



Martin Fußeder, Kai Uwe Bletzinger, Max Teichgräber,
Daniel Straub

Schlussbericht des Forschungsprojektes GruSiBau 2.0

Martin Fußeder, Kai Uwe Bletzinger, Max Teichgräber,
Daniel Straub

Schlussbericht des Forschungsprojektes GruSiBau 2.0

T 3397

T 3397

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2023

ISBN 978-3-7388-0830-8

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB | Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de

Schlussbericht des Forschungsprojektes GruSiBau 2.0

Lehrstuhl Statik:

Martin Fußeder
Kai Uwe Bletzinger

Lehrstuhl Risikoanalyse:

Max Teichgräber
Daniel Straub

26. August 2021

Inhaltsverzeichnis

1	Das Forschungsprojekt GruSiBau 2.0	5
1.1	Einführung	5
1.2	Zielstellungen	6
2	Modellbildung im Bemessungsprozess	7
3	Sensitivitätsanalyse - Einführung	11
3.1	Motivation	11
3.2	Begriffsklärungen und Einordnung	11
3.3	Organisation des Teilberichts bezüglich Sensitivitätsanalyse	13
4	Sensitivitätsanalyse - Methodische Grundlagen	14
4.1	Die Methode der verallgemeinerten Einflussfunktionen	14
4.1.1	Sensitivitätsanalyse mit klassischen Einflussfunktionen	14
4.1.2	Direkte und adjungierte Sensitivitätsanalyse	15
4.1.3	Aussagekraft und Normalisierung von lokalen Sensitivitäten	18
4.1.4	Verallgemeinerung auf Basis adjungierter Sensitivitätsanalyse	19
4.1.5	Sensitivitätskarten	20
4.2	Näherungsformel zur Berücksichtigung von probabilistischen Parametereigenschaften	22
4.2.1	Vorüberlegungen	22
4.2.2	Herleitung	23
4.2.3	Anwendung am Beispiel einer Membranstruktur	25
4.3	Fazit und Zusammenfassung	27
5	Sensitivitätsanalyse - Systematische Anwendung bei Bemessung und Sicherheitsbeurteilung	29
5.1	Motivation	29
5.2	Systematische Analyse und Entscheidungskette	29
5.3	Beispiel 1: Dachfläche	33
5.4	Beispiel 2: Bogenbrücke	38
5.5	Fazit und Zusammenfassung	42
6	Sensitivitätsanalyse - Nichtlinearitäten	43
6.1	Problemstellung	43
6.2	Das funktionale Verhältnis zwischen Einwirkungen und Auswirkungen von Einwirkungen	43
6.3	Klassifizierung von Nichtlinearitäten	45
6.3.1	Möglichkeiten zur Klassifizierung von Nichtlinearitäten	45
6.3.2	Widersprüchlichkeiten bei der Klassifizierung von Nichtlinearitäten	46
6.3.3	Zwischenfazit	48
6.4	Klassifizierung von Nichtlinearitäten mit Sensitivitätsanalyse	48
6.5	Beispiel: Seilnetzbrücke	52
6.5.1	Problembeschreibung	52
6.5.2	Sensitivitätsanalyse	53
6.5.3	Zusammenfassung und Fazit	56

6.6	Zusammenfassung und Vorschlag zur praktischen Anwendung	57
7	Das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept	59
8	Zuverlässigkeitsbeurteilung von Nichtlinearitäten	62
8.1	Fallstudie: Der Effekt von stückweise linearen und quadratischen statischen Modellen auf die Zuverlässigkeit	63
8.1.1	Annahmen der Fallstudie	63
8.1.2	Designvariationen	65
8.1.3	Zuverlässigkeitsanalyse	65
8.1.4	Ergebnisse der Fallstudie	66
8.2	Ausblick	70
9	Versteckte Sicherheiten im normenbasierten Bemessungsprozess	71
9.1	Versteckte Sicherheiten im Teilsicherheitskonzept	72
9.2	Effekte beim Verlust von versteckten Sicherheiten	75
9.3	Quantifizierung des Effektes beim Verlust von versteckter Sicherheit	76
9.3.1	Vergleich auf Designebene	76
9.3.2	Vergleich auf Zuverlässigkeitsebene	77
9.4	Anpassung des Teilsicherheitskonzeptes	78
9.5	Fallstudie 1: Versteckte Sicherheit im Windlastmodell des Eurocode	79
9.5.1	Windlastmodell des Eurocode	79
9.5.2	Verteilung der charakteristischen Windlast nach Eurocode	80
9.5.3	Verteilung der charakteristischen Windlast nach fortgeschrittenen Methoden	80
9.5.4	Ergebnisse Fallstudie 1	81
9.5.5	Fazit der Fallstudie 1	84
9.6	Fallstudie 2: Versteckte Sicherheit im Verkehrslastmodell <i>LM1</i> des Eurocode	84
9.6.1	Bemessung der Brücken	85
9.6.2	Zuverlässigkeitsanalyse der Brücken	90
9.6.3	Fazit der Fallstudie 2	97
9.7	Fazit versteckte Sicherheiten	98
10	Untersuchungen zur Bemessung am System	99
10.1	Grundlegende Nomenklatur	100
10.2	Einführendes Beispiel	101
10.2.1	Bemessung nach Teilsicherheitskonzept	101
10.2.2	Probabilistische Bemessung	102
10.2.3	Erweiterungsmöglichkeiten der Bemessung nach Teilsicherheitskonzept	104
10.3	Untersuchungen zum Daniels System	107
10.3.1	Das Daniels System	107
10.3.2	Beziehung zum Serien- und Parallelsystem	109
10.3.3	Zuverlässigkeitsanalyse der ursprünglichen Formulierung des Daniels Systems	110
10.4	Erweiterungen des Daniels Systems	112
10.4.1	Probabilistische Lastmodellierung	112
10.4.2	Numerische Untersuchung zur probabilistischen Lastmodellierung	113
10.4.3	Plastische und semi-plastische Materialmodellierung	114

10.4.4	Numerische Untersuchungen zur plastischen und semi-plastischen Materialmodellierung	115
10.4.5	Modellierung von Korrelation zwischen den Stäben	116
10.4.6	Numerische Untersuchungen des Korrelationsmodells	117
10.4.7	Ungleiche Lastverteilung zwischen den Stäben	118
10.4.8	Numerische Untersuchung ungleiche Lastverteilung zwischen den Stäben	121
10.5	Zusammenhang allgemeiner Tragwerke und dem Daniels System	122
10.6	Einführung eines globalen Teilsicherheitsbeiwertes zur Berücksichtigung von Systemeffekten für das Daniels Systems	124
10.7	Fazit Bemessung am System	127

11 Schlusswort

128

1 Das Forschungsprojekt GruSiBau 2.0

1.1 Einführung

Im Dokument „Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen“ verfasst 1981 von der DIN (nachfolgend: GruSiBau) wurde der damalige Wissensstand zu den Grundlagen von Baunormen erläutert. Der GruSiBau lag die Motivation zugrunde, das Bauen (Bemessung) rationaler, wirtschaftlich ökonomischer und gleichzeitig sicherer zu machen oder das Sicherheitsniveau bei sinkendem Ressourcenverbrauch zumindest zu halten. Bei der Formulierung der Eurocodes wurde das Konzept der GruSiBau übernommen. Im Grundsatz gab es in der Normentheorie nur wenige Entwicklungen seit dieser Zeit. Allerdings haben sich nach einigen Jahrzehnten der Anwendung die Randbedingungen der GruSiBau stellenweise verändert: Es existieren mittlerweile viele neue Möglichkeiten in den Bereichen der „digitalen Formulierung“ von Systemen, der großen Rechnerkapazitäten und des Bauens mit neuen Materialien. Es ergeben sich neue Situationen, die einer Anpassung bedürfen und damit einhergehend auch neue Fragen, die überdacht werden müssen. Auch bieten sich aufgrund von Entwicklungen in der Digitalisierung neue Möglichkeiten, welche aufgegriffen werden können:

- Die GruSiBau, wie auch der darauf basierende Eurocode, beschränken sich auf den Nachweis am Querschnitt. Systembetrachtungen fließen nur qualitativ ein. Was ist der Effekt dieser Vereinfachung?
- Die Digitalisierung und neue Berechnungsverfahren ermöglichen eine effiziente Bestimmung von Sensitivitäten. Es kann somit der Frage nachgegangen werden, wie sich dieser Mehrwert an Informationen vorteilhaft im Rahmen von Sicherheitsbeurteilung und Bemessung einsetzen lässt.
- Bei der Verwendung neuer Rechenverfahren besteht die Gefahr, dass versteckte Sicherheiten eliminiert werden und somit die Zuverlässigkeit abnehmen. Andererseits erhöht die höhere Genauigkeit neuer Rechenverfahren die Zuverlässigkeit. Es gilt zu klären welcher Effekt überwiegt.
- Moderne Technologien erleichtern die Planung und den Bau von komplexeren Tragstrukturen. Die GruSiBau, wie auch der Eurocode, basiert aber auf der Annahme linearer oder nur begrenzt nichtlinearer Grenzzustände. Wie kann die GruSiBau für nichtlineare Tragwerke erweitert werden?

Zur wissenschaftlichen Behandlung dieser Fragestellungen und als Grundlage zur Überarbeitung der GruSiBau wurden die Forschungsvorhaben

- 1) „Sensitivitätsanalyse als Grundlage eines optimierten Sicherheitskonzeptes“
(Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger)
- 2) „Sicherheitsanforderungen für das Bauwesen im 21. Jahrhundert“
(Prof. Dr.sc.techn. Daniel Straub)

durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Forschungsarbeiten sind Gegenstand dieses Berichts.

1.2 Zielstellungen

Computergestützten Sensitivitätsanalysen werden bisher noch kaum in der Bemessung und Sicherheitsbeurteilung im Rahmen der alltäglichen Tragwerksplanung eingesetzt. Das übergeordnete Ziel des Teilprojekts zum Thema Sensitivitätsanalyse ist deshalb die Erarbeitung der Grundlagen für eine systematische Anwendung solcher Methoden in der Bemessungspraxis. Hierfür werden folgende Zielstellungen verfolgt:

- Aufbereitung von existierenden Ansätzen zur Sensitivitätsanalyse zu einem eigenständigen Berechnungswerkzeug für die baupraktische Anwendung.
- Ausloten und Darstellung potentieller Anwendungsfelder von Sensitivitätsanalysen als ergänzendes Hilfswerkzeug im Bemessungsprozess.
- Entwicklung von Ideen und Konzepten zur Eingliederung von Sensitivitätsanalysen in den Bemessungsprozess.
- Nutzung von Sensitivitätsanalysen zur Untersuchung und Charakterisierung von Nichtlinearitäten.

Heutige Normen, insbesondere die DIN EN 1990, beruhen im wesentlichen auf Forschung der 1980er Jahre. Forschungsfortschritte in der Sicherheitstheorie von Bauwerken wurden nur zu kleinen Teilen in der Normierung übernommen. Im Teilprojekt Sicherheitsanforderungen für das Bauwesen im 21. Jahrhundert wird die Normentheorie bezüglich folgender Aspekte erweitert:

- Beschreibung des Einflusses konservativer Modelle auf die Zuverlässigkeit von Bauwerken.
- Bereitstellung eines Leitfadens zum Einsatz fortgeschrittener Modelle, durch welche potenziell konservative Annahmen entfallen.
- Detaillierte Untersuchung inwiefern sich eine Bemessung am Element von einer Bemessung am System abweicht und ob die Abweichung sich in einem akzeptablem Rahmen bewegt.
- Bewertung der derzeit gültigen normativen Regelungen für Nichtlinearitäten. Grundlegende Untersuchungen des Einflusses von Nichtlinearitäten auf die Zuverlässigkeit.

Beide Teilprojekte werden mit ausführlichen Anwendungsbeispielen veranschaulicht.

Es sei darauf hingewiesen, dass im Rahmen des Forschungsvorhabens Grundlagenforschung betrieben wurde. Konkreten Umsetzungsempfehlungen in das bestehende bauaufsichtliche Regelungsnetzwerk wurden nicht erarbeitet.

2 Modellbildung im Bemessungsprozess

Die in den folgenden Abschnitten behandelten Forschungsschwerpunkte untersuchen bzw. verwenden alle auf die eine oder andere Weise Modelle. Auch wenn die meisten Ingenieure eine ähnliche Auffassung davon haben, was Modelle sind und wie diese in Relation zur Wirklichkeit stehen, so unterscheiden sich die Auffassungen oftmals im Detail. Um eine gemeinsame Grundlage für die nachfolgenden Kapitel zu schaffen, wird im Folgenden ein möglichst grundlegender und allgemeingültiger Modellbegriff entwickelt.

Die empirische Wissenschaft thematisiert aus methodischen Gründen Wirklichkeit immer in einer bestimmten Perspektive: Während Naturwissenschaften einer gewissen Ausgangsfragestellung gemäß empirischer Gesetzmäßigkeiten unter bestimmten festgelegten Bedingungen untersuchen und funktional-kausale Aspekte der Wirklichkeit modellieren, benutzen Technik- und Ingenieurwissenschaften diese modellierten Zusammenhänge dazu, Natur technisch zu bestimmten Zwecken zu beeinflussen.

Als grundlegend für die naturwissenschaftliche Beschreibung und die darauf aufbauenden technischen Manipulationsmöglichkeiten erweist sich dabei das Konzept der Modellierung. Das Modell vermittelt zwischen der abstrakten Theorie und dem konkreten zu beschreibenden Phänomen (also dem zu beschreibenden Wirklichkeitsaspekt), in dem es bestimmte Aspekte des Phänomens idealisiert und abstrakte Annahmen der Theorie konkretisiert.

Unter einem Modell versteht man dabei eine Interpretation eines empirischen Phänomens, das den intellektuellen Zugang zu diesem Phänomen z.B. durch Analogisieren, Idealisierung und Vereinfachung erleichtert (vgl. [1]). Dabei gibt es eine Vielzahl von unterschiedlichen Modellarten: Skalenmodelle z.B. stellen vergrößerte oder verkleinerte Nachahmungen des modellierten Gegenstands dar, Analogmodelle (z.B. Planetenmodell des Atoms) zielen auf dessen Struktur, theoretische Modelle möchten wesentliche Eigenschaften eines Objektes oder Systems in einem Bündel von Annahmen und Gleichungen beschreiben (vgl. [2]).

Dabei ist ein wesentliches Merkmal von Modellen, dass sie immer nur einen bestimmten Aspekt des empirischen Phänomens modellieren, was dazu führt, dass die Beschreibung notwendig immer partiell ist, während andere Aspekte, die für die jeweilige Fragestellung nicht relevant sind, methodisch ausgeblendet werden. So sind die Aspekte, die in der modellhaften Beschreibung thematisiert werden, immer vom Forschungsinteresse und der jeweiligen Fragestellung abhängig. Darüber hinaus werden die thematisierten Aspekte in einer idealisierten Form thematisiert, die so in der Wirklichkeit nicht vorkommen, um die Modellierung zu vereinfachen. Dies führt auch dazu, dass innerhalb von bestimmten Wissenschaftszweigen, verschiedene, miteinander nicht konsistente Modelle verwendet werden, die für die jeweiligen Teilaspekte dennoch ihren Zweck erfüllen (vgl. [3]).

Da naturwissenschaftlich-technische Phänomene nie theorie- und modellfrei beschrieben werden können, gehen somit immer bestimmte vom Forschungsinteresse geleitete Vorannahmen mit in die Beschreibung ein.

Im Folgenden wird eine mögliche Sichtweise der Modellierung vermittelt, welche hilfreich

für ein besseres Verständnis der ingenieurtechnischen Herangehensweise ist. Ingenieurtechnische Modelle beschreiben Objekte (z.B. den Wind oder einen Balken) immer in einer funktionalen Perspektive, so dass hier bestimmte Zwecke bei der Beschreibung leitend sind. Die hier verwendeten theoretischen Modelle sind stets so gestaltet, dass mathematische Theorien auf die Modelle angewendet werden können (z.B. die Aerodynamik oder die Euler-Bernoulli Balkentheorie), wobei die Werte für die untersuchten Phänomene des Forschungsgegenstandes unter bestimmten (vorab festgelegten) Bedingungen ermittelt werden (z.B. der Windgeschwindigkeitsdruck oder der Biegegewiderstand). Sie hängen also auch von bestimmten Vorannahmen ab, die festlegen, unter welchen Bedingungen ein Wert für einen bestimmten Zweck akzeptabel ist. Damit hängt die empirische Adäquatheit eines Werts nicht nur von objektiven Messungen ab, sondern zugleich von dem gewählten Modell samt der für diesen Zweck verwendeten Vorannahmen.

Da die allgemeinen Grundannahmen der Modelle (qualitative und quantitative Beschreibungen) von theoretischen Vorannahmen geleitet werden, können diese immer an konkretere Situationen angepasst werden, was u.U. zu einer Optimierung von Kosten-Nutzen-Verhältnissen führen kann.

Im Bemessungsprozess von Baustrukturen kommen Modelle an vier verschiedenen Stellen zum Einsatz (siehe Abbildung 1 und in ausführlicher Version Abbildung 29). Auf Einwirkungsseite werden durch Lastmodelle Werte von Lastphänomenen ermittelt, welche als Input für statische Modelle dienen. Auf Widerstandsseite werden durch Materialmodelle Werte von Materialphänomenen ermittelt, welche als Input für Widerstandsmodelle dienen. Daraus ergeben sich Werte für das Phänomen der Auswirkung der Einwirkungen und das Phänomen des Widerstandes. Baustrukturen sind so zu entwerfen, dass -mit hinreichender Sicherheit- die Auswirkungen der Einwirkungen kleiner als die Widerstände sind. Je nach Bemessungssituation können verschiedene Detaillierungsgrade für die jeweiligen Modelle notwendig sein.

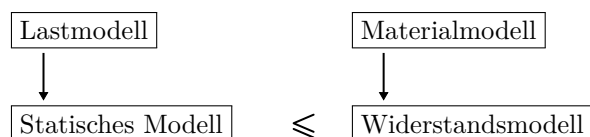


Abbildung 1: Einteilung der Modelle bei der Bemessung von Baustrukturen.

Das statische Modell und das Widerstandsmodell können eng miteinander verknüpft sein. Werte von Parametern im Widerstandsmodell können Werte von Parametern im statischen Modell sein. Damit sind die Auswirkungen der Einwirkungen abhängig von der Parameterwahl im Widerstandsmodell. Dies führt zu einer iterativen Anpassung des statischen Modells und des Widerstandsmodells.

Ein Phänomen des Objektes Baustruktur ist die Versagenswahrscheinlichkeit. Im Sinne der empirischen Adäquatheit kann die wahre Versagenswahrscheinlichkeit nur deskriptiv und damit retrospektiv bestimmt werden. Damit ist die wahre Versagenswahrscheinlichkeit einer bestimmten Baustruktur entweder 0 oder 1. Ein Wert zwischen 0 und 1 kann hingegen für eine Population einer bestimmten Baustruktur (z.B. alle Einfeldträgerbrücken)

bestimmt werden. Wird die Versagenswahrscheinlichkeit einer bestimmten Baustruktur prospektiv mittels einer Zuverlässigkeitsanalyse ermittelt, so entspricht dies der Versagenswahrscheinlichkeit der Population an Baustrukturen welche durch die verwendeten Modelle und Theorien repräsentiert werden.

Im Rahmen der Bemessung wird ein Modell des Tragsystems benötigt, um Auswirkungen aufgrund von Einwirkungen auf das Tragsystem berechnen zu können. Dieses Modell wird als statisches Modell bezeichnet. Der Modellierungsprozess des Tragsystems (siehe Abbildung 2 umfasst i.d.R. mehrere Phasen und somit auch mehrere Ausprägungen bzw. Stufen des statischen Modells. Um ein physikalisches Phänomen eines Objektes (z.B. die Verformung eines Bauteils aufgrund einer Last) einer Berechnung zugänglich zu machen, muss dieses durch Idealisierung in ein mechanisches Modell überführt werden. Durch die Anwendung einer mathematischen Theorie (z.B. Euler-Bernoulli Balkentheorie) wird das mechanische Modell in ein mathematisches Modell übergeführt. Für die Kombination des mechanischen und mathematischen Modells ist im speziellen Kontext der Tragwerksplanung auch die Bezeichnung Tragwerksmodell geläufig. Das mathematische Modell umfasst eine idealisierte Beschreibung des physikalischen Phänomens in Form von Gleichungen. Häufig müssen die Gleichungen computergestützt gelöst werden, wodurch das mathematische Modell in ein numerisches Modell bzw. Rechenmodell überzuführen ist (z.B. durch Diskretisierung). Kann für die Gleichungen keine geschlossene Lösung ermittelt werden, kann eine Näherungslösung mit numerischen Methoden wie der Finiten Elemente Methode erfolgen. Das numerische Modell ist unter dieser Gegebenheit somit eine Approximation des mathematischen Modells. Die Lösung der Gleichungen des numerischen Modells kann mit denen des mathematischen Modells übereinstimmen kann (z.B. bei linearen Stabwerksberechnungen). Die Analyseart (linear oder nichtlinear), mit welcher die Gleichungen zu lösen sind, hängt insbesondere durch folgende Annahmen bei der Erstellung des mechanischen Modells ab:

- Berücksichtigung von großen Verformungen und/oder Verzerrungen (geometrische Nichtlinearität)
- Berücksichtigung von nichtlinearen Beziehungen zwischen Spannungen und Verzerrungen (materielle Nichtlinearität)
- Berücksichtigung von Änderungen der Randbedingungen durch Kontakt (Kontakt-Nichtlinearität)

Wird einer der genannten Aspekte berücksichtigt, spricht man bei Lösung der Gleichungen von nichtlinearer Analyse und der funktionale Zusammenhang zwischen Einwirkungen und Auswirkungen von Einwirkungen ist i.d.R. nichtlinear. Ist der Zusammenhang zwischen Einwirkungen und Auswirkungen von Einwirkungen linear, spricht man von linearer Analyse (Theorie I Ordnung). Aber auch bei Modellen, welche einen linearen Zusammenhang zwischen Lasten als Einwirkung und den Auswirkungen von Einwirkungen (Verformungen, Schnittgrößen, Spannungen) aufweisen, können nichtlineare Beziehungen zwischen anderen Modellparametern und der Auswirkungen von Einwirkungen bestehen (z.B. zwischen Verformungen und Steifigkeitsparametern). Im Rahmen der Bemessung sind hinsichtlich der Modellierung des Tragsystems folgende Aspekte zu beachten:

- Es existiert nicht nur eine Möglichkeit, wie ein Tragsystem modelliert werden kann. Die Modellierung ist auf die Ermittlung des Wertes des Phänomens, welcher für die jeweilige Bemessung benötigt wird, abzustimmen.
- Die möglichen, das Tragverhalten und somit auch die Zuverlässigkeitsbeurteilung beeinflussenden Modellparameter sind von der Stufe im Modellierungsprozess, in welcher das Modellverhalten gerade betrachtet wird, abhängig. So werden im Rahmen der Definition des mechanischen bzw. mathematischen Modells unter anderem Parameter des Materialgesetzes, der kinematischen Gleichungen oder der Rand- und Übergangsbedingungen zu Modellparametern. Durch die weitere Abbildung in ein numerisches Modell wird die Menge der Modellparameter durch Parameter wie der Feinheit des Finite-Elemente-Netzes erweitert.

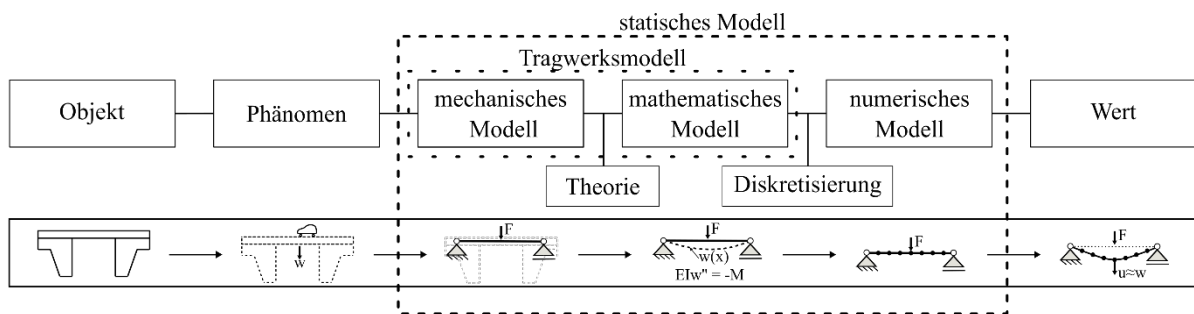


Abbildung 2: Modellierungskette des Tragsystems.

3 Sensitivitätsanalyse - Einführung

3.1 Motivation

Im Rahmen von Bemessung und Sicherheitsbeurteilung werden verschiedenste Modelle verwendet. Generell verknüpfen Modelle Eingangsparameter (Input) mit Ausgangs- bzw. Antwortgrößen (Output). Im speziellen Kontext der Bemessung handelt es sich hierbei z.B. um statische Modelle oder Widerstandsmodelle, wobei als Input u.a. Parameter für Lasten, Querschnittsgrößen oder Materialien und als Output u.a. Schnitt- und Verschiebungsgrößen oder auch Traglasten in Frage kommen. In der Regel sind Modelloutputgrößen Teil der Grenzzustandsfunktion (z.B. eine Bemessungsschnittgröße), wodurch die Grenzzustandsfunktion implizit von den Modellinputparametern abhängig wird. Es ist somit eine zusätzliche Aufgabe, herauszufinden, wie empfindlich die verwendeten Outputgrößen auf Variationen der Inputparameter reagieren, um bei der Bemessung einflussreiche Modellparameter entsprechend berücksichtigen zu können.

Das Sicherheitskonzept der DIN EN 1990 [4] basiert im Wesentlichen auf der GruSiBau (Grundlagen der Sicherheitstheorie im Bauwesen) aus dem Jahre 1981 [5]. Das Bemessungskonzept der GruSiBau 1981 wurde dabei für Probleme konzipiert, welche sich durch einfache Modelle abbilden lassen. Allerdings hat durch die zwischenzeitlich vollzogene Digitalisierung der Planungsprozesse die Komplexität der verwendeten Modelle zugenommen, wodurch es tendenziell herausfordernder wird, die Beziehungen zwischen Input- und Outputgrößen mittels intuitivem Modellverständnis einschätzen zu können. Des Weiteren besteht bei komplexen Modellen die Gefahr, dass der Einfluss wichtiger Parameter übersehen oder falsch eingeschätzt wird. Um diesen Herausforderungen entgegenzutreten, bieten sich grundsätzlich Sensitivitätsanalysen an. In Abhängigkeit der angewandten Methode zeigen Sensitivitätsanalysen qualitativ oder auch quantitativ auf, wie sich Variationen von Eingangsparametern auf die Antwortgrößen des Systems auswirken und erlauben eine systematische Untersuchungsweise der bei der Bemessung verwendeten Modelle und deren Beziehungen zwischen In- und Outputgrößen. Das Ausloten der Potentiale von Sensitivitätsanalysen als Zusatzrechenwerkzeug für die Tragwerksplanung und der Bemessung war Ziel dieser Forschungsarbeit und ist Gegenstand des vorliegenden Berichts.

3.2 Begriffsklärungen und Einordnung

[6] gibt einen Überblick über verschiedene Ansätze für Sensitivitätsanalyse und Anwendungsszenarien, wobei die Einteilung in lokale und globale Sensitivitätsanalysen erfolgt. Bei lokalen Sensitivitätsanalysen wird die Beziehung zwischen einer Ausgangs- bzw. Antwortgröße g und eines Eingangsparameters s in Form der Ableitung dg/ds beschrieben. Somit geben lokale Methoden Aufschluss darüber, wie sich kleine Abweichungen der Parameterwerte von ihren Referenzwerten, welche bei der Sensitivitätsanalyse angesetzt werden, auf die Antwortgrößen auswirken. In der Forschung wird sich mit lokalen Sensitivitätsanalysen bereits seit den 1980er Jahren auseinandergesetzt, wie [7] oder [8] beispielhaft zeigen. Die Verwendung von lokalen Sensitivitäten im Rahmen von Zuverlässigkeitsbeurteilungen beschränkt sich meist auf die First-Order Second-Moment Methode (FOSM), die

es erlaubt mit Hilfe von Ableitungen die Varianz einer Antwortgröße abzuschätzen. Anwendungen in diesem Sinne für Fragestellungen aus dem Bauwesen finden sich bspw. in [9] oder [10]. Eine theoriefokussierte Abhandlung zu lokalen Sensitivitäten und Unsicherheitsanalyse liefert [11]. Einen aktuellen Einblick zur Nutzung von lokalen Methoden in der Tragwerksplanung findet man bspw. in [12]. In dieser Veröffentlichung wird ein Vorgehen skizziert, wie lokale Sensitivitäten im Grundbau dazu verwendet werden können, Bereiche des Baugrunds, deren Bodeneigenschaften größeren Einfluss haben, zu identifizieren, um somit gezielt Baugrunduntersuchungen durchführen zu können.

Globale Sensitivitätsanalysen werden typischerweise im Rahmen von Zuverlässigkeits- oder Unsicherheitsanalysen verwendet und berücksichtigen die probabilistischen Eigenschaften der Parameter. Einen Überblick über globale Ansätze gibt [13]. Im Gegensatz zu lokalen Methoden, welche die Auswirkungen von kleinen Parametervariationen um Referenzwerte beschreiben, beziehen sich globale Methoden auf keine Parameterreferenzwerte, sondern schließen mögliche Realisationen der Parameterwerte im kompletten Parameterraum mit ein. Somit können auch Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Parametern erfasst werden. Zur Gruppe der globalen Sensitivitätsmaße sind auch die Wichtungsfaktoren (α -Sensitivitäten) [14] nach Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung (FORM) [15] zu zählen, welche die Parameterrelevanz hinsichtlich der Zuverlässigkeit beschreiben. In der aktuellen Forschung zum Thema Sensitivitätsanalyse werden globale Methoden häufig im Rahmen von Unschärfe- oder Zuverlässigkeitsanalysen zur Reduktion der Anzahl an zu berücksichtigenden Parametern verwendet, damit Rechenaufwand gespart werden kann [16], [17].

Trotz der höheren Aussagekraft von globalen Sensitivitätsmaßen, bieten sich für die praktische Nutzung in der Tragwerksplanung insbesondere lokale Methoden an. Zum einen zeichnen sich lokale Methoden durch einen deutlich geringeren Rechenaufwand aus und zum anderen können diese ohne das Wissen über die probabilistischen Eigenschaften der Parameter (z.B. Wahrscheinlichkeitsverteilung und deren Momente) durchgeführt werden, wodurch schneller und einfacher Sensitivitäten für eine Vielzahl an Antwortgrößen und Parameter berechnet werden können. Da die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse von der jeweiligen Systemverformung und somit von der Belastung abhängig sind, erlauben lokale Methoden durch den geringeren Rechenaufwand auch eine schnellere Beurteilung für verschiedene Lastfälle. Des Weiteren ist zu bedenken, dass für eine abgesicherte Statik die Modellierung kontrolliert werden sollte, d.h. somit ist auch eine Einschätzung der Relevanz von Parametern von Interesse, welche einer bestimmten Modellannahme oder Modellierungsentscheidung entstammen und somit nicht durch probabilistische Eigenschaften charakterisiert sind. Da es die Intention dieses Forschungsvorhabens war, das Potential von Sensitivitätsanalysen für die praktische Tragwerksplanung mit Fokus auf die Bemessung und Sicherheitsbeurteilung aufzuzeigen, lag der Fokus auf lokalen Sensitivitätsanalysen.

Die methodische Grundlage für die in diesem Forschungsvorhaben schwerpunktmäßig verwendete Methode ist die sog. adjungierte Sensitivitätsanalyse und deren Zusammenhang mit der klassischen Technik der Einflusslinien und -flächen. Dieser wurde bereits in [18], [19] und [20] erkannt, aber bisher noch nicht umfänglich beschrieben und aufbereitet. Ansätze zur Verwendung von Einflussfunktionen für die Sensitivitätsanalyse nach Steifigkeitsparametern finden sich in [20] und [21], welche in [22] weiterentwickelt und in [23] nochmals anhand von Anwendungsbeispielen illustriert wurde. Die in diesem Forschungsvorhaben verwendete Methode zur Sensitivitätsanalyse basiert auf dem Ansatz die

klassische Technik der Einflussfunktionen auf Basis der adjungierten Sensitivitätsanalyse für verschiedenste Systemantwortgrößen, Parameter und Strukturtypen zu verallgemeinern. Damit werden moderne numerische Methoden der Sensitivitätsanalyse mit klassischem Ingenieurverständnis bezüglich Einflusslinien vereint, wodurch ein anschauliches Werkzeug zur praxisorientierten Bestimmung von Sensitivitäten bereitgestellt wird.

3.3 Organisation des Teilberichts bezüglich Sensitivitätsanalyse

In Kapitel 4 werden die wesentlichen Grundlagen für die in diesem Forschungsvorhaben verwendete Methode zur Sensitivitätsanalyse erläutert. Hierbei liegt insbesondere der Schwerpunkt auf der Darstellung der Verwandtschaft mit der Technik der Einflussfunktionen. Des Weiteren wird vorgeführt, wie die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse graphisch aufbereitet werden können, um die praktische Handhabung zu erleichtern. Die dabei entstehenden Karten können analog zu Einflussfunktionen gelesen werden. In Kapitel 4.2 wird zudem eine Abschätzformel beschrieben, die es vereinfacht erlaubt, die Ableitungen aus der Sensitivitätsanalyse mit Streuungsinformationen von Normal- Lognormal- und Gumbelverteilungen zu werten.

Kapitel 5 enthält die Beschreibung eines systematischen Vorgehens, wie die in Kapitel 4 beschriebene Methode zur Identifikation, Beurteilung und Handhabung von potentiell sicherheitsrelevanten Parametern bei der Tragwerksbewertung verwendet werden kann. Das beschriebene Vorgehen wird im weiteren Verlauf von Kapitel 5 anhand von aussagekräftigen Beispielen illustriert.

In Kapitel 6 wird aufgezeigt wie die Ergebnisse von Sensitivitätsanalysen bei der Beurteilung von nichtlinearen funktionalen Zusammenhängen zwischen Antwortgrößen und Lastparameter verwendet werden können.

Einordnung der Berichtsinhalte in das gesamte Forschungsvorhaben

Dieser Bericht umfasst eine Zusammenfassung der Forschungsergebnisse bzgl. Sensitivitätsanalysen aller drei Jahre. Der Schwerpunkt des 1. Jahres war die Aufbereitung der methodischen Grundlagen für die baupraktische Anwendung und ist im Wesentlichen in Kapitel 4 beschrieben. Die in Kapitel 5 diskutierte Analyse- und Entscheidungskette ist ein wesentliches Ergebnis des 2. Jahres und wurde im 3. Jahr weiterentwickelt. Im diesem Zuge wurde auch die Kapitel 4.2 beschriebene Näherungsformel entwickelt. Ein weiterer Fokus des 3. Jahres war die Beschäftigung mit Nichtlinearitäten. Die Ergebnisse hiervon sind in Kapitel 6 zu finden.

4 Sensitivitätsanalyse - Methodische Grundlagen

4.1 Die Methode der verallgemeinerten Einflussfunktionen

4.1.1 Sensitivitätsanalyse mit klassischen Einflussfunktionen

Die Technik der Einflussfunktionen (allgemein für Einflusslinien und -flächen) ist ein klassisches Ingenieurwerkzeug. Aus mathematischer Sicht handelt es sich bei den bekannten Einflussfunktionen der Baustatik um sog. Greensche Funktionen (Randbedingungen erfüllende Grundlösung eines Differentialoperators) und beschreiben den Einfluss einer Last an einer beliebigen Position innerhalb einer Struktur bezüglich einer bestimmten Systemantwortgröße (Kraft- oder Verschiebungsgröße) in Form eines abstrahierten Verschiebungsfeldes. Eine umfassende Beschreibung der Methode gibt [24].

Die Durchführung der Methode kann als zweistufiges Verfahren betrachtet werden: Zunächst muss die Einflussfunktion η für eine ausgewählte Systemantwort g durch Ansatz der zu g dualen Belastung (siehe Abb. 3) ermittelt werden. Im Falle einer Verschiebungsgröße geschieht dies durch Aufbringung einer Einzellast an Ort und in Richtung der betrachteten Verschiebung. Bei Kraftgrößen (Schnitt- oder Auflagerkräfte) wird eine der gesuchten Kraft entsprechende Verschiebung 1 entgegen der Wirkungsrichtung am Ort der Kraftgröße angebracht, was zu einem Sprung oder Knick in der Einflusslinie führt. Praktisch kann dies bspw. durch einen Vorverformungslastfall realisiert werden.

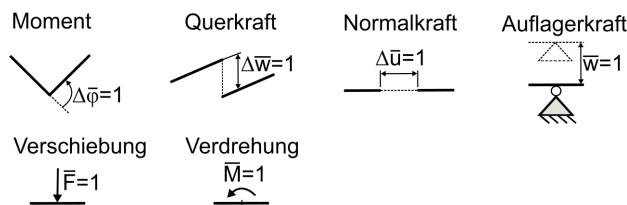


Abbildung 3: Duale Belastungen zur Erzeugung von Einflussfunktionen von Kraft- und Verschiebungsgrößen

In einem zweiten Schritt wird schließlich der Funktionswert der betrachteten Systemantwortgröße g aufgrund einer Last F an der Stelle ξ mit Hilfe der Einflussfunktion η gemäß Gl. 1 ermittelt. Wird alternativ eine Struktur mit FEM in diskreter Form berechnet, so ergibt sich der Wert der Systemantwort mittels eines Skalarprodukts aus diskreter Einflussfunktion $\boldsymbol{\eta}$ und diskretem Lastvektor \mathbf{F} nach Gl. 2.

$$g = \eta(\xi) \cdot F(\xi) \quad (1)$$

$$g = \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{F} \quad (2)$$

Die Technik der Einflussfunktionen kann auch als eine Möglichkeit zur Sensitivitätsanalyse nach den Parametern „Lastposition“ und „Laststellung“ betrachtet werden. Angenommen der Zweifeldträger in Abb. 4 ist durch zwei identische Einzellasten F_m und F_n an den

Stellen m und n belastet. Da $|\eta_m| > |\eta_n|$ gilt, würde sich eine Variation der Last F_m stärker auf das Biegemoment auswirken als eine identische Änderung der Kraft F_n . Dies wird ersichtlich, wenn Gl. 1 auf die betrachtete Systemantwort und Belastung anwendet und nach den Lastintensitäten differenziert wird, um die lokalen Sensitivitäten zu berechnen:

$$\left| \frac{dM_m}{dF_m} \right| = |\eta_m| > |\eta_n| = \left| \frac{dM_m}{dF_n} \right| \text{ mit } M_m = \eta_m F_m + \eta_n F_n \quad (3)$$

Gemäß Gl. 3 ist somit die lokale Sensitivität nach der Lastintensität jeweils der Wert der Einflusslinie an der Stelle der jeweiligen Last. Somit kann die graphische Einflussfunktion auch als eine Art Sensitivitätskarte für den Parameter „Belastung“ gesehen werden, welche es erlaubt, den Wert der Sensitivität an der Position der Last direkt an der Einflussfunktion abzulesen.

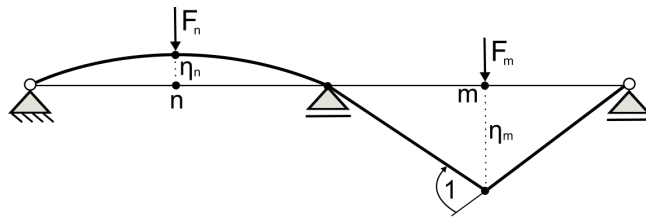


Abbildung 4: Einflusslinie des Biegemoments an der Stelle m

In diskreter Formulierung lässt sich ein allgemeiner Term (Gl. 4) für Sensitivitäten nach verschiedenen Parametern s_i , welche ausschließlich Einfluss auf den Lastvektor \mathbf{F} haben, aus Gl. 2 bestimmen (bspw. könnten Komponenten des Lastvektors durch eine Formel in Abhängigkeit von s_i gegeben sein). Bei der Differentiation ist hierbei zu berücksichtigen, dass es sich bei der Einflussfunktion um eine Systemeigenschaft handelt, welche von der Belastung und deren bestimmenden Parametern unabhängig ist.

$$\frac{dg}{ds_i} = \boldsymbol{\eta}^T \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial s_i} \quad (4)$$

Der durch Gl. 4 beschriebene Berechnungsvorgang kann als Auswertung eines durch Differentiation künstlich erzeugten Lastvektors $\partial \mathbf{F} / \partial s_i$, welcher in Anlehnung an die adjungierte Sensitivitätsanalyse als Pseudo-Last (vgl. Kapitel 4.1.2) bezeichnet werden kann, gedeutet werden und ist in dieser Sichtweise formal identisch zur Auswertung von physikalischen Lasten gemäß Gl. 2. Diese Art der Sensitivitätsanalyse mit Hilfe von Einflussfunktionen lässt sich durch die adjungierte Sensitivitätsanalyse für verschiedenste Parameter (d.h. insbesondere für Parameter, welche Einfluss auf die Steifigkeitsmatrix haben) erweitern, wie in den nachfolgenden Abschnitten gezeigt wird.

4.1.2 Direkte und adjungierte Sensitivitätsanalyse

In diesem Abschnitt wird die Sensitivitätsformulierung analytisch hergeleitet. Eine typische strukturmechanische Antwortgröße g (z.B. Schnittgröße) ist von den Parametern \mathbf{s} (z.B. E-Modul) und Zustandsgrößen \mathbf{u} (i.d.R. die Verschiebungsgrößen der FE-Knoten) abhängig:

$$g(\mathbf{s}, \mathbf{u}(\mathbf{s})) \quad (5)$$

Leitet man nun die Antwortfunktion nach dem Parameter $s_i \in \mathbf{s}$ ab, so ist die Kettenregel der Differentialrechnung zu verwenden, da auch die Zustandsgrößen \mathbf{u} von den Parametern \mathbf{s} abhängig sind:

$$\frac{dg}{ds_i} = \frac{\partial g}{\partial s_i} + \left[\frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}} \right]^T \frac{d\mathbf{u}}{ds_i} \quad (6)$$

Die zunächst unbekannte Ableitung der Zustandsgrößen \mathbf{u} nach dem Parameter s_i kann aus der Gleichgewichtsbeziehung, ausgedrückt durch die Residualgleichung, berechnet werden. Das Residuum r für linear elastische Probleme hat die folgende Form:

$$r(\mathbf{s}, \mathbf{u}) = \mathbf{K}(\mathbf{s})\mathbf{u}(\mathbf{s}) - \mathbf{F}(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \quad (7)$$

Wobei es sich bei \mathbf{K} um die Steifigkeitsmatrix und bei \mathbf{F} um den Lastvektor handelt, welche von den Parametern explizit abhängig sind. Würde es sich um ein nichtlineares Problem handeln, wären sie zudem Funktionen der Zustandsgröße \mathbf{u} .

Leitet man nun das Residuum nach den Parametern ab, so kann ein Ausdruck für die Ableitung $d\mathbf{u}/ds_i$ gefunden werden (man beachte dabei die für strukturmechanische Probleme typischerweise symmetrische Steifigkeitsmatrix):

$$\begin{aligned} \frac{dr}{ds_i} &= \frac{\partial r}{\partial s_i} + \left[\frac{\partial r}{\partial \mathbf{u}} \right]^T \frac{d\mathbf{u}}{ds_i} = \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial s_i} \mathbf{u} - \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial s_i} \right) + \mathbf{K}^T \frac{d\mathbf{u}}{ds_i} = 0 \\ \implies \frac{d\mathbf{u}}{ds_i} &= \underbrace{\mathbf{K}^{-T}}_{\mathbf{K} \text{ sym.}} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial s_i} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial s_i} \mathbf{u} \right) = \mathbf{K}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial s_i} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial s_i} \mathbf{u} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

Vergleicht man das Ergebnis von Gl. 8 mit der üblichen Zustandsgleichung für lineare statische Probleme $\mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}$, so erkennt man eine formale Übereinstimmung. Dieser Umstand begründet die Definition des Begriffes Pseudo-Lasten \mathbf{F}^* :

$$\mathbf{F}^* = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial s_i} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial s_i} \mathbf{u} \quad (9)$$

Wird nun das Ergebnis aus Gl. 8 in Gl. 6 eingesetzt, so erhält man die folgende Formulierung zur Berechnung von Sensitivitäten:

$$\frac{dg}{ds_i} = \frac{\partial g}{\partial s_i} + \left[\frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}} \right]^T \mathbf{K}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial s_i} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial s_i} \mathbf{u} \right) = \frac{\partial g}{\partial s_i} + \left[\frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}} \right]^T \underbrace{\mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}^*}_{=\frac{d\mathbf{u}}{ds_i}} \quad (10)$$

Der in Form von Gl. 10 erhaltene Ausdruck repräsentiert die sogenannte direkte Sensitivitätsanalyse. Dabei muss für jeden Parameter die Ableitung der Zustandsgrößen nach dem Parameter s_i nach Gl. 8 berechnet werden. Da es sich hierbei jeweils um eine Systemlösung mit den Pseudo-Lasten, also um die Lösung eines linearen Gleichungssystems, dessen Größe von der Anzahl der Systemfreiheitsgrade abhängig ist, handelt, ist der Rechenaufwand dieses Vorgehens für eine größere Anzahl an Parametern sehr hoch. Allerdings ist diese Ableitung unabhängig von der Antwortgröße und kann somit bei der Sensitivitätsberechnung weiterer Zielgrößen wiederverwendet werden.

Um die Berechnung dieser Ableitungen zu vermeiden, wird Gl. 10 zunächst transponiert:

$$\frac{dg}{ds_i}^T = \frac{\partial g}{\partial s_i}^T + [\mathbf{F}^*]^T \mathbf{K}^{-T} \frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}} \quad (11)$$

Unter Berücksichtigung, dass es sich bei dg/ds_i und $\partial g/\partial s_i$ um Skalare handelt und unter der Annahme einer für strukturmechanische Probleme typischerweise symmetrischen Steifigkeitsmatrix, ergibt sich Gl. 11 zu:

$$\frac{dg}{ds_i} = \frac{\partial g}{\partial s_i} + [\mathbf{F}^*]^T \underbrace{\mathbf{K}^{-1} \frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}}}_{=\boldsymbol{\eta}} \quad (12)$$

Der in Form von Gl. 12 gezeigte Ausdruck repräsentiert die sogenannte adjungierte Variante der Sensitivitätsanalyse. Die letzten beiden Terme werden durch die sogenannte adjungierte Variable $\boldsymbol{\eta}$ ersetzt. Die Bestimmung von $\boldsymbol{\eta}$ erfolgt durch Lösung des adjungierten Problems:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}_a \quad (13)$$

Auch im durch Gl. 13 repräsentierten adjungierten Problem kann eine Systemlösung identifiziert werden, wobei $\partial g/\partial \mathbf{u}$ formal den Lastterm darstellt. Aus diesem Grund wird diese Ableitung auch als adjungierte Last bezeichnet und mit \mathbf{F}_a gekennzeichnet.

Somit ergibt sich aus Gl. 12 und Gl. 13 folgender Ausdruck für die adjungierte Variante der Sensitivitätsanalyse:

$$\frac{dg}{ds_i} = \frac{\partial g}{\partial s_i} + \boldsymbol{\eta}^T \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial s_i} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial s_i} \mathbf{u} \right] = \frac{\partial g}{\partial s_i} + \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{F}^* \quad (14)$$

Analysiert man die Einzelbestandteile von Gl. 14, so kann festgestellt werden, dass die Pseudo-Last \mathbf{F}^* von der Antwortfunktion g unabhängig und nur von den Parametern s_i abhängig ist. Die adjungierte Variable zeichnet sich im Gegensatz dazu durch ihre Abhängigkeit von der betrachteten Antwortgröße g und Unabhängigkeit von den konkret betrachteten Parametern s_i aus. Der Hauptrechenaufwand der gesamten adjungierten Sensitivitätsanalyse liegt in der Bestimmung der adjungierten Variable nach Gl. 13, da es sich um hierbei um eine Systemlösung handelt. Weitaus weniger aufwendig ist die Berechnung der Pseudo-Last \mathbf{F}^* , der partiellen Ableitung $\partial g/\partial s_i$ und die Zusammenführung der einzelnen Terme in Gl. 14. Hier liegt die Stärke der adjungierten Sensitivitätsanalyse: Für nur eine zusätzliche Systemlösung je Antwortgröße g können Sensitivitäten für eine sehr hohe Anzahl an Parametern sehr recheneffizient bestimmt werden. Aus diesem Grund finden adjungierte Sensitivitätsanalysen bspw. in sehr großen Formoptimierungsproblemen Verwendung [25], [26]. Diese Eigenschaft birgt insbesondere auch die Möglichkeit die Parameter jedes einzelnen Elements eines FEM-Modells als individuellen Parameter zu betrachten und danach Ableitungen zu berechnen, wodurch sich räumliche Sensitivitätsverteilungen ergeben (vgl. Kapitel 4.1.5). Auch für die Bemessung und Sicherheitsbeurteilung im Rahmen der Tragwerksplanung geht hiervon großes Potential aus: Für die maßgebenden Bemessungsgrößen können für eine hohe Anzahl an Parametern Sensitivitäten bereitgestellt werden, wodurch es auch in komplexen statischen Modellen möglich wird, die einflussreichsten Parameter bzgl. der Bemessungsgrößen zu identifizieren. Potentiell von Interesse sind hierbei Sensitivitäten nach den Steifigkeits- oder Materialparametern aller Bauteile bzw. Finiten Elemente, Lastparameter, geometrische Parameter oder Parameter der Rand- und Übergangsbedingungen.

4.1.3 Aussagekraft und Normalisierung von lokalen Sensitivitäten

Bei den Sensitivitäten aus adjungierter Sensitivitätsanalyse gemäß Gl. 14 handelt es sich um Ableitungen bzw. lokale Änderungsraten. Das Sensitivitätsmaß beruht somit auf einer Linearisierung der funktionalen Beziehung zwischen g und s_i , wodurch die Aussagekraft vom Grad der Nichtlinearität des funktionalen Zusammenhangs abhängig ist. Ist dieser stark nichtlinear, können lokale Methoden somit nur Aufschluss hinsichtlich der Auswirkung von kleinen Variationen der Parameterwerte von ihren Referenzwerten, welche bei der Sensitivitätsanalyse angesetzt werden, auf die Antwortgrößen geben. Die Ableitungswerte sind in diesen Fällen somit nur lokale Informationen im Parameterraum und folglich nicht ausreichend um Aussagen hinsichtlich von Parametervariationen im gesamten Parameterraum, sowie für Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Parametern zu machen. Diese Limitation hinsichtlich der Aussagekraft von Sensitivitäten aus adjungierter Analyse sollten bei der Beurteilung von Ergebnissen beachtet werden.

Aus dem Vorzeichen der Sensitivität kann abgeschätzt werden, ob eine Vergrößerung des Parameterwerts zu einer Vergrößerung bzw. Verkleinerung des Werts der Antwortgröße führt. So deutet eine positive Sensitivität auf eine Zunahme des Werts einer Antwortgröße hin, falls sich der Parameterwert vergrößert. Bei der Interpretation ist allerdings bei Antwortgrößen mit negativen Werten (z.B. neg. Stützmoment) Vorsicht geboten. So deutet hierbei eine positive Sensitivität im Falle einer Parameterwertzunahme auf eine betragsmäßige Abnahme des Antwortgrößenwerts hin. Im Rahmen einer Anwendung des Teilsicherheitskonzeptes kann durch das Vorzeichen der Sensitivität evaluiert werden, ob eine Basisvariable ungünstig bzw. günstig auf eine Bemessungsgröße wirkt. Eine Verwendung von Sensitivitäten in diesem Sinne findet man in Kapitel 5.3.

