

**Stationäre und instationäre finite  
Element Analysen zur Erfassung  
des solaren Temperatureinflusses  
auf schalenförmige, zylindrische  
Thermoplastbehälter**

**T 3337**

T 3337

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2016

ISBN 978-3-8167-9757-9

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail [irb@irb.fraunhofer.de](mailto:irb@irb.fraunhofer.de)

[www.baufachinformation.de](http://www.baufachinformation.de)

# **Schlussbericht**

des Forschungsvorhabens

## **Stationäre und instationäre finite Element Analysen zur Erfassung des solaren Temperatureinflusses auf schalenförmige, zylindrische Thermoplastbehälter**

(Geschäftszeichen P 52-5-19.78-1472/15)

**Dr.-Ing. Ingo Kurzhöfer**

TÜV Rheinland LGA Bautechnik GmbH

Tillystraße 2

90431 Nürnberg

**Gefördert durch**

**Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt)**

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Stand der Technik</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Grundlagen und methodisches Vorgehen</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Berechnung der Oberflächentemperatur</b>	<b>17</b>
<b>5</b>	<b>Instationäre Berechnungen</b>	<b>25</b>
<b>6</b>	<b>Thermomechanische Berechnungen und Ableitung einer abschnittsweisen Temperaturverteilung</b>	<b>36</b>
<b>7</b>	<b>Vorgabe der Temperaturverteilungen für die Schalenmodelle</b>	<b>54</b>
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>63</b>
<b>9</b>	<b>Literatur</b>	<b>66</b>

## 1 Einleitung

Zum Nachweis der Standsicherheit von schalenförmigen, zylindrischen Thermoplastbehältern ist es notwendig, bei Außenaufstellung die Temperatureinwirkung durch Sonneneinstrahlung in geeigneter Form mit zu berücksichtigen. Die Begründung liegt in der ausgeprägt starken Temperaturabhängigkeit der thermo-mechanischen Eigenschaften der verwendeten thermoplastischen Werkstoffe sowie in Zwangseinwirkungen aus behinderten Temperaturdehnungen.

Beim Standsicherheitsnachweis der behandelten Baukonstruktionen aus Kunststoff wird oft auch die Methode der Finiten Elemente (FEM) zur Untersuchung des Temperatureinflusses eingesetzt. Dabei werden unter stationären Randbedingungen näherungsweise verschiedene, einfache Temperaturszenarien untersucht und versucht daraus eine Aussage über die thermale Langzeitbeständigkeit bei Außenaufstellung zu treffen.

Die FEM ist ein numerisches Verfahren, welches die Modellierung und Berechnung von Strukturen und Bauteilen zulässt, die nicht oder nur unzureichend durch analytische Simulationstechniken beschrieben werden. Den zu untersuchenden Problemstellungen liegen partielle Differentialgleichungen zugrunde, die nicht ohne weiteres geschlossen lösbar sind. Die für die thermo-mechanischen Randwertprobleme notwendigen gekoppelten Berechnungen werden bei der vorliegenden Problematik umgangen, indem die über die Lebenszeit linear akkumulierten Schädigungen aus Temperatureinfluss über abschnittsweise Beeinflussung der Steifigkeiten und Festigkeiten berücksichtigt werden. Die fundierte Erweiterung dieses einfachen Ansatzes und die klare Festlegung der Bereiche der Beeinflussung sind Gegenstand des vorliegenden Berichtes.

Zur Verdeutlichung der Problematik zeigt Abbildung 1-1 beispielhaft einen Thermoplastbehälter zur Außenaufstellung sowie den einfachen Ansatz der Temperaturen nach DVS 2205.

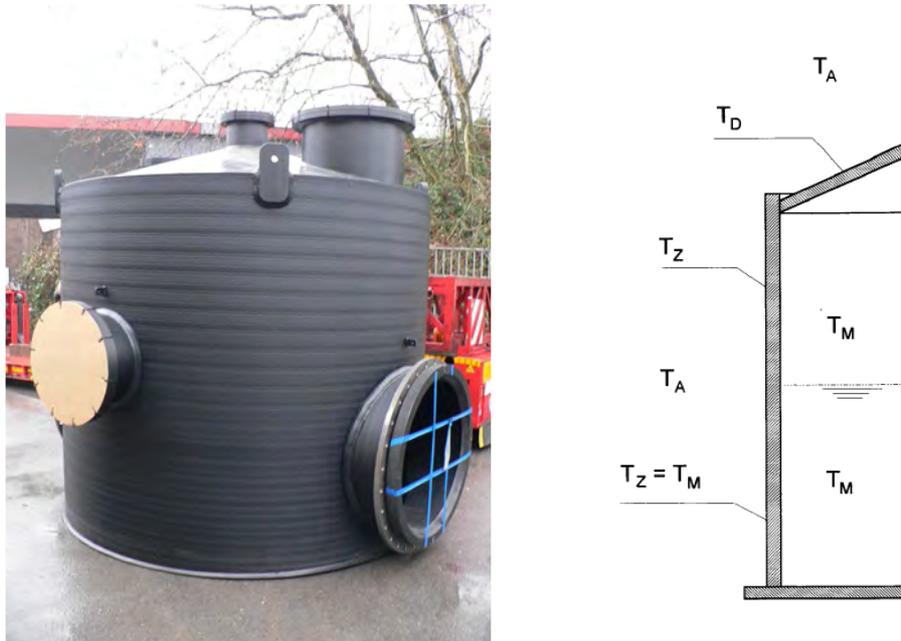


Abbildung 1-1: Beispielbehälter und vereinfachter Ansatz der Bemessungstemperaturen nach DVS

Um bei Berechnungen von Schalenträgwerken aus Kunststoff mit detaillierten Finite Element Modellen den Einfluss der solaren Temperatureinwirkungen abbilden zu können, werden derzeit undefinierte, grobe abschnittsweise Bereiche mit verschiedenen Materialeigenschaften vorgegeben. Dabei kommt es an den Übergangspunkten der Materialeigenschaften zu Störungen mit lokal eng begrenzt hohen mechanischen Spannungswerten. Diese unrealistischen

Abweichungen von einer gleichmäßigen Materialbeanspruchung liegen an der besonderen Berechnungsmethodik und sind stark abhängig von der Art der Finite Element Diskretisierung. Die groben „Sprünge“ an den Übergangspunkten treten in der Realität nicht auf, da es aufgrund der solaren Einstrahlung zu einer gleichmäßigen Verteilung, d. h. zu einem kontinuierlichen Verlauf der Temperatur kommt. Jedoch mangelt es zurzeit an einer einheitlichen, technischen Vorschrift, die definiert, wie die maßgebende Wärmeverteilung zur Bemessung der Behälter aussieht und mit welchen Einflussgrößen zu rechnen ist.

Im Forschungsvorhaben sind die Einstrahlung und die Oberflächentemperatur mit Hilfe des Programmsystems INSEL (Integrated Simulation Environment Language, Programmversion INSEL 8.1 PR Built 572 VSEit 305) bestimmt worden, welches auch bei den Ertragsberechnungen von Photovoltaikanlagen erfolgreich zum Einsatz kommt. Die stationären und instationären finite Element Analysen der Behälterwandung wurden mit dem Programm NX Nastran 8.1 durchgeführt, welches ein gängiges Finite Element Programm darstellt und bereits in dem Bauforschungsprojekt „Bewertung von strukturellen und mathematischen Störstellen bei der numerischen Simulation von Kunststoffbauteilen“ Forschungsvorhaben P 52-5-14.2-1411/12 [16] zum Einsatz gekommen ist.

Das vorliegende Dokument, stellt Grundlagen für den Umgang zur Berücksichtigung der Temperatureinwirkung durch Sonneneinstrahlung auf schalenförmigen, zylindrischen Thermoplastbehältern zur Verfügung und gibt allgemeine Hinweise und Empfehlungen zum Umgang mit der Thematik. Die dokumentierten und vorgeschlagenen Vorgehensweisen beschränken sich auf die untersuchten Randbedingungen, wie Einstrahlungsgrundlagen, Berechnungsrandbedingungen und Anwendungsbeschränkungen. Bei Abweichungen von diesen Annahmen sind zusätzliche Überlegungen nötig.

Die entstandene Zusammenfassung stellt dem Anwender von kommerzieller Finite Element Software Empfehlungen und Vorgehensweisen zur Verfügung, wie er bei der Erstellung und Auswertung seiner numerischen Berechnungen vorgehen sollte. Für die Bauaufsicht ergibt sich ein einheitlicher und fundierter Maßstab zur Plausibilitätsprüfung vorgelegter Berechnungen.

Dem Ziel des Projektes entsprechend ist ein thermo-mechanisches Modell als Schalenmodell entwickelt worden, welches durch höhergradige Modelle (Volumenmodelle) validiert wurde, mit dem die komplexe Problematik händelbar abbildbar ist.

Bei der Bearbeitung des Forschungsvorhabens hat Herr Dipl.-Ing. (FH) Magnus Herz (TÜV Rheinland Energie und Umwelt GmbH) konstruktiv wie fachlich mitgearbeitet. Schließlich gilt der Dank dem Deutschen Institut für Bautechnik insbesondere in Person von Herrn Dipl.-Ing. Holger Eggert, Herrn Dr.-Ing. Ronald Schwuchow und Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Dieter Kleinschrodt (Beuth Hochschule, Berlin) für die optimale Betreuung, die wesentlich zum Gelingen der Arbeiten beigetragen hat.

## 2 Stand der Technik

Thermoplastische Materialien zeichnen sich unter anderem durch ihre stark temperaturabhängigen Materialeigenschaften aus, siehe exemplarische Zeitstandskurven in Abbildung 2-1. Daher ist es unumgänglich zum Nachweis der Standsicherheit von schalenförmigen, zylindrischen Thermoplastbehältern bei Außenaufstellung die Einwirkung durch Sonneneinstrahlung mit zu berücksichtigen.

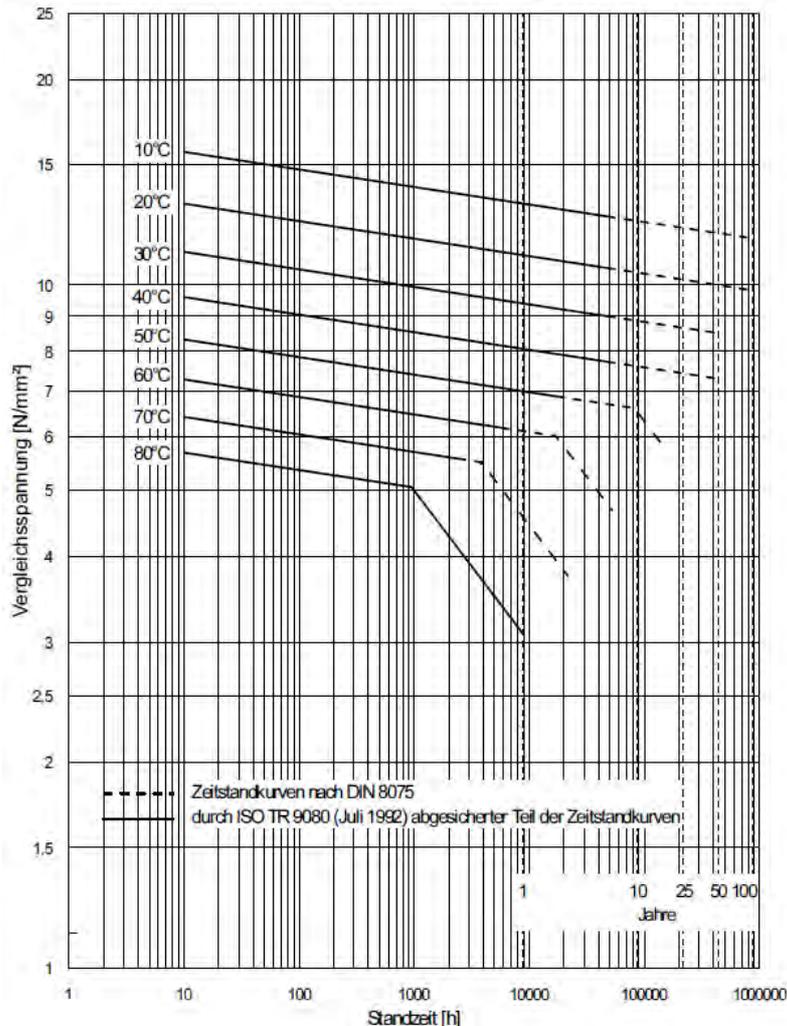


Abbildung 2-1: Zeitstandskurven für PE 100 nach DVS[1]

Vorhandene, analytische Regelungen für Standsicherheits- und Stabilitätsnachweise von Kunststoffbehältern aus Thermoplasten [1], [7], [8] erfassen Bauteile, die hinsichtlich ihrer konstruktiven Durchbildung eindeutig definiert sind. Darin werden die Temperaturerhöhungen aus Sonneneinstrahlung entweder nicht behandelt oder über sehr einfache pauschale Ansätze berücksichtigt. In den aufgeführten Regelwerken wird auch insbesondere die numerische Simulation der zu untersuchenden Baukonstruktionen nicht diskutiert oder reguliert und somit werden auch keine Empfehlungen oder normative Regelungen zur Untersuchung einer solaren Einwirkung vorgegeben. Auch in weiterführender Literatur zur statischen Auslegung von schalenförmigen Kunststoffbauteilen sind keine Informationen zur einheitlichen, fundierten Vorgehensweise bei der Behandlung der beschriebenen Problematik vorhanden.

In den normativen Regelungen werden derzeit Annahmen getroffen, die die Temperatureinwirkung aus Sonneneinstrahlung auf der sicheren Seite abschätzen sollen. So ist gemäß der

standardisierenden Grundlage zur Dimensionierung der zu diskutierenden Behälter (DVS 2205 – Berechnung von Behältern und Apparaten aus Thermoplasten) [1] für die hier zu betrachteten Zylinder bei Außenaufstellung eine kurzzeitige Temperatur von 35 °C zu berücksichtigen. Für das jeweilige Dach wird die Bemessungstemperatur auf 50 °C festgelegt. Eine detaillierte Aussage zu den Bereichen der erhöhten Temperatur wird nicht getroffen, so dass man davon ausgeht, dass sowohl das gesamte Dach als auch der gesamte Zylinder die kurzzeitigen aus solarer Einstrahlung resultierenden Temperaturen abtragen muss. Neuere Untersuchungen zeigen, dass diese Vorgehensweise nicht grundlegend und übergeordnet auf der sicheren Seite liegen muss.

Die Literatur, die die fundamentalen Grundlagen und die prinzipiellen Gesetzmäßigkeiten thermomechanischer Kopplungen im Rahmen des numerischen Näherungsverfahrens (FEM) erläutert, nimmt keinen speziellen Bezug auf das solare Verhalten von Kunststoffbauteilen, siehe [11], [12] und [13]. Das generelle, übergeordnete Verhalten verschiedenster mechanischer Strukturen unter Temperatureinfluss wurde in unterschiedlichen Standardwerken untersucht, vergleiche [14] und [15]. Der Einfluss der solaren Wirkung auf außenstehende Kunststoffbehälter wird in der derzeit vorhandenen Literatur so gut wie nicht diskutiert.

Zusätzlich zu den fehlenden normativen Regelungen ergibt sich die Problematik, dass es derzeit sehr wenige experimentelle Untersuchungen und Messungen an Behältern bei Außenaufstellung gibt. Dadurch ist eine Verifizierung der bestehenden Vorgehensweisen nur sehr bedingt möglich. Mit den hier vorgeschlagenen Temperaturverteilungen wurde ein fundierter Ansatz gefunden, um die beschriebene Thematik auf der sicheren Seite liegend zu behandeln.

### 3 Grundlagen und methodisches Vorgehen

Um in den nachfolgenden Kapiteln die Berechnungen der Oberflächentemperaturen sowie die instationären und gekoppelten Finite Element Berechnungen dokumentieren zu können, sollen in diesem Kapitel sowohl die Mechanismen der Wärmeübertragung unter Zugrundelegung der thermoplastischen Materialeigenschaften als auch die Berechnungsgrundlagen der solaren Einstrahlung vorgestellt werden. Diese Ausgangskriterien sind die Grundlage aller dokumentierten Betrachtungen. Zusätzlich werden die verwendeten Materialparameter sowie die Anwendungsbeschränkungen aufgelistet und erläutert.

#### 3.1 Thermische Effekte der Wärmeübertragung an einer Zylinderwand

Wärmeübertragung ist die Übertragung von Energie in Form eines Wärmestromes infolge des Temperaturunterschiedes innerhalb eines Mediums. Dabei wird diese Energie stets von der höheren Temperatur zur niedrigeren Temperatur übertragen. Prinzipiell unterscheidet man drei Mechanismen der Wärmeübertragung:

- Wärmeleitung (zeitunabhängig); Speicherung (zeitabhängig)
- Konvektion
- Strahlung

Den einzelnen Mechanismen kommt je nach übertragendem Werkstoff und treibender Temperaturdifferenz unterschiedliche Bedeutung zu.

Bei der Wärmeleitung vollzieht sich ein Energietransport durch Wechselwirkung von Atomen und Molekülen, die selbst nicht transportiert werden. Man spricht von einem stationären Medium (im vorliegenden Fall gibt es die Wärmeleitung vorrangig innerhalb der Zylinderwand). Bei der beispielhaften Erwärmung eines Stabes schwingen die Atome an der erwärmten Seite stärker, also mit höherer Energie, als am kälteren Ende des Stabes. Durch Stöße mit den jeweils benachbarten Atomen wird die Wärmeenergie allmählich durch den Stab geleitet, wobei jedes Atom an seinem Platz bleibt. Metalle leiten Wärme sehr gut, weil die freien Elektronen in ihnen während ihrer Bewegung ständig mit den Atomen zusammenstoßen, deren thermische Energie aufnehmen, dadurch ihre eigene kinetische Energie erhöhen und sie dann durch Stöße mit anderen Atomen wieder abgeben. Die Quantität der Wärmeleitung eines Stoffes wird über den Parameter der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  [W/(m K)] beschrieben. Der zeitunabhängige Zustand der Wärmeleitung wird bei instationären Betrachtungen durch den Effekt der Wärmespeicherung ergänzt. Die Wärmespeicherung wird im Wesentlichen durch den Parameter der Wärmekapazität  $c$  [J/(kg K)] bestimmt, welche die Wärmemenge beschreibt die zur Erwärmung des Werkstoffs um ein Kelvin benötigt wird.

Betrachtet man die Grenzfläche zwischen einem festen Körper und einem sich bewegenden Medium (Luft oder Flüssigkeit) wird bei einem Temperaturunterschied Wärme durch Konvektion übertragen. Dieses Transportphänomen hängt neben der Temperaturdifferenz, der Fläche der Grenzschicht auch von weiteren Parametern ab, die im sogenannten konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten  $R$  [W/(m<sup>2</sup> K)] zusammengefasst sind.

Wärmestrahlung ist eine nicht stoffgebundene Form des Energieaustausches durch elektromagnetische Wellen. Wenn die Strahlung auf einen Körper trifft kann diese absorbiert, reflektiert oder hindurch gelassen werden. Der Wärmestrom den ein Körper durch Strahlung aussendet hängt von seinem Emissionsgrad  $\epsilon$  [-] ab. Die Strahlung wird mit steigender Temperatur intensiver, so dass die Eigenstrahlung der Zylinderwand aus Kunststoff im vorliegenden Fall (Temperaturen unter 100 °C) vernachlässigt werden kann.

Die Abbildung 3-1 verdeutlicht die wesentlichen Effekte der Wärmeübertragung am Beispiel der Zylinderwand unter Sonneneinstrahlung.

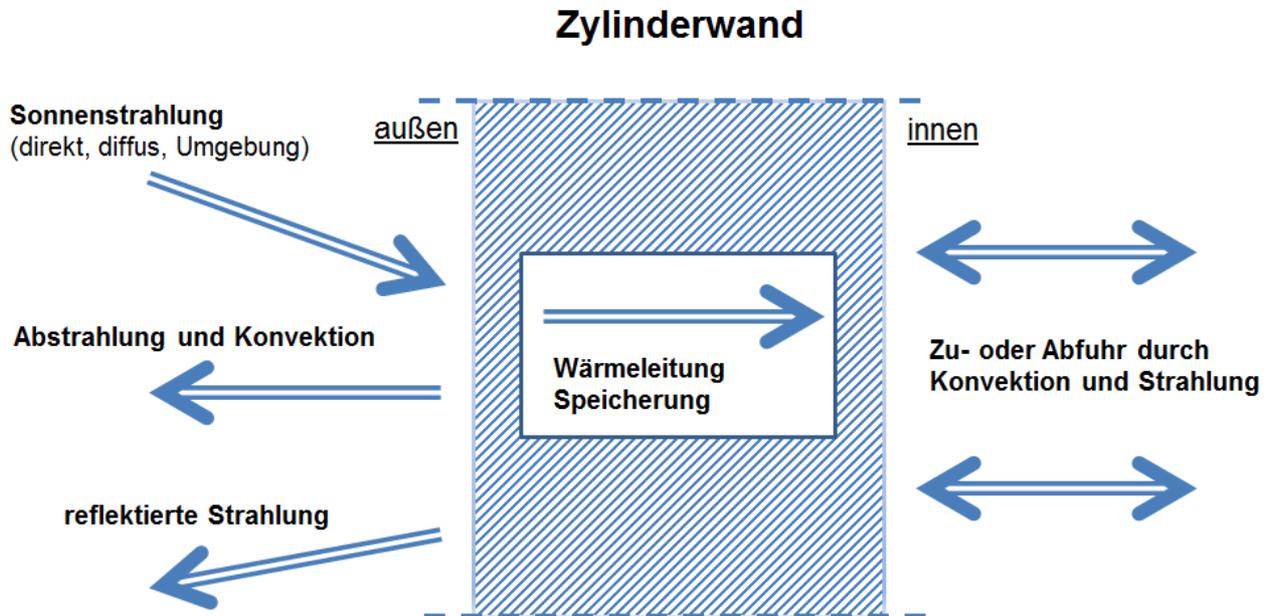


Abbildung 3-1: Wärmeübertragungseffekte an der Zylinderwand

### 3.2 Beherrschende Wärmeübertragungsgleichungen und Randbedingungen

Für die Berechnung von instationären Wärmeübertragungsproblemen mit Hilfe der Methode der finiten Elemente ist es vorteilhaft, sich die zugrunde liegenden Differentialgleichungen und die wesentlichen Annahmen zu verdeutlichen. Dies gilt insbesondere auch im Hinblick auf die im weiteren Verlauf der Untersuchungen durchzuführenden gekoppelten Berechnungen.

Die Temperaturverteilung in einem homogenen, isotropen Körper (Materialeigenschaften orts- und richtungsunabhängig) wird beschrieben durch die Fouriersche Differentialgleichung der Wärmeleitung (lineare DGL zweiter Ordnung).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial \Theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right) = \rho c \frac{d\Theta}{dt}$$

Dabei bezeichnet  $\rho$  die Dichte des Werkstoffes,  $c$  die Wärmekapazität,  $k$  die Wärmeleitfähigkeit und  $\Theta$  die Temperatur. Oft wird zur Vereinfachung der DGL die Annahme ausgenutzt, dass die Materialparameter als temperaturunabhängig angesehen werden können. Deutlich zu erkennen sind die im vorherigen Kapitel beschriebenen stationären und instationären Anteile. Die vorgestellte Differentialgleichung wird im Rahmen des Forschungsvorhabens mit einem numerischen Näherungsverfahren (Finite Elemente Methode) approximativ gelöst. Dabei sind im Rahmen der Berechnungen unterschiedliche Randbedingungen vorzugeben, die kurz aufzuführen sind und sich im Wesentlichen an den Effekten der Wärmeübertragung (Kapitel 3.1) orientieren:

- Temperaturrandbedingungen
- Wärmestromrandbedingungen

- Konvektionsrandbedingungen
- Strahlungsrandbedingungen

Die Randbedingungen werden im Rahmen der Berechnungen durch Vorgabe der Materialparameter, der Temperaturdifferenzen und der Übergangsbedingungen an einzelnen Volumen und Flächen direkt vorgegeben und beruhen unter anderem auf den nachfolgenden Vereinfachungen.

Für die konvektive Wärmeübertragung gehen wir davon aus, dass im Behälter zu jedem Betrachtungszeitpunkt eine einheitliche Temperatur herrscht. Die Konvektionskoeffizienten sind zeitlich konstant und temperaturunabhängig. Der instationäre Anteil der Wärmekapazität wird für das Medium und die Luft nur bei der Berechnung der Oberflächentemperaturen angesetzt. An der Innenseite des Behälters erfolgt keine Abstrahlung und auch das Medium sowie die Luft absorbieren keine Strahlung.

### 3.3 Betrachtungen zur solaren Einstrahlung

Im nachfolgenden Abschnitt 4 wird der Temperatureinfluss der solaren Einstrahlung auf die Behälter untersucht. Neben Einstrahlung spielen auch Sonnenstand und der resultierende Einfallswinkel auf die Behälteroberfläche eine einschneidende Rolle. Nachfolgend werden diese Parameter näher beschrieben.

Die Position der Sonne am Himmel ist über zwei Winkel mit dem Betrachter als Bezugspunkt definiert. Die Elevation  $\gamma_S$  beschreibt den Winkel zwischen dem Horizont und dem Mittelpunkt der Sonne. Als Azimut  $\alpha_S$  gilt der Winkel zwischen dem geographischen Norden und der Himmelsrichtung des Sonnenmittelpunkts. Die Drehrichtung ist weltweit nicht einheitlich festgelegt. Für die weiteren Betrachtungen ist das geographische Koordinatensystem wie folgt definiert: Norden bei  $0^\circ$ , Osten bei  $90^\circ$ , Süden bei  $180^\circ$  und Westen bei  $270^\circ$ , siehe Quaschnig [4].

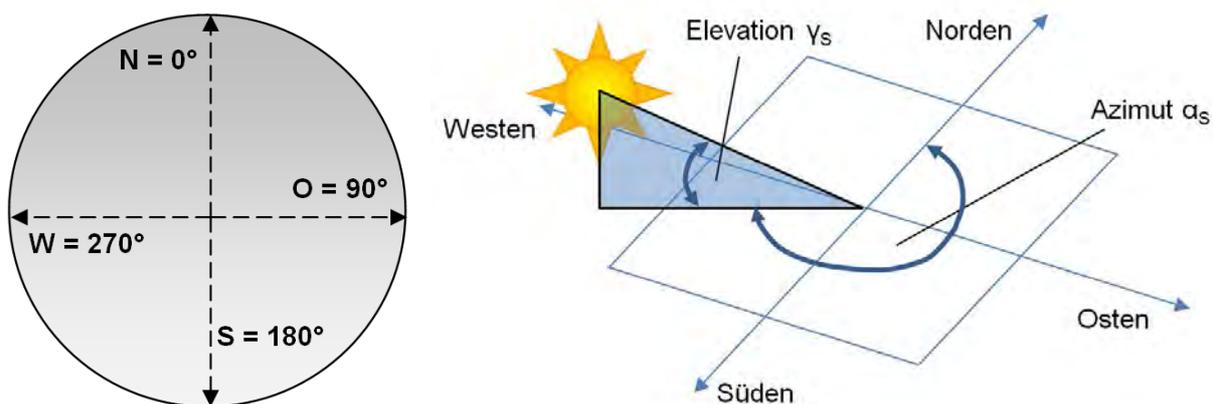


Abbildung 3-2: Geographisches Koordinatensystem und Darstellung zu Azimut und Elevation

Der Einfallswinkel  $\theta_h$  auf eine horizontale Fläche kann direkt aus  $\gamma_S$  abgeleitet werden ( $90^\circ - \gamma_S$ ). Trifft die Sonnenstrahlung auf eine geneigte Ebene kann der Einfallswinkel  $\theta_i$  bestimmt werden. Die Umrechnung wird mit Hilfe des Sonnenstandes und der Ausrichtung der Ebene durchgeführt. Die Ausrichtung der Ebene ist, wie die Sonnenposition, durch Azimut  $\alpha_E$  und Elevation  $\gamma_E$  bestimmt. Unter dem Azimutwinkel der geneigten Ebene ist der Winkel gemeint, um den die Ebene bezogen zur Nord-Süd-Ausrichtung verdreht ist. Die Elevation ist mit dem Neigungswinkel gleichzusetzen. Der Neigungswinkel der geneigten Ebene ist der Winkel den die geneigte Fläche mit der Horizontalen bildet. Der Winkel zwischen  $\gamma_S$  und der Flächennormalen der geneigten Ebene ergibt  $\theta_{gen}$ . Über den Stand der Sonne lässt sich so für jeden beliebigen Zeitpunkt im Jahr der Einfallswinkel  $\theta_{gen}$  auf eine geneigte Fläche bestimmen.

Als Einstrahlung  $H$  [ $\text{Wh/m}^2$ ] und Bestrahlungsstärke  $G$  [ $\text{W/m}^2$ ] wird die abgestrahlte und flächenbezogene Energie und Leistung der Sonne bezeichnet. Diese Strahlungsleistung entstammt Kernfusionsprozessen im Inneren der Sonne. Mit zunehmendem Abstand von der Sonne nimmt die flächenbezogene Bestrahlungsstärke ab. Über die Distanz zwischen Erd- und Sonnenmittelpunkt lässt sich die extraterrestrische Strahlung berechnen. Da die Entfernung zwischen Sonne und Erde aufgrund der elliptischen Umlaufbahn schwankt, variiert auch die Einstrahlung. Als Mittelwert gilt die Solarkonstante  $G_0$ . Sie beträgt nach Duffie & Beckman [3]  $1367 \text{ W/m}^2$ .

Durchschreitet die Solarstrahlung die Erdatmosphäre kommt nur ein Teil davon direkt an der Erdoberfläche an. Dieser Teil wird als Direktstrahlung  $G_b$  bezeichnet. Die Reduktionen entstehen durch Reflexion am Oberrand der Atmosphäre, durch Absorption der Atmosphäre und durch Rayleigh- und Mie-Streuung, vergleiche Duffie & Beckman [3]. Verschiedene Gase, Aerosole und Hydrometeore absorbieren hierbei die Energie bestimmter Wellenlängen. Dies führt zu einer standortspezifischen Dämpfung der Einstrahlung und ebenso zu einer individuellen Aufteilung der Einstrahlung in einen direkten und einen diffusen Anteil.

Der diffuse Anteil der Strahlung entsteht durch Reflexion und Streuung der einfallenden Strahlung. Diese Diffusstrahlung  $G_d$  besitzt keine definierte Richtung mehr. Die Summe aus  $G_b$  und  $G_d$  ergibt die Globalstrahlung  $G_G$ . Beziehen sich die Einstrahlungen auf eine horizontale Ebene, lauten ihre Bezeichnungen  $G_{b,h}$ ,  $G_{d,h}$  und  $G_{G,h}$ . Liegt die bestrahlte Fläche in einer geneigten Ebene, addiert sich zu  $G_{b,t}$  und  $G_{d,t}$  die vom Boden reflektierte Strahlung  $G_{ref}$ . Zusammen bilden sie die Globalstrahlung auf die geneigte Ebene  $G_{G,t}$ .

Die Umrechnung der Bestrahlungsstärken auf die Mantelfläche des zylindrischen Behälters erfolgt mittels eines Transpositionsmodells. Hierbei wird die Mantelfläche des Zylinders näherungsweise als eine große Anzahl kleiner vertikaler Ebenen betrachtet (vgl. Abbildung 3-3). Folglich kann damit die Bestrahlungsstärke auf jede dieser Ebenen über einen Zeitraum von einem Tag simuliert werden.

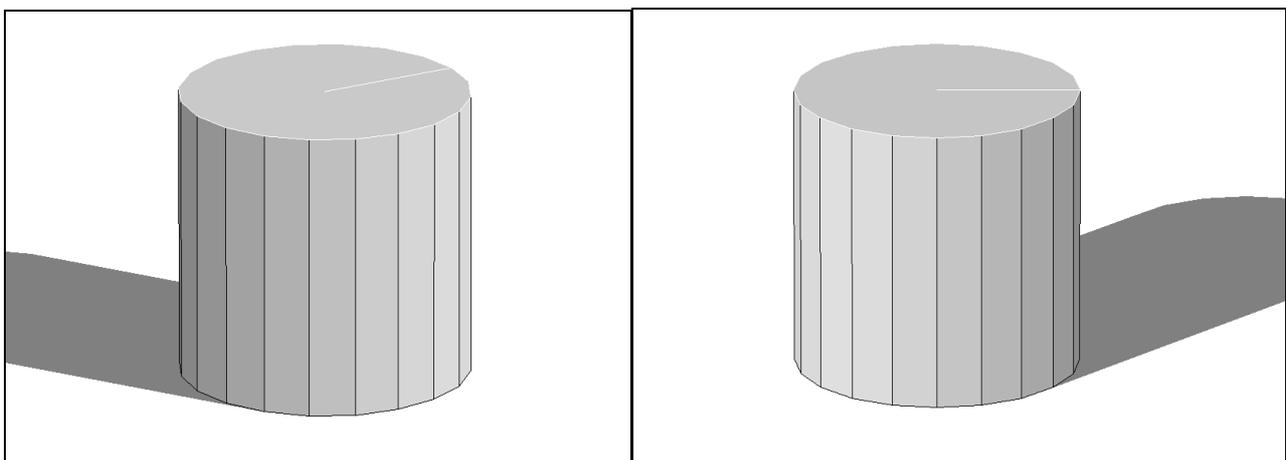


Abbildung 3-3: Schematische Darstellung der Sonneneinstrahlung auf einen zylindrischen Thermoplastbehälter, linkes Bild: morgens; rechtes Bild: abends

Im nächsten Schritt soll die Temperatur der einzelnen Zylinderabschnitte bestimmt werden. Diese errechnet sich aus der Bestrahlungsstärke auf die Oberfläche, der vorherrschenden Umgebungstemperatur und den Materialeigenschaften der Thermoplastbehälter. Betrachtet wird der zeitliche Temperaturverlauf über den ganzen Tag. Abschließend wird die Simulation für unterschiedliche Zylinderradien wiederholt.

### 3.4 Strahlungsmodelle

Im vorangegangenen Kapitel wird die Definition der Sonnenposition und der Weg der Sonnenstrahlung bis zur Oberfläche beschrieben. Nachfolgend werden die angewandten Modelle schrittweise erläutert:

Der Stand der Sonne wird für jeden beliebigen Zeitpunkt im Jahr nach Spencer [2] berechnet. Der Einfallswinkel auf die geneigte Ebene  $\theta_{gen}$  berechnet sich nach geometrischen Winkelbeziehungen zwischen der Orientierung der geneigten Ebene und der Sonnenposition:

$$\theta_{gen} = \arccos \left( -\cos \gamma_S \cdot \sin \gamma_E \cdot \cos(\alpha_S - \alpha_E) + \sin \gamma_S \cdot \cos \gamma_E \right)$$

$\theta_{gen}$ : Einfallswinkel

$\gamma_S$ : Sonnenelevation

$\gamma_E$ : Elevation der geneigten Ebene

$\alpha_S$ : Sonnenazimut

$\alpha_E$ : Azimut der geneigten Ebene

Nach Spencer [2] und Duffie & Beckman [3] lässt sich die extraterrestrische Strahlung  $G_0$ , zeitpunkt- und standortspezifisch ermitteln. Aus Sonnenstand und extraterrestrischer Strahlung lässt sich nach Bourges und Parrin de Brichambaut die Globalstrahlung für einen klaren Himmel wie folgt bestimmen:

$$G_{G,h} = 0,81 \cdot (\cos \theta)^{0,15} \cdot G_{ext}$$

$G_{G,h}$ : horizontale Globalstrahlung

$G_{ext}$ : extraterrestrische Strahlung

$\theta$ : Einfallswinkel

Dabei beschreibt der Faktor 0,81 die hier als konstant angenommenen Transmissioneigenschaften der Atmosphäre und der Term  $(\cos \theta)^{0,15}$  die Dämpfung der Einstrahlung in Abhängigkeit des zurückzulegenden Weges.

