

Beton unter mehraxialem Spannungszustand

T 1201

T 1201

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69
70504 Stuttgart

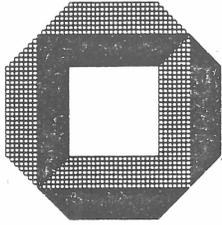
Nobelstraße 12
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de

T 1201: Beton unter mehraxialem Spannungszustand



Universität Karlsruhe

Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben
"Beton unter mehraxialem Spannungszustand"

von Prof. Dr.-Ing. J. Eibl
und Dipl.-Ing. M. Schieferstein

Institut für Massivbau und Baustofftechnologie
Abteilung Massivbau
Universität Karlsruhe

Karlsruhe, Dezember 1983

Vorbemerkung:

Die Ergebnisse, über die im folgenden berichtet wird,
wurden im Rahmen des Forschungsvorhabens

"Beton unter mehraxialem Spannungszustand"

Az.: IV/1-5-311

erarbeitet. Diese Untersuchungen wurden durch das

Institut für Bautechnik, Berlin

gefördert, dem hierfür besonderer Dank ausgesprochen sei.

DAS VERHALTEN DES BETONS BEI MEHRAXIALER BEANSPRUCHUNG

<u>Kapitel 1:</u>	Festigkeit des Betons bei mehraxialer Beanspruchung.....	2
1.1	Definition der Festigkeit.....	2
1.2	Grundlagen zur Beschreibung einer Bruchfläche.....	3
1.3	Experimentelle Ergebnisse.....	8
1.4	Bruchflächen.....	11
<u>Kapitel 2:</u>	Konstitutive Gleichungen von Beton.....	13
2.1	Allgemeines.....	13
2.2	Ausgangsbasis für die Beschreibung von Stoffgesetzen.....	14
2.3	Experimentelle Ergebnisse.....	17
2.4	Empfohlene konstitutive Gleichungen.....	21
2.5	Stoffgesetz für die Kurzzeitbelastung von Beton vorgeschlagen von N.S. Ottosen.....	22
<u>Kapitel 3:</u>	Zusammenfassung und Ausblick.....	28
<u>Anhang A:</u>	Bezeichnungen.....	29
<u>Anhang B:</u>	Literaturhinweise.....	34

Das Verhalten des Betons bei mehraxialer Beanspruchung

Konstitutive Gleichungen für die praktische Anwendung

Festigkeit des Betons bei mehraxialer Beanspruchung

1.1 Definition der Festigkeit

Die Ausdrücke dieses Abschnittes beschreiben den maximalen Spannungszustand, dem der Werkstoff Beton bei mehraxialer Beanspruchung widerstehen kann. In diesem Kontext wird Beton als homogenes isotropes Kontinuum und als jungfräuliches Material ohne vorhergehende Lastgeschichte betrachtet.

Der Spannungszustand wird in Vektorform in Abhängigkeit von seinen Hauptspannungskomponenten beschrieben:

$$\vec{\sigma} = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$$

und

$$\vec{\bar{\sigma}} = \left\{ \frac{\sigma_1}{|f_c|} ; \frac{\sigma_2}{|f_c|} ; \frac{\sigma_3}{|f_c|} \right\}$$

$$(\sigma_1 < 0 \text{ Druckspannung}),$$

wobei f_c = einaxiale Druckfestigkeit entsprechend der folgenden Definition.

Festigkeit wird im allgemeinen definiert als der maximale Wert von $|\vec{\sigma}|$, mit dem Werkstoff beanspruchbar ist.*)

$$\vec{\sigma}_{\max} = f ; \quad \vec{\bar{\sigma}}_{\max} = \vec{\bar{f}}$$

*) In der Literatur werden andere Definitionen der Grenzfestigkeit im Falle von kleinen deviatorischen Spannungskomponenten verwendet.

Es wird weiter angenommen, daß die Belastung monoton steigt

$$\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = \text{const.}$$

$$\frac{d |\vec{\sigma}|}{dt} = \text{const.}$$

und daß Versuchskörper, Lagerungsbedingungen und Versuchsdurchführung im Falle von ein- und mehraxialer Belastung gleich sind.

Alle möglichen maximalen Spannungskombinationen, die einem Bruchspannungszustand entsprechen, bilden die Bruchfläche $f(\vec{\sigma}) = 0$, die in Abhängigkeit von den bezogenen Spannungen $\sigma_i / |f_c|$ formuliert wird.

Im Sonderfall der einaxialen Belastung

$$\vec{\sigma} = \{0, 0, \sigma_3\}$$

gilt für die Festigkeit

$$\vec{f} = \vec{f}_c = \{0, 0, -1\}$$

1.2 Grundlagen zur Beschreibung einer Bruchfläche

Die folgenden Merkmale einer Bruchfläche für den Werkstoff Beton (Bild 1) basieren auf theoretischen Betrachtungen und rationalen Überlegungen:

- Die Bruchfläche ist durch Invarianten des Spannungstensors bzw. durch Terme, die diese enthalten, zu beschreiben.
- Die Bruchkurve in der Deviatorebene (Polfigur) eines isotropen Materials ohne Lastgeschichte ist dreifach symmetrisch in Bezug zur Äquisektix $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ (Bild 2).
- Plastizitätstheorie und neuere Erkenntnisse der Bruchmechanik (z.B. Dougill [1]) fordern, daß die Polfigur konvex sein muß (Bild 2).

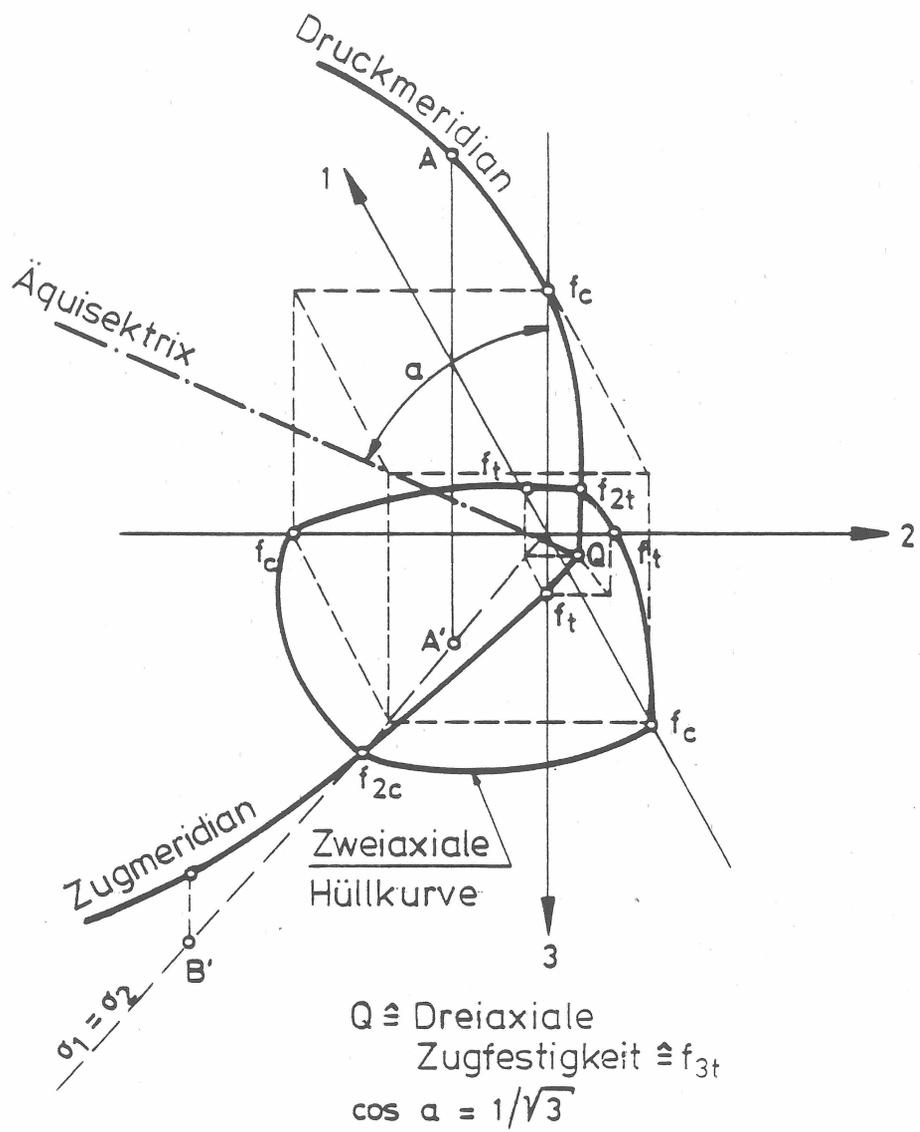
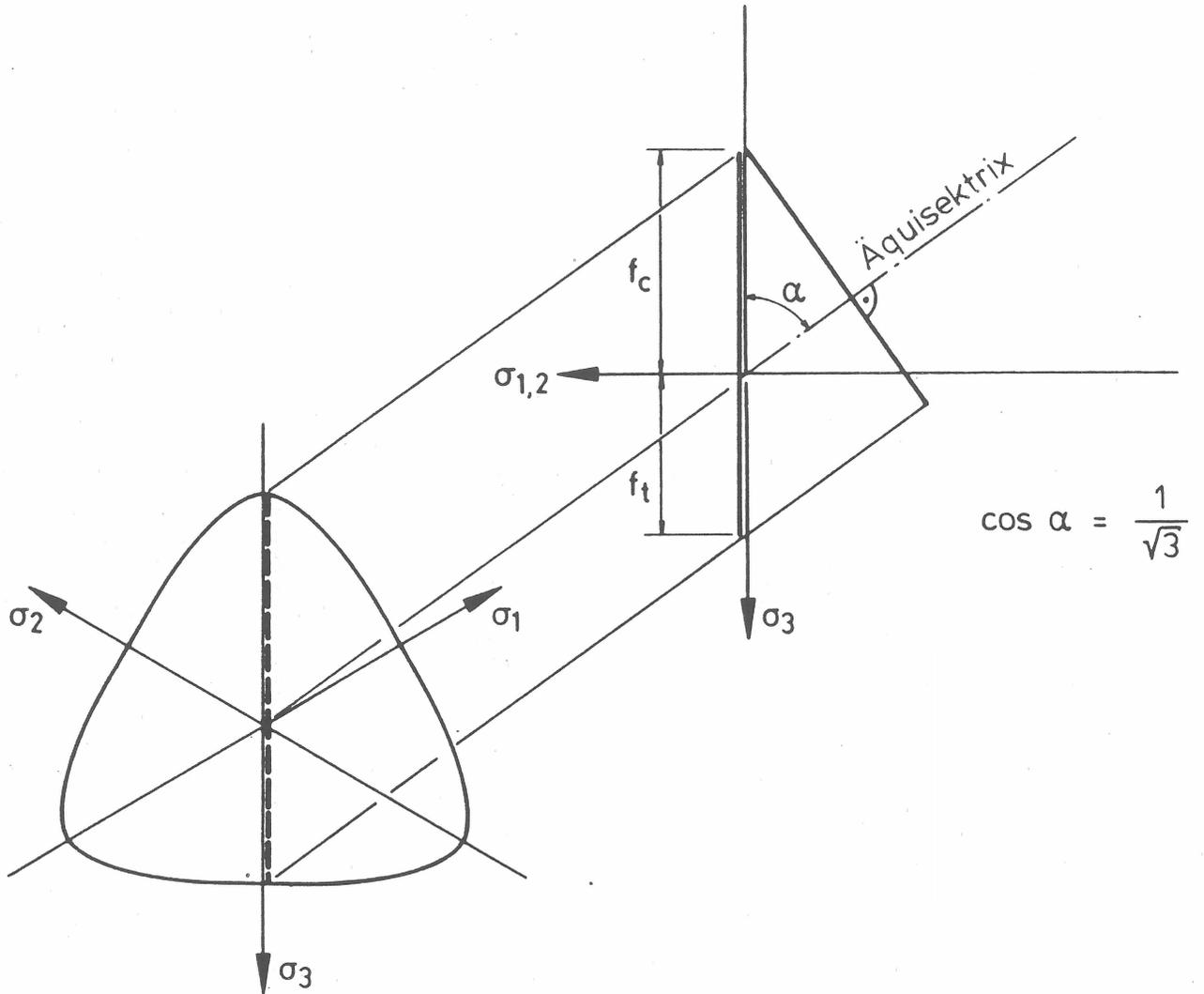


