



Josef Hegger, Marcus Ricker, Viviane Adam,
Tânia Feiri, Konstantin Nille-Hauf

**Überprüfung der Zuverlässigkeit
der für die nächste Generation
von EN 1992-1-1 vorgesehenen
neuen Bemessungsansätze
gegen Durchstanzen ohne
Durchstanzbewehrung und Querkraft
ohne Querkraftbewehrung**

Josef Hegger, Marcus Ricker, Viviane Adam,
Tânia Feiri, Konstantin Nille-Hauf

T 3393

**Überprüfung der Zuverlässigkeit
der für die nächste Generation von
EN 1992-1-1 vorgesehenen neuen
Bemessungsansätze gegen Durchstanzen
ohne Durchstanzbewehrung und Querkraft
ohne Querkraftbewehrung**

T 3393

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2022

ISBN 978-3-7388-0731-8

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB | Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de

Abschlussbericht

des Instituts für Massivbau (IMB) der RWTH Aachen
und
des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau (IKI) der Hochschule Biberach (HBC)

zur Vorlage für die Begutachtung durch die Betreuungsgruppe

Gegenstand: „Überprüfung der Zuverlässigkeit der für die nächste Generation von
EN 1992-1-1 vorgesehenen neuen Bemessungsansätze gegen Durchstan-
zen ohne Durchstanzbewehrung und Querkraft ohne Querkraftbewehrung“

Auftraggeber: Deutsches Institut für Bautechnik, DIBt
Geschäftszeichen: P 52-5-7.322.1-2032/18

10829 Berlin
Kolonnenstraße 30 L
P 52-5-7.322-2024/18

erstattet von: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Josef Hegger
Prof. Dr.-Ing. Marcus Ricker, M.Sc.
Dr.-Ing. Viviane Adam
Tânia Feiri, PDEng, M.Sc.
Konstantin Nille-Hauf, B.Eng.

Datum: Aachen und Biberach, den 13.10.2021

Projekt-Nr. IMB: F-2017-034

Projekt-Nr. IKI: P-18001

Dieser Bericht umfasst 98 Seiten Text inkl. Deckblatt und Verzeichnisse.

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1 Einleitung	1
2 Veranlassung und Zielsetzung	2
2.1 Hintergründe	2
2.2 Vorgehensweise	3
3 Regelwerke und Normung	5
3.1 Allgemeines	5
3.2 Beschreibung des Tragverhaltens und Entwicklung der Bemessung	5
3.2.1 Durchstanzen	5
3.2.2 Querkraft	8
3.3 Bemessungsansätze gegen Durchstanzen	10
3.3.1 Allgemeines	10
3.3.2 EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA	11
3.3.3 prEN 1992-1-1:D7	13
3.4 Bemessungsansätze für Querkraft	18
3.4.1 Allgemeines	18
3.4.2 EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA	18
3.4.3 prEN 1992-1-1:D7	19
4 Zuverlässigkeitstheorie	23
4.1 Allgemeines	23
4.2 Entwicklung der Zuverlässigkeitstheorie im Bauwesen	23
4.3 Sicherheitskonzept der Bemessung	25
4.3.1 Allgemeines	25
4.3.2 Sicherheitsindex β	26
4.3.3 Modellunsicherheit θ	31
4.4 Berechnungsverfahren	32
4.4.1 Allgemeines	32
4.4.2 Methoden mit Linearisierung der Grenzzustandsfunktion auf Basis des Mittelwerts	33
4.4.3 Methoden mit Linearisierung der Grenzzustandsfunktion im Bemessungspunkt	34
4.4.4 Monte-Carlo Methode	34

5 Durchgeführte Berechnungen	36
5.1 Allgemeines	36
5.2 Grenzzustandsfunktion	36
5.2.1 Grundlagen	36
5.2.2 Durchstanzen	36
5.2.3 Querkraft	40
5.3 Basisvariablen	42
5.3.1 Einflussparameter der Bemessungsgleichungen	42
5.3.2 Modellunsicherheiten	43
5.4 Sensitivitätsanalysen	63
5.5 Parameterstudien	70
5.5.1 Durchstanzen	70
5.5.2 Querkraft	76
5.5.3 Optimierung	82
5.6 Zusammenfassung und Ergebnisse	84
6 Literaturverzeichnis	87

1 Einleitung

Derzeit erfolgen vorbereitende Arbeiten zur Fortschreibung des Eurocode 2 (EC2) auf europäischer Ebene. Nach aktuellem Planungsstand findet zwischen 09–12/2021 der Abstimmungsprozess (Inquiry) über den Entwurf (final draft) von Teil 1-1 statt. In der ersten Jahreshälfte 2022 erfolgt durch die Working Group und die untergeordneten Task Groups die weitere fachliche Bearbeitung der durch die nationalen Spiegelausschüsse eingereichten Kommentare. Hinsichtlich der Bemessung gegen Durchstanzen ohne Durchstanzbewehrung und Querkraft ohne Querkraftbewehrung wurden von der aktuellen Norm abweichende Modelle vorgeschlagen, deren Herleitung auf Basis der *Critical Shear Crack Theory* (CSCT) erfolgte. Bei der Entwicklung der bisherigen Ansätze (z. B. für [DIN08] und [EC2/NAD]) wurde in Deutschland der empirische Beiwert anhand von Versuchsergebnissen abgeleitet. Dabei wurde ein Zielwert des 5 %-Quantilwerts für das Verhältnis aus Versuchsbruchlast und rechnerischer Last bei Durchstanz- bzw. Querkraftversagen von 1,0 zugrunde gelegt. Im Zuge des vorliegenden Projekts sollen die Versagenswahrscheinlichkeiten für die vorgeschlagenen Bemessungsmodelle mit probabilistischen Berechnungsverfahren ermittelt werden. Ziel ist es, die Bemessungsgleichungen so zu kalibrieren, dass ein ausreichendes Sicherheitsniveau erreicht wird.

Im nachfolgenden Kapitel 2 erfolgt eine detailliertere Beschreibung der Veranlassung der Arbeiten, während Kapitel 3 die Hintergründe und Bemessungsformeln nach aktuellem und zukünftigem EC2 zusammenfasst. Anschließend werden in Kapitel 4 die Hintergründe zur Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie im Bauwesen erläutert. Weiterhin erfolgt eine Beschreibung der Festschreibungen in EN 1990 (EC0) sowie eine Zusammenfassung verschiedener Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeiten.

Die Berechnungsgrundlagen der im Zuge des Projekts durchzuführenden Kalibrierungsarbeiten werden in Kapitel 5 beschrieben und es erfolgt die Vorstellung der ersten Ergebnisse. Dazu wird zunächst die Widerstandsseite betrachtet, mit dem Ziel, die Bemessungsgleichungen nach aktueller Norm und nach dem derzeitigen Stand des Entwurfs des neuen EC2 gegenüberzustellen, die verschiedenen probabilistischen Verfahren miteinander zu vergleichen sowie die Einflüsse der wesentlichen in die Bemessung einfließenden Parameter darzustellen.

2 Veranlassung und Zielsetzung

2.1 Hintergründe

Die Standsicherheit eines Bauwerks wird im Grunde vorausgesetzt. Dieses Selbstverständnis hat seinen Ursprung im seltenen Auftreten von Schadensfällen im Bauwesen im Vergleich zu anderen technischen Produkten. Folglich wird das Sicherheitskonzept, das teilweise auf Erfahrungen beruht, selten hinterfragt und das Sicherheitsniveau als ausreichend hoch akzeptiert. Bei der Entwicklung von neuen Bemessungsansätzen werden oftmals die vorhandenen Teilsicherheitsbeiwerte ohne weitere Anpassungen übernommen. Das kann dazu führen, dass das neue Sicherheitsniveau weitgehend unbestimmt ist und auch nicht zwangsweise die vorgegebenen Zuverlässigkeitsziele von DIN EN 1990 [EC0] erreicht. Dieses Vorgehen steht im Widerspruch zu den bereits in den 70er Jahren getroffenen Überlegungen, die der Einführung des Teilsicherheitskonzeptes zugrunde lagen. Hiernach sollen durch entsprechende probabilistische Berechnungen die Teilsicherheitsbeiwerte so kalibriert werden, dass die in dem jeweiligen Land als notwendig angesehene Versagenswahrscheinlichkeit erreicht wird (z. B. [CEB112; CIB115]). Die dazu notwendigen Rechenverfahren wurden im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 96 "Zuverlässigkeit von Bauwerken" zwischen 1974 und 1984 erarbeitet und stehen somit prinzipiell zur Verfügung.

Die aktuellen Änderungen der Bemessungsansätze gegen Durchstanzen ohne Durchstanzbewehrung und Querkraft ohne Querkraftbewehrung erfordern eine Überprüfung des Sicherheitsniveaus. Bei der Entwicklung der bisherigen Ansätze (z. B. für [DIN08] und [EC2/NAD]) wurde in Deutschland der empirische Vorfaktor an Versuchen so kalibriert, dass sich für das Verhältnis aus theoretischer Bruchlast und Versuchsbruchlast ein 5%-Quantil-Wert von 1,0 ergab. Auf diese Weise berücksichtigen die Bemessungsgleichungen für die charakteristischen Querkraft- bzw. Durchstanzwiderstände bereits einen Teil der Modellunsicherheit. Es ist jedoch zu beachten, dass bei den Versuchsnachrechnungen die mittlere Betondruckfestigkeiten früher um 8 N/mm², z. B. [Beu03], heute um 4 N/mm², z. B. [Heg08a; Heg08b; Heg99a; DAfStb597] abgemindert wurde, um einen Wert auf dem Niveau der charakteristischen Betondruckfestigkeit zu erhalten. Durch eine anschließende Division mit dem Teilsicherheitsbeiwert für Beton von $\gamma_c = 1,5$ ergibt sich der jeweilige Bemessungswert. Durch dieses Vorgehen soll die restliche Modellunsicherheit sowie die Streuung aller anderen Einflussparameter, wie z.B. der statischen Nutzhöhe d oder des Längsbewehrungsgrades ρ_l , abgedeckt werden. Es wird davon ausgegangen, dass der Teilsicherheitsbeiwert ausreichend groß ist, um die in DIN EN 1990 [EC0; EC0/NA; EC0/NA(D)/A1] vorgegebenen Zuverlässigkeitsziele zu erfüllen. Dabei ist zu beachten, dass sich für jede Bauteilgeometrie und -festigkeit eine individuelle Versagenswahrscheinlichkeit ergibt und sich die Gültigkeit eines Teilsicherheitsbeiwertes in seinem Anwendungsbereich nur durch eine umfangreiche Parameterstudie bestätigen lässt.

Bei der Herleitung der neuen Bemessungsansätze für die neue Generation von EN 1992-1-1 wurden die Gleichungen dagegen so angepasst, dass sich bei einem Vergleich mit Versuchen ein Mittelwert von 1,0 ergibt [Mut17]. Dabei wurde die im Versuch gemessene, nicht abgeminderte mittlere Betondruckfestigkeit berücksichtigt. Diese Auswertung auf Mittelwertniveau ist z.T. deutlich progressiver als das bisher in Deutschland übliche Vorgehen (die Auswertung in Deutschland basiert auf dem charakteristischen Niveau unter Berücksichtigung einer abgeminderten Betondruckfestigkeit). Um anschließend die Bemessungswiderstände zu erhalten, wird der Tragwiderstand durch den Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_c = 1,5$ geteilt. Er deckt somit die gesamte Modellunsicherheit und die Streuung der anderen Einflussparameter ab. Es wird

ebenfalls unterstellt, dass die gewählten Teilsicherheitsbeiwerte ausreichen, um das nach EN 1990 geforderte Sicherheitsniveau zu erreichen. Genau wie der deutsche Ansatz, muss dieses Vorgehen kritisch betrachtet werden, zumal es progressiver als das bisher in Deutschland übliche Vorgehen erscheint.

Generell ist sicherzustellen, dass die Bemessungsansätze die vorgegebenen Zuverlässigkeitsziele erreichen. Dies geschieht durch eine geeignete Wahl der Teilsicherheitsbeiwerte. Da bei den bisher in Deutschland verwendeten Modellen der Bemessungswert aus einem charakteristischen Wert berechnet wurde, ist durch letzteren bereits die Modellunsicherheit (teilweise) abdeckt. Bei der Herleitung der neuen Bemessungsansätze für die nächste Generation von EC2 wird der Vergleich mit Versuchen auf Mittelwertniveau durchgeführt. Somit ist die Modellunsicherheit vollständig vom Teilsicherheitsbeiwert abzudecken, sodass im Vergleich zu den deutschen Normen bei Einhaltung des gleichen Sicherheitsniveaus für die Teilsicherheitsbeiwerte unterschiedliche Werte zu erwarten sind. Da dies nicht der Fall ist, ist zu vermuten, dass die Bemessungsansätze unterschiedliche Sicherheitsniveaus besitzen. Dies ist durch probabilistische Berechnungen zu überprüfen.

2.2 Vorgehensweise

Ein Bauwerk ist so zu planen und herzustellen, dass es den Beanspruchungen in einem festgelegten Zeitraum mit vorgegebener Wahrscheinlichkeit widersteht. In dieser Zeitspanne ist das Gebäude bei wirtschaftlichen Bau- und Wartungskosten uneingeschränkt tragsicher. Ob diese Anforderungen von den neuen Bemessungsansätzen gegen Durchstanzen und Querkraft in der nächsten Generation von EN 1992-1-1 erfüllt werden, soll durch probabilistische Berechnungen überprüft werden.

Mit probabilistischen Rechenverfahren auf Level II und Level III werden zuerst die Versagenswahrscheinlichkeiten für die aktuellen und anschließend für die neuen Bemessungsansätze ermittelt. Mit umfangreichen Parameterrechnungen wird überprüft, ob die Teilsicherheitsbeiwerte im praktischen Anwendungsbereich gültig sind. Weiterhin ist zu validieren, ob es wirtschaftlich ist, für die Durchstanz- und Querkraftbemessung den gleichen Teilsicherheitsbeiwert zu verwenden. Falls die Zuverlässigkeitsziele gemäß [EC0; EC0/NA; EC0/NA(D)/A1] nicht erreicht oder deutlich überschritten werden – was eine unwirtschaftliche Bemessung zur Folge hätte –, werden für die nächste Generation von EN 1992-1-1 geänderte Teilsicherheitsbeiwerte vorgeschlagen bzw. die hier behandelten Bemessungsgleichungen so angepasst, dass deren Anwendung die Bemessung eines Bauteils mit ausreichendem Sicherheitsniveau ermöglicht.

In dem vorliegenden Abschlussbericht werden die Ergebnisse der probabilistischen Berechnungen auf Basis der Bemessungsgleichungen gegen Durchstanzen und Querkraft (jeweils ohne Schubbewehrung) nach aktuellem EC2 sowie auf Basis des Zwischenstands der Fortschreibung des prEN 1992-1-1 (Draft 7 vom 16.11.2020). Der Draft 7 soll im Wesentlichen mit dem Final Draft übereinstimmen, der für das CEN-Enquiry genutzt wird. Ziel war es zunächst, verschiedene Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeiten anzuwenden und gegenüberzustellen. Dabei wurden Parameterstudien an Beispielbauteilen durchgeführt, welche die Auswirkungen der wesentlichen Einflussgrößen auf die Bemessung darstellen, wobei zunächst lediglich eine Betrachtung der Widerstandsseite erfolgte. Die probabilistischen Verfahren wurden mit dem Computeralgrebrasystem Maple des Softwareentwicklers Maplesoft in der Version 2019 [Maple19] programmiert.

Im nächsten Schritt erfolgt der Einbezug der Einwirkungsseite sowie die Kalibrierung der Bemessungsgleichungen auf Basis der weiterentwickelten Bemessungsgleichungen für die Fortschreibung des EC2.

3 Regelwerke und Normung

3.1 Allgemeines

Zum 1. Juli 2012 wurden die individuellen nationalen Normenwerke für Stahlbeton- und Spannbetonbauteile in Europa durch den Eurocode 2 (EC2) ersetzt. Die Nachweise gegen Durchstanzen und Querkraft werden im Teil 1-1 des Regelwerks [EC2] *Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau* beschrieben. EC2 bildet die Basis für die Bemessung von Stahl- und Spannbetonbauteilen. Um den verschiedenen Wünschen und Anforderungen der teilnehmenden Eurocode-Länder gerecht zu werden, sehen die Normen Anpassungsmöglichkeiten vor. Eurocodes können durch Nationale Anwendungsdokumente, den sogenannten *Nationalen Anhängen* (NA), individuell ergänzt oder modifiziert werden. Es wird zwischen zwei verschiedenen Änderungsmöglichkeiten unterschieden: Zum einen enthalten die Eurocodes Anpassungsfaktoren (*nationally determined parameters* NDP), die nach Bedarf vom vorgeschlagenen Wert abweichen dürfen. Zum anderen werden Anpassungsmöglichkeiten in Form von ergänzenden, nicht widersprechenden Angaben ermöglicht (*non-contradictory complementary information*, NCI). In Deutschland wurde die bis dahin geltende DIN 1045-1 [DIN08] durch den EC2 abgelöst. Weder der Durchstanz- noch der Querkraftnachweis nach EC2 unterscheiden sich signifikant von den Vorgaben der nationalen Vorgängernorm.

Der EC2 basiert im Wesentlichen auf Model Code 1990 [MC90]. Bei den Model Codes handelt es sich um Mustervorschriften des *Europäischen Betonausschusses* (Comité Euro-International du Béton, CEB) und der *Internationalen Vereinigung für Vorspannung* (Fédération internationale de la précontrainte, FIP). Die erste Veröffentlichung erfolgte 1978 [MC78]. Der Model Code beinhaltet eine Sammlung aktueller Forschungsergebnisse aus dem Massivbau, die normativ aufbereitet wurden und ist keine gültige Norm, sondern dient allein der Vorstellung aktueller Bemessungsansätze. Diese werden durch ihre gesammelte Veröffentlichung der Fachöffentlichkeit zur Prüfung und Weiterentwicklung zur Verfügung gestellt [MC90]. Die aktuelle Fassung *fib Model Code 2010* (MC10) [MC10] ist in Teilen wegweisend für die dritte Generation der Eurocodes, die sich aktuell in Vorbereitung befindet. Die Vorschläge für die Durchstanz- und Querkraftbemessung ohne Durchstanz- bzw. Querkraftbemessung gehen auf die *Critical Shear Crack Theory* (CSCT) zurück. Diese basiert auf der Annahme, dass die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung und die Durchstanztragfähigkeit von Platten ohne Durchstanzbewehrung maßgeblich durch die Ausbildung eines kritischen Risses bestimmt wird, der den direkten Lastabtrag über eine direkte Druckstrebe stört und so ein Querkraftversagen auslöst. Der wesentliche Tragmechanismus wird dabei auf die Rissreibung/ -verzahnung zurückgeführt. Detaillierte Informationen können z. B. [Mut08a; Fer09; Mut16; Mut18a; Sim18; Mut19; Cav20; Fer15] entnommen werden.

3.2 Beschreibung des Tragverhaltens und Entwicklung der Bemessung

3.2.1 Durchstanzen

Erfahren Platten – Flachdecken, Bodenplatten oder Einzelfundamente – eine durch Stützen eingeleitete punktförmige Belastung, entstehen in der direkten Umgebung des Stützenanschnitts gleichzeitig hohe Querkraft- und Momentenbeanspruchungen. Wird die Tragfähigkeit der Platte überschritten, besteht die Gefahr des Durchstanzens. Dabei handelt es sich meist um das maßgebende Bemessungskriterium. Dem Durchstanzversagen geht ein typisches Rissbild voraus, wie in Abbildung 1 dargestellt.

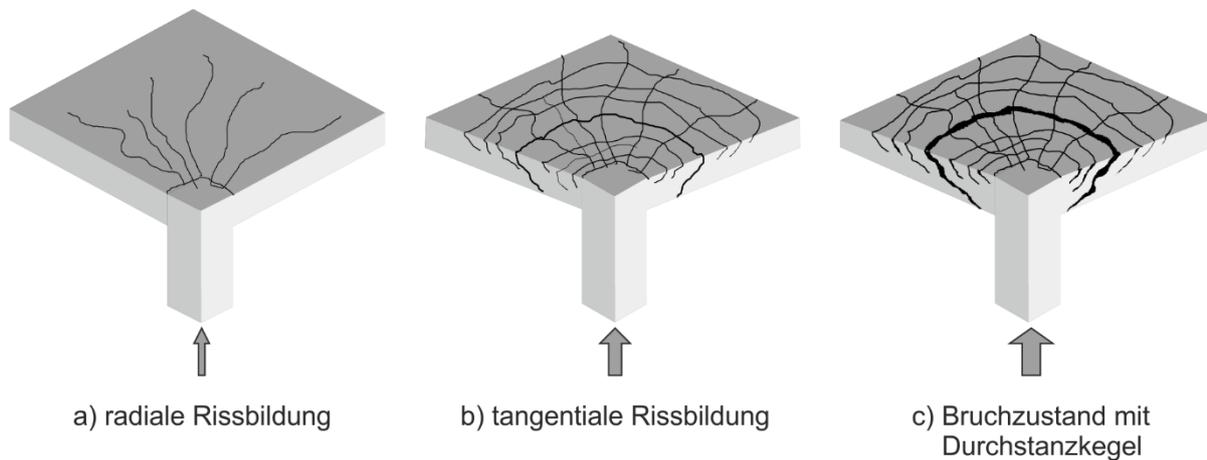


Abbildung 1: Rissbildung beim Durchstanzprozess

Zunächst entstehen auf der Biegezugseite radiale Biegerisse, die sich von der Stütze ausgehend sternförmig ausbreiten. Bei weiterer Laststeigerung bilden sich von der Stütze ausgehende tangential verlaufende Risse, die sich bei weiterer Laststeigerung als Schubrisse im Bauteilinnern in Richtung Stützenanschnitt fortsetzen. Die aus der wachsenden Biegebeanspruchung resultierende steigende Plattenrotation führt zur Einschnürung der Betondruckzone am Stützenanschnitt sowie zur Aufweitung und zum Wachstum der Schubrisse. Aus einem maßgebenden Schubriss entwickelt sich ein die Stütze umlaufender Kegelstumpf, der sogenannte Durchstanzkegel, der aus der Platte gedrückt wird. Die Stütze stanz sich also durch die Platte. Dieser Vorgang ist spröde, tritt schlagartig ein und führt zum Systemversagen (z.B. [And82; Hei12; Heg99b; Voc02; Mar77]).

Durchstanzen tritt typischerweise in zwei Bauteilgruppen auf: Flachdecken und Stützenfundamente. In der Regel erfolgt die Ableitung von Stützenkräften in den Baugrund über Einzelfundamente. Diese weisen durch die Bauteilränder begrenzte Abmessungen auf und unterscheiden sich damit insofern von Flachdecken, als dass sie oft eine geringere Schlankheit besitzen. Außerdem liegen Fundamente auf dem Baugrund auf. Die auftretenden Bodenpressungen sind dabei in der Regel deutlich größer als die einwirkenden Gleichlasten bei Flachdecken. Die einwirkende Bodenpressung an der Fundamentunterseite wirkt der Belastung aus dem Tragwerk entgegen und wirkt entlastend (z. B. [Hal98; Kor94a; Ric09; Ric12]).

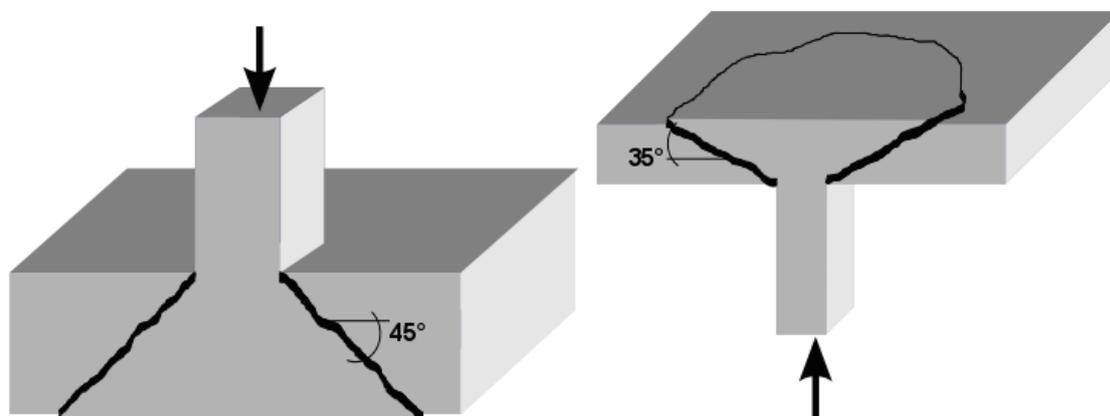


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Kegelbildung beim Durchstanzversagen von gedungenen Einzelfundamenten (links) und Flachdecken (rechts) ohne Durchstanzbewehrung

Beim Durchstanzversagen ist zwischen Platten mit und ohne Durchstanzbewehrung zu unterscheiden. Im unbewehrten Fall tritt ein sprödes Versagen meist ohne Vorankündigung auf. Der Durchstanzkegel bei Flachdecken hat in der Regel eine Neigung von circa $30\text{--}35^\circ$, während derjenige von gedrungenen Einzelfundamenten in einem Winkel von circa $45\text{--}50^\circ$ steiler geneigt ist (vgl. Abbildung 2) [Heg99b]. Mit steigender Fundamentalschlankheit wird die Rissneigung flacher und es erfolgt eine sukzessive Angleichung an die Kegelneigung bei Flachdecken an, z. B. [Ric09].

Ende der 50er Jahre des letzten Jahrhunderts begann eine regelrechte Welle der Durchstanzforschung [Kor84]. An dieser Stelle sollen einige wichtige Veröffentlichungen genannt werden, die entscheidende Schritte in der Erforschung des Durchstanzens darstellen. Eine der wichtigsten Arbeiten stammt von KINNUNEN und NYLANDER, die 1960 ein erstes theoretisches Modell zur Beschreibung des Durchstanztragverhaltens schubbeanspruchter Platten veröffentlichten [Kin60], welches auf einem Kräftegleichgewicht an durch die Rissbildung während des Durchstanzprozesses entstehenden Plattensektoren basiert. Grundlage für ihre Erkenntnisse waren umfangreiche Versuchsreihen an Flachdeckenausschnitten. Ende der 90er Jahre wurden diese Theorien von HALLGREN ET AL. [Hal98] auf das Durchstanzverhalten von gedrungenen Einzelfundamenten übertragen. Sie erkannten, dass die Plattenschlankheit einen wichtigen Einfluss auf die Durchstanztragfähigkeit ausübt, da gedrungene Fundamente in den Versuchen höhere Tragfähigkeiten aufwiesen als schlanke Platten. MUTTONI erweiterte das Modell um eine Formulierung für die Plattenrotation als weiteren Einflussparameter [Mut08b].

Zu Beginn der 80er Jahre entwickelte ANDRÄ ein auf Untersuchungen mit der Methode der Finiten Elemente basierendes mechanisches Modell zur Darstellung des Durchstanztragverhaltens von Flachdecken [And82]: Über Druckstreben eines räumlichen Fachwerks werden die Kräfte aus der Platte in die Stütze eingeleitet. ANDRÄ nimmt die direkte Übertragbarkeit der Theorie auf Einzelfundamente an. Das Tragverhalten von Einzelfundamenten unterscheidet sich jedoch von demjenigen von Flachdecken. So konnte von RICKER festgestellt werden, dass gedrungene Fundamente höhere Tragfähigkeiten aufweisen als vergleichbare schlanke Fundamente [Ric09]. Der Einfluss einer Durchstanzbewehrung im Sinne einer Erhöhung des Bauteilwiderstands nimmt jedoch mit Reduktion der Schubschlankheit ab (z.B. [Heg10a; Ric12; Ric09]). In Eurocode 2 wird dieser Effekt bei der Durchstanzbemessung erstmals in einer Bemessungsnorm berücksichtigt [Sib13].

Die Lastabtragung von Einzelfundamenten ist stark mit den Einflüssen aus dem darunterliegenden Baugrund verknüpft. Bei der Bemessung gegen Durchstanzungen wird eine gleichmäßige Spannungsverteilung angesetzt. Je nach Steifigkeit von Baugrund und Bauteil ergeben sich jedoch unterschiedliche Spannungsverteilungen unter dem Fundament. Wie in Abbildung 3 erkennbar ist, bilden sich bei starren Fundamenten auf steifem Boden Spannungsspitzen unterhalb der Bauteilränder aus. Lagert das gleiche Fundament bei unveränderter Belastung auf weichem Boden auf, so ist eine nahezu gleichmäßige, leicht konvexe Spannungsverteilung zu beobachten. Liegt ein biegeweiches Fundament auf steifem Baugrund auf, bildet sich unterhalb der Bauteilmitte ein deutlich ausgeprägtes Spannungsmaximum. Wird bei unveränderter Fundamentsteifigkeit der Boden durch einen weicheren ersetzt, ergeben sich leichte Spannungsanstiege zu den Rändern hin. Der Unterschied ist jedoch so gering, dass man in diesem Fall von einer fast gleichmäßigen Verteilung der Sohlspannungen ausgehen kann [Kor94b; Leo74].

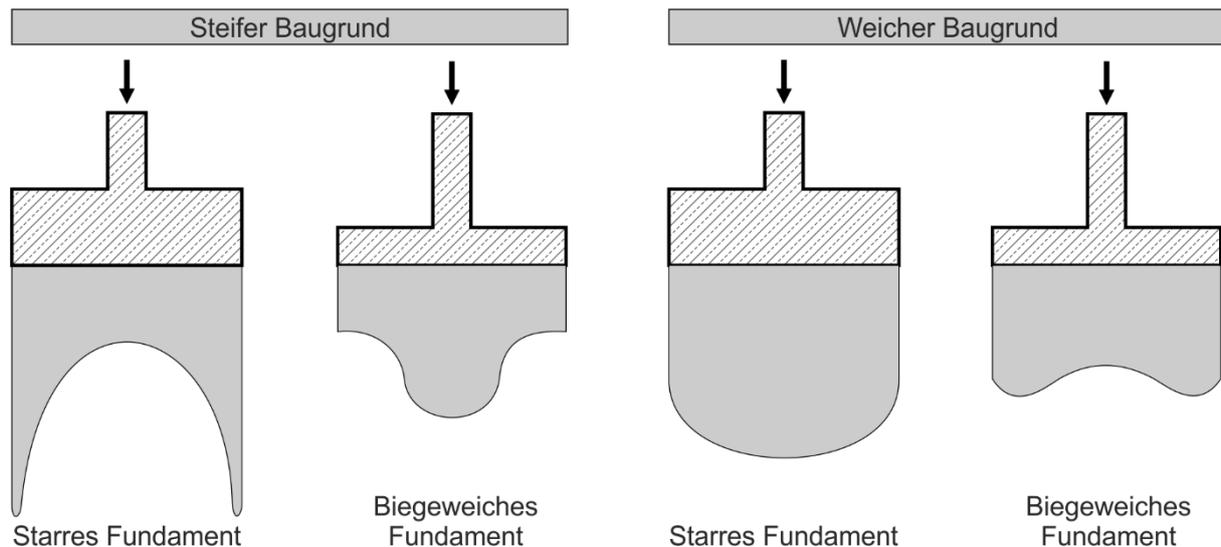


Abbildung 3: Qualitative Verteilungen der Bodenpressungen: Kombinationen von starren und biegeweichen Einzelfundamenten mit steifem oder weichem Boden nach [Leo74]

Eine noch deutlichere Abhängigkeit der Sohlspannungsverteilung ergibt sich durch die Höhe der einwirkenden Belastung. Bereits im 19. Jahrhundert wurden Untersuchungen an orthogonal belasteten, starren rotationssymmetrischen Fundamenten durchgeführt. BOUSSINESQ beschrieb daraufhin die sich bei kleinen Belastungen einstellende konvexe Spannungsverteilung. Wird die Last im Laufe der Zeit erhöht, so plastifiziert der Boden zunächst im Bereich der Spannungsspitzen unterhalb der Bauteilränder. Daraus resultiert eine sukzessive Spannungsumlagerung in Richtung Fundamentmitte bis hin zum Grenzzustand kurz vor dem Erreichen der Grundbruchlast (z.B. [Heg06; Leo74]), der durch PRANDTL-BUISMAN beschrieben wurde.

Untersuchungen an Einzelfundamenten zeigten, dass auf Sand gebettete Einzelfundamente höhere Durchstanzlasten aufwiesen als vergleichbare Versuchskörper, deren Fundamentsohle durch mehrere Pressen gleichförmig belastet wurden. Diese Tragfähigkeitssteigerung resultiert aus einer Konzentration der Sohlspannungen unterhalb der Lasteinleitungsfläche. Somit liegt der in den Normen verwendete Ansatz einer konstanten Spannungsverteilung auf der sicheren Seite (z.B. [Heg06; Ulk08; Heg10a; Ric12]).

3.2.2 Querkraft

Das einachsiale Querkrafttragverhalten von Stahlbetonbauteilen ist ebenfalls seit über 100 Jahren Gegenstand intensiver Forschung (z.B. [Rit99], [Mör08], [Leo62], [Kan64], [Rei91], [Mut03], [Hub18]), ohne dass bis heute einheitliche und allgemein anerkannte Modellvorstellungen gefunden werden konnten. Gemäß EC 2 wird bei der Querkraftbemessung zwischen Bauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung unterschieden [EC2]. Während balkenförmige Bauteile stets eine Mindestquerkraftbewehrung aufweisen, sind Stahlbetonplatten ohne Querkraftbewehrung zulässig. Zudem ist bei Platten in Ortbetonbauweise eine Ausführung ohne Querkraftbewehrung aus baupraktischer Sicht vorzuziehen, um den hohen Aufwand bei deren Einbau zu vermeiden.

Neben dem semi-empirischen Bemessungsansatz nach EC 2 [EC2], [EC2/NAD/A1] existieren mehrere Berechnungsansätze auf Basis physikalischer Modelle, die sich allerdings teilweise erheblich unterscheiden (z.B. [Kan64; Vec88; Rei91; Ade96; Cla05; Mut08a; Mar15; Tun16;

Her17]). In diesen Modellen werden die Querkrafttraganteile, die entlang des kritischen Schubrisses wirken, zum einen unterschiedlich berechnet und zum anderen unterscheiden sich Rissform und Risskinematik. Abbildung 4 zeigt die allgemein anerkannten Anteile der Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung aus ungerissener Druckzone V_{cc} , Rissverzahnung V_R , übertragbaren Zugspannungen in der Risspitze oder Bruchprozesszone V_{BPZ} , Dübeltragwirkung der Biegezugbewehrung $V_{Dü}$ und direkter Druckstrebe V_{cs} .

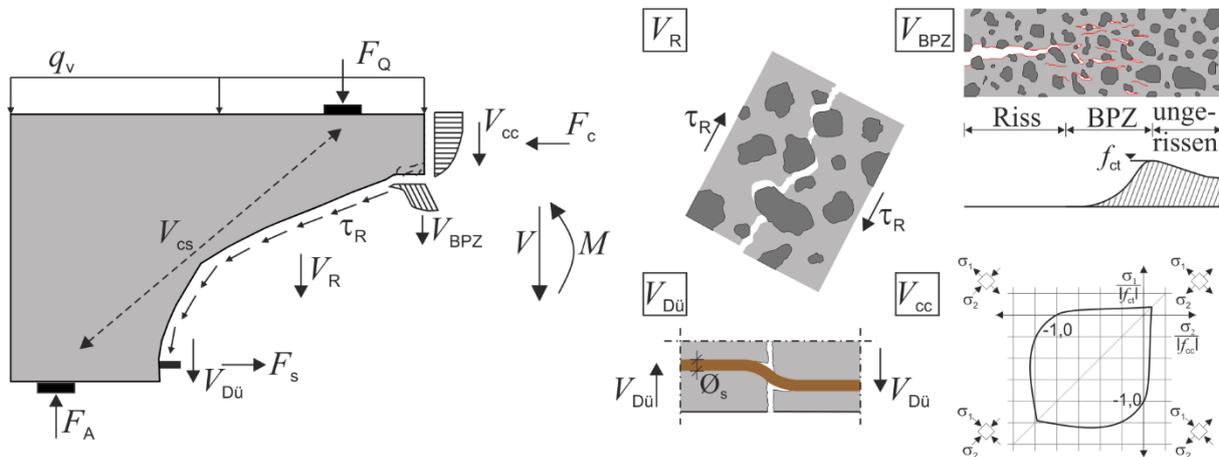


Abbildung 4: Querkrafttraganteile am geeigneten Biegeschubriss und Prinzipdarstellungen

Die in der ungerissenen Druckzone oberhalb des kritischen Schubrisses aufnehmbaren Schubspannungen bilden den Traganteil der Druckzone. Die Höhe der Druckzone und die Rissöffnung werden durch die Dehnung der Längsbewehrung gesteuert. Vor Bildung des kritischen Schubrisses liefert die Druckzone den größten Querkrafttraganteil, der sich bei Aktivierung der übrigen Traganteile nach Schubrissbildung kontinuierlich reduziert, aber auch noch im Bruchzustand einen wesentlichen Traganteil darstellen kann.

Die Form des kritischen Schubrisses und dessen Kinematik (Rissöffnung, Rissgleitung) sind neben den Materialeigenschaften des Betons die maßgebenden Parameter des Traganteils der Rissverzahnung. Bei normalfesten Betonen verlaufen die Risse entlang der Zuschlagskörner, sodass die Rissverzahnung neben der Matrixfestigkeit vor allem vom Größtkorn und der Sieblinie des Zuschlags abhängt. Nach Untersuchungen von WALRAVEN vergrößert sich die Rissreibung mit dem Größtkorndurchmesser [Wal81]. Bei hochfesten Betonen und Leichtbeton kann für das Werkstoffversagen der Bruch durch die Gesteinskörnung maßgebend werden [Ade96]. An der Risspitze ist der kritische Schubriss noch nicht vollständig geöffnet, sodass in der Bruchprozesszone rissübergreifende Zugkräfte übertragen werden [Lat10]. Der daraus resultierende Querkrafttraganteil hängt von der Bruchenergie und der Bauteilgeometrie ab [Hil83]. Da mit abnehmender statischer Nutzhöhe der Anteil der Rissprozesszone an der Gesamtlänge des Schubrisses größer wird, ist ein ausgeprägter Maßstabseffekt zu beobachten (z.B. [Yan14]). Nach der Schubrissbildung hält die Biegezugbewehrung die beiden Rissufer zusammen und ermöglicht eine kontrollierte Rissöffnung und Rissgleitung. Der Wirkungsgrad der quer zur Längsbewehrung wirkenden Verdübelung wird dabei maßgeblich von der Verankerung der Bewehrung, der Betonzugfestigkeit, den Bauteilabmessungen und dem verwendeten Stabstahl gesteuert [Bar66].

Bei kleineren Schubschlankheiten kann ein wesentlicher Anteil der Querkraft über eine direkte Druckstrebe zwischen Einzellast und Auflager abgetragen werden. Steigt die Schubschlankheit an, nimmt der Anteil der Druckstrebe sukzessive ab. Bei größeren Schubschlankheiten

werden die Querkrafttraganteile der Druckzone und Rissreibung aktiviert. Der Anteil des direkten Lastabtrags einer Einzellast ist dann von untergeordneter Bedeutung. Schließlich steigt bei weiterer Vergrößerung der Schubschlankheit die Momentenbeanspruchung so weit an, dass Biegeversagen maßgebend wird [Fer15; Kan64]. Da bei Gleichlasten stets ein Teil der Beanspruchung in Auflagernähe eingeleitet wird, ergibt sich keine ausgeprägte Abhängigkeit der Druckstrebe von der Schubschlankheit.

Auf Basis experimenteller und theoretischer Untersuchungen haben verschiedene Forscher Modelle für die einzelnen Traganteile entwickelt und deren Interaktion in Abhängigkeit der Schubrissbildung untersucht (z.B. [Fen68; Pol87; Rei91; Koe00; Yan14]). Sowohl zur Größe der Traganteile und vor allem zu ihrer Interaktion bestehen unter den Forschern noch unterschiedliche Vorstellungen. Experimentelle Untersuchungen ([Cam13; Cav15; Ada18; Hub18; Mut18b; Hub19; Ada19; Heg20b]) zeigen, dass sich das Schubrissverhalten je nach statischem System (Einfeldträger oder Mehrfeldsysteme) und Belastungsart (Einzel- oder Gleichlasten) deutlich unterscheidet und dementsprechend auch die Traganteile der Querkrafttragfähigkeit differenziert einfließen. Der sukzessive Ausfall dieser Mechanismen führt zu einem Abdrehen des Biegerisses in horizontaler Richtung und letztendlich zum spröden Biegeschubversagen. Aufgrund des komplexen Zusammenwirkens der verschiedenen Tragmechanismen wurden bisher überwiegend empirische Modelle zur Vorhersage der Biegeschubtragfähigkeit von Bauteilen abgeleitet.

Der aktuelle Bemessungsansatz für Querkraft ohne Querkraftbewehrung nach EC 2 basiert auf dem Ansatz aus Model Code 1990 [MC90], der auf empirische Untersuchungen von ZSUTTY aus den 60er Jahren zurückgeht [Zsu68]. Zsutty leitete anhand von knapp 200 Querkraftversuchen und theoretischen Vorüberlegungen zu potentiellen Einflussgrößen über Regressionsanalysen einen Produktansatz für schlanke Bauteile her, den er später nach Auswertungen von Versuchen an gedrungenen Bauteilen leicht modifizierte [Zsu71]. Bei der Überführung in MC 90 wurde ein Faktor zur Berücksichtigung des Maßstabeffekts ergänzt, der bis heute Anwendung findet. Dieser Ansatz wurde später nur mit geringfügigen Änderungen in den EC 2 übernommen. Jedoch wurde der Parameter für die Schubschlankheit vernachlässigt.

Die Querkraftbemessung für Bauteile ohne Querkraftbewehrung nach aktuellem Entwurf für die Fortschreibung des EC2 [prEC2:D7] als Formulierung auf Grundlage der *Critical Shear Crack Theory* (CSCT) (z.B. [Cav15; Cav18; Mut08c; Mut19]) weist teilweise Unterschiede zur aktuellen Formel auf. Wesentliche Einflussgrößen, wie der Maßstabeffekt oder der Normalkrafteinfluss werden abweichend berücksichtigt. Weiterhin ergibt sich eine Abhängigkeit des Querkraftwiderstands vom Größtkorn des Zuschlags und von der Momenteneinwirkung zur Berücksichtigung der günstigen Wirkung der im versagensmaßgebenden Schubriss übertragbaren Kornverzahnungsmechanismen innerhalb definierter Grenzen der Schubschlankheit.

3.3 Bemessungsansätze gegen Durchstanzen

3.3.1 Allgemeines

Im Folgenden werden die wesentlichen Regelungen für die Durchstanzbemessung nach EC2 und NA(D) sowie prEN 1992-1-1:D7 getrennt kurz dargestellt.

Die Bemessung nach prEN 1992-1-1 erfolgt auf Basis der *Critical Shear Crack Theory* (CSCT) (vgl. Kap. 3.1). Die Nachweise werden auf Basis von Schubspannungen geführt. Grundlage

für die vorliegenden Berechnungen ist Draft 7 (D7) der Fortschreibung des EC2 (prEC2) [prEC2:D7].

3.3.2 EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA

Der EC2 (EN 1992-1-1:2004, [EC2]) inklusive Corrigendum 1 und 2 (EN 1992-1-1:2004/AC:2008, EN 1992-1-1:2004/AC:2010) und des Amendment 1 (EN 1992-1-1:2004/A1:2014, [EC2/A1]) ist die europäische Norm zur Vereinheitlichung der Bemessungs- und Konstruktionsregeln von Stahl- und Spannbetongtragwerken. Die Durchstanzbemessungsregeln entsprechen in wesentlichen Teilen denen in MC90 [MC90].

Der Nachweis erfolgt entlang definierter Rundschnitte. Für die Fläche innerhalb jeden Rundschnitts ($u_i \cdot d$) ist nachzuweisen, dass die einwirkende Schubspannung v_{Ed} den Widerstand v_{Rd} nicht überschreitet. Der kritische Rundschnitt u_l für runde oder rechteckige Lasteinleitungsflächen wurde im Abstand $2d$ von der Lasteinleitung festgelegt. Im EC2 ist die Durchstanztragfähigkeit von Flachdecken oder Fundamenten ohne Durchstanzbewehrung in zwei Nachweisschnitten zu überprüfen. Entlang des Stützenumfangs u_0 ist die Durchstanztragfähigkeit von Platten ohne Durchstanzbewehrung gemäß Gl. (3.1) auf die maximale Druckstreben­tragfähigkeit zu begrenzen.

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,max} = 0,4 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (3.1)$$

mit $v = 0,6 \cdot (1 - f_{ck}/250)$ Faktor zur Abminderung der Druckfestigkeit von Betondruckstreben in gerissenen Bereichen

Für den zweiten Nachweisschnitt ist für Flachdecken der Rundschnitt u_1 im Abstand $2d$ entsprechend Gl. (3.2) maßgebend. Der Mindestwiderstand gegen Durchstanzen kann mittels Gl. (3.3) berechnet werden.

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \quad (3.2)$$

mit $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_C$ empirischer Beiwert
 $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$ Maßstabsfaktor, statische Nutzhöhe d in [mm]
 $\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0,02$ Längsbewehrungsgrad
 $k_1 = 0,10$ empirischer Beiwert
 σ_{cp} Betonnormalspannung (Druck positiv) [N/mm²]

$$v_{min} = (0,0525/\gamma_C) \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (3.3)$$

Zur Bestimmung der Durchstanztragfähigkeit von Stützenfundamenten ist der Nachweis entlang des Stützenumfangs u_0 und entlang eines Rundschnitts u zu erbringen. Für den Nachweis entlang des kritischen Rundschnitts u sind Abstände zwischen Rundschnitt und Stütze a kleiner als $2d$ iterativ zu überprüfen. Maßgebend ist der Abstand a für den sich das Minimum des Widerstands ergibt. Durch die kleinere Tragfähigkeit infolge der kürzeren Umfangslänge bei Rundschnittabständen a kleiner als $2d$ darf der Durchstanzwiderstand mit dem zusätzlichen Faktor $2d/a$ erhöht werden, sodass sich der Durchstanzwiderstand von Stützenfundamente ohne Durchstanzbewehrung im Rundschnitt u nach Gl. (3.4) ergibt.

