

**Sichere Auslegung von
Horizontalverbänden zur
Stabilisierung biegedrillknick-
gefährdeter Brettschichtholzträger**

T 3334

T 3334

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2016

ISBN 978-3-8167-9704-3

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

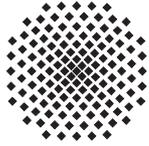
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de



Universität Stuttgart
Institut für Konstruktion und Entwurf
Schwerpunkte: Stahlbau, Holzbau und Verbundbau
Prof. Dr.-Ing. Ulrike Kuhlmann

Im Auftrag des
Deutschen Instituts für Bautechnik

ZP 52-5-13.184-1412/12

Sichere Auslegung von Horizontalverbänden zur Stabilisierung biegedrillknickgefährdeter Brettschichtholzträger

Schlussbericht

Prof. Dr.-Ing. Ulrike Kuhlmann

Dipl.-Ing. Johannes Leichtle

Vorwort

Das Forschungsvorhaben (ZP 52-5-13.13.184-1412/12) wurde mit finanzieller Förderung des DIBt durchgeführt. Für diese Unterstützung sei an dieser Stelle herzlich gedankt.

Weiterer Dank gilt Herrn Julius Postupka, M.Sc. und Herrn Dipl.-Ing. Reiner Hofmann für die Unterstützung bei der Fertigstellung des Berichts.

Stuttgart, im Oktober 2015

Prof. Dr.-Ing. Ulrike Kuhlmann

Dipl.-Ing. Johannes Leichtle

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Überblick	1
1.2	Ziel und Zweck des Forschungsvorhabens	1
2	Allgemeine Grundlagen, Problembeschreibung und Aufgaben	3
2.1	Allgemeines	3
2.2	Mechanische Grundlagen	5
2.2.1	Biegetorsionstheorie II. Ordnung	5
2.3	Darstellung der technisch-wissenschaftlichen Ausgangsbasis	6
2.3.1	Ausgangsbasis nach traditioneller Regelung	6
2.3.2	Seitenlasten nach DIN 1052-1988 [6]	6
2.3.3	Seitenlasten nach DIN 1052-2008 [7]	8
2.3.4	Seitenlasten nach DIN EN 1995-1-1 [9] + NA [10]	11
2.3.5	Torsionsmoment	12
2.3.6	Verformungskriterium	15
2.3.7	Weitere Trägerformen	16
3	Numerische Lösung des Biegetorsionsproblems	17
3.1	Das Computerprogramm <i>constantialigni</i>	17
3.1.1	Beschreibung des Programms	17
3.1.2	Erweiterung des Programms	17
3.1.3	Verifizierung der Verformungen	18
3.1.3.1	Überblick	18
3.1.3.2	Verformungsverläufe	20
3.1.4	Horizontale Vorverformung durch den Dachverband	21
3.1.4.1	Überblick	21
3.1.4.2	Art der globalen Vorverformung	22
3.1.4.3	Verifizierung der Verformungsergebnisse	23
3.1.5	Verifizierung der Schnittgrößen	25
3.1.5.1	Vergleichsrechnungen	25
3.1.5.2	Zusammenfassung	29

3.1.6	Querschnitt mit linear veränderlicher Höhe	30
3.1.6.1	Programmerweiterung	30
3.1.6.2	System- und Querschnittsanpassungen	30
3.1.6.3	Biegelinie bei veränderlicher Biegesteifigkeit	31
3.1.7	Verifizierung der Rechenergebnisse am Satteldachquerschnitt	32
3.1.7.1	Verifizierungsvorgehen	32
3.1.7.2	Vergleichsrechnung mit konstantem Querschnitt	33
3.1.7.3	Querschnitt mit veränderlicher Höhe	34
3.1.7.4	Schnittgrößen	36
4	Rechenbeispiel mit Stützungen in der Schwerachse	39
4.1	Allgemeines	39
4.2	System	39
4.3	Einwirkungen	40
4.3.1	Ständige Lasten	40
4.3.2	Veränderliche Lasten	40
4.4	Bemessung	41
4.4.1	Brettschichtholzträger	41
4.4.2	Pfette	43
4.4.3	Deckblech	44
4.4.4	Zugdiagonalen	44
4.5	Anschlussdetail des Aussteifungsverbands	44
4.6	Steifigkeit des Pfettenanschlusses nach DIN EN 1995-1-1	45
4.7	Iterative Berechnung der Verbandsverformung	47
5	Vergleichsrechnungen zur Abschätzung des Verhaltens	51
5.1	Allgemeines	51
5.2	Modellbildung	51
5.2.1	Modellbeschreibung	51
5.2.2	Kippgefährdeter Biegeträger	51
5.2.3	Horizontaler Dachverband	52
5.3	Iterative Berechnung der horizontalen Stützungssteifigkeit	53
5.3.1	Verformungsiteration für das Hallenbeispiel	53
5.4	Vergleichsrechnungen zur Verifizierung der Ergebnisse	55
5.4.1	Variation der horizontalen Lagerungssteifigkeiten	55
5.4.2	Vergleichsrechnung mit RUBSTAHL zur Ergebnisverifizierung	56
5.4.3	Vergleichsrechnung mit horizontalen Ersatzlasten nach Petersen zur Verifizierung	58

6	Rechnungen mit Stützungen am Obergurt des Binders	61
6.1	Allgemeines	61
6.2	Rechnung mit globaler Vorkrümmung des Trägers	62
6.3	Rechnung mit lokaler Vorkrümmung des Trägers	64
6.4	Zusammenfassung	65
7	Parameterstudie	67
7.1	Allgemeines	67
7.2	Parallelgurtige Binder	68
7.2.1	Überblick	68
7.2.2	Variation der Trägerlänge	70
7.2.3	Variation der Trägerhöhe	71
7.2.4	Variation der Trägerbreite	72
7.2.5	Variation der Festigkeitsklasse	72
7.2.6	Variation der Trägervorkrümmung	73
7.2.7	Variation des Trägerabstands	74
7.2.8	Variation der Binderanzahl pro Verband	75
7.2.9	Variation des Pfettenquerschnitts	75
7.2.10	Variation der Verbandsdiagonalen	76
7.3	Satteldachträger mit geradem Untergurt	77
7.3.1	Überblick	77
7.3.2	Variation der Trägerlänge	80
7.3.3	Variation der Firsthöhe	80
7.3.4	Variation der Trägerbreite	81
7.3.5	Variation der Festigkeitsklasse	82
7.3.6	Variation der Trägervorkrümmung	82
7.3.7	Variation der Trägerlänge bei konstanter Dachneigung	83
7.3.8	Variation des Trägerabstands	84
7.3.9	Variation der Binderanzahl pro Verband	84
7.3.10	Variation des Pfettenquerschnitts	85
7.3.11	Variation der Verbandsdiagonalen	86
7.4	Auftretende Stabilisierungslasten	87
7.5	Horizontale Ausbiegung des Aussteifungsverbands	93
7.5.1	Parallelgurtige Binder	93
7.5.2	Satteldachbinder	98
7.6	Weitere Berechnungen mit maßgebenden Parametern	101
7.6.1	Verbandsdiagonalen	101
7.6.1.1	Variation der Diagonalen-Querschnitte	101
7.6.1.2	Druckverband	102

7.6.2	Dachverbandsabmessungen	103
7.7	Verändertes Anschlussdetail	105
7.8	Zusammenfassung der Rechenergebnisse	106
8	Auswertung der Ergebnisse	107
8.1	Ergebniszusammenfassung	107
8.2	Aussteifungskraft q_d nach DIN EN 1995-1-1	107
8.2.1	Horizontale Stabilisierungseinzellasten	107
8.2.2	Verbandsverformungen	112
8.3	Bemessungsvorschlag	114
8.3.1	Resultat der Parameterstudie	114
8.3.2	Einführung eines Verhältnisbeiwerts	115
8.3.3	Vergleichsrechnung mit Verhältnisbeiwert K_V	118
8.3.4	Ergebniszusammenfassung	120
8.4	Biegeträger mit mehreren Stützungen	120
8.4.1	Vorgehensbeschreibung	120
8.4.2	Auftretende Stabilisierungslasten	121
8.4.3	Berechnete Stützungssteifigkeiten	122
8.4.4	Vergleich der berechneten Horizontallasten mit DIN EN 1995 [9]	124
8.4.5	Zusammenfassung	127
8.5	Vergleich DIN EN 1995-1-1, K_v -Methode und Petersen	128
8.6	Empfehlungen für die sichere Auslegung von Horizontalverbänden	131
9	Zusammenfassung und Ausblick	133
9.1	Zusammenfassung	133
9.2	Ausblick	134
10	Literaturverzeichnis	135
A	Anhang	139
A.1	Übersicht Randbedingungen Parameterstudie	139
A.2	Vergleichsrechnung EC5, K_V -Methode und Petersen	152
A.2.1	Berechnung der Stabilisierungskräfte nach DIN EN 1995-1-1	152
A.2.2	Berechnung der mit K_V -modifizierten Stabilisierungskräfte	152
A.2.3	Berechnung der Stabilisierungskräfte nach Petersen	153

1 Einleitung

1.1 Überblick

Brettschichtholzbinder werden heute zunehmend als weitgespannte Haupttragelemente in Hallen, Veranstaltungs- und Geschäftsräumen eingesetzt, da sie ökonomisch und ökologisch Vorteile bieten und wegen des Gewichts einfach zu montieren sind. Dabei ist ein Trend zu großen Spannweiten und zu Mischbauweisen zu verzeichnen, der die traditionelle Holzbaupraxis und ihren Erfahrungsbereich regelmäßig gestützter Systeme bestehend aus Binder und Horizontalverband zum Teil verlässt. Der gabelgelagerte Einfeldträger mit Kippstabilisierung des Obergurts durch einen Horizontalverband ist die am weitesten verbreitete Bauweise.

Üblicherweise wird das räumliche System des biegedrillknickgefährdeten Trägers in zwei ebene Teilsysteme zerlegt. Der Binder wird mit Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung bemessen und das Biegedrillknicken über das Ersatzstabverfahren erfasst, da man davon ausgeht, dass der Horizontalverband „ausreichend“ steif ist, um ein räumliches Biegedrillknickversagen der Träger zu verhindern. Diese ausreichende Steifigkeit soll durch Einhaltung eines Verformungskriteriums sichergestellt werden.

Bei der Übertragung dieser traditionellen Vorgehensweise auf die neuen Regelungen mit Teilsicherheitsbeiwerten wurde der Grenzwert für die Verformung proportional angepasst und das Vorgehen zur Ermittlung der auf den Verband anzusetzende Seitenlast beibehalten. Es stellt sich die Frage, ob dieser Ansatz unter den verschärften Bedingungen heutiger schlanker Tragwerke noch genügt.

Bei ausreichender Steifigkeit des Horizontalverbands und entsprechend enger Stützung des Binders kann auch nach den neuen Regeln zur Anwendung des Eurocode 5 mit Nationalem Anhang [9], [10] davon ausgegangen werden, dass das Torsionsmoment im Binder selbst keine wesentlichen zu berücksichtigenden Spannungen hervorruft.

Zuletzt wurden die Grundlagen für den Ansatz der Seitenlast und der Verformung an parallelgurtigen Trägern hergeleitet, die Übertragung auf Satteldachträger oder ähnliche Trägerformen ist zu überprüfen.

1.2 Ziel und Zweck des Forschungsvorhabens

Mit Hilfe numerischer Berechnungsmodelle nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung soll überprüft werden, ob der Ansatz der Seitenlast q_d und die Begrenzung der horizontalen Ausbiegung von Aussteifungskonstruktionen der aktuellen Norm [9], [10] eine hinreichende Sicherheit gegen auftretendes Biegedrillknickversagen gewährleisten. Dabei soll zunächst die alte Normensituation [6] mit ihrem globalen Sicherheitskonzept mit der neuen und deren semiprobabilistischem Sicherheitskonzept verglichen und die Unterschiede und Konsequenzen, die sich für die Aussteifung biegedrillknickgefährdeter Biegeträger ergeben, herausgearbeitet

werden. Systematische Studien zur erforderlichen Größe der Seitenlast und der Steifigkeit des Horizontalverbandes sollen die maßgebenden Einflussparameter und Abhängigkeiten definieren.

Die Herleitung der Seitenlast q_d erfolgte ursprünglich am parallelgurtigen Träger, die praktische Anwendung erstreckt sich jedoch auch auf Binderformen, wie beispielsweise den Satteldachträger, für die der Ansatz der aktuellen Normen ebenfalls überprüft werden soll. Die Ergebnisse der Untersuchungen sollen anschließend zusammengefasst, bewertet und ein Bemessungsvorschlag für die Horizontalverbände zur Vermeidung eines Stabilitätsversagens des Binders entwickelt werden.

2 Allgemeine Grundlagen, Problembeschreibung und Aufgaben

2.1 Allgemeines

Im Sinne einer standsicheren, aber dennoch wirtschaftlichen Dimensionierung sowohl der Binder als auch der Horizontalverbände sollen im Rahmen dieses Forschungsvorhabens die Wechselwirkungen zwischen Horizontalverband und Binder untersucht werden. Das räumliche Tragverhalten eines kippgefährdeten Biegeträgers nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung wird dazu in ebene Problemstellungen überführt, die unabhängig voneinander gelöst werden können. Für die Ingenieurpraxis stellt dieser Ansatz eine wesentliche Vereinfachung dar. Die komplexe Betrachtung des kippgefährdeten Trägers nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung kann entfallen. Allerdings setzt die Herleitung gewisse Vereinfachungen und Randbedingungen voraus. Insbesondere muss eine ausreichende Aussteifung erfolgen, die unter anderem durch die Begrenzung der Verformung sichergestellt werden soll. Im Sinne der Baupraxis ist die Untergliederung des räumlichen Trag- und Stabilitätsverhaltens eines Biegeträgers in ebene Probleme, die getrennt voneinander mittels linearer Nachweisformen behandelt werden können, von großem Nutzen, da dies die praktische Arbeit wesentlich erleichtert. Die Wechselwirkung zwischen Verband und Biegeträger wird daher durch den Ansatz von Stabilisierungslasten vereinfacht. Nach [20] sind diese Kräfte, die zwischen der Stabilisierungskonstruktion und dem stabilitätsgefährdeten Träger wirken und dabei den aussteifenden Horizontalverband belasten, während sie auf den Biegeträger stützend einwirken.

Die Wechselwirkung zwischen Biegeträger und aussteifendem Dachverband teilt Kessel [18] in Primär- und Sekundärtragsysteme. Das im dortigen Forschungsvorhaben hergeleitete Berechnungskonzept geht vom Gleichgewicht am imperfekten statischen Modell des Biegestabs nach Theorie I. Ordnung aus. In eine entwickelte Steifigkeitsmatrix gehen, unter der Annahme eines affinen Verlaufs von Imperfektionen und Verformungen, die Verformungen und Imperfektionen der Stäbe für eine analytische Lösung ein. Um Daten für die horizontale Aussteifungslast und das Torsionsmoment zu bekommen, wird die Lösung nach Theorie I. Ordnung schrittweise angenähert und gelöst. Die in [18] gefundene analytische Lösung für ausgesteifte imperfekte Biegestäbe weist gute Übereinstimmungen mit dem ebenfalls in [18] entwickelten FE-Modell für die seitliche Aussteifungslast überein. Im Gegensatz zur Normung wechselt der Verlauf der horizontalen Ersatzlast an zwei Stellen das Vorzeichen und nimmt dementsprechend keinen konstanten Verlauf an. Die größte berechnete Last tritt dabei in Trägermitte auf. Das Lösungsverfahren ist jedoch nur für Konstruktionen gültig, die sich auf einen extra horizontalen Aussteifungsträger abstützen. Ist der Biegeträger selbst Teil der horizontalen Aussteifungskonstruktion, kann diese analytische Lösung nicht angewendet werden.

Ein weiteres Verfahren zur Bestimmung der Beanspruchung der horizontalen Stützungen

am Biegeträger wurde von Friemann und Stroetmann (1998) [13] vorgestellt, bei dem die Lösung über die Annäherung mithilfe einer Fourierreihe durchgeführt wird. Ähnliche räumliche gekoppelte Probleme treten bei Nagelplattenbindern auf, die jedoch üblicherweise in geringerem Binderabstand angeordnet werden und über Dachlatten mit geringem Abstand gestützt werden. Diese Dachlatten stellen jedoch genauso eine diskrete Einzelstützung des stabilitätsgefährdeten Fachwerkträgers mit einer elastischen Bettung dar, die sich durch die Dehnsteifigkeit der Dachlatte und die Steifigkeit der gewählten Verbindung (oftmals Nagelverbindung) einstellt. Rechenergebnisse von Kessel und Kühl [19] zeigten die Abhängigkeit der Verbandsbelastung von der Vorkrümmungslänge bei gleicher Trägerlänge. Nimmt die Länge der Vorkrümmung ab, d.h. es werden über die Trägerlänge verteilt mehrere Sinushalbwellen angesetzt, so steigt die Momentenbelastung auf den Verband in seiner Ebene. Untersuchungen zu den Imperfektionen von satteldachförmigen Nagelplattenbindern [17] empfehlen neben einer Abminderung der Seitenlasten durch den Längenfaktor k_l noch eine Reduktion der Imperfektionen durch einen Beiwert

$$k_{sim} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + 1 \right) \quad (2.1)$$

vorzunehmen, wie er auch in DIN 18800-1 [8] angegeben ist, wobei n im diesen Fall die Anzahl der Binder darstellt. Die in [19] und [17] durchgeführten Berechnungen und Folgerungen beziehen sich nur auf Nagelplattenbinder und lassen sich somit nicht unverändert auf Hallensysteme mit BSH-Biegeträger und Dachverbände mit Vollholz-Pfetten übertragen.

Die zu führenden Nachweise können in der Regel mit vertretbarem Aufwand mit Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung erfolgen. Dazu wird das räumliche System des biegedrillknickgefährdeten Trägers in zwei ebene Teilsysteme zerlegt, sodass sich die räumlichen Effekte aus Biegetorsionstheorie II. Ordnung mit Hilfe von Näherungslösungen erfassen lassen. Diese räumlichen Effekte haben ihren Ursprung in unvermeidbaren Imperfektionen und in der elastischen Verformung der Aussteifungskonstruktion. Für die vereinfachte Berechnung wird das nichtlineare Tragverhalten biegedrillknickgefährdeter Biegeträger normativ begrenzt, beispielsweise durch den Nachweis der Verformung und somit können der biegedrillknickgefährdete Biegeträger und die Aussteifungskonstruktion unabhängig voneinander mittels linearer Berechnungen nachgewiesen werden. Das Stabilitätsversagen des Biegedrillknickens tritt plötzlich und ohne Vorankündigung auf, weshalb das vereinfachte Nachweisverfahren eine ausreichende Sicherheit in der Auslegung von Horizontalverbänden für die Baupraxis bieten muss. Die horizontalen Aussteifungsverbände sollen verhindern, dass am Biegeträger große Verformungen senkrecht zur Haupttragrichtung entstehen. Die Höhe des Dachverbands sollte dabei nach Gerold [14], unabhängig von der Verbandsstützweite L , möglichst groß sein und die verwendeten Diagonalen und Anschlüsse im Dachverbandssystem sollten möglichst gleich sein, damit höhere Verbandssteifigkeiten erreicht werden können.

Um das Verhalten eines biegedrillknickgefährdeten Trägers mit Aussteifungskonstruktion einer rechnerischen Lösung zugänglich zu machen, wurden von Brüninghoff in [1] Ansätze zur Lösung des Biegetorsionsproblems formuliert, die gestützt auf Versuche zu verlässlichen Ergebnissen führten. In [1] wurde ein Träger mit über die Trägerlänge konstantem Rechteckquerschnitt, lotrechter Belastung und über die Trägerlänge kontinuierlicher seitlicher Stützung untersucht. Die zusammengestellten Formeln sind für die Praxis aufgrund ihrer Komplexität nur schwer handhabbar. Auf Grundlage der erzielten Ergebnisse wurden in [2] einfache Beziehungen zur Ermittlung von Seitenlasten bei Biegeträgern abgeleitet.

Waren in der Vergangenheit beim globalen Sicherheitskonzept die Sicherheiten auf der Widerstandsseite konzentriert, so werden sie nun beim semiprobabilistischen Sicherheitskonzept auf Einwirkungs- und Widerstandsseite verteilt. Durch die Begrenzung der horizontalen Ausbiegung werden die Spannungen aus Biegetorsionstheorie II. Ordnung begrenzt und dadurch die Stabilität des Biegeträgers sichergestellt. Es soll untersucht werden, ob die Steifigkeit der Aussteifungskonstruktion noch ausreichend ist, obwohl deren zulässige Durchbiegung bei gleichzeitiger Berücksichtigung der Teilsicherheiten verdoppelt wurde.

2.2 Mechanische Grundlagen

2.2.1 Biegetorsionstheorie II. Ordnung

Die auftretenden Phänomene beim kippgefährdeten Biegeträger sind nichtlinearer Natur, so dass eine geringe Laststeigerung zu überproportionalem Anstieg der Schnittgrößen um die schwache Achse führen kann. Dieses Anwachsen ist auf die nichtlineare Zunahme der Verformungen zurückzuführen. Durch diese vorhandene Nichtlinearität ist keine einfache händische Lösung des Problems, sowie eine genaue Vorhersage über das Tragverhalten des Biegeträgers möglich. Die Grundlage für die Berechnung des kippgefährdeten Biegeträgers bildet die Biegetorsionstheorie II. Ordnung. Diese beruht auf den gekoppelten Differentialgleichungen des Biegetorsionsproblems, die über die Gleichgewichtsbedingungen der Statik und dem Gleichgewicht am verformten Träger (s. Abb. 2.1) unter anderem in [30] hergeleitet wurden.

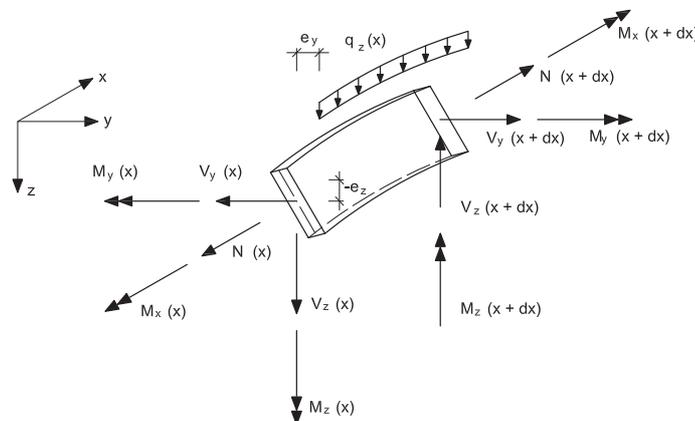


Abbildung 2.1: Verformtes Trägerelement mit Schnittgrößen zur Herleitung der DGL aus [25]

In den folgenden Gleichungen (2.2) bis (2.4) ist das reduzierte DGL-System für das Kippproblem bei planmäßiger Biegung um die y-Achse infolge einer vertikal einwirkenden Gleichstreckenlast q_z dargestellt:

$$q_z = EJ_y \cdot w_{el}'''' \quad (2.2)$$

$$0 = EJ_z \cdot v_{el}'''' + (M_y \cdot \vartheta_{ges})'' \quad (2.3)$$

$$-q_z \cdot e_{y,qz} = GJ_T \cdot \vartheta_{el}'' - EJ_w \cdot \vartheta_{el}'''' - M_{yq} \cdot v_{ges}'' - q_z \cdot \vartheta_{ges} \cdot e_{z,qz} \quad (2.4)$$

Durch die Kopplung der Differentialgleichungen (2.3) und (2.4) können diese nicht getrennt voneinander betrachtet und gelöst werden. Bei der Herleitung der Grundgleichungen der Biegetorsionstheorie II. Ordnung wurden folgende Annahmen getroffen:

- es liegt ein einfach symmetrischer Querschnitt zu Grunde
- ideal-elastisches Verhalten wird vorausgesetzt
- die Querschnittsform bleibt beim Ausweichen erhalten
- es treten nur kleine Verformungen auf
- der Verzerrungseinfluss der Quer- und Normalkräfte wird vernachlässigt

Das Gleichungssystem kann nur in den wenigsten Fällen analytisch gelöst werden. Die umfangreichsten Untersuchungen zum Thema Kippen, als Sonderfall des Biegedrillknickens, wurden im Holzbau von [1], [3] durchgeführt. Um das Biegetorsionsproblem beim Nachweis der Träger zu berücksichtigen, können Ersatzstabnachweise mit Hand geführt werden oder die Schnittgrößen für einen Spannungsnachweis nach Theorie II. Ordnung mithilfe eines Computerprogramms berechnet werden.

2.3 Darstellung der technisch-wissenschaftlichen Ausgangsbasis

2.3.1 Ausgangsbasis nach traditioneller Regelung

Die Steifigkeit horizontaler Verbände ist entscheidend für eine ausreichende Seitensteifigkeit der schlanken Biegeträger. Deshalb werden im Holzbau die maximalen Auslenkungen bei aussteifenden Verbänden begrenzt. Je größer die seitliche Auslenkung des Binders als Haupttragelement, desto größer sind die zu erwartenden nichtlinearen Effekte aus Theorie II. Ordnung auf den Binder und die daraus resultierenden Zusatzspannungen aus auftretendem Biegemoment um die z-Achse und das Torsionsmoment um die x-Achse. Der Stabilitätsnachweis des Biegedrillknickens und der Schubspannungsnachweis infolge Querkraft und Torsion am Auflager werden dadurch unter Umständen maßgebend für die Bemessung. Für das Biegedrillknicken als Effekt nach Theorie II. Ordnung ist die effektive Kipplänge und demzufolge die Steifigkeit der Horizontalverbände von entscheidender Bedeutung.

2.3.2 Seitenlasten nach DIN 1052-1988 [6]

In [2] wurde die auf Biegeträger wirkende Seitenlast unter Berücksichtigung einer Vorkrümmung $v_0 = l/500$ des Biegeträgers und einer maximalen Durchbiegung des Verbandes von $l/1000$ hergeleitet. Durch Ansatz der Vorkrümmung als sinusförmige Halbwelle [3] über die Trägerlänge wurde die ungünstigste Beanspruchung der Aussteifungskonstruktion errechnet. Auf Grundlage dieser Herleitung wurde in der alten Holzbaunorm DIN 1052 aus dem Jahre 1988 [6], nach der die Holztragwerke noch mit zulässigen Spannungen berechnet wurden, die gleichmäßig verteilte Seitenlast für die Bemessung der Aussteifungskonstruktion auf einen

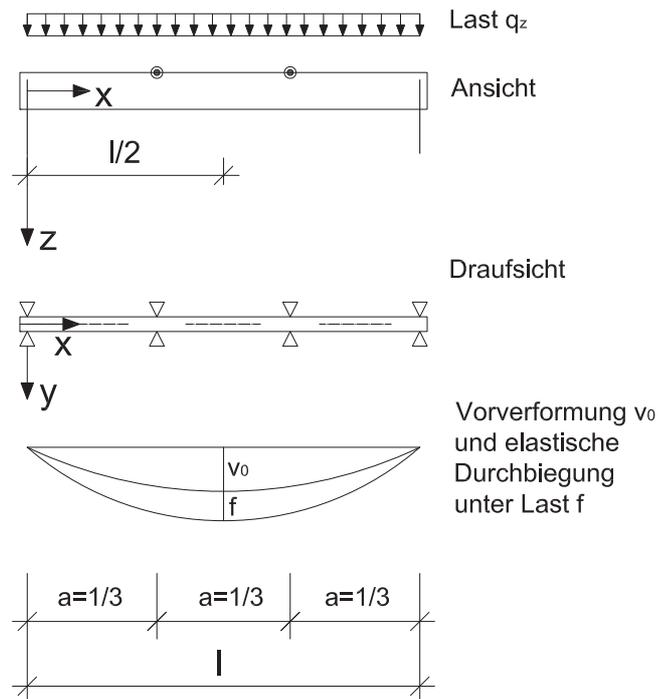


Abbildung 2.2: Seitliche Ausbiegung eines kippgefährdeten Trägers mit den Anteilen v_0 aus Vorkrümmung und f aus elastischer Verformung infolge äußerer Einwirkung

Biegeträger mit Rechteckquerschnitt wie folgt berechnet:

$$q_d = \frac{m \cdot M_{max}}{350 \cdot l \cdot b} \quad (2.5)$$

mit

- m = Anzahl der auszusteienden Träger
- M_{max} = maximales Biegemoment des Einzelträgers aus vertikaler Last
- b = Breite des Biegeträgers
- l = Stützweite der Aussteifungskonstruktion

Der zu bemessende Horizontalverband musste dabei an den Druckgurten der Träger angeschlossen sein. Dieser vereinfachte Lastansatz galt aber nur „für Biegeträger mit Rechteckquerschnitt, bei denen das Verhältnis Höhe zu Breite ≤ 10 ist“ [6] und bei einer rechnerisch maximalen horizontalen Ausbiegung des Dachverbands von $l/1000$ (mit $l =$ Stützweite) nach [4], bzw. [21]. Gegebenenfalls sollte bei der Berechnung der horizontalen Verformung des Verbands die Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel und das Kriechen der aussteifenden Hölzer berücksichtigt werden. War das Verhältnis von Verbandshöhe zu Verbandslänge $\geq 1/6$, konnte auf das Verformungskriterium des Dachverbands verzichtet werden. Konnte aus Wirtschaftlichkeitsgründen die maximale Durchbiegung von $l/1000$ des Verbands nicht eingehalten werden, musste ein genauerer Nachweis angestellt werden. Betrug das Seitenverhältnis des Biegeträgers wiederum einen größeren Wert als 10, konnte die Aussteifungslast nicht nach der obigen Gleichung angesetzt werden und ein genauer Nachweis musste geführt werden, da durch die hohe Schlankheit des Trägers bei der Montage große Vorverformungen entstehen können und die Querschnitte geringere Stabilitäten gegen ein seitliches Ausweichen vorweisen.

Folgende Annahmen lagen laut [4] bei der Herleitung der Gleichung 2.5 zugrunde:

- seitliche Stützung des Biegeträgers am Obergurt
- Biegeträger ist aus Brettschichtholz gefertigt
- vertikale Belastung durch eine Gleichlast, somit ein parabelförmiger Biegemomentenverlauf
- die seitliche Abstützung ist kontinuierlich und elastisch
- der Biegeträger besitzt an den Trägereenden eine Gabellagerung
- die Verformung der Träger im spannungslosen Zustand darf maximal $l/500$ betragen
- die Querschnittshöhe ist konstant über die Trägerlänge

Der Wert aus Gleichung 2.5 bezieht sich auf Holz der Güteklasse I mit einer zulässigen Biegerandspannung $\sigma_B = 14 \text{ N/mm}^2$. DIN 1052-1:1988-04 [6] gibt den Wert als Bemessungsgrundlage für die Dimensionierung des Horizontalverbandes an. Durch die Begrenzung der Verformung der Aussteifungskonstruktion konnte die einwirkende Seitenlast je Binder als konstanter Wert angegeben und die Nichtlinearität im Bauteilverhalten des Biegeträgers durch eine ausreichende Steifigkeit der Aussteifungskonstruktion begrenzt werden. Das Tragwerk bestehend aus Binder und Aussteifungskonstruktion konnte getrennt nach Bauteil einer ebenen Betrachtung unterzogen werden, was für die praktische Bemessung von großem Vorteil war.

Wird der Biegeträger außerhalb des Druckgurtes, z.B. in der Schwerachse, gestützt, können bereits bei geringen Belastungen des Trägers Instabilitäten auftreten. Somit kann für horizontale Stützungen außerhalb des Druckgurtes Gleichung 2.5 nicht angewendet werden und ein genauer Nachweis des Horizontalverbands ist erforderlich. Die Herleitung der Gleichung erfolgte am Einfeldträger. Wird ein Durchlaufträgersystem betrachtet und es liegt somit kein symmetrischer parabelförmiger Biegemomentenverlauf um die starke Achse vor, kann in Gleichung (2.5) näherungsweise das größte auftretende Moment im Träger angesetzt werden. Die Stützweite l des aussteifenden Verbandes stimmt für den Einfeldträger mit der Stützweite des Biegeträgers überein. Für Gebäudelängen $> 25 \text{ m}$ empfiehlt [4] eine Anordnung von mindestens zwei aussteifenden Horizontalverbänden. Für Träger mit veränderlicher Querschnittshöhe und geknickten Stabverläufen treten in den Knickpunkten Umlenkkräfte auf, die zusätzliche Seitenlasten bewirken. Die Gleichung (2.5) kann für solche Trägerformen, wie zum Beispiel holzbautypische Satteldachträger, nicht angewendet werden und ein genauer Nachweis ist erforderlich.

2.3.3 Seitenlasten nach DIN 1052-2008 [7]

Mit Einführung des Teilsicherheitskonzepts in [7] änderten sich auch die gestellten Anforderungen an die Steifigkeiten der Abstützungen in der Normung. Dabei wurde in der Normung nun auch zwischen den Mindeststeifigkeiten zur Verringerung der Knicklänge und der Mindeststeifigkeit des Horizontalverbands unterschieden. Um für die Ersatzstablänge beim Stabilitätsnachweis von punktuell seitlich gestützten Biegeträgern den Wert $l_{ef} = a$ annehmen zu können (mit $a =$ Abstand der horizontalen Stützungen), durften die seitlichen Verformungen zwischen den Abstützungspunkten für Brettschichtholzträger maximal einen Wert von $a/500$ annehmen. Für die Belastungen infolge Imperfektionen am Biegeträger durfte die

mittlere Normalkraft im Druckgurt N_d nach Gleichung 2.6 berechnet werden:

$$N_d = (1 - k_m) \cdot \frac{M_d}{h} \quad (2.6)$$

mit dem Kippbeiwert k_m für den nicht ausgesteiften Biegestab, dem Bemessungsmoment M_d und der Höhe h des Querschnitts.

Die Abstützungskraft eines Biegeträgers aus Brettschichtholz auf den stabilisierenden Dachverband durfte als Ersatzlast mit Gleichung 2.7 berechnet werden.

$$F_d = N_d \cdot \frac{1}{80} \quad (2.7)$$

Die Einzelstützungen der Biegeträger mussten dabei nach Gleichung 2.8 eine Mindeststeifigkeit $K_{u,mean}$ vorweisen. Diese Mindeststeifigkeit diente zur Verringerung der Knicklänge von Druckstäben oder Druckgurten bei Biegeträgern, bzw. stellten die Annahme sicher, dass die horizontale Stützung eine ausreichend große Steifigkeit lieferte und der Stützungspunkt als horizontal gehalten angesehen werden konnte.

$$K_{u,mean} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot E_{0,mean} \cdot I}{a^3} \quad (2.8)$$

Die Mindeststeifigkeit $K_{u,mean}$ war dabei nur von der Biegesteifigkeit des Stabes ($E_{0,mean} \cdot I$) und dem Stützungsabstand a abhängig und nicht von der Belastung des Biegeträgers. Zur Berechnung der Mindeststeifigkeit von stabilisierenden Dachverbänden an geraden Biegeträgern mit konstantem Querschnitt wurde die Stabilisierungslast q_d nach Gleichung 2.9 als Gleichstreckenlast berechnet.

$$q_d = k_l \cdot \frac{n \cdot N_d}{30 \cdot l} \quad (2.9)$$

mit

- n = Anzahl der auszusteifenden Träger
- N_d = Bemessungsdruckkraft im Träger
- k_l = Längenabminderungsbeiwert
- l = Stützweite der Aussteifungskonstruktion

Dieser Gleichung für die anzusetzende Gleichstreckenlast lag die Gleichung 2.10 für konstante Streckenlasten nach der theoretischen Ableitung aus [3] zugrunde:

$$q_d = \frac{n \cdot N_d}{k_N \cdot l} \quad (2.10)$$

- n = Anzahl der auszusteifenden Binder
- N_d = Druckkraft im auszusteifenden Stab [kN]

Der Beiwert k_N aus der Gleichung 2.10 berechnete sich dabei wie folgt:

$$k_N = \frac{l}{8 \cdot (e + \gamma_1 \cdot f)} \quad (2.11)$$

mit

- e = Vorkrümmung des Trägers
- $\gamma_1 \cdot f$ = Durchbiegung des Aussteifungsverbands
- l = Stützweite der Aussteifungskonstruktion [m]

Somit variierte die anzusetzende Stabilisierungslast q_d je nach angesetztem Verformungswert von Binder und Verband. Nach den Angaben einer Trägervorkrümmung von $l/400$ und einer maximalen Verbandsverformung von $l/500$ in der Norm, ergab sich der Beiwert k_N wie folgt [27]:

$$k_N = \frac{l}{8 \cdot \left(\frac{l}{400} + \frac{l}{500}\right)} = \frac{1}{\frac{9}{250}} = 27,78 \quad (2.12)$$

In DIN 1052:2008 [7] wurde dann ein gerundeter Wert für k_N von 30 angenommen. Der Abminderungswert k_l in (2.9) für den Einfluss der Bauteillängen ergab sich nach (2.13), wobei l die Länge des aussteifenden Verbandes darstellte. Durch den Faktor k_l soll dabei berücksichtigt werden, dass bei einer zunehmenden Bauteillänge die Toleranzanforderungen an die ausführenden Gewerke höher sind und somit beispielweise durch das Ausrichten des Binders eine Verformung von $l/400$ in der Praxis nicht auftritt.

$$k_l = \min \left\{ 1; \sqrt{\frac{15}{l}} \right\} \quad (2.13)$$

Die horizontalen Ersatzlasten wurden daher ab einer Verbandslänge von 15 m durch den Längenfaktor k_l abgemindert. Die in [7] angegebene Stabilisierungsgleichstreckenlast q_d und die dazugehörige Auflagerkraft Q_d stellten eine Gleichgewichtsgruppe dar. Eine Abgrenzung, bis zu welchen Querschnitts- und Verformungsverhältnissen die vereinfachte Berechnung durchgeführt werden durfte, wird in [7] nicht mehr angegeben. Die rechnerische horizontale Verformung des Dachverbands durfte mit der nach Gleichung (2.9) angesetzten Gleichstreckenlast und zusätzlichen anderen äußeren Einwirkungen maximal den Wert von $l/500$ der Verbandstützweite annehmen, solange kein genauere Nachweis erfolgte. Der Nachweis der Aussteifungsverformung erfolgte dabei mit γ -fachen Lasten, sowie mit durch γ dividierten Steifigkeitswerten für den Verschiebungsmoduln und den E-Modul.

2.3.4 Seitenlasten nach DIN EN 1995-1-1 [9] + NA [10]

Für Biegeträger mit seitlichen Stützpunkten, die mit einem Horizontalverband aussteift werden, ist nach DIN EN 1995-1-1 [9] eine innere Aussteifungsbelastung auf den Verband (entsprechend DIN 1052:2008 [7]) vorzusehen:

$$q_d = k_l \cdot \frac{n \cdot N_d}{k_{f,3} \cdot l} \quad (2.14)$$

mit

- n = Anzahl der auszusteifenden Träger
- N_d = Bemessungsdruckkraft im Träger
- k_l = Längenabminderungsbeiwert
- $k_{f,3}$ = Modifikationsbeiwert
- l = Stützweite der Aussteifungskonstruktion

Der Modifikationsbeiwert $k_{f,3}$ ergibt sich dabei nach dem Nationalen Anhang [10] zu 30. Somit liegt die folgende, mit DIN 1052:2008 identische Gleichung vor:

$$q_d = k_l \cdot \frac{n \cdot N_d}{30 \cdot l} \quad (2.15)$$

Die Bemessungskraft im Biegeträger für die Gleichung (2.14) berechnet sich aus der Momentenbelastung und Kippgefährdung wie folgt:

$$N_d = (1 - k_{crit}) \cdot \frac{M_d}{h} \quad (2.16)$$

mit dem Beiwert k_{crit} für den nicht gestützten Biegestab, dem maximalen Biegemoment M_d und der Querschnittshöhe h des Biegeträgers.

Der Längenabminderungsbeiwert k_l in (2.15) berechnet sich, wie bereits in [7] nach:

$$k_l = \min \left\{ 1; \sqrt{\frac{15}{l}} \right\} \quad (2.17)$$

Der Ansatz der Seitenlast wurde für den Biegeträger auf die zunächst für Druckgurte von Fachwerkträgern hergeleiteten Ansatz reduziert. Dies hat nach [2] zunächst zur Folge, dass diese Näherung bei der Mehrheit der Anwendungsfälle bei Biegeträgern zu eher unwirtschaftlichen Ergebnissen führt, da die Torsionssteifigkeit des Vollwandträgers im Vergleich zum Fachwerkträger vernachlässigt wird. Bei steigender Torsionssteifigkeit der horizontal gestützten Träger, nehmen die horizontalen Belastungen auf die einzelnen seitlichen Abstützungen am Biegeträger ab [14].

Zwischenabstützungen an Biegeträgern müssen dabei nach Gleichung 2.8 eine Mindestfedersteifigkeit C vorweisen. Diese Mindestfedersteifigkeit dient zur Verringerung der Knicklänge von Druckstäben oder Druckgurten bei Biegeträgern, so dass von einer Kiplänge

von $l_{ef} = a$ ausgegangen werden kann.

$$C = k_s \cdot \frac{N_d}{a} \quad (2.18)$$

mit

k_s = Modifikationsbeiwert

N_d = Bemessungswert der mittleren Druckkraft im Bauteil [kN]

a = Abstand der seitlichen Stützungen [m]

Der Modifikationsbeiwert k_s bestimmt sich nach dem Nationalen Anhang [10] zu 4, womit die Gleichung wie folgt lautet:

$$C = 4 \cdot \frac{N_d}{a} \quad (2.19)$$

Die anfängliche Imperfektion des Biegeträgers (Vorkrümmung) sollte dabei für Biegeträger aus Brettschichtholz keinen Wert größer als $a/500$ annehmen.

Die Stabilisierungslast F_d an jeder Abstützung sollte nach DIN EN 1995-1-1+NA [9] [10] berechnet werden zu:

$$F_d = \frac{N_d}{k_{f,2}} \quad (2.20)$$

Der Modifikationsbeiwert $k_{f,2}$ ergibt sich dabei für Brettschichtholz zu 80.

Der Nachweis der horizontalen Verbandsverformung erfolgt wieder mit den durch γ_M -dividierten Steifigkeiten. Der maximale horizontale Verformungswert des Aussteifungsverbands infolge der inneren Aussteifungskraft q_d und anderen äußeren Einwirkungen sollte dabei $l/500$ betragen.

2.3.5 Torsionsmoment

Das Torsionsmoment im Auflager aus der Verdrehung des gabelgelagerten Biegeträgers ist nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung an die horizontale Ausbiegung des Biegeträgers gekoppelt. Die Herleitung des in der Norm festgeschriebenen Wertes für das Torsionsmoment erfolgte am gabelgelagerten Einfeldträger unter konstanter Gleichlast q_z .

Das Bemessungsmoment im Auflager wurde durch eine lineare Berechnung bestimmt, indem die seitliche Vorverformung mit der seitlichen elastischen Verformung der Aussteifungskonstruktion überlagert wurde. Damit bestimmte sich die Ausmitte e (vgl. Abb. 2.3) zu:

$$e + v_0 = 0,0025 \cdot l + \frac{l}{500} \quad (2.21)$$

Abweichend zu dem Wert der Vorverformung, die in die Bestimmung der Seitenlast eingegangen ist, wurde die Vorverformung des Biegeträgers hier zu $l/400$ angenommen. Mit Hilfe der Ausmitte e wurde die Lastangriffsordinate y_{qz} berechnet (vgl. Abb. 2.3). Hierfür wurde nur eine Trägerhälfte zugrunde gelegt und die einwirkende vertikale Gleichlast auf den seitlich ausgebogenen Träger aufgebracht. Es wurde angenommen, dass Vorverformung und

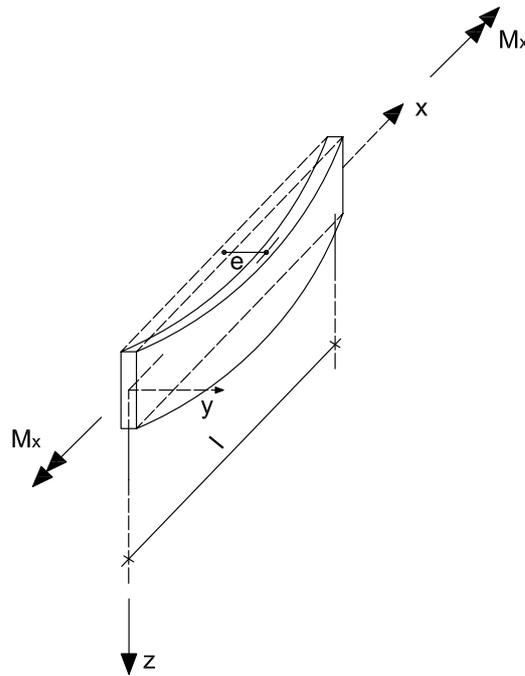


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des gabelgelagerten Einfeldträgers

Verformung parabelförmig verlaufen, damit konnte der Linienschwerpunkt der Parabel mit dem Stich e ermittelt werden. Das Bemessungsmoment M_x bestimmte sich im Auflager zu:

$$\begin{aligned}
 M_x &= q_z \cdot \frac{l}{2} \cdot \left(0,0025 \cdot l + \frac{l}{500}\right) \cdot \frac{2}{3} = & (2.22) \\
 &= q_z \cdot \frac{l^2}{666,67} \cdot \frac{8}{8} = \\
 &= M_d \cdot \frac{1}{83,3}
 \end{aligned}$$

Der berechnete Wert wurde gerundet und ist in DIN EN 1995-1-1/NA [10] angegeben zu:

$$M_x = M_d \cdot \frac{1}{80} \quad (2.23)$$

Untersuchungen von [23], [29], [28] haben gezeigt, dass die Regelung in Gleichung (2.23) mit ausreichender Aussteifung für parallelgurtige Träger zu konservativen Ergebnissen führt, für andere Querschnittsformen wie Satteldach- oder Fischbauchträger ist die Größe des auftretenden Torsionsmoments stärker abhängig von der Steifigkeit der Aussteifungskonstruktion, insbesondere gegen ein Verdrillen des Trägers. Das auftretende Torsionsmoment am Auflager nimmt durch die horizontale Stützungen am Biegeträger weiter ab und liegt gegenüber der $M_d/80$ -Abschätzung der Norm immer mehr auf der sicheren Seite, wie Rechenergebnisse von [18] und [26] zeigen. Zudem gestattet die neue Eurocode-Normensituation [9], [10] den Torsionsspannungsanteil beim Nachweis der Querschnittstragfähigkeit am Auflager von Biegeträgern unberücksichtigt zu lassen, wenn der Obergurt der Binder gegen horizontales Ausweichen gesichert ist. Für diesen Fall ist eine ausreichende Aussteifung des biegedrillknick-

gefährdeten Trägers zwingend notwendig, um das Torsionsmoment entsprechend gering zu halten. Neben der Seitenlast auf die Aussteifungskonstruktion, verursacht durch die seitliche Ausbiegung des kippgefährdeten Trägers, entsteht eine Verdrehung des Querschnitts, die durch den Träger aufgenommen und in die gabelgelagerte Auflagerung übertragen werden muss. Damit ist die Frage nach einer ausreichenden Aussteifung, die der neuen Regelung zum Nachweis des Torsionsmoments gerecht werden kann, eng mit der Fragestellung nach der Begrenzung der horizontalen Ausbiegung verbunden. Die Vernachlässigung des Torsionsmoments am Auflager des gabelgelagerten Trägers führt zu einer Mehrbeanspruchung des kippgefährdeten Biegeträgers. Unter Ansatz der Vorkrümmung des Trägers und der Seitenlast q_d ist zu untersuchen, ob die geforderte Steifigkeit der Aussteifungskonstruktion ausreichend ist, um das Torsionsmoment aus Biegetorsionstheorie II. Ordnung gering zu halten. Die stabilisierende Seitenlast q_d aus dem Horizontalverband darf bei der Berechnung des Torsionsmoments vor der Auflagergabel positiv wirkend berücksichtigt werden. Werden diese Stabilisierungskräfte durch die Auflagergabel abgeleitet und ist zusätzlich die Kippschlankheit des Trägers

$$\lambda_{ef} = \sqrt{\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2}} \leq \sqrt{225} \quad (2.24)$$

darf der Querschnittsnachweis im Auflagerbereich ohne die Torsionsspannungsanteile aus dem Gabelmoment erfolgen. Die Länge l_{ef} entspricht dabei dem Abstand der Einzelabstützungen. Hintergrund sind das in Abbildung 2.4 dargestellte Kippverhalten des Biegeträgers und die Zunahme der Spannungen aus Theorie II. Ordnung in Abhängigkeit von der Schlankheit λ . Die in Gleichung (2.24) bezeichnete Schlankheit λ_{ef} entspricht dabei der quadrierten Schlankheit λ in Abbildung 2.4a). Somit nehmen die Spannungsanteile um die schwache Achse erst ab einer Schlankheit $\lambda = 15$ deutlich zu, so dass sowohl die Kippgefährdung (Abb. 2.4 b)), als auch die Torsionsspannungsanteile in der Auflagergabel (Gl. 2.24) erst bei größeren Schlankheiten beachtet werden müssen.

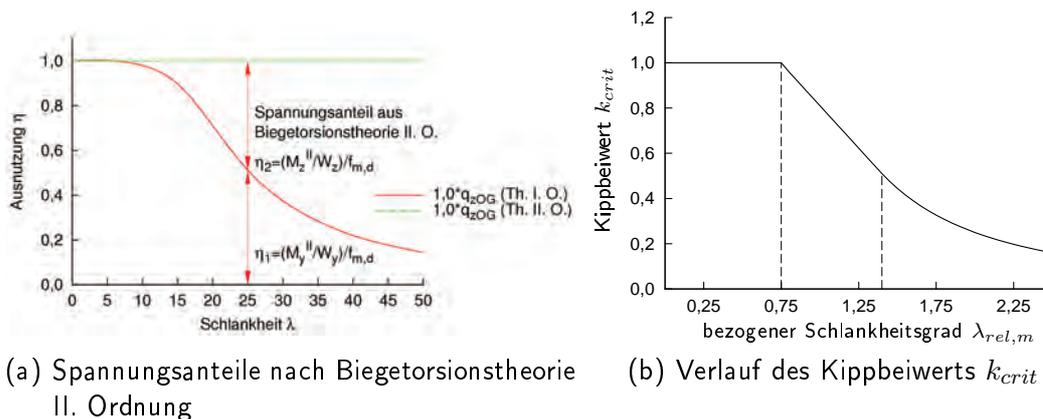


Abbildung 2.4: Abhängigkeiten des Kippproblems von der Schlankheit

In einem vorangegangenen Forschungsvorhaben am Institut wurden Berechnungen für das Torsionsmoment aus Kippstabilisierung angestellt. Das vom internationalen Verein für Technische Holzfragen e.V. (iVTH e.V.) betreute und durch die AiF finanzierte Projekt „Vereinfachte Bemessung von Brettschichtholzträgern variabler Höhe für das Torsionsmoment aus Kippstabilisierung“ [24] betrachtete dabei auch die Einflüsse der Horizontalverbände an ge-

stützten Holzbindern, die sich durch die vorhandene Interaktion des kippgefährdeten Trägers und des Verbands ergeben.

Die Berechnungen im oben genannten Forschungsvorhaben ergaben, dass sich die Schubspannungsausnutzung fast verdoppelt, wenn die maximal zulässige Verformung des Horizontalverbands von $\frac{l}{500}$ mit angesetzt werden, da sich diese Verformungen von $l/500$ negativ auf die Spannungen nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung auswirken. Durch die Komplexität und die Nichtlinearität der Verformungen und den daraus folgenden Spannungen nach Theorie II. Ordnung, ist eine einfache Ermittlung nicht möglich. Genauere Untersuchungen zu den auftretenden horizontalen Verformungen am Biegeträger unter Berücksichtigung der seitlichen Stützung durch Horizontalverbände sind daher nötig, um mehr Informationen über die Auswirkungen der horizontalen Auslenkungen des Aussteifungsverbands sowohl auf die seitlichen Stützungen am Biegeträger als auch auf das Torsionsmoment in der Gabellagerung herauszufinden. Werden nicht-starre seitliche Stützungen am Träger angesetzt, so konnte in [24] im Vergleich mit starren horizontalen Trägerabstützungen eine geringe Zunahme des Torsionsmomentes in der Auflagergabel festgestellt werden. Diese Zunahme der Spannungen tritt sowohl bei parallelgurtigen Trägern, als auch bei Satteldach- und Fischbauchträgern auf, die jeweils seitlich durch Verbandspfosten gestützt sind und in deren Berechnung eine globale Verformung des Verbands angesetzt wurde.

2.3.6 Verformungskriterium

Für die Durchbiegung der Aussteifungskonstruktion war die Durchbiegung in der Vergangenheit auf $l/1000$ begrenzt, die nichtlineare Berechnung des biegedrillknickgefährdeten Trägers war zur Vermeidung des Stabilitätsversagens unter γ_1 -fachen Werten vorzunehmen. Die neue Normensituation lässt eine Durchbiegung der Aussteifungskonstruktion von $l/500$ zu unter Ansatz der mit Teilsicherheiten beaufschlagten Eingangsgrößen. Diese maximal zulässige horizontale Verformung von $l/500$ stellt dabei für den Ingenieurholzbau jedoch einen hohen Verformungswert dar, der optisch wahrnehmbar ist. Da Verformungen von $l/500$ auf Grund von Toleranzanforderungen der nachfolgenden Gewerke nicht toleriert werden können, treten solch große Verformungen in der Praxis normalerweise nicht auf. Liegen die rechnerisch ermittelten und die tatsächlichen Verformungen unterhalb der zulässigen Verformung von $l/500$, liegt die Bemessung auf der sicheren Seite. Das Verformungskriterium sollte hierbei nicht als Grenzwert für die tatsächlich auftretenden Verformungen interpretiert werden, sondern stellt vielmehr einen Eingangsparameter für die sichere Berechnung der Stabilisierungslast q_d nach Theorie II. Ordnung dar. Eine Abminderung des Verformungskriteriums auf Grundlage von tatsächlich auftretenden Verformungen würde ein Unterschreiten der Sicherheit von 2,0 bedeuten und wird daher nicht empfohlen.

Untersuchungen der TU München zu „Verformungsmessungen an weitgespannten Brett-schichtholzträgern zur Ermittlung der horizontalen Verformungen“ [34] haben durch Aufnahme von sieben bestehenden Holzbinderkonstruktionen mittels 3D-Laserscannings gezeigt, dass bei ausgeführten BSH-Binderkonstruktionen der Maximalwert der Horizontalverformung nach Norm von $\frac{l}{500}$ nicht auftritt, sondern deutlich unterschritten wird. Bei der Durchführung der Lasermessungen wurde darauf geachtet, dass der vermessene Brett-schichtholzbinder eine direkte Verbindung zu einem horizontalen Aussteifungsverband besitzt. Die Verformungsmessungen fanden sowohl an parallelgurtigen Bindern, sowie an Satteldachträgern statt, was jedoch in den Ergebnissen keine auffälligen Unterscheidungen zeigte.

Die Wertung der Messergebnisse in [34] ordnet die sich einstellende Vorkrümmung des Binders unabhängig von der späteren Belastung durch vertikale Kräfte oder Steifigkeiten der horizontalen Aussteifungskonstruktion, sondern nur abhängig von der Herstell- und Einbaugenauigkeit ein. Die elastischen Horizontalverformungen der Dachverbände und Holzbinder sind dagegen von der Steifigkeit der Aussteifungskonstruktion abhängig. Die Messergebnisse zeigten, dass alle sieben untersuchten Brettschichtholzbinder deutlich geringere horizontale Verformungen aufweisen, als nach der Normung zulässig ist.

2.3.7 Weitere Trägerformen

Die Zusammenhänge am kippgefährdeten Biegeträger, die in das vereinfachte Bemessungsverfahren einfließen, wurden am parallelgurtigen Träger hergeleitet. Untersuchungen an weiteren Trägerformen, wie dem häufig verwendeten Satteldachträger, sollen zeigen, ob diese Zusammenhänge und Ansätze nach der Norm [9] [10] auch für Träger-Querschnitte mit nicht konstanter Querschnittshöhe eine ausreichende Sicherheit gewährleisten.

3 Numerische Lösung des Biegetorsionsproblems

3.1 Das Computerprogramm *constantialigni*

3.1.1 Beschreibung des Programms

Am Institut für Konstruktion und Entwurf wurde das Computerprogramm *constantialigni* zur Berechnung von Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung für einen Einfeldträger entwickelt. Die Grundlagen für die numerische Berechnung bilden das in [15] hergeleitete Differentialgleichungssystem für die Lösung des Biegedrillknickproblems und der in [15] dargestellte Ansatz zur numerischen Lösung dieses Differentialgleichung-Systems. Die Lösung erfolgt mit der Methode der finiten Differenzen, wobei der zu berechnende Träger vom Programm in n Elemente unterteilt wird.

Um die gekoppelten Differentialgleichungen der Biegetorsionstheorie II. Ordnung numerisch lösen zu können, werden die Differentialgleichungen mit Hilfe der finiten Differenzenmethode linearisiert.

Mit dem Programm *constantialigni* [16] können die Verformungen, deren Ableitungen und die Schnittgrößen nach Theorie I. und II. Ordnung berechnet werden. Eine genauere Betrachtung der Funktionsweise von *constantialigni*, sowie detailliertere Informationen zu den Ausgabedateien sind sowohl in [15], als auch in [22] zu finden.

In Tabelle 3.1 sind die linearisierten Einträge der zentralen Koeffizientenmatrix aus dem Programm *constantialigni* dargestellt [15]. Die Matrixeinträge werden in ihren Spalten nach den drei unbekanntem Verformungen w, v, ϑ getrennt. Über die Zeilen fließen die Einträge aus den Differentialgleichungen I-III (siehe [15]), sowie die Rand- und Übergangsbedingungen mit ein. Auf der rechten Seite des DGL-Systems befindet sich der Lastvektor, der auch die aufgebrachten Vorverformungen enthält.

3.1.2 Erweiterung des Programms

Die bisherige Programmversion konnte Berechnungen mit zwei diskreten horizontalen Stützungen (jeweils in den Trägerdrittelspunkten) des Querschnitts durchführen, mit denen eine nachgiebige Stützung des Querschnitts in Form von Normalkraftfedern simuliert werden kann. Praxisrelevante Systeme weitgestützter Einfeldträger machen jedoch den Einsatz von mehreren horizontalen Zwischenstützungen des Obergurts zur Verringerung der Kipplänge notwendig. Deshalb wurde der Programmquellcode im Zuge der Forschungsarbeiten um eine weitere horizontale Stützstelle ergänzt, sodass im Programm nunmehr 3 seitliche Stützungen am Biegeträger angesetzt werden können. Diese seitlichen Halterungen können dabei in der Schwerachse oder am Obergurt des Binders angebracht werden. Statisch betrachtet

Tabelle 3.1: Aufbau der Koeffizientenmatrix mit nach den unbekanntem Verformungen w , v und ϑ getrennten Terme der Differentialgleichungen

DGL	w	v	ϑ
I	$EI_y w_{el}'''' - F w_{el}''$		$+M_z'' \vartheta_{el} + 2M_z' \vartheta_{el}' + M_z \vartheta_{el}''$
II		$EI_z v_{el}'''' - F v_{el}''$	$+F(z_S - z_M) \vartheta_{el}''$ $+M_{yq}'' \vartheta_{el} + 2M_{yq}' \vartheta_{el}' + M_{yq} \vartheta_{el}''$
III	$-M_z w_{el}''$	$-M_{yq} v_{el}'' - F(z_S - z_M) v_{el}''$	$GI_T \vartheta_{el}'' - EI_\omega \vartheta_{el}''''$ $+F(i_p^2 + z_M^2 + z_S r_z - 2z_S z_M) \vartheta_{el}''$ $-q_y e_y \vartheta_{el} - q_z e_z \vartheta_{el}$
	Randbedingungen w	Randbedingungen v	Randbedingungen ϑ
	Übergangsstellen w	Übergangsstellen v	Übergangsstellen ϑ

stellt eine punktuelle Stützung des Querschnitts eine Diskontinuitätsstelle im Träger dar, die eine besondere Betrachtung dieser Stelle bei der Programmierung notwendig macht. Dazu sind einige Veränderungen und Ergänzungen im Programm-Quellcode durchzuführen. Neu programmiert wurde neben der dritten seitlichen Stützungsstelle ebenfalls eine zusätzliche globale horizontale Vorverformung, die unabhängig von der bisherigen Vorverformung in y -Richtung aufgebracht werden kann und die Durchbiegung eines Dachverbands über den gesamten Träger abbilden soll.

3.1.3 Verifizierung der Verformungen

3.1.3.1 Überblick

Zur Verifizierung der Verformungs- und Schnittgrößenergebnisse des Berechnungsprogramms werden zum Vergleich der Ergebnisse Näherungslösungen und andere, bereits verifizierte Computerprogramme verwendet. Eingesetzt zur Verifizierung wurde zum einen die Software Biegetorsionstheorie II. Ordnung von Friedrich+Lochner [12] und zum anderen das Berechnungsprogramm KSTAB von RUBSTAHL [32]. Beide Programme stammen ursprünglich aus dem Stahlbau, lassen sich aber durch die Eingabe von Querschnittswerten auch für Rechteckquerschnitte, wie sie im Holzbau üblich sind, nutzen.

Im Folgenden werden nun die Rechenergebnisse nach Theorie II. Ordnung für die Verformungen eines Biegeträgers mit seitlichen Stützungen an den Viertelpunkten verifiziert. Da-

zu werden die drei eingebauten horizontalen Stützungen als Lager mit einer frei gewählten Federsteifigkeit angesetzt. Somit ergibt sich als statisches System in y -Richtung ein Vierfeldträger.

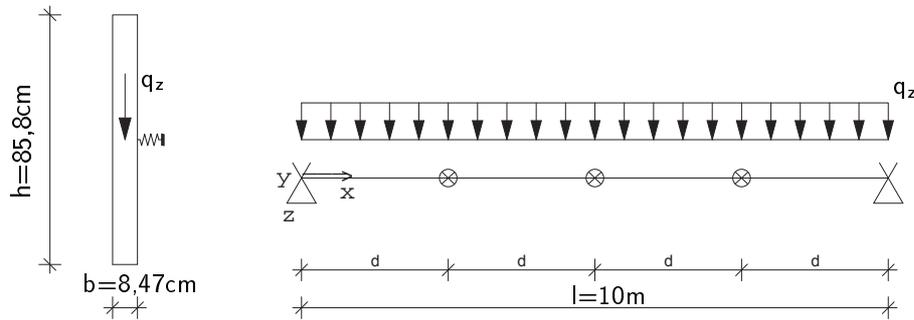


Abbildung 3.1: Querschnitt und Systemansicht mit Zwischenstützungen

Als Federsteifigkeit für die nachgiebigen horizontalen Stützungen wird 1000 kN/cm pro Feder angesetzt. Die Stützungen sind im Abstand von 2,50 m angeordnet und stützen den Träger jeweils in dessen Schwerachse. An seinen Enden ist der Träger durch ein Gabellager seitlich und gegen Verdrehungen gehalten. Die vertikale Streckenlast q_z auf den Träger beträgt 20 kN/m. Die Anzahl der zu rechnenden Elemente wird zu 200 für den gesamten Träger gewählt. Durch die zuvor durchgeführte Variation der Rechenelemente hat sich gezeigt, dass mit dieser Elementanzahl hinreichend genaue und brauchbare Ergebnisse erzielt werden, ohne dabei den Rechenaufwand unnötig groß zu gestalten. In der folgenden Axonometrie (Abb. 3.2) ist der Träger mit seinen Stützungen und der aufgetragenen Vorverformung schematisch dargestellt. Die Gabellagerung ist dabei als in horizontaler Richtung unverschieblich definiert.

