

Biegefestigkeit von Brettschichtholz  
in Abhängigkeit von Rohdichte,  
Elastizitätsmodul, Ästigkeit und  
Keilzinkung der Lamellen, der Lage der  
Keilzinkung sowie von der Trägerhöhe

**T 1920**

T 1920

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69  
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12  
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00  
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail [irb@irb.fraunhofer.de](mailto:irb@irb.fraunhofer.de)

[www.baufachinformation.de](http://www.baufachinformation.de)

BIEGEFESTIGKEIT VON BRETTSCHICHTHOLZ IN ABHÄNGIGKEIT  
VON ROHDICHTE, ELASTIZITÄTSMODUL, ÄSTIGKEIT UND KEILZINKUNG  
DER LAMELLEN, DER LAGE DER KEILZINKUNG SOWIE VON DER TRÄGERHÖHE

Teil A: Karlsruher Untersuchungen

von

Jürgen Ehlbeck und Francois Colling

Teil B: Münchner Untersuchungen

von

Bodo Heimeshoff und Rupert Kneidl

Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine

Abt. Ingenieurholzbau

Universität Fridericiana Karlsruhe

o.Prof.Dr.-Ing. Jürgen Ehlbeck

1987

Lehrstuhl für Baukonstruktion und Holzbau

Technische Universität München

o.Prof.Dr.-Ing. Bodo Heimeshoff

1987

BIEGEFESTIGKEIT VON BRETTSCHICHTHOLZ IN ABHÄNGIGKEIT  
VON ROHDICHTE, ELASTIZITÄTSMODUL, ÄSTIGKEIT UND KEILZINKUNG  
DER LAMELLEN, DER LAGE DER KEILZINKUNG SOWIE VON DER TRÄGERHÖHE

Teil A: Karlsruher Untersuchungen

von

Jürgen Ehlbeck und Francois Colling

Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine

Abt. Ingenieurholzbau

Universität Fridericiana Karlsruhe

o.Prof.Dr.-Ing. Jürgen Ehlbeck

1987

## I N H A L T

1	Ziel des Forschungsvorhabens	1
2	Untersuchungen über die Regelmäßigkeiten der Holzeigenschaften in Brettlängsrichtung	2
2.1	Die Ästigkeit des in den deutschen Leimbau- betrieben verwendeten Schnittholzes	3
2.1.1	Versuchsmaterial	3
2.1.2	Bestimmung der Ästigkeit	4
2.1.3	Auswertung der Ergebnisse	5
2.1.3.1	Einfluß der Brettbreite	5
2.1.3.2	Einfluß des Wuchsgebietes	6
2.1.3.3	Ästigkeitsverteilungen der einzelnen Güteklassen	7
2.1.3.4	Regelmäßigkeiten der Ästigkeit	8
2.1.3.5	Ästigkeitsverlauf in Brettlängsrichtung	9
2.1.4	Simulation des Ästigkeitsverlaufes	10
2.2	Die Streuung des Elastizitätsmodules in Brettlängsrichtung	12
2.2.1	Versuchsmaterial	12
2.2.2	Versuchsdurchführung	13
2.2.3	Auswertung der Versuche	13
2.2.3.1	Gesamtbretter	13
2.2.3.2	Brettabschnitte	14
2.2.4	Simulation des Elastizitätsmoduls	17
2.3	Abstände zwischen den Keilzinken- verbindungen im BSH-Träger	18

3	Versuche	21
3.1	Vergleichende KZV-Zugversuche	21
3.2	Trägerversuche	21
3.2.1	Trägeraufbau, Versuchsdurchführung	21
3.2.2	Ergebnisse und Diskussion	23
4	Berechnung der Tragfähigkeit von BSH-Biegeträgern mit Hilfe des "Karlsruher Rechenmodells"	31
4.1	Bruchkriterien	31
4.2	Berechnung der Tragfähigkeit von einigen Versuchsträgern	32
4.3	Berechnung der Tragfähigkeit von BSH-Biegeträgern unter Berücksichtigung verschiedener Sortierkriterien des Holzes	36
4.3.1	Allgemeines	36
4.3.2	Ergebnisse und Diskussion	41
4.3.2.1	Serie A	41
4.3.2.2	Serie B	43
4.3.2.3	Serie C	45
4.3.2.4	Vergleichende zusammenfassende Auswertung	46
5	Zusammenfassung	50
6	Literatur	52

Lehrstuhl für Ingenieurholzbau  
und Baukonstruktionen  
Universität Karlsruhe  
o.Prof.Dr.-Ing. J. Ehlbeck

Lehrstuhl für Baukonstruktion  
und Holzbau  
TU München  
o.Prof.Dr.-Ing. B. Heimeshoff

## V O R W O R T

Der Einfluß keilgezinkter Lamellen auf die Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern wurde in einem ersten Forschungsabschnitt im Jahre 1984 zum Abschluß gebracht. Die von Ehlbeck, Colling und Görlacher durchgeführten Untersuchungen hatten vorwiegend auf Münchener Untersuchungen von Heimeshoff und Glos über die Festigkeiten von Brettschichtholzlamellen aufgebaut und über ein Finite-Elemente-Programm eine erste Vorhersage der Tragfähigkeit von Brettschichtholzträgern ermöglicht. Ergänzende, in München durchgeführte Zugversuche an keilgezinkten Brettlamellen hatten dazu beigetragen, daß einerseits die Zuverlässigkeit des entwickelten Rechenmodelles erhöht und andererseits die dominierenden, die Tragfähigkeit bestimmenden Eigenschaften erfaßt werden konnten.

Auf dieser Grundlage wurde in Karlsruhe und München ein weiterführendes Forschungsprogramm konzipiert. Daraus resultierende Arbeiten entstanden in den Jahren 1985 bis 1987 im Auftrage der Entwicklungsgemeinschaft Holzbau in der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung und wurden durch Forschungsmittel des Instituts für Bautechnik Berlin, gefördert. Die Unterstützung durch die deutsche Holzleimbau-Industrie, insbesondere die konstruktive Mitarbeit der Firma Christian Burgbacher & Co., Trossingen, bei der Fertigung der nach bestimmten Auswahlkriterien herzustellenden Versuchsträger, ist besonders hervorzuheben.

Im folgenden Berichtsteil A, "Karlsruher Untersuchungen", werden die an der Universität Karlsruhe, Abteilung Ingenieurholzbau durchgeführten Untersuchungen behandelt.

Über die am Lehrstuhl für Baukonstruktion und Holzbau der Technischen Universität München durchgeführten Untersuchungen zur Vorausberechnung des Tragverhaltens von Brettschichtholzträgern wird im Teil B, "Münchener Untersuchungen", berichtet.

Herr Dipl.-Ing. Colling war mit der Durchführung der Karlsruher Arbeiten betraut. Er wurde bei den Versuchen tatkräftig von den Herren G. Rüd und J. Lafferthon unterstützt. Besonders hervorzuheben sind ferner die mühsamen Messungen und Auswertungen zur Erfassung der Ästigkeiten und des Verlaufes des Elastizitätsmoduls innerhalb einer Brettlamelle sowie die Auswertungen der Simulationsrechnungen. Bei diesen Arbeiten waren cand.ing. M. Scherberger und die wissenschaftlichen Hilfskräfte, cand.ing. R. Dinort und cand.ing. P. Metzger mit Engagement und großer Gewissenhaftigkeit beteiligt.

Die Münchener Untersuchungen wurden federführend von Herrn Dipl.-Ing. R. Kneidl betreut. Besonderer Dank gilt Herrn cand.ing. G. Schall, der maßgebenden Anteil an der Umsetzung des entwickelten mechanischen Modells in ein Fortran-Programm hatte.

Allen, die sich an dieser Forschungsarbeit beteiligten, ist an dieser Stelle herzlich zu danken.

Jürgen Ehlbeck

Bodo Heimeshoff



## 1 Ziel des Forschungsvorhabens

Das im Rahmen der 1. Stufe dieses Forschungsvorhabens ([1]) entwickelte Rechenmodell, bestehend aus einem Rechenprogramm zur Simulation des Brettschichtträgeraufbaus und einem Finite-Elemente-Programm, ermöglicht die Berechnung der Tragfähigkeit von Brettschichtholz-(BSH-)trägern. Aus den bisher durchgeführten Berechnungen wurde die bei den Versuchen festgestellte dominante Rolle der äußeren Zuglamellen bestätigt.

Die Werte der Berechnungen streuen jedoch noch in weiten Grenzen. Eine entscheidende Verbesserung des Rechenmodells war durch genauere Kenntnis der Verteilung der Holzeigenschaften in Brettlängsrichtung zu erwarten. Mit dem so verbesserten Rechenmodell sollte dann der Einfluß der Rohdichte, des Elastizitätsmoduls und der Ästigkeit der äußeren Zuglamellen, sowie der Keilzinkungen und deren Lage auf die Biegefestigkeit von BSH-Trägern abgeschätzt werden, um die Auswirkungen von verschiedenen Sortierkriterien zumindest rechnerisch besser zu erfassen.

Weiterhin sollte der Einfluß der Trägerhöhe (Volumeneffekt) mit Hilfe von Biegebruchversuchen an Trägern mit Höhen bis zu 1,20 m untersucht werden.

Ziel dieses Forschungsvorhabens war es also, die Biegefestigkeit von BSH-Trägern in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern zu bestimmen, um somit effiziente Verbesserungsvorschläge zur Erhöhung der Qualität von BSH-Bauteilen zu ermöglichen.

## 2 Untersuchungen über die Regelmäßigkeiten der Holzeigenschaften in Brettlängsrichtung

In dem entwickelten Rechenmodell zur Bestimmung der Tragfähigkeit von BSH-Trägern werden die Lamellen in 15 cm lange Brettabschnitte (im folgenden Zellen genannt) unterteilt. Sind weder die Ästigkeit noch die Rohdichte dieser Zellen bekannt, so werden diese Holzeigenschaften den einzelnen Zellen in einem Simulationsprogramm zugeordnet. Hierbei ist es von besonderer Bedeutung, natürliche Regelmäßigkeiten z.B. der Verteilung der Ästigkeit und der Rohdichte in Brettlängsrichtung zu berücksichtigen. Wie aus früheren Untersuchungen bekannt ist ([1]), ist die Streuung der Rohdichte innerhalb eines Brettes so gering, daß sie in ausreichender Näherung als konstant angesehen werden kann. Mit vorgegebener Ästigkeit und Rohdichte können nun mit Hilfe von Regressionsgleichungen der Elastizitätsmodul und die Festigkeit jeder Zelle berechnet werden. Um der Tatsache Rechnung zu tragen, daß zwei Zellen mit gleicher Rohdichte und Ästigkeit unterschiedliche Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften besitzen können, werden aus der Reststreuung der Regressionsgleichung zufällige Werte (die auch negativ sein können) gewählt und den berechneten Werten hinzugezählt. Diese Reststreuung ist aus Versuchen (z.B. [2]) bekannt und ist repräsentativ für das in den deutschen Leimbaubetrieben verwendete Schnittholz.

Bisherige Untersuchungen lassen jedoch vermuten, daß die Streuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes geringer ist, als dies für das gesamte Angebot der Fall ist. Daher wurden im Rahmen dieses Forschungsvorhabens die Ästigkeit des in den Leimbaubetrieben verwendeten Schnittholzes ([3]) und die Streuung des Elastizitätsmoduls in Brettlängsrichtung ([4]) untersucht.

Weiterhin wurden in zwei Leimbaubetrieben stichprobenartig die in den fertigen BSH-Trägern vorhandenen Keilzinkenabstände untersucht.

## 2.1 Die Ästigkeit des in den deutschen Leimbaubetrieben verwendeten Schnittholzes

### 2.1.1 Versuchsmaterial

In den deutschen Leimbaubetrieben werden fast ausschließlich Bretter aus den Wuchsgebieten Deutschland/Österreich, "DDR"/Bayerischer Wald und Skandinavien verarbeitet. Ziel dieser Untersuchungen war es, festzustellen, ob und inwieweit die Ästigkeitsverteilung der einzelnen Güteklassen nach DIN 4074 vom Wuchsgebiet abhängig ist. Außerdem sollte untersucht werden, ob auch die Brettbreite einen Einfluß auf die Ästigkeitsverteilung ausübt.

Bei der Probenentnahme in den Leimbaubetrieben wurde festgestellt, daß praktisch keine Bretter der Güteklasse III DIN 4074 mehr verarbeitet werden, so daß die Ästigkeit dieser Güteklasse nicht weiter untersucht wurde.

Insgesamt wurde die Ästigkeit von 442 Brettern untersucht. Diese Bretter wurden durch das Werkspersonal der Leimbaubetriebe sortiert und in die verschiedenen Güteklassen eingeordnet. Als Versuchsmaterial für diese Untersuchungen sollten Bretter dienen, wie sie in der Praxis als Bretter der Gkl. I bzw. II DIN 4074 in Brettschichtholzbauteile eingebaut werden, so daß eine Überprüfung, ob die Bretter tatsächlich der zugewiesenen Güteklasse nach DIN 4074 angehörten oder nicht, nicht Gegenstand dieser Untersuchungen war. Die nachfolgenden Aussagen über die Ästigkeit einer bestimmten Güteklasse beziehen sich also auf die "praktischen" Güteklassen, und nicht auf die "theoretischen" Güteklassen nach DIN 4074. Je nach Güteklasse, Wuchsgebiet und Querschnittsabmessung wurden die Bretter in 12 Gruppen eingeordnet (siehe Tabelle 1). In die Auswertung wurden auch Bretter mit einbezogen, die im Rahmen früherer oder parallel laufender Forschungsvorhaben untersucht wurden.

### 2.1.2 Bestimmung der Ästigkeit

In den o.a. Regressionsgleichungen zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls und der Festigkeit einer Zelle geht neben der Rohdichte der sog. KAR-Wert (Knot Area Ratio) nach den Richtlinien der ECE ([5]) als Maß für die Ästigkeit ein. Dieser KAR-Wert ist die auf den Brettquerschnitt projizierte Astfläche, wobei sich der gesamte KAR-Wert aus der Summe aller in einem Querschnitt vorhandenen Äste ergibt. Hierbei wurden alle Äste, die innerhalb eines 15 cm-Brettabschnittes auftraten, zu einem KAR-Wert zusammengefaßt.

Zur Bestimmung des KAR-Wertes ist es erforderlich, die Lage des Astes im Querschnitt genau zu kennen. Aus diesem Grund wurden nur Bretter ausgesucht, bei denen die Markröhre außerhalb des Brettquerschnittes verlief. Damit ergaben sich folgende 4 Asttypen:

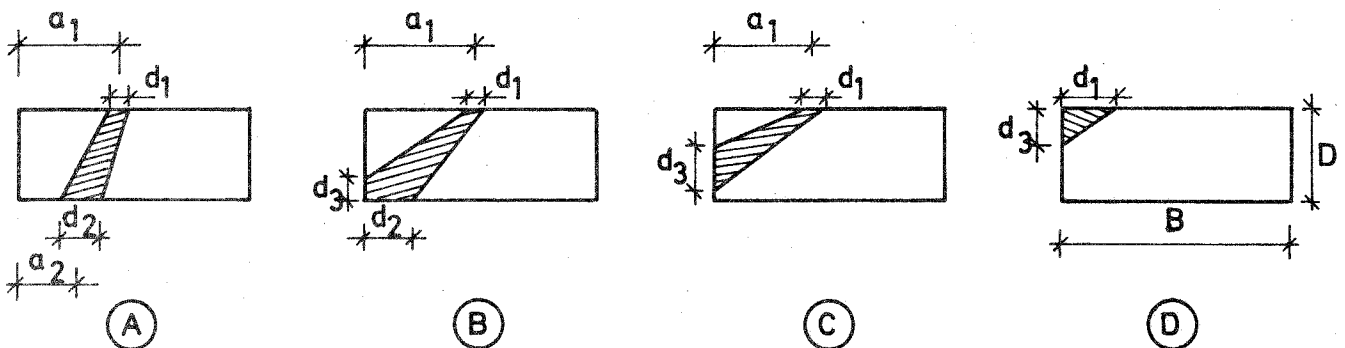


Bild 1: Vorkommende Asttypen

Bei der Aufnahme der Ästigkeit nach Bild 1 wurden nur Äste mit einem Durchmesser größer als 5 mm berücksichtigt. Neben den in Bild 1 angegebenen Maßen zur Bestimmung des KAR-Wertes eines Astes wurde auch der Verlauf der Ästigkeit in Brett längsrichtung aufgezeichnet. Bild 2 zeigt ein Brett mit typischem Ästigkeitsverlauf.

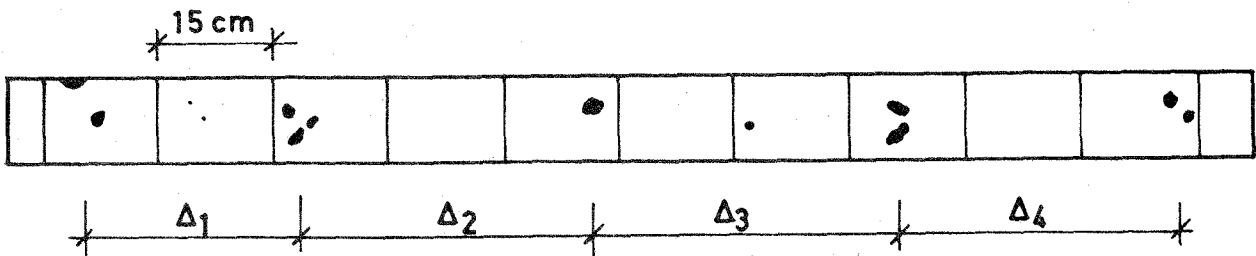


Bild 2: Typischer Ästigkeitsverlauf in Brettlängsrichtung

Hierbei wurden auch die Abstände  $\Delta_j$  zwischen großen Ästen bzw. Astansammlungen gemessen. Dieser durch das Wachstum bedingte Astquirlabschabstand (Hauptastabstand) stellt eine wichtige Größe bei der Simulation des Ästigkeitsverlaufes in Brettlängsrichtung dar.

Zur statistischen Auswertung der Ästigkeit wurde ein 15 cm-Raster über das Brett gelegt und der gesamte KAR-Wert jeder dieser Zellen bestimmt.

### 2.1.3 Auswertung der Ergebnisse

#### 2.1.3.1 Einfluß der Brettbreite

Für jedes Wuchsgebiet und jede Brettbreite wurden die Ästigkeitsverteilungen der schmalen und der breiten Bretter miteinander verglichen. Dieser Vergleich ist in den Bildern 3 bis 8 dargestellt.

Bei den Brettern aus dem Wuchsgebiet Skandinavien (Bild 7 und 8) ist in beiden Güteklassen die Tendenz erkennbar, daß bei den breiten Brettern ein größerer Anteil mit kleineren KAR-Werten vorhanden ist als bei den schmalen Brettern. Eine mögliche Erklärung hierfür liegt darin, daß die breiten Bretter aus größeren Bäumen herausgeschnitten werden, deren Astwerk i.d.R. aufgelockerter ist als das kleinerer Bäume.

Diese Tendenz war auch bei den Brettern der Gkl. I aus dem Wuchsgebiet DDR/Bayerischer Wald (Bild 5) zu beobachten, nicht jedoch bei den Brettern der Gkl. II (Bild 6). Dies ist möglicherweise darauf zurückzuführen, daß die Bretter aus diesem Wuchsgebiet aus zwei verschiedenen Leimbaubetrieben stammten, und deutet auf einen möglichen Einfluß der Gütesortierpraxis in den einzelnen Betrieben hin.

Bei den Brettern des Wuchsgebietes Deutschland/Österreich wurde eine andere Tendenz beobachtet, nämlich daß bei den breiteren Brettern der Gkl. II ein größerer Anteil mit kleineren KAR-Werten auftritt als bei den schmalen Brettern. Bei der Gkl. I war dies dagegen nicht erkennbar. Diese Bretter stammten zwar alle aus einem Leimbaubetrieb, jedoch dürfte der Grund für die unterschiedlichen Ästigkeitsverteilungen wiederum bei der Gütesortierung liegen, denn in diesem Betrieb erfolgt die Einteilung der Bretter in die verschiedenen Güteklassen nicht auf visuellem Wege, sondern die Ästigkeit wird indirekt über die im Astbereich auftretenden Rohdichtesprünge abgeschätzt. Differenzen zwischen der so ermittelten Ästigkeit und der tatsächlich vorhandenen Ästigkeit sind nicht zu vermeiden.

Die Tendenz, daß breite Bretter einen größeren Anteil an Zellen mit kleinem KAR-Wert als schmale Bretter aufweisen, konnte also nicht statistisch einwandfrei bewiesen werden. Außerdem sind die Unterschiede in den Ästigkeitsverteilungen nicht so bedeutend, daß eine Unterscheidung nach der Brettbreite erforderlich wäre. Es wurden im weiteren Verlauf der Auswertungen daher für jedes Wuchsgebiet alle Bretter einer Güteklasse, unabhängig von der Brettbreite, zu einer Stichprobe zusammengefaßt.

#### 2.1.3.2 Einfluß des Wuchsgebietes

Für jede Güteklasse wurden die Ästigkeitsverteilungen der einzelnen Wuchsgebiete miteinander verglichen. Dieser Vergleich ist in Bild 9

und 10 dargestellt. Danach bestehen im Bereich kleiner KAR-Werte ( $KAR \leq 0,10$ ) zwar gewisse Unterschiede, im Bereich größerer KAR-Werte, und diese sind ja für das Festigkeitsverhalten der Bretter von ausschlaggebender Bedeutung, sind die Verteilungen aber praktisch identisch.

Deshalb wurden im weiteren Verlauf der Auswertungen alle Bretter einer Güteklasse, unabhängig von Wuchsgebiet und Brettbreite, zusammengefaßt.

### 2.1.3.3 Ästigkeitsverteilungen der einzelnen Güteklassen

In Bild 11 sind die Auftretenshäufigkeiten bestimmter KAR-Werte in einem 15 cm langen Brettabschnitt für Bretter der Gkl. I und II DIN 4074 dargestellt. Aus diesem Bild geht hervor, daß etwa 2/3 aller Zellen einen KAR-Wert aufweisen, der kleiner als 0,05 ist, also praktisch fehlerfrei sind. Die Bretter der Gkl. II haben zwar einen höheren Anteil großer KAR-Werte, jedoch sind die Unterschiede zwischen den beiden Häufigkeitsverteilungen nicht so ausgeprägt wie erwartet. Dies dürfte wiederum auf die Praxis der Gütesortierung in den Leimbaubetrieben zurückzuführen sein. Die subjektive Einschätzung des Sortierenden bei der visuellen Gütesortierung und das hohe Arbeitstempo lassen vermuten, daß es zumindest in Grenzfällen zu einer mehr oder weniger zufälligen Zuordnung der Bretter in die einzelnen Güteklassen kommt. Diese Vermutung wird durch die Ästigkeitsverteilungen der Bretter (B = 170 mm) aus dem Wuchsgebiet DDR/Bayerischer Wald bestärkt. In diesem Betrieb (Firma C) erfolgte die Gütesortierung der Bretter ohne Zeitdruck und im Beisein des Sachbearbeiters, und in Bild 12 ist ein deutlicher Unterschied zwischen den beiden Güteklassen zu erkennen.

In Bild 13 - 18 sind für jede untersuchte Gruppe der jeweils größte im Brett auftretende KAR-Wert in Form von Häufigkeitsdiagrammen

dargestellt. Auch aus diesen Bildern ist zu erkennen, daß es einen nicht unerheblichen Bereich von KAR-Werten gibt, für die das zugehörige Brett sowohl der Gkl. I als auch der Gkl. II angehören kann. Sicherlich kann infolge der Anzahl der untersuchten Bretter keine statistisch gesicherte Aussage gemacht werden, jedoch ist die Tendenz der "Vermischung" der beiden Güteklassen in allen Gruppen erkennbar. Sollte sich bestätigen, daß es infolge der visuellen Sortierung der Bretter zu einem Annähern der beiden Güteklassen kommt, so erscheint es fraglich, ob die Unterschiede in zulässigen Spannungen (siehe DIN 1052) gerechtfertigt sind.

#### 2.1.3.4 Regelmäßigkeiten der Ästigkeit

Bei der Aufnahme der Ästigkeit zeigte sich, daß nahezu in jedem Brett ein bestimmter Astdurchmesser immer wieder auftauchte.

Die Auftretenshäufigkeit des zugehörigen charakteristischen KAR-Wertes ist für Gkl. I und Gkl. II DIN 4074 in Bild 19 dargestellt. Aus diesem Bild ergibt sich ein mittlerer charakteristischer KAR-Wert für die Güteklasse I von etwa 0,10 und für die Güteklasse II von etwa 0,125.

Der gesamte KAR-Wert einer Zelle ergibt sich aus einem Vielfachen dieses charakteristischen KAR-Wertes, je nachdem wieviel Äste in dieser Zelle vorhanden sind (vgl. Bild 2) und welchem Asttyp diese angehören (vgl. Bild 1). Bei der Auswertung der Ergebnisse ergaben sich völlig identische Häufigkeitsverteilungen dieses Vielfachen für die Güteklassen I und II. Deshalb ist in Bild 20 die Gesamtverteilung für das Vielfache des charakteristischen KAR-Wertes angegeben, die für beide Güteklassen gültig ist.

Innerhalb eines Brettes schwankt das Vielfache des charakteristischen KAR-Wertes jedoch nicht in dem Maße, wie dies Bild 20 vermuten



läßt. So gibt es Bretter, in denen fast ausschließlich Einzeläste auftreten, während in anderen Brettern Astansammlungen wiederholt vorkommen.

Um diese Regelmäßigkeiten zu untersuchen, wurde von jedem Brett das kleinste und das größte auftretende Vielfache des charakteristischen KAR-Wertes bestimmt. Das Ergebnis dieser Untersuchungen ist in Bild 21 dargestellt.

Bei der Simulation der Ästigkeitsverteilung wird für jedes Brett eine untere und eine obere Grenze für das Vielfache des charakteristischen KAR-Wertes festgelegt. Eine zufällige Wahl dieser Werte aus den entsprechenden Verteilungen (Bild 21) ist jedoch nicht möglich, weil sich die beiden Verteilungen im Bereich zwischen dem einfachen und dem doppelten Vielfachen überschneiden. Um bei der späteren Simulation zu vermeiden, daß in einem Brett das größte Vielfache des charakteristischen KAR-Wertes kleiner ist als das kleinste Vielfache, wurde von jedem Brett die Differenz zwischen dem größten und dem kleinsten Vielfachen ermittelt (siehe Bild 22). Dann ergibt sich der Wert für das größte Vielfache aus einem gewählten Wert für das kleinste Vielfache und einer gewählten Differenz.

Eine Korrelation zwischen dem größten und dem kleinsten Vielfachen konnte ebensowenig nachgewiesen werden wie eine Abhängigkeit zwischen dem größten Vielfachen und der Größe des charakteristischen KAR-Wertes.

#### 2.1.3.5 Ästigkeitsverlauf in Brettlängsrichtung

Bei jedem Brett wurden die Abstände zwischen den sog. Hauptästen gemessen. Auch hier ergaben sich keine Unterschiede zwischen Gkl. I und Gkl. II DIN 4074. In Bild 23 ist die Häufigkeitsverteilung der

Hauptastabstände, gültig für beide Güteklassen, angegeben. Hieraus wird ersichtlich, daß im Mittel alle 45 - 50 cm ein Hauptast auftritt. Bei einer Zellenlänge von 15 cm bedeutet dies, daß nur etwa in jeder dritten Zelle ein Hauptast auftritt.

Ähnlich wie beim Vielfachen des charakteristischen KAR-Wertes, streuen innerhalb eines Brettes auch die Abstände zwischen den Hauptästen nicht so stark wie dies Bild 23 vermuten läßt. Daher wurden auch hier für jedes Brett der kleinste und der größte Hauptastabstand ermittelt (Bild 24). Da es auch hier in einem größeren Bereich Überschneidungen der beiden Verteilungen gibt, wurde für jedes Brett die Differenz zwischen größtem und kleinstem Hauptastabstand bestimmt (Bild 25). Der größte Hauptastabstand ergibt sich somit aus dem kleinsten Hauptastabstand und der Differenz zwischen beiden.

#### 2.1.4 Simulation des Ästigkeitsverlaufes

Zunächst wird für jedes Brett der kleinste Hauptastabstand  $\Delta_{\min}$  aus der entsprechenden Verteilung gewählt. Dabei wird das in Bild 24 dargestellte Häufigkeitsdiagramm durch eine Log-Normalverteilung angenähert.

Zur Bestimmung des größten Hauptastabstandes  $\Delta_{\max}$  innerhalb eines Brettes wird ein Wert für die Differenz  $\Delta_d$  zwischen größtem und kleinstem Hauptastabstand gewählt und dem Wert des kleinsten Hauptastabstandes hinzugezählt. Hierbei kann das in Bild 19 dargestellte Häufigkeitsdiagramm ebenfalls durch eine Log-Normalverteilung angenähert werden.

Damit sind die untersten und die obersten Grenzen der Hauptastabstände innerhalb eines Brettes festgelegt.

Bei der Gesamtverteilung der Hauptastabstände (Bild 23) beträgt der kleinste Hauptastabstand 15 cm und der größte etwa 150 cm. Bei der Wahl der Hauptastabstände eines Brettes wird nun davon ausgegangen, daß die zugehörige Verteilung (mit den gewählten Grenzen  $\Delta_{\min}$  und  $\Delta_{\max}$ ) affin zur Gesamtverteilung (mit den Grenzen 15 cm und 150 cm) ist. Es wird also aus der Gesamtverteilung ein beliebiger Wert  $\Delta_{i, \text{ges}}$  gewählt. Der Wert  $\Delta_i$  für den Hauptastabstand des betrachteten Brettes berechnet sich dann zu:

$$\Delta_i = \Delta_{\min} + (\Delta_{i, \text{ges}} - 15) \cdot \frac{\Delta_{\max} - \Delta_{\min}}{150 - 15} \quad (1)$$

Die Verteilung für die Hauptastabstände entspricht einer verzerrten Gesamtverteilung.

Nachdem nun die Lage der Hauptäste bekannt ist, wird jeder der zugehörigen Zellen ein KAR-Wert zugewiesen. Zunächst wird für das zu simulierende Brett je nach Güteklasse ein charakteristischer KAR-Wert gewählt (Bild 19). Hierbei können wiederum die Verteilungen für Gkl. I bzw. Gkl. II jeweils durch eine Log-Normalverteilung angenähert werden. Der KAR-Wert einer Zelle setzt sich aus einem Vielfachen dieses charakteristischen Wertes zusammen. Die Wahl dieses Vielfachen erfolgt wie bei den Hauptastabständen, d.h. das kleinste Vielfache  $k_{\min}$  des betrachteten Brettes wird aus der zugehörigen Verteilung (Bild 21) gewählt, die durch eine Log-Normalverteilung angenähert werden kann. Der Wert für das größte Vielfache  $k_{\max}$  ergibt sich aus dem gewählten kleinsten Vielfachen und einem Wert für die Differenz dieser beiden Werte (Bild 22). Dieser wird ebenfalls aus der zugehörigen Verteilung (Log-Normalverteilung) gewählt. Zwischen diesen beiden Grenzen ( $k_{\min}$ ,  $k_{\max}$ ) schwanken die Werte für das Vielfache des charakteristischen KAR-Wertes innerhalb

des betrachteten Brettes. Als Verteilung wird wiederum eine verzerrte Gesamtverteilung angenommen, d.h. aus dieser Verteilung (Bild 20) wird ein Wert  $k_{i,ges}$  gewählt. Der Wert  $k_i$  für die betrachtete Zelle ergibt sich analog zu Gl. (1) zu:

$$k_i = k_{min} + (k_{i,ges} - 0,25) \cdot \frac{k_{max} - k_{min}}{4,5 - 0,25} \quad (2)$$

Hierbei entsprechen die Werte 0,25 bzw. 4,5 dem kleinsten bzw. größten Vielfachen der Gesamtverteilung.

Auf diese Weise ist unter Berücksichtigung der durch das Wachstum des Baumes bedingten Regelmäßigkeiten die Lage der Äste und die Größe der zugehörigen KAR-Werte festgelegt.

## 2.2 Die Streuung des Elastizitätsmoduls in Brettlängsrichtung

### 2.2.1 Versuchsmaterial

Die für diese Untersuchungen ausgewählten Bretter stammten aus dem Brettmaterial, mit denen auch die Ästigkeitsuntersuchungen durchgeführt wurden. Aus jedem der drei Wuchsgebiete - Skandinavien, DDR/Bayerischer Wald und BRD/Österreich - wurden nach Zufallsge-sichtspunkten Bretter unterschiedlicher Breite und Güteklasse gewählt. Eine Zusammenstellung dieses Versuchsmaterials ist in Tabelle 2 angegeben. Es stellt einen repräsentativen Querschnitt des in den deutschen Leimbaubetrieben verwendeten Schnittholzes dar.

## 2.2.2 Versuchsdurchführung

An insgesamt 100 Brettern wurde die mittlere Rohdichte mittels Wägung und der Elastizitätsmodul mit Hilfe eines Schwingungsmeßgerätes [6] bestimmt. Anschließend wurden aus jedem Brett mehrere 45 cm lange Brettabschnitte herausgeschnitten. Es wurde darauf geachtet, daß diese Brettabschnitte entweder fehlerfrei waren, oder daß die Äste bzw. Astansammlungen jeweils in der Mitte der Brettabschnitte lagen, um zu gewährleisten daß die Ergebnisse nicht durch eine unterschiedliche Lage der Äste verfälscht wurden. Von den insgesamt 640 Brettabschnitten wurde wie bei den Gesamtbrettern die Rohdichte und der Elastizitätsmodul bestimmt. Bei der Berechnung des Elastizitätsmoduls wurde bei allen Brettern bzw. Brettabschnitten für das Verhältnis von Elastizitätsmodul zu Schubmodul ein mittlerer Wert von  $E/G = 20$  angenommen.

Die später zur Auswertung der Ergebnisse benötigte Größe der Äste war aus den früheren Ästigkeitsuntersuchungen in Form des sog. KAR-Wertes (Knot Area Ratio) nach den Richtlinien der ECE [5] bekannt. Bild 26 zeigt das verwendete Versuchsprotokoll.

Der Feuchtegehalt der Bretter wurde stichprobenartig bestimmt und betrug im Mittel  $u = 12 \%$ .

## 2.2.3 Auswertung der Versuche

### 2.2.3.1 Gesamtbretter

In Bild 27 ist der Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul  $E_{\text{Brett}}$  und mittlerer Darr-Rohdichte  $\rho_0$  aller untersuchten Bretter getrennt für die beiden Güteklassen dargestellt. Aus diesem Bild geht hervor, daß unabhängig von der Güteklasse eine enge Beziehung zwischen Darr-

Rohdichte und Elastizitätsmodul eines Brettes besteht. Nur bei Brettern geringer Rohdichte treten größere Abweichungen von der ermittelten Regressionsgeraden auf. Dies dürfte auf die Größe und die Lage der Äste zurückzuführen sein, die bei diesen Brettern einen größeren Einfluß ausüben als bei Brettern mit höherer Rohdichte.

Da die Festigkeit des Holzes in erster Linie vom Elastizitätsmodul und der Ästigkeit des Holzes bestimmt wird, deutet diese enge Beziehung darauf hin, daß eine Gütesortierung, die neben der Ästigkeit noch einen weiteren Sortierparameter (Rohdichte oder Elastizitätsmodul) berücksichtigt, eine effektive Sortierung in sog. Festigkeitsklassen ermöglicht.

#### 2.2.3.2 Brettabschnitte

In Bild 28 ist für die Brettabschnitte (Zellen) der Elastizitätsmodul in Abhängigkeit von der Darr-Rohdichte und der Ästigkeit dargestellt. Aus den Versuchsdaten ergab sich folgende Regressionsgleichung

$$E_{\text{Zelle}} = - 2695 + 38963 \varphi_0 - 8756 \cdot \text{KAR} \quad (3)$$

mit einem multiplen Korrelationskoeffizienten von  $R = 0,87$ .

Hierbei sind

- $E_{\text{Zelle}}$  = Elastizitätsmodul in  $\text{N/mm}^2$ ,
- $\varphi_0$  = Darr-Rohdichte in  $\text{g/cm}^3$ ,
- KAR = Astflächenverhältnis (-).

Der Korrelationskoeffizient  $R \leq 1$  ist ein Maß für die Güte der Regressionsgleichung. Ein Brettabschnitt mit gegebener Rohdichte und

Ästigkeit weist einen Elastizitätsmodul auf, der im Mittel den Wert aus der Regressionsgleichung annimmt, um diesen Mittelwert aber streuen kann. Je größer der Korrelationskoeffizient ist, umso geringer ist diese sog. Reststreuung, die trotz bekannter Rohdichte und Ästigkeit noch vorhanden ist.

Aus den Versuchsdaten ergab sich für die Standardabweichung des Residuums (Reststreuung) ein Wert von  $s_R = 1160 \text{ N/mm}^2$ . Die Wuchseigenschaften und -regelmäßigkeiten eines Brettes lassen jedoch vermuten, daß die Reststreuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes geringer ist als die Reststreuung des gesamten Brettangebotes.

Am Beispiel des Brettes mit den Versuchsdaten nach Bild 26 sind die Elastizitätsmoduln der einzelnen Brettabschnitte in Bild 29 dargestellt und mit der allgemeinen Regressionsgleichung (3) verglichen. Diese eingezeichnete Regressionsgerade gilt für das gesamte Brett nur, wenn die geringe Streuung der Rohdichte in Brettlängsrichtung vernachlässigt wird, d.h. wenn für das gesamte Brett eine konstante Rohdichte angenommen wird.

Jeder Einzelwert liegt in einem Abstand  $\Delta_i$  von der allgemeinen Regressionsgeraden und der Mittelwert aller Abstände  $\Delta_i$  beträgt  $\Delta_m$ . Unter der Annahme, daß die Neigung der Regressionsgeraden bei allen Brettern gleich ist, ergibt sich für das betrachtete Brett eine Gerade, die um den Betrag  $\Delta_m$  von der allgemeinen Regressionsgeraden versetzt ist, und um die die Einzelwerte mit einer gewissen Reststreuung  $s_\Delta$  streuen. Zwar liegen nicht bei allen Brettern die Einzelwerte um eine Parallele zur allgemeinen Regressionsgeraden wie dies in Bild 29 der Fall ist, aber die Bestimmung einer Regressionsgeraden für jedes einzelne Brett erscheint wegen der geringen Zahl an Einzelwerten nicht sinnvoll. Aus diesem Grunde wurde für die weitere Auswertung davon ausgegangen, daß die Regressionsgerade

eines Brettes eine um den Wert  $\Delta_m$  versetzte Parallele zur allgemeinen Regressionsgeraden darstellt. Unter dieser Annahme wurde für jedes Brett der mittlere Abstand  $\Delta_m$  und die Reststreuung  $s_{\Delta}$  bestimmt.

In Bild 30 ist die Auftretenshäufigkeit der mittleren Abstände dargestellt. Hierin bedeutet ein positiver Wert für die Abweichung  $\Delta_m$ , daß infolge der Wuchseigenschaften des Baumes das Brett "besser" ist, als dies durch die allgemeine Regressionsgleichung im Mittel ausgesagt wird. Im Fall eines negativen Wertes für die Abweichung liegt ein "schlechteres" Brett vor. Bild 30 zeigt, daß die Abweichungen nach oben (d.h. positive Werte für  $\Delta_m$ ) in den meisten Fällen zwischen 200 und 800 N/mm<sup>2</sup> liegen, während bei den negativen Abweichungen kein ausgeprägter Auftretensbereich erkennbar ist. Auch treten hier dem Betrage nach größere Abweichungen auf.

Diese Abweichungen sind auf die individuellen Wuchseigenschaften der Bäume zurückzuführen, aus denen die Bretter herausgeschnitten werden. Dies wird durch Bild 31 bestätigt. Hier sind die Abstände  $\Delta_{\text{Brett}}$  der Brett-Elastizitätsmoduln von der Regressionsgeraden entsprechend Bild 27 den mittleren Abständen  $\Delta_m$  der zugehörigen Brettabschnitte von der allgemeinen Regressionsgleichung (3) gegenübergestellt. Dieses Bild zeigt eine enge Beziehung zwischen den beiden Werten  $\Delta_{\text{Brett}}$  und  $\Delta_m$ , so daß im allgemeinen bei einem Brett, das aufgrund der Wuchseigenschaften des Baumes einen Elastizitätsmodul aufweist, der unter dem Durchschnitt liegt (negativer Wert für  $\Delta_{\text{Brett}}$ ) auch ein negativer Wert für den mittleren Abstand  $\Delta_m$  der Elastizitätsmoduln der Brettabschnitte zu erwarten ist.

In Bild 32 sind die ermittelten Reststreuungen  $s_{\Delta}$  (siehe Bild 29) in Form eines Häufigkeitsdiagramms dargestellt. Es zeigt sich, daß in mehr als 80 % aller Fälle die Reststreuung  $s_{\Delta}$  innerhalb eines Brettes kleiner ist als die Reststreuung  $s_R$  der allgemeinen Regressionsgleichung (3) ( $s_R = 1160 \text{ N/mm}^2$ ), wobei der überwiegende



Teil der Werte zwischen 200 und 800 N/mm<sup>2</sup> liegt. Weiterhin wurde untersucht, ob zwischen dem mittleren Abstand  $\Delta_m$  und der Reststreuung  $s_\Delta$  eine Abhängigkeit besteht, d.h. ob bei steigender Qualität des Brettes mit einer Reduzierung der Streuung zu rechnen ist. Aus Bild 33 ist diese Tendenz zwar erkennbar, die geringe Korrelation (Korrelationskoeffizient  $R = 0,34$ ) deutet jedoch darauf hin, daß die Reststreuung  $s_\Delta$  eine mehr oder weniger zufällige Größe ist.

#### 2.2.4 Simulation des Elastizitätsmoduls

Nachdem die (konstante) Rohdichte und die Verteilung der Ästigkeit (siehe Abschnitt 2.1) eines Brettes bekannt ist, wird mit Hilfe der in [1] angegebenen Regressionsgleichungen der mittlere Elastizitätsmodul  $E_{m,i}$  jeder Zelle berechnet. Anschließend werden aus den zugehörigen Verteilungen (Bild 30 und 32) zufällige Werte für den mittleren Abstand  $\Delta_m$  und die Standardabweichung  $s_\Delta$  der Reststreuung gewählt. Während der Wert  $\Delta_m$  für das zu simulierende Brett eine Konstante ist, wird dem mittleren Elastizitätsmodul  $E_{m,i}$  jeder Zelle noch ein zufälliger Wert  $X$  aus einer angenommenen Normalverteilung mit dem Mittelwert 0 und der Standardabweichung  $s_\Delta$  hinzugezählt. Damit ergibt sich der Elastizitätsmodul  $E_i$  jeder Zelle zu:

$$E_i = E_{m,i} + \Delta_m + X(0, s_\Delta) \quad (5)$$

Obwohl es zwischen dem statischen Elastizitätsmodul (Regressionsgleichung zur Bestimmung von  $E_{m,i}$ ) und dem bei diesen Untersuchungen bestimmten dynamischen Elastizitätsmodul geringe Unterschiede gibt (siehe auch [6]), blieben diese im Rahmen der Simulation nach Gleichung (5) unberücksichtigt, weil noch keine statistisch gesicherten Untersuchungen über die Beziehung zwischen dem statischen Zug- bzw. Druck-Elastizitätsmodul und dem dynamischen Biege-Elastizitätsmodul vorliegen.

### 2.3 Abstände zwischen den Keilzinkenverbindungen im BSH-Träger

Die Keilzinkenverbindungen (KZV) üben einen ganz entscheidenden Einfluß auf die Festigkeitseigenschaften von BSH-Trägern aus. Daher ist es von großer Bedeutung, wie oft eine KZV in den hoch beanspruchten Zonen eines BSH-Trägers auftritt.

Im ersten Teil dieses Forschungsvorhabens (siehe [1]) wurde zur Simulation der KZV-Abstände auf Untersuchungen von Larsen ([7]) zurückgegriffen, der eine Vielzahl von Lieferscheinen auswertete, und die auftretenden Brettlängen als normalverteilt mit dem Mittelwert  $\bar{x} = 4,30$  m und der Standardabweichung  $s = 0,71$  m (für die Brettbreite  $B = 100$  mm) angibt. Weiterhin weist er darauf hin, daß Brettlängen unter 2,40 m und über 6,30 m kaum vorkommen.

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wurden stichprobenartig in zwei deutschen Leimbaubetrieben die im BSH-Träger tatsächlich vorhandenen KZV-Abstände bestimmt. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Bild 34 und 35 in Form von Häufigkeitsdiagrammen dargestellt.

Aus diesen Bildern geht hervor, daß die in einem BSH-Träger auftretenden Brettlängen (= KZV-Abstände) in zwei Gruppen eingeteilt werden können:

- die erste Gruppe besteht aus Brettern, die vom gelieferten Bretterstapel aus praktisch ungekürzt in den BSH-Träger eingebaut werden, während
- die zweite Gruppe aus kürzeren Brettstücken besteht, die durch das Herausschneiden von Fehlstellen (vor allem Ästen) entstehen.

Der prozentuale Anteil dieser beiden Gruppen hängt von der jeweiligen Gütesortierpraxis in den Leimbaubetrieben und der Güte des Ausgangsmaterials ab. So überwiegt bei der Firma A (Bild 34) der Anteil der ungekürzten Bretter (etwa 85 % aller Bretter), während bei Firma B (Bild 35) nur etwa 30 % ungekürzte Bretter auftreten.

Auffallend ist außerdem, daß bei Firma A der Großteil der ungekürzten Bretter eine Länge zwischen 4,50 m und 5,0 m aufweist, was darauf schließen läßt, daß bei den untersuchten BSH-Trägern eine Lieferung von 5 m-Brettern verarbeitet wurde. Bei Firma B dagegen liegen die Brettlängen der zweiten Gruppe zwischen 3,0 und 4,5 m. Dies läßt vermuten, daß diese Bretter aus unterschiedlichen Lieferungen stammten.

Aus diesen Betrachtungen wird deutlich, daß es kaum möglich ist, eine für alle Leimbaubetriebe gültige statistische Verteilung der KZV-Abstände anzugeben. Auch sind die hier angegebenen Verteilungen nicht einmal repräsentativ für die beiden Firmen, denn die Untersuchungen wurden jeweils an einem Tag an den vorrätigen BSH-Trägern durchgeführt und sind somit vom Brettmaterial abhängig, das gerade in diesem Produktionszeitraum verarbeitet wurde. Diese statistischen Verteilungen sind also auch von der Qualität und der Länge der gelieferten Bretter abhängig.

In Bild 36 sind die Ergebnisse der beiden Firmen zusammengefaßt. Auch hier sind die beiden Gruppen erkennbar, jedoch ist ihre Trennung nicht mehr so ausgeprägt.

Für die im Rahmen dieses Forschungsvorhabens durchgeführten Simulationen wurden daher folgende vereinfachende Annahmen getroffen:

- etwa die Hälfte der Bretter wird ungekürzt in den BSH-Träger eingebaut, während bei den anderen Brettern nach visuellen Gesichtspunkten Fehlstellen herausgeschnitten werden,

- für die ungekürzten Bretter wird die Normalverteilung von Larsen (Mittelwert  $\bar{x} = 4,30$ , Standardabweichung  $s = 0,7$  m) beibehalten,
- für die gekürzten Bretter wird eine Normalverteilung mit dem Mittelwert  $\bar{x} = 2,15$  m und der Standardabweichung  $s = 0,5$  m gewählt.

Diese Verteilungen sind ebenfalls in Bild 36 dargestellt.

### 3            Versuche

#### 3.1        Vergleichende KZV-Zugversuche

Die im ersten Teil dieses Forschungsvorhabens (|1|) durchgeführten Biegeversuche mit 33 cm hohen BSH-Trägern ergaben Biegefestigkeiten zwischen 40 und 50 N/mm<sup>2</sup>. Bei anschließend durchgeführten, stichprobenartigen Zugversuchen mit 6 unversehrt gebliebenen Keilzinkenverbindungen wurde eine mittlere Zugfestigkeit von etwa 50 N/mm<sup>2</sup> ermittelt. Dieser Wert liegt deutlich über der für das gesamte Bundesgebiet repräsentativen, mittleren KZV-Zugfestigkeit von rund 35 N/mm<sup>2</sup>. Aus diesen ersten Versuchen wurde deutlich, daß bei hoher KZV-Zugfestigkeit auch eine hohe Biegefestigkeit von BSH-Trägern zu erwarten ist. Es zeigte sich aber auch, daß ermittelte Biegefestigkeiten nicht uneingeschränkt mit einer mittleren, für mehrere Hersteller oder einen längeren Produktionszeitraum repräsentativen KZV-Zugfestigkeiten verglichen werden können, weil die Festigkeit der am Herstellungstag der BSH-Träger produzierten Keilzinkenverbindungen ganz beträchtlich von der erwarteten, mittleren Festigkeit abweichen kann.

Deshalb wurde an dem Tag, an dem die BSH-Träger für die im Rahmen dieser Untersuchungen vorgesehenen Versuche hergestellt wurden, 21 Keilzinkenproben entnommen und deren Zugfestigkeit ermittelt. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in Tabelle 3 dargestellt. Aus diesen Versuchen ergab sich eine mittlere KZV-Zugfestigkeit von 32,7 N/mm<sup>2</sup> bei einer Standardabweichung von 6,8 N/mm<sup>2</sup>.

#### 3.2        Trägerversuche

##### 3.2.1    Trägeraufbau, Versuchsdurchführung

Im ersten Teil dieses Forschungsvorhabens wurden Biegeversuche mit 330 mm hohen BSH-Trägern durchgeführt. Ziel dieses 2. Forschungs-

abschnittes war es u.a., den Einfluß der Trägergröße auf die Biegefestigkeit von BSH-Trägern (Volumeneffekt) zu untersuchen.

Da ein Einfluß der Brettbreite auf die Festigkeitseigenschaften von Brettlamellen bisher nicht eindeutig nachgewiesen werden konnte (siehe hierzu [8]), wurde bei den hier durchgeführten Biegeversuchen die Trägerbreite mit  $B = 100$  mm konstant gehalten.

Der Einfluß von Trägerlänge und -höhe auf die Biegefestigkeit von BSH-Trägern wurde getrennt in zwei Versuchsserien untersucht:

Serie I: Versuchsreihe I.1 - I.5:

bei konstanter Trägerhöhe ( $H = 330$  mm) wurde der Kolbenabstand  $\Delta$  (= Abstand zwischen den Einzellasten) von 0 bis 3500 mm variiert

Serie II: Versuchsreihe II.1 - II.9:

bei konstantem Kolbenabstand ( $\Delta = 2000$  mm) wurde die Trägerhöhe  $H$  von 167 bis 1250 mm variiert.

Mit Ausnahme der Versuchsreihe II.1 (6 Versuchsträger) wurden in jeder Versuchsreihe 3 Versuche durchgeführt.

Bei den früheren Biegeversuchen hatte sich der dominante Einfluß der äußeren Zuglamellen auf die Biegefestigkeit der BSH-Träger gezeigt. Aus diesem Grunde wurden bei nahezu allen Versuchsträgern die Eigenschaften der beiden äußeren Zuglamellen, nämlich Lage und Größe der Äste, Rohdichte und dynamischer Elastizitätsmodul (nach [6]) der Bretter vor der Herstellung der BSH-Träger bestimmt. Nur bei den Trägern der Versuchsreihe II.1, die aus größeren Trägern herausgeschnitten wurden, und den Trägern der Versuchsreihe II.6 und II.9, die zu einem späteren Zeitpunkt geliefert wurden, waren diese Eigenschaften nicht bekannt.

An die Lamellen wurden im Gegensatz zu früheren Versuchen keine besonderen Anforderungen gestellt, sondern die Bretter wurden in beliebiger Reihenfolge den einzelnen Versuchsträgern zugeordnet. Einer von den drei Trägern jeder Versuchsreihe besaß eine Decklamelle der Gkl. I, während die anderen Träger ausschließlich aus Lamellen der Gkl. II aufgebaut waren.

Um zu verhindern, daß ein beim BSH möglicherweise vorhandener Volumeneinfluß durch die "Fehlstelle KZV" verwischt wird, wurde weiterhin darauf geachtet, daß in den beiden äußeren Lamellen keine KZV im hochbeanspruchten Bereich liegt. Lediglich bei zwei vergleichenden Versuchsreihen (Reihe I.5 und II.8) und bei 3 Trägern der Reihe II.1 wurden gezielt Keilzinkenverbindungen in den Bereich zwischen den Einzellasten angeordnet.

In den Tabellen 4a bis 4g sind die Trägerabmessungen, der Versuchsaufbau sowie die Eigenschaften der beiden äußeren Zuglamellen jedes Versuchsträgers zusammengestellt.

Die Last F wurde von einer 4 x 400 kN-Prüfmaschine aufgebracht. Die Belastungsgeschwindigkeit wurde so gewählt, daß der Bruch innerhalb von 5 bis 10 Minuten eintrat. Die Durchbiegung zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls wurde in Feldmitte mit Hilfe von induktiven Wegaufnehmern gemessen und über einen X-Y-Schreiber aufgezeichnet. Bei den großen Versuchsträgern wurde hierbei nur über eine Länge von 6,0 m gemessen.