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot (2d/a) \geq v_{min} \cdot (2d/a) \quad (3.4)$$

Bei den Beratungen zum deutschen nationalen Anhang zu DIN EN 1992-1-1 [EC2/NAD] stellte sich heraus, dass die berechneten Durchstanzwiderstände teilweise erheblich von denen in DIN 1045-1 abweichen (z. B. [Heg08a; Heg08b; Heg10b]). Um das vorhandene Sicherheitsniveau zu beurteilen, wurden die Bemessungsgleichungen zum Durchstanzen anhand von Versuchsergebnissen und Parameterstudien überprüft. Da auch eine Anpassung der NDP und NCI nicht ausreichten, um das Sicherheitsniveau nach DIN 1045-1 zu erreichen, erfolgten einige Anpassungen [Sib12], die im Folgenden beschrieben und erläutert werden.

Der kritische Rundschnitt u_l für runde oder rechteckige Lasteinleitungsflächen ermittelt sich wie in EC2 in einem Abstand von $2,0d$ (Abbildung 5). Ausnahmen bilden Lasteinleitungsflächen in unmittelbarer Nähe von freien Rändern. Da es bei großen Stützen zu einer Konzentration der Schubspannungen in den Eckbereichen kommt, erfolgt zusätzlich eine Limitierung des Umfangs der Lasteinleitungsfläche für den anrechenbaren Durchstanzwiderstand auf $u_0 \leq 12d$. Auch darf das Verhältnis von Länge zu Breite einer rechteckigen Lasteinleitungsfläche einen Wert von 2,0 nicht überschreiten. Außerhalb des kritischen Rundschnittes darf der Querkraftwiderstand angesetzt werden [DAfStb600]. Bei großen Lasteinleitungsflächen ergibt sich somit der Gesamttragwiderstand als Summe der Widerstandsanteile aus Durchstanzen und Querkraft.

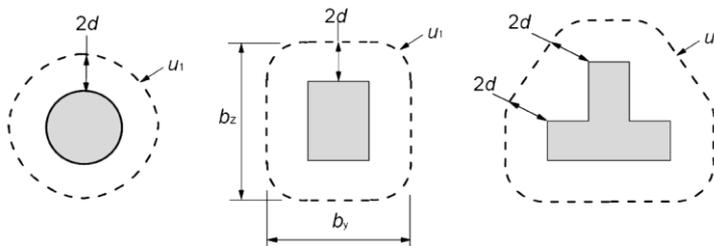


Abbildung 5: Definition des kritischen Rundschnitts um Lasteinleitungsflächen nach DIN EN 1992-1-1

Die Durchstanztragfähigkeit von Flachdecken ohne Durchstanzbewehrung wird nach EC2+NA(D) ausschließlich im Rundschnitt u_l im Abstand $2d$ bestimmt. Hierdurch ergeben sich besonders bei kleinen bezogenen Stützenumfängen sehr große Beanspruchungen am Stützenrand, sodass in EC2+NA(D) eine zusätzliche Beschränkung der Tragfähigkeit von Flachdecken bei kleinen u_0/d -Verhältnissen eingeführt wurde [Heg08b]. Auf einen Nachweis der Druckstrebentragfähigkeit im Rundschnitt u_0 wird im NA(D) verzichtet. Im Vergleich zu Gl. (3.2) ergibt sich dadurch Gl. (3.5) für den Durchstanzwiderstand ohne Durchstanzbewehrung.

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \quad (3.5)$$

mit $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_C$ empirischer Beiwert für $u_0/d \geq 4,0$
 $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_C \cdot (0,1 \cdot (u_0/d) + 0,6)$ empirischer Beiwert für $u_0/d < 4,0$
 $\rho_l \leq \min(0,02; 0,5 \cdot f_{cd}/f_{yd})$ Längsbewehrungsgrad

Für große kreisrunde Stützen mit $u_0 > 12d$ wird kein verkürzter Rundschnitt angesetzt, sondern ein reduzierter empirischer Vorfaktor berechnet: $C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_C \cdot (12d/u_0) \geq 0,15/\gamma_C$.

Der Mindestwert der Durchstanstragfähigkeit wurde ebenfalls im NA(D) modifiziert. Für Bauteile mit einer maximalen statischen Nutzhöhe $d \leq 600$ mm ergibt sich mit $\gamma_C = 1,50$ der Wert entsprechend der Empfehlung des Grunddokuments nach Gl. (3.6). Für Bauteile mit $d > 800$ mm wird entsprechend Gl. (3.7) ein reduzierter Mindestwert angesetzt. Für statische Nutzhöhen zwischen 600 mm und 800 mm darf der Vorfaktor linear interpoliert werden.

$$v_{\min} = (0,0525/\gamma_C) \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (3.6)$$

$$v_{\min} = (0,0375/\gamma_C) \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (3.7)$$

Für den Durchstanzwiderstand ohne Durchstanzbewehrung von Fundamenten und Bodenplatten längs des iterativ ermittelten kritischen Rundschnitts gilt weiterhin Gl. (3.4), wobei mit $C_{Rd,c} = 0,15/\gamma_C$ ein gegenüber Flachdecken generell reduzierter Vorfaktor vorgegeben wird. Diese Reduzierung deckt bereits die geringeren Tragfähigkeiten der in der Regel kleineren u_0/d -Verhältnisse bei Fundamenten ab. Einen Nachweis der Druckstreben­tragfähigkeit im Rundschnitt u_0 braucht nach NA(D) bei Fundamenten und Bodenplatten ebenfalls nicht geführt werden.

3.3.3 prEN 1992-1-1:D7

In der dritten Generation von EN 1992-1-1 [prEC2:D7] wird der Bemessungswert der einwirkenden Querkraft als Schubspannung in Anlehnung an die Regelungen in MC2010 [MC10] längs eines kritischen Rundschnitts $b_{0,5}$ im Abstand $0,5d_v$ vom Rand der Lasteinleitungsfläche (Abbildung 6) ermittelt und ergibt sich zu:

$$\tau_{Ed} = \beta_e \frac{V_{Ed}}{b_{0,5} \cdot d_v} \quad (3.8)$$

Hierbei sind β_e ein Lasterhöhungsfaktor, der analog zur aktuellen Fassung von EN 1992-1-1 vereinfacht für Innenstützen zu 1,15, für Randstützen 1,4, für Eckstützen 1,5, für Wandenden 1,4 und für einspringende Wanddecken 1,2 angenommen werden darf, und d_v analog zu MC2010 die wirksame statische Nutzhöhe für die Aufnahme der Querkraft (gemessen von der tatsächlichen Höhe der gestützten Fläche bis zur Schwerpunktlage der Biegezugbewehrung). Der kritische Rundschnitt $b_{0,5}$ im Abstand $0,5d_v$ gilt sowohl für Flachdecken als auch für Fundamente und Bodenplatten, sodass auf eine iterative Bestimmung des Abstands des kritischen Rundschnitts wie im aktuellen EC2 verzichtet werden kann. Die Durchstanstragfähigkeit ohne Durchstanzbewehrung wird für Flachdecken und Fundamente mit einem einheitlichen Bemessungsansatz gemäß Gl. (3.9) berechnet und ergibt sich entlang des kritischen Rundschnitts $b_{0,5}$ zu:

$$\tau_{Rd,c} = \frac{0,6}{\gamma_C} \cdot k_{pb} \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{d_v} \right)^{1/3} \leq \frac{0,6}{\gamma_C} \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (3.9)$$

mit

 b_0

Stützenumfang (Abbildung 6);

 $b_{0,5}$ Umfang des kritischen Rundschnitts im Abstand $0.5d_v$ vom Rand der Lasteinleitungsfläche (Abbildung 6);

$$1 \leq k_{pb} = 3,6 \cdot \sqrt{1 - \frac{b_0}{b_{0,5}}} \leq 2,5$$

Faktor zur Berücksichtigung des mehraxialen Spannungszustandes (*shear gradient enhancement coefficient*) (3.10);

$$d_{dg} = 16 + D_{lower} \leq 40$$

Einfluss Korndurchmesser des Zuschlags für $f_{ck} \leq 60$ MPa (3.11a); hierbei ist D_{lower} der kleinste Korndurchmesser der größten Kornfraktion;

$$d_{dg} = 16 + D_{lower} \cdot \left(\frac{60}{f_{ck}}\right)^4 \leq 40$$

Einfluss Korndurchmesser des Zuschlags für $f_{ck} > 60$ MPa (3.11b);

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{l,x} \cdot \rho_{l,y}}$$

Geometrisch gemittelter Bewehrungsgrad.

Ist der Abstand des Momentennulldurchgangs zur Stützenachse a_p kleiner als $8d$, darf die statische Nutzhöhe d_v in Gl. (3.9) durch a_{pd} nach Gl. (3.12) ersetzt werden.

$$a_{pd} = \sqrt{a_p \cdot d_v / 8} \quad (\text{für } a_p < 8 \cdot d_v) \quad (3.12)$$

mit

$$a_p = \sqrt{a_{p,x} \cdot a_{p,y}} \geq d_v$$

Abstand Momentennullpunkt zu Stützenachse

 $a_{p,x}; a_{p,y}$ als maximale Abstände von den Momentennullpunkten in x- und y-Richtung zum Schwerpunkt der Lasteinleitungsfläche (Stützenachse); die Abstände $a_{p,x}$ und $a_{p,y}$ dürfen mit der Elastizitätstheorie (am ungerissenen System) berechnet werden

$$a_{p,x} \approx 0,22 \cdot L_x; a_{p,y} \approx 0,22 \cdot L_y$$

Vereinfachung bei gleichmäßigen Flachdeckensystemen mit $0,5 \leq \frac{L_x}{L_y} \leq 2$

Im Fall einer Vorspannung in der Platte oder einwirkenden Normalkräften darf der Faktor k_{pb} in Gl. (3.9) mit einem Faktor nach Gl. (3.13) multipliziert werden.

$$k_{pp} = \sqrt{1 + 1,2 \cdot \frac{b_{0,5} \cdot |\sigma_d|}{\mu_p \cdot d_v \cdot \sqrt{f_{ck}}}} \quad (\text{für Drucknormalspannungen } \sigma_d < 0) \quad (3.13)$$

$$k_{pp} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1,2 \cdot \frac{b_0 \cdot |\sigma_d|}{\mu_p \cdot d_v \cdot \sqrt{f_{ck}}}}} \quad (\text{für Zugnormalspannungen } \sigma_d > 0) \quad (3.14)$$

mit σ_d mittlere Normalspannung über die Breite b_s verteilt

Unterscheiden sich die Normalspannungen in den beiden Haupttragrichtungen, ist der geometrische Mittelwert für $k_{pp} = \sqrt{(k_{pp,x} \cdot k_{pp,y})}$ zu bilden. Der für die Durchstanztragfähigkeit negative Einfluss einer Zugnormalspannung ist bei der Bemessung zu berücksichtigen. Bei der Bemessung nach prEC2 dürfen Flächenlasten bzw. Sohlpressungen innerhalb des kritischen Rundschnitts $b_{0,5}$ ebenfalls von der einwirkenden Stützenkraft abgezogen werden.

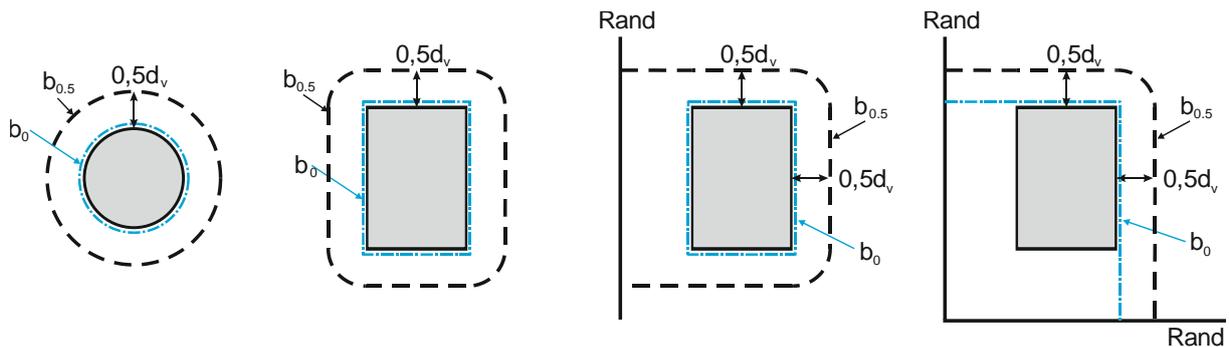


Abbildung 6: Definition der Nachweisrundschnitte $b_{0,5}$ und b_0 gemäß DIN prEN 1992-1-1:D7

Für ein Vergleich der beiden Normenwerke werden im Folgenden am Beispiel eines Flachdeckenausschnitts mit einer Rundstütze (Abbildung 7) die Tragwiderstand nach EN1992-1-1 und prEN1992-1-1:D7 verglichen. Dabei werden folgende Parameter variiert:

- Statische Nutzhöhe d von 100 mm bis 500 mm;
- Bezogener Stützenumfang u_0/d von 2 bis 12 (bei konstantem d von 280 mm);
- Betondruckfestigkeit f_{ck} von 25 MPa bis 45 MPa;
- Bewehrungsgrad ρ_l von 0,2 % bis 2,0 %;
- Korndurchmesser D_{max} von 8 mm bis 32 mm;
- Bezogene Schublankheit a_p/d von 2,2 bis 9,9.

In Abbildung 8 sind neben den variiertem Einflussparameter auch die übrigen, nicht variierten, konstanten Größen angegeben. Der Stützenumfang u_0 in Abhängigkeit der Stützendurchmesser c ergibt sich zu $u_0 = \pi \cdot c$ und der Abstand vom Schwerpunkt der Lasteinleitungsfläche zum Momentennullpunkt a_p zu $0,22 \cdot l$. Die Deckenspannweiten betragen in beide Richtungen $l_x = l_y = 8000$ mm.

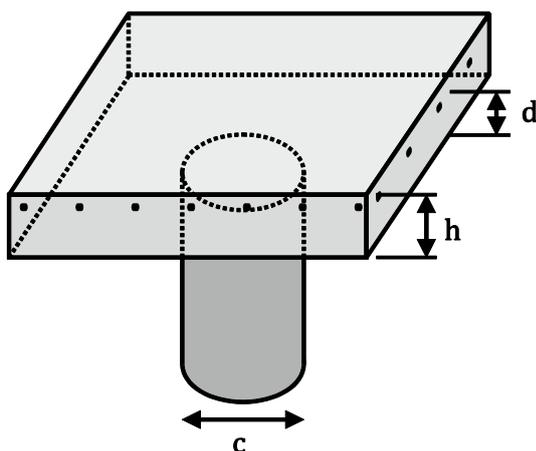


Abbildung 7: Schematische Darstellung des Flachdeckenausschnitts mit einer runden Stütze

In Abbildung 8 sind die Tragwiderstände nach EN 1992-1-1, EN 1992-1-1 einschließlich des deutschen Nationalen Anhangs und prEN1992-1-1:D7 in Abhängigkeit der oben genannten Einflussfaktoren aufgetragen. Es zeigt sich, dass alle drei Ansätze bei Variation der Einflussparameter ähnliche Tendenzen aufweisen und vergleichbare Tragfähigkeiten ermitteln. Für

kleine Stützenumfänge mit einem u_0/d -Verhältnis kleiner als 4 ermitteln der aktuelle Eurocode 2 einschließlich NA(D) und prEN 1992-1-1 geringere Tragfähigkeiten als EN 1992-1-1. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei einer Berechnung nach EN 1992-1-1+NA für kleine u_0/d -Verhältnisse ein reduzierter empirischer Vorfaktor $C_{Rd,c}$ zu berücksichtigen ist (vgl. Erläuterungen zu Gl. (3.5)) [Heg08b; Sib12]. Durch die Begrenzung des *shear gradient enhancement factor* auf einen Wert von 2,5 (siehe oben) ergeben sich nach prEN 1992-1-1 für kleine u_0/d -Verhältnisse ebenfalls im Vergleich geringere Tragfähigkeiten.

Lediglich bei den Diagrammen e) und f) sind größere Unterschiede festzustellen, da die untersuchten Einflussfaktoren (Schubslankheit a_p/d und Größtkorn D_{max} der Betonmischung) nicht in dem Bemessungsansatz des aktuellen Eurocode 2 berücksichtigt werden und sich somit über die gesamte Variationsbreite hinweg konstante Tragfähigkeiten nach EN 1992-1-1 ergeben. Nach prEN 1992-1-1:D7 ergeben sich für kleinere Größtkorndurchmesser aufgrund der geringeren Rauigkeit des kritischen Schubrisses geringere Durchstanzwiderstände. Mit abnehmender Schubslankheit a_p/d steigen die Tragfähigkeiten nach prEN an. Für Werte von a_p/d kleiner als etwa 7 ergeben sich größere Werte als nach aktuellem Eurocode 2 und für größere Werte geringfügig konservativere Werte. Für gängige Größen für D_{max} von 16 oder 32 mm sowie im Bereich der in Deutschland üblichen Schubslankheiten a_p/d zwischen 5 und 8 (entspricht einer Biegeschlankheit L/d zwischen 25 und 35) ergeben sich jedoch nur relativ geringe Unterschiede zwischen den untersuchten Normen.

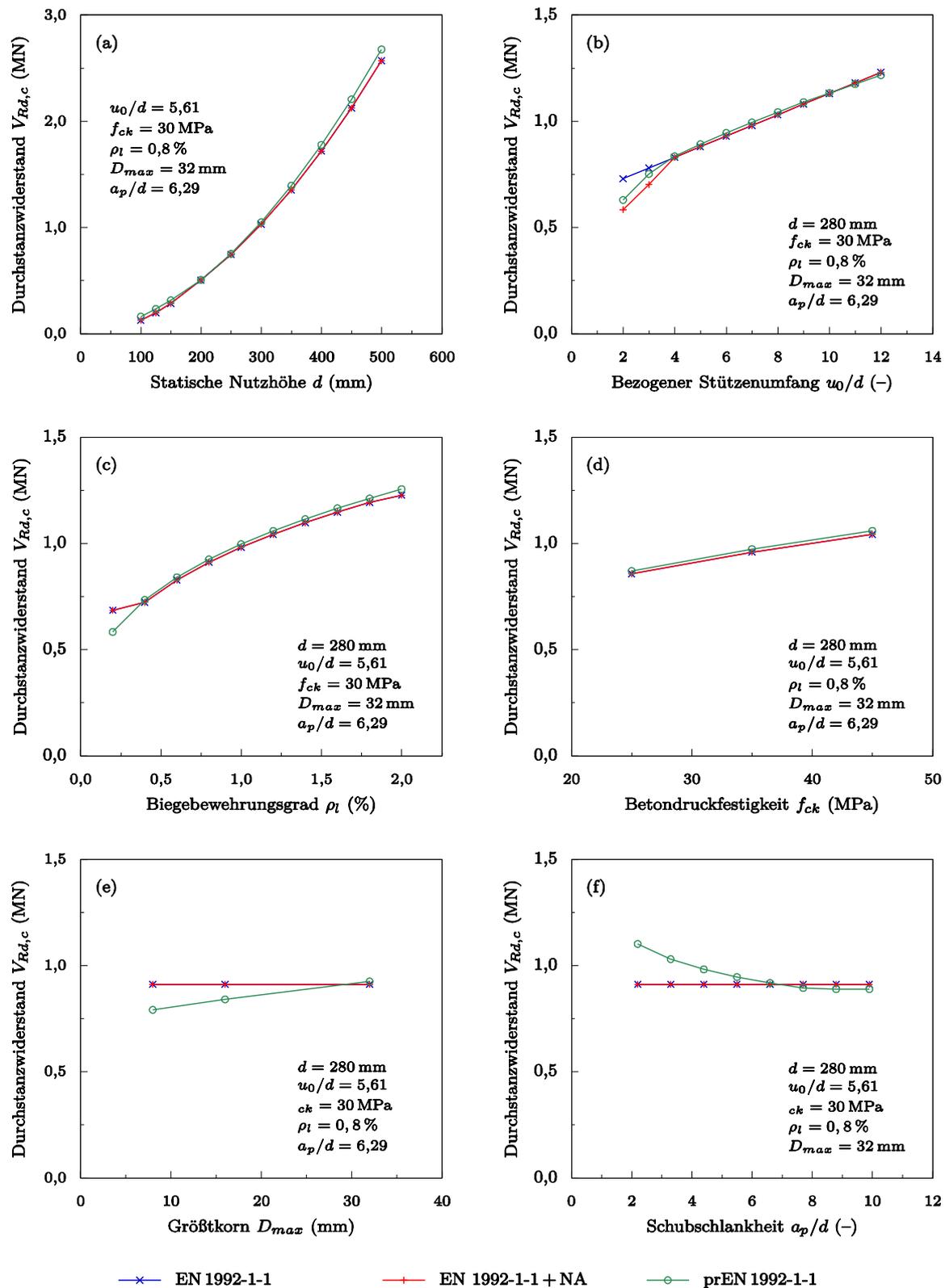


Abbildung 8: Vergleich der Durchstanztragfähigkeiten ohne Durchstanzbewehrung gemäß EN 1992-1-1, EN 1992-1-1 + NA und prEN 1992-1-1:D7

3.4 Bemessungsansätze für Querkraft

3.4.1 Allgemeines

Im Folgenden werden die wesentlichen Regelungen für die Querkraftbemessung nach EC2 und NA(D) sowie prEN 1992-1-1:D7 getrennt kurz dargestellt.

Die Bemessung nach prEN 1992-1-1 erfolgt auf Basis der *Critical Shear Crack Theory* (CSCT) (vgl. Kap. 3.1). Die Nachweise werden auf Basis von Schubspannungen geführt. Grundlage für die vorliegenden Berechnungen ist Draft 7 (D7) der Fortschreibung des EC2 (prEC2) [prEC2:D7].

3.4.2 EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA

Die Bemessung für Bauteile ohne erforderliche Querkraftbewehrung erfolgt nach EN 1992-1-1 [EC2] wie erläutert auf Grundlage eines semi-empirischen Ansatzes, der auf die Arbeiten von ZSUTTY [Zsu68] zurückgeht. Auf Basis statistischer Auswertungen vorhandener Versuchsdaten wurde von ZSUTTY ein Ansatz hergeleitet, der eine dimensionsgebundene Berechnung ermöglicht, der bereits in DIN 1045-1 [DIN08] übernommen wurde.

Entsprechend Gl. (3.15) wird die Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrades, der Betondruckfestigkeit und eventuell vorhandener Längskräfte ermittelt. Zudem wird in Gl. (3.15) ein Maßstabsfaktor k einbezogen. Einflüsse aus Normalkräften werden zusätzlich durch einen zweiten Maßstabsfaktor k_1 modifiziert. Die Werte für $C_{Rd,c}$ und k_1 dürfen national festgelegt werden, wobei es sich bei den nachfolgend genannten Werten um die in EC2 empfohlenen handelt.

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (3.15)$$

Unabhängig von der Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung nach Gl. (3.15) wird ein Mindestwert für die Tragfähigkeit eingeführt. Dieser ergibt sich nach Gl. (3.16) in Abhängigkeit von der Betondruckfestigkeit und eines modifizierten Maßstabsfaktors.

$$V_{Rd,c,min} = (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (3.16)$$

$$v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (3.17)$$

mit:	$C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_C$	empirischer Beiwert
	$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$	Maßstabsfaktor, d in [mm]
	f_{ck}	charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit [N/mm ²]
	$\rho_l = A_{s1}/(b_w \cdot d) \leq 0,02$	Längsbewehrungsgrad
	b_w	kleinste Querschnittsbreite der Zugzone [mm]
	$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c \leq 0,2 \cdot f_{cd}$	einwirkende Normalspannung [N/mm ²]
	$k_1 = 0,15$	empirischer Beiwert der Normalspannung

Um das Sicherheitsniveau der Querkraftbemessung ohne Querkraftbewehrung auf ein in Deutschland gewünschtes Maß anzuheben, erfolgte eine Anpassung von $C_{Rd,c}$ und k_1 im nationalen Anwendungsdokument [EC2/NA(D)]. Für $C_{Rd,c}$ wurde ein Wert von $0,15/\gamma_C$ (-17 % im Vergleich zum Grunddokument) und von k_1 von $0,12$ (-20 % im Vergleich zum Grunddokument)

festgelegt. Den Versuchsauswertungen für den NA(D) wurde im Wesentlichen das Ziel zugrunde gelegt, einen 5%-Quantilwert von $x_{5\%} = 1,0$ nicht zu unterschreiten.

Der Mindestwert für die Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung nach (3.18) ist weiterhin entsprechend den Regelungen zum Durchstanzen angepasst worden und ergibt sich in Abhängigkeit der statischen Nutzhöhe gemäß den Gleichungen (3.19) und (3.20).

$$V_{Rd,c,min} = (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (3.18)$$

$$v_{min} = \left(\frac{0,0525}{\gamma_c} \right) \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \text{ für } d \leq 600 \text{ mm} \quad (3.19)$$

$$v_{min} = \left(\frac{0,0375}{\gamma_c} \right) \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \text{ für } d > 800 \text{ mm} \quad (3.20)$$

3.4.3 prEN 1992-1-1:D7

Die einwirkenden Schubspannungen infolge einer Querkraftbeanspruchung ergeben sich entlang des inneren Hebelarms z nach Gl. (3.21).

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{b_w \cdot z} \quad (3.21)$$

Dabei ist kein Nachweis zu führen in Bereichen bis zu einem Abstand d von Auflagerkanten oder zu berücksichtigenden Einzellasten. Auf einen expliziten Nachweis der Querkrafttragfähigkeit kann gemäß [prEC2:D7] verzichtet werden, sofern die einwirkende Schubspannung eine Mindestquerkrafttragfähigkeit nach Gl. (3.22) nicht überschreitet.

$$\tau_{Rd,c,min} = \frac{11}{\gamma_v} \cdot \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \cdot \frac{d_{dg}}{d}} \quad (3.22)$$

- mit: f_{ck} charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit [N/mm²]
 f_{yd} Bemessungswert der Streckgrenze des Betonstahls, der bei der Bemessung der Biegezugbewehrung ermittelt wurde in [N/mm²]
 $d_{dg} = 16 + D_{lower} \leq 40$ Einfluss Größtkorndurchmesser
 $16 + D_{lower} \leq 40 \text{ mm}$ für $f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$
 $16 + D_{lower} \cdot \left(\frac{60}{f_{ck}} \right)^4 \leq 40 \text{ mm}$ für $f_{ck} > 60 \text{ MPa}$
 d statische Nutzhöhe der Biegezugbewehrung in [mm]. Dabei können der Nennwert d_{nom} oder ein Bemessungswert d_d angesetzt werden. Der Bemessungswert d_d soll im Nationalen Anhang definiert werden. Der in [prEC2:D7], Anhang A definiert Wert ist
 $d_d = d_{nom} - \Delta d$
 $\Delta d = 15 \text{ mm}$ Abweichung der Bewehrungslage für Betonstahl und Spannstahl bei nachträglicher Vorspannung
 $\Delta d = 5 \text{ mm}$ Abweichung der Spannstahllage bei Vorsp. im sofortigen Verbund

D_{lower} ist definiert als der bei der Festlegung des Betons kleinste zulässige Wert von D für die größte Gesteinskörnungsfraction im Beton, wobei D die obere Siebgröße einer mit d/D beschriebenen Gesteinskörnung ist.

Übersteigt die einwirkende Schubspannung die Mindesttragfähigkeit, ist ein Querkraftnachweis nach Gl. (3.23) zu führen.

$$\tau_{Rd,c} = \frac{0,66}{\gamma_v} \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{d} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.23)$$

mit: $\rho_l = A_{sl}/(b_w \cdot d)$ Längsbewehrungsgrad
 A_{sl} anrechenbare Betonstahlquerschnittsfläche im Abstand d vom betrachteten Bemessungsschnitt

Sofern die effektive Schubspanweite a_{cs} den vierfachen Wert der statischen Nutzhöhe d nicht überschreitet, darf d in Gleichung (3.23) durch die mechanische Schubspanweite a_v nach Gleichung (3.24) ersetzt werden:

$$a_v = \sqrt{\frac{a_{cs}}{4}} \cdot d \quad (3.24)$$

Die effektive Schubschlankheit a_{cs} ergibt sich für Bauteile ohne Normalkraft nach Gl. (3.25).

$$a_{cs} = \left| \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \right| \geq d \quad (3.25)$$

Dabei sind folgende Lastfälle zu betrachten:

- maximales Moment mit zugehöriger Querkraft
- maximale Querkraft mit zugehörigem Moment

Treten Normalkräfte N_{Ed} im Bemessungsschnitt auf, ist d_{nom} in Gl. (3.23) bzw. a_v nach Gl. (3.24) mit dem Koeffizienten k_{vp} zu multiplizieren. Dieser ergibt sich nach Gl. (3.26).

$$k_{vp} = 1 + \frac{N_{Ed}}{|V_{Ed}|} \cdot \frac{d}{3 \cdot a_{cs}} \geq 0,1 \quad (3.26)$$

Dabei werden Zugkräfte mit positivem und Druckkräfte mit negativem Vorzeichen angesetzt. Im Fall auftretender Drucknormalkräfte, darf alternativ zu dem Vorgehen nach Gln. (3.23) bis (3.26) eine Ermittlung der aufnehmbaren Schubspannungen entsprechend Gl. (3.27) erfolgen.

$$\tau_{Rd,c} = \frac{0,66}{\gamma_c} \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{d} \right)^{\frac{1}{3}} - k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq \tau_{Rdc,min} \quad (3.27)$$

mit: $\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c \leq 0,2 \cdot f_{cd}$ einwirkende Normalspannung [N/mm²]
 N_{Ed} axiale Druckkraft im Querschnitt inf. einer Einwirkung oder Vorspannung
 A_c Betonquerschnittsfläche

Hierbei ist vorgesehen, k_1 als NPD zu definieren. Der in [prEC2:D7] empfohlene Wert ergibt sich nach Gl. (3.28).

$$k_1 = \frac{1,4}{\gamma_v} \cdot \left(0,07 + \frac{e_p}{4 \cdot d}\right)^{\frac{1}{3}} \leq 0,15 \cdot \frac{1,4}{\gamma_v} \quad (3.28)$$

mit: e_p : Spanngliedexzentrizität bezogen auf die Schwerachse des Querschnitts. Dabei wird e_p für Spannglieder in der Zugzone positiv definiert. Eventuelle Effekte aus statisch unbestimmten Systemen sind bei der Ermittlung der rechnerischen Spanngliedexzentrizität zu berücksichtigen.

Für Regelungen zur Berücksichtigung der Spanngliedlage bei der Ermittlung der statischen Nutzhöhe d und des Längsbewehrungsgrades ρ_l und weiterer Details hinsichtlich vorgespannter Bauteile sei an dieser Stelle auf [prEC2:D7] verwiesen. Hier sind ebenfalls weitere Details zu Abzugswerten auflagenaher Einzellasten oder auflagenaher Lastanteile von Streckenlasten und zum Umgang mit Aussparungen z. B. bei einbetonierten Rohren aufgeführt.

In Abbildung 9 werden die Querkrafttragfähigkeiten der vorgestellten Ansätze in Abhängigkeit der wesentlichen Einflussgrößen gegenübergestellt. Ausgangspunkt war ein einachsig gespanntes Bauteil mit einer statischen Nutzhöhe $d = 300$ mm, einer Breite $b = 1,0$ m, einem Biegezugbewehrungsgrad von $\rho_l = 1,0$ % sowie einem Beton mit einer charakteristischen Druckfestigkeit von $f_{ck} = 30$ MPa und einem Größtkorndurchmesser $D_{max} = 16$ mm. Die Belastung durch eine Einzellast bei Annahme einer Aktivierung der vollen Bauteilbreite erfolgte in einem Achsabstand a , sodass sich eine Schubschlankheit $a/d = 4$ einstellt. Ausgehend von diesem Basisbauteil wurden Parameterstudien für den Vergleich der Bemessungsansätze durchgeführt. Für den Ansatz nach dem Entwurf der Fortschreibung des EC2 wurden die beiden verschiedenen Varianten zur Berücksichtigung der statischen Nutzhöhe d , zum einen unter Einbeziehung des Nennwerts d_{nom} und zum anderen durch den Bemessungswert $d_{d(esign)}$.

Ähnlich wie die Parameterstudien für die Widerstände gegen Durchstanzen gezeigt haben, ist in Abbildung 9 insgesamt zu erkennen, dass die Querkraftwiderstände entsprechend aller betrachteten Ansätze größtenteils in einer vergleichbaren Größenordnung liegen. Dabei ergibt sich nach EC2 stets die größte rechnerische Querkrafttragfähigkeit – meist auch mit einem relativ großen Abstand zu den restlichen Ergebnissen – während der Ansatz nach dem Entwurf unter Berücksichtigung des Bemessungswerts der statischen Nutzhöhe meistens das konservativste Ergebnis liefert, wobei der Unterschied zum Ansatz nach dem aktuellen NAD oder nach prEC2 unter Berücksichtigung des Nennwerts der statischen Nutzhöhe lediglich gering ausfällt. Hinsichtlich prEC2 treten meist nur geringfügige Abweichungen zwischen den beiden Varianten auf. Die Querkrafttragfähigkeit unter Einbeziehung des Bemessungswerts der statischen Nutzhöhe ist meist geringfügig konservativer als unter Ansatz des Nennwerts. Die wesentlichen Unterschiede zwischen den Ansätzen nach aktuell gültiger Norm und dem Entwurf der Neufassung zeigen sich vor allem bei der Berücksichtigung der statischen Nutzhöhe d (Abbildung 9(a)) und des Größtkorndurchmessers D_{max} (Abbildung 9(e)), was aus den unterschiedlichen Ansätzen für den Maßstabseffekt resultiert. Der Einfluss höherer Querkraftwiderstände bei kleinen Schubschlankheiten ergibt sich lediglich für den Ansatz nach prEC2 im Zusammenhang mit d_{nom} , was sich auch in den Ergebnissen zeigt (Abbildung 9(f)).

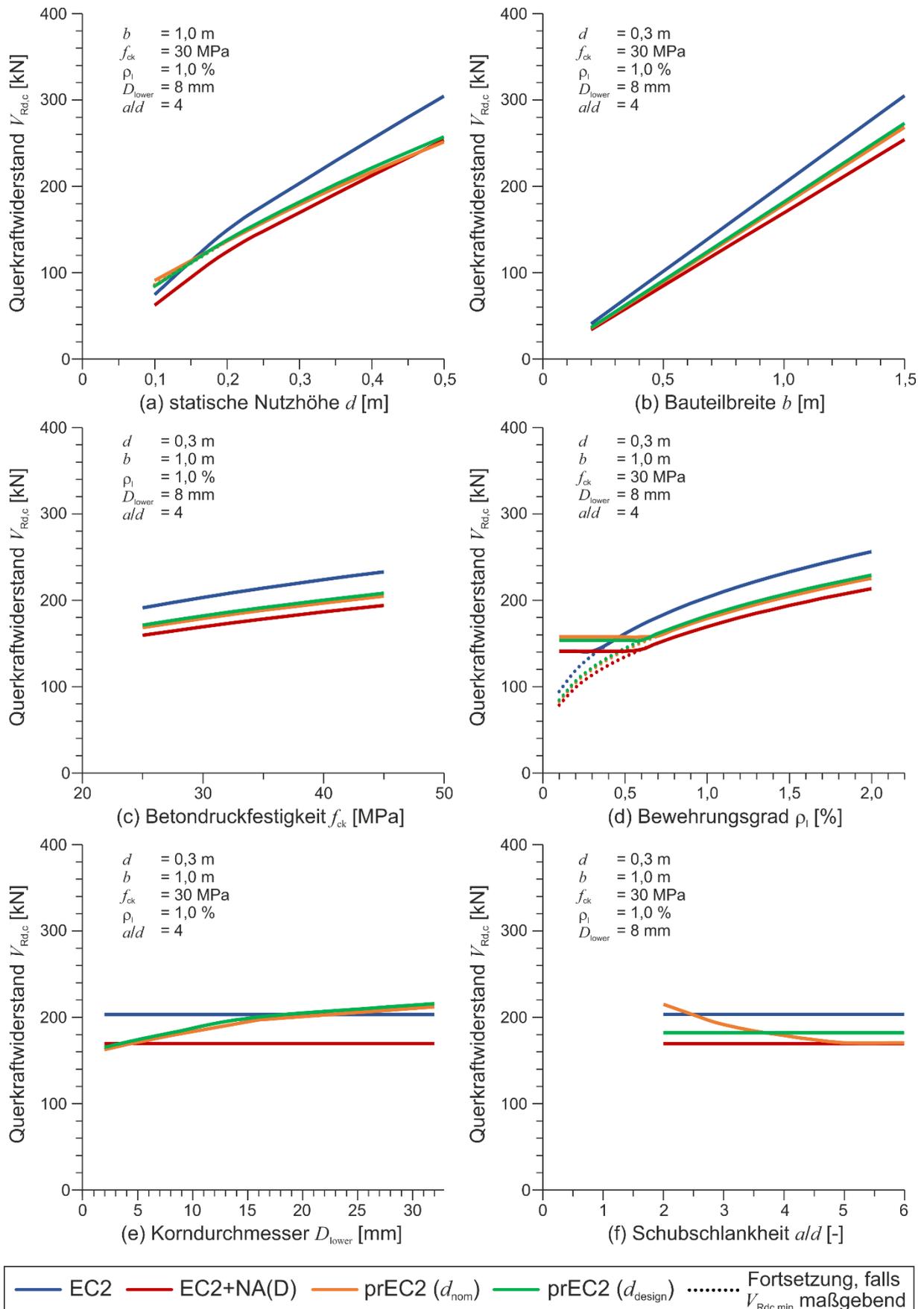


Abbildung 9: Vergleich der Tragwiderstände für Querkraft der Bemessungsansätze nach EN1992-1-1, DIN EN 1992-1-1 und prEN1992-1-1:D7

4 Zuverlässigkeitstheorie

4.1 Allgemeines

Im Alltag ist der Mensch häufig abhängig von der Zusammenarbeit mit anderen Personen oder der Funktionalität von verwendeten Gegenständen, um zuverlässig planen zu können. Zuverlässigkeit bedeutet zunächst, dass Personen und Gegenstände gewisse Erwartungen an ihre Leistung erfüllen. Im Bauwesen sind die personenspezifischen Erwartungen bezüglich des Zusammenwirkens verschiedener Beteiligter dem Aufgabenbereich des Projektmanagements zuzuordnen. Bei der Tragwerksplanung spielen die objektorientierten Erwartungen eine übergeordnete Rolle, wie z. B. die Erzeugung und Erhaltung der Standsicherheit.

Deren Sicherstellung ist zusätzlich abhängig von der Gebäudefunktion beziehungsweise den Schadensfolgen. Kommt es beispielsweise zur Überschreitung der Tragfähigkeit eines elementaren Bauteils einer Lagerhalle, können erhebliche monetäre Schäden entstehen. Gleichzeitig ist die Wahrscheinlichkeit schwerwiegenderer Personenschäden relativ gering. Wesentlich verheerender fielen die Folgen des Einsturzes eines vollbesetzten Stadions aus, wodurch sich hier erhöhte Anforderungen an die Standsicherheit ergeben. Diese ist abhängig von zahlreichen Faktoren, die sich im Wesentlichen in zwei Gruppen einteilen lassen: Einwirkungen und Widerstände. Überschreitet die Summe der Einwirkungen nicht den Gesamtwiderstand, ist die Standsicherheit des Bauteils gegeben. Augenscheinlich handelt es sich um eine einfache Rechnung. Jedoch besteht die Herausforderung bei der Nachweisführung darin, dass weder die Belastung noch die Tragfähigkeit genau bekannt sind, da sie erst in der Zukunft entstehen und weiterhin Schwankungen unterliegen. Daher sind Erfahrungswerte heranzuziehen.

Die Einwirkungen sind neben den Eigenlasten abhängig vom Standort und der Nutzungsart des Bauwerks. Äußere Belastungen aus beispielsweise Wind, Schnee oder Verkehr sind stark variabel, weshalb sie anhand näherungsweise Modelle abgebildet werden. Auch das Tragwerk selbst weist stets kleine Abweichungen von den Zielwerten auf. Dies ist z. B. auf herstellungs- oder verfahrensbedingte Fehlstellen beziehungsweise variierende Materialeigenschaften zurückzuführen oder resultiert aus geometrischen Abweichungen von den nominalen Werten. Es wird deutlich, dass die zahlenmäßige Erfassung von Einwirkung und Widerstand einen vielschichtigen und komplexen Sachverhalt darstellt, da es sich teilweise um stark streuende Größen handelt.

4.2 Entwicklung der Zuverlässigkeitstheorie im Bauwesen

Die Notwendigkeit, Belastungen und Beanspruchbarkeiten möglichst genau abzuschätzen, hat im Wesentlichen wirtschaftliche Gründe. Ohne das Anstreben eines angemessenen Preis-Leistungsverhältnisses wäre die Anforderung ein Überschreiten des Widerstands durch die Einwirkung zu vermeiden, durch die Generierung überproportionaler Reserven relativ einfach zu erreichen. Da dies weder zweckmäßig noch besonders nachhaltig für die Umwelt ist, sind Regeln erforderlich, um das Erreichen der geforderten Standsicherheit mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit sicherzustellen. Früher lag die Verantwortung dafür bei den Baumeistern, die bei der Umsetzung eines Neubaus lediglich auf ihren eigenen Erfahrungshorizont und ggfs. den ihrer Lehrmeister zurückgreifen konnten. Darauf aufbauend existierten bereits früh einige Regeln und Richtlinien zur Errichtung von Bauwerken. Ihnen lagen jedoch keine theoretischen Überlegungen zu Grunde. Der Wunsch nach höheren, eindrucksvolleren oder filigraneren Strukturen erforderte eine Austestung der Grenzen der Tragfähigkeiten, die allein durch ihre Überschreitung zu identifizieren waren. Lange Zeit war also die *Trial-and-Error-Methode* das

gängige Mittel zur Bestimmung der Belastungsfähigkeit [Spa92]. Erst eine gewisse Zeit nach der Errichtung eines Bauwerks konnte vermutet werden, dass die Widerstände zu konservativ abgeschätzt wurden. Beim nächsten Bauwerk konnten dann die Widerstände reduziert werden. Dies wurde so lange wiederholt, bis es zu Schäden infolge einer Überschreitung der Tragfähigkeit durch die Einwirkungen kam. Anschließend war bekannt, dass etwas höhere Widerstände erforderlich waren. Entsprechend Abbildung 10 ergibt sich so eine sukzessive Annäherung ans Optimum.

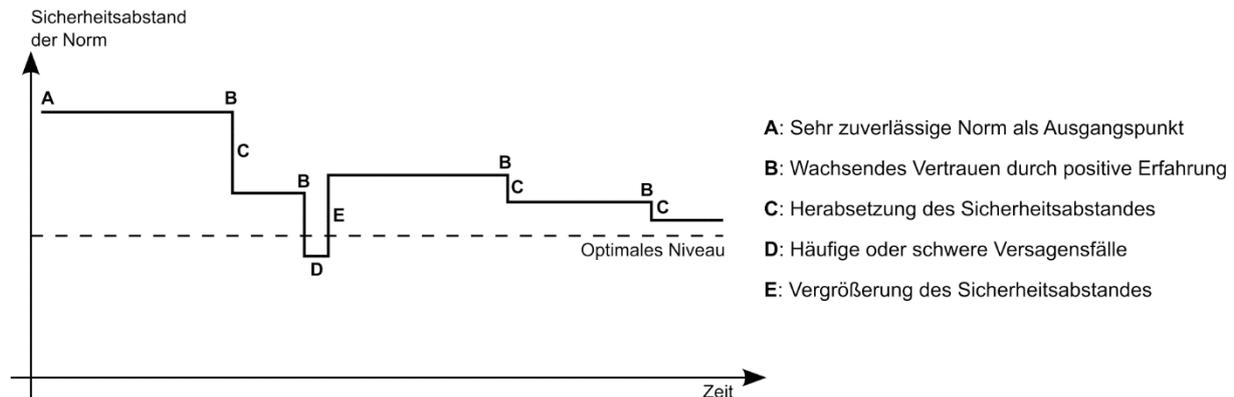


Abbildung 10: Zeitliche Annäherung an ein optimales Zuverlässigkeitsniveau auf Erfahrungsbasis nach [Spa92]

Diese Methode hat sich zwar in der Vergangenheit als praktikabel herausgestellt und zu wichtigen Erfahrungswerten beigetragen, ist jedoch extrem zeitaufwendig. Zudem verlängert sich der Prozess ständig, da es dadurch zu sukzessiven Optimierungen kommt und somit der Versagensfall immer unwahrscheinlicher wird. Außerdem ist das mindestens einmalige Versagen impliziert, was bei modernen Bauwerken wie Wolkenkratzern oder Risikobauten wie Atomkraftwerke undenkbar wäre. Aus diesem Grund sind rationaler Methoden als die reine Erfahrung zur Ableitung von sicheren Bemessungsgleichungen erforderlich.

1904 veröffentlichte das *Preußische Ministerium der öffentlichen Arbeiten* ein erstes Regelwerk zur Erstellung von Eisenbetonbauwerken. Die Weiterentwicklung der Baubranche führte 1925 zur Einführung von verschiedenen Betonklassen und einer Vorgabe von Mindestfestigkeitswerten für die verwendeten Bewehrungseisen. Dabei wurden zum ersten Mal Anhaltswerte für akzeptable Toleranzen der Materialkennwerte berücksichtigt [Zil07].

