

Beuluntersuchungen an dünnwandigen  
Rotationsschalen

**T 1125**

T 1125

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69  
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12  
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00  
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail [irb@irb.fraunhofer.de](mailto:irb@irb.fraunhofer.de)

[www.baufachinformation.de](http://www.baufachinformation.de)

T 1125 Beuluntersuchungen an dünnwandigen Rotationsschalen.

Schlußbericht zum Forschungsvorhaben:

"Beuluntersuchungen an dünnwandigen Rotationsschalen"

1. Ausgangssituation mit Aufgabenstellung

Vom Deutschen Ausschuß für Stahlbau wurde nach jahrelangen Vorarbeiten im Juli 1980 die DAST - Richtlinie 013 "Beulsicherheitsnachweise für Schalen" herausgegeben, nach der die wichtigsten unversteiften dünnwandigen Rotationsschalen auf Stabilität bemessen werden können. Große Schwierigkeiten machte bei der Bearbeitung der Richtlinie die Festlegung der Abminderungsfaktoren und der damit zusammenhängenden bezogenen Tragspannungen für die imperfektionsanfälligen axialgedrückten Zylinder und außendruckbelasteten Kugelschalen. Dies gilt bereits im elastischen Bereich, in dem man sich noch auf die umfangreichen Forschungen aus der Luft- und Raumfahrt abstützen konnte. Im elastisch - plastischen Übergangsbereich, der im Bauwesen besonders interessiert, gibt es nur wenige Versuche, deren Ergebnisse überdies noch recht widersprüchlich sind. Bei der Bearbeitung der Richtlinie wurden mehrere Vorschläge zur Erfassung dieses Bereiches untersucht. In der Ausgabe vom Juli 1980 wurde für den plastischen Bereich die untenstehende Formulierung gewählt mit den beiden Übergangsgeraden mit den Formeln (1.2) und (1.3).

**1.6 Plastischer Bereich**

Die Grenze des elastischen Beulbereiches ist erreicht, wenn die abgeminderte Beulspannung gleich  $\bar{\sigma}_e = 0,4 \bar{\sigma}_F$  ist (siehe Bild 1.1).

Im plastischen Bereich ergibt sich die bezogene Tragspannung  $\bar{\sigma}_u$  zu

$$\bar{\sigma}_u = \frac{\bar{\sigma}_u}{\bar{\sigma}_F} = [1,0 + 0,434 (0,20 - \bar{\lambda}_S)] \leq 1,0$$

für  $\bar{\lambda}_S < \sqrt{2,5}$  (1.2)

$$\bar{\sigma}_u = \frac{\bar{\sigma}_u}{\bar{\sigma}_F} = [1,0 + 0,555 (0,50 - \bar{\lambda}_S)] \leq 1,0$$

für  $\bar{\lambda}_S < \sqrt{2,5}$  (1.3)

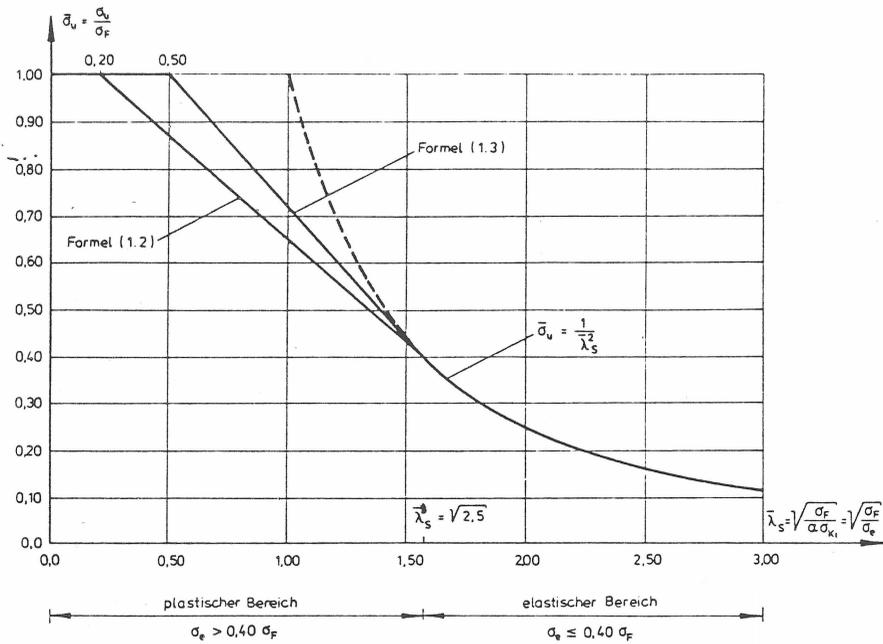


Bild 1.1: Bezogene Tragspannungen  $\bar{\sigma}_u$  als Funktion der bezogenen Schlankheiten  $\bar{\lambda}_s$

Es war zeitlich nicht möglich, diese Formeln zu überprüfen. Sicher war, daß einige bekannt gewordene Versuchswerte unterhalb der bezogenen Tragspannungsgeraden liegen. Andererseits liegen ganze Versuchsserien weit oberhalb dieser Geraden.

Aus Gründen der Sicherheit, aber auch zur Wahrung wirtschaftlicher Belange sollte überprüft werden, ob für die nächste Ausgabe der DAST-Richtlinie 013, aber auch für den Gelbdruck der DIN 18 800 Teil 4 die Grenzgerade verändert werden muß. Bei den Kugelschalen unter Außendruckbelastung werden die im neuesten Schrifttum bekannt gewordenen Versuchsergebnisse in das Bemessungsdiagramm der DAST-Richtlinie 013 eingetragen. Hier sind im Rahmen dieses Forschungsvorhabens keine experimentellen Untersuchungen vorgesehen. Dagegen ist es unbedingt erforderlich, für den axialgedrückten Zylinder zusätzliche Versuche im elastisch - plastischen Übergangsbereich durchzuführen. Während an der Universität Karlsruhe Versuche mit spannungsarm geglähten kleinen Zylindern ohne Schweißnähte durchgeführt werden, sollen an der Universität Stuttgart größere Zylinder, die Längsschweißnähte aufweisen, untersucht werden. Das Versuchsprogramm umfaßt schwerpunktmäßig zentrisch belastete Zylinder mit am Umfang gleichförmiger Lasteinleitung. Daneben sollen auch zentrisch belastete Zylinder mit Lastkonzentrationen

überprüft werden. Außerdem werden Versuche mit geringer planmäßiger Exzentrizität durchgeführt. Die Ergebnisse der Versuche werden im Fachschrifftum veröffentlicht. Sie dienen als Grundlage für eine eventuelle Überarbeitung der DASt-Richtlinie 013 bzw. des Teils 4 der DIN 18 800. Es ist ferner geplant, die Versuchsergebnisse bei der Überarbeitung der europäischen Schalenbeul - Empfehlungen (ECCS Recommendations 4.6) zu verwenden.

## 2. Versuchsdurchführung

Die Modellversuche mit axialgedrückten Kreiszylinderschalen wurden an der Forschungs- und Materialprüfungsanstalt Baden - Württemberg - FMPA BW - (Otto - Graf - Institut) unter der Leitung des Antragstellers durchgeführt. Erläuterungen zu diesen Versuchen sind in der Beilage 1 im 3. Abschnitt enthalten. Diese Beilage 1, die im September - Heft 1980 der Zeitschrift "Der Stahlbau" erschienen ist, war gemäß Schreiben vom 7. Oktober 1981 als Zwischenbericht anzusehen.

## 3. Auswertung der Stuttgarter Beulversuche

Im Abschnitt 3 der Beilage 1 erfolgte eine erste Auswertung der Versuchsergebnisse. Im 4. Abschnitt wurden die Beulversuche in verschiedene Regelwerke eingeordnet, insbesondere in die DASt - Richtlinie 013. Schlußfolgerungen aus den Versuchen und erste Empfehlungen für den geplanten Teil 4 der DIN 18 800 wurden im 5. Abschnitt gegeben.

In die Beilage 1 wurden außer den Ergebnissen der Stuttgarter Versuche auch die Ergebnisse der von M. Esslinger in Braunschweig vor einigen Jahren durchgeführten Thyssen - Versuche aufgenommen. Eine Ergänzung mit Korrekturen zur Stahlbau - Veröffentlichung wurde im Stahlbau 1982 auf der Seite 192 abgedruckt (Beilage 1 a).

Auf dem am 6. und 7. Mai 1982 in Stuttgart stattgefundenen State - of - the - Art Colloquium hat der Antragsteller, basierend auf den Stuttgarter Schalenbeul - Versuchen, einen

Vortrag zum Problem der Schalenbeulsicherheit im plastischen Bereich gehalten. Die wesentlichen Ausführungen sind in der Beilage 2 abgedruckt. Der deutsche Originaltext mit einigen Erweiterungen kann aus Beilage 2 a entnommen werden.

Die Veröffentlichung der Anlage 1 hat Diskussionen veranlaßt. Die mit M. Esslinger und G. Geier geführte Diskussion wurde nicht veröffentlicht. Das gleiche gilt für die umfangreiche Diskussion mit D. Vandepitte, dem Obmann der TWG 8.4 "Buckling of Shells" der ECCS. Dieser Schriftwechsel ist als Beilage 3 diesem Schlußbericht beigelegt. Von Vandepitte wurden die relativ niedrigen Ergebnisse der Stuttgarter Versuche mit Mängeln bei der Versuchsdurchführung begründet. Es wurde beanstandet, daß die in der Beilage 1 veröffentlichten Versuchsergebnisse auf die  $\sigma_{0,2}$  - Grenze und nicht auf das Streckgrenzenplateau bezogen waren. Ferner vermutet Vandepitte, daß die in Stuttgart verwendeten Modellzylinder zu große geometrische Imperfektionen hatten. Er beanstandete, daß die vorhandenen Imperfektionen nur unzureichend vermessen wurden. Da jedoch fast alle Beulen an den Rändern auftraten, können die geometrischen Abweichungen von der Soll-Kreiszylinderform keinen wesentlichen Einfluß auf die erreichten Beullasten gehabt haben. Die stichprobenweise durchgeführten Imperfektionsmessungen ergaben relativ geringe Abweichungen von der Sollgeometrie.

Wegen der Einwände zur Bezugstreckgrenze wurden alle Versuche nochmals mit dem Streckgrenzenplateau ausgewertet. Die Ergebnisse dieser Auswertungen sind in der Beilage 4 zusammengestellt.

In der Beilage 4 sind die folgenden Tabellen enthalten:

- Blatt 1: Zusammenstellung der Bezugstreckgrenzen  $\sigma_{0,2}$  und  $\sigma_{\text{Plateau}}$  und der Elastizitätsmoduli.
- Blatt 2 - 6: Auswertung der Stuttgarter Versuche mit  $\sigma_{\text{Plateau}}$  als Bezugstreckgrenze, getrennt für:
  - Blatt 2 + 3: zentrische Lasteinleitung;
  - Blatt 4: zentrische Lasteinleitung über Spione;
  - Blatt 5: exzentrische Lasteinleitung;
  - Blatt 6: Ausfälle.

Die Beilage 4 enthält außerdem die folgenden grafischen Auftragungen der Auswertungen der Blätter 2 bis 6, jeweils für  $\sigma_{0,2}$  im  $\sigma_{\text{Plateau}}$  als Bezugsstreckgrenze:

- Blatt 7 + 8: alle Versuchsergebnisse;
- Blatt 9 + 10: alle Versuchsergebnisse mit Bemessungsgerade (1.2) der DAST - Richtlinie 013;
- Blatt 11 + 12: zentrische Lasteinleitung;
- Blatt 13 + 14: zentrische Lasteinleitung mit Spionen;
- Blatt 15 + 16: exzentrische Lasteinleitung.

Im Blatt 17 sind die Versuche mit zentrischer Lasteinleitung mit mehreren aus dem Schrifttum bekannten Versuchsserien mit der Bemessungskurve der DAST - Richtlinie 013 eingetragen.

Da die Plateau-Streckgrenzen durchweg etwas über den  $\sigma_{0,2}$  - Werten liegen, liefert die erneute Auswertung keine höheren bezogenen Tragspannungen. Die Unterschiede sind relativ klein. Aus Blatt 17 ist zu erkennen, daß im hochplastischen Bereich eine größere Anzahl von Versuchswerten unter der Bemessungslinie der DAST - Richtlinie 013 liegt. Gegenüber den Schlußfolgerungen in den Beilagen 1 und 2 hat sich nichts geändert.

Vor einer Änderung der Bemessung im plastischen Bereich im Abschnitt 1.6 der DAST - Richtlinie 013 sollte die endgültige Auswertung der Karlsruher Versuche abgewartet werden.

#### 4. Auswertung von Versuchen mit außendruckbelasteten Rotationsschalen im plastischen Bereich

Das im Abschnitt 1.6 der DAST - Richtlinie 013 angegebene Bemessungsverfahren für den plastischen Bereich sollte mit Hilfe von im Schrifttum bekanntgewordenen Versuchsergebnissen auch für außendruckbelastete Rotationsschalen überprüft werden. Vorgesehen waren die außendruckbelasteten Kugelschalen und die unversteiften Kreiszylinderschalen. Für letztere konnten noch keine geeigneten Unterlagen beschafft werden. Nachfolgend werden die Auswertungsergebnisse erläutert.

#### 4.1 Außendruckbelastete Kugelschale

In der gleichen Weise wie im Blatt 17 für die axialgedrückte Kreiszylinderschale wurden für die außendruckbelastete Kugelschale die bekanntgewordenen Modell-Versuchsergebnisse in der Darstellung der DAST - Richtlinie 013 als Funktion der speziellen Schalen-Schlankheit  $\bar{\lambda}_S$  im Blatt 18 der Beilage 4 aufgetragen. Hieraus ist zu ersehen, daß die Sicherheitsabstände zu der maßgebenden Bemessungsgerade (1.2) ausreichend sind. Es würde sogar die für die weniger imperfektionsempfindlichen Lastfälle geltende Bemessungsgerade (1.3) genügen. Der Grund hierfür liegt offensichtlich in der weitgehend willkürlichen Annahme des Abminderungsfaktors  $\alpha$ . Für die Auswertung im Blatt 18 wurde der in der DAST - Richtlinie 013 für die am Rand vollständig eingespannte Kugelkappe angegebene konstante Wert  $\alpha = 0,15$  gewählt. In Wirklichkeit nimmt im elastischen Beulbereich mit kleiner werdendem  $r/t$  - Verhältnis der Abminderungsfaktor  $\alpha$  etwas zu, wenn auch nicht im gleichen Umfang wie bei der axialgedrückten Kreiszylinderschale. Wegen der bei der Kugelschale noch weit stärker streuenden Versuchswerte war es bei der Bearbeitung der DAST - Richtlinie 013 schwierig, eine genaue untere Begrenzungskurve anzugeben. Aus der Auswertung in Anlehnung an Blatt 18 wäre es durchaus möglich, einen veränderlichen Verlauf für den Abminderungsfaktor  $\alpha$ , bezogen auf die Bemessungsgerade (1.2), abzuleiten.

Im Blatt 19 der Beilage 4 sind ergänzend zur Auswertung des Blattes 18 die Ergebnisse von 4 Großversuchen mit Stahlbeton-Kugelschalen eingetragen, die von Professor F. P. Müller im Rahmen eines DFG - Forschungsvorhabens an der Universität Karlsruhe durchgeführt worden waren. Die bezogenen Traglasten liegen hier etwas höher als die der Stahlschalen im Blatt 18. Diese Reserve ist für den Werkstoff Stahlbeton sehr erwünscht.

#### 4.2 Außendruckbelastete Kreiszylinderschale

Umfangreichere Auswertungen für die unversteifte außendruckbelastete Kreiszylinderschale im plastischen Bereich fehlen noch. Zur Zeit wird von Professor H. Schmidt an der

Universität Essen eine größere Versuchsreihe für außendruckbelastete unversteifte Kreiszyinderschalen mit kleinen Schlankheiten vorbereitet. Im Blatt 20 der Beilage 4 sind die Ergebnisse einiger Vorversuche dargestellt. Diese ersten Tastversuche zeigen unter anderem, daß trotz der versuchsmäßig vorgesehenen vollständigen Einspannung sich die Wölbbehinderung nicht so günstig auswirkt, wie es in der DAST - Richtlinie 013 im Bild 2.4 mit  $C = 1,4$  angegeben wurde. Dieser Wert wurde bereits gegenüber dem theoretischen von  $C = 1,5$  etwas reduziert. Wahrscheinlich ist eine weitere Abminderung erforderlich.

Im Blatt 21 der Beilage 4 sind noch die Ergebnisse einiger Versuche mit Kreiszyinderschalen dargestellt, die an den Enden durch Kegelschalen abgeschlossen waren, bzw. durch torusförmige Böden, die den deutschen Klöpperböden ähneln. Diese Beulversuche wurden an der Universität Liverpool von Professor Galletly durchgeführt. Die Ergebnisse sind zufriedenstellend, liegen aber nur am Beginn des elastisch - plastischen Übergangsbereichs.

## 5. Schlußfolgerungen

Durch die Stuttgarter Versuche mit axialdruckbelasteten Kreiszyinderschalen und durch die im Rahmen dieses Forschungsvorhabens vorgenommenen Schrifttumsauswertungen wurden die Kenntnisse des Schalenbeulens weiter vertieft. Generell ist festzustellen, daß die Untersuchungen ergeben haben, daß die Grundlastfälle der DAST - Richtlinie 013 durchaus praxisgerecht sind. Gewisse Korrekturen könnten vorgenommen werden, wie nachstehend ausgeführt:

### Axialgedrückte Kreiszyinderschale im plastischen Bereich

Der Abschnitt 1.6 der DAST - Richtlinie 013 könnte etwas korrigiert werden, um im gesamten Beulbereich gleiche Sicherheiten zu erreichen. In den Anlagen 1 und 2 wurden bereits Korrekturmöglichkeiten angedeutet. Die folgenden Änderungen wären möglich:

- Der Sicherheitsfaktor  $\nu$  im plastischen Bereich könnte etwas angehoben werden, im Grenzfall bei  $\bar{\lambda}_S = 0$  von 1,5 auf 1,6 oder 1,7.
- Der Abminderungsfaktor  $\alpha$  könnte für  $r/t < 200$  verringert werden. Im plastischen Beulbereich ist  $\alpha$  bei der Darstellung der DAST - Richtlinie 013 lediglich ein Rechenwert, dem keine physikalische Bedeutung zukommt. Von diesem Standpunkt aus gesehen, wäre nichts gegen einen konstanten niedrigen Abminderungsfaktor  $\alpha$  für den gesamten Beulbereich einzuwenden, wie es bereits bei den Kugelschalen üblich ist.

#### Außendruckbelastete Kugelschale

Die Auswertung hat gezeigt, daß das Konzept der Abschnitte 1.6 und 4.2 der DAST - Richtlinie 013 für den plastischen Bereich ausreichend sicher ist, daß sogar noch eine Reserve vorhanden ist.

#### 6. Ausblick

Bevor eine generelle Überarbeitung der DAST - Richtlinie 013 vorgenommen wird, sollten die Karlsruher Versuche mit axialdruckbelasteten Kreiszyinderschalen ausgewertet werden. Ferner steht noch die Überprüfung der außendruckbelasteten Kreiszyinderschalen aus. Mit in die Überarbeitung sind unbedingt die kombinierten Lastfälle einzubeziehen. Dies gilt vor allem auch für die Kegelschalen.



Professor Dr.-Ing. F. W. Bornscheuer  
Universität Stuttgart

## B e i l a g e n

- Beilage 1: F. W. Bornscheuer: Plastisches Beulen von Kreiszyinderschalen unter Axialbelastung. Der Stahlbau 50 (1981) H. 9, S. 257-262.
- Beilage 1 a: Ergänzungen und Korrekturen zur Beilage 1. Der Stahlbau 51 (1982) H. 6, S. 192.
- Beilage 2: F. W. Bornscheuer: To the Problem of Buckling Safety of Shells in the Plastic Range. In: Ramm, E. (Editor): Buckling of Shells. Proceedings of a State-of-the-Art Colloquium, Universität Stuttgart, May 6-7, 1982. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, September 1982, S. 601-619.
- Beilage 2 a: Erweitertes deutsches Manuskript zur Beilage 2.
- Beilage 3: Briefwechsel mit Professor Vandepitte:
- Comments von Professor Vandepitte vom 29-6-1982,
  - Erwiderung vom 25. August 1982,
  - Schreiben von Professor Vandepitte vom 11-10-1982.
- Beilage 4: Auswertungen
- Blatt 1 - 17:  
Stuttgarter Versuche mit axialgedrückten Kreiszyinderschalen.
- Blatt 18, 19:  
Außendruckbelastete Kugelschalen.
- Blatt 20, 21:  
Außendruckbelastete Kreiszyinderschalen.

## Plastisches Beulen von Kreiszyinderschalen unter Axialbelastung

Von F. W. Bornscheuer, Stuttgart

### Summary

Recently the Deutsche Ausschuss für Stahlbau — DAST — passed the DAST-rule 013 „Beulsicherheitsnachweis für Schalen“ (buckling of shells). The design formulas of the elastic range are based on a great number of model tests. However, only few data are available for the plastic range and these are even partly contradictory. Therefore, a test series with welded model cylinders was carried out in order to verify the given equation for the elastic-plastic transition zone of the axially compressed circular cylinder. The results of these tests show that this particular equation of the DAST-rule 013 — and the corresponding formula given in the new ECCS-recommendations R 4.6 — must be modified. In addition, these results are compared with other foreign rules where the design formulas of the plastic area differ partly considerably.

### 1. Einführung

In den letzten Jahren entstanden einige spezielle Regelwerke für Beulsicherheitsnachweise im Stahlbau. Hierzu gehören die DAST-Richtlinie 013 [1], die ECCS\*-Recommendations R 4.6 [2] und die ÖNORM B 4650, Teile 4, 5 und 7 [3]. In anderen Regelwerken wurden die für das Schalenbeulen maßgebenden Teile dem neuesten Wissensstand angepaßt, wie beim ASME Code [4] und in den für Offshore-Konstruktionen wichtigen Det Norske Veritas Rules [5]. Im Mittelpunkt dieser Regelwerke stehen die Kreiszyinderschalen, wobei der Axialdruck der wichtigste Lastfall ist. Bei der Abfassung der Regelwerke war man bemüht, möglichst einfache Bemessungsformeln zu finden, die neben ausreichender Sicherheit auch die wirtschaftlichen Belange nicht außer acht lassen. Während der elastische Beulbereich durch eine große Zahl von Versuchen, vor allem aus der Flugzeugbau- und der Raumfahrtforschung, ausreichend belegt ist, gibt es im elastisch-plastischen Beulbereich immer noch Lücken.

In [6] bemühten sich Vandepitte und Rathé um den Nachweis, daß die in den ECCS-Recommendations R 4.6 [2] für die axialgedrückte Kreiszyinderschale im elastisch-plastischen Bereich angegebene Formel (4.6-6) eine ausreichende Sicherheit liefert. Im Bild 1\*\* ist der auf die Streckgrenze  $\sigma_F$  bezogene Verlauf der Tragspannungen  $\bar{\sigma}_u$ \*\*\* für den elastischen und den plastischen Be-

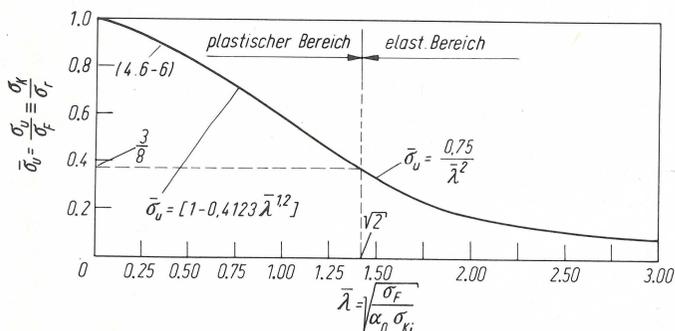


Bild 1. Traglastkurve für die axialgedrückte Kreiszyinderschale in der Darstellung der ECCS-Recommendations R 4.6

\* European Convention for Constructional Steelwork (ECCS) Europäische Konvention für Stahlbau (EKS).

\*\* In dieser Arbeit werden die Bezeichnungen der DAST-Richtlinie 013 [1] verwendet. Die in [2] mit  $\sigma_F$  gekennzeichnete Streckgrenze  $\beta_0$  entspricht demnach  $\sigma_F$  und  $\sigma_{Cr}$  in [2] entspricht der kritischen Beulspannung  $\sigma_{Ki}$ .

\*\*\* Nach [1] versteht man unter der Tragspannung  $\sigma_u$  die sich aus der äußeren Belastung ergebende Membranspannung, bei der die Schale mit baupraktischen Imperfektionen versagt.

reich nach den ECCS-Recommendations R 4.6 dargestellt. Im Bild 2, das [6] entnommen ist, sind außer der ECCS-Kurve des elastisch-plastischen Übergangsbereichs eine Reihe von im Fachschrifttum bekannt gewordenen Versuchsergebnissen eingetragen. Dabei wurde die von Saal [7] getroffene kritische Auswahl berücksichtigt. Leider sind die Bedingungen bei vielen Versuchen, die teilweise schon einige Jahrzehnte zurückliegen, nicht bekannt. Deshalb blieben besonders ungünstige Einzelwerte bei der Untersuchung unberücksichtigt. Trotzdem liegen noch mehrere Versuchspunkte auf oder dicht unter der Bemessungskurve (4.6-6), unter anderem auch Einzelwerte der von Steinhardt und Schulz [8] vor etwa 10 Jahren in Karlsruhe durchgeführten Versuche an stählernen Kreiszyindern mit etwa 100 mm Durchmesser.

In der DAST-Richtlinie 013 [1] wurden zwei Verläufe für den elastisch-plastischen Bereich festgelegt. Für die imperfektionsempfindliche axialgedrückte Kreiszyinderschale gilt die Bemessungsformel (1.2) im Bild 3, die etwas von der Formel (4.6-6) der ECCS-Recommendations abweicht.

Wegen der noch bestehenden Unsicherheit wurde zur Überprüfung der Bemessungsformel (1.2) vorgeschlagen, für den elastisch-plastischen Bereich gezielt experimentelle Kontrolluntersuchungen mit axialdruckbelasteten Kreiszyinderschalen vorzunehmen. So wurde in Stuttgart eine Versuchsreihe mit serienmäßig hergestellten, längsnahtgeschweißten Rohrschüssen mit etwa 250 mm Durchmesser durchgeführt. Über die wichtigsten Ergebnisse dieser Versuche wird nachstehend berichtet. Zum Vergleich werden Versuche herangezogen, über die Pietzko und Janzon 1975 auf der Schalenbeultagung in Braunschweig [9] berichtet haben, und die vollständig im plastischen Bereich liegen. Diese von Esslinger betreuten und im Auftrag der Thyssen AG an der DFVLR in Braunschweig durchgeführten Versuche werden nachfolgend mit „Thyssen“-Versuche bezeichnet.

Die Ergebnisse der Stuttgarter\*) und der Thyssen-Versuche werden mit den Bemessungsformeln verschiedener Schalenbeul-Regelwerke verglichen. Abschließend werden Vorschläge für den geplanten Teil 4 der DIN 18 800 [10] gemacht. Auf nichtlineare elastisch-plastische Berechnungen, beispielsweise mit finiten Elementen, wird in dieser Arbeit nicht eingegangen.

### 2. Bemessungsformeln für den elastisch-plastischen Bereich

Da die Versuchsergebnisse vor allem mit den in den Bildern 1 bis 3 angegebenen Bemessungsformeln der DAST-Richtlinie 013 [1] und der ECCS-Recommendations R 4.6 [2] verglichen werden, sollen nachstehend die Grundlagen dieser Formeln erläutert werden.

In beiden Regelwerken war ursprünglich die bisher übliche Bemessung unter Verwendung von zulässigen Spannungen vorgesehen. Wegen der beim axialdruckbelasteten Kreiszyinder vorliegenden hohen Imperfektionsempfindlichkeit besteht die einhellige Meinung, daß im elastischen Bereich ein erhöhter Sicherheitsabstand gegen die untere Begrenzung der bekannt gewordenen Versuchswerte gefordert werden muß. Bei der Diskussion der beiden

\*) In den folgenden Bildern sind die Stuttgarter Versuche mit „Bornscheuer“-Versuche bezeichnet.

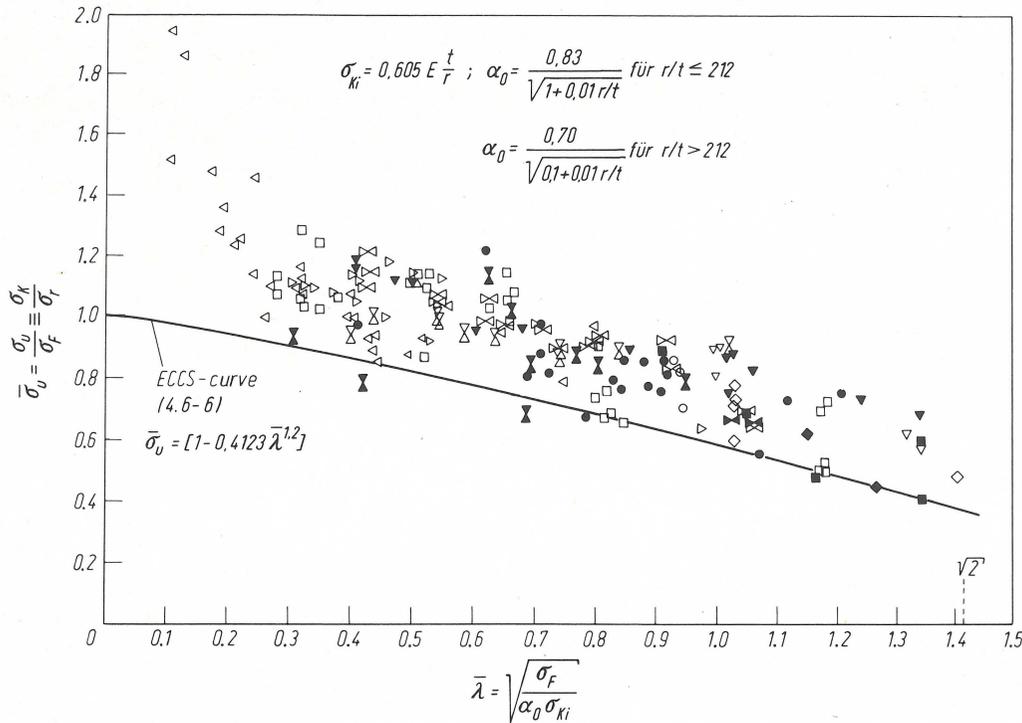


Bild 2. Ausgewählte Versuchsergebnisse für die axialgedrückte Kreiszyinderschale in ECCS-Darstellung

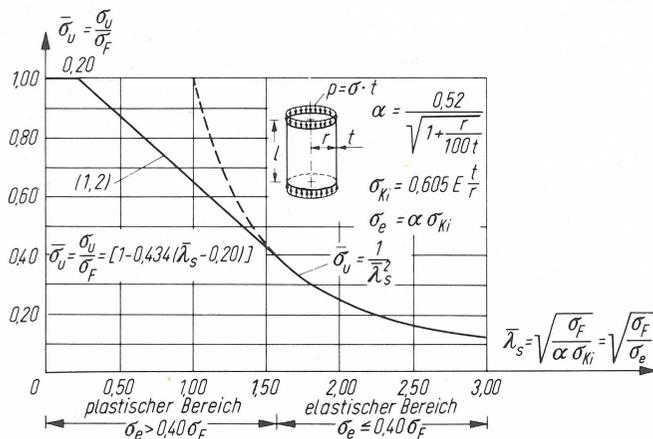


Bild 3. Traglastkurve für die axialgedrückte Kreiszyinderschale in der Darstellung der DAST-Richtlinie 013

Regelwerke kam man überein, eine Tragsicherheitszahl  $\gamma = 2,0$  zur Festlegung der zulässigen Spannungen für den Lastfall H (Hauptlasten) zu fordern. Im Ergänzungserlaß zur DIN 4114 [11] wird sogar eine Tragsicherheitszahl von 2,2 verlangt.

Entsprechend den allgemeinen ECCS-Empfehlungen wurde in beiden Regelwerken anstelle der ursprünglich vorgesehenen Bemessung mit zulässigen Spannungen endgültig der folgende Beulsicherheitsnachweis eingeführt, der in der Formulierung der DAST-Richtlinie 013 durch die folgende Beziehung ausgedrückt wird:

$$\sigma_u \geq \sum \gamma \sigma$$

Die Summe aller mit den Sicherheitsbeiwerten  $\gamma$  multiplizierten Membranspannungen  $\sigma$ , die sich aus den Gebrauchslasten ergeben, muß kleiner sein als die Tragspannung  $\sigma_u$ . Für den Lastfall H (Hauptlasten) beträgt der aus dem Last- und Widerstandsfaktor gebildete globale Sicherheitsbeiwert einheitlich  $\gamma = 1,5$ . Um nun eine effektive Sicherheit von  $\gamma = 2,0$  zu erreichen, muß bei Verwendung des globalen Sicherheitsbeiwertes  $\gamma = 1,5$  ein zusätzlicher „Teilsicherheitsbeiwert“  $\gamma_{imp} = \nu/\gamma = 2,0/1,5 = 1,33$  berücksichtigt werden.

In den ECCS-Recommendations R 4.6 wird diese zusätzliche Sicherheit dadurch erreicht, daß im elastischen Bereich die bezogene Tragspannungskurve im Bild 1 mit dem Faktor  $1/\gamma_{imp} = 0,75$  multipliziert wird. Im Bild 1 geht im plastischen Bereich ( $\bar{\lambda} =$

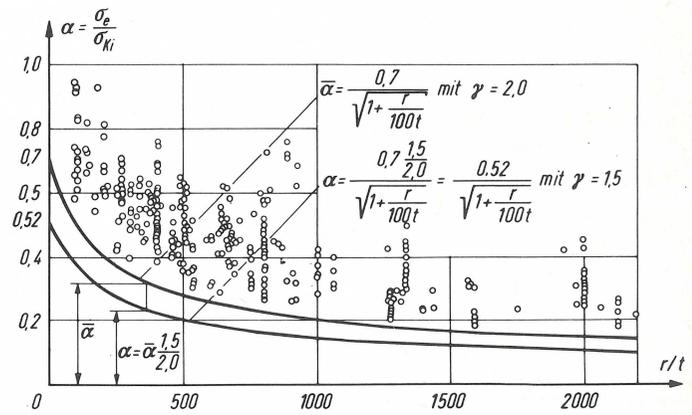


Bild 4. Ermittlung des Kurvenverlaufs für den Abminderungsfaktor  $\alpha$  für die axialgedrückte Kreiszyinderschale nach der DAST-Richtlinie 013

$\sqrt{\sigma_F/\alpha_0 \sigma_{Ki}} \leq \sqrt{2}$ ) der zusätzliche Sicherheitsfaktor  $\gamma_{imp}$  von 1,33 allmählich gegen 1,0 [6]. Es wird dabei unterstellt, daß für die bezogene Schlankheit  $\bar{\lambda} \rightarrow 0$  die Imperfektionsanfälligkeit geringer wird und im Grenzfall kein Beulen, sondern ein plastisches Zerquetschen der Schale wie beim Stabknicken eintritt, wofür im ECCS-Regelwerk die Sicherheit von  $\gamma = 1,5$  ausreicht.