In Bild 37 ist ein Träger der Versuchsreihe II.9 während des Versuches dargestellt.

### 3.2.2 Ergebnisse und Diskussion

Die Versuchsergebnisse sind in Tabelle 5 und 6 a,b zusammengefaßt und in Bild 38 und 39 dargestellt.

Insgesamt wurden 42 Biegeversuche durchgeführt (Reihe I.3 und II.3 waren identisch).

In 27 Fällen ging das Versagen des BSH-Trägers von einer Fehlstelle im Holz (Ast mit zugeh. Schrägfaserigkeit) aus, während bei 9 Versuchen die KZV bruchauslösend war, in 3 Fällen sogar außerhalb der hochbeanspruchten Zone.

Bei den restlichen 6 Versuchsträgern trat ein plötzliches Schubversagen ein, bevor die Biegefestigkeit dieser Träger erreicht war. Wegen der niedrigen rechnerischen Schubspannungen (zwischen 2,3 und 3,2 N/mm<sup>2</sup>), bei denen die Tragfähigkeit dieser Träger erreicht war, wurden insgesamt 94 Scherversuche durchgeführt, die klären sollten, ob das Versagen auf eine geringe Holzqualität oder eine schlechte Lamellenverleimung zurückzuführen war.

Der Einfluß der Trägerlänge auf die Biegefestigkeit von BSH-Trägern (Versuchsserie I) wurde untersucht, indem die Länge der hochbeanspruchten Zone (Abstand  $\Delta$  zwischen den Einzellasten) variiert wurde. Aus Tabelle 5 bzw. Bild 38 geht hervor, daß die Biegefestigkeit mit größer werdendem Kolbenabstand  $\Delta$  merklich abnimmt. Dieser Festigkeitsabfall liegt darin begründet, daß mit größer werdendem hoch beanspruchten Bereich auch die Wahrscheinlichkeit wächst, daß eine noch größere Schwachstelle vorhanden ist, die für das Versagen verantwortlich ist. Diese bekannte Tatsache hat auch dazu geführt, daß bei der Ermittlung der Biegefestigkeit von fehlerbehaftetem Holz nach DIN 52 186 die Aufbringung der Last über zwei symmetrisch zur Feldmitte angeordneten Einzellasten erfolgen muß, während bei kleinen, fehlerfreien Proben eine Einzellast in Feldmitte ausreichend ist.

Aus diesen Versuchen wird auch deutlich, daß die Biegefestigkeit von BSH-Trägern in ganz besonderem Maße von der Festigkeit der Keilzinkenverbindungen bestimmt wird. Bei Versuchsreihe I.5 wurden in den beiden äußeren Zuglamellen Keilzinkenverbindungen in den Bereich



zwischen den Einzellasten angeordnet, und bei allen 3 Versuchen waren diese "Schwachstellen" für das Versagen der Träger verantwortlich. Bild 40 zeigt einen Träger der Reihe I.5 nach dem Versuch.

Noch deutlicher wurde die Bedeutung der KZV in drei weiteren Versuchen. Dabei ging der Bruch von Keilzinkenverbindungen aus, die nicht im Bereich zwischen den Einzellasten lagen. In Bild 41 ist der Träger I.3-1 dargestellt, bei dem die KZV bei einer örtlichen, rechnerischen Biegespannung von  $26,1 \text{ N/mm}^2$  versagte, während im hochbeanspruchten Bereich bereits eine Randspannung von  $42,4 \text{ N/mm}^2$  erreicht war.

Bei diesen Versuchen konnte also die höhere Festigkeit der Bretter aufgrund der geringeren KZV-Festigkeiten nicht ausgenutzt werden.

Der Einfluß der Trägerhöhe auf die Biegefestigkeit von BSH-Trägern wurde in Versuchsserie II untersucht. Bei diesen Versuchen wurde darauf geachtet, daß keine KZV im hochbeanspruchten Bereich zwischen den Einzellasten lagen. Nur bei Reihe II.8 wurden Keilzinkenverbindungen in diesem Bereich angeordnet, und in zwei von drei Versuchen war das Versagen des Trägers auch auf diese zurückzuführen.

Aus Tabelle 6 bzw. Bild 39 ist für  $167 \leq H \leq 500 \text{ mm}$  eine deutliche Abnahme der Biegefestigkeit mit steigender Trägerhöhe zu beobachten. Ab einer Höhe von  $H = 500 \text{ mm}$  ist ein weiterer Festigkeitsabfall jedoch kaum zu erkennen, zumal die häufiger auftretenden Schubbrüche höhere Biegefestigkeiten verhinderten. Diese Versuche stimmen gut mit früheren Versuchen von Kolb/Frech [9] überein, die ab einer Höhe von etwa  $600 \text{ mm}$  eine mittlere asymptotische Endfestigkeit von  $30 \text{ N/mm}^2$  angeben.

Zur weiteren Analyse der Versuchsergebnisse wurden alle Versuche zusammengefaßt, bei denen der Bruch auf ein Schubversagen zurückzuführen war. Aus der Zusammenstellung in Tabelle 7 ist zu erkennen, bei welchen rechnerischen Schubspannungen die Träger versagten ( $\tau_{\text{Bruch}}$  zwischen  $2,3$  und  $3,2 \text{ N/mm}^2$ ).

Bei der Untersuchung der Träger fielen drei Punkte auf, die als mögliche Ursachen für diese niedrigen Festigkeitswerte in Frage kommen:

- in den geprüften Trägern wurde verhältnismäßig viel "farbiges" Brettmaterial verarbeitet;
- im Bereich der KZV waren vielfach Fugen in der Größenordnung von 1 mm zwischen benachbarten Lamellen anzutreffen (siehe Bild 42). Diese Fugen, die sich nach etwa 40 cm wieder schließen, sind darauf zurückzuführen, daß sog. "geschüsselte" (verwundene) Bretter beim Eintritt in die Hobelmaschine im Anfangsbereich stärker abgehobelt werden als im restlichen Brett. Diese "Spitzfugen" üben einen festigkeitsmindernden Einfluß aus, wenn sie im Bereich hoher Schubspannungen liegen, da im Bereich der Fugen ein kontinuierlicher Kraftfluß nicht mehr gewährleistet ist, so daß hier Schubspannungsspitzen, ähnlich wie bei einem Laschenstoß, auftreten.
- an mehreren Stellen der Träger war keine von außen sichtbare Leimfuge vorhanden. Bei einem Träger platzte (schälte) die unterste Zuglamelle nach einem Biegezugbruch genau entlang der Leimfuge ab, ohne sich im Holz fortzusetzen. In Bild 43 sind außerdem noch die Linien des Leimauftrages zu erkennen, so daß keine flächige Verleimung vorhanden war. Auch ließ der geringe Holzbelag eine schlechte Verleimung vermuten.

Zur weiteren Klärung dieser Feststellungen wurden insgesamt 94 Scherversuche nach ASTM D143 durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 8 zusammengefaßt. Aus diesen Versuchen wird deutlich, daß das "farbige" Holz keine geringeren Scherfestigkeiten aufwies als das "normale" Holz, während die Festigkeiten der Leimfugen deutlich (etwa 30 %) unter denen des Holzes lagen. Hierbei ist zu beachten, daß die bei diesen Versuchen ermittelten Scherfestigkeiten infolge des Prüfverfahrens doppelt so hoch sind wie die Schubfestigkeit der im BSH-Träger eingebauten Bretter.

Die bei den Biegeversuchen aufgetretenen Schubbrüche sind also weitgehend auf eine schlechte Verleimung in Zusammenwirkung mit den beschriebenen "Spitzfugen" zurückzuführen.

Aus Tabelle 7 ist auch ersichtlich, daß die Schubbrüche in fünf der sechs Fälle bei höheren Trägern ( $H \geq 750$  mm) auftraten. Dies deutet auf einen möglichen Einfluß der Trägergröße (Volumeneffekt) hin. Je größer ein Träger, umso größer ist auch die Wahrscheinlichkeit, daß ein schlechtes Brett, eine "Spitzfuge" oder ein Verleimungsfehler im hochbeanspruchten Bereich vorkommen kann.

In Tabelle 9 sind die Biegeversuche zusammengefaßt, bei denen das Versagen des Trägers auf einen Holzbruch in den äußeren Zuglamellen zurückzuführen war. Dabei wurden nur die BSH-Träger mit einer Höhe von  $H \geq 250$  mm und einem Kolbenabstand  $\Delta \geq 2000$  mm berücksichtigt. Aus diesen Versuchen ergibt sich eine mittlere Biegefestigkeit von  $33,7 \text{ N/mm}^2$  bei einer Standardabweichung von  $3,5 \text{ N/mm}^2$ . Unter der Annahme einer Normalverteilung ergibt sich daraus eine 5 %-Fraktile  $x_5$  von:

$$x_5 = 33,7 - 1,645 \cdot 3,5 = 27,9 \text{ N/mm}^2;$$

unter der Annahme einer Student-t-Verteilung:

$$x_5 = 33,7 - 1,753 \cdot 3,5 = 27,6 \text{ N/mm}^2,$$

und unter der Annahme einer nicht zentralen Student-t-Verteilung, bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von 75 %:

$$x_5 = 33,7 - 1,976 \cdot 3,5 = 26,8 \text{ N/mm}^2.$$

Diese Biegefestigkeiten sind verhältnismäßig niedrig, und die im Verhältnis hierzu relativ hohen 5 %-Fraktile sind auf die geringe Streuung der Versuchswerte (Variationskoeffizient  $V \sim 10$  %) zurückzuführen.

Wie in Abschnitt 3.2.1 bereits angedeutet, besaß jeweils einer von drei Trägern einer Versuchsreihe eine Decklamelle der Gkl. I, während alle anderen Lamellen aus Brettern der Gkl. II hergestellt waren. Die Versuchsergebnisse dieser Träger sind in Bild 38 und 39 besonders gekennzeichnet. Eine schwache Tendenz, daß diese Träger höhere Festigkeiten als vergleichbare Träger der Gkl. II erzielen (können), ist zwar erkennbar, eine genauere Aussage (z.B. in prozentualer Festigkeitssteigerung) ist jedoch wegen der geringen Versuchsanzahl und der unterschiedlichen Versagensarten nicht möglich.

Weiterhin wurden alle Versuche, bei denen das Versagen des BSH-Trägers auf eine KZV zurückzuführen war, in Tabelle 10 zusammengefaßt. Bei insgesamt neun Versuchsträgern waren Keilzinkenverbindungen im Bereich des Größtmomentes angeordnet, und in 6 Fällen ging das Versagen des BSH-Trägers auch von einer KZV aus. In drei weiteren Fällen war der Bruch eines Trägers auf eine KZV zurückzuführen, die nicht im Bereich zwischen den Einzellasten lag. Daher sind in Tabelle 10 die Biegerandspannungen an der Stelle der maßgebenden KZV angegeben. Hieraus wird deutlich, daß das Festigkeitsverhalten von BSH in besonderem Maße von der KZV bestimmt wird, und daß die höhere Festigkeit des Holzes infolge eines vorzeitigen KZV-Versagens oft nicht ausgenutzt werden kann.

Vergleicht man in Tabelle 10 die Biegefestigkeiten der Träger unterschiedlicher Höhe miteinander, so stellt man fest, daß die Träger mit einer Höhe von  $H = 330$  mm die gleichen Bruchspannungen aufweisen, wie die Träger mit einer Höhe von  $H = 1000$  mm. Bei Versuchsreihe II.1 ( $H = 167$  mm) hingegen versagte eine KZV erst bei einer Spannung, die etwa 35 % über den anderen Festigkeiten lag. Die beiden restlichen Versuchskörper dieser Reihe II.1 versagten in etwa bei der gleichen Spannung infolge eines Holzbruches, also bevor die Festigkeiten der Keilzinkenverbindungen erreicht waren.

Vergleicht man die Festigkeitswerte aus Tabelle 10 mit den Zugversuchen an Keilzinkenverbindungen (Abschnitt 3.1), so zeigt sich, daß die Biegefestigkeit der Träger mit  $H \geq 330$  mm ( $\bar{\sigma} = 29,4$  N/mm<sup>2</sup>) in der Größenordnung der KZV-Zugfestigkeit ( $\bar{\sigma} = 32,7$  N/mm<sup>2</sup>) liegt, während die Festigkeit einer KZV in einem BSH-Träger mit einer Höhe von  $H = 167$  mm deutlich über diesem Wert lag. Dies dürfte auf die Spannungsverteilung in der äußeren Zuglamelle zurückzuführen sein. Bei Trägern mit  $H \geq 330$  mm ist eine nahezu konstante Zugspannungsverteilung vorhanden, so daß bei diesen Trägern das Festigkeitsverhalten einer KZV von dessen Zugfestigkeit bestimmt wird. Bei BSH-Trägern mit  $H = 167$  mm hingegen, kann das Festigkeitsverhalten einer KZV infolge der ungleichförmigen Spannungsverteilung über die äußere Zuglamelle von der höheren KZV-Biegefestigkeit bestimmt werden.

Es kann bei BSH-Trägern mit einer Höhe von  $H \geq 330$  mm und Keilzinkenverbindungen im hochbeanspruchten Bereich (diese Voraussetzungen treffen in der Praxis i.d.R. zu) also mit einer (konstanten) Biegefestigkeit in der Größenordnung der Zugfestigkeit der Keilzinkenverbindungen gerechnet werden. Nur bei kleineren Trägerhöhen scheinen höhere Biegefestigkeiten möglich.

Die Tatsache, daß bei Biegeversuchen meist eine KZV bruchauslösend ist, wurde auch bei Untersuchungen im Ausland wiederholt festgestellt. Der Grund für dieses erhöhte Bruchrisiko einer KZV dürfte auf deren Tragverhalten im BSH-Träger zurückzuführen sein. Während im Astbereich infolge der Querschnittsschwächung und der schräg verlaufenden Holzfasern der Elastizitätsmodul des Brettes abgemindert ist, stellt die KZV eine relativ starre Verbindung dar, so daß der Elastizitätsmodul eines Brettabschnittes mit KZV etwa dem des fehlerfreien Holzes entspricht. In einem BSH-Träger ist also der Elastizitätsmodul nicht nur von Brett zu Brett veränderlich, sondern auch entlang eines Brettes. Die Spannung in einem BSH-Träger verteilt sich folglich wie in einem Verbundträger entsprechend der ört-

lichen Dehnsteifigkeit. Dies bedeutet, daß ein Brettabschnitt mit einem Ast infolge der geringeren Dehnsteifigkeit (Elastizitätsmodul) einen Teil der ihr eigentlich zugedachten Last an die benachbarten Lamellen abgibt. Eine KZV hingegen zieht wegen ihrer hohen Dehnsteifigkeit Kräfte an und stellt folglich aufgrund der im Verhältnis zum Elastizitätsmodul geringen Festigkeit ein erhöhtes Bruchrisiko dar.

Die Auftretenshäufigkeit eines KZV-Versagens bei Versuchen hängt natürlich trotzdem von der Qualität des jeweiligen Brettmaterials und der KZV ab. Bei den Versuchsträgern mit Holzversagen ergab sich eine mittlere Biegefestigkeit von  $\bar{x} = 33,7 \text{ N/mm}^2$ , ein Wert also, der nur geringfügig über der mittleren KZV-Zugfestigkeit von  $\bar{x} = 32,7 \text{ N/mm}^2$  liegt. Trotzdem war bei den Trägern mit  $H \geq 330 \text{ mm}$  in fünf von sechs Fällen die im hoch beanspruchten Bereich vorhandene KZV für das Versagen des Trägers verantwortlich.

Bei Versuchen, die im Rahmen eines anderen Karlsruher Forschungsvorhabens ([11]) durchgeführt wurden, waren die Verhältnisse genau umgekehrt. Von insgesamt neun Versuchsträgern ( $H = 600 \text{ mm}$ ), die alle in der untersten Zuglamelle eine KZV zwischen den Einzellasten aufwiesen, ging nur einmal der Bruch von der KZV aus. Diese Versuche sind ebenfalls in Bild 39 dargestellt. Die mittlere Biegefestigkeit der Träger mit Holzversagen betrug  $\bar{x} = 30,7 \text{ N/mm}^2$ , während die mittlere Zugfestigkeit der am Herstellungstag dieser Träger produzierten Keilzinkenverbindungen  $36,0 \text{ N/mm}^2$  betrug. Bei diesen Versuchen lag also die KZV-Zugfestigkeit höher als die des Holzes der äußeren Zuglamellen.

Die durchgeführten Versuche zeigten, daß sowohl das Holz mit seinen Holzfehlern als auch die KZV für das Versagen eines BSH-Biegeträgers verantwortlich sein können, je nachdem wie sich die Festigkeiten dieser beiden Einflußfaktoren zueinander verhalten. Um höhere Biegefestigkeiten zu erreichen, reicht es also nicht aus, nur die Holzqualität zu verbessern, ohne dabei auch die Festigkeit der KZV zu erhöhen.

#### 4 Berechnung der Tragfähigkeit von BSH-Biegeträgern mit Hilfe des "Karlsruher Rechenmodells"

Mit Hilfe des weiterentwickelten Rechenmodells (vgl. [1]) wurde in einer ersten Bearbeitungsphase die Tragfähigkeit einiger der geprüften Versuchsträger (siehe Abschnitt 3) berechnet und mit den im Versuch erreichten Bruchwerten verglichen. In einer zweiten Phase wurde die Tragfähigkeit (Biegefestigkeit) von BSH-Trägern bestimmt, bei denen unterschiedliche Anforderungen an die Holzeigenschaften (Ästigkeit, Rohdichte, Elastizitätsmodul) der äußeren Zuglamellen gestellt wurden. Hiermit sollten die Auswirkungen denkbarer, von der derzeitigen Praxis abweichender Festigkeitssortierungen auf die Tragfähigkeit von BSH-Biegeträgern untersucht werden.

##### 4.1 Bruchkriterien

Das Rechenmodell berechnet zu jeder gegebenen Laststufe u.a. die vorhandenen Zug- bzw. Druckspannungen in jeder Zelle und vergleicht sie mit der zugehörigen Festigkeit. Wird diese Festigkeit überschritten, dann fällt dieses Element aus, und das Rechenmodell überprüft, ob der Ausfall der Zelle von den Nachbarzellen "verkräftet" werden kann. Ist dies der Fall, so ist eine weitere Laststeigerung möglich. Eine ausführliche Beschreibung des Rechenmodells ist in [1] gegeben.

Die vorhandenen Schubspannungen in jeder Zelle werden zwar berechnet, sie spielen jedoch im Hinblick auf die Tragfähigkeit des BSH-Trägers keine Rolle, weil Angaben über die Schubfestigkeit einer Zelle in Abhängigkeit von den Holzeigenschaften bislang fehlen. Daher ist es möglich, daß das Rechenmodell eine weitere Laststeigerung anzeigt, obwohl die Tragfähigkeit z.B. infolge der im Bereich einer ausgefallenen Zelle vorhandenen, hohen Schubspannungen bereits erschöpft sein kann.

Aufgrund der bei den zahlreichen Biegeversuchen gewonnenen Erfahrungen wurden folgende Kriterien entwickelt, mit deren Hilfe die Tragfähigkeit von BSH-Trägern "sinnvoll" bestimmt werden kann:

- fallen bei einer Laststufe zwei Zellen gleichzeitig aus - z.B. der Anteil einer ausgefallenen Zelle kann von einer Nachbarzelle nicht aufgenommen werden -, so ist die Tragfähigkeit erschöpft;
- fällt eine KZV in der äußeren Zuglamelle aus, so ist keine weitere Laststeigerung möglich (Abschälen der unteren Lamelle);
- fällt eine KZV weiter innen im Träger aus, so ist eine weitere Laststeigerung möglich, bis eine weitere Zelle versagt;
- fällt eine Zelle mit Ast aus, so ist unabhängig von der Lage dieser Zelle eine weitere Laststeigerung bis zum Ausfall einer weiteren Zelle möglich.

Diese Bruchkriterien wurden bei der Auswertung der in den folgenden Abschnitten beschriebenen Rechenergebnisse zugrunde gelegt.

#### 4.2 Berechnung der Tragfähigkeit von einigen Versuchsträgern

Wie in Abschnitt 3.1 bereits beschrieben, waren von den meisten Versuchsträgern die Holzeigenschaften der beiden äußeren Zuglamellen bekannt, und zwar Lage und Größe der Äste, mittlere Rohdichte und dynamischer Elastizitätsmodul.

Aus der Vielzahl der Versuchsträger wurden drei Versuchsreihen mit je drei Trägern ausgewählt, um die Tragfähigkeit dieser Träger mit Hilfe des Rechenmodells abzuschätzen und mit den erreichten Bruchwerten zu vergleichen. Diese Träger sind in Tabelle 11 zusammen-



gestellt. Die Träger mit einer Höhe von  $H = 1000$  mm mußten aus zwei Versuchsreihen ausgewählt werden, weil die restlichen Träger dieser Höhe infolge eines Schubversagens zu Bruch gegangen waren.

Im Rahmen der ersten Stufe dieses Forschungsvorhabens wurde berücksichtigt, daß der dynamische Elastizitätsmodul höher ist als der statische:

$$E_{\text{stat}} = E_{\text{dyn}} / 1,09 \quad (6)$$

Neuere Untersuchungen zeigten jedoch, daß der höhere dynamische Elastizitätsmodul zum Teil auf den Einfluß des Schubmoduls bei der Ermittlung des statischen und/bzw. dynamischen Elastizitätsmoduls zurückgeführt werden kann. Deshalb wurde bei den hier durchgeführten Berechnungen folgende Beziehung verwendet:

$$E_{\text{stat}} = E_{\text{dyn}} / 1,06. \quad (7)$$

Nach Abschluß der Berechnungen liefert das Rechenmodell für jeden Träger eine Last  $\max F$ , die als Versagenslast gilt.

Entsprechend Bild 44 ergibt sich die rechnerische Biegefestigkeit  $\beta_{B,\text{Rand}}$  zu:

$$\beta_{B,\text{Rand}} = \frac{\max F \cdot l_1}{bh^2/6} \quad (8)$$

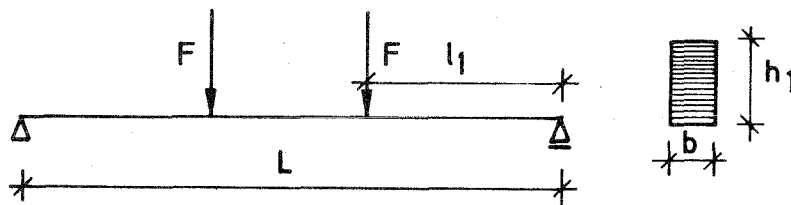


Bild 44: Lastanordnung

Das Rechenmodell, das auf der Methode der Finiten Elemente basiert, berechnet für jede Zelle (15 cm langer Brettabschnitt) u.a. die vorhandene Zugspannung in Zellenmitte und vergleicht diese mit der zugehörigen Zugfestigkeit  $\beta_z$ . Unter der Annahme, daß diese Zugfestigkeit für die gesamte Zellendicke gilt, versagt der Träger, wenn am äußeren Rand dieser Zelle die Festigkeit überschritten wird. Aus Bild 45 wird deutlich, daß die rechnerische Biegefestigkeit nach Gl. (8) die Tragfähigkeit des Trägers geringfügig überschätzt.

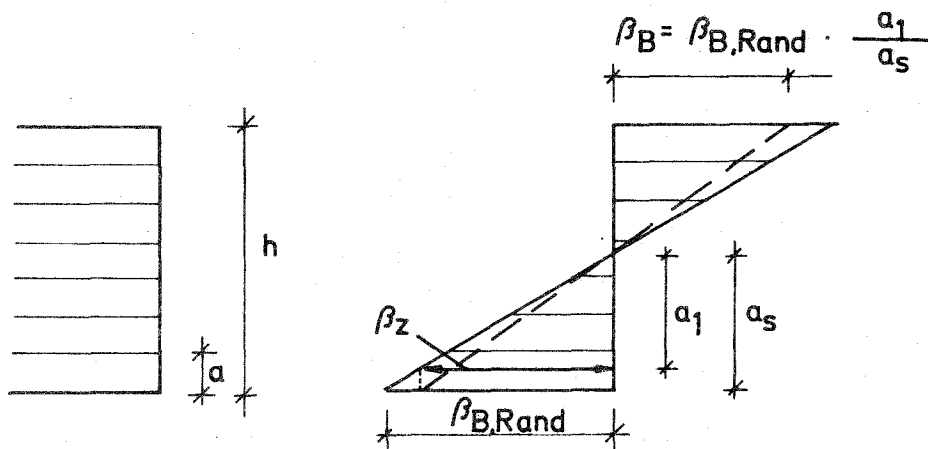


Bild 45: Schematisierter Spannungsverlauf über die Trägerhöhe

Unter der ausreichend genauen Annahme, daß bei den Versuchsträgern die Spannungsnulllinie im Schwerpunkt liegt (d.h.  $a_s = h/2$ ), berechnet sich die "tatsächliche" Biegefestigkeit  $\beta_B$  zu:

$$\beta_B = \beta_{B,Rand} \cdot \frac{h - a}{h}, \quad (9)$$

mit  $\beta_{B,Rand}$  nach Gl. (8) und  $a$  = Lamellendicke.

Von jedem untersuchten Träger wurden 30 Simulationen (Berechnungen) durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Bild 46 bis 48 dargestellt und mit den tatsächlichen Bruchspannungen des zugehörigen Versuchsträgers verglichen. Bei der Auswertung wurde unterschieden, ob eine KZV oder ein Holzfehler (z.B. Ast) für das Versagen verantwortlich war. Anhand der Auftretenshäufigkeit dieser beiden Versagensarten ist es mit Hilfe der Berechnungen möglich, die wahrscheinliche Bruchursache des Trägers vorherzusagen. In Bild 46 bis 48 ist zu erkennen, daß in allen Fällen eine Übereinstimmung zwischen der erwarteten und der im Versuch festgestellten Bruchursache erzielt wurde.

Ebenfalls ist zu erkennen, daß alle Versuchsergebnisse innerhalb des Streubereiches der Rechenergebnisse liegen, d.h. jeder Versuchswert stellt einen möglichen Einzelwert der Berechnungen dar.

In Tabelle 12 sind die Mittelwerte der Simulationsrechnungen unter Berücksichtigung der tatsächlichen Bruchursache den Versuchswerten gegenübergestellt. In Bild 49 ist dieser Vergleich graphisch dargestellt. Aus diesem Vergleich geht hervor, daß die erwartete Tragfähigkeit höchstens um 10 % von der tatsächlichen abweicht. Bei den im Rahmen der ersten Stufe dieses Forschungsvorhabens durchgeführten Simulationsrechnungen wurden in 9 von 24 Fällen Abweichungen festgestellt, die größer waren als 10 % in Einzelfällen sogar bis zu 30 %. Dies bestätigt eine deutliche Verbesserung des Rechenmodells, die im wesentlichen auf folgende zwei Faktoren zurückzuführen ist:

- genaue Kenntnis der am Herstellungstag der BSH-Träger produzierten Keilzinkenqualität, und
- Berücksichtigung der geringeren Streuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes.

4.3 Berechnung der Tragfähigkeit von BSH-Biegeträgern unter Berücksichtigung verschiedener Sortierkriterien des Holzes

4.3.1 Allgemeines

Nachdem beim Vergleich zwischen den berechneten Tragfähigkeiten und den tatsächlichen Bruchwerten eine sehr gute Übereinstimmung festgestellt worden war, wurden in diesem Abschnitt - ebenfalls mit Hilfe des Rechenmodelles - die Auswirkungen unterschiedlicher Sortierkriterien auf die Biegefestigkeit von BSH-Biegeträgern untersucht.

Im einzelnen wurden folgende "Sortierklassen" betrachtet:

"Sortierklasse"

Erläuterung (Bemerkung)

---

KI. I  
( $\rho_0 \geq 0,38 \text{ g/cm}^3$ )

Derzeitige Güteklasse I nach DIN 4074 , jedoch unter Verwendung der in Abschnitt 2.1 beschriebenen Ästigkeitsverteilung; keine besonderen Anforderungen an den Elastizitätsmodul der Bretter.

KI. II

Derzeitige Güteklasse II nach DIN 4074 , jedoch unter Verwendung der in Abschnitt 2.1 beschriebenen Ästigkeitsverteilung; keine besonderen Anforderungen an die Rohdichte und den Elastizitätsmodul der Bretter.

KAR  
( $\text{KAR} \leq 0,10$ )

Die KAR-Werte der beiden äußeren Zuglamellen dürfen den Wert 0,10 nicht überschreiten; keine besonderen Anforderungen an die Rohdichte und den Elastizitätsmodul der Bretter.

RHO

$$(\rho_0 \geq 0,50 \text{ g/cm}^3)$$

Sämtliche Bretter gehören der Güteklasse II nach DIN 4074 an, jedoch mit einer Ästigkeitsverteilung nach Abschnitt 2.1; als Mindest-Darrohdichte der beiden äußeren Zuglamellen wird ein Wert von  $0,50 \text{ g/cm}^3$  gefordert; keine besonderen Anforderungen an den Elastizitätsmodul der Bretter.

EMO

$$(E_{\text{Brett}} \geq 15000 \text{ N/mm}^2)$$

Sämtliche Bretter gehören der Güteklasse II nach DIN 4074 an, jedoch mit einer Ästigkeitsverteilung nach Abschnitt 2.1; für den Elastizitätsmodul der beiden äußeren Zuglamellen wird ein Mindestwert von  $15000 \text{ N/mm}^2$  gefordert; keine besonderen Anforderungen an die Rohdichte der Bretter.

KARHO

$$(\text{KAR} \leq 0,10 \text{ und } \rho_0 \geq 0,50 \text{ g/cm}^3)$$

Bei den beiden äußeren Zuglamellen darf der KAR-Wert höchstens einen Wert von 0,10 erreichen und die Darr-Rohdichte muß mindestens  $0,50 \text{ g/cm}^3$  betragen; keine besonderen Anforderungen an den Elastizitätsmodul der Bretter.

KAREMO

$$(\text{KAR} \leq 0,10 \text{ und } E_{\text{Brett}} \geq 15000 \text{ N/mm}^2)$$

Bei den beiden äußeren Zuglamellen darf der KAR-Wert höchstens einen Wert von 0,10 erreichen und der Elastizitätsmodul muß mindestens  $15000 \text{ N/mm}^2$  betragen; keine besonderen Anforderungen an die Rohdichte der Bretter.

Die Kriterien der einzelnen Versuchsreihen sind in Tabelle 13 zusammengefaßt. Ergänzend sind zusätzliche Kriterien hinsichtlich der Abstände und der Zugfestigkeiten der Keilzinkenverbindungen für die Simulationsrechnungen eingeführt (Serien **(A)** , **(B)** und **(C)**).

Mit diesen Grundannahmen für die Simulationsrechnungen wurde der Einfluß der unterschiedlichen Möglichkeiten einer Sortierung - visuelle Sortierung (Kl. I, Kl. II und KAR), maschinelle Sortierung (RHO, EMO) und kombinierte visuelle/maschinelle Sortierung (KARHO, KAREMO) - auf die Tragfähigkeit von BSH-Biegeträgern untersucht und miteinander verglichen.

Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, sind in einem BSH-Träger die Abstände zwischen den Keilzinkenverbindungen von vielen Faktoren abhängig (Sortierpraxis in den Leimbaubetrieben, Qualität des Brettmaterials ...) und folglich auch großen Streuungen unterworfen. Der dominante Einfluß der KZV auf die Biegefestigkeit von BSH-Trägern (siehe Abschnitt 3.2) läßt aber vermuten, daß je häufiger eine KZV im hochbeanspruchten Bereich des Trägers auftritt, umso größer auch das Versagensrisiko dieses Trägers ist. Bei der Berechnung der Tragfähigkeit der oben beschriebenen Versuchsreihen (siehe auch Tabelle 13) wurden zwei verschiedene Verteilungen für die KZV-Abstände verwendet: in Serie **(A)** die von LARSEN ([7]) angegebene Verteilung mit einem Mittelwert von 4,3 m und einer Standardabweichung von 0,71 m und in Serie **(B)** die in Abschnitt 2.3 ermittelte und in Bild 36 dargestellte "Mischverteilung" mit im Mittel kleineren KZV-Abständen. Auf diese Weise wurde der Einfluß der Auftretenshäufigkeit einer KZV auf die Biegefestigkeit von BSH-Trägern zumindest abgeschätzt.

Die in den einzelnen Versuchsreihen gestellten Anforderungen an die Holzeigenschaften der Bretter werden bei der Berechnung der Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften der Brettabschnitte in den entsprechenden Regressionsgleichungen berücksichtigt. Die Regressions-

gleichungen zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls und der Zugfestigkeit von Keilzinkenverbindungen wurden anhand von 239 Zugversuchen ermittelt, bei denen die keilgezinkten Prüfkörper aus Brettern mit beliebiger Rohdichte und Elastizitätsmodul zusammengesetzt waren. Werden jedoch bestimmte Mindestanforderungen an die Holzeigenschaften dieser Bretter gestellt, so scheint es möglich, daß z.B. die Festigkeitswerte höher und die Streuungen geringer sind als dies von der allgemeinen Regressionsgleichung erwartet wird. Unter diesem Gesichtspunkt wurden die in [1] beschriebenen KZV-Zugversuche dahingehend ausgewertet, daß nur diejenigen Keilzinkenverbindungen betrachtet wurden, bei denen die Darr- Rohdichte der beiden miteinander verbundenen Bretter nicht wesentlich voneinander abweichen ( $\rho_{0,links} = \rho_{0,rechts} \pm 0,05 \text{ g/cm}^3$ ). In Bild 50 sind die KZV-Zugfestigkeiten in Abhängigkeit von jeweils der kleineren der beiden Darr-Rohdichten dargestellt und mit der allgemeinen Regressionsgleichung

$$\beta_z = 6,9 + 66,3 \cdot \rho_0 \quad (10)$$

verglichen.

Ziel dieses Vergleiches war es, zu untersuchen, ob sich "homogenere" Eigenschaften der beiden Hälften einer KZV günstig auf deren Tragverhalten auswirken. Aus Bild 50 ist diese Tendenz jedoch nicht erkennbar, so daß bei allen Versuchsreihen die allgemeinen Regressionsgleichungen zur Bestimmung der Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften der Keilzinkenverbindungen verwendet wurden.

Um abzuschätzen, wie sich eine Erhöhung der KZV-Zugfestigkeit auf die Tragfähigkeit von BSH-Trägern auswirkt, wurde zusätzlich zu den beiden oben beschriebenen Serien (A) und (B) ("große" bzw. "kleine" KZV-Abstände) noch eine weitere Serie (C) mit um 20 % höheren KZV-Zugfestigkeiten berechnet, und zwar unter Verwendung der "kleineren" KZV-Abstände nach Bild 36.

Die bei den Simulationen verwendete Trägergröße und Belastungsanordnung ist in Bild 51 dargestellt.

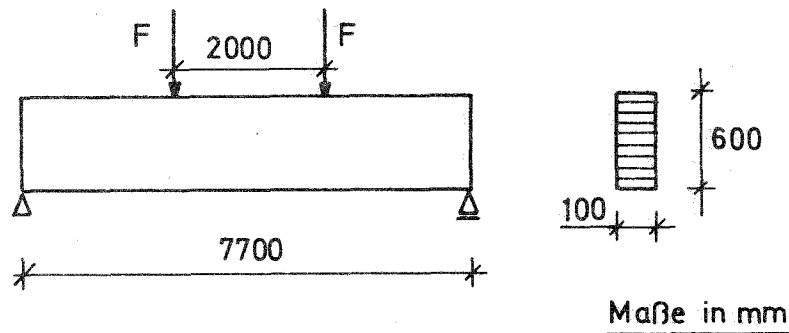


Bild 51: Bei den Berechnungen zugrunde gelegte Trägerabmessungen und Belastungsanordnung

Von jeder Versuchsreihe wurden insgesamt 30 Simulationen (Berechnungen) durchgeführt. Zur Bestimmung der rechnerischen Biegefestigkeit der Träger wurde Gl. (9) (siehe Abschnitt 4.2) verwendet. Bei der Auswertung wurde ebenfalls unterschieden, ob eine KZV oder ein Holzfehler (Ast) für das Versagen verantwortlich war.

Bei der Simulation des Trägeraufbaues wurden reproduzierbare Zufallszahlen verwendet, d.h. bei einem vorgegebenen Startwert liefert der Zufallsgenerator immer die gleichen Zufallszahlen. So ist z.B. der Träger 1 der Reihe Kl. I mit dem gleichen Startwert simuliert worden wie der Träger 1 der Reihe KAREMO. Bei diesen Trägern sind zwar die Holzeigenschaften der Bretter verschieden, die Keilzinkenverbindungen liegen jedoch bei beiden Trägern an den gleichen Stellen. Diese Tatsache ist von besonderer Bedeutung im Hinblick auf die Auftretenshäufigkeit einer KZV als Bruchursache innerhalb einer Versuchsreihe.



#### 4.3.2 Ergebnisse und Diskussion

##### 4.3.2.1 Serie (A)

Bei dieser Serie wurde davon ausgegangen, daß alle gelieferten Bretter ungekürzt in den BSH-Träger eingebaut werden (Verteilung der KZV-Abstände nach Larsen [4]); zur Bestimmung der KZV-Zugfestigkeiten wurden die Ergebnisse aus [1] verwendet, d.h. es wurde mit der KZV-Qualität gerechnet, die im Mittel von den deutschen Leimbaubetrieben hergestellt wird.

Die Ergebnisse der Simulationsrechnungen für die Serie (A) sind in Bild 52 dargestellt und in Tabelle 14 zusammengefaßt.

Beim Vergleich der Reihen Kl. I und Kl. II zeigt sich, daß bei BSH-Trägern der Kl. I im Mittel nur etwa um 10 % höhere Tragfähigkeiten zu erwarten sind als bei Trägern der Kl. II. Bei beiden Reihen sind die Tragfähigkeiten der Träger, bei denen das Versagen auf einen Holzfehler zurückzuführen war, höher als bei den Trägern, bei denen das Versagen von einer KZV ausging.

Strengere Anforderungen an die Ästigkeit der Brettlamellen lassen daher keine höheren Tragfähigkeiten erwarten. Dies zeigen auch die Rechenergebnisse der Reihe KAR, bei denen nur die Tragfähigkeiten der Träger mit Holzversagen erhöht werden, während die Tragfähigkeit der Träger mit KZV-Versagen unbeeinflußt bleibt. Dies hat zur Folge, daß eine im Mittel höhere Tragfähigkeit der Träger dieser Reihe durch die größere Streuung aller Versuchswerte, d.h. ohne Unterscheidung nach Versagensursache wieder abgewertet wird.

Bei der Reihe RHO ergibt sich für die BSH-Träger mit Holzversagen eine mittlere Biegefestigkeit die in der gleichen Größenordnung der Träger der Reihe Kl. I liegt. Die Rohdichte a l l e i n stellt somit anscheinend kein besseres Kriterium hinsichtlich der Holzfestigkeit dar als die Ästigkeit, weil der festigkeitssteigernde Einfluß einer hohen Rohdichte durch das Auftreten eines großen Astes ebenso "überspielt" werden kann wie der festigkeitssteigernde Einfluß eines kleinen Astes durch das Vorhandensein einer niedrigen Rohdichte. Eine hohe Rohdichte wirkt sich jedoch positiv auf die KZV-Zugfestigkeit aus, so daß bei den Trägern mit KZV-Versagen dieser Reihe RHO etwa 10 % höhere Biegefestigkeiten erreicht wurden als bei den Trägern der Reihen Kl. I, Kl. II und KAR. Dadurch wird bei Berücksichtigung aller Versuchswerte dieser Reihe eine etwas höhere mittlere Biegefestigkeit erreicht.

Eine Mindestanforderung an den Elastizitätsmodul der äußeren Zuglamellen bewirkt, daß die mittlere Biegefestigkeit der Träger mit Holzversagen weiter ansteigt, und zwar bei gleichzeitig geringerer Streuung der Versuchswerte. Hierdurch nimmt aber die Zahl der Träger mit Holzversagen ab, so daß die KZV immer häufiger maßgebend wird. Die Biegefestigkeit der Träger mit KZV-Versagen dieser Reihe EMO ist praktisch identisch mit der Reihe RHO. Dies bedeutet, daß sich Mindestanforderungen an den Elastizitätsmodul oder an die Rohdichte der Brettlamellen gleichermaßen auf die KZV-Festigkeitswerte auswirken. Dies ist erklärlich, denn ein hoher Elastizitätsmodul ist oft nur durch eine hohe Rohdichte zu erreichen.

Wird neben der Rohdichte auch die Ästigkeit als Sortierparameter mit herangezogen (Reihe KARHO), so steigt die Biegefestigkeit der Träger mit Holzversagen sehr deutlich an, während die Tragfähigkeit der Träger mit KZV-Versagen im Vergleich zur Reihe RHO unverändert bleibt, da das Kriterium "Ästigkeit" die KZV-Festigkeit nicht beeinflußt. Daher "entfernen" sich die Versuchswerte der Träger mit Holz- bzw. KZV-Versagen weiter voneinander, was eine größere Streuung aller Versuchswerte zur Folge hat. Diese größere Streuung macht letztlich die höhere Holzfestigkeit wieder wertlos.

Die Ergebnisse der Berechnungen der Reihe KAREMO sind vergleichbar mit denen der Reihe KARHO. Durch die Berücksichtigung von zwei Sortierparametern wird die Biegefestigkeit der Träger mit Holzversagen erhöht, während die Hinzunahme des zweiten Sortierkriteriums "Ästigkeit" im Vergleich zur Reihe EMO keine weitere Tragfähigkeitssteigerung der Träger mit KZV-Versagen bringt. Im Vergleich zur Reihe KARHO sind bei dieser Reihe aber geringere Streuungen zu erkennen, was sich günstig auf die charakteristische Biegefestigkeit auswirkt.

#### 4.3.2.2 Serie (B)

Bei dieser Serie wurde die in Abschnitt 2.3 beschriebene Verteilung der KZV-Abstände verwendet, d.h. es wurde davon ausgegangen, daß etwa die Hälfte aller Bretter durch das Herausschneiden großer Fehlstellen gekappt wird. Weiterhin wurde von einer mittleren KZV-Qualität wie bei Serie (A) ausgegangen. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Bild 53 dargestellt und in Tabelle 15 zusammengefaßt.

In dieser Serie wird der Einfluß der häufiger auftretenden Keilzinkenverbindungen deutlich. Während bei Serie (A) in etwa 65 % aller Fälle praktisch unabhängig von der Gütesortierung das Versagen des BSH-Trägers auf eine KZV zurückgeführt wird, liegt der Anteil der Träger mit KZV-Versagen bei Serie (B) im Schnitt mit etwa 75 % höher, und dieser prozentuale Anteil ist von der Art der Gütesortierung abhängig. So tritt z.B. bei der Reihe Kl. I wegen der besseren Holzqualität häufiger ein KZV-Versagen auf als dies bei Reihe Kl. II der Fall ist. Schärfere Anforderungen an die Ästigkeit (Reihe KAR) erhöhen ausschließlich die Festigkeit der Brettlamellen, was dazu führt, daß noch mehr Träger infolge eines KZV-Versagens zu Bruch gehen. Während bei den Reihen RHO und EMO im Vergleich zur Reihe KAR keine höheren Biegefestigkeiten der Träger mit Holzversagen zu erwarten sind, bewirken die Mindestanforderungen an die Roh-

dichte bzw. den Elastizitätsmodul der Bretter höhere KZV-Festigkeiten, so daß der Anteil der Träger mit KZV-Versagen deutlich abnimmt. Bei den Reihen KARHO und KAREMO nimmt der Anteil der Träger mit Holzversagen jedoch wieder deutlich zu, weil durch die Hinzunahme des Kriteriums "Ästigkeit" nur die Festigkeit der Brettlamellen erhöht wird, nicht jedoch die der Keilzinkenverbindungen.

Aus diesen Rechnungen ist folgende Tendenz zu erkennen:

Je höher die Festigkeit der Brettlamellen im Vergleich zur KZV-Festigkeit ist, umso häufiger wird die KZV für das Versagen des Trägers maßgebend, und umso weniger kann die höhere Holzfestigkeit auch ausgenutzt werden. Es hat also wenig Sinn, die Holzqualität weiter zu verbessern, ohne dabei gleichzeitig die KZV-Festigkeit zu erhöhen.

Im Vergleich zur Serie (A) wird deutlich, daß es infolge der häufiger auftretenden Keilzinkenverbindungen besonders bei den Versuchsreihen mit hoher Festigkeit der Brettlamellen zu einem **A b f a l l** der mittleren Biegefestigkeit kommt, weil hier die Tragfähigkeit der BSH-Träger immer häufiger durch die geringere KZV-Festigkeit bestimmt wird.

Aus Tabelle 15 ist zu erkennen, daß bei den Reihen Kl. I, Kl. II und KAR praktisch die gleiche mittlere Biegefestigkeit ( $\bar{x} \sim 32 \text{ N/mm}^2$ ) zu erwarten ist. Auch bei den Reihen RHO, EMO, KARHO und KAREMO ergibt sich praktisch eine gleichbleibende mittlere Biegefestigkeit ( $\bar{x} \sim 35 \text{ N/mm}^2$ ). Dies bedeutet, daß auch bei einer guten maschinellen Gütesortierung nur etwa 10 % höhere Biegefestigkeiten zu erwarten sind als dies bei der z.Zt. praktizierten visuellen Gütesortierung der Fall ist, weil infolge des hohen Anteils an Keilzinkenverbindungen die Biegefestigkeit der BSH-Träger fast ausschließlich von der KZV-Festigkeit bestimmt wird, und diese ist innerhalb der beiden o.a. Gruppen jeweils gleich.

#### 4.3.2.3 Serie (C)

Mit dieser Serie sollte untersucht werden, in welchem Maße sich eine höhere KZV-Zugfestigkeit auf die Biegefestigkeit von BSH-Trägern auswirkt. Alle berechneten Träger dieser Serie sind identisch mit den vergleichbaren Trägern der Serie (B) (bei gleichem Startwert für den Zufallsgenerator) mit der einzigen Ausnahme, daß die KZV-Zugfestigkeit um jeweils 20 % erhöht wurde. Für die KZV-Abstände wurde wie in Serie (B) die in Abschnitt 2.3 beschriebene "kleinere" Verteilung verwendet. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Bild 54 dargestellt und in Tabelle 16 zusammengefaßt.

Infolge der höheren KZV-Festigkeit nimmt der Anteil der Träger mit Holzversagen zu, so daß bei dieser Serie nur etwa jeder zweite Träger infolge eines KZV-Versagens zu Bruch geht. Die Biegefestigkeit der Träger mit KZV-Versagen nähert sich der Biegefestigkeit der Träger mit Holzversagen an, was dazu führt, daß unter Berücksichtigung aller Versuchswerte die mittlere Biegefestigkeit ansteigt und die Streuung bei den Reihen mit hoher Holzfestigkeit gleichzeitig abnimmt.

Die bei Serie (B) festgestellte Tendenz, daß bei wachsender Festigkeit der Brettlamellen die Häufigkeit eines KZV-Versagens zunimmt, ist auch bei Serie (C) immer noch zu beobachten. Infolge des im Vergleich zur Serie (B) häufigeren Auftretens eines Holzversagens gewinnt die Holzsortierung wieder an Bedeutung. Bei der Reihe KAREMO mit  $\bar{x} \sim 40 \text{ N/mm}^2$  ist die höchste mittlere Biegefestigkeit zu erwarten, eine Tragfähigkeitssteigerung um etwa 15 % gegenüber den BSH-Trägern mit nur visueller Holzsortierung. Wegen der geringeren Streuung liegt die charakteristische Biegefestigkeit ( $x_5 = 33,6 \text{ N/mm}^2$ ) sogar um mehr als 20 % über der charakteristischen Biegefestigkeit nur visuell sortierter Träger.

Im Vergleich zur Serie (B) bewirken die höheren KZV-Zugfestigkeiten der Serie (C), daß bei jeder Reihe durchschnittlich 10 % höhere, mittlere Biegefestigkeiten zu erwarten sind, und daß die charakteristischen Festigkeitswerte sogar um etwa 15 % höher liegen.

#### 4.3.2.4 Vergleichende zusammenfassende Auswertung

Aus den bisherigen Auswertungen ist zu erkennen, daß die Wahrscheinlichkeit für das Versagen einer KZV mit zunehmender Anzahl der Keilzinkenverbindungen steigt. Je häufiger der Bruch eines BSH-Trägers auf eine KZV zurückzuführen ist, umso mehr orientiert sich die Biegefestigkeit der untersuchten Reihe an der zu geringen Zugfestigkeit der KZV. Dies ist besonders bei Trägern mit Brettlamellen hoher Festigkeit von ausschlaggebender Bedeutung, weil dabei die Festigkeit des Holzes nicht mehr ausgenutzt werden kann. Außerdem entfernen sich die Tragfähigkeiten der Träger mit Holz- bzw. KZV-Versagen weiter voneinander, was zu einem Anwachsen der Streuung führt. Eine etwa vorhandene, höhere mittlere Biegefestigkeit kann folglich durch eine größere Streuung wieder aufgehoben werden. Der Erfolg einer Holzsortierung hängt somit auch von der Ausgewogenheit zwischen der Holz- und der KZV-Festigkeit ab, d.h. eine Verbesserung der Qualität der Brettlamellen ist nur dann sinnvoll, wenn die Qualität, insbesondere die KZV-Zugfestigkeit, in gleichem Maße erhöht wird.

Im folgenden werden unter Berücksichtigung sämtlicher Rechenergebnisse der Serien (A), (B) und (C) die Auswirkungen der unterschiedlichen Holzsortierungen auf die Tragfähigkeit von BSH-Trägern getrennt nach Trägern mit Holz- bzw. KZV-Versagen untersucht. In Bild 55 und Tabelle 17 sind die Rechenergebnisse für die Träger mit Holzversagen angegeben. Daraus ergibt sich für die Träger der Kl. II eine mittlere Biegefestigkeit von  $\bar{x} = 34,4 \text{ N/mm}^2$  bei einer Standardabweichung von  $s = 3,5 \text{ N/mm}^2$ . Bei den in Abschnitt 3.2

beschriebenen Trägerversuchen wurde eine mittlere Biegefestigkeit von  $\bar{x} = 33,7 \text{ N/mm}^2$  bei einer Standardabweichung von  $s = 3,5 \text{ N/mm}^2$  ermittelt (siehe Tabelle 9). Dies bestätigt die bereits in Abschnitt 4.2 festgestellte, sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse des Karlsruher Rechenmodelles mit den Trägerversuchen.

Mit Hilfe einer verschärften visuellen Gütesortierung (Reihe Kl. I bzw. KAR) ist eine Steigerung der Tragfähigkeit von 6 bzw. 8 % zu erwarten.

Mit einer maschinellen Gütesortierung nach der Rohdichte (Reihe RHO) sind etwa um 7 % und nach dem Elastizitätsmodul der Bretter (Reihe EMO) etwa um 12 % höhere Biegefestigkeiten zu erwarten, und zwar bei gleicher Ästigkeit wie im Falle der Kl. II.

Eine weitere Steigerung der Tragfähigkeit ist nur durch eine kombinierte visuelle/maschinelle Gütesortierung zu erreichen. Bei Reihe KARHO und KAREMO sind es nahezu 20 % im Vergleich zur Reihe Kl. II. Die geringere Streuung der Reihe KAREMO läßt jedoch einen höheren Wert für die charakteristische Biegefestigkeit erwarten, so daß diese Art der Holzsortierung (Ästigkeit und Elastizitätsmodul) einer Sortierung nach der Ästigkeit und der Rohdichte überlegen zu sein scheint.

Vergleicht man die Reihe KAREMO mit der Reihe Kl. I, so sind infolge der "besseren" Holzsortierung etwa um 13 % höhere Tragfähigkeiten zu erwarten. Berücksichtigt man, daß ein 15 cm langer Brettabschnitt mit  $E = 15000 \text{ N/mm}^2$  und  $KAR = 0,10$  eine mittlere Zugfestigkeit von  $62,2 \text{ N/mm}^2$  besitzt (Regressionsgleichungen nach Glos, siehe [1]), so erscheint die rechnerisch ermittelte Festigkeitssteigerung gering zu sein. Es muß aber berücksichtigt werden, daß nur der zusammengesetzte Brett-Elastizitätsmodul mindestens  $15000 \text{ N/mm}^2$  betragen muß, während Zellen mit Ästen durchaus einen Elastizitätsmodul unter  $15000 \text{ N/mm}^2$  aufweisen dürfen. Außerdem wurden die Anforderungen

bzgl. der Holzeigenschaften nur an die beiden äußeren Zuglamellen gestellt, so daß die restlichen Lamellen aus "normalen" Brettern zusammengesetzt waren. Dies hat zur Folge, daß die äußeren Zuglamellen wie in einem Verbundquerschnitt wegen ihres höheren Elastizitätsmoduls Kräfte bzw. Spannungen anziehen, so daß die tatsächlich vorhandene Spannung größer ist als die rechnerische Biegeandspannung.