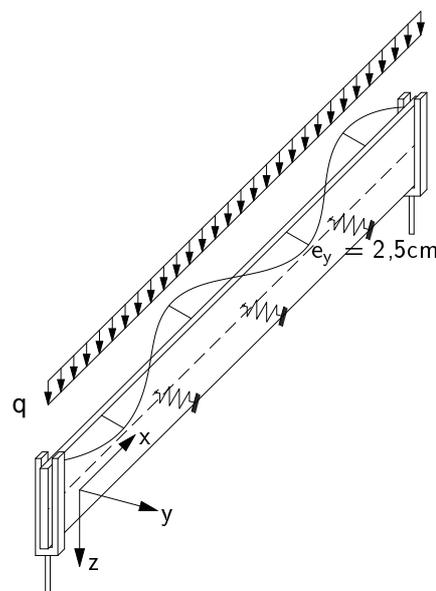


Abbildung 3.2: Träger mit horizontalen Zwischenstützungen in der Schwerachse

3.1.3.2 Verformungsverläufe

In den folgenden Schaubildern Abb. 3.3 bis 3.5 sind jeweils die Verläufe der Verformungen w, v und ϑ für den Träger mit horizontalen nachgiebigen Stützungen zu sehen. In jedem Schaubild sind die Verformungskurven von *constantialigni*, KSTAB [32] und Frilo [12] übereinander gedruckt. Die Verläufe sind deckungsgleich und ergeben somit jeweils nur eine Kurve.

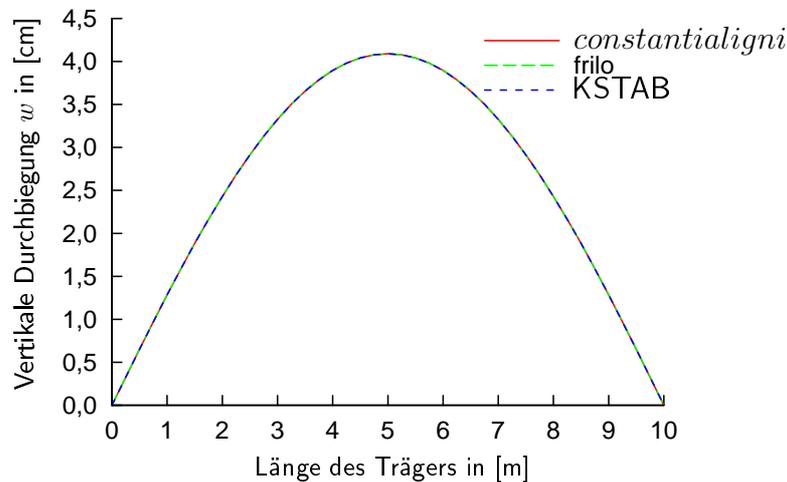


Abbildung 3.3: Vertikale Durchbiegung w , Träger mit Stützungen in den Viertelpunkten

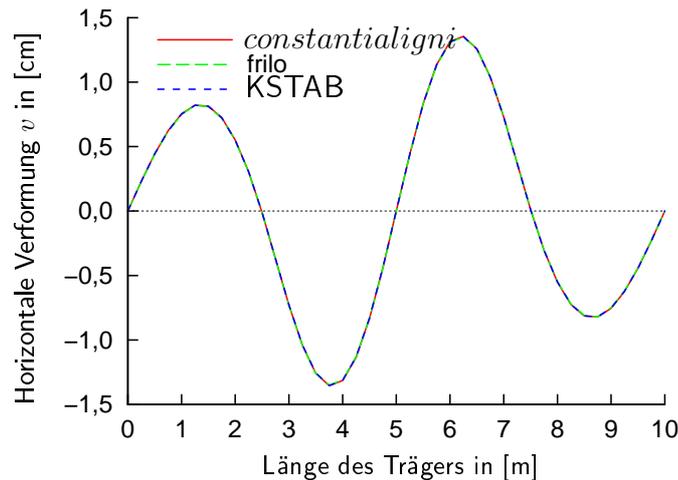
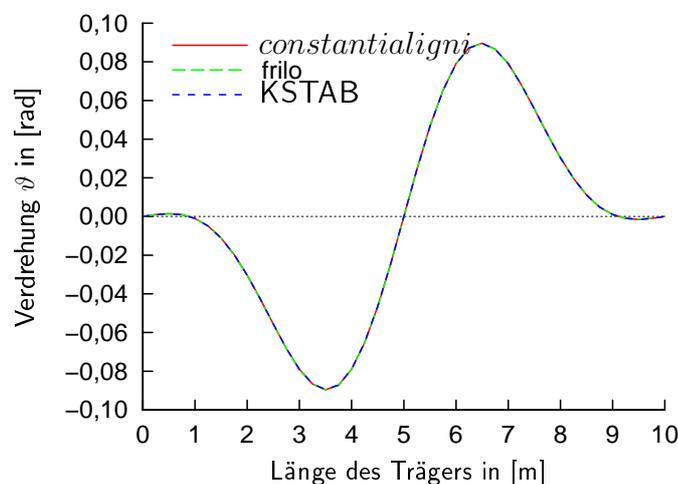
Die berechnete maximale vertikale Durchbiegung w in z-Richtung für den Biegeträger beträgt nach *constantialigni* für den oben genannten Lastfall 4,090511 cm in Feldmitte. Die Software Frilo liefert für die maximale Durchbiegung einen Wert von 4,09 cm und KSTAB eine maximale Durchbiegung von gerundeten 4,09051117 cm. Die maximale Abweichung in Bezug auf die Durchbiegungsergebnisse von KSTAB beträgt dabei lediglich 0,0000496% und schwankt in einem sehr geringen und deutlich vernachlässigbaren Bereich. Zur weiteren Verifizierung der Verformungsergebnisse in z-Richtung wird der maximale Wert mit der folgenden Gleichung (3.1) berechnet und die Ergebnisse miteinander verglichen.

$$\begin{aligned}
 w_{\max} &= \frac{5 \cdot 0,20 \text{ kN/cm} \cdot (1000 \text{ cm})^4}{384 \cdot 1400 \text{ kN/cm}^2 \cdot 454740 \text{ cm}^4} & (3.1) \\
 &= 4,090511166 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Damit stimmt der berechnete Wert des erweiterten Quellcodes für w von 4,090511 cm für eine Gleichstreckenlast von 20 kN/m sowohl mit den computerberechneten Werten aus [12] und [32], als auch mit dem händisch berechneten Wert sehr gut überein.

Bei der horizontalen Verformung v in y-Richtung liegt, bedingt durch die seitlichen Stützungen, ein 4-Feld-Träger vor. Die Federsteifigkeit beträgt 1000 kN/cm und die vertikale Gleichstreckenlast 20 kN/m. Der Verformungsverlauf in y-Richtung ist in Abbildung 3.4 zu finden. Es tritt eine geringe Abweichung der Berechnungsergebnisse auf, die sich konstant im Bereich von 0,1% bewegt.

Der Verlauf der Verdrehung ϑ in Abbildung 3.5 zeigt keine Unterschiede zwischen den drei Berechnungsarten. Ihren Maximalwert nimmt die Verdrehung in den Feldern zwischen den aufgetragenen seitlichen Stützungen an. Alle zwei Rechenprogramme liefern über die ge-

Abbildung 3.4: Horizontale Verformung v , Träger mit Stützungen in den ViertelpunktenAbbildung 3.5: Verdrehung ϑ , Träger mit Stützungen in den Viertelpunkten

samte Trägerlänge sehr gute Übereinstimmungen mit den Werten aus *constantialigni*. Die Abweichung der berechneten Verformungswerte für die Verdrehung liegt dabei konstant unter 1%.

Somit lässt sich festhalten, dass das weiterentwickelte Programm *constantialigni* [16] für das exemplarisch dargestellte Rechenbeispiel gute Verformungsergebnisse liefert.

3.1.4 Horizontale Vorverformung durch den Dachverband

3.1.4.1 Überblick

Der Quellcode des Computerprogramms *constantialigni* wurde um die Möglichkeit erweitert, zusätzlich zur lokalen horizontalen Vorverformung zwischen den Stützstellen, eine globale horizontale Vorverformung, die durch den Dachverband verursacht wird, aufzubringen. Somit kann sowohl eine lokale, sowie eine globale Vorverformung mit einem anderen Stich gleichzeitig auf das statische System aufgebracht werden. Um die Richtigkeit der Compu-

terberechnung zu bestätigen, wird auch dieser Fall für verschiedene Lastfälle mit anderen Computer-Berechnungsprogrammen nachgerechnet.

3.1.4.2 Art der globalen Vorverformung

Die globale Vorverformung wurde in einem ersten Schritt sowohl sinusförmig, wie auch parabelförmig auf den Träger aufgebracht. Durch Vergleiche mit anderer Statik-Software sollte dann der passendere Vorverformungsverlauf gefunden werden. Dazu wurde die Software Frilo [12] eingesetzt, die unter einer vertikalen Streckenlast von 75 kN/m einen Stich für die vertikale Durchbiegung von 15,34 cm lieferte. Dieser Wert für die maximale Ausmitte wurde sowohl in die Eingabe für den Quellcode mit einer Sinus-Halbwellen, wie auch in die Eingabe-Datei für den Quellcode mit einer parabelförmigen Vorverformung eingetragen. Die Gegenüberstellung der Sinus- und Parabelverläufe mit dem berechneten Verformungsverlauf aus Frilo ist in Abb. 3.6 abgebildet. Man erkennt darin die gute Übereinstimmung der Verformungskurve mit der Sinus-Halbwellen, während der parabelförmige Verlauf doch deutlich von den anderen Kurven abweicht.

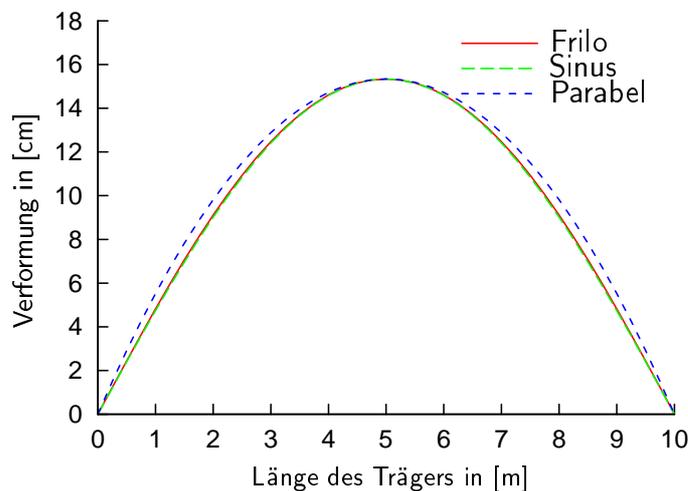


Abbildung 3.6: Verformungsvergleich Sinus-Parabel

Der Verlauf der Abweichungen der Sinus- und Parabelkurve von der Verformungskurve ist in Abb. 3.7 abgedruckt. Darin erkennt man die konstante Übereinstimmung der Sinus-Kurve mit dem tatsächlichen Verformungsverlauf, sowie die Abweichung der Parabel, die sich zur Mitte hin immer mehr dem vorgegebenen, von Frilo [12] berechneten, Verlauf annähert. Somit ergibt sich, dass der aufzubringende Verformungsverlauf für die Durchbiegung eines Dachverbands mit Sinus-Funktionen berechnet werden sollte, um die tatsächliche horizontale Verbandsdurchbiegung realistisch abbilden zu können.

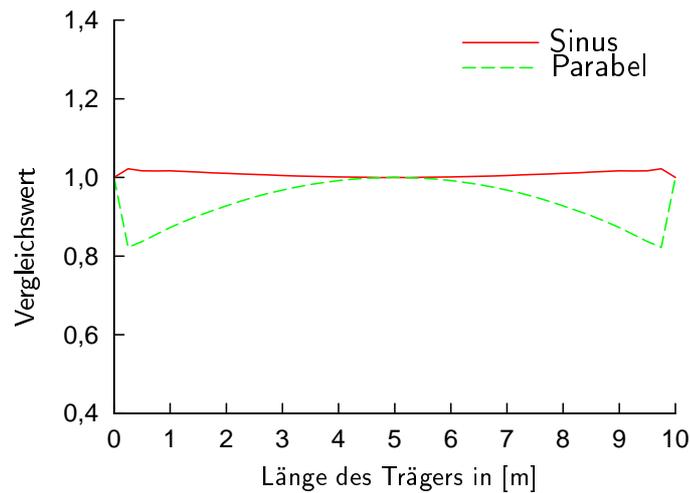


Abbildung 3.7: Abweichungen der Vorverformungen

3.1.4.3 Verifizierung der Verformungsergebnisse

Um die Richtigkeit der neu eingebundenen Variablen für die Ausbiegung des Horizontalverbands und die dadurch leicht veränderte Rechenroutine zu überprüfen, werden in einem ersten Schritt die horizontalen Verformungen einzeln berechnet. Die Verifizierung für den Quellcode mit einer globalen horizontalen Vorverformung durch den Dachverband wird mit dem Programm Frilo [12] durchgeführt. Dort kann der vorliegende Vorverformungsfall mit einer globalen und einer lokalen Vorverformung eingegeben werden. Die Systemansicht für die durchgeführte Berechnung ist in Abb. 3.8 dargestellt. Die Lagerung erfolgt wiederum in den Viertelspunkten und in Trägermitte elastisch und am Auflager per unverschieblichem Gabellager.

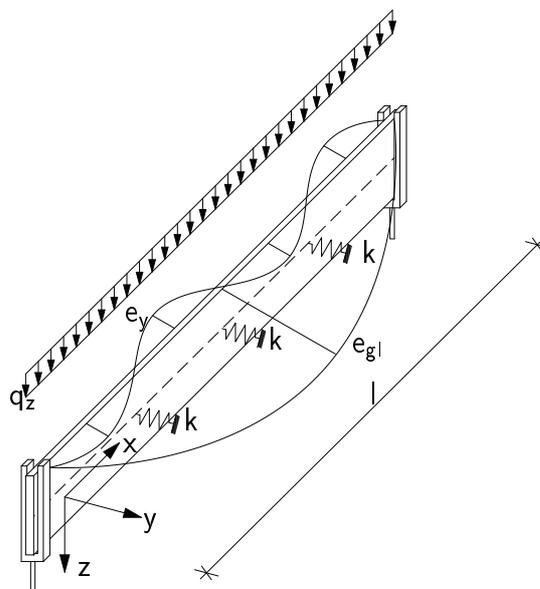


Abbildung 3.8: System mit zwei Vorverformungen

Gerechnet wird mit den folgenden Eingabewerten:

Trägerlänge l	=	10,00	m
Streckenlast q_z	=	0,30	kN/cm
lokale Ausmitte e_y	=	2,00	cm
globale Ausmitte e_{gl}	=	10,00	cm
Federsteifigkeit k	=	1000	kN/cm

Der Vergleich der Rechenergebnisse für die horizontale Verformung des Trägers in Abbildung 3.9 liefert gute Übereinstimmungen. Ebenfalls treten für die Verdrehung und besonders für die vertikale Durchbiegung gute Übereinstimmungen auf. Die Resultate, die *constantialigni* für die zusätzliche globale Vorverformung liefert, sind somit mit den Ergebnissen von Frilo [12] zu verifizieren. Der unsymmetrische Verformungsverlauf in horizontaler Richtung ergibt sich durch die Überlagerung der globalen Sinushalbwellen mit den lokalen Sinuswellen. Somit werden die Vorverformungen in y -Richtung in zwei Trägerabschnitten addiert und in zwei Trägerabschnitten subtrahiert. Die vorhandenen geringen Abweichungen liegen alle in einem tolerierbaren Bereich oder sind durch Rundungen, bzw. sehr kleine Ergebniswerte zu erklären.

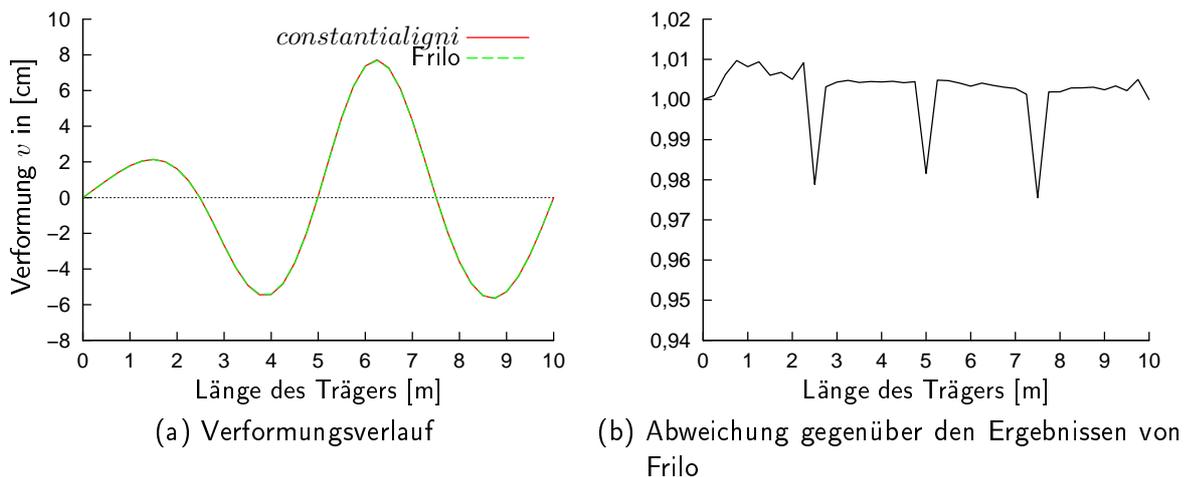


Abbildung 3.9: Horizontale Verformung v bei lokaler und globaler Vorverformung

3.1.5 Verifizierung der Schnittgrößen

3.1.5.1 Vergleichsrechnungen

Nach der Verifikation der Ergebnisse der errechneten Verformungswerte, werden die Schnittgrößen verglichen. Dazu dienen wieder die Rechenprogramme Friedrich + Lochner [12] und KSTAB [32] als Vergleichsmaß. Die Querschnittsabmessungen bleiben unverändert und gehen mit den folgenden Größen in die Berechnung ein:

b	$=$	8,47	cm	Breite des Querschnitts
h	$=$	85,8	cm	Höhe des Querschnitts
l	$=$	10,0	m	Länge des Trägers
e_y	$=$	2,5	cm	maximale Vorverformung in y-Richtung
E	$=$	1400	kN/cm ²	
I_y	$=$	454740	cm ⁴	
I_z	$=$	4134	cm ⁴	
I_t	$=$	14088	cm ⁴	
I_ω	$=$	2590000	cm ⁶	
q_z	$=$	0,05	kN/cm	

In den Verifizierungsrechnungen werden die Schnittgrößen am statischen System mit horizontalen Stützungen außerhalb der Schwerachse verglichen. Die Abmessungen und Belastungen bleiben unverändert zum Verifizierungsfall der Verformungen am in der Schwerachse dreifach gestützten Träger und sind der Abbildung 3.10 zu entnehmen. Die horizontale Stützung greift dabei 10 cm oberhalb der Schwerachse am Biegeträger an und die Lasteinleitung findet am Obergurt statt. Die berechneten Werte für das Moment M_y stimmen für alle drei Rechenpro-

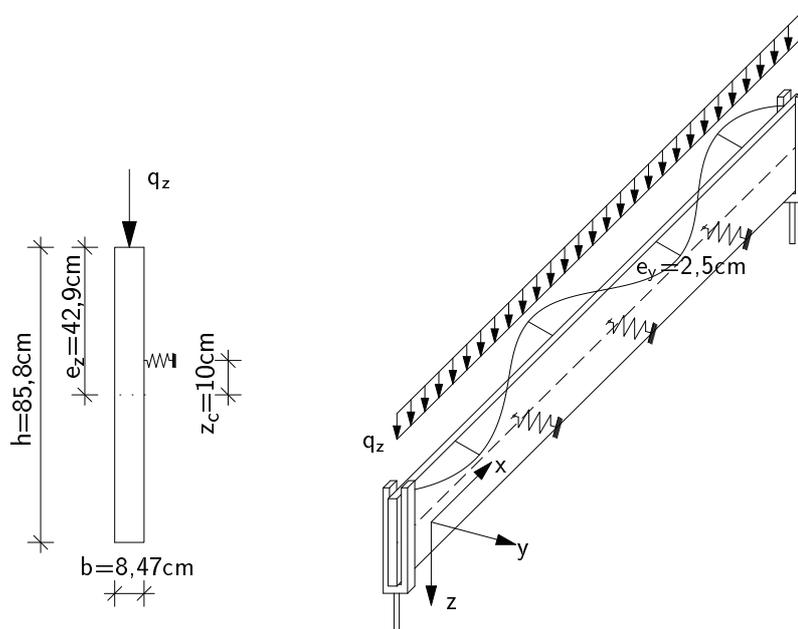


Abbildung 3.10: Querschnitt und Ansicht des Systems mit Zwischenstützungen außerhalb der Schwerachse

gramme gut überein, sodass dem Verlauf in Abb. 3.11 keine drei unterschiedlichen Verläufe

zu entnehmen sind. Die Abweichungen bewegen sich alle in einem kleinen und tolerierbaren Bereich, in dem der maximale Unterschied ca. 0,15% beträgt. Im abgebildeten Verlauf

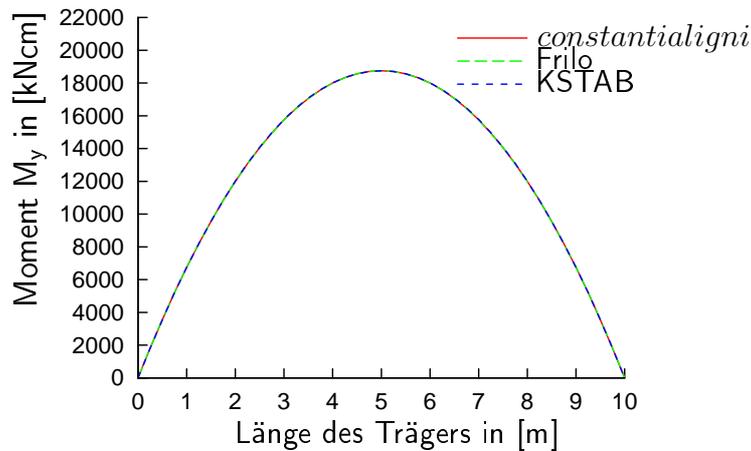


Abbildung 3.11: Momentenverlauf M_y bei exzentrisch angreifenden Zwischenstützungen

für das Moment M_z (Abb. 3.12) sind keine Abweichungen zwischen den unterschiedlichen Programmberechnungen nach Theorie II. Ordnung zu erkennen. Die kleineren Abweichungen

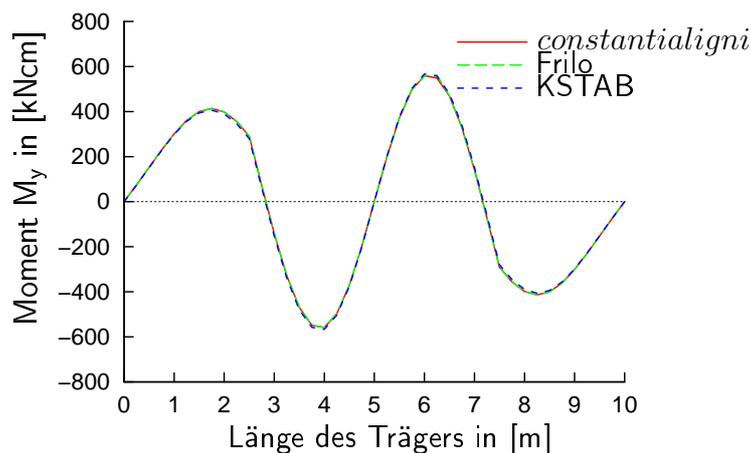


Abbildung 3.12: Momentenverlauf M_z bei exzentrisch angreifenden Zwischenstützungen

mit KSTAB sind dadurch zu erklären, dass an diesen Stellen der Nulldurchgang stattfindet und somit eine gewisse Ungenauigkeit auftritt. Die Vergleichswerte mit Frilo weisen dagegen nur geringe und stets tolerierbare Werte auf. Die Maximalwerte von M_z sind Tabelle 3.2 zu entnehmen.

Tabelle 3.2: Maximales Moment M_z

	M_z in kNcm
<i>constantialigni</i>	558,666425
KSTAB	566,47
Frilo	562,00

Die Werte von Frilo, KSTAB und *constantialigni* für die Querkraft in z-Richtung liegen alle auf einer Geraden. Eine Abweichung gegenüber den Ergebnissen von Frilo tritt überhaupt

nicht auf, während die Ergebnisse von KSTAB kleine kontinuierliche Abweichungen ergeben, sodass der Abweichungsverlauf beim Kleinerwerden der Resultate leicht gesteigerte Abweichungen zeigt. Die maximale Querkraft tritt am Auflager auf. Die dortigen Berechnungswerte

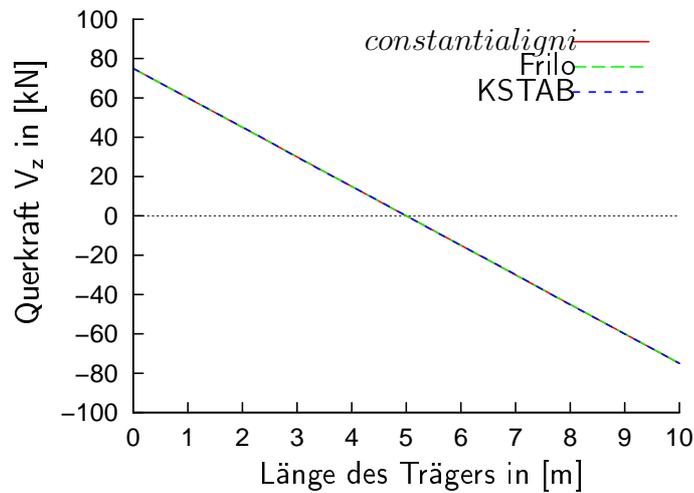


Abbildung 3.13: Querkraftverlauf V_z bei exzentrisch angreifenden Zwischenstützungen

te sind Tabelle 3.3 zu entnehmen. Mit der Formel $\frac{ql}{2}$ berechnet sich die Auflager-Querkraft ebenfalls zu 75 kN, sodass nur das KSTAB-Rechnergebnis ganz leicht von den anderen Querkraftwerten abweicht. In horizontaler y -Richtung ergibt sich für die Querkraft V_y nach den

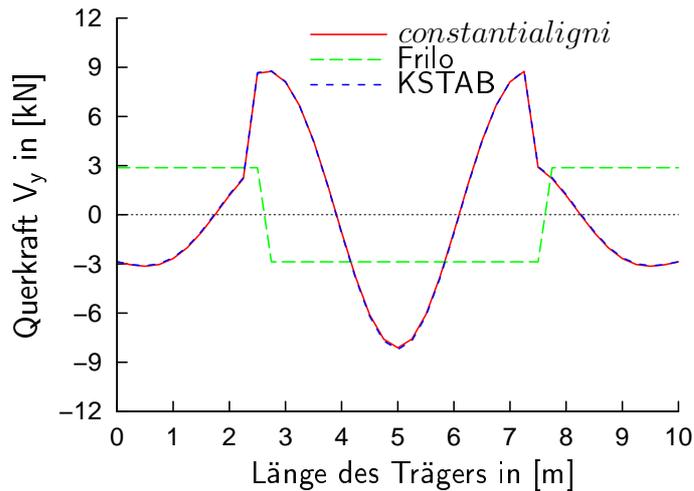
Tabelle 3.3: Maximale Querkraft V_z am Auflager

	V_z in kN
<i>constantialigni</i>	75,00
KSTAB	74,99
Frilo	75,00

Computerberechnungen das folgende Schaubild 3.14. Durch die angenäherten, bzw. gerundeten Werte in Frilo treten deutliche Abweichungen im Verlauf auf, wie sie auch bei anderen Vergleichsrechnungen mit Frilo auftraten. Diese Abweichungen sind damit zu begründen, dass das Programm Frilo nur zwei gerundete Werte für die Querkraft V_y liefert. Durch die genäherete Wertausgabe in Frilo ist kein Vergleich mit dem Resultat aus *constantialigni* möglich. Der Vergleich mit KSTAB liefert sehr ähnliche Werte. Tabelle 3.4 gibt die Ergebniswerte für die maximal auftretende Querkraft V_y an.

Tabelle 3.4: Maximale Querkraft V_y

	V_y in kN
<i>constantialigni</i>	8,753965
KSTAB	8,78
Frilo	2,87

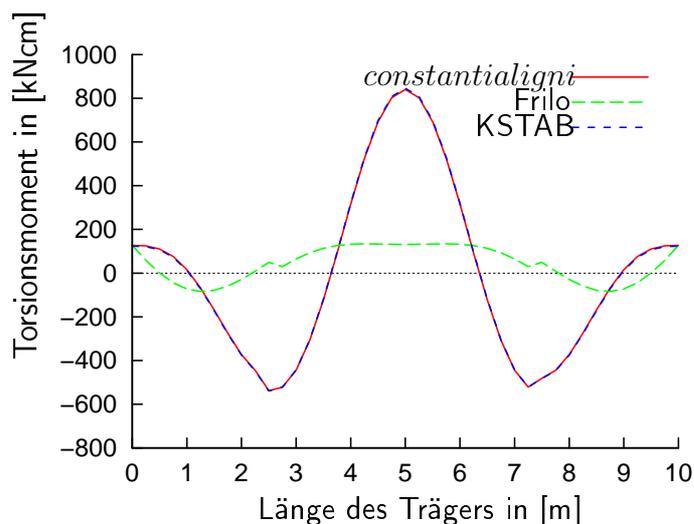
Abbildung 3.14: Querkraftverlauf V_y bei exzentrisch angreifenden Zwischenstützungen

Durch die horizontale Stützung außerhalb der Schwerachse ergibt sich der Torsionsmomentenverlauf in Abb. 3.15. Die gute Übereinstimmung von *constantialigni* mit den Werten aus KSTAB liegt auch hier vor, was auch den maximal auftretenden Torsionsmomenten aus Tabelle 3.5 zu entnehmen ist. Wiederum liefert Frilo einen abweichenden Verlauf für das

Tabelle 3.5: Maximales Moment M_x in Feldmitte

	M_x in kNcm
<i>constantialigni</i>	840,087121
KSTAB	845,77
Frilo	134,00

Torsionsmoment, sodass nur die Schnittgrößenverläufe von KSTAB und *constantialigni* im Schaubild 3.15 übereinander liegen und keinen qualitativen Unterschied zeigen. Die Pro-

Abbildung 3.15: Torsionsmoment M_x bei exzentrisch angreifenden Zwischenstützungen

gramme *constantialigni*, Frilo und KSTAB berechnen für das Wölbbimoment die in Abbildung 3.16 gemeinsam abgedruckten Verläufe, die sich, aufgrund der guten Übereinstimmung

der Werte, zu einer Kurve vereinigen. Die Abweichungen der Ergebnisse von *constantialigni*

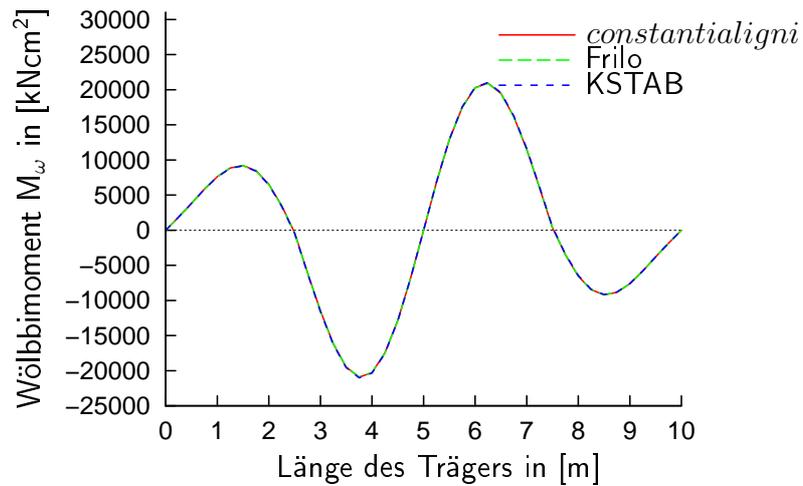


Abbildung 3.16: Wölbmoment M_ω bei exzentrisch angreifenden Zwischenstützungen

zu den Ergebnissen von Frilo und KSTAB sind in einem sehr geringen Wertebereich, der unter 1% liegt, konstant. Nur jeweils an den Nulldurchgängen der Momentenkurven treten größere Abweichungen auf, die bei Frilo 8,5% betragen und sich im Vergleich mit KSTAB sogar auf bis zu 28,76% steigern. Erklärt werden können diese vereinzelt Abweichungen mit den geringen Momentenwerten an dieser Stelle und dadurch, dass die Nullstellen der Momentenkurven, bedingt durch die jeweils unterschiedlichen Rechenelemente, nicht genau an derselben Stelle auftreten. Die maximalen Momentenwerte stimmen dagegen gut überein und sind in Tabelle 3.6 abgedruckt.

Tabelle 3.6: Maximales Wölbmoment M_ω

	M_ω in kNcm^2
<i>constantialigni</i>	20922,39904
KSTAB	21010,99
Frilo	20906,00

3.1.5.2 Zusammenfassung

Die ergänzte Programmversion von *constantialigni* mit drei horizontalen Stützungen liefert qualitativ und quantitativ hinreichend genaue Ergebnisse. Die Verifizierung mit anderen Computer-Berechnungsprogrammen und wenn möglich mit händischen Berechnungen weist gute Übereinstimmung auf. Die teilweise auftretenden Abweichungen sind durch Rundungsfehler zu erklären. Damit ist die neue Version von *constantialigni* verifiziert und kann somit für Berechnungen eingesetzt werden.

3.1.6 Querschnitt mit linear veränderlicher Höhe

3.1.6.1 Programmerweiterung

Das bestehende *constantialigni*-Programm wird ebenfalls um die Möglichkeit erweitert, einen Querschnitt mit linear veränderlicher Höhe, wie er beim Satteldachträger mit geradem unteren Rand vorkommt, einzulesen und nach Theorie II. Ordnung zu berechnen. Somit können Träger mit einem geraden Untergurt und einem konstant zur Feldmitte hin wachsenden Obergurt gerechnet werden.

3.1.6.2 System- und Querschnittsanpassungen

Die wesentliche Änderung im Vergleich zum bisherigen Rechteck-Querschnitt liegt beim Satteldachträger darin, dass sich die Höhe des Querschnitts zur Mitte hin kontinuierlich ändert und somit an keiner Stelle gleich ist. Somit entsteht ein stützstellenabhängiger Verlauf für die Funktion der Höhe, der linear bis zur Mitte ansteigt, dort den Wert von h_{aps} (Firsthöhe) erreicht und dann wieder bis zur Traufhöhe abfällt. Bedingt durch die veränderliche Höhe sind auch die Querschnittswerte nicht mehr konstant und können nicht wie bisher als Variable eingelesen werden, sondern werden auf einen Vektor mit der Größe $n + 1$ ($n =$ Anzahl der zu rechnenden Elemente) geschrieben.

Die drei seitlichen Halterungen des Trägers können nicht mehr durch Eingabe einer beliebigen Angriffshöhe in den Quellcode einfließen, da sich die Obergurt-Angriffshöhe am First deutlich von derjenigen an den Viertelpunkten unterscheidet. Somit wurde hier die Eingabemaske dahingehend verändert, dass nur noch zwischen einer Stützung in der Schwerachse und einer Stützung am Obergurt unterschieden werden kann.

Mit der zunehmenden Höhe des Satteldachträgers ändern sich nicht nur die Querschnittswerte, sondern es treten auch Veränderungen am Gesamtsystem auf, die der neuen Berechnung angepasst werden müssen. Die Abmessungen und die neu zu berechnenden Höhen- und Schwerpunktwerte sind in der Systemansicht in Abbildung 3.17 eingezeichnet.

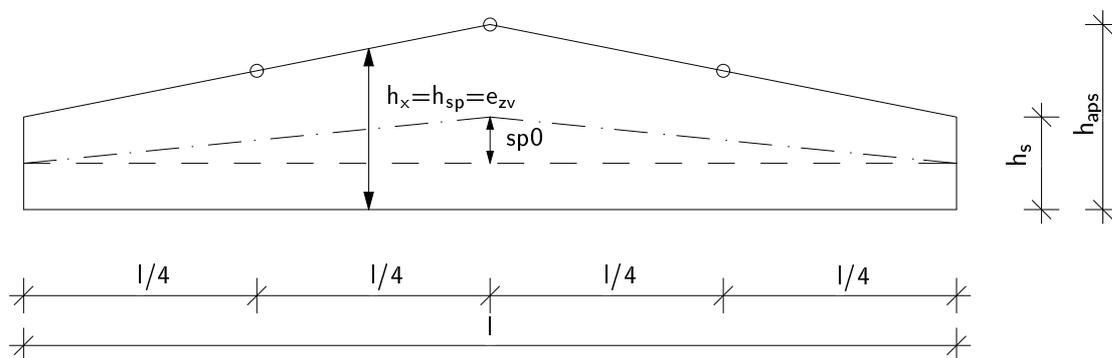


Abbildung 3.17: Systemansicht Satteldachträger

Der von *constantialigni* berechnete Satteldachträger weist einen geraden Untergurt und einen aufsteigenden Obergurt auf. Dadurch ändert sich auch die Höhe des Schwerpunkts im

Vergleich zum Ausgangswert am Auflager, da hier kein Träger vorliegt, bei dem der Schwerpunkt auf einer Achse bleibt und der Querschnittshöhe sowohl nach oben und nach unten zur Mitte hin anwächst. Deshalb muss die veränderliche Schwerpunkthöhe neu programmiert werden, um diesen Effekt abbilden zu können. Dazu wird eine zusätzliche unabhängige vertikale Vorverformung auf den Träger aufgebracht, die die Verschiebung der Schwerlinie über die Trägerlänge abbildet. Durch die dadurch entstehende virtuelle Überhöhung des Trägers werden die höher liegenden Schwerpunkte des Querschnitts modelliert. Die Berechnung dieser Schwerpunkthöhenfunktion findet wieder in zwei Abschnitten am Biegeträger statt. Diese Funktionen berechnen dabei den zu addierenden Wert zum Ausgangsschwerpunkt.

Vertikale Vorverformung $sp0$ bis zum First (vgl. Abb. 3.17):

$$\begin{aligned} sp0(i) &= \frac{i-1}{n} \cdot (h_{First} - h_{Traufe}) \\ sp0'(i) &= \frac{h_{First} - h_{Traufe}}{n} \\ sp0''(i) &= 0 \end{aligned}$$

Vertikale Vorverformung $sp0$ vom First bis zum Auflager (vgl. Abb. 3.17):

$$\begin{aligned} sp0(i) &= \frac{h_{First} - h_{Traufe}}{2} - \left(\frac{\frac{n}{2} + (i-1)}{\frac{n}{2}} \cdot \frac{h_{First} - h_{Traufe}}{2} \right) \\ sp0'(i) &= -\frac{h_{First} - h_{Traufe}}{n} \\ sp0''(i) &= 0 \end{aligned}$$

mit n = Anzahl der Rechenelemente

3.1.6.3 Biegelinie bei veränderlicher Biegesteifigkeit

Für eine konstante Biegesteifigkeit I_y gilt die Differentialgleichung für die Biegelinie. Die bekannte Formel:

$$EIw^{IV} = q_z$$

ergibt sich aus der allgemeinen Formel für die DGL der Biegelinie 4. Ordnung:

$$[EI(x) \cdot w(x)''']' = q_z$$

Für einen Satteldach-Querschnitt liegt nun der Fall vor, dass sich die Biegesteifigkeit ändert. Somit kann die vereinfachte Form der Biege-DGL nicht angewendet werden, weil dies zu falschen Ergebnissen führen würde. Deswegen muss der numerische Ansatz für den Einfluss des Trägheitsmoments I_y in der Koeffizientenmatrix geändert werden und wird nicht wie bisher nach Staller [33] berechnet. Um die veränderliche Biegesteifigkeit numerisch erfassen zu können, werden nun die Differenzenformeln und die Differenzgleichung der Biegelinie bei veränderlicher Biegesteifigkeit nach Dankert [5] verwendet. Die 2. Ableitung der zentralen

Differenzenformeln lautet dort:

$$y_i'' \approx \frac{1}{h^2} (y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1})$$

Mit dieser Formel wird die Ansatzfunktion für die 2. Ableitung gebildet. Im Falle einer veränderlichen Biegesteifigkeit muss dieser Schritt somit zwei Mal durchgeführt werden, um auf die Ansatzfunktion zu kommen, die in die Koeffizientenmatrix der DGL eingeht. In einem ersten Schritt ergibt sich für die Biege-DGL mit der 2. Ableitung der Differenzenformel:

$$\frac{1}{h^2} [(EIw'')_{i-1} - 2(EIw'')_i + (EIw'')_{i+1}] = q_z \quad (3.2)$$

Nun wird an jeder Stelle $(i-1, i, i+1)$ noch einmal dieselbe Gleichung der 2. Ableitung angewandt, sodass sich für die einzelnen Klammerausdrücke folgende Werte ergeben:

$$(EIw'')_{i-1} \approx EI_{i-1} \cdot \frac{1}{h^2} [w_{i-2} - 2w_{i-1} + w_i] \quad (3.3)$$

$$(EIw'')_i \approx EI_i \cdot \frac{1}{h^2} [w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}] \quad (3.4)$$

$$(EIw'')_{i+1} \approx EI_{i+1} \cdot \frac{1}{h^2} [w_i - 2w_{i+1} + w_{i+2}] \quad (3.5)$$

Schlussendlich kann dann durch Einsetzen und Zusammenfassen die Differenzengleichung der Biegelinie bei veränderlicher Biegesteifigkeit [5] angegeben werden:

$$I_{i-1}w_{i-2} - 2(I_{i-1} + I_i)w_{i-1} + (I_{i-1} + 4I_i + I_{i+1})w_i - 2(I_i + I_{i+1})w_{i+1} + I_{i+1}w_{i+2} = \frac{q_z h^4}{E}$$

Setzt man in diese Differenzengleichung für die verschiedenen Trägheitsmomentenwerte ein konstantes I ein, so erhält man die aus [33] bekannte Formel:

$$w_{i-2} - 4w_{i-1} + 6w_i - 4w_{i+1} + w_{i+2} = \frac{q_z h^4}{EI} \quad (3.6)$$

3.1.7 Verifizierung der Rechenergebnisse am Satteldachquerschnitt

3.1.7.1 Verifizierungsvorgehen

Um zu überprüfen, ob das Programm nach den Veränderungen im Quellcode richtig rechnet, werden verschiedene Verifizierungsschritte durchgeführt. Durch die Rechnung mit einem in der Höhe veränderlichen Querschnitt ändert sich das Vorgehen bei der Verifizierung, da in diesem Fall keine einfachen Vergleichsrechnungen mit den anderen Computer-Programmen möglich ist. Die Rechenergebnisse mit dem erweiterten Berechnungsprogramm für Träger mit linear veränderlicher Höhe werden in mehreren Schritten verifiziert.

3.1.7.2 Vergleichsrechnung mit konstantem Querschnitt

Als erster Verifizierungsschritt wird die neue *constantialigni*-Version mit dem einprogrammierten Satteldachträger-Querschnitt mit der vorherigen, bereits verifizierten *constantialigni*-Version verglichen und mit der neuen Rechenroutine ein parallelgurtiger Träger berechnet. Gerechnet wird mit den folgenden Material- und Systemwerten:

b	=	8,47	cm	Breite des Querschnitts
h	=	85,8	cm	konstante Höhe des Querschnitts
l	=	10,0	m	Länge des Trägers
e_y	=	2,5	cm	maximale Vorverformung in y-Richtung
k	=	1000	kN/cm	horizontale Federsteifigkeit
E	=	1400	kN/cm ²	Elastizitätsmodul
q_z	=	0,20	kN/cm	Gleichstreckenlast

Die Ergebnisse, die mit dem neuen Quellcode berechnet wurden, stimmen sehr gut mit den Werten überein, die *constantialigni* für einen Rechteckquerschnitt ausgibt. Die in den Abbildungen 3.18 und 3.19 gemeinsam abgedruckten Verläufe für die Verformungen und die Verdrehung weisen keine großen Unterschiede auf. Die Abweichungen betragen für die Durchbiegung in vertikaler Richtung fast konstant 0%.

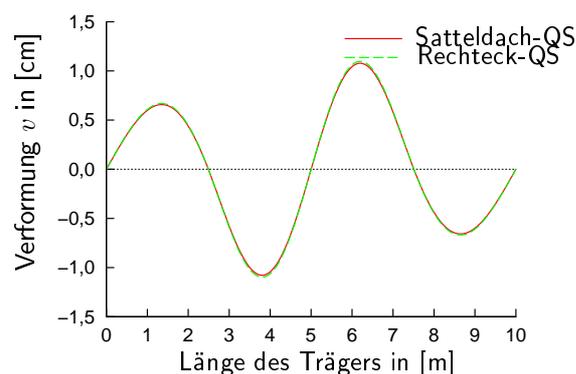


Abbildung 3.18: Horizontale Verformung v , verschiedene *constantialigni*-Rechenroutinen

Für die Verdrehung ϑ und die Verformung in y-Richtung v treten zwar Abweichungen in den Rechenergebnissen auf, jedoch halten sich diese stets in einem kleinen, tolerierbaren Bereich von ca. 1,8 %. Allein bei den Nulldurchgängen der Verformungskurven treten Spitzen in der Abweichung auf, die durch die kleinen Werte und die dadurch schnell entstehenden großen relativen Abweichungen zu erklären sind.

Zur weiteren Kontrolle der Richtigkeit der Ergebnisse werden die berechneten Werte für die Durchbiegung w in z-Richtung, das Moment M_y und die Querkraft V_z mit kurzen Handrechnungen verifiziert. Die Computerergebnisse nach *constantialigni* liefern dabei dieselben Werte wie die Handberechnungen, d.h. dass keine Abweichungen in den Rechenresultaten vorliegen. Somit ist belegt, dass der veränderte Quellcode, der die Berechnung eines Querschnitts mit linear veränderlicher Höhe ermöglicht, zu richtigen Berechnungsergebnissen führt, da mit der Eingabe eines Querschnittswerts mit konstanter Höhe die Rechenresultate mit denen des parallelgurtigen Trägers verglichen werden können.

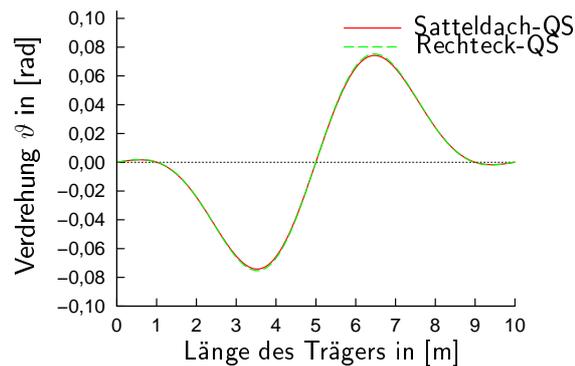


Abbildung 3.19: Verdrehung ϑ , verschiedene *constantialigni*-Rechenroutinen

3.1.7.3 Querschnitt mit veränderlicher Höhe

Für die Vergleichsrechnungen mit veränderlicher Höhe stehen nun zur Verifizierung keine Ergebnisse aus den bisher benutzten Computerprogrammen mehr zur Verfügung. Um das Verformungsverhalten des Satteldachträgers zu verifizieren und richtig einordnen zu können, wird die Firsthöhe nun kontinuierlich gesteigert. Die Rechnungen beginnen bei einem Querschnitt mit konstanter Höhe $h_{\text{Traufe}} = h_{\text{First}} = 60$ cm. Die Firsthöhe wird in jedem neuen Rechenschritt um 10 cm erhöht, bis sie 120 cm erreicht hat. Die weiteren Abmessungen werden nicht verändert und bleiben bei $b = 16$ cm und $l = 10$ m. Als Last wird eine Streckenlast von $0,1005$ kN/cm aufgebracht. Durch die Zunahme der Firsthöhe nehmen die vertikalen Durchbiegungen immer mehr ab, wie in Abbildung 3.20 deutlich zu erkennen ist. Dort sind die Durchbiegungsverläufe über die gesamte Trägerlänge für die jeweiligen Firsthöhen von 60 cm bis 120 cm aufgetragen. Die Abnahme der Verformungen ist damit zu erklären, dass mit einer größeren Höhe das Trägheitsmoment um die starke Achse kubisch anwächst und somit der unveränderten Lasteinwirkung mehr Widerstand entgegengebracht wird.

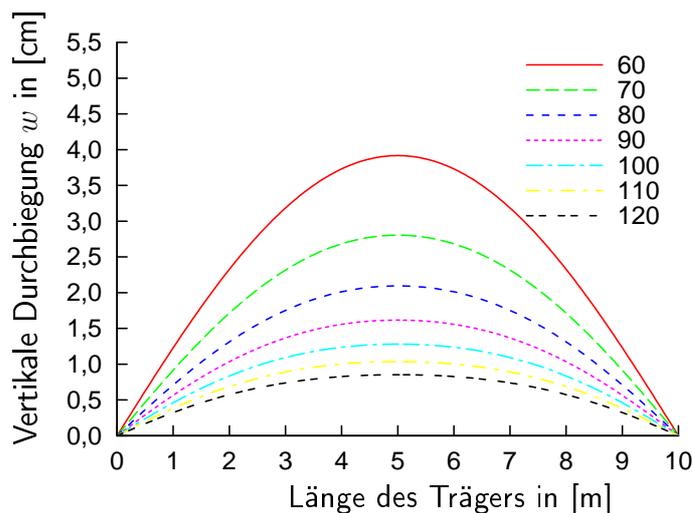


Abbildung 3.20: Vertikale Durchbiegung w bei Steigerung der Firsthöhe von 60 cm auf 120 cm

Damit verhält sich der Träger bei gesteigerten Firsthöhen so, wie es zu erwarten war und liefert demzufolge qualitativ die erwarteten Ergebnisse für die Durchbiegung in z-Richtung. Zum Vergleich der Rechenwerte wird eine Kontrollberechnung mit RSTAB [11] durchgeführt und

die jeweiligen maximalen Werte für die Verformung w den Rechenwerten von *constantialigni* gegenübergestellt. Das Schaubild 3.21 zeigt diesen Verlauf der maximalen Durchbiegungen in Abhängigkeit von der Firsthöhe. Die Ergebnisse von RSTAB und *constantialigni* stimmen sehr gut überein, sodass die jeweiligen Verläufe im Schaubild nicht zu unterscheiden sind. Die Werte für die berechnete maximale Durchbiegung weisen eine maximale Abweichung der Rechenresultate von RSTAB und *constantialigni* von 0,39% auf. Zum Vergleich ist in Schaubild 3.21 eine zusätzliche Kurve mit den Werten aus einer Handrechnung für die maximale vertikale Durchbiegung w in Feldmitte bei konstanter Querschnittshöhe gegeben. In den deutlich höheren Durchbiegungswerten ist zu erkennen, dass die geringeren Widerstandswerte neben dem First Auswirkungen auf die maximale Durchbiegung nehmen.

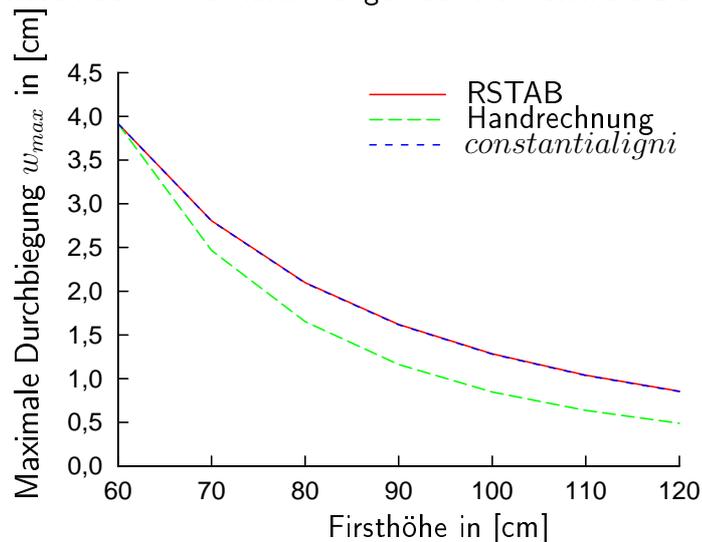


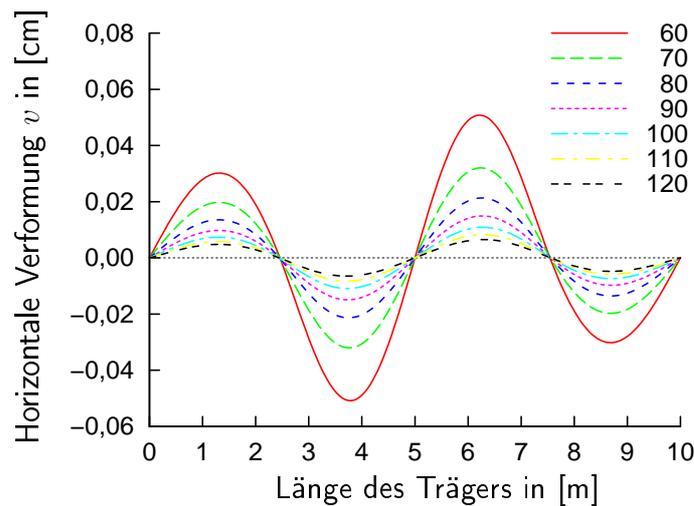
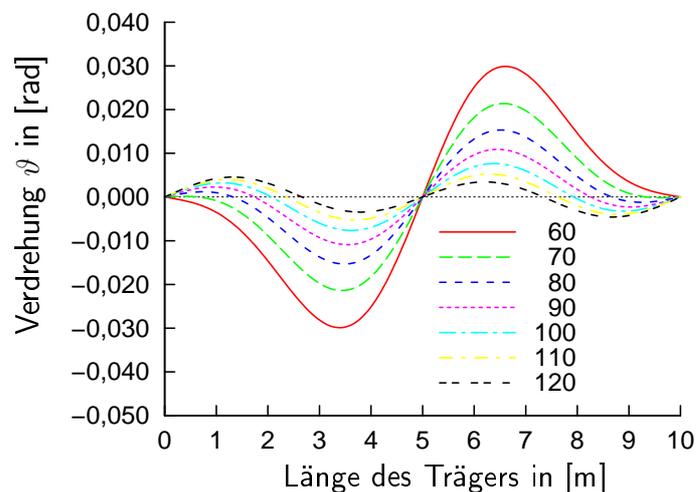
Abbildung 3.21: Maximale Durchbiegung w in Abhängigkeit der Firsthöhe, verglichen mit den Handrechnungsergebnissen für eine konstante Höhe ($h=h_{\text{First}}$)

Schaubild 3.22 zeigt die Veränderungen der horizontalen Verformung v in y -Richtung in Abhängigkeit von der Firsthöhe, die wieder kontinuierlich auf 120 cm gesteigert wurde. Wieder nehmen die Verformungen mit zunehmender Firsthöhe ab und der Verformungsverlauf verflacht zusehends. Ursache hierfür ist wiederum das gesteigerte Flächenträgheitsmoment, in diesem Fall um die schwache z -Achse.

Ähnlich sieht es für die Verdrehung ϑ aus, die ebenfalls für eine zunehmende Firsthöhe abnimmt (vgl. Abb. 3.23). In diesem Fall steigt mit der Zunahme der Querschnittshöhe auch das Torsionsträgheitsmoment I_t an und mindert dadurch die Verdrehmöglichkeiten des Querschnitts.

Als letzter Vergleich der Verformungsergebnisse für einen Querschnitt mit veränderlicher Höhe werden die berechneten Durchbiegungsverläufe für w mit den Verformungsverläufen aus RSTAB [11] verglichen. Dazu wird die Trägerlänge auf 20 m vergrößert und die Berechnungen an zwei unterschiedlichen Systemen durchgeführt. Einmal mit einer Firsthöhe von 160 cm und einmal mit einer Firsthöhe von 110 cm. Der Querschnitt an der Traufe ist in beiden Rechnungen jeweils 16 cm breit und 60 cm hoch. Die von *constantialigni* und RSTAB [11] berechneten Verläufe sind in Schaubild 3.24 abgedruckt. Es treten keinerlei nennenswerte Abweichungen auf, sodass die maximal auftretende Differenz lediglich 0,034% beträgt.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass *constantialigni* für einen Querschnitt mit veränderlicher Höhe brauchbare Ergebnisse für die Verformungen liefert. Der Vergleich mit anderen

Abbildung 3.22: Vertikale Verformung v bei FirsthöhensteigerungAbbildung 3.23: Verdrehung ϑ bei Steigerung der Firsthöhe

Rechenergebnissen ist in diesem Fall nur für die vertikale Durchbiegung möglich. Diese Ergebnisse stimmen jedoch sehr gut überein. Alle weiteren Ergebnisse und vorgenommenen Veränderungen können qualitativ beurteilt und nachvollzogen werden und weisen keine erkennbaren Fehler auf.

3.1.7.4 Schnittgrößen

Der Verlauf für das Biegemoment M_z (Abb. 3.25) ähnelt qualitativ deutlich dem bereits bekannten M_z -Verlauf des konstanten Rechteck-Querschnitts. Auch hier muss auf eine Verifizierung mit Werten verzichtet werden, lediglich die Stellen $x = 0$, $x = 5$ und $x = 10$ weisen mit den Werten Null vorhersehbare Ergebnisse hervor, die so als richtig angesehen werden können.

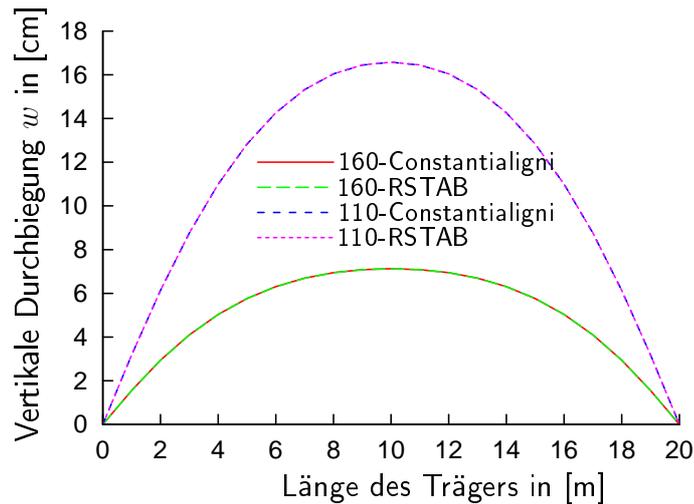


Abbildung 3.24: Verformung w bei Vergleichsrechnungen mit zwei Satteldachquerschnitten mit unterschiedlicher Firsthöhe von *constantialigni* mit RSTAB

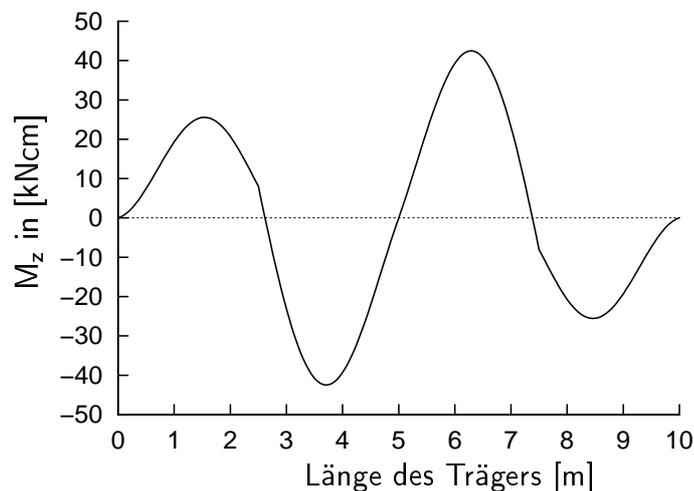


Abbildung 3.25: Momentenverlauf M_z für den Satteldachträger

Das Moment M_z ist genauso wie die Querkraft V_y mit der Verformung v verknüpft.

$$M_z = -E \cdot I_z \cdot v'' \quad (3.7)$$

$$V_y = E \cdot I_z \cdot v''' \quad (3.8)$$

Somit liegen Begründungen und Ursachen für die zwei Schnittgrößenverläufe wieder in der Verformung und deren Ableitungen, die für die vertikale Verformung v in Abbildung 3.26 dargestellt sind. Dadurch, dass die veränderliche Höhe im Trägheitsmoment I_z nur linear eingeht, entspricht der Verlauf von M_z qualitativ recht genau dem Verlauf von v'' . Gleiches gilt für den Verlauf der Querkraft V_y , bei dem allerdings im Vergleich zum Querschnitt mit konstanter Höhe ein paar Veränderungen festzustellen sind.

Der Sprung im Verlauf von v''' an den Stellen $x = 2,5$ m und $x = 7,5$ m, wo die horizontalen Stützungen angreifen, ist durch Ableitung der Funktion von v'' zu erklären. Dort tritt an diesen Stellen im Verlauf ein Knick auf, was einer plötzlichen Steigungsänderung entspricht, die dann

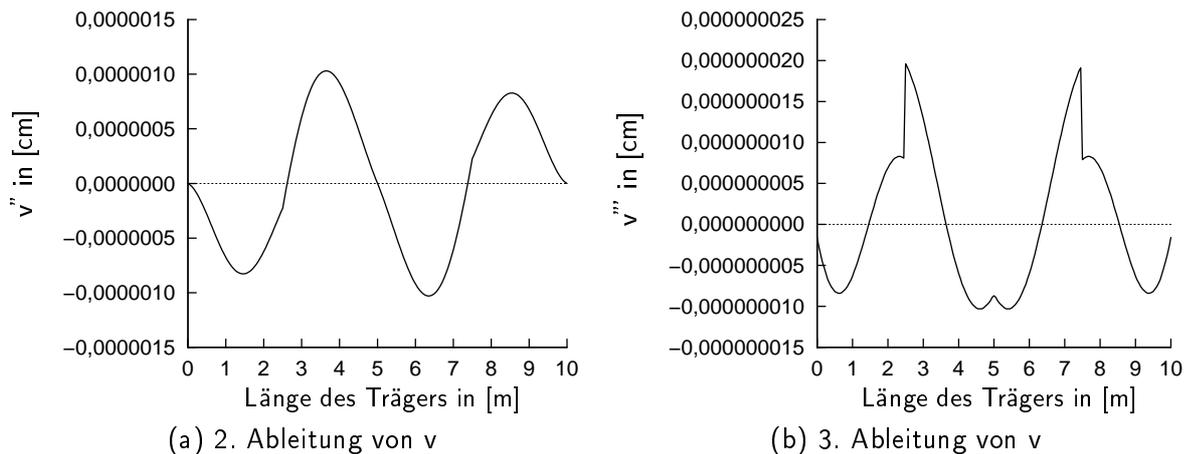


Abbildung 3.26: Ableitungen der horizontalen Verformung v für einen Querschnitt mit veränderlicher Höhe

wiederum in deren Ableitung, also der Funktion ihrer Steigung, einen Sprung auslöst. Das Einknicken im Verlauf von v''' in Feldmitte ist einerseits durch die dort angreifende horizontale Halterung, sowie durch die dort vorhandene maximale Biegesteifigkeit zu erklären.

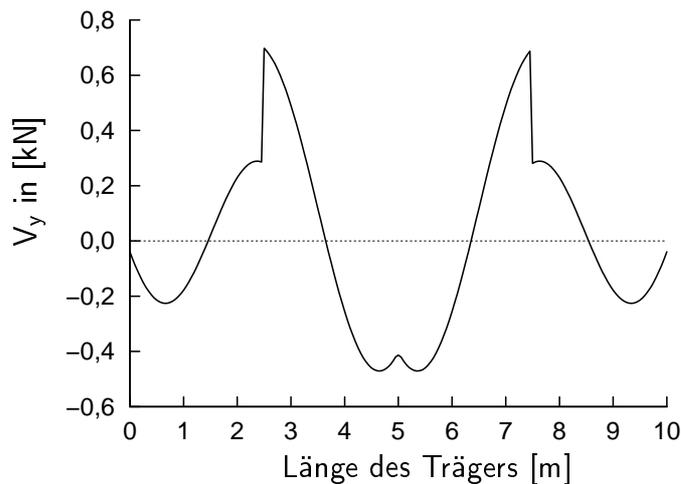


Abbildung 3.27: Querkraftverlauf V_y für den Satteldachträger

Dementsprechend ergibt sich für den Querkraftverlauf V_y der gleiche Verlauf, wie in Abbildung 3.27 zu erkennen ist, der im Vergleich zum konstanten Querschnitt durch das veränderliche I_z geschwungener ausfällt. Damit ist für die Schnittgrößen in Folge der horizontalen Verformung v nachvollzogen, wie deren jeweiligen Verläufe zustande kommen.