Bild 1: Bruchfläche



$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Bild 2: Polfigur

- Bei einem Material mit unterschiedlicher einaxialer Druck- und Zugfestigkeit muß zwischen einer dreiaxialen Druck- und einer dreiaxialen Zugkurve unterschieden werden. Diese Meridiane liegen in der Rendulic-Ebene (Bild 3), die durch eine Hauptspannungsachse und dem Halbwinkel zwischen den beiden anderen Achsen beschrieben wird. Sie bestimmen bis zu einem gewissen Grade den Verlauf der Polfigur.

Der Druckmeridian $\sigma_3 < \sigma_2 = \sigma_1$ (Bild 3) beinhaltet die folgenden signifikanten Festigkeiten:

f_c (einaxiale Druckfestigkeit)

f_{2t} (zweiachiale Zugfestigkeit; $\sigma_1 = \sigma_2, \sigma_3 = 0$)

f_{3t} (dreiaxiale Zugfestigkeit; $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$).

Der Zugmeridian $\sigma_3 > \sigma_2 = \sigma_1$ enthält die folgenden signifikanten Festigkeiten:

f_{3t} (dreiaxiale Zugfestigkeit; $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$)

f_t (einaxiale Zugfestigkeit)

f_{2c} (zweiachiale Druckfestigkeit; $\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3$).

Im Druckbereich $\sigma_1 < 0, \sigma_2 < 0, \sigma_3 < 0$ wachsen die Entfernungen in der Rendulic-Ebene zwischen der Äquisektrix und dem Druck bzw. dem Zugmeridian unter der Bedingung, daß die Komponenten des hydrostatischen Spannungstensors ($I_{1\sigma}$) (s. Kapitel 1.3) vom Betrage her nicht zu groß werden, mit deren Zunahme. Die Polfigur wird gleichzeitig völliger.

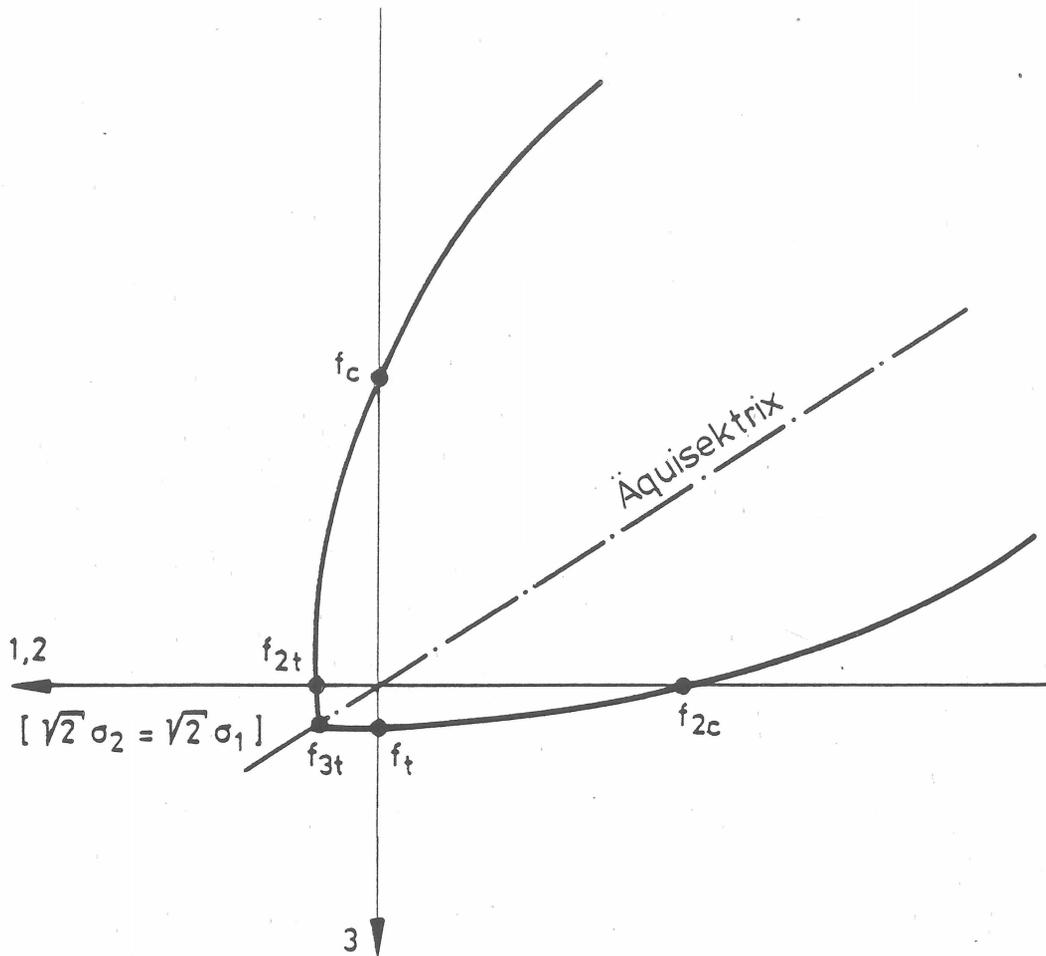


Bild 3: Rendulic-Ebene

(Der Maßstab für 1,2 ist $\sqrt{2} \sigma_2 = \sqrt{2} \sigma_1$)

1.3 Experimentelle Ergebnisse

Die Aussagen, die in diesem Bericht getroffen werden, basieren auf einer Vielzahl experimenteller Untersuchungen, so z.B.: GERSTLE et al. [2], SCHICKERT/WINKLER [3], BALMER [4], RICHART/BRANDTZAEG/BROWN [5], KUPFER [6], KUPFER/HILSDORF/RÜSCH [7], LAUNAY/GACHON [8], CHINN/ZIMMERMANN [9], MILLS/ZIMMERMANN [10], WEIGLER/BECKER [11], PALANISWAMY [12], TASUJI/SLATE/NILSON [13], NEWMAN/NEWMAN [14], KOTSOVOS [15] u.v.m.