Ein weiterer Grund für die verhältnismäßig geringe Tragfähigkeitssteigerung der Reihen KARHO und KAREMO gegenüber der Reihe Kl. I ist mit der Größe der Reststreuung der Regressionsgleichung zur Bestimmung der Zugfestigkeit der Zellen zu erklären. Die Streuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes konnte aufgrund von umfangreichen Untersuchungen (siehe Abschnitt 2.2) gegenüber früheren Erkenntnissen geringer angenommen werden, über die Streuung der Zugfestigkeit innerhalb eines Brettes liegen jedoch noch keine Untersuchungen vor. Es erscheint durchaus möglich, daß bei "guten" Brettern - Bretter mit kleinen Ästen und hoher Rohdichte bzw. hohem Elastizitätsmodul - auch die Streuung der Festigkeit in Brettlängsrichtung geringer ist als dies von der allgemeinen Regressionsgleichung angenommen wird. Die zur Klärung dieser Frage erforderlichen, umfangreichen Zugversuche konnten im Rahmen dieses Forschungsvorhabens nicht durchgeführt werden, so daß mit der verbleibenden Reststreuung der allgemeinen Regressionsgleichung gerechnet werden mußte. Eine Reduzierung der Streuung der Zugfestigkeit innerhalb eines Brettes würde bei der Berechnung der Tragfähigkeit von BSH-Trägern zu höheren Biegefestigkeiten führen.

Die Rechenergebnisse für die Träger mit KZV-Versagen sind in Bild 56 und Tabelle 18 angegeben. Hierbei wurde die Serie (C) getrennt betrachtet, weil bei diesen Trägern mit 20 % höheren KZV-Zugfestigkeiten gerechnet wurde. Deutlich zu erkennen ist wiederum, daß die visuelle Gütesortierung die Tragfähigkeit von BSH-Trägern mit KZV-Versagen nicht beeinflusst. Bei den Serien (A) und (B) ergibt sich für die Reihen Kl. I, Kl. II und KAR eine mittlere Biegefestigkeit



von etwa  $31,3 \text{ N/mm}^2$ . Im Rechenmodell wurde für diese Serien mit einer mittleren KZV-Zugfestigkeit von  $34,8 \text{ N/mm}^2$  gerechnet, so daß bei diesen Trägern die mittlere Biegefestigkeit um etwa 10 % unter der mittleren KZV-Zugfestigkeit liegt. Bei der Serie (C) beträgt die mittlere Biegefestigkeit der Träger mit KZV-Versagen ( $\bar{x} = 33,7 \text{ N/mm}^2$ ) nur etwa 80 % der mittleren angenommenen KZV-Zugfestigkeit ( $\bar{x} = 1,20 \cdot 34,8 \text{ N/mm}^2$ ).

Bei den in Abschnitt 3.2 beschriebenen Trägerversuchen wurde bei einer mittleren KZV-Zugfestigkeit von  $32,7 \text{ N/mm}^2$  (siehe Tabelle 3) für die Träger mit KZV-Versagen eine mittlere Biegefestigkeit von  $30,6 \text{ N/mm}^2$  ermittelt, was etwa 94 % der mittleren KZV-Zugfestigkeit entspricht.

Die Tendenz, daß sich die Biegefestigkeiten der Träger mit KZV-Versagen mit steigender Qualität der Keilzinkenverbindungen von der mittleren KZV-Zugfestigkeit entfernen, kann damit erklärt werden, daß bei schlechter KZV-Qualität nahezu jeder Versuchsträger wegen einer KZV versagt, daß also die Biegefestigkeit der BSH-Träger praktisch gleich der Zugfestigkeit der Keilzinkenverbindungen ist. Bei sehr guter KZV-Qualität jedoch versagt ein Großteil der Träger aufgrund eines Holzfehlers, und nur die Träger mit verhältnismäßig schlechter Keilzinkung gehen auch in der KZV zu Bruch. Der Mittelwert für die Biegefestigkeit dieser Träger mit KZV-Versagen liegt somit naturgemäß weit unter der mittleren KZV-Zugfestigkeit.

Diese Tendenz bestätigt erneut die sehr gute Übereinstimmung zwischen den Trägerversuchen einerseits und den Berechnungen mit dem Karlsruher Rechenmodell andererseits. Mit Hilfe einer maschinellen Holzsortierung anhand der Rohdichte bzw. des Elastizitätsmoduls der Bretter ist es möglich, höhere Biegefestigkeiten zu erzielen. Für die Reihen RHO, EMO, KARHO und KAREMO wurde eine mittlere Biegefestigkeit von etwa  $34 \text{ N/mm}^2$  (Serie (A) und (B)) bzw.  $38 \text{ N/mm}^2$  (Serie (C)) ermittelt. Das entspricht einer Steigerung von 9 % bzw. 12 % gegenüber den Reihen Kl. I, Kl. II und KAR.

## 5 Zusammenfassung

Ein im Rahmen der ersten Stufe dieses Forschungsvorhabens entwickeltes Rechenmodell konnte durch Untersuchungen über die Verteilungen und Regelmäßigkeiten der Ästigkeit und des Elastizitätsmoduls deutlich verbessert werden. So ermöglichten Untersuchungen über die Ästigkeit von insgesamt 456 Brettern eine wirklichkeitsnähere Simulation der Ästigkeit in Brettlängsrichtung unter Berücksichtigung der durch das Wachstum des Baumes bedingten Regelmäßigkeiten. Weiter ergaben Untersuchungen über den Elastizitätsmodul an 640 Brettabschnitten aus insgesamt 100 Brettern, daß die Streuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes geringer ist, als dies von der allgemeinen Regressionsgleichung für das gesamte Holzangebot angenommen wird.

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wurden insgesamt 42 Biegeversuche an BSH-Trägern mit Trägerhöhen von 167 bis 1250 mm durchgeführt. Bei diesen Versuchen wurde eine Abnahme der Tragfähigkeit mit wachsender Trägerhöhe festgestellt. Für Träger mit baupraktischen Abmessungen ( $H \geq 300$  mm) erscheint dieser Festigkeitsabfall jedoch nur noch gering. Wenn das Versagen auf eine Keilzinkenverbindung zurückzuführen ist, dann ist eine Abhängigkeit von der Trägerhöhe nicht mehr erkennbar. Weiterhin lag die Biegefestigkeit dieser Träger in der Größenordnung der Zugfestigkeit der Keilzinkenverbindungen.

Mit Hilfe des Rechenmodells wurde die Tragfähigkeit von 9 Versuchsträgern berechnet und mit den erreichten Bruchwerten verglichen. Die Abweichungen zwischen berechneter und tatsächlicher Biegefestigkeit betragen hierbei höchstens 10 %.

Mit Hilfe des Rechenmodells wurden weiterhin die Auswirkungen von verschiedenen, denkbaren Möglichkeiten der Holzsortierung auf die Tragfähigkeit von BSH-Trägern untersucht. Dabei zeigte sich, daß die

Biegefestigkeit von BSH-Trägern im wesentlichen von zwei Faktoren abhängig ist, nämlich der Holzfestigkeit und der Festigkeit der Keilzinkenverbindungen. Aus den Berechnungen wurde deutlich, daß eine schärfere visuelle Holzsortierung die Festigkeit der Keilzinkenverbindungen nicht beeinflußt, sondern nur bewirkt, daß häufiger ein Versagen in der Keilzinkenverbindung auftritt und daher die höhere Holzfestigkeit nicht ausgenutzt werden kann. Erst mit Hilfe einer maschinellen Gütesortierung unter Berücksichtigung der Rohdichte und/oder des Elastizitätsmoduls der Bretter sind auch höhere Festigkeiten der Keilzinkenverbindungen zu erwarten.

Mit Hilfe einer kombinierten visuellen/maschinellen Holzsortierung können die höchsten Holzfestigkeiten erreicht werden. Der Erfolg einer verbesserten Holzsortierung und damit die Möglichkeit der Festigkeitssteigerung von BSH-Trägern hängt aber auch von der Ausgewogenheit der beeinflussenden Faktoren "Holzfestigkeit" und "Festigkeit der Keilzinkenverbindungen" ab. Die Erhöhung nur eines dieser Parameter bewirkt eine größere Streuung und wertet eine höhere, mittlere Festigkeit wieder ab.

Mit Hilfe des "Karlsruher Rechenmodells" war es somit möglich, die Auswirkungen, aber auch die Grenzen von verschiedenen Möglichkeiten der Holzsortierung auf die Tragfähigkeit von BSH-Trägern qualitativ und quantitativ abzuschätzen.

Mit verbesserten Kenntnissen über die mechanischen Eigenschaften festigkeitsorientierter Brettlamellen, insbesondere über die Streuung der Zugfestigkeiten innerhalb einer Lamelle, kann das Rechenmodell weiter verbessert werden und schließlich auf rechnerischem Wege eine Optimierung von biegebeanspruchten Bauteilen aus Brettschichtholz erreicht werden. Bei gleichzeitiger Verbesserung der Eigenschaften der Keilzinkenverbindungen ist eine statistisch gesicherte Festigkeitssteigerung von Brettschichtholz aus europäischer Fichte möglich. Mit diesem Ziel sollten weitergehende Untersuchungen und Aufbereitungen der Erkenntnisse für normungsreife Bemessungsgrundlagen angestrebt werden.

6      Literatur

- | 1|      Ehlbeck, J.; Colling, F.; Görlacher, R. 1984: Einfluß keilgezinkter Lamellen auf die Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern. Forschungsbericht der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abt. Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe.
  
- | 2|      Glos, P. 1978: Zur Bestimmung des Festigkeitsverhaltens von Brettschichtholz bei Druckbeanspruchung aus Werkstoff- und Einwirkungsgrößen. Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Heft 35, Sonderforschungsbereich 96, München.
  
- | 3|      Colling, F.; Dinort, R. 1987: Die Ästigkeit des in den Leimbaubetrieben verwendeten Schnittholzes. Holz Roh-Werkstoff 45: 23-26.
  
- | 4|      Colling, F.; Scherberger, M. 1987: Die Streuung des Elastizitätsmoduls in Brettlängsrichtung. Holz Roh-Werkstoff 45: 95-99
  
- | 5|      United Nations; Economic Comission for Europe 1982: ECE recommended standard for stress grading of coniferous sawn timber. Timber Bull. for Europe, Vol. XXXIV, Suppl. 16: 1-17, Genf, Schweiz.
  
- | 6|      Görlacher, R. 1984: Ein neues Meßverfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Holz. Holz Roh- Werkstoff 42: 219-222.

- | 7| Larsen, H.J. 1980: Strength of glued laminated beams. Part 2 (Properties of glulam laminations). Report No. 8004, Institute of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Aalborg, Dänemark.
  
- | 8| Heimeshoff, B.; Glos, P. 1980: Zugfestigkeit und Biege-E-Modul von Fichten-Brettlamellen. Holz Roh- Werkstoff 38: 51-59.
  
- | 9| Kolb, H.; Frech, P. 1977: Testing of big Glulam Timber Beams. CIB-W18 Meeting 8, Bruxelles, Paper 8-12-1
  
- |10| Ehlbeck, J.; Colling, F. 1987: Tragfähigkeit von mit Glasfaser-Verbund-Profilen verstärkten Brettschicht-holzträgern. Forschungsbericht der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abt. Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe.

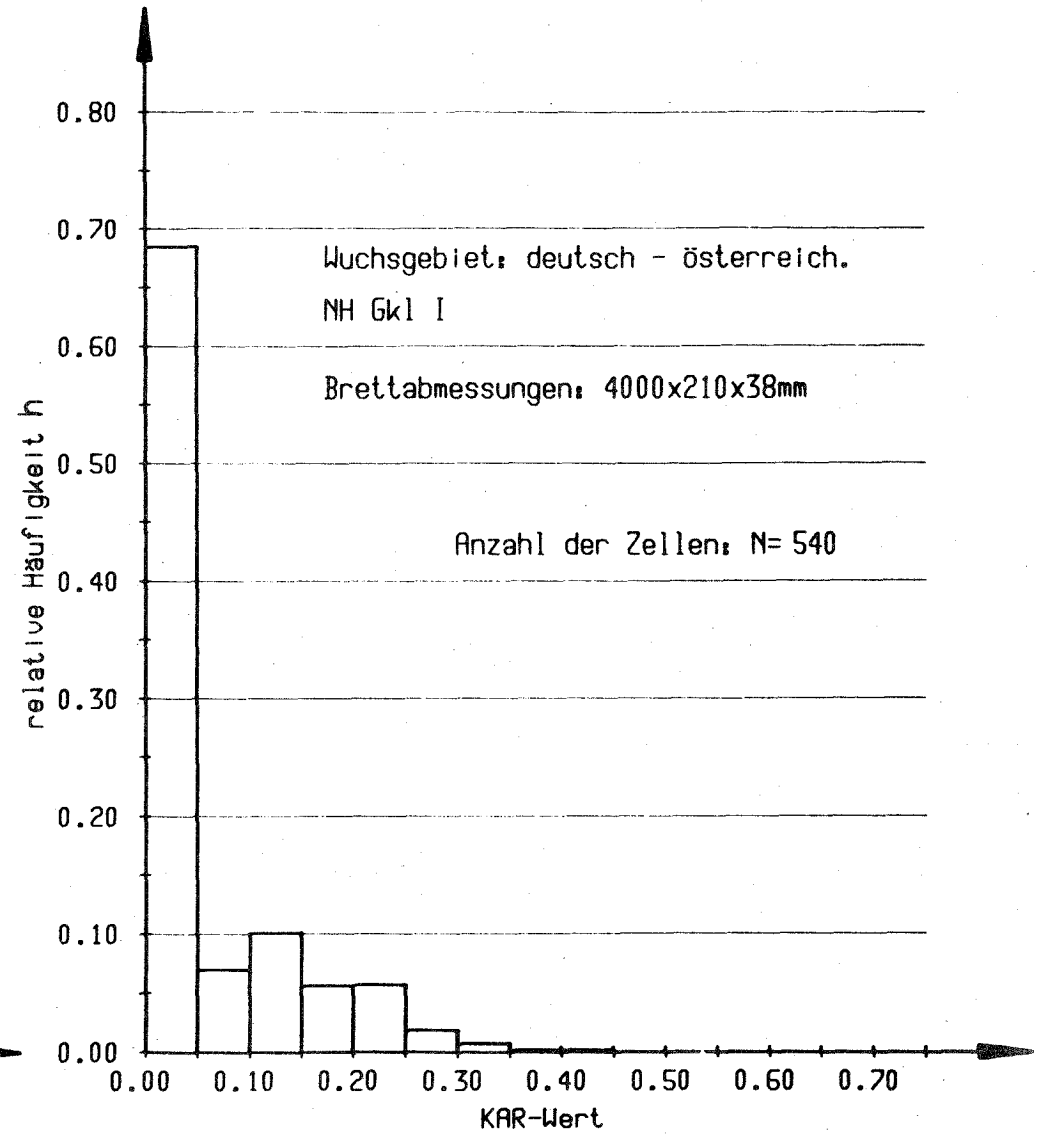
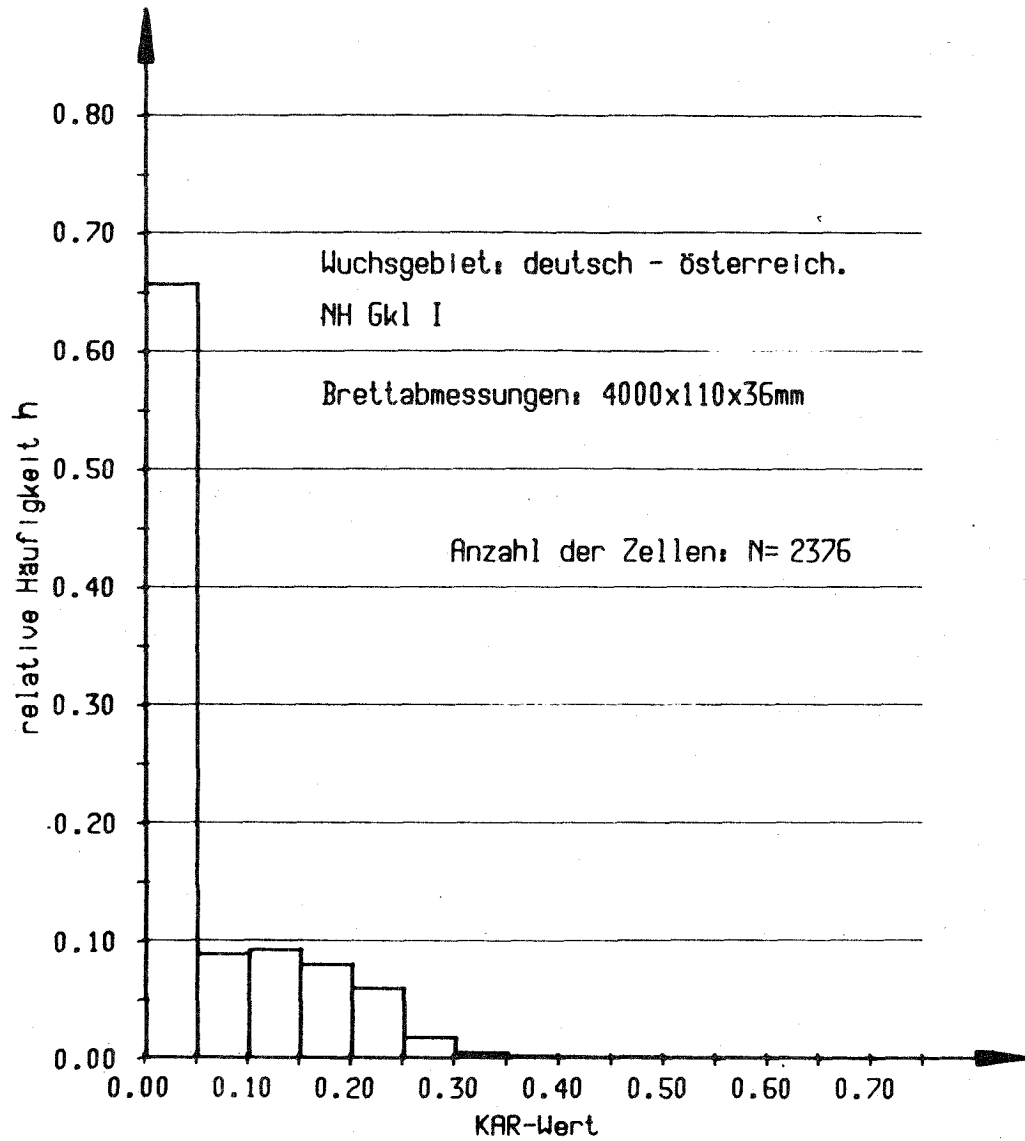


Bild 3: Vergleich der KAR-Wert-Verteilungen für die verschiedenen Brettbreiten

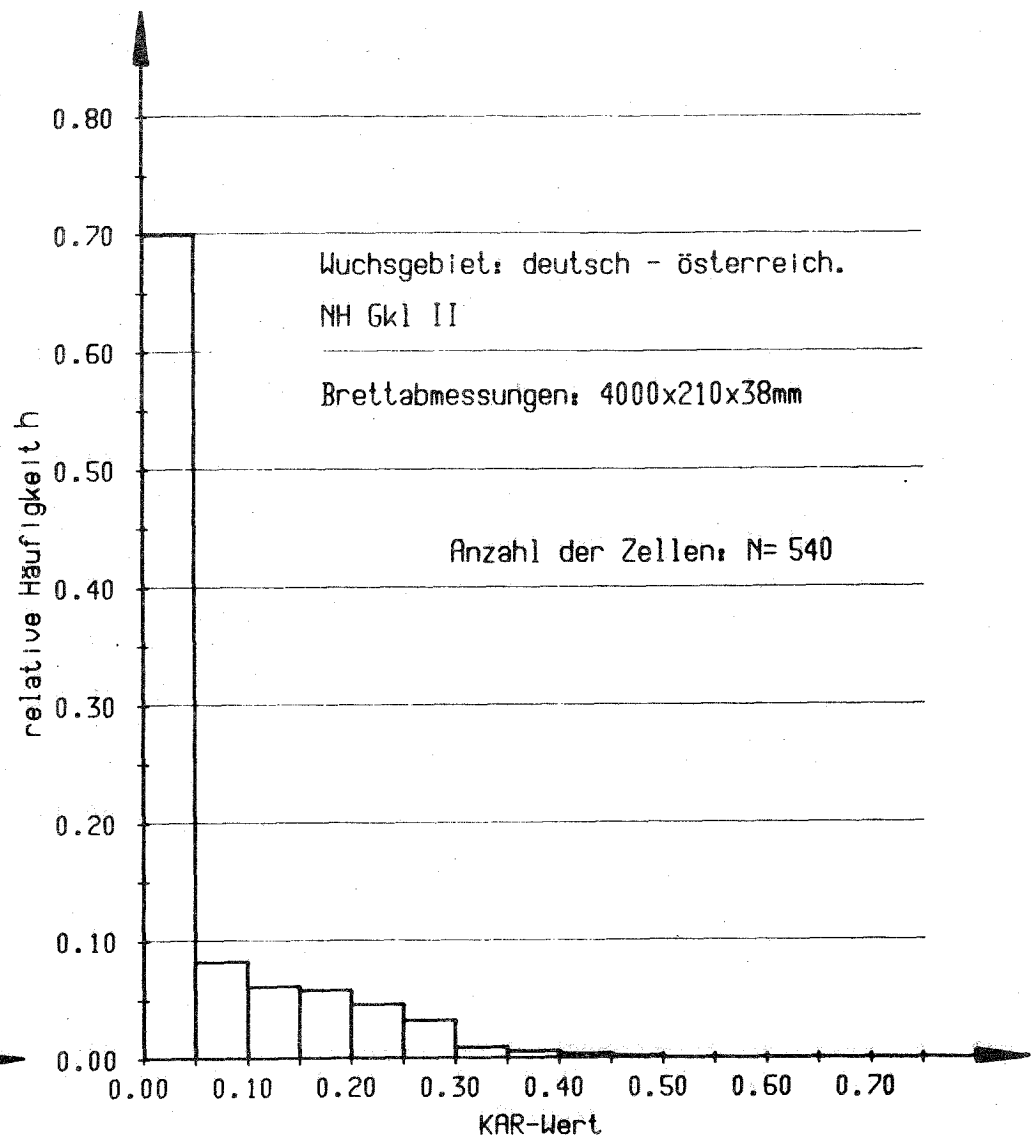
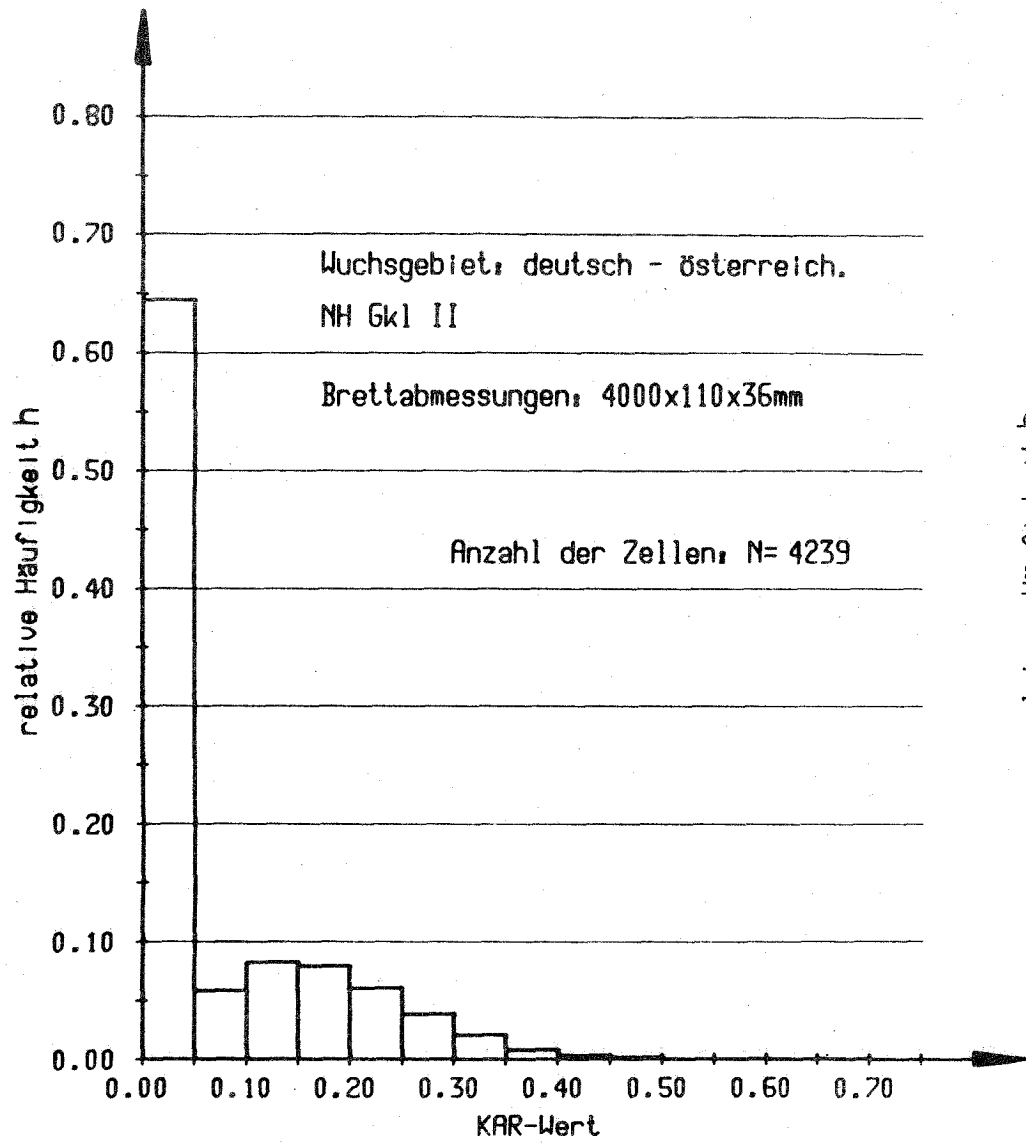


Bild 4: Vergleich der KAR-Wert-Verteilungen für die verschiedenen Brettbreiten

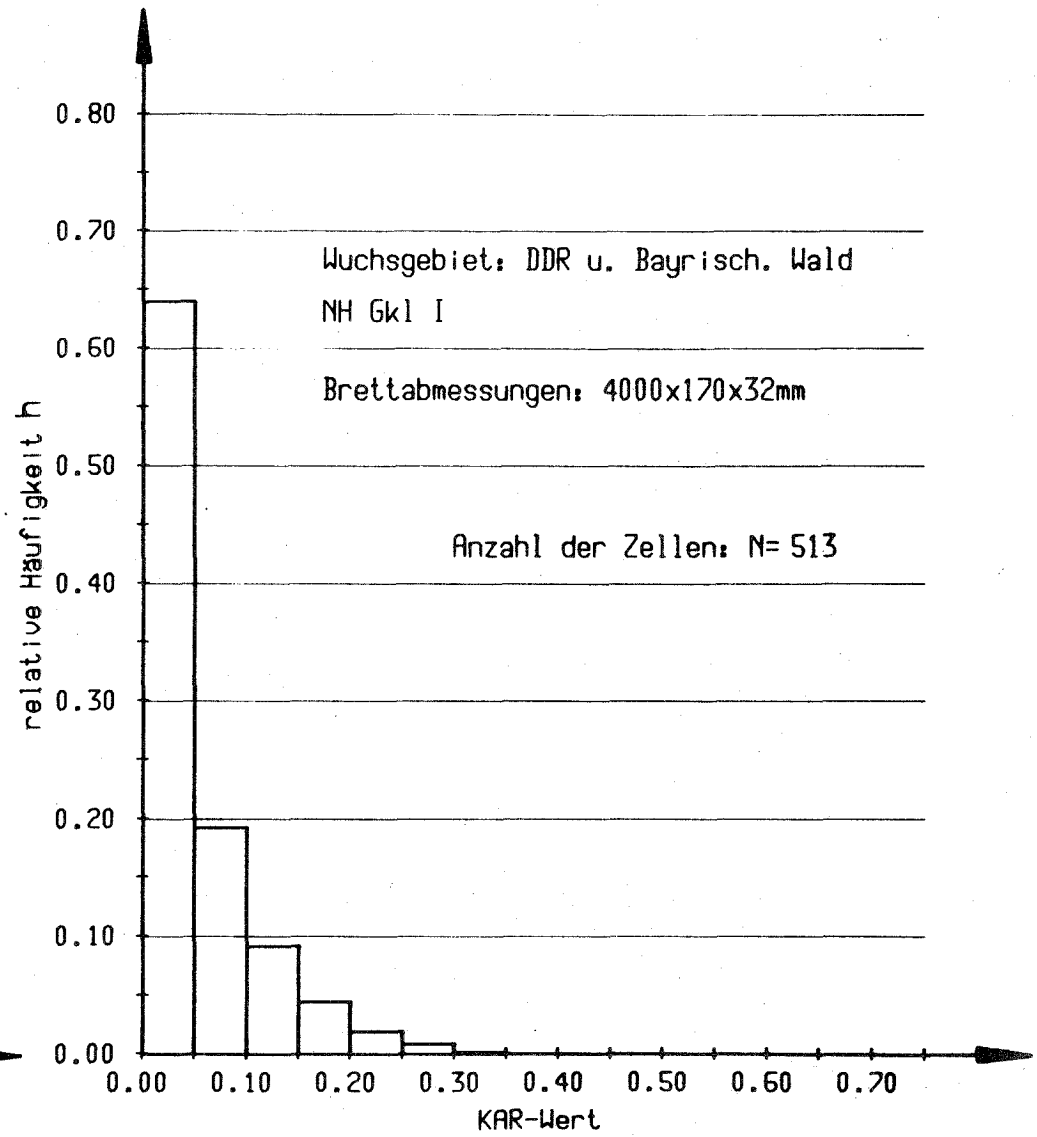
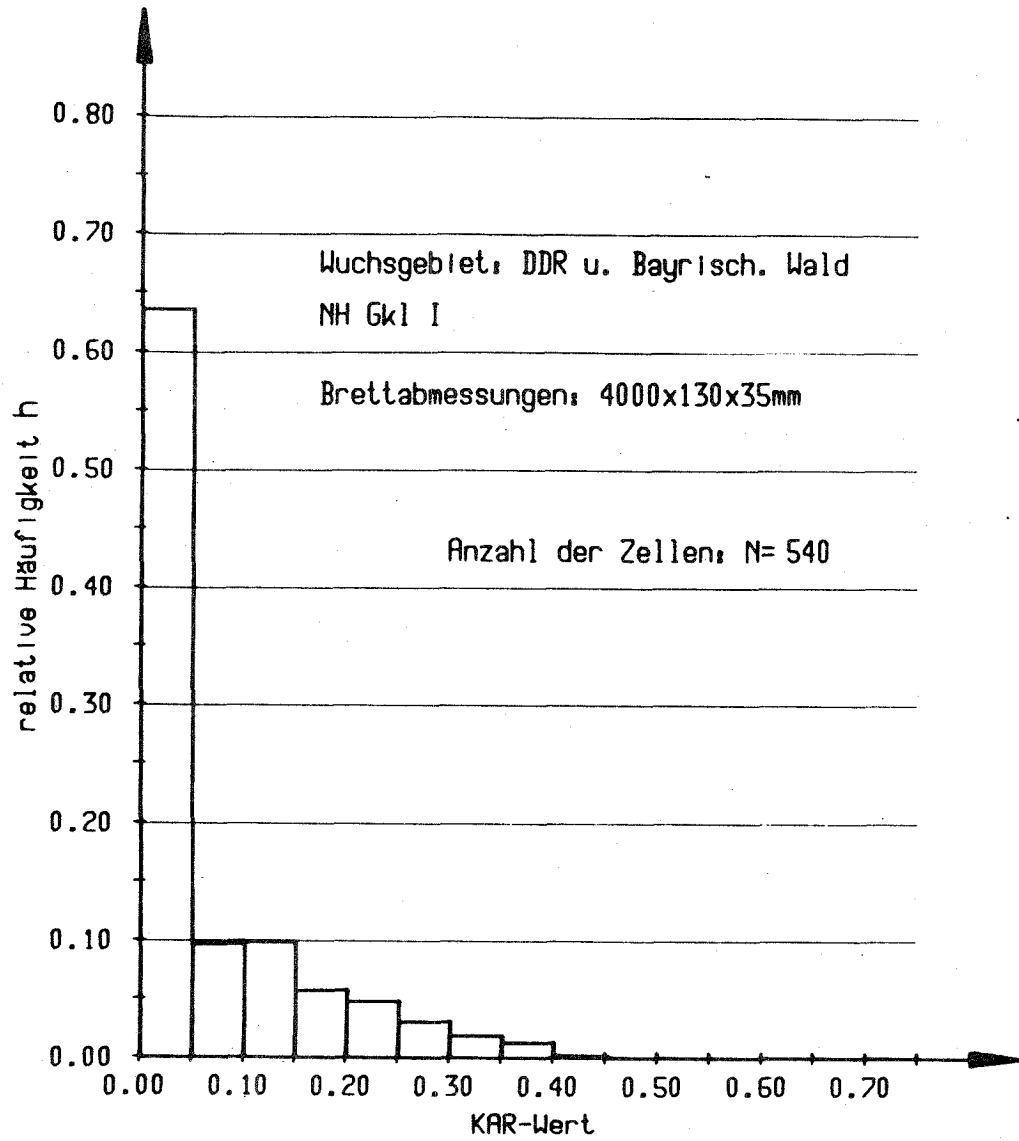


Bild 5 : Vergleich der KAR-Wert-Verteilungen für die verschiedenen Brettbreiten



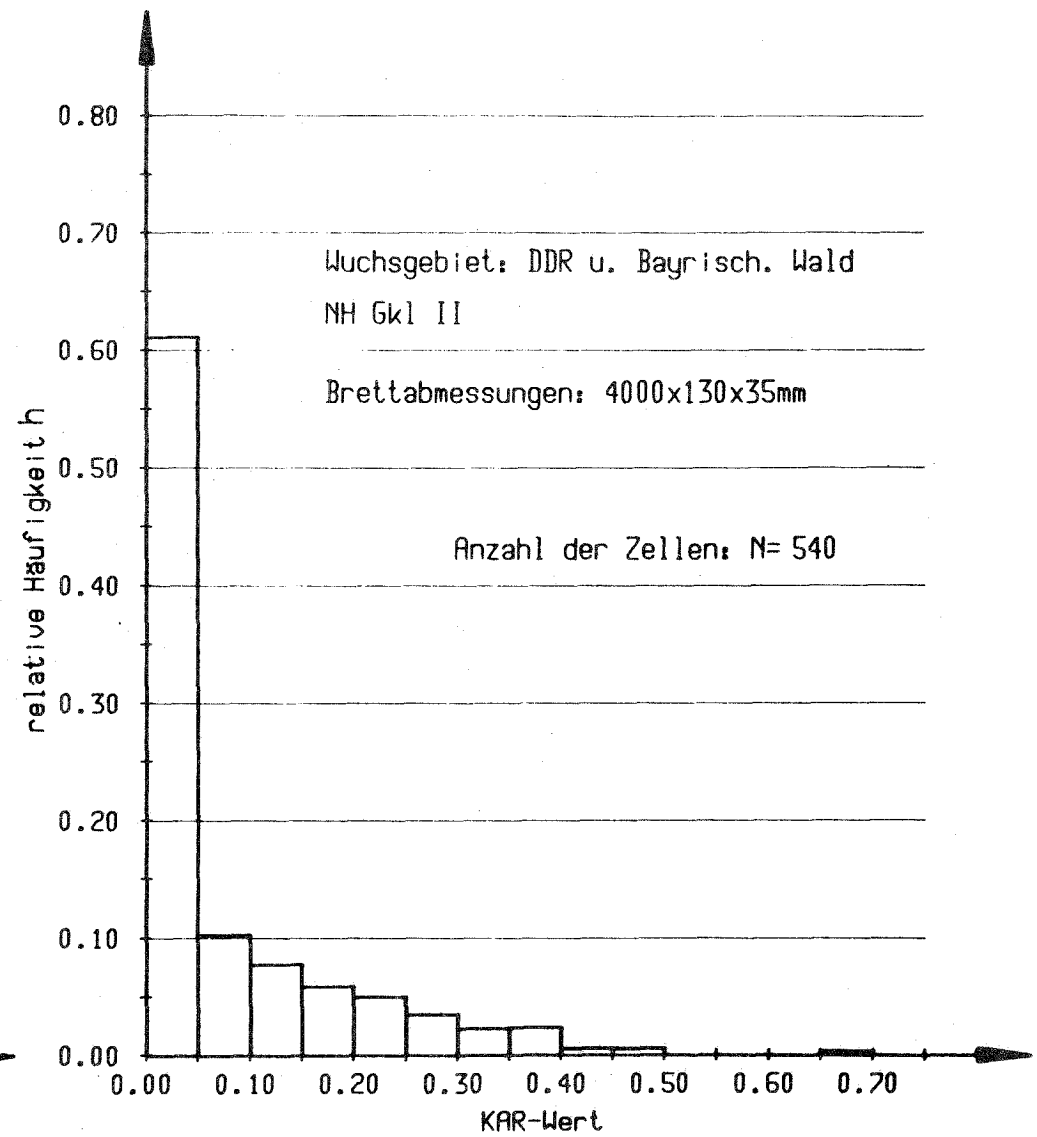
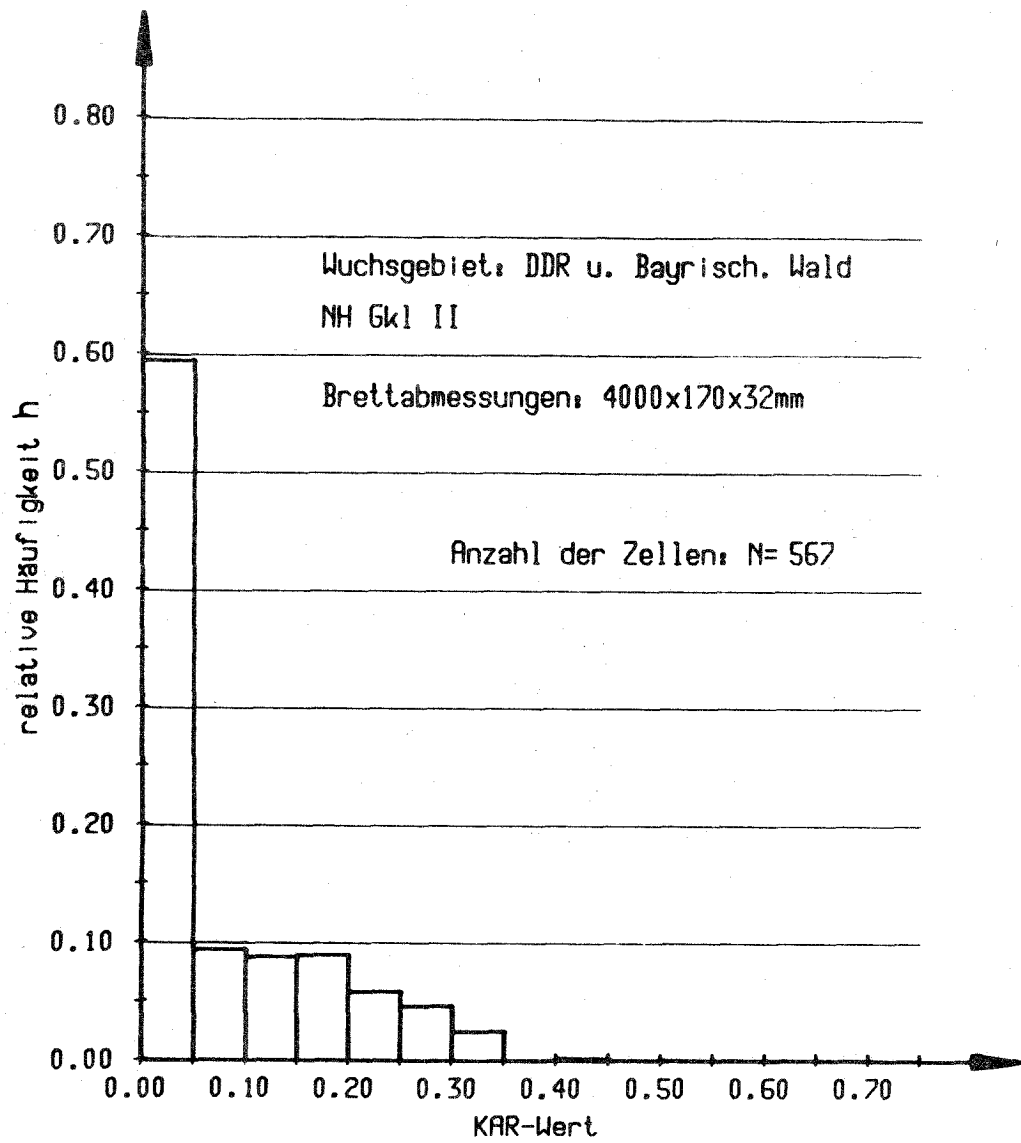


Bild 6 : Vergleich der KAR-Wert-Verteilungen für die verschiedenen Brettbreiten

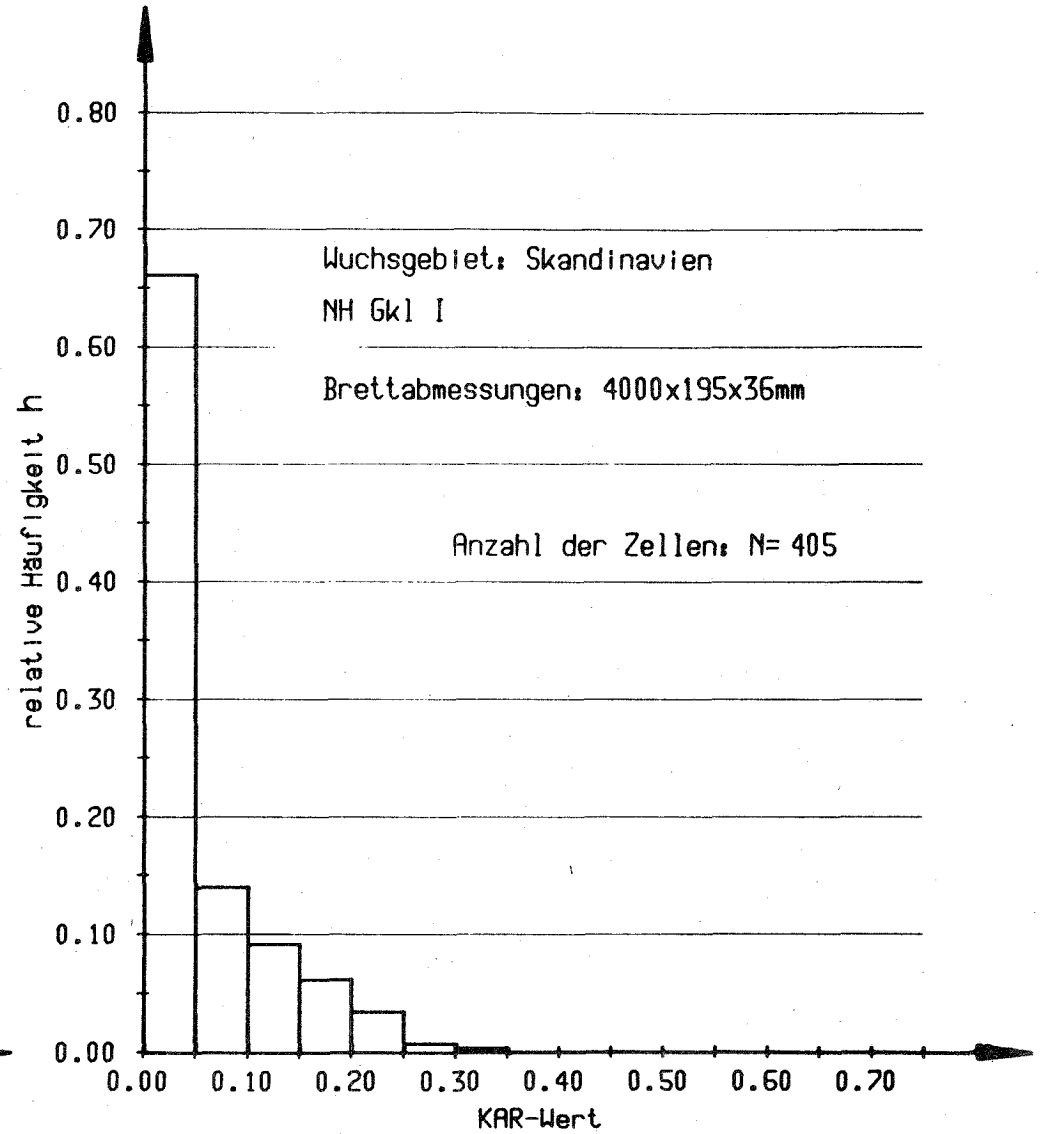
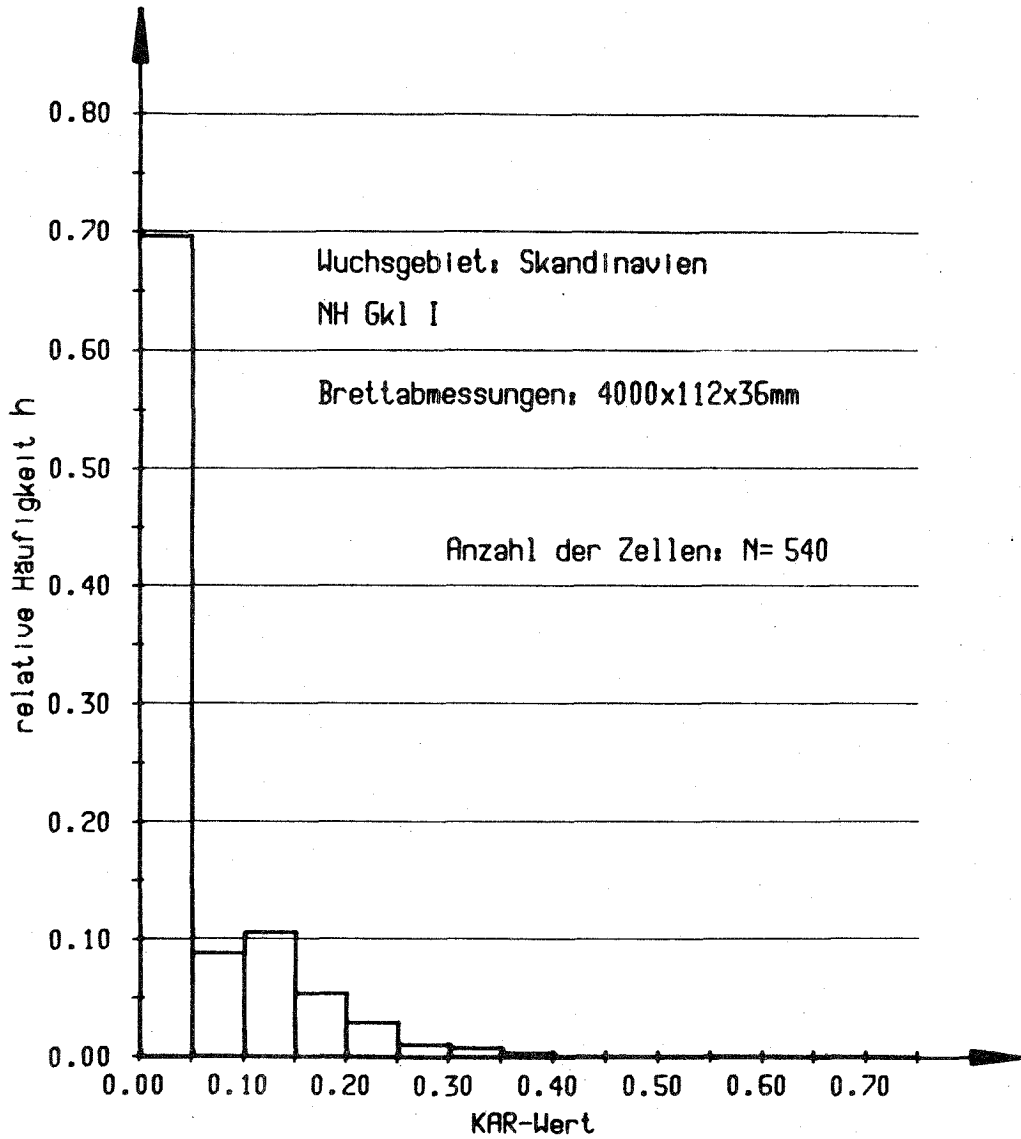


Bild 7: Vergleich der KAR-Wert-Verteilungen für die verschiedenen Brettbreiten

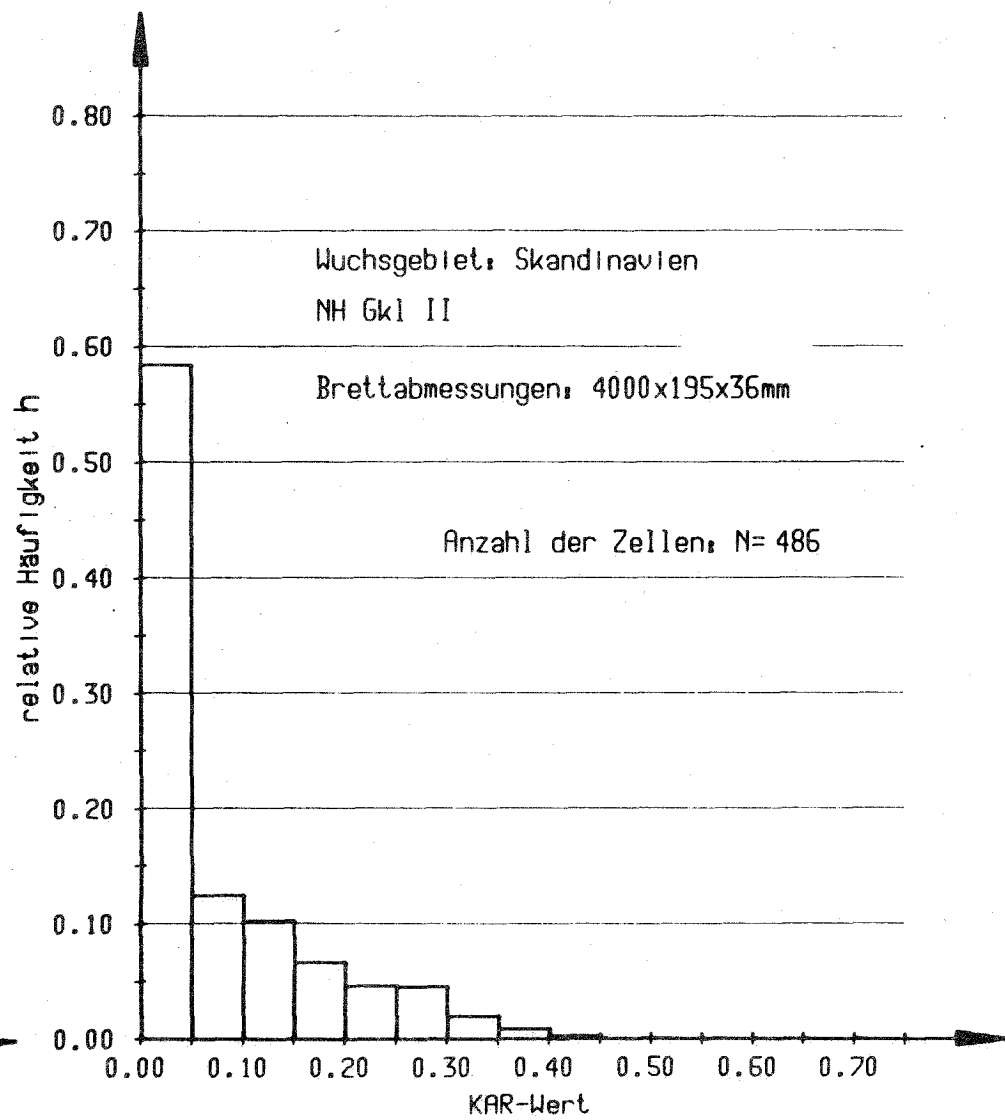
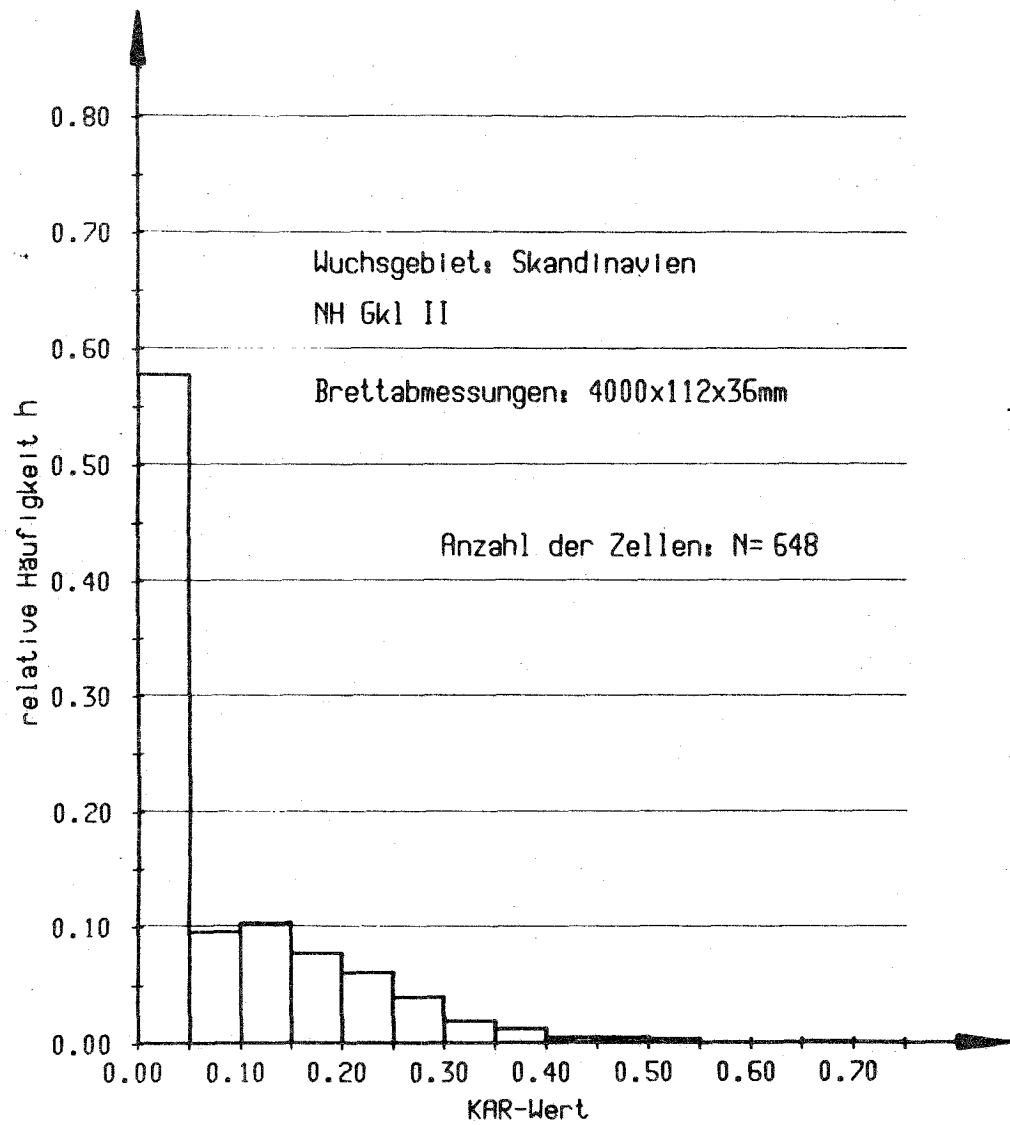


Bild 8: Vergleich der KAR-Wert-Verteilungen für die verschiedenen Brettbreiten

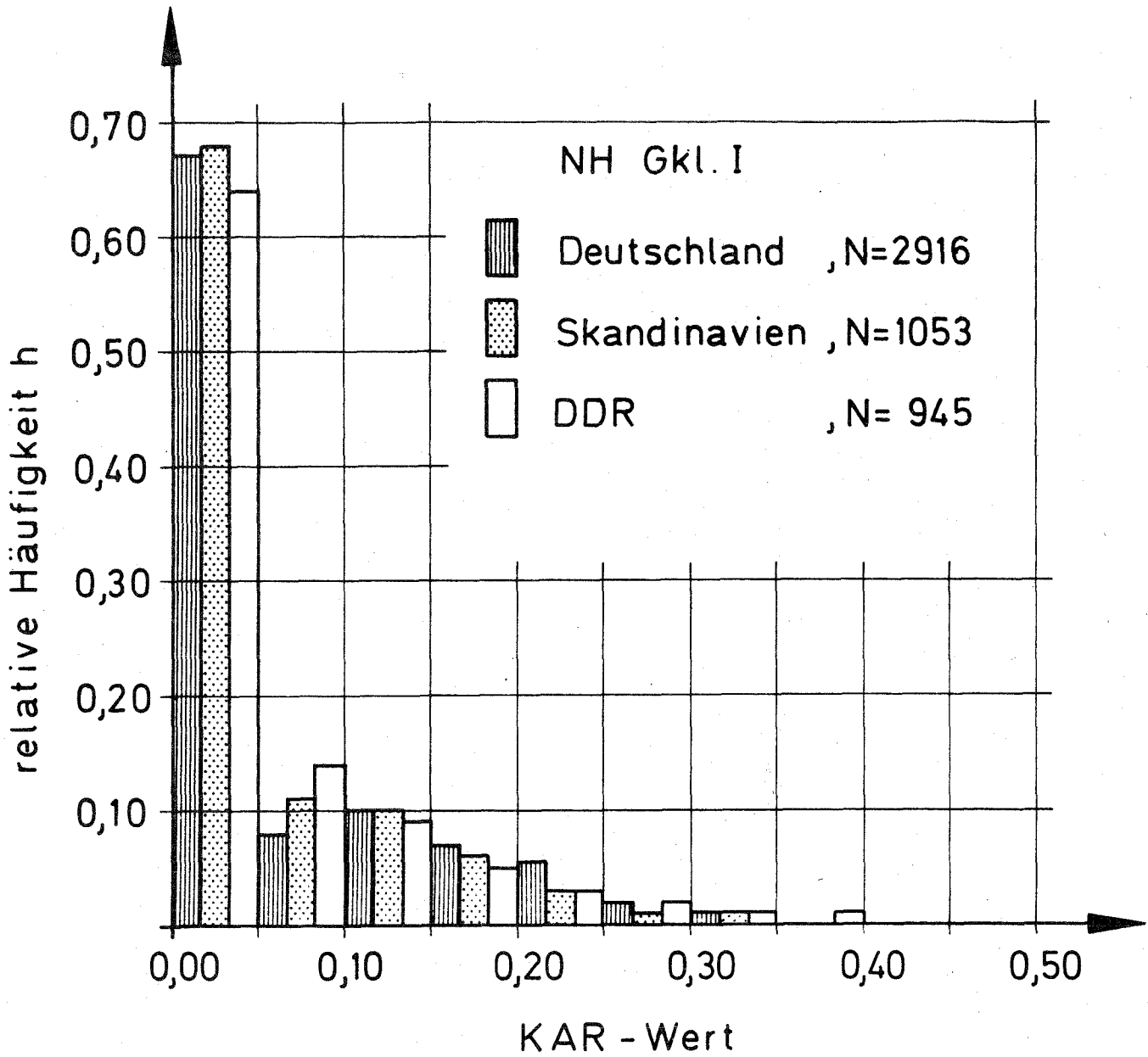


Bild 9: Vergleich der KAR-Wert-Verteilungen für die einzelnen Wuchsgebiete (Gkl. I).