Der Wert einer Ableitung ist abhängig von den Einheiten der Antwortgröße g und des Parameters s_i . Aus diesem Grund kann auf Basis der reinen Zahlenwerte der Ableitungen zunächst nicht unterschieden werden, ob bspw. eine Variation des E-Modul eines Trägers oder die Variation einer Auflagersenkung größeren Einfluss auf eine Bemessungsschnittgröße hat. Um eine Vergleichbarkeit von Sensitivitäten einer Antwortgröße nach unterschiedlichen Parametern oder Sensitivitäten verschiedener Antwortgrößen herzustellen, kann eine Normalisierung gemäß

$$e_i = \frac{dg}{ds_i} \cdot \frac{s_i}{g(\mathbf{s})} \quad (15)$$

durchgeführt werden. Eine normalisierte Sensitivität von $e_i = 1,0$ bedeutet, dass sich bei einer Änderung des Parameters s_i um 1,0% auch die Antwortgröße g um 1,0% ändert, falls zwischen Antwortgröße und Parameter ein linearer Zusammenhang besteht. Andernfalls handelt es sich um eine Abschätzung, die auf einer Linearisierung beruht. Es sei darauf hingewiesen, dass auch bei linearen funktionalen Zusammenhängen zwischen einer Antwortgröße und einem Parameter die normalisierte Sensitivität nicht zwingend 1,0 sein muss. Bei einer statischen Berechnung nach Theorie I. Ordnung besteht ein linearer Zusammenhang zwischen den Lasten und Schnittgrößen. Die normalisierte Sensitivität nach dem Parameter Last ist hierbei allerdings nur 1,0 bzgl. des Werts der Schnittgröße, welcher ausschließlich aus der betrachteten Last resultiert. Die normalisierte Sensitivität nach selbiger Last ist demgegenüber ungleich 1,0 bzgl. des Schnittgrößenwert, falls dieser aus einer Lastkombination berechnet wird.

4.1.4 Verallgemeinerung auf Basis adjungierter Sensitivitätsanalyse

In [18] und [19] wurde erstmals die adjungierte Variable als diskrete Knotenverschiebungsgrößen der Einflussfunktion der Antwortgröße g identifiziert. Auch [20] geht auf die Gleichheit von adjungierter Variable und Einflussfunktion ein, was in [21] noch detaillierter ausgeführt wird. In [21] wurde zudem die sog. „verallgemeinerte Greensche Funktion“ im Sinne einer Erweiterung auf verschiedenste Antwortgrößen (d.h. andere als Kraft- und Verschiebungsgrößen) und nichtlineare Analysen eingeführt. Diese verallgemeinerte Greensche Funktion wurde weiterhin in einer Methode zur Sensitivitätsanalyse nach Steifigkeitsparametern verwendet, welche eine Abschätzung erlaubt, wie sich der Wert der zur Greenschen Funktion korrespondierenden Antwortgröße ändert, falls die Steifigkeit lokal modifiziert wird [20], [21]. Dieser Ansatz kann als Versuch gesehen werden, die Technik der Einflussfunktionen für Steifigkeitsparameter zu erweitern und ist für diese Parameterart äquivalent zur adjungierten Sensitivitätsanalyse. Allerdings berücksichtigt dieser Ansatz nicht die expliziten Parametereinflüsse (beschrieben durch die partielle Ableitung $\partial g/\partial s_i$), was zu Fehlern führen kann, falls bspw. Sensitivitäten nach Steifigkeiten der Finiten Elemente berechnet werden, in welchen die Antwortgröße verortet ist.

Um diese Einschränkungen aufzuheben, ist der gesamte Sensitivitätsterms nach Gl. 14 im Kontext der Technik der Einflussfunktionen zu betrachten, da sich die Verwandtschaft zwischen adjungierter Sensitivitätsanalyse und den Einflussfunktionen nicht nur auf die Äquivalenz von adjungierter Variable und Einflussfunktionswert beschränkt. Auch in verfahrenstechnischer Hinsicht sind beide Methoden gleichwertig, was in Tabelle 1 vergleichend dargestellt ist.

#	klassische Methode	verallgemeinerte Methode
1. Schritt	Bestimmung Einflussfunktion $\boldsymbol{\eta}$ Aufbringen der dualen Belastung (vgl. Abb. 3) unabhängig von Lasten \mathbf{F}	Lösung adjungiertes Problem (vgl. Gl. 13) unabhängig von Parametern \mathbf{s}
2. Schritt	Auswertung von Lasten: $\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{F}$ /	Auswertung von Pseudo-Lasten: $\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{F}^*$ $+ \partial g / \partial s_i$
Ergebnis	Funktionswert Antwortgröße g aufgrund Last \mathbf{F}	Ableitung Antwortgröße g nach Parameter s_i

Tabelle 1: Vergleich der klassischen und verallgemeinerten Methode der Einflussfunktionen

So handelt es sich auch bei der adjungierten Sensitivitätsanalyse um ein zweistufiges Verfahren: In einem ersten Schritt wird hierbei die adjungierte Variable bzw. die Einflussfunktion für die betrachtete Antwortgröße g nach Gl. 13 bestimmt. Die Bestimmung der Sensitivität erfolgt anschließend in einer Art Nachlaufrechnung, welche wiederum vergleichbar zur klassischen Technik der Auswertung von Einflussfunktionen ist. So berechnet sich gemäß Gl. 2 der Wert der Antwortgröße durch das Skalarprodukt aus Einflussfunktion und Lastvektor ($\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{F}$). Vergleichbar findet man in der Nachlaufrechnung der Sensitivitätsanalyse in Gl. 14 das Skalarprodukt aus Einflussfunktion und Pseudo-Last ($\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{F}^*$) vor. Der einzige formale Unterschied ist die partielle Ableitung $\partial g/\partial s_i$, welche allerdings in vielen

baupraktischen Fällen verschwindet oder mit der adjungierten Variablen zusammengefasst werden kann. Letzteres ist insbesondere für die Antwortgrößen „Schnittgröße“ und „Auflagerkraft“ von großer Bedeutung. So kommt dadurch die Modifikation von $\boldsymbol{\eta}$ um den für die Einflusslinie charakteristische Sprung bzw. Knick zustande, da in diesen Fällen die partielle Ableitung $\partial g/\partial s_i$ als Vorverformung um den Wert „1“ entgegen der Kraftgrößenrichtung gedeutet werden kann.

In Form von Gl. 4 in Kapitel 4.1.1 wurde bereits ein Vorgehen beschrieben, wie die klassische Technik der Einflussfunktionen zur Sensitivitätsanalyse nach Lastparametern verwendet werden kann. Die adjungierte Sensitivitätsanalyse nach Gl. 14 erweitert dieses Vorgehen für beliebige Parameter, was bei Gegenüberstellung der beiden Gleichungen deutlich wird:

klassisch: $\frac{dg}{ds_i} = \boldsymbol{\eta}^T \underbrace{\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial s_i}}_{\text{limitiert auf Lastparameter}}$	verallgemeinert: $\frac{dg}{ds_i} = \boldsymbol{\eta}^T \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial s_i} - \underbrace{\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial s_i} \mathbf{u}}_{\text{zusätzliche Terme für beliebige Parameter}} \right] + \frac{\partial g}{\partial s_i}$
--	---

(16)

Da die adjungierte Sensitivitätsanalyse zudem nicht auf bestimmte Antwortgrößen und Strukturen beschränkt ist, kann auf Basis dieser die klassische Technik der Einflussfunktionen erweitert werden. Diese Generalisierung wird als Methode der verallgemeinerten Einflussfunktionen bezeichnet.

Konsequenterweise liefert die Methode der verallgemeinerten Einflussfunktionen als Ergebnis Ableitungen und nicht mehr den Funktionswert der Antwortgröße selbst. Schließlich herrscht zwischen allgemeinen Antwortgrößen und Parametern i.d.R. kein linearer Zusammenhang, wodurch das für die klassische Technik der Einflussfunktionen zugrundeliegende Superpositionsprinzip nicht gültig ist. Dies gilt bereits in der linearen Statik. Hier ist bspw. der funktionale Zusammenhang zwischen Verschiebungen und Steifigkeiten nichtlinear. Im verallgemeinerten Kontext ist die Einflussfunktion vielmehr als Indikator zu sehen, welcher Aufschluss darüber gibt, in welchen Bereichen einer Struktur Parametervariationen kleinen bzw. großen Einfluss auf die Antwortfunktion haben. Diese Sichtweise ermöglicht bspw. auch eine Erweiterung der Methode auf nichtlineare Analysen. Hierfür muss lediglich in Gl. 7 die jeweilige Zustandsgleichung der Analyseart (z.B. Theorie I. Ordnung oder geometrisch nichtlineare Analyse) verwendet werden.

4.1.5 Sensitivitätskarten

In Kapitel 4.1.2 wurde bereits auf die Fähigkeit der adjungierten Sensitivitätsanalyse hingewiesen, sehr recheneffizient Sensitivitäten für eine hohe Anzahl an Parametern berechnen zu können. Um aus der damit entstehenden großen Menge an Informationen die Relevanz von Parametern oder Bauteilen effizient und zielgerichtet erfassen zu können, empfiehlt sich eine graphische Aufbereitung in Form von Sensitivitätskarten. Wie in Kapitel 4.1.1 dargelegt wurde, kann die Einflussfunktion selbst als Sensitivitätskarte für den Parameter „Lastintensität“ erachtet werden, wobei die Sensitivität den Funktionswert der Einflussfunktion am Angriffspunkt der Last entspricht. In diesem Sinne erfolgt auch die

graphische Aufbereitung der Sensitivitäten nach allgemeinen Parametern. In Abb. 5 sind hierfür zwei Beispiele gegeben. Im linken Teilbild ist die Sensitivitätskarte der Durchbiegung $g \hat{=} u$ in Brückenmitte nach dem E-Modul der einzelnen Bauteile dargestellt. Die Sensitivitätsanalyse liefert hierbei für den E-Modul $s_i \hat{=} E_i$ des i -ten Bauteils gemäß Gl. 14 den skalaren Ableitungswert du/dE_i . Dieser skalare Wert ist in der Sensitivitätskarte als konstanter Wert über die Länge des i -ten Bauteils dargestellt. Somit ist auch hier - analog zur Einflussfunktion - die Beziehung zwischen Antwortgröße und Parameter am Ort des Parameters ersichtlich. Anhand der Karte erkennt man, dass der E-Modul des Bauteils im Bogenscheitel die betragsmäßig größte Sensitivität aufweist. Die Karte auf der rechten Seite in Abb. 5 stellt die Sensitivitäten der räumlichen Position ausgewählter FE-Knoten ebenfalls bzgl. der Durchbiegung u dar. Diese Sensitivitäten drücken die Empfindlichkeit nach Abweichungen zwischen der tatsächlichen von der geplanten Tragwerksgeometrie aus. Da pro Knoten Sensitivitäten nach der Position in die drei Raumrichtungen berechnet werden, empfiehlt sich eine graphische Darstellung als Vektorpfeil am jeweiligen Knoten. Man erkennt, dass nur 4 der betrachteten Knoten einen vergleichsweise großen Einfluss auf die Durchbiegung haben.

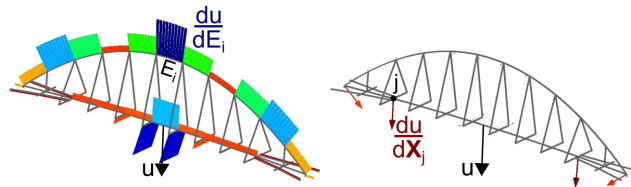


Abbildung 5: Sensitivitätskarten der vertikalen Durchbiegung u in Brückenmitte nach den E-Modulen (links) und nach der räumlichen Position von FE-Knoten (rechts)

In Abb. 5 (links) sind Sensitivitäten der E-Module der einzelnen Bogensegmente dargestellt. Optional kann auch der E-Modul eines jeden Finiten Elements als eigenständiger Parameter betrachtet werden. Stellt man diese Sensitivitäten dar, so ergibt sich ein annähernd kontinuierlicher Verlauf der Sensitivität, dies ist in Abb. 6 (oben) für den Brückenbogen dargestellt. Durch Integration dieses Verlaufs über die einzelnen Bogensegmente, erhält man die bereits aus Abb. 5 (links) bekannten Sensitivitäten (vgl. Abb. 6 links unten). Wird stattdessen der gesamte Bogen als Integrationsgebiet gewählt, ist das Ergebnis die Sensitivität der Verschiebung u nach dem E-Modul des gesamten Bogens (Abb. 6 rechts unten), was durch die konstante Visualisierung über die gesamte Bogenlänge illustriert wird. Da es sich bei den Sensitivitäten der Elemente um diskrete Werte handelt, vereinfacht sich die Integration zu einer Addition der Elementsensitivitäten im jeweiligen Integrationsgebiet. Folglich kann die Sensitivität bzgl. des E-Moduls des gesamten Bogens auch durch Addition der Sensitivitäten der Bogensegmente bestimmt werden.

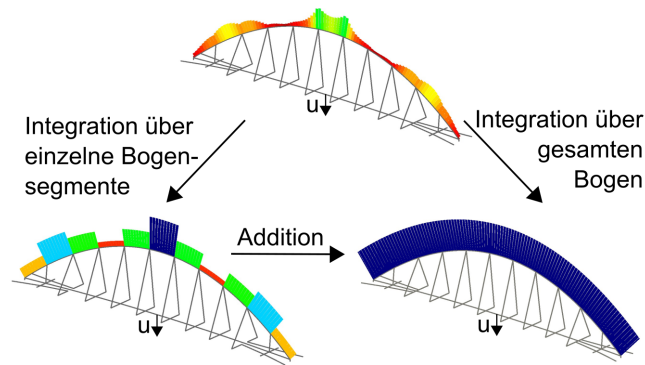


Abbildung 6: Sensitivitätsverteilungen und deren Zusammenhang für Antwortgröße „Durchbiegung u“ nach dem Parameter „E-Modul des Bogens“

4.2 Näherungsformel zur Berücksichtigung von probabilistischen Parametereigenschaften

4.2.1 Vorüberlegungen

Die Methode der verallgemeinerten Einflussfunktionen liefert Ableitungswerte, welche die Parameterrelevanz im verwendeten Berechnungsmodell beschreiben. Um zu einer Einschätzung zu kommen, ob ein Parameter sicherheitsrelevant ist, müssen noch dessen probabilistischen Eigenschaften hinzugezogen werden. So ist bspw. ein Parameter mit einer hohen Sensitivität eine wichtige Größe im statischen System aber möglicherweise trotzdem nicht zugleich auch sicherheitsrelevant, falls er nur eine geringe Streuung aufweist.

Zur umfassenderen Beurteilung der Sicherheitsrelevanz müssten hierzu globale Sensitivitätsmaße (bspw. FORM α -Sensitivitäten) der Grenzzustandsgleichung verwendet werden. Allerdings möchte man gerade bei einer Bemessung mit dem semi-probabilistischen Sicherheitskonzept die Durchführung von probabilistischen Methoden vermeiden. Aus diesem Grund wird eine auf Ableitungswerten basierte Näherungsformel für die Beurteilung vorgeschlagen. Hierbei handelt es sich um eine Erweiterung der aus der First-Order Second-Moment Methode (FOSM) abgeleiteten Sensitivitätsmaße für unkorrelierte Variablen

$$w_i = \frac{\frac{dG}{ds_i}(\mathbf{s} = \boldsymbol{\mu}_s) \cdot \sigma_i}{\sqrt{\sum_i \left(\frac{dG}{ds_i}(\mathbf{s} = \boldsymbol{\mu}_s) \cdot \sigma_i \right)^2}}. \quad (17)$$

Das Sensitivitätsmaß w_i einer Grenzzustandsfunktion G bzgl. des i -ten Parameters ergibt sich nach Gl. 17 aus der Wertung der Ableitung nach dem jeweiligen Parameter mit dessen Standardabweichung σ_i . Der FOSM-Ansatz ergibt sich aus einer Linearisierung von G nach den Parametern \mathbf{s} , wobei der Referenzpunkt der Linearisierung der Vektor der Mittelwerte der Parameter ($\mathbf{s} = \boldsymbol{\mu}_s$) ist. Somit liefern die Sensitivitätsmaße nach Gl. 17 nur eine brauchbare Einschätzung hinsichtlich der Sicherheitsrelevanz, wenn das Strukturverhalten am Mittelwertspunkt $\boldsymbol{\mu}_s$ vergleichbar zum Verhalten am Bemessungspunkt \mathbf{s}^* ist. Diese Fragestellung ist insbesondere bei nichtlinearem Strukturverhalten von großer Relevanz, da sich das System bspw. unter einer Last auf Mittelwertniveau anders verhält.

ten kann als unter Designlast, was wiederum zu anderen Ableitungswerten führt. Wird die Sensitivitätsanalyse am Bemessungspunkt \mathbf{s}^* anstatt in $\boldsymbol{\mu}_s$ ausgewertet, um für den Versagenszustand repräsentativere Ableitungswerte zu bekommen, so ist die Wertung mit der Standardabweichung allerdings bei nicht normalverteilten Basisvariablen unzutreffend, was ebenfalls zu Fehleinschätzungen führen kann. Lediglich im Falle von ausschließlich normalverteilten und unkorrelierten Basisvariablen ist die Wichtung mit der Standardabweichung passend und die Sensitivitätsmaße nach Gl. 17 entsprechen in diesem Fall sogar den FORM α -Sensitivitäten, falls die Ableitungen am Bemessungspunkt nach FORM bestimmt werden ($\mathbf{s} = \mathbf{s}^*$). Soll die Aussagekraft der Sensitivitätsmaße nach Gl. 17 durch Anpassung an die mehr aussagekräftigeren α -Sensitivitäten verbessert werden, so stellen sich zwei wesentliche Fragen: Einerseits ist zu überlegen, welche Parameterwerte \mathbf{s} bei der Sensitivitätsanalyse angesetzt werden, da der FORM Bemessungspunkt \mathbf{s}^* im Rahmen einer semi-probabilistischen Bemessung nicht ermittelt wird und andererseits ist zu klären, wie die Streuungseigenschaften für nicht normalverteilte Parameter zutreffender berücksichtigt werden können.

Für erstere Frage wird vorgeschlagen, die Ableitungen am Bemessungspunkt nach Teilsicherheitskonzept (d.h. mit Lasten und Widerstandswerten auf Designniveau) auszuwerten, da hierbei angenommen werden kann, dass das Strukturverhalten ähnlich als am FORM-Bemessungspunkt ist und somit die Ableitungswerte repräsentativer für den Versagenszustand sind. Des Weiteren fügt sich dieses Vorgehen durch die Verwendung gleicher Parameterwerte gut die Bemessung nach Teilsicherheitskonzept ein. Dieser Idee folgend wird insbesondere bei Lasten und Widerstandswerten vom Mittelwert abgewichen. Somit ist es wichtig, die Streuungseigenschaften deren zugrundeliegenden Verteilungen möglichst zutreffend zu werten. Hierbei empfiehlt sich somit ein besonderes Augenmerk auf Gumbelverteilungen für Lasten und Lognormalverteilungen für Widerstandswerte. Zumal es sich hierbei auch um die Verteilungstypen handelt, welche neben der Normalverteilung in DIN EN 1990, Anhang C [4] enthalten sind.

4.2.2 Herleitung

Wichtungsfaktoren der Ableitung für verschiedene Verteilungstypen können aus einer Annäherung der Transformation der Ableitungen in den Standardnormalraum gewonnen werden, welche erforderlich ist, um α -Sensitivitäten zu bestimmen. Interessierte finden weiterführende Informationen zur Transformation in [27]. FORM α -Sensitivitäten sind definiert als der negative normierte Gradient der Grenzzustandsgleichung im Standardnormalraum. Zur Bestimmung muss hierzu der Gradient der Grenzzustandsgleichung dG/ds am Bemessungspunkt \mathbf{s}^* ausgewertet und mit der Jacobi-Matrix \mathbf{J} gemäß Gl. 18 in den Standardnormalraum transformiert werden.

$$\frac{dG}{d\mathbf{u}}(\mathbf{u}^*) = \mathbf{J}^{-1} \frac{dG}{ds}(\mathbf{s}^*) \quad (18)$$

Im Falle von unkorrelierten Basisvariablen ist die Jacobi-Matrix eine Diagonalmatrix auf dessen Hauptdiagonale Quotienten aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Variable

$f_i(\cdot)$ und der Standardnormalverteilung $\varphi(\cdot)$ enthalten sind, wie Gl. 19 zeigt.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{f_i(s_1^*)}{\varphi(u_1^*)} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{f_i(s_i^*)}{\varphi(u_i^*)} & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & \frac{f_n(s_n^*)}{\varphi(u_n^*)} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Gemäß Definition der α -Sensitivitäten und unter Berücksichtigung der Gl. 18 und Gl. 19 können die α -Werte in Abhängigkeit der Ableitungen im physikalischen Raum formuliert werden:

$$\alpha_i = -\frac{\frac{dG}{du_i}(\mathbf{u}^*)}{\left\| \frac{dG}{du_i}(\mathbf{u}^*) \right\|_2} = -\frac{\frac{dG}{ds_i}(\mathbf{s}^*) \cdot \frac{\varphi(u_i^*)}{f_i(s_i^*)}}{\sqrt{\sum_i \left(\frac{dG}{ds_i}(\mathbf{s}^*) \cdot \frac{\varphi(u_i^*)}{f_i(s_i^*)} \right)^2}} \quad (20)$$

Vergleicht man das Resultat in Gl. 20 mit den FOSM-Sensitivitätsmaßen in Gl. 17, so stellt man eine formale Gleichheit fest und kann erkennen, dass eine verbesserte Abschätzformel der Parameterrelevanz mit verschiedenen Verteilungstypen die Verwendung bzw. Approximation des Quotienten der Wahrscheinlichkeitsdichtefaktoren erfordert. Im Falle einer Normalverteilung entspricht der Quotient der Standardabweichung σ_i und ist konstant für verschiedene Parameterwerte. Im Falle von Lognormal- und Gumbelverteilung kann ein annähernd lineares Verhalten des Quotienten bei unterschiedlichen Parameterwerten beobachtet werden. Somit lässt sich der Quotient durch eine Gerade annähern, welche sich jeweils in Abhängigkeit des Mittelwertes μ_i und der Standardabweichung σ_i formulieren lässt. Für die Lognormalverteilung ergibt sich die Näherungsgerade zu

$$\frac{\varphi(u_i^*)}{f_i(s_i^*)} = s_i^* \cdot \sqrt{\ln \left[\left(\frac{\sigma_i}{\mu_i} \right)^2 + 1 \right]} \approx s_i^* \cdot \frac{\sigma_i}{\mu_i} \quad (21)$$

und für die Gumbelverteilung zu

$$\frac{\varphi(u_i^*)}{f_i(s_i^*)} \approx (s_i^* - \mu_i) \cdot \tau + \sigma_i \quad (22)$$

wobei hierbei noch ein zusätzlicher Parameter τ vonnöten ist, welcher von der Streuung abhängig ist. Werte hierfür sind in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten *c.o.v.* in Tabelle 2 gegeben.

Variationskoeffizient <i>c.o.v.</i>	0,05	0,10	>0,15
τ	0,25	0,30	0,33

Tabelle 2: Steigungsparameter τ für den Wichtungsfaktor der Gumbelverteilung

Zusammengefasst ergibt sich somit eine modifizierte Abschätzformel der Parameterrelevanz

$$w_i = \frac{\frac{dG}{ds_i}(\mathbf{s}^*) \cdot \lambda_i}{\sqrt{\sum_i \left(\frac{dG}{ds_i}(\mathbf{s}^*) \cdot \lambda_i \right)^2}} \quad \text{mit} \quad \lambda_i = \begin{cases} \sigma_i & \text{(Normalverteilung)} \\ s_i^* \cdot c.o.v._i & \text{(Lognormalverteilung)} \\ (s_i^* - \mu_i) \cdot \tau + \sigma_i & \text{(Gumbelverteilung)} \end{cases} \quad (23)$$

wobei, wie bereits beschrieben wurde, zur Generierung repräsentativer Ableitungswerte die Durchführung der Sensitivitätsanalyse am Bemessungspunkt nach Teilsicherheitskonzept empfohlen wird. Aufgrund der in Gl. 23 durchgeführten Normierung ist hierbei weniger die Übereinstimmung der Absolutwerte der Ableitungen entscheidend, sondern das Verhältnis der Ableitungen der einzelnen Parameter untereinander. Es sei darauf hingewiesen, dass die Wichtungsfaktoren λ_i bei Ansatz von Parametermittelwerten $s_i^* = \mu_i$ der Standardabweichung entsprechen, wodurch die Sensitivitätsfaktoren der Gl. 17 und Gl. 23 für Mittelwerte identisch sind.

4.2.3 Anwendung am Beispiel einer Membranstruktur

Betrachtet werden soll das in Abb. 7 dargestellte Membran Vierpunkt-Segel, welches der Round Robin Exercise [28] entnommen ist. Die Membran wird durch Schnee belastet.

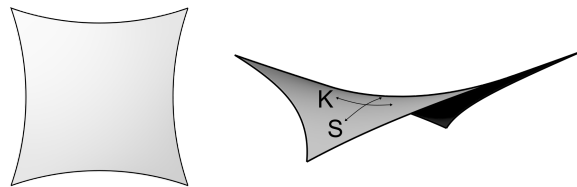


Abbildung 7: Vierpunkt-Segel: Draufsicht (links) und 3D-Ansicht mit Kennzeichnung von Kett- (K) und Schussrichtung (S)

Für die Eignung dieser Struktur zum Test der Näherungsformel sprechen zwei wesentliche Gründe: Zum einen handelt es sich um eine Struktur mit ausgeprägt nichtlinearem Verhalten, bei welcher vor allem der Wert des Parameters Lastintensität großen Einfluss auf das Strukturverhalten und somit auf die Sensitivitäten hat. So verliert die Membran in Schussrichtung (siehe Abb. 7) mit zunehmender Belastung an Zugspannung, wodurch Faltenwurf auftreten kann. Somit kann die Eignung des Bemessungspunktes nach Teilsicherheitskonzept getestet werden. Zum anderen stellt die Round Robin Exercise probabilistische Eigenschaften der Systemparameter bereit. Allerdings werden hiervon in der Folge nicht die Mittelwerte von Schneelast, Vorspannung und Reißfestigkeit verwendet. Diese werden durch Bemessung mit dem Teilsicherheitskonzept so festgelegt, dass die Membran im betrachteten Grenzzustand „maximale Spannung erreicht Reißfestigkeit“ voll ausgelastet ist und auf Designlastniveau bereits partiell Zugverlust erlitten hat. Die für die nachfolgenden Analysen verwendeten Rechenwerte finden sich in Tabelle 3. Der Lastwert von $s = 0,9kN/m^2$ wurde hierbei mit dem 98%-Quantil und einem Teilsicherheitsbeiwert von 1,5 berechnet und der Wert der Reißfestigkeit $f_y = 7.317kN/m^2$ ergibt sich aus dem 5%-Quantil und einem Teilsicherheitsfaktor von 1,1. Abweichend zu den Regelungen in Abschnitt 6.3.2 (4) in DIN EN 1990 [4] bei nichtlinearem Zusammenhang zwischen Ein- und Auswirkung, wurde somit der Teilsicherheitsfaktor direkt auf den charakteristischen Wert der Schneelast appliziert und nicht erst auf deren Auswirkung (maximale Membranspannung). Dieses Vorgehen wurde gewählt, da zu erwarten ist, dass die Membran vor Erreichen des Versagenszustandes bereits in Teilen Zugverlust in Schussrichtung erlitten hat, was durch Ansatz der charakteristischen Last nicht treffend abgebildet werden kann. Die Abweichung von der Norm kann damit gerechtfertigt werden, dass es in diesem

Zusammenhang nicht darum geht, einen normativ geregelten Bemessungswert zu finden, sondern es das Ziel ist, einen für den Versagensfall nach FORM möglichst repräsentativen Systemzustand zu generieren.

Basisvariable	Schnee s [kN/m ²]	Vorspannung p [kN/m ²]	E-Modul E [kN/m ²]	Schubmodul G [kN/m ²]	Reißfestigkeit f _y [kN/m ²]
Verteilung	Gumbel	Normal	Normal	Normal	Normal
Mittelwert	0,34	3.000	600.000	30.000	8.677
c.o.v.	0,3	0,25	0,07	0,10	0,044
Bemessungs- punkt	0,9	3.000	600.000	30.000	7.317

Tabelle 3: Basisvariablen der Membranstruktur

In Abb. 8 werden für die Parameter (vgl. Tabelle 3) folgende Sensitivitätsmaße dargestellt (Bei den Variablen Vorspannung, E-Modul ist hierbei jeweils ein Wert für Kett- und Schussrichtung angegeben, was durch die Indizes „K“ und „S“ angedeutet ist):

- α -Sensitivitäten aus FORM
- Sensitivitätsmaße nach Gleichung Gl. 17 bzw. Gl. 23, berechnet mit Mittelwerten
- Sensitivitätsmaße nach Gleichung Gl. 17, berechnet am Bemessungspunkt
- Sensitivitätsmaße nach Gleichung Gl. 23, berechnet am Bemessungspunkt

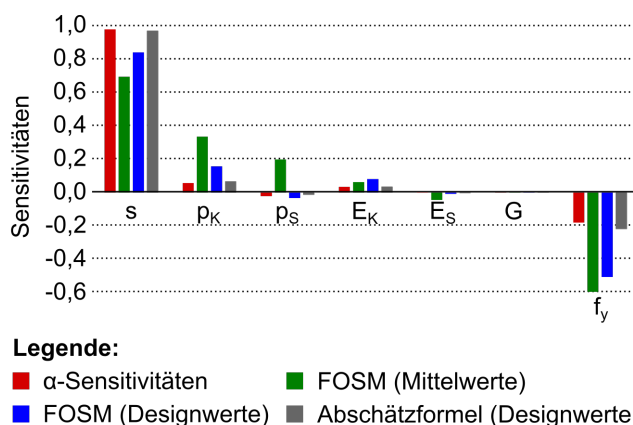


Abbildung 8: Vergleich verschiedener Sensitivitätsmaße der Grenzzustandsgleichung

In Abb. 8 erkennt man bei den Sensitivitätsmaßen nach Gl. 17 im Vergleich zu den α -Sensitivitäten eine Unterschätzung der Relevanz der Last bei gleichzeitiger Überschätzung der Wichtigkeit der restlichen Parameter. Diese Diskrepanz kann auf die unzutreffende Wertung der gumbelverteilten Last mit der Standardabweichung zurückgeführt werden und kann durch die alternative Wertung gemäß Gl. 23 behoben werden. Die großen

Unterschiede der Sensitivitätsmaße auf Mittelwert- und Bemessungsniveau verdeutlichen zudem die Wichtigkeit der angesetzten Parameterwerte (hier vor allem der Lastintensität) bei der adjungierten Sensitivitätsanalyse. Insgesamt kann beim Vergleich zwischen α -Sensitivitäten und den Ergebnissen aus erweiterter Näherungsformel festgestellt werden, dass letztere eine gute Einschätzung der Relevanz der einzelnen Parameter erlauben. Auf den betrachteten Grenzzustand der Tragfähigkeit haben gemäß den Sensitivitätswerten nur die Lastintensität und die Reißfestigkeit nennenswerten Einfluss. Die restlichen Parameter können als nicht sicherheitsrelevant eingeschätzt werden.

Zur Berechnung der Sensitivitätskennmaße wurde die Intensität der vollflächigen Schneelast als ein Parameter behandelt. Zusätzliche Informationen über das Tragverhalten der Membran können gewonnen werden, wenn die räumliche Verteilung der Lastintensität bzgl. der maximalen Spannung berechnet und als Sensitivitätskarte (Abb. 9) aufbereitet wird. In der auf Designlastniveau ermittelten Karte erkennt man, dass nur Variationen von Lasten im Verbindungsbereich zwischen den Hochpunkten (Kettrichtung) größeren Einfluss auf die Spannung haben, wohingegen sich die Laständerungen in den Bereichen um die Tiefpunkte kaum Einfluss haben. Außerdem ist das Vorhandensein von Bereichen mit negativer Sensitivität erwähnenswert, in welchen eine Erhöhung der Last die max. Spannung reduziert. Somit wirken auch unter Designlast noch räumliche Trageffekte, welches die Membran bspw. von einem zwischen den Hochpunkten gespannten Seil unterscheidet, wobei es sich hierbei um ein Ersatzmodell handelt, welches häufig zur Bemessung der Reißfestigkeit solcher Vierpunkt-Segel verwendet wird.

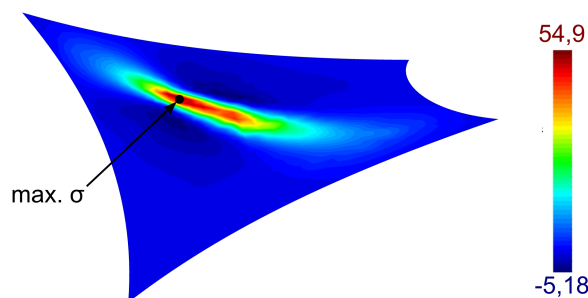


Abbildung 9: Räumliche Verteilung der Lastsensitivität bzgl. der max. Spannung σ (ermittelt auf Designlastniveau)

4.3 Fazit und Zusammenfassung

In Form der adjungierten Sensitivitätsanalyse bzw. der Methode der verallgemeinerten Einflussfunktionen wurde ein Verfahren zur Sensitivitätsanalyse präsentiert, welches die Fähigkeit aufweist, die Tragwerksplanung bzw. Bemessung als ein unterstützendes Werkzeug zu bereichern. Die adjungierte Sensitivitätsanalyse zeichnet sich hierfür insbesondere durch

- einen von der Anzahl an zu betrachtenden Parametern weitestgehend unabhängigen Rechenaufwand

- die methodische Äquivalenz zur in der Baupraxis bekannten Technik der Einflusslinien
- die generierbaren Sensitivitätskarten, welche analog zu Einflusslinien gelesen werden können

aus. Zur Verknüpfung der lokalen Sensitivitäten aus adjungierter Analyse mit den Streuungseigenschaften der Basisvariablen wurde zudem eine Näherungsformel präsentiert. Diese öffnet die Sensitivitätsmaße nach dem First-Order Second-Moment Ansatz für Gumbel- und Lognormalverteilungen und bietet somit mehr Möglichkeit die Parameterrelevanz unter Berücksichtigung der probabilistischen Eigenschaften der Parameter abzuschätzen. Insbesondere ermöglicht es die Formel im Gegensatz zum First-Order Second-Moment Ansatz von den Parametermittelwerten bei der Auswertung abzuweichen. So können bspw. die Sensitivitätsmaße unter Designlastniveau bestimmt werden.

5 Sensitivitätsanalyse - Systematische Anwendung bei Bemessung und Sicherheitsbeurteilung

5.1 Motivation

Bereits in der GruSiBau 1981 [5] werden in Abschnitt 7.2 „Kontrolle der Planungsvorgaben“ verschiedene Kontrollen der statischen Berechnung gefordert. So ist laut GruSiBau unter anderem zu prüfen „ob die Berechnung [...] die tatsächlichen Einflüsse [und] Randbedingungen [...] erfaßt“ und „ob geeignete Rechenmodelle verwendet werden“ [5, §7.2.1]. Um diesen Anforderungen nachzukommen, muss sich somit gezielt mit den verwendeten Modellen auseinandergesetzt werden. Es ist sich hierbei einerseits mit der Identifikation von relevanten Modellparametern zu befassen, um diese bei der Berechnung entsprechend berücksichtigen zu können und andererseits mit der Kontrolle des Modells selbst. Sensitivitätsanalysen eignen sich als ergänzendes Hilfswerkzeug, um diesen Aufgaben auch bei komplexen Modellen, d.h. solchen, die sich dem intuitiven Verständnis entziehen, nachgehen zu können. Zur möglichen Eingliederung von Sensitivitätsanalysen in diesen Kontrollprozess, wird in der Folge eine systematische Analyse- und Entscheidungskette vorgestellt und anhand von Beispielen aus der Tragwerksplanung illustriert.

5.2 Systematische Analyse und Entscheidungskette

Die vorgeschlagene Handlungsempfehlung umfasst die übergeordneten Phasen Problemdefinition, Identifikation, Beurteilung und Kontrolle. Diese ist schematisch in Abb. 10 dargestellt.

Problemdefinition

Eine wesentliche Herausforderung bei der Verwendung von Sensitivitätsanalysen ist die Festlegung der Antwortgrößen und Modellparameter, für welche Sensitivitäten zu berechnen sind. Das Objekt Bauwerk besitzt Unikats-Charakter mit jeweils anderen Herausforderungen bei der Planung. Des Weiteren lässt sich ein Bauwerk in unterschiedlicher Art und Weise modellieren und ist auch je nach Fragestellung (d.h. in Abhängigkeit welches Phänomen zu berechnen ist) unterschiedlich zu modellieren. Aus diesen Gründen ist eine allgemeingültige Festlegung der zu untersuchenden Antwortgrößen und Modellparameter nicht möglich.

Bei der Parameterwahl kann man allerdings ausnutzen, dass es die adjungierte Sensitivitätsanalyse erlaubt, die Sensitivitäten selbst für eine sehr große Parameteranzahl effizient zu berechnen. Es bietet sich grundsätzlich an, Sensitivitäten nach den Modellparametern zu bestimmen, welche in DIN EN 1990 als potentielle Basisvariablen aufgeführt sind [4, §4]. Es handelt sich hierbei um

- Einwirkungen
- Material- und Produkteigenschaften

- geometrische Eigenschaften.

Die Auswahl wird vervollständigt durch projekt- bzw. modellspezifisch auftretende Parameter (als Beispiel siehe hierzu Kapitel 5.3).

Bei der Bewertung und Kontrolle von Modellen sollte man sich auch der Präsenz von Modellunsicherheiten gewahr sein. Auch wenn es durch die Sensitivitätsanalyse nicht möglich ist, eine Sensitivität nach der Modellunsicherheit als Parameter unmittelbar selbst zu berechnen, so können dennoch Teilaspekte dieser untersucht werden. Nach dem *Model Code* des *JCSS* [29] tragen unter anderem die Vernachlässigung von 3-D Effekten, Inhomogenitäten, Interaktionen, Randeffekten, Imperfektionen oder vereinfacht modellierte Anschlüsse zu den Modellunsicherheiten von statischen Modellen bei. Viele der genannten Aspekte korrespondieren direkt oder indirekt mit Modellparametern (z.B. Ersatzfedersteifigkeiten zur Modellierung von Rand- oder Übergangsbedingungen) nach denen Sensitivitäten berechnet werden können und somit bei der Parameterauswahl im Rahmen der Problemdefinition mitberücksichtigt werden sollten.

Bei der Auswahl von Antwortgrößen sind vor allem Modellantworten von Interesse, welche Teil einer Grenzzustandsfunktion oder von Bemessungsungleichungen sind. Allerdings bieten moderne Berechnungsprogramme die Möglichkeit, Querschnittsbemessungen automatisiert durchführen zu lassen, wodurch von der Anwender:in keine Bemessungsungleichungen explizit formuliert werden und folglich keine für die Sensitivitätsanalyse relevanten Modellantworten vorliegend sind. Bei komplexen Tragwerken mit vielen Bauteilen könnte es somit eine Auswahlstrategie sein, die Bemessungsgrößen (z.B. Bemessungsmoment) des am stärksten beanspruchten Bauteils mit somit größtem Ausnutzungsgrad einer Bauteilgruppe als Antwortgrößen für die Sensitivitätsanalyse zu verwenden. Im Beispiel in Kapitel 5.3 wird so bspw. das Biegemoment des Kragarms mit dem größten Biegemoment aller Kragarme mit identischem Querschnitt bei einer bestimmten Einwirkungskombination als Antwortgröße gewählt.

Identifikation

Ist die Vorauswahl an Antwortgrößen und Modellparametern getroffen, können mit der Methode der verallgemeinerten Einflussfunktionen die Sensitivitäten bestimmt und wie in Kapitel 4.1.5 erläutert, graphisch aufbereitet werden. Hierbei ist es vorteilhaft, wenn man die Sensitivitäten normalisiert (vgl. Kapitel 4.1.3). Sind die Sensitivitätskarten erzeugt, werden diese im Rahmen einer Screeningphase durchgesehen, wodurch ein erster Überblick über wichtige Parameter oder Bauteile gewonnen werden kann. Dies führt zu einer Vorauswahl von potentiell sicherheitsrelevanten Parametern.

Beurteilung und Kontrolle

Im Rahmen von Beurteilung und Kontrolle sollte in einem ersten Schritt evaluiert werden, was der Grund für die Variation des Parameterwerts ist. Von Belang ist hierbei insbesondere die Unterscheidung, ob eine mögliche Variation eines Parameters aufgrund dessen zufallsbedingten Streuung (z.B. streuende Baustoffeigenschaft) oder aus einer Modellannahme bzw. Modellierungsentscheidung bei Definition des Modells (z.B. Annahme einer Federsteifigkeit zur Modellierung von Randbedingungen) resultiert. Da die Parameteridentifikation auf Basis von Ableitungswerten stattfindet, können zur weiterführenden Einschätzung der Relevanz von Parametern, welche einer zufallsbedingten Streuung un-

terliegen, in kritischen Situationen ergänzend globale Sensitivitätsmaße oder bspw. das in Kapitel 4.2 geschilderte Näherungsverfahren hinzugezogen werden.

Ist die Unsicherheit hinsichtlich der betrachteten Outputgröße durch die zufallsbedingte Streuung des Parameters gegeben, so sind in Abhängigkeit des verwendeten Verfahrens zur Quantifizierung der Sicherheit folgende Maßnahmen denkbar:

- Wird die Zuverlässigkeit gemäß eines probabilistischen Verfahrens (z.B. FORM) quantifiziert, so ist zu kontrollieren, ob die als maßgebend eingestuften Parameter in der Menge der Basisvariablen enthalten sind.
- Wird das semi-probabilistische Teilsicherheitskonzept gewählt, so ist sicherzustellen, dass der Einfluss der als maßgebend eingestuften Parameter durch explizite Sicherheitskomponenten (charakteristische Werte, Teilsicherheitsbeiwerte oder additive Sicherheitselemente) hinreichend erfasst wird. Die Vorzeichen der Sensitivitäten erlauben günstige bzw. ungünstige Parametereinflüsse hinsichtlich der Outputgröße zu unterscheiden, wodurch die Art, wie die expliziten Sicherheitskomponenten appliziert bzw. gewählt werden, kontrollierbar ist. Diese Kontrolle ist vor allem für nicht explizit gegebene oder nichtlineare Grenzzustandsfunktionen bzw. deren Komponenten von Bedeutung.

Halten die der Bemessung zugrundeliegenden Normen keine Regelungen hinsichtlich der expliziten Sicherheitskomponenten für den jeweiligen Parameter vor, so bieten sich bspw. Grenzwertbetrachtungen durch ungünstig wirkende Modifikation des Parameterwerts an.

Liegt eine nennenswerte bzw. auffällige Sensitivität nach einem Parameter vor, dessen Wert bzw. Vorhandensein auf bestimmten Modellannahmen bzw. Modellierungsentscheidungen zurückzuführen ist, so dienen die Ergebnisse von Sensitivitätsanalysen als Grundlage zur Kontrolle oder zur Modifikation des Modells. Hierbei ist auch zu überprüfen, ob die Parameterempfindlichkeit die Folge einer bestimmten, eventuell sogar fehlerhaften Modellierungsentscheidung im Modellierungsprozess ist, welche durch eine alternative Modellierung weniger ausgeprägt oder nicht vorhanden ist (z.B. Sensitivität nach der Biegesteifigkeit einer Pendelstütze ist ungleich Null, da Übergangsbedingungen zur Decke falsch gewählt wurden). In Kapitel 5.4 wird der Einfluss einer Modellmodifikation auf Sensitivitäten beispielhaft illustriert.

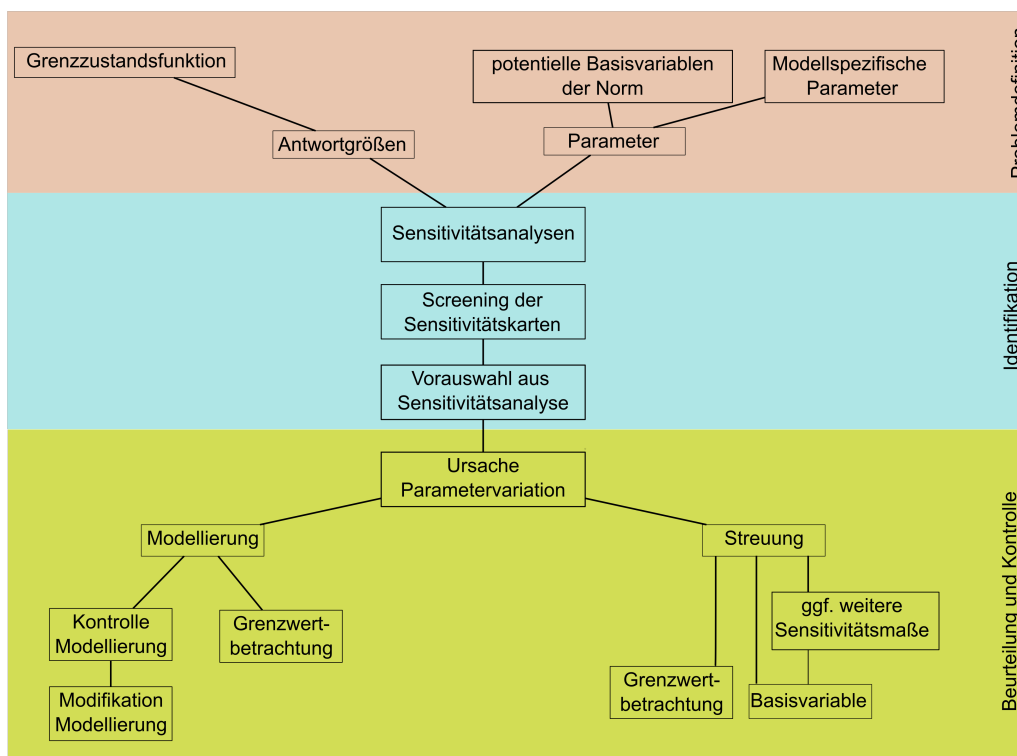


Abbildung 10: Analyse- und Entscheidungskette zur Handhabung von Tragwerksempfindlichkeiten

5.3 Beispiel 1: Dachfläche

Zur beispielhaften Illustration des in Kapitel 5.2 beschriebenen Verfahrens wird eine Dachkonstruktion betrachtet. Diese besteht aus einem Trägerrost aus Holz, welcher durch eine Holzplatte beplankt ist (siehe Abb. 11). Die Dachfläche ist auf Stützen punktförmig gelagert. Eine wesentliche Herausforderung bei der Bemessung der Bauteile der Dachfläche ist die Problematik, dass viele der Stützen nicht bis zur Gründung, sondern lediglich bis zur Spannbetondecke des darunterliegenden Stockwerks reichen. Die Verformungen der Spannbetondecke bspw. aus Kriechen und Schwinden stellen somit eine zusätzliche Belastung der Dachkonstruktion dar, welche durch Lagersenkungen modelliert wird. Die Größenmaße, die für die Lagersenkungen im Modell der Dachfläche angesetzt werden, sind das Resultat von Verformungsberechnungen auf Basis des Modells der Spannbetondecke (hier nicht dargestellt). Gemäß diesen Verformungsberechnungen sind Lagersenkungen im Modell der Dachfläche bis zu ca. 30mm anzusetzen. Es wird vermutet, dass sich die Lagersenkungen insbesondere auf das umlaufende steife Stahlfassadenband auswirken (vgl. Kennzeichnung in Abb. 11).

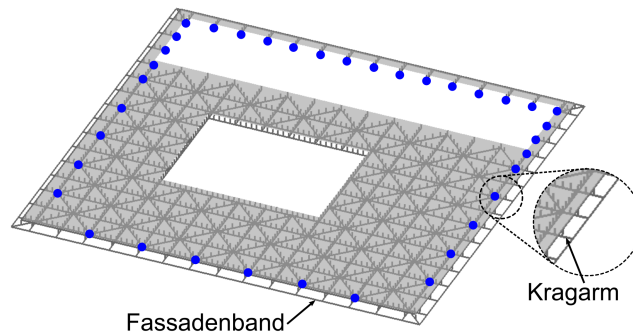


Abbildung 11: Dachkonstruktion: Beplankter Trägerrost aus Holz mit Kennzeichnung der betrachteten Auflager (blaue Punkte)

Problemdefinition

Im Kontext des in Kapitel 5.2 beschriebenen Ablaufs liegt für dieses Beispiel somit schon eine konkrete Vorstellung hinsichtlich potentiell relevanter Modellparameter vor. Auch besteht das Vorwissen, dass die Auflagersenkungen insbesondere großen Einfluss auf das umlaufende Fassadenband haben. D.h. in Bemessungen, in welchen Modellantwortgrößen des Fassadenbandes und von am Fassadenband anschließender Bauteile Teil der Bemessungsungleichung sind, ist mit großem Einfluss der Auflagersenkungen zu rechnen. Dies soll anhand von zwei betroffenen Bemessungsgrößen - den maßgebenden Biegemomenten des Fassadenbandes und der Kragarme, auf welchen sich das Fassadenband abstützt (siehe Kennzeichnungen in Abb. 11 und Abb. 13) - vorgeführt werden. Die betrachteten Auflager, für deren Senkungsparameter in der Folge Sensitivitäten berechnet werden, sind in Abb. 11 durch blaue Punkte gekennzeichnet. Es handelt sich hierbei um die entlang des Fassadenbandes verlaufenden Auflager.

Hätte man alternativ zu den einzelnen Modellen der Geschosse ein Gesamtmodell des Gebäudes für die Bemessung verwendet, müsste der Einfluss der Verformung der Spannbetondecke auf die Dachfläche durch die Betrachtung anderer Parameter untersucht werden, d.h. durch Modellparameter, welche maßgeblich die Verformung der Spannbetondecke an

den Stellen der aufgehenden Stützen beeinflussen. Hierin zeigt sich die Schwierigkeit einer allgemeingültigen Festlegung der zu untersuchenden Antwortgrößen und Modellparameter bei der Normung von Sensitivitätsanalysen durch den in Kapitel 5.2 angesprochenen Unikats-Charakter von Baustrukturen: Der Umstand, dass für das betrachtete Modell die Auflagersenkungen wichtige Parameter bzgl. des Fassadenbandes sind, ist das Resultat der projektspezifischen Eigenheit, dass nicht alle Stützen bis zur Gründung reichen sowie der Entscheidung, die Bemessung von Bauteilen der Dachfläche mit einem statischen Modell durchzuführen, welches sich auf die Dachfläche begrenzt.

Identifikation

Die Sensitivitätskarten für die beiden ausgewählten Bemessungsschnittgrößen sind in Abb. 13 zu finden. Die Ableitungen der Biegemomente nach den Senkungsmaßen der Auflager sind hierbei als Vektorpfeile am Ort des jeweiligen Auflagers dargestellt. An der Richtung des Pfeils kann das Vorzeichen der Sensitivität abgelesen werden. So kennzeichnen nach unten dargestellte Pfeile positive Sensitivitäten. Zur besseren Einschätzbarkeit der Relevanz der Lagersenkungen bzgl. der Biegemomente wurden die Ableitungswerte normalisiert. Die Normalisierung wurde dabei dahingehend gewählt, dass der Zahlenwert der prozentualen Änderung der Antwortgröße entspricht, falls sich die Lagersenkung um 1mm ändert. Die Größe der normalisierten Sensitivität ist anhand der Länge des Vektorpfeils ersichtlich.