Die Erkenntnis, dass Widerstände und Einwirkungen keine fest ermittelbaren Größen sind, wie es bei oben beschriebenem Verfahren vorausgesetzt wird, sondern vielmehr ein zeitlich abhängiges Zusammenspiel einer Vielzahl streuender Einflussgrößen, erforderte eine Weiterentwicklung. Ausgiebig begründet wurde dies Mitte des letzten Jahrhunderts von FREUNDENTHAL [Fre45; Fre54] auf Basis der Erörterung zahlreicher vorangegangener Arbeiten anderer Wissenschaftler. Aufbauend darauf wurden kurz danach erste Konzepte zur Berechnung der Eintrittswahrscheinlichkeit von Versagensfällen von HASOFER und LIND [Has74; Lin76] sowie RACKWITZ [Rac76b; Rac76a] erarbeitet, die das Grundgerüst der Sicherheitskonzepte der heutigen Normenwerken im Bauwesen bilden.

Der Fortschritt der technischen Mechanik sowie der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung dienten dabei als essentielle Basis. So konnten einerseits physikalische, halb-empirische oder empirische Materialmodelle zur Beschreibung der Bauteilwiderstände erarbeitet werden, die im Laufe der Zeit verbessert und mittlerweile durch computergestützte Berechnungsverfahren

ergänzt werden können. Die Erhebung und Auswertung von Wetterdaten, Verkehrsaufkommen, Materialeigenschaften oder Maßungenaugigkeiten beim Bau, die immer ausführlicher durchgeführt werden, tragen ebenfalls zu einer genaueren Beschreibung der Beanspruchungen und Beanspruchbarkeiten bei. Andererseits ermöglichten Fortschritte in der Stochastik die mathematische Beurteilung von Zuverlässigkeit und die quantitative Ermittlung von Eintrittsbeziehungsweise Nichteintrittswahrscheinlichkeiten [Spa92; Gru89; Zil07; Ric09].

4.3 Sicherheitskonzept der Bemessung

4.3.1 Allgemeines

Die heutzutage in den Baunormen angewendeten Sicherheitskonzepte basieren meist auf Teilsicherheitsbeiwerten, durch welche die Einhaltung einer bestimmten Versagenswahrscheinlichkeit sichergestellt werden soll. Es wurden drei Komplexitätsabstufungen vorgenommen, durch die sich die folgenden Kategorien zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit ergeben [CEB112; Ric09; Sch96]:

- Level I Abhängig von den charakteristischen Einflussgrößen der Bemessungsgleichungen soll hier ein angemessenes Zuverlässigkeitsniveau, d.h. die Einhaltung einer bestimmten Versagenswahrscheinlichkeit, durch die Anwendung von Teilsicherheitsbeiwerten erreicht werden. Die Level-I-Verfahren werden häufig in den Sicherheitskonzepten der aktuellen Normung (z.B. bei EC0) verwendet. Die Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte beruht dabei im Allgemeinen auf Erfahrungswerten und erfolgte nur selten auf Basis statistischer Methoden.
- Level II Hier wird die Versagenswahrscheinlichkeit nur punktuell auf der Grenze zwischen Versagens- und Überlebensbereich überprüft. Häufig werden Näherungen für die nichtlineare Grenzzustandsfunktion verwendet und in der einfachsten Form die Verteilungen der Zufallsgrößen durch eine Normalverteilung angenähert.
- Level III Die Versagenswahrscheinlichkeit wird „exakt“ berechnet, indem das Faltungsintegral analytisch oder numerisch gelöst wird. Die tatsächlichen Verteilungen und Korrelationen der Zufallsgrößen können berücksichtigt werden. Simulationsverfahren wie die Monte-Carlo-Methode zählen ebenfalls zu diesen Verfahren.

Die Nachweisführung erfolgt über eine Gegenüberstellung der Bemessungswerte von Beanspruchung E (engl. *Effects of actions*) und Beanspruchbarkeit R (engl. *Resistance*). Dabei ist sicherzustellen, dass Gl. (4.1) gilt.

$$E_d \leq R_d \quad (4.1)$$

Für $E_d = R_d$ ist der Grenzzustand erreicht, bei dem die Sicherheit per Definition gerade noch eingehalten wird. Es werden zwei Grenzzustände unterschieden: Der Grenzzustand der Tragfähigkeit, der das Versagen der Tragstruktur markiert, und der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, der in der Regel eher erreicht wird und ab dem die Nutzung des Bauteils eingeschränkt wird, da sein Zustand auch ohne konkrete Versagensgefahr nicht mehr tolerierbar ist. Die Gebrauchsfähigkeit wird subjektiv bewertet und ihre Bestimmung ist an die individuellen Duldungsgrenzen der Gesellschaft anzupassen.

In die Ungleichung fließen Abhängigkeiten aus den Streuungen der Einflussparameter ein, welche Einwirkung und Widerstand definieren. Dadurch sollen die objektive Bewertung der Bauteilzuverlässigkeit ermöglicht und die Anforderungen an ein Bauteil über den geplanten

Nutzungszeitraum mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit sichergestellt werden. Eventuelle Planungs-, Ausführungs- und Nutzungsfehler werden in der Regel nicht berücksichtigt und sind über ein geeignetes Qualitätssicherungssystem zu kontrollieren (z.B.: [Spa92; Gru89; Fis01; Zil10]).

4.3.2 Sicherheitsindex β

Der Sicherheitsindex β quantifiziert die Eintrittswahrscheinlichkeit eines Grenzzustands in Abhängigkeit von der geforderten Nutzungsdauer eines Bauteils oder Bauwerks und ist daher ein Ersatzmaß für die Versagenswahrscheinlichkeit. Die Versagenswahrscheinlichkeit kann mit dem Integral der Normalverteilung Φ aus dem Sicherheitsindex β berechnet werden: $p_f = \Phi(-\beta)$ (Vgl. Abbildung 11(a)). Die Versagenswahrscheinlichkeit ist abhängig vom Bezugszeitraum (Vgl. Abbildung 11(b)).

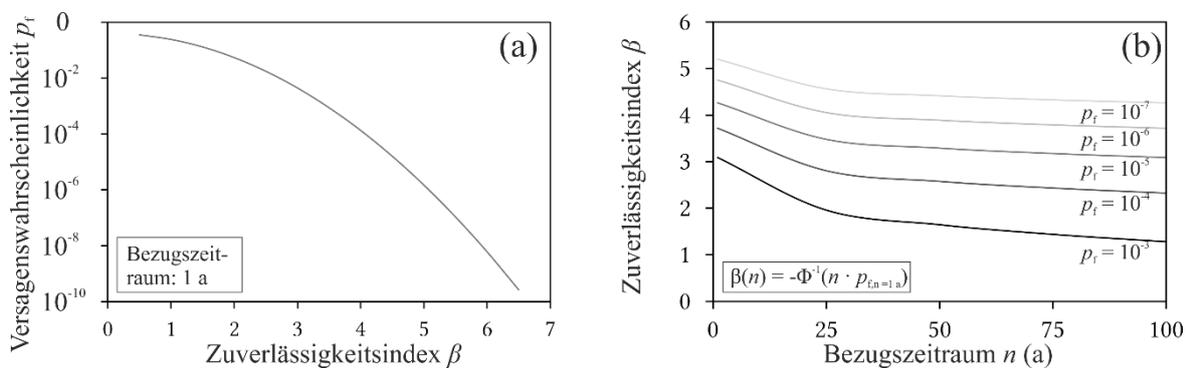
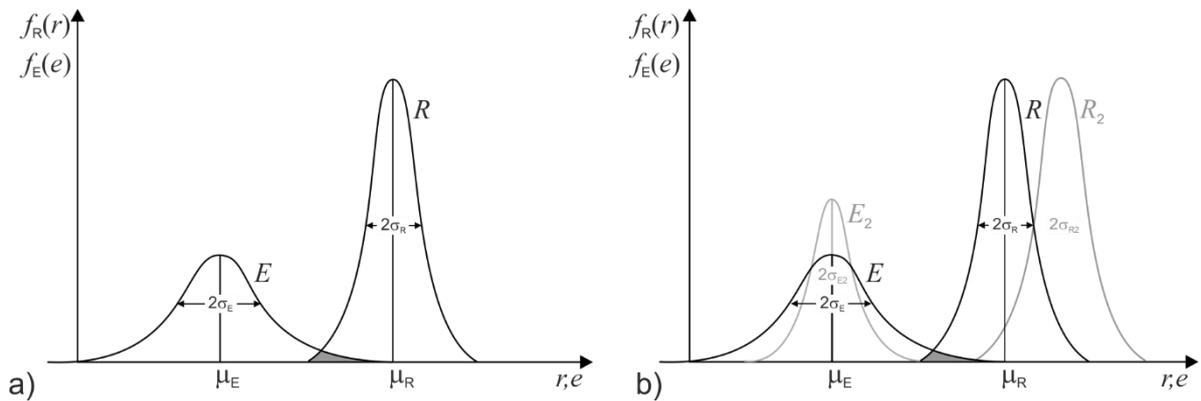


Abbildung 11: Der Zusammenhang zwischen Versagenswahrscheinlichkeit p_f , Zuverlässigkeitsindex β und Bezugszeitraum n

Zur Veranschaulichung wird vorausgesetzt, dass Einwirkung und Widerstand zwei voneinander stochastisch unabhängige, normalverteilte, streuende Größen sind. Werden beide Verteilungsdichten gemeinsam aufgetragen, ergibt sich eine Darstellung nach Abbildung 12a). Durch die asymptotische Annäherung der Glockenkurve an die Abszisse kann eine Überschneidung der beiden Kurven nicht komplett vermieden werden. Die Fläche dieses Überschneidungsbereiches ist die gesuchte Versagenswahrscheinlichkeit. Der Schnittpunkt der beiden Kurven kennzeichnet den sogenannten *Bemessungspunkt*. Am Bemessungspunkt ist die Wahrscheinlichkeitsdichte am größten, d.h. wenn Versagen auftritt, dann am ehesten dort. Wird nun durch geeignete Maßnahmen der Widerstand erhöht, erfolgt eine Verschiebung der Kurve nach rechts. Ebenfalls kann die Streuung der Einwirkung reduziert werden, wodurch die Glockenkurve gestreckt wird. In beiden Fällen verkleinert sich die Schnittmenge der beiden Kurven, wie in Abbildung 12b) dargestellt ist. Durch die Zuverlässigkeitstheorie kann durch die rationale Wahl von Sicherheitselementen ein geeigneter Abstand zwischen Einwirkung und Widerstand ermittelt werden, um einen ausreichend kleinen Überschneidungsbereich und somit eine ausreichend kleine Versagenswahrscheinlichkeit zu erhalten.

Abbildung 12: Verteilungsdichten von Einwirkung E und Widerstand R

Als *zentrale Sicherheitszone* wird der Bereich zwischen den Erwartungswerten von Einwirkung und Widerstand bezeichnet [Zil10]. Der jeweilige Abstand vom Erwartungswert einer Glockenkurve bis zum Schnittpunkt mit der anderen Kurve (Bemessungspunkt) ist das Produkt aus der zugehörigen Standardabweichung σ mit dem Sicherheitsindex β und einem Wichtungsfaktor α , wie in Abbildung 13 (oben) dargestellt ist. Abbildung 13 (unten) zeigt die sogenannte Zustandsfunktion oder Sicherheitsmarge Z . Diese ergibt sich aus der Ungleichung (4.1) entsprechend Gl. (4.2).

$$Z = E - R \quad (4.2)$$

Werden zwei stochastisch unabhängige normalverteilte Zufallszahlen voneinander subtrahiert, ist auch ihre Differenz normalverteilt. Daher ist $Z = R - E$ normalverteilt und die Verteilungsparameter Erwartungswert und Standardabweichung können gemäß den Gln. (4.3) und (4.4) berechnet werden.

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_E \quad (4.3)$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2} \quad (4.4)$$

In der grafischen Darstellung von Z kennzeichnet der negative Teil der Kurve den Versagensbereich. Die Fläche unter der Kurve im Bereich der negativen Realisationen von Z entspricht dabei der operativen Versagenswahrscheinlichkeit p_f und ist in Abbildung 13 grau hinterlegt.

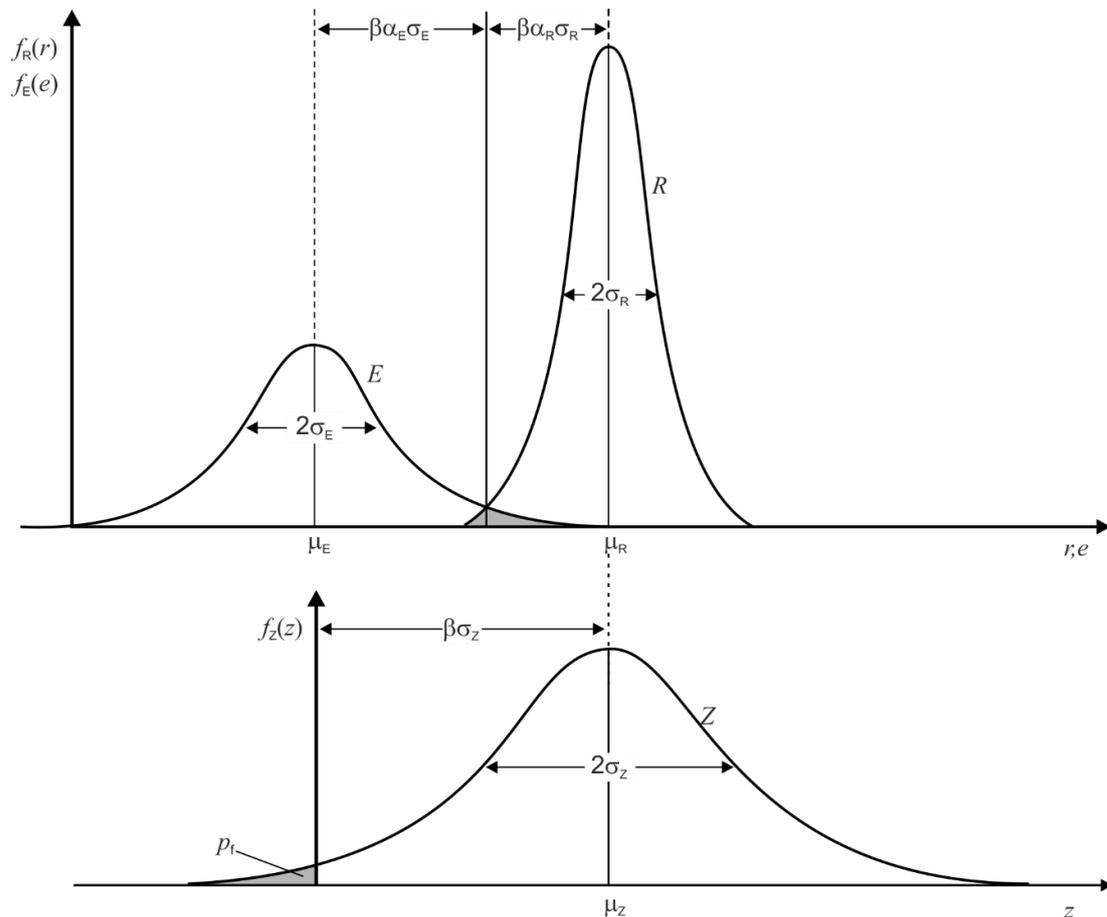


Abbildung 13: Graphischer Zusammenhang zwischen Einwirkung E , Widerstand R und Sicherheitsmarge Z sowie Definition von Sicherheitsindex β und Versagenswahrscheinlichkeit p_f

Der Abstand vom Erwartungswert von Z zum negativen Bereich ist ein Vielfaches der Standardabweichung σ_Z . Der Sicherheitsindex β ist der Multiplikationsfaktor, der somit die Inverse des Variationskoeffizienten der Zustandsfunktion Z darstellt und sich gemäß Gl. (4.5) ergibt.

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (4.5)$$

Versagenswahrscheinlichkeit und Sicherheitsindex stehen also wie bereits erwähnt im direkten Zusammenhang zueinander und können voneinander abhängig gemäß Gl. (4.6) formuliert werden. Dabei entspricht Φ der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung.

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (4.6)$$

Der Punkt, in dem sich die beiden Kurven schneiden, ist der Bemessungspunkt. Der Abstand des Erwartungswerts einer Einflussgröße i bis zum Bemessungspunkt ist als Produkt aus dem Sicherheitsindex β , der jeweiligen Standardabweichung und einem Wichtungsfaktor α_i definiert. Für den oben dargestellten Fall existiert also ein Wert α_R und α_E entsprechend der Definitionen nach Gln. (4.7) und (4.8).

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 \sigma_E^2}} \quad (4.7)$$

$$\alpha_E = \frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 \sigma_E^2}} \quad (4.8)$$

Die Wichtungsfaktoren nehmen stets einen Wert zwischen 0 und 1 an und quantifizieren den Einfluss des jeweiligen Parameters auf die Versagenswahrscheinlichkeit. Die Summe der Quadrate der Wichtungsfaktoren beträgt 1,0. Bei der operativen Versagenswahrscheinlichkeit p_f handelt es sich um einen theoretischen Wert zur Quantifizierung der Sicherheit und Zuverlässigkeit. Der Wert dient damit dem planenden Ingenieur als eine entscheidende Vergleichsgröße. Es ist zu beachten, dass menschliches Fehlverhalten nicht eingerechnet werden kann. Die Aussagekraft der operativen Versagenswahrscheinlichkeit hängt somit von der Voraussetzung ab, dass menschliches Fehlverhalten durch andere Maßnahmen (z.B. ein geeignetes QS-System) weitestgehend ausgeschlossen werden kann (z.B.: [Spa92; Fis01; Gru89]). Tabelle 1 zeigt für eine Referenzperiode von einem Jahr und 50 Jahren den Zusammenhang zwischen dem Zuverlässigkeitsindex β und der operativen Versagenswahrscheinlichkeit.

Tabelle 1: Beziehung zwischen Sicherheitsindex und operativer Versagenswahrscheinlichkeiten für einen Bezugszeitraum von einem bzw. 50 Jahren

p_f	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
β (50 a)	1,28	3,33	3,09	3,72	4,27	4,75	5,20
β (1 a)	-	0,21	1,67	2,55	3,21	3,83	4,41

EC0 enthält Vorgaben für die maximal zulässige Größe der angestrebten Versagenswahrscheinlichkeit und gibt auch Zielwerte für den Sicherheitsindex an. Da Widerstände und Einwirkungen zeitlich abhängige Größen sind, ändern sich auch die normativen Zielwerte für β mit der veranschlagten Nutzungsdauer des Gebäudes. Im Hochbau wird im Allgemeinen für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren geplant. Tabelle 2 zeigt die nicht zu unterschreitenden Werte für den Sicherheitsindex β in Abhängigkeit der Nutzungsdauer des Bauwerks.

Die Vorgaben sind abhängig von verschiedenen definierten Zuverlässigkeitsklassen (engl. *reliability class*, RC), die die Folgeschwere eines Versagensfalls einbeziehen (vgl. Abschnitt 4.1). Die in EC0 empfohlenen Zielwerte für den Sicherheitsindex β stimmen dabei im Wesentlichen mit den Angaben in den *Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen* [GruSiBau81] überein. Dort sind für einen Bezugszeitraum von einem Jahr für den Grenzzustand der Tragfähigkeit dieselben β -Werte dokumentiert. Diese können in die in EC0 angegebenen Werte für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren umgerechnet werden. Die in der [GruSiBau81] vorgenommene Einteilung in Sicherheitsklassen entspricht im Wesentlichen den in EC0 definierten Schadensfolgeklassen CC. Diese sind mit den Zuverlässigkeitsklassen RC verknüpft, über welche die empfohlenen Werte für den Zuverlässigkeitsindex β definiert werden (Vgl. Tabelle 2).

Tabelle 2: Empfohlene Mindestwerte für den Sicherheitsindex β nach [EC0; EC0/NA]

Zuverlässigkeitsklasse	Mindestwert für β	
	Bezugszeitraum 1 Jahr	Bezugszeitraum 50 Jahre
RC 3	5,2	4,3
RC 2	4,7	3,8
RC 1	4,2	3,3

Die Tragfähigkeit ist in der Regel von mehreren Einflussparametern abhängig, die alle streuende Größen darstellen, wie das beispielsweise bei den Ansätzen gegen Durchstanzen und Querkraft der Fall ist. Zeitabhängiges Bauteilverhalten wird bei der Bemessung gegen Durchstanzen und Querkraft standardmäßig nicht berücksichtigt. Dadurch handelt es sich bei allen einfließenden Parametern (den sogenannten *Basisvariablen*) um Zufallsgrößen, die im einfachsten Fall voneinander stochastisch unabhängig sind. Die Basisvariablen können zu einem Zufallsvektor $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_m)^T$ zusammengefasst werden [Spa92]. Entsprechend der Notation in [Spa92] werden die m Basisvariablen in eine m -dimensionalen Raum mit den Koordinaten x_1, x_2, \dots, x_m beschrieben. Die Grenzzustandsgleichung ergibt sich somit entsprechend Gl. (4.9).

$$g(\mathbf{x}) = g(x_1, x_2, \dots, x_m) = 0 \quad (4.9)$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit kann entsprechend Gl. (4.10) als Faltungsintegral berechnet werden.

$$p_{f,g(x)<0} = \int \dots \int_m f_x(x_1, x_2, \dots, x_m) dx_1 dx_2 \dots dx_m \quad (4.10)$$

Bei zwei Basisvariablen ist die Verbundverteilungsdichte dreidimensional (Abbildung 14) und somit bei m einfließenden Größen $m+1$ -dimensional. Da Hyperräume nicht vorstellbar sind, soll hier anhand X_1 und X_2 anschaulich dargestellt werden, wie der Sicherheitsindex geometrisch definiert ist. Abbildung 14 zeigt die Verbundverteilungsdichte der beiden Basisvariablen. Die die Grenzzustandsfunktion $g = 0$ unterteilt den Raum in den weißen Überlebens- und den roten Versagensbereich.

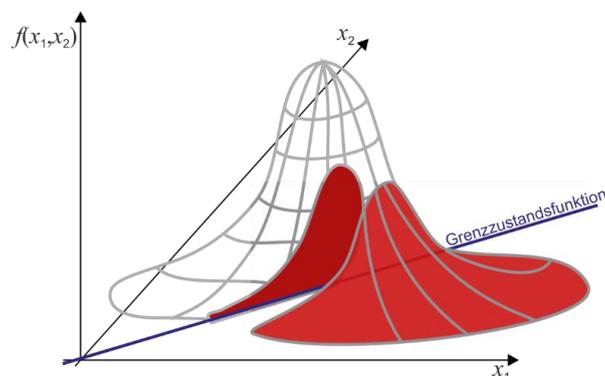


Abbildung 14: Darstellung der Verteilungsfunktionen zweier Variablen einer Zustandsfunktion im Raum in Anlehnung an [Zil10]

In der Draufsicht ergibt sich Abbildung 15a). Dabei ist der Sicherheitsindex β als kürzester Abstand vom Mittelpunkt zur Grenzzustandsfunktion definiert. Diese ist hier der Anschaulichkeit halber linear gewählt. Sie kann jedoch jede beliebige Ordnung besitzen. Werden X_1 und X_2 in den Standardnormalraum transformiert (Y_1 und Y_2), verschiebt sich der Erwartungswert der Verbundverteilungsdichte in den Ursprung des Koordinatensystems, wie in Abbildung 15b) ersichtlich ist. Der Sicherheitsindex β ergibt sich dann als Lotabstand von Koordinatenursprung zur Grenzzustandsgleichung. Der Sicherheitsindex ist ein Maß für die Versagenswahrscheinlichkeit und kann als Vergleichsgröße herangezogen werden. Die Wichtungsfaktoren α entsprechen der Definition nach Abbildung 13.

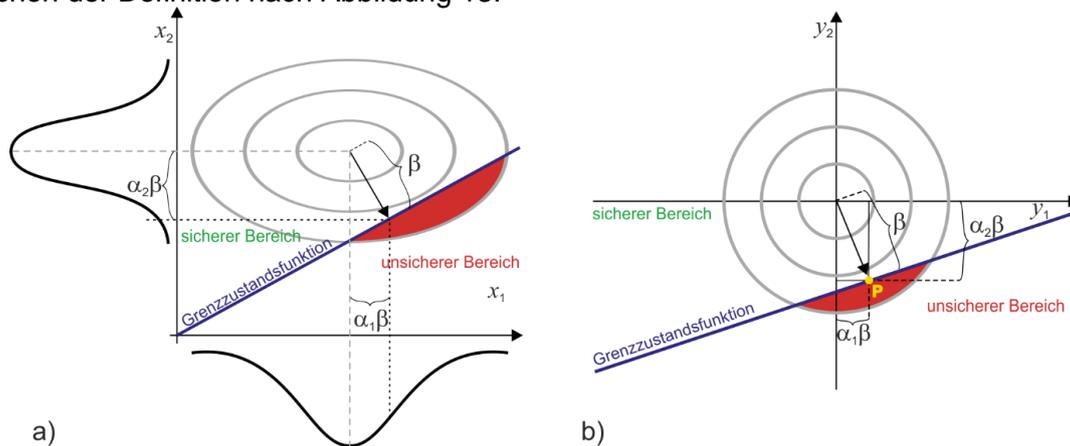


Abbildung 15: Grenzzustand bei zwei Basisvariablen in der Draufsicht nach [Spa92; Gru89; Fis01]: a) kombinierte Verteilungsdichte, b) im Standardnormalraum

Gerade bei mehrdimensionalen Grenzzustandsfunktionen ist die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit über das Faltungsintegral nach Gl. (4.10) oftmals analytisch nicht möglich. Es können zwar numerische Methoden zur näherungsweise Berechnung des Integrals durchgeführt werden, diese bedeutet aber im Allgemeinen einen deutlich erhöhten Rechenaufwand. Durch die technischen Fortschritte bei der Computertechnik sind die numerischen Berechnungen heutzutage durchführbar. Der hohe Berechnungsaufwand ist aber meist nicht notwendig, da bei praktischen Problemstellungen oftmals bereits Level-II-Verfahren zu hinreichend genauen Ergebnissen für die Versagenswahrscheinlichkeit führen. Die numerischen Methoden können allerdings sinnvoll zur Überprüfung der Ergebnisse der Level-II-Verfahren verwendet werden. Eine übertriebene Genauigkeit ist auch deshalb nicht erforderlich, da die genauen Verteilungen der Basisvariablen nicht bekannt sind und nur geschätzt werden können. Die Qualität dieser Schätzungen hängt dabei wesentlich von der Anzahl an verfügbaren Daten ab.

4.3.3 Modellunsicherheit θ

Bemessungsgleichungen stellen immer nur Modelle dar, die nicht vollständig der Realität entsprechen, sondern diese vielmehr so gut wie möglich abbilden sollen. Ein Bemessungsmodell kann allgemein nach *Probabilistic Model Code* [JCSS01] nach Gl. (4.11) beschrieben werden.

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (4.11)$$

Dabei entspricht Y der Bauteilreaktion, $f(\dots)$ der Modellfunktion und X_i den Basisvariablen, die die Gleichung beeinflussen. Das tatsächliche Verhalten einer Konstruktion entspricht jedoch

Y' und weicht in der Regel vom rechnerischen Y ab. Diese Diskrepanzen sollen durch zusätzliche empirische Einflussparameter ausgeglichen werden, den sogenannten Modellunsicherheiten θ_i . Bei den Modellunsicherheiten θ_i handelt es sich um Zufallsvariablen. Diese zusätzlichen Basisvariablen sollen die Einflüsse aus unberücksichtigten Effekten und der getroffenen mathematischen Vereinfachungen adressiert werden. Wird nun eine reale Konstruktion hergestellt, beispielsweise in einem Versuch, ergibt sich Gl. (4.12).

$$Y' = f'(X_1, \dots, X_n, \theta_1, \dots, \theta_n) \quad (4.12)$$

Die Ermittlung von Modellunsicherheiten erfolgt in der Regel empirisch anhand von Versuchsergebnissen oder Messungen an realen Bauwerken. Aber auch numerische oder analytische Lösungen sind denkbar. Dabei müssen stets alle n Einflussparameter erfasst werden. Es ist typischerweise zu beachten, dass eine große Anzahl an Messwerten hohe statistische Sicherheiten erzeugt und ein kleiner Stichprobenumfang hingegen zu niedrigen statistischen Sicherheiten führt.

Die genaueste Möglichkeit, Modellunsicherheiten in Bemessungsgleichungen zu berücksichtigen, besteht in der Einführung von je einer weiteren Zufallszahl θ_i pro Basisvariable, die die jeweiligen Modellunsicherheiten erfassen soll. Die gängigsten Varianten sind jedoch die Addition (Gl. (4.13)) oder Multiplikation (Gl. (4.14)) von nur einer einzigen zusätzlichen Basisvariable θ_i , welche die Modellunsicherheit der gesamte Bemessungsgleichung berücksichtigen soll (Gln. (4.13) und (4.14)).

$$Y' = \theta_1 + f(X_1, \dots, X_n) \quad (4.13)$$

$$Y' = \theta_1 f(X_1, \dots, X_n) \quad (4.14)$$

Probabilistic Model Code [JCSS01] empfiehlt Modellunsicherheiten für Bemessungsgleichungen zur Ermittlung der Schubtragfähigkeiten als logarithmisch normalverteilt zu betrachten und einen Mittelwert von $\mu_\theta = 1,0$ und einen Variationskoeffizienten von $\text{CoV}_\theta = 0,1$ anzusetzen. Im Zuge des vorliegenden Forschungsprojekts werden für die nachfolgend beschriebenen Untersuchungen jedoch die Modellunsicherheiten genauer auf Grundlage von Versuchsauswertungen ermittelt. Bestätigt durch die Vorgehensweise von RICKER [Ric09] wurde zunächst die von *Probabilistic Model Code* vorgeschlagene logarithmische Normalverteilung vorausgesetzt.

4.4 Berechnungsverfahren

4.4.1 Allgemeines

Wie zuvor erläutert, ist zur Bewertung der Zuverlässigkeit von Widerstandsmodellen und der anschließenden Ableitung von Teilsicherheitsbeiwerten eine Quantifizierung der Versagenswahrscheinlichkeit erforderlich. Diese ergibt sich als Volumen der Verbundverteilungsdichtefunktion im Versagensbereich, der durch die Grenzzustandsfunktion definiert wird. Anschließend kann aus der Versagenswahrscheinlichkeit der Zuverlässigkeitsindex β berechnet werden (vgl. Abschnitt 4.3.2). Bei den Näherungsverfahren wird teilweise auch der Zuverlässigkeitsindex b als Lotabstand zwischen dem Ursprung der Verbundverteilungsdichte und der Grenzzustandsfunktion ermittelt. Dieser sogenannte *geometrische Zuverlässigkeitsindex* ist ebenfalls ein (näherungsweise) Maß für die Versagenswahrscheinlichkeit. Im Folgenden wird eine Übersicht über die wesentlichen zur Verfügung stehenden Berechnungsmethoden zur

Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit oder des geometrischen Zuverlässigkeitsindex gegeben.

4.4.2 Methoden mit Linearisierung der Grenzzustandsfunktion auf Basis des Mittelwerts

Zur Annäherung an das Integral der Verbundverteilungsdichte im unsicheren Bereich wurde die Momentenmethode entwickelt. Hier ist es nicht erforderlich, die gesamte Verbundverteilungsdichte zu charakterisieren. Es wird stattdessen von generell normalverteilten Basisvariablen ausgegangen, so dass die stochastischen Momente der Basisvariablen als Eingangsgrößen ausreichen. So können die Zufallsgrößen definiert werden, ohne die genaue Verteilungsfunktion kennen zu müssen. Das arithmetische Mittel einer Stichprobe als Schätzwert für den Erwartungswert beziehungsweise der Erwartungswert selbst entspricht dabei dem ersten Moment m_1 . Das zweite zentrale Moment ist die Varianz, deren Wurzel der Standardabweichung entspricht und die beispielsweise als empirische Varianz anhand einer Stichprobe geschätzt werden kann. Das dritte und vierte Moment, welche hier nicht berücksichtigt und nur der Vollständigkeit halber genannt werden, sind die Schiefe der Verteilungsfunktion respektive deren Exzess, also der Unterschied der vorhandenen Wölbung im Vergleich zur Glockenkurve der Normalverteilung [Spa92; Sch96].

Bei der Momentenmethode erfolgt keine direkte Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit, sondern der geometrische Sicherheitsindex β wird bestimmt. Bei nichtlinearen Grenzzustandsfunktionen muss eine lineare Annäherung erfolgen, die mittels einer Taylorreihenentwicklung erreicht wird. Bei den ersten Berechnungsverfahren aus der Mitte des letzten Jahrhunderts erfolgte die Reihenentwicklung im Erwartungswert (Mittelwert), worauf der Begriff MVFOSM für *Mean-value first-order second-moment* zurückgeht. Im Detail bedeutet die Bezeichnung, dass im Bereich des Mittelwerts (engl. *mean value*) eine Taylorreihenentwicklung ersten Grades (engl. *first order*) durchgeführt wird und die Zufallsvariablen über ihre beiden ersten zentralen Momente, also auf Basis der Berücksichtigung des zweiten Moments (engl. *second moment*) definiert werden, z. B. [Cor69; Ben70; Ell80; Spa92; Sch96].

Bei der MVFOSM-Methode werden normalverteilte, voneinander stochastisch unabhängige Basisvariablen vorausgesetzt. Diese werden in einem ersten Schritt in den Standardnormalraum transformiert. Nun kann für eine beliebige Grenzzustandsfunktion, die lediglich stetig und differenzierbar sein muss, damit sie durch die Taylorreihenentwicklung ersten Grades approximiert werden kann, ein adäquater Wert für den geometrischen Sicherheitsindex β ermittelt werden. Der geometrische Sicherheitsindex β ist hierbei der Lotabstand vom Ursprung (d.h. dem Erwartungswert der Verbundverteilungsdichte) zur linearisierten Grenzzustandsfunktion. Aus der nach Gl. (4.5) gegebenen Definition für β über Mittelwert und Standardabweichung, ergibt sich die Abhängigkeit von den genannten ersten beiden zentralen Momenten.

Die MVFOSM-Methode ist ein einfaches Berechnungsverfahren aus der Gruppe der Level-II-Verfahren. Ihr Nachteil ergibt sich durch die Bedingungen, dass alle Basisvariablen normalverteilt sein müssen und die Grenzzustandsgleichung linearisierbar sein muss. Dies ist jedoch nicht immer der Fall und schränkt damit die Verwendbarkeit der Methode erheblich ein [Ric09]. Gleichzeitig ist der ermittelte Sicherheitsindex nicht invariant gegenüber einer mathematischen und äquivalenten Umformung der Grenzzustandsfunktion, sodass bei später entwickelten Verfahren von einer Linearisierung im Mittelpunkt abgesehen wurde und diese stattdessen im Bemessungspunkt erfolgte, was allerdings eine iterative Berechnung zur Folge hat.

4.4.3 Methoden mit Linearisierung der Grenzzustandsfunktion im Bemessungspunkt

Der Ansatz, die Linearisierung der Grenzzustandsfunktion im Bemessungspunkt durchzuführen geht auf die Erkenntnisse von HASOFER und LIND [HAS74] zurück. Mathematisch liegt dabei ein Optimierungsproblem vor, in dem der kürzeste Abstand vom Ursprung (Erwartungswert der Verbundverteilungsdichte) zur im Bemessungspunkt linearisierten Grenzzustandsfunktion im Standardnormalraum gefunden werden soll. Diese Berechnung erfordert eine numerisch deutlich aufwendigere iterative Berechnung. Eine Weiterentwicklung erfolgte durch den *Rackwitz-Fiessler-Algorithmus* [Fie76], bei dem es sich um eine FORM, *First-order-reliability-method* handelt. Im Gegensatz zur MVFOSM-Methode nach CORNELL können für die Basisvariablen unterschiedliche Verteilungstypen näherungsweise berücksichtigt werden.

Vereinfacht lassen sich die Vorgehensweise nach RACKWITZ und FIESSLER [Fie76] folgendermaßen zusammenfassen: In einem ersten Schritt werden alle nicht-normalverteilten Basisvariablen in normalverteilte Größen umgewandelt, um sie anschließend in den Standardnormalraum zu transferieren. Es folgt die Formulierung der Grenzzustandsgleichung im Standardnormalraum. Nun wird iterativ der kleinste Abstand zwischen dem Koordinatenursprung, in dem sich der Erwartungswert der Verbundverteilungsdichte im Standardnormalraum befindet, und der Grenzzustandsfunktion ermittelt. Dazu werden die Wichtungsfaktoren α_i bestimmt. Aus dem geometrischen Zuverlässigkeitsindex β kann nach Gl. (4.6) diese, falls erforderlich, über den Zuverlässigkeitsindex (näherungsweise) berechnet werden [Fie76; Ric09].

Bei stark gekrümmten Grenzzustandsfunktionen kann die Anwendung eines Näherungsverfahrens erster Ordnung zu ungenauen Ergebnissen führen, sodass hier Verfahren höherer Ordnung sinnvoll sein können. Bei den meisten Ingenieurproblemen ist davon auszugehen, dass mit Verfahren erster Ordnung eine ausreichende Genauigkeit erzielbar ist und erst bei deutlicher Abweichung von der Normalverteilung oder hohen Ansprüchen an die Zuverlässigkeit die Anwendung genauerer Verfahren sinnvoll ist [Spa92]. Eine Möglichkeit ist die Verwendung von Verfahren nach der SORM, *Second-order-reliability-method*, wobei keine Linearisierung der Grenzzustandsfunktion, sondern eine Entwicklung quadratischer Ordnung durchgeführt wird, wodurch sich der Fehler der Näherungslösung reduziert. Hinsichtlich heutzutage vorhandener hoher Computerleistungen fällt die erhöhte Rechenzeit bei Verwendung von Verfahren mit einer Näherung höherer Ordnung kaum ins Gewicht. Auch Level-III-Verfahren, wie z. B. die im nachfolgenden Abschnitt zusammengefasste Monte-Carlo-Methode, können heute mit kurzer Rechenzeit durchgeführt werden. Dies gilt zumindest bei Anwendung eines Varianzreduktionsverfahrens. Daher ist es in jedem Fall empfehlenswert, bei Anwendung einfacherer Näherungslösungen zumindest stichpunktartige Vergleichsberechnungen mit genaueren Verfahren durchzuführen.

4.4.4 Monte-Carlo Methode

Die Monte-Carlo-Methode beruht auf dem Grundgedanken, den Zufallscharakter der Einflussparameter durch künstliche Erzeugung entsprechender Zufallszahlen (den sogenannten Realisationen) zu simulieren und damit den unendlich großen Raum der Realisationen durch eine begrenzte Anzahl zufälliger Versuche abzubilden. Dazu muss zunächst eine Grenzzustandsgleichung bestimmt werden und die Basisvariablen müssen ausreichend durch stochastische Modelle genau definiert sein. Nun werden Zufallszahlen für das betrachtete Merkmal erzeugt,

deren empirische Häufigkeitsverteilung mit wachsender Zahl der Realisationen gegen den vorgegebenen Verteilungstyp konvergiert. Die Zufallszahlen werden dann in die Grenzzustandsgleichung eingesetzt und es wird geprüft, ob der simulierte Versuch im Versagens- oder Überlebensbereich liegt. Dieser Prozess wird n -mal wiederholt. Anschließend wird die relative Versagenshäufigkeit als Quotient aus der Anzahl der erzeugten Versagensfälle und der Anzahl der Durchläufe gebildet. Nach dem *Gesetz der großen Zahlen* konvergiert die relative Häufigkeit eines Zufallsergebnisses gegen die tatsächliche Wahrscheinlichkeit. Im vorliegenden Fall nähert sich also die relative Versagenshäufigkeit aus den Realisationen bei einer wachsenden Menge an Durchläufen der Versagenswahrscheinlichkeit p_f an, z.B. [Ric09].

Dadurch, dass die Versagenswahrscheinlichkeit im Bauwesen eine sehr kleine Zahl darstellen sollte, ist eine extrem große Anzahl an Simulationen erforderlich, um ein hinreichend genaues Ergebnis erhalten zu können. Dies bedeutet, dass bis zu einige Hundert Millionen Durchläufe erzeugt werden müssten, damit die Versagenswahrscheinlichkeit ausreichend präzise angenähert werden könnte, was die Zweckmäßigkeit der Anwendung der Monte-Carlo-Methode im Bauwesen deutlich schmälert [Rac93; Ric09]. Aus diesem Grund wurden die sogenannten Varianzreduktionsverfahren entwickelt. Das vermutlich bekannteste Verfahren ist die sogenannte Importanzstichprobenwahl (*Importance Sampling*).

Die Monte-Carlo-Simulation mit Importanzstichprobenwahl unterscheidet sich insofern von der einfachen Monte-Carlo-Simulation, als dass die künstliche Erzeugung der Simulationsversuche vom Bereich um den Erwartungswert der Verbundverteilungsdichte in Richtung Bemessungspunkt verlagert wird. Dadurch können in wesentlich weniger Durchläufen deutlich größere Mengen an Realisationen im Versagensbereich erzielt werden. Als Ergebnis ist eine deutlich reduzierte Anzahl an Simulationen erforderlich, was die Berechnungskosten im Vergleich zur einfachen Monte-Carlo-Simulation wesentlich vermindert. Bei beiden Methoden handelt es sich um Level-III-Verfahren [Rac93; Ric09], da die berechnete Versagenswahrscheinlichkeit gegen die exakte Lösung konvergiert. Eine ausreichende Anzahl an Simulationen vorausgesetzt, erhält man somit die nahezu exakte Versagenswahrscheinlichkeit.

5 Durchgeführte Berechnungen

5.1 Allgemeines

In diesem Kapitel werden die durchgeführten Berechnungen vorgestellt. Dazu werden zunächst die statistischen Kennwerte der materialspezifischen und geometrischen Basisvariablen sowie der Modellunsicherheit zusammengefasst bzw. ermittelt. Anschließend erfolgt die Zusammenfassung der durchgeführten probabilistischen Berechnungen zur Ermittlung von β bestehend aus Parameterstudien und Sensitivitätsanalysen.

5.2 Grenzzustandsfunktion

5.2.1 Grundlagen

Gemäß DIN EN 1990 ist im Grenzzustand der Tragfähigkeit nachzuweisen, dass $E_d \leq R_d$ ist. Hierbei sind E_d der Bemessungswert der Einwirkungen und R_d der Bemessungswert des Widerstands. Die Bemessungswerte E_d und R_d sind dabei so zu wählen, dass der tatsächliche Widerstand R nur mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit kleiner als die tatsächlich vorhandene Einwirkung E wird. Um zur Vereinfachung der Berechnung die Widerstandsseite getrennt von der Einwirkungsseite betrachten zu können, darf gemäß DIN EN 1990 ein vereinfachter semiprobabilistischer Ansatz verwendet werden. Bei diesem Ansatz werden konstante Wichtungsfaktoren für die Widerstands- und Einwirkungsseite angesetzt. Für die Widerstandsseite darf gemäß DIN EN 1990 ein konstanter Faktor von $\alpha_R = +0,8$ und für die Einwirkungsseite von $\alpha_E = -0,7$ angesetzt werden. Diese Annahmen sind gültig, wenn das Verhältnis der zugehörigen Standardabweichungen zwischen $0,16 < \sigma_E/\sigma_R < 7,6$ liegt [EC0; EC0/NA]. Ist diese Bedingung nicht eingehalten, sollte nach DIN EN 1990 für die Seite mit der größeren Streuung ein Wert $\alpha = \pm 1,0$ und für die Seite mit der geringeren Streuung ein Wert von $\alpha = \mp 0,4$ angenommen werden. Die Empfehlungen für die Wichtungsfaktoren überschätzen auf der sicheren Seite liegend die Gesamtstreuung, da die Bedingungen $\Sigma \alpha^2 = 1,0$ nicht eingehalten wird, d.h. es werden – mathematisch nicht korrekt – Quadratsummen größer als Eins zugelassen.

5.2.2 Durchstanzen

5.2.2.1 EN 1992-1-1

Basierend auf der Bemessungsgleichung zur Ermittlung der Durchstanztragfähigkeit ohne Durchstanzbewehrung kann folgende semiprobabilistische Grenzzustandsfunktion zur Beschreibung des Versagensbereichs angegeben werden:

$$g(\vec{x}) = \theta_R v_{Rm,c}(d, c, A_s, f_c) u_1(d, c) d - V_{Rd,c} \leq 0 \quad (5.1)$$

Hierbei sind θ_R eine Zufallsvariable zur Beschreibung der Modellunsicherheit des Bemessungsmodells; $v_{Rm,c}(\cdot)$ die charakteristische Durchstanztragfähigkeit ohne Durchstanzbewehrung, $u_1(\cdot)$ ist der Umfang des kritischen Rundschnitts im Abstand von $2,0d$ vom Rand der Lasteinleitungsfläche (der Umfang berechnet sich in Abhängigkeit der beiden Zufallsgröße d und c) und $V_{Rd,c}$ ist der Bemessungswert der Durchstanztragfähigkeit ohne Durchstanzbewehrung gemäß [EC2/NAD].

Der Durchstanzwiderstand ohne Durchstanzbewehrung $v_{Rm,c}(\cdot)$ berechnet sich in Übereinstimmung mit Gl. (3.5) zu:

$$v_{Rm,c} = C_{Rk,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \quad (5.2)$$

Hierbei sind die Haupteinflussparameter des Durchstanzwiderstands streuende Größen, die durch Zufallsvariablen beschrieben werden können: d ist eine Zufallsvariable, die die Streuung der statische Nutzhöhe berücksichtigt und f_c ist eine Zufallsvariable, die den stochastischen Charakter der Betondruckfestigkeit beschreibt. Der Biegebewehrungsgrad ergibt sich gemäß DIN EN 1992-1-1 + NA zu:

$$\rho_l = \min\left(\frac{A_s}{c + 2 \cdot 3d}; 0,02; 0,5 \cdot \frac{f_c}{f_y}\right) \quad (5.3)$$

Hierbei sind A_s eine Zufallsvariable, die den Querschnitt der vorhandenen Bewehrung im Bereich der Stütze und eines Bereiches von jeweils $3d$ links und rechts der Stütze beschreibt; c ist eine Zufallsvariable, die die Streuung der Stützenabmessungen berücksichtigt; f_c beschreibt den stochastischen Charakter der Betondruckfestigkeit und f_y beschreibt als Zufallsvariable die Größe der Streckgrenze des Betonstahls.