Die Globalstrahlung wird nach Erbs, Klein und Duffie in einen diffusen und einen direkten Anteil zerlegt. Dieses Verhältnis der Strahlungen ist über den stündlichen Clearness Index  $k_t$  definiert. Ein hoher  $k_t$  steht für einen überwiegend wolkenfreien Tag. Ein stark bewölkter Tag besitzt mit niedrigen  $k_t$  einen hohen Diffusanteil der Einstrahlung, siehe Duffie & Beckman [3]. Der Clearness Index  $k_t$  wird nach Reindl, Beckman und Duffie aus dem Verhältnis zwischen extraterrestrischer und globaler Einstrahlung und der Elevation der Sonne  $\gamma_S$  berechnet:

$$k_t = \frac{G_{G,h}}{G_0 \cdot \sin \gamma_S}$$

$k_t$ : Clearness Index

$G_0$ : extraterrestrische Strahlung

Das generelle Verhältnis zwischen globaler und diffuser Strahlung folgt nach Reindl sowie Duffie & Beckman [3]:

$$\frac{G_{d,h}}{G_{G,h}} = \begin{cases} 1,020 - 0,254 \cdot k_t + 0,0123 \cdot \sin \gamma_S & \text{für } k_t \leq 0,3 \\ 1,400 - 1,749 \cdot k_t + 0,177 \cdot \sin \gamma_S & \text{für } 0,3 < k_t < 0,78 \\ 0,486 \cdot k_t + 0,182 \cdot \sin \gamma_S & \text{für } k_t \geq 0,78 \end{cases}$$

$G_{d,h}$ : horizontale Diffusstrahlung

Der Anteil der Direktstrahlung wird durch eine Summengleichung bestimmt:

$$G_{b,h} = G_{G,h} - G_{d,h}$$

$G_{b,h}$ : horizontale Direktstrahlung

Aus den Winkelbeziehungen zwischen der geneigten und der horizontalen Ebene lässt sich nach Quaschnig [4] die direkte Bestrahlungsstärke auf die geneigte Fläche berechnen:

$$G_{b,t} = G_{b,h} \cdot \frac{\cos \theta_{gen}}{\sin \gamma_S}$$

$G_{b,t}$ : Direktstrahlung auf geneigte Ebene

Die Umrechnung der diffusen Bestrahlungsstärke auf die geneigte Ebene erfolgt nach vereinfachtem isotropem Himmelsmodell nach Liu und Jordan [17].

$$G_{d,t} = G_{d,h} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos \gamma_E)$$

$G_{d,t}$ : Diffusstrahlung in geneigte Ebene

Die reflektierte Strahlung geht mit dem isotropen Ansatz in die resultierende Globalstrahlung mit ein:

$$G_{ref,t} = G_{G,h} \cdot \rho \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos \gamma_E)$$

$G_{ref,t}$ : Reflexionsstrahlung auf geneigte Ebene

$\rho$ : Reflexionsgrad (sogenannte Albedo)

$\gamma_E$ : Elevation der geneigten Ebene

Die Globalstrahlung auf die geneigte Fläche  $G_{G,t}$  errechnet sich aus der Summe der vorangegangenen Gleichungen:

$$G_{G,t} = G_{b,t} + G_{d,t} + G_{ref,t}$$

$G_{G,t}$ : Globalstrahlung auf geneigte Ebene

Somit erhält man die Globalstrahlung auf die geneigte Ebene, auf der die weiteren Temperaturberechnungen basieren.

### 3.5 Temperaturmodell

Die Wärmeeinwirkung auf Außenbauteile erfolgt durch Strahlung und Konvektion. In diesem Fall empfiehlt es sich nach Eicker [5] eine fiktive Außenlufttemperatur - die sogenannte solare Temperatur - zu definieren. Diese solare Temperatur berücksichtigt bereits die äußere Umgebungstemperatur und die vorherrschende Bestrahlungsstärke auf die Bauteiloberfläche. Sie berechnet sich wie folgt:

$$T_{Sol} = T_{amb} + G \cdot a \cdot R_{s,e}$$

$T_{amb}$ : äußere Umgebungstemperatur (äußere Fernfeldtemperatur)

$G$ : Bestrahlungsstärke auf die Bauteilfläche

( $G_h$ : horizontal auf den Behälterdeckel,  $G_v$ : vertikal auf die Mantelfläche)

$a$ : Absorptionskoeffizient

$R_{s,e}$ : äußerer Wärmeübergangswiderstand

Je nach Ausrichtung der Bauteiloberfläche wird unterschieden nach horizontaler solarer Temperatur  $T_{Sol,h}$  und vertikaler solarer Temperatur  $T_{Sol,v}$ . Mit Hilfe der solaren Temperatur und der Wärmebilanzgleichung für die Wärmeübertragung lässt sich die äußere Oberflächentemperatur des Bauteils wie folgt bestimmen:

$$T_{O,a} = T_{Sol} + \frac{R_{s,e}}{R_{s,ges}} \cdot (T_i - T_{Sol})$$

$T_{O,a}$ : äußere Oberflächentemperatur

$T_i$ : innere Umgebungstemperatur (innere Fernfeldtemperatur)

$R_{s,ges}$ : gesamter Wärmeübergangswiderstand

Der gesamte Wärmeübergangswiderstand setzt sich zusammen aus

$$R_{s,ges} = R_{s,e} + \frac{d}{\lambda} + R_{s,i}$$

$d$ : Wandstärke

$\lambda$ : Wärmeleitfähigkeit

$R_{s,i}$ : äußerer Wärmeübergangswiderstand

$R_{s,i}$ : innerer Wärmeübergangswiderstand

Die innere Umgebungstemperatur zum Zeitpunkt  $t$  errechnet sich nach:

$$T_{i,t} = T_{i,t=0} + \frac{dT_{i,D}}{dt} + \frac{dT_{i,M}}{dt}$$

$T_{i,t=0}$ : innere Umgebungstemperatur zum Zeitpunkt  $t = 0$

$dT_{i,D}/dt$ : zeitliche innere Temperaturänderung durch Wärmetransport im Deckel

$dT_{i,M}/dt$ : zeitliche innere Temperaturänderung durch Wärmetransport in der Mantelfläche

Die zeitlichen Temperaturänderungen ergeben sich aus

$$\frac{dT_{i,D}}{dt} = \frac{T_{Sol,h} - T_{i,t-1}}{R_{s,ges} \cdot (\rho_i \cdot c_i \cdot V_i + \rho_m \cdot c_m \cdot V_m)}$$

$T_{i,t-1}$ : innere Umgebungstemperatur zum Zeitpunkt  $t-1$

und

$$\frac{dT_{i,M}}{dt} = \frac{T_{Sol,v} - T_{i,t-1}}{R_{s,ges} \cdot (\rho_i \cdot c_i \cdot V_i + \rho_m \cdot c_m \cdot V_m)}$$

Hierbei beziehen sich die Dichte  $\rho$ , Wärmekapazität  $c$  und Volumen  $V$  sich auf das betrachtete Volumen. Der Index  $i$  steht in beiden Fällen für das Innere des Behälters und unterscheidet sich je nach Füllung. Der Index  $m$  steht für das Bauteil. Im ersten Fall bezieht er sich auf den Deckel und im zweiten Fall auf das einzelne Segment des Hohlzylinders.

### 3.6 Wesentliche Randbedingungen

Die zu erwartenden Materialtemperaturen auf der Oberfläche des Thermoplastbehälters hängen maßgeblich von Standort und Untersuchungszeitpunkt ab. Zu diesem Zweck werden im ersten Schritt die Randbedingungen definiert, unter denen die maximalen Materialtemperaturen zu erwarten sind. Als Grundlage werden dazu die in Deutschland maximal erreichbaren Globalstrahlungen und Umgebungstemperaturen herangezogen. Es wird ein deterministisches Modell erstellt. Daher werden als Eingangsparameter die Werte für den heißesten Tag in Deutschland ohne Berücksichtigung eines Sicherheitskonzeptes verwendet. Zum Zeitpunkt der Bearbeitung wurden die Höchsttemperatur der letzten 100 Jahre mit 40,2 °C am 13.08.2003 in Freiburg aufgezeichnet (vgl. Abbildung 3-4, Quelle: Deutscher Wetterdienst (DWD), Presse- und Öffentlichkeitsarbeit, Frankfurter Straße 135, 63067 Offenbach). Dieser Tagesgang der Außenlufttemperatur dient als Temperaturreferenz in der späteren Simulation.

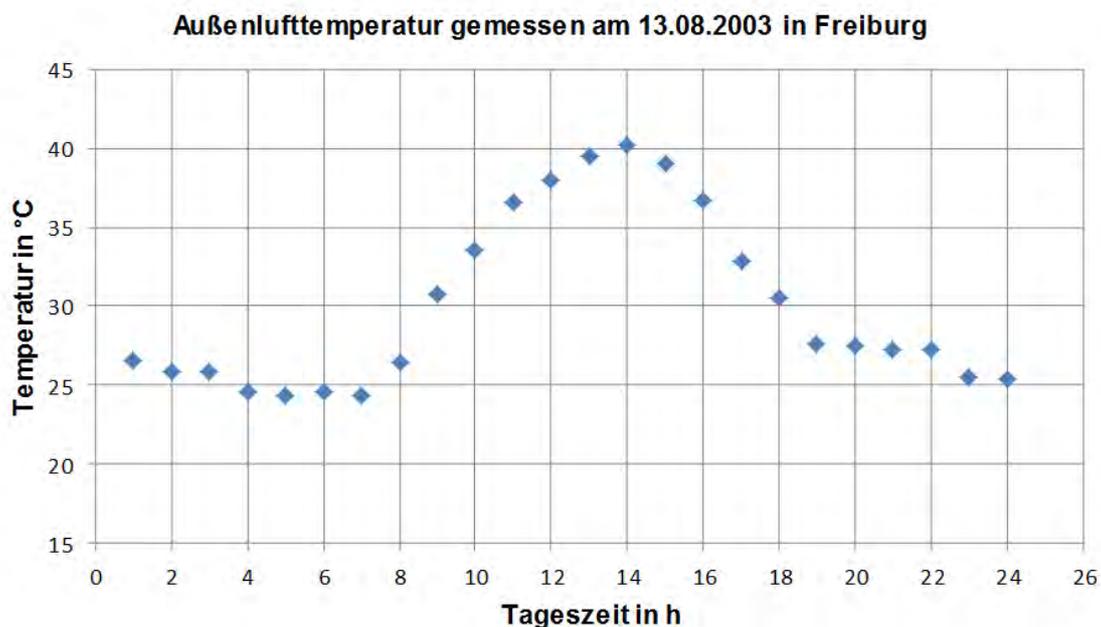


Abbildung 3-4: Tagesverlauf der Außenlufttemperatur in Freiburg (Quelle: DWD)

Generell wird in dem vorliegenden Forschungsvorhaben unterschieden zwischen einem gefüllten Zustand (über den Tag konstante Medientemperatur von 30 °C) und einem leeren Zustand (innere Lufttemperatur ändert sich mit der Tageszeit, siehe Abbildung 5-1) der zu betrachtenden Behälter. Diese Zustände sind bei der Definition der Randbedingungen an der Innenseite der Zylinder jeweils zu berücksichtigen. Dies erfolgt über die jeweilige Zuweisung der entsprechenden Wärmeübergangskoeffizienten zur Definition der Konvektion. Diese wurden festgelegt zu:

- $R_{S,e} = 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  für den Übergang zur Wand an der Außenseite (gängiger Wert für außenliegende Luftströmung)
- $R_{S,i} = 5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  für den Übergang zur Wand an der Innenseite bei Luft (gängiger Wert für Fassaden)
- $R_{S,i} = 200 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  für den Übergang zur Wand an der Innenseite bei Füllung (gängiger Wert für stehende Flüssigkeiten)

Um bei den Untersuchungen die Übergangsbedingungen möglichst detailgetreu abzubilden, sind Parameter sowohl für die Luft als auch für das Füllungsmedium anzugeben. Bei allen Untersuchungen wurden die nachfolgend aufgelisteten Kennwerte verwendet:

Dichte (Luft)  $\rho = 1,185 \text{ kg}/\text{m}^3$

Wärmekapazität (Luft)  $c = 1005 \text{ J}/(\text{kg K})$

Dichte (Füllung)  $\rho = 999,97 \text{ kg}/\text{m}^3$

Wärmekapazität (Füllung)  $c = 4184 \text{ J}/(\text{kg K})$

### 3.7 Thermische Eigenschaften der Thermoplaste und Materialparameter

Bei thermoplastischen Kunststoffen unterliegen die Kennwerte, die der Tragwerksplaner zur Dimensionierung benötigt (Steifigkeit, Festigkeit, Schweißfaktoren etc.) einer sehr starken Abhängigkeit von der Zeit und der Temperatur, siehe DVS Richtlinien [1] und Abbildung 2-1. Daher ergeben sich durch die in der vorliegenden Arbeit zu untersuchenden Temperaturverteilungen durch Sonneneinstrahlung signifikante nicht zu vernachlässigende Beeinflussungen der bemessungsmaßgebenden Materialparameter. Die in diesem Forschungsvorhaben verwendeten Kennwerte der Kunststoffmaterialien sollen im Folgenden kurz erläutert und begründet werden.

Wie bei nahezu allen Werkstoffen besteht auch bei thermoplastischen Kunststoffen die Tendenz, dass bei tieferen Temperaturen die Festigkeit und die Steifigkeit zunehmen, während die Verformungsfähigkeit abnimmt. Weiterhin werden das Kriechen und Altern verzögert. Bei höheren Temperaturen wird die entgegengesetzte Tendenz beobachtet, die Festigkeitswerte nehmen teilweise rapide ab, die Formänderungsfähigkeit nimmt zu und die Werkstoffe werden weniger schlag- und kerbempfindlich.

Im Behälter- und Apparatebau werden hauptsächlich teilkristalline Thermoplaste wie Polyethylen (PE) und Polypropylen (PP) in ihren unterschiedlichen Konfigurationen verwendet. Die zur Berechnung notwendigen Materialkennwerte sind in den Richtlinien und Beiblättern der DVS Regelwerke [1] zusammen gefasst. Auch wird speziell auf das temperaturabhängige Verhalten und die damit verbundenen Einschränkungen verwiesen. Die notwendigen thermischen Parameter der teilkristallinen Thermoplaste liegen etwa in einer Größenordnung und können im Rahmen dieser Arbeit übergeordnet angenommen werden. Dabei verwenden wir grundsätzlich die Kennwerte für PE und können damit das generelle thermische Verhalten von PP in den beschriebenen Anwendungsgrenzen hinreichend genau und auf der sicheren Seite liegend abschätzen und beurteilen.

Werden Kunststoffe durch die Verwendung von Farbstoffen auf molekularer Ebene eingefärbt, beeinflusst dies unter anderem die Absorption der Wärmestrahlung. Ein schwarzes Material beispielsweise absorbiert viel mehr Sonnenlicht als ein weißer Werkstoff. Der Absorptionskoeffizient  $\alpha$  beschreibt das Verhältnis der absorbierten Wärmestrahlung zur auftreffenden Strahlung. Für den idealen schwarzen Körper entspricht der theoretische Wert für  $\alpha = 1$ . In den hier dokumentierten Untersuchungen wurde ein Absorptionskoeffizient von 0,9 verwendet, welcher ein schwarzes Thermoplastmaterial repräsentiert. Dadurch werden andersfarbige Kunststoffe auf der sicheren Seite mit abgedeckt, da deren Absorption der Wärmestrahlung geringer ausfallen würde.

Die verwendeten, übergeordneten Materialparameter für die teilkristallinen Thermoplaste können wie folgt zusammengefasst werden:

Dichte	$\rho$	=	940 kg/m <sup>3</sup>
Ausdehnungskoeffizient:	$\alpha_T$	=	170 e-06 1/K
Wärmeleitfähigkeit	$\lambda$	=	0,4 W/(m K)
Wärmekapazität	$c$	=	1700 J/(kg K)
Absorptionskoeffizient	$\alpha$	=	0,9

Für die gekoppelten thermomechanischen Berechnungen sowie für die rein mechanischen Vergleichsrechnungen wird als Eingangsparameter zusätzlich der Kriechmodul als Wert für die Steifigkeit benötigt. Die grundsätzlichen Regelwerke beschreiben die Temperaturabhängigkeit in 10 °C Schritten. In den vorliegenden Betrachtungen wurden die Kurzzeitwerte für PE nach DVS (Tabelle 3-1) verwendet:

Temperatur	Kurzzeit Kriechmodul PE nach DVS [1]
20 °C	800 MPa
30 °C	550 MPa
40 °C	390 MPa
50 °C	270 MPa
60 °C	190 MPa

Tabelle 3-1: Temperaturabhängiger Kriechmodul am Beispiel von PE

In den Bereichen zwischen den Vorgaben wird der Kriechmodul linear interpoliert. Für den Temperaturbereich oberhalb von 60 °C wurde die gleiche Steigung angesetzt wie zwischen 50 °C und 60 °C.

## 4 Berechnung der Oberflächentemperatur

Mit den im vorangegangenen Kapitel vorgestellten Randbedingungen und übergeordneten Parametern sollen nun Simulationen zur Einstrahlung und zur Bestimmung der Oberflächentemperaturen für unterschiedliche Behälter durchgeführt werden. Dabei erfolgt grundsätzlich die Simulation eines Tages und eines Aufstellortes (13.08.2003 in Freiburg). Aus dem Vergleich der unterschiedlichen Varianten kann eine Behälterkonfiguration abgeleitet werden, mit der im weiteren Verlauf für die gefüllte und ungefüllte Konfiguration alle Betrachtungen auf der sicheren Seite liegend abgeschätzt werden können. Die Berechnungen der Oberflächentemperaturen erfolgt mit dem Programmsystem INSEL.

### 4.1 Vorstellung INSEL

Die Simulation der Einstrahlung und Temperatur erfolgt in INSEL (Integrated Simulation Environment Language). Hierbei handelt es sich um eine modulare und graphische Simulationsumgebung, die speziell für Fragestellungen zur Energiemeteorologie und deren Auswirkungen auf Komponenten und Systeme entwickelt wurde. Integriert in der Software sind bereits Modelle zu energiemeteorologischen Themen, wie z.B. der Modellierung von Photovoltaik- oder Windkraftanlagen (vgl. Abbildung 4-1), aber auch beliebig weitere Modelle lassen sich in INSEL implementieren.

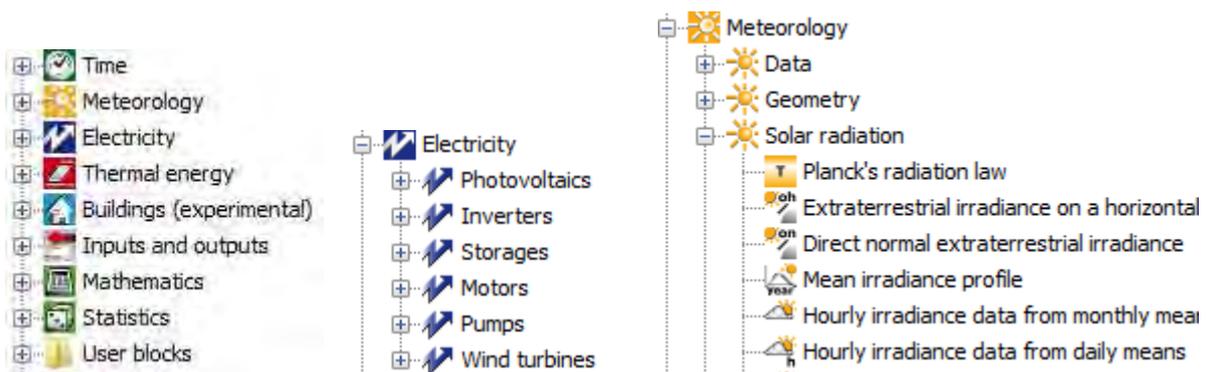


Abbildung 4-1: Anwendungsgebiet und Modelldatenbank von INSEL

Zur besseren Übersichtlichkeit lassen sich Modelle und einzelne Algorithmen zu Makros (M) zusammenfassen (vgl. Abbildung 4-2). So wurden im Rahmen dieser Arbeit z.B. die bereits beschriebenen Strahlungsmodelle unter dem Makro „Strahlungsmodell Einstrahlung“ vereint. Gleichzeitig wurden die enthaltenen Variablen zentral definiert. Diese bestehen aus den beschriebenen Randbedingungen, wie z.B. Standort, Tag im Jahr, Materialkonstante, Wärmeübergangswiderstände und geometrischen Abmessungen des Zylinders.

Weitere Makros enthalten die Volumenberechnungen einzelner Zylindersegmente, die Berechnungen unterschiedlicher querschnittsabhängiger Wärmeübergangswiderstände und die Berechnung der Materialtemperaturen mittels der bereits beschriebenen thermodynamischen Gleichungen. Die berechneten Temperaturen werden zur Analyse oder zur Verwendung in weiterführenden Berechnungen exportiert.

Die Simulation erfolgt in einzelnen Zeitschritten mit einer Schrittweite von einer Minute. In Abhängigkeit der Tageszeit errechnen sich die Bestrahlungsstärken auf die Behälteraußenwände. Die Umgebungstemperaturen basieren auf den beschriebenen Messdaten. Die Material- und Innentemperatur errechnet sich nach dem beschriebenen Temperaturmodell. Da die Innentemperaturen maßgeblich durch die zeitlichen Temperaturänderungen bestimmt werden, müssen die Ergebnisse zum Zeitpunkt  $t$  und  $t-1$  gleichzeitig verarbeitet werden. Das wiederum setzt voraus, dass die Ergebnisse zum Zeitpunkt  $t-1$  temporär gespeichert wurden und im

daraufliegenden Zeitschritt  $t$  wieder abgerufen werden können. Diese notwendige Funktion wurde im Rahmen dieser Arbeit in INSEL entsprechend umgesetzt.

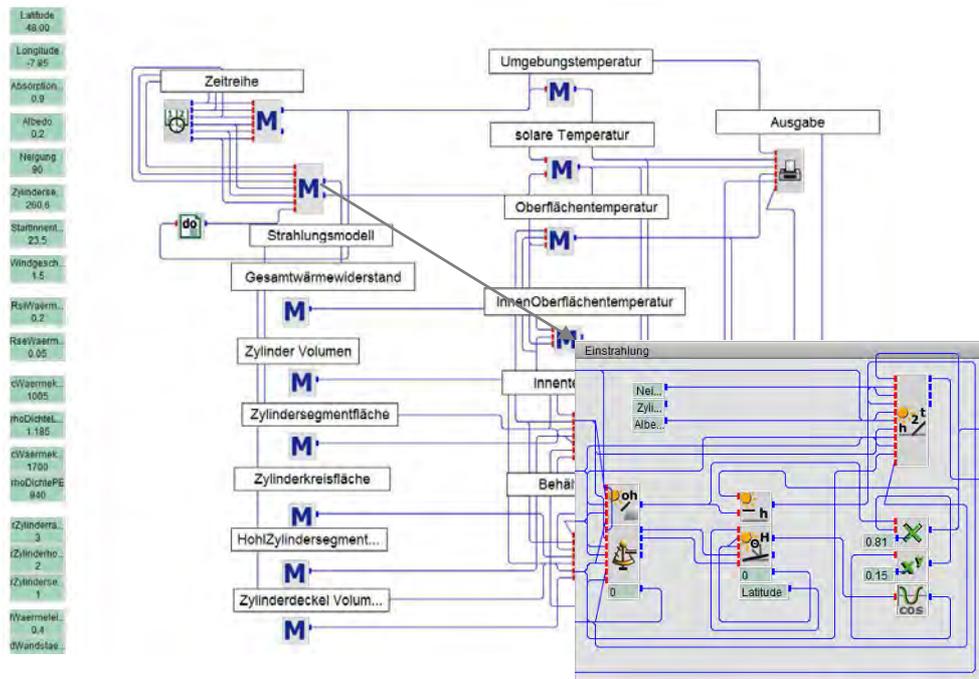


Abbildung 4-2: Modellaufbau zur Temperaturbestimmung in INSEL

#### 4.2 Beschreibung der wesentlichen Effekte anhand eines Tagesverlaufes

Im folgendem wird der qualitative Verlauf der Oberflächentemperatur für einen leeren Behälter beschrieben.

Zunächst wird die ermittelte Oberflächentemperatur im maßgebenden Horizontalschnitt in Abhängigkeit der Zeit und des Zylindersegment ( $N = 0^\circ$ ,  $O = 90^\circ$ ) betrachtet. In den Morgenstunden legen die Sonnenstrahlen eine längere Strecke durch die Atmosphäre zurück, was eine Dämpfung der Bestrahlungsstärke zur Folge hat. Gleichzeitig treffen die Strahlen nahezu senkrecht auf die vertikale Zylinderaußenwand. Ein rascher Anstieg der Temperatur, der der Sonne zugewandten Zylinderfläche (vgl. Abbildung 4-3, Zylindersegment  $60^\circ$ - $120^\circ$ ) ist zu beobachten. Zeitgleich erhöht sich die Temperatur der sonnenabgewandten Flächen (vgl. Abbildung 4-3, Zylindersegment  $240^\circ$ - $300^\circ$ ) mit zunehmender Umgebungstemperatur deutlich langsamer.

Mittags treffen die Sonnenstrahlen einerseits mit reduzierter atmosphärischer Dämpfung und folglich höherer Bestrahlungsstärke, andererseits im spitzen Winkel auf die vertikale Zylinderoberfläche. Die nun sonnenzugewandte Fläche zeigt einen geringen Rückgang der maximalen Oberflächentemperatur. Am Nachmittag erhöht sich zunächst die Temperatur der Südwesten zugewandten Oberfläche auf ein erneutes kurzzeitiges Maximum bis mit untergehenden Sonne ein rascher Abfall der gesamten Oberflächentemperatur zu beobachten ist.

Zusammenfassend zeigt sich über den Tagesgang für die sonnenzugewandte Zylinderfläche ein annähernd gleichbleibend hohes Plateau der Oberflächentemperatur. Hingegen erreicht die sonnenabgewandte Seite nach kurzer Zeit wieder annähernd Außenlufttemperatur.

Untersuchungen mit einem gefüllten Behälter mit konstanter Medientemperatur ( $30^\circ\text{C}$ ) zeigen einen vergleichbaren Verlauf mit reduzierten Maximaltemperaturen (vgl. Abbildung 4-4)

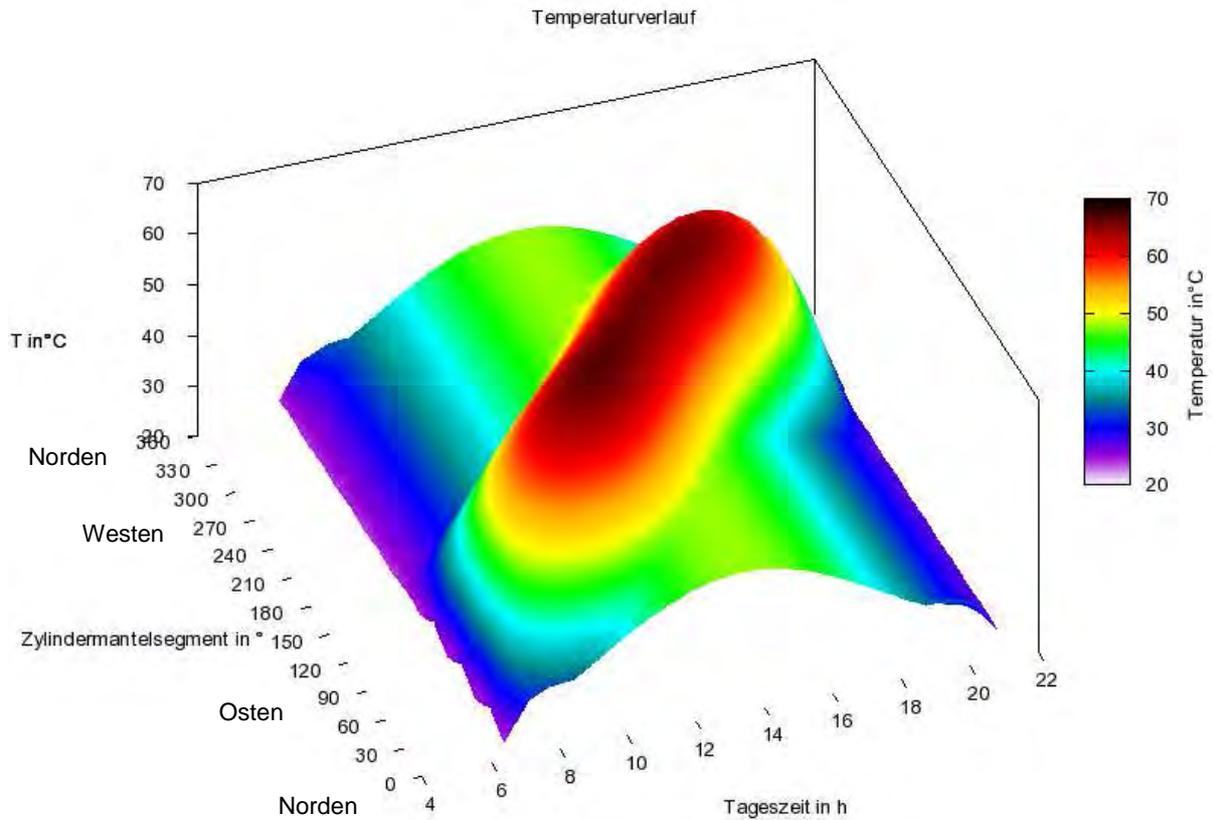


Abbildung 4-3: Temperaturverläufe über den Betrachtungszeitraum für einen leeren Behälter

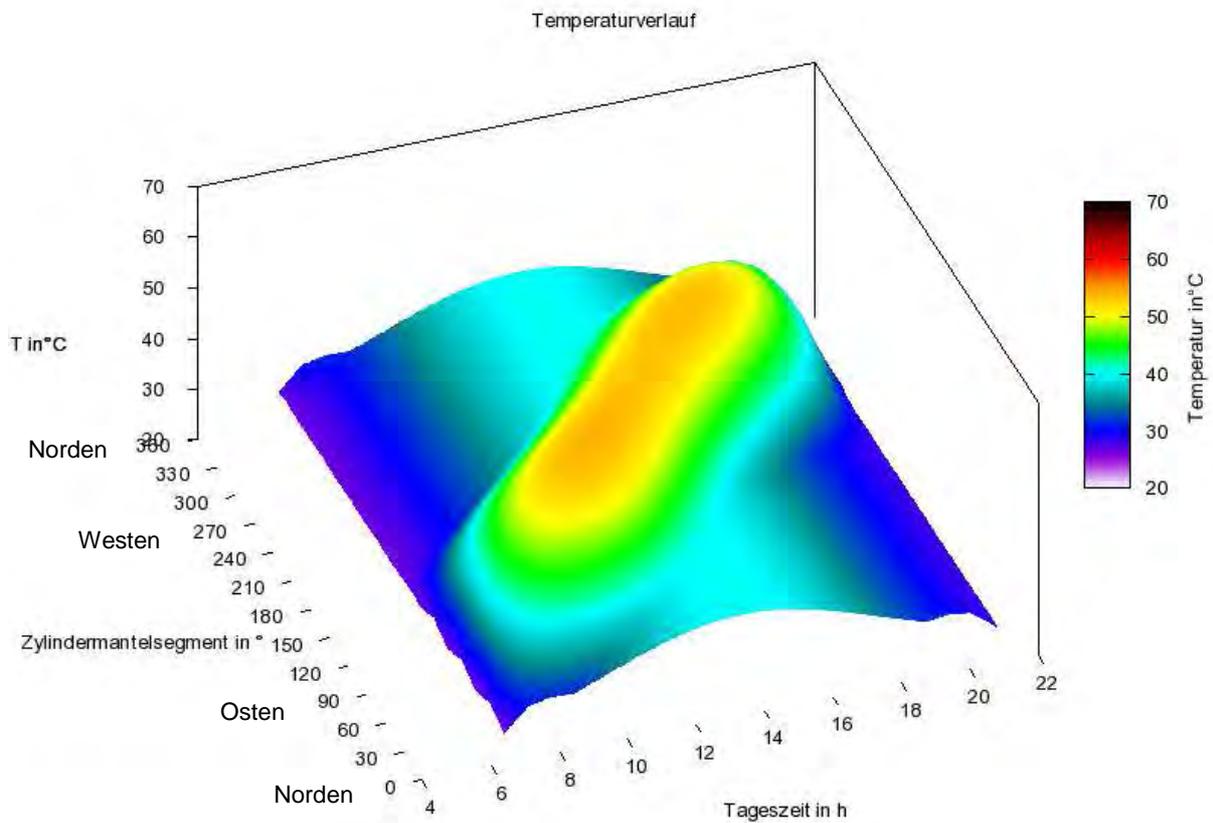


Abbildung 4-4: Temperaturverläufe über den Betrachtungszeitraum für einen gefüllten Behälter

Ein vereinfachte und übersichtliche Darstellung der Temperaturen in Abhängigkeit der Tageszeiten zeigt Abbildung 4-5. Die grünen und roten Flächen beschreiben den Temperaturbereich entlang der Zylinderaußenwand. Neben der Oberflächentemperatur an der Außenwand lassen sie so die Temperaturverläufe im inneren und auf der Deckeloberfläche übersichtlich veranschaulichen. Der Tagesverlauf der Innentemperatur und der Deckeloberflächentemperatur orientiert sich maßgeblichen an der vorherrschenden, vorgegebenen Umgebungstemperatur. Hingegen die Oberflächentemperaturen an der äußeren Mantelfläche schwächt sich, wie bereits beschrieben, über die Mittagzeit leicht ab. Die höchsten Materialtemperaturen an der Außenwand treten mit ca. 67 °C gegen 11 Uhr im Zylindersegment 120°-130° und gegen 17 Uhr im Zylindersegment 230°-240° auf.

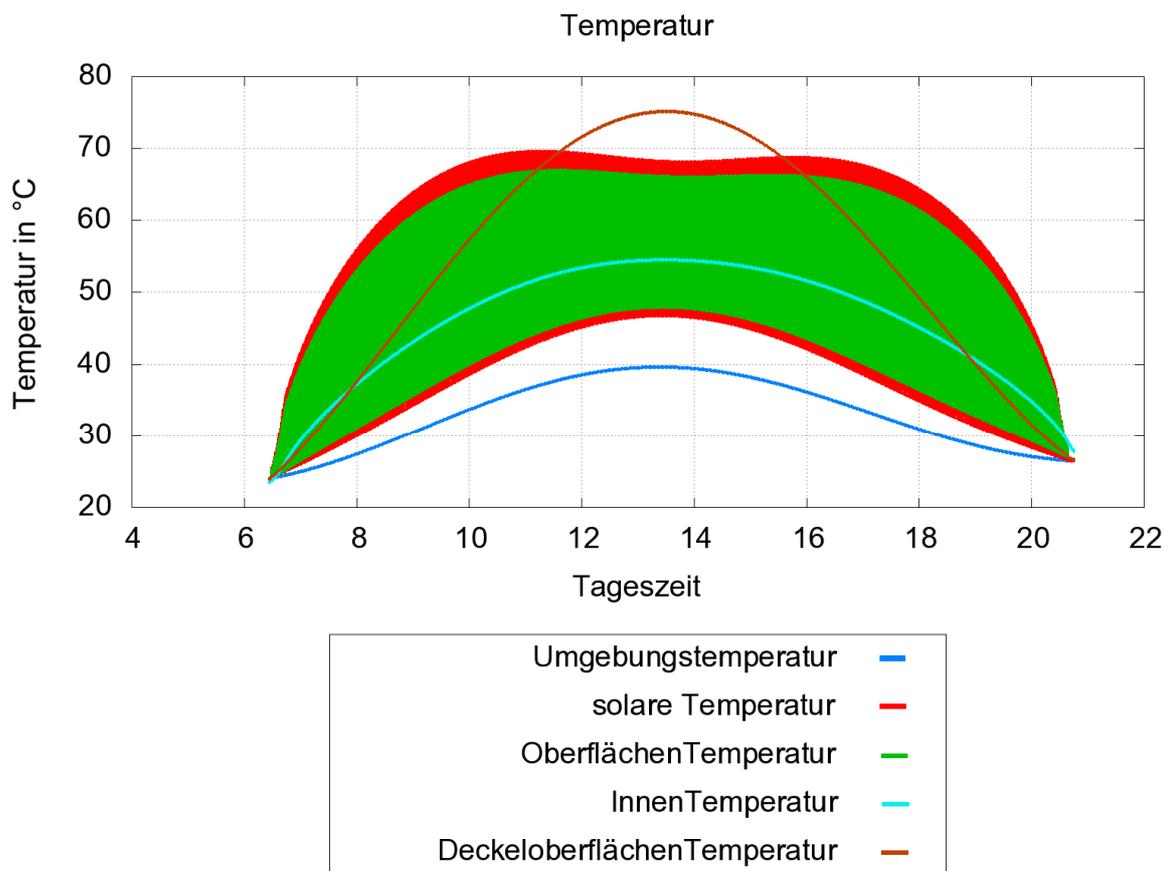


Abbildung 4-5: Temperaturverläufe eines ungefüllten Behälters

#### 4.3 Vergleich und Gegenüberstellung der untersuchten Varianten

Im nächsten Arbeitsschritt wird die Abhängigkeit und Beeinflussung der Zylindergeometrie auf die Temperaturverteilung untersucht. Ausgehend von den aufgelisteten Randbedingungen werden für die beiden Behälterkonfigurationen (gefüllt und ungefüllt) die Oberflächentemperatur an der Außenseite sowie die Innentemperatur bei Luftfüllung für unterschiedliche Geometriewerte bestimmt und ausgewertet. Um den Einfluss der Geometrie Kennwerte auf die Berechnung der Temperaturverläufe über die Zeit zu bestimmen, wurden folgende Kennwerte in den angegebenen Grenzen variiert:

- Zylinderradius: R zwischen 0,5 m und 4,0 m
- Zylinderhöhe: H zwischen 1,0 m und 5,0 m
- Wandstärke: s zwischen 8 mm und 100 mm

Exemplarisch werden nachfolgend die zeitlichen Temperaturverläufe im Zylindersegment 120° dargestellt und beschrieben, da in diesem Bereich die maximalen Temperaturen erreicht werden. Wird bei der Variation einer Kenngröße der maßgebende Zustand erreicht wird diese Kenngröße fixiert und die anderen Werte nacheinander variiert, bis zum Schluss die übergeordneten Geometrie Kennwerte abgeleitet werden können. Der Zylinderradius wirkt sich, wie in Abbildung 4-6 dargestellt, nur gering auf die Temperatur aus. Mit zunehmendem Radius steigt die Maximaltemperatur um weniger als 0,1 K/m an.