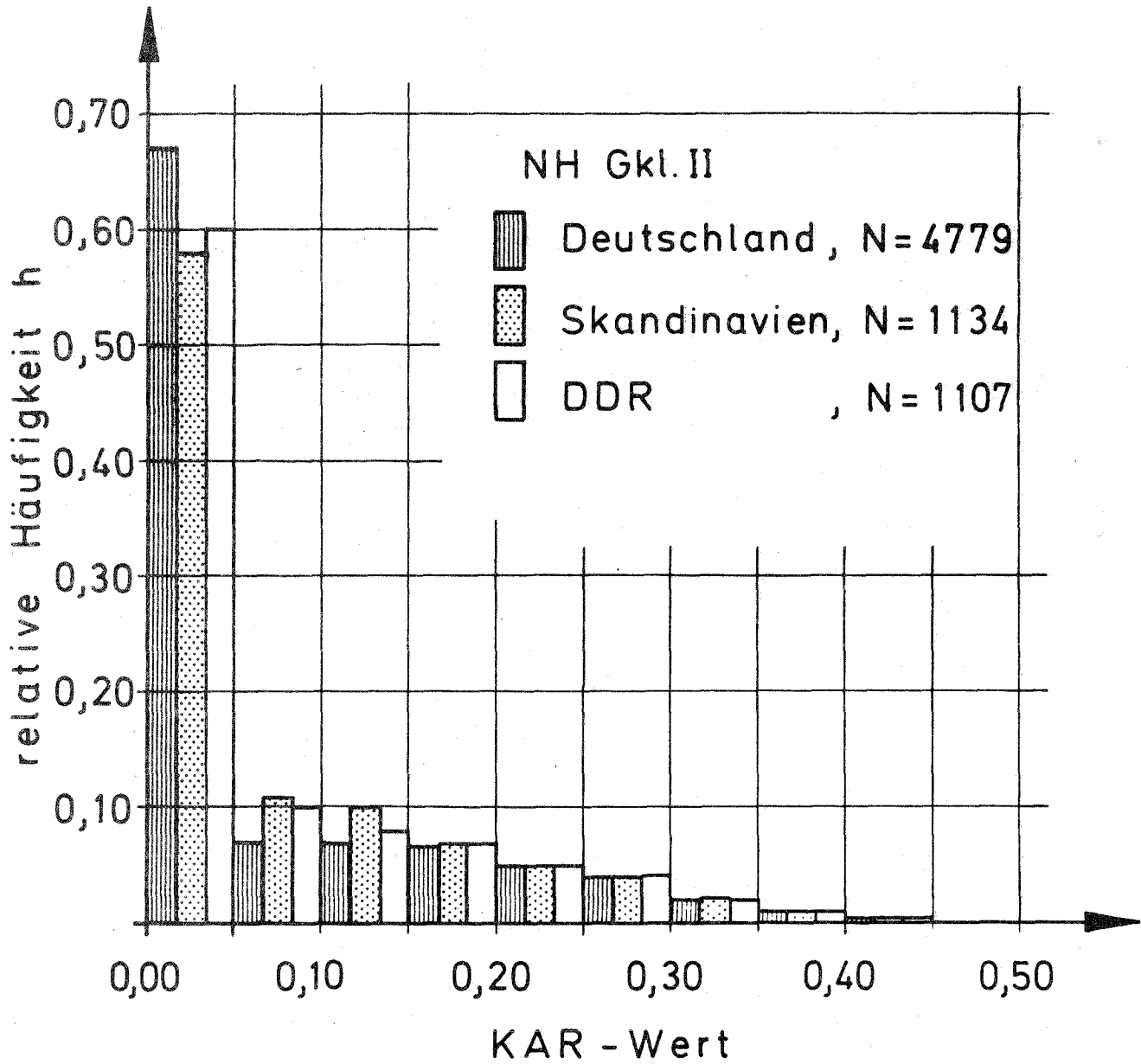


Bild 10 : Vergleich der KAR-Wert-Verteilungen für die einzelnen Wuchsgebiete(Gkl II).

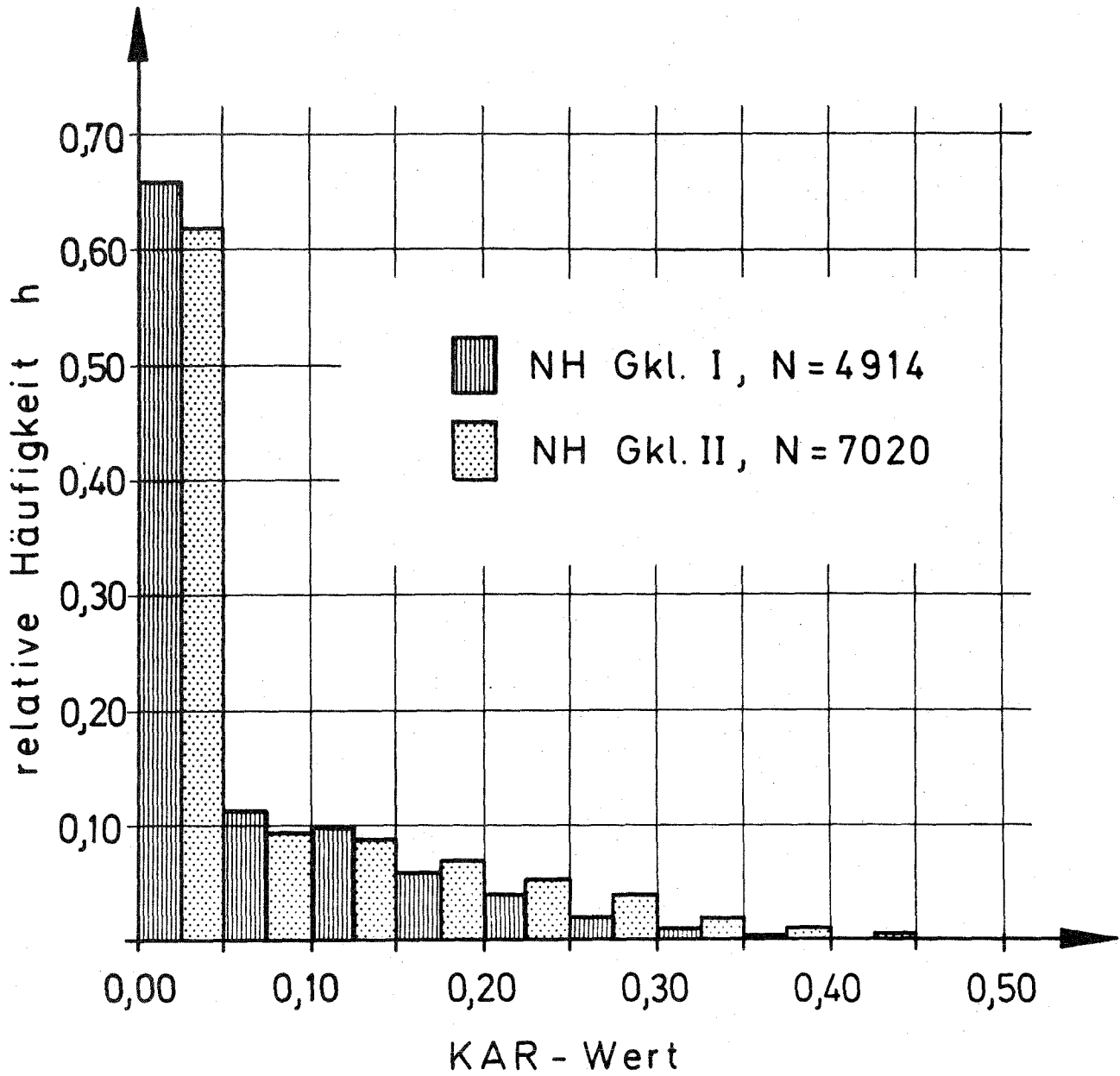


Bild 11 : Vergleich der KAR-Wert-Verteilungen für die beiden untersuchten Güteklassen (alle Bretter).

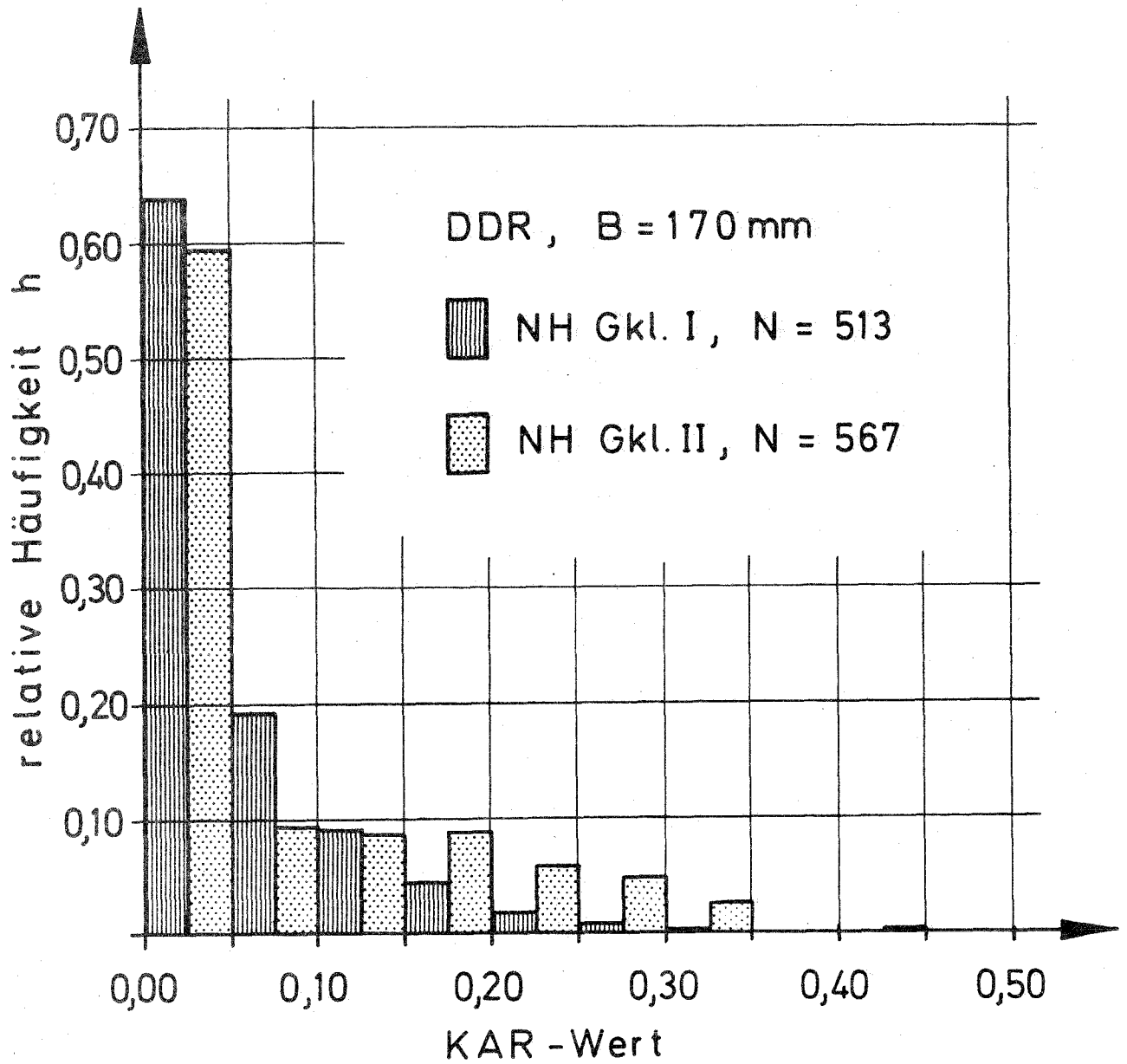


Bild 12 : Vergleich der KAR-Wert-Verteilungen für die beiden untersuchten Güteklassen(Firma C).

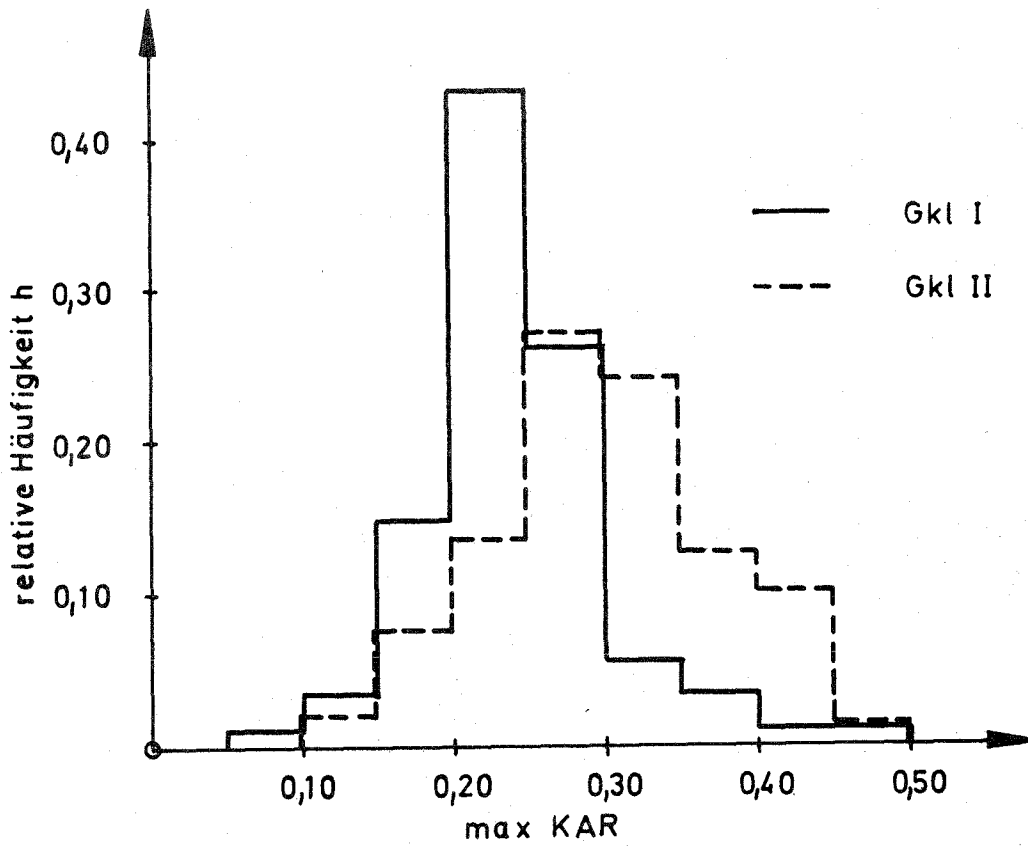


Bild 13 : Auftretenshäufigkeit des größten in einem Brett vorhandenen KAR-Wertes (Fa.A, Breite B=110mm)

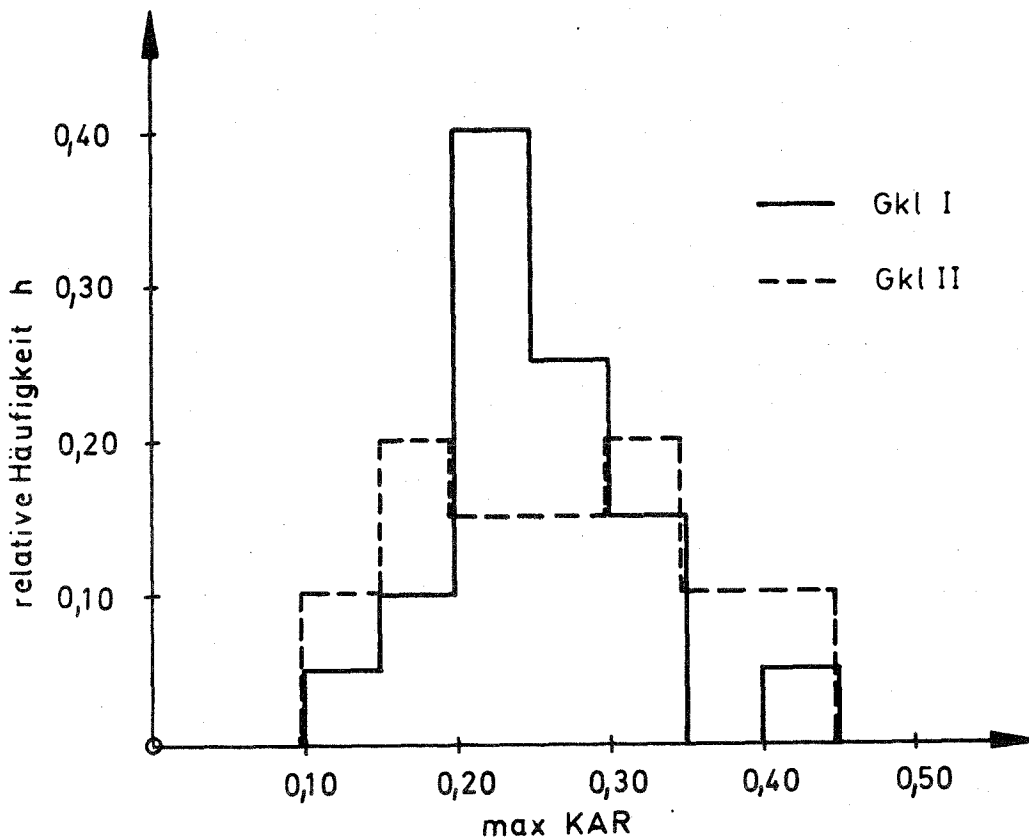


Bild 14 : Auftretenshäufigkeit des größten in einem Brett vorhandenen KAR-Wertes (Fa.A, Breite B=210mm)



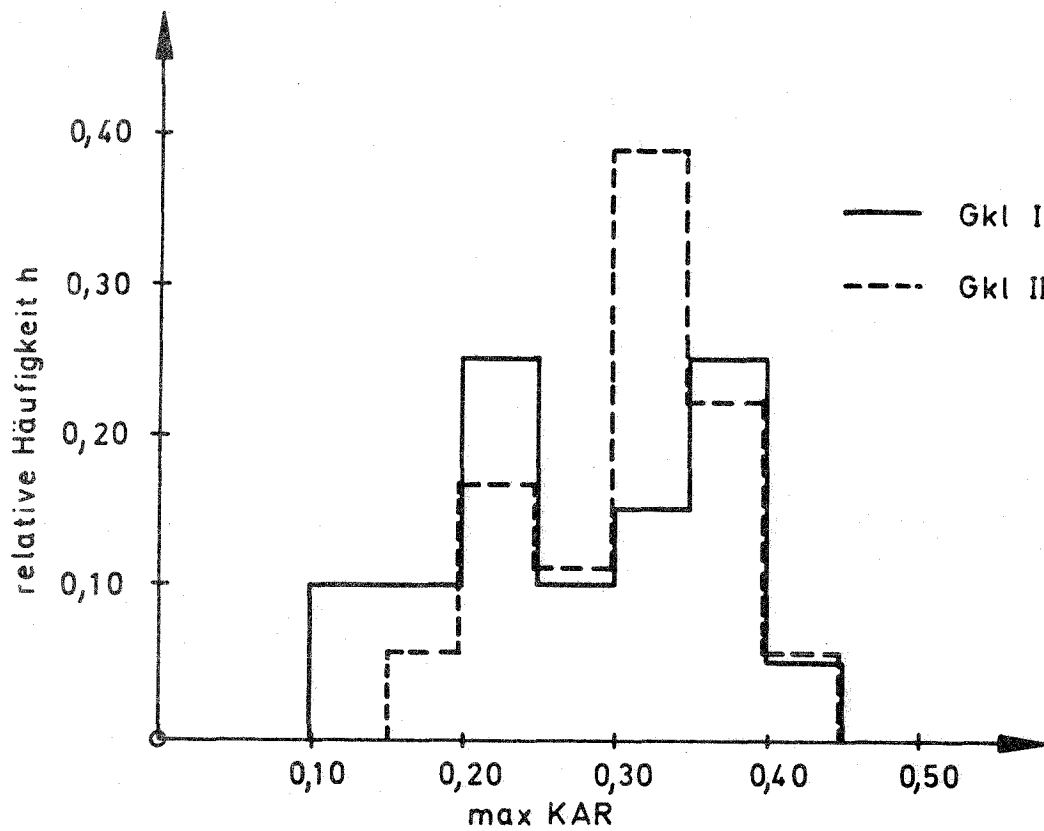


Bild 15 : Auftretenshäufigkeit des größten in einem Brett vorhandenen KAR-Wertes (Fa.B)

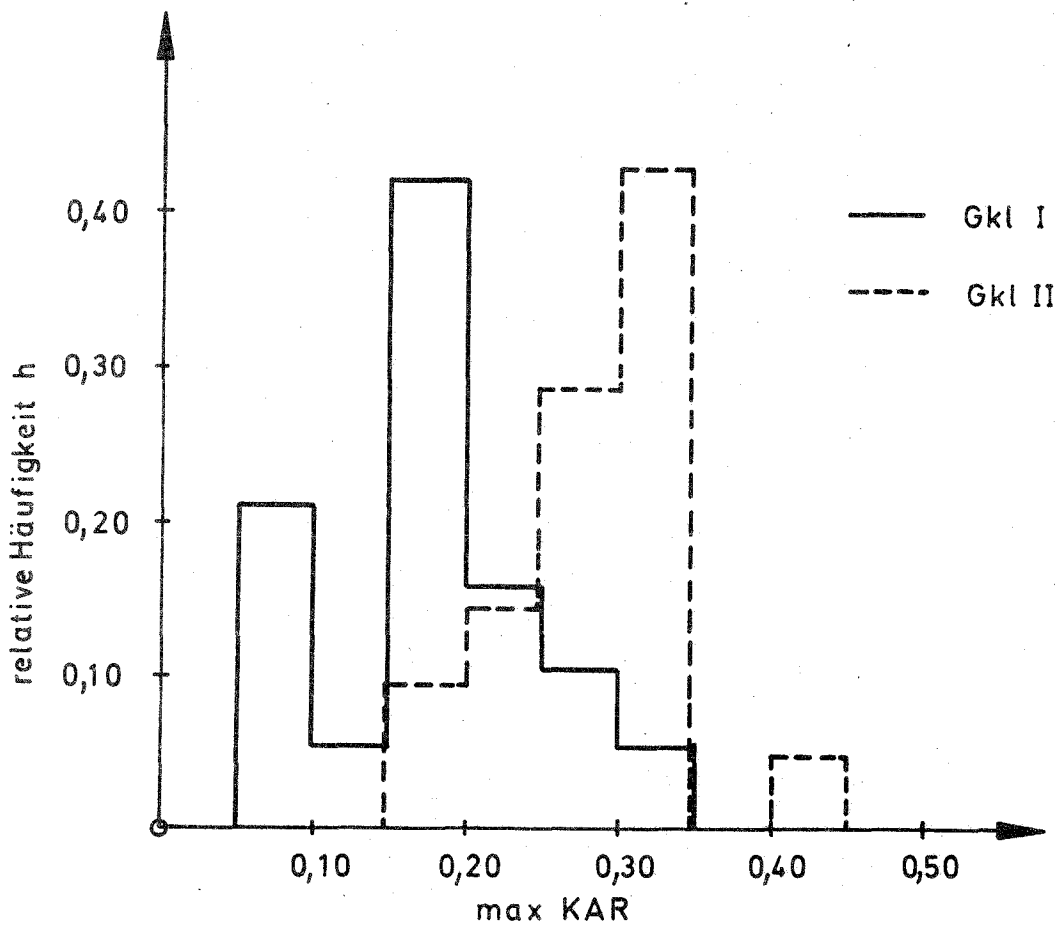


Bild 16: Auftretenshäufigkeit des größten in einem Brett vorhandenen KAR-Wertes (Fa.C)

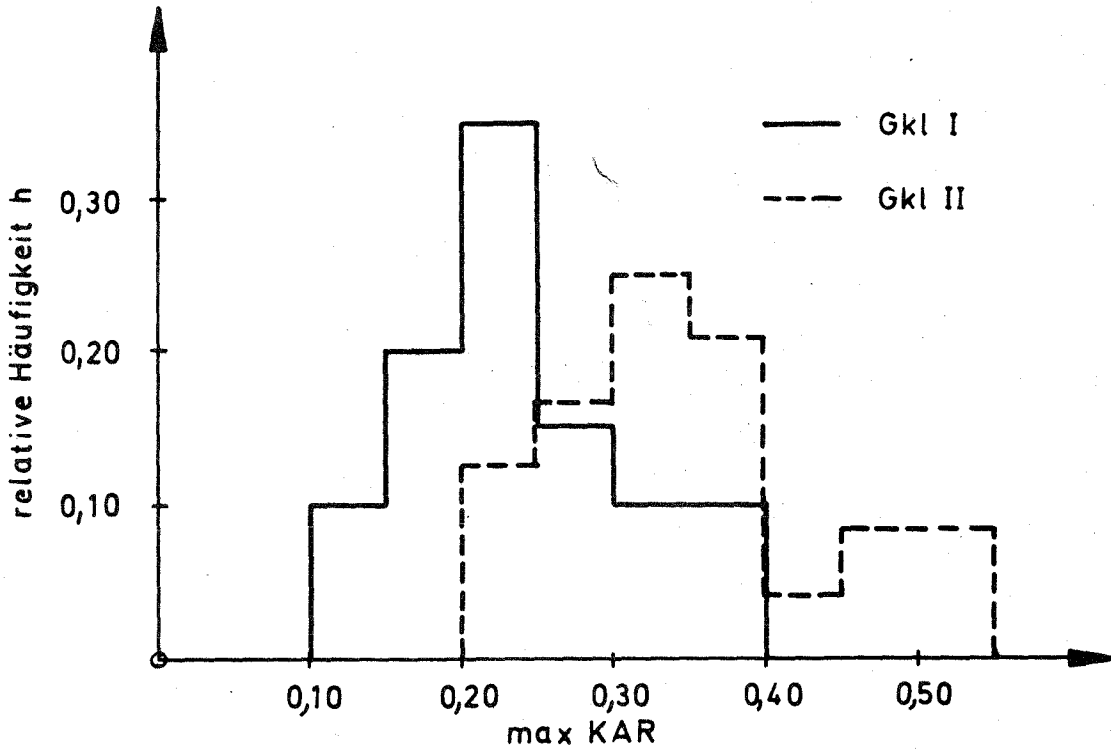


Bild 17: Auftretenshäufigkeit des größten in einem Brett vorhandenen KAR-Wertes (Fa. D, Breite B=112mm).

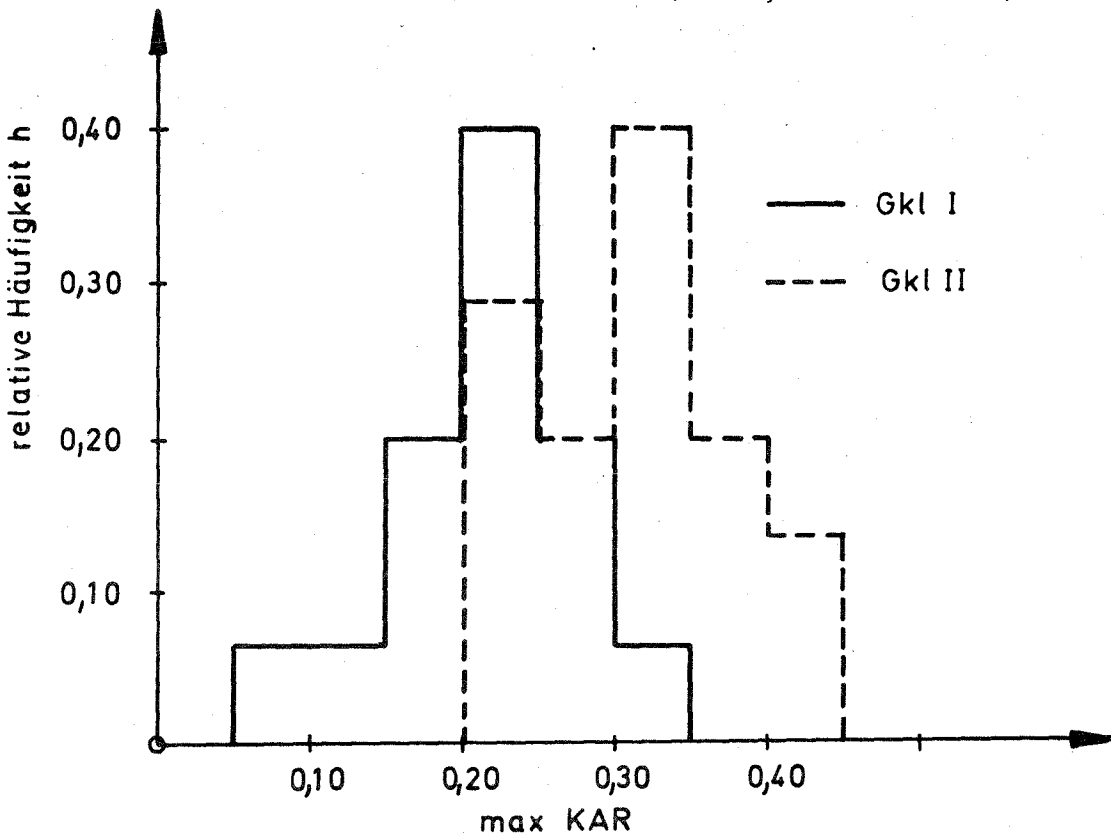


Bild 18 : Auftretenshäufigkeit des größten in einem Brett vorhandenen KAR-Wertes (Fa.D, Breite B=195mm).

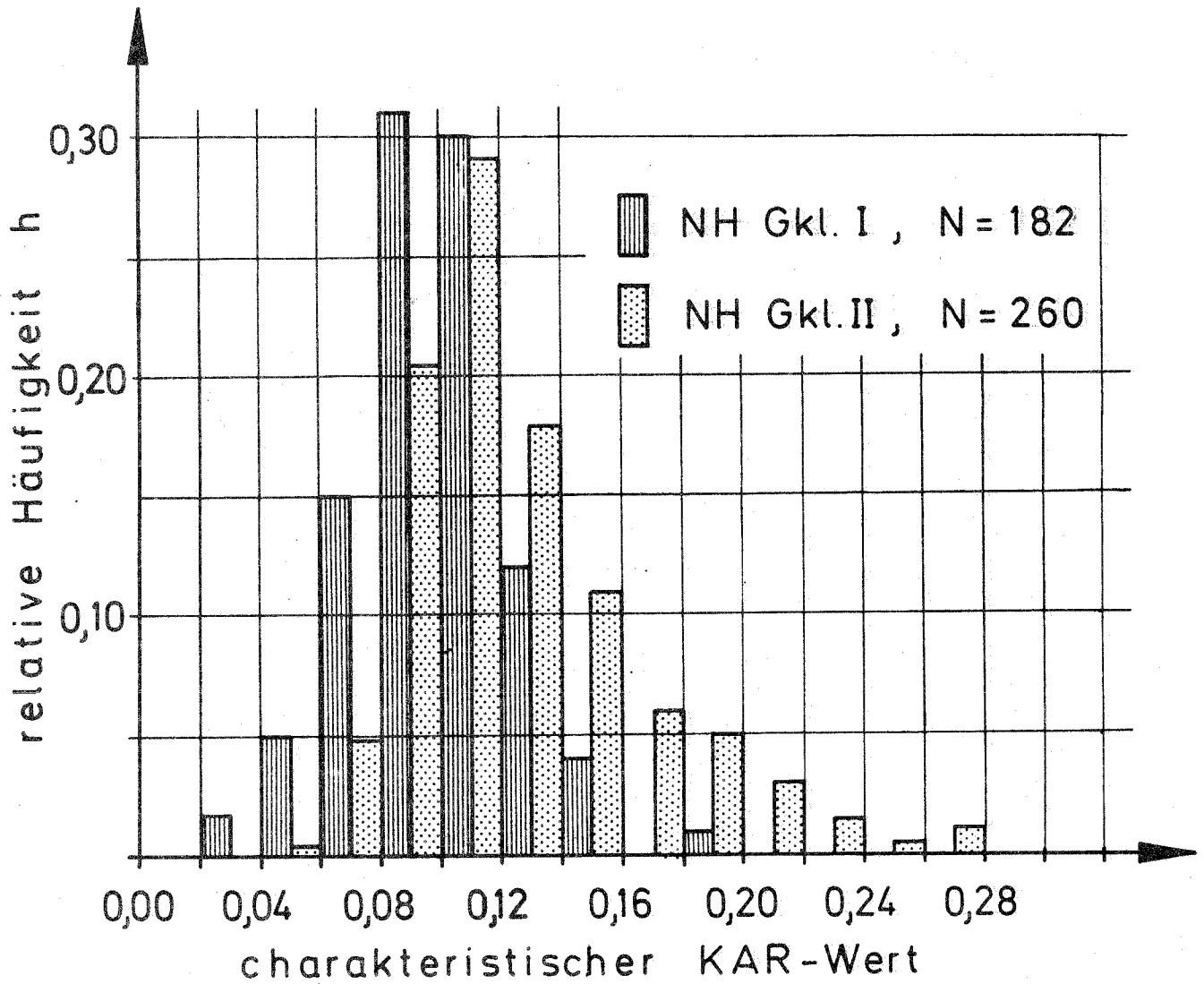


Bild 19 : Auftretenshäufigkeit des charakteristischen KAR-Wertes jeder Güteklasse.

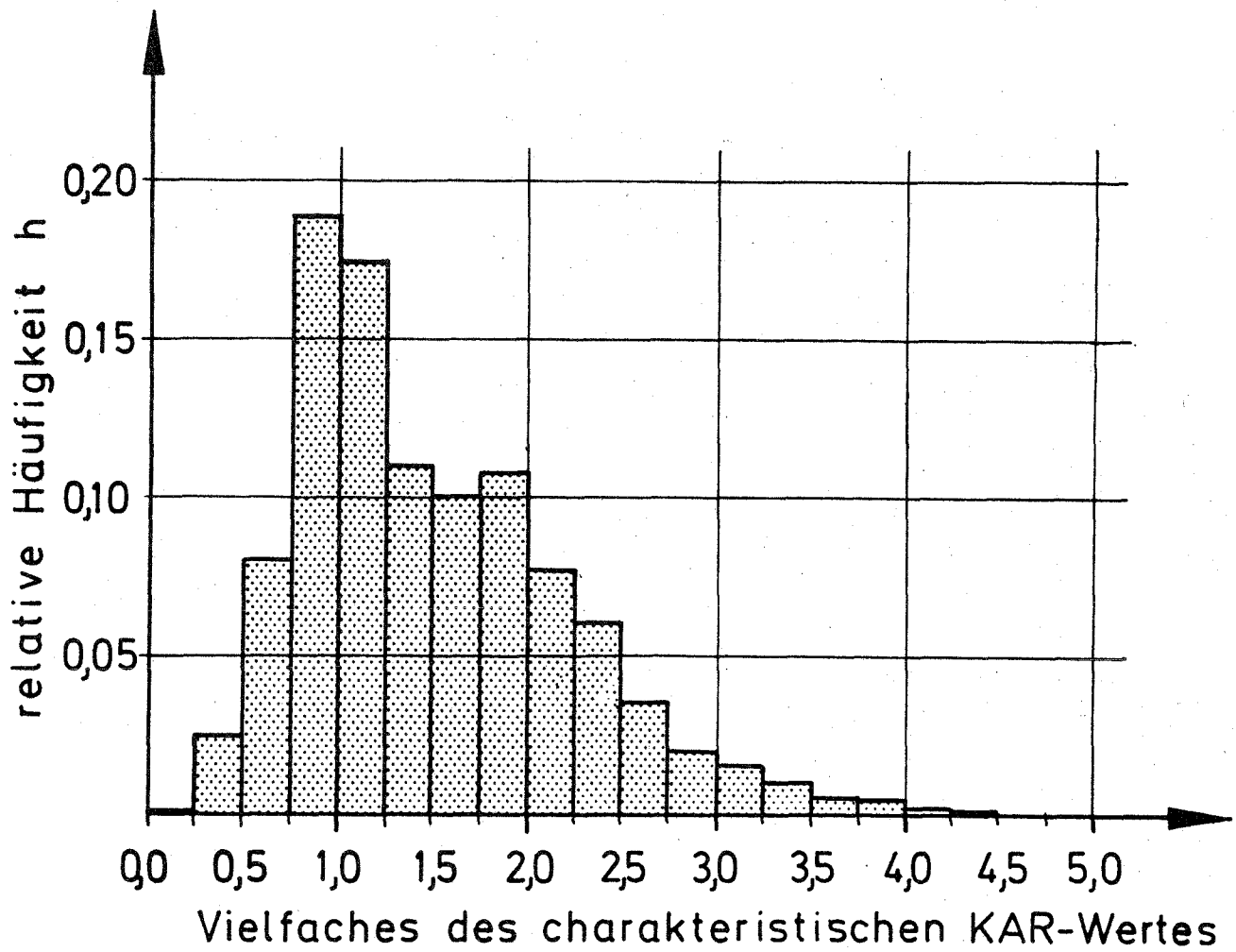


Bild 20 : Auftretenshäufigkeit des Vielfachen des charakteristischen KAR-Wertes

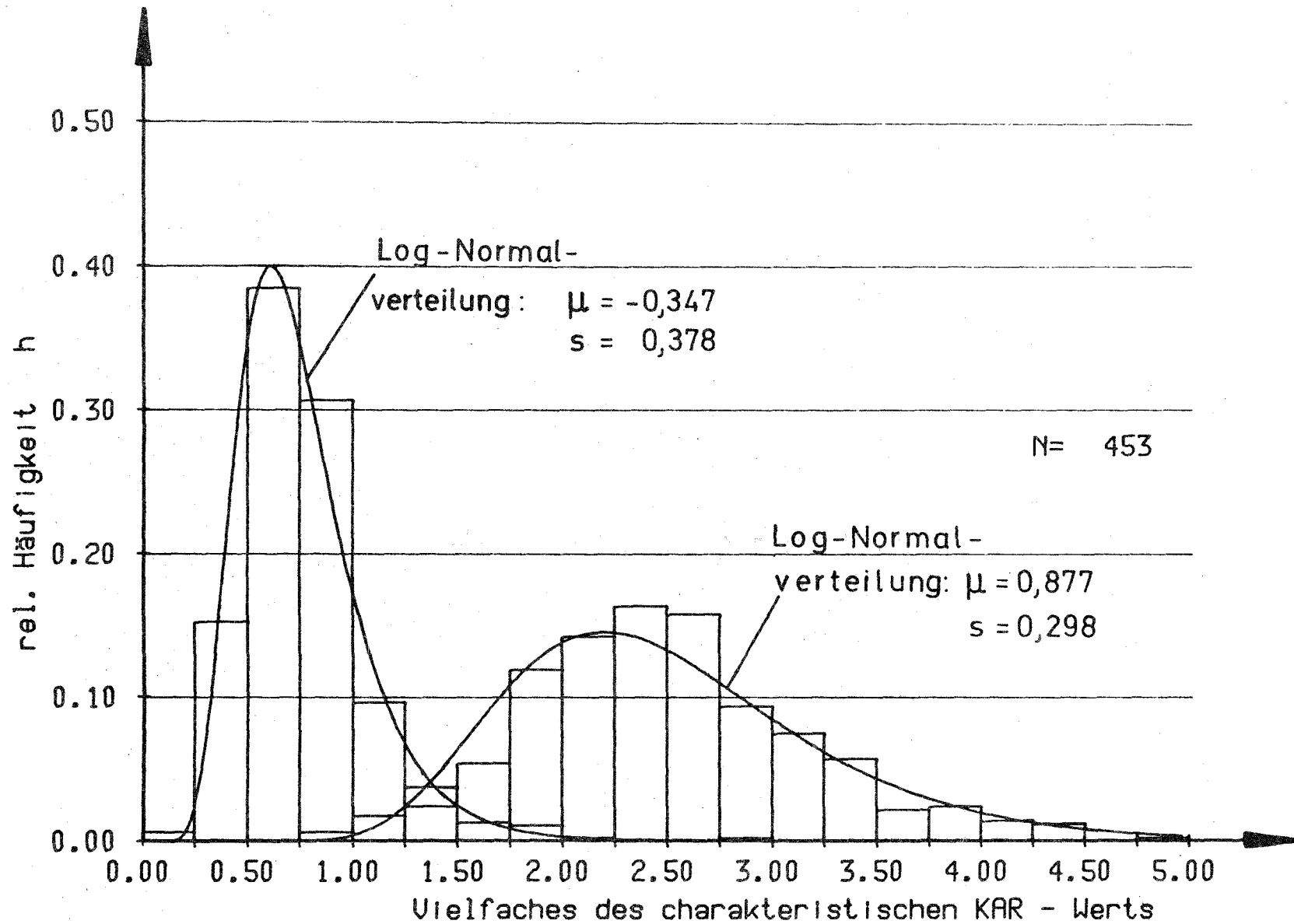


Bild 21: Auftretenshäufigkeit des größten und kleinsten Vielfachen des charakteristischen KAR-Wertes eines Brettes.

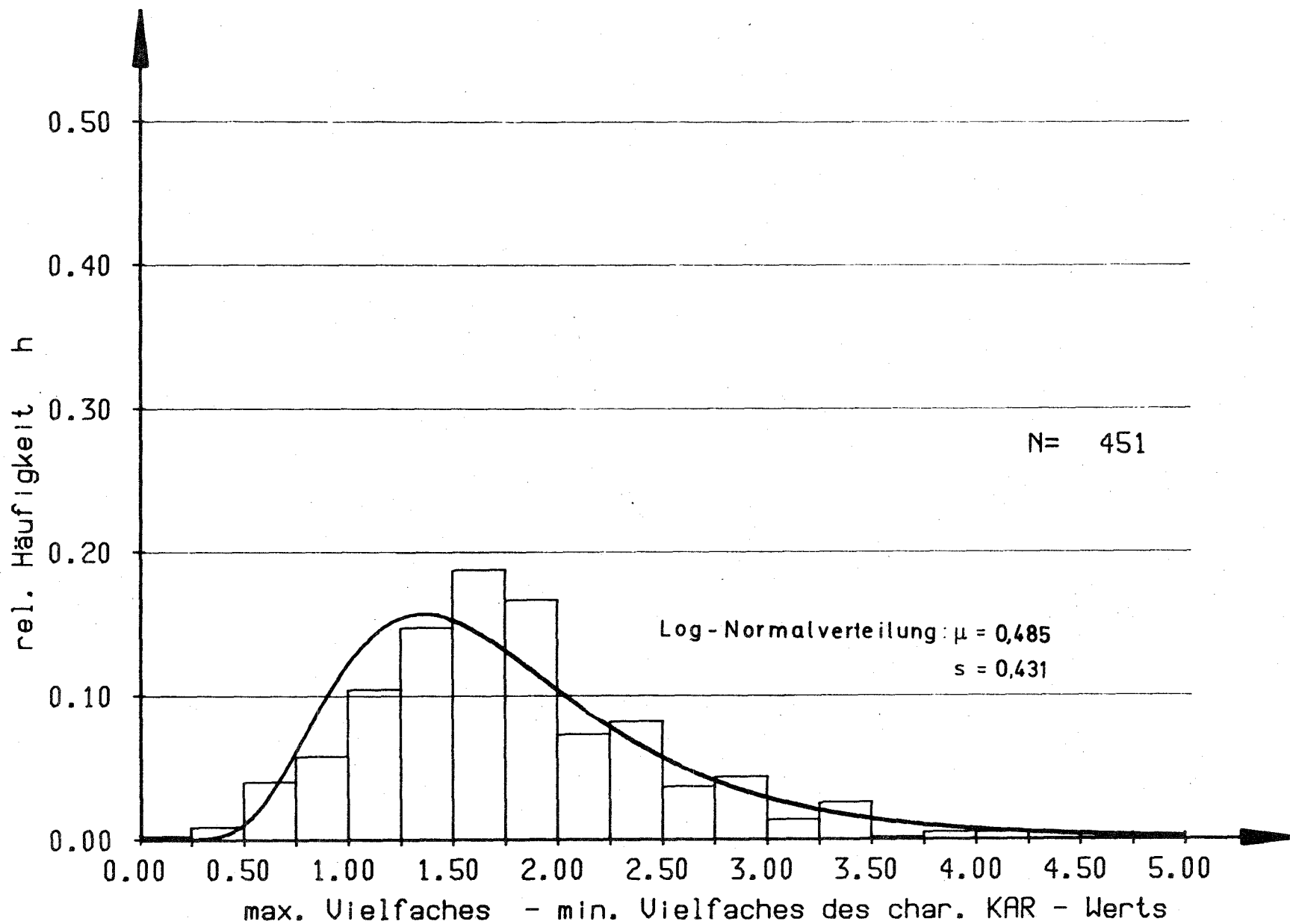


Bild 22 : Auftretenshäufigkeit der Differenz zwischen größtem und kleinstem Vielfachen des charakteristischen KAR-Wertes eines Brettes.