Die berechneten Schnittgrößen für einen Satteldachträger konnten zwar, bis auf wenige Ausnahmestellen, nicht mit Vergleichswerten verifiziert werden, dennoch wird durch die qualitative Beurteilung und durch den Vergleich von Verformungs- und Querschnittswerten untereinander eine ausreichende Bestätigung der Richtigkeit der Ergebnisse gegeben. Alle von *constantia ligni* berechneten Schnittgrößen sind dadurch schlüssig und widersprechen weder den zu erwartenden Schnittgrößenwerten, noch mathematischen oder mechanischen Gesetzen.

4 Rechenbeispiel mit Stützungen in der Schwerachse

4.1 Allgemeines

Bei schlanken Bindern kann es aufgrund von Imperfektionen zu einem Stabilitätsversagen des Druckgurtes kommen. Um ein Kippen des Binders zu verhindern, wird dessen Druckgurt durch seitliche Stützungen stabilisiert. Diese seitlichen Stützungen werden durch Pfetten in der Schwerachse oder dem Druckgurt des Binders realisiert und die entstehenden Stabilisierungslasten an einen Horizontalverband abgegeben. Die Stabilisierungslasten werden durch die Auflager des Verbands aufgenommen und bilden damit ein Gleichgewicht in der Ebene der Aussteifungskonstruktion.

Als ein erstes Rechenbeispiel soll der Fall von horizontalen Stützungen in der Schwerachse des Holzbinders betrachtet werden, um die grundsätzlichen auftretenden Effekte erkennen zu können und um das gekoppelte Gesamtsystem und sein Verhalten kennenzulernen. Dabei wird die Auswirkung eines nachgiebigen Verbands auf das Verhalten des gestützten Einfeldträgers berechnet, indem die nachgiebigen Anschlüsse der Verbandspfoften an den Träger berücksichtigt werden. Zuerst werden die Holzquerschnitte nach DIN EN 1995 [9] unter den gegebenen Lasten bemessen.

4.2 System

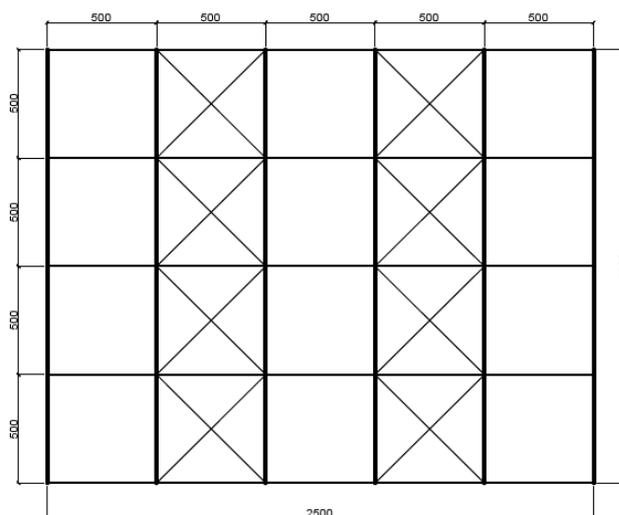


Abbildung 4.1: Systemskizze der Tragkonstruktion im Grundriss

Die betrachtete Lagerhalle für das Rechenbeispiel ist 4,30 m hoch, 25 m lang und hat eine Spannweite von 20 m, mit einem Binderabstand von 5 m (Abb. 4.1). Der parallelgurtige Hauptträger liegt an seinen Enden gabelgelagert auf eingespannten Stahlbetonstützen auf. Die Pfetten werden in den Viertelpunkten als zug- und drucksteife Verbandspfetten ausgebildet. So ergibt sich ein Raster des Haupttragwerks von 5x5 Metern. Die insgesamt sechs Holzträger werden über zwei Verbände ausgesteift. Somit erfährt jeder Horizontalverband die Aussteifungslasten von drei BSH-Binder, sodass die berechnete Stabilisierungslast nach DIN EN 1995 [9] auf den Verband mit dem Faktor 3 multipliziert wird. Die Rundstahldiagonalen haben einen Durchmesser von 10 mm und sind aus verzinktem S355 gefertigt. Als Dacheindeckung dient ein schubschwaches Stahltrapezblech. Der Anschluss erfolgt mit Dübeln besonderer Bauart B1, die durch Bolzen $\varnothing 12 \text{ mm}$ gesichert sind und deren Steifigkeit nach DIN EN 1995-1-1 berechnet wird.

Die Querschnittswerte der Holzbauteile sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

Tabelle 4.1: Querschnittswerte der Hallenbinder und Dachpfetten (vgl. Abb. 4.1)

	BSH-Träger GL24c	Pfetten C24	
Trägerlänge l	20	5	m
Querschnittsbreite b	20	12	cm
Querschnittshöhe h	120	20	cm
Trägerabstand e	5,00	1,25	m
Rohdichte γ	4,0	4,2	kN/m^3

4.3 Einwirkungen

4.3.1 Ständige Lasten

Die ständigen Lasten bestehen aus den Eigengewichten der Blecheindeckung, Pfetten und BSH-Träger. Die Werte ergeben sich zu:

$$g_{BSH,k} = 0,84 \text{ kN/m} \quad (4.1)$$

$$g_{Pf,k} = 0,10 \text{ kN/m} \quad (4.2)$$

$$g_{Bl,k} = 0,15 \text{ kN/m}^2 \quad (4.3)$$

4.3.2 Veränderliche Lasten

Die charakteristische **Schneelast** auf dem Dach ergibt sich in Schneelastzone 2 in einer Höhe über dem Meeresspiegel von 604 m und dem Formbeiwert $\mu = 0,8$ zu

$$s_k = 0,8 \cdot \left(0,25 + 1,91 \cdot \left(\frac{604 + 140}{760} \right)^2 \right) = 1,66 \text{ kN/m}^2 \quad (4.4)$$

Für die **Windbelastung** in Windzone 1 gilt der vereinfachte Böengeschwindigkeitsdruck von $q_k = 0,5$. Damit ergibt sich, unter der Annahme dass die Lasten aus Windsog und -druck jeweils auf nur einen der beiden Verbände wirken, eine Windlast auf den stärker belasteten Verband von

$$w_k = \frac{4,3m}{2} \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 0,86 \text{ kN/m} \quad (4.5)$$

4.4 Bemessung

4.4.1 Brettschichtholzträger

Die Festigkeitswerte für Gl24c ergeben sich für die maßgebende kurze Lasteinwirkungsdauer zu

$$f_{m,d} = 1,66 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.6)$$

$$f_{c,0,d} = 1,45 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.7)$$

Die BSH-Träger besitzen jeweils eine Lasteinzugsbreite von 5,00 m. Somit ergibt sich mit den genannten Lasten unter Berücksichtigung der Teilsicherheitsbeiwerte die Bemessungsstreckenlast in z-Richtung zu:

$$q_{z,d} = 1,35 \cdot 1,99 \text{ kN/m} + 1,5 \cdot 8,3 \text{ kN/m} = 15,14 \text{ kN/m} \quad (4.8)$$

Und daraus resultierend das Moment und die Biegespannung um die y-Achse zu:

$$M_{y,d} = \frac{15,14 \cdot 20^2}{8} = 757 \text{ kNm} \quad (4.9)$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{75.700 \text{ kNcm}}{48.000 \text{ cm}^3} = 1,58 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.10)$$

Die Bemessungslast aus Wind in y-Richtung und die daraus resultierenden Kräfte und Spannungen um die schwache Achse, unter Berücksichtigung der Abstützungen durch den Verband, berechnen sich zu:

$$q_{y,d} = 1,5 \cdot 0,86 \text{ kN/m} = 1,29 \text{ kN/m} \quad (4.11)$$

$$M_{z,d} = \frac{1,29 \cdot 5^2}{8} = 4,0 \text{ kNm} \quad (4.12)$$

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{400 \text{ kNcm}}{8.000 \text{ cm}^3} = 0,05 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.13)$$

Der Nachweis gegen Biegedrillknicken wird wie folgt geführt:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} \leq 1,0$$

Der Beiwert k_{crit} ergibt sich dabei nach Norm aus den folgenden Formeln mit der Ersatz-

stablänge $l_{ef} = 5,0$ m (Abstand der horizontalen Stützungen):

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot l_{ef}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,78 \cdot 0,2^2}{1,2 \cdot 5} \cdot 9.100 \cdot 1,4 = 66,25 \frac{N}{mm^2} \quad (4.14)$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{24}{66,25}} = 0,60 \quad (4.15)$$

$$k_{crit} = 1,0 \quad (4.16)$$

Der Nachweis ergibt sich zu:

$$\frac{1,58}{1,0 \cdot 1,66} = 0,95 \leq 1,0$$

Der Abminderungsbeiwert k_{crit} zur Berechnung der Stabilisierungslast ergibt sich mit der Gesamtlänge des Verbands ($l_{ef} = 20$ m) zu:

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot l_{ef}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,78 \cdot 0,2^2}{1,2 \cdot 20} \cdot 9.100 = 11,83 \frac{N}{mm^2} \quad (4.17)$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{24}{11,83}} = 1,42 \quad (4.18)$$

$$k_{crit} = 1/(\lambda_{rel,m})^2 = 0,50 \quad (4.19)$$

Der Bemessungswert der mittleren Normalkraft im Druckgurt berechnet sich mit k_{crit} zu:

$$\begin{aligned} N_d &= (1 - k_{crit}) \cdot \frac{M_d}{h} & (4.20) \\ &= (1 - 0,5) \cdot \frac{757}{1,2} \\ &= 315,42 \text{ kN} \end{aligned}$$

Die Stabilisierungslast für drei aussteifende BSH-Träger pro Verband ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} q_d &= k_l \cdot \frac{n \cdot N_d}{k_{f,3} \cdot l} = 0,87 \cdot \frac{3 \cdot 315,42 \text{ kN}}{30 \cdot 20 \text{ m}} = \\ &= 1,37 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} k_l &= \min(1; \sqrt{\frac{15}{l}}) = \sqrt{\frac{15}{20}} &= 0,87 \\ l &= \text{Gesamtlänge des Aussteifungsverbands [m]} &= 20 \text{ m} \\ n &= \text{Anzahl der zu stabilisierenden Binder} &= 3 \\ k_{f,3} &= \text{Modifikationsbeiwert nach NA} &= 30 \end{aligned}$$

4.4.2 Pfette

Die Pfetten werden ebenfalls durch Schnee und Eigengewicht auf Biegung beansprucht. Die Lasteinzugsbreite beträgt 1,25 m da sich jeweils drei weitere Pfetten zwischen den Verbandspfetten befinden. Die Last ergibt sich zu

$$q_{y,d} = 1,35 \cdot 0,30 \text{ kN/m} + 1,5 \cdot 2,08 \text{ kN/m} = 3,53 \text{ kN/m} \quad (4.21)$$

Das Moment und die Biegespannung bestimmen sich zu:

$$M_{y,d} = \frac{3,53 \cdot 5^2}{8} = 11,03 \text{ kNm} \quad (4.22)$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{1.103 \text{ kNcm}}{800 \text{ cm}^3} = 1,38 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.23)$$

Die Verbandspfetten werden zusätzlich durch Wind und die Stabilisierungslast für den BSH-Träger beansprucht. Dies ergibt gemäß Berechnung mit RSTAB [11] eine maximale Normalkraft von $N_d = 21 \text{ kN}$. Die Druckspannung beträgt

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{21 \text{ kN}}{240 \text{ cm}^2} = 0,09 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.24)$$

Der Trägheitsradius i_y ergibt sich aus dem Flächensträgheitsmoment I_y und der Fläche A zu

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{8.000}{240}} = 5,77 \text{ cm} \quad (4.25)$$

Der Binderabstand und somit auch die Pfettenlänge betragen 5,0 m.

$$\lambda_y = \frac{500 \text{ cm}}{5,77} = 86,7 \quad (4.26)$$

$$\lambda_{rel,c} = \frac{86,7}{\pi} \sqrt{\frac{2,1}{\frac{5}{6} \cdot 11.000}} = 0,42 \quad (4.27)$$

$$k = 0,5 \cdot [1 + 0,2(0,42 - 0,3) + 0,42^2] = 0,60 \quad (4.28)$$

$$k_c = \frac{1}{0,60 + \sqrt{0,60^2 - 0,42^2}} = 0,97 \quad (4.29)$$

ergibt sich der Nachweis mit dem Ersatzstabverfahren für Biegung und Druck zu:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1,0 \quad (4.30)$$

$$\frac{0,09}{0,97 \cdot 1,45} + \frac{1,38}{1,66} = 0,89 \leq 1,0 \quad (4.31)$$

4.4.3 Deckblech

Die Blecheindeckung wurde nach der Bemessungstabelle des Herstellers gewählt und wird nicht weiter nachgewiesen.

4.4.4 Zugdiagonalen

Die Diagonalen aus Rundstahl S355 $\emptyset 10 \text{ mm}$ erhalten aus der Belastung aus Wind und Stabilisierungslasten eine Normalkraft von 22,3 kN. Der Nachweis ergibt sich somit zu:

$$\frac{\sigma_{Ed}}{f_{yd}} \leq 1,0 \quad (4.32)$$

$$\frac{22,3 \text{ kN} / 0,79 \text{ cm}^2}{35,5 \text{ kN/cm}^2} = 0,80 \leq 1,0 \quad (4.33)$$

Die Stahlbauanschlüsse werden hier nicht weiter verfolgt.

4.5 Anschlussdetail des Aussteifungsverbands

Als Übersicht ist der Knoten von Binder, Pfette und Diagonalen (Detail A) im Anschlussdetail Verband-Binder in Abb. 4.2 dargestellt. Um eine Grundlage für die Nachgiebigkeiten der Anschlüsse zu schaffen, wird im Folgenden beispielhaft auf die verwendeten Verbindungsmittel eingegangen.

Die Verbandspfetten werden über Dübel besonderer Bauart B1 mit $\emptyset 95 \text{ mm}$ zug- und drucksteif längs und quer über ein Stahlwinkelprofil an den BSH-Träger angeschlossen. Die Dübel sind mit Bolzen $\emptyset 12 \text{ mm}$ gesichert. Der Anschluss der Diagonalen erfolgt über eine Schraubverbindung ebenfalls an diesen Stahlwinkel.

Der Stahlwinkel wird im Sinne der Normung als dickes Stahlblech ($t \geq d$) ausgebildet und schließt mit zwei Dübel besonderer Bauart B1 $\emptyset 95 \text{ mm}$ an den Brettschichtholzträger (GL24c) an. Das Anschlussblech kann als steif angenommen werden, um die Berechnung der Anschlusssteifigkeit zu vereinfachen. Die Abmessungen des Winkels sind so gewählt, dass sich alle angeschlossenen Kraftlinien in einem Punkt treffen, um Exzentrizitätsmomente zu vermeiden.

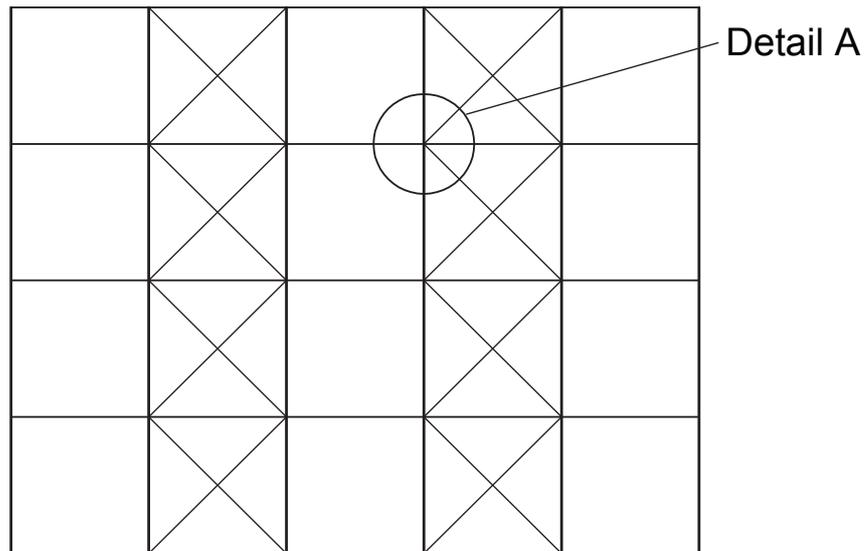
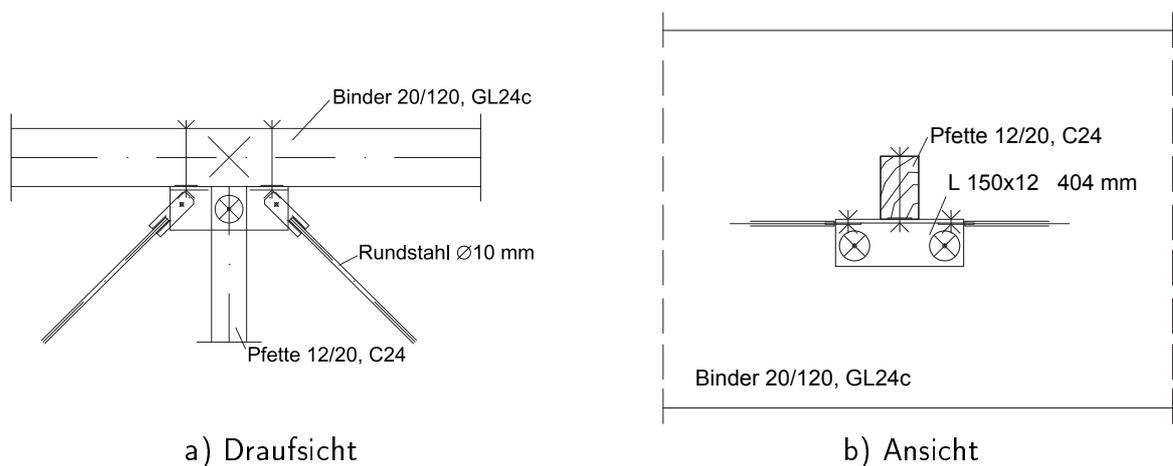


Abbildung 4.2: Anschlussdetail im Tragwerk



a) Draufsicht

b) Ansicht

Abbildung 4.3: Anschlussdetails der Verbandspfosten

4.6 Steifigkeit des Pfettenanschlusses nach DIN EN 1995-1-1

Die Berechnung erfolgt unter der Annahme von nachgiebigen Anschlüssen. Die Steifigkeit der Stahlblech-Holz-Verbindung des Anschlusses der Pfette (C24) berechnet sich hier (mit dem Faktor 2 nach DIN EN 1995-1-1) für Stahlblech-Holz-Verbindungen zu:

$$K_{ser} = 2 \cdot \rho_m \cdot \frac{d_c}{2} \quad (4.34)$$

$$= 2 \cdot 420 \text{ kg/m}^3 \cdot \frac{95 \text{ mm}}{2} \quad (4.35)$$

$$= 39.900,0 \text{ N/mm}$$

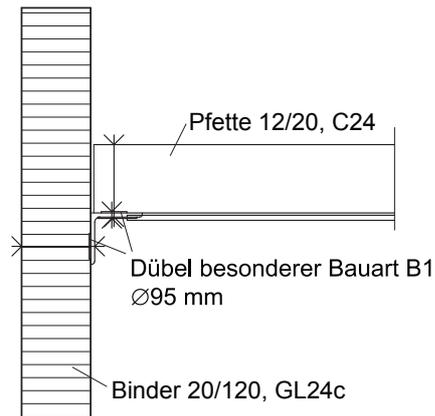


Abbildung 4.4: Anschlussdetail - Schnitt

Die Berechnungen für die Durchbiegung des Horizontalverbandes finden unter Ansatz von mit Teilsicherheitsbeiwerten beaufschlagten Eingangsgrößen im Grenzzustand der Tragfähigkeit statt. Somit ergibt sich die anzusetzende Anschlusssteifigkeit:

$$\begin{aligned}
 K_d &= \frac{2}{3} \cdot \frac{K_{ser}}{1,3} \\
 &= 20.461,5 \text{ N/mm}
 \end{aligned}
 \tag{4.36}$$

Es wird der Verschiebungsmodul entsprechend NA zu DIN EN 1995-1-1 für die weiteren Berechnungen in Ansatz gebracht. Im Gegensatz zu den Festigkeitseigenschaften bleibt der Modifikationsbeiwert zur Berücksichtigung der Nutzungsklassen k_{mod} , der in Abhängigkeit der Lasteinwirkungsdauer bestimmt wird, unberücksichtigt. Stattdessen wird eine pauschale Abminderung des Verschiebungsmoduls im Grenzzustand der Tragfähigkeit auf $2/3 \cdot K_{ser}$ vorgenommen, die den Mittelwert des Verschiebungsmoduls darstellt. Inwieweit sich die Lasteinwirkungsdauer auf den Verschiebungsmodul auswirkt, lässt sich aus der derzeitigen Normensituation nicht ableiten.

4.7 Iterative Berechnung der Verbandsverformung

Aufgrund des numerischen Lösungsansatzes für das Kippstabilitätsproblem ist es möglich, die seitlichen Halterungen des Druckgurts in diskreten Punkten als Einzelfedern C_y zu modellieren und damit in Abhängigkeit der Federsteifigkeit K , die sich aus der konstruktiven Bemessung und Auslegung des Verbandes ergibt, die Verformungen und Schnittgrößen nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung des Trägers zu bestimmen, die aus der Interaktion von belastetem Träger und Verband resultieren. In der Baupraxis wird in der Regel nicht nur ein kippgefährdeter Träger durch einen Verband ausgesteift, sondern mehrere. Zudem wirken auf die Horizontalverbände in der Regel äußere Lasten, wie z. B. Wind, ein. Da die Zahl der auszusteienden Träger sowie die Höhe der Lasten aus äußerer Einwirkung pro Verband in der praktischen Anwendung variiert, stellt sich die Gesamtdurchbiegung des Verbandes nur infolge des Zusammenspiels dieser Komponenten ein.

Als erster Rechenschritt wird im Rechenprogramm RSTAB [11] der Horizontalverband mit den gegebenen Querschnitten und Bemessungswerten von E - und Schubmodul modelliert, um die Verformung berechnen zu können. Dazu werden in den Viertelpunkten des Brett-schichtholzträgers Einheitslasten der Größe 1 aufgebracht.

Die eingehenden Steifigkeitswerte für die Berechnungen betragen:

$$E_d (\text{C24}) = \frac{E_{0,mean}}{\gamma_M} = \frac{1100}{1,3} = 846,15 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.37)$$

$$G_d (\text{C24}) = \frac{G_{mean}}{\gamma_M} = \frac{69}{1,3} = 53,07 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.38)$$

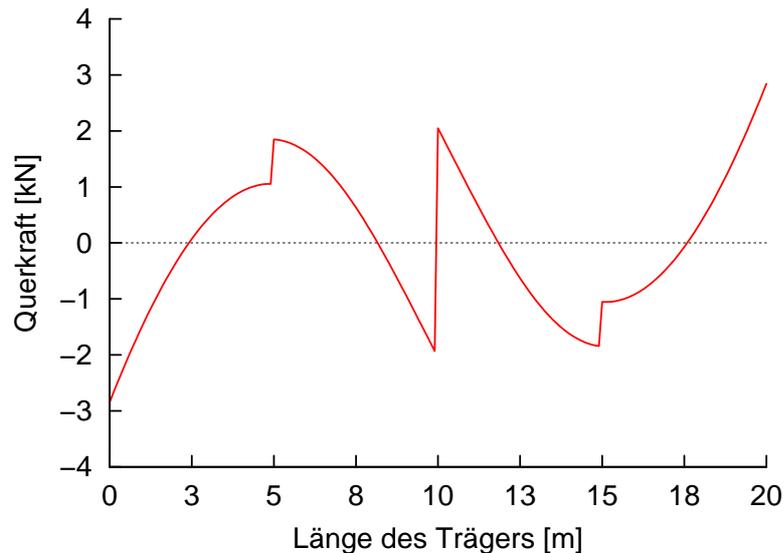
$$E_d (\text{GL24c}) = \frac{E_{0,mean}}{\gamma_M} = \frac{1100}{1,3} = 846,15 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.39)$$

$$G_d (\text{GL24c}) = \frac{G_{mean}}{\gamma_M} = \frac{65}{1,3} = 50 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.40)$$

Die Modellierung des Anschlusses der Dachpfetten an den Holzbinder erfolgt durch die Eingabe der berechneten Anschlusssteifigkeit K_d in Pfettenlängsrichtung. Mit der ausgegebenen Verformung an den Viertelpunkten berechnet sich die Federsteifigkeit K in diesem ersten Iterationsschritt zu:

$$K = \frac{F}{u} = \frac{1}{u} \quad (4.41)$$

Die berechnete Federsteifigkeit kann anschließend in das am Institut für Konstruktion und Entwurf entwickelte Programm *constantialigni* eingeben und der Holzbinder mit den angegebenen Bemessungslasten nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung berechnet werden. Durch die Erweiterung gemäß Kapitel 3 können Träger mit drei horizontalen Stützungen mit zugehöriger Federsteifigkeit berechnet werden. Es ist bisher jedoch nicht möglich, an einem Träger unterschiedliche Werte für die horizontalen Federsteifigkeiten anzugeben, sodass, auf der sicheren Seite liegend, die jeweils geringere berechnete Steifigkeit für alle Stützungen angesetzt wird. Nach der Berechnung mit *constantialigni* ergeben sich die einwirkenden Kräfte auf die Verbandspfosten aus dem Querkraftverlauf in horizontaler Richtung. An den Stellen der horizontalen Stützungen ergibt sich ein Querkraftsprung, wie beispielhaft Abbildung 4.5 für die Federsteifigkeitswerte des letzten Iterationsschritts zu entnehmen ist. Aus dem Querkraftsprung lässt sich die auftretende horizontale Auflagerkraft an der Stützungsstelle herauslesen.

Abbildung 4.5: Querkraftverlauf V_y im 5. Iterationsschritt

Zur iterativen Bestimmung der Verbandssteifigkeiten werden die berechneten Kräfte mit dem Faktor 3 multipliziert, da insgesamt drei Holzbinder ausgesteift werden müssen und die resultierende Horizontalkraft auf die Verbandspfosten im RSTAB-Modell aufgebracht. Diese Iterationsschritte werden so lange fortgeführt, bis die Werte für die Federsteifigkeiten der Verbandspfosten konvergieren.

Ein lokaler sinuswellenförmiger Vorkrümmungsansatz zwischen den jeweiligen seitlichen Stützungen auf den Holzträger lieferte bei horizontalen Stützungen in der Schwerachse keine Horizontalkraft in Feldmitte, sodass in der Berechnung nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung nur eine globale sinushalbwellenförmige Vorkrümmung von $\frac{l}{400}$ angesetzt wird, da auch davon ausgegangen wird, dass sich die Vorverformung des Biegeträgers beim, bzw. nach dem Einbau global über die gesamte Trägerlänge erstreckt und somit der maximale seitliche Vorverformungswert in Trägermitte auftritt. Diese globale Verformung bestimmt sich in diesem Rechenbeispiel zu:

$$v = \frac{l}{400} = \frac{2000}{400} = 5 \text{ cm} \quad (4.42)$$

Die anzusetzende Vorkrümmung des Holzbinders geht in den durchgeführten Iterationsrechnungsschritten in die Berechnung nach Theorie II. Ordnung in *constantialigni* ein, während die Durchbiegung des Verbands jeweils in RSTAB berechnet wird.

Die Ergebnisse dieses ersten vereinfachten Rechenbeispiels zeigen eine schnelle Konvergenz der Federsteifigkeit der maßgebenden Stützung durch den Verband, wie Abbildung 4.6 zu entnehmen ist. Die geringere berechnete Steifigkeit liegt dabei in Feldmitte vor und die Steifigkeiten an den äußeren Pfetten werden maßgebend. Nach 6 Iterationsberechnungsschritten ergeben sich bereits keine Änderungen in der Steifigkeitsberechnung mehr, sodass die Iteration abgebrochen werden kann.

In Tabelle 4.2 sind die Ergebnisse der jeweiligen Iterationsschritte dargestellt. Dabei wird, zumindest für die Berechnungen in RSTAB, zwischen den äußeren und dem inneren Verbandspfosten unterschieden. Die Horizontalkraft, die auf den Pfosten aufgebracht wird, ergibt sich

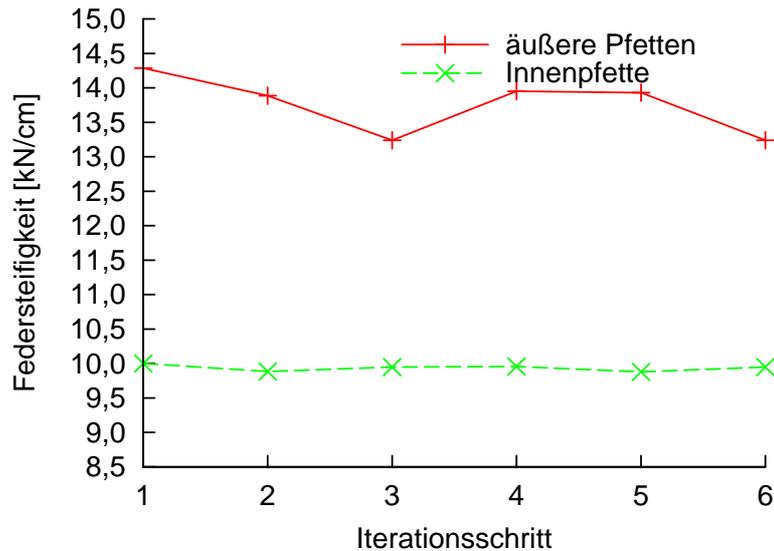


Abbildung 4.6: Iteration der Verbandsfedersteifigkeiten

dabei, wie oben beschrieben, aus dem Querkraftverlauf V_y aus *constantialigni*. Mit den iterativ ermittelten Kräften auf die Verbandspfosten berechnen sich die angegebenen Verformungswerte im Stabwerkprogramm RSTAB und daraus die Steifigkeit für die Berechnung der Pfostenkraft im nächsten Iterationsschritt.

Tabelle 4.2: Iterationsergebnisse

Schritt	Verbandspfosten	Kraft auf Pfosten [kN]	Verformung [mm]	Steifigkeit [kN/cm]
1	Mitte	1,000	1,0	10,0000
	außen	1,000	0,7	14,2857
2	Mitte	11,96	12,1	9,8846
	außen	2,361	1,7	13,8865
3	Mitte	11,939	12	9,9490
	außen	2,383	1,8	13,2383
4	Mitte	11,95	12	9,9580
	außen	2,372	1,7	13,9518
5	Mitte	11,953	12,1	9,8787
	außen	2,368	1,7	13,9288
6	Mitte	11,939	12	9,9490
	außen	2,383	1,8	13,2383

Die rechnerische maximale Gesamtdurchbiegung des Verbands berechnet sich nach DIN EN 1995-1-1 zu:

$$v_{zul} = \frac{l}{500} = \frac{2000}{500} = 4 \text{ cm} \quad (4.43)$$

Die maximal auftretende Verbandsdurchbiegung in diesem Beispiel beträgt, jedoch bei Vernachlässigung der horizontalen Windbelastung, nur 1,21 cm, was einer Gesamtdurchbiegung von $\frac{l}{1650}$ entspricht.

Das Vorgehen bei der Iteration der Federsteifigkeit der horizontalen Stützungen lässt sich wie folgt zusammenfassen:

1. Berechnung der Anschlusssteifigkeit K_u für das gewählte Anschluss-Detail und Eingabe der Steifigkeit im RSTAB-Modell
2. Aufbringen einer horizontalen Einheits-Last in Trägermitte und Viertelpunkt des Trägers im RSTAB-Rechenmodell des Horizontalverbandes und Berechnung der Steifigkeit pro Viertelpunkt mit der berechneten Verformung an den jeweiligen Stützstellen
3. Die niedrigere Steifigkeit wird als horizontale Stützungssteifigkeit in *constantialigni* für alle 3 Stützpunkte eingegeben
4. Durchführung einer Berechnung nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung in *constantialigni* mit der berechneten Steifigkeit und einer Trägervorkrümmung von $l/400$
5. Auslesen der horizontalen Kraft für den Horizontalverband durch die Sprünge der Querkraft V_y nach den Berechnungen nach Theorie II. Ordnung und Multiplikation der herausgelesenen horizontalen Auflagerungskraft mit der Anzahl der auszusteienden Biegeträgern
6. Ansatz der Gesamt-Horizontalkraft für Trägermitte und Trägerviertelpunkt an den jeweiligen Punkten im RSTAB-Rechenmodell und zurück zu Schritt 2 mit der berechneten horizontalen Einzellast.

5 Vergleichsrechnungen zur Abschätzung des Verhaltens

5.1 Allgemeines

Zur Verifizierung der Rechenergebnisse und zur Kontrolle der Plausibilität der Resultate, werden vergleichende Berechnungen mit dem gekoppelten Rechenweg aus *constantialigni* und RSTAB angestellt. Die Verifizierung wird mit einem anderen kommerziellen Rechenprogramm und Handrechnungen durchgeführt. Um die Rechenergebnisse aus dem vorherigen Kapitel bestätigen zu können, wird zur Überprüfung die Iteration über die horizontale Verformung durchgeführt.

5.2 Modellbildung

5.2.1 Modellbeschreibung

Der Dachverband wird wie im vorigen Kapitel in der Schwerachse des Binders angeschlossen. Um das gekoppelte System zwischen Dachverband und Biegeträger rechnen zu können, wird das statische System geteilt und die Schnittgrößen und Verformungen einzeln berechnet. Die Wechselwirkung zwischen Horizontalverband und Binder im geschlossenen System wird durch Übernahme der Kräfte und Nachgiebigkeiten der einzelnen Programmberechnungsergebnisse in das jeweils andere Computerprogramm gewährleistet. Dadurch entstehen die folgenden zwei statischen Systeme, mit denen die Berechnungen durchgeführt werden.

5.2.2 Kippgefährdeter Biegeträger

Der kippgefährdete BSH-Biegeträger, der über den Dachverband stabilisiert werden soll, wird als gabelgelagerter Einfeldträger mit drei horizontalen Stützungen jeweils in den Viertelpunkten des Binders modelliert und nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung berechnet. Die Gabellagerung wird dabei als unverschieblich angesehen. Dazu wird das am Institut für Konstruktion und Entwurf der Universität Stuttgart entstandene Programm *constantialigni* verwendet. Dieses Computerprogramm berechnet die Schnittgrößen und Verformungen nach Theorie II. Ordnung für parallelgurtige Binder und Satteldachträger. Durch die Eingabe von Federsteifigkeiten für die horizontale Stützstelle, können auch Nachgiebigkeiten der Abstützungen berücksichtigt werden. Der Einfeldträger wird mit einer Gleichstreckenlast in vertikaler Richtung belastet und eine globale sinushalbwellenförmige Vorverformung wird aufgebracht.

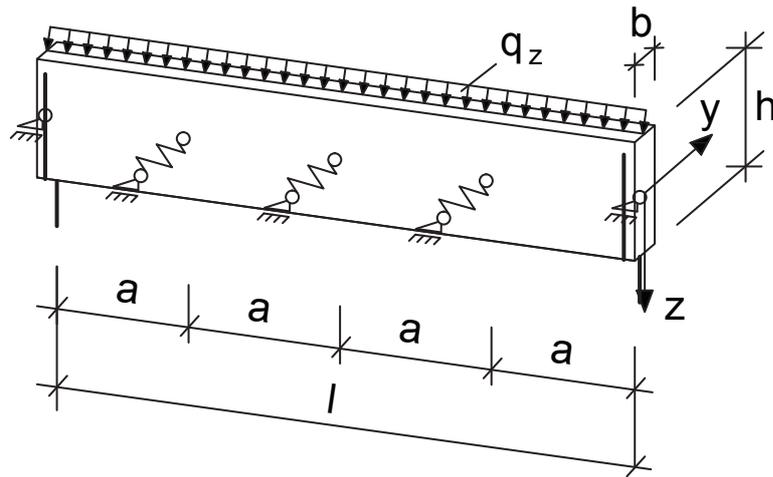
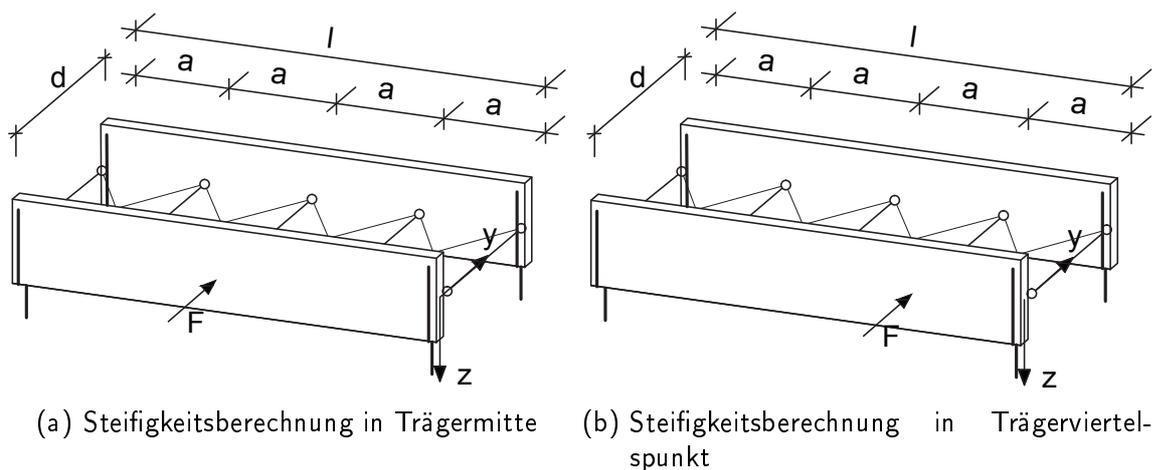


Abbildung 5.1: 5-fach horizontal gestützter Biegeträger

5.2.3 Horizontaler Dachverband

Die getrennte Modellierung des horizontalen Dachverbandes wird im Berechnungsprogramm RSTAB [11] durchgeführt. Die auftretenden horizontalen Kräfte, die mit *constantialigni* [16] berechnet wurden, werden als Einzelkräfte auf den horizontalen Verband aufgebracht. Die von RSTAB berechneten Verformungen können anschließend wieder in *constantialigni* integriert werden. Somit ist die Kopplung und die Interaktion der zwei Rechenmodelle gegeben. Für die Berechnung der Steifigkeit werden die horizontalen Einzelkräfte in Feldmitte und im Viertelpunkt nacheinander angesetzt, um die resultierende Verformung zu erhalten. Der Pfo-



(a) Steifigkeitsberechnung in Trägermitte

(b) Steifigkeitsberechnung in Trägerviertelpunkt

Abbildung 5.2: Modell horizontaler Dachverband

stenabstand a des Dachverbandes in Abbildung 5.2 entspricht dabei dem Stützabstand a am Biegeträger in Abbildung 5.1.

5.3 Iterative Berechnung der horizontalen Stützungssteifigkeit

Im Gegensatz zum bisherigen Vorgehen bei der iterativen Berechnung der Stützungssteifigkeiten, wird nun die Federsteifigkeit in *constantialigni* auf einem konstanten Wert belassen und die aufzubringende Vorverformung je Iterationsschritt mit den Rechenergebnissen aus RSTAB verändert. Ein Iterationsschritt gliedert sich demnach in folgende Teilschritte:

1. Berechnen der Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung mit *constantialigni* mit einer gleichbleibenden nachgiebigen Stützung und einer globalen Anfangsvorkrümmung von $l/400$
2. Die Schnittgrößensprünge der Querkraft V_y an den horizontalen Stützungen liefern die einwirkenden Horizontalkräfte für den Dachverband in den Viertelpunkten des Trägers
3. Diese horizontalen Einzelkräfte werden im Rechenmodell des Dachverbands in RSTAB aufgebracht und die Verformungen des entkoppelten Verbands berechnet. Mit den berechneten Verformungen an den Lasteinleitungspunkten kann die Steifigkeit bestimmt werden
4. Die berechnete Verformung in Trägermitte aus den RSTAB-Ergebnissen wird für den nächsten Iterationsschritt zur bisherigen horizontalen Vorverformung in *constantialigni* addiert.

5.3.1 Verformungsiteration für das Hallenbeispiel

Zum Überprüfen der Ergebnisse wird für die Beispielrechnung aus Kapitel 4 die Iteration der horizontalen Stützungssteifigkeit nochmals durchgeführt. Dieses Mal wird jedoch die Iteration über die Verbandsverformung ausgeführt. Die Ergebnisse der durchgeführten Iterationsschritte sind in Tabelle 5.1 abgedruckt. Die berechneten Steifigkeiten für die horizontalen Stützungspunkte in den Viertelpunkten des Trägers stimmen mit den Ergebnissen aus der ersten Iteration über die Federsteifigkeit gut überein.

Tabelle 5.1: Iteration über die Verformung

	Verbands- pfosten	Gesamtvor- verformung [mm]	Kraft auf Pfosten [kN]	Verbands- verformung [mm]	Steifigkeit [kN/cm]
1	Mitte	50,0	11,96	12,1	9,88
	außen		2,36	1,7	13,89
2	Mitte	62,1	14,85	15,0	9,90
	außen		2,93	2,2	13,33
3	Mitte	65,0	15,55	15,7	9,90
	außen		3,07	2,3	13,34
4	Mitte	65,7	15,72	15,9	9,88
	außen		3,10	2,3	13,49
5	Mitte	65,9	15,76	15,9	9,91
	außen		3,11	2,3	13,53

Die Konvergenz der zu berechnenden Stützungssteifigkeit ist in Abbildung 5.3 zu erkennen. Es stellt sich bereits nach dem ersten Iterationsschritt eine Steifigkeit heraus, die im Laufe der weiteren Iterationsschritte bis zur schlussendlichen Konvergenz nicht mehr divergiert und am Ende der Iteration einen ähnlichen Wert annimmt. Im Vergleich mit Abbildung 4.6 für die Iteration mit veränderten Stützungssteifigkeiten in *constantialigni* zeigt das Schaubild 5.3 keine großen Wertänderungen für die berechnete Steifigkeit.

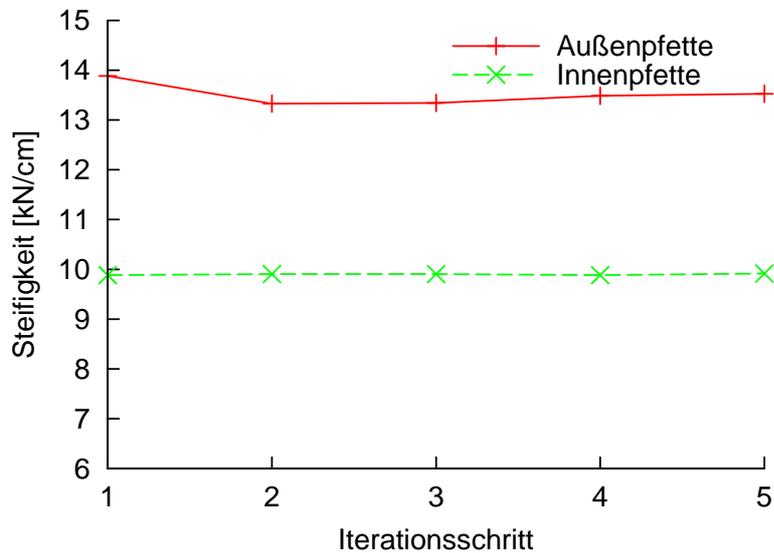


Abbildung 5.3: Federsteifigkeiten bei Iteration über die horizontale Verformung

Aufgrund der sich schnell einstellenden Endsteifigkeit und wegen der Tatsache, dass die ermittelte Steifigkeiten für die äußeren Viertelpunkte des Trägers nicht extra in der Berechnung berücksichtigt werden können, werden die folgenden Iterationen von nun an über die Verformung des Horizontalverbands geführt.

5.4 Vergleichsrechnungen zur Verifizierung der Ergebnisse

5.4.1 Variation der horizontalen Lagerungssteifigkeiten

In den folgenden Berechnungen wird die Federsteifigkeit der angesetzten horizontalen Stützung in *constantialigni* [16] nicht verändert und die Iteration über die zusätzliche Vorverkrümmung des Trägers infolge Verbandsdurchbiegung durchgeführt. Abbildung 5.4 zeigt dabei die horizontalen Einzelkräfte, die infolge der Trägerverformung auf die Dachverbandspfosten aufgebracht werden, bei den jeweils neuen gesteigerten Horizontalsteifigkeiten.

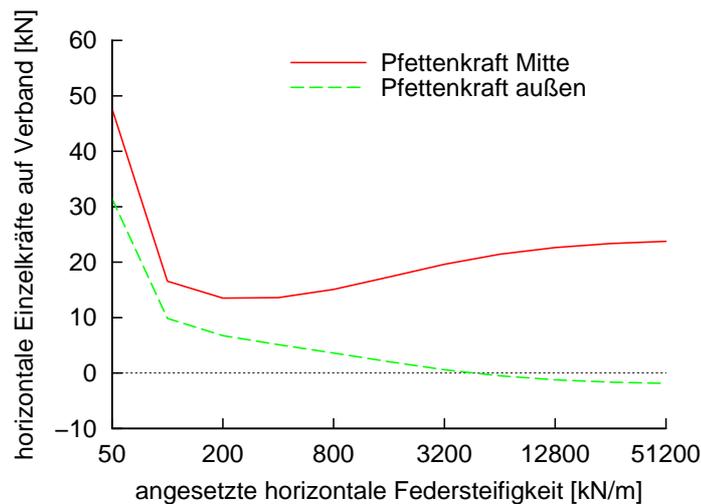


Abbildung 5.4: Auftretende horizontale Lagerkräfte bei steigender Stützungssteifigkeit

Auffällig ist, dass bei einer sehr hohen Steifigkeit der horizontalen Stützung die einwirkende Kraft auf die Pfetten in den äußeren Viertelpunkten negativ wird. Ab einer fest eingegebenen horizontalen Stützungssteifigkeit von 40 kN/cm wirkt die Auflagerkraft entgegen der Vorverformungsrichtung.

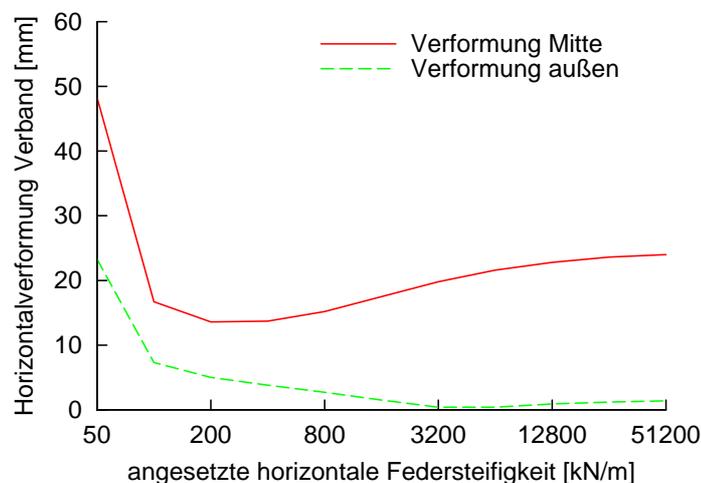


Abbildung 5.5: Auftretende Horizontalverformungen bei steigender Stützungssteifigkeit

Die jeweiligen Verformungen des Verbands in Feldmitte und in den äußeren Viertelpunkten in Abbildung 5.5 zeigen identische Verläufe mit den horizontalen Auflagerkräften. Eine deutliche Abnahme der Maximalverformungswerte tritt für alle Verbandsposten nur im geringen Steifigkeitsbereich bis 4 kN/cm auf. Bedingt durch die sehr geringe horizontale Stützungssteifigkeit von 0,5 kN/cm treten für diesen berechneten Fall sehr große Kräfte und Verformungen in der Dachverbandsebene auf.

Da sich die Verläufe der Kräfte und Verformungen (Abb. 5.4 und Abb. 5.5) stark ähneln, ergibt sich für jede fest angesetzte Stützungssteifigkeit in *constantialigni* die gleiche Federsteifigkeit von 9,92 kN/cm in Trägermitte. Durch die auftretenden horizontalen Verformungen entgegen der Vorverformungsrichtung an den äußeren Verbandsposten (Viertelpunkte des Trägers), berechnen sich ab einer horizontalen Steifigkeit von 40 kN/cm die Stützungssteifigkeiten zu einem negativen Wert. Der Betrag der Steifigkeitswerte in den Viertelpunkten ist jedoch schnell auf dem gleichen Niveau wie bei einer Verformung in Vorverformungsrichtung.

5.4.2 Vergleichsrechnung mit RUBSTAHL zur Ergebnisverifizierung

Zur Verifizierung der berechneten Schnittgrößen nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung aus *constantialigni* (auch: BDK-Solo) werden mit dem Programm KSTAB aus der RUBSTAHL-Programmreihe vergleichende Berechnungen angestellt. Das aus dem Stahlbau kommende Programm KSTAB berechnet die Schnittgrößen ebenfalls nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung. Durch die Eingabe von Querschnittswerten, kann auch ein stahlbauuntypischer Rechteckquerschnitt gerechnet werden. Die Eingaben der Querschnittsabmessungen, Steifigkeiten und Lasten entsprechen dabei den Angaben in *constantialigni*.

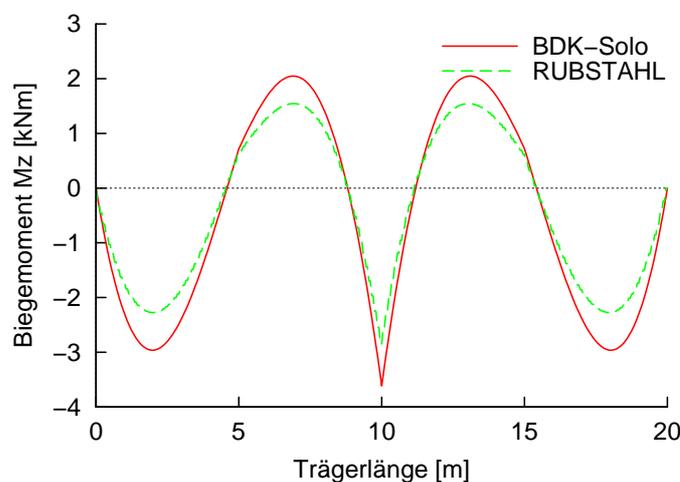


Abbildung 5.6: Biegemomentenverlauf M_z bei einer Steifigkeit von 55,55 kN/cm

Bei einer geringen Federsteifigkeit, stimmen die Schnittgrößenwerte der M_z -Verläufe von *constantialigni* und RUBSTAHL nicht sehr gut überein, weisen jedoch den gleichen Verlauf auf. Die Verläufe der Querkraft V_y von RUBSTAHL und *constantialigni* sind sich jedoch sehr ähnlich. Bei Steigerung der angesetzten horizontalen Stützungssteifigkeit, treten immer bessere Übereinstimmungen der Querschnittsverläufe auf. Wie in den Abbildungen 5.6 und 5.7 zu sehen ist, ähneln sich für eine Stützungssteifigkeit von 55,55 kN/cm die M_z -

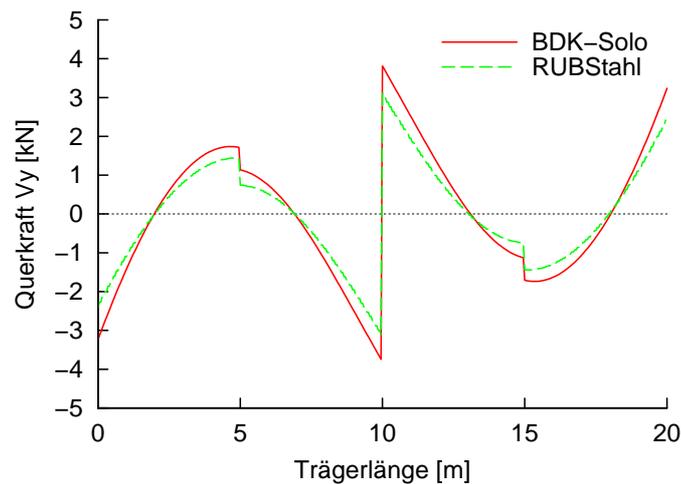


Abbildung 5.7: Querkraftverlauf V_y bei einer Steifigkeit von 55,55 kN/cm

Verläufe und V_y -Verläufe der beiden Rechenprogramme qualitativ stark, weisen jedoch eine unterschiedliche Amplitude auf.

Gründe für die Abweichungen sind die Ausgabewerte von KSTAB, die nur auf zwei Nachkommastellen gerundet angegeben werden. Dadurch lassen sich auch die Abweichungen in den iterativ bestimmten Steifigkeiten der Verbandspfosten erklären.

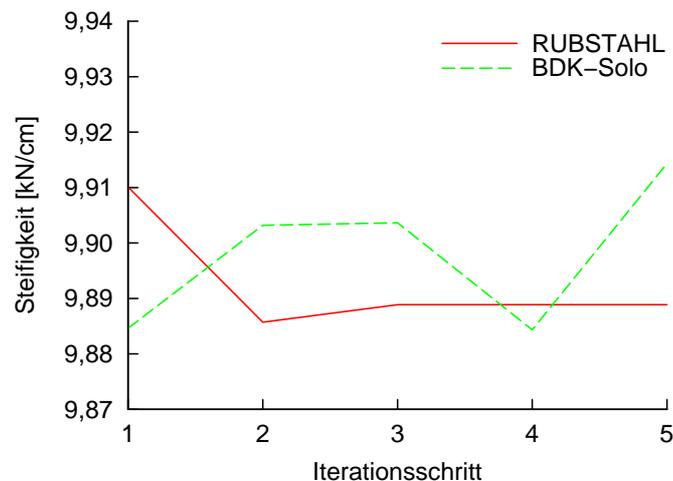


Abbildung 5.8: Steifigkeit der horizontalen Stützung in Trägermitte nach [32] und [16]

Wie Abbildung 5.8 zu entnehmen ist, berechnet sich die Steifigkeit der horizontalen Stützung in Trägermitte nach den Rechenergebnissen beider Programme zu 9,90 kN/cm. Bedingt durch die erwähnten Rundungen von KSTAB liegt der berechnete Steifigkeitswert in geringem Maße unter dem berechneten Wert mit *constantialigni*. Ebenfalls durch die ungenauere Ausgabe der Schnittgrößen konvergiert die Steifigkeitsberechnung für die Stützung nach KSTAB schon früher.

Auch für die Steifigkeitsberechnung an der horizontalen Stützungsstelle am Viertelpunkt treten durch die Rundungen von KSTAB geringe Abweichungen im Endergebnis auf. Wie dem Verlauf in Abb. 5.9 anzusehen ist, werden mit den KSTAB-Schnittgrößen nur zwei unterschiedliche Steifigkeiten berechnet. Anschließend ändern sich die Kräfte und Verformungen

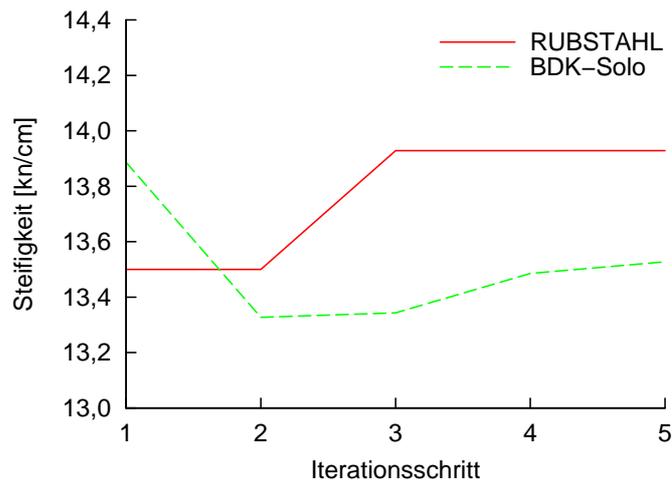


Abbildung 5.9: Steifigkeit der horizontalen Stützung im Viertelpunkt nach [32] und [16]

nicht mehr, während der Steifigkeitsverlauf in Abb. 5.9 für *constantialigni* in mehreren Iterationsschritten leichte Änderungen aufweist.

Mithilfe des Programms KSTAB aus der RUBSTAHL-Reihe wurde ein Vergleich der Rechenresultate von *constantialigni* durchgeführt. Die Schnittgrößenverläufe beider Programme stimmen qualitativ überein, jedoch treten durch die gerundeten Ausgabewerte von KSTAB teilweise große Auf- und Abrundungen auf, die ein Abweichen der Schnittgrößenverläufe und daraus folgend auch geringere Abweichungen in der Steifigkeitsberechnung verursachen.

5.4.3 Vergleichsrechnung mit horizontalen Ersatzlasten nach Petersen zur Verifizierung

Zum Vergleich werden die horizontalen Stabilisierungslasten des Verbands nach Kapitel 20.4.4.2 im Petersen-Stahlbau [31] und die sich daraus ergebenden Pfostensteifigkeiten berechnet. Im ersten Rechenschritt wird der Biegemomentenverlauf M_y für den BSH-Träger in *constantialigni* berechnet, so dass für jede Stützstelle Schnittgrößenwerte vorliegen, aus denen die Druck-Normalkräfte im Träger berechnet werden können. Die aufzubringende Horizontallast in den Stützpunkten ergibt sich mit dieser Druckkraft in Abhängigkeit der Ausmitte e nach [31] zu:

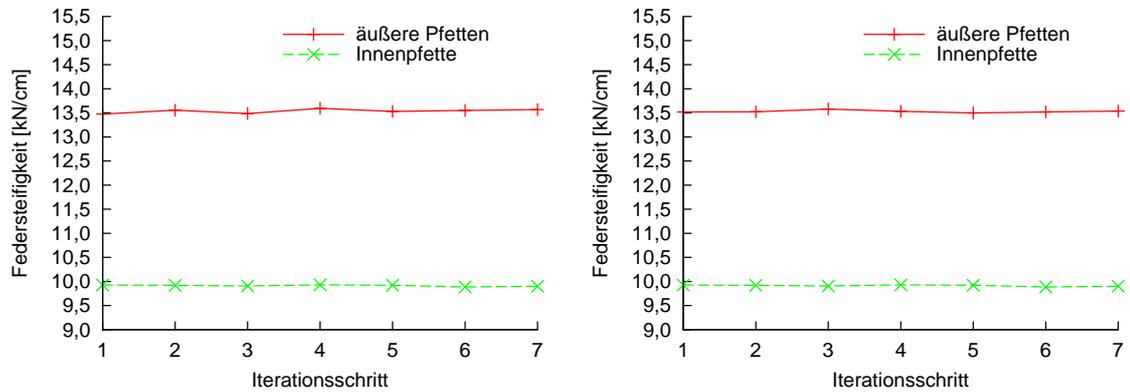
$$H = \frac{8 \cdot S \cdot e}{m \cdot l} \quad (5.1)$$

mit

- S = Druckkraft aus Momentenbelastung
- e = maximale horizontale Ausmitte in Trägermitte
- m = Anzahl der horizontalen Zwischenfelder, hier: $m=4$
- l = Länge des Trägers, hier: $l=20\text{m}$

Mit den nach obiger Gleichung berechneten Horizontalkräften werden die Verformungen des

Dachverbands im RSTAB-Modell berechnet und der Maximalwert der Horizontalverformung in Trägermitte zur $l/400$ -Verformung des Brettschichtholzträgers addiert. Somit ändert sich pro Iterationsschritt die Verformungsvariable e in der obigen Formel und es lassen sich neue horizontale Abtriebskräfte berechnen. Die vertikale Last und damit die Momentenwerte von M_y bleiben konstant. Daraus ergeben sich die resultierenden Horizontalkräfte auf den Verband infolge einer angesetzten Gleichstreckenbelastung. In der ersten Vergleichsrechnung



(a) Verschiedene Einzellasten an den Stütz- (b) Gleiche Horizontallasten an den Stützungs-
punkten punkten

Abbildung 5.10: Iteration der Steifigkeiten nach Petersen

werden die Druck-Normalkräfte aus dem auftretenden Biegemoment an den jeweiligen Viertelpunkten mit dem dortigen Biegemomentenwert berechnet. Somit ergeben sich für die äußeren Stützungsstellen geringere Horizontalkräfte. Die berechneten horizontalen Abtriebskräfte auf die Verbandspfosten sind in Tabelle 5.2 ersichtlich.

Tabelle 5.2: Rechenergebnisse nach Petersen

	Verbands- pfosten	Gesamtvor- verformung [mm]	Kraft auf Pfosten [kN]	Verbands- verformung [mm]	Steifigkeit [kN/cm]
1	Mitte	50,0	14,19	14,3	9,93
	außen		10,65	7,9	13,47
2	Mitte	64,3	18,25	18,4	9,92
	außen		13,69	10,1	13,55
3	Mitte	68,4	19,42	19,6	9,91
	außen		14,56	10,8	13,48
4	Mitte	69,6	19,76	19,9	9,93
	außen		14,82	10,9	13,59
5	Mitte	69,9	19,84	20,0	9,92
	außen		14,88	11,0	13,53
6	Mitte	70,0	19,87	20,1	9,89
	außen		14,90	11,0	13,55
7	Mitte	70,1	19,90	20,1	9,90
	außen		14,92	11,0	13,57

Obwohl durch die vereinfachte Berechnung der Horizontallasten nur über den Einfluss des Biegemomentes M_y vor allem an den äußeren Stützstellen größere Horizontalkräfte auftreten als in der Berechnung nach *constantialigni*, stimmen die iterativ bestimmten Steifigkeitswerte für die Abstützung sehr gut überein. Ebenfalls wird die horizontale Verformungsbelastung, die eigentlich parabelförmig verläuft, durch [31] mithilfe einer Gleichlast idealisiert. Für die maximale Belastung in Trägermitte treten durch die Idealisierung durch die Gleichstreckenlast jedoch nur geringe Abweichungen auf, da die parabelförmige Belastung dort stark einer Gleichstreckenbelastung ähnelt.

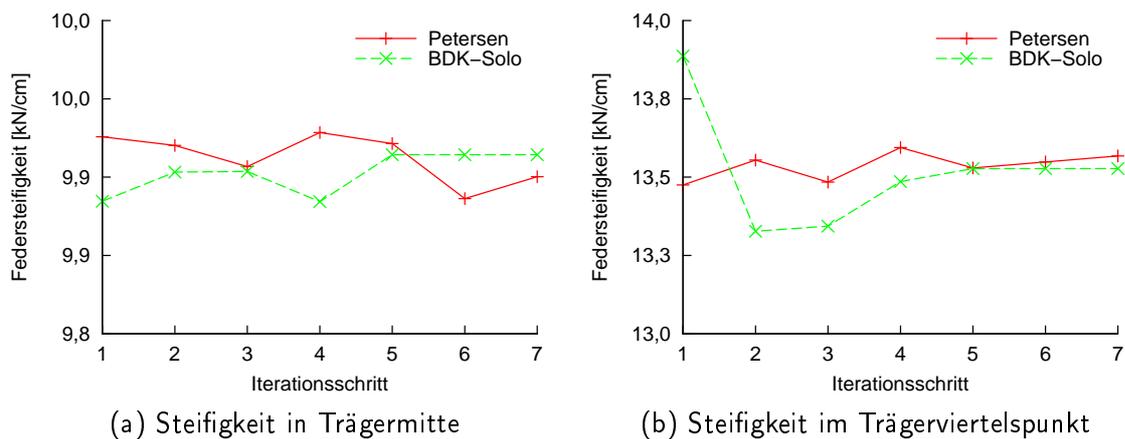


Abbildung 5.11: Vergleich der Iterationsergebnisse

Für einen weiteren Vergleich werden die horizontalen Abtriebskräfte nach Petersen [31] vereinfacht für jede Stützstelle mit dem maximalen Moment M_y in Feldmitte berechnet. Somit ergibt sich auf jeden horizontalen Stützpunkt die gleiche Kraft. Die Unterschiede im Konvergenzverhalten und im Wertebereich der zu berechnenden Steifigkeit sind jedoch sehr gering, wie Abbildung 5.10 zu entnehmen ist. Die Stützungssteifigkeit konvergiert in beiden Fällen nach 7 Iterationsschritten (s. Abb. 5.11) und auch die Steifigkeiten unterscheiden sich nur minimal. So ergibt sich eine sehr gering kleinere Steifigkeit an den äußeren Stützpunkten von 13,5371 kN/cm für die Berechnung mit der größeren Horizontalkraft aus dem maximalen Biegemoment in Feldmitte.