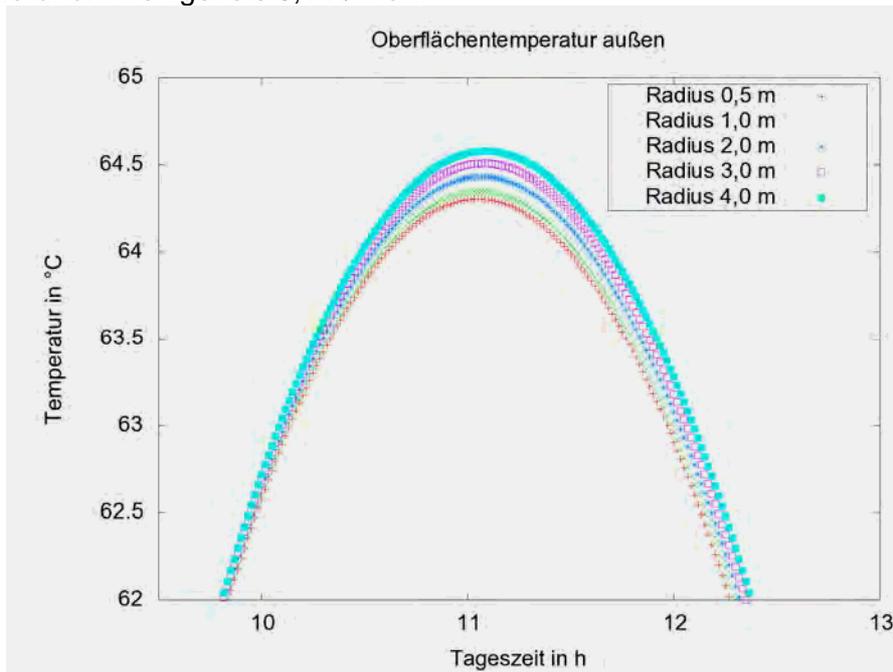


Abbildung 4-6: Variantenvergleich Zylinderradien

Der Einfluss der Zylinderhöhe auf die Oberflächentemperatur der Außenwand ist nahezu nicht feststellbar. Ein minimaler Abfall der Temperatur mit zunehmender Höhe ist zu beobachten (vgl. Abbildung 4-7)

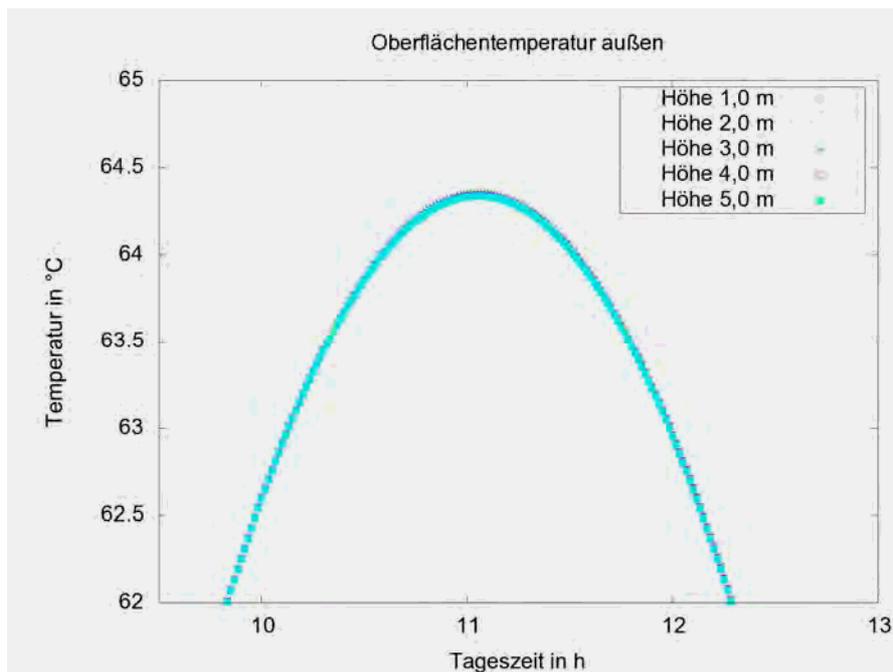


Abbildung 4-7: Variantenvergleich Zylinderhöhen

Wird die Wandstärke des Behälters erhöht, steigt die Temperaturen an der äußeren Zylinderwand geringfügig. Erst ab einer massiven Wandstärke von 10 cm zeigen sich Temperaturunterschiede von bis zu 1 K (vgl. Abbildung 4-8).

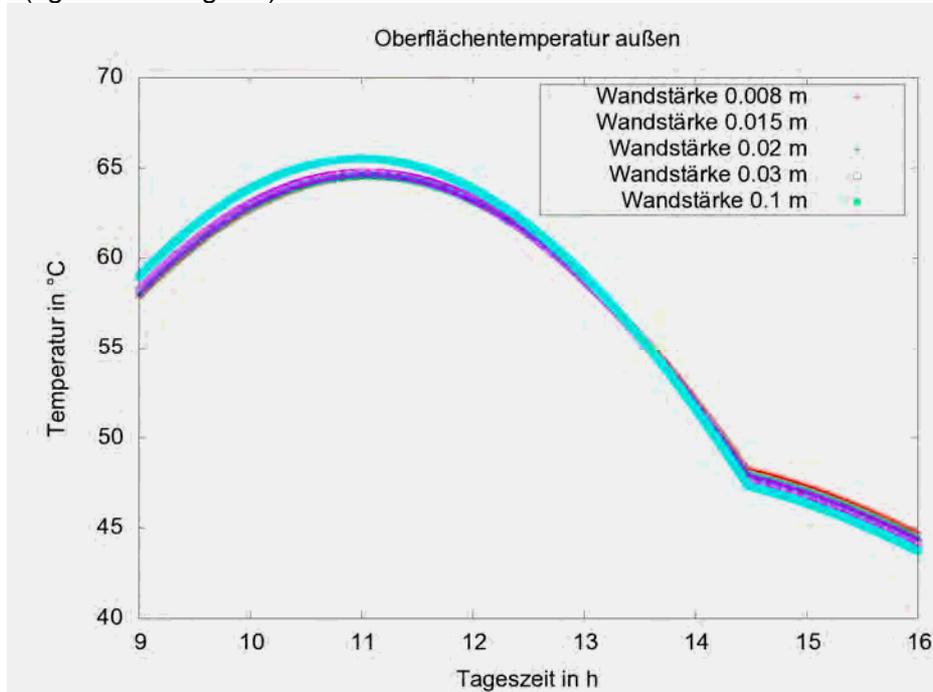


Abbildung 4-8: Variantenvergleich Wandstärken

Neben den Geometrie Kennwerten wird auch der Einfluss der Jahreszeiten untersucht. Dieser setzt sich maßgeblich aus Sonnenstand, Sonneneinfallswinkel und Bestrahlungsstärke zusammen. Da bei vertikalen Bauteilen vor allem flachere Sonnenstände zu höheren Bestrahlungsstärken führen, ist in den Monaten August und September (oder April und Mai) mit den maximalen Temperaturen unter Berücksichtigung der definierten Umgebungstemperaturen zu rechnen (vgl. Abbildung 4-9).

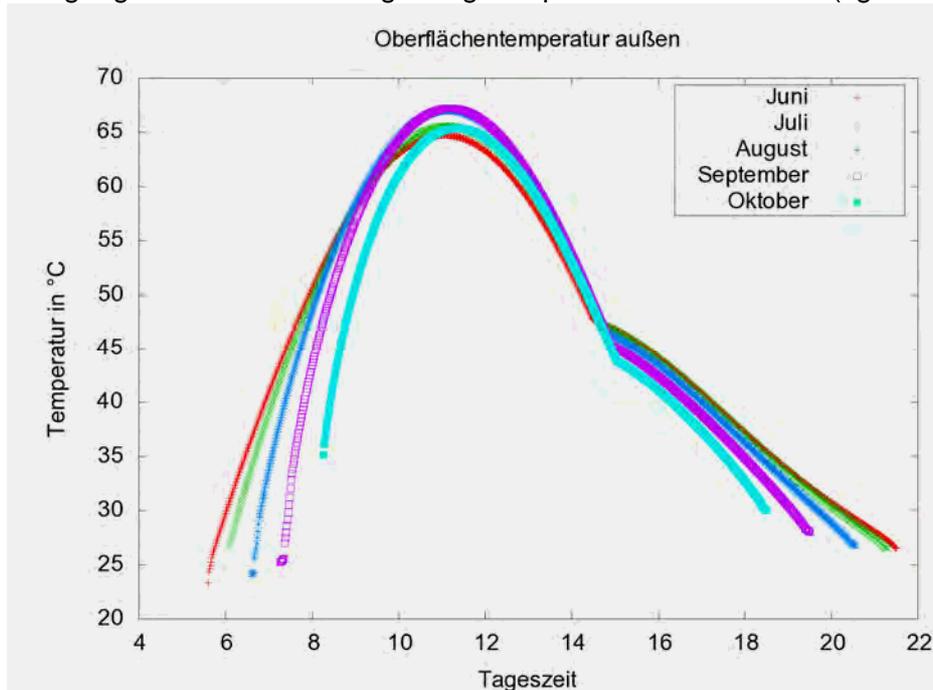


Abbildung 4-9: Variantenvergleich Jahreszeiten

Es werden nun die Kennwerte für die Konvektion durch die Füllung variiert. Die Erhöhung des Koeffizienten steht für eine ansteigende Strömungsgeschwindigkeit des Mediums. Mit steigendem Wärmeübergangskoeffizienten von  $5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  auf  $100 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  sinkt die Oberflächentemperatur der Außenwand erst rapide ab (vgl. Abbildung 4-10). Bei weiterer Erhöhung des Koeffizienten auf bis zu  $500 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  sind nur noch geringe Absenkungen der Temperatur zu beobachten.

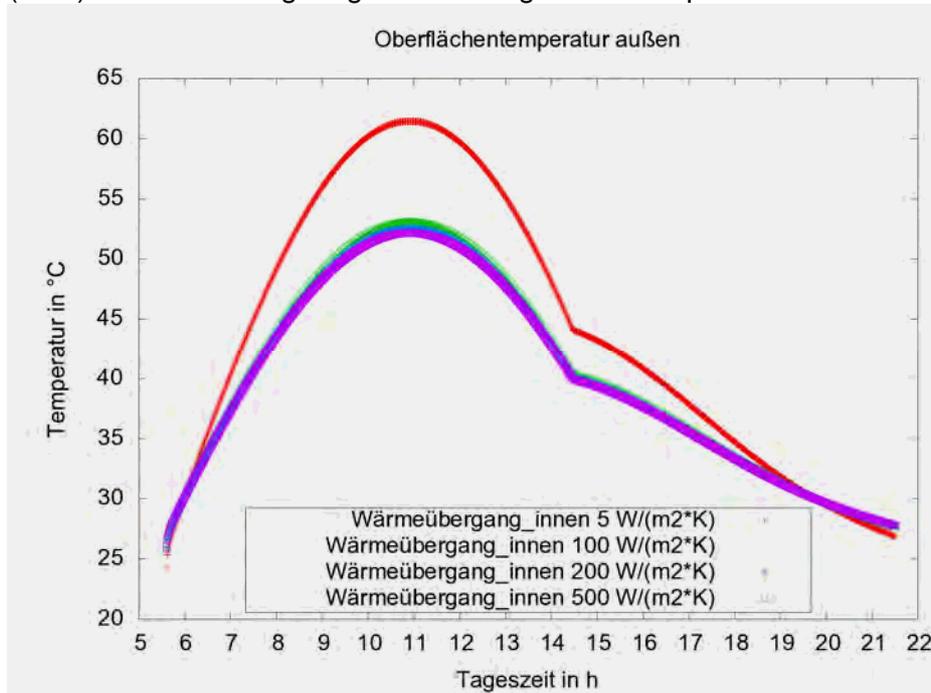


Abbildung 4-10: Variantenvergleich Wärmeübergangskoeffizienten

Zuletzt wird eine Änderung in der Bauart des Behälters von einem Hohlzylinder auf einer Standzarge untersucht. Dazu wird im Modell die Deckeltemperatur als konstant angenommen. Wie in Abbildung 4-11 zu erkennen hat die Bauart keinen Einfluss auf die Oberflächentemperaturen.

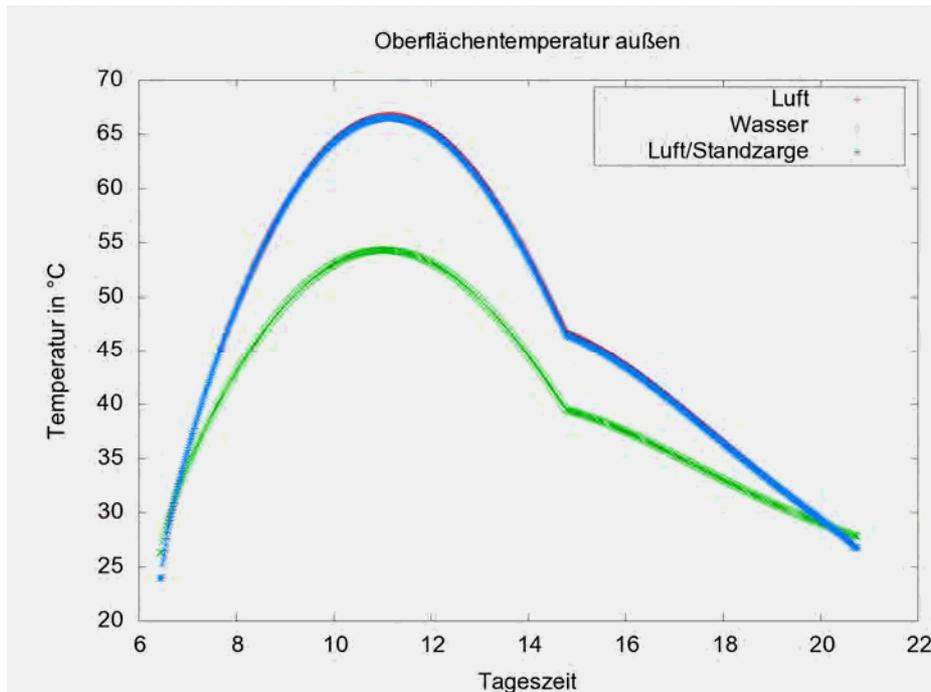


Abbildung 4-11: Variantenvergleich Behälterfüllung und Bauart

#### 4.4 Ableitung einer geeigneten Variante

Übergeordnet kann festgehalten werden, dass sich die Oberflächentemperaturen sowie die Innentemperatur des leeren Behälters mit der Variation der Geometriekennwerte im Bereich zwischen 0,5 °C und 6 °C ändern. Als generelles Verhalten konnte festgehalten werden:

- Die Außentemperaturen sowie die Innentemperaturen des leeren Behälters steigen mit zunehmendem Behälterradius.
- Die Außentemperaturen bleiben nahezu konstant mit zunehmender Behälterhöhe. Die Innentemperatur des leeren Behälters sinkt dabei etwas ab.
- Die Außentemperaturen steigen minimal mit zunehmender Wandstärke. Im gleichen Bereich sinkt dabei die Innentemperatur des leeren Behälters.
- Die Außentemperaturen sowie die Innentemperaturen steigen mit zunehmendem zeitlichem Abstand zum Sonnenzenit am 21. Juni. Die höchsten Temperaturen sind bei vorgegebener Umgebungstemperatur im Mai und August zu erwarten.
- Die Außentemperaturen des gefüllten Behälters sinken mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit des Mediums.
- Die Bauart des Behälters hat nahezu keine Auswirkung auf die Temperaturen.

Mit den gefundenen Erkenntnissen ist es nun möglich übergeordnete, maßgebende Geometrieangaben zu machen. Als Abmessungen der Behälter, die als Grundlage für die verwendeten Datensätze verwendet werden, wurden festgelegt:

- Radius = 3,0 m
- Höhe = 2,0 m
- Wandstärke = 30 mm
- Monat = August

Diese übergeordneten Randbedingungen gelten sowohl für den gefüllten als auch den ungefüllten Behälter.

## 5 Instationäre Berechnungen

Im Kapitel 4 wurden die Temperaturen über den Verlauf eines Tages an der Außenseite verschiedener Kunststoffzylinder bestimmt. Dabei wurden die Methodik und die wesentlichen Ergebnisse aufgeführt und erläutert. Die Behälterwand ist dabei als zweidimensionale (flächenhafte) Struktur angenähert worden. In diesem Kapitel werden nun zeitabhängige Wärmeberechnungen für den ausgewählten Tagesverlauf an einem dreidimensionalen, volumenhaften Finite Element Modell durchgeführt. Dabei werden die Effekte der Wärmeleitung und Speicherung in der Behälterwand berücksichtigt (siehe Kapitel 3). Für die Randbedingungen an der Innenseite der Behälter (Konvektion) wird unterschieden je nachdem ob der Behälter gefüllt und ungefüllt ist. Es werden die wesentlichen Temperaturverläufe und Effekte für den beschriebenen Tag erläutert und die Plausibilität geprüft.

### 5.1 Instationäre Wärmeberechnungen des leeren Behälters

Zunächst wird der zeitabhängige Temperaturverlauf für den leeren Behälter simuliert. Als Geometriewerte sind der Radius beispielsweise zu 3,0 m gesetzt und die Wandstärke mit 30 mm angenommen. Für die Berechnungen werden die individuellen Temperaturverläufe über die Zeit an den Außenknoten des Behälters direkt vorgegeben. Die Vorgabe erfolgt zeitabhängig für jede Minute des untersuchten Tages und resultiert aus den Berechnungen im Programmsystem INSEL (siehe Kapitel 4). Zur Simulation wurden über die Wanddicke 6 Elemente angeordnet.

Alle Berechnungsknoten der Innenseite des Behälters erhalten als Fernfeldtemperatur die ermittelte, zeitabhängige Innentemperatur (siehe Abbildung 5-1) mit dem Wärmeübergangskoeffizienten  $5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ . Als Ausgangstemperatur wurden  $23,5 \text{ °C}$  (Start Innentemperatur) angesetzt.

#### Verlauf der Innentemperatur des ungefüllten Behälters

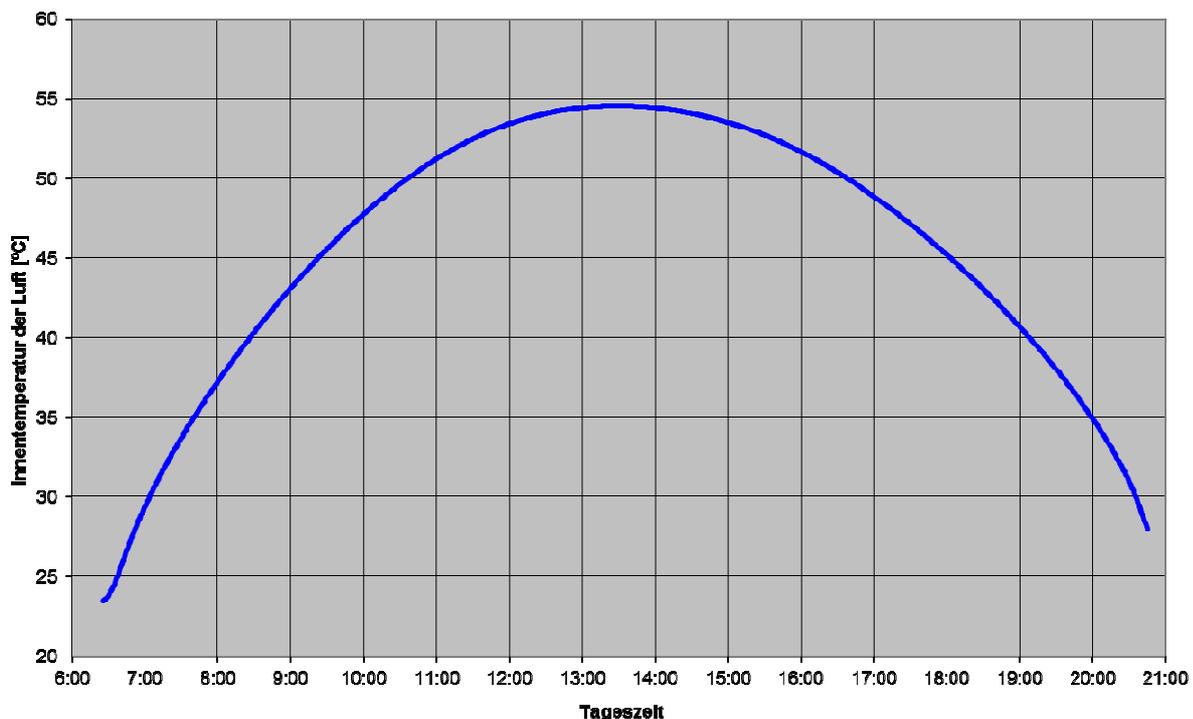


Abbildung 5-1: Verlauf der Innentemperatur für den leeren Behälter

Die Zeitschrittweite der Berechnungen beträgt 60 Sekunden und es erfolgt die Simulation für 859 Minuten zwischen

13. August; 06 Uhr 26 Minuten (Sonnenaufgang)

und

13. August; 20 Uhr 45 Minuten (Sonnenuntergang).

Abbildung 5-2 zeigt das Finite Element Netz für die instationären Wärmeberechnungen. Die zugrunde liegenden Materialparameter für den simulierten thermoplastischen Kunststoff können Kapitel 3 entnommen werden.

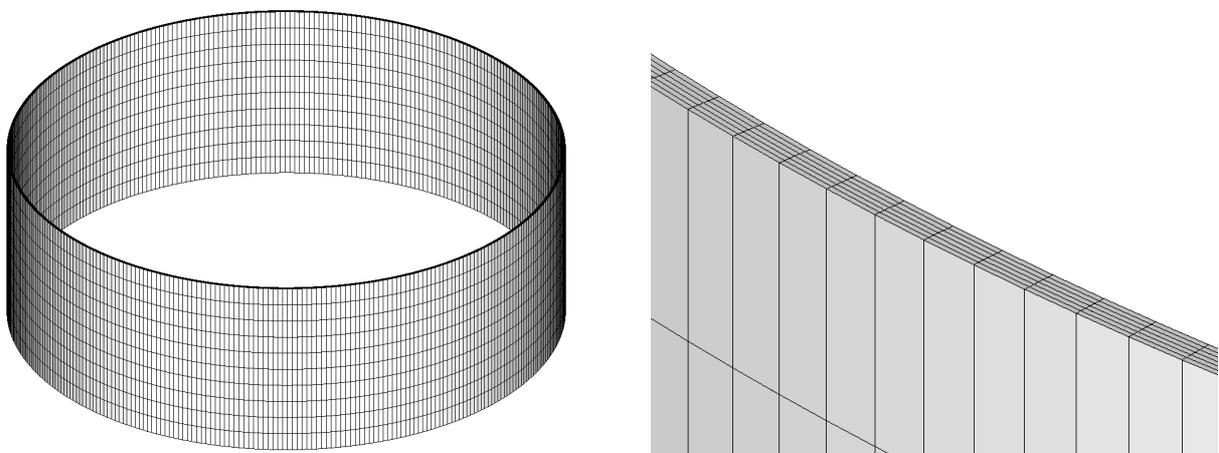


Abbildung 5-2: Finite Element Netz des Berechnungsmodells

Zur Verdeutlichung der Ergebnisse werden die Temperaturverläufe des Volumenmodells für drei Zeitpunkte (11 Uhr, 13 Uhr und 17 Uhr) in den folgenden Abbildungen (5-3 bis 5-5) genauer dargestellt. Bei der Erstellung der Bilder wurde jeweils etwa aus südlicher Richtung auf den zu untersuchenden Behälter geschaut.

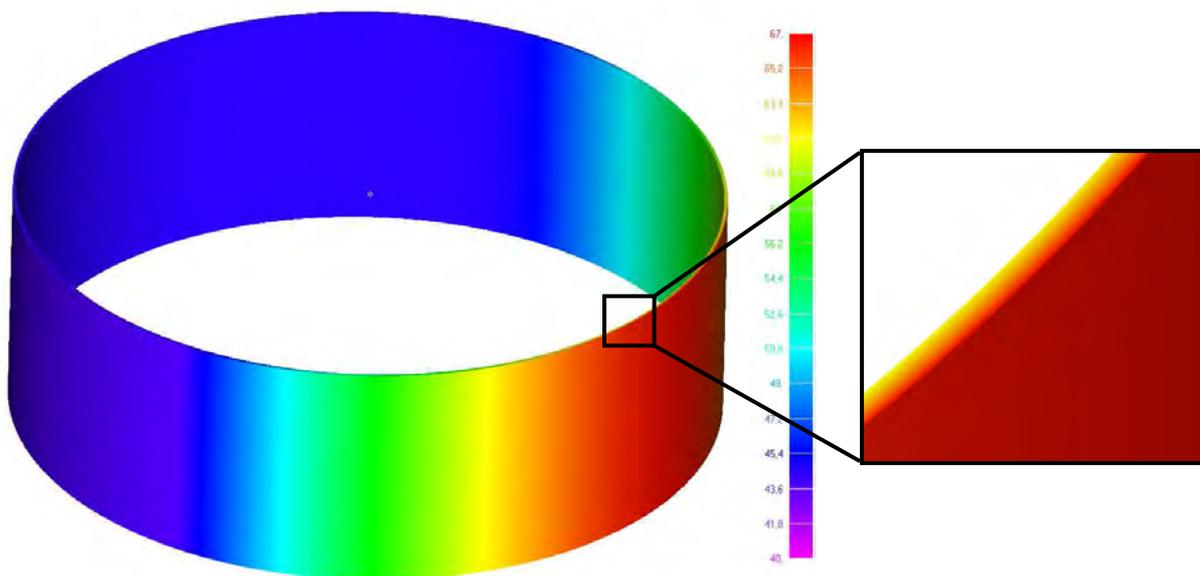


Abbildung 5-3: Temperaturverteilung um 11 Uhr 00 Minuten; ungefüllter Behälter

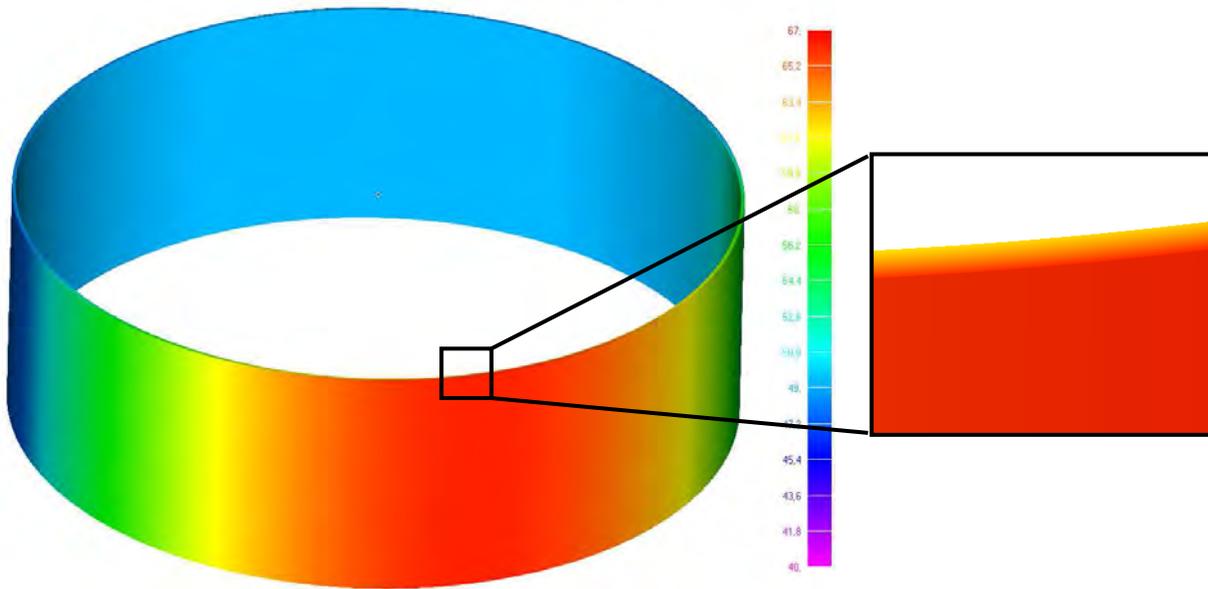


Abbildung 5-4: Temperaturverteilung um 13 Uhr 00 Minuten; ungefüllter Behälter

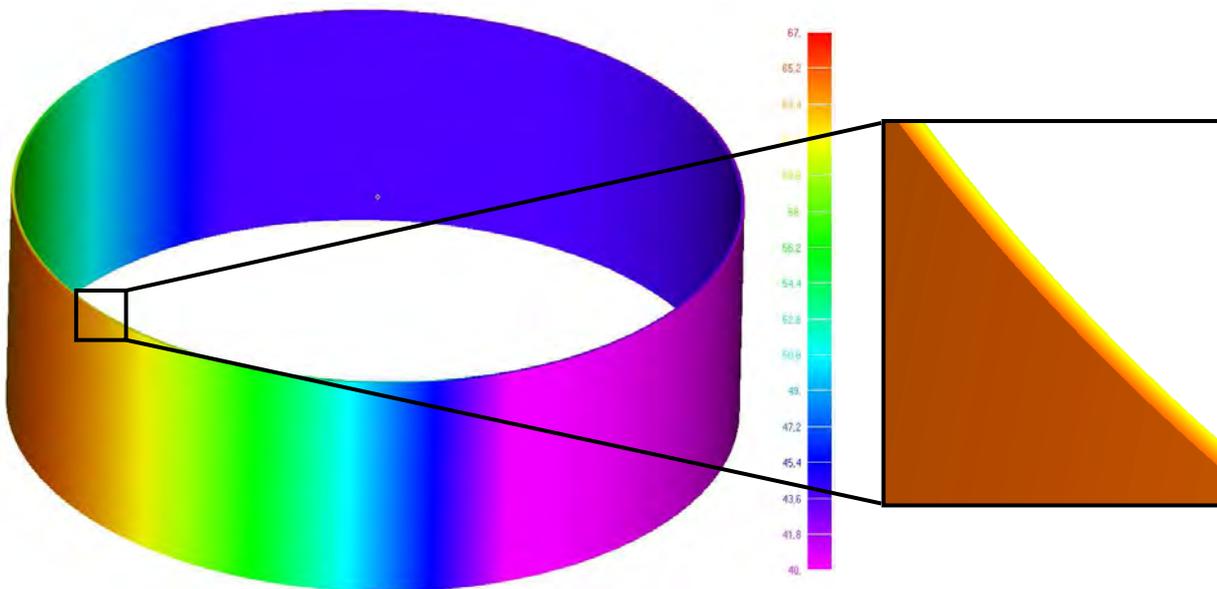


Abbildung 5-5: Temperaturverteilung um 17 Uhr 00 Minuten; ungefüllter Behälter

Zu erkennen ist der Verlauf der Sonneneinstrahlung bei den unterschiedlichen Uhrzeiten des Tages. In den kleineren Ausschnitten sind die Einflüsse des Volumenmodells und der variablen Innentemperatur zu erkennen. Zur Verdeutlichung des Verlaufes über die Behälterwandung sind in dem nachfolgenden Diagramm (Abbildung 5-6) die Temperaturverläufe dargestellt. Dabei wurde jeweils für die betrachteten Uhrzeiten am Ort der maximalen Temperatur der Verlauf über die Wandstärke ausgegeben.

Zu erkennen ist, dass der Temperaturverlauf innerhalb der Wandung nahezu eine lineare Charakteristik aufweist. Die aufgezeigte Auswertung erfolgt über die Temperaturwerte an den Knoten innerhalb der Wandung.

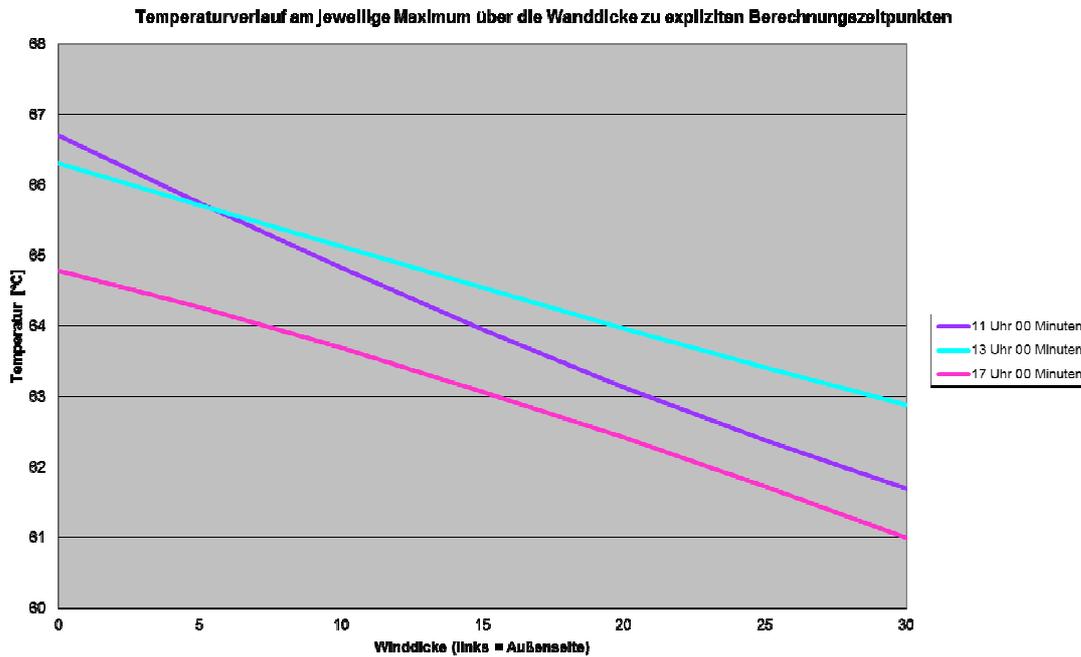


Abbildung 5-6: Temperaturverlauf über die Wanddicke; ungefüllter Behälter

Um die Effekte innerhalb der Behälterwandung über den Tagesverlauf darzustellen, werden nachfolgend (Abbildungen 5-7 bis Abbildung 5-10) die Temperaturverläufe an drei Behälterpunkten (Außen, Mitte, Innen) in den vier Haupthimmelsrichtungen über den Berechnungszeitraum dargestellt. Dabei sind die Randbedingungen wie z.B. Aufwärmung der Innentemperatur, Konvektion an der Außenseite und Wärmeleitung in der Wandung berücksichtigt.