In der DAST-Richtlinie 013 ist der Aufbau der bezogenen Tragspannungskurven etwas anders. Aus Bild 3 erkennt man, daß die bezogene Tragspannungskurve im elastischen Bereich nicht mit dem Faktor  $1/\gamma_{imp} = 0,75$  abgemindert wird. Hier wird die zusätzliche Sicherheit durch eine vorweggenommene Reduktion des Abminderungsfaktors  $\alpha$  mit dem Faktor  $1/\gamma_{imp} = 1,5/2,0 = 0,75$  erreicht. Während in den ECCS-Recommendations im elastischen

Bereich mit  $\alpha_0 = 0,70/\sqrt{0,1 + 0,01 \frac{r}{t}}$  gerechnet wird, lautet in der DAST-Richtlinie 013 die Formel für den Abminderungsfaktor:

$$\alpha = 0,75 \cdot 0,70 / \sqrt{1 + 0,01 \frac{r}{t}} = 0,52 / \sqrt{1 + 0,01 \frac{r}{t}}$$

Die Ermittlung des Kurvenverlaufs für den Abminderungsfaktor  $\alpha$  in [1] ist im Bild 4 erläutert, das [12] entnommen ist. In diesem Bild sind einige hundert von Esslinger und Geier ausgewählte Versuchswerte im elastischen Bereich eingetragen. Mehrere

besonders niedrige Werte wurden dabei weggelassen [13], [14]. Bei den Auswertungen der bekannt gewordenen Versuche durch andere Autoren wurden die extrem niedrigen Einzelwerte nicht alle weggelassen. So liegen bei der Darstellung in [8] mehrere Versuchswerte  $\alpha$  im mittleren  $r/t$ -Bereich zwischen 0,1 und 0,2. Auch in der von Saal in [7] getroffenen Auswahl gibt es noch einige  $\alpha$ -Werte, die unter 0,2 liegen.

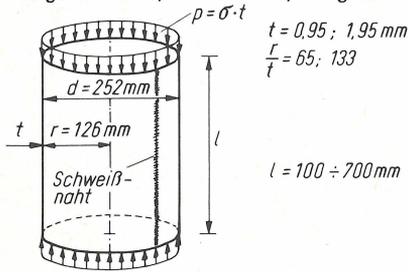


Bild 5. Abmessungen der Versuchskörper der Stuttgarter Schalenbeulversuche

Die Ergebnisse nach den beiden Regelwerken sind nur deshalb nicht identisch, weil sich die Wurzelaustrücke im Nenner der Abminderungsfaktoren geringfügig unterscheiden.

### 3. Stuttgarter Beulversuche

Für die vom Institut für Bautechnik finanzierten Beulversuche, die Ende 1980 und Anfang 1981 an der Forschungs- und Materialprüfungsanstalt Baden-Württemberg — FMFA BW — (Otto-Graf-Institut) durchgeführt worden sind, wurden serienmäßig gefertigte „Rauchrohre“ verwendet. Diese längsnahtgeschweißten Rohre sind aus Stählen mit Streckgrenzen zwischen 200 und 270 N/mm<sup>2</sup> hergestellt. Durch Abtrennen der konischen Enden der 1 m langen Rauchrohre entstanden kreiszylindrische Schüsse, deren Querschnitte nur wenig von der Soll-Kreisform abweichen. Die größten Durchmesser-Differenzen betragen 2 ‰. Die Rohrschüsse hatten, wie im Bild 5 eingetragen, einen äußeren Durchmesser von 252 mm und Wanddicken von knapp 1 bzw. 2 mm. Hiermit ergeben sich Radius- zu Wanddicken-Verhältnisse  $r/t = 65$  und  $r/t = 133$ . Die Enden der Versuchsstücke waren so in Kreisringplatten gelagert, daß Radialverschiebungen verhindert wurden. Die Versuche wurden mit einigen Ausnahmen auf einer weggesteuerten 400 kN Schenk-Hydropulsprüfmaschine, Baujahr 1979, durchgeführt. Die Maschinengeschwindigkeit betrug 0,0016 mm/sek.

Bei den meisten Versuchen traten die Beulen nur in den Endbereichen der Rohrschüsse auf. Charakteristische Beulen sind im Bild 6 für die 2 mm dicken Schalen und im Bild 7 für die 1 mm Schalen zu sehen. Bei den 2 mm dicken Schalen entstanden überwiegend axialsymmetrische wulstartige Randbeulen. Die flachgestreckten Einzelbeulen an den 1 mm dicken Schalen hatten im allgemeinen eine Länge von 1/6 bis 1/7 des Umfangs. Die unverformt gebliebenen Reststücke wurden abgeschnitten und konnten zu weiteren Versuchen verwendet werden.

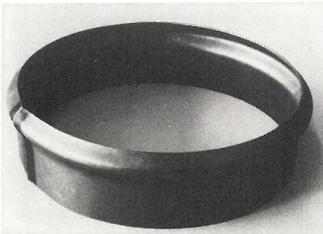


Bild 6. Charakteristische Beulform der 2 mm dicken Schalen

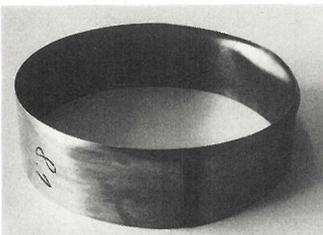


Bild 7. Charakteristische Beulform der 1 mm dicken Schalen

So war es möglich, aus 12 Rauchrohren insgesamt 48 Einzelversuche durchzuführen, von denen zwei nicht verwertbar waren. Die kürzesten Versuchsstücke gehören mit 100 mm Länge noch zum „mittleren Längenbereich“ der axialgedrückten Kreiszyinderschale.

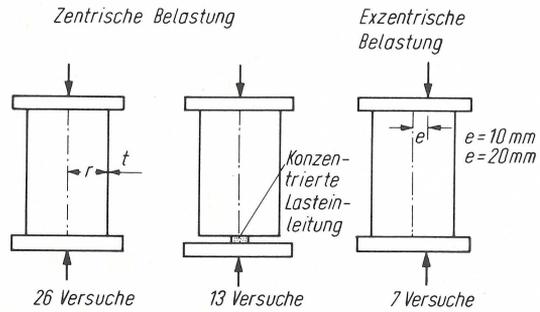


Bild 8. Gesamtprogramm der Stuttgarter Schalenbeulversuche

Einen Überblick über das Gesamtversuchsprogramm gibt Bild 8. Neben Versuchen mit zentrischer Belastung mit gleichförmiger Lasteinleitung wurden Versuche mit zentrischen Lasten mit konzentrierter Anfangsbelastung durchgeführt. Mit dieser Belastung sollte der Einfluß einer ungleichförmigen Lastverteilung am Umfang auf die Traglast festgestellt werden. Die konzentrierte Belastung wurde durch den Einbau von zwei diametral gegenüberliegenden Blechstücken von 1 mm Dicke und 50 mm Umfangslänge an einem Schußende erreicht. Ein typisches Last-Verformungs-Diagramm eines Versuches mit konzentrierter Lasteinleitung ist im Bild 9 für eine 2 mm dicke Schale dargestellt. Schon bei geringer Belastung entstanden direkt über den örtlichen Lasteinleitungen flach gestreckte Einzelbeulen. Von dieser Laststufe an war die Belastung weitgehend gleichmäßig über den ganzen Umfang verteilt. Diese Vorbeulen hatten keinen großen Einfluß auf die Gesamttragspannung. Bei zwei Versuchen entstanden die Beulen, die zum Gesamtversagen der Schale führten, sogar an dem Zylinderende, an dem keine Blechstücke eingebaut waren.

Auf den Versagensmechanismus mit den wulstartigen Beulen nach Bild 6 und 7 und auf das Last-Verformungs-Verhalten, wie es im Bild 9 dargestellt ist, wird weiter hinten eingegangen.

In der Tabelle 1 sind die Ergebnisse der Versuche mit zentrischer Belastung eingetragen, getrennt nach gleichförmiger Belastung und konzentrierter Anfangsbelastung. Es sind die bezogenen Tragspannungen angegeben, ferner die Mittelwerte  $m$  und die zweifache Standardabweichung  $2s$ . Für die Auswertung wurden die für die einzelnen Rauchrohre anhand von Norm-Zerreiß-Versuchen festgestellten oberen Streckgrenzen bzw.  $\sigma_{0,2}$ -Werte verwendet.

Die Versuche mit 10 bzw. 20 mm planmäßiger Exzentrizität brachten gegenüber den zentrischen Versuchen etwas niedrigere Werte.

Tabelle 1. Bezogene Tragspannungen  $\bar{\sigma}_u = \sigma_u / \sigma_F$  für zentrische Belastung

t mm	r t	Gleichförmige Belastung am Umfang		Konzentrierte Anfangsbelastung		Gleichförmige und konzentrierte Belastung
		Einzelwerte	Mittelwert $m \pm 2s$	Einzelwerte	Mittelwert $m \pm 2s$	Mittelwert $w \pm 2s$
1,95	65	0,980 0,988 0,999	0,975 $\pm$ 0,102	0,924 0,904	0,874 $\pm$ 0,104	0,924 $\pm$ 0,143
		0,874 0,970 1,070		0,964 0,864		
		0,960 0,976 0,954		0,852 0,879 0,860 0,830 0,790		
0,95	133	0,794 0,691 0,600	0,756 $\pm$ 0,119	0,760 0,709	0,723 $\pm$ 0,106	0,751 $\pm$ 0,119
		0,697 0,713 0,693		0,654 0,768		
		0,754 0,831 0,747				
		0,802 0,785 0,796				
		0,779 0,781 0,780				
		0,834 0,779				

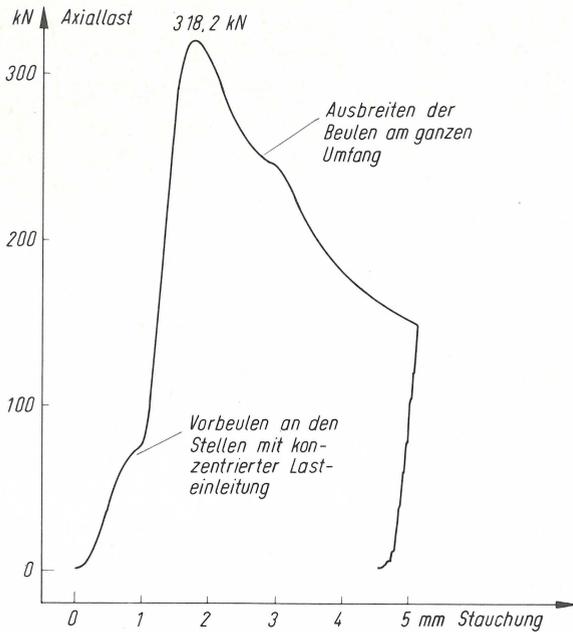


Bild 9. Typisches Last-Stauchungs-Diagramm

Mit Rücksicht auf die geringe Zahl von nur 7 Versuchen werden diese Ergebnisse, die in der Tabelle 2 zusammengestellt sind, nicht weiter berücksichtigt.

Tabelle 2. Bezogene Tragspannungen  $\bar{\sigma}_u = \sigma_u/\sigma_F$  für planmäßig exzentrische Belastung

t	r/t	Exzentrizität 10 mm		Exzentrizität 20 mm
		Einzelwerte	Mittelwert	Einzelwerte
1,95	65	0,905	0,933	0,811
		0,992		
		0,900		
		0,934		
0,95	133	0,697	—	0,666

Die in der Tabelle 1 eingetragenen Einzelwerte, Mittelwerte  $m$  und doppelten Standardabweichungen  $2s$  für die zentrische Belastung sind im Bild 10 als Funktion von  $r/t$  dargestellt. In diesem Bild sind zusätzlich noch die Ergebnisse der Thyssen-Versuche [9] eingetragen. Hierbei wurden 44 Versuche unter zentrischer Belastung berücksichtigt. Die Mittelwerte der bezogenen Tragspannungen mit der zweifachen Standardabweichung betragen für die Thyssen-Versuche:  $\sigma_u = 1,020 \pm 0,168$  für  $r/t \approx 28$  bzw.  $\bar{\sigma}_u = 0,986 \pm 0,197$  für  $r/t \approx 50$ .

4. Einordnung der Beulversuche in verschiedene Regelwerke

Zunächst sind die Ergebnisse der zentrisch belasteten Stuttgarter und Thyssen-Versuche nach Bild 10 im Bild 11 für das für axialdruckbelastete Kreiszyinderschalen geltende Tragspannungsdiagramm der DAST-Richtlinie 013 [1] eingetragen, zusammen mit weiteren im Fachschrifttum bekannt gewordenen, nach unterschiedlichen Gesichtspunkten bereinigten Versuchsserien. In diesem Bild sind zusätzlich zwei weitere Tragspannungskurven eingezeichnet. Die untere Kurve ist dem Entwurf Oktober 1979 der DAST-Richtlinie 013 entnommen. Ferner ist die Sehne hierzu eingetragen. Auf diese beiden Verläufe wird weiter hinten eingegangen. Im Bild 12 erfolgte die Auftragung der Versuchswerte nach den ECCS-Recommendations R 4.6.

Aus den Bildern 11 und 12 ist deutlich zu erkennen, daß mehrere Versuchswerte der Stuttgarter und Thyssen-Versuche unterhalb der beiden in [1] und [2] angegebenen Tragspannungskurven liegen.

Da die Darstellungsformen der verschiedenen Regelwerke nicht erlauben, die Tragspannungen des axialgedrückten Zylinders direkt

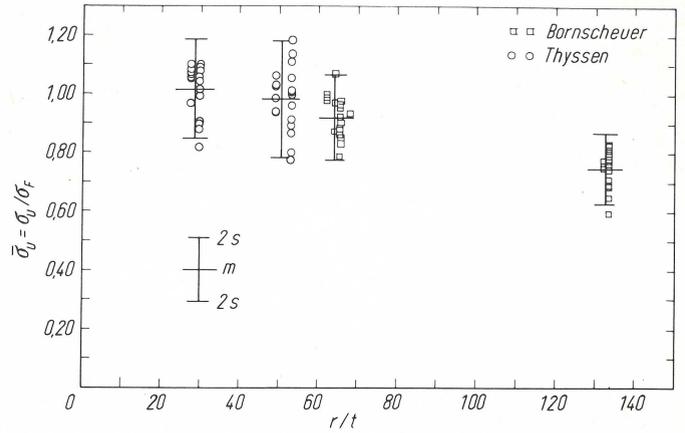


Bild 10. Bezogene Tragspannungen der Thyssen- und Stuttgarter Schalenbeulversuche für zentrische Belastung

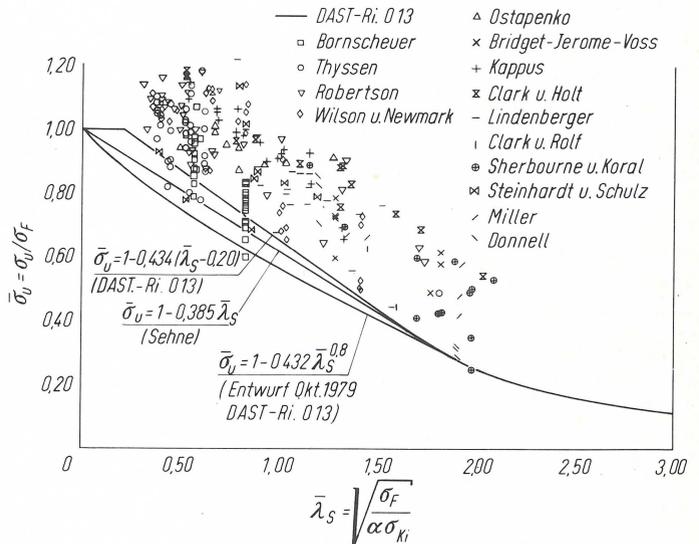


Bild 11. Bezogene Tragspannungen der Versuche nach Bild 10 und aus dem Schrifttum entnommene Versuche in der Darstellung der DAST-Richtlinie 013

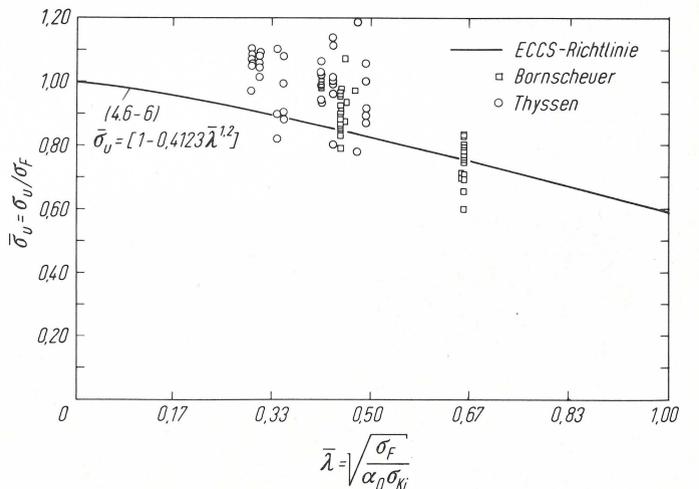


Bild 12. Bezogene Tragspannungen der Versuche nach Bild 10 in der Darstellung der ECCS-Recommendations R 4.6

miteinander zu vergleichen, sind im Bild 13 die Stuttgarter und die Thyssen-Versuchswerte zusammen mit einigen Tragspannungskurven nicht in Abhängigkeit von  $\lambda_S$  bzw.  $\lambda$ , sondern als Funktion von  $r/t$  aufgetragen. Außer den bezogenen Tragspannungskurven der DAST-Richtlinie 013 [1] und der ECCS-Recommendations R 4.6 [2] sind die im Verhältnis der Sicherheitsbeiwerte reduzierten

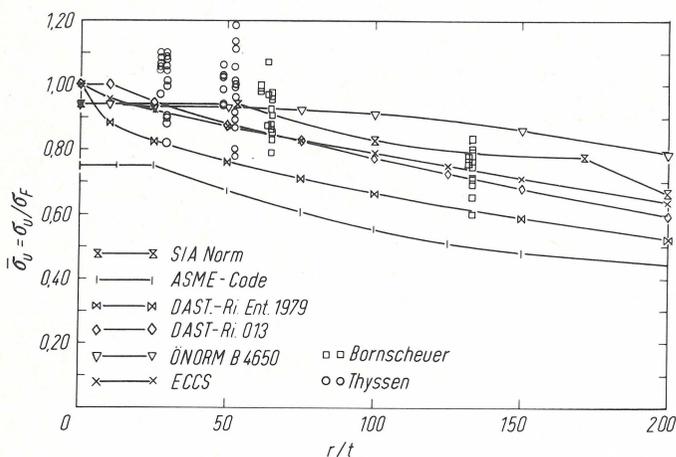


Bild 13. Bezogene Tragspannungen der Versuche nach Bild 10 mit den reduzierten Tragspannungskurven von 6 Regelwerken

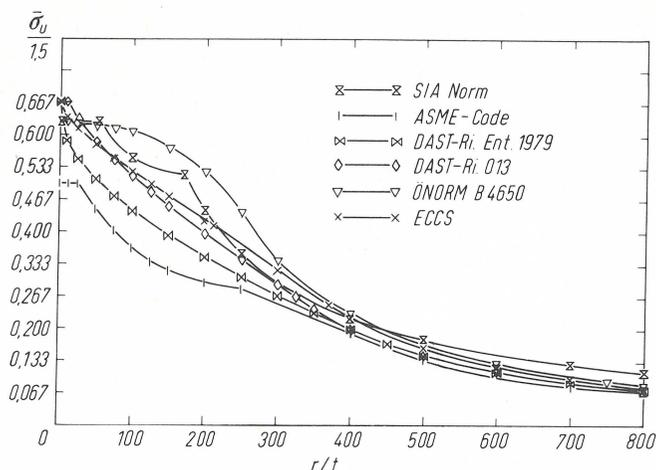


Bild 14. „Zulässige“ Spannungen für die axialgedrückte Kreiszyinderschale nach 6 Regelwerken

Verläufe des ASME-Codes [4], der ÖNORM B 4650 [3] und der SIA-Norm 161 [15] eingetragen. Da im ASME-Code bei dem mit „Hauptlasten“ vergleichbaren Level A/B eine 2,0fache Sicherheit gefordert wird, bei der DAST-Richtlinie 013 und den ECCS-Recommendations R 4.6 jedoch mit einer 1,5fachen „Sicherheit“ gerechnet wird, wurde im Bild 13 der Tragspannungsverlauf des ASME-Codes mit dem Faktor  $1,5/2,0 = 0,75$  reduziert. Ganz entsprechend wurden bei der ÖNORM und der SIA-Norm die Tragspannungsverläufe mit dem Faktor  $1,5/1,6 = 0,94$  verkleinert, da in diesen Regelwerken bei Hauptlasten 1,6fache Sicherheiten verlangt werden.

Bei der Darstellung im Bild 13 wurden für die Streckgrenze  $\sigma_F = 235 \text{ N/mm}^2$  und für den Elastizitätsmodul  $E = 200\,000 \text{ N/mm}^2$  angenommen.

Gegenüber den Bildern 11 und 12 bringt die Darstellung nach Bild 13 bezüglich den Grenzkurven der DAST-Richtlinie 013 und der ECCS-Recommendations R 4.6 keine neue Aussagen. Nach der ÖNORM B 4650 wird ein Großteil der Stuttgarter Versuche nicht abgedeckt. Die Abminderung im elastisch-plastischen Übergangsbereich die mit diesem Lastfall mit den Formeln des Stabknickens nach der ÖNORM B 4600 durchzuführen ist, liefert demnach zu unsichere Werte. Ähnliche Verhältnisse liegen in diesem Bereich bei der Schweizer SIA-Norm 161 vor. Ausreichend sicher ist dagegen der ASME-Code. Die Grenzkurve aus dem Entwurf Oktober 1979 der DAST-Richtlinie 013 stellt eine sehr gute Begrenzung der unteren Versuchswerte dar. Sie wird nur von einem Versuchswert unterschritten.

Im Bild 14 sind die sechs Kurvenverläufe des Bildes 13 nochmals aufgetragen, erweitert bis  $r/t = 800$ , jedoch ohne die Versuchswerte. Der Ordinatenmaßstab ist gegenüber dem im Bild 13 durch den für Hauptlasten geltenden Sicherheitsbeiwert  $\gamma = 1,5$  dividiert. Hiermit stellen diese Kurven „zulässige“ Spannungen dar. Es fällt auf, daß für große  $r/t$ -Werte, also im elastischen Bereich, im Gegensatz zum plastischen Bereich die Kurven dicht beieinander liegen. Eine Ausnahme macht lediglich die SIA-Norm 161.

### 5. Schlussfolgerungen aus den Versuchen und Empfehlungen für den geplanten Teil 4 der DIN 18 800

Wie eingangs erwähnt, hat man sowohl bei der DAST-Richtlinie 013 [1] als auch bei den ECCS-Recommendations R 4.6 [2] für Radius zu Wanddicken-Verhältnisse  $r/t$  gegen Null auf eine zusätzliche Sicherheit verzichtet. Man unterstellt, daß im plastischen Bereich die für Schalen typische Imperfektionsempfindlichkeit allmählich verschwindet und demnach kein Teilsicherheitsfaktor  $\gamma_{imp}$  erforderlich ist. Mit  $r/t$  gegen Null geht auch die „Schlankheit“  $\bar{\lambda}_S$  gegen Null. Man nimmt somit an, daß ähnliche Verhältnisse wie beim Stabknicken vorliegen, wenn dort die Stabschlankheit  $\bar{\lambda}$  gegen Null geht. Nach dem Entwurf zur DIN 18 800 Teil 2 [16] genügt beim Stabknicken bei Hauptlasten für kleine Schlankheiten eine 1,5fache Sicherheit gegen die Streckgrenze. Vergleicht man aber die Versagensformen des axialgedrückten Stabs und der axialgedrückten Zylinderschale, so stellt man doch wesentliche Unterschiede fest.

Dies gilt nicht nur im elastischen, sondern auch im plastischen Bereich. Ein Knickstab mit  $\bar{\lambda} \rightarrow 0$  versagt, sofern lokales Beulen ausgeschlossen ist, durch Erreichen der Quetschgrenze. Es ist aber ein Irrtum anzunehmen, daß auch eine Zylinderschale bei kleinen Schlankheiten durch Zerquetschen versagen würde. Die spezielle Schalenschlankheit  $\bar{\lambda}_S$  stellt nur eine Teilschlankheit der Zylinderschale dar. Als weitere Teilschlankheit ist bei der Zylinderschale das Verhältnis Länge zum Radius  $l/r$  zu berücksichtigen. Bei den sog. mittellangen Zylinderschalen, die vorwiegend in der Praxis des Behälterbaus vorliegen und die hier allein betrachtet werden, hat das  $l/r$ -Verhältnis praktisch keinen Einfluß auf das Beulverhalten. Beim gedrungenen Stab tritt mit zunehmender Stauchung praktisch kein Absinken der Traglast ein; im Gegenteil, es kann sich sogar noch eine Verfestigung einstellen. Dagegen sinkt die Last bei den hier untersuchten Schalen nach Erreichen der Traglast spontan ab, wie es aus dem Last-Stauchungs-Diagramm im Bild 9 deutlich zu sehen ist. Der Abfall ist so stark, daß von einer überkritischen Tragreserve keine Rede sein kann. Bei den Versuchen mit Radius zu Wanddicken-Verhältnissen  $r/t \leq 65$  entstanden beim Bruch fast ausnahmslos wulstartige Beulen an den Schalenenden. Sowohl bei den Karlsruher Versuchen [8] als auch bei den Thyssen-Versuchen [9] wurden bei kleinen  $r/t$ -Verhältnissen die gleichen wulstartigen Beulen festgestellt. Verantwortlich für diesen Bruchvorgang sind vor allem die infolge der Querdehnungsbehinderung in Randnähe auftretenden Biegemomente. Dieser „Poisson-Effekt“ ist schon seit über 50 Jahren bekannt. Unter anderen haben sich Geckeler [17] und Flüge [18] mit diesem Problem befaßt. Da mit wenigen Ausnahmen bei den Stuttgarter Versuchen die Beulen an den Rändern aufgetreten sind, kann angenommen werden, daß im hochplastischen Bereich der Poisson-Effekt der für das Versagen maßgebende Imperfektionseinfluß ist und andere geometrische Unregelmäßigkeiten dagegen zurücktreten. Im plastischen Bereich spielen ungleichförmige Lastenleitungen keine große Rolle. Während bei den Stuttgarter Versuchen nach Tabelle 1 die Mittelwerte der konzentrierten Belastung eindeutig unter denjenigen für gleichförmige Lasten lagen, konnten bei den gedrungenen Thyssen-Versuchen keine Unterschiede beobachtet werden. Ferner wurde bei den Stuttgarter Versuchen festgestellt, trotz sorgfältiger Zentrierung der Versuchskörper in der Versuchsmaschine, daß die Traglast häufig durch Versagen nur in einem Teil des Umfangs erreicht wurde. Erst im abfallenden überkritischen Ast der Last-Stauchungs-Kurve breitete sich die Beule über den ganzen Umfang aus, was aus einigen Last-Stauchungs-Verläufen hervorgeht, beispielsweise aus Bild 9. Eine Auswertung von 9 Versuchen mit planmäßiger Exzentrizität aus [9] und der 7 Versuche nach Tabelle 2 hat eine Abminderung der Tragspannung von etwa 2,5% ergeben, wenn auf die beim Stabknicken übliche exzentrische Lastenleitung von  $u = \frac{i}{20}$  umgerechnet wird.

In den meisten Regelwerken werden beim Schalenbeulen idealisierte Randbedingungen angenommen. So werden in [1] und [2] beim axialgedrückten Zylinder die sog. klassischen Randbedingungen

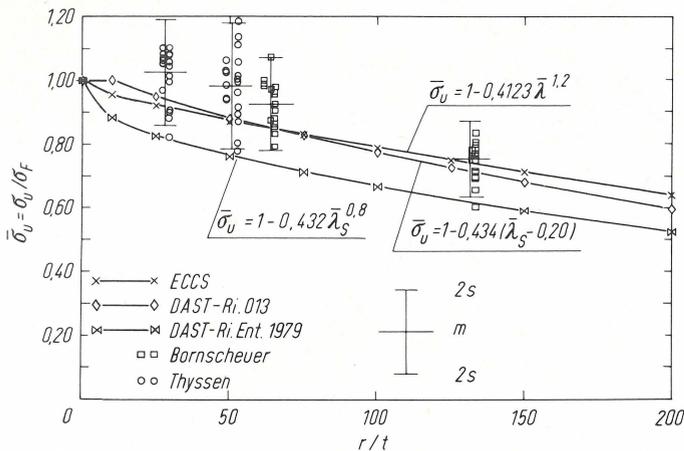


Bild 15. Versuchsresultate nach Bild 10 mit Mittelwerten und doppelter Standardabweichung

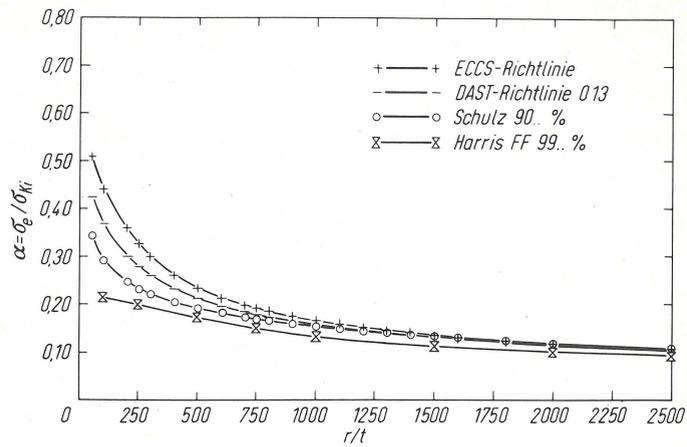


Bild 16. Abminderungsfaktoren  $\alpha$

vorausgesetzt, d. h. radial unverschiebliche einspannungsfreie Ränder. Obwohl beim mittellangen Zylinder die Länge der Schale die Höhe der Beulspannung nicht beeinflusst, spielen die Randbedingungen, insbesondere die Abstützung in radialer Richtung, eine erhebliche Rolle. Beispielsweise wurden bei einem Demonstrationsversuch mit einem Rohrschuß mit  $r/t = 65$  bei radialverschieblicher Lagerung nur 60% der Traglast eines gleichartigen, radial unverschieblich gelagerten Kreiszyklinders erreicht.

Nicht nur die Feststellung, daß im plastischen Bereich eine größere Zahl von Versuchswerten unter den Tragspannungskurven der geltenden DAST-Richtlinie 013 und den ECCS-Recommendations R 4.6 liegt, auch die vorstehend aufgeführten Gründe sprechen dafür, diese beiden Grenzkurven zu korrigieren. Im Bild 15 sind nochmals die Versuchswerte des Bildes 10 mit den Mittelwerten  $m$  und den zweifachen Standardabweichungen  $2s$  eingetragen; außerdem die beiden Tragspannungskurven der DAST-Richtlinie 013 und die der ECCS-Recommendations R 4.6. Nur die Tragspannungskurve des Entwurfes Oktober 1979 der DAST-Richtlinie 013 liegt eindeutig unter den Grenzpunkten für die zweifachen Standardabweichungen. Diese Kurve erfüllt demnach die Sicherheitsanforderungen, die an imperfektionsempfindliche Schalen gestellt werden sollten.

Eine ausreichende Sicherheit könnte eventuell noch mit der Sehne des Bildes 11 erreicht werden.

Ausreichende Sicherheiten erhält man nicht nur durch Absenken der Tragspannungskurve im plastischen Bereich. Man könnte auch die Abminderungsfaktoren  $\alpha$  reduzieren. Hierdurch ändert sich der Abszissenmaßstab  $\bar{\lambda}_S = \sqrt{\sigma_F / \alpha \sigma_{ki}}$ . Im Schrifttum gibt es auch Versuchsauswertungen, die für kleine  $r/t$  auf sehr kleine Abminderungswerte  $\alpha$  führen, beispielsweise die von Harris [19] angegebene Kurve für eine 99% Überlebenswahrscheinlichkeit. Im Bild 16 sind außer dieser Kurve noch die Verläufe der DAST-Richtlinie 013 [1], der ECCS Recommendations R 4.6 [2] und die Kurve für die 90% Überlebenswahrscheinlichkeit nach Schulz [8] eingetragen.

Welche Maßnahmen zu ergreifen sind, um die vorliegenden Versuchswerte bei der axialgedrückten Kreiszyklinderschale ausreichend sicher abzudecken, darf nicht nur mit Rücksicht auf diesen speziellen Lastfall, sondern sollte auch unter Einbeziehung anderer Lastfälle erfolgen. Vor allem ist auch an die imperfektionsanfällige außen-druckbelastete Kugelschale zu denken. Bei diesem Lastfall hat man sich mit einem sehr niedrigen konstanten Abminderungsfaktor  $\alpha$  zufrieden gegeben, obwohl auch hier mit abnehmender Schlankheit  $r/t$  ansteigende Tendenzen für den Abminderungsfaktor  $\alpha$  beobachtet wurden.

Für den demnächst erscheinenden Gelbdruck des Teils 4 der DIN 18 800 [10] sind zunächst die Abminderungsformeln nach der DAST-Richtlinie 013 vorgesehen. Hiermit werden bei der axialgedrückten Kreiszyklinderschale im plastischen Bereich die erforderlichen Sicherheiten nicht garantiert. Bei der Beratung dieses DIN-Entwurfes sollte deshalb versucht werden, verbesserte For-

meln zu entwickeln. Hierzu sollten im Sinne der vorstehenden Ausführungen nicht nur die elastischen Abminderungskurven im plastischen Bereich, sondern auch die Abminderungsfaktoren  $\alpha$  kritisch überprüft werden. Endziel darf nicht nur eine ausreichend sichere, sondern muß auch eine wirtschaftlich vertretbare Konstruktion sein.

Schrifttum

- [1] Deutscher Ausschuß für Stahlbau, DAST-Richtlinie 013, Beulsicherheitsnachweise für Schalen. Ausgabe Juli 1980, S. 1—16.
- [2] Europäische Konvention für Stahlbau (EKS), European Convention for Constructional Steelwork (ECCS), European Recommendations for Steel Construction (ECCS-Recommendations) R 4.6. Buckling of Shells, 1979.
- [3] ÖNORM B 4650, Teil 4, Stahlbau, Beulung von Kreiszyklinderschalen. Ausgabe vom 1. November 1977. Teil 5, Stahlbau, Beulung von Kreiszyklinderschalen mit abgestufter Wanddicke, Ausgabe vom 1. August 1980. Teil 7, Stahlbau, Beulung von Kugelschalen, Ausgabe vom 1. Dezember 1980.
- [4] Cases of ASME — Boiler and Pressure Vessel Code Case N-284: Metal Containment Shell Buckling Design Methods. Section III, Division 1, Class MC, 1980.
- [5] Det Norske Veritas: Rules for the Design, Construction and Instruction of Offshore Structures 1977, Appendix C, Steel Structures.
- [6] Vandepitte, D., u. Rathé, J.: Buckling of Circular Cylindrical Shells under Axial Load in the Elastic-Plastic Region. Stahlbau 49 (1980), S. 369—373.
- [7] Saal, H.: Buckling of Circular Cylindrical Shells under Combined Axial Compression and Internal Pressure. ECCS Stability of Steel Structures, Preliminary Report, Liège, April 1977.
- [8] Steinhardt, O., und Schulz, U.: Zum Beulverhalten von Kreiszyklinderschalen. Schweizerische Bauzeitung 89 (1971), S. 1—14.
- [9] Pietzko, G., und Janzon, W. H.: Zur Frage der Nachbeullast plastisch beulender Zylinder. In „Beulen von Schalen“, Vorträge und Diskussionsbeiträge der Schalenbeultagung in Braunschweig am 19. und 20. 6. 75, herausgegeben von M. Esslinger und B. Geier. Sonderheft der DFVLR, S. 37—49.
- [10] DIN 18 800, Teil 4: Stabilitätsfälle für Stahlbauten. Beulen von Schalen. Entwurf vorgesehen 1981.
- [11] DIN 4114 — Stahlbau — Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung). Ergänzungserlaß vom 30. 5. 73. Der Stahlbau 43 (1974), S. 62—63.
- [12] Bornscheuer, F. W.: Beulsicherheitsnachweise für Schalen (DAST-Richtlinie 013). Baustatik — Baupraxis, Darmstadt 1981, Tagungsheft BB 1, S. 237 bis 252 und Die Bautechnik 58 (1981), S. 313—317.
- [13] Bornscheuer, F. W.: Zur Berechnung und Konstruktion druckbeanspruchter Schalen aus Stahl. DAST-Berichte aus Forschung und Entwicklung, Heft 4/1977, S. 3—9.
- [14] Esslinger, M., und Geier, B.: Postbuckling Behavior of Structures. CISM Courses and Lectures No. 236. Springer-Verlag, Wien — New York, 1975.
- [15] Schweizerischer Ingenieur- und Architektur-Verein: SIA-Norm 161. Ausgabe 1979 mit Kommentar.
- [16] DIN 18 800, Teil 2: Stabilitätsfälle für Stahlbauten. Knicken von Stäben und Stabwerken. Entwurf Dez. 1980.
- [17] Gekeler, J. W.: Plastisches Knicken der Wandung von Hohlzylindern und einige andere Faltungserscheinungen an Schalen und Blechen. ZAMM 8 (1928), S. 341—352.
- [18] Flügge, W.: Die Stabilität der Kreiszyklinderschale. Ingenieur-Archiv, III. Band (1932), S. 463—506.
- [19] Harris, L. A., Suer, H. S., Skene, W. T., and Benjamin, R. J.: The Stability of Thin-Walled Unstiffened Circular Cylinders Under Axial Compression Including the Effects of Internal Pressure. J. Aero. Sci., Vol. 24, (1957), S. 587—596.

