

**Bewertung von neuen
Bemessungstabellen für Stützen im
Zuge der Novellierung von EN 1992-1-2**

T 3354

T 3354

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2018

ISBN 978-3-7388-0154-5

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de



Forschungsvorhaben Nr. P 52-5-7.319

*Bewertung von neuen Bemessungstabellen für Stützen im Zuge
der Novellierung von EN 1992-1-2*

Datum: 19.12.2017

Auftraggeber: Deutsches Institut für Bautechnik
Kolonnenstraße 30 L
10829 Berlin

Bericht: Abschlussbericht

Bearbeiter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jochen Zehfuß
Dipl.-Ing. Dominik Felix
Dr.-Ing. Matthias Siemon

Dieses Schriftstück umfasst 46 Seiten. Es darf nur ungekürzt vervielfältigt werden

Inhaltsverzeichnis

1	Anlass und Zielsetzung	3
2	Verwendete Unterlagen	6
2.1	Fachbücher und Publikationen	6
2.2	Normen und Zulassungen	7
3	Grundlagen der neuen Bemessungstabellen Annex Cx	8
3.1	Bewertungsgrundlagen	8
3.2	Berechnung der Querschnittstemperaturen	10
3.3	Reduktion des Stützenquerschnitts mithilfe der Bestimmung der geschädigten Zone	12
3.4	Berechnung der Querschnittstragfähigkeit	13
3.5	Beispielanwendung	17
4	Vergleichsrechnungen mit allgemeinem Rechenverfahren	21
4.1	Allgemeines	21
4.2	Arbeiten im Rahmen der CEN TC 250 SC2 WG1 TG5	21
4.3	Berechnungsgrundlagen und Vorgehensweise der systematischen Untersuchung der kompletten Jensen-Tabellen	25
4.3.1	Allgemeines	25
4.3.2	Grundlagen des verwendeten allgemeinen Rechenverfahrens	26
4.3.3	Thermische Analyse	26
4.3.4	Mechanische Analyse	28
5	Ergebnisse der Vergleichsrechnung	34
5.1	Untersuchung der verschiedenen Eulerfälle	34
5.2	Untersuchung des Parametereinflusses	36
5.3	Vergleich mit den Ergebnissen der LGA-Berichts	39
6	Zusammenfassende Bewertung	41
7	Anhang	43
7.1	Untersuchungen des Parametereinflusses (Eulerfall 1)	43
7.2	Untersuchungen des Parametereinflusses (Eulerfall 3)	45

1 Anlass und Zielsetzung

Mit Schreiben vom 10.03.2016 beauftragte das Deutsche Institut für Bautechnik (DIBt) das Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB) der Technischen Universität Braunschweig mit der Durchführung eines Forschungsvorhabens zur „Bewertung von neuen Bemessungstabellen für Stützen im Zuge der Novellierung von EN 1992-1-2“.

In Eurocode 2 Teil 1-2 sind aktuell drei tabellarische Bemessungsverfahren für die Brandschutzbemessung von Stützen enthalten: Methode A, Methode B und Anhang C. Im Nationalen Anhang des Eurocodes Teil 1-2 [NA2-1-2] wurde für Deutschland nur die Anwendung von Methode A zugelassen, da sowohl Methode B als auch Anhang C auf der unsicheren Seite liegende Werte liefern können [1]. Weiterhin ist im Nationalen Anhang ein Bemessungsverfahren für Kragstützen enthalten.

Das in der CEN/TC 250/SC 2/WG 1/TG 5 vorgestellte vereinfachte Verfahren [2] soll alle drei vorgenannten Methoden ersetzen und auch für die brandschutztechnische Bemessung von Kragstützen geeignet sein. Es soll als „universelles Stützenbemessungsverfahren“ in die überarbeitete Version des EC 2-1-2 einfließen. Aufgrund der Komplexität der Stützenbemessung im Brandfall waren jedoch bisher mehrere Bemessungsmethoden in EC 2-1-2 enthalten. Es besteht die Gefahr, dass ein „universelles Stützenbemessungsverfahren“ auf Basis eines vereinfachten Verfahrens in Teilbereichen unsichere Ergebnisse und/oder unwirtschaftliche Ergebnisse liefert.

Die Stützenbemessung mit Bemessungstabellen wie in Methode A hat in Deutschland eine lange Tradition und hat sich über Jahrzehnte bewährt. Bei der Brandschutzbemessung von Stützen in ausgesteiften Gebäuden, bei denen die Decken unter- und oberhalb der zu bemessenden Stütze mindestens die gleiche Feuerwiderstandsdauer haben wie die Stütze, kann davon ausgegangen werden, dass der Brand hinreichend lange auf ein Geschoss beschränkt bleibt. Weitere Voraussetzung ist, dass die Ersatzlänge der Stütze bei der Kalt-Bemessung der Geschosshöhe entspricht (Eulerfall 2) und im Brandfall eine Ersatzlänge von $0,5 \cdot \text{Stützenlänge}$ (Eulerfall 4) angesetzt werden kann. Dies ist im Normalfall gegeben, wenn die Stütze vollflächig an die beiden Geschosdecken anschließt und sich eine rotationsbehinderte Lagerung ausbildet.

In einem ersten Schritt sollen die Grundlagen des neuen Verfahrens [2] untersucht und hinsichtlich des vorgesehenen Anwendungsbereiches bewertet werden.

In einem zweiten Schritt soll im Rahmen von umfangreichen Vergleichsrechnungen ein weites Parameterfeld (Stützenlänge, Schlankheit, Bewehrungsgrad, Lastausnutzung, Ausmitte) untersucht werden. Dazu soll der gesamte Geltungsbereich der in der TG 5 von CEN/TC 250/SC

2/WG 1 vorgestellten Bemessungstabelle durch Vergleichsrechnungen abgedeckt werden und die ermittelten Feuerwiderstandsdauern denen der Bemessungstabelle gegenübergestellt werden. Als Beurteilungskriterium dient die Feuerwiderstandsdauer, welche für das allgemeine Rechenverfahren an den Kriterien der Gesamtverformung sowie der Verformungsgeschwindigkeit nach DIN EN 1363 [EN 1363] zur Bestimmung des Versagenszeitpunktes für jede Einzelrechnung bestimmt wird.

In einem weiteren Schritt werden die neuen Bemessungstabellen punktuell auf Übereinstimmung mit den bereits eingeführten Möglichkeiten der tabellarischen und vereinfachten Bemessung verglichen. Die Abweichungen der Versuchsergebnisse und der Ergebnisse aus den Berechnungen mit dem allgemeinen Verfahren sollen mit Hilfe einer Regressionsanalyse bestimmt werden. Hierzu werden die Abweichungen der Ergebnisse in der ermittelten Feuerwiderstandsdauer der Bemessungstabellen mit den anderen Verfahren in Abhängigkeit jedes Eingabeparameters bestimmt.

Ziel der Untersuchungen ist es aufzuzeigen, für welche Fälle das Verfahren systematisch auf der sicheren Seite bzw. auf der unsicheren Seite liegt und in welchen Bereichen das Verfahren wirtschaftlich ist. Die Aufbereitung der Versuchsdaten und der Vergleich mit den Ergebnissen aus Berechnungen mit dem allgemeinen Rechenverfahren erlaubt eine Aussage über mögliche Unsicherheiten in Teilbereichen der neuen Bemessungstabellen. Somit kann sichergestellt werden, dass das bisherige Sicherheitsniveau in Deutschland beibehalten wird.

Die Ergebnisse der Untersuchungen sollen direkt in die TG 5 von CEN/TC 250/SC 2/WG 1 eingebracht werden.

Der vorliegende Bericht gliedert sich in sechs Kapitel, die entsprechend der Aufgliederung in einzelne Forschungsabschnitte gewählt wurden. In Kapitel 1 werden Anlass und Zielsetzung beschrieben, in Kapitel 2 werden die verwendeten Unterlagen aufgelistet.

Kapitel 3 des Berichts enthält die Ergebnisse des Sichten und Bewerten der Grundlagen des im Zuge der Novellierung von Eurocode 2 Teil 1-2 neu entwickelten vereinfachten Verfahren zur Brandschutzbemessung von Stützen.

Das Kapitel 4 enthält die Durchführung von Vergleichsrechnungen mit dem allgemeinen Rechenverfahren sowie Vergleich der tabellierten Werte mit Versuchsergebnissen, Kapitel 5 eine systematische Bewertung der Ergebnisse, bezogen auf die Eingangsgrößen des zu bewertenden Verfahrens.

In Kapitel 6 werden Empfehlungen für normative Regelungen erarbeitet und abschließend die Ergebnisse des Forschungsvorhabens zusammengefasst werden.

2 Verwendete Unterlagen

2.1 Fachbücher und Publikationen

- [1] Hosser, D.; Richter, E.: Überführung von EN 1992-1-2 in EN-Norm und Bestimmung der national festzulegenden Parameter (NDP) im Nationalen Anhang zu EN 1992-1-2, Schlussbericht zum Forschungsvorhaben, Aktenzeichen ZP 52-5-7.240-1132/04; 12.2006.
- [2] Jensen, J.: Background document of Annex C EN 1992-1-2 Amendment, Version 3.; 13.10.2016.
- [3] Jensen, J.: Annex Cx: Buckling of columns under fire conditions – Draft / 2016-10-12
- [4] Cyllok, M.: Report LGAFE/150002, Fire Resistance of Reinforced Concrete Columns – Systematic Analysis of Proposed Tabulated Data for EN 1992-1-2 , 2nd Draft; 10.10.2016.
- [5] InfoCAD: Prüfung und Validierung von Rechenprogrammen für Brandschutznachweise mittels allgemeiner Rechenverfahren – InfoCAD Programmmodul: Tragwerksanalyse für den Brandfall; Stand 07.06.2010.
- [6] Quast, U.; Hass, R.; Rudolph, K.: STABA-F: Berechnung des Trag- und Verformungsverhaltens von einachsig gespannten Bauteilen unter Feuerangriff. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig; 1984.
- [7] Zehfuß, J.; Kampmeier, B.: Konstruktiver Brandschutz nach den Eurocodes; Beton-Kalender 2018, Kap. VII. Verlag Ernst & Sohn; 12.2017.
- [8] Hass, R.: Zur praxisgerechten brandschutztechnischen Beurteilung von Stützen aus Stahl und Beton; Diss., Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig; 1986.

2.2 Normen und Zulassungen

- [EC2-1-2] DIN EN 1992-1-2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-2: Allgemeine Regeln – Tragwerksbemessung für den Brandfall; 12.2010.
- [EN 206] DIN EN 206-1: Beton - Teil 1: Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität; 07.2001.
- [EN 1363] DIN EN 1363: Feuerwiderstandsprüfungen – Teil 1: Allgemeine Anforderungen; 10.2012.
- [NA1-1-2] DIN EN 1991-1-2/NA - Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-2: Allgemeine Einwirkungen – Brandeinwirkungen auf Tragwerke; 09.2015.
- [NA2-1-2] DIN EN 1992-1-2/NA - Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-2: Allgemeine Regeln – Tragwerksbemessung im Brandfall; 12.2010.

3 Grundlagen der neuen Bemessungstabellen Annex Cx

3.1 Bewertungsgrundlagen

In CEN/TC 250/SC 2/WG 1/TG 5 „Fire“ wurden neue Tabellen für die brandschutztechnische Bemessung von Stahlbetonstützen vorgestellt. Es liegen von J. Jensen entwickelte Bemessungstabellen als Dokument CEN-TC250-SC2-WG1_N0419 vor, in denen die maximale Schlankheit der Stützen $\lambda_{fi,max}$ aufgeführt ist, die zum Erreichen der Feuerwiderstandsdauer nicht überschritten werden darf. Es ist geplant, diese als neuen Anhang C in den Eurocode 2 Teil 1-2 einzuführen. Abbildung 1 zeigt die Tabelle für die Feuerwiderstandsklasse R 90, die maximale Stützenschlankheit ist in Abhängigkeit der Querschnittshöhe h , der bezogenen Normalkraft-Einwirkung n_{Fi} , sowie des mechanischen Bewehrungsverhältnisses ω , der Last-Exzentrizität $e_{1,fi}$ und des Achsabstandes der Bewehrung a dargestellt. Im Rahmen der TG 5 wurde beschlossen für ausgewählte Stützen Vergleichsrechnungen anzustellen, für die Auswahl der Stützenkonfiguration der Vergleichsrechnungen war der Stand vom 19.03.2016 Grundlage.

Die Abbildung 1 basiert auf dem Stand vom 19.03.2016 und unterscheidet sich von der aktuellsten Variante vom 12.10.2016, die Grundlage für das Amendment ist, in folgenden Punkten:

- Die maximale Schlankheit im Brandfall $\lambda_{fi,max}$ liegt bei 80 anstelle der später eingeführten 55.
- Vereinzelte Tabelleneinträge wurden auf Grundlage der Ergebnisse des Forschungsberichtes der LGA, [4], im Oktober aus den Tabelle herausgenommen.

Trotzdem bilden die Tabellen mit Stand 19.03.2016 die Grundlage dieses Forschungsvorhabens. Nach der Bewertung der Ergebnisse der Kontrollrechnungen mit unterschiedlichen Rechenmodellen auf Grundlage des allgemeinen Verfahrens wie InfoCAD, [5], STABA-F, [6], und Pyrus-NC im Rahmen der Arbeiten des CEN/TC 250/SC 2/WG 1/TG 5 wurde der Krümmungsbeiwert zur Bestimmung der Effekte aus Theorie II. Ordnung von 1/10 auf 1/8 für die thermischen Dehnungen angepasst, der für die mechanischen Anteile bei 1/10 belassen. Dies führt zu geringeren maximalen Stützenschlankheiten, z. B. für die Stütze SE4a von ursprünglich $\lambda_{fi,max} = 66$ auf nun $\lambda_{fi,max} = 63$.

Außerdem wurde festgestellt, dass im Vergleich zu allen angewendeten allgemeinen Rechenverfahren die Tabellen nach Jensen die angestrebte Feuerwiderstandsdauer von 90 Minuten bei Schlankheiten ab etwa $\lambda_{fi,max} = 55$ nicht mehr von den allgemeinen Rechenverfahren bestätigt werden konnten. Daher wurde entschieden, die Begrenzung der tabellierten maximalen Schlankheit von $\lambda_{fi,max} = 80$ auf $\lambda_{fi,max} = 55$ zu verringern. Die im Rahmen der Validierungsrechnung im

CEN/TC 250/SC 2/WG 1/TG 5 herangezogenen Stützen sind in hellblau, grün und orange hinterlegt und als „First, Second“ und „Further Control“ bezeichnet. Die Ergebnisse sind u. a. im Background document des Entwurfs des neuen Anhang C, siehe [2], aufgeführt.