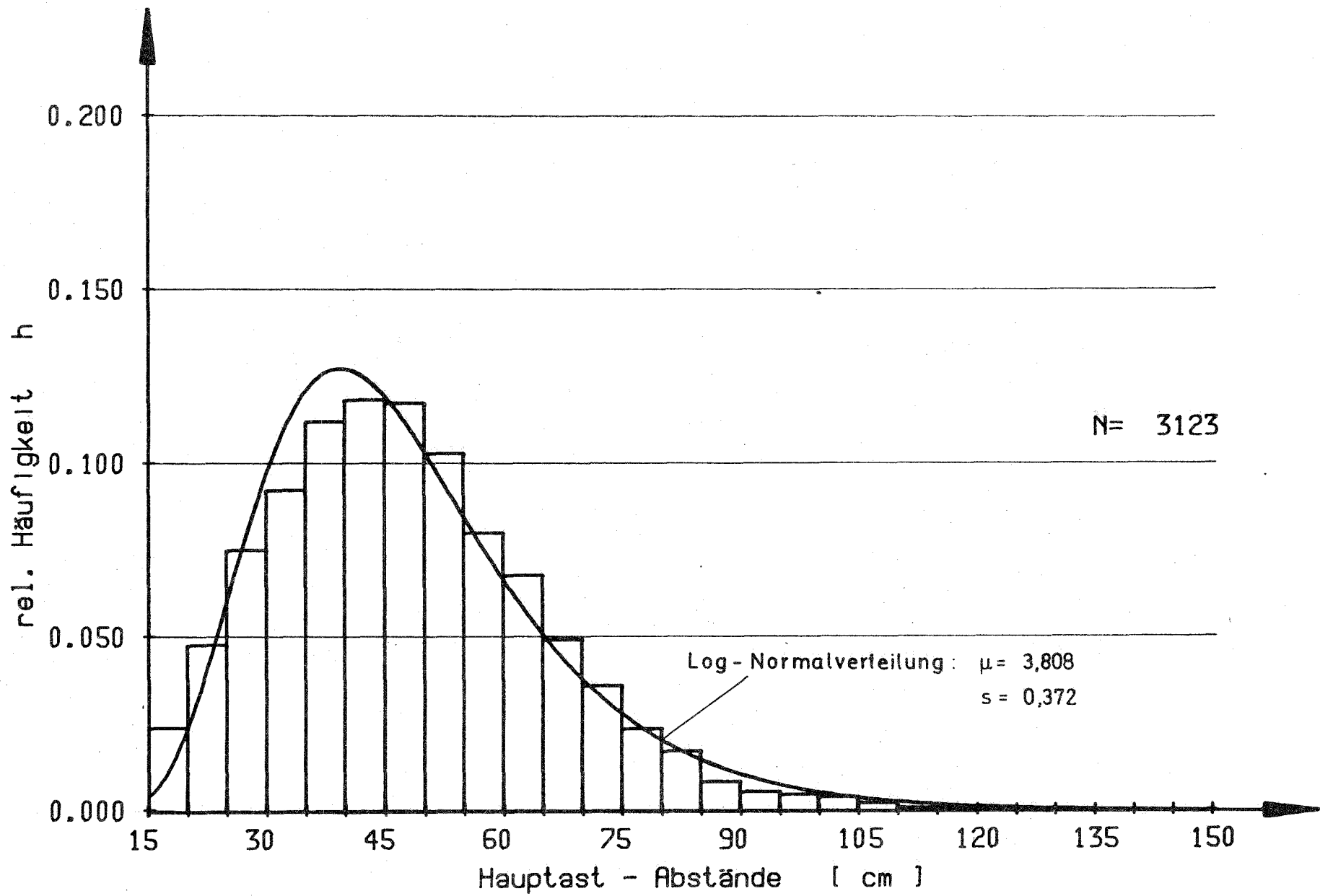


Bild 23: Auftretenshäufigkeit der Hauptast-Abstände

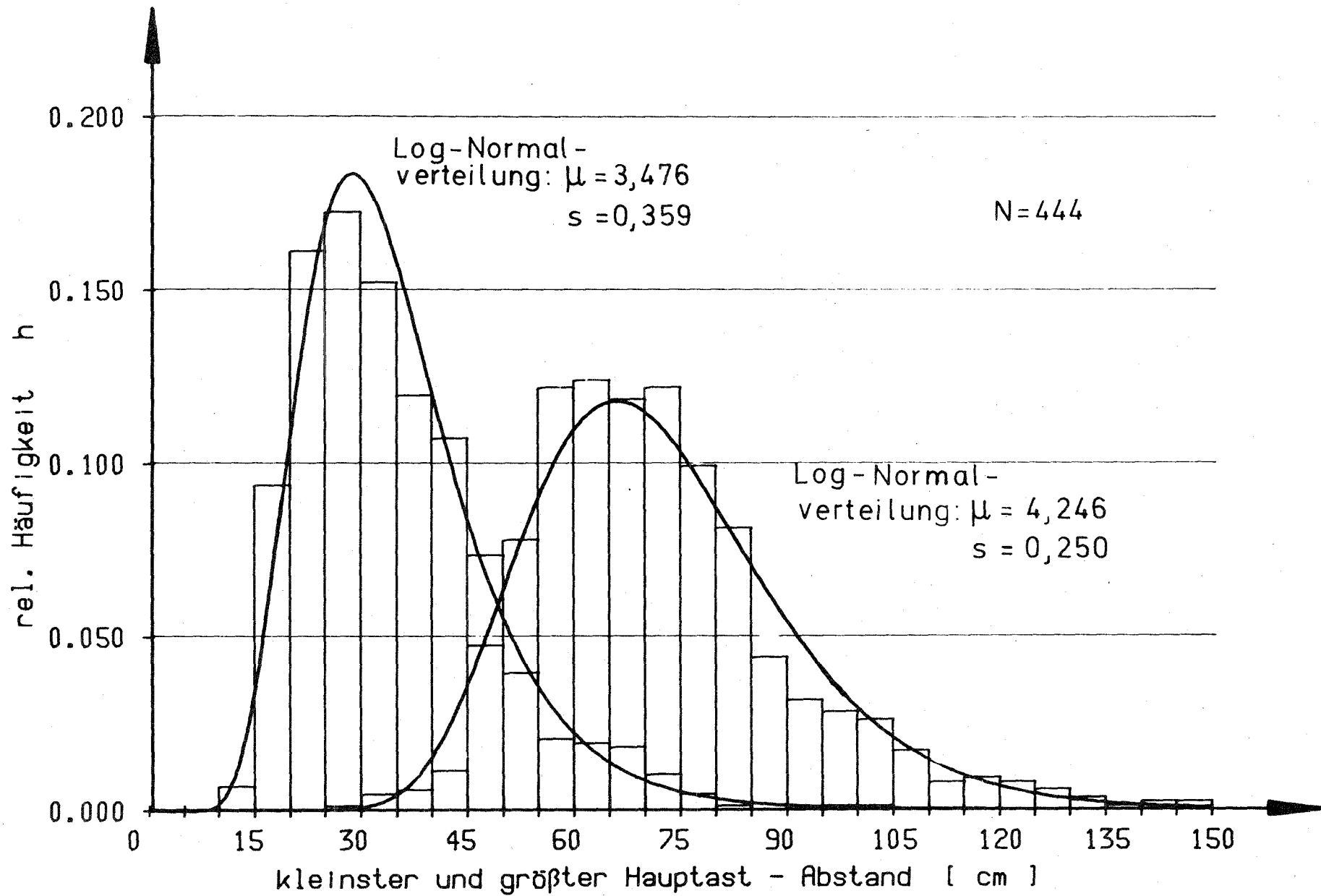


Bild 24 : Auftretenshäufigkeit des größten und kleinsten Hauptastabstandes innerhalb eines Brettes



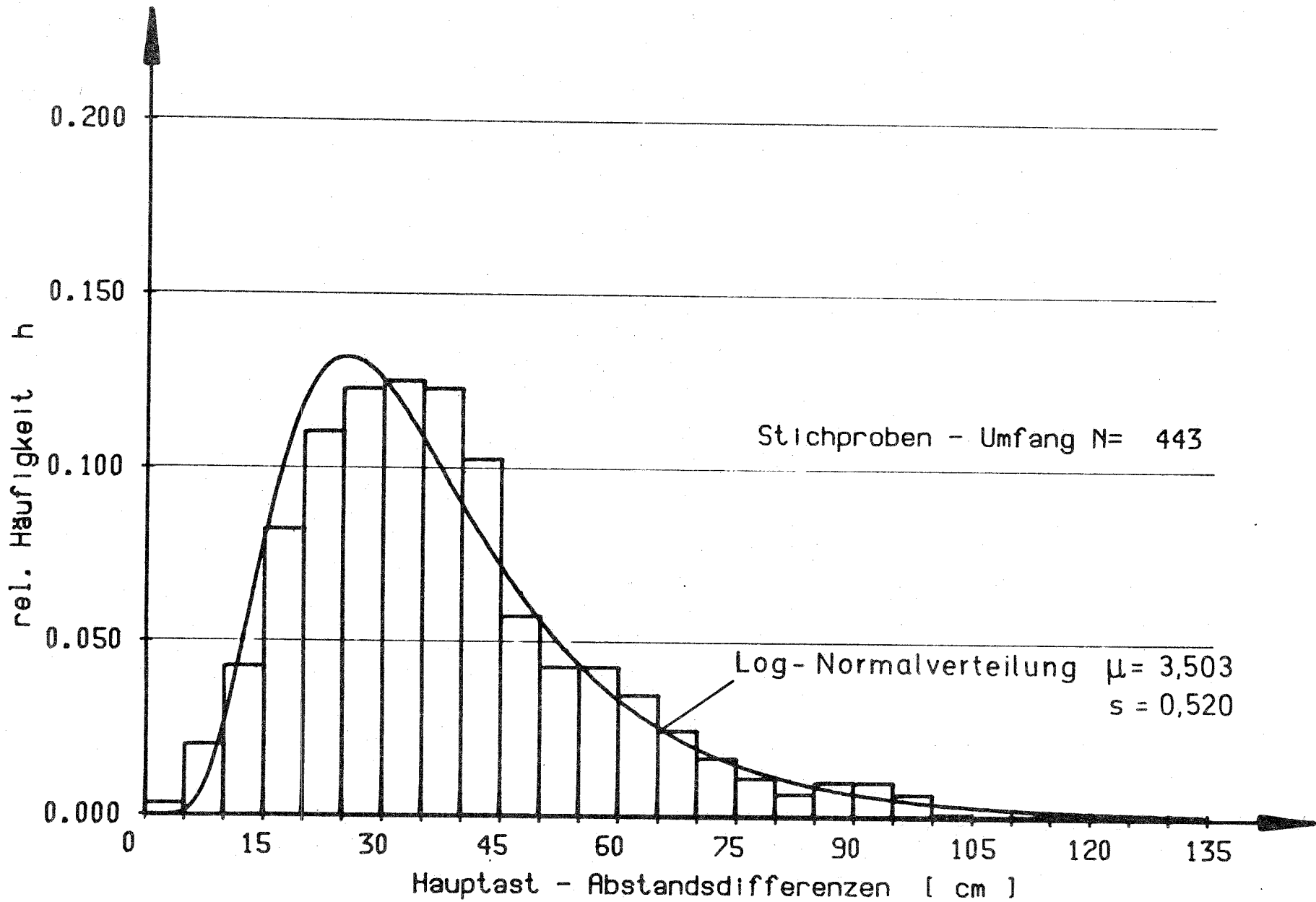
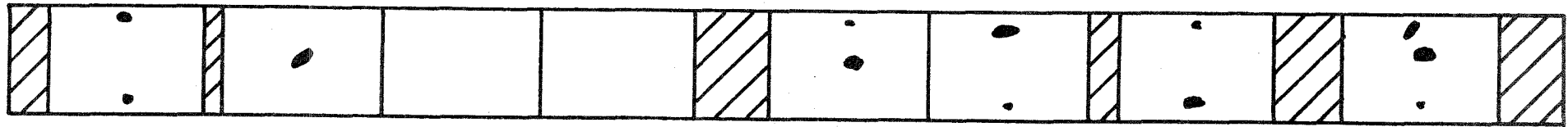


Bild 25 : Auftretenshäufigkeit der Differenz zwischen größtem und kleinstem Hauptastabstand eines Brettes.

Wuchsgebiet: Skandinavien

Brett Nr.: II.9      Breite: 112 mm      Dicke: 36 mm



Abschnitt Nr.: 1                      2                      3                      4                      5                      6                      7                      8

	KAR	Länge mm	Breite mm	Dicke mm	Masse g	Rohdichte g/cm <sup>3</sup>	Darr- <sup>1)</sup> roh-dichte g/cm <sup>3</sup>	Elastizitäts- modul N/mm <sup>2</sup>
Gesamtbrett	-	4500	112	36	7932	0,437	0,404	13170
Abschnitt-Nr.								
1	0,10	455	112	36	792	0,432	0,400	13710
2	0,15	447	112	36	788	0,437	0,404	13240
3	0	447	112	36	782	0,434	0,402	13990
4	0	450	112	36	776	0,428	0,396	13930
5	0,23	446	112	36	798	0,444	0,411	12720
6	0,26	450	112	36	796	0,439	0,406	11980
7	0,21	448	112	36	788	0,436	0,403	12150
8	0,36	450	112	36	802	0,442	0,409	11460

1) Nach DIN 52182

Bild 26: Beispiel des verwendeten Versuchsprotokolles

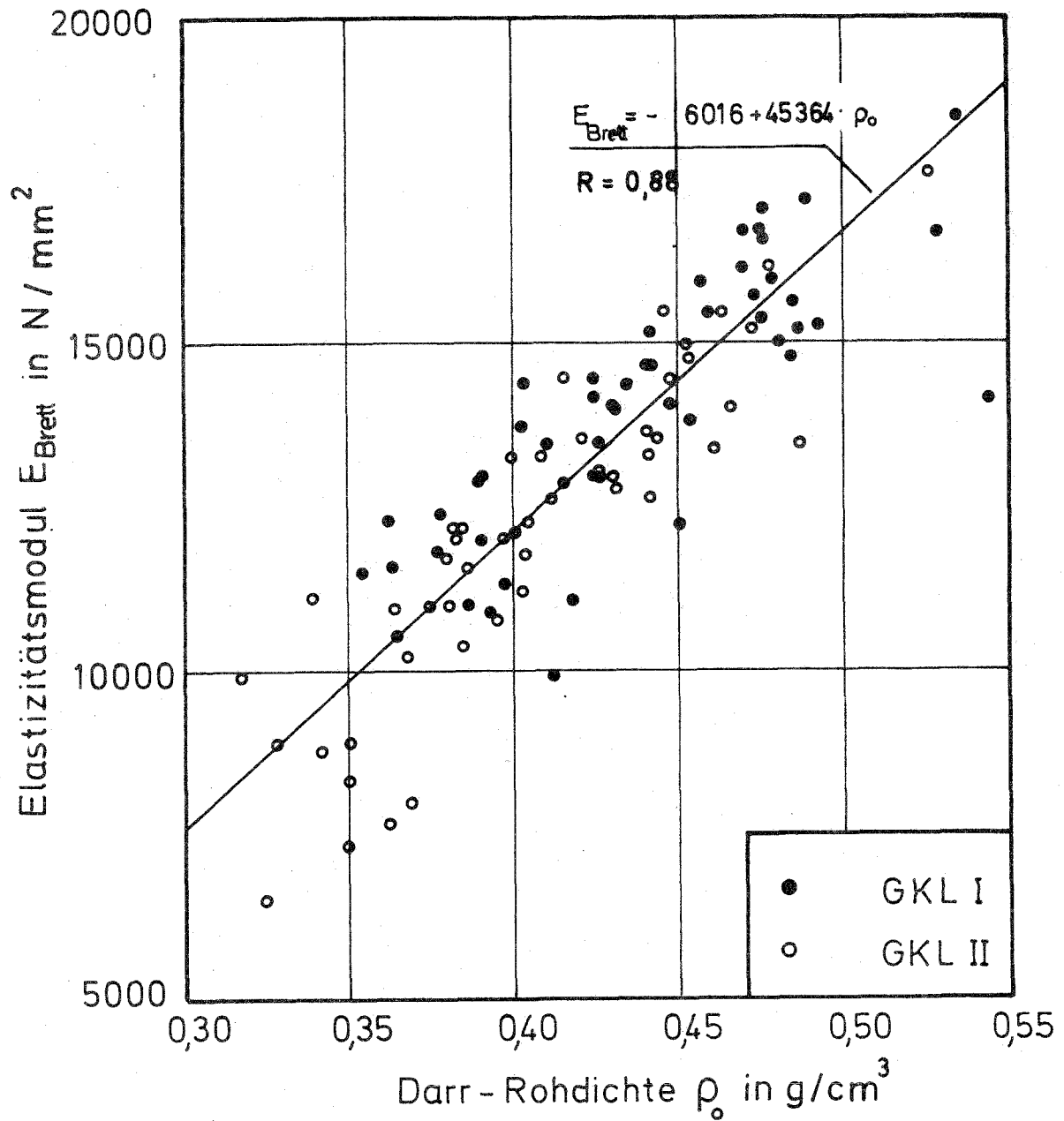


Bild 27 : Brett-Elastizitätsmodul  $E_{\text{Brett}}$  in Abhängigkeit von der Darr-Rohdichte  $\rho_0$

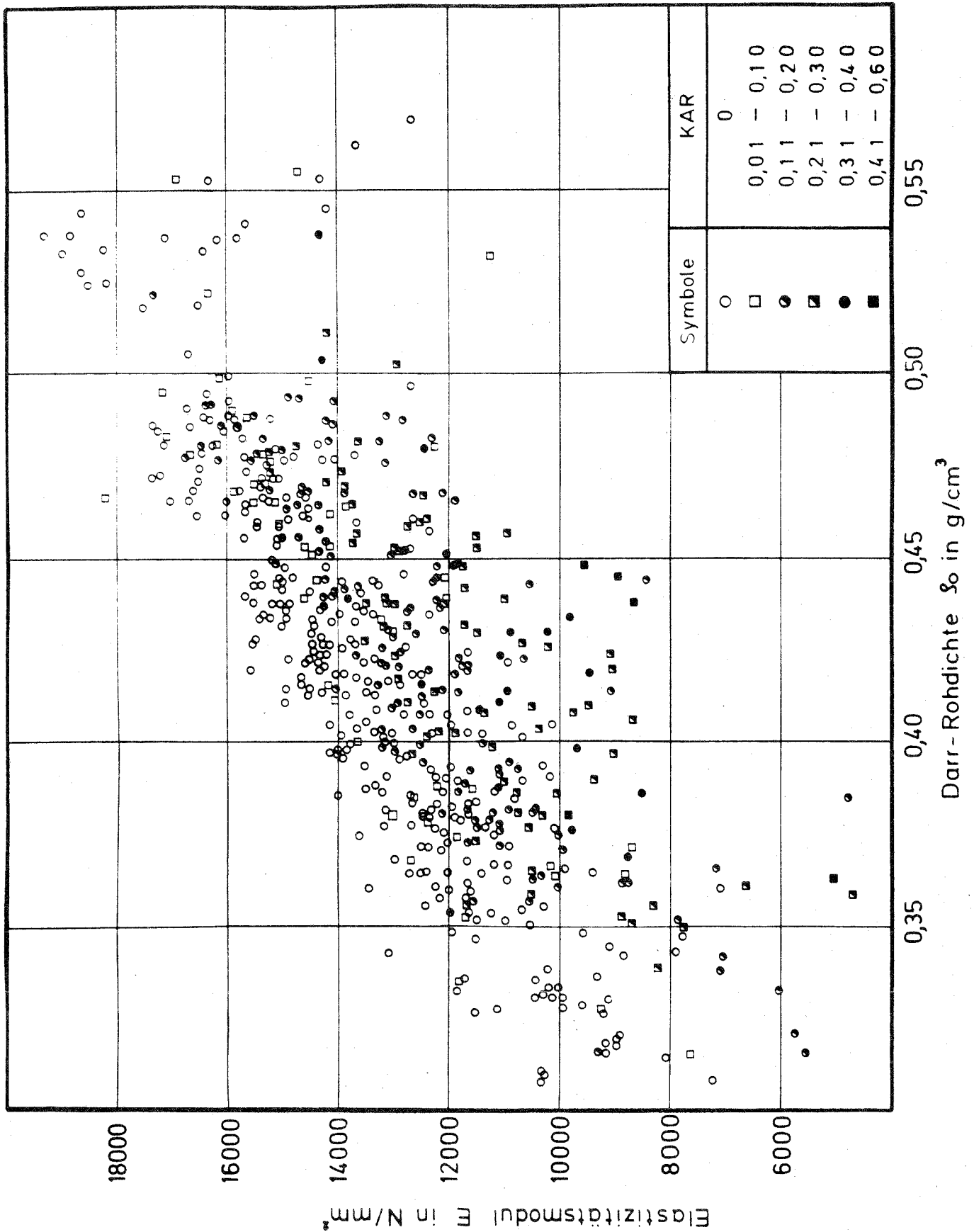


Bild 28: Elastizitätsmodul E (Brettabschnitte) in Abhängigkeit von der Darr-Rohdichte  $\rho_0$  und dem KAR-Wert.

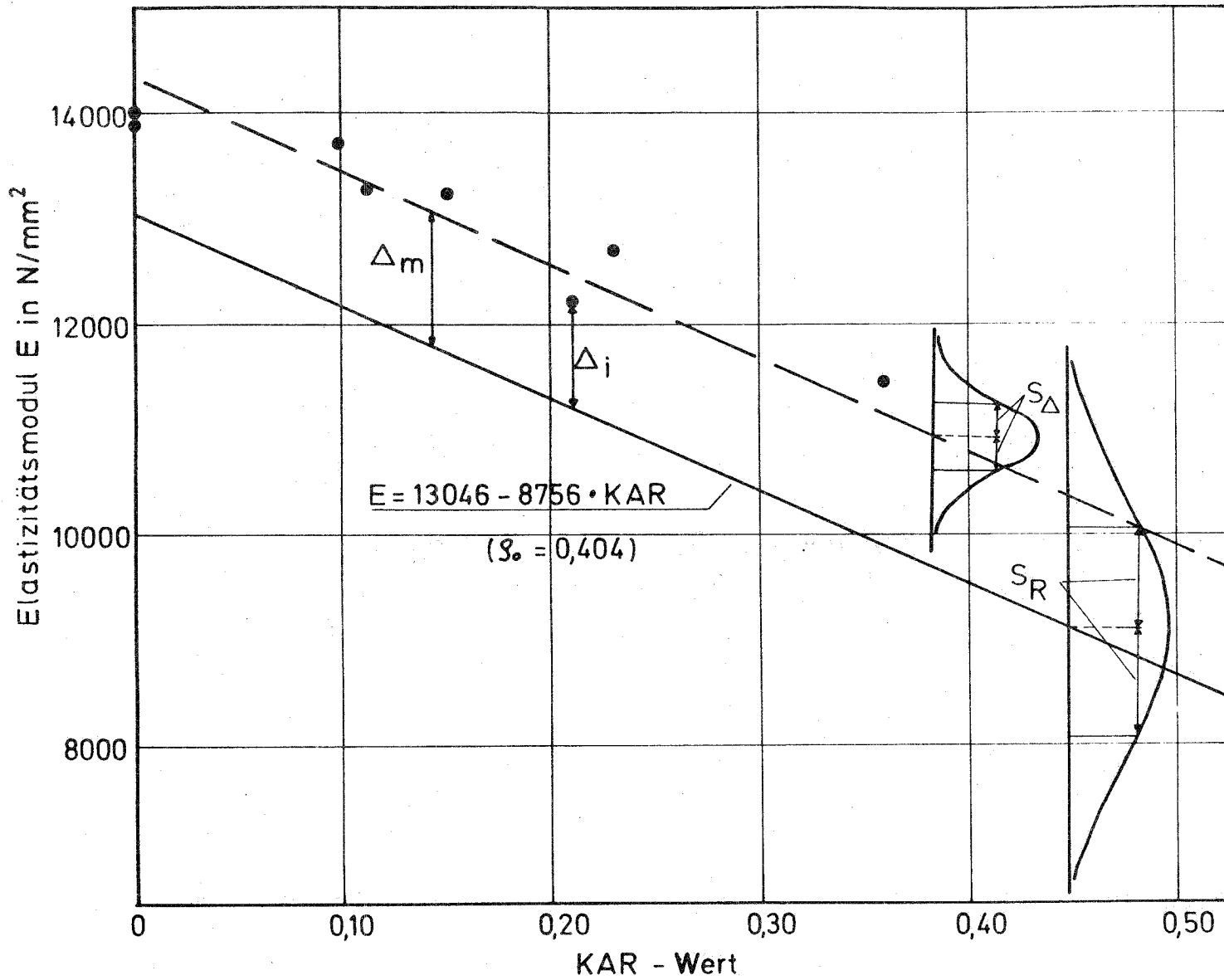


Bild 29 : Abstände  $\Delta_i$  der Elastizitätsmoduln der Brettzellen von der allgemeinen Regressionsgeraden

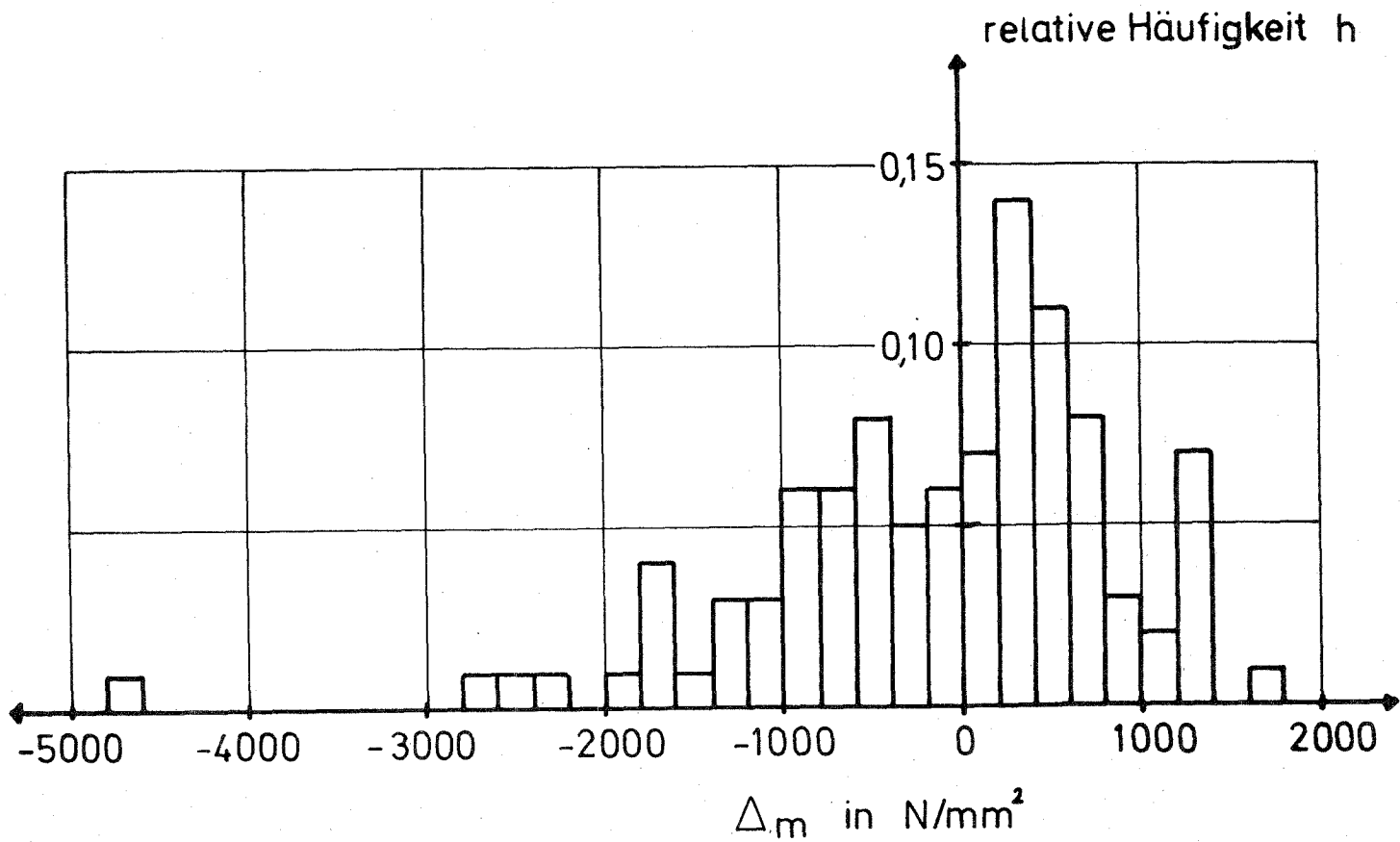


Bild 30 : Auftretenshäufigkeit des mittleren Abstandes  $\Delta_m$  der Elastizitätsmoduln eines Brettes von der allgemeinen Regressionsgeraden.

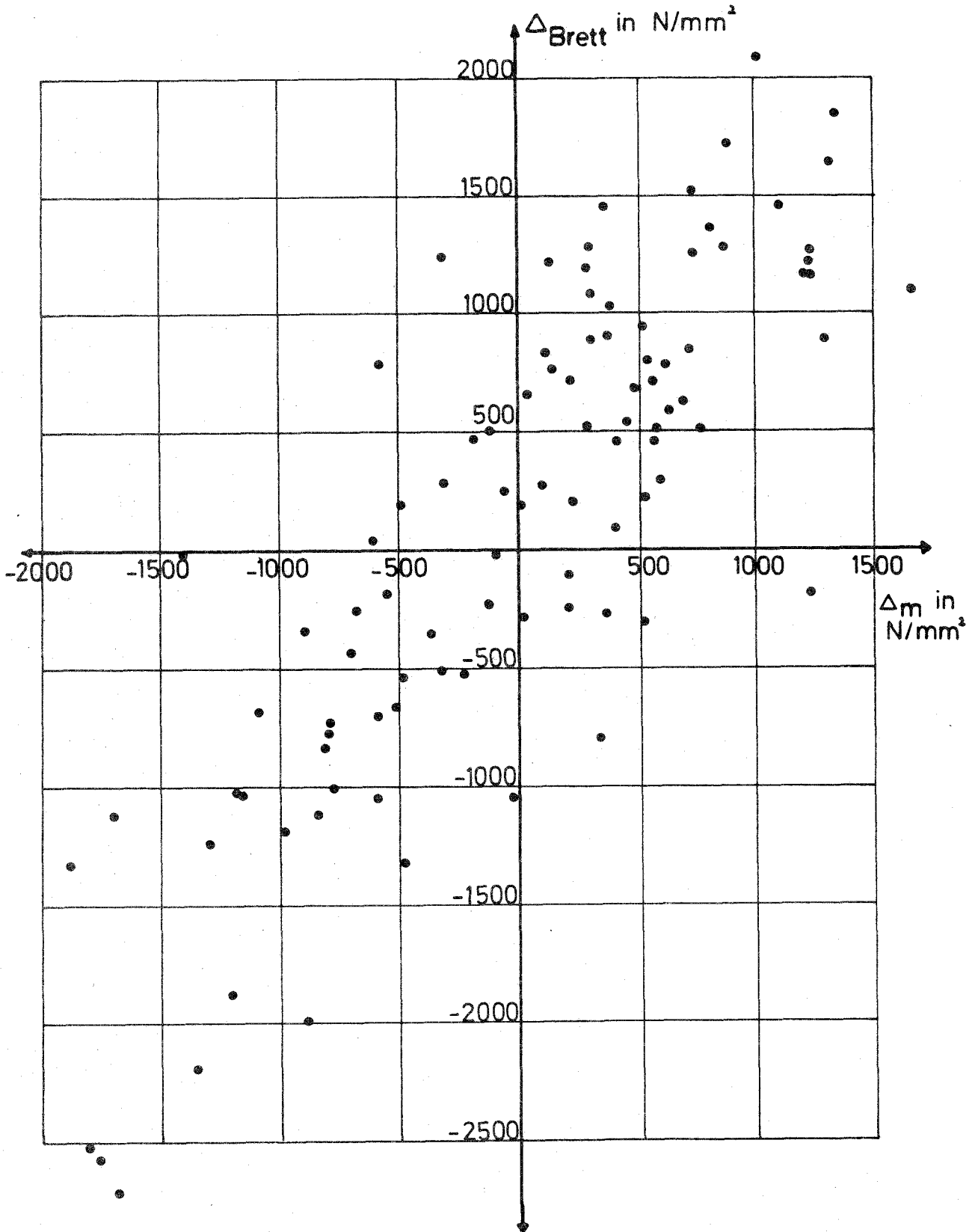


Bild 31 : Gegenüberstellung des Abstandes  $\Delta_{\text{Brett}}$  des Elastizitätsmoduls eines Brettes von der Regressionsgeraden entsprechend Bild 27 und des mittleren Abstandes  $\Delta_m$  der Elastizitätsmoduln der Brettzellen von der allgemeinen Regressionsgleichung für die Zellen (Gl.3).

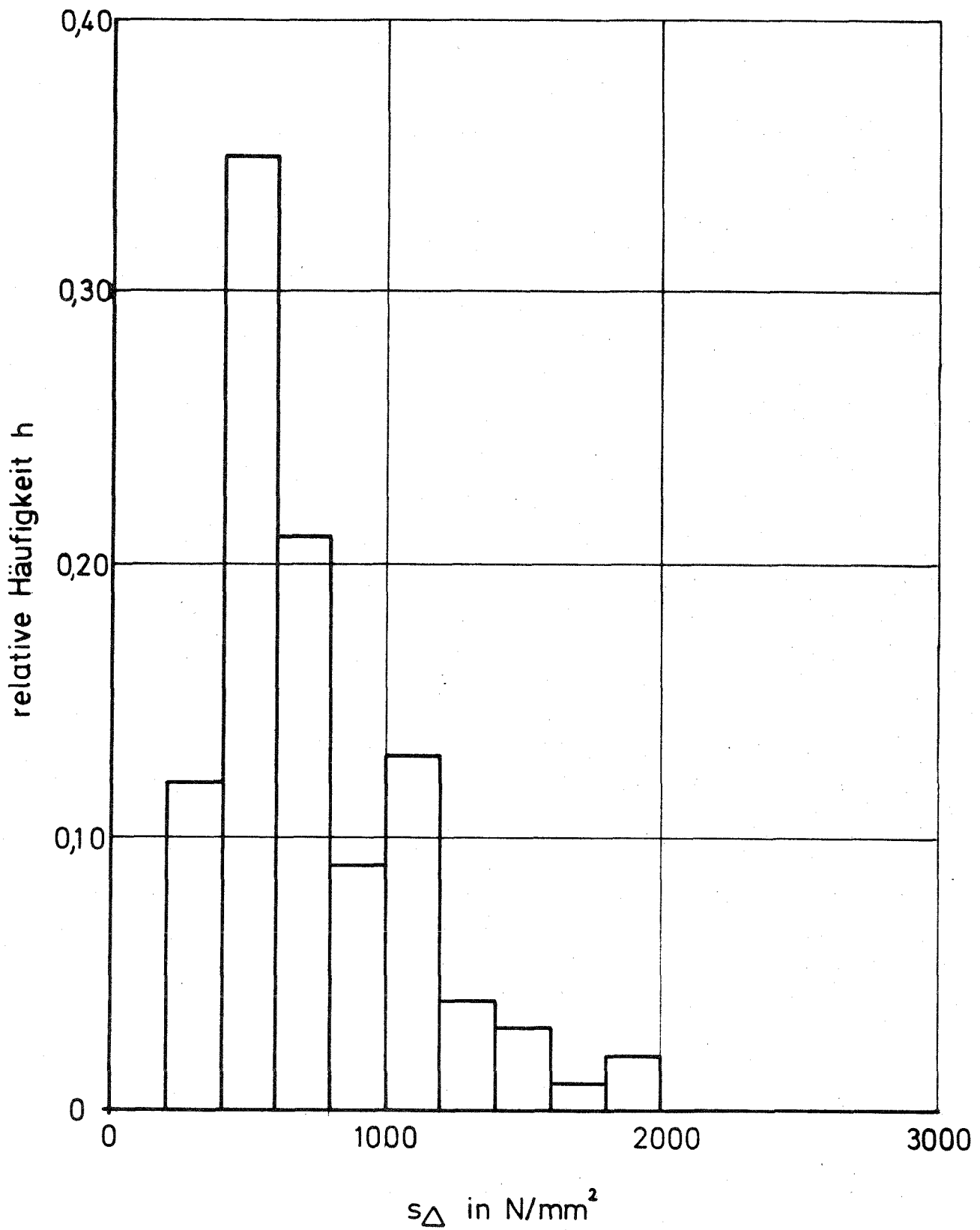


Bild 32 : Auftretenshäufigkeit der Standardabweichung  $s_{\Delta}$  der Elastizitätsmoduln eines Brettes.



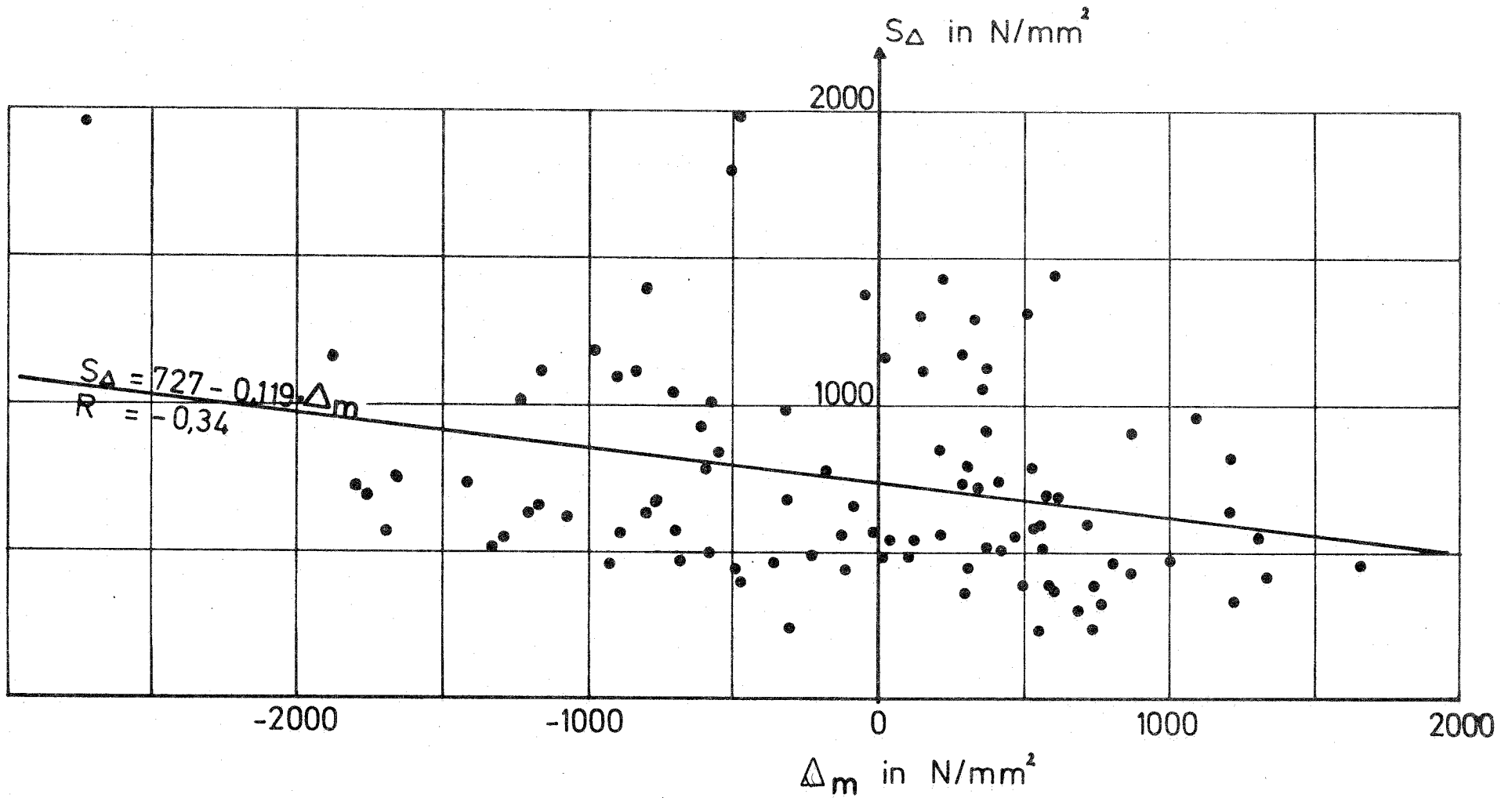


Bild 33 : Abhängigkeit zwischen der Standardabweichung  $s_{\Delta}$  der Reststreuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes und des mittleren Abstandes  $\Delta_m$  der Elastizitätsmoduln der Brettabschnitte von der zugehörigen Regressionsgeraden.

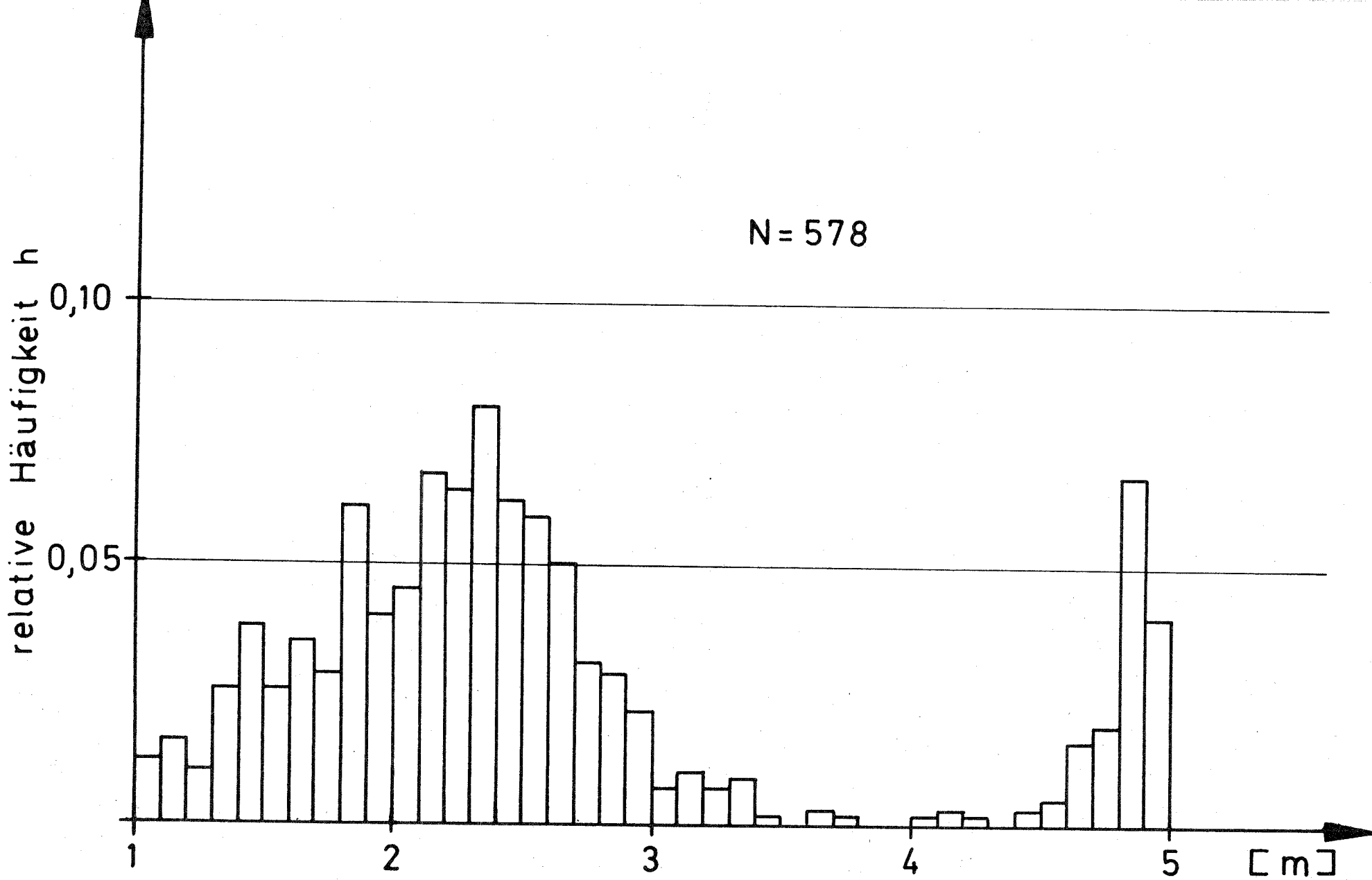


Bild 34 : Abstände zwischen den KZV, Firma A

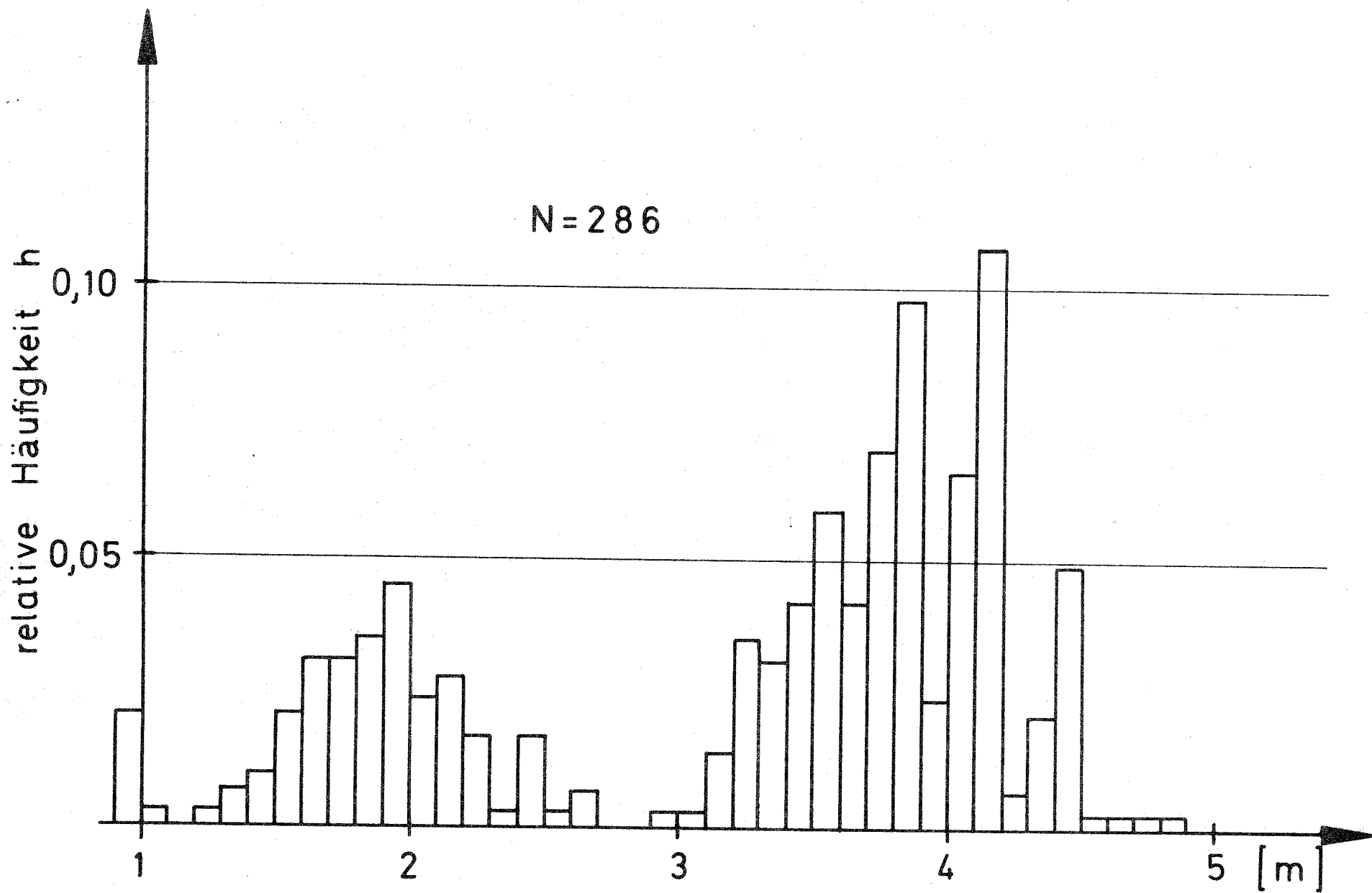


Bild 35 : Abstände zwischen den KZV, Firma B

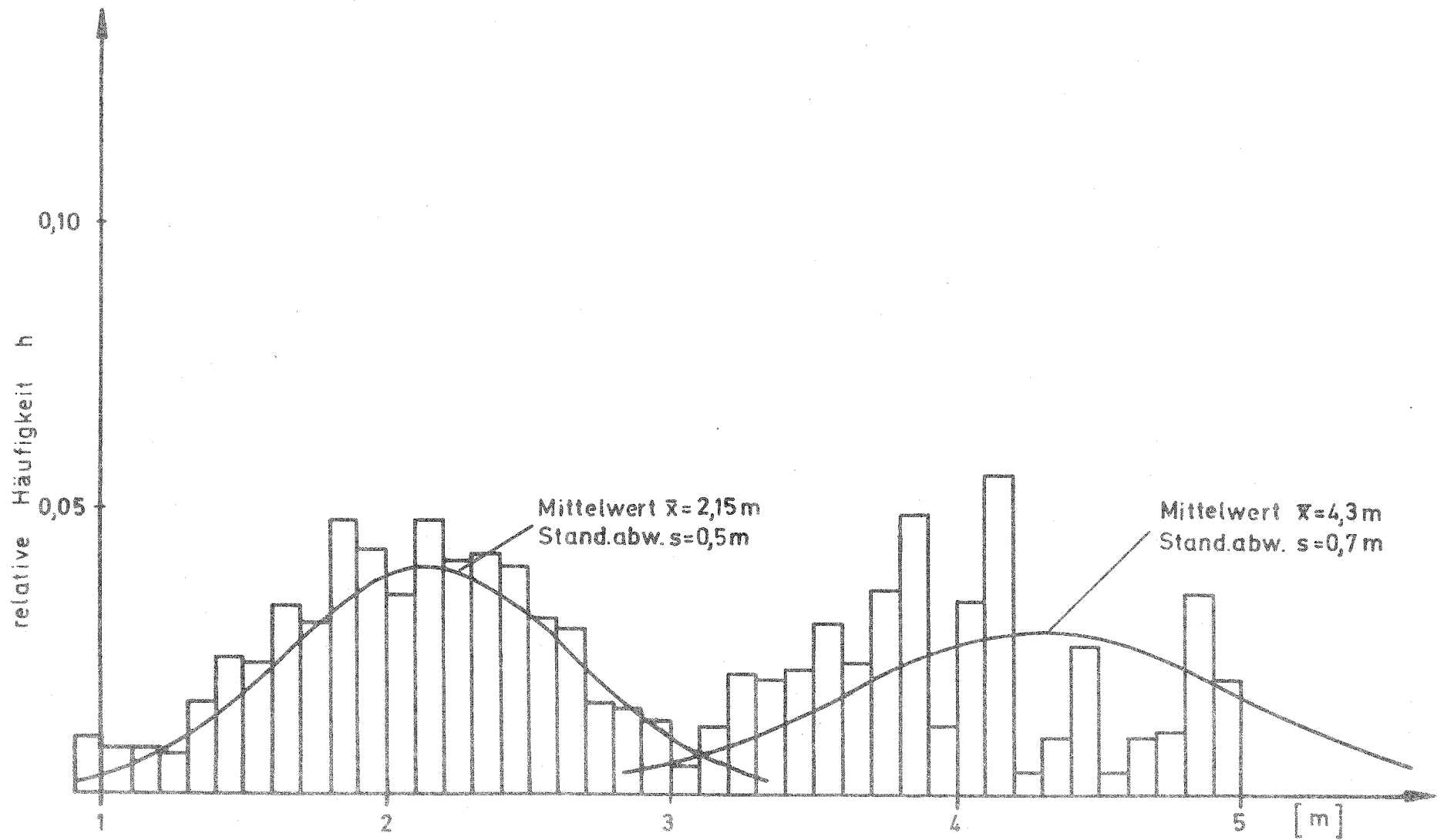


Bild 36 : Abstände zwischen den KZV, Fa. A und B

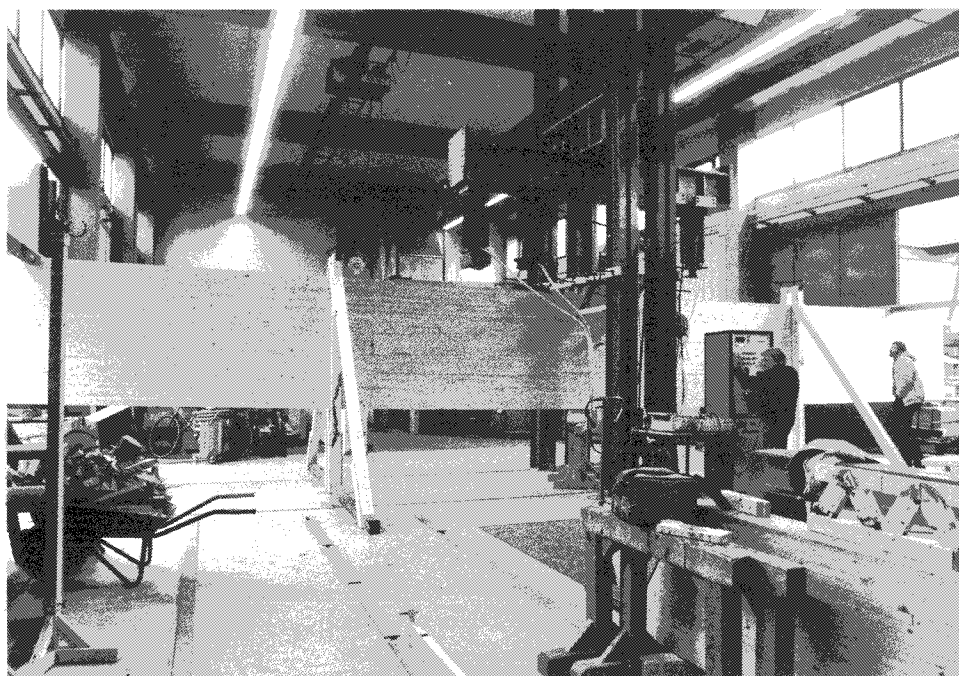


Bild 37: BSH-Träger der Versuchsreihe II.9 beim Versuch

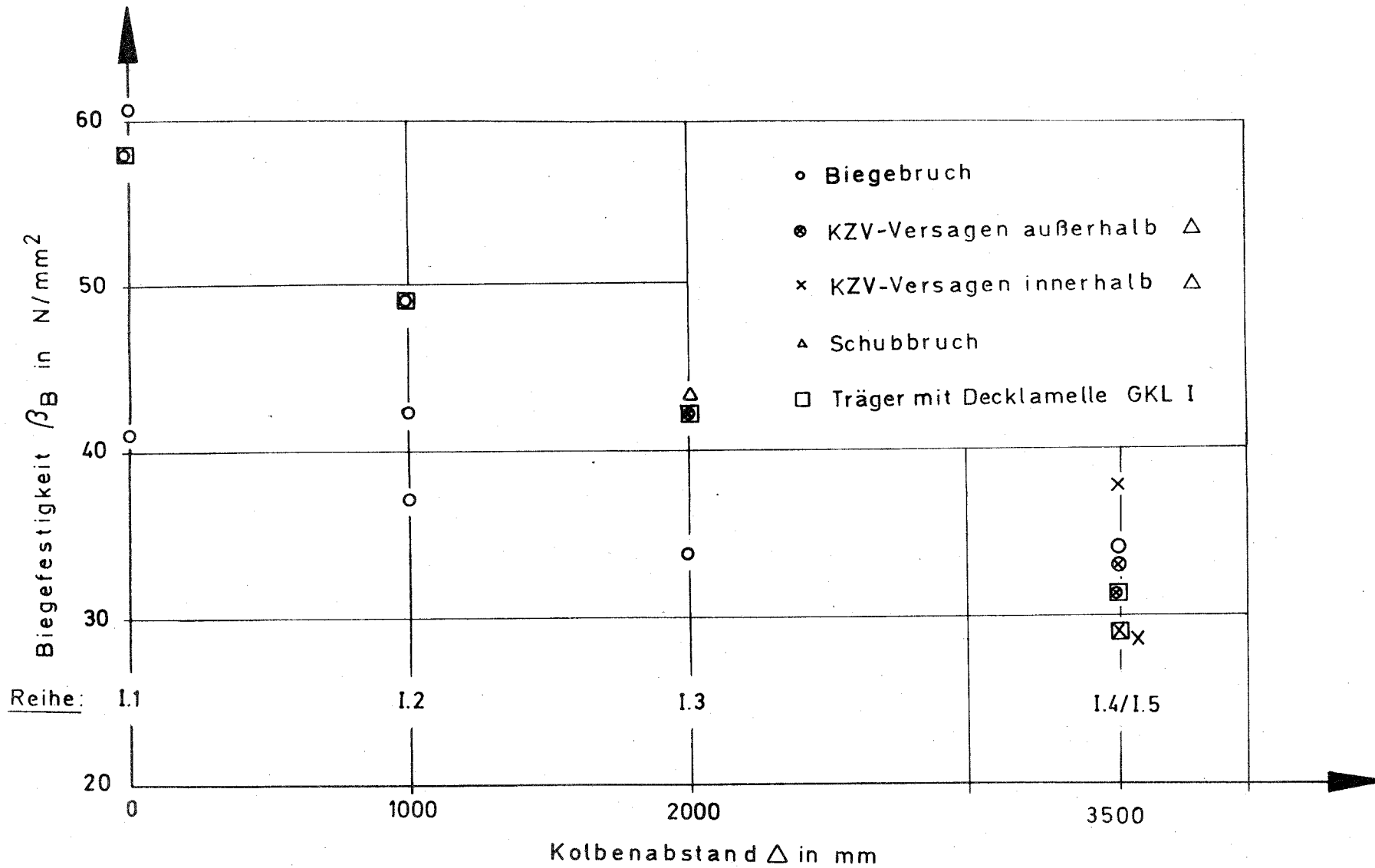


Bild 38 : Versuchsergebnisse , Serie I (H=330mm)

