlicher Nutzung. Die statistische Auswertung der Messergebnisse beinhaltete die Mittelwerte, die Standardabweichungen und den Kleinstwert der Kehrwerte der Schiefstellung $1/\psi$ je Bauwerk sowie einen gesamtheitlichen Grenzwert $1/\psi_{gr}$, der die Autoren auf den Grundwert der Schiefstellung $\psi_0 = 1/300$ führt. Die Messergebnisse dienen Lindner und Gietzelt (1984) in ihrem weiter unten beschriebenen stochastischen Modell als Eingangsdaten.

Ehlbeck und Blaß (1987) maßen an 13 voneinander unabhängigen Bauwerken die geometrischen Imperfektionen in Form von Schrägstellungen und Vorkrümmungsamplituden von 316 einzelnen Holzdruckstäben. Die Messergebnisse werden in Histogrammen mit den zugehörigen Normalverteilungen dargestellt und die 95%-Fraktile angegeben. Diese werden als Grenzwerte angenommen und mit den Rechenannahmen für Ersatzimperfektionen der damals gültigen Holzbaunorm verglichen. Über die Verbindungen der einzelnen Druckstäbe untereinander innerhalb eines Bauwerks, z. B. in Form zusammenhängender Stützenreihen, wird nicht berichtet, so dass zufallsbedingte und systematische Imperfektionen nicht unterschieden werden konnten.

Die nach Abschluss der Montage vorhandenen Imperfektionen (Schrägstellungen und Vorkrümmungen) in bestehenden Bauwerken aus Nagelplattenbindern wurden von Kessel und Mertinaschk (2001) im Rahmen eines AiF-Vorhabens bestimmt. Ziel war es, die Imperfektionsmessungen an einem möglichst großen Stichprobenumfang von 25 Bauwerken durchzuführen. Bedingt durch die für die Organisation der Messungen erforderlichen Vorlaufzeiten konnten alle Dächer erst nach Fertigstellung der Dacheindeckung und der Unterdecke nur von innen gemessen werden. Der daraus resultierende Aufwand der Messungen führte dazu, dass höchstens 3 Binder eines Bauwerks eingemessen werden konnten. Ihre Größen und Formen wurden an insgesamt 44 Nagelplattenbindern unterschiedlicher Formen gemessen und statistisch ausgewertet. Die gemessenen Binder hatten Spannweiten zwischen 5m und 30m und Dachneigungen zwischen 2° und 32°. Das Ergebnis der statistischen Auswertung der Schrägstellungen ist in Abbildung 3 dargestellt.

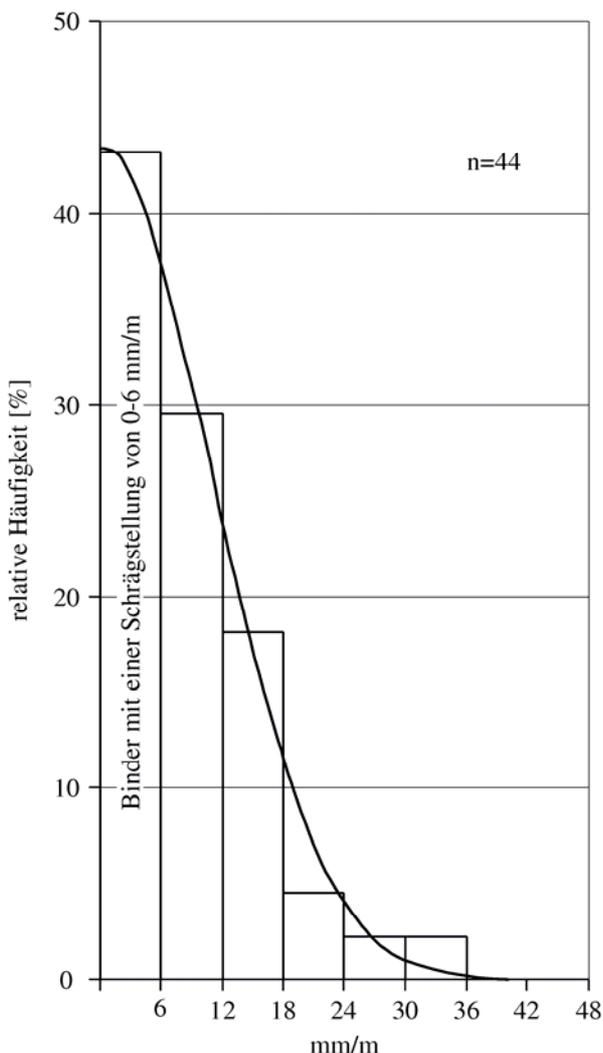


Abbildung 3: Schrägstellungen in mm pro Meter der Binderhöhe in Form einer gefalteten Normalverteilung nach Kessel und Mertinaschk (2001)

Da die gemessenen Schrägstellungen bei mehr als der Hälfte der Binder zum Teil deutlich größer waren als erwartet, wurden von Kessel, Seifart und Kühl (2009) weitere Untersuchungen im Auftrag der Gütegemeinschaft Nagelplattenprodukte und Interessenverband Nagelplatten e.V. GIN durchgeführt. Nachdem zuvor die Repräsentativität der Stichprobe durch die Auswahl einer möglichst großen Anzahl von Bauwerken gewährleistet werden sollte, sollte bei den neuerlichen Untersuchungen die Repräsentativität der Stichprobe durch die Auswahl einer möglichst großen Anzahl von Bindern eines Bauwerks gewährleistet werden. Zu diesem Zweck wurden 4 Bauwerke mit Satteldächern ausgewählt, die sich in der bauaufsichtlichen Prüfung befanden, so dass detaillierte Kenntnisse über den Bauablauf vorlagen. Dadurch und durch den Einsatz modernster Mess- und Auswertungstechnik war es möglich, die Messungen direkt nach Abschluss der Montage der Holzkonstruktion vor der Montage der Unterspannbahn durchzuführen.

Alle 4 Satteldächer bestanden aus Dreieckbindern, die Spannweiten zwischen 22,24 m und 28,36 m und Dachneigungen zwischen 18° und 22° besaßen. Die Messungen umfassten die Schrägstellungen der Binder, die Krümmungen der Obergurte einer Dachhälfte und die Krümmungen der Untergurte. Je Bauwerk wurden ca. 20 Binder eingemessen.

Durch die Ergebnisse des Jahres 2009 wurden die Ergebnisse des Jahres 2001 bestätigt.

4.3 Stochastische Modelle

Maaß, Materna, Karner und Rackwitz (1976) konnten keine systematischen Imperfektionen von Stützenreihen mehrerer Stützen feststellen. Die Imperfektionen waren also zufällig. Sie kommen zu dem Ergebnis, „dass bei Unabhängigkeit der Schiefstellungen zwischen Stützen mit zunehmender Stützenszahl das Mittel gegen Null konvergieren sollte.“ Für geometrische Abweichungen schlagen sie als stochastisches Modell

$$X(u, v, w) = X_0 + \Delta(u, v, w) \quad \text{Gl. 1}$$

vor. Hierin sind u, v, w globale Koordinaten und X ist die geometrische Größe, X_0 eine Größe mit dem Mittelwert m_0 und der Standardabweichung σ_0 , deren Größe von der Art der Variablen und von der Sorgfalt der Herstellung abhängt und $\Delta(u, v, w)$ die Größe, die die Abweichung vom bauwerkscharakteristischen Wert X_0 kennzeichnet.

Stoffregen und König (1979) untersuchen die Größe der horizontalen Beanspruchung H einer Geschossdecke durch die Abtriebskräfte von k schräg stehenden Stützen oberhalb der Decke mit dem Maß der Schrägstellung φ_o und k schräg stehenden Stützen unterhalb der Decke mit dem Maß der Schrägstellung φ_u . In ihrem stochastischen Modell werden die Schrägstellungen φ_o und φ_u als voneinander unabhängig und normalverteilt (also zufällig entsprechend dem zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung) angenommen. Systematische Schrägstellungen wurden von den Autoren nicht beobachtet. Beide besitzen den Mittelwert $\bar{\varphi}$ und die Standardabweichung s_φ . Wirkt in jeder der k schräg stehenden Stützen die Druckkraft F , verursachen diese die Beanspruchung

$$H = Ff(\varphi_o, \varphi_u) = F \sum_{i=1}^k (\varphi_{o,i} - \varphi_{u,i}), \quad \text{Gl. 2}$$

die ebenfalls normalverteilt ist. Der Mittelwert \bar{H} ist dann null und für die Standardabweichung von H gilt nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz für Standardabweichungen

$$s_H = F \sqrt{(f_{\varphi_o}(\bar{\varphi}_o, \bar{\varphi}_u) \cdot s_\varphi)^2 + (f_{\varphi_u}(\bar{\varphi}_o, \bar{\varphi}_u) \cdot s_\varphi)^2}. \quad \text{Gl. 3}$$

Mit den partiellen Ableitungen

$$f_{\varphi_o} = \frac{d}{d\varphi_o} \sum_{i=1}^k (\varphi_{o,i} - \varphi_{u,i}) = -f_{\varphi_u} = -\frac{d}{d\varphi_u} \sum_{i=1}^k (\varphi_{o,i} - \varphi_{u,i}) = k \quad \text{Gl. 4}$$

folgt

$$s_H = Fk s_{\varphi} \sqrt{2} . \quad \text{Gl. 5}$$

Wird in Gl. 3 die Standardabweichung s_{φ} der Einzelmessungen durch die Standardabweichung $s_{\bar{\varphi}}$ ihrer Mittelwerte $\bar{\varphi}$

$$s_{\bar{\varphi}} = \frac{s_{\varphi}}{\sqrt{k}} \quad \text{Gl. 6}$$

ersetzt, folgt für die Standardabweichung des Mittelwertes \bar{H}

$$s_{\bar{H}} = F s_{\bar{\varphi}} \sqrt{2k} . \quad \text{Gl. 7}$$

Stoffregen und König (1979) bestimmen die Beanspruchung H schließlich für ein Vertrauensniveau von 96% zu

$$H = \pm u_{0,96} F s_{\bar{\varphi}} \sqrt{2k} \cong \pm 2 F s_{\bar{\varphi}} \sqrt{2k} . \quad \text{Gl. 8}$$

Diese Beanspruchung wurde in den Nationalen Anhang der DIN EN 1992-1-1 aufgenommen.

Anmerkung:

Die Beanspruchung H lässt sich auch aus der Summe der durch die rein zufälligen (ohne die systematischen) Schrägstellungen φ_i , $i = 1, \dots, 2k$ aller $2k$ Stützen verursachten Abtriebskräfte bestimmen. Eine Unterscheidung von φ_o und φ_u ist nicht erforderlich, da alle Schrägstellungen als zufällig und ein und derselben Normalverteilung mit Mittelwert $\mu = \bar{\varphi} = 0$ und Standardabweichung $\sigma = s_{\varphi}$ zugehörig vorausgesetzt wurden. Das arithmetische Mittel der $2k$ Zufallsvariablen φ_i

$$\frac{1}{2k} \sum_{i=1}^{2k} \varphi_i \quad \text{Gl. 9}$$

ist dann wieder normalverteilt mit Standardabweichung $\sigma/\sqrt{2k}$, und für das arithmetische Mittel der Abtriebskräfte H_i folgt

$$H_i = \pm F u_{0,96} \frac{\sigma}{\sqrt{2k}} = \pm F u_{0,96} \frac{s_{\varphi}}{\sqrt{2k}} \quad \text{Gl. 10}$$

und für die Beanspruchung H durch alle Stützen wie zuvor in Gl. 8

$$H = \pm 2k \underbrace{F u_{0,96} \frac{s_{\varphi}}{\sqrt{2k}}}_{\substack{\text{arithmetisches} \\ \text{Mittel der Abtriebs-} \\ \text{kraft einer Stuetze}}} = \pm u_{0,96} F s_{\varphi} \sqrt{2k} \cong \pm 2 F s_{\varphi} \sqrt{2k} . \quad \text{Gl. 11}$$

Der Einfluss der Anzahl n der Stützen (hier $n = 2k$) ergibt sich aus der Division von H_i durch die durch eine einzelne Stütze verursachte Abtriebskraft H_1 auf demselben Vertrauensniveau

$$\frac{H_i}{H_1} = \pm \frac{Fu_{0,96} \frac{s_\varphi}{\sqrt{2k}}}{Fu_{0,96} s_\varphi} = \frac{1}{\sqrt{2k}} = \frac{1}{\sqrt{n}} = k_{\text{sim}} . \quad \text{Gl. 12}$$

Lindner und Gietzelt (1984) vergleichen den in DIN 18800 verwendeten Beiwert zur Berücksichtigung des Einflusses der Anzahl n von Stützen, die eine gemeinsame Aussteifung besitzen,

$$k_{\text{sim}} = r_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n} \right) \quad \text{Gl. 13}$$

mit dem Einfluss von n auf die eigenen Messergebnisse. Das stochastische Modell, das dem Beiwert zugrunde liegt, wird nicht diskutiert. Hierzu bzw. zu den unterschiedlichen von Gl. 13 abweichenden Bestimmungsgleichungen in den deutschen und europäischen Normen des Stahlbaus und Stahlbetonbaus sind in den Erläuterungen zur DIN 18800 Teil 1 bis Teil 4 (1993) einige Bemerkungen zu finden, ohne dabei die Grundlagen darzustellen.

Pienaar (1984) setzt sich mit Form und Größe der Imperfektionen der Obergurte von dreieckförmigen Fachwerkbindern auseinander, ohne Messungen an einer repräsentativen Stichprobe durchzuführen, und entwickelt ein stochastisches Modell für zufällige und systematische Imperfektionen, dessen Möglichkeiten der Anwendung von Kessel (2012) erläutert wurden.

Anmerkung:

Wenn bei Stahlbetonstützen nur zufällige Imperfektionen festgestellt werden können, dann ist das stochastische Modell

$$\alpha_n = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n} \right)} \quad \text{Gl. 14}$$

nicht angepasst.

5 Eingeführte bauaufsichtliche Regelungen

5.1 Grundsätzliches

Fast alle bauaufsichtlichen Regelungen erklären zum Prinzip, dass jedes realisierte Tragwerk und jedes seiner Teile von dem für sie geplanten Zustand abweichen; sie sind imperfekt.

Die Imperfektionen beinhalten materielle Inhomogenitäten (strukturelle Imperfektionen) und durch den Herstellungsprozess, bestehend aus Vorfertigung und Montage, bedingte Abweichungen von den Planungsdaten, insbesondere von der Planungsgeometrie (geometrische Imperfektionen). Nach Regel (2) des Abschnitts 6.3.4 der DIN EN 1990:2010-12 müssen solche Abweichungen in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit berücksichtigt werden, wenn sie wesentlich für die Zuverlässigkeit des Tragwerks sind. In der Regel werden alle diese Abweichungen vom perfekten Planungszustand, wie er z. B. in Abbildung 4 dargestellt ist, durch geometrische Imperfektionen beschrieben.

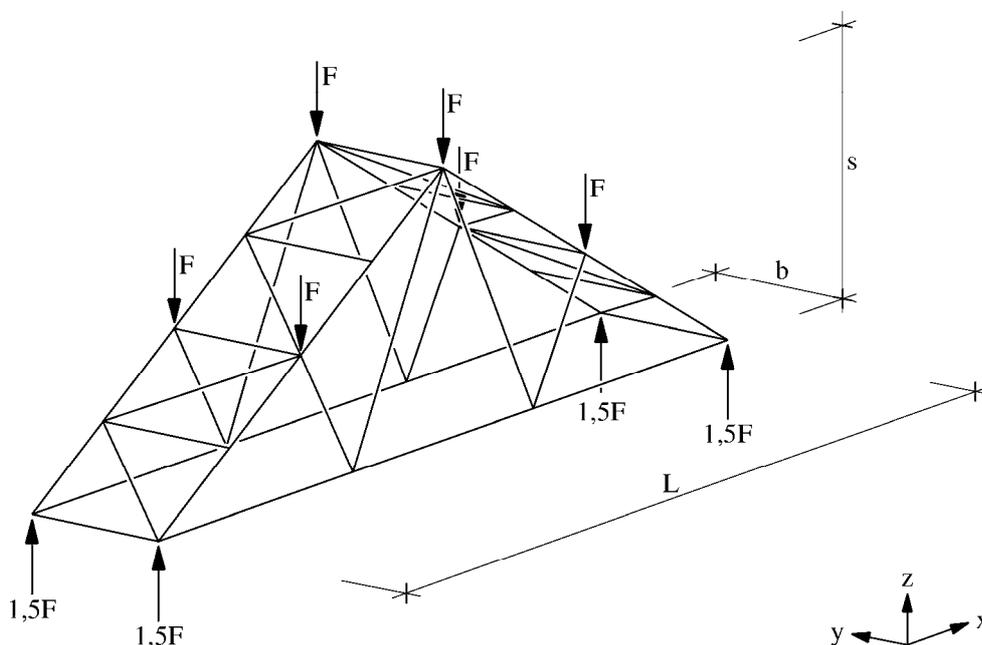


Abbildung 4: Perfektes Tragmodell, entsprechend der Ausführungsplanung

Imperfektionen sind nach Ort, Größe und Form zufallsbedingt, können aber auch systematisch entstehen. Ihre Form ergibt sich überwiegend aus der Prozesskette der Herstellung: Einschnitt des Rohlings, Be- und Verarbeitung des Rohlings zum Bauprodukt und Montage des Bauproduktes.

Die für die analytische Beschreibung der Imperfektionen angenommenen Funktionen müssen nicht den geometrischen Rand- und Übergangsbedingungen des statischen Modells genügen.

5.2 Zur Berücksichtigung von Imperfektionen nach DIN EN 1995-1-1:2010-12 und NA:2013-08

Regel (1) des Abschnitts 5.2 der DIN EN 1995-1-1:

"In der Berechnung muss Folgendes berücksichtigt werden:

- geometrische Imperfektionen,
- strukturelle Imperfektionen.

ANMERKUNG Geometrische und strukturelle Imperfektionen werden durch die in dieser Norm angegebenen Bemessungsmethoden erfasst."

Regel (2) des Abschnitts 9.2.5.1 der DIN EN 1995-1-1:

"Zusätzliche Beanspruchungen aus geometrischen und strukturellen Imperfektionen sowie aus Verformungen nach Theorie II. Ordnung (einschließlich der Anteile aus Verschiebungen in Verbindungen) sind zu berücksichtigen."

Regel (3) des Abschnitts 9.2.5.1 der DIN EN 1995-1-1:2010-12:

"Die Aussteifungskräfte sind aufgrund der ungünstigsten Kombination der strukturellen Imperfektionen und Verformungen aus Theorie 2. Ordnung zu bestimmen."

Der Abschnitt 5.4.4 der DIN EN 1995-1-1 enthält Regeln für die zu berücksichtigenden Imperfektionen allein für Rahmen und Bögen in Form einer wahrscheinlichen Vorkrümmung und einer wahrscheinlichen Schrägstellung. Werden diese Regeln sinngemäß auf Fachwerke übertragen, so ergeben sich beispielhaft für Dreieckbinder die in Abbildung 5 und Abbildung 6 dargestellten Vorkrümmungen und die in Abbildung 7 dargestellte Schrägstellung des unbelasteten Tragwerks.

Eine lineare Berechnung unter Verwendung einer Ersatzlastgruppe nach Abschnitt 9.2.5.3 der DIN EN 1995-1-1 (wie die vollständige Gruppe q , Q in Gleichungen 16 und 17 der DIN 1052:2008-12) bei perfekter Systemgeometrie kann immer nur eine grobe Abschätzung der Beanspruchungen liefern.

Anmerkung: Die Ersatzlast nach Gleichung 9.37 der DIN EN 1995-1-1 ist keine Ersatzlastgruppe und daher nicht vollständig. Größe und Form der Ersatzlastgruppen müssen so gewählt sein, dass sie im Tragwerk Beanspruchungen verursachen, die den durch die Imperfektionen direkt verursachten Beanspruchungen vergleichbar sind. Dieses in DIN EN 1995-1-1 nicht formulierte Prinzip wird auch deshalb durch Gleichung 9.37 nicht erfüllt, weil durch sie nur ungefähr zwei Drittel der durch die Imperfektionen tatsächlich verursachten Beanspruchungen berücksichtigt werden. Das sind die Imperfektionen in Abbildung 2b.

Für die Montage von Nagelplattenbindern enthält der Abschnitt 10.9.2 der DIN EN 1995-1-1:2010-12 die Regel (3) für Krümmungen und die Regel (4) für Lotabweichungen der einzelnen Binder **nach** der Montage als Empfehlungen. Im deutschen nationalen Anhang DIN EN 1995-1-1/NA: 2013-08 wird für die Krümmung als NDP ein zulässiger Größtwert von $a_{\text{bow,perm,max}} = \min(\ell/400; 50 \text{ mm})$ und für die Schrägstellung als NDP ein zulässiger Größtwert von $a_{\text{dev,perm,max}} = 50 \text{ mm}$ angegeben.

Anmerkung: Der zulässige Größtwert für die spannungslose seitliche Auslenkung $a_{\text{bow,perm,max}}$ bezieht sich auf den Abstand zwischen den Auflagern. Die Vorkrümmung muss sich jedoch auf die Länge des Druckstabes beziehen. Diese ist bei einem Flachdachbinder als Einfeldträger gleich dem Abstand zwischen den Auflagern. Bei einem Dreieckbinder ergibt sich die Druckstablänge jedoch aus dem Abstand von Traufpunkt und Firstpunkt.

Der zulässige Größtwert für die Schrägstellung $a_{\text{dev,perm,max}}$ beträgt 50 mm, unabhängig, ob es sich um einen hohen (z.B. Dreieckbinder) oder einen niedrigen Binder (z.B. Pultdachbinder) handelt. In DIN 1052:2008-12 musste im Tragfähigkeitsnachweis die Schrägstellung $\phi = 1/200$ berücksichtigt werden. Bei Bindern mit niedriger Höhe ergibt sich hieraus eine deutlich geringere Schrägstellung. Die Angabe der zulässigen Schrägstellung unabhängig von der Trägerhöhe ist nicht ausreichend.

5.3 Überwachung

Die Größe der Vorkrümmung von Rohlingen aus Vollholz wird im Rahmen der Holzsortierung überwacht. Dies geschieht auf der Grundlage der in Tabelle 2 der DIN 4074-1:2008-12 festgelegten Begrenzung der Längskrümmung auf 1/240. Diese Anforderung ist jedoch im Vergleich zu der rechnerisch nach Abschnitt 5.4.4 der DIN EN 1995-1-1 zu berücksichtigenden Vorkrümmung viel zu großzügig festgelegt.

Gemäß Regel (2) des Abschnitts 10.9.2 der DIN EN 1995-1-1:2010-12 sind bei der Binderherstellung die Verdrehungen und Krümmungen der Stäbe gemäß DIN EN 14250:2010-05: "Holzbauwerke - Produktanforderungen an vorgefertigte tragende Bauteile mit Nagelplattenverbindungen" zu beachten. Gemäß Abschnitt 4.1.1 der DIN EN 14250 darf die Längskrümmung der Schmalseite 4 mm je 2 m Länge ($l/500$) nicht überschreiten. Die Einhaltung dieser Anforderung wird im Rahmen der Zertifizierung überwacht.

Im Rahmen der Tragwerksplanung wird für den Nachweis der Tragfähigkeit die Größe der Imperfektion in der Regel den bereits existierenden Angaben in Regelwerken, wie z. B. Abschnitt 5.4.4 der DIN EN 1995-1-1, entnommen. Eine Überprüfung der Einhaltung dieser Größe im Rahmen der Bauüberwachung erfolgt zur Zeit noch nicht.

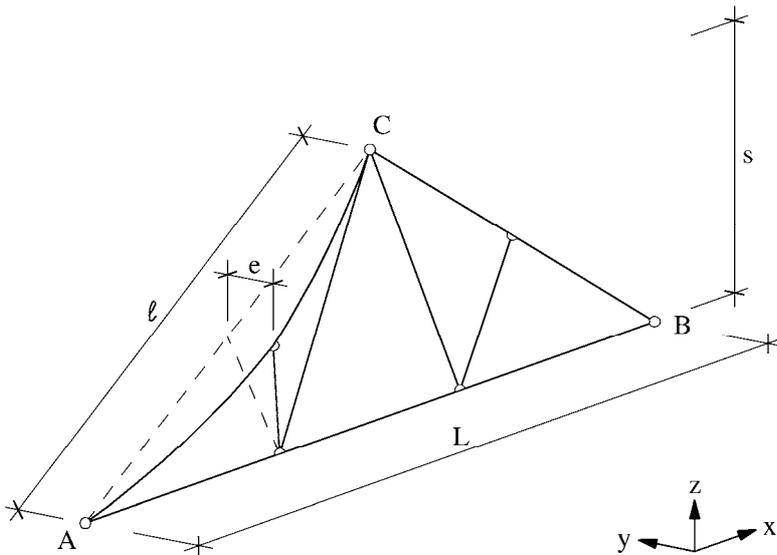
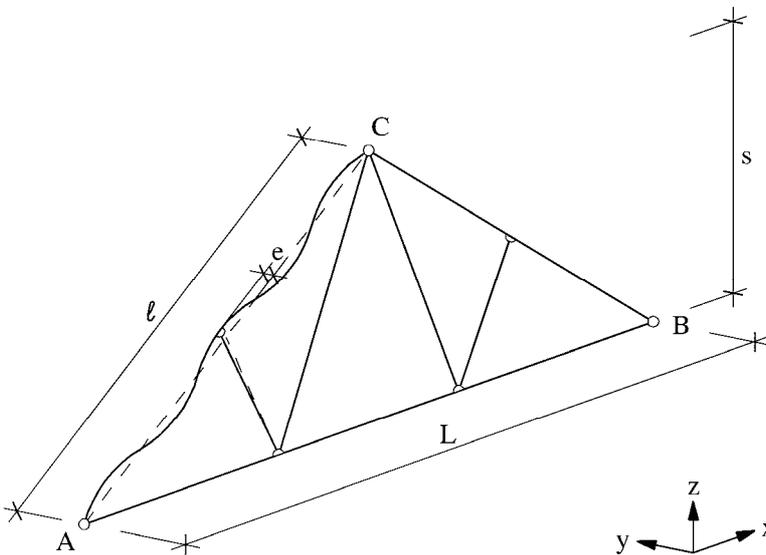
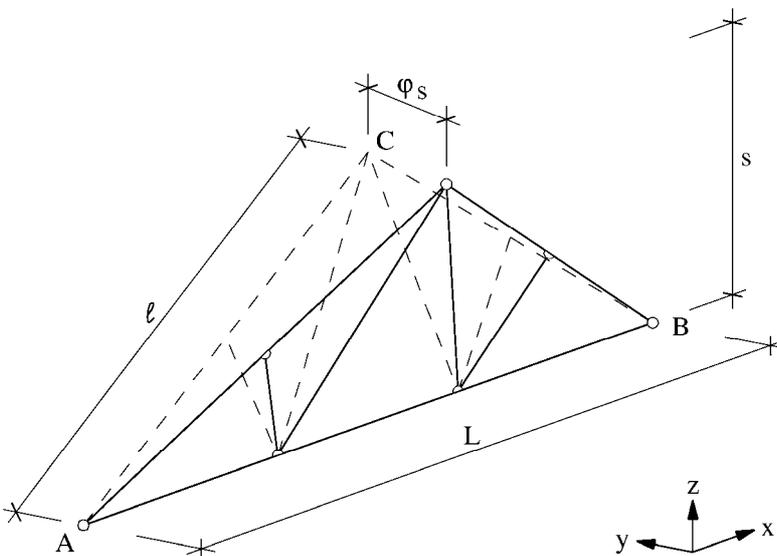
Abbildung 5: Vorkrümmung des Obergurts in Form einer Sinushalbwellen ($m = 1$)Abbildung 6: Vorkrümmung des Obergurts in Form mehrerer Sinushalbwellen ($m = 5$)

Abbildung 7: Schrägstellung eines Binders

5.4 Imperfektionen und Montagetoleranzen im Stahl-, Stahlbeton- und Aluminiumbau

5.4.1 DIN 1045-1:2008-08

(i) Schrägstellung

Zur Bemessung wird gemäß DIN 1045-1 eine Schrägstellung von

$$\alpha_{a1} = \frac{1}{100\sqrt{h_{\text{ges}}}} \alpha_n \leq \frac{1}{200} \quad \text{Gl. 15}$$

mit

$$\alpha_n = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n} \right)} \quad \text{Gl. 16}$$

angenommen.

Dabei ist n die Anzahl der lotrechten, lastabtragenden, in einem Geschoss nebeneinanderliegenden Bauteile. Als lastabtragend gelten die lotrechten Bauteile dann, wenn sie mindestens 70% des Bemessungswerts der mittleren Längskraft aufnehmen.

Für die Bauteile, die die Aussteifungskräfte von den auszusteifenden Bauteilen auf die aussteifenden weiterleiten, ist eine Schrägstellung von

$$\alpha_{a2} = \frac{0,008}{\sqrt{2k}} \leq \frac{1}{177} \sqrt{\frac{1}{k}} \quad \text{Gl. 17}$$

anzunehmen.

Dabei ist k die Anzahl der auszusteifenden Tragwerksteile im betrachteten Geschoss.

(ii) Vorkrümmung

Für die Berechnung des seitlichen Ausweichens schlanker Träger ist eine Vorkrümmung von

$$e_a = \frac{\ell_{\text{eff}}}{300} \quad \text{Gl. 18}$$

anzunehmen.

Dabei ist ℓ_{eff} der lichte Abstand zwischen den Auflagervorderkanten zzgl. dem jeweiligen Abstand zwischen der Auflagervorderkante und der rechnerischen Auflagerlinie.

Regel (3) im Abschnitt 10.1 der DIN 1045-3:2008-08 besagt: "Aufgrund der in DIN 1045-1:2008-08, 5.3.3 und 5.3.4 angegebenen Teilsicherheitsbeiwerte bzw. Kombinationen für die Einwirkungen und den Tragwerkswiderstand bei der Bemessung und beim Nachweis der Lagesicherheit sind die in 10.4 festgelegten Grenzabmaße Δl und Δh einzuhalten, damit die Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit nach DIN 1045-1:2008-08, Abschnitt 10 gültig sind."

DIN 1045-3 enthält keine Angaben zu Montagetoleranzen, nur zu Querschnittsabmessungen und zur Lage von Spannstählen.

5.4.2 DIN EN 1992-1-1:2011-01 und /NA:2013-04

(i) Schrägstellung

Gemäß DIN EN 13670:2011-03 beträgt die Schrägstellung (zulässige Abweichung Δ) in der Toleranzklasse 1 bei einer Geschosshöhe $h \leq 10$ m

$$\max \left(\begin{array}{c} \frac{h}{400} \\ 15\text{mm} \end{array} \right). \quad \text{Gl. 19}$$

Zur Bemessung wird gemäß DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04 eine Schrägstellung von

$$\theta_i = \frac{1}{200} \alpha_h \alpha_m \quad \text{Gl. 20}$$

mit

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad 0 \leq \alpha_h \leq 1 \quad \text{Gl. 21}$$

und

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{m} \right)} \quad \text{mit} \quad 1 \geq \alpha_m \geq \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,71 \quad \text{Gl. 22}$$

angenommen. Dabei ist m die Anzahl der vertikalen Bauteile, die zur Gesamtauswirkung beitragen. Für m dürfen aber nur die Bauteile angesetzt werden, die mindestens 70% des Bemessungswertes der mittleren Längskraft aufnehmen.

Beispiel:

Eine Stütze mit der Höhe $h = 4,00$ m darf gemäß Gl. 19 nach der Montage eine Schrägstellung von 15 mm aufweisen. Dieses entspricht $h / 267$. Bei 40 Stützen in einer Geschossebene und der sich dadurch ergebenden Abminderung von $\alpha_m = 0,716$ beträgt die rechnerische Schrägstellung

$$\theta_i = \frac{1}{200} \cdot 1 \cdot 0,716 = \frac{1}{280}.$$

Die rechnerische Schrägstellung ist damit um 5% geringer als die zulässige Montagetoleranz.

(ii) Vorkrümmung

Die Vorkrümmung (Auslenkung einer Stütze) darf nach DIN EN 13670:2011-03 in den Grenzen

$$\Delta = 15 \text{ mm} \leq \frac{h}{300} \leq 30 \text{ mm} \quad \text{Gl. 23}$$

liegen.

Zur Bemessung wird gemäß DIN EN 1992-1-1 eine Lastausmitte von

$$e_1 = \frac{l_o}{400} \quad \text{Gl. 24}$$

angenommen.

Für die Berechnung des seitlichen Ausweichens schlanker Träger ist eine Vorkrümmung von

$$e_a = \frac{l}{300} \quad \text{Gl. 25}$$

anzunehmen.

Dabei ist l die Gesamtlänge des Trägers.

5.4.3 DIN 18800:2008-11

(i) Schrägstellung

Gemäß DIN 18800-7:2008-11:

"Die einzuhaltenden Toleranzen müssen die Anforderungen der DIN 18800-1 bis DIN 18800-5 sowie der Fachnormen erfüllen. Die entsprechenden Werte sind den Ausführungsunterlagen zu entnehmen. Für die Fälle, in denen keine Toleranzangaben vorliegen, gilt für das fertige Tragwerk DIN 18202."

DIN 18202:2013-04 "Toleranzen im Hochbau - Bauwerke" gibt Grenzwerte für die Winkelabweichungen an. Eine Stütze mit einer Länge von 3,00m bis 6,00m darf demnach ein Stichmaß von 12 mm aufweisen. Dieses entspricht bei 3,00m $h/250$.

Weder der Teil 7 noch die Teile 1 und 2 enthalten weitere Angaben zu Montagetoleranzen.

Zur Bemessung wird gemäß DIN 18800-2 eine Schrägstellung von

$$\varphi_0 = \frac{1}{200} r_1 \cdot r_2 \quad \text{Gl. 26}$$

mit

$$r_1 = \sqrt{\frac{5}{\ell}} \quad \text{Gl. 27}$$

und

$$r_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{1}{n}} \right) \quad \text{mit} \quad 1 \geq r_2 \geq \frac{1}{2} = 0,50 \quad \text{Gl. 28}$$

angenommen. Dabei ist n die Anzahl der Stiele des Rahmens je Stockwerk in der betrachteten Rahmenebene. Für n dürfen aber nur die Stiele angesetzt werden, deren Normalkraft mindestens 25% des maximal belasteten Stieles im betrachteten Geschoss und der betrachteten Rahmenebene ist.

(ii) Vorkrümmung

Zur Bemessung wird gemäß DIN 18800-2 eine Vorkrümmung w_0 , v_0 in Abhängigkeit der Knickspannungslinien a bis d angenommen. Die Vorkrümmung liegt im Bereich von $\ell/350$ bis $\ell/150$.

5.4.4 DIN EN 1993-1-1:2010-12 und /NA:2010-12

(i) Schrägstellung

Gemäß DIN EN 1090-2:2011-10 beträgt die Schrägstellung (zulässige Abweichung Δ)

$$\Delta = \frac{h}{300}. \quad \text{Gl. 29}$$

Zur Bemessung wird gemäß DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04 eine Schrägstellung von

$$\theta_i = \frac{1}{200} \alpha_h \alpha_m \quad \text{Gl. 30}$$

mit

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1 \quad \text{Gl. 31}$$

und

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{m} \right)} \quad \text{mit} \quad 1 \geq \alpha_m \geq \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,71 \quad \text{Gl. 32}$$

angenommen. Dabei ist m die Anzahl der vertikalen Bauteile, die zur Gesamtauswirkung beitragen. Für m dürfen aber nur die Bauteile angesetzt werden, die eine Stützenlast von mindestens 50% der mittleren Stützenlast übernehmen.

Beispiel:

Eine Stütze mit der Höhe $h = 4,00$ m darf gemäß Gl. 29 nach der Montage eine Schrägstellung von $h/300$ aufweisen. Bei 40 Stützen in einer Geschosebene und der sich dadurch ergebenden Abminderung von $\alpha_m = 0,716$ beträgt die rechnerische Schrägstellung

$$\theta_i = \frac{1}{200} \cdot 1 \cdot 0,716 = \frac{1}{280}.$$

Die rechnerische Schrägstellung ist damit um 7% größer als die zulässige Montagetoleranz.

Gemäß Abschnitt 11.2.3.4 der DIN EN 1090-2 darf die horizontale Abweichung nach der Montage bei einer Gruppe benachbarter Stützen, die gleichartige Vertikallasten abtragen, wie folgt ermittelt werden:

- Von sechs verbundenen, benachbarten Stützen darf der arithmetische Mittelwert der Schrägstellung den Grenzwert nach Gl. 29 nicht überschreiten.
- Die einzelne Stütze darf innerhalb dieser Gruppe eine Schrägstellung von bis zu $h/100$ aufweisen.

(ii) Vorkrümmung

Zur Bemessung des einzelnen Bauteils wird gemäß DIN EN 1993-1-1/NA eine Vorkrümmung e_0 in Abhängigkeit der Knickspannungslinien a_0 bis d angenommen. Die Vorkrümmung liegt für die elastische Querschnittsausnutzung im Bereich von $l/900$ bis $l/150$.

Für die Bemessung der aussteifenden Systeme (Verbände) wird unabhängig von der Knickspannungslinie eine Vorkrümmung von

$$e_0 = \alpha_m \frac{l}{500} \quad \text{Gl. 33}$$

mit

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{m} \right)} \quad \text{mit} \quad 1 \geq \alpha_m \geq \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,71 \quad \text{Gl. 34}$$

angenommen.

6 Eigenformen und Form der maßgebenden Imperfektionen

Im Rahmen der Tragwerksplanung müssen Ort, Form und Größe der Imperfektionen so gewählt werden, wie sie im Rahmen des Herstellungs- und Montageprozesses möglicherweise tatsächlich, systematisch oder zufallsbedingt auftreten können. Zur Gewährleistung der Tragfähigkeit eines Bauteils oder einer Verbindung als Teil eines Tragwerks müssen die Imperfektionen ausfindig gemacht werden, die jeweils die ungünstigsten Beanspruchungen verursachen.

6.1 Das Eigenwertproblem eines Druckstabes aus Ingenieursicht - der quasi perfekte Druckstab

Die Suche nach der ungünstigsten Imperfektion ist für einen auf Druck beanspruchten Pendelstab als Teil eines Tragwerks am einfachsten.

In der Stabilitätstheorie ist zur mathematischen Beschreibung des Phänomens „Knicken“ eine in Abbildung 8 dargestellte beliebig kleine Störung $e \neq 0$ des perfekten Grundzustandes erforderlich.

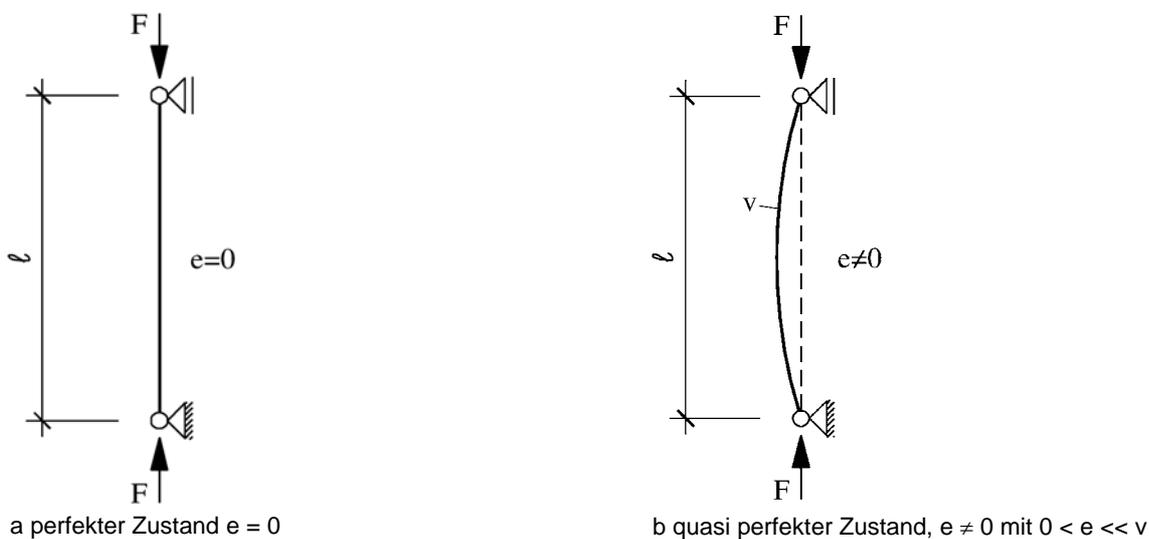


Abbildung 8: Statische Modelle eines Druckstabes mit konstanter Druckbeanspruchung durch Randkräfte F

Die Störung e in Abbildung 8b muss dabei derart sein, dass sie eine seitliche Verformung v provoziert und trotzdem so klein ist, dass sie im Vergleich zur Verformung auf das Gleichgewicht einen vernachlässigbaren Einfluss hat. Dementsprechend ist die Form der Störung bedeutungslos. Es zeigt sich dann im Rahmen der mathematischen Problemlösung, dass die Knickgleichung

$$-EIv'' - Fv = 0 \quad \text{Gl. 35}$$

durch den Ansatz für die seitliche Verformung

$$v(x) = v \cdot \sin \frac{m\pi x}{l} \quad \text{mit der Anzahl } m = 1, 2, 3, \dots \text{ der Halbwellen} \quad \text{Gl. 36}$$

erfüllt wird. Ergebnisse des zugehörigen Eigenwertproblems

$$\left(m^2 \frac{\pi^2 EI}{l^2} - F \right) v \cdot \sin \frac{m\pi x}{l} = 0 \quad \text{Gl. 37}$$

sind Eigenwerte

$$F(m) = m^2 \frac{\pi^2 EI}{\ell^2} \quad \text{Gl. 38}$$

und die zugehörigen periodischen Eigenformen

$$v(m) = v \cdot \sin \frac{m\pi x}{\ell} \quad \text{Gl. 39}$$

Die Ergebnisse beschreiben theoretische Zustände des gedrückten Pendelstabes, die es so in der baupraktischen Wirklichkeit nicht gibt, da Größe und Form der Störung nicht benannt werden, obwohl alle Pendelstäbe a priori imperfekt sind. Daher kann eine solche Stabilitätsanalyse auch keine Aussage über die Größe der seitlichen Verformung liefern, nur über die möglichen Formen der Verformung.

Dass die Form der Störung bedeutungslos ist, impliziert, dass in der mathematischen Problemlösung alle möglichen Formen der Grundgesamtheit der Störungen Berücksichtigung gefunden haben. Das bedeutet jedoch nicht, dass eine spezielle Eigenform die Folge jeder beliebigen Störung ist. Vielmehr muss die zu einer speziellen Eigenform gehörige Störung entweder genau die Form der Eigenform besitzen oder eine Form, die von allen höheren Eigenformen abweicht. Die Abweichung kann beliebig klein sein. Das heißt, je höher der Eigenwert einer Eigenform desto kleiner die Menge möglicher Formen der Störung, die auf diesen Eigenwert führen. Das wiederum heißt, dass die zum kleinsten Eigenwert gehörige Form der Störung nur mit der Einschränkung beliebig ist, dass sie nicht einer der höheren Eigenformen identisch ist.

6.2 Der imperfekte Druckstab

Die dem untersten Eigenwert des Pendelstabes zugehörige Eigenform ist die Sinushalbwellen ($m=1$). Ist sie also die Form der ungünstigsten Imperfektion?

Zur Beantwortung dieser Frage sollen die Formen der Imperfektion des Pendelstabes untersucht werden, die sich zumindest näherungsweise durch die endliche trigonometrische Reihe

$$e(x) = e_1 \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell} + e_2 \cdot \sin \frac{2\pi x}{\ell} \quad \text{Gl. 40}$$

beschreiben lassen. Die Graphen der beiden Reihenglieder sind getrennt für spezielle e_1 und e_2 in Abbildung 9a dargestellt. Die Form des ersten Gliedes ist affin zur ersten Eigenform und die des zweiten Gliedes affin zur zweiten Eigenform in Gl. 39. Eine Imperfektion, deren Form zu einer Eigenform affin ist, ist als eine perfekte Imperfektion zu bezeichnen. Eine Imperfektion, deren Form zu keiner Eigenform affin ist, ist als eine imperfekte Imperfektion zu bezeichnen. Die Imperfektion in Gl. 40 stellt insofern als Linearkombination der ersten beiden Eigenformen für $e_1 \neq 0$ und $e_2 \neq 0$ eine imperfekte Imperfektion dar.

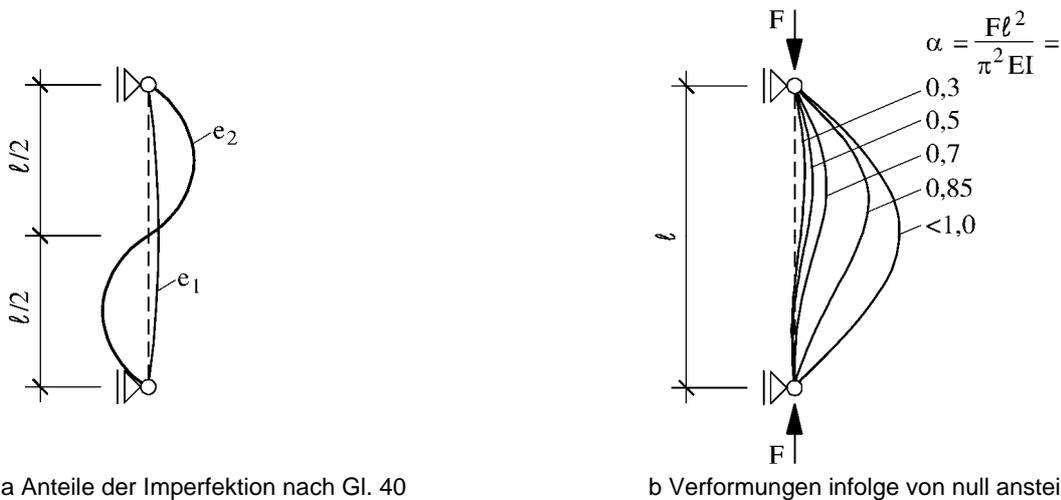
Auf der Baustelle besitzen alle tragenden Bauteile eine imperfekte Imperfektion!