R90	h _i (mm):			600			500			400			300			250			200		
	n _{FI} :			0.2	0.4	0.6	0.2	0.4	0.6	0.2	0.4	0.6	0.2	0.4	0.6	0.2	0.4	0.6	0.2	0.4	0.6
17.03.16		e _N	a ₂₁	l _{i,max}																	
		(mm)	(mm)																		
w = 0.1	20	25	49	42	33	47	40	29	44	36	23	34	26	29	18	21					
	20	45	59	49	39	57	46	35	53	41	29	41	30	16	35	22	25				
	20	65	70	56	46	66	53	42	60	47	35	48	35	22	40	25	26				
	20	85	76	62	52	72	58	47	63	51	40	48	36	25	37	25	14	22			
	50	25	45	37	25	42	33	19	37	26		24									
	50	45	55	44	31	52	40	24	46	32	9	32	13		23						
	50	65	65	51	37	61	46	30	54	37	15	39	18		28						
	50	85	72	56	43	66	50	35	57	40	19	39	17		26						
	100	25	38	27		32	19		23												
	100	45	48	34	9	42	25		33												
	100	65	58	40	16	51	31		41			16									
	100	85	64	44	19	56	34		43			16									
	w = 0.2	20	25	52	42	31	50	40	27	46	35	21	35	24	30	16	21				
20		45	65	51	39	63	48	35	58	43	29	45	31	15	39	22	27				
20		65	79	60	47	74	56	43	68	50	36	54	36	22	44	26	28				
20		85	80	66	54	80	62	49	71	53	40	53	37	24	40	25	22				
50		25	48	37	23	45	33	16	40	26		25			15						
50		45	62	46	31	58	41	24	53	34		37	13		28						
50		65	75	55	39	70	49	31	62	40	17	46	20		35						
50		85	80	61	45	76	54	36	65	43	21	45	19		30						
100		25	41	27		36	18		27												
100		45	55	36	8	50	27		42			17									
100		65	68	45	19	62	35		52	14		30									
100		85	76	50	23	68	39		54	13		28									
w = 0.5		20	25	56	41	26	54	38	22	51	33	15	36	18	31		20				
	20	45	76	53	38	73	50	34	68	44	27	51	30	44	20	29					
	20	65	80	66	49	80	61	44	80	54	37	63	39	21	51	28	32				
	20	85	80	73	57	80	68	51	80	58	42	61	39	23	45	25	22				
	50	25	53	35	16	50	31		46	22		27			18						
	50	45	73	48	30	70	44	22	63	35		44			35						
	50	65	80	61	41	80	55	34	77	45	20	56	24		43						
	50	85	80	68	48	80	61	40	79	48	23	54	23		36						
	100	25	47	24		42	11		35			30									
	100	45	68	39		63	30		55												
	100	65	80	52	22	79	42		68	25		44			24						
	100	85	80	58	29	80	47		70	26		40									
	w = 1.0	20	25	68	42	23	62	37	16	52	27		35		29		30				
20		45	80	61	41	80	55	35	74	45	24	54	27	46	17	35					
20		65	80	75	54	80	68	48	80	58	38	69	41	20	56	30	35				
20		85	80	80	63	80	75	55	80	62	43	67	41	23	48	26	23				
50		25	65	37	8	58	29		47	12		25									
50		45	80	56	33	80	48	22	69	35		47			37						
50		65	80	70	46	80	62	37	80	50	21	63	28		49		22				
50		85	80	78	54	80	69	44	80	53	26	60	27		40						
100		25	60	24		51			36												
100		45	80	47		76	35		61			33									
100		65	80	61	29	80	50		78	31		52			32						
100		85	80	69	36	80	56	10	80	34		48			20						

Abbildung 1: Bemessungstabelle für Stahlbetonstützen R90 nach Jensen mit Stand vom 19.03.2016

Im Zuge der Untersuchungen dieses Forschungsvorhabens werden die Ergebnisse der von Jensen vorgeschlagenen Tabellen mit den Ergebnissen von STABA-F, einem allgemeinen Rechenverfahren, verglichen. Die in den Tabellen angegebene maximale Schlankheit wird dabei je nach Eulerfall der Stütze im Brandfall in eine Stützenlänge umgerechnet. Eine nachträgliche Begrenzung der Schlankheit auf $\lambda_{fi,max} = 55$ führt hier bei ansonsten gleich gebliebenen Querschnittsparametern und Lastausnutzung zu größeren berechneten Feuerwiderstandsdauern, die nicht den Ergebnissen bei Anwendung des vereinfachten, von Jensen in einem im Annex B des Background documents [2] vorgeschlagenen Verfahrens entsprechen. Dies gilt in gleicher Weise auch für Stützen, die in den Tabellen mit $\lambda_{fi,max} = 80$ begrenzt sind, betrifft aber einen weitaus geringeren Teil.

In den folgenden Abschnitten wird das von Jensen zur Erzeugung seiner Tabellen angewendete vereinfachte Verfahren, in den Grundzügen vergleichbar mit der Zonenmethode des [EC2-1-2], anhand der wesentlichen Berechnungsschritte erläutert.

3.2 Berechnung der Querschnittstemperaturen

Die Berechnung der Querschnittstemperaturen erfolgt auf Grundlage vereinfachter Regressionsfunktionen, welche anhand der Daten im Anhang A des [EC2-1-2] abgeleitet worden sind. Die Rechenansätze sind im Annex A des Background documents [2] beschrieben. Neben einseitiger und mehrseitiger Beflammung werden Effekte in den Ecken angenähert. Der Vergleich der nach den Regressionsverfahren Jensen ermittelten Temperaturen mit den Angaben aus Anhang A [EC2-1-2] ist in Abbildung 2 für eine quadratische Stütze mit den Abmessungen $b = h = 300$ mm bei vierseitiger Beflammung mit der Einheits-Temperaturzeitkurve zum Zeitpunkt $t = 90$ min dargestellt.

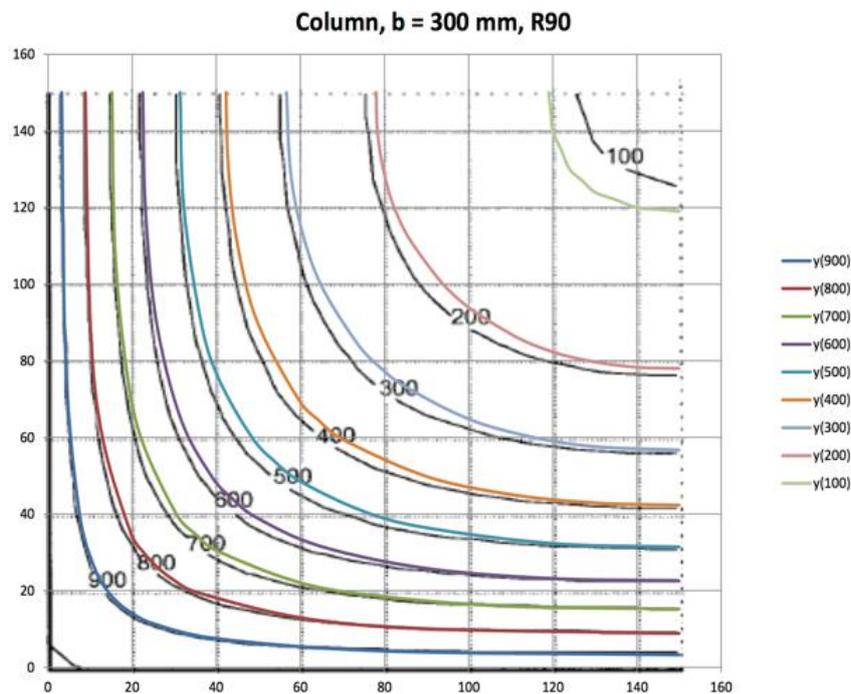


Abbildung 2: Isothermen für eine Beispielstütze nach [2] im Vergleich mit [EC2-1-2] Anhang A
 Auf eine Auflistung der Rechenansätze nach Jensen soll hier verzichtet werden, stattdessen wird auf das Background document [2] verwiesen. Das Background document liefert auch den Vergleich mit den Ergebnissen einer numerischen Berechnung der instationären Wärmeleitungsgleichung, hier in Abbildung 3 für die bereits in Abbildung 2 gezeigte Beispielstütze.

Column 300 mm

	x = y =	10 mm	20 mm	40 mm	70 mm	100 mm
30 min	Numerical	708,0	534,0	261,0	83,0	35,0
	Analytic	722,9	552,0	277,1	82,3	20,0
	Control	OK	OK	OK	OK	-
60 min	Numerical	872,0	749,0	485,0	218,0	96,0
	Analytic	871,2	747,1	495,3	235,6	98,9
	Control	OK	OK	OK	OK	OK
90 min	Numerical	954,0	859,0	625,0	341,0	173,0
	Analytic	959,8	866,4	642,4	360,7	186,1
	Control	OK	OK	OK	OK	OK
120 min	Numerical	1009,0	929,0	722,0	440,0	257,0
	Analytic	1011,2	932,5	732,4	456,2	269,0
	Control	OK	OK	OK	OK	OK
180 min	Numerical	1082,0	1023,0	854,0	594,0	408,0
	Analytic	1081,2	1020,3	854,5	612,2	439,8
	Control	OK	OK	OK	OK	+ 7,8 %
240 min	Numerical	1132,0	1086,0	945,0	714,0	536,0
	Analytic	1130,1	1081,8	948,2	738,4	580,0
	Control	OK	OK	OK	OK	+ 8,2 %

Abbildung 3: Vergleich der berechneten Temperaturen für eine Beispielstütze nach [2] sowie der numerischen Lösung der instationären Wärmeleitungsgleichung

Bis auf den Wert bei $x = y = 100 \text{ mm}$ für R 30 überschätzt der analytische Ansatz von Jensen die Temperaturen. Die höheren Temperaturen im Vergleich zu anderen Lösungen führt besonders im Bereich von 400 °C bis 700 °C zu einer Überschätzung des Festigkeitsabfalls z. B. des Betonstahls, wie auch in [4] angemerkt.

Das analytische Verfahren von Jensen zur Temperaturbestimmung ist aufgrund der relativ vielen Berechnungsschritte für eine Handrechnung fehleranfällig und nur rechnergestützt sinnvoll anwendbar. Dabei ist der zeitliche Aufwand nicht geringer als bei einer numerischen Lösung, die dabei genauer und flexibler ist. Eine gleiche Genauigkeit kann dem händischen Ablesen der Isothermenbilder des Anhang A des EC 2-1-2 unterstellt werden, was wiederum deutlich schneller ist als das analytische Verfahren nach Jensen.

3.3 Reduktion des Stützenquerschnitts mithilfe der Bestimmung der geschädigten Zone

Die von Jensen im Annex B des Background documents [2] vorgestellte Zonenmethode basiert auf einem eigenen Ansatz zur Bestimmung der geschädigten Betonzone. Dabei wird für die Querschnittsanalyse in Abhängigkeit der mit ETK beflamten Kanten des Querschnitts eine geschädigte Zone ermittelt. Die Breite dieser Zone, a_z , wird entweder auf Grundlage des oben aufgeführten analytischen Verfahrens zur Temperaturberechnung und einer Wand als Referenzbauteil bestimmt (siehe [2]), oder kann vereinfacht nach

$$a_z = a_{z0} \cdot \sqrt{1 + \frac{R_{FI} - R_0}{R_0} \cdot i_2}$$

mit den Werten

$$a_{z0} = 0,011 \text{ m}$$

$$R_0 = 27 \text{ min}$$

$$w_0 = 0,0125 \text{ m}$$

$$i_2 = \begin{cases} \sqrt{\frac{w}{w_0}} & 0,075 \text{ m} \leq w < 0,20 \text{ m} \\ 4,0 & w \geq 0,20 \text{ m} \end{cases}$$

berechnet werden. Dagegen wird die Breite der geschädigten Zone brandbeanspruchter Querschnitte nach [EC2-1-2] in Abhängigkeit der Art des Bauteils mit

$$a_z = w \cdot \left[1 - \frac{k_{c,m}}{k_c(\theta_M)} \right] \quad \text{für Balken oder Platten bzw.}$$

$$a_z = w \cdot \left[1 - \left(\frac{k_{c,m}}{k_c(\theta_M)} \right)^{1,3} \right] \quad \text{für Stützen, Wände oder Bauteilen nach Th. II. Ordnung}$$

ermittelt. Werden die Werte für a_z als Funktion der Querschnittsabmessung $w = 0,5 \cdot \min(b, h)$ aufgetragen, ergeben sich für die drei aufgeführten Ansätze die folgenden, in Abbildung 4 dargestellten Verläufe für Feuerwiderstandsdauern von 30 min bis 240 min. Gut zu erkennen ist, dass bei Berechnung der Tiefe der geschädigte Zone a_z der von Jensen gewählte Ansatz Werte im Bereich zwischen den beiden Ansätzen des [EC2-1-2] ergibt.

Verglichen mit den Regelungen des [EC2-1-2] wird für die hier zu betrachtenden Stützen die Tiefe der geschädigten Zone unterschätzt. Ungeachtet weiterer Unterschiede wird hier eine im Vergleich zu den Ansätzen des [EC2-1-2] höherer Querschnittswiderstand im Brandfall ermittelt, als wenn die im EC 2-1-2 aufgeführte Berechnungsgrundlage für Stützen (Abbildung 4 mittleres Bild) verwendet wird.

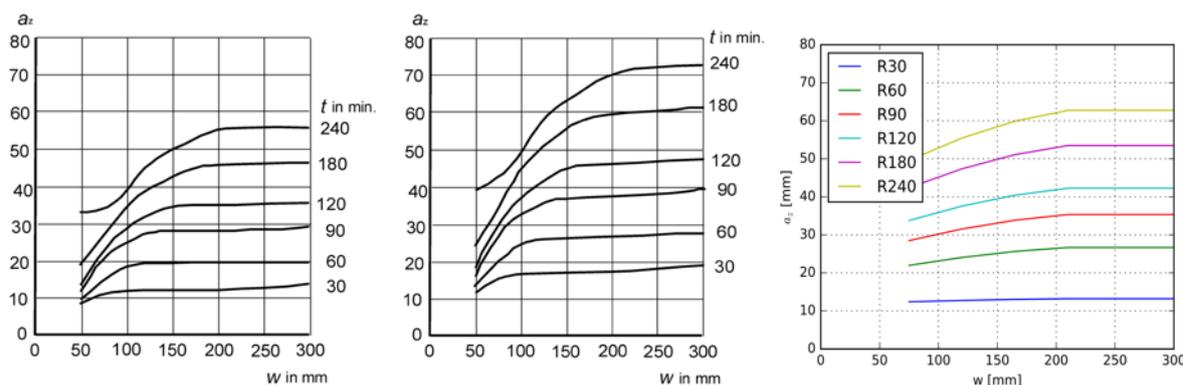


Abbildung 4: Verlauf der Querschnittsreduktion a_z für Balken oder eine Platte (links), einer Stütze oder einer Wand (Mitte) nach [EC2-1-2] und für Stützen nach Jensen (rechts)

3.4 Berechnung der Querschnittstragfähigkeit

Die Grundlagen für die Berechnung der maximalen Schlankheit $\lambda_{fi,max}$ sind in [1], [2] und [3] zusammengestellt. Danach wird die Berechnung in drei Schritten durchgeführt.

Im ersten Schritt werden nach [EC2-1-2], 4.2, Zonen-Methode der reduzierte Bauteilquerschnitt sowie die mittleren Temperaturen in der Bewehrung und im Mittelpunkt des Betonquerschnitts ermittelt. Die Festigkeiten des Betons und Betonstahls werden dabei entsprechend den Regelungen des [EC2-1-2] abgemindert (siehe Abbildung 5).

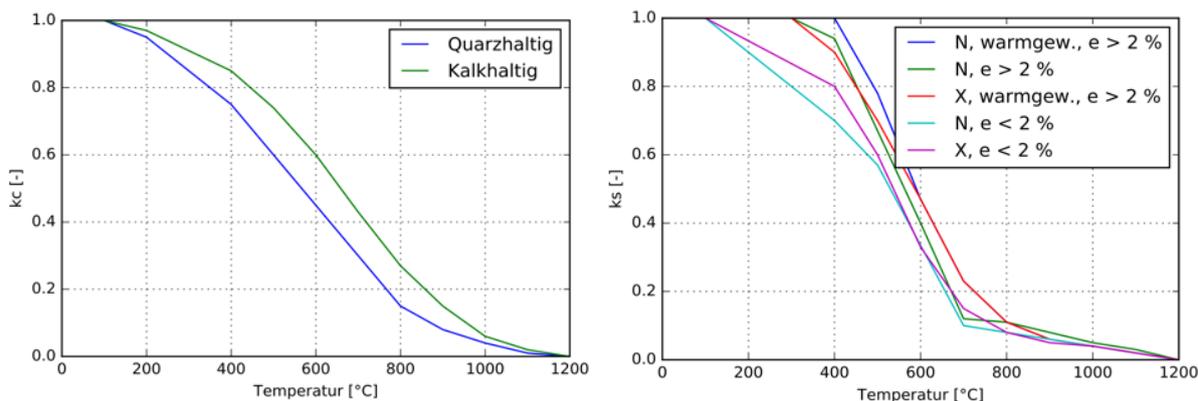


Abbildung 5: Temperaturabhängiger Verlauf der relativen charakteristischen Festigkeiten von Beton (links) und Betonstahl (rechts) nach [EC2-1-2]

Dabei gilt für die Bewehrung, dass die Fließgrenze auf Grundlage der Temperatur im Mittelpunkt des Bewehrungsquerschnitts nach dem Verlauf für Dehnungen $\varepsilon < 0,2 \%$ abgemindert werden.

Im zweiten Schritt wird für den reduzierten Bauteilquerschnitt und der mittleren Bewehrungs- und Betontemperatur die M-N-Interaktionskurve durch Variation der Betonstauchung auf der Druckseite ε_0 bzw. der Stahldehnung auf der Zugseite ε_{st} berechnet. Ausgangspunkte sind sogenannten „helping points“ P1 bis P3, für die die Dehnung bzw. Stauchung = 0 ist und die temperaturabhängige Stauchung $\varepsilon_{c1,0}$ ([EC2-1-2], 3.2.2) bzw. die temperaturabhängige Dehnung $\varepsilon_{st} = f_{yt,0} / E_{s,0}$ ([EC2-1-2], 3.2.3) beträgt. In Abbildung 6 ist die M-N-Interaktionskurve als Prinzip-Skizze zusammen mit den helping-points P1 bis P3 dargestellt.