In diesen Experimenten wurden die folgenden Versuchskörper verwendet:

Würfel mit Abmessungen von bis zu 100 x 100 x 100 mm

Prismen mit Abmessungen von bis zu 250 x 250 x 100 mm

Zylinder mit Abmessungen von bis zu 150 x 300 mm.

In den meisten Versuchen wurde $I_{1\sigma}$ monoton gesteigert, wobei die Belastungsgeschwindigkeit

$$\frac{d|\vec{\sigma}|}{dt} < 0,2 \frac{N}{mm^2 \text{ sec}}$$

entsprach.

Andere Spannungspfase wurden nur in wenigen Versuchen erforscht. Umfassende Überblicke über die durchgeführten experimentellen Arbeiten wurden von DEI POLI [16] und EIBL/IVANYI [17] erstellt.

Eine auf internationaler Ebene durchgeführte Vergleichsstudie [2, 3] hat gezeigt, daß es möglich ist, prismatische Versuchskörper mit drei senkrecht aufeinanderstehenden Spannungen zu beaufschlagen, ohne daß Zwängungen in Folge einer Querdehnungsbehinderung der Probe durch die Prüfmaschine auftreten. Dieses hatte vorher die Versuchsergebnisse deutlich beeinflusst. Somit können nun Spannungswerte in einem ausreichenden Grad von Genauigkeit bestimmt werden.

Experimentelle Untersuchungen haben gezeigt, daß die Bruchfestigkeit des Betons bei mehraxialer Beanspruchung durch die Mikrorißbildung bestimmt

wird. Diese Mikrorisse verlaufen hauptsächlich senkrecht zur Richtung der kleinsten Hauptdruck- bzw. größten Hauptzugspannung.

Versagen eines Prüfkörpers, wie er in Abschnitt 1.1 definiert ist, bedeutet nicht, daß dieser im folgenden keine andere Spannungscombination aufnehmen kann, d.h. Risse, die durch eine zweiachiale Beanspruchung (Bild 4)

$$\sigma_3 = 0, \sigma_2 > 0, \sigma_1 < 0$$

verursacht werden, haben praktisch keinen Einfluß auf die einaxiale Bruchfestigkeit des Betons bei der nachfolgenden Belastung:

$$\sigma_1 < 0, \sigma_2 = \sigma_3 = 0 .$$

Das verfügbare experimentelle Datenmaterial führt zu den folgenden Aussagen hinsichtlich der Beschreibung einer Bruchfläche:

- Die Menge des experimentellen Datenmaterials reicht aus, um die dreiachiale Zug- und die dreiachiale Druckkurve unter der Bedingung, daß die hydrostatischen Spannungskomponenten ($I_{1\sigma}$) nicht zu groß werden, ausreichend genau zu beschreiben. Für sehr große hydrostatische Spannungskomponenten, als Grenzwert diene $|5 f_c|$, sind derzeit keine Versuchsergebnisse verfügbar.
- Die Hüllkurve der zweiachialen Festigkeiten ist sowohl im Druck- Zugbereich

$$\sigma_3 = 0, \sigma_2 > 0, \sigma_1 < 0; \quad \sigma_3 = 0, \sigma_2 < 0, \sigma_1 > 0$$

als auch im Druck- Druckbereich

$$\sigma_3 = 0, \sigma_2 < 0, \sigma_1 < 0$$

konvex und beinhaltet die signifikanten Festigkeitswerte (Bild 4)

$$f_t, f_c, f_{2c} \text{ und } f_{2t}.$$

Sie entspricht dem Schnitt der Bruchfläche mit einer Koordinatenebene.

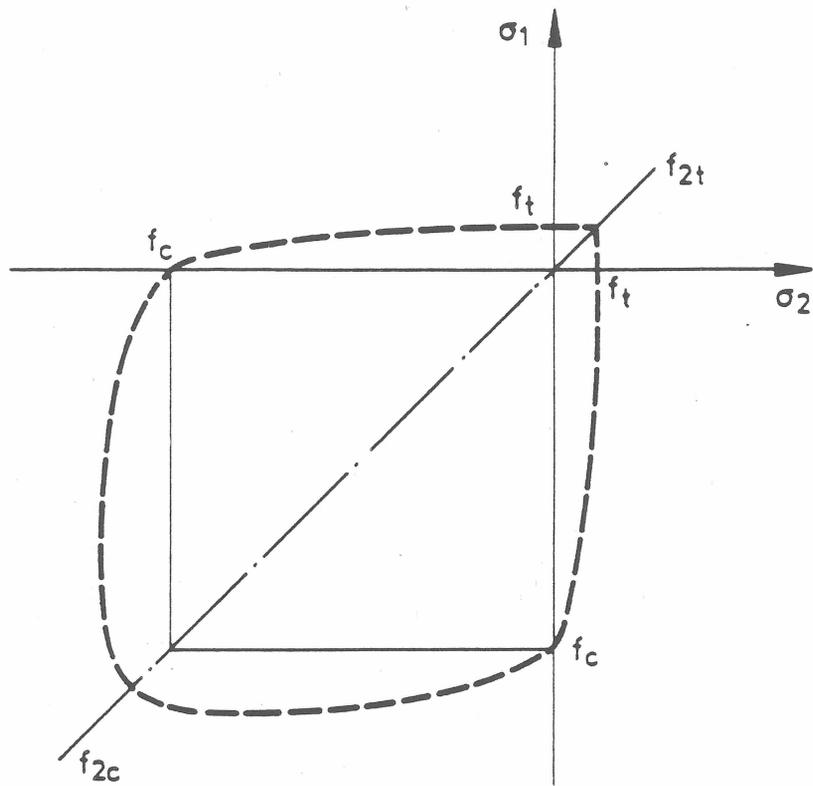


Bild 4: Hüllkurve der zwei axialen Festigkeiten

- Die zweiaxiale Druckfestigkeit

$$f_{2c} \text{ mit } \sigma_1 = \sigma_2 < 0$$

entspricht ungefähr dem 1,1-fachen Wert der einaxialen Druckfestigkeit.

- Eine Erhöhung der zweiaxialen Zugfestigkeit verglichen mit der einaxialen kann anhand der Versuche nicht exakt belegt werden (z.B. [13]). Die zweiaxiale Zugfestigkeit entspricht aber zumindestens der einaxialen.

1.4 Bruchflächen

Zur Beschreibung der Bruchflächen von Beton wurden verschiedene Vorschläge gemacht. Diese wurden z.B. in den Arbeiten von EIBI/IVANYI [17], CEDOLN/CRUTZEN/DEI POLI [18] und CHEN et al. [19] zusammengefaßt.

Von besonderem Interesse sind die folgenden Formulierungen für die dreiaxiale Festigkeit des Werkstoffs Beton:

CHEN/CHEN [20], BRESLER/PISTER [21], FILONĚNKO/BORODIČ [22], REIMANN [23], NEWMAN [24], HANNANT/FREDERICK [25], LAUNAY/GACHON/POITEVIN [26], CEDOLIN/CRUTZEN/DEI POLI [18], ICK [27], WASTIELS [28], [29], KOTSOVOS [30], CHEN/SALEEB [31], CHEN [32].

Jede analytische Formulierung von Bruchflächen $f(\vec{\sigma}) = 0$, die den Kriterien der Abschnitte 1.2 und 1.3 genügt, ist für die praktische Berechnung geeignet. Die Brauchbarkeit einer bei dreiaxialer Beanspruchung allgemein gültigen Formulierung kann leicht nachgewiesen werden, indem die rechnerisch ermittelte Hüllkurve der zweiaxialen Festigkeiten mit entsprechenden Versuchsergebnissen verglichen wird.

Von den zur Verfügung stehenden Ansätzen zur Beschreibung von Bruchflächen, die die Kriterien der vorstehenden Abschnitte erfüllen, sollen diejenigen von OTTOSEN [33] und WILLAM/WARNKE [34] als für die praktische Anwendung besonders geeignet vorgeschlagen werden. Sie zeichnen sich durch ihre Einfachheit und ihre leichte Anwendbarkeit aus [35].

Dieses sollte jedoch nicht als eine generelle Wichtung der verfügbaren Methoden verstanden werden. Bei besonderen Problemstellungen können sich andere Bruchflächen als gleich nützlich erweisen.

Konstitutive Gleichungen für Beton

2.1 Allgemeines

Bei einer Reihe von Konstruktionen besteht in der Baupraxis das Bedürfnis nach einer möglichst realistischen Erfassung des Beanspruchungs- und Verformungszustandes unter Einbeziehung des gerissenen Zustandes. Bei einer solchen nichtlinearen Analyse - i.a. mit Hilfe numerischer Methoden - kommt naturgemäß dem Stoffgesetz besondere Bedeutung zu.

Experimentelle Ergebnisse aus jüngster Zeit haben es nun ermöglicht, für den Baustoff Beton auch Beziehungen zwischen einem aufgebrachten, mehraxialen Spannungszustand und dem daraus resultierenden Verzerrungszustand zu formulieren. Derzeit liegt eine Reihe von ersten Ansätzen vor, aus der auszuwählen jedoch spezielle Kenntnisse erfordert.