**Temperaturverlauf Norden**

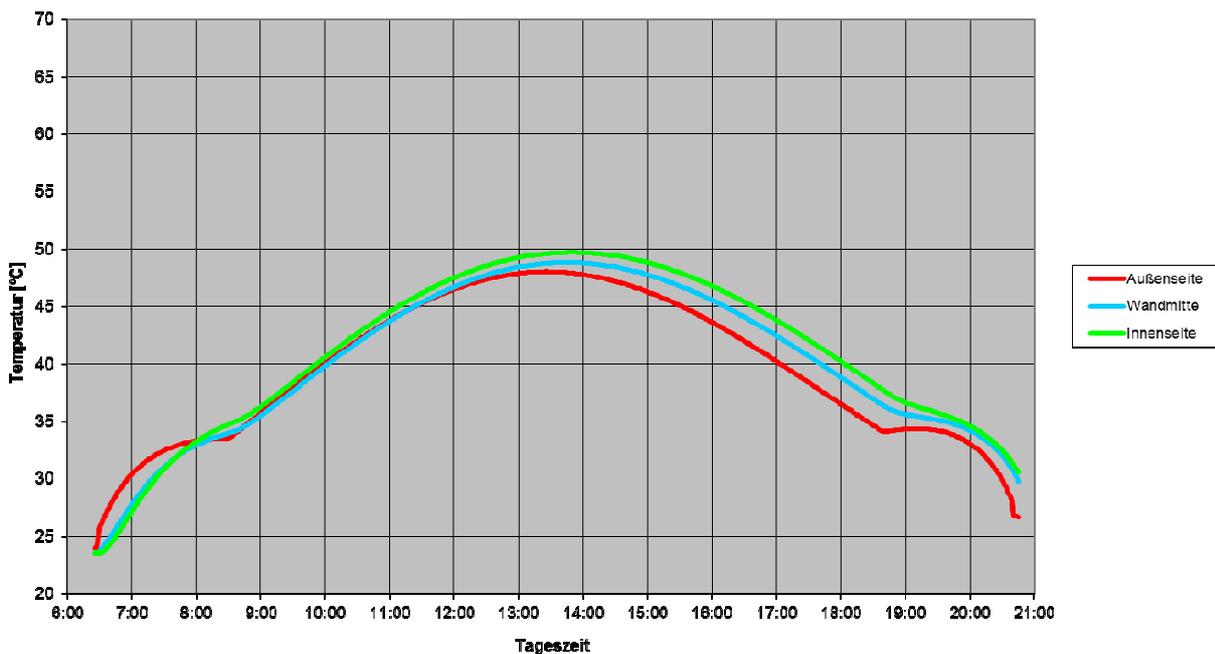


Abbildung 5-7: Temperaturverlauf in der Behälterwand über den Tag im Norden; ungefüllt

Im Norden liegt die Temperatur an der Außenseite des Zylinders zu Tagesbeginn oberhalb der Temperaturen der Wandmitte und der Innenseite. Dies ist in der relativ hohen Umgebungstemperatur der Sommernacht begründet. Über die Sonneneinstrahlung heizt sich die Luft innerhalb des Behälters auf, so dass bereits am Vormittag die Temperatur an der Innenseite die der Außenseite übersteigt. Da der Punkt im Norden keiner direkten Sonneneinstrahlung unterliegt, liegen für den weiteren Tagesverlauf die Temperaturen innerhalb der Wandung und an der Innenseite oberhalb der Temperatur an der Außenseite.

**Temperaturverlauf Osten**

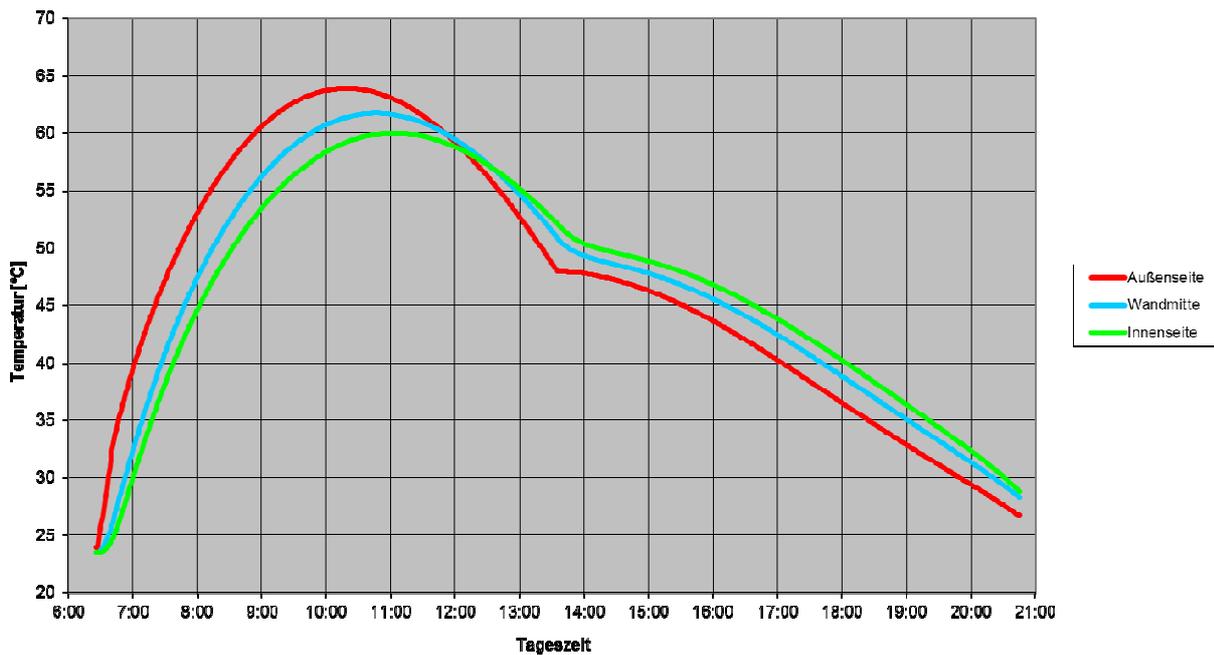


Abbildung 5-8: Temperaturverlauf in der Behälterwand über den Tag im Osten; ungefüllt

Der Punkt im Osten ist direkt nach Sonnenaufgang der Einstrahlung ausgesetzt und die Temperaturen aller untersuchten Punkte steigen innerhalb von wenigen Stunden auf ihre jeweiligen Maxima. Dabei liegen die Außentemperaturen aufgrund der Einstrahlung jeweils oberhalb der Temperaturen innerhalb der Wandung und an der Innenseite. Sobald die direkte Einstrahlung der Außenseite geringer wird, übersteigen die Temperaturen an der Innenseite die der Außenseite. Dies ist wieder in der Aufheizung der Luftinnentemperatur begründet. Die Absolutwerte der Maxima übersteigen die Werte des Punktes im Osten.

Für die Behälterpunkte im Süden ergibt sich eine ähnliche Charakteristik wie für den Punkt im Osten. Zunächst liegen die Temperaturen der Außenseite oberhalb der Temperaturen in Wandmitte und der Innenseite. Das Maximum der Temperaturen wird zu einem späteren Zeitpunkt erreicht als im Osten. Die Werte der Maxima sind Obergrenzen aller untersuchten Punkte und Zeiten. Nachdem die Sonneneinstrahlung nachlässt fällt auch für den Punkt im Süden die Außentemperatur unterhalb der Innentemperatur, was wieder in den hohen Temperaturen der Luft im Inneren begründet ist.

**Temperaturverlauf Süden**

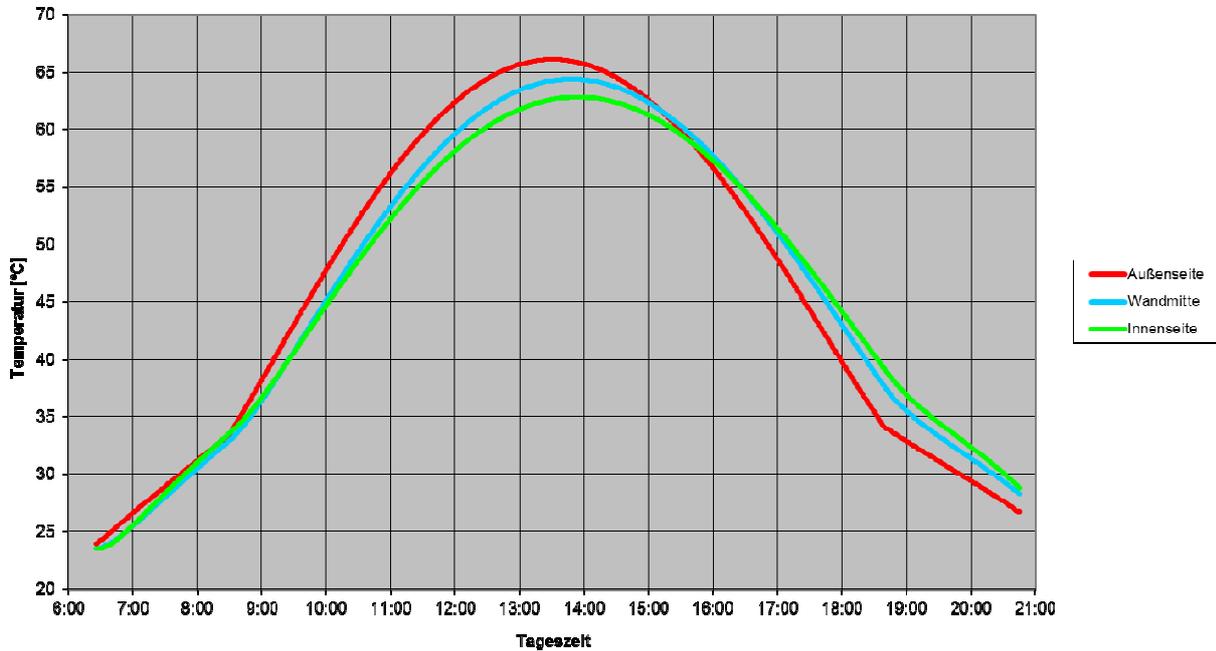


Abbildung 5-9: Temperaturverlauf in der Behälterwand über den Tag im Süden; ungefüllt

**Temperaturverlauf Westen**

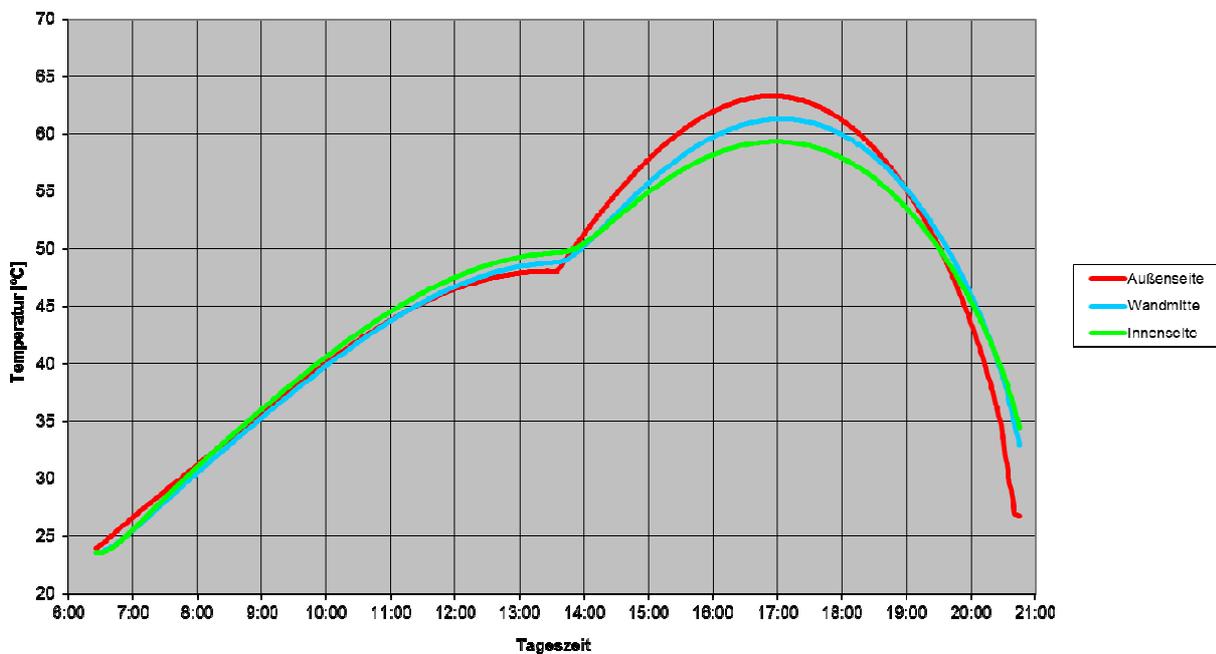


Abbildung 5-10: Temperaturverlauf in der Behälterwand über den Tag im Westen; ungefüllt

Der Verlauf des Punktes im Westen spiegelt die gleiche Charakteristik wieder wie der Punkt im Osten, nur dass die Uhrzeit des jeweiligen Maximums den zugehörigen Sonnenstand widerspiegelt.

5.2 Instationäre Wärmeberechnungen des gefüllten Behälters

In den weiteren Betrachtungen soll nun der zeitabhängige Temperaturverlauf für den gefüllten Behälter simuliert werden. Die Geometrie- und Diskretisierungswerte wurden nicht verändert. Es wurden erneut die individuellen Temperaturverläufe über die Zeit an den Außenknoten des gefüllten Behälters direkt vorgegeben. Die Vorgabe erfolgt zeitabhängig für jede Minute des untersuchten Tages und resultiert aus den Berechnungen im Programmsystem INSEL (siehe Kapitel 4). Alle Knoten der Innenseite erhalten als Fernfeldtemperatur die vorgegebene, zeitunabhängige Innentemperatur der Füllung (30 °C) mit dem Wärmeübergangskoeffizienten 200 W/(m<sup>2</sup> K). Als Ausgangstemperatur wurden 30 °C angesetzt.

Zur Verdeutlichung der Ergebnisse werden die Temperaturverläufe des Volumenmodells für drei Zeitpunkte (feste Uhrzeiten) in den folgenden Abbildungen (5-11 bis 5-13) genauer dargestellt. Bei der Erstellung der Bilder wurde jeweils etwa aus südlicher Richtung auf den zu untersuchenden Behälter geschaut.

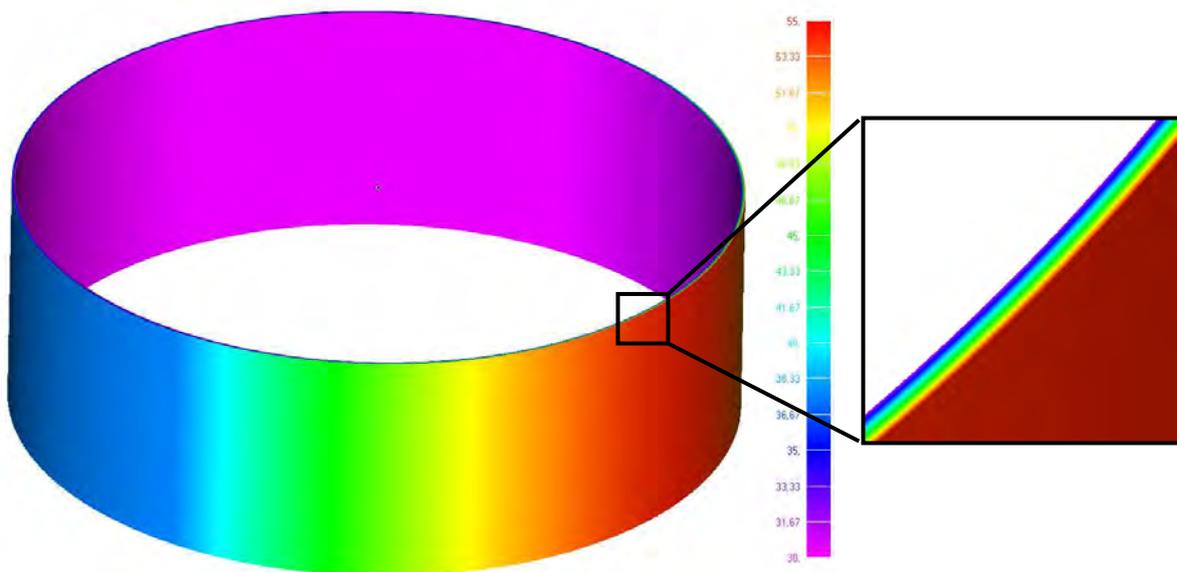


Abbildung 5-11: Temperaturverteilung um 11 Uhr 00 Minuten; gefüllter Behälter

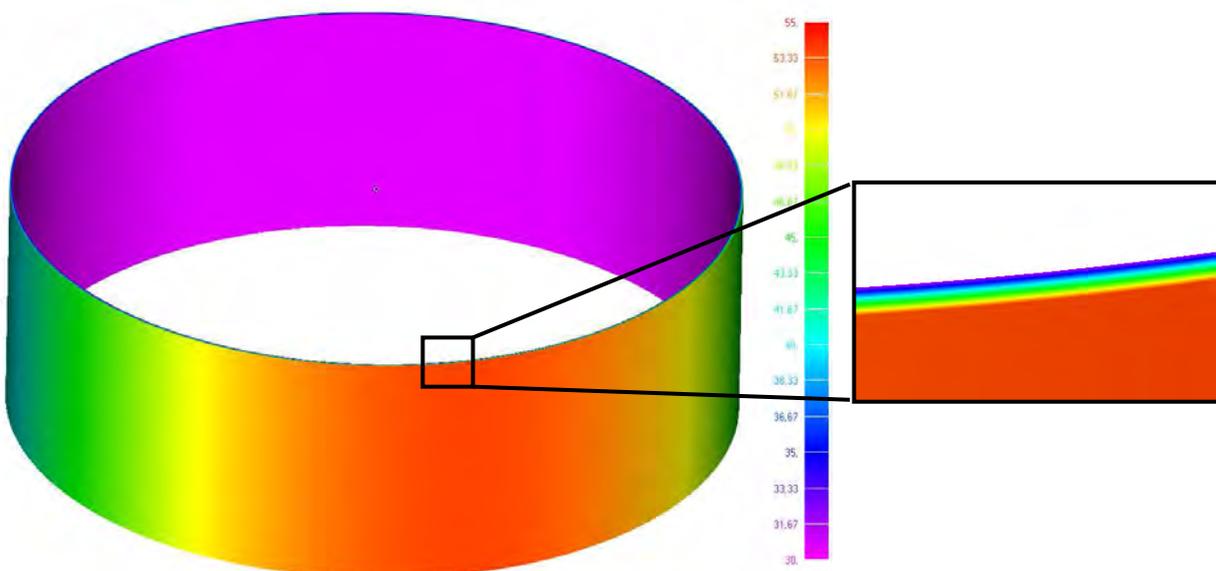


Abbildung 5-12: Temperaturverteilung um 13 Uhr 00 Minuten; gefüllter Behälter

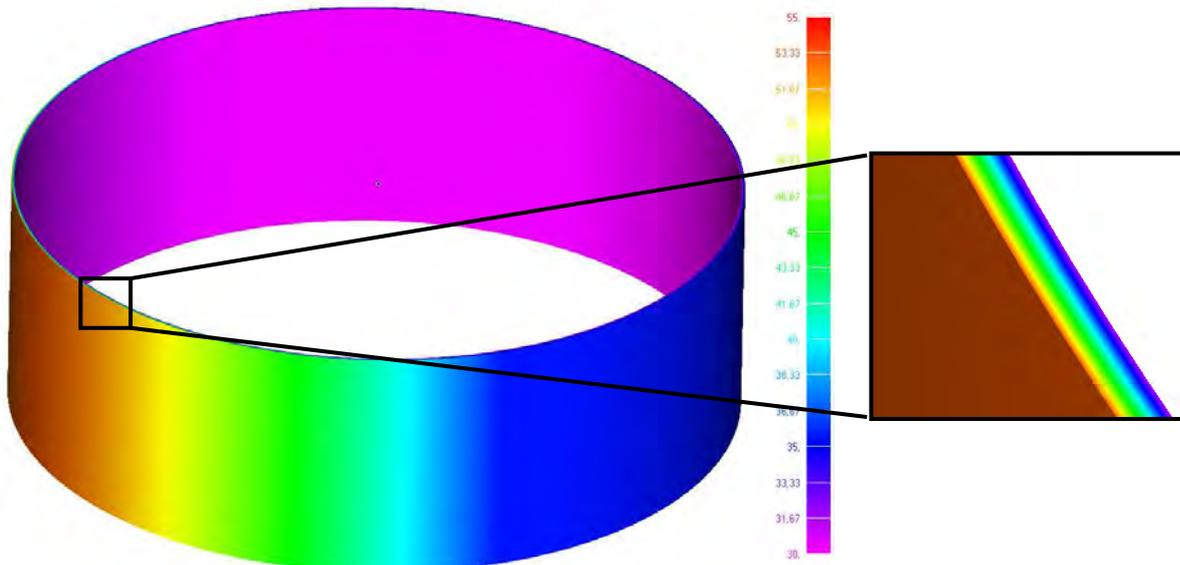


Abbildung 5-13: Temperaturverteilung um 17 Uhr 00 Minuten; gefüllter Behälter

Ähnlich wie beim ungefüllten Behälter erkennt man den Verlauf der Sonneneinstrahlung bei den unterschiedlichen Uhrzeiten des Tages. In den kleineren Ausschnitten sind die Einflüsse des Volumenmodells und der konstanten Innentemperatur (durch die Medientemperatur) zu erkennen. Zur Verdeutlichung des Verlaufes über die Behälterwandung sind in dem nachfolgenden Diagramm (Abbildung 5-14) die Temperaturverläufe dargestellt. Dabei wurde jeweils für die betrachteten Uhrzeiten am Ort der maximalen Temperatur der Verlauf über die Wandstärke ausgegeben.

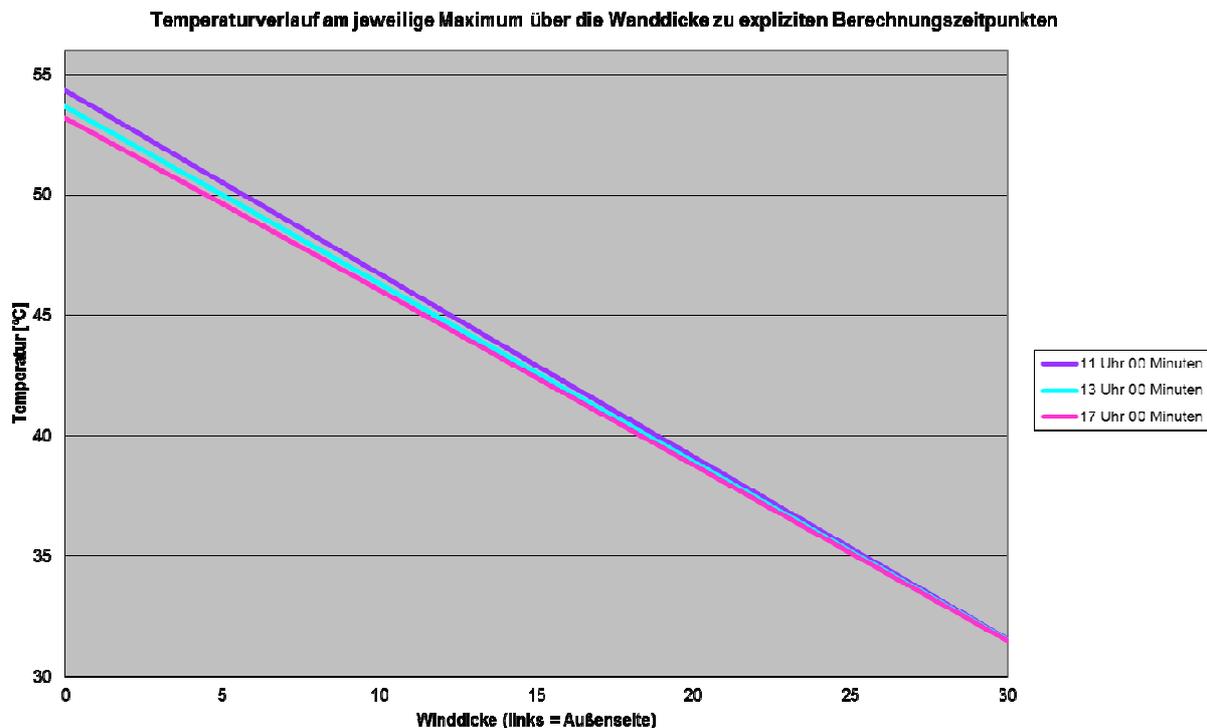


Abbildung 5-14: Temperaturverlauf über die Wanddicke; gefüllter Behälter

Zu erkennen ist, dass der Temperaturverlauf innerhalb der Wandung nahezu eine lineare Charakteristik aufweist. Der Temperaturbereich des linearen Abfalls ist durch die Kühlung an der Innenseite wesentlich größer als beim ungefüllten Behälter. Die aufgezeigte Auswertung erfolgt über die Temperaturwerte an den Knoten innerhalb der Wandung.

Auch für den gefüllten Behälter sollen die Effekte innerhalb der Behälterwandung über den Tagesverlauf an drei Punkten in den vier Himmelsrichtungen (Abbildungen 5-15 bis Abbildung 5-18) dargestellt werden. Dabei sind die Randbedingungen wie z.B. Aufwärmung der Innentemperatur, Konvektion an der Außenseite und Wärmeleitung in der Wandung berücksichtigt.

**Temperaturverlauf Norden**

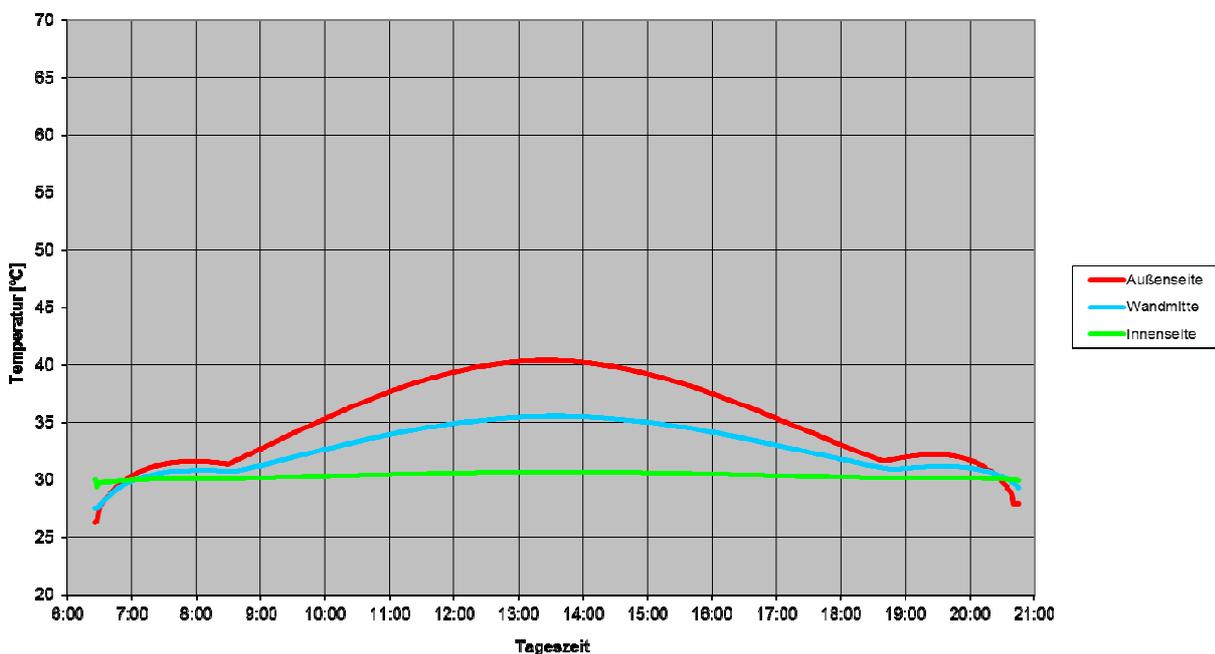


Abbildung 5-15: Temperaturverlauf in der Behälterwand über den Tag im Norden; gefüllt

Durch die eher geringe Sonneneinstrahlung des Behälterpunktes im Norden und durch die Kühlung der Mediumsfüllung kommt es über den gesamten Tagesverlauf zu einem moderaten Temperaturanstieg im Bereich zwischen 5 °C und 10 °C für die Punkte an der Außenseite und der Wandmitte. Der Punkt an der Innenseite bleibt nahezu konstant bei 30 °C und verzeichnet lediglich beim Maxima um 13 Uhr nachmittags eine leichte Erhöhung.

Beim Punkt im Osten des Behälters kommt es aufgrund der direkten Einstrahlung nach Sonnenaufgang zu einer signifikanten Erhöhung der Temperaturen an der Außenseite und in Wandmitte. Das Maximum der Werte wird um etwa zehn Uhr am Vormittag erreicht. Für diesen Zeitpunkt ergibt sich auch eine leichte Erhöhung des Punktes an der Behälterinnenseite von 30 °C auf ca. 32 °C. Deutlich zu erkennen ist auch die Zeitspanne, in der der Punkt im Osten der Sonneneinstrahlung ausgesetzt ist. Kurz vor Sonnenuntergang sinkt die Temperatur an der Außenseite und in Wandmitte unterhalb der Temperatur des Mediums im Inneren.

**Temperaturverlauf Osten**

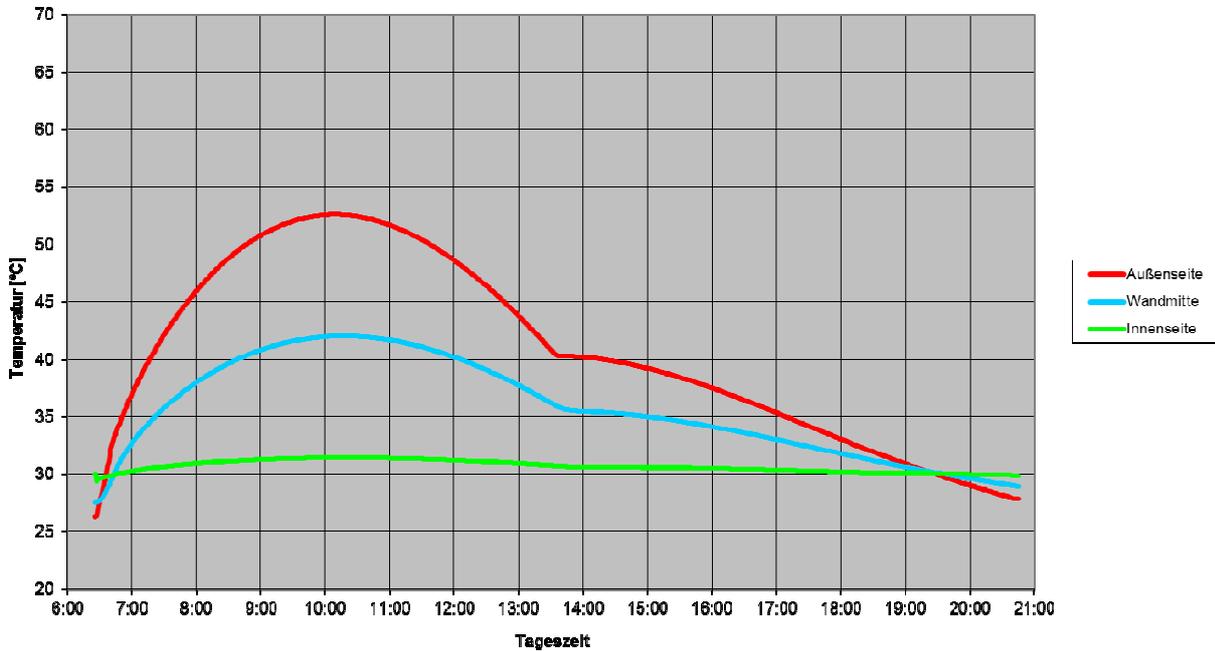


Abbildung 5-16: Temperaturverlauf in der Behälterwand über den Tag im Osten; gefüllt

**Temperaturverlauf Süden**

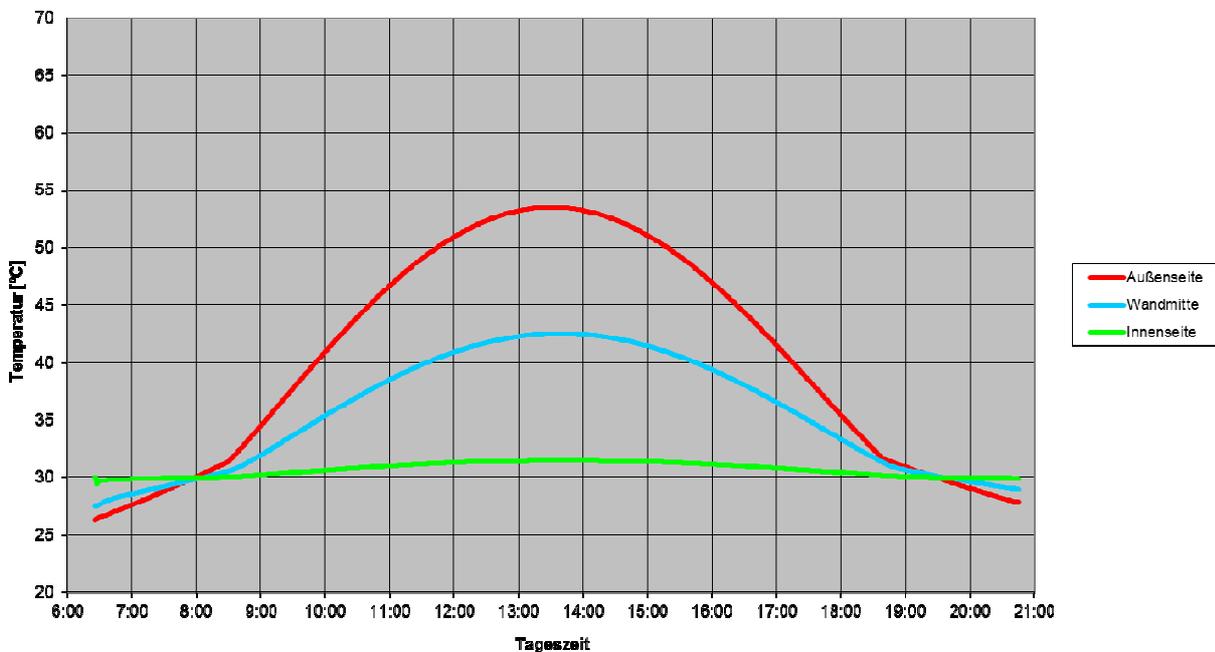


Abbildung 5-17: Temperaturverlauf in der Behälterwand über den Tag im Süden; gefüllt

Die Punkte im Süden erreichen die absoluten Maxima der vier ausgewerteten Himmelsrichtungen, was mit den Untersuchungen des leeren Behälters übereinstimmt. Vor und nach der direkten Sonneneinstrahlung liegen die Temperaturen erneut unterhalb der Innentemperatur. Mit Beginn

der Einstrahlung steigen die Außenseitentemperatur und die Temperatur in Wandmitte stetig an, um zwischen ein und zwei Uhr am Nachmittag ihr Maximum zu erreichen.