**Zu 4.: Zylinder unter Außendruck**

Im Rahmen des Gelbdruckverfahrens zum Teil 4 der DIN 18 800 können selbstverständlich auch zu diesem Lastfall Änderungswünsche vorgebracht werden. Dies betrifft sowohl den Abminderungsfaktor  $\alpha = 0,7$  als auch den effektiven Sicherheitsbeiwert  $\nu = 1,5$ .

Generell ist zu bemerken, daß die DAST-Richtlinie 013 keineswegs Rechenverfahren gesetzlich vorschreibt. Diese Richtlinie ist nicht bauaufsichtlich eingeführt, sie kann aber als anerkannte Regel der Technik angesehen werden. Gegen eine sinnvolle Verwendung von Rechenprogrammen bestehen im übrigen keinerlei Bedenken.

**Zu 5.: Kugelkalotte unter Außendruck**

Die Kugelkalotten wurden nicht nur in der DAST-Richtlinie 013, sondern auch in den ECCS-Recommendations stiefmütterlich behandelt. Ganz bewußt wurden in beiden Regelwerken als Basisformeln nicht die schon bekannten Ergebnisse der nichtlinearen Beultheorie verwendet, sondern die einfachsten Formeln der linearen Beultheorie idealer Schalen. Deshalb wurde bei den Kugelkalotten als Vergleichswert der klassische Beulwert der Vollkugel nach Zoelly gewählt. Die Abminderungsfaktoren  $\alpha$  enthalten bei den Kugelkalotten zur einfacheren Handhabung nicht nur die Einflüsse der baupraktisch ungewollten Imperfektionen, sondern auch den Einfluß der Randbedingungen. Gerade bei den Kugelschalen sind noch wirtschaftliche Gewinne möglich. Es steht nichts im Wege, im Teil 4 der DIN 18 800 verbesserte Formeln für die Kugelschalen einzubringen. Auch gegen die Verwendung von höheren Abminderungsfaktoren  $\alpha$  ist grundsätzlich nichts einzuwenden. Die Berechtigung hierfür nachzuweisen, dürfte aber nicht so einfach sein, wie von Esslinger/Geier beschrieben. Es fehlen noch Kriterien, nach denen ein Prüfengeieur entscheiden könnte.

**Zu 6.: Kegelschale unter Axiallast und Innendruck**

Wegen der unklaren Situation nach Bekanntwerden der Vandepitteschen Versuche mit flüssigkeitsgefüllten Kegelschalen war ein „Aufkleber“ zur gerade erschienenen DAST-Richtlinie 013 erforderlich. Sobald die Unstimmigkeiten ausgeräumt sind, kann der Aufkleber entfallen. Im Teil 4 der DIN 18 800 sollte unbedingt dieser für die Baupraxis wichtige Lastfall enthalten sein. Der im Abschnitt 6.4 von Esslinger/Geier gemachte Änderungsvorschlag ist unklar. Er bringt keine Empfehlung, wie vorzugehen ist.

**Zu 7.: Schlußbemerkung**

Diese ist widersprüchlich. Natürlich können Verzweigungslasten unter Beachtung der Randbedingungen, des Zusammenwirkens mit der Nachbarstruktur und auch für Vorbeuldeformationen berechnet werden. Diese Berechnungen können für den entwerfenden Ingenieur eine wertvolle Hilfe sein. Schwierig ist es nach wie vor, hierbei die maßgebenden Imperfektionen, die ja nicht nur geometrischer Art sind, einzusetzen. Ein verantwortungsbewußter Ingenieur wird derartige Berechnungen nicht unbedenken, ohne seriöse Kontrolle für seine Konstruktion übernehmen. Hier wird die DAST-Richtlinie 013 stets eine Hilfe sein und keineswegs ein Hemmnis.  
Bornscheuer, Stuttgart

**Ergänzungen und Korrekturen zum Aufsatz**

F. W. Bornscheuer:  
„Plastisches Beulen von Kreiszyklinderschalen unter Axialbelastung“  
in Der Stahlbau 50 (1981), S. 257—262

Frau M. Esslinger wies darauf hin, daß einige der Thyssen-Versuche zu niedrige Tragspannungen aufweisen. Eine Über-

prüfung hat ergeben, daß bei der Auswertung eines Teiles der Versuche mit Schalen aus St 52 versichtlich falsche Streckgrenzen eingesetzt worden sind. Deshalb müssen bei drei Versuchen die bezogenen Beulspannungen erhöht werden, und zwar von 0,778 auf 0,938 bei 1 mm dicken Schalen und von 0,820 auf 0,988 und von 0,818 auf 1,082 bei zwei Versuchen mit 2 mm dicken Schalen. Ferner sollte ein Versuch mit einer 1 mm dicken Schale, der eine bezogene Beulspannung von 0,801 ergeben hatte, bei der Auswertung unberücksichtigt bleiben, da dieser niedrige Wert offensichtlich durch planmäßig eingebrachte Störunterlagen verursacht worden ist.

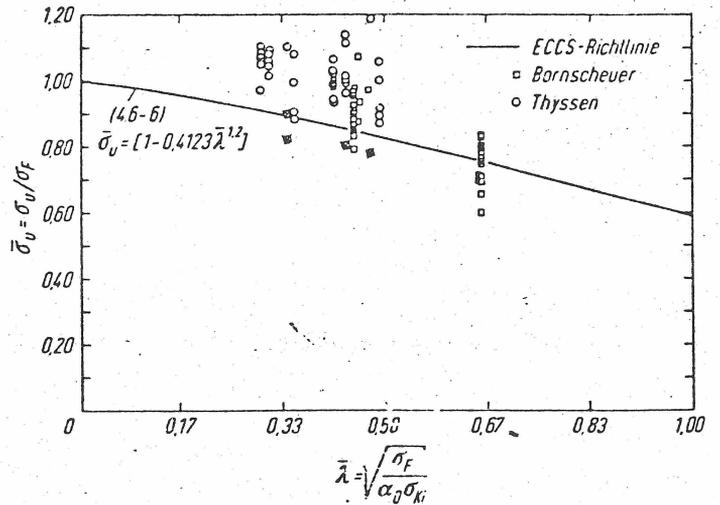


Bild 12. Bezogene Tragspannungen der Versuche nach Bild 10 in der Darstellung der ECCS-Recommendations R 4.6

Die vier zu niedrig angegebenen Versuchspunkte sind im Bild 12 (bezieht sich auf die Nummerierung im Originalaufsatz) durchgekennzeichnet. Auf eine Korrektur der Bilder 10, 11, 13 und 15 wird verzichtet. Die für die Thyssen-Versuche in den Bildern 10 und 15 angegebenen Mittelwerte erhöhen sich etwas. Außerdem ändern sich auch die Standardabweichungen. Die generellen Zusammenhänge werden hierdurch nicht beeinflusst, zumal die Anfang 1982 in Karlsruhe von Professor Schulz durchgeführten Versuche auch Tragspannungen ergeben haben, die unter der Tragspannungskurve der DAST-Richtlinie 013 liegen. Hi rüber wird in Kürze im Stahlbau berichtet.

Im Bild 14 muß die Ordinate für die zulässigen Spannungen von  $\bar{\sigma}_u/1,5$  in  $\bar{\sigma}_u/\nu$  geändert werden.

Im Bild 16 ist zu ergänzen, daß bei dem ECCS-Kurvenverlauf die  $\gamma/\nu = 1,5/2,0 = 0,75$ -fachen Abminderungsfaktoren  $\alpha$  aufgetragen wurden.  
Bornscheuer, Stuttgart

**Anschriften der Mitarbeiter dieses Heftes:**

Seite 161  
Dipl.-Ing. Gerhard Freudenberg, Haalbergstraße 14,  
6719 Wiesenheim am Berg

Seite 164  
Rudolf Hotz, Swinemünder Straße 42, 2000 Hamburg 73

Seite 171  
Tsunemi Shigematsu und T. Hara, Tokuyama Technical College,  
745 Tokuyama Kume-Takajo, 3538 Yamaguchi Japan, M. Ohga,  
Ehime University Matsuyama

Seite 177  
Ing. Walter Wuich, Dopschstraße 40, A-1217 Wien

To the Problem of Buckling Safety of Shells in the Plastic Range

F. W. BORNSCHEUER

Institut für Baustatik  
Universität Stuttgart, West-Germany

1. Starting Point

In steel structures like vessels or offshore constructions shells are often not as thin as in aircraft and space constructions. The rather thick-walled shells which are stressed in the elastic-plastic range are of great importance. To take this fact into account the plastic range was introduced in the codes for shell buckling during the past years. Compared to the number of experiments in the elastic range there are unfortunately only a few tests performed in the plastic range. And these few ones are not even well documented. Especially there is a lack of exact values of the yield stresses of the materials being used.

The only acceptable procedure was to assume inaccurate formulas for the transition from the elastic to the plastic range. So two different linear functions were introduced into the new German rules for shell buckling, the DASt-Richtlinie 013 [1], as shown in Fig. 1. This code was released in July 1980 and will be the basis for part 4 of the new German stability standard DIN 18 800. The transition line (1.2) applies to cases as circular cylindrical and conical shells subjected to axial compression and spherical shells under external pressure which are very sensitive to imperfections. The function (1.3) applies to circular cylinders and conical shells under external pressure which are less sensitive to imperfections. In this diagram the normalized load carrying stresses  $\bar{\sigma}_u = \sigma_u / \sigma_F$  \*) are plotted versus the special shells slenderness parameter  $\bar{\lambda}_S = \sqrt{\sigma_F / \alpha \sigma_{Ki}} = \sqrt{\sigma_F / \sigma_e}$ . In contrary to the buckling of steel columns the denominator of the root includes the

\*) other notations:  $\bar{\sigma}_u = \sigma_u / \sigma_F \equiv \sigma_K / \sigma_r \equiv \sigma_u / R_S \equiv \sigma_u / \sigma_y \equiv \sigma_u / f_y$

reduction (or knock-down) factor  $\alpha$  known from aerospace technology which applies to purely elastic buckling. This reduction factor  $\alpha$  reduces the ideal buckling stress  $\sigma_{Ki} \equiv \sigma_{cr}$  according to the bifurcation load of the linear theory to the ultimate stress  $\sigma_u = \sigma_e$  in the elastic range. In the plastic region a further reduction will be made using formulas (1.2) and (1.3) resp.

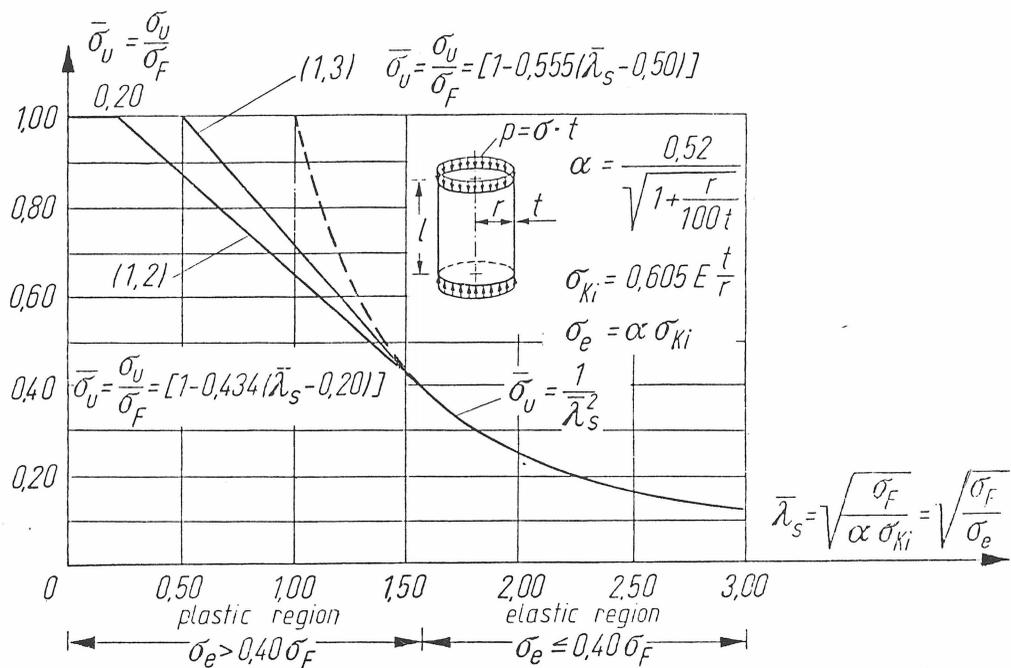


Fig. 1: Load carrying capacity curves according to the DAST-Richtlinie 013

In the European code for shell buckling, the ECCS Recommendations R 4.6 [2], which was worked out during the past years a similar procedure for the case of the circular cylinder under axial compression and pure bending was adopted. Using the transition curve plotted in Fig. 2 results in about the same shell design as if the DAST-Richtlinie 013 is applied though the reduction factors  $\alpha$  and  $\alpha_o$  are different from each other. This was pointed out already in a recent paper published in the "Stahlbau" [3].

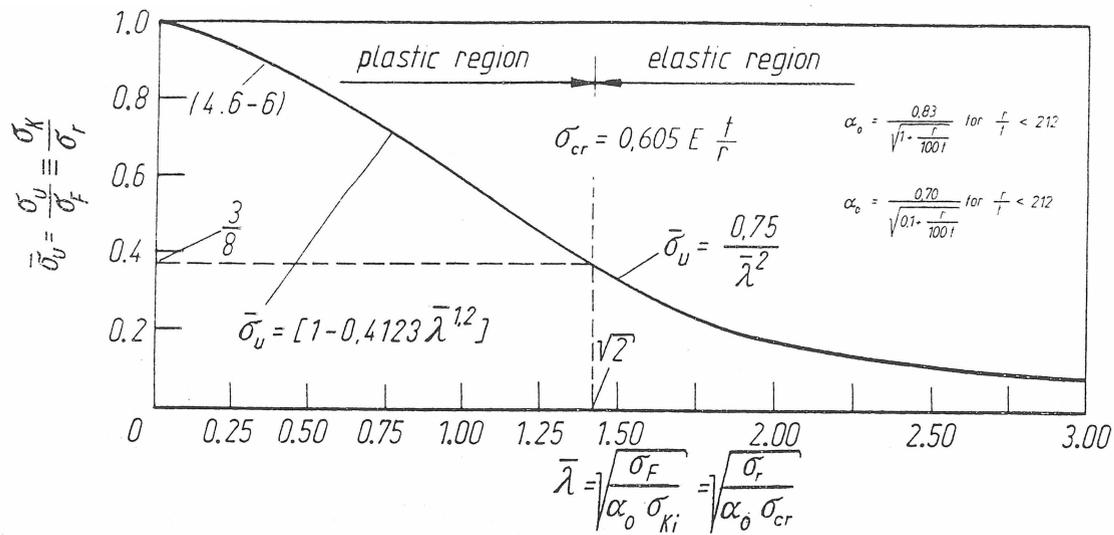


Fig. 2: Load carrying capacity curve for the axially loaded circular cylindrical shell according to the ECCS Recommendations R 4.6

In the presentation given in the ECCS Recommendations the reduction factor  $\alpha_0$  represents the lower bound of test values. In the DAST-Richtlinie according to Fig. 3 the reduction factor  $\alpha$  is taken as 75 % of the

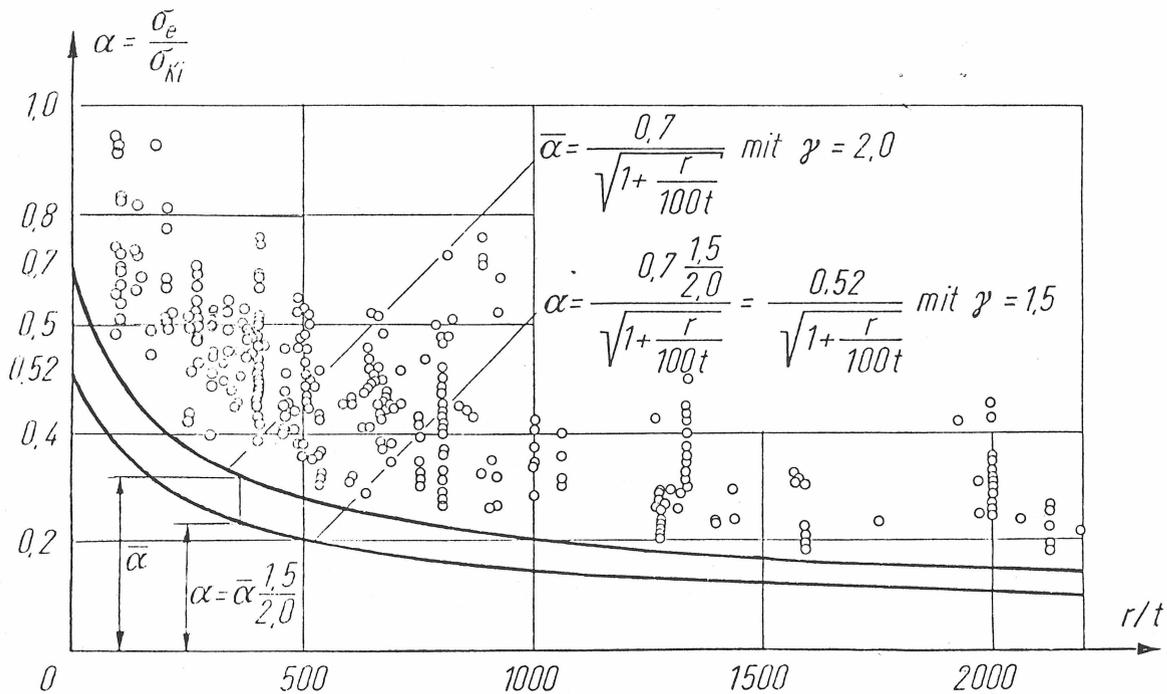


Fig. 3: Determination of the curve of the reduction factor  $\alpha$  for the axially loaded circular cylindrical shell according to the DAST-Richtlinie

lower bound of the test results [3]. This was necessary in order to get an effective safety factor of  $\nu = 2.0$  with a constant load increasing factor of  $\gamma = 1.5$  (global load and resistance factor). In the ECCS Recommendations this was achieved by lowering the Euler curve from  $1/\bar{\lambda}^2$  to  $0.75/\bar{\lambda}^2$ .

In other codes quite different curves were adopted for the elastic-plastic transition zone. In Fig. 4, taken from [3], the admissible stresses of the axially compressed cylinder of 6 different codes are plotted. For reasons

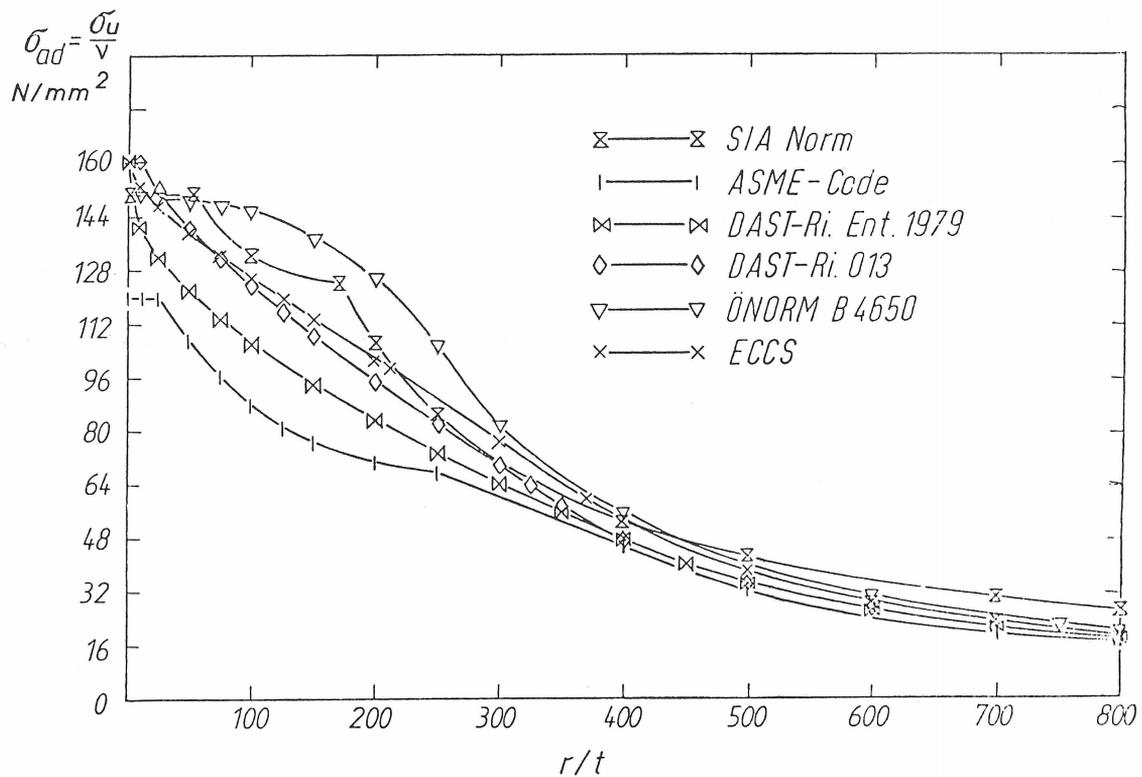


Fig. 4: Admissible stresses for the axially loaded circular cylindrical shell of medium length for steel St 37

of better comparison these curves are evaluated for main loads only. Steel St 37 (St E 240) with a yield limit of  $240 N/mm^2$  was chosen. The admissible stresses on the ordinate are the ultimate stresses  $\sigma_u$  divided by the safety factor  $\nu$ . They are plotted as a function of the ratio of radius  $r$  to wall thickness  $t$ . For slender shells, i. e. for large values of  $r/t$ , the curves nearly coincide. It is noteworthy that the results for small  $r/t$  values in the plastic range show a remarkable scatter. In the limit of  $r/t = 0$  one can notice different safety factors. The ECCS Recommendations R 4.6 [2] as well as both versions of the DAST-Richtlinie 013 [1]

suggest  $\nu = 1.5$ , the ASME code [4]  $\nu = 2.0$  and the Austrian ÖNORM B 4650 [5] and Swiss SIA Norm [6]  $\nu = 1.6$ . In the elastic-plastic region the Austrian and Swiss curves are located very high in contrast to the ASME code where the curve is very low. Slightly above the curve of ASME a curve is shown which is taken from an earlier draft of the DAST-Richtlinie 013 of the year 1979. Due to some thorough analyses from Saal [7], Vandepitte/Rathé [8] et. al. this curve was abandoned in favour of the function (1.2) which lies above the 1979 curve and is therefore more economical.

Due to the large imperfection sensitivity in the elastic range in both rules, the ECCS Recommendations as well as the DAST-Richtlinie, the effective safety factor was defined by  $\nu = 2.0$  based on the lower bound of ultimate stresses obtained from test results. In the elastic-plastic transition zone the effective safety factor decreases in both rules from  $\nu = 2.0$  to  $\nu = 1.5$ . This procedure seems to be reasonable as long as some of the extreme test results are omitted. Hence, Saal [7] left out a part of the tests from Newmark/Wilson and Robertson. Vandepitte/Rathé eliminated additionally some results of Steinhardt/Schulz [9]. Up to now it could not be cleared whether or not this procedure is justified. In this quite vague situation it is difficult to answer the question of the safety of shell buckling in the plastic range, especially being aware of the fact that many unsolved problems are still existing in the elastic region. Of course, all efforts in that field are appreciated. For the time being we are obliged to refer mainly to experiments.

## 2. Test Results for the Elastic-Plastic Region in the Presentation of the ECCS Recommendations R 4.6 and the DAST-Richtlinie 013

In Figs. 5 and 6 test series given in the literature are added to the diagrams of both codes [1] and [2]. Also shown are the tests carried out in Karlsruhe this year by Schulz [10]. A paper on these experiments will be published shortly in the "Stahlbau".

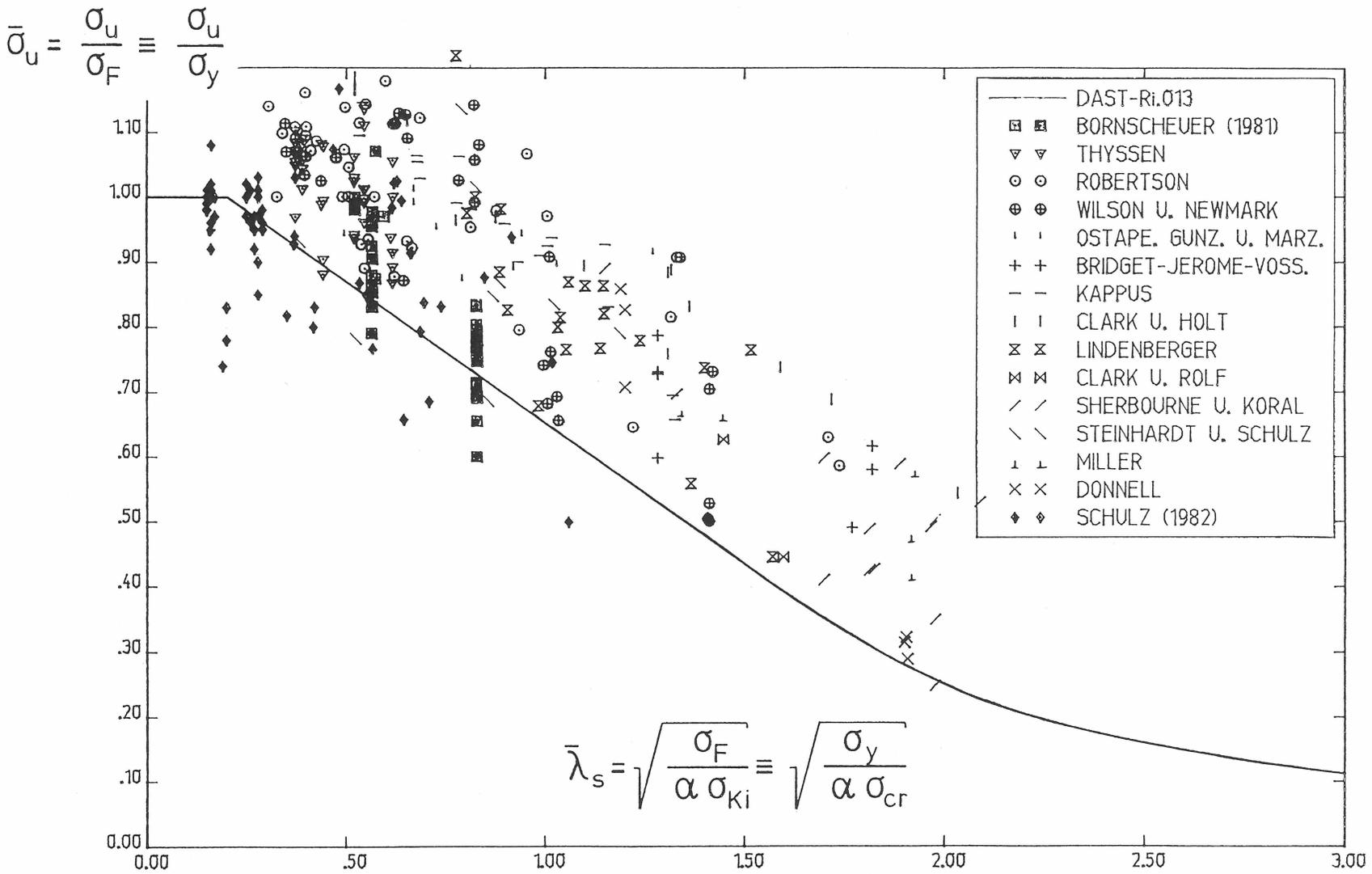


Fig. 5: Test results for the axially loaded cylindrical shell according to the DAST-Richtlinie 013

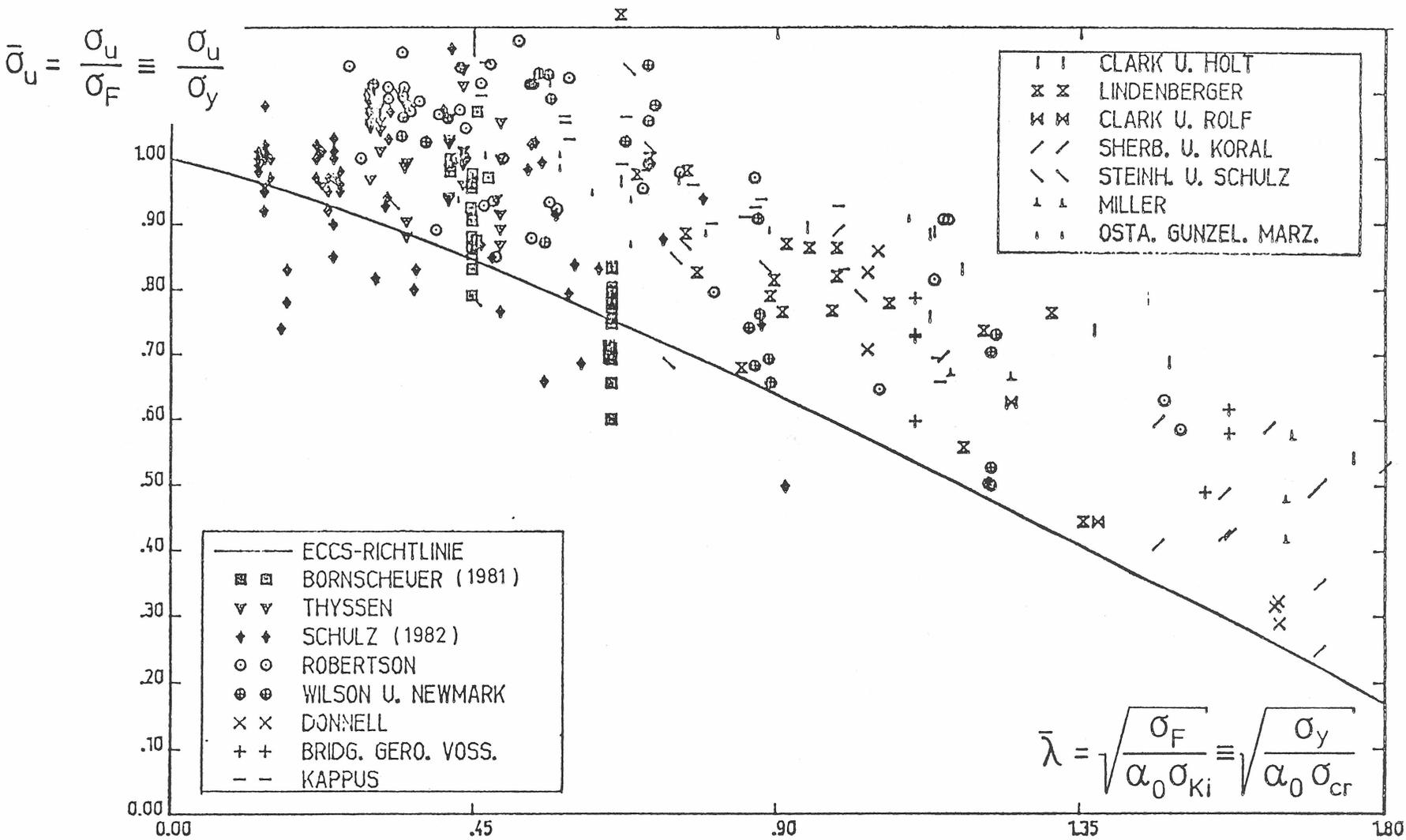


Fig. 6: Test results for the axially loaded cylindrical shell according to the ECCS Recommendations R 4.6

### 3. Modes of Collapse in the Elastic-Plastic Range

In order to allow a better judgement of the safety problem the specific modes of collapse in the plastic range are described in the following. In case of small slenderness (i. e.  $r/t \leq 100$ ) axially compressed cylinders do fail in an axially symmetric hump-like mode at one end of the cylinder having a diameter of 250 mm and a longitudinal weld ( $t = 2$  mm) [3].



Fig. 7: Characteristic buckling shape in the fully plastic region

This shape of buckling is already known from the earliest shell buckling test performed some decades ago. The buckles near the end are essentially caused by bending moments which come from the boundary constraint. Strictly speaking the axially symmetric buckles in Fig. 7 do not represent a real instability phenomenon but rather a collapse through a loss of strength. With increasing slenderness this buckling mode changes into a few flat buckles along the circumference. The typical collapse mode of axially loaded thin shells with a few single buckles along the circumference can be recognized in Fig. 8. With larger slenderness as  $r/t > 300$  the influence of the boundary layer effect considerably decreases compared to

the influence of the in practice unavoidable imperfections in the entire shell. Finally buckles of the classical chess board - like shape develop which proceed into the well-known diamond shaped buckles in the postcritical range.

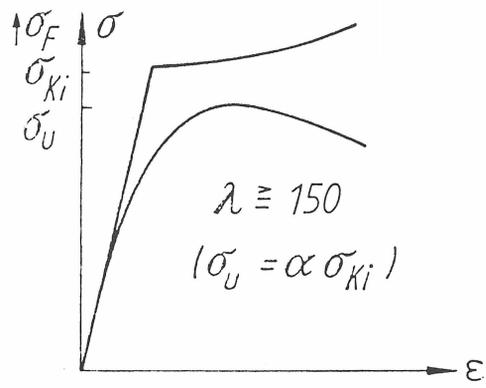


Fig. 8: Characteristic buckling shape in the elastic-plastic transition zone ( $r = 125 \text{ mm}$ ;  $t = 1 \text{ mm}$ )

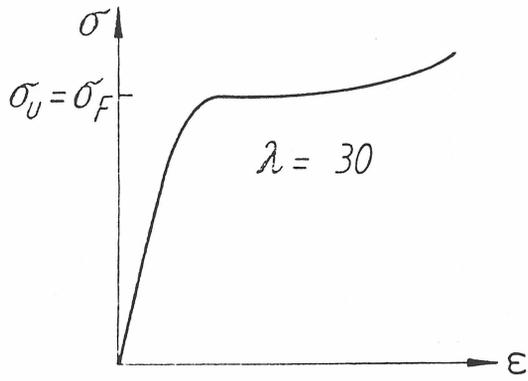
#### 4. Comparison between the Axially Loaded Column and the Circular Cylindrical Shell

Comparing the stress-strain-curves in the postcritical range of compact and slender columns and cylinders some conclusions on the required safety factors are possible.

In Fig. 9 the buckling of columns and in Fig. 10 the buckling of shells is outlined in principle. The two upper diagrams are applicable to the elastic region where the ideal buckling stress of the linear theory of stability  $\sigma_{Ki}$  is chosen as reference value. The lower diagrams apply to the plastic range. Here  $\sigma_F$  is chosen as reference value.