Von der Vielzahl möglicher Formulierungen - siehe den Bericht zum Erkenntnisstand [19] - sollen deshalb für den anwendungsorientierten Benutzer einige wenige, besonders geeignete empfohlen werden, die von dem Ansatz ausgehen, daß Beton ein homogenes Kontinuum ist. Sie erlauben eine realistische Erfassung

- einer einmaligen monoton zunehmenden Belastung eines Normalbetons ohne vorhergehende Lastgeschichte,
- mäßiger Belastungsgeschwindigkeiten ($\dot{\epsilon} = 10^{-2} - 10^{-5}/\text{min}$)
- hydrostatischer Spannungen bis zum Betrage von $|\sigma_{\text{oct}}| \leq 5 |f_c|$
(s. Kapitel 1)
- einer steigenden Beanspruchung bis zum Bruch sowie näherungsweise auch des Bereichs abfallender Last bei weiterer Steigerung der Verzerrung.

Zyklische Belastung sowie Langzeiteinflüsse oder Einflüsse aus Temperatur und hohen Belastungsgeschwindigkeiten werden ausgeschlossen.

Derzeit ist die Begrenzung auf monoton steigende Belastung erforderlich, da das experimentell gewonnene Datenmaterial für andere Belastungspfade nicht ausreicht.

2.2 Ausgangsbasis für die Beschreibung von Stoffgesetzen

Obwohl durchgehende Mikrorisse im Beton eine bestimmte Richtung aufweisen, wird dennoch zur Vereinfachung der Formulierung von konstitutiven Gleichungen die fortschreitende Schädigung sowohl bis zum Bruch als auch im Bereich abfallender Last als isotrop angenommen. Die Beschreibung der Bruchfläche bzw. der dreiaxialen Festigkeit des Betons ging, wie in Kapitel 1 erläutert, ebenfalls vereinfachend vom Ansatz der Isotropie aus. Grundvoraussetzung der Isotropie ist jedoch, daß in Abhängigkeit vom jeweiligen Grad der Nichtlinearität des Materials, der für jedes Spannungs- bzw. Dehnungsinkrement unterschiedlich ist, spannungs- oder dehnungsabhängige Anisotropien entstehen können. Ausgeschlossen werden lediglich materialbedingte Anisotropien, die unabhängig von der Belastung sind, so z.B. Bewehrungselemente.

Der Kontinuumsmechanik stehen somit zwei Möglichkeiten offen, das nichtlineare Werkstoffverhalten des Betons bei dem oben definierten Ansatz der Isotropie zu beschreiben:

- Elastizitätstheorie
- Elasto - Plastizitätstheorie.

Die in diesem Abschnitt erläuterten Stoffgesetze beschränken sich auf den Bereich der Elastizitätstheorie.

Für den linear elastischen Fall gilt die konstitutive Beziehung

$$\sigma_{ij} = f_{ij}(\epsilon_{kl}),$$

die in die folgenden beiden, voneinander unabhängigen, linearen Anteile aufgespalten werden kann. Der eine beinhaltet die Abhängigkeit zwischen den Oktaeder-Normalspannungen und -Dehnungen

$$\sigma_{\text{oct}} = 3 K \epsilon_{\text{oct}} = \frac{E}{(1-2\nu)} \epsilon_{\text{oct}} \quad (2.2.1)$$

der andere diejenige zwischen den Oktaeder-Schubspannungen und -Dehnungen.

$$\tau_{\text{oct}} = G \gamma_{\text{oct}} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{\text{oct}} \quad (2.2.2)$$

(wegen τ_{oct} , γ_{oct} , σ_{oct} , ϵ_{oct} siehe Anhang A). Die Materialparameter, der Schubmodul G sowie der Kompressionsmodul K sind konstante Größen.

Zur Beschreibung des nichtlinearen Spannungs-Dehnungsverhaltens können die Gleichungen (2.2.1) und (2.2.2) wie folgt erweitert werden:

$$\sigma_{\text{oct}} = 3 K_s \epsilon_{\text{oct}} \quad (2.2.3)$$

$$\tau_{\text{oct}} = G_s \gamma_{\text{oct}} \quad (2.2.4)$$

wobei die Sekantenmoduli K_s und G_s nun Funktion des ausgezeichneten Spannungs- bzw. Dehnungszustandes sind:

$$K_s = K_s(\epsilon_{ij}, \sigma_{ij}) \quad (2.2.5)$$

$$G_s = G_s(\epsilon_{ij}, \sigma_{ij}) \quad (2.2.6)$$

In diesem Falle sind die Beziehungen zwischen

$$\sigma_{\text{oct}} \text{ und } \epsilon_{\text{oct}} \quad (2.2.7)$$

$$\tau_{\text{oct}} \text{ und } \gamma_{\text{oct}}$$

- die bislang voneinander unabhängig waren, nun wegen (2.2.5) und (2.2.6) voneinander abhängig. Auf der Basis von (2.2.1) und (2.2.2) bzw. (2.2.3) und (2.2.4) sind auch Stoffgesetze in Abhängigkeit von der Änderungsrate der Spannungen (rate-type constitutive laws) formuliert worden, sie lauten in ihrer hypoelastischen Form - als Gegenpart zu (2.2.3) und (2.2.4) -:

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{Tijkl} \dot{\epsilon}_{kl} ; \quad (\dot{}) = \frac{d()}{dt}, \quad (2.2.8)$$

where in general

$$E_{Tijkl} = E_{Tijkl}(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}) . \quad (2.2.9)$$

Algebraische Formulierungen ähnlich zu (2.2.3) und (2.2.4) werden traditionsgemäß bei der Beschreibung der nichtlinearen Elastizität verwendet. Hierbei ist die Antwort des Systems bei wegunabhängigem Verhalten unabhängig von einer Lastgeschichte. Im Gegensatz dazu werden Stoffgesetze, die in Abhängigkeit von der Änderungsrate der Spannungen formuliert sind, traditionsgemäß dann verwendet, wenn die Antwort des Systems von der Entwicklung des Materialverhaltens über den gesamten Lastpfad abhängig ist.

Von der Berechnung her erfordern finite Stoffgesetze die Lösung eines nichtlinearen Gleichungssystems. Wegen des begrenzten Konvergenzverhaltens von Iterationsverfahren wird die totale Formulierung in Analogie zu den differentiellen Stoffgesetzen üblicherweise in eine inkrementelle übergeführt. Ein mögliches Abdriften, verursacht durch die Anwendung finiter Lastelemente, kann praktisch dadurch eliminiert werden, daß auf Grundlage der totalen Spannungs-Dehnungsbeziehung zusätzliche Restkräfte ermittelt werden, mit deren Hilfe das Gleichungssystem iterativ auf die wahre Lösung hingeführt wird.

Im Gegensatz dazu geben die Modelle, die von der tangentialen Änderungsrate der Spannungen abhängen, ausschließlich Auskunft über das lokale, infinitesimale, linear elastische Verhalten in der Nähe des aktuellen Beanspruchungszustandes. Die wahre Belastungsgeschichte muß durch ein rein inkrementelles Vorgehen nachvollzogen werden. Dieser Schritt-für-Schritt-Algorithmus beinhaltet somit unweigerlich einen gewissen Rundungsfehler, dessen Größe vom Vorgehen bei der numerischen Integration abhängt. Ferner stellt sich ein Abweichen von der wahren Lösung in Abhängigkeit von der Größe des Lastinkrements und der Genauigkeit des Rechenalgorithmus ein. Dies kann nicht durch die Ermittlung von Restkräften korrigiert werden.

2.3 Experimentelle Ergebnisse

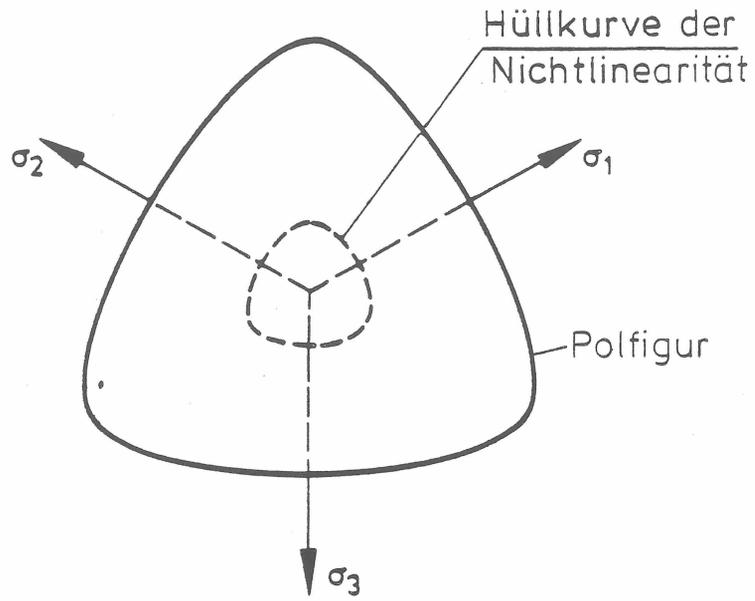
Zur Bestimmung des Zusammenhangs zwischen Spannungs- und Verzerrungszustand beim Werkstoff Beton unter den in Abschnitt 2.1 genannten einschränkenden Bedingungen liegt eine Reihe von experimentellen Resultaten vor, die u.a. in [16] und [17] zusammengefaßt sind. Einige besonders wichtige neuere Versuchsergebnisse sind z.B. über [36] zugänglich gemacht. Zu unterscheiden ist dabei zwischen

- biaxialen Versuchen an prismatischen Prüfkörpern und
- triaxialen Versuchen an würfelförmigen oder zylindrischen Versuchskörpern, wobei je nach Art der Einrichtung alle drei Hauptspannungen unabhängig voneinander oder jeweils eine Hauptspannung unabhängig von den beiden anderen, die in einem konstanten Verhältnis stehen, variiert wurden.