Für die speziellen in Abbildung 9b gewählten Werte von e_1 und e_2 kann die Form der Imperfektion als affin zu einer gestörten 2. Eigenform gelten. Die Momentaufnahmen der Verformungen des Druckstabes bei Kraftsteigerung bestätigen, dass die Verformungen

$$v(x) = \frac{\alpha}{1-\alpha} e_1 \sin \frac{\pi x}{\ell} + \frac{\alpha}{2-\alpha} e_2 \sin \frac{2\pi x}{\ell} \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{F}{F_{\text{crit}}} = \frac{F \ell^2}{\pi^2 EI} \quad \text{Gl. 41}$$

unabhängig von der Form der Imperfektion, solange es eine imperfekte Imperfektion ist, bei Erreichen des untersten Eigenwertes F_{crit} über alle Grenzen wachsen.

Die Störung der perfekten Imperfektion, hier e_1 , kann dabei beliebig klein sein. Trotzdem wird für $\alpha \rightarrow 1$ der Wert des ersten Terms der rechten Seite in Gl. 41 gegen unendlich streben, während der Wert des zweiten Terms endlich bleibt.



a Anteile der Imperfektion nach Gl. 40

b Verformungen infolge von null ansteigender Kraft F

Abbildung 9: Druckstab mit imperfekter Imperfektion nach Gl. 40, bestehend aus der Überlagerung einer halbwelligen ($e_1 = \ell/4000$) mit einer einwelligigen ($e_2 = \ell/800$) Form (überhöhte Darstellung)

Die Erkenntnis, dass beliebige imperfekte Imperfektionen keine Kraftsteigerung über den ersten Eigenwert hinaus möglich machen, erlaubt noch nicht die Behauptung, dass dann die Form der Imperfektion, die zu der Eigenform affin ist, die dem untersten Eigenwert zugehört, die ungünstigste Imperfektion ist. In Abbildung 9b ist vielmehr zu erkennen, dass $v(\alpha, x)$ erst für $\alpha \rightarrow 1$ gegen die erste Eigenform strebt. Baupraktisch gilt in der Regel $\alpha < 2/3$. Auf diesem Kraftniveau ist die einwellige Sinusform ($m=2$) noch deutlich zu erkennen.

Die Frage ist nun, für welche Kombinationen e_1 und e_2 der imperfekten Imperfektion nach Gl. 40 die Biegebeanspruchungen des Druckstabes maximal werden. Die möglichen Kombinationen e_1 und e_2 werden dadurch eingeschränkt, dass für die Steigung von v_e an den Rändern des Druckstabes wie üblich gelten soll

$$v_e'(0) = e_1 \frac{\pi}{\ell} + e_2 \frac{2\pi}{\ell} = \frac{\pi}{\ell} (e_1 + 2e_2) \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{\varepsilon} = \frac{\pi}{400}, \tag{Gl. 42}$$

so dass $e_1 = \ell/400$, wenn $e_2 = 0$ und $e_2 = \ell/800$, wenn $e_1 = 0$ ist. Wird nun e_2 durch e_1 ausgedrückt

$$e_2 = \frac{\ell}{800} - \frac{e_1}{2}, \tag{Gl. 43}$$

folgt

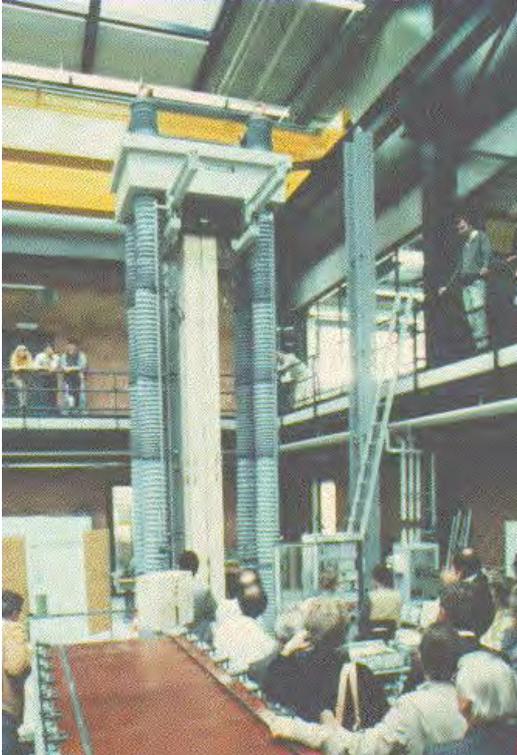
$$v(x) = \frac{\alpha}{1-\alpha} e_1 \sin \frac{\pi x}{\ell} + \frac{\alpha}{4-\alpha} \left(\frac{\ell}{800} - \frac{e_1}{2} \right) \sin \frac{2\pi x}{\ell}. \tag{Gl. 44}$$

Dann kann gezeigt werden, dass

$$\Delta v(x) = \underbrace{\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{\ell}{400} \sin \frac{\pi x}{\ell}}_{\substack{v_2=0 \\ 1. \text{ Eigenform}}} - \left[\underbrace{\frac{\alpha}{1-\alpha} e_1 \sin \frac{\pi x}{\ell} + \frac{\alpha}{4-\alpha} \left(\frac{\ell}{800} - \frac{e_1}{2} \right) \sin \frac{2\pi x}{\ell}}_{v_2 \neq 0} \right] > 0 \tag{Gl. 45}$$

für alle e_1 und alle α gilt.

Das heißt, die Verschiebungen und damit die Biegebeanspruchungen sind infolge einer halbwelligen Vorkrümmung des Druckstabes affin der 1. Eigenform stets am größten. Sie erzeugen lokal maximale Druckbeanspruchungen, die sehr schnell den Grenzzustand der Beanspruchbarkeit wie in Abbildung 10 erreichen, eventuell sogar der Tragfähigkeit des Pendelstabes.



a Imperfekter Druckstab in 1000t-Press



b Lokales Materialversagen auf Biegedruck

Abbildung 10: Druckversuch an einer blockverleimten Brettschichtholzstütze $2 \times 200 \times 400 \text{ mm}^2$, $\ell = 6000 \text{ mm}$ am Institut für Holzkonstruktionen der ETH Lausanne (1985)

6.3 Das Eigenwertproblem des kontinuierlich gestützten Druckstabes – der quasi perfekte und kontinuierlich gestützte Druckstab

Die gedrückten Obergurte von Fachwerkträgern in Nagelplattenbauart lassen sich zur Minimierung des Materialeinsatzes sehr schlank ausführen, wenn ihre Verformungen senkrecht zur Trägerebene durch seitliche Abstützungen begrenzt werden. Auf Grund der großen Schlankheit dieser Druckstäbe sind die Abstände a_L der diskreten Abstützungen (Dachlatten) im Vergleich zur Stablänge l klein, so dass als statisches Modell des Druckstabes der in Abbildung 11 und Abbildung 12 dargestellte, kontinuierlich gebettete Stab verwendet werden kann.

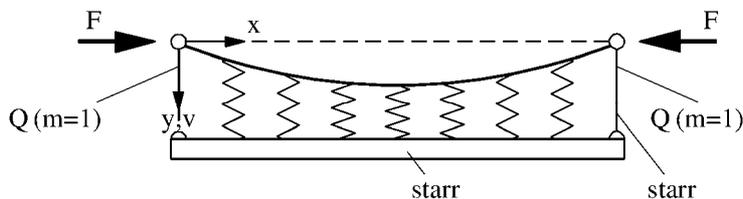


Abbildung 11: Geschlossenes Sekundärsystem eines elastisch gebetteten Druckstabes, $m = 1$

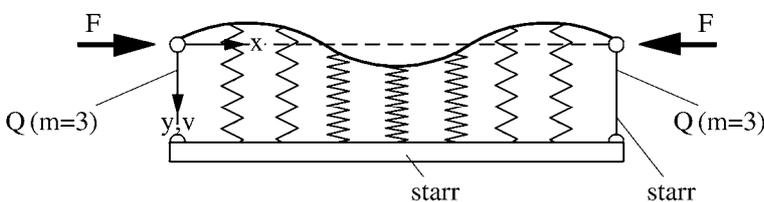


Abbildung 12: Geschlossenes Sekundärsystem eines elastisch gebetteten Druckstabes, $m = 3$

Der Druckstab besitzt die Biegesteifigkeit EI und die Dachlatten die Bettungssteifigkeit k in kN/m^2 . Letztere stützen sich ihrerseits auf einen Verband mit der Biegesteifigkeit B in kNm^2 ab. Die Randabstützungen, die die Enden des Obergurtes mit den Enden des Verbandes verbinden, das sind z. B. bei einem Dreieckbinder die Trauf- und Firstbohlen, sollen einschließlich ihrer Verbindungen wesentlich steifer als ka_L sein.

Wird der Druckstab (Obergurt) zur Vereinfachung, aber abweichend von der Wirklichkeit, durch eine konstante Normalkraft $N(x) = F$ beansprucht, so lässt sich sein Tragverhalten durch die Differentialgleichung des gebetteten Druckstabes

$$-kv_L - EIv'''' - Fv'' = 0 \quad \text{Gl. 46}$$

und durch die Differentialgleichung des durch die Bettung beanspruchten Verbandes

$$+kv_L - Bv_v'''' = 0 \quad \text{Gl. 47}$$

beschreiben, die durch die Bettungskraft kv_L gekoppelt sind. Sie werden durch den Ansatz für die seitliche Verformung

$$v(x) = v \cdot \sin \frac{m\pi x}{l} \quad \text{mit} \quad v = v_L + v_v \quad \text{Gl. 48}$$

im Feld und an den Rändern erfüllt. Durch v_L werden die Verformungen der Bettung (Abstützungen durch Dachlatten und ihre Verbindungen) und durch v_v die Durchbiegungen des Verbandes beschrieben.

Ergebnisse des zugehörigen Eigenwertproblems

$$\left(\begin{array}{c} -k \frac{B \frac{m^4 \pi^4}{\ell^4}}{k + B \frac{m^4 \pi^4}{\ell^4}} - EI \frac{m^4 \pi^4}{\ell^4} + F \frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} \end{array} \right) v \cdot \sin \frac{m\pi x}{\ell} = 0 \quad \text{Gl. 49}$$

sind Eigenwerte

$$F_{\text{crit}}(m) = \frac{B \frac{m^2 \pi^2}{\ell^2}}{1 + \frac{m^4 \pi^4}{\ell^4} \frac{B}{k}} + m^2 \underbrace{\frac{\pi^2 EI}{\ell^2}}_{F_E} = \frac{k \ell^2}{m^2 \pi^2} + m^2 \underbrace{\frac{\pi^2 EI}{\ell^2}}_{F_E} \quad \text{Gl. 50}$$

und die zugehörigen periodischen Eigenformen

$$v(m) = v \cdot \sin \frac{m\pi x}{\ell}. \quad \text{Gl. 51}$$

Grenzwerte:

$$(i) \quad B = 0 \Rightarrow F_{\text{crit}} = m^2 F_E \quad \text{Gl. 52}$$

$$(ii) \quad k = 0 \Rightarrow F_{\text{crit}} = m^2 F_E \quad \text{Gl. 53}$$

$$(iii) \quad B \rightarrow \infty \Rightarrow F_{\text{crit}} = \frac{k \ell^2}{m^2 \pi^2} + m^2 F_E \quad \text{Gl. 54}$$

$$(iv) \quad k \rightarrow \infty: F_{\text{crit}} = \frac{m^2 \pi^2 B}{\ell^2} + m^2 F_E = \frac{m^2 \pi^2 (EI + B)}{\ell^2} \quad \text{Gl. 55}$$

Das Verhältnis von Stablänge ℓ zu Ersatzstablänge ℓ_{ef}

$$\frac{\ell^2}{\ell_{\text{ef}}^2} = \frac{\frac{k \ell^4}{m^2 \pi^4 EI}}{1 + \frac{k \ell^4}{m^4 \pi^4 B}} + m^2 \quad \text{Gl. 56}$$

ist in Abbildung 13 für einen Druckstab in Abhängigkeit des Bettungskennwertes $k \ell^2 / \pi^2$ beispielhaft dargestellt. Die Abmessungen und Steifigkeiten gehören zu dem von Kessel und Kühl (2010 und 2012) gewählten realen Obergurt eines Satteldachbinders in Nagelplattenbauart.

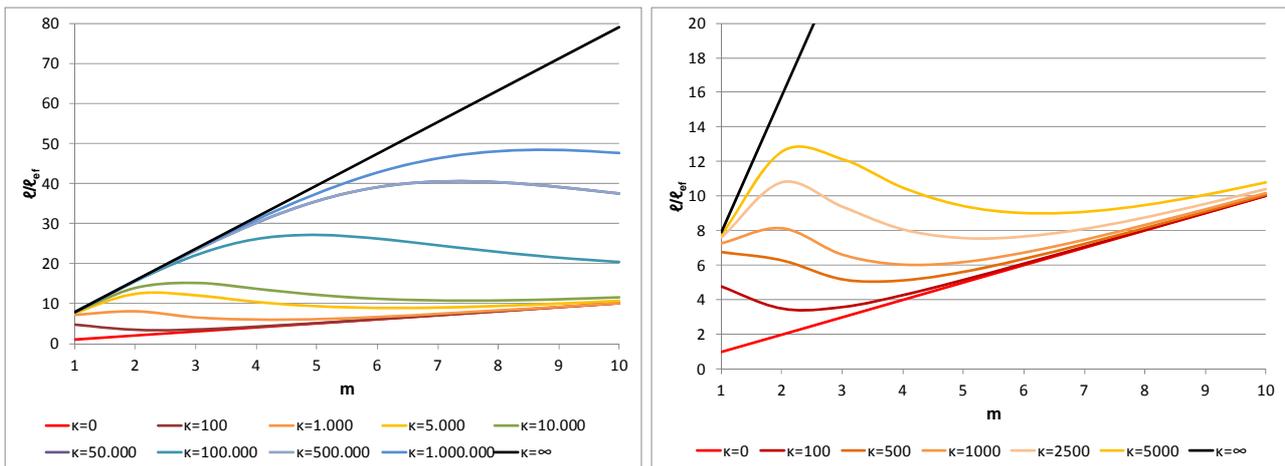


Abbildung 13: Einfluss des Kennwertes $k\ell^2/\pi^2$ der elastischen Bettung für Druckstablänge $\ell = 10,15$ m, $F_E = 3$ kN und Steifigkeitskennwert des Verbandes $B\pi^2/\ell^2 = 184$ kN

Im Unterschied zum nicht gestützten Druckstab gehört zum kleinsten Eigenwert und damit zum kleinsten Verhältniswert ℓ/ℓ_{ef} nicht zwingend die halbwellige Eigenform ($m=1$). Die Periode der maßgebenden Eigenform hängt vielmehr bei fester Verbandssteifigkeit B wesentlich von der Bettungssteifigkeit k ab. Im Beispiel beträgt der Steifigkeitskennwert $k\ell^2/\pi^2 = 4280$ kN, für den sich der kleinste Verhältniswert $\ell/\ell_{ef} \approx 8$ bei $m = 1$, also zugehöriger halbwelliger Eigenform, ergibt. Oder anders ausgedrückt: Trotz halbwelliger Eigenform beträgt die Ersatzstablänge nur ein Achtel der Stablänge.

Für die kritische Last gilt mit Gl. 50

$$F_{crit,min} = \text{Min} \left[\lim_{k \rightarrow \infty} F_{crit} \right] = F_{crit,B,min} = F_{crit,B} (m = 1) = F_E + \frac{\pi^2 B}{\ell^2} = 187 \text{ kN}. \tag{Gl. 57}$$

Für das gewählte Beispiel ist diese kritische Last kleiner als

$$\text{Min} \left[\lim_{B \rightarrow \infty} F_{crit} \right] = F_{crit,k,min} = m_{min}^2 F_E + \frac{k \ell^2}{m_{min}^2 \pi^2} = 2\sqrt{EIk} = 224 \text{ kN} \tag{Gl. 58}$$

$$\text{mit } m_{min} = \sqrt[4]{\frac{\ell^2 k}{\pi^2 F_E}} = 6,2.$$

In jedem Einzelfall ergibt sich die kleinste kritische Last $F_{crit,min}$ nach Gl. 57 oder nach Gl. 58.

6.4 Der imperfekte gestützte Druckstab

Während für die Tragfähigkeit des nicht gestützten Druckstabes nur die Verschiebungen und die davon direkt abhängigen Biegebeanspruchungen maßgebend sind, sind für die Tragfähigkeit des durch Dachlatten auf einen Verband abgestützten Druckstabs zusätzlich die Beanspruchungen der Dachlatten und ihrer Verbindungen und die des Verbandes von Bedeutung.

Für den nicht gestützten Druckstab konnte zuvor nachgewiesen werden, dass die Verschiebungen und damit die Biegebeanspruchungen infolge einer halbwelligen Vorkrümmung affin der zum 1. Eigenwert gehörigen Eigenform stets am größten sind. Ob nur eine oder sogar mehrere Vorkrümmungsformen für den gestützten Druckstab maßgebend sind, soll im Folgenden gezeigt werden.

Die Vorkrümmung des Druckstabes soll durch

$$e(x) = e \cdot \sin \frac{m\pi x}{\ell} \quad \text{mit} \quad e = \frac{\ell}{m\varepsilon}, \quad m: \text{Anzahl der Halbwellen} \quad \text{Gl. 59}$$

im Sinne einer perfekten Imperfektion beschrieben werden können. Dann erleidet er die elastische Durchbiegung

$$v(x) = v \cdot \sin \frac{m\pi x}{\ell} \quad \text{mit} \quad v = v_L + v_V, \quad \text{Gl. 60}$$

und die Wellenlänge $2\ell/m$ der perfekten Vorkrümmung v_e , hier als Vorkrümmungslänge bezeichnet, erzeugt eben diese Wellenlänge in der Durchbiegung v bzw. den Durchbiegungen v_L und v_V . Die Lösung der Differentialgleichung des so gebetteten Druckstabes

$$-kv_L - EIV'''' - Fv'' = Fv_e'' \quad \text{Gl. 61}$$

in Verbindung mit der Differentialgleichung Gl. 47 des durch die Bettung beanspruchten Verbandes liefert die elastischen Verschiebungen des Druckstabes

$$v = F \frac{m^4 \pi^4 B + k\ell^4}{(m^2 F_E - F)m^4 \pi^4 B + \left(\frac{\pi^2}{\ell^2} B + F_E - \frac{F}{m^2}\right)m^2 \ell^4 k} \frac{\ell}{m\varepsilon}, \quad \text{Gl. 62}$$

des Verbandes

$$v_V = \frac{\frac{k\ell^4}{m^4 \pi^4 B}}{1 + \frac{k\ell^4}{m^4 \pi^4 B}} v \quad \text{Gl. 63}$$

und die Längenänderung der Abstützungen

$$v_L = v - v_V = \frac{1}{1 + \frac{k\ell^4}{m^4 \pi^4 B}} v. \quad \text{Gl. 64}$$

Für die Verschiebung in Gl. 62 lässt sich auch schreiben

$$v = v_L + v_V = \frac{\alpha}{1 - \alpha} e \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{F}{F_{\text{crit}}} \quad \text{Gl. 65}$$

und mit F_{crit} nach Gl. 50. Die Abkürzung α ist als konstanter Quotient zweier aufeinanderfolgender Glieder der zugehörigen geometrischen Reihe zu verstehen und dementsprechend stets kleiner 1. Sofern die Verformungen v des Druckstabes, das sind die Summen $v_L + v_V$ der Verformungen der Abstützungen und des Verbandes, auf ein Maß ℓ/ϕ_1 begrenzt werden sollen, folgt mit $e = \ell/\varepsilon$

$$\frac{\alpha}{1 - \alpha} \frac{\ell}{\varepsilon} \leq \frac{\ell}{\phi_1} \Leftrightarrow \alpha \leq \frac{\varepsilon}{\varepsilon + \phi_1}. \quad \text{Gl. 66}$$

Für $\varepsilon = 400$ nach Gleichung (5.2) und $\phi_1 = 500$ nach Regel (2) des Abschnitts 9.2.5.3 der DIN EN 1995-1-1 folgt $\alpha \leq 0,44$.

In Abbildung 14 sind die Verschiebungen in Abhängigkeit der Anzahl m der Halbwellen der Vorkrümmung dargestellt.

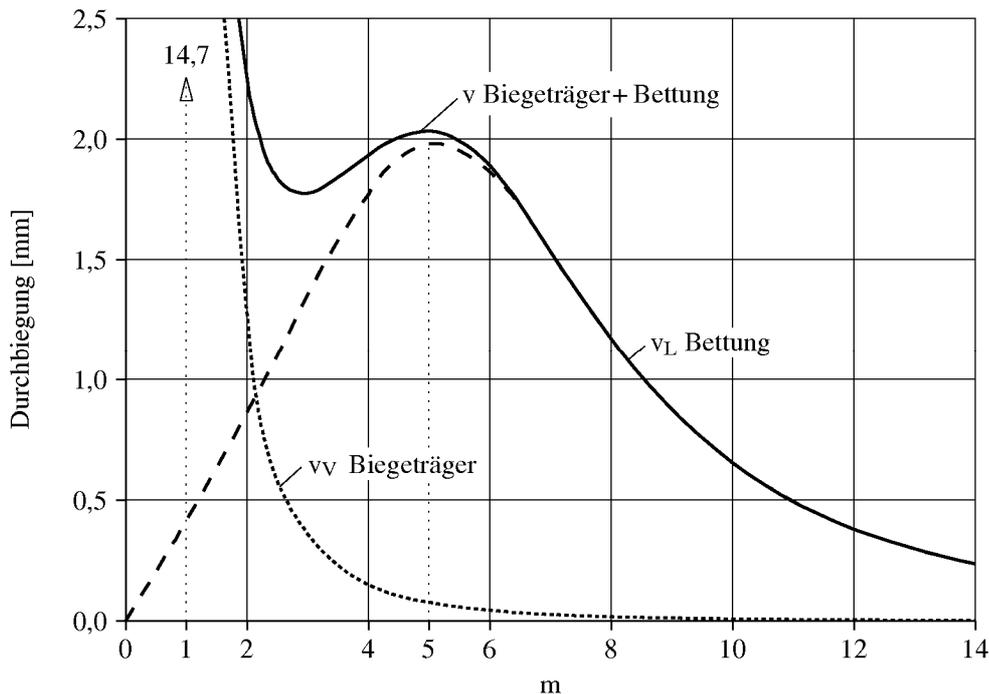


Abbildung 14: Maximale Durchbiegungen eines auf einen Biegeträger und eines auf eine Bettung abgestützten Druckstabes (m : Anzahl der Halbwellen)

Die für das obige Beispiel zusätzlich in Abbildung 15 dargestellte Beanspruchung der Dachlatten

$$q_L = kv_L, \quad \text{Gl. 67}$$

die zusätzlich dargestellte Biegebeanspruchung des Verbandes

$$M_{z,V} = q_L \frac{\ell^2}{m^2 \pi^2} \quad \text{Gl. 68}$$

und die Biegebeanspruchung des Obergurtes

$$M_{z,OG} = \frac{F_e}{1 - \alpha} - q_L \frac{\ell^2}{m^2 \pi^2} \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{F}{\frac{k \ell^2 m^2 \pi^2 B}{m^4 \pi^4 B + k \ell^4} + m^2 F_E} \quad \text{Gl. 69}$$

lassen erkennen, dass mit abnehmenden Vorkrümmungslängen ($m > 1$) die Beanspruchung $M_{z,V}$ des Verbandes abnimmt, während die Beanspruchung q_L der Dachlatten und die Beanspruchung $M_{z,OG}$ des Obergurtes zunehmen und erst bei kurzen Vorkrümmungslängen ($m \gg 1$) ihr Maximum erreichen.

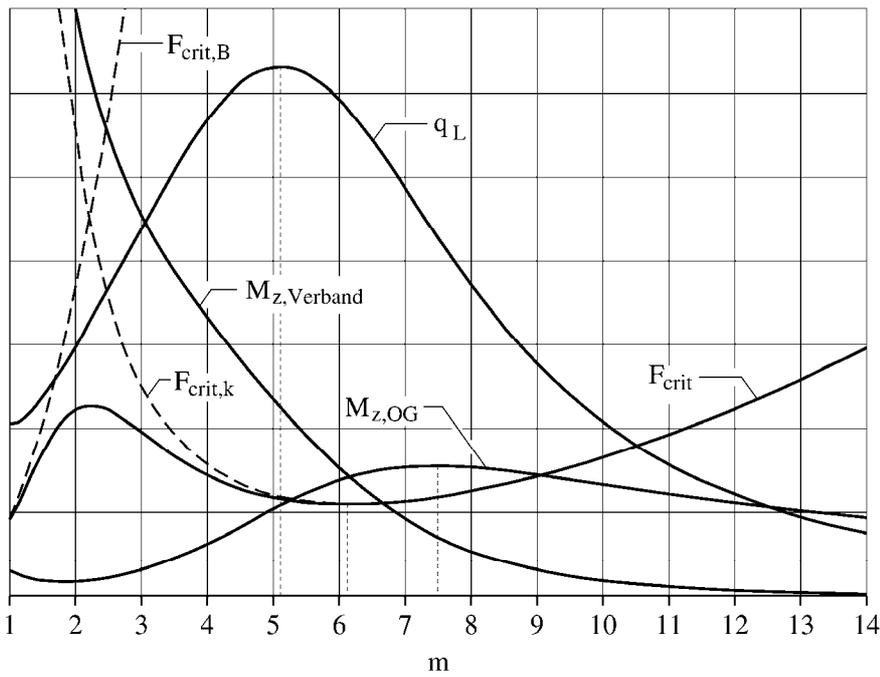


Abbildung 15: Kritische Druckkraft eines auf einen Verband und eine Bettung abgestützten Druckstabes (m : Anzahl der Halbwellen) und maximale Amplituden der Beanspruchungen der Dachlatten, des Verbandes und des Druckstabes

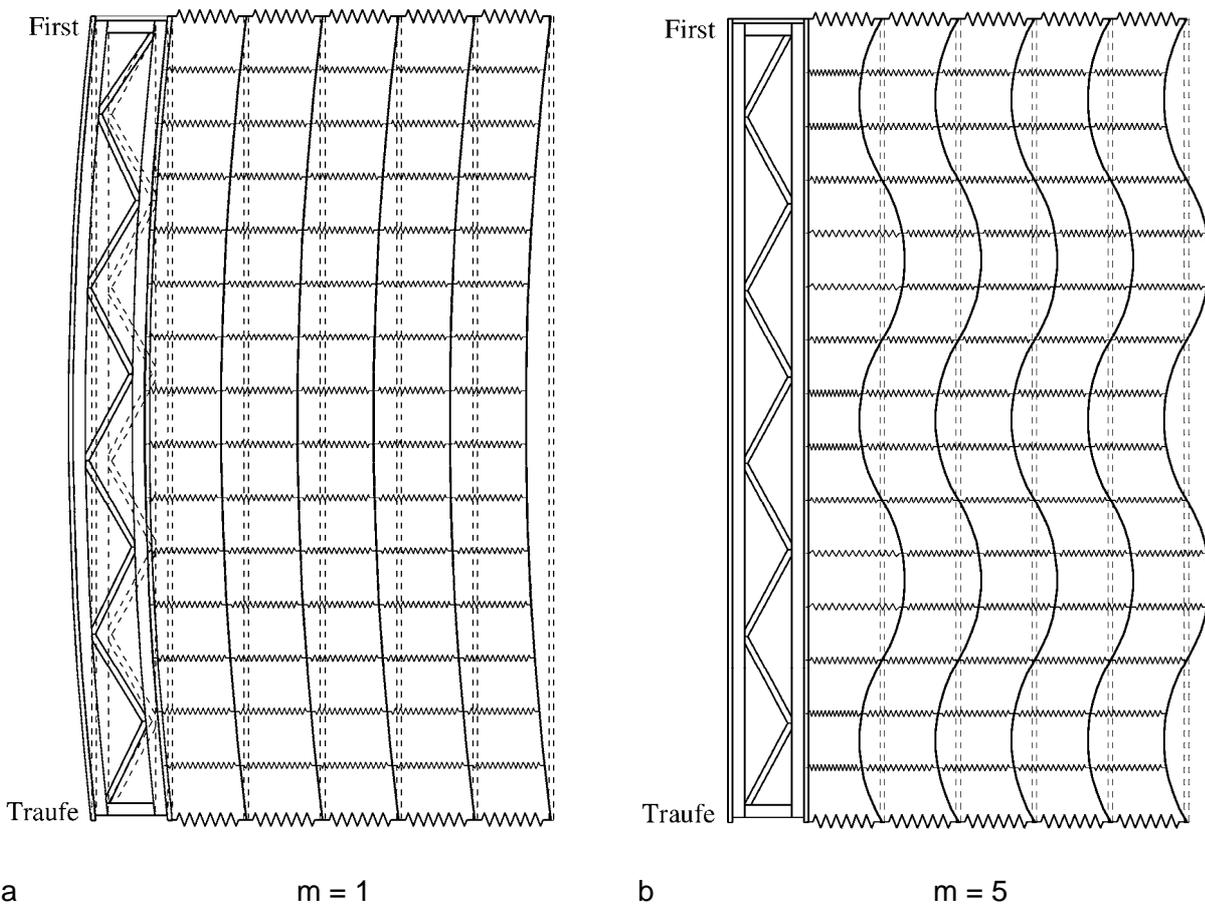


Abbildung 16: Verformungen der Obergurte und des Verbandes infolge der für den Verband (a) und für die Dachlatten (b) maßgebenden Vorkrümmungslängen

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass für die Aussteifung eines auf einen Verband elastisch gebetteten Druckstabes die drei in Abbildung 17 dargestellten unterschiedlichen Vorkrümmungslängen maßgebend sind.

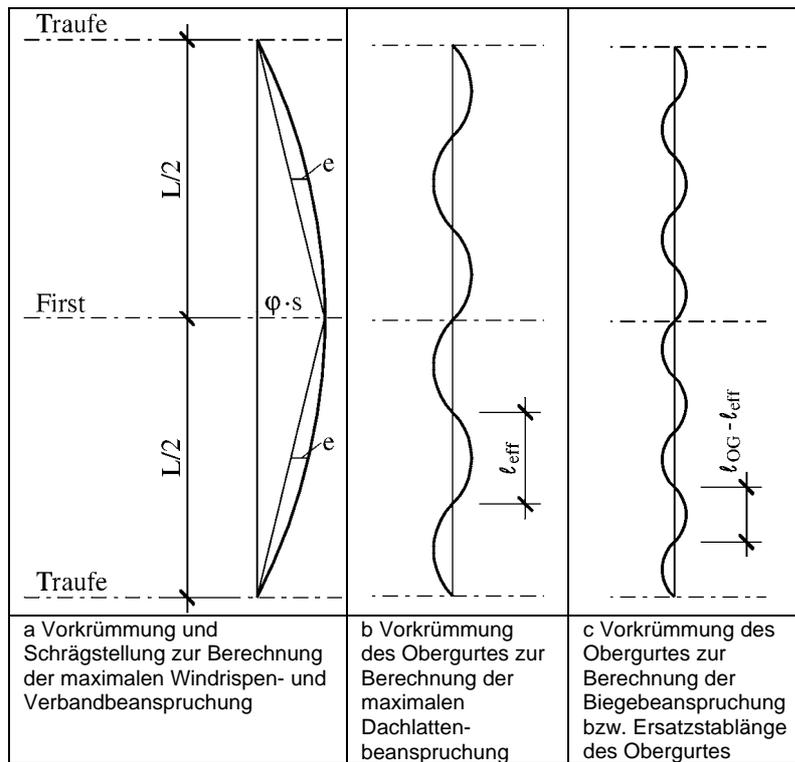


Abbildung 17: Schrägstellung und Vorkrümmungen zur Berechnung der maximalen Beanspruchungen

Folgende Unterschiede in den maßgebenden Imperfektionen zwischen nicht gestütztem und gestütztem Druckstab sind zu beachten:

- Für den gestützten Druckstab gibt es nicht die eine maßgebende Imperfektion wie beim nicht gestützten Druckstab und
- welche Imperfektion für welche Beanspruchung von gestütztem Druckstab, Abstützung und Aussteifung maßgebend ist, lässt sich anders als beim nicht gestützten Druckstab nicht allgemeingültig vorhersagen, sondern nur in Abhängigkeit der jeweiligen Steifigkeiten von Druckstab, Abstützung und Aussteifung bestimmen.

6.5 Zum Stichmaß e der Vorkrümmung

Es ist üblich, die Form der Vorkrümmung $e(x)$ zur Beschreibung der Gestaltabweichung affin zu den Eigenformen in Gl. 39 zu wählen

$$e(x) = e \cdot \sin \frac{m\pi x}{l} \quad \text{mit} \quad e = \frac{l}{m\epsilon}$$

mit m: Anzahl der Halbwellen, Gl. 70

$$e\left(\frac{l}{2m}\right) = e \cdot \sin \frac{m\pi}{l} \frac{l}{2m} = e \cdot \sin \frac{\pi}{2} = \frac{l}{m\epsilon}$$

da sich diese periodische Funktion in den Berechnungen der Auswirkungen der Imperfektion einfach handhaben lässt und da die Form recht gut im Einklang mit den auch im Rahmen dieses Forschungsvorhabens gemessenen wirklichen Imperfektionen steht.

Da weiterhin wegen der unendlichen Vielzahl möglicher Formen der Imperfektion eines einzelnen Bauteils die Vorkrümmung in Gl. 70 nicht die tatsächlichen Beanspruchungen des Bauteils, sondern immer nur die wesentlichen Beanspruchungen verursachen kann, erscheint es unerheblich, der Frage nachzugehen, ob es Formen gibt, die zu größeren Beanspruchungen führen. Auswirkungen von Imperfektionen, deren Form sich nicht durch stetig differenzierbare Funktionen beschreiben lassen, erfordern besondere Untersuchungen. Hierzu zählen auch Imperfektionen, die sich nur bereichsweise durch jeweils eine unterschiedliche Sinusfunktion beschreiben lassen, die voneinander unabhängig sind, so dass die beiden einer Bereichsgrenze zugehörigen Steigungen verschieden sind (Knick).

In Gl. 70 ist die Größe des Stichmaßes e in Meter (Amplitude) von l und m abhängig. Die Steigung der Gestaltabweichung

$$e'(x) = e \cdot \frac{m\pi}{l} \cos \frac{m\pi x}{l} \quad \text{Gl. 71}$$

besitzt die Anfangssteigung

$$e'(0) = e \cdot \frac{m\pi}{l} = \frac{l}{m\varepsilon} \cdot \frac{m\pi}{l} = \frac{\pi}{\varepsilon} = \text{konst}, \quad \text{Gl. 72}$$

die unabhängig von l und m ist. Die Krümmung mit der Dimension 1/Meter ist

$$e''(x) = e \cdot \frac{m^2\pi^2}{l^2} \sin \frac{m\pi x}{l}. \quad \text{Gl. 73}$$

Z. B. für den kontinuierlich gestützten, an den Rändern senkrecht zur perfekten Stabachse starr gehaltenen ($EI \neq 0$, $B = \infty$, $k \neq 0$) und durch Randkräfte F in Richtung der perfekten Stabachse beanspruchten Druckstab ergibt sich die elastische Verdrehung

$$v'(x) = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{l}{m\varepsilon} \cdot \frac{m\pi}{l} \cos \frac{m\pi x}{l} \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{F}{F_{\text{crit}}}, \quad F_{\text{crit}} = \frac{k l^2}{m^2 \pi^2} + m^2 F_E, \quad \text{Gl. 74}$$

und an den Rändern

$$v'(0) = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{l}{m\varepsilon} \cdot \frac{m\pi}{l} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{\pi}{\varepsilon}. \quad \text{Gl. 75}$$

Aus Gl. 72 und Gl. 75 folgt für die senkrecht zur verformten Stabachse gerichtete Komponente der Druckkraft F

$$A = [e'(0) + v'(0)]F = \left[\frac{\pi}{\varepsilon} + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{\pi}{\varepsilon} \right] F = \frac{1}{1-\alpha} \cdot \frac{\pi}{\varepsilon} F. \quad \text{Gl. 76}$$

Diese Komponente A steht mit der Resultierenden der halben seitlichen Stützkraft q (Bettung)

$$\int_0^{l/2} q(x) dx \quad \text{mit} \quad q(x) = kv(x) = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{k l}{m\varepsilon} \cdot \sin \frac{m\pi x}{l} \quad \text{Gl. 77}$$

und der Querkraft Q des Druckstabes im Gleichgewicht, wenn die Richtungsunterschiede wegen der nach wie vor kleinen Drehungen vernachlässigt werden.

Es gilt

$$\begin{aligned}
 A &= Q(x=0) + \int_0^{\ell/2} q(x) dx \\
 &= EI v'''(x=0) + \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{k\ell}{m\varepsilon} \cdot \int_0^{\ell/2} \sin \frac{m\pi x}{\ell} dx \\
 &= \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{\ell}{m\varepsilon} \left(EI \frac{m^3 \pi^3}{\ell^3} + k \frac{\ell}{m\pi} \right) \\
 &= \frac{1}{1-\alpha} \frac{\pi}{\varepsilon} \frac{F}{F_{\text{crit}}} \underbrace{\left(EI \frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + k \frac{\ell^2}{m^2 \pi^2} \right)}_{F_{\text{crit}}} = \frac{1}{1-\alpha} \frac{\pi}{\varepsilon} F.
 \end{aligned}$$

Gl. 78

Von m und ℓ sind also nur die nichtlinearen Anteile der Komponente A abhängig. Für die einzelnen Anteile aus q und Q gilt dies jedoch nicht. Das Verhältnis der beiden Anteile

$$\frac{Q}{\int_0^{\ell/2} q(x) dx} = \frac{EI \frac{m^2 \pi^2}{\ell^2}}{k \frac{\ell^2}{m^2 \pi^2}} = \frac{EI m^4 \pi^4}{k \ell^4}$$

Gl. 79

ist deutlich von m und ℓ abhängig. Die Kräfteverteilung an den Rändern des Druckstabes wurde hier nur für den Fall ($EI \neq 0$, $B = \infty$, $k \neq 0$) ausführlich gezeigt. Ähnliches gilt selbstverständlich für den allgemeinen Fall ($EI \neq 0$, $B \neq 0$, $k \neq 0$).

7 Messungen

7.1 Auswahl der Stichprobe

Alle 10 Bauobjekte, deren Dachkonstruktionen im Rahmen dieses Vorhabens eingemessen wurden, wurden durch insgesamt 7 Binderhersteller vorgeschlagen. Weitere Bauobjekte dieser und einiger weiterer Binderhersteller standen zur Wahl. Die Auswahl der Bauobjekte durch die Autoren erfolgte mit dem Ziel, möglichst viele Binderformen mit unterschiedlichen Spannweiten und Dachneigungen einzumessen, die durch 9 Montagebetriebe errichtet wurden. Bauobjekte, Binderhersteller und Montagebetriebe wurden dem Deutschen Institut für Bautechnik DIBt namentlich bekannt gegeben.



Abbildung 18: Herkunft der 7 Binderhersteller (weiß) und 10 Montagebetriebe (schwarz)

Da die Messungen direkt nach Abschluss der Montage der Nagelplattenkonstruktion (Primärsysteme einschließlich Sekundärsysteme, aber ohne Abstützung durch Dachlatten) vor dem Einbau der Unterspannbahn durchgeführt werden mussten, war eine enge terminliche Absprache mit dem jeweiligen Montagebetrieb erforderlich. Jeder der ausführenden Montagebetriebe hatte also vor Beginn seiner Arbeit Kenntnis von der späteren Einmessung.

Die 10 ausgewählten Bauobjekte befinden sich ohne Absicht der Autoren in Nord- und Ostdeutschland. Einige Binderhersteller und Montagebetriebe sind in Süddeutschland ansässig.

Die früher von Kessel, Seifart und Kühl (2009) gewonnenen Messergebnisse von 4 Bauobjekten werden in die Auswertung dieses Vorhabens einbezogen. Bei diesen Bauobjekten hatten die Montagebetriebe keine Kenntnis von der späteren Einmessung. Sie befanden sich in der bauaufsichtlichen Prüfung des Autors, so dass diesem detaillierte Kenntnisse über den Bauablauf vorlagen und Terminabsprachen die übliche bauaufsichtliche Prüfung zum Zweck hatten.

Insgesamt besitzt die Stichprobe von 14 Bauobjekten unter Berücksichtigung der organisatorischen Machbarkeiten die größtmögliche Repräsentativität.

7.2 Messverfahren

Die jeweils 9-10 Binder der 10 repräsentativen neu errichteten Bauobjekte wurden direkt nach Abschluss der Montage mit einem elektronischen Theodoliten (Tachymeter Leica Builder 309) eingemessen. Die räumlichen Koordinaten der Messpunkte wurden direkt in das dreidimensionale CAD-System cadwork® übergeben und dort als 3D-Modell abgespeichert. Die Standardabweichung des Tachymeters beträgt 3 mm + 2 ppm für die Distanzmessung und 9“ für die Winkelmessung.

Um das mehrfache Umsetzen des Tachymeters auf ein Minimum zu reduzieren, wurde auf dem Dach eine Plattform errichtet, von der aus alle 10 Binderobergurte erfasst werden konnten. Abbildung 19 zeigt diese Plattform bei einem Pultdachbinder.



Abbildung 19: Positionierung des Tachymeters auf einer provisorischen Plattform auf einem Pultdachbinder

Bei den Dreieck-, Trapez- und Fünfeckbindern wurde an beiden Traufen eine Plattform errichtet, um für die jeweilige Dachseite alle 10 Binderobergurte erfassen zu können. Abbildung 20 zeigt diese Plattform bei einem Trapezdachbinder.



Abbildung 20: Positionierung des Tachymeters auf einer provisorischen Plattform zwischen Trapezbindern

Die Krümmungen der Obergurte wurden auf den Seiten der Binder an der Oberkante der Gurte gemessen. Der Abstand von der Oberkante ergibt sich durch das Fadenkreuz des Messgerätes. In Abbildung 21 ist die Lage der Messpunkte exemplarisch dargestellt.

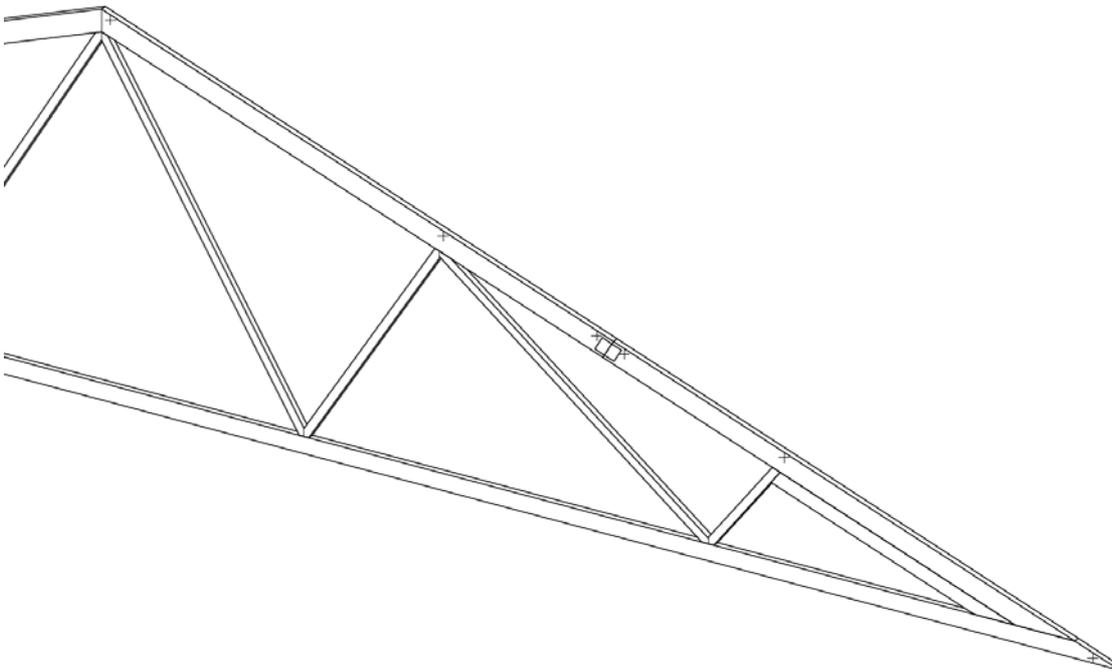


Abbildung 21: Prinzipdarstellung der Lage der Messpunkte (Kreuze)

Die Messpunkte wurden in der Regel an den Obergurtenden, den Obergurtstößen und mittig zwischen den Stößen gewählt. An den Obergurtstößen wurde ein Messpunkt auf jeder Seite des Stoßes gewählt. Da die Messpunkte nicht auf den Bindern angezeichnet wurden, liegen die Punkte der einzelnen Binder nicht genau an der gleichen Stelle. Die Binder, deren Kante durch den angeschlossenen Verband verdeckt war, wurden ausgelassen. Es wurde also immer nur ein Verbandsbinder gemessen.



Abbildung 22: Blick auf das Dach während der Messung

7.3 Besonderheiten bei der Messung

Während der Messungen standen die Binder unter der Einwirkung ihres Eigengewichtes. Daraus folgt, dass die gemessenen Geometrien nicht nur Maßabweichungen von der Ausführungsplanung infolge von Herstellungsperfektionen sondern auch infolge von Verformungen enthalten. Da die horizontalen Verformungen die Schrägstellungen und Vorkrümmungen der ausgesteiften Binder nur sehr geringfügig verändern, werden sie aus den gemessenen Geometrien nicht herausgerechnet.

An den Obergurtstößen wurden jeweils zwei Punkte aufgenommen, vor und hinter dem Stoß. Oftmals weisen diese beiden Punkte unterschiedliche Werte auf, so dass sich bei den Messergebnissen ein Knick ergibt. Ursache hierfür ist die gegenseitige Verdrehung der Obergurtquerschnitte am Stoß, wie in Abbildung 23 dargestellt. Im Bereich der Nagelplatten liegen diese in einer Ebene, außerhalb ergibt sich ein Versatz. Für die Auswertung der Schrägstellung am First wurde der Mittelwert dieser beiden Punkte benutzt.