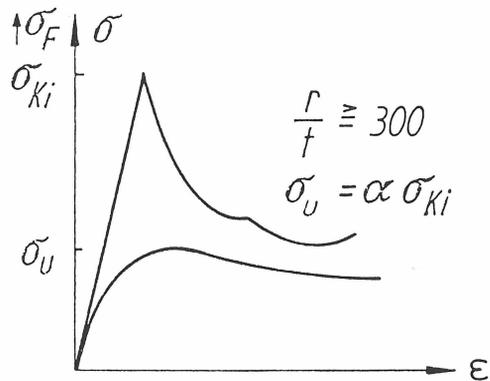


column - elastic

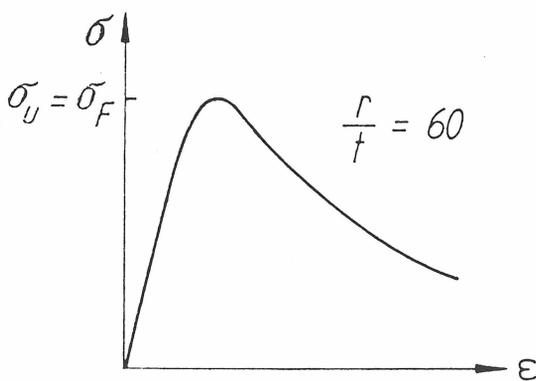


column - plastic

Fig. 9: Stress - strain - curves of slender and compact columns



shell - elastic



shell - plastic

Fig. 10: Stress - strain - curves of slender and compact cylindrical shells

In the elastic range the sensitivity with respect to imperfections may be taken into consideration by a reduction factor  $\alpha$ . In the case of the columns the reduction of the critical stress  $\sigma_u$  with respect to the ideal buckling stress  $\sigma_{Ki}$  is by far not as large as in the case of the shells which are much more sensitive to imperfections. In column buckling one attains in the elastic range reductions, being equivalent to  $\alpha$  values, which range between 0.5 and 0.9. In shell buckling the  $\alpha$  values decrease to as far as 0.2 or even less.

In the plastic range it was assumed in both diagrams that the ultimate stresses reach the yield limit. The postcritical regions differ fundamentally. For columns made of conventional construction steel one could notice even a hardening effect across the entire cross-section. In shell buckling the postcritical minimum is located far below the yield limit. Even if one does not assume postcritical stresses as a measure for admissible stresses one should not disregard this dramatic decrease. Anyway a safety factor of only  $\nu = 1.5$  seems to be not sufficient compared to the factor used for columns. An increase to 1.6 or 1.7 would be reasonable. On the other hand one does not have to go as far as  $\nu = 2.0$  as it is stated in the ASME code, classes A and B, defining the main load cases. One possibility to fix an effective safety factor  $\nu$  that takes into account the behaviour in the post-critical region is shown in Fig. 11.

range	column		shell	
	plastic	elastic	plastic	elastic
safety factor $\nu$ (for main loads)	1.5	< 1.6	1.6	< 2.0
knock-down factor $\gamma/\nu$ (for main loads with $\gamma = 1.5$ )	1.00	> 0.9375	0.9375	> 0.750

Fig. 11: Safety factor for columns and axially compressed cylinders

5. Proposal for a Modification in the Elastic-Plastic Range of Buckling

The definition of a safety factor in the highly plastic region is not the only priority task. It is at least as important to find the buckling curve of the transition zone. For example the curve adopted by the ÖNORM lies too much on the unsafe side inspite of a safety factor of 1.6. The following proposals retain the concept of a reduction factor  $\alpha$  introduced in the aerospace technology. Here either the curves in the transition zone or the reduction factor  $\alpha$  itself may be lowered.

5.1 Lowering of the Curve for the Ultimate Stress

In Figs. 12 and 13 the version is shown in which the curves in the transition zone are lowered.

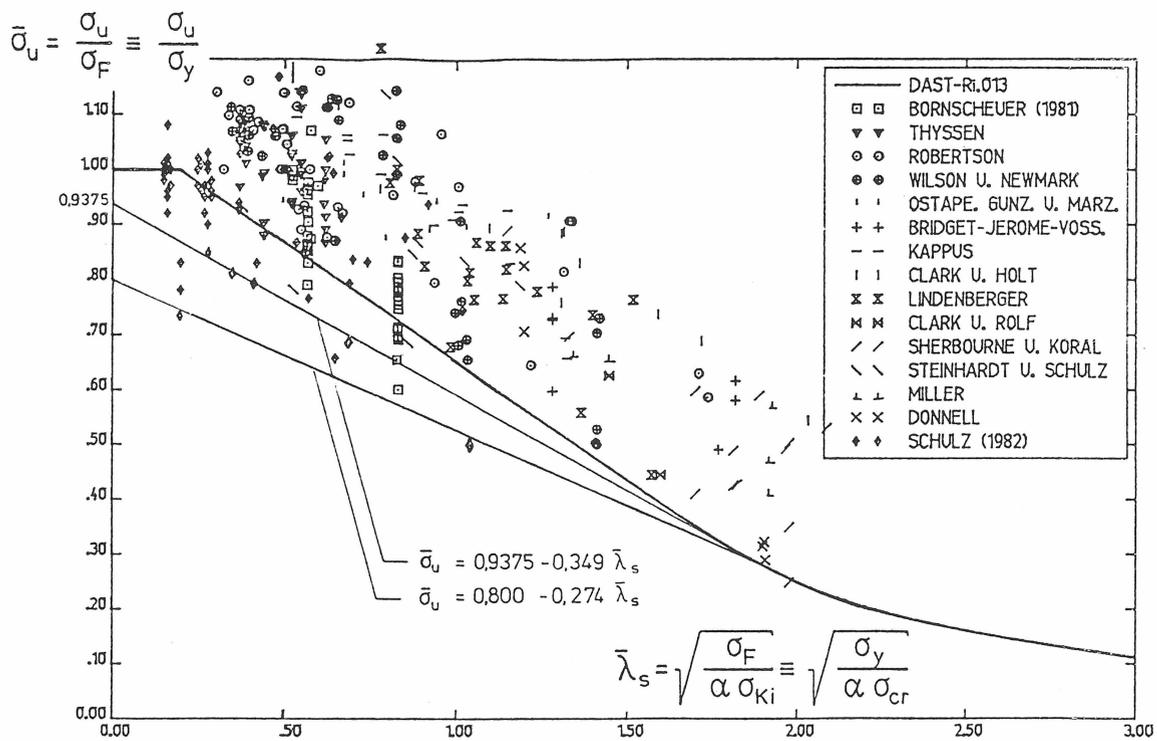


Fig. 12: Proposals for lowered ultimate stress curves according to the DAST-Richtlinie 013

Following the concept of the DAST-Richtlinie 013 two transition straight-lines are plotted in Fig. 12 in addition to those given in Fig. 5. The lower line which covers essentially all the test results leads to an ultimate stress

of  $\bar{\sigma}_u = 0.800$  for  $\bar{\lambda}_S = 0$ . For main loads with a global load and resistance factor  $\gamma = 1.5$  one attains an effective safety of  $\nu = 1.5/0.800 = 1.875$  for the limit case of  $\bar{\lambda}_S = 0$ . For the upper line an effective safety of  $\nu = 1.6$  is assumed for the limit case  $\bar{\lambda}_S = 0$ . This results in a reduced ultimate stress of  $\bar{\sigma}_u = 1.000 \cdot 1.5/1.6 = 0.9375$ . So the effective safety which is  $\nu = 2.0$  in the elastic range would decrease gradually with diminishing slenderness from  $\nu = 2.0$  to  $\nu = 1.875$  and  $\nu = 1.6$  respectively. The formulas for the two transition straight lines are:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_u &= 0.8000 - 0.274 \bar{\lambda}_S && \text{for the lower straight line} \\ \bar{\sigma}_u &= 0.9375 - 0.349 \bar{\lambda}_S && \text{for the upper straight line} \end{aligned}$$

Here it is supposed that the elastic-plastic transition zone begins with  $\bar{\sigma}_u = 0.3$ . Despite the fact that the upper line does not cover all test points the author tends to vote for this latter design curve from the economical point of view. In the highly plastic range three test points of the latest test series of Schulz [10] are not covered. These points at about  $\bar{\sigma}_u \cong 0.8$  are supposed to be in the vicinity of  $\bar{\sigma}_u = 1.0$ . Because of this large discrepancy one could think that the reference yield limit had not been properly determined. But in the meantime Schulz confirmed that the yield stress had been correctly obtained. It should be pointed out that the determination of the reference yield limit is in general a major problem. Strictly the yield stresses determined by tension tests ought not to be used as reference values - as it is often done in shell and plate buckling tests - rather the yield limits of compression tests should be chosen. This method is common in column buckling where the yield stress in compression is determined by stub column tests. This procedure is not applicable to very thin walled shell models. Therefore, only the use of tension yield limits remains. But even then considerable differences occur depending whether the upper yield limit, the static yield limit or a  $\sigma_{0.2}$ -limit is to be determined. The closest approach to reality is if the buckling tests and the determination of the yield stress are performed with the same loading speed. Moreover, discrepancies arise whether the buckling load is referred to either the yield stress out of a single test piece or the mean value minus twice the standard deviation. The latter procedure was used in the European column buckling curves.

Furthermore, the influence of the thickness of the structure on the yield limit is important. To simplify the application of most of the codes the essential reduction of the effective yield stress due to a large wall thickness was neglected. Instead of the thickness upper limits are introduced, e. g. 40 mm, but this is not valid for all steels. In the context of this paper this important problem how the accuracy of test results can be interpreted and how this influences the structural design cannot be discussed in further detail. In Fig. 13 representing the ECCS concept the analogous procedure to Fig. 12 is given. Also two transition straight lines are plotted in addition to those of Fig. 6 which again end with vanishing slenderness at  $\bar{\sigma}_u = 0.8000$  and  $\bar{\sigma}_u = 0.9375$  resp.

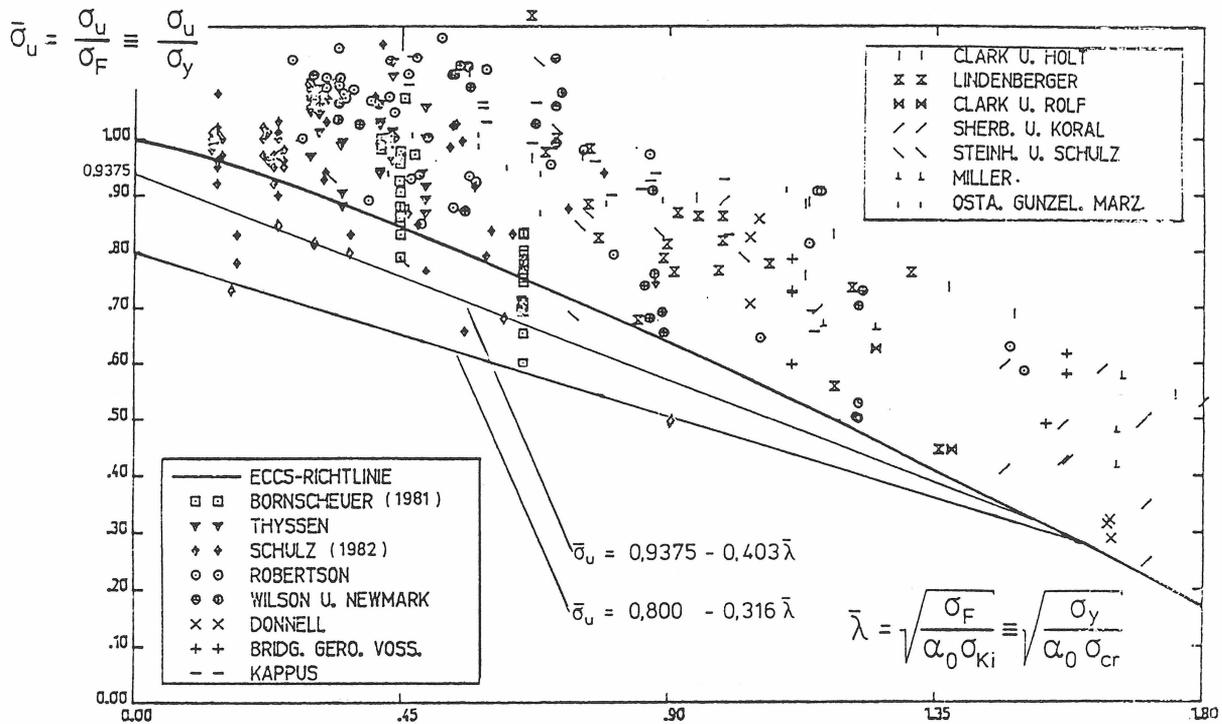


Fig. 13: Proposals for lowered ultimate stress curves according to the ECCS Recommendations R 4. 6

The formulas for both transition lines are as follows:

$$\bar{\sigma}_u = 0.8000 - 0.316 \bar{\lambda} \quad \text{and} \quad \bar{\sigma}_u = 0.9375 - 0.403 \bar{\lambda} \quad \text{resp.}$$

Here, too, the effective safety in the case of the upper line decreases gradually from  $\nu = 2.0$  to 1.6. Instead of straight lines also curves can be chosen as given in the ECCS Recommendations.

## 5.2 Reducing the Reduction Factors $\alpha$

Now the second version to modify the  $\alpha$  - concept will be shown. It is sufficient to demonstrate the application of this method to the DAST-Richtlinie 013. Smaller  $\alpha$  values alter the scale of the abscissa in such a way that the test results move to the right of the diagram. If  $\alpha$  is chosen small enough all the test results lie above the design curves (1.2). Fig. 14 taken from [3] shows some of the curves for the reduction factor  $\alpha$ .

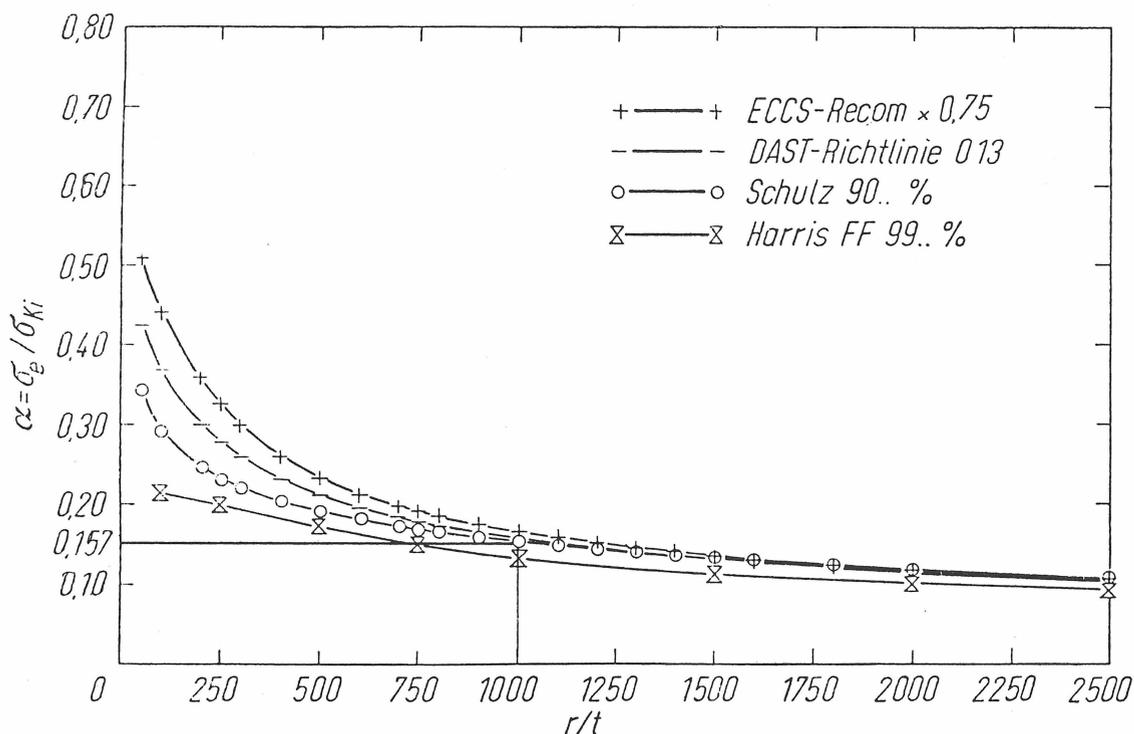


Fig. 14: Reduction factors  $\alpha$  for the axially loaded cylindrical shell

For  $r/t \leq 1000$ , that is the main range of application in structural engineering for shells chiefly subjected to axial load, the smallest reduction factor according to the DAST-Richtlinie is  $\alpha = 0.52 / \sqrt{1 + 1000/100} = 0.157$ . Taking a constant value  $\alpha = 0.157$  for the entire range from  $r/t = 0$  up to  $r/t = 1000$  results in a horizontal shifting of the test points to the right as

depicted in Fig. 15. In this figure only four test results of Schulz [10] are included which are located near the new proposed transition curve in Fig. 12.

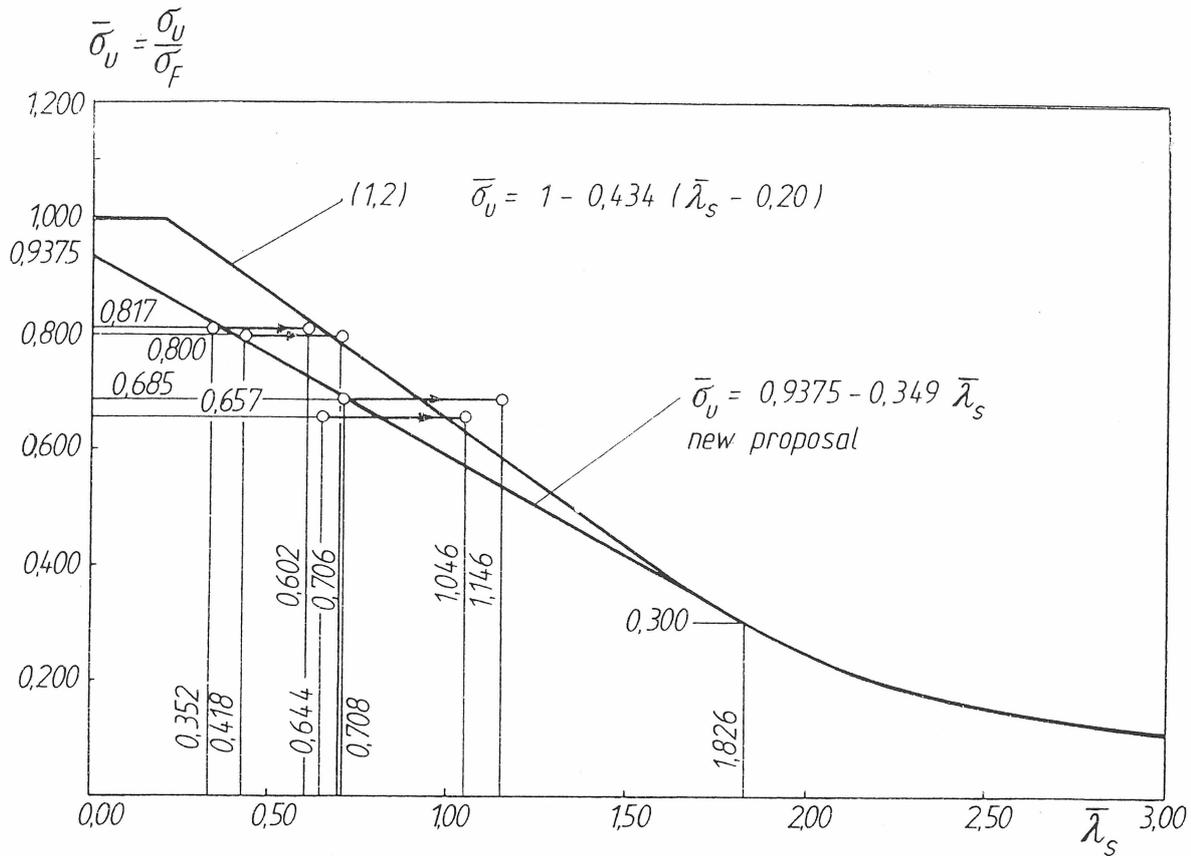


Fig. 15: Selected test results according to the DAST-Richtlinie 013 with a reduced reduction factor  $\alpha$

To achieve a safety of  $\nu = 1.6$  for the limit case of  $\bar{\lambda}_{s,u} = 0$  an upper bound of  $\bar{\sigma}_u = 0.9375$  for the ultimate stress  $\bar{\sigma}_u$  has to be assumed. It should be mentioned that inspite of this limitation of the ultimate stress  $\bar{\sigma}_u$  this will result in a more economical design for compact tubular cross-sections with small  $r/t$  ratios compared to the present methods used in Germany. With main loads the German DIN 4114 which still has to be applied requires a safety of  $\nu = 1.71$  for a slenderness  $\lambda \rightarrow 0$ , that means designing with  $\nu = 1.6$  would lead to a more economical structure.

A constant reduction factor can be explained as follows:

It is true that in the case of the axially loaded cylinder the reduction factor  $\alpha$  decreases with increasing slenderness. This was already shown by Pflüger [11] 20 years ago when he determined snap-through loads. In accordance with the procedure to obtain the load carrying capacity of

columns in DIN 4114 he based his concept on "efficient imperfection" amplitudes. But this can only be applied to comparable buckling modes which are for example not too much influenced by boundary conditions. In the elastic-plastic and even more in the highly plastic region the influence of the boundary layer is responsible for the collapse. So it is questionable to base the calculations of reduction factors on this concept where the range of applicability is not valid any more. Constant values for reduction factors can be adopted as long as the ultimate stresses known from model tests are all covered by this concept. This is demonstrated exemplarily in Fig. 15. There is another argument which pleads for the assumption of constant  $\alpha$  - values:

In all other load cases of both codes [1] and [2] constant reduction factors were assumed for the time being. So, in the case of the externally loaded cylinder constant reduction factors were introduced. These factors vary between 0.5 and 0.8 depending on the code. In the case of spherical caps reduction factors which vary from 0.1 to 0.2 according to the boundary conditions were adopted.

## 6. Summary and Outlook

### 6.1 Summary

The most important points of this study are summarized as follows:

The buckling behaviour of axially loaded circular cylindrical shells in the elastic-plastic region was examined:

- Comments are given on the special design curves of the ECCS- and DASt-codes.
- It was shown that the design formula of the various codes vary considerably.
- Results of tests performed recently in Stuttgart and Karlsruhe were presented. Some of these buckling loads are located below the limit curves of the ECCS- and DASt-codes.
- The collapse mode influenced by the constraint of the radial displacements at the boundary was discussed. The axisymmetric buckles in the end-zone are caused thereby.

- In contrary to the compact column which fails under yielding in compression the case of the circular cylindrical shell requires a slightly higher safety factor because of unfavourable boundary conditions.
- Based on the  $\alpha$  - concept of ECCS- and DAST-codes a sufficiently safe design could be achieved by lowering the curves in the transition zone or by reducing the reduction factor  $\alpha$  or by a combination of both.

## 6.2 Outlook

This paper only discusses the buckling problem of the axially loaded circular cylinder. Of course, other kinds of shells and load cases ought to be examined as well. Much research work will have to be done in order to base the design of a sufficiently safe and yet economical construction on easy-to-handle formulas.

Besides the usual  $\alpha$  - concept in shell buckling it should be investigated whether a concept without explicit reduction factors  $\alpha$  like that of the European column buckling curves is desirable. Since in the meanwhile some plate buckling codes were modified in that way a similar procedure is possible for all stability problems. Also comparative studies of the influence of different reference yield limits on the various stability problems should be performed.

## 7. Acknowledgement

The author wishes to thank the Institut für Bautechnik, Berlin, for the financial support of the Stuttgart and Karlsruhe model tests with circular cylindrical shells under axial compression.

Professor Schulz provided the Karlsruhe test results. This is gratefully appreciated.

## References

- [ 1 ]        Deutscher Ausschuß für Stahlbau: DAST-Richtlinie 013:  
Beulsicherheitsnachweise für Schalen. July 1980, 1/16.
  
- [ 2 ]        European Convention for Constructional Steelwork (ECCS):  
European Recommendations for Steel Construction  
(ECCS Recommendations) R 4. 6: Buckling of Shells. 1979.
  
- [ 3 ]        Bornscheuer, F.W.: Plastisches Beulen von Kreiszyinderscha-  
len unter Axialbelastung. Stahlbau 50 (1981) 9, 257/62.
  
- [ 4 ]        Cases of ASME - Boiler and Pressure Vessel Code Case N-284:  
Metal Containment Shell Buckling Design Methods. Section III,  
Division 1, Class MC. 1980.
  
- [ 5 ]        ÖNORM B 4650, Teil 4: Stahlbau, Beulung von Kreiszyylinder-  
schalen. November 1977.
  
- [ 6 ]        Schweizerischer Ingenieur- und Architektur-Verein:  
SIA-Norm 161. With comment, 1979.
  
- [ 7 ]        Saal, H. : Buckling of Circular Cylindrical Shells under Combined  
Axial Compression and Internal Pressure. ECCS Stability of Steel  
Structures. Preliminary Report, Liège, April 1977.
  
- [ 8 ]        Vandepitte, D. ; Rathé, J. : Buckling of Circular Cylindrical Shells  
under Axial Load in the Elastic-Plastic Region. Stahlbau 49 (1980)  
369/73.
  
- [ 9 ]        Steinhardt, O. ; Schulz, U. : Zum Beulverhalten von Kreiszylin-  
derschalen. Schweizerische Bauzeitung 89 (1971) 1/14.
  
- [ 10 ]       Schulz, U. : Beulversuche mit axialdruckbelasteten Kreiszylin-  
derschalen im plastischen Bereich.  
To be published shortly in: Stahlbau.
  
- [ 11 ]       Pflüger, A. : Zur praktischen Berechnung der axial gedrückten  
Kreiszyinderschale. Stahlbau 32 (1963) 6, 161/65.



LABORATORIUM  
VOOR MODELONDERZOEK

Prof. Ir. D. VANDEPITTE

Ons kenmerk:

Uw kenmerk:

Bijlage:

Beilage 3

B-9710 Zwijnaarde, 29-6-1982  
Grote steenweg Noord 12 Tel. (091) 22 57 55

Prof. J. LINDNER  
Technische Universität Berlin  
D 1 BERLIN 12  
Strasse des 17. Juni 135  
D.B.R.

*Be. 17.87*

Dear Professor Lindner,

Comments on a paper by Prof. Bornscheuer

With a view to publication in one of the issues of "DER STAHLBAU", I am enclosing "COMMENTS ON THE PAPER 'Plastisches Beulen von Kreiszy-linderschalen unter Axialbelastung' BY F.W. BORNSCHEUER, PUBLISHED IN DER STAHLBAU 9/1981".

Professor Bornscheuer has seen a slightly different version of the enclosed text.

With kind regards.

Yours sincerely,

D. Vandepitte

c.c. Members of TWG 8.4

1.7.82

Comments on the paper "Plastisches Beulen von Kreiszyinderschalen unter Axialbelastung" by F.W. BORNSCHEUER, published in Der Stahlbau 9/1981

In his paper [1] BORNSCHEUER compares 46 test results with the ECCS Recommendations [2] and with the DAST-Richtlinie 013 for meridionally compressed cylinders. In the present comments I will refer only to [2]. BORNSCHEUER's notations will be used.

1) BORNSCHEUER [1, p. 259] states that the upper yield point was used in the interpretation of his experimental results. This, I think, is not judicious because the appearance of an upper yield point and its height depend strongly on the type of testing machine, on the testing procedure, on the shape of the test specimen and on its previous history, and they do not reflect a real property of the steel the specimen is made of. The ordinate of the yield plateau should be used, even though its height depends upon the rate of strain. This would probably have led to somewhat higher experimental values of  $\sigma_u/\sigma_F$  in BORNSCHEUER's tables 1 and 2.

2) The individual values of  $\sigma_F$ , which ranged between 200 and 270 N/mm<sup>2</sup>, are not given in [1]. I therefore introduce the average yield stress  $\sigma_F = 235$  N/mm<sup>2</sup>, mentioned in [1, p. 261], into the ECCS formulas given in [2] in order to calculate  $\sigma_u/\sigma_F$  for the 26 cylinders which were subjected to uniform compression along their circumference. The results are collected in table 1.  $\bar{w}$  represents

Table 1 -  $\sigma_u/\sigma_F$  according to the ECCS Recommendations

r/t	65	133
$\bar{w} \leq 0,01 \times 4\sqrt{rt}$ ("good" cylinder)	0,850	0,744
$\bar{w} = 0,02 \times 4\sqrt{rt}$ ("poor" cylinder)	0,772	0,612

the depth of the deepest initial dimple in the wall of the cylinder, measured from a straight rod of length  $4\sqrt{rt}$  which is held [2, p. 5], the knock-down factors used when  $\bar{w} = 0,02 \times 4\sqrt{rt}$  are half the factors  $\alpha_0$  used when  $\bar{w} \leq 0,01 \times 4\sqrt{rt}$ .

anywhere along its generatrices or from a circular template of the same length which is held anywhere against any parallel circle. In accordance with

The reader might infer from a glance at the Bilder 12 and 13 in [1] that many BORNSCHEUER test results are below the ECCS values for  $\sigma_u/\sigma_F$ . This is due to the fact that BORNSCHEUER has represented all his axial loading tests in the diagrams 12 and 13, and that the calculation of the abscissas of the points in Bild 12 and the ECCS curve shown in Bild 13 are based on the assumption that  $\bar{w} \leq 0,01 \times 4\sqrt{rt}$ .

I want to point out, however, that the ECCS formulas referred to above are valid only for cylinders whose axial load is applied uniformly, or at least nominally uniformly, along their perimeter. In 13 BORNSCHEUER tests the load was initially concentrated in two diametrically opposed zones, each of 50 mm length, and in the later stages of the test it was surely greater there than elsewhere along the circumference. The ECCS rules are definitely not meant to be used when the load acts in that manner and one must exclude those tests. When one compares only the results of uniform loading tests with the values of  $\sigma_u/\sigma_F$  in the above table 1, BORNSCHEUER's table 1 shows that not a single one of the 9 cylinders with  $r/t = 68$  gave a result below the ECCS value 0,850 for good cylinders, that 5 of the 17 test cylinders with  $r/t = 133$  gave results below the ECCS value 0,744 for good cylinders, and that only one of the 17 gave a result (to wit : 0,600) below the ECCS value 0,612 for cylinders with  $\bar{w} = 0,02 \times 4\sqrt{rt}$ . In sum : among the 26 test results, 5 are below the value given by the ECCS rules for good cylinders and a single one is slightly below the ECCS value for poor cylinders ("poor" being defined as in table 1 above).

- 3) The limiting values of  $\bar{w}$  specified in [2, p. 5] are  $0,01 \times 4\sqrt{rt} = 0,44 \text{ mm}$  and  $0,02 \times 4\sqrt{rt} = 0,88 \text{ mm}$  for BORNSCHEUER's cylinders with  $r/t = 133$ .

Describing his tests in April 1981 at the International Conference on Buckling of Shells in Offshore Structures in London, BORNSCHEUER stated that the imperfections of his test specimens had not been registered. Indeed, his paper [1] provides very little information about initial imperfections. It contains only the indication "die grössten Durchmesser-Differenzen betragen 2 %"

and does not say anything about which cylinders exhibited such differences, nor about their location. Detailed data about the imperfections would have greatly enhanced the value of the tests.

I do not know how the 2% difference in diameter should be interpreted and to what extent it is associated with initial curvature of the generatrices or with out-of-roundness of the cross-sections. However, 2% represents  $0,02 \times 252 = 5 \text{ mm}$ , which is 11,4 times the 0,44 mm limit and 5,7 times the 0,88 mm limit. So, the 5 test specimens whose ultimate loads were the lowest were in all probability not good cylinders, as defined in table 1 in accordance with [2], and in that case one test result at most may contradict the ECCS rules. Even the latter possibility is improbable, for it is highly sensible to conjecture that  $\bar{w}$  exceeded 0,88 mm for the cylinder whose buckling stress was  $\sigma_u = 0,600\sigma_F$  and therefore to conclude that the ECCS formulas for the estimation of the buckling strength may not be applied to that cylinder. Moreover the slight difference between 0,612 and 0,600 may very well be due to what is said above in section 1) or to the difference between  $\sigma_F = 235 \text{ N/mm}^2$  and the real yield stress.

Bearing in mind the order of magnitude of the observed imperfections and the lack of clues regarding the correspondence between the imperfection and the failure load of the individual cylinders, there is clearly no evidence at all in [1] to the effect that the 5 test specimens with failure stresses  $\sigma_u$  lower than  $0,744\sigma_F$  complied with the ECCS requirement  $\bar{w} \leq 0,44 \text{ mm}$  and that the one specimen which failed under a  $\sigma_u$  lower than  $0,612\sigma_F$  complied with the requirement  $\bar{w} \leq 0,88 \text{ mm}$ .

- 4) Being ignorant of the precise meaning of the differences in diameter mentioned in [1], let us assume that the middle surface of an unloaded, nominally cylindrical shell has a meridian which is not straight, but is defined over part of its length by the equation  $r' = r \left( 1 + 0,01 \sin \frac{2\pi x}{r} \right)$  (fig. 1).  $r$  is the nominal

radius of the cylinder. The equation defines a wave of total amplitude  $0,02 r$  and of total length  $h = r$ . The curvature of the meridian at  $x = r/4$  is  $\chi = \left| \frac{d^2 r'}{dx^2} \right|_{x=r/4} = \frac{0,04\pi^2}{r}$  and the radius of curvature of the meridian at  $x = r/4$  is  $r'' = 1/\chi = 25r/\pi^2$ . We further assume that  $r'$  does not change or changes quite slowly along any parallel of the cylinder, so that the radius of curvature of the parallel hardly differs from  $r$ .

We now apply an axial compressive load to the cylinder. We use the notations  $n_x = t\sigma_x$  and  $n_y = t\sigma_y$  for the direct membrane force per unit length, acting respectively in the meridional direction  $x$  and in the circumferential direction  $y$ . Compressive forces  $n$  per unit length and compressive stresses  $\sigma$  are considered positive.

Since no external load acts on the shell elements located along the parallel  $x = r/4$ , the equilibrium of an element in the radial direction requires  $\frac{n_x}{r''} + \frac{n_y}{r} = 0$ , if we assume that a membrane state of stress exists in that part of the shell. Consequently, the circumferential direct stress is given by  $\sigma_y = -r\sigma_x/r'' = -\chi r\sigma_x = -0,04\pi^2\sigma_x$ ; it is a tensile stress. The effective stress, based on von MISES's yield criterion, is  $\sigma_{ef} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y} = \sigma_x \sqrt{1 + 0,04\pi^2 + 0,0016\pi^4} = 1,245\sigma_x$ . The metal yields along the parallel  $x = r/4$  when  $\sigma_{ef} = \sigma_F$  or  $\sigma_x = 0,803\sigma_F$ . Since the membrane stresses cause the shell material to yield throughout its thickness, the stiffness of the shell wall vanishes along and in the vicinity of the parallel and the state of stress is indeed a membrane state. The situation described is not influenced by the thickness  $t$ . Even if the wall is very thick, the meridional compressive stress  $\sigma = 0,803\sigma_F$  produces complete plastification of a cross-section of an imperfect cylinder presenting, in its unloaded state, the assumed 2% variation of its diameter. This state of stress is not tantamount to utter failure of the cylinder, but a redistribution of the internal forces is required in order to delay the failure.

It is well known that initial imperfections have a considerable influence on the buckling stress of axially loaded, thin cylinders which buckle in the elastic range. The above argument shows that it is equally important for thicker cylinders buckling in the plastic range and even for cylinders whose thickness precludes buckling that the initial imperfections not exceed certain limits, such as those stated in [2, p. 5], lest the circumferential stresses resulting from the imperfect shape increase the effective stress appreciably and lest yielding contribute to a premature failure.

- 5) It has been known for a long time that the Poisson effect results in a decrease of some 10% of the buckling load of a perfect thin cylinder with immovable edges. The Poisson effect may indeed be a reason why ~~the~~ buckling of thick test cylinders with such edges often occurs along an edge.