Der empirische Vorfaktor $C_{Rk,c}$ ergibt sich gemäß dem deutschen Nationalen Anhang zu DIN EN 1992-1-1 für zu:

$$C_{Rk,c} = 0,18 \cdot \min\left(1,0; 0,1 \frac{u_0(c_1, c_2, c_\emptyset)}{d} + 0,6\right) \quad (5.4)$$

Hierbei sind $u_0(c_1, c_2, c_\emptyset)$ der Stützenumfang in Abhängigkeit der Stützenabmessung, die im Falle einer quadratischen Stütze durch eine Zufallsvariable $c = c_1 = c_2$ beschrieben wird (für rechteckige Stützen sind 2 Zufallsvariablen c_1 und c_2 zu berücksichtigen) und d die statische Nutzhöhe, die ebenfalls eine Zufallsgröße darstellt.

Für kreisrunde Stützen mit einem Stützenumfang u_0 größer als $12d$, ist gemäß NA der empirische Vorfaktor $C_{Rk,c}$ abzumindern. Es braucht jedoch kein kleinerer Vorfaktor als 0,15 angesetzt zu werden, dieser Mindestwert entspricht der Querkrafttragfähigkeit einer liniengelagerten Platte. Es ergibt sich somit für kreisrunde Stützen folgender Ausdruck:

$$C_{Rk,c} = \max\left(0,18 \cdot \min\left(1,0; \frac{12d}{u_0(c_\emptyset)}\right); 0,15\right) \quad (5.5)$$

Hierbei sind $u_0(c_\emptyset)$ der Stützenumfang der kreisrunden Stütze in Abhängigkeit des Stützendurchmessers, der durch die Zufallsvariable c_\emptyset beschrieben wird und d eine Zufallsgröße zur Beschreibung des streuenden Charakters der statischen Nutzhöhe.

Für kreisrunde Innenstützen ergibt sich somit gemäß Gl. (5.1) folgende Grenzzustandsgleichung:

$$\begin{aligned}
g(\vec{x}) &= \theta_R \cdot \min \left(0,18 \cdot \min \left(1; 0,1 \frac{\pi c_\emptyset}{d} + 0,6 \right); \max \left(0,18 \cdot \min \left(1; \frac{12d}{\pi c_\emptyset} \right); 0,15 \right) \right) \cdot \\
&\min \left(2,0; 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \cdot \left(100 \cdot \min \left(\frac{A_s}{c_\emptyset + 2 \cdot 3d}; 0,02; 0,5 \cdot \frac{f_c}{f_y} \right) \cdot f_c \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \\
&\left[2\pi \left(\frac{c_\emptyset}{2} + 2d \right) \right] d - V_{Rd,c} = 0
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Hierbei ist $\vec{x} = (\theta_R, d, c_\emptyset, A_s, f_c)^T$ der Vektor der Realisierungen der gleichbenannten Zufallsvariablen.

5.2.2.2 prEN 1992-1-1:D7

Entsprechend prEN 1992-1-1:D7 ändert sich die Grenzzustandsgleichung wie folgt:

$$g(\vec{x}) = \theta_R \tau_{Rm,c}(d, c, A_s, f_c, D_{lower}, a_p) b_{0,5}(d, c_\emptyset) d - V_{Rd,c} \leq 0 \tag{5.7}$$

Im Vergleich zu EN 1992-1-1 kommen nun zwei weitere Variablen zur Ermittlung der aufnehmbaren Schubspannung hinzu und der kritische Rundschnitt $b_{0,5}(\cdot)$ wird im Abstand $0,5d$ vom Rand der Lasteinleitungsfläche geführt (vgl. Abschnitt 3.3.3). Es wird nachfolgend davon ausgegangen, dass die wirksame statische Nutzhöhe d_v der statischen Nutzhöhe d entspricht.

Der Durchstanzwiderstand ohne Durchstanzbewehrung $\tau_{Rm,c}(\cdot)$ berechnet sich in Übereinstimmung mit Gl. (3.9) zu:

$$\tau_{Rm,c} = 0,6 \cdot k_{pb}(d, c) \cdot \left(100 \cdot \rho_l(A_s, c, d) \cdot f_c \cdot \frac{d_{dg}(D_{lower}, f_c)}{a_{pd}(L, d)} \right)^{1/3} \tag{5.8}$$

Die Haupteinflussgrößen sind wie bei [EC2] ebenfalls streuende Größen: d ist eine Zufallsvariable, die die Streuung der statische Nutzhöhe berücksichtigt; c ist eine Zufallsvariable, die die Streuung der Stützenabmessungen berücksichtigt und f_c ist eine Zufallsvariable, die die Streuung der Betondruckfestigkeit berücksichtigt. Es werden jedoch weitere Einflussfaktoren wie etwa der kleinste Korndurchmesser der größten Kornfraktion D_{lower} und der Abstand des Momentennullpunkts zum Schwerpunkt der Lasteinleitungsfläche a_p berücksichtigt. Die Ermittlung des Bewehrungsgrad $\rho_l(\cdot)$ ändert sich in [prEC2:D7] ebenfalls, da der ansetzbare Wert nicht auf 2,0 % bzw. $0,5 \frac{f_c}{f_y}$ begrenzt wird. Der Bewehrungsgrad $\rho_l(\cdot)$ wird weiterhin über einen Bereich gleich der Stützenbreite zzgl. $3d_v$ je Stützenseite gemittelt und ergibt sich zu:

$$\rho_l(A_s, c, d) = \frac{A_s}{c + 2 \cdot 3d} \tag{5.9}$$

Der *Punching Shear Gradient Enhancement Coefficient* k_{pb} wird entsprechend Gl. (3.10) berücksichtigt.

$$k_{pb} = \max \left(1; \min \left(3,6 \cdot \sqrt{1 - \frac{b_0(c)}{b_{0,5}(d,c)}}; 2,5 \right) \right) \quad (5.10)$$

Für eine kreisrunde Stütze mit dem Durchmesser c_\emptyset ergeben sich für den Stützenumfang $b_0(c_\emptyset) = \pi \cdot c_\emptyset$ und für den Umfang des kritischen Rundschnitts $b_{0,5}(d, c_\emptyset) = \pi \cdot (c_\emptyset + 2 \cdot 0,5d)$. Hierbei sind c_\emptyset eine Zufallsvariable zur Beschreibung des streuenden Charakters des Stützendurchmessers und d eine Zufallsgröße zur Beschreibung des streuenden Charakters der statischen Nutzhöhe.

Es ist weiterhin zu berücksichtigen, dass in Gl. (3.9), die wirksame statische Nutzhöhe d_v durch $a_{pd} = \sqrt{\frac{8}{a_p}} \cdot d_v$ ersetzt werden kann, wenn $a_p < 8d$ gilt. Dabei darf für regelmäßige Flachdeckensysteme mit Spannweitenunterschiede zwischen $0,5 \leq L_x/L_y \leq 2,0$ der Abstand zwischen dem Momentnullpunkt und dem Schwerpunkt der Lasteinleitungsfläche zu $a_p = 0,22 \cdot L$ abgeschätzt werden. Womit dieses Kriterium demnach für $0,22 \cdot L < 8d$ bzw. $L < \frac{8}{0,22}d = 36,4 \cdot d$ greift. Es lässt sich also für $a_{pd}(L, d)$ formulieren:

$$a_{pd}(L, d) = \min \left(\sqrt{\frac{0,22 \cdot L}{8}} \cdot d; d \right) \quad (5.11)$$

Hierbei ist L eine Zufallsvariable zur Berücksichtigung der Streuung der Spannweite.

Zuletzt lassen sich die beiden Gleichungen für d_{dg} (Gl. (3.11a) und (3.11b)) für alle f_{ck} gemäß Gleichung (5.12) zusammenfassen. Dabei greift für $f_{ck} < 60$ MPa automatisch der Mindestwert von 1,0, so dass dann der Einfluss von f_{ck} für die Berechnung von d_{dg} nicht berücksichtigt wird. Es ergibt sich folgende Gleichung für $d_{dg}(D_{lower}, f_c)$:

$$d_{dg}(D_{lower}, f_c) = 16 + D_{lower} \cdot \min \left(1,0; \left(\frac{60}{f_c} \right)^4 \right) \quad (5.12)$$

Hierbei ist D_{lower} eine Zufallsvariable, die die Streuung des kleinsten Korndurchmessers der größten Kornfraktion beschreibt.

Für kreisrunde Innenstützen ergibt sich somit gemäß Gleichung (5.7) folgende Grenzzustandsgleichung:

$$g(\vec{x}) = \theta_R \cdot 0,6 \cdot \max \left(1,0; \min \left(3,6 \cdot \sqrt{1 - \frac{\pi \cdot c}{\pi(c+d)}}; 2,5 \right) \right) \cdot \left(100 \cdot \frac{A_s}{(c+2 \cdot 3 \cdot d) \cdot d} \cdot f_{ck} \cdot \frac{\min \left(16 + D_{lower} \cdot \min \left(1; \left(\frac{60}{f_c} \right)^4 \right); 40 \right) \cdot 10^{-3}}{\min \left(\sqrt{\frac{0,22 \cdot L}{8}} \cdot d; d \right)} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (5.13)$$

$$\pi(c+d) \cdot d - V_{Rd,c} = 0$$

Hierbei ist $\vec{x} = (\theta_R, d, c, L, A_s, f_c, D_{lower})^T$ der Vektor der Realisierungen der gleichbenannten Zufallsvariablen.

5.2.3 Querkraft

5.2.3.1 EN 1992-1-1

Der Versagensbereich auf Basis der Bemessungsgleichung für die Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung kann durch folgende semiprobabilistische Grenzzustandsfunktion beschrieben werden:

$$g(\vec{x}) = \theta_R v_{Rm,c}(d, A_s, b, f_c) b d - V_{Rd,c} \leq 0 \quad (5.14)$$

Hierbei sind θ_R eine Zufallsvariable zur Beschreibung der Modellunsicherheit des Bemessungsmodells; $v_{Rm,c}(\cdot)$ die Beanspruchbarkeit gegen Querkraft von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung, b und d Zufallsgrößen zur Beschreibung der Streuung der Bauteilbreite und der statischen Nutzhöhe sowie $V_{Rd,c}$ ist der Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung gemäß [EC2] bzw. [EC2/NAD].

Entsprechend Gl. (3.15) wird die Querkraftfestigkeit $v_{Rm,c}(\cdot)$ mit

$$v_{Rm,c} = C_{Rk,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \quad (5.15)$$

ermittelt. Neben den bereits erwähnten Zufallsvariablen, wird $v_{Rm,c}$ durch f_c beeinflusst, eine Zufallsvariable zur stochastischen Charakterisierung der Betondruckfestigkeit beschreibt. Der Längsbewehrungsgrad ρ_l ergibt sich zu:

$$\rho_l = \min \left(\frac{A_s}{b \cdot 3d}; 0,02 \right) \quad (5.16)$$

Hierbei sind A_s eine Zufallsvariable, die den Querschnitt der vorhandenen Bewehrung im Biegezugbereich des Plattenquerschnitts beschreibt.

Der empirische Vorfaktor beträgt $C_{Rk,c} = 0,18$ in [EC2] und $C_{Rk,c} = 0,15$ gemäß [EC2/NAD]. Die Grenzzustandsgleichung ergibt sich für [EC2] damit zu

$$g(\vec{x}) = \theta_R \cdot 0,18 \cdot \min \left\{ 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2,0 \right\} \cdot \left(100 \cdot \min \left\{ \frac{A_s}{bd}; 0,02 \right\} \cdot f_c \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b \cdot d - V_{Rd,c} \quad (5.17)$$

bzw. für [EC2/NAD] entsprechend zu

$$g(\vec{x}) = \theta_R \cdot 0,15 \cdot \min \left\{ 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2,0 \right\} \cdot \left(100 \cdot \min \left\{ \frac{A_s}{bd}; 0,02 \right\} \cdot f_c \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b \cdot d - V_{Rd,c} \quad (5.18)$$

Hierbei ist $\vec{x} = (\theta_R, d, A_s, b, f_c)^T$ der Vektor der Realisierungen der gleichbenannten Zufallsvariablen.

5.2.3.2 prEN1992-1-1:D7

Für die Querkraftbemessungsgleichung für Bauteile ohne Querkraftbewehrung gemäß dem Entwurf für die Fortschreibung von Eurocode 2 [prEC2:D7] nach Gl. (3.23) ergibt sich entsprechend der vorangegangenen Abschnitte die Beschreibung des Versagensbereichs durch folgende semiprobabilistische Grenzzustandsfunktion:

$$g(\vec{x}) = \theta_R \tau_{Rm,c}(d, A_s, b, f_c, D_{lower}, a_{cs}) \text{ bz} - V_{Rd,c} \leq 0 \quad (5.19)$$

Dabei ist die Schubfestigkeit gegeben als

$$\tau_{Rm,c} = 0,66 \cdot \left(100 \cdot \rho_1(A_s, b, d) \cdot f_c \cdot \frac{d_{dg}(D_{lower}, f_c)}{a_v(a_{cs}, d)} \right)^{1/3} \quad (5.20)$$

Ein Großteil der Zufallsgrößen entspricht hier den Definitionen für die Beschreibungen entsprechend [EC2]. Ihre Definitionen werden daher an dieser Stelle nicht wiederholt. Der Biegezugbewehrungsgrad ρ_1 in Abhängigkeit der Zufallsvariablen A_s , b und d ändert sich in [prEC2:D7] im Vergleich zu [EC2] nur insofern, dass die Begrenzung auf 0,02 entfällt. Unterschiede ergeben sich hinsichtlich d_{dg} und a_v , die beim Querkraftwiderstand nach EC2 keinen Eingang fanden. Dabei ergibt sich der Maßstabsfaktor d_{dg} in Abhängigkeit der Zufallsvariablen D_{lower} und f_c , welche die stochastische Charakterisierung des Größtkorns des Zuschlags bzw. der Betondruckfestigkeit beschreiben wie folgt:

$$d_{dg}(D_{lower}, f_c) = 16 + D_{lower} \cdot \min \left(1,0; \left(\frac{60}{f_c} \right)^4 \right) \quad (5.21)$$

Der Parameter a_v beschreibt den Einfluss der Zufallsgröße der Schubspannweite a_{cs} , die als Quotient aus dem einwirkenden Biegemoment M und der einwirkenden Querkraft V definiert ist. Es ergibt sich

$$a_v(a_{cs}, d) = \min \left\{ \sqrt{\max \left\{ \frac{M}{V}; d \right\} \cdot \frac{d}{4}}; 4d \right\} \quad (5.22)$$

Die Grenzzustandsgleichung ergibt sich für [prEC2:D7] für die Variante unter Berücksichtigung des Nennwerts der statischen Nutzhöhe d_{nom} bei der Ermittlung des Querkraftwiderstands damit zu

$$g(\vec{x}) = \theta_R \cdot 0,66 \cdot \left(100 \cdot \frac{A_s}{bd} \cdot f_c \frac{16 + D_{\text{lower}} \cdot \min\left(1,0; \left(\frac{60}{f_c}\right)^4\right)}{\min\left\{\sqrt{\max\left\{\frac{M}{V}; d\right\}} \cdot \frac{d}{4}; 4d\right\}} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b \cdot 0,9d - V_{Rd,c} \quad (5.23)$$

In der Variante mit Bemessungswert der statischen Nutzhöhe $d_{d(\text{esign})}$ bei der Ermittlung des Querkraftwiderstands ergibt sich die Grenzzustandsfunktion stattdessen zu

$$g(\vec{x}) = \theta_R \cdot 0,66 \cdot \left(100 \cdot \frac{A_s}{bd} \cdot f_c \frac{16 + D_{\text{lower}} \cdot \min\left(1,0; \left(\frac{60}{f_c}\right)^4\right)}{d_d} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot b \cdot 0,9d_d - V_{Rd,c} \quad (5.24)$$

5.3 Basisvariablen

5.3.1 Einflussparameter der Bemessungsgleichungen

Die statistischen Kennwerte für die Basisvariablen wurden für die hier dargestellten Auswertungen entsprechend den Angaben aus *Probabilistic Model Code* [JCSS01] übernommen. Wie in Tabelle 3 angegeben, ergeben sich unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung ($Y = \ln(X)$) aus den in [JCSS01] angegebenen Vorwerten Mittelwert f_{cm} und Standardabweichung σ_{fcm} der Basisvariable Betondruckfestigkeit entsprechend Gln. (5.25) und (5.26). Eine Übersicht über die statistischen Kennwerte der wesentlichen materialbezogenen bzw. geometrischen Einflussgrößen ist in Tabelle 4 zusammengefasst.

Tabelle 3: Statische Kennwerte für die Betondruckfestigkeit gemäß [JCSS01]

Festigkeitsklasse	Vorwerte					f_{cm}	σ_{fcm}
	m'	n'	s'	v'			
C25	3,65	3,0	0,12	10		38,8	4,67
C35	3,85	3,0	0,09	10		47,2	4,26
C45	3,98	3,0	0,07	10		53,6	3,76

$$\mu_Y = e^{m' + 0,5s'^2} \quad (5.25)$$

$$\sigma_Y = e^{m' + 0,5s'^2} \sqrt{e^{s'^2} - 1} \quad (5.26)$$

Tabelle 4: Statische Kennwerte für die wesentlichen Basisvariablen gemäß [JCSS01]

Basisvariable	Verteilung	Einheit	Nennwert	μ_x	σ_x	
Betondruckfestigkeit						
f_c	C25		25	38,8	4,67	
	C35	LN	N/mm ²	35	47,2	4,26
	C45			45	53,6	3,76
Streckgrenze Betonstahl	f_y	N	N/mm ²	500	$500+2\sigma_{fy}$	30
Statische Nutzhöhe	d	N	mm	d_{nom}	$d_{nom}+10$	10
Bemessungswert der stat. Nutzhöhe	d_a	N	mm	$d_{nom}-15$	$d_{nom}-15$	0
Stützenabmessung	$c, c\varnothing$	N	mm	c_{nom}	$c_{nom}+0,003c_{nom}$	$4+0,006c_{nom}$
Plattenbreite	b	N	mm	b_{nom}	$b_{nom}+\min\{0,003 b_{nom}; 0,003 \text{ mm}\}$	10
Stahlquerschnitt	A_s	N	mm ²	$A_{s,nom}$	$A_{s,nom}$	$0,02 A_{s,nom}$
Korndurchmesser	D_{max}	N	mm	$D_{max,nom}$	$D_{max,nom}$	$0,1 D_{max,nom}$
Spannweite	L	N	m	L_{nom}	L_{nom}	0,012
Effektive Schubspannweite	a_{cs}	N	mm	$a_{cs,nom}$	$a_{cs,nom}+\min\{0,003 a_{cs,nom}; 0,003 \text{ mm}\}$	10

5.3.2 Modellunsicherheiten

5.3.2.1 Allgemeines

Wie in Abschnitt 4.3.3 beschrieben, werden die Modellunsicherheiten im Zuge der vorliegenden Auswertungen anhand von Versuchsdaten ermittelt. Dazu werden Datensammlungen geeigneter Versuche genutzt und bezogene Tragfähigkeiten η als Quotient aus experimentell ermittelter Tragfähigkeit V_{exp} bzw. τ_{exp} und rechnerischer Tragfähigkeit $V_{calc,Ansatz}$ bzw. $\tau_{cal,Ansatz}$ entsprechend des betrachteten Bemessungsansatzes ermittelt, aus denen sich anschließend Erwartungswert und Standardabweichung bzw. Variationskoeffizient der Modellunsicherheit schätzen lassen.

Für die Durchstanzbemessungsgleichungen werden die am IMB der RWTH Aachen zusammengestellten Datenbanken mit Versuchsergebnissen an Flachdecken bzw. Einzelfundamenten ohne Durchstanzbewehrung verwendet, die zunächst von BEUTEL [Beu03] zusammengestellt und seitdem kontinuierlich gepflegt wurden [Häu09; Ric09; Sib14]. Zuletzt erfolgte eine Aktualisierung von SCHMIDT. Die aktuelle Version der Datenbanken ist in [Heg20a; Sch20] dokumentiert.

Für die Querkraftbemessungsgleichung wurde die von ACI und DAfStb zusammengeführte Versuchsdatenbank *vuct-RC* mit Querkraftversuchen an Einfeldträgern ohne Querkraftbewehrung mit Einzellasten als Grundlage verwendet [Rei03; DAfStb597], deren letzte Aktualisierungen aus der Zeit zwischen 2013 und 2015 in [Rei13; DAfStb617] beschrieben und dokumentiert ist und die für die Auswertungen zum [EC2/NAD] zugrundegelegt wurde. Zuletzt erfolgte eine Aktualisierung von ADAM im Zuge von Forschungsarbeiten am IMB der RWTH Aachen durch Berücksichtigung neuerer Versuchsergebnisse. Die aktuelle Version der Datenbanken

ist in [Heg20a] dargestellt und beinhaltet die 784 Versuche nach [DAfStb617] sowie über 100 ergänzte Datensätze.

5.3.2.2 Statistische Auswertungen

Vorgehen

Die statistischen Auswertungen erfolgten mit dem Ziel, ein stochastisches Modell für die Modellunsicherheiten zu ermitteln. Hierbei soll die Modellunsicherheit durch eine Zufallsvariable berücksichtigt werden, die durch eine Verteilungsfunktion beschrieben wird. Die statistischen Parameter der Verteilungsfunktion sollen anhand der in den Versuchsdatenbanken gespeicherten Daten geschätzt werden. Zunächst werden die statistischen Kennwerte der bezogenen Tragfähigkeiten η unter Annahme einer Normalverteilung (NV) und alternativ unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung (LNV) bestimmt. Im Anschluss werden Anpassungstests verwendet, um zu überprüfen, ob die angenommenen Verteilungsfunktionen zulässig sind. Um in der Stichprobe Ausreißer zu erkennen, werden dann statistische Tests verwendet. Dazu stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung ([Joh79; Fis99b]), wie etwa der Test nach GRUBBS [Gru72] oder nach DAVID, HARTLEY und PEARSON [DAV54].

Im ersten Schritt wird ein Anpassungstest verwendet, um zu überprüfen, ob die Daten der Stichprobe der angenommenen Verteilungsfunktion folgen. Dazu wurde im vorliegenden Fall der *Kolmogorov-Smirnov-Test* (z. B. [Ben70; Joh79; Pla93; Fis99a; Fab12]) verwendet, da bei diesem Test im Gegensatz zum bekannteren χ^2 -Test keine Klasseneinteilung erforderlich ist. Die Überprüfung der Hypothese, dass die vorliegende Stichprobe aus einer Verteilung mit einer bestimmten Verteilungsfunktion stammt, erfolgt durch Gegenüberstellung der Abweichungswerte mit einem Zielwert, der in Abhängigkeit des Signifikanzniveaus und der Stichprobengröße bestimmt wird. Für alle untersuchten Widerstandsmodelle konnte die angenommene Lognormalverteilung bestätigt werden.

Im Zuge des vorliegenden Forschungsprojekts wurde zur Ermittlung potentieller Ausreißer der *David-Hartley-Pearson-Test* verwendet (s. o.). Der Test überprüft konkret, ob es wahrscheinlich ist, dass ein beobachteter Extremwert zu einer normalverteilten Grundgesamtheit gehört oder es sich um einen Ausreißer handelt. Er ermöglicht eine gleichzeitige Betrachtung des unteren und oberen Grenzwertebereichs. Zur Überprüfung der Testhypothese wird in Abhängigkeit der Versuchsanzahl und der Spannweite der Versuchsergebnisse (hier: in Bezug auf η) ein statistischer Testwert ermittelt, der einem stichprobengrößenabhängigen Zielwert gegenübergestellt wird. Wird ein Ausreißer identifiziert, erfolgt eine Wiederholung des Ausreißertests unter Ausschluss des Versuchsergebnisses mit dem größten Abstand zum Mittelwert. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis kein Ausreißer mehr identifiziert wird. Bei log-normalverteilten Daten sind vor der Anwendung des *David-Hartley-Pearson-Tests* die Datenpunkte zu transformieren $y_i = \ln(x_i)$. Die Testgröße wird dann für die transformierten Datenpunkte y_i ermittelt.

Da die untersuchten Widerstandsmodelle als log-normalverteilt angenommen werden, erfolgt zunächst eine Rücktransformation der statistischen Parameter der der LNV entsprechend den nachfolgenden Gln. (5.27) bis (5.29).

$$\mu_{LN,transf} = e^{\mu_{LN} + 0,5\sigma_{LN}^2} \quad (5.27)$$

$$\sigma_{LN,transf} = \mu_{LN,transf} \sqrt{e^{\sigma_{LN}^2} - 1} \quad (5.28)$$

$$CoV_{LN,transf} = \sqrt{e^{\sigma_{LN}^2} - 1} \quad (5.29)$$

Ausgehend von diesen Punktschätzern wurden anschließend Intervallschätzer (IS) gemäß Gln. (5.30) und (5.31) ermittelt. Dazu wurde ein Konfidenzniveau von $1 - \alpha = 95\%$ (Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$) zugrunde gelegt. Für die aus der logarithmischen Normalverteilung zurücktransformierten Werte ergeben sich die Intervallschätzer entsprechend Gln. (5.32) bis (5.34).

$$\mu_{IS} = \mu \pm z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (5.30)$$

$$\sigma_{IS} = \sigma \cdot \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2}, n-1)}}}; \sigma \cdot \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)}}} \quad (5.31)$$

Dabei ist z der Quantilwert in Abhängigkeit des Vertrauensniveaus und der Versuchszahl n und χ^2 der Quantilwert der χ^2 -Verteilung. Dieser kann in Abhängigkeit von Konfidenzniveau $1 - \alpha$ und Stichprobengröße n in Tabellen abgelesen werden, wobei Zwischenwerte logarithmisch zu interpolieren sind. Es werden einseitige Konfidenzintervalle verwendet. Die Intervallschätzungen für die Mittelwerte erfolgten nach unten, während die Schätzungen für die Standardabweichungen und die Variationskoeffizienten nach oben begrenzt wurden.

$$\mu_{IS, LN, transf} = e^{\mu_{IS, LN} + 0,5\sigma_{IS, LN}^2} \quad (5.32)$$

$$\sigma_{IS, LN, transf} = \mu_{IS, LN, transf} \sqrt{e^{\sigma_{IS, LN}^2} - 1} \quad (5.33)$$

$$CoV_{IS, LN, transf} = \sqrt{e^{\sigma_{IS, LN}^2} - 1} \quad (5.34)$$

Abschließend dürfen die Modellunsicherheiten korrigiert werden. Dies ist dadurch begründet, dass im Allgemeinen in den Bauteilversuchen bereits Unsicherheiten enthalten sind (z. B. Toleranzen bei der Geometrie). Um einen negativen Effekt durch Doppelberücksichtigung auszugleichen, wird dieser Effekt entsprechend der Empfehlungen nach TAERWE [CEB219] und MOOSECKER [Moo79] durch eine zusätzliche Zufallsvariable pauschal korrigiert. Für diese wird ein Erwartungswert von 1,0 und ein Variationskoeffizient von 0,05 angesetzt [CEB219]. Somit ergibt sich unter Berücksichtigung der Rechenregeln für Variationskoeffizienten eine Anpassung der Standardabweichung der Modellunsicherheit gemäß:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta, korrigiert} = \mu_{IS, LN, transf} \sqrt{CoV_{IS, LN, transf}^2 - 0,05^2} \quad (5.35)$$

In den nachfolgenden beiden Abschnitten wird die Anwendung des zuvor geschilderten Verfahrens zur Ermittlung der statistischen Kennwerte der Modellunsicherheiten für die betrachteten Widerstandsmodelle gegen Durchstanzen und Querkraft ohne Schubbewehrung zusammengefasst.

Ergebnisse Durchstanzen

Die verwendete Durchstanzdatenbank (siehe oben) umfasst 632 Durchstanzversuche an Flachdecken und Einzelfundamenten jeweils ohne Durchstanzbewehrung. Für die nachfolgenden Auswertungen wurden nur Versuche berücksichtigt, die die folgenden Kriterien einhalten:

EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1 + NA

- Bewehrungsgrad $\rho_l > 0$;
- Biegebewehrung besteht aus Betonstahl;
- Wert für Streckgrenze der Biegebewehrung vorhanden;
- Betondruckfestigkeit $f_{cyl} \leq 104 \text{ N/mm}^2$ (entspricht $f_{ck} \leq \text{ca. } 100 \text{ N/mm}^2$);
- Statische Nutzhöhe $d \geq 100 \text{ mm}$.

prEN 1991-1-1 (D7)

- Bewehrungsgrad $\rho_l > 0$;
- Biegebewehrung besteht aus Betonstahl;
- Wert für Streckgrenze der Biegebewehrung vorhanden;
- Betondruckfestigkeit $f_{cyl} \leq 100 \text{ N/mm}^2$;
- Statische Nutzhöhe $d \geq 100 \text{ mm}$;
- Wert für Lasteinleitungsdurchmesser und Art der Lasteinleitung vorhanden.

In Tabelle 5 sind die Auswirkungen der Filter auf die vorhandene Datenbank dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass die Ergebnisse nur die in der angegebenen Reihenfolge gesetzten Filter gelten, da beispielsweise unbekannt ist, für wieviel der Datensätze mit $d < 100 \text{ mm}$ zusätzlich keine Bewehrungsangaben vorliegen. Dabei ist ersichtlich, dass die meisten Datensätze aufgrund zu geringer statischer Nutzhöhe d und fehlender Information über die Korngröße D_{max} ausgefiltert werden. Die Anzahl der aufgrund von ultrahochfestem Beton, fehlenden Bewehrungsangaben (fehlende Angabe der Streckgrenze) usw. aussortierten Datensätze ist relativ klein. Da mit jedem fehlenden Datensatz auch die Genauigkeit der Modellungen sinkt, wurde versucht, wurde bei fehlender Angabe des Größtkorndurchmessers, der fehlende Wert realitätsnah geschätzt, um die Anzahl an auswertbaren Datensätzen zu erhöhen. Hierfür wurde der anhand der Datenbasis ermittelte Mittelwert für D_{max} von 16mm für alle Datensätze mit fehlender Kornfraktionsinformation angesetzt. Dies ist auch deshalb möglich, da der Einfluss des Größtkorns auf die Durchstanztragfähigkeit ohne Durchstanzbewehrung eher gering ist (vgl. Abbildung 8). Der für die Ermittlung der Modellunsicherheit zur Verfügung stehende Versuchsumfang konnte durch die Abschätzung der fehlenden Größtkornangaben um 117 Versuche erweitert werden. Für die Berechnung der Durchstanztragfähigkeit ohne Durchstanzbewehrung nach [prEC2:D7] wird die Angabe des kleinsten Korndurchmessers der größten Kornfraktion D_{lower} benötigt. Dieser Wert ist nur für wenige Versuche in der Datenbank dokumentiert. Aus diesem Grund wurde in guter Näherung für $D_{lower} = D_{max}/2$ angenommen, d. h. für ein dokumentiertes Größtkorn von $D_{max} = 16 \text{ mm}$ wurde ein Wert für D_{lower} von 8 mm angesetzt. Das entspricht einer üblichen groben Kornfraktion von 8 bis 16 mm. Für ein Größtkorn von 25,4 mm ergibt sich ein Wert $D_{lower} = 12,7 \text{ mm}$. Es wird somit eine grobe Kornfraktion von 12,7 (1/2 in.) bis 25,4 mm (1 in.) angenommen, die in den USA ebenfalls sehr verbreitet ist. Für die Auswertung nach [prEC2:D7] wird weiterhin die Schubslankheit a_p/d benötigt.

Aus diesem Grund konnten nur Versuche ausgewertet werden, für die der Durchmesser und die Art der Lasteinleitung in der Datenbank dokumentiert sind.

Gemäß Abschnitt 9.3.1.1 in DIN EN 1992-1-1 ist für Platten ohne Durchstanzbewehrung eine Mindestdicke von 70 mm ausreichend. In der Praxis ist die Ausführung von Flachdecken mit einer Dicke kleiner als 150 mm allerdings sehr ungewöhnlich, so dass hier ein Mindestwert für die statische Nutzhöhe von 100 mm angesetzt wurde. Für die Auswertung erfüllten 322 Versuche die angegebenen Randbedingungen für EN 1992-1-1 und 274 Versuche die Randbedingungen für [prEC2:D7] (einschließlich der Versuche mit geschätzten Größtkorndurchmessern). Für die Auswertung nach aktuellem Eurocode 2 ohne NA wurden vier Ausreißer und unter Berücksichtigung des NA sechs Ausreißer erkannt, so dass sich für die Parameterschätzung eine Stichprobe von 316 bzw. 318 Versuchen ergab. Für [prEC2:D7] ließen sich zwei Versuche als Ausreißer identifizieren, sodass 272 Versuche für die Bestimmung der Verteilungsfunktion der Modellunsicherheit verwendet werden konnten. In Abbildung 16 und Abbildung 17 sind für die ausgewählten Versuche die Häufigkeitsverteilungen für die wichtigsten Einflussparameter statische Nutzhöhe d , bezogener Stützenumfang u_0/d , Betondruckfestigkeit $f_{c,test}$ und Längsbewehrungsgrad ρ_l , Größtkorn D_{max} und der Quotient aus Abstand Momenten-nulldurchgang zum Schwerpunkt der Lasteinleitungsfläche und statischer Nutzhöhe a_p/d (Schubslankheit) mit der Hilfe von Histogrammen dargestellt.

Tabelle 5 Auswirkung der Filter auf die Anzahl der Datensätze, Wirksamkeit

Filter	ndataset	Rest	Anteil
Keine	632	0	0,0%
$d \geq 100$ mm	355	277	43,8%
$\rho_l > 0$	354	1	0,2%
$0 > f_{ck} \leq 100$ MPa	333 ^{a)}	21	3,2%
$f_y \neq$ 'FRP'	321 ^{a)}	12	0,3%
$D_{max} \neq$ '-'	204 (321)	117 (0)	20,1%
$a_p \neq$ '-'	191 (279)	13 (42)	2,1%
Typ LE \neq '-'	191 (274)	0 (5)	0,0%

Anmerkung: Filter D_{max} nur informativ. Entsprechende Datensätze wurden zu $D_{max} = 16$ mm gesetzt.

Typ LE: Typ der Lasteinleitung, a) Für eine Auswertung $0 > f_{ck} \leq 104$ MPa (EN 1992-1-1 + NA) ergeben sich 334 bzw. 322 Versuche

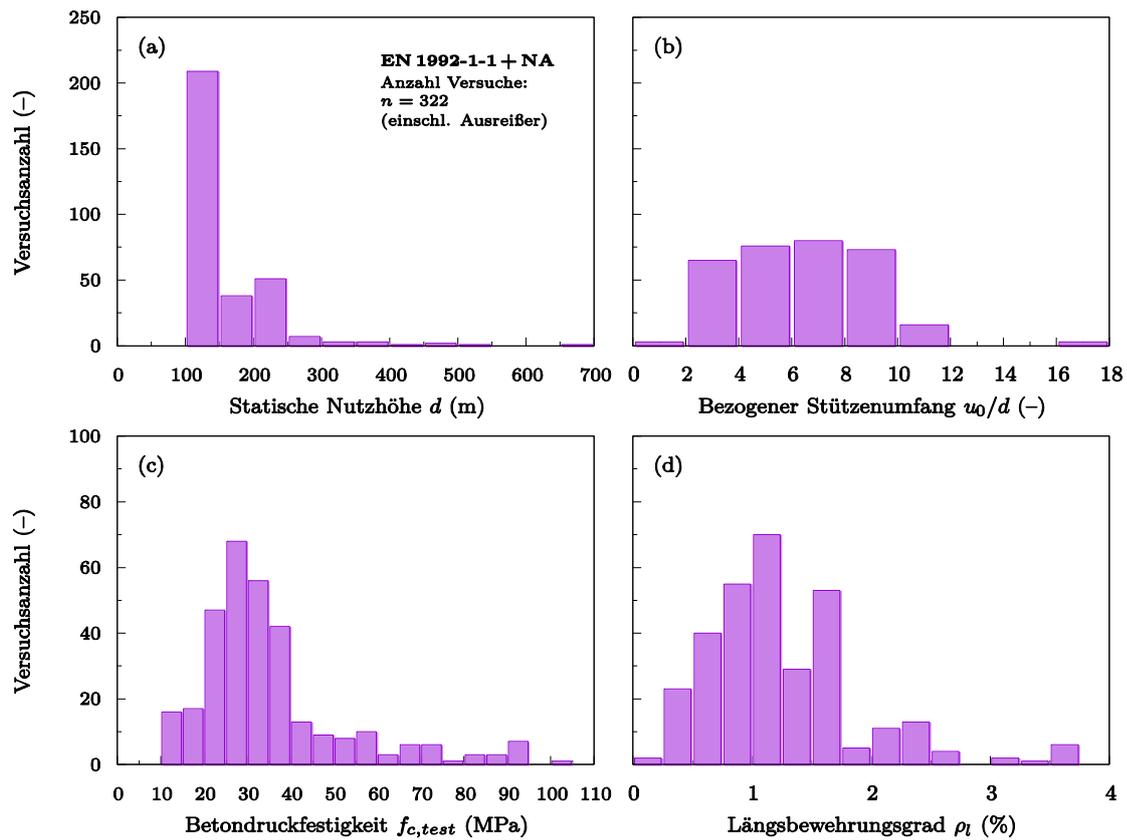


Abbildung 16: Anzahl der Durchstanzversuche ohne Durchstanzbewehrung in der Datenbank in Abhängigkeit wesentlicher Einflussgrößen für [EC2/NAD]

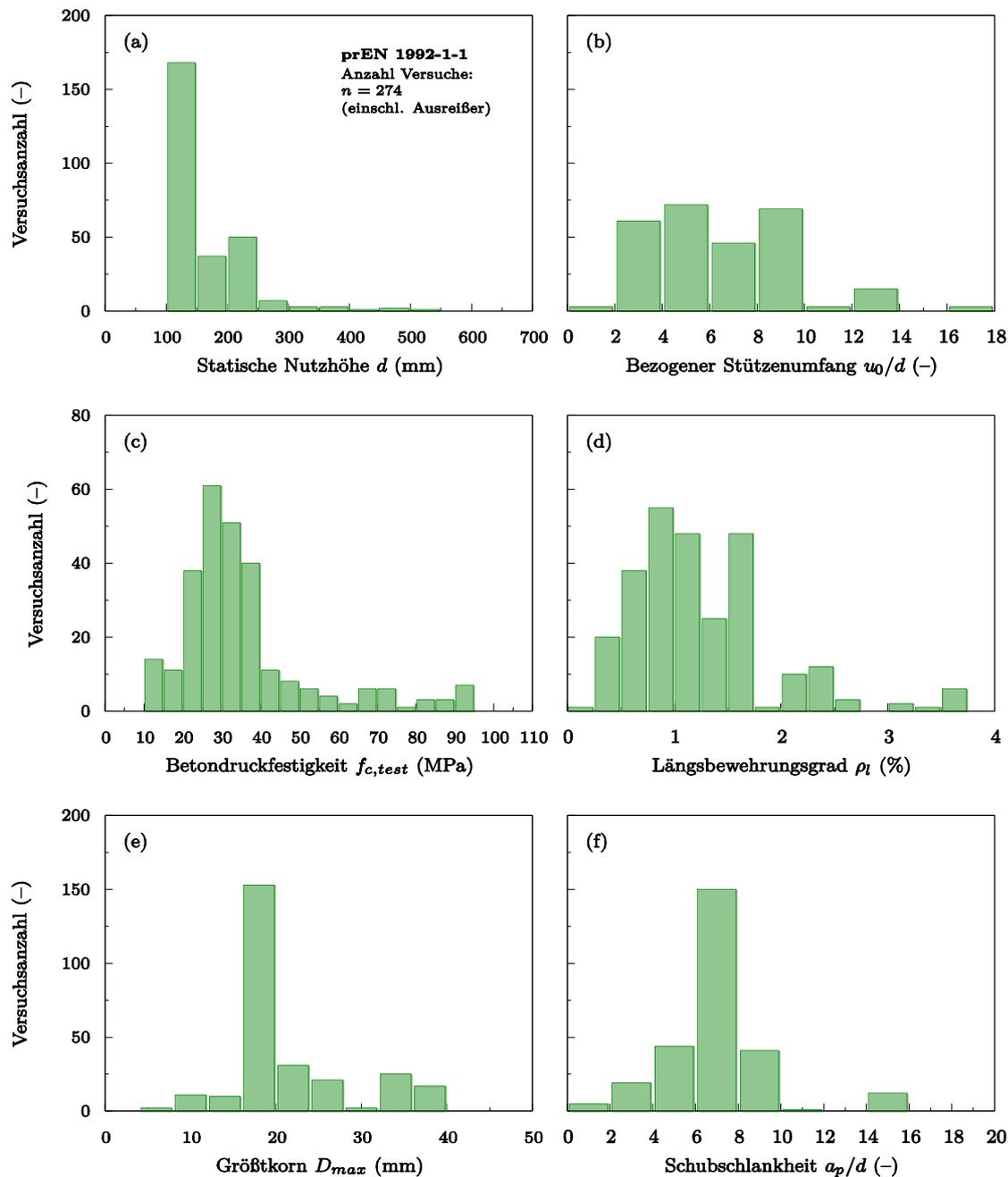


Abbildung 17: Anzahl der Durchstanzversuche ohne Durchstanzbewehrung in der Datenbank in Abhängigkeit wesentlicher Einflussgrößen für [prEC2:D7]

Es ist zu erkennen, dass bei keinem der Parameter eine gleichmäßige Verteilung der Versuche über die gesamte mögliche Bandbreite vorliegt. Berücksichtigt man den Hauptanwendungsbereich der Bemessungsansätze, die Durchstanzbemessung von Platten ohne Durchstanzbewehrung, sind insbesondere die Versuchskörper mit kleiner statischer Nutzhöhe ($d \leq 150$ mm) und kleinem bezogenen Stützenumfang $u_0/d \leq 6,0$ überrepräsentiert. Die gewählten Betondruckfestigkeiten decken den im Hochbau für Flachdecken üblichen Bereich der Festigkeitsklassen bis maximal C35/40 hingegen gut ab. Anhand der Diagramme ist zu erkennen, dass weiterhin der Bedarf nach Versuchen an Plattenausschnitten mit möglichst praxistgerechten Abmessungen (insbesondere mit ausreichend großen statischen Nutzhöhen und Stützenabmessungen) zur Erweiterung der Datenbasis besteht.

In Abbildung 18 sind für die 322 (318 ohne Ausreißer) Durchstanzversuche an Flachdeckenausschnitten die Quotienten aus Versuchsbruchlast und der rechnerischen Bruchlast nach EN 1992-1-1 ohne NA über verschiedene Einflussparameter aufgetragen. Das Rechenmodell in [EC2] erfasst die untersuchten Einflussparameter im Wesentlichen trendfrei, was an den nahezu horizontalen Regressionsgeraden gut zu erkennen ist. Bei Annahme von log-normalverteilten Daten ergibt sich (ohne Berücksichtigung der Ausreißer) ein Mittelwert von $\bar{x} = 1,0785$ und ein Variationskoeffizienten von $\text{CoV}_x = 16,36\%$.

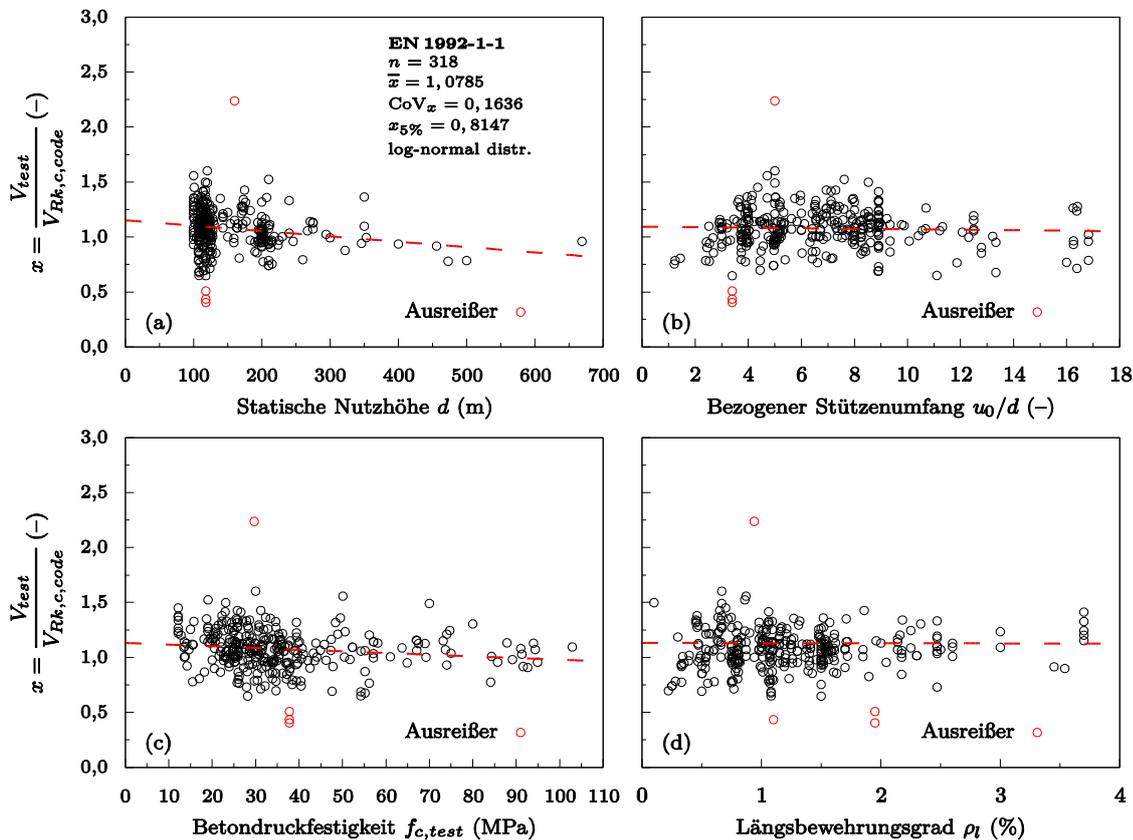


Abbildung 18: Bezogene Durchstanztragfähigkeiten entsprechend des Ansatzes nach [EC2] in Abhängigkeit von d , u_0/d , $f_{cm,cyl}$ und ρ_l

In Abbildung 19 sind für die 322 (316 ohne Ausreißer) Durchstanzversuche an Flachdeckenausschnitten die Quotienten aus Versuchsbruchlast und der rechnerischen Bruchlast nach [EC2/NAD] über verschiedene Einflussparameter aufgetragen. An dem nahezu horizontalen Verlauf der Regressionsgeraden ist zu erkennen, dass das Rechenmodell des aktuellen Eurocode 2 in Verbindung mit dem NA(D) die Einflussfaktoren ebenfalls relativ trendfrei erfassen kann. Bei Annahme einer Log-Normalverteilung ergibt sich (ohne Berücksichtigung der Ausreißer) ein Mittelwert von $\bar{x} = 1,1061$ und ein Variationskoeffizient von $\text{CoV}_x = 15,15\%$. Es ergibt sich somit im Vergleich zum Grunddokument zu Eurocode 2 ein geringfügig höherer Mittelwert und eine etwas reduzierte Streuung. Insgesamt ergeben sich für die Auswertung nach EN 1992-1-1 sowohl ohne als auch mit NA(D) statistische Kennwerte, deren Größenordnung typisch für ein empirisches Bemessungsmodell zur Ermittlung der Durchstanztragfähigkeit ohne Durchstanzbewehrung ist.