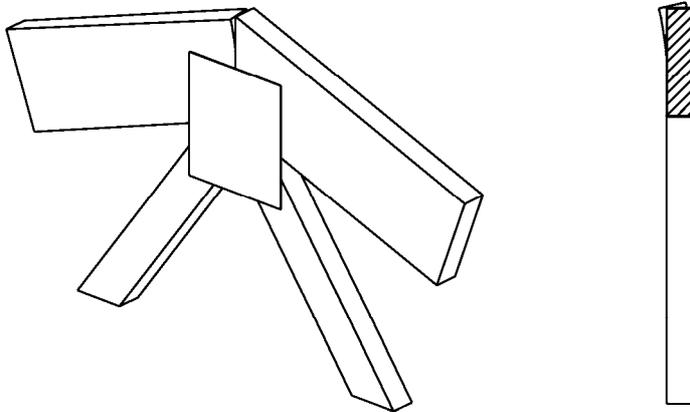


Abbildung 23: Gegenseitige Verdrehung der Obergurte an den Stößen (hier First)

An den Auflagerpunkten von Pultdach- und Fünfeckbindern wurden Schrägstellungen zwischen der Oberkante des Obergurtes und der Unterkante des Untergurtes gemessen, die größer waren als die der vertikalen Binderpfosten, wie in Abbildung 24 dargestellt. Ursache hierfür ist die Verdrehung des Ober- und/oder Untergurtes außerhalb der Nagelplatte z.B. infolge Drehwuchses.

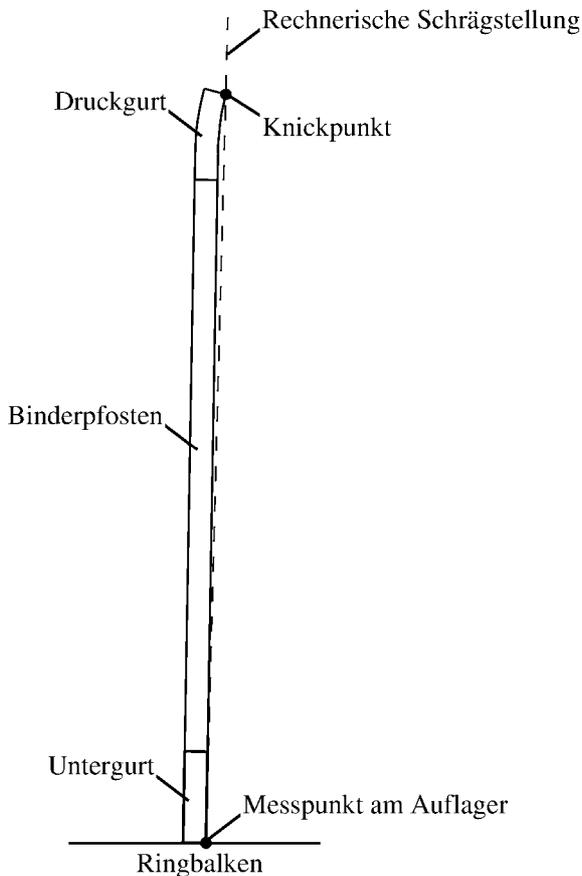


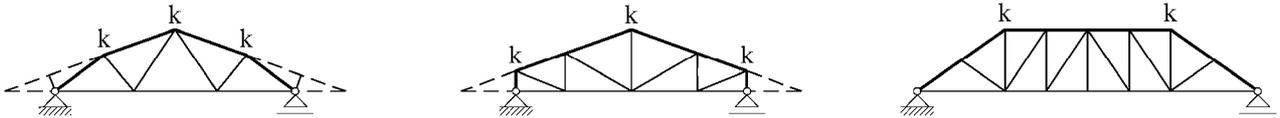
Abbildung 24: Vergrößerte Schrägstellung infolge verdrehtem Obergurt

7.4 Aufbereitung der Messergebnisse

Die Messergebnisse in Form räumlicher Knotenkoordinaten wurden aus dem 3D-CAD-Modell exportiert und über eine programmierte Schnittstelle mit Hilfe von Microsoft Excel ausgewertet.

Hierzu wurden die Binder in einem ersten Schritt im Grundriss in Richtung der globalen x-Achse gedreht. Da die gemessenen Koordinaten die Schrägstellungen und die Krümmungen enthalten, mussten in einem nächsten Schritt beide voneinander getrennt werden.

Die Schrägstellung φ_j eines Binders j in den in Abbildung 25 dargestellten Knickpunkten k des Binderobergurtes, wie z. B. einem Firstpunkt oder Traufpunkt, resultiert aus der horizontalen Verschiebung des Knickpunktes senkrecht zur perfekten Binderebene. Die Binderebene wird dabei als eine lotrechte Ebene verstanden, die die beiden Messpunkte am Auflager des Binders enthält. Die beiden Messpunkte an den Auflagern und sämtliche Knickpunkte eines Binders liegen immer auf derselben Seite. Die Schrägstellung φ_j ist dann das Verhältnis der horizontalen Verschiebung eines Knickpunktes k zur Binderhöhe an dieser Stelle, wie in Abbildung 24 beispielhaft dargestellt, d. h. zum lotrechten Abstand, den der Knickpunkt zu einer durch beide Messpunkte am Auflager führenden Geraden hat. Der Betrag der Schrägstellung wird in mm/m angegeben.

**Abbildung 25: Knickpunkte k**

Die für die Obergurte und die Dachlatten maßgebenden geometrischen Imperfektionen in Form mehrwelliger Krümmungen ($m > 2$), die in der Größenordnung der strukturellen Imperfektionen des Materials liegen, werden im Rahmen dieses Vorhabens nicht bestimmt, da über die strukturellen Imperfektionen keine Kenntnisse vorliegen.

Zur Bestimmung der Krümmung eines Obergurtabschnittes wurde die über die Höhe linear veränderliche Schrägstellung von den y-Koordinaten der Messpunkte zwischen den Knickpunkten abgezogen. Die Krümmung ergibt sich dann aus dem maximalen Stichmaß an der Stelle x mit $0 < x < \ell$, bezogen auf die Länge ℓ des Obergurtabschnittes.

8 Messergebnisse

8.1 Objekt 1: Pultdachbinder

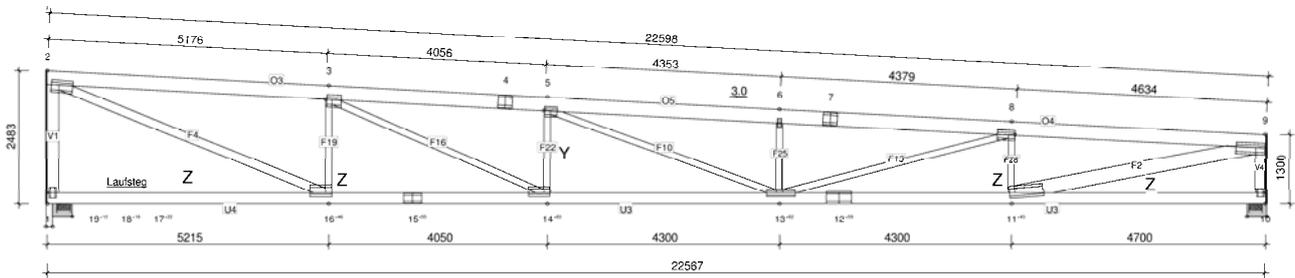


Abbildung 26: Einzelstückzeichnung der Binder des Objektes 1

Montagebetrieb: Zimmerei

Ausrichtung der Binder durch

- Zwischenhölzer an Traufe und First,
- Dachlattenstücke an den Füllstäben unterhalb der Obergurte,
- einen Längsverband.

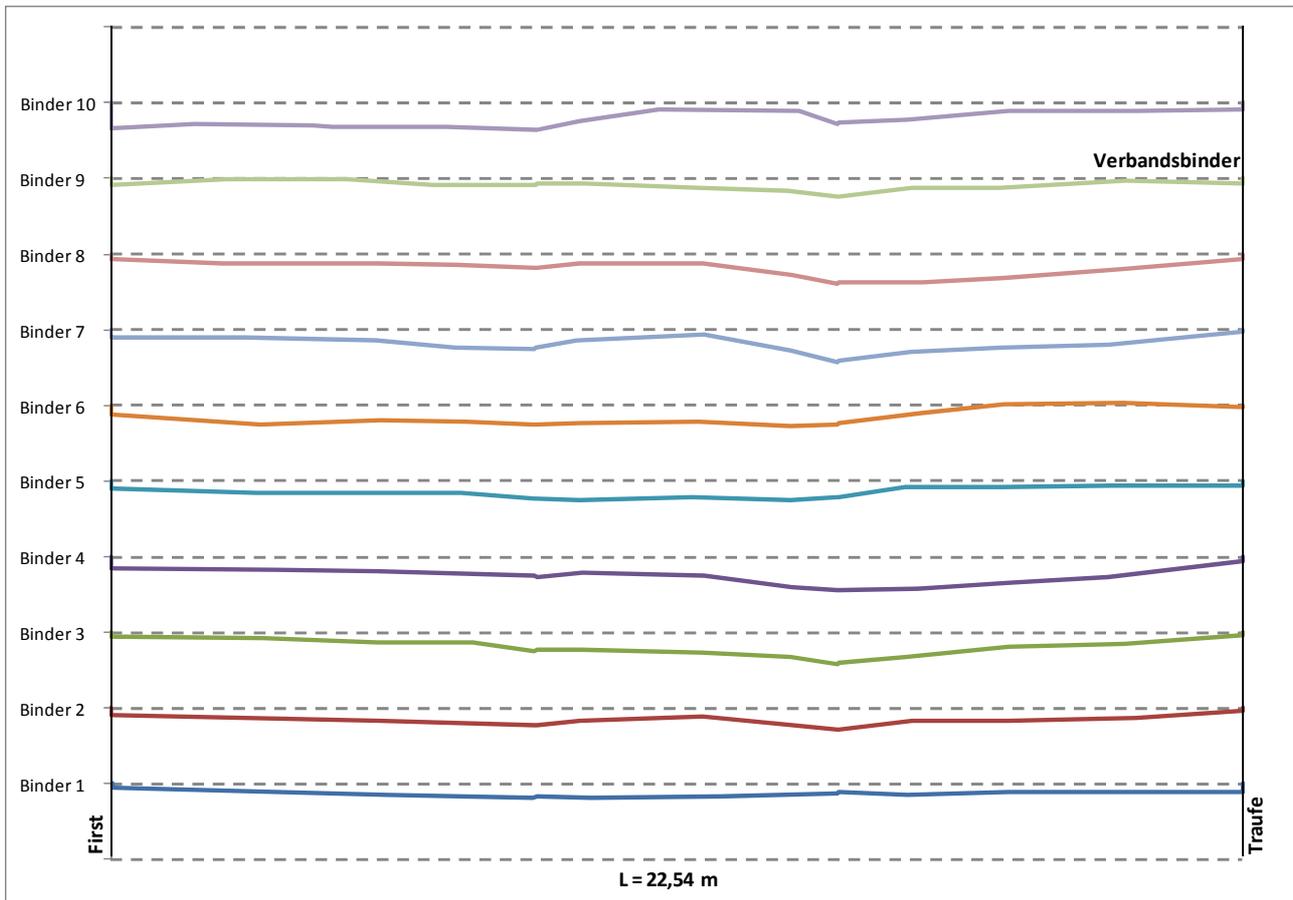


Abbildung 27: 25-fache Imperfektionen der Obergurte des Objektes 1 in der Draufsicht

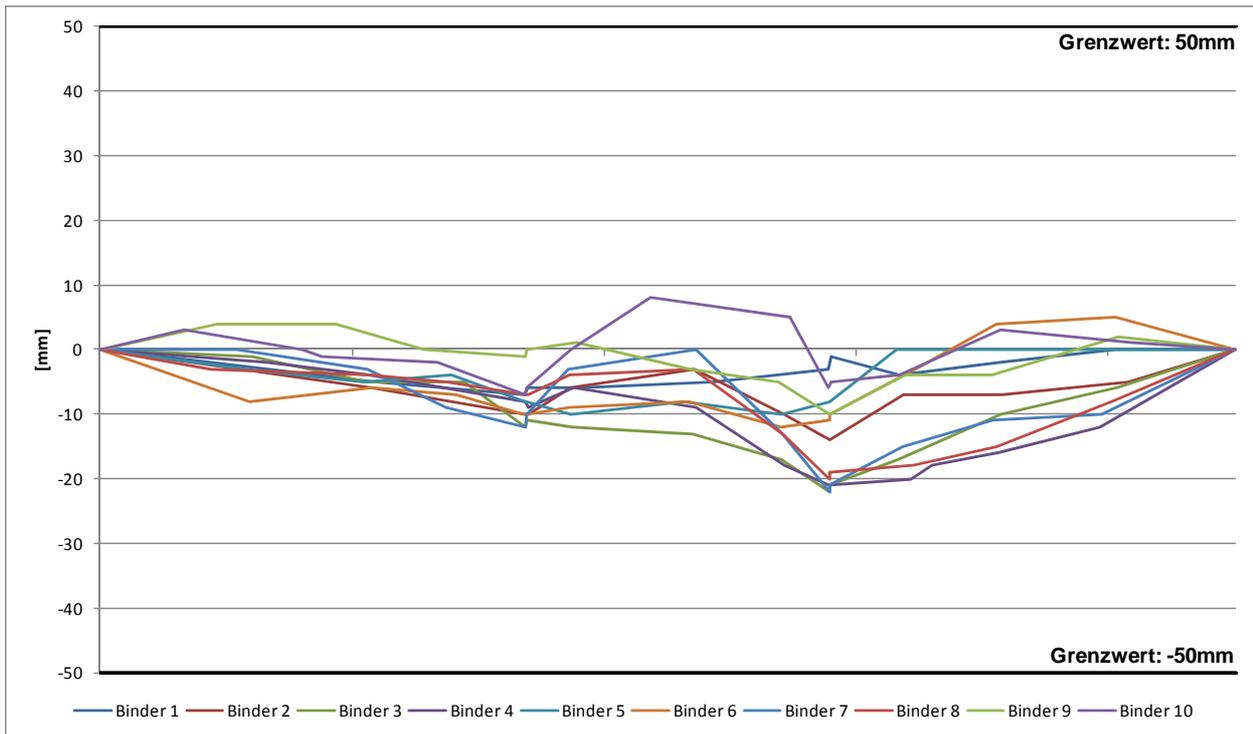
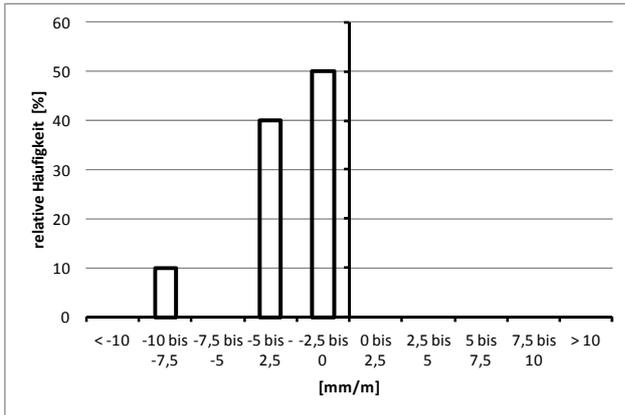


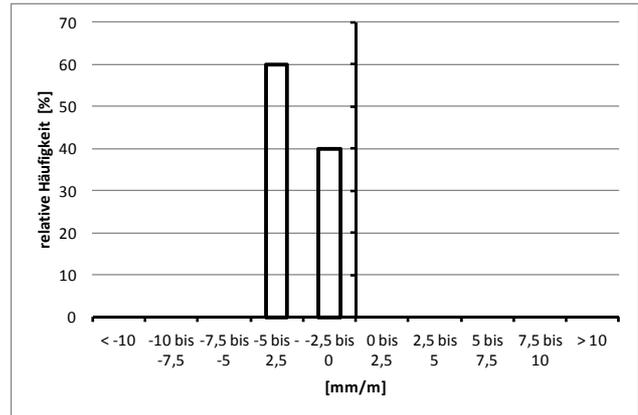
Abbildung 28: Obergurtrümmungen des Objektes 1 in der Draufsicht

Auffälligkeiten:

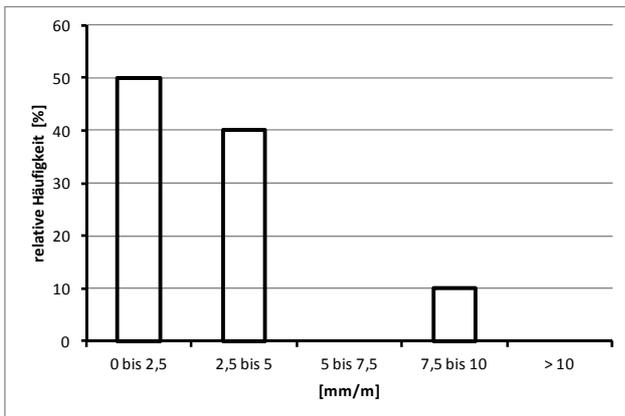
- Schrägstellung aller Binder in eine Richtung an Traufe und First (gleiche Richtung), also systematisch.
- Wahrscheinlich Verbandsböcke ausgerichtet und weitere Binder über Zwischenhölzer an diese angeschlossen.
- Schrägstellung schon bei Verbandsbinder (Binder 9) voll vorhanden.
- Obergurtstöße alle in eine Richtung.
- Verbandsbinder (Binder 9) mit kleinen Obergurtrümmungen.



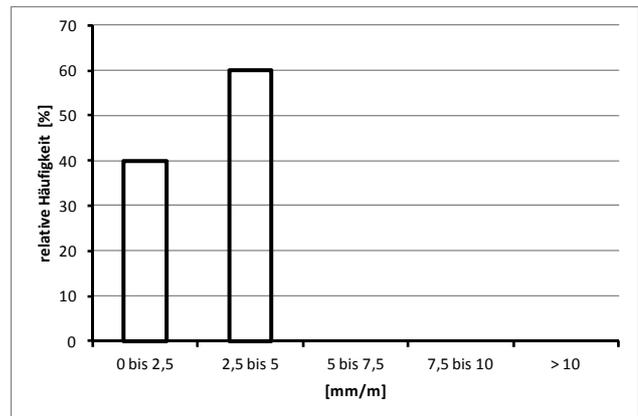
Schrägstellung am First



Schrägstellung an der Traufe



Absolute Schrägstellung am First



Absolute Schrägstellung an der Traufe

8.2 Objekt 2: Trapezbinder

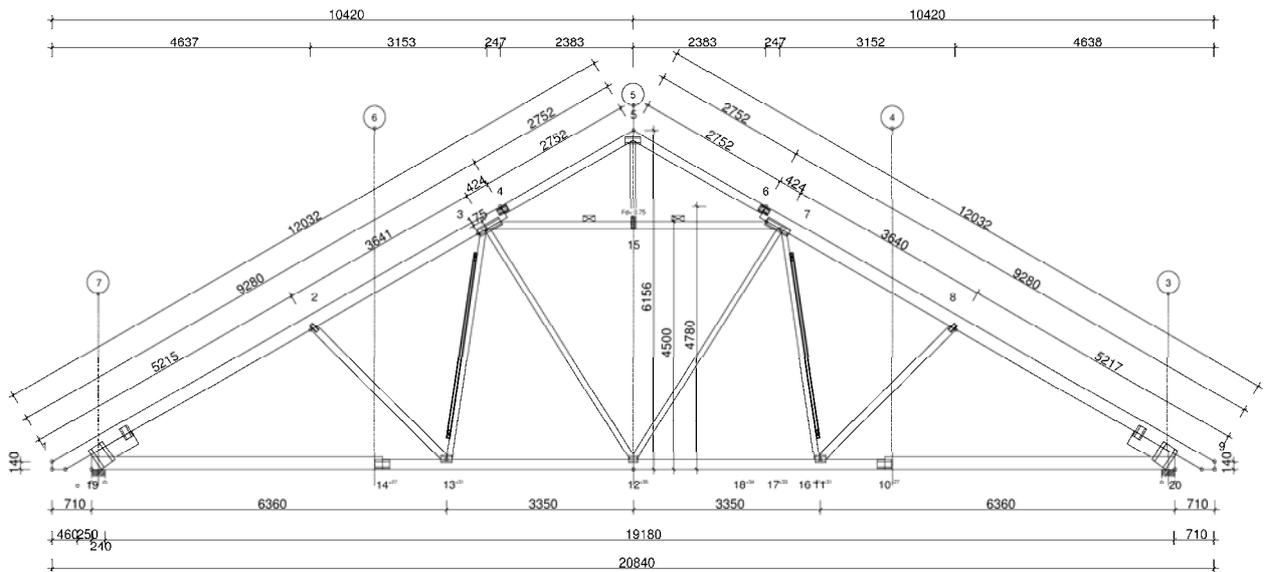


Abbildung 29: Einzelstückzeichnung der Binder des Objektes 2

Montagebetrieb: Zimmerei

Ausrichtung der Binder durch

- Zwischenhölzer an Traufe und am Obergurtnick,
- Dachlattenstücke an den Füllstäben und am Füllstab unterm First,
- zwei Längsverbände unter den Obergurtnicken.

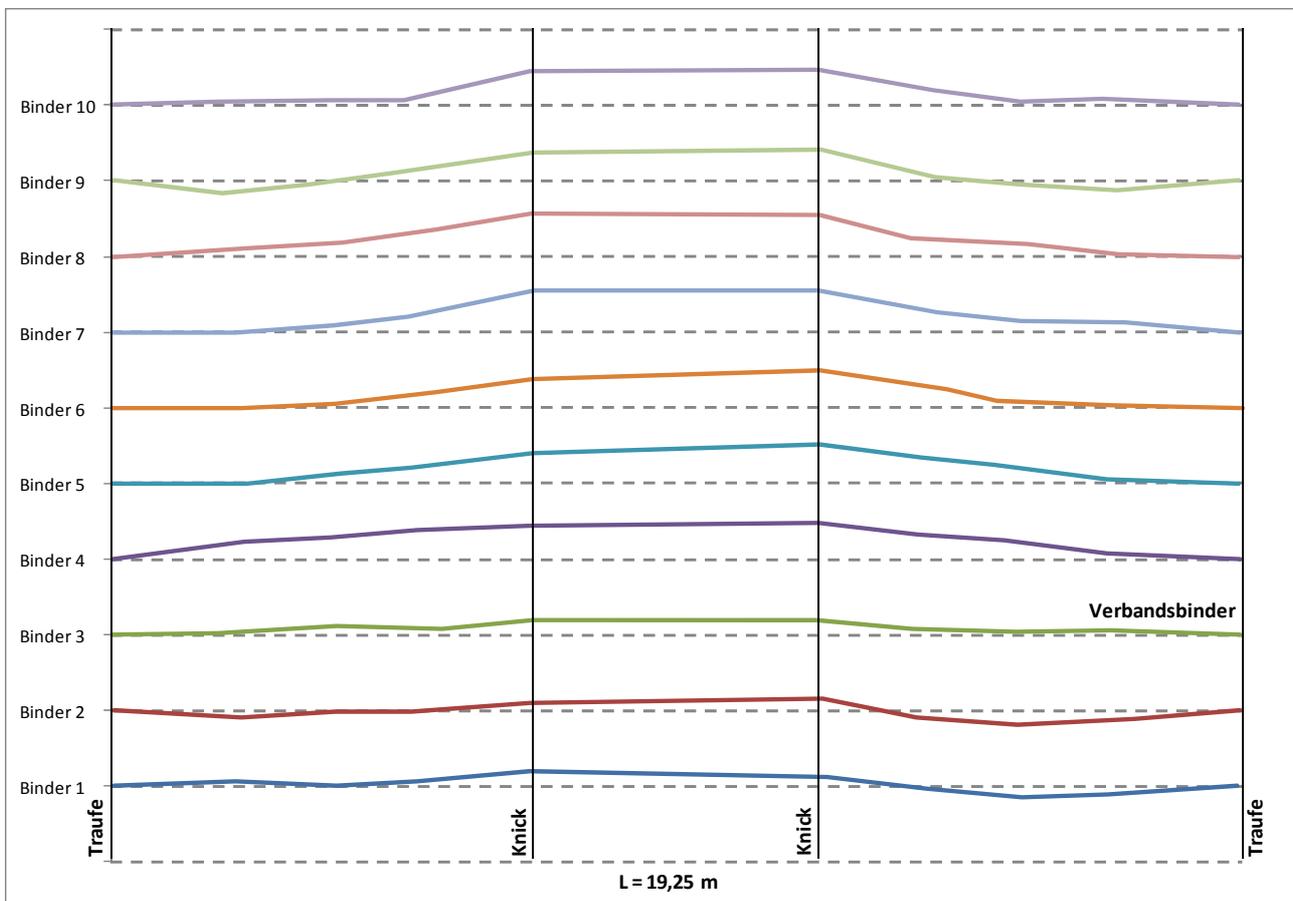


Abbildung 30: 25-fache Imperfektionen der Obergurte des Objektes 2 in der Draufsicht

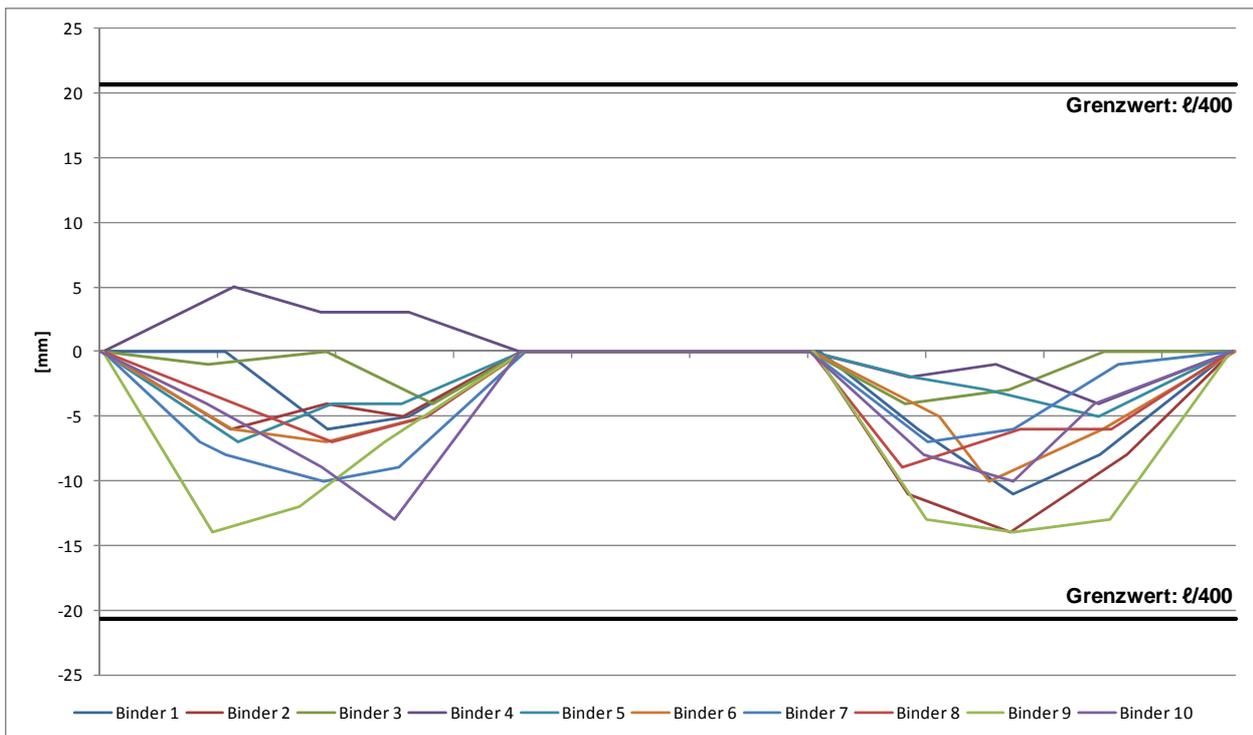
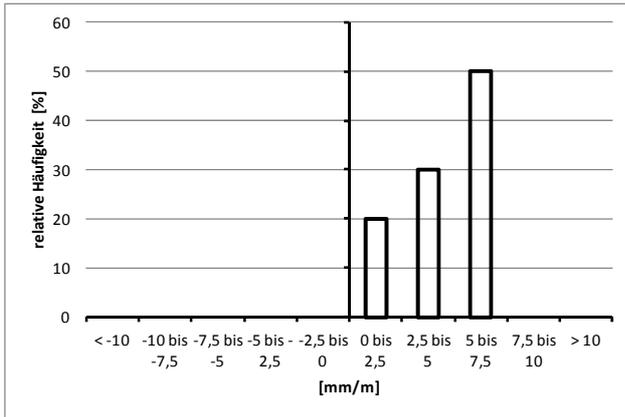


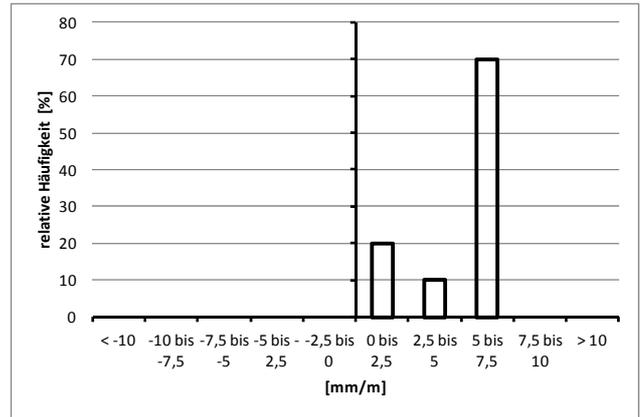
Abbildung 31: Obergurtrümmungen des Objektes 2 in der Draufsicht

Auffälligkeiten:

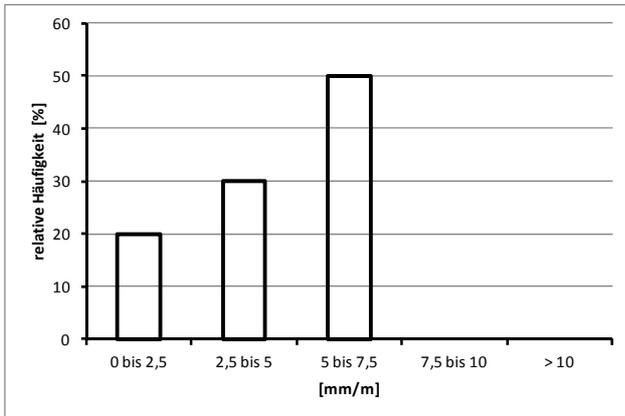
- Schrägstellung aller Knickpunkte und der Firstpunkte in einer Richtung, also systematisch.
- Eine gegenseitige Schrägstellung der Knickpunkte ist erkennbar.
- Wahrscheinlich Verbandsböcke ausgerichtet und dann weitere Binder über Zwischenhölzer an diese angeschlossen.
- Deutlicher Wechsel der Schrägstellung nach dem Obergurtverband, also systematisch.
- Schrägstellung schon bei Verbandsbinder (Binder 3) voll vorhanden.
- Obergurtrümmungen fast alle in eine Richtung.
- Verbandsbinder (Binder 3) mit kleinen Obergurtrümmungen.



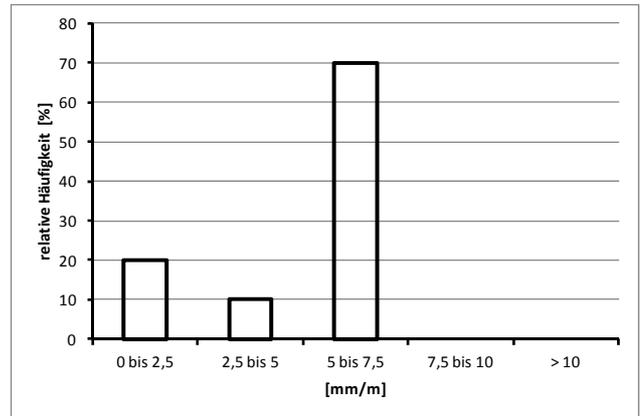
Schrägstellung am linken Knickpunkt



Schrägstellung am rechten Knickpunkt



Absolute Schrägstellung am linken Knickpunkt



Absolute Schrägstellung am rechten Knickpunkt

8.3 Objekt 3: Pultdachbinder

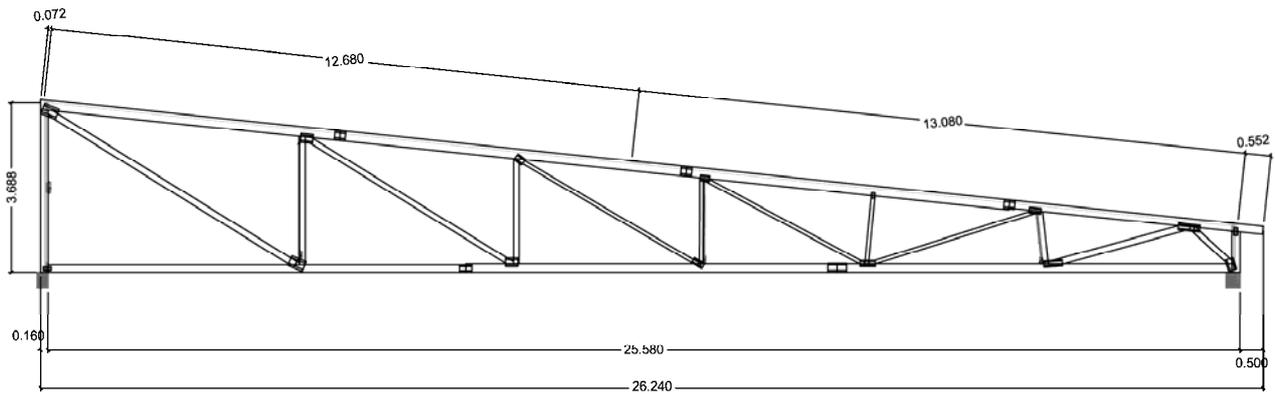


Abbildung 32: Einzelstückzeichnung der Binder des Objektes 3

Montagebetrieb: Binderhersteller

Ausrichtung der Binder durch

- Zwischenhölzer an Traufe, First und in der Mitte,
- Brettstücke, die an den Füllstäben mittig zwischen Traufe und Mitte und mittig zwischen Mitte und First angeordnet wurden.

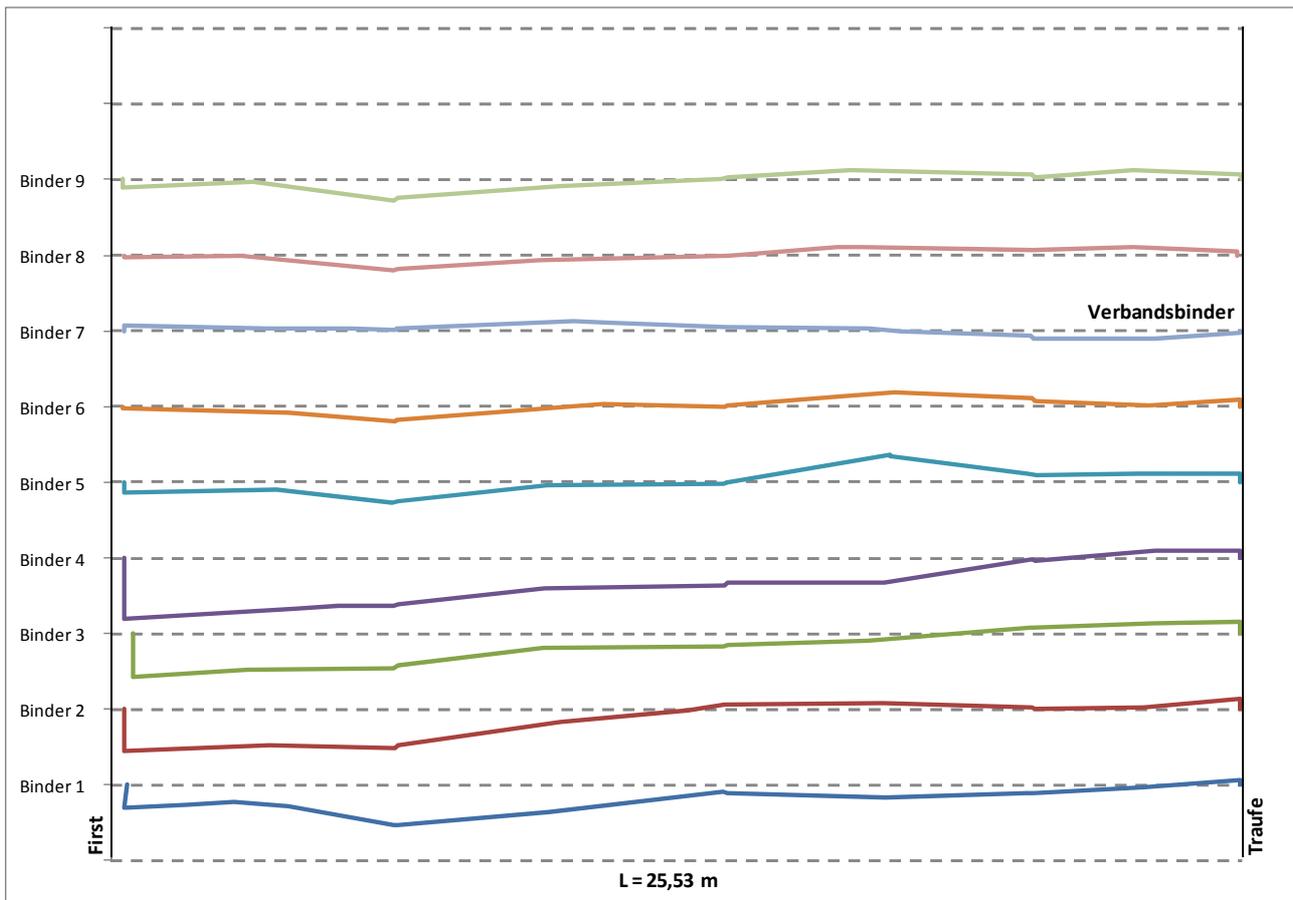


Abbildung 33: 25-fache Imperfektionen der Obergurte des Objektes 3 in der Draufsicht

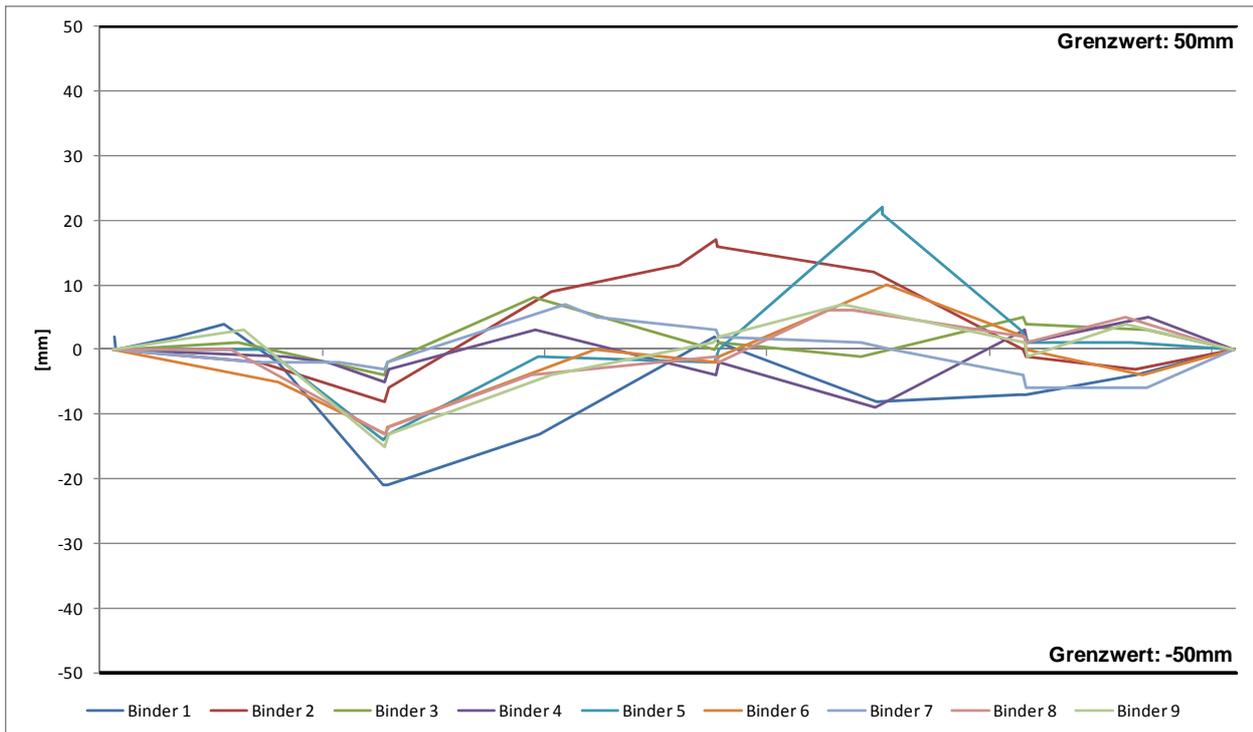
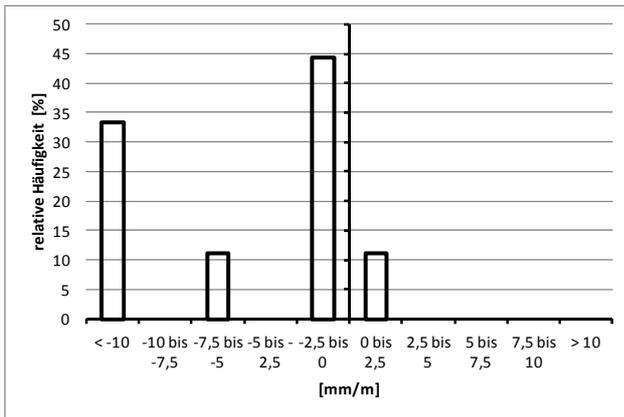


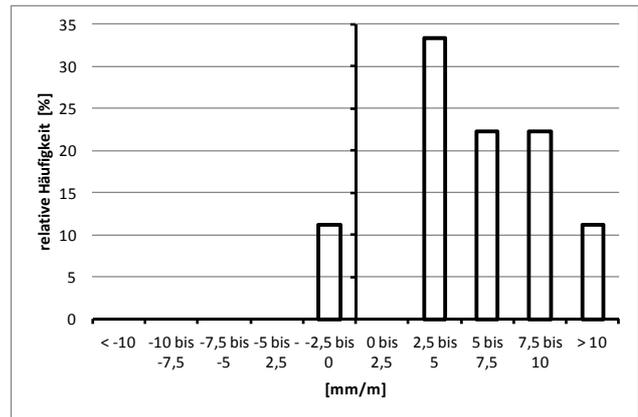
Abbildung 34: Obergurkrümmungen des Objektes 3 in der Draufsicht

Auffälligkeiten:

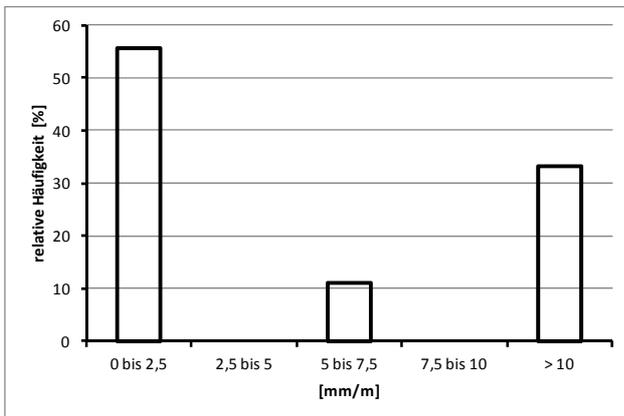
- Schrägstellung an Traufe und First überwiegend in eine Richtung, also systematisch.
- Schrägstellung an Traufe entgegengesetzt zum First.
- Schrägstellung des Verbandsgebindes (Binder 7) klein.
- Obergurkrümmungen an der Mittelbohle und an der Stelle der Brettstücke zwischen Traufe und Mitte sehr gering.
- Verbandsbinder (Binder 7) mit kleinen Obergurkrümmungen.



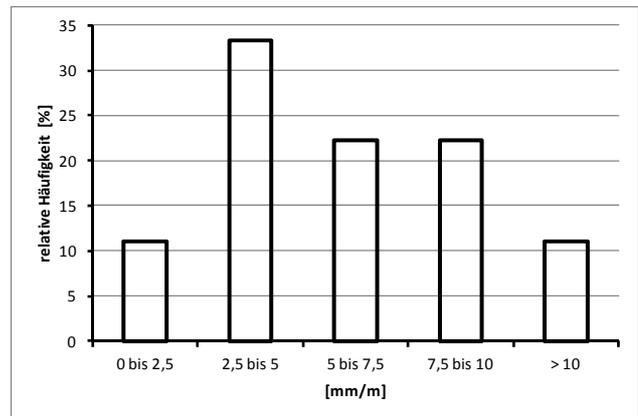
Schrägstellung am First



Schrägstellung an der Traufe



Absolute Schrägstellung am First



Absolute Schrägstellung an der Traufe

8.4 Objekt 4: Fünfeckbinder

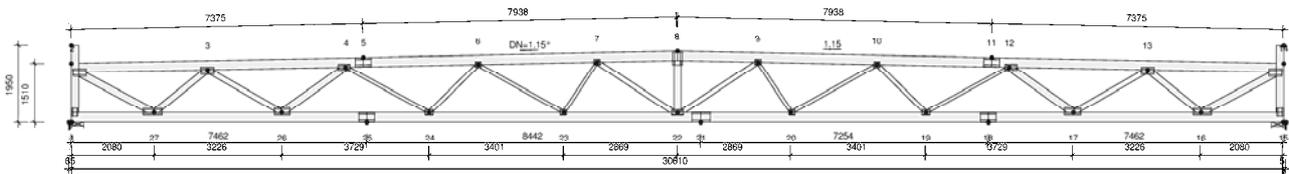


Abbildung 35: Einzelstückzeichnung der Binder des Objektes 4

Montagebetrieb: Zimmerei

Ausrichtung der Binder durch

- Zwischenhölzer an Traufe, an First und in der Mitte,
- Brettstücke, die auf dem Obergurt mittig zwischen Traufe und Mitte und mittig zwischen Mitte und First angeordnet wurden.