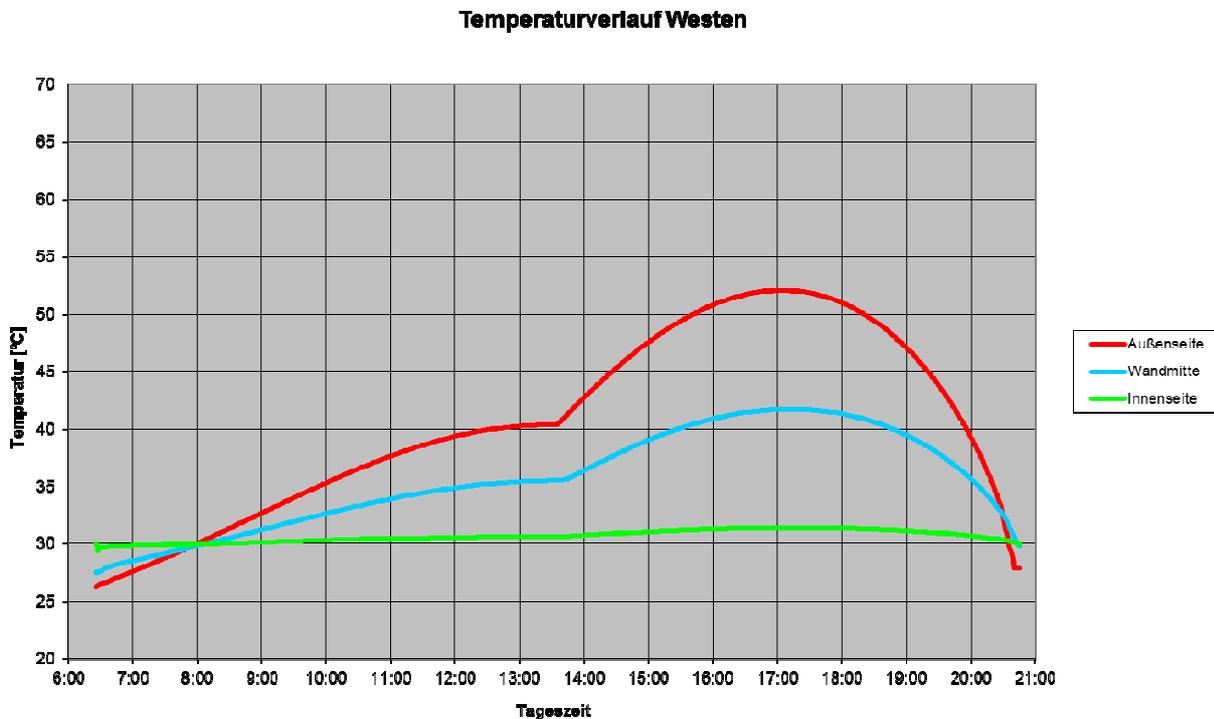


Abbildung 5-18: Temperaturverlauf in der Behälterwand über den Tag im Westen; gefüllt

Der Verlauf des Punktes im Westen spiegelt die gleiche Charakteristik wieder wie der Punkt im Osten, nur dass die Uhrzeit des jeweiligen Maximums den zugehörigen Sonnenstand widerspiegelt. Auch hier kann ein ähnliches Verhalten wie beim ungefüllten Behälter beobachtet werden.

Grundsätzlich kann festgehalten werden, dass für beide Behälterkonfigurationen plausible und nachvollziehbare Ergebnisse durch die zeitabhängige Simulation eines gesamten Tages erzielt werden konnten. Durch die Resultate der Berechnungen sind wir nun in der Lage zur jedem Zeitpunkt des Tages (auf eine Minute genau) jedem Punkt im Behälter eine Temperatur zuzuordnen. Diese Temperatur wird im nächsten Abschnitt mit einer assoziierten Steifigkeit belegt und somit kann die Behälterstruktur sehr realitätsnah bezüglich ihres Temperaturverlaufs der inneren Struktur abgebildet werden.

Im Rahmen der durchzuführenden instationären Berechnungen wurden einige Simulationsparameter variiert, um ihren Einfluss auf die Berechnungsergebnisse zu beurteilen. Es kann dabei festgehalten werden, dass sowohl eine Verkleinerung der Zeitschrittweite als auch eine Verfeinerung des Finiten Element Netzes zu keiner nennenswertes Veränderung der Ergebnisse führt. Die Diskretisierung der Geometrie sowie die Feinheit der Berechnungsmethodik sind somit verifiziert und der Problemstellung angepasst.

## 6 Thermomechanische Berechnungen und Ableitung einer abschnittswisen Temperaturverteilung

Im Kapitel 5 wurden die instationären Temperatursimulationen eines Tagesverlaufes dargestellt und erläutert. Die wesentlichen Effekte wurden für den gefüllten und ungefüllten Zustand eines Behälters über die Verifikation der Temperaturverläufe in den vier unterschiedlichen Himmelsrichtungen aufgezeigt. Um nachfolgend eine allgemeine Vorgehensweise für Schalenberechnungen ableiten zu können, werden zunächst mit den gewonnenen Resultaten gekoppelte thermomechanische Berechnungen an einem Volumenmodell durchgeführt. Die daraus erzielten Erkenntnisse werden durch eine explizite Wahl einer abschnittswisen Temperaturverteilung angenähert.

Als Referenzmodell der Untersuchungen für die Außentemperaturen und die Verifikation im vorangegangenen Kapitel wurde der in Kapitel 4.3 beschriebene Behälter ausgewählt und die entsprechenden Temperaturverteilungen abgespeichert. Für die nachfolgenden, übergeordneten Untersuchungen wurden sowohl für das gefüllte (VMG) und ungefüllte Volumenmodell (VMU) als auch für das gefüllte (SMG) und ungefüllte Schalenmodell (SMU) der Behälter folgende, exemplarische Geometriekennwerte verwendet, die einem Standarddesign eines Thermoplastbehälters entsprechen:

- Behälter mit Materialkennwerten nach Kapitel 3
- Innendurchmesser 2000 mm
- Zylinderhöhe 3200 mm
- Wandstärke konstant 12 mm
- Füllung mit Wasser

### 6.1 Thermomechanisch gekoppelte Berechnungen am Volumenmodell des gefüllten Behälters

Mit den aufgezeigten Geometriekennwerten wird die in Kapitel 5 erläuterte, instationäre Wärmeberechnung mit den angegebenen Randbedingungen wiederholt. Das Ergebnis ist die klar definierte Temperatur für jeden Punkt der Behälterwand zu jedem beliebigen Zeitpunkt des simulierten Tages. Um nun im Nachgang die Phänomene der Kopplung zwischen den thermischen und den mechanischen Kenngrößen zu untersuchen, wird für drei spezifische Tageszeitpunkte (11 Uhr 00 Minuten; 13 Uhr 00 Minuten; 17 Uhr 00 Minuten) jeweils eine thermomechanisch gekoppelte Berechnung angesteuert (Materialkennwerte nach Kapitel 3). Als vorgeschriebene Randbedingung werden jedem Knoten die dem Zeitpunkt zugehörigen Temperaturen (aus der instationären Berechnung des gefüllten Behälters) zugewiesen. Zusätzlich wirkt der hydrostatische Druck einer Wasserfüllung auf die Innenseite des Behälters und das Eigengewicht der Konstruktion.

Um die Berechnungen mit der im Normalfall vom verantwortlichen Tragwerksplaner durchgeführten Schalenberechnung vergleichen zu können, werden an der Unterkante des gefüllten Zylindervolumenmodells (VMG) die Verschiebungsfreiheitsgrade in Wandmitte gesperrt. Dies kennzeichnet die unterste Membranlinie des Behälters. An der Oberkante werden in Wandmitte nur die radialen Freiheitsgrade gesperrt. Daraus folgt, dass sich der Zylinder in Längsrichtung an der Oberseite frei ausdehnen kann.

Die Abbildung 6-1 zeigt das numerische Modell des Volumenmodells (VMG) mit spezifischer Ausweisung der Randbedingungen (blau gekennzeichnet).

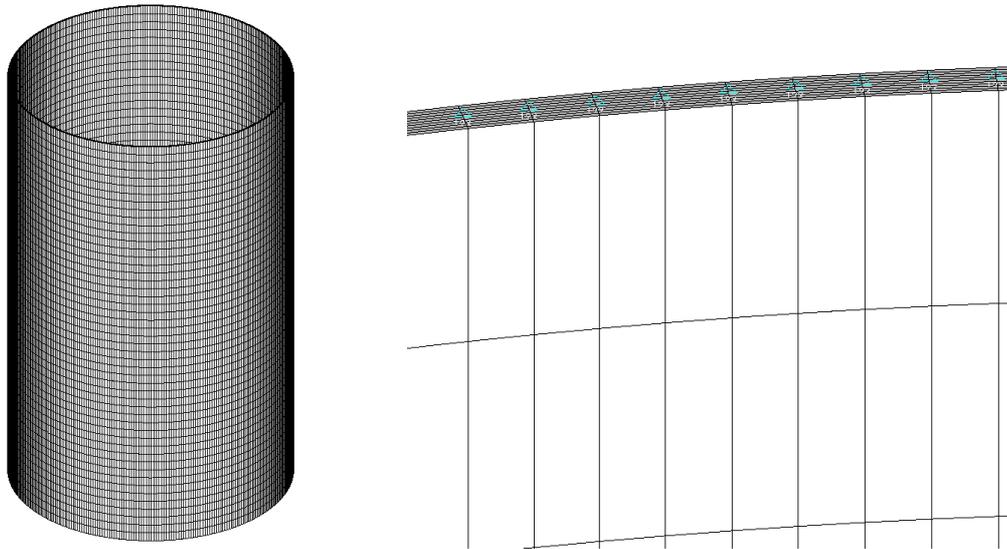


Abbildung 6-1: Numerisches Volumenmodell (VM) der gekoppelten Berechnungen, Festhaltungen

Für den Zeitpunkt am Vormittag ergibt sich nach der Abbildung 5-11 der Bereich der Maximaltemperaturen im Südosten. In diesen Bereichen besitzt das Kunststoffmaterial die geringste Steifigkeit. Die nachfolgende Abbildung 6-2 dokumentiert die Verformungen der gekoppelten Berechnung am Volumenmodell gefüllt (VMG) für den Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten.

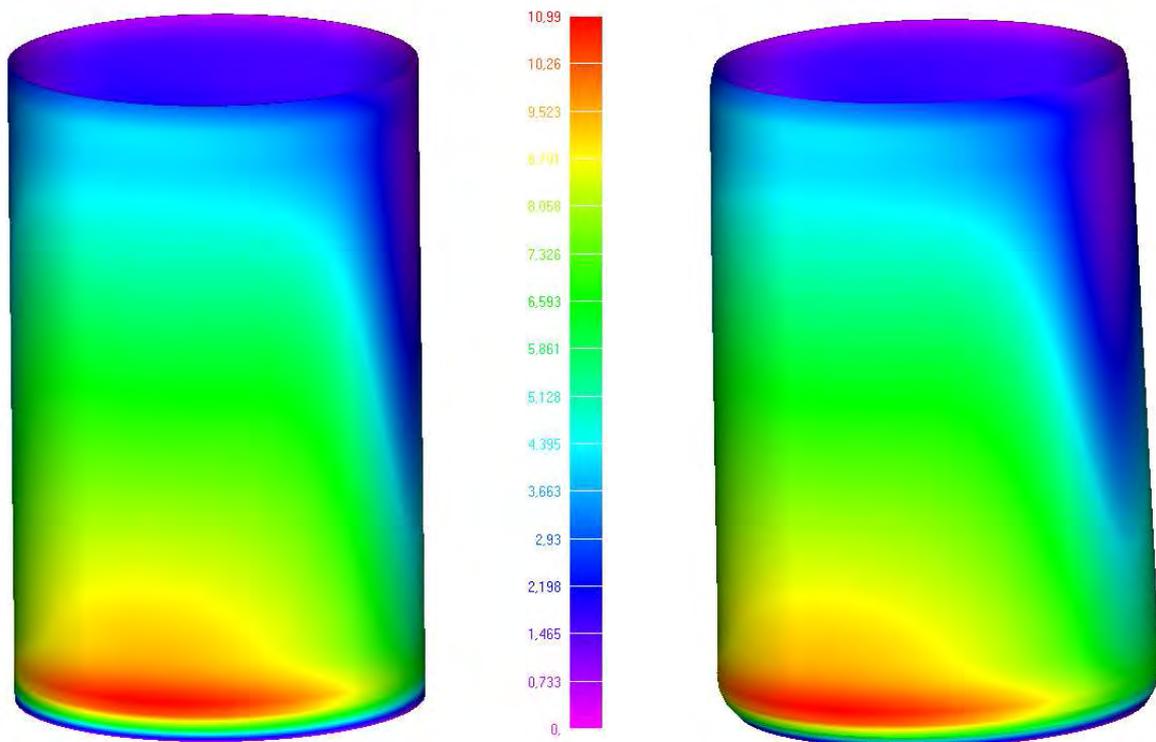


Abbildung 6-2: VMG Komplett gekoppelte Berechnung: Totale Deformation [mm] zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; rechts Deformation zehnfach überhöht; Ansicht aus Südosten

Zu erkennen ist, dass die der Sonne zugewandte Seite aufgrund der geringeren Steifigkeiten eine höhere Deformation aufweist als die Seite des Zylinders, die im Schatten liegt. Durch die mit der Tiefe ansteigende Belastung aus der Füllung werden die maximalen Deformationen im unteren Bereich des Zylinders erzielt.

Zusätzlich zu den Deformationen werden aus der gekoppelten Berechnung die Spannungswerte für den untersuchten Zeitpunkt ausgelesen. Abbildung 6-3 visualisiert die maximale Hauptspannung (Zug) sowie die Vergleichsspannung nach von Mises. Die maximalen Spannungswerte werden auf der Innenseite der Zylinderwand in Richtung Sonne erzielt. Die Quantität der beiden Spannungen ist vergleichbar.

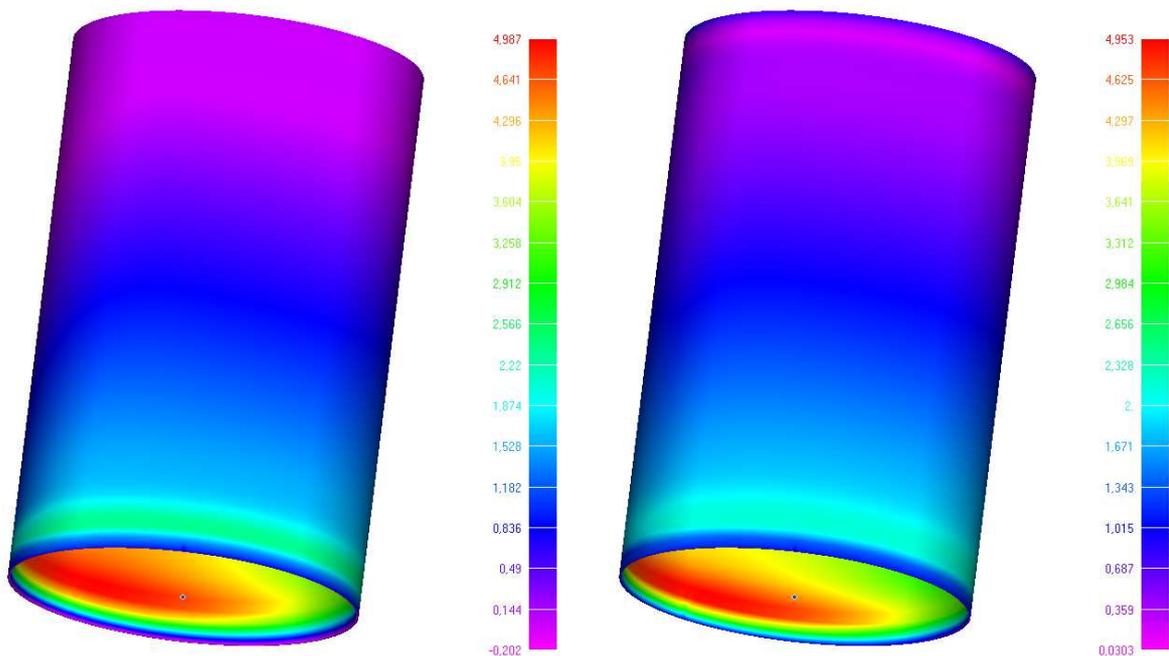


Abbildung 6-3: VMG Komplett, gekoppelte Berechnung: Maximale Hauptspannung [MPa] links und von-Mises Spannung [MPa] rechts zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; Ansicht aus Nordwesten

Um den Einfluss der thermo-mechanischen Kopplung zu untersuchen wurde zusätzlich eine Berechnung angesteuert, in der der Ausdehnungskoeffizient  $\alpha_T$  zu Null gesetzt wurde. Es erfolgt demnach keine Interaktion zwischen mechanischen und thermischen Kenngrößen. Lediglich die Materialsteifigkeit wird von der Temperaturverteilung beeinflusst. Das Ergebnis der Deformation ist in Abbildung 6-4 dargestellt.

Erneut treten die Maximalwerte der Deformation in der Zylinderwand an der durch die Sonneneinstrahlung aufgeheizten Seite auf. Der Wert der Deformation liegt etwa bei 69 % des Wertes der komplett gekoppelten Berechnung. Das übergeordnete Verformungsverhalten bleibt erhalten.

Die Spannungswerte sind in Abbildung 6-5 aufgezeigt und die Maximalwerte liegen an derselben Stelle wie bei der komplett gekoppelten Berechnung. Die Werte erreichen etwa 73 % der thermo-mechanischen Analysen.

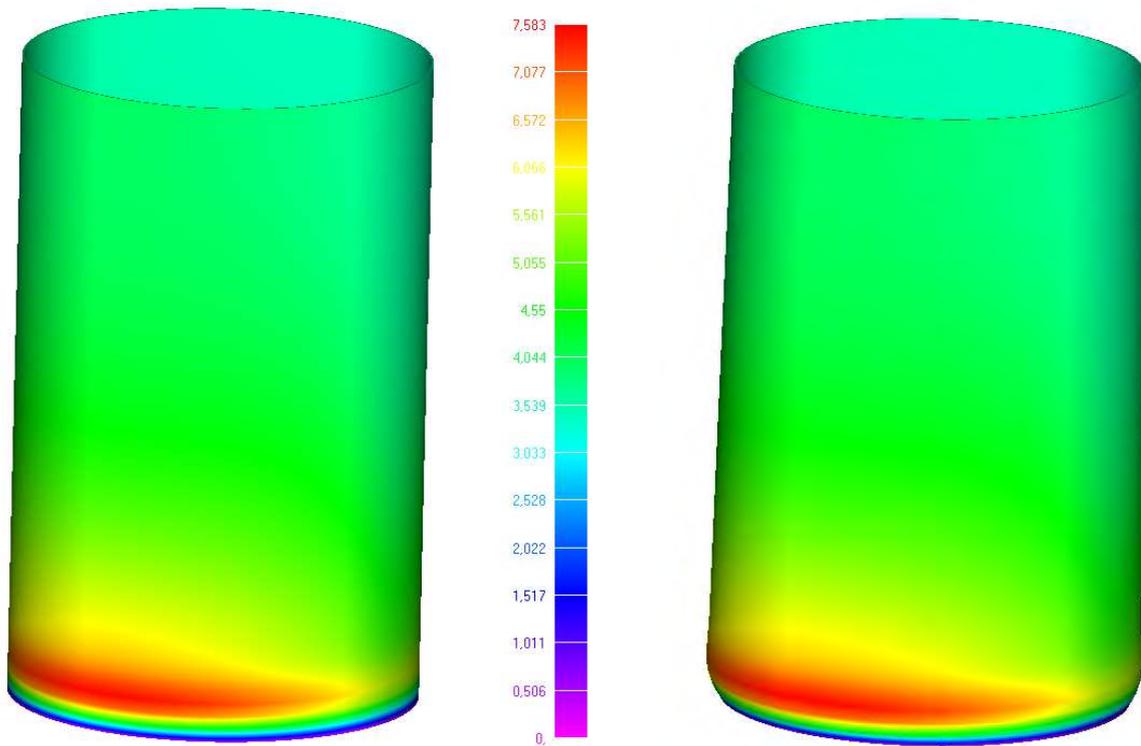


Abbildung 6-4: VMG Nur Innendruck mit temperaturabhängigem Kriechmodul: Totale Deformation [mm] zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; rechts Deformation zehnfach überhöht; Ansicht aus Südosten

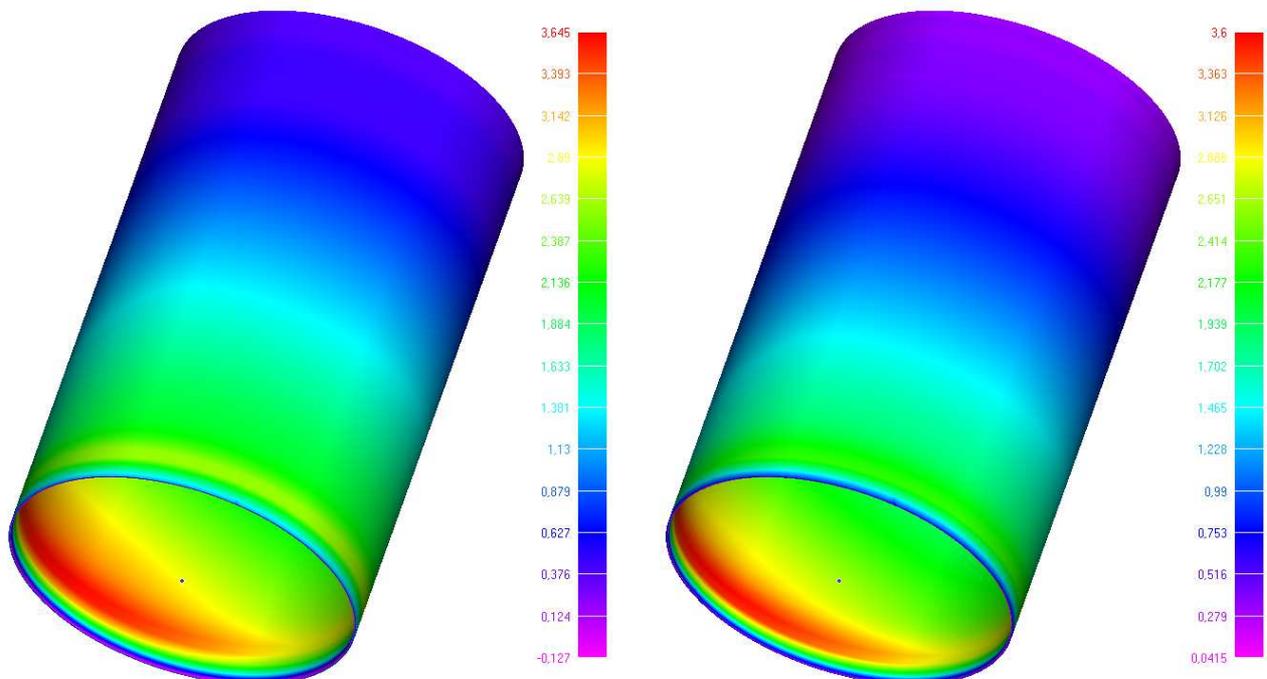


Abbildung 6-5: VMG Nur Innendruck mit temperaturabhängigem Kriechmodul: Maximale Hauptspannung [MPa] links von-Mises Spannung [MPa] rechts zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; Ansicht aus Nordwesten

Um den Effekt der Längenausdehnung durch Temperaturunterschiede genauer ausweisen zu können, werden im Nachgang die Ergebnisse der Berechnungen bei denen lediglich die thermomechanische Kopplung untersucht wurde diskutiert. Die Wasserfüllung wurde für diese Untersuchungen nicht berücksichtigt.

Abbildung 6-6 zeigt die totale Deformation, welche am oberen Rand an der Sonnen zugewandten Seite ihren Maximalwert annimmt. Dies liegt an der Lagerungsbedingung, die eine vertikale Ausdehnung an der Oberkante des Zylinders zulässt. Diese Deformationen erzeugen aufgrund der Lagerungsbedingungen keine Spannungen im Material.

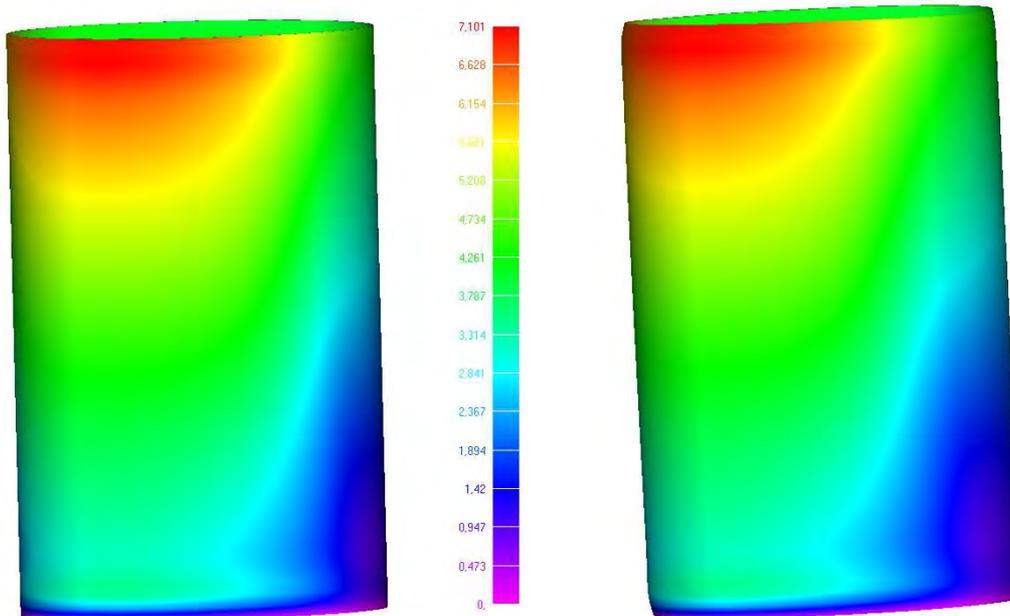


Abbildung 6-6: VMG Nur Wärmeausdehnung: Totale Deformation [mm] zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; rechts Deformation zehnfach überhöht; Ansicht aus Südosten

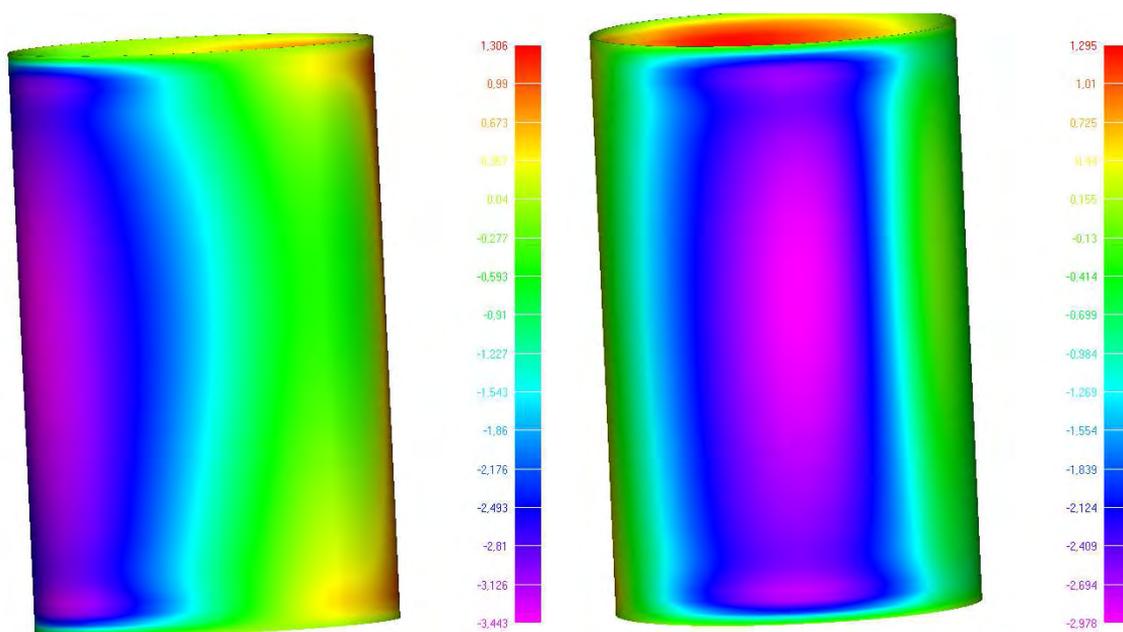


Abbildung 6-7: VMG Nur Wärmeausdehnung: Verformungen in globaler X und Y-Richtung (jeweilige Radialrichtungen) zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; Ansicht aus globaler Y-Richtung

Abbildung 6-7 zeigt zusätzlich die Verformungen in den jeweiligen Radialrichtungen. Dabei kann eine Symmetrieebene auf etwa halber Behälterhöhe beobachtet werden.

Die Maximalwerte der Spannungen treten erneut an der Innenseite des Behälters auf, siehe Abbildung 6-8. Die Werte sind wesentlich geringer als die Spannungswerte aus Medienfüllung.

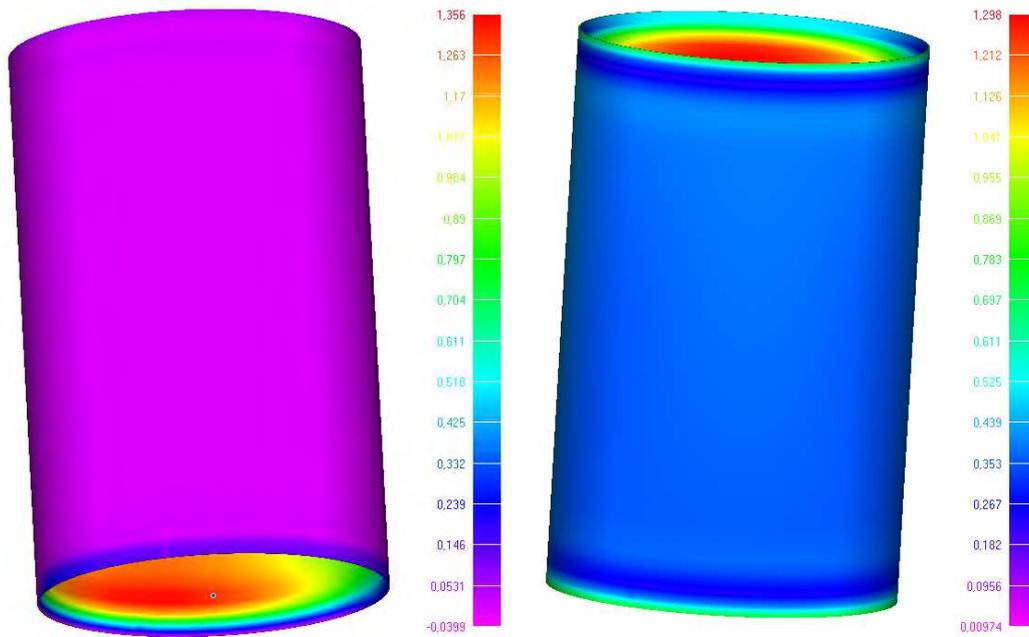


Abbildung 6-8: VMG Nur Wärmeausdehnung: Maximale Hauptspannung [MPa] links und von-Mises Spannung [MPa] rechts zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; Ansicht aus Nordwesten

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Deformation resultierend aus der Wärmedehnung kleiner ist als die Deformation, die durch die Füllung verursacht wird. Dies wurde bei den Berechnungen zu den anderen Tageszeiten bestätigt. Bei der im Normalfall durchgeführten Bemessung werden die Deformationen aus Wärmedehnung vernachlässigt. Die Plausibilität dieser Vorgehensweise ist gegeben. Tabelle 6-1 fasst die verschiedenen Deformationen zu den unterschiedlichen Tageszeiten zusammen.

Tageszeit	Gesamtdeformation [mm] gekoppeltes Modell	Gesamtdeformation [mm] nur Wasserfüllung
11 Uhr 00 Minuten	10,99	7,583
13 Uhr 00 Minuten	10,77	7,532
17 Uhr 00 Minuten	10,76	7,424

Tabelle 6-1: Deformationen zu unterschiedlichen Tageszeiten, VMG

Die Werte der Verformungen und der Spannungen am Volumenmodell sind für die untersuchten Tageszeiten vergleichbar (Abweichungen unter 10 %). Daher kann durch eine repräsentative Berechnung um 11 Uhr 00 Minuten jeder Tageszeitpunkt mit genügender Genauigkeit simuliert werden. Die Dauer der Temperatureinwirkung für die dimensionierenden Berechnungen ist über die Materialkennwerte festzulegen.

## 6.2 Thermomechanisch gekoppelte Berechnungen Volumenmodell ungefüllter Behälters

Um den Einfluss der thermomechanischen Kopplung auch für den ungefüllten Behälter (Innentemperatur ändert sich mit der Tageszeit) zu untersuchen, wurde analog wie beim gefüllten Behälter vorgegangen. Die hydrostatische Wasserfüllung wurde gegen den vorgeschriebenen Mindestwert des Unterdrucks nach DVS [1] von 0,0003 MPa ausgetauscht, da dies erfahrungsgemäß maßgebend für die Untersuchungen zur Stabilität ist. Die Mindestwerte des Überdrucks des ungefüllten Behälters sind vernachlässigbar im Vergleich zu den auftretenden Drücken der Füllung. Das Finite Element Netz sowie die aufgezeigten Randbedingungen der Festhaltungen werden übernommen, vergleiche Abbildung 6-1.

Für 11 Uhr am Vormittag ergibt sich nach der Abbildung 5-3 der Bereich der Maximaltemperaturen im Südosten. In diesen Bereichen besitzt das Material die geringste Steifigkeit. Die nachfolgende Abbildung 6-9 dokumentiert die Verformungen der gekoppelten Berechnung am Volumenmodell ungefüllt für den Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten.

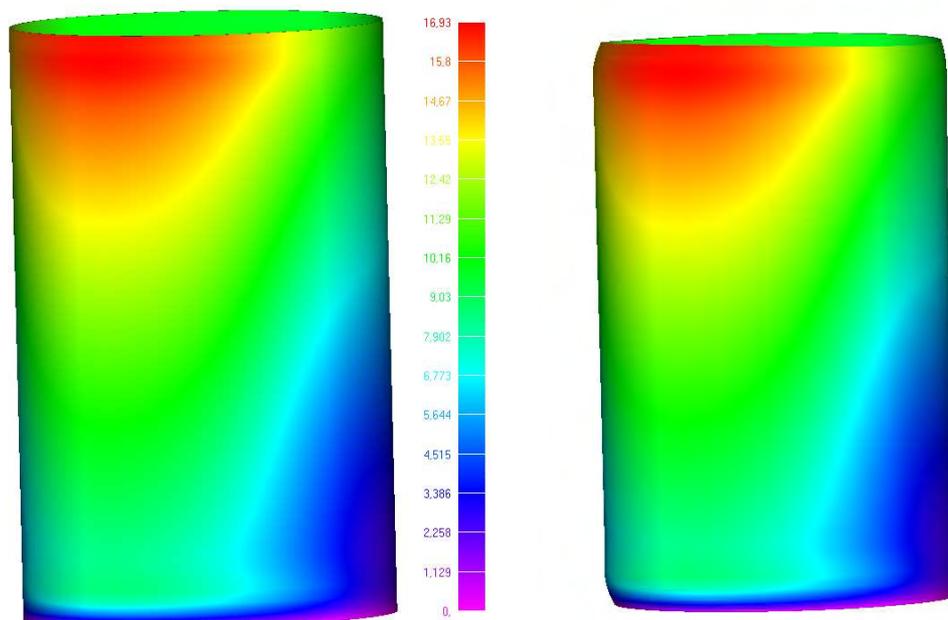


Abbildung 6-9: VMU Komplett gekoppelte Berechnung: Totale Deformation [mm] zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; rechts Deformation zehnfach überhöht; Ansicht aus Südosten

Der ungefüllte Behälter weist durch die ausbleibenden Kühlungseffekte der Füllung generell ein höheres Temperaturniveau auf als der gefüllte Behälter. Die maximalen Verformungen, welche am oberen Rand an der Sonnen zugewandten Seite auftreten, resultieren aus der Lagerungsbedingung, die eine vertikale Ausdehnung an der Oberkante des Zylinders zulässt. Diese unbehinderten Längenausdehnungen erzeugen keine Spannungen im Material.

Zusätzlich zu den Deformationen werden aus der gekoppelten Berechnung die Spannungswerte für den untersuchten Zeitpunkt ausgelesen. Abbildung 6-10 visualisiert die maximale Hauptspannung (Zug) sowie die Vergleichsspannung nach von Mises. Die maximalen Spannungswerte werden in der Nähe der Lagerungsbedingungen beobachtet. Der relativ kleine Innendruck erzeugt vergleichsweise geringe Spannungswerte und somit werden die maximalen Beanspruchungen im Bereich der Festhaltungen erkennbar.