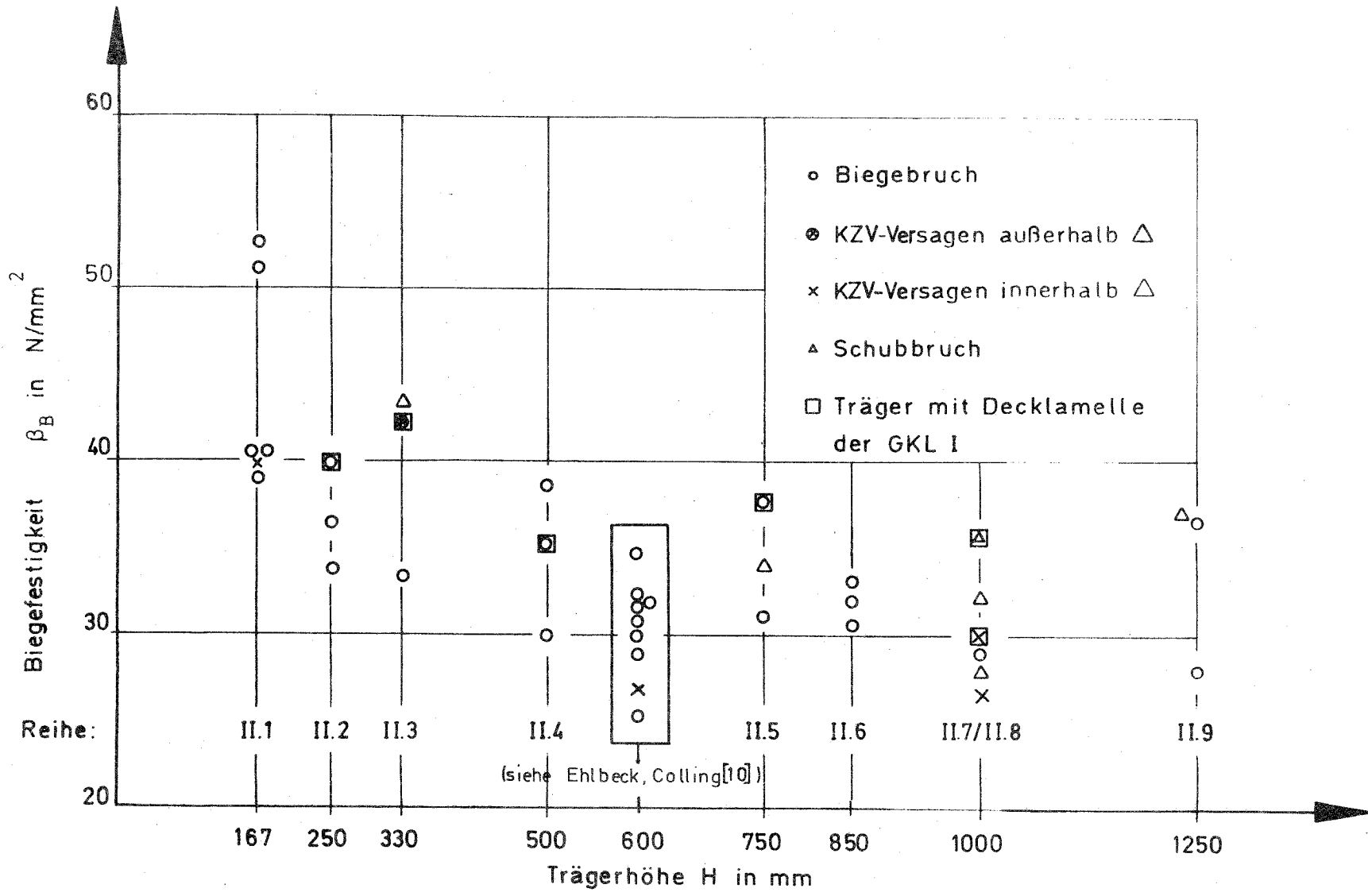


Bild 39 : Versuchsergebnisse, Serie II (Kolbenabstand  $\Delta = 2000\text{mm}$ )

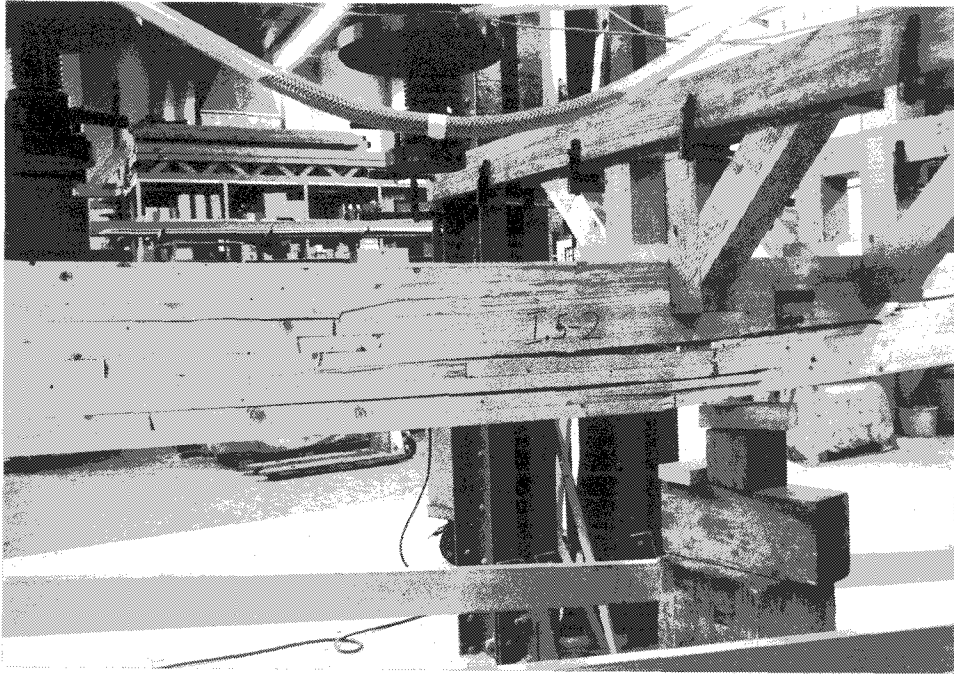


Bild 40: Bruchbild des Trägers I.5-2, ausgehend von einer Keilzinkenverbindung in der äußeren Zuglamelle

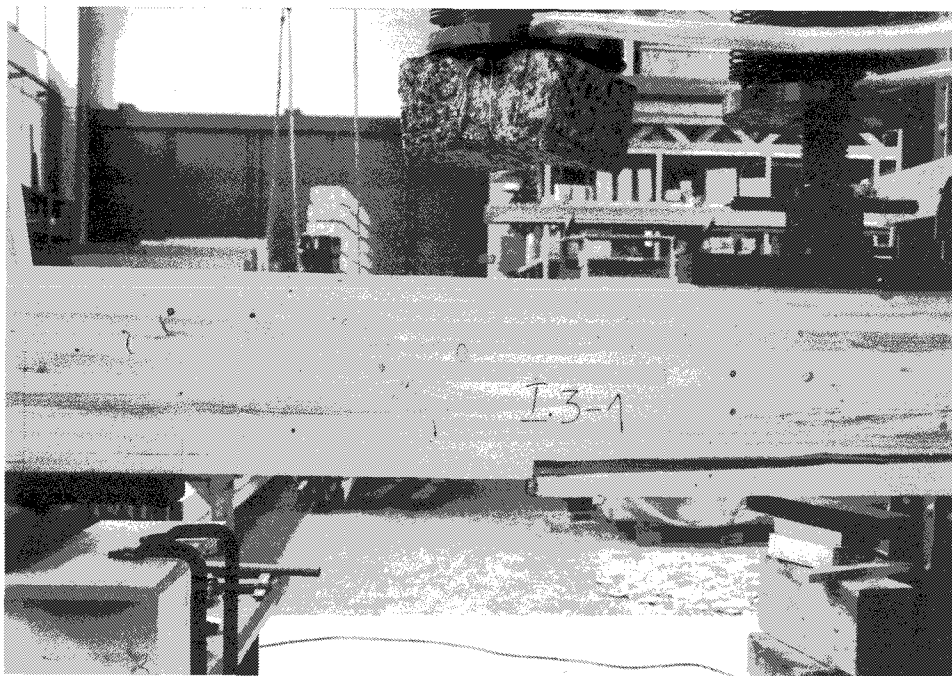


Bild 41: Bruchbild des Trägers I.3-1; Bruch von einer Keilzinkenverbindung außerhalb des Bereiches des Größtmomentes ausgehend





Bild 42: Fuge zwischen benachbarten Lamellen ( Träger II.5-2 )  
im Keilzinkenbereich



Bild 43: Abgeschälte, unterste Zuglamelle mit "schlechter"  
Leimfuge

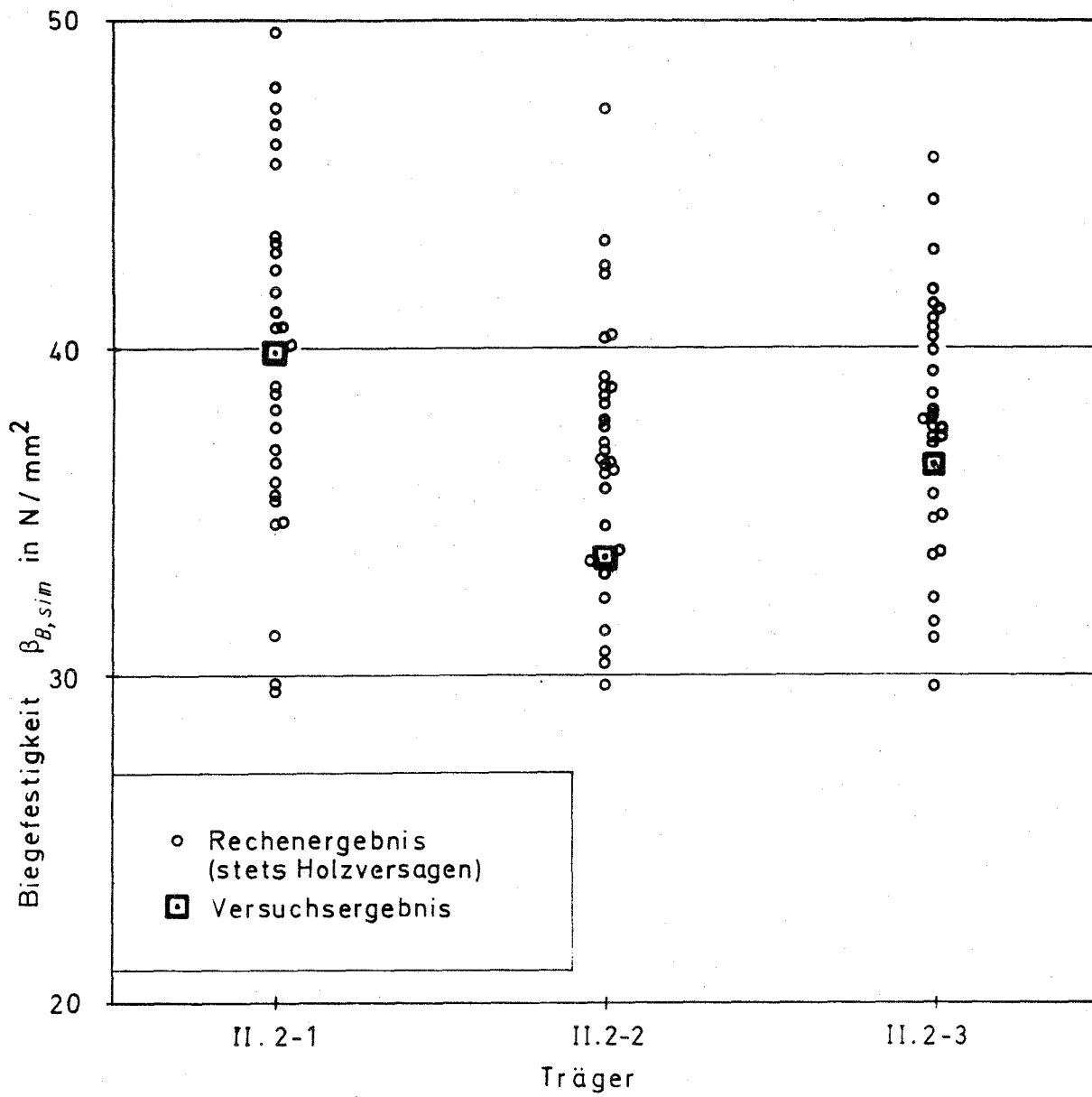


Bild 46 : Ergebnisse der Berechnungen (Reihe II.2, H=250mm )

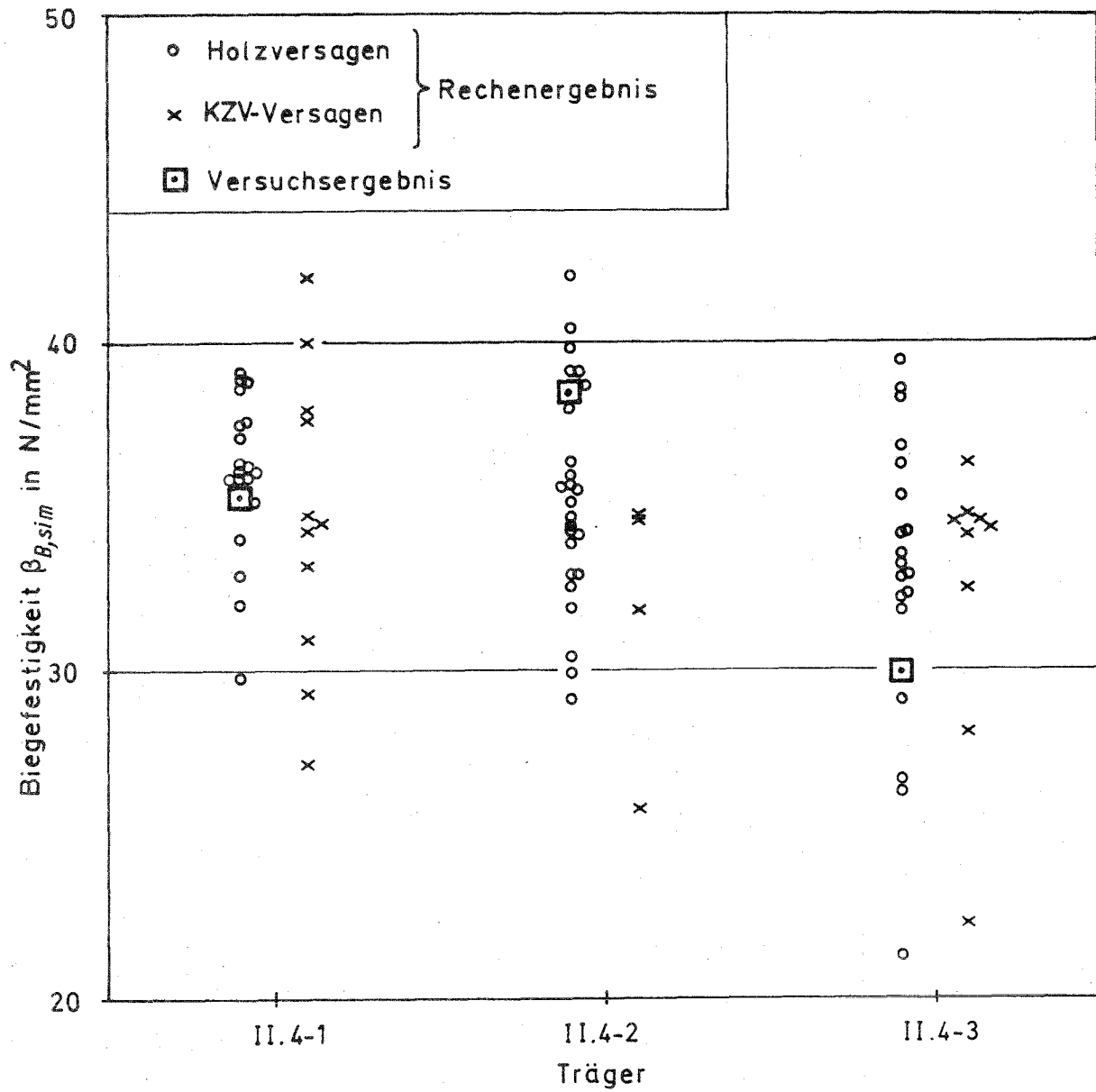


Bild 47 : Ergebnisse der Berechnungen ( Reihe II.4, H=500mm )

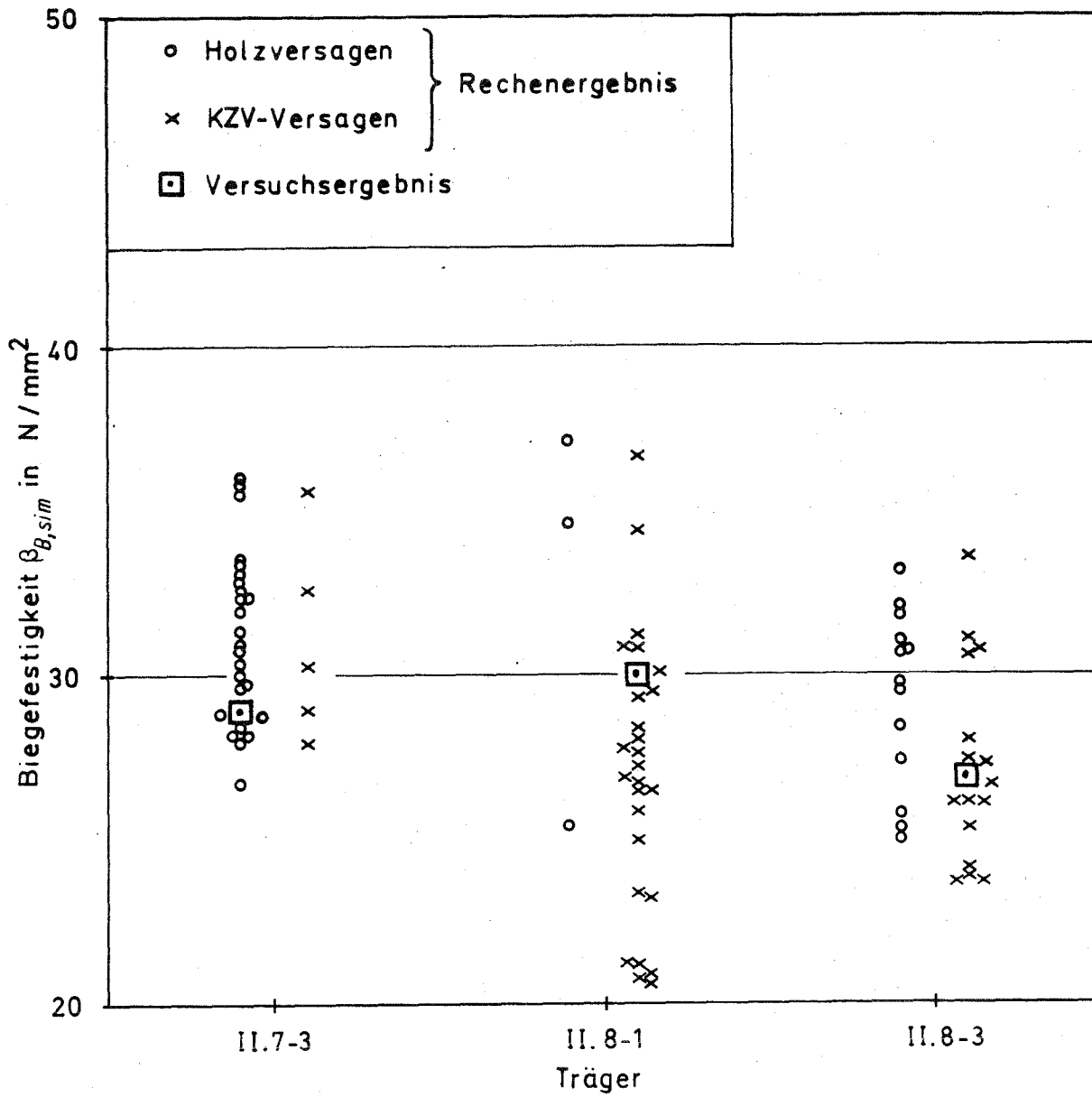


Bild 48 : Ergebnisse der Berechnungen (Reihe II.7 bzw. II.8, H=1000mm )

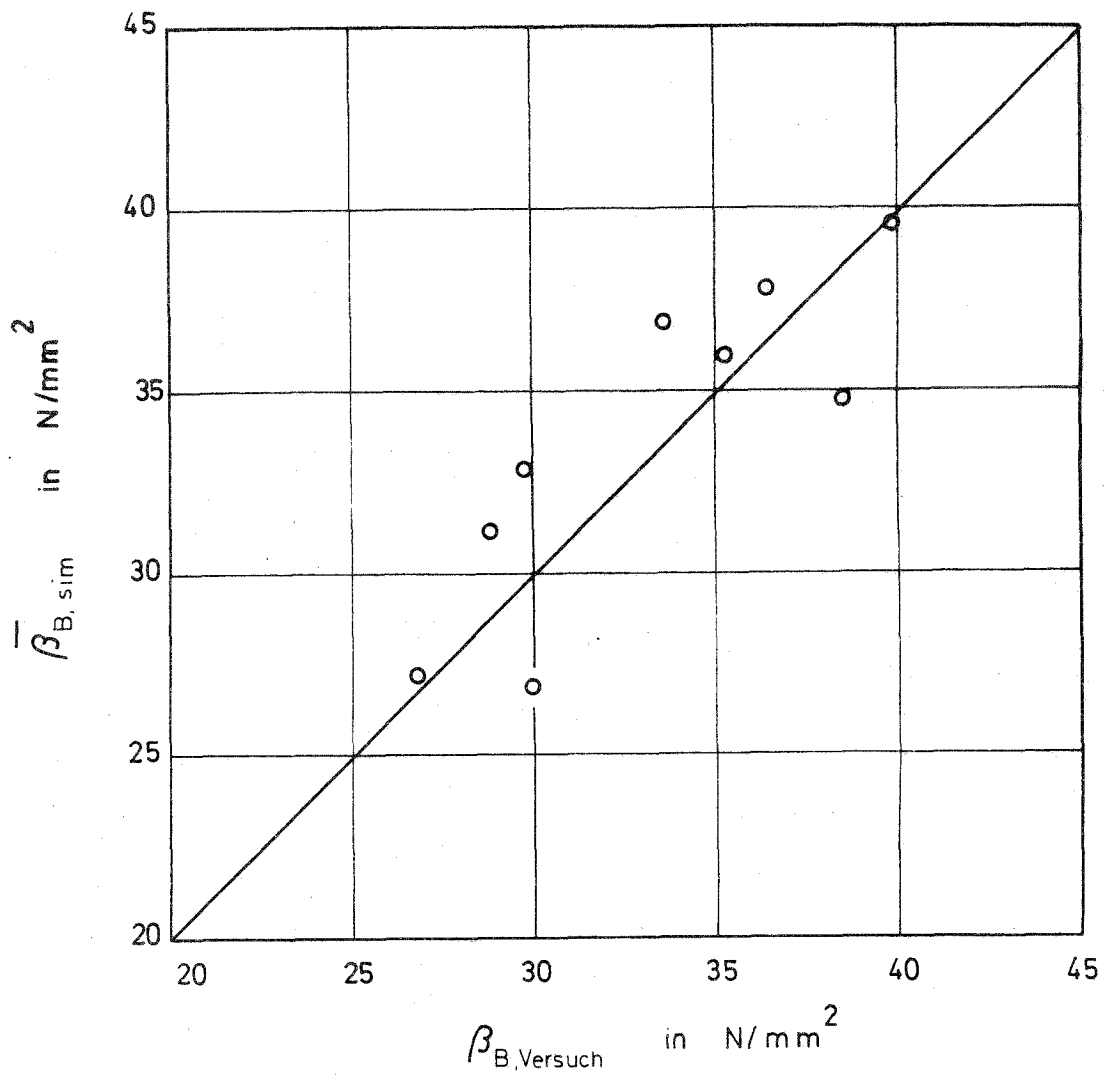


Bild 49 : Vergleich der mittleren berechneten Biegefestigkeiten ( $\bar{\beta}_{B,sim}$ ) mit den Versuchswerten ( $\beta_{B,Versuch}$ )

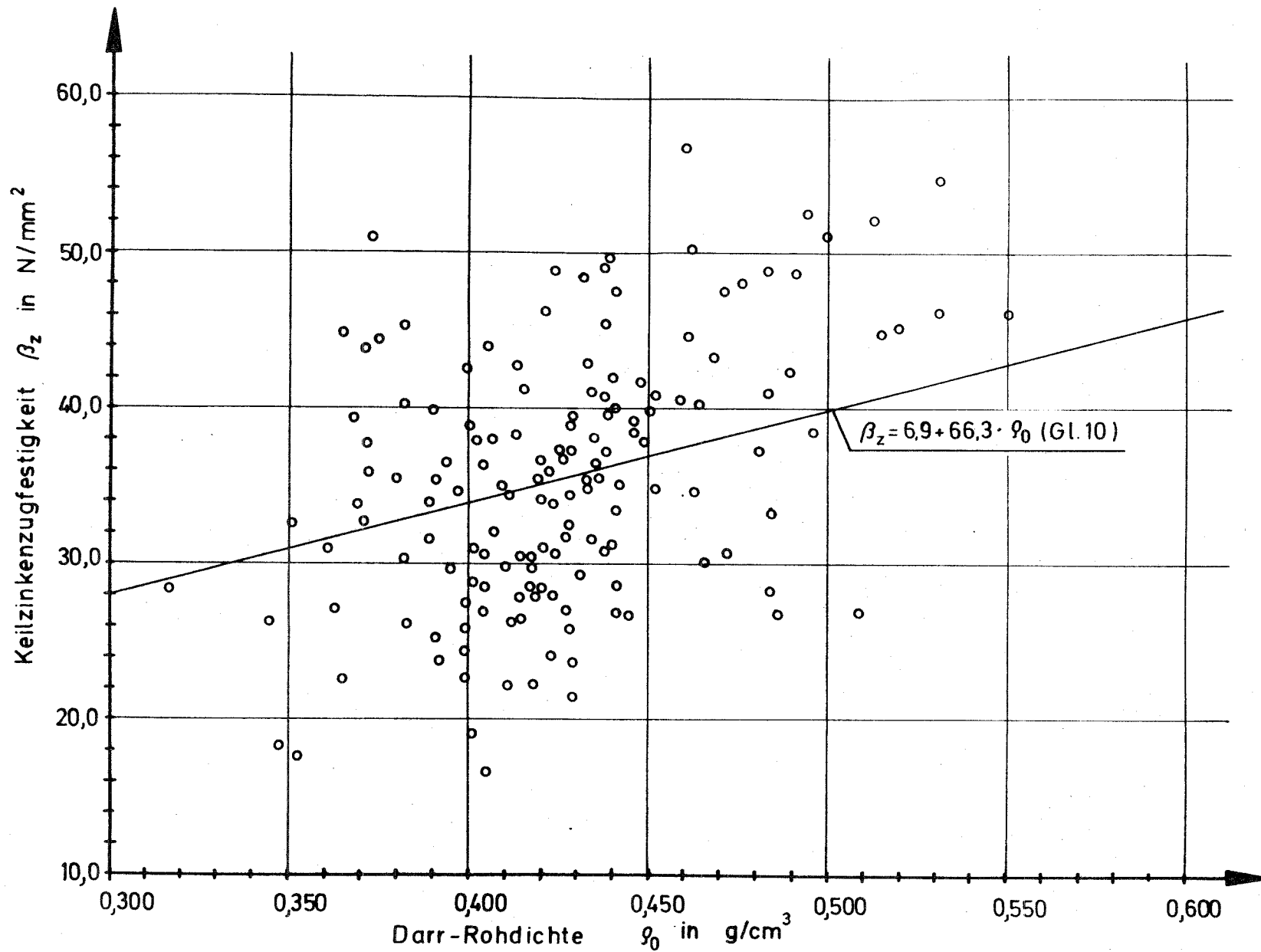


Bild 50 : Keilzinkenzugfestigkeit  $\beta_z$  in Abhängigkeit von der (kleineren) Darr-Rohdichte  $\rho_0$

$$(\rho_{0,\text{links}} = \rho_{0,\text{rechts}} \pm 0,05 \text{ g/cm}^3; \quad \rho = \min(\rho_{0,\text{links}}, \rho_{0,\text{rechts}}) )$$

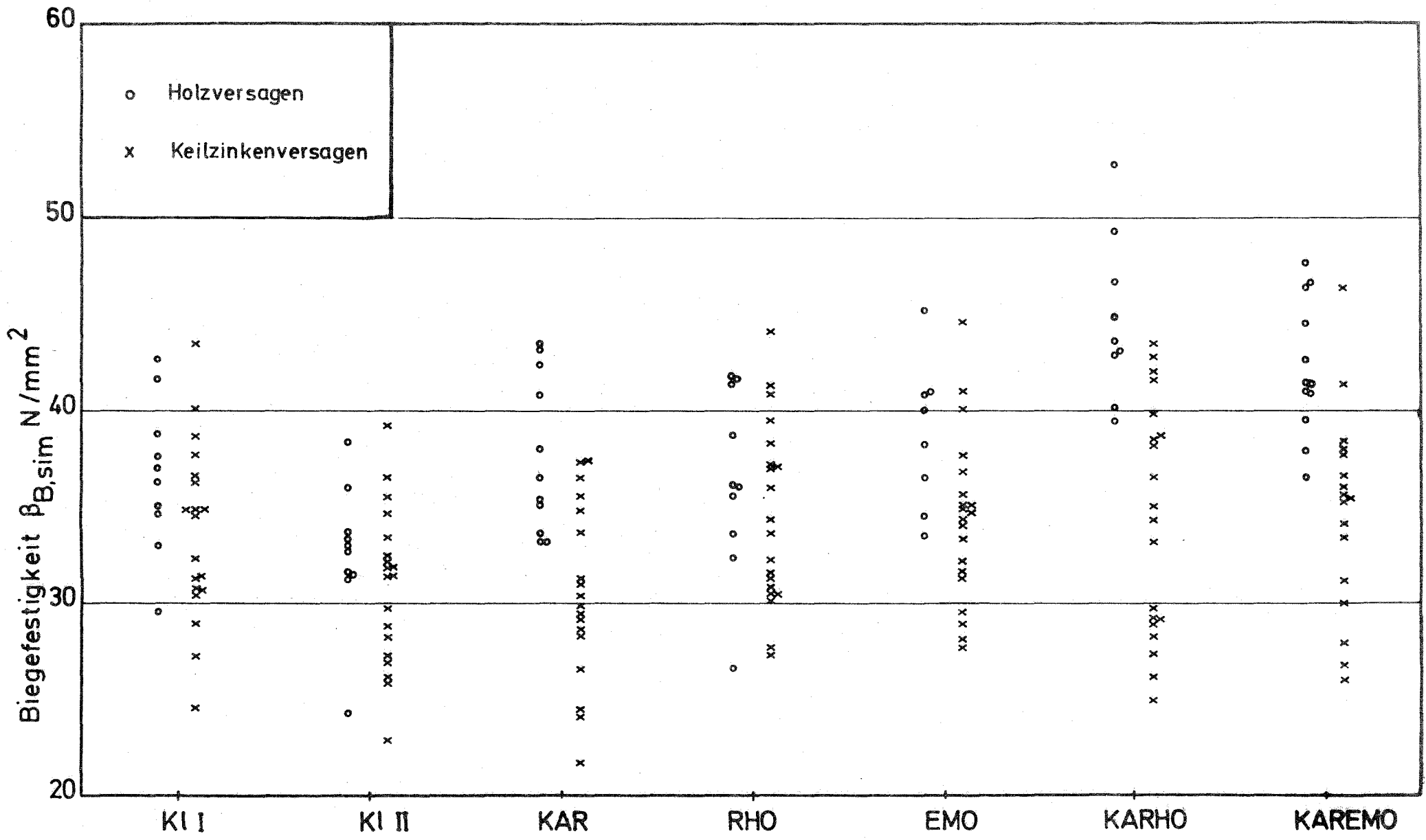


Bild 52 : Ergebnisse der Berechnungen , Serie (A)

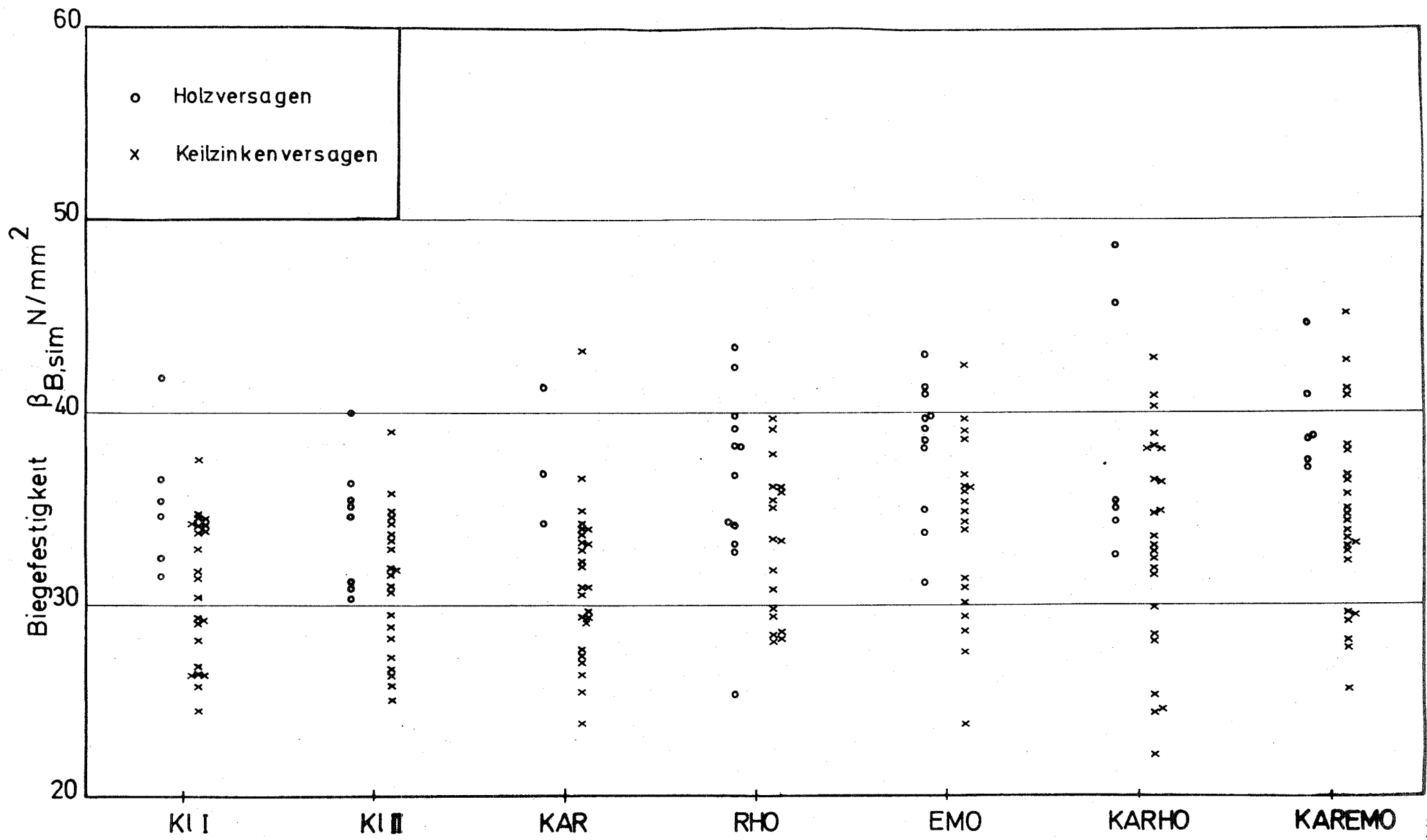


Bild 53 : Ergebnisse der Berechnungen, Serie (B)



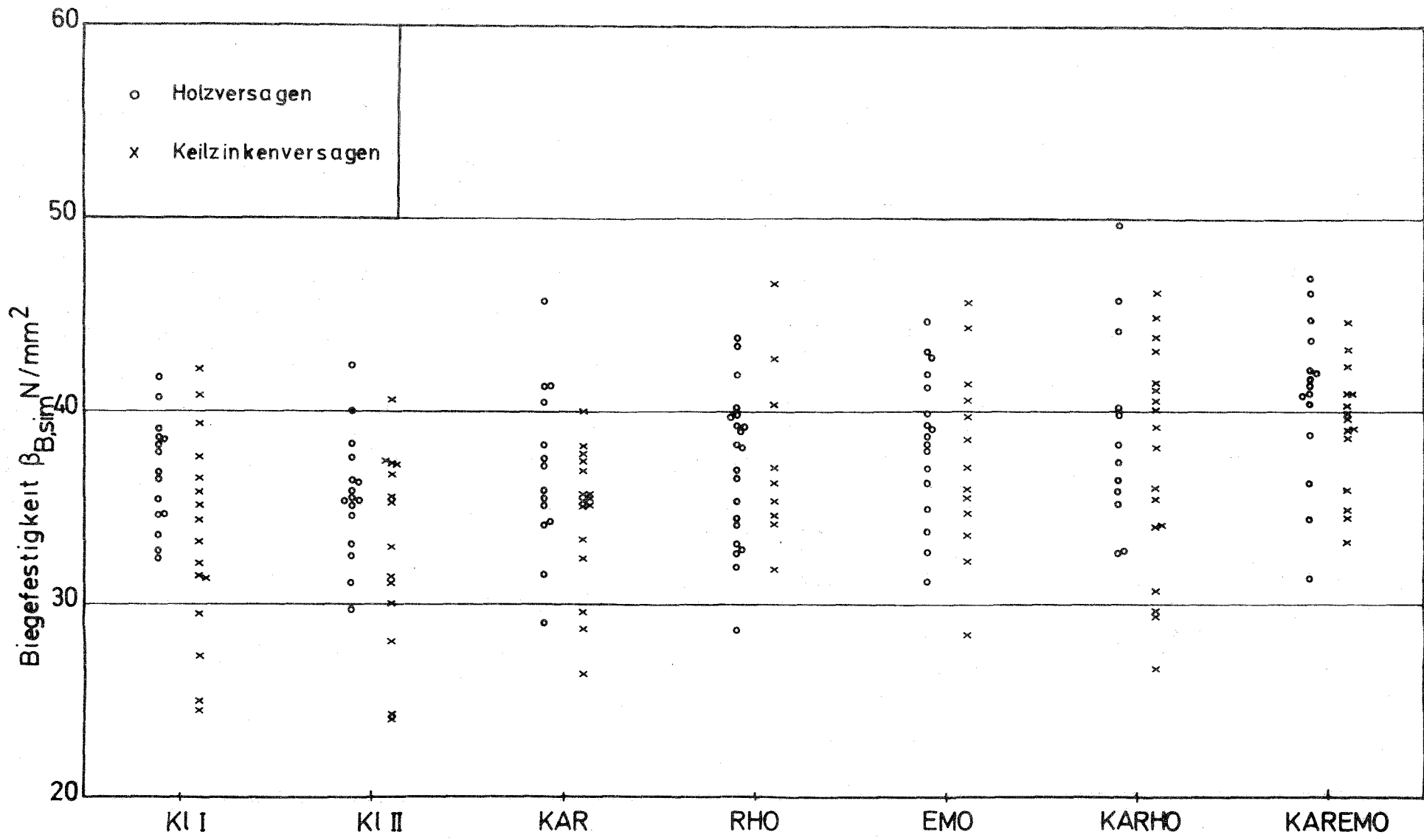


Bild 54: Ergebnisse der Berechnungen, Serie ©

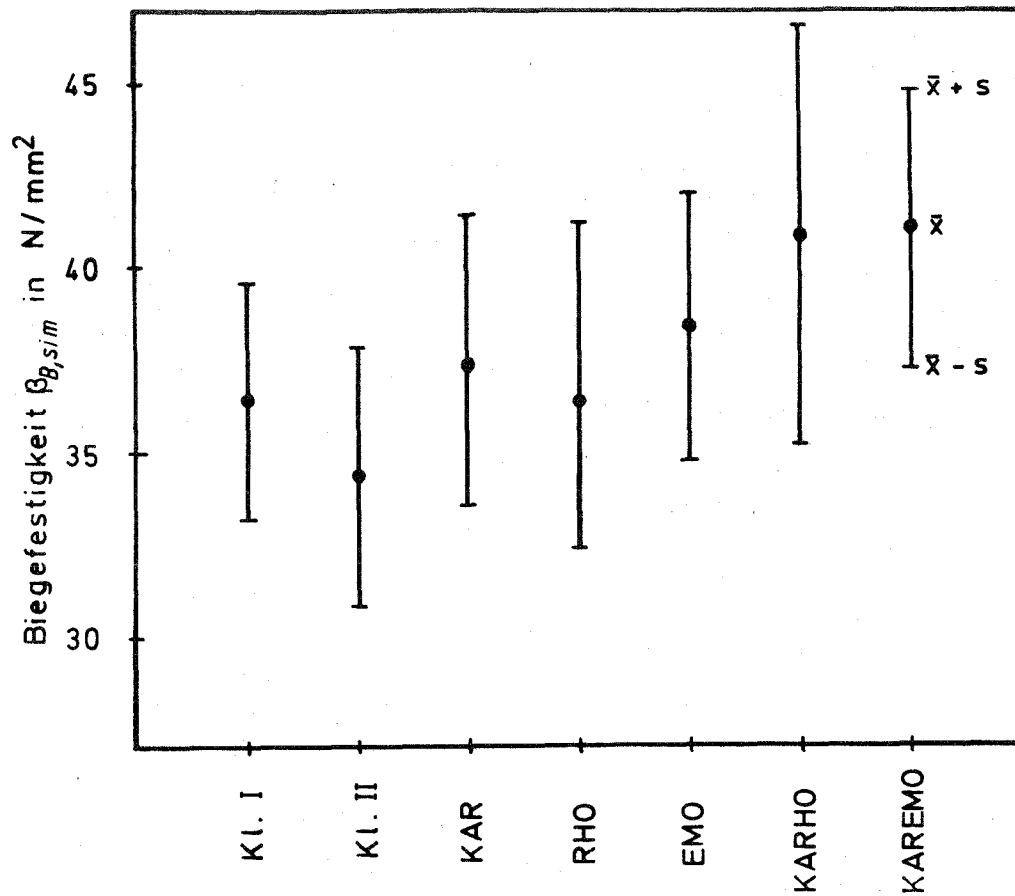


Bild 55: Biegefestigkeit von BSH-Trägern mit Holzversagen

Tabelle 17: Biegefestigkeit von BSH-Trägern mit Holzversagen

Reihe	Mittelwert $\bar{x}$ $N/mm^2$	Standard- abweichung $s$ $N/mm^2$	Variations- koeffizient $v$ %	5%-Fraktile <sup>1)</sup> $x_{5,2}$ $N/mm^2$
Kl I	36,4	3,3	9	31,0
Kl II	34,4	3,5	10	28,6
KAR	37,3	4,0	11	30,7
RHO	36,7	4,4	12	29,5
EMO	38,4	3,6	9	32,5
KARHO	40,9	5,8	14	31,4
KAREMO	41,0	3,8	9	34,7

1) Gauß-Normalverteilung angenommen

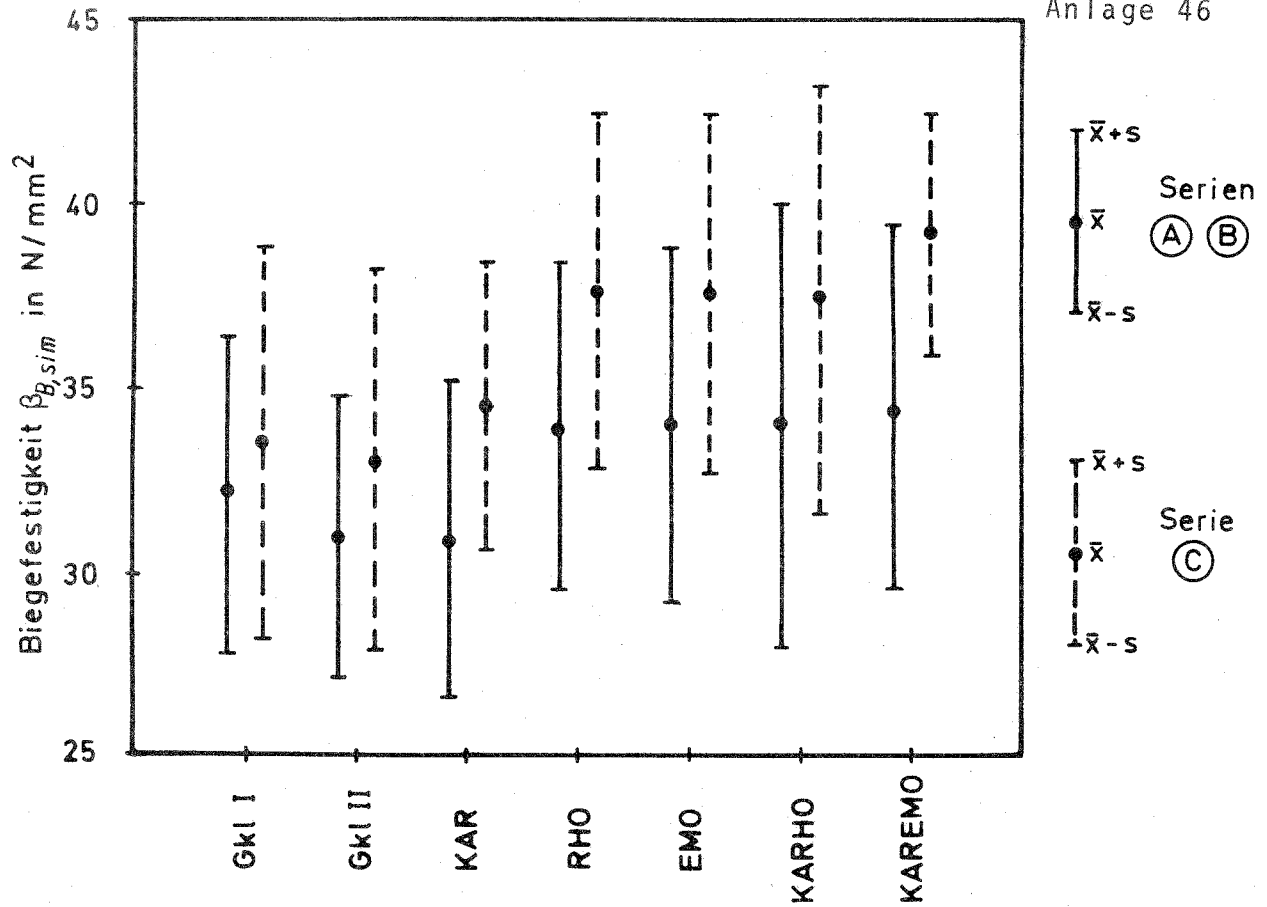


Bild 56: Biegefestigkeit von BSH-Trägern mit KZV-Versagen

Tabelle 18: Biegefestigkeit von BSH-Trägern mit KZV-Versagen

Reihe	Mittelwerte $\bar{x}$ $N/mm^2$			Standardabweichungen $s$ $N/mm^2$			5%-Fraktile <sup>1)</sup> $x_{5,2}$ $N/mm^2$		
	(A)	(B)	(C)	(A)	(B)	(C)	(A)	(B)	(C)
K1 I	32,1		33,5	4,3		5,3	25,0		24,8
K1 II	31,0		33,0	3,8		5,1	24,7		24,6
KAR	30,9		34,5	4,2		3,8	24,0		28,2
RHO	33,9		37,6	4,4		4,7	26,7		29,9
EMO	34,0		37,5	4,8		4,8	26,1		29,6
KARHO	34,0		37,4	6,0		5,8	24,1		27,9
KAREMO	34,5		39,1	4,9		3,3	26,4		33,7

1) Gauß-Normalverteilung angenommen

Tabelle 1: Versuchsmaterial zur Bestimmung der Ästigkeit

Anzahl der Bretter	Güteklasse nach DIN 4074	Querschnittsabmessungen B x H (mm)	Wuchsgebiet	Firma
88	I	110 x 36	Deutschland/ Österreich	A
157	II			
20	I	210 x 38		
20	II			
20	I	130 x 30	DDR / Bayeri- scher Wald	B
20	II			
19	I	170 x 32		C
21	II			
20	I	112 x 36	Skandinavien	D
24	II			
15	I	195 x 36		
18	II			

Tabelle 2: Versuchsmaterial zur Bestimmung der Streuung des Elastizitätsmoduls in Brettlängsrichtung

Anzahl der Bretter	Güteklasse nach DIN 4074	Querschnitts-abmessungen B x H mm	Wuchsgebiet
10	I	112 x 36	Skandinavien
10	II		
10	I	195 x 36	
10	II		
10	I	130 x 36	DDR / Bayerischer Wald
10	II		
10	I	170 x 32	
10	II		
10	I	210 x 38	BRD /
10	II		Österreich

Tabelle 3: Ergebnisse von Zugversuchen mit Keilzinken-  
verbindungen (b/h= 100/30 mm)

Versuch Nr.	max F kN	$\beta_Z$ N/mm <sup>2</sup>	Bruch- ursache	Mittel- wert N/mm <sup>2</sup>	Stand.- abweich. N/mm <sup>2</sup>	Var.- koeff. %
1	98,0	32,7	KZV			
2	104,5	34,8	KZV			
3	67,0	(22,3)	Ast			
4	102,5	34,2	KZV			
5	88,0	29,3	KZV			
6	77,0	25,7	KZV			
7	69,0	(23,0)	Ast			
8	125,0	41,7	KZV			
9	107,5	(35,8)	Ein- spannung			
10	94,5	31,5	KZV	32,7	6,8	21
11	98,5	32,8	KZV	(31,6)	(7,0)	(22)
12	98,2	32,7	KZV			
13	134,5	44,8	KZV			
14	80,0	(26,7)	Holz			
15	118,0	39,3	KZV			
16	59,0	19,7	"			
17	96,0	32,0	"			
18	113,0	37,7	"			
19	55,0	18,3	"			
20	104,0	34,7	"			
21	100,0	33,3	"			