In den Sensitivitätskarten in Abb. 13 erkennt man somit, dass jeweils fünf der betrachteten Auflagersenkungen nennenswerten Einfluss auf die Biegemomente haben (die Sensitivitäten nach den Senkungsmaßen der anderen Auflager sind im Verhältnis so klein, dass die jeweiligen Vektorpfeile zur Illustration dieser Sensitivitäten optisch nicht ersichtlich sind). Die Sensitivitätskarten unterstreichen zudem einerseits durch normalisierte Sensitivitätswerte von bis zu 9,19 (d.h. das Moment ändert sich um 9,19%, falls sich das entsprechende Auflager um 1mm senkt) die hohe Relevanz der Lagersenkungen und zeigen andererseits durch die Richtung der Vektorpfeile, dass es sowohl Lager gibt, deren Senkung sich ungünstig auf die Bemessungsmomente auswirkt, als auch Lagersenkungen mit günstigem Einfluss. Da die beiden betrachteten Biegemomente jeweils negatives Vorzeichen besitzen, weist eine negative Sensitivität darauf hin, dass sich bei einer Vergrößerung des Senkungsmaßes des entsprechenden Auflagers das Biegemoment betragsmäßig vergrößern wird oder anders ausgedrückt, weisen negative Sensitivitäten in diesem Fall auf ungünstigen Einfluss bei Parameterwertvergrößerung hin. Aufgrund der hohen normalisierten Sensitivitäten und in Anbetracht dessen, dass Auflagersenkungen bis zu 30mm erwartet werden, ist somit mit großen Unterschieden in den Designwerten der Biegemomente zu rechnen, je nachdem ob Lagersenkungen berücksichtigt und wie die entsprechenden Teilsicherheitsfaktoren appliziert werden.

Durch die Sensitivitätsanalyse als Zusatzwerkzeug konnte(n) somit aufbauend auf dem in der Problemdefinition beschriebenen Vorwissen

- die hohe Relevanz der Auflagersenkungen durch die normalisierten Sensitivitäten quantifiziert,
- die für eine bestimmte Antwortgröße wichtigsten Auflagersenkungen identifiziert,

- und die günstig von den ungünstig wirkenden Auflagersenkungen unterschieden

werden. Diese Informationen bilden die Grundlage der nachfolgenden Beurteilungs- und Kontrollphase.

Beurteilung und Kontrolle

Bei den angesetzten Auflagersenkungen im Modell der Dachfläche handelt es sich um eine indirekte Berücksichtigung von Verformungen der darunterliegenden Spannbetondecke (z.B. durch Schwinden und Kriechen). Mögliche Variationen der angesetzten Senkungsmaße begründen sich somit einerseits durch zufallsbedingte Verformungsprozesse der Spannbetondecke andererseits aber auch durch die Modellierung des Modells der Spannbetondecke. Der hohen Relevanz der Auflagersenkungen auf die Bemessungsmomente ist deshalb in diesen beiden Aspekten Rechnung zu tragen.

Da durch die Sensitivitätsanalysen die wichtigsten Auflagersenkungen bekannt sind, kann das Modell der Spannbetondecke gezielt kontrolliert werden. So bietet sich an, zu überprüfen, ob das Modell grundsätzlich dazu geeignet ist, die Verformungen an den benötigten Stellen abzubilden, um ggf. das Modell in diesem Sinne anschließend zu modifizieren. Hierbei können Sensitivitätsanalysen mit den benötigten Verformungen als Antwortgrößen assistieren. Auch ist denkbar eine detaillierte Studie für diese Verformungen durchzuführen, um zu untersuchen, welche Bandbreite diese annehmen können.

In DIN EN 1990 sind Auflagersenkungen als potentielle Basisvariablen in Form von indirekten Einwirkungen aufgeführt (siehe [4, §4.1.1]), wodurch der Einfluss der zufallsbedingten Streuung des Parameters „Auflagersenkung“ durch bestehende normative Regelungen berücksichtigt werden kann. Bei Berechnung der Designwerte der Biegemomente nach dem Teilsicherheitskonzept finden die Sensitivitäten in zweierlei Hinsicht Verwendung: Einerseits kann kontrolliert werden, ob alle als relevant identifizierten Auflagersenkungen bei Berechnung des Bemessungsmoments angesetzt werden und andererseits ist kontrollierbar, ob die Teilsicherheitsfaktoren nur auf die ungünstig wirkenden Auflagersenkungen appliziert werden. Zur Verdeutlichung der Wichtigkeit dieser Kontrollen hinsichtlich der Berücksichtigung der Auflagersenkungen bei Bestimmung der Designwerte, sollen abschließend die Bemessungsmomente auf drei Arten ermittelt werden:

- Eigengewicht ($\gamma_G = 1,35$), Wind ($\gamma_Q = 1,5$) und Schnee ($\psi_0 \cdot \gamma_Q = 0,5 \cdot 1,5$) ohne Ansatz der Lagersenkungen (Analyse 1)
- Eigengewicht ($\gamma_G = 1,35$), Wind ($\gamma_Q = 1,5$), Schnee ($\psi_0 \cdot \gamma_Q = 0,5 \cdot 1,5$) und Ansatz der Lagersenkungen, wobei alle Lagersenkungen mit einem Teilsicherheitsfaktor von $\gamma_F = 1,35$ beaufschlagt werden (Analyse 2)
- Eigengewicht ($\gamma_G = 1,35$), Wind ($\gamma_Q = 1,5$) und Schnee ($\psi_0 \cdot \gamma_Q = 0,5 \cdot 1,5$) mit Ansatz der Lagersenkungen, wobei nur ungünstig wirkende Lagersenkungen (identifiziert durch Sensitivitätsanalyse) mit einem Teilsicherheitsfaktor von $\gamma_F = 1,35$ beaufschlagt werden (Analyse 3)

Die Bemessungsmomente dieser Berechnungen finden sich in Abb. 12 und unterstreichen durch ihre bemerkenswerten Unterschiede die Relevanz der sorgfältigen Berücksichtigung

der Lagersenkungen. Dies wird besonders in Anbetracht dessen deutlich, dass die Bemessungsmomente in Fassadenband und Kragarm ohne Ansatz der Lagersenkungen vergleichbare Werte besitzen, aber aufgrund der größeren Sensitivitäten des Momentes im Fassadenband (was bei Gegenüberstellung Sensitivitätskarten in Abb. 13 auch rein optisch schnell erkannt werden kann) bei Berücksichtigung der Lagersenkungen deutlich unterschiedliche Bemessungswerte annehmen.

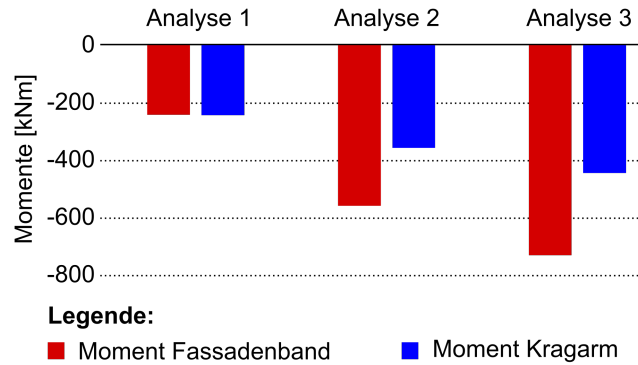
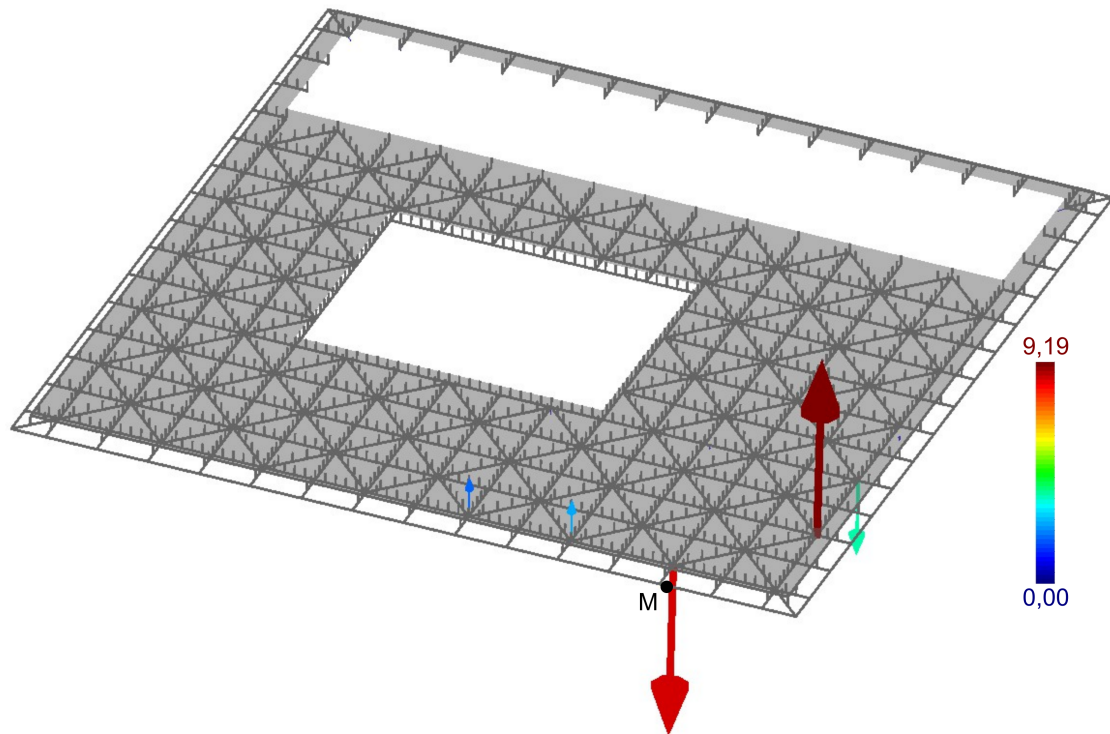
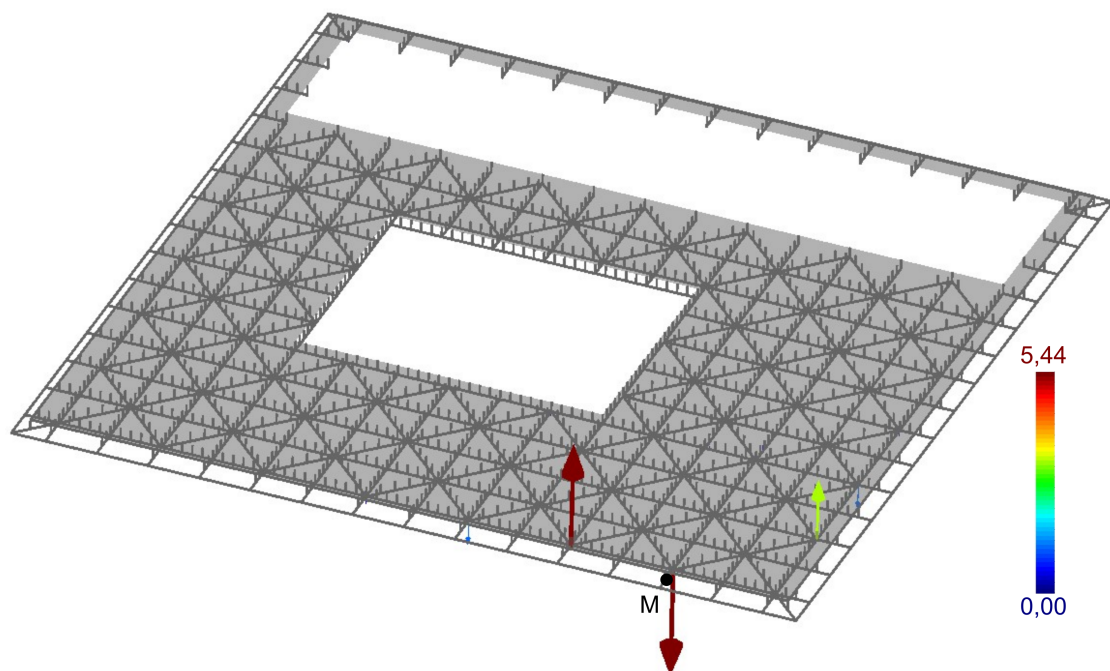


Abbildung 12: Bemessungsmomente aus unterschiedlicher Handhabung der Lagersenkungen

Selbstverständlich könnten Informationen hinsichtlich des Einflusses der Auflagerverschiebungen auch durch klassische Parameterstudien - d.h. durch wiederholte FE-Analyse mit jeweils einem anderen verschobenen Auflager - gewonnen werden. Hierbei besteht allerdings die Gefahr, dass relevante Auflagersenkungen übersehen und somit unberücksichtigt bleiben. Dieses Risiko kann durch die adjungierte Sensitivitätsanalyse reduziert werden, da hierbei systematisch alle Auflager betrachtet werden können. Zusätzlich können ohne nennenswerten zusätzlichen Rechenaufwand (vgl. Ausführungen in Kapitel 4.1.2) eine Vielzahl an zusätzlichen Sensitivitätsinformationen (z.B. für Material- oder Geometrie-parameter) bereitgestellt werden. Die graphisch aufbereiteten Ergebnisse erlauben zudem einen schnellen Überblick und dienen zur Dokumentation und Kommunikation von Entscheidungen im Zuge der Bemessung (z.B. warum bestimmte Lagersenkungen mit einem Teilsicherheitsfaktor beaufschlagt werden und warum andere nicht).



(1) Biegemoment (Fassadenband) nach Lagersenkungen



(2) Biegemoment (Kragarm) nach Lagersenkungen

Abbildung 13: Sensitivitätskarten einer Dachkonstruktion (Antwortgrößen: Bemessungsmomente, Parameter: Senkungsmaß von Knotenauflagern, Vorzeichendefinition: positive/negative Sensitivitäten sind durch nach unten/oben gerichtete Vektorpfeile ersichtlich)

5.4 Beispiel 2: Bogenbrücke

Betrachtet werden soll eine Bogenbrücke aus Stahl (siehe Abb. 14), welche als räumliches Stabtragwerk modelliert wird. Der Horizontalschub des Bogens wird durch ein Zugband aufgenommen, welches aber nicht über die komplette Brückenlänge durchlaufend ist, sondern seine Normalkraft beidseitig jeweils auf Höhe des zweiten äußeren Querträgers in den Hauptlängsträger einleitet.

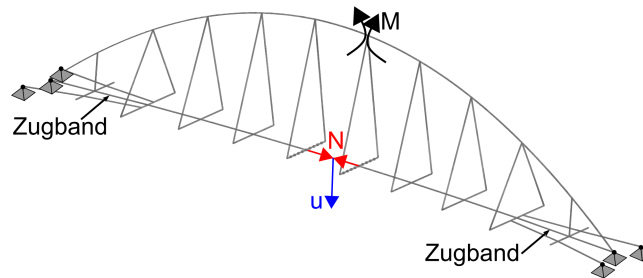


Abbildung 14: Statisches System einer Bogenbrücke mit Kennzeichnung der betrachteten Antwortgrößen Biegemoment M , Normalkraft N und Durchbiegung u

Problemdefinition

In diesem Beispiel liegt anderes als in Kapitel 5.3 kein projekt- bzw. modellspezifisches Vorwissen bzgl. potentiell relevanter Modellparameter vor. Aus diesem Grund wird in der Folge auszugsweise untersucht, welchen Einfluss Materialeigenschaften (z.B. E-Modul) bzw. geometrische Eigenschaften (z.B. Abweichungen von der Sollgeometrie), welche in der Norm als potentielle Basisvariablen (vgl. Kapitel 5.2) aufgeführt werden, auf ausgewählte Modellantwortgrößen haben. Diese Untersuchungen sollen beispielhaft anhand der Antwortgrößen

- Biegemoment M (am Hängeranschluss seitlich des Bogenscheitels)
- Normalkraft N (Hauptträger in Tragfeldmitte)
- Vertikale Durchbiegung u (Hauptträger in Tragfeldmitte)

und der Parameter

- E-Modul der Balkenbauteile
- räumliche Knotenposition der Verbindungsknoten der Bauteile

vorgeführt werden. Die betrachteten Antwortgrößen sind in Abb. 14 gekennzeichnet.

Identifikation

Die Sensitivitätskarten der in der Problemdefinition gewählten Antwortgrößen und Parameter sind in Abb. 15 dargestellt, wobei es sich bei den angegebenen Werten um normalisierte Sensitivitäten (n.S.) handelt (vgl. Kapitel 4.1.3). Hierzu sei angemerkt, dass die Normalisierung für Knotenpositionen nicht eindeutig ist, da die Knotenkoordinate kein

aussagekräftiger Parameterreferenzwert ist. Schließlich könnte man das gesamte Modell im Raum verschieben, was sämtliche Knotenkoordinaten ändern würde, aber nicht das Modell und dessen Verhalten. Aus diesem Grund wurde der Parameterreferenz in Gl. 15 zu $s_i = 1.0$ gesetzt. Der aus dieser Konvention resultierende Zahlenwert der normalisierten Sensitivität entspricht der prozentualen Änderung der Antwortgröße, falls sich die Knotenkoordinate um 1cm ändert.

Folgende Beobachtungen können durch das Screening der Karten gemacht werden (Hinweise zur Lesart der Karten finden sich Kapitel 4.1.5):

- Die betrachteten Parameter haben auf die Normalkraft (max. n.S. 0,03) weniger Einfluss als auf Biegemoment (max. n.S. 0,28) und Durchbiegung (max. n.S. 0,30)
- Der Einfluss sowohl des E-Moduls (|max. n.S.| 0,17 bzw. 0,13) als auch der Knotenpositionen (max. n.S. 0,28 bzw. 0,30) sind für Biegemoment und Durchbiegung vergleichbar groß
- Auf alle drei Antwortgrößen hat neben der räumlichen Position der Auflagerknoten des Bogens die vertikale Lage der Anschlusspunkte des Zugbandes (siehe Kennzeichnung in Abb. 14) an den Hauptträger einen vergleichsweise großen Einfluss, was an den verhältnismäßig großen Vektorpfeilen in die vertikale Richtung zu erkennbar ist
- Auf alle drei Antwortgrößen hat der E-Modul im Bereich des Bogenscheitels einen vergleichsweise großen Einfluss
- Alle bestimmten n.S. sind betragsmäßig deutlich kleiner als 1,0 (d.h. nach linearisierter Abschätzung ändern sich die Antwortgrößen bei Variation eines einzelnen Parameters unterproportional, siehe hierzu Kapitel 4.1.3)

Beurteilung und Kontrolle

Bei den untersuchten Parametern handelt es sich um Größen, welche einer zufallsbedingten Streuung unterliegen. Unter diesem Gesichtspunkt sind die vorhergehend identifizierten Parameter weiter zu beurteilen:

E-Modul der Balkenbauteile

Da die n.S. nach dem E-Modul mit einem maximalen Wert von 0,17 nur mäßig groß sind und die Balkenbauteile aus Stahl hergestellt werden und somit der E-Modul keiner starken Streuung unterliegt (der *Model Code* des *JCSS* [29] schlägt hierfür einen Variationskoeffizienten von 0,03 vor), stellt der E-Modul in diesem Fall keine nennenswerte Systemempfindlichkeit dar. Es sei allerdings darauf hingewiesen, dass sämtliche E-Modul Sensitivitäten der Bogenbauteile im Fall der Antwortgröße „Durchbiegung“ ein identisches Vorzeichen besitzen. Würde der E-Modul des gesamten Bogens als ein Parameter betrachtet werden, so ergäbe sich hierfür eine n.S. von -1,1. Dieser Wert ergibt sich durch Addition der Sensitivitäten aller Bauteile des Bogens (siehe hierzu Abb. 6 mit der dazugehörigen Erläuterung in Kapitel 4.1.5).

Räumliche Knotenposition der Verbindungsknoten der Bauteile

Wie gesehen, weist die n.S. nach der vertikalen Knotenposition des Anschlusspunktes Zug-

band/Hauptträger eine im Vergleich zu den anderen Knotenpositionen hohe Sensitivität auf. Beim Anschluss ist allerdings nur von einer geringen Abweichung zur Sollgeometrie auszugehen, da anzunehmen ist, dass der Anschluss werkseitig an den Hauptträger montiert wird. Folglich ist hier tendenziell von keinem sicherheitsrelevanten Parameter auszugehen. Beträgt die Abweichung bspw. 1cm so würde dies nach linearisierter Abschätzung auf Basis der normalisierten Sensitivitäten nur zu einer Änderung der vertikalen Durchbiegung u um $0,30\%$ führen (vgl. Abb. 15 Teilbild 6).

Aber da die Sensitivität zeigt, dass die Anschlussposition ein auffälliger Modellparameter ist, sollte die Modellierung des FEM-Modells an dieser Stelle überprüft werden (z.B. Steifigkeiten der angrenzenden Elemente, Vorspannkraft des Zugbandes, eventuelle Exzentrizität). Zur weiterführenden Beurteilung bzw. Kontrolle der vertikalen Knotenposition des Anschlusspunktes Zugband/Hauptträger werden daher in der Folge unterschiedliche Möglichkeiten zur Modellierung des Anschlussbereiches untersucht. Das Ziel ist hierbei herauszufinden, inwieweit die Modellierung Einfluss auf die Höhe der Sensitivität hat.

Da die Sensitivitäten nach der räumlichen Position von FE-Knoten von der Verformung der angrenzenden Elemente abhängig sind, werden vier verschiedene Modellierungsvarianten des Zugbandanschlusses studiert, welche in Abb. 16 dargestellt sind. Diese unterscheiden sich einerseits in der Biegesteifigkeit der an den Zugbandanschluss angrenzenden Balkenelemente des Nebenträgers und in der Anschlussposition der seitlichen Längsträger. Die erhöhte Biegesteifigkeit bildet dabei ab, dass sich der Hauptlängsträger zum Nebenträger hin aufweitet. Der dadurch entstehende Steifigkeitszuwachs des Anschlussbereiches Hauptträger/Nebenträger wird in den Varianten *A* und *C* nur durch die Querschnittsabmessungen der Elemente des Hauptträgers berücksichtigt. In den Varianten *B* und *D* wird diesem Steifigkeitszuwachs zusätzlich durch die erhöhte Biegesteifigkeit des Nebenträgers Rechnung getragen. Es sei darauf hingewiesen, dass die Sensitivitäten des vorangegangenen Screenings im Rahmen der Identifikationsphase mit Modellvariante *A* durchgeführt wurden. Insgesamt kann das Verformungsverhalten des Anschlussbereiches der Varianten *B* und *D* als zutreffender bezeichnet werden.

Die Sensitivitätsanalysen auf Grundlage der vier Modellvarianten werden jeweils auf Mittelwert- und Designniveau der Last für das Moment im Bogenscheitel als Antwortgröße durchgeführt. In Abb. 17 sind die normalisierten Sensitivitäten aus den acht unterschiedlichen Sensitivitätsanalysen für vier ausgewählte Modellparameter dargestellt. Bei den Modellparametern handelt es sich um die Lastintensität, dem E-Modul des Bauteils im Bogenscheitel und um die vertikale Knotenposition der beiden Anschlusspunkte Zugband/Hauptträger. Die Parameter sind zur besseren Orientierung auch in Abb. 17 ersichtlich. Beim Vergleich der normalisierten Sensitivitäten erkennt man geringere Werte in den Varianten *B-D* für die Position des Zugbandanschlusses als in Variante *A*. Somit zeigt sich, dass die zunächst nennenswerte Sensitivität in der ursprünglich verwendeten Modellvariante *A* zum Teil durch eine bestimmte Modellierung hervorgerufen wurde, welche durch eine Modelländerung reduziert werden kann. Des Weiteren ist ersichtlich, dass die Relevanz der Knotenpositionen im Vergleich zur Last und zum E-Modul auf Designlastniveau abnimmt. Zwar sind die Ableitungswerte nach der Knotenpositionen des Zugbandanschlusses auf Designlastniveau um etwa 45% höher als auf Mittelwertniveau der Last. Allerdings beträgt die relative Abweichung der Antwortgröße zwischen Mittelwert- und Designlastniveau 96% , wodurch die normalisierte Sensitivität gemäß Gl. 15 bei gleichbleibendem

Parameterwert einen kleineren Wert auf Designlastniveau einnimmt. Bei den Parametern Lastintensität und E-Modul verhält es sich gegenteilig: Hierbei ist jeweils die Vergrößerung des Parameter- bzw. Ableitungswert dominierend gegenüber dem Zuwachs des Werts der Antwortgröße, wodurch insgesamt die normalisierten Sensitivitäten auf Designlastniveau größer als auf Mittelwertniveau der Last sind.

Dieses Beispiel zeigt zusammengefasst somit auf, wie Sensitivitäten dazu beitragen können, die Modellierung gezielt zu hinterfragen. Konkret wurde ausgehend von der auffälligen Sensitivität der vertikalen Knotenposition des Zugbandanschlusses festgestellt, dass die Verformung der Nebenträger im Anschlussbereich durch die eingangs gewählten Steifigkeiten nicht zutreffend abgebildet werden konnte. Durch eine Modifikation besagter Steifigkeiten kann die Sensitivität reduziert und das Modell insgesamt verbessert werden.

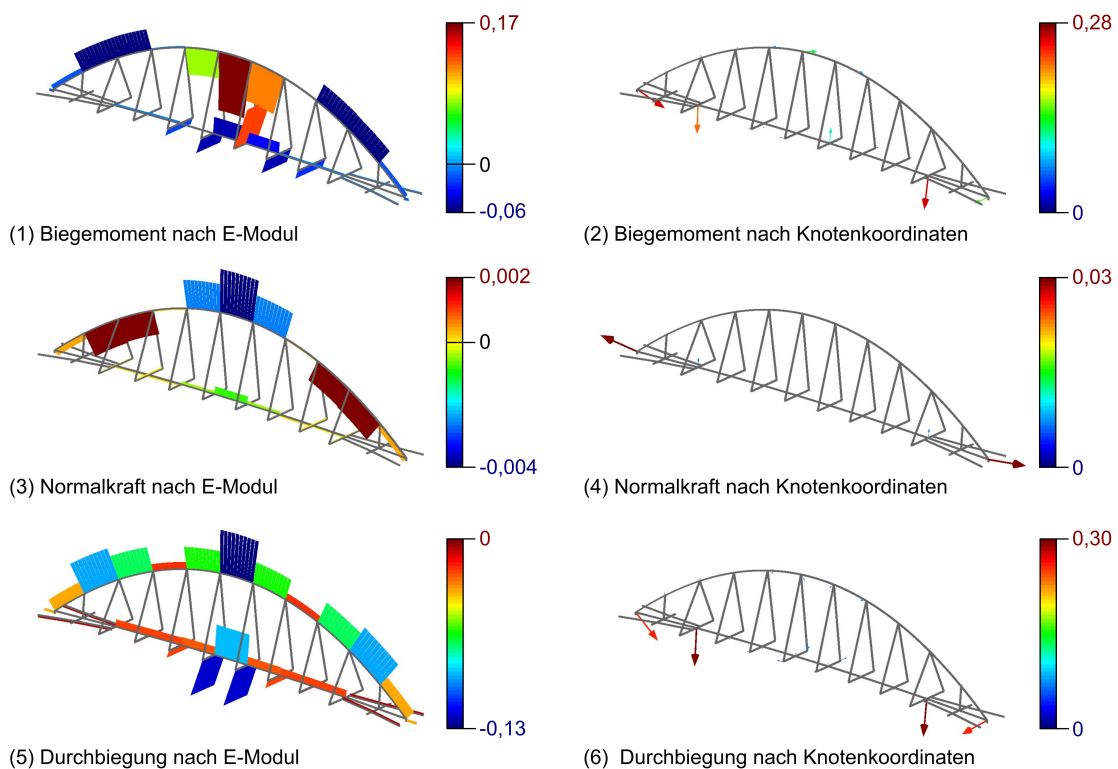


Abbildung 15: Sensitivitätskarten zur Identifikation von Systemempfindlichkeiten

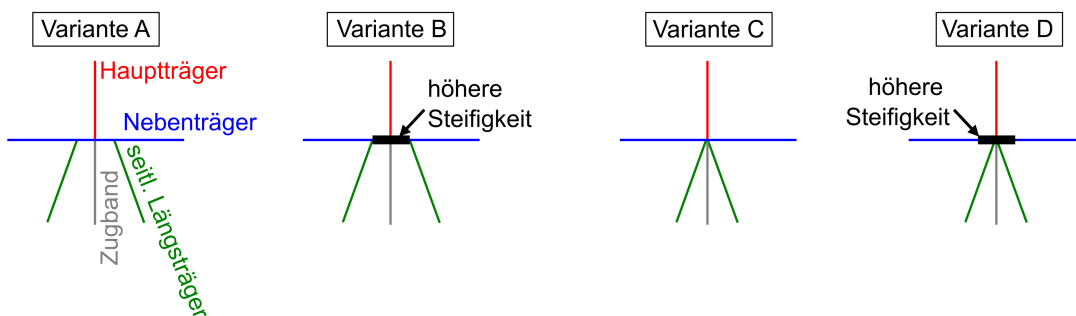


Abbildung 16: Modellierungsvarianten des Zugbandanschlusses einer Bogenbrücke

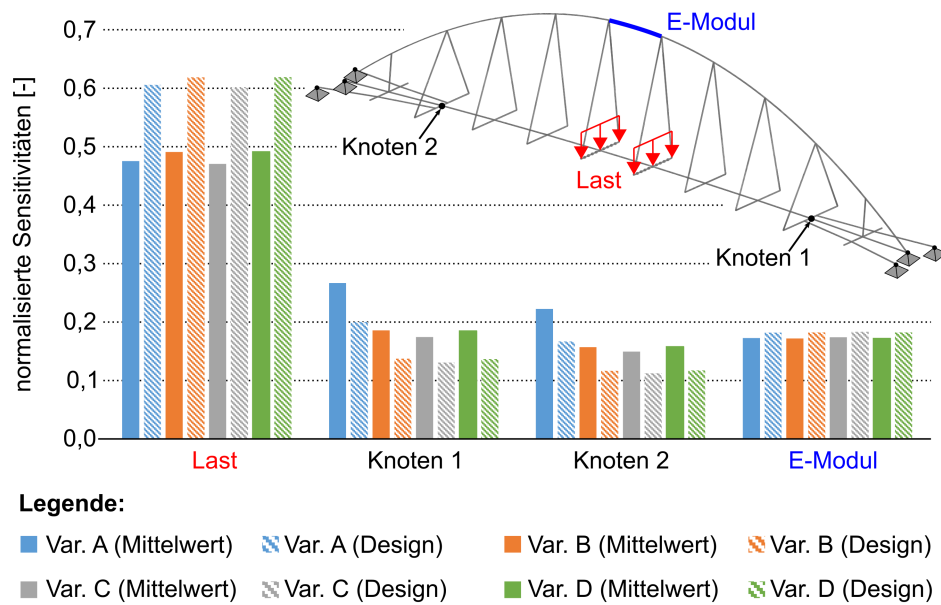


Abbildung 17: Normalisierte Sensitivitäten des Biegemoments im Bogenscheitel nach vier ausgewählten Modellparametern, berechnet jeweils unter Mittelwert- und Designniveau der Last für unterschiedliche Modellierungsvarianten des Zugbandanschlusses (Var. A-D)

5.5 Fazit und Zusammenfassung

In Kapitel 5 wurden Ideen und Konzepte präsentiert, wie die in Kapitel 4 beschriebene Methode zur Sensitivitätsanalyse in den Prozess der Tragwerksplanung bzw. Bemessung integriert werden kann. In den beiden ausführlich beschriebenen Anwendungsbeispielen wurden Sensitivitäten in zweierlei Gesichtspunkten verwendet. Im Beispiel der Dachfläche in Kapitel 5.3 konnte gezeigt werden, wie Sensitivitäten bei Anwendung des Teilsicherheitskonzeptes unterstützen können, indem diese die Relevanz der Auflagersenkungen quantifiziert haben und somit aufgezeigt haben, welche Auflagersenkungen als Basisvariablen anzusetzen sind und ob deren Einfluss günstig bzw. ungünstig auf die Bemessungsschnittgrößen wirkt. Anhand der Brücke in Kapitel 5.4 wurde geschildert, wie Sensitivitäten bei der Modellkontrolle assistieren können. In beiden Anwendungsbeispielen konnten durch die Sensitivitätskarten schnell und zielgerichtet wichtige Modellparameter identifiziert werden.

Insbesondere in der Untersuchung von Modellierungsaspekten liegt noch mehr Potential in einer zukünftigen Auseinandersetzung mit der Rolle von Sensitivitätsanalysen in Tragwerksplanung und Bemessung. Ein Anwendungsfeld ist hierbei der Einsatz von Sensitivitätsanalyse bei der Baufortschrittsmodellierung, wobei bspw. untersucht werden könnte, wie sich der Einfluss von Parameter bei unterschiedlicher Modellierung des Baufortschritts verändert. Schließlich hängen Schnittgrößenverläufe von den Verformungen der vorhergehenden Bauabschnitte ab, wodurch erwartet werden kann, dass die Relevanz von Steifigkeitsparameter bzgl. der Schnittgrößenverteilung steigt.

6 Sensitivitätsanalyse - Nichtlinearitäten

6.1 Problemstellung

Das semi-probabilistische Sicherheitskonzept ist auf lineare bzw. hinreichend nichtlineare Grenzzustandsgleichungen limitiert. Als Ursache für eine nichtlineare Grenzzustandsgleichung können zwei Ursachen ausgemacht werden, welche für eine Grenzzustandsgleichung G in Gl. 24 schematisch illustriert sind.

$$G(\mathbf{X}) = \dots + X_i^3 + \dots + Y(X_j) + \dots \quad (24)$$

Einerseits ist diese Grenzzustandsgleichung G nichtlinear bzgl. der Basisvariablen X_i , da diese einen expliziten nichtlinearen Beitrag (kubisch) leistet. Andererseits ist die Grenzzustandsgleichung auch nichtlinear bzgl. der Basisvariablen X_j , wenn die Modelloutputgröße Y (z.B. Spannung) durch das zugrundeliegende Modell (z.B. statisches Modell) nichtlinear mit der Basisvariablen X_j (z.B. Last) verknüpft ist, was in Abb. 18 schematisch dargestellt ist. Im zweiten Fall besteht somit eine implizite nichtlineare Beziehung der Grenzzustandsgleichung G bzgl. der Basisvariablen X_j . In der Regel ist diese nichtlineare Beziehung nicht bekannt, da der funktionale Zusammenhang zwischen Input- und Outputgrößen des Modells nicht durch geschlossene Formeln gegeben ist, sondern das Modell für gegebene Inputparameterwerte nur als eine Art Blackbox Werte für die Outputgrößen liefert.

Allerdings ist die Kenntnis der funktionalen Beziehung zwischen Basisvariablen und Modelloutputgrößen - insbesondere der zwischen Einwirkungen und Auswirkungen durch Einwirkungen - potentielle Grundlage für ein zukünftiges Teilsicherheitskonzept für nichtlineare Grenzzustandsgleichungen. Sensitivitätsanalysen, wie in Kapitel 4.1.2 beschrieben und hergeleitet, eignen sich zur Untersuchung von nicht explizit gegebenen funktionalen Zusammenhängen von Modellinput- und Outputgrößen und bieten sich somit zur Ermittlung der benötigten funktionalen Beziehungen an.

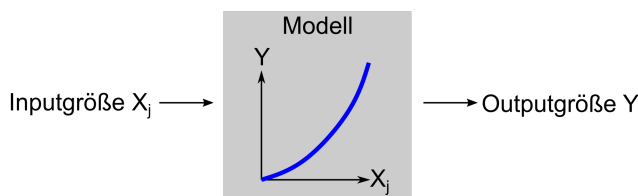


Abbildung 18: Schematische Darstellung der nichtlinearen Verknüpfung einer Modellinput- mit einer Modelloutputgröße durch ein Modell

6.2 Das funktionale Verhältnis zwischen Einwirkungen und Auswirkungen von Einwirkungen

Vorbemerkung: In der Folge wird sich schwerpunktmäßig mit dem funktionalen Zusammenhang zwischen Einwirkungen und Auswirkungen von Einwirkungen - verknüpft durch das statische Modell - auseinandergesetzt. Hierbei handelt es sich um eine sehr

elementare funktionale Beziehungen für die Bemessung. Es sei aber darauf hingewiesen, dass die grundlegende Problematik hinsichtlich nichtlinearer Grenzzustandsgleichung nicht auf diese spezielle Beziehung begrenzt ist. Auch sei angemerkt, dass nichtlineare Grenzzustandsgleichungen auch für Tragwerke vorliegen können, die nach Theorie I. Ordnung berechnet werden und einen linearen Zusammenhang zwischen Lasten als Einwirkungen und den Auswirkungen von Einwirkungen (Verformungen, Schnittgrößen, Spannungen) aufweisen, aber andere oder zusätzliche Parameter als Lastparameter in Betracht gezogen werden.

Zum besseren Verständnis der Besonderheiten des funktionalen Verhältnisses zwischen Einwirkungen und Auswirkungen von Einwirkungen, welches auf einer nichtlinearen Analyse (z.B. geometrisch-nichtlinear) basiert, soll der funktionale Zusammenhang zunächst für den linearen Fall (d.h. auf Basis einer Berechnung mit Theorie I. Ordnung) betrachtet werden. Antwortgrößen E (Verformungen, Spannungen, oder Schnittgrößen) lassen sich hierbei gemäß der Technik der Einflusslinien in Abhängigkeit der Lasten $F_i \in \mathbf{F}$ nach Gl. 25 als eine Linearkombination beschreiben.

$$E(F_1, \dots, F_i, \dots, F_n) = \eta_1 \cdot F_1 + \dots + \eta_i \cdot F_i + \dots + \eta_n \cdot F_n = \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{F} \quad (25)$$

Gemäß Gl. 25 kann somit der funktionale Zusammenhang zwischen E und der Last F_i als linear mit der Änderungsrate η_i klassifiziert werden (vgl. Kapitel 4.1.1). Da der Faktor η_i von den Lasten unabhängig ist, kann auch der funktionale Zusammenhang zwischen E und F_i unabhängig von allen Lasten (d.h. von den konkreten Werten von \mathbf{F}) untersucht und beschrieben werden. Dies ist auch für spezielle Einwirkungen wie Vorspannung oder Zwang (z.B. Auflagersenkung) der Fall.

Basiert im Gegensatz dazu die Berechnung von E aufgrund der Einwirkungen \mathbf{F} auf einer nichtlinearen Analyse, ist der funktionale Zusammenhang zwischen E und den einzelnen F_i nicht nur nichtlinear, sondern im Allgemeinen auch von den anderen Einwirkungen \mathbf{F} abhängig, d.h. der Zusammenhang zwischen E und F_i ist immer nur in Abhängigkeit der konkreten Werte von \mathbf{F} beschreibbar. Als Linearkombination analog zu Gl. 25 lassen sich nur die Änderungen dE infolge von infinitesimalen Laständerungen dF_i bezüglich von Referenzlastwerten \mathbf{F}_{ref} beschreiben, wobei es sich um das totale Differential handelt und in Gl. 26 gegeben ist.

$$\begin{aligned} dE(\mathbf{F}_{ref}) &= \frac{\partial g}{\partial F_1}(\mathbf{F}_{ref}) \cdot dF_1 + \dots + \frac{\partial g}{\partial F_i}(\mathbf{F}_{ref}) \cdot dF_i + \dots + \frac{\partial g}{\partial F_n}(\mathbf{F}_{ref}) \cdot dF_n = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial F_i}(\mathbf{F}_{ref}) \cdot dF_i \end{aligned} \quad (26)$$

Gl. 26 zeigt somit, dass mit Hilfe von Ableitungen Aussagen hinsichtlich des Zusammenhangs zwischen E und den einzelnen F_i gemacht werden können.

6.3 Klassifizierung von Nichtlinearitäten

6.3.1 Möglichkeiten zur Klassifizierung von Nichtlinearitäten

In DIN EN 1990 wird mittels der Formulierungen „[w]enn die Auswirkung stärker als die Einwirkung ansteigt“ und „[w]enn die Auswirkung geringer als die Einwirkung ansteigt“ [4, §6.3.2(4)] eine Einordnung der nichtlinearen Beziehung zwischen Ein- und Auswirkung in zwei Kategorien vorgenommen, welche häufig auch als „überlinear“ bzw. „unterlinear“ bezeichnet werden. Diese Differenzierung ist allerdings nur eindeutig, wenn

- (a) das statische Modell eine Einwirkung F aufweist,
- (b) die Auswirkung $E(F)$ keinen Anfangswert ungleich 0 (d.h. $E(F = 0) = 0$) aufweist
- (c) und das Vorzeichen der Krümmung der Funktion $E''(F)$ im Definitionsbereich von F gleichbleibend ist.

Die durch Einhaltung der Bedingungen zwei möglichen funktionalen Verläufe sind in Abb. 19 dargestellt.

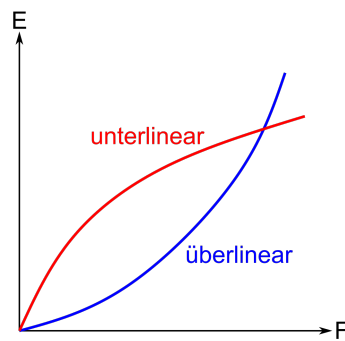


Abbildung 19: Eindeutig als „überlinear“ bzw. „unterlinear“ klassifizierbare funktionale Zusammenhänge zwischen E und F

Eine Möglichkeit, die Klassifizierung sehr einfach vorzunehmen, besteht darin, den Quotienten $E(F)/F$ für verschiedene Lastintensitäten zu berechnen und zu vergleichen. Wächst der Quotient mit größer werdender Last an, weist dies auf einen überlinearen und andernfalls auf einen unterlinearen Zusammenhang zwischen E und F hin. In [30] findet man ein Klassifizierungskriterium, welches auf dem Verhältnis von zwei Quotienten $E(F)/F$ mit jeweils verschiedenen Lastintensitäten beruht, wobei eine Auswertung mit charakteristischer Last F_k als Referenzlast und einer um den Faktor f vergrößerten Last $f \cdot F_k$ vorgeschlagen wird. Das Kriterium ist durch Gl. 27

$$e = \frac{E(f \cdot F_k)}{f \cdot E(F_k)} = \frac{\eta}{f} \quad \text{mit} \quad e \begin{cases} = 1 & \text{(linear)} \\ > 1 & \text{(überlinear)} \\ < 1 & \text{(unterlinear)} \end{cases} \quad (27)$$

gegeben und basiert auf der Überlegung, ob die Aufbringung des Teilsicherheitsfaktors auf die Einwirkung oder auf die Auswirkung der Einwirkung zu einem konservativeren Bemes-

sungswert für die Auswirkung der Einwirkung führen würde ($E(\gamma_F \cdot F_k)$ vs. $\gamma_F \cdot E(F_k)$). Bildlich überprüft Gl. 27, ob die Funktion $E(F)$ nach dem charakteristischen Punkt als Referenzpunkt der Untersuchung unter oder über der Verbindungsgerade zwischen Ursprung und charakteristischem Punkt verläuft. So ist bspw. in Abb. 20 ein überlinearer Zusammenhang im Bereich des Referenzpunktes ersichtlich. Bei dieser Vorgehensweise kann von einer *funktionswertbezogenen* Beurteilung der Nichtlinearität gesprochen werden.

Alternativ kann auch die Krümmung $E''(F)$ betrachtet werden, wodurch zwischen konkaven und konvexen Funktionsverläufen unterschieden werden kann, was somit auf eine über- bzw. unterlineare Entwicklung der funktionalen Beziehung schließen lässt. Diese Vorgehensweise kann als *ableitungswertbezogene* Beurteilung der Nichtlinearität bezeichnet werden. Da i.d.R. $E''(F)$ nicht als analytische Formel bekannt ist, kann stattdessen die 2. Ableitung punktuell für eine Referenzlast mit Sensitivitätsanalyse 2. Ordnung berechnet oder die Veränderung der 1. Ableitungen - ausgewertet für mindestens zwei Laststufen - verwendet werden. Bildlich überprüft diese Art der Klassifizierung, ob die Funktion $E(F)$ nach einem Referenzpunkt unter oder über der Tangente im Referenzpunkt verläuft. So ist bspw. in Abb. 20 ein überlinearer Zusammenhang im Bereich des Referenzpunktes (z.B. charakteristischer Punkt) ersichtlich.

Sind die Bedingungen (a)-(c) erfüllt, führen die zwei diskutierten Beurteilungsansätze zu einer übereinstimmenden und eindeutigen Einordnung im gesamten Definitionsbereich der Einwirkung F in die eingangs in diesem Abschnitt genannten und in Abb. 19 graphisch dargestellten Kategorien der Nichtlinearität der DIN EN 1990.

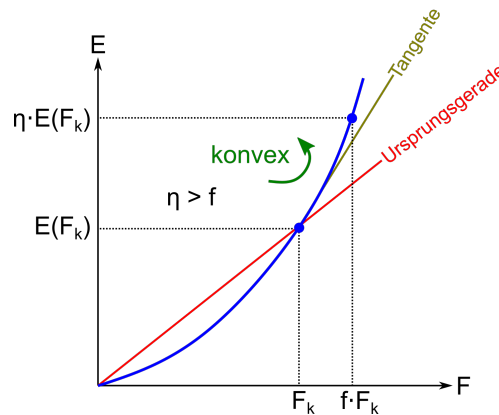


Abbildung 20: Vergleich zwischen funktionswert- und ableitungswertbezogener Beurteilung einer nichtlinearen funktionalen Beziehung

6.3.2 Widersprüchlichkeiten bei der Klassifizierung von Nichtlinearitäten

In der Folge soll nun diskutiert werden, welche Probleme bzw. Widersprüchlichkeiten sich bei der Klassifizierung der nichtlinearen Beziehung ergeben, falls die Bedingungen (a)-(c) (vgl. Kapitel 6.3.1) nicht eingehalten sind.

Bedingung (a) nicht erfüllt

Wie bereits in Kapitel 6.2 erläutert, ist es bei Lastkombinationen nicht möglich, den funk-

tionalen Zusammenhang zwischen einer Einwirkung isoliert (d.h. unabhängig) von den anderen Einwirkungen der Kombination zu betrachten, da das Superpositionsprinzip nicht gültig ist. Aus diesem Grund ist eine funktionswertbezogene Beurteilung für die einzelnen Einwirkungen der Kombination nicht möglich. Funktionswertbezogene Aussagen sind nur bezüglich des Lasterhöhungsfaktors, mit welchem die Einwirkungen schrittweise aufgebracht werden, möglich. Eine solche Beurteilung liefert somit nur eine globale Aussage, wie sich die betrachtete Auswirkung der Einwirkungen unter der gesamten Einwirkungskombination verhält. Aussagen hinsichtlich des funktionalen Zusammenhangs zwischen den individuellen Einwirkungen und der Auswirkung der Einwirkung können nicht gemacht werden. Individuelle Einblicke sind durch eine ableitungswertbezogene Vorgehensweise möglich (vgl. Gl. 26). So gibt die erste Ableitung nach den jeweiligen Lastintensitäten Auskunft darüber, wie einflussreich die einzelnen Einwirkungen der Kombination hinsichtlich der betrachteten Auswirkung der Einwirkungen sind. Zweite Ableitungen bzw. der Vergleich erster Ableitungen, ausgewertet an mehreren Lastinkrementen, geben zudem Einblick in die nichtlineare funktionale Entwicklung entlang des Pfads der Lastaufbringung (siehe Kapitel 6.4).

Bedingung (b) nicht erfüllt

Betrachtet werden soll hierzu die in Abb. 21 gegebene funktionale $E - F$ -Beziehung mit der Besonderheit $E(F = 0) \neq 0$. Solche Beziehungen findet man bspw. zwischen äußeren Lasten und Spannungen in Membranen vor, wobei hierbei die initiale Spannung (d.h. für $F = 0$) durch die Vorspannung der Membran erzeugt wird (siehe z.B. [31]). Da die funktionale Beziehung einen konvexen Verlauf aufweist, würde eine ableitungswertbezogene Beurteilung auf eine überlineare Beziehung hinweisen. Bei einer Beurteilung auf Basis von Gl. 27, hängt die Klassifizierung vom Wert der Referenzlast ab. So wird in Abb. 21 deutlich, dass bei einer Beurteilung mit der Referenzlast F_a der funktionale Verlauf unterlinear, aber auf Basis der Referenzlast F_b überlinear klassifiziert wird.

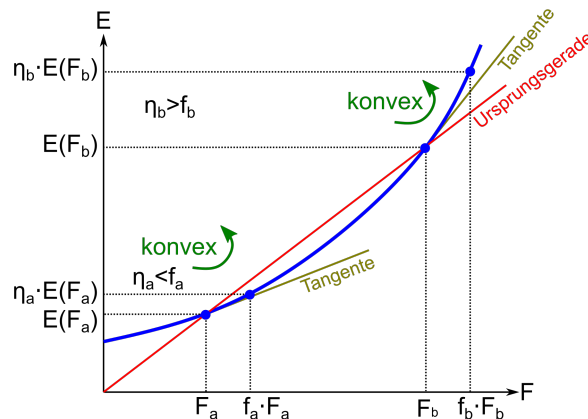


Abbildung 21: Nicht eindeutig klassifizierbare nichtlineare Beziehung mit $E(F = 0) \neq 0$

Bedingung (c) nicht erfüllt

Wechselt die Krümmung des Graphen von $E(F)$ im Definitionsbereich von F sein Vorzeichen, kann die Nichtlinearität grundsätzlich nur noch bereichsweise klassifiziert werden. Auch hier kann es zu Widersprüchlichkeiten zwischen funktionswert- und ableitungswertbezogener Beurteilung kommen, was in Abb. 22 illustriert ist. Im Betrachtungsbereich, in welchem sich die Referenzlast F_{ref} befindet, ist die $F - E$ -Funktion konkav, was auf

Unterlinearität in diesem Bereich hinweist, wohingegen das Kriterium nach Gl. 27 ein überlineares Verhalten klassifiziert.

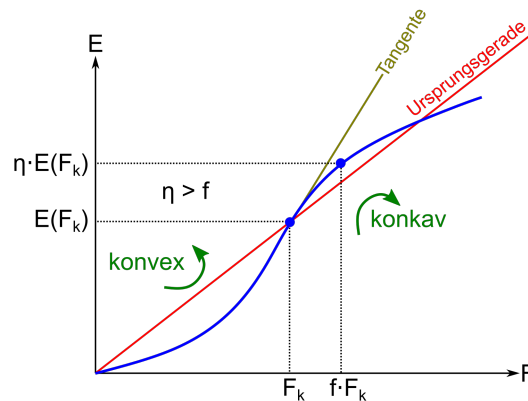


Abbildung 22: Nicht eindeutig klassifizierbare nichtlineare Beziehung mit Krümmungswechsel des Graphen $E(F)$

6.3.3 Zwischenfazit

Wie gezeigt, ist die Einordnung der funktionalen Beziehung zwischen einer Einwirkung und einer Auswirkung der Einwirkung nicht immer eindeutig möglich. Der Grund hierfür ist, dass die DIN EN 1990 [4, §6.3.2(4)] nur sehr unscharf beschreibt, welche Charakteristika der funktionalen Beziehung tatsächlich maßgebend für die Unterscheidung zwischen den Kategorien „Unter-“ bzw. „Überlinearität“ sind. Die unscharfe Formulierung der Norm lässt sowohl eine funktionswert- als auch eine ableitungswertbezogene Deutungsweise zu, welche nur unter bestimmten Bedingungen zu einer übereinstimmenden Einordnung führen. Des Weiteren wurde gezeigt, dass die Kategorisierung der Nichtlinearität - unabhängig von verwendeter Deutungsweise - im Allgemeinen nicht für den gesamten Definitionsbereich der Lastintensität vorgenommen werden kann, sondern jeweils nur in bestimmten Lastintervallen. Da die DIN EN 1990 keine Hinweise hinsichtlich der zu betrachtenden Lastbereiche gibt, wird die Klassifizierung der Nichtlinearität somit zusätzlich erschwert.

Zusammengefasst ist somit zu empfehlen, dass zukünftige Normen klarer die maßgebenden Charakteristika der funktionalen Beziehung benennen sollten, welche dem Bemessungskonzept für nichtlineare Grenzzustandsgleichungen zugrundeliegend sind.

6.4 Klassifizierung von Nichtlinearitäten mit Sensitivitätsanalyse

In der Folge soll aufgezeigt werden, wie die in Kapitel 4.1.2 beschriebenen und hergeleiteten Sensitivitätsanalysen bei der Untersuchung der funktionalen Beziehung zwischen Ein- und Auswirkungen helfen können. Hierfür muss die Sensitivitätsanalyse somit auf die Auswirkung als Antwortgröße und einem Einwirkungswert als Parameter angewandt werden.