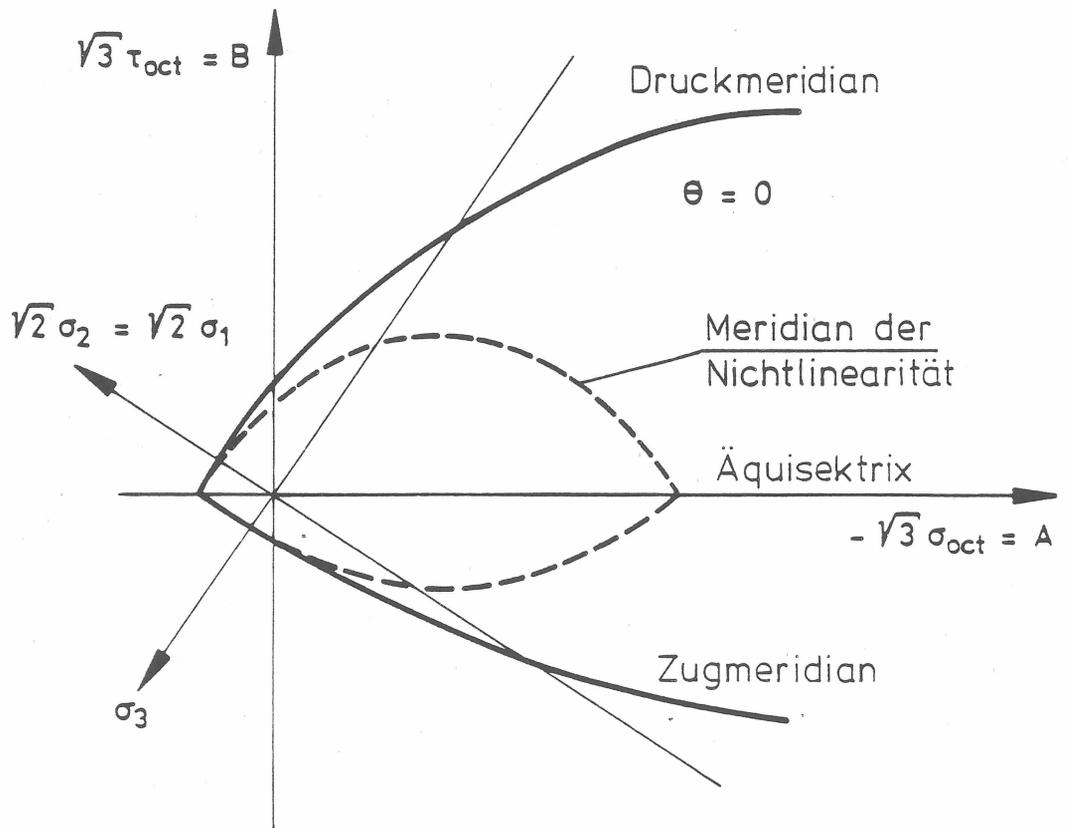
Versucht man in der hier gebotenen Kürze den dabei gewonnenen Stand experimenteller Erkenntnisse zusammenzufassen, so ist folgendes auszuführen:

- Die experimentellen Ergebnisse zeigen für Betone ähnlicher Zusammensetzung bei verschiedenen Prüfeinrichtungen noch beachtliche Abweichungen voneinander.

- Vergleichsversuche [33] haben deutlich gezeigt, daß der Vermeidung von Querdehnungsbehinderungen an den Übergangsflächen Prüfkörper/Prüfeinrichtung signifikante Bedeutung zukommt. Bei der Beurteilung experimenteller Ergebnisse müssen diese besonders beachtet werden.
- Grundsätzlich ergeben sich für den Bereich mit überwiegender Druckbeanspruchung bei triaxialen Versuchen ähnliche Ergebnisse wie für den einaxialen Druckversuch.
- Bei monotoner Laststeigerung und konstantem Hauptspannungsverhältnis ist zunächst ein weitgehend linearer, reversibler Zusammenhang zwischen Okteader-Schubspannung ($\sim J_{2\sigma}$) und deviatorischen Dehnungen ($\sim J_{2\epsilon}$) bzw. hydrostatischer Spannung ($\sim I_{1\sigma}$) und volumetrischer Dehnung ($\sim I_{1\epsilon}$) zu beobachten. Zu diesen addieren sich offensichtlich bei steigender Beanspruchung irreversible Dehnungsanteile beider Arten.
- Es gilt als gesichert, daß bei Überschreiten einer bestimmten Beanspruchung - diese wird durch die Hüllkurve der Nichtlinearität beschrieben - irreversible Schädigungen auftreten. Diese sind vom hydrostatischen Spannungszustand und von $J_{3\sigma}$ abhängig (Bild 5). Während der Übergang vom linearem zu deutlich nichtlinearem Verhalten im Falle der zweiaxialen Beanspruchung klar zu erkennen ist, vollzieht sich dieser bei dreiaxialer Beanspruchung wesentlich langsamer.
- Die mit steigender hydrostatischer Spannung zunehmende Volumenverminderung schlägt bei hohen Okteader-Schubspannungen im Bruchbereich in eine Volumenvergrößerung (Dilatanz) um.
- Experimente lassen den Schluß zu, daß eine Kopplung zwischen hydrostatischen Dehnungen und deviatorischen Spannungen besteht. Obwohl die Invariante $J_{3\sigma}$ die Bruchfläche stark beeinflusst, kann aufgrund der bislang vorliegenden experimentellen Ergebnisse der Einfluß von $J_{3\sigma}$ auf die Spannungs-Dehnungsbeziehungen nicht quantifiziert werden.



a) Oktaeder Ebene



b) Meridian Ebene
(Rendulic Ebene)

Bild 5: Begrenzungslinien der Nichtlinearität

- Das Verformungsvermögen bei dreiaxialer Druckbeanspruchung ist bei weitem größer als bei einaxialer.

- Die vorhandenen Kenntnisse reichen nicht aus, um den abfallenden Ast, - die Spannungs-Dehnungsbeziehung nach Überschreiten der Grenzfestigkeit - exakt beschreiben zu können.
Die beiden folgenden Aussagen können dennoch getroffen werden:
Mit der Zunahme der hydrostatischen Spannungskomponente für den Zustand des Versagens wird der Spannungs-Dehnungsverlauf im Bereich des abfallenden Astes flacher.
Für den Fall, daß die Querdruckspannungen (z.B. $|\sigma_1|$, $|\sigma_2|$) größer als ein Drittel der vom Betrage her größten Hauptdruckspannung sind, konnte kein Spannungsabfall $|\sigma_3|$ in Abhängigkeit von der Dehnung $|\epsilon_3|$ beobachtet werden. Das Auftreten eines solchen Verhaltens ist zudem äußerst unwahrscheinlich.

- Nach Überschreiten der Bruchfläche stellt sich eine bedeutende Veränderung des Materialverhaltens ein. Bei einer nachfolgenden unabhängigen Belastung muß dieses berücksichtigt werden.

- Bisher wurden vor allem Spannungspfade geprüft, bei denen das Verhältnis der Hauptspannungen während der ganzen Untersuchung unverändert blieb. Erste Versuche, bei denen zunächst ein hydrostatischer Spannungszustand und nachfolgend ein Hauptspannungsvektor in der Oktaeder-Ebene mit steigendem Betrag bis zum Bruch aufgebracht wurde, zeigten demgegenüber keine signifikanten Unterschiede. Lediglich die Dilatanz beim Bruch scheint im letztgenannten Fall kleiner zu sein.

Dies legt die Vermutung nahe, daß bei einer Steigerung der Beanspruchung unter einem konstantem Spannungsverhältnis mehr innere Schädigung akkumuliert wird, als bei einer hydrostatischen Vorspannung mit nachfolgend deviatorischer Belastung bis zum Bruch.

- Wenngleich experimentell wenig abgesichert, muß derzeit angenommen werden, daß bei vollständiger Entlastung unter konstantem Span-

- nungsverhältnis eine weitgehend lineare Dehnungsabnahme bis zu einem Endpunkt erfolgt, der durch die akkumulierten irreversiblen Schädigungsanteile während des Belastungsvorgangs bestimmt wird.
- Spezielle mehraxiale Versuche für den Bereich mit überwiegender Zugbeanspruchung liegen nur in sehr begrenzter Anzahl vor. Es wird allgemein angenommen, daß hierfür die im Druckbereich unter geringen Beanspruchungen zu beobachtende Linearität zwischen σ_{ij} und ϵ_{ij} bis zum Versagen erhalten bleibt.

2.4 Empfohlene konstitutive Gleichungen

In Bezugnahme auf Kapitel 2.1 und wegen ihrer Einfachheit sind vier Stoffgesetze im Hinblick auf ihre Anwendbarkeit für die Praxis näher untersucht worden.

Die Modelle von

CEDOLIN, L. [35] (1)

GERSTLE, K.H./ASCHL, H. [36] (2)

KOTSOVOS, M.D. [35] (3)

OTTOSEN, N.S. [37] (4)

wurden anhand von zuverlässigen Versuchsergebnissen überprüft. Alle konnten diese innerhalb der gegebenen Grenzen in angemessener Weise reproduzieren.