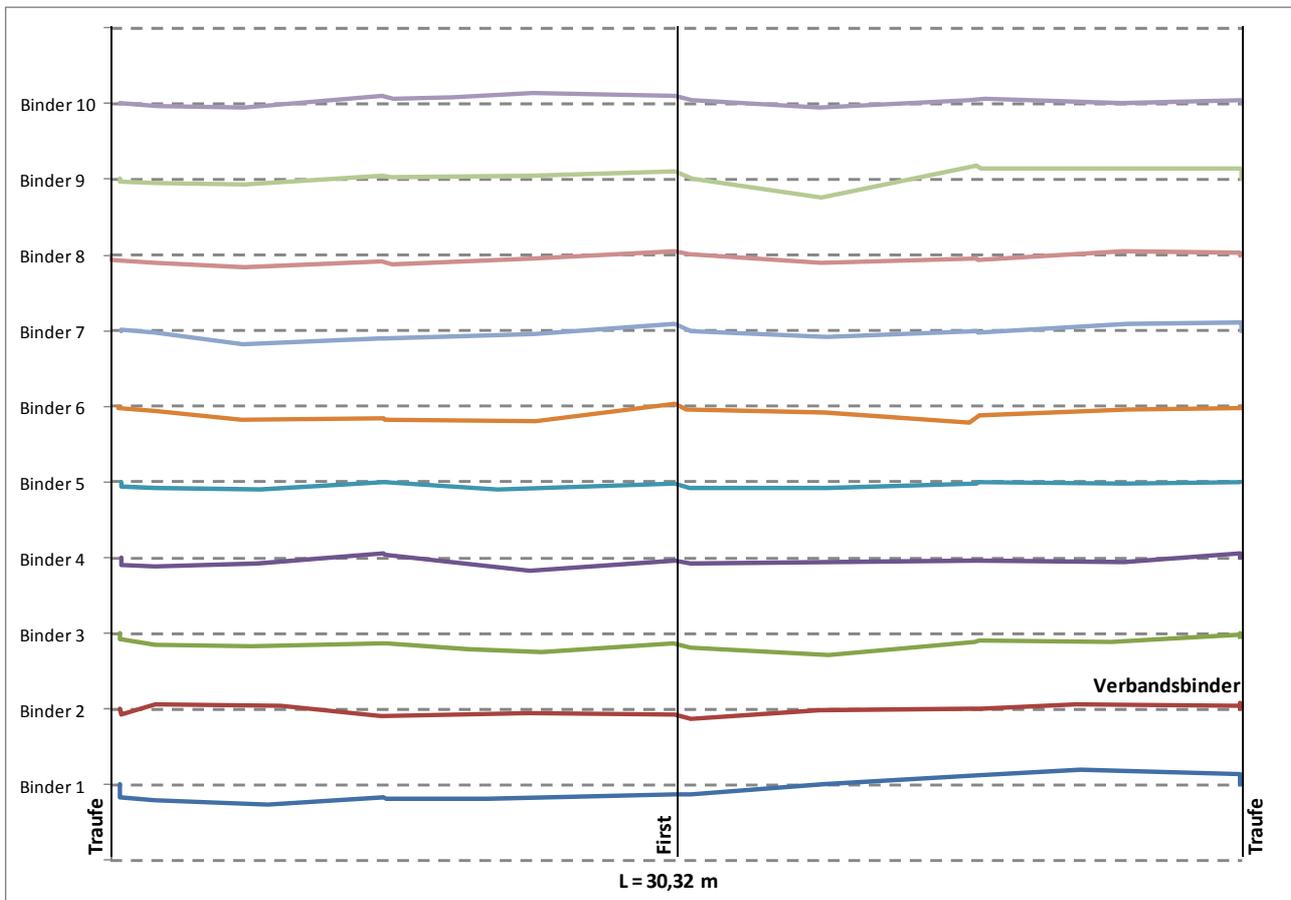


Abbildung 36: 25-fache Imperfektionen der Obergurte des Objektes 4 in der Draufsicht

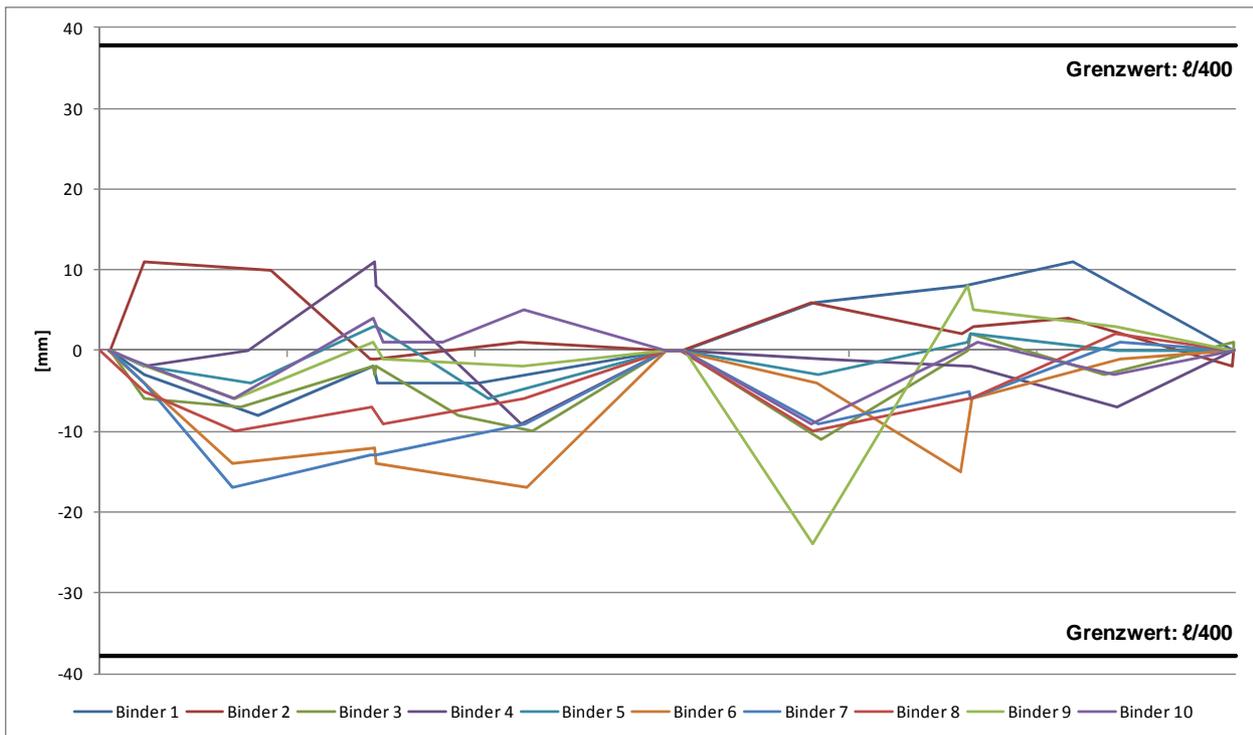
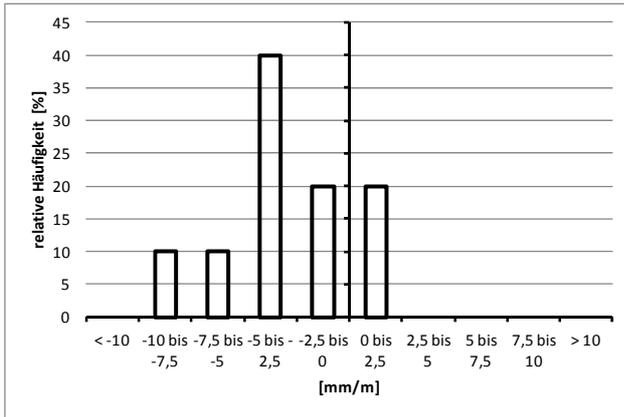


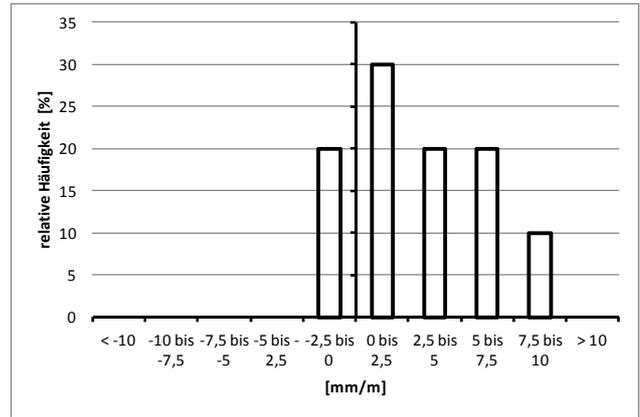
Abbildung 37: Obergurtrümmungen des Objektes 4 in der Draufsicht

Auffälligkeiten:

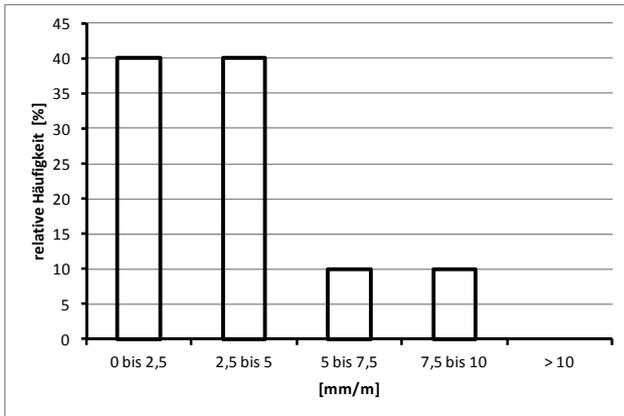
- Schrägstellung an Traufe und First überwiegend in eine Richtung, also systematisch.
- Schrägstellung an Traufe entgegengesetzt zum First.
- Schrägstellung schon bei Verbandsbinder (Binder 2) voll vorhanden.
- Obergurtrümmungen wechseln, also zufällig.
- Obergurtrümmungen des Verbandsbinders (Binder 2) nicht wesentlich kleiner.



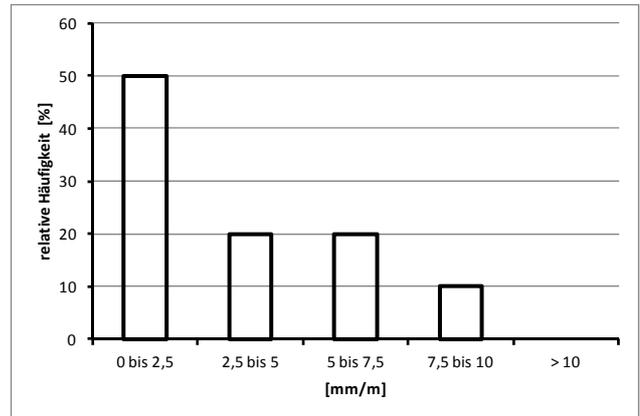
Schrägstellung an der linken Traufe



Schrägstellung an der rechten Traufe



Absolute Schrägstellung an der linken Traufe



Absolute Schrägstellung an der rechten Traufe

8.5 Objekt 5: Dreieckbinder

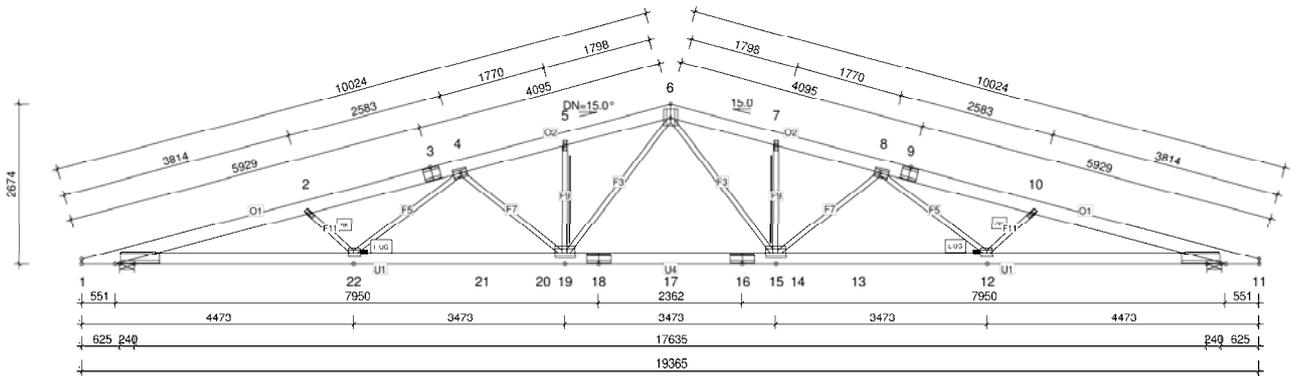


Abbildung 38: Einzelstückzeichnung der Binder des Objektes 5

Montagebetrieb: Dachdecker
Ausrichtung der Binder durch

- Dachlattenstücke auf einer Diagonalen (unterhalb First) im oberen Drittel der Diagonalen,
- zwei Längsverbände.

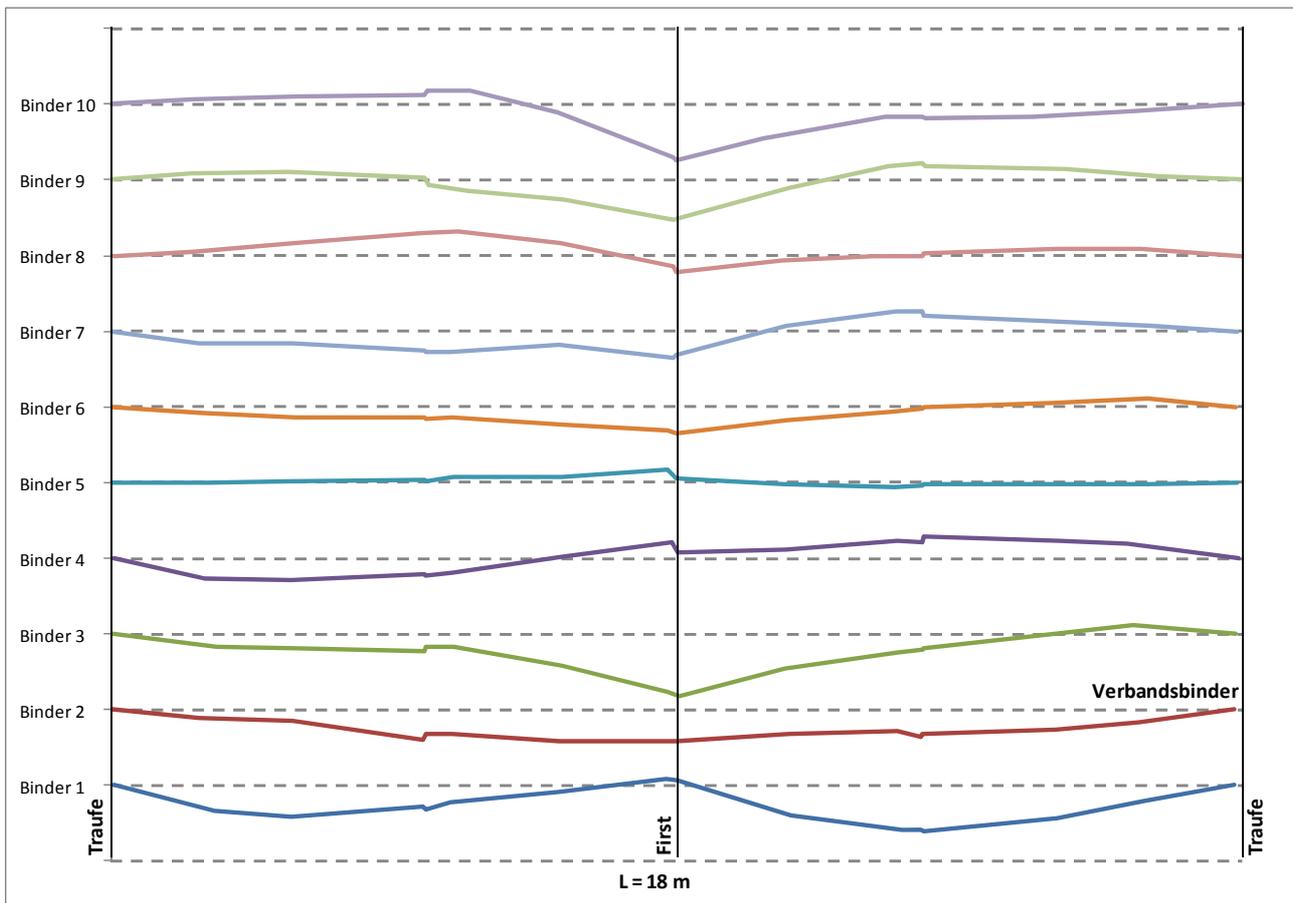


Abbildung 39: 25-fache Imperfektionen der Obergurte des Objektes 5 in der Draufsicht

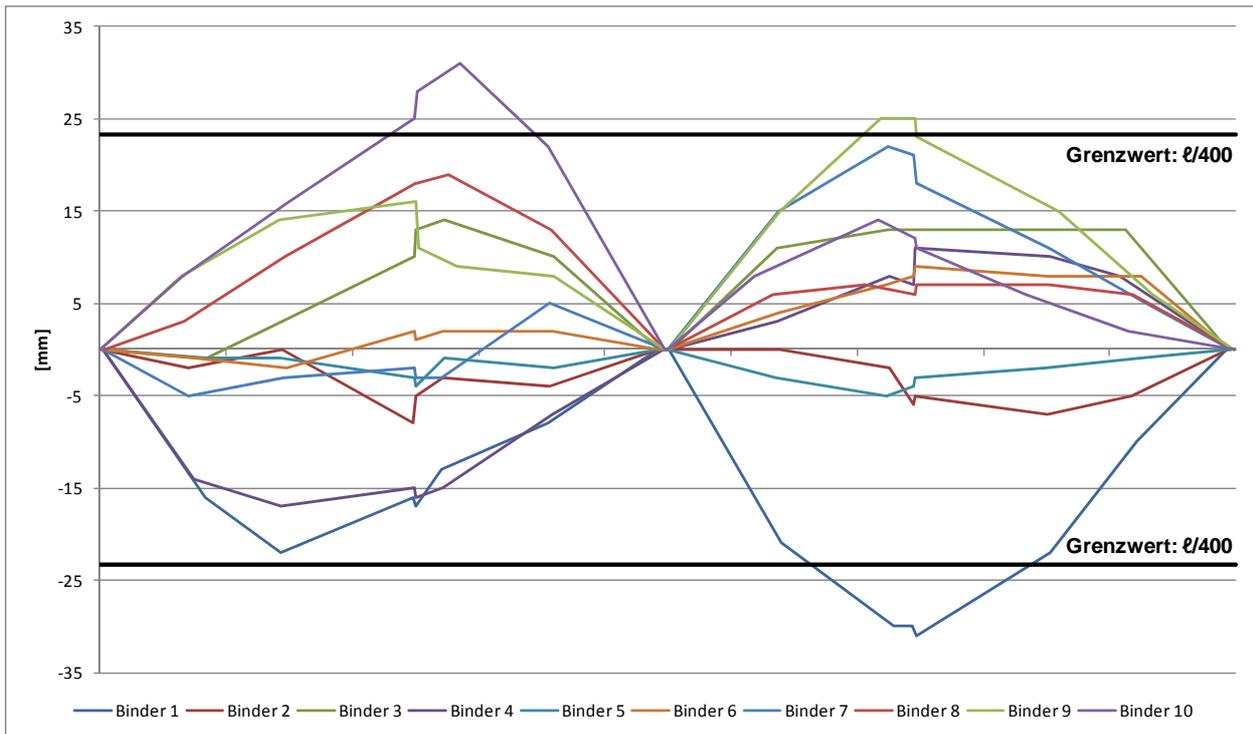
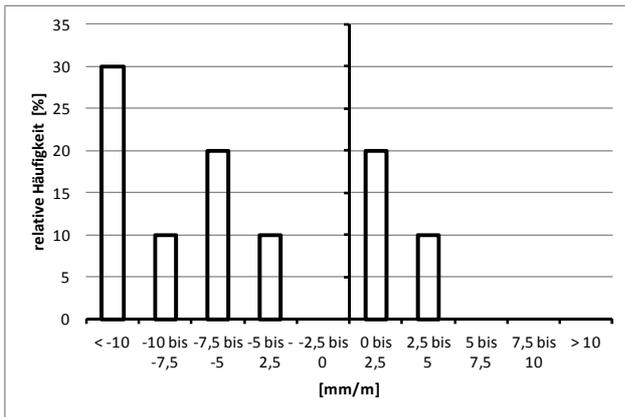


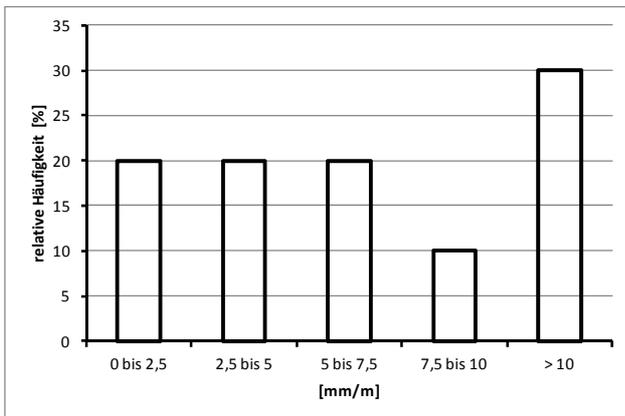
Abbildung 40: Obergurtrümmungen des Objektes 5 in der Draufsicht

Auffälligkeiten:

- Die Binder wurden durch die Firstbohle nachträglich wohl nicht mehr ausgerichtet.
- Schrägstellung wechselt in alle Richtungen, also zufällig.
- Schrägstellung schon bei Verbandsbinder (Binder 2) voll vorhanden.
- Obergurtrümmungen wechseln, also zufällig.
- Keine systematischen Imperfektionen, da Montage mit Latten auf den Diagonalen.



Schrägstellung am First



Absolute Schrägstellung am First

8.6 Objekt 6: Trapezbinder

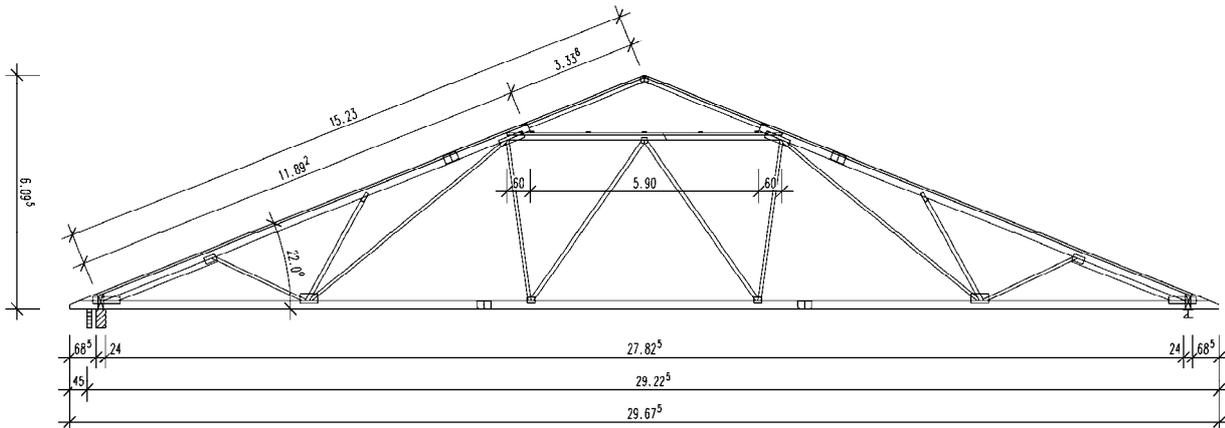


Abbildung 41: Einzelstückzeichnung der Binder des Objektes 6

Montagebetrieb: Binderhersteller

Ausrichtung der Binder durch

- Zwischenhölzer am Obergurtnick,
- Dachlattenstücke unterm Obergurt mittig zwischen Traufe und Knick.

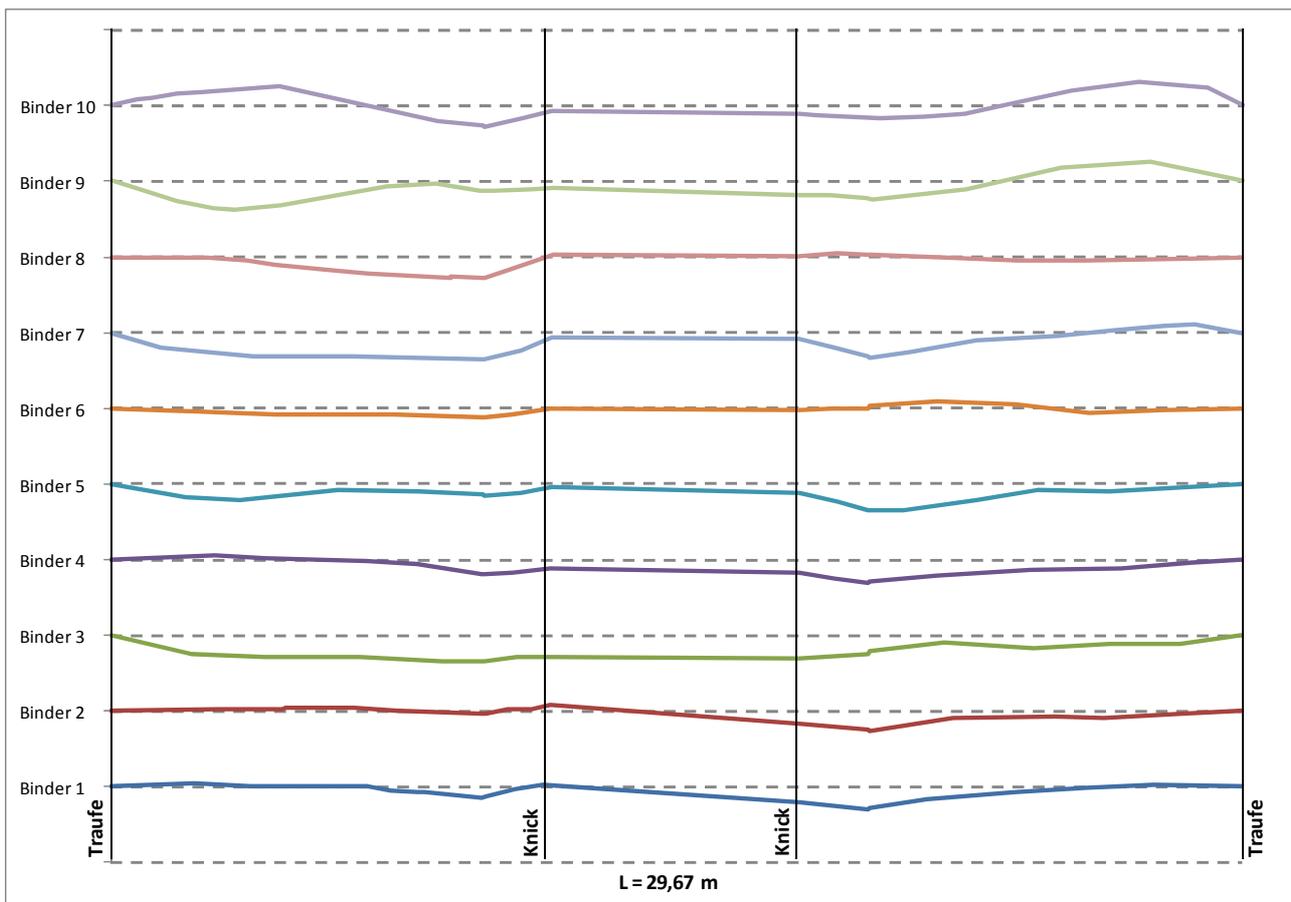


Abbildung 42: 25-fache Imperfektionen der Obergurte des Objektes 6 in der Draufsicht

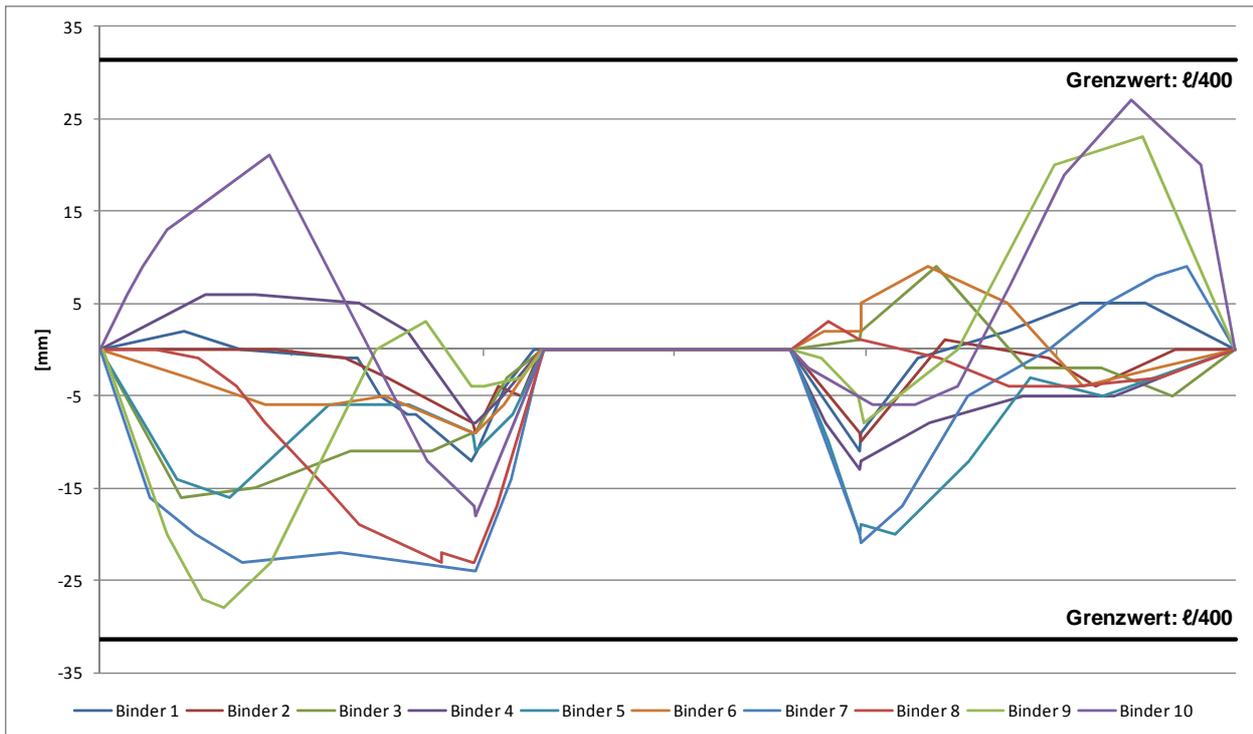
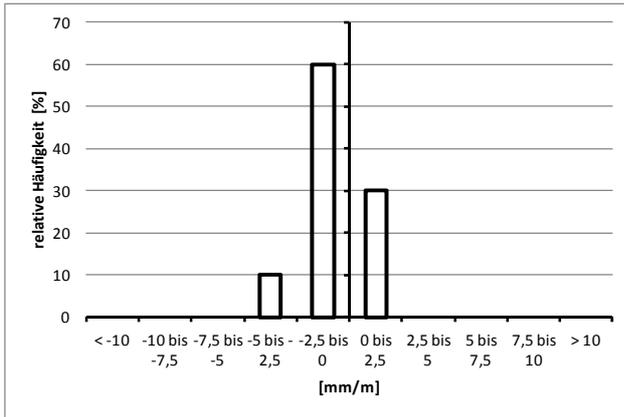


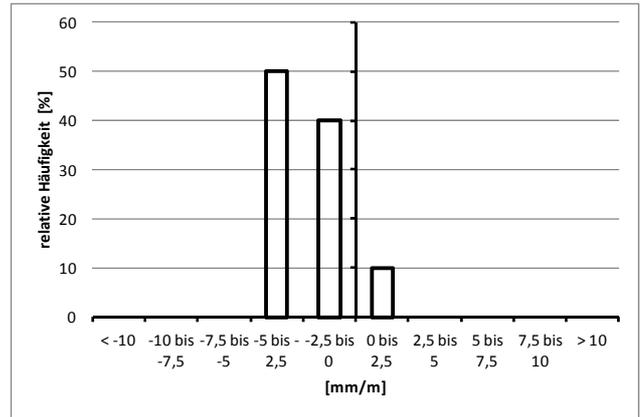
Abbildung 43: Obergurtrümmungen des Objektes 6 in der Draufsicht

Auffälligkeiten:

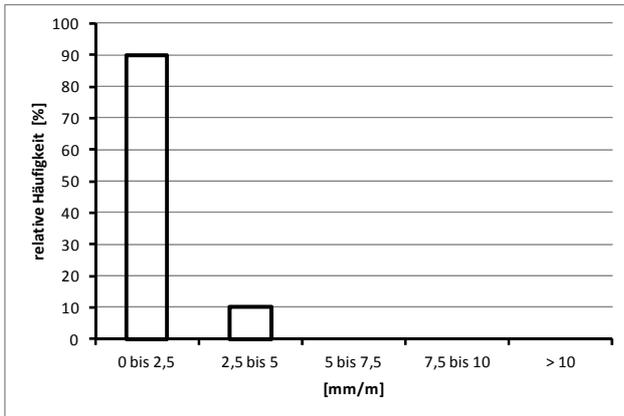
- Schrägstellung der Knickpunkte zum großen Teil in einer Richtung, also systematisch.
- Gegenseitige Schrägstellung der Knickpunkte erkennbar.
- Obergurtrümmungen wechseln, also zufällig.
- Obergurtstöße knapp unterm Knick zeigen großen Knick überwiegend in gleicher Richtung auf, also systematisch.



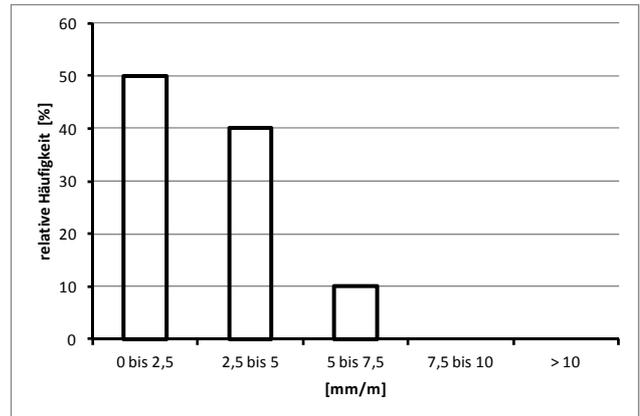
Schrägstellung am linken Knickpunkt



Schrägstellung am rechten Knickpunkt



Absolute Schrägstellung am linken Knickpunkt



Absolute Schrägstellung am rechten Knickpunkt

8.7 Objekt 7: Fünfeckbinder

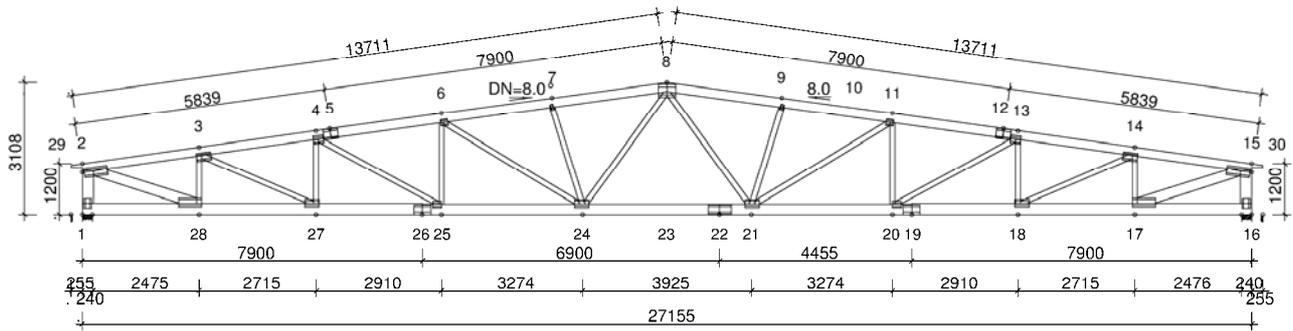


Abbildung 44: Einzelstückzeichnung der Binder des Objektes 7

Montagebetrieb: Binderhersteller

Ausrichtung der Binder durch

- Bohlen unter dem Obergurt an First und der Mitte,
- Dachschalung an der Traufe.

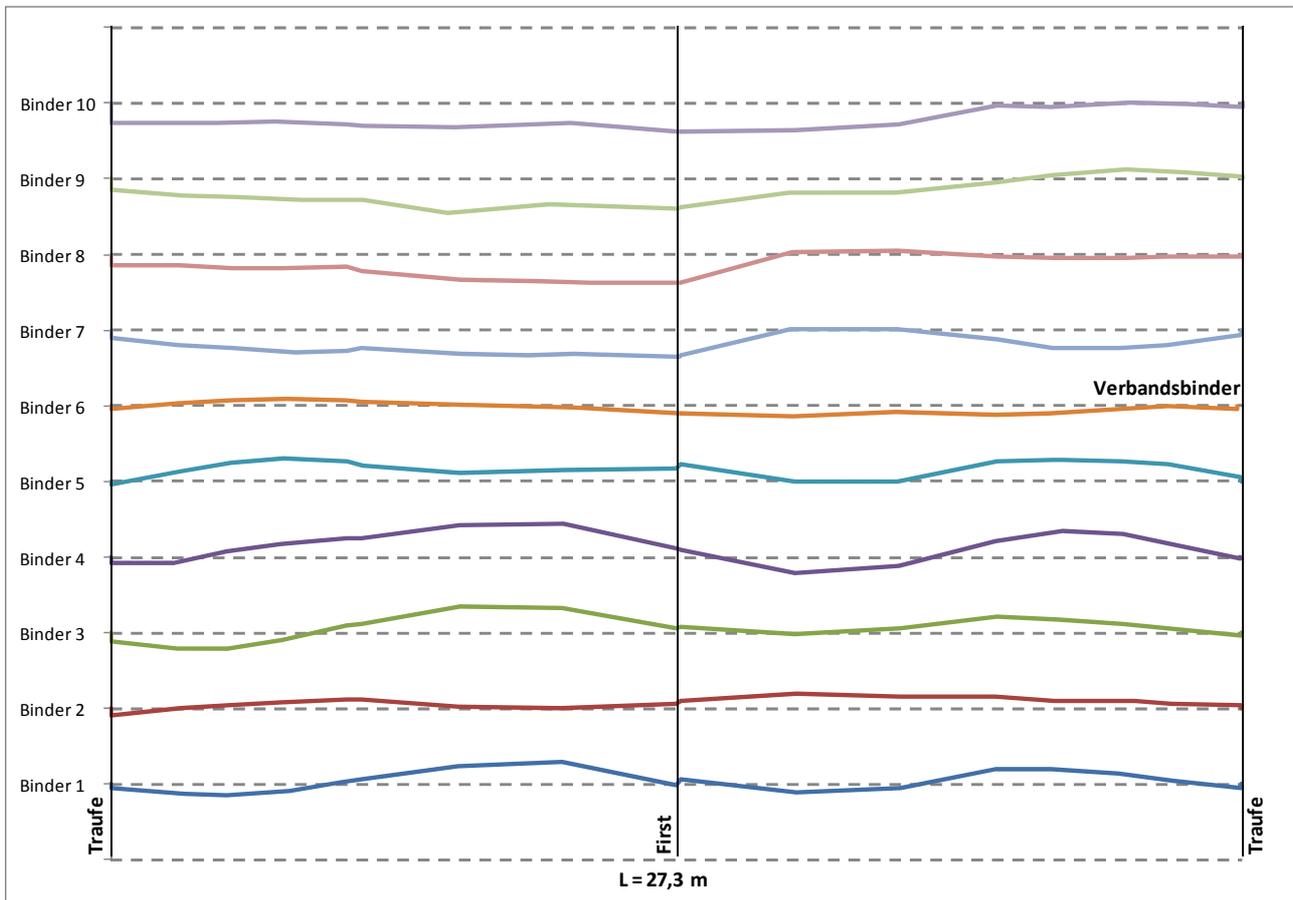


Abbildung 45: 25-fache Imperfektionen der Obergurte des Objektes 7 in der Draufsicht

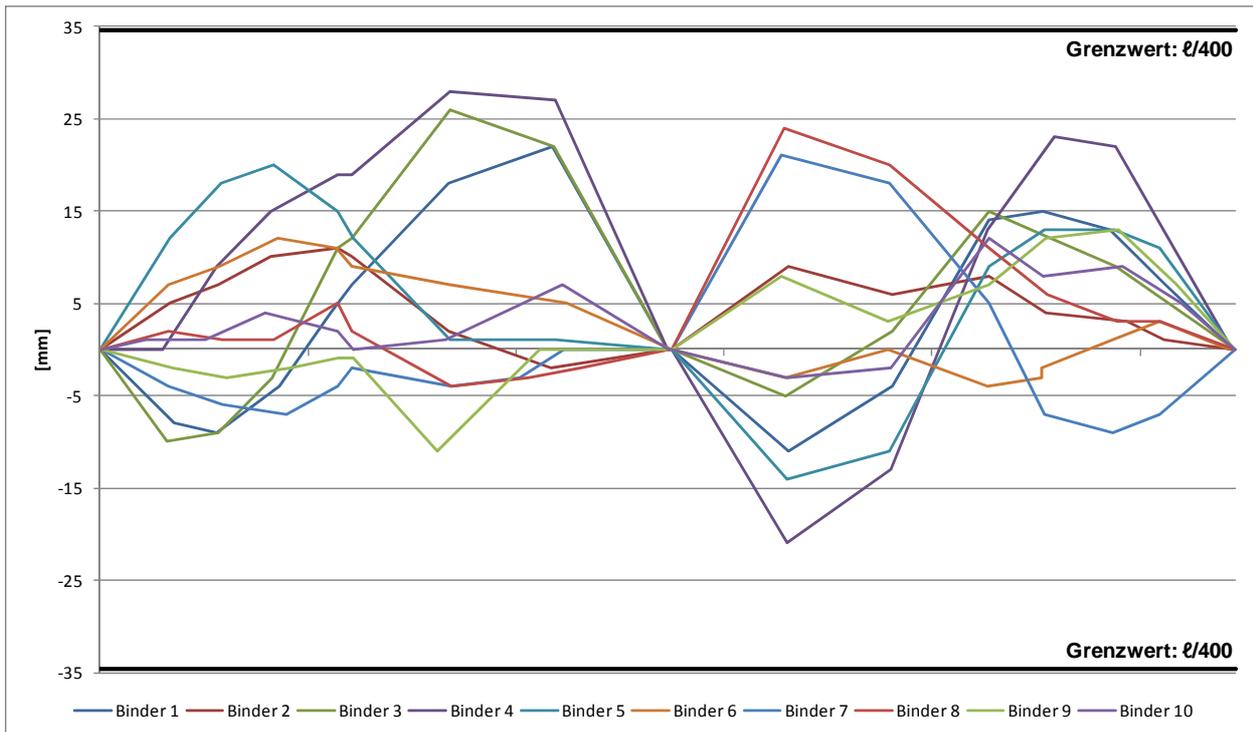
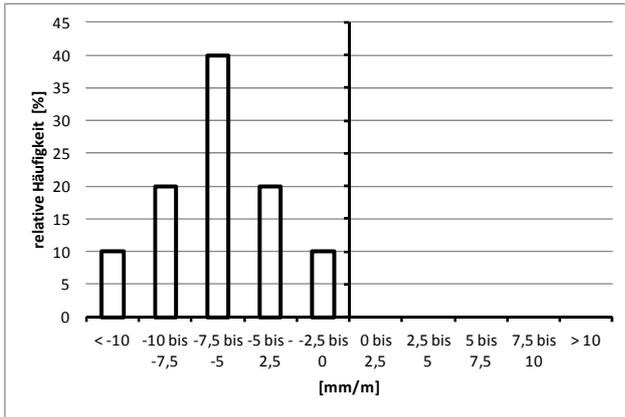


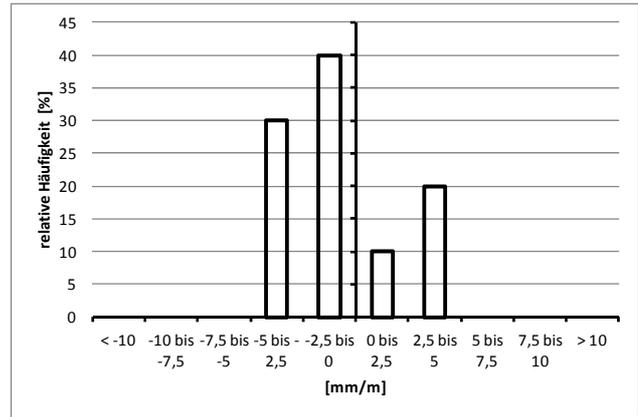
Abbildung 46: Obergurtrümmungen des Objektes 7 in der Draufsicht

Auffälligkeiten:

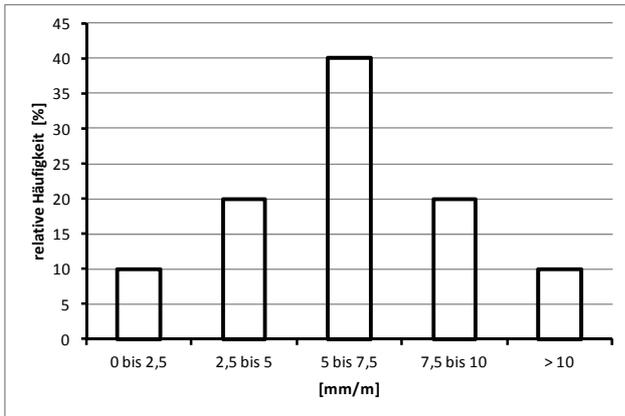
- Schrägstellung an Traufe und First überwiegend in eine Richtung, also systematisch.
- Schrägstellung an Traufe entgegengesetzt zum First.
- Schrägstellung des Verbandsgebundes (Binder 2) klein.
- Obergurtrümmungen wechseln nach dem Verband, also wahrscheinlich abhängig von der Schrägstellung des vorherigen Verbandes.
- Verbandsbinder (Binder 2) mit kleinen Obergurtrümmungen.