Die nichtlineare Residualgleichung aus inneren ($\mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{u})$) und äußeren (\mathbf{f}_{ext}) Kräften und dem Lasterhöhungsfaktor λ , mit welchem die äußeren Kräfte schrittweise aufgebracht werden, ist gegeben durch Gl. 28

$$\mathbf{S}(\mathbf{u}, \lambda) = \mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{u}) - \lambda \cdot \mathbf{f}_{\text{ext}} = \mathbf{0}. \quad (28)$$

Betrachtet man gemäß Gl. 29 die λ -fachen äußeren Knotenkräfte des Knotens i in die x -, y - und z -Richtung, so stellt man fest, dass es mehrere Parameter gibt, welche die Belastung beschreiben und nach welchen somit bei der Sensitivitätsanalyse Ableitungen berechnet werden können.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \vdots \\ \lambda \cdot f_{i,x} \\ \lambda \cdot f_{i,y} \\ \lambda \cdot f_{i,z} \\ \vdots \end{pmatrix}}_{\lambda \cdot \mathbf{f}_{\text{ext}}} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \lambda \cdot f_{i,x} \\ \lambda \cdot f_{i,y} \\ \lambda \cdot (f_{i,z,EG} + f_{i,z,Wind}) \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots \\ F_{i,x} \\ F_{i,y} \\ F_{i,z,EG} + F_{i,z,Wind} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots \\ F_{i,x} \\ F_{i,y} \\ F_{i,z} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (29)$$

So findet man die Lastenintensitäten f_i vor, welche nach vollständiger Lastaufbringung die Struktur belasten sollen. Diese können sich jeweils aus Anteilen aus mehreren Einwirkungen zusammensetzen. So besteht in Gl. 29 bspw. $f_{i,z}$ aus einem Eigengewichts- und einem Windanteil. Die Lastparameter F_i beschreiben die Belastungsintensitäten, welche bei einem bestimmten Lastfaktor λ gerade auf die Struktur einwirken. Ein weiterer Parameter, nach welchen Ableitungen berechnet werden können, ist der Lasterhöhungsfaktor λ . Die lokalen Sensitivitäten nach den genannten Parametern sind eng miteinander verwandt und können durch Anwendung der Kettenregel ineinander übergeführt werden. Auf Grundlage der Ableitungen einer Antwortgröße R nach den Parametern F_i lassen sich die Ableitungen nach λ bzw. f_i gemäß Gl. 30 und Gl. 31 bestimmen. Der Endwert n der Summe in Gl. 30 bezeichnet die Anzahl an Knoten des FE-Modells. Eine Diskussion hinsichtlich Aussagekraft und Interpretierbarkeit von Ableitungen nach den unterschiedlichen Lastparametern findet sich in Kapitel 6.5.

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\lambda} &= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{dR}{dF_{i,x}} \frac{dF_{i,x}}{d\lambda} + \frac{dR}{dF_{i,y}} \frac{dF_{i,y}}{d\lambda} + \frac{dR}{dF_{i,z}} \frac{dF_{i,z}}{d\lambda} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{dR}{dF_{i,x}} \cdot f_{i,x} + \frac{dR}{dF_{i,y}} \cdot f_{i,y} + \frac{dR}{dF_{i,z}} \cdot f_{i,z} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{dR}{dF_{i,x}} \cdot f_{i,x} + \frac{dR}{dF_{i,y}} \cdot f_{i,y} + \frac{dR}{dF_{i,z}} \cdot (f_{i,z,EG} + f_{i,z,Wind}) \right\} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{dR}{df_{i,x}} &= \frac{dR}{dF_{i,x}} \frac{dF_{i,x}}{df_{i,x}} = \frac{dR}{dF_{i,x}} \cdot \lambda \\ \frac{dR}{df_{i,y}} &= \frac{dR}{dF_{i,y}} \cdot \lambda \\ \frac{dR}{df_{i,z}} &= \frac{dR}{dF_{i,z}} \cdot \lambda = \frac{dR}{df_{i,z,EG}} = \frac{dR}{df_{i,z,Wind}} \end{aligned} \quad (31)$$

In Gl. 31 wird deutlich, dass auf Basis der Ableitungen dR/df_i nicht zwischen der Relevanz einzelner Anteile der Knotenlasten f_i hinsichtlich der Antwortgröße R differenziert werden

kann, da $dR/df_{i,z} = dR/df_{i,z,EG} = dR/df_{i,z,Wind}$ gilt. Selbiges findet man auch für die Parameter F_i vor, denn hier ergeben sich die Ableitungen zu $dR/dF_{i,z} = dR/dF_{i,z,EG} = dR/dF_{i,z,Wind}$. Soll die Relevanz der einzelnen Anteile bzgl. R abgeschätzt werden, kann dies durch Normalisierung der Ableitungen nach Gl. 32 erreicht werden (vgl. Kapitel 4.1.3).

$$\begin{aligned} e_{f,i,z,EG} &= \frac{dR}{df_{i,z,EG}} \cdot \frac{f_{i,z,EG}}{R(\lambda \cdot \mathbf{f}_{ext})} \quad \text{bzw.} \quad e_{F,i,z,EG} = \frac{dR}{dF_{i,z,EG}} \cdot \frac{F_{i,z,EG}}{R(\lambda \cdot \mathbf{f}_{ext})} \\ e_{f,i,z,Wind} &= \frac{dR}{df_{i,z,Wind}} \cdot \frac{f_{i,z,Wind}}{R(\lambda \cdot \mathbf{f}_{ext})} \quad \text{bzw.} \quad e_{F,i,z,Wind} = \frac{dR}{dF_{i,z,Wind}} \cdot \frac{F_{i,z,Wind}}{R(\lambda \cdot \mathbf{f}_{ext})} \end{aligned} \quad (32)$$

Eine Differenzierung der Relevanz der einzelnen Anteile ist auch bei Berechnung von $dR/d\lambda$ möglich. Gemäß Gl. 30 setzt sich diese Ableitung aus einer Summe mit Beiträgen aller äußeren Lasten zusammen. Beim Vergleich der einzelnen Komponenten der Summe, kann somit erkannt werden, welche Lasten einen großen bzw. kleinen Beitrag zur Gesamtänderungsrate von R bei schrittweiser Aufbringung mit dem Lasterhöhungsfaktor λ leisten.

Berechnet man die Sensitivitäten nach den Lastparametern für eine Laststufe (d.h. für einen bestimmten Wert für λ), so können, wie soeben diskutiert, Aussagen hinsichtlich der Relevanz der einzelnen Einwirkungen einer Lastkombination gemacht werden. Sensitivitäten mehrerer Laststufen liefern zusätzlich Einblicke in die Entwicklung des funktionalen Zusammenhangs zwischen R und der jeweiligen Einwirkungen im Laufe der Laststeigerung.

Letzteres ist exemplarisch in Abb. 23 für eine Antwortgröße R , welche von zwei Lasten nichtlinear abhängig ist (d.h. $R : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$), dargestellt. Neben den Konturlinien des Skalarfeldes der Antwortgröße, stellt Abb. 23 auch den Pfad, nach welchem die Einwirkungen auf das System kontinuierlich aufgebracht werden, um final f_1 und f_2 zu erreichen, dar. Des Weiteren enthält Abb. 23 den Gradienten ∇R (schwarzer Vektorpfeil) mit seinen beiden Komponenten (blauer und roter Vektorpfeil), welcher an zwei Laststufen ($\mathbf{F}_{ref,a}$ und $\mathbf{F}_{ref,b}$) ausgewertet wurde.

Beim Vergleich der Komponenten des Gradienten an den beiden Laststufen erkennt man, dass sowohl

$$\frac{\partial R}{\partial F_1}(\mathbf{F}_{ref,a}) < \frac{\partial R}{\partial F_1}(\mathbf{F}_{ref,b}) \quad \text{als auch} \quad \frac{\partial R}{\partial F_2}(\mathbf{F}_{ref,a}) < \frac{\partial R}{\partial F_2}(\mathbf{F}_{ref,b}) \quad (33)$$

gilt. Dies zeigt, dass Lastvariationen dF_1 bzw. dF_2 mit fortschreitender Lastaufbringung zunehmend größeren Einfluss auf die Antwortgröße R haben. Es kann somit nach ableitungswertbezogener Sichtweise ein überlinearer Zusammenhang zwischen R und F_1 bzw. R und F_2 im betrachteten Bereich entlang des Pfades der Lastaufbringung klassifiziert werden. Des Weiteren ist in Abb. 23 ein jeweils größerer Einfluss von Änderungen von F_2 als von F_1 hinsichtlich R ersichtlich.

An dieser Stelle sei explizit darauf hingewiesen, dass die vorgeführte Klassifizierung auf Basis von Gradienten durchgeführt wurde, welche beim Ansatz von bestimmten Werten der Lasten $\mathbf{F}_{ref,a}$ bzw. $\mathbf{F}_{ref,b}$ auf einem definierten Pfad der Lastaufbringung berechnet wurden. Bringt man die Last entlang eines alternativen Pfades auf, so würden zur Beurteilung andere Ableitungswerte verwendet werden, was zu einer unterschiedlichen Einschätzung

des Grades und ggf. sogar des Typs der Nichtlinearität führen kann. In diesem Sachverhalt wird die grundlegende Schwierigkeit sichtbar, das nichtlineare Änderungsverhalten von Skalarfeldern und Funktionen mit einer Variablen analog beschreiben zu wollen (d.h. die Typisierung der Zusammenhänge zwischen einer Antwortgröße mit den einzelnen Lasten einer Einwirkungskombination in über- bzw. linear vorzunehmen). Die dadurch entstehende Abhängigkeit der Beurteilung der Nichtlinearität von der Art des Lastaufbringungs, sollte beachtet werden. Zur Illustration dieser Problematik wird auch auf Kapitel 6.5 verwiesen.

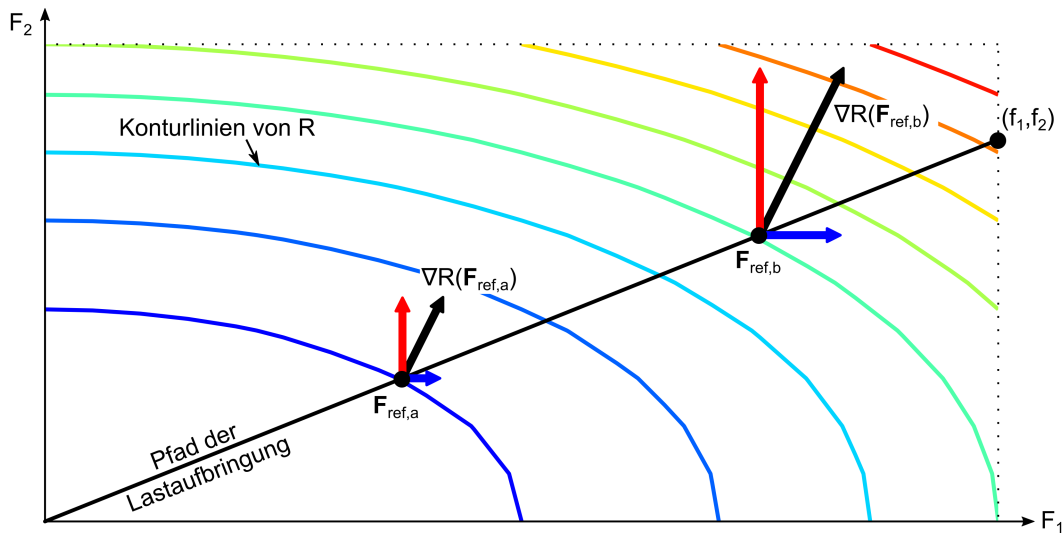


Abbildung 23: Konturlinien einer nichtlinearen Funktion $R(F_1, F_2)$ mit Darstellung des Gradienten ∇R an zwei Referenzpunkten ($\mathbf{F}_{ref,a}$ und $\mathbf{F}_{ref,b}$)

6.5 Beispiel: Seilnetzbrücke

6.5.1 Problembeschreibung

In diesem Abschnitt sollen anhand eines Beispiels die Aussagekraft und Interpretierbarkeit der in Kapitel 6.4 vorgestellten Ableitungen nach den unterschiedlichen Lastparametern dargestellt und diskutiert werden. Betrachtet wird eine Seilnetzbrücke mit einer Spannweite von $45m$, deren statisches Modell in Abb. 24 dargestellt ist. Die Brücke kann auf einem Gitterrostbelag passiert werden, welcher auf den beiden mittleren Tragseilen aufgelagert ist. Da die Brücke eine äußerst flexible Struktur ist, welche unter Fußgängerlasten eine Verformung von etwa $25cm$ aufweist, werden statische Berechnungen mit einer geometrisch-nichtlinearen Analyse durchgeführt.

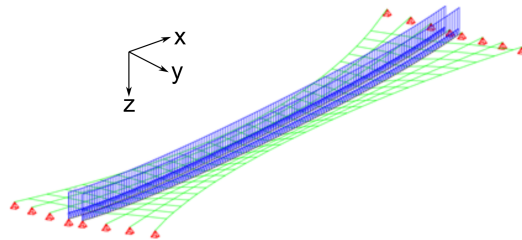


Abbildung 24: Statisches Modell einer Seilnetzbrücke mit beispielhafter Belastung in z-Richtung

Betrachtet wird die Brücke unter einer Lastkombination für den Querschnittsnachweis für Zugbeanspruchung der mittleren Tragseile. Die betrachtete Auswirkung der Einwirkungen für die Bemessung und somit Antwortgröße für die Sensitivitätsanalyse ist somit die maximale Normalkraft in den beiden mittleren Tragseilen. Die Einwirkungskombination setzt sich aus

- Vorspannung der Seile (Vorspannkraft aus Formfindung; variierend)
- Eigengewicht des Gitterrostbelages und des Geländers ($f_{z,EG,k} = 0,5kN/m$ in z-Richtung)
- Verkehrslast (mit Anteilen von $f_{x,Verkehr,k} = 0,13kN/m$ in x- und $f_{z,Verkehr,k} = 1,3kN/m$ in z-Richtung)
- Windlast ($f_{y,Wind,k} = 1,07kN/m$ in y-Richtung)

zusammen (bei den angegebenen Lastintensitäten handelt es jeweils um charakteristische Werte). Die äußeren Lasten werden als Linienlasten auf die beiden mittleren Tragseile modelliert (siehe Abb. 24). Die funktionale Entwicklung der Normalkraft bei Laststeigerung ist in Abb. 25 für zwei Arten der Lastaufbringung illustriert, welche sich darin unterscheiden, wie mit der Last aus Eigengewicht umgegangen wird. In Berechnungsvariante A wurde das Eigengewicht zusammen mit der Vorspannung im initialen Lastschritt (d.h. $\lambda = 0$) bereits voll angesetzt und nur die veränderlichen Lasten schrittweise aufgebracht. In Berechnungsvariante B wurde im initialen Lastschritt nur die Vorspannung voll angesetzt,

während die veränderlichen Lasten und das Eigengewicht schrittweise gesteigert wurden (d.h. erst bei $\lambda = 1$ wirkt das volle Eigengewicht). Nach vollständiger Lastaufbringung (d.h. $\lambda = 1$) wirken in beiden Varianten alle Einwirkungen mit ihrem charakteristischen Wert und die Normalkraft besitzt aufgrund der Unabhängigkeit des Endergebnisses vom Lastpfad in diesem konkreten nichtlinearen Problem einen identischen Wert. Allein bei qualitativer Bewertung des Funktionsverlaufs $N(\lambda)$ fallen Unterschiede auf: So ist dieser bei Berechnungsvariante *A* im gesamten Betrachtungsbereich konkav, während in Variante *B* ein Krümmungswechsel beobachtbar ist (konvex $0 < \lambda < 0,2$; konkav $0,2 < \lambda < 1,0$). Dies zeigt den Einfluss der Modellierung der Lastaufbringung auf die beobachtbare Nichtlinearität.

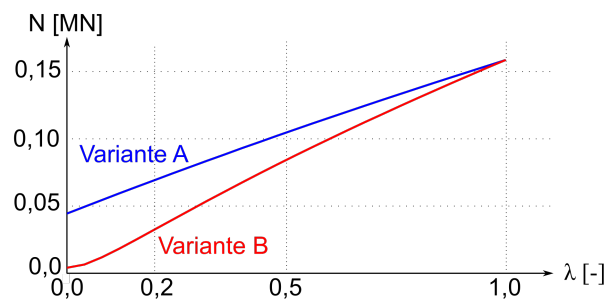


Abbildung 25: Nichtlinearer Verlauf der Normalkraft N bei kontinuierlicher Laststeigerung mit dem Lasterhöhungsfaktor λ . (Variante *A*: Aufbringung Eigengewicht bei $\lambda = 0$ und schrittweise Steigerung der veränderlichen Lasten, Variante *B*: schrittweise Aufbringung von Eigengewicht und veränderlichen Lasten)

6.5.2 Sensitivitätsanalyse

Nachfolgend werden Sensitivitäten nach

- Lasterhöhungsfaktor λ
- Belastungsintensitäten bei einer bestimmten Laststufe (getrennt in die drei Raumrichtungen, d.h. F_x, F_y, F_z)
- final aufzubringende Belastungsintensitäten (getrennt in die drei Raumrichtungen, d.h. f_x, f_y, f_z)

berechnet. Hierzu werden die äußeren Lasten schrittweise mit dem Lasterhöhungsfaktor aufgebracht (bei Variante *A* nur die veränderlichen Lasten). Nach Berechnung eines jeden Lastschritts wird die Sensitivitätsanalyse durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abb. 26 zu finden. Bei den dargestellten Verläufen der Ableitungen handelt es sich nicht um die graphische Darstellung einer ersten Ableitung im Sinne einer Kurvendiskussion von Funktionen mit einer Variablen (ausgenommen Ableitung nach λ), sondern um eine Darstellung der Entwicklung der Komponenten des Gradienten bei Laststeigerung gemäß einer gewählten Art der Lastaufbringung (vgl. Abb. 23 und zugehörige Erläuterung in Kapitel 6.4).

Vergleicht man die Ableitungsverläufe in Abb. 26, stellt man insbesondere große Unterschiede im Bereich $0 < \lambda < 0,2$ fest. Wie bereits diskutiert, weißt die Funktion $N(\lambda)$ einen Krümmungswechsel auf, welcher als Hochpunkt im Verlauf von $dN/d\lambda$ sichtbar wird.

Ableitungen nach λ

Die nun diskutierten Sensitivitäten finden sich in den oberen Diagrammen von Abb. 26. Bei $dN/d\lambda$ handelt es sich um die Ableitung der in Abb. 25 dargestellten Funktion $N(\lambda)$. Diese Ableitung kann gemäß Gl. 34 (vgl. hierzu auch Gl. 30) in Beiträge der einzelnen Lasten aufgeteilt werden. Es sei hierbei darauf hingewiesen, dass das Eigengewicht nur bei Berechnungsvariante B einen Beitrag zu $dN/d\lambda$ liefert.

$$\frac{dN}{d\lambda} = \underbrace{\frac{dN}{dF_x} \cdot f_{x,Verkehr,k}}_{dN/d\lambda_x} + \underbrace{\frac{dN}{dF_y} \cdot f_{y,Wind,k}}_{dN/d\lambda_y} + \underbrace{\frac{dN}{dF_z} \cdot f_{z,Verkehr,k}}_{dN/d\lambda_{z,q}} + \underbrace{\frac{dN}{dF_z} \cdot f_{z,EG,k}}_{dN/d\lambda_{z,g}} \quad (34)$$

In Abb. 26 ist ersichtlich, dass $dN/d\lambda$ hinsichtlich Verlauf und Werte maßgeblich durch die Ableitungen der Lasten in z-Richtung geprägt wird und Ableitungen der Lasten in x- und y-Richtung nur eine untergeordnete Rolle an der Gesamtänderungsrate der Normalkraft bei Laststeigerung haben. So ist auch bei Berechnungsvariante B ein Hochpunkt in den Verläufen von $dN/d\lambda_{z,g}$ und $dN/d\lambda_{z,q}$ ersichtlich. In Berechnungsvariante A sind die Ableitungsverläufe $dN/d\lambda$ und $dN/d\lambda_{z,q}$ für $0 \leq \lambda \leq 1$ streng monoton fallend.

Hinsichtlich der Änderungen bei Laststeigerung kann zwischen den Ableitungen der Lasten in die z-Richtung ein gegenteiliges Verhalten als bei den Ableitungen der Lasten in x- und y-Richtung festgestellt werden: So nehmen in beiden Berechnungsvarianten für $\lambda > 0,2$ die Lastableitungen in die z-Richtung ab, während die Ableitungen der Lasten in x- und y-Richtung zunehmen. Dies zeigt, dass Lastvariationen der Lasten in z-Richtung mit fortschreitender Lastaufbringung zunehmend geringeren Einfluss auf die Antwortgröße Normalkraft haben. Bei Variationen der Lasten in x- und y-Richtung verhält es sich gegenteilig. Es kann somit nach ableitungswertbezogener Sichtweise ein überlinearer Zusammenhang zwischen N und den Lasten in x- und y-Richtung und ein unterlinearer Zusammenhang zwischen N und den Lasten in z-Richtung klassifiziert werden. Diese Aussage gilt bei Berechnungsvariante A im Bereich $0 \leq \lambda \leq 1$ und für Variante B in $0,2 < \lambda \leq 1$.

Ableitungen nach Belastungsintensitäten (F_x, F_y, F_z) bei einer bestimmten Laststufe

Die nun diskutierten Sensitivitäten finden sich in den mittleren Diagrammen von Abb. 26. Auf Basis dieser Ableitungen kann die Nichtlinearität durch die Zu- bzw. Abnahme der Ableitungswerte identifiziert werden. So weisen fallende/steigende Ableitungswertverläufe auf Unterlinearität/Überlinearität hin. Mit den Ableitungen dN/dF_x , dN/dF_y und dN/dF_z kann somit eine gegenteilige Nichtlinearität der Lasten in z-Richtung (unterlinear) im Vergleich zu den Einwirkungen in die x- und y-Richtung (überlinear) klassifiziert werden. Diese Aussage gilt bei Berechnungsvariante A im Bereich $0 \leq \lambda \leq 1$ und für Variante B in $0,2 < \lambda \leq 1$. Für $\lambda < 0,2$ sind auch hier aufgrund der unterschiedlichen Aufbringung des Eigengewichts größere Diskrepanzen in den Ableitungsverläufen der Berechnungsvarianten A und B erkennbar.

Ableitungen nach final aufzubringenden Belastungsintensitäten (f_x, f_y, f_z)

Die nun diskutierten Sensitivitäten finden sich in den unteren Diagrammen von Abb. 26. Auf Basis dieser Ableitungen kann die Nichtlinearität durch die Krümmung der Ablei-

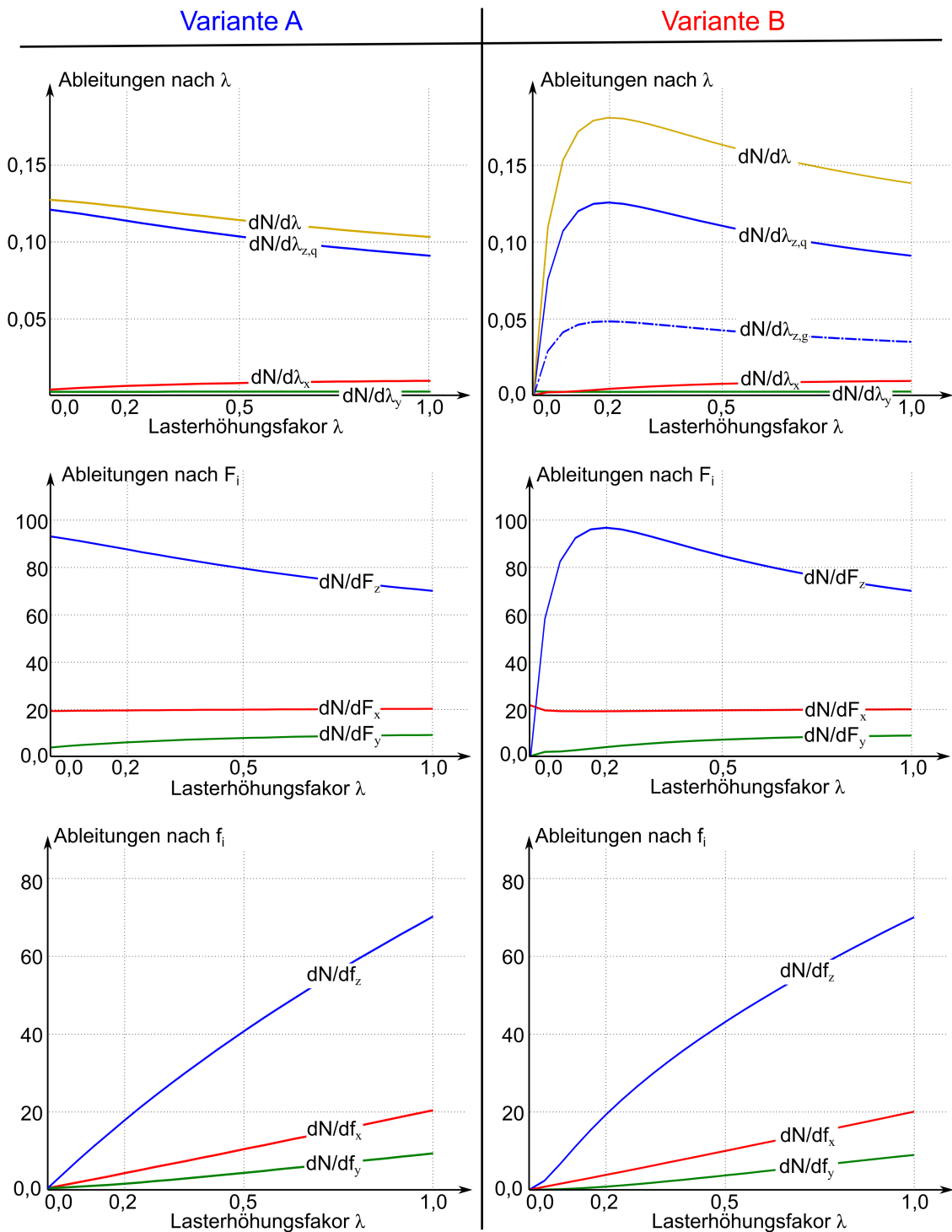


Abbildung 26: Entwicklung von Sensitivitäten der Normalkraft N im zentralen Tragseil einer Seilnetzbrücke nach verschiedenen Lastparametern bei kontinuierlicher Laststeigerung mit dem Lasterhöhungsfaktor λ . Diagramme oben: Ableitungen nach Lasterhöhungsfaktor λ und deren Zusammensetzung aus den verschiedenen Lastanteilen. Diagramme Mitte: Ableitungen nach F_i in den drei Raumrichtungen. Diagramme unten: Ableitungen nach f_i in den drei Raumrichtungen. Diagramme links: Berechnungsvariante A, Diagramme rechts: Berechnungsvariante B

tungswertverläufe identifiziert werden. So weisen konkave/konvexe Ableitungswertverläufe auf Unterlinearität/Überlinearität hin. Mit den Ableitungen dN/df_x , dN/df_y und dN/df_z kann somit im betrachteten Beispiel eine gegenteilige Nichtlinearität der Lasten in z-Richtung (konkaver Verlauf \rightarrow unterlinear) im Vergleich zu den Einwirkungen in die x- und y-Richtung (konvexer Verlauf \rightarrow überlinear) klassifiziert werden. Diese Aussage gilt bei Berechnungsvariante A im Bereich $0 \leq \lambda \leq 1$ und für Variante B in $0,2 < \lambda \leq 1$. Für $\lambda < 0,2$ sind auch hier aufgrund der unterschiedlichen Aufbringung des Eigengewichts größere Diskrepanzen in den Ableitungsverläufen der Berechnungsvarianten A und B erkennbar. So weist der Verlauf von dN/df_z bei Variante B einen Krümmungswechsel bei $\lambda = 0,2$ auf, während bei Variante A ein konkaver Verlauf für $0 \leq \lambda \leq 1$ vorgefunden werden kann.

6.5.3 Zusammenfassung und Fazit

Mit Hilfe von Sensitivitätsanalysen kann gezeigt werden, wie die einzelnen Lasten einer Einwirkungskombination zum Änderungsverhalten einer Bemessungsschnittgröße bei Laststeigerung beitragen. Hierbei konnte festgestellt werden, dass das Änderungsverhalten unter der gesamten Einwirkungskombination maßgeblich durch die Lasten in z-Richtung geprägt wird. Dies kann erkannt werden, da die Ableitungen der Lasten in z-Richtung bei jedem Lastschritt deutlich größer als die Ableitungen in x- und y-Richtung sind. Des Weiteren wurde zwischen den Einwirkungen in z-Richtung und der Bemessungsschnittgröße gemäß ableitungswertbezogener Sichtweise ein unterlinearer Zusammenhang festgestellt, welcher sich aufgrund der Dominanz dieser Last auf das funktionale Verhalten der Schnittgröße unter Aufbringung der gesamten Einwirkungskombination niederschlägt. Die überlinearen Zusammenhänge zwischen den Einwirkungen in x- bzw. y-Richtung und der Bemessungsschnittgröße sind hinsichtlich des globalen Verhaltens der Schnittgröße unter der gesamten Einwirkungskombination nur von untergeordneter Bedeutung, zeigen aber auf, dass vom globalen Tragverhalten einer Struktur nicht auf die funktionalen Zusammenhänge zwischen einzelnen Einwirkungen und Antwortgrößen geschlossen werden kann. Dies untermauert den Mehrwert einer differenzierten Untersuchung mittels Sensitivitätsanalysen, welche Beziehungen zwischen einzelnen Modellparametern und Antwortgrößen offenlegen kann.

Des Weiteren wurde anhand des Beispiels illustriert, welchen Einfluss die Art der Lastaufbringung auf die nichtlinearen Zusammenhänge hat. Grundsätzlich führt zwar die Klassifizierung des Typs der Nichtlinearität bei den beiden durchgeführten Berechnungsvarianten im Großteil des Beobachtungsbereichs bei schrittweiser Lastaufbringung zu einem übereinstimmenden Ergebnis. Allerdings unterscheidet sich die Intensität der Krümmung und somit auch der Grad der Nichtlinearität zwischen den beiden Varianten. Dies wird bspw. beim direkten Vergleich der Ableitungsverläufe nach dem Parameter F_z in Abb. 27 deutlich. Obwohl für $\lambda > 0,2$ in beiden Berechnungsvarianten die Ableitungswerte streng monoton abnehmend sind, ist die Abnahme der Ableitungen in Berechnungsvariante B bei Lasterhöhung größer. In Berechnungsvariante B würde somit der Grad der Nichtlinearität höher als bei Variante A eingeschätzt werden.

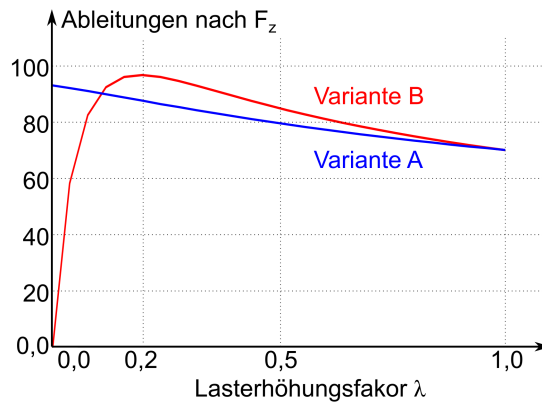


Abbildung 27: Entwicklung von Sensitivitäten der Normalkraft N nach dem Lastparameter F_z für die Berechnungsvarianten A und B im zentralen Trageil einer Seilnetzbrücke bei kontinuierlicher Laststeigerung

6.6 Zusammenfassung und Vorschlag zur praktischen Anwendung

In der praktischen Anwendung würde es einen großen Berechnungsaufwand bedeuten, um für jede Bemessungsgröße die Sensitivitätsverläufe über den gesamten Prozess der Lastaufbringung, wie dies in Kapitel 6.5 vorgeführt wird, zu analysieren. Stattdessen wird vorgeschlagen die Sensitivitätsanalyse an mindestens zwei Laststufen durchzuführen. Grundsätzlich wären vor allem die funktionalen Zusammenhänge zwischen Einwirkungen und Auswirkungen der Einwirkungen im Versagenspunkt (z.B. nach FORM) von Interesse. Da dieser bei Anwendung des Teilsicherheitskonzeptes nicht ermittelt wird, bieten sich Auswertungen von Sensitivitäten zwischen charakteristischem Lastniveau und Designlastniveau an. Hierbei liegt die Annahme zugrunde, dass sich die Ableitungen in ihrem Monotonieverhalten vergleichbar bis zum theoretischen Versagenspunkt weiterentwickeln und somit die Klassifizierung der Nichtlinearität im Bereich zwischen charakteristischer Last und Designlast stellvertretend verwendet werden kann.

In Kapitel 6.4 wurden verschiedene Lastparameter vorgestellt, nach welchen Sensitivitäten berechnet werden können. Hierbei ist es empfehlenswert Sensitivitäten nach den Belastungsintensitäten F_i , welche bei einem bestimmten Lastfaktor λ gerade auf die Struktur einwirken, für die Beurteilung zu verwenden. Diese zeichnen sich durch Einfachheit in der Interpretation aus, da nur beobachtet werden muss, ob die Ableitungswerte bei Laststeigerung zu- oder abnehmen. Bei gleichbleibendem Monotonieverhalten der Ableitungsverläufe reichen bereits Sensitivitätsanalysen an zwei Laststufen aus. Bei Verwendung von Sensitivitäten nach den Lastenintensitäten f_i , welche nach vollständiger Lastaufbringung die Struktur belasten, sind demgegenüber mindestens drei Sensitivitätsanalysen vonnöten, da zur Klassifizierung das Krümmungsverhalten des Ableitungsverlaufs heranzuziehen ist. Sensitivitäten nach dem Lasterhöhungsfaktor λ geben nur Hinweise bzgl. des Änderungsverhaltens einer Antwortgröße bei Aufbringung aller Lasten einer Einwirkungskombination.

Abschließend und als Erweiterung des Zwischenfazit in Kapitel 6.3.3 sei noch angemerkt, dass zukünftige Normen Aspekte der Nichtlinearität präziser beschreiben sollten. Hierbei

ist zu beachten, dass eine Struktur bzw. ein Modell als Ganzes nicht in eine Kategorie der Nichtlinearität eingeteilt werden kann, sondern immer nur die funktionale Beziehung zwischen einer Outputgröße (z.B. eine Bemessungsschnittgröße) und einer Inputgröße (z.B. eine Einwirkung) eines Modells. Wobei hierbei wiederum zu beachten ist, dass die Einteilung in einen Typ der Nichtlinearität im Allgemeinen nicht für den gesamten Definitionsbereich der Inputgröße möglich ist, sondern nur für bestimmte Bereiche des Inputgrößenwerts. Des Weiteren sollte berücksichtigt werden, dass Typ und Grad der Nichtlinearität zwischen einer Auswirkung und den einzelnen Einwirkungen einer Einwirkungskombination i.d.R. nur in Abhängigkeit von der Art der schrittweisen Lastaufbringung bestimmt werden können.

7 Das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept

Die nachfolgenden Abschnitte sind eng mit dem Teilsicherheitskonzept verknüpft. Daher wird dieses hier in Kürze vor zusammengefasst. Ausführliche Erläuterungen können in [27, 32] gefunden werden. Das Teilsicherheitskonzept fordert, dass folgende Ungleichung erfüllt wird:

$$e_d \leq r_d \quad (35)$$

wobei

$$e_d = \gamma_F \cdot e_k \quad (36)$$

$$r_d = \frac{r_k}{\gamma_M} \quad (37)$$

e_k und r_k sind die charakteristischen Werte der Auswirkungen der Einwirkung und des Widerstandes, e_d und r_d sind die jeweiligen Designwerte und γ_F und γ_M sind die dazugehörigen Teilsicherheitsbeiwerte. Charakteristische Werte sind üblicherweise als Quantilwerte von zugrundeliegenden Verteilungen definiert.

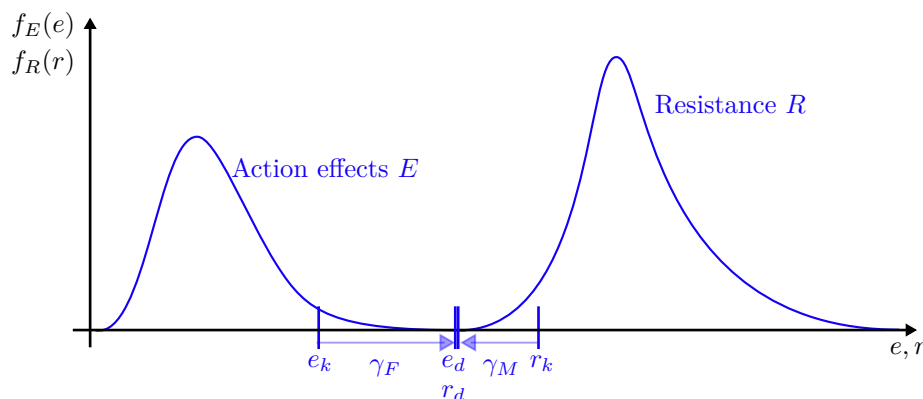


Abbildung 28: Grundproblematik der einer Zuverlässigkeitsanalyse.

Die Wahl der beiden Sicherheitskomponenten – der Teilsicherheitsbeiwerte und der charakteristischen Werte – basiert auf einer Zuverlässigkeitsanalyse. Abbildung 28 zeigt die probabilistische Sichtweise der Auswirkungen der Einwirken E und des Widerstandes R . Damit kann eine Grenzzustandsgleichung $g(R, E) = R - E$ definiert werden um die Versagenswahrscheinlichkeit $\Pr(F)$ bestimmt werden zu

$$\Pr(F) = \int_{\Omega_F} f_{R,E}(r, e) \, dr \, de \quad (38)$$

wobei $f_{R,E}(r, e)$ die Verteilungsdichtefunktion von R und E ist und $\Omega_F = \{r, e \mid g(r, e) < 0\}$ den Versagensbereich definiert. Die zugehörige Zuverlässigkeit β ergibt sich zu

$$\beta = -\Phi^{-1}(\Pr(F)) \quad (39)$$

wobei Φ^{-1} die inverse Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung ist.

Im Design nach Eurocode können vier verschiedene Modelle identifiziert werden (siehe Abbildung 29): Das Lastmodell $\mathcal{M}_{L,EC}$, das statische Modell $\mathcal{M}_{S,EC}$, das Materialmodell $\mathcal{M}_{M,EC}$ und das Widerstandsmodell $\mathcal{M}_{R,EC}$. Wir verwenden den Index EC um zu betonen, dass es sich dabei um Modelle handelt, welche vom Eurocode bereit gestellt werden bzw. für welche der Eurocode ausgelegt ist.

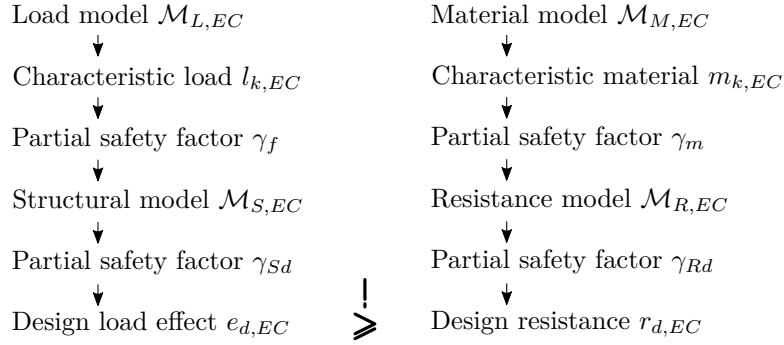


Abbildung 29: Überblick des Designansatzes des Eurocode.

Die DIN EN 1990 [4] unterscheidet zwischen vier verschiedenen Teilsicherheitsbeiwerten γ_f , γ_{Sd} , γ_m und γ_{Rd} , welche jeweils die Unsicherheit des dazugehörigen Modells abdecken. In der tatsächlichen Anwendung werden die Teilsicherheitsbeiwerte wie folgt zusammengelegt

$$\gamma_F = \gamma_f \times \gamma_{Sd} \quad (40)$$

$$\gamma_M = \gamma_m \times \gamma_{Rd} \quad (41)$$

$\mathcal{M}_{L,EC}$ und $\mathcal{M}_{M,EC}$ sind typischerweise statistische Modelle welche Verteilungen für die Einwirkungen L_{EC} und die Materialeigenschaften M_{EC} bereithalten. Quantilwerte dieser Verteilungen bilden die charakteristischen Werte $l_{k,EC}$ und $m_{k,EC}$. Die Designauswirkungen der Einwirkungen und die Designwiderstände werden mittels von Funktionen $t_{S,EC}$ und $t_{R,EC}$ bereitgestellt durch die Modelle $\mathcal{M}_{S,EC}$ und $\mathcal{M}_{R,EC}$ berechnet. Beachtet man diese Zusammenhänge, können Gleichung (36) und (37) wie folgt neu formuliert werden:

$$e_d = \gamma_S \cdot t_{Sd,EC}(\gamma_f \cdot l_{k,EC}(F_{EC})) \quad (42)$$

$$r_d = \frac{1}{\gamma_R} \cdot t_{Rd,EC}\left(\frac{m_{k,EC}(M_{EC})}{\gamma_m}\right) \quad (43)$$

Analog zur Neuformulierung von Gleichung (36) und (37) zu Gleichung (42) und (43) kann auch Abbildung 28 zu Abbildung 30 erweitert werden.

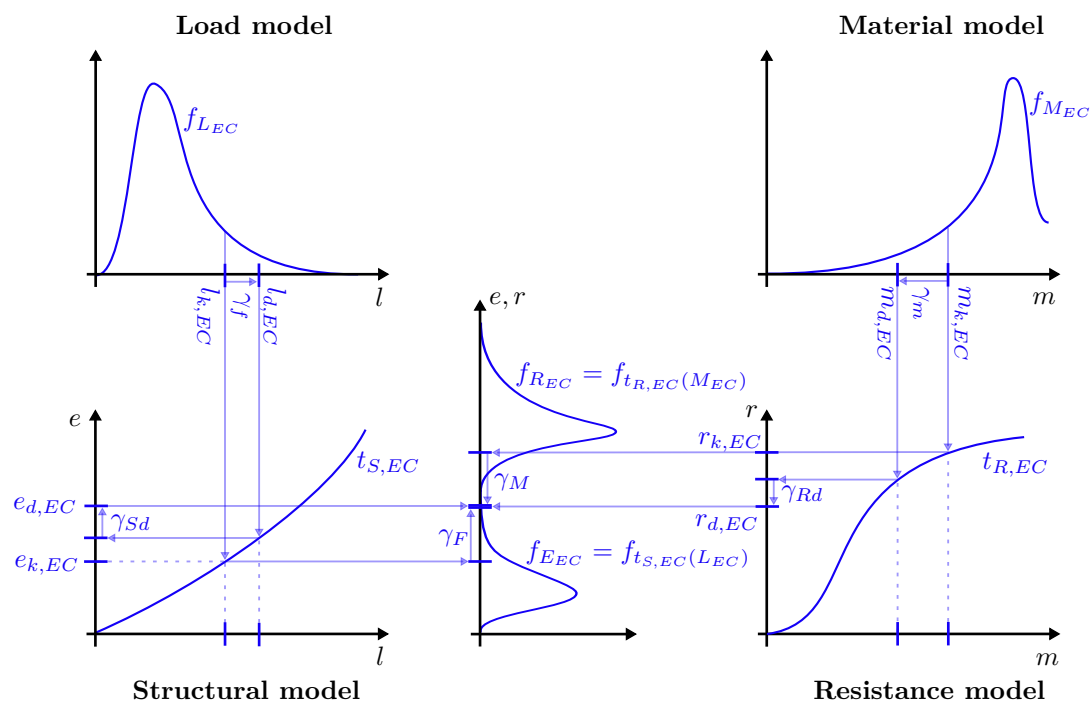


Abbildung 30: Grundproblematik des Zuverlässigkeitsproblems und seine Beziehung zum Teilsicherheitskonzeptes des Eurocodes.

Abbildung 30 stellt den probabilistischen Hintergrund und die vier verschiedenen Modelle bei einer Bemessung nach Eurocode dar. Der Eurocode definiert allerdings nur die charakteristischen Lasten und die charakteristischen Materialeigenschaften explizit und nicht die dazugehörigen Verteilungsdichtefunktionen $f_{L_{EC}}$ and $f_{M_{EC}}$. Als Konsequenz daraus sind auch $f_{E_{EC}}$ und $f_{R_{EC}}$ nicht explizit definiert. Implizit sind diese Verteilungen durch Hintergrunddokumente (z.B. [33–36]) gegeben.

8 Zuverlässigkeitsbeurteilung von Nichtlinearitäten

Das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept (Einführung siehe Abschnitt 7) ist für hinreichend lineare Modelle ausgelegt. Die Zusammenlegung der Teilsicherheitsbeiwerte für das Lastmodell $\mathcal{M}_{L,EC}$ und das statische Modell $\mathcal{M}_{S,EC}$ bzw. für das Materialmodell $\mathcal{M}_{M,EC}$ und das Widerstandsmodell $\mathcal{M}_{R,EC}$ (siehe Gleichung 40 und 41) führt zu einer Problematik bei der Berechnung von der Designauswirkungen der Einwirkungen und die Designwiderstände, wenn die Funktionen $t_{S,EC}$ und $t_{R,EC}$ – als Teil der Modelle $\mathcal{M}_{S,EC}$ und $\mathcal{M}_{R,EC}$ – nichtlinear sind. Es stellt sich die Frage ob die Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_{F,EC}$ und $\gamma_{M,EC}$ vor oder nach der Anwendung der Funktionen $t_{S,EC}$ und $t_{R,EC}$ beaufschlagt werden sollen. Die Designauswirkungen der Einwirkungen und die Designwiderstände (vergleiche Gleichung 42 und 43) können je nach dem auf zwei verschiedene Arten ermittelt werden (wobei wir den Index EC weglassen):

$$(a) \quad e_d = \gamma_F \cdot t_S(l_k) \quad \text{oder} \quad (b) \quad e_d = t_S(\gamma_F \cdot l_k) \quad (44)$$

$$(a) \quad r_d = \frac{1}{\gamma_M} \cdot t_R(m_k) \quad \text{oder} \quad (b) \quad r_d = t_R\left(\frac{m_k}{\gamma_M}\right) \quad (45)$$

Im Folgenden untersuchen wir die Effekte der beiden Varianten auf die Zuverlässigkeit beispielhaft für die Lastseite, also für eine nichtlineare Funktion t_S des statisches Modells. Die Vorgehensweise kann äquivalent auf die Widerstandseite übertragen werden.

Abbildung 31 zeigt den Effekt einer nichtlinearen Funktion t_S bei der Ermittlung von e_d . Je nachdem ob t_S über- bzw. unterlinear ist, führt eine andere Variante ((a) oder (b)) zu einer größeren bzw. kleineren e_d .

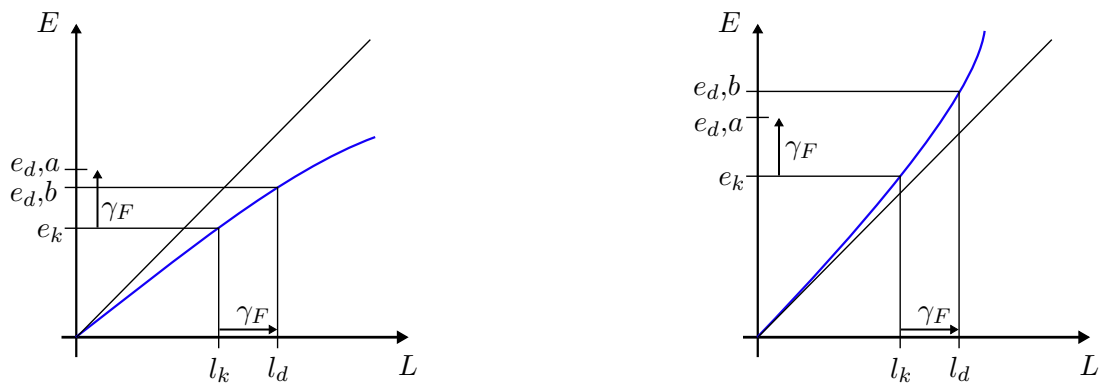


Abbildung 31: Varianten bei der Ermittlung der Designauswirkung der Einwirkung e_d bei unterlinearem statischem Model (links) und überlinearem statischen Model (rechts).

Die genaue funktionale Form von t_S spielt bei der Ermittlung von e_d keine Rolle, sondern lediglich die Auswertungen von t_S bei l_k bzw. $\gamma_F \cdot l_k$. Hieraus ergibt sich eine – in diesem Zusammenhang – sinnvolle Definition/Einleitung von unter- bzw. überlinear für t_S :

- t_S ist unterlinear, wenn $t_S(\gamma_F \cdot l_k) < \gamma_F \cdot t_S(l_k)$

- t_S ist überlinear, wenn $t_S(\gamma_F \cdot l_k) > \gamma_F \cdot t_S(l_k)$

Über- bzw. Unterlinearität ist also gegeben, wenn $t_S(\gamma_F \cdot l_k)$ oberhalb bzw. unterhalb der Geraden durch den Ursprung und $t_S(l_k)$ liegt.

Der Eurocode regelt die Frage wie e_d ermittelt werden soll so, dass im unterlinearen Fall $e_d = \gamma_F \cdot t_S(l_k)$ und im überlinearen Fall $e_d = t_S(\gamma_F \cdot l_k)$ ist. e_d wird also so gewählt, dass der Bemessungswert maximiert wird:

$$e_d = \max \{ \gamma_F \cdot t_S(l_k), t_S(\gamma_F \cdot l_k) \} \quad (46)$$

Auch, wenn diese Regel konservativ erscheint, so ist dies – verglichen mit dem Design bei einem linearen t_S – nicht zwingend der Fall.

8.1 Fallstudie: Der Effekt von stückweise linearen und quadratischen statischen Modellen auf die Zuverlässigkeit

Im Folgenden wird der Effekt zwei unterschiedlicher Formen an nichtlinearen Funktionen t_S untersucht: Stückweise lineare Funktionen und quadratische Funktionen.

8.1.1 Annahmen der Fallstudie

Die Untersuchungen werden beispielhaft für eine standardisierte fiktive Last L und ein standardisiertes fiktives Materialphänomen M durchgeführt (siehe Tabelle 4).

	Mittelwert	VarK
$L \sim \mathcal{G}$	1	0.2
$M \sim \mathcal{LN}$	1	0.1

Tabelle 4: Gewählte Verteilungen der Last L und des Materials M .

Die charakteristischen Werte sind als 98% und 0.05% Quantil definiert:

$$l_k = F_L^{-1}(0.98) \quad (47)$$

$$m_k = F_M^{-1}(0.05) \quad (48)$$

und die Teilsicherheitsbeiwerte sind definiert als:

$$\gamma_F = 1.5 \quad (49)$$

$$\gamma_M = 1.2 \quad (50)$$

Die Nichtlinearität der Funktionen t_S wird über einen Faktor ξ kontrolliert. ξ skaliert t_S in $\gamma_F \cdot l_k$:

$$t_S(\gamma_F \cdot l_k) = \xi \cdot \gamma_F \cdot l_k \quad (51)$$

für $\xi < 1$ liegt also Unterlinearität vor und für $\xi > 1$ Überlinearität. Untersucht werden die Fälle $\xi \in \{0.5, 0.6, \dots, 1.5\}$

Abbildung 32 und 33 zeigen t_S für den stückweise linearen Fall und den quadratischen Fall.