Tabelle 4.a :

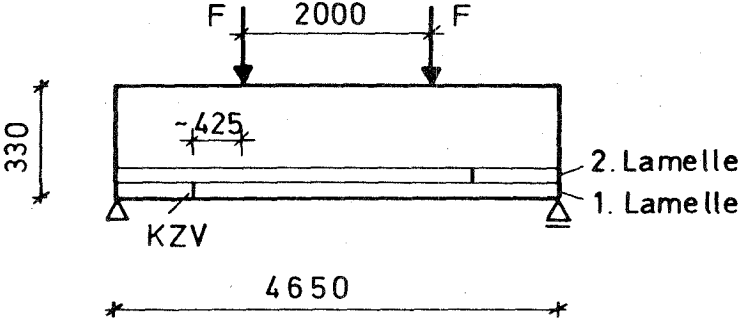
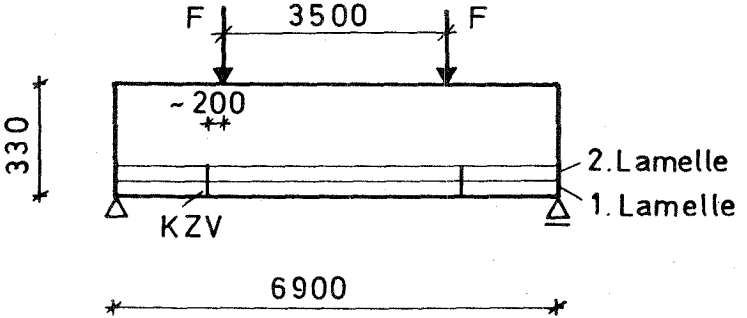
Versuchsaufbau und Eigenschaften der beiden äußeren Zuglamellen

Versuchsaufbau	Versuch Nr.	Lamelle	GKI	Rohdichte <sup>1)</sup>	Elastizitätsmodul <sup>1)</sup>
				$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$E_{dyn}$ N/mm <sup>2</sup>
<p>330</p> <p>F</p> <p>3750</p> <p>2. Lamelle</p> <p>1. Lamelle</p>	I.1-1	2	II	0,452	12600
		1	I	0,450	14200
	I.1-2	2	II	0,468	13000
		1	II	0,460	12700
	I.1-3	2	II	0,414	9500
		1	II	0,436	10400
<p>330</p> <p>F 1000 F</p> <p>3750</p> <p>2. Lamelle</p> <p>1. Lamelle</p>	I.2-1	2	II	0,453	14000
		1	I	0,499	16300
	I.2-2	2	II	0,489	12600
		1	II	0,451	11700
	I.2-3	2	II	0,445	13200
		1	II	0,408	10500

<sup>1)</sup> Rohdichte bzw. Elastizitätsmodul der Bretter, die im hochbeanspruchten Bereich (zwischen den Kolben) liegen

Tabelle 4.b

Versuchsaufbau und Eigenschaften der beiden äußeren Lamellen

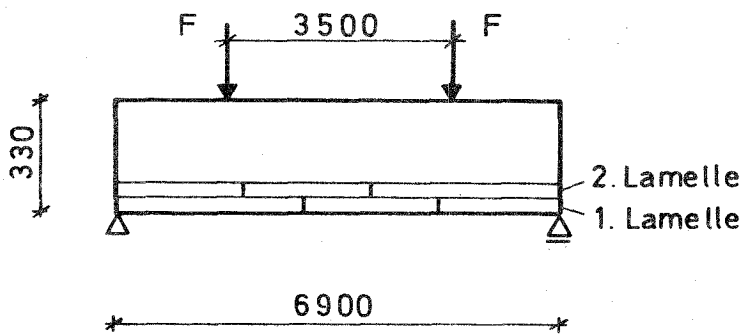
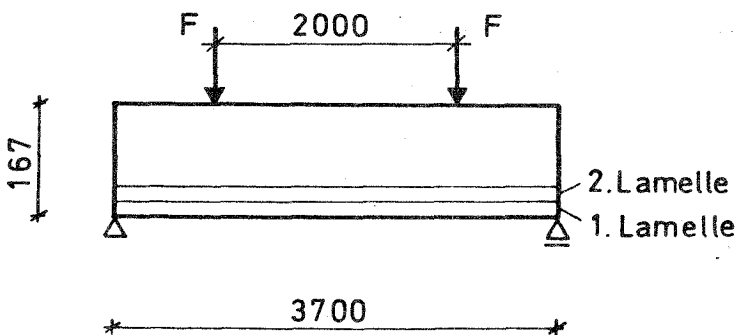
Versuchsaufbau	Versuch Nr.	Lamelle	GKI	Rohdichte <sup>1)</sup> $\rho$ g/cm <sup>3</sup>	Elastizitätsmodul <sup>1)</sup> $E_{dyn}$ N/mm <sup>2</sup>
	I.3-1	2	II	0,461	13800
		1	I	0,453	14300
	I.3-2	2	II	0,460	13500
		1	II	0,407	12400
	I.3-3	2	II	0,459	13200
		1	II	0,454	11200
	I.4-1	2	II	0,459	14000
		1	I	0,480	17000
	I.4-2	2	II	0,417	12300
		1	II	0,456	12800
	I.4-3	2	II	0,442	13000
		1	II	0,414	11200

<sup>1)</sup> Rohdichte bzw. Elastizitätsmodul der Bretter, die im hochbeanspruchten Bereich (zwischen den Kolben) liegen



Tabelle 4.c

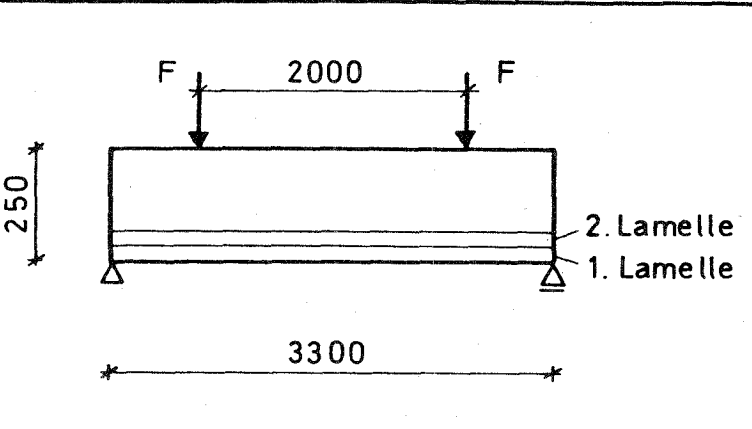
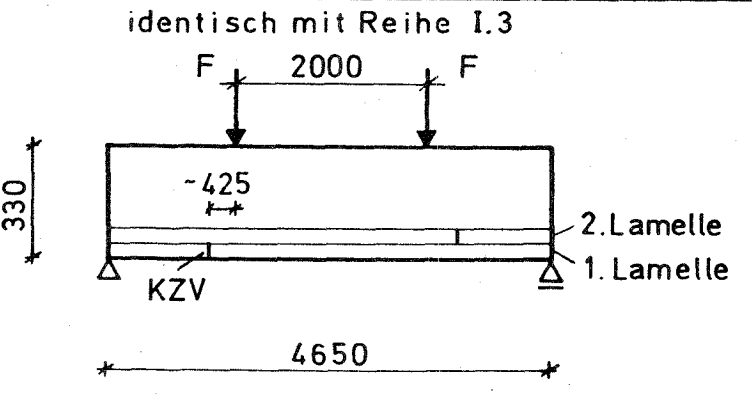
Versuchsaufbau und Eigenschaften der beiden äußeren Lamellen

Versuchsaufbau	Versuch Nr.	Lamelle	Gkl	Rohdichte <sup>1)</sup>	Elastizitätsmodul <sup>1)</sup>
				$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$E_{dyn}$ N/mm <sup>2</sup>
	I.5-1	2	II	0,456/0,456/0,435	14700/14700/13600
		1	I	0,543/0,509/0,509	13700/17000/17000
	I.5-2	2	II	0,490/0,490/0,432	12400/12400/13500
		1	II	0,408/0,415/0,415	12600/13200/13200
	I.5-3	2	II	0,419/0,403/0,403	11700/10200/10200
		1	II	0,399/0,399/0,408	11200/11200/10500
	II.1-1		II		
	II.1-2		II		
	II.1-3		II		
	II.1-4 <sup>2)</sup>		II		
	II.1-5 <sup>2)</sup>		II		
	II.1-6 <sup>2)</sup>		II		

1) Rohdichte bzw. Elastizitätsmodul der Bretter, die im hochbeanspruchten Bereich (zwischen den Kolben) liegen

2) Träger mit KZV im hochbeanspruchten Bereich

Tabelle 4.d : Versuchsaufbau und Eigenschaften der beiden äußeren Lamellen

Versuchsaufbau	Versuch Nr.	Lamelle	GKl	Rohdichte <sup>1)</sup> $\rho$ g/cm <sup>3</sup>	Elastizitätsmodul <sup>1)</sup> $E_{dyn}$ N/mm <sup>2</sup>
	II.2-1	2	II	0,442	14200
		1	I	0,464	14500
	II.2-2	2	II	0,492	13100
		1	II	0,434	12900
	II.2-3	2	II	0,415	13400
		1	II	0,402	11000
<p>identisch mit Reihe I.3</p> 	II.3-1	2	II	0,461	13800
		1	I	0,453	14300
	II.3-2	2	II	0,460	13500
		1	II	0,407	12400
	II.3-3	2	II	0,459	13200
		1	II	0,454	11200

<sup>1)</sup> Rohdichte bzw. Elastizitätsmodul der Bretter, die im hochbeanspruchten Bereich (zwischen den Kolben) liegen

Tabelle 4.e : Versuchsaufbau und Eigenschaften der beiden äußeren Lamellen

Versuchsaufbau	Versuch Nr.	Lamelle	GKl	Rohdichte <sup>1)</sup>	Elastizitätsmodul <sup>1)</sup>
				$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$E_{dyn}$ N/mm <sup>2</sup>
	II.4-1	2	II	0,439	13100
		1	I	0,538	18200
	II.4-2	2	II	0,437	13100
		1	II	0,461	12400
	II.4-3	2	II	0,537	13800
		1	II	0,425	10500
	II.5-1	2	II	0,463	14200
		1	I	0,503	15800
	II.5-2	2	II	0,418	12500
		1	II	0,397	12400
	II.5-3	2	II	0,453	11300
		1	II	0,401	10000

<sup>1)</sup> Rohdichte bzw. Elastizitätsmodul der Bretter, die im hochbeanspruchten Bereich (zwischen den Kolben) liegen

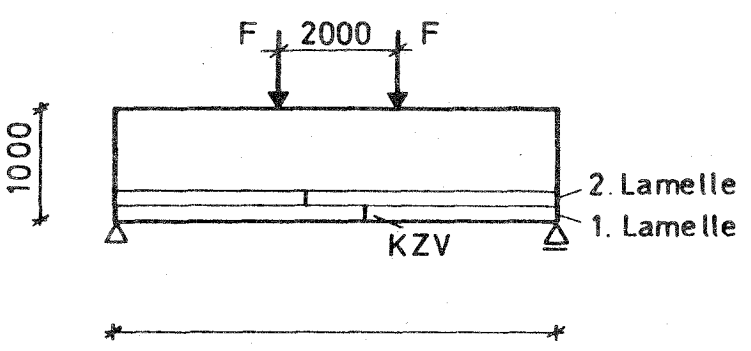
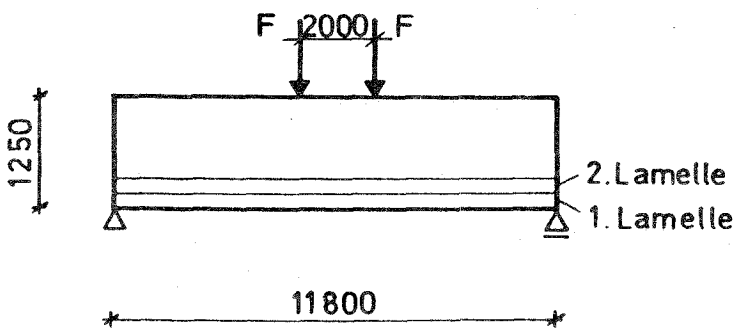
Tabelle 4.f : Versuchsaufbau und Eigenschaften der beiden äußeren Lamellen

Versuchsaufbau	Versuch Nr.	Lamelle	Gkl	Rohdichte <sup>1)</sup>	Elastizitätsmodul <sup>1)</sup>
				$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$E_{dyn}$ N/mm <sup>2</sup>
<p>850</p> <p>9000</p> <p>2000</p> <p>F</p> <p>F</p> <p>2. Lamelle</p> <p>1. Lamelle</p>	II.6-1	2	II		
		1	II		
	II.6-2	2	II		
		1	II		
	II.6-3	2	II		
		1	II		
<p>1000</p> <p>7500</p> <p>2000</p> <p>F</p> <p>F</p> <p>~1100</p> <p>2. Lamelle</p> <p>1. Lamelle</p> <p>KZV</p>	II.7-1	2	II	0,478	14500
		1	I	0,492	14900
	II.7-2	2	II	0,418	13500
		1	II	0,441	11800
	II.7-3	2	II	0,494	11000
		1	II	0,393	8300

1) Rohdichte bzw. Elastizitätsmodul der Bretter, die im hochbeanspruchten Bereich (zwischen den Kolben) liegen

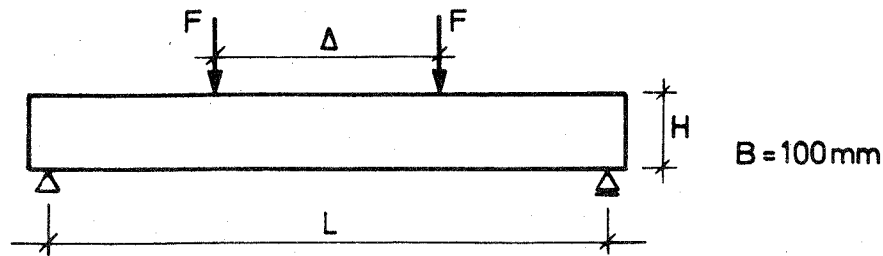
Tabelle 4.g :

Versuchsaufbau und Eigenschaften der beiden äußeren Lamellen

Versuchsaufbau	Versuch Nr.	Lamelle		Rohdichte <sup>1)</sup> $\rho$ g/cm <sup>3</sup>	Elastizitätsmodul <sup>1)</sup> $E_{dyn}$ N/mm <sup>2</sup>
			GKl		
	II.8-1	2	II	0,474/0,518	15500/16000
		1	I	0,473/0,479	14500/14700
	II.8-2	2	II	0,397/0,427	12500/12500
		1	II	0,420/0,456	12500/13100
	II.8-3	2	II	0,455/0,373	10600/10200
		1	II	0,436/0,419	10300/10000
	II.9-1	2	II		
		1	II		
	II.9-2	2	II		
		1	II		
	II.9-3	2	II		
		1	II		

<sup>1)</sup> Rohdichte bzw. Elastizitätsmodul der Bretter, die im hochbeanspruchten Bereich (zwischen den Kolben) liegen

Tabelle 5: Versuchsergebnisse der Versuchsserie I

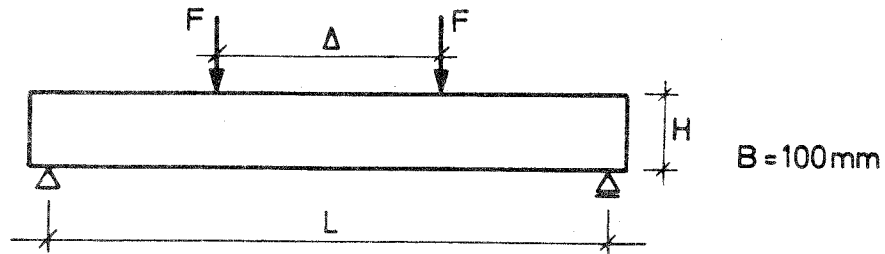


Versuch Nr	L mm	H mm	$\Delta$ mm	Elasti- zitäts- modul N/mm <sup>2</sup>	$\beta_B$ Biegefestigkeit		Bruchursache
					Einzel- werte N/mm <sup>2</sup>	Mittel N/mm <sup>2</sup>	
I.1-1 <sup>2)</sup>				10420	57,1		Ast
I.1-2	3750	330	0	11990	60,8	52,9	Ast
I.1-3				9760	40,9		Ast
I.2-1 <sup>2)</sup>				11880	49,2		Ast
I.2-2	3750	330	1000	10500	42,5	43,0	Ast
I.2-3				9800	37,2		Ast
I.3-1 <sup>2)</sup>				12280	42,4		KZV (außerhalb $\Delta$ : $\sigma = 26,1$ N/mm <sup>2</sup> ) Schub (bei $\tau_2 = 2,7$ Ast N/mm <sup>2</sup> )
I.3-2	4650	330	2000	12460	43,1	39,6	
I.3-3				11270	33,4		
I.4-1 <sup>2)</sup>				12460	31,7		KZV (außerhalb $\Delta$ : $\sigma = 27,8$ N/mm <sup>2</sup> ) Ast
I.4-2	6900	330	3500	11820	34,2	33,1	
I.4-3				12730	33,3		
I.5-1 <sup>2)</sup>				13350	29,2		1) KZV
I.5-2	6900	330	3500	11450	37,9	32,1	1) KZV
I.5-3				10220	29,1		1) KZV

1) KZV im hochbeanspruchten Bereich

2) Decklamelle der GKL I

Tabelle 6a: Versuchsergebnisse der Versuchsserie II



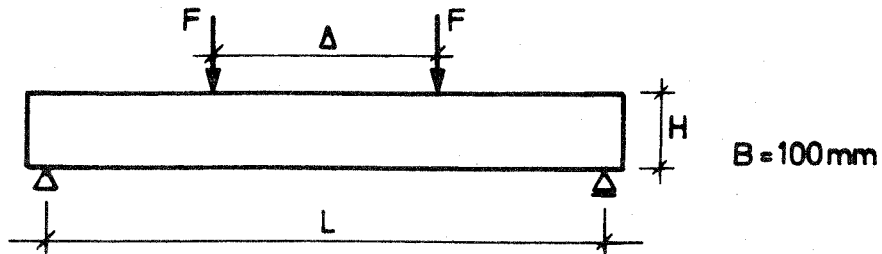
Versuch	L mm	H mm	Δ mm	Elasti- zitäts- modul N/mm <sup>2</sup>	Biegefestigkeit $\beta_B$		Bruchursache Bemerkungen
					Einzel- werte N/mm <sup>2</sup>	Mittel N/mm <sup>2</sup>	
II.1-1	3700	167	2000		51,1	43,9	Ast
II.1-2					52,6		Ast
II.1-3					40,3		Ast
II.1-4					38,9		1) Ast
II.1-5					40,3		1) Ast
II.1-6					39,9		1) KZV
II.2-1 <sup>2)</sup>	3300	250	2000	12660	39,9	36,6	Ast
II.2-2				12280	33,6		Ast
II.2-3				11590	36,4		Ast
II.3-1 <sup>2)</sup>	4650	330	2000	12280	42,4	39,6 <sup>*)</sup>	KZV (außerhalb Δ $\sigma = 26,1 \text{ N/mm}^2$ )
II.3-2				12460	43,1		Schub (bei $\tau = 2,7$ N/mm <sup>2</sup> )
II.3-3				11270	33,4		Ast
II.4-1 <sup>2)</sup>	4650	500	2000	10960	35,3	34,6	Ast
II.4-2				10430	38,5		Ast
II.4-3				10610	29,9		Ast

\*) identisch mit Versuchen I.3

1) KZV im hochbeanspruchten Bereich

2) Decklamelle der Gkl I

Tabelle 6b: Versuchsergebnisse der Versuchsserie II



Versuch	L mm	H mm	Δ mm	Elasti- zitäts- modul N/mm <sup>2</sup>	$\beta_B$ Biegefestigkeit		Bruchursache
					Einzel- werte N/mm <sup>2</sup>	Mittel N/mm <sup>2</sup>	
II.5-1 <sup>2)</sup>	6000	750	2000	10730	37,7	34,2	Ast
II.5-2				10220	34,1		Schub (bei $\tau_{\bar{z}} = 3,2$ N/mm <sup>2</sup> )
II.5-3				9730	31,1		Ast
II.6-1	9000	850	2000	9750	30,5	31,8	Ast
II.6-2				10140	32,0		Ast
II.6-3				10750	33,0		Ast
II.7-1 <sup>2)</sup>	7500	1000	2000	9640	35,6	30,9	Schub (bei $\tau_{\bar{z}} = 3,2$ N/mm <sup>2</sup> )
II.7-2				9940	28,1		Schub (bei $\tau_{\bar{z}} = 2,6$ N/mm <sup>2</sup> )
II.7-3				8680	28,9		Ast
II.8-1 <sup>2)</sup>	7500	1000	2000	10780	30,0	29,6	1) KZV
II.8-2				10680	31,9		1) Schub (bei $\tau_{\bar{z}} = 2,9$ N/mm <sup>2</sup> )
II.8-3				9730	26,9		1) KZV
II.9-1	11800	1250	2000	9950	36,6	33,8	Ast
II.9-2				9720	27,9		Ast
II.9-3				10030	36,8		Schub (bei $\tau_{\bar{z}} = 2,3$ N/mm <sup>2</sup> )

1) KZV im hochbeanspruchten Bereich

2) Decklamelle der Gkl I



Tabelle 7: Biegeversuche mit Schubversagen; rechnerische Spannungen im Augenblick des Bruches

Versuch Nr.	Trägerhöhe H mm	Biege- spannung N/mm <sup>2</sup>	Schub- spannung N/mm <sup>2</sup>
I.3-2 bzw. II.3-2	330	43,1	2,7
II.5-2	750	34,1	3,2
II.7-1	1000	35,6	3,2
II.7-2	1000	28,1	2,6
II.8-2	1000	29,6	2,9
II.9-3	1250	36,8	2,3
Mittelwert		34,6	2,8
Standardabweichung		5,40	0,35
Variationskoeffizient		16%	13%

Tabelle 8: Scherfestigkeiten nach ASTM D143

Art der Probe	Anzahl der Versuche	Mittelwert N/mm <sup>2</sup>	Standardabweichung N/mm <sup>2</sup>	Variationskoeffizient %
Holz normal	26	9,4	1,3	14
Holz blau	8	8,9	1,2	14
Holz braun	24	8,8	1,1	13
Holz farbig	12	9,6	1,4	15
Leim "gut" <sup>1)</sup>	12	6,5	1,1	16
Leim "schlecht" <sup>2)</sup>	12	5,9	1,3	23

1) an der Trägersaußenseite erkennbarer Leimauftrag

2) an der Trägersaußenseite nicht erkennbarer Leimauftrag

Tabelle 9: Biegefestigkeiten aus Versuchen mit Holzbrüchen  
in den äußeren Zuglamellen

Versuch Nr.	Trägerhöhe H mm	Biege- festigkeit $\beta_B$ N/mm <sup>2</sup>
I.3-3 bzw. II.3-3	330	33,4
I.4-2	330	34,2
II.2-1	250	39,9
II.2-2	250	33,6
II.2-3	250	36,4
II.4-1	500	35,3
II.4-2	500	38,5
II.4-3	500	29,9
II.5-1	750	37,7
II.5-3	750	31,1
II.6-1	850	30,5
II.6-2	850	32,0
II.6-3	850	33,0
II.7-3	1000	28,9
II.9-1	1250	36,6
II.9-2	1250	27,9
Mittelwert		33,7 N/mm <sup>2</sup>
Standardabweichung		3,5 N/mm <sup>2</sup>
Variationskoeffizient		10%

Tabelle 10: Biegefestigkeiten aus Versuchen mit  
KZV - Versagen

Versuch Nr.	Trägerhöhe H mm	Biegefestigkeit <sup>1)</sup> $\beta_B$ N/mm <sup>2</sup>
I.3-1 bzw. II.3-1	330	26,1
I.4-1	330	27,8
I.4-3	330	28,4
I.5-1	330	29,2
I.5-2	330	37,9
I.5-3	330	29,1
II.1-6	167	39,9
II.8-1	1000	30,0
II.8-3	1000	26,9
Mittelwert		30,6 N/mm <sup>2</sup>
Standardabweichung		4,9 N/mm <sup>2</sup>
Variationskoeffizient		16 %

1) rechnerische Biegerandspannung an der  
Stelle der KZV

Tabelle 11: Versuchsträger deren Tragfähigkeit mit Hilfe  
des Rechenmodells berechnet wurde

Träger Nr.	Trägerhöhe H mm
II.2-1 II.2-2 II.2-3	250
II.4-1 II.4-2 II.4-3	500
II.7-3 II.8-1 II.8-3	1000

Tabelle 12: Vergleich der mittleren, berechneten Biegefestigkeiten mit den Versuchswerten

Träger Nr.	$\bar{\beta}_{B,Sim}^{1)}$ N/mm <sup>2</sup>		$\beta_{B,Versuch}$ N/mm <sup>2</sup>		$\frac{\bar{\beta}_{B,Sim}}{\beta_{B,Versuch}}$	
II.2-1	39,7	38,1	39,9	36,6	0,99	1,04
II.2-2	36,9		33,6		1,10	
II.2-3	37,8		36,4		1,04	
II.4-1	36,0	34,6	35,3	34,6	1,02	1,00
II.4-2	34,9		38,5		0,91	
II.4-3	32,9		29,9		1,10	
II.7-3	31,1	28,4	28,9	28,6	1,08	0,99
II.8-1	26,9		30,0		0,90	
II.8-3	27,1		26,9		1,01	

1) unter Berücksichtigung der im Versuch aufgetretenen Bruchursache

Tabelle 13: Anforderungen an die einzelnen Versuchsreihen

Versuchsreihe	GKL I <sup>1)</sup>	GKL II <sup>1)</sup>	KAR <sub>≧0,10</sub>	$\rho_0^{2)}$ <sub>≧0,50</sub>	E <sub>Brett</sub> <sup>3)</sup> <sub>≧15000</sub>	Serie (A)	Serie (B)	Serie (C)
KI I	x					KZV-Abstände nach LARSEN [7] aktuelle KZV-Zugfestigkeit <sup>5)</sup>	KZV-Abstände nach Bild 36 <sup>4)</sup> aktuelle KZV-Zugfestigkeit <sup>5)</sup>	KZV-Abstände nach Bild 36 <sup>4)</sup> um 20% erhöhte KZV-Zug- festigkeit <sup>5)</sup>
KI II		x						
KAR			x					
RHO		x		x				
EMO		x			x			
KARHO			x	x				
KAREMO			x		x			

1) nach DIN 4074, jedoch mit den Ästigkeitsverteilungen nach Abschnitt 2.1

2)  $\rho_0$  = Darr-Rohdichte in g/cm<sup>3</sup>

3) E<sub>Brett</sub> = statischer Elastizitätsmodul des Brettes in N/mm<sup>2</sup>

4) siehe Abschnitt 2.3

5) siehe [1] :  $\bar{x}$  = 34,8 N/mm<sup>2</sup> ; s = 8,4 N/mm<sup>2</sup>

Tabelle 14: Ergebnisse der Berechnungen, Serie (A)

Reihe	Bruchursache						gesamt		
	Holz			KZV					
	Anteil	Biegefestigkeit $f_B$		Anteil	Biegefestigkeit $f_B$		Mittelwert	Standardabweichung	5%-Fraktile <sup>1)</sup>
		Mittelwert	Standardabweichung		Mittelwert	Standardabweichung			
%	$\bar{x}$	s	%	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$x_5$	
	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>		N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	
K1 I	35	36,6	3,9	65	33,0	5,0	34,3	4,8	26,4
K1 II	35	32,5	3,6	65	30,8	4,1	31,4	4,0	24,8
KAR	37	37,7	4,1	63	30,5	4,5	33,1	5,6	23,9
RHO	33	36,3	4,9	67	34,5	4,8	35,2	4,8	27,3
EMO	27	38,7	3,8	73	34,0	5,0	35,3	5,1	26,9
KARHO	33	44,7	4,0	67	34,8	6,4	38,1	7,4	25,9
KAREMO	40	42,2	3,5	60	34,7	5,1	37,7	5,8	28,2



Tabelle 15: Ergebnisse der Berechnungen, Serie B

Reihe	Bruchursache						gesamt		
	Holz			KZV			Mittelwert $\bar{x}$ N/mm <sup>2</sup>	Standard- abweichung s N/mm <sup>2</sup>	5%-Fraktile <sup>1)</sup> $\bar{x}_5$ N/mm <sup>2</sup>
	Anteil	Biegefestigkeit $\beta_B$		Anteil	Biegefestigkeit $\beta_B$				
	%	Mittelwert $\bar{x}$ N/mm <sup>2</sup>	Standard- abweichung s N/mm <sup>2</sup>	%	Mittelwert $\bar{x}$ N/mm <sup>2</sup>	Standard- abweichung s N/mm <sup>2</sup>			
KI I	21	35,4	3,6	79	31,2	3,6	32,1	4,0	25,5
KI II	28	34,2	3,3	72	31,1	3,7	31,9	3,8	25,6
KAR	11	37,4	3,6	89	31,2	4,1	31,9	4,4	24,7
RHO	40	36,4	4,9	60	33,2	3,9	34,5	4,6	26,9
EMO	37	38,2	3,6	63	33,9	4,8	35,5	4,8	27,6
KARHO	20	38,5	6,9	80	33,2	5,7	34,3	6,2	24,1
KAREMO	20	39,5	2,8	80	34,4	4,9	35,4	5,0	27,2

Tabelle 16: Ergebnisse der Berechnungen, Serie (C)

Reihe	Bruchursache						gesamt		
	Holz			KZV					
	Anteil	Biegefestigkeit $f_B$		Anteil	Biegefestigkeit $f_B$		Mittelwert	Standardabweichung	5%-Fraktile <sup>1)</sup>
		Mittelwert	Standardabweichung		Mittelwert	Standardabweichung			
%	$\bar{x}$	s	%	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$x_5$	
	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>		N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>	
KI I	47	36,6	2,9	53	33,5	5,3	35,0	4,5	27,6
KI II	53	35,6	3,1	47	33,0	5,1	34,4	4,3	27,3
KAR	48	36,9	4,3	52	34,5	3,8	35,7	4,2	28,8
RHO	70	37,1	4,0	30	37,6	4,7	37,2	4,2	30,3
EMO	57	38,3	3,8	43	37,5	4,8	38,0	4,2	31,1
KARHO	40	39,0	5,2	60	37,4	5,8	38,0	5,6	28,8
KAREMO	50	40,7	4,2	50	39,1	3,3	39,9	3,8	33,6

BIEGEFESTIGKEIT VON BRETTSCHICHTHOLZ IN ABHÄNGIGKEIT  
VON ROHDICHTE, ELASTIZITÄTSMODUL, ÄSTIGKEIT UND KEILZINKUNG  
DER LAMELLEN, DER LAGE DER KEILZINKUNG SOWIE VON DER TRÄGERHÖHE

Teil B: Münchner Untersuchungen

von

Bodo Heimeshoff und Rupert Kneidl

Lehrstuhl für Baukonstruktion und Holzbau  
Technische Universität München  
o.Prof.Dr.-Ing. Bodo Heimeshoff

1987

## Inhalt

- 1 Ziel der Münchner Untersuchungen
- 2 Mechanisches Modell
  - 2.1 Statisches System
  - 2.2 Grundgleichungen
- 3 Beschreibung des Rechenganges
  - 3.1 Zustandsgrößenvektor
  - 3.2 Übertragungsmatrix und Lasteinflußvektor
  - 3.3 Steifigkeitsmatrix und Volleinspannvektor
  - 3.4 Gesamtsteifigkeitsmatrix
  - 3.5 Lagerungsbedingungen und Einzellasten
  - 3.6 Zustandsgrößenermittlung entlang des Trägers
- 4 Berechnung der Tragfähigkeit von Brettschichtholzträgern mit dem Münchner Rechenmodell
  - 4.1 Trägergeometrie und Simulation von Eingabewerten
  - 4.2 Bruchkriterien
  - 4.3 Vergleichende Berechnungen verschiedener Versuchsträger mit bekanntem Aufbau
- 5 Zusammenfassung
- 6 Literatur

Anlagen: Rechnerische Zustandsgrößen ausgewählter Träger

Anlage 1 bis 6 : Träger aus 10 Lamellen

Anlage 7 bis 12: Träger aus 10 Lamellen,  
Stumpfstoß in der 9. Lamelle

Anlage 13 bis 15: Träger aus 5 Lamellen

Anlage 16 bis 18: Träger aus 5 Lamellen,  
Stumpfstoß in der 4. Lamelle

## 1 Ziel der Münchner Untersuchungen

Die Zuverlässigkeit einer Vorhersage der Festigkeit eines Bauteils wird einerseits vom zugrundeliegenden mechanischen Modell, andererseits vom verwendeten stochastischen Modell maßgebend bestimmt.

Das stochastische Modell stellt die Eingangswerte für das in sich deterministische mechanische Modell zur Verfügung. Das mechanische Modell beschreibt darauf aufbauend das Tragverhalten des Bauteils. Bei Brettschichtholz wird das Tragverhalten wesentlich von den Eigenschaften der verwendeten Brettlamellen bestimmt. Dabei kommt den Keilzinkungen, der Ästigkeit und der Rohdichte der auf Zug beanspruchten Lamellen besondere Bedeutung zu.

Im Rahmen der Karlsruher Untersuchungen wurde das stochastische Modell verfeinert. Durch diese Verbesserungen konnten zuverlässigere Vorhersagen der Bruchlasten bei Anwendung des im Rahmen der 1. Stufe dieses Forschungsvorhabens entwickelten Karlsruher Finite-Element-Programmes gemacht werden.

Ziel der Münchner Untersuchungen war die Bereitstellung eines alternativen Rechenverfahrens zur Ermittlung der Festigkeit eines Brettschichtholzträgers. Der Schwerpunkt der Münchner Arbeiten lag in der Entwicklung eines alternativen mechanischen Modells und in der Ermittlung von Bruchkriterien. Überprüfungsmöglichkeiten waren durch die Ergebnisse von in Karlsruhe durchgeführten Versuchen und durch Vergleichsrechnungen mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente gegeben.

## 2 Mechanisches Modell

### 2.1 Statisches System

Ein Brettschichtholzträger, der aus einer Vielzahl aufeinandergeleimter Brettlamellen hergestellt ist, bildet auch bei äußerlich statisch bestimmter Lagerung eine komplizierte mechanische Struktur. Da für die einzelnen Lamellen das Verhältnis von Lamellenhöhe zur Länge der Lamelle sehr klein ist, kann für jede einzelne Lamelle im Träger Balkentragverhalten zugrundegelegt werden. Jede Lamelle, die im Modell als Schubstarr und in Dickenrichtung als dehnstarr angenommen wird, ist mit den benachbarten Lamellen elastisch gekoppelt. In diesen Kopplungen können Verformungen aus Querpressung und Schubverformungen berücksichtigt werden. Bild 1 zeigt einen aus  $m$  Einzellamellen aufgebauten Brettschichtholzträger. In Bild 2 ist die elastische Kopplung benachbarten Lamellen in Form "verschmierter" Federn dargestellt. Die einzelnen Lamellen werden von oben nach unten durchnummeriert. Der Index  $i$  bei den Federsteifigkeiten kennzeichnet die Kopplung zwischen der  $i$ -ten und  $(i + 1)$ -ten Lamelle.

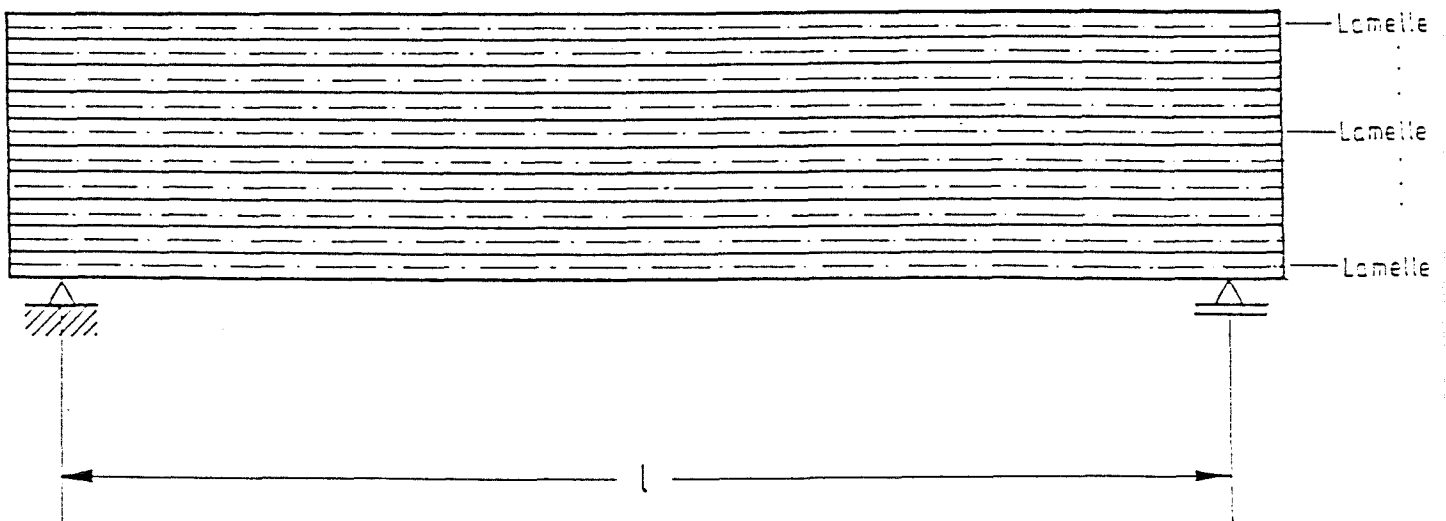


Bild 1: Statisches System für einen Brettschichtholzträger

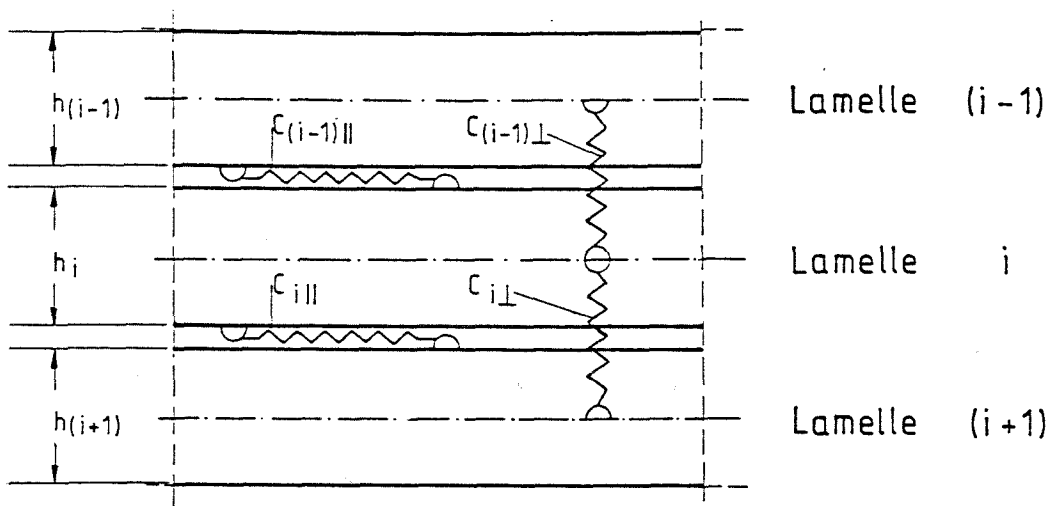


Bild 2: Elastische Kopplung der Lamellen

Wird die Lamellenhöhe der  $i$ -ten Lamelle mit  $h_i$  bezeichnet und die Lamellenbreite gleich der Trägerbreite  $b$  gesetzt, so erhält man zusammen mit den Elastizitätsmoduln rechtwinklig zur Faserrichtung und den Schubmoduln zweier benachbarter Lamellen folgende Bestimmungsgleichungen für die "verschmierten" Federsteifigkeiten  $C_{i\perp}$  und  $C_{i\parallel}$ :

$$C_{i\perp} = \frac{2 \cdot b \cdot E_{i\perp} \cdot E_{(i+1)\perp}}{h_i \cdot E_{(i+1)\perp} + h_{(i+1)} \cdot E_{i\perp}} \quad (1)$$

und damit für konstante E-Moduln  $E_{\perp}$  rechtwinklig zur Faserrichtung

$$C_{i\perp} = \frac{2 \cdot b \cdot E_{\perp}}{h_i + h_{(i+1)}} \quad (2)$$

Setzt man die Schubverzerrung eines Elements, das von der Schwerachse von Lamelle  $i$  und der Schwerachse von Lamelle  $(i + 1)$  begrenzt wird, gleich der Schubverzerrung, die durch eine wie in Bild 2 dargestellte Feder  $C_{i\parallel}$  verursacht wird, so ergibt sich analog zu Gleichung (1)

$$C_{i||} = \frac{2 \cdot b \cdot G_i \cdot G_{(i+1)}}{h_i \cdot G_{(i+1)} + h_{(i+1)} \cdot G_i} \quad (3)$$

Für konstante Schubmoduln  $G$  folgt

$$C_{i||} = \frac{2 \cdot b \cdot G}{h_i + h_{(i+1)}} \quad (4)$$

Die Angabe unterschiedlicher Lamellenhöhen in obigen Gleichungen wird belassen, da sich bei Vergleichsrechnungen herausgestellt hat, daß in nicht genauer zu untersuchenden Trägerbereichen eine Zusammenfassung mehrerer Lamellen zu einer "Gesamtlamelle" möglich ist, ohne zu einer nennenswerten Änderung der übrigen Zustandsgrößen des Trägers zu führen.



## 2.2 Grundgleichungen

Nach Abschnitt 2.1 setzt sich ein Brettschichtholzträger aus  $m$  übereinanderliegenden und untereinander elastisch gekoppelten Biegebalken (Lamellen) zusammen. Jeder dieser Biegebalken wird durch die in Bild 3 dargestellten sechs Zustandsgrößen vollständig beschrieben.

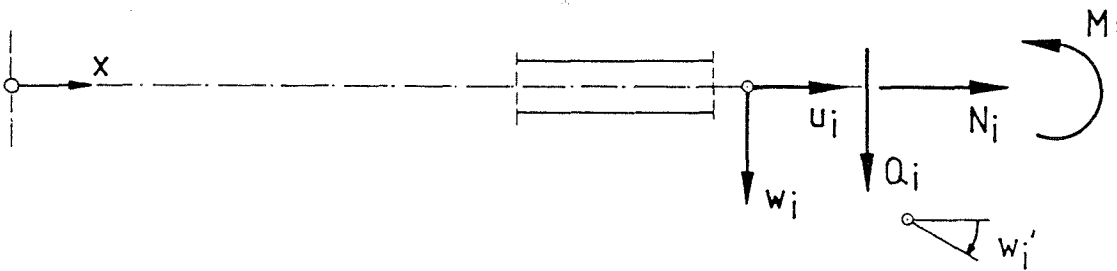


Bild 3: Zustandsgrößen der  $i$ -ten Lamelle

Alle angegebenen Größen sind Funktionen der Stablängscoordinate  $x$ . Entsprechend den Annahmen der technischen Balkenbiegelehre ergeben sich folgende Zusammenhänge zwischen Schnittgrößen und Verformungen am Einzelbalken  $i$ :

$$u'_i = \frac{N_i}{E_i A_i} \quad (5)$$

$$w''_i = - \frac{M_i}{E_i I_i} \quad (6)$$

Mit  $A_i$  und  $I_i$  wird die ebenfalls von  $x$  abhängige Fläche bzw. das Trägheitsmoment des Querschnitts bezeichnet mit  $E_i$  der veränderlich E-Modul des Einzelbalkens in Faserrichtung.

In Bild 4 sind die auf ein Element der Lamelle  $i$  wirkenden Kraftgrößen dargestellt.

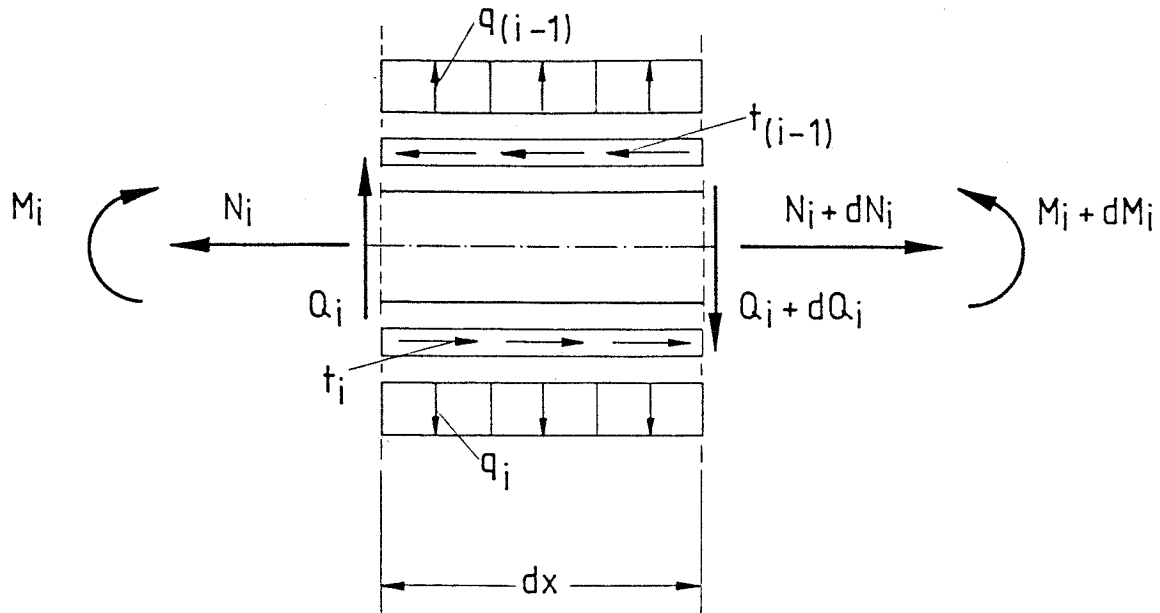


Bild 4: Kraftgrößen an einem Lamellenelement

Die Streckenbelastungen  $q_i$  und  $t_i$  werden durch die elastischen Kopplungen der Lamellen hervorgerufen. Für die Querpressung ergibt sich

$$q_i = (w_{i+1} - w_i) \cdot C_{i\perp} \quad (7)$$

Für die Schubbelastung in der Fuge zweier benachbarter Lamellen folgt analog zu den von W. Schelling (12) angegebenen Beziehungen, jedoch ohne von der Vereinfachung affiner Biegelinien Gebrauch zu machen

$$t_i = (u_{i+1} + \varphi_{(i+1)} \cdot \frac{h_{(i+1)}}{2} - u_i + \varphi_i \cdot \frac{h_i}{2}) \cdot C_{i\parallel} \quad (8)$$

Die drei Gleichgewichtsbedingungen für das Element lauten

$$N'_i = -t_i + t_{(i-1)} \quad (9)$$

$$Q'_i = -q_i + q_{(i-1)} \quad (10)$$

$$M'_i = Q_i - (t_{(i-1)} + t_i) \cdot \frac{h_i}{2} \quad (11)$$

Äußere Lasten auf die betrachtete Lamelle sind gegebenenfalls in die Gleichungen (9) bis (11) einzufügen.

Da Schubverformungen der einzelnen Lamellen in den Fugensteifigkeiten  $C_{i\parallel}$  berücksichtigt werden, gilt weiterhin

$$w'_i = \varphi_i \quad (12)$$

Mit (5), (6) und (9) bis (12) stehen sechs Differentialgleichungen zur Bestimmung der sechs Zustandsgrößen jeder Lamelle zur Verfügung.

### 3 Beschreibung des Rechenganges

#### 3.1 Zustandsgrößenvektor

Beschreibt man das Balkentragverhalten jeder Lamelle im Querschnitt durch ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung, so gilt für die  $i$ -te Lamelle nach Abschnitt 2.2

$$\left. \begin{aligned}
 w'_i &= w'_i \\
 w''_i &= - \frac{1}{E_i I_i} \cdot M_i \\
 u'_i &= \frac{1}{E_i A_i} \cdot N_i \\
 Q'_i &= - q_i + q_{(i-1)} \\
 M'_i &= Q_i - (t_{(i-1)} + t_i) \cdot \frac{h_i}{2} \\
 N'_i &= - t_i + t_{(i-1)}
 \end{aligned} \right\} (13)$$

Als Zustandsgrößenvektor der  $i$ -ten Lamelle wird folgender Vektor bezeichnet

$$\underline{R}_i = \underbrace{(w_i, w'_i, u_i)}_{\underline{V}_i}, \underbrace{(Q_i, M_i, N_i)}_{\underline{K}_i}^t$$

$\underline{V}_i$  und  $\underline{K}_i$  enthalten die Verformungsgrößen bzw. die Kraftgrößen der betreffenden Lamelle.

Zur Beschreibung des gesamten Brettschichtholzträgers dient der Vektor

$$\begin{aligned}
 \underline{R} &= (\underline{R}_1, \dots, \underline{R}_i, \dots, \underline{R}_m)^t \\
 &= (\underline{V}_1, \underline{K}_1, \dots, \underline{V}_i, \underline{K}_i, \dots, \underline{V}_m, \underline{K}_m)^t
 \end{aligned}$$

Entsprechend kann zur Beschreibung des gesamten Trägers das  $li$ -

neare Differentialgleichungssystem 1. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten

$$\underline{R}' = \underline{A} \cdot \underline{R} + \underline{L} \quad (14)$$

herangezogen werden.

Hierbei ist A die Koeffizientenmatrix mit (6·m) Zeilen und Spalten. Wegen der veränderlichen Balkenkennwerte in Balkenlängsrichtung sind die einzelnen Koeffizienten von A nicht notwendig konstant. Die Matrix A besitzt Diagonalstruktur, da jede Lamelle nur von ihren Nachbarlamellen unmittelbar beeinflusst wird. Im Lastvektor L sind die von außen auf die einzelnen Lamellen wirkenden Streckenbelastungen enthalten. Die Berücksichtigung von Einzellasten erfolgt über das Einfügen von speziellen Rand- und Übergangsbedingungen und wird in Abschnitt 3.4 dargestellt.

### 3.2 Übertragungsmatrix und Lasteinflußvektor

Zur Lösung des Differentialgleichungssystems (14) wurden ein numerisches Integrationsverfahren und das Verfahren der Steifigkeitsmatrizen (siehe z.B. (11)) herangezogen.

Dazu werden zunächst die Übertragungsmatrix und der Lasteinflußvektor des Trägers durch numerische Integration des Differentialgleichungssystems (14) bestimmt.

Die Übertragungsmatrix  $\underline{U}$  verknüpft die Zustandsgrößen an den beiden Enden eines betrachteten Stababschnittes miteinander. Werden die Zustandsgrößen am rechten Abschnittsende mit  $\underline{R}_r$ , die am linken Abschnittsende mit  $\underline{R}_l$  bezeichnet, so soll zwischen diesen beiden Zustandsgrößenvektoren die Beziehung

$$\underline{R}_r = \underline{U} \cdot \underline{R}_l + \underline{q} \quad (15)$$

gelten.

Der Lasteinflußvektor  $\underline{q}$  gibt den Einfluß der Lasten auf die Zustandsgrößen  $\underline{R}_r$  wieder.

Zur Bestimmung der j-ten Spalte der Übertragungsmatrix  $\underline{U}$  wird der Zustandsgrößenvektor  $\underline{R}_l$  am linken Abschnittsende bis auf die j-te Zeile gleich 0 gesetzt, die j-te Zeile wird mit dem Wert 1 belegt. Der Lastvektor  $\underline{L}$  wird vollständig gleich 0 gesetzt. Nach numerischer Integration des Differentialgleichungssystems (14) über die Abschnittslänge ergibt sich die j-te Spalte der Übertragungsmatrix  $\underline{U}$  als Zustandsgrößenvektor am rechten Abschnittsende. Nach (m.6) solcher Integrationen ist  $\underline{U}$  vollständig bestimmt.

Den Lasteinflußvektor  $\underline{q}$  erhält man nach einmaliger Integration des Differentialgleichungssystems (14), wobei der Zustandsgrößenvektor  $\underline{R}_l$  am linken Stabende gleich 0 gesetzt wird.

Für die weiteren Rechenschritte hat es sich als zweckmäßig erwiesen, die Übertragungsmatrix  $\underline{U}$  und den Lasteinflußvektor  $\underline{q}$  umzuorganisieren.