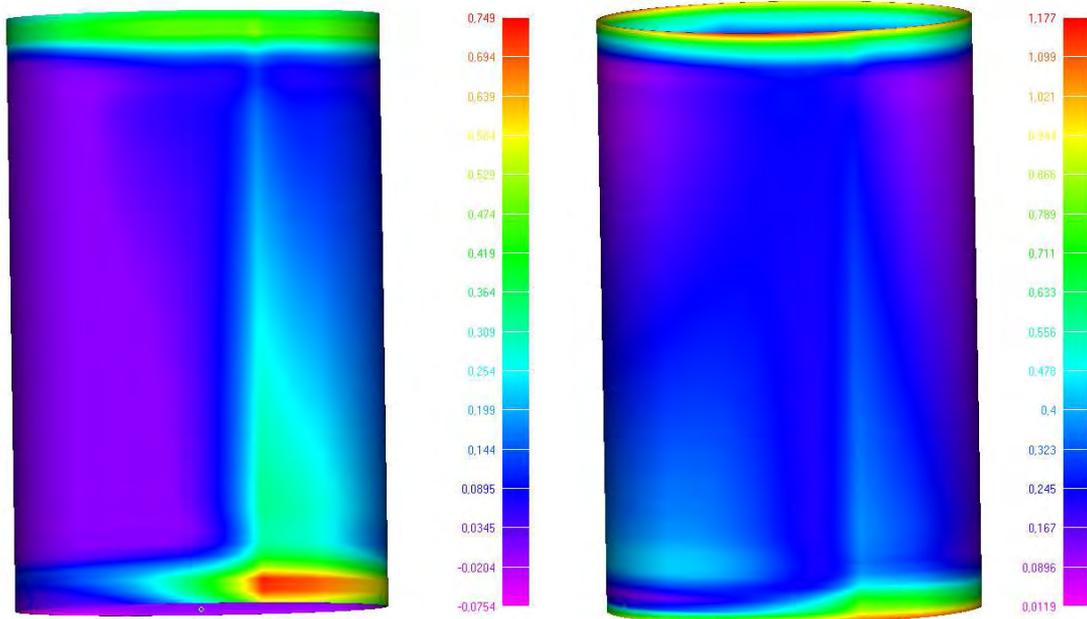


Abbildung 6-10: VMU Komplett, gekoppelte Berechnung: Maximale Hauptspannung [MPa] links und von-Mises Spannung [MPa] rechts zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; Ansicht aus Osten

Um den Einfluss der thermo-mechanischen Kopplung zu untersuchen wurde erneut eine Berechnung angesteuert, in der der Ausdehnungskoeffizient  $\alpha_T$  zu Null gesetzt wurde. Es erfolgt demnach keine Interaktion zwischen mechanischen und thermischen Kenngrößen. Lediglich die Materialsteifigkeit wird von der Temperaturverteilung beeinflusst. Das Ergebnis der Deformation ist in Abbildung 6-11 dargestellt.

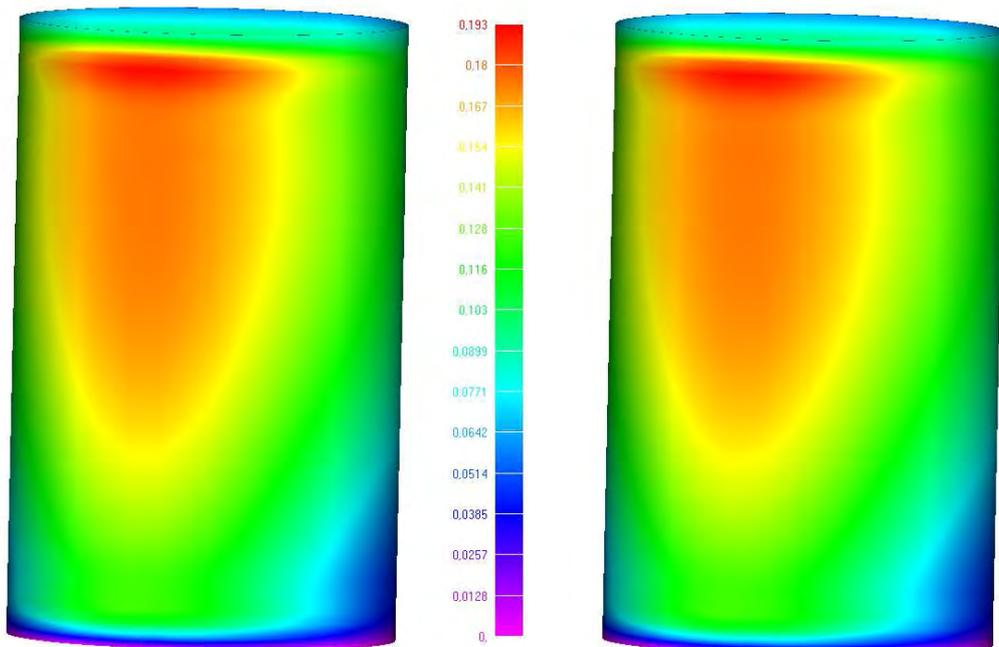


Abbildung 6-11: VMU Nur Unterdruck mit temperaturabhängigem Kriechmodul: Totale Deformation [mm] zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; rechts Deformation zehnfach überhöht; Ansicht aus Südosten

Erneut treten die Maximalwerte der Deformation in der Zylinderwand an der durch die Sonneneinstrahlung aufgeheizten Seite auf. Das übergeordnete Verformungsverhalten ist unterschiedlich, da es sich beim Unterdruck um eine Radialdeformation nach Innen handelt.

Die Spannungswerte sind in Abbildung 6-12 aufgezeigt. Die Werte der Spannungen sind aufgrund der niedrigen Belastung sehr gering, treten jedoch wieder in den Bereichen der Auflagerpunkte auf.

Um den überwiegend feststellbaren Effekt der Längenausdehnung durch Temperaturunterschiede genauer dokumentieren zu können, werden im Nachgang die Ergebnisse der Berechnungen, bei denen lediglich die thermomechanische Kopplung untersucht wurde, diskutiert. Der Unterdruck wurde für diese Untersuchungen nicht berücksichtigt. Abbildung 6-13 zeigt die totale Deformation, welche am oberen Rand an der Sonnen zugewandten Seite ihren Maximalwert annimmt. An der Quantität der Längenausdehnung ist erkennbar, dass beim geringen Mindestunterdruck die Deformation resultierend aus der Temperaturdehnung überwiegt. Dies wird durch die Ausweisung der Radialverformungen in Abbildung 6-14 unterstrichen.

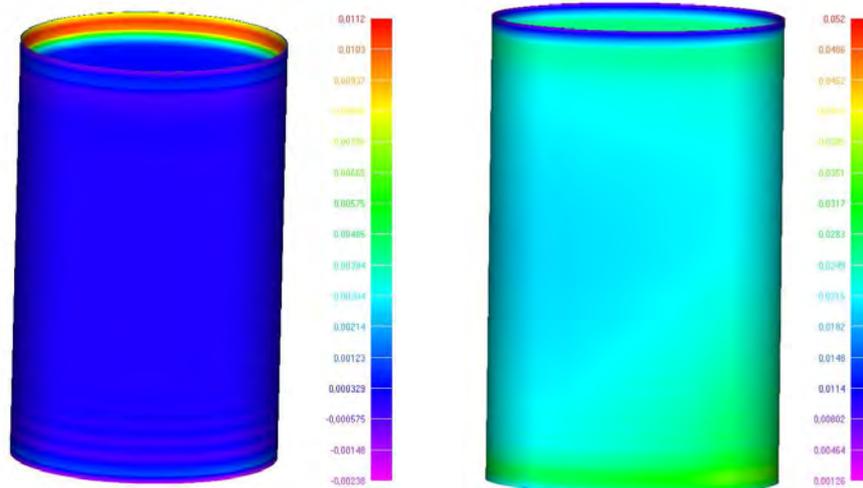


Abbildung 6-12: VMU Nur Unterdruck mit temperaturabhängigem Kriechmodul: Maximale Hauptspannung [MPa] links, von-Mises Spannung [MPa] rechts zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; Ansicht aus Südosten

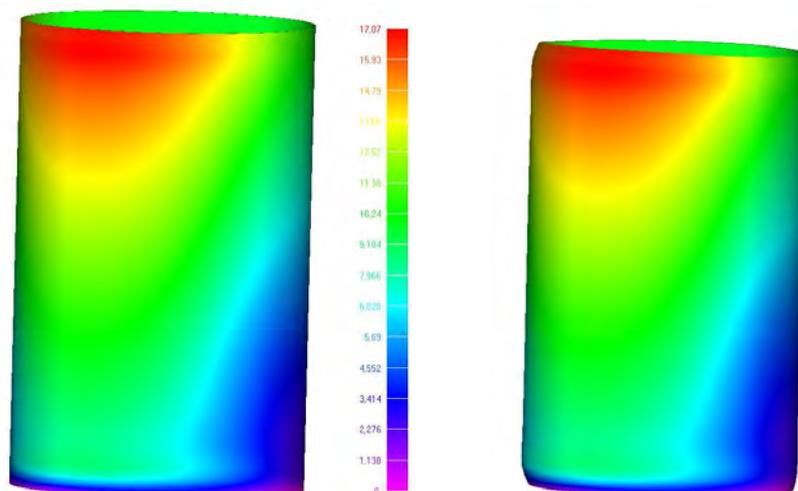


Abbildung 6-13: VMU Nur Wärmeausdehnung: Totale Deformation [mm] zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; rechts Deformation zehnfach überhöht; Ansicht aus Südosten

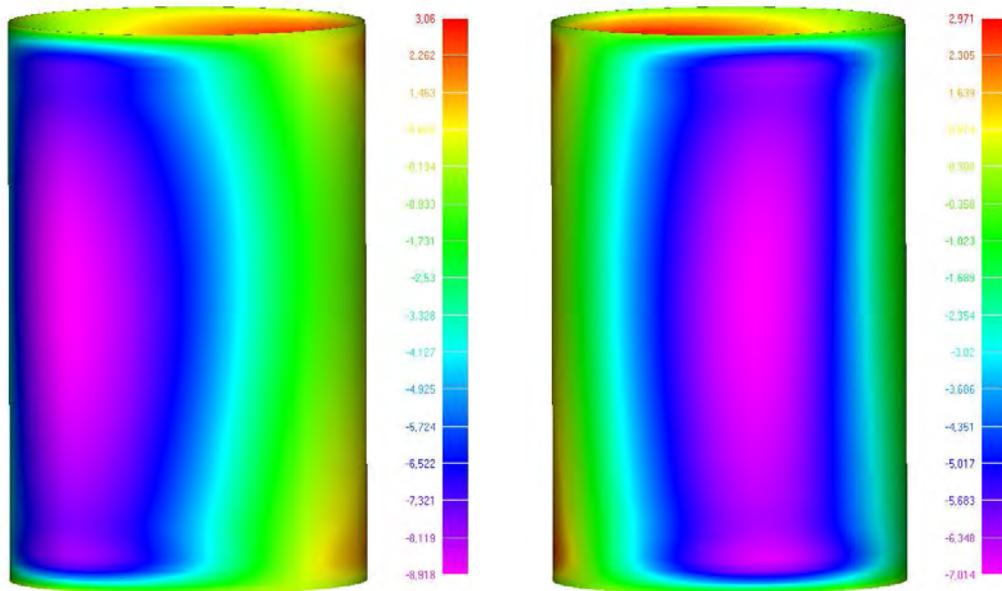


Abbildung 6-14: VMU Nur Wärmeausdehnung: Verformungen in globaler X und Y-Richtung (jeweilige Radialrichtungen) zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; Ansicht aus globaler Y-Richtung

Das Spannungsniveau der Wärmeausdehnung des ungefüllten Behälters liegt oberhalb des Niveaus resultierend aus dem Unterdruck, siehe Abbildung 6-15. Verglichen zum gefüllten Behälter liegen die Spannungen der gekoppelten Modelle etwa bei einem Viertel der Werte, was in dem hydrostatischen Druck der Füllung begründet liegt, welche im Normalfall die maßgebende spannungserzeugende Einwirkung darstellt. Die Unterdruckbelastung des ungefüllten Behälters wirkt sich hauptsächlich auf den Stabilitätsnachweis aus.

Die aufgezeigten Ergebnisse und Effekt wurden durch Berechnungen zu den anderen Tageszeiten bestätigt und verifiziert. Das übergeordnete Verhalten ändert sich nicht und die Abweichungen liegen erneut unterhalb der 10 %.

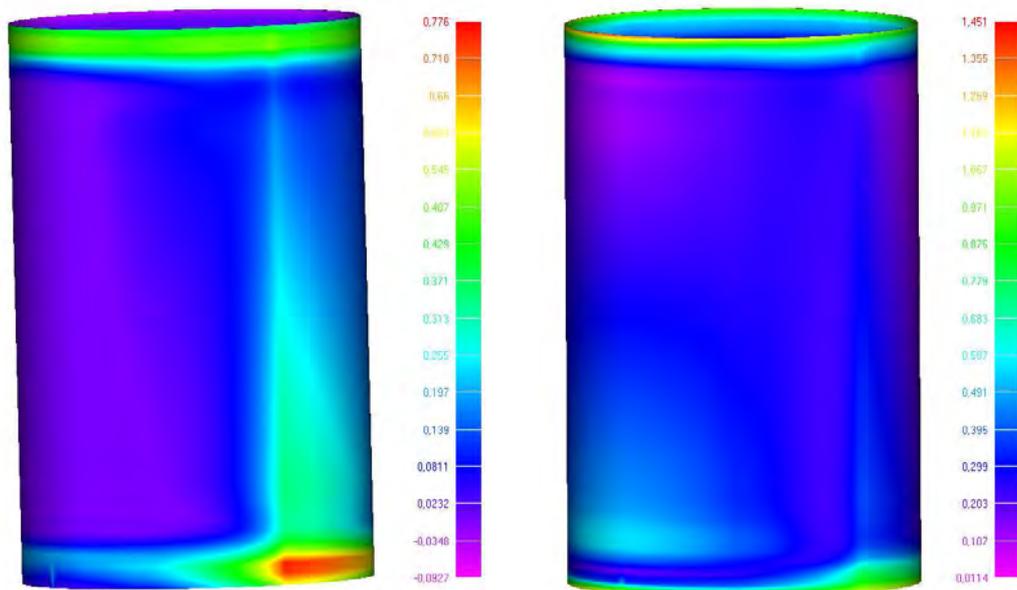
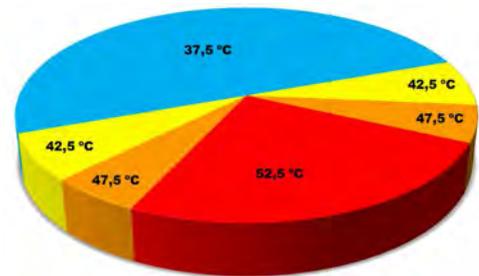


Abbildung 6-15: VMU Nur Wärmeausdehnung: Maximale Hauptspannung [MPa] links und von-Mises Spannung [MPa] rechts zum Zeitpunkt 11 Uhr 00 Minuten; Ansicht aus Osten

**6.3 Vorgeschlagene Temperaturverteilung für den gefüllten Behälter**

Für die Bemessung von Behältern im Außenbereich werden im Normalfall Schalenberechnungen angesteuert und ausgewertet. Um im Nachgang diese Schalenberechnung inklusive Innenfüllung für die unterschiedlichen Tageszeiten durchführen zu können, wird im Folgenden auf der Basis der instationär berechneten Temperaturverteilung an der Außenseite des Behälters eine einfache, abschnittsweise Verteilung vorgeschlagen. Da die Verläufe der Temperaturen über die Behälterwanddicke linear sind, können alle Stellen der Wandung mit der vorgeschlagenen Verteilung interpoliert werden, vergleiche Abbildung 5-14. Aus der Auswertung der unterschiedlichen Verläufe der Temperatur zu den verschiedenen Tageszeiten konnte die folgende Verteilung herausgearbeitet werden:

- 37,5 °C → 180° Winkel am Behälter
- 42,5 °C → 25° Winkel je Seite am Behälter (insgesamt 50°)
- 47,5 °C → 20° Winkel je Seite am Behälter (insgesamt 40°)
- 52,5 °C → 90° Winkel am Behälter



Diese Vorgaben entsprechen angenähert den Verteilungen der Oberflächentemperaturen nach den Abbildungen 5-11 bis 5-13. Um zu zeigen, dass die vorgeschlagene, diskrete Verteilung auf der sicheren Seite liegt, werden in den folgenden Abbildungen (6-16 bis 6-18) die instationär berechneten Verteilungen der Außentemperaturen (abhängig von der Tageszeit am gefüllten Volumenmodell VMG) mit der beschriebenen Vorgabe gegenüber gestellt. Der 0° Winkel am Zylinder charakterisiert dabei die Nordrichtung.

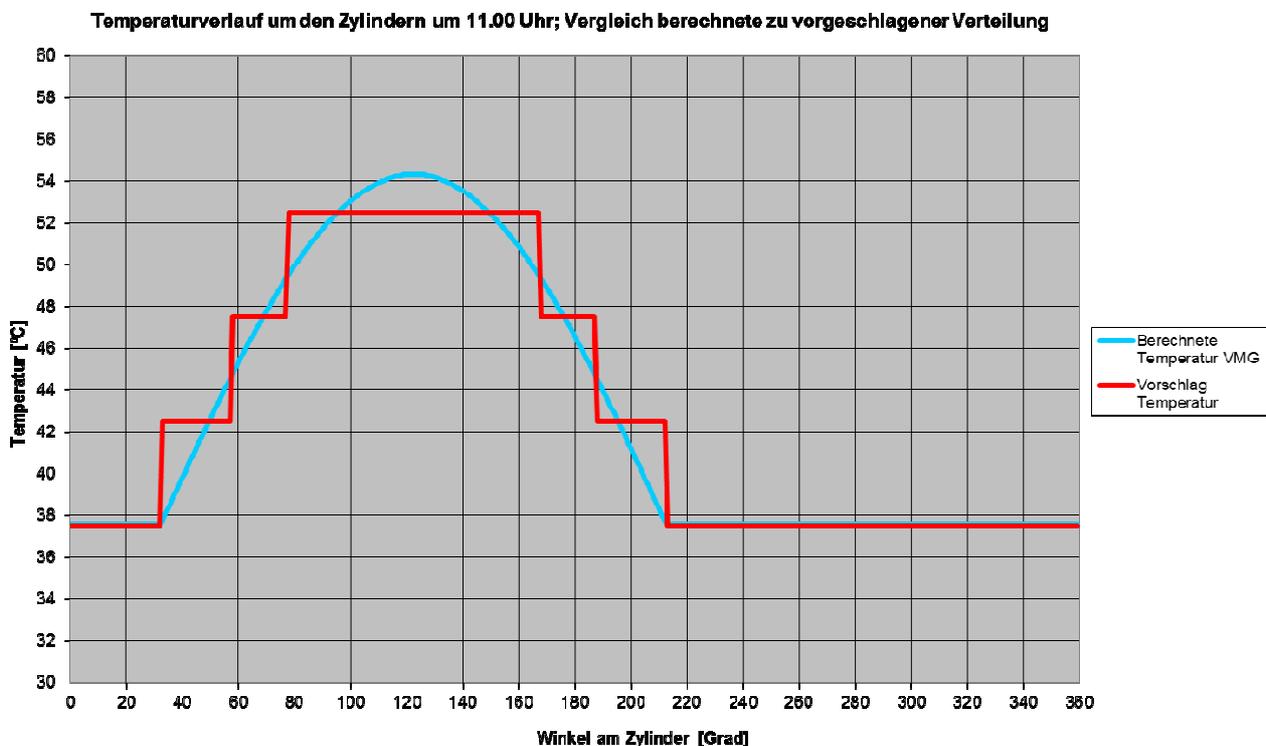


Abbildung 6-16: Vergleich der Temperaturen an der Außenseite VMG um 11 Uhr 00 Minuten mit der vorgeschlagenen Verteilung

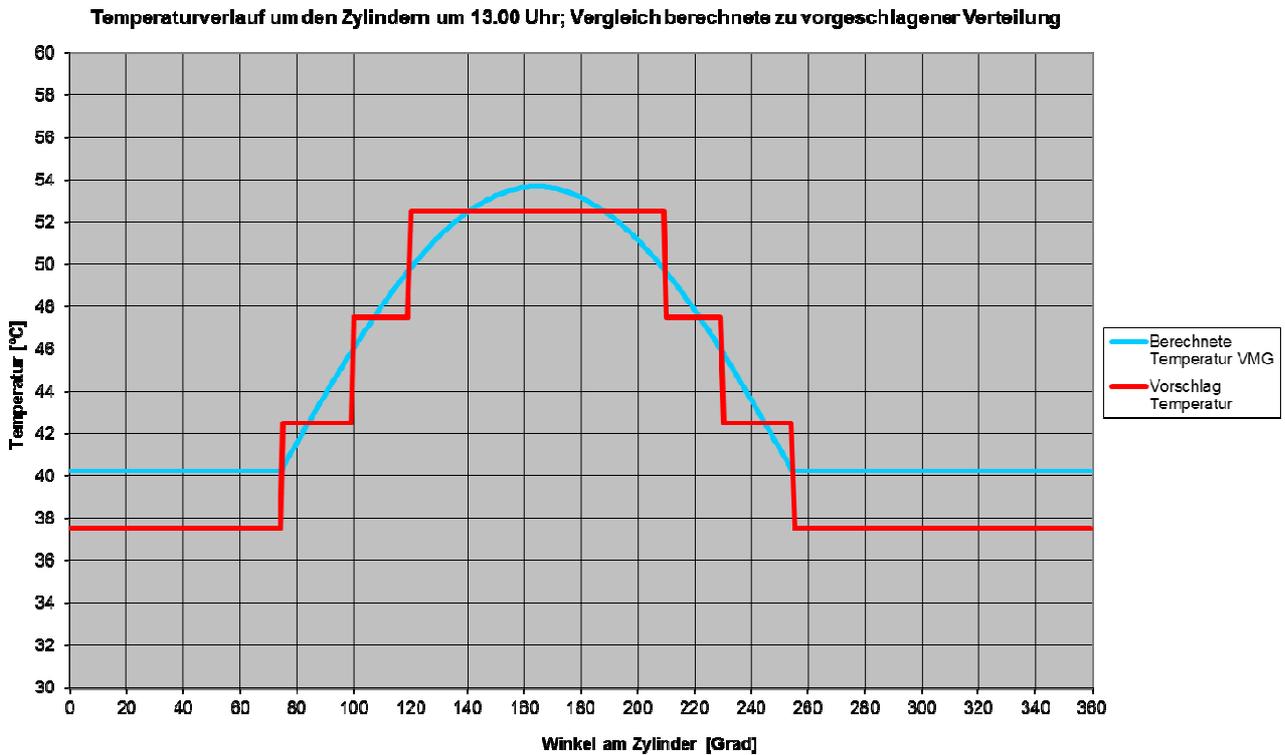


Abbildung 6-17: Vergleich der Temperaturen an der Außenseite VMG um 13 Uhr 00 Minuten mit der vorgeschlagenen Verteilung

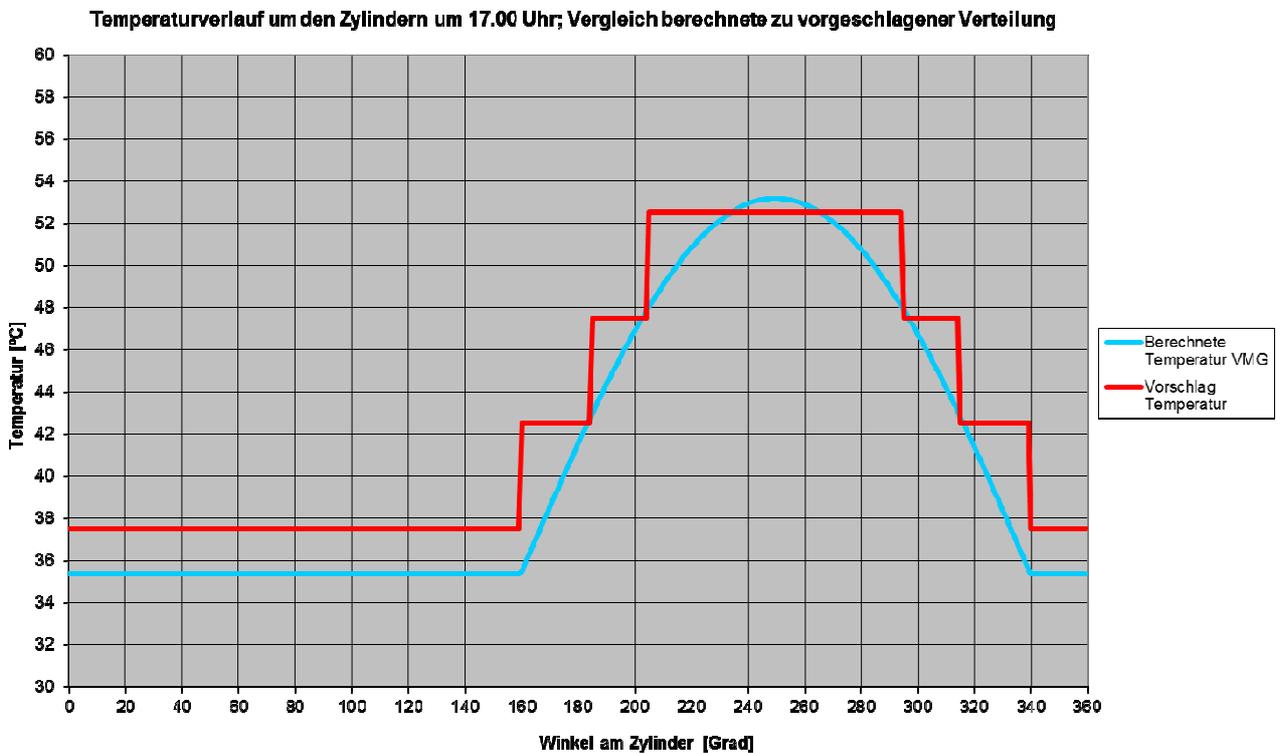


Abbildung 6-18: Vergleich der Temperaturen an der Außenseite VMG um 17 Uhr 00 Minuten mit der vorgeschlagenen Verteilung

Es ist zu erkennen, dass die vorgeschlagene, bereichsweise konstante Temperaturverteilung den berechneten Verlauf ausreichend genau reproduziert. Die abschnittswise Temperaturzuweisungen nähern den realen Verlauf an der Außenseite des Zylinders an und ergeben eine einfach vorzugebende Verteilung der Temperatur, welche das reale Verhalten sehr genau widerspiegelt. Im Verlauf der Berechnungen wurden auch feinere Unterteilungen der abschnittswise Temperaturen untersucht, die die Extremwerte noch besser annähern würden. Die übergeordneten Erkenntnisse und Ergebnisse wurden dabei nicht signifikant verändert, so dass die vorgeschlagene Vorgehensweise praktikabel ist. Zur weiteren Verdeutlichung wird in den folgenden Abbildungen der Kriechmodul gemäß Tabelle 3-1 für den untersuchten, gefüllten Behälter jeweils für die genau berechnete Konfiguration und den vorgeschlagenen, abschnittswise Verlauf zusammengefasst und verglichen.

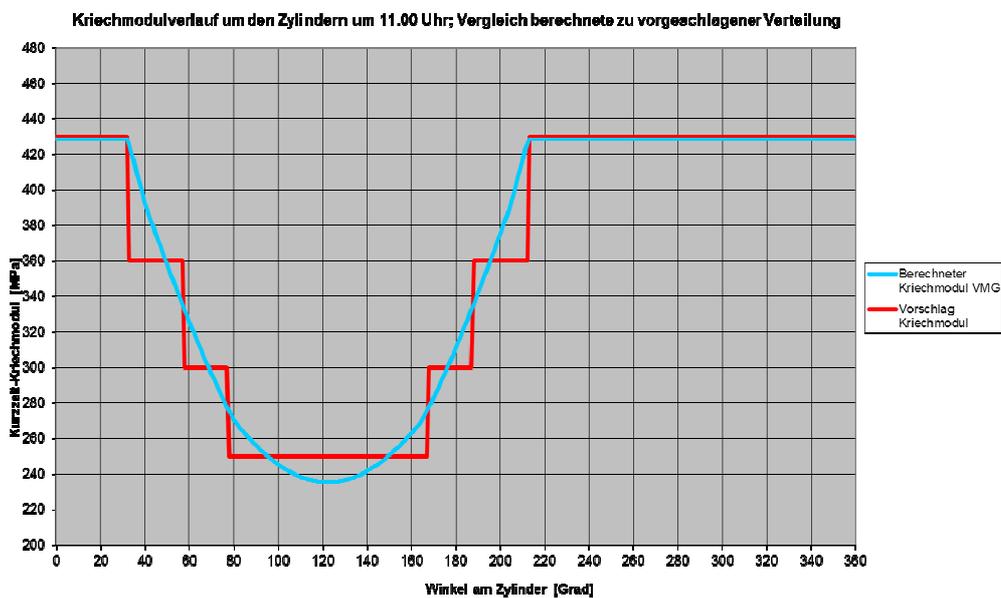


Abbildung 6-19: Vergleich der Steifigkeiten an der Außenseite VMG um 11 Uhr 00 Minuten mit der vorgeschlagenen Verteilung

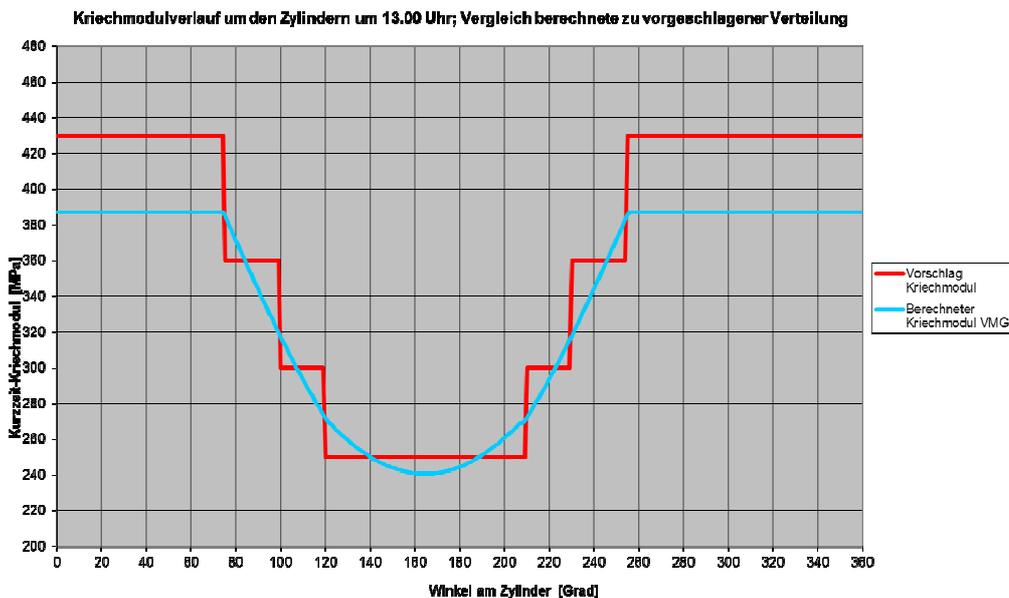


Abbildung 6-20: Vergleich der Steifigkeiten an der Außenseite VMG um 13 Uhr 00 Minuten mit der vorgeschlagenen Verteilung

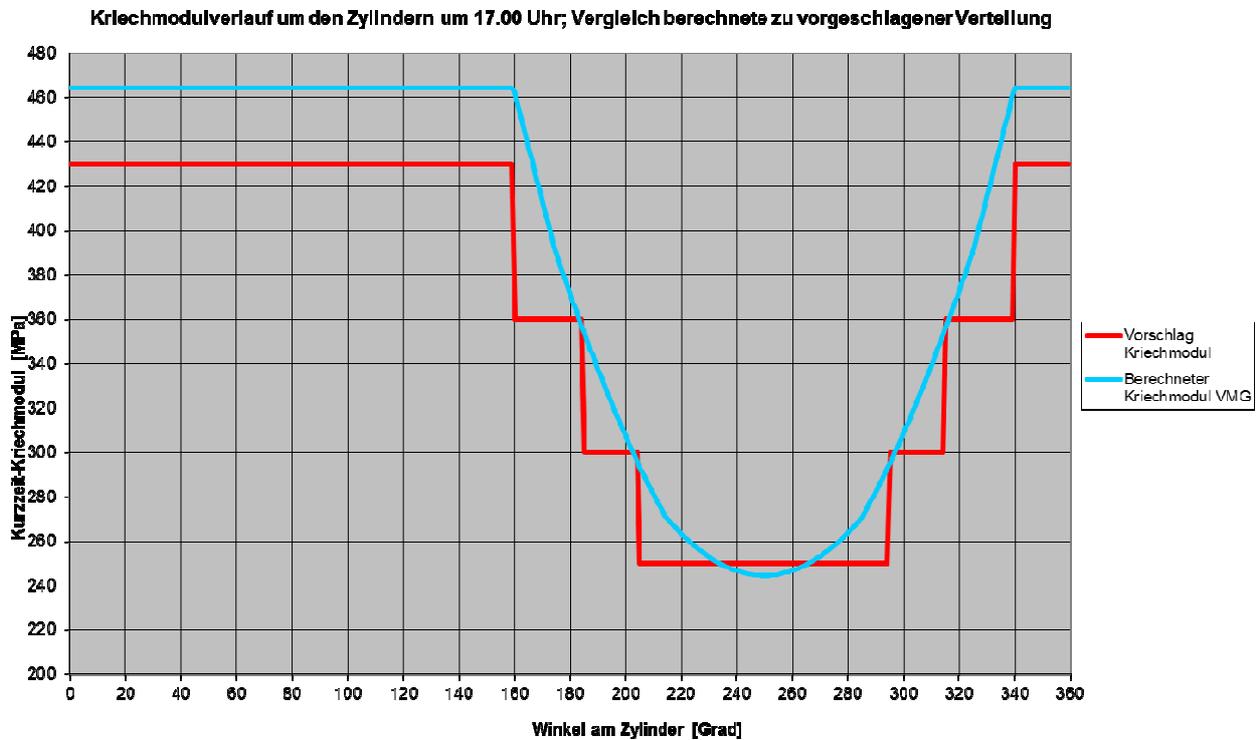
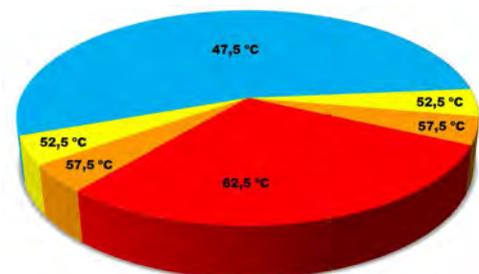


Abbildung 6-21: Vergleich der Steifigkeiten an der Außenseite VMG um 17 Uhr 00 Minuten mit der vorgeschlagenen Verteilung

#### 6.4 Vorgeschlagene Temperaturverteilung für den ungefüllten Behälter

Im Folgenden soll nun auch für den ungefüllten Behälter unter Sonneneinstrahlung eine vereinfachte, abschnittsweise Temperaturverteilung auf der Basis der instationären Berechnungen am Volumenmodell vorgeschlagen werden. Dabei beziehen wir uns wieder zunächst auf die Außenseite des Behälters. Da die Verläufe der Temperaturen über die Behälterwanddicke linear sind, können alle Stellen der Wandung mit der vorgeschlagenen Verteilung interpoliert werden, siehe Abbildung 5-6. Aus der Auswertung der unterschiedlichen Verläufe der Temperatur zu den verschiedenen Tageszeiten konnte die folgende Verteilung für den ungefüllten Behälter herausgearbeitet werden:

- 47,5 °C → 195° Winkel am Behälter
- 52,5 °C → 15° Winkel je Seite am Behälter (insgesamt 30°)
- 57,5 °C → 15° Winkel je Seite am Behälter (insgesamt 30°)
- 62,5 °C → 105° Winkel am Behälter



Diese Vorgaben entsprechen angenähert den Verteilungen der Oberflächentemperaturen nach den Abbildungen 5-3 bis 5-5. Um zu zeigen, dass die vorgeschlagenen, diskrete Verteilung auf der sicheren Seite liegt, werden in den folgenden Abbildungen (6-22 bis 6-24) die instationär berechneten Verteilung der Außentemperaturen (am ungefüllten Volumenmodell VMU) mit der beschriebenen Vorgabe gegenüber gestellt. Der 0° Winkel am Zylinder charakterisiert dabei die Nordrichtung.