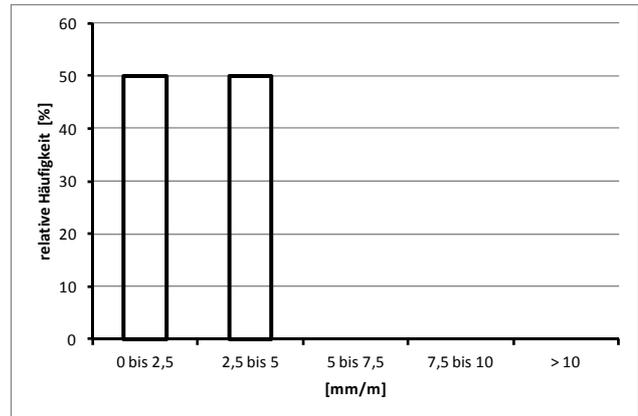
Schrägstellung an der linken Traufe



Schrägstellung an der rechten Traufe



Absolute Schrägstellung an der linken Traufe



Absolute Schrägstellung an der rechten Traufe

8.8 Objekt 8: Dreieckbinder

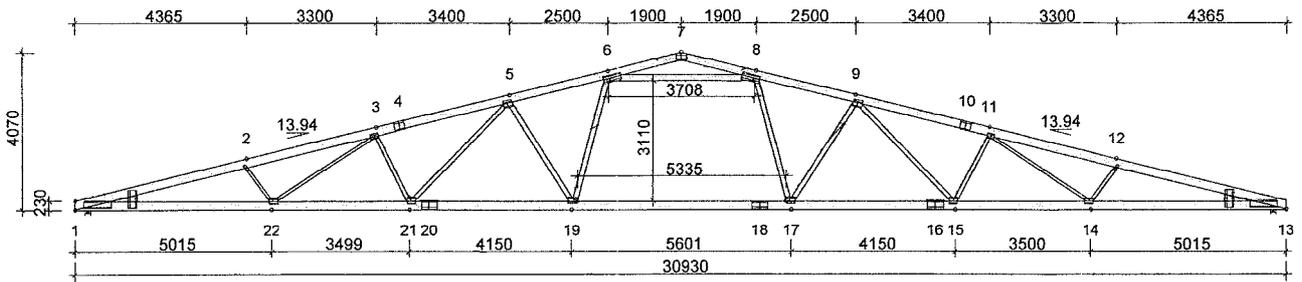


Abbildung 47: Einzelstückzeichnung der Binder des Objektes 8

Montagebetrieb: Zimmerei

Ausrichtung der Binder durch

- Zwischenhölzer am First.

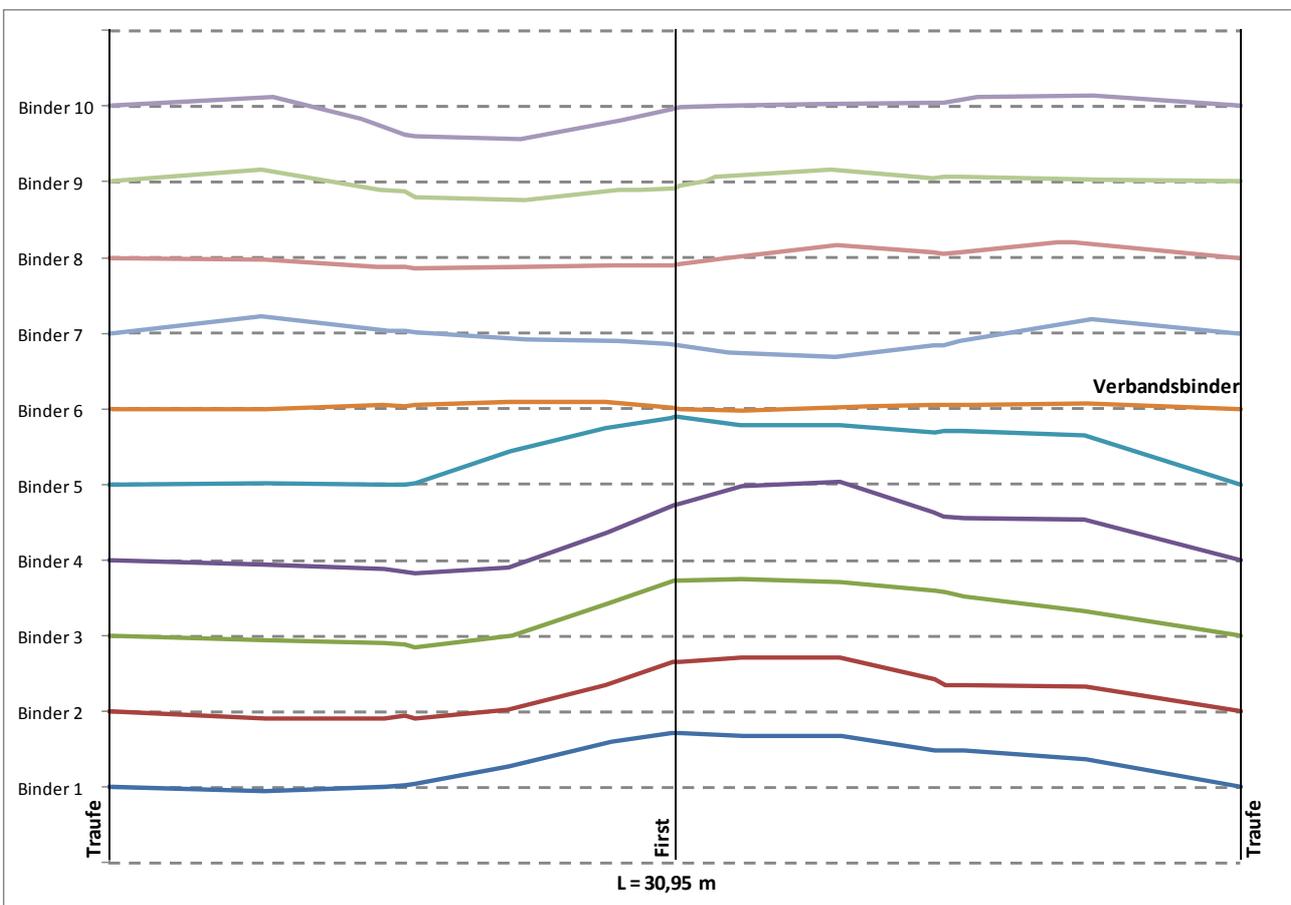


Abbildung 48: 25-fache Imperfektionen der Obergurte des Objektes 8 in der Draufsicht

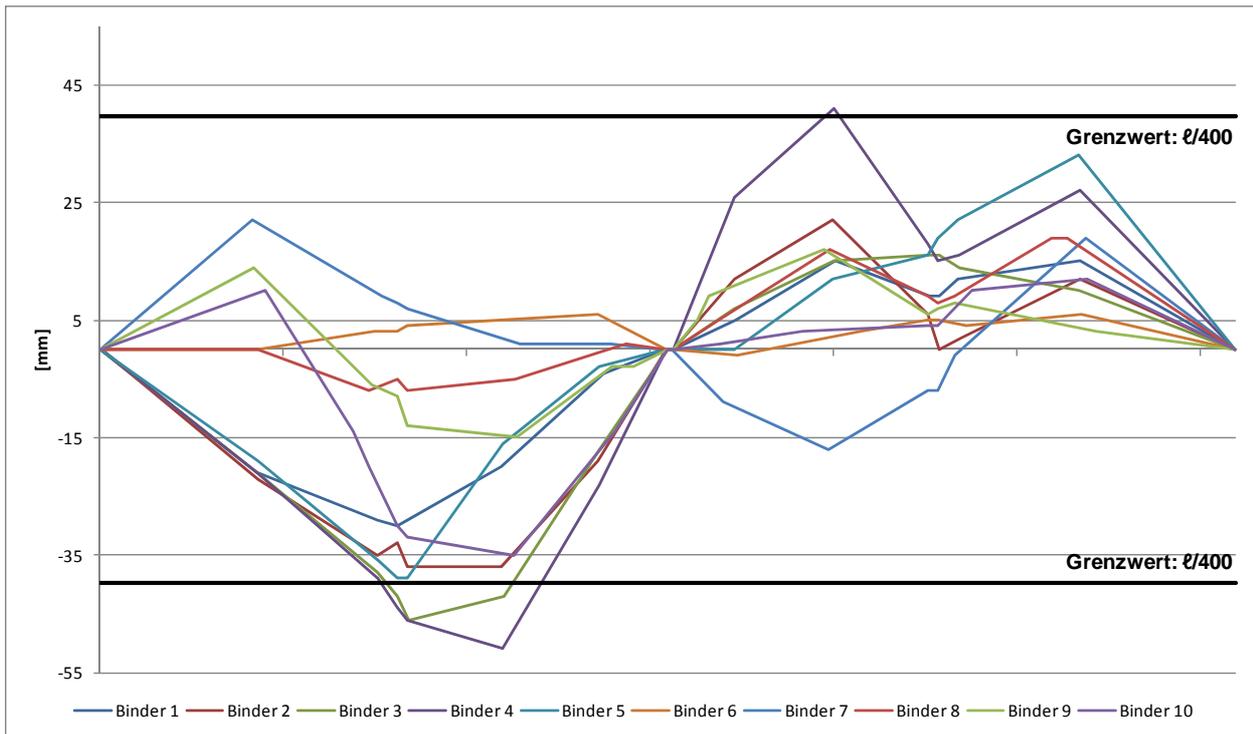
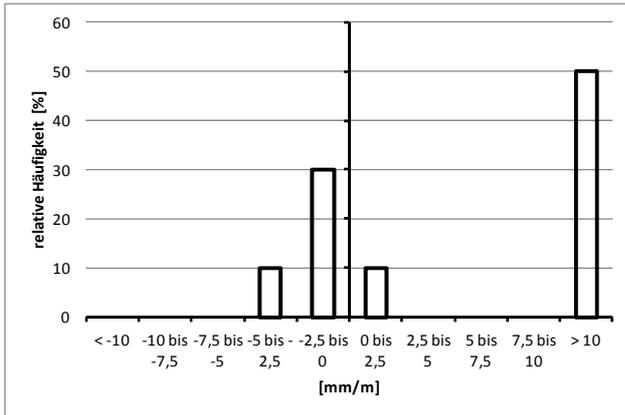


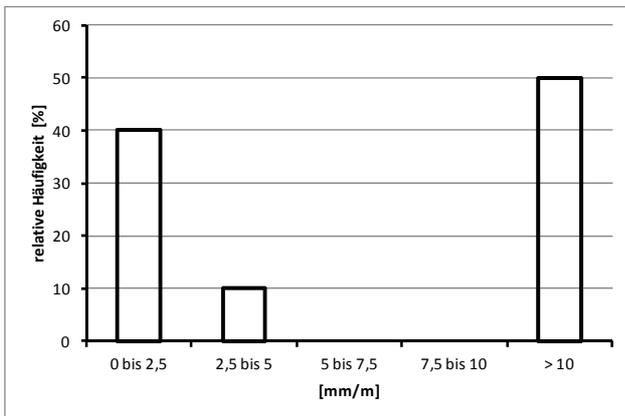
Abbildung 49: Obergurkrümmungen des Objektes 8 in der Draufsicht

Auffälligkeiten:

- Von Binder 1 zum Verband hin ansteigende Schrägstellung.
- Schrägstellung wechselt nach dem Verband, wahrscheinlich abhängig von der Schrägstellung des noch vor Binder 1 stehenden Verbandes.
- Schrägstellung des Verbandesgebindes (Binder 6) klein.
- Obergurkrümmungen wechseln nach dem Verband.
- Teilweise sehr große Obergurkrümmungen.
- Verbandsbinder (Binder 6) mit kleinen Obergurkrümmungen.
- Aus den Auffälligkeiten ergibt sich ein sehr inhomogener Datensatz.



Schrägstellung am First



Absolute Schrägstellung am First



Binder 4

8.9 Objekt 9: Pultdachbinder

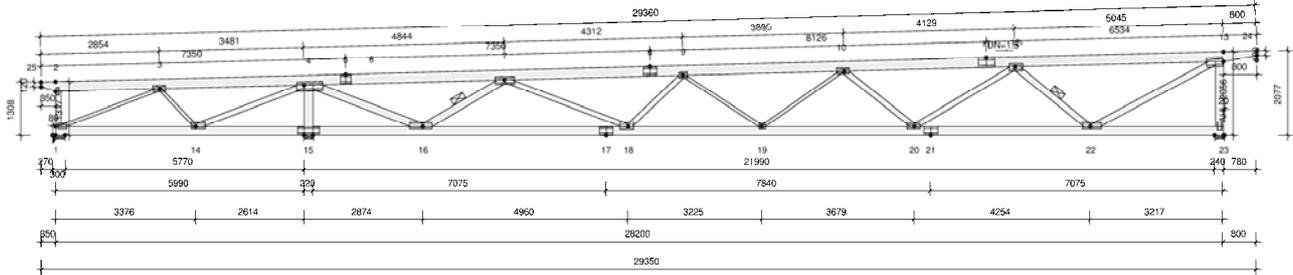


Abbildung 50: Einzelstückzeichnung der Binder des Objektes 9

Montagebetrieb: Zimmerei

Ausrichtung der Binder durch

- Zwischenhölzer an Traufe und First.

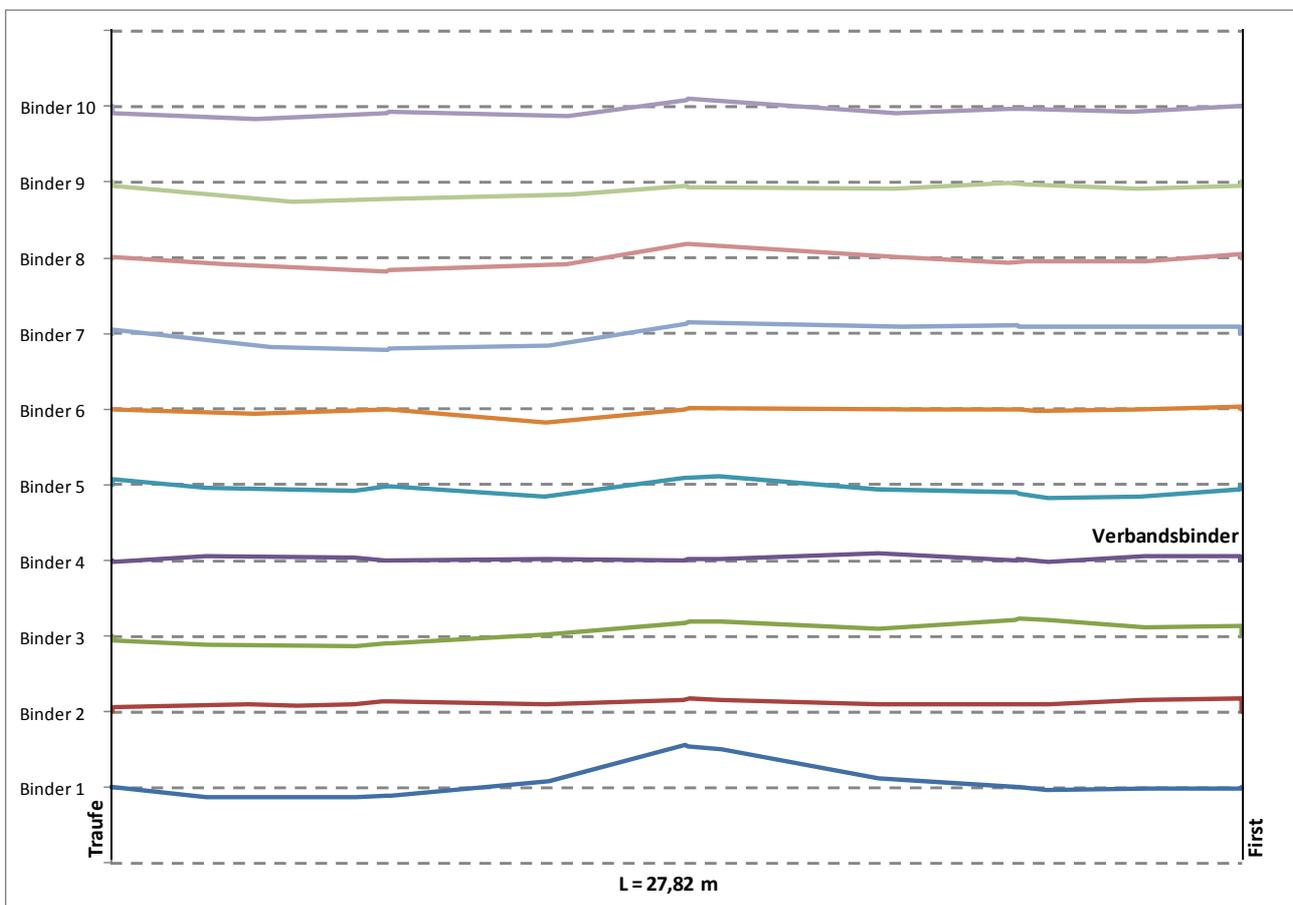


Abbildung 51: 25-fache Imperfektionen der Obergurte des Objektes 9 in der Draufsicht

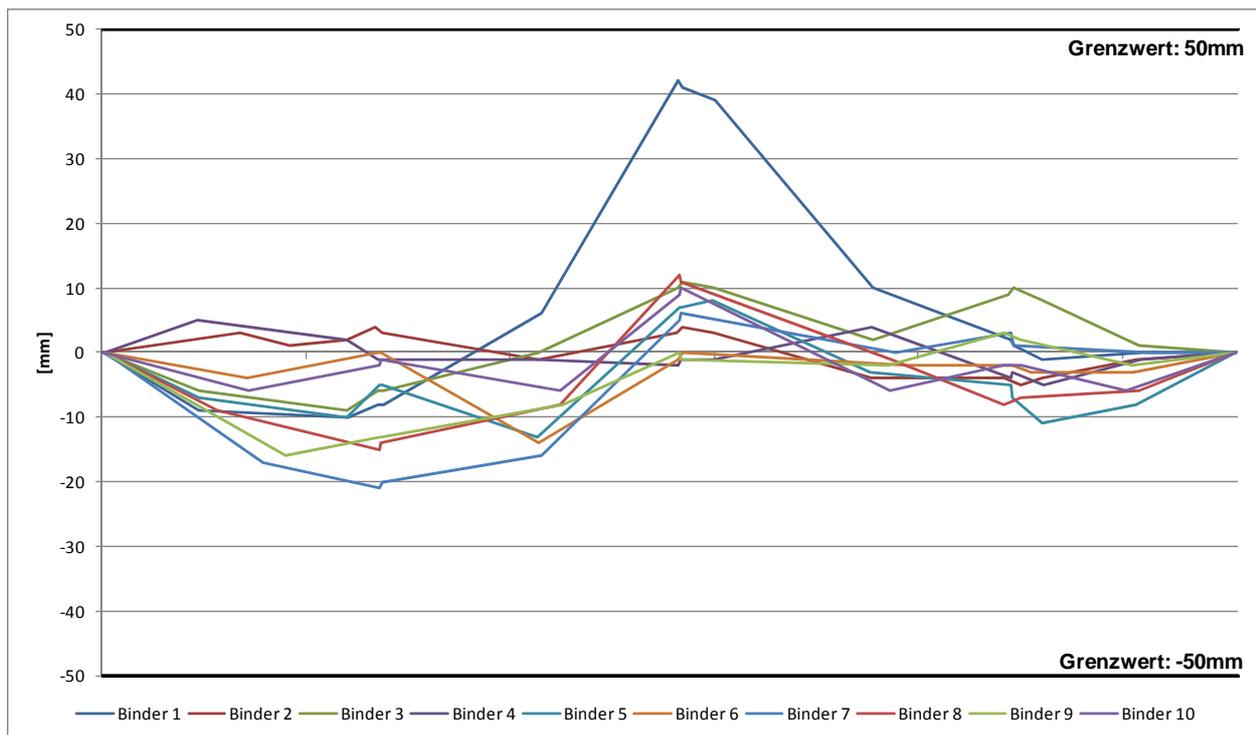
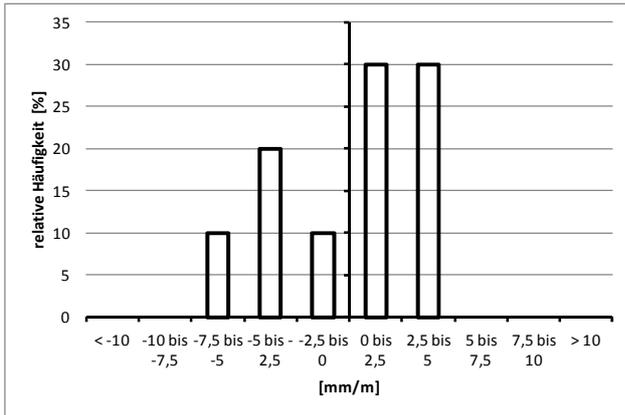


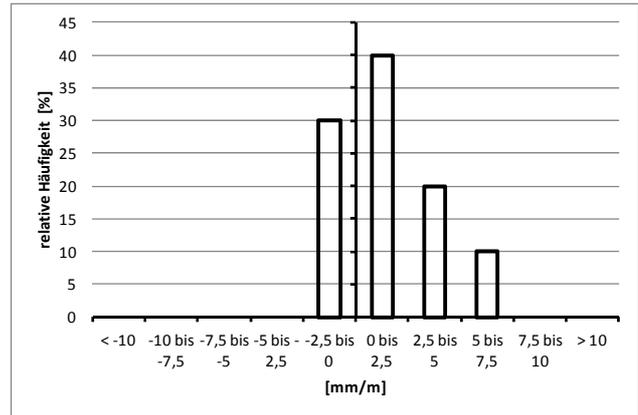
Abbildung 52: Obergurtrümmungen des Objektes 9 in der Draufsicht

Auffälligkeiten:

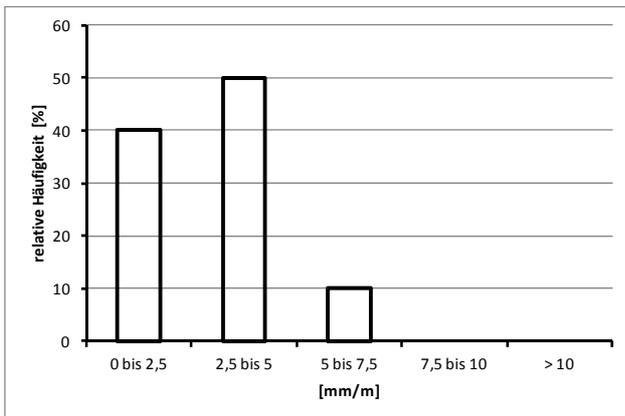
- Schrägstellung des Verbandsgebindes (Binder 4) klein.
- Verbandsbinder (Binder 4) mit kleinen Obergurtrümmungen.



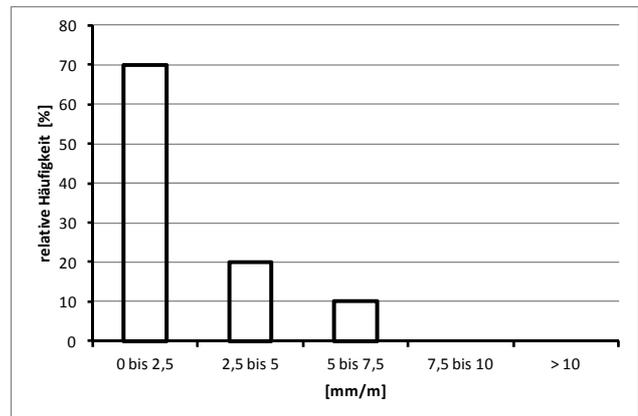
Schrägstellung an der Traufe



Schrägstellung am First



Absolute Schrägstellung an der Traufe



Absolute Schrägstellung am First

8.10 Objekt 10: Dreieckbinder

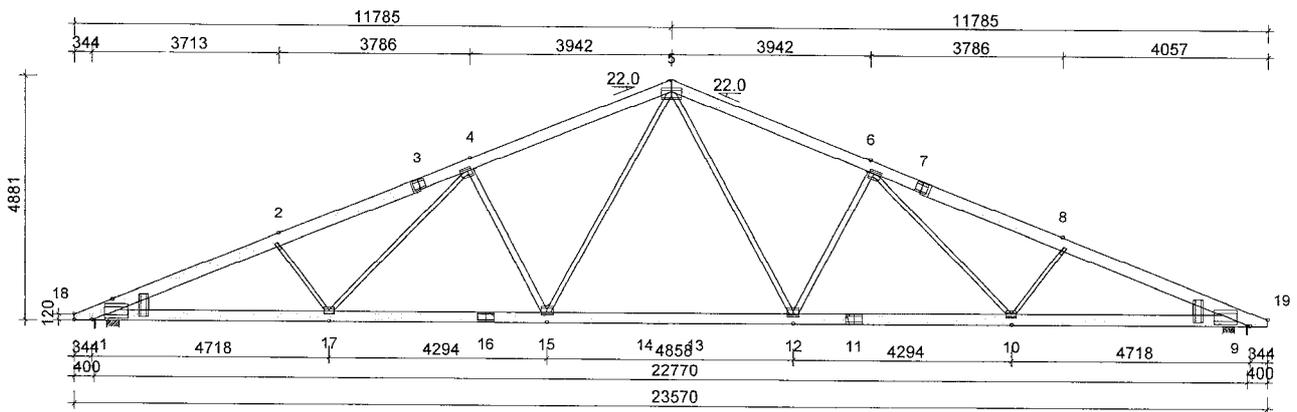


Abbildung 53: Einzelstückzeichnung der Binder des Objektes 10

Montagebetrieb: Zimmerei

Ausrichtung der Binder durch

- Dachlattenstücke auf einer Diagonalen (unterhalb First) im oberen Drittel der Diagonalen.

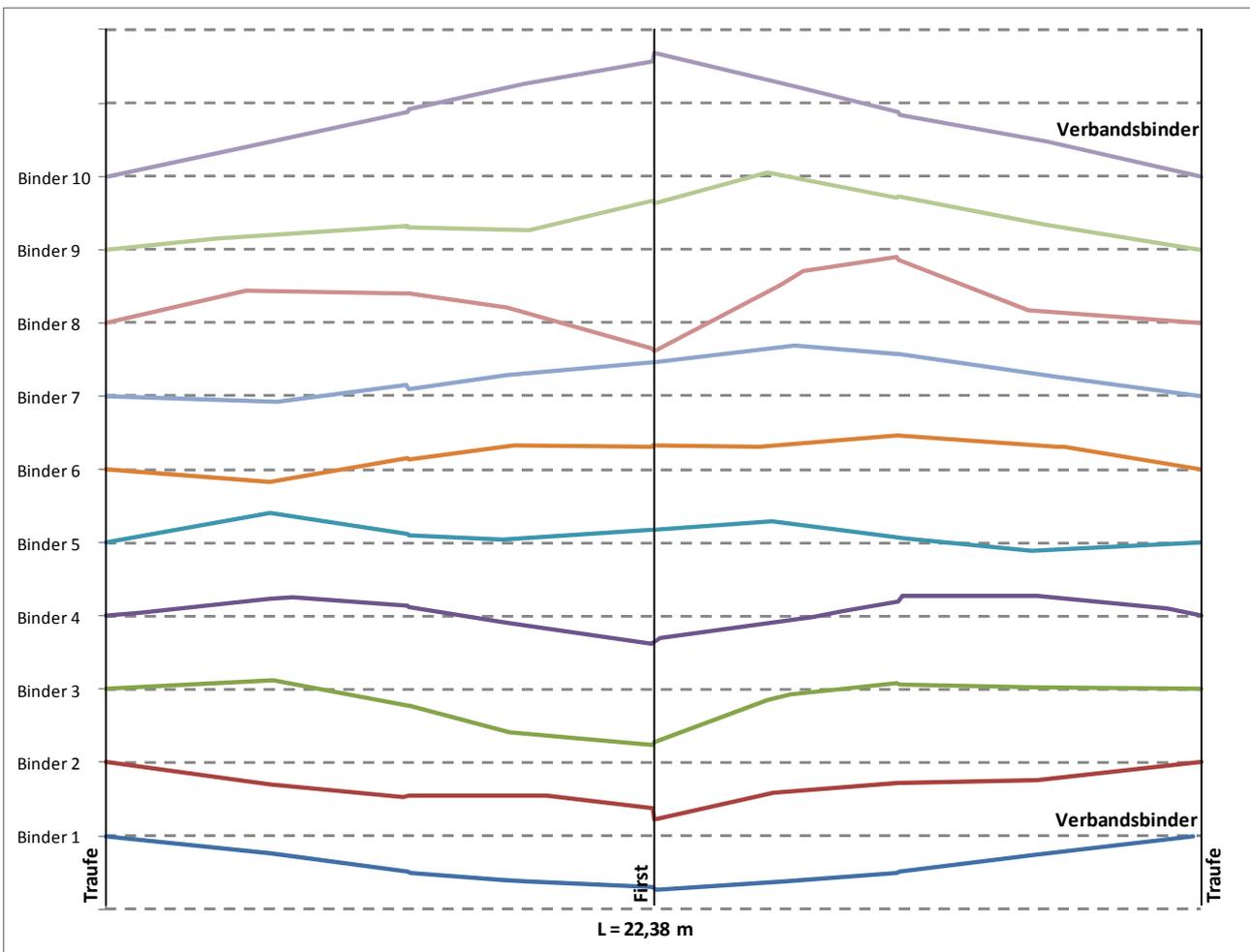


Abbildung 54: 25-fache Imperfektionen der Obergurte des Objektes 10 in der Draufsicht

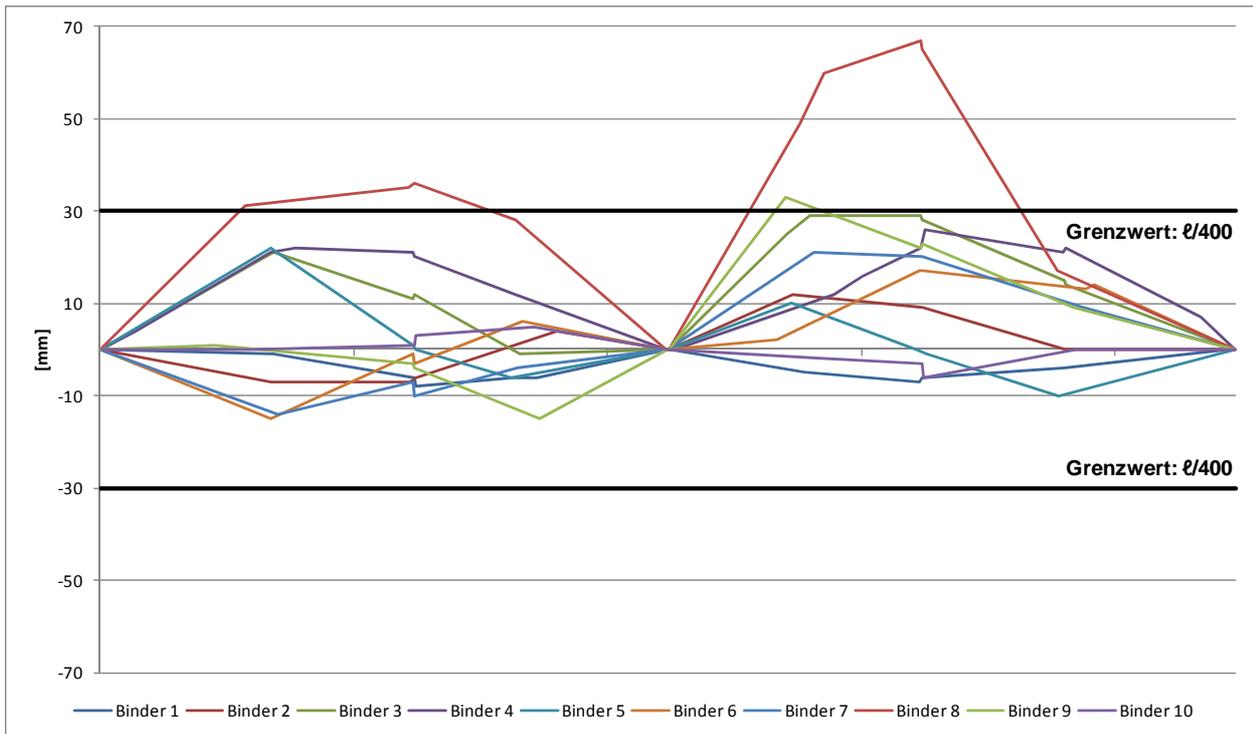
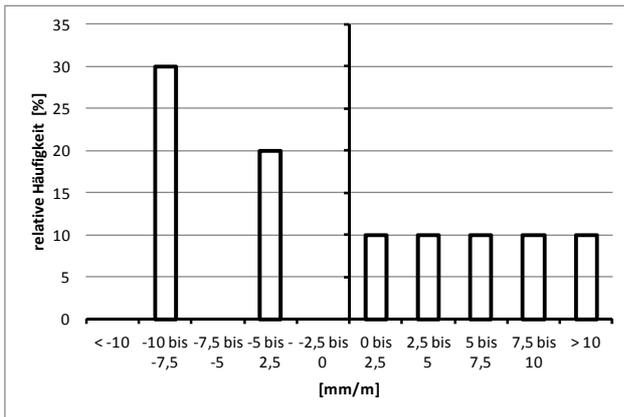


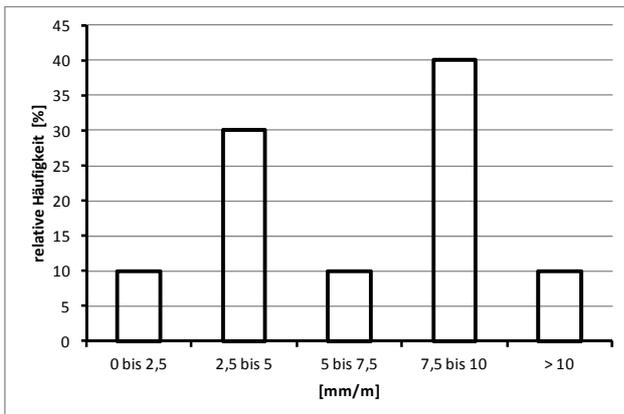
Abbildung 55: Obergurkrümmungen des Objektes 10 in der Draufsicht

Auffälligkeiten:

- Die Binder wurden durch die Firstbohle nachträglich wohl nicht mehr ausgerichtet.
- Schrägstellung schon bei Verbandsbindern (Binder 1 und 10) voll vorhanden.
- Sehr große wechselnde Schrägstellungen, also zufällig.
- Sehr große wechselnde Obergurkrümmungen, also zufällig.



Schrägstellung am First



Absolute Schrägstellung am First



Binder 8

8.11 Einfluss der Montagethoden auf die Imperfektionen

8.11.1 Obergurtkrümmungen

In 4 von 10 Bauobjekten wurden Längsverbände eingebaut. Diese werden unter anderem dazu genutzt, die Binder auszurichten, indem die Füllstäbe der Binder mittig auf den Pfosten der Längsverbände angeordnet werden. Werden die Längsverbände nun zu Beginn der Montage falsch eingemessen bzw. an einem vorgekrümmten Binder ausgerichtet, erhalten alle weiteren Binder die gleiche Vorkrümmung an den Stellen der Längsverbände.

8.11.2 Schrägstellung

In der Regel werden die Verbandsgebände mit Hilfe einer Hilfskonstruktion auf dem Boden zusammengebaut und ausgerichtet und erst dann auf die Ringbalken aufgesetzt. Das fertige Gebinde besteht i. d. R. aus zwei Bindern und einem dazwischenliegenden Verband. Bei den 10 gemessenen Bauobjekten wurde das Lot der auf die Ringbalken aufgesetzten Gebinde wahrscheinlich nachträglich nicht mehr überprüft, da die Verbandsgebände teilweise die gleichen Schrägstellungen aufweisen wie die daneben stehenden Binder.

Nach der Montage dieser Gebinde wurden die daneben stehenden Binder bis zum nächsten Gebinde montiert. In 7 von 10 Bauobjekten wurden zur Lotausrichtung zwischengeschnittene Bohlenstücke verwendet, wie in Abbildung 56 dargestellt.



Abbildung 56: Zwischengeschnittene Bohlenstücke (Objekt 3)

Diese Bohlenstücke werden vorab auf das Sollmaß gemäß dem Binderverlegeplan geschnitten. Dabei wird nicht beachtet, dass die Querschnittsbreiten der Binder infolge des Schwindens Abweichungen vom Nennmaß aufweisen, so dass der lichte Abstand zwischen den Bindern kleiner als der im Verlegeplan angegebene Abstand sein kann. Erfolgt dann die Einteilung der Auflagerpunkte der Binder auf den Ringbalken gemäß dem Verlegeplan, ergeben sich alleine daraus schon zusätzliche Schrägstellungen.

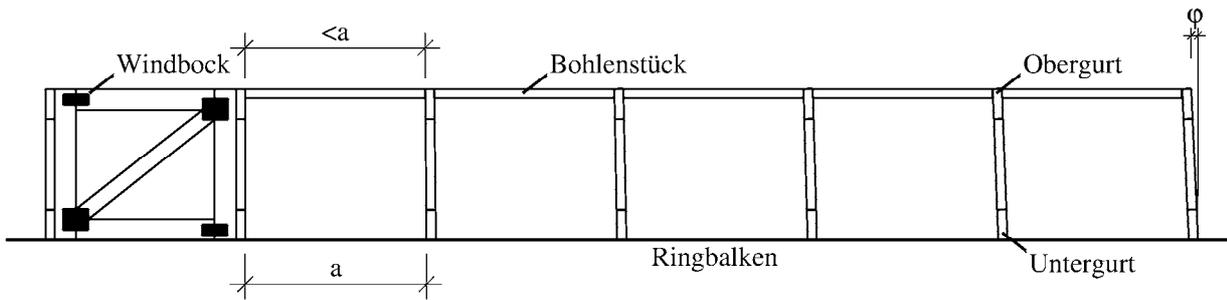


Abbildung 57: Schrägstellungen durch vorab auf Sollmaß geschnittene Bohlenstücke

Nach der Montage des nächsten Verbandsgebundes werden an diesem wieder die nächsten Binder ausgerichtet. In den Messungen zeigte sich bei einigen Bauobjekten ein deutlicher Sprung nach einem Verbandsgebände.

In zwei Bauobjekten wurden zur Lotausrichtung Dachlattenstücke auf den Diagonalen der Binder angeordnet, wie in Abbildung 58 zu erkennen ist.



Abbildung 58: Dachlatten auf den Diagonalen zur Montage (Objekt 5)

Wahrscheinlich wurden die Binder auch nur an diesen Stellen durch eine Abstandsmessung ausgerichtet. Eine nachträgliche Ausrichtung der Binder durch die oben aufgetragenen Firstbohlen erfolgte wohl nicht, da keine systematische Schrägstellung des Firstpunktes zu erkennen ist.

8.12 Erste zusammenfassende Übersicht der Messergebnisse

In Abbildung 59 sind die aus den Messwerten gemäß der Beschreibung in Abschnitt 7.4 zurückgerechneten Schrägstellungen zusammengestellt.

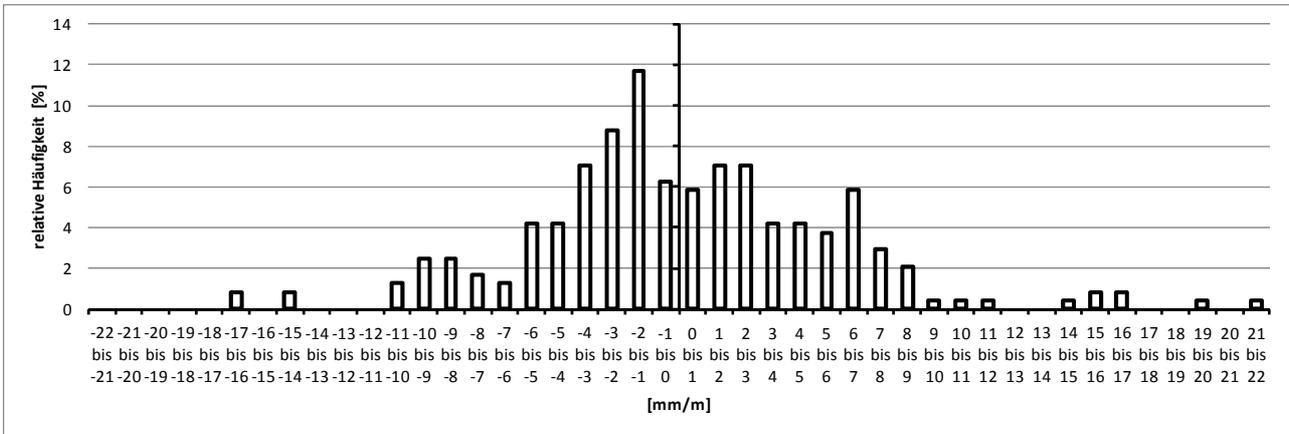


Abbildung 59: Schrägstellungen der 238 Knickpunkte aller 14 Bauobjekte

Der Mittelwert beträgt 0,1 mm/m und die Standardabweichung beträgt 5,8 mm/m.

In Abbildung 60 sind die Absolutwerte der Schrägstellungen zusammengestellt.

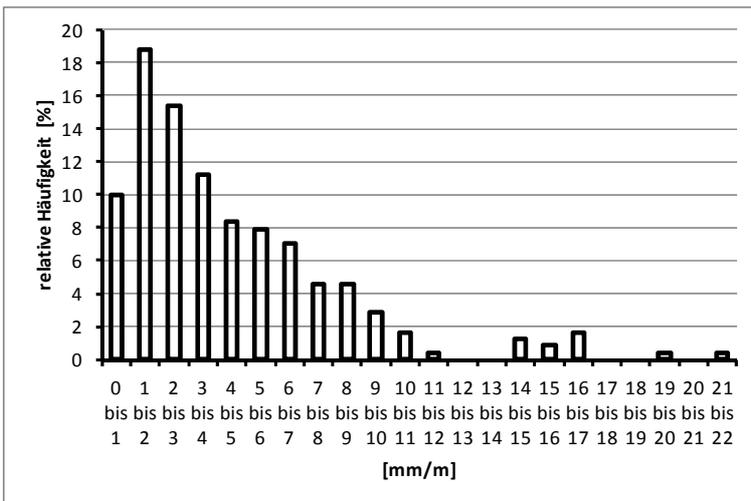


Abbildung 60: Absolutwerte der Schrägstellungen der 238 Knickpunkte aller 14 Bauobjekte

Die im Folgenden zusammengestellten sogenannten „Krümmungen“ der 170 bzw. 246 Obergurte ergeben sich aus dem maximalen Stichmaß bezogen auf die Obergurtlänge.

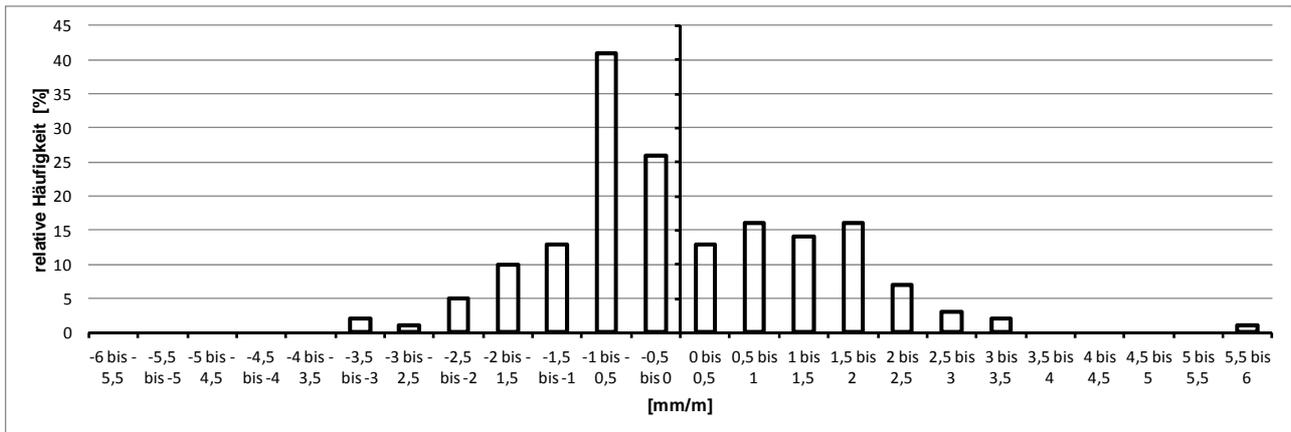


Abbildung 61: „Krümmungen“ der 170 Obergurte der 10 neu eingemessenen Bauobjekte

Der Mittelwert beträgt -0,014 mm/m und die Standardabweichung beträgt 1,385 mm/m.

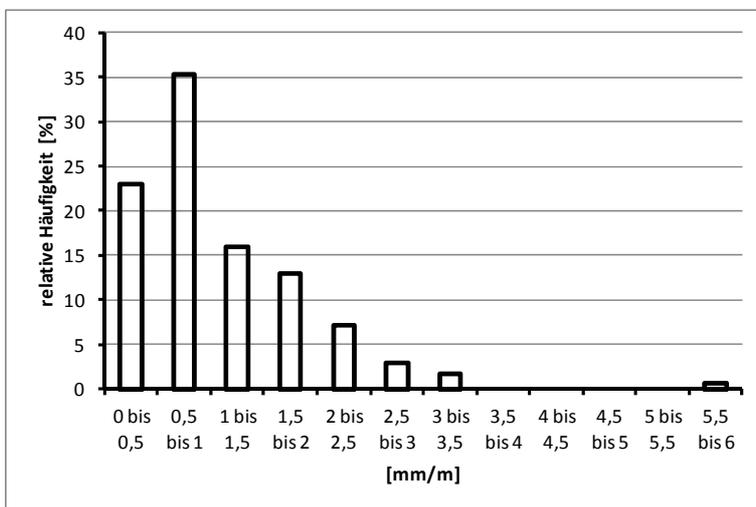


Abbildung 62: Absolutwerte der „Krümmungen“ der 170 Obergurte der 10 neu eingemessenen Bauobjekte

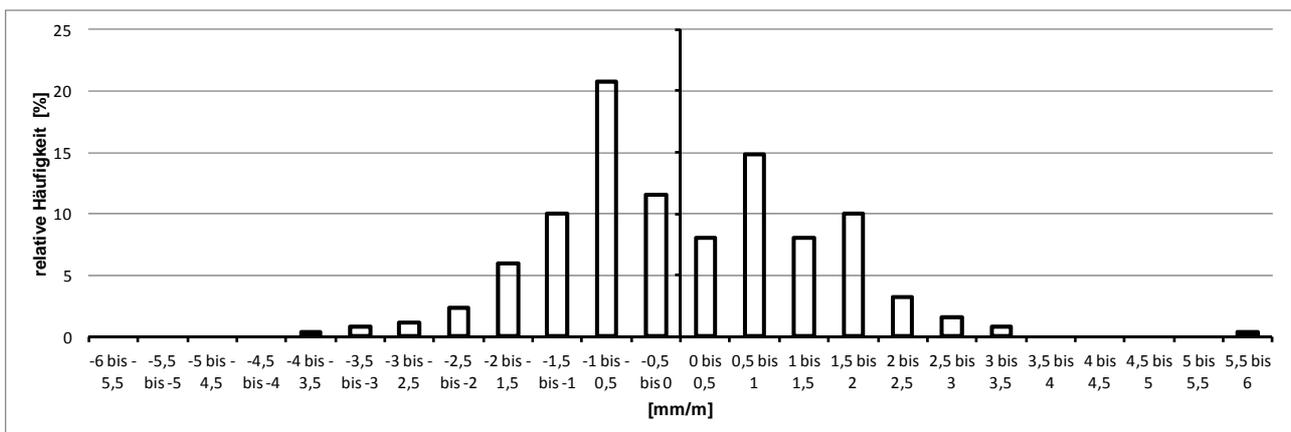


Abbildung 63: „Krümmungen“ der 246 Obergurte aller 14 Bauobjekte

Der Mittelwert beträgt -0,019 mm/m und die Standardabweichung beträgt 1,355 mm/m.