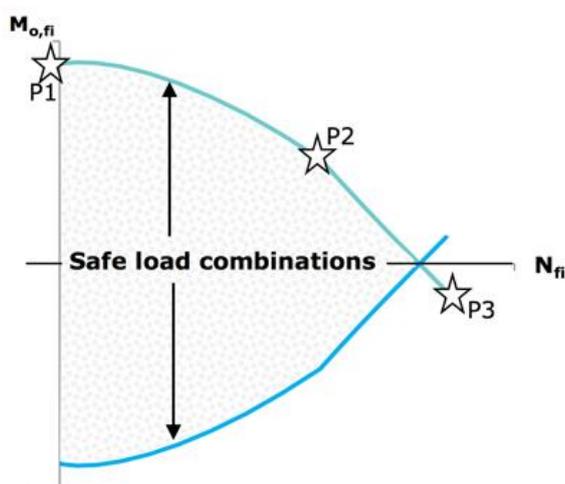


Abbildung 6: Prinzip-Skizze zur Konstruktion der M-N-Interaktionskurve aus [2]

Die inneren Schnittgrößen M und N werden unter Vorgabe einer linearen Dehnungsverteilung über die Querschnittshöhe nach Abbildung 7 ermittelt.

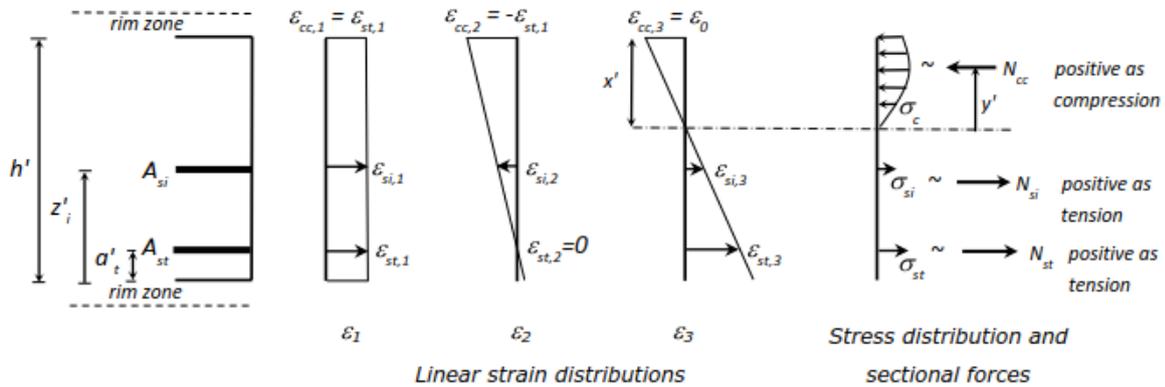


Abbildung 7: Ermittlung der inneren Schnittgrößen M und N aus [2]

Für jede Dehnungsverteilung werden die Querschnittswerte berechnet. Die Höhe der Betondruckzone des reduzierten Querschnitts ermittelt sich mit

$$x' = (h' - a'_t) \cdot \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0 + \epsilon_{st}}$$

Die thermischen Dehnungen werden nicht nach den Regelungen des [EC2-1-2] berechnet. Stattdessen werden sie vereinfacht und unabhängig von der Temperatur mit $1,1 \cdot 10^{-5}$ für den Beton angesetzt. Im Vergleich zu den Regelungen des [EC2-1-2] führt dieser Ansatz zu dem in Abbildung 8 dargestellten Verlauf und bereits ab Temperaturen von 350 °C zu einer Unterschätzung der thermischen Dehnungen, besonders für Beton mit quarzhaltiger Gesteinskörnung.

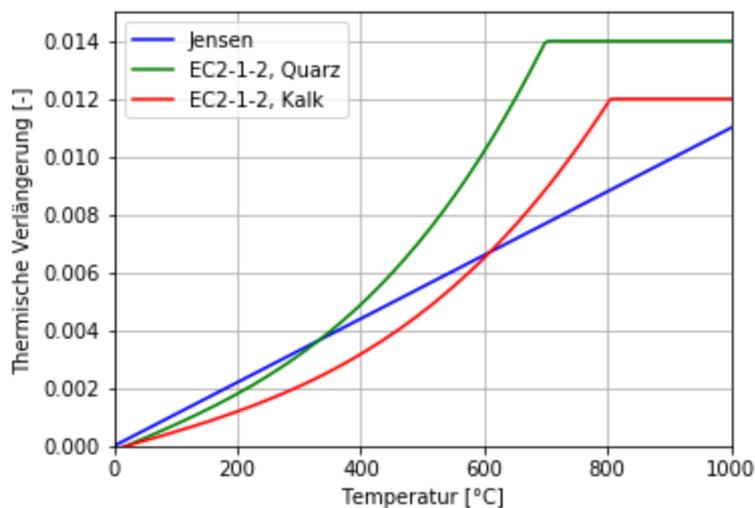


Abbildung 8: Verlauf der thermischen Verlängerung für Temperaturen von 0 °C bis 1000 °C nach [EC2-1-2] für quarz- und kalksteinhaltigen Beton sowie nach Ansatz von Jensen aus [2]

Die Dehnungen der Bewehrung auf der Druckseite der Stütze berechnen sich mit der Bewehrungstemperatur auf der Druckseite θ_{sc} und a'_c als Achsabstand des reduzierten Querschnitts auf der Druckseite gemäß Abbildung 9 zu:

$$\varepsilon_{sc} = 1,1e^{-5} \cdot \theta_{sc} + \varepsilon_0 \cdot \frac{x' \cdot a'_c}{x'}$$

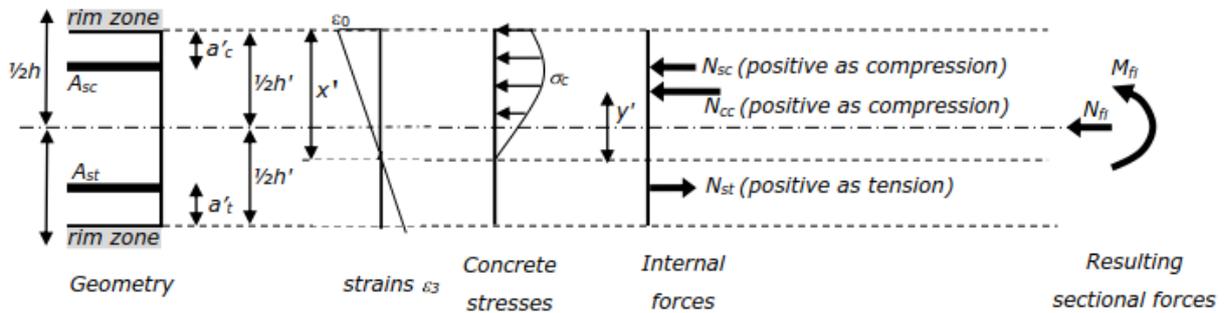


Abbildung 9 Definitionen für die Querschnittsberechnung

Die Betondruckkraft wird mit

$$N_{cc} = 0,714 \cdot b' \cdot x' \cdot f_{cd,fi}$$

und dem Abstand der Betondruckkraft von der neutralen Achse

$$y' = 0,607 \cdot x'$$

berechnet.

Die Dehnungen der Bewehrung auf der Zugseite des Querschnitts ermitteln sich zu:

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_0 \cdot \frac{h' - x' - a'_t}{x'}$$

Die Bewehrungskräfte der Stütze werden anschließend nach

$$N_{sc} = A_{sc} \cdot \varepsilon_{sc} \cdot E_{sc,fi} \leq A_{sc} \cdot f_{yc,fi} \quad (\text{Druckzone})$$

$$N_{st} = A_{st} \cdot \varepsilon_{st} \cdot E_{st,fi} \leq A_{st} \cdot f_{yt,fi} \quad (\text{Zugzone})$$

bestimmt. Damit berechnet sich die Momententragfähigkeit des Querschnitts im Brandfall $M_{tot,fi}$ mit

$$M_{tot,fi} = (0,5h' - (x' - y')) \cdot N_{cc} + (0,5h' - a'_c) \cdot N_{sc} + (0,5h' - a'_t) \cdot N_{st}$$

und die resultierende Normalkraft im Brandfall mit

$$N_{fi} = N_{cc} + N_{sc} - N_{st}$$

Das Querschnittsmoment I. Ordnung $M_{0,fi}$ ergibt sich dann bei Abzug der Zusatzmomente aus Theorie II. Ordnung $N_{fi} \cdot u_{fi}$ von der Momententragfähigkeit des Querschnitts im Brandfall $M_{tot,fi}$ mit

$$M_{0,fi} = M_{tot,fi} - N_{fi} \cdot u_{fi}$$

mit den Verformungen im Brandfall nach Theorie II. Ordnung für den relevanten Abschnitt

$$u_{fi} = \frac{1}{10} \cdot \frac{\epsilon_0}{x'} \cdot L_{0,fi}^2 + \frac{1}{8} \cdot \frac{1,1e^{-5} \cdot \theta_{st}}{h' - a'_t} \cdot L_{0,fi}^2$$

Dabei wird angenommen, dass beim Beton die thermische Dehnung durch die transiente Dehnung kompensiert wird. Die Kombination aus $M_{0,fi}$ und N_{fi} für die drei „helping-points“ ergibt dann das M-N-Interaktionsdiagramm für die zu untersuchende Stütze im vereinfachten Jensen-Verfahren.

3.5 Beispielanwendung

Zur Überprüfung des Verfahrens und der Werte der Jensen-Tabellen werden im Folgenden zwei Stützen der R90-Tabelle mit dem vereinfachten Verfahren nach Jensen nachgerechnet. Zur besseren Auflösung der M-N-Interaktionskurve werden neben den drei „helping-points“ weitere Zwischenwerte verwendet. Außerdem werden zu Vergleichszwecken die Ergebnisse von Berechnungen mit dem allgemeinen Verfahren herangezogen.

Die Jensen-Tabellen enthalten für jede Stütze Angaben zu der Schlankheit im Brandfall und den Querschnittsabmessungen, sodass die maximale Knicklänge im Brandfall $L_{0,fi}$ mit

$$L_{0,fi} = \frac{\lambda_{fi} \cdot h}{\sqrt{12}} \quad (\text{mit } b = h)$$

berechnet werden kann.

Tabelle 1: Eingangsgroößen der Stützen SE4a und SE21a für die Beispielrechnungen mit einer Feuerwiderstandsdauer von 90 Minuten.

	SE4a	SE21a
Schlankheit $\lambda_{fi,max}$	63	30
Knicklänge im Brandfall $L_{0,fi}$	10,911 m	1,731 m
Breite, Höhe $b = h$	600 mm	200 mm
Achsabstand a	0,085 m	0,045 m
Betondruckfestigkeit f_{ck}	30 MPa	30 MPa
Fließgrenze Betonstahl f_{yk}	500 MPa	500 MPa
Bewehrungsfläche $A_{st} = A_{sc}$	8,28e-3 m ²	9,2e-4 m ²
Anzahl Bewehrungsstäbe	16 St.	4 St.
Lastausmitte e_0	0,02 m	0,02 m
Therm. & mech. Materialeigensch.	Siehe Abschnitt 4.2	
$N_{Ed,fi,Jensen}$	8640 kN	320 kN
$N_{Rd,fi,STABA-F}$	~7600 kN	~400 kN

Die nach dem vereinfachten Rechenverfahren von Jensen berechneten M-N-Interaktionsdiagramme sind in Abbildung 10 als durchgezogene hellblaue Linien eingezeichnet, die zwischen den drei „helping-points“ P1, P2 und P3 mit weiteren Zwischenschritten erzeugt worden sind. Die dreieckigen Markierungen zeigen die Lage der „helping-points“.

Da der Belastungsgrad n_{Fi} ebenfalls tabelliert ist, lässt sich die maximale, nach Jensen-Tabellen mögliche im Brandfall einwirkende Normalkraft $N_{Ed,fi}$ mit

$$N_{Ed,fi} = n_{Fi} \cdot (A_c \cdot f_{cd} / \alpha_{cc} + A_{sc} \cdot f_{sd} + A_{st} \cdot f_{sd})$$

für eine bestimmte Feuerwiderstandsdauer rückrechnen. Hierbei ist zu beachten, dass der so berechnete Wert für $N_{Ed,fi}$ allein von den Flächenanteilen und Materialfestigkeiten abhängig ist und keinem Bemessungswert aus Einwirkungen entspricht. Die so berechnete maximale Normalkrafteinwirkung, zusammen mit erzeugten Moment nach Theorie I. Ordnung, $M_{0Ed,fi}$, ist in Abbildung 10 als violett ausgefüllter Kreis bzw. als schwarze Linie dargestellt.

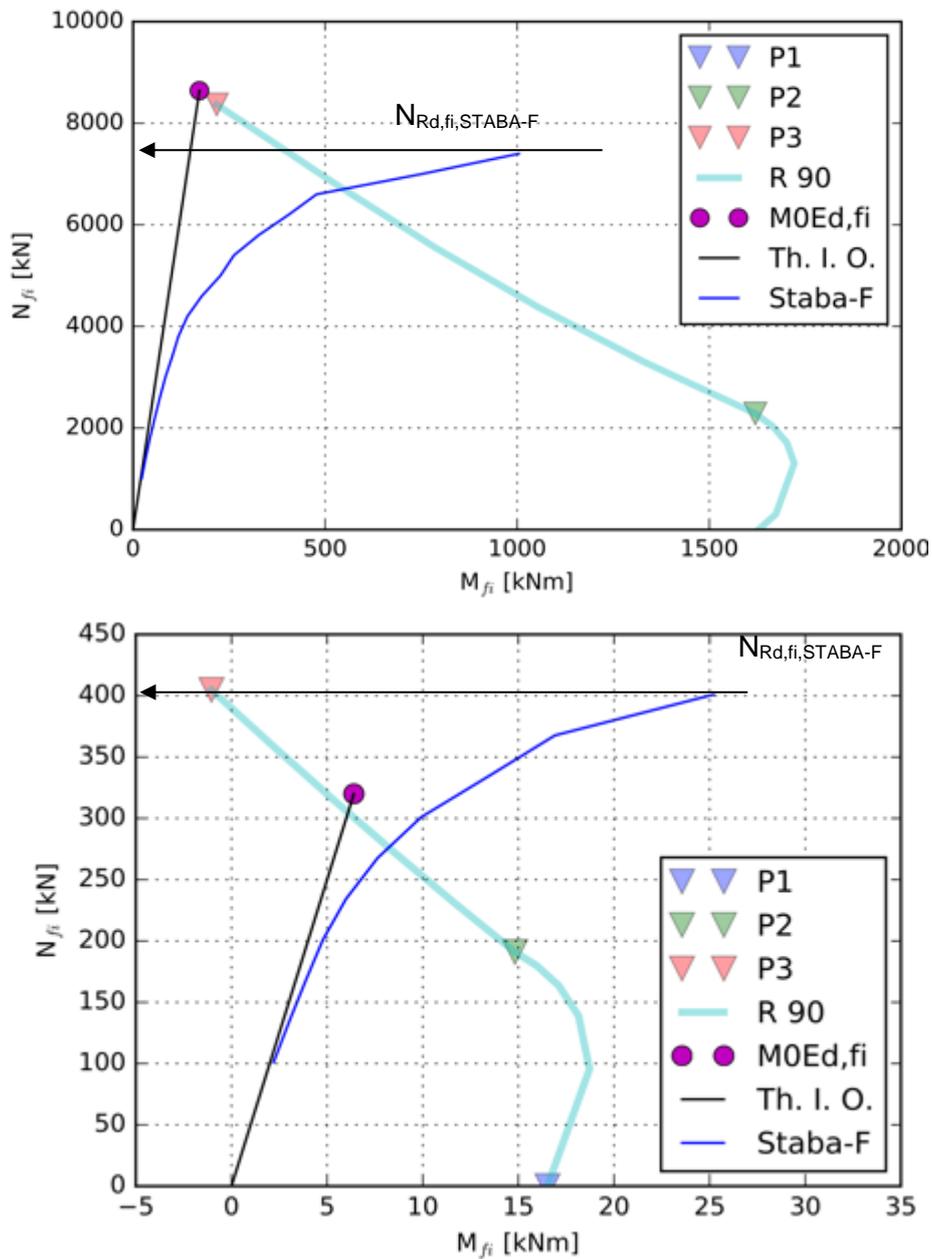


Abbildung 10: Ermittlung der Stütztragfähigkeit im Brandfall mit Hilfe der Zonenmethode nach Jensen für die Beispiele SE4a (oben) und SE21a (unten)

Die maximale Schlankheit der Stütze im Brandfall, $\lambda_{fi,max}$, wird von Jensen ermittelt, indem diese für die feststehende Feuerwiderstandsdauer, Querschnittswerte und damit auch über die Funktion des Ausnutzungsgrads n_{Fi} definierte maximale Einwirkung so gewählt wird, dass der Schnittpunkt der Geraden des einwirkenden Moments aus Theorie I. Ordnung mit der M-N-Interaktionskurve bei dem Punkt $M_{0Ed,fi}$ liegt (siehe Abbildung 11). Im Definitionsbereich des Jensen-Verfahrens liegen nun entweder Stützen geringerer Schlankheit und gleicher Normalkrafteinwirkung oder Stützen gleicher Schlankheit mit geringerer Normalkrafteinwirkung auf der sicheren Seite.