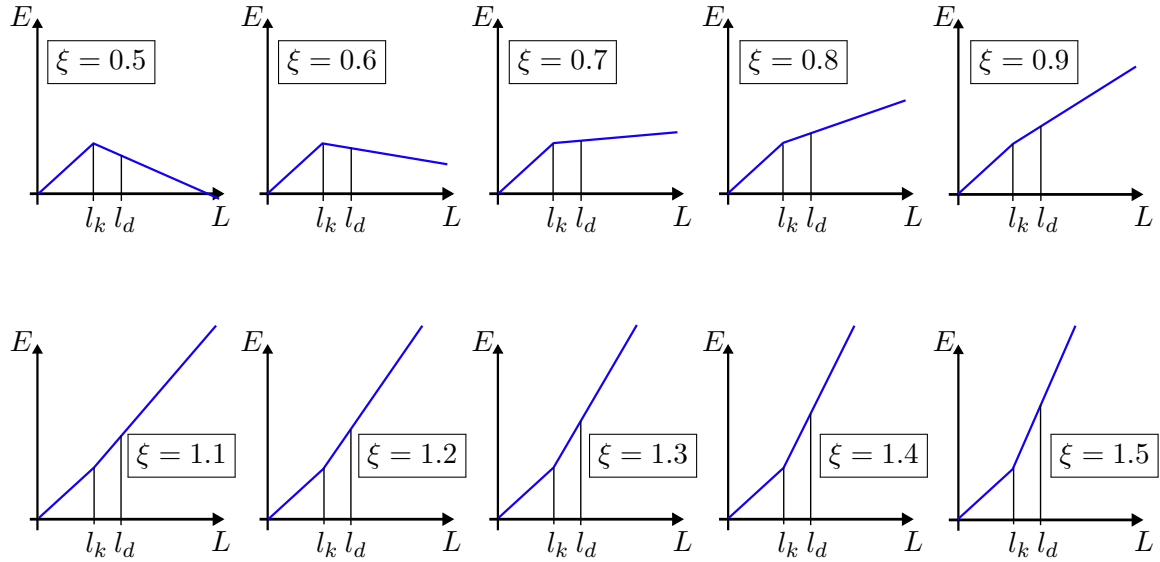


Abbildung 32: Stückweise lineares statisches Modell t_S für $\xi = 0.5, \dots, 0.9$ (unterlinear) und $\xi = 1.1, \dots, 1.5$ (überlinear)

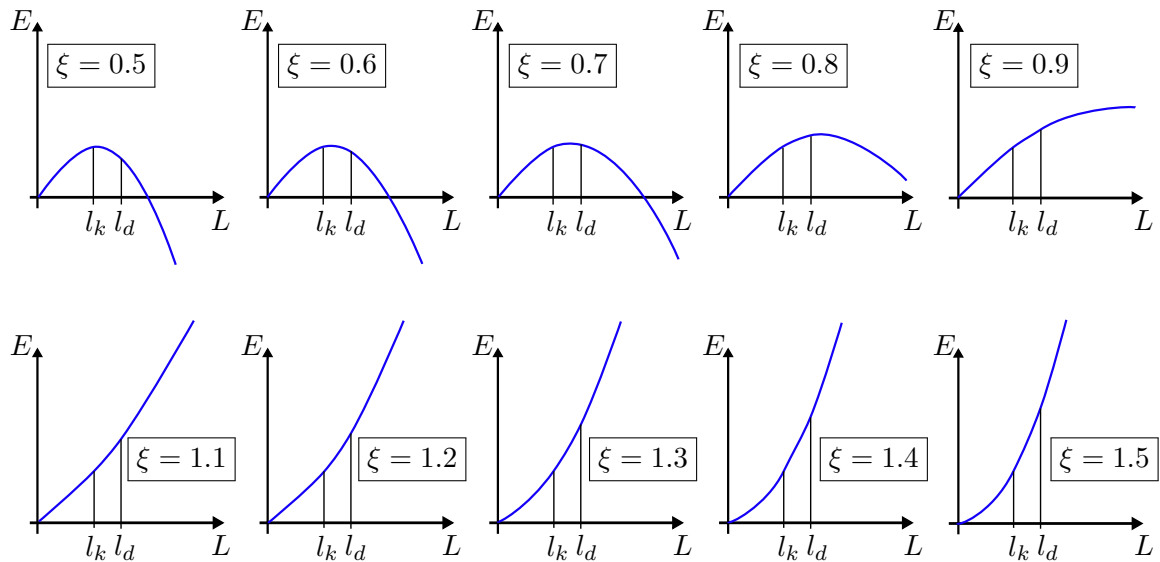


Abbildung 33: Quadratisches statisches Modell t_S für $\xi = 0.5, \dots, 0.9$ (unterlinear) und $\xi = 1.1, \dots, 1.5$ (überlinear).

In den stark unterlinearen Fällen kann der Lasteffekt E mit steigender Last L abnehmen. Außerdem kann der Lasteffekt sogar negativ und somit zu einem Widerstand werden. Dies

sind zwei unrealistische oder zumindest stark zu hinterfragende Effekte. Im quadratischen Fall treten diese Effekte für alle $\xi < 1$ auf, da die quadratische Funktion dann ein Maximum erreicht und danach fällt. Für nur schwach unterlineare quadratische Fälle tritt dieses Maximum allerdings erst für sehr große Lasten auf. Im stückweise linearen Fall treten diese Effekte auf, wenn t_S – nach Erreichen der charakteristischen Last l_k – fällt. Dies ist der Fall, wenn $\xi < \frac{1}{\gamma_F} = 0.67$.

8.1.2 Designvariationen

Das Design nach semiprobabilistischen Teilsicherheitskonzept wird so gewählt, dass die Designauswirkungen der Einwirkungen gleich dem Designwiderstand sind:

$$e_d = r_d \quad (52)$$

Unter der Annahme eines linearen Widerstandsmodells und Gleichung 44 ergibt sich

$$(a) \quad \gamma_F \cdot t_S(l_k) = d \cdot \frac{m_k}{\gamma_M} \quad \text{oder} \quad (b) \quad t_S(\gamma_F \cdot l_k) = d \cdot \frac{m_k}{\gamma_M} \quad (53)$$

je nach dem ob γ_F auf die Einwirkung oder die Auswirkung der Einwirkung aufgebracht wurde. d ist der Koeffizient des linearen Modells auf Widerstandsseite. d kann als Designwahl interpretiert werden (z.B. die Wahl der Querschnittfläche). Löst man nach d auf so erhält man:

$$(a) \quad d = \frac{\gamma_M \cdot \gamma_F \cdot t_S(l_k)}{m_k} \quad \text{oder} \quad (b) \quad d = \frac{\gamma_M \cdot t_S(\gamma_F \cdot l_k)}{m_k} \quad (54)$$

Im semiprobabilistischen Design wird versucht, dass die Designwerte der Einwirkung l_d und des Materialphänomens m_d transformiert in den Standardnormalraum Annäherungen an den FORM-Designpunkt sind. Der Designwert des Materialphänomens ergibt sich direkt zu

$$m_d = \frac{m_k}{\gamma_M} \quad (55)$$

Wird der Teilsicherheitsbeiwert auf Lastseite direkt auf die charakteristische Last aufgebracht, so ergibt sich auch der Designwert der Auswirkung direkt durch Multiplikation der charakteristischen Last mit γ_F . Wird der Teilsicherheitsbeiwert allerdings erst auf die Auswirkung der Einwirkung aufgebracht, so muss zunächst der Designwert der Auswirkung der Einwirkung bestimmt werden und dieser mittels der inversen Funktion t_S^{-1} auf die Einheit des Materialphänomens rücktransformiert werden. Allerdings kann es sein, dass t_S^{-1} für den Designwert der Auswirkung der Einwirkung nicht existiert oder nicht eindeutig ist.

$$(a) \quad l_d = t_S^{-1}(\gamma_F \cdot t_S(l_k)) \quad \text{oder} \quad (b) \quad l_d = l_k \cdot \gamma_F \quad (56)$$

8.1.3 Zuverlässigkeitsanalyse

Zur Bestimmung der Zuverlässigkeit wird folgende Grenzstandfunktion definiert:

$$g = R - E \quad (57)$$

wobei R der Widerstand und E die Auswirkung der Einwirkung ist. Unter Verwendung der Designwahl d kann g in Abhängigkeit des Materialphänomens M und der Last L umformuliert werden:

$$g = d \cdot M - L = \begin{cases} \frac{\gamma_M \cdot \gamma_F \cdot t_S(l_k)}{m_k} \cdot M - t_S(L) \\ \frac{\gamma_M \cdot t_S(\gamma_F \cdot l_k)}{m_k} \cdot M - t_S(L) \end{cases} \quad (58)$$

Die Nichtlinearität des statischen Modells t_S taucht in g also zweimal auf. Einmal bei der Wahl des Designs d und bei der Übersetzung der Einwirkung L zur Auswirkung der Einwirkung $E = t_S(L)$. Die beiden Vorkommen können gegensätzliche Effekte auf die Zuverlässigkeit haben.

Die Zuverlässigkeit kann mittels FORM [37] bestimmt werden, jedoch kann die Nichtlinearität von t_S zu starken Nichtlinearität der Grenzzustandsgleichung im Standardnormalraum führen. In diesen Fällen ist FORM mit Vorsicht zu verwenden (eventuell FORM für Systemzuverlässigkeiten) oder andere Methoden (z.B. Subset Simulation [38–40]) zu verwenden.

8.1.4 Ergebnisse der Fallstudie

Abbildung 34 und 35 zeigen die resultierenden Zuverlässigkeitsindizes der Fallstudie für die beiden Designvarianten und verschiedene Grade der Nichtlinearität von stückweise linearen bzw. quadratische Funktionen t_s berechnet mit FORM und SuS. Der Grad der Nichtlinearität wird mittels ξ kontrolliert.

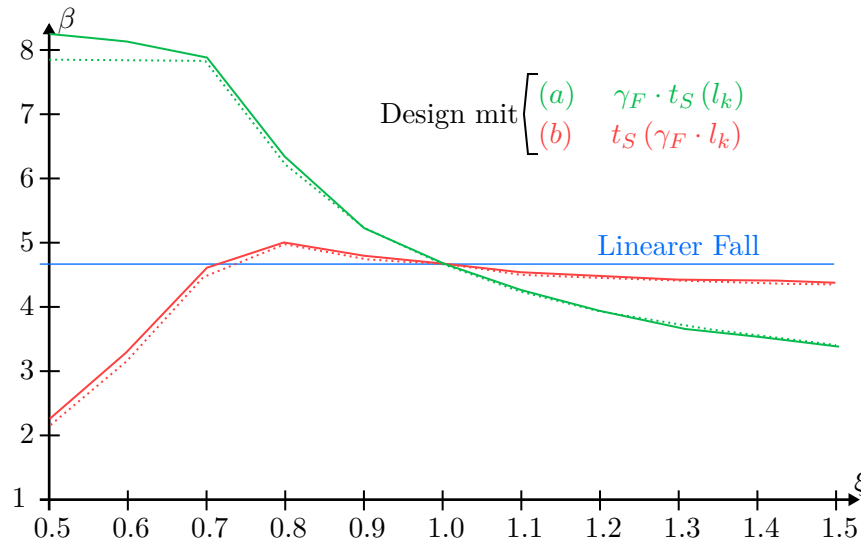


Abbildung 34: Zuverlässigkeitsindex bei stückweise linearem t_S . Der Teilsicherheitsbeiwert γ_F wurde bei der Designwahl auf die Einwirkung (grün) bzw. die Auswirkung der Einwirkung (rot) aufgebracht. Der Zuverlässigkeitsindex wurde mittels FORM (gepunktet) bzw. SuS (durchgezogen) mit 5000 Samples pro Level und einer Intermediärwahrscheinlichkeit von 0.1 ermittelt.

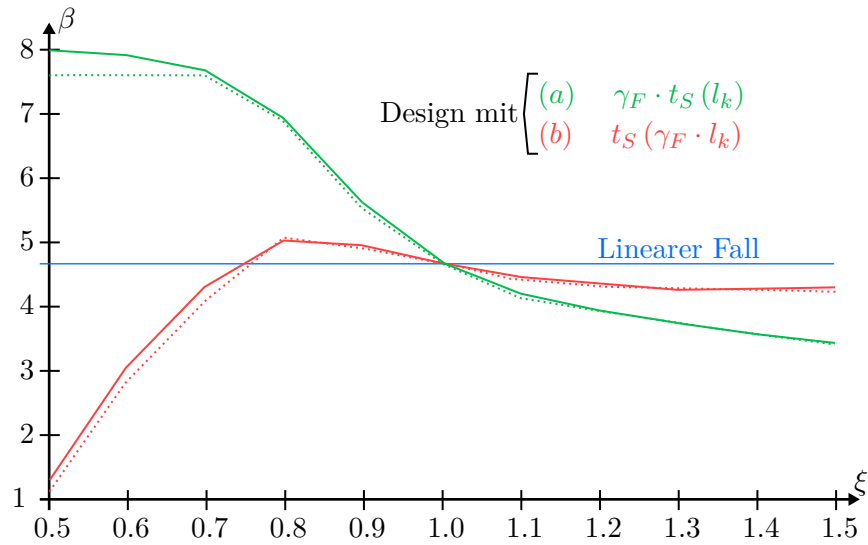


Abbildung 35: Zuverlässigkeitsindex bei quadratischem t_S . Der Teilsicherheitsbeiwert γ_F wurde bei der Designwahl auf die Einwirkung (grün) bzw. die Auswirkung der Einwirkung (rot) aufgebracht. Der Zuverlässigkeitsindex wurde mittels FORM (gepunktet) bzw. SuS (durchgezogen) mit 5000 Samplen pro Level und einer Intermediärwahrscheinlichkeit von 0.1 ermittelt.

Abbildung 36 und 37 zeigen die Grenzgleichungen (siehe Gleichung 58) der verschiedenen Bemessungssituationen im Standardnormalraum, die jeweiligen FORM-Designpunkte und die Designpunkte nach semiprobabilistischem Design (siehe Gleichung 55 und 56).

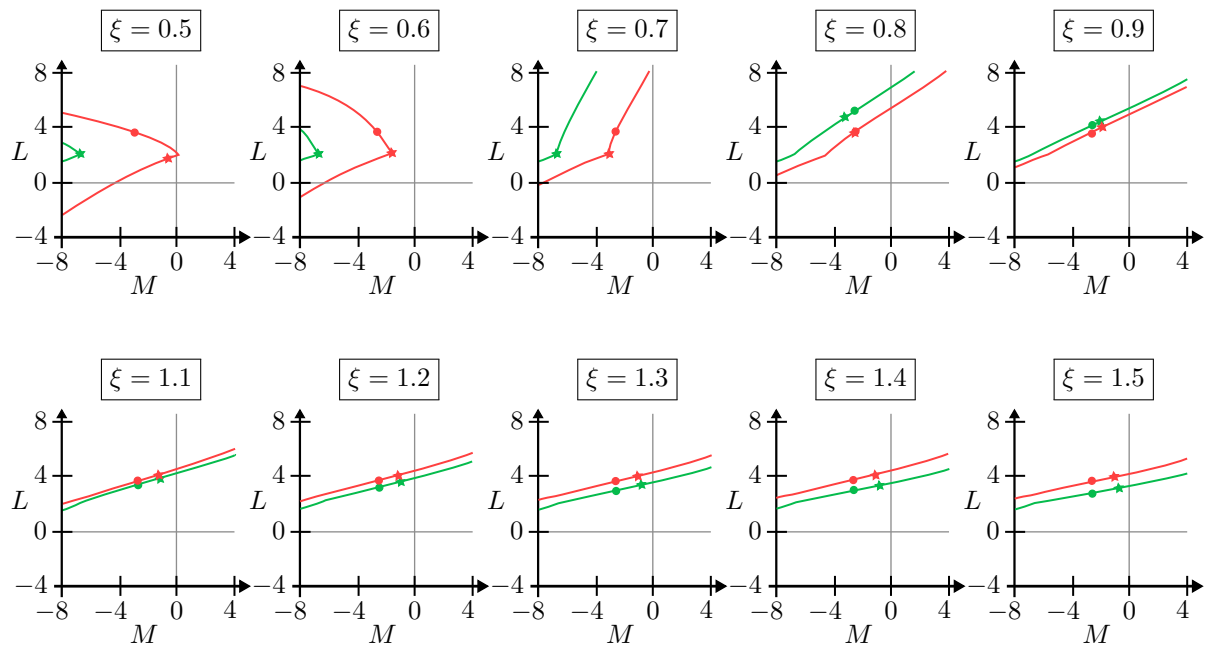


Abbildung 36: Gegenstandsbezeichnungen im Standardnormalraum bei Verwendung eines stückweisen linearen statischen Modells t_S für $\xi = 0.5, \dots, 0.9$ (unterlinear) und $\xi = 1.1, \dots, 1.5$ (überlinear). Der Teilsicherheitsbeiwert γ_F wurde bei der Designwahl auf die Einwirkung (grün) bzw. die Auswirkung der Einwirkung (rot) aufgebracht. Die Sterne sind die jeweiligen FORM Designpunkte und die Kreise die Designpunkte semiprobabilistischem Design.

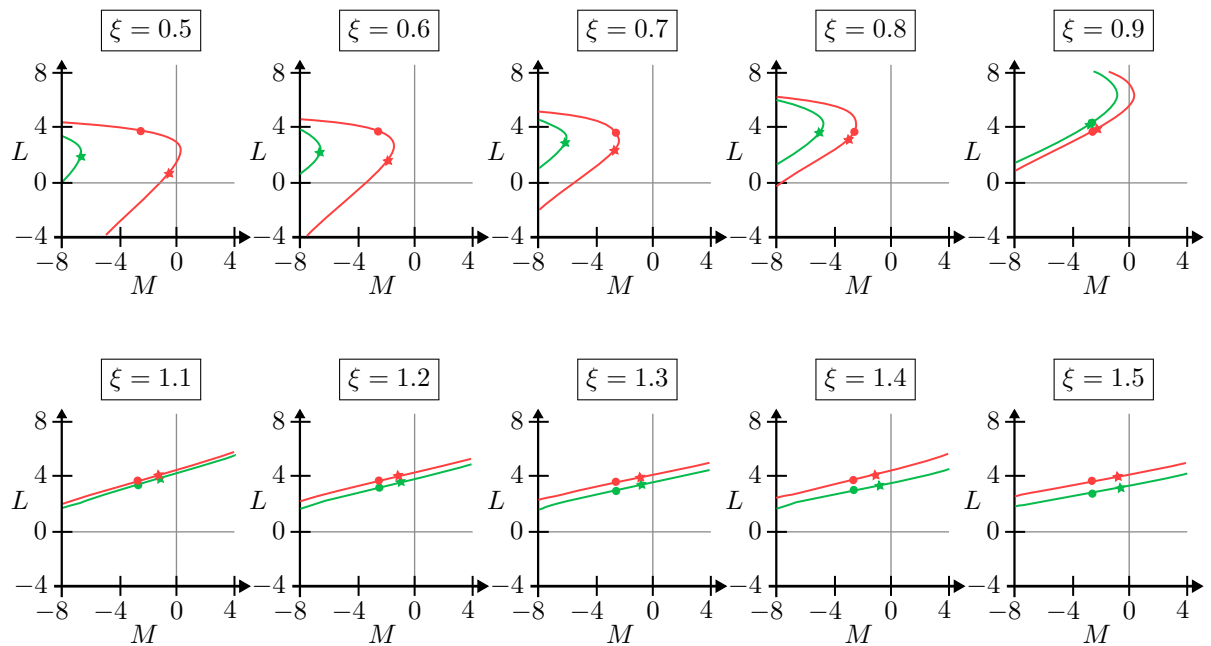


Abbildung 37: Gegenstandsbezeichnungen im Standardnormalraum bei Verwendung eines quadratische statischen Modells t_S für $\xi = 0.5, \dots, 0.9$ (unterlinear) und $\xi = 1.1, \dots, 1.5$ (überlinear). Der Teilsicherheitsbeiwert γ_F wurde bei der Designwahl auf die Einwirkung (grün) bzw. die Auswirkung der Einwirkung (rot) aufgebracht. Die Sterne sind die jeweiligen FORM Designpunkte und die Kreise die Designpunkte semiprobabilistischem Design.

Die Resultate der Fallstudie sind selbstverständlich abhängig von den getroffenen Annahmen. Insbesondere von den gewählten Verteilungen, Teilsicherheitsfaktoren und Quantilwerte für die Wahl der charakteristischen Werte. Insofern lassen sich die Resultate nur bedingt verallgemeinern und es besteht noch weiterer Forschungsbedarf. Allerdings haben erste Variationen der Annahmen zu vergleichbaren Resultaten geführt. Aus den bisherigen Resultaten lässt sich folgendes schlussfolgern bzw. anmerken:

- Die Resultate im stark unterlinearen Fall – also für kleine ξ (im stückweise linearen Fall $\xi < 0.67$) – sind nur sehr bedingt aussagekräftig, da t_S hier eine unrealistische Form annimmt.
- Die funktionale Form von t_S – stückweise linear oder quadratisch – hat keinen Einfluss auf das gewählte Design und nur geringen Einfluss auf die erreichte Zuverlässigkeit.
- Bei stark unterlinearem t_S ist die Grenzzustandsgleichung stark nichtlinear und sollte nur mittels FORM für Systeme angenähert werden. Für leicht unterlineares und überlineares t_S ist Standard-FORM eine hinreichend genaue Näherung.
- Die Regelung des Eurocode wählt zwischen den Designvariationen die jeweils konservativere. Für den überlinearen Fall liegt jedoch der Zuverlässigkeitsindex beider Designvariationen unterhalb des Referenzwertes welcher sich bei linearem Design

ergibt. Somit ist der Eurocode im überlinearen Fall immer nicht konservativ. Im unterlinearen Fall führt die Regelung des Eurocode zu Zuverlässigkeitsindex oberhalb des Referenzwertes und somit zu möglicherweise starkem Überdesign.

- Die Designvariation bei welcher der Teilsicherheitsbeiwert direkt auf die Last aufgebracht wird führt sowohl für den über- als auch unterlinearen Fall zu Zuverlässigkeitsindizes welche näher am Referenzwert bei linearem Design liegen. Nur bei stark unterlinearem t_S führt dies zu einer signifikanten Unterschreitung des Referenzwertes.

8.2 Ausblick

Aufgrund der bisherigen Forschungsarbeit lassen sich zwei Ansätze erkennen, wie sich die Problematik der Verwendung nichtlinearer Modelle im Teilsicherheitskonzept angehen lassen könnte:

- Entweder könnte ein unterer "Grenzwert der Nichtlinearität" definiert werden (in der Fallstudie wäre dieser z.B. definiert als $\xi \approx 0.75$). Wenn dieser Grenzwert erfüllt wird, so könnte der Teilsicherheitsbeiwert auch im unterlinearen Fall direkt auf die Einwirkung aufgebracht werden. Falls er nicht erfüllt ist, so könnten zusätzliche Berechnungen eingefordert werden (eventuell probabilistisch). Damit könnte starkes Überdesign im unterlinearen Fall verhindert werden.
- Die Fallstudie könnte mittels eines Portfolios an funktionalen nichtlinearen Formen, Einwirkungen und Widerständen (z.B. aus [36]) verallgemeinert werden und ein zusätzlicher Teilsicherheitsbeiwert in Abhängigkeit der vorhandenen Nichtlinearität bestimmt werden. Dieser zusätzliche Teilsicherheitsbeiwert könnte entweder für eine Beaufschlagung auf die Einwirkung oder für eine Beaufschlagung auf die Auswirkung der Einwirkung ermittelt werden. Beide Varianten würden zu dem selben Resultat führen, nämlich einer Homogenisierung des Sicherheitsniveaus.

9 Versteckte Sicherheiten im normenbasierten Bemessungsprozess

Um die Bemessung zu standardisieren und die Variabilitäten und Unsicherheiten auf Last- und Widerstandsseite abzudecken, wurden Baunormen entwickelt. Seit den 1970er Jahren wurde dafür das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept etabliert [5, 27, 41–44]. Es basiert auf zwei explizierten Sicherheitskomponenten: Den Teilsicherheitsbeiwerten und den charakteristischen Werten [45] (siehe Abschnitt 7). Die Wahl dieser Sicherheitskomponenten fußt auf Methoden der Normenkalibrierung [46–48]. Diese Kalibrierung stützt sich unter anderem auf die Last- und Widerstandsmodelle welche die Grundlage der jeweiligen Baunorm bilden. In vielen Fällen sind diese Modelle jedoch konservativ. Dies führt zu einer weiteren impliziten Sicherheitskomponente: Der versteckten Sicherheit.

Die Effekte versteckter Sicherheit sind schwierig zu quantifizieren und wurden in bisherigen Normenkalibrierungen nicht explizit berücksichtigt. Solange von den Standardmodellen der Baunorm nicht abgewichen wird, ist eine explizite Berücksichtigung auch nicht notwendig.

Versteckte Sicherheiten können allerdings problematisch sein, wenn die Standardmodelle – für welche die Baunorm ausgelegt ist – durch fortgeschrittenere Modelle ersetzt werden. Weiterentwicklungen in der computergestützten statischen Analyse, immer größer anwachsende Datensammlungen ("Big Data") und die Fortschritte in der Daten-basierten Modellierung ("Maschine Learning") machen den Einsatz von fortgeschrittenen Modellen praktikabel. Beispiele sind die numerischen Strömungsmechanik (z.B. virtuelle Windtunneltests) [49], seismische Analysen (z.B. Erdbebensimulationen) [50], das Sammeln von Daten vor Ort (z.B. Windgeschwindigkeitsmessungen oder geotechnische Messungen) oder Tests an maßstabgetreuen physischen Modell (z.B. physische Windtunneltests oder der Einsatz von Zentrifugen zur Bestimmung geotechnischer Werte). Der Einsatz solcher Modellierungsansätze ist wünschenswert, da diese zu ökonomischeren und nachhaltigeren Bauwerken führen. Dabei ist jedoch darauf zu achten, dass die Sicherheit durch den eventuellen Wegfall versteckter Sicherheiten nicht reduziert wird.

Die meisten Experten sind sich der Herausforderung beim Umgang mit versteckten Sicherheiten bewusst, dennoch ist die Anzahl an Publikation zu diesem Thema sehr überschaubar. Zu erwähnen sind: Byfield and Nethercot [51], welche verschiedene Widerstandsmodelle im Stahlbau untersuchen und die zugehörigen Teilsicherheitsbeiwerte kalibrieren. Milan et al. [52] untersuchen den Einfluss verschiedener probabilistischer Modellierungsansätze der Windlastkomponenten. Nowak et al. [53] vergleicht die mittels Modellen ermittelte Versagenswahrscheinlichkeit von Brücken mit der Versagenswahrscheinlichkeit bei welcher die Modelle durch Messungen vor Ort rekaliert wurden. Andere erwähnenswerte Veröffentlichungen beinhalten Toft et al. [54], Hanninen et al. [55] und Gazetas et al. [56]. Eine Veröffentlichung, welche das Thema der versteckten Sicherheiten abstrakt beschreibt und ein allgemeines Vorgehen zum Umgang mit versteckten Sicherheiten bereithält, ist bisher nicht vorhanden und wurde im Rahmen dieses Forschungsprojektes erstellt.

9.1 Versteckte Sicherheiten im Teilsicherheitskonzept

Die Effekte versteckter Sicherheiten sind eng mit dem Teilsicherheitskonzept verknüpft, welches in 7 vorgestellt wurde.

Je nachdem welche Verteilungen innerhalb einer Zuverlässigkeitsanalyse angenommen wurden können sich unterschiedliche Versagenswahrscheinlichkeiten ergeben. In diesem Kontext führen wir folgende Nomenklatur ein:

- Die Unsicherheit bei der Bestimmung des Wertes eines Phänomens kann in zwei Kategorien eingeteilt werden: **Epistemisch** und **aleatorisch**. Aleatorische Unsicherheit kann mit dem derzeitigen Stand der Technik nicht reduziert werden [57]. Epistemische Unsicherheit hingegen kann durch zusätzliche Informationen reduziert werden, z.B. durch Tests oder verbesserte Modellierungsansätze.
- Die **aleatorische Verteilung** ist jene Verteilung die nur aleatorische Unsicherheiten beinhaltet.
- Die **aleatorische Versagenswahrscheinlichkeit** ist jene Versagenswahrscheinlichkeit welche sich mittels der aleatorischen Verteilungen ergibt.
- Die **nominelle Versagenswahrscheinlichkeit** ist eine Versagenswahrscheinlichkeit welche sich mittels Verteilungen ergibt welche sowohl aleatorische als auch epistemische Unsicherheiten beinhalten.

Die Definition von aleatorischer und epistemischer Unsicherheit ist nicht sehr präzise und anfechtbar, jedoch in diesem Kontext ausreichend.

Versteckte Sicherheiten sind eng mit der epistemischen Unsicherheit verknüpft und der Wegfall versteckter Sicherheiten geht mit einer Reduktion epistemischer Unsicherheiten Hand in Hand.

Versteckte Sicherheiten treten dann auf, wenn die verwendeten Modelle konservativ sind (wenn diese die Lasten überschätzen bzw. die Widerstände unterschätzen). Implizit ist versteckte Sicherheit schon in der Wahl der Teilsicherheitsbeiwerte und der charakteristischen Werte enthalten, da sich diese historisch gesehen iterativ an Bauwerken "kalibriert" wurden, welche durch die zugehörigen Modelle bemessen wurden. In diesem Sinne ist eine Untersuchung von versteckten Sicherheiten nicht notwendig. Wenn jedoch die Standardmodelle durch fortgeschrittene Modelle ersetzt werden hat dies zwei gegensätzliche Effekte:

- Fortgeschrittene Modelle beinhalten üblicherweise weniger Modellunsicherheit (Reduktion der epistemischen Unsicherheit). Dies erhöht die Wahrscheinlichkeit, dass eine Baustruktur versagt, welche Gleichung (35) erfüllt. Damit erhöht sich die Zuverlässigkeit.
- Der Verlust konservativer Annahmen führt zu einem geringeren Designwiderstand. Dies reduziert die Zuverlässigkeit.

Je nachdem welcher der beiden Effekte dominiert, kann dies die Zuverlässigkeit erhöhen oder verringern. Um mit fortgeschrittenen Modellen das gleiche Zuverlässigkeitsniveau wie mit Standardmodellen zu erreichen ist eine Anpassung des Teilsicherheitskonzeptes unabdingbar. Im Folgenden untersuchen wir versteckte Sicherheiten im Teilsicherheitskonzept am Beispiel des Eurocode. Die Untersuchungen können jedoch auf andere Baunormen übertragen werden.

Wie bereits erwähnt, ist versteckte Sicherheit ein Resultat konservativer Modelle. Wir definieren konservative Modelle wie folgt: Wir setzen das Design als Referenz, welches unter Anwendung des Teilsicherheitskonzeptes (Teilsicherheitsbeiwerte und Quantilwerte zur Wahl der charakteristischen Werte) und unter ausschließlicher Verwendung aleatorischer Modelle (Modelle welche zu aleatorischen Verteilungen führen) resultiert. Ein Modell ist nun konservativ bezüglich einer bestimmten Designsituation, wenn es zur Wahl eines größeren Widerstandes verglichen mit dem Referenzdesign führt. Ein Modell ist im allgemeinen konservativ wenn es im Mittel über alle Designsituation zur Wahl eines größeren Widerstandes verglichen mit dem Referenzdesign führt.

Der Unterschied zwischen den Eurocodemodellen und den aleatorischen Modellen ist beispielhaft in Abbildung 38 gezeigt. Diese zeigt die selbe Situation wie Abbildung 30, beinhaltet aber zusätzlich die aleatorische Verteilung der Last L , die aleatorische Verteilung der Materialeigenschaft M , die Funktionen t_E (wahrer Zusammenhang zwischen Einwirkung und Auswirkung der Einwirkung) und t_R (wahrer Zusammenhang zwischen Materialeigenschaft und Widerstand) und die jeweils dazugehörigen charakteristischen Werte und Designwerte ($l_k, m_k, l_d, m_d, e_k, r_k, e_d$ und r_d). Diese nennen wir die aleatorischen charakteristischen- bzw. Designwerte. Wenn die epistemische Unsicherheit der Eurocodemodelle reduziert wird, so konvergieren die Eurocode-Werte gegen diese aleatorischen Werte. In diesem Sinne sind dies die Zielwerte der Eurocodemodelle.

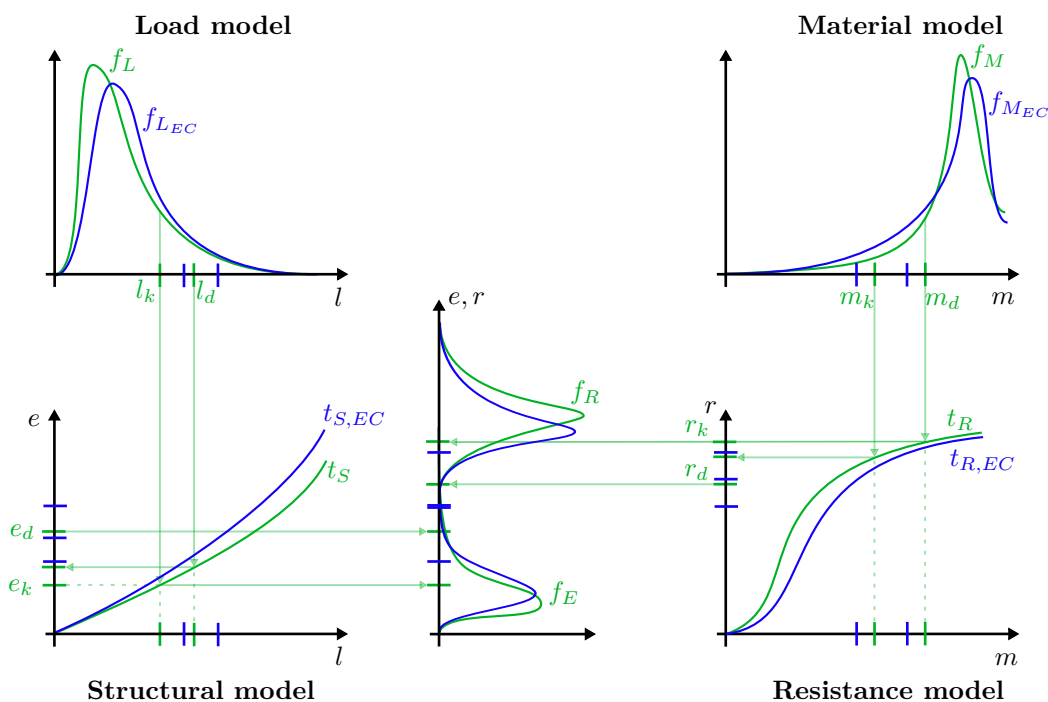


Abbildung 38: Beispielhafte Darstellung des Designs nach Eurocode (blau) verglichen mit dem Design unter Verwendung der aleatorischen Modelle (grün) für eine bestimmte Designsituation.

In Abbildung 38 wurden alle Modelle beispielhaft konservativ gewählt. Dies ist jedoch nicht immer der Fall. Die zugehörigen Verteilungen müssen für den jeweiligen Anwendungsfall genau bestimmt werden.

Die Eurocodemodelle und die rein aleatorischen Modelle können nicht nur im Hinblick auf das Design verglichen werden: Die nominelle Versagenswahrscheinlichkeit, welche sich unter Verwendung der Eurocodemodelle ergibt, kann mit der aleatorischen Versagenswahrscheinlichkeit verglichen werden. Intuitiv erwartet man, dass die nominelle Versagenswahrscheinlichkeit bei Verwendung konservativer Modelle größer als die aleatorische Versagenswahrscheinlichkeit ist. Dies ist zwar in der Regel der Fall, Ausnahmen sind jedoch möglich.

Die Situation in Abbildung 38 bezieht sich nur auf eine bestimmte Designsituation. Betrachtet man andere Designsituationen, so ändert sich auch die Beziehung zwischen den Modellen des Eurocodes und den aleatorischen Modellen. Über den Raum aller möglichen Designsituationen streuen die charakteristischen Werte bezüglich der aleatorischen Modelle. Damit ergeben sich Verteilungen für die aleatorischen charakteristischen Werte L_k , M_k , E_k und R_k . Die charakteristischen Werte des Eurocode bleiben typischerweise konstant.

Für die Quantifizierung der Effekte versteckter Sicherheiten ist es sehr wichtig zwischen den Verteilungen der charakteristischen Werte eines Phänomens und der Verteilung des Phänomens selbst zu unterscheiden. Die Verteilung der charakteristischen Werte beschreiben die **Wahl des Designs \mathcal{D}** . Die Verteilungen der Phänomene selbst gehen nicht direkt

in die Wahl des Design ein, sondern können für ein gegebenes Design \mathcal{D} genutzt werden um eine **Zuverlässigkeitsanalyse** \mathcal{R} durchzuführen.

Für ein besseres Verständnis des Unterschiedes zwischen der Verteilung des charakteristischen Wertes eines Phänomens und der Verteilung des Phänomens selbst, betrachten wir beispielhaft den Windgeschwindigkeitsdruck (Abbildung 39). Der Eurocode definiert den charakteristischen Windgeschwindigkeitsdruck $q_{b,k,EC}$ als den Wert mit einer jährlichen Überschreitungswahrscheinlichkeit von 2 [%]. Für verschiedene Windzonen werden verschiedene charakteristische Werte angegeben. Innerhalb einer Windzone ist $q_{b,k,EC}$ konstant. Abbildung 39 stellt diesen konstanten Wert $q_{b,k,EC}$ dem charakteristischen Wert $q_{b,k}$ gegenüber, welcher sich aus der ortsgenauen aleatorischen Verteilung Windmessungen des Windgeschwindigkeitsdruckes Q_b ergeben würde. Da der Windgeschwindigkeitsdruck innerhalb einer Windzone variiert, resultiert dies in einer Verteilung des charakteristischen Wertes $Q_{b,k}$ der aleatorischen Verteilung.

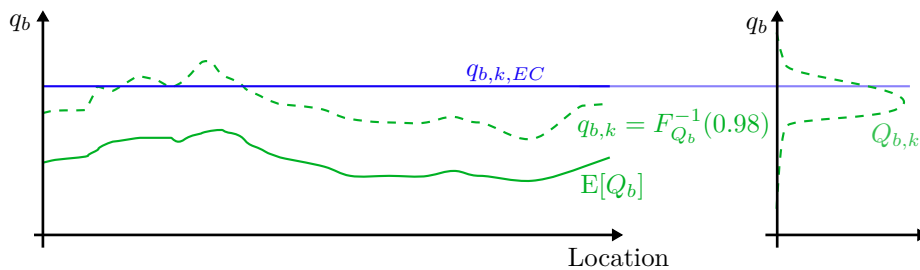


Abbildung 39: Beispielhafte Darstellung der Herleitung der Verteilung des charakteristischen Wertes $Q_{b,k}$ der aleatorischen Verteilung Q_b (grün) und seine Beziehung zum charakteristischen Wert nach Eurocode $q_{b,k,EC}$ (blau).

9.2 Effekte beim Verlust von versteckten Sicherheiten

Die Untersuchung versteckter Sicherheiten wird notwendig, wenn fortgeschrittene und weniger konservative Modelle die Standardmodelle des Eurocode ersetzen. Um zu bestimmen wie solche Modelle die Zuverlässigkeit beeinflussen, ist es notwendig, die Verteilungen des relativen Fehlers bei der Schätzung der charakteristischen Werte zu kennen (relativ zum charakteristischen Wert, den man mittels der aleatorischen Verteilung bekommen würde). Diese Verteilungen können oftmals nur schwer ermittelt werden, da der aleatorische charakteristische Wert typischerweise unbekannt ist.

Abbildung 40 zeigt die Verteilung des relativen Fehlers beispielhaft für die Bestimmung des Windgeschwindigkeitsdruckes. Im Gegensatz zu Abbildung 39 wurde relativ zu $q_{b,k}$ standardisiert. Diese neue Perspektive ist mathematisch äquivalent, macht jedoch den Effekt durch fortgeschrittene Modelle besser sichtbar.

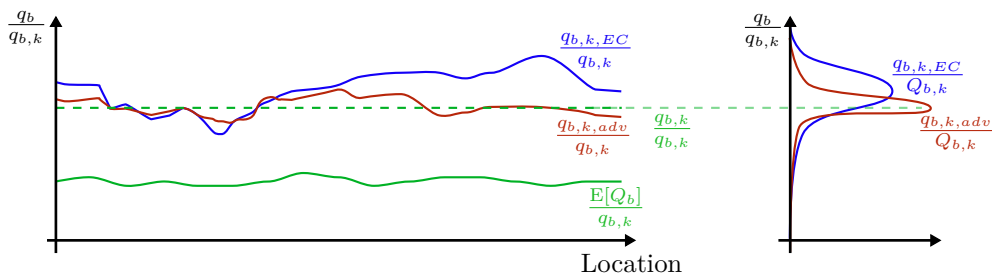


Abbildung 40: Alternative Darstellung von Abbildung 39, wobei der Windgeschwindigkeitsdruck Q_b (grün) und der charakteristische Wert nach Eurocode $q_{b,k,EC}$ (blau) bezüglich des charakteristischen Wertes der aleatorischen Verteilung $q_{b,k}$ standardisiert wurden. Der charakteristische Wert $q_{b,k,adv}$ welcher sich aus einem fortgeschrittenen Modells ergeben würde ist in rot eingezeichnet.

Vergleicht man die Verteilungen des relativen Fehlers bei der Schätzung des charakteristischen Wertes $\frac{q_{b,k,EC}}{Q_{b,k}}$ und $\frac{q_{b,k,adv}}{Q_{b,k}}$, so lassen die beiden oben erwähnten gegensätzlichen Effekte auf die Zuverlässigkeit erkennen:

- Die Verringerung der epistemischen Unsicherheit durch das fortgeschrittene Modell reduziert die Streuung von $\frac{q_{b,k,adv}}{Q_{b,k}}$ relativ zur Streuung von $\frac{q_{b,k,EC}}{Q_{b,k}}$. Dies führt zu einer **Erhöhung der Zuverlässigkeit**.
- Die Verringerung der epistemischen Unsicherheit reduziert auch den Bias von $\frac{q_{b,k,adv}}{Q_{b,k}}$ relativ zum Bias von $\frac{q_{b,k,EC}}{Q_{b,k}}$. Wenn $\frac{q_{b,k,EC}}{Q_{b,k}}$ einen konservativen Bias hatte, so führt dies zu einer **Verringerung der Zuverlässigkeit**.

9.3 Quantifizierung des Effektes beim Verlust von versteckter Sicherheit

Der Effekt bei dem Austausch eines Eurocodemodells \mathcal{M}_{EC} durch ein fortgeschrittenes Modell \mathcal{M}_{adv} kann auf drei Ebenen geschehen: Auf der Ebene der resultierenden Designs, auf der Ebene der zugehörigen aleatorischen Versagenswahrscheinlichkeiten und auf der Ebene der zugehörigen Risiken. Die ersten beiden Ansätze werden im Folgenden dargestellt.

Das Eurocodemodell besteht – wie oben beschrieben – aus vier Komponenten: $\mathcal{M}_{EC} = \{\mathcal{M}_{L,EC}, \mathcal{M}_{S,EC}, \mathcal{M}_{M,EC}, \mathcal{M}_{R,EC}\}$. Der Einsatz fortgeschrittener Modelle tauscht mindestens eines dieser Komponenten durch ein fortgeschrittenes Modell aus. Zur Illustration tauschen wir im Folgenden das Lastmodell aus, so dass $\mathcal{M}_{adv} = \{\mathcal{M}_{L,adv}, \mathcal{M}_{S,EC}, \mathcal{M}_{M,EC}, \mathcal{M}_{R,EC}\}$.

9.3.1 Vergleich auf Designebene

Nach dem Teilsicherheitskonzept ist ein Design optimal gewählt, wenn der Designwiderstand gleich der Designeinwirkung ist. Seien \mathcal{D}_{EC} und \mathcal{D}_{adv} Designs welche sich aus dem

Einsatz von \mathcal{M}_{EC} und \mathcal{M}_{adv} ergeben. Nach Gleichung 42 und 43 ergeben sich die optimalen Designs aus

$$\gamma_{f,EC} \cdot T_{S,EC}(L_{k,EC} \cdot \gamma_{Sd,EC}) \stackrel{!}{=} \frac{T_{R,EC}\left(\frac{M_{k,EC}}{\gamma_{m,EC}}, \mathcal{D}_{EC}\right)}{\gamma_{R,EC}} \quad (59)$$

$$\gamma_{f,EC} \cdot T_{S,EC}(L_{k,adv} \cdot \gamma_{Sd,EC}) \stackrel{!}{=} \frac{T_{R,EC}\left(\frac{M_{k,EC}}{\gamma_{m,EC}}, \mathcal{D}_{adv}\right)}{\gamma_{Rd,EC}} \quad (60)$$

wobei $L_{k,EC}$, $L_{k,adv}$ und $M_{k,EC}$ Zufallsvariablen sind, welche die epistemische Unsicherheit bei der Bestimmung des charakteristischen Wertes widerspiegeln. Sie ergeben sich aus den Verteilungen des relativen Fehlers bei der Bestimmung des charakteristischen Wertes.

Es ist praktikabel anzunehmen, dass die Designwahl durch Faktoren \mathcal{P}_{EC} und \mathcal{P}_{adv} relativ zu einem Standarddesign \mathcal{D}_0 ausgedrückt werden können. Wenn das Widerstandsmodell linear bezüglich der Wahl des Designs \mathcal{D}_{EC} und \mathcal{D}_{adv} ist, so kann Gleichung 59 und 60 umformuliert werden zu:

$$\begin{aligned} \gamma_{f,EC} \cdot T_{S,EC}(\gamma_{Sd,EC} \cdot L_{k,EC}) &\stackrel{!}{=} \mathcal{P}_{EC} \cdot \frac{T_{R,EC}\left(\frac{M_{k,EC}}{\gamma_{m,EC}}, \mathcal{D}_0\right)}{\gamma_{Rd,EC}} \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_{EC} &= \frac{\gamma_{f,EC} \cdot \gamma_{Rd,EC} \cdot T_{S,EC}(\gamma_{Sd,EC} \cdot L_{k,EC})}{T_{R,EC}\left(\frac{M_{k,EC}}{\gamma_{m,EC}}, \mathcal{D}_0\right)} \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{f,EC} \cdot T_{S,EC}(\gamma_{Sd,EC} \cdot L_{k,adv}) &\stackrel{!}{=} \mathcal{P}_{adv} \cdot \frac{T_{R,EC}\left(\frac{M_{k,EC}}{\gamma_{m,EC}}, \mathcal{D}_0\right)}{\gamma_{Rd,EC}} \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_{adv} &= \frac{\gamma_{f,EC} \cdot \gamma_{Rd,EC} \cdot T_{S,EC}(\gamma_{Sd,EC} \cdot L_{k,adv})}{T_{R,EC}\left(\frac{M_{k,EC}}{\gamma_{m,EC}}, \mathcal{D}_0\right)} \end{aligned} \quad (62)$$

Die Relation von \mathcal{P}_{EC} und \mathcal{P}_{adv} ist ein Maß für die den Effekt auf das Design beim Verlust versteckter Sicherheiten. Es ist ein Indikator für die Reduktion des Materialverbrauches, wobei es nicht äquivalent ist, da der Materialverbrauch nicht zwingend eine lineare Beziehung zum Widerstand hat.

9.3.2 Vergleich auf Zuverlässigkeitsebene

Gegeben \mathcal{P}_{adv} und \mathcal{P}_{EC} ergeben sich die zugehörigen Versagenswahrscheinlichkeiten zu:

$$\Pr(F | \mathcal{P}_{EC}, \mathcal{R}) = \Pr(\mathcal{P}_{EC} \cdot T_R(M) - T_S(L) < 0) \quad (63)$$

$$\Pr(F | \mathcal{P}_{adv}, \mathcal{R}) = \Pr(\mathcal{P}_{adv} \cdot T_R(M) - T_S(L) < 0) \quad (64)$$

wobei die Bedingung $\mathcal{R} = \mathcal{R}(L, T_S, M, T_R)$ aufzeigen soll, dass die aleatorischen Verteilungen verwendet wurden und somit die aleatorische Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt wurde. Alternativ können die nominellen Versagenswahrscheinlichkeiten mittels $\mathcal{R}_{EC} = \mathcal{R}(L_{EC}, T_{S,EC}, M_{EC}, T_{R,EC})$ und $\mathcal{R}_{adv} = \mathcal{R}(L_{adv}, T_{S,EC}, M_{EC}, T_{R,EC})$ ermittelt werden.

Die Werte $\Pr(F | \mathcal{P}_{EC}, \mathcal{R})$ und $\Pr(F | \mathcal{P}_{adv}, \mathcal{R})$ liefern einen Vergleich des Eurocodemodells zum fortgeschrittenen Modell auf Zuverlässigkeitsebene.

9.4 Anpassung des Teilsicherheitskonzeptes

Wenn fortgeschrittene Modelle beim Bemessungsprozess verwendet werden, sollte das Teilsicherheitskonzept angepasst werden. Bei einem Austausch von Last bzw. Materialmodellen sollte diese Anpassung entweder durch eine Anpassung der zugehörigen Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_{L,EC}$, $\gamma_{M,EC}$ oder durch eine Anpassung des gewählten Quantilwertes zur Bestimmung des charakteristischen Wertes $L_{k,EC}$, $M_{k,EC}$ geschehen. Bei einem Austausch des statischen bzw. des Widerstandsmodells kann der Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{S,EC}$ bzw. $\gamma_{R,EC}$ angepasst werden.

Unter der Annahme, dass die Zuverlässigkeit des Status Quo zufriedenstellend ist, sollte die Anpassung unter der Randbedingung vorgenommen werden, dass das derzeitige Sicherheitsniveau beibehalten wird. Ein zusätzlicher Teilsicherheitsfaktor bezüglich des Lastmodells $\gamma_{L,add}$ kann z.B. bestimmt werden, indem folgende Gleichung gelöst wird:

$$\Pr(F | \mathcal{P}_{EC}, \mathcal{R}) \stackrel{!}{=} \Pr(F | \mathcal{P}_{adv,add}(\gamma_{L,add}), \mathcal{R}) \quad (65)$$

wobei

$$\mathcal{P}_{adv,add}(\gamma_{L,add}) = \frac{\gamma_{S,EC} \cdot T_{S,EC}(\gamma_{L,add} \cdot \gamma_L \cdot L_{k,adv})}{T_{R,EC} \left(\frac{M_{k,EC}}{\gamma_{m,EC}} \right)} \quad (66)$$

Beide Versagenswahrscheinlichkeiten in Gleichung 65 sind aleatorische Versagenswahrscheinlichkeiten. Die hierfür benötigten aleatorischen Verteilungen sind jedoch in der Regel unbekannt und müssen abgeschätzt werden. Kleinere Fehler in ihrer Abschätzung sind jedoch nicht kritisch, da die Verteilungen zur Bestimmung beider Versagenswahrscheinlichkeiten verwendet werden und somit ein relativer Vergleich immer noch möglich ist.

Die Verwendung von Teilsicherheitsbeiwerten und charakteristischen Werten ist insbesondere dann von Bedeutung, wenn es sich um eine Population (Portfolio) an Designsituationen handelt. Daher sollte die Anpassung mit dem Hintergrund der Gesamtpopulation geschehen.

Ein mögliches Portfolio ist definiert über die folgende allgemeine Genzustandsfunktion g (siehe [36]):

$$g(p, \Theta_{R_i}, R_i, G_{S,i}, G_P, Q, a_{Q,i}, a_G) = p_i \cdot \Theta_{R_i} \cdot R_i - (1 - a_{Q,i}) \cdot [a_G \cdot G_{S,i} + (1 - a_G) \cdot G_P] - a_{Q,i} \cdot Q \quad (67)$$

Diese Grenzzustandsfunktion gilt für ein Material i . R_i ist der Widerstand des Materials, Θ_{R_i} ist die Unsicherheit des Widerstandsmodells, $G_{S,i}$ ist das Eigengewicht. Q ist die nicht ständige Last (z.B. Wind, Schnee oder Verkehr) und G_P die ständige Last. Die jeweiligen Verteilungen sind standardisiert. Verschiedene Designsituationen werden über Gewichte $a_{Q,i}$ und a_G repräsentiert. p_i ist die Designwahl (z.B. die Querschnittsfläche) definiert mittels Gleichung “6.10” des Eurocode 0 [58]:

$$p_i = \frac{\gamma_{R_i}}{\theta_{R_i,k} \cdot r_{i,k}} \cdot [(1 - a_{Q,i}) \cdot (a_G \cdot \gamma_S \cdot g_{S_i,k} + (1 - a_G) \cdot \gamma_P \cdot g_{P,k}) + a_{Q,i} \cdot \gamma_Q \cdot q_k] \quad (68)$$

Die Definition von p_i ist äquivalent zu Gleichung (61) und (62), wobei das Lastmodell sich aus einer Linearkombination aus nicht ständiger Last, ständiger Last und dem Eigengewicht ergibt. $T_{\mathcal{M}_R}$ ist multiplikativ durch $\theta_{R_i,k}$ eingebracht und $T_{\mathcal{M}_S}$ vernachlässigt. Außerdem sind die Teilsicherheitsfaktoren zusammengesetzt, wie in Gleichung 40 und 41 beschrieben.