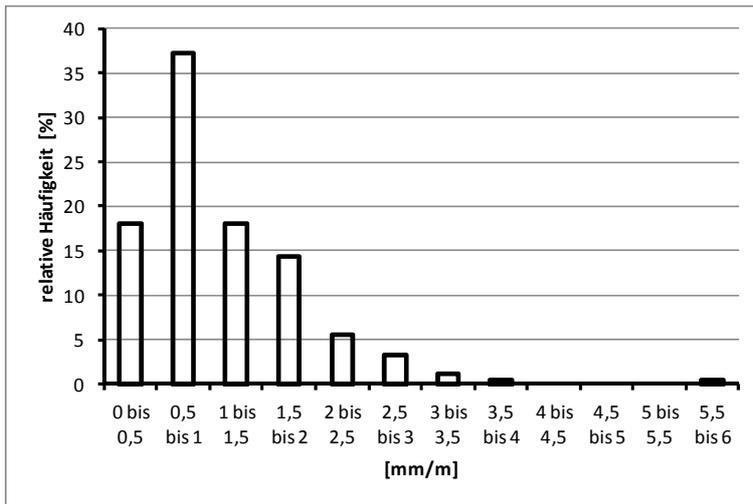


Abbildung 64: Absolutwerte der „Krümmungen“ der 246 Obergurte aller 14 Bauobjekte

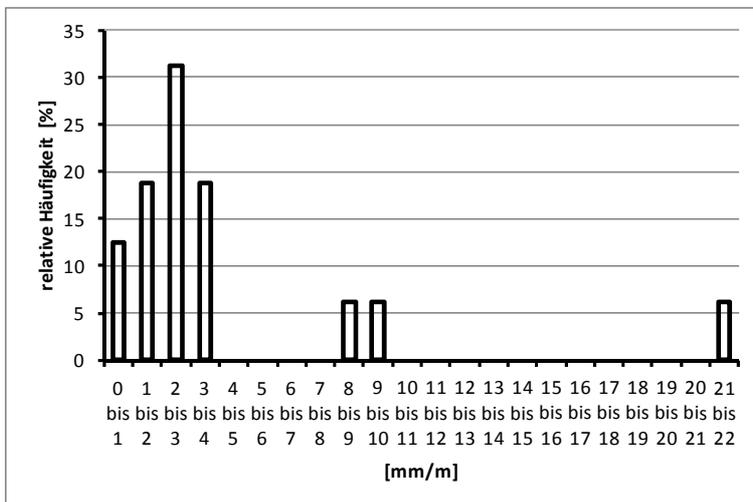


Abbildung 65: Schrägstellung der Verbandsbinder

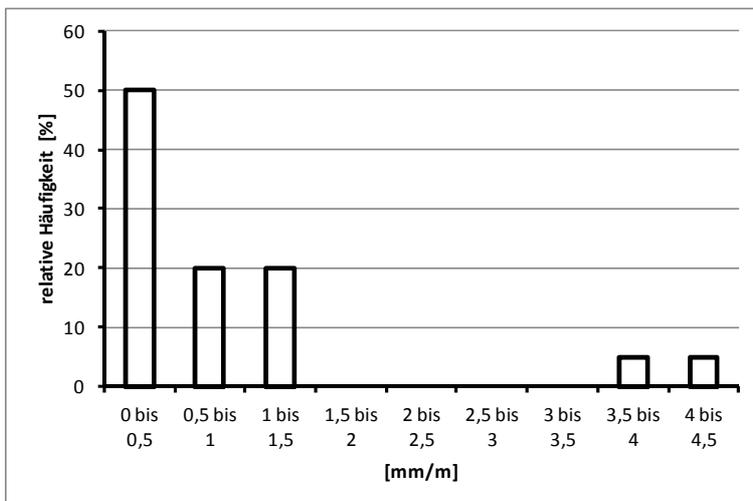


Abbildung 66: Gegenseitige Schrägstellung der Knickpunkte von Trapezbindern

9 Zufällige und systematische Imperfektionen – stochastisches Modell

9.1 Imperfektionen eines einzelnen Binders

Die Grundgesamtheit gleichartiger, fertig montierter Nagelplattenbinder bestehe aus N Bindern. An jedem Binder j der N Binder werden sich nach Abschluss der Montage zufallsbedingte Imperfektionen $i_{j,r}$ und davon unabhängige systematische Imperfektionen $i_{j,s}$ eingestellt haben. Die zufallsbedingten Imperfektionen $i_{j,r}$ der N Binder besitzen die Eigenschaft, dass sie voneinander unabhängig sind, während die systematischen Imperfektionen $i_{j,s}$ diese Eigenschaft nicht besitzen. Ohne wesentliche Einschränkung der Gültigkeit werden die Zufallsvariablen $i_{j,r}$ und $i_{j,s}$ in diesem Abschnitt als normalverteilt angenommen. Für ihre Mittelwerte gilt $\mu_{j,r} = \mu_{j,s} = 0$, während ihre Varianzen $\sigma_{j,r}^2$ und $\sigma_{j,s}^2$ unbekannt sind, da $i_{j,r}$ und $i_{j,s}$ nach der Montage nicht getrennt gemessen werden können. Da nur die Summe

$$i_j = i_{j,r} + i_{j,s} \quad \text{Gl. 80}$$

messbar ist, ist auch nur die Varianz

$$\sigma_{j,r+s}^2 = \sigma_{j,r}^2 + \sigma_{j,s}^2 \quad \text{Gl. 81}$$

der Summe bekannt. Dementsprechend sind in den bauartspezifischen Bemessungsnormen keine getrennten Rechenwerte für zufallsbedingte und systematische Imperfektionen angegeben, sondern nur Rechenwerte für die Summe einer Imperfektion i_j eines einzelnen Bauteils oder Tragwerks (Binders).

Da für die N Binder der Grundgesamtheit nur eine Verteilungsdichte der zufallsbedingten in Abbildung 67 und eine der systematischen Imperfektionen in Abbildung 68 existiert, gilt für die Varianzen jedes Binders j $\sigma_{j,r}^2 = \sigma_r^2$ und $\sigma_{j,s}^2 = \sigma_s^2$ für alle j . Weiter wird für die Varianzen σ_r^2 und σ_s^2 angenommen

$$\sigma_r^2 = r^2 \sigma^2 \quad \text{und} \quad \sigma_s^2 = s^2 \sigma^2 \quad \text{mit} \quad 0 \leq r^2, s^2 \leq 1, \quad \text{Gl. 82}$$

wobei σ^2 eine beliebig gegebene, feste Varianz ist.

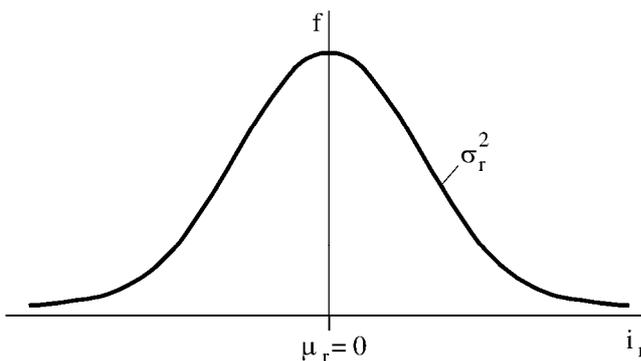


Abbildung 67: Normalverteilte zufällige Imperfektionen der Grundgesamtheit

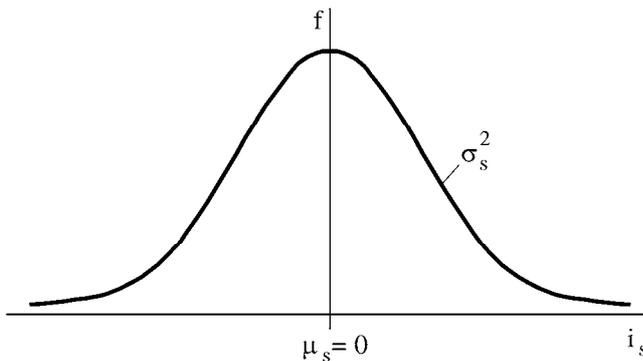


Abbildung 68: Normalverteilte systematische Imperfektionen der Grundgesamtheit

9.2 Imperfektionen eines Kollektivs von Bindern

Da in der Regel mehrere Binder durch ein Sekundärsystem ausgesteift werden, ist die Summe I_k der Imperfektionen eines Kollektivs k von n Nagelplattenbindern (Teilmenge der Grundgesamtheit der N Binder) von Bedeutung, da das Sekundärsystem durch die durch I_k verursachten Auswirkungen beansprucht wird. Die Anzahl der Kollektive betrage n_K , so dass gilt $k = 1, \dots, n_K$. Bei der Bestimmung von I_k muss nach zufallsbedingten und systematischen Imperfektionen unterschieden werden, da die Summen unabhängiger (unkorrelierter) und abhängiger (korrelierter) Zufallsvariablen unterschiedliche Eigenschaften besitzen.

Die in Abbildung 69 dargestellten zufallsbedingten Imperfektionen $i_{k,j,r}$ ($j = 1, \dots, n$) der n Binder eines Kollektivs k - es wird n -mal gezogen - sind als n stochastisch voneinander unabhängige Zufallsvariablen zu betrachten. Die n_K Verteilungsfunktionen haben alle die gleiche Varianz σ_r^2 .

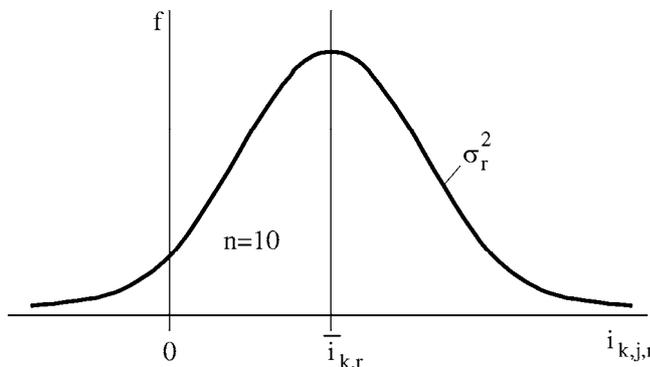


Abbildung 69: Normalverteilte zufällige Imperfektionen eines Kollektivs k

Ihre Summen

$$I_{k,r} = \sum_{j=1}^n i_{k,j,r} \quad k = 1, \dots, n_K \tag{Gl. 83}$$

sind als Summen normalverteilter Zufallsvariablen wieder normalverteilt mit dem Mittelwert $\mu_{k,r} = 0$ und der Varianz $n\sigma_r^2$.

Die Summe $I_{k,r}$ lässt sich auch durch das n -fache in Abbildung 69 eingetragene arithmetische Mittel

$$I_{k,r} = n \bar{i}_{k,r} \quad \text{mit} \quad \bar{i}_{k,r} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n i_{k,j,r} \tag{Gl. 84}$$

ausdrücken. Die n_K arithmetischen Mittel sind Schätzwerte des Mittelwertes der Grundgesamtheit in Abbildung 67 und, wie in Abbildung 70 dargestellt, wieder annähernd normalverteilt mit dem Mittelwert $\mu_r = 0$, sofern n_K groß genug ist, und der Varianz

$$\bar{\sigma}_r^2 = \frac{1}{n} \sigma_r^2. \quad \text{Gl. 85}$$

Die Verwendung des arithmetischen Mittels wird im Folgenden zur Vereinfachung der Darstellung bevorzugt.

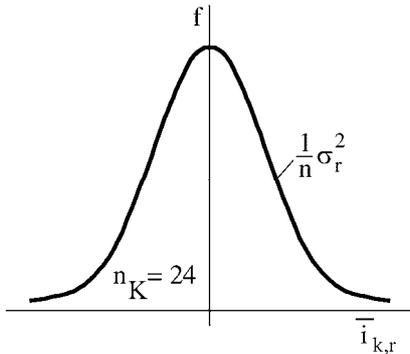


Abbildung 70: Normalverteilte arithmetische Mittel der zufälligen Imperfektionen der n_K Kollektive

Die systematischen Imperfektionen $i_{k,j,s}$ ($j = 1, \dots, n$) der n Binder des Kollektivs k seien derartig voneinander abhängig, dass für ihre Summe - es wird einmal gezogen - gilt

$$i_{k,s} = n i_{k,j,s} \quad \text{mit} \quad i_{k,1,s} = i_{k,2,s} = \dots = i_{k,n,s} = i_{k,s}. \quad \text{Gl. 86}$$

Für jedes Kollektiv k ($k = 1, \dots, n_K$) gibt es also nur eine von j unabhängige systematische Imperfektion $i_{k,s}$ und hierfür nur die eine Verteilungsfunktion in Abbildung 68. Bezogen auf die zufällig positiven oder negativen Werte von $i_{k,j,r}$ kann auch $i_{k,s}$ innerhalb eines Kollektivs positiv oder negativ sein.

Wie bereits erläutert, können zufällige und systematische Imperfektionen nur gemeinsam gemessen werden. Ihre Verteilung ist in Abbildung 71 für ein Kollektiv k dargestellt. Sie ergibt sich durch Verschieben der Normalverteilung der zufälligen Imperfektionen um das Maß $i_{k,s}$.

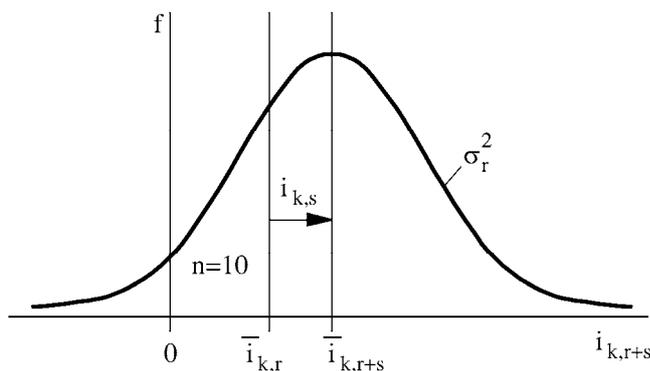


Abbildung 71: Normalverteilte zufällige und systematische Imperfektionen eines Kollektivs k

Aus Abbildung 71 wird ersichtlich, dass sich das arithmetische Mittel der gemessenen Imperfektionen aus der Summe des arithmetischen Mittels der zufälligen Imperfektionen und der systematischen Imperfektion ergibt. Es ist also keinesfalls gleich der systematischen Imperfektion. Die Varianz ist gleich der Varianz der zufälligen Imperfektionen.

In Abbildung 72 sind als extreme Beispiele die Normalverteilungen der Schrägstellungen der Objekte 2 und 10 dargestellt. Qualitativ können die Schrägstellungen auch vor dem Hintergrund der Abbildung 30 und Abbildung 54 sicherlich als „eher systematisch“ bzw. „eher zufällig“ beurteilt werden. Sie entziehen sich jedoch einer quantitativen Beurteilung.

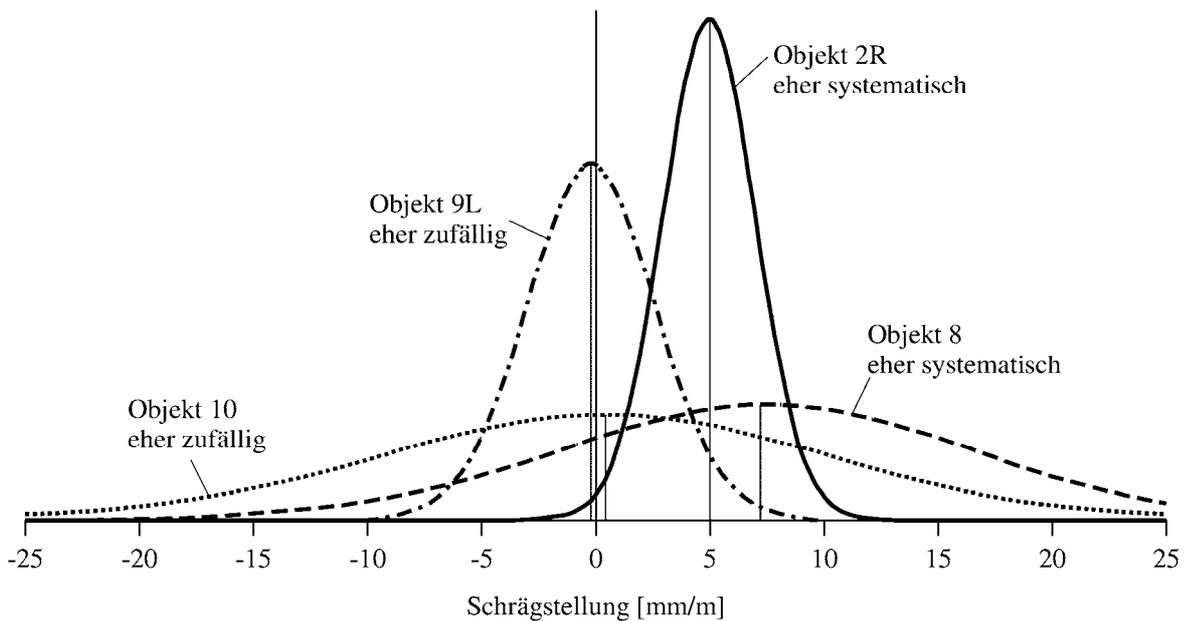


Abbildung 72: Vergleich der Normalverteilung eher systematischer und eher zufälliger Montagen

Die Summe der zufallsbedingten und systematischen Imperfektionen der n Binder

$$I_k = I_{k,r+s} = I_{k,r} + I_{k,s} \tag{Gl. 87}$$

lässt sich mit Hilfe des arithmetischen Mittels der zufallsbedingten Imperfektionen der n Binder auf einen Binder bezogen ausdrücken

$$I_k = n \bar{i}_k = n (\bar{i}_{k,r} + \bar{i}_{k,s}). \tag{Gl. 88}$$

Die mittleren Imperfektionen $\bar{i}_k = \bar{i}_{k,r+s}$ der n_k Kollektive, die positiv oder negativ sein können, sind Schätzwerte des Mittelwertes der Grundgesamtheit. Sie sind wieder normalverteilt und ihr Mittelwert \bar{i}_k strebt gegen den Mittelwert der Grundgesamtheit $\mu_{r+s} = \mu_r + \mu_s = 0$, sofern n_k groß genug ist, und ihre Varianz strebt gegen die Varianz

$$\bar{\sigma}_r^2 + \sigma_s^2 = \frac{1}{n} \sigma_r^2 + \sigma_s^2. \tag{Gl. 89}$$

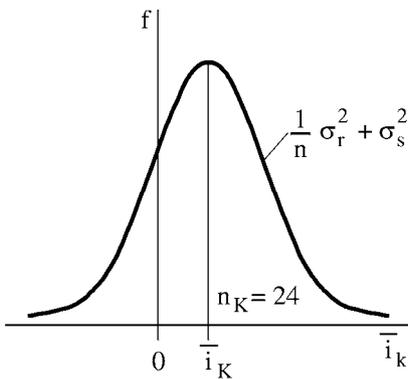


Abbildung 73: Verteilung der arithmetischen Mittel der n Schrägstellungen der n_K Kollektive

Von den Summen der zufälligen und systematischen Schrägstellungen der Grundgesamtheit von Kollektiven von n Nagelplattenbindern (n = 1, 2, ..., 10) sind jeweils n_K Werte vorhanden, siehe Tabelle 1.

Tabelle 1: Struktur des Datensatzes der Messwerte

	→ über j durch i _{k,s} abhängig	Binder j =					
über k unabhängig ↓		1	2	...	n	i _k -bar	Varianz
Kollektiv k =	1	i _{j,r+s}				i ₁ -bar	1/n * sigma_r^2 + sigma_s^2
	2					i ₂ -bar	
	
	
	n _K					i _{n_K} -bar	
	Varianz sigma _{j,r} ^2 + sigma _{j,s} ^2	sigma _{1,r} ^2 + sigma _{1,s} ^2	sigma _{2,r} ^2 + sigma _{2,s} ^2	...	sigma _{n,r} ^2 + sigma _{n,s} ^2		

Der Einfluss der Anzahl n der Binder eines Kollektivs k auf die mittlere Imperfektion der n Binder lässt sich durch einen Beiwert k_{sim} beschreiben, indem diese mittlere Imperfektion als Vielfaches der Imperfektion eines einzelnen Binders angegeben wird

$$\bar{i}_k = (\bar{i}_{k,r} + i_{k,s}) = k_{sim} i_{k,j} = k_{sim} (i_{k,j,r} + i_{k,s}) \quad j = 1, \dots, n. \tag{Gl. 90}$$

Für Imperfektionen mit der Eintrittswahrscheinlichkeit p ergibt sich aus Gl. 90

$$k_{\text{sim}} = \frac{\left(\bar{i}_k\right)_p}{\left(i_{k,j}\right)_p} = \frac{\left(\bar{i}_{k,r} + i_{k,s}\right)_p}{\left(i_{k,j,r} + i_{k,s}\right)_p} = \frac{u_p \sqrt{\frac{1}{n} \sigma_r^2 + \sigma_s^2}}{u_p \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_s^2}} \quad \text{Gl. 91}$$

oder mit den Verhältniszahlen nach Gl. 82

$$k_{\text{sim}} = \sqrt{\frac{1}{n} \frac{1}{1 + \frac{s^2}{r^2}} + \frac{1}{1 + \frac{r^2}{s^2}}}. \quad \text{Gl. 92}$$

Für $n = 1$ ist $k_{\text{sim}} = 1$ unabhängig vom Verhältnis r/s und damit $i_k = i_{k,j}$, und für $n \rightarrow \infty$ ist

$$k_{\text{sim}} \stackrel{n \rightarrow \infty}{=} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{r^2}{s^2}}}. \quad \text{Gl. 93}$$

Für $n \rightarrow \infty$ ist $k_{\text{sim}} = 0$, wenn die Standardabweichung der systematischen Imperfektionen null ist ($\rightarrow s = 0$), wenn es also in der Grundgesamtheit nur zufällige Imperfektionen und nur ein festes $i_{k,s}$ für alle k gibt - einschließlich $i_{k,s} = 0$ für alle k .

Gibt es nur systematische Imperfektionen, ist also $r = 0$, dann ist $k_{\text{sim}} = 1$ für alle n .

Ist die Standardabweichung der zufallsbedingten Imperfektionen so groß wie die der systematischen Imperfektionen, dann folgt

$$\frac{r}{s} = 1 \Rightarrow k_{\text{sim}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} + 1 \right)} \quad \text{und} \quad k_{\text{sim}} \stackrel{n \rightarrow \infty}{=} \frac{1}{\sqrt{2}} \cong 0,7. \quad \text{Gl. 94}$$

Ist $r/s < 1$, d. h. die systematischen Imperfektionen streuen stärker als die zufälligen, nimmt der Einfluss von n ab und k_{sim} strebt für alle n gegen 1. Ist $r/s > 1$, d. h. die zufälligen Imperfektionen streuen stärker als die systematischen, dann strebt k_{sim} gegen $1/n$.

Alle möglichen Imperfektionen i werden in den Bemessungsnormen ersatzweise durch zwei unabhängige Imperfektionszustände erfasst: die Schrägstellung i_{dev} und die Vorkrümmung i_{bow} .

Der Bemessungswert für die Schrägstellung $i_{\text{dev}} = \phi$ bzw. φ und der für die Vorkrümmung $i_{\text{bow}} = e$ sind nach den Gleichungen (5.1) und (5.2) der DIN EN 1995-1-1 zu bestimmen. Sie sind als Quantile der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schrägstellung und der Vorkrümmung, allgemein der Imperfektion i , zu verstehen, die zu einer nicht näher definierten Eintrittswahrscheinlichkeit p_{dev} und p_{bow} gehören.

10 Auswertung der Schrägstellungen

Die Auswertung der Messergebnisse erfolgt auf der Grundlage des in Abschnitt 9 beschriebenen stochastischen Modells für zufällige und systematische Imperfektionen.

Die folgenden Wahrscheinlichkeitsdichten beschreiben die Grundgesamtheit der Binderschragstellungen, also sämtliche Schrägstellungen aller Binder der hier untersuchten Bauart und Beschaffenheit. Zur Beschaffenheit zählt auch, dass sie nach den Regeln der DIN EN 1995-1-1 geplant und errichtet wurden.

10.1 Verteilungsmodell der gemessenen Schrägstellungen

Ein Binder kann, bezogen auf seine Binderebene, nach links oder nach rechts schräg stehen, so dass die Messungen der horizontalen Knickpunktverschiebungen – abhängig von der Wahl des Bezugskordinatensystems – innerhalb eines Daches je nach Richtung der Schrägstellung positive oder negative Messwerte ergeben.

Die gemessenen Schrägstellungen enthalten zufällige und systematische Anteile. Jede Systematik der Schrägstellung ist auf ein Binderdach beschränkt. Die Systematik ist von Binderdach zu Binderdach unabhängig, solange die Montagethoden verschieden sind.

Die im Rahmen des vorliegenden Forschungsvorhabens durchgeführten Messungen an 10 Binderdächern und die älteren Messungen von Kessel, Seifart und Kühl (2009) an 4 Binderdächern mit ihren insgesamt $n_K = 24$ Knickpunkten lieferten

$$n_{\text{dev}} = 22 \cdot 10 \text{ Binder} + 2 \cdot 9 \text{ Binder} = 238 \text{ Messwerte}$$

für Schrägstellungen. Für den zufälligen Anteil der Schrägstellungen können die 238 Messwerte als eine repräsentative Stichprobe der Grundgesamtheit angesehen werden. Für den systematischen Anteil gilt dies jedoch nur mit Einschränkungen, da die Messwerte nur von Knickpunkt zu Knickpunkt unabhängig sind und insofern die Stichprobe nur aus $n_K = 24$ Werten besteht.

Der Mittelwert \bar{x} und die Standardabweichung s der Messwerte in Abbildung 59 liefert zur mathematischen Beschreibung der Dichte die in Abbildung 74 dargestellte Normalverteilung.

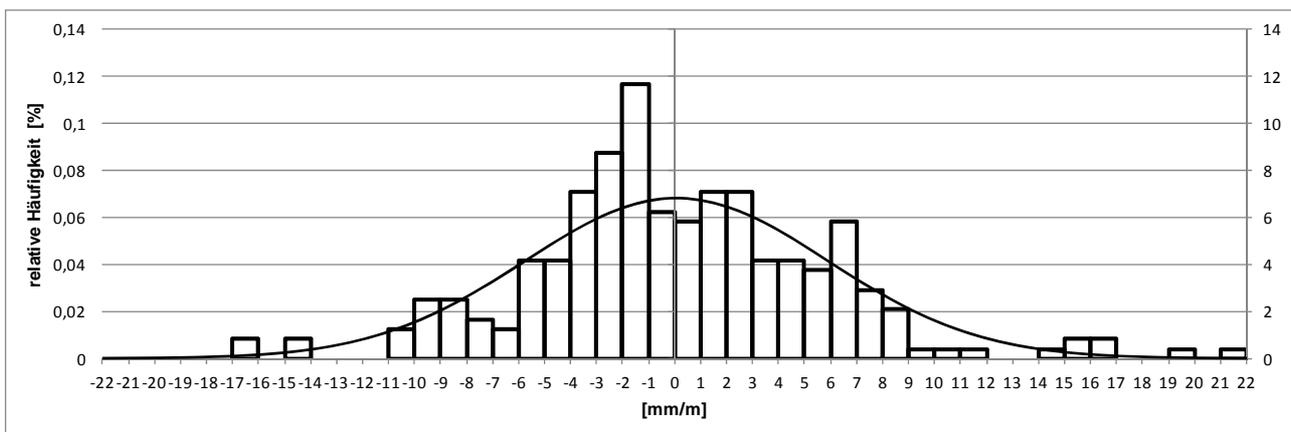


Abbildung 74: Normalverteilung der gemessenen Schrägstellungen

10.2 Verteilungsmodelle der Absolutwerte der Schrägstellungen

Für die Festlegung des Bemessungswertes der Schrägstellung eines einzelnen Binders j , der in einem zufällig ausgewählten Binderdach montiert wurde, ist die Information über die Richtung der Schrägstellung ohne Bedeutung. Bezogen auf die Grundgesamtheit N aller Binder der hier untersuchten Bauart und Beschaffenheit und nicht bezogen auf die Binder innerhalb eines einzelnen Binderdaches sind die Vorzeichen der Schrägstellungen ohnehin zufällig, da sie von der eigenen willkürlichen Wahl der Koordinatensysteme der einzelnen Dächer abhängen. Folglich sind in diesem Zusammenhang nur die absoluten Werte der Schrägstellungen, ungeachtet ihrer Vorzeichen, von Interesse.

Im Folgenden wird die Schrägstellung, die ein zufällig ausgewählter, fertig montierter Binder mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit besitzt, modellhaft durch 3 unterschiedliche Wahrscheinlichkeitsdichten beschrieben.

Unabhängig vom gewählten Verteilungsmodell ist der Mittelwert der Stichprobe gleich dem arithmetischen Mittel

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{n_{\varphi}} \sum_{i=1}^{n_{\varphi}} x_i = \frac{1060,8}{238} = 4,5 \frac{\text{mm}}{\text{m}} \quad \text{Gl. 95}$$

und die Standardabweichung der Stichprobe beträgt

$$s_{\varphi} = \sqrt{\frac{1}{n_{\varphi}-1} \cdot \sum_{i=1}^{n_{\varphi}} (\varphi_i - \bar{\varphi})^2} = \sqrt{\frac{1}{238-1} \cdot \sum_{i=1}^{238} (\varphi_i - 4,5)^2} = 3,8 \frac{\text{mm}}{\text{m}}. \quad \text{Gl. 96}$$

Zunächst soll auf der Grundlage der Stichprobe die Wahrscheinlichkeitsdichte durch die Dichtefunktion der Normalverteilung

$$f(\varphi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\varphi-\mu}{\sigma}\right)^2} = \frac{1}{3,8\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\varphi-4,5}{3,8}\right)^2} \quad \text{Gl. 97}$$

beschrieben werden, die in Abbildung 75 gepunktet über dem Stabdiagramm von Abbildung 60 dargestellt ist. Der Mittelwert $\bar{\varphi}$ und die Standardabweichung s_{φ} der Stichprobe sind dabei die Schätzwerte für die Parameter μ und σ der Normalverteilung.

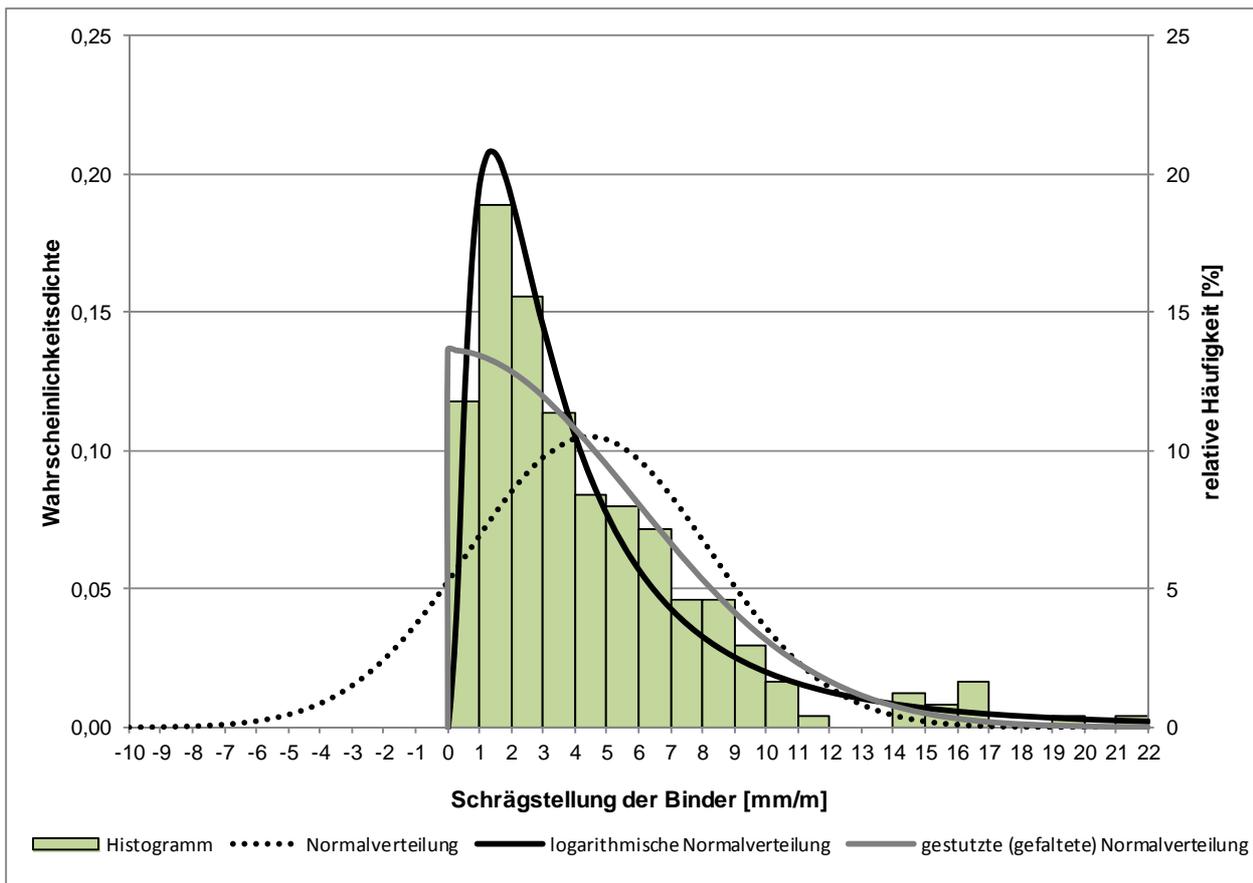


Abbildung 75: Histogramm und Dichtefunktionen der Absolutwerte von $n=238$ Messwerten der Schrägstellung

Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit α von 5% erhält man mit dem Freiheitsgrad $f=n_{\varphi}-1=237$ das Quantil $t_{(0,975,237)}=1,971$ der t-Verteilung von „Student“, mit dem das Konfidenzintervall für den Mittelwert μ der Grundgesamtheit bestimmt werden kann:

$$\bar{\varphi} - s_{\varphi} \cdot \frac{t_{f,0,975}}{\sqrt{n_{\varphi}}} = 4,5 - 3,8 \cdot \frac{1,971}{\sqrt{238}} = 4,0 \leq \mu \leq 5,0 = 4,5 + 3,8 \cdot \frac{1,971}{\sqrt{238}} = \bar{\varphi} + s_{\varphi} \cdot \frac{t_{f,0,975}}{\sqrt{n_{\varphi}}}, \quad \text{Gl. 98}$$

d. h. mit 95%iger Wahrscheinlichkeit liegt der Mittelwert μ der Normalverteilung zwischen 4,0 und 5,0mm/m. Für die zu erwartende mittlere Schrägstellung $\varphi_{0,50}$ eines einzelnen Binders j ergibt sich

$$\varphi_{0,50} = \frac{4,5\text{mm}}{1000\text{mm}} = \frac{1}{222}. \quad \text{Gl. 99}$$

Das Konfidenzintervall für die Standardabweichung σ wird mit den Quantilen $\chi^2_{(p,f)}$ der Chi-Quadrat-Verteilung bestimmt. Es ergibt sich

$$s_{\varphi} \cdot \sqrt{\frac{f}{\chi^2_{(f,0,975)}}} = 3,8 \cdot \sqrt{\frac{237}{281}} = 3,5 \leq \sigma \leq 4,2 = 3,8 \cdot \sqrt{\frac{237}{196}} = s_{\varphi} \cdot \sqrt{\frac{f}{\chi^2_{(f,0,025)}}}. \quad \text{Gl. 100}$$

Folglich liegt die Standardabweichung σ der normalverteilten Schrägstellung in der Grundgesamtheit mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% im Bereich zwischen 3,5 und 4,2mm/m.

Neben der mittleren Schrägstellung $\varphi_{0,50}$ aus Gl. 99 sind besonders die mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit zu erwartenden absoluten Werte der maximalen Schrägstellung eines einzelnen Binders von Interesse.

Für die in Abbildung 75 gepunktet dargestellte Normalverteilung mit der Dichtefunktion aus Gl. 97 beträgt das 90%-Quantil

$$\varphi_{0,90;norm} = \bar{\varphi} + u_{0,90} \cdot s_{\varphi} = 4,5 + 1,282 \cdot 3,8 = 9,4 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = \frac{1}{106} \quad \text{Gl. 101}$$

und das 95%-Quantil beträgt

$$\varphi_{0,95;norm} = \bar{\varphi} + u_{0,95} \cdot s_{\varphi} = 4,5 + 1,645 \cdot 3,8 = 10,8 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = \frac{1}{93} \quad \text{Gl. 102}$$

Das bis hierher betrachtete Verteilungsmodell der Normalverteilung ist in sich korrekt. Allerdings lässt sich in Abbildung 75 eine schlechte Anpassung der Normalverteilungsdichte an das Stabdiagramm erkennen, da die Verteilung der Stichprobe, anders als die Normalverteilung, offensichtlich nicht symmetrisch ist.

Ein Maß für die Art und Stärke der Asymmetrie der Wahrscheinlichkeitsverteilung ist die Schiefe

$$v = \frac{\frac{1}{n_{\varphi}} \sum_{i=1}^{n_{\varphi}} (\varphi_i - \bar{\varphi})^3}{\left(\frac{1}{n_{\varphi}} \sum_{i=1}^{n_{\varphi}} (\varphi_i - \bar{\varphi})^2 \right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\frac{1}{238} \sum_{i=1}^{238} (\varphi_i - 4,5)^3}{\left(\frac{1}{238} \sum_{i=1}^{238} (\varphi_i - 4,5)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} = 1,68 \quad \text{Gl. 103}$$

Der deutlich von null abweichende positive Wert der Schiefe v gibt Auskunft darüber, dass die eingipflige Verteilung der Schrägstellung rechtsschief bzw. linkssteil ist. Ferner liegt die untere Grenze der möglichen Schrägstellungen bei null, da, wie oben bereits beschrieben, ausschließlich die absoluten Werte, also die Beträge der Schrägstellungen, berücksichtigt werden.

Eine bessere Approximation des Stabdiagramms in Abbildung 75 stellt sich mit der Wahl einer logarithmischen Normalverteilung mit der Dichtefunktion

$$f(\varphi) = \frac{1}{\sigma \cdot \varphi \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(\varphi) - \mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{0,9 \cdot \varphi \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(\varphi) - 1,2)^2}{2 \cdot 0,9^2}} \quad \text{mit } (\varphi \geq 0) \quad \text{Gl. 104}$$

ein. Die Parameter $\mu = 1,2$ und $\sigma = 0,9$ wurden dabei aus den logarithmierten Messwerten bestimmt. Der Graph dieser logarithmischen Dichtefunktion ist in Abbildung 75 mit der schwarzen durchgezogenen Linie dargestellt. Offensichtlich folgen die gemessenen Schrägstellungen einer logarithmischen Normalverteilung, d. h. ihre logarithmierten Werte sind normalverteilt.

Auch hier interessiert besonders der mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit zu erwartende absolute Wert der maximalen Schrägstellung eines einzelnen Binders in Form des 90%-Quantils

$$\varphi_{0,90;lognorm} = 10,4 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = \frac{1}{96} \quad \text{Gl. 105}$$

bzw. des 95%-Quantils

$$\varphi_{0,95;lognorm} = 14,5 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = \frac{1}{69} \quad \text{Gl. 106}$$

der logarithmischen Normalverteilung. Diese Quantilwerte wurden mit Hilfe der Verteilungsfunktion berechnet, die sich über eine Integration der Dichtefunktion bestimmen lässt.

Im vorliegenden Fall handelt es sich um ein uneigentliches Integral, das nicht elementar lösbar ist. Daher wurden die Quantilwerte der logarithmischen Normalverteilung hier mit der numerischen Integration berechnet.

Eine dritte Möglichkeit der Approximation des Stabdiagramms in Abbildung 75 ist die gefaltete Normalverteilung, auch als gestutzte Normalverteilung oder Betragsverteilung 1. Art bezeichnet. Der Bestimmung der Verteilungsfunktion werden hier die vorzeichenbehafteten Stichprobenwerte der Schrägstellung in Abbildung 59, also nicht die absoluten Werte, zugrunde gelegt, so dass der Erwartungswert μ der Verteilung bei null liegt. Die Standardabweichung ist dann

$$s_{\varphi, \text{gef. norm}} = \sqrt{\frac{1}{n_{\varphi} - 1} \cdot \sum_{i=1}^{n_{\varphi}} (\varphi_i - 0)^2} = 5,9 \frac{\text{mm}}{\text{m}}. \quad \text{Gl. 107}$$

Der Graph für den nun zu untersuchenden Sonderfall der Faltung am Mittelwert ist in Abbildung 75 mit der grauen durchgezogenen Linie dargestellt. Die zugehörige Dichtefunktion lautet

$$f(\varphi) = \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\varphi}{\sigma}\right)^2} = \frac{2}{5,9\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\varphi}{5,9}\right)^2}. \quad \text{Gl. 108}$$

Die gefaltete Normalverteilung liefert durch numerische Integration mit

$$\varphi_{0,90;\text{gef. norm}} = 9,6 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = \frac{1}{104} \quad \text{Gl. 109}$$

und

$$\varphi_{0,95;\text{gef. norm}} = 11,5 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = \frac{1}{87} \quad \text{Gl. 110}$$

ähnliche Quantilwerte zur Bestimmung der zu erwartenden absoluten Werte der maximalen Schrägstellung eines einzelnen Binders wie die Normalverteilung. Die Quantilwerte der logarithmischen Normalverteilung liegen jedoch deutlich höher, wie die Zusammenstellung in Tabelle 2 zeigt.

Tabelle 2: Zusammenstellung der Quantilwerte für φ

	90%-Quantil	95%-Quantil
Normalverteilung	1/106	1/93
Gefaltete Normalverteilung	1/104	1/87
Logarithmische Normalverteilung	1/96	1/69

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die statistische Verteilung der Werte für die reale Schrägstellung eines einzelnen Binders gut mit dem Modell der logarithmischen Normalverteilung beschrieben werden kann.

10.3 Einfluss der Binderanzahl n auf die Beanspruchung des Sekundärsystems

Jeder reale Binder weist Imperfektionen u. a. in Form von Schrägstellungen, also Lotabweichungen, im fertig montierten Zustand auf. Infolge dieser Schrägstellungen ergeben sich für jeden einzelnen Binder eines Binderdaches aus den vertikalen Lasten horizontale Abtriebskräfte, die sofort zum Umkippen der Binder führen würden, wenn nicht jeder einzelne Binder horizontal gestützt wäre. Diese horizontale Stützung besteht üblicherweise aus den Knickbohlen in den Knickpunkten der Druckgurte der Binder und den Dachlatten oder Pfetten im Feld der Druckgurte zwischen den Knickpunkten, die die einzelnen Binder auf Verbände abstützen. Jedem Verband lässt sich ein Kollektiv k von n gleichartigen, fertig montierten Bindern (eine Teilmenge der Grundgesamtheit der N Binder) zuordnen, deren horizontale Stützkräfte sich in den Auflagern des Verbandes (an der Stelle der Knickpunkte) aufsummieren. Die Größe der horizontalen Stützkräfte eines Binders ist abhängig von der Größe der Schrägstellungen in den Knickpunkten und im Feld dazwischen. Die durch vertikale Lasten verursachte Beanspruchung eines Verbandes resultiert schließlich aus der Summe i_k in Gl. 87 der Schrägstellungen der n einzelnen Binder, die sich als Kollektiv auf dem Verband abstützen.

An jedem Binder j der n Binder eines Kollektivs werden sich nach Abschluss der Montage zufallsbedingte Imperfektionen $i_{j,r}$ und davon unabhängige systematische Imperfektionen $i_{j,s}$ eingestellt haben. Die zufallsbedingten Imperfektionen $i_{j,r}$ der n Binder besitzen die Eigenschaft, dass sie voneinander unabhängig sind, während es für jedes Kollektiv k nur eine systematische Imperfektion $i_{k,s}$ gibt.

Zur Berücksichtigung des Einflusses der Anzahl n der Binder eines Kollektivs wurde das Verhältnis k_{sim} der mittleren Imperfektion der n Binder eines Kollektivs k zur Imperfektion eines einzelnen Binders in Gl. 92 hergeleitet. Es nimmt mit zunehmenden n ab und ist vom Verhältnis r/s der Standardabweichungen der zufälligen und systematischen Imperfektionen abhängig.

Über das Verhältnis r/s konnten im Rahmen dieses Vorhabens keine quantitativen Erkenntnisse gewonnen werden. Das gewonnene Datenmaterial lässt jedoch vermuten, dass das Verhältnis r/s nicht wesentlich verschieden von 1 ist. Diese Vermutung soll durch die folgende Auswertung der Messergebnisse belegt werden:

Da es in jedem Kollektiv k nur eine systematische Imperfektion $i_{k,s}$ gibt, gibt es n Datensätze, die jeweils n_k unabhängige Imperfektionen enthalten, wie in Tabelle 1 zu erkennen ist. Wegen der n_k systematischen Imperfektionen sind die n Datensätze untereinander nicht unabhängig. Jeder der n Datensätze einer Spalte der Tabelle 1 stellt also für sich eine Stichprobe der Grundgesamtheit der Imperfektionen eines einzelnen Binders j dar.

In diesem Vorhaben wurden $n_k = 24$ Kollektive gemessen. Davon bestanden 22 Kollektive aus n = 10 Bindern und der Rest nur aus 9 Bindern. Auf der Grundlage dieser Daten lässt sich ein k_{sim} für n = 10 bestimmen, indem die Standardabweichung der arithmetischen Mittel der 22 Kollektive in Gl. 91 in den Zähler eingesetzt wird

$$k_{sim} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sigma_r^2 + \sigma_s^2}}{\sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_s^2}} \quad \text{Gl. 111}$$

und für den Nenner die Varianz $\sigma_{j,r}^2 + \sigma_{j,s}^2$ eines beliebigen der $j = 1, \dots, n$ Datensätze für einen einzelnen Binder verwendet wird, so dass es n Schätzwerte für k_{sim} gibt. Diese Redundanz in der Bestimmung von k_{sim} kann umgangen werden, wenn die oben beschriebene Abhängigkeit der n Datensätze durch die systematischen Imperfektionen vernachlässigt wird und für den Nenner die Standardabweichung der in Abbildung 74 dargestellten $n_{dev} = 238$ Daten verwendet wird.