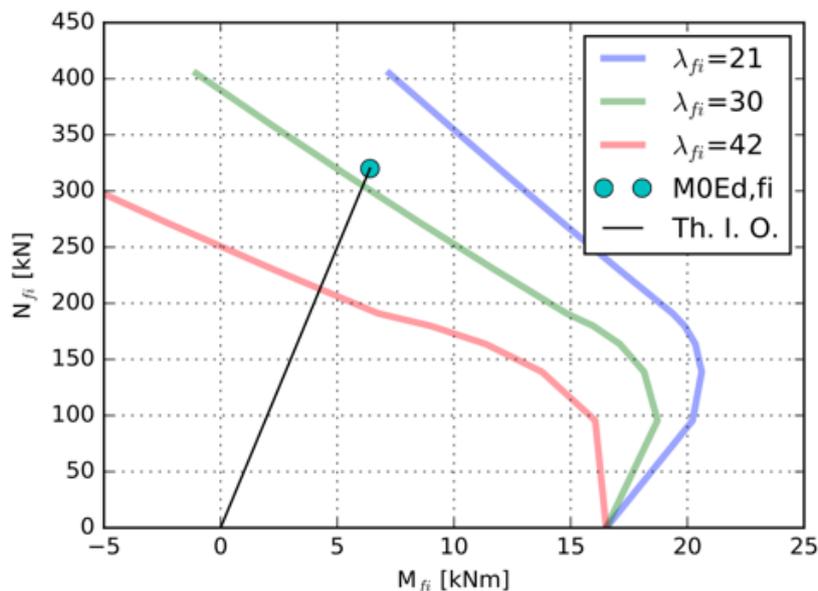


Abbildung 11: Bestimmung der maximalen Schlankheit am Beispiel der Stütze SE21a nach Jensen-Verfahren

Wie in Abbildung 10 bzw. Abbildung 11 zu erkennen ist, liegt der Schnittpunkt für die in diesem Fall getätigte Nachrechnung nicht exakt auf dem Schnittpunkt der schwarzen Geraden mit dem M-N-Interaktionsdiagramm. Der Grund liegt neben Rundungsfehlern bei der Übertragung der Werte aus den Tabellen hauptsächlich an den den Tabellen zugrunde liegenden Annahmen zur Lage und Anzahl der Bewehrungsstäbe und der aus der Lage resultierenden Bewehrungstemperatur und Abminderung der Betonstahlfestigkeit.

Die Berechnungsergebnisse auf Grundlage des allgemeinen Verfahrens (STABA-F) sind in Abbildung 10 als durchgezogene blaue Linien aufgeführt. Die im linken Bild dargestellte, schlanke Stütze SE4a versagt nach dem allgemeinen Verfahren dabei bereits bei geringeren Lasten als der nach Jensen-Verfahren berechneten $N_{Ed,fi} = N_{Rd,fi} = 8640 \text{ kN}$ aufgrund von Stabilitätsversagen, die prognostizierte Stützentragsfähigkeit im Brandfall wird nicht erreicht. Vergleicht man für die Stütze SE4a die einwirkenden Momente nach Theorie I. Ordnung (schwarze Gerade) mit den einwirkenden Gesamtmomenten Th. I + II. Ordnung (blaue Kurve) fällt auf, dass ab etwa 4000 kN Auflast die Effekte aus Theorie II. Ordnung zunehmen. Der Ansatz von Jensen, die fehlende Berücksichtigung der Effekte aus Theorie II. Ordnung auf Einwirkungsseite über den Abzug der Momente auf Seite der Querschnittswiderstände (siehe Abschnitt 3.4) zu kompensieren schlägt in diesem Beispiel fehl. Inwieweit dies eine Besonderheit der Stütze SE4a ist, oder systematisch auftritt (z. B. in Abhängigkeit der Stützeigenschaften wie der Schlankheit oder dem Bewehrungsgrad), wird im folgenden Abschnitt untersucht.

4 Vergleichsrechnungen mit allgemeinem Rechenverfahren

4.1 Allgemeines

Das in Abschnitt 3 beschriebene vereinfachte Verfahren enthält eine Reihe von Vereinfachungen, zusätzlich wurde in mehreren Punkten von den Regelungen des EC 2-1-2 abgewichen (siehe Ausführungen in Abschnitt 3 zur Bestimmung der geschädigten Zone, der Temperaturberechnung, der thermischen Dehnung). Die Beispielrechnung und der Vergleich mit den Ergebnissen des allgemeinen Verfahrens in Abschnitt 3 haben gezeigt, dass die nach dem Jensen-Verfahren prognostizierte Stütztragfähigkeit für schlanke Stützen nicht immer erreicht wird. Dieser Abschnitt enthält die Ergebnisse und Grundlagen einer systematischen Untersuchung der in den Jensen-Tabellen enthaltenen Stützen sowie die Ergebnisse der TG5 des CEN TC 250 SC2 WG1.

4.2 Arbeiten im Rahmen der CEN TC 250 SC2 WG1 TG5

In Anhang B des Background documents [2] sind die Ergebnisse von Vergleichsrechnung aufgeführt, welche von Vertretern der ETH Zürich (Software PYRUS), des iBMB (Software InfoCAD [5], STABA-F, [6]) sowie weiteren Vertretern aus Belgien (Software SAFIR) und Spanien (Software FIRECOL) durchgeführt worden sind. Für PYRUS liegen sowohl Ergebnisse bei Wahl des unteren (lower limit) wie des oberen (upper limit) Verlaufs der Wärmeleitfähigkeit nach [EC2-1-2] vor.

Den eigenen im Rahmen der Arbeiten in CEN TC 250 SC2 WG1 TG5 durchgeführten Berechnungen liegen die folgenden Eingangsgrößen, Randbedingungen und Annahmen zugrunde:

- $\gamma_{m,fi} = 1,0$ und $\alpha_{cc} = 1,0$
- Einheits-Temperaturzeitkurve (ISO 834)
- Thermische Materialeigenschaften λ , ρ , c_p als Funktionen der Temperatur [EC2-1-2]
 - $\rho(20\text{ °C}) = 2400\text{ kg/m}^3$
 - $c_p(T)$ bei 3 M-% Betonfeuchte
 - unterer Verlauf der Funktion $\lambda(T)$
- $\alpha_c = 25\text{ W/(m}^2\text{K)}$ und $\varepsilon = 0.7$
- Spannungs-Dehnungs-Funktion $\sigma(T)$ - $\varepsilon(T)$ und Druckfestigkeit $\sigma(T)$ nach [EC2-1-2]
- Wärmeausdehnungskoeffizient $\alpha(T)$ nach [EC2-1-2], quarzhaltiger Gesteinskörnung
- Betonzugfestigkeit nicht berücksichtigt
- Betonstahleigenschaften nach [EC2-1-2]

Dabei wurde sich in einem ersten Schritt auf die Tabelle für 90 Minuten Feuerwiderstand beschränkt und die in Abbildung 1 farblich als „First Control“, „Second Control“ und „Further Control“ bezeichneten Stichproben nachgerechnet. Danach wurden auch vereinzelt Stützen weiterer Feuerwiderstandsdauern untersucht. Eine Tabelle mit allen Ergebnissen ist in Anhang B des Background documents [2] enthalten, in Abbildung 12 und Abbildung 13 sind die Ergebnisse grafisch im Vergleich mit den Soll-Werten der Jensen-Tabellen verglichen.

Wie im Background document [2] erläutert, sind die Ergebnisse der Berechnungen mit STABA-F und InfoCAD für Stützen mit Soll-Feuerwiderstandsdauern von 90 Minuten nach 120 Minuten gestoppt worden, auch wenn noch kein Versagen auftrat. Die Unterschiede zwischen den einzelnen allgemeinen Rechenverfahren, (siehe z. B. die Stützen SE5a, SE6a) sind vor diesem Hintergrund zu bewerten.

Zunächst lässt sich feststellen, dass die Ergebnisse von InfoCAD, STABA-F, PYRUS und SAFIR für die allermeisten Stützen nahe beieinanderliegen. Lediglich im Vergleich mit FIRECOL, z. B. für Stütze SE4a oder SE19a, sind deutliche Abweichungen zu erkennen. Eine mögliche Erklärung kann hier auch in fehlerhaften Eingangsgrößen oder Fehlern beim Erstellen des numerischen Modells begründet sein.

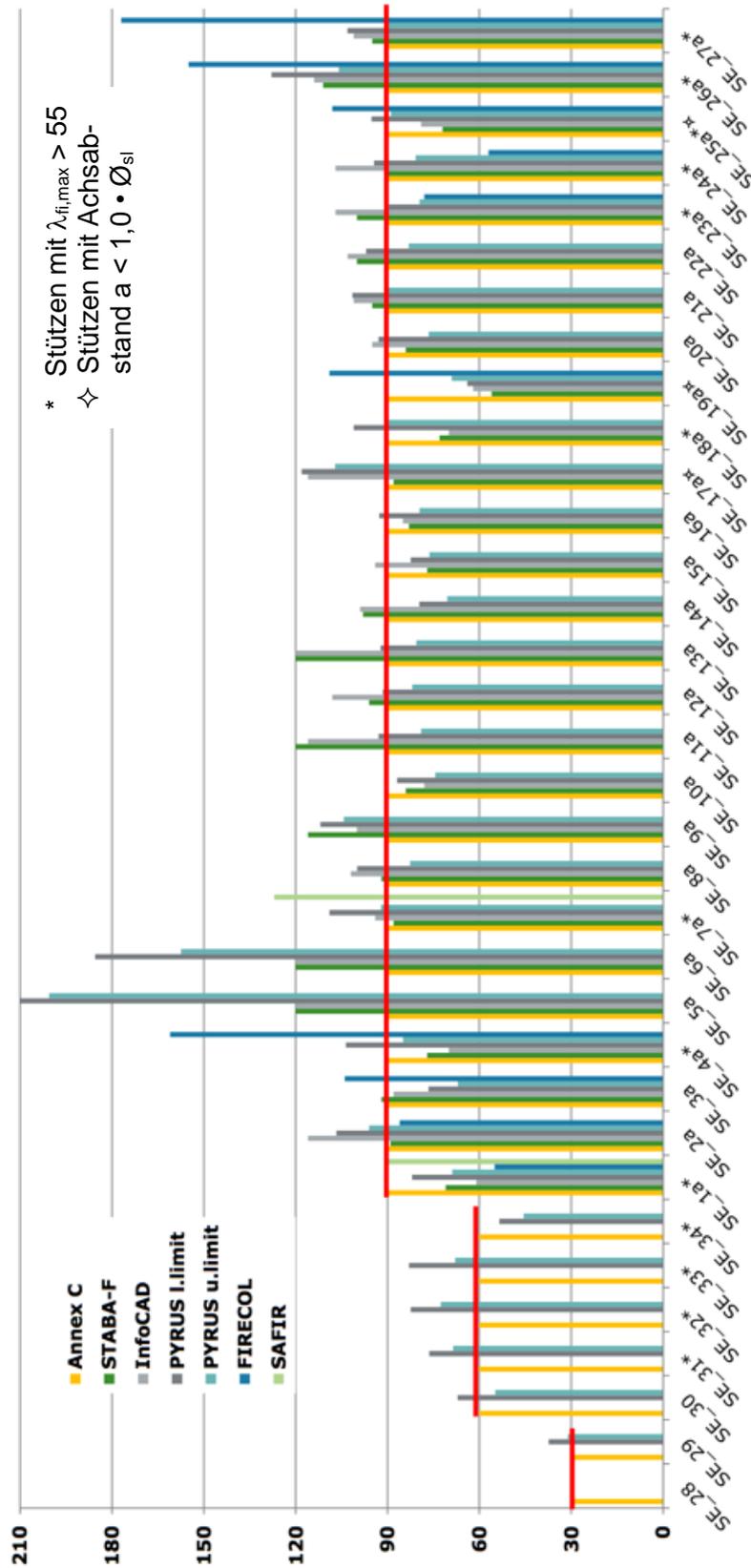


Abbildung 12: Vergleich der Ergebnisse der allgemeinen Verfahren aus CEN TC 250 SC2 WG1 TG5 mit den Soll-Werten der Jensen-Tabellen R30, R60 und R90 aus [2]

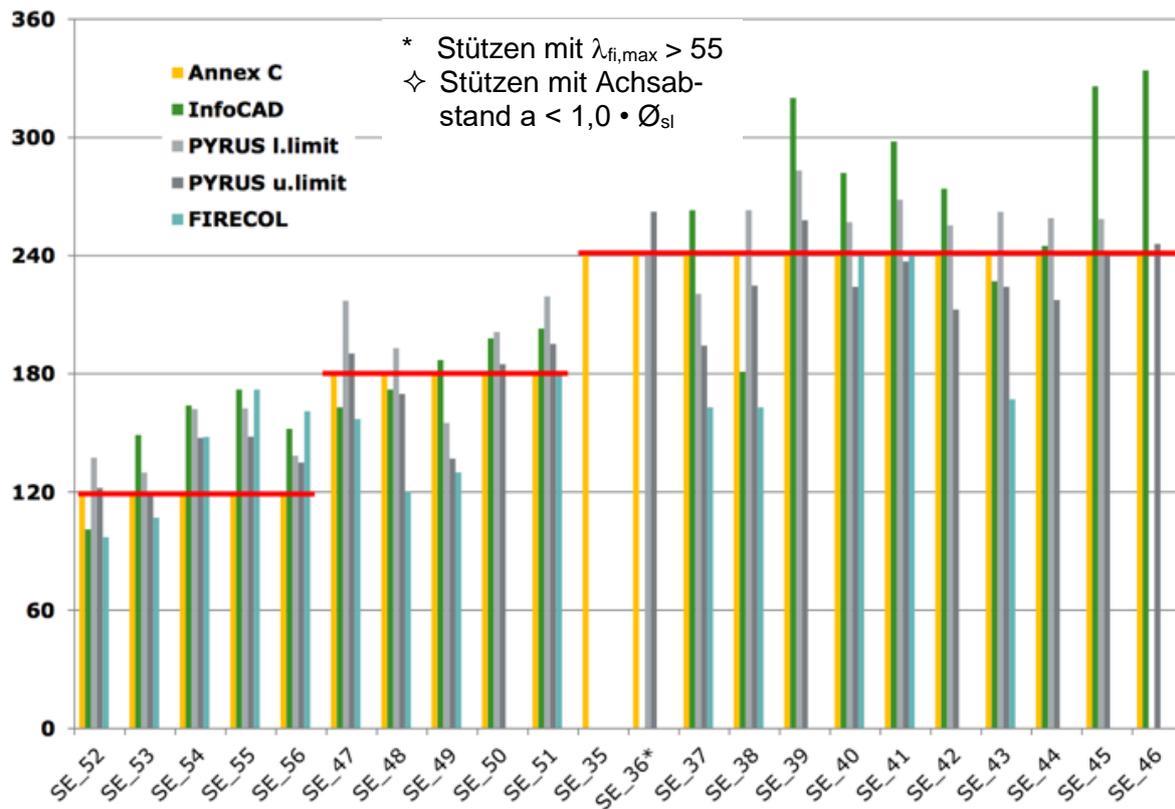


Abbildung 13: Vergleich der Ergebnisse der allgemeinen Verfahren aus CEN TC 250 SC2 WG1 TG5 mit den Soll-Werten der Jensen-Tabellen R30, R60 und R90 aus [2]

Die Ergebnisse zeigen, dass einige Stützen bei Nachweis mit Hilfe des allgemeinen Rechenverfahrens unabhängig von der gewählten Software die angestrebte Feuerwiderstandsdauer von 90 min nicht erreichen. Betrachtet man zusätzlich die nach Jensen-Verfahren und den Tabellen maximal erlaubte Stützenschlankheit im Brandfall $\lambda_{fi,max}$ wird deutlich, dass ab einer Schlankheit von etwa $\lambda_{fi,max} = 55$ vermehrt keine im Vergleich zu den Tabellen ausreichende Feuerwiderstandsdauer nachgewiesen werden kann (siehe Abbildung 14). Auf Grundlage dieser Ergebnisse, die auch von den Berechnungsergebnissen der ETH Zürich (Software PYRUS) bestätigt werden, wurde die Begrenzung der in den Jensen-Tabellen aufgeführten Schlankheit auf maximal $\lambda_{fi,max} = 55$ beschlossen.