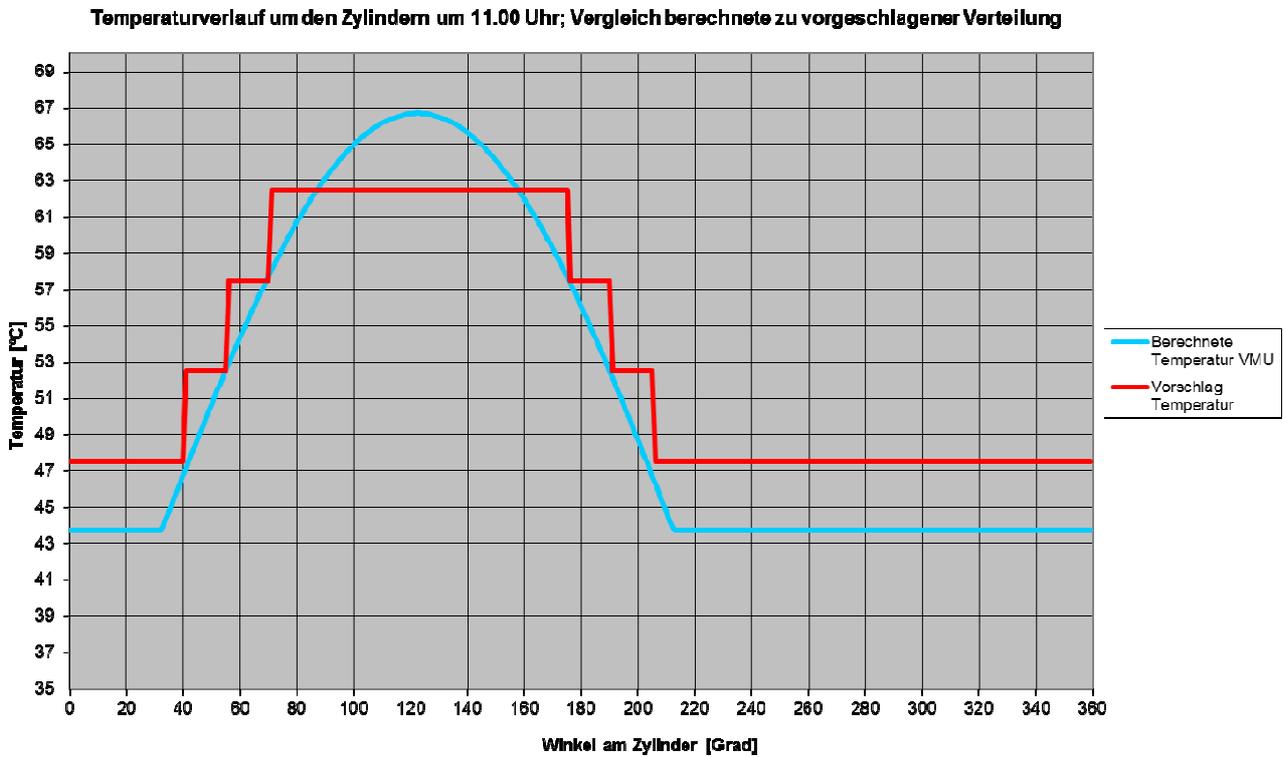


Abbildung 6-22: Vergleich der Temperaturen an der Außenseite VMU um 11 Uhr 00 Minuten mit der vorgeschlagenen Verteilung

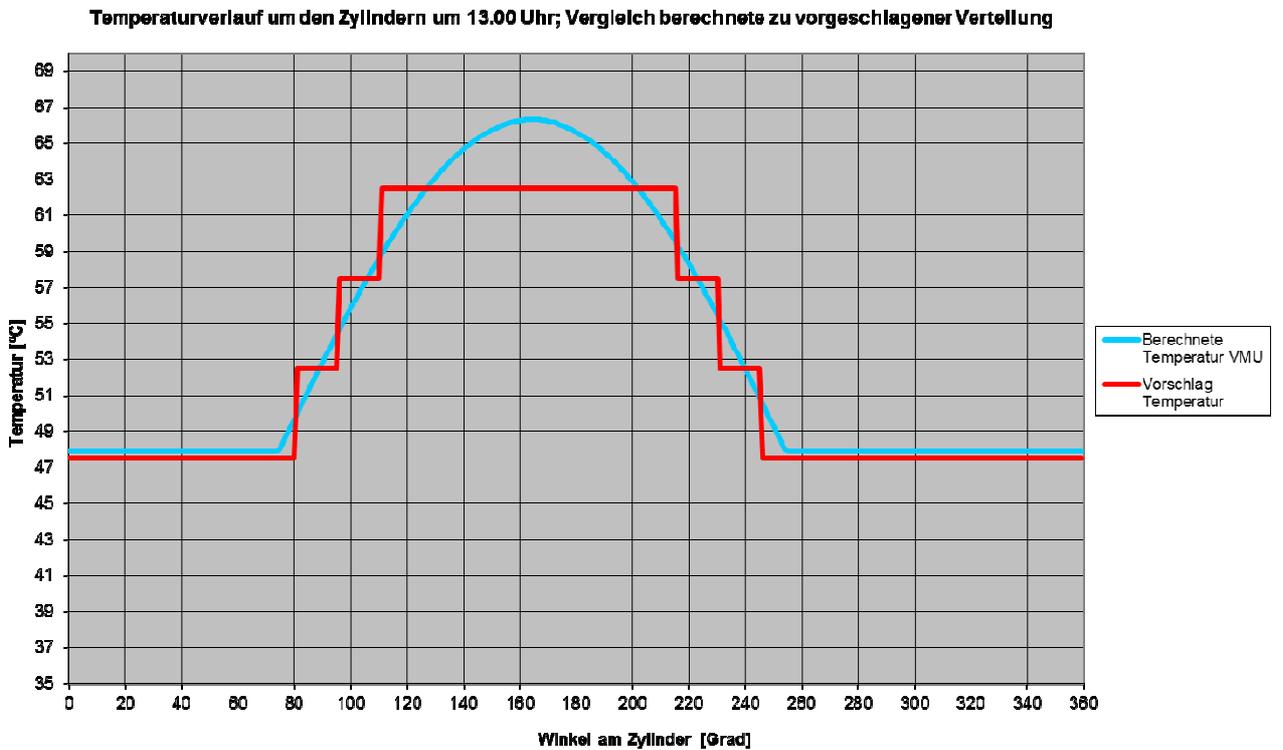


Abbildung 6-23: Vergleich der Temperaturen an der Außenseite VMU um 13 Uhr 00 Minuten mit der vorgeschlagenen Verteilung

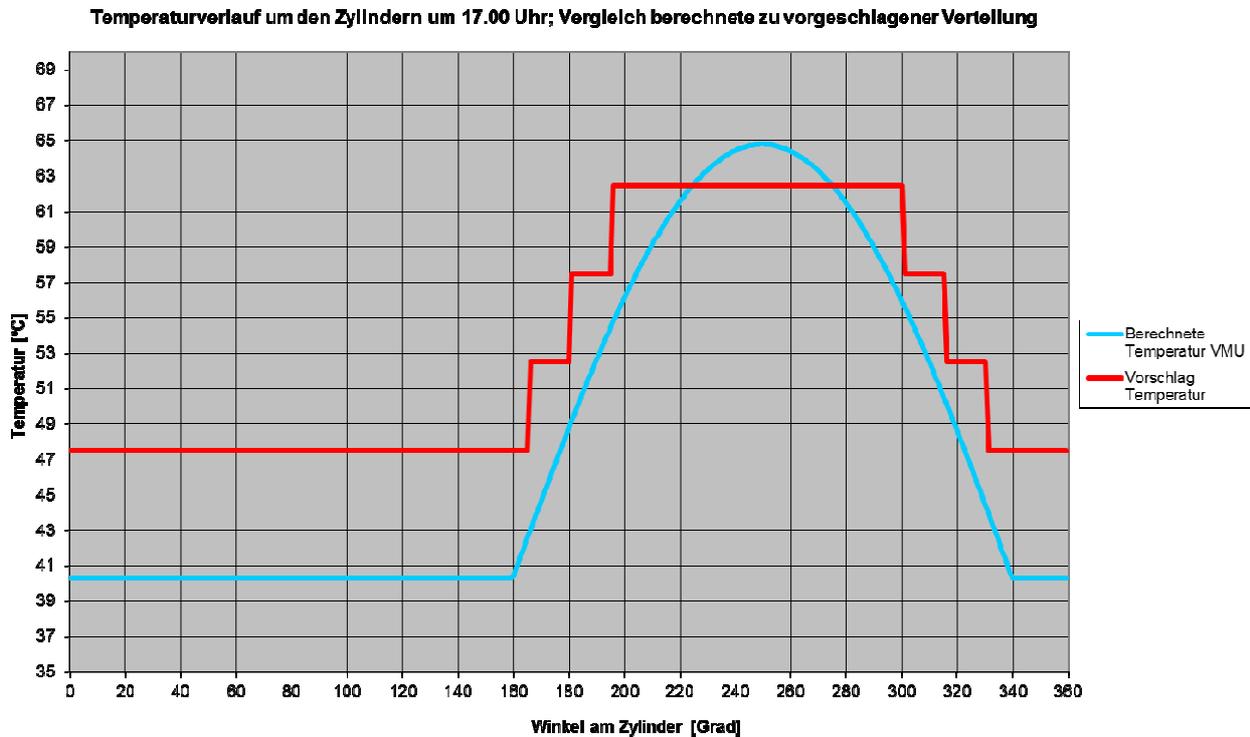


Abbildung 6-24: Vergleich der Temperaturen an der Außenseite VMU um 17 Uhr 00 Minuten mit der vorgeschlagenen Verteilung

Es ist zu erkennen, dass die vorgeschlagene, bereichsweise konstante Temperaturverteilung den berechneten Temperaturverlauf des ungefüllten Behälters erneut ausreichend genau reproduziert. Die abschnittswise Temperaturzuweisungen nähern den realen Verlauf an der Außenseite des Zylinders an und ergeben eine einfach vorzugebende Verteilung der Temperatur, welche das reale Verhalten sehr genau widerspiegelt. Auch beim ungefüllten Behälter kann auf eine feinere Unterteilung der konstanten Temperaturbereiche verzichtet werden, da die erzielten Ergebnisse keinen Erkenntnisgewinn erzielen. Erneut wird in den folgenden Abbildungen auch für den ungefüllten Behälter der Kriechmodul gemäß Tabelle 3-1 jeweils für die genau berechnete Konfiguration und den vorgeschlagenen, abschnittswise Verlauf zusammengefasst und verglichen.

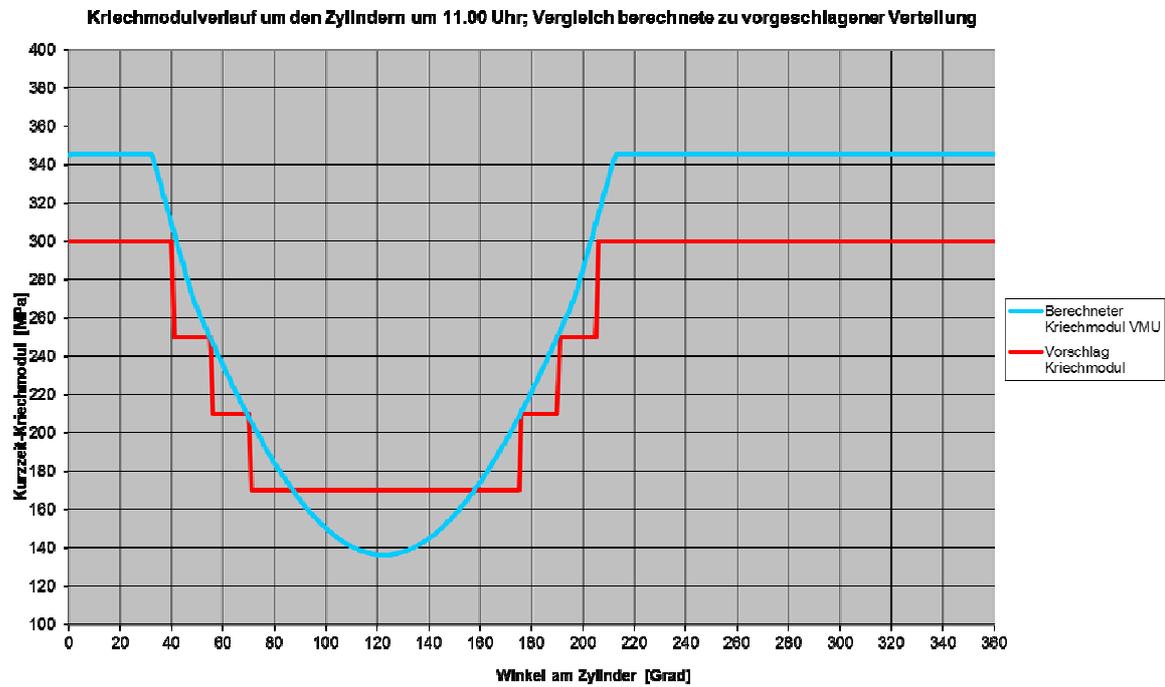


Abbildung 6-25: Vergleich der Steifigkeiten an der Außenseite VMU um 11 Uhr 00 Minuten mit der vorgeschlagenen Verteilung

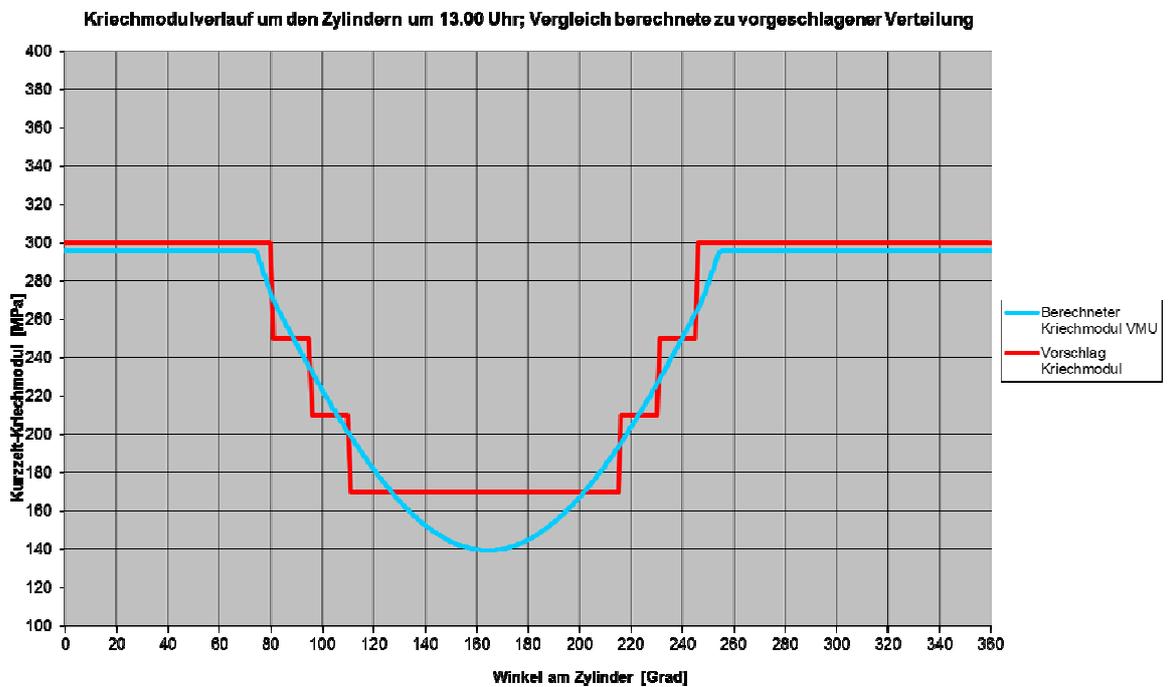


Abbildung 6-26: Vergleich der Steifigkeiten an der Außenseite VMU um 13 Uhr 00 Minuten mit der vorgeschlagenen Verteilung

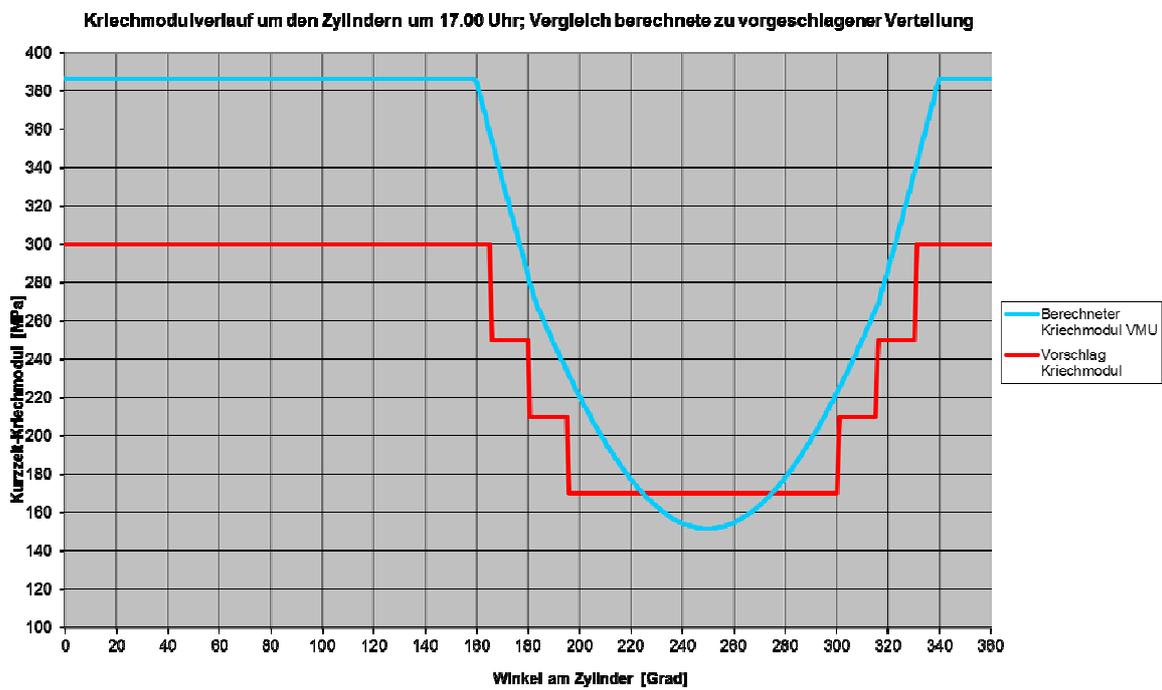


Abbildung 6-27: Vergleich der Steifigkeiten an der Außenseite VMU um 17 Uhr 00 Minuten mit der vorgeschlagenen Verteilung

## 7 Vorgabe der Temperaturverteilungen für die Schalenmodelle

Kapitel 6 beschreibt die Effekte der gekoppelten thermo-mechanischen Berechnungen und die Ableitung einer einfachen, abschnittswisen Temperaturverteilung für die Außenseite der Behälter in der gefüllten und ungefüllten Konfiguration. Die so gewonnenen einfach reproduzierbaren Temperaturverteilungen werden nun auf flächenhafte Schalenmodelle übertragen, an denen die wesentlichen Effekte aufzuzeigen und mit dem detaillierten Volumenmodell zu vergleichen sind.

Für das gefüllte (SMG) und ungefüllte Schalenmodell (SMU) der Behälter werden erneut die im ersten Abschnitt von Kapitel 6 beschriebenen GeometrieKennwerte und Lagerungsbedingungen verwendet.

### 7.1 Berechnungen und Verifizierung am Schalenmodell des gefüllten Behälters

Gemäß der Abbildung 5-14 ergibt sich innerhalb jeder Stelle der Behälterwand ein linearer Temperaturverlauf zwischen der vorherrschenden Außentemperatur und der relativ konstanten Innenwandtemperatur von ca. 32 °C. Untersuchungen an unterschiedlichen Punkten innerhalb Wandung ergaben, dass im Vergleich mit dem Volumenmodell (VMG) die besten Übereinstimmungen der Verformungsergebnisse erzielt werden, wenn man für das Schalenmodell (SMG) die Temperatur in Wandmitte auf der Basis der Außentemperaturen nach Abschnitt 6 vorgibt. Diese Vorgabe ist auch insofern sinnvoll, als das die Schalenebene die Mittelfläche (Membranebene) der Behälterwand charakterisiert.

Es werden analog zur Außenseite in der Mitte der Behälterwand vier verschiedene Temperaturbereiche (35 °C, 37,5 °C, 40 °C und 42,5 °C) berücksichtigt. Die Verteilungen resultieren aus den Überlegungen der vorigen Kapitel und zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 7-1 farblich die unterschiedlichen Bereiche verschiedener Temperatur für die vergleichende Schalenberechnung am Modell SMG. Die Bereiche gleicher Temperatur ergeben sich zu:

- 35 °C → 180° Winkel am Behälter (blaue Farbe in Abbildung 7-1)
- 37,5 °C → 25° Winkel je Seite am Behälter (rote Farbe in Abbildung 7-1)
- 40 °C → 20° Winkel je Seite am Behälter (grüne Farbe in Abbildung 7-1)
- 42,5 °C → 90° Winkel am Behälter (gelbe Farbe in Abbildung 7-1)

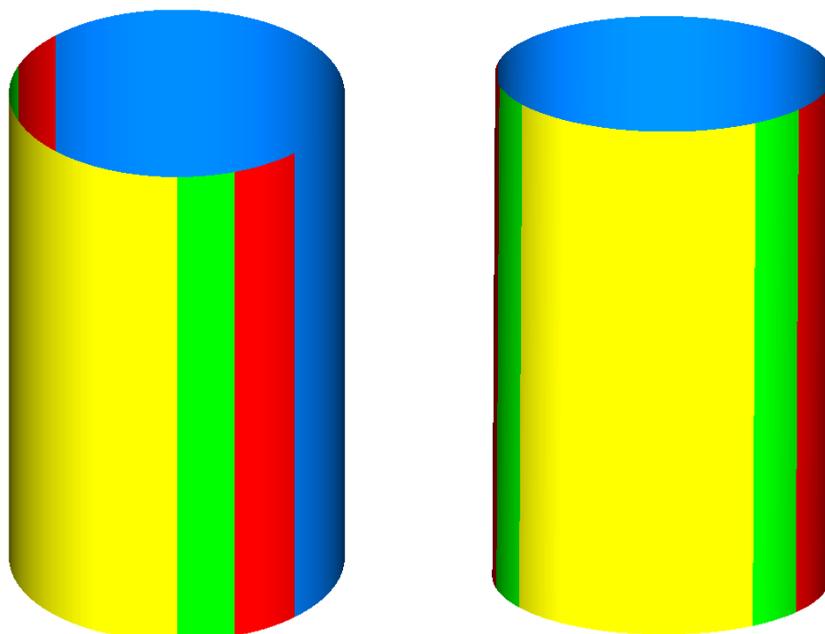


Abbildung 7-1: Bereiche unterschiedlicher Temperaturen, Schalenmodell SMG

Für die Vergleichsberechnungen werden den flächenhaften Elementen die zu den Temperaturen zugehörigen Kriechmoduli nach Tabelle 3-1 zugeordnet. Als Belastung wirken lediglich die Füllung und das Eigengewicht. Als Festhaltungen wird die Membranebene an der Unterkante des Zylinders translatorisch festgehalten und an der Oberseite werden jeweils wieder die Radialrichtungen gesperrt. Thermomechanisch gekoppelte Berechnungen werden in der Regel bei der Dimensionierung mit Schalen nicht angesteuert und die Überlagerung der Effekte ist, wie in Kapitel 6 beschrieben, vernachlässigbar.

Der Vergleich der Schalenberechnung wird im Folgenden immer mit den zugehörigen Volumenmodellen durchgeführt. Abbildung 7-2 zeigt das Ergebnis der Schalenberechnung im Vergleich zur Berechnung am Volumenmodell mit detaillierter Temperaturverteilung um 11 Uhr.

Die Contour-Plots der Verformungen ähneln sich sehr stark und man kann von einer sehr guten Übereinstimmung reden. Auch die Abweichungen der Absolutwerte sind minimal. Man ist also in der Lage mit der abgeleiteten, abschnittsweisen Temperaturverteilung mit dem Schalenmodell SMG das gleiche Verformungsverhalten zu erzielen wie mit dem detaillierten Volumenmodell VMG unter gleicher Belastung.

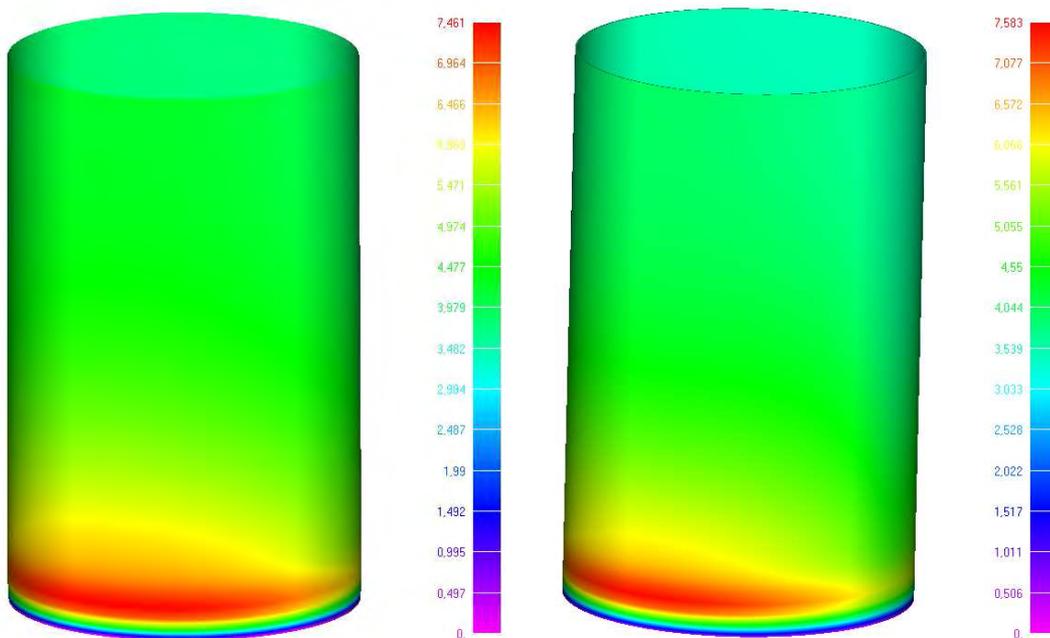


Abbildung 7-2: Vergleich der totalen Deformationen [mm], links Schalenmodell (SMG) mit abschnittsweiser Temperatur; rechts Volumenmodell (VMG) mit berechneter Temperaturverteilung

Die auftretenden von Mises Spannungen sind in Abbildung 7-3 dargestellt. Hier kommt es zu einer Abweichung der generellen Verteilung, welche hauptsächlich in der verschiedenartigen, numerischen Modellierung begründet ist. Übergeordnet kann festgehalten werden, dass die größten Spannungen jeweils in den steifsten Bereichen (größter Kriechmodul) auftreten. Diese befinden sich beim Volumenmodell auf der Innenseite des Behälters und beim Schalenmodell auf der Seite, die nicht von der Sonne angestrahlt wird. Das Schalenmodell kann aufgrund seiner Eindimensionalität nicht den Kriechmodul der inneren Behälterseite berücksichtigen. Unter Voraussetzung linearer Effekte wird vorgeschlagen die Spannungswerte auf der angestrahlten Seite mit dem Verhältnis der temperaturabhängigen E-Moduli zu bewerten, um die reale Steifigkeit an der Behälterinnenseite zu beachten. Als Faktor ergibt sich:

$$E\text{-Modul}_{32,5\text{ °C}} / E\text{-Modul}_{42,5\text{ °C}} = 510\text{ MPa} / 360\text{ MPa} = 1,42$$

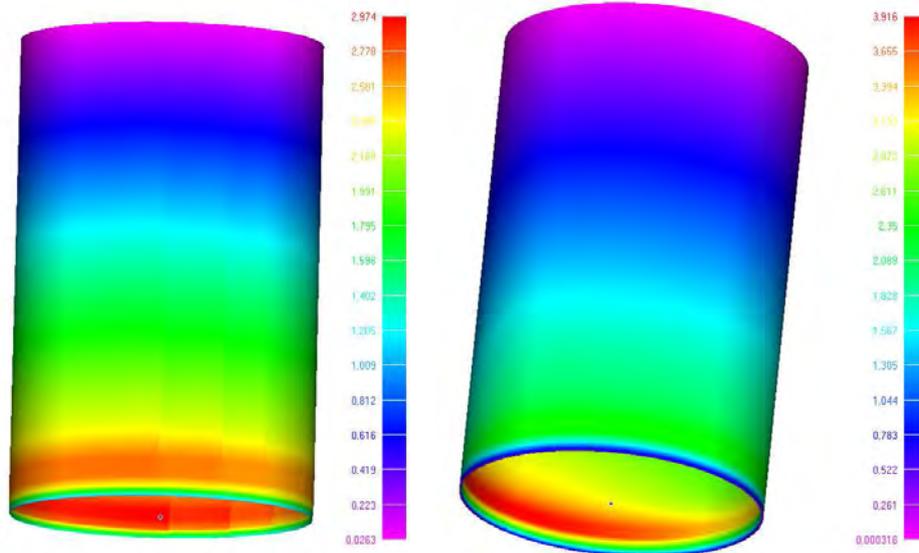


Abbildung 7-3: Vergleich der von Mises Spannung [MPa], links Schalenmodell (SMG) mit abschnittsweiser Temperatur; rechts Volumenmodell (VMG) mit berechneter Temperaturverteilung

Zur Verdeutlichung des Vergleiches zwischen gefülltem Schalenmodell (SMG) und gefülltem Volumenmodell (VMG) zu unterschiedlichen Tageszeiten sind in Tabelle 7-1 die Verformungen und alle wesentlichen Spannungswerte zusammen gefasst.

**Schalenmodell (SMG) mit abschnittsweiser Temperaturverteilung**

	Deformation [mm]	Von Mises Spannung [MPa]	Max. Hauptspannung [MPa]	Min. Hauptspannung [MPa]
	7,46	2,97 (Bereich 35 °C) 2,75 (Bereich 42,5 °C) $2,75 \cdot 1,42 = 3,90$	3,00	-1,68

**Volumenmodell (VMG) mit diskreter Temperaturverteilung**

	Deformation [mm]	Von Mises Spannung [MPa]	Max. Hauptspannung [MPa]	Min. Hauptspannung [MPa]
11 Uhr	7,58	3,92	3,65	-1,45
13 Uhr	7,53	3,90	3,62	-1,50
17 Uhr	7,42	3,85	3,59	-1,46

Tabelle 7-1: Vergleich der wesentlichen Berechnungsergebnisse des gefüllten Behälters

Abschließend kann festgehalten werden, dass man durch die vorgeschlagene, abschnittsweise Temperaturverteilung in der Lage ist, das übergeordnete Verformungsverhalten der gefüllten Behälter zu jedem Tageszeitpunkt abzubilden. Wird die maßgebende von Mises Spannung mit dem Verhältnis der Steifigkeiten an die Behälterinnenseite transformiert, erhält man sehr gute Übereinstimmungen in den Spannungswerten.

## 7.2 Berechnungen und Verifizierung am Schalenmodell des ungefüllten Behälters

Gemäß der Abbildung 5-6 ergibt sich innerhalb der Behälterwand der ungefüllten Behälter ein linearer Temperaturverlauf, wobei die Temperaturunterschiede zwischen Behälteraußenseite und Behälterinnenseite mit etwa 3 °C bis 5 °C sehr gering ausfallen. Daher werden auf der sicheren Seite liegend die Berechnungen am Schalenmodell (SMU) mit den abschnittswisen Oberflächentemperaturen der Behälteraußenseite aus Kapitel 6 angesteuert.

Es werden vier verschiedene Temperaturbereiche (47,5 °C, 52,5 °C, 57,5 °C und 62,5 °C) berücksichtigt. Die Verteilungen resultieren aus den Überlegungen der vorigen Kapitel und zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 7-2 farblich die unterschiedlichen Bereiche verschiedener Temperatur für die vergleichende Schalenberechnung am Modell SMU. Die Bereiche gleicher Temperatur ergeben sich zu:

- 47,5 °C → 195° Winkel am Behälter (blaue Farbe in Abbildung 7-4)
- 52,5 °C → 15° Winkel je Seite am Behälter (rote Farbe in Abbildung 7-4)
- 57,5 °C → 15° Winkel je Seite am Behälter (grüne Farbe in Abbildung 7-4)
- 62,5 °C → 105° Winkel am Behälter (gelbe Farbe in Abbildung 7-4)

Zur Verdeutlichung zeigt Abbildung 7-4 farblich die unterschiedlichen Bereiche verschiedener Temperatur für die vergleichende Schalenberechnung.

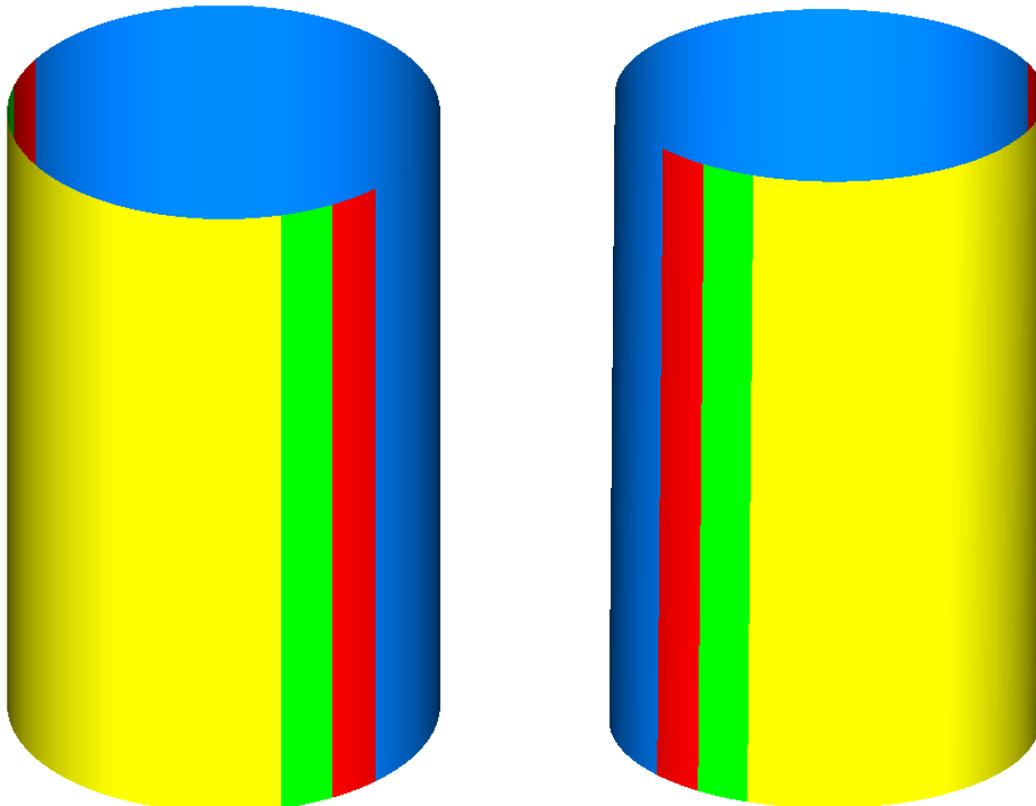


Abbildung 7-4: Bereiche unterschiedlicher Temperaturen, Schalenmodell SMU

Für die Vergleichsberechnungen werden den flächenhaften Elementen die zu den Temperaturen zugehörigen Kriechmoduli nach Tabelle 3-1 zugeordnet. Als Belastung wirken lediglich der Unterdruck (der Unterdruck auf dem Dach wird über eine Normalkraft in der Zylinderwand mit berücksichtigt) und das Eigengewicht. Gekoppelte Berechnungen werden in der Regel bei der Dimensionierung mit Schalen nicht angesteuert.