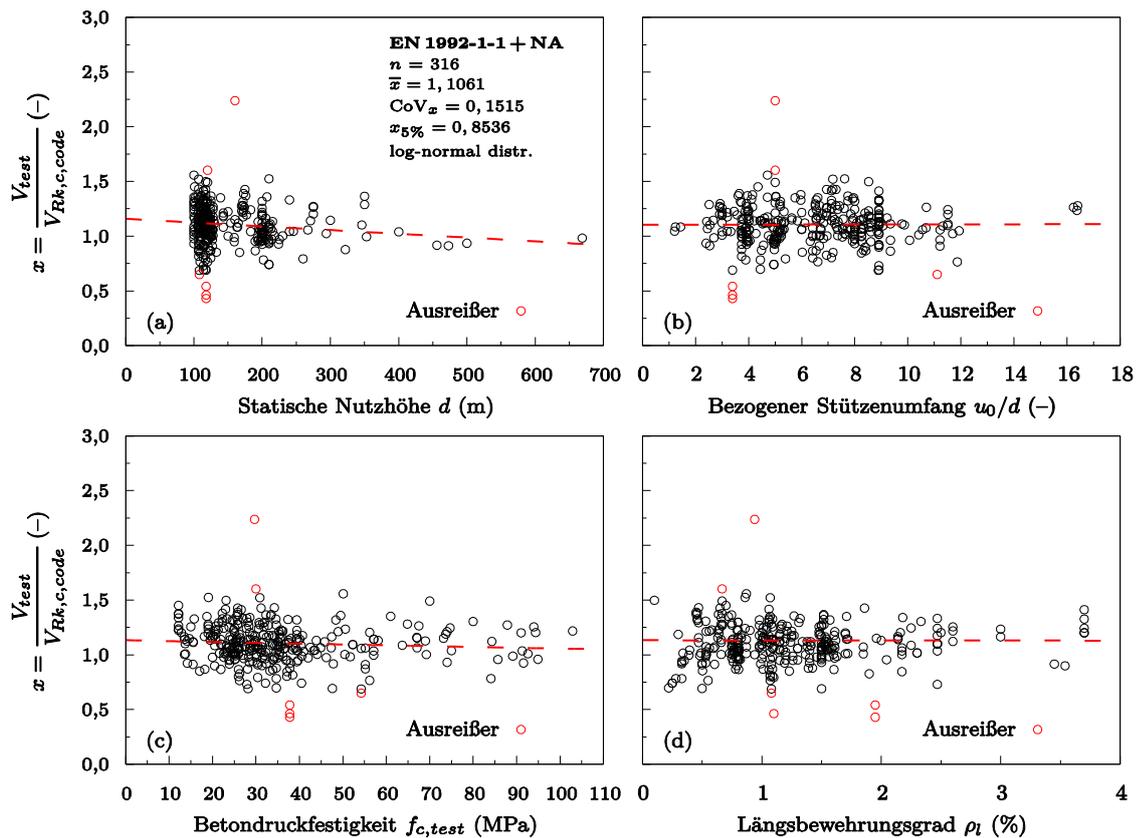


Abbildung 19: Bezogene Durchstanztragfähigkeiten entsprechend des Ansatzes nach [EC2/NAD] in Abhängigkeit von d , u_0/d , $f_{cm,cyl}$ und ρ_l

In Abbildung 20 sind für die 274 (272 ohne Ausreißer) Durchstanzversuche an Flachdecken-ausschnitten die Quotienten aus Versuchsbruchlast und der rechnerischen Bruchlast nach prEN 1992-1-1 über verschiedene Einflussparameter aufgetragen. Die nahezu horizontalen Regressionsgeraden zeigen, dass das Rechenmodell der nächsten Generation des Eurocode 2 die Haupteinflussparameter relativ trendfrei erfasst. Bei Annahme einer Log-Normalverteilung ergibt sich (ohne Berücksichtigung der beiden Ausreißer) ein Mittelwert von $\bar{x} = 1,089$ und ein Variationskoeffizient von $CoV_x = 15,64\%$. Die statistischen Parameter haben somit ähnliche Werte wie bei der Auswertungen nach aktuellem Eurocode 2.

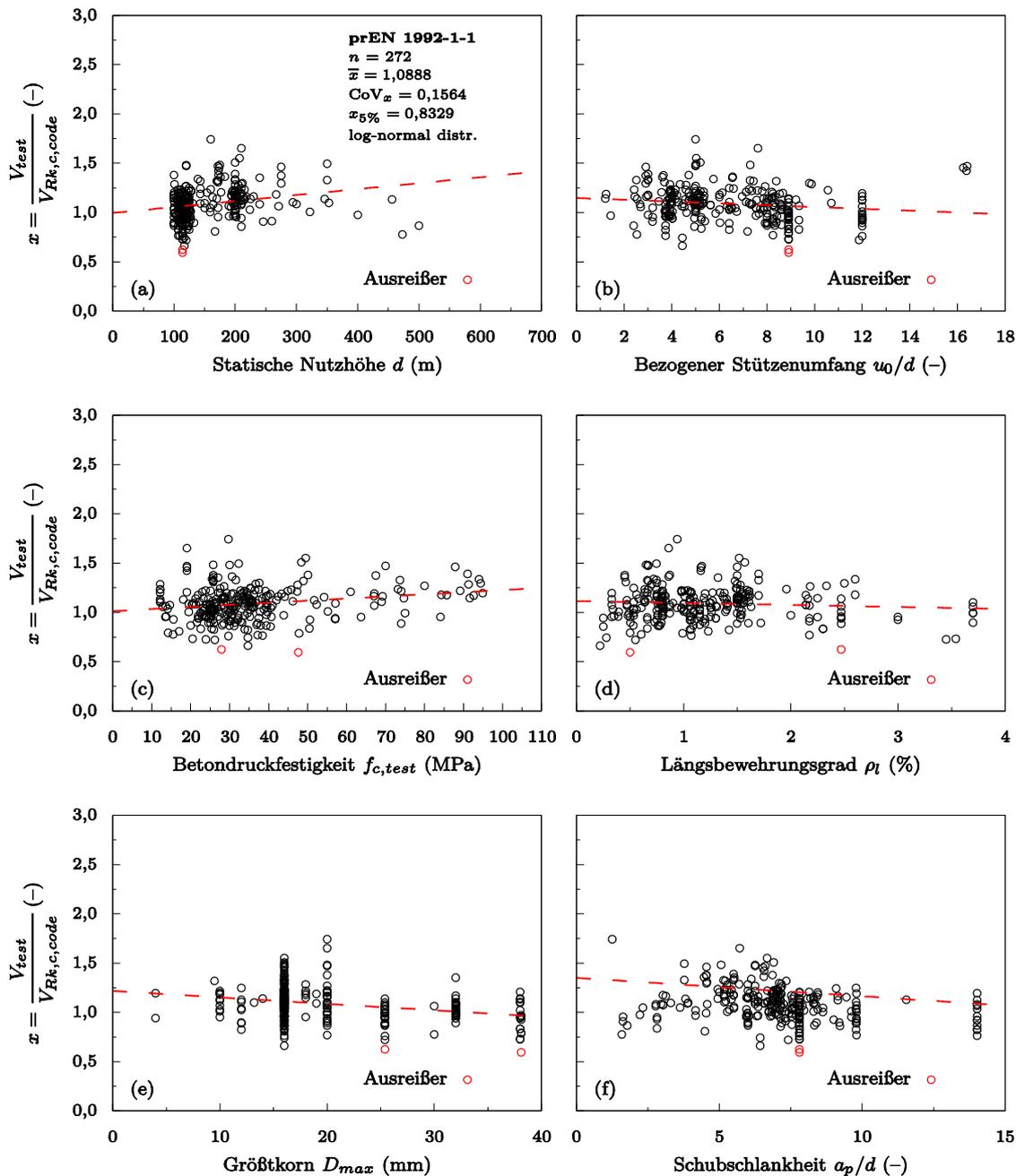


Abbildung 20: Bezogene Durchstanztragfähigkeiten entsprechend des Ansatzes nach [EC2] in Abhängigkeit von d , u_0/d , $f_{c,test}$, ρ_l , D_{max} , und a_p/d .

Zunächst wurde unter der Hypothese, dass die Stichprobe zu einer log-normalverteilten Grundgesamtheit gehört, der *David-Hartley-Pearson-Test* verwendet, um Ausreißer zu identifizieren. Da der *David-Hartley-Pearson-Test* nur für normalverteilte Daten gültig ist, wurden die Daten zunächst transformiert (logarithmiert). Der Test identifizierte für die Auswertung nach aktuellen [EC2] vier Ausreißer sowie unter Berücksichtigung des deutschen Nationalen Anhangs sechs Ausreißer und für die Auswertung nach [prEC2:D7] zwei Ausreißer, die wie bereits erwähnt für die weiteren Auswertungen nicht berücksichtigt wurden.

Anschließend wurde überprüft, ob die Stichprobe wie angenommen mit ausreichender Wahrscheinlichkeit einer Log-Normalverteilung folgt. Hierfür wurde ebenfalls der Anpassungstest von Kolmogorov-Smirnow verwendet (K-S-Test). Für die Auswertung nach aktuellem [EC2]

ohne NA(D) ergab der Test einen maximalen Abstand zwischen der relativen Summenhäufigkeit (empirische Verteilungsfunktion) und der hypothetischen Verteilungsfunktion von 0,046. Für ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ ergibt sich eine Testgröße von 0,076, die somit größer ist als 0,046. Das bedeutet, dass die Nullhypothese, dass die Stichprobe aus einer log-normalverteilten Grundgesamtheit stammt, unter Annahme eines Signifikanzniveaus von 0,05 nicht abgelehnt werden kann. Das gleiche gilt für die Auswertung unter Berücksichtigung des NA(D). Es ergibt sich eine maximale Abweichung von 0.067, die somit ebenfalls kleiner als die zulässige Testgröße von 0,076 ist (Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$). Für die Auswertung nach [prEC2:D7] ergibt sich für ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ eine Testgröße von 0,082. Die Testgröße ist damit größer als die größte absolute Abweichung von 0,047. Die Nullhypothese, dass die Stichprobe aus einer log-normalverteilten Grundgesamtheit stammt, kann somit nicht abgelehnt werden.

In Abbildung 21 sind die Stichproben, die sich für die Auswertungen nach den drei Bemessungsansätzen ergeben, jeweils in einem QQ-Diagramm für log-normalverteilte Daten dargestellt. Die QQ-Diagramme bestätigen augenscheinlich die Annahme, dass die Daten für die drei Auswertungen näherungsweise log-normalverteilt sind.

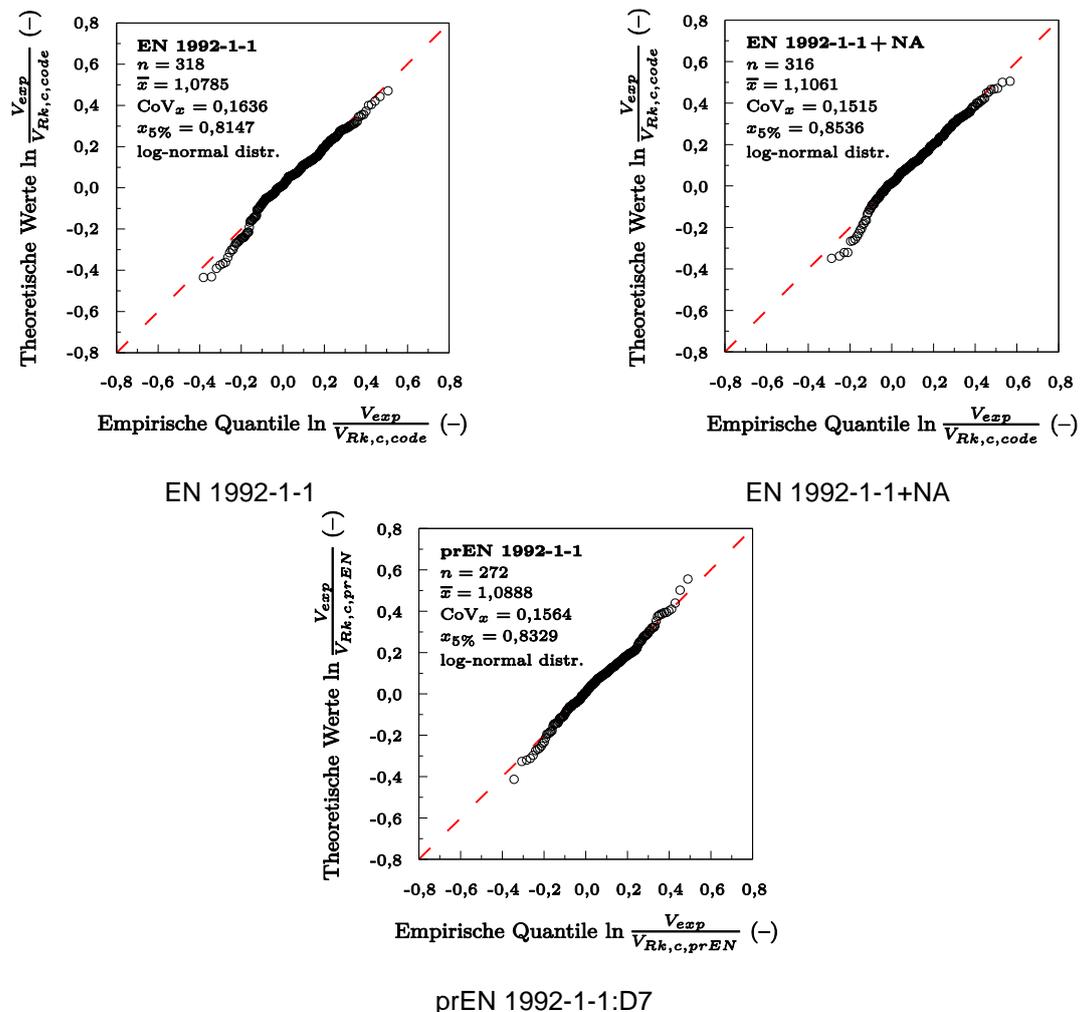


Abbildung 21: QQ-Diagramm für log-normalverteilte Daten

Im nächsten Schritt wurden die Schätzer für den Erwartungswert und die Standardabweichung der Grundgesamtheit der Modellunsicherheit berechnet. Die Intervallschätzer wurden unter Annahme eines Konfidenzniveaus von $1 - \alpha = 95\%$ ermittelt.

Für die Auswertung nach EN 1992-1-1 ergibt sich unter der Annahme, dass die Modellunsicherheit normalverteilt ist, für den Erwartungswert ein unterer Schätzwert von $\mu \geq 1,0624$ und für die Standardabweichung ein oberer Schätzwert von $\sigma \leq 0,1820$. Wird eine Log-Normalverteilung unterstellt, ergibt sich ein unterer Schätzer für den Erwartungswert von $\mu \geq 1,0785$ und ein oberer Schätzer für die Standardabweichung von $\sigma \leq 0,1764$. Alle berechneten Werte der Parameterschätzungen können Tabelle 7 entnommen werden. Zusätzlich werden die geschätzten Parameter korrigiert, um die in den Bauteilversuchen enthaltenen Unsicherheiten zu berücksichtigen (siehe oben). Hierzu wurde der Variationskoeffizient der Modellunsicherheit mit einem Wert 0,05 korrigiert. Diese Korrektur führt zu einem oberen Grenzwert der Standardabweichung von $\sigma \leq 0,1788$ unter der Annahme von log-normalverteilten Daten und einem Konfidenzniveau von 95% (Tabelle 7).

Tabelle 6: Statistische Parameter der Modellunsicherheit für EN 1992-1-1 ($n = 318$)

Parameter	Normalverteilung		Log-Normalverteilung				
	Punktschätzer	Intervallschätzer (95 %)	Punktschätzer		Intervallschätzer (95 %)		Korrigierter Wert
			LN-Wert	LN-Wert transformiert	IS-Wert	IS-Wert transformiert	
μ	1,0781	[1,0624; +∞]	0,0623	1,0785 ^{a)}	[0,0473; +∞]	[1,0644; +∞] ^{d)}	1,0644
σ	0,1701	[-∞; 0,1820]	0,1625	0,1764 ^{b)}	[-∞; 0,1739]	[-∞; 0,1865] ^{e)}	0,1788 ^{g)}
CoV	0,1577	[-∞; 0,1713]	0,1577	0,1636 ^{c)}	[-∞; 0,1752] ^{f)}	[-∞; 0,1752]	0,1679 ^{h)}

$$a) \mu_{LN,conv} = e^{\mu_{LN} + 0,5\sigma_{LN}^2}; \quad b) \sigma_{LN,conv} = \mu_{LN,conv} \sqrt{e^{\sigma_{LN}^2} - 1}; \quad c) CoV_{LN,conv} = \sqrt{e^{\sigma_{LN}^2} - 1};$$

$$d) \mu_{IS, LN, conv} = e^{\mu_{IS, LN} + 0,5\sigma_{IS, LN}^2}; \quad e) \sigma_{IS, LN, conv} = \mu_{IS, LN, conv} \sqrt{e^{\sigma_{IS, LN}^2} - 1}; \quad f) CoV_{IS, LN, conv} = \sqrt{e^{\sigma_{IS, LN}^2} - 1};$$

$$g) \text{ korrigierter Wert nach Gl. (5.35): } \sigma_{\theta, LN, cor} = \mu_{LN, conv} \sqrt{CoV_{\theta, LN, conv}^2 - CoV_{\epsilon}^2} = \mu_{LN, conv} \sqrt{CoV_{\theta, LN, conv}^2 - 0,05^2}$$

$$h) \text{ korrigierter Wert: } CoV_{\theta, LN, cor} = \sqrt{CoV_{\theta, LN, conv}^2 - CoV_{\epsilon}^2} = \sqrt{CoV_{\theta, LN, conv}^2 - 0,05^2}$$

Für die Auswertung nach aktuellem [EC2/NAD] ergibt sich unter der Annahme, dass die Modellunsicherheit normalverteilt ist, für den Erwartungswert ein unterer Schätzwert von $\mu \geq 1,0907$ und für die Standardabweichung ein oberer Schätzwert von $\sigma \leq 0,1733$. Wird eine Log-Normalverteilung unterstellt, ergibt sich ein unterer Schätzer für den Erwartungswert von $\mu \geq 1,0925$ und ein oberer Schätzer für die Standardabweichung von $\sigma \leq 0,1774$. Alle berechneten Werte der Parameterschätzung können Tabelle 7 entnommen werden. Zusätzlich werden die geschätzten statistischen Parameter korrigiert (vgl. vorherigen Abschnitt) Diese Korrektur führt zu einem oberen Grenzwert der Standardabweichung von $\sigma \leq 0,1687$ unter der Annahme von log-normalverteilten Daten und einem Konfidenzniveau von 95% (Tabelle 7). Durch die Berücksichtigung der Regelungen des Nationalen Anhangs ergibt sich somit ein etwas größerer Mittelwert und eine leicht reduzierte Streuung.

Tabelle 7: Statistische Parameter der Modellunsicherheit für EN 1992-1-1+NA ($n = 316$)

Parameter	Normalverteilung		Log-Normalverteilung				
	Punktschätzer	Intervallschätzer (95 %)	Punktschätzer		Intervallschätzer (95 %)		Korrigierter Wert
			LN-Wert	LN-Wert transformiert	IS-Wert	IS-Wert transformiert	
μ	1,1058	[1,0907; +∞]	0,0895	1,1061 ^{a)}	[0,0755; +∞]	[1,0925; +∞] ^{d)}	1,0925
σ	0,1619	[-∞; 0,1733]	0,1507	0,1676 ^{b)}	[-∞; 0,1613]	[-∞; 0,1774] ^{e)}	0,1687 ^{g)}
CoV	0,1464	[-∞; 0,1589]	0,1464	0,1515 ^{c)}	[-∞; 0,1623] ^{f)}	[-∞; 0,1623]	0,1544 ^{h)}

$$a) \mu_{LN,conv} = e^{\mu_{LN} + 0,5\sigma_{LN}^2}; \quad b) \sigma_{LN,conv} = \mu_{LN,conv} \sqrt{e^{\sigma_{LN}^2} - 1}; \quad c) CoV_{LN,conv} = \sqrt{e^{\sigma_{LN}^2} - 1};$$

$$d) \mu_{IS,LN,conv} = e^{\mu_{IS,LN} + 0,5\sigma_{IS,LN}^2}; \quad e) \sigma_{IS,LN,conv} = \mu_{IS,LN,conv} \sqrt{e^{\sigma_{IS,LN}^2} - 1}; \quad f) CoV_{IS,LN,conv} = \sqrt{e^{\sigma_{IS,LN}^2} - 1};$$

$$g) \text{ korrigierter Wert nach Gl. (5.35): } \sigma_{\theta,LN,cor} = \mu_{LN,conv} \sqrt{CoV_{\theta,LN,conv}^2 - CoV_{\epsilon}^2} = \mu_{LN,conv} \sqrt{CoV_{\theta,LN,conv}^2 - 0,05^2}$$

$$h) \text{ korrigierter Wert: } CoV_{\theta,LN,cor} = \sqrt{CoV_{\theta,LN,conv}^2 - CoV_{\epsilon}^2} = \sqrt{CoV_{\theta,LN,conv}^2 - 0,05^2}$$

Die Ergebnisse für die Parameterschätzung der Modellunsicherheit nach [prEC2:D7] sind in Tabelle 7 zusammengefasst. Bei Annahme einer normalverteilten Datenmenge ergibt sich für den Erwartungswert ein unterer Schätzwert von $\mu \geq 0,1824$ und für die Standardabweichung ein oberer Schätzwert von $\sigma \leq 0,1824$ jeweils für ein Konfidenzniveau von 95 %. Geht man von einer log-normalverteilten Datenmenge aus, ergibt sich für den Erwartungswert ein unterer Schätzwert von $\mu \geq 1,0740$ und für die Standardabweichung ein oberer Schätzwert von $\sigma \leq 0,1810$. Zusätzlich werden auch die Werte der Auswertung nach [prEC2:D7] korrigiert. Es ergibt sich dann ein oberer, korrigierter Grenzwert von $\sigma \leq 0,1729$ (log-normalverteilte Daten, Konfidenzniveau von 95 %).

Tabelle 8: Statistische Parameter der Modellunsicherheit prEN 1992-1-1:D7 ($n = 272$)

Parameter	Normalverteilung		Log-Normalverteilung				
	Punktschätzer	Intervallschätzer (95 %)	Punktschätzer		Intervallschätzer (95 %)		Korrigierter Wert
			LN-Wert	LN-Wert transformiert	IS-Wert	IS-Wert transformiert	
μ	1,0887	[1,0717; +∞]	0,0730	1,0888 ^{a)}	[0,0574; +∞]	[1,0740; +∞] ^{d)}	1,0740
σ	0,1694	[-∞; 0,1824]	0,1555	0,1703 ^{b)}	[-∞; 0,1674]	[-∞; 0,1810] ^{e)}	0,1729 ^{g)}
CoV	0,1556	[-∞; 0,1702]	0,1556	0,1564 ^{c)}	[-∞; 0,1686] ^{f)}	[-∞; 0,1686]	0,1610 ^{h)}

$$a) \mu_{LN,conv} = e^{\mu_{LN} + 0,5\sigma_{LN}^2}; \quad b) \sigma_{LN,conv} = \mu_{LN,conv} \sqrt{e^{\sigma_{LN}^2} - 1}; \quad c) CoV_{LN,conv} = \sqrt{e^{\sigma_{LN}^2} - 1};$$

$$d) \mu_{IS,LN,conv} = e^{\mu_{IS,LN} + 0,5\sigma_{IS,LN}^2}; \quad e) \sigma_{IS,LN,conv} = \mu_{IS,LN,conv} \sqrt{e^{\sigma_{IS,LN}^2} - 1}; \quad f) CoV_{IS,LN,conv} = \sqrt{e^{\sigma_{IS,LN}^2} - 1};$$

$$g) \text{ korrigierter Wert nach Gl. (5.35): } \sigma_{\theta,LN,cor} = \mu_{LN,conv} \sqrt{CoV_{\theta,LN,conv}^2 - CoV_{\epsilon}^2} = \mu_{LN,conv} \sqrt{CoV_{\theta,LN,conv}^2 - 0,05^2}$$

$$h) \text{ korrigierter Wert: } CoV_{\theta,LN,cor} = \sqrt{CoV_{\theta,LN,conv}^2 - CoV_{\epsilon}^2} = \sqrt{CoV_{\theta,LN,conv}^2 - 0,05^2}$$

Ergebnisse Querkraft

Für die Querkraftbemessungsgleichungen verbleiben nach Anwendung von Filterkriterien sowie der Ausreißertest 473 Versuche, die zur Ermittlung der Modellunsicherheiten herangezogen wurden, wobei schlussendlich nach Anwendung der Filterkriterien lediglich zwei Versuche aufgrund eines nicht bestandenen Ausreißertests aussortiert wurden. Berücksichtigt wurden dabei alle Versuche, welche die nachfolgenden Kriterien erfüllten:

- Beanspruchung durch eine oder zwei Einzellast(en);
- Schubslankheit $a/d \geq 2,5$;
- gerippte Längsbewehrung;
- rechteckiger Querschnitt;
- kein rechnerisches Biegeversagen gemäß dem Verfahren nach [DAfStb597];
- Betonfestigkeit $f_{ck} < 100 \text{ N/mm}^2$.

In Abbildung 22 ist die jeweilige Anzahl vorhandener Versuche innerhalb gewisser Wertebereiche der Einflussparameter Bauteilbreite b , statische Nutzhöhe d , Längsbewehrungsgrad ρ_l und charakteristische Betondruckfestigkeit f_{ck} dargestellt.

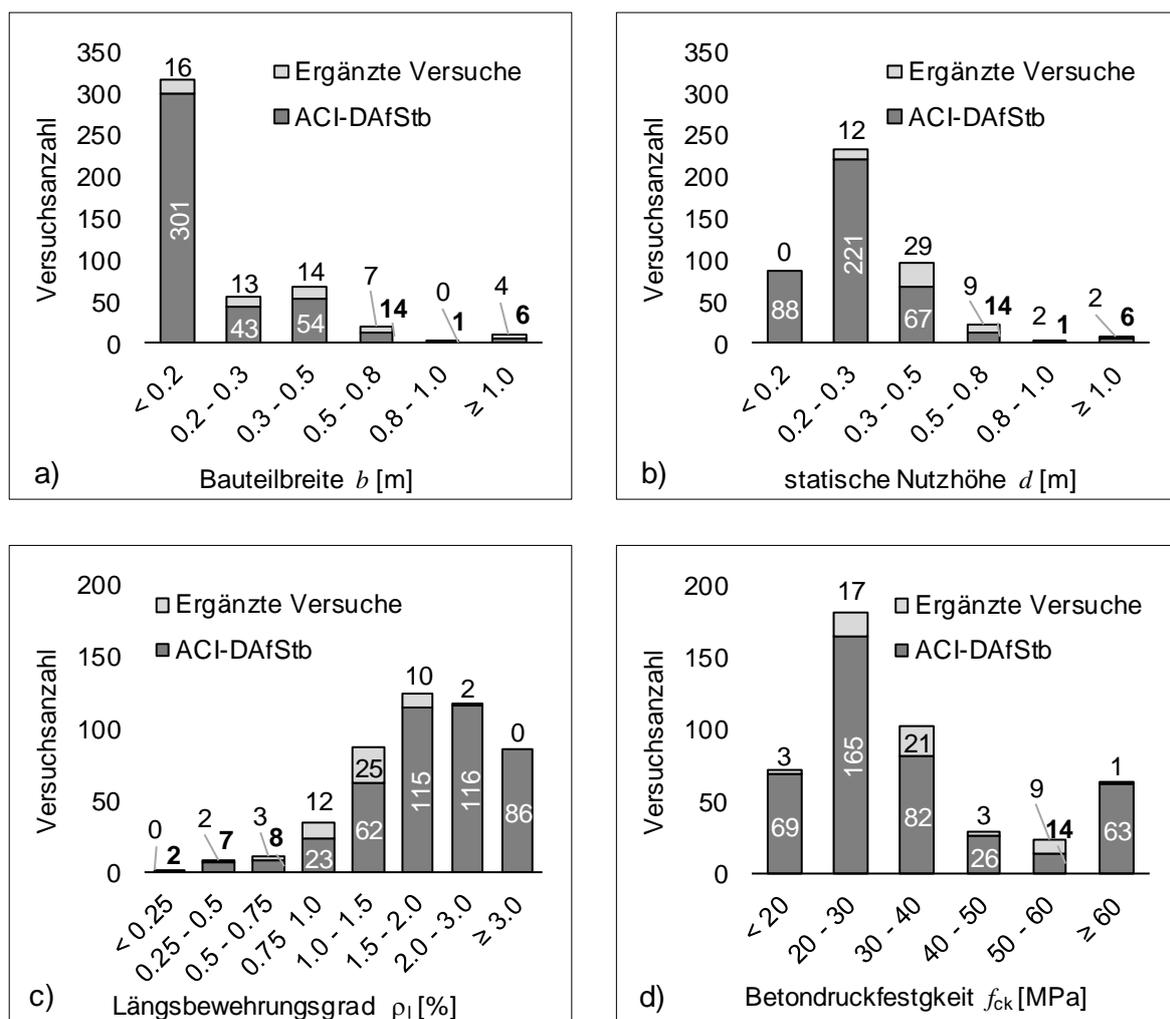


Abbildung 22: Anzahl der Querkraftversuche in der Datenbank in Abhängigkeit wesentlicher

Einflussgrößen

Es ist zu erkennen, dass bei keinem der Parameter eine gleichmäßige Verteilung der Versuche über die gesamte mögliche Bandbreite vorliegt. Berücksichtigt man den Hauptanwendungsbereich der Bemessungsansätze, die Querkraftbemessung von Platten ohne Querkraftbewehrung, sind insbesondere die Versuchskörper mit geringer Breite und hohem Biegezugbewehrungsgehalt möglicherweise überrepräsentiert. Versuchsergebnisse in [She06; Ada18; Heg18] lassen jedoch den Rückschluss zu, dass sich die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonplatten proportional zur Bauteilbreite verhält und ein linearer Einfluss vorliegt. Damit erscheint der Übertrag der Ergebnisse aus Querkraftversuchen mit balkenförmigen Versuchskörperquerschnitten auf die einachsiale Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonplatten möglich. Auch kommen Betonfestigkeiten $f_{ck} \geq 35 \text{ N/mm}^2$ in der Datenbank im Vergleich zu realen Aufkommen bei Neubauten vergleichsweise selten vor. Etwa 90 % der Datensätze weisen eine Angabe zum Größtkorndurchmesser auf. Die Berücksichtigung von D_{lower} erfolgte analog zum Vorgehen beim Durchstanzen ohne Durchstanzbewehrung.

Die weiteren Ergebnisse der Datenbankauswertungen sind in Abbildung 23 bis Abbildung 26 und in Tabelle 9 bis Tabelle 12 zusammengefasst. Dargestellt sind jeweils die Versuchsbruchlasten bezogen auf die rechnerischen Bruchlasten gemäß der betrachteten Querkraftansätze in Abhängigkeit der mittleren Betondruckfestigkeit $f_{cm,cyl}$ des Längsbewehrungsgrades ρ_l , der statischen Nutzhöhe d , der Biegeschlankheit L/d , der Schubschlankheit a/d und des Größtkorndurchmessers d_{ag} .

Der Wert für die Betondruckfestigkeit bezieht sich auf einen Zylinder mit $h = 300 \text{ mm}$ und $\emptyset = 150 \text{ mm}$. Bei abweichender Baustoffprobe erfolgte eine Umrechnung gemäß der Angaben in [DAfStb597]. Der obere Grenzwert für den Biegezugbewehrungsgrad von 2 % aus den normativen Vorgaben wurde bei der Versuchsauswertung nicht angewendet, da es sich dabei um einen theoretischen Wert zur Anrechnung der Längsbewehrung im Zuge der Querkraftbemessung im Praxisfall handelt. Tabelle 9 bis Tabelle 11 zeigen Mittelwert μ , Standardabweichung σ , Variationskoeffizient CoV und 5 %- Quantilwert $x_{5\%}$ ($k = 1,651$ für 473 Versuche) für die Versuchsdaten für die drei betrachteten Widerstandsmodelle jeweils unter Annahme eines normalverteilten bzw. log-normalverteilten Datensatzes.

Die Zielwerte für den *Kolmogorov-Smirnov-Test* und die empirisch ermittelten Vergleichswerte für ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ sind in Tabelle 13 zusammengefasst, wobei der Zielwert in keinem der betrachteten Fälle überschritten wird. Daher kann die angenommene Verteilung bestätigt werden. Abbildung 27 zeigt die Quantil-Quantil-Diagramme für alle betrachteten Widerstandsmodelle jeweils für eine Normal- und eine Lognormalverteilung, die auch einen Vergleich der angenommenen mit der vorhandenen Verteilungsfunktion ermöglichen [Cha83]. Tabelle 14 fasst die ermittelten statistischen Kennwerte für die Modellunsicherheiten zusammen.

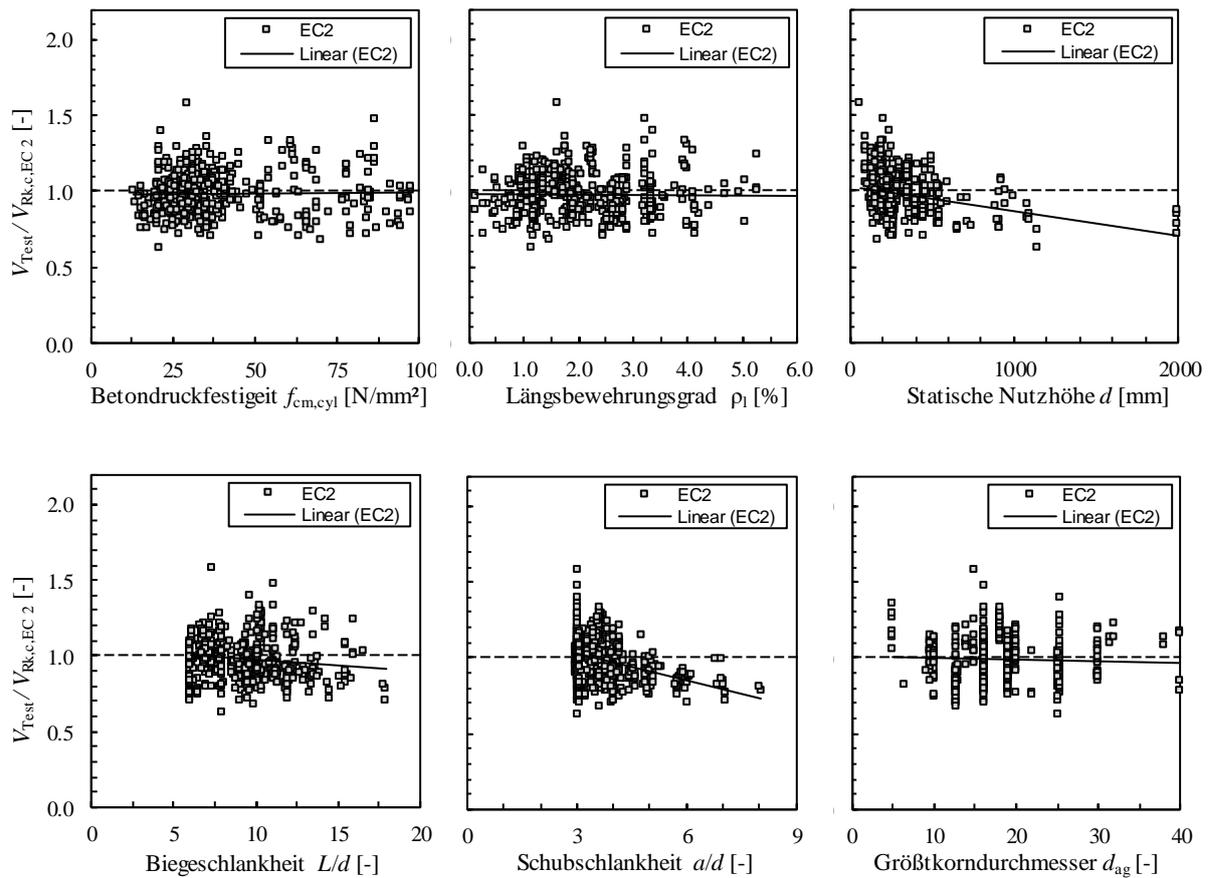


Abbildung 23: Bezogene Querkrafttragfähigkeiten entsprechend des Ansatzes nach [EC2] in Abhängigkeit von $f_{cm,cyl}$, ρ_l , d , L/d , a/d und d_{ag}

Tabelle 9: Ergebnisse der Datenbankauswertung für den Querkraftansatz nach [EC2], statische Kennwerte für $\eta = V_{exp}/V_{calc,EC2}$

n = 473		Normalverteilung (NV)	Logarithmische NV
Mittelwert	μ	0,981	-0,029
Standardabweichung	σ	0,139	0,140
Variationskoeffizient	CoV	0,142	0,141
5%-Quantil	$X_{5\%}$	0,752	0,771

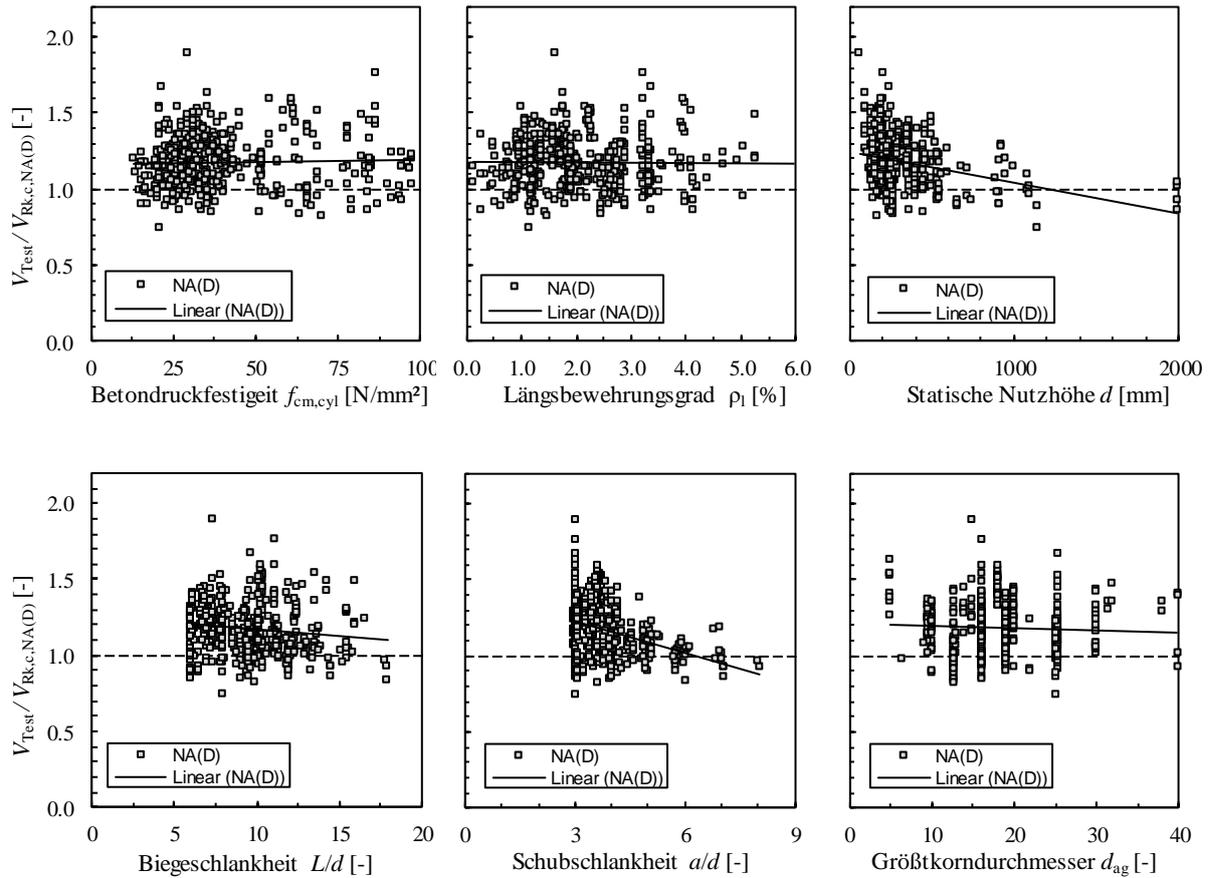


Abbildung 24: Bezogene Querkrafttragfähigkeiten entsprechend des Ansatzes nach [EC2/NAD] in Abhängigkeit von $f_{cm,cyl}$, ρ_l , d , L/d , a/d und d_{ag}

Tabelle 10: Ergebnisse der Datenbankauswertung für den Querkraftansatz nach [EC2/NAD], statische Kennwerte für $\eta = V_{exp}/V_{calc,NA(D)}$

n = 473		Normalverteilung (NV)	Logarithmische NV
Mittelwert	μ	1,177	0,153
Standardabweichung	σ	0,167	0,140
Variationskoeffizient	CoV	0,142	0,141
5%-Quantil	$X_{5\%}$	0,902	0,925

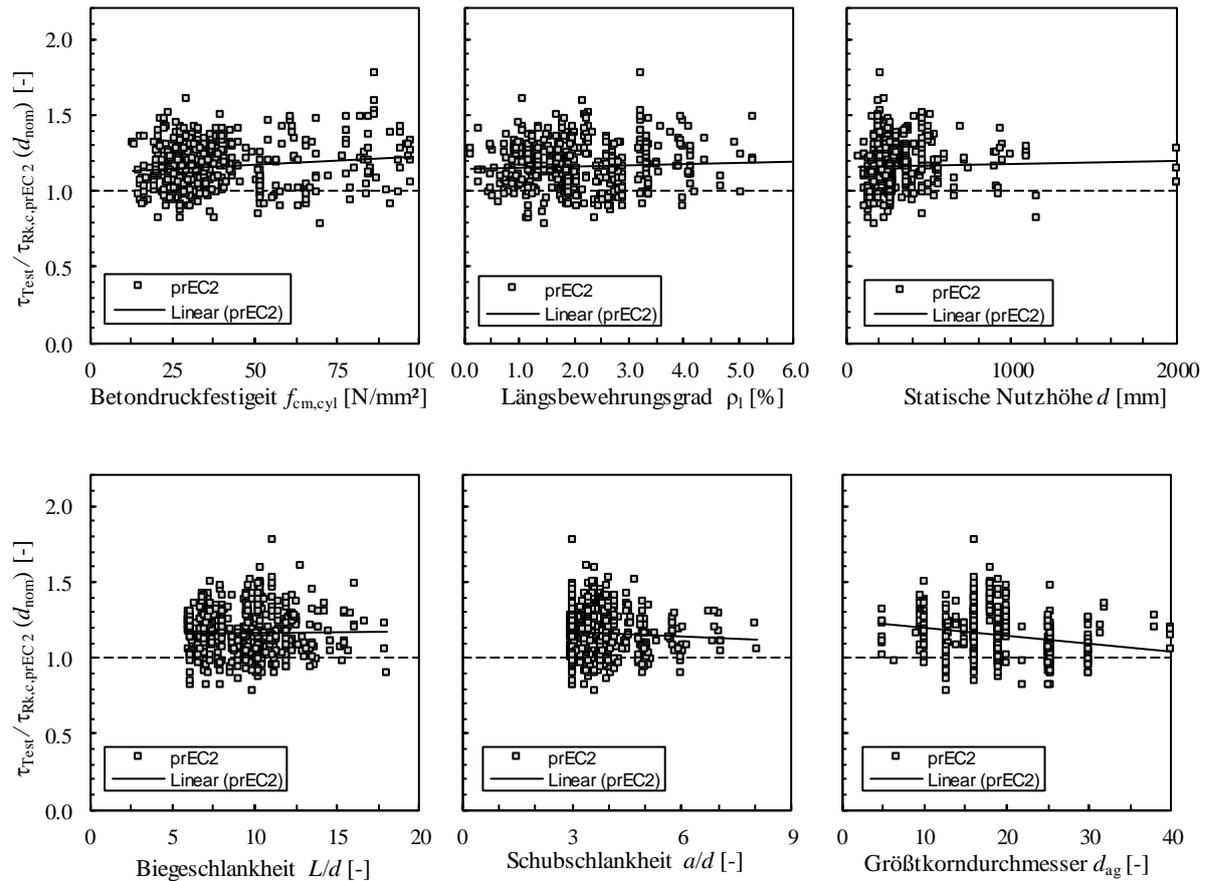


Abbildung 25: Bezogene Querkraftfestigkeiten entsprechend des Ansatzes nach [prEC2:D7] (mit d_{nom}) in Abhängigkeit von $f_{cm,cyl}$, ρ_l , d , L/d , a/d und d_{ag}