Die in Tabelle 1 erläuterten $n = 10$ Datensätze bestehend aus 238 Daten können auch dazu verwandt werden, das Verhältnis k_{sim} für Subkollektive zu bestimmen, die aus einer geringeren Anzahl von nebeneinander stehenden Bindern $2 \leq n_{sub} < 10$ bestehen.

Werden die Subkollektive ohne Zurücklegen aus den $n = 10$ Datensätzen entnommen, ergibt sich die in Tabelle 3 angegebene Anzahl m_{sub} von unterschiedlichen Subkollektiven und arithmetischen Mitteln für jedes n_{sub} .

Tabelle 3: Anzahl m_{sub} von Subkollektiven

Subkollektive bestehend aus n_{sub} nebeneinander stehenden Bindern				
$n_{sub} =$	2	3	4-5	6-10
Mögliche Anzahl m_{sub} arithmetischer Mittel aus n_{sub} Bindern – ohne Zurücklegen!	5	3	2	1
Anzahl $n_K \cdot m_{sub}$ arithmetischer Mittel	120	72	48	24
	Für $n_{sub} = 2-5$ besitzen die arithmetischen Mittel durch $i_{k,s}$ eine gewisse Abhängigkeit			

In Abbildung 76 sind die sich aus Gl. 111 ergebenden Verhältnisse k_{sim} zusammengestellt, wobei nun auch im Zähler vernachlässigt wird, dass die jeweils m_{sub} Subkollektive für $m_{sub} > 1$ durch die systematischen Imperfektionen eine gewisse Abhängigkeit besitzen. Zum Vergleich sind auch die Verhältnisse k_{sim} nach Gl. 92 für $r/s = 1$ angegeben. Der Vergleich kann zum Nachweis dienen, dass das Verhältnis r/s nicht wesentlich verschieden von 1 ist.

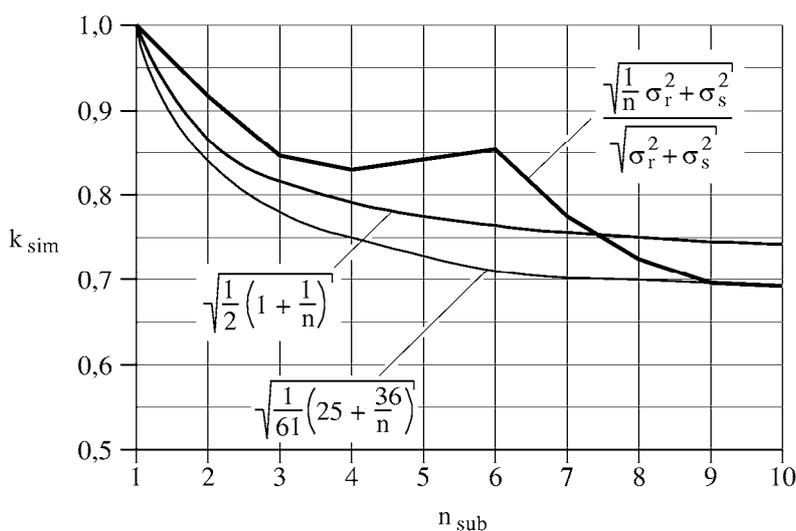


Abbildung 76: k_{sim} nach Gl. 111 (Zähler: Standardabweichung der $n_K \cdot m_{sub}$ arithmetischen Mittel, Nenner: Standardabweichung der 238 Schrägstellungen in Abbildung 74) und nach Gl. 92 für $r/s = 1$ und $r/s = 1,2$

11 Auswertung der Krümmungen

Die Auswertung der Messergebnisse erfolgt ebenfalls auf der Grundlage des in Abschnitt 9 beschriebenen stochastischen Modells für zufällige und systematische Imperfektionen.

Die folgenden Wahrscheinlichkeitsdichten beschreiben die Grundgesamtheit der Binderkrümmungen, also sämtliche Krümmungen aller Binder der hier untersuchten Bauart und Beschaffenheit. Zur Beschaffenheit zählt auch, dass sie nach den Regeln der DIN EN 1995-1-1 geplant und errichtet wurden.

Die Auswertung der gemessenen Obergurtverschiebungen zur Bestimmung der Krümmung hat gezeigt, dass die Messwerte nur zur Erfassung von Gestaltänderungen in Form einer Sinushalbwellen oder einer ganzen Sinuswellen geeignet sind. Die Messgenauigkeit reicht für die Erfassung von mehrwelligeren Formen nicht aus.

11.1 Verteilungsmodell der gemessenen „Krümmungen“

Jeder Obergurtabschnitt zwischen zwei Knickpunkten eines Binders, im Folgenden auch als Obergurt eines Binders bezeichnet, kann, bezogen auf seine perfekte Stabachse, nach links oder nach rechts über seine Länge wechselnd gekrümmt sein, so dass die Messungen der horizontalen Verschiebungen – abhängig von der Wahl des Bezugskoordinatensystems – innerhalb eines Daches positive oder negative Messwerte ergeben.

Die gemessenen und umgerechneten Verschiebungen enthalten zufällige und systematische Anteile. Jede Systematik ist auf einen Obergurtabschnitt beschränkt. Die Systematik ist von Binderdach zu Binderdach und dort von Obergurtabschnitt zu Obergurtabschnitt unabhängig, solange die Montagethoden verschieden sind.

Die im Rahmen des vorliegenden Forschungsvorhabens durchgeführten Messungen an 10 Binderdächern mit ihren insgesamt $n_{OG} = 17$ unabhängigen Kollektiven von $n = 10$ Obergurtabschnitten, bestehend aus insgesamt 170 Obergurten, lieferten

$$n_{\text{bow}} = n_{OG} \cdot n = 17 \cdot 10 = 170 \text{ größte Absolutwerte}$$

der Verschiebungen. Der Mittelwert \bar{x} und die Standardabweichung s der vorzeichenbehafteten Werte in Abbildung 61 liefert zur mathematischen Beschreibung der Dichte die in Abbildung 77 dargestellte Normalverteilung.

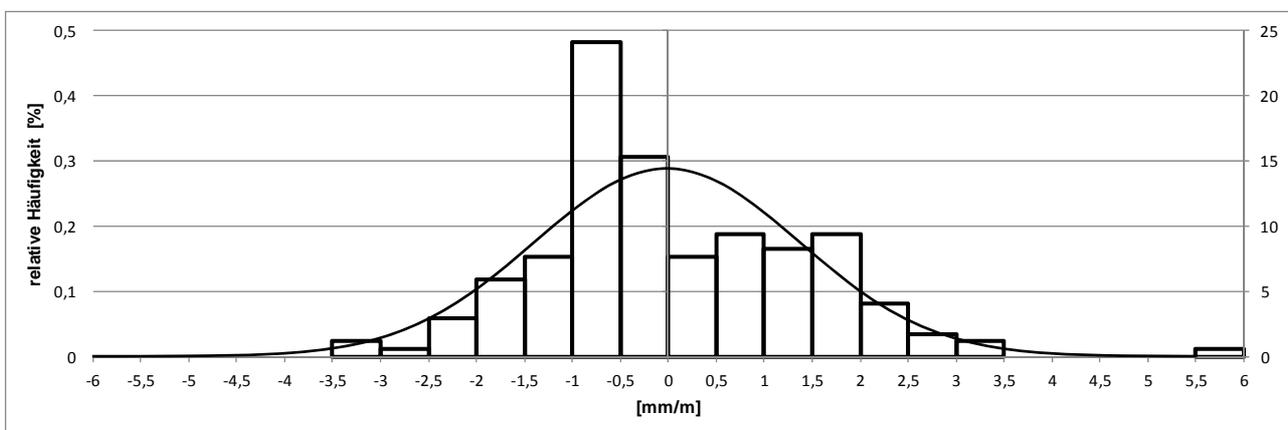


Abbildung 77: Normalverteilung der gemessenen „Krümmungen“ der 170 Obergurte

Für den zufälligen Anteil der Krümmungen können die 170 Messwerte als eine repräsentative Stichprobe der Grundgesamtheit angesehen werden. Für den systematischen Anteil gilt dies jedoch nur mit Einschränkungen, da die Stichprobe nur aus $n_{OG} = 17$ Werten besteht.

In diesem Abschnitt werden die älteren Messungen von Kessel, Seifart und Kühl (2009) an 4 Binderdächern mit ihren insgesamt 76 Obergurten nicht berücksichtigt, da ihre Daten in einem älteren Format vorliegen, das die im Folgenden durchgeführte Formanpassung der größten Absolutwerte nur mit sehr großem Aufwand erlaubt. Ihre Umformatierung wäre grundsätzlich möglich. Auf Grund des geringen Unterschiedes der beiden Verteilungen in Abbildung 61 und Abbildung 63 wird darauf verzichtet.

Neben dem Wert $i_j(x)$, $j = 1, \dots, n_{\text{bow}}$ der horizontalen Abweichung von der perfekt geraden Obergurtachse (x -Achse) selbst entscheidet die Lage (x -Wert) des Wertes und damit die Form der Abweichung über die Größe der Beanspruchung des Sekundärsystems. Da im Rahmen der statischen Berechnung für die Form der Abweichung (Vorkrümmung) eine Sinushalbwellenform verwendet wird, werden die tatsächlichen Abweichungen sämtlicher Obergurte mit der Abweichung in Form einer Sinushalbwellenform verglichen. Das Verhältnis

$$k_{\text{bow},j} = \frac{\int_{\ell_j} i_j(x) \sin x dx}{\int_{\ell_j} \sin^2 x dx} \quad \text{Gl. 112}$$

ist eine Maßzahl, die eine Aussage über die Auswirkung der Abweichung erlaubt. Ist $k_{\text{bow}} = 1$, dann hat die Abweichung die Form einer Sinushalbwellenform. Ist $k_{\text{bow}} = 0$, dann entspricht die Form der Sinushalbwellenform. In Abbildung 78 ist die Verteilung von k_{bow} für alle Obergurte dargestellt. Für $k_{\text{bow}} > 1$ strebt die Abweichung gegen ein Rechteck und für $k_{\text{bow}} < 0$ schlägt die Verformung des gedrückten Obergurtes infolge der Abweichung durch.

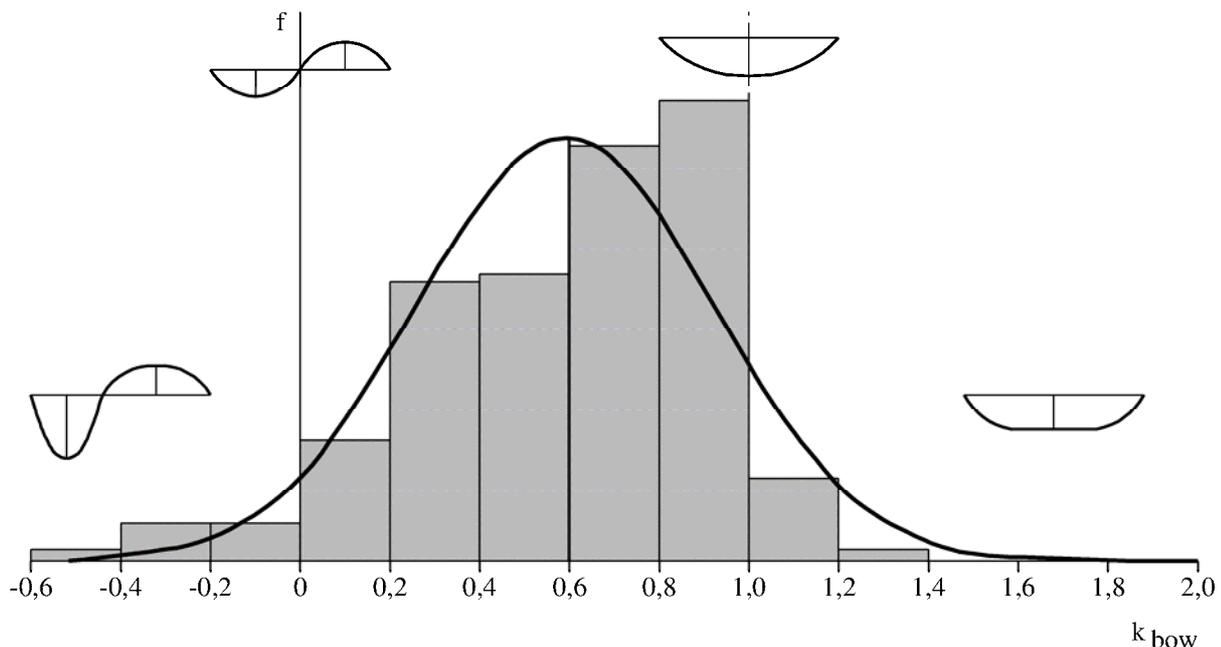


Abbildung 78: Formbeiwert k_{bow} der Krümmungen der 170 Obergurte

In Abbildung 79 sind die durch k_{bow} gewichteten „Krümmungen“ und in Abbildung 80 die gewichteten Absolutwerte der 170 Obergurte dargestellt.

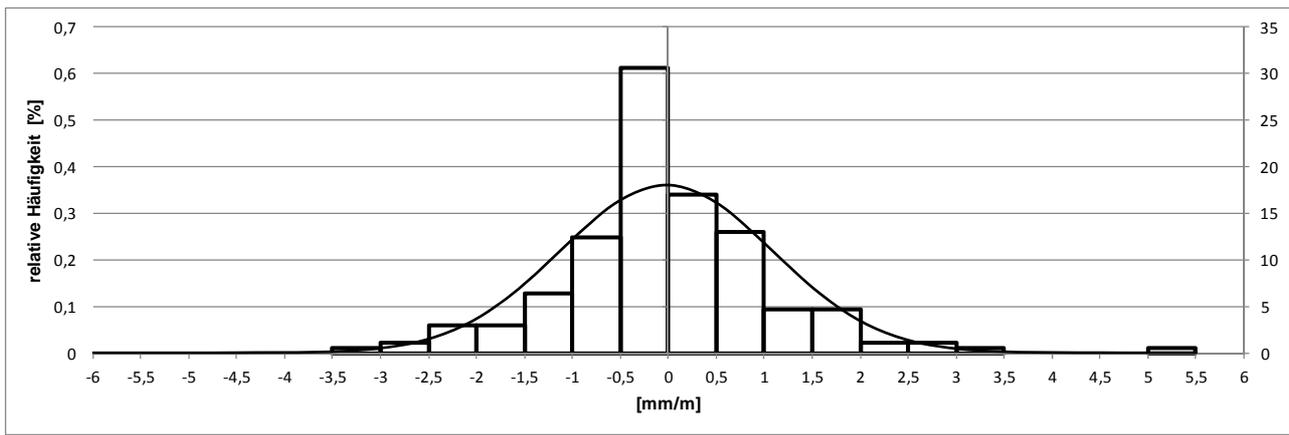


Abbildung 79: Histogramm und Normalverteilung der durch k_{bow} gewichteten „Krümmungen“ der 170 Obergurte
 Der Mittelwert beträgt $-0,020$ mm/m und die Standardabweichung beträgt $1,108$ mm/m.

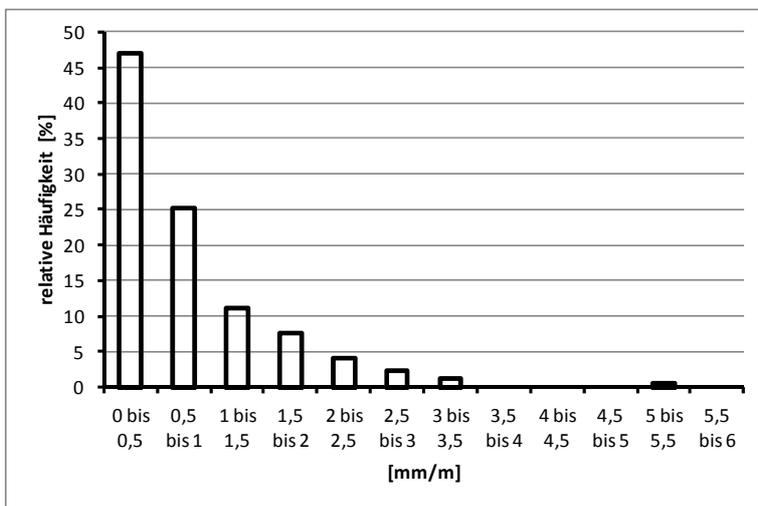


Abbildung 80: Absolutwerte der gewichteten „Krümmungen“ der 170 Obergurte

11.2 Verteilungsmodelle der gewichteten Absolutwerte der „Krümmungen“

Für die Festlegung des Bemessungswertes der gewichteten Krümmung eines einzelnen Binders j , der in einem zufällig ausgewählten Binderdach montiert wurde, ist die Information über die Richtung der Krümmung ohne Bedeutung. Bezogen auf die Grundgesamtheit N aller Binder der hier untersuchten Bauart und Beschaffenheit und nicht bezogen auf die Binder innerhalb eines einzelnen Binderdaches sind die Vorzeichen der Krümmungen ohnehin zufällig, da sie von der eigenen willkürlichen Wahl der Koordinatensysteme der einzelnen Dächer abhängen. Folglich sind in diesem Zusammenhang nur die absoluten Werte der Krümmungen, ungeachtet ihrer Vorzeichen, von Interesse.

Im Folgenden wird die Krümmung, die ein zufällig ausgewählter, fertig montierter Binder mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit besitzt, modellhaft durch 3 unterschiedliche Wahrscheinlichkeitsdichten beschrieben.

Unabhängig vom gewählten Verteilungsmodell ist der Mittelwert der Stichprobe gleich dem arithmetischen Mittel

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n_{\varepsilon}} \sum_{i=1}^{n_{\varepsilon}} x_i = \frac{133,7}{170} = 0,79 \frac{\text{mm}}{\text{m}} \quad \text{Gl. 113}$$

und die Standardabweichung der Stichprobe beträgt

$$s_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{n_{\varepsilon} - 1} \cdot \sum_{i=1}^{n_{\varepsilon}} (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2} = \sqrt{\frac{1}{170 - 1} \cdot \sum_{i=1}^{170} (\varepsilon_i - 0,79)^2} = 0,78 \frac{\text{mm}}{\text{m}} . \quad \text{Gl. 114}$$

Zunächst soll auf der Grundlage der Stichprobe die Wahrscheinlichkeitsdichte durch die Dichtefunktion der Normalverteilung

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon-\mu}{\sigma}\right)^2} = \frac{1}{0,78\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon-0,79}{0,78}\right)^2} \quad \text{Gl. 115}$$

beschrieben werden, die in Abbildung 81 gepunktet über dem Stabdiagramm von Abbildung 62 dargestellt ist. Der Mittelwert $\bar{\varepsilon}$ und die Standardabweichung s_{ε} der Stichprobe sind dabei die Schätzwerte für die Parameter μ und σ der Normalverteilung.

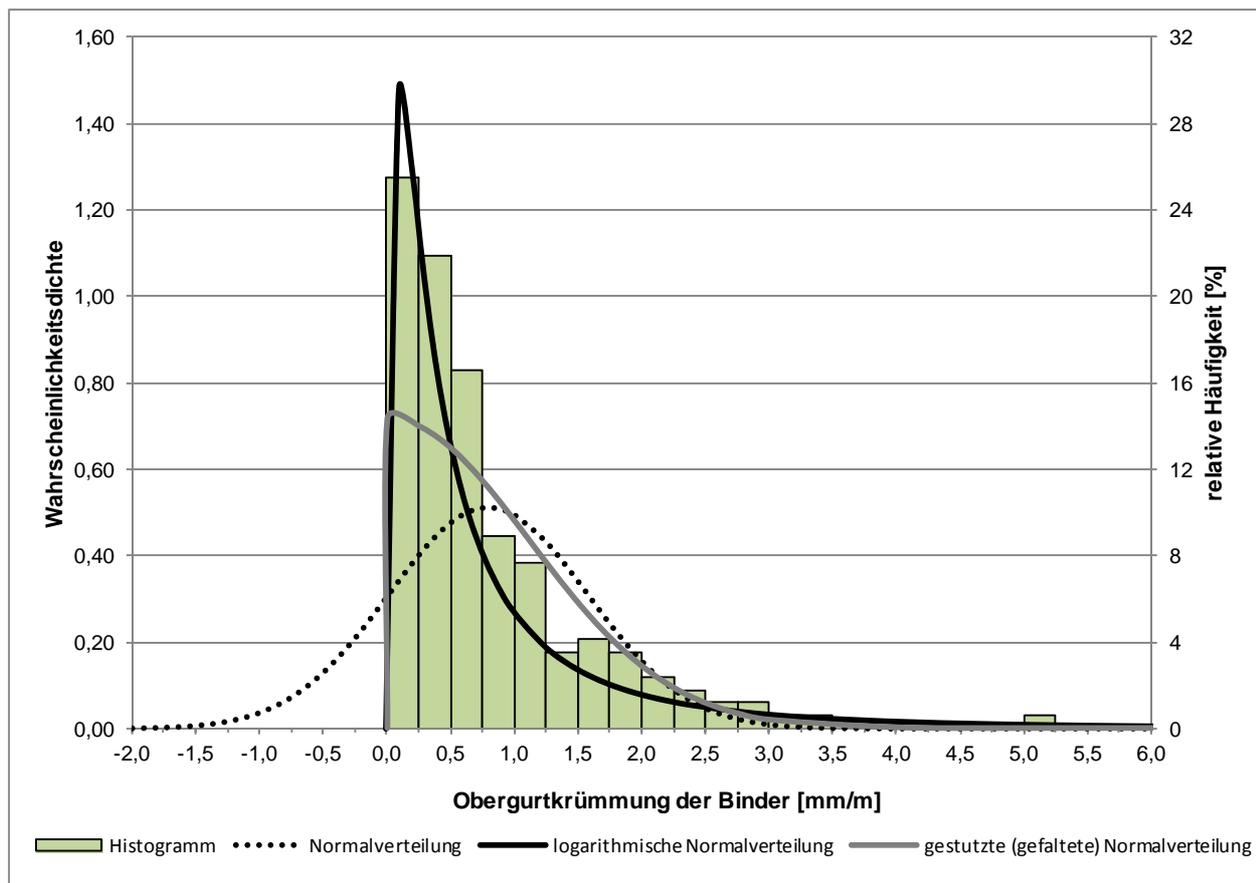


Abbildung 81: Histogramm und Dichtefunktionen der Absolutwerte von n=170 Messwerten der Krümmung

Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit α von 5% erhält man mit dem Freiheitsgrad $f=n_\varepsilon-1=169$ das Quantil $t_{(0,975,169)}=1,976$ der t-Verteilung von „Student“, mit dem das Konfidenzintervall für den Mittelwert μ der Grundgesamtheit bestimmt werden kann:

$$\bar{\varepsilon} - s_\varepsilon \cdot \frac{t_{f,0,975}}{\sqrt{n_\varepsilon}} = 0,79 - 0,78 \cdot \frac{1,976}{\sqrt{169}} = 0,67 \leq \mu$$

$$\mu \leq 0,91 = 0,79 + 0,78 \cdot \frac{1,976}{\sqrt{169}} = \bar{\varepsilon} + s_\varepsilon \cdot \frac{t_{f,0,975}}{\sqrt{n_\varepsilon}}, \quad \text{Gl. 116}$$

d. h. mit 95%iger Wahrscheinlichkeit liegt der Mittelwert μ der Normalverteilung zwischen 0,67 und 0,91mm/m. Für die zu erwartende mittlere Krümmung $\varepsilon_{0,50}$ eines einzelnen Binders j ergibt sich

$$\varepsilon_{0,50} = \frac{0,79\text{mm}}{1000\text{mm}} = \frac{1}{1265}. \quad \text{Gl. 117}$$

Das Konfidenzintervall für die Standardabweichung σ wird mit den Quantilen $\chi^2_{(p,f)}$ der Chi-Quadrat-Verteilung bestimmt. Es ergibt sich

$$s_\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{f}{\chi^2_{(f,0,975)}}} = 0,78 \cdot \sqrt{\frac{169}{206}} = 0,71 \leq \sigma \leq 0,87 = 0,78 \cdot \sqrt{\frac{169}{135}} = s_\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{f}{\chi^2_{(f,0,025)}}}. \quad \text{Gl. 118}$$

Folglich liegt die Standardabweichung σ der normalverteilten Krümmung in der Grundgesamtheit mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% im Bereich zwischen 0,71 und 0,87mm/m.

Neben der mittleren Schrägstellung $\varepsilon_{0,50}$ aus Gl. 117 sind besonders die mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit zu erwartenden absoluten Werte der maximalen Schrägstellung eines einzelnen Binders von Interesse. Für die in Abbildung 81 gepunktet dargestellte Normalverteilung mit der Dichtefunktion aus Gl. 115 beträgt das 90%-Quantil

$$\varepsilon_{0,92,\text{norm}} = \bar{\varepsilon} + u_{0,92} \cdot s_\varepsilon = 0,79 + 1,408 \cdot 0,78 = 1,89 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = \frac{1}{530} \quad \text{Gl. 119}$$

und das 95%-Quantil beträgt

$$\varepsilon_{0,95,\text{norm}} = \bar{\varepsilon} + u_{0,95} \cdot s_\varepsilon = 0,79 + 1,645 \cdot 0,78 = 2,07 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = \frac{1}{480}. \quad \text{Gl. 120}$$

Das bis hierher betrachtete Verteilungsmodell der Normalverteilung ist in sich korrekt. Allerdings lässt sich in Abbildung 81 eine schlechte Anpassung der Normalverteilungsdichte an das Histogramm erkennen, da die Verteilung der Stichprobe, anders als die Normalverteilung, offensichtlich nicht symmetrisch ist.

Ein Maß für die Art und Stärke der Asymmetrie der Wahrscheinlichkeitsverteilung ist die Schiefe

$$v = \frac{\frac{1}{n_\varepsilon} \sum_{i=1}^{n_\varepsilon} (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^3}{\left(\frac{1}{n_\varepsilon} \sum_{i=1}^{n_\varepsilon} (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2 \right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\frac{1}{170} \sum_{i=1}^{170} (\varepsilon_i - 0,79)^3}{\left(\frac{1}{170} \sum_{i=1}^{170} (\varepsilon_i - 0,79)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} = 1,97. \quad \text{Gl. 121}$$

Der deutlich von null abweichende positive Wert der Schiefe v gibt Auskunft darüber, dass die eingipflige Verteilung der Krümmung rechtsschief bzw. linkssteil ist.

Ferner liegt die untere Grenze der möglichen Krümmungen bei null, da, wie oben bereits beschrieben, ausschließlich die absoluten Werte, also die Beträge der Krümmungen, berücksichtigt werden.

Eine bessere Approximation des Histogramms in Abbildung 81 stellt sich mit der Wahl einer logarithmischen Normalverteilung mit der Dichtefunktion

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(\varepsilon)-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{1,19 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(\varepsilon)-(-0,77))^2}{2 \cdot 1,19^2}} \quad \text{mit } (\varepsilon \geq 0) \quad \text{Gl. 122}$$

ein. Die Parameter $\mu = -0,77$ und $\sigma = 1,19$ wurden dabei aus den logarithmierten Messwerten bestimmt. Der Graph dieser logarithmischen Dichtefunktion ist in Abbildung 81 mit der schwarzen durchgezogenen Linie dargestellt. Offensichtlich folgen die gemessenen Schrägstellungen einer logarithmischen Normalverteilung, d. h. ihre logarithmierten Werte sind normalverteilt.

Auch hier interessiert besonders der mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit zu erwartende absolute Wert der maximalen Krümmung eines einzelnen Binders in Form des 90%-Quantils

$$\varepsilon_{0,92;\lognorm} = 2,5 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = \frac{1}{400} \quad \text{Gl. 123}$$

bzw. des 95%-Quantils

$$\varepsilon_{0,95;\lognorm} = 3,3 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = \frac{1}{300} \quad \text{Gl. 124}$$

der logarithmischen Normalverteilung. Diese Quantilwerte wurden mit Hilfe der Verteilungsfunktion berechnet, die sich über eine Integration der Dichtefunktion bestimmen lässt. Im vorliegenden Fall handelt es sich um ein uneigentliches Integral, das nicht elementar lösbar ist. Daher wurden die Quantilwerte der logarithmischen Normalverteilung hier mit der numerischen Integration berechnet.

Eine dritte Möglichkeit der Approximation des Histogramms in Abbildung 81 ist die gefaltete Normalverteilung, auch als gestutzte Normalverteilung oder Betragsverteilung 1. Art bezeichnet. Der Bestimmung der Verteilungsfunktion werden hier die vorzeichenbehafteten Stichprobenwerte der Krümmung in Abbildung 61, also nicht die absoluten Werte, zugrunde gelegt, so dass der Erwartungswert μ der Verteilung bei null liegt. Die Standardabweichung ist dann

$$s_{\varepsilon,\text{gef. norm}} = \sqrt{\frac{1}{n_{\varepsilon} - 1} \cdot \sum_{i=1}^{n_{\varepsilon}} (\varepsilon_i - 0)^2} = 1,1 \frac{\text{mm}}{\text{m}} \quad \text{Gl. 125}$$

Der Graph für den nun zu untersuchenden Sonderfall der Faltung am Mittelwert ist in Abbildung 75 mit der grauen durchgezogenen Linie dargestellt. Die zugehörige Dichtefunktion lautet

$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)^2} = \frac{2}{1,1\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon}{1,1}\right)^2} \quad \text{Gl. 126}$$

Die gefaltete Normalverteilung liefert durch numerische Integration mit

$$\varepsilon_{0,92;\text{gef. norm}} = 1,95 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = \frac{1}{510} \quad \text{Gl. 127}$$

und

$$\varepsilon_{0,95,gef.,norm} = 2,18 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = \frac{1}{460} \quad \text{Gl. 128}$$

ähnliche Quantilwerte zur Bestimmung der zu erwartenden absoluten Werte der maximalen Schrägstellung eines einzelnen Binders wie die Normalverteilung. Die Quantilwerte der logarithmischen Normalverteilung liegen jedoch deutlich höher, wie die Zusammenstellung in Tabelle 4 zeigt.

Tabelle 4: Zusammenstellung der Quantilwerte für ε

	92%-Quantil	95%-Quantil
Normalverteilung	1/530	1/480
Gefaltete Normalverteilung	1/510	1/460
Logarithmische Normalverteilung	1/400	1/300

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die statistische Verteilung der Werte für die reale Krümmung eines einzelnen Binders gut mit dem Modell der logarithmischen Normalverteilung beschrieben werden kann.

11.3 Einfluss der Binderanzahl n auf die Beanspruchung des Sekundärsystems

In diesem Vorhaben wurden $n_{OG} = 17$ Kollektive mit jeweils $n = 10$ Bindern gemessen. Da die 170 Größtwerte der horizontalen Abweichungen nicht alle an der gleichen Stelle x liegen, werden die durch k_{bow} gewichteten Größtwerte in Abbildung 79 verwendet. Auf der Grundlage dieser Daten lässt sich ein k_{sim} für alle Subkollektive mit $n_{sub} = 2, \dots, 10$ bestimmen, indem, wie bei den Schrägstellungen, die Standardabweichungen der arithmetischen Mittel,

das sind z. B. für $n_{sub} = 2$ insgesamt $n_K \cdot m_{sub} = 17 \cdot 5 = 85$ arithmetische Mittel,

in Gl. 111 in den Zähler eingesetzt werden und in den Nenner die Varianz $\sigma_r^2 + \sigma_s^2$ der gewichteten 170 Größtwerte eingesetzt wird.

In Abbildung 82 sind die sich aus Gl. 111 ergebenden Verhältnisse k_{sim} zusammengestellt, wobei nun auch im Zähler vernachlässigt wird, dass die jeweils m_{sub} Subkollektive für $m_{sub} > 1$ durch die systematischen Imperfektionen eine gewisse Abhängigkeit besitzen. Zum Vergleich sind auch die Verhältnisse k_{sim} nach Gl. 92 für $r/s = 1$ und $r/s = 1,5$ angegeben. Der Vergleich zeigt, dass das Verhältnis r/s größer 1 ist. Die Streuungen der zufälligen Formabweichungen sind also größer als die der systematischen Formabweichungen.

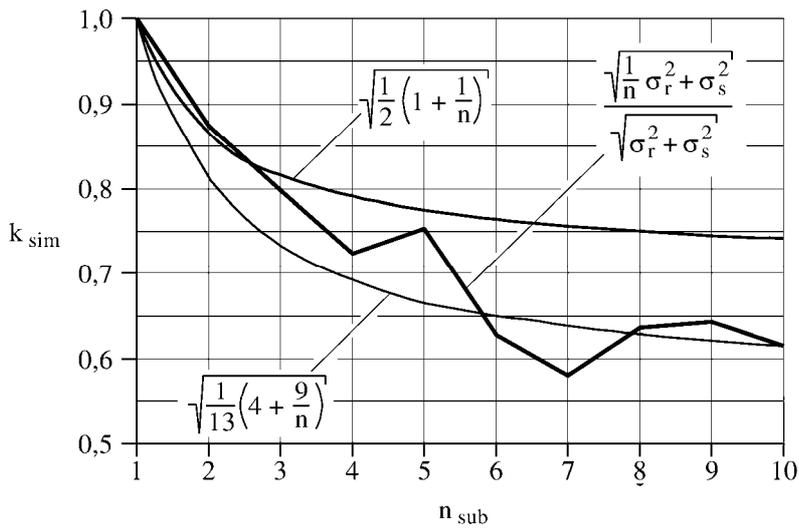


Abbildung 82: k_{sim} nach Gl. 111 (Zähler: Standardabweichung der $n_K \cdot m_{sub}$ arithmetischen Mittel, Nenner: Standardabweichung der 170 gewichteten „Krümmungen“ in Abbildung 79) und nach Gl. 92 für $r/s = 1$ und $r/s = 1,5$

12 Zum gleichzeitigen Auftreten von Schrägstellungen und Krümmungen

Die Wahrscheinlichkeit, dass Schrägstellung und Krümmung in dem Sinne gleichgerichtet sind, dass sie gemeinsam ungünstige Beanspruchungen in abstützenden und aussteifenden Bauteilen verursachen, ist nach Abbildung 83 eher gering. Die Imperfektionen von 80 der 99 ausgewerteten Binder waren nicht gleichgerichtet. Diese günstige Erscheinung wird bislang nicht berücksichtigt (z. B. durch einen Kombinationsbeiwert), sondern Schrägstellungen und Krümmungen werden immer in voller Größe ungünstig (gleichgerichtet) kombiniert.



Abbildung 83: Schrägstellung und Krümmung in dieselbe Richtung von 99 Bindern

13 Festlegung der Grenz- und Bemessungswerte der Imperfektionen

13.1 Allgemeines

Ziel von Fertigung und Montage eines Tragwerks ist u. a., die Geometrie der Ausführungs- und Werkstattplanung – also die perfekte Geometrie mit $i_j = 0$ – mit so geringen Abweichungen wie statisch nötig und wirtschaftlich möglich auf der Baustelle herzustellen. Da zum Zeitpunkt der statischen Berechnung eines Kollektivs von n Bindern die Summe der späteren Imperfektionen nicht bekannt ist, muss für die statische Berechnung vorher ein charakteristischer Wert i_k festgelegt werden, der dann im Rahmen der Herstellung nicht überschritten werden darf. Der charakteristische Wert i_k verändert die Geometrie des perfekten statischen Modells hin zu dem für die Tragsicherheit maßgebenden imperfekten statischen Modell. Da die Kontrolle der Unterschreitung von i_k aus wirtschaftlichen Gründen nur stichprobenartig erfolgen kann, müssen die größten gemessenen Abweichungen noch einen ausreichenden Abstand zum charakteristischen Wert i_k haben, so dass die Wahrscheinlichkeit, dass die nicht kontrollierte Geometrie den Wert i_k überschreitet, hinreichend klein ist.

Diese Anforderung führt erstens zur Festlegung des charakteristischen Wertes i_k und zweitens zur Festlegung eines Kontrollwertes i_{max} , wie in Abbildung 84 schematisch dargestellt. Der Sicherheitsabstand $i_k - i_{max}$ ist so zu wählen, dass er sicher, montagetechnisch realisierbar und wirtschaftlich vertretbar ist.

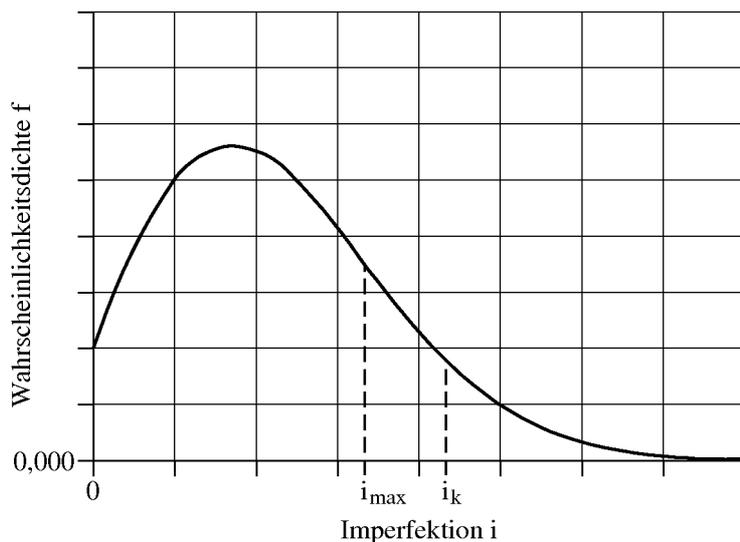


Abbildung 84: Dichtefunktion einer Imperfektion i , charakteristischer Wert i_k und Kontrollwert i_{max}

Kontroll- oder Grenzwerte der Krümmungen und Schrägstellungen nach der Montage entsprechend i_{max} sind bislang nur als Empfehlungen in Abschnitt 10.9.2 der DIN EN 1995-1-1:2010-12 zu finden. Der deutsche Nationale Anhang konkretisiert diese Empfehlungen für die seitliche Auslenkung in der Form

$$a_{bow,perm,max} = \min(\ell/400; 50 \text{ mm}) \text{ mit dem Abstand } \ell \text{ in mm zwischen den Auflagern}$$

und für die Schrägstellung in der Form

$$a_{dev,perm,max} = 50 \text{ mm.}$$

Diese Kontrollwerte basieren auf Absprachen der interessierten Personenkreise ohne empirische Basis. Sie sind im Unterschied zu der Darstellung in Abbildung 84 mit $i_{max} < i_k$ teilweise größer als der zugehörige Bemessungswert und damit unsicher in ihrer Auswirkung auf die Tragfähigkeit.

Im Rahmen der folgenden Festlegungen wird an die folgenden Eigenschaften von Imperfektionen erinnert: Imperfektionen setzen sich zusammen aus

- geometrischen Imperfektionen des räumlichen Tragwerks in Form von Schrägstellungen, das sind Abweichungen der Knoten von ihrer im Rechenmodell angenommenen perfekten Lage,
- strukturellen Imperfektionen eines einzelnen Bauteils
 - in Form von Abweichungen des wirksamen materiellen Schwerpunktes vom Querschnittsschwerpunkt, z. B. Abweichungen des Masseschwerpunktes, wenn die Holzdicke nicht konstant über den Querschnitt verteilt ist,
- geometrischen Imperfektionen eines einzelnen Bauteils
 - in Form von Abweichungen des Querschnittsschwerpunktes von der perfekten Stabachse des Rechenmodells, z. B. Krümmungen.

Strukturelle Imperfektionen sind auf der Baustelle wegen des großen Aufwandes nicht messbar und können daher während der Montage nicht beeinflusst werden. Die geometrischen Imperfektionen mit Ausnahme mehrwelliger Krümmungen sind auf der Baustelle mit den heute zur Verfügung stehenden Messmitteln und der für ihren Einsatz erforderlichen Schulung der Mitarbeiter sehr genau messbar. Sie können auf der Baustelle korrigiert und durch Montageregeln begrenzt werden.

Nach Prinzip (1) im Abschnitt 4.3 der DIN EN 1990:2010-12 sind bei Imperfektionen charakteristische Werte als Bemessungswerte entsprechend Gleichung (6.5) und Anmerkung 1 in Prinzip (2) des Abschnitts 6.3.4 der DIN EN 1990:2010-12 zu verwenden.

13.2 Schrägstellung

Die Auswertung der an 14 verschiedenen Binderdächern genommenen Zufallsstichprobe von 238 Werten der Schrägstellung liefert in Abschnitt 10.2 einen 95%-Quantilwert $\varphi_{95} = 1/70$ und einen 90%-Quantilwert $\varphi_{90} = 1/100$ für die Schrägstellung eines einzelnen Binders. Selbst der 90%-Quantilwert ist doppelt so groß wie der in Regel (2) des Abschnitts 5.4.4 der DIN EN 1995-1-1 angegebene Bemessungswert $\phi = 1/200$, der jedoch zu einer nicht näher definierten Eintrittswahrscheinlichkeit p_{dev} gehört.

In Abbildung 85 sind die Mittelwerte der absoluten Schrägstellungen in den 24 Knickpunkten dargestellt. Als Vergleichswert ist der noch nicht in DIN EN 1995-1-1 geregelte Rechenwert der Schrägstellung für ein Kollektiv aus 10 Bindern

$$k_{sim}\phi = 0,74 \cdot \frac{1}{200} = \frac{1}{270} \approx 3,7 \text{ mm/m} \quad \text{Gl. 129}$$

eingetragen. Dieser Rechenwert der statischen Berechnung wird an 9 der 24 Knickpunkte überschritten.

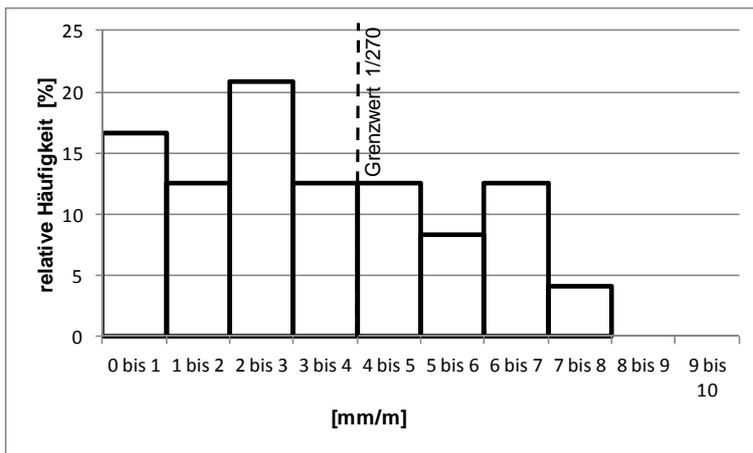


Abbildung 85: Mittelwerte der Schrägstellungen in den 24 Knickpunkten

Diesen Diskrepanzen zwischen dem Rechenwert der technischen Baubestimmung und den auf der Baustelle gemessenen Werten kann durch die beiden folgenden Strategien begegnet werden:

- Entweder durch eine Anhebung des Rechenwertes in der Norm, was zu größeren Bauteilquerschnitten und stärkeren Verbindungen führen würde,
- oder durch eine Verbesserung der Ausführung zukünftiger Bauvorhaben mit Hilfe optimierter Montageverfahren und klar festgelegter Montagetoleranzen.

Die folgenden Vorschläge für Grenz- und Rechenwerte der technischen Baubestimmung verfolgen die zuletzt genannte Strategie, da die von den Autoren auf der Baustelle gewonnenen Erfahrungen darauf hindeuten, dass sich die Montageverfahren mit angemessenem Aufwand deutlich verbessern lassen. Voraussetzung hierfür sind vertiefte Kenntnisse der Planer, der Ausführenden auf der Baustelle und der Prüfer über das Tragverhalten filigraner räumlicher Tragwerke.

13.2.1 Grenzwerte der Schrägstellungen von Nagelplattenbindern

In einem Kollektiv benachbarter und nicht wesentlich unterschiedlich beanspruchter Nagelplattenbinder müssen die Schrägstellungen in den Knickpunkten die folgenden Grenzwerte einhalten:

- Das arithmetische Mittel der Schrägstellungen der zwischen zwei Verbandsgebinden stehenden Binder in einem Knickpunkt darf $a_{dev, mean, perm} = h/300$ nicht überschreiten, so dass gilt $1/300 < k_{sim} \cdot 1/200$.
- Werden die Binder eines Kollektivs an einem Verbandsgebinde ausgerichtet, darf die unplanmäßige Schrägstellung dieses Verbandsgebindes $a_{dev, dia, perm} = h/400$ nicht überschreiten. Die sehr aufwändige Kontrolle des arithmetischen Mittels des Kollektivs kann dann entfallen.
- Die Schrägstellung eines einzelnen Binders eines Kollektivs darf $a_{dev, single, perm} = \min(h/100; 50 \text{ mm})$ nicht überschreiten.

13.2.2 Bemessungswerte für einzelne Bauteile

Die Schrägstellung eines Nagelplattenbinders, der als ebenes Fachwerk geplant wird, verursacht in dem Binder selbst keine Beanspruchungen.

Im Bedarfsfall beträgt der Bemessungswert der Schrägstellung

$$\phi_i = \frac{1}{200} .$$

Gl. 130

13.2.3 Bemessungswerte für abstützende und aussteifende Bauteile

Die durch Schrägstellungen der abzustützenden und auszusteifenden Nagelplattenbinder verursachten Beanspruchungen sind bei der Bemessung der abstützenden Bauteile, wie z. B. Dachlatten, und aussteifenden Bauteile, wie z. B. Verbände, und ihrer Verbindungen zu berücksichtigen. Der Bemessungswert der Schrägstellung beträgt

$$\phi_n = \frac{1}{200} k_{sim,\phi} \tag{Gl. 131}$$

mit

$$k_{sim,\phi} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n} \right)} \quad 1 \geq k_{sim,\phi} \geq \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,71. \tag{Gl. 132}$$

Dabei ist n die Anzahl der zu einem Kollektiv verbundenen Binder, die sich z. B. auf einen Verband abstützen. Für n dürfen nur die Binder angesetzt werden, deren vertikale Lasten mindestens 50% des arithmetischen Mittels der vertikalen Lasten des Kollektivs betragen.