Abbildung 7-5 zeigt das Ergebnis der Schalenberechnung SMU im Vergleich zur Berechnung am Volumenmodell VMU mit detaillierter Temperaturverteilung.

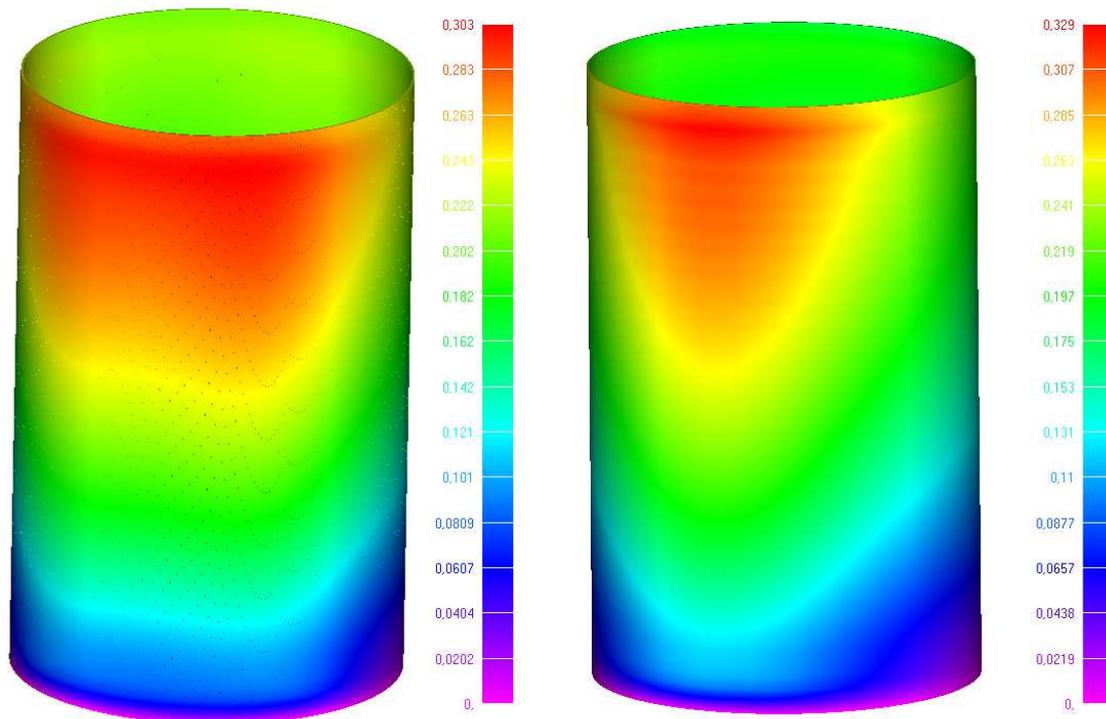


Abbildung 7-5: Vergleich der totalen Deformationen [mm], links Schalenmodell (SMU) mit abschnittsweiser Temperatur; rechts Volumenmodell (VMU) mit berechneter Temperaturverteilung

Die generelle Verteilung der Deformationen ähneln sich erneut sehr stark und man kann von einer sehr guten Übereinstimmung reden. Der Maximalwert der Schalenberechnung liegt wenig unterhalb der Volumenberechnung um 11 Uhr. Die Abweichungen liegen im Toleranzbereich. Auch beim ungefüllten Behälter kann man mit der abgeleiteten, abschnittsweisen Temperaturverteilung mit dem Schalenmodell das annähernd gleiche Verformungsverhalten erzielen wie mit dem detaillierten Volumenmodell.

Die auftretenden von Mises Spannungen sind in Abbildung 7-6 dargestellt. Hier kommt es zu einer relativ großen Abweichung der generellen Verteilung. Übergeordnet kann erneut festgehalten werden, dass die größten Spannungen jeweils erneut in den steifsten Bereichen (größter Kriechmodul) auftreten. Diese befinden sich beim Schalenmodell auf der Seite, die nicht von der Sonne angestrahlt wird. Die Maximalwerte sowie die Punkte in denen sie auftreten unterscheiden sich generell. Dabei nehmen die Festhaltungen beim Volumenmodell wesentlichen Einfluss auf die Orte der maximalen Spannungen.

Zur Verdeutlichung des Vergleiches zwischen gefülltem Schalenmodell (SMU) und gefülltem Volumenmodell (VMU) zu unterschiedlichen Tageszeiten sind in Tabelle 7-2 die Verformungen und alle wesentlichen Spannungswerte zusammengefasst.

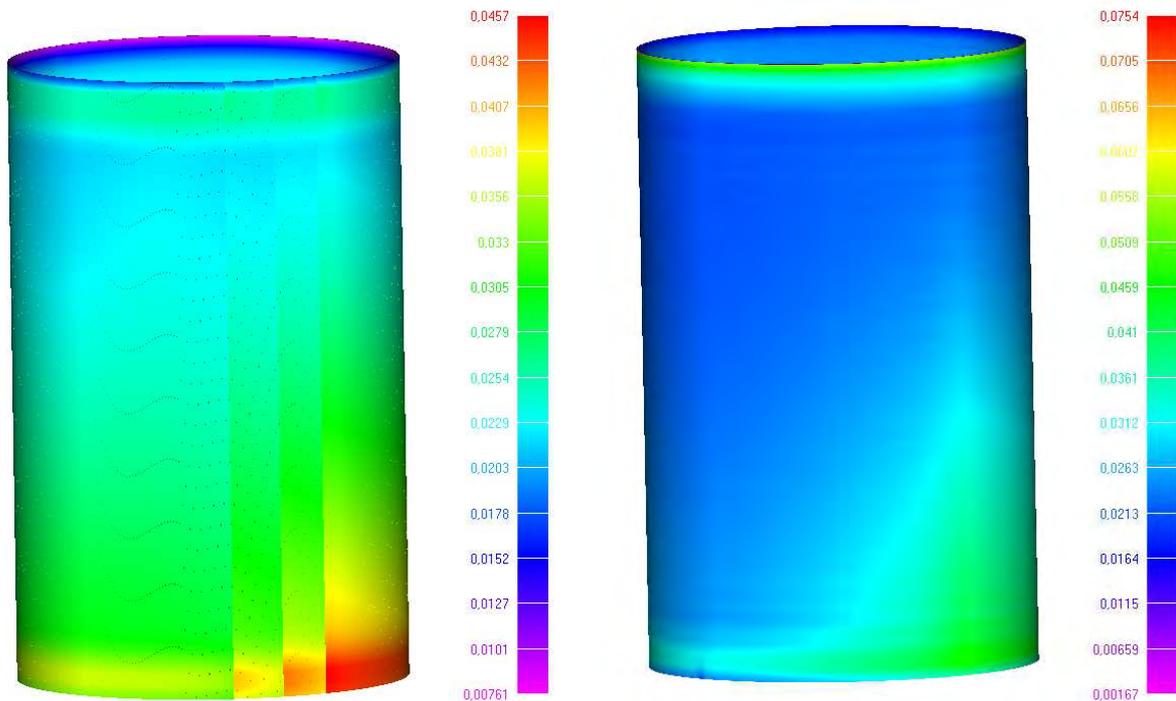


Abbildung 7-6: Vergleich der von Mises Spannung [MPa], links Schalenmodell (SMU) mit abschnittsweiser Temperatur; rechts Volumenmodell (VMU) mit berechneter Temperaturverteilung

**Schalenmodell (SMU) mit abschnittsweiser Temperaturverteilung**

	Deformation [mm]	Von Mises Spannung [MPa]	Max. Hauptspannung [MPa]	Min. Hauptspannung [MPa]
	0,303	0,046	0,005	-0,053

**Volumenmodell (VMU) mit diskreter Temperaturverteilung**

	Deformation [mm]	Von Mises Spannung [MPa]	Max. Hauptspannung [MPa]	Min. Hauptspannung [MPa]
11 Uhr	0,329	0,075	0,019	-0,080
13 Uhr	0,344	0,077	0,018	-0,081
17 Uhr	0,299	0,080	0,018	-0,084

Tabelle 7-2: Vergleich der wesentlichen Berechnungsergebnisse des ungefüllten Behälters

Die auftretenden Spannungs- und Verformungswerte liegen erheblich unterhalb den Werten des gefüllten Behälters. Diese Erkenntnis korrespondiert zu den allgemeinen Erfahrungen der Behälterdimensionierung und Berechnung. Die Konfiguration des leeren Behälters mit Unterdruck wird häufig maßgebend für die zu führenden Stabilitätsnachweise. Daher wird im Folgenden ein weiterer Fokus auf den Vergleich des nichtlinearen Stabilitätsnachweises der ungefüllten Behälter gelegt.

Für die Stabilitätsnachweise ist es generell interessant unter welchem Faktor der aufgetragenen Last die vorhandene Struktur auf Stabilität (Knicken, Beulen etc.) versagt. Da die vorhandenen Behälterstrukturen prinzipiell ohne Imperfektionen simuliert werden, fordert man das Erreichen eines Lastfaktors von 3 bezogen auf die charakteristische Last innerhalb einer geometrisch nichtlinearen Berechnung. Zusätzlich kann auch eine lineare Beulanalyse (Eigenwertbestimmung) Aufschluss über die Stabilitätsgefährdung eines Bauteiles geben.

Für den beschriebenen ungefüllten Behälter (SMU und VMU) werden jeweils die kritischen Verzweigungspunkte unter Vorgabe der dokumentierten Randbedingungen bestimmt.

Für das ungefüllte Schalenmodell SMU liegt der erste Eigenwert der linearen Beulanalyse bei 3,79. Die geometrisch nichtlineare Berechnung weist einen Verzweigungspunkt von etwa 3,6 aus. Aus dem Vergleich der beiden Werte kann abgeleitet werden, dass die Beulstabilität der Struktur nicht wesentlich durch Imperfektionen beeinflusst wird. Abbildung 7-7 visualisiert die totalen Verformungen der linearen Beulanalyse und der geometrisch nichtlinearen Berechnung. Die maximalen Deformationen treten dabei immer in den Bereichen der geringsten Steifigkeit (Bereiche hoher Temperatur) auf.

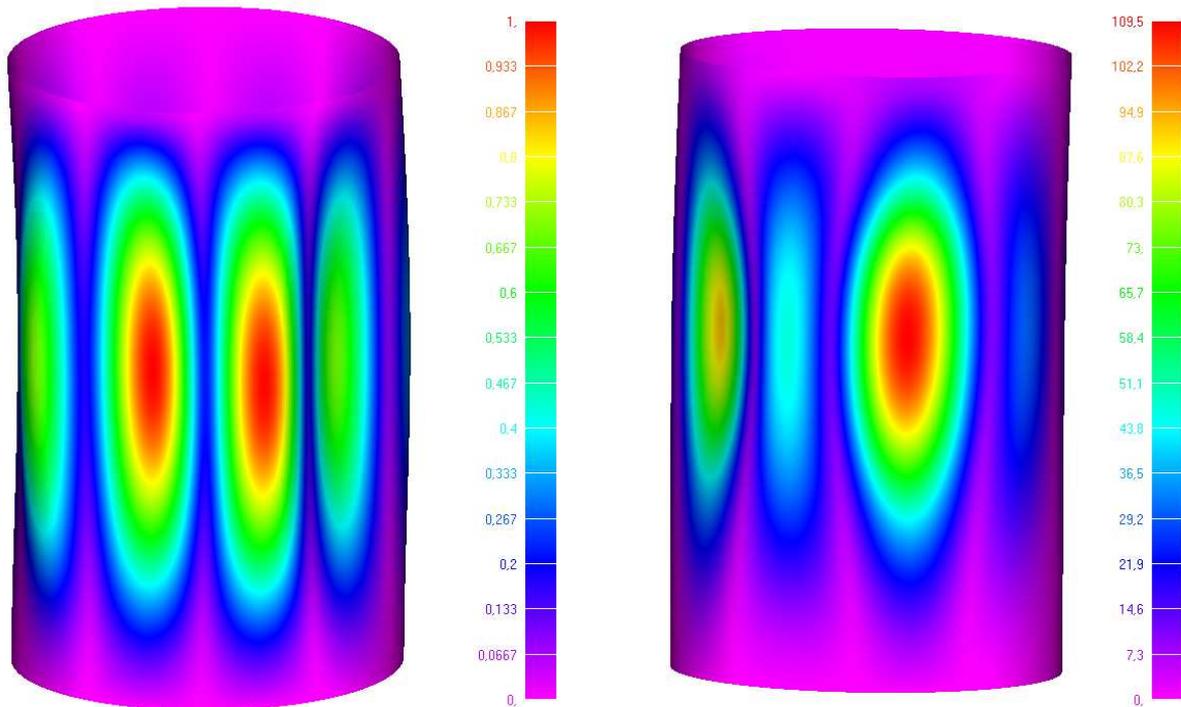


Abbildung 7-7: Schalenmodell (SMU) Stabilitätsberechnungen; totale Deformation [mm], links lineare Beulanalyse Eigenwert 3,79; rechts Maximalwert der geometrisch nichtlinearen Analyse

Zusätzlich zeigt Abbildung 7-8 zur Verdeutlichung das Last-Verformungs-Diagramm für den Punkt der maximalen totalen Deformation. Deutlich zu erkennen ist der Punkt des Stabilitätsversagens beim etwa 3,6 fachen der Last.

**Last-Verformungs-Diagramm, Stabilitätsnachweis ungefülltes Schalenmodell SMU**

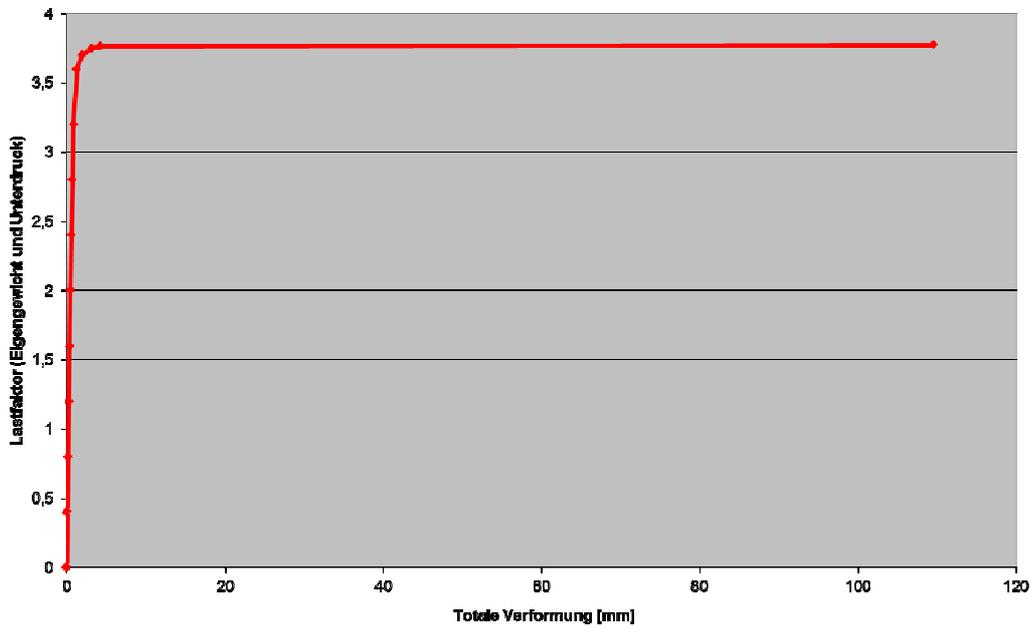


Abbildung 7-8: Last-Verformungs-Diagramm der geometrisch nichtlinearen Berechnung für den Punkt der Maximaldeformation, Schalenmodell (SMU)

Beim ungefüllten Volumenmodell VMU liegt der erste Eigenwert der linearen Beulanalyse bei 3,89. Die geometrisch nichtlineare Berechnung weist analog zum Schalenmodell einen Verzweigungspunkt von etwa 3,6 aus. Abbildung 7-9 zeigt die totalen Verformungen der linearen Beulanalyse und der geometrisch nichtlinearen Berechnung. Die maximalen Deformationen treten dabei erneut in den Bereichen der geringsten Steifigkeit (Bereiche hoher Temperatur) auf.

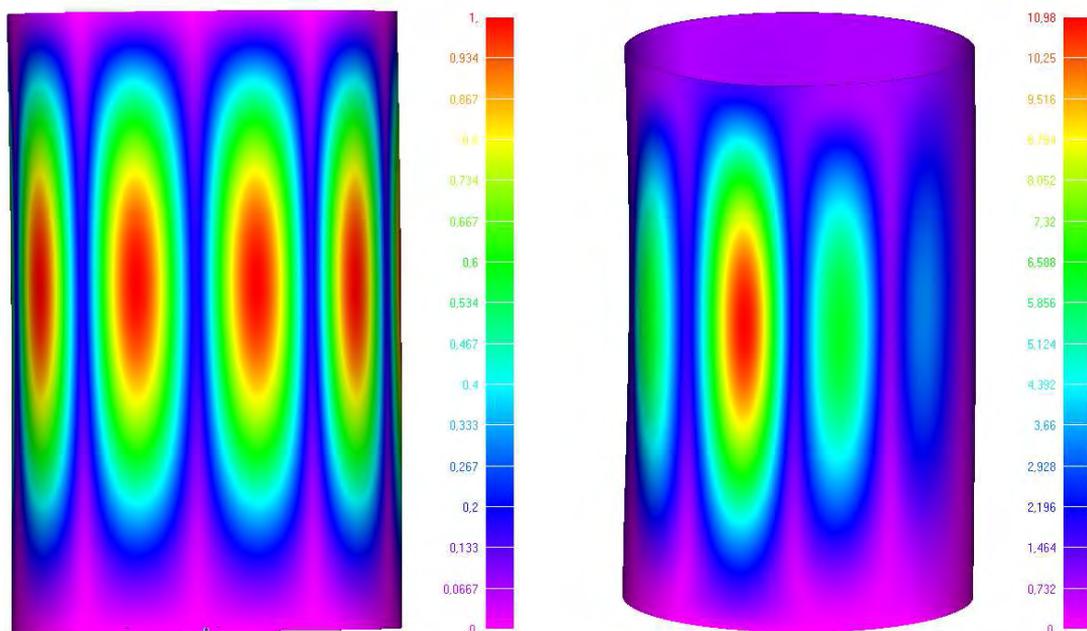


Abbildung 7-9: Volumenmodell (VMU) Stabilitätsberechnungen; totale Deformation [mm], links lineare Beulanalyse Eigenwert 3,89; rechts Maximalwert der geometrisch nichtlinearen Analyse

Abbildung 7-10 visualisiert zur Verdeutlichung das Last-Verformungs-Diagramm für den Punkt der maximalen totalen Deformation. Erneut kann der Punkt des Stabilitätsversagens beim etwa 3,6 fachen der Last deutlich wiedergefunden werden.

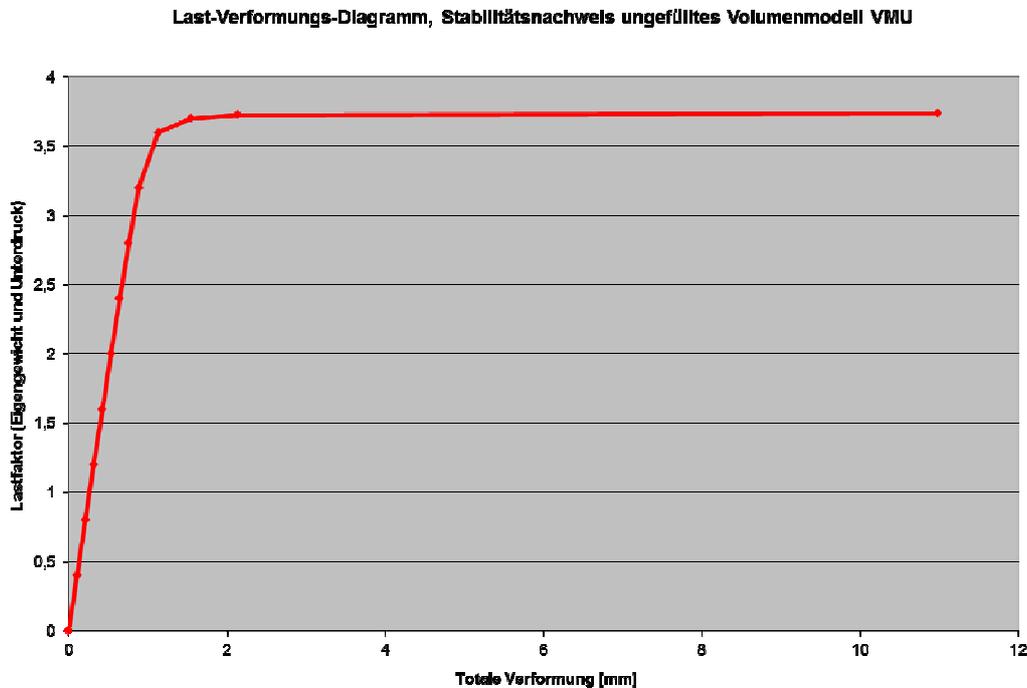


Abbildung 7-10: Last-Verformungs-Diagramm der geometrisch nichtlinearen Berechnung für den Punkt der Maximaldeformation, Volumenmodell (VMU)

Zur Bestimmung des Einflusses der Sonneneinstrahlung wurde zusätzlich eine lineare Beulanalyse angesteuert bei der dem ungefüllten Behälter eine gleichmäßige Temperatur von 20 °C und somit eine konstante Steifigkeit zugewiesen wurde. Der erste Eigenwert betrug 14,9. Der Einfluss des Steifigkeitsverlustes durch Temperatur ist demnach immens.

Abschließend kann festgehalten werden, dass die abschnittswiseen Vorgaben der Berechnungstemperaturen sowohl für die gefüllte als auch für die ungefüllte Konfiguration zu sehr guten Übereinstimmungen im Verformungsverhalten der Schalenmodelle im Vergleich zu den detaillierten Volumenmodellen führt. Der meistens für die Verformungs- und Spannungsnachweise maßgebende Lastfall der Füllung kann mit dem Schalenmodell sehr genau angenähert werden. Lediglich die genauen Spannungsverläufe können im flächenhaften Modell aufgrund der fehlenden Dimension und Komplexität nicht vollends reproduziert werden. Wird die maßgebende Spannung mit dem Verhältnis der Steifigkeiten auf die Behälterinnenseite transformiert, erhält man sehr gute Übereinstimmungen und brauchbare Spannungswerte für die Bemessung. Der Lastfall des Unterdrucks beim ungefüllten Behälter wirkt sich generell auf den Stabilitätsnachweis aus. Auch hier ist man mit der abschnittswiseen Vorgabe der Temperaturen in der Lage den Versagenspunkt auf Stabilität sehr genau wieder zu geben. Man kann daher mit der einfachen Vorgehensweise eine sehr gute Abschätzung des tatsächlichen Verhaltens erzeugen und somit die Berechnung mit detaillierten Volumenmodellen mit einzelnen Knotentemperaturen umgehen. Die abschnittswisee Vorgabe der Steifigkeiten ist einfach handhabbar und kann von jedem Berechner/Prüfer umgesetzt werden.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel des beantragten Bauforschungsantrages war die Ableitung einer einheitlichen Vorgehensweise, welche es dem Tragwerksplaner von schalenförmigen, zylindrischen Thermoplastbehältern bei Außenaufstellung ermöglicht die Temperatureinwirkung durch Sonneneinstrahlung in geeigneter Form zu berücksichtigen. Die hier vorgeschlagene Methodik erlaubt eine einfache, abschnittsweise Approximation der realen Temperaturverteilung innerhalb der Behälter für unterschiedliche Konfigurationen (gefüllt und ungefüllt). Die Abschätzung liegt auf der sicheren Seite und berücksichtigt den maßgebenden Aufstellort in Deutschland.

Im Hinblick auf die genannten Ziele wurden im Beantragungszeitraum die nachfolgenden vier übergeordneten Forschungsabschnitte bearbeitet.

### a) Bestimmung der Oberflächentemperaturen:

Nach der Definition der Grundlagen und der Vorstellung der Berechnungsmethodiken (siehe Abschnitt 3) wurden die Oberflächentemperaturen der Behälter mit Hilfe des Programmsystems INSEL bestimmt. Dabei wurden die Außentemperaturen und Einstrahlungsbedingungen des heißesten Tages der letzten 100 Jahre in Deutschland verwendet. Mit Hilfe der Unterscheidung zwischen gefüllter und ungefüllter Konfiguration der Behälter wurden Simulationen zur Bestimmung der Oberflächentemperatur durchgeführt. Dabei sind in den vorgegeben Grenzen die Berechnungskennwerte (Höhe, Durchmesser, Übergangskoeffizienten etc.) variiert worden und es konnte eine maßgebende Behältergeometrie abgeleitet werden. Für diesen Behälter wurden die Oberflächentemperaturen für jede Minute des untersuchten Tages abgespeichert und in geeigneter Form an das Finite Element Programm NASTRAN übergeben.

### b) Instationäre Berechnungen für einen Tagesverlauf:

Im zweiten Bearbeitungsgang wurden mit Hilfe der berechneten Oberflächentemperaturen instationäre Wärmeberechnungen angesteuert. Diese Berechnungen am Volumenmodell berücksichtigen die Wärmeleitfähigkeit und damit die zeitabhängige Ausbreitung der Temperatur im Material. Im Inneren der Behälter wird entweder eine konstante Medientemperatur vorgegeben oder es erfolgt die Definition einer tageszeitabhängigen Lufttemperatur. Die Berücksichtigung bei der Simulation erfolgt dabei über die Konvektionsrandbedingungen. Über die Ausgabe der Ergebnisse zu unterschiedlichen Tageszeiten und in den verschiedenen Himmelsrichtungen konnten die wesentlichen Effekte in der Behälterwand beschrieben und verifiziert werden. Die Plausibilität der Temperaturverläufe ist gegeben.

### c) Gekoppelte Simulationen zur Erfassung des thermo-mechanischen Verhaltens:

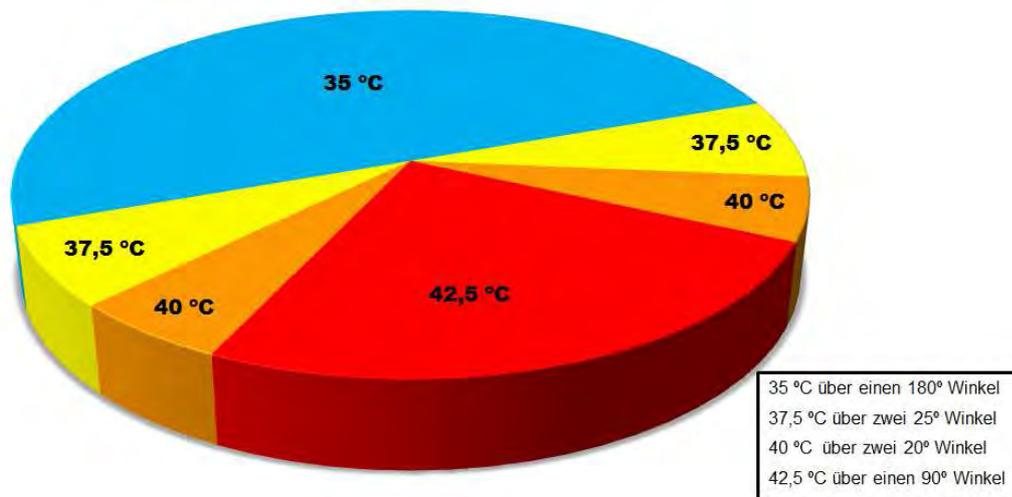
Die zeitabhängigen Wärmesimulationen liefern die Temperaturen an jedem Punkt innerhalb der Behälter zu jedem Zeitpunkt des untersuchten Tages. Im weiteren Verlauf des Forschungsvorhabens wurden thermo-mechanisch gekoppelte Berechnungen zu unterschiedlichen Tageszeiten durchgeführt. Dabei wurden die maßgeblichen Zeiten untersucht. Für die gefüllte und ungefüllte Aufstellung der Behälter ergeben sich Einflüsse aus der mechanischen Beanspruchung (Füllung, Unterdruck etc.) und Einwirkungen aus thermischen Temperaturunterschieden. Diese wurden gegeneinander abgeglichen und die wesentlichen Effekte wurden erläutert und diskutiert. Für die Oberflächentemperaturen auf der Außenseite der Behälter konnten abschnittsweise, lineare Verteilungen der Temperatur abgeleitet werden, die die erzielten nichtlinearen Ergebnisse ausreichend genau abbilden.

### d) Vorgabe abschnittsweiser Verteilungen und Validierung:

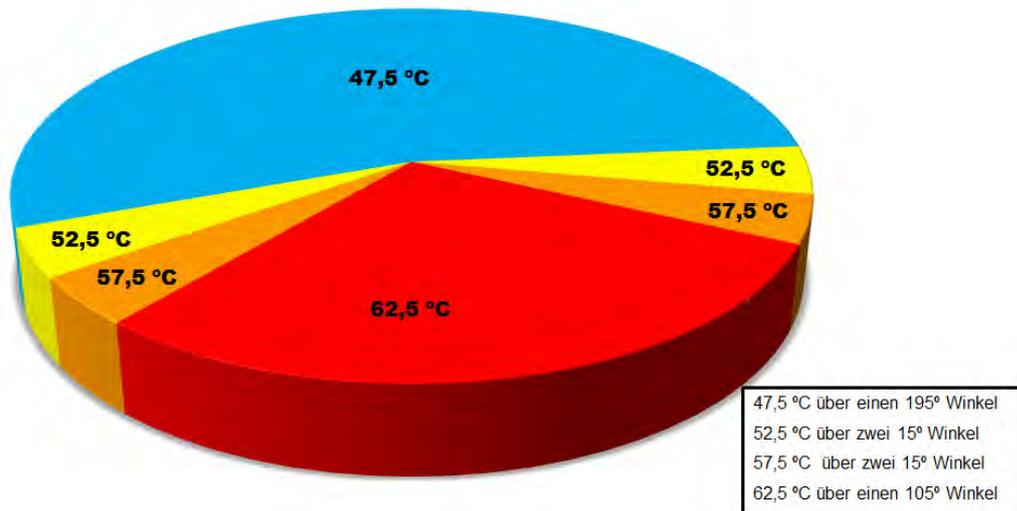
Da im Rahmen der Tragwerksplanung und Dimensionierung bei Behältern mit Außenaufstellung häufig Schalenberechnungen durchgeführt werden, wurden in diesem Arbeitsabschnitt des Forschungsvorhabens final abschnittsweise Temperaturverteilungen für die Simulationen ausgewiesen. Der Vergleich der approximierten, flächenhaften Berechnungen mit den detaillierten

Volumenmodellen zeigt die sehr gute Genauigkeit bei Verformung, Spannung (bei Transformation an die Behälterinnenseite) und Stabilität aber auch die Limitationen der Vorgehensweise. Das Verformungsverhalten sowie die Werte der bemessungsmaßgebenden Spannungen können sehr genau wieder gegeben werden. Auch wird das Stabilitätsverhalten sehr realitätsnah angenähert. Die final vorgeschlagene Methodik ist einfach reproduzierbar und kann zusammengefasst werden zu:

**Vorgabe der Berechnungstemperaturen für den gefüllten Behälter bei Außenaufstellung**



**Vorgabe der Berechnungstemperaturen für den ungefüllten Behälter bei Außenaufstellung**



Der Tragwerksplaner und die Bauaufsicht erhalten mit diesen einfachen, abschnittswisen Temperaturvorgaben einen einheitlichen und fundierten Maßstab zur Validierung von Berechnungsergebnissen. Die dokumentierten Betrachtungen gehen davon aus, dass die Wandstärke der Behälter innerhalb eines Schusses konstant ist und sich nicht über den Umfang in den oben beschriebenen Temperaturabschnitten ändert. Die abgeleiteten Lösungsansätze beachten sowohl die materialspezifischen Eigenheiten der untersuchten Werkstoffe als auch die geometrische Ausbildung der Behälter. Das Szenario der Außenaufstellung der Behälter lässt sich mit der vorgeschlagenen Methodik sehr genau annähern und alle notwendigen Nachweise können diskutiert werden.

Im Zuge des Forschungsvorhabens traten bei unterschiedlichen Punkten Fragestellungen auf, die im Rahmen der Bearbeitung nicht oder nur teilweise beantwortet werden konnten.

Kunststoffe zeichnen sich neben dem stark temperaturabhängigen Materialverhalten auch durch ihre zeitabhängige Charakteristik aus. Die für die vorgeschlagenen Temperaturverteilungen anzusetzenden Zeitfenster sind derzeit verantwortungsvoll individuell für jeden Behälter anzusetzen. Um auch hier sinnvolle und sichere Vorgaben machen zu können, ergibt sich weiterer Forschungsbedarf. Des Weiteren ergibt sich durch die Sonneneinwirkung eine zyklische Belastung und Beeinflussung der Materialien. Die Auswirkungen auf die Materialbeschaffenheit und die Dauerhaftigkeit werden durch die Abminderungsfaktoren nur sehr grob beschrieben. Auch hier könnten durch weitergehende Forschung wertvolle Erkenntnisse erzielt werden, die für den aktuellen Forschungshintergrund hilfreich wären. Des Weiteren könnten durch experimentelle Werte oder Messungen unter Realbedingungen weitere Erkenntnisse (z. B. Einfluss von Wind oder Wolken) gefunden werden.

## 9 Literatur

- [1] Richtlinie DVS 2205, „Berechnung von Behältern und Apparaten aus Thermoplasten“, alle Teile und Beiblätter
- [2] Spencer, J.W. [1971], „Fourier series representation of the position of the sun“, CSIRO Division of Building Research, Melbourne, Victoria
- [3] Duffie, J. A.; Beckman, W. A. [2006], „Solar Engineering of Thermal Processes“, 3. Auflage, John Wiley & Sons Verlag, Hoboken New Jersey, 2006
- [4] Quaschnig, V. [2009], „Regenerative Energiesysteme – Technologie – Berechnung - Simulation“, 6. Auflage, Carl Hanser Verlag, München Wien
- [5] Eicker, U. [2014], „Energy Efficient Buildings with Solar and Geothermal Resources“, 1. Auflage, John Wiley & Sons, West Sussex UK
- [6] Gertis, K.; Hauser, G. [1975], „Instationäre Berechnungsverfahren für den sommerlichen Wärmeschutz im Hochbau“, Untersuchungen durchgeführt im Auftrage des Bundesministers für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau
- [7] DIN EN 1778 [1999], „Charakteristische Kennwerte für geschweißte Thermoplast-Konstruktionen“
- [8] BÜV-Empfehlung [2010], „Tragende Kunststoffbauteile im Bauwesen [TKB] – Entwurf, Bemessung und Konstruktion“
- [9] DIBt Dokument 40-B1 [2011], „Berechnungsempfehlungen für stehende Behälter aus glasfaserverstärkten Kunststoffen“
- [10] DIN EN 13121-3 [2008], „Oberirdische GFK Tanks und Behälter - Teil 3: Auslegung und Herstellung“
- [11] Bathe, K.J. [1996], „Finite Element Procedures“, Chapman & Hall, London
- [12] Zienkiewicz, O.G.; Taylor, R.L. [1994], „The Finite Element Method“, McGraw-Hill, London
- [13] Hughes, T.J.R. [1987], „The Finite Element Method: Linear static and Dynamic Finite Element Analysis“, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey
- [14] Wriggers, P. [2000], „Nichtlineare Finite-Element-Methoden“, Springer Verlag, Berlin
- [15] Cook, R.D. et al. [1989], „Concepts and Applications of Finite Element Analysis“, John Wiley & Sons Ltd.
- [16] Kurzhöfer, I. [2013], „Bewertung von strukturellen und mathematischen Störstellen bei der numerischen Simulation von Kunststoffbauteilen“, Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben P 52-5-14.2-1411/12, Fraunhofer IRB Verlag, ISBN 3816789528
- [17] Liu, B.Y.H.; Jordan, R.C. [1960], „The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation“, Solar Energy Vol. IV, Seite 1 bis 19