Modell (4) wird hier wegen seiner physikalischen Vollständigkeit näher vorgestellt. Wegen der Modelle (1) und (3) sei auf die Veröffentlichung [35] sowie wegen (2) auf [57] hingewiesen. Dieses bedeutet in keinsten Weise eine Abwertung der zuletzt genannten Stoffgesetze, denn im Einzelfall kann ihre Anwendung sogar einfacher und adäquater sein.

Während das explizite Modell (1) numerische Vorteile im Falle einer zweiaxialen Beanspruchung aufweist, zeichnet sich Modell (3) sowohl durch die hervorragende Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen als auch durch die Einfachheit der verwendeten Formulierungen aus. Ein allgemein gültiger Vergleich zwischen den Modellen (1), (3) und (4) und den Versuchsergebnissen wurde in [35] durchgeführt.

2.5 Stoffgesetz für Kurzzeitbelastung von Beton, vorgeschlagen von N.S. OTTOSEN [37]

Dieses finite Stoffgesetz basiert auf dem Ansatz der nichtlinearen Elastizität, wobei die Sekantenwerte des Elastizitätsmoduls E_s und der Querdehnungszahl ν_s von der aktuellen Belastung abhängen.

Das Vorgehen bei diesem Stoffgesetz wird zweckdienlicherweise in vier Abschnitte unterteilt:

- 1.) Kalibrierung,
- 2.) Maß der Nichtlinearität,
- 3.) Sekantenwert des Elastizitätsmoduls und
- 4.) Sekantenwert der Querdehnungszahl.

Kalibrierung

Das Stoffgesetz wird durch die folgenden Daten, die im einaxialen Versuch gewonnen werden, kalibriert:

- | | |
|--------------|---|
| E_0 | - Ursprungselastizitätsmodul |
| ν_0 | - Ursprungsquerdehnungszahl |
| f_c, f_t | - Einaxiale Druck- bzw. Zugfestigkeit (siehe Kapitel 1).
Diese Festigkeitswerte dienen ebenfalls der Kalibrierung des zu verwendenden Bruchkriteriums, Einzelheiten folgen später. |
| ϵ_c | - Dehnung bei einer Belastung entsprechend der einaxialen Druckfestigkeit |
| D | - Parameter zur Beschreibung des abfallenden Astes,
Einzelheiten folgen später. |

Das Stoffgesetz muß durch ein Bruchkriterium vervollständigt werden, wobei jedes realistische verwendet werden kann, das den Bedingungen, wie sie in Kapitel 1 definiert werden, entspricht.

Zusätzlich muß ein Kriterium ausgewählt werden, das eine Aussage über die Art des Bruches zuläßt, d.h. das duktile und sprödes Versagen voneinander abgrenzt. Unter der Voraussetzung einer stetigen

Bruchfläche wird hier angenommen, daß ein Riß dann entsteht, wenn sowohl das Bruchkriterium verletzt wird als auch

$$\sigma_1 \geq f_t/2 \quad (2.4.1)$$

erfüllt wird. Der infrage kommende Spannungszustand wird durch die Hauptspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 beschrieben, wobei

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3.$$

Im folgenden werden Einzelheiten des Stoffgesetzes nur insoweit gegeben, wie sie zur praktischen Anwendung notwendig sind. Die für eine Berechnung erforderlichen Schritte werden nacheinander aufgeführt.

Maß der Nichtlinearität β

Um die Höhe der aktuellen Belastung bestimmen zu können, wird das Maß der Nichtlinearität herangezogen. Allgemein stellt dieses Maß eine Beziehung zwischen der momentanen Belastung und dem Versagenszustand dar, der durch das Bruchkriterium definiert wird.

Für den Fall, daß keine Zugspannungen auftreten, wird das Maß der Nichtlinearität durch

$$\beta = \frac{\sigma_3}{\sigma_{3f}} \quad (2.3.2a)$$

definiert. Hierbei ist

- σ_3 - die größte momentan vorhandene Druckspannung
- σ_{3f} - der entsprechende Wert für den Versagenszustand bei unverändertem σ_1 und σ_2 . D.h. der Spannungszustand $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{3f})$ erfüllt das Bruchkriterium.

Falls der Spannungszustand Zugspannungen einschließt, d.h. wenn zu-
mindest $\sigma_1 > 0$ gilt, wird das Maß der Nichtlinearität durch

$$\beta = \frac{\sigma_3'}{\sigma_{3f}'} \quad (2.4.2b)$$

definiert, wobei

$$(\sigma_1', \sigma_2', \sigma_3') = (0, \sigma_2 - \sigma_1, \sigma_3 - \sigma_1)$$

σ_{3f}' - der σ_3' entsprechende Wert für den Versagenszustand
bei unverändertem σ_1' bzw. σ_2' . D.h. der Span-
nungszustand $(\sigma_1', \sigma_2', \sigma_{3f}')$ erfüllt das
Bruchkriterium.

Bei Spannungszuständen, die keine Zugspannungen aufweisen, ent-
spricht $0 \leq \beta < 1$ einer Belastung, die innerhalb, $\beta = 1$ einer
solchen auf und $\beta < 1$ einer, die außerhalb der Bruchfläche liegt.
Schließt der Spannungszustand Zugspannungen ein, so gilt selbst im
Zustand des Versagens $\beta < 1$.

Sekantenwert des Elastizitätsmoduls E_s

a) - Bestimmung des Sekantenwertes des Elastizitätsmoduls für den
Versagenszustand E_f

κ wird wie folgt definiert

$$\kappa = \left(\frac{J_2 \sigma}{|f_c|} \right)_f - \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2.4.3)$$

wobei

$\left(\frac{J_2 \sigma}{|f_c|} \right)_f$ - Wert dieser Invarianten für den Zustand des
Versagens, d.h. für $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{3f})$ and $(\sigma_1', \sigma_2', \sigma_{3f}')$,
während $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ der momentanen Belastung entspricht.

Bei einachsiger Belastung gilt $\kappa = 0$.

Für $\kappa \geq 0$ gilt

$$E_f = \frac{E_c}{1 + 4(A - 1)\kappa} \quad , \quad (2.4.4a)$$

wobei E_c dem Sekantenwert des Elastizitätsmoduls bei einaxialem Druckbruch entspricht, d.h. $E_c = |f_c|/\epsilon_c$ und ferner A mit

$$A = E_o/E_c \quad (A > 4/3 \text{ mu\ss} \text{ erf\ddot{u}llt sein}) \quad (2.4.5)$$

festgelegt wird.

für $\kappa < 0$ gilt

$$E_f = E_c \quad (2.4.4b)$$

b) - Wahl des Parameters D zur Beschreibung des abfallenden Astes

Wenn der abfallende Ast für die einaxiale Spannungs-Dehnungslinie bekannt ist, läßt sich der Parameter D einfach ermitteln. Andernfalls muß D unter Beachtung der Tatsache gewählt werden, daß sich die Duktilität des Werkstoffverhaltens proportional zur Größe des Parameters D verhält. Die Wahl muß die folgenden Bedingungen erfüllen:

$$(1 - A/2)^2 < D \leq 1 + A(A-2) \quad \text{für} \quad A \leq 2 \quad (2.4.6)$$

$$0 \leq D \leq 1 \quad \text{für} \quad A \geq 2$$

Typische Werte für D liegen zwischen 0 und 0,2.

c) - Bestimmung des Sekantenwertes des Elastizitätsmoduls E_s

$$E_s = \frac{1}{2} E_o - \beta \left(\frac{1}{2} E_o - E_f \right) \quad (2.4.7)$$

$$\pm \left[\frac{1}{2} E_o - \beta \left(\frac{1}{2} E_o - E_f \right) \right]^2 + E_f^2 \beta [D(1-\beta) - 1]$$

Hierbei ist das positive Vorzeichen für den steigenden und das negative Vorzeichen für den fallenden Ast der Spannungs-Dehnungslinie anzuwenden. Wegen fehlender Versuchsergebnisse wird das Verhalten des Betons nach dem Bruch im Druck-Zugbereich bei dem Auftreten von kleinen Zugspannungen (Das Maß der Nichtlinearität für den Bruchzustand ist hierbei $\beta_f < 1.$), wobei weder ein reiner Druckbruch auftritt noch ein Riß entsteht, wie es im Bild 6 dargestellt ist, simuliert. Dabei erhält man den abfallenden Ast durch eine Parallelverschiebung des Teils MN der Originalkurve nach Überschreitung des Bruchzustandes. Folglich kann der Sekantenwert E_s durch

$$E_s = \frac{\beta E_{MN} E_A E_M}{\beta E_A E_M + \beta_f E_{MN} (E_M - E_A)} \quad (2.4.8)$$

bestimmt werden. E_{MN} wird mit Hilfe von (2.4.7) unter Verwendung des negativen Vorzeichens und des aktuellen Wertes von β erhalten. Die Konstanten E_A und E_M lassen sich ebenfalls über (2.4.7) ermitteln und zwar, in dem einmal das positive und einmal das negative Vorzeichen bei Ansatz von β für den Versagenszustand (d.h. $\beta = \beta_f$) eingesetzt wird.