But let us look at the relative magnitude of diameter changes due to the Poisson effect on the one hand and practical initial imperfections on the other hand. The strongest among BORNSCHEUER's 17 test cylinders with  $r/t = 153$  buckled under the compressive stress  $\sigma_u = 0,834\sigma_F$  [1, p. 259]. Assuming again that  $\sigma_F = 235 \text{ N/mm}^2$ , the Poisson expansion produced, just before the buckling failure, an increase  $\nu \frac{\sigma_u}{E} r = 0,3 \times \frac{0,834 \times 235}{210\,000} \times 126 = 0,035 \text{ mm}$  of the radius of the cylinder with respect to the radius of its end sections, where the material could not move in the radial direction. Since  $0,035 \text{ mm}$  is only a small fraction of the ECCS imperfection limits  $0,44 \text{ mm}$  for good cylinders and  $0,88 \text{ mm}$  for poor cylinders and is insignificant as compared with  $0,02r = 2,52 \text{ mm}$ , the suggestion that, in the case of plastic buckling, the Poisson expansion is decisive and that it supersedes geometrical imperfections [1, p. 261] seems justified for cylinders of excellent shape, but it may be an unwarranted extrapolation when the imperfections are not inconsiderable.

6) In [1, p. 262] and in [3] BORNSCHEUER advocates lowering the ECCS transition curve which allows the carrying capacity of rather stocky cylinders ( $\bar{\lambda} < \sqrt{2}$ ) to be evaluated [2, p. 9]. More specifically, he proposes that, in effect, the total factor of safety be gradually decreased from 2 to 1,6 when  $\bar{\lambda} \rightarrow 0$  rather than from 2 to 1,5, as is done in [2]. The allowable stress would thus be limited to  $\sigma_F/1,6$  instead of  $\sigma_F/1,5$  for  $\bar{\lambda} \rightarrow 0$ . BORNSCHEUER advances two reasons for his proposal :

- a) A number of test points are located below the transition curve.
- b) For a cylinder failing in the plastic range the load-shortening curve comprises a falling branch (Bild 9 in [1] and figure 10 in [3]), whereas the ordinates of the corresponding curve for a very short column do not decrease in the post-buckling range and may even have a tendency to increase due to strain hardening (fig. 9 in [3]).

The ECCS transition curve rests upon experimental results obtained by many researchers all over the world [4]. As we have already seen under 3), nothing in paper [1] shows that it is permissible to apply the ECCS rules to the BORNSCHEUER test specimens which provided the lowest test results. Hence, in my opinion, argument a), easily the most weighty one, is not underpinned by BORNSCHEUER's tests.

Let us now examine argument b). Bild 9 in [1] has indeed a falling branch, but it falls fairly gradually. The behaviour of a thin cylinder, characterized by a higher  $\bar{\lambda}$  and buckling in the elastic range, is far more treacherous : when the ultimate load is reached, snap-through occurs and the axial load drops *suddenly* and considerably (fig. 2). One may argue, as BORNSCHEUER does, that a sudden drop justifies a substantial increase of the total factor of safety, say from 1,5 to 2, and that a slower drop also justifies an increase, albeit a more moderate one, say from 1,5 to 1,6. However, I want to emphasize that the load-shortening curve of a column may be quite similar to Bild 9 in [1]. Figure 3 and figure 4 show such

curves, registered in my laboratory during controlled deformation tests on pin-ended struts buckling about their weak axis. The post-buckling decrease of the load in figures 3 and 4 is not caused by the same mechanism as the one in figure 2. In the post-buckling range diagram 3 drops less rapidly and diagram 4 more steeply than Bild 9 in [1]. Yet, knowing full well that such drops occur, but also knowing that they are far less catastrophic than in figure 2 and that they are not attendant on snap-through, the ECCS did not deem necessary to require a higher margin of safety for certain types or certain slenderness<sup>ratios</sup> of columns : according to [5, p. 27], the load factors to be used are the same for all compression members and are also the same as for a simply supported beam. Hence, in the case of columns, the ECCS, rightly or wrongly (I think personally : rightly), has not considered circumstance b), i.e. a post/buckling load drop in the load-shortening curve, to be reason enough for requiring a higher total factor of safety or, alternatively, higher load factors.

- 7) The compressive force  $F$  applied by BORNSCHEUER to 7 of his test cylinders had an eccentricity  $e = 10 \text{ mm}$  or  $e = 20 \text{ mm}$ . Assuming that those cylinders were good ones ( $\bar{w} \leq 0,01 \times 4\sqrt{rt}$ ), we employ the ECCS rules [2, p. 13] for cylinders subjected to axial load combined with bending.

As an example we take the test specimen characterized by  $r = 126 \text{ mm}$ ,  $t = 0,95 \text{ mm}$ ,  $r/t = 133$ ,  $e = 10 \text{ mm}$ . We find  $\alpha_o = \frac{0,83}{\sqrt{1+0,01r/t}} = 0,544$ ,

$$\alpha_b = 0,1887 + 0,8113\alpha_o = 0,630, \quad \sigma_o = \frac{F}{2\pi r t} = 13,30 \times 10^{-4} F,$$

$$\sigma_b = \frac{eF}{\pi r^2 t} = 2,11 \times 10^{-4} F, \quad \alpha = \frac{\alpha_o \sigma_o + \alpha_b \sigma_b}{\sigma_o + \sigma_b} = 0,556,$$

$$\sigma_{cr} = 0,605 E \frac{t}{r} = 955 \text{ N/mm}^2, \quad \alpha \sigma_{cr} = 531 \text{ N/mm}^2 > \sigma_F/2 = 117,5 \text{ N/mm}^2.$$

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_F} = 1 - 0,4123 \left( \frac{\sigma_F}{\alpha \sigma_{cr}} \right)^{0,6} = 0,747 \quad \text{and, finally, for the design value of the}$$

extreme compressive stress under the ultimate load :

$\sigma_u = 0,747 \times 235 = 176 \text{ N/mm}^2$ . The reader please note that  $\sigma_u$  in the above represents the extreme fibre stress, whereas  $\sigma_u$  in [1] represents the average of the stresses over the cross-section of the cylinder.

The cylinder under consideration actually failed under a load producing the average stress  $0,697\sigma_F$  [1, p. 260] and the extreme fibre stress  $0,697\sigma_F \frac{\sigma_o + \sigma_b}{\sigma_o} = 190 \text{ N/mm}^2$ . Hence, the experimental ultimate stress was higher than the one predicted by the ECCS rules.

We find in the same way that every one of BORNSCHEUER's 7 eccentrically loaded cylinders sustained an extreme stress higher than the one evaluated by means of the ECCS formulas, even though one or more of the cylinders may have had imperfections which did not fulfil the condition  $\bar{w} \leq 0,01 \times 4\sqrt{rt}$ . It should be emphasized that this comparison has also been carried out on the assumption that the yield stress  $\sigma_F$  was  $235 \text{ N/mm}^2$ .

## Conclusions

Several points are made in the above.

The main one may be summarized as follows. If the tests reported on in [1] had been performed on cylinders definitely shown to fulfil the ECCS requirements regarding imperfections, then 5 of the 26 test results would have cast some doubt upon the reliability of the ECCS rules [2] for axially loaded cylinders. However, nothing in [1] proves that the specimens came up to the ECCS conditions and consequently the BORNSCHEUER tests do not detract from the validity of the ECCS rules.

## References

- [1] - F.W. BORNSCHEUER - Plastisches Beulen von Kreiszyinderschalen unter Axialbelastung - Der Stahlbau 9/1981, S. 257-262.
- [2] - European Recommendations for Steel Construction ; Section 4.6 ; Buckling of Shells, 1981 - European Convention for Constructional Steelwork - The Construction Press, London and New York.
- [3] - F.W. BORNSCHEUER - To the problem of buckling safety of shells in the plastic range - State-of-the-Art Colloquium on Buckling of Shells, Stuttgart, May 1982, p. 19.1-19.19.
- [5] - European Recommendations for Steel Construction, 1978 - European Convention for Constructional Steelwork.
- [4] - D. VANDEPITTE and J. RATHÉ - Buckling of circular cylindrical shells under axial load in the elastic-plastic region - Der Stahlbau 12/1980, p. 369-373.

D. VANDEPITTE, Gent

Fig 1

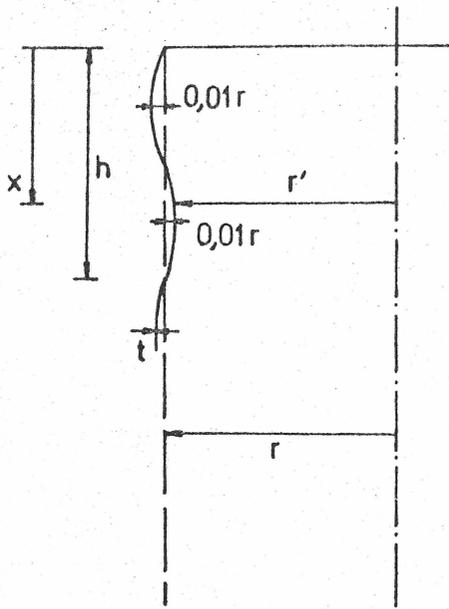


Fig. 2

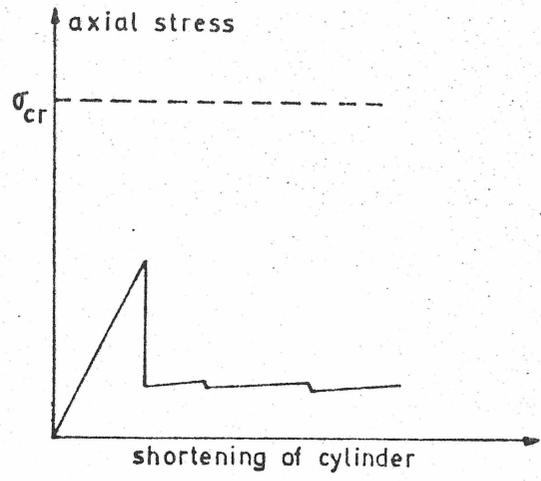


FIG. 3

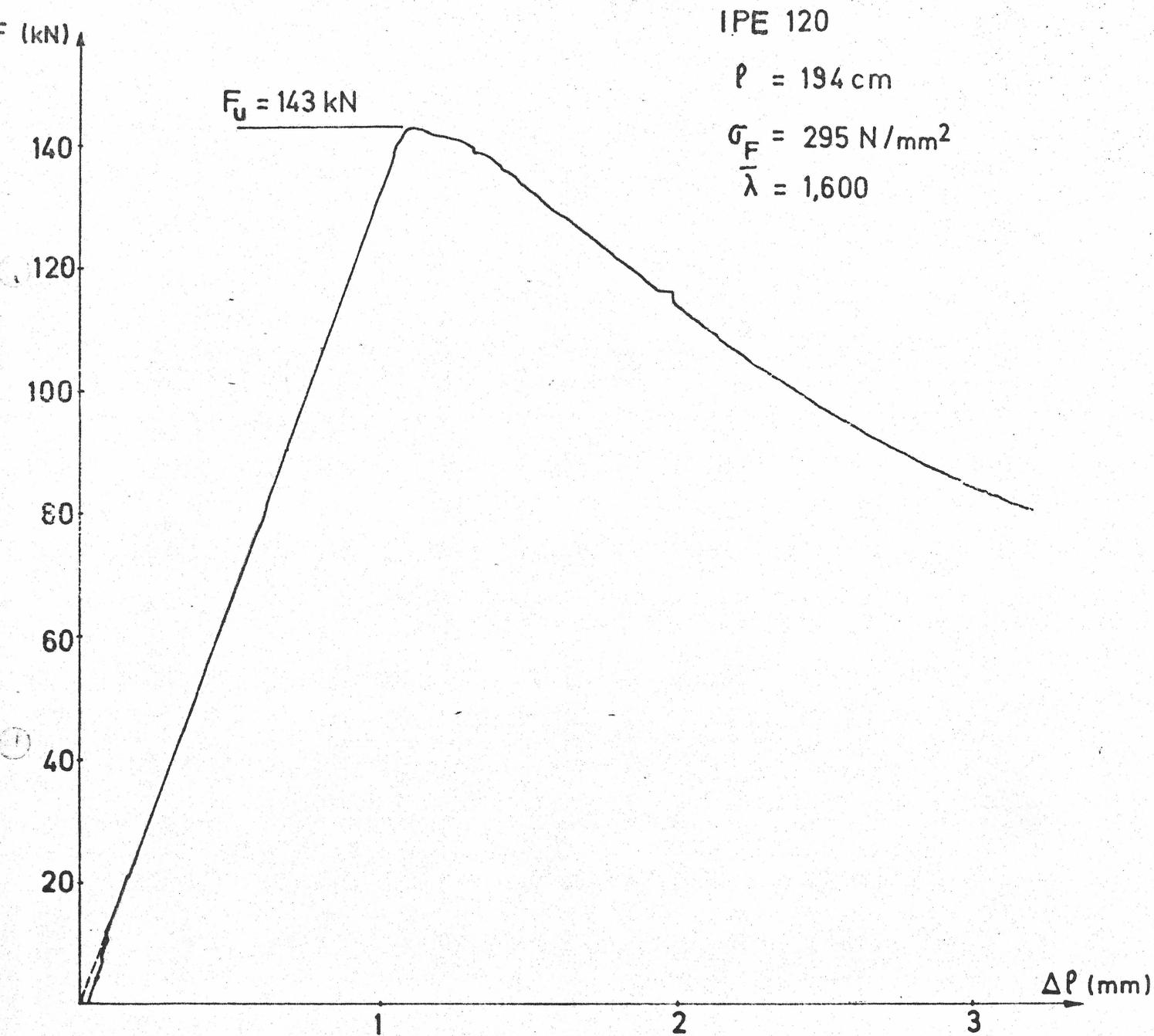
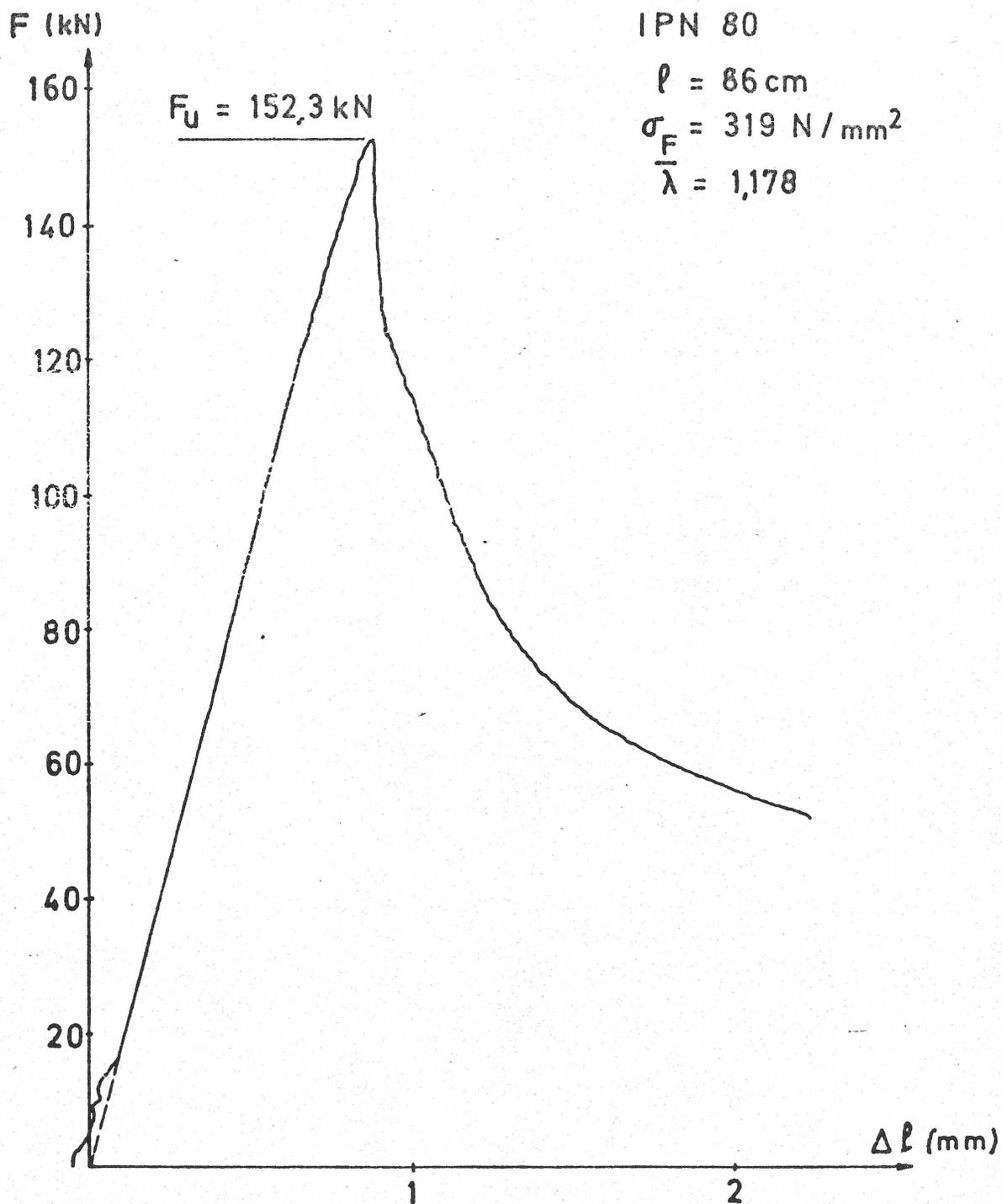


FIG. 4



Professor ir. D. Vandepitte  
Rijksuniversiteit Gent  
Lab. voor Modelonderzoek  
Grote steenweg Noord 12  
B - 9710 Zwijnaarde

D. zur Kenntnisnahme:  
H. Prof. Lindner, Berlin

Stellungnahme zu den Comments vom 29 Juni 1982

Sehr geehrter Herr Kollege Vandepitte,

inzwischen wurde eine erneute Auswertung der Stuttgarter Versuche vorgenommen. Die Ergebnisse möchte ich Ihnen in Verbindung mit den einzelnen Punkten Ihrer Comments erläutern.

Zu Punkt 1): Bezugstreckgrenze

Die Zugproben, die nach der DIN 50114 durchgeführt wurden, beziehen sich alle auf die  $\sigma_{0,2}$ -Grenze. Nur bei einer Probe wurde eine obere Streckgrenze festgestellt. Die Auswertung erfolgte aber generell für die  $\sigma_{0,2}$ -Grenzen. Grundsätzlich stimme ich Ihnen zu, Versuchsergebnisse auf das Streckgrenzenplateau zu beziehen. Da noch von allen Streckgrenzen-Proben die Spannungs-Dehnungs-Verläufe vorliegen, konnten die Plateau-Streckgrenzen nachträglich bestimmt werden. Die erneute Versuchsauswertung erfolgte deshalb sowohl für die  $\sigma_{0,2}$ -Grenze ( $\beta_{0,2}$ ), als auch für das Plateau ( $\beta_{\text{Plateau}}$ ). In der Anlage 1 sind beide Streckgrenzen und die Elastizitätsmoduli für die 12 Versuchsröhre eingetragen. Bei der ersten Auswertung wurde mit einem einheitlichen Elastizitätsmodul gerechnet. Man erkennt, daß die  $\beta_{\text{Plateau}}$ -Werte nur zwischen 0 und 4,2 % über dem  $\beta_{0,2}$ -Wert liegen. Mit diesen Streckgrenzen als Bezugstreckgrenzen und den genaueren Elastizitätsmoduln wurden alle Versuche erneut ausgewertet. Die Ergebnisse für die zentrisch belasteten Versuche sind ebenfalls in der Anlage 1 enthalten. In den Anlagen 2 bis 11 sind außer diesen zentrisch belasteten Versuchsergebnissen auch die mit konzentrierter Anfangsbelastung und die der exzentrisch belasteten Versuche eingetragen, jeweils für beide

Bezugsstreckgrenzen. Den geringen Unterschied zwischen den Ergebnissen der beiden Bezugsstreckgrenzen erkennt man besonders deutlich, wenn man die Auftragung mit den Bemessungskurven der DAST-Richtlinie 013 in den Anlagen 2 und 3 vergleicht. Die Auswertung mit der Plateau-Streckgrenze liegt noch etwas unter den Werten, die auf die  $\beta_{0,2}$ -Grenze bezogen sind. Grundsätzliche Unterschiede gegenüber dem Bild 11 meines Aufsatzes sind nicht festzustellen.

#### Zu Punkt 2) und Punkt 3): Geometrische Imperfektionen

Zu den geometrischen Imperfektionen ist folgendes zu bemerken: Bei den ersten Versuchen wurden die Vorverformungen ausführlich untersucht. Leider besitze ich nur ein ausführliches Meßprotokoll, und zwar von einem Zylinder mit 2 mm Wanddicke. In der Anlage 12 sind die Meßergebnisse eingetragen. Mit diesen Messungen erhält man eine größte Amplitude  $\bar{w} \leq 0,1$  mm bezogen auf die Meßlänge  $4\sqrt{rt} = 63$  mm. Dieser Zylinder gehört demnach zur Qualitätsgruppe "good" nach den ECES-Recommendations R 4.6. Der Grenzwert  $\bar{w} = 0,01 \times 4\sqrt{rt} = 0,63$  mm wird bei weitem nicht erreicht.

Stichproben zeigten, daß die Rohre 1 bis 9, die nach dem gleichen Herstellungsverfahren in einer Spezialvorrichtung gerundet und geschweißt worden sind, die Bedingungen der "guten" Schalen bei weitem erfüllen. Deshalb ließ ich keine weiteren Vorverformungsmessungen durchführen. Bei den später gelieferten Versuchsrohren 10, 11 und 12 waren Imperfektionsmessungen nicht sinnvoll, da die Längsschweißnähte überlappt geschweißt waren. Aber auch diese Rohre hatten keinerlei sichtbare Vorbeulen.

Bei allen Versuchen mit 2 Ausnahmen entstanden die Beulen in den Randbereichen. Bei den beiden Versuchen mit den Beulen in Schalenmitte wurden, bezogen auf die  $\beta_{0,2}$ -Streckgrenze, die folgenden Werte erreicht:  $\bar{\sigma}_u = 0,949$  (Versuch 2.2) und  $\bar{\sigma}_u = 0,761$  (Versuch 7.2). Diese liegen in den mittleren Bereichen der Versuchswerte.

In der neuen Auswertung habe ich die Versuche mit den beiden Spionen getrennt aufgeführt. Die Ergebnisse liegen im Durchschnitt etwas unter den zentrisch belasteten. Der Abfall ist bei den 2 mm dicken Schalen ausgeprägter als bei den dünneren. Daß die ungleichförmige Lasteinleitung keinen allzu großen Einfluß auf die erreichbare Traglast hat, zeigen 2 Versuche, bei denen das endgültige Versagen an dem Zylinderende eintrat, an dem keine Spione angebracht waren. Die bezogenen Tragspannungen waren  $\bar{\sigma}_u = 0,755$  (Versuch 8.5) bzw.  $\bar{\sigma}_u = 0,939$  (Versuch 12.2).

Zur von mir angegebenen größten Ovalisierung ist folgendes zu bemerken: Die in meinem Aufsatz angegebenen 2 % größten Durchmesser-Differenzen stellen einen nicht erreichten Grenzwert dar, auch mit Rücksicht auf die drei überlappt geschweißten Rohre 10, 11 und 12. In Wirklichkeit lagen die Durchmesserunterschiede erheblich niedriger. So wurden bei der ersten Versuchsreihe Werte von max 0,83 % gemessen. Aber selbst wenn man die von mir angegebenen 2 % annimmt, ist es nicht zulässig, die 5 mm Durchmesserdifferenz mit den zulässigen Vorbeulamplituden von 0,44 mm bzw. 0,88 in Verbindung zu bringen.

Zu Punkt 4):

Die von Ihnen angenommene Vorverformung entsprechend Fig. 1 ist viel zu ungünstig. Nimmt man aus Anlage 12 die ungünstigsten Verhältnisse an, erhält man für den Schnitt bei  $180^\circ$  eine Länge  $l_0 = 525$  mm. Die zugehörige Amplitude beträgt etwa  $\bar{w} = 0,6$  mm. Hiermit berechnet sich nach Anlage 12 eine größte Krümmung von  $\chi = 2,15 \cdot 10^{-5}$ . Die Spannung  $\sigma_y$  ergibt sich zu 0,3 % von  $\sigma_x$ . Sie ist demnach vernachlässigbar klein. Selbst wenn anstelle der zur 0,83 % Durchmesserdifferenz gehörenden Amplitude  $\bar{w} = 0,6$  mm die für 2 % Durchmesserdifferenz entsprechende Amplitude  $\bar{w} = 0,6 \frac{2,0}{0,83} = 1,45$  mm der Spannungsberechnung zugrunde gelegt wird, erhält man noch vernachlässigbar kleine Umfangsspannungen  $\sigma_y = 0,7$  % von  $\sigma_x$ .

Ferner ist noch zu bemerken, daß die von mir angegebene 2 % Durchmesserdifferenz noch keineswegs sinusförmige Vorbeulen bedeutet. Die Rohrschüsse waren vielmehr, wie schon bemerkt, äußerst gerade. Die gemessenen Durchmesserdifferenzen beruhen zum größten Teil auf elliptischer Ovalisierung der Schüsse. Hiermit sind aber bei der eingeleiteten Längsdruckkraft keine  $\sigma_y$ -Spannungen verbunden.

Zu Punkt 5):

Die von Ihnen berechnete Aufweitung der Rohrschüsse infolge der Querkontraktion von 0,035 mm sollte nicht mit den zulässigen geometrischen Imperfektionen von 0,44 bzw. 0,88 mm in Verbindung gebracht werden. Wegen der Behinderung dieser Aufweitung in den Auflagerbereichen entstehen zusätzlich zu den Membranspannungen größere Biegespannungen, die für die frühzeitige Plastizierung verantwortlich sind. Unsere elasto-plastischen Berechnungen an Rohren mit Einziehungen an den Rundschweißnähten haben gezeigt, daß die Störungen an den Auflagerbereichen gefährlicher sein können als die geometrischen Imperfektionen an den Rundschweißnähten. Hierüber will ich demnächst im "Stahlbau" oder in "Schweißen und Schneiden" berichten.

Zu Punkt 6):

Hierzu möchte ich ausführen, daß ich es war, der den Übergang von  $\nu = 2,0$  auf  $\nu = 1,5$  sowohl für die ECCS-Recommendations R 4.6 als auch für die DAST-Richtlinie 013 vorgeschlagen hatte. Inzwischen habe ich meine Meinung etwas geändert. Dies vor allem, nachdem ich nochmals die von Frau Esslinger durchgeführten Thyssen-Versuche durchgesehen hatte. Diese im hochplastischen Bereich durchgeführten Versuche zeigten ein katastrophales überkritisches Beulverhalten. Diese Versuche waren seinerzeit durch einen Schadensfall veranlaßt worden. Eine gewisse Inkonsequenz weisen die ECCS-Recommendations auf, da für Kugelschalen nicht der gleiche Übergang im plastischen Bereich gewählt wurde.

Ich glaube, man sollte keineswegs übereilt Änderungen der Regelwerke, sowohl der DAST-Richtlinie 013, als auch der ECCS-Recommendations R 4.6, vornehmen. Unabhängig hiervon, ist es aber unsere Pflicht, unsere eigenen Empfehlungen stets in Frage zu stellen und, wenn nötig, zu korrigieren. So werde ich bei der DAST-Richtlinie 013 vorschlagen, die starken Einschränkungen bei den flüssigkeitsgefüllten Kegelschalen teilweise aufzuheben, dies vor allem auch aufgrund Ihrer Versuche.

Zu Punkt 7):

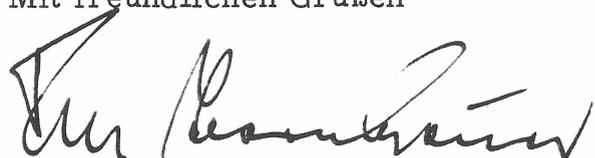
Ich stimme Ihnen zu, daß bei gedrunghenen Rohren die Bemessung als Stab und als Schale zu den gleichen Ergebnissen führen muß. Es ist die Aufgabe der zuständigen Gremien hier eine sinnvolle Koordinierung herbeizuführen. Dieses Problem hat man in ähnlicher Weise beim Plattenbeulen beim Übergang der umfangsgelagerten Rechteckplatte zum stabartigen Verhalten und im Metall-Leichtbau bei dünnwandigen Profilstäben, wenn die sekundäre Instabilität der abstehenden Bleche für die Bemessung maßgebend wird.

Zu Punkt 8):

Die Auswertung der Stuttgarter Versuche mit Exzentrizitäten zeigt beim Vergleich mit den ECCS-Recommendations R 4.6, wie von Ihnen durchgeführt, aber auch mit der DAST-Richtlinie 013, daß diese Regelwerke bei Biegebelastungen auf der sicheren Seite liegende Bemessungen liefern.

Sehr geehrter Herr Kollege Vandepitte, ich bitte Sie, Ihre Comments in Verbindung mit meinen vorstehenden Anmerkungen durchzusehen. Ich glaube, daß Ihre Zuschrift an den "Stahlbau" in einigen Punkten überarbeitet werden sollte.

Mit freundlichen Grüßen



Anlagen

Zu Anlagen 1 - 11

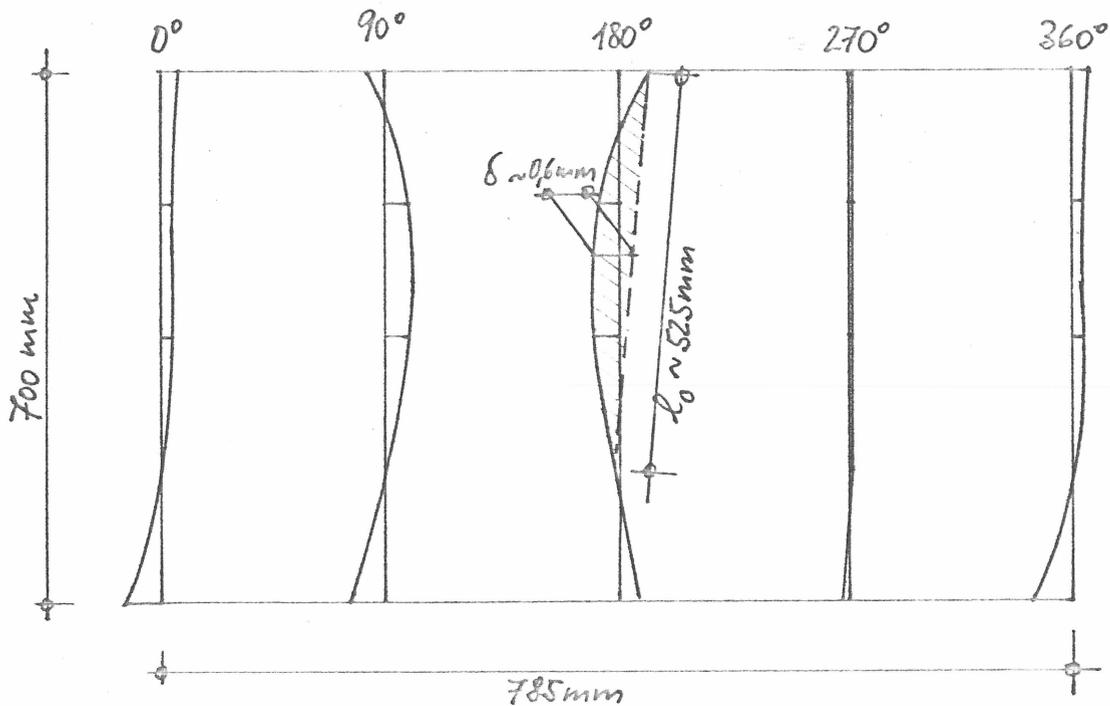
Die Anlagen 1 bis 11 des Schreibens vom 25. August 1982 an Professor Vandepitte sind identisch mit den Blättern der Beilage 4 entsprechend der nachstehenden Tabelle:

<u>Anlage Nr.</u>	entspricht	<u>Blatt Nr.</u> der Beilage 4
1		1
2		9
3		10
4		7
5		8
6		11
7		12
8		13
9		14
10		15
11		16

VorverformungsmessungRohrschuß Nr. 1 mit 2 mm Wanddicke

Absolutabweichungen in mm:

$\varphi/h$	0	$h/4$	$h/2$	$3h/4$	$h$
$0^\circ$	0,48	-0,02	-0,12	-0,12	-0,22
$90^\circ$	0,40	0,00	-0,30	-0,30	0,20
$180^\circ$	-0,26	0,04	0,34	0,24	-0,36
$270^\circ$	0,08	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02

Krümmung  $\chi$  im Schnitt  $180^\circ$ :

$$r' = r + \delta \sin \frac{\pi x}{l_0} \quad \text{mit } r = 126 \text{ mm}, \quad l_0 = 525 \text{ mm}, \quad \delta = 0,6 \text{ mm}$$

$$r' = 126 + 0,6 \sin \frac{\pi x}{525}$$

$$\chi = \left| \frac{d^2 r'}{dx^2} \right|_{x = \frac{l_0}{2}} = \delta \frac{\pi^2}{l_0^2} \cdot 1,0 = 0,6 \cdot \frac{\pi^2}{525^2} \cdot 1,0 = 2,15 \cdot 10^{-5}$$



LABORATORIUM  
VOOR MODELONDERZOEK

Diensthofd:  
Prof. ir. D. VANDEPITTE  
—  
Prof. Dr. ir. J. RATHÉ  
—

Ons kenmerk:

Uw kenmerk:

Bijlage:

B-9710 Zwijnaarde, .....11-10-1982.....  
Grotesteenweg-Noord 2 Tel. (091) 22 57 55

Prof. Dr.-Ing. F.W. BORNSCHEUER  
Universität Stuttgart  
Institut für Baustatik  
Pfaffenwaldring 7  
Postfach 1140  
D-7000 STUTTGART 80  
D.B.R.

*M. 13.10.82*

Dear Professor Bornscheuer,

I have now got around to studying your letter of August 25 with its enclosures, some of which were replaced by those accompanying your letter of August 30.

I will not comment in detail on every point raised in your letter.

In view of the statement that "eine obere Streckgrenze" was observed for only one specimen, the wording on page 259 of your paper in Der Stahlbau may be considered a little misleading: the sentence "die oberen Streckgrenzen bzw.  $\sigma_{0,2}$ -Werte wurden verwendet" leaves the impression that the upper yield stresses were the rule rather than the (single) exception.

The detrimental effect of non-uniform load introduction through two diametrically opposed shims was indeed less pronounced than one might have expected. Nevertheless, according to table 1 in your Stahlbau paper, the average loss of strength, due to non-uniform loading, amounts to 10,3 % and to 4,4 % for the cylinders with  $r/t = 65$  and  $r/t = 133$  respectively.

The statement about the "Durchmesser-Differenzen" on page 259 of your paper gives no indication about how those differences have to be interpreted. In the absence of such hints the interpretation given in my "Comments" was not unnatural. Your letter clarifies the nature of the differences. If the difference of 2 % (or of 0,83 %) is due mainly to the initial oval shape of the cross-section of the test tubes, then, of course, it does indeed not give rise to high membrane stresses in the circumferential direction.

As regards your discussion of Punkt 5), I do believe it is justified to compare the variation of diameter of 0,035 mm due to the Poisson effect with that of 0,44 mm or 0,88 mm due to initial imperfections, because the latter as well as the former produces "zusätzlich zu den Membranspannungen, Biegespannungen die für die frühzeitige Plastizierung verantwortlich sind".

11-10-1982.

The last sentence on page 4 of your letter is quite right : in our ECCS-recommendations, the transition for  $\bar{\lambda} \rightarrow 0$  in the case of spheres is not in keeping with the transition in the case of cylinders. This is pointed out explicitly on the comment side of the published recommendations (in C 4.6.4, page 46) and it is also emphasized on page 479 of my paper "The background to the new ECCS Recommendations for Shell Buckling", published in "Buckling of Shells in Offshore Structures". This inconsistency is the reason why the curve for spheres is shown only as a dotted line in the  $\bar{\lambda} = 0$  to  $\bar{\lambda} = 0,392$  interval in figure 4.6-9 in the published ECCS recommendations. That interval has probably less practical importance for spheres than for cylinders anyway.