Die Übertragungsmatrix und der Lasteinflußvektor werden nunmehr so umgeformt, daß in den Zustandsgrößenvektoren  $\underline{R}$  der Reihe nach zunächst die  $m$  Verformungsgrößenvektoren gefolgt von den  $m$  Kraftgrößenvektoren stehen. Gleichung 15 lautet dann etwas ausführlicher und mit den umorganisierten Größen:

$$\begin{array}{c}
 \left. \begin{array}{c} \underline{V}_r \\ \underline{K}_r \end{array} \right\} \begin{array}{c} \left( \begin{array}{c} \underline{V}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{V}_m \\ \underline{K}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{K}_m \end{array} \right)_r \\ \underline{R}_r \end{array} = \underbrace{\begin{array}{c} \left( \begin{array}{cc} \underline{U}_{11} & \underline{U}_{12} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \underline{U}_{21} & \underline{U}_{22} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{array} \right)}_{\underline{U}} \cdot \underbrace{\left( \begin{array}{c} \underline{V}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{V}_m \\ \underline{K}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{K}_m \end{array} \right)_1}_{\underline{R}_1} + \underbrace{\left( \begin{array}{c} \underline{V}_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{K}_0 \end{array} \right)}_{\underline{q}} \quad (16)
 \end{array}$$

$\underline{U}$  und  $\underline{q}$  bedeuten im weiteren die umorganisierte Übertragungsmatrix bzw. den umorganisierten Lasteinflußvektor.

### 3.3 Steifigkeitsmatrix und Volleinspannvektor

Die Steifigkeitsmatrix eines Trägerabschnitts verknüpft die Kraftgrößen beider Abschnittsenden mit den Verformungsgrößen an den Abschnittsenden. Der Volleinspannvektor gibt den Einfluß der Lasten innerhalb des betrachteten Stababschnitts auf die Randkraftgrößen wieder.

In Matrizenform lautet diese Verknüpfung

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{K}_1 \\ \underline{K}_r \end{bmatrix}}_{\underline{K}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{S}_{11} & \underline{S}_{12} \\ \underline{S}_{21} & \underline{S}_{22} \end{bmatrix}}_{\underline{S}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_r \end{bmatrix}}_{\underline{V}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_r \end{bmatrix}}_{\underline{b}} \quad (17)$$

Hierin bedeuten:

$\underline{K}$  ... Kraftgrößenvektor

$\underline{V}$  ... Verformungsgrößenvektor

$\underline{S}$  ... Steifigkeitsmatrix mit den vier Untermatrizen  $\underline{S}_{11}$  bis  $\underline{S}_{22}$ .

$\underline{b}$  ... Volleinspannvektor, er enthält die Kraftgrößen, die sich bei voller Einspannung der Abschnittsenden ergeben.

Nach kurzer Zwischenrechnung ergeben sich aus den Gleichungen (16) und (17) die Bestimmungsgleichungen für die Untermatrizen von  $\underline{S}$  und die beiden Untervektoren von  $\underline{b}$ .

$$\begin{aligned} \underline{S}_{11} &= - \underline{U}_{12}^{-1} \cdot \underline{U}_{11} \\ \underline{S}_{12} &= \underline{U}_{12}^{-1} \\ \underline{S}_{21} &= \underline{U}_{21} - \underline{U}_{22} \cdot \underline{U}_{12}^{-1} \cdot \underline{U}_{11} \\ \underline{S}_{22} &= \underline{U}_{22} \cdot \underline{U}_{12}^{-1} \\ \underline{b}_1 &= - \underline{U}_{12}^{-1} \cdot \underline{V}_0 \\ \underline{b}_r &= - \underline{U}_{22} \cdot \underline{U}_{12}^{-1} \cdot \underline{V}_0 + \underline{K}_0 \end{aligned} \quad (18)$$



### 3.4 Gesamtsteifigkeitsmatrix

Bei der Berechnung von Brettschichtholzträgern mit realistischen Trägerlängen ist eine Unterteilung des Trägers in mehrere Abschnitte erforderlich. Einerseits bedingen die Einleitung von Einzellasten und die Lagerungen eine Unterteilung, andererseits ist eine Begrenzung der Abschnittslängen, über die die Steifigkeitsmatrizen ermittelt werden, aus numerischen Gründen notwendig. Wird über zu lange Trägerabschnitte integriert, so können Randstörungen von der Größenordnung der Rechnergenauigkeit die Zustandsgrößen am rechten Abschnittsende, und somit die gesamte Übertragungsmatrix  $\underline{U}$  und den Lasteinflußvektor  $\underline{q}$  stark verfälschen. Die berechneten Ergebnisse unterscheiden sich dabei so deutlich von den richtigen Zustandsgrößen, daß eine numerische Instabilität bei der Integration schon deshalb nicht unbemerkt bleiben kann.

Die numerische Instabilität tritt zudem ab einer bestimmten Integrationslänge "schlagartig" auf, ohne daß ein deutlicher Übergangsbereich erkennbar wäre.

Eine Kontrolle der Genauigkeit der Integrationen ist durch die Zustandsgrößenermittlung nach Abschnitt 3.6 in jedem Falle gegeben.

Wird ein Gesamtträger in  $n$  Abschnitte unterteilt, so sind die Steifigkeitsmatrizen  $\underline{S}^k$  und die Volleinspannvektoren  $\underline{b}^k$  zur Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\underline{SG}$  und den Gesamtvolleinspannvektor  $\underline{BG}$  zusammenzufügen. (Ein hochgestellter Index kennzeichnet den Stababschnitt).

Die Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\underline{SG}$  ist die Koeffizientenmatrix des Gleichungssystems zur Berechnung aller Knotenverformungen, wobei Lagerungsbedingungen und Einzellasten noch einzufügen sind. Die Knotenverformungen sind im Gesamtverformungsvektor  $\underline{VG}$  enthalten.

Der Gesamtvolleinspannvektor  $\underline{BG}$  gibt den Einfluß der äußeren Streckenbelastungen der einzelnen Abschnitte wieder.

In Matrizenform lautet dieses Gleichungssystem

$$\underline{SG} \cdot \underline{VG} + \underline{BG} = 0 \quad (19)$$

Die Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\underline{SG}$  hat Diagonalstruktur und ist symmetrisch zur Hauptdiagonale.

Wird mit  $m$  die Anzahl der Lamellen des Trägers bezeichnet, so enthält das Gleichungssystem (19) insgesamt  $(n + 1) \cdot m \cdot 3$  Zeilen.

Jede Zeile in Gleichung (19) entspricht einer Gleichgewichtsbe-  
trachtung an der Koppelstelle zweier Abschnittsenden (Knoten).

Die 3 Gleichgewichtsbedingungen des Knotens  $k$  lauten in Matrizen-  
form

$$\begin{aligned} & \underline{s}_{21}^{(k-1)} \cdot \underline{v}^{(k-1)} + (\underline{s}_{22}^{(k-1)} - \underline{s}_{11}^k) \cdot \underline{v}^k \\ & - \underline{s}_{12}^k \cdot \underline{v}^{(k+1)} + \underline{b}_r^{(k-1)} - \underline{b}_1^k = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Für den ersten und den  $(n + 1)$ -ten Knoten sind die nicht existie-  
renden Größen von Gleichung (20) gleich 0 zu setzen.

### 3.5 Lagerungsbedingungen und Einzellasten

Um das Gleichungssystem (19) lösen zu können, sind die vorhandenen Lagerungsbedingungen und gegebenenfalls Knotenlasten in Gleichung (19) zu berücksichtigen.

Bei Einfügen einer Lagerungsbedingung wird die betreffende Zeile, die das Gleichgewicht der Kraftgrößen in Richtung der Lagerungsart am entsprechenden Knoten beschreibt, bis auf das Diagonalglied gleich 0 gesetzt.

Beim Einfügen einer Einzellast wird die betreffende Zeile belasten, jedoch auf der rechten Seite der Gleichung anstelle der 0 die Einzellast eingesetzt.

Löst man nunmehr das Gleichungssystem, so erhält man als Gesamtverformungsvektor sämtliche Knotenverformungen. Durch Einsetzen dieser Knotenverformungen in Gleichung (17) für jeden Stabschnitt ergeben sich die links- und rechtsseitigen Kraftgrößen jedes Stababschnitts.

### 3.6 Zustandsgrößenermittlung entlang des Trägers

Die Zustandsgrößen innerhalb zweier Abschnittsenden ergeben sich durch einmalige numerische Integration von Gleichung (14), wobei der Zustandsgrößenvektor am linken Abschnittsende nunmehr bekannt ist. Die so ermittelten Zustandsgrößen am rechten Stabende müssen bis auf die durch Einzellasten bedingten Sprünge mit den vorher ermittelten Werten übereinstimmen. Bei hinreichend kurzen Abschnittslängen ist dies stets der Fall.

Die maximale Abschnittslänge hängt von den Steifigkeitsverhältnissen innerhalb dieses Abschnitts ab, auf ihre Wahl soll aber hier nicht weiter eingegangen werden.

## 4 Berechnung der Tragfähigkeit von Brettschichtholzträgern mit dem Münchner Rechenmodell

### 4.1 Träbergeometrie und Simulation von Eingabedaten

Am Beispiel eines Brettschichtholzträgers mit den in Bild 5 angegebenen Abmessungen und der dort eingezeichneten Lastanordnung soll die Berechnung der Tragfähigkeit verdeutlicht werden. Diese Randbedingungen entsprechen der Versuchsanordnung der Versuchsreihen 1 bis 8 der in /1/, S. 41 beschriebenen Versuche.

Zur Erläuterung des Bruchverhaltens wird in diesem Abschnitt davon ausgegangen, daß die Eigenschaften sämtlicher Lamellen bekannt sind, so daß das Tragverhalten im Rahmen des vorgestellten mechanischen Modells determiniert ist.

Bezüglich der Simulation der Lamelleneigenschaften, bzw. der Zuordnung von Eigenschaften zu gemessenen Kennwerten (Rohdichte, Astigkeit, E-Modul) wird auf Teil A verwiesen.

Im vorliegenden mechanischen Modell können folgende Eingangsdaten jeder Lamelle veränderlich sein: Querschnittsfläche ( $A_1$ ), Trägheitsmoment ( $I_1$ ), Schubfedersteifigkeit ( $C_{1\parallel}$ ), Querfedersteifigkeit ( $C_{1\perp}$ ), Lamellenhöhe ( $h_1$ ), E-Modul parallel zur Faserrichtung ( $E_{1\parallel}$ ; unterschieden nach voraussichtlicher Zug- oder Druckbeanspruchung), E-Modul rechtwinklig zur Faserrichtung ( $E_{1\perp}$ ; in  $C_{1\perp}$  enthalten). Ebenso können für jede Lamelle die Festigkeiten ( $\beta_z$ ,  $\beta_p$ ) in Lamellenlängsrichtung verschiedene Werte annehmen. Im Rechenprogramm ist für alle oben angegebenen Daten ein polygonartiger Verlauf mit "Stützstellen" im Abstand von 15 cm in Lamellenlängsrichtung vorgesehen.

Zur Verdeutlichung des Vorgehens bei der Ermittlung von Bruchlasten wird ein Träger der Versuchsreihe 1 nach /1/ zugrundegelegt. Den Lamellen sind die in /1/, Anlage 6 angegebenen Rohdichten und E-Moduln zugeordnet. Auf eine Streuung der sich ergebenden Lamelleneigenschaften innerhalb einer Lamelle wird in diesem Beispiel verzichtet.

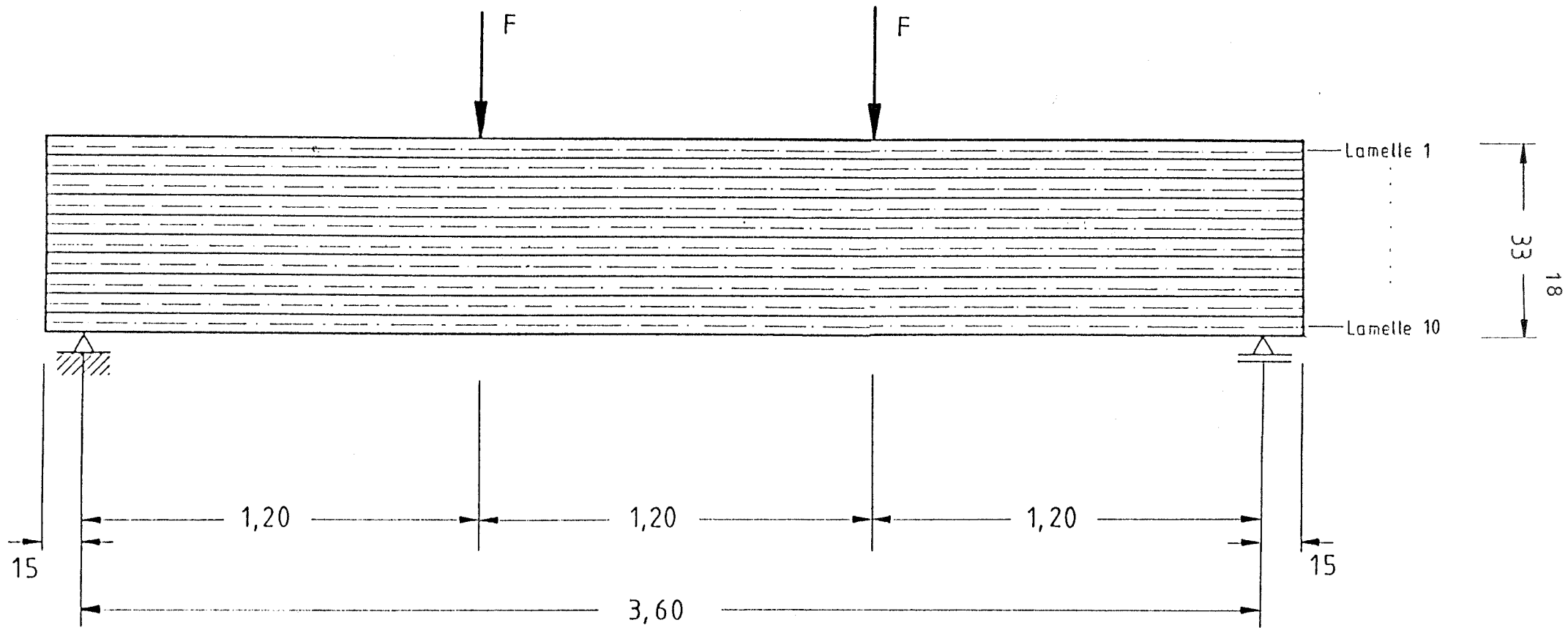


Bild 5: Tragergeometrie und Lastanordnung

Bei dem in /1/ angegebenen Träger befand sich in der zweiten Lamelle von unten ein Stumpfstoß in Trägermitte. Da sich aber die qualitativen Verläufe der Zustandsgrößen für jeden Brettschichtholzträger im Bereich unterhalb möglicher Festigkeitsüberschreitungen ähneln, sind in Anlage 1 bis 6 die Zustandsgrößen dieses Trägers für den Fall ohne Stumpfstoß angegeben. In Anlage 7 bis 12 sind die entsprechenden Zustandsgrößen unter Berücksichtigung des Stumpfstoßes enthalten. Im weiteren ist vor allem der Verlauf der Zugkräfte in den Lamellen von Bedeutung.

Durch Vergleichsrechnungen hat sich herausgestellt, daß es für die Betrachtung der untersten drei Zuglamellen ohne nennenswerten Genauigkeitsverlust möglich ist, die Lamellen in der Nähe der Nulllinie zu einer "Gesamtlamelle" zusammenzufassen. Die zwei obersten Drucklamellen werden ebenfalls zu einer Lamelle zusammengefaßt. Für diese Lamelle kann der E-Modul von Rechenschritt zu Rechenschritt verändert werden, um ein nichtlineares Spannungs-Dehnungsverhalten im Druckbereich zu berücksichtigen. Die Zustandsgrößen der verbleibenden 5 Lamellen sind in Anlage 13 und 15 für den Fall ohne Stumpfstoß, in Anlage 16 bis 18 für den Fall mit Stumpfstoß dargestellt. Die drei untersten Lamellen zeigen hierbei kaum veränderte Normalkräfte. Die Einsparungen an Rechenzeit und an benötigtem Speicherplatz sind hingegen beträchtlich.

Bild 6 zeigt die vereinfachte Trägergeometrie für die Bestimmung der Bruchlast.

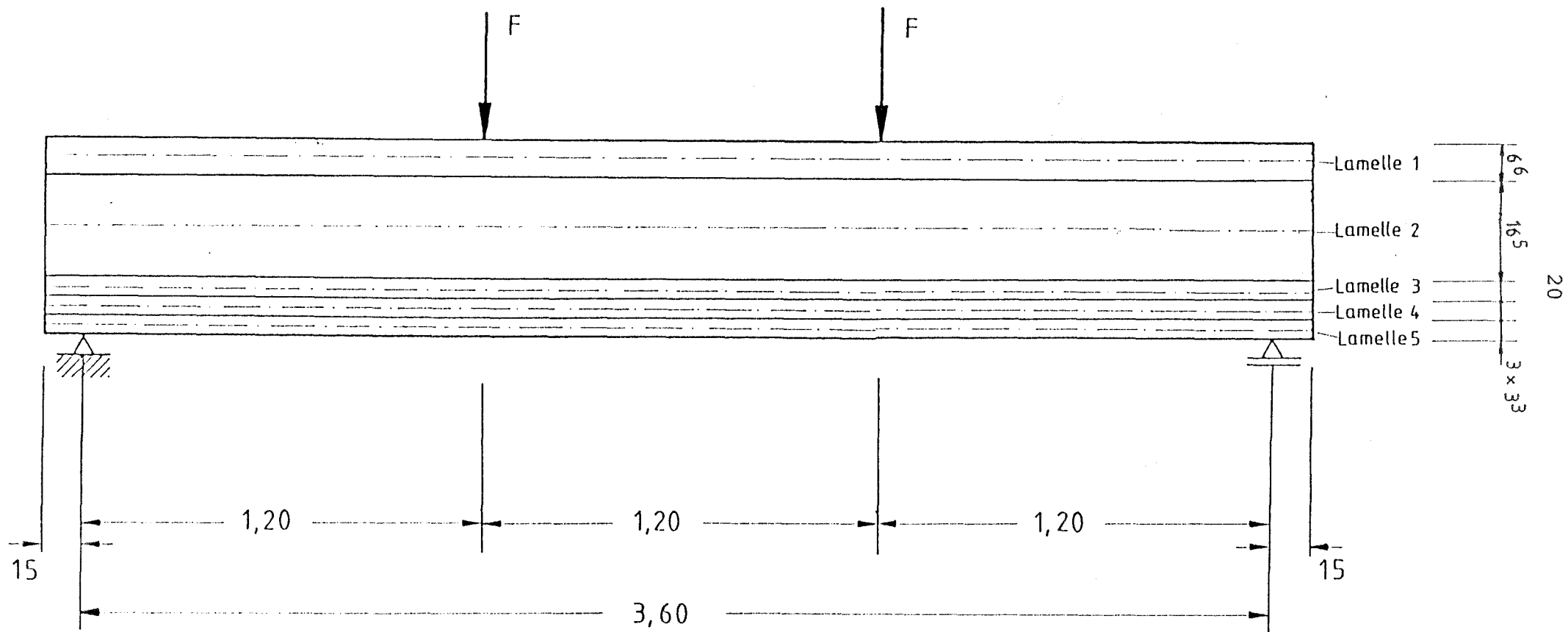


Bild 6: Vereinfachte Tragergeometrie fur die Bestimmung der Bruchlast



## 4.2 Bruchkriterien

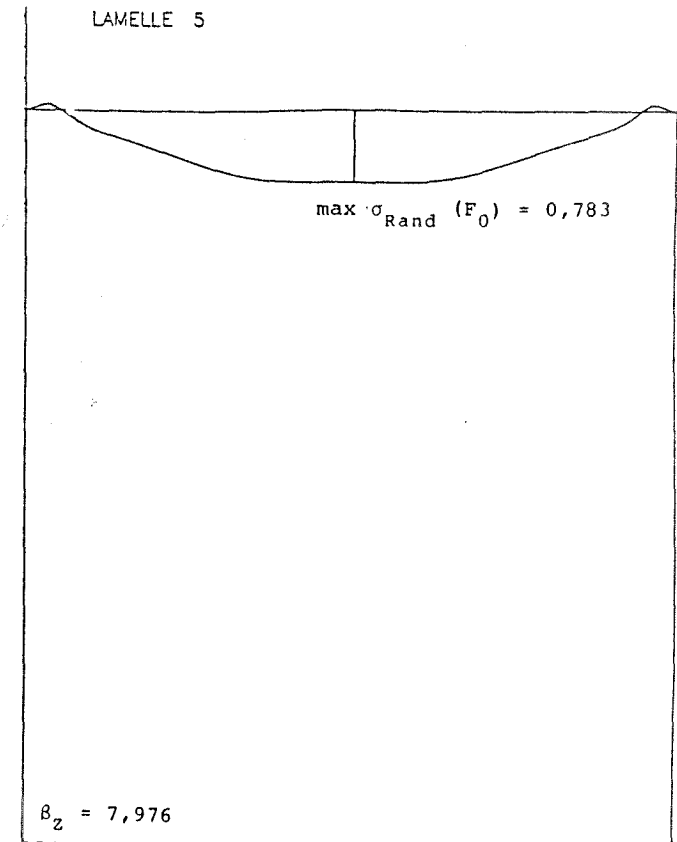
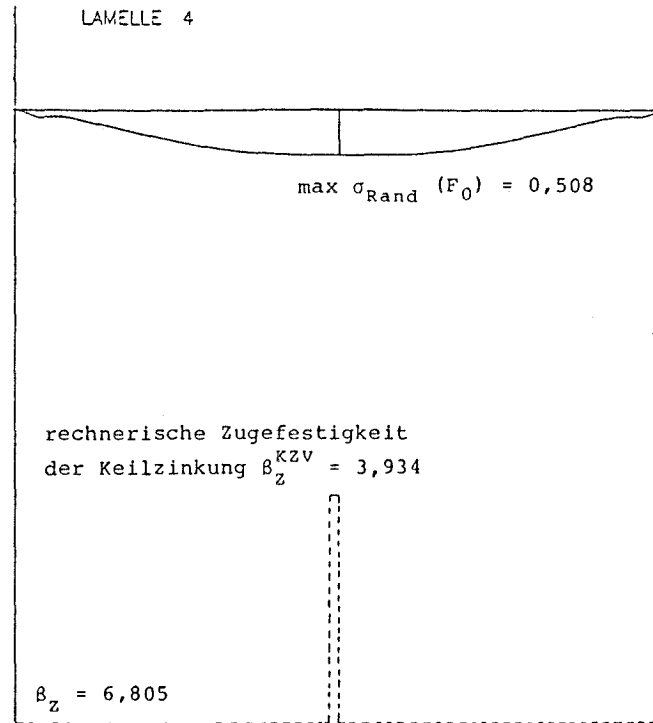
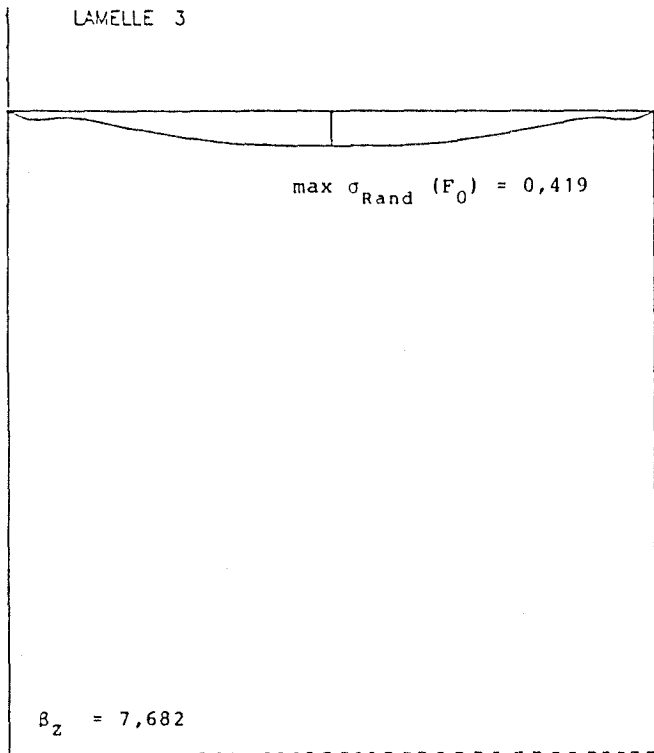
Für einen beliebigen Brettschichtholzträger wird sich im ersten Berechnungsschritt ein Verlauf der Zustandsgrößen entsprechend den Anlagen 1 bis 6 ergeben. Da sich der Träger bei hinreichend kleinen Lasten vor dem Erreichen einer Lamellenfestigkeit stets linear verhält, sind die Zustandsgrößen des ersten Berechnungsschrittes immer direkt proportional den äußeren Lasten  $F_0$ . Aus dem Festigkeitsverlauf jeder Lamelle läßt sich somit ein Verlauf der elastischen Grenzlast  $F_1$  über jede Lamelle berechnen. Der kleinste Wert aller dieser Grenzlasten ist diejenige Last, ab der das lineare Tragverhalten des Trägers verloren geht. In der Regel sind die äußeren, auf Zug beanspruchten Lamellen im Bereich der Trägermitte bestimmend für die Proportion der Grenzlast  $F_1$ . (Ist die Druckfestigkeit einer Lamelle maßgebend, so wird die Berechnung mit einem verringerten E-Modul im betreffenden Bereich dieser Lamelle wiederholt, bis die Festigkeit einer Zuglamelle erreicht ist).

Das Vorgehen zur Bestimmung von  $F_1$  soll an folgendem einfachen Beispiel verdeutlicht werden.

Für die Demonstration des prinzipiellen Vorgehens soll vorausgesetzt werden, daß für die Bestimmung von  $F_1$  eine Zuglamelle verantwortlich ist.

In Bild 7 sind mögliche Randspannungsverläufe der untersten drei Lamellen für den ersten Berechnungsschritt dargestellt. Im ersten Berechnungsschritt sind die Zustandsgrößen für eine Last  $F_0$  (hier wurde für  $F_0 = 10,0$  kN gesetzt) ermittelt.

In Bild 7 sind die aufnehmbaren Randspannungen, wie sie sich aus der Festigkeitsverteilung innerhalb einer Lamelle ergeben können, gestrichelt eingetragen. (Im Beispiel wurden vereinfachend konstante Festigkeiten angenommen; lediglich für Lamelle 4 wird eine durch eine Keilzinkung bedingte Festigkeitsverringerng in Lamellenmitte angesetzt).



$$F_1 = \frac{7,682}{0,419} \cdot 10,00 = 183,2 \text{ kN}$$

$$F_1 = \frac{3,934}{0,508} \cdot 10,00 = 77,5 \text{ kN}$$

$$F_1 = \frac{7,976}{0,783} \cdot 10,00 = 101,9 \text{ kN}$$

Bild 7: Zur Bestimmung der elastischen Grenzlast  $\min F_1$

Die Randspannung am unteren Lamellenrand ergibt sich in Abhängigkeit von der Last  $F_0$  zu:

$$\sigma_{\text{Rand}}(F_0) = \frac{N(F_0)}{A} + \frac{M(F_0)}{W} \quad (21)$$

Da der Zusammenhang zwischen dieser Randspannung ( $\sigma_{\text{Rand}}$ ) und der äußeren Last ( $F_0$ ) linear ist, kann für jeden Punkt einer Lamelle eine elastische Grenzlast  $F_1$  ermittelt werden. Diese elastische Grenzlast ergibt sich in jedem Punkt durch Gleichsetzen der infolge  $F_0$  berechneten Randspannung mit der Festigkeit der Lamelle an dieser Stelle. Die rechnerischen Festigkeiten wurden dabei aus den Untersuchungen von Heimeshoff und Glos (/2//8/) und aus Ergebnissen in /1/ abgeleitet.

Die elastische Grenzlast  $F_1$  ergibt sich aus

$$F_1 = \frac{\beta \cdot z}{\frac{N(F_0)}{A} + \frac{M(F_0)}{W}} \cdot F_0 \quad , \quad \text{für } \sigma_{\text{Rand}}(F_1) = \beta_z \quad (23)$$

Die kleinste aller so bestimmten elastischen Grenzlasten ist diejenige Last  $\min F_1$ , ab der das erste Versagen eintritt.

Im Beispiel tritt Versagen in Lamelle 4 an der Keilzinkenverbindung auf. Im zweiten Berechnungsschritt ist zu prüfen, ob die Last  $\min F_1$  vom veränderten statischen System ohne eine weitere Festigkeitsüberschreitung aufgenommen werden kann. Ist dies der Fall, so ist analog zu oben ein weiterer Rechenschritt erforderlich, der zur Bestimmung einer zweiten Grenzlast  $\min F_2$  dient ( $\min F_2$  ist hierbei notwendig größer als  $\min F_1$ ).

Der rechnerische Bruch des Gesamtträgers wird dann angenommen, wenn eine so ermittelte Grenzlast  $\min F_1$  im  $(i + 1)$ -ten Berechnungsschritt nicht mehr ohne Überschreitung der rechnerischen Festigkeiten der drei untersten Lamellen aufgenommen werden kann.

Durch Vergleichsrechnungen hat sich die Beschränkung auf die untersten drei Zuglamellen als ausreichend erwiesen.

Im Beispiel konnte bereits die elastische Grenzlast  $\min F_1$  vom verbleibenden Tragwerk nicht mehr aufgenommen werden, die in Bild 8 dargestellten Kraftumlagerungen in den drei untersten Lamellen konnten rechnerisch nicht mehr aufgenommen werden.

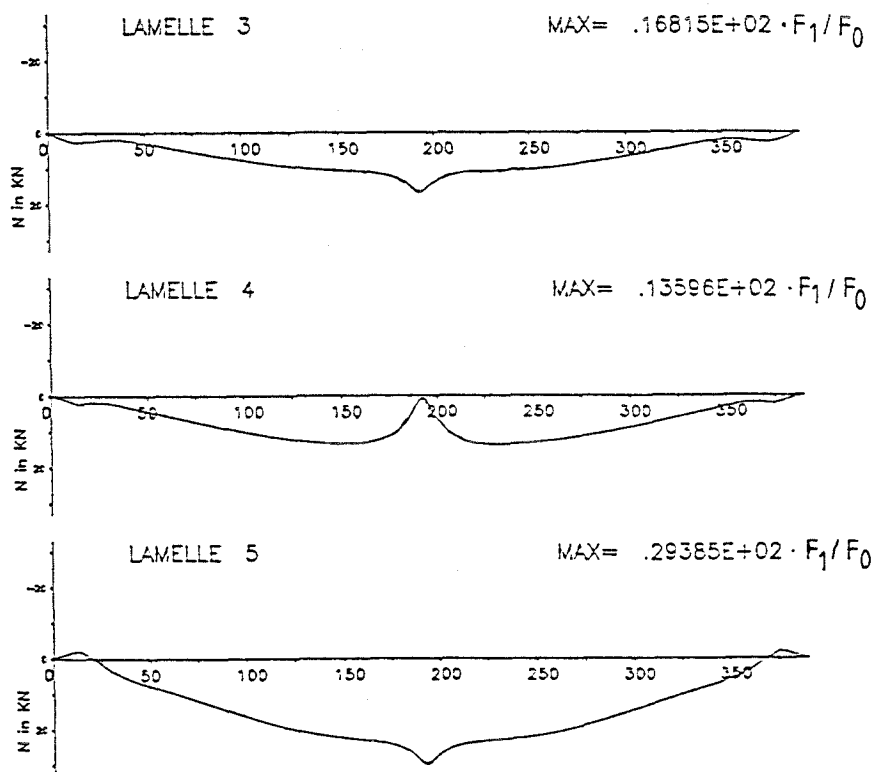


Bild 8: Längskraftverläufe der drei untersten Lamellen nach dem Aufreißen von Lamelle 4

Die rechnerische Bruchlast ergab sich unter den oben angegebenen Annahmen zu 77,5 kN.

Im Versuchsträger 1/1 (nach /1/), bei dem sich in der zweiten Lamelle von unten ein Stumpfstoß befand, entsprechen die Schnitt-

größen in Bild 8 qualitativ dem ersten Berechnungsschritt.

Rechnerisch ergab sich für diesen Träger die Bruchlast zu 75,0 kN. Im Gegensatz zum vorhergehenden Beispiel waren hier weitere Rechenschritte erforderlich, da bei einer Last von 63,4 kN die rechnerische Druckfestigkeit der obersten Lamelle erreicht war. Im Versuch ergab sich für diesen Träger eine Bruchlast von 67,9kN.

Da ausreichende Angaben über Schubfestigkeiten der Versuchsträger nicht vorlagen, wurde ein mögliches Schubversagen oder Ablösen von Lamellen bisher nicht berücksichtigt. Das Ablösen einer ange-rissenen Lamelle könnte durch das bestehende Rechenmodell bei Vorgabe einer dem Faserverlauf angepaßten Lamellengeometrie und entsprechenden Festigkeitszuordnungen erfaßt werden.

### 4.3 Vergleichende Berechnungen verschiedener Versuchsträger mit bekanntem Aufbau

Aus den Versuchsträgern in /1/ wurden zwei Träger (Träger 4/1, Träger 4/2) der Versuchsreihe 4 zur Überprüfung theoretisch ermittelten Bruchlasten herangezogen. Pro Träger wurden fünf verschiedene Eingabedatensätze zufällig erzeugt.

Für die Eingabewerte wurden, ausgehend von den Daten in /1/, Anlage 9 die zugeordneten Bretteigenschaften mit den in /1/, Anlage 2 angegebenen Streuungen herangezogen. Dadurch ergaben sich auch in Lamellenlängsrichtung veränderliche Lamelleneigenschaften.

Rechnerische Bruchlasten von Träger 4/1: 56,5 79,1 57,5 53,0 73,3  
 Versuchsergebnis: 73,0 kN.

Rechnerische Bruchlasten von Träger 4/2: 54,5 44,4 78,0 54,5 61,9  
 Versuchsergebnis: 69,6 kN.

Die Versuchsergebnisse liegen in beiden Fällen im rechnerischen Streubereich.

## 5 Zusammenfassung

Zur rechnerischen Ermittlung des Spannungs- und Verformungszustandes eines Brettschichtholzträgers, bis hin zum Versagenszustand, wurde der Träger in eine begrenzte Zahl elastisch gekoppelter Einzelbalken zerlegt. Zur Beschreibung des Tragverhaltens dieses Systems wurde ein lineares Differentialgleichungssystem 1. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten formuliert.

Ein auf das Verhalten der unteren Zuglamellen abgestimmtes Bruchkriterium erlaubt die Vorhersage der Festigkeit eines Brettschichtholzträgers. Die Akzeptanz dieses mechanischen Modells ergab sich durch Vergleiche theoretisch errechneter Bruchlasten mit experimentell ermittelten. Das vorgestellte Verfahren bildet eine Alternative zur Berechnung mit der Methode der Finiten Elemente und ist darüber hinaus für die Berechnung von Trägern mit veränderlichem elastischen Verbund vorteilhaft.

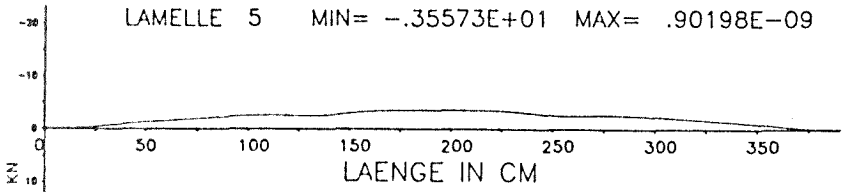
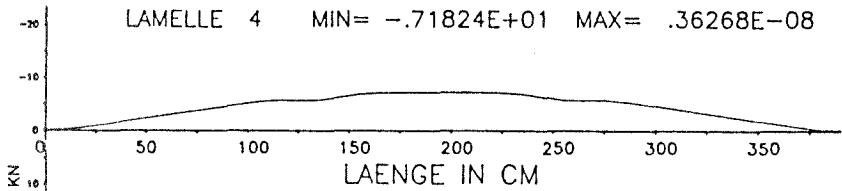
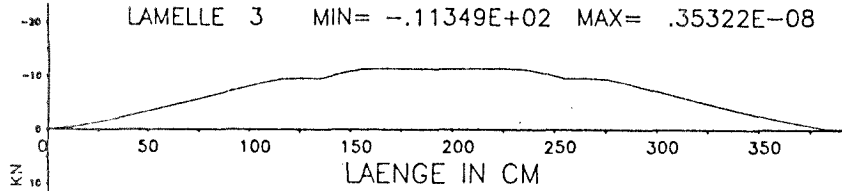
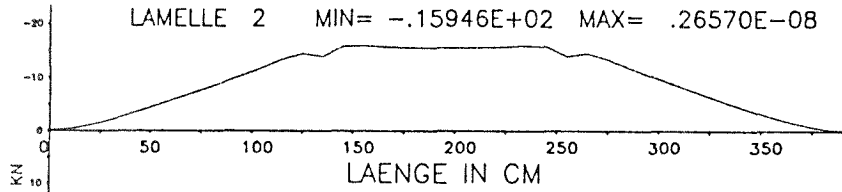
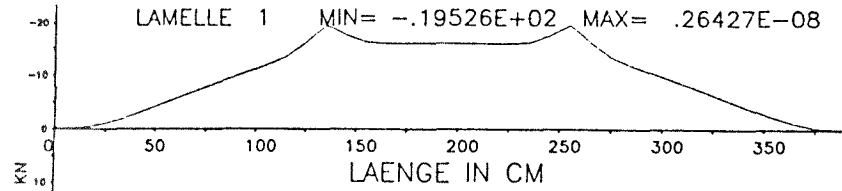
Bei Berücksichtigung der verbesserten Eingabedaten, entsprechend der in Teil A beschriebenen Untersuchungen und den daraus abgeleiteten Verteilungen der maßgebenden Holzeigenschaften, sowie bei einer hinreichend hohen Anzahl von Rechenläufen, können ausgehend vom beschriebenen Rechenmodell zuverlässige Vorhersagen über die Tragfähigkeit von Brettschichtholzträgern gemacht werden.

## 6 Literatur

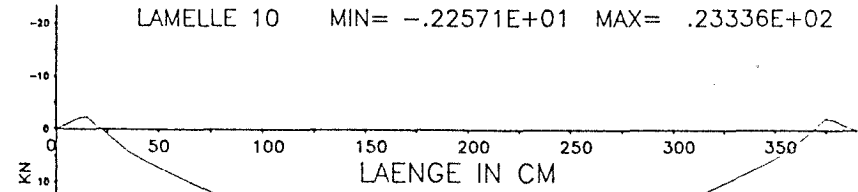
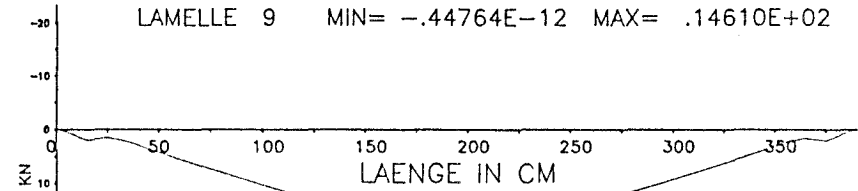
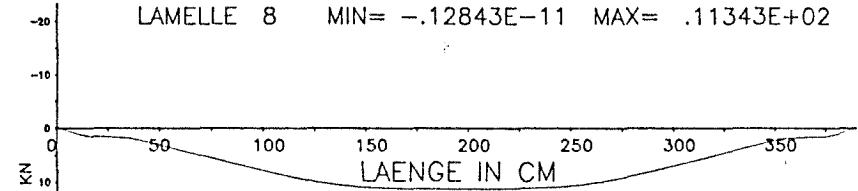
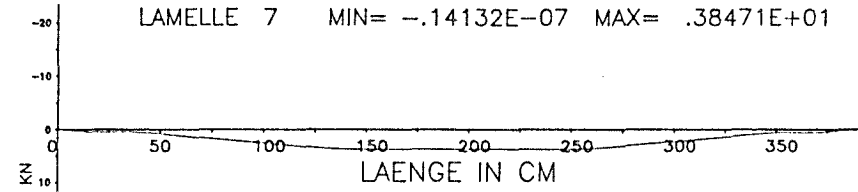
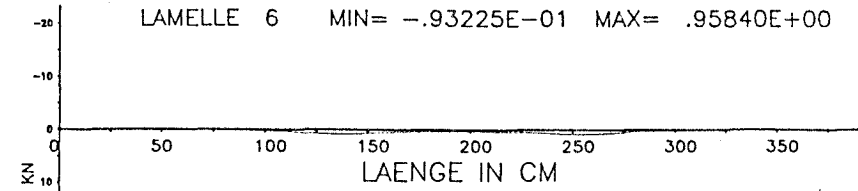
- /11/ Hahn, G.-H. 1982: Methode der finiten Elemente in der Festigkeitslehre. 2. Aufl., Wiesbaden: Akademische Verlagsgemeinschaft.
- /12/ Schelling, W. 1968: Die Berechnung nachgiebig verbundener, zusammengesetzter Biegeträger im Ingenieurholzbau. Dissertation TH Karlsruhe.



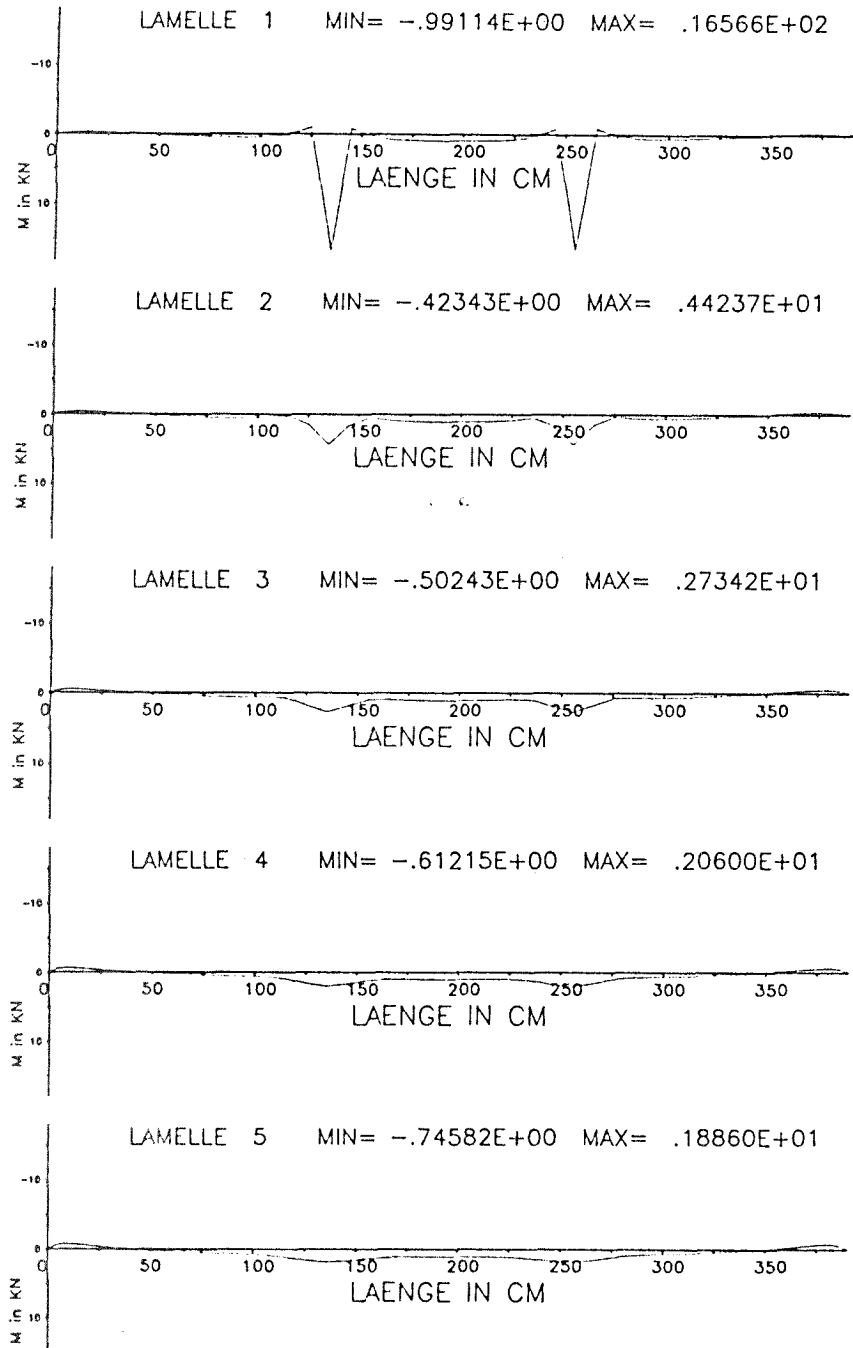
# Zustandsgrösse Normalkraft



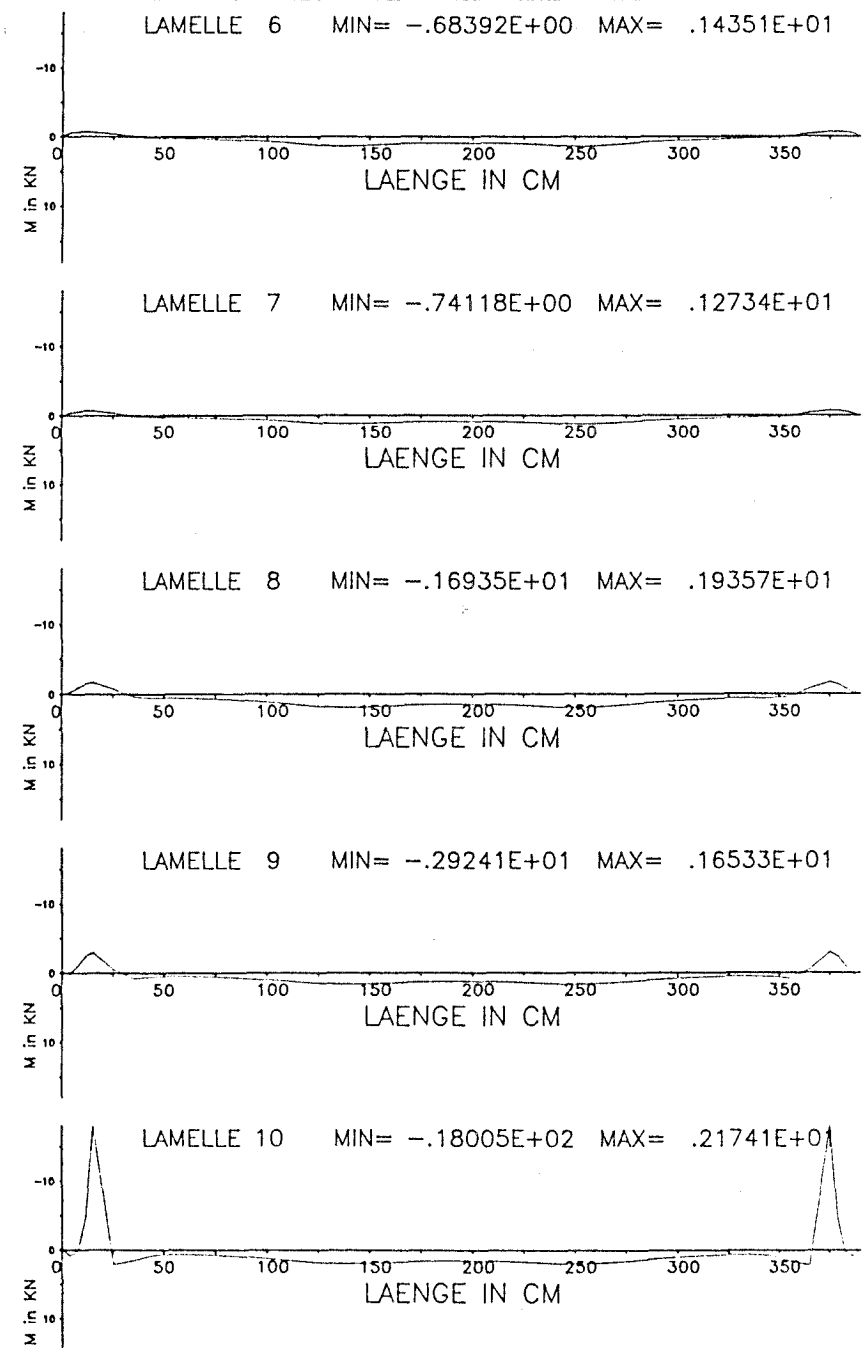
# Zustandsgrösse Normalkraft



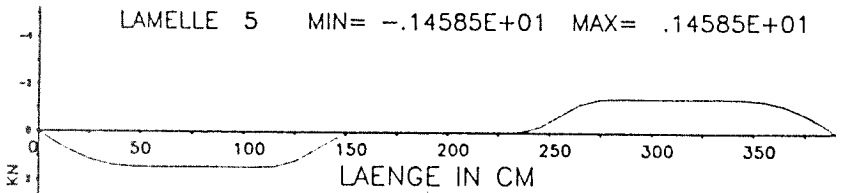
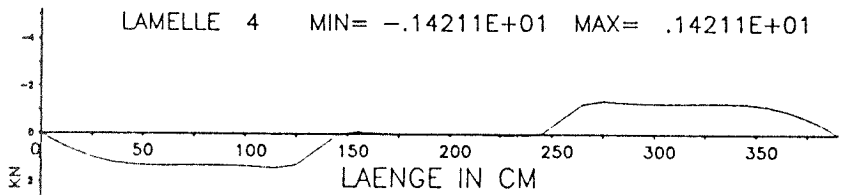
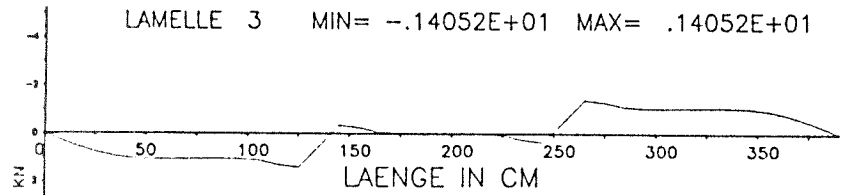
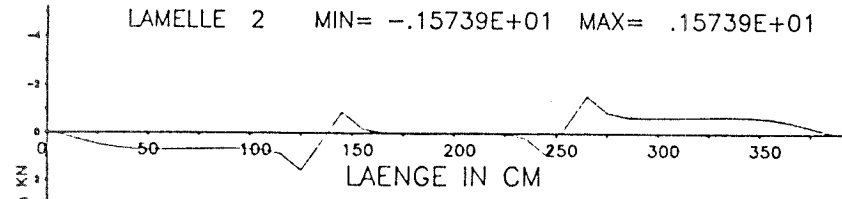
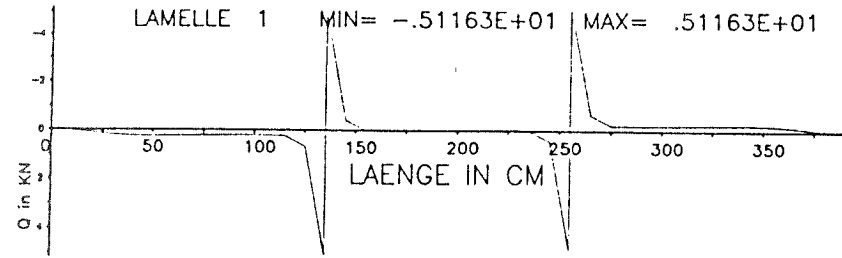
# Zustandsgrösse Moment



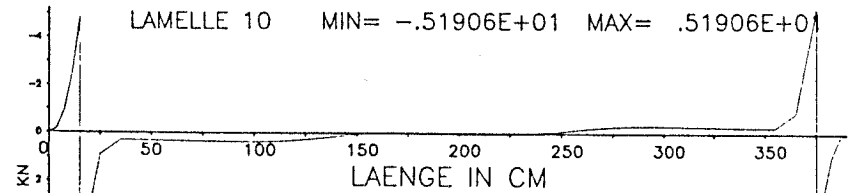
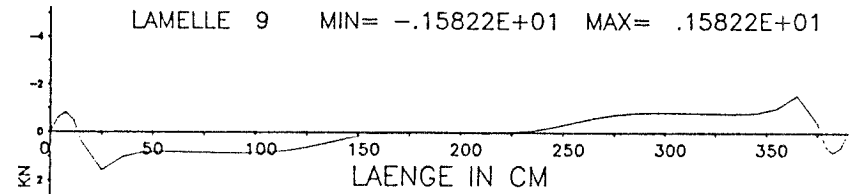
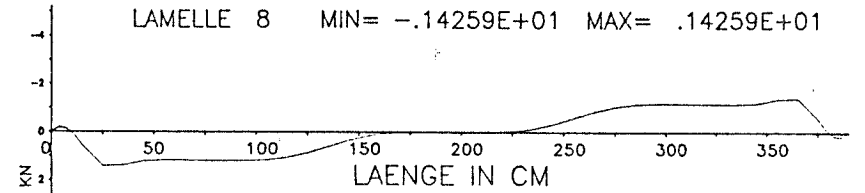
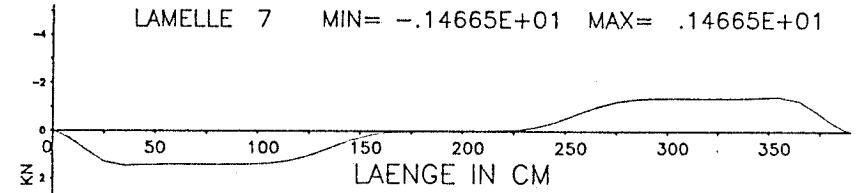