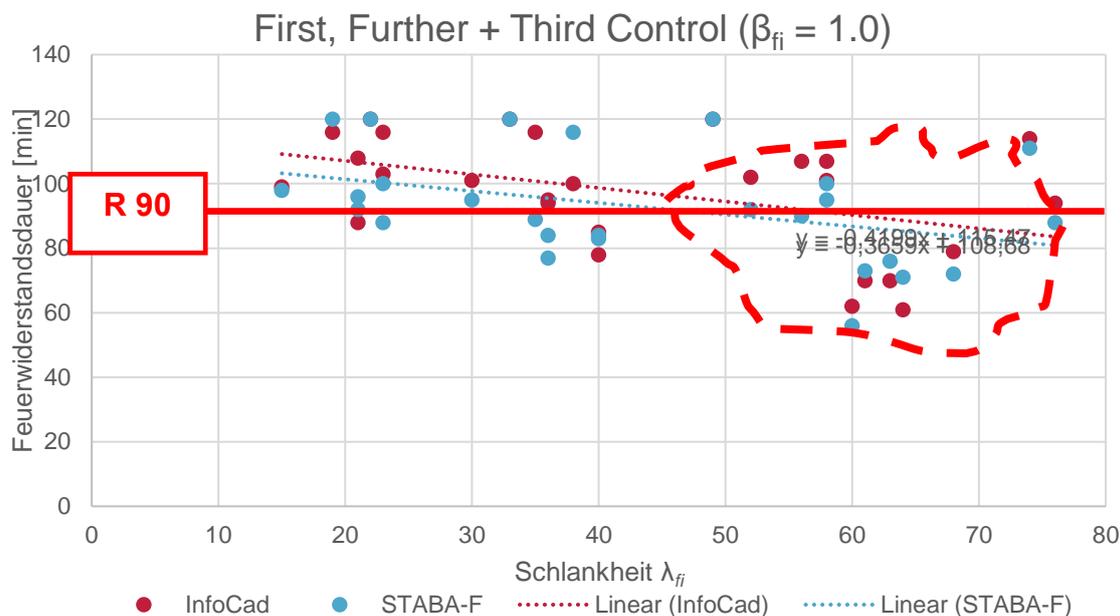


Abbildung 14: Korrelation zwischen der Feuerwiderstandsdauer, berechnet mit Hilfe des allgemeinen Rechenverfahrens und der Stützenschlankheit $\lambda_{fi,max}$ Feuerwiderstandsdauer R90

4.3 Berechnungsgrundlagen und Vorgehensweise der systematischen Untersuchung der kompletten Jensen-Tabellen

4.3.1 Allgemeines

Um den in Abschnitt 4.2 bestimmten Zusammenhang zwischen dem Nichterreichen der nach den Jensen-Tabellen bestimmten Feuerwiderstandsdauer im allgemeinen Rechenverfahren nachzuweisen, werden in einer ergänzenden Studie aus den Jensen-Tabellen zu jeder tabellierten Schlankheit kritische Referenzstützen generiert und anschließend mit dem Programm STABA-F eine genaue Feuerwiderstandsdauer ermittelt.

Bei festen, durch die Jensen-Tabellen vorgegebenen mechanischen Bewehrungsgraden, festen Querschnittsabmessungen sowie einer definierten Betonstahlfestigkeit für B500B hat die Wahl der Betondruckfestigkeit einen Einfluss auf die Verhältnisse der Betondruck- zu den Bewehrungskräften. Die Jensen-Tabellen sollen für alle Festigkeitsklassen nach DIN EN 206 gelten. In [4] wurde festgestellt, dass höhere Betondruckfestigkeiten im allgemeinen Rechenverfahren häufig zu leicht geringeren berechneten Feuerwiderstandsdauern der Stützen bei den Jensen-Tabellen führen. Die eigenen Untersuchungen bestätigen dieses Verhalten. Dies liegt neben dem Einfluss des mechanischen Bewehrungsgrades, welcher sich bei höher Betondruckfestigkeit reduziert, an dem Verfahren zur Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit.

Aus diesem Grund wird für die folgenden Untersuchungen ebenfalls ein C50/60 als kritischster Wert zugrunde gelegt.

4.3.2 Grundlagen des verwendeten allgemeinen Rechenverfahrens

Die Programme STABA-F basiert auf einem Rechenmodell, mit welchem das Trag- und Verformungsverhalten im Brandfall von Bauteilen nach dem allgemeinen Verfahren in DIN EN 1992-1-2 [EC2-1-2] simuliert werden kann. Generell umfasst das allgemeine Rechenverfahren eine thermische und eine mechanische Analyse. Diese dürfen getrennt voneinander ausgeführt werden. In der thermischen Analyse werden die zeitliche Entwicklung und die Verteilung der Temperaturen im Bauteil berechnet. In der mechanischen Analyse wird das Bauteil- bzw. Tragwerksverhalten unter Berücksichtigung der mechanischen Einwirkungen, der geometrischen Imperfektion, der temperaturabhängigen thermo-mechanischen Materialkennwerte und der geometrischen nichtlinearen Effekte (Theorie II. Ordnung) ermittelt. Die nachfolgenden Beschreibung zum Ablauf des allgemeinen Rechenverfahrens ist wesentlich aus [7] entnommen.

4.3.3 Thermische Analyse

Die Temperaturentwicklung in den Stützen wird mit Hilfe der Fourier-Differenzialgleichung berechnet,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)$$

voraussetzt, dass keine Wärmequellen oder –senken im Festkörper vorhanden sind. Zur Berechnung der Temperaturverteilung innerhalb brandbeanspruchter Bauteile aus Beton und Stahl müssen die temperaturabhängigen thermischen Materialeigenschaften Wärmeleitfähigkeit λ , spezifische Wärme c_p und Rohdichte ρ berücksichtigt werden. Damit ist die Zielgröße der Berechnung, die Temperatur, von temperaturabhängigen Eingangsparametern abhängig. Zur Lösung werden numerische Methoden wie die Methode der Finiten Elemente (FEM) mit Integrationsverfahren über die Zeitschritte eingesetzt. Für baupraktische Fälle werden dabei folgende Vereinfachungen getroffen:

- Die Temperaturentwicklung in Bauteillängsrichtung wird vernachlässigt. In stabförmigen Bauteilen wird die Temperaturentwicklung nur in der Querschnittsfläche (zweidimensional) und in flächigen Bauteilen nur über die Querschnittsdicke (eindimensional) berechnet.
- Wasserdampfbewegungen werden nicht erfasst.

- Beim Beton werden der Energieverbrauch für das Verdampfen von Wasser und sonstige energieverzehrende Vorgänge vereinfacht über die Wahl des Rechenwertes für die spezifische Wärmekapazität des Betons im Temperaturbereich 100 bis 200 °C berücksichtigt (Abbildung 15).
- Beton wird bezüglich seiner thermischen Materialeigenschaften als homogener Baustoff angesehen. Das heterogene Gefüge, Kapillarporen und Risse werden pauschal in den thermischen Materialgesetzen erfasst.

In die Berechnung der Temperaturverteilung gehen die Kennwerte für die thermischen Materialeigenschaften λ , c_p und ρ als charakteristische Größen $X_{k,\theta}$ mit dem Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{M,fi}$ ein, der in EC 2-1-2 zu $\gamma_{M,fi} = 1,0$ festgesetzt ist. Für Stahlbetonquerschnitte mit praxisüblichem Bewehrungsgehalt darf die Bewehrung bei der thermischen Analyse vernachlässigt werden. Die Temperatur in der Achse des Bewehrungsstabes entspricht in etwa der Temperatur im ungestörten Beton (Abbildung 16).

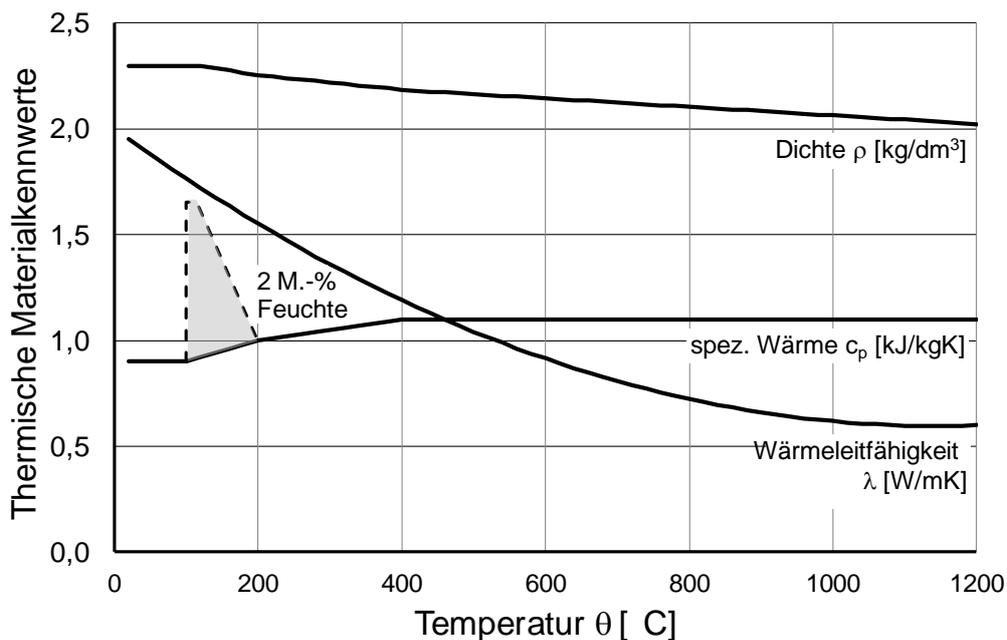


Abbildung 15: Rechenwerte der temperaturabhängigen thermischen Materialkennwerte von Beton

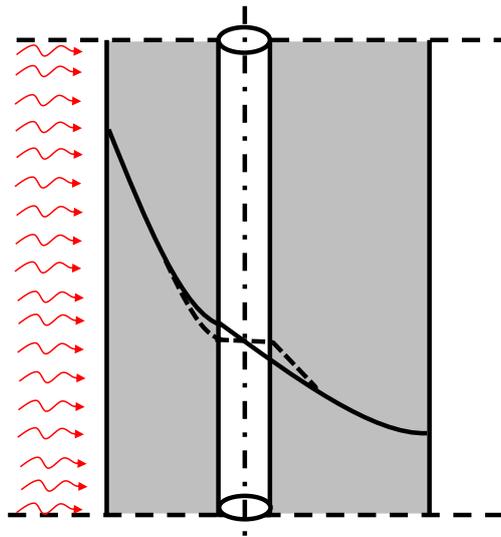


Abbildung 16: Temperaturverlauf in einem einseitig brandbeanspruchten Wandabschnitt. Die durchgezogene Linie zeigt die Temperaturen im Bereich ohne Bewehrung, die gestrichelte Linie im Bereich mit Bewehrung

4.3.4 Mechanische Analyse

In der Querschnittsanalyse wird die plastische Tragfähigkeit des Bauteilquerschnitts berechnet und mit der betreffenden Schnittgröße aus den im Brandfall maßgebenden mechanischen Einwirkungen verglichen.

Bei der Analyse des Systemverhaltens eines Bauteils oder Tragwerks wird das Trag- und Verformungsverhalten unter Brandeinwirkung berechnet. Typische Anwendungen sind brandschutztechnische Bemessungen schlanker Druckglieder und statisch unbestimmter Systeme. In diesen Fällen hängt die Beanspruchung von den Verformungen des Bauteils oder Tragwerks ab, beispielsweise müssen bei schlanken Stützen die Einwirkungen nach Theorie 2. Ordnung und bei statisch unbestimmten Systemen die thermisch bedingten Zwangsschnittgrößen berücksichtigt werden.

Grundlage der brandschutztechnischen Bauteil- und Tragwerksanalyse sind die temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungslinien und thermischen Dehnungen der Baustoffe. In [EC2-1-2], Abschnitt 3 sind alle wesentlichen Informationen zur temperaturabhängigen Veränderung der mechanischen Baustoffwerte enthalten. Zur numerischen Beschreibung temperaturabhängiger Spannungs-Dehnungslinien und der thermischen Dehnungen sind Gleichungen angegeben. Eingangparameter für die Berechnung der temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungslinien sind die charakteristischen Werte (5%-Fraktilen) der maßgebenden Festigkeiten f_{ck} und f_{yk} . Exemplarisch sind in Abbildung 17 die temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungslinien für Beton mit überwiegend quarzhaltiger Gesteinskörnung und in Abbildung 18 für warmgewalzten

Betonstahl (B500) wiedergegeben. Abbildung 19 zeigt die thermischen Dehnungen für Beton, Betonstahl und Spannstahl.

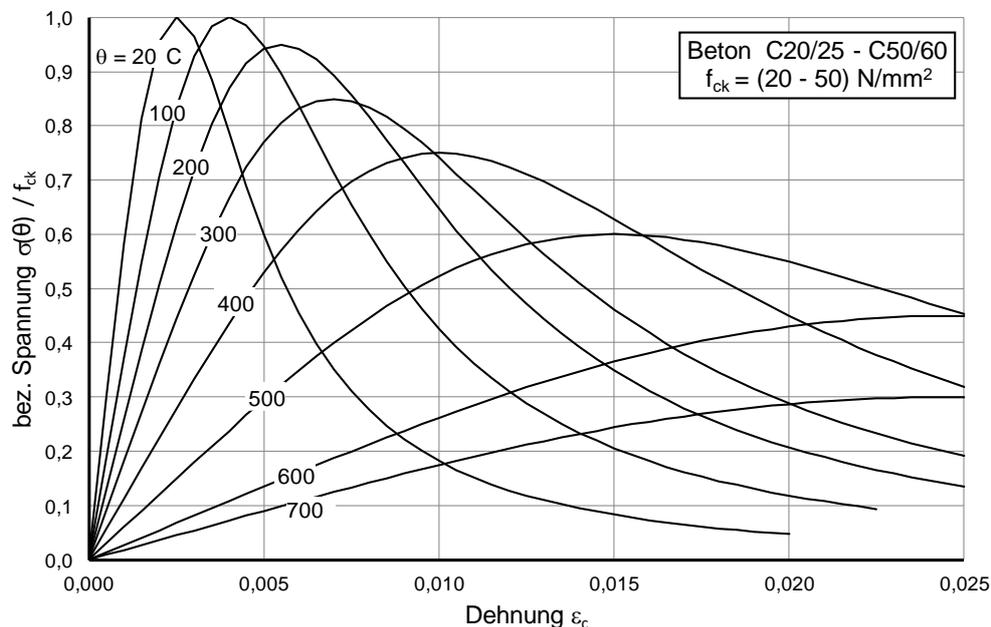


Abbildung 17: Temperaturabhängige Spannungs-Dehnungslinien von Beton mit überwiegend quarzhaltiger Gesteinskörnung

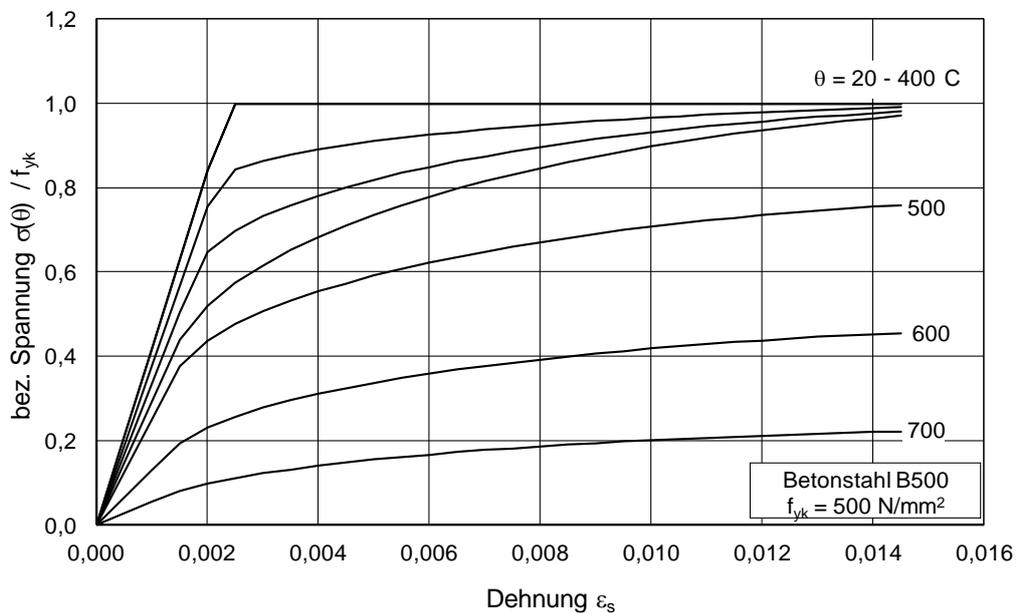


Abbildung 18: Temperaturabhängige Spannungs-Dehnungslinien von warmgewalztem Betonstahl (B500 B)