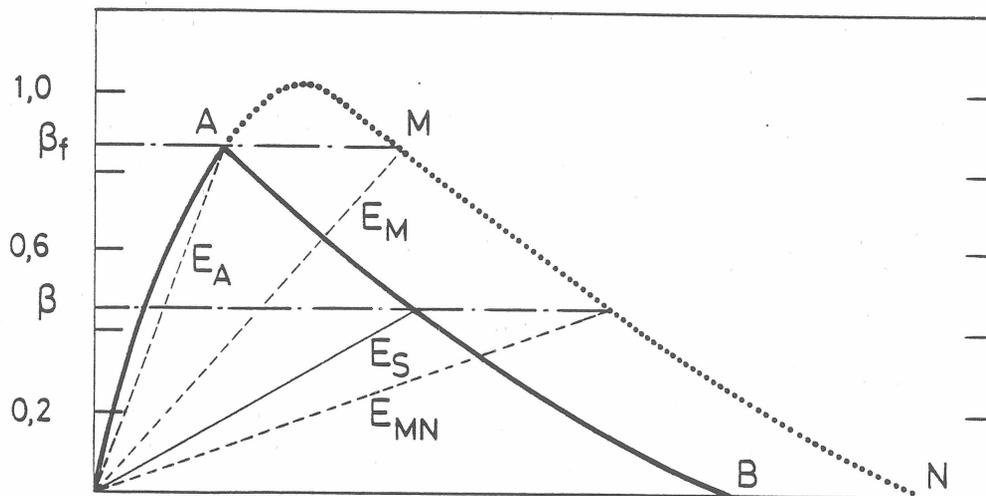


Bild 6: Verhalten des Betons nach dem Bruch im Druck-Zugbereich für einen Spannungszustand, der weder zu einem Druckbruch noch zu einer Rißbildung führt

Sekantenwert der Querdehnungszahl v_s

Für Beanspruchungen bis einschließlich des Versagenszustandes kann der Sekantenwert der Querdehnungszahl v_s unabhängig von der Art des Betons wie folgt definiert werden:

$$v_s = v_0 \quad \text{für } \beta \leq \beta_a \quad (2.4.9a)$$

$$v_s = v_f - (v_f - v_0) \sqrt{1 - \frac{\beta - \beta_a}{1 - \beta_a}^2} \quad \text{für } \beta > \beta_a \quad (2.4.9b)$$

mit

$$\beta_a = 0.8 \text{ and } v_f = 0.36$$

Obwohl wenig über den Anstieg von v_s nach dem Überschreiten der Bruchfläche bekannt ist, kann dieser über das folgende Verfahren angenähert werden. Für zwei aufeinanderfolgende bekannte Werte von E_s ($i, i+1$ bezeichnet zwei aufeinanderfolgende Spannungszustände) und dem ebenfalls bekannten Wert von $v_{s,i}$ gilt die folgende Beziehung zwischen den entsprechenden Kompressionsmoduli, wobei der Ansatz getroffen wird, daß sie konstant seien.

$$K_{s,i} = K_{s,i+1} = \frac{E_{s,i}}{3(1-2v_{s,i})} = \frac{E_{s,i+1}}{3(1-2v_{s,i+1}^*)} \quad (2.4.10)$$

Hieraus kann $v_{s,i+1}^*$ berechnet werden.

Für eine schrittweise Abnahme des E_s -Moduls um 5 % setzt OTTOSEN einfach

$$v_{s,i+1} = 1.005 v_{s,i+1}^* \quad (2.4.11)$$

somit stellt er im Bruchbereich die Volumenvergrößerung (Dilatanz) sicher.

Es ist offensichtlich, daß $v_s \leq 0.5$ eingehalten werden muß.

3. Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Bericht wird ein kurzer Überblick zum Verhalten des Werkstoffs Beton unter mehraxialer Beanspruchungen gegeben. Dieser schließt sowohl den Stand der experimentellen Erkenntnis als auch mögliche Formulierungen von Bruchkriterien und konstitutiven Gleichungen im Hinblick auf ihre praktische Anwendbarkeit ein.

Dieser Bericht muß als erster Schritt in Richtung auf die Erarbeitung von Richtlinien zur Bemessung gesehen werden. Erste Versuchsergebnisse, die auf einer soliden Basis beruhen, wurden erst vor kurzem erzielt. Um das Wissen zu vergrößern, sind wesentlich mehr Experimente erforderlich, die vor allem auch der Untersuchung unterschiedlicher Belastungspfade dienen sollten. Somit werden sicherlich zukünftig auch neue Verfahren zur Darstellung des Verhaltens von Beton bei dreiaxialer Beanspruchung entwickelt werden.

Wesentliche Untersuchungen sind auch im Bereich der Sicherheitstheorie durchzuführen, die die Grundvoraussetzung für die praktische Nutzbarkeit der hier vorgestellten Bruchkriterien bilden.

Anhang A

Bezeichnungen

$A = E_0/E_C$	Parameter zur Ermittlung von E_f und zur Wahl von D
D	Parameter zur Beschreibung des abfallenden Astes
E	Elastizitätsmodul
E_A	Elastizitätsmodul, s. Bild 6
E_C	Sekantenwert des Elastizitätsmoduls für den Zustand des einaxialen Druckbruchs
E_f	Sekantenwert des Elastizitätsmoduls für den Zustand des Versagens
E_0	Ursprungselastizitätsmodul
$E_{Tijkl} = E_{Tijkl}(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij})$	Tangentenwert des Elastizitätsmoduls - Tensorformulierung
E_M, E_{MN}	Elastizitätsmodul, s. Bild 6
E_s	Sekantenwert des Elastizitätsmoduls
$\vec{f} = \vec{\sigma}_{\max}$	Vektor der Festigkeit
$\vec{\bar{f}} = \vec{\bar{\sigma}}_{\max}$	Vektor der Festigkeit, bezogen auf die einaxiale Druckfestigkeit f_C
$\vec{\bar{f}} = \{0, 0, -1\}$	bezogener Vektor der Festigkeit bei einaxialer Druckbeanspruchung

$$J_{2\varepsilon} = \frac{1}{2} (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2)$$

zweite Invariante des deviatorischen Dehnungstensors

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

Kompressionsmodul

$$K_s = K_s(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij})$$

Sekantenwert des Kompressionsmoduls

β

Maß der Nichtlinearität

$$\gamma_{\text{oct}} = 2 \cdot \frac{2}{3} J_{2\varepsilon}$$

Oktaeder-Schubdehnung (Definition im ingenieurmäßigen Sinne)

ε_c

Dehnung bei einaxialem Druckbruch

ε_{ij}

Dehnungstensor

$$\varepsilon_{\text{oct}} = \frac{1}{3} I_{1\varepsilon}$$

Oktaeder-Normaldehnung

$$\tilde{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_{\text{oct}}$$

deviatorische Hauptdehnungen

$$\tilde{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_{\text{oct}}$$

$$\tilde{\varepsilon}_3 = \varepsilon_3 - \varepsilon_{\text{oct}}$$

κ

Invariante zur Bestimmung von E_f

ν

Querdehnungszahl

ν_f

Querdehnungszahl im Bruchzustand

ν_0

Querdehnungszahl im Ursprung

ν_s

Sekantenwert der Querdehnungszahl

f_c	einaxiale Druckfestigkeit
f_{2c}	zweiachiale Druckfestigkeit ($\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3$)
f_{3c}	dreiaxiale Druckfestigkeit ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$)
f_t	einaxiale Zugfestigkeit
f_{2t}	zweiachiale Zugfestigkeit ($\sigma_1 = \sigma_2 > 0, \sigma_3 = 0$)
f_{3t}	dreiaxiale Zugfestigkeit ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 > 0$)
$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$	Schubmodul
$G_s = G_s(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij})$	Sekantenwert des Schubmoduls
$I_{1\sigma} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$	erste Invariante des Spannungstensors
$I_{2\sigma} = -(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)$	zweite Invariante des Spannungstensors
$I_{3\sigma} = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$	dritte Invariante des Spannungstensors
$I_{1\epsilon} = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$	erste Invariante des Dehnungstensors
$J_{1\sigma} = 0$	erste Invariante des deviatorischen Spannungstensors
$J_{2\sigma} = \frac{1}{2} (\tilde{\sigma}_1^2 + \tilde{\sigma}_2^2 + \tilde{\sigma}_3^2)$	zweite Invariante des deviatorischen Spannungstensors
$J_{3\sigma} = \tilde{\sigma}_1 \tilde{\sigma}_2 \tilde{\sigma}_3$	dritte Invariante des deviatorischen Spannungstensors

$$\vec{\sigma} = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$$

Spannungsvektor, wobei $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ Hauptspannungen (Zugspannung: positiv)

$$\vec{\sigma} = \left\{ \frac{\sigma_1}{|f_c|}, \frac{\sigma_2}{|f_c|}, \frac{\sigma_3}{|f_c|} \right\}$$