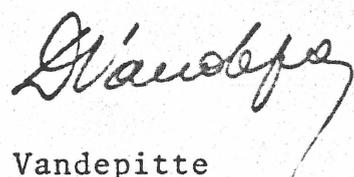
Regarding the main argument made in my "Comments", I notice that you have only one "ausführliches Meszprotokoll" describing imperfections and that it is related to a cylinder with  $t = 1,95 \text{ mm}$ , while your 5 experimental results which are below the ECCS value for good cylinders all came from thin cylinders ( $t = 0,95 \text{ mm}$ ). The statement that the tubes had no visible imperfections is not very conclusive because it is hard to discover imperfections of the order of magnitude of  $0,44 \text{ mm}$  by visual inspection only. I am still convinced that the imperfections of some of the test cylinders exceeded the ECCS limitations. My doubts about the general quality of the cylinders are strengthened by the great scatter of the yield stresses. According to your Anlage 1, the yield stresses for the tubes 1 to 9, which belonged to the same batch, ranged between  $276$  and  $206 \text{ N/mm}^2$ , the latter not less than 25 % lower than the former. Even the modulus of elasticity was unusually erratic : it varied between  $218 \text{ 000}$  and  $192 \text{ 000 N/mm}^2$ , the latter 12 % less than the former. Summarizing, I still hold that the evidence in your paper and in your letter does not invalidate the ECCS procedure for the evaluation of the elastic-plastic carrying capacity of cylinders.

You are right when you say at the end of your letter that the additional information it contains, in particular that about the meaning of the "Durchmesser-Differenzen", would require several modifications of my "Comments".

However, in my view, the first paragraph on page 5 of your letter of August 25 is the key paragraph. I fully agree with the tenor of that paragraph. I consider that the practical conclusions you draw in the said paragraph remove the necessity of publishing comments on your paper to such an extent that I shall not bother to rewrite those I had written.

I look forward to welcoming you in Gent within a few days.

Yours sincerely,



D. Vandepitte

BEILAGE 4

Blätter 1 - 21

Nr.	E-Modul N/mm <sup>2</sup>	$\sigma_{0,2} \approx \beta_{0,2}$	$\bar{\lambda}_s (\beta_{0,2})$	$\bar{\sigma}_u (\beta_{0,2})$
		$\beta_{\text{„Plateau“}}$ N/mm <sup>2</sup>	$\bar{\lambda}_s (\beta_{\text{Plateau}})$ 1	$\bar{\sigma}_u (\beta_{\text{Plateau}})$ 1
1.1	196000	220	0,536	0,959
		227	0,544	0,930
1.2	"	220	0,536	0,968
		227	0,544	0,938
1.3	"	220	0,536	0,977
		227	0,544	0,947
2.2	218000	276	0,575	0,949
		276	0,575	0,949
3.1	210000	257	0,565	0,856
		258	0,566	0,853
3.3	"	257	0,565	1,058
		258	0,566	1,054
4.1	199000	202	0,812	0,832
		206	0,820	0,816
4.2	"	202	0,812	0,723
		206	0,820	0,709
5.2	192000	223	0,869	0,789
		226	0,875	0,779
6.1	195000	224	0,866	0,652
		230	0,877	0,635
6.2	"	224	0,866	0,705
		230	0,877	0,687
6.3	"	224	0,866	0,737
		230	0,877	0,717
6.4	"	224	0,866	0,737
		230	0,877	0,717
6.5	"	224	0,866	0,737
		230	0,877	0,717
7.1	194000	218	0,855	0,674
		224	0,867	0,656
7.2	"	218	0,855	0,761
		224	0,867	0,741
8.1	192000	212	0,841	0,599
		221	0,858	0,575
8.2	"	212	0,841	0,750
		221	0,858	0,719
8.4	"	212	0,841	0,778
		221	0,858	0,747
9.2	193000	222	0,866	0,761
		225	0,872	0,751
9.4	"	222	0,866	0,793
		225	0,872	0,782
10.1	194000	233	0,565	0,983
		238	0,571	0,962
10.6	"	233	0,585	0,966
		238	0,592	0,945
11.1	194000	233	0,570	0,996
		238	0,576	0,975
11.6	"	233	0,575	0,979
		238	0,581	0,958
12.1	203000	245	0,566	0,927
		248	0,569	0,915

# Stuttgarter Schalenbeulversuche 1980/81

## Axialdruckbelasteter Kreiszyylinder

### Zentrische Lasteinleitung

Proben- nr.	mittlerer Radius $r_m$ mm	Wand- dicke $t$ mm	Länge $l$ mm	$r/t$ 1	Elastizität- modul $E$ N/mm <sup>2</sup>	Abmin- derungs- faktor $\alpha$ 1	klass. Beul- spannung $\bar{\sigma}_{ki}$ N/mm <sup>2</sup>	elast. Trag- spannung $\bar{\sigma}_e$ N/mm <sup>2</sup>	Fließ- spannung $\bar{\sigma}_F$ N/mm <sup>2</sup>	Trag- spannung $\bar{\sigma}_u$ N/mm <sup>2</sup>	Spezielle Schalen- schlankh. $\bar{\lambda}_k$ 1	beugene Trag- spannung $\bar{\sigma}_u$ 1	Bemerkungen
1.1	126,8	2,02	700	63	196 000	0,408	1882	767	227	211	0,544	0,930	
1.2	"	"	588	"	"	"	"	"	"	213	"	0,938	
1.3	"	"	350	"	"	"	"	"	"	215	"	0,947	Wulstbeulen an einem Teil des Umfangs, zum Teil läng- liche Beulen nach innen.
2.2	126,7	1,97	600,5	64	218 000	0,406	2061	836	276	262	0,575	0,949	Ringbeule in der Mitte
3.1	126,9	1,98	680	64	210 000	0,406	1985	806	258	220	0,566	0,853	
3.3	"	"	429	"	"	"	"	"	"	272	"	1,054	
4.1	127,0	0,95	600	134	199 000	0,340	898	306	206	168	0,820	0,816	Beule nach innen bei 145 N/mm <sup>2</sup>
4.2	"	"	400	"	"	"	"	"	"	146	"	0,709	
5.2	126,9	0,95	578	134	192 000	0,340	867	295	226	176	0,875	0,779	
6.1	127,0	0,95	690	134	195 000	0,340	880	299	230	146	0,877	0,635	
6.2	"	"	606	"	"	"	"	"	"	158	"	0,687	Beulen unten
6.3	"	"	529	"	"	"	"	"	"	165	"	0,717	
6.4	"	"	423	"	"	"	"	"	"	165	"	0,717	
6.5	"	"	320	"	"	"	"	"	"	165	"	0,717	

# Stuttgarter Schalenbeulversuche 1980/81

## Axialdruckbelasteter Kreiszyylinder

### Zentrische Lasteinleitung

Proben- nr.	mittlerer Radius $r_m$ mm	Wand- dicke $t$ mm	Länge $l$ mm	$r_m/t$ 1	Elastizitäts- modul $E$ N/mm <sup>2</sup>	Abmin- derungs- faktor $\alpha$ 1	klass. Beul- spannung $\sigma_{ki}$ N/mm <sup>2</sup>	elast. Trag- spannung $\sigma_e$ N/mm <sup>2</sup>	Fließ- spannung $\sigma_F$ N/mm <sup>2</sup>	Trag- spannung $\sigma_u$ N/mm <sup>2</sup>	Spezielle Schalen- schlankh. $\lambda_s$ 1	bezugene Trag- spannung $\bar{\sigma}_u$ 1	Bemerkungen
7.1	126,9	0,95	690	134	194000	0,340	876	298	224	147	0,867	0,656	
7.2	"	"	565,5	"	"	"	"	"	"	166	"	0,741	Zylinder ganz gebeult
8.1	127,0	0,96	680	132	192000	0,341	880	300	221	127	0,858	0,575	
8.2	"	"	598	"	"	"	"	"	"	159	"	0,719	Beulen oben
8.4	"	"	326	"	"	"	"	"	"	165	"	0,747	
9.2	126,9	0,95	590,5	134	193000	0,340	871	296	225	169	0,872	0,751	Beulen unten
9.4	"	"	320	"	"	"	"	"	"	176	"	0,782	
10.1	127,5	1,95	394	65	194000	0,405	1806	731	238	229	0,571	0,962	Versuche 10 mit über- lappter Schweißnaht
10.6	"	1,85	150	69	"	0,400	1701	680	"	225	0,592	0,945	War vorbelastet mit $e=10\text{mm} \rightarrow$ (10.5), dann zentrisch belastet. Kein Beulen im Schweißnahtbereich
11.1	128,0	1,95	415	66	194000	0,404	1778	718	238	232	0,576	0,975	Versuche 11 mit über- lappter Schweißnaht
11.6	"	1,90	150	67	"	0,402	1752	704	"	228	0,581	0,958	War vorbelastet mit $e=10\text{mm} \rightarrow$ (11.5), dann zentrisch belastet. Kein Beulen im Schweißnahtbereich
12.1	127,5	1,95	413	65	203000	0,405	1889	765	248	227	0,569	0,915	Versuche 12 mit über- lappter Schweißnaht

# Stuttgarter Schalenbeulversuche 1980/81

## Axialdruckbelasteter Kreiszyylinder

### Zentrische Lasteinleitung über Spione

Proben- nr.	mittlerer Radius $r_m$ mm	Wand- dicke $t$ mm	Länge $l$ mm	$\lambda/t$ 1	Elastizitäts- modul $E$ N/mm <sup>2</sup>	Abmin- derungs- faktor $\alpha$ 1	klass. Beul- spannung $\bar{\sigma}_{ki}$ N/mm <sup>2</sup>	elast. Trag- spannung $\bar{\sigma}_e$ N/mm <sup>2</sup>	Fließ- spannung $\bar{\sigma}_F$ N/mm <sup>2</sup>	Trag- spannung $\bar{\sigma}_u$ N/mm <sup>2</sup>	spezielle Schalen- schlankh. $\bar{\lambda}_s$ 1	bewogene Trag- spannung $\bar{\sigma}_u$ 1	Bemerkungen
6.6	127,0	0,95	180	134	195000	0,340	880	299	230	138	0,877	0,600	Beule über Spionen
8.5	127,0	0,96	201	132	192000	0,341	880	300	221	160	0,858	0,724	Spione unten, Beulen oben, 1. Spion 26 kN Beule, mit 1 Spion weiter belastet
9.5	126,9	0,95	200	134	193000	0,340	871	296	225	150	0,872	0,667	Spione oben, Beulen oben, Schweißnaht oben aufgerissen.
9.6	"	"	100	"	"	"	"	"	"	162	"	0,720	Vorbeule bei einem Spion bei 27 kN, dann mit 1 Spion weiter belastet.
10.2	127,5	1,95	301	65	194000	0,405	1806	731	238	220	0,571	0,924	Vorbeule bei einem Spion bei 48 kN, dicke Schweiß- naht, siehe 10.1
10.3	"	"	180	"	"	"	"	"	"	206	"	0,866	s.o.
10.4	"	"	100	"	"	"	"	"	"	205	"	0,861	s.o. "kurzer Zylinder"
11.2	128,0	1,95	330	66	194000	0,404	1778	718	238	215	0,576	0,903	Vorbeule bei einem Spion bei 45 kN, dicke Schweiß- naht, siehe 11.1
11.3	"	"	250	"	"	"	"	"	"	203	"	0,853	s.o.
11.4	"	"	100	"	"	"	"	"	"	198	"	0,832	s.o. "kurzer Zylinder"
12.2	127,5	1,95	327	65	203000	0,405	1889	765	248	230	0,569	0,927	Vorbeule bei einem Spion bei 46 kN, Beule nicht am Spion
12.3	"	"	250	"	"	"	"	"	"	209	"	0,843	
12.4	"	"	100	"	"	"	"	"	"	188	"	0,758	sichtbare Vorbeule bei einem Spion "kurzer Zylinder"

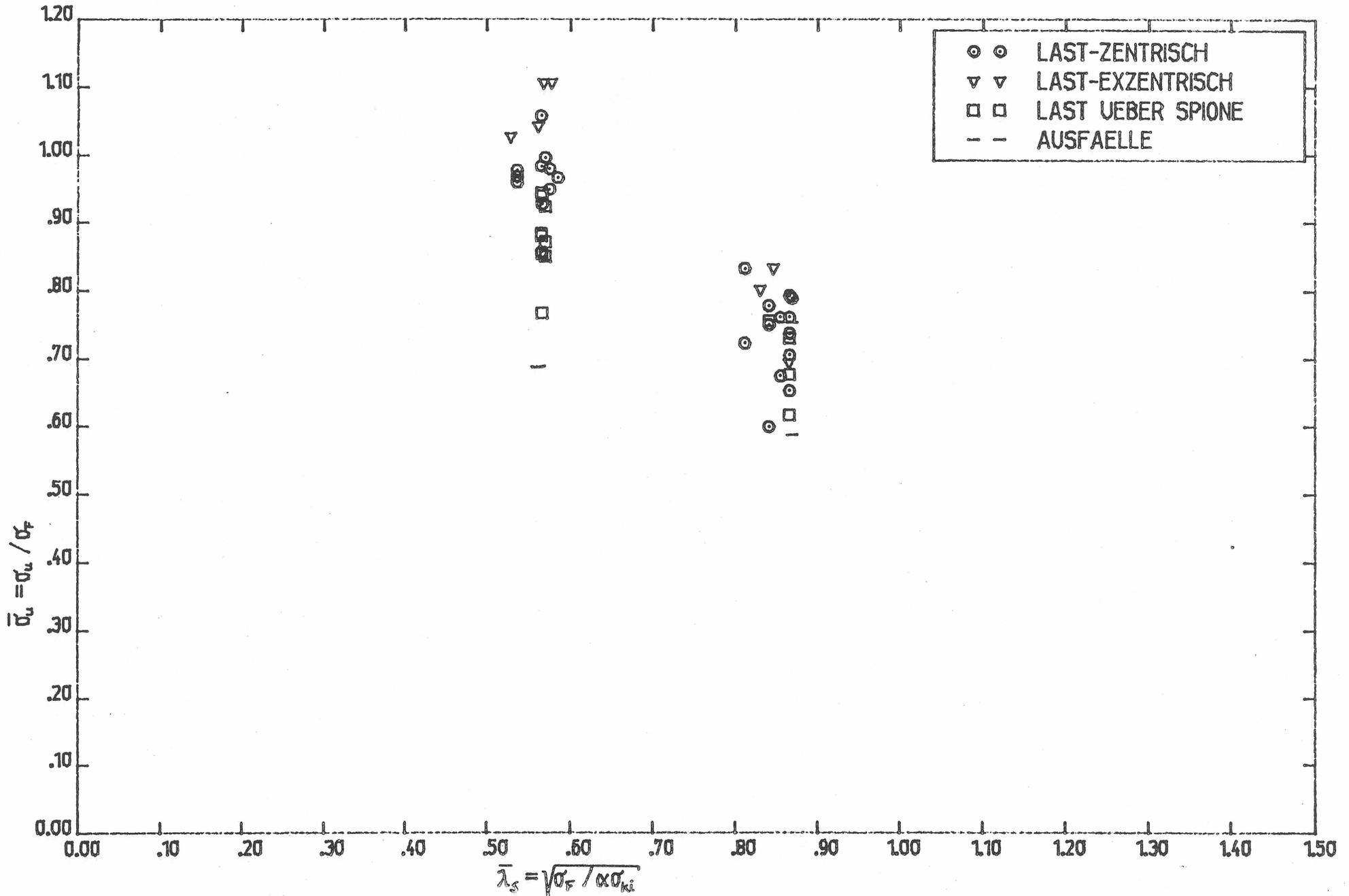
# Stuttgarter Schalenbeulversuche 1980/81

## Axialdruckbelasteter Kreiszyylinder

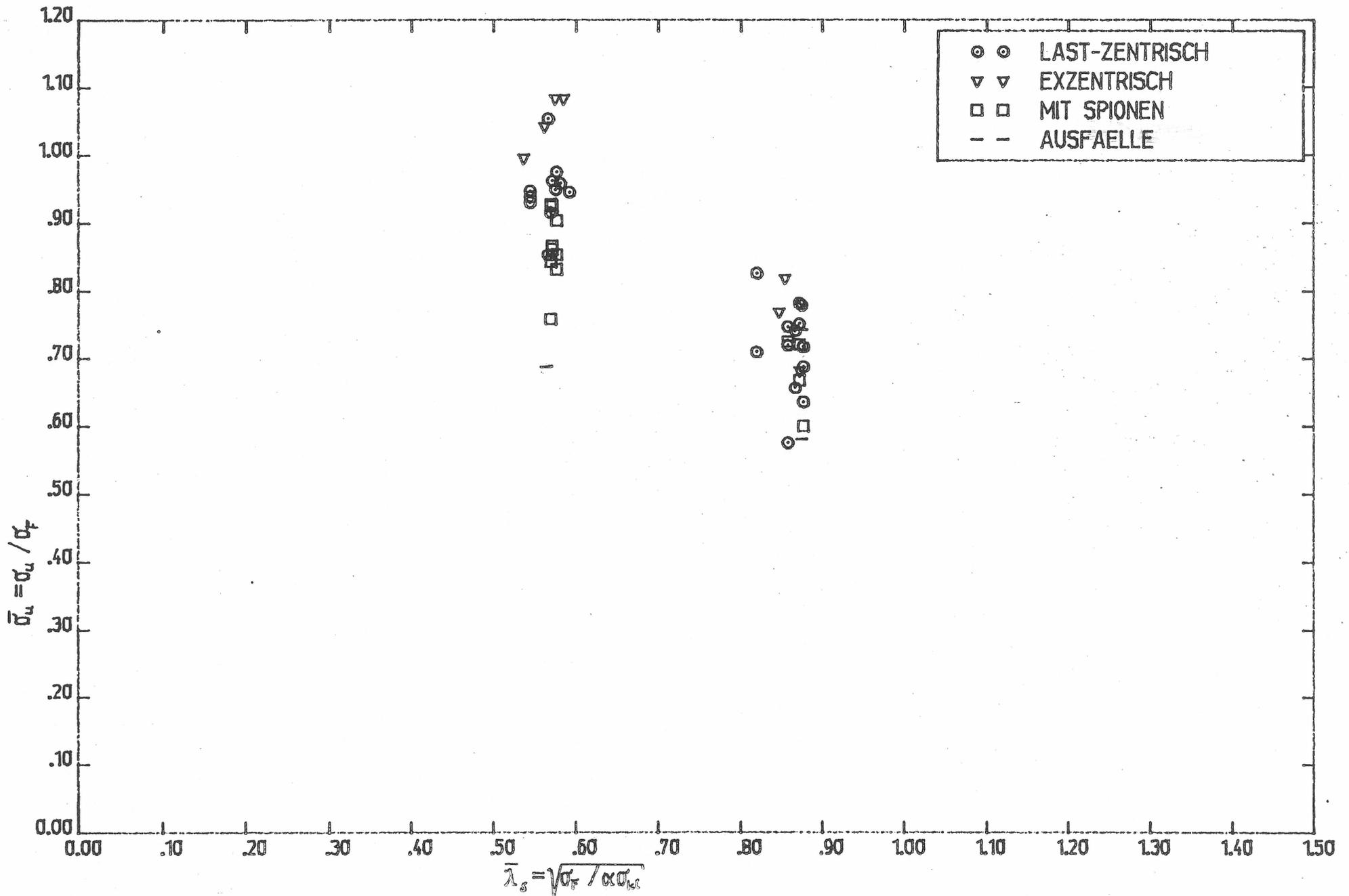
### Exzentrische Lasteinleitung

Proben- nr.	mittlerer Radius $r_m$ mm	Wand- dicke $t$ mm	Länge $l$ mm	$r_m/t$ 1	Elastizitäts- modul $E$ N/mm <sup>2</sup>	Abmin- derungs- faktor $\alpha$ 1	klass. Beul- spannung $\sigma_{ki}$ N/mm <sup>2</sup>	elast. Trag- spannung $\sigma_e$ N/mm <sup>2</sup>	Fließ- spannung $\sigma_F$ N/mm <sup>2</sup>	Trag- spannung $\sigma_u$ N/mm <sup>2</sup>	spezielle Schalen- schlankh. $\lambda_k$ 1	bezugene Trag- spannung $\bar{\sigma}_u$ 1	Bemerkungen
1.4	126,8	2,02	258	63	196000	0,419	1882	789	227	226	0,536	0,996	$e = 10 \text{ mm}$
2.3	126,7	1,97	200	64	218000	0,425	2061	876	276	288	0,561	1,043	$e = 20 \text{ mm}$
8.3	127,0	0,96	500	132	192000	0,350	880	308	221	170	0,847	0,769	$e = 10 \text{ mm}$
9.1	126,9	0,95	690	134	193000	0,341	871	297	226	154	0,872	0,681	$e = 0,5 \div 1,25 \text{ mm}$
9.3	"	"	520	"	"	0,356	"	310	"	185	0,854	0,819	$e = 20 \text{ mm}$
10.5	127,5	1,85	150	69	194000	0,411	1701	699	238	258	0,584	1,084	$e = 10 \text{ mm}$ , zentrische Zweitbelastung $\rightarrow$ 10.6 dicke Schweißnaht
11.5	128,0	1,90	150	67	194000	0,413	1752	723	238	258	0,574	1,084	$e = 10 \text{ mm}$ , zentrische Zweitbelastung $\rightarrow$ 11.6 dicke Schweißnaht

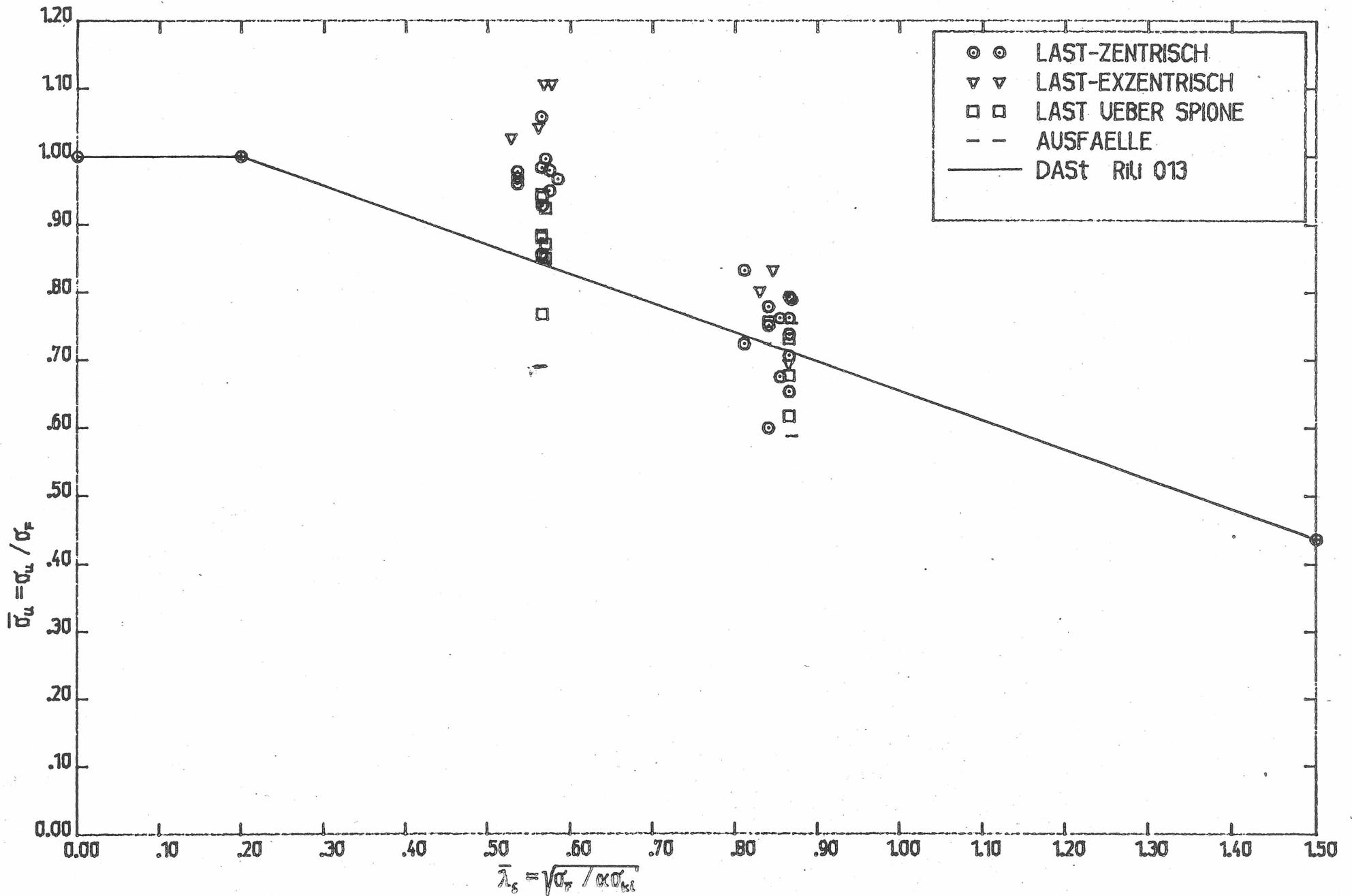




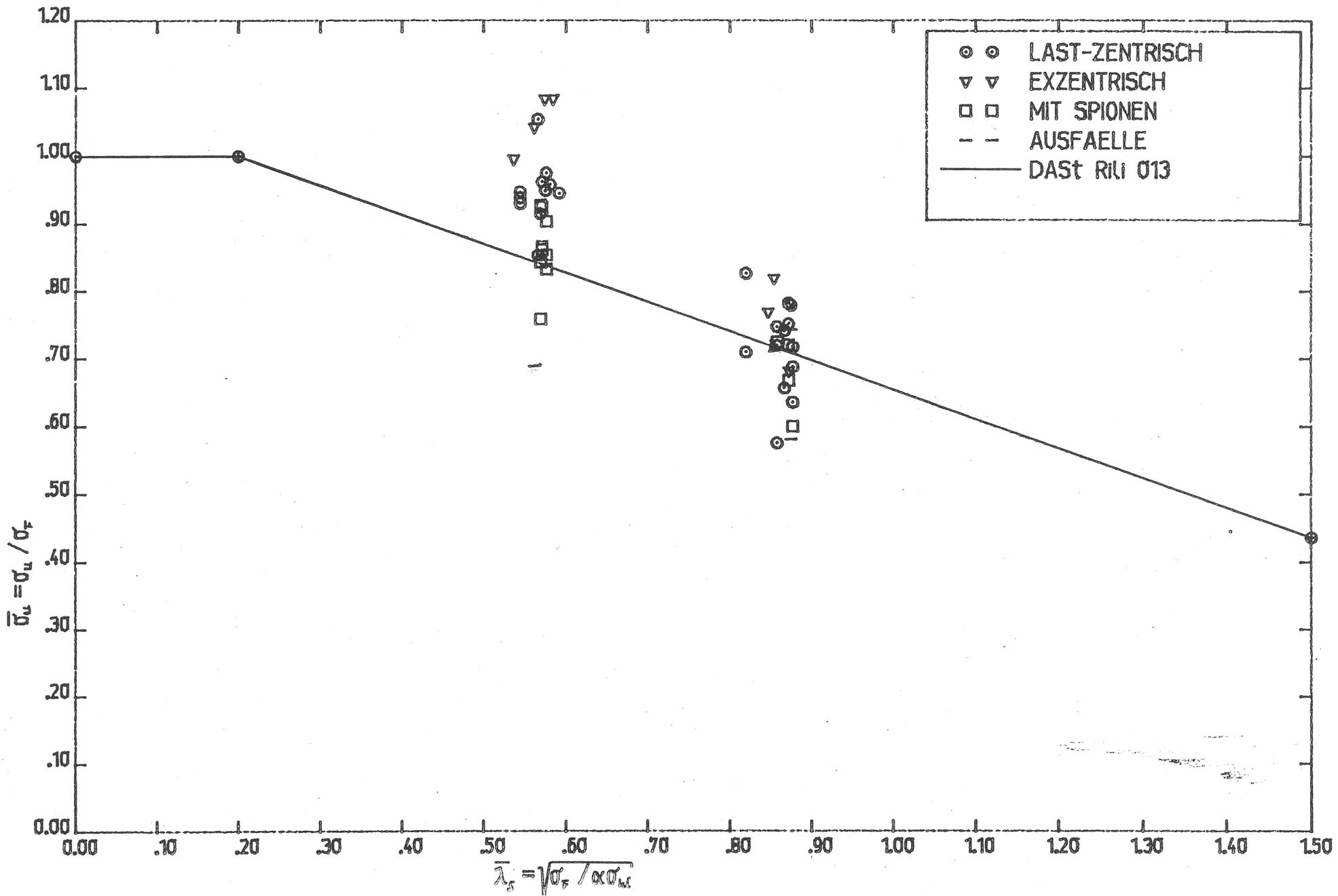
STUTTGARTER SCHALENBEULVERSUCHE ( $\beta_{0.2}$ )



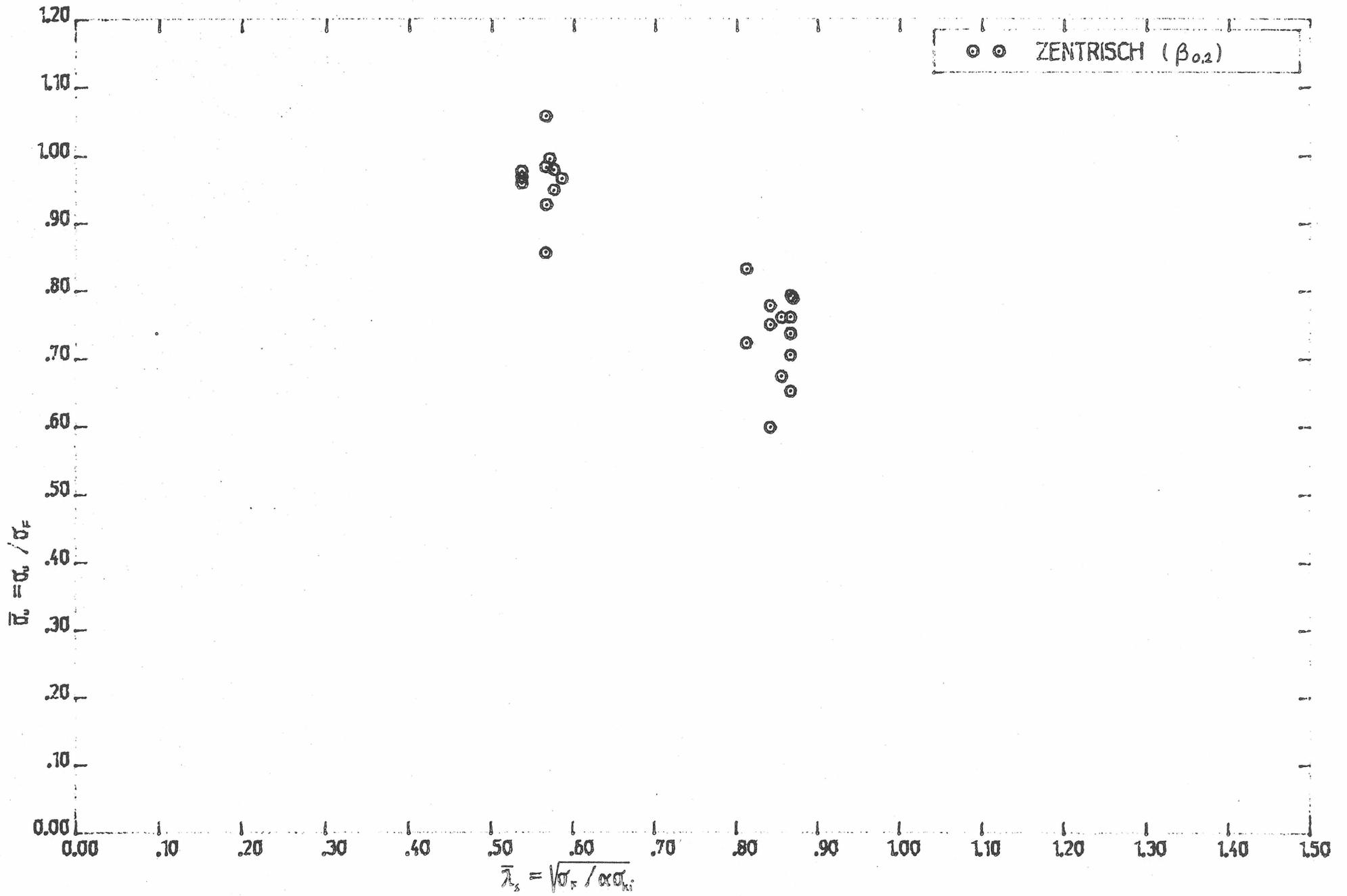
STUTTGARTER SCHALENBEULVERSUCHE ( $\beta_{\text{PLATEAU}}$ )



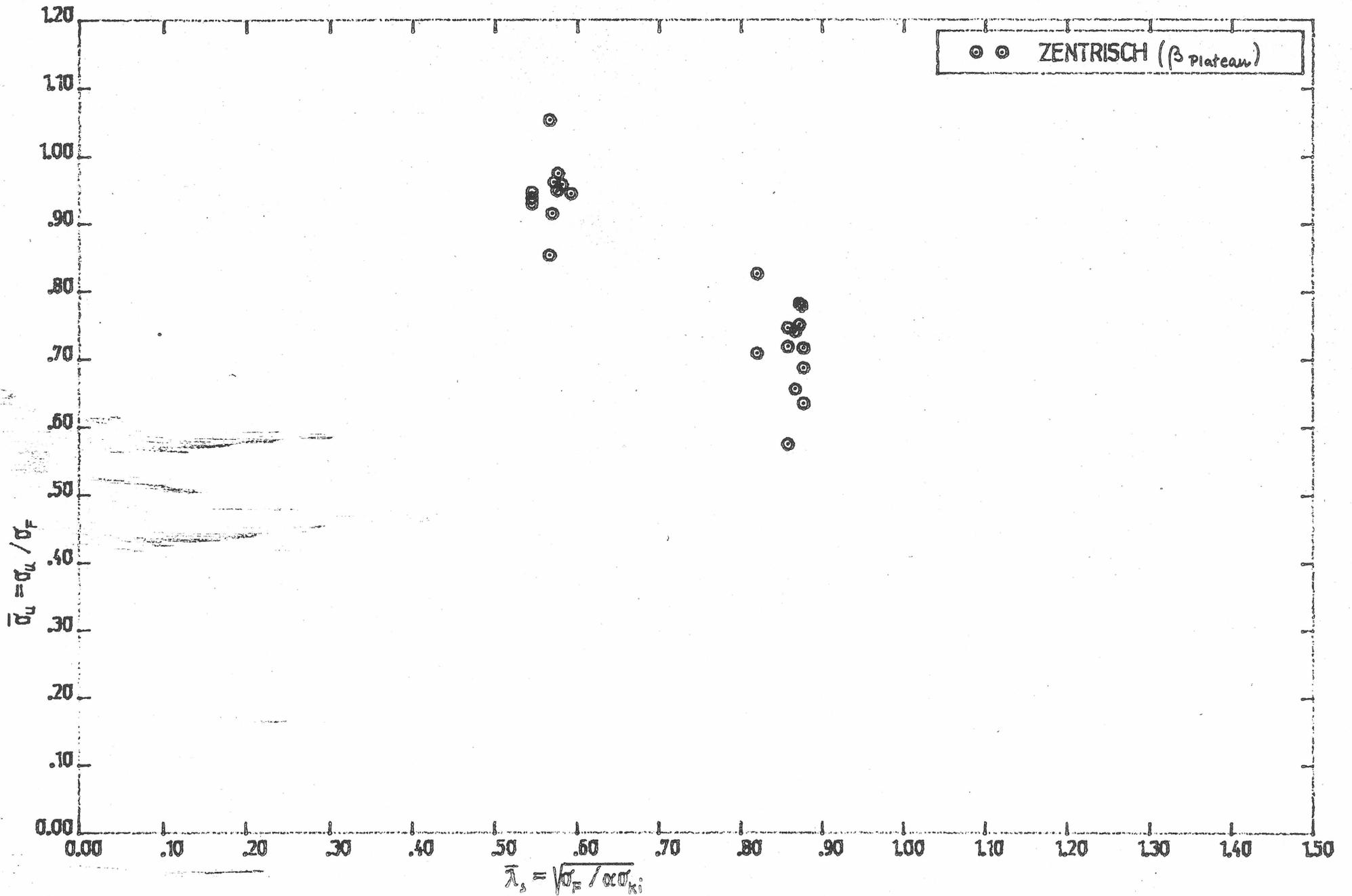
STUTTGARTER SCHALENBEULVERSUCHE ( $\beta_{0.2}$ )