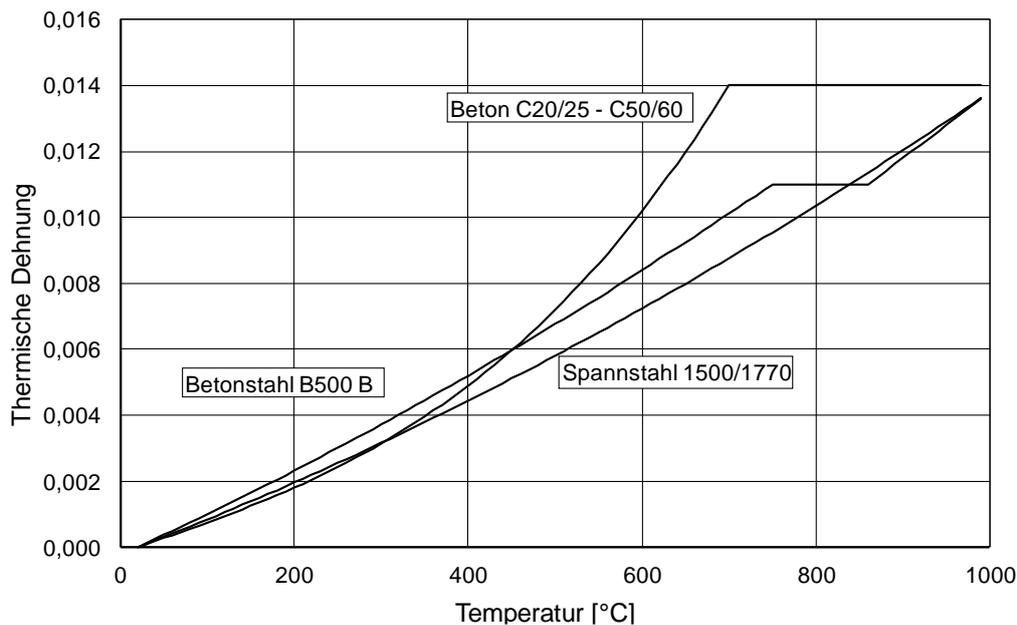


Abbildung 19: Thermische Dehnung von Beton, Betonstahl und Spannstahl

Die thermo-mechanischen Materialgesetze des Eurocodes geben in vereinfachter, für den brandschutztechnischen Nachweis aber ausreichend genauer Form das Festigkeits- und Verformungsverhalten der Baustoffe bei erhöhten Temperaturen wieder. Durch die Darstellung des Baustoffverhaltens in Form von temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungslinien wird an bekannte Grundlagen aus der Bemessung bei Normaltemperatur angeknüpft. In den temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungslinien des Eurocodes sind alle während der Aufheizphase entstehenden Verformungen enthalten. Neben den temperaturabhängigen elastischen und plastischen Dehnungen sind auch die sehr viel größeren instationären Hochtemperatur-Kriechanteile integriert, wodurch die Tangentensteilheit im Ursprung der Spannungs-Dehnungslinien nicht als temperaturabhängiger Elastizitätsmodul der Baustoffe interpretiert werden darf. Der temperaturabhängige Elastizitätsmodul der Baustoffe ist deutlich größer als die Tangentensteilheit und führt zu einem steilen Anstieg der Spannungs-Dehnungslinien, was einem steiferen Baustoffverhalten entspricht. Unter dem Begriff „Kriechen“ werden im Hochtemperaturbereich im Wesentlichen die temperaturabhängigen, mit zunehmender Temperatur größer werdenden nicht elastischen, lastabhängigen Verformungsanteile zusammengefasst und nicht wie bei Normaltemperatur die vornehmlich zeitabhängigen, einem angebbaren Endwert zustrebenden Verformungen unter andauernden Spannungen.

Zur Ermittlung der Bemessungswerte werden die charakteristischen Werte X_k des Baustoffs mit dem temperaturabhängigen Reduktionsfaktor für Festigkeit und E-Modul $k_{M,0}$ multipliziert und durch die von den Streuungen der Baustoffkennwerte im Brandfall abhängigen Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_{M,fi}$ dividiert. Generell werden die Teilsicherheitsbeiwerte für die thermo-mechanischen

Baustoffkennwerte in den Brandschutzteilen der Eurocodes und den Nationalen Anhängen zu $\gamma_{M,fi} = 1,0$ gesetzt.

Zur Erfüllung der Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen werden Querschnittsdehnungen ermittelt. Dafür wird angenommen, dass die Querschnitte auch nach der Verformung eben bleiben (Bernoulli-Hypothese) und die Dehnungen ε eines Querschnitts sich zueinander verhalten wie ihre Abstände z von der Dehnungs-Nulllinie, bei einachsiger Biegung

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + d\varepsilon/dz \cdot z = \varepsilon_0 + k \cdot z \quad (1)$$

Die Querschnittsdehnungen setzen sich aus den spannungserzeugenden Dehnungen ε_σ der Baustoffe und aus ihren thermischen Dehnungen ε_{th} zusammen

$$\varepsilon = \varepsilon_\sigma + \varepsilon_{th} \quad (2)$$

Zur Spannungsermittlung wird ε_σ benötigt, um damit $\sigma(\varepsilon_\sigma, T)$ aus den temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungslinien zu ermitteln

$$\varepsilon_\sigma = \varepsilon - \varepsilon_{th} = \varepsilon_0 + k \cdot z - \varepsilon_{th} \quad (3)$$

In Abbildung 20 sind die einzelnen Dehnungsanteile für eine Giebelstütze nach 90 Minuten Branddauer dargestellt. Der grau unterlegte Bereich der thermischen Betondehnungen kennzeichnet die spannungserzeugenden Dehnungen ε_σ des Betons.

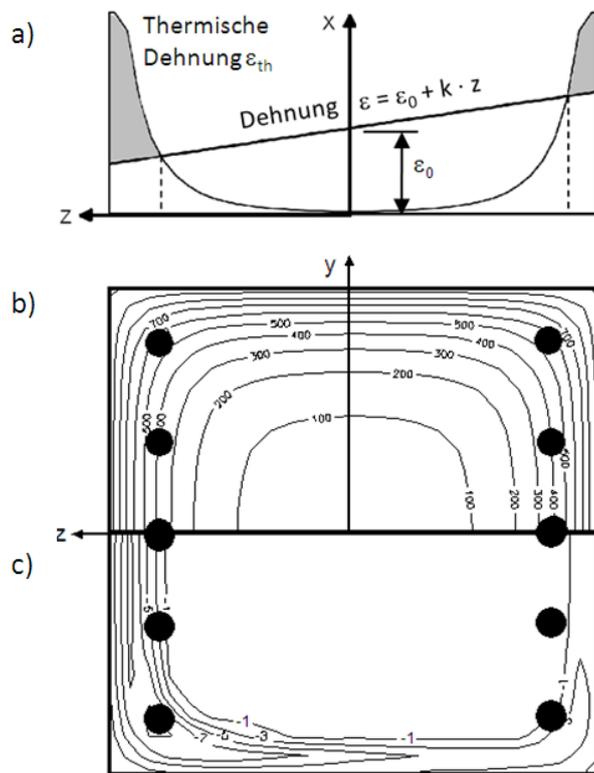


Abbildung 20: 4-seitig brandbeanspruchter Stützenquerschnitt $h = 450 \text{ mm}$ nach 90 Minuten Branddauer mit den Einwirkungen $N_{E,fi,d,90} = -218 \text{ kN}$ und $M_{tot,fi,d,90} = 204,3 \text{ kNm}$

- a) Dehnungsverteilung in Höhe der z-Achse,
- b) Isothermen
- c) Betonspannungen

Die Dehnungsverteilung zur Erfüllung der Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen muss iterativ bestimmt werden. Das kann dadurch geschehen, dass angenommene Werte für die Randdehnungen ε_i und ε_a iterativ verbessert werden, bis der Dehnungszustand mit ε_i und ε_a die vorgegebenen Schnittgrößen liefert. Zur Beschleunigung des Iterationsprozesses können für den Dehnungszustand ε_i und ε_a Differenzenquotienten $\Delta N / \Delta \varepsilon_i$ und $\Delta M / \Delta \varepsilon_i$ sowie $\Delta N / \Delta \varepsilon_a$ und $\Delta M / \Delta \varepsilon_a$ bestimmt und damit vorhandene Abweichungen dN und dM der Schnittgrößen durch Dehnungsänderungen $d\varepsilon_i$ und $d\varepsilon_a$ beseitigt werden (Gln. (4) und (5)).

$$\frac{\Delta N}{\Delta \varepsilon_i} \cdot d\varepsilon_i + \frac{\Delta N}{\Delta \varepsilon_a} \cdot d\varepsilon_a + dN = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\Delta M}{\Delta \varepsilon_i} \cdot d\varepsilon_i + \frac{\Delta M}{\Delta \varepsilon_a} \cdot d\varepsilon_a + dM = 0 \quad (5)$$

Die thermische und mechanische Analyse sind numerisch aufwendig und können sinnvoll nur programmgesteuert erfolgen. Rechenprogramme, wie STABA-F bzw. InfoCAD, müssen für das

allgemeine Rechenverfahren validiert sein. Beide Programme sind nach den im Nationalen Anhang des EC1-1-2, Anhang CC [NA1-1-2] beschriebenen Validierungsbeispielen mit zulässigen Toleranzen der Ergebnisse validiert.

5 Ergebnisse der Vergleichsrechnung

5.1 Untersuchung der verschiedenen Eulerfälle

Die Jensen-Tabellen ermöglichen die Brandschutzbemessung von Stützen für unterschiedliche Lagerungsbedingungen im Brandfall. Für ausgesteifte Gebäude, bei denen die Stützen in der Kaltbemessung für Eulerfall 2 bemessen sind und die in Innenstockwerken im Brandfall durch die Decken rotationsbehindert werden, kann für die Brandschutzbemessung Eulerfall 4 angesetzt werden, sofern nicht konstruktiv eine gelenkige Lagerung (etwa auf einer Zentrierleiste) vorhanden ist [8]. Das vorgenannte Prinzip gilt bei der Anwendung der Bemessungstabelle 5.2a der Methode A in [EC 2-1-2], Ziffer 5.3, d. h. für die Brandschutzbemessung wird eine Lagerung nach Eulerfall 4 zugrunde gelegt. Die Jensen-Tabellen sind unabhängig von der Lagerung bzw. dem Eulerfall im Brandfall, es wird die maximale Schlankheit im Brandfall unabhängig von der Lagerung angegeben.

Im Folgenden wird untersucht inwieweit sich eine Lagerung gemäß der Eulerfälle 1 bis 4 im Brandfall auf die Tragfähigkeit im Brandfall auswirkt. Die mit STABA-F nach dem allgemeinen Verfahren (kurz ACM – advanced calculation methode) berechneten Feuerwiderstandsdauern für die verschiedenen Eulerfälle werden mit der vorgegebenen Feuerwiderstandsklasse nach Jensen-Tabellen ins Verhältnis gesetzt und der jeweils tabellierten maximalen Schlankheit gegenübergestellt. Die Berechnungen werden zunächst für die Stützen der R90-Tabellen nach Jensen durchgeführt. Ferner wird die anteilige Verteilung dargestellt. Bei den Verhältniswerten $\frac{R_{ACM}}{R_{Jensen}} < 1,0$ kann die in den Tabellen festgelegte Feuerwiderstandsklasse mittels STABA-F nicht erreicht werden.

Die Abbildung 21 fasst alle untersuchten Stützenbeispiele zusammen. Die Ergebnisse für die Eulerfälle 1 und 2 liegen zu einem Teil auf der unsicheren Seite. Für Eulerfall 3 und vornehmlich Eulerfall 4 wird die nach dem allgemeinen Verfahren ermittelte Tragfähigkeit zum großen Teil unterschätzt, die Werte liegen weit überwiegend auf der sicheren Seite.

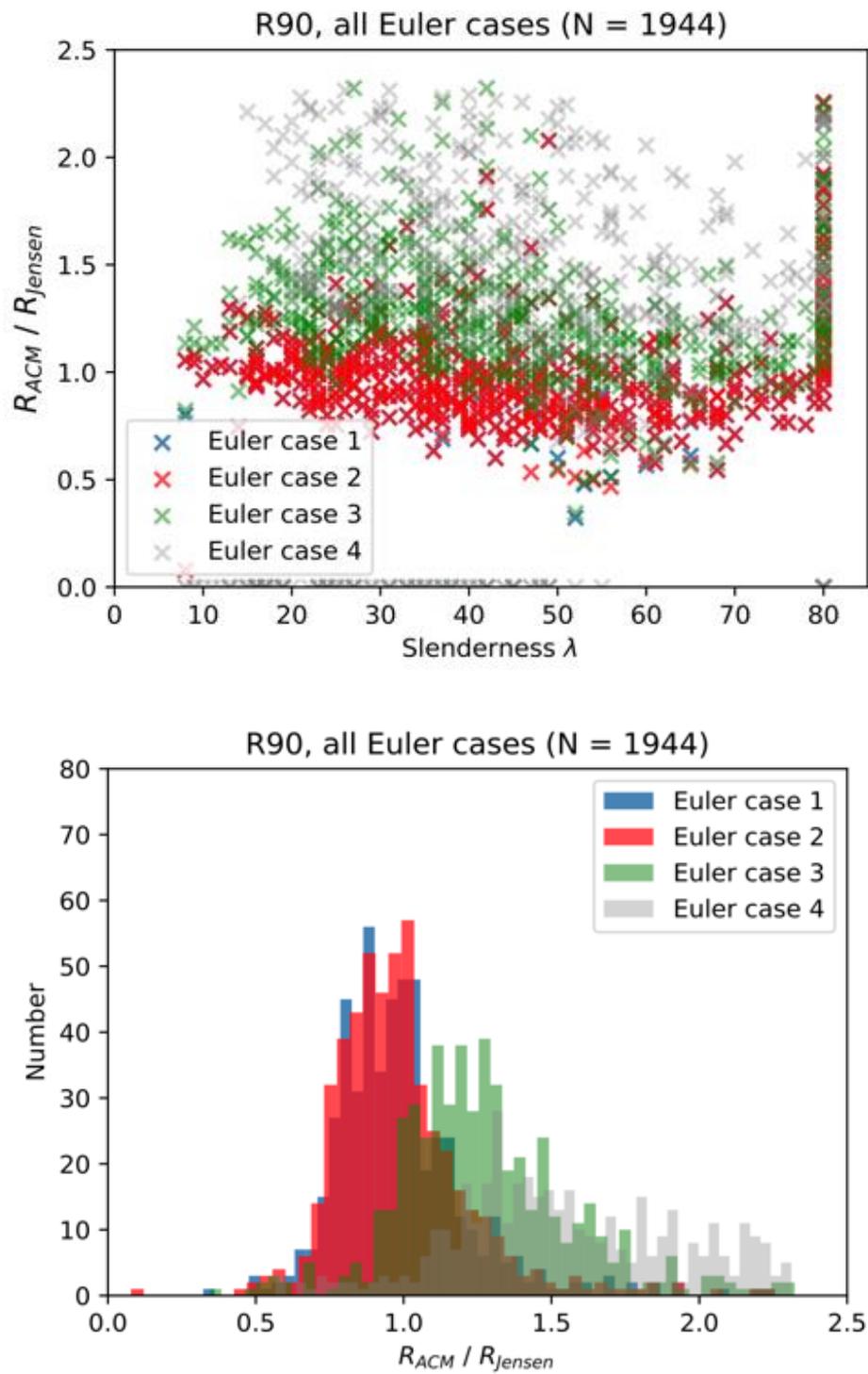


Abbildung 21: Zusammenfassung der untersuchten Stützen in Abhängigkeit der Schlankheit (oben) und der Verteilung in Abhängigkeit des $\frac{R_{ACM}}{R_{Jensen}}$ -Verhältnisses (unten) für den Eulerfall 1 bis 4, R 90

Im Ergebnis ist festzuhalten, dass die für eine maximale Schlankheit von 55 begrenzten Jensen-Tabellen für Stützen, die im Brandfall nach Eulerfall 3 oder 4 gelagert sind, Werte auf der sicheren Seite liefern und z. T. erhebliche Sicherheitsreserven aufweisen. Für die Eulerfälle 1 und 2 werden im Mittel ebenfalls Werte auf der sicheren Seite ermittelt, ca. 50% der Werte liegen auf der unsicheren Seite. Dies ist in etwa vergleichbar dem Sicherheitsniveau des Stützenbemessungsverfahrens der Methode A Gl. 5.7 in EC 2-1-2, welches an Brandversuchen kalibriert wurde (Abbildung 22).