13.3 Krümmung

Die Auswertung der an 10 verschiedenen Binderdächern genommenen Zufallsstichprobe von 170 gewichteten Krümmungen liefert in Tabelle 4 einen 95%-Quantilwert $\epsilon_{95} = 1/300$ und einen 92%-Quantilwert $\epsilon_{92} = 1/400$ für die Krümmung eines einzelnen Binders. Dieser Wert entspricht dem in Regel (2) des Abschnitts 5.4.4 der DIN EN 1995-1-1 angegebenen Wert $e = \epsilon l$ mit $\epsilon = 1/400$, dem bislang keine Eintrittswahrscheinlichkeit p_{bow} zugeordnet werden konnte.

In Abbildung 86 sind die Mittelwerte der gewichteten Krümmungen der 17 Kollektive dargestellt. Als Vergleichswert ist der noch nicht in DIN EN 1995-1-1 geregelte Rechenwert der Krümmung für ein Kollektiv aus 10 Bindern

$$k_{sim}\epsilon = 0,74 \cdot \frac{1}{400} = \frac{1}{540} \approx 2 \text{ mm/m} \tag{Gl. 133}$$

eingetragen. Dieser Rechenwert der statischen Berechnung wird nur von 2 Kollektiven überschritten.

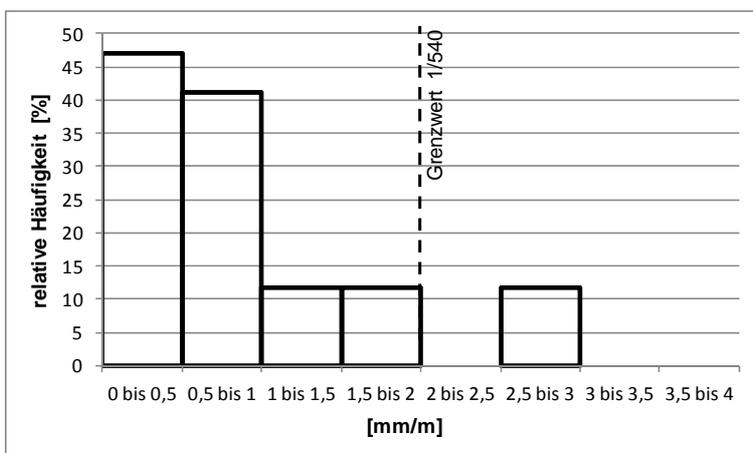


Abbildung 86: Mittelwerte der Obergurtkrümmungen der 17 Kollektive

13.3.1 Grenzwerte der Krümmungen von Nagelplattenbindern

In einem Kollektiv benachbarter und nicht wesentlich unterschiedlich beanspruchter Nagelplattenbinder müssen die Krümmungen der gedrückten Gurtabschnitte zwischen zwei Knickpunkten die folgenden Grenzwerte einhalten:

- a) Das arithmetische Mittel der bezogenen maximalen Abweichungen (Krümmungen) der zwischen zwei Verbandsgebänden stehenden Binder darf $a_{\text{bow, mean, perm}} = \ell/500$ nicht überschreiten. Dabei ist ℓ der Abstand der Knickpunkte.

13.3.2 Bemessungswerte für einzelne Bauteile

In Abbildung 17c ist die maßgebende Form der Vorkrümmung eines Druckgurtes zwischen zwei Knickpunkten eines Nagelplattenbinders zur Berechnung seiner Biegebeanspruchung $M_{z,OG}$ nach Gl. 69 bzw. Ersatzstablänge ℓ_{ef} angegeben. Da im Rahmen dieses Vorhabens hierzu keine neuen Erkenntnisse zu der Größe ε gewonnen werden konnten, wird für eine Berechnung nach Theorie 2. Ordnung die Krümmung

$$e = \max \left(\frac{\ell_{\text{ef}}}{400}, \frac{b}{8} \right) \quad \text{Gl. 134}$$

empfohlen.

- (i) Der obere Bemessungswert in Gl. 134 mit

$$\ell_{\text{ef}} = \sqrt[4]{\frac{\pi^4 EI}{4k\ell^4}} \cdot \ell \quad \text{nach Gl. 56 und Gl. 58} \quad \text{Gl. 135}$$

lässt sich durch die Regeln in DIN 1052:2008-12 begründen. In DIN 1995-1-1 fehlen entsprechende Regeln.

Hierzu ist anzumerken:

Die im Abschnitt 13.3.1 angegebenen Montageregeln gelten nur für die Ausrichtung der Bauteile auf eine halbwellige Krümmung von $1/500$. Dieses ist Voraussetzung für die Bemessung mit einem Stich von $\ell/400$, wie er für die Berechnung nach Theorie II. Ordnung anzusetzen und im k_c -Verfahren implizit berücksichtigt ist. Für seitlich nicht gestützte Bauteile (z.B. Pendelstützen) ist der Stich der Halbwellen über die Länge ℓ maßgebend, da die Halbwellen zur untersten Eigenform affin ist. Strukturelle Imperfektionen spielen hier eine geringere Rolle als die geometrischen Imperfektionen.

Für Bauteile mit wenigen Abstützungen oder hoher Eigenbiegesteifigkeit, wie z.B. großformatige Gurte von Fachwerkträgern mit Koppelpfetten, sind auch mehrwellige Vorkrümmungen in Betracht zu ziehen, deren halbe Wellenlänge dann weit über 2,00m liegen kann. Auch hier können die geometrischen Imperfektionen noch überwiegen.

Bei Nagelplattenbindern mit sehr schlanken Bauteilen (Gurten) sind in jedem Fall mehrwellige Vorkrümmungen maßgebend, wie in Abbildung 15 gezeigt, deren Länge unterhalb von 2,00m liegen. Die strukturellen Imperfektionen liegen dann in derselben Größenordnung oder sogar über den geometrischen Imperfektionen, so dass diese in der Bemessung nicht weiter vernachlässigbar sind.

- (ii) Der untere Bemessungswert in Gl. 134 mit der Querschnittsbreite b des Druckgurtes berücksichtigt strukturelle Imperfektionen, die durch Äste verursacht werden. Diese können wegen der kleinen Ersatzstablängen ($m \gg 1$) maßgebend werden.

Hierzu ist anzumerken:

Für mehrwellige Imperfektionen können keine Montageregeln angegeben werden, da kurze Wellen z.B. vom Einschnitt des Holzes abhängig sind. Diese kurzen Wellen können vor Ort nicht ausgerichtet werden, da hierzu große Kräfte erforderlich wären. Andererseits werden bei abnehmender Wellenlänge die Inhomogenitäten des Holzes (z.B. Äste, Rohdichte, etc.) von immer größerer Bedeutung und müssen im Bemessungsverfahren unbedingt berücksichtigt werden. Die zur Berücksichtigung von Vorkrümmungen anzusetzenden Rechenwerte müssen daher für $m > 1$ sowohl geometrische als auch strukturelle Imperfektionen wie in Gl. 134 enthalten.

Regel (1) des Abschnitts 9.2.5.2 der DIN EN 1995-1-1:

"Bei druckbeanspruchten Einzelbauteilen, die eine seitliche Abstützung in Abständen a erfordern, sollte die anfängliche Imperfektion zwischen den Ausflagern (Vorkrümmung) $a/500$ für Bauteile aus Brettschichtholz und Funierschichtholz und $a/300$ für andere Bauteile nicht überschreiten."

Die gemäß DIN 4074:2008-12 "Sortierung von Holz nach der Tragfähigkeit – Teil 1: Nadelschnittholz" für S10 zulässige Längskrümmung beträgt $8 \text{ mm} / 2 \text{ m}$. Dieses entspricht einer Vorkrümmung von $1/250$ und liegt deutlich über der bei der Bemessung berücksichtigten Vorkrümmung von $1/400$. Bauholz der Sortierklasse S10 muss also nachsortiert werden.

13.3.3 Bemessungswerte für abstützende und aussteifende Bauteile

Die durch Krümmungen der abzustützensen und auszusteifenden Druckgurte von Nagelplattenbindern verursachten Beanspruchungen sind bei der Bemessung der abstützenden Bauteile, wie z. B. Dachlatten, und aussteifenden Bauteile, wie z. B. Verbände, und ihrer Verbindungen zu berücksichtigen. Der Bemessungswert der Krümmung beträgt

$$e_n = \frac{\ell m}{400} k_{\text{sim,e}} \quad \text{Gl. 136}$$

mit

ℓ als Abstand der Knickpunkte und

$m = 1$ für die Bemessung eines Verbandes, der zwischen den beiden Knickpunkten angeordnet ist, bzw.

$$m = \sqrt{\frac{1}{6} \frac{N}{F_E} + \sqrt{\left(\frac{1}{6} \frac{N}{F_E}\right)^2 + \frac{\ell^2}{3\pi^2} \frac{k}{F_E}}} \quad \text{Gl. 137}$$

als Anzahl der Halbwellen der in Abbildung 17b dargestellten maßgebenden Form der Krümmung des durch die Normalkraft N gedrückten Obergurtes zur Berechnung der maximalen Dachlattenbeanspruchung

und

$$k_{\text{sim,e}} = \sqrt{\frac{1}{13} \left(4 + \frac{9}{n}\right)} \quad 1 \geq k_{\text{sim,e}} \geq \sqrt{\frac{4}{13}} = 0,56. \quad \text{Gl. 138}$$

Dabei ist n die Anzahl der zu einem Kollektiv verbundenen Binder, die sich z. B. auf einen Verband abstützen. Für n dürfen nur die Binder angesetzt werden, deren vertikale Lasten mindestens 50% des arithmetischen Mittels der vertikalen Lasten des Kollektivs betragen.

Hierzu ist anzumerken:

Der Beiwert $k_{\text{sim,e}}$ wurde nur für halbwellige Krümmungen der Gurte zwischen zwei Knickpunkten ermittelt. Er kann aber auch für ein- und mehrwellige Krümmungen angesetzt werden, da bei diesen die systematischen Krümmungen eine immer geringere Rolle spielen. Dadurch verstärkt sich der Einfluss von n bzw. verringert sich der Beiwert und strebt gegen $1/\sqrt{n}$.

14 Regeln für die Montage und ihre Überprüfung

Die Montage eines Nagelplattenbinderdaches beginnt i.d.R. mit der Vormontage der Verbandsgebände auf dem Boden. Hierzu werden z.B. zwei Binder auf einer Hilfskonstruktion gestellt und lotrecht ausgerichtet. Nun folgt die Montage der Obergurtverbände und Windböcke zwischen diesen beiden Bindern. Die fertiggestellten Verbandsgebände werden dann auf die Ringbalken gehoben. Die weiteren Binder zwischen den einzelnen Verbandsgebänden werden gegen diese abgestützt und ausgerichtet.

14.1 Regeln für die Montage und ihre Überprüfung

Die Montage räumlicher Nagelplattenkonstruktionen muss auf der Grundlage der Ausführungsplanung und von Montageregeln erfolgen. Letztere müssen sicherstellen,

- dass Gefahren auf der Baustelle erkannt und eingegrenzt werden,
- dass und wie Abweichungen während und nach Abschluss der Montage kontrolliert werden können,
- dass Abweichungen von der Ausführungsplanung definierte Kontrollwerte nicht überschreiten und
- dass und welche Montageergebnisse, ggf. auch die von Zwischenzuständen, dokumentiert werden.

14.2 Vormontage des Verbandsgebändes

Die Verbandsgebände müssen auf einer sorgfältig ausgerichteten Unterkonstruktion am Boden vormontiert werden, wie in Abbildung 87 schematisch dargestellt. Die Montageschwellen müssen parallel und in Waage liegen.

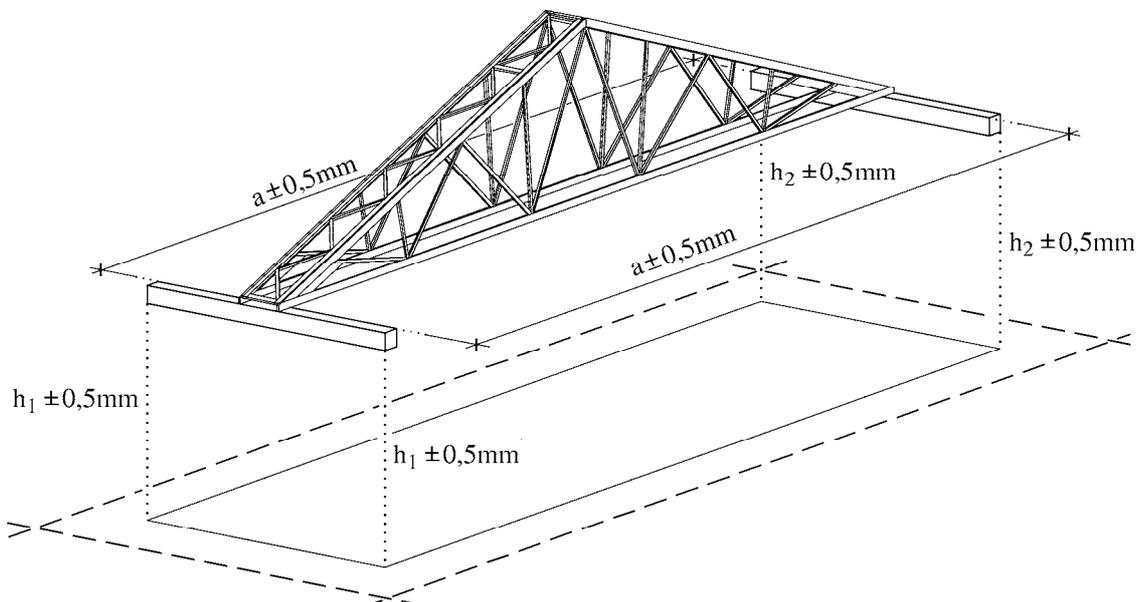


Abbildung 87: Toleranzen zur Ausrichtung der Montageschwellen am Boden

Vor der Montage der Obergurtverbände und Windböcke muss der Firstpunkt des Binders ingenieurmäßig ins Lot gerückt werden. Bezugslinie hierfür ist die Verbindungslinie der Auflagerpunkte des Dreieckbinders.

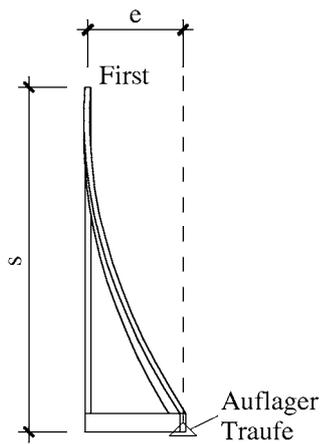
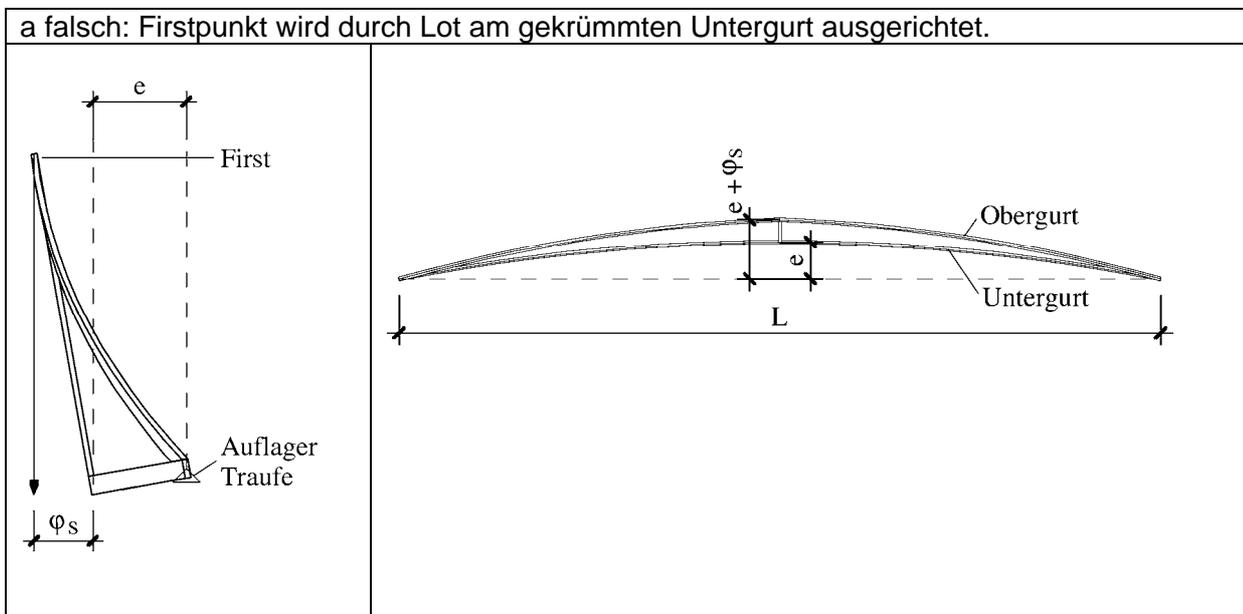


Abbildung 88: Auf Montagegeschwellen aufgesetzter vorgekrümmter Binder

Zur Erläuterung dient der in Abbildung 88 dargestellte vorgekrümmte und auf die Montagegeschwellen aufgesetzte Binder. Für diese Lage des Binders gibt es zwei mögliche Ausrichtungen des Firstpunktes, die in Abbildung 89a und b dargestellt sind. Sie machen zwei unterschiedliche Imperfektionsannahmen erforderlich.



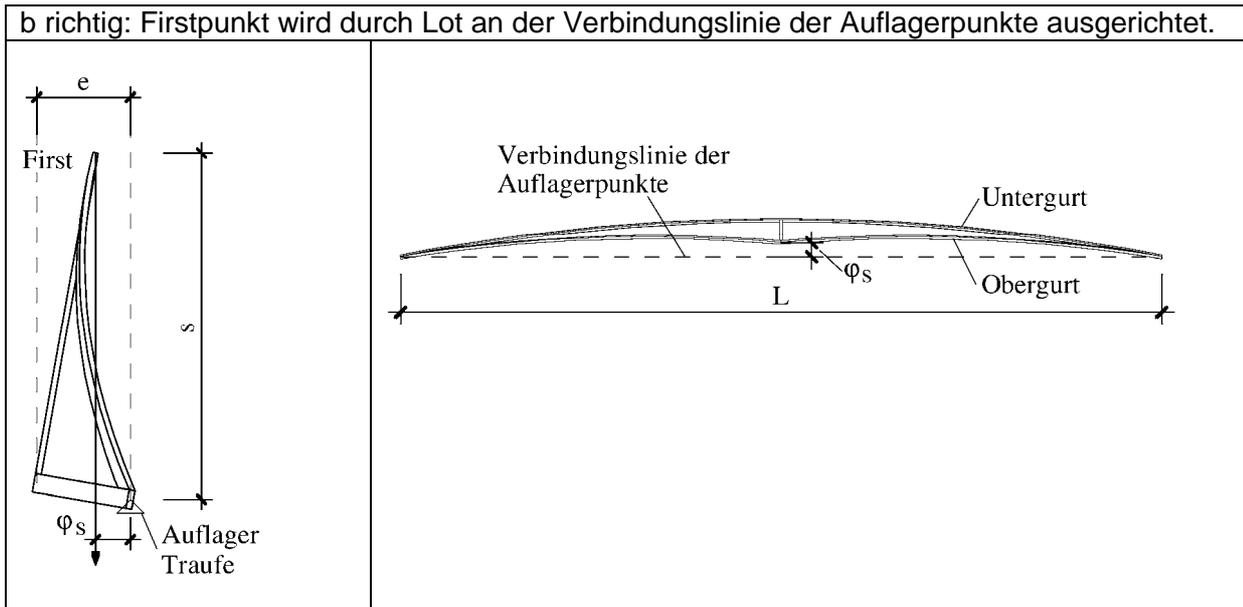


Abbildung 89: Ausrichtung des Firstpunktes eines vorgekrümmten Binders

In Abbildung 89a wird der Firstpunkt mit Hilfe der Lotschnur am imperfekten Untergurt ausgerichtet. Das ist grundsätzlich falsch, da das Einmessen der Lage eines Bauteils immer in Bezug auf die perfekte Geometrie erfolgen *muss*. Da die Vorkrümmung e und die Schrägstellung φ_s unabhängige Imperfektionen sind, müsste in diesem Fall wegen der Fehlerfortpflanzung und aus Gründen der Sicherheit im First die Imperfektion $e + \varphi_s$ berücksichtigt werden, was aus Gründen der Wirtschaftlichkeit nicht besonders sinnvoll ist.

In Abbildung 89b ist die einzig sinnvolle Art der Ausrichtung des Firstpunktes an der Verbindungslinie der Auflagerpunkte dargestellt. Die Imperfektion hat dann die Größe φ_s . Diese Art der Ausrichtung ist auch bei den Dreieckbindern mit Auskrägung und dem unteren tragenden Teil des zweiteiligen Dreieckbinders anzuwenden. Bei den Dreieckbindern mit Auskrägung sind in Abbildung 90 der Firstpunkt und die beiden Knickpunkte k und beim Trapezbinder, der keinen Firstpunkt hat, nur die beiden Knickpunkte k ins Lot zu bringen.

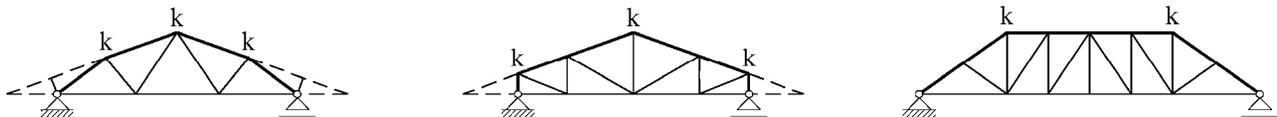


Abbildung 90: Lotrechte Ausrichtung in den Knickpunkten k

Jeder Knoten k ist eine Art Knickpunkt in dem Sinne, dass in ihm die beiden maßgebenden Druckstäbe aus zwei unterschiedlichen Richtungen zusammentreffen. Jeder der beiden Druckstäbe besitzt unabhängige Vorkrümmungen und damit seinen eigenen Verband. Beide Verbände müssen in diesem Knoten horizontal gelagert werden. Die Imperfektion der Lagerung bewirkt an dieser Stelle die Schrägstellung des Binders.

Bei Pult- und Flachdachbindern sind die Windböcke über den Auflagerpunkten ins Lot zu stellen. Dabei ist zu beachten, dass das Lot von Unterkante Untergurt bis Oberkante Obergurt zu messen ist. Auf Grund von Querschnittsverdrehungen kann das Lot nicht am Füllstab gemessen werden.

14.3 Montage des Verbandsgebundes und der Binder auf den Ringbalken

Die vormontierten Verbandsgebünde werden auf die Ringbalken aufgesetzt. Dabei muss beachtet werden, dass die Ringbalken in diesem Bereich waagrecht sind. Sollte dieses auf Grund von Unebenheiten, wie z.B. nicht ordnungsgemäß abgezogenem Beton oder nach oben überstehende Schienen, nicht der Fall sein, muss die Waage vor dem Aufsetzen des Verbandsgebundes durch Ausgleichen sichergestellt werden. **Kleinste Abweichungen von der Waage bedeuten große Schrägstellungen**, da z.B. die Firsthöhe eines Dreieckbinders ein Vielfaches des Binderabstandes beträgt. Das Lot der fertig montierten Verbandsgebünde sollte vor dem Montieren weiterer Binder noch einmal überprüft werden. Dabei ist wieder zu beachten, dass die Bezugslinie hierfür die Verbindungslinie der Auflagerpunkte des Dreieckbinders ist und nicht der möglicherweise imperfekte Untergurt.

Nach dem Ausrichten der Verbandsgebünde werden die weiteren Binder dazwischen gesetzt und ausgerichtet.

Erfolgt die **Ausrichtung der Binder über zwischengeschnittene Bohlen**, ist zu beachten, dass diese auch an den Auflagerpunkten am Ringbalken zwischen die Binder gehalten werden, um ein Aufaddieren der Schrägstellung infolge von Maßabweichungen in der Holzbreite zu verhindern. Eine Einteilung auf dem Ringbalken vorab gemäß dem Verlegeplan kann zu deutlichen Lotabweichungen führen. Um bei zwischengeschnittenen Bohlen die möglichen Lotabweichungen möglichst gering zu halten, sollten von einem Verbandsgebünde aus nach links und rechts nur 5 Binder ausgerichtet werden. Ein Aufaddieren der Fehler über 10 Binder wird damit ausgeschlossen.

Eine weitere Möglichkeit ist die **Ausrichtung über durchlaufende Bohlen**. Während der Montage der einzelnen Binder werden diese nur provisorisch durch Latten unter dem Obergurt befestigt und grob ausgerichtet. Nach der Montage von 10 Bindern zwischen zwei Verbandsgebünden wird oberhalb der Obergurte eine Bohle (Firstbohle) aufgebracht und an den Verbandsgebünden angeschlossen. Dann erfolgt das endgültige Ausrichten der Binder. Hierzu wird an beiden Auflagerpunkten der Abstand des jeweiligen Binders zum benachbarten Verbandsgebünde gemessen. Der Mittelwert der beiden Maße wird zum First hin übertragen und hiernach der Binder befestigt. Ein Aufaddieren der Schrägstellung wird damit vollständig ausgeschlossen, da jeder Binder einzeln eingemessen wird.

Nachdem bei einem Dreieckbinder die beiden Auflagerpunkte und der Firstpunkt bzw. bei einem Pultdachbinder die beiden Auflagerpunkte, der First- und Traufpunkt ausgerichtet sind, erfolgt die Ausrichtung der Obergurte zwischen diesen Knickpunkten. Hierzu wird die Krümmung der Obergurte von der Traufe her durch Fluchten überprüft. Sollten die Krümmungen die Grenzwerte überschreiten, sind diese ebenfalls auszurichten. Hierzu ist unterhalb des Obergurtes eine Bohle vom Verbandsgebünde bis zum auszurichtenden Binder zu führen. Ein Obergurt darf nicht durch eine Verbindung mit dem benachbarten Obergurt ausgerichtet werden, da dann die Gefahr besteht, dass dieser ebenfalls zur Seite gezogen wird und damit auch hier die Grenzwerte überschritten werden.

14.4 Montageregel für Windrispen

Nach dem Aufsetzen der Verbandsgebünde und der Montage der anschließenden Binder erfolgt bei einigen Binderarten die Montage von Windrispen. Hier ist zu beachten, dass sich durch das Spannen der Windrispen die Lage der zuvor ausgerichteten Verbandsbinder ändern kann. Daher sollten die Windrispen möglichst ohne übermäßiges Vorspannen montiert werden. Mögliche Knicke in den Windrispen, die zu einem zusätzlichen Durchhang zwischen den Obergurten führen, sollten vermieden oder vor dem Montieren begradigt werden.

14.5 Formblätter zur Protokollführung

Die Fachkommission Bautechnik der Bauministerkonferenz (ARGEBAU) forderte im Februar 2011 in ihren „Hinweisen zur Planung und Ausführung von Nagelplattenkonstruktionen sowie Anmerkungen zur Prüfung der Standsicherheitsnachweise und Überwachung der Bauausführung“ die Entwicklung von Formblättern für die zur Durchsicht geforderten Protokolle über die aufgemessenen tatsächlich vorhandenen Krümmungen der Fachwerkgerüste und Schrägstellungen der Fachwerkbinder. Die Formblätter sollen zu einer Vereinheitlichung der Anforderungen an die Protokollführung beitragen, die sich auf aussagekräftige Inhalte beschränken und die damit dem Montageunternehmen das Protokollieren vereinfachen.

Solche Formblätter wurden in der Zwischenzeit von **Gütegemeinschaft Nagelplattenprodukte** und **Interessenverband Nagelplatten e.V. GIN** als Mitglied im RAL entwickelt. Sie sind Teil der Umsetzung der neuen Fassung der RAL-Gütesicherung Nagelplattenprodukte Ausgabe April 2014. Diese RAL-Gütesicherung regelt erstmalig auch in einem neu erarbeiteten Teil II die Güte der Montage der Nagelplattenkonstruktionen.

Die Inhalte dieser Formblätter sollten an die in diesem Vorhaben erzielten Ergebnisse angepasst werden.

Hinweis:

In den Erläuterungen zum Erfassungsbogen für Imperfektionen wird die Möglichkeit der asymmetrischen Lage des Firstpunktes von Dreieckbindern im mittleren Drittel der Binderlänge erwähnt. Für das räumliche Tragverhalten asymmetrischer Dreieckbinder dieser Art und die Auswirkungen von Imperfektionen fehlen zur Zeit noch die Berechnungsgrundlagen.

15 Literatur

- Maaß, G.; Materna, H.; Karner, G.; Rackwitz, R. (1976): Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke. Teil I: Geometrische Imperfektionen bei Stahlbetonstützen. Heft 11 des Laboratoriums für den konstruktiven Ingenieurbau (LKI) der TU München
- Stoffregen U.; König G. (1979): Schiefstellung von Stützen in vorgefertigten Skelettbauten. Beton- und Stahlbeton 74 1 – 5
- Pienaar, F.R.P. (1984): The effective length and bracing requirements for out of plane buckling of timber rafters in compression. National Timber Research Institute, Timber Engineering Division, CSIR Special Report, Pretoria, South Africa
- Lindner, J.; Gietzelt, R. (1984): Imperfektionsannahmen für Stützenschiefstellungen. Stahlbau 53 97 – 101
- Natterer, J.; Kessel, M.H. (1985): Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur seitlichen Stabilität von Biegeträgern – Forschungsbericht KFWF Nr. 1075, ETH Lausanne
- Ehlbeck, J.; Blaß, H.J. (1987): Imperfektionsannahmen für Holzdruckstäbe. Holz als Roh- und Werkstoff 45 231-235
- Kessel, M.H. (1996): Zum räumlichen Tragverhalten von Nagelplattenbindern. Bauingenieur 71 211 - 218
- Lindner, J.; Scheer, J.; Schmidt, H. (1993): Beuth-Kommentare - Stahlbauten, Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1 bis Teil 4, Beuth Verlag GmbH, Ernst & Sohn
- Kessel, M.H.; Mertinaschk, A. (2001): Imperfektionsmessungen an Nagelplattenbindern - Abschlussbericht zum Vorhaben, gefördert durch die Deutsche Gesellschaft für Holzforschung e.V. mit Mitteln der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen (AiF 11631 N)
- Mertinaschk, A. (2002): Lineare Abschätzung des geometrisch nichtlinearen Tragverhaltens imperfektionsempfindlicher Stabwerke – Dissertation TU Braunschweig
- Kessel, M.H.; Kühl, A. (2008): Zur Tragfähigkeit von Holzkonstruktionen in Nagelplattenbauart: Aussteifung von Druckstäben durch Latten – Ingenieurbüro kgs Hildesheim, Gutachten 001/08 im Auftrag der GIN
- Kessel, M.H.; Seifart, C.; Kühl, A. (2009): Bericht über Imperfektionsmessungen an vier Binderdächern in Nagelplattenbauart – Ingenieurbüro kgs Hildesheim, im Auftrag der GIN
- Kessel, M.H.; Kühl, A. (2011): Aussteifung von Nagelplattenkonstruktionen. Band 24 der Reihe Wissenschaft, Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart
- Kessel, M.H. (2012): Imperfektionen von satteldachförmigen Fachwerkträgern aus Holz. Bauingenieur Band 87 277-287
- Kessel, M.H.; Kühl, A. (2012): Aussteifung von Druckgurten über Dachlatten auf einen Verband. Bauingenieur Band 87 383-395
- Kessel, M.H.; Kühl, A. (2013): Nachweis der Unempfindlichkeit von symmetrischen Sattel- und Pultdächern in Nagelplattenbauart mit Windrispen gegenüber lokalem Versagen - Robustheit. Band 38 der Reihe Wissenschaft, Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart 188 Seiten

Anlage 1: Für dieses Forschungsvorhaben relevante Regeln der DIN EN 1990:2010-12

1.5.5 Begriffe im Zusammenhang mit geometrischen Größen

1.5.5.1

Charakteristischer Wert einer geometrischen Eigenschaft a_k

Der Wert entspricht üblicherweise den bei der Planung festgelegten Nennmaßen. Wo notwendig, entsprechen die geometrischen Größen festgelegten Fraktile einer statistischen Verteilung.

1.5.5.2

Bemessungswert einer geometrischen Größe a_d

Im Allgemeinen der Nennwert. Wo notwendig, entsprechen die geometrischen Werte festgelegten Fraktile der statistischen Verteilung.

ANMERKUNG Im Allgemeinen entspricht der Bemessungswert einer geometrischen Eigenschaft dem charakteristischen Wert. Abweichungen treten auf, wenn der Grenzzustand sehr empfindlich auf die Größe der geometrischen Eigenschaft reagiert, z. B. beim Einfluss von geometrischen Imperfektionen auf das Knicken. In diesen Fällen wird der Bemessungswert direkt in den Bemessungsnormen EN 1992 bis EN 1999 angegeben. Im Bedarfsfall kann der Bemessungswert auch aus statistischen Auswertungen mit einer Fraktile bestimmt werden, die über die Fraktile des charakteristischen Wertes hinausgeht.

4.3 Geometrische Angaben

(1)P Geometrische Abmessungen sind mit ihren charakteristischen Werten zu verwenden, bei entsprechender Empfindlichkeit oder (z. B.: bei Imperfektionen) direkt als Bemessungswerte.

(2) Die bei der Tragwerksplanung vorgesehenen Maße (in Zeichnungen) dürfen als charakteristische Werte verwendet werden.

(3) Wenn die statistische Verteilung ausreichend bekannt ist, dürfen geometrische Angaben verwendet werden, die einer vorgeschriebenen Fraktile der statistischen Verteilung entsprechen.

(4) Imperfektionen für Bauteile und Tragwerke sollten EN 1992 bis EN 1999 entnommen werden.

(5)P Auf die Maßtoleranzen an Schnittstellen zwischen Bauteilen aus verschiedenen Baustoffen ist zu achten.

6.3.4 Bemessungswerte geometrischer Größen

(1) Die Bemessungswerte von geometrischen Größen, wie Abmessungen von Bauteilen, die für die Bestimmung der Schnittgrößen oder Tragwiderstände benutzt werden, dürfen durch Nennwerte wiedergegeben werden:

$$a_d = a_{nom} \quad (6.4)$$

(2)P Wenn Abweichungen bei den geometrischen Größen (z. B. durch Ungenauigkeit der Krafteinleitungsstelle oder der Auflagerpunkte) wesentlich für die Zuverlässigkeit des Tragwerks sind (z. B. bei Theorie 2. Ordnung), sind die geometrischen Bemessungswerte wie folgt festzulegen:

$$a_d = a_{nom} \pm \Delta_a \quad (6.5)$$

Dabei berücksichtigt Δ_a :

- die Möglichkeit ungünstiger Abweichungen von charakteristischen Werten oder Nennwerten;
- kumulative Wirkungen anderer Abweichungen.

ANMERKUNG 1 a_d kann auch geometrische Imperfektionen darstellen, wobei gilt $a_{nom} = 0$ (d. h. $\Delta_a \neq 0$).

ANMERKUNG 2 EN 1991 bis EN 1999 liefern weitergehende Angaben.

(3) Die Wirkung anderer geometrischer Abweichungen wird durch

- den Teilsicherheitsbeiwert γ_F auf der Einwirkungsseite oder
- den Teilsicherheitsbeiwert γ_M auf der Tragsicherheitsseite

abgedeckt.

ANMERKUNG Toleranzen sind in den Ausführungsnormen, auf die EN 1990 bis EN 1999 Bezug nehmen, festgelegt.

Anlage 2: Für dieses Forschungsvorhaben relevante Regeln der DIN EN 1995-1-1:2010-12

5 Grundlagen der Berechnung

5.1 Allgemeines

(1)P Die Berechnungen sind unter Verwendung geeigneter Bemessungsmodelle (falls erforderlich, auch durch Versuche ergänzt) unter Berücksichtigung aller maßgebenden Parameter durchzuführen. Die Rechenmodelle müssen ausreichend genau sein, um das Tragverhalten im Einklang mit der erreichbaren Ausführungsgenauigkeit und der Zuverlässigkeit der Eingangsdaten, auf denen die Bemessung beruht, vorhersagen zu können.

5.2 Bauteile

(1)P In der Berechnung muss Folgendes berücksichtigt werden:

- geometrische Imperfektionen,
- strukturelle Imperfektionen.

ANMERKUNG Geometrische und strukturelle Imperfektionen werden durch die in dieser Norm angegebenen Bemessungsmethoden erfasst.

5.4 Zusammengesetzte Tragwerke

5.4.1 Allgemeines

(1)P Konstruktionen müssen mit Hilfe statischer Modelle berechnet werden, die mit akzeptabler Genauigkeit das Verhalten der Konstruktion und ihrer Lagerungen berücksichtigen.

(2) Die Berechnung sollte mit Hilfe von Modellen für Rahmentragwerke nach 5.4.2 oder mit vereinfachten Berechnungen für Fachwerke in Nagelplattenbauart nach 5.4.3 erfolgen.

(3) Berechnungen nach Theorie 2. Ordnung für Rahmen und Bögen sind in der Regel unter Beachtung von 5.4.4 durchzuführen.

5.4.2 Rahmentragwerke

(5) Bei einer linear-elastischen Berechnung nach Theorie 1. Ordnung dürfen die Effekte spannungsloser Vorverformungen und eingepprägter Verformungen vernachlässigt werden, wenn diese beim Tragfähigkeitsnachweis der Bauteile berücksichtigt werden.

5.4.4 Ebene Rahmen und Bögen

(1)P Es gelten die Anforderungen nach 5.2. Die Einflüsse eingepprägter Verformungen auf die Schnittgrößen sind zu berücksichtigen.

(2) Die Einflüsse eingepprägter Verformungen auf die Schnittgrößen dürfen durch eine linear-elastische Berechnung nach Theorie 2. Ordnung mit den nachfolgenden Annahmen erfasst werden:

- eine spannungslose Vorverformung des Tragwerks ist in der Regel so anzunehmen, dass sie einer Anfangsverformung entspricht, die man durch Annahme einer Schiefstellung mit dem Winkel ϕ des Tragwerks oder entsprechender Teile, zusammen mit einer anfänglichen sinusförmigen Krümmung zwischen den Knotenpunkten des Tragwerks mit einer größten Ausmittigkeit e erhält.

— Der Wert für ϕ im Bogenmaß sollte mindestens angenommen werden zu:

$$\phi = 0,005 \quad \text{für } h \leq 5 \text{ m}$$

$$\phi = 0,005\sqrt{5/h} \quad \text{für } h > 5 \text{ m} \quad (5.1)$$

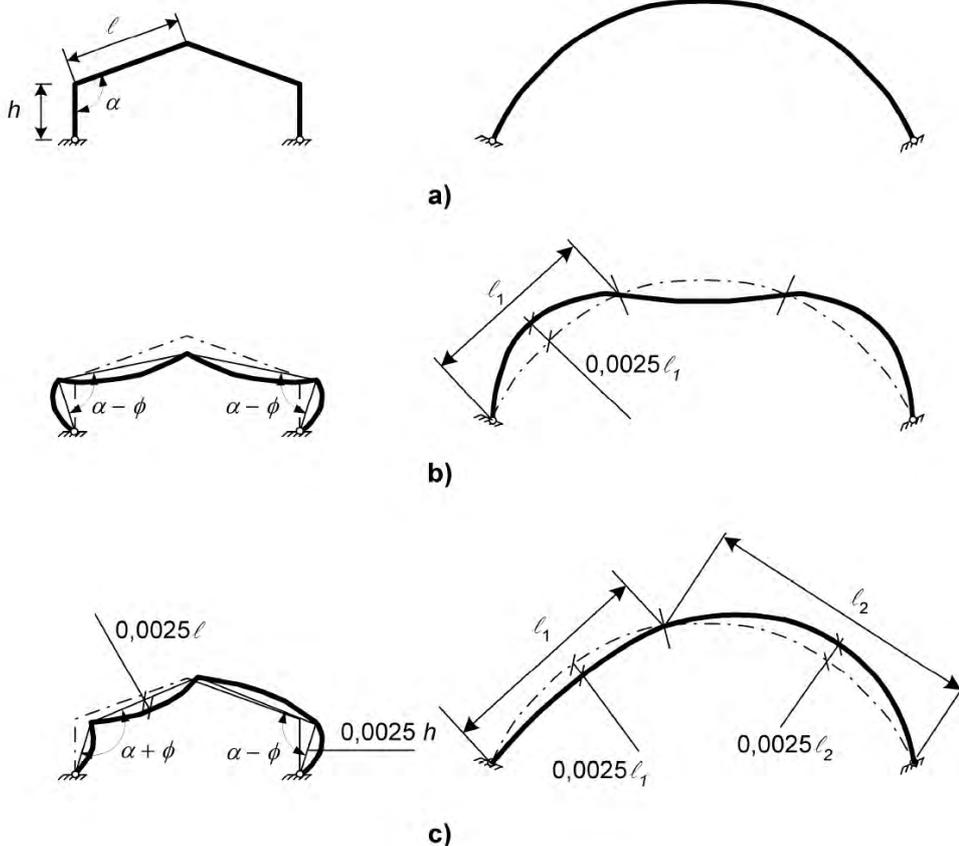
Dabei ist

h die Höhe des Tragwerks oder Länge des Bauteils, in m.

Der Wert für e sollte mindestens angenommen werden zu:

$$e = 0,0025 \ell \quad (5.2)$$

Beispiele für spannungslose Vorverformungen und die Definition von ℓ sind in Bild 5.3 dargestellt.



Legende

- a) unverformte Rahmen
- b) symmetrische Vorverformung
- c) unsymmetrische Vorverformung

Bild 5.3 — Beispiele für angenommene spannungslose Vorverformungen der Geometrie

6.3 Stabilität von Bauteilen

6.3.1 Allgemeines

(1)P Die Biegespannungen infolge spannungsloser Vorverformungen und Anfangskrümmungen, Ausmittigkeiten und eingepprägter Durchbiegungen sind zusätzlich zu solchen infolge Querlasten zu berücksichtigen.

9 Zusammengesetzte Bauteile und Tragwerke

9.2 Zusammengesetzte Tragwerke

9.2.5 Verbände

9.2.5.1 Allgemeines

(1)P Tragwerke, die sonst nicht ausreichend steif sind, sind so auszusteifen, dass ein Versagen oder übermäßige Verformungen verhindert werden.

(2)P Zusätzliche Beanspruchungen aus geometrischen und strukturellen Imperfektionen sowie aus Verformungen nach Theorie II. Ordnung (einschließlich der Anteile aus Verschiebungen in Verbindungen) sind zu berücksichtigen.

(3)P Die Aussteifungskräfte sind aufgrund der ungünstigsten Kombination der strukturellen Imperfektionen und Verformungen aus Theorie II. Ordnung zu bestimmen.

9.2.5.3 Aussteifung von Trägern und Fachwerken

(1) Für eine Reihe von n parallelen Bauteilen, die in den Knotenpunkten A, B (siehe Bild 9.10) seitliche Abstützungen benötigen, sollte ein Aussteifungsverband vorgesehen werden, der zusätzlich zu den äußeren horizontalen Lastenwirkungen (z. B. Wind) in der Lage sein sollte, die nachfolgend angegebene, innere Aussteifungskraft je Längeneinheit q_d aufzunehmen:

$$q_d = k_\ell \frac{n N_d}{k_{f,3} \ell} \quad (9.37)$$

ANMERKUNG Die Werte für die Modifikationsbeiwerte k_s , $k_{f,1}$, $k_{f,2}$ und $k_{f,3}$ hängen von Einflüssen wie der baulichen Ausführung, Spannweite usw. ab. Ein Wertebereich ist in Tabelle 9.2 angegeben, wobei die empfohlenen Werte unterstrichen sind. Informationen zu nationalen Anforderungen können im Nationalen Anhang enthalten sein.

10 Ausführung und Überwachung

10.9 Besondere Regeln für Nagelplattenbinder

10.9.1 Herstellung

ANMERKUNG Anforderungen an die Herstellung von Nagelplattenbindern enthält EN 14250.

10.9.2 Montage

(1) Die Binder sollten vor Befestigung der endgültigen Aussteifungen auf Geradheit und lotrechte Ausrichtung überprüft werden.

(2) Bei der Binderherstellung sollten die Stäbe keine Verdrehungen und Krümmungen aufweisen, die die Grenzwerte nach EN 14250 übersteigen. Wenn jedoch Stäbe, die sich zwischen der Herstellung und der Montage der Binder verformt haben, ohne Beschädigung des Holzes oder der Verbindungen wieder dauerhaft gerade gerichtet werden können, darf der Binder als gebrauchstauglich angesehen werden.

(3) Die größte Krümmungsamplitude a_{bow} , die nach der Montage eines jeden Binders auftreten kann, sollte begrenzt werden. Damit im fertigen Dachtragwerk hinreichend gesichert ist, dass die Krümmung nicht zunehmen kann, sollte der zulässige Größtwert des Krümmungsmaßes zu $a_{\text{bow,perm}}$ angenommen werden.

ANMERKUNG Der empfohlene Bereich von $a_{\text{bow,perm}}$ beträgt 10 mm bis 50 mm. Die Nationalen Anhänge können Hinweise zu den zulässigen Größtwerten enthalten.

(4) Die größte Lotabweichung a_{dev} nach der Montage eines Binders von der echten lotrechten Ausrichtung sollte begrenzt werden. Der zulässige Wert der größten Lotabweichung sollte zu $a_{\text{dev,perm}}$ angenommen werden.

ANMERKUNG Der empfohlene Bereich von $a_{\text{dev,perm}}$ beträgt 10 mm bis 50 mm. Die Nationalen Anhänge können Hinweise zu den zulässigen Größtwerten enthalten.

NDP Zu 10.9.2(3) Montage von Nagelplattenbindern: Größtwert für die spannungslose seitliche Auslenkung

Der zulässige Größtwert für die spannungslose seitliche Auslenkung beträgt $a_{\text{bow,perm,max}} = \min (\ell/400; 50 \text{ mm})$.

ℓ = Abstand zwischen den Auflagern (in mm)

Die spannungslose seitliche Auslenkung ist bei der Ermittlung der Beanspruchungen und Verformungen der stabilisierenden Bauteile zu berücksichtigen.

NDP Zu 10.9.2(4) Montage von Nagelplattenbindern: Größtwert für die Schiefstellung

Der zulässige Größtwert für die Schiefstellung beträgt $a_{\text{dev,perm,max}} = 50\text{mm}$. Die Schiefstellung ist bei der Ermittlung der Beanspruchungen und Verformungen der stabilisierenden Bauteile zu berücksichtigen.