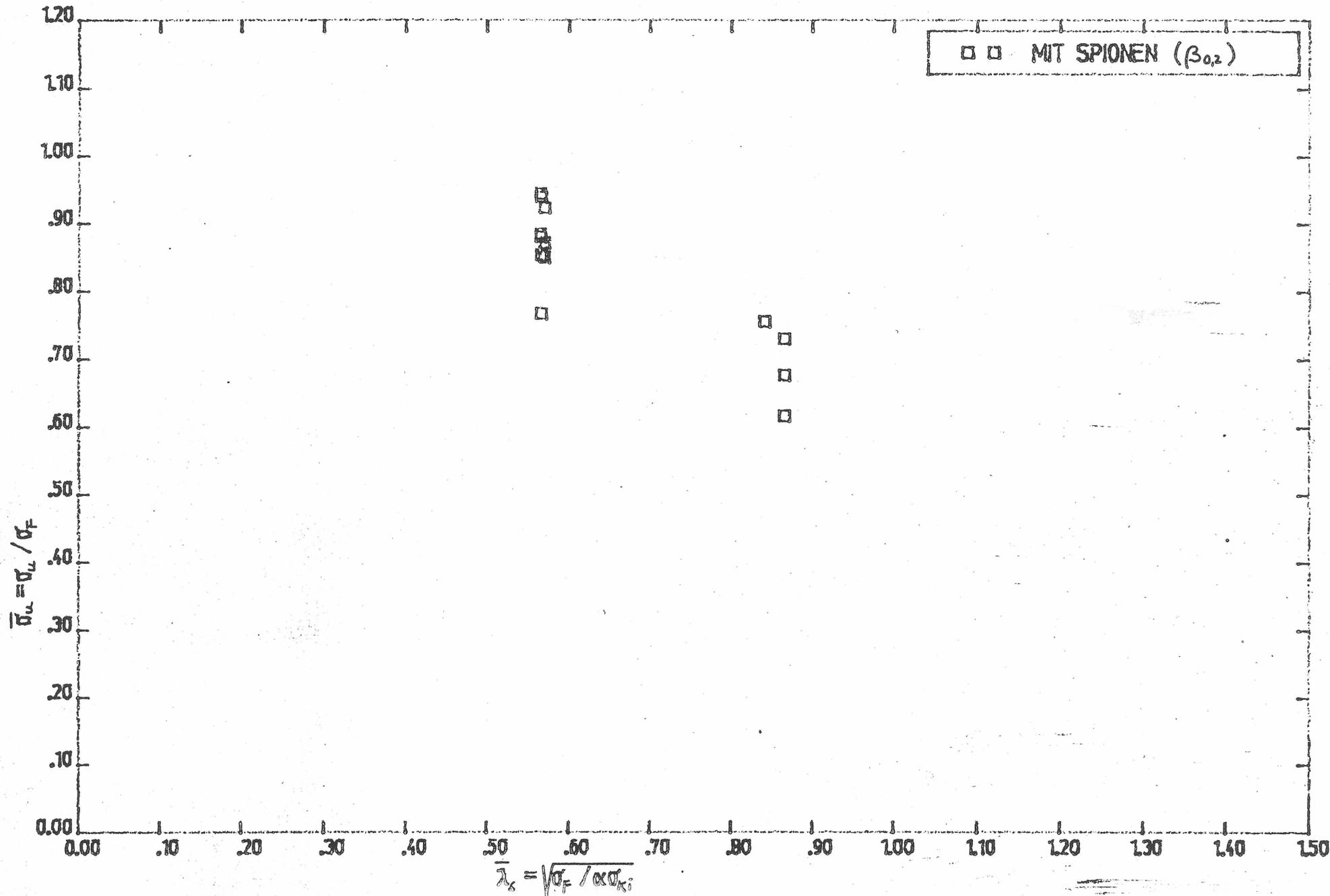
STUTTGARTER SCHALENBEULVERSUCHE ( $\beta_{\text{PLATEAU}}$ )



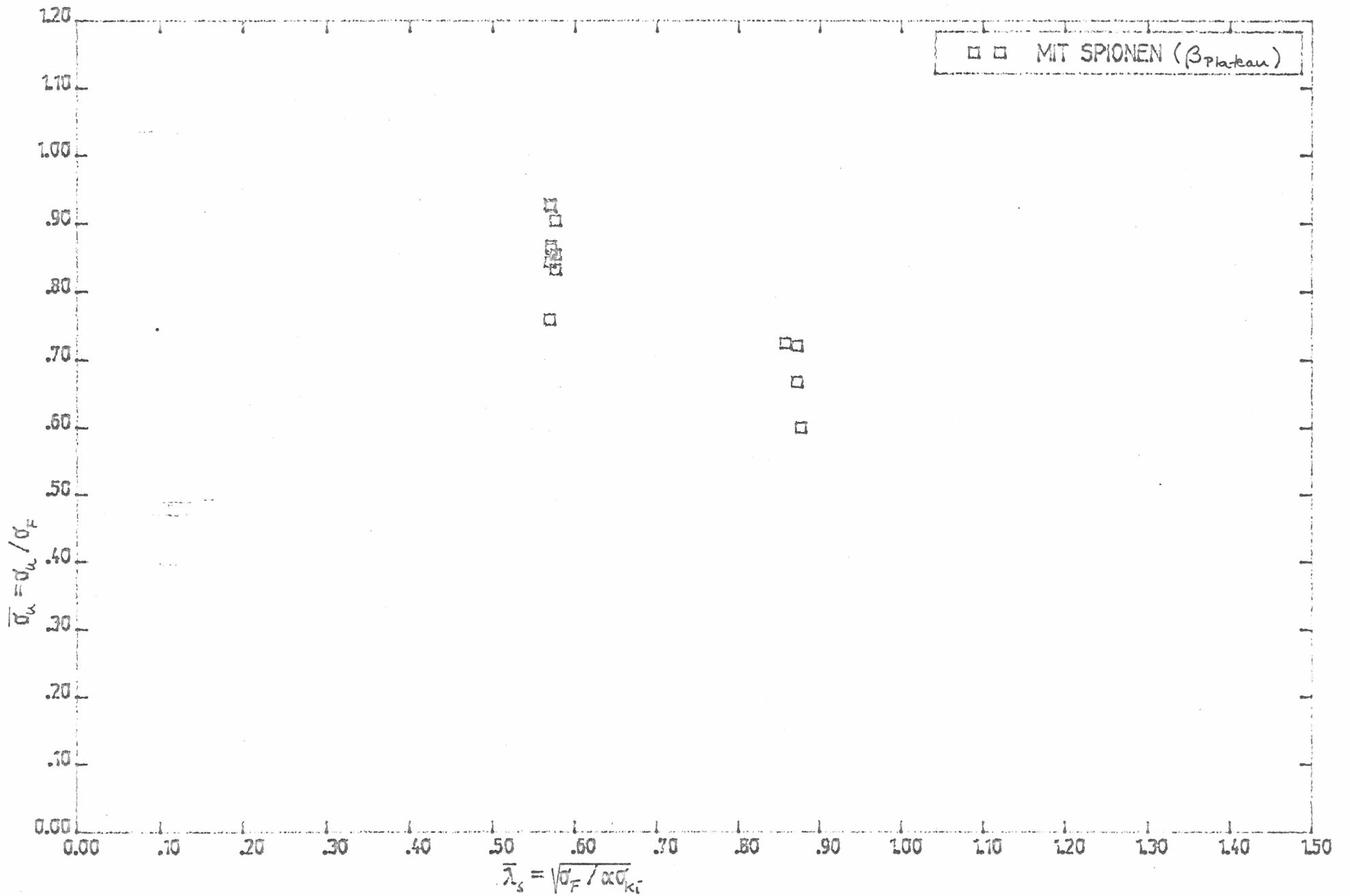
STUTTGARTER SCHALENBEULVERSUCHE



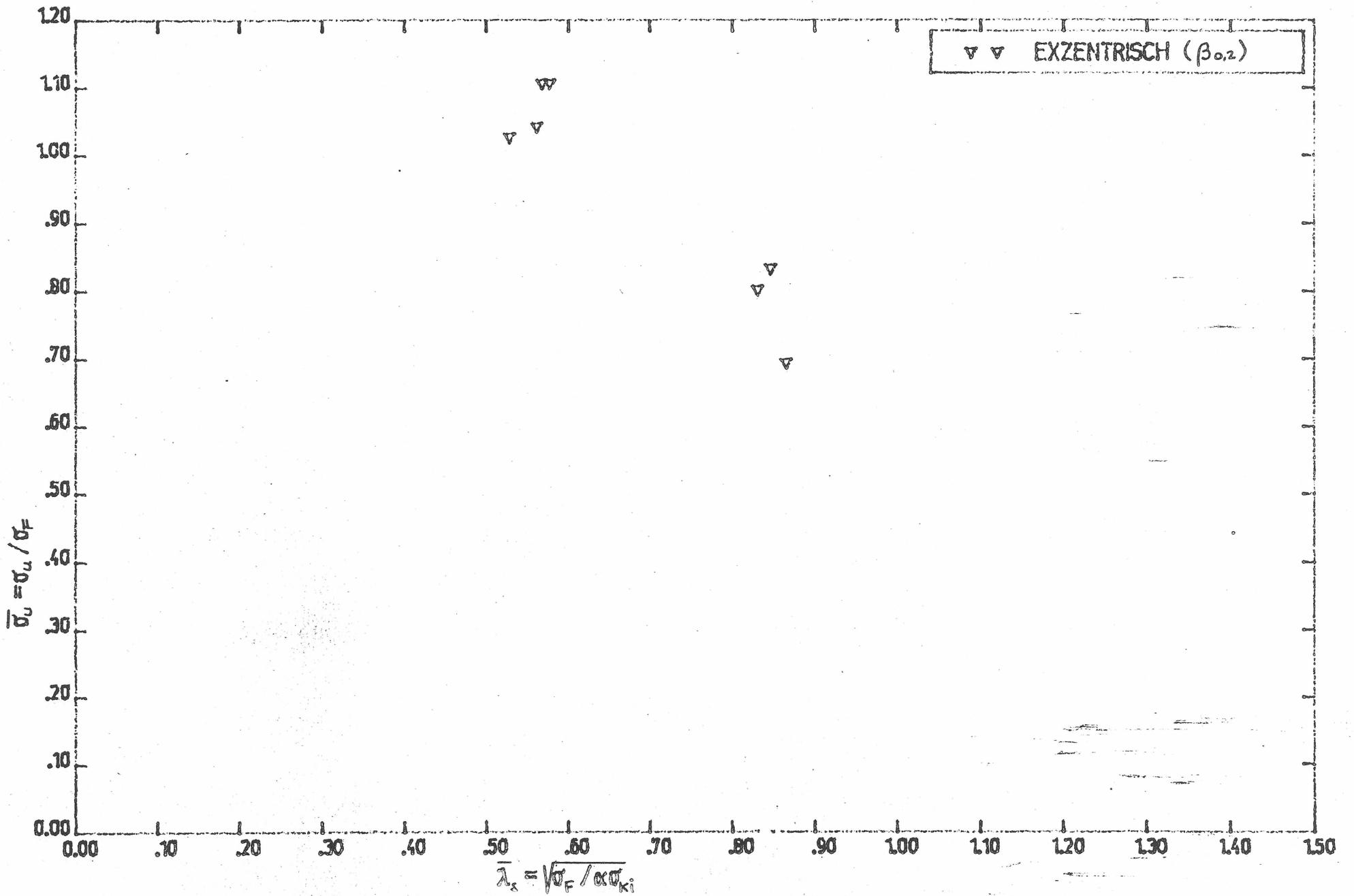
STUTTGARTER SCHALENBEULVERSUCHE



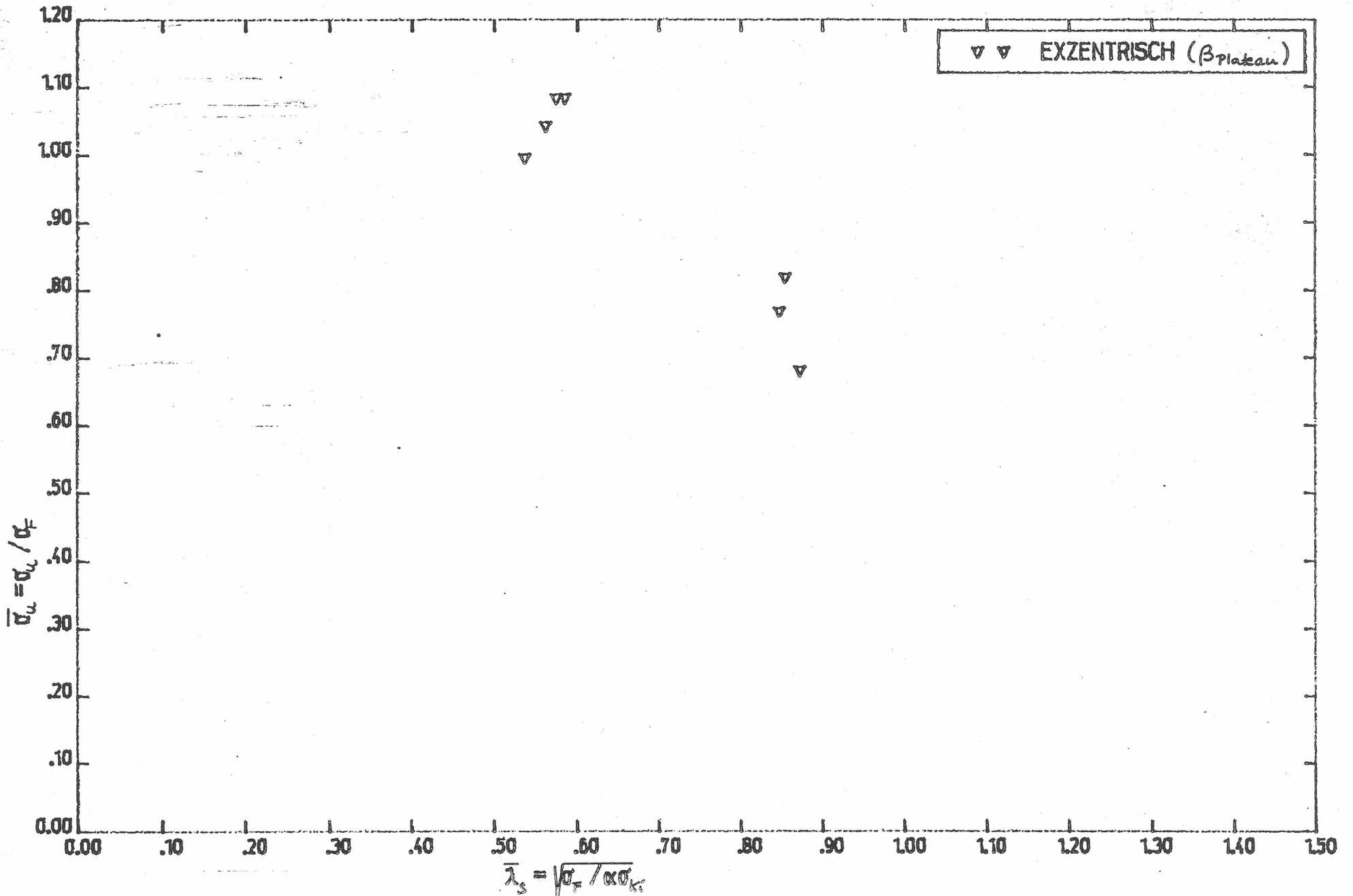
STUTTGARTER SCHALENBEULVERSUCHE



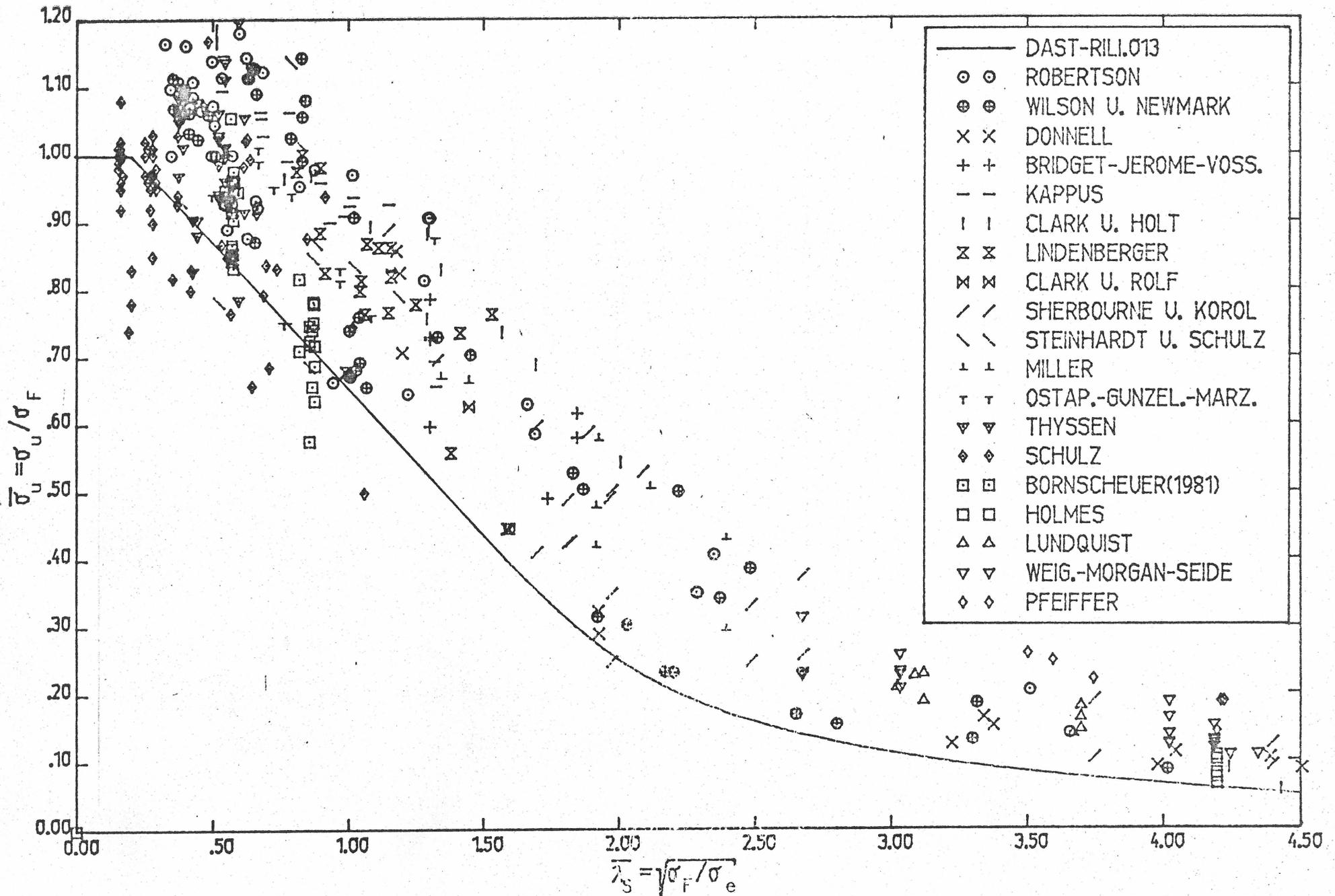
STUTTGARTER SCHALENBEULVERSUCHE



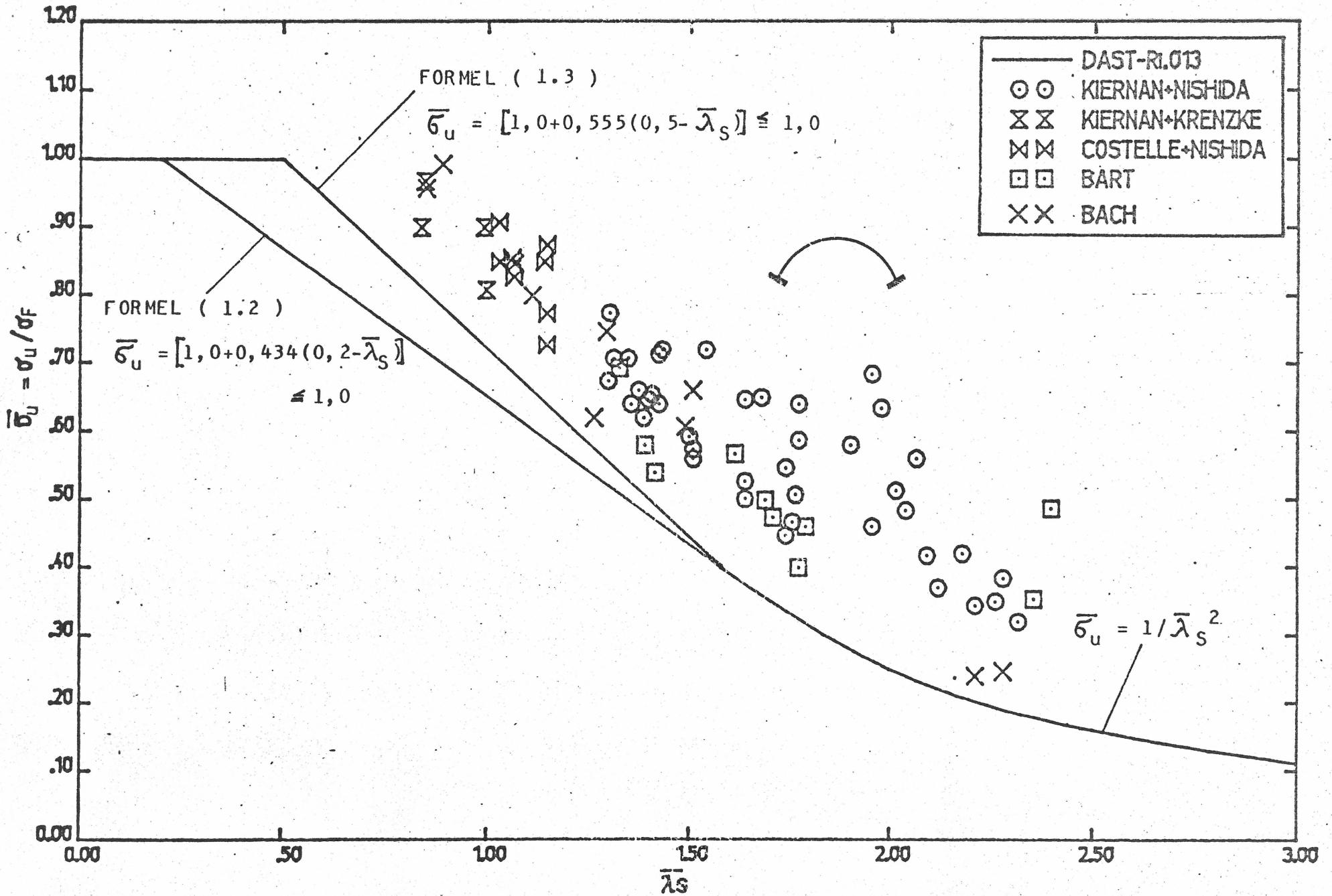
STUTTGARTER SCHALENBEULVERSUCHE



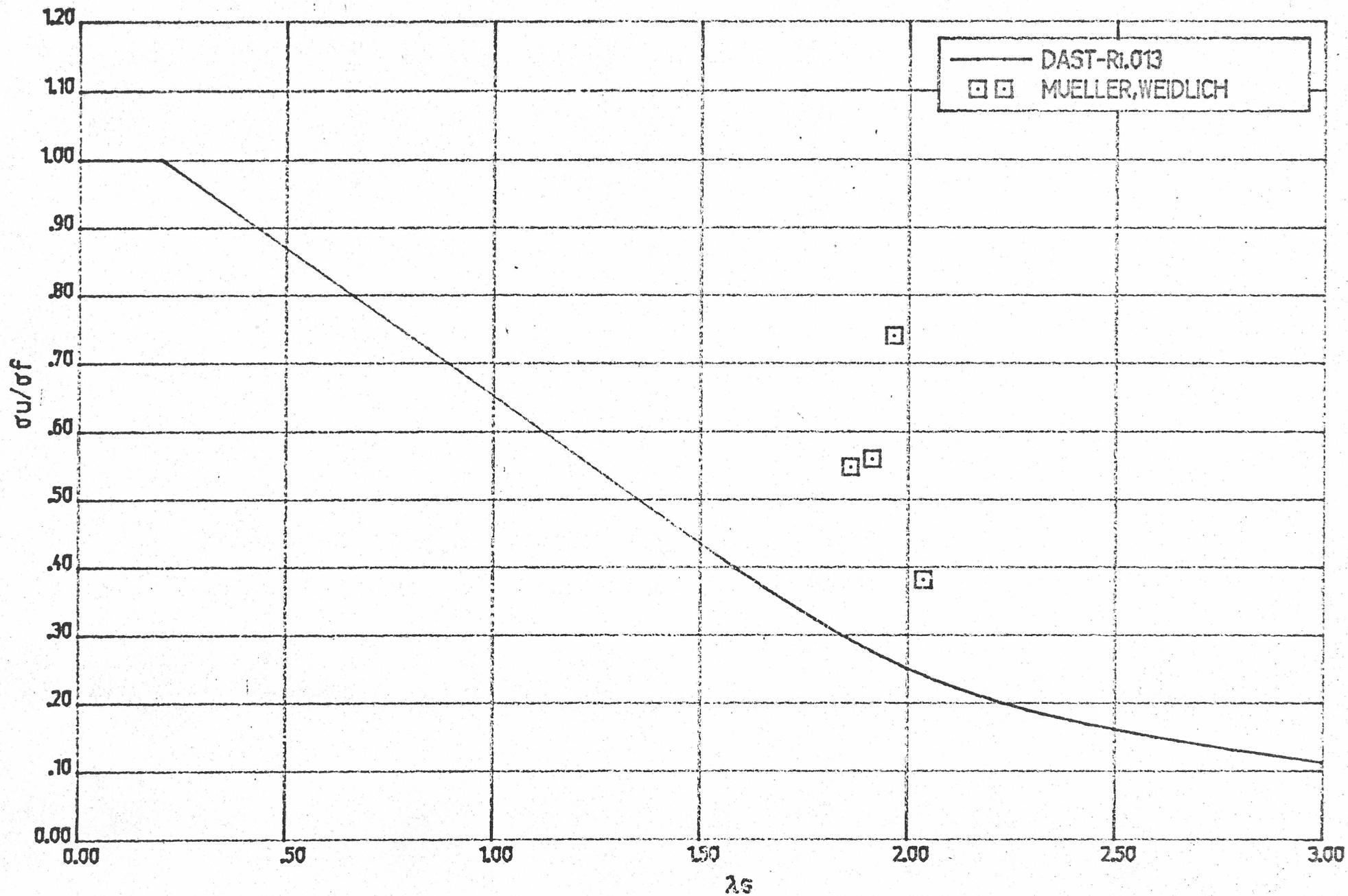
# STUTTGARTER SCHALENBEULVERSUCHE



VERGLEICH TRAGSPANNUNGSKURVE NACH DAST-RI.013 MIT VERSUCHSERGEBNISSEN

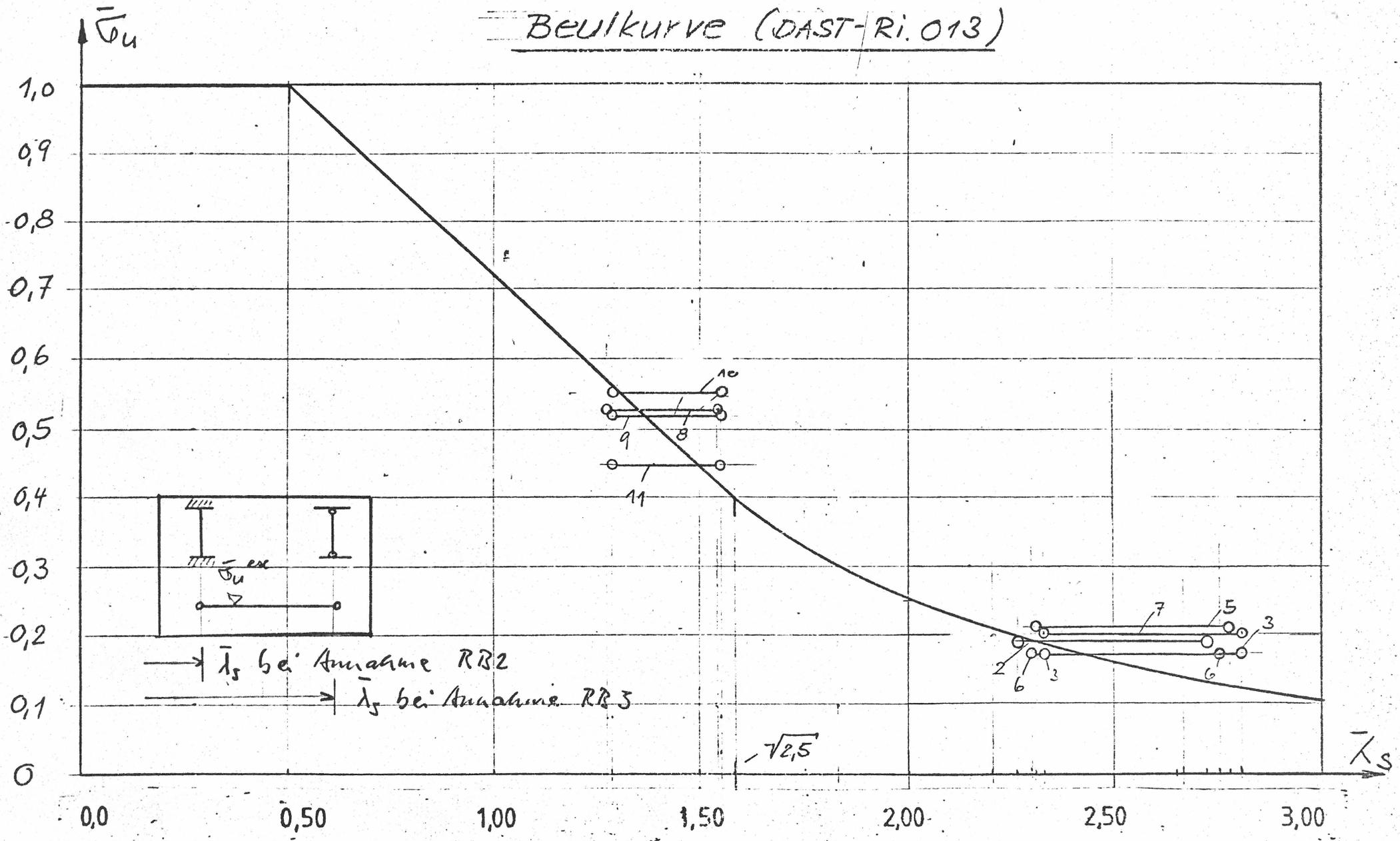


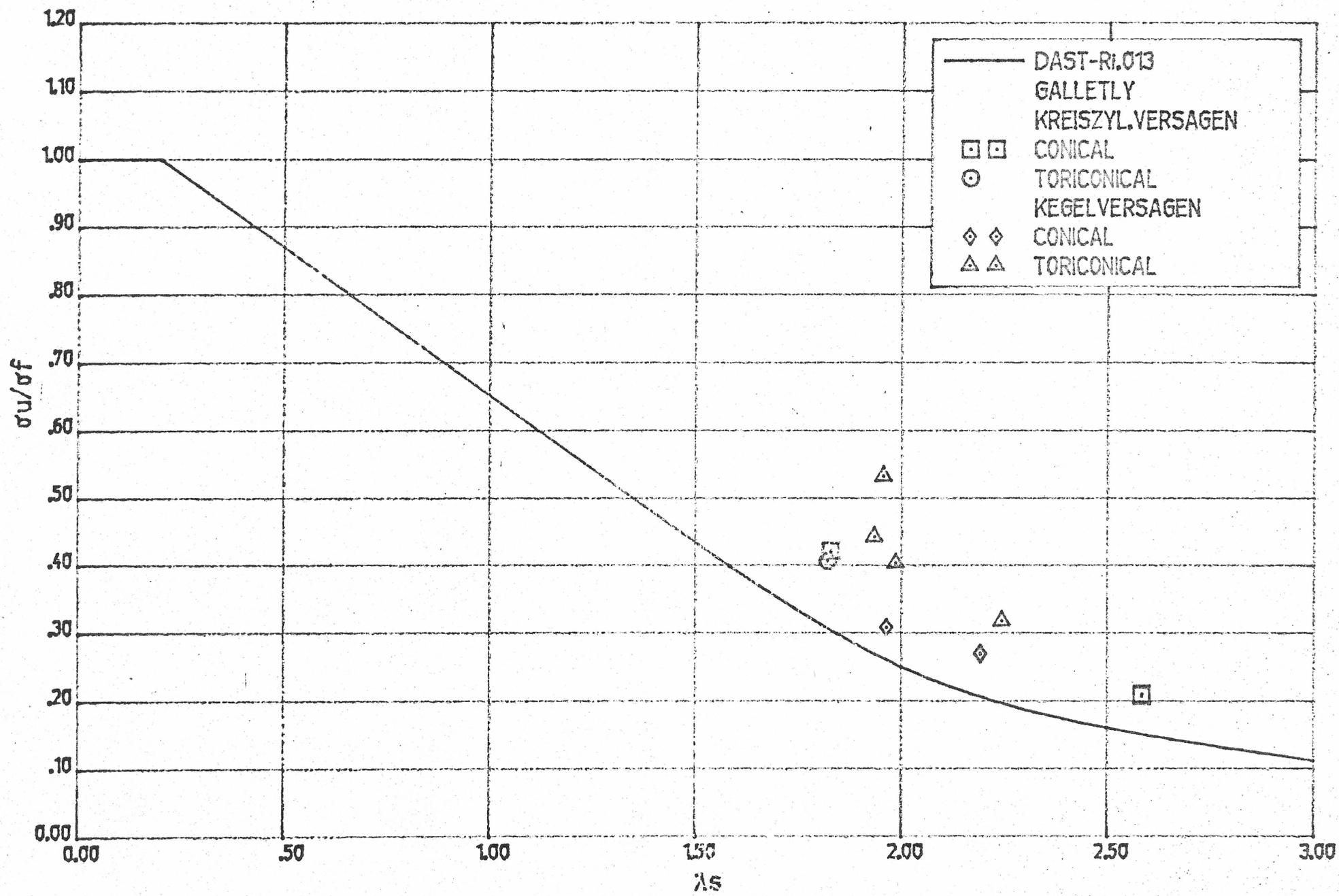
VERSUCHE KUGELSCHALE UNTER AUSSENDRUCK-VERGLEICH MIT DAST-Ri013



DAST-Ri.013 -VERSUCHE STAHLBETONKUGELKAPPEN-AUSSENDRUCK

# BEUGKURVE (DAST-Ri. 013)





DAST-Ri.013-VERSUCHE ZUSAMMENGESetzte SCHALEN MIT AUSSENDRUCK

F. W. BORNSCHEUER

Institut für Baustatik  
Universität Stuttgart, West-Germany

*im Bericht!  
(DIN 4)*

1. Starting Point

In steel structures like vessels or offshore constructions shells are often not as thin as in aircraft and space constructions. The rather thick-walled shells which are stressed in the elastic-plastic range are of great importance. To take this fact into account the plastic range was introduced in the codes for shell buckling during the past years. Compared to the number of experiments in the elastic range there are unfortunately only a few tests performed in the plastic range. And these few ones are not even well documented. Especially there is a lack of exact values of the yield stresses of the materials being used.