6 Rechnungen mit Stützungen am Obergurt des Binders

6.1 Allgemeines

Das Rechenprogramm *constantialigni* liefert nur Rechenergebnisse für Verformungen und Schnittgrößen für die Schwerachse des Holzbinders. In der Baupraxis werden die Biegeträger jedoch am oberen Trägerende horizontal gehalten. Um die Verformungen und Schnittgrößen bei einer Stützung am Obergurt des Trägers zu erhalten, erfolgt die Umrechnung der vorhandenen Resultate in der Schwerachse mit dem Strahlensatz.

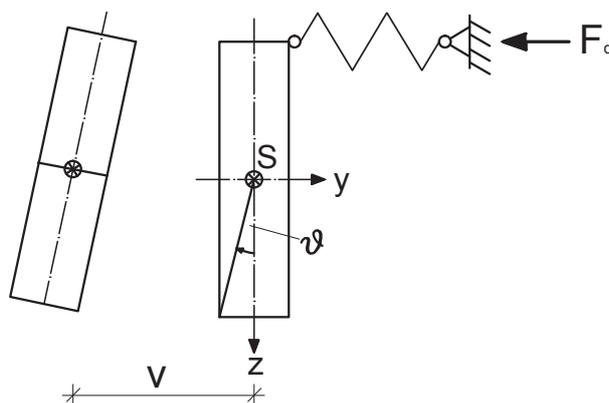


Abbildung 6.1: Verformung des Trägers bei horizontaler Stützung am Obergurt

Eine schematische Stützung des Biegeträgers am Obergurt ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Die Verdrehung ϑ des Trägers findet im Schwerpunkt statt, genauso wie die berechnete horizontale Verformung v . Die seitliche Stützung des Trägers über die Pfosten des Horizontalverbands ist mit einer Feder am oberen Trägerende modelliert, da durch die Nachgiebigkeit des Dachverbands von keiner starren Lagerung ausgegangen werden kann. Um die horizontalen Kräfte F_d auf die Feder auslesen zu können, muss die Querkraft V_y in horizontaler Richtung am oberen Trägerende berechnet werden. Dazu ist die Anwendung des Strahlensatzes notwendig. Die Querkraft V_y berechnet sich allgemein nach der folgenden Gleichung:

$$V_y = E \cdot I_z \cdot v''' \quad (6.1)$$

Für die Berechnung der horizontal einwirkenden Kräfte am oberen Trägerende, wird die dritte Ableitung der Verschiebung in horizontaler Richtung am Obergurt v'''_{Obergurt} mithilfe der Verdrehung der Schwerachse ϑ berechnet. Zusammen mit der halben Querschnittshöhe des Biegeträgers $h/2$ und den mit *constantialigni* berechneten Verformungsverläufen nach

Theorie II. Ordnung für $v_{Schwerachse}$ und ϑ ergibt sich die Gleichung für die Verschiebung am Obergurt zu:

$$v_{Obergurt} = v_{Schwerachse} + \tan \vartheta \cdot (h/2) \quad (6.2)$$

Mit der berechneten Horizontalverformung am Obergurt lassen sich dann die Werte für die horizontalen Kräfte am Trägerende berechnen, woraus sich wiederum die Auflagerkräfte (Stabilisierungskräfte) an den einzelnen seitlichen Stützstellen des Verbands am Obergurt ergeben. Nicht nur die Auswertung der Ergebnisse aus *constantialigni* muss für ei-

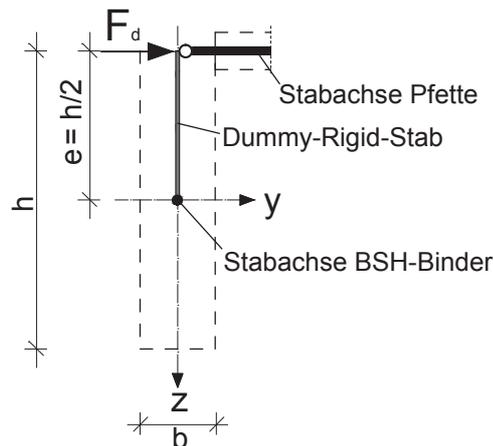
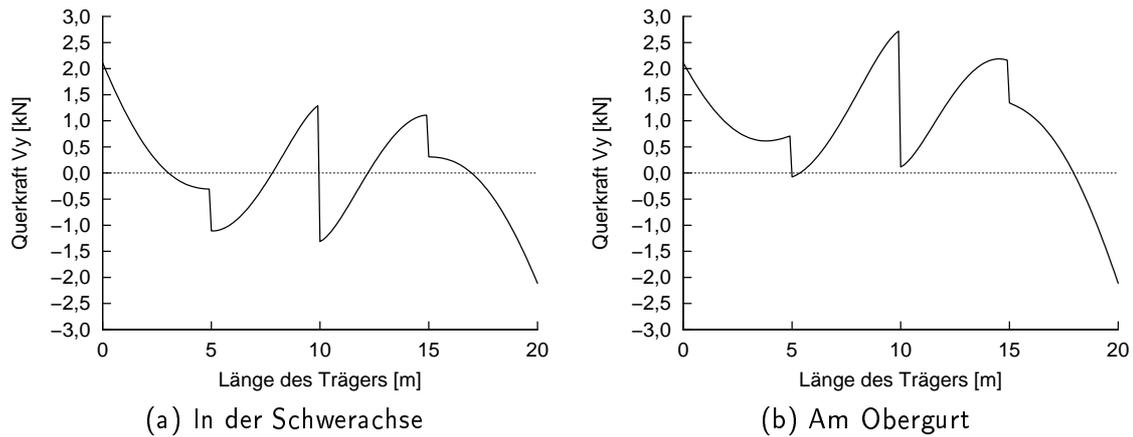


Abbildung 6.2: Modellierung des exzentrisch angreifenden Horizontalverbands in RSTAB [11]

ne Stützung am Obergurt des Trägers angepasst werden, sondern auch die Modellierung des Horizontalverbands im Programm RSTAB. Während bei den ersten Rechnungen mit Stützungen in der Schwerachse die Druckpfosten des Verbands einfach an die vorhandenen Querschnittsknoten in der Schwerachse angeschlossen werden konnten, muss nun die Lastenleitung exzentrisch am oberen Ende des Biegeträgers erfolgen. Dies geschieht durch den Einsatz von Dummy-Rigid-Stäben in RSTAB, die mit einer hohen Steifigkeit neue Knotenpunkte an der Trägeroberkante erzeugen, an denen die Druckstäbe des Dachverbands angeschlossen werden können. Über die Dummy-Rigid-Stäbe ist eine Weiterleitung der horizontalen Lasten in die Schwerachse des Biegeträgers gewährleistet (s. Abb. 6.2), da die Schwerachsen des Dachverbands und des Biegeträgers miteinander gekoppelt sind.

6.2 Rechnung mit globaler Vorkrümmung des Trägers

In einem ersten Rechenschritt wird der bereits berechnete BSH-Biegeträger aus Kapitel 4 nun mit einer seitlichen Stützung an der Trägeroberkante gerechnet. Die Querschnittsabmessungen und Lasten des Trägers und des Horizontalverbands ändern sich nicht. Nur die Angriffshöhe des Dachverbands wird um $-h/2$ ($= 60 \text{ cm}$) nach oben verschoben. Die Iteration wird wieder mit einer gleichbleibenden Federsteifigkeit in *constantialigni* und einer iterativ ermittelten Vorverformung des Trägers durchgeführt. Die sinushalbwellenförmige Vorkrümmung wird dabei global über den gesamten Träger aufgebracht und beträgt im ersten Iterationsschritt $l/400 = 5 \text{ cm}$.

Abbildung 6.3: Verläufe der Querkraft V_y

Die Verläufe der horizontalen Schnittgrößen sind in Abbildung 6.3 zu sehen. Wie zuvor beschrieben, werden die Horizontalkräfte am Obergurt mit den Verformungen nach Theorie II. Ordnung aus *constantialigni* gesondert berechnet. Dadurch verschiebt sich der Verlauf der Querkraft V_y , wie in Abbildung 6.3 für die Kräfte im letzten Iterationsschritt dargestellt ist. Während der Querkraftverlauf V_y für die Schwerachse Symmetrien zur Achse $y = 0$ aufweist, ist der Verlauf am Trägerobergurt verschoben und gestreckt.

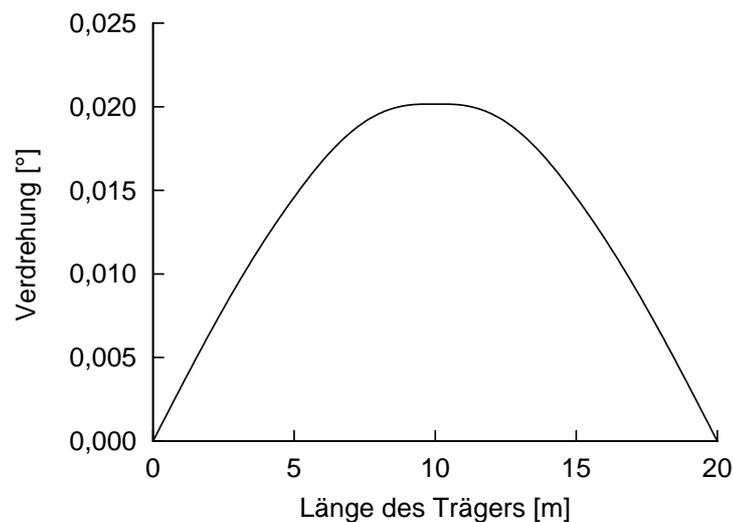


Abbildung 6.4: Verdrehung in der Schwerachse des Biegeträgers

Die in Abbildung 6.4 dargestellte Verdrehung des Biegeträgers in der Schwerachse ist dafür verantwortlich, dass der Verlauf der horizontalen Kräfte am Obergurt in Abbildung 6.4 gestreckt wird, da mit ihr die dritte Ableitung der Verformung in horizontaler Richtung berechnet wird. Deshalb stimmen die Querkraftwerte an den Trägerenden für beide Verläufe überein. Eine Verdrehung des Biegeträgers findet an diesen Stellen nicht statt, da er dort gabelgelagert ist.

Die Ergebnisse der Iteration über die Gesamtvorverformung sind in Tabelle 6.1 abgedruckt. Bereits nach 4 Iterationsschritten findet keine weitere Steigerung der Verbandsverformung statt. Im Vergleich zu den Rechenergebnissen für das Beispiel mit der Stützung in der Schwer-

Tabelle 6.1: Iterationsergebnisse bei horizontaler Stützung am Obergurt

	Verbands- pfosten	Gesamtvor- verformung [mm]	Kraft auf Pfosten [kN]	Verbands- verformung [mm]	Steifigkeit [kN/cm]
1	Mitte	50,0	6,6927	7,1	9,4263
	außen		2,0199	1,6	12,6244
2	Mitte	57,1	7,6431	8,1	9,4359
	außen		2,3064	1,8	12,8133
3	Mitte	58,1	7,7769	8,3	9,3698
	außen		2,3469	1,8	13,0383
4	Mitte	58,3	7,8039	8,3	9,4023
	außen		2,355	1,8	13,0833

achse (vgl. Tabelle 5.1) fällt auf, dass die horizontalen Kräfte aus dem Querkraftverlauf für die Stützung am Obergurt geringer ausfallen. Daraus folgend ergeben sich auch geringere Verformungen des Horizontalverbands. Die maximale Horizontalkraft in Trägermitte bei einer Stützung in der Schwerachse beträgt 15,76 kN, während bei der Obergurtstützung die maximale horizontale Kraft lediglich 7,80 kN beträgt. In Bezug auf die Steifigkeit der Verbandspfosten lässt sich feststellen, dass für die geringeren Kräfte und Verformungen am System mit den seitlichen Stützungen an der Trägeroberkante nur leicht kleinere Werte auftreten. Die Steifigkeiten sind dabei maximal 4% geringer.

6.3 Rechnung mit lokaler Vorkrümmung des Trägers

Zum Vergleich wird bei der horizontalen Stützung am Obergurt die Vorkrümmung des Binders lokal zwischen den einzelnen Stützungsstellen aufgebracht. Bei lokaler Vorkrümmung des Trägers mit seitlichen Stützungen in der Schwerachse des Trägers resultiert keine horizontale Auflagerkraft in der Mitte, da die Verformungen symmetrisch zur Trägermitte sind. Die Verdrehung des Biegeträgers in der Schwerachse (Abb. 6.5) weist wieder einen punktsymmetrischen Verlauf auf. Wie zuvor beschrieben, werden mit der Trägerverdrehung die horizontalen Kräfte auf den Dachverband berechnet.

Abbildung 6.6 zeigt zum einen die horizontalen Verformung v , die das Programm *constantialigni* für die Schwerachse ausgibt, sowie die Verformung, die daraus nachträglich für den Obergurt des Biegeträgers berechnet wurde. Wiederum erkennt man den verschiebenden Effekt, der durch die Verdrehung in den Verformungsverlauf für den Obergurt Einfluss nimmt. Die Querkraftverläufe V_y weisen entsprechend den gleichen Verlauf auf.

Auch für eine lokale Vorkrümmung des Biegeträgers zwischen den horizontalen Stützungen am oberen Trägerende treten somit auch nur Horizontalkräfte auf die Verbandspfosten in den Trägerviertelpunkten auf. In Trägermitte findet an der seitlichen Stützung kein Querkraftsprung statt und es wirkt somit keine horizontale Kraft auf die Mitte des Dachverbands.

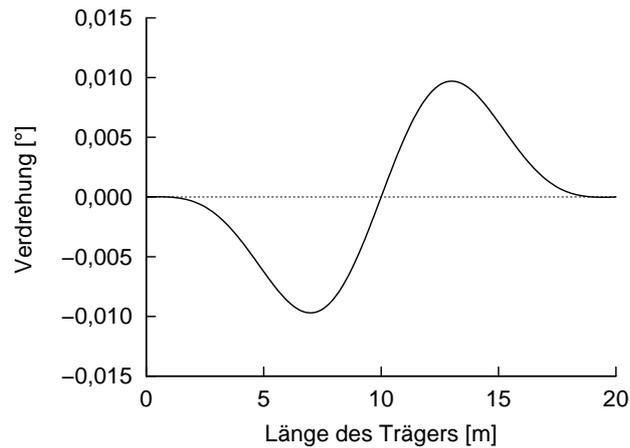


Abbildung 6.5: Verdrehung der Schwerachse bei lokaler Vorkrümmung

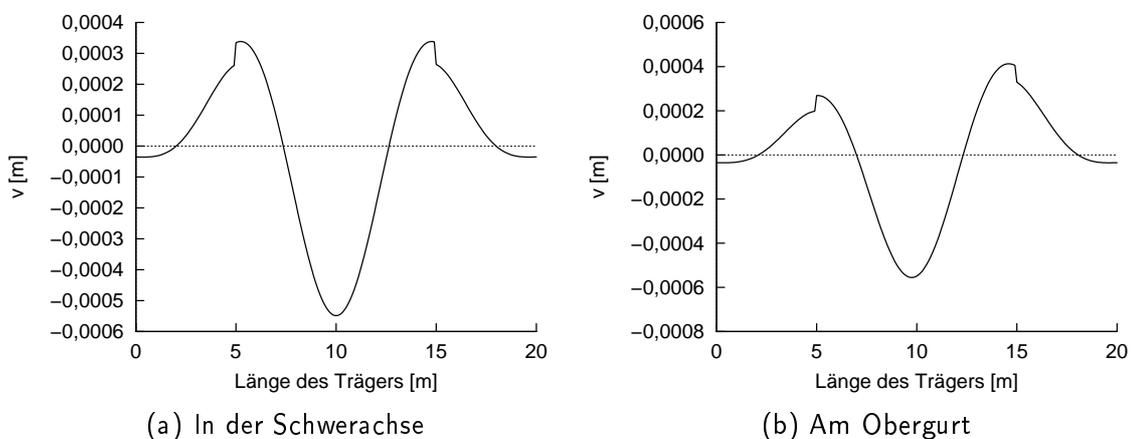


Abbildung 6.6: Horizontale Verformungen bei lokaler Vorkrümmung

6.4 Zusammenfassung

Nach den durchgeführten Berechnungen des am Obergurt horizontal gestützten Biegeträgers, der in der Baupraxis üblich ist, lässt sich zusammenfassen, dass sich durch die Verdrehung des Binders in der Schwerachse geringere horizontale Kräfte am Obergurt des Trägers ergeben. Aus einer lokalen Vorkrümmung des Trägers zwischen den seitlichen Stützungen folgt auch für die Stützung am Obergurt keine Horizontalkraft für den Aussteifungsverband, sodass der Biegeträger weiterhin mit einer globalen Vorkrümmung über den gesamten Binder berechnet wird. Durch die vorgestellten Berechnungen und geänderten Systemmodellierungen können mit den gewählten Computerprogrammen *constantialigni* und RSTAB auch Träger mit horizontalen Stützungen am Obergurt nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung und zur Trägerachse exzentrisch angeordnete Horizontalverbände berechnet werden.

7 Parameterstudie

7.1 Allgemeines

Um Erkenntnisse zu erwerben, welche Parameter einen Einfluss auf die Steifigkeit der Horizontalverbandsstützung haben, wird mit dem vorgestellten Rechenverfahren mit den Programmen *constantialigni* und RSTAB eine Parameterstudie durchgeführt. Wie in den bisherigen Rechenbeispielen wird der Einfeldträger nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung berechnet und die Wechselwirkung zwischen Biegeträger und Horizontalverband hergestellt, indem die berechneten horizontalen Lagerungskräfte am Träger auf das Dachverbandsmodell aufgebracht werden und die resultierende Verformung im nächsten Schritt zur bisherigen Vorverformung des Trägers addiert wird. Alle Berechnungen werden solange durchgeführt, bis die Iteration der Stützungssteifigkeit konvergiert oder die Rechenergebnisse divergieren und die Berechnung abgebrochen werden muss. Die horizontale Stützung des Biegeträgers findet in allen Berechnungen am oberen Ende des Trägers statt. Der aussteifende Horizontalverband liegt somit auch auf Höhe der Trägeroberkante. Als Anschlussdetail wird das vorgestellte Detail aus Kapitel 4 mit einer Anschlusssteifigkeit von 20.461,5 N/mm gewählt. In den Berechnungen wird immer von einer Grundkonfiguration des Trägers mitsamt Horizontalverband ausgegangen und jeweils nur ein Parameter verändert, um dessen Auswirkungen auf die Steifigkeitsberechnung zu erfahren. Eine Übersicht der variierten Parameter und die jeweiligen Trägerabmessungen können Anhang A entnommen werden.

Die Parameter der Studie können dabei unterschieden werden in:

- Parameter am BSH-Biegeträger um die erforderlichen Stützungssteifigkeiten des Horizontalverbands zu erhalten
- Parameter am Horizontalverband um die geforderten Stützungssteifigkeit zu erreichen und den Verband entsprechend dimensionieren zu können

Untersucht werden nur biegebeanspruchte Träger, die mit einer Bemessungsgleichstreckenlast in z-Richtung am oberen Trägerende belastet werden. Die Streckenlast wird dabei für jeden Versuchsträger so hoch gewählt, dass der maßgebende Spannungsnachweis zu $\approx 100\%$ ausgenutzt ist. Die Schnittgrößen und Verformungen des Biegeträgers werden nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung mit *constantialigni* berechnet und in einem erstellten Excel-Sheet an jedem Modellierungsknoten ausgewertet und nachgewiesen. So können sowohl die Biegespannungsnachweise, als auch die Schubspannungsnachweise an jeder Stelle des Trägers geführt werden. Der Biegespannungsnachweis lautet nach DIN EN 1995-1-1 [9] wie folgt:

$$\frac{\frac{M_y^{II}}{W_y}}{f_{m,d}} + 0,7 \cdot \frac{\frac{M_z^{II}}{W_z}}{f_{m,d}} \leq 1,0 \quad (7.1)$$

$$0,7 \cdot \frac{\frac{M_y^{II}}{W_y}}{f_{m,d}} + \frac{\frac{M_z^{II}}{W_z}}{f_{m,d}} \leq 1,0 \quad (7.2)$$

Der Schubspannungsnachweis wird nach DIN EN 1995-1-1/NA [10] wie folgt geführt:

$$\left(\frac{\frac{M_x}{W_T}}{k_{shape} \cdot f_{v,d}} \right) + \left(\frac{1,5 \cdot \frac{V_z}{k_{cr} \cdot A}}{f_{v,d}} \right)^2 + \left(\frac{1,5 \cdot \frac{V_y}{k_{cr} \cdot A}}{f_{v,d}} \right)^2 \leq 1,0 \quad (7.3)$$

$$\text{mit } W_T = \frac{h \cdot b^2}{3 \cdot (1 + 0,6 \cdot \frac{b}{h})}$$

Für die Holzgüte des Biegeträgers wird die Festigkeitsklasse GL24c ausgewählt, sowie ein maßgebender k_{mod} -Wert von 0,9. Die Bemessungswerte ergeben sich damit zu:

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_m} = 0,9 \cdot \frac{2,4 \text{ kN/cm}^2}{1,3} = 1,662 \text{ kN/cm}^2 \quad (7.4)$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_m} = 0,9 \cdot \frac{0,35 \text{ kN/cm}^2}{1,3} = 0,2423 \text{ kN/cm}^2 \quad (7.5)$$

Für jeden berechneten Versuchsträger wird die Schlankheit λ und der bezogene Schlankheitsgrad λ_{rel} nach den folgenden Gleichungen bestimmt:

$$\lambda = \sqrt{\frac{l_{eff} \cdot h}{b^2}} \quad (7.6)$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k} \cdot h \cdot l_{eff}}{0,78 \cdot b^2 \cdot E_{0,05}}} \quad (7.7)$$

Für alle untersuchten Träger ist die Mindeststeifigkeit nach Gleichung (2.19) eingehalten, sodass für die effektive Länge l_{eff} der Abstand der horizontalen Stützungen a angesetzt werden darf. Bei Trägern mit veränderlicher Höhe wird die Schlankheit λ und der bezogene Schlankheitsgrad λ_{rel} mit der Querschnittshöhe an der Trägerstelle $1,65 a$, im maßgebenden Feld am First, berechnet, wobei a der Abstand der horizontalen Stützungen am Träger ist.

7.2 Parallelgurtige Binder

7.2.1 Überblick

Die Parameterberechnungen werden an zwei verschiedenen Ausgangsträgerkonfigurationen durchgeführt. Der Biegeträger der Gruppe I weist dabei eine mittlere Spannweite und eine Schlankheit λ von 12,25 auf. Ausgehend von diesen Grundquerschnitten, wird pro Berechnung ein Parameter nach oben und unten variiert und die Berechnung solange iteriert, bis eine Konvergenz der horizontalen Vorverformung vorliegt. Die genauen Querschnittswerte des Biegeträgers, sowie die Ausgangsparameter des Horizontalverbands sind für beide Rechenblöcke in Tabelle 7.1 abgedruckt. Wie der Tabelle zu entnehmen ist, wird zwischen Gruppe I und Gruppe II nur die Trägerlänge und die Trägerbreite verändert. Dadurch ergeben sich jedoch neue Schlankheiten des Trägers und ein neuer sinushalbwellenförmiger Vorverformungswert des Trägers in horizontaler Richtung. Die Parameter des Dachverbands bleiben identisch und die seitliche Stützung des Biegeträgers wird in *constantialigni* in den Viertelpunkten konstant bei 10 kN/cm gelassen. An den Trägerenden liegt jeweils eine

Gabellagerung vor.

Tabelle 7.1: Ausgangskonfigurationen für den parallelgurtigen geraden Träger

	Gruppe I	Gruppe II
Biegeträger		
Spannweite	20 m	28 m
Trägerhöhe	120 cm	120 cm
Breite	20 cm	14 cm
h/b-Verhältnis	6	8,57
Schlankheit λ	12,25	20,70
Bezugsschlankheit λ_{rel}	0,60	1,02
Abstand der seitlichen Stützungen	5,00 m	7,00 m
Bindervorkrümmung	1/400 = 5 cm	1/400 = 7 cm
Holzgüte	GL24c	GL24c
Dachverband		
Höhe des Verbands	5,00 m	5,00 m
Anschlusssteifigkeit Verband	20.461,5 N/mm	20.461,5 N/mm
Binder pro Verband	3	3
Verbandspfostenquerschnitt	12/20, C24	12/20, C24
Verbandsdiagonalenquerschnitt	d = 10 mm, S355	d = 10 mm, S355

Die berechneten Federsteifigkeiten für jeden notwendigen Iterationsschritt für die Ausgangsquerschnitte mit den Daten nach Tabelle 7.1 sind in Abbildung 7.1 dargestellt und entsprechen den seitlichen Stützungssteifigkeiten. Sowohl für den schlankeren, als auch für den gedrungenen Träger finden für die Steifigkeit in Trägermitte fast keine Werteänderungen statt. Der Steifigkeitswert für die Stützung an den äußeren Viertelpunkten weist dage-

gen leichtere Schwankungen bis zur schlussendlichen Konvergenz auf. Als Ausgangslage für die Parameterstudie ist zu erkennen, dass die Steifigkeiten des gedrungeneren Trägers mit $\lambda = 12,25$ für alle drei horizontalen Stützungen deutlich größere Werte aufweisen, die ungefähr um den Faktor 2 größer sind als diejenigen des schlanken Trägers mit $\lambda = 20,70$. Weiterhin fällt auf, dass für die Rechenmodellkonfigurationen der Gruppe II mehr Iterationsschritte benötigt werden, bis sich die Endvorverformung und damit auch die Endsteifigkeiten einstellen.

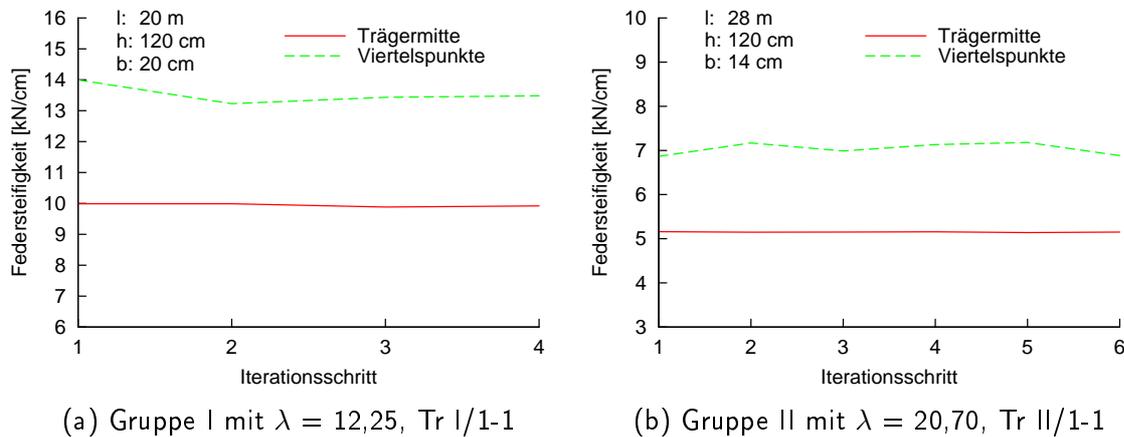


Abbildung 7.1: Iterationsverläufe der Ausgangsquerschnitte

7.2.2 Variation der Trägerlänge

Als erster Parameter wird die Länge des Biegeträgers variiert. Die geringste Trägerlänge beginnt bei 12 m Spannweite. Diese Konfiguration liefert auch die geringsten Trägerschlankheiten λ von 9,49 (bzw. $\lambda_{rel} = 0,47$) für die Gruppe I und 13,55 (bzw. $\lambda_{rel} = 0,67$) für die Gruppe II. In Abbildung 7.2 sind die Verläufe der horizontalen Stützungssteifigkeit für die Verbandspfosten sowohl für den Querschnitt aus Rechengang I als auch für den Trägerquerschnitt in Rechengang II gegeben. Die rot gezeichnete Schaubildskurve mit der Bezeichnung *Trägermitte* beinhaltet die Steifigkeitswerte für den horizontalen Verbandspfosten in der Mitte des Trägers und somit auch in der Mitte des Horizontalverbandes. Die Werte für die berechnete Steifigkeit an den stützenden äußeren Verbandspfosten an der Stelle $0,25 \cdot l$ und $0,75 \cdot l$ sind der Kurve mit der Bezeichnung *Viertelspunkte* hinterlegt.

Wie aus den Schaubildern in Abb. 7.2 deutlich zu entnehmen ist, nehmen die horizontalen Steifigkeitswerte mit zunehmender Trägerlänge, und damit auch mit zunehmender Schlankheit, ab. Gleichzeitig ändert sich durch die Trägerlänge auch der Abstand der horizontalen Stützungsstellen am Träger. Die Kurven für die äußeren Verbandspfosten und den inneren Verbandspfosten nähern sich zwar mit zunehmender Schlankheit λ an, der prozentuale Unterschied bleibt jedoch für alle Trägerlängen auf einem ähnlichen Niveau. So entsteht an den äußeren Viertelspunkten am Biegeträger eine um 35-40% größere Steifigkeit. Vergleicht man die Steifigkeitswerte bei gleicher Trägerlänge der beiden Berechnungen fällt auf, dass diese sich sehr ähnlich sind. Die Abweichungen betragen dennoch zwischen 3 und 12%. Betrachtet man zwei Trägerkonfigurationen mit ähnlicher Schlankheit (Träger 1-2 der Gruppe I mit 24 m Trägerlänge und $\lambda = 13,42$ und Träger II/1-7 der Gruppe II mit 12 m Trägerlänge und $\lambda = 13,55$), stellt man fest, dass die Steifigkeitswerte deutlich auseinander liegen

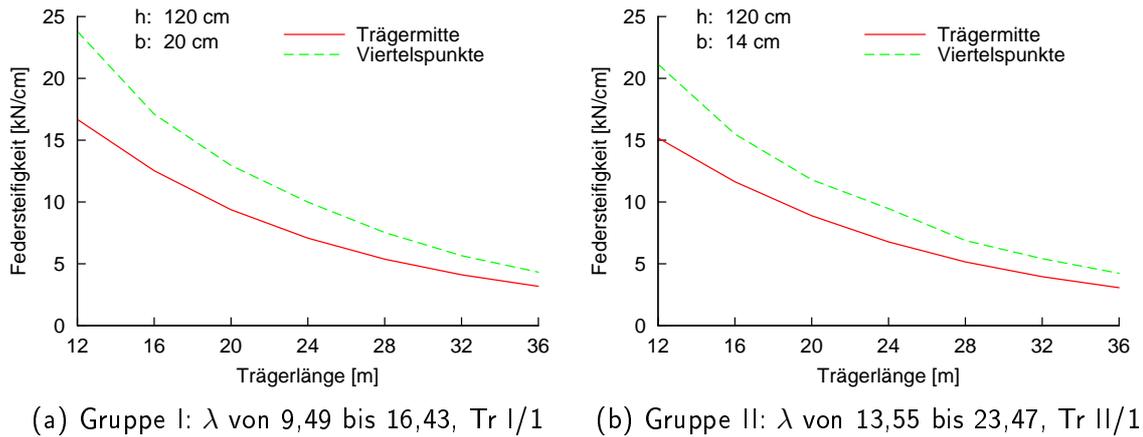


Abbildung 7.2: Variation der Trägerlänge

(9,99 kN/cm zu 21,14 kN/cm) und die Schlankheit somit keine Aussagekraft über die auftretenden horizontalen Stützsteifigkeiten zulässt.

7.2.3 Variation der Trägerhöhe

Als nächster Parameter wird die Trägerhöhe in den jeweils berechneten Trägern verändert. Wiederum sind im Schaubild 7.3 die Rechenergebnisse für beide Trägerkonstellationen abgebildet. Bei geringeren Trägerschlankheiten (vor allem in Schaubildteil (a) für die Gruppe I) ist ein leichter Anstieg der Steifigkeitswerte zu beobachten. Im sehr schlanken Bereich von Schlankheiten λ zwischen 22 und 25 verändern sich die Steifigkeitswerte dagegen nur minimal.

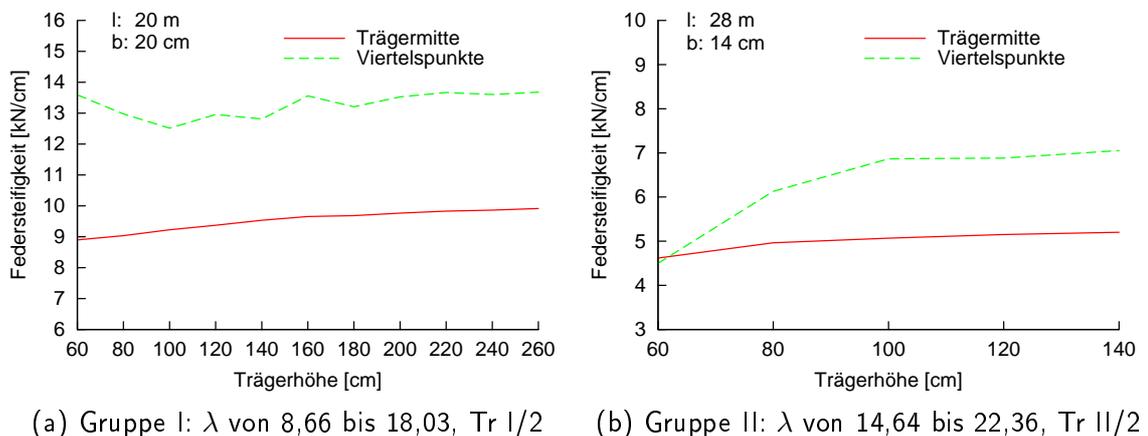


Abbildung 7.3: Variation der Trägerhöhe

Für den schlankeren Biegeträger II konnten nur bis zu einer Querschnittshöhe $h = 140 \text{ cm}$ ($\lambda = 22,36$) erfolgreiche Berechnungen durchgeführt werden. Für größere Trägerhöhen traten zu große seitliche Abstützkräfte und daraus folgend zu große Normalkräfte in den Stahldiagonalen des Dachverbands auf, die von diesen nicht mehr aufgenommen werden konnten. Der hohe Anfangssprung der Schaubildskurve für die Viertelspunkte in Abbildung 7.3(b) ist damit zu erklären, dass die horizontalen Verformungen des Verbands für diesen Träger sehr gering

sind und somit die Werteausgabe von starken Rundungen beeinflusst wird. Der Vergleich von Gruppe I mit Gruppe II zeigt, dass der längere Träger in Gruppe II die geringeren Steifigkeitswerte für die horizontalen Abstützungen ergibt. Für die Trägerlänge von 28 m stellt sich eine Federsteifigkeit am mittleren Verbandspfosten von $\approx 5,52$ kN/cm ein. Für eine Länge des Trägers von 20 m dagegen eine Steifigkeit in Trägermitte von $\approx 9,5-9,9$ kN/cm.

7.2.4 Variation der Trägerbreite

Die Berechnungen mit variiertem Trägerbreite liefern die Ergebnisse in Abbildung 7.4. Für gedrungene Querschnitt lässt sich ein Anstieg der berechneten Federsteifigkeit beobachten. Die Steifigkeit der seitlichen Stützung an den äußeren Viertelpunkten steigt dabei im sehr gedrungenen Bereich ab einer Querschnittsbreite von 26 cm im Vergleich zur Steifigkeit in Trägermitte stärker an. Für diese gedrungenen Querschnitte ist der Steifigkeitswert an der äußeren Stützung fast um 50% größer als in Verbandsmitte. Für die Gruppe II mit den grö-

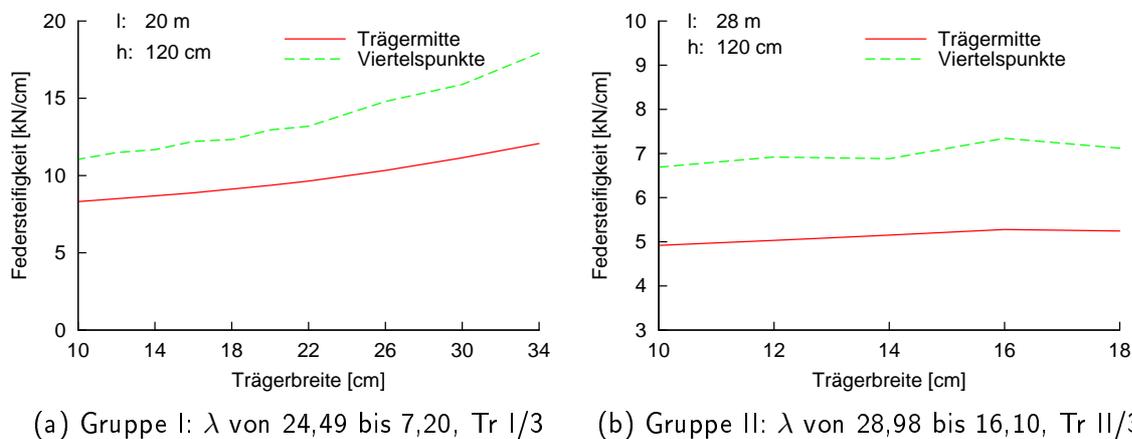


Abbildung 7.4: Variation der Trägerbreite

ßeren Schlankheiten λ ergeben sich minimal kleinere Steifigkeitswerte als für die angestellten Berechnungen mit variiertem Querschnittshöhe. Aufgrund der geringen Querschnittsbreite konnten Träger mit einer Breite < 10 cm nicht erfolgreich berechnet werden, da die erhaltenen Ergebnisse divergierten und keine weiteren Schlussfolgerungen angestellt werden konnten.

7.2.5 Variation der Festigkeitsklasse

In einem weiteren Untersuchungsschritt wird die Festigkeitsklasse des Biegeträgers verändert. Abweichend von der bisherigen Brettschichtholz-Güteklasse GL24c werden nun auch Träger mit den Festigkeitswerten der Klasse GL24h, GL28c und GL32c berechnet. Die Schlankheit λ bleibt durch die Festigkeitsänderung für die Gruppe I bei 12,25 und für die Gruppe II bei 20,70. Der bezogene Schlankheitsgrad λ_{rel} verändert sich durch die unterschiedlichen E-Moduli jedoch minimal. So bewirken die unterschiedlichen Festigkeitsklassen in Gruppe I einen bezogenen Schlankheitsgradbereich von $\lambda_{rel} = 0,59$ bis $\lambda_{rel} = 0,63$ und in Gruppe II von $\lambda_{rel} = 0,99$ bis $\lambda_{rel} = 1,06$. Große Änderungen in den Steifigkeiten sind den Schaubildern in Abbildung 7.5 nicht zu entnehmen. Die Werte bleiben auf dem gleichen Niveau, wie es

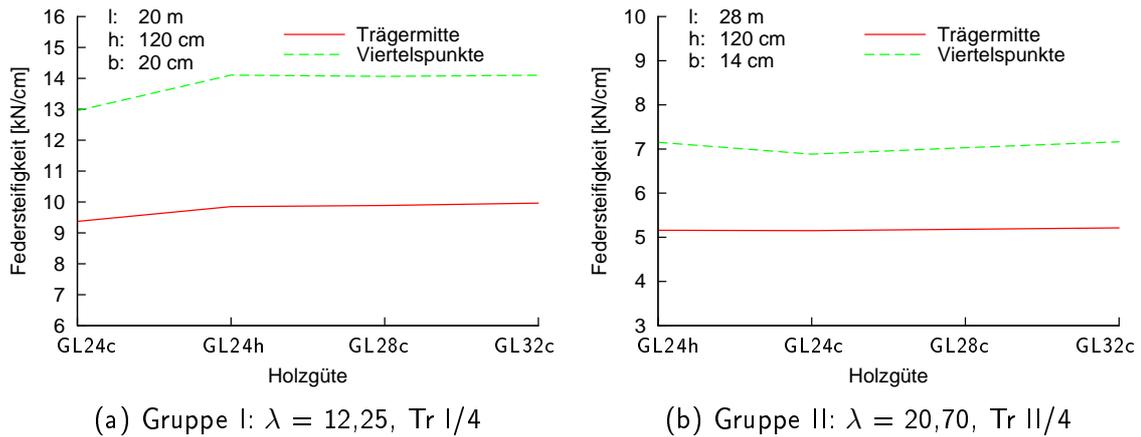


Abbildung 7.5: Variation der Festigkeitsklasse

aus der vorherigen Berechnung bekannt ist. Für den kürzeren Träger in Gruppe I beträgt die Federsteifigkeit für die Stützung in Trägermitte 9,9 kN/cm und für die seitlichen Stützungen in den Viertelspunkten 14,1 kN/cm. Bei der durchgeführten Berechnung mit einer Trägerlänge von $l = 28$ m ergeben sich die Steifigkeiten zu 5,2 (Mitte) und 7,1 (außen). Einzig für den kombinierten BSH-Träger der Festigkeitsklasse GL24c treten größere Abweichungen auf. Die Steifigkeitswerte sind minimal geringer, was auch durch die leichten Knicke in den Verläufen in Abbildung 7.5 zu entnehmen ist.

7.2.6 Variation der Trägervorkrümmung

Um Einflüsse eines weiteren Parameters auf die horizontalen Stützungen des Biegeträgers und dessen Steifigkeit zu erfahren, wird die horizontale Vorverformung des BSH-Trägers variiert. Die Trägervorkrümmung wird dabei als Sinushalbwellen global über den gesamten Träger aufgebracht, um die abstützenden Kräfte auf die seitlichen Halterungen des Verbands zu erhalten. In den bisherigen Berechnungen wurde der Maximalwert der Vorverformung nach DIN EN 1995-1-1 [9] zu $l/400$ angenommen. Durch die gleichbleibende Trägerlänge vergrößert sich der horizontale Vorverformungswert von $l/200$ bis zu $l/700$.

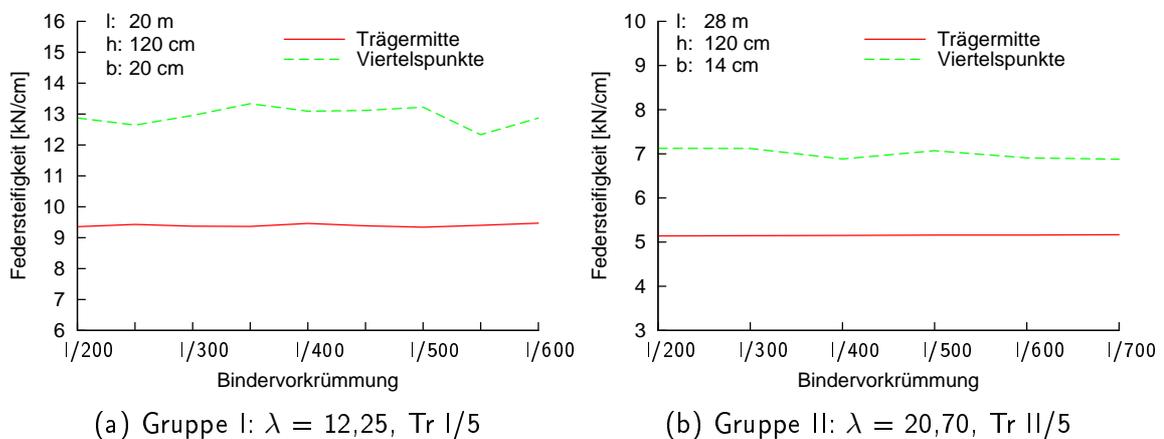


Abbildung 7.6: Variation der Trägervorverformung

Die in Abbildung 7.6 dargestellten berechneten Steifigkeitswerte zeigen vor allem für die Stützung in Trägermitte kaum Abweichungen bei Steigerung des Vorverformungswertes. Für die Ausgabe der Viertelspunktsteifigkeiten treten für den kürzeren und gedrungeneren Träger aus Gruppe I kleinere Abweichungen auf. Bei Betrachtung der angegebenen Werte fällt auf, dass sich diese für den Träger aus Gruppe I konstant leicht unter den bisher bekannten Steifigkeiten bewegen. Ein Einfluss auf die Steifigkeit ist durch die unterschiedlich stark vorverformten Träger nicht zu erkennen.

7.2.7 Variation des Trägerabstands

Nachdem in den bisherigen Berechnungen Parameter am Biegeträger und damit hauptsächlich Veränderungen an den Eingangsdaten für die Berechnung nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung in *constantialigni* gemacht wurden, werden nun Parameter des aussteifenden Horizontalverbands variiert und damit Rechengrößen für das RSTAB-Modell. Während in den ersten Parameterberechnungen die erforderliche Federsteifigkeit zur Stützung des Binders berechnet wurde, wird nun die Variation der Parameter am Horizontalverband untersucht, wie diese erforderliche Federsteifigkeit der Stützung durch den Verband erreicht werden kann. In dieser ersten Parameterberechnung wird die Höhe des liegenden Verbands verändert. Dadurch ändert sich der Abstand der Biegeträger und die abstützenden Verbandspfoeten werden kürzer, bzw. länger. Ob die längeren Verbandspfoeten die auftretenden Druckkräfte noch aufnehmen können, wird in der Berechnung berücksichtigt. Durch den variierenden Abstand der BSH-Träger verändern sich auch die Längen der Dachverbandsdiagonalen. Die Trägerschlankheiten bleiben bei $\lambda = 12,25$ für die Gruppe I und bei $\lambda = 20,70$ für die Gruppe II. Aus den Schaubildern in Abbildung 7.7 ist erkennbar, dass die Steifigkeitswerte mit zuneh-

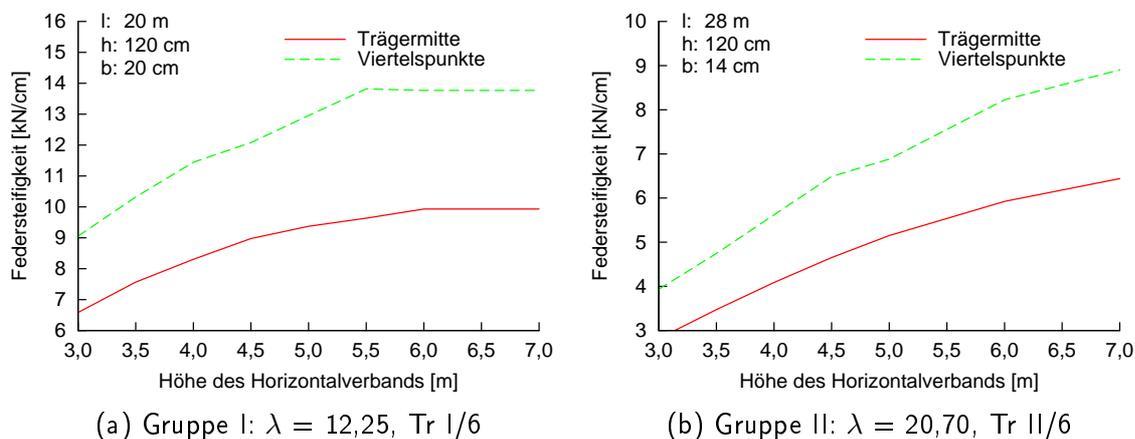


Abbildung 7.7: Variation des Binderabstands

mendem Binderabstand (zunehmender Verbandspfoetenlänge) auch zunehmen. Während die Steifigkeiten für den längeren Träger aus Gruppe II für die untersuchten Binderabstände kontinuierlich zunehmen, finden am kürzeren Träger aus Gruppe I ab einem Binderabstand von 6,0 m keinerlei Änderungen in den Stützungssteifigkeiten statt. Beim Vergleich der Ergebnisse aus Gruppe I mit Gruppe II ist ersichtlich, dass die Steifigkeiten für die Gruppe II aufgrund des längeren Trägers geringer ausfallen.

7.2.8 Variation der Binderanzahl pro Verband

Die Aussteifungslasten des Dachverbands sind abhängig von der Anzahl der auszusteifenden kippgefährdeten Biegeträger. Bisher wurde als Grundlage immer das Hallenbeispiel aus Kapitel 4 verwendet, in dem der Hallengrundriss insgesamt 6 Binder und 2 Horizontalverbände aufweist. Somit ergaben sich pro Verband 3 Biegeträger, die auszusteifen waren. Die auftretenden Horizontalkräfte an den seitlichen Stützungen eines Binders wurden demzufolge mit dem Faktor 3 multipliziert. In diesem Berechnungsschritt wird die Anzahl der Binder pro Verband variiert, also der Faktor für die horizontale Belastung auf den Verband geändert. Damit ergeben sich z.B. für den Fall, dass 6 Binder zu stabilisieren sind, deutlich größere Horizontalkräfte. Die Ergebnisse in Abbildung 7.8 zeigen jedoch, trotz der erwähnten Last-

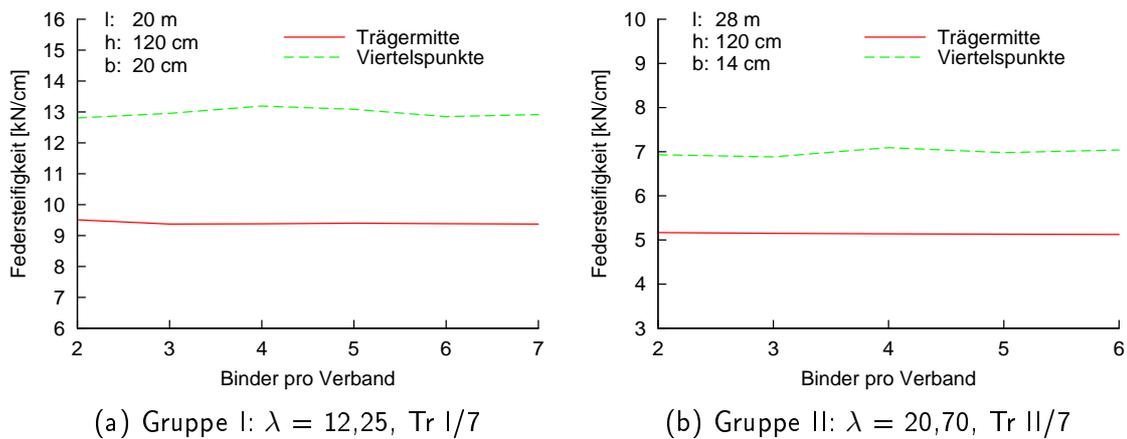


Abbildung 7.8: Variation der Binderanzahl pro Verband

steigerung auf den Verband, fast keine Veränderungen in den Stützungssteifigkeiten. Bedingt durch die Multiplikation mit größeren Faktoren, ergeben sich in den Iterationsberechnungen auch größere horizontale Kräfte an einem Biegeträger. Bis die Federsteifigkeiten konvergieren sind bei mehreren zu stabilisierenden Bindern pro Verband mehr Iterationsschritte notwendig. So werden für den Träger II/7-2 der Gruppe II mit 2 Bindern pro Verband 4 Iterationsschritte benötigt, während der Träger II/7-5 der Gruppe II mit 6 auszusteifenden Bindern pro Verband 9 Iterationsschritte bis zur Konvergenz benötigt.

7.2.9 Variation des Pfettenquerschnitts

Die horizontale Stützung des Biegeträgers in Trägermitte und in den Viertelspunkten des Trägers erfolgt durch die Verbandspfosten, bzw. durch die Pfetten zwischen den BSH-Bindern. In dieser Parameterrechnung werden die Querschnittsabmessungen der stützenden Pfosten verändert. Die Festigkeitsklasse bleibt dabei für alle Querschnitte bei einem Vollholz der Güteklasse C24. Für den schlankeren Träger aus Gruppe II in Abbildung 7.9(b) sind keine erkennbaren Einflüsse des Querschnitts der seitlichen Stützung auf die Steifigkeit erkennbar. Die Rechenergebnisse bewegen sich alle im gleichen, bereits bekannten, Wertebereich. Für den Trägerquerschnitt mit der Länge $l = 20 \text{ m}$ aus Gruppe I ist eine leichte abfallende Tendenz zu erkennen. Bei den geringen Querschnittsabmessungen von $10 \text{ cm} / 10 \text{ cm}$ und $8 \text{ cm} / 8 \text{ cm}$ ergeben sich geringere Stützungssteifigkeiten, da der Pfostenquerschnitt ebenfalls eine geringere Steifigkeit aufweist.

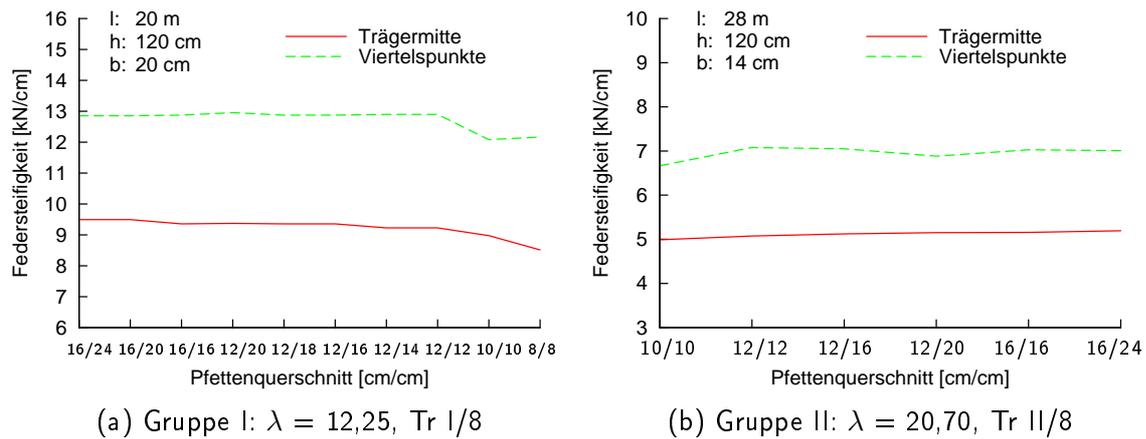


Abbildung 7.9: Variation des Pfettenquerschnitts

7.2.10 Variation der Verbandsdiagonalen

Als letzter Querschnittsparameter des Dachverbands werden die Diagonalenquerschnitte variiert. Als Querschnitte für die Zugdiagonalen werden Rundvollprofile aus Stahl verwendet. Die Stahlgüte ist dabei für alle Querschnitte S355. Im Ausgangsquerschnitt wurde ein Vollprofil mit 10 mm Durchmesser verwendet, das nun in 2 mm-Schritten vergrößert und verkleinert wird. Die Ergebnisverläufe für die Berechnungen mit steigendem Diagonalendurchmesser sind in Abbildung 7.10 dargestellt. Die Ergebnisse zeigen für beide Berechnungen einen klaren An-

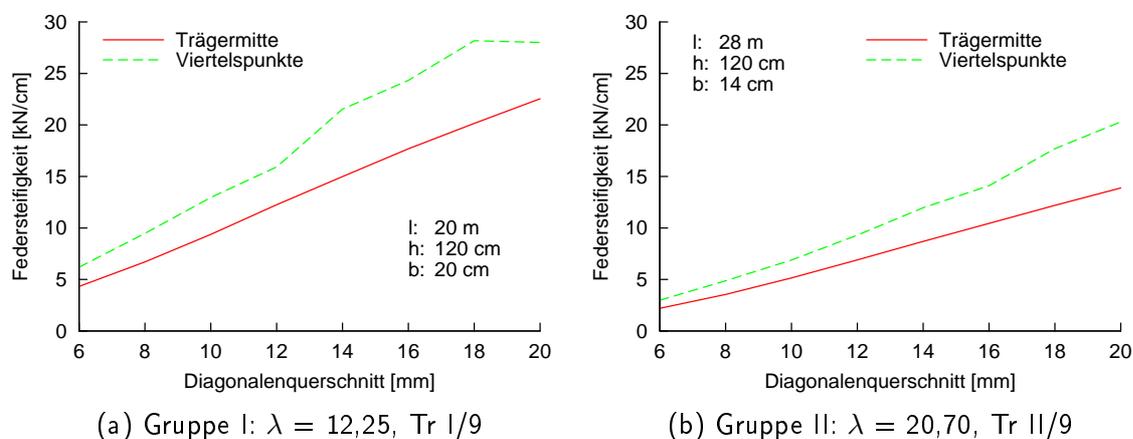


Abbildung 7.10: Variation des Diagonalenquerschnitts

stieg der Steifigkeiten bei Vergrößerung des Diagonalendurchmessers. Die Kurve für die Steifigkeit in Trägermitte steigt dabei gleichmäßig an, während die berechneten Steifigkeitswerte für die horizontalen Stützungen in den Trägerviertelspunkten unterschiedliche Steifigkeitszuwächse aufweisen. Am längeren Träger (Gruppe II) treten im Vergleich mit Gruppe I wieder die kleineren Werte für die Steifigkeit auf. Die Verläufe der beiden Träger sind dabei jedoch sehr ähnlich. Ab einem Diagonalendurchmesser von 18 mm stellt sich für die Steifigkeit an den äußeren Viertelspunkten ein Maximalwert ein. Dieser beträgt für den Träger mit der Schlankheit $\lambda = 12,25$ 28,1 kN/cm und für den Träger mit $\lambda = 20,70$ 16,8 kN/cm.

7.3 Satteldachträger mit geradem Untergurt

7.3.1 Überblick

Ein weiterer holzbautypischer Hallenbinder ist der Satteldachträger. Mit dem am Institut für Konstruktion und Entwurf entstandenen Programm *constantialigni* ist es möglich Satteldachträger mit geradem Untergurt nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung zu berechnen. Ein beispielhaftes Systembild eines seitlich gestützten Satteldachträgers ist in Abbildung 7.11 zu sehen. Die horizontalen Stützungen des kippgefährdeten Trägers greifen weiterhin in den Träger Viertelpunkten am oberen Ende des Trägerquerschnittes an. An den Trägerenden ist der BSH-Binder durch eine Gabellagerung gehalten. Die Auswertung mit den Schnittgrößen und Verformungen nach Theorie II. Ordnung geschieht wiederum in angefertigten EXCEL-Sheets, die die veränderlichen Querschnittswerte mit berücksichtigen. Durch das Anpassen der Trägergeometrien im RSTAB-Rechenmodell, tritt auch eine Änderung im Modell des Verbands auf, der nun in der Mitte am Trägerfirst einen Knick hat. Somit steigt der horizontale Aussteifungsverband 2 Felder an und fällt dann nach der maximalen Trägerhöhe am First wieder 2 Verbandsfelder ab. Durch den Knick im Obergurt entstehen Umlenkkräfte, die in der Bemessung des Satteldachbinders in vertikaler und horizontaler Richtung berücksichtigt werden müssen.

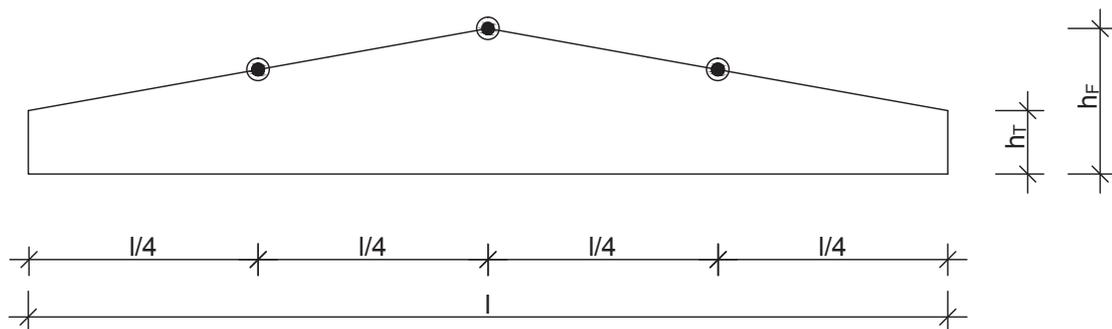


Abbildung 7.11: Systembild des Satteldachträgers

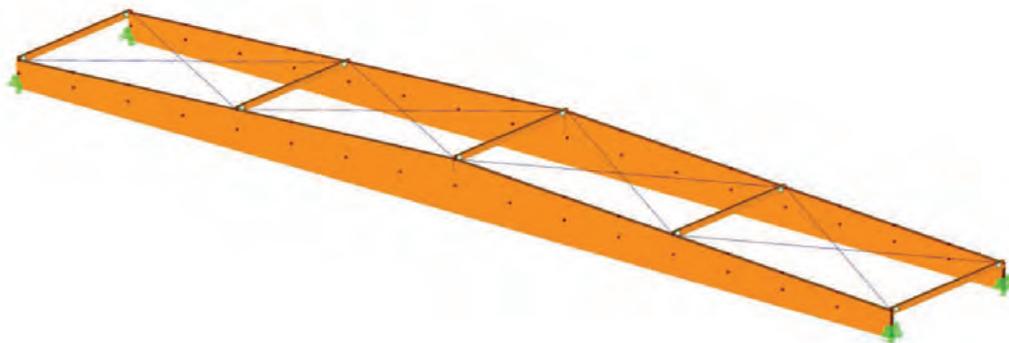


Abbildung 7.12: Ansicht Satteldachverband

Die Parameterwerte für den Ausgangsquerschnitt der Studie sind in Tabelle 7.2 angegeben. Zusätzlich zu den bisherigen Berechnungen wird nun zwischen den Parametern Firsthöhe h_F

und Traufhöhe h_T unterschieden, sowie der Durchmesser der Verbandsdiagonalen von 10 mm auf 14 mm erhöht. Die Berechnung der Trägerschlankheit λ und des bezogenen Schlankheitsgrads λ_{rel} erfolgt im Feld zwischen der seitlichen Stützung im Viertelpunkt und am First an der Stelle $0,65 \cdot a$ (a = Abstand der horizontalen Stützungen).

Tabelle 7.2: Ausgangskonfiguration SD-1-1 für den Satteldachträger

Biegeträger	
Spannweite	24 m
Firsthöhe	160 cm
Traufhöhe	80 cm
Breite	18 cm
h/b-Verhältnis	8,09
Schlankheit λ	16,42
Bezugsschlankheit λ_{rel}	0,81
Abstand der seitlichen Stützungen	6,00 m
Bindervorkrümmung	$l/400 = 6$ cm
Holzgüte	GL24c
Dachverband	
Höhe des Verbands	5,00 m
Anschlusssteifigkeit Verband	20.462 N/mm
Binder pro Verband	3
Verbandspfostenquerschnitt	12/20, C24
Verbandsdiagonalenquerschnitt	$d = 14$ mm, S355

Die zu berechnenden Träger werden wieder mit einer Gleichstreckenlast am Obergurt belastet, die so groß gewählt wird, dass der maßgebende Spannungsnachweis zu $\approx 100\%$ ausgenutzt ist. Es wird der Schubspannungsnachweis und der Biegespannungsnachweis nach

Theorie II. Ordnung geführt. Die auftretenden horizontalen Einzellasten auf den Dachverband werden dem berechneten Querkraftverlauf V_y am oberen Trägerende entnommen. In Abbildung 7.13 ist beispielhaft dieser Verlauf der Querkraft V_y am Obergurt für den Ausgangsträger SD-1-1 zu sehen. Der Verlauf zeigt, verglichen mit den bisherigen V_y -Verläufen

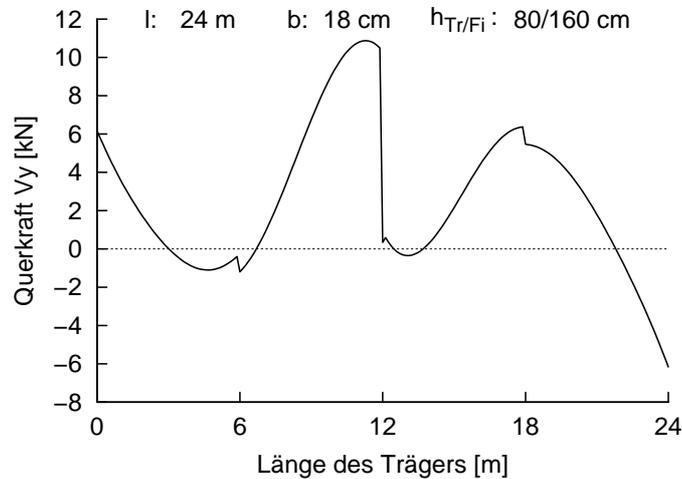


Abbildung 7.13: Verlauf der Querkraft am Obergurt des Satteldachträgers SD 1-1

am Obergurt der parallelgurtigen Trägern, einen größeren Sprung in Trägermitte. Im Vergleich zu den horizontalen Stützungen in Trägerschwerachse ist der Werteverlauf wieder auf der y -Achse nach oben verschoben. Der Verlauf der Querkraft am Obergurt berechnet sich, wie im vorherigen Kapitel beschrieben, mit den folgenden Gleichungen (7.8) und (7.9):

$$V_y = E \cdot I_z \cdot v''' \quad (7.8)$$

$$v'''_{\text{Obergurt}} = v'''_{\text{Schwerachse}} + \tan \vartheta \cdot (h/2) \quad (7.9)$$

Durch diese Gleichungen lässt sich auch der Querkraftverlauf am Obergurt erklären. Über die Verdrehung der Trägerschwerachse (s. Abb. 7.14(a)), deren Werte kurz vor der Trägermitte nochmals abnehmen, wird die dritte Ableitung der Verformung berechnet, deren Verlauf bei parallelgurtigen Trägern mit dem Querkraftverlauf V_y gleich ist. Durch das Abnehmen der Schwerachsenverdrehung ist damit der abgerundete Querkraftverlauf am Obergurt kurz vor der horizontalen Stützung in Feldmitte zu erklären. Im Gegensatz zu den parallelgurtigen Trägern, ändern sich nun an jeder Stelle des Querschnitts die Trägerhöhe und damit die Querschnittswerte. Der Verlauf des Flächenträgheitsmoments I_z für den Satteldachträger ist in Abbildung 7.14(b) zu sehen. Dieser Verlauf geht in die Berechnung der Querkraft mit ein und verändert daher nochmals deren Verlauf und damit die Querkraftwerte.