Die Anpassung kann auch genauer bezüglich Untergruppen des Portfolios durchgeführt werden. Dies würde zu fallspezifischen zusätzlichen Teilsicherheitsfaktoren führen.

Die beschriebene Methode zu Anpassung des Teilsicherheitskonzeptes ist offensichtlich abhängig von mehreren Annahmen. Jedoch wird davon ausgegangen, dass kleine Fehler in den Annahmen zwar zu einer nicht optimalen Anpassung führen, aber immer noch eine Schritt in die richtige Richtung ist (in Richtung eines homogenen Sicherheitsniveaus) und damit besser als die Alternative nichts zu tun.

9.5 Fallstudie 1: Versteckte Sicherheit im Windlastmodell des Eurocode

Im Folgenden wird das Vorgehen und die Ergebnisse zur versteckten Sicherheit im Windlastmodell des Eurocode 1 [59] zusammengefasst. Eine ausführliche Darlegung in englischer Sprache ist in [60] zu finden. Eine kompaktere Version ist in [61] (englisch) bzw. eine [62] (deutsch) zu finden.

Wir untersuchen eine Austausch des Windlastmodells des Eurocode $\mathcal{M}_{Wind,EC}$ durch fortgeschrittenere Modellierungsansätze $\mathcal{M}_{Wind,adv}$ und den Effekt auf den Materialverbrauch und die Zuverlässigkeit. Im nächsten Schritt passen wir das Teilsicherheitskonzept an, so dass die Verwendung von $\mathcal{M}_{Wind,adv}$ im Mittel das gleiche Sicherheitsniveau erreicht wie eine Verwendung von $\mathcal{M}_{Wind,EC}$. Schließlich untersuchen wir nochmals den Effekt auf den Materialverbrauch, wenn die Anpassung des Teilsicherheitskonzeptes abgewannt wird.

9.5.1 Windlastmodell des Eurocode

Die Windlast Q setzt sich laut Eurocode 1 [59] aus vier Komponenten zusammen:

$$Q = Q_b \cdot C_e \cdot C_f \cdot C_{sd} \quad (69)$$

Die vier Faktoren sind der Windgeschwindigkeitsdruck Q_b , der Rauigkeitsbeiwert C_E (berücksichtigt die Rauigkeit des Umgebungsgeländes und die Höhe des Gebäudes), der Kraftbeiwert C_F (berücksichtigt die Geometrie des Gebäudes) und der Strukturbeiwert C_{sd} (berücksichtigt dynamische Effekte und die Tatsache, dass der Böenwindgeschwindigkeitsdruck nicht gleichzeitig auf der Gesamtfläche des Gebäudes wirkt) [33, 63, 64].

Jede Komponente des Windlastmodells ist eine unsichere Größe. Für die nachfolgenden Berechnungen werden die standardisierten, rein aleatorischen Verteilungen wie in Tabelle 5 (links) angenommen [29, 65]. Der Eurocode schätzt Quantilwerte bzw. Mittelwerte dieser Verteilungen (siehe Tabelle 5 rechts) und berechnet damit die charakteristische Windlast

$q_{k,EC}$ zu [34, 59, 64, 65]. Die Unsicherheit innerhalb dieser Schätzer spiegelt die epistemische Unsicherheit wieder.

$$q_{k,EC} = q_{b,k,EC} \cdot c_{e,k,EC} \cdot c_{f,k,EC} \cdot c_{sd,k,EC} \quad (70)$$

	Mittelwert	VarK	
$Q_b \sim \mathcal{G}$	1	0.25	$q_{b,k,EC} = F_{Q_b}^{-1}(0,98)$
$C_e \sim \mathcal{LN}$	1	0.15	$c_{e,k,EC} = \mathbb{E}[C_e]$
$C_f \sim \mathcal{G}$	1	0.10	$c_{f,k,EC} = F_{C_f}^{-1}(0,78)$
$C_{sd} \sim \mathcal{LN}$	1	0.10	$c_{sd,k,EC} = \mathbb{E}[C_{sd}]$

Tabelle 5: Standardisierte aleatorische Verteilungen der Windlastmodellkomponenten (links) und Wahl der charakteristischen Werte (rechts).

9.5.2 Verteilung der charakteristischen Windlast nach Eurocode

Wir leiten die Verteilung der charakteristischen Windlast nach Eurocode aus der Verteilung des relativen Fehlers bei der Schätzung des charakteristischen Wertes ab. Abbildung 40 illustriert diesen Fehler für die Komponente des Windgeschwindigkeitsdruckes. In diesem Fall ist der Fehler wie folgt definiert:

$$\Theta_{q_{b,k,EC}} = \frac{q_{b,k,EC}}{Q_{b,k}} \quad (71)$$

Die Fehler bei der Schätzung der anderen Windlastkomponenten sind analog definiert.

In der Literatur wird typischerweise das inverse dieses Fehlers $\Theta_{q_{b,k,EC}}^{-1}$ definiert. Tabelle 6 fasst die verwendenden Verteilungen der Fehler je Windlastkomponente zusammen [29, 66, 66]. Eine detaillierte Begründung für die Wahl der verwendeten Verteilungen kann in [60] gefunden werden.

9.5.3 Verteilung der charakteristischen Windlast nach fortgeschrittenen Methoden

Wir nehmen an, dass fortgeschrittene Windlastmodelle sowohl Messdaten vor Ort verwenden als auch Windkanalversuche durchgeführt wurden. Der Aufbau des fortgeschrittenen Windlastmodells folgt dem Gleichen Aufbau wie der Eurocode. Das Windlastmodell teilt sich also in die selben vier Komponenten des Windgeschwindigkeitsdruckes $q_{b,k,adv}$, des Rauigkeitsbeiwertes $c_{e,k,adv}$, des Kraftbeiwertes $c_{f,k,adv}$ und des Strukturbeiwertes $c_{sd,k,adv}$.

Die Verteilung des charakteristischen Wertes wird wieder über die Verteilung des relativen Fehlers bei der Bestimmung der charakteristischen Werte bestimmt. Tabelle 7 fasst die verwendeten Verteilungen zusammen. Die angenommenen fortgeschrittenen Modelle entsprechen den modernsten Stand der Technik. Daher ist eine Bestimmung der jeweiligen

	Mean	c. o. v.
$\Theta_{q_{b,k,EC}}^{-1} \sim \mathcal{LN}$	0.8	0.30
$\Theta_{c_{e,k,EC}}^{-1} \sim \mathcal{LN}$	0.8	0.15
$\Theta_{c_{f,k,EC}}^{-1} \sim \mathcal{LN}$	0.9	0.20
$\Theta_{c_{sd,k,EC}}^{-1} \sim \mathcal{LN}$	1.0	0.15

Tabelle 6: Verteilung der relativen Fehler bei der Schätzung der charakteristischen Werte nach Eurocode $\frac{\text{Charakteristischer Wert der aleatorischen Verteilung}}{\text{Charakteristischer Wert nach Eurocode}}$.

relativen Fehler schwierig, da kein "genaueres" Modell als Referenz vorhanden ist. Stattdessen müssen tatsächliche Messungen herangezogen werden. Eine detaillierte Begründung für die Wahl der verwendeten Verteilungen kann in [60] gefunden werden.

	Mean	c. o. v.
$\Theta_{q_{b,k,adv}}^{-1} \sim \mathcal{LN}$	1.0	0.10
$\Theta_{c_{e,k,adv}}^{-1} \sim \mathcal{LN}$	1.0	0.05
$\Theta_{c_{f,k,adv}}^{-1} \sim \mathcal{LN}$	1.0	0.15
$\Theta_{c_{sd,k,adv}}^{-1} \sim \mathcal{LN}$	1.0	0.10

Tabelle 7: Verteilung der relativen Fehler bei der Schätzung der charakteristischen Werte nach fortgeschrittenen Methoden $\frac{\text{Charakteristischer Wert der aleatorischen Verteilung}}{\text{Charakteristischer Wert nach fortgeschrittenen Methoden}}$.

9.5.4 Ergebnisse Fallstudie 1

Die Untersuchungen wurden mit Hilfe eines Portfolios an repräsentativen Designsituationen ermittelt. Dieses ist in [36] beschrieben. Eine detaillierte Herleitung der Ergebnisse kann in [60] gefunden werden.

Effekte fortgeschrittener Windlastmodelle auf die Wirtschaftlichkeit

Wir ermitteln den Effekt fortgeschrittener Windlastmodelle auf die Wirtschaftlichkeit durch einen Vergleich der Bemessungswerte nach Eurocode und nach fortgeschrittenen Methoden. Bezüglich der Verteilung des Bemessungswertes mittels fortgeschrittener Windlastmodelle unterscheiden wir fünf Fälle. Einen kombinierten Fall in welchem alle vier Windlastkomponenten mittels fortgeschrittenen Modellen ermittelt werden, und vier Fälle, bei denen jeweils nur eine Windlastkomponente mittels fortgeschrittenen Modellen ermittelt wurde. Abbildung 41 zeigt die Verteilungen der jeweiligen Bemessungswerte. Tabelle 8 zeigt den mittleren Effekt fortgeschrittener Methoden auf den Bemessungswert (eine nach verschiedenen Materialtypen aufgeschlüsselte Tabelle kann in [60] gefunden werden).

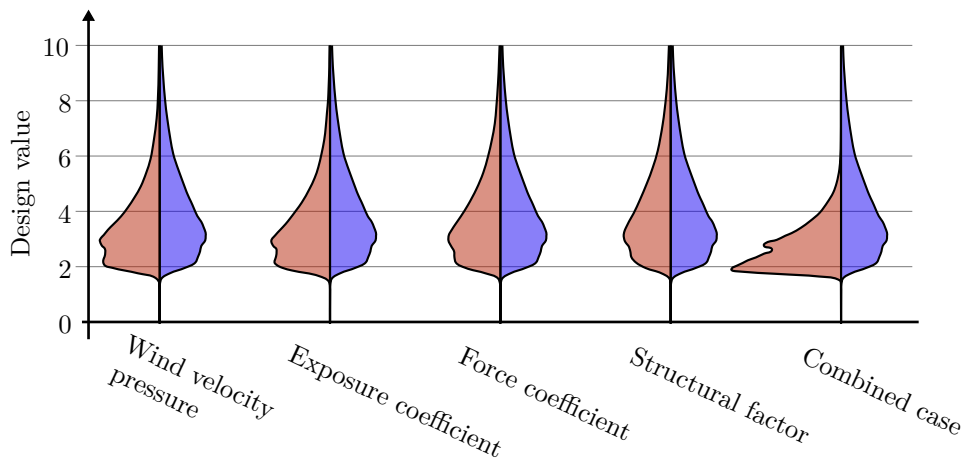


Abbildung 41: Verteilungne der Bemessungswerte nach Eurocode (blau) und nach fortgeschrittenen Methoden (rot).

Windgeschwindigkeitsdruck	0.80
Rauhigkeitsbeiwert	0.84
Kraftbeiwert	0.92
Strukturbeiwert	1.00
Kombinierter Fall	0.62

Tabelle 8: Verhältnis des über das Gesamtportfolio gebildeten Erwartungswertes des Bemessungswertes bei einer Bemessung nach fortgeschrittenen Windlastmodellen relativ zum Erwartungswert des Bemessungswertes bei einer Bemessung nach Eurocode.

Effekte fortgeschrittener Windlastmodelle auf die Zuverlässigkeit

Für jede Bemessungssituation des Gesamtportfolios wurde die Versagenswahrscheinlichkeiten wurden mit der Zuverlässigkeitstheorie erster Ordnung (FORM) [37] berechnet. Abbildung 42 zeigt Boxplots der resultierenden Zuverlässigkeitsindizes.

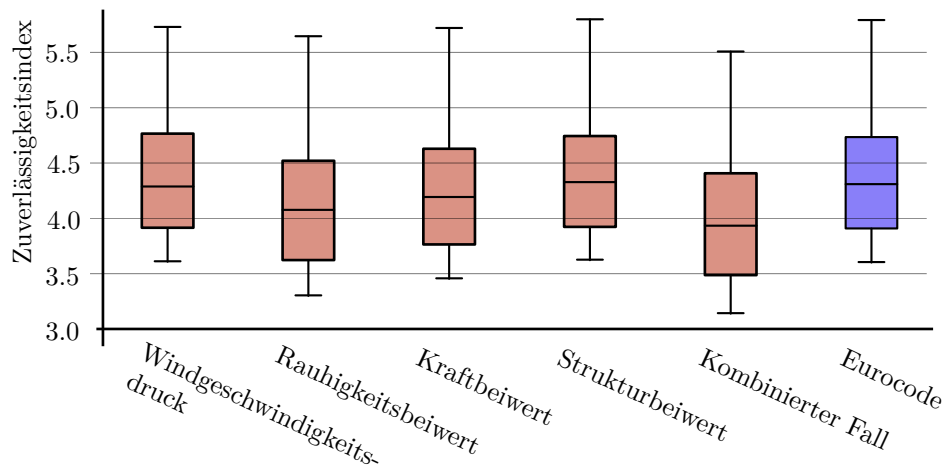


Abbildung 42: Boxplots der Zuverlässigkeitsindizes bei einer Bemessung nach Eurocode (blau) und nach fortgeschrittenen Windlastmodellen (rot).

Rekalibrierung des Sicherheitskonzeptes

Um den Verlust versteckter Sicherheiten durch fortgeschrittene Windlastmodelle zu kompensieren führen wir eine Rekalibrierung des Teilsicherheitsbeiwertes für Wind ($\gamma_Q = 1,5$) durch. Die Rekalibrierung ist so durchgeführt, dass die mittlere Versagenswahrscheinlichkeit des Portfolios bei einer Bemessung nach Eurocode und nach fortgeschrittenen Methoden gleich ist. Tabelle 9 zeigt die resultierenden zusätzlichen Teilsicherheitsbeiwerte.

Windgeschwindigkeitsdruck	1.01
Rauhigkeitsbeiwert	1.19
Kraftbeiwert	1.06
Strukturbeiwert	0.97
Kombinierter Fall	1.20

Tabelle 9: Zusätzlicher Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{Q,add}$ bezüglich jeder Windlastkomponente getrennt und für den kombinierten Fall.

Effekte der Rekalibrierung

Durch die Einführung von $\gamma_{Q,add}$ ergeben die Bemessungen mittels fortgeschrittener Windlastmodelle die selbe mittlere Versagenswahrscheinlichkeit wie die Bemessungen nach Eurocode. Insofern ist der Effekt auf die Zuverlässigkeit trivial. Die Rekalibrierung ändert allerdings die Bemessungswerte und damit den Effekt im Hinblick auf die Wirtschaftlichkeit. Vergleicht man die Werte aus Tabelle 8 mit den Werten aus Tabelle 10 erkennt man diesen Effekt.

Windgeschwindigkeitsdruck	0.81
Rauhigkeitsbeiwert	0.95
Kraftbeiwert	0.95
Strukturbeiwert	0.97
Kombinierter Fall	0.70

Tabelle 10: Verhältnis des über das Gesamtportfolio gebildeten Erwartungswertes des Bemessungswertes nach einer fortgeschrittenen Bemessung bei Anwendung von $\gamma_{Q,add}$ relativ zum Erwartungswert des Bemessungswertes nach Eurocode.

9.5.5 Fazit der Fallstudie 1

In dieser Fallstudie wurden versteckte Sicherheiten im Windlastmodell des Eurocode untersucht und fortgeschrittenen Windlastmodellen gegenübergestellt. Auf Basis eines Portfolios an repräsentativen Bemessungssituationen wurde eine Rekalibrierung des Teilsicherheitsbeiwertes bezüglich Wind durchgeführt. Die Rekalibrierung ergab einen Teilsicherheitsbeiwert, welcher bei der Anwendung von fortgeschrittenen Windlastmodellen zusätzlich aufgebracht werden sollte. Obwohl durch die Rekalibrierung das selbe Sicherheitsniveau erreicht werden konnte wie bei einer Bemessung nach Eurocode, konnten die mittleren Bemessungswerte deutlich reduziert werden. Das Resultat sind wirtschaftlichere und nachhaltigere Bauwerke.

9.6 Fallstudie 2: Versteckte Sicherheit im Verkehrslastmodell $LM1$ des Eurocode

Im Folgenden wird das Vorgehen und die Ergebnisse zur versteckten Sicherheit im Verkehrslastmodell $LM1$ des Eurocode 1 [59] zusammengefasst. Untersucht wurde die versteckte Sicherheit im Hinblick auf Plattenbalkenbrücken. Eine ausführliche Darlegung im Bericht des ersten Jahres des Forschungsprojektes Grusibau 2.0 zu finden. Eine kompakte englischsprachige Version ist in [67] bzw. in [68] zu finden.

Wir untersuchen eine Austausch des Verkehrslastmodell $LM1$ des Eurocode durch eine Simulation Sim der Verkehrslast und den Effekt auf den Materialverbrauch und die Zuverlässigkeit von Plattenbalkenbrücken. Bei dieser Untersuchung wurde großer Wert auf eine möglichst detaillierte probabilistische Beschreibung der verwendeten Modelle und eine realistische Versagensdefinition auf Systemebene gelegt. Eine Anpassung des Teilsicherheitskonzeptes wurde in dieser Fallstudie nicht durchgeführt.

Außerdem wurden die Auswirkung der Variation des statischen Modells innerhalb der Bemessung und der Einfluss verschiedener Versagensdefinition (verschiedene Detaillierungsgrade der Versagensdefinition auf Element- bzw. Querschnittenebene) untersucht. Die Ergebnisse zu diesen Untersuchungen sind nicht in diesem Bericht enthalten können aber aus dem Bericht des ersten Jahres entnommen werden.

Objekt dieser Fallstudie ist die Domäne der zweispurige Autobahnbrücke aus Stahlbeton. Beide Spuren haben die selbe Fahrtrichtung. Abbildung 43 zeigt den Querschnitt der Brücke.

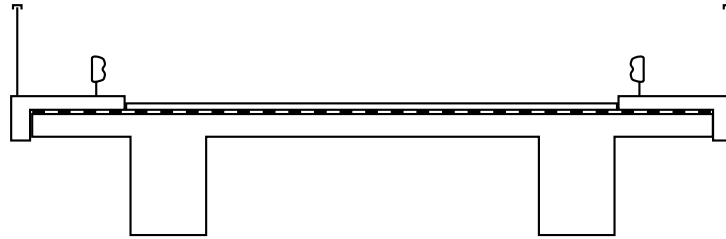


Abbildung 43: Querschnitt

Plattenbalkenbrücken und ihre Verkehrslast können durch die folgenden drei Parameter charakterisiert werden (welche hier jeweils für drei Werte untersucht werden):

- Der Anzahl der Felder $n_{Felder} \in \{1, 2, 3\}$.
- Der Länge der Felder $l_{Felder} \in \{15, 20, 25\}$ [m]. Dies entspricht dem wirtschaftlichen Bereich der Feldlängen von Plattenbalkenbrücken. Der Einfachheit halber wurden die Länge aller Felder als gleich angenommen.
- Der Verkehrslaststärke auf der Brücke $Q_{Verkehr} \in \{leicht, mittel, hoch\}$. Als *leichte* Verkehrslast wird der Verkehr der A92 an einer leicht befahrenen Stelle, als *mittlere* Verkehrslast der Verkehr der A92 an einer normal befahrenen Stelle und als *hohe* Verkehrslast der Verkehr der A61 an einer sehr stark befahrenen Stelle verwendet.

Es werden demnach $3 \cdot 3 = 9$ Plattenbalkenbrücken mit jeweils 3 verschiedene Belastungen betrachtet. Insgesamt werden also $9 \cdot 3 = 27$ Variationen von Plattenbalkenbrücken und ihrer Verkehrslast untersucht.

9.6.1 Bemessung der Brücken

Es wurde eine Biegebemessung und eine Querkraftbemessung der beiden Balken durchgeführt.

Lasten

Folgende Lasten wurden berücksichtigt:

- **Eigengewicht der Tragkonstruktion:**
132,5 [$\frac{kN}{m}$]
- **Aufbaulast:**
Bitumenabdichtung (zweilagig): 0,002 [$\frac{kN}{m}$]

Asphalt: 13,48 $\left[\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right]$

Kappen: 17,87 $\left[\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right]$

Leitplanken: 0,08 $\left[\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right]$

Geländer: 0,02 $\left[\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right]$

- **Verkehrslast:** Die charakteristische Verkehrslast wurde je nach Designvariante nach LM1 oder mittels der simulierten Verkehrslast ermittelt.

- LM1:¹ Dieses Last-Modell besteht aus konstanten Flächenlasten q_i je Fahrspur und q_r auf die Restfläche. Außerdem werden die Einzellasten Q_i von zwei Doppelachsen eines Schwerlasters je Fahrspur aufgebracht. Das Modell wurde durch Messungen der Verkehrslast auf europäischen Brücken folgendermaßen kalibriert: Der Betrag der Gleich- und Einzellasten von LM1 wurden so angepasst, dass die durch LM1 hervorgerufen Schnittgrößen mindestens dem 99,9 [%] Quantil der Schnittgrößen entsprechen, welche durch die gemessene Verkehrslast entstehen [69, 70]. Die resultierenden Gleich- und Einzellasten wurden als charakteristische Lasten gewählt. Zusätzlich werden die charakteristischen Lasten mit sogenannten Anpassungsfaktoren α erhöht. Dies ist eine vom Teilsicherheitsfaktor $\gamma_{\text{Straßenverkehr}} = 1,35$ unabhängige Erhöhung.

Für die Brücke diese Fallbeispiels ergeben sich die charakteristischen Verkehrslasten zu:

$$q_{1,k} = 27,00 \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right]$$

$$q_{2,k} = 7,5 \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right]$$

$$q_{r,k} = 8,75 \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right]$$

$$Q_{1,k} = 600 \text{ [kN]}$$

$$Q_{2,k} = 400 \text{ [kN]}$$

Diese werden durch folgende Anpassungsfaktoren α erhöht. Die Anpassungsfaktoren wurden aus dem deutschen nationalen Anhang des Eurocode entnommen [71]. Für andere Länder sind andere Werte gültig.

$$\alpha_{q_{1,k}} = 1,33$$

$$\alpha_{q_{2,k}} = 2,4$$

$$\alpha_{q_{r,k}} = 1,2$$

$$\alpha_{Q_{1,k}} = 1$$

$$\alpha_{Q_{2,k}} = 1$$

- Simulierte Verkehrslast *SIM*:

¹Der Eurocode besteht eigentlich aus 4 Verkehrslastmodellen LM1-LM4. LM2 und LM3 des Eurocodes werden durch den NA ausgeschlossen. LM4 (Menschenansammlungen) wird nicht betrachtet.

Die Simulation der Verkehrslast wurde in Kollaboration mit dem Massivbau-Lehrstuhl der TUM durchgeführt [72]: Messdaten des Verkehrs der A92 an einer leicht befahrenen Stelle, der A92 an einer normal befahrenen Stelle und der A61 an einer stark befahrenen Stelle wurden statistisch ausgewertet und probabilistische Modelle verschiedener Verkehrsparameter entwickelt. Im nächsten Schritt wurde damit 100 Jahre Verkehrsfluss auf der Brücke simuliert und im Sekundentakt die Schnittgrößen an den kritischen Stellen berechnet.

Die aus der Simulation ermittelten zeitlichen Verläufe der Auswirkungen der Einwirkungen wurden so umgeformt, dass sie sich in den weiteren Verlauf der Bemessung nach Eurocode integrieren lassen. Hierfür wurde wie folgt vorgegangen:

Aus den Zeitabläufen der Schnittkräfte wurden mittels der Maximum-Likelihood-Methode eine allgemeine Extremwertverteilung der Jahres-Maxima angepasst. Als charakteristische Auswirkungen der Einwirkungen wurden –entsprechend dem Vorgehen von LM1 – die 99,9 [%] Quantile der angepassten Extremwertverteilungen gewählt.

Die ermittelten charakteristischen Werte wurden auch um einen Faktor α_{Sim} erhöht werden, welcher der Erhöhung durch die Anpassungsfaktoren des LM1 Modells entspricht. α_{sim} wurde für jede Auswirkung der Einwirkung getrennt ermittelt. Er wurde berechnet als Quotient der jeweiligen Auswirkung der Einwirkung aufgrund der mit bzw. ohne Anpassungsfaktoren erhöhten charakteristischen Verkehrslasten des LM1 Modells.

Die charakteristischen Lasten wurden mit den jeweiligen Teilsicherheitsbeiwerten ($\gamma_g = 1,35$ für ständige und $\gamma_{\text{Verkehr}} = 1,35$ für Straßenverkehrslasten) beaufschlagt. Im Falle des Verkehrslastmodells LM1 wurden dabei die ungünstigsten Lastfallkombinationen berücksichtigt. Im Falle der simulierten Verkehrslast mussten keine Lastfallkombinationen berücksichtigt werden, da bereits die Auswirkungen der Einwirkungen vorlagen. Das am Ende berechnete Maß der versteckten Sicherheit in LM1 bezieht sich also nicht nur auf das Verkehrslastmodell selbst, sondern auch auf die versteckte Sicherheit aufgrund der Lastfallkombinatorik.

Ermittlung der Bemessungswiderstände

Die Bemessung nach Eurocode – unter Beachtung konstruktiver Regeln – ergibt die in Tabelle 11-13 gelistete Bewehrungswahl. Bei der Bewehrungswahl können zwei zusätzliche versteckte Sicherheiten beobachtet werden: Die erste versteckte Sicherheit ergibt sich daraus, dass die erforderlichen Stahlquerschnittflächen aufgerundet werden um eine ganzzahlige Anzahl an Bewehrungsstäben zu erhalten. Die zweite versteckte Sicherheit ergibt sich aus der konstruktiven Bewehrung, die im Nachweisverfahren der Tragfähigkeit unberücksichtigt bleibt. Da bei allen Brückendesignvariationen die Stahlquerschnittflächen aufgerundet wurden und immer konstruktive Bewehrung eingebracht wurde, wurden diese versteckten Sicherheiten nicht untersucht.

n_{Felder}	l_{Felder}	Verkehrslastmodell des Brückendesign	$A_{S,Feld}$ [cm ²]	$A_{S,Stütz}$ [cm ²]	$A_{S,Querkraft}$ [cm ²]
1	15	<i>LM1</i>	112,93	–	28,14
		<i>Simleicht</i>	78,56	–	20,10
		<i>Simmittel</i>	83,47	–	20,10
		<i>Simhoch</i>	108,02	–	24,12
	20	<i>LM1</i>	181,67	–	31,67
		<i>Simleicht</i>	132,57	–	24,12
		<i>Simmittel</i>	137,48	–	28,14
		<i>Simhoch</i>	152,21	–	28,14
	25	<i>LM1</i>	265,14	–	40,20
		<i>Simleicht</i>	201,31	–	32,16
		<i>Simmittel</i>	206,22	–	32,16
		<i>Simhoch</i>	216,04	–	32,16

Tabelle 11: Bewehrungsquerschnittsflächen der 1-Feld-Träger Designvariationen.

n_{Felder}	l_{Felder}	Verkehrslastmodell des Brückendesign	$A_{S,Feld}$ [cm ²]	$A_{S,Stütz}$ [cm ²]	$A_{S,Querkraft}$ [cm ²]
2	15	<i>LM1</i>	[73,65 73,65]	88,38	32,16
		<i>Simleicht</i>	[49,10 49,10]	63,83	24,12
		<i>Simmittel</i>	[54,01 54,01]	63,83	24,12
		<i>Simhoch</i>	[63,83 68,74]	63,83	28,14
	20	<i>LM1</i>	[117,84 117,84]	157,12	40,20
		<i>Simleicht</i>	[83,47 83,47]	112,93	32,16
		<i>Simmittel</i>	[88,38 88,38]	117,84	32,16
		<i>Simhoch</i>	[98,20 98,20]	117,84	32,16
	25	<i>LM1</i>	[166,94 166,94]	265,14	44,22
		<i>Simleicht</i>	[112,93 112,93]	171,85	36,18
		<i>Simmittel</i>	[127,66 132,57]	186,58	36,18
		<i>Simhoch</i>	[142,39 137,48]	191,49	40,20

Tabelle 12: Bewehrungsquerschnittsflächen der 2-Feld-Träger Designvariationen.

n_{Felder}	l_{Felder}	Verkehrslastmodell des Brückendesign	$A_{S,Feld}$ [cm ²]	$A_{S,Stütz}$ [cm ²]	$A_{S,Querkraft}$ [cm ²]
3	15	<i>LM1</i>	[78,56 49,10 78,56]	[78,56 78,56]	32,16
		<i>Simleicht</i>	[54,01 34,37 54,01]	[54,01 54,01]	24,12
		<i>Simmittel</i>	[58,92 34,37 58,92]	[58,92 58,92]	24,12
		<i>Simhoch</i>	[54,01 34,37 54,01]	[54,01 54,01]	24,12
	20	<i>LM1</i>	[127,66 78,56 7127,66]	[137,48 137,48]	40,20
		<i>Simleicht</i>	[93,29 49,10 93,29]	[88,38 88,38]	28,14
		<i>Simmittel</i>	[93,29 49,10 93,29]	[93,29 93,29]	32,16
		<i>Simhoch</i>	[98,20 54,01 98,20]	[93,29 93,29]	32,16
	25	<i>LM1</i>	[181,67 108,02 181,67]	[220,95 220,95]	48,24
		<i>Simleicht</i>	[147,8 44,19 147,8]	[152,21 152,21]	40,20
		<i>Simmittel</i>	[147,8 49,10 147,8]	[157,12 157,12]	40,20
		<i>Simhoch</i>	[152,21 49,10 152,21]	[162,03 162,03]	48,24

Tabelle 13: Bewehrungsquerschnittsflächen der 3-Feld-Träger Designvariationen.

9.6.2 Zuverlässigkeitsanalyse der Brücken

Versagen der Brücken wurde als Systemversagen aufgefasst. Hierfür wurde die Brücke als ein Durchlaufträger aufgefasst und alle Kombinationen an Elementversagen (Biege- oder Querschnittsversagen an den Bemessungspunkten) berücksichtigt, welche zu einer Kinematik im System führen und in Wirkungsrichtung der Last Versagen. Abbildung 44 zeigt die Berücksichtigten Versagensmechanismen im Falle der Dreifeldträgerbrücken.

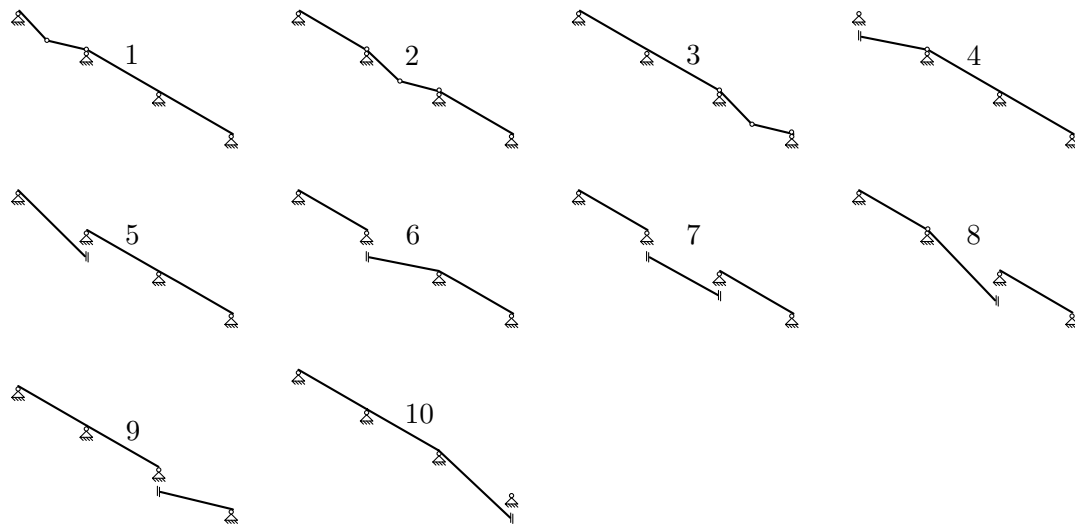


Abbildung 44: Versagensmechanismus 1-10 der Dreifeldträgerbrücken.

Je Versagensmechanismen kann mittels des Prinzips der virtuellen Kräfte eine Grenzzustandsgleichung ermittelt werden. Systemversagen tritt auf, wenn mindestens ein Versagensmechanismen auftritt. Die Korrelation der Versagensmechanismen wurde in durchgeführten Zuverlässigkeitsanalyse beachtet.

Die probabilistische Modellierung lässt sich in Einwirkungs- und die Widerstandsseite einteilen. Wenn nicht anders erwähnt, werden alle Zufallsvariablen als statistisch unabhängig zueinander angenommen. Die Verteilungen wurden aus [29, 73–79] entnommen.

Einwirkungsseite

- **Konstruktionseigengewicht**

$$\text{Stahlbeton} \sim \mathcal{N}(25; 1) \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right]$$

$$\text{Multiplikative Modellunsicherheit} \sim \mathcal{N}(1; 0,06) [-]$$

- **Aufbaulast**

$$\text{Kappen} \sim \mathcal{N}(25; 1) \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right]$$

$$\text{Asphalt} \sim \mathcal{N}(24; 0,96) \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right]$$

$$\text{Stahlkonstruktionen} \sim \mathcal{N}(77; 1) \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right]$$

$$\text{Multiplikative Modellunsicherheit} \sim \mathcal{N}(1; 0,1) [-]$$

- **Verkehrslast**

Die Verkehrslast wurde mittels der Simulation der Verkehrslast ermittelt:

Aus den Zeitabläufen der Schnittkräfte wurden mittels der Maximum-Likelihood-Methode allgemeine Extremwertverteilung der Jahres-Maxima angepasst. Bezüglich der System-Versagensdefinitionen muss die Verkehrslast auf den jeweiligen Versagensmechanismus ermittelt werden. Ein Versagensmechanismus auf Systemebene setzt sich aus verschiedenen Querschnittversagen zusammen. Da die Querschnittkräfte jeweils verschiedenen Einfluss auf die jeweiligen Versagensmechanismen haben, wurden die zeitlichen Schnittkraftverläufe gewichtet. Die Wichtungsfaktoren ergeben sich dabei mit Hilfe der virtuellen Arbeit der Querschnittkräfte bezüglich der Versagensmechanismen.

Manche Verkehrssituationen wirken auf mehrere Versagensmechanismen gleichzeitig. Deswegen sind die Versagensmechanismen korreliert. Die Korrelationsmatrix der jeweiligen Superponierungen wurde empirisch berechnet.

Durch das anpassen einer allgemeine Extremwertverteilung mittels der Maximum-Likelihood-Methode entsteht des weiteren eine statistische Unsicherheit. Diese statistische Unsicherheit kann durch eine multivariaten Normalverteilung der Verteilungsparameter der allgemeine Extremwertverteilung beschrieben werden. Diese wurde mittels der Krümmung der Profil-Loglikelihood ausgewertet an den Parameterschätzern der allgemeinen Extremwertverteilung ermittelt [80].

Widerstandsseite

Widerstandsmodell Biegung: Das Widerstandsmodell des Biegewiderstandes folgt dem Modell des Eurocode (siehe Abbildung 45):

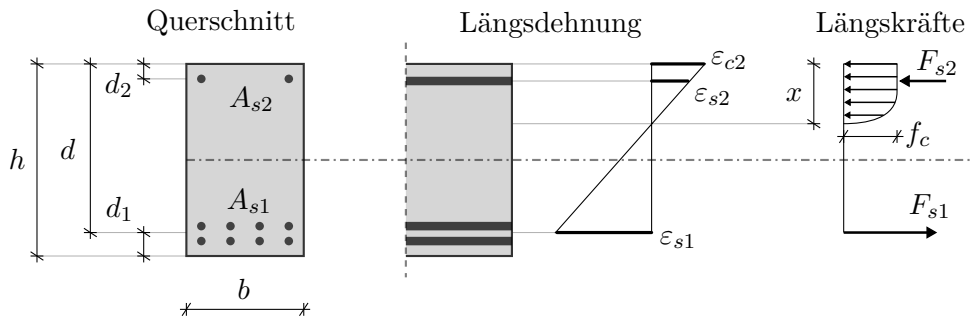


Abbildung 45: Biege-Widerstandsmodell des Eurocode.

$$\begin{aligned}
 M_R = & U_{Biegung} \cdot [A_{s1} \cdot f_{y1} \cdot (h - d_1) \cdot \\
 & \cdot \left(1 - \frac{k_a \cdot (A_{s1} \cdot f_{y1} - A_{s2} \cdot f_{y2})}{\alpha_R \cdot \alpha_{cc} \cdot f_c \cdot b \cdot (h - d_1)} \right) + \\
 & + A_{s2} \cdot f_{y2} \cdot
 \end{aligned} \tag{72}$$

$$\cdot \left(\frac{k_a \cdot (A_{s1} \cdot f_{y1} - A_{s2} \cdot f_{y2})}{\alpha_R \cdot \alpha_{cc} \cdot f_c \cdot b} - d_2 \right) \Bigg]$$

wobei $U_{Biegung}$ die Modellunsicherheit des Biegemodells ist mit

$$U_{Biegung} \sim \mathcal{N} \quad \text{mit } \mu_{U_{Biegung}} = 1,025 \text{ und } \delta_{U_{Biegung}} = 7\%$$

und

$$A_S \sim \mathcal{N} \quad \text{mit } \mu_{A_S} = \text{Nominalwert} \text{ und } \delta_{A_S} = 4\%$$

$$f_y \sim \mathcal{N} \quad \text{mit } \mu_{f_y} = f_{yk} + 60 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \text{ und } \sigma_{f_y} = 30 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

$$f_c \sim \mathcal{N} \quad \text{mit } \mu_{f_c} = f_{ck} + 8 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \text{ und } \sigma_{f_c} = 4,5 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

$$k_a \sim \mathcal{N} \quad \text{mit } \mu_{k_a} = 0,416 \text{ und } \delta_{A_S} = 5\%$$

$$\alpha_R \sim \mathcal{N} \quad \text{mit } \mu_{\alpha_R} = 0,8095 \text{ und } \delta_{\alpha_R} = 5\%$$

$$\alpha_{cc} \sim \mathcal{N} \quad \text{mit } \mu_{\alpha_{cc}} = 0,85 \text{ und } \delta_{\alpha_{cc}} = 10\%$$

$$h \sim \mathcal{N} \quad \text{mit } \mu_h = \begin{cases} 0,003 \cdot \text{Nominalwert} & \text{für Nominalwert} \leq 1000[\text{mm}] \\ 3[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} > 1000[\text{mm}] \end{cases}$$

$$\text{und } \sigma_h = \begin{cases} 4 + 0,006 \cdot \text{Nominalwert}[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} \leq 1000[\text{mm}] \\ 10[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} > 1000[\text{mm}] \end{cases}$$

$$b \sim \mathcal{N} \quad \text{mit } \mu_b = \begin{cases} 0,003 \cdot \text{Nominalwert} & \text{für Nominalwert} \leq 1000[\text{mm}] \\ 3[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} > 1000[\text{mm}] \end{cases}$$

$$\text{und } \sigma_b = \begin{cases} 4 + 0,006 \cdot \text{Nominalwert}[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} \leq 1000[\text{mm}] \\ 10[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} > 1000[\text{mm}] \end{cases}$$

$$d \sim \mathcal{N} \quad \text{mit } \mu_d = \begin{cases} 2,5[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} \leq 200[\text{mm}] \\ -7[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} > 200[\text{mm}] \end{cases}$$

$$\text{und } \sigma_d = 6[\text{mm}]$$

A_S und f_y werden korreliert angenommen mit $\rho_{A_S, f_y} = 0.5$.

Widerstandsmodell Querkraft: Das Widerstandsmodell des Querkraftwiderstandes folgt dem Modell des Eurocode (siehe Abbildung 46):

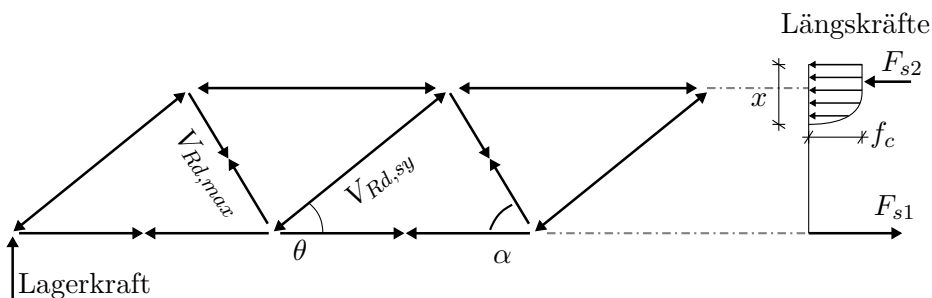


Abbildung 46: Querkraft-Widerstandsmodell des Eurocode.

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_S}{S_W} \cdot f_y \cdot z \cdot \cot(\theta) \quad (73)$$

$$V_{Rd,max} = b \cdot z \cdot \nu_1 \cdot \alpha_{cc} \cdot f_c \cdot \left(\frac{1}{\cot(\theta)} + \cot(\theta) \right)^{-1} \quad (74)$$

mit

$$z = \begin{cases} 0,9 \cdot (h - d_1) & \text{Vereinfacht nach Eurocode} \\ h - d_1 - k_a \cdot x & \text{Modellgetreuere Variante} \end{cases} \quad (75)$$

$$\nu_1 = 0,75 \cdot \left(1,1 - \frac{f_{ck}}{500} \right) \quad (76)$$

und

$$1 \leq \cot(\theta) = \frac{1,2}{\left(1 - \frac{U_{\text{Betontraganteil}} \cdot 0,24 \cdot f_c^{1/3} \cdot b \cdot z}{U_{Q,Druck} \cdot V_E} \right)} \leq 3 \quad (77)$$

wobei $U_{\text{Querkräft}}$ die Modellunsicherheit des Querkräftmodells, $U_{\text{Betontraganteil}}$ die Modellunsicherheit des Betontraganteils und $U_{Q,Druck}$ die Modellunsicherheit des Druck-Querkräft ist mit

$$\begin{aligned} U_{\text{Querkräft}} &\sim \mathcal{N} && \text{mit } \mu_{U_{\text{Querkräft}}} = 1 \text{ und } \delta_{U_{\text{Querkräft}}} = 10\% \\ U_{\text{Betontraganteil}} &\sim \mathcal{LN} && \text{mit } \mu_{U_{\text{Querkräft}}} = 1,1 \text{ und } \delta_{U_{\text{Querkräft}}} = 15\% \\ U_{Q,Druck} &\sim \mathcal{LN} && \text{mit } \mu_{U_{\text{Querkräft}}} = 1 \text{ und } \delta_{U_{\text{Querkräft}}} = 15\% \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} A_S &\sim \mathcal{N} && \text{mit } \mu_{A_S} = \text{Nominalwert} \text{ und } \delta_{A_S} = 4\% \\ f_y &\sim \mathcal{N} && \text{mit } \mu_{f_y} = f_{yk} + 60 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \text{ und } \sigma_{f_y} = 30 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \\ f_c &\sim \mathcal{N} && \text{mit } \mu_{f_c} = f_{ck} + 8 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \text{ und } \sigma_{f_c} = 4,5 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \\ k_a &\sim \mathcal{N} && \text{mit } \mu_{k_a} = 0,416 \text{ und } \delta_{A_S} = 5\% \\ \alpha_{cc} &\sim \mathcal{N} && \text{mit } \mu_{\alpha_{cc}} = 0,8095 \text{ und } \delta_{\alpha_{cc}} = 10\% \\ h &\sim \mathcal{N} && \text{mit } \mu_h = \begin{cases} 0,003 \cdot \text{Nominalwert} & \text{für Nominalwert} \leq 1000[\text{mm}] \\ 3[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} > 1000[\text{mm}] \end{cases} \\ &&& \text{und } \sigma_h = \begin{cases} 4 + 0,006 \cdot \text{Nominalwert}[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} \leq 1000[\text{mm}] \\ 10[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} > 1000[\text{mm}] \end{cases} \\ b &\sim \mathcal{N} && \text{mit } \mu_b = \begin{cases} 0,003 \cdot \text{Nominalwert} & \text{für Nominalwert} \leq 1000[\text{mm}] \\ 3[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} > 1000[\text{mm}] \end{cases} \\ d &\sim \mathcal{N} && \text{mit } \mu_d = \begin{cases} 2,5[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} \leq 200[\text{mm}] \\ -7[\text{mm}] & \text{für Nominalwert} > 200[\text{mm}] \end{cases} \\ &&& \text{und } \sigma_d = 6[\text{mm}] \end{aligned}$$

A_S und f_y werden korreliert angenommen mit $\rho_{A_S, f_y} = 0.5$.

Eine Zuverlässigkeitsanalyse mittels FORM ergab die in Tabelle 14 bis 16 gelisteten Versagenswahrscheinlichkeiten. Die logarithmische Differenz der Versagenswahrscheinlichkeiten h_{log} wurde als Maß der versteckten Sicherheit berechnet.

n_{Felder}	l_{Felder}	Verkehrslastmodell der Zuverlässigkeitsanalyse	Verkehrslastmodell des Brückendesign	$P(F)$	h_{log}
1	15	<i>Sim_{low}</i>	LM1	10^{-17}	8
			<i>Sim_{low}</i>	10^{-9}	
		<i>Sim_{mid}</i>	LM1	10^{-17}	8
			<i>Sim_{mid}</i>	10^{-9}	
		<i>Sim_{high}</i>	LM1	10^{-17}	6
			<i>Sim_{high}</i>	10^{-11}	
	20	<i>Sim_{low}</i>	LM1	10^{-14}	6
			<i>Sim_{low}</i>	10^{-8}	
		<i>Sim_{mid}</i>	LM1	10^{-14}	5
			<i>Sim_{mid}</i>	10^{-9}	
		<i>Sim_{high}</i>	LM1	10^{-14}	4
			<i>Sim_{high}</i>	10^{-10}	
25	<i>Sim_{low}</i>	LM1	10^{-15}	5	
		<i>Sim_{low}</i>	10^{-10}		
	<i>Sim_{mid}</i>	LM1	10^{-15}	5	
		<i>Sim_{mid}</i>	10^{-10}		
	<i>Sim_{high}</i>	LM1	10^{-15}	5	
		<i>Sim_{high}</i>	10^{-10}		

Tabelle 14: Versagenswahrscheinlichkeiten $P(F)$ und logarithmischen Maße der versteckten Sicherheit h_{log} der 1-Feld-Träger Designvariationen.

n_{Felder}	l_{Felder}	Verkehrslastmodell der Zuverlässigkeitsanalyse	Verkehrslastmodell des Brückendesign	$P(F)$	h_{log}
2	15	Sim_{low}	LM1	10^{-17}	9
			Sim_{low}	10^{-8}	
		Sim_{mid}	LM1	10^{-16}	6
			Sim_{mid}	10^{-10}	
		Sim_{high}	LM1	10^{-16}	7
			Sim_{high}	10^{-9}	
	20	Sim_{low}	LM1	10^{-17}	8
			Sim_{low}	10^{-9}	
		Sim_{mid}	LM1	10^{-17}	8
			Sim_{mid}	10^{-9}	
		Sim_{high}	LM1	10^{-16}	6
			Sim_{high}	10^{-10}	
25	Sim_{low}	LM1	10^{-16}	9	
		Sim_{low}	10^{-7}		
	Sim_{mid}	LM1	10^{-16}	7	
		Sim_{mid}	10^{-9}		
	Sim_{high}	LM1	10^{-15}	6	
		Sim_{high}	10^{-9}		

Tabelle 15: Versagenswahrscheinlichkeiten $P(F)$ und logarithmischen Maße der versteckten Sicherheit h_{log} der 2-Feld-Träger Designvariationen.

n_{Felder}	l_{Felder}	Verkehrslastmodell der Zuverlässigkeitsanalyse	Verkehrslastmodell des Brückendesign	$P(F)$	h_{log}
3	15	Sim_{low}	LM1	10^{-17}	8
			Sim_{low}	10^{-9}	
		Sim_{mid}	LM1	10^{-17}	9
			Sim_{mid}	10^{-8}	
		Sim_{high}	LM1	10^{-16}	7
			Sim_{high}	10^{-9}	
	20	Sim_{low}	LM1	10^{-16}	8
			Sim_{low}	10^{-8}	
		Sim_{mid}	LM1	10^{-16}	8
			Sim_{mid}	10^{-8}	
		Sim_{high}	LM1	10^{-16}	7
			Sim_{high}	10^{-9}	
25	Sim_{low}	LM1	10^{-15}	7	
		Sim_{low}	10^{-10}		
	Sim_{mid}	LM1	10^{-15}	6	
		Sim_{mid}	10^{-10}		
	Sim_{high}	LM1	10^{-15}	7	
		Sim_{high}	10^{-10}		

Tabelle 16: Versagenswahrscheinlichkeiten $P(F)$ und logarithmischen Maße der versteckten Sicherheit h_{log} der 3-Feld-Träger Designvariationen.

9.6.3 Fazit der Fallstudie 2

Der Raum der Plattenbalkenbrücken und der Verkehrslast wurde durch drei Dimensionen aufgespannt: n_{Felder} , l_{Felder} , $Q_{Verkehr}$. Wenn man eine der Dimensionen konstant hält und den Durchschnitt über die verbleibenden Dimensionen berechnet, so erhält man die mittleren logarithmischen Maße für die versteckte Sicherheit in $LM1$ \bar{h}_{log} . Tabelle 17, 18 und 19 führen diese auf. Die Maße der versteckten Sicherheit beinhalten nicht nur die versteckte Sicherheit des Verkehrslastmodells, sondern auch die versteckte Sicherheit durch die Lastfallkombinatorik.

n_{Felder}	1	2	3
\bar{h}_{log}	5,8	7,3	7,4

Tabelle 17: Mittleres logarithmische Maß \bar{h}_{log} der versteckten Sicherheit in $LM1$ je Anzahl der Felder n_{Felder} .

l_{Felder}	15	20	25
\bar{h}_{log}	7,6	6,7	6,3

Tabelle 18: Mittleres logarithmische Maß \bar{h}_{log} der versteckten Sicherheit in *LM1* je Länge der Felder l_{Felder} .

$Q_{Verkehr}$	<i>leicht</i>	<i>mittel</i>	<i>hoch</i>
\bar{h}_{log}	7,3	6,9	6,1

Tabelle 19: Mittleres logarithmische Maß \bar{h}_{log} der versteckten Sicherheit in *LM1* je Verkehrsstärke $Q_{Verkehr}$.

Aus Tabelle 11, 12 und 13 folgt, dass das Ersetzen von *LM1* durch *Sim* in der Domäne der Plattenbalkenbrücken zu durchschnittlich 29 [%] weniger Stahl-Volumen führt.

9.7 Fazit versteckte Sicherheiten

Neben den drei explizierten Sicherheitskomponenten (Wahl der charakteristischen Werte, Teilsicherheitsbeiwerte und Kombinationsbeiwerte) existiert eine weitere implizite Sicherheitskomponente: Die versteckte Sicherheit. Diese ist ein Resultat von Modellungenauigkeiten, insbesondere durch konservative – auf der sicheren Seite liegenden – Vereinfachungen. Versteckte Sicherheit kann sowohl auf Einwirkungsseite (im Lastmodell oder im statischen Modell) als auch auf Widerstandsseite (im Materialmodell oder im Widerstandsmodell) vorhanden sein. Versteckte Sicherheiten sind Teil bestehender Normen und benötigen keiner expliziten Berücksichtigung, so lange nicht von Standardmodellen abgewichen wird. Werden die Standardmodelle allerdings durch andere Modelle ersetzt, so kann dies zwei gegenläufige Effekte auf die Zuverlässigkeit haben:

- Falls die verwendeten Modelle geringere Unsicherheiten aufweisen als die Standardmodelle, wirkt sich dies positiv auf die Zuverlässigkeit aus.
- Der Verlust konservativer Annahmen (der versteckten Sicherheit), welche Teil der Standardmodelle sind, wirkt sich negativ auf die Zuverlässigkeit aus.