The only acceptable procedure was to assume inaccurate formulas for the transition from the elastic to the plastic range. So two different linear functions were introduced into the new German rules for shell buckling, the DASt-Richtlinie 013 [1], as shown in Fig. 1. This code was released in July 1980 and will be the basis for part 4 of the new German stability standard DIN 18 800. The transition line (1, 2) applies to cases as circular cylindrical and conical shells subjected to axial compression and spherical shells under external pressure which are very sensitive to imperfections. The function (1, 3) applies to circular cylinders and conical shells under external pressure which are less sensitive to imperfections. In this diagram the normalized load carrying stresses  $\bar{\sigma}_u = \sigma_u / \sigma_F^*$  are plotted versus the special shellslenderness parameter  $\bar{\lambda}_S = \sqrt{\sigma_F / \alpha \sigma_{Ki}} = \sqrt{\sigma_F / \sigma_e}$ . In contrary to the buckling of steel columns the denominator of the root includes the

\*) other notations:  $\bar{\sigma}_u = \sigma_u / \sigma_F \equiv \sigma_K / \sigma_r \equiv \sigma_u / \beta_S \equiv \sigma_u / \sigma_y \equiv \sigma_u / f_y$



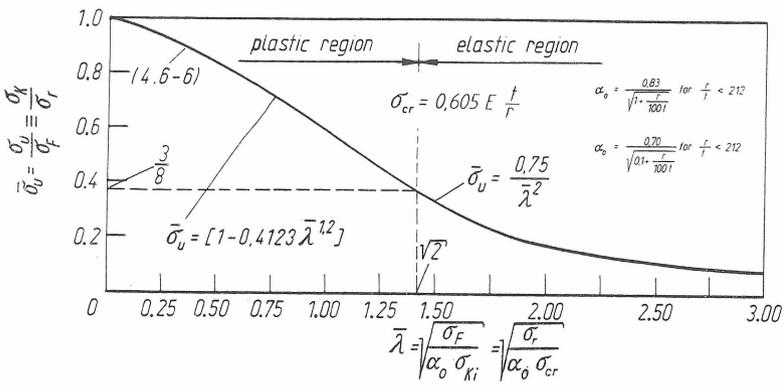


Fig. 2: Load carrying capacity curve for the axially loaded circular cylindrical shell according to the ECCS Recommendations R 4.6

In the presentation given in the ECCS Recommendations the reduction factor  $\alpha_0$  represents the lower bound of test values. In the DASt-Richtlinie according to Fig. 3 the reduction factor  $\alpha$  is taken as 75 % of the

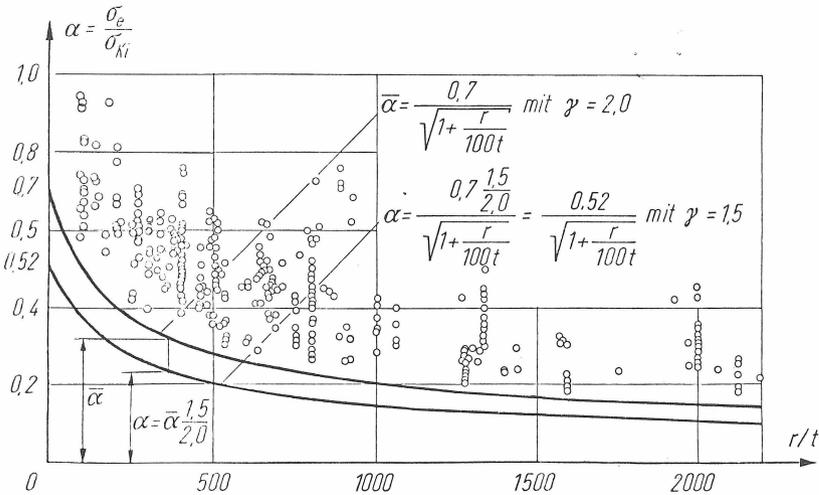


Fig. 3: Determination of the curve of the reduction factor  $\alpha$  for the axially loaded circular cylindrical shell according to the DASt-Richtlinie

lower bound of the test results [3]. This was necessary in order to get an effective safety factor of  $\nu = 2,0$  with a constant load increasing factor of  $\gamma = 1,5$  (global load and resistance factor). In the ECCS Recommendations this was achieved by lowering the Euler curve from  $1/\lambda^2$  to  $0,75/\lambda^2$ .

In other codes quite different curves were adopted for the elastic-plastic transition zone. In Fig. 4, taken from [3], the admissible stresses of the axially compressed cylinder of 6 different codes are plotted. For reasons

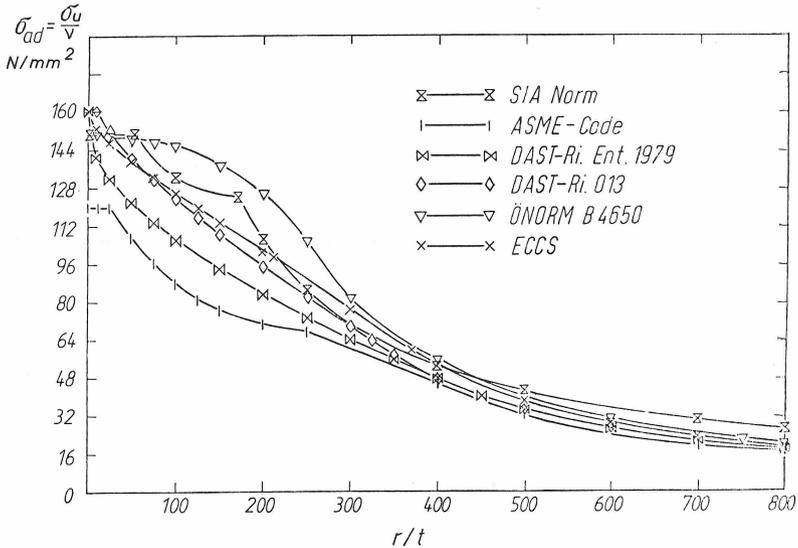


Fig. 4: Admissible stresses for the axially loaded circular cylindrical shell of medium length for steel St 37

of better comparison these curves are evaluated for main loads only. Steel St 37 (St E 240) with a yield limit of  $240 N/mm^2$  was chosen. The admissible stresses on the ordinate are the ultimate stresses  $\sigma_u$  divided by the safety factor  $\nu$ . They are plotted as a function of the ratio of radius  $r$  to wall thickness  $t$ . For slender shells, i. e. for large values of  $r/t$ , the curves nearly coincide. It is noteworthy that the results for small  $r/t$  values in the plastic range show a remarkable scatter. In the limit of  $r/t = 0$  one can notice different safety factors. The ECCS Recommendations R 4.6 [2] as well as both versions of the DAST-Richtlinie 013 [1]

suggest  $\nu = 1.5$ , the ASME code [4]  $\nu = 2.0$  and the Austrian ÖNORM B 4650 [5] and Swiss SIA Norm [6]  $\nu = 1.6$ . In the elastic-plastic region the Austrian and Swiss curves are located very high in contrast to the ASME code where the curve is very low. Slightly above the curve of ASME a curve is shown which is taken from an earlier draft of the DAST-Richtlinie 013 of the year 1979. Due to some thorough analyses from Saal [7], Vandepitte/Rathé [8] et. al. this curve was abandoned in favour of the function (1.2) which lies above the 1979 curve and is therefore more economical.

Due to the large imperfection sensitivity in the elastic range in both rules, the ECCS Recommendations as well as the DAST-Richtlinie, the effective safety factor was defined by  $\nu = 2.0$  based on the lower bound of ultimate stresses obtained from test results. In the elastic-plastic transition zone the effective safety factor decreases in both rules from  $\nu = 2.0$  to  $\nu = 1.5$ . This procedure seems to be reasonable as long as some of the extreme test results are omitted. Hence, Saal [7] left out a part of the tests from Newmark/Wilson and Robertson. Vandepitte/Rathé eliminated additionally some results of Steinhardt/Schulz [9]. Up to now it could not be cleared whether or not this procedure is justified. In this quite vague situation it is difficult to answer the question of the safety of shell buckling in the plastic range, especially being aware of the fact that many unsolved problems are still existing in the elastic region. Of course, all efforts in that field are appreciated. For the time being we are obliged to refer mainly to experiments.

## 2. Test Results for the Elastic-Plastic Region in the Presentation of the ECCS Recommendations R 4.6 and the DAST-Richtlinie 013

In Figs. 5 and 6 test series given in the literature are added to the diagrams of both codes [1] and [2]. Also shown are the tests carried out in Karlsruhe this year by Schulz [10]. A paper on these experiments will be published shortly in the "Stahlbau".

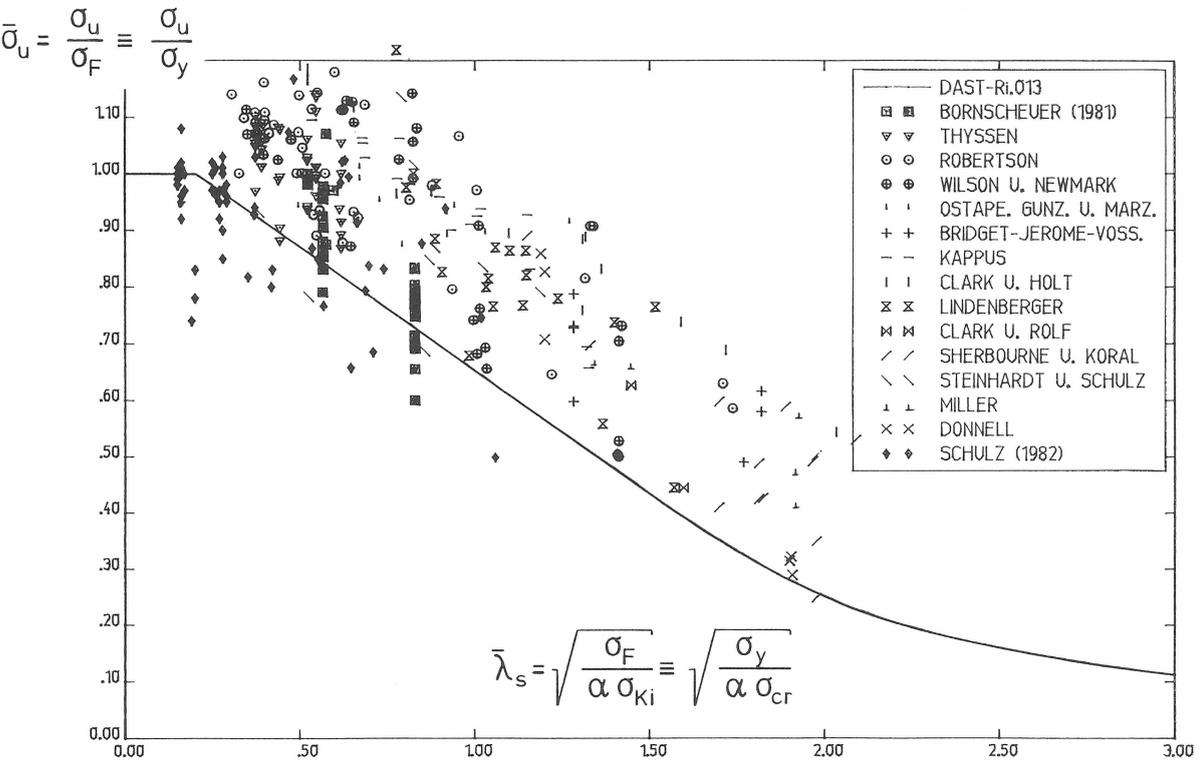


Fig. 5: Test results for the axially loaded cylindrical shell according to the Dast-Richtlinie 013

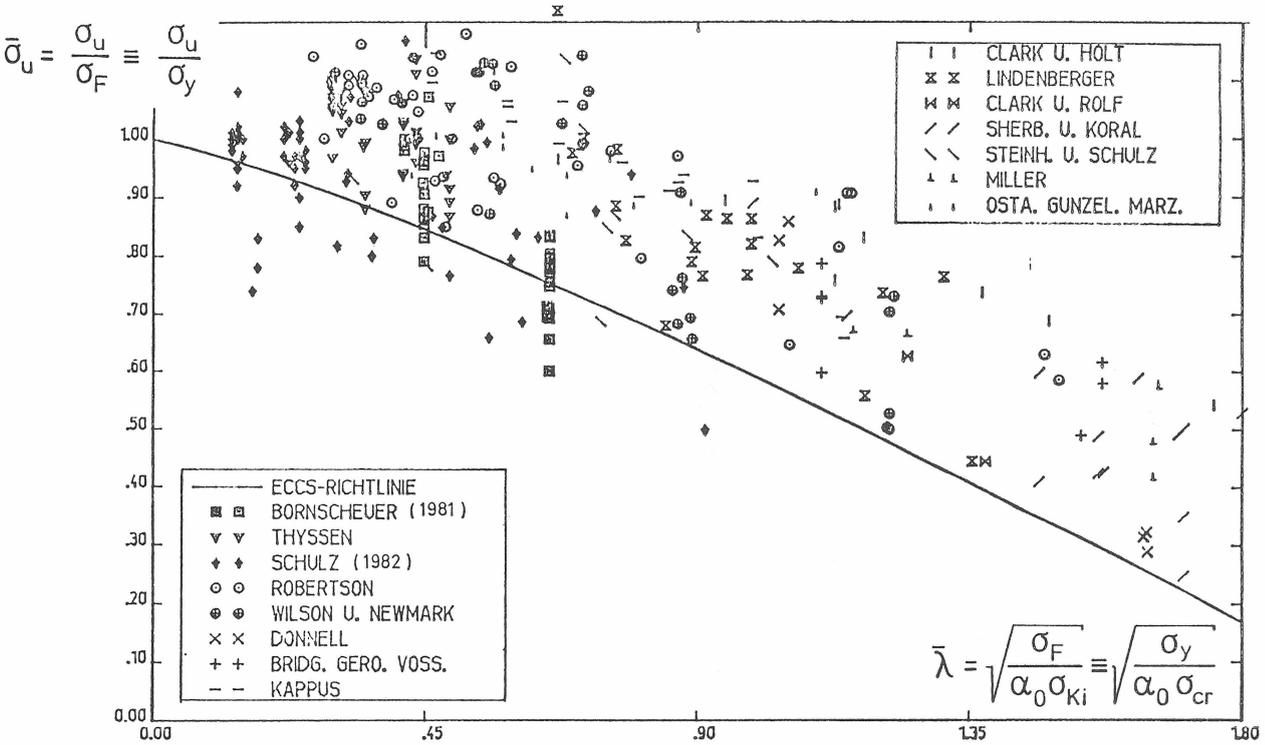


Fig. 6: Test results for the axially loaded cylindrical shell according to the ECCS Recommendations R 4.6

### 3. Modes of Collapse in the Elastic-Plastic Range

In order to allow a better judgement of the safety problem the specific modes of collapse in the plastic range are described in the following. In case of small slenderness (i. e.  $r/t \leq 100$ ) axially compressed cylinders do fail in an axially symmetric hump-like mode at one end of the cylinder having a diameter of 250 mm and a longitudinal weld ( $t = 2$  mm) [3].



Fig. 7: Characteristic buckling shape in the fully plastic region

This shape of buckling is already known from the earliest shell buckling test performed some decades ago. The buckles near the end are essentially caused by bending moments which come from the boundary constraint. Strictly speaking the axially symmetric buckles in Fig. 7 do not represent a real instability phenomenon but rather a collapse through a loss of strength. With increasing slenderness this buckling mode changes into a few flat buckles along the circumference. The typical collapse mode of axially loaded thin shells with a few single buckles along the circumference can be recognized in Fig. 8. With larger slenderness as  $r/t > 300$  the influence of the boundary layer effect considerably decreases compared to

the influence of the in practice unavoidable imperfections in the entire shell. Finally buckles of the classical chess board - like shape develop which proceed into the well-known diamond shaped buckles in the postcritical range.

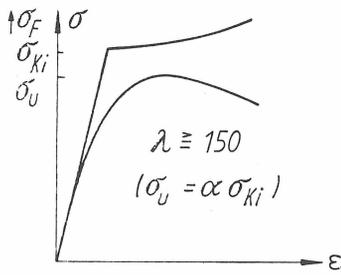


Fig. 8: Characteristic buckling shape in the elastic-plast: transition zone ( $r = 125 \text{ mm}$ ;  $t = 1 \text{ mm}$ )

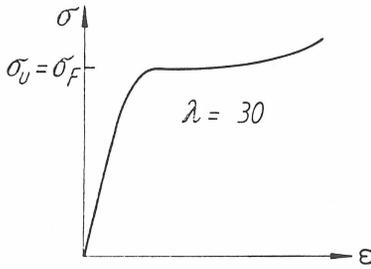
#### 4. Comparison between the Axially Loaded Column and the Circular Cylindrical Shell

Comparing the stress-strain-curves in the postcritical range of compact and slender columns and cylinders some conclusions on the required safety factors are possible.

In Fig. 9 the buckling of columns and in Fig. 10 the buckling of shells is outlined in principle. The two upper diagrams are applicable to the elastic region where the ideal buckling stress of the linear theory of stability  $\sigma_{Ki}$  is chosen as reference value. The lower diagrams apply to the plastic range. Here  $\sigma_F$  is chosen as reference value.

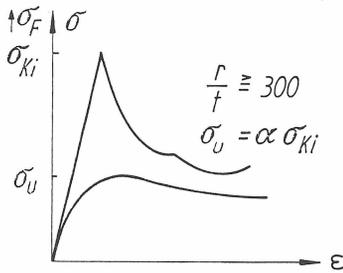


column - elastic

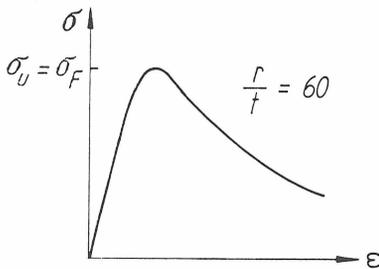


column - plastic

Fig. 9: Stress - strain - curves of slender and compact columns



shell - elastic



shell - plastic

Fig. 10: Stress - strain - curves of slender and compact cylindrical shells

In the elastic range the sensitivity with respect to imperfections may be taken into consideration by a reduction factor  $\alpha$ . In the case of the columns the reduction of the critical stress  $\sigma_u$  with respect to the ideal buckling stress  $\sigma_{Ki}$  is by far not as large as in the case of the shells which are much more sensitive to imperfections. In column buckling one attains in the elastic range reductions, being equivalent to  $\alpha$  values, which range between 0.5 and 0.9. In shell buckling the  $\alpha$  values decrease to as far as 0.2 or even less.

In the plastic range it was assumed in both diagrams that the ultimate stresses reach the yield limit. The postcritical regions differ fundamentally. For columns made of conventional construction steel one could notice even a hardening effect across the entire cross-section. In shell buckling the postcritical minimum is located far below the yield limit. Even if one does not assume postcritical stresses as a measure for admissible stresses one should not disregard this dramatic decrease. Anyway a safety factor of only  $\nu = 1.5$  seems to be not sufficient compared to the factor used for columns. An increase to 1.6 or 1.7 would be reasonable. On the other hand one does not have to go as far as  $\nu = 2.0$  as it is stated in the ASME code, classes A and B, defining the main load cases. One possibility to fix an effective safety factor  $\nu$  that takes into account the behaviour in the postcritical region is shown in Fig. 11.

range	column		shell	
	plastic	elastic	plastic	elastic
safety factor $\nu$ (for main loads)	1.5	< 1.6	1.6	< 2.0
knock-down factor $\gamma/\nu$ (for main loads with $\gamma = 1.5$ )	1.00	> 0.9375	0.9375	> 0.750

Fig. 11: Safety factor for columns and axially compressed cylinders

5. Proposal for a Modification in the Elastic-Plastic Range of Buckling

The definition of a safety factor in the highly plastic region is not the only priority task. It is at least as important to find the buckling curve of the transition zone. For example the curve adopted by the ÖNORM lies too much on the unsafe side inspite of a safety factor of 1.6. The following proposals retain the concept of a reduction factor  $\alpha$  introduced in the aerospace technology. Here either the curves in the transition zone or the reduction factor  $\alpha$  itself may be lowered.

5.1 Lowering of the Curve for the Ultimate Stress

In Figs. 12 and 13 the version is shown in which the curves in the transition zone are lowered.

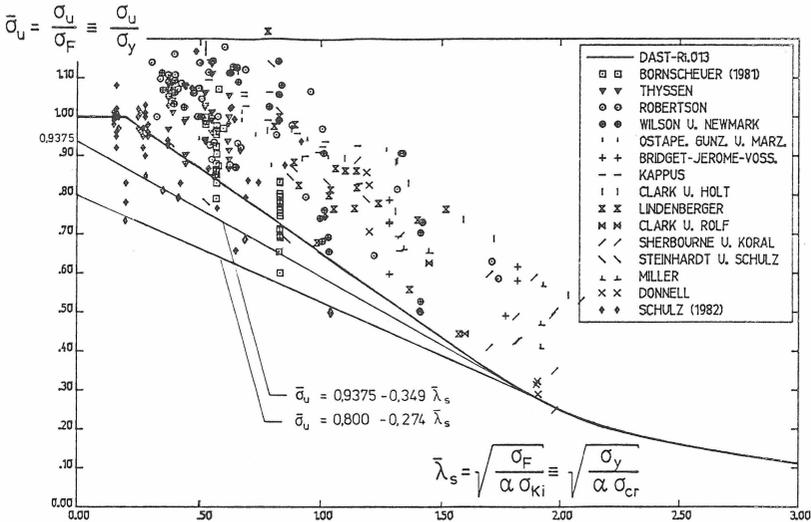


Fig. 12: Proposals for lowered ultimate stress curves according to the DAST-Richtlinie 013

Following the concept of the DAST-Richtlinie 013 two transition straight-lines are plotted in Fig. 12 in addition to those given in Fig. 5. The lower line which covers essentially all the test results leads to an ultimate stress

of  $\bar{\sigma}_u = 0.800$  for  $\bar{\lambda}_S = 0$ . For main loads with a global load and resistance factor  $\gamma = 1.5$  one attains an effective safety of  $\nu = 1.5/0.800 = 1.875$  for the limit case of  $\bar{\lambda}_S = 0$ . For the upper line an effective safety of  $\nu = 1.6$  is assumed for the limit case  $\bar{\lambda}_S = 0$ . This results in a reduced ultimate stress of  $\bar{\sigma}_u = 1.000 \cdot 1.5/1.6 = 0.9375$ . So the effective safety which is  $\nu = 2.0$  in the elastic range would decrease gradually with diminishing slenderness from  $\nu = 2.0$  to  $\nu = 1.875$  and  $\nu = 1.6$  respectively. The formulas for the two transition straight lines are:

$$\bar{\sigma}_u = 0.8000 - 0.274 \bar{\lambda}_S \quad \text{for the lower straight line}$$

$$\bar{\sigma}_u = 0.9375 - 0.349 \bar{\lambda}_S \quad \text{for the upper straight line}$$

Here it is supposed that the elastic-plastic transition zone begins with  $\bar{\sigma}_u = 0.3$ . Despite the fact that the upper line does not cover all test points the author tends to vote for this latter design curve from the economical point of view. In the highly plastic range three test points of the latest test series of Schulz [10] are not covered. These points at about  $\bar{\sigma}_u \cong 0.8$  are supposed to be in the vicinity of  $\bar{\sigma}_u = 1.0$ . Because of this large discrepancy one could think that the reference yield limit had not been properly determined. But in the meantime Schulz confirmed that the yield stress had been correctly obtained. It should be pointed out that the determination of the reference yield limit is in general a major problem. Strictly the yield stresses determined by tension tests ought not to be used as reference values - as it is often done in shell and plate buckling tests - rather the yield limits of compression tests should be chosen. This method is common in column buckling where the yield stress in compression is determined by stub column tests. This procedure is not applicable to very thin walled shell models. Therefore, only the use of tension yield limits remains. But even then considerable differences occur depending whether the upper yield limit, the static yield limit or a  $\sigma_{0.2}$ -limit is to be determined. The closest approach to reality is if the buckling tests and the determination of the yield stress are performed with the same loading speed. Moreover, discrepancies arise whether the buckling load is referred to either the yield stress out of a single test piece or the mean value minus twice the standard deviation. The latter procedure was used in the European column buckling curves.

Furthermore, the influence of the thickness of the structure on the yield limit is important. To simplify the application of most of the codes the essential reduction of the effective yield stress due to a large wall thickness was neglected. Instead of the thickness upper limits are introduced, e. g. 40 mm, but this is not valid for all steels. In the context of this paper this important problem how the accuracy of test results can be interpreted and how this influences the structural design cannot be discussed in further detail. In Fig. 13 representing the ECCS concept the analogous procedure to Fig. 12 is given. Also two transition straight lines are plotted in addition to those of Fig. 6 which again end with vanishing slenderness at  $\bar{\sigma}_u = 0.8000$  and  $\bar{\sigma}_u = 0.9375$  resp.

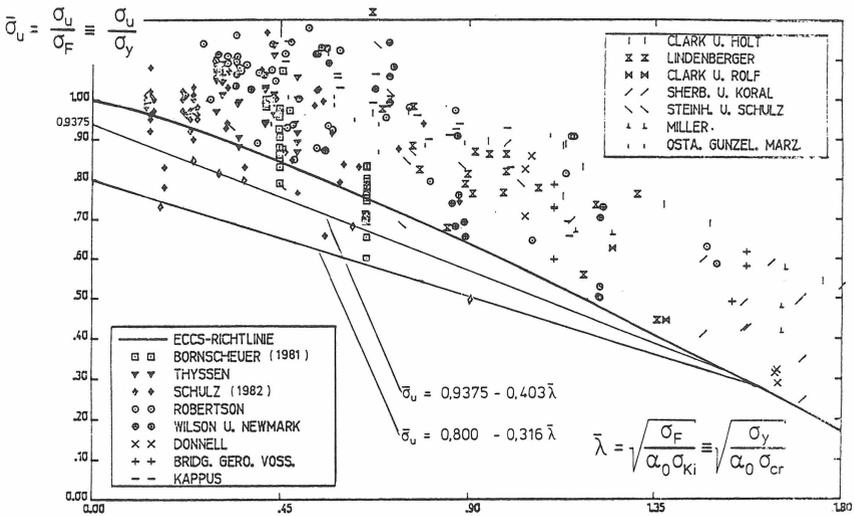


Fig. 13: Proposals for lowered ultimate stress curves according to the ECCS Recommendations R 4, 6

The formulas for both transition lines are as follows:

$$\bar{\sigma}_u = 0.8000 - 0.316 \bar{\lambda} \quad \text{and} \quad \bar{\sigma}_u = 0.9375 - 0.403 \bar{\lambda} \quad \text{resp.}$$

Here, too, the effective safety in the case of the upper line decreases gradually from  $\nu = 2.0$  to 1.6. Instead of straight lines also curves can be chosen as given in the ECCS Recommendations.

### 5.2 Reducing the Reduction Factors $\alpha$

Now the second version to modify the  $\alpha$  - concept will be shown. It is sufficient to demonstrate the application of this method to the DAST-Richtlinie 013. Smaller  $\alpha$  values alter the scale of the abscissa in such a way that the test results move to the right of the diagram. If  $\alpha$  is chosen small enough all the test results lie above the design curves (1.2). Fig. 14 taken from [ 3 ] shows some of the curves for the reduction factor  $\alpha$ .

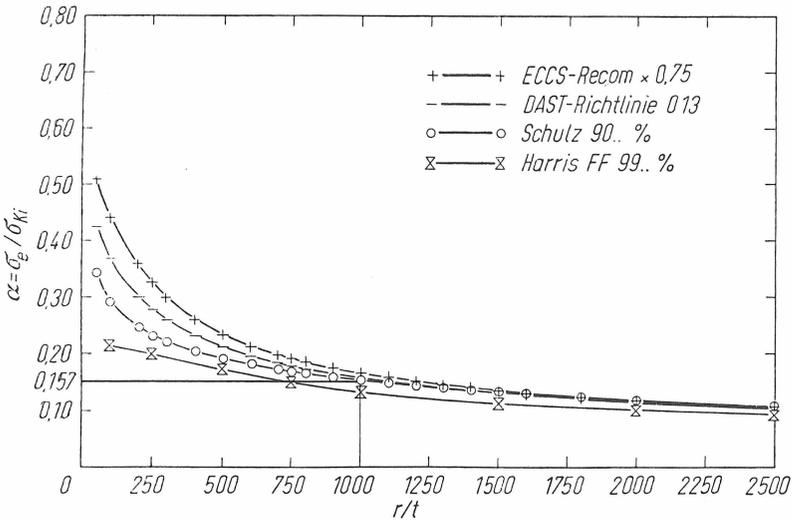


Fig. 14: Reduction factors  $\alpha$  for the axially loaded cylindrical shell

For  $r/t \leq 1000$ , that is the main range of application in structural engineering for shells chiefly subjected to axial load, the smallest reduction factor according to the DAST-Richtlinie is  $\alpha = 0.52 / \sqrt{1 + 1000/100} = 0.157$ . Taking a constant value  $\alpha = 0.157$  for the entire range from  $r/t = 0$  up to  $r/t = 1000$  results in a horizontal shifting of the test points to the right as

depicted in Fig. 15. In this figure only four test results of Schulz [10] are included which are located near the new proposed transition curve in Fig. 12.

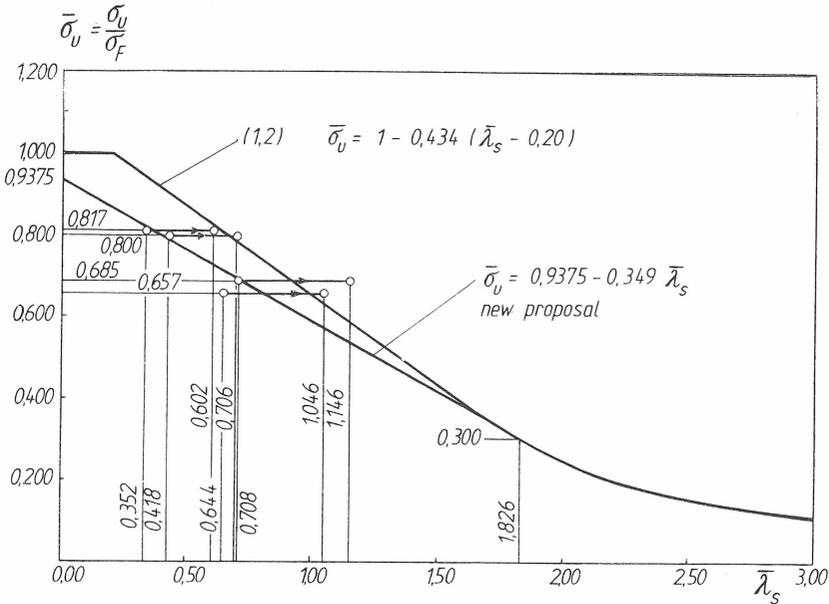


Fig. 15: Selected test results according to the DASt-Richtlinie 013 with a reduced reduction factor  $\alpha$

To achieve a safety of  $\nu = 1.6$  for the limit case of  $\bar{\lambda}_{S_x} = 0$  an upper bound of  $\bar{\sigma}_u = 0.9375$  for the ultimate stress  $\bar{\sigma}_u$  has to be assumed. It should be mentioned that in spite of this limitation of the ultimate stress  $\bar{\sigma}_u$  this will result in a more economical design for compact tubular cross-sections with small  $r/t$  ratios compared to the present methods used in Germany. With main loads the German DIN 4114 which still has to be applied requires a safety of  $\nu = 1.71$  for a slenderness  $\lambda \rightarrow 0$ , that means designing with  $\nu = 1.6$  would lead to a more economical structure.

A constant reduction factor can be explained as follows:

It is true that in the case of the axially loaded cylinder the reduction factor  $\alpha$  decreases with increasing slenderness. This was already shown by Pflüger [11] 20 years ago when he determined snap-through loads. In accordance with the procedure to obtain the load carrying capacity of

columns in DIN 4114 he based his concept on "efficient imperfection" amplitudes. But this can only be applied to comparable buckling modes which are for example not too much influenced by boundary conditions. In the elastic-plastic and even more in the highly plastic region the influence of the boundary layer is responsible for the collapse. So it is questionable to base the calculations of reduction factors on this concept where the range of applicability is not valid any more. Constant values for reduction factors can be adopted as long as the ultimate stresses known from model tests are all covered by this concept. This is demonstrated exemplarily in Fig. 15. There is another argument which pleads for the assumption of constant  $\alpha$  - values:

In all other load cases of both codes [1] and [2] constant reduction factors were assumed for the time being. So, in the case of the externally loaded cylinder constant reduction factors were introduced. These factors vary between 0.5 and 0.8 depending on the code. In the case of spherical caps reduction factors which vary from 0.1 to 0.2 according to the boundary conditions were adopted.

## 6. Summary and Outlook

### 6.1 Summary

The most important points of this study are summarized as follows:

The buckling behaviour of axially loaded circular cylindrical shells in the elastic-plastic region was examined:

- Comments are given on the special design curves of the ECCS- and DASt-codes.
- It was shown that the design formula of the various codes vary considerably.
- Results of tests performed recently in Stuttgart and Karlsruhe were presented. Some of these buckling loads are located below the limit curves of the ECCS- and DASt-codes.
- The collapse mode influenced by the constraint of the radial displacements at the boundary was discussed. The axisymmetric buckles in the end-zone are caused thereby.

- In contrary to the compact column which fails under yielding in compression the case of the circular cylindrical shell requires a slightly higher safety factor because of unfavourable boundary conditions.
- Based on the  $\alpha$  - concept of ECCS- and DAST-codes a sufficiently safe design could be achieved by lowering the curves in the transition zone or by reducing the reduction factor  $\alpha$  or by a combination of both.

## 6.2 Outlook

This paper only discusses the buckling problem of the axially loaded circular cylinder. Of course, other kinds of shells and load cases ought to be examined as well. Much research work will have to be done in order to base the design of a sufficiently safe and yet economical construction on easy-to-handle formulas.

Besides the usual  $\alpha$  - concept in shell buckling it should be investigated whether a concept without explicit reduction factors  $\alpha$  like that of the European column buckling curves is desirable. Since in the meanwhile some plate buckling codes were modified in that way a similar procedure is possible for all stability problems. Also comparative studies of the influence of different reference yield limits on the various stability problems should be performed.

## 7. Acknowledgement

The author wishes to thank the Institut für Bautechnik, Berlin, for the financial support of the Stuttgart and Karlsruhe model tests with circular cylindrical shells under axial compression.

Professor Schulz provided the Karlsruhe test results. This is gratefully appreciated.

## References

- [1] Deutscher Ausschuß für Stahlbau: DASt-Richtlinie 013: Beulsicherheitsnachweise für Schalen. July 1980, 1/16.
- [2] European Convention for Constructional Steelwork (ECCS): European Recommendations for Steel Construction (ECCS Recommendations) R 4. 6: Buckling of Shells. 1979.
- [3] Bornscheuer, F. W. : Plastisches Beulen von Kreiszyinderschalen unter Axialbelastung. Stahlbau 50 (1981) 9, 257/62.
- [4] Cases of ASME - Boiler and Pressure Vessel Code Case N-284: Metal Containment Shell Buckling Design Methods. Section III, Division 1, Class MC. 1980.
- [5] ÖNORM B 4650, Teil 4: Stahlbau, Beulung von Kreiszyinderschalen. November 1977.
- [6] Schweizerischer Ingenieur- und Architektur-Verein: SIA-Norm 161. With comment, 1979.
- [7] Saal, H. : Buckling of Circular Cylindrical Shells under Combined Axial Compression and Internal Pressure. ECCS Stability of Steel Structures. Preliminary Report, Liège, April 1977.
- [8] Vandepitte, D. ; Rathé, J. : Buckling of Circular Cylindrical Shells under Axial Load in the Elastic-Plastic Region. Stahlbau 49 (1980) 369/73.
- [9] Steinhardt, O. ; Schulz, U. : Zum Beulverhalten von Kreiszyinderschalen. Schweizerische Bauzeitung 89 (1971) 1/14.
- [10] Schulz, U. : Beulversuche mit axialdruckbelasteten Kreiszyinderschalen im plastischen Bereich.  
To be published shortly in: Stahlbau.
- [11] Pflüger, A. : Zur praktischen Berechnung der axial gedrückten Kreiszyinderschale. Stahlbau 32 (1963) 6, 161/65.