Aus dem Iterationsverlauf in Abbildung 7.15 sind die berechneten Steifigkeitswerte für den Ausgangsquerschnitt SD-1-1 zu erkennen. Der genaue Steifigkeitswert beträgt für die Stützung in Trägermitte 13,36 kN/cm und für die horizontale Stützung an den Viertelpunkten 18,144 kN/cm. Wie beim parallelgurtigen Träger liegt an den äußeren Stützpunkten die größere Steifigkeit vor. Beide Steifigkeiten sind im Vergleich mit dem parallelgurtigen Biegeträger trotz größerer Schlankheit klar höher. Es werden bis zur Konvergenz der schlussendlichen Vorverformung 6 Iterationsschritte benötigt, die Steifigkeitswerte sind, vor allem für die mittlere Stützung, in jedem Iterationsschritt fast unverändert.

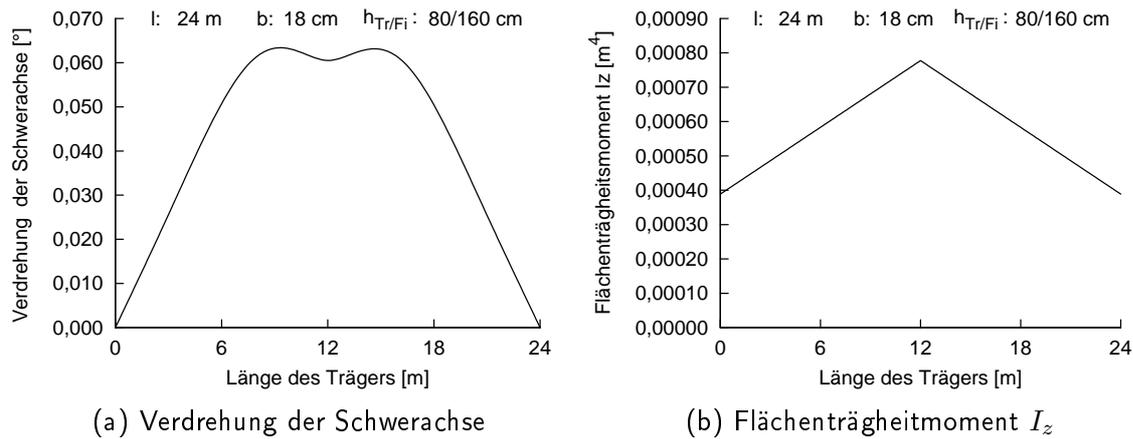


Abbildung 7.14: Parameter für die Berechnung der Horizontalkraft am Obergurt, Tr SD 1-1

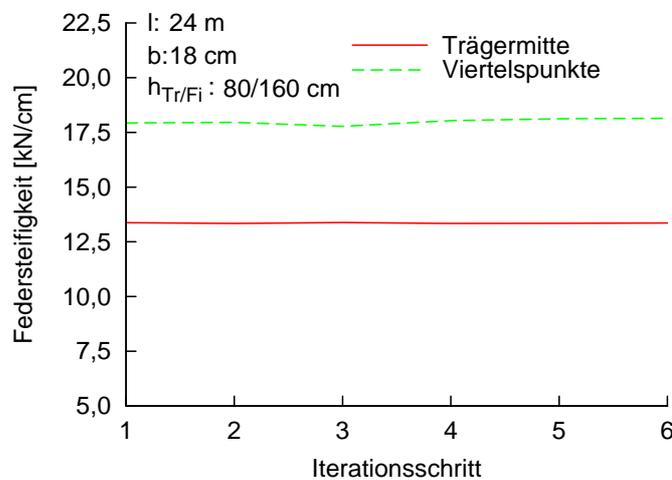


Abbildung 7.15: Iterationsverlauf am Ausgangsträger SD 1-1

7.3.2 Variation der Trägerlänge

Als erster Parameter wird die Länge des Satteldachträgers verändert, wodurch sich auch entsprechend die Abstände der horizontalen Stützstellen ändern. Die Abstände der horizontalen Stützungen steigen von 3,0 m in 1-m-Schritten auf 9,0 m an. Die berechnete Schlankheit λ steigt dabei von 11,63 auf 20,14 an. Mit zunehmender Schlankheit nimmt die Federsteifigkeit an den Stützungen ab, wie Abbildung 7.16 zu entnehmen ist. Der Wertebereich der Steifigkeiten ist dabei im Vergleich mit dem parallelgurtigen Träger, bei gleicher Variation von 12 m bis 36 m, größer. So nimmt z.B. die Stützungssteifigkeit an den Viertelpunkten von 33,972 kN/cm ($l = 12$ m) auf 7,84 kN/cm ($l = 36$ m) ab. Der Einfluss der Stützungsabstände und der Trägerlänge ist auch für den Satteldachträger mit geradem Untergurt gegeben.

7.3.3 Variation der Firsthöhe

Mit Änderung des nächsten Parameters, der Firsthöhe, ändert sich auch die angreifende Stelle der seitlichen Stützungen durch den Verband und somit die exzentrische Lastweiterleitung. Ebenfalls verändert wird die Dachneigung. Die berechneten Firsthöhen steigen in

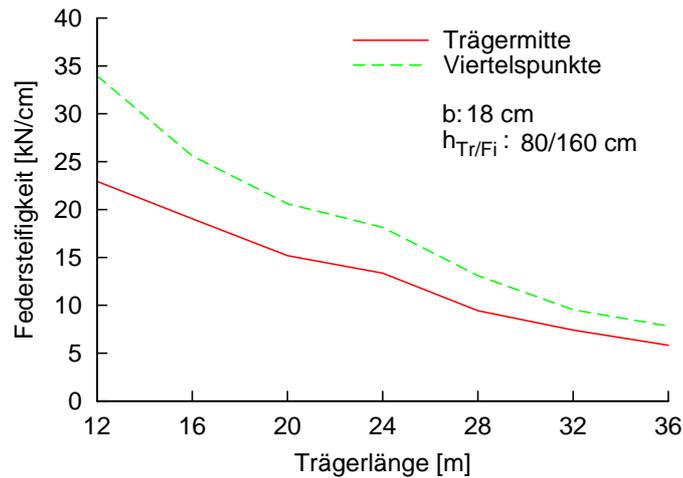


Abbildung 7.16: Variation der Trägerlänge, Tr SD 1

der Parameterstudie von 80 cm (Dachneigung = 0°) auf 280 cm (Dachneigung = 9,5°) an. Die Querschnittshöhe an der Traufe bleibt in allen Berechnungen konstant bei 80 cm. Die Schlankheiten λ steigen zusammen mit der Querschnittshöhe von $\lambda = 12,17$ bis $\lambda = 21,30$ an. Die Ergebnisse der Berechnungen in Abbildung 7.17 zeigen keinen Einfluss der Firsthöhe

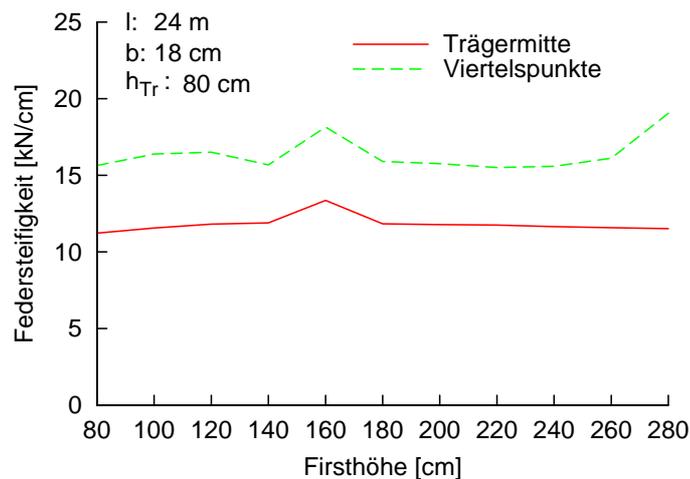


Abbildung 7.17: Variation der Firsthöhe, Tr SD 2

auf die Stützungssteifigkeiten. Lediglich zwei abweichende Werte treten in den Verläufen auf, lassen jedoch keinen Rückschluss auf generelle Einflüsse der Firsthöhe und der Dachneigung des Satteldachträgers zu.

7.3.4 Variation der Trägerbreite

Im weiteren Schritt der Parameterstudie am Satteldachträger mit parallelem Untergurt wird die Querschnittsbreite des Trägers variiert. Abbildung 7.18 zeigt die zugehörigen Verläufe der Steifigkeiten. Dabei ist zu beachten, dass der angegebene Steifigkeitswert für die Trägerbreite 22 cm kein genaues Ergebnis aus einer konvergierenden Iteration ist. Die Vorverformungswerte schwankten in den Berechnungen am Ende zwischen 76,9 mm und 79,6 mm.

Die berechneten Steifigkeiten in den jeweiligen Iterationsschritten unterscheiden sich dabei jedoch nur minimal. Trotzdem bleibt festzuhalten, dass für die Breite 22 cm keine Konvergenz vorliegt. Die Schlankheiten der berechneten Träger nehmen mit abnehmender Breite zu und bewegen sich im Bereich von $\lambda = 11,38$ bis $\lambda = 18,50$. Das Schaubild in Abbildung 7.18

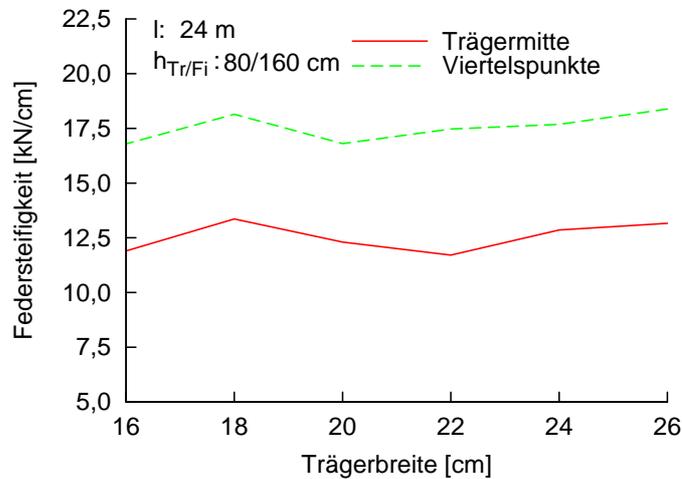


Abbildung 7.18: Variation der Trägerbreite, Tr SD 3

zeigt kleinere Abweichungen für die horizontalen Stützsteifigkeiten. Jedoch bewegen sich die Ergebniswerte um denselben Steifigkeitswert, sodass keine Tendenz ableitbar ist. Die Berechnungen mit geringeren Trägerquerschnittsbreiten von 14 und 12 cm lieferten keine Konvergenz in der iterativen Berechnung, bzw. ergaben für die horizontale Stützung an den Viertelspunkten so geringe Kräfte, dass sich im Rechenmodell des Dachverbands keine Verschiebung einstellten und die Berechnung somit eine Federsteifigkeit von 0 kN/cm herausgab. Somit lässt sich über Träger mit geringen Querschnittsbreiten keine Aussage treffen.

7.3.5 Variation der Festigkeitsklasse

Die Variation der Festigkeitsklasse des Brettschichtholzträgers liefert das Schaubild in Abbildung 7.19. Im Gegensatz zum parallelgurtigen Binder ist hier ein klarer Abfall der Werte von der Güteklasse GL24c zu GL28c zu beobachten. Danach bleiben die Steifigkeitswerte auf dem gleichen Niveau. Der Grund für den einzigen Knick im Verlauf ist, dass ab einer Festigkeitsklasse GL28c der Schubnachweis maßgebend wird, während beim Träger aus GL24c der Biegespannungsnachweis maßgebend war. Durch Erhöhung der Biegefestigkeit $f_{m,d}$ können ab einem GL28c größere Biegemomente aufgenommen werden. Die Schubfestigkeit $f_{v,k}$ bleibt jedoch für alle Festigkeitsklassen gleich, sodass keine weitere Laststeigerung zwischen GL28c und GL32c durchgeführt werden kann und sich auch die horizontalen Stützkräfte und Federsteifigkeiten nicht weiter ändern.

7.3.6 Variation der Trägervorkrümmung

Die bisherige Vorkrümmung des Binders wurde sinushalbwellenförmig global mit einer maximalen Amplitude von $l/400$ angesetzt. Bei der Variation der Vorkrümmung, werden Vorverformungswerte von $l/200$ (Verformungswert = 12 cm) bis $l/900$ (Verformungswert = 2,67 cm)

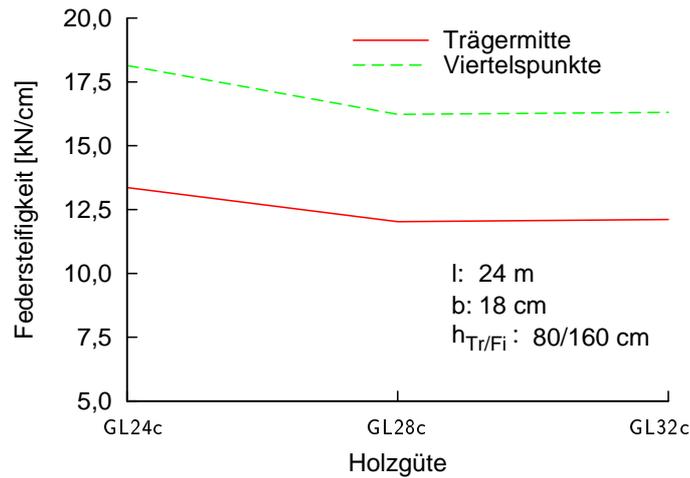


Abbildung 7.19: Variation der Holzgüte, Tr SD 4

auf den Biegeträger aufgebracht. Die Ergebniswerte der Berechnungen (dargestellt in Abbildung 7.20) zeigen einen Anstieg bei Bindervorkrümmungen von $1/400$ und $1/500$. Dies ist damit zu erklären, dass für diese Vorverformungswerte größere Gleichstreckenlasten auf den Biegeträger aufgebracht werden konnten. Für den Bereich mit geringen Vorverformungs-

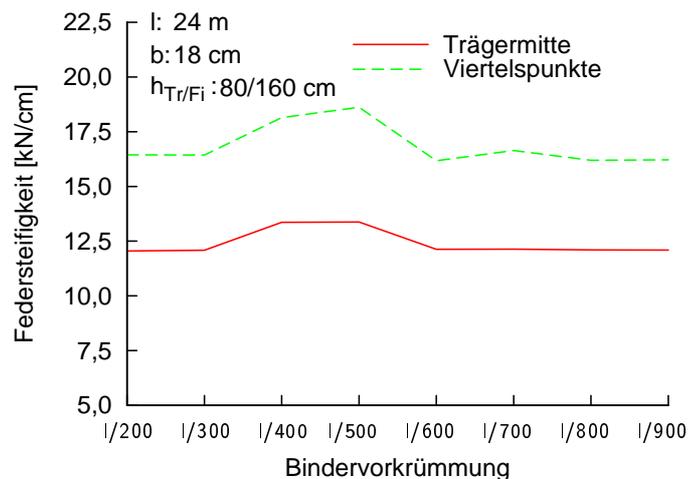


Abbildung 7.20: Variation der Bindervorverformung, Tr SD 5

werten finden keine Änderungen der Steifigkeiten statt, sodass die Steifigkeit ab einer Bindervorkrümmung von $1/600$ gleich bleibt. Die anzusetzende Vorkrümmung des Trägers ist zu gering. Da sich keine Querschnittsänderungen bei den unterschiedlichen Vorkrümmungen ergeben, bleibt die Trägerschlankheit bei einem konstanten Wert von $\lambda = 16,44$.

7.3.7 Variation der Trägerlänge bei konstanter Dachneigung

Als letzter Parameterschritt mit Veränderungen am Biegeträger wird die Länge des Trägers bei gleichbleibender Dachneigung verändert. In den Berechnungen wird die Firshöhe an die Trägerlänge so angepasst, dass für jeden berechneten Träger eine Dachneigung von $4,01^\circ$

vorliegt. Die Rechenresultate in Abbildung 7.21 zeigen einen fallenden Verlauf für eine Steigerung der Trägerlänge. Die Schlankheiten λ reichen dabei von 14,58 bis 22,60. Der Verlauf der

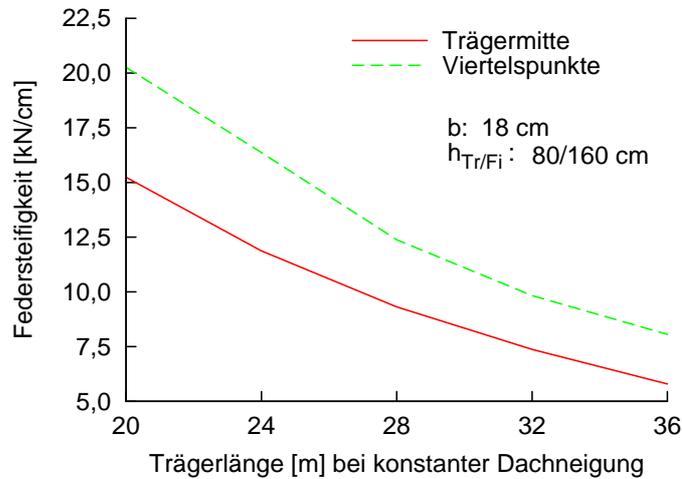


Abbildung 7.21: Variation des Trägerlänge bei konstant bleibender Dachneigung, Tr SD 10

Steifigkeitswerte in Abbildung 7.21 ähnelt den Verläufen für den parallelgurtigen Binder bei Vergrößerung der Trägerlänge, sowie dem Verlauf bei reiner Vergrößerung der Satteldachträgerlänge bei gleichbleibender Firsthöhe. Jedoch konnten erst ab einer Trägerlänge von 20 m konvergierende Ergebnisse erreicht werden. Für eine Trägerlänge von 12 m und 16 m traten Divergenzen auf. Die bis dahin erzielten Ergebnisse für diese zwei Trägerlängen wiesen jedoch weiterhin wachsende Steifigkeiten bei abnehmender Trägerlänge auf, sodass das Schaubild in Abb. 7.21 auch für diesen Trägerlängenbereich mit den bisherigen Ergebnissen übereinstimmt.

7.3.8 Variation des Trägerabstands

Nach Variation der Biegeträgerparameter, werden in den folgenden Berechnungen der Parameterstudie Werte das horizontalen Dachverbands verändert und damit die Einflussgrößen für die vorliegende Verbandssteifigkeit. In dieser ersten Rechnung wird der Abstand der Biegeträger zueinander variiert, wodurch sich die Höhe des liegenden Verbandes ändert. In den Ergebnissen in Abbildung 7.22 ist ein klarer Anstieg der Steifigkeiten bei einer Zunahme der Höhe des Horizontalverbands zu erkennen. Die berechneten Steifigkeiten reichen dabei von 7,77 kN/cm bis 13,52 kN/cm für die Stützung in Trägermitte und von 10,71 kN/cm bis 18,30 kN/cm für die seitlichen Stützungen in den Viertelspunkten des Trägers. Die Schlankheit λ entspricht für alle Träger der Schlankheit von $\lambda = 16,44$ des Ausgangsträgers SD-1-1. Im Gegensatz zur vorherigen Berechnung bei Variation der Trägerlänge mit der Firsthöhe, konnten für die Verbandshöhe alle Iterationsrechnungen erfolgreich geführt werden.

7.3.9 Variation der Binderanzahl pro Verband

Die Bemessung des Dachverbands ist auch davon abhängig, wieviele kipgefährdete Biegeträger auszusteiern sind. Deshalb wird in der folgenden Berechnung die Anzahl der auszusteiern Binder pro Verband variiert. Dadurch ändert sich nur der Faktor, mit dem die

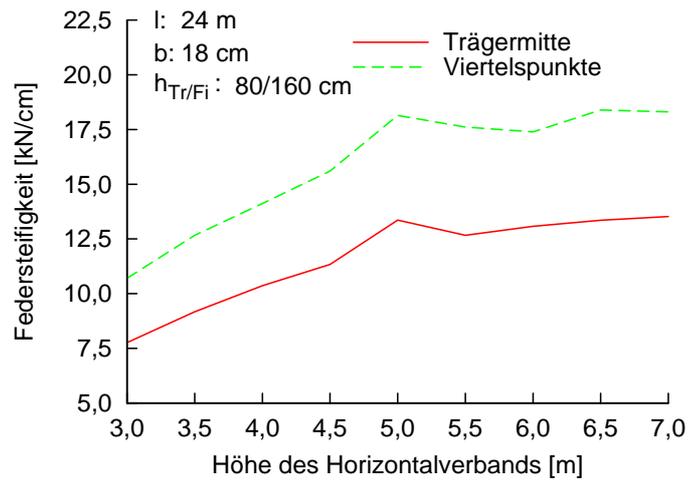


Abbildung 7.22: Variation des Binderabstands, Tr SD 6

Horizontallast eines Biegeträgers multipliziert wird, um die Einwirkung auf den Horizontalverband zu erfahren. Die entsprechenden Rechenresultate sind in Abbildung 7.23 dargestellt. Der Einfluss der auszusteifenden Binder pro Verband auf die horizontalen Stützungssteifig-

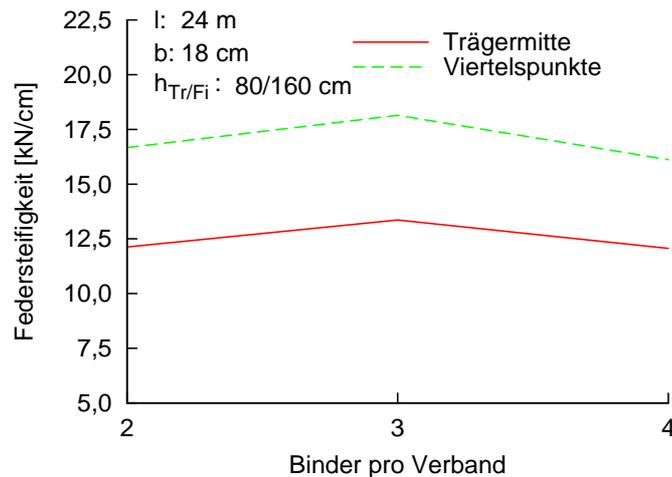


Abbildung 7.23: Variation der Binderanzahl, Tr SD 7

keiten sind sehr gering. Bei einer Berechnung mit 5 Bindern pro Verband konnte wiederum keine Konvergenz festgestellt werden. Die Rechenergebnisse der Verbandsverformung in Trägermitte divergierten zwischen 26,2 mm und 57,5 mm.

7.3.10 Variation des Pfettenquerschnitts

Um Steifigkeitsveränderungen am Verband festzustellen, wird der Querschnitt des stützenden Verbandspfostens in den jeweiligen Berechnungen geändert. Der Pfostenquerschnitt verändert sich dabei von einem 12/12-Querschnitt in 2 cm-Schritten bis zu einem 12/20-Querschnitt und ebenfalls in 2 cm-Schritten von einem 16/16-Querschnitt zu einem 16/22-Querschnitt. Die unterschiedlichen Verbandspfosten werden dabei in den Rechenschritten für

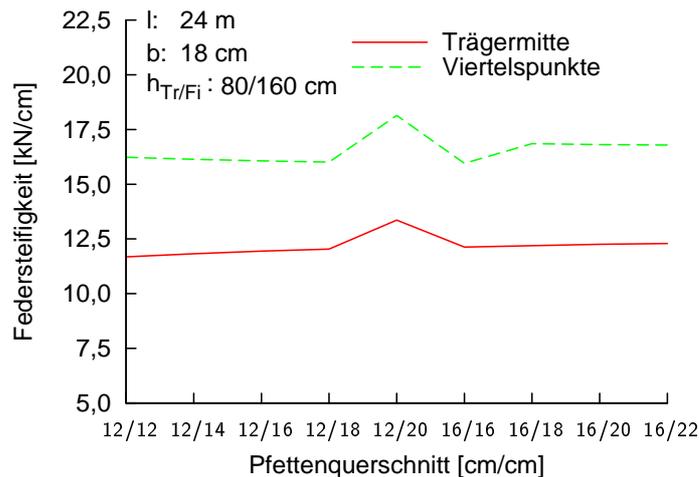


Abbildung 7.24: Variation des Pfettenquerschnitts, Tr SD 8

die einwirkende Druckkraft bemessen. Abbildung 7.24 zeigt die relativ konstanten Ergebnisse der Berechnungen mit den verschiedenen Pfettenquerschnitten. Bis auf eine Abweichung, die auf Ungenauigkeiten in den Iterationsschritten zurückzuführen ist, sind den Verläufen keine Tendenzen zu entnehmen. Beim Betrachten der Ergebnisse kann eine leichte Zunahme der Steifigkeiten bei einer Zunahme der Querschnittsabmessungen festgestellt werden.

7.3.11 Variation der Verbandsdiagonalen

Als letztes Bauteil im gekoppelten System werden die Zugdiagonalen des Dachverbands variiert. Vom Ausgangsdurchmesser des Stahl-Vollprofils von 14 mm startend, wird der Durchmesser um jeweils +2 mm gesteigert. Die Stahlgüte beträgt dabei für alle verwendeten Vollprofile S355. Da die Parameterwerte des Biegeträgers konstant bleiben, bleibt der Wert für die Schlankheit λ bei 16,44. Die Steifigkeit der horizontalen Stützung steigt mit zunehmender

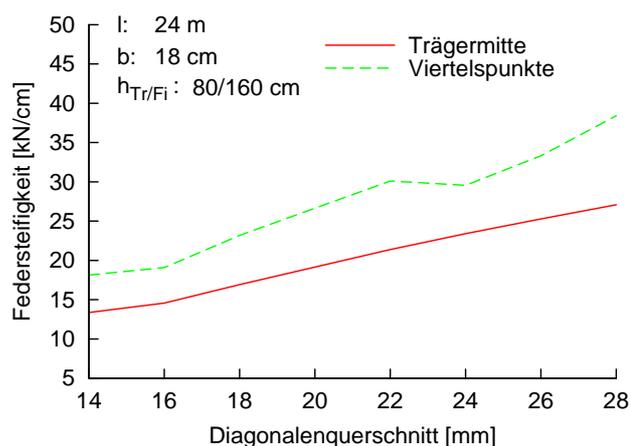


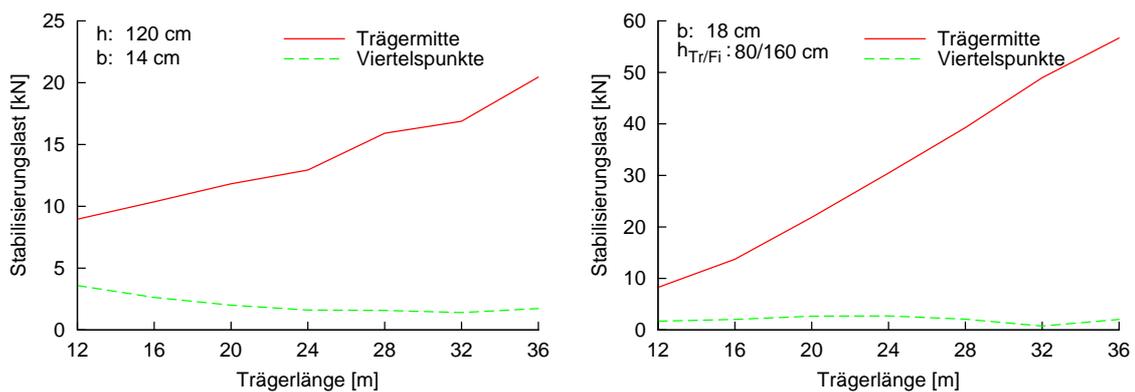
Abbildung 7.25: Variation des Diagonalendurchmessers, Tr SD 9

Diagonalenstärke an, wie aus Abbildung 7.25 ersichtlich ist. Vor allem die Steifigkeitswerte in Trägermitte weisen dabei einen fast kontinuierlichen Zuwachs auf. Für den Diagonalendurchmesser $d = 20$ mm konnten keine konvergierenden Ergebnisse erhalten werden, da

die Verbandsverformung nach RSTAB divergierende Ergebnisse lieferten. So schwankt die maximale Verformung in Trägermitte zwischen dem Wert 5,4 mm und 12,7 mm. Die damit berechneten Stützsteifigkeiten springen vom Wert 50,29 kN/cm zu 19,23 kN/cm, bzw. für die Stützung am Viertelpunkt des Trägers zwischen 60,2 kN/cm und 27,08 kN/cm. Eine Tendenz für die Steifigkeit mit dem Durchmesser $d = 20$ mm konnte somit aus den Rechenergebnissen nicht entnommen werden.

7.4 Auftretende Stabilisierungslasten

Nach der Darstellung der Steifigkeiten an den Verbandspfosten aus den Ergebnissen der Berechnungen nach Theorie II. Ordnung, werden nun aus den jeweiligen Rechenresultaten die horizontal einwirkenden Einzelkräfte auf den Verband ausgelesen. Diese Stabilisierungs-/Abstützkräfte werden an den Verbandspfosten in Trägermitte und in den Viertelpunkten des Biegeträgers eingeleitet. Die dargestellten Ergebnisse in den folgenden Abbildungen 7.26 bis 7.34 stammen aus den Berechnungen des parallelgurtigen Biegeträgers II mit der Schlankheit $\lambda = 20,70$ und aus den Rechenresultaten am Satteldachträger mit geradem Untergurt mit einer Ausgangsschlankheit $\lambda = 16,42$.

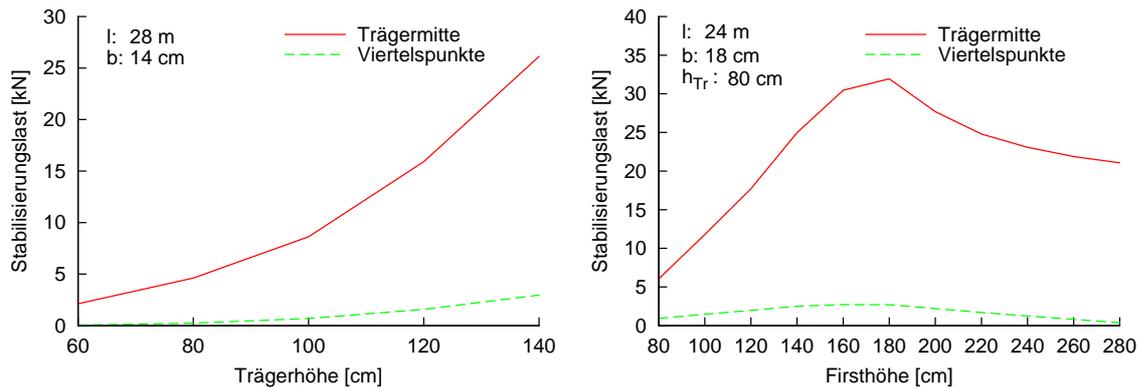


(a) Gruppe II: λ von 13,55 bis 23,47. Tr II/1 (b) Gruppe SD: λ von 11,63 bis 20,14, Tr SD 1

Abbildung 7.26: Variation der Trägerlänge

In Abbildung 7.26 sind die horizontalen Kräfte in Trägermitte und in den Viertelpunkten für eine Steigerung der Trägerlänge dargestellt. Umgekehrt zum Steifigkeitsverlauf steigen die horizontalen Kräfte in Trägermitte mit zunehmender Trägerlänge. Es ist auch deutlich zu erkennen, dass die Abstützungslast in Feldmitte deutlich größer ist, als die Kraft am äußeren Verbandspfosten. Für die maximal berechnete Trägerlänge von 36 m ergibt sich beim parallelgurtigen Binder eine Stabilisierungslast von 20,458 kN in Trägermitte und von 1,735 kN an den Träger-Viertelpunkten. Am Satteldachträger fallen die Unterschiede in den Horizontallasten noch größer aus, wie auch in Abbildung 7.26(b) deutlich zu erkennen ist. In Feldmitte beträgt die horizontale Abstützungskraft 56,68 kN und an den äußeren abstützenden Pfetten 2,04 kN. Die Stabilisierungslasten an den Viertelpunkt bewegen sich über die gesamte Variation der Trägerlänge auf einem ähnlichen Wertenniveau und nehmen dabei mit zunehmender Länge leicht ab. Die berechneten Stabilisierungslasten in Trägermitte wachsen dagegen stark und stetig an.

Die Auswertung der Stabilisierungslasten bei der Variation der Querschnittshöhen lieferte



(a) Gruppe II: λ von 14,64 bis 30,47, Tr II/2 (b) Gruppe SD: λ von 12,17 bis 21,30, Tr SD 2

Abbildung 7.27: Variation der Trägerhöhe

die Verlaufskurven in Abb. 7.27. Für den parallelgurtigen Binder ist dabei ein sehr starkes Anwachsen der Horizontallast auf den Verband bei Steigerung der Trägerhöhe zu erkennen. Durch den starken Anstieg konnten nur Berechnungen bis zu einer Querschnittshöhe von 140 cm erfolgreich zu Ende iteriert werden, da ab einer Querschnittshöhe von 160 cm die horizontale Belastung auf den mittleren Verbandspfosten und dadurch auf die Diagonalen des Dachverbands zu groß wurde und der ausgewählte Querschnitt der Zugdiagonalen die auftretende Kräfte nicht mehr aufnehmen konnte. Im Gegensatz zur Variation der Trägerlänge steigt bei Steigerung der Trägerhöhe auch die auftretende horizontale Stabilisierungskraft an den Viertelspunkten an. Für die Querschnittshöhe von 60 cm beträgt die Kraft lediglich 0,045 kN und wächst dann stetig bis zu 2,962 kN für die Trägerhöhe 140 cm an. Die Schaubildkurven in 7.27(b) für den Satteldachträgerquerschnitt zeigen ebenfalls ein starkes Ansteigen der Horizontalkraftwerte bis zu einer Firsthöhe von 180 cm. Anschließend fallen die Kurven, sowohl für den mittleren als auch für den äußeren Verbandspfosten, wieder ab. Dies ist damit zu begründen, dass bis zu der genannten Firsthöhe von 180 cm der Normalspannungsnachweis für die gewählte Trägerkonfiguration maßgebend wird und somit mit zunehmender Querschnittshöhe auch die aufzubringende Last gesteigert werden kann. Für die berechneten Satteldachträger mit einer Firsthöhe größer als 180 cm wurde der Schubspannungsnachweis aus Querkraft und Torsion am Auflager maßgebend, sodass keine weiteren Laststeigerungen für den Träger mehr durchgeführt werden konnten. Das zunehmende Flächenträgheitsmoment bei steigender Firsthöhe verringert dadurch die horizontale Auslenkung des Satteldachträgers.

Bei der Variation der Trägerbreite lieferte die Auswertung der Stabilisierungslasten für den parallelgurtigen Träger und den Satteldachträger unterschiedliche Schaubilder, wie Abbildung 7.28 zu entnehmen ist. Für den parallelgurtigen Biegeträger der Gruppe II nimmt vor allem die horizontale Last in Trägermitte bei Steigerung der Querschnittsbreite ab. Betrachtet man jedoch die Schlankheit λ , die mit zunehmender Querschnittsbreite abnimmt, liegt wieder der gleiche Effekt wie bei den Variationen von Trägerlänge und Trägerhöhe vor. Bei ähnlichem Schlankheitsbereich schwanken die berechneten Horizontalkräfte im Vergleich mit der Trägerlänge und der Trägerhöhe jedoch nicht so stark. Die Stabilisierungslast in Trägermitte fällt von 20,465 kN auf 11,640 kN. Das Schaubild für den Satteldachträger mit geradem Untergurt zeigt jedoch einen gegensätzlichen Verlauf. Bei zunehmender Trägerbreite und abnehmender Schlankheit λ steigen die horizontal einwirkenden Kräfte auf den

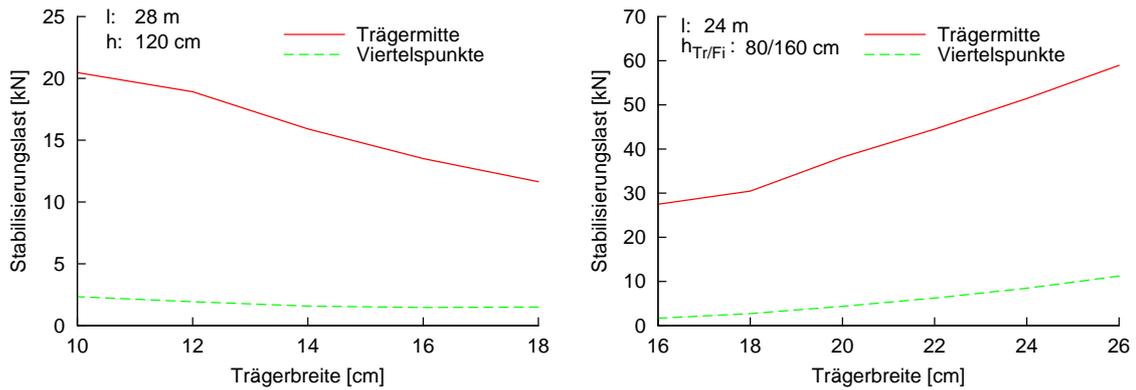
(a) Gruppe II: λ von 28,98 bis 16,10, Tr II/3 (b) Gruppe SD: λ von 18,50 bis 11,38, Tr SD 3

Abbildung 7.28: Variation der Trägerbreite

Dachverband für alle Verbandspfosten kontinuierlich an. Dies ist damit zu erklären, dass die Gleichstreckenlast auf den Biegeträger mit zunehmender Querschnittsfläche gesteigert werden kann. Im Gegensatz zum parallelgurtigen Träger steigt jedoch das Stabilitätsverhalten durch das Anwachsen der Querschnittshöhe zur Mitte des Satteldachträgers hin nicht analog an, sodass sich größere Auslenkungen des Trägers am Obergurt und damit größere Abstützungskräfte auf die Verbandspfosten ergeben. Dadurch ist auch die größere Zunahme der Stabilisierungslasten an den Viertelpunkten des Satteldachträgers zu erklären, die von 1,68 kN auf 11,22 kN ansteigen.

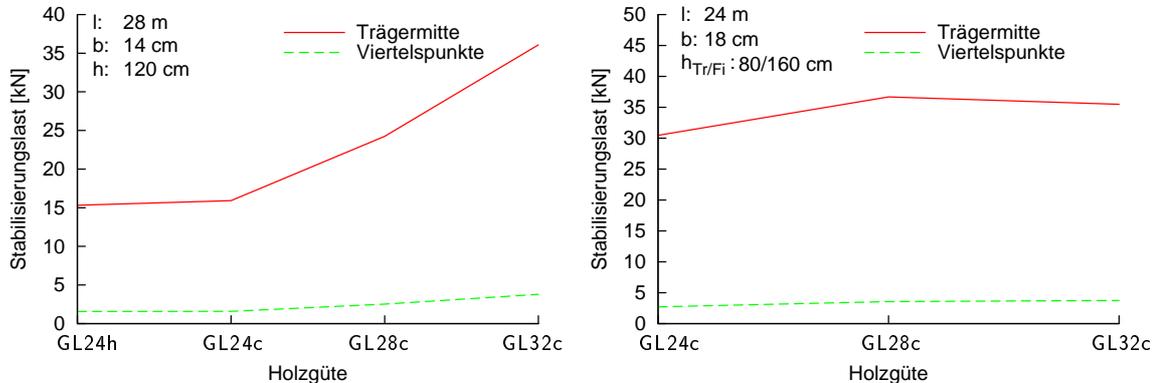
(a) Gruppe II: $\lambda = 20,70$, Tr II/4(b) Gruppe SD: $\lambda = 16,42$, Tr SD 4

Abbildung 7.29: Variation der Holzgüte

Für die Variation der Festigkeitsklassen ergeben sich die in Abbildung 7.29 abgedruckten horizontalen Kräfte auf den Verband. Der Einfluss der Zunahme der Biegefestigkeit ist dem Schaubild (a) für den parallelgurtigen Träger II zu entnehmen. Bei gleicher Biegefestigkeit (GL24c und GL24h) treten nur minimale Werteänderungen (15,915 kN und 15,326 kN) auf. Nimmt die Biegefestigkeit jedoch zu, ist im Schaubild das entsprechende Anwachsen der horizontalen Abstützungskräfte zu erkennen, was durch die mögliche Steigerung der Gleichstreckenlast zu begründen ist. Der Anstieg der Kräfte ist jedoch nicht linear zur Steigerung der Biegefestigkeit. So steigt die Stabilisierungslast von 15,915 kN (GL24c) auf 36,076 kN (GL32c). Ein prozentualer Anstieg der Festigkeit von 33% liefert in diesem Beispiel

eine Steigerung der Abstützungskraft in Trägermitte von 130%. Für den Satteldachträger Abbildung 7.29 (b) ist kein klarer Anstieg der Kräfte zu erkennen, wie er beim parallelgurtigen Träger auftritt. Von der Holzgüteklasse GL24c auf GL28c steigt die Horizontallast um 6 kN an und bleibt dann für die Abstützung in Feldmitte bei einem Wert von 36 kN. Wiederum wird ab der Güteklasse GL28c der Nachweis der Schubspannungen am Auflager maßgebend, wodurch sich die höhere Biegefestigkeit nicht mehr auswirken. Der im Vergleich zum parallelgurtigen Binder schwächere Anstieg zwischen GL24c und GL28c, bei dem noch der Nachweis der Biegespannungen maßgebend wird, ist durch den höheren Lastwert in Trägermitte zu erklären.

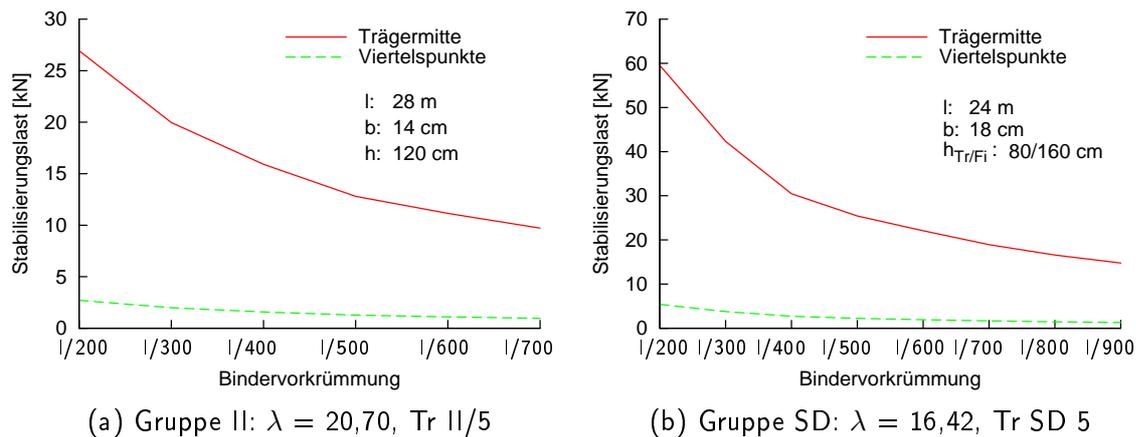


Abbildung 7.30: Variation der Bindervorkrümmung

Die Stabilisierungslasten für die Variation der Bindervorkrümmung am parallelgurtigen Träger II und am Satteldachträger mit geradem Untergurt sind in Abbildung 7.30 dargestellt. Beide Schaubilder weisen einen sehr ähnlichen Verlauf, sowohl für die Abstützung in Trägermitte, als auch in den Viertelspunkten, auf. Bei der größten aufgebrachten globalen Ververformung von 1/200 ($e = 14$ cm für Träger II und $e = 12$ cm für den Satteldachträger) in Trägermitte treten dementsprechend die größten Stabilisierungslasten auf. Für den Satteldachträger sind diese mit 59,33 kN mehr als doppelt so groß wie für den parallelgurtigen Binder mit 26,935 kN. Mit abnehmendem Ververformungswert nehmen auch die horizontalen Kräfte an allen Verbandspfosten ab.

Wird die Höhe des aussteifenden Dachverbands variiert, wird also der Abstand der Biegeträger zueinander verändert, ergeben sich die Schaubilder in Abbildung 7.31. Der Einfluss auf die Stabilisierungslasten ist nicht so stark und deutlich zu erkennen, wie bei den vorherigen Parametern. Es ist ein klarer Trend zu erkennen, dass mit steigender Verbandshöhe die Horizontalkräfte abnehmen. Die Werte am parallelgurtigen Träger fallen dabei von 21,23 kN auf 14,30 kN und am Satteldachträger von 41,94 kN auf 30,97 kN. Liegen die Biegeträger näher beieinander und wird somit der Verbandspfosten kürzer, werden größere Stabilisierungslasten auf die aussteifende Dachverbandskonstruktion aktiviert.

Die Anzahl der auszusteienden Binder pro Verband wurde in den Berechnungen variiert, deren Ergebnisse für die horizontal einwirkenden Einzelkräfte auf den Verband in Abbildung 7.32 veranschaulicht werden. Die Anzahl der Binder pro Verband geht in der Berechnung nach DIN EN 1995-1-1 [9], sowie in der angestellten Auswertung der Rechenergebnisse aus *constantialigni* linear über die Variable n ein. Die Schaubilder in 7.32 zeigen den zu erwartenden Verlauf der berechneten Horizontalkräfte. Bei genauerem Hinsehen fällt auf, dass

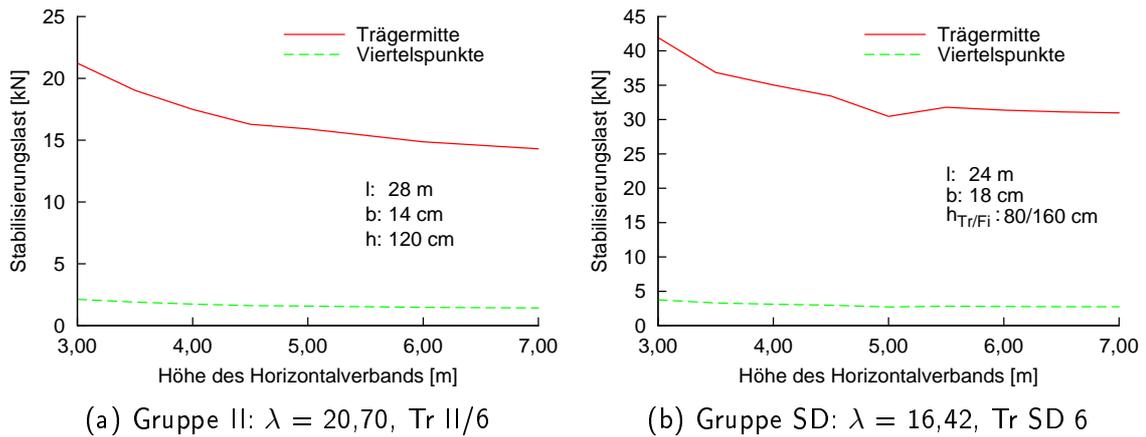


Abbildung 7.31: Variation des Binderabstands

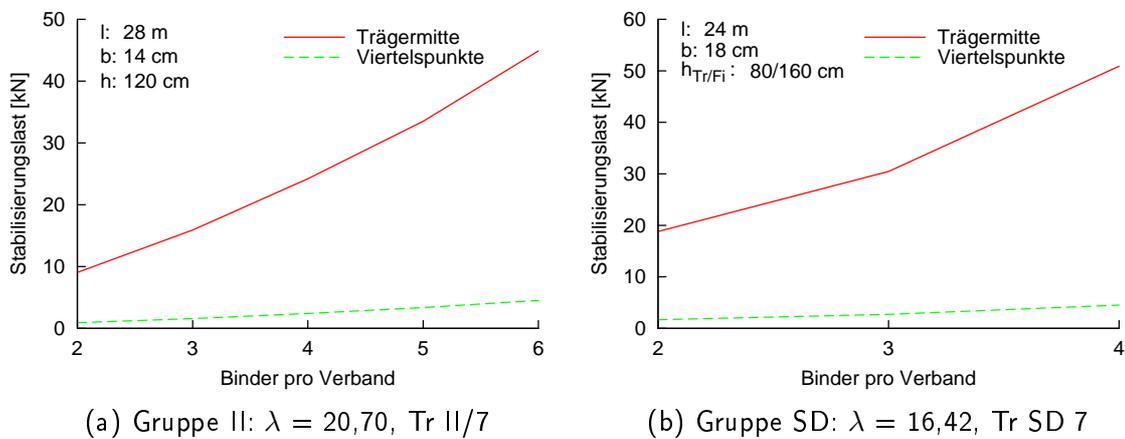


Abbildung 7.32: Variation der Binder pro Verband

die Stabilisierungslasten nicht linear anwachsen, sondern leichte Knicke in den dargestellten Kurven vorzufinden sind. So steigt die Zunahme der horizontalen Kräfte mit steigender Anzahl der zu stabilisierenden Binder immer mehr an, was durch die Zunahme der horizontalen Verformungen des Biegeträgers zu erklären ist. Für den Satteldachträger konnten nur maximal 4 Binder pro Verband erfolgreich berechnet werden. Für eine größere Anzahl von auszusteifenden Bindern konnten keine konvergierenden Ergebnisse erreicht werden.

Die Variation der Verbandspfosten (Pfetten) zeigte keinen Einfluss auf die Horizontalkräfte, die auf diese Pfosten einwirken, wie in Abbildung 7.33 dargestellt ist. Unabhängig vom gewählten Vollholzquerschnitt der Pfetten stellen sich am parallelgurtigen Träger Stabilisierungslasten von $\approx 15 \text{ kN}$ und $\approx 1,5 \text{ kN}$ ein. Am Satteldachträger betragen diese horizontalen Lasten $\approx 32 \text{ kN}$ und $\approx 2,9 \text{ kN}$. Die Querschnitte und die Steifigkeiten der Abstützungspfosten haben nach dieser Auswertung somit keinen Einfluss auf die auftretenden Abstützungskräfte.

Für die berechnete Steifigkeit an den Stützungen hatte der Durchmesser des gewählten Stahl-Rundprofils der Verbandsdiagonalen großen Einfluss. Für die auftretenden horizontalen Kräfte weist hauptsächlich der Verlauf für den parallelgurtigen Binder in Abbildung 7.34 Abhängigkeiten auf. Dabei fällt vor allem im Bereich von dünnen Diagonalenquerschnitten die

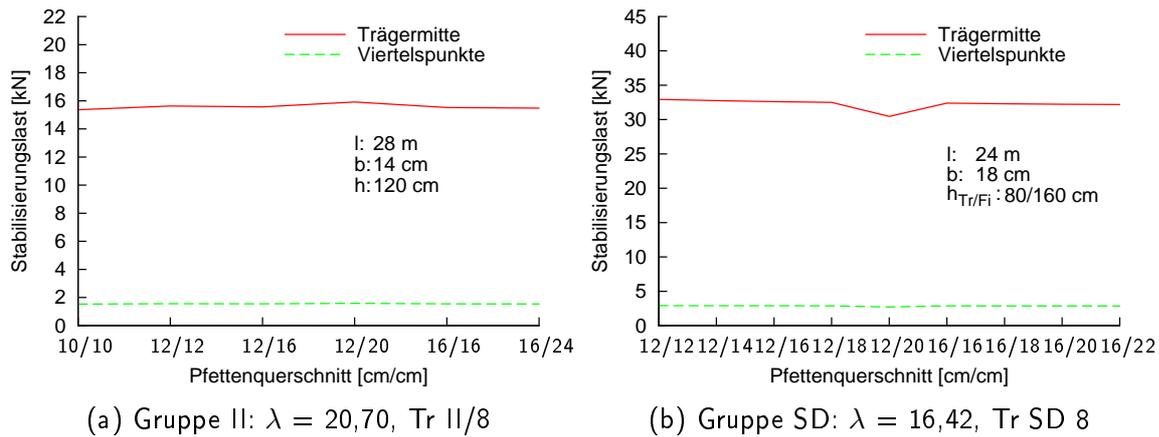


Abbildung 7.33: Variation des Pfettenquerschnitts

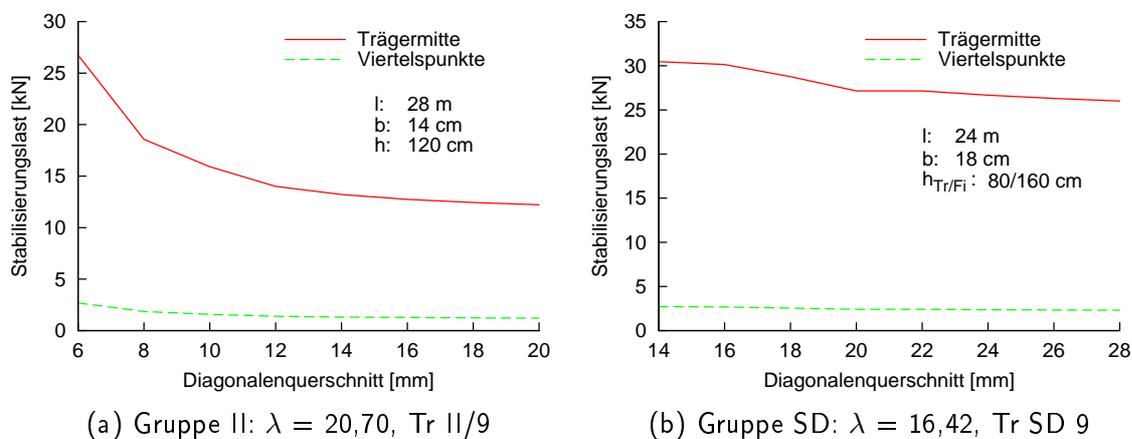


Abbildung 7.34: Variation des Diagonalendurchmessers

Stabilisierungslast stark ab. Die Berechnungen mit einem Diagonalendurchmesser $\geq 16 \text{ mm}$ lieferten dann nur noch geringe Abnahmen der Kräfte, die sich dann in einem Wertebereich von $\approx 12,5 \text{ kN}$ bewegen. Am Satteldachträger ist für die Horizontalkraft an den äußeren Stützungen fast keine Werteänderung festzustellen. Für die Stabilisierungslast in Trägermitte treten geringe Abnahmen der Kräfte von 30 kN auf 26 kN auf, die mit zunehmendem Durchmesser der Diagonalen kleiner werden. Für den Satteldachträger musste ein minimaler Diagonalendurchmesser von 14 mm angenommen werden, da Berechnungen mit geringerem Durchmesser zu hohe Lasten für die Diagonalen lieferten, die diese nicht aufnehmen konnten. Bei den letzten Berechnungen der Parameterstudie wurde die Länge des Satteldachträgers variiert und gleichzeitig durch Veränderung der Firsthöhe die Dachneigung auf einem konstanten Wert von $4,0^\circ$ belassen. Die Verläufe für die Stabilisierungslasten an den Stützungen des Satteldachträgers sind in Abbildung 7.35 dargestellt. Der Verlauf zeigt wieder ein starkes Anwachsen der Horizontalkraft in Trägermitte, wie es bereits bei der alleinigen Variation der Trägerlänge zu sehen war. Durch das Mitwachsen der Firsthöhe sind jedoch größere Lasten aufnehmbar und somit ergeben sich auch größere horizontale Kräfte in Trägermitte, die in diesem Rechenbeispiel von 17,06 kN auf 68,65 kN anwachsen und somit den maximalen Wert für die Stützung in Trägermitte für alle durchgeführten Rechnungen liefert. Im Vergleich mit den Ergebnissen aus Abbildung 7.27, bei denen nur die Firsthöhe gesteigert wurde, zeigt

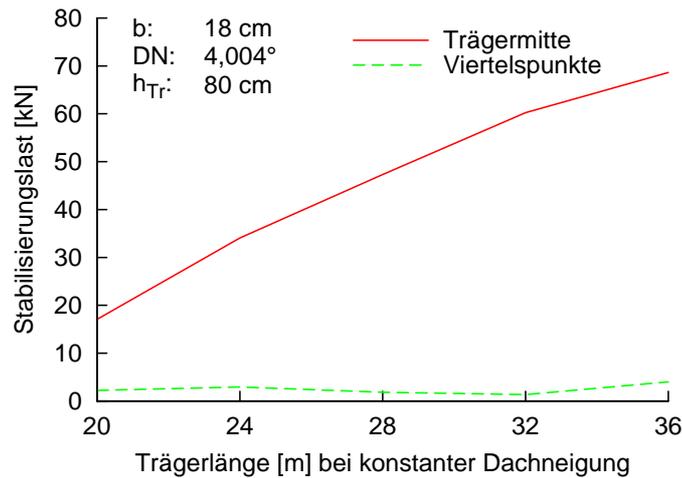


Abbildung 7.35: Variation der Trägerlänge bei konstanter Dachneigung, Tr SD 10

sich, dass die Horizontalkraft in Trägermitte kontinuierlich zunimmt und nicht durch das Maßgebendwerden des Schubnachweises wieder abnimmt.

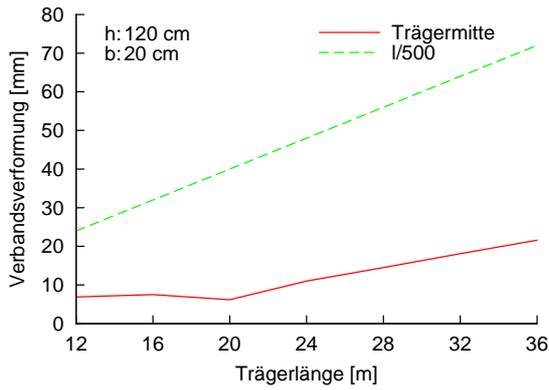
7.5 Horizontale Ausbiegung des Aussteifungsverbands

7.5.1 Parallelgurtige Binder

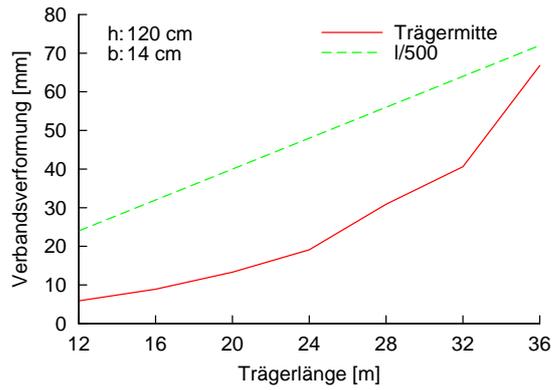
Die aktuell gültige Norm [9] mit [10] begrenzt die horizontale Ausbiegung eines Aussteifungsverbandes unter Stabilisierungslasten und äußeren horizontalen Einwirkung auf einen Maximalwert von $l/500$, wobei l die Länge des Aussteifungsverbands darstellt. Die durch die Parameterstudie berechneten maximalen horizontalen Verformungen des Dachverbands in Feldmitte werden nun dem Maximalwert der Verformung nach Norm ($l/500$) gegenübergestellt und für die jeweils untersuchten Parametern verglichen. Äußere horizontale Lasten sind in den Auswertungen dabei nicht mit berücksichtigt. Die folgenden Schaubilder enthalten die Rechenresultate für die parallelgurtigen Träger I mit einem gedrungeneren Querschnitt und Träger II mit einem schlankeren Querschnitt.

Die in Abbildung 7.36 dargestellten Kurven für die Variation der Trägerlänge zeigen bei steigender Länge des Biegeträgers und damit auch steigender Länge des Aussteifungsverbands einen Anstieg der Horizontalverformungen. Dabei ist zu erkennen, dass für den gedrungeneren Träger I die Verformungen nicht so stark zunehmen wie der erlaubte Maximalwert nach der Norm ($l/500$). Beim Träger II hingegen wächst die Verformung für große Spannweiten stark an und erreicht so fast die maximale Horizontalverformung. Die berechnete Verbandsverformung unter den Stabilisierungslasten für den Träger erreicht dagegen nur 30% der maximal erlaubten Verformung.

Der Maximalwert der Verbandsverformung nach DIN EN 1995 [9] [10] ist nur von der Länge abhängig, sodass die abgebildeten Werte für den $l/500$ -Wert in den folgenden Schaubildern konstant bleiben. Bei Steigerung der Querschnittshöhe ist in Abbildung 7.37 vor allem für den schlankeren Träger II ein starkes Anwachsen der Verbandsausbiegung festzustellen. Liegt

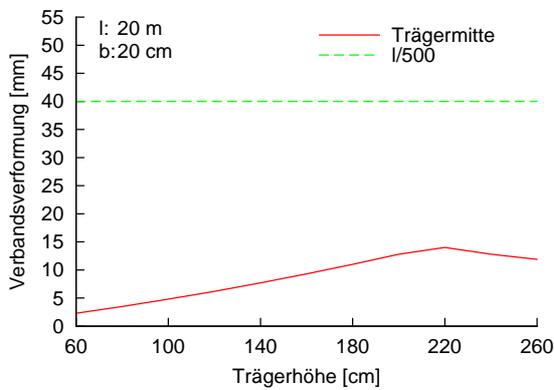


(a) Gruppe I: λ von 9,49 bis 16,43, Tr I/1

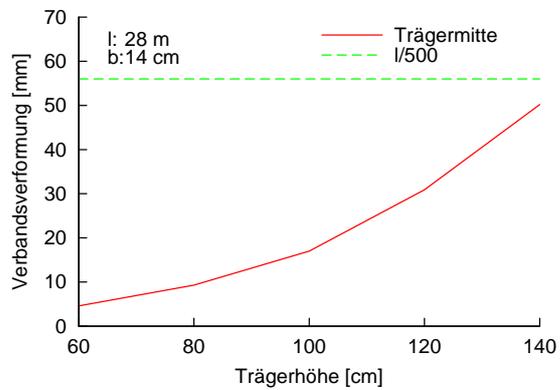


(b) Gruppe II: λ von 13,55 bis 23,47, Tr II/1

Abbildung 7.36: Variation der Trägerlänge



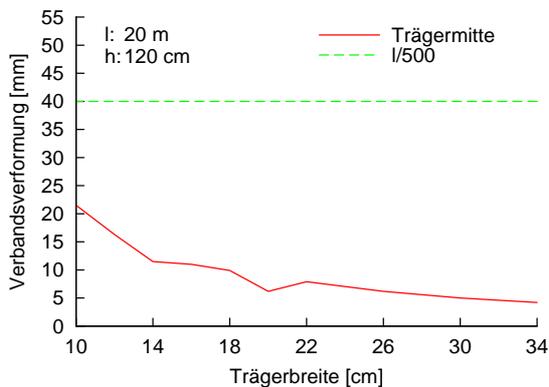
(a) Gruppe I: λ von 8,66 bis 18,03, Tr I/2



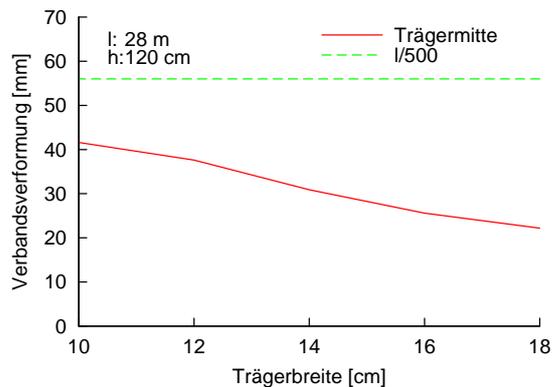
(b) Gruppe II: λ von 14,64 bis 30,47, Tr II/2

Abbildung 7.37: Variation der Trägerhöhe

bei gedrungeneren Querschnitten der Maximalwert nur bei 8% des Normenwertes, steigt dieser bis zur Trägerhöhe von 140 cm auf 90% an.