Wenn einer der beiden Effekte überwiegt, sollte das Sicherheitskonzept entsprechend angepasst werden. Empfohlen wird eine Rekalibrierung des dem Modell zugehörigen Teilsicherheitsbeiwertes.

10 Untersuchungen zur Bemessung am System

In Grusibau 1981 findet sich folgender Satz: “Da Kenntnisse der Systemzuverlässigkeit noch unvollständig und für eine praktische Anwendung nicht ausreichend aufbereitet sind, ist eine quantitative Bewertung unterschiedlicher Tragsysteme nicht vorgesehen.” An dieser Problematik hat sich bis heute nichts grundlegend geändert. Redundanzen im System, wie etwa statische Überbestimmtheit, werden nicht berücksichtigt. So werden beispielsweise die Stäbe in den beiden statischen Systemen aus Abbildung 47 gleich bemessen. Offensichtlich führt dies zu unterschiedlichen Systemversagenswahrscheinlichkeiten: Fällt ein Stab im linken System schwächer aus, so kann dies eventuell durch die anderen Stäbe kompensiert werden. Für das rechte System ist dies nicht der Fall. Daher ist die Systemversagenswahrscheinlichkeit des linken Systems niedriger als die des rechten Systems.

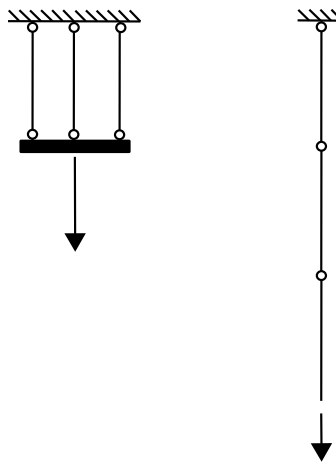


Abbildung 47: Beispiel eines redundanten Systems (links) und nicht redundanten Systems (rechts).

Heutige Baunormen – insbesondere der Eurocode – führen den Nachweis der Standsicherheit semiprobabilistisch am Element (auf Querschnittebene) durch. Dies bedeutet, dass für jeden zu berücksichtigenden Elementversagensmechanismus ein Nachweis nach dem Teilsicherheitskonzept erbracht wird. Unberücksichtigt bleiben hierbei eventuelle Redundanzen im System. Eine Berücksichtigung von Redundanzen ist bisher nur durch eine probabilistische Bemessung möglich.

Für eine probabilistische Bemessung am System ist Zweierlei essentiell: Die Ermittlung der (relevanten) Versagensmechanismen und die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit dieser Versagensmechanismen. Bei beidem handelt es sich um gut erforschte Themenbereiche. Näheres hierzu ist im zweiten Bericht dieses Forschungsvorhabens oder in [27, 32, 81, 82] zu finden.

Für den Regelfall wird eine probabilistische Bemessung als zu kompliziert erachtet. Ziel dieses Forschungsvorhabens ist es Wege aufzuzeigen wie eine Bemessung auf Systemebene in das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept etabliert werden kann um damit Folgendes zu erreichen:

Aspekt a) **Verbesserte Wirtschaftlichkeit bzw. Nachhaltigkeit:** Bei gleichbleibender Versagenswahrscheinlichkeit könnten die Bemessungswerte optimiert und damit die Kosten bzw. die Materialmenge verringert werden.

Aspekt b) **Homogenisierung des Sicherheitsniveaus:** Erhöhung der Bemessungswerte von Systemen mit wenig Redundanz und Verringerung der Bemessungswerte von Systemen mit hoher Redundanz, so dass eine Zielversagenswahrscheinlichkeit erreicht wird. Diese Zielversagenswahrscheinlichkeit ist üblicherweise die mittlere Versagenswahrscheinlichkeit des Gesamtportfolios an Systemen bei standardmäßiger Bemessung. Damit wird sichergestellt, dass das Sicherheitsniveau durch die Maßnahmen unverändert bleibt. Eine solche Homogenisierung des Sicherheitsniveaus wirkt sich auch auf die Wirtschaftlichkeit bzw. Nachhaltigkeit aus.

Primär wurde Aspekt b) bearbeitet. Als sehr hilfreich dafür stellte sich Untersuchungen am Daniels System dar.

10.1 Grundlegende Nomenklatur

Grundlegende Begriffe:, welche in diesem Kapitel verwendet werden:

- System: Mit System ist das statische System gemeint.
- Element: Ein Element ist ein „Komponente“ des Systems: z.B. eine Platte, ein Balken oder eine Stütze.
- Elementversagensmechanismus: Ist eine Versagensform eines Elementes. Ein Element kann mehrere Versagensformen haben: z.B. kann eine Stütze auf Druck oder auf Stabilität versagen. Auch kann die gleiche Versagensart an verschiedenen Orten auftreten: z.B. kann ein Balken unter Gleichlast nicht nur in Feldmitte sondern auch an einem anderen Ort auf Biegung versagen. Für jeden Elementversagensmechanismus kann eine Eintrittswahrscheinlichkeit bestimmt werden.
- Systemversagensmechanismus: Ist eine Kombination von Elementversagensmechanismen, so dass das Gesamtsystem oder ein Teilsystem kinematisch werden. Für jeden Systemversagensmechanismus kann eine Eintrittswahrscheinlichkeit bestimmt werden.
- Systemversagen: Zustände des Systems, bei welchen mindestens ein Systemversagensmechanismus zutrifft.
- Systemversagenswahrscheinlichkeit: Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Systemversagensmechanismus eintritt.
- Redundanz: Ein System weist Redundanzen auf, wenn mindestens einer der Elementversagensmechanismen auftreten kann ohne, dass Systemversagen vorliegt.

10.2 Einführendes Beispiel

Um die Gesichtspunkte bei einer Bemessung am System verständlicher zu machen, verwenden wir das System aus Abbildung 48. Der Einfachheit halber beschränken wir uns auf die Biegebemessung.

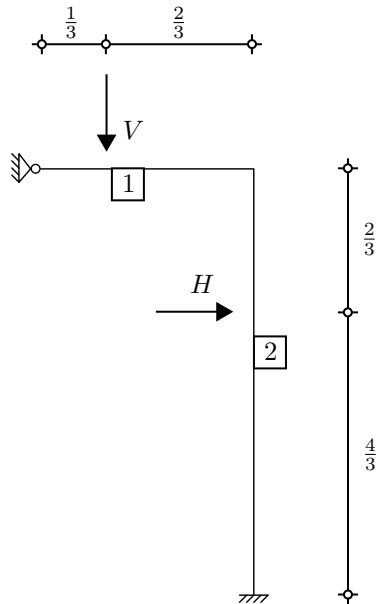


Abbildung 48: Beispielsystem mit zwei Stäben.

10.2.1 Bemessung nach Teilsicherheitskonzept

Abbildung 49 zeigt den Momentenverlauf M_{E_k} in Folge der charakteristischen Werte der Lasten H_k und V_k und die den Momentenverlauf M_{E_d} infolge der design Werte der Lasten $V_d = \gamma_V \cdot V_K$ und $H_d = \gamma_H \cdot H_K$. Je Stab wird das Maximum von M_{E_d} ermittelt und als minimaler Bemessungswiderstand M_{R_d} gewählt. Daraus ergeben sich direkt die Bemessungswiderstände nach Teilsicherheitskonzept.

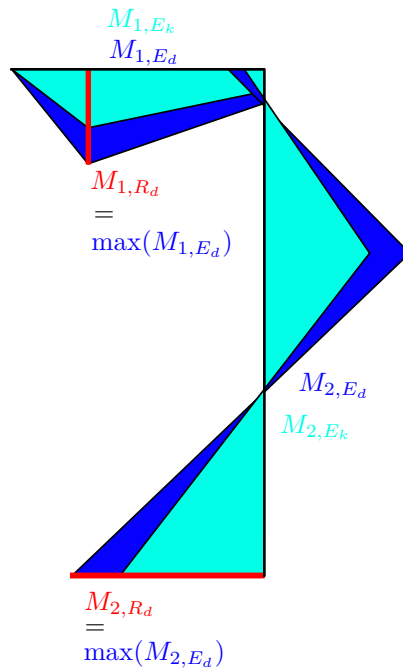


Abbildung 49: Momentenverlauf des Beispielsystems nach charakteristischer Last (M_{E_k}) bzw. Bemessungslast (M_{E_d}) und daraus resultierende minimale Bemessungswerte M_{R_d} .

10.2.2 Probabilistische Bemessung

Zunächst müssen die Versagensmechanismen bestimmt werden. Zur Bestimmung der Versagensmechanismen wird das System iterativ bezüglich der Elementversagensmechanismen modifiziert, bis das System eine Kinematik aufweist. Im Falle von Biegeversagen bedeutet dies, dass iterativ Gelenke eingefügt werden. Für das Beispielsystem ist dies in Abbildung 50 illustriert. Zunächst wird der Momentenverlauf des Originalsystems berechnet und anschließend ein Gelenk beim maximalen Moment des horizontalen bzw. des vertikalen Stabes eingefügt. Damit entstehen zwei neue Systeme, welche eventuell mehr als zwei Stäbe haben. Für diese wird wiederum der Momentenverlauf bestimmt und Gelenke bei den maximalen Momenten je Stab eingefügt. Dieses Vorgehen wird iteriert bis alle resultierenden Systeme kinematisch sind. Hierbei können manche Versagensmechanismen mehrfach ermittelt werden. Im Falle des Beispielsystems ergeben sich drei Versagensmechanismen FM_1 , FM_2 und FM_3 .

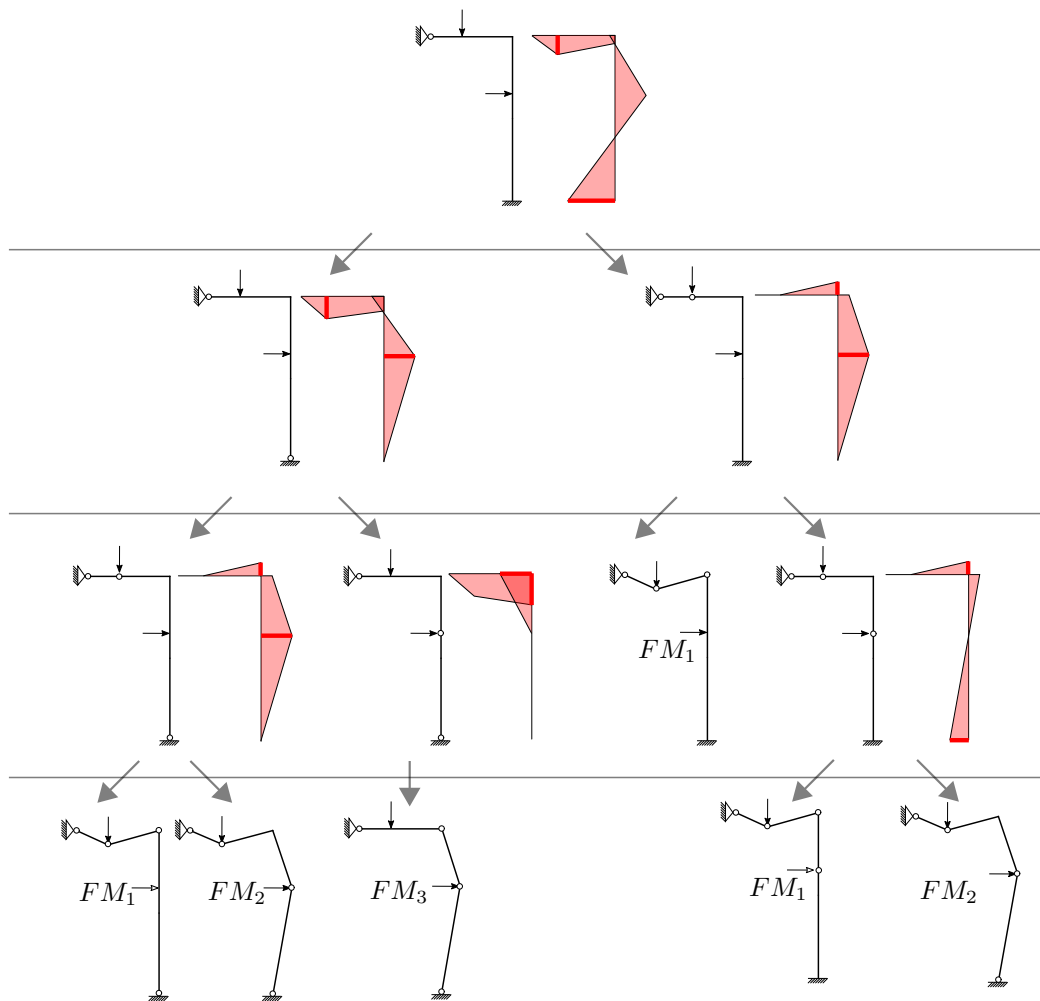


Abbildung 50: Illustration der Ermittlung der Versagensmechanismen bezüglich Biegever-sagen durch iteratives hinzufügen von Gelenken an den Orten maximaler Momente je Element.

Bei der Ermittlung der Versagensmechanismen im allgemeinen Fall ist nicht nur Biegever-sagen zu beachten, sondern auch Versagen auf Zug, Druck, Querkraft, Stabilität etc. Für größere Systeme mit einer Vielzahl an Elementversagensmechanismen kann die Ermittlung der Versagensmechanismen zu einem nicht trivialen kombinatorischen Problem werden. Methoden zum effektiven Auffinden aller (relevanten) Versagensmechanismen sind z.B. in [32] beschrieben. Im Hinblick einer Erweiterung des Eurocode bietet es sich an, genau jene Elementversagensmechanismen zu berücksichtigen, welche nach Eurocode nachgewiesen werden müssen. Allerdings bleiben dadurch räumliche Variabilität unberücksichtigt. Dies bedeutet, dass das System immer am Ort der maximalen deterministisch ermittelten Auswirkung der Einwirkung bezüglich eines Elementversagensmechanismus modifiziert wird. Außerdem gilt es zu beachten, dass sich manche Elementversagensereignisse im Laufe der Iteration auch wieder aufheben können. So kann sich beispielsweise ein Gelenk wieder schließen, wenn es sich um ein plastisches Material handelt (siehe Fließgelenktheorie).

Wurden die Versagensmechanismen ermittelt, kann mittels des Prinzips der virtuellen Kräfte für jeden Versagensmechanismus eine Grenzzustandsgleichung ermittelt werden. Abbildung 51 illustriert dies für den zweiten Versagensmechanismus FM_2 des Beispielsystems.

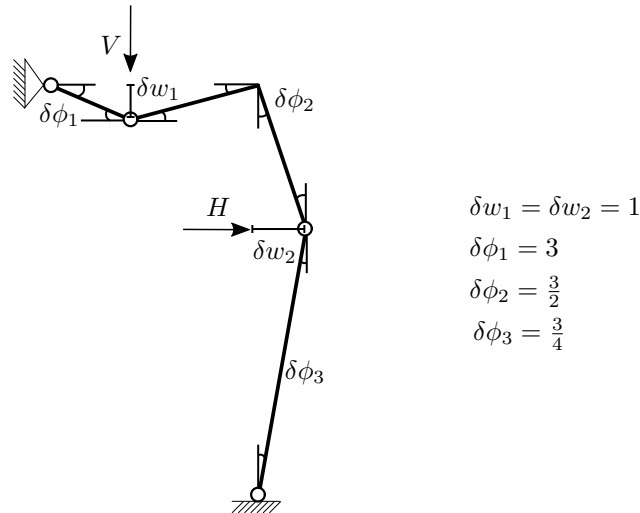


Abbildung 51: Verschiebungsfigur des zweiten Versagensmechanismus FM_2 .

Insgesamt ergeben sich dadurch die folgenden drei Grenzfunktionsgleichungen, welche jeweils einen Systemversagensmechanismus beschreiben:

$$g_1 = \frac{9}{2} \cdot R_1 + \frac{3}{2} \cdot \min(R_1, R_2) - V \quad (78)$$

$$g_2 = \frac{9}{2} \cdot R_1 + \frac{12}{4} \cdot R_2 - V - H \quad (79)$$

$$g_3 = \frac{3}{2} \cdot \min(R_1, R_2) + \frac{12}{4} \cdot R_2 - H \quad (80)$$

Das System versagt, wenn mindestens einer der Versagensmechanismen eintritt. Insofern kann das System als Seriensystem der Versagensereignisse $\{g_1 < 0\}$, $\{g_2 < 0\}$ und $\{g_3 < 0\}$ aufgefasst werden. Die Systemversagenswahrscheinlichkeit wurde durch FORM für Parallelsysteme approximiert werden. Die beiden Widerstände R_1 und R_2 können nun so gewählt werden, dass eine Zielsystemversagenswahrscheinlichkeit erfüllt wird.

10.2.3 Erweiterungsmöglichkeiten der Bemessung nach Teilsicherheitskonzept

Abbildung 52 bildet den Raum zulässiger Bemessungswiderstände nach einer Standardbemessung ab. Charakteristisch für diesen Raum ist die rechteckige Form, welche zu zwei Seiten unbeschränkt ist (semi-unendliche). Wenn mehr als zwei Bemessungs-Variablen vorhanden sind wird daraus ein semi-unendlicher Hyperwürfel. Außerdem werden die Isolinien des Zuverlässigkeitsindex bezüglich Systemversagen abgebildet. Hätte das System keine Redundanzen – würde also jedes Elementversagen unmittelbar zu Systemversagen führen – so hätten auch die Isolinien eine rechteckige Form.

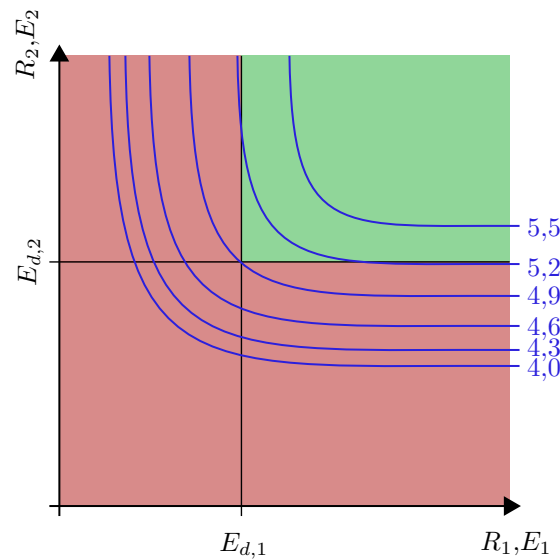


Abbildung 52: Zulässige (grüner Bereich) und unzulässige Bemessungswerte (roter Bereich) für eine Standardbemessung des Beispielsystem. Isolinien der Systemzuverlässigkeit in blau.

Die Fragen welche es nun zu beantworten gilt sind: Wie könnte der Raum an zulässigen Designwiderständen (grüner Bereich in Abbildung 52) so modifiziert werden, dass Redundanzen berücksichtigt werden? Und wie könnten diese Erweiterung in einem semiprobabilistischen Teilsicherheitskonzept umgesetzt werden? Grundsätzlich sollte der Raum hinsichtlich der beiden oben erwähnten Aspekte a) der Wirtschaftlichkeit bzw. Nachhaltigkeit und b) der Homogenisierung des Sicherheitsniveaus erweitert werden.

Eine Erweiterung des Raumes an zulässigen Bemessungswerten hinsichtlich des Aspektes a) ist in Abbildung 53 abgebildet. Der Raum wird bezüglich aller Bemessungswerte erweitert, welche mindestens die gleiche Zuverlässigkeit wie die minimale Zuverlässigkeit des Ursprünglichen Raumes erfüllen. Dies kann zu wirtschaftlicheren bzw. nachhaltigeren Bemessungen führen. Für das Beispielsystem bedeutet dies konkret, dass einer der Stäbe auch etwas geringer als nach Standardbemessung ausfallen kann und dies dafür mit einem höheren Bemessungswertes des anderen Stabes kompensiert werden kann. Wenn der Widerstandswert eines Stabes mit höheren Kosten bzw. Materialverbrauch in Verbindung steht relativ zu den Kosten bzw. des Materialverbrauches des anderen Stabes, so kann –bei gleichbleibender Zuverlässigkeit– ein wirtschaftlicheres bzw. nachhaltigeres Design gefunden werden. Allerdings stellt sich eine solche Erweiterung des Raumes von zulässigen Designs innerhalb des semiprobabilistischen Sicherheitskonzeptes als schwierig da. Außerdem wird das Einsparpotenzial als eher gering eingeschätzt. Daher wurde dieser Aspekt nur sekundär behandelt.

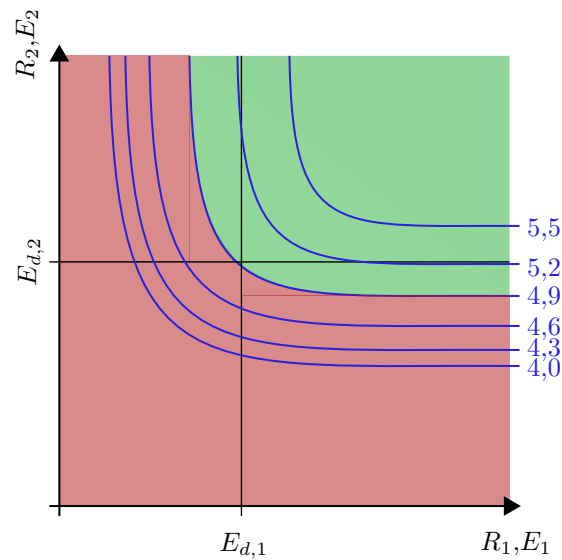


Abbildung 53: Zulässige (grüner Bereich) und unzulässige Bemessungswerte (roter Bereich) des Beispielsystem bei einer Erweiterung des Bemessungsraumes hinsichtlich Aspekt a). Isolinien der Systemzuverlässigkeit in blau.

Eine Anpassung des Raumes an zulässigen Bemessungswerten hinsichtlich des Aspektes b) ist in Abbildung 54 abgebildet. Der Raum an zulässigen Bemessungswerte behält seine rechteckige Form (bzw. die Form eines Hyperwürfels). Jedoch wird der Eckpunkt verschoben. Handelt es sich um ein überdurchschnittlich redundantes System, so wird der Eckpunkt weg vom Ursprung verschoben. Für ein unterdurchschnittlich redundantes System verschiebt sich der Eckpunkt in Richtung des Ursprunges. Prinzipiell kann diese Verschiebung für die verschiedenen Widerstandsgrößen mittels unterschiedlicher Faktoren durchgeführt werden. Der Einfachheit führen wir diese Verschiebung mit einem globalen Faktor $\gamma_{global, Sys}$ durch, welcher für alle Widerstandsgröße aufgebracht wird. Im Mittel führt $\gamma_{global, Sys}$ dazu, dass der Eckpunkt auf die Isolinie der Zielzuverlässigkeit β_{TRG} verschoben wird. Durch die Einführung von $\gamma_{global, Sys}$ reduziert sich die Variabilität der erreichten Zuverlässigkeit um den Anteil welcher durch die Nichtbeachtung von Redundanzen bei der Standardbemessung entsteht. Dadurch wird das Sicherheitsniveau homogenisiert.

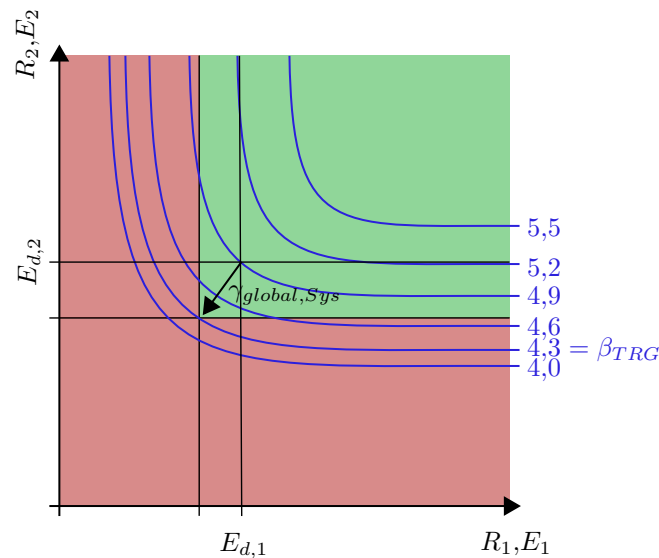


Abbildung 54: Zulässige (grüner Bereich) und unzulässige Bemessungswerte (roter Bereich) des Beispielsystem bei einer Modifizierung des Bemessungsraumes hinsichtlich Aspekt b) durch Einführung eines Faktors $\gamma_{global, Sys}$ zum Erreichen eines Zielzuverlässigkeitsindizes β_{TRG} . Isolinien der Systemzuverlässigkeit in blau.

$\gamma_{global, Sys}$ wird in folgenden Abschnitt für das Daniels System hergeleitet. Eine Übertragung auf allgemeine Tragwerke wäre mit Einschränkungen möglich, benötigt jedoch weiter Forschungsarbeit.

10.3 Untersuchungen zum Daniels System

Für die Bestimmung eines zusätzlichen globalen Teilsicherheitsbeiwertes $\gamma_{global, Sys}$, welcher in Abhängigkeit der Redundanzen eines Systems alle Widerstände gleich skaliert (siehe Abbildung 54), wurde das Daniels System untersucht. Dieses kann als Verallgemeinerung beliebiger statischer Systeme gesehen werden. Eine Äquivalenz aus zuverlässigkeitstheoretischer Sicht kann jedoch nur für den Fall ideal plastischer Systeme etabliert werden. Der ermittelte globalen Teilsicherheitsbeiwertes $\gamma_{global, Sys}$ ist also nur für das Daniels System gültig. In wie weit sich dieser auf allgemeine Tragwerke übertragen lässt ist nicht abschließend geklärt, dennoch können aus den Untersuchungen wichtige Erkenntnisse gezogen werden. Eine ausführlichere Version der Untersuchungen zum Daniels System kann im zweiten Bericht dieses Forschungsprojektes und in [83] und [84] gefunden werden.

10.3.1 Das Daniels System

Das Daniels System (Abbildung 55) ist ein System von n Stäben welche durch eine Kraft S auf Zug belastet werden. Die Last wird dabei durch einen biegesteifen ($EI \rightarrow \infty$) und

gegen Rotation blockierten Balken auf die Stäbe verteilt, so dass die Dehnung ε je Stab identisch ist.

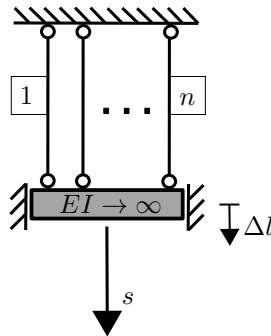


Abbildung 55: Daniels System.

Die ursprüngliche Formulierung des Daniels Systems stammt vom englischen Mathematiker Henry Ellis Daniels (1912 – 2000) und wurde für den Einsatz in der Textilindustrie entwickelt (Ermittlung des Widerstandes von Stoffen bzw. Seilen aus mehreren Strängen) [85]. Seine Forschungsergebnisse wurden später auf Baustrukturen übertragen (z.B. [86–88]). Daniels machte die folgenden Annahmen:

- Gleiche Querschnittfläche A_i je Stab. Der Einfachheit halber setzen wir $A_i = 1$.
- Gleiche Elastizitätsmodul je Stab $E_1 = E_2 = \dots = E_n$.
- Die Last s ist eine deterministische Größe. Der biegesteife Balken verteilt die Last gleich auf alle nicht versagten Stäbe.
- Die Maximalspannung $\sigma_{max,i}$ ($i = 1, \dots, n$) je Stab ist eine Zufallsvariable. $\sigma_{max,i}$ sind unabhängig und folgen der selben Verteilung. Da alle Querschnittflächen zu 1 gesetzt sind, ist der maximale Widerstand je Stab R_i gleich $\sigma_{max,i}$.
- Sprödes Materialverhalten je Stab (siehe Abbildung 56).

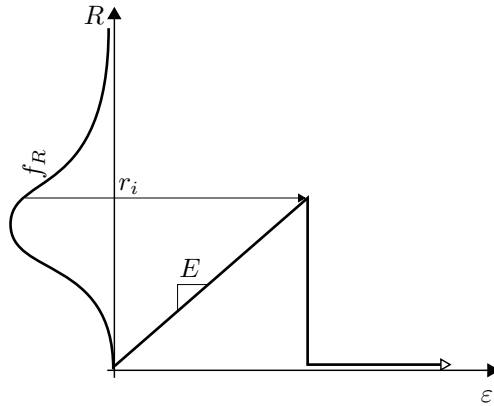


Abbildung 56: Sprödes Materialverhalten eines Stabes des Daniels Systems. Das Materialverhalten ist linear elastisch bis zum Bruch. Nach Versagen bleibt kein Restwiderstand vorhanden.

Ist die Verteilungsfunktion des Systemwiderstandes des Daniels Systems $F_{R_{Sys,n}}$ bekannt so kann die Versagenswahrscheinlichkeit $F_{Sys,n}$ und der dazugehörige Zuverlässigkeitsindex β_{Sys} bestimmt werden zu:

$$\Pr(F_{Sys,n}) = F_{R_{Sys,n}}(s) \quad \beta_{Sys} = -\Phi\left(F_{R_{Sys,n}}(s)\right) \quad (81)$$

Die Herausforderung ist es, $F_{R_{Sys,n}}$ zu bestimmen. Hierfür muss folgendes Integral gelöst werden:

$$\Pr(F_{Sys,n}) = n! \cdot \int_0^{\frac{s}{n}} \int_{r_n}^{\frac{s}{n-1}} \cdots \int_{r_2}^s f_R(r_n) \cdot f_R(r_{n-1}) \cdots f_R(r_1) dr_1 \cdots dr_{n-1} dr_n \quad (82)$$

Daniels fand mehrere analytische Lösungsansätze zur Berechnung des Integrals. Der bekannteste Lösungsansatz führt zu folgender rekursiven Formel [88, 89]:

$$\Pr(F_{Sys,n}) = F_{R_{Sys,n}}(s) = (-1)^{n+1} \cdot F_R^n\left(\frac{s}{n}\right) - \sum_{i=1}^{n-1} \left[(-1)^i \cdot \binom{n}{i} \cdot F_R^i\left(\frac{s}{n}\right) \cdot F_{R_{Sys,n-i}}(s) \right] \quad (83)$$

wobei F_R die Verteilungsfunktion des Widerstandes eines Stabes ist.

10.3.2 Beziehung zum Serien- und Parallelsystem

Das Daniels System verhält sich anders als ein ideales Parallelsystem. Die Systemversagenswahrscheinlichkeit eines idealen Parallelsystems mit n unabhängigen und der gleichen Verteilung folgenden Stäben – jeweils unter der Last $\frac{s}{n}$ – berechnet sich zu:

$$\Pr(F_{Sys,n}) = 1 - \left(1 - F_R\left(\frac{s}{n}\right)\right)^n \quad (84)$$

wobei F_R die Verteilungsfunktion des Widerstandes eines Elementes ist. Abbildung 57 zeigt die mechanische Interpretation eines idealen Parallelsystems. Systemversagen tritt

auf, wenn, wenn alle Elemente versagen. Diese Versagensdefinition ergibt in der Realität meist wenig Sinn.

Abbildung 57 zeigt außerdem die mechanische Repräsentation eines Seriensystems. Versagen tritt auf, wenn mindestens ein Element versagt. Die Versagenswahrscheinlichkeit unter Last s berechnet sich zu:

$$\Pr(F_{Sys,n}) = (F_R(s))^n \quad (85)$$

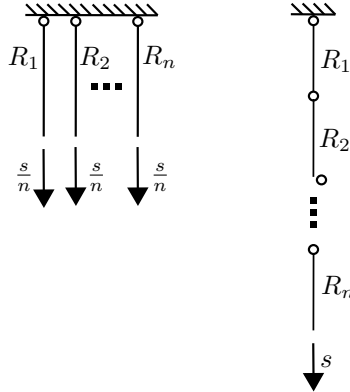


Abbildung 57: Mechanische Interpretation eines idealen Parallelsystems (links) und eines idealen Seriensystems (rechts).

Das ideale Parallelsystem und das ideale Seriensystem bilden die beiden Extremfälle an Systemverhalten. Demnach führen sie zu einem oberen bzw. unteren Grenzwert der Systemversagenswahrscheinlichkeit des Daniels Systems:

$$\Pr(F_{Sys,n;Parallel}) \leq \Pr(F_{Sys,n;Daniels}) \leq \Pr(F_{Sys,n;Series}) \quad (86)$$

10.3.3 Zuverlässigkeitsanalyse der ursprünglichen Formulierung des Daniels Systems

Wir führen die Zuverlässigkeitsanalyse beispielhaft mit einem lognormalverteilten Widerstand R durch:

$$R \sim \mathcal{LN} \quad E[R] = 1 \quad \text{c. o. v.}[R] = 0.1$$

Die Last s wird adaptiv zur Anzahl der Stäbe n gewählt, so dass die Last pro Stab immer gleich bleibt:

$$s = \gamma_s \cdot n \quad (87)$$

Ein Teilsicherheitsfaktor γ_s skaliert die Last so, dass eine Zielzuverlässigkeit β_T für ein Daniels System mit nur einem Stab erreicht wird:

$$\begin{aligned} & - \Phi(\Pr(F_{Sys,1})) \stackrel{!}{=} \beta_T \\ \Leftrightarrow & - \Phi(F_{R_{Sys,1}}(s)) = \beta_T \end{aligned} \quad (88)$$

$$\Leftrightarrow \gamma_s = F_R^{-1}(-\Phi^{-1}(\beta_T))$$

Abbildung 58 zeigt den Zuverlässigkeitsindex für verschiedene Anzahl an Stäben und für verschiedene Zielzuverlässigkeiten. Es lässt sich erkennen, dass die Anzahl welche zur minimalen Zuverlässigkeit führt, von β_T abhängt.

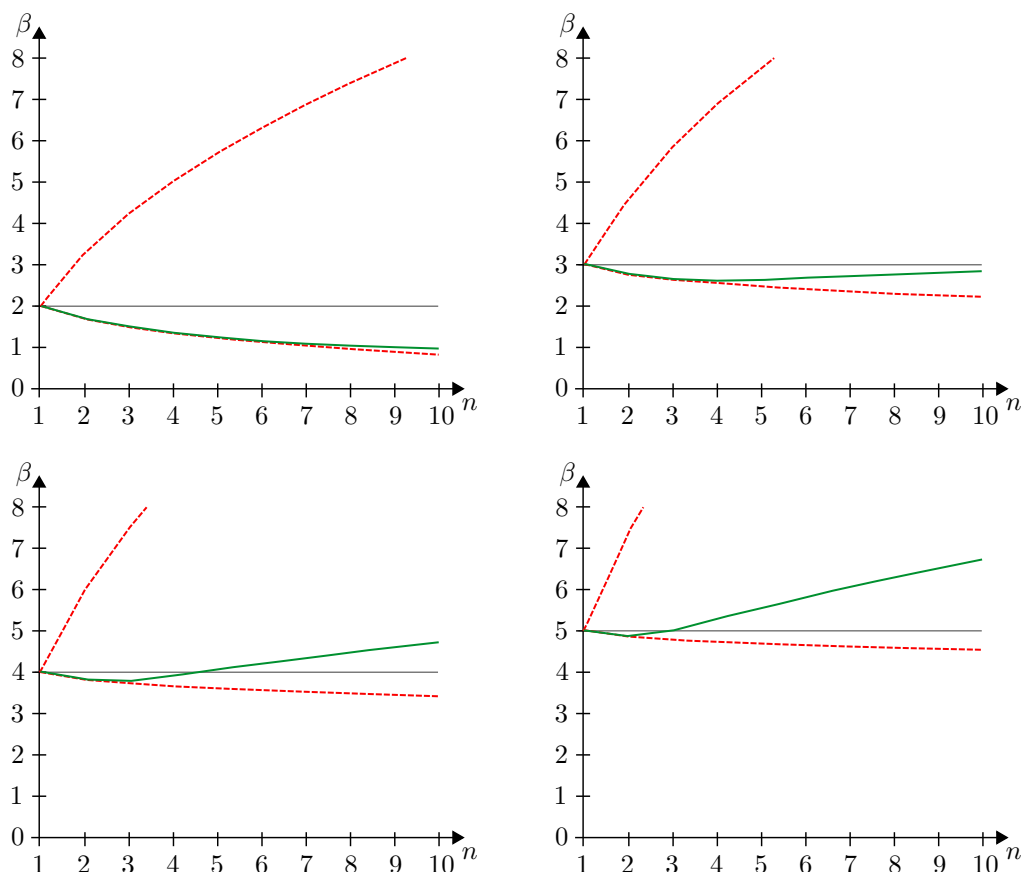


Abbildung 58: Zuverlässigkeitsindex für Daniels Systeme (grün) und für das ideale Serien- bzw. Parallelsystem (rot gepunktet) für $n = 1, \dots, 10$ Stäben und für $\beta_T = 2, 3, 4$ oder 5 .

Für die nachfolgenden Untersuchungen wählen wir $\beta_T = 4.3$ [29, 58]. Die Wahl ist jedoch nicht kritisch, da alle nachfolgenden Untersuchungen nicht sehr sensitiv gegenüber kleinen Änderungen von β_T sind.

Des Weiteren hat der Variationskoeffizient des Widerstandes R einen großen Einfluss auf Systemzuverlässigkeit des Daniels Systems. Abbildung 59 zeigt dies. Für kleine c. o. v. $[R]$ gleicht das Zuverlässigkeitsverhalten dem eines idealen Seriensystem. Wird c. o. v. $[R]$ größer, so nähert sich das Zuverlässigkeitsverhalten dem eines idealen Parallelsystems an. Das Zuverlässigkeitsverhalten eines idealen Serien- bzw. Parallelsystems ist unabhängig von c. o. v. $[R]$.

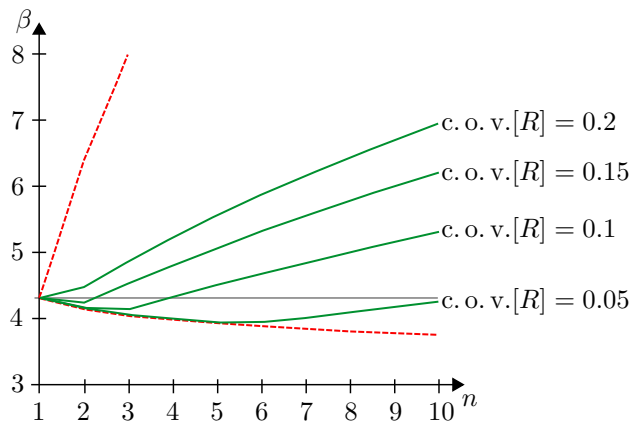


Abbildung 59: Zuverlässigkeitsindex für Daniels Systeme (grün) und für das ideale Serien- bzw. Parallelsystem (rot gepunktet) für $n = 1, \dots, 10$ Stäben und für $c. o. v. [R] = 0.05, 0.1, 0.15$ oder 0.2 .

10.4 Erweiterungen des Daniels Systems

Bisherige Forschung und Erweiterungen des Daniels Systems sind überschaubar (siehe [88–100]). Eine Zusammenfassung ist im zweiten Bericht dieses Forschungsprojektes oder in [83] zu finden.

Im Folgenden erweitern wir die ursprüngliche Formulierung des Daniels Systems bezüglich vier Aspekte:

- Probabilistische Lastmodellierung,
- Plastische und semi-plastische Materialmodellierung,
- Modellierung von Korrelation zwischen den Stäben,
- Ungleiche Lastverteilung zwischen den Stäben.

Die vier Erweiterungen können kombiniert werden, werden aber im Folgenden getrennt vorgestellt. Dabei wird sich auf das wesentliche konzentriert. Ausführliches kann in [83] nachgelesen werden.

10.4.1 Probabilistische Lastmodellierung

Sei $l(\mathbf{S})$ eine Funktion welche die Last modelliert. \mathbf{S} ist ein Vektor an Lastphänomenen (z.B. Wind und Schnee) und l ist eine Funktion welche die daraus resultierende Last repräsentiert.

Zur Zuverlässigkeitsbeurteilung wird folgende Genzustandsfunktion aufgestellt:

$$g(R_{Sys,n}, \mathbf{S}) = \max_{i=1}^n \left\{ (n - i + 1) \cdot R_{(i)} \right\} - l(\mathbf{S}) \quad (89)$$

Der zugehörige Versagensbereich ist

$$\Omega_{F_{Sys,n}} = \left\{ \forall R_{Sys,n} \forall \mathbf{S} : g(R_{Sys,n}, \mathbf{S}) < 0 \right\} \quad (90)$$

Die Systemversagenswahrscheinlichkeit ergibt sich damit zu:

$$\Pr(F_{Sys,n}) = \int_{\Omega_{F_{Sys,n}}} f_{R_{Sys,n}}(r) \cdot f_{\mathbf{S}}(\mathbf{s}) \, dsdr \quad (91)$$

Dieses Integral kann durch FORM [27,32,37,101] approximiert werden. Bei einer direkten Anwendung von FORM müsste $F_{R_{Sys,n}}^{-1}$ bei der Transformation in den Standardnormalraum angewendet werden. Da die Evaluierung von $F_{R_{Sys,n}}^{-1}$ aufwendig ist, empfiehlt es sich die Genzustandsgleichung neu als die Versagensproblematik eines Ein-Elemente-Systems zu formulieren [102,103]:

$$G(u_P, \mathbf{u}_S) = u_P - \Phi^{-1} \left(F_{R_{Sys,n}} \left(l(T_{U2X}(\mathbf{u}_S)) \right) \right) \quad (92)$$

wobei U_P einer Standardnormalverteilung folgt.

10.4.2 Numerische Untersuchung zur probabilistischen Lastmodellierung

Wir führen eine numerische Untersuchung mit einem lognormalverteilten Widerstand R (siehe Abschnitt 10.3.3) und einer Gumbel-verteilten Last S durch:

$$S \sim \mathcal{G} \quad E[S] = \gamma_S \cdot n \quad \text{c. o. v.}[S] = 0.2$$

Gleichung 87 folgend wird die Last S bezüglich der Anzahl der Stäbe n skaliert. γ_S skaliert die Last, so dass eine Zielzuverlässigkeit von $\beta_T = 4.3$ für $n = 1$ erreicht wird.

Abbildung 60 zeigt wie der Zuverlässigkeitsindex sich für verschiedene Anzahl an Stäben n und für verschiedene c. o. v. $[S]$ verändert.

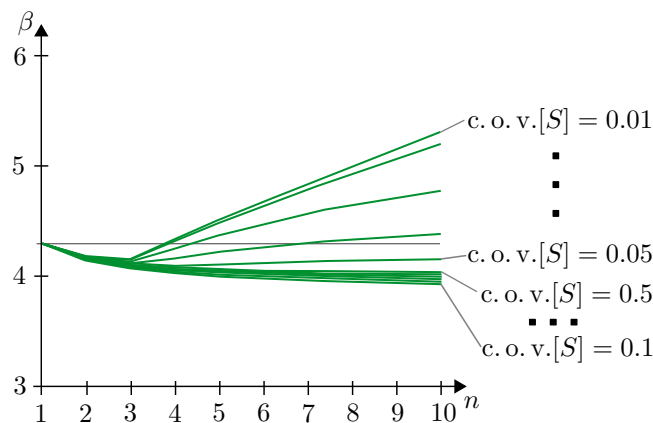


Abbildung 60: Zuverlässigkeitsindex eines Daniels Systems mit 1-10 Stäben und einer Last mit Variationskoeffizient von 0.01, 0.02, ..., 0.05 bzw. 0.1, 0.2, ..., 0.5.

10.4.3 Plastische und semi-plastische Materialmodellierung

Die ursprüngliche Formulierung des Daniels Systems setzt sprödes Materialverhalten voraus. Dies ist eine essenzielle Annahme um die analytische Lösung (Gleichung 83) zur Bestimmung der Systemversagenswahrscheinlichkeit anzuwenden. Wir führen zwei neue Materialmodelle ein um auch plastisches und semi-plastisches Materialverhalten modellieren zu können.

Das Spannungs-Dehnungsverhalten beider Materialmodelle ist linear-elastisch bis eine maximale Spannung σ_{max} erreicht ist. Wenn die Dehnung weiter erhöht wird, so kann das Material eine Restspannung σ_{plast} abtragen [32] (siehe Abbildung 61).

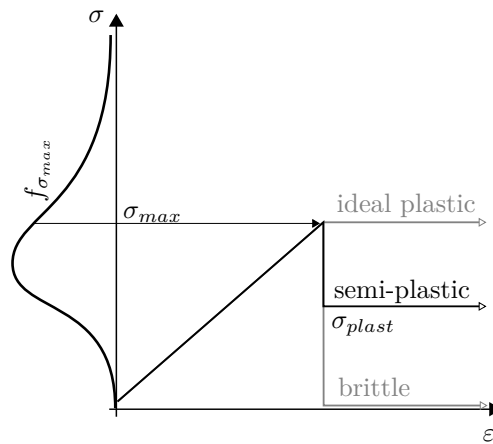


Abbildung 61: Spannungs-Dehnungsverhalten der beiden neuen Materialmodelle.

σ_{plast} wird auf zwei verschiedenen Arten definiert. Entweder als deterministischer Wert

$$\text{Material Modell 1: } \sigma_{plast,1} = r \cdot E[\sigma_{max}] \quad r \in [0; 1] \quad (93)$$

oder probabilistisch in Abhängigkeit von σ_{max} :

$$\text{Material Modell 2: } \sigma_{plast,2} = r \cdot \sigma_{max} \quad r \in [0; 1] \quad (94)$$

wobei r ein Faktor ist, welcher die abtragbare Restspannung quantifiziert. Für $r = 0$ repräsentieren beide Materialmodelle sprödes Materialverhalten. Für $r = 1$ repräsentiert das zweite Materialmodell plastisches Materialverhalten.

Das erste Modell kann unrealistisch sein, da $\sigma_{plast,1}$ größer als σ_{max} ausfallen kann. Dafür hat es den Vorteil, dass durch eine Adaption von Gleichung 83 eine analytische Lösung zur Bestimmung der Systemversagenswahrscheinlichkeit unter Last s hergeleitet werden kann:

$$\begin{aligned} \Pr(F_{Sys,m}) &= F_{R_{Sys,m}}(s) = & (95) \\ &= (-1)^{m+1} \cdot F_R^m \left(\frac{s - (n - m) \cdot \sigma_{plast,1}}{m} \right) \end{aligned}$$

$$- \sum_{j=1}^{m-1} \left[(-1)^j \cdot \binom{m}{j} \cdot F_R^j \left(\frac{s - (n-m) \cdot \sigma_{plast,1}}{m} \right) \cdot F_{R_{Sys,m-j}}(s - (n-m) \cdot \sigma_{plast,1}) \right]$$

wobei F_R die Verteilungsfunktion des Widerstandes eines Stabes ist, n die Anzahl der Stäbe und m eine Hilfsvariable der Rekursion ist. Die Rekursion muss durchgeführt werden bis $m = n$.

Für das zweite Materialmodell ist eine solche analytische Lösung nicht möglich. Die Versagenswahrscheinlichkeit unter Last s wird berechnet als

$$\Pr(F_{Sys,n}) = n! \cdot \int_0^{\frac{s}{n}} \int_{r_n}^{\frac{s}{n-1} - r \cdot r_n} \dots \int_{r_2}^{s - \sum_{i=1}^{n-1} r \cdot r_i} f_R(r_n) \cdot f_R(r_{n-1}) \dots f_R(r_1) dr_1 \dots dr_{n-1} dr_n \quad (96)$$

Dieses Integral kann nicht analytisch berechnet werden. Für große n ist es nicht praktikabel klassische numerische Methoden zur Integration zu verwenden. Stattdessen kann die Lösung des Integrals durch die Monte Carlo Methode [104,105] oder durch fortgeschrittenere Sample-Methoden wie Subset Simulation (SuS) [38–40] angenähert werden.

10.4.4 Numerische Untersuchungen zur plastischen und semi-plastischen Materialmodellierung

Wir führen eine numerische Untersuchung mit einem lognormalverteilten Widerstand R (siehe Abschnitt 10.3.3) und einer deterministischen Last s durch, welche adaptiv bezüglich der Anzahl der Stäbe n skaliert wird.

Abbildung 62 zeigt wie der Zuverlässigkeitsindex sich für verschiedene Anzahl an Stäben n (je Materialmodell) für verschiedene Plastizitätsstufen ($r = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$) verändert.

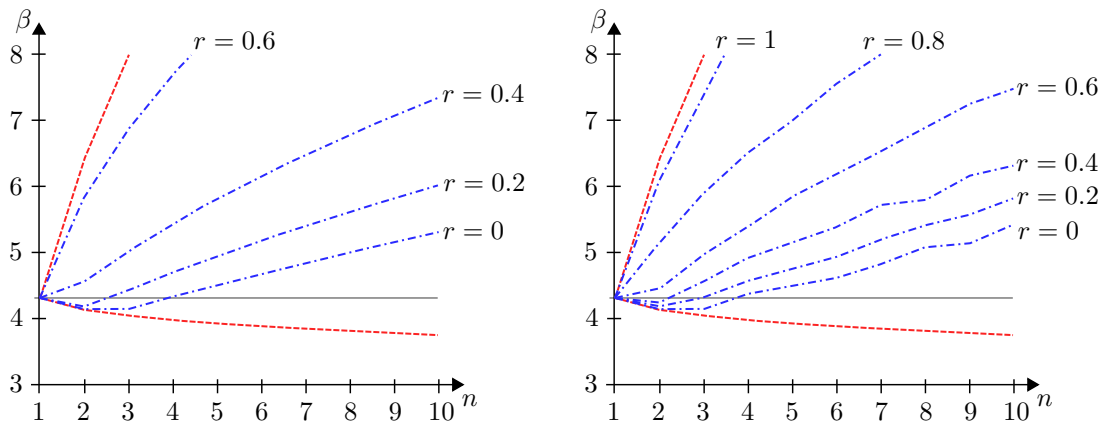


Abbildung 62: Zuverlässigkeitsindex des Daniels Systems mit Stäben modelliert mit Materialmodell 1 (links) und Materialmodell 2 (rechts) für verschiedene Plastizitätsstufen r (blau strich-gepunktet) und das ideale Serien- bzw. Parallelsystem (rot gestrichelt). Die Zuverlässigkeitsindizes bezüglich des zweiten Materialmodells wurden mittels SuS berechnet.

10.4.5 Modellierung von Korrelation zwischen den Stäben

Die ursprüngliche Formulierung des Daniels Systems nimmt unkorrelierte Stäbe an. Häufig liegt jedoch in Baustrukturen Korrelation zwischen den Elementwiderständen vor (z.B. durch gemeinsame Herstellungsprozesse oder gemeinsame Umwelteinflüsse). Wir stellen eine Methode zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit bei paarweise gleich korrelierten Stäben vor. Der Ansatz ist auf paarweise ungleiche Korrelation erweiterbar.

Wir verwenden einen hierarchischen Ansatz [106–108]. Für paarweise gleiche Korrelation wird hierfür ein Bayes-Netz wie in Abbildung 63 definiert. Hierbei folgt α einer Standardnormalverteilung und Y_i folgen einer multivariaten Normalverteilung mit paarweiser Korrelation, welche der Korrelation der Widerstände zwischen Stäben im Standardnormalraum ρ_Y entspricht.

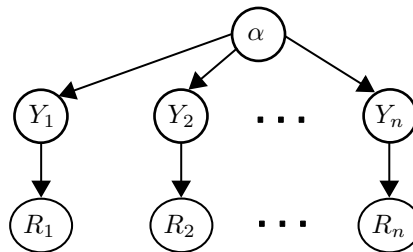


Abbildung 63: Hierarchische Modellierung des Widerstandes mit Hyperparameter α .