Spannungsvektor bezogen auf die einaxiale Druckfestigkeit f_c

$$\sigma_{ij}$$

Spannungstensor

$$\sigma_{\text{oct}} = \frac{1}{3} I_1 \sigma$$

Oktaeder-Normalspannung

$$\tilde{\sigma}_1 = \sigma_1 - \sigma_{\text{oct}}$$

deviatorische Normalspannungen

$$\tilde{\sigma}_2 = \sigma_2 - \sigma_{\text{oct}}$$

$$\tilde{\sigma}_3 = \sigma_3 - \sigma_{\text{oct}}$$

$$\{\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3\} = \{0, \sigma_2 - \sigma_1, \sigma_3 - \sigma_1\}$$

$$\sigma_{3f}$$

Wert im Versagenszustand bei unveränderten σ_1 und σ_2

$$\sigma'_{3f}$$

Wert im Versagenszustand bei unveränderten σ'_1 und σ'_2

$$\tau_{\text{oct}} = \sqrt{\frac{2}{3} J_2}$$

Oktaeder-Schubspannung

$$(\dot{}) = \frac{d()}{dt}$$

Ableitung nach der Zeit

Äquisektrix

Achse im Spannungsraum mit $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ (Bilder 1, 2 und 3)

Oktaeder-Ebene

Ebene senkrecht zur Äquisektrix

Polfigur

Schnitt der Bruchfläche mit der Oktaeder-Ebene

Hüllkurve der zweiaxialen Festigkeiten

Schnitt der Bruchfläche mit einer Koordinatenebene; sie beinhaltet die Festigkeiten f_{2t}, f_t, t_c und f_{2c} (Bilder 1 und 4)

Rendulic-Ebene	Ebene, die durch eine Hauptspannungsachse und dem Halbwinkel zwischen den beiden übrigen beschrieben wird; sie enthält die Äquisektrix (Bild 3)
Dreiaxiale Druckkurve	Kurve in der Rendulic-Ebene, die die Festigkeiten f_c , f_{2t} und f_{3t} enthält (Bild 1)
Dreiaxiale Zugkurve	Kurve in der Rendulic-Ebene, die die Festigkeiten f_{3t} , f_t und f_{2c} enthält (Bild 1)

Anhang B

Literaturhinweise

- [1] Dougill, J.W.: On Stable Progressively Fracturing Solids.
Journ. Appl. Math. & Physics (ZAMP), Vol. 27., 1976,
Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart

- [2] Gerstle, K.H., Linse, D.H., Bertacchi, P., Kotsovos, M.D.,
Ko, H.-Y., Newman, J.B., Rossi, P., Schickert, G., Taylor,
M.A., Traina, L.A., Zimmermann, R.M.: Strength of Concrete
under Multiaxial Stress States. Proc. McHenry Symposium,
Mexico City, ACI, October 1976, Detroit, Mich.

- [3] Schickert, G., Winkler, H.: Versuchsergebnisse zur
Festigkeit von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung.
DAfStb Heft 277, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1977

- [4] Balmer, G.G.: Shearing Strength of Concrete under High
Triaxial Stress - Computation of Mohrs Envelope as a Curve.
Struc. Res. Lab. Rep. No. SP 23, US Dept. of the Int.,
Bureau of Recl., Denver, Col. 1949

- [5] Richart, F.E., Brandtzaeg, A., Brown, R.L.: A Study of the
Failure of Concrete under Combined Compressive Stresses.
University of Ill., Bull. No. 185, Eng. Exp. Stat., Urbana
1928

- [5] Kupfer, H.: Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger
Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der
zweiachsigen Beanspruchung. DAfStb Heft 229, Wilhelm Ernst
& Sohn, Berlin 1973

- [7] Kupfer, H., Hilsdorf, H.K., Rüschi, H.: Behaviour of
Concrete under Biaxial Stresses. ACI Journal, Vol. 66, Aug.
1969

- [8] Launay, P., Gachon, H.: Strain and Ultimate Strength of Concrete under Triaxial Stress. SMIRT-Conf. Paper H 1/3, Berlin 1971

- [9] Chinn, J., Zimmermann, R.M.: Behaviour of Plain Concrete under Various High Triaxial Compression Loading Conditions. Techn. Rep. No. WLTR 64-163, Air Force Weapons Lab., New Mexico 1965

- [10] Mills, L.L., Zimmermann, R.M.: Compressive Strength of Plain Concrete under Multiaxial Loading Conditions. ACI Journal, Vol. 67, Oct. 1970

- [11] Weigler, H., Becker, G.: Über das Bruch- und Verformungsverhalten von Beton bei mehrachsiger Beanspruchung. Bauingenieur, 36 Jahrg., Heft 10, 1961

- [12] Palaniswamy, R., Shah, S.P.: Fracture and Stress-Strain Relation of Concrete under Triaxial Compression. Journ. Struct. Div. ASCE, Vol. 100, St 5, May 1974

- [13] Tasuji, M.E., Slate, F.O., Nilson, A.H.: Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Biaxial Loading. ACI Journal, Vol. 75, July 1978

- [14] Newman, J.B., Newman, K.: The Cracking and Failure of Concrete under Combined Stresses and its Implications for Structural Design. RILEM, Int. Symposium, Cannes 1972

- [15] Kotsovos, M.D.: Effect of Stress Path on the Behaviour of Concrete under Triaxial Stress States. ACI Journal, Vol. 76, Feb. 1979

- [16] Cedolin, L., Crutzen, Y.R.J., Dei Poli, S.: Stress-Strain Relationship and Ultimate Strength of Concrete under Triaxial Loading Conditions. Report No. 13, Costruzioni in Cemento Armato, Studi e Rendiconti, Politecnico di Milano, 1976

- [17] Eibl, J., Ivanyi, G.: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton. DAFStb Heft 260, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1976

- [18] Cedolin, L., Crutzen, Y.R.J., Dei Poli, S.: Triaxial Stress-Strain Relationship for Concrete. Journ. Eng. Mech. Div. ASCE, Vol. 103, EM3, June 1977

- [19] Chen, W.F., Bazant, Z.P., Buyukozturk, O., Chang, T.Y., Darwin, D., Liu, T.C.Y., Willam, K.J.: Constitutive Relations and Failure Theories (Chapter 2) CE-STR-81-21 (1981). ASCE Task Committee on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures

- [20] Chen, A.C.T., Chen, W.F.: Constitutive Relations for Concrete. Journ. Eng. Mec. Div. ASCE, Vol. 101, EM4, 1975

- [21] Bresler, B., Pister, K.S.: Strength of Concrete under Combined Stresses. ACI Journal, Vol. 55, 1958

- [22] Filonenko-Borodic, M.M.: Mechanical Theories of the Strength of Materials. Izdat Mosk. Univ. 1961

- [23] Reimann, H.: Kritische Spannungszustände des Betons bei mehrachsiger, ruhender Kurzzeitbelastung. DAFStb Heft 175, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1965

- [24] Newman, K.: Criteria for the Behaviour of Plain Concrete under Complex States of Stresses. Proc. Int. Conf. (1965): The Structure of Concrete, London 1965, Cement and Concrete Association, London 1968

- [25] Hannant, D.I., Frederick, C.O.: Failure Criteria for Concrete under Compression. Mag. of Conc. Res., Vol. 20. Sept. 1968

- [26] Launay, P., Gachon, H., Poitevin, P.: Déformation et résistance ultime du béton sous étreinte triaxiale. Annales Inst. Tech. du Bâtiment et du Travaux Publics No 269, May 1970
- [27] Ick, U.: Theorie der dreiachsigen Festigkeit des Betons. Inst. für Konstr. Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, Mit. 1976-9
- [28] Wastiels, J.: Behaviour of Concrete under Multiaxial Stresses - A Review. Cement & Conc. Res., Vol. 9, Jan. 1979
- [29] Wastiels, J.: Failure Criteria for Concrete under Multiaxial Stress States. IABSE Colloquium Copenhagen, IABSE Report of the Working Commissions, Vol. 29, 1979
- [30] Kotsovos, M.D.: A Mathematical Description of the Strength Properties of Concrete under Generalized Stress. Mag. of Conc. Res., Vol. 31, Sept. 1979
- [31] Chen, W.F., Saleeb, A.F.: Constitutive Equations for Engineering Materials. John Wiley & Sons, New York, 1982
- [32] Chen, W.F.: Plasticity in Reinforced Concrete. Mc Graw-Hill, 1982
- [33] Ottosen, N.S.: A Failure Criterion for Concrete. Journ. Eng. Mec. Div. ASCE, Vol. 103, EM4, Aug. 1977
- [34] Willam, K.J., Warnke, E.P.: Constitutive Model for the Triaxial Behaviour of Concrete. IABSE Report Vol. 19, 1974, Colloquium on "Concrete Structures Subjected to Triaxial Stresses", ISMES Bergamo 1974
- [35] Eibl, J., et al.: Concrete under Multiaxial States of Stress - Constitutive Equations for Practical Design. Comité Euro International du Béton, Bulletin d'Information N^o. 156, Contribution a la 23^e Session Pleniére du C.E.B., Prague - Oct. 1983

- [36] Gerstle, K.H., Aschl, H., Belotti, R., Bertacchi, P., Kotsovos, M.D., Ko, H.-Y., Linse, D., Newman, J.B., Rossi, P., Schickert, G., Taylor, M.A., Traina, L.A., Winkler, H., Zimmermann, R.M.: Behaviour of Concrete under Multiaxial Stress States. Journ. Eng. Mec. Div. ASCE, Vol. 106, EM6, Dec. 1980
- [37] Ottosen, N.S.: Constitutive Model for Short-Time Loading of Concrete. Journ. Eng. Mech. Div. ASCE, Vol. 105, EM1, Feb. 1979