(a) Gruppe I: λ von 24,49 bis 7,20, Tr I/3



(b) Gruppe II: λ von 28,98 bis 16,10, Tr II/3

Abbildung 7.38: Variation der Trägerbreite

Ähnlich sehen die Schaubildkurven in Abbildung 7.38 für die Veränderung der Trägerbreite

aus, bei denen sich die größte Trägerschlankheit am linken Schaubildende befindet. Wie bei der Steigerung der Höhe ist auch bei der Verringerung der Querschnittsbreite die gedrungene Gruppe I mit ihren Ausbiegungswerten für den Aussteifungsverband recht weit weg vom vorgegebenen Wert nach der Norm. Die Einflüsse des Parameters sind aber nicht so stark wie bei der schlankeren Gruppe II. Dort nähert sich der maximale Verformungswert bei einer Trägerbreite von 10 cm zwar dem Normenwert an und die berechneten Werte weisen generell weniger Abstand zur $l/500$ -Linie auf, dennoch wird das Wertenniveau 56 mm ($l/500$ -Wert) nie erreicht.

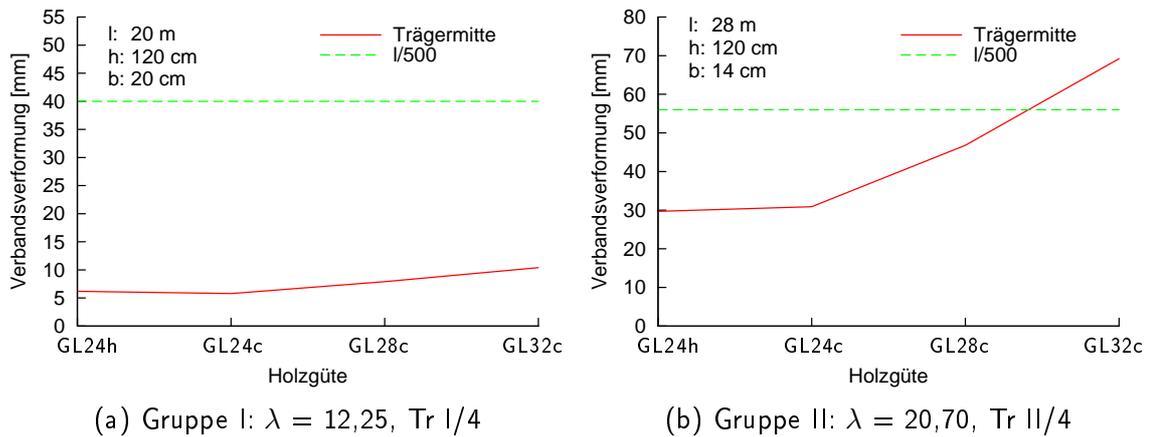


Abbildung 7.39: Variation der Holzgüte

Für die Variation der Holz-Festigkeitsklasse ergeben sich die in Abbildung 7.39 gezeigten Verformungswerte. Während für den gedrungeneren Querschnitt in Abbildungsteil (a) die berechnete Maximalverformung in Trägermitte deutlich unter dem Normwert liegt, wird am schlankeren Träger der Normwert von $l/500$ bei der gewählten Festigkeitsklasse von GL32c überschritten. Bedingt durch die höhere Biegefestigkeit des BSH-Binders werden durch die höheren Vertikallasten größere Abstützungskräfte auf den Horizontalverband erzeugt, die diese großen Ausbiegungen des Dachverbands bewirken. Somit liegt der geforderte Maximalverformungswert nach der Norm [9] hier lokal auf der unsicheren Seite.

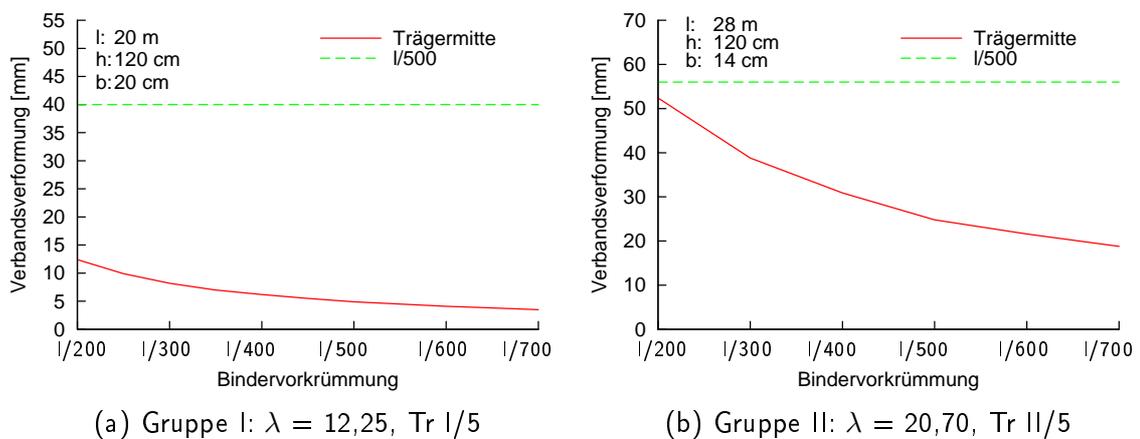


Abbildung 7.40: Variation der Bindervorkrümmung

Die Abhängigkeiten der Horizontalverbandsverformung von der aufgetragenen Bindervor-

krümmung in Abbildung 7.40 zeigen einen deutlichen Abfall der Verformungen bei Verringerung der Trägervorverformung. Wiederum treten in der schlankeren Gruppe II, im Vergleich mit dem vorgegebenen Normenwert von $l/500$, die deutlich größeren Verformungswerte auf. Bei einer rechnerisch angesetzten Vorkrümmung in Gruppe II von $l/200$ (14 cm), würde somit ein maximaler Verbandsverformungswert von 5,24 cm auftreten. Durch Vergleich dieser zwei Zahlen fällt auf, dass die Gesamtverformung des Verbands durch den sehr großen Vorverformungswert des Binders relativ gering ist.

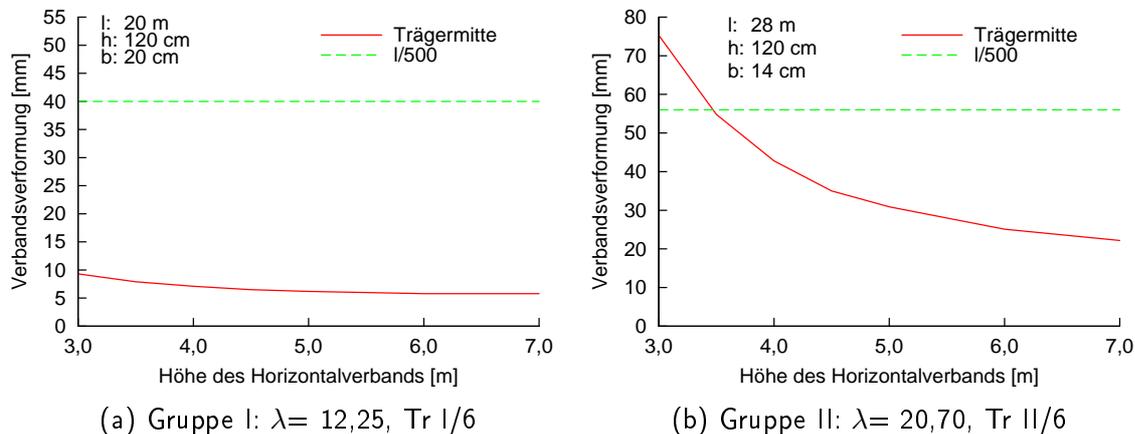


Abbildung 7.41: Variation des Binderabstands

Die Ergebnisse für die Variation des Abstands der Biegeträger zueinander und damit auch der Änderung der Höhe des Aussteifungsverbands fallen für die untersuchten parallelgurtigen Binder recht unterschiedlich aus. Während die gedrungene Gruppe I kaum Änderungen in den Verformungswerten des Verbands aufweist und die berechneten maximalen Horizontalverformungen sich deutlich vom Normenwert unterscheiden, sind am schlankeren Träger II deutliche Einflüsse auf die berechnete Ausbiegung des Verbands erkennbar. Mit abnehmendem Binderabstand steigen die Verformungswerte deutlich an und liegen bei einem Binderabstand von 3,0 m sogar 35% über dem in der Norm angegebenen Maximalwert von $l/500$. Durch die schnelle Abnahme der Verformungswerte bei Steigerung der Verbandshöhe liegen bei einem gängigen Binderabstand von 5,0 m die Verformungswerte wieder 45% unter dem Normenwert.

Durch die Variation der auszusteifenden Binder pro Verband steigt die horizontale Belastung auf den Verband und somit auch die Verformung der Aussteifungskonstruktion, wie Abbildung 7.42 zeigt. Der nichtlineare Anstieg der Verformungen führt beim schlanken Träger II dazu, dass der Verformungsmaximalwert nach der Norm ab 5 auszusteifenden Bindern überschritten wird. Am Träger I ist der Anstieg der Verformungen nicht so stark und die berechneten Werte liegen deutlich unter der $l/500$ -Grenze.

Die Rechenergebnisse für die Verformung des Verbands und der maximale Verformungswert nach der Norm [9] für die Variation der abstützenden Pfettenquerschnitte sind in Abbildung 7.43 dargestellt. Die berechneten Verformungswerte des Aussteifungsverbands ändern sich dabei bei Variation des Pfettenquerschnitts nicht. Die konstanten Verformungswerte liegen deutlich unter der Normungsgrenze und erreichen für den Träger I 15% und für den Träger II 55% des Normenwertes. Ein Einfluss auf die Verbandsverformung kann daher auf der sicheren Seite liegend ausgeschlossen werden.

Die Einflüsse des Diagonalenquerschnitts wurden bereits bei den Steifigkeitsberechnungen

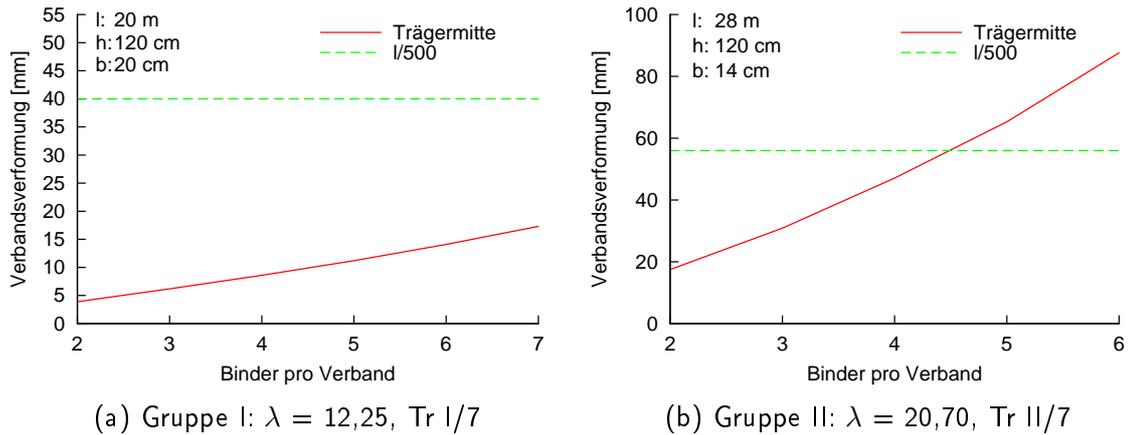


Abbildung 7.42: Variation der Binder pro Verband

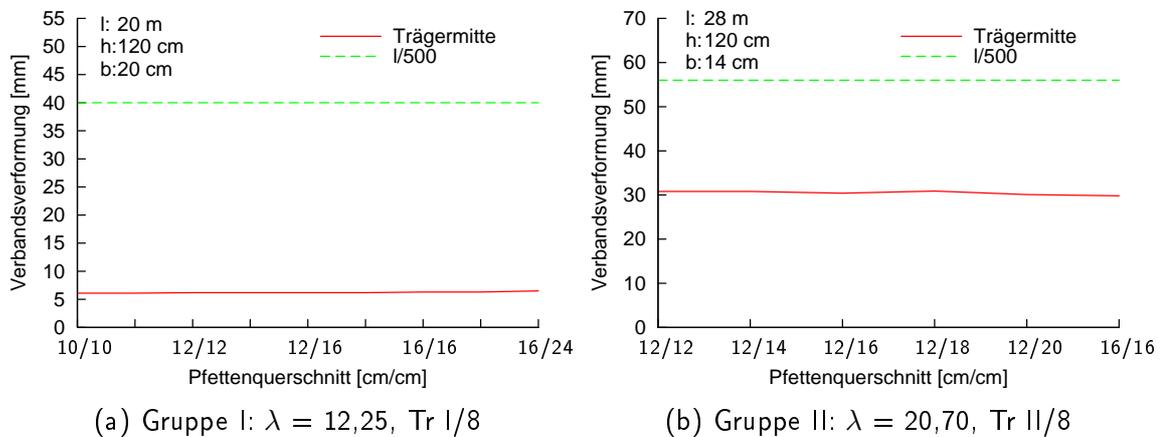


Abbildung 7.43: Variation des Pfettenquerschnitts

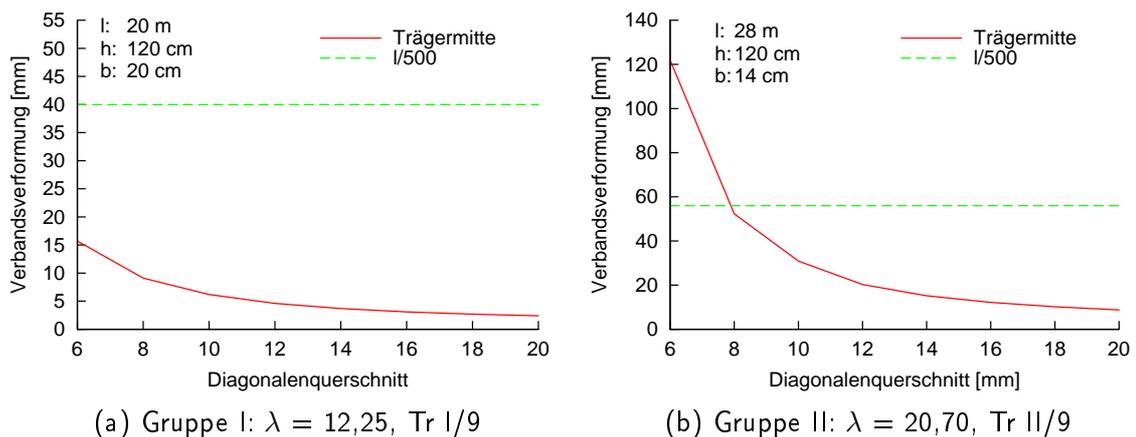


Abbildung 7.44: Variation des Diagonalendurchmessers

deutlich. Auch Abbildung 7.44 zeigt für die Horizontalverformungen des Verbands die Auswirkungen des gewählten Diagonalenprofils. Durch Vergrößerung des Durchmessers des Vollprofils nehmen die Verformungswerte des Verbands ab. Sehr stark ist dieser Einfluss bei sehr dünn gewählten Durchmessern, die aufgrund ihrer geringeren Steifigkeit überproportio-

nal große Verformungen des Verbands zulassen. So schnell der Verformungswert für den schlankeren Träger II zwischen Diagonaldurchmesser 10 mm und 6 mm von 30 mm auf 120 mm. Für die Verformungswerte am Träger I (Abbildungsteil (a)) sind die Einflüsse deutlich geringer wahrnehmbar und verbleiben für alle gewählten Querschnitte deutlich unter der Normvorgabe.

7.5.2 Satteldachbinder

In den folgenden Schaubildern werden die Berechnungswerte der horizontalen Ausbiegung des Dachverbands an den jeweiligen Satteldachträgern mit geradem Untergurt dargestellt und mit der $l/500$ -Verformungsgrenze in der Norm verglichen. Die seitliche Abstützung der Satteldachträger erfolgt am Obergurt der Binder (vgl. Abb. 7.11), sodass sich durch die Zunahme der Querschnittshöhe eine Dachneigung einstellt und der aussteifende Verband somit eine leicht von der Trägerlänge abweichende Verbandslänge bekommt. Diese Abweichung ist jedoch sehr gering und beträgt in der maximalen Abweichungskonfiguration lediglich 1,5%, sodass für die Länge l weiterhin die Trägerlänge angesetzt wird.

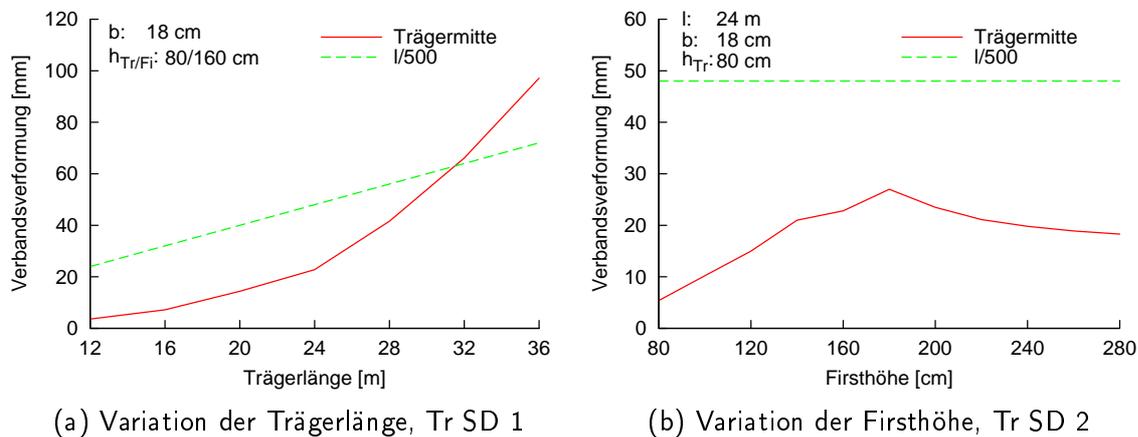


Abbildung 7.45: Variation der Trägerlänge und Firsthöhe

In Abbildung 7.45 sind die Verformungsergebnisse des Verbands sowohl bei Steigerung der Trägerlänge (Abbildungsteil (a)), sowie der Firsthöhe (Abbildungsteil (b)) dargestellt. Mit zunehmender Trägerlänge und damit auch mit zunehmender Schlankheit λ wächst die Horizontalverformung des Verbands an. Deutliche Zuwächse der Verformungswerte erfolgen ab einer Trägerlänge von 24 m, sodass bei 32 m-Trägerlänge die Verformung bereits den $l/500$ -Grenzwert überschreitet. Für die Steigerung der Firsthöhe entsteht ein ähnlicher Verlauf für die Horizontalverbandsverformung wie für die Stabilisierungslasten, der ab einer Firsthöhe von 180 cm abknickt. Dort wird der Schubspannungsnachweis maßgebend und es kann keine weitere Laststeigerung stattfinden, sodass die Verformungen deutlich unter der Grenzwertlinie nach Norm [9] bleiben.

Die zwei Schaubilder in Abbildung 7.46 zeigen die Ausbiegungen des Verbands bei Steigerung der Querschnittsbreite a und bei Änderung der Holzgüte, bzw. der Festigkeitsklasse. Durch die Zunahme der Trägerbreite und darausfolgend auch der horizontalen Stabilisierungslasten nehmen auch die Verformungen des Aussteifungsverbands zu. Für einen sehr breiten Träger wird somit fast die Verformungsgrenze von $l/500$ erreicht, während für schlanke Träger nur

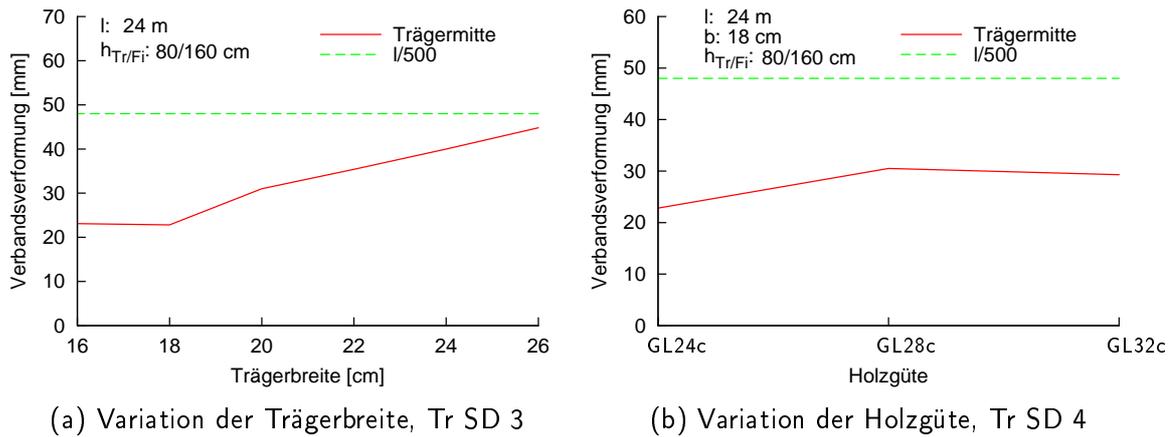


Abbildung 7.46: Variation der Trägerbreite und der Holzgüte

ca. der halbe Wert der maximalen Verformung erreicht wird. Die Berechnungen mit unterschiedlichen Festigkeitsklassen lieferten kaum Zunahmen der Horizontalverbandsverformung, was dadurch zu begründen ist, dass die Last nicht weiter gesteigert werden konnte, da die Schubspannungen im Auflagerbereich maßgebend wurden.

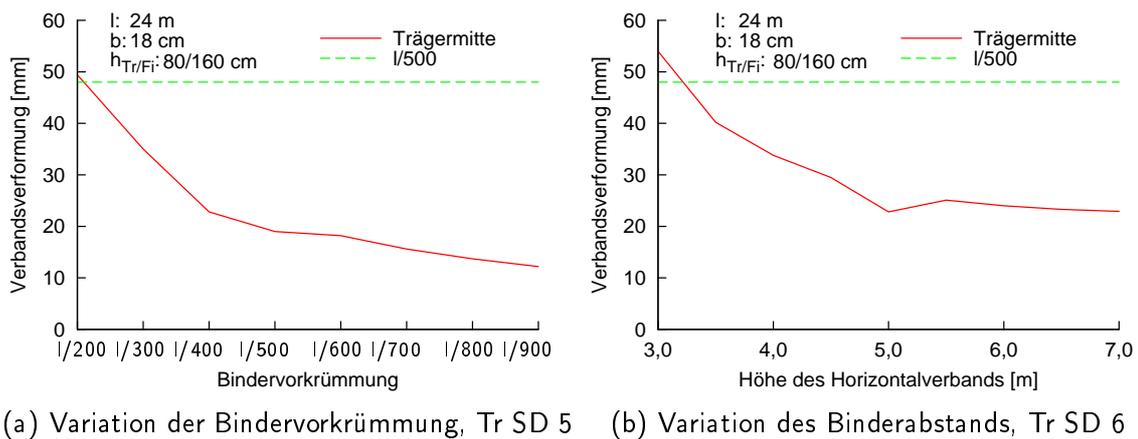


Abbildung 7.47: Variation der Bindervorkrümmung und des Binderabstands

Die Berechnungen mit veränderter Bindervorkrümmung und variiertem Binderabstand lieferten die in Abbildung 7.47 abgebildeten Verläufe, die sehr ähnlich zu den Verformungsverläufen des parallelgurtigen Binders II sind. Bei einer sehr groß angesetzten Vorkrümmung des Biegeträgers wird das Verformungskriterium nach der Norm leicht überschritten, nimmt mit abnehmender Vorverformung jedoch sehr schnell ab und erreicht bei der üblichen Bindervorkrümmung von 1/400 ca. den halben Wert der maximalen Ausbiegung von 1/500. Der Verlauf der horizontalen Verbandsverformungen bei Änderung des Binderabstands sieht ähnlich aus wie der Vorkrümmungsvariationsverlauf. Bei einer geringen Verbandshöhe wird der Normenwert nicht eingehalten, danach nehmen jedoch die Verformungswerte schnell ab und bleiben dann aber auf einem ähnlichen Niveau, sodass noch bei großen Binderabständen eine Verbandsverformung von 23 mm ausgegeben wird.

Für die Verbandsverformungen bei variiertem Anzahl der auszusteifenden Satteldachträger ergibt sich der Verlauf in Abbildung 7.48(a). Wie beim parallelgurtigen Binder steigt auch

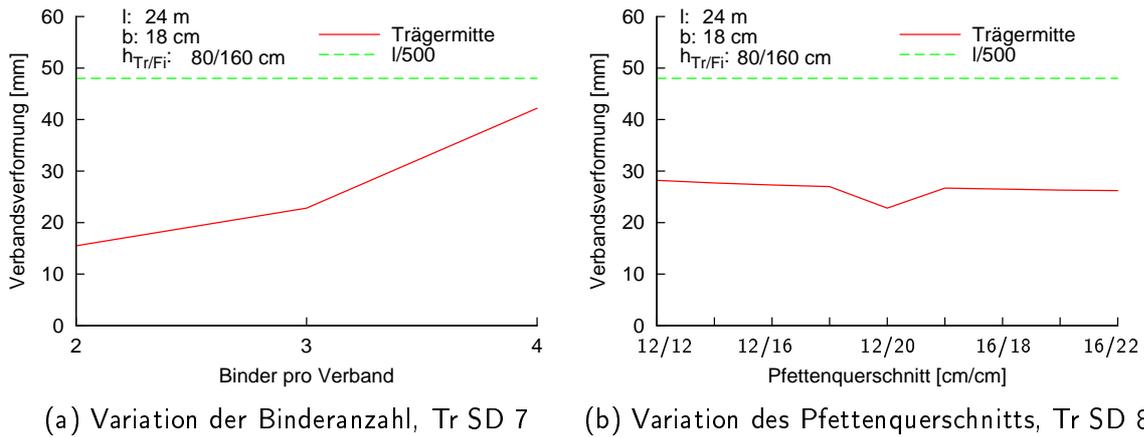


Abbildung 7.48: Variation der Binderanzahl und des Pfettenquerschnitts

hier mit zunehmender Binderanzahl und somit zunehmender Horizontallast die Verformung an. Weitere Berechnungen mit mehr Satteldachbindern pro Verband konnten aufgrund von Divergenzen nicht erfolgreich und aussagekräftig zu Ende geführt werden. Dennoch ist die klare Tendenz aus dem Schaubild erkennbar. Bereits bei 4 zu stabilisierenden Bindern wird ein Verformungswert von 88% der maximal erlaubten Verformung nach DIN EN 1995-1-1 erreicht. Das rechte Schaubild in Abbildung 7.48 für die unterschiedlichen Pfettenquerschnitte zeigt dagegen keinerlei Auswirkungen auf die Ausbiegung des Aussteifungsverbands und die maximalen Verformungswerte werden dabei deutlich unterschritten.

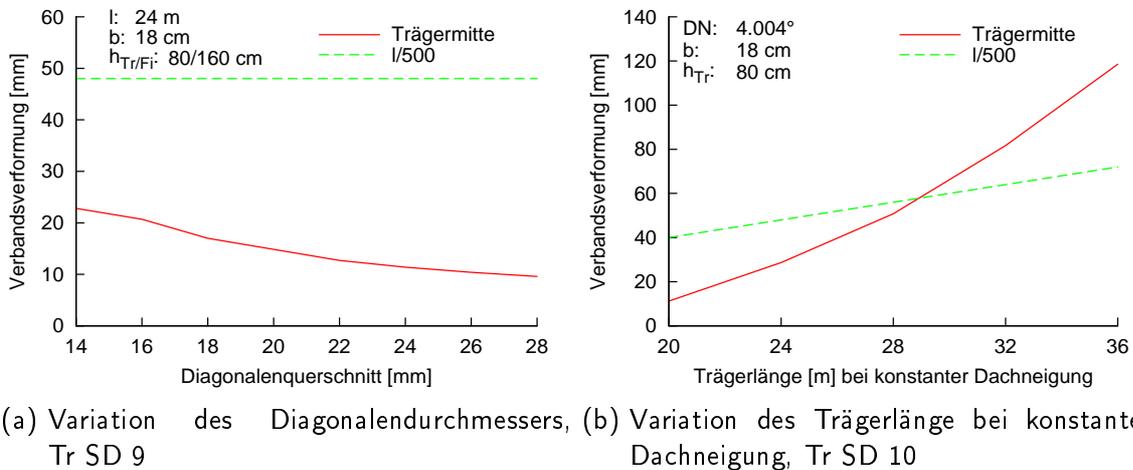


Abbildung 7.49: Variation des Diagonalendurchmessers und der Trägerlänge bei konstanter Dachneigung

Bei Steigerung des Diagonalendurchmessers ergibt sich das Schaubild (a) in Abbildung 7.49. Es ist eine klare abnehmende Tendenz bei Vergrößern des Querschnitts zu beobachten. Die Verformungswerte nehmen jedoch nicht so stark ab, wie das am parallelgurtigen Binder der Fall gewesen ist. Der Grund dafür ist, dass der geringste Durchmesser des Stahlvollprofils zu 14 mm gewählt wurde, da bei geringeren Querschnittsdurchmessern der Diagonalen keine erfolgreichen Berechnungen durchgeführt werden konnten. So konnte auch für den Querschnitt $d = 20$ mm die Iteration nicht zu Ende geführt werden, sodass im Schaubild kein

Wert zu sehen ist. Im Vergleich mit den Schaubildkurven des parallelgurtigen Bindern erkennt man, dass auch dort die Abnahmen der Verformungen ab einem Durchmesser von 14 mm eher gering sind. Die großen Zunahmen treten nur im Bereich von dünnen Diagonalen auf. Das Schaubild (b) in Abbildung 7.49 zeigt die Verbandsverformungswerte bei Steigerung der Länge bei gleichzeitiger Steigerung der Firsthöhe zum Erhalten einer gleichen Dachneigung. Während die berechneten Verformungen für die geringen Trägerlängen noch deutlich unter der $l/500$ -Kurve liegen, wird diese ab einer Trägerlänge von ca. 29 m überschritten. Für die Trägerlänge 36 m beträgt die berechnete Ausbiegung des Verbands 65% mehr als nach der aktuell gültigen Norm [9] zulässig ist. Im Vergleich zu der Variation der Trägerlänge bei gleichbleibender Firsthöhe, sodass sich die Dachneigung immer mehr verringert, fällt auf, dass die Rechenresultate in Abb. 7.49(b) größere Werte vorweisen und bei zunehmender Trägerlänge stärker ansteigen. Dieser Anstieg ist durch die zunehmende Trägerhöhe und die damit steigende Exzentrizität des Obergurts des Satteldachträgers zu erklären. Dadurch nimmt der seitliche Widerstand des Trägers bezüglich der horizontalen Kräfte ab und es treten größere Horizontallasten auf den Verband auf, die wiederum größere Verformungen verursachen. Eine weitere Begründung ist, dass durch die Steigerung der Verbandslänge die Aussteifungskonstruktion weicher wird und somit größere Verformungen zulässt.

7.6 Weitere Berechnungen mit maßgebenden Parametern

7.6.1 Verbandsdiagonalen

7.6.1.1 Variation der Diagonalen-Querschnitte

Die Berechnungen der Parameterstudie zeigten einen klaren Anstieg der Stützungssteifigkeiten beim Vergrößern des Diagonalenquerschnitts. In weiteren Berechnungen sollen nun die Verbandsdiagonalen weiter variiert und durch andere Diagonalenquerschnitte ersetzt werden. Als Vergleichsrechnung wird dabei die bereits durchgeführte Berechnung mit einem Stahl-Vollprofil mit Durchmesser 14 mm gewählt. Entsprechend den bisherigen Berechnungen, sollen wieder druckweiche Querschnitte verwendet werden. Zu einem ersten Vergleich wird das Winkelprofil L 25x25x3 gewählt, das eine ähnliche Querschnittsfläche aufweist wie das Vollprofil mit $d = 14$ mm und vor allem im Stahlbau ein gängiges Verbandsprofil ist. Die Stahlgüte bleibt zu Vergleichszwecken bei S355.

Tabelle 7.3: Variation der Diagonalenquerschnitte am parallelgurtigen Träger

Querschnitt	QS-Fläche [cm^2]	Pfosten	Horizontalkraft [kN]	Steifigkeit [kN/cm]
d = 14mm	1,53	Mitte	13,212	8,6921
		außen	1,3161	11,9645
L 25x25x3	1,42	Mitte	13,5279	8,1987
		außen	1,3467	11,2225
L 45x45x4	3,49	Mitte	12,2613	14,5967
		außen	1,2204	20,34

Die Rechenergebnisse können Tabelle 7.3 und Abbildung 7.50 entnommen werden. Die Steifigkeiten, sowie die berechneten horizontalen Kräfte auf den Verband weisen für die Querschnitte mit ähnlicher Querschnittsfläche auch ähnliche Werte auf. Zu einem weiteren Vergleich wird die Größe des L-Winkelprofils gesteigert und ein Profil L 45x45x4, S355 gewählt. Das Profil mit der größeren Querschnittsfläche liefert, wie es zu erwarten war, geringere Stabilisierungslasten auf den Verband und dadurch höhere Steifigkeitswerte der Abstützung.

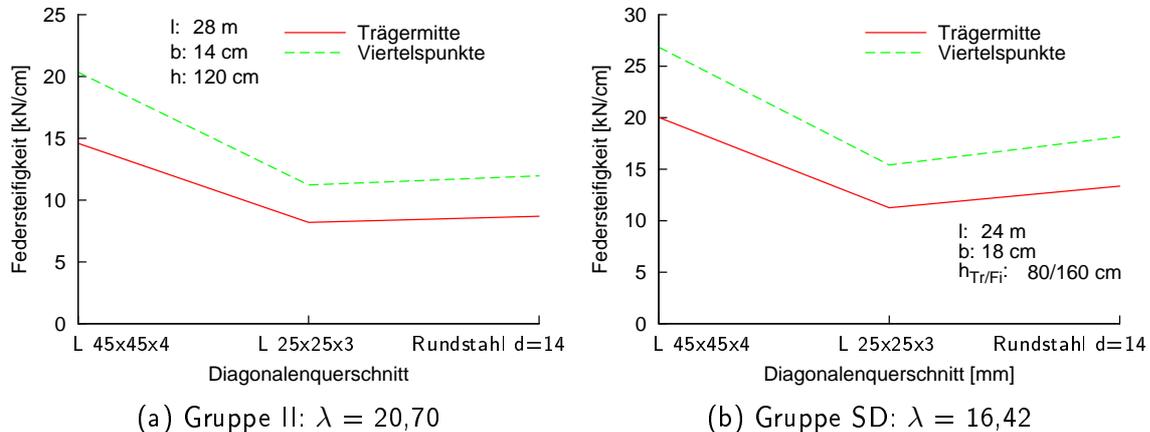


Abbildung 7.50: Verschiedene Zugdiagonalen im Dachverband

Die vergleichenden Berechnungen mit verändertem Verbandsdiagonalenprofil wurden sowohl für den parallelgurtigen Träger II mit einer Schlankheit von $\lambda = 20,70$, als auch für den berechneten Satteldachträger mit einer Schlankheit von $\lambda = 16,42$ durchgeführt. Die Ergebnisse der Steifigkeitsberechnung am Satteldachquerschnitt sind Abbildung 7.50(b) zu entnehmen. Die Verläufe der Steifigkeiten sind dabei ähnlich wie die des parallelgurtigen Trägers, weisen dabei jedoch kontinuierlich eine um ca. 5 kN/cm höhere Steifigkeit für alle Profile auf. Für das stärkere Profil L 45x45x4 ergibt sich auch für den Satteldachträger die vergleichsweise größte Steifigkeit.

7.6.1.2 Druckverband

Als eine weitere Variation des Verbandsdiagonalen soll ein drucksteifer Horizontalverband ausgeführt werden. Dazu wird pro Verbandsfeld jeweils eine Diagonale mit einem drucksteifen Querschnitt ausgeführt. Die Ausführung des Druckverbands im RSTAB-Modell geschieht nach Abbildung 7.51. Danach schließen die Druckdiagonalen direkt am Träger-Viertelspunkt an und gegenüber von der horizontalen Lasteinleitung in Trägermitte. Somit kann in den Viertelspunkten des Trägers die Stabilisierungslast direkt an die angeschlossenen Druckdiagonalen eingeleitet werden. Für die Druckdiagonalen werden in den Berechnungen quadratische Vollholzquerschnitte mit den Abmessungen 16/16, 12/12 und 11/11 gewählt. Zusätzlich sollen zum Vergleich Rohr-Hohlprofile aus Stahl S355 verwendet werden, die im Stahlhallenbau eingesetzt werden können. Die Verläufe mit den Rechenergebnissen für die Steifigkeit sind für den parallelgurtigen Binder, sowie für den Satteldachträger, in Abbildung 7.52 abgedruckt.

Für den parallelgurtigen Binder in Abbildungsteil (a) ergeben sich sehr hohe Steifigkeitswerte, die deutlich über den berechneten Werten mit druckweichen Verbänden liegen. Die fast konstante Steifigkeit von ca. 58 kN/cm ergibt sich dabei für beide Stahl-Querschnitte, sowie für

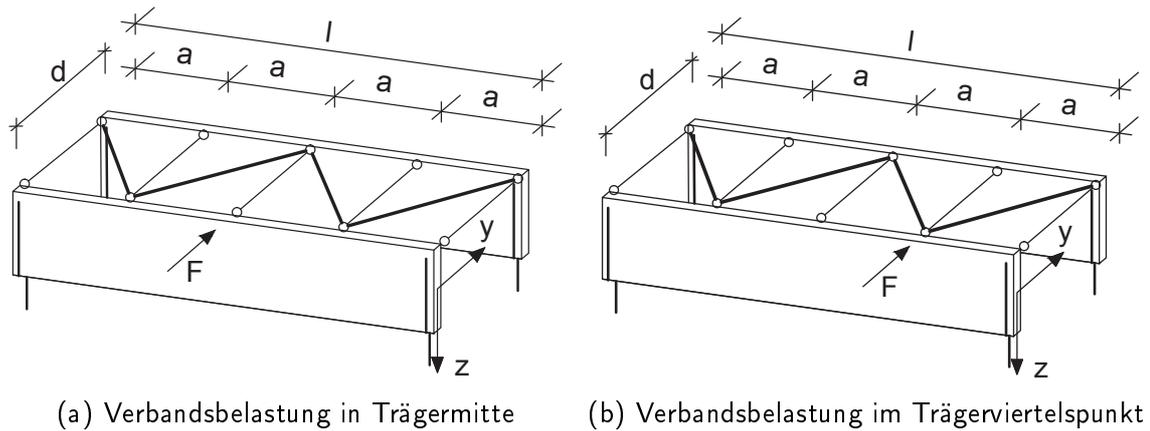


Abbildung 7.51: Modell des Druckverbands

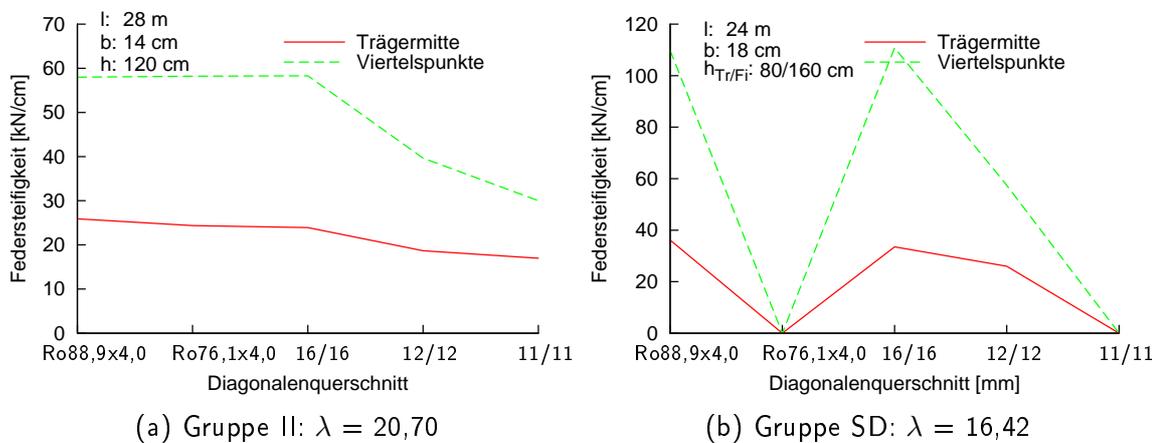


Abbildung 7.52: Verschiedene Druckverbandsdiagonalen im Dachverband

den stärksten Vollholzquerschnitt. Weisen die Druckdiagonalenstäbe geringere Querschnittswerte auf, sinkt auch die Steifigkeit, vor allem für die Viertelspunkte. Die einwirkenden horizontalen Abstützungskräfte bleiben für alle 5 Querschnitte fast konstant bei 11,7 kN (Mitte) und 1,17 kN (außen). Am Satteldachträgerquerschnitt konnten mit denselben Verbandskonfigurationen nicht für alle Querschnitte Berechnungen durchgeführt werden, wie in Abbildung 7.52 (b) ersichtlich ist. Beim Betrachten der Steifigkeitswerte fällt auf, dass diese deutlich über den Steifigkeitswerten des parallelgurtigen Trägers liegen. Bedingt durch diese hohe Steifigkeit und die damit verbundene hohe Horizontallast von 25 kN auf den Dachverband, waren die Querschnitte Ro 76,1x4,0 und 11/11 nicht ausreichend. Die erfolgreich berechneten Steifigkeiten für das Profil Ro 88,9x4,0 und für den Vollholzquerschnitt 11/11 liegen wieder auf dem gleichen Wertenniveau, dieses Mal von 110 kN/cm. Beim quadratischen Querschnitt 12/12 ist wieder ein deutlicher Steifigkeitsabfall bemerkbar. Die Stabilisierungslasten nehmen für alle erfolgreichen Berechnungen kaum unterscheidbare Werte an.

7.6.2 Dachverbandsabmessungen

Einen weiteren maßgebenden Einfluss auf die berechnete Stützungssteifigkeit hat in den durchgeführten Berechnungen die Länge des Biegeträgers und dazu analog die Länge des

Aussteifungsverbands. Auswirkungen auf die Steifigkeit konnten auch durch die Variation der Binderabstände, womit sich die Höhe des Dachverbands ändert, erkannt werden. Um beide Effekte auf die Steifigkeit zusammenzuführen, werden Berechnungen mit den jeweils maximalen Parametern aus Trägerlänge und Binderabstand durchgeführt. Die angesetzten Parameter sind in Tabelle 7.4 angegeben. Zum Erreichen der geringsten Steifigkeit wird ein

Tabelle 7.4: Trägerkonfigurationen für maximale Steifigkeiten

	geringe Steifigkeit	hohe Steifigkeit
Biegeträger		
Spannweite	36 m	12 m
Trägerhöhe	120 cm	120 cm
Breite	14 cm	14 cm
Schlankheit λ	23,47	13,55
Bezugsschlankheit λ_{rel}	1,15	0,67
Abstand der seitlichen Stützungen	9,00 m	3,00 m
Bindervorkrümmung	$l/400 = 9 \text{ cm}$	$l/400 = 3 \text{ cm}$
Dachverband		
Höhe des Verbands	2,50 m	7,00 m
Verbandsdiagonalenquerschnitt	$d = 16 \text{ mm}$, S355	$d = 16 \text{ mm}$, S355

sehr langer Biegeträger mit geringem Binderabstand gewählt. Somit ergibt sich für die Form des Dachverbands ein hohes und schmales Rechteck. Für eine hohe Steifigkeit wird dagegen ein sehr kurzer Träger mit $l = 12 \text{ m}$ und ein großer Binderabstand von $7,0 \text{ m}$ gewählt. Dadurch ergibt sich in der Draufsicht auf den Horizontalverband eine recht gedrungene Verbandsform. Der Diagonalenquerschnitt musste aufgrund der großen Kräfte für die Berechnungen auf $d = 16 \text{ mm}$ heraufgesetzt werden.

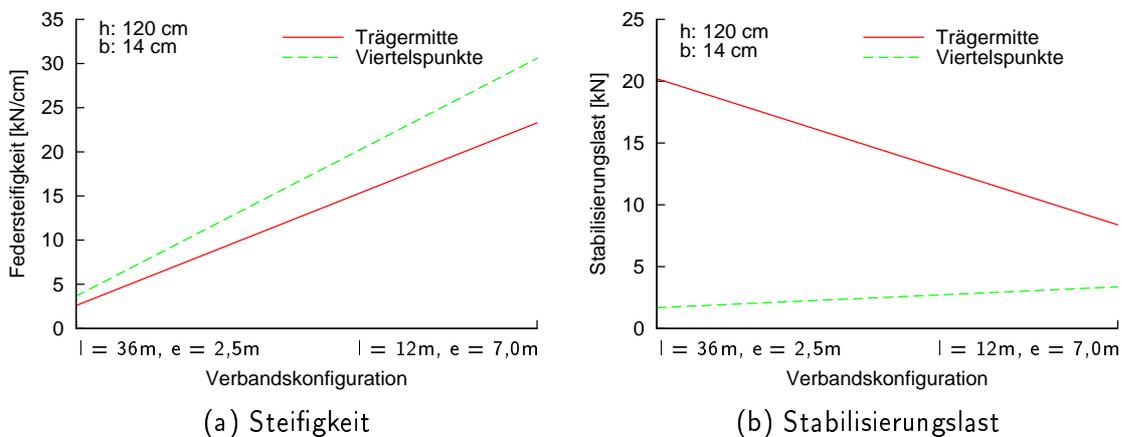


Abbildung 7.53: Maximale Steifigkeitskonfigurationen

Die Ergebnisse in Abbildung 7.53 bestätigen die gemachten Annahmen. Für den langen

Träger stellen sich geringe Steifigkeitswerte ein, die in Trägermitte 2,59 kN/cm und in den Viertelpunkten des Trägers 3,65 kN/cm betragen. Die Stützungssteifigkeiten am kurzen Träger und großem Binderabstand berechnen sich, bei ansonsten gleicher Konfiguration, zu 23,28 kN/cm (Mitte) und 30,58 kN/cm (außen). Die auftretenden Stabilisierungslasten in Abbildungsteil (b) zeigen einen deutlichen Abfall der Horizontalkraft in Feldmitte von der geringen zur hohen Steifigkeitskonfiguration.

7.7 Verändertes Anschlussdetail

Es sollen, um die Anschlusssteifigkeit der Verbindung zu variieren, das Anschlussdetail verändert werden. Dazu wird in einer ersten Änderung ein Anschlussdetail mit einem Schlitzblech mit Diagonalenanschlüssen mit Passbolzen angeschlossen. Die Holzgüte des anzuschließenden Druckpfosten bleibt bei einer Festigkeitsklasse von C24. Die Berechnung der Steifigkeit des Anschlusses der Pfette mittels Schlitzblech und Passbolzen wird im Folgenden vorgestellt. Für einen weicheren Anschluss wird das Anschlussdetail mit einem Passbolzen mit $d = 18 \text{ mm}$ und für einen steiferen Anschluss mit zwei Passbolzen mit $d = 18 \text{ mm}$ ausgeführt. Die Anschlusssteifigkeiten berechnen sich demnach zu:

$$K_{ser} = 2 \cdot 2 \cdot \rho_m^{1,5} \cdot \frac{d}{23} \quad (7.10)$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 420 \text{ kg/m}^{31,5} \cdot \frac{18 \text{ mm}}{23} \quad (7.11)$$

$$= 26.945,0 \text{ N/mm}$$

Die anzusetzende Anschlusssteifigkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit ergibt sich damit zu:

$$K_d = \frac{2}{3} \cdot \frac{K_{ser}}{1,3} \quad (7.12)$$

$$= 13.818,0 \text{ N/mm}$$

Und für das Schlitzblech-Detail mit 2 Passbolzen mit Durchmesser 18 mm:

$$K_{ser} = 53.890,0 \text{ N/mm}$$

$$K_d = 27.635,9 \text{ N/mm}$$

Mit den so berechneten Anschlusssteifigkeiten der jeweiligen Verbindungsmittel-Konstruktion werden iterative Berechnungen mit den Ausgangsparametern von Träger II durchgeführt und die Ergebnisse der Steifigkeit anschließend verglichen. Tabelle 7.5 gibt für die verschiedenen Anschlusssteifigkeiten die jeweiligen Stabilisierungskräfte und Abstützungssteifigkeiten nach erfolgter Iteration an. Obwohl die Anschlusssteifigkeiten bis auf den doppelten Wert ansteigen, sind keine große Auswirkungen in den Ergebnissen sichtbar, weder in den Stabilisierungslasten, noch in den Stützungssteifigkeiten.

Tabelle 7.5: Variation der Anschlusssteifigkeit

Steifigkeit [N/mm]	Verbandspfosten	Kraft auf Pfosten [kN]	Steifigkeit [kN/cm]
27.635,9	Mitte	15,3984	5,255426621
	außen	1,5339	7,304285714
20.461,5	Mitte	15,9147	5,15038835
	außen	1,5831	6,883043478
13.818,0	Mitte	15,7551	4,985791139
	außen	1,5696	6,824347826

7.8 Zusammenfassung der Rechenergebnisse

Die durchgeführte Parameterstudie verdeutlicht sowohl am parallelgurtigen Binder als auch am Satteldachträger die Auswirkungen einzelner Parameter auf die Stützungssteifigkeit des Biegeträgers und auf die horizontalen Stabilisierungslasten des Trägers, die vom aussteifenden Horizontalverband aufgenommen werden müssen. Deutlichen Einfluss hat dabei die Länge des Biegeträgers und damit auch die Länge des Dachverbands. Mit zunehmender Länge nehmen für alle untersuchten Träger die Steifigkeiten ab und die horizontalen Abstützungskräfte zu. Die Variation der Trägerhöhe bringt dabei vor allem einen Einfluss auf die horizontalen Lasten hervor, während sich die berechneten Steifigkeitswerte nicht in großem Umfang ändern. Die Auswertung der Abstützungskräfte bei Steigerung der Querschnittsbreite am parallelgurtigen Träger zeigt eine Abnahme dieser Kräfte. Durch die Zunahme der Steifigkeit und des Torsionswiderstands treten somit am Obergurt des Trägers geringere Verformungen auf, woraus sich kleinere Stabilisierungslasten ergeben. Beim Satteldachträger kann dieser Effekt jedoch nicht beobachtet werden. Für die Berechnung der Stützungssteifigkeit hat die Holz-Festigkeitsklasse und die Bindervorkrümmung nur geringe Einflüsse. Dagegen gibt es durchaus Veränderungen bei den horizontalen Stabilisierungslasten unter dem Ansatz von unterschiedlichen Bindervorkrümmungen. Bei großen Vorverformungen des Trägers resultieren auch große horizontale Kräfte, die mit abnehmender Vorkrümmung, sowohl beim parallelgurtigen Binder als auch beim Satteldachträger, ebenfalls merklich abnehmen. Andersherum verhält es sich bei der Variation des Biegeträgerabstandes. Während die horizontalen Lasten ähnlich groß blieben, ergibt sich durch die geometrische Änderung des Horizontalverbandes ein Einfluss auf die Abstützungssteifigkeit. Mit zunehmendem Binderabstand, somit auch zunehmender Horizontalverbandshöhe, steigt die Steifigkeit bis zu einem Grenzwert an. Wie viele Binder durch einen Horizontalverband abgestützt werden hat keinen Einfluss auf die Abstützungssteifigkeit. Die Horizontallast wächst mit zunehmender auszusteifender Binder entsprechend an. Keinerlei Einfluss auf die Rechenergebnisse hat der gewählte Querschnitt für die Trägerabstützung und damit für den Verbandspfosten. Dagegen zeigt das Profil der Verbandsdiagonalen erhebliche Auswirkungen auf die Stützungssteifigkeit. Bei der Berechnung mit Druckverbandsdiagonalen wurde zudem eine deutlich größere Stützungssteifigkeit berechnet. Als maßgebende Parameter können somit die Abmessungen des aussteifenden Horizontalverbandes (Verbandshöhe und Verbandslänge), sowie die Diagonalenquerschnitte identifiziert werden.

8 Auswertung der Ergebnisse

8.1 Ergebniszusammenfassung

Beim Vergleich der untersuchten Trägerquerschnitte fällt auf, dass der parallelgurtige Träger II mit der größeren Schlankheit die geringsten Stützungssteifigkeitswerte aufweist und der Satteldachträgerquerschnitt die größten Steifigkeiten für die Abstützung mit einem Horizontalverband erfordert. Durch die hohen Lasteinleitungen am Satteldachträger treten dort auch die größeren Stabilisierungskräfte und die größeren Verformungen des Biegeträgers auf. Um kleine Verformungen des Trägers zu erhalten, sollten die Diagonalen des Horizontalverbands ausreichend steif sein, da die Berechnungen sowohl der Horizontalverformungen, als auch der Stützungssteifigkeiten, einen klaren Einfluss der Zugdiagonalen auf das gekoppelte System zeigen. Durch die Wahl eines entsprechend großen und steifen Diagonalenquerschnitt kann somit eine sichere Auslegung des Dachverbands erfolgen.

8.2 Aussteifungskraft q_d nach DIN EN 1995-1-1

8.2.1 Horizontale Stabilisierungseinzellasten

Für die Bemessung von Aussteifungsverbänden existiert in DIN EN 1995-1-1 [9] (vgl. auch Kap. 2.3.4) die Gleichung (8.1) zur Berechnung der inneren Aussteifungskraft auf den Verband. Die Normaldruckkraft N_d berechnet sich dabei nach Gleichung (8.2). In den Ansatz geht über den Faktor k_{crit} die Schlankheit des Trägers (und damit die Querschnittsabmessungen Länge, Breite und Höhe), das maximale Biegemoment M_{yd} , sowie die Anzahl der abzustützenden Dachverbände n ein. Der Längenabminderungsbeiwert k_l vermindert die anzusetzende Last ab einer Verbandslänge von 15 m.

$$q_d = k_l \cdot \frac{n \cdot N_d}{30 \cdot l} \quad (8.1)$$

$$N_d = (1 - k_{crit}) \cdot \frac{M_d}{h} \quad (8.2)$$

Ebenso existiert in DIN EN 1995-1-1 [9] [10] die Angabe einer Stabilisierungskraft F_d pro Abstützung, die sich wie folgt berechnet:

$$F_d = \frac{N_d}{80} \quad (8.3)$$

Zum Vergleich wird für die in der Parameterstudie berechneten Träger (vgl. Tab. 7.1 die Aussteifungskraft q_d nach DIN EN 1995-1-1 berechnet und den horizontalen Abstützungskräften aus der Studie gegenübergestellt. Dazu wird die Gleichstreckenlast mit der Lasteinzugsbreite

der Knoten des liegenden Fachwerks multipliziert, um die einwirkende Horizontalkraft auf den Verband zu erhalten, die dann auf die Knoten (Stützpunkte am Biegeträger) angesetzt werden können. Somit ergeben sich nach DIN EN 1995 [9] bei gleichmäßigem Abstand der horizontalen Stützungen für alle drei Verbandsposten die gleiche Horizontalkraft. Der Vergleich der so erzielten Ergebnisse mit den Werten nach (8.3) für die Stabilisierungskraft brachte größere und realitätsnähere Ergebnisse, sodass die Stabilisierungskräfte auf die Abstützung nach DIN EN 1995-1-1 nicht mit F_d , sondern mit q_d berechnet wurden, da die Ergebnisse damit näher an den Rechenresultaten nach Theorie II. Ordnung liegen. Da die Berechnungswerte nach Theorie II. Ordnung aus *constantialigni* jedoch für die Stützung in Feldmitte einen anderen Wert herausgibt als für die Stützungen an den Träger-Viertelpunkten wird für einen weiteren Vergleich die Summe der Horizontalkräfte aus *constantialigni* und die Summe nach der Gleichstreckenlast nach DIN EN 1995 berechnet.

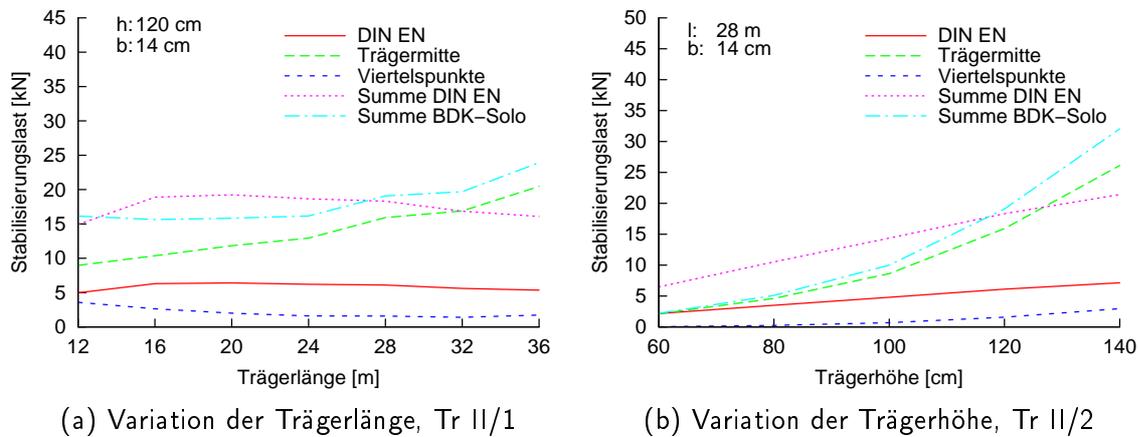


Abbildung 8.1: Vergleich der Seitenlasten mit dem Normansatz [9] für die Gruppe II

Die rote Schaubildskurve in den folgenden Abbildungen mit der Bezeichnung *DIN EN* repräsentiert die Rechenwerte für q_d nach DIN EN 1995-1-1 [9]. Für die Kurve *Summe DIN EN* wurde der berechnete Wert mit 3 multipliziert, da 3 horizontale Stützungen am Biegeträger vorliegen. Hinter den Bezeichnungen Trägermitte und Viertelpunkte verbergen sich die Abstützkräfte nach der Theorie II. Ordnung-Berechnung mit *constantialigni*. Für die Werte der Kurve *Summe BDK – Solo* wurde der Wert an der Trägermitte zum zweifachen Wert an den Viertelpunkten addiert, um die gesamte berechnete horizontale Last zu erhalten. In Abbildung 8.1 sind die Ergebniswerte aus der Parameterstudie für die Variation der Trägerlänge und der Trägerhöhe des parallelgurtigen Trägers mit der Schlankheit $\lambda = 20,70$ zusammen mit den berechneten Aussteifungskräften nach [9] für die jeweilige Trägerkonfiguration gegeben. Die dargestellten Kurven in Abbildung 8.1(a) zeigen, dass die berechnete Horizontallasten nach der Norm unter der auftretenden Horizontallast in Trägermitte nach der iterativen Berechnung ist. Die Auswirkungen der zunehmenden Schlankheit λ ist bei der Stabilisierungslast in Feldmitte nach Theorie II. Ordnung-Berechnung deutlich zu sehen, während die Änderung der Trägerlänge für die Lasten nach DIN EN 1995 nur geringe Auswirkungen zeigt, obwohl in die Berechnung die veränderte Schlankheit mit eingeht. Für die seitlichen Stützungen an den Viertelpunkten überschätzt die Berechnung mit q_d nach [9] die auftretenden Horizontalkräfte. Beim Vergleich der Verläufe für die Summen der Horizontalkräfte erkennt man, dass ab einer Schlankheit $\lambda = 20$ (bzw. Trägerlänge $l = 28$ m) die Abschätzung nach der Norm mit q_d unterhalb der Summe aus der Berechnung nach Theo-

rie II. Ordnung liegt. Fast das gleiche Ergebnis liefert das Schaubild Teil (b) für die veränderte Trägerhöhe, bei dem ebenfalls ab einer Schlankheit $\lambda = 20$ (bzw. Trägerhöhe $h = 120$ cm) die horizontalen Kräfte auf den Verband nach der Berechnung in der Norm unterschätzt werden. Wiederum kann die in [9] gegebene Gleichung den Anstieg der horizontalen Kraft in Trägermitte nicht abbilden und sogar die Summe der Stabilisierungslasten nach Theorie II. Ordnung übersteigt den aufsummierten Wert nach DIN EN 1995.

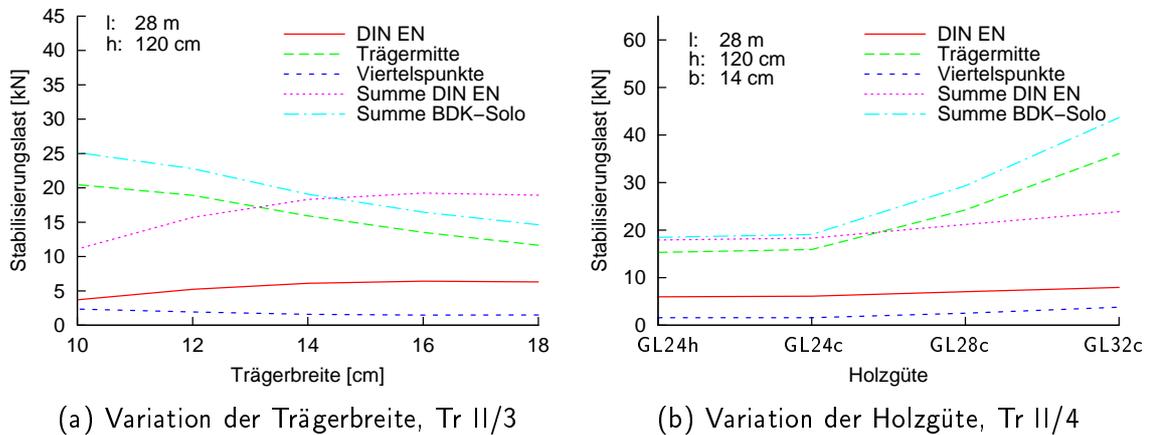


Abbildung 8.2: Vergleich der Seitenlasten mit dem Normansatz [9] für die Gruppe II

Die in Abbildung 8.2(a) dargestellten Ergebnisse für die Stabilisierungslasten bei Variation der Trägerbreite liefern ähnliche Ergebnisse, wie sie bei der Variation der Länge und Höhe auch vorlagen. Im hohen Schlankheitsbereich (hier auf der linken Seite des Schaubilds bei geringen Trägerbreiten) treten in der Mitte des Horizontalverbands größere Horizontalkräfte auf als nach der Gleichung in DIN EN 1995 berechnet. Die Stabilisierungslast in Trägermitte wird dabei für alle Schlankheitsbereiche nach der Aussteifungskraftbeziehung in [9] nicht erreicht. Dagegen liegt die Summe der horizontalen Kräfte ab einer Schlankheit $\lambda < 20$ nach DIN EN oberhalb der Summe BDK-Solo.