Die bedingte Verteilungsfunktion $F_{R|\alpha}$ kann bestimmt werden zu [107]

$$F_{R|\alpha}(x | \alpha) = \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(F_R(x)) - \sqrt{\rho_Y} \cdot \alpha}{\sqrt{1 - \rho_Y}} \right) \quad (97)$$

Damit ergibt sich die Systemversagenswahrscheinlichkeit zu

$$\Pr(F_{Sys,n}) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\alpha) \cdot \Pr(F_{Sys,n} | \alpha) d\alpha \quad (98)$$

$\Pr(F_{Sys,n} | \alpha)$ kann dabei mit der ursprünglichen Lösung des Daniels Systems berechnet werden (Gleichung 83).

Alternativ kann – ähnlich wie in Gleichung 92 – folgende Grenzzustansfunktion zur Berechnung der Systemversagenswahrscheinlichkeit verwendet werden

$$G(U_P, \alpha) = U_P - \Phi^{-1} \left(F_{R_{Sys,n}|F_{R_i}|\alpha}(s) \right) \quad (99)$$

wobei U_P der Standardnormalverteilung folgt.

10.4.6 Numerische Untersuchungen des Korrelationsmodells

Wir führen eine numerische Untersuchung mit einem lognormalverteilten Widerstand R (siehe Abschnitt 10.3.3) und deterministischen Last s durch, welche adaptiv bezüglich der Anzahl der Stäbe n skaliert wird.

Abbildung 64 zeigt wie der Zuverlässigkeitsindex sich für verschiedene Anzahl an Stäben n und verschiedene Korrelationskoeffizienten für das ideale Parallel- bzw. Seriensystem und bei ideal plastischen, ideal sprödem und semi-plastischem Materialverhalten nach Materialmodell 2 mit $r = 0.5$.

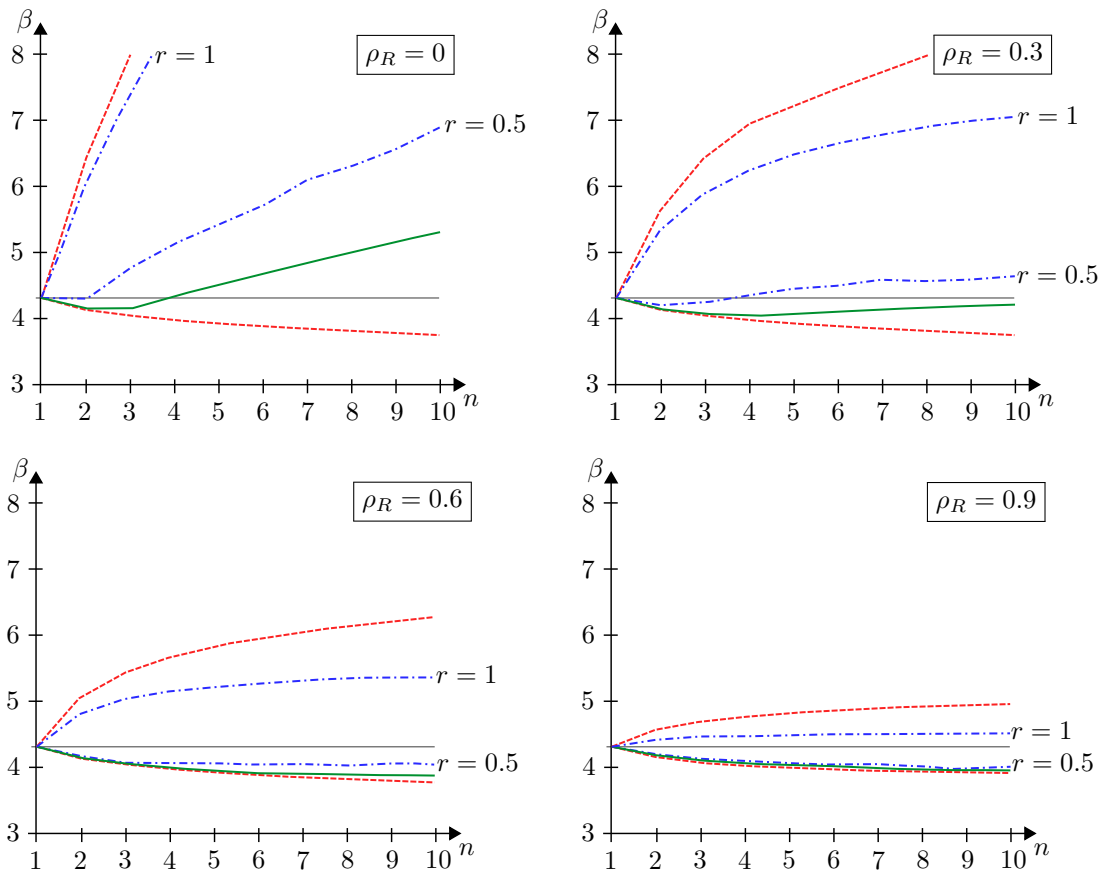


Abbildung 64: Zuverlässigkeitsindex β für verschiedene Anzahl an Stäben n und verschiedene Korrelationskoeffizienten ρ_R für das ideale Parallel- bzw. Seriensystem (rot gestrichelt) und bei ideal spröden (grün), ideal plastischem und semi-plastischem Materialverhalten nach Materialmodell 2 mit $r = 0.5$ (blau strich-gepunktet).

10.4.7 Ungleiche Lastverteilung zwischen den Stäben

In der ursprünglichen Formulierung führen zwei Annahmen zu einer gleichen Verteilung der Last auf die Stäbe: Die Annahme gleicher Querschnittflächen bzw. E-Module und der biegesteife horizontale Balken, welcher gegen Rotation gehalten ist. Wenn die erste Annahmen entfällt (siehe Abbildung 65), wird die Last nicht mehr gleich auf die Stäbe verteilt. Stattdessen verteilt sich die Last proportional zu der Steifigkeit der nicht versagten Stäbe. Diese proportionale Verteilung der Last führt zu ähnlichen Systemversagenswahrscheinlichkeiten wie die ursprüngliche Formulierung und ist daher von wenig Interesse (siehe [83]). Wird die zweite Annahme modifiziert und der horizontale Balken entweder biegeweich oder nicht mehr gegen Rotation gehalten, so führt dies zu einer Ungleichverteilung der Last welche nicht proportional zu der Steifigkeit der nicht versagten Stäbe ist. Im folgenden zeigen wir wie die Systemversagenswahrscheinlichkeit in solchen Fällen berechnet werden kann.

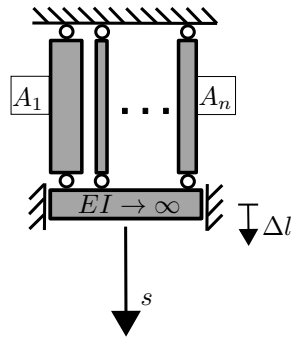


Abbildung 65: Daniels System mit verschiedenen Querschnittsflächen je Stab. Die Last verteilt sich proportional zu der Steifigkeit der nicht versagten Stäbe.

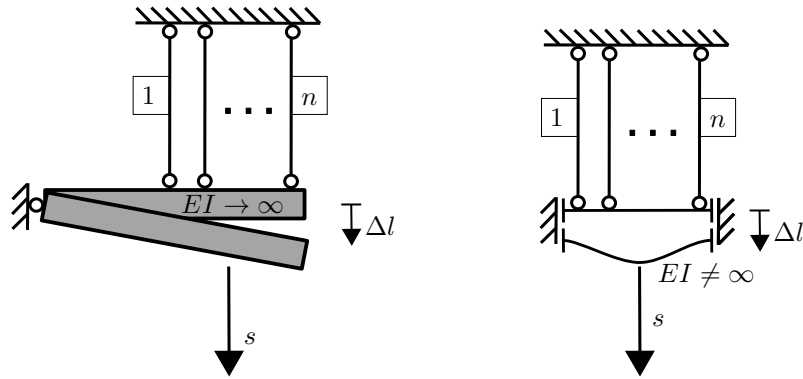


Abbildung 66: Daniels Systeme, welche zu einer Verteilung der Last führen, welche nicht proportional zu der Steifigkeit der nicht versagten Stäbe ist.

Wir untersuchen nicht den Effekt von verschiedenen Modellannahmen bezüglich des horizontalen Balkens, sondern direkt den Effekt verschiedener Lastverteilungen auf die Stäbe. Eine ungleiche Lastverteilung auf gleich dimensionierte Stäbe kann aus zuverlässigkeitstheoretischer Sicht äquivalent zu einer gleichen Lastverteilung auf ungleich dimensionierte Stäbe gesehen werden. Letztere Formulierung hat jedoch numerische Vorteile und wird daher verwendet.

Sei $F_{R,i}$ ($i = 1, \dots, n$) die nun nicht mehr der selben Verteilung folgenden Widerstände des Daniels Systems mit n Stäben und deterministischer Last s . Der Versagensbereich kann durch die Vereinigung von Hyperwürfeln definiert werden, welche als Kantenlänge alle möglichen Permutationen von $\frac{s}{n}, \frac{s}{n-1}, \dots, s$ habe. Abbildung 67 zeigt dies für den Fall $n = 3$.

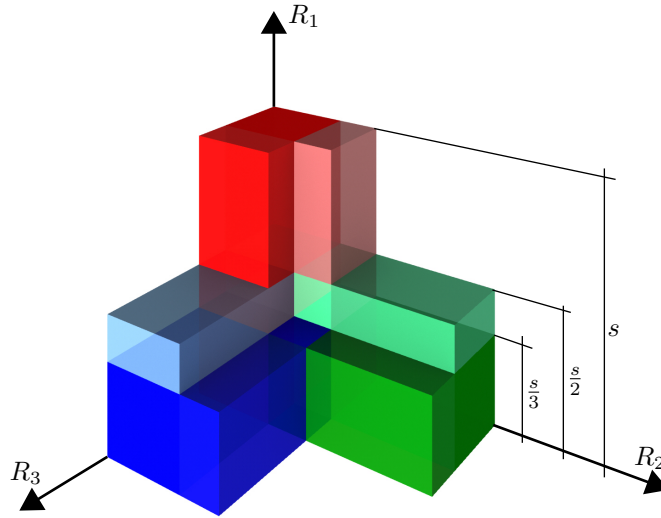


Abbildung 67: Versagensbereich eines Daniels Systems mit 3 Stäben. Der Versagensbereich ist eine Vereinigung von 6 Würfeln deren Kantenlängen durch alle möglichen Permutationen von s , $\frac{s}{2}$ und $\frac{s}{3}$ definiert sind.

Die Systemversagenswahrscheinlichkeit $F_{Sys,n}$ kann nun mittels des Prinzips von Inklusion und Exklusion bestimmt werden zu:

$$\Pr(F_{Sys,n}) = \sum_{j=1}^{n!} (-1)^{j-1} \sum_{\substack{I \subseteq \{1, \dots, n!\} \\ |I|=j}} \Pr\left(\bigcap_{m \in I} H_m\right) \quad (100)$$

wobei die zweite Summe bezüglich aller möglichen Indexmengen I von 1 bis $n!$ und Kardinalität j ist.

Mit größer werdender Anzahl an Stäben n wird Gleichung 100 schnell numerisch unlösbar. Dies liegt nicht nur daran, dass die Anzahl an Hyperwürfeln H_j mit $\mathcal{O}(n!)$ steigt, sondern insbesondere daran, dass die Anzahl an m -Tupeln zur Beschreibung der Schnittmengen mit $\mathcal{O}(n!!)$ ansteigt. Die größte aus numerischer Sicht sinnvolle Anzahl an Stäben ist $n = 4$. Hierfür ergeben sich $4! = 24$ Hyperwürfel und $\binom{24}{2} = 276$ Schnittmengenpaare, $\binom{24}{3} = 2024$ Schnittmengentripel etc. Für $n = 5$ ergeben sich $5! = 120$ Hyperwürfel und 10^{36} Schnittmengen müssen berechnet werden.

Eine numerisch bessere Variante ist es den Versagensbereich in nicht-überlappende Hyperwürfel aufzuteilen. Die Systemversagenswahrscheinlichkeit kann dann als die Summe der Wahrscheinlichkeiten je Hyperwürfel berechnet werden. Eine möglich Art den Versagensbereich in Hyperwürfel aufzuteilen ist die Folgende: Wir umschließen den Versagensbereich mit dem Hyperwürfel $[0,s] \times [0,s] \times \dots \times [0,s]$ und unterteilen diesen mit dem Raster $\frac{s}{n}, \frac{s}{n-1}, \dots, \frac{s}{2}$ je Richtung. Dies resultiert in n^n Hyperwürfel. Die marginalen Wahrscheinlichkeiten eines Hyperwürfel berechnet sich zu:

$$a_{i,j} = F_{R,i}\left(\frac{s}{j}\right) - F_{R,i}\left(\frac{s}{j+1}\right) \quad \text{for } i = 1, \dots, n \text{ and } j = 1, \dots, n-1 \quad (101)$$

$$a_{i,j} = F_{R,i} \left(\frac{s}{j} \right) \quad \text{for } i = 1, \dots, n \text{ and } j = n$$

Die Wahrscheinlichkeit eines Hyperwürfels $h_{j^{(1)},j^{(2)},\dots,j^{(n)}} (j^{(1)},j^{(2)},\dots,j^{(n)} \in \{1,\dots,n\})$ berechnet sich damit zu

$$\Pr(h_{j^{(1)},j^{(2)},\dots,j^{(n)}}) = \prod_{i=1}^n a_{i,j^{(i)}} \quad (102)$$

Summiert man nun über die Wahrscheinlichkeiten aller Hyperwürfel im Versagensbereich erhält man die Systemversagenswahrscheinlichkeit:

$$\Pr(F_{Sys,n}) = \sum_{h_{j^{(1)},j^{(2)},\dots,j^{(n)}} \subseteq \Omega_{F_{Sys,n}}} \Pr(h_{j^{(1)},j^{(2)},\dots,j^{(n)}}) \quad (103)$$

wobei $h_{j^{(1)},j^{(2)},\dots,j^{(n)}}$ im Versagensbereich ist genau dann wenn mindestens eines der $j^{(i)}$ gleich zu n , mindestens zwei größer gleich $n - 1$ sind, mindestens drei größer gleich $n - 2$ sind, ... und alle außer einer größer gleich 2 sind.

Dieser Ansatz hat eine Komplexität von $\mathcal{O}(n^n)$.

10.4.8 Numerische Untersuchung ungleiche Lastverteilung zwischen den Stäben

Wir beschränken uns auf die Untersuchung ungleiche Lastverteilung zwischen den Stäben, welche nicht proportional zu der Steifigkeit der nicht versagten Stäbe ist. Für eine Untersuchung bei einer proportional zu der Steifigkeit verteilten Last sihe [83]

Wir führen die Untersuchungen beispielhaft am linken System aus Abbildung 66 durch. Dies führt zu einer linearen Lastverteilung. Abbildung 68 und 69 zeigen die Ergebnisse dieser Untersuchung.

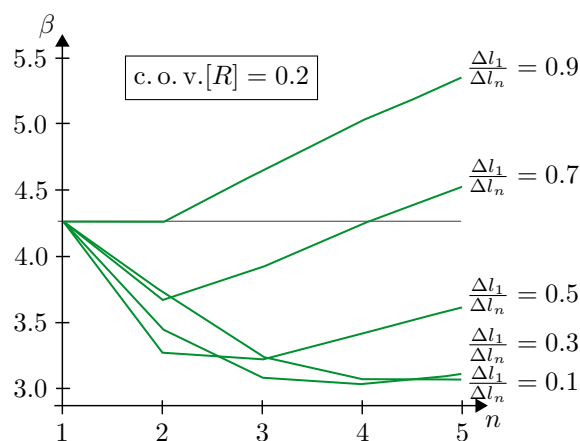


Abbildung 68: Zuverlässigkeitsindex eines Daniels Systems mit n spröden Stäben und verschiedenen Graden an linearen Lastverteilung ungleich zur Steifigkeit der Stäbe.

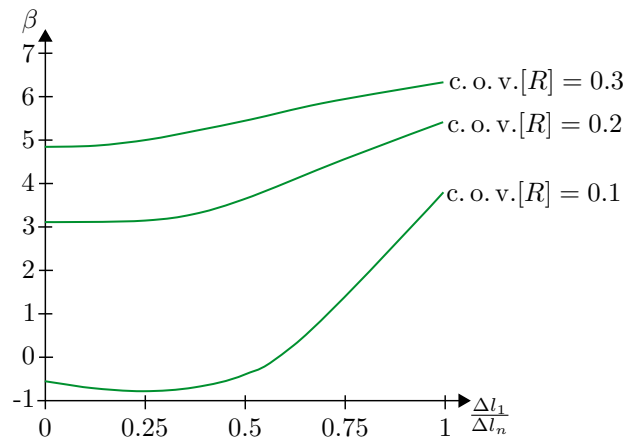


Abbildung 69: Zuverlässigkeitsindex eines Daniels Systems mit $n = 5$ spröden Stäben und verschiedenen Graden an linearen Lastverteilung ungleich zur Steifigkeit der Stäbe.

10.5 Zusammenhang allgemeiner Tragwerke und dem Daniels System

Das Daniels System ist von besonderem Interesse, da es aus zuverlässigkeitstheoretischer Sicht repräsentativ für das Versagen eines beliebigen Systems gesehen werden kann. Für Systeme mit plastischem Materialverhalten kann sogar – aus zuverlässigkeitstheoretischer Sicht – Äquivalenz hergestellt werden. Um dies zu veranschaulichen etablieren wir diese Äquivalenz für das oben behandelte Einführungsbeispiel (Abbildung 10.2). Für das Beispielsystem haben sich folgenden Grenzzustandsfunktionen ergeben, welche die 3 betrachteten Systemversagensmechanismen beschreiben:

$$g_1 = \frac{9}{2} \cdot R_1 + \frac{3}{2} \cdot \min(R_1, R_2) - V \quad (104)$$

$$g_2 = \frac{9}{2} \cdot R_1 + \frac{12}{4} \cdot R_2 - V - H \quad (105)$$

$$g_3 = \frac{3}{2} \cdot \min(R_1, R_2) + \frac{12}{4} \cdot R_2 - H \quad (106)$$

Diese Grenzzustandsgleichungen wurden mittels des Prinzips der virtuellen Verschiebungen ermittelt. Diese Grenzzustandsgleichungen repräsentieren nicht nur die drei Versagensmechanismen des Beispielsystems, sondern jeden Versagensmechanismen, welcher sich aus der gleichen inneren bzw. äußeren Arbeit zusammensetzt. Insbesondere lassen sich Daniels Systeme definieren, welche zu den gleichen Grenzzustandsfunktionen führen. Abbildung 70 illustriert dies für den zweiten Versagensmechanismen des Beispielsystems. Dabei wurden die Widerstandsterme welche sich durch das mittlere und das untere Gelenk des horizontalen Stabes ergeben nicht zusammengelegt. Daher hat das Daniels System 3 Stäbe, was genau der statischen Überbestimmtheit des Systems entspricht. Die beiden von R_2 abhängigen Stäbe sind allerdings voll korreliert. Demnach könnte das Daniels System zu einem System mit nur zwei Stäben vereinfacht werden. Würde man jedoch räumliche Variabilität beachten, so wären die Widerstände an den Orten der Gelenke nicht mehr voll korreliert und ein Daniels System mit drei Stäben notwendig.

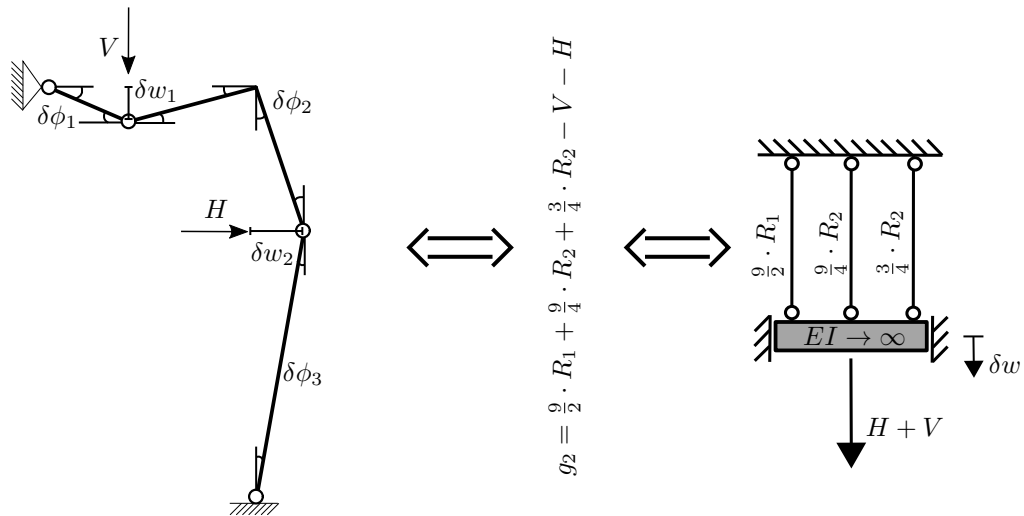


Abbildung 70: Illustration des Zusammenhangs des zweiten Versagensmechanismus des Beispielsystems zum zugehörigen Daniels System.

Insgesamt ist das Beispielsystem aus zuverlässigkeitstheoretischer Sicht äquivalent mit den drei in Serie geschalteten Daniels Systemen in Abbildung 71.

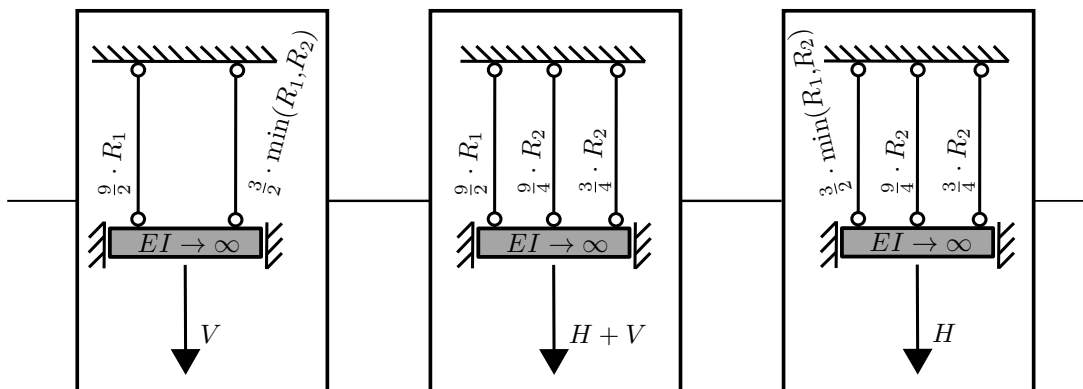


Abbildung 71: In Serie geschaltete Daniels Systeme, welche die selbe Systemzuverlässigkeit ergeben wie das Beispielsystem.

Es werden also folgende Parameter eines Systems benötigt um ein aus zuverlässigkeitstheoretischer Sicht Äquivalents Seriensystem an Daniels Systemen zu definieren (im Falle von plastischem Materialverhalten):

- Statische Unbestimmtheit des Systems.
- Anzahl der Elementversagensmechanismen.

- Art des Widerstandes je Element (spröd bis plastisch).
- Korrelation der Widerstände je Element.
- Art der Last und ihre Verteilung auf die jeweiligen Elemente des Tragwerkes.
- Geometrie des Tragwerkes.

Auch für nicht ideal plastisches Materialverhalten wird davon ausgegangen, dass dies Parameter das Systemversagen eines Systems hinreichend genau beschreiben und eine starke Beziehung zum Daniels System etabliert werden kann. Hierbei ist noch Forschungsbedarf.

10.6 Einführung eines globalen Teilsicherheitsbeiwertes zur Berücksichtigung von Systemeffekten für das Daniels Systems

Im Folgenden soll für das Daniels System ein globaler Teilsicherheitsbeiwert zur Berücksichtigung von Systemeffekten hergeleitet werden. Als Zielzuverlässigkeit wählen wir $\beta_{TRG} = 4,7$. Je Anzahl der Stäbe n , Plastizität r , Variationskoeffizienten $c. o. v. [\sigma_{max}]$ und Korrelation $\rho_{\sigma_{max,i}\sigma_{max,j}}$ wird der Widerstand also so skaliert, dass die mittlere Zuverlässigkeit $\bar{\beta}$ über ein Portfolio an Lastfällen gleich der Zielzuverlässigkeit ist. Verwendet wird das Portfolio aus [36].

Aus Platzgründen wurden nicht alle 9 untersuchten Kombinationen an Korrelationen und Variationskoeffizienten abgebildet.

Abbildung 72 zeigen die resultierenden mittleren Systemzuverlässigkeitsindizes für welche sich unter der Annahme von $c. o. v. [R] = 0,1$ und unkorrelierten Stäben ergibt. Andere Annahmen führen zu anderen Systemzuverlässigkeitsindizes (siehe Bericht 2 des Forschungsprojektes)

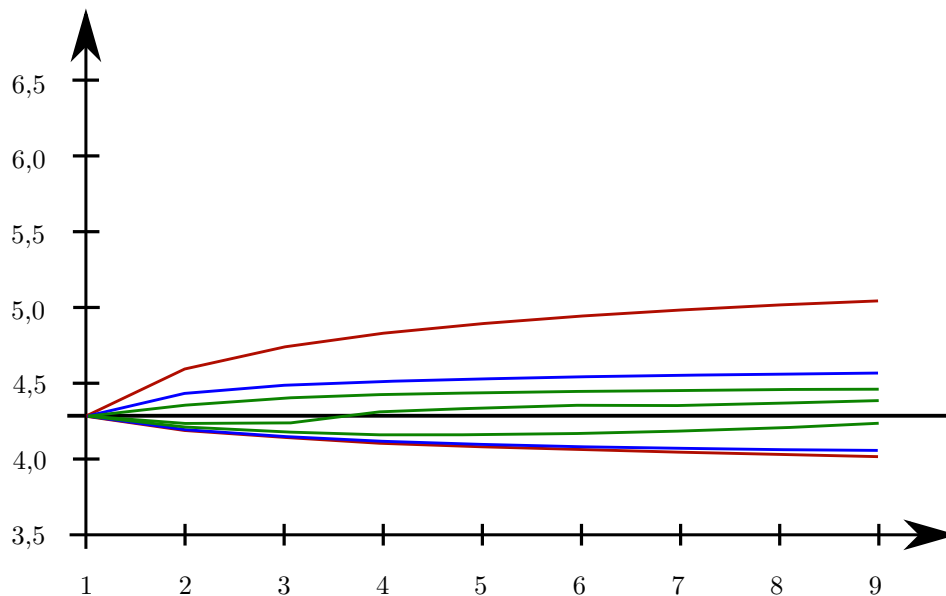


Abbildung 72: Mittlerer Zuverlässigkeitsindex je Anzahl der Stäbe für ein Daniels System mit $c. o. v.[R] = 0,1$ und $\rho_{R_i R_j} = 0$. In rot die Grenzfälle des Serien- (unten) bzw. Parallelsystems (oben). In blau das spröde Materialverhalten (unten) und das plastische Materialverhalten (oben). In grün die semi-plastischen Fällen mit $r = 0.25$ (unten), $r = 0.5$ (mittig) und $r = 0.75$ (oben).

Um das Zuverlässigkeitsniveau zu homogenisieren sollten also – bildlich gesprochen – alle Linien in Abbildung 72 auf 4.7 geschoben werden. Die erreichen wir durch die Einführung eines Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{global, Sys}$ welcher zusätzlich zu auf der Widerstandsseite aufgebracht wird.

Tabelle 21 zeigen die berechneten Werte von $\gamma_{global, Sys}$ für die Fälle Abbildung 72 beschriebenen Fälle.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Parallelsystem	1.00	0.91	0.87	0.85	0.83	0.82	0.81	0.80	0.79
Ideal plastisch	1.00	0.96	0.94	0.94	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93
Semi-plastisch (r=0.75)	1.00	0.93	0.94	0.94	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
Semi-plastisch (r=0.50)	1.00	1.02	1.02	1.00	0.99	0.98	0.98	0.98	0.97
Semi-plastisch (r=0.25)	1.00	1.03	1.04	1.05	1.04	1.04	1.03	1.03	1.02
Ideal spröd	1.00	1.03	1.05	1.06	1.07	1.07	1.08	1.08	1.08
Seriensystem	1.00	1.03	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.09	1.10

Tabelle 20: Werte des zusätzlicher globalen Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{global, Sys}$ für ein Daniels System mit $c. o. v.[R] = 0,2$ und $\rho_{R_i R_j} = 0$.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ideal plastic	1.00	0.96	0.94	0.94	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93
Semi-plastic (r=0.75)	1.00	0.93	0.94	0.94	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
Semi-plastic (r=0.50)	1.00	1.02	1.02	1.00	0.99	0.98	0.98	0.98	0.97
Semi-plastic (r=0.25)	1.00	1.03	1.04	1.05	1.04	1.04	1.03	1.03	1.02
Ideal brittle	1.00	1.03	1.05	1.06	1.07	1.07	1.08	1.08	1.08

Tabelle 21: Werte des zusätzlicher globalen Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{global, Sys}$ für ein Daniels System mit c. o. v. $[R] = 0,2$ und $\rho_{R_i R_j} = 0$.

$\gamma_{global, Sys}$ führt zu einer wesentlichen Homogenisierung des Sicherheitsniveaus von Daniels Systemen. Unter bestimmten Einschränkungen könnte ein mittels des Daniels Systems hergeleiteter $\gamma_{global, Sys}$ auf allgemeine Tragwerke angewendet werden. Diese Einschränkungen ergeben sich aus den benötigten Vereinfachungen der Liste an Phänomenen, welche das Systemverhalten einer Baustruktur beschreiben (siehe Abschnitt 10.5). Diese Vereinfachen könnten beispielsweise wie folgt aussehen:

- Statische Überbestimmtheit: Wird über die Anzahl der Stäbe des Daniels Systems erfasst.
- Anzahl der Elementversagensmechanismen: Wird Vernachlässigt. Anstelle von mehreren in Serie geschalteten Daniels Systemen wird also nur noch ein Daniels System untersucht. Diese Vorgehen rechtfertigt sich über die Annahme, dass meist nur ein Versagensmechanismen maßgebend ist. Dennoch ist dies eine nicht konservative Annahme.
- Art des Widerstandes je Element (spröd bis plastisch): Verschiedene Materialverhalten können über die verschiedenen Materialmodelle beschrieben werden. Es wird dabei angenommen, dass alle Elementversagensmechanismen das selbe Widerstandsverhalten aufweisen. Außerdem muss angenommen werden, dass eine Äquivalenz auch im Falle von nicht plastischen Materialverhalten hinreichen genug vorhanden ist.
- Korrelation der Elementversagensmechanismen: Verschiedene Equikorrelationen können berücksichtigt werden.
- Lasten: Können mittels eines Portfolios an repräsentativen Lastfällen erfasst werden (z.B. [36]).
- Geometrie des Systems: Kann teilweise durch die Korrelation mit erfasst werden, sprich über die Korrelation welche sich daraus ergibt, dass manche Elementversagensmechanismen den Widerstand mehrerer Stäbe eines Daniels Systems beeinflussen.

Offensichtlich sind diese Annahmen sehr starke Vereinfachungen. Sie sind allerdings notwendig um die Berechnung eines neu eingeführten Teilsicherheitsbeiwertes $\gamma_{global, Sys}$ zu

ermöglichen. $\gamma_{global, Sys}$ führt nicht einer „perfekten“ Homogenisierung der Systemzuverlässigkeit, stellt jedoch einen Schritt in die richtige Richtung dar.

10.7 Fazit Bemessung am System

Der Satz “Da Kenntnisse der Systemzuverlässigkeit noch unvollständig und für eine praktische Anwendung nicht ausreichend aufbereitet sind, ist eine quantitative Bewertung unterschiedlicher Tragsysteme nicht vorgesehen” aus Grusibau 1989 trifft auch heute noch zu. Im Hinblick auf eine Bemessung am System haben sich zwar die probabilistischen Methoden weiterentwickelt, jedoch nicht das semi-probabilistische Teilsicherheitskonzept, welches insbesondere im Eurocode angewendet wird.

In diesem Forschungsvorhaben zeigen wir Wege auf, wie das semi-probabilistische Teilsicherheitskonzept erweitert werden kann, so dass Redundanzen verschiedener Tragwerksysteme berücksichtigt werden können. Ziel ist eine Homogenisierung des Sicherheitsniveaus und eine Erhöhung der Materialeffizienz um wirtschaftlichere und nachhaltigere Bauwerke zu erstellen.

Als wichtiger Baustein wurde das Daniels System verwendet, welches das Systemversagen beliebige Baustrukturen beschreiben kann. Hierfür sind folgende Phänomene von Interesse: Die statische Überbestimmtheit, die Anzahl der Elementversagensmechanismen, das Widerstandsverhalten je Elementversagensmechanismus, die Korrelation der Elementversagensmechanismen, die Lasten und die Geometrie des Systems.

Für die Zuverlässigkeitsbeurteilung des Daniels Systems wurde die ursprünglichen Methoden von Daniels [85] und die Weiterentwicklungen von Gollwitzer, Hohenbichler und Rackwitz [100, 109–111] aufgegriffen und erweitert: Probabilistische Lastmodellierung, plastische und semi-plastische Materialmodellierung, Modellierung von Korrelation zwischen den Stäben und ungleiche Lastverteilung zwischen den Stäben wurden untersucht.

Aus den gewonnen Erkenntnissen wurde ein zusätzlicher Teilsicherheitsbeiwert zur Berücksichtigung von Systemeffekten für das Daniels System bestimmt. Dieser lässt sich bedingt auf allgemeine Baustrukturen übertragen, hierbei bedarf es aber noch weiterer Forschung.

11 Schlusswort

Dieser Bericht zeigt, dass durch die Forschungsvorhaben vertiefe Einblicke und Lösungsansätze für die in der Einleitung formulierten Fragestellungen erarbeitet werden konnten. Dennoch sind noch nicht alle Fragen abschließend beantwortbar. Dies trifft insbesondere auf den Themenkomplex bzgl. nichtlinearer Grenzzustände zu. Allerdings bieten die durchgeführten Forschungsarbeiten insgesamt einen Grundstein für eine GruSiBau 2.0. So konnten als Resultat der Forschungsarbeiten, welche in diesem Bericht ausführlich dargestellt sind, bereits erste Entwürfe für Ergänzungen einer zukünftigen GruSiBau verfasst werden.

Literatur

- [1] Daniela M Bailer-Jones. Naturwissenschaftliche Modelle: Von Epistemologie zu Ontologie. *Argument und Analyse*, 4:1–11, 2002.
- [2] Stephan Hartmann and Daniela Bailer-Jones. Modelle. 2010.
- [3] Tobias Müller. Naturwissenschaftliche Perspektive und menschliches Selbstverständnis. *Abschied von der Lebenswelt?: Zur Reichweite naturwissenschaftlicher Erklärungsansätze*, 2016.
- [4] DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN EN 1990, Eurocode 0: Grundlagen der Tragwerksplanung, Dezember 2010.
- [5] DIN Deutsches Institut für Normung e.V. *Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen*. Beuth, Berlin, 1981.
- [6] Andrea Saltelli, editor. *Sensitivity analysis*. Wiley paperback series. Wiley, Chichester, paperback ed. edition, 2008.
- [7] Edward J. Haug, Kyung K. Choi, and Vadim Komkov. *Design sensitivity analysis of structural systems 1st Edition*. Mathematics in science and engineering. Academic Press, Orlando, 1986.
- [8] J. B. Cardoso and J. S. Arora. Variational method for design sensitivity analysis in nonlinear structural mechanics. *AIAA Journal*, 26(5):595–603, 1988.
- [9] Terje Haukaas and Armen Der Kiureghian. Parameter sensitivity and importance measures in nonlinear finite element reliability analysis. *Journal of Engineering Mechanics*, 131(10):1013–1026, 2005.
- [10] Rebekka Kopmann, Jan Riehme, and Uwe Naumann. Zuverlässigkeitsanalysen für die morphodynamische Modellierung von Binnenwasserstraßen, 2017.
- [11] Dan G. Cacuci. *Sensitivity & Uncertainty Analysis, Volume 1*. Chapman and Hall/CRC, 2003.
- [12] Martin Drieschner, Hermann G. Matthies, Truong-Vinh Hoang, Bojana V. Rosić, Tim Ricken, Carla Henning, Georg-Peter Ostermeyer, Michael Müller, Stephan Brumme, Tarin Srisupattarawanit, Kerstin Weinberg, and Tim F. Korzeniowski. Analysis of polymorphic data uncertainties in engineering applications. *GAMM-Mitteilungen*, 42(2):e201900010, 2019.
- [13] Bertrand Iooss and Paul Lemaître. A review on global sensitivity analysis methods. In Gabriella Dellino and Carlo Meloni, editors, *Uncertainty Management in Simulation-Optimization of Complex Systems*, volume 59 of *Operations Research*

- ch/Computer Science Interfaces Series*, pages 101–122. Springer US, Boston, MA, 2015.
- [14] M. Hohenbichler and R. Rackwitz. Sensitivity and importance measures in structural reliability. *Civil Engineering Systems*, 3(4):203–209, 1986.
 - [15] Abraham Michael Hasofer and Niels Lind. An exact and invariant first order reliability format. *Journal of Engineering Mechanics*, 100(1):111–121, 1974.
 - [16] Max Ehre, Iason Papaioannou, and Daniel Straub. A framework for global reliability sensitivity analysis in the presence of multi-uncertainty. *Reliability Engineering & System Safety*, 195:106726, 2020.
 - [17] Paul G. Constantine and Paul Diaz. Global sensitivity metrics from active subspaces. *Reliability Engineering & System Safety*, 162:1–13, 2017.
 - [18] Ashok Belegundu. Interpreting adjoint equations in structural optimization. *Journal of Structural Engineering*, 112(8):1971–1976, 1986.
 - [19] Ashok Belegundu. The adjoint method for determining influence lines. *Computers & Structures*, 29(2):345–350, 1988.
 - [20] Friedel Hartmann and Thorsten Kunow. Sensitivity analysis of computer models of structures with green’s functions. In Bary H. V. Topping and Manolis Papadrakakis, editors, *Proceedings of the Ninth International Conference on Computational Structures Technology*, Kippen, 2008. Civil-Comp Press.
 - [21] Thorsten Kunow. *Modellfehler und Greensche Funktionen in der Statik*. Dissertation, Universität Kassel, Kassel, 2008.
 - [22] Oliver Carl. *Statische und dynamische Sensitivitätsanalysen von geschädigten Tragwerken mit Greenschen Funktionen*. Dissertation, Universität Siegen, Siegen, 2011.
 - [23] Oliver Carl, Friedel Hartmann, and Chuanzeng Zhang. Schnelle Berechnung von Änderungen und Varianten bei komplexen Tragsystemen (3D-Modellen). *Stahlbau*, 86(3):217–224, 2017.
 - [24] Friedel Hartmann and Peter Jahn. *Statik und Einflussfunktionen – vom modernen Standpunkt aus*. Kassel University Press, Kassel, 2016.
 - [25] Majid Hojjat, Electra Stavropoulou, and Kai-Uwe Bletzinger. The vertex morphing method for node-based shape optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 268:494–513, 2014.
 - [26] Reza Najian Asl, Shahrokh Shayegan, Armin Geiser, Majid Hojjat, and Kai-Uwe Bletzinger. A consistent formulation for imposing packaging constraints in shape optimization using vertex morphing parametrization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 56(6):1507–1519, 2017.

- [27] Ove Ditlevsen and Henrik O Madsen. *Structural reliability methods*. Wiley New York, 1996.
- [28] Elien de Smedt, Marijke Mollaert, Lincy Pyl, Peter Gosling, Jörg Uhlemann, and Jean-Christophe Thomas. Round robin exercise 4: Reliability analysis of a simple membrane structure: a hyperbolic paraboloid, 2017.
- [29] Ton Vrouwenvelder. The JCSS probabilistic model code. *Structural Safety*, 1997.
- [30] J. Uhlemann, B. Stimpfle, and N. Stranghöner. Application of the semiprobabilistic safety concept of EN 1990 in the design of prestressed membrane structures. In *Proceedings of the EUROSTEEL 2014*, Naples, Italy, Sept. 2014.
- [31] Benedikt Franz Philipp. *Methodological Treatment of Non-linear Structural Behavior in the Design, Analysis and Verification of Lightweight Structures*. Dissertation, Technische Universität München, München, 2017.
- [32] Robert E Melchers and André T Beck. *Structural reliability analysis and prediction*. John Wiley & Sons, 2018.
- [33] AG Davenport. The relationship of reliability to wind loading. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1983.
- [34] Nicholas John Cook. Designers guide to wind loading of building structures: Background, damage survey, wind data, and structural classification. *Building Research Establishment, Department of the Environment*, 1985.
- [35] Wolfgang Grasse. Lasten und Einwirkungen auf Brücken einschließlich Kombinationsregeln (DIN-Fachbericht 101). *Technical University Dresden*, 2009.
- [36] Jochen Köhler, , Michele Baravalle, and John Sørensen. Calibration of existing semi-probabilistic design codes. *13th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering*, 2019.
- [37] Rüdiger Rackwitz and Bernd Flessler. Structural reliability under combined random load sequences. *Computers & Structures*, 1978.
- [38] Siu-Kui Au and James L Beck. Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation. *Probabilistic engineering mechanics*, 2001.
- [39] Daniel Straub and Iason Papaioannou. Bayesian updating with structural reliability methods. *Journal of Engineering Mechanics*, 2015.
- [40] Iason Papaioannou, Wolfgang Betz, Kilian Zwirgmaier, and Daniel Straub. Mcmc algorithms for subset simulation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2015.
- [41] Bruce Ellingwood. *Development of a probability based load criterion for American National Standard A58: Building code requirements for minimum design loads in*

- buildings and other structures*. US Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1980.
- [42] Theodore V Galambos, Bruce Ellingwood, James G MacGregor, and C Allin Cornell. Probability based load criteria: Assessment of current design practice. *Journal of the Structural Division*, 1982.
- [43] Bruce Ellingwood, James G MacGregor, Theodore V Galambos, and C Allin Cornell. Probability based load criteria: load factors and load combinations. *Journal of the Structural Division*, 1982.
- [44] R Rackwitz. Zuverlässigkeit und Lasten im konstruktiven Ingenieurbau. *Course Notes, Technische Universität, München (1993–2004)*, 2004.
- [45] CEN. Eurocode 0: Basis of structural design (annex c), 2002.
- [46] Henrik O Madsen, Steen Krenk, and Niels Christian Lind. *Methods of structural safety*. Courier Corporation, 2006.
- [47] MH Faber and John Dalsgaard Sørensen. Reliability-based code calibration: The JCSS approach. In *9th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering*. Millpress, 2003.
- [48] Michele Baravalle. *Risk and Reliability Based Calibration of Structural Design Codes*. PhD thesis, Norwegian University of Science and Technology, 2017.
- [49] John David Anderson and J Wendt. *Computational fluid dynamics*. Springer, 1995.
- [50] Yousef Bozorgnia and Vitelmo V Bertero. *Earthquake engineering: from engineering seismology to performance-based engineering*. CRC press, 2004.
- [51] M.P. Byfield and D.A. Nethercot. Eurocodes - failing to standardise safety. In *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Civil Engineering*. Thomas Telford Ltd, 2001.
- [52] M Holicky, JV Retief, and C Viljoen. Partial factors for wind actions considering hidden safety due to time-invariant components. *The 6th International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation*, 2016.
- [53] Andrzej S Nowak and T Tharmabala. Bridge reliability evaluation using load tests. *Journal of Structural Engineering*, 1988.
- [54] Henrik Stensgaard Toft, Kim Branner, John Dalsgaard Sørensen, and Peter Berring. Reliability-based calibration of partial safety factors for wind turbine blades. In *EWEA Annual Event 2011*, 2011.
- [55] Maria Hänninen, Osiris A Valdez Banda, and Pentti Kujala. Bayesian network model of maritime safety management. *Expert Systems with Applications*, 2014.

- [56] George Gazetas, Ioannis Anastasopoulos, and Evangelia Garini. Geotechnical design with apparent seismic safety factors well-below 1. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2014.
- [57] Armen Der Kiureghian and Ove Ditlevsen. Aleatory or epistemic? does it matter? *Structural Safety*, 2009.
- [58] CEN. Eurocode 0: Basis of structural design, 2002.
- [59] CEN. Eurocode 1: Actions on structures –part 1-4: general actions, wind actions, 2005.
- [60] Max Teichgräber, Jochen Köhler, and Daniel Straub. Hidden safety in structural design codes. *submitted to Structural Safety*, 2019.
- [61] Max Teichgräber, Jochen Köhler, and Daniel Straub. When advanced models can lead to lower safety: Codified design of structures against wind load. *13th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, ICASP13*, 2019.
- [62] Max Teichgräber, Jochen Köhler, and Daniel Straub. Über den Umgang mit versteckten Sicherheiten - Eine Fallstudie am Windlastmodell des Eurocode. *Baustatik – Baupraxis 14*, 2020.
- [63] Alan Gamett Davenport. The application of statistical concepts to the wind loading of structures. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 1961.
- [64] Hans-Juergen Niemann. The european wind loading code: Background and regulations. *Structures Congress*, 2004.
- [65] Jochen Köhler, John Sorensen, Michele Baravalle, and Daniel Straub. Framework for the reliability-based assessment of load partial safety factors in the eurocodes. 2017.
- [66] AG Davenport. Proposed new international (iso) wind load standard. *Second Asia-Pacific Symposium on wind-engineering*, 1989.
- [67] Max Teichgräber, Nowak Marcel, Jochen Köhler, and Daniel Straub. A study on the effect of improved load models on structural safety. *6th International Symposium on Reliability Engineering and Risk Management (6ISRERM)*, 2018.
- [68] Max Teichgräber, Nowak Marcel, Jochen Köhler, and Daniel Straub. The effect of traffic load model assumptions on the reliability of road bridges. *6th International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering*, 2018.
- [69] Georg Merzenich and Gerhard Sedlacek. Hintergrundbericht zum Eurocode 1-Teil 3.2: Verkehrslasten auf Straßenbrücken. *Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik*, (711), 1995.

- [70] Georg Merzenich. *Entwicklung eines europäischen Verkehrslastmodells für die Bemessung von Straßenbrücken*. PhD thesis, 1994.
- [71] EN DIN. 2/na: 2012-08: Nationaler anhang–national festgelegte parameter–eurocode 1: Einwirkungen auf tragwerke–teil 2: Verkehrslasten auf brücken. *DIN Deutsches Institut für Normung eV, Berlin*, 405, 2012.
- [72] Marcel Nowak and Oliver Fischer. Site-specific load models for road bridges – an important tool for advanced evaluation strategies in bridge reassessment. *Beton- und Stahlbetonbau* 112.
- [73] G. Spathe. *Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen*. 1992.
- [74] T. Bach. *Tragfähigkeitsnachweise von Stahlbetonquerschnitten bei Biegebeanspruchung mit und ohne Längskraft auf der Grundlage der Zuverlässigkeitstheorie der Stufe II*. PhD thesis, 1992.
- [75] T. Braml. *Zur Beurteilung der Zuverlässigkeit von Massivbrücken auf der Grundlage der Ergebnisse von Überprüfungen am Bauwerk*. PhD thesis, 2010.
- [76] S. Böning. *Einwicklung einer geschlossenen Vorgehensweise zur Ermittlung von Beanspruchungen von Brückenbauwerken infolge Straassenverkehr*. PhD thesis.
- [77] J. Voigt. *Beitrag zu Bestimmung der Tragfähigkeit bestehender Stahlbetonkonstruktionen auf Grundlage der Systemzuverlässigkeit*. PhD thesis, 2013.
- [78] Juan Antonio Sobrino Almunia and Joan Ramon Casas Rius. *Evaluación del comportamiento funcional y de la seguridad estructural de puentes existentes de hormigón armado y pretensado*. 1993.
- [79] D. Wisniewski. *Safety Formats for the Assessment of Concrete Bridges*. PhD thesis, 2007.
- [80] Stuart Coles, Joanna Bawa, Lesley Trenner, and Pat Dorazio. *An introduction to statistical modeling of extreme values*. Springer, 2001.
- [81] *Lecture Notes: Structural Reliability Theory*. John Dalsgaard Sorensen, 2004.
- [82] Daniel Straub. *Lecture Notes in Structural Reliability*. 2014.
- [83] Max Teichgräber and Daniel Straub. A generalized Daniels system for reliability assessment of redundant structural systems. *unpublished*, 2020.
- [84] Max Teichgräber, Jochen Köhler, and Daniel Straub. A study on redundancy effects in structural design codes. *unpublished*, 2020.
- [85] H.B. Daniels. *The statistical theory of the strength of bundles of threads*. Wool Industries Research Association, 1945.

- [86] M Hohenbichler and R Rackwitz. On structural reliability of parallel systems. *Reliability engineering*, 1981.
- [87] S Gollwitzer and R Rackwitz. On the reliability of daniels systems. *Structural Safety*, 1990.
- [88] Stephan Gollwitzer. *Zuverlässigkeit redundanter Tragsysteme bei geometrischer und stofflicher Nichtlinearität*. PhD thesis, Technical University of Munich, 1986.
- [89] M Hohenbichler and R Rackwitz. On structural reliability of parallel systems. *Reliability engineering*, 1981.
- [90] AD Barbour. Brownian motion and a sharply curved boundary. *Advances in Applied Probability*, 1981.
- [91] PK Sen and BB Bhattacharyya. Asymptotic normality of the extremum of certain sample functions. *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete*, 1976.
- [92] S Leigh Phoenix and Howard M Taylor. The asymptotic strength distribution of a general fiber bundle. *Advances in Applied Probability*, 1973.
- [93] D Gary Harlow and S Leigh Phoenix. Probability distributions for the strength of composite materials ii: A convergent sequence of tight bounds. *International Journal of Fracture*, 1981.
- [94] B Walter Rosen. Tensile failure of fibrous composites. *AIAA journal*, 1964.
- [95] Richard L Smith. Limit theorems and approximations for the reliability of load-sharing systems. *Advances in Applied Probability*, 1983.
- [96] S Leigh Phoenix. The asymptotic distribution for the time to failure of a fiber bundle. *Advances in applied probability*, 1979.
- [97] RL Smith and SL Phoenix. Asymptotic distributions for the failure of fibrous materials under series-parallel structure and equal load-sharing. 1981.
- [98] M Hohenbichler and R Rackwitz. Reliability of parallel systems under imposed uniform strain. *Journal of Engineering Mechanics*, 109(3):896–907, 1983.
- [99] M Hohenbichler and R Rackwitz. First-order concepts in system reliability. *Structural safety*, 1982.
- [100] S Gollwitzer and R Rackwitz. On the reliability of daniels systems. *Structural Safety*, 1990.
- [101] Lind N.C. Hasofer A.M. An exact and invariant first order reliability format. *Engineering Mechanics*, 1974.

- [102] YK Wen and H-C Chen. On fast integration for time variant structural reliability. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1987.
- [103] Ronald Schneider, Sebastian Thöns, and Daniel Straub. Reliability analysis and updating of deteriorating systems with subset simulation. *Structural Safety*, 2017.
- [104] Nicholas Metropolis, Arianna W Rosenbluth, Marshall N Rosenbluth, Augusta H Teller, and Edward Teller. Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, 1953.
- [105] Reuven Y Rubinstein and Dirk P Kroese. *Simulation and the Monte Carlo method*, volume 10. 2016.
- [106] Palle Thoft-Christensen and Yoshisada Murotsu. *Application of structural systems reliability theory*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [107] Stephen W Raudenbush and Anthony S Bryk. *Hierarchical linear models: Applications and data analysis methods*, volume 2. sage, 2008.
- [108] Jesus Luque and Daniel Straub. Reliability analysis and updating of deteriorating systems with dynamic bayesian networks. *Structural Safety*, 2016.
- [109] Stephan Gollwitzer. *Zuverlässigkeit redundanter Tragsysteme bei geometrischer und stofflicher Nichtlinearität*. PhD thesis, Technical University Munich, 1986.
- [110] R. Rackwitz M. Hohenbichler. Reliability of parallel systems under imposed uniform strain. *Engineering mechanics*, 1983.
- [111] R. Rackwitz. M. Hohenbichler. On structural reliability of parallel systems. *Reliability Engineering*, 1980.