Tabelle 11: Ergebnisse der Datenbankauswertung für den Querkraftansatz nach [prEC2:D7] (mit d_{nom}), statische Kennwerte für $\eta = \tau_{exp}/\tau_{calc,prEC2}$

n = 473		Normalverteilung (NV)	Logarithmische NV
Mittelwert	μ	1,166	0,145
Standardabweichung	σ	0,150	0,129
Variationskoeffizient	CoV	0,129	0,129
5%-Quantil	$X_{5\%}$	0,919	0,935

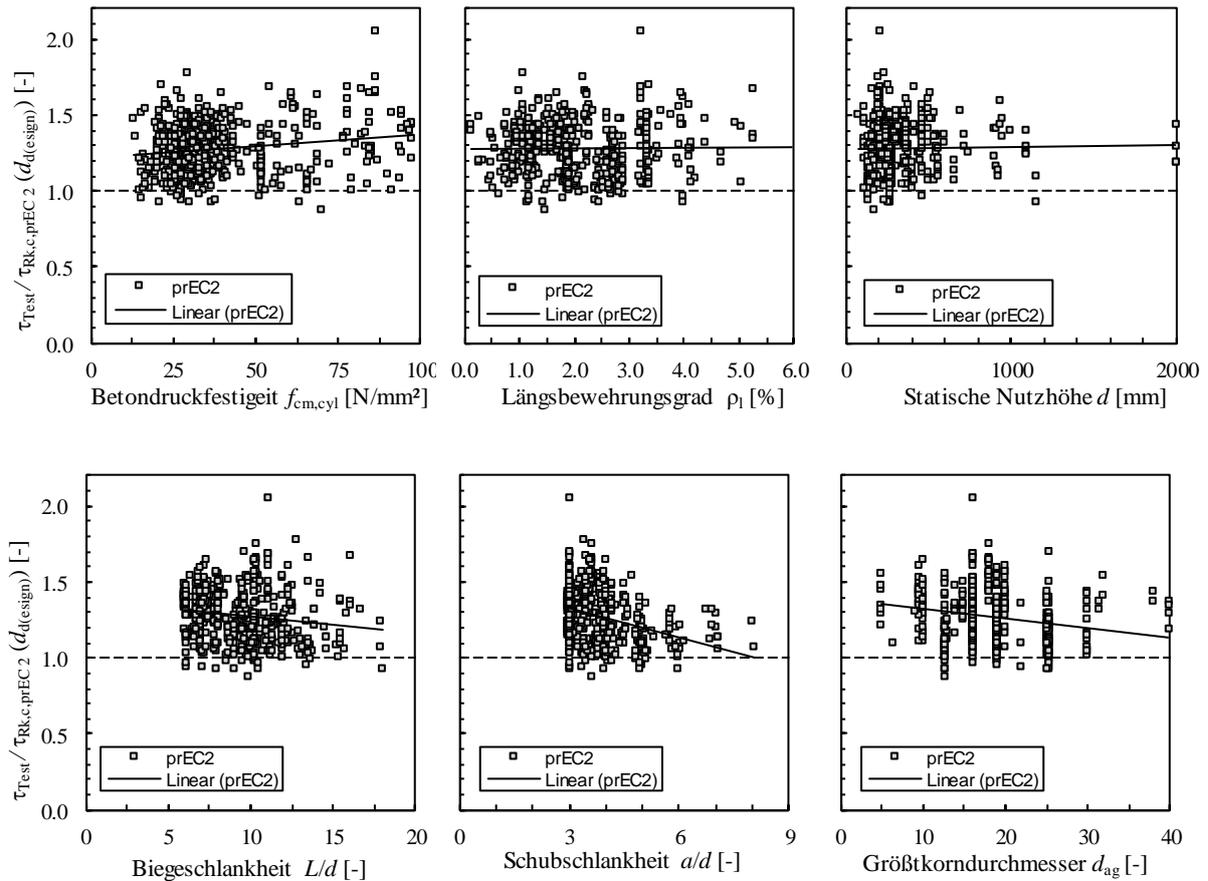


Abbildung 26: Bezogene Querkrafttragfähigkeiten entsprechend des Ansatzes nach [prEC2:D7] (mit $d_{d(\text{esign})}$) in Abhängigkeit von $f_{\text{cm,cyl}}$, ρ_l , d , L/d , a/d und d_{ag}

Tabelle 12: Ergebnisse der Datenbankauswertung für den Querkraftansatz nach [prEC2:D7] (mit $d_{d(\text{esign})}$), statische Kennwerte für $\eta = \tau_{\text{exp}} / \tau_{\text{calc,prEC2}}$

n = 473		Normalverteilung (NV)	Logarithmische NV
Mittelwert	μ	1,278	0,236
Standardabweichung	σ	0,175	0,137
Variationskoeffizient	CoV	0,137	0,137
5%-Quantil	$X_{5\%}$	0,989	1,010

Tabelle 13: Ergebnisse der Anpassungstests nach KOLMOGOROV und SMIRNOV Datenbankauswertung für die Querkraftansätze nach [EC2], [EC2/NAD] und [prEC2:D7], statische Kennwerte für $\eta = V_{\text{exp}} / V_{\text{calc}}$ bzw. $\eta = \tau_{\text{exp}} / \tau_{\text{calc}}$

n = 473	Empirischer Wert	Zielwert
EC2	0,03882	
NA(D)	0,03919	
prEC2 (mit d_{nom})	0,02700	0,06244
prEC2 (mit $d_{d(\text{esign})}$)	0,04141	

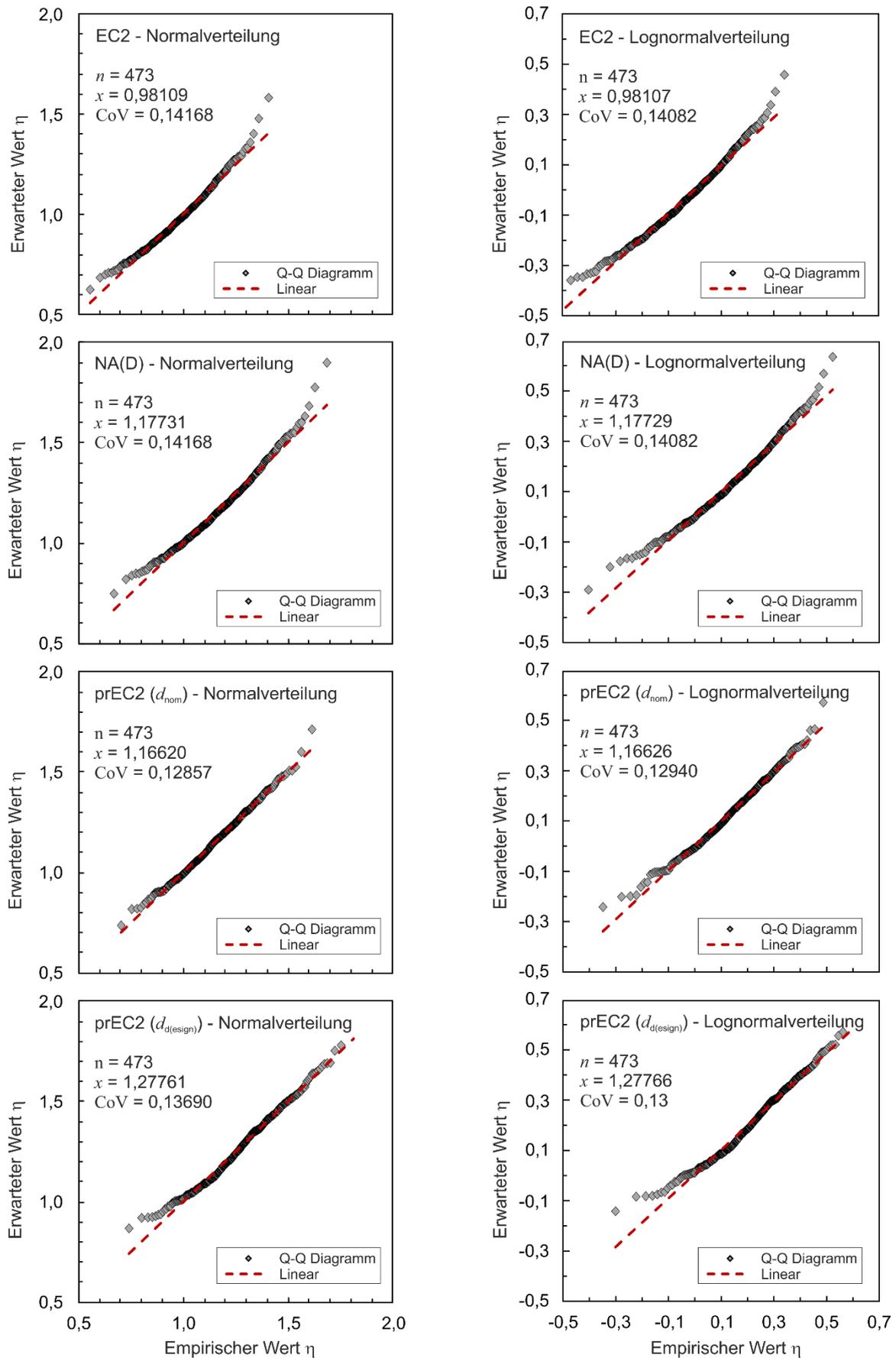


Abbildung 27: Quantil-Quantil-Diagramme für die betrachteten Querkraftversuche und Widerstandsmodelle für eine Normal- und eine Lognormalverteilung

Tabelle 14: Statistische Parameter für die Modellunsicherheiten der betrachteten Querkraftbemessungsansätze, jeweils aus log-NV transformierte Punktschätzer und korrigierter Intervallschätzer (95 % Konfidenzintervall)

	EC2		NA(D)		prEC2 (d_{nom})		prEC2 ($d_{d(esign)}$)	
	Transf.	Intervall	Transf.	Intervall	Transf.	Intervall	Transf.	Intervall
μ	0,98107	0,97183	1,17729	1,16619	1,16626	1,15605	1,27766	1,26587
σ	0,13815	0,13263	0,16578	0,19536	0,15091	0,17453	0,17559	0,22597
CoV	0,14082	0,14758	0,14082	0,17752	0,12940	0,15933	0,13743	0,18628

Die Kennwerte der Datenbankauswertung in Tabelle 14, welche die statistische Charakterisierung der Modellunsicherheiten für die Querkraftbemessungsansätze darstellen, zeigen für alle vier betrachteten Varianten Streuungen in einer ähnlichen Größenordnung. Dabei weist der Ansatz nach dem aktuellen Eurocode [EC2] die geringste und der Ansatz nach dem neuen Eurocode [prEC2:D7] unter Berücksichtigung des Bemessungswerts der statischen Nutzhöhe die höchste Streuung auf ($\Delta CoV \approx 4\%$). Alle Erwartungswerte der Modellunsicherheiten sind erwartungsgemäß $> 1,0$. Eine Ausnahme stellt der Ansatz nach aktuellen [EC2], der etwas unterhalb liegt. Der Ansatz nach dem Entwurf des neuen Eurocodes mit Nennwert der statischen Nutzhöhe und der Ansatz nach nationalem Anhang für Deutschland weisen dabei ähnliche Überschreitungen und Streuungen auf, wobei der Ansatz nach [prEC2:D7] mit d_{nom} die Versuche insgesamt etwas besser abbildet. Der Ansatz nach dem Entwurf unter Anwendung von $d_{d(esign)}$ der dementsprechend die experimentellen Querkrafttragfähigkeiten verglichen mit den anderen Ansätzen am stärksten unterschätzt, was auf Basis der Ergebnisse der Parameterstudien in Abschnitt 3.4 den Erwartungen entspricht.

Ein Vergleich der beiden Berechnungsvarianten, die [prEC2:D7] anbietet, zeigt einen höheren Mittelwert für den Ansatz unter Berücksichtigung des Bemessungswerts der statischen Nutzhöhe $d_{d(esign)}$. Jedoch ist die Streuung hier ebenfalls höher als bei der Variante unter Berücksichtigung des Nennwerts der statischen Nutzhöhe d_{nom} , der eine rechnerische Erfassung der Schubschlankheit erlaubt. Die Auswirkung dieser beiden gegenläufigen Effekte auf das Sicherheitsniveau ist zu überprüfen. Die große Streuung wird zu einer Erhöhung der Versagenswahrscheinlichkeit führen. Ob dies durch den größeren Mittelwert ausgeglichen wird, ist durch eine Ermittlung des Zuverlässigkeitsindex zu überprüfen.

5.4 Sensitivitätsanalysen

Zur Untersuchung des Einflusses der Streuungen der Basisvariablen auf das Sicherheitsniveau wurden Sensitivitätsanalysen durchgeführt. In Abbildung 29 und Abbildung 30 sind die Ergebnisse für den Bemessungsansatz nach [EC2] gegen Durchstanzen bzw. Querkraft für die statische Nutzhöhe d , den bezogenen Stützenumfang u_0/d bzw. die Bauteilbreite b , den Längsbewehrungsgrad ρ_l und die Betonfestigkeit f_{ck} dargestellt.

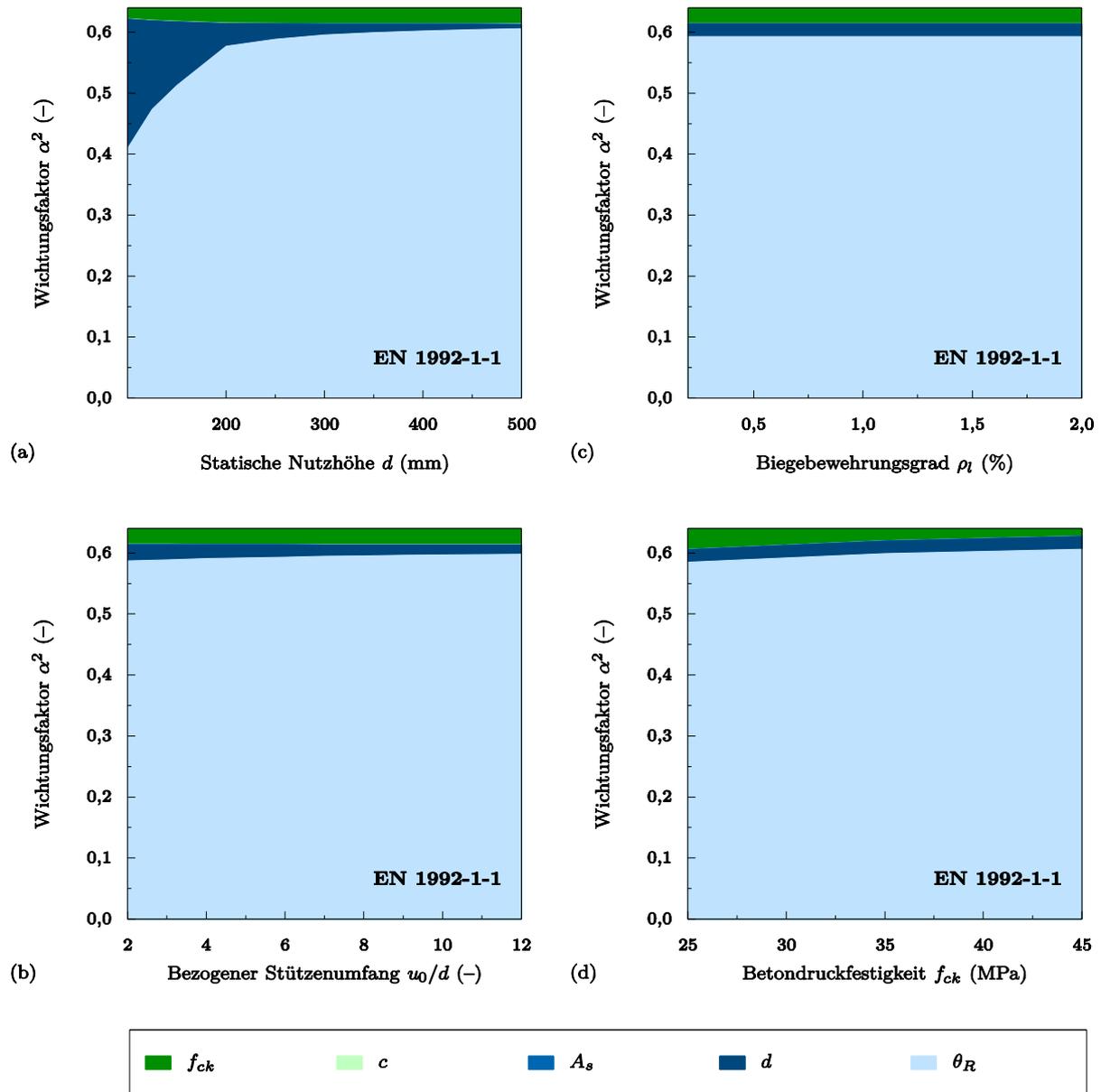


Abbildung 28: Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen für die Einflussparameter des Widerstandsmodell gegen Durchstanzen ohne Durchstanzbewehrung nach [EC2]

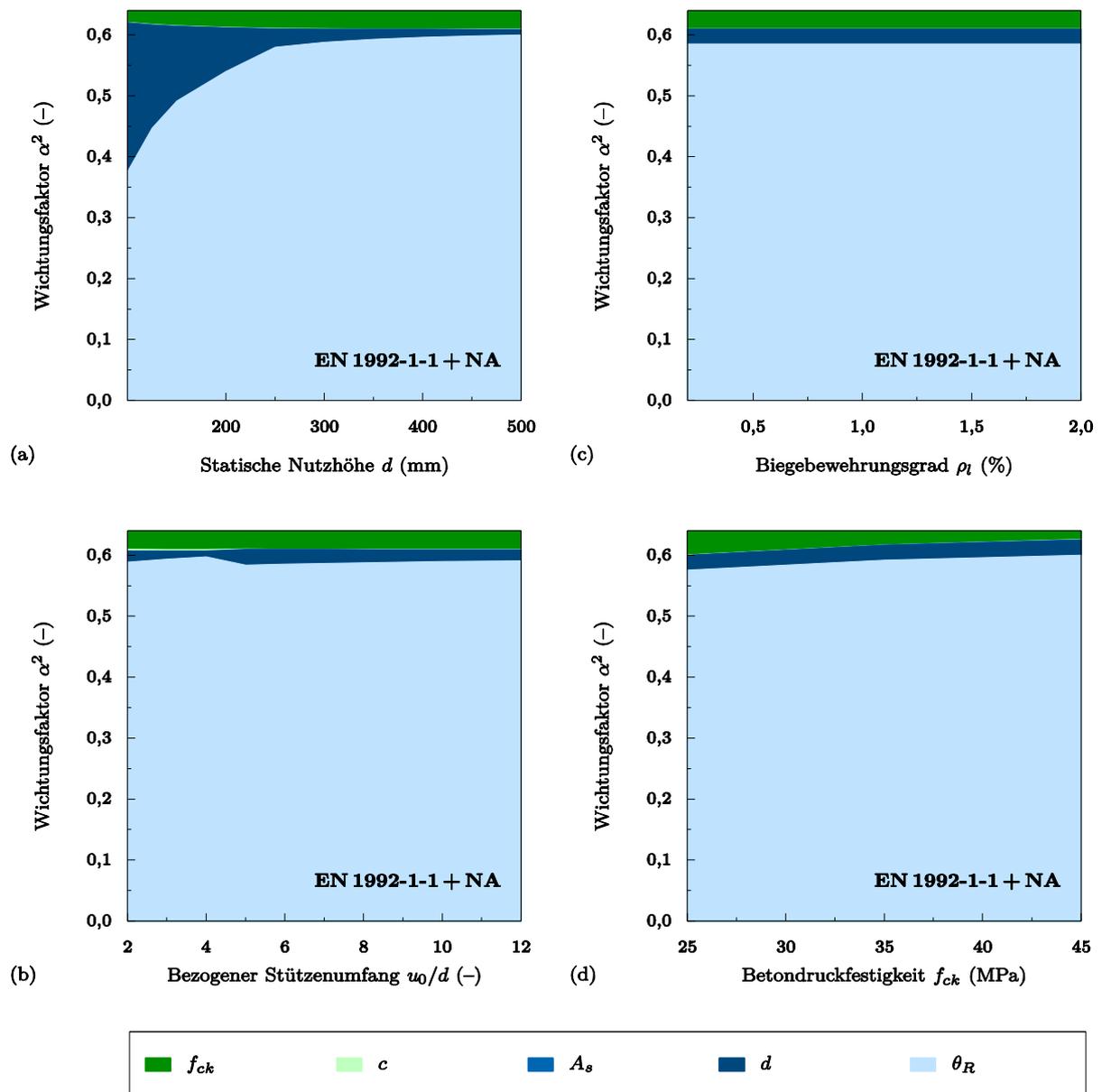


Abbildung 29: Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen für die Einflussparameter des Widerstandsmodell gegen Durchstanzen ohne Durchstanzbewehrung nach [EC2/NAD]

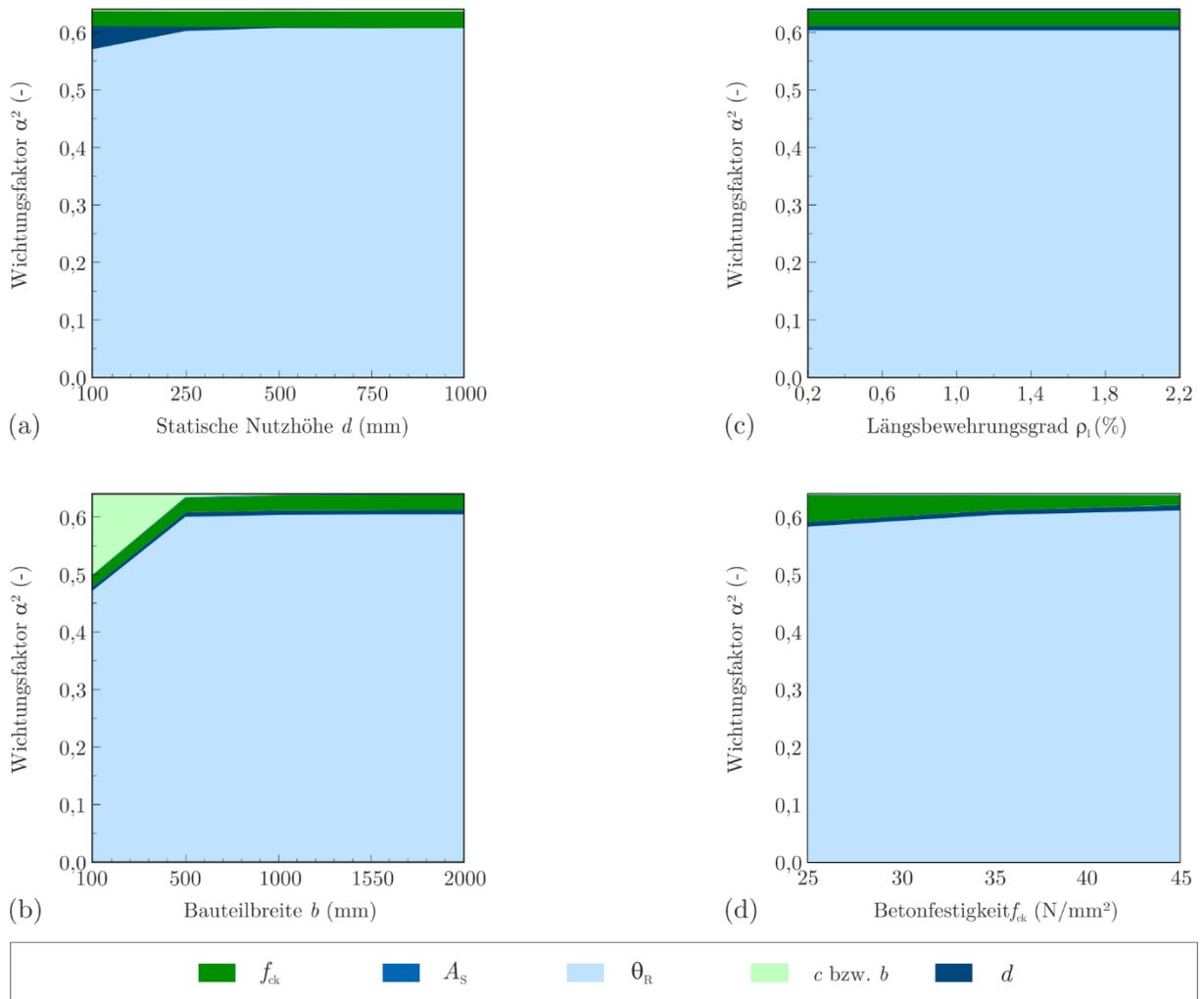


Abbildung 30 Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen für die Einflussparameter des Widerstandsmodell gegen Querkraft nach [EC2]

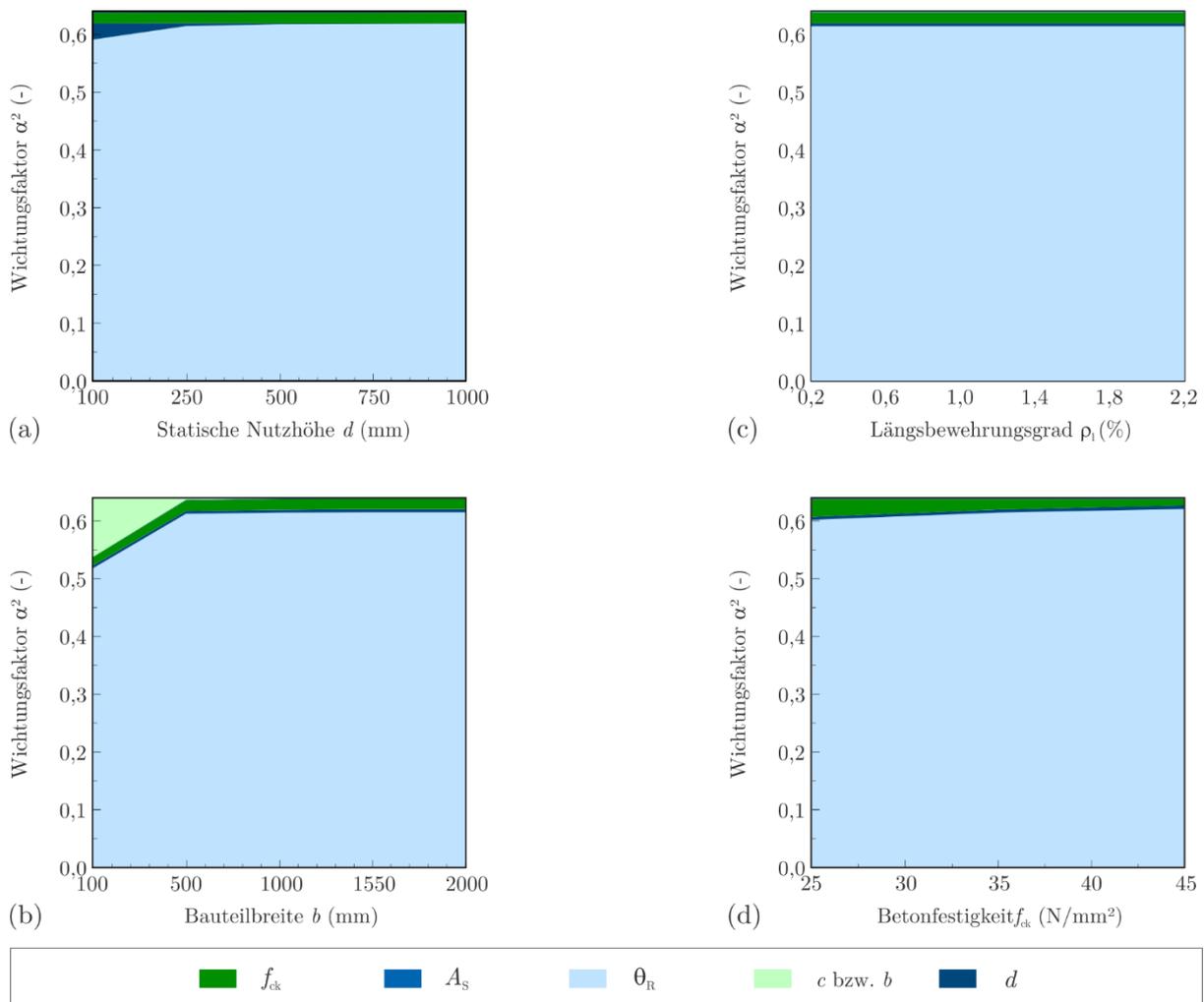


Abbildung 31 Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen für die Einflussparameter des Widerstandsmodell gegen Querkraft nach [EC2/NAD]

Sowohl für ein Querkraftversagen ohne Querkraftbewehrung als auch für das Durchstanzen ohne Durchstanzbewehrung ist anhand der Wichtungsfaktoren deutlich zu erkennen, dass die Modellunsicherheit θ_R der dominanteste Einflussfaktor auf die Versagenswahrscheinlichkeit darstellt (Abbildung 29 und Abbildung 30). Die Wichtungsfaktoren α^2 zwischen ca. 0,37 – 0,6 belegen, dass die Streuung der Modellunsicherheit etwa 58 – 94 % der Gesamtstreuung der Verbundverteilungsdichte bestimmt. Weitere wesentliche Einflüsse ergeben sich aus den Streuungen der Betonfestigkeit f_{ck} und der statischen Nutzhöhe d . Der Einfluss der Streuung der statischen Nutzhöhe ist insbesondere bei kleinen Bauteildicken erheblich und nimmt mit steigender Bauteilhöhe sukzessive ab. Dies ist einfach erklärbar, da die nahezu konstante Streuung der Lage der Biegezugbewehrung bei geringen statischen Nutzhöhen wesentlich stärker ins Gewicht fällt als bei sehr dicken Platten. Es ist im Wesentlichen davon auszugehen, dass sich die Einbauungenauigkeit bzw. Abweichung unabhängig von der Bauteildicke einstellt. Die hier angesetzte Standardabweichung von 10 mm für die statische Nutzhöhe gemäß *Probabilistic Model Code* stimmt gut mit den Annahmen für Einbautoleranzen nach Eurocode überein.

Die übrigen Parameter haben so kleine Wichtungsfaktoren, dass sie für die weiteren Betrachtungen als deterministisch angesehen werden könnten. Eine Ausnahme bildet die Bauteilbreite b , die bei kleinen Werten große Wichtungsfaktoren erzeugt und somit für diese Fälle die Versagenswahrscheinlichkeit der Querkraftbemessung signifikant beeinflusst. Da die Bemessungsgleichung jedoch im Wesentlichen für Platten angewendet wird, braucht dieser Effekt nicht näher untersucht zu werden.

Für prEN 1992-1-1 ergeben sich vergleichbare Ergebnisse, wie die Diagramme in Abbildung 32 bis Abbildung 34 verdeutlichen. Hier ist hervorzuheben, dass die Streuung der bislang nicht berücksichtigten Einflüsse aus dem Größtkorndurchmesser D_{max} und der Schubschlankheit beim Durchstanznachweis (über die Spannweite l_x bzw. l_y berücksichtigt) kaum Einfluss auf das Sicherheitsniveau der Bemessungsgleichungen für Durchstanzungen ohne Durchstanzbewehrung und Querkraft ohne Querkraftbewehrung nach [prEC2:D7] haben.

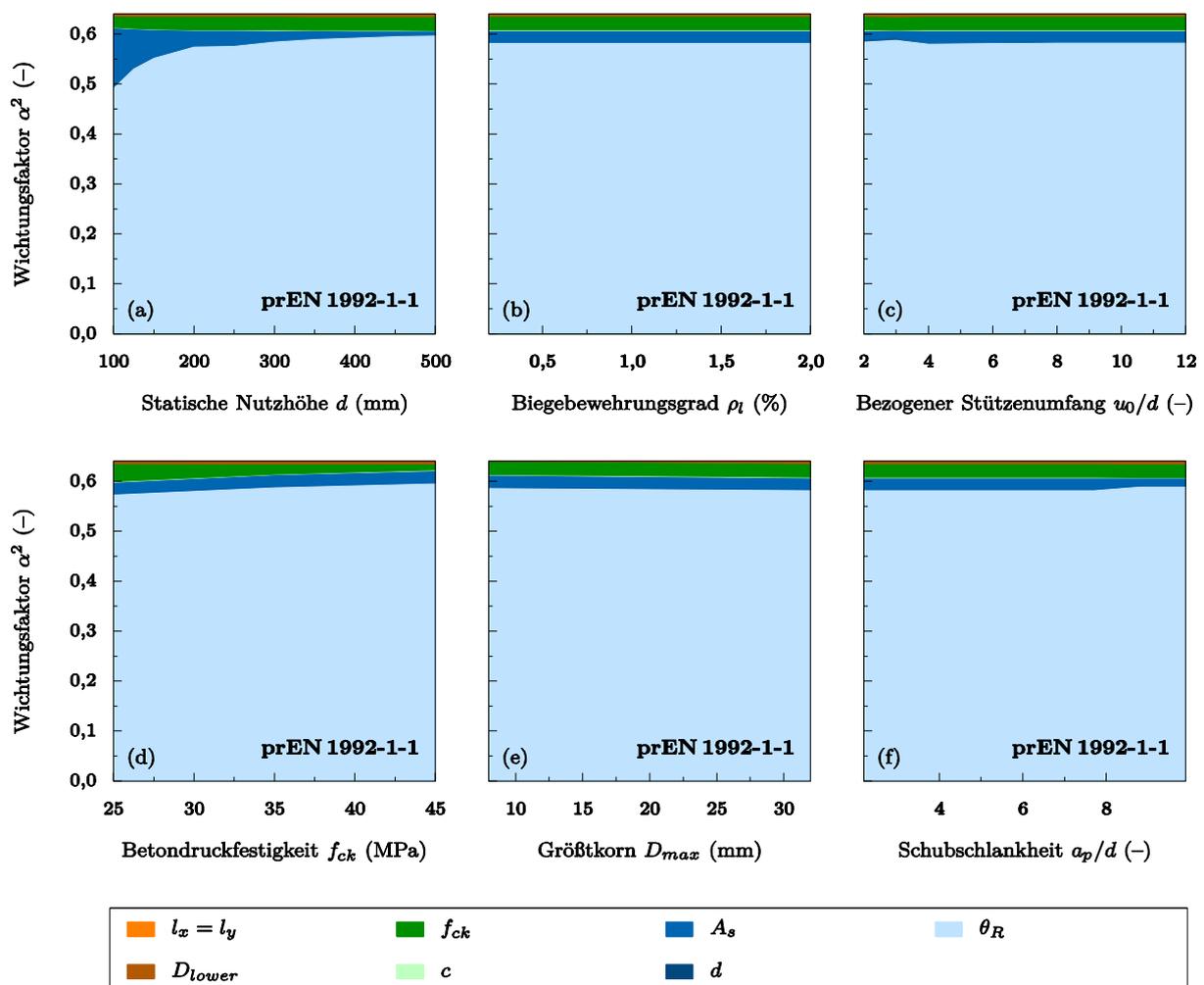


Abbildung 32: Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen für die Einflussparameter des Widerstandsmodell gegen Durchstanzungen bei Flachdecken nach [prEC2:D7]

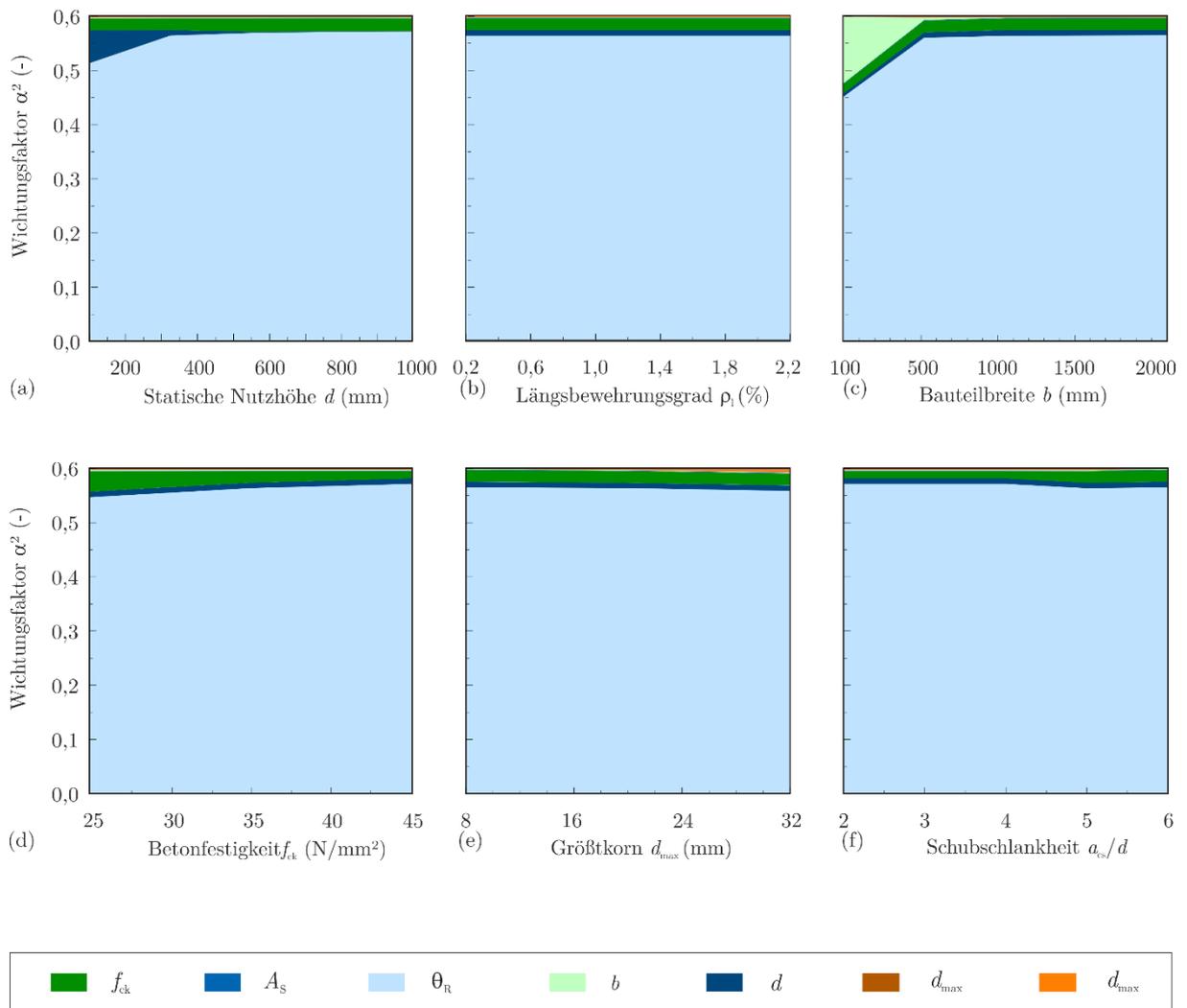


Abbildung 33: Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen für die Einflussparameter des Widerstandsmodell gegen Querkraft nach [prEC2:D7] mit d_{nom}

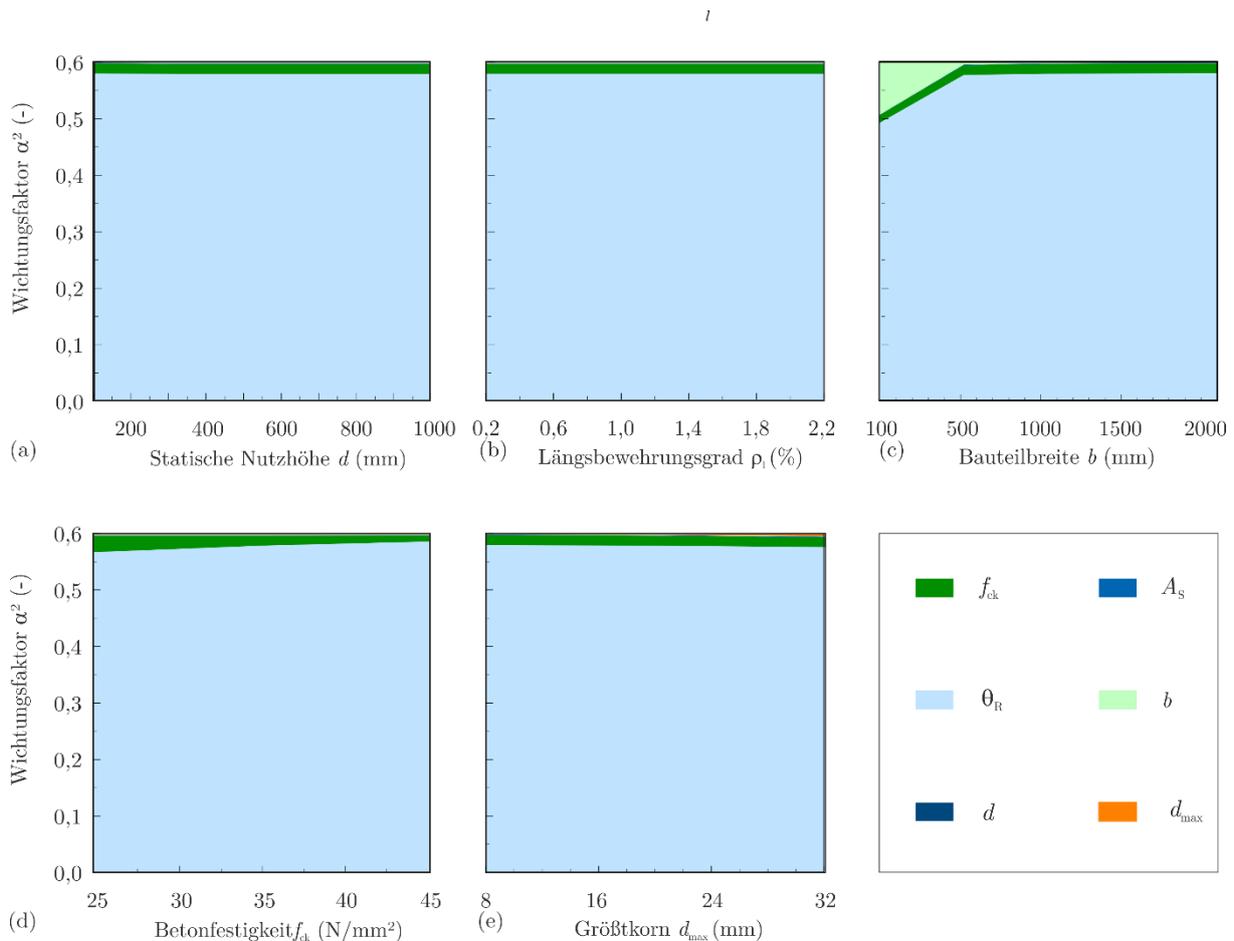


Abbildung 34: Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen für die Einflussparameter des Widerstandsmodell gegen Querkraft nach [prEC2:D7] mit $d_{d(esign)}$

5.5 Parameterstudien

5.5.1 Durchstanzen

5.5.1.1 Allgemeines

In diesem Abschnitt werden die mit verschiedenen Rechenverfahren (MV/FOSM, FOSM und MC-IS) ermittelten Sicherheitsindices für die Durchstanzgleichung ohne Durchstanzbewehrung nach EN 1992-1-1 mit und ohne NA sowie prEN 1992-1-1 verglichen und dem Zielwert von 3,8 nach EN 1990 gegenübergestellt. Die Ergebnisse der Monte-Carlo-Methode stellen den Mittelwert von drei Simulationsläufen dar. Die Rechnungen wurden jeweils bei Erreichen eines Variationskoeffizienten von 0,05 abgebrochen.

5.5.1.2 EN 1992-1-1

Die Abhängigkeit des Sicherheitsindex β vom Einfluss der statischen Nutzhöhe wird in Abbildung 35 a für die Bemessungswiderstände nach aktuellem EC2 untersucht. Die statische Nutzhöhe wurde dabei in einem Bereich von 100 mm bis zu 500 mm variiert. Die FOSM und die MC-IS berechnen für den untersuchten Bereich β -Werte deutlich oberhalb des Zielwertes von 3,8. Für die FOSM ergibt sich der kleinste β -Index von 4,180 für eine statische Nutzhöhe von 100 mm. Der Wert nimmt mit zunehmender statischer Nutzhöhe ebenfalls zu und erreicht sein Maximum von 4,307 für eine statische Nutzhöhe von 500 mm. Die Monte-Carlo-Simulation mit Varianzreduktion (MC-IS) berechnete einen β -Index im Bereich von 4,136–4,143 für

eine statische Nutzhöhe von 100 mm. Für eine statische Nutzhöhe von 500 mm konnten ein etwas größerer β -Wert im Bereich von 4,309–4,320 berechnet werden. Die mit der MVFOSM errechneten Sicherheitsindices liegen deutlich unterhalb des in DIN EN 1990 Zielwertes von 3,8. Für eine statische Nutzhöhe von 100 mm ergibt sich ein β -Wert von nur 3,137, der mit zunehmender statischer Nutzhöhe größer wird und für $d = 500$ mm einen Wert von 3,293 erreicht.

Der Einfluss des bezogenen Stützenumfangs u_0/d auf den Sicherheitsindex wird in Abbildung 35 b untersucht. Um den praktischen Anwendungsbereich abzudecken, wurden bezogene Stützenumfänge zwischen 2 und 12 untersucht. Die Berechnungen ergaben, dass die nach der FOSM und mit der Monte-Carlos-Methode (MC-IS) ermittelten Zuverlässigkeitsindices oberhalb des empfohlenen Grenzwertes von 3,8 liegen. Die FOSM ergab β -Werte von 4,363 und 4,343 für einen bezogenen Stützenumfang von 2 bzw. 12. Die MC-IS ergab β -Werte im Bereich von 4,328–4,371 für ein u_0/d -Verhältnis von 2 und 4,336–4,364 für ein u_0/d -Verhältnis von 12. Die mit der MVFOSM ermittelten Werte lagen wiederum unterhalb des Grenzwertes von 3,8. Es ergaben sich Werte zwischen 3,310 und 3,307 für u_0/d -Verhältnisse zwischen 2 und 12.