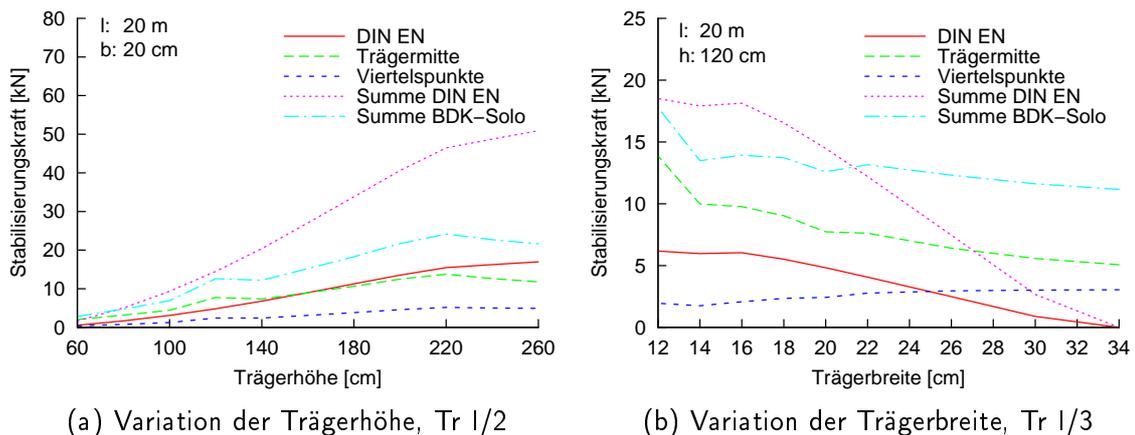
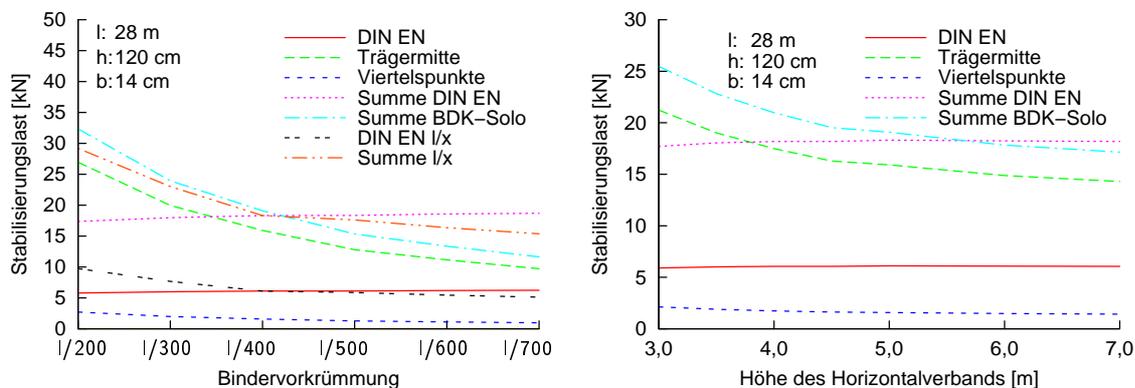


Abbildung 8.3: Vergleich der Seitenlasten mit dem Normansatz [9] für die Gruppe I

Der Vergleich der Lasten an der Gruppe I mit gedrungeneren Trägern lieferte dagegen keine Überschreitung der q_d -Formelwerte für alle untersuchten Trägerhöhen (vgl. Abb. 8.3 (a)). Die Summe der Lasten nach Norm liegt dabei im höheren Schlankheitsbereich von $\lambda = 13 - 18$

deutlich über den Ergebnissen der Parameterstudie. Auch die berechnete Stabilisierungslast in Trägermitte nach *constantialigni* entspricht für die meisten Trägerhöhen der berechneten Stabilisierungslast aus der q_d -Gleichstreckenlast. Die auftretenden Abweichungen sind dabei gering. Das Schaubild zeigt, dass die Erfassung der Stabilisierungslast nach der Norm [9] den Einfluss bei zunehmender Trägerhöhe deutlich überschätzt. In der Gruppe I mit geringeren Schlankheiten tritt bei Variation der Trägerbreite der Effekt auf, dass sich bei geringen Schlankheiten die Aussteifungskraft nach DIN EN 1995 zu einem geringeren Wert berechnet als die Berechnungswerte nach Theorie II. Ordnung. Dies ist damit zu erklären, dass bei sehr geringen Trägerschlankheiten der k_{crit} -Wert 1,0 wird und somit die Aussteifungskraft q_d zu 0 kN/m berechnet wird. Der Einfluss der abnehmenden Kippgefährdung bei breiteren Querschnitten ist dem abfallenden Verlauf der Stabilisierungslasten nach DIN EN 1995 in Schaubild 8.3 (b) zu entnehmen. Für alle weiteren untersuchten Parameter an der Gruppe I liegt die Summe der Lasten aus der q_d -Berechnung nach [9] über der Summe BDK-Solo, während die maximale aus q_d resultierende horizontale Last auf den Verband in Feldmitte jeweils knapp unter dem Berechnungswert nach Theorie II. Ordnung liegt.

Bei Veränderung der Festigkeitsklasse des Biegeträgers kann Abbildung 8.2(b) entnommen werden, dass bei der gängigen Festigkeitsklasse GL24 die Summe der horizontalen Kräfte beim untersuchten Träger mit einer Schlankheit $\lambda = 20,70$ sehr ähnliche Werte nach DIN EN 1995 und Theorie II. Ordnung vorweisen. Wird die Biegefestigkeit des Trägers gesteigert, nehmen die Lasten in Trägermitte deutlich stärker zu als die Abschätzung nach DIN EN 1995 erfassen kann. Ähnlich sehen die Verläufe für die Gruppe I aus, wobei die Auswirkungen aufgrund der geringeren Schlankheit nicht so stark ausgeprägt sind.



(a) Variation der Bindervorkrümmung, Tr II/5

(b) Variation der Verbandshöhe, Tr II/6

Abbildung 8.4: Vergleich der Seitenlasten mit der Norm [9] für die Gruppe II

In Abbildung 8.4(a) sind die Stabilisierungslasten nach DIN EN 1995 und nach der durchgeführten iterativen Berechnung bei Variation der Bindervorkrümmung gegeben. Sowohl die dargestellten Ergebnisse für die Gruppe II, als auch die Ergebnisse für die Gruppe I liefern einen Verlauf, der ab einer größeren horizontalen Vorkrümmung des Trägers als $l/400$ in Summe den Werteverlauf nach der Berechnung nach DIN EN 1995-1-1 übersteigt. Wiederum lassen sich hauptsächlich nur die Summen der beiden berechneten Stabilisierungslasten vergleichen, da die seitlichen Stützlasten an den Trägerviertelspunkten deutlich geringer und in Trägermitte deutlich größer sind als die Kräfte nach der Berechnung mit der Gleichstreckenlast nach [9]. Der in Gleichung (8.1) nach [9] und [10] enthaltene Faktor 30 beinhaltet nach der Herleitung der Formel die Größe der Vorkrümmung des Trägers. Hinter dem Wert 30

verbirgt sich die Variable k_N , die sich nach Gleichung (8.4) berechnet.

$$k_N = \frac{l}{8 \cdot \left(\frac{l}{400} + \frac{l}{500} \right)} \quad (8.4)$$

Darin enthalten ist die Trägervorkrümmung mit dem Wert $l/400$ und die Verbandsverformung mit dem Wert $l/500$. Passt man nun in der Berechnung der Aussteifungslast q_d die Vorkrümmungswerte des Binders den Eingaben aus der Berechnung nach Theorie II. Ordnung durch *constantialigni* an, so ergibt sich der in Abbildung 8.4(a) dargestellte Verlauf *DIN EN l/x*. Multipliziert man diesen Wert für die horizontale Stabilisierungslast mit dem Faktor 3, da 3 seitliche Stützungen am Träger vorliegen, erhält man die Schaubildskurve *Summe l/x*. Der Verlauf der Kurve ähnelt dem Verlauf *Summe BDK Solo* und liefert so, zumindest in Summe, vorkrümmungsentsprechende Ergebnisse. Die Ergebnisse für die Variation der Verbandshöhe in Abb. 8.4 zeigen wieder ein Überschreiten der Summenkurve für die Rechenergebnisse aus BDK-Solo, sowie horizontale Stützungskräfte in Trägermitte, die mehr als doppelt so groß sind wie die berechnete Einzelkraft auf den Horizontalverband nach der Norm [9]. Für die parallelgurtigen Träger der Gruppe I mit einer geringeren Schlankheit liegen die Rechenergebnisse für die mittlere Stützung nur gering über der Abschätzung nach der Berechnung aus der Norm und in Summe liefert die q_d -Berechnung aus DIN EN 1995-1-1 für alle Verbandshöhen eine gute Abschätzung.

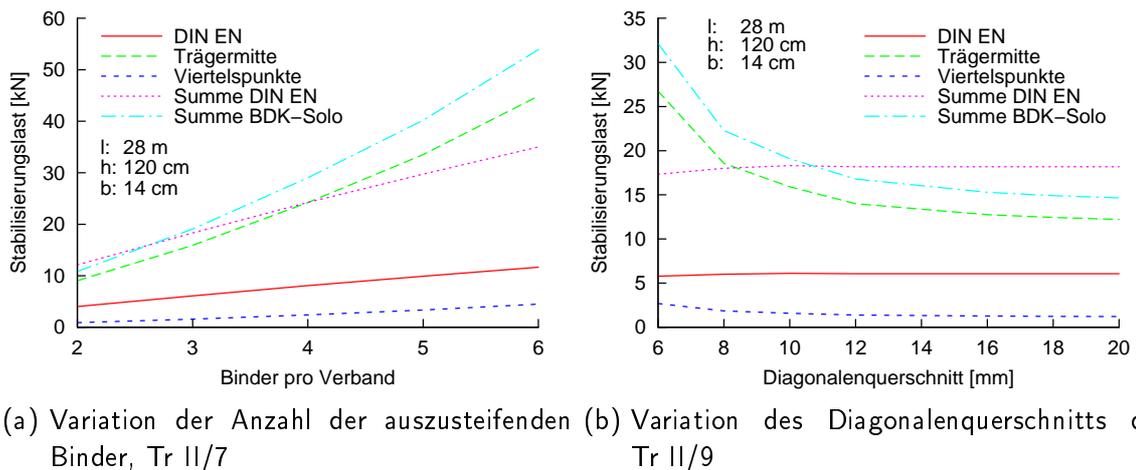


Abbildung 8.5: Vergleich der Seitenlasten mit dem Normansatz [9] für die Gruppe II

Die Anzahl der auszusteifenden Träger pro Verband wird in Gleichung (8.1) durch den Faktor n erfasst, sodass dieser Einfluss durch die Beziehung mit abgebildet werden kann, wie auch den Werten in Abbildung 8.5(a) zu entnehmen ist. Die Berechnung nach Theorie II. Ordnung zeigt jedoch einen stärkeren Einfluss der Anzahl der Binder pro Verband, sodass bei mehr als 4 Bindern pro Verband sogar die berechnete horizontale Kraft in Trägermitte größer wird als die Summe aller 3 Stützungskräfte nach DIN EN 1995, was auch durch den nichtlinearen Anstieg der Stabilisierungslasten zu erklären ist, während der Anteil in der q_d -Formel linear eingeht. Bei den parallelgurtigen Trägern der Gruppe I mit einer Schlankheit von $\lambda = 12,25$ treten keine großen Unterschiede zwischen den nach der Norm und nach Theorie II. Ordnung berechneten Stützungskräften in Trägermitte auf. Die Summe der horizontalen Lasten aus q_d liegt dabei für alle angesetzten Binderanzahlen pro Verband über den berechneten Werten aus *constantialigni*. Eine Variation der angeschlossenen Verbandsdruckpfosten brachte

keinerlei Auswirkungen auf die horizontalen Lasten, sowohl nach der Handrechnung nach DIN EN 1995, als auch nach der Auswertung der Rechenergebnisse aus BDK-Solo. Die Summe der berechneten Horizontalkräfte nach DIN EN 1995 liegt dabei für die gedrungenere Gruppe deutlich über der Summenlast aus der Parameterstudie und für die schlankere Gruppe sind die Summenlasten fast identisch. Die Abbildung 8.5(b) zeigt die Ergebnisse bei Variation des Diagonalendurchmessers. Die horizontale Aussteifungskraft auf den Verband nach DIN EN 1995 [9] ändert sich dabei nur am Anfang minimal, da sich dort noch der Maximalwert des Biegemoments M_y ändert. Ab einem Diagonalendurchmesser von 10 mm bleibt der Horizontalkraftwert konstant, während den Berechnungen mit *constantialigni* deutliche Abnahmen der Horizontalkräfte zu entnehmen ist. Somit wird für dickere und steifere Diagonalen eine größere Horizontallast in der Summe durch q_d berechnet, wobei jedoch die maximal auftretende Stabilisierungslast in Trägermitte nicht durch die Handformel in der Norm berechnet werden kann. Für den gedrungenen Querschnitt I wird dieser Maximalwert in Verbandsmitte für die Abstützung durch die Berechnung mit q_d fast erreicht und die Summe der Lasten wird nach DIN EN 1995 größer berechnet, als sie nach den Berechnungen nach Theorie II. Ordnung für die Trägerschlankheit $\lambda = 12,25$ ist. Die Vergleichsrechnung der horizontalen Stabilisierungslasten mit q_d für den Satteldachträgerquerschnitt brachte keine aussagekräftige Ergebnisse. Aufgrund der nicht konstanten Querschnittshöhe kann die berechnete Gleichstreckenlast q_d genau nur an einem Trägerpunkt berechnet werden. Unter Ansatz der Firsthöhe und der maßgebenden Schlankheit für den Spannungsnachweis an der Stelle $0,35 \cdot a$ vom First entfernt, ergaben sich deutlich geringere Stabilisierungskräfte, die sogar noch unter den berechneten Abstützungskräften an den Trägerviertelpunkten lagen.

8.2.2 Verbandsverformungen

In einem weiteren Schritt werden die horizontalen Verformungen des aussteifenden Verbands verglichen. Dazu wird ein 2D-RSTAB-Fachwerkmodell für den Dachverband erstellt, auf das am Obergurt die berechnete Gleichstreckenlast q_d nach DIN EN 1995-1-1 [9] aufgebracht wird. Die so berechneten Ausbiegungen des Verbands werden mit den berechneten Verformungen aus der Parameterstudie am 3D-Aussteifungsmodell mitsamt Biegeträgern verglichen. Der Vergleich zwischen den Ergebniswerten nach Theorie II. Ordnung aus den Iterationsberechnungen und den Werten aus der Norm findet an den parallelgurtigen Gruppen I und II statt. Die Schaubildkurven *Trägermitte* beinhalten dabei die Werte der Verbandsverformung in Feldmitte aus der Parameterstudie, die nach Theorie II. Ordnung mit *constantialigni* und dem 3D-RSTAB-Modell berechnet wurden und die dargestellten Kurven mit Bezeichnung *Trägermitte* q_d die horizontalen Verformungen in Verbandsmitte beim Ansatz der Gleichstreckenlast q_d nach der aktuell gültigen Norm DIN EN 1995-1-1.

Abbildung 8.6 zeigt die Schaukurven für die Variation der Trägerlängen, aufgetragen über der Trägerschlankheit λ . Bedingt durch die geringere Querschnittsbreite in Gruppe II werden dort größere Schlankheitswerte erreicht. Die Schaubilder zeigen, dass im geringeren Schlankheitsbereich die Berechnung der Verbandsverformung mit der Aussteifungslast q_d die größeren Werte im Vergleich zu den Rechenergebnissen der Parameterstudie aufweist, was vor allem aus dem Schaubild (a) für die Gruppe I zu entnehmen ist. Wird der Querschnitt dünner und steigt die Schlankheit somit bei Verlängerung des Trägers weiter an, liegen die Werte aus der Berechnung nach der Norm unterhalb der Werte aus der Berechnung nach Th. II. Ordnung. Die Rechenergebnisse zeigten, dass bei gleicher Trägerlänge und Verringerung der Trägerbreite der berechnete Wert für die Verbandsverformung mit den Lasten aus

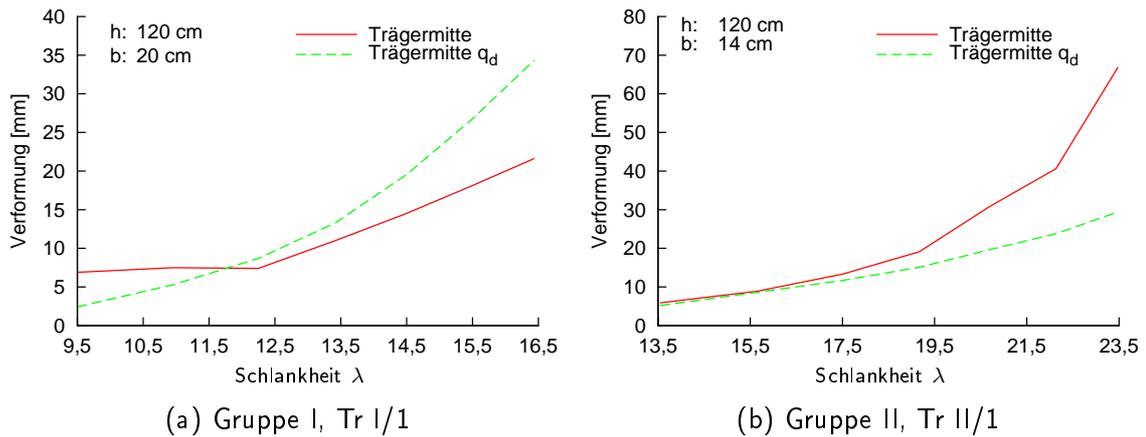


Abbildung 8.6: Vergleich der horizontalen Verbandsverformungen bei Variation der Trägerlänge

Theorie II. Ordnung immer stärker von den Ergebnissen nach der Gleichstreckenbelastung q_d abweicht.

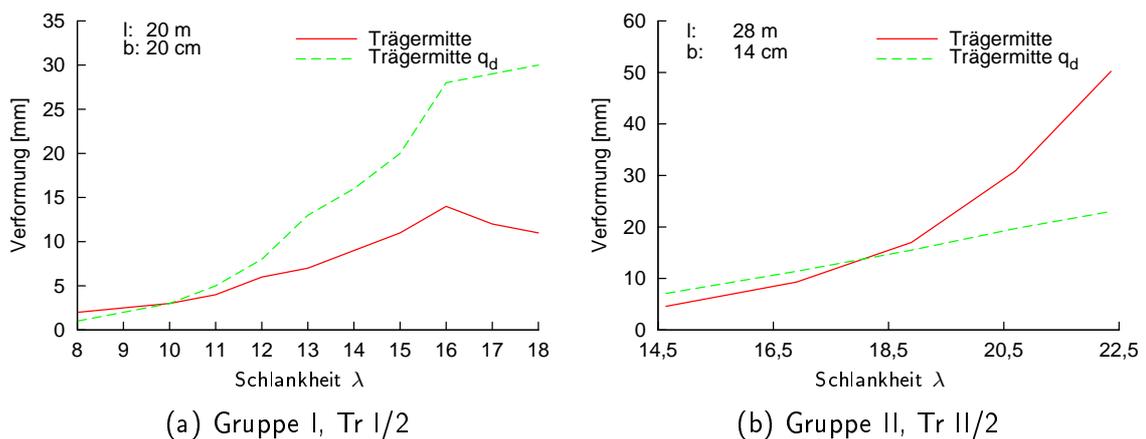


Abbildung 8.7: Vergleich der horizontalen Verbandsverformungen bei Variation der Trägerhöhe

Für die Variation der Querschnittshöhe ergeben sich ähnliche Ergebnisse für die Horizontalverbandsverformung. In Abbildung 8.7 ist für die gedrungenere Gruppe I eine deutliche Zunahme der Verformungswerte nach der Berechnung nach Norm zu erkennen, die auch deutlich über den Rechenergebnissen der Iterationsrechnung liegt. Bei der schlankeren Gruppe II liegen die Ergebniswerte aus der Norm nur bis zu einer Schlankheit von ca. 18 über den berechneten Werten der Parameterstudie in Trägermitte. Für diesen recht hohen Schlankheitsbereich wird die Verbandsverformung nach einer Berechnung mit den Lasten aus der Norm unterschätzt.

In Abbildung 8.8 sind die Verläufe für beide parallelgurtigen Träger für die Variation der Verbandshöhe dargestellt. Für die Gruppe I mit einer Schlankheit $\lambda = 12,25$ liefert die Aussteifungskraftformel in [9] (vgl. Gl. (8.1)) Verformungswerte, die kontinuierlich oberhalb der Verformungen aus den Einzelstabilisierungslasten nach *constantialigni* liegen und parallel zu diesen verlaufen. Für die Gruppe II mit einer Schlankheit von $\lambda = 20,70$ treten jedoch

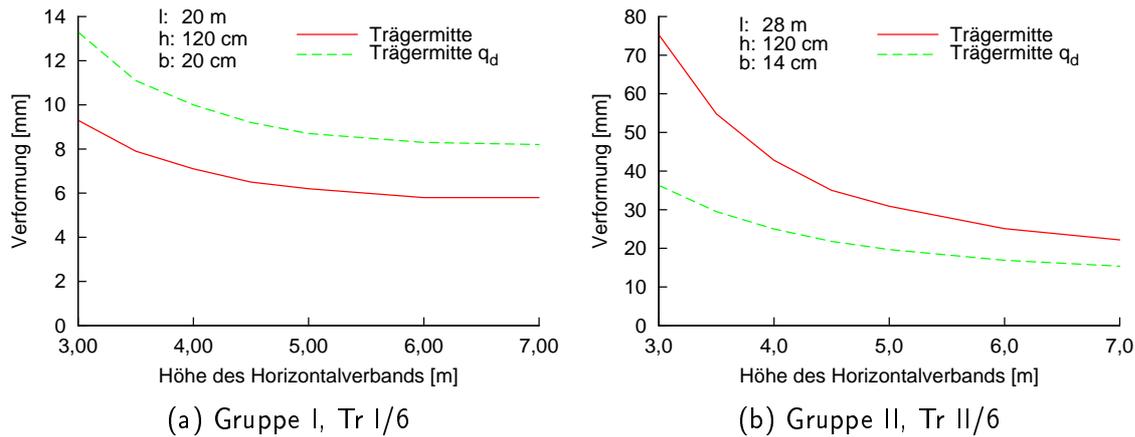


Abbildung 8.8: Vergleich der horizontalen Verbandsverformungen bei Variation der Verbandshöhe

nach der Berechnung nach Theorie II. Ordnung die größeren Werte auf. Diese steigen im Vergleich mit den Werten nach [9] auch deutlich schneller an. Für die weiteren untersuchten Parameter brachte die Auswertung der Verbandsverformung in Trägermitte ähnliche Ergebnisse. Am gedrungeneren Querschnitt der Gruppe I verlaufen die Verformungskurven parallel zueinander, die Abschätzung nach der Formel für q_d in der Norm liefert die größeren Werte und der Grenzwert der Verbandsausbiegung von $l/500$ nach [9] ist deutlich unterschritten. Für die schlanke Gruppe II ($\lambda = 20,70$) liefern die weiteren Berechnungen an den untersuchten Parametern für die Verbandsverformung nach den q_d -Werten nach DIN EN 1995-1-1 die geringeren Werte im Vergleich mit den erhaltenen Ergebnissen nach Theorie II. Ordnung. Mit zunehmender Belastung des Biegeträgers II in vertikaler und daraus folgend auch in horizontaler Richtung weichen die zwei berechneten Verformungswerte immer mehr voneinander ab. Die berechneten Verformungen mit der Gleichstreckenlast q_d blieben bei allen Berechnungen unter dem $l/500$ -Grenzwert.

8.3 Bemessungsvorschlag

8.3.1 Resultat der Parameterstudie

Der Vergleich der berechneten horizontalen Stabilisierungslasten auf den Horizontalverband aus *constantialigni* mit den horizontalen Einzelkräften aus der Ersatzlast q_d nach DIN EN 1995-1-1 [9] zeigte, dass durch den Ansatz einer Gleichstreckenlast nach der Norm die horizontale Belastung auf den mittleren Verbandspfosten nicht erfasst werden kann. Bei Berechnung mit der Gleichstreckenlast q_d erfährt so jeder Verbandstützungspunkt dieselbe horizontale Last, da ein verhältnismäßiges Aufteilen nicht möglich ist. Wie den Rechenresultaten der Parameterstudie zu entnehmen ist, treten deutliche Unterschiede in der horizontalen Stabilisierungslast in Trägermitte und an den Trägerviertelpunkten auf. Da der Vergleich der Summen der horizontalen Einzellasten auf den Verband nach Norm und nach Berechnung nach Theorie II. Ordnung ähnliche Werte lieferte, sollte die horizontale Belastung aus q_d ungleichmäßig auf die Verbandspfosten nach einem Verhältniswert verteilt werden. Dazu soll eine Formel für die Berechnung der Lasteinzugsbreite für die einzelnen Stützungen durch den

Verband angegeben werden (vgl. Abb. 8.9).

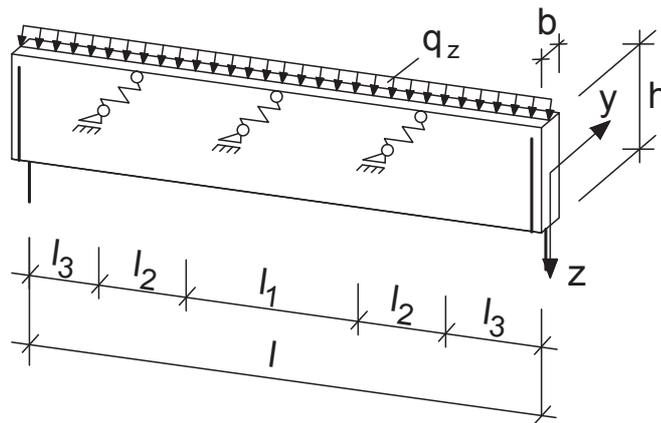


Abbildung 8.9: Lasteinzugsbreiten der horizontalen Stützungen

8.3.2 Einführung eines Verhältnisbeiwerts

Das statische System des 3-fach seitlich gestützten Biegeträgers ist in Abbildung 8.9 gegeben. Dort sind auch die neu eingeführten Lasteinzugsbreiten pro Stützung zu sehen, die mit l_1 und l_2 bezeichnet sind. Um die größere horizontale Belastung auf die mittlere Stützung zu erfassen ist die Breite l_1 größer dargestellt als die Breiten l_2 an den nachgiebigen Stützungen in den Viertelpunkten des Trägers. Das Kräfteverhältnis wird dabei nach Gleichung 8.5 gebildet.

$$K_V = \frac{H_{stab,aussen}}{H_{stab,innen}} \quad (8.5)$$

Die Variable $H_{stab,aussen}$ entspricht dabei der horizontalen Stabilisierungslast in den Träger-viertelpunkten und die Variable $H_{stab,innen}$ der Stabilisierungslast in Trägermitte. Um eine möglichst praxisgerechte und einfachere Aufteilung der horizontalen Stützungskraftverhältnisse zu erreichen, werden alle berechneten Träger der Parameterstudie auf ihren Einfluss auf das Kräfteverhältnis der Stützungen untersucht.

Die in Abbildung 8.10 dargestellten Verläufe zeigen das Verhältnis K_V der auftretenden Stabilisierungskräfte nach *constantialigni*, aufgetragen über die verschiedenen Parameter der Parameterstudie. Dabei wurde das Verhältnis der äußeren Stabilisierungslast zur inneren Stabilisierungslast für alle Rechenergebnisse gebildet und nach Parameter sortiert. Es ist für beide untersuchte Träger zu erkennen, dass die Trägerlänge (Parameter 1) und die Trägerhöhe (Parameter 2) einen starken Einfluss auf das Verhältnis der Horizontalkräfte haben. Für eine Variation der Trägerbreite (Parameter 3) kann nur für die gedrungene Gruppe I ein Einfluss festgestellt werden. Die weiteren Parameter (Holzgüte, Bindervorkrümmung, Verbandshöhe, Anzahl der Binder, Pfettenquerschnitt und Diagonalendurchmesser) haben fast keinerlei Einfluss auf den Verhältniswert K_V , sodass für eine Erfassung des Effekts die Einflüsse der Trägerlänge und der Trägerhöhe genauer untersucht werden. Dazu wird der Verhältniswert h/l gebildet, wobei h die Querschnittshöhe in cm ist und l die Trägerlänge in m.

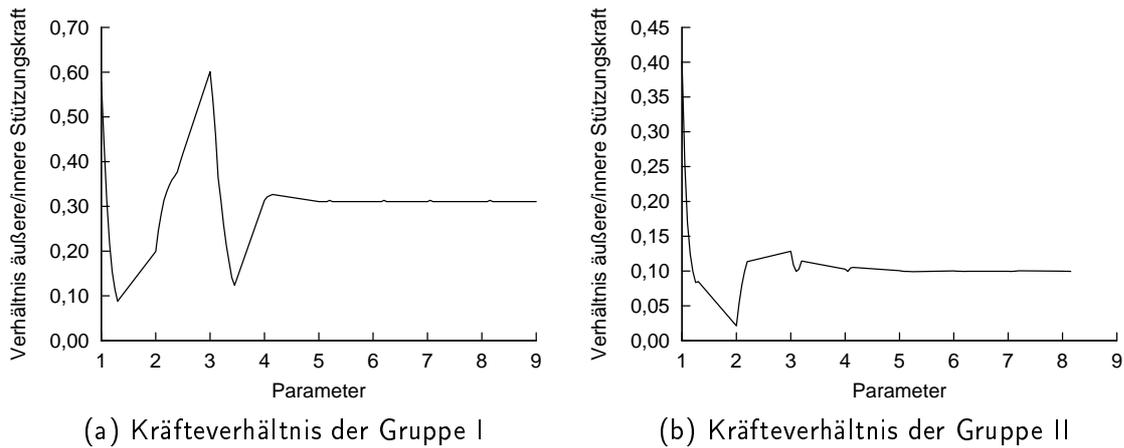


Abbildung 8.10: Einfluss der untersuchten Parameter auf das Verhältnis von horizontaler Kraft an der Außenstützung zur Kraft an der mittleren Stützung

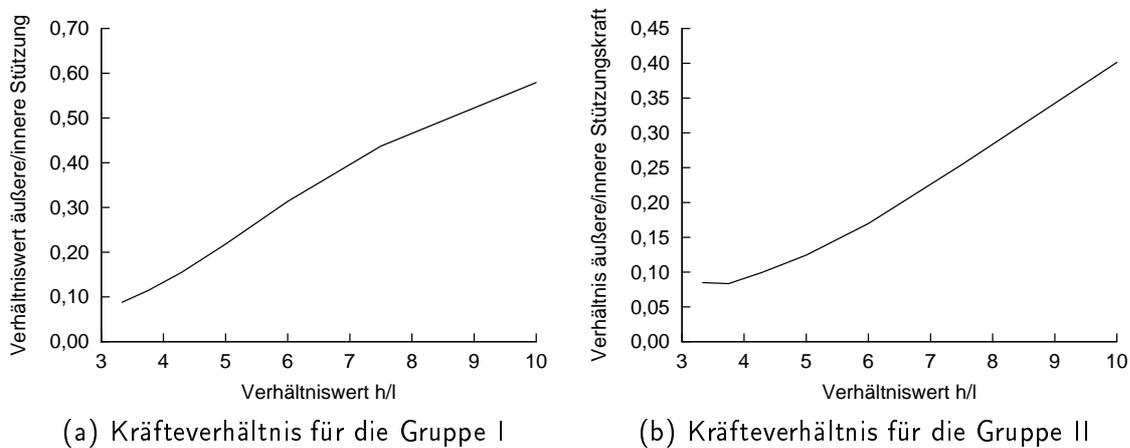


Abbildung 8.11: Verhältnis h/l mit den dazugehörigen Stützungskraftverhältnissen bei Steigerung der Trägerlänge

Wird das Querschnittshöhe/Trägerlänge-Verhältnis h/l gebildet und die Verhältniswerte der Horizontalkräfte darüber aufgetragen, erhält man die Verläufe in Abbildung 8.11. Durch Zuordnen der Werte zum h/l -Wert entsteht fast ein linear ansteigender Verlauf, womit die Abhängigkeit der Stabilisierungskraftverhältnisse von Trägerlänge und Trägerhöhe weiter belegt wird. Der Schlankheitsbereich in Abbildung 8.11(a) für die Gruppe I beträgt 13,6 ($h/l = 3$) bis 23,5 ($h/l = 10$) und für die Gruppe II in Abbildung 8.11(b) nimmt die Schlankheit λ Werte von 9,5 ($h/l = 3$) bis 16,43 ($h/l = 10$) an. Die abgebildeten Werte stammen aus den Berechnungen der Parameterstudie mit einer Variation der Trägerlänge.

Für die Variation der Trägerhöhe ergeben sich die Schaubilder in Abbildung 8.12. Wiederum wurde der Verhältniswert K_V der Stabilisierungslasten von Trägerviertelpunkt zu Trägermitte gebildet und über dem Verhältniswert h/l aufgetragen. Die Verläufe ergeben im Vergleich mit den Ergebnissen aus der veränderten Trägerlänge eine leicht bauchigere Kurve. Dennoch sind, vor allem für die schlanke Gruppe II, lineare Abhängigkeiten ersichtlich und der Zuwachs von K_V mit steigendem h/l -Wert wird deutlich.

Weitere Untersuchungen zur Erfassung des Verhältniswertes K_V der Stabilisierungslasten

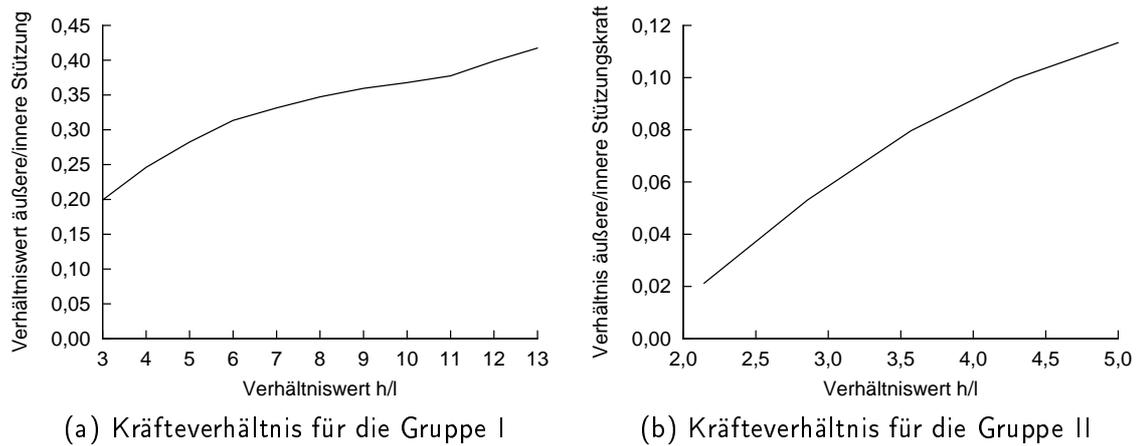


Abbildung 8.12: Verhältnis h/l mit den dazugehörigen Stützungskraftverhältnissen bei Steigerung der Trägerhöhe

ergaben, dass das Verhältnis h/l den Effekt allein nicht abbilden kann. Daher wurde die Trägerschlankheit λ mit berücksichtigt und durch weitere Auswertungen der Rechenresultate stellte sich zusätzlich ein Faktor 2 als zielführend heraus. Somit ergibt sich zur Abschätzung der horizontalen Lasten auf den Horizontalverband der Verhältniswert K_V mit der Gesamträgerlänge l zu:

$$K_V = \frac{h}{2 \cdot \lambda} \quad (8.6)$$

wobei sich die Trägerschlankheit λ mit der effektiven Länge l_{eff} zwischen den horizontalen Stützungen berechnet zu:

$$\lambda = \sqrt{\frac{l_{eff} \cdot h}{b^2}} \quad (8.7)$$

Um aus der Gleichstreckenlast q_d mit K_V die entsprechenden verhältnismäßigen Stabilisierungszellenlasten auf die Verbandspfeiler berechnen zu können, müssen die dazugehörigen Lastezugsbreiten aus Abbildung 8.9 bekannt sein. Unter dem Ansatz, dass die Lastezugsbreiten das selbe Verhältnis K_V wie die Horizontallasten haben, lassen sich die Lastezugsbreiten l_1 und l_2 wie folgt berechnen:

$$l_1 = \frac{3}{4} \cdot l - 2 \cdot l_2 \quad (8.8)$$

$$l_2 = K_V \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot l - 2 \cdot l_2 \right) \quad (8.9)$$

Somit ergeben sich nach Umformung für die Lastezugsbreiten l_1 und l_2 die Formeln

$$l_2 = \frac{3/4 \cdot K_V \cdot l}{1 + 2 \cdot K_V} \quad (8.10)$$

$$l_1 = \frac{l_2}{K_V} \quad (8.11)$$

Der in Gleichung (8.8) angegebene Vorfaktor vor der Trägerlänge l ist nur für den vorliegenden Fall eines Biegeträgers mit 3 horizontalen Stützungen und somit 4 Feldern in horizontaler Richtung gültig. Bei anderer ungerader Anzahl von seitlichen Stützungen am Träger, ist der Bruch mit den entsprechenden Werte für den Vorfaktor zu bilden. Die horizontalen Aussteifungskräfte auf den Dachverband in Verbandsmitte und in den Verbandsviertelpunkten ergeben sich dann mit der Seitenlast q_d aus DIN EN 1995-1-1 [9] zu:

$$F_{Mitte} = q_d \cdot l_1 \quad (8.12)$$

$$F_{ausßen} = q_d \cdot l_2 \quad (8.13)$$

8.3.3 Vergleichsrechnung mit Verhältnisbeiwert K_V

Zur Verifizierung der erstellten Gleichung und Vorgehensweise zur Erfassung der unterschiedlichen horizontalen Stabilisierungslasten in Trägermitte und an den Viertelpunkten und zur Einordnung der Ergebnissenauigkeit werden die Abstützungskräfte mit der q_d -Formel aus [9] mit dem Verhältnisbeiwert K_V berechnet und den Ergebnissen aus den Berechnungen nach Theorie II. Ordnung gegenübergestellt. Tabelle 8.1 enthält die so gewonnenen Werte für die Ausgangsträger der durchgeführten Parameterstudie in der Gruppe I mit einer Schlankheit von $\lambda = 12,25$ und in der Gruppe II mit $\lambda = 20,70$.

Tabelle 8.1: Vergleich der horizontalen Stabilisierungslasten nach Theorie II. Ordnung und durch Abschätzung mit q_d und K_V

Gruppe	Trägermitte K_V [kN]	ausßen K_V [kN]	Trägermitte Solo [kN]	ausßen Solo [kN]	Verhältnis Trägermitte	Verhältnis Viertelpunkt
I	9,715	2,380	7,737	2,426	1,256	0,981
II	15,060	1,559	15,631	1,557	0,963	1,001

Die in der Tabelle 8.1 unter *Trägermitte* K_V angegebenen Werte entsprechen den durchgeführten händischen Berechnungen der horizontalen Ersatzlast q_d nach DIN EN mit dem neu eingeführten Verhältniswert K_V in der Mitte des Horizontalverbandes. Die Angabe *ausßen* K_V bezeichnet die auf diese Art und Weise berechnete Horizontalkraft an der äußeren seitlichen Stützung im Trägerviertelpunkt. Die Spalten mit der Bezeichnung *Solo* enthalten die horizontalen Kräfte nach Theorie II. Ordnungsberechnung mit *constantialigni*. Am Ende wird das Verhältnis der jeweiligen Horizontalkraftwerte gebildet, indem der händisch berechnete Wert durch den genauer berechneten Wert nach Theorie II. Ordnung geteilt wird. Für die Gruppe II konnten durch die Abschätzung mit K_V sehr gute Ergebniswerte erreicht werden. Die Stabilisierungskraft in Trägermitte der Gruppe I konnte zwar genauer abgeschätzt werden, als das bisher durch die gleichmäßige Belastung durch q_d der Fall war, dennoch wird der Wert um 25% zu groß angegeben.

Auch die Betrachtung der Ergebnisse für die Berechnung der horizontalen Stabilisierungslasten mit der eingeführten Beziehung (8.6) bei weiter untersuchten Parametern lieferte für die Gruppe II gute Abschätzungswerte. So sind in Abbildung 8.13 die seitlichen Abstützungskräfte für die Variation der Trägerlänge und der Holzfestigkeitsklasse gegeben. Die dargestellten Kurven mit Bezeichnung *F – Mitte* stellen dabei die nach Gleichung (8.12) berechneten

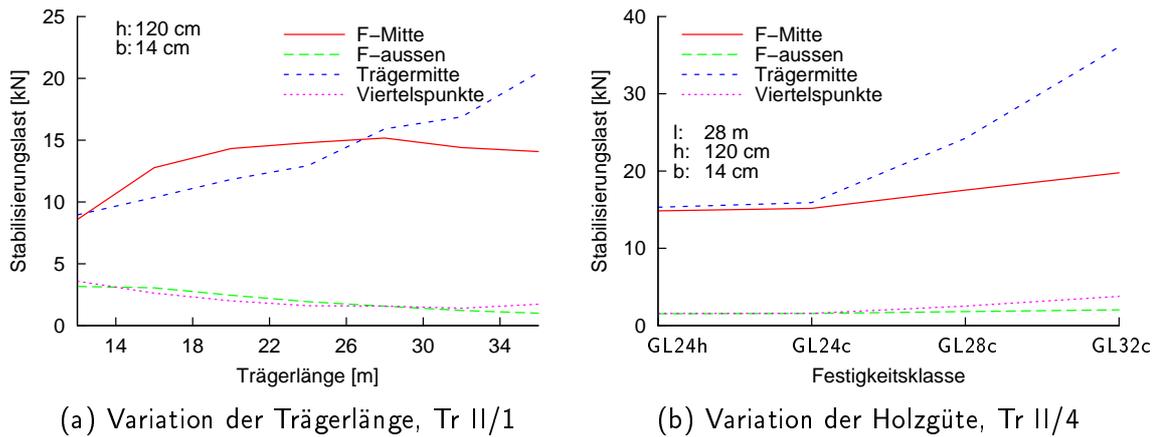


Abbildung 8.13: Vergleich der Ergebnisse aus genauer Berechnung mit den aus K_V multiplizierten q_d -Lasten für die Gruppe II

Horizontalkräfte dar und die Kurven mit der Bezeichnung $F - aussen$ die Werte für die nach Gleichung (8.13) berechneten Kräfte. Verglichen werden die Kurven mit den Rechenresultaten aus *constantaligni*, jeweils in *Trägermitte* und in den *Viertelspunkten*. Die Kurven für die Variation der Trägerlänge zeigen ähnliche Verläufe nach Theorie II. Ordnung und nach Abschätzung mit q_d und K_V . Vor allem die Kurve für die seitliche Stützung in Trägermitte zeigt deutlich größere und sich anpassende Werte als bisher ohne den Faktor K_V . Bei Betrachtung der Ergebnisse für die Veränderung der Holzfestigkeit in Abbildungsteil (b) zeigt, dass der Einfluss einer höheren Biegefestigkeit und dadurch eine Zunahme der vertikalen Lasten bisher durch die Abschätzung nur leicht erfasst werden kann. Für die gängigen Festigkeitsklassen GL24h und GL24c treten gute Übereinstimmungen auf, die jedoch mit zunehmender Festigkeitsklasse abnehmen.

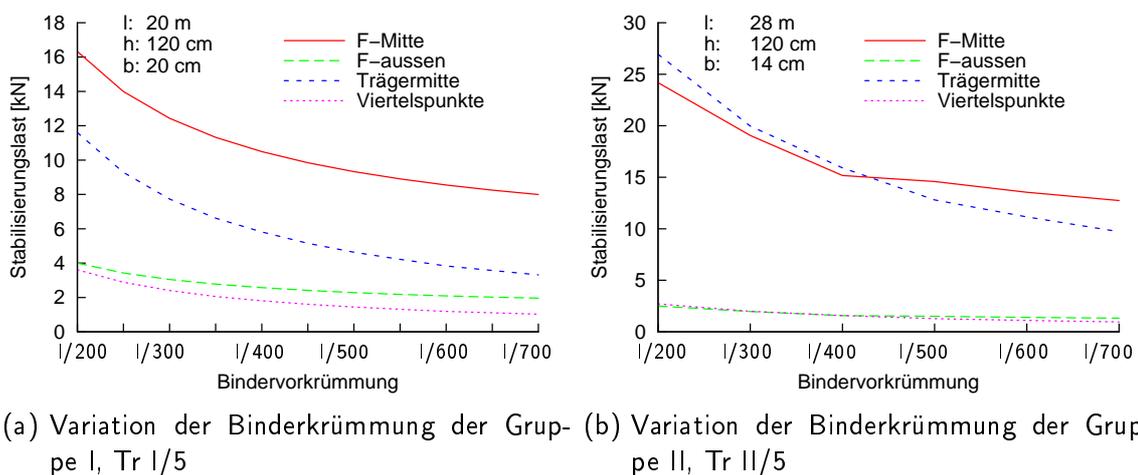


Abbildung 8.14: Vergleich der Ergebnisse mit K_V multiplizierten q_d -Lasten bei variiertem Vorverformung

Wie bereits in Tabelle 8.1 dargestellt, trifft die Abschätzformel mit K_V bei der gedrungeneren Gruppe I die auftretenden Stabilisierungslasten nicht im gleichen Maße, wie bei der Gruppe II. Abbildung 8.14 zeigt dazu beispielhaft die Ergebnisverläufe bei Variation der

Trägervorkrümmung. Die Werte für $F - Mitte$ und $F - aussen$ wurden dabei unter Berücksichtigung der angesetzten Vorkrümmung im Beiwert k_N (vgl. Gl. (8.4)) mit q_d berechnet. Somit ergibt sich ein, dem Ergebnissen aus Theorie II. Ordnungsberechnung, angepasster Verlauf. Die Ergebnissen der schlanken Gruppe II stimmen recht gut überein, während die Berechnungen der Gruppe I die Werte nach *constantialigni* um einen konstanten Betrag verfehlen. Die ausgegebenen Horizontalkräfte nach Abschätzung durch die Handrechnungsformel liegen dabei für die Stützung in Trägermitte und in den Viertelpunkten stets oberhalb der Lasten nach Theorie II. Ordnung. Ähnliche Verläufe ergeben sich für alle untersuchten Parameter der Gruppe I, bei denen die Horizontalkraft in den äusseren Stützpunkten knapp überschritten wird und die Kraft in Trägermitte deutlich über den genau berechneten Werten liegen, während für die Gruppe II an den Viertelpunktstützungen für alle berechneten Parametervariationen sehr gute Ergebnisse durch die neue Abschätzung erzielt werden und lediglich die Abschätzung für die Stabilisierungslast in Trägermitte bei Variation der Trägerbreite den Kräfteverlauf nicht nachbilden kann.

8.3.4 Ergebniszusammenfassung

Durch die Einführung des Verhältnisbeiwertes K_V ist es möglich, die berechneten horizontalen Stabilisierungslasten nach der Norm [9] nicht mehr gleichmäßig anzusetzen. Die Berechnungen nach Theorie II. Ordnung zeigten deutliche Unterschiede in den horizontalen Stützlasten in Verbandsmitte und in den Viertelpunkten des Horizontalverbands. Die Ergebnisse für alle untersuchten Trägerkonfigurationen zeigten gute Übereinstimmungen durch den Ansatz von K_V für die Stützungen in den Trägerviertelpunkten. Für die maximal auftretende Stabilisierungslast in Trägermitte konnte für gedrungene Querschnitte bisher keine sehr genaue Abschätzung durch den Beiwert erreicht werden. Der Einfluss der Trägerbreite auf die Verteilung der Stützlasten konnte in den Auswertungen der Rechen- und Vergleichsergebnisse noch nicht genau erfasst werden. Der eingeführte Beiwert K_V nach Gleichung (8.6) wurde am Binder mit konstanter Querschnittshöhe und drei seitlichen Stützungen hergeleitet. Vergleichende Berechnungen am Träger mit veränderlicher Querschnittshöhe brachten aufgrund der deutlich größeren Komplexität durch die nicht-konstante Querschnittshöhe keine eindeutigen Tendenzen und Zusammenhänge, die über einfache geometrische Abhängigkeiten abgebildet werden könnten. Für eine gerade Anzahl an seitlichen Stützungen am Biegeträger kann der Beiwert, bedingt durch die Herleitung am 3-fach gestützten Träger, nicht mit angesetzt werden.

8.4 Biegeträger mit mehreren Stützungen

8.4.1 Vorgehensbeschreibung

Die bisher berechnete Horizontalverbandskonfiguration mit 3 seitlichen Stützungen am Biegeträger stellt das ungünstigste System für die auftretende horizontale Stabilisierungslast in Trägermitte dar. Um eine Abschätzung für andere Verbandskonfigurationen mit mehreren seitlichen Stützungen am Biegeträger treffen zu können, werden Rechnungen mit einer Variation der Stützungsanzahl von 2 Stützungen bis zu 8 Stützungen durchgeführt. Eine Berechnung mit dem Computerprogramm *constantialigni* ist für einen biegedrillknickgefährdeten Träger mit mehr als 3 seitlichen Stützungen nicht möglich. Somit werden die Berechnungen

mit dem Programm KSTAB der RUBSTAHL-Reihe [32] durchgeführt. Da durch die Ausgabe der Rechenresultate in RUBSTAHL keine Horizontalkraft am Obergurt des Binders berechnet werden kann, werden die seitlichen Stützungen in den folgenden Rechnungen zur Abschätzung der Verteilung der Stabilisierungslast in der Schwerachse des Binders angesetzt. Die Querschnittsabmessungen und Trägerlängen für die zwei untersuchten Träger (Träger I und Träger II) sind in Tabelle A.1 dargestellt. Die weiteren Parameter am gekoppelten System von Biegeträger und Horizontalverband entsprechen den Ausgangsparametern der Parameterstudie (vgl. Tab. 7.1). Die Berechnungen der Verbandsverformungen werden wieder mit RSTAB [11] durchgeführt und die Iterationsschritte solange weitergeführt, bis die Ergebnisse für die Horizontalverformung konvergieren.

Tabelle 8.2: Trägerabmessungen für die Berechnungen mit mehreren horizontalen Stützungen

	Träger I	Träger II
Spannweite	30 m	36 m
Trägerhöhe	120 cm	120 cm
Breite	20 cm	14 cm
h/b-Verhältnis	6	8,57
Anzahl der seitlichen Stützungen	von 2 bis 8	von 2 bis 8

8.4.2 Auftretende Stabilisierungslasten

Der Träger I stellt somit aufgrund seiner kürzeren Trägerlänge und der größeren Trägerbreite den gedrungeneren Querschnitt dar. Die Ergebnisse für die auftretenden horizontalen Stabilisierungslasten nach der Berechnung nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung mit RUBSTAHL [32] sind in Abbildung 8.15 dargestellt. Abgebildet sind die Ergebnisse für eine seitliche Stützungsanzahl von 2 Stützungen bis zu einer seitlichen Stützungsanzahl von 8 Stützungen, jeweils bei einer Trägerlänge von 30 m. Auffällig ist, dass die Stabilisierungslasten bei 2 Stützungen über dem Maximalwert von 3 Stützungen liegen. Für die restlichen Berechnungen mit mehr als 2 Stützungen liegen die Ergebniswerte alle in einem ähnlichen Bereich, der sich parabelförmig mit Stich in Trägermitte ausbildet. Eine klare Abhebung der Stabilisierungskräfte beim System mit 3 seitlichen Stützungen von den anderen Verbandssystemen ist, entgegen der Vermutung, am gedrungeneren Querschnitt nicht erkennbar.

Zum Vergleich sind in Abbildung 8.16 die Ergebnisse für die durchgeführten RUBSTAHL-Berechnungen am schlankeren Träger II dargestellt. Die Wertepunkte streuen dabei in einem deutlich größeren Bereich. Bereits ab einer Anzahl von 4 seitlichen Stützungen tritt an der auflagnahen Stützung eine negative Kraft auf, d.h. die horizontale Verformung

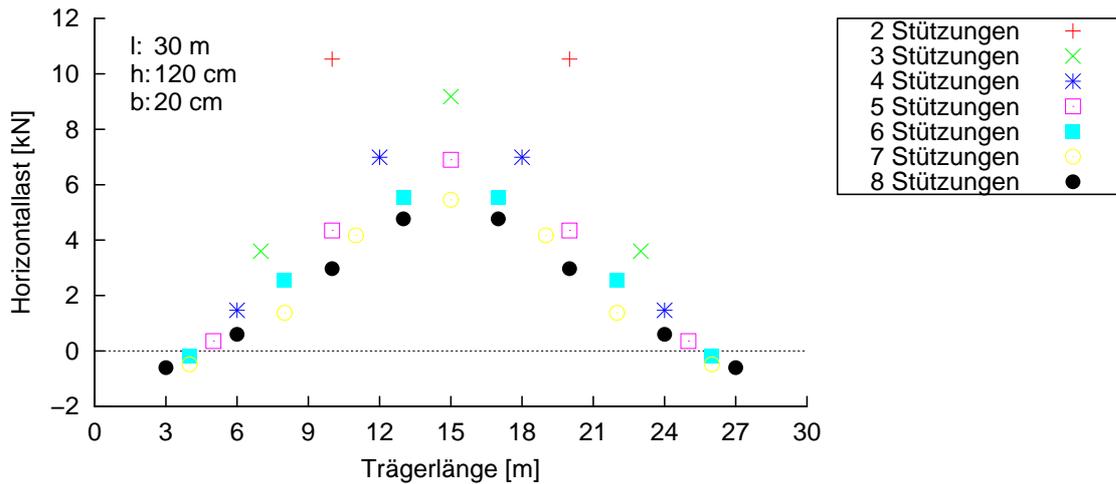


Abbildung 8.15: Berechnete Horizontalkräfte auf den Verband nach RUBSTAHL [32] für den Träger I

des Binders an dieser Stelle wirkt entgegen der aufgebrachtten Vorverformung. Für den in der Parameterstudie berechneten Fall mit 3 horizontalen Stützungen ist erkennbar, dass die Stutzungskraft in Verbandsmittte deutlich von der restlichen Werteumgebung und der auftretenden Kraft in den Viertelpunkten abweicht.

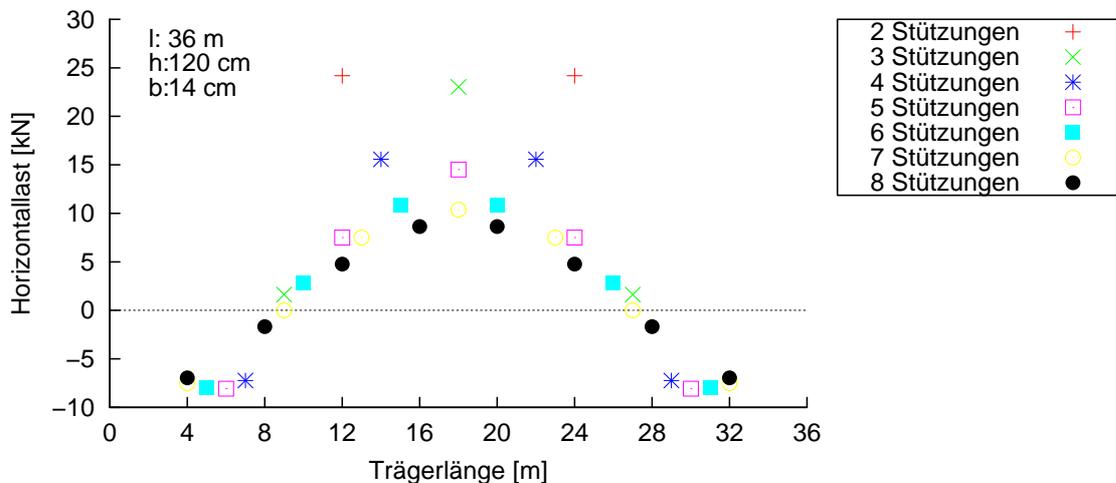


Abbildung 8.16: Berechnete Horizontalkräfte auf den Verband nach RUBSTAHL [32] für den Träger II

8.4.3 Berechnete Stützungssteifigkeiten

Mit den horizontalen Stabilisierungskräften aus RUBSTAHL [32] (vgl. Abb. 8.15) und den daraus resultierenden Verformungen des Dachverbands in RSTAB [11] werden die erforderlichen Stützungssteifigkeiten pro seitlicher Halterung berechnet. In Abbildung 8.17 sind die so erhaltenen Steifigkeitswerte für den gedrunenen Träger I dargestellt. Wie bereits bei den auftretenden Horizontalkräften auf den Verband ergibt sich ein recht konstanter Wertebereich

der Steifigkeit von ca. 10 kN/cm für die meisten Stützungsstellen. Leichte Abweichungen von diesen parabelförmigen Werteverläufen finden für den Träger mit 2 seitlichen Stützungen, sowie bei Trägern mit mehr als 5 Stützungen an der auflagnahen Stützung statt.

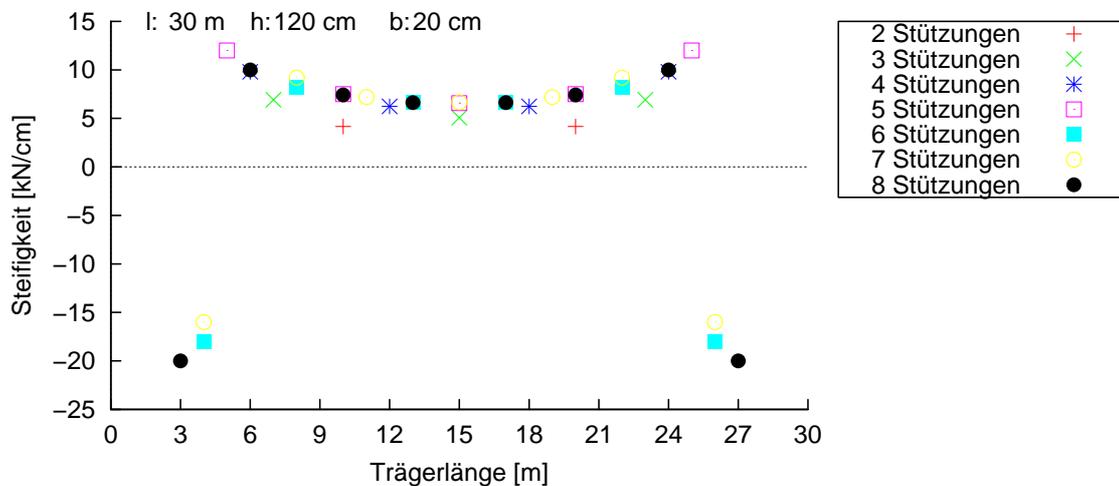


Abbildung 8.17: Stützungssteifigkeiten bei Variation der Stützungsanzahl am Träger I

Die Steifigkeitswerte für die Berechnungen mit unterschiedlicher Stützungsanzahl am schlankeren Träger II in Abbildung 8.18 verteilen sich, vor allem für die Stützungen im äußeren Viertelsbereich des Trägers, auf einen größeren Wertebereich. Die Stützungssteifigkeit im mittleren Bereich des Trägers ($l = 9$ m bis $l = 27$ m) ergeben sich wiederum für die untersuchten Stützungsanzahlen zu einem ähnlichen Wert. Lediglich für den Träger mit geringer Anzahl an seitlichen Stützungen (2 und 3 Stützungen) sind Werteabweichungen erkennbar. Die angegebenen Steifigkeitswerte von Null (schwarze Punkte im Schaubild) resultieren aus der berechneten Horizontalkraft aus RUBSTAHL, die sich für den dargestellten Fall mit insgesamt 7 Stützungen für die zweite Stützung vom Auflager kommend zu Null ergibt.

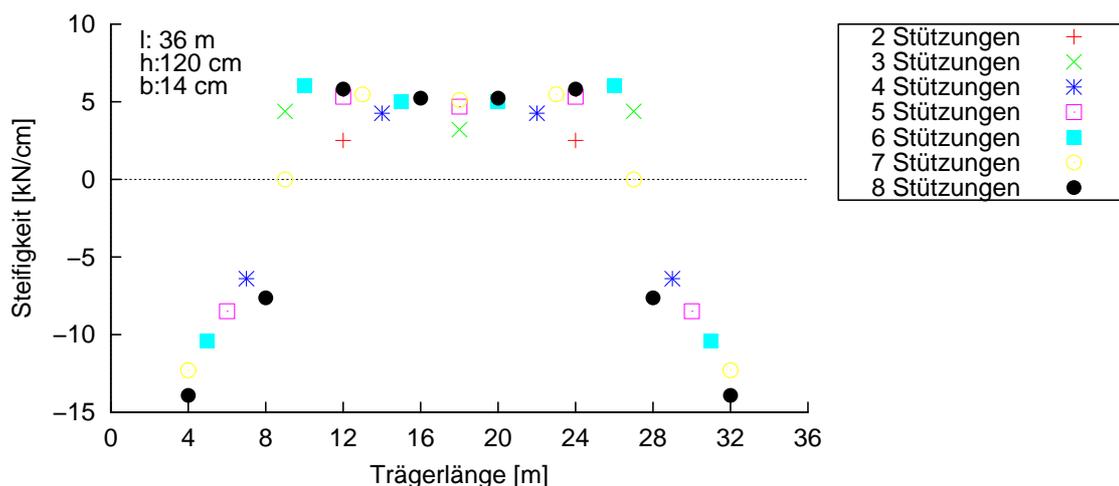


Abbildung 8.18: Stützungssteifigkeiten bei Variation der Stützungsanzahl am Träger II

Bedingt durch die Horizontalverformung des Biegeträgers entgegen der Vorverformungsrichtung ergeben sich die in Schaubild 8.17 und 8.18 dargestellten negativen Stützungssteifig-

keiten, die darstellen sollen, dass eine Stützungssteifigkeit in Lastrichtung nicht erforderlich ist, sondern die horizontale Stützung in entgegengesetzter Richtung erfolgen muss.

8.4.4 Vergleich der berechneten Horizontallasten mit DIN EN 1995 [9]

Die berechneten horizontalen Stabilisierungskräfte aus RUBSTAHL [32] werden nun mit den berechneten Horizontalkräften nach der Gleichung (8.1) aus DIN EN 1995 [9] verglichen, um Erkenntnisse darüber zu bekommen, mit welcher Sicherheit und mit welcher Genauigkeit nach der aktuell gültigen Norm die auftretenden Kräfte auf den Verband abgeschätzt werden. Dazu wurden zum Vergleich die Gleichstreckenlasten für jede Verbandskonfiguration mit der jeweiligen Stützungsanzahl nach der Gleichung (8.1) aus DIN EN 1995 ermittelt und über die entsprechende Lasteinzugsbreite zu Einzelkräften auf den Verband berechnet. Die

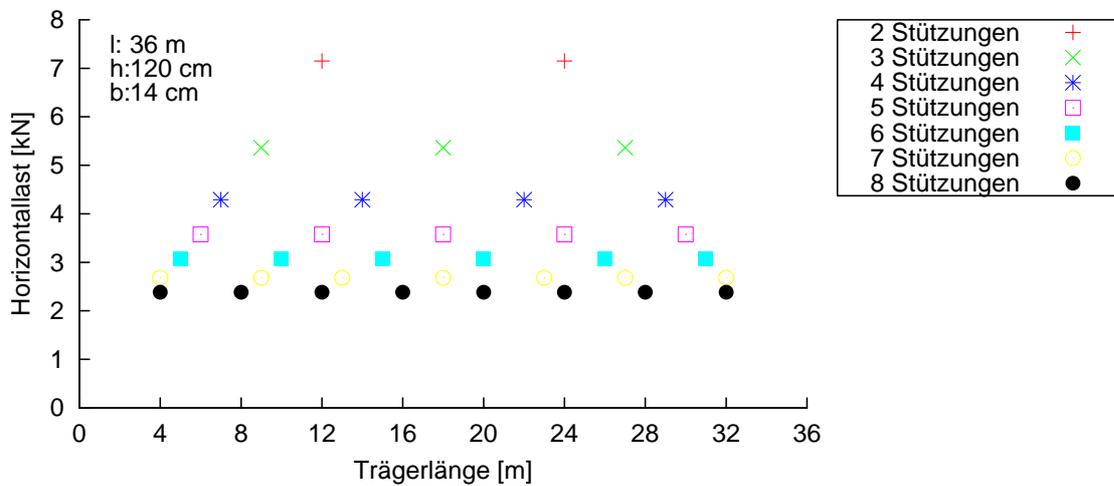


Abbildung 8.19: Stabilisierungskräfte nach q_d [9] für den Träger II

Ergebnisse für den Träger II sind in Abbildung 8.19 angegeben. Für den Träger I ergibt sich für die berechneten Horizontallasten das gleiche Schaubild, die Werte sind jedoch jeweils um einen geringen Wert höher. Da in der Norm [9] keine verhältnismäßige Aufteilung der Horizontalkräfte stattfindet, nehmen die Stabilisierungslasten nach DIN EN 1995 für jede seitliche Stützungsstelle denselben Wert an. Durch Steigerung der Stützungsanzahl und damit Verringerung der Lasteinzugsbreite nimmt die Größe der Horizontalkraft kontinuierlich ab.