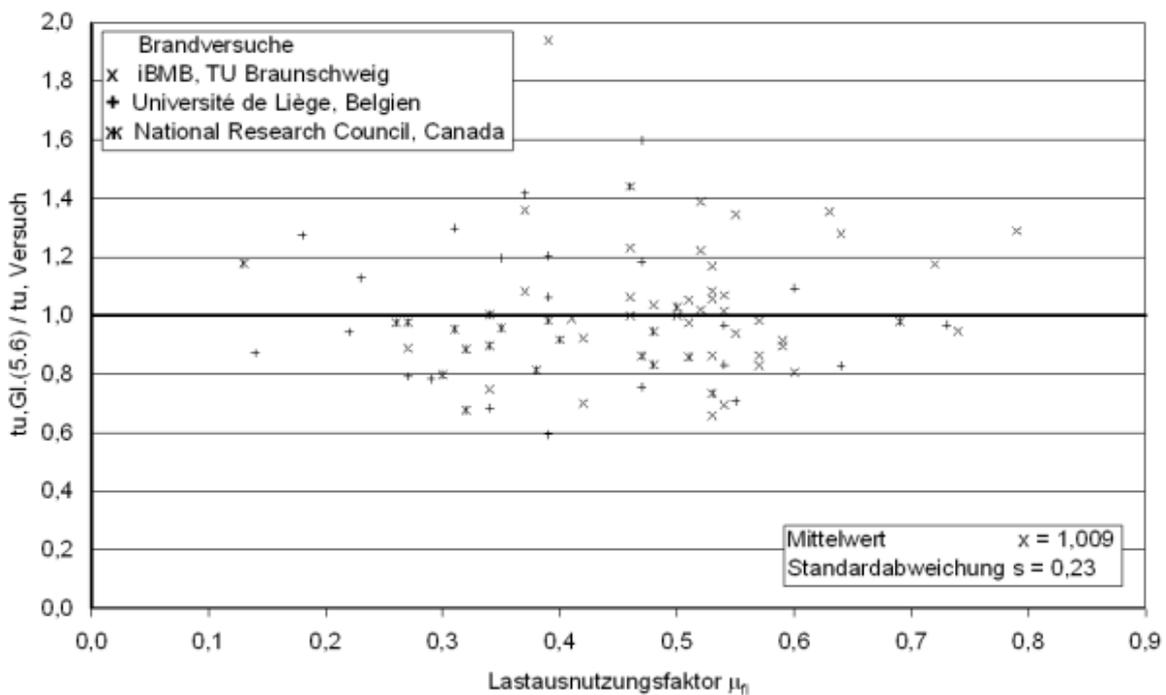


Abbildung 22 Vergleich der nach Methode A Gl. 5.7 berechneten Feuerwiderstandsdauern mit Brandversuchen

5.2 Untersuchung des Parametereinflusses

Die Ursachen für das schlechtere Verhalten statisch bestimmt gelagerter Stützen (bei gleicher Schlankheit wie nach Eulerfall 3 oder 4 gelagert) sollen in diesem Abschnitt anhand der als R 90 eingestuft und nach Eulerfall 2 gelagerten Stützen, detaillierter untersucht werden. Hierfür werden die in den Jensen-Tabellen vorgegebenen Randbedingungen/ Parameter jeweils einzeln betrachtet. Wichtig ist anzumerken, dass die Daten nicht unabhängig voneinander sind, sondern durch die funktionalen Zusammenhänge der Zonenmethode nach Jensen miteinander verbunden sind. Deutlich wird dies bei der Lastausnutzung in Abbildung 23. Stichproben mit geringer

Lastausnutzung η_{fi} liegen tendenziell im Bereich hoher Schlankheiten, da diese aufgrund der geringeren Momentenbelastung ermöglicht werden.

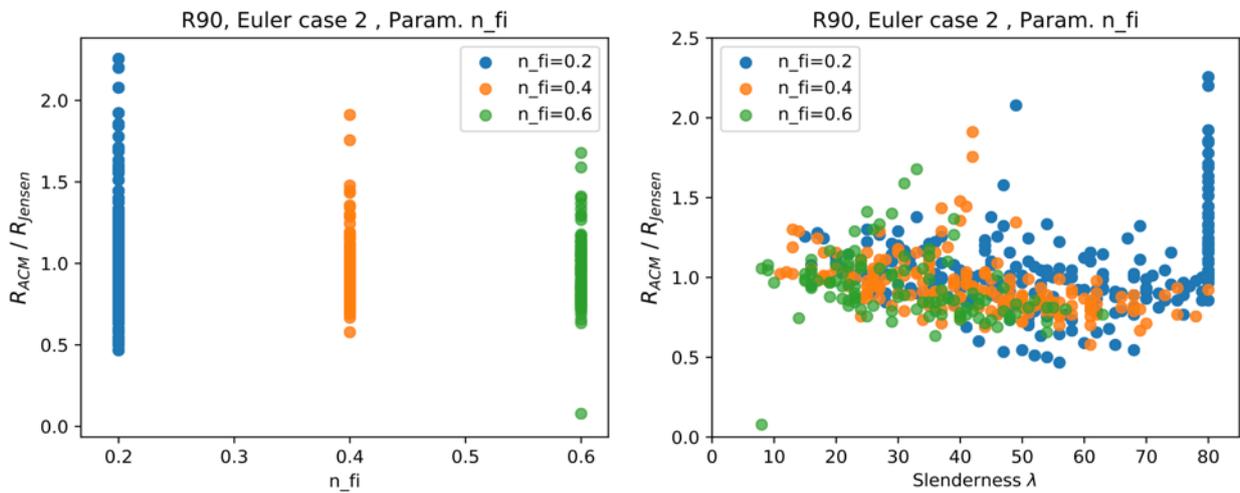


Abbildung 23: Detaillierte Untersuchung der Lastausnutzung η_{fi} für Stützen im Eulerfall 2 in der Feuerwiderstandsklasse R 90

Ähnliches zeigt sich auch bei der Querschnittsbreite b in Abbildung 24. Geringere Querschnittsbreiten treten häufig bei gedrungenen Stützen auf. Ein höheres $\frac{R_{ACM}}{R_{Jensen}}$ -Verhältnis aufgrund einer Begrenzung der Querschnittsbreite konnte nicht ermittelt werden.

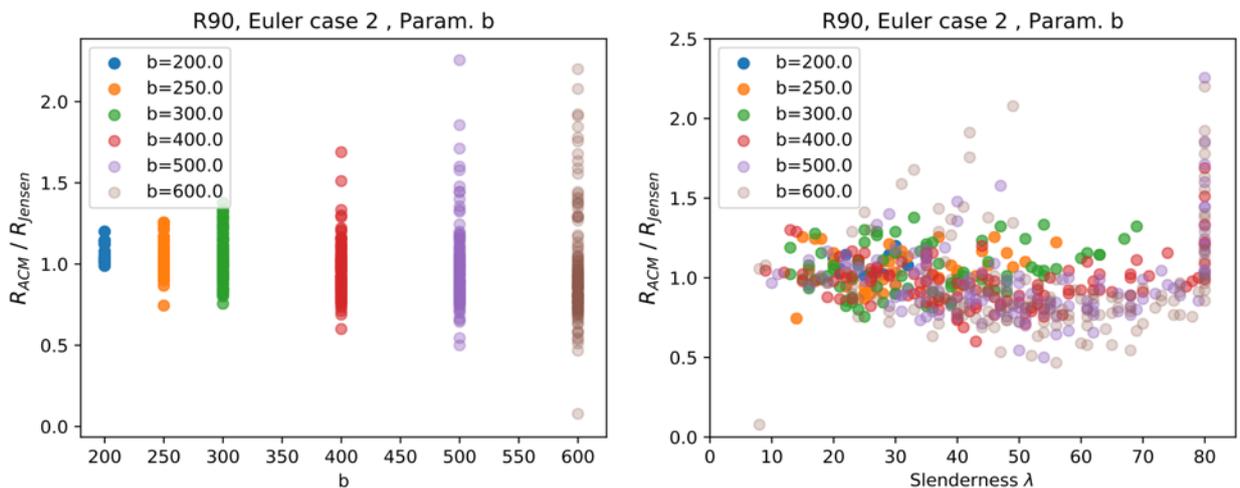


Abbildung 24: Detaillierte Untersuchung der Querschnittsbreite b für Stützen im Eulerfall 2 in der Feuerwiderstandsklasse R 90

Die Abbildung 25 zeigt das Verhältnis zwischen $\frac{R_{ACM}}{R_{Jensen}}$ in Abhängigkeit des mechanischen Bewehrungsgrad. Ein niedriger Bewehrungsgrad führt zu einer eher gedrungenen Stütze.

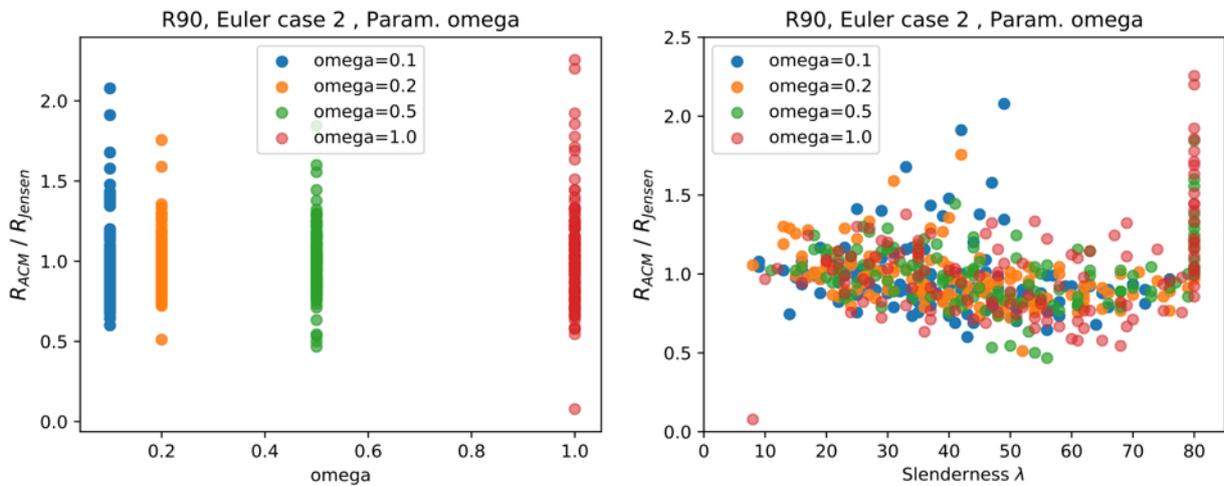


Abbildung 25: Detaillierte Untersuchung des mechanischen Bewehrungsgrades ω für Stützen im Eulerfall 2 in der Feuerwiderstandsklasse R 90

Bei Einzelbetrachtung der angesetzten Exzentrizitäten e_n kann ebenfalls keine signifikante Verbesserung der $\frac{R_{ACM}}{R_{Jensen}}$ -Werte über die Gesamtheit des Probenumfangs erzielt werden. Jedoch zeigt sich, dass für geringe Exzentrizitäten $e_n \leq 20 \text{ mm}$ im Bereich von Schlankheitsbereich λ_{max} von 25 bis 55 etwas höhere $\frac{R_{ACM}}{R_{Jensen}}$ -Werte erreicht werden (s. Abbildung 26).

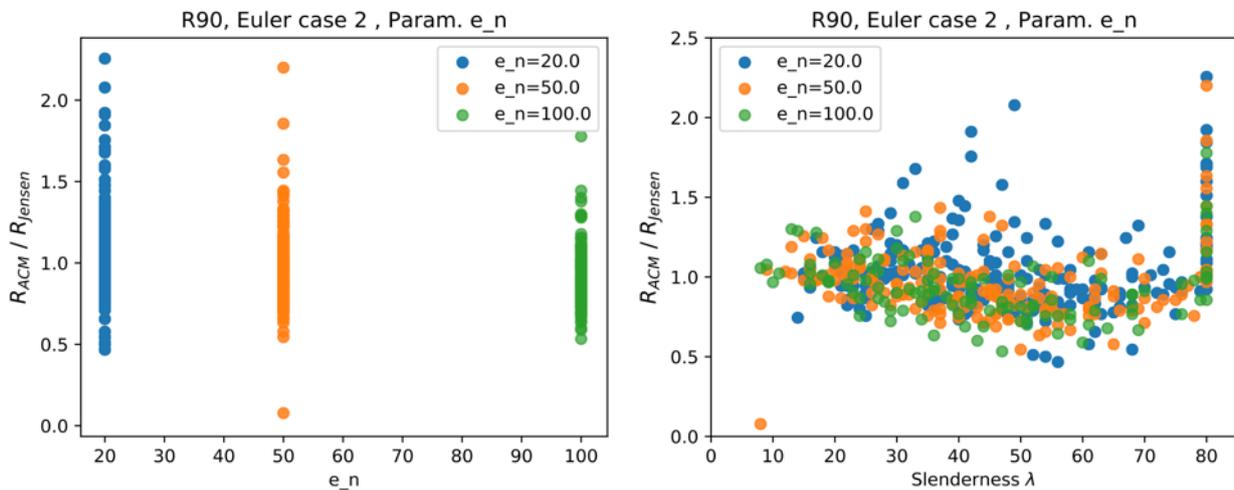


Abbildung 26: Detaillierte Untersuchung der Exzentrizität e_n nach Th. I. O. für Stützen im Eulerfall 2 in der Feuerwiderstandsklasse R 90

Der Einfluss des Achsabstandes a zwischen 25 und 85 mm hat keine Bedeutung für die Verbesserung der Bemessung der Stütztragfähigkeit nach den Jensen-Tabellen. Die Ergebnisse streuen stark.

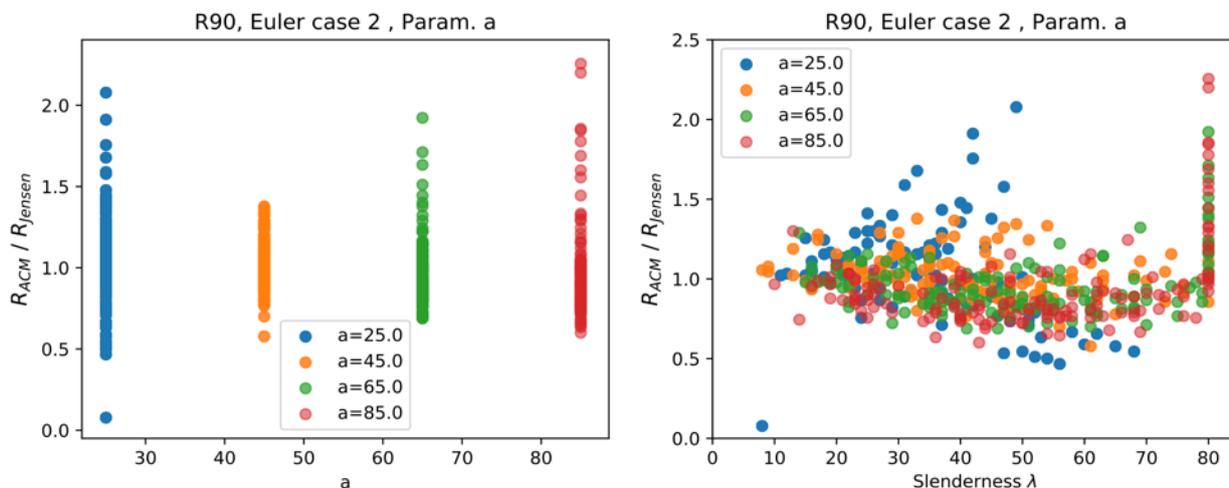


Abbildung 27: Detaillierte Untersuchung des Achsabstandes a für Stützen im Eulerfall 2 in der Feuerwiderstandsklasse R 90

Die Untersuchung des Parametereinflusses ergibt keine eindeutige Tendenz. Grundsätzlich ist immer festzustellen, dass für höhere Schlankheiten Ergebnisse tendenziell stärker auf der unsicheren Seite erzielt werden. Die Auswertungen zu den Eulerfälle 1 und 3 zeigen ähnliche Resultate und sind im Anhang enthalten.

5.3 Vergleich mit den Ergebnissen der LGA-Berichts

Abschließend werden die Berechnungsergebnisse noch mit den Ergebnissen des LGA-Berichtes [4] zur Plausibilisierung verglichen werden. Hierzu werden die eigenen Ergebnisse für den Eulerfall 2 für alle Jensen-Tabellen R30 bis R240 verwendet.

Anzumerken ist, dass den Berechnungsgrundlagen zur Lösung der Stabgleichungen unterschiedliche Ansätze zugrunde liegen. Für die Ergebnisse des LGA-Berichts [4] wird vereinfacht die Näherungslösung mit Integrationsfaktor c gewählt, wohingegen STABA-F, wie in Abschnitt 4.3.4 beschrieben, auf dem numerischen Lösen von Differentialgleichungen beruht. Trotz dieser Unterschiede ergeben sich sehr ähnliche Ergebnisse (siehe Abbildung 28). Der Vergleich der Mittelwerte führt auf ein ähnliches Ergebnisse, wobei im LGA-Bericht geringfügig höhere Feuerwiderstandsdauern ermittelt wurden.

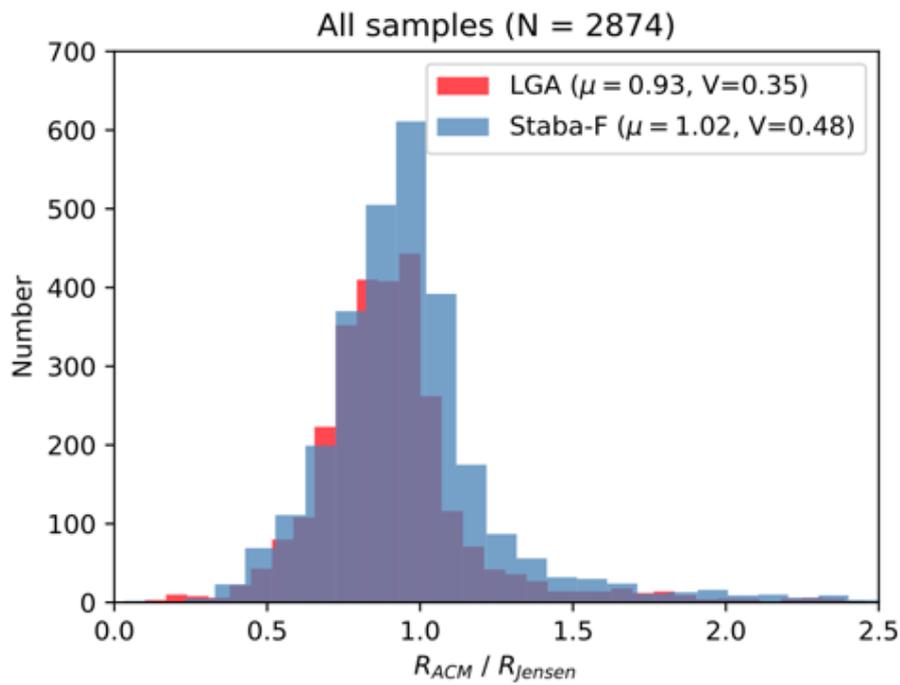
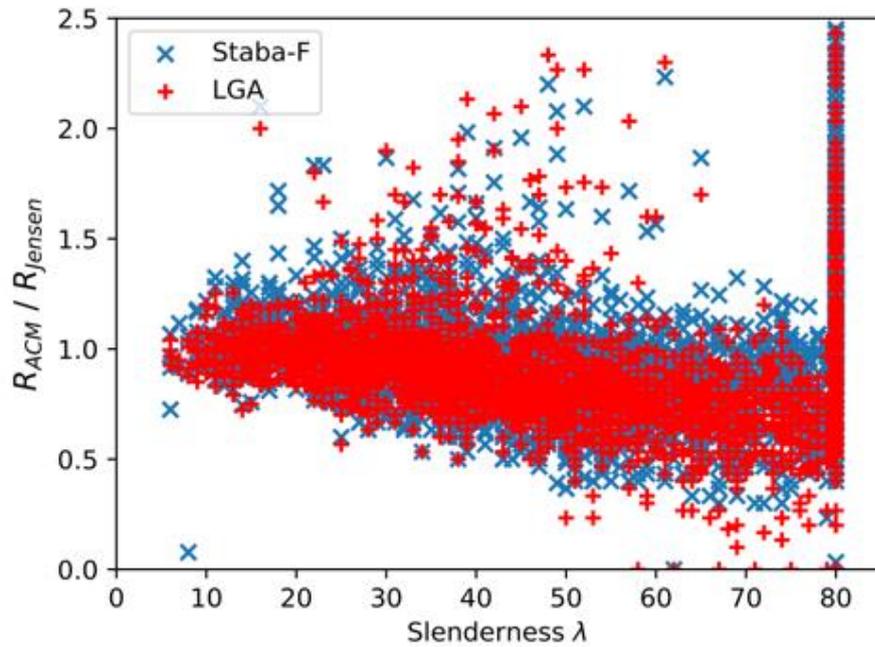


Abbildung 28: Darstellung der Ergebnisse aus dem LGA-Bericht und FE-Berechnungen mittels STABA-F für die Feuerwiderstandsklasse R30 bis R240.

6 Zusammenfassende Bewertung

Im vorliegenden Forschungsbericht wurde das Jensen-Verfahren für die Brandschutzbemessung von Stützen [2] systematisch untersucht und hinsichtlich des vorgesehenen Anwendungsbereiches bewertet.

In Kapitel 3 wird das von Jensen als Grundlage zur Erzeugung seiner Tabellen entwickelte vereinfachte Verfahren anhand der wesentlichen Berechnungsschritte erläutert. Die Genauigkeit der Temperaturermittlung entspricht etwa dem manuellen Ablesen der Isothermenbilder aus Anhang A, [EC2-1-2]. Die Querschnittsreduktion nach Jensen wird, verglichen mit den Regelungen des [EC2-1-2], für die hier zu betrachtenden Stützen die Tiefe der geschädigten Zone etwas unterschätzt. Für den reduzierten Stahlbetonquerschnitt und der mittleren Bewehrungs- und Betontemperatur wird die M-N-Interaktionskurve durch Variation der Betonstauchung auf der Druckseite ε_0 bzw. der Stahldehnung auf der Zugseite ε_{st} berechnet. Die thermischen Dehnungen werden nicht nach den Regelungen des [EC2-1-2] berechnet. Stattdessen werden sie vereinfacht und unabhängig von der Temperatur mit $1,1 \cdot 10^{-5}$ für den Beton angesetzt. Im Vergleich zu den Regelungen des [EC2-1-2] führt dieser Ansatz ab Temperaturen von 350 °C zu einer Unterschätzung der thermischen Dehnungen, besonders für Beton mit quarzhaltiger Gesteinskörnung. Jensen nimmt an, dass beim Beton die thermische Dehnung durch die transiente Dehnung kompensiert wird.

Mit den in Kapitel 4 dokumentierten Vergleichsrechnungen konnte gezeigt werden, dass bei der Bemessung von Stützen im Brandfall nach den Tabellen von Jensen ein mögliches Stabilitätsversagen der Bauteile nur vereinfacht berücksichtigt wird. Vor allem bei schlanken Stützen führt der reduzierte Ansatz zur Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung zu einer Überschätzung der Stützentragfähigkeit. In der Folge kann das nach dem Allgemeinen Rechenverfahren berechnete N_{Rd} ggf. unter dem aus den Tabellen ermittelten $N_{ed,fi}$ liegen.

Jedoch ist im Ergebnis festzuhalten, dass die für eine maximale Schlankheit von 55 begrenzten Jensen-Tabellen für Stützen Werte auf der sicheren Seite liefern und für Stützen, die im Brandfall nach Eulerfall 3 und 4 gelagert sind, z. T. erhebliche Sicherheitsreserven aufweisen und somit auch zu einer unwirtschaftlichen Bemessung führen können. Für die Eulerfälle 1 und 2 werden im Mittel ebenfalls Werte auf der sicheren Seite geliefert, ca. 50% der Werte liegen auf der unsicheren Seite. Dies ist in etwa vergleichbar dem Sicherheitsniveau des Stützenbemessungsverfahrens der Methode A Gl. 5.7 in EC 2-1-2, welches an Brandversuchen kalibriert wurde.

Grundsätzlich wird bei Anwendung der Jensen-Tabellen für die Brandschutzbemessung von Stützen das bisherige Sicherheitsniveau in Deutschland eingehalten. Es wird empfohlen die Anwendung auf eine maximale Schlankheit im Brandfall von 55 zu begrenzen. Weiterhin wird empfohlen die Methode A in der Novellierung des Eurocodes 2-1-2 beizubehalten und nicht vollständig durch die Jensen-Tabellen zu ersetzen.

Braunschweig, den 19. Dezember 2017

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Johannes Zehfuß', with a long horizontal stroke extending to the right.

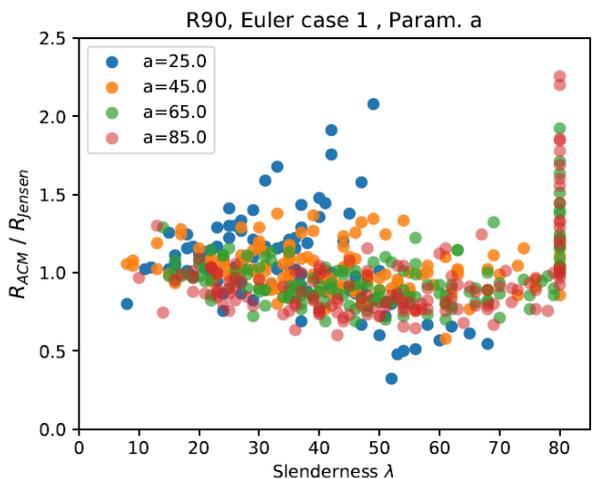
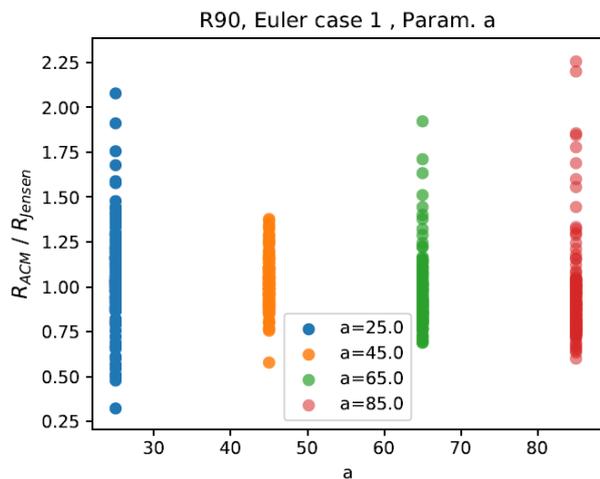
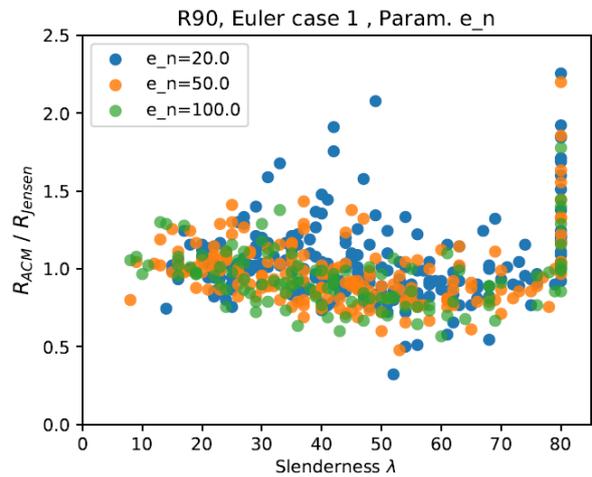
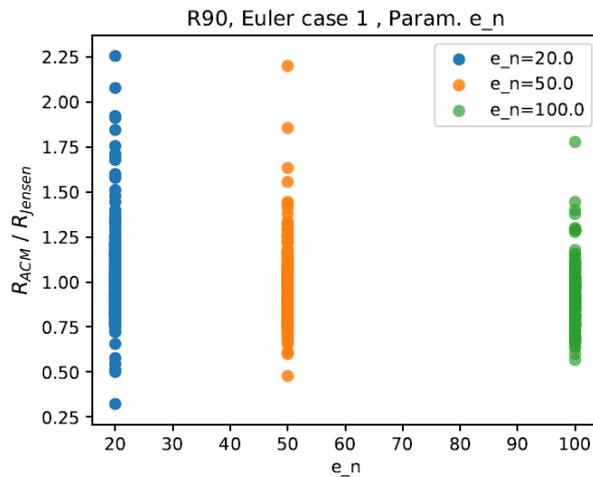
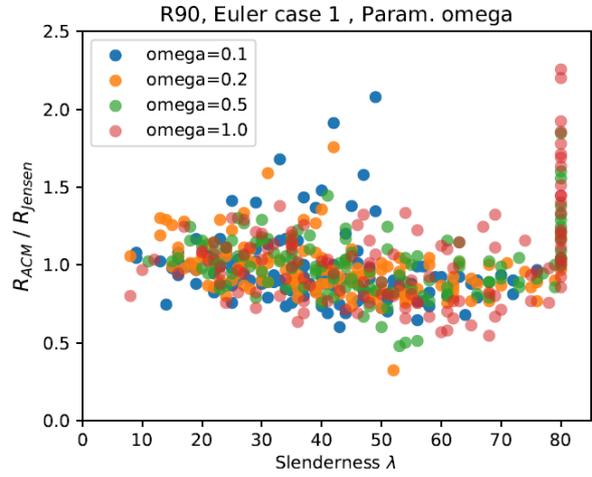
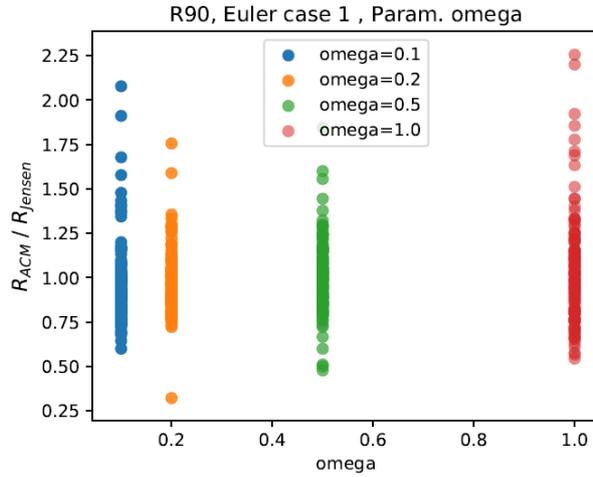
Univ.-Prof. Dr.-Ing. J. Zehfuß

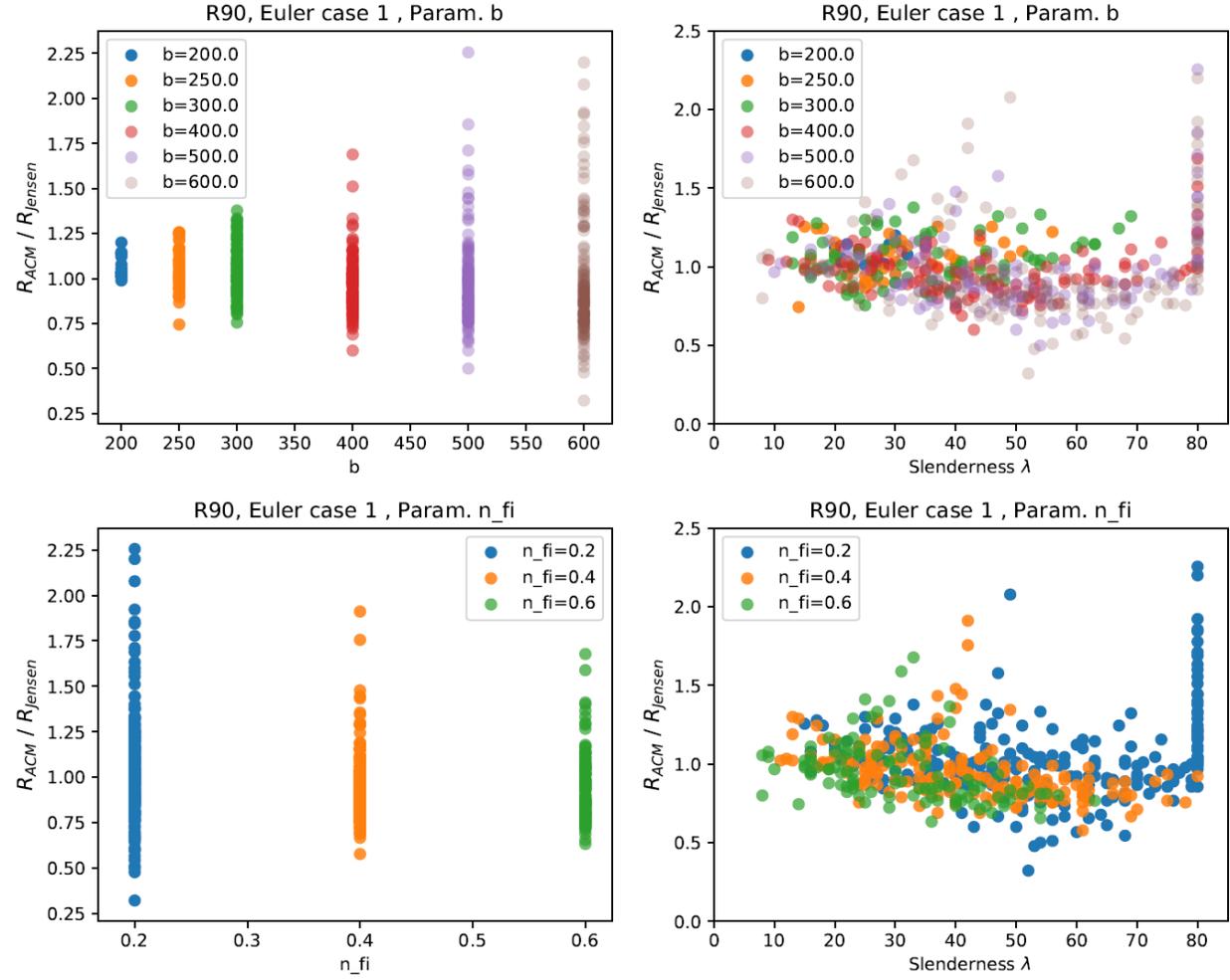
A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'D. Felix', with a large, stylized initial 'D'.

Dipl.-Ing. D. Felix

7 Anhang

7.1 Untersuchungen des Parametereinflusses (Eulerfall 1)





7.2 Untersuchungen des Parametereinflusses (Eulerfall 3)