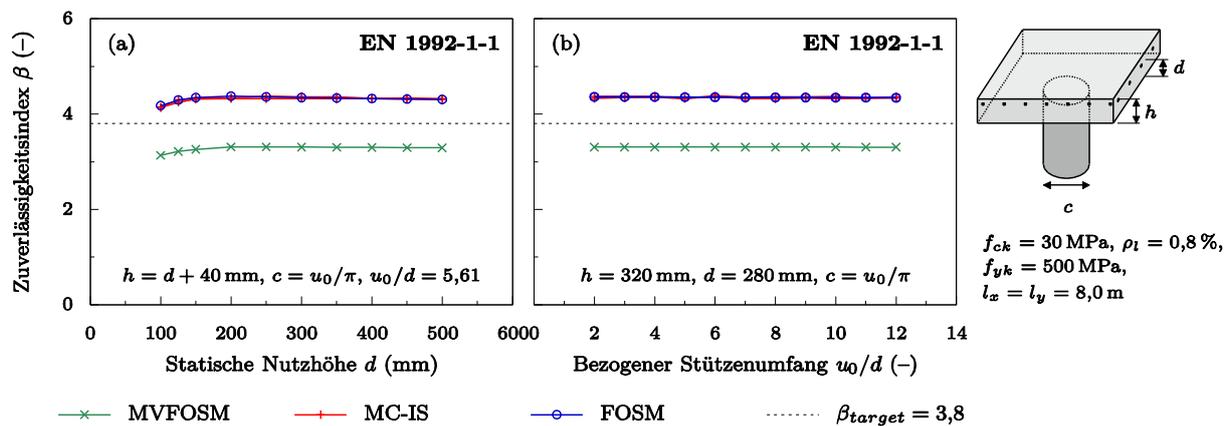


Abbildung 35: Sicherheitsindex β in Abhängigkeit der statischen Nutzhöhe d und des bezogenen Stützenumfangs u_0/d für den Bemessungsansatz gegen Durchstanzen von Flachdecken nach [EC2]

Der Biegebewehrungsgrad ρ_l wurde zwischen 0,2 und 2,0 % variiert. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Abbildung 36 a dargestellt. Die FOSM ergab einen β -Wert von 4,354 für alle untersuchten Biegebewehrungsgrade. Die konstanten β -Werte für die ρ_l -Werte ergeben sich aufgrund der zur Berücksichtigung der Streuung des Bewehrungsquerschnitts angesetzten Variationskoeffizienten von 0,02. Die Monte-Carlo-Simulationen ergaben Werte von 4,304–4,378. Für die Berechnungen nach der MVFOSM wurde mit einem β -Wert von 3,310 wieder der empfohlene Grenzwert von 3,8 nicht erreicht.

In Abbildung 36 b sind die Zuverlässigkeitsindices in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit dargestellt. Es wurden die Betondruckfestigkeitsklassen C25, C35 und C45 untersucht. Die Berechnungen zeigen die gleichen Tendenzen wie die anderen Parameterstudien. Die mit der FOSM und MC-IS berechneten β -Werte sind deutlich größer als die Ergebnisse der MVFOSM und sind größer als der empfohlene Grenzwert von $\beta = 3,8$. Für die FOSM ergeben sich β -Werte zwischen 4,510 für die Betondruckfestigkeitsklasse C25 und 3,963 für C45. Die MC-IS ergab Werte von 4,496–4,532 für C25 und von 3,959–3,980 für C45. Die MVFOSM hingegen

ergab deutlich kleinere β -Wert zwischen 3,387 und 3,100 für die Betondruckfestigkeitsklassen C25 bzw. C45.

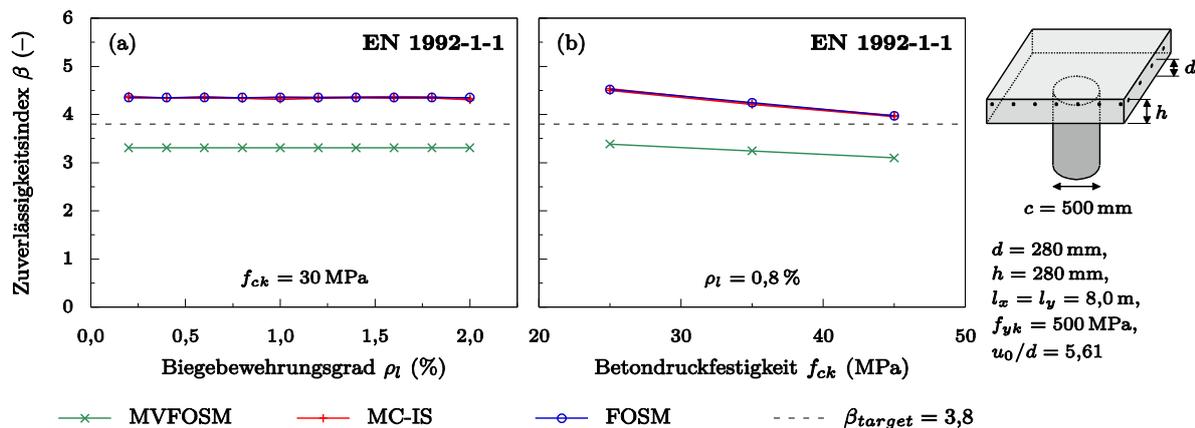


Abbildung 36: Sicherheitsindex β in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrades ρ_l und der Betonfestigkeit f_{ck} für den Bemessungsansatz gegen Durchstanzen von Flachdecken nach [EC2]

5.5.1.3 EN 1992-1-1+NA

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der verschiedenen Einflussparameter auf die Zuverlässigkeitsindices der Bemessung nach aktuellem Eurocode 2 unter Berücksichtigung der Regelungen des deutschen NA untersucht. Aufgrund des größeren Mittelwerts und der geringeren Streuung der Modellunsicherheit ergeben sich im Vergleich zu den Berechnungen nach EN 1992-1-1 ohne NA etwa 10 % größere β -Indices. Mit Ausnahme der Ergebnisse der MVFOSM lagen alle ermittelten Zuverlässigkeitsindices oberhalb des Grenzwertes von 3,8.

Die Abhängigkeit des Sicherheitsindex β vom Einfluss der statischen Nutzhöhe wird in Abbildung 37 a untersucht. Für die FOSM ergibt sich der kleinste β -Index von 4,575 für eine statische Nutzhöhe von 100 mm. Der Wert nimmt mit zunehmender statischer Nutzhöhe ebenfalls zu und erreicht sein Maximum von 4,879 für eine statische Nutzhöhe von 500 mm. Die Monte-Carlo-Simulation mit Varianzreduktion (MC-IS) berechnete einen β -Index im Bereich von 4,513–4,554 für eine statische Nutzhöhe von 100 mm. Für eine statische Nutzhöhe von 500 mm konnten ein etwas größerer β -Wert im Bereich von 4,869–4,900 berechnet werden. Die mit der MVFOSM errechneten Sicherheitsindices liegen deutlich unterhalb des in DIN EN 1990 Zielwertes von 3,8. Für eine statische Nutzhöhe von 100 mm ergibt sich ein β -Wert von nur 3,409, der mit zunehmender statischer Nutzhöhe größer wird und für $d = 500 \text{ mm}$ einen Wert von 3,674 erreicht.

Der Einfluss des bezogenen Stützenumfangs u_0/d auf den Sicherheitsindex wird in Abbildung 37 b untersucht. Die FOSM ergab β -Werte von 4,903 und 4,911 für einen bezogenen Stützenumfang von 2 bzw. 12. Die MC-IS ergab β -Werte im Bereich von 4,905–4,908 für ein u_0/d -Verhältnis von 2 und 4,891–4,926 für ein u_0/d -Verhältnis von 12. Die mit der MVFOSM ermittelten Werte lagen wiederum unterhalb des Grenzwertes von 3,8. Es ergaben sich Werte zwischen 3,678 und 3,684 für u_0/d -Verhältnisse zwischen 2 und 12.

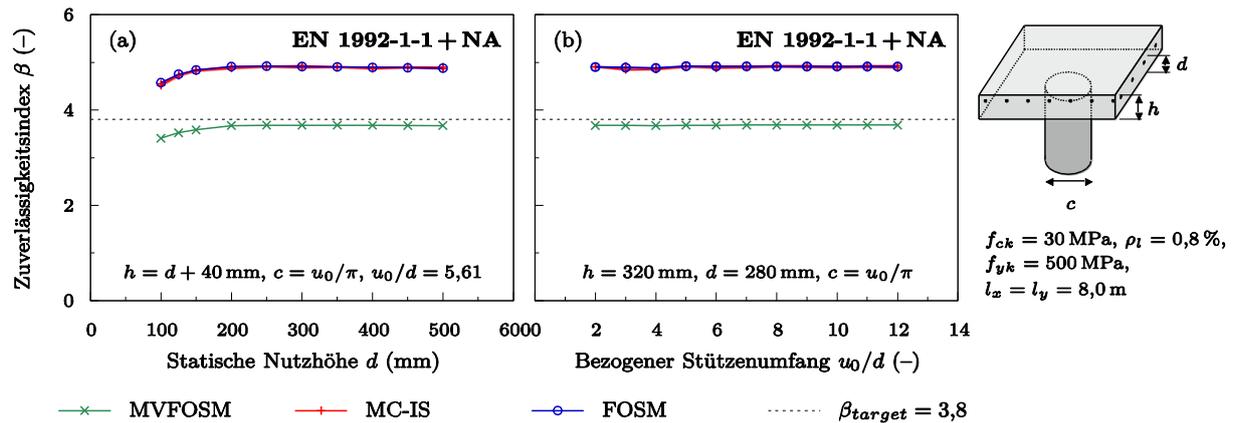


Abbildung 37: Sicherheitsindex β in Abhängigkeit der statischen Nutzhöhe d und des bezogenen Stützenumfangs u_0/d für den Bemessungsansatz gegen Durchstanzen von Flachdecken nach [EC2/NAD]

Der Biegebewehrungsgrad ρ_l wurde zwischen 0,2 und 2,0 % variiert. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Abbildung 38 a dargestellt. Die FOSM ergab einen β -Wert von 4,919 für alle untersuchten Biegebewehrungsgrade mit Ausnahme von $\rho_l = 2,0$ %. Gemäß dem deutschen Nationalen Anhang ist der maximal rechnerisch ansetzbare Biegebewehrungsgrad nicht nur auf 2,0 zu begrenzen, sondern es ist zusätzlich eine Obergrenze von $0,5 f_{cd}/f_{yd}$ zu beachten. Für die in den Berechnungen angesetzte Betondruckfestigkeit von $f_{ck} = 30$ MPa ergibt sich ein oberer Grenzwert von $\rho_l = 1,95$ %. Die konstanten β -Werte für die ρ_l -Werte kleiner als 1,95 % ergeben sich aufgrund des zur Berücksichtigung der Streuung des Bewehrungsquerschnitts angesetzten Variationskoeffizienten von 0,02. Für einen ρ_l -Wert von 2,0 % wird die zusätzliche Obergrenze nach NA(D) maßgebend, die von der Streuung der Betondruckfestigkeit f_c und der Streuung der Fließgrenze des Betonstahls f_y abhängig ist. Aus diesem Grund ergibt sich für einen ρ_l -Wert von 2,0 % einen abweichenden β -Wert von 4,978. Die Monte-Carlo-Simulationen ergaben Werte von 4,873–4,947 für ρ_l -Werte kleiner als 1,95 % und 4,897–4,925 für $\rho_l = 2,0$ %. Die Berechnungen nach der MVFOSM ergaben wieder Werte unterhalb des empfohlenen Grenzwerts von 3,8. Für ρ_l -Werte kleiner als 1,95 % beträgt $\beta = 3,683$ und für $\rho_l = 2,0$ % ergibt sich ein β -Wert von 3,714.

In Abbildung 38 b sind die Zuverlässigkeitsindices in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit dargestellt. Es wurden die Betondruckfestigkeitsklassen C25, C35 und C45 untersucht. Die mit der FOSM und MC-IS berechneten β -Werte sind deutlich größer als die Ergebnisse der MVFOSM und sind größer als der empfohlene Grenzwert von $\beta = 3,8$. Für die FOSM ergeben sich β -Werte zwischen 5,079 für die Betondruckfestigkeitsklasse C25 und 4,507 für C45. Die MC-IS ergab Werte von 5,078–5,090 für C25 und von 4,496–4,512 für C45. Die MVFOSM hingegen ergab deutlich kleinere β -Werte zwischen 3,759 und 3,471 für die Betondruckfestigkeitsklassen C25 bzw. C45.

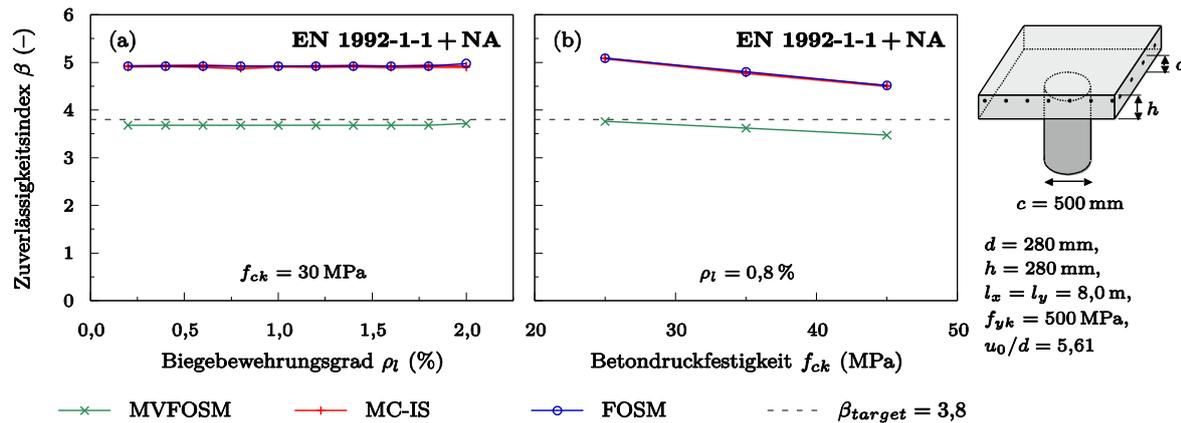


Abbildung 38: Sicherheitsindex β in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrades ρ_l und der Betonfestigkeit f_{ck} für den Bemessungsansatz gegen Durchstanzen von Flachdecken nach [EC2/NAD]

5.5.1.4 prEN 1992-1-1:D7

Die folgenden Abbildung 39 bis Abbildung 41 zeigen die mit verschiedenen Rechenverfahren (MVFOSM, FOSM und MC-IS) ermittelten Sicherheitsindizes für die Durchstanzgleichung ohne Durchstanzbewehrung nach prEN 1992-1-1:D7 (vgl. Kap. 3.1). Weiterhin ist in den Diagrammen der Zielwert von 3,8 nach EN 1990 dargestellt.

Es ergeben sich, bis auf wenige Ausnahmen, vergleichbare Ergebnisse wie für die in den Kapiteln 5.5.1.2 und 5.5.1.3 beschriebenen Auswertung nach aktuellem Eurocode 2 mit und ohne NA. Die Berechnungen wurden unter denselben Randbedingungen durchgeführt oben beschrieben. Für alle vorliegenden Ergebnisse erreichen die MVFOSM-Berechnungen nicht den geforderten Zuverlässigkeitsindex von $\beta_{target} = 3,8$ und ermittelt somit deutlich kleinere β -Werte als die FOSM oder MC-IS.

Für die Variation der statischen Nutzhöhe d im Intervall von [100,500] liegen die mit der FOSM ermittelten β -Werte zwischen 4,060 und 4,015 (Abbildung 39 a). Mit den Monte-Carlo-Simulationen mit Varianzreduktion (MC-IS) konnten Zuverlässigkeitsindizes zwischen 4,025–4,041 für eine statische Nutzhöhe von 100 mm und zwischen 4,010–4,020 für eine statische Nutzhöhe von 500 mm. Im Unterschied zu der Auswertung nach EN 1992-1-1 + NA ergeben sich somit für kleinere statische Nutzhöhen keine größeren Versagenswahrscheinlichkeiten. Mit der MVFOSM ergeben sich kleinere Werte als der empfohlene Grenzwert von 3,8 von 3,142 für $d = 100$ mm und 3,160 für $d = 500$ mm.

Die Ergebnisse für die Variation des bezogenen Stützenumfangs u_0/d zwischen 2 und 12 ähneln den Ergebnissen für die Variation der statischen Nutzhöhe (Abbildung 39 b). Für die Berechnungen nach FOSM ergeben sich Werte von 4,053 und 4,067 für u_0/d -Werte von 2 bzw. 12. Die Monte-Carlo-Simulationen ergaben Werte zwischen 4,035–4,051 für $u_0/d = 2$ und zwischen 4,046–4,064 für $u_0/d = 12$. Die Ergebnisse der Berechnungen nach MVFOSM liegen wiederum unterhalb des Zielniveaus von 3,8 zwischen 3,173 und 3,180. Die Ergebnisse lassen über die gesamte Variationsbreite keinen Trend erkennen.

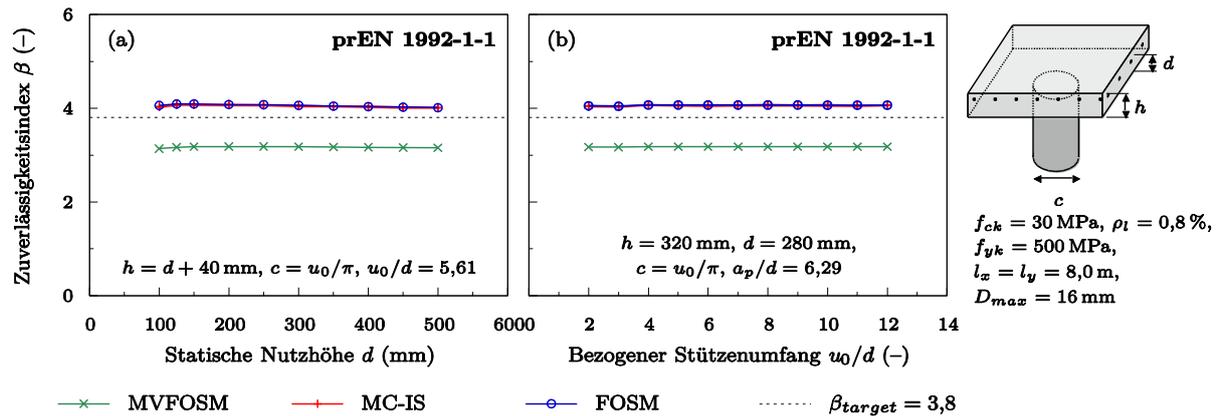


Abbildung 39: Sicherheitsindex β in Abhängigkeit der statischen Nutzhöhe d und des bezogenen Stützenumfangs u_0/d für den Bemessungsansatz gegen Durchstanzen von Flachdecken nach [prEC2:D7]

In Abbildung 40 a wurde der Biegebewehrungsgrad zwischen 0,2 und 2,0 % variiert. Für die FOSM ergeben sich ein β -Wert von 4,069. Die konstanten Werte für sämtliche ρ_l -Werte ergeben sich aufgrund des konstanten Variationskoeffizient von 0,02, der die Streuung des Bewehrungsquerschnitts abbildet. Die Monte-Carlo-Simulationen ergaben Werte von 4,048–4,078 für $\rho_l = 0,2\%$ und 4,053–4,074 für $\rho_l = 2,0\%$. Die Berechnungen mit der MVFOSM ergaben einen β -Wert von 3,180, der deutlich unterhalb des empfohlenen Grenzwerts von 3,8 liegt.

Die Zuverlässigkeitsindices in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit sind in Abbildung 40 b dargestellt. Es wurden Druckfestigkeiten von 25, 35 und 45 MPa untersucht. Für die FOSM ergeben sich β -Werte zwischen 4,230 für die Betondruckfestigkeitsklasse C25 und 3,663 für C45. Die MC_IS ergab Werte von 4,205–4,234 für C25 und von 3,659–3,667 für C45. Bei linearer Interpolation wird für Betondruckfestigkeiten größer als etwa 40 MPa der empfohlene Grenzwert von $\beta_{target} = 3,8$ leicht unterschritten. Die MVFOSM ermittelt Werte zwischen 3,267 und 2,948, die somit durchgehend den Grenzwert deutlich unterschreiten. Generell zeigen die Rechnungen den Trend für höhere Druckfestigkeiten kleinere Zuverlässigkeitsindices zu errechnen.

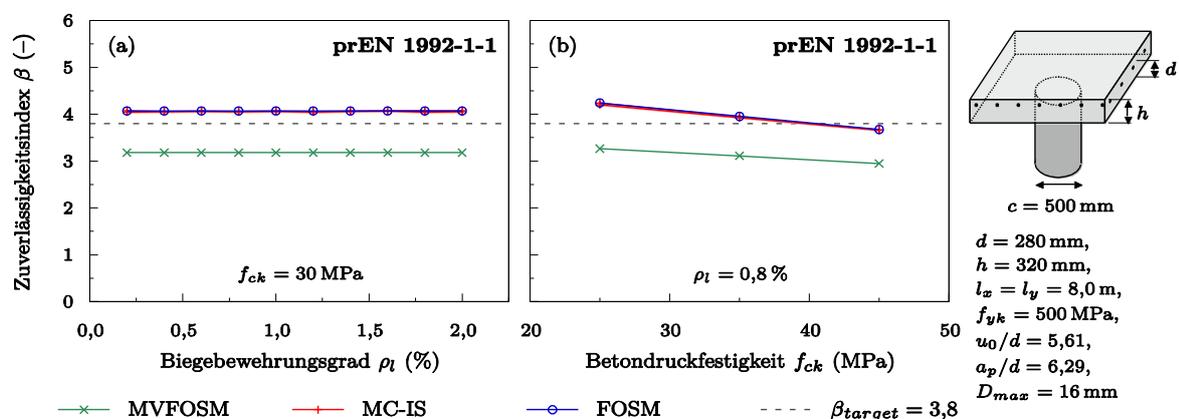


Abbildung 40: Sicherheitsindex β in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrades ρ_l und der Betonfestigkeit f_{ck} für den Bemessungsansatz gegen Durchstanzen von Flachdecken nach [prEC2:D7]

Der Einfluss des Größtkorns D_{max} wird in Abbildung 41 a näher untersucht. Die β -Werte wurden für die Größtkorndurchmesser von 8, 16 und 32 mm ermittelt. Für die Berechnung nach FOSM ergaben sich Werte zwischen 4,086 ($D_{max} = 8$ mm) und 4,069 ($D_{max} = 32$ mm). Mit der MC-IS wurden b-Werte zwischen 4,079–4,085 für $D_{max} = 8$ mm und 4,049–4,066 für $D_{max} = 32$ mm. Die mit den Level-2- und Level-3-Methoden ermittelten β -Werte liegen somit oberhalb des empfohlenen Grenzwerts von $\beta_{target} = 3,8$. Die mit der MVFOSM bestimmten Zuverlässigkeitsindices zwischen 3,193 und 3,180 liegen dagegen wiederum unterhalb des Grenzwertes. Für die untersuchten Größtkorndurchmesser zeigt die Parameterrechnung ein nahezu konstantes Sicherheitsniveau.

In Abbildung 41 b sind die errechneten β -Werte über der Schubslankheit a_p/d aufgetragen. Die a_p/d -Werte wurden zwischen 2,2 und 9,9 variiert. Die FOSM ermittelt β -Werte zwischen 4,069 für $a_p/d = 2,2$ und 4,050 für $a_p/d = 9,9$. Die Monte-Carlo-Simulationen mit Varianzreduktion (MC-IS) ergaben Werte von 4,035–4,059 ($a_p/d = 2,2$) und zwischen 4,040–4,050 ($a_p/d = 9,9$). Alle errechneten Werte sind somit größer als der in EN 1990 empfohlene Zielwert von $\beta_{target} = 3,8$. Die MVFOSM erreichte dagegen mit β -Werten zwischen 3,180 und 3,174 den empfohlenen Grenzwert nicht. Über den gesamten Variationsbereich ist kein Trend zu erkennen.

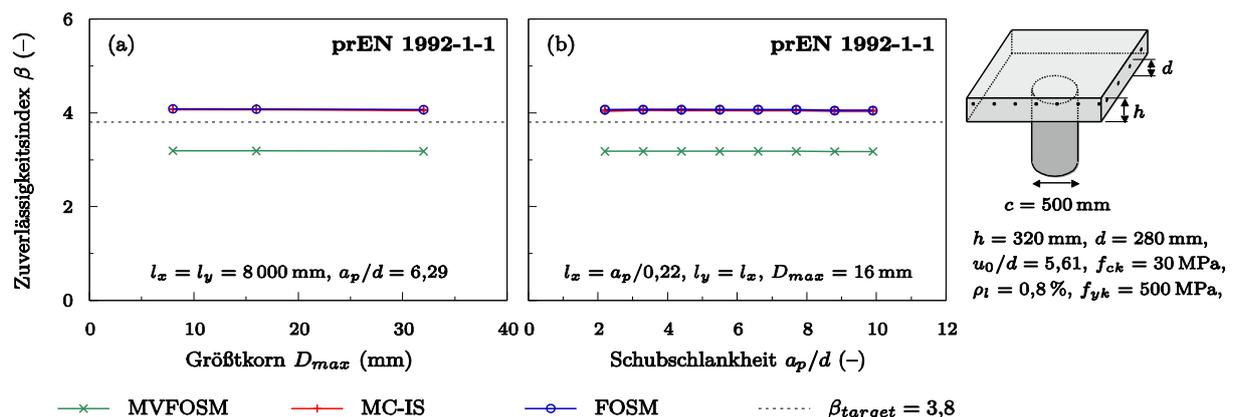


Abbildung 41: Sicherheitsindex β in Abhängigkeit des Korndurchmessers D_{max} und der bezogenen Spannweite a_p/d für den Bemessungsansatz gegen Durchstanzen von Flachdecken nach [prEC2:D7]

5.5.2 Querkraft

5.5.2.1 Allgemeines

Zur ersten Überprüfung des Sicherheitsniveaus der Widerstandsmodelle für Querkraft ohne Querkraftbewehrung wurden Parameterstudien durchgeführt. Das dazu verwendete Basisbauteil ist in Abbildung 42 dargestellt und zeigt die Ausgangswerte der wesentlichen Einflussgrößen, die variiert wurden.

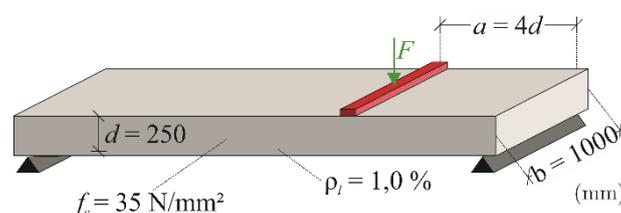


Abbildung 42: Ausgangswerte für die Parameterstudien zur Querkrafttragfähigkeit

Im Zuge der Berechnungen erfolgte eine Berücksichtigung der Basisvariablen auf der Widerstandsseite. Die Einwirkungsseite wurde über die rechnerischen Werte für $V_{Rd,c}$ bzw. $\tau_{Rd,c}$ in die Grenzzustandsgleichung einbezogen. Dabei wurden die Kalibrierfaktoren entsprechend der normativen Angaben beibehalten (0,18 für EC2 / 0,15 für NA(D) / 0,66 für prEC2(D7)). Der Teilsicherheitsbeiwert wurde entsprechend der normativen Angaben zu $\gamma_c = 1,5$ und $\gamma_v = 1,4$ bzw. $\gamma_v = 1,29$ unter Ansatz von $d_{d(\text{esign})}$ gesetzt. Die Zuverlässigkeitsindizes wurden mit insgesamt vier verschiedenen Berechnungsverfahren (MVFOSM, FORM, SORM und Monte Carlo) ermittelt. Ziel war zunächst ein qualitativer Vergleich der Sicherheitsniveaus und Berechnungsverfahren. Entsprechend der Grundlagen der Berechnungsverfahren sowie der Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen (vgl. Abschnitt 5.4) war davon auszugehen, dass die mithilfe der MVFOSM-Methode ermittelten Ergebnisse Ungenauigkeiten aufwiesen. Gleichzeitig wurde erwartet, dass eine Variation der im Zuge der Sensitivitätsanalysen ermittelten, wenig relevanten Parameter keinen wesentlichen Einfluss auf das Sicherheitsniveau zeigen würden. Zum Vergleich wurde der Zielwert des Sicherheitsindex entsprechend der Vorgaben in EC0 für $\beta = 3,8$ vorausgesetzt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 43 bis Abbildung 46 für die Ansätze nach EC2 und prEC2 bezogen auf die statische Nutzhöhe d , die Bauteilbreite b , die Betonfestigkeit f_{ck} und den Biegezugbewehrungsgrad ρ_1 sowie bei prEC2 zusätzlich in Relation zum Größtkorndurchmesser d_{max} und der Schubschlankheit a_{cs}/d dargestellt.

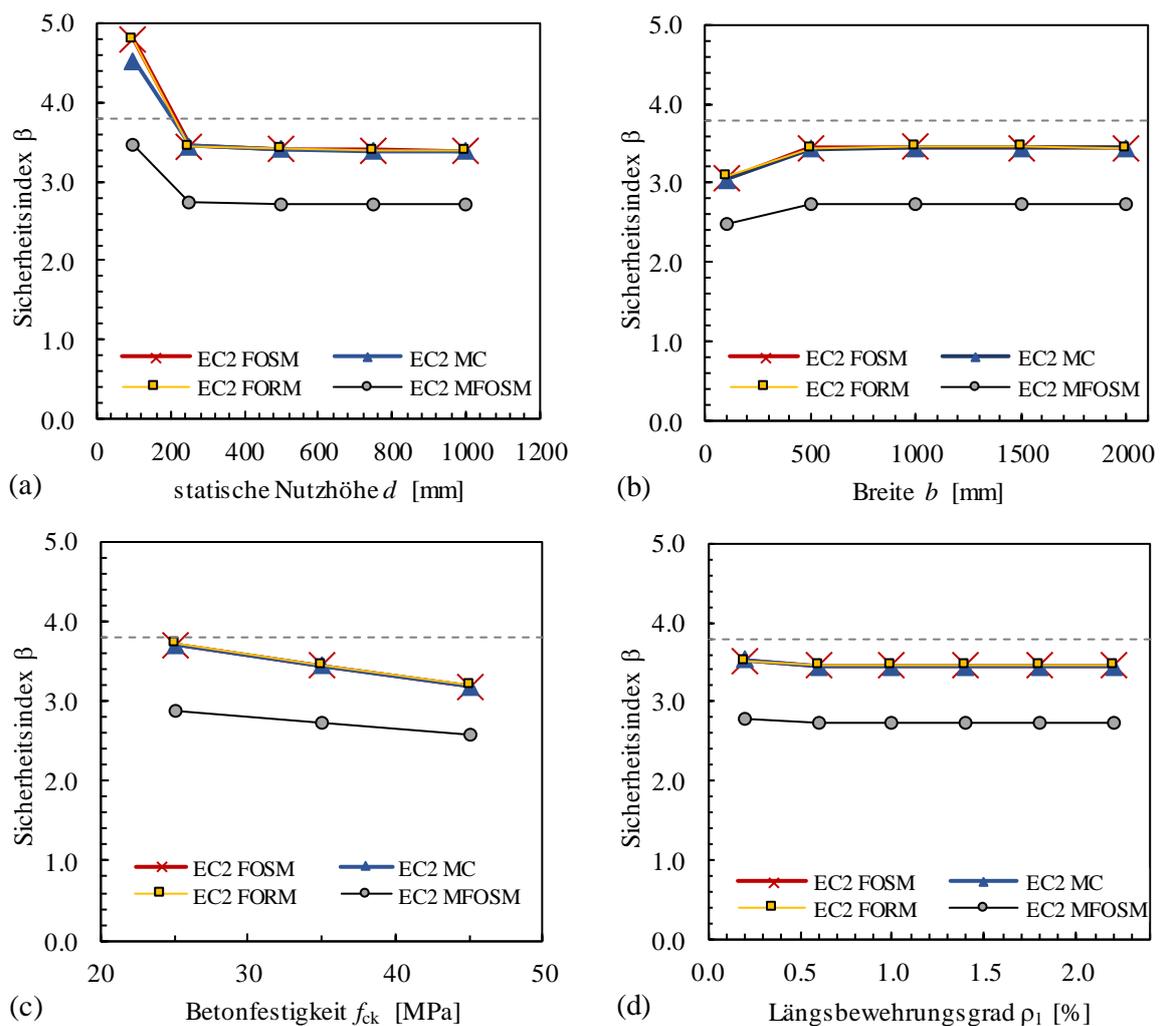


Abbildung 43: Ergebnisse für die Parameterstudien zum Sicherheitsindex β für den Bemessungsansatz gegen Querkraft nach [EC2]

Entsprechend der Vermutungen zeigen die Ergebnisse keinen signifikanten Einfluss durch Variation der Variablen mit geringen Wichtungsfaktoren α^2 . Auch der Einfluss aus der statischen Nutzhöhe wird beinahe trendfrei abgebildet. Eine Ausnahme bilden statische Nutzhöhen $d \leq 200$ mm in Abbildung 43(a) und Abbildung 44(a), was jedoch auf die obere Begrenzung des Faktors zur Berücksichtigung des Maßstabeffekts nach EC2 auf einen Wert von $k = 2,0$ zurückzuführen ist. Weiterhin ist zu erkennen, dass der Sicherheitsindex β mit steigender Betonfestigkeit sinkt.

Ein Vergleich der Berechnungsverfahren zeigt, dass sich bei Anwendung von FORM, FOSM und MC jeweils fast deckungsgleiche Ergebnisse erzielen lassen, was den Erkenntnissen aus den zuvor dargestellten Ergebnissen für die Durchstanzbemessungsansätze entspricht. Ebenso ergeben sich mit der MVFOSM deutliche Abweichungen bei der Berechnung des Sicherheitsindex β . Eine Bewertung der Ergebnisse erfolgt daher ohne Berücksichtigung der Resultate, die mithilfe des ungenaueren MVFOSM ermittelt wurden.

Die ermittelten Sicherheitsindices für den Ansatz nach aktuellem Eurocode liegen mit einem mittleren Ergebnis von ca. $\beta \approx 3,5$ größtenteils unterhalb des Zielwerts $\beta < 3,8$. Dagegen liefert der Ansatz nach NA(D) mit Werten $\beta \approx 3,9$ stets Ergebnisse, die oberhalb des Zielwerts liegen. Hinsichtlich der Querkraftbemessung ohne Querkraftbewehrung auf Basis des progressiveren Ansatzes nach EC2 ohne die Regelungen des NA(D) ist jedoch anzumerken, dass die Ermittlung der Modellunsicherheit aus der Versuchsdatenbasis unter Verwendung von $f_{cm}^{1/3}$ anstelle $f_{ck}^{1/3}$ erfolgte. Dieses von der Kalibrierung des Bemessungsansatzes abweichende Vorgehen führt zu kleineren Verhältniswerten von empirischer zu rechnerischer Querkrafttragfähigkeit. Wie schon beim Bemessungsansatz gegen Durchstanzungen ergeben sich die kleinsten Zuverlässigkeitsindices für höhere Betonfestigkeiten. Wie bereits festgestellt, kommen zum einen in der Regel eher niedrige Festigkeitsklassen in der Baupraxis zum Einsatz. Zum anderen basiert die statistische Charakterisierung der Betonfestigkeit in [JCSS01] auf umfangreichen Auswertungen in [DAfStb206], die in den 60er Jahren des letzten Jahrhunderts durchgeführt wurden. Aufgrund der mittlerweile deutlich umfangreicheren Erfahrung mit mittleren und höherfesten Betonen ist davon auszugehen, dass sich bei einer Auswertung auf modernerer Datenbasis günstigere statistische Kennwerte ergeben würden.

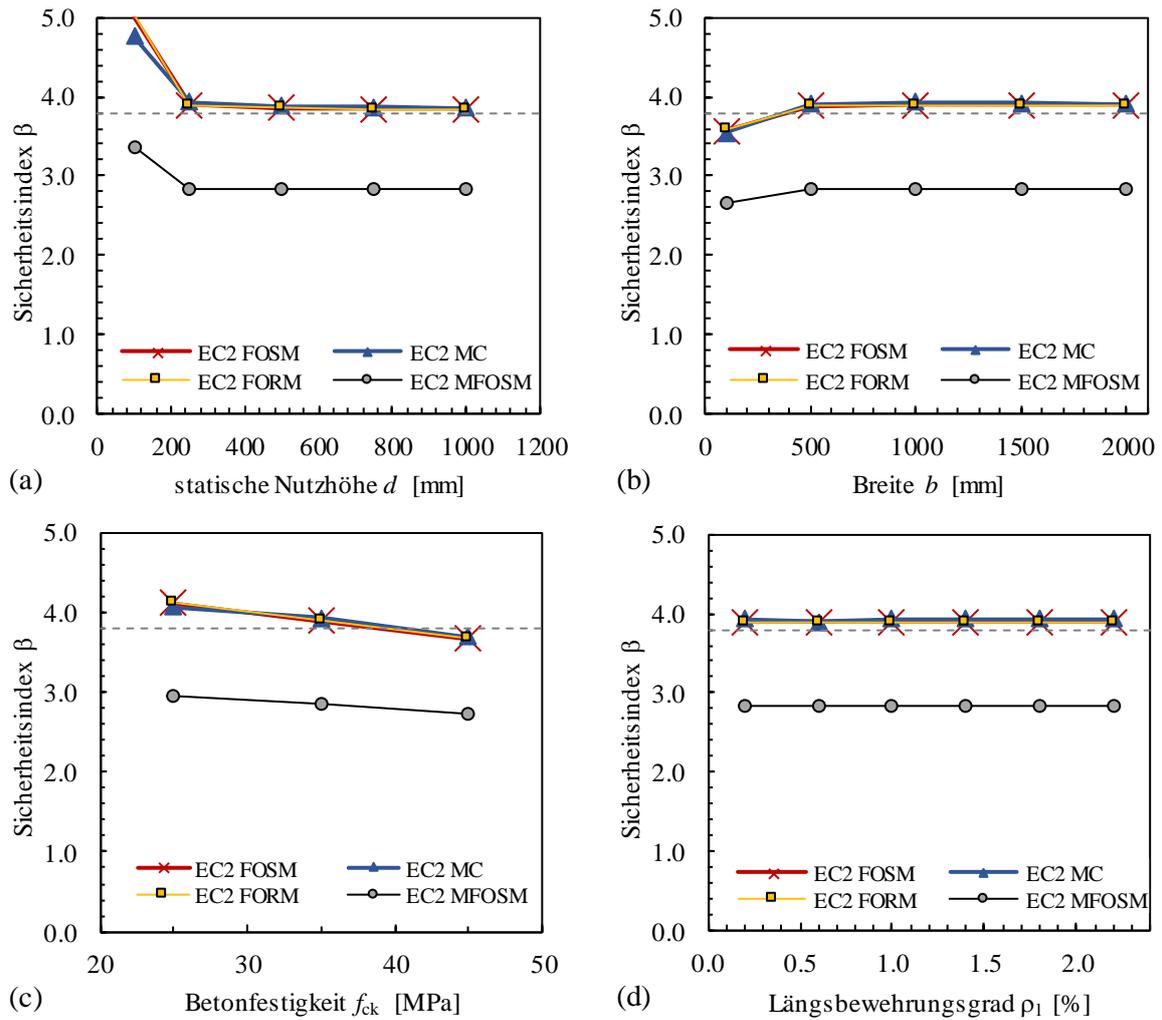


Abbildung 44: Ergebnisse für die Parameterstudien zum Sicherheitsindex β für den Bemessungsansatz gegen Querkraft nach [EC2/NAD]

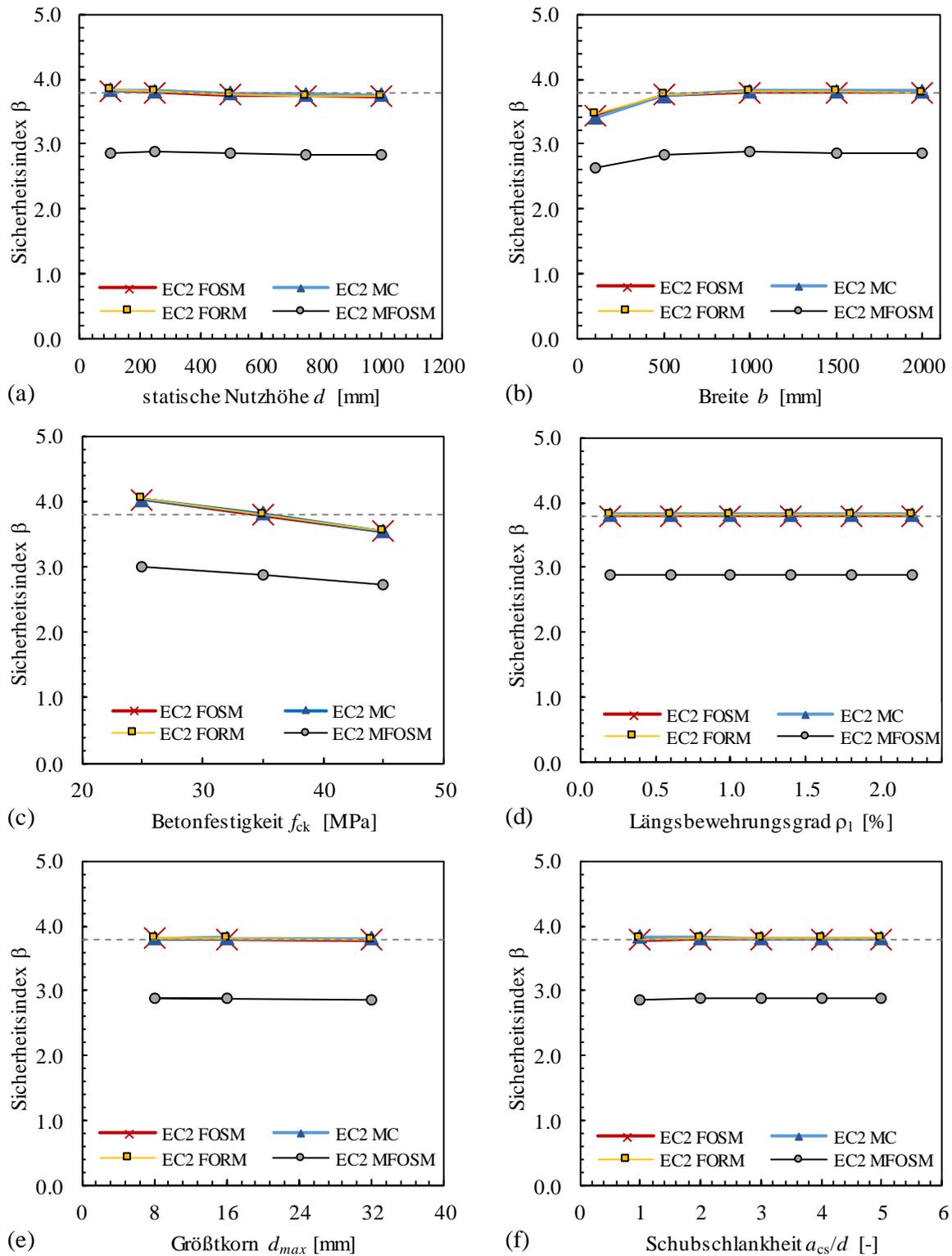


Abbildung 45: Ergebnisse für die Parameterstudien zum Sicherheitsindex β für den Bemessungsansatz gegen Querkraft nach [prEC2:D7] mit d_{nom}

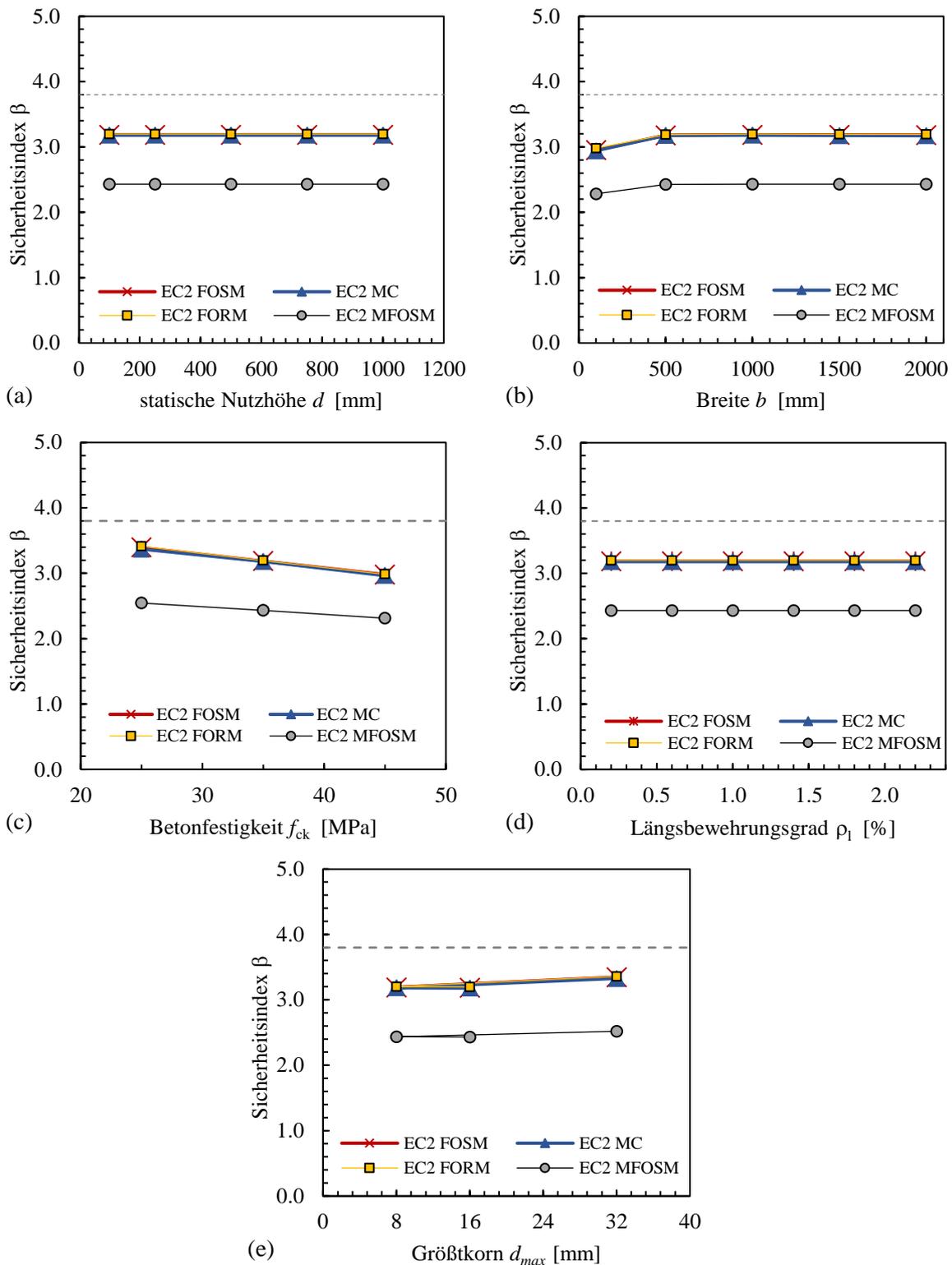


Abbildung 46: Ergebnisse für die Parameterstudien zum Sicherheitsindex β für den Bemessungsansatz gegen Querkraft nach [prEC2:D7] mit $d_{d(\text{Design})}$

Für die Ansätze des Entwurfs zum neuen Eurocode ergibt sich im Mittel ein Sicherheitsindex $\beta \approx 3,80$ für die Variante unter Berücksichtigung des Nennwerts der statischen Nutzhöhe und $\beta \approx 3,20$ bei Verwendung des Bemessungswerts der statischen Nutzhöhe. Für den Ansatz mit d_{nom} ergeben sich jedoch geringfügige Unterschreitungen des Zielwerts von $\beta \approx 3,75$ für größere statische Nutzhöhen von etwa $d \geq 500$ mm. In Bezug auf den Ansatz mit $d_{d(\text{Design})}$ ergibt

sich die ungünstigste Parametervariation für die größte betrachtete Bauteilbreite $b = 2000$ mm. Diese beiden genannten Parametervariationen werden bei der Optimierung der Ansätze zum Erreichen des angestrebten Sicherheitsniveaus mit $\beta \geq 3,8$ zugrundgelegt.