Da der bisher in der Parameterstudie untersuchte Fall mit 3 seitlichen Stützungsstellen wahrscheinlich den ungünstigsten Fall im Bezug auf die Verteilung der Horizontalkräfte darstellt, wird nun die maximal berechnete Stabilisierungslast in Trägermitte (oder bei gerader Anzahl von Stützungen die erste Stützung nach der Trägermitte) nach Theorie II. Ordnung mit der berechneten Horizontalkraft nach q_d aus DIN EN 1995 ins Verhältnis gesetzt. Der so erhaltene Verhältniswert für die durchgeführten Berechnungen mit einer Anzahl von 2 bis 8 Stützungen ist in den Schaubildern in Abbildung 8.20 für beide untersuchten Träger I und II dargestellt. Für beide Träger nimmt das Verhältnis RUBSTAHL/ q_d immer einen Wert größer als 1 an, sodass die berechnete maximale Stabilisierungslast nach Theorie II. Ordnung ständig über den abgeschätzten Werten nach DIN EN 1995 liegt. Wie in Schaubild (b)

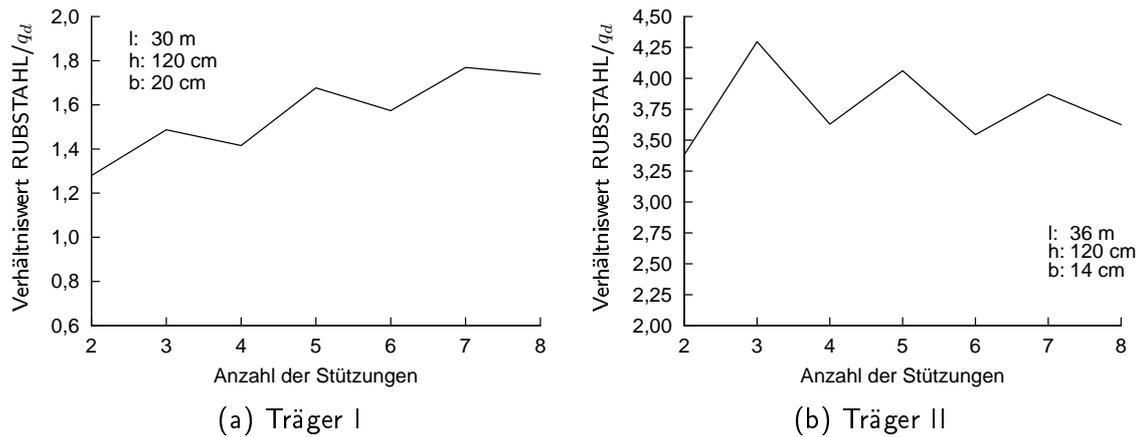


Abbildung 8.20: Vergleich der maximalen Horizontalkräfte in Feldmitte zwischen RUBSTAHL [32] und q_d -Einzellasten nach Norm [9]

in Abbildung 8.20 für den schlankeren Träger II ersichtlich ist, ist der Fall mit 3 seitlichen Stützungen der Extremfall. Dennoch nehmen die Werte mit zunehmender Stützungsanzahl nicht übermäßig ab, sodass die Abschätzung für die Stabilisierungslast in Verbandsmittle nach DIN EN 1995 weiterhin deutlich unter den Werten aus RUBSTAHL liegen. Beim Vergleich der Schaubilder für Träger I und Träger II wird deutlich, dass die Abschätzung mithilfe von q_d nach [9] für den schlankeren Träger stärker von den Werten aus RUBSTAHL abweichende Werte liefert, als dies am gedrungeneren Träger I der Fall ist. Beim schlanken Träger II sieht man dazu deutlich, dass bei ungerader Anzahl der Stützungen und damit dem Vorhandensein einer horizontalen Stützung in Trägermitte größere Maximalkräfte berechnet werden. Für den Träger I ist dieses Verhalten nicht so deutlich erkennbar, auch weil der Fall mit 2 Stützungen eine, im Vergleich mit den Ergebnissen der anderen Stützungsanzahlen, größere Abweichung liefert.

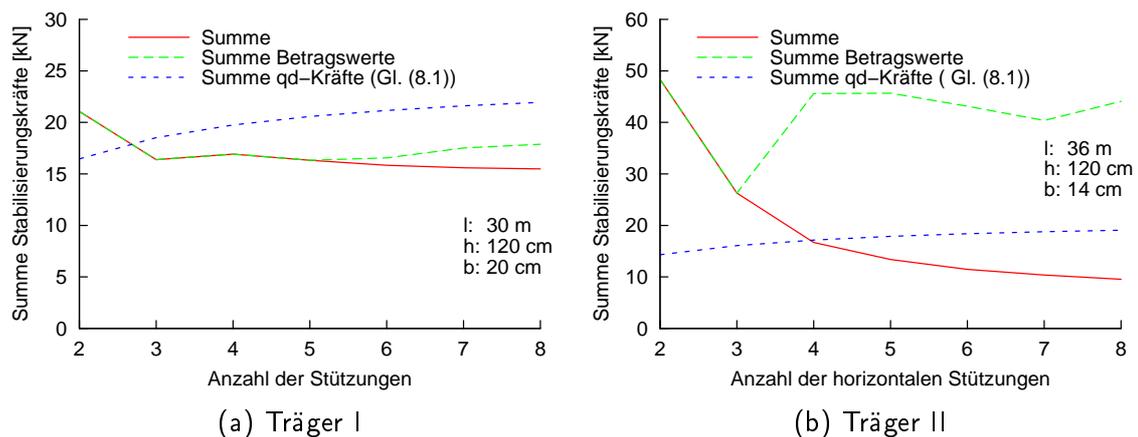


Abbildung 8.21: Vergleich der aufsummierten horizontalen Stabilisierungskräfte nach Theorie II. Ordnung und nach Gleichung (8.1) aus DIN EN 1995 [9]

Wie bereits in Abbildung 8.1 dargestellt, wird die maximale horizontale Stabilisierungslast nach Theorie II. Ordnung in Trägermitte für alle untersuchten Trägerlängen mit der Methode nach DIN EN 1995 nicht erreicht. Die Summe der Einzelkräfte nach DIN EN 1995

liegt dabei jedoch bis zu einer Trägerlänge von 28 m in der selben Größenordnung wie die Summe der Ergebnisse aus Theorie II. Ordnung. Zur Überprüfung, ob die Summe der Stabilisierungskräfte mithilfe der Gleichung (8.1) aus DIN EN 1995 erfasst werden kann, werden die Summenwerte der Kräfte nach Theorie II. Ordnung und der q_d -Einzelkräfte gebildet und in Abbildung 8.21 einander gegenübergestellt. Durch den auftretenden Effekt, dass die horizontalen Stützungskräfte bei mehreren seitlichen Stützungen im auflagernahen Bereich negative Werte annehmen, wird in den Schaubildern zusätzlich die Gesamtsumme der horizontalen Kräfte mithilfe der Betragswerte der einzelnen Kräfte gebildet. Für den gedrungenen Träger I in Abbildungsteil (a) liegt die Summe der Abschätzung mit q_d nur für den Fall von zwei horizontalen Stützungen unterhalb der Werte aus Theorie II. Ordnung. Für alle weiteren untersuchten Stützungsanzahlen liegt die Summe nach DIN EN 1995 deutlich über der berechneten Summe aus Theorie II. Ordnungs-Berechnung. Beim schlankeren Träger II liegt die Summe der Abschätzung nach DIN EN 1995 für Bindersysteme ab 5 seitlichen Stützungen über den Vergleichswerten, was auf die relativ großen, negativen Werte der Stabilisierungslasten an den äußeren Stützungen zurückzuführen ist. Werden nur die Betragswerte der Horizontallasten nach Theorie II. Ordnung betrachtet, liegt diese Summe wiederum deutlich über der Schaubildkurve für q_d aus [9].

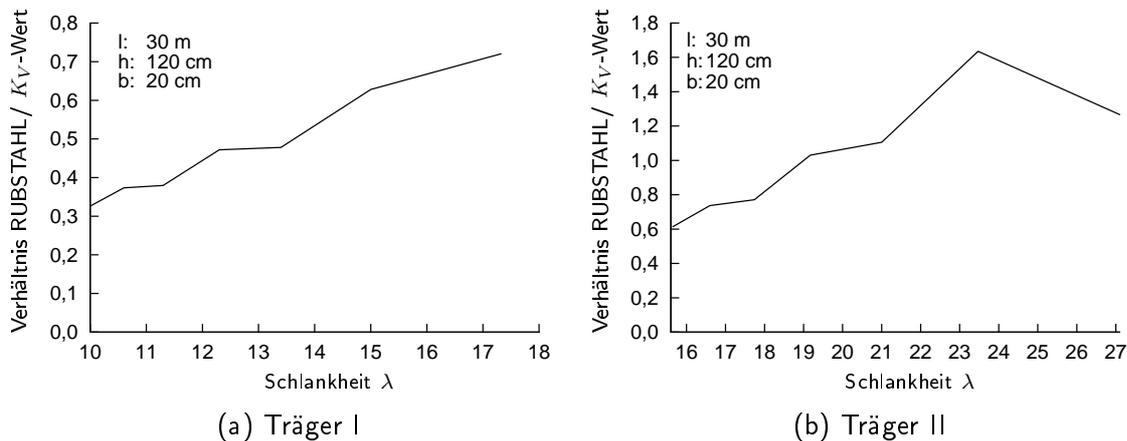


Abbildung 8.22: Vergleich des maximalen Horizontalkraftwertes aus RUBSTAHL [32] mit der mit K_V berechneten maximalen Stabilisierungslast bei unterschiedlicher Stützungsanzahl

Mit zunehmender Stützungsanzahl nimmt bei gleich bleibender Trägerlänge die Schlankheit des Binders ab, da die effektive Kipplänge zwischen den seitlichen Stützungen verringert wird. Da mit abnehmender Trägerschlankheit λ die Summe der Horizontalkräfte nach DIN EN 1995 über den Werten nach Theorie II. Ordnung liegt (vgl. Abb. 8.21) und der Maximalwert der auftretenden Horizontalkraft in Trägermitte mit der gleichmäßigen Verteilung der mit q_d berechneten Stabilisierungslasten aus DIN EN 1995 auch bei gesteigerter Stützungsanzahl nicht erfasst werden kann (vgl. Abb. 8.20), wird der am statischen System mit 3 seitlichen Stützungen hergeleitete Verhältnisswert K_V zum Vergleich bei allen Trägersystemen von 2 bis 8 seitlichen Stützungen mit angesetzt. Die Ergebnisse des Vergleichswertes der maximalen Horizontalkraft nach Theorie II. Ordnung zu der mit K_V ermittelten Last nach DIN EN 1995 sind in Abbildung 8.22 über die Trägerschlankheit λ aufgetragen. Für den gedrungenen Träger I liegt somit die Abschätzung der maximalen Horizontalbelastung in Trägermitte mit q_d und K_V für alle untersuchten Biegeträger mit unterschiedlicher Anzahl von horizontalen

Stützungen über den Werten nach Theorie II. Ordnung. Am schlankeren Träger II liefert die Abschätzung mit K_V bis zu einer Trägerschlankheit von $\lambda = 19$, was einem Trägersystem mit mehr als 4 seitlichen Stützungen entspricht, größere Werte. Somit kann zur genaueren Abschätzung der maximalen Stabilisierungslast der Verhältniswert K_V auch bei Trägern mit mehreren seitlichen Stützungen und einer Trägerschlankheit $\lambda < 19$ Anwendung finden.

8.4.5 Zusammenfassung

Die Berechnungen mit mehreren seitlichen Stützungen mit RUBSTAHL [32] ergaben, dass bei Trägersystemen mit mehr als 4 seitlichen Stützungen die horizontalen Verformungen am Träger und daraus folgend die horizontalen Stützungskräfte in der auflagnahen Stützung entgegen der Vorverformungsrichtung wirken. Bei den untersuchten Trägersystemen mit mehr als 3 Stützungen konnte mithilfe der q_d -Gleichung aus DIN EN 1995 [9] keine genaue Abschätzung für die maximale Stabilisierungslast erreicht werden. Die Abweichungen der Maximalwerte zwischen DIN EN 1995 und Theorie II. Ordnung sind dabei bei schlanken Trägern deutlich größer. So ist der maximale Wert nach Theorie II. Ordnung bis zu 4-mal größer als die Abschätzung der Einzelkräfte aus einer gleichmäßig verteilten Last. Durch Benutzung des hergeleiteten Verhältniswertes K_V auch bei Trägern mit mehr als 3 seitlichen Stützungen, konnte eine genauere Abschätzung der maximal auftretenden Stabilisierungslast in Trägermitte bis zu einer Trägerschlankheit von $\lambda = 19$ erreicht werden. Bei gedrungeneren Querschnitten konnte der Maximalwert der Stabilisierungslast nach Theorie II. Ordnung mithilfe der q_d -Abschätzung in der Norm ebenfalls nicht erreicht werden, jedoch entspricht die einwirkende Horizontalkraftssumme auf den Verband ab einer Stützungsanzahl von 3 seitlichen Stützungen der Summe der Kräfte aus der genaueren Berechnung. Beim untersuchten Träger II mit einer höheren Trägerschlankheit liegt die Summe der Horizontalkräfte nach DIN EN 1995 erst für Systeme mit mehr als 5 Stützungen erkennbar über der Summe aus der Berechnung nach Theorie II. Ordnung. Für beide untersuchten Schlankheiten kann festgehalten werden, dass für ein Trägersystem mit 2 seitlichen Stützungen die Summe der horizontalen Stabilisierungslasten und somit auch die aufzubringende Last auf den Verband unterschätzt wird. Mit zunehmender Stützungsanzahl und somit geringerem Stützungsabstand und geringerer Trägerschlankheit λ nehmen die Stabilisierungslasten nach Theorie II. Ordnung ab und die Summe der Lasten kann mit Hilfe der aktuell gültigen Norm [9] abgeschätzt werden.

8.5 Vergleich DIN EN 1995-1-1, K_V -Methode und Petersen

Die bisher mit RUBSTAHL und unter Berücksichtigung des K_V -Wertes berechneten Stabilisierungslasten weisen einen Verlauf auf, der sich deutlich von einer Gleichstreckenlast unterscheidet. Die nach Eurocode 5 [9] berechneten Stabilisierungslasten dagegen werden als konstant über die Trägerlänge angesetzt. Um den Einfluss dieser unterschiedlichen Verteilung zu untersuchen, wurden für unterschiedliche Trägerlängen bei sonst gleichbleibenden geometrischen Randbedingungen und gleicher Belastung die Stabilisierungskräfte nach Eurocode 5, mit der K_V -Methode und mit einem Verfahren nach Petersen [30] berechnet. Das Verfahren nach Petersen [30] berücksichtigt dabei wie die K_V -Methode den sinusförmigen Verlauf der Stabilisierungskräfte. Die geometrischen Randbedingungen des Dachverbands können Tabelle 8.3 entnommen werden, die Ergebnisse für die unterschiedlichen Trägerlängen sind in Abbildung 8.23 dargestellt. Das Vorgehen zur Bestimmung der Stabilisierungslasten nach den einzelnen Verfahren kann beispielhaft für die Trägerlänge $l = 28$ m dem Anhang A.2 entnommen werden.

Tabelle 8.3: Randbedingungen Träger

Spannweite l	20 m - 36 m	E_{mod}	1.100 kN/cm ²
Trägerhöhe h	120 cm	$E_{mod,0,05}$	910 kN/cm ²
Breite b	16 cm	$f_{m,k}$	2,4 kN/cm ²
Binderabstand e	500 cm	q_z	0,05 kN/cm
Anzahl der seitlichen Stützungen	3	$E_{mod,a}$	21.000 kN/cm ²
Vorkrümmung e	7 cm		
Anzahl Binder n	3		
Diagonalendurchmesser	10 mm		
Verbandspfosten	12 cm x 20 cm		

In Abbildung 8.23 ist deutlich zu sehen, dass die Stabilisierungskräfte nach der K_V -Methode lediglich eine Umverteilung der gleichmäßig verteilten Stabilisierungskräfte nach DIN EN 1995-1-1 darstellen. Die Summe aller entstehenden Stabilisierungskräfte ist daher für die K_V -Methode und für das Vorgehen nach DIN EN 1995-1-1 exakt gleich. Im Vergleich zu den Stabilisierungskräften nach DIN EN 1995-1-1 steigen die Stabilisierungskräfte nach Petersen mit zunehmender Trägerlänge überproportional an.

Die sich aus den berechneten Stabilisierungslasten ergebenden Verschiebungen in horizontaler Richtung sind für einen Verband mit der Länge $l = 28$ m in den Abbildungen 8.25

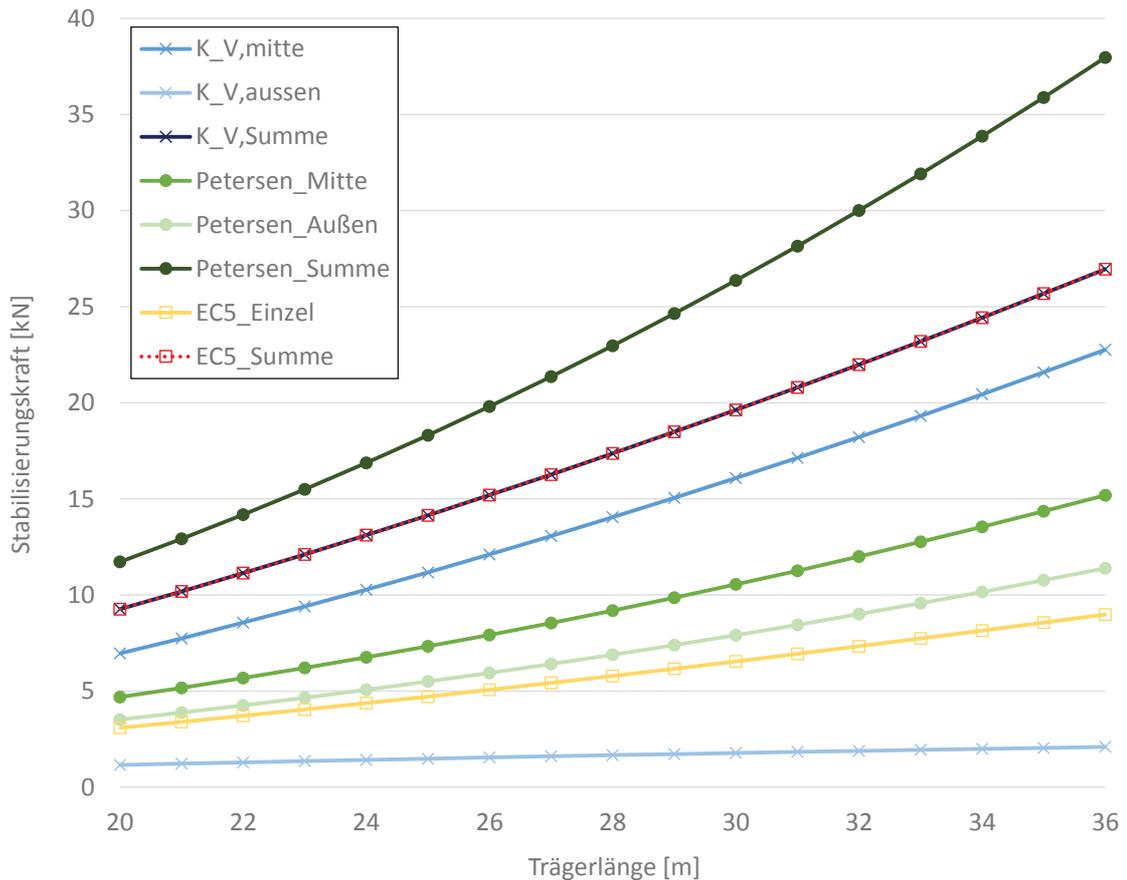


Abbildung 8.23: Vergleich der horizontalen Stabilisierungskräfte nach Petersen, nach Eurocode 5 und mit der K_V -Methode

- 8.26 gegeben. der Verlauf, der aus den Stabilisierungslasten nach Eurocode 5 resultiert, weicht dabei stark von den Verläufen ab, die mit den Stabilisierungskräften der K_V -Methode ermittelt wurden. Der Unterschied in den Maximalwerten der Verschiebungen betragen ca. 25%, obwohl die Summe der Stabilisierungskräfte für beide Methoden identisch ist. Die maximalen Verschiebungen, die sich mit den Kräften nach Petersen ergeben, weisen lediglich 3% Abweichung im Vergleich zu den Werten mit der K_V -Methode auf.

Diese Beispiel macht deutlich, dass der Verlauf der Verbandsverformung wesentlich von der angesetzten Verteilung der Stabilisierungskräfte abhängt. Es sollte daher bei der Bemessung von aussteifenden Verbänden ein von der Gleichstreckenlast abweichender Verlauf der Stabilisierungskräfte berücksichtigt werden, um einen realitätsnahen Verlauf der Verschiebungen für die Überprüfung des Verschiebungskriteriums zu erhalten.

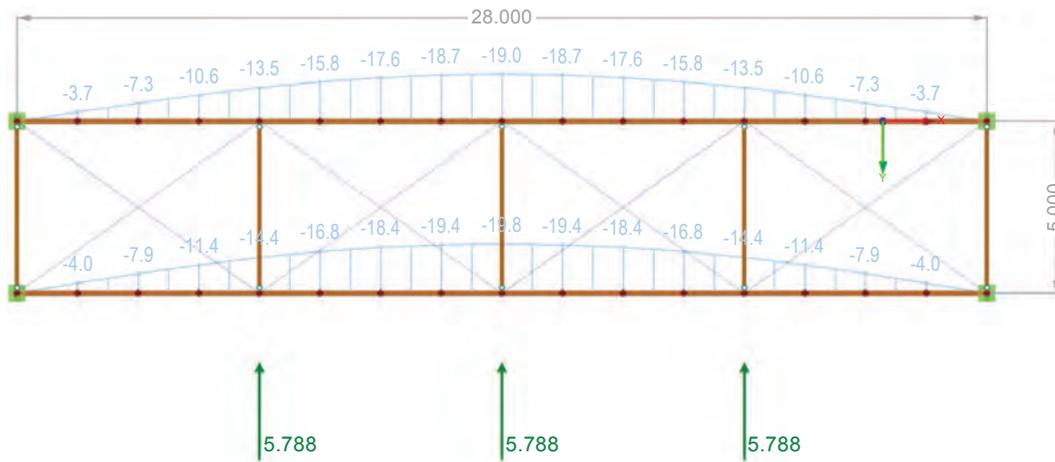


Abbildung 8.24: Verlauf der Verschiebung u_y für die Stabilisierungskräfte nach DIN EN 1995-1-1 [9]

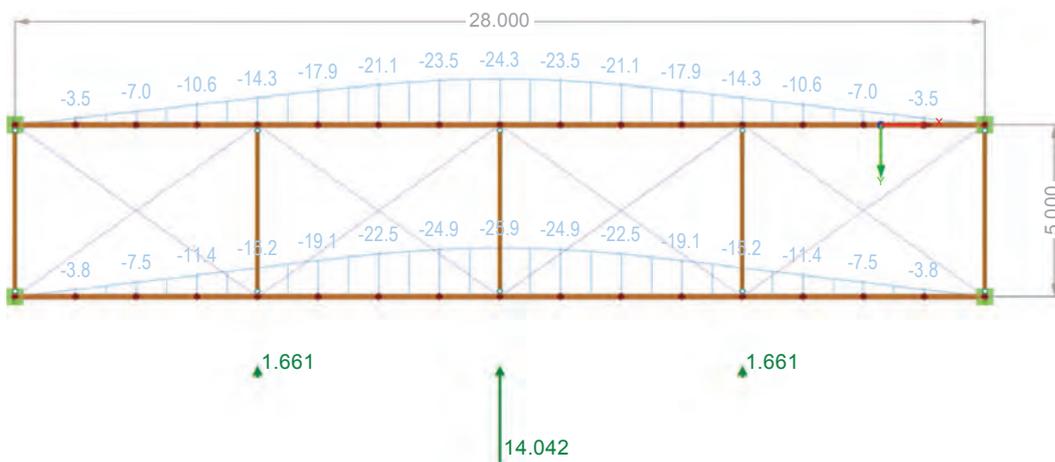


Abbildung 8.25: Verlauf der Verschiebung u_y für die Stabilisierungskräfte nach der K_V -Methode

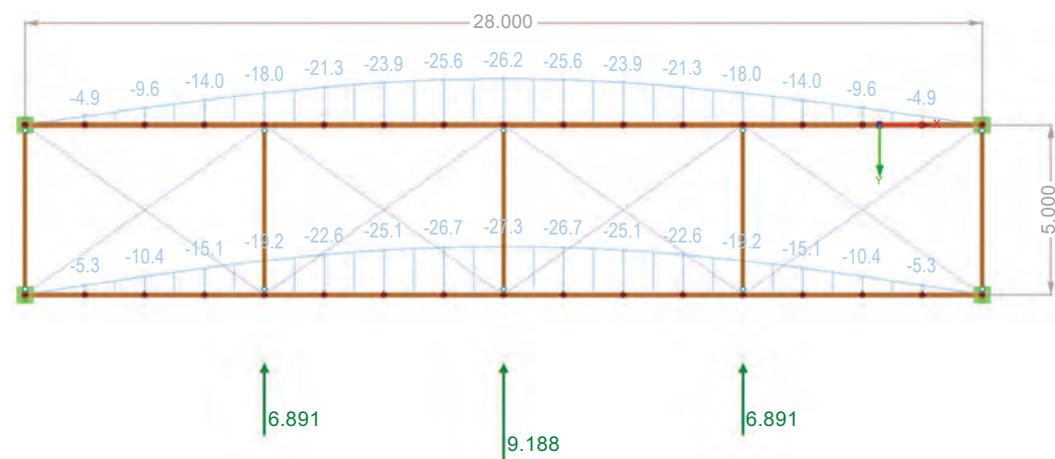


Abbildung 8.26: Verlauf der Verschiebung u_y für die Stabilisierungskräfte nach Petersen [30]

8.6 Empfehlungen für die sichere Auslegung von Horizontalverbänden

In den vorangegangenen Kapiteln wurden zahlreiche Berechnungen an Einfeldträgern mit drei horizontalen Stützungen des Obergurtes durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen dienen als Grundlage des im Folgenden vorgestellten Bemessungskonzeptes zur genaueren Berechnung der auftretenden Stabilisierungskräfte. Das entwickelte Verfahren stellt dabei eine Erweiterung der in DIN EN 1995-1-1 [9] festgelegten Bestimmung der Stabilisierungslast q_d für einen Einfeldträger dar. Da für große Schlankheiten λ die Stabilisierungslast q_d nach Norm zu abweichenden Ergebnissen im Vergleich zu einer Berechnung mit Lasten nach Theorie II. Ordnung führen kann, wird empfohlen, die tatsächlich auftretende Verteilung der Stabilisierungskräfte auf die Verbandspfetten durch den Verhältnisbeiwert K_v zu berücksichtigen. Für einen Verband mit drei horizontalen Stützungen am Obergurt können die Stabilisierungskräfte somit wie folgt berechnet werden:

1. Berechnung der Stabilisierungslast q_d nach DIN EN 1995-1-1 [9] (vgl. Formel (8.1))

2. Verhältnisbeiwert K_v bestimmen:

$$K_v = \frac{h/l}{2 \cdot \lambda}$$

mit

h = Querschnittshöhe des Biegeträgers in [cm]

l = Länge des Biegeträgers in [m]

λ = Schlankheit des Biegeträgers mit $\lambda = \sqrt{\frac{l_{eff} \cdot h}{b^2}}$

3. Bestimmung der Lasteinzugsbreiten l_1 und l_2 :

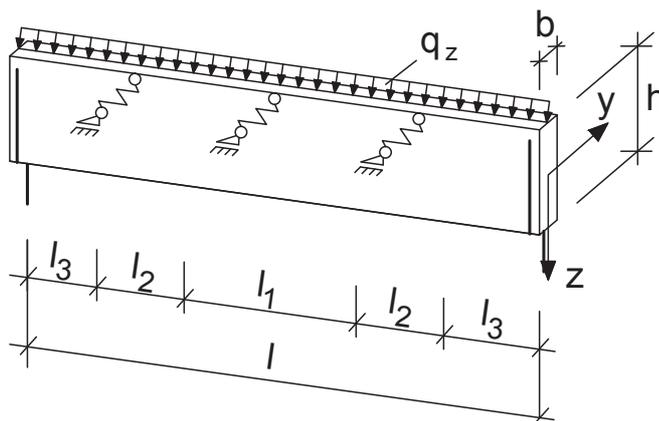


Abbildung 8.27: Lasteinzugsbreiten der horizontalen Stützungen

$$l_2 = \frac{0,75 \cdot K_v \cdot l}{1 + 2 \cdot K_v}; \quad l_1 = \frac{l_2}{K_v}$$

4. Aufteilung der Stabilisierungslast q_d auf die Verbandspfosten:

$$F_{Mitte} = q_d \cdot l_1 \qquad F_{aussen} = q_d \cdot l_2$$

Erste Untersuchungen haben gezeigt, dass eine Modifikation mit dem Beiwert K_v auch für mehr als 3 Stützungen bis zu einer Schlankheit $\lambda = 19$ zu genaueren Ergebnissen führt. Zusätzlich zu einer genaueren Aufteilung der Stabilisierungskraft können folgende Empfehlungen für eine vorteilhafte Auslegung des Horizontalverbands gemacht werden:

- Die Diagonalen des Horizontalverbandes sollten ausreichend steif ausgebildet werden, da deren Steifigkeit einen großen Einfluss auf die Horizontalverformungen und die Stützungssteifigkeiten hat.
- Für die Steifigkeit des Horizontalverbands haben sich die Höhe und die Länge des Verbands sowie die Diagonalenquerschnitte als maßgeblich erwiesen.
- Für Träger mit veränderlichem Querschnitt (z.B. Satteldachträger) sind auf Grundlage der bisherigen Untersuchungen keine eindeutigen, einfachen Aussagen zu einer sicheren Auslegung möglich. Ein Verhältnisbeiwert K_v , wie für den parallelgurtigen Binder, konnte nicht ermittelt werden.

Es wird an dieser Stelle noch einmal darauf hingewiesen, dass für andere als die untersuchten Randbedingungen zum jetzigen Zeitpunkt keine Empfehlungen ausgesprochen werden können. Das vorgestellte Verfahren zur Berücksichtigung der genauen Verteilung der Stabilisierungskräfte gilt nur für Träger mit konstantem Querschnitt und drei horizontalen Abstützungen. Für Träger mit mehr als drei Abstützungen gilt das Verfahren bis zu einer Schlankheit λ von 19.

9 Zusammenfassung und Ausblick

9.1 Zusammenfassung

Das Trag- und Verformungsverhalten des gekoppelten Systems von Biegeträger und Horizontalverband wurde anhand der durchgeführten Berechnungen an parallelgurtigen Bindern und an Bindern mit veränderlicher Querschnittshöhe nach Theorie II. Ordnung untersucht und die Ergebnisse mit den Last- und Verformungsansätzen der Norm verglichen. Durch die ungleichmäßig große horizontale Belastung auf den Aussteifungsverband durch die seitlichen Stützungen am Biegeträger entstehen in Verbandsmitte größere Einzelkraftbelastungen auf den Verband, als wie sie in DIN EN 1995-1-1 [9] durch die Gleichstreckenlast q_d angegeben werden. Für eine genauere und wirtschaftliche Bemessung des Horizontalverbands wurde daher ein Verhältnisfaktor K_V eingeführt, der die horizontalen Stabilisierungskräfte entsprechend der Ergebnisse aus der Parameterstudie auf die einzelnen Stützungen verteilt. Dieser Faktor ist abhängig von der Trägerschlankheit λ sowie vom Höhe-/Längeverhältnis h/l des Trägers.

Durch den Verhältniswert K_V werden die horizontalen Ersatzlasten aus q_d nach DIN EN 1995-1-1 entsprechend dem Verhältnis l_2/l_1 mit den Lasteinzugsbreiten l_1 und l_2 nach Abb. 8.9 auf die mittlere und auf die äußeren Stützungen am Träger verteilt.

Somit kann durch die Dimensionierung des Dachverbands mit der aufgebrachten größeren Stabilisierungslast in Trägermitte eine zutreffendere Abschätzung der Stabilisierungslasten auf den Verband erreicht werden. Diese sind mit den planmäßigen Horizontallasten (z. B. Windlasten) zu überlagern, welche zu einer anderen Kraftverteilung im Verband führen als die Stabilisierungslasten.

Die größten Stützungssteifigkeiten des Verbandes ergeben sich bei geringer Trägerlänge und großem Trägerabstand. Durch den Einsatz eines drucksteifen Verbandes werden, bei entsprechender Mindestdicke der Diagonalen, deutlich höhere Stützungssteifigkeiten erreicht, sodass ein steiferer Horizontalverband mit geringeren Ausbiegungen vorliegt.

Der maximale horizontale Ausbiegungswert des Dachverbands von $l/500$ wird in den meisten Berechnungen unter Ansatz der inneren Stabilisierungslasten deutlich unterschritten, sodass noch genügend große äußere Lasten aufgenommen werden können. Bei schlankeren h/b -Verhältnissen steigen zwar die berechneten Horizontalverformungen an, es sind jedoch trotzdem noch Kapazitätsreserven vorhanden. Bei den Berechnungen am Satteldachträger mit geradem Untergurt stiegen die horizontalen Verformungen mit zunehmender Trägerlänge stark an und konnten den $l/500$ -Wert nicht mehr einhalten. Durch die größeren horizontalen Belastungen bei Steigerung der Binderanzahl pro Verband und bei Verringerung des Binderabstands wird ebenfalls in einigen Bereichen der $l/500$ -Maximalwert für die Verformungen überschritten.

9.2 Ausblick

Die durchgeführten Untersuchungen und Auswertungen der Parameterstudie wurden am 3-fach seitlich nachgiebig gestützten Biegeträger durchgeführt. Die Berechnungen an Tragsystemen mit mehr als 3 horizontalen Stützungen konnten nur unter vereinfachten Randbedingungen durchgeführt werden. Um genauere Berechnungen mit mehreren seitlichen Stützungen am Obergurt des biegedrillknickgefährdeten Trägers durchführen zu können, ist eine weitere Programmerweiterung von *constantialigni* erforderlich.

Der in diesem Forschungsvorhaben hergeleitete Verhältniswert K_V für eine genauere Verteilung der Stabilisierungslasten auf den Horizontalverband konnte zwar in einem eingeschränkten Schlankheitsbereich λ auch auf Träger mit mehr als 3 seitlichen Stützungen zu einer genaueren Abschätzung der Horizontallasten angewendet werden, für wirtschaftliche und genaue Ergebnisse sind jedoch Untersuchungen am jeweiligen statischen System erforderlich.

Es kann zum jetzigen Zeitpunkt der Untersuchungen keine Empfehlung für die Bemessung von Trägern mit veränderlichem Querschnitt gegeben werden, da die Verteilung der Stabilisierungskräfte beim Satteldachträger einen deutlich nicht konstanten Verlauf aufweist, werden hier weitere Untersuchungen empfohlen.

10 Literaturverzeichnis

- [1] BRÜNINGHOFF, H.: *Spannungen und Stabilität bei quergestützten Brettschichtträgern*, Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe, Diss., 1973
- [2] BRÜNINGHOFF, H.: Bemessung von Aussteifungsverbänden für Druckstäbe und für Biegeträger. In: *In: Ehlbeck, J. (Hrsg.); Steck, G. (Hrsg.): Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis. Karlsruhe: Bruderverlag (1982), S. 155–162*
- [3] BRÜNINGHOFF, H.: *Verbände und Abstützungen -genauere Nachweise- allgemeine Informationen, Informationsdienst Holz. Holzbau Handbuch Reihe 2, Teil 12, Folge 2, Entwicklungsgemeinschaft Holzbau in der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung, München, Oktober 1989*
- [4] BRÜNINGHOFF, H.; CYRON, G.; EHLBECK, J.; FRANZ, J.; HEIMESHOF, B.; MILBRANDT, E.; MÖHLER, K.; RADOVIC, B.; SCHEER, C.; SCHULZE, H.; STECK, G.: *Holzbauwerke, Eine ausführliche Erläuterung zu DIN 1052 Teil 1 bis Teil 3 mit den Änderungen A1 Ausgabe Oktober 1996. Bd. 2. Auflage 1997. DIN Deutsches Institut für Normung e. V.; Deutsche Gesellschaft für Holzforschung e. V.*
- [5] DANKERT, J.; DANKERT, H.: *Technische Mechanik - Statik, Festigkeitslehre, Kinetik/Kinetik. 4. korrigierte und ergänzte Auflage : Teubner Verlag, 2006*
- [6] DIN 1052-1:1988-04: *Holzbauwerke: Berechnung und Ausführung. (1988), April*
- [7] DIN 1052:2008-12: *Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken - Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau. (2008), Dezember*
- [8] DIN 18800-1: *Stahlbauten - Teil 1: Bemessung und Konstruktion. (2008), November*
- [9] DIN EN 1995-1-1: *Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1995-1-1:2004+A1:2008. (2008), September*
- [10] DIN EN 1995-1-1/NA: *Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau. (2013), August*
- [11] DLUBAL SOFTWARE GMBH: *Stabwerkrechenprogramm RSTAB 8.01,*
- [12] FRIEDRICH+LOCHNER GMBH: *Berechnungsprogramm Biegetorsionstheorie II. Ordnung. 2011*
- [13] FRIEMANN, H.; STROETMANN, R.: *Zum Nachweis ausgesteifter biegedrillknickgefährdeter Träger. Stahlbau, 67, 1998*
- [14] GEROLD, W.: *Seitenlast zur Bemessung der Aussteifungskonstruktionen parallelgurtiger Brettschichtträger. bauen mit holz, 3/78, Bruderverlag, Köln, 1978*
- [15] HOFMANN, R.: *Kippen bei schlanken Holzträgern unter Berücksichtigung des Langzeit-*

- verhaltens*, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart, Diplomarbeit, Mai 2006
- [16] INSTITUT FÜR KONSTRUKTION UND ENTWURF, UNIVERSITÄT STUTTGART: *Computerprogramm constantialigni zur Berechnung von Schnittgrößen nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung*
- [17] KESSEL, M.: Imperfektionen von satteldachförmigen Fachwerkträgern aus Holz. Institut für Baukonstruktion und Holzbau, Technische Universität Braunschweig
- [18] KESSEL, M.: Untersuchung des Tragverhaltens ausgesteifter, auf Druck und Biegung beanspruchter Holzstäbe. Institut für Baukonstruktion und Holzbau, Technische Universität Braunschweig, Abschlussbericht zum DFG-Forschungsvorhaben KE 901/5-1, Mai 2012
- [19] KESSEL, M.; KÜHL, A.: Aussteifung von Obergurten über Dachlatten auf einen Verband. Institut für Baukonstruktion und Holzbau, Technische Universität Braunschweig
- [20] KINDMANN, M. R.; K. R.; Krahwinkel: *Bemessung stabilisierender Verbände und Schubfelder*. Stahlbau, 70, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, November 2001
- [21] KRAHWINKEL, M.: *Zur Beanspruchung stabilisierender Konstruktionen im Stahlbau*, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, Diss., 2001
- [22] KUHLMANN, U.; HOFMANN, R.: Erfassung des Langzeitverhaltens von schlanken Brettschichtholzträgern beim Stabilitätsnachweis Kippen. Mitteilung des Instituts für Konstruktion und Entwurf Nr. 2011-1x, Universität Stuttgart, Abschlussbericht zum DFG-Forschungsvorhaben KU 1130/11-1, Januar 2011
- [23] KUHLMANN, U.; HOFMANN, R.: Zur Berechnung des Torsionsmoments im Auflager gabelgelagerter Biegeträger. In: *Dokument N 1579 des NA 005 Normenausschuss Bauwesen (NABau), NA 005-04-01 AA Arbeitsausschuss Holzbau (Sp CEN/TC124, CEN/TC250/SC5)* (2010)
- [24] KUHLMANN, U.; HOFMANN, R.: Vereinfachte Bemessung von Brettschichtholzträgern variabler Höhe für das Torsionsmoment aus Kippstabilisierung. Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart, Abschlussbericht zum iVTH-Forschungsvorhaben (Nr. 17398N) gefördert durch die AiF (2013)
- [25] KUHLMANN, U.; HOFMANN, R.; SCHÄNZLIN, J.: Auswirkung des Langzeitverhaltens auf die Kippstabilität von schlanken Brettschichtholzträgern. Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart, Veröffentlichung im Rahmen des DFG-Forschungsvorhabens KU 1130/11-1 (2010)
- [26] LEICHTLE, J.: *Quantifizierung nichtlinearer Effekte am seitlich gestützten Satteldachträger*, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart, Diplomarbeit, April 2012
- [27] LISSNER, K.; RUG, W.: *DIN 1052:2008-12 Neue Grundlage für Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken Teil 5(1): Aussteifung von Holztragwerken*. Bautechnik, 86, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, Juli 2009
- [28] MISTLER, H. L.: Erläuterung zu N 1599. In: *Dokument N 1606 des NA 005 Normenausschuss Bauwesen (NABau), NA 005-04-01 AA Arbeitsausschuss Holzbau (Sp CEN/TC124, CEN/TC250/SC5)* (2010)
- [29] MISTLER, H. L.: Torsion. In: *Dokument N 1599 des NA 005 Normenausschuss*

Bauwesen (NABau), NA 005-04-01 AA Arbeitsausschuss Holzbau (Sp CEN/TC124, CEN/TC250/SC5) (2010)

- [30] PETERSEN, C.: *Statik und Stabilität der Baukonstruktionen*. Friedr. Vieweg und Sohn, 1980
- [31] PETERSEN, C.: *Stahlbau*. Friedr. Vieweg und Sohn, 1988
- [32] R. KINDMANN, J. L.: *RUBSTAHL-Lehr-und Lernprogramme für Studium und Weiterbildung, Programm KSTAB*. 06/2007
- [33] STALLER, A.: *Zur Beanspruchung stabilisierender Verbände im Stahlbau*, Technische Universität München, Dissertation, Juli 1976
- [34] WINTER, S.; SIEDER, M.; DIETSCH, P.; HENKE, K.: *Verformungsmessungen an weitgespannten Brettschichtholzträgern zur Ermittlung der horizontalen Verformung / Technische Universität München, Lehrstuhl für Holzbau und Baukonstruktion. unterstützt durch: Studiengemeinschaft Holzleimbau e. V., Mai 2010. – Abschlussbericht*

A Anhang

A.1 Übersicht Randbedingungen Parameterstudie

Im Folgenden sind die Randbedingungen der untersuchten Trägervarianten tabellarisch aufgelistet. Die Kurzbezeichnungen „Tr I/1-1 oder Tr SD 1-1“ verweisen auf den Träger 1-1 der Gruppe I bzw. den Träger 1-1 der Gruppe Satteldach (SD). Die Kennzeichnung „Tr I/1“ verweist auf alle Träger der Gruppe I, bei denen der Parameter 1 variiert wurde.

Tabelle A.1: Übersicht über die variierten Parameter

Gruppe	Variierter Parameter	Abbildung
I/II	Trägerlänge Trägerhöhe Trägerbreite Holzgüte Bindervorkrümmung Verbandshöhe Binder/Verband Pfettenquerschnitt Diagonalenquerschnitt	A.1/A.5 A.1/A.5 A.1/A.5 A.2/A.6 A.2/A.6 A.2/A.6 A.3/A.7 A.3/A.7 A.4/A.8
SD	Trägerlänge Trägerhöhe Trägerbreite Holzgüte Bindervorkrümmung Verbandshöhe Binder/Verband Pfettenquerschnitt Diagonalenquerschnitt Stahlgüte Diagonalen	A.9 A.9 A.10 A.10 A.10 A.11 A.11 A.11 A.12 A.12

Variation	Trägernummer	Länge [m]	Höhe [cm]	Breite [cm]	λ	a [m]	Holzgüte	e	Vorkr. [cm]	H Verband [m]	Binder/ Verband	Pfetten	Diagonalen
I/1 Trägerlänge	I/1-1	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/1-2	24	120	20	13,42	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/1-3	28	120	20	14,49	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/1-4	32	120	20	15,49	8	GL24c	I/400	8,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/1-5	36	120	20	16,43	9	GL24c	I/400	9,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/1-6	16	120	20	10,95	4	GL24c	I/400	4,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/1-7	12	120	20	9,49	3	GL24c	I/400	3,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
I/2 Trägerhöhe	I/2-1	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/2-2	20	140	20	13,23	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/2-3	20	160	20	14,14	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/2-4	20	180	20	15,00	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/2-5	20	200	20	15,81	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/2-6	20	220	20	16,58	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/2-7	20	240	20	17,32	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/2-8	20	260	20	18,03	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/2-9	20	100	20	11,18	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/2-10	20	80	20	10,00	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/2-11	20	60	20	8,66	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
I/3 Trägerbreite	I/3-1	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/3-2	20	120	18	13,61	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/3-3	20	120	16	15,31	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/3-4	20	120	14	17,50	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/3-5	20	120	12	20,41	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/3-6	20	120	10	24,49	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/3-7												
	I/3-8	20	120	22	11,13	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/3-9	20	120	26	9,42	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/3-10	20	120	30	8,16	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/3-11	20	120	34	7,20	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355

Abbildung A.1: Randbedingungen Träger I/1 bis I/3

Variation	Trägernummer	Länge [m]	Höhe [cm]	Breite [cm]	λ	a [m]	Holzgüte	e	Vokr. [cm]	H Verband [m]	Binder/ Verband	Pfetten	Diagonalen
I/4 Holzgüte	I/4-1	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/4-2	20	120	20	12,25	5	GL24h	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/4-3	20	120	20	12,25	5	GL28c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/4-4	20	120	20	12,25	5	GL32c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
I/5 Bindervorkrümmung	I/5-1	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	4,44	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/5-2	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/450	4,44	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/5-3	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/500	4,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/5-4	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/550	3,64	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/5-5	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/600	3,33	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/5-6	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/650	3,08	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/5-7	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/700	2,86	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/5-8	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/1000	2,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/5-9	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/350	5,71	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/5-10	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/300	6,67	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/5-11	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/250	8,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/5-12	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/200	10,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
I/6 Verbandshöhe	I/6-1	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/6-2	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,50	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/6-3	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	6,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/6-4	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	6,50	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/6-5	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	7,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/6-6	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	4,50	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/6-7	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	4,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/6-8	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	3,50	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/6-9	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	3,00	3	12/20 C24	d=10, S355

Abbildung A.2: Randbedingungen Träger I/4 bis I/6

Variation	Trägernummer	Länge [m]	Höhe [cm]	Breite [cm]	λ	a [m]	Holzgüte	e	Vokr. [cm]	H Verband [m]	Binder/ Verband	Pfetten	Diagonalen
I/7 Binder/Verband	I/7-1	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/7-2	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	2	12/20 C24	d=10, S355
	I/7-3	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	4	12/20 C24	d=10, S355
	I/7-4	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	5	12/20 C24	d=10, S355
	I/7-5	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	6	12/20 C24	d=10, S355
	I/7-6	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	7	12/20 C24	d=10, S355
I/8 Pfetten	I/8-1	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/8-2	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/18 C24	d=10, S355
	I/8-3	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/16 C24	d=10, S355
	I/8-4	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/14 C24	d=10, S355
	I/8-5	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/12 C24	d=10, S355
	I/8-6	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	16/16 C24	d=10, S355
	I/8-7	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	16/20 C24	d=10, S355
	I/8-8	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	16/24 C24	d=10, S355
	I/8-9	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	10/10 C24	d=10, S355
	I/8-10	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	8/8 C24	d=10, S355

Abbildung A.3: Randbedingungen Träger I/7 bis I/8

Variation	Trägernummer	Länge [m]	Höhe [cm]	Breite [cm]	λ	a [m]	Holzgüte	e	Vokr. [cm]	H Verband [m]	Binder/ Verband	Pfetten	Diagonalen
I/9 Diagonalen	I/9-1	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	I/9-2	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S235
	I/9-3	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=12, S355
	I/9-4	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	I/9-5	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=16, S355
	I/9-6	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=18, S355
	I/9-7	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=20, S355
	I/9-8	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=8, S355
	I/9-9	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=6, S355

Abbildung A.4: Randbedingungen Träger I/9

Variation	Trägernummer	Länge [m]	Höhe [cm]	Breite [cm]	λ	a [m]	Holzgüte	e	Vokr. [cm]	H Verband [m]	Binder/ Verband	Pfetten	Diagonalen
II/1 Trägerlänge	II/1-1	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/1-2	32	120	14	22,13	8	GL24c	I/400	8,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/1-3	36	120	14	23,47	9	GL24c	I/400	9,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/1-4	24	120	14	19,17	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/1-5	20	120	14	17,50	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/1-6	16	120	14	15,65	4	GL24c	I/400	4,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/1-7	12	120	14	13,55	3	GL24c	I/400	3,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
II/2 Trägerhöhe	II/2-1	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/2-2	28	140	14	22,36	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/2-3	28	160	14	23,90	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/2-4	28	180	14	25,35	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/2-5	28	200	14	26,73	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/2-6	28	220	14	28,03	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/2-7	28	240	14	29,28	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/2-8	28	260	14	30,47	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/2-9	28	100	14	18,90	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/2-10	28	80	14	16,90	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/2-11	28	60	14	14,64	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
II/3 Trägerbreite	II/3-1	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/3-2	28	120	12	24,15	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/3-3	28	120	10	28,98	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/3-4	28	120	16	18,11	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/3-5	28	120	18	16,10	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355

Abbildung A.5: Randbedingungen Träger II/1 bis II/3

Variation	Trägernummer	Länge [m]	Höhe [cm]	Breite [cm]	λ	a [m]	Holzgüte	e	Vorkr. [cm]	H Verband [m]	Binder/ Verband	Pfetten	Diagonalen
II/4 Holzgüte	II/4-1	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/4-2	28	120	14	20,70	7	GL24h	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/4-3	28	120	14	20,70	7	GL28c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/4-4	28	120	14	20,70	7	GL32c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
II/5 Bindervorkrümmung	II/5-1	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/5-2	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/500	5,60	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/5-3	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/600	4,67	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/5-4	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/700	4,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/5-5	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/1000	2,80	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/5-6	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/300	9,33	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/5-7	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/200	14,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
II/6 Verbandshöhe	II/6-1	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/6-2	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	6,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/6-3	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	7,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/6-4	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	4,50	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/6-5	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	4,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/6-6	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	3,50	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/6-7	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	3,00	3	12/20 C24	d=10, S355

Abbildung A.6: Randbedingungen Träger II/4 bis II/6

Variation	Trägernummer	Länge [m]	Höhe [cm]	Breite [cm]	λ	a [m]	Holzgüte	e	Vokr. [cm]	H Verband [m]	Binder/ Verband	Pfetten	Diagonalen
II/7 Binder/Verband	II/7-1	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/7-2	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	2	12/20 C24	d=10, S355
	II/7-3	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	4	12/20 C24	d=10, S355
	II/7-4	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	5	12/20 C24	d=10, S355
	II/7-5	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	6	12/20 C24	d=10, S355
II/8 Pfetten	II/8-1	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/8-2	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/16 C24	d=10, S355
	II/8-3	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/12 C24	d=10, S355
	II/8-4	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	16/16 C24	d=10, S355
	II/8-5	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	16/24 C24	d=10, S355
	II/8-6	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	10/10 C24	d=10, S355
	II/8-7	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	16/20 C24	d=10, S355
	II/8-8	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	16/24 C24	d=10, S355
	II/8-9	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	10/10 C24	d=10, S355
	II/8-10	20	120	20	12,25	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	8/8 C24	d=10, S355

Abbildung A.7: Randbedingungen Träger II/7 bis II/8

Variation	Trägernummer	Länge [m]	Höhe [cm]	Breite [cm]	λ	a [m]	Holzgüte	e	Vokr. [cm]	H Verband [m]	Binder/ Verband	Pfetten	Diagonalen
II/9 Diagonalen	II/9-1	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=10, S355
	II/9-2	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=12, S355
	II/9-3	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	II/9-4	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=16, S355
	II/9-5	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=18, S355
	II/9-6	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=20, S355
	II/9-7	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=8, S355
	II/9-8	28	120	14	20,70	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=6, S355

Abbildung A.8: Randbedingungen Träger II/9

Variation	Trägernummer	Länge [m]	h_{Tr} [cm]	h_{Fi} [cm]	$h_{1,65}$ [cm]	Breite [cm]	DN [°]	λ	a [m]	Holzgüte	e	Vorkr. [cm]	H Verband [m]	Binder/ Verband	Pfetten	Diagonalen
SD 1 Trägerlänge	SD 1-1	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 1-2	28	80	160	146	18	3,270	17,76	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S356
	SD 1-3	32	80	160	146	18	2,862	18,99	8	GL24c	I/400	8,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S357
	SD 1-4	36	80	160	146	18	2,545	20,14	9	GL24c	I/400	9,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S358
	SD 1-5	20	80	160	146	18	4,574	15,01	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S359
	SD 1-6	16	80	160	146	18	5,711	13,43	4	GL24c	I/400	4,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S360
	SD 1-7	12	80	160	146	18	7,595	11,63	3	GL24c	I/400	3,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S361
SD 2 Trägerhöhe	SD 2-1	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 2-2	24	80	180	163	18	4,764	17,35	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 2-3	24	80	200	179	18	5,711	18,21	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 2-4	24	80	220	196	18	6,654	19,03	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S356
	SD 2-5	24	80	240	212	18	7,595	19,81	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S357
	SD 2-6	24	80	260	229	18	8,531	20,57	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S358
	SD 2-7	24	80	280	245	18	9,462	21,30	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S359
	SD 2-8	24	80	140	130	18	2,862	15,49	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S360
	SD 2-9	24	80	120	113	18	1,909	14,47	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S361
	SD 2-10	24	80	100	96,5	18	0,955	13,37	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S362
	SD 2-11	24	80	80	80	18	0,000	12,17	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S363

Abbildung A.9: Randbedingungen Träger SD 1 bis SD 2

Variation	Trägernummer	Länge [m]	h_{Tr} [cm]	h_{Fi} [cm]	$h_{1,65}$ [cm]	Breite [cm]	DN [°]	λ	a [m]	Holzgüte	e	Vorkr. [cm]	H Verband [m]	Binder/ Verband	Pfetten	Diagonalen
SD 3 Trägerbreite	SD 3-1	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 3-2	24	80	160	146	16	3,814	18,50	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 3-3	24	80	160	146	14	3,814	21,14	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 3-4	24	80	160	146	12	3,814	24,66	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S356
	SD 3-5	24	80	160	146	10	3,814	29,60	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S357
	SD 3-6	24	80	160	146	20	3,814	14,80	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S358
	SD 3-7	24	80	160	146	22	3,814	13,45	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S359
	SD 3-8	24	80	160	146	24	3,814	12,33	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S360
	SD 3-9	24	80	160	146	26	3,814	11,38	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S361
SD 4 Holzgüte	SD 4-1	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 4-2	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL28c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 4-3	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL32c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 4-4															
SD 5 Bindervorkrümmung	SD 5-1	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 5-2	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/500	4,80	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 5-3	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/600	4,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 5-4	24	80	160	146	18	3,814	16,443	6	GL24c	I/700	3,43	5,00	3	12/20 C24	d=14, S356
	SD 5-5	24	80	160	146	18	3,814	16,443	6	GL24c	I/800	3,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S357
	SD 5-6	24	80	160	146	18	3,814	16,443	6	GL24c	I/900	2,67	5,00	3	12/20 C24	d=14, S358
	SD 5-7	24	80	160	146	18	3,814	16,443	6	GL24c	I/1000	2,40	5,00	3	12/20 C24	d=14, S359
	SD 5-8	24	80	160	146	18	3,814	16,443	6	GL24c	I/300	8,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S360
	SD 5-9	24	80	160	146	18	3,814	16,443	6	GL24c	I/200	12,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S361

Abbildung A.10: Randbedingungen Träger SD 3 bis SD 5

Variation	Trägernummer	Länge [m]	h_{Tr} [cm]	h_{Fi} [cm]	$h_{1,65}$ [cm]	Breite [cm]	DN [°]	λ	a [m]	Holzgüte	e	Vorkr. [cm]	H Verband [m]	Binder/ Verband	Pfetten	Diagonalen
SD 6 Verbandshöhe	SD 6-1	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 6-2	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,50	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 6-3	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	6,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 6-4	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	6,50	3	12/20 C24	d=14, S356
	SD 6-5	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	7,00	3	12/20 C24	d=14, S357
	SD 6-6	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	4,50	3	12/20 C24	d=14, S358
	SD 6-7	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	4,00	3	12/20 C24	d=14, S359
	SD 6-8	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	3,50	3	12/20 C24	d=14, S360
	SD 6-9	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	3,00	3	12/20 C24	d=14, S361
SD 7 Binder/Verband	SD 7-1	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 7-2	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	2	12/20 C24	d=14, S355
	SD 7-3	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	4	12/20 C24	d=14, S355
	SD 7-4	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	5	12/20 C24	d=14, S355
	SD 7-5															
	SD 7-6															
SD 8 Pfetten	SD 8-1	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 8-2	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/18 C24	d=14, S355
	SD 8-3	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/16 C24	d=14, S355
	SD 8-4	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/14 C24	d=14, S356
	SD 8-5	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/12 C24	d=14, S357
	SD 8-6	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	16/16 C24	d=14, S358
	SD 8-7	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	16/18 C24	d=14, S359
	SD 8-8	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	16/20 C24	d=14, S360
	SD 8-9	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	16/22 C24	d=14, S361

Abbildung A.11: Randbedingungen Träger SD 6 bis SD 8

Variation	Trägernummer	Länge	h_{Tr}	h_{Fi}	$h_{1,65}$	Breite	DN	λ	a	Holzgüte	e	Vokr.	H Verband	Binder/ Verband	Pfetten	Diagonalen
		[m]	[cm]	[cm]	[cm]											
SD 9 Diagonalen	SD 9-1	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 9-2	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=16, S355
	SD 9-3	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=18, S355
	SD 9-4	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=20, S355
	SD 9-5	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=22, S355
	SD 9-6	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=24, S355
	SD 9-7	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=26, S355
	SD 9-8	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=28, S355
SD 10 Diagonalen	SD 10-1	24	80	160	146	18	3,814	16,44	6	GL24c	I/400	6,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 10-2	20	80	150	137,75	18	4,004	14,58	5	GL24c	I/400	5,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S355
	SD 10-4	28	80	178	160,85	18	4,004	18,64	7	GL24c	I/400	7,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S356
	SD 10-5	32	80	192	172,4	18	4,004	20,63	8	GL24c	I/400	8,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S357
	SD 10-6	36	80	206	183,95	18	4,004	22,60	9	GL24c	I/400	9,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S358
	SD 10-7	16	80	136	126,2	18	4,004	12,48	4	GL24c	I/400	4,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S359
	SD 10-8	12	80	122	114,65	18	4,004	10,30	3	GL24c	I/400	3,00	5,00	3	12/20 C24	d=14, S360

Abbildung A.12: Randbedingungen Träger SD 9 bis SD 10

A.2 Vergleichsrechnung EC5, K_V -Methode und Petersen

Im Folgenden wird die Berechnung der Stabilisierungskräfte für die Trägermitte und die Viertelpunkte beispielhaft für einen Verband der Länge $l = 28$ m mit den in Tabelle 8.3 gegebenen Randbedingungen vorgestellt.

A.2.1 Berechnung der Stabilisierungskräfte nach DIN EN 1995-1-1

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot l_{ef}} = \frac{0,78 \cdot (16 \text{ cm})^2}{120 \text{ cm} \cdot 2.800 \text{ cm}} = 0,541 \quad (\text{A.1})$$

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{2,4 \text{ kN/cm}^2}{0,541}} = 2,11 \quad (\text{A.2})$$

$$k_{crit} = \frac{1}{\lambda_{rel}^2} = \frac{1}{0,541^2} = 0,225 \quad (\text{A.3})$$

$$M_d = \frac{p \cdot l^2}{8} = \frac{5,0 \text{ kN/m} \cdot (28 \text{ m})^2}{8} = 49.000 \text{ kNcm} \quad (\text{A.4})$$

$$N_d = \frac{(1 - k_{crit}) \cdot M_d}{h} = \frac{(1 - 0,225) \cdot 49.000 \text{ kNcm}}{120 \text{ cm}} = 316,3 \text{ kN} \quad (\text{A.5})$$

$$k_l = \min\left(1,0; \sqrt{\frac{15}{l}}\right) = \min\left(1,0; \sqrt{\frac{15}{28}}\right) = 0,73 \quad (\text{A.6})$$

$$q_d = \frac{k_l \cdot n \cdot N_d}{30 \cdot l} = \frac{0,73 \cdot 3 \cdot 316,3 \text{ kN}}{30 \cdot 28 \text{ m}} = 0,0083 \text{ kN/cm} \quad (\text{A.7})$$

$$F_{mitte/aussen} = a \cdot q_d = \frac{2.800 \text{ cm}}{4} \cdot 0,0083 \text{ kN/cm} = 5,79 \text{ kN} \quad (\text{A.8})$$

A.2.2 Berechnung der mit K_V -modifizierten Stabilisierungskräfte

$$\lambda = \sqrt{\frac{a \cdot h}{b^2}} = \sqrt{\frac{700 \text{ cm} \cdot 120 \text{ cm}}{(16 \text{ cm})^2}} = 18,11 \quad (\text{A.9})$$

$$K_V = \frac{h/l}{2 \cdot \lambda} = \frac{120 \text{ cm}/2.800 \text{ cm}}{2 \cdot 18,11} = 0,118 \quad (\text{A.10})$$

$$l_2 = \frac{0,75 \cdot K_V \cdot l}{1 + 2 \cdot K_V} = \frac{0,75 \cdot 0,118 \cdot 2.800 \text{ cm}}{1 + 2 \cdot 0,118} = 200,9 \text{ cm} \quad (\text{A.11})$$

$$l_1 = \frac{l_2}{K_V} = \frac{200,9 \text{ cm}}{0,118} = 1.698,2 \text{ cm} \quad (\text{A.12})$$

$$F_{mitte} = l_1 \cdot q_d = 1.698,2 \text{ cm} \cdot 0,0083 \text{ kN/cm} = 14,04 \text{ kN} \quad (\text{A.13})$$

$$F_{aussen} = l_2 \cdot q_d = 200,9 \text{ cm} \cdot 0,0083 \text{ kN/cm} = 1,66 \text{ kN} \quad (\text{A.14})$$

A.2.3 Berechnung der Stabilisierungskräfte nach Petersen

$$S_1 = \frac{p \cdot l^2}{2/3 \cdot h} \cdot \frac{(m - k) \cdot k}{2 \cdot m^2} = \frac{5,0 \text{ kN/m} \cdot (28 \text{ m})^2}{2/3 \cdot 1,2 \text{ m}} \cdot \frac{(4 - 1) \cdot 1}{2 \cdot 4^2} = 459,38 \text{ kN} \quad (\text{A.15})$$

$$S_2 = \frac{5,0 \text{ kN/m} \cdot (28 \text{ m})^2}{2/3 \cdot 1,2 \text{ m}} \cdot \frac{(4 - 2) \cdot 2}{2 \cdot 4^2} = 612,5 \text{ kN} \quad (\text{A.16})$$

$$F_{\text{mitte}} = n \cdot \frac{8 \cdot S_2}{m} \cdot \frac{e}{l} = \frac{8 \cdot 612,5 \text{ kN}}{4} \cdot \frac{7 \text{ cm}}{2.800 \text{ cm}} = 3 \cdot 3,0625 \text{ kN} = 9,19 \text{ kN} \quad (\text{A.17})$$

$$F_{\text{aussen}} = n \cdot \frac{8 \cdot S_1}{m} \cdot \frac{e}{l} = \frac{8 \cdot 459,38 \text{ kN}}{4} \cdot \frac{7 \text{ cm}}{2.800 \text{ cm}} = 3 \cdot 2,30 \text{ kN} = 6,89 \text{ kN} \quad (\text{A.18})$$