Im nachfolgenden Abschnitt erfolgt daher eine Kalibrierung der Ansatzvarianten mit dem Ziel, Sicherheitsindizes von $\beta = 3,8$ zu erhalten. Aufgrund der nur geringfügigen Unterschreitung des Zielwert, ist davon auszugehen, dass nur geringfügige Modifikationen zu Ergebnissen mit $\beta \geq 3,8$ führen.

5.5.3 Optimierung

Allgemeines

Der Vergleich der Berechnungsmethoden hat gezeigt, dass die Ergebnisse für die beiden Verfahren mit Annäherung der Grenzzustandsgleichung im Bemessungspunkt vergleichbare Ergebnisse liefern wie die Monte Carlo-Methode nach Level III, während die Sicherheitsindizes nach MVFOSM etwa 25 % darunter liegen. Eine Kalibrierung von γ_v für Querkraft im Grenzzustand der Tragfähigkeit mit der MVFOSM-Methode ist demnach nicht zielführend, da sich mathematisch nicht valide Ergebnisse ergeben z. B. [Dit73; Dit96; Spa92; Sch96]. Die Optimierung sollte daher auf Basis eines der anderen Verfahren erfolgen. Hier wird die FOSM gewählt, da diese belastbare Ergebnisse bei geringem Rechenaufwand liefert.

Die Optimierung des Teilsicherheitsbeiwerts erfolgte jeweils für die ungünstigste untersuchte Parameterkombination (Grundkombination mit einer statischen Nutzhöhe von $d = 1000$ mm (anstatt $d = 250$ mm) für die Variante mit d_{nom} bzw. Grundkombination mit einer Bauteilbreite von $b = 2000$ mm (anstatt $b = 1000$ mm) für die Variante mit $d_{d(esign)}$). Dies geschieht mit dem Ziel, einen Zuverlässigkeitsindex $\beta \geq 3,8$ zu erhalten. Dazu wurden zwei verschiedene Ansätze verfolgt: Zum einen eine Optimierung des Teilsicherheitsbeiwerts γ_v für Querkraft und zum anderen eine Optimierung durch Anpassung des Vorwerts unter Beibehaltung von $\gamma_v = 1,4$ bzw. $\gamma_v = 1,29$ bei Verwendung von $d_{d(esign)}$.

Anpassung des Teilsicherheitsbeiwerts γ_v

Zur Anpassung des Teilsicherheitsbeiwerts zur Erzielung eines ausreichenden Sicherheitsniveaus wurden mehrere Rechendurchläufe durchgeführt, deren Ergebnis in Abbildung 47 dargestellt ist.

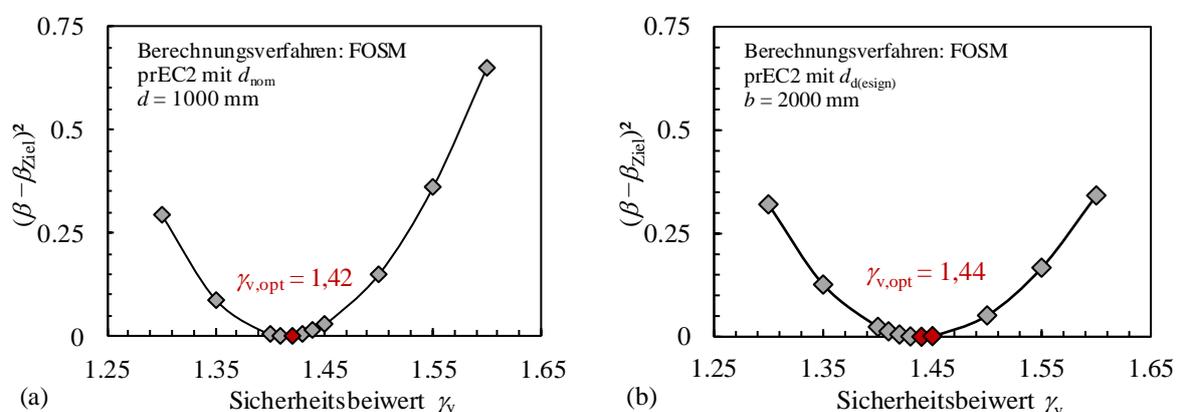


Abbildung 47: Ermittlung des optimierten Teilsicherheitsbeiwerts für $\beta_{Ziel} = 3,8$ für die Querkraftbemessung nach [prEC2:D7] für die Variante mit d_{nom} (a) bzw. $d_{d(esign)}$ (b)

Für die Variante des Querkraftbemessungsansatzes unter Berücksichtigung des Nennwerts der statischen Nutzhöhe lässt sich $\beta = 3,8$ für die ungünstigste untersuchte Parametervariation bei Erhöhung des Teilsicherheitsbeiwerts auf $\gamma_v = 1,42$ erreichen. Für den Ansatz unter Berücksichtigung des Bemessungswerts der statischen Nutzhöhe ist eine stärkere Anhebung auf $\gamma_v = 1,44$ erforderlich, um auch für die ungünstigste Parameterkombination einen Zuverlässigkeitsindex von $\beta = 3,8$ zu erzielen.

Anpassung des Vorwerts

Für den Fall, dass der Teilsicherheitsbeiwert für Querkraft und Durchstanzen gleich definiert werden soll und im Sinne der Wirtschaftlichkeit eine Erhöhung von γ_v für Durchstanzen nicht infrage kommt, bietet sich alternativ an, den Vorfaktor für die Querkraftbemessung von 0,66 abzumindern. Tabelle 15 zeigt die statistischen Kennwerte für die Datenbankauswertung (jeweils $\tau_{\text{test}}/\tau_{\text{calc}}$) inkl. des Ansatzes für die Modellunsicherheit (jeweils Intervallschätzer in Spalte 4). Tabelle 16 fasst die resultierenden Sicherheitsindices zusammen.

Tabelle 15: Statistische Parameter für die Modellunsicherheiten der beiden Varianten des Querkraftbemessungsansatzes in [prEC2:D7], jeweils für Normal- und Lognormalverteilung, aus log-NV transformierte Punktschätzer und korrigierter Intervallschätzer (95 % Konfidenzintervall) für angepasste Vorwerte (anstatt 0,66)

prEC2 (d_{nom})					prEC2 ($d_{\text{d(esign)}}$)				
0,65	NV	LNV	Transf.	Intervall	0,61	NV.	LNV	Transf.	Intervall
μ	1,18414	0,16077	1,18420	1,17384	μ	1,36802	0,30411	1,36963	1,36963
σ	0,15225	0,12886	0,15324	0,18028	σ	0,19984	0,14445	0,19989	0,26645
CoV	0,12857	0,12340	0,12340	0,16181	CoV	0,14608	0,14521	0,20086	0,20185
0,64	NV	LNV	Transf.	Intervall	0,60	NV.	LNV	Transf.	Intervall
μ	1,20264	0,17627	0,12070	0,19218	μ	1,40537	0,33099	1,40543	1,39246
σ	0,15462	0,12886	0,15563	0,18630	σ	0,19240	0,13679	0,19315	0,27580
CoV	0,12857	0,12940	0,12340	0,16437	CoV	0,13690	0,13743	0,13743	0,20528
0,60	NV	LNV	Transf.	Intervall	0,59	NV.	LNV	Transf.	Intervall
μ	1,28282	0,24081	1,28289	1,27166	μ	1,41439	0,33745	1,41606	1,41606
σ	0,16493	0,12886	0,16600	0,21349	σ	0,20661	0,14444	0,20562	0,28563
CoV	0,12857	0,12940	0,12940	0,17517	CoV	0,14608	0,14521	0,20781	0,20884

Tabelle 16: Ermittlung des optimierten Vorwerts für $\beta_{\text{Ziel}} = 3,8$ für die Querkraftbemessung nach [prEC2:D7] für die Variante mit d_{nom} bzw. $d_{\text{d(esign)}}$

Vorwert	β prEC2 (d_{nom})	Vorwert	β prEC2 ($d_{\text{d(esign)}}$)
0,66	3,765	0,66	3,195
0,65	3,872	0,61	3,731
0,64	4,002	0,60	3,831
0,60	4,488	0,59	3,927

Bei Ansatz eines Vorfaktors von 0,6 (wie beim Bemessungsansatz gegen Durchstanzen) ergibt sich eine deutliche Überschreitung des Zielwerts von 3,8, womit das erforderliche Sicherheitsniveau erreicht ist. Die optimierten Vorfaktoren ergeben sich zu 0,65 unter Ansatz

des Nennwerts und zu 0,60 bei Berücksichtigung des Bemessungswerts der statischen Nutzhöhe d .

5.6 Zusammenfassung und Ergebnisse

Im vorliegenden Abschlussbericht wurden die bis einschließlich Dezember 2020 durchgeführten Arbeiten im Zuge des Forschungsprojekts P 52-5-7.322-2024/18 dokumentiert. Dabei gibt Abschnitt 2 eine Übersicht über die im Zuge des Projekts geplanten Arbeiten, deren Veranlassung auf die Fortschreibung des EC2 (EN 1992-1-1) und die damit verbundenen grundlegenden Änderungen der Bemessungsgleichungen gegen Durchstanzen ohne Durchstanzbewehrung und Querkraft ohne Querkraftbewehrung zurückzuführen sind. Abschnitt 3 stellt die betrachteten Bemessungsansätze und deren Hintergründe dar. In Abschnitt 4 sind die wesentlichen Grundlagen der Sicherheitstheorie im Bauwesen und die wesentlichen Berechnungsmethoden zur Bewertung des Sicherheitsniveaus zusammengefasst. Die durchgeführten Berechnungen wurden in Abschnitt 5 dargestellt. Dabei erfolgte zunächst eine Erläuterung der Vorgehensweise bei der Ermittlung der Modellunsicherheiten für die betrachteten Bemessungsansätze auf Basis von Versuchsdaten. Deren Ergebnisse sind im Anschluss getrennt für die Versagensfälle Durchstanzen ohne Durchstanzbewehrung und Querkraft ohne Querkraftbewehrung zusammengefasst. Im Weiteren wurde in Parameterstudien der Einfluss der wesentlichen Parameter auf den Zuverlässigkeitsindex β untersucht. Die Einflussgrößen werden als Basisvariablen in den Grenzzustandsgleichungen berücksichtigt.

Nach dem betrachteten Stand der Bemessungsgleichungen in [prEC2:D7] gegen Durchstanzen ohne Durchstanzbewehrung und Querkraft ohne Querkraftbewehrung erscheint das Zuverlässigkeitsniveau bei Zugrundelegung eines Teilsicherheitsbeiwerts von $\gamma_v = 1,4$ (Resistance Class 2, RC 2) im Vergleich zu den aktuellen Modellen in [EC2] unter Berücksichtigung der im nationalen Anwendungsdokument für Deutschland verankerten Modifikationen etwas geringer. Für die drei betrachteten Bemessungsgleichungen gegen Durchstanzen ohne Durchstanzbewehrung konnte im untersuchten Parameterbereich der Zielwert $\beta = 3,8$ mindestens erreicht werden. Da die Regeln für die Querkraftbemessung ohne Querkraftbewehrung unter Ansatz des Bemessungswerts der statischen Nutzhöhe Unterschreitungen des Zielwerts für den Sicherheitsindex β aufwiesen, wurden anhand einer Kalibrierung Möglichkeiten zu geringfügigen Modifikationen aufgezeigt.

Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen zeigten, dass die Modellunsicherheit den maßgeblichen Einfluss auf das Zuverlässigkeitsniveau darstellt. Dies begründet die Notwendigkeit einer sorgfältigen Ermittlung der Modellunsicherheit anhand von Versuchsdaten. Für die weiteren Parameter hat sich gezeigt, dass sowohl für die Durchstanz- als auch die Querkraftbemessung die Betonfestigkeit und die statische Nutzhöhe das Sicherheitsniveau signifikant beeinflussen, wohingegen die weiteren Parameter lediglich eine untergeordnete Rolle spielen.

Anhand der Ergebnisse des Forschungsvorhabens lassen sich folgende Aussagen treffen:

- Die Bemessungsgleichungen gemäß Draft 7 des prEN 1992-1-1 ergeben ähnliche Durchstanztragfähigkeiten ohne Durchstanzbewehrung bzw. Querkrafttragfähigkeiten ohne Querkraftbewehrung wie nach dem aktuellen Eurocode 2 einschließlich der Regelungen des deutschen Nationalen Anhangs.

- Für den untersuchten Parameterbereich ergeben sich für die Auswertungen nach aktueller EN 1992-1-1 mit deutschem nationalen Anhang unter Ansatz eines Teilsicherheitsbeiwerts von $\gamma_c = 1,5$ (Resistance Class 2, RC 2) generell Zuverlässigkeitsindices oberhalb des in EN 1990 für RC 2 empfohlenen Grenzwert von 3,8. Die aktuell in Deutschland gültigen Regelungen zum Durchstanzen ohne Durchstanzbewehrung und zur Querkraft ohne Querkraftbewehrung erreichen somit für RC 2 das in EN 1990 geforderte Sicherheitsniveau.
- Die Parameterstudie hat ergeben, dass auch die neue Bemessungsgleichung nach Draft 7 des prEN 1992-1-1 für das Durchstanzen ohne Durchstanzbewehrung unter Berücksichtigung des empfohlenen Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_V = 1,4$ mit Ausnahme von Betondruckfestigkeiten größer als etwa 40 MPa das in EN 1990 geforderte Sicherheitsniveau erreicht. Nach Meinung der Autoren kann die geringfügige Unterschreitung des Sicherheitsniveaus für größere Betondruckfestigkeiten akzeptiert werden, da sich nach dem neuen Bemessungsansatz für die betroffenen Druckfestigkeiten nahezu die gleichen Durchstanztragfähigkeiten wie nach aktuellem EN 1992-1-1 + NA(D) ergeben. Weiterhin sind in der Praxis Betondruckfestigkeiten größer als 40 MPa für Flachdeckensysteme unüblich.
- Für die Bemessungsgleichungen für Querkraft ohne Querkraftbewehrung ergibt sich nach Draft 7 des prEN 1992-1-1 bei Ansatz des empfohlenen Teilsicherheitsbeiwerts von $\gamma_V = 1,4$ für die Variante unter Ansatz von d_{nom} eine geringfügige Unterschreitung des in EN 1990 geforderten Sicherheitsniveaus für große statische Nutzhöhen ($\beta \approx 3,75$ anstatt 3,8). Bei Ansatz des Bemessungswerts der statischen Nutzhöhe $d_{d(e-sign)}$ und $\gamma_V = 1,29$ ergeben sich mit Werten von $\beta \approx 3,2$ durchweg kleinere Zuverlässigkeitsindices als durch den Zielwert $\beta = 3,8$ vorgegeben. Daher wurden Anpassungsoptionen für die Bemessungsgleichung erarbeitet, mit denen für beide Varianten ein ausreichendes Sicherheitsniveau auch für die ungünstigste untersuchte Parametervariation erreicht werden könnte.
- Für die untersuchten Bemessungsgleichungen können die Versagenswahrscheinlichkeiten hinreichend genau mit einer erweiterten *First-Order*-Methode ermittelt werden. Dies konnte durch Vergleichsberechnungen mit der Monte-Carlo-Methode bestätigt werden.
- Die MVFOSM errechnet in der Parameterrechnung für beide Bemessungsnormen generell Zuverlässigkeitsindices kleiner als der in EN 1990 empfohlene Grenzwert von 3,8. Dieses Ergebnis stimmt mit den Aussagen in der Literatur überein, dass die vereinfachte, nicht-iterative MVFOSM nicht zur Überprüfung von Bemessungsregeln verwendet werden sollte, da sich aufgrund der mangelnden Invarianz gegenüber der analytischen Formulierung und der Nichtberücksichtigung des Verteilungstyps der Basisvariablen sehr ungenaue Ergebnisse ergeben können. Die mangelnde Invarianz der MVFOSM gegenüber der analytischen Formulierung ist eine Folge der Entwicklung der Taylorreihe im Mittelpunkt der Verbundverteilungsdichte. Modernere First-Order-Verfahren entwickeln hingegen die Taylorreihe im Bemessungspunkt und errechnen somit Versagenswahrscheinlichkeiten unabhängig von der mathematischen Formulierung der Grenzzustandsgleichung.

- Die Sensitivitätsanalysen zeigten, dass die Versagenswahrscheinlichkeit hauptsächlich durch die Streuung der Modellunsicherheit beeinflusst wird. Bei der Auswertung nach EN 1992-1-1 + NA zeigt sich zudem eine Abhängigkeit der Versagenswahrscheinlichkeit von der statischen Nutzhöhe d für Werte $d \leq 150$ mm. Die starke Abhängigkeit der β -Werte von der Streuung der Modellunsicherheit zeigt die Bedeutung einer sorgfältigen Ermittlung der Verteilungsfunktion der Modellunsicherheit. Die Parameter der Verteilungsfunktion sollten anhand von umfangreichen Versuchsdatenbanken bestimmt werden. Hier ist insbesondere die Bedeutung von Bauteilversuchen mit praxisgerechten Abmessungen und Materialfestigkeiten hervorzuheben, um ein zutreffendes stochastisches Modell für die Modellunsicherheit ableiten zu können.
- Die im vorliegenden Forschungsvorhaben vorliegenden Berechnungen erfolgten semi-probabilistisch. Bei einer vollprobabilistischen Berechnung (unter detaillierter Berücksichtigung der Streuungen auf der Einwirkungsseite) ist zu vermuten, dass sich insgesamt höhere Zuverlässigkeitsindices β ergeben.

6 Literaturverzeichnis

- [Ada18] Adam, V.; Herbrand, M.; Claßen, M.: Experimentelle Untersuchungen zum Einfluss der Bauteilbreite und der Schubslankheit auf die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonplatten ohne Querkraftbewehrung, in: Bauingenieur 93 (1), (2018), S. 37–45.
- [Ada19] Adam, V.; Hillebrand, M.; Hegger, J.: Querkraftversuche mit Gleichstreckenlast an teileingespannten Stahlbetonplattenstreifen ohne Querkraftbewehrung, in: Bauingenieur 94 (1), (2019), S. 1–8.
- [Ade96] Adebar, P.; Collins, M. P.: Shear strength of members without transverse reinforcement, in: Canadian Journal of Civil Engineering 23 (1), (1996), S. 30–41.
- [And82] Andrä, H.-P.: Zum Tragverhalten des Auflagerbereichs von Flachdecken. Dissertation, Institut für Baustatik. Universität Stuttgart, Stuttgart, (1982).
- [Bar66] Baron, M. J.: Shear Strength of Reinforced Concrete Beams at Points of Bar Cut-offs, in: ACI Journal 63 (1), (1966), S. 127–134.
- [Ben70] Benjamin, J. R.; Cornell, C. A.: Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers. Dover Books on Engineering, Dover Publications, Newburyport, (1970).
- [Beu03] Beutel, R.: Durchstanzen schubbewehrter Flachdecken im Bereich von Innenstützen. Dissertation, Lehrstuhl und Institut für Massivbau. RWTH Aachen University, Aachen, (2003).
- [Cam13] Campana, S.; Fernández Ruiz, M.; Anastasi, A.; Muttoni, A.: Analysis of shear-transfer actions on one-way RC members based on measured cracking pattern and failure kinematics, in: Magazine of Concrete Research 65 (6), (2013), S. 386–404.
- [Cav15] Cavagnis, F.; Fernández Ruiz, M.; Muttoni, A.: Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results, in: Engineering Structures 103, (2015), S. 157–173.
- [Cav18] Cavagnis, F.; Fernández Ruiz, M.; Muttoni, A.: A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack, in: Engineering Structures 157, (2018), S. 300–315.
- [Cav20] Cavagnis, F.; Simões, J. T.; Fernández Ruiz, M.; Muttoni, A.: Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement Based on Development of Critical Shear Crack, in: ACI Structural Journal 117 (1), (2020), S. 103–118.
- [CEB112] Rackwitz, R.: First Order Reliability Concepts for Design Codes. CEB Bulletin d'Information 112, Comité Européen du Béton. Joint-Committee CEB/CECM/CIB/FIP/IABSE Structural Safety, (1976).
- [CEB219] CEB Commission 1 "Safety and Performance Concepts" (Hrsg.): Safety and performance concepts: Contributions to the workshop-sessions 'Model uncertainties', 'New concepts' and 'Full scale testing' organized by Task Groups of Commission 1 ; Bulletin d'Information / Comité Euro-International du Béton, CEB, Lausanne, (1993).
- [Cha83] Chambers, J. M.; Cleveland, W. S.; Kleiner, B.; Tukey, P. A.: Graphical methods for data analysis. The Wadsworth Statistics/Probability Series, Wadsworth International Group, Duxbury Press, Pacific Grove, Calif., (1983).
- [CIB115] Tichy, M.: Actions on Structures: Self-Weight Loads. CIB Report Publication 115, CIB Commission W81, (1989).

- [Cla05] Cladera, A.; Marí, A. R.: Experimental study on high-strength concrete beams failing in shear, in: *Engineering Structures* 27 (10), (2005), S. 1519–1527.
- [Cor69] Cornell, C. A.: A Probability-Based Structural Code, in: *ACI Journal Proceedings* 66 (12), (1969), S. 974–985.
- [DAfStb206] Rüsç, H.; Sell, R.; Rackwitz, R.: Statistische Analyse der Betonfestigkeit: DAfStb-Heft 206, Ernst & Sohn, (1969).
- [DAfStb597] Reineck, K.-H.; Kuchma, D. A.; Fitik, B.: Erweiterte Datenbanken zur Überprüfung der Querkraftbemessung für Konstruktionsbetonbauteile mit und ohne Bügel: DAfStb-Heft 597, Beuth, (2012).
- [DAfStb600] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2): DAfStb-Heft 600, Beuth, (2012).
- [DAfStb617] Reineck, K.-H.; Dunkelberg, D. (Hrsg.): ACI-DAfStb databases 2015 with shear tests for evaluating relationships for the shear design of structural concrete members without and with stirrups: DAfStb-Heft 617, Beuth, Berlin, (2017).
- [Dav54] David, H. A.; Hartley, H. O.; Pearson, E. S.: The distribution of the ratio, in a single, normal sample, of range to standard deviation, in: *Biometrika* 41 (3-4), (1954), S. 482–493.
- [DIN08] DIN 1045-1:2008-08: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Beuth, Berlin, (2008).
- [Dit73] Ditlevsen, O. D.: Structural Reliability and the Invariance Problem. Research Report No. 22. Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Canada, (1973).
- [Dit96] Ditlevsen, O.; Madsen, H. O.: Structural reliability methods. Internet publication of the second edition of Structural Reliability Methods as a corrected and slightly revised version of the first edition published by Wiley, Chichester 1996 (ISBN 0-471-96086-1), Wiley, Chichester, New York, (1996).
- [EC0] DIN EN 1990:2010-12: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung. Deutsche Fassung EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010, Beuth, Berlin, (2010).
- [EC0/NA] DIN EN 1990/NA:2010-12: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung. Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung, Beuth, Berlin, (2010).
- [EC0/NA(D)/A1] DIN EN 1990/NA/A1:2012-08: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Änderung A1, Beuth, Berlin, (2012).
- [EC2] DIN EN 1992-1-1:2011-01: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010, Beuth, Berlin, (2011).
- [EC2/A1] DIN EN 1992-1-1/A1:2015-03: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Ergänzung A1. Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004/A1:2014, Beuth, Berlin, (2015).
- [EC2/NAD] DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Beuth, Berlin, (2013).
- [EC2/NAD/A1] DIN EN 1992-1-1/NA/A1:2015-12: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und

- Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Änderung A1, Beuth, Berlin, (2015).
- [EII80] Ellingwood, B.; Galambos, T. V.; MacGregor, J. G.; Cornell, C. A.: Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58: Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures. NBS Special Publication, (1980).
- [Fab12] Faber, M. H.: Statistics and probability theory: In pursuit of engineering decision support. Topics in safety, risk, reliability and quality, Springer, Dordrecht, (2012).
- [Fen68] Fenwick, R. C.; Paulay, T.: Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams, in: ASCE Journal of the Structural Division 94 (ST10), (1968), S. 2325–2349.
- [Fer09] Fernández Ruiz, M.; Muttoni, A.: Applications of the Critical Shear Crack Theory to Punching of RC Slabs with Transverse Reinforcement, in: ACI Structural Journal 106 (4), (2009), S. 485–494.
- [Fer15] Fernández Ruiz, M.; Muttoni, A.; Sagaseta, J.: Shear strength of concrete members without transverse reinforcement: A mechanical approach to consistently account for size and strain effects, in: Engineering Structures 99, (2015), S. 360–372.
- [Fie76] Fießler, B.; Hawranek, R.; Rackwitz, R.: Numerische Methoden für probabilistische Bemessungsverfahren und Sicherheitsnachweise. Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke 14/1976, Laboratorium für den Konstruktiven Ingenieurbau (LKI). Technische Universität München, (1976).
- [Fis01] Fischer, L.: Das neue Sicherheitskonzept im Bauwesen: Ein Leitfaden für Bauingenieure, Architekten und Studenten. Assembly of a range of related papers by the same author on the novel safety concept in civil engineering, published in 1999-2000 in German journal Bautechnik (ISSN: 0932-8351 (Print), 1437-0999 (Online)), Ernst & Sohn, Berlin, (2001).
- [Fis99a] Fischer, L.: Sicherheitskonzept für neue Normen - ENV und DIN-neu. Grundlagen und Hintergrundinformationen Teil 3: Statistische Auswertung von Stichproben im eindimensionalen Fall (1. Forts.), in: Bautechnik 76 (3), (1999), S. 236–253.
- [Fis99b] Fischer, L.: Sicherheitskonzept für neue Normen - ENV und DIN-neu. Grundlagen und Hintergrundinformationen Teil 3: Statistische Auswertung von Stichproben im eindimensionalen Fall, in: Bautechnik 76 (2), (1999), S. 167–179.
- [Fre45] Freudenthal, A. M.: The Safety of Structures, in: Transactions of the American Society of Civil Engineers 112, (1945), S. 125–180.
- [Fre54] Freudenthal, A. M.: Safety and the Probability of Structural Failure, in: Transactions of the American Society of Civil Engineers 121, (1954), S. 1337–1375.
- [Gru72] Grubbs, F. E.; Beck, G.: Extension of Sample Sizes and Percentage Points for Significance Tests of Outlying Observations, in: Technometrics 14 (4), (1972), S. 847.
- [Gru89] Grundmann, H.: Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke: Abschlussbericht Sonderforschungsbereich 96. Allgemeiner Teil 86/1989, TU München. Laboratorium für den Konstruktiven Ingenieurbau (LKI), (1989).
- [GruSiBau81] Deutsches Institut für Normung (Hrsg.): Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen, Beuth, Berlin, (1981).

- [Hal98] Hallgren, M.; Kinnunen, S.; Nylander, B.: Punching Shear Tests on Column Footings, in: Nordic Concrete Research, (1998), S. 1–22.
- [Has74] Hasofer, A. M.; Lind, N. C.: Exact and Invariant Second-Moment Code Format, in: Journal of the Engineering Mechanics Division 100 (1), (1974), S. 111–121.
- [Häu09] Häusler, F.: Zum maximalen Durchstanzwiderstand von Flachdecken mit und ohne Vorspannung. Dissertation, Lehrstuhl und Institut für Massivbau. RWTH Aachen University, Aachen, (2009).
- [Heg06] Hegger, J.; Ricker, M.; Ulke, B.; Ziegler, M.: Untersuchungen zum Durchstanzverhalten Stahlbetonfundamenten, in: Beton- und Stahlbetonbau 101 (4), (2006), S. 233–243.
- [Heg08a] Hegger, J.; Ricker, M.; Häusler, F.: Zur Durchstanzbemessung von ausmittig beanspruchten Stützenknoten und Einzelfundamenten nach Eurocode 2, in: Beton- und Stahlbetonbau 103 (11), (2008), S. 723–734.
- [Heg08b] Hegger, J.; Häusler, F.; Ricker, M.: Zur Durchstanzbemessung von Flachdecken nach Eurocode 2, in: Beton- und Stahlbetonbau 103 (2), (2008), S. 93–102.
- [Heg10a] Hegger, J.; Ziegler, M.; Ricker, M.; Kürten, S.: Experimentelle Untersuchungen zum Durchstanzen von gedruckenen Fundamenten unter Berücksichtigung der Boden-Bauwerk-Interaktion, in: Bauingenieur 85 (2), (2010), S. 87–96.
- [Heg10b] Hegger, J.; Walraven, J. C.; Häusler, F.: Zum Durchstanzen von Flachdecken nach Eurocode 2, in: Beton- und Stahlbetonbau 105 (4), (2010), S. 206–215.
- [Heg18] Hegger, J.; Adam, V.: Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonplatten ohne Querkraftbewehrung. Institutsbericht 395/2017, IMB Institut für Massivbau der RWTH Aachen (IMB), Aachen, (2018).
- [Heg20a] Hegger, J.; Adam, V.; Schmidt, M.; Schmidt, P.: Fallbeispiele, Parameterstudien und Datenbankauswertungen zu den Vorschlägen der Querkraft-, Torsions- und Durchstanzbemessung für die zweite Generation des Eurocode 2. Institutsbericht 415/2018, Lehrstuhl und Institut für Massivbau. RWTH Aachen University, Aachen, (2020).
- [Heg20b] Hegger, J.; Adam, V.: Optimierung der Querkraftbemessung von Platten - Stand der Forschung und Ausblick. Optimizing the shear design of slabs - State of research and prospects, in: Betonwerk + Fertigteil-Technik 86 (2), (2020), S. 3.
- [Heg99a] Hegger, J.; Görtz, S.; Beutel, R.; König, G.; Schenck, G.; Kliver, J.; Dehn, F.; Zilch, K.; Staller, M.; Reineck, K.-H.: Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfesten und hochfesten Betonen nach DIN 1045-1: Abschlussbericht DIBt-Forschungsvorhaben IV 1-5-876/98. RWTH Aachen; Universität Leipzig; TU München; Universität Stuttgart, (1999).
- [Heg99b] Hegger, J.; Beutel, R.: Durchstanzen - Versuche und Bemessung: Ein neues Nachweiskonzept für die Durchstanzbewehrung mit einer Querkraftdeckungsline, in: Der Prüferingenieur, (1999), S. 16–33.
- [Hei12] Heinzmann, D.; Etter, S.; Villiger, S.; Jaeger, T.: Punching Tests on Reinforced Concrete Slabs With and Without Shear Reinforcement, in: ACI Structural Journal 109 (6), (2012), S. 787–794.
- [Her17] Herbrand, M.: Querkraftmodell für Bauteile ohne Schubbewehrung: Mechanisches Modell für Bauteile unter Druck- und Zugbeanspruchung, in: Breit, W.; Kurz, W.; Pahn, M.; Sadegh-Azar, H.; Schnell, J.; Thiele, C. (Hrsg.): Beiträge zur 5. DAfStb-Jahrestagung mit 58. Forschungskolloquium. Doktorandensymposium

- 2017 - 58. Forschungskolloquium des DAfStb, Kaiserslautern, (2017), S. 216–227.
- [Hil83] Hillerborg, A.: Analysis of One Single Crack, in: Wittmann, F. H. (Hrsg.): Fracture mechanics of concrete, (1983), S. 223–249.
- [Hub18] Huber, P.; Huber, T.; Kollegger, J.: Influence of loading conditions on the shear capacity of post-tensioned beams with low shear reinforcement ratios, in: Engineering Structures 170, (2018), S. 91–102.
- [Hub19] Huber, T.; Huber, P.; Kollegger, J.: Influence of aggregate interlock on the shear resistance of reinforced concrete beams without stirrups, in: Engineering Structures 186, (2019), S. 26–42.
- [JCSS01] Faber, M. H.; Vrouwenvelder, T.: Probabilistic Model Code: 12th draft, Joint Committee on Structural Safety, (2001).
- [Joh79] John, B.: Statistische Verfahren für technische Meßreihen: Arbeitsbuch für den Ingenieur ; Stichprobenkenngrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen, problemneutrale Testverfahren für eine Stichprobe, Vergleich von zwei und mehr Stichproben, Regressionsanalyse, Hanser, München, (1979).
- [Kan64] Kani, G. N. J.: The Riddle of Shear Failure and Its Solution, in: Journal of the American Concrete Institute 61 (4), (1964), S. 441–467.
- [Kin60] Kinnunen, S.; Nylander, H.: Punching of Concrete Slabs without Shear Reinforcement. Transactions of the Royal Institute of Technology Nr. 158. Kungl. Tekniska Högskolan, Stockholm, Sweden, (1960).
- [Koe00] König, G.; Dehn, F.; Hegger, J.; Görtz, S.: Der Einfluss der Rissreibung auf die Querkrafttragfähigkeit: Erkenntnisse aus experimentellen Untersuchungen an Bauteilen aus Leichtbeton und hochfestem Beton, in: Beton- und Stahlbetonbau 95 (10), (2000), S. 584–591.
- [Kor84] Kordina, K.; Nölting, D.: Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Konstruktionen aus bewehrtem Normal- und Leichtbeton mit und ohne Vorspannung, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz. Technische Universität Braunschweig, Braunschweig, (1984).
- [Kor94a] Kordina, K.: Zum Tragsicherheitsnachweis gegenüber Schub, Torsion und Durchstanzen nach EC 2 Teil 1 - Erläuterungen zur Neuauflage von Heft 425 und Anwendungsrichtlinie zu EC 2, in: Beton- und Stahlbetonbau 89 (4), (1994), S. 97–100.
- [Kor94b] Kordina, K.: Zur Berechnung und Bemessung von Einzel-Fundamentplatten nach EC 2 Teil 1, in: Beton- und Stahlbetonbau 89 (8), (1994), S. 224–226.
- [Lat10] Latte, S.: Zur Tragfähigkeit von Stahlbeton-Fahrbahnplatten ohne Querkraftbewehrung. Dissertation. TU Hamburg-Harburg, Hamburg, (2010).
- [Leo62] Leonhardt, F.; Walther, R.: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit und der oberen Schubspannungsgrenze: DAfStb-Heft 151, Ernst & Sohn, Berlin, (1962).
- [Leo74] Leonhardt, F.; Mönig, E.: Vorlesungen über Massivbau: Dritter Teil Grundlagen zum Bewehren im Stahlbetonbau, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, s.l., (1974).
- [Lin76] Lind, N. C.: Applications to Design of Level-I-Codes, in: Comité Européen du Béton (Hrsg.): First Order Reliability Concepts for Design Codes, (1976), S. 73–89.
- [Maple19] Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc., Waterloo: Ontario, Maple 2019.1, 2019. , <https://www.maplesoft.com>.

- [Mar15] Marí, A.; Bairán, J.; Cladera, A.; Oller, E.; Ribas, C.: Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams, in: Structure and Infrastructure Engineering 11 (11), (2015), S. 1399–1419.
- [Mar77] Marti, P.; Pralong, J.; Thürlimann, B.: Schubversuche an Stahlbeton-Platten. Bericht Nr. 7305-2, Institut für Baustatik und Konstruktion. ETH Zürich, Zürich, Schweiz, (1977).
- [MC10] Model Code 2010: fib Model Code for Concrete Structures, Ernst & Sohn, Berlin, (2013).
- [MC78] Model Code 1978: CEB-FIP-Mustervorschrift für Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton (Übersetzung der französischen Originalfassung). International Systems of Unified Standard - Codes of Practice for Structures, Paris, Lausanne, (1978).
- [MC90] Model Code 1990: CEB-FIP Model Code for Concrete Structures. Design Code, Thomas Telford, London, Großbritannien, (1991).
- [Moo79] Moosecker, W.: Zur Bemessung der Schubbewehrung von Stahlbetonbalken mit möglichst gleichmäßiger Zuverlässigkeit: DAFStb-Heft 307, Ernst & Sohn, (1979).
- [Mör08] Mörsch, E.: Der Eisenbetonbau: Seine Theorie und Anwendung, Verlag von Konrad Wittwer, Stuttgart, (1908).
- [Mut03] Muttoni, A.: Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung, in: Beton- und Stahlbetonbau 98 (2), (2003), S. 74–84.
- [Mut08a] Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M.: Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width, in: ACI Structural Journal 105 (2), (2008), S. 163–172.
- [Mut08b] Muttoni, A.: Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement, in: ACI Structural Journal 105 (4), (2008), S. 440–450.
- [Mut08c] Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M.: Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width, in: ACI Structural Journal 105 (2), (2008), S. 163–172.
- [Mut16] Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M.; Simões, J. T.; Cavagnis, F.: Background document to provisions for Shear and Punching Shear Design: Closed Form solutions based on fib Model Code 2010 and Critical Shear Crack Theory. Report IBETON 16-06-R1. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, (2016).
- [Mut17] Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M.; Simões, J. T.; Hegger, J.; Siburg, C.; Kueres, D.: Background document for section 8.4: Punching. Report EPFL/RWTH - 17-01-R5, (2017).
- [Mut18a] Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M.; Simões, J. T.: The theoretical principles of the critical shear crack theory for punching shear failures and derivation of consistent closed-form design expressions, in: Structural Concrete 19 (1), (2018), S. 174–190.
- [Mut18b] Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M.; Cavagnis, F.: From detailed test observations to mechanical models and simple shear design equations, in: Bayrak, O.; Fernández Ruiz, M.; Kaufmann, W.; Muttoni, A. (Hrsg.): Towards a rational understanding of shear in beams and slabs: fib Bulletin 85: Workshop in Zürich, Switzerland September 2016, Fédération internationale du béton (fib), (2018), S. 17–32.

- [Mut19] Muttoni, A.; Fernández Ruiz, M.: From experimental evidence to mechanical modeling and design expressions: The Critical Shear Crack Theory for shear design, in: *Structural Concrete* 111 (5), (2019), S. 1147.
- [Pla93] Plate, E. J.: *Statistik und angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für Bauingenieure*, Ernst Verl. für Architektur und techn. Wiss, Berlin, (1993).
- [Pol87] Poli, S. Dei; Gambarova, P.; Karakoc, C.: Aggregate Interlock Role in R.C. Thin-Webbed Beams in Shear, in: *Journal of Structural Engineering* 113 (1), (1987), S. 1–19.
- [prEC2:D7] prEN 1992-1-1/2020-11: Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1: General rules for buildings, bridges and civil engineering structures, Seventh Draft by Project Team SC2.T1, (2020).
- [Rac76a] Rackwitz, R.: Demonstration of Level-II-Methods, in: Comité Européen du Béton (Hrsg.): *First Order Reliability Concepts for Design Codes*, (1976), S. 90–107.
- [Rac76b] Rackwitz, R.: Practical Probabilistic Approach to Design, in: Comité Européen du Béton (Hrsg.): *First Order Reliability Concepts for Design Codes*, (1976), S. 13–72.
- [Rac93] Rackwitz, R.: *Zuverlässigkeit und Lasten im konstruktiven Ingenieurbau: Teil I: Zuverlässigkeitstheoretische Grundlagen*, München, (1993).
- [Rei03] Reineck, K.-H.; Kuchma, D. A.; Kim, K. S.; Marx, S.: Shear Database for Reinforced Concrete Members without Shear Reinforcement, in: *ACI Structural Journal* 100 (2), (2003), S. 240–249.
- [Rei13] Reineck, K.-H.; Bentz, E. C.; Fitik, B.; Kuchma, D. A.; Bayrak, O.: ACI-DAfStb Database of Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams without Stirrups, in: *ACI Structural Journal* 110 (5), (2013), S. 867–875.
- [Rei91] Reineck, K.-H.: Ultimate Shear Force of Structural Concrete Members without Transverse Reinforcement Derived from a Mechanical Model, in: *ACI Structural Journal* 88 (5), (1991), S. 592–602.
- [Ric09] Ricker, M.: *Zur Zuverlässigkeit der Bemessung gegen Durchstanzen bei Einzel-fundamenten*. Dissertation, Lehrstuhl und Institut für Massivbau. RWTH Aachen University, Aachen, (2009).
- [Ric12] Ricker, M.; Siburg, C.; Hegger, J.: Durchstanzen von Fundamenten nach NA(D) zu Eurocode 2, in: *Bauingenieur* 87 (6), (2012), S. 267–276.
- [Rit99] Ritter, W.: Die Bauweise Hennebique, in: *Schweizerische Bauzeitung* 33/34 (5, 6, 7), (1899), pp. 41-43, pp. 49-52, pp. 59-61.
- [Sch20] Schmidt, P.: *Punching in Shear-reinforced Flat Slabs and Column Bases* (unver-öffentlicht). Dissertation, Lehrstuhl und Institut für Massivbau. RWTH Aachen University, Aachen, (2020).
- [Sch96] Schneider, J.; Schlatter, H. P.: *Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen: Grundwissen für Ingenieure*, B.G. Teubner; vdf Hochschulverlag AG an der ETH, Stuttgart, Zürich, (1996).
- [She06] Sherwood, E. G.; Lubell, A. S.; Bentz, E. C.; Collins, P.: One-Way Shear Strength of Thick Slabs and Wide Beams, in: *ACI Structural Journal* 103 (6), (2006), S. 794–802.
- [Sib12] Siburg, C.; Häusler, F.; Hegger, J.: Durchstanzen von Flachdecken nach NA(D) zu Eurocode 2, in: *Bauingenieur* 87 (5), (2012), S. 216–225.

- [Sib13] Siburg, C.; Ricker, M.: Zur Durchstanzbemessung von Einzelfundamenten: Normenvergleich und Vergleich mit Versuchen, in: Beton- und Stahlbetonbau 108 (9), (2013), S. 641–653.
- [Sib14] Siburg, C.: Zur einheitlichen Bemessung gegen Durchstanzen in Flachdecken und Fundamenten. Dissertation, Lehrstuhl und Institut für Massivbau. RWTH Aachen University, Aachen, (2014).
- [Sim18] Simões, J. T.; Fernández Ruiz, M.; Muttoni, A.: Validation of the Critical Shear Crack Theory for punching of slabs without transverse reinforcement by means of a refined mechanical model, in: Structural Concrete 19 (1), (2018), S. 191–216.
- [Spa92] Spaethe, G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen, (1992).
- [Tun16] Tung, N. D.; Tue, N. V.: A new approach to shear design of slender reinforced concrete members without transverse reinforcement, in: Engineering Structures 107, (2016), S. 180–194.
- [Ulk08] Ulke, B. A.: Einfluss der Bodenreaktionskraft beim Durchstanzen von Einzelfundamenten. Dissertation, Fakultät für Bauingenieurwesen. RWTH Aachen University, Aachen, Germany, (2008).
- [Vec88] Vecchio, F. J.; Collins, M. P.: Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear Using Modified Compression Field Theory, in: ACI Structural Journal 85 (3), (1988), S. 258–268.
- [Voc02] Vocke, H.: Zum Durchstanzen von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen. Dissertation, Institut für Werkstoffe im Bauwesen. Universität Stuttgart, Stuttgart, (2002).
- [Wal81] Walraven, J. C.: Fundamental Analysis of Aggregate Interlock, in: ASCE Journal of the Structural Division 107 (ST11), (1981), S. 2245–2270.
- [Yan14] Yang, Y.: Shear Behaviour of Reinforced Concrete Members without Shear Reinforcement: A New Look at an Old Problem. Dissertation. Delft University of Technology, Delft, (2014).
- [Zil07] Zilch, K.; Grabowski, S.: Historical development and special aspects of reliability theory concepts in design codes, in: Faber, M. H.; Vrouwenvelder, T.; Zilch, K. (Hrsg.): Aspects of Structural Reliability: In Honor of R. Rackwitz, Utz, München, (2007), S. 113–121.
- [Zil10] Zilch, K.; Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau: Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2), Springer, Berlin, Heidelberg, (2010).
- [Zsu68] Zsutty, T. C.: Beam Shear Strength Prediction by Analysis of Existing Data, in: ACI Journal 65 (11), (1968), S. 943–951.
- [Zsu71] Zsutty, T. C.: Shear Strength Prediction for Separate Categories of Simple Beam Tests, in: ACI Journal 68 (2), (1971), S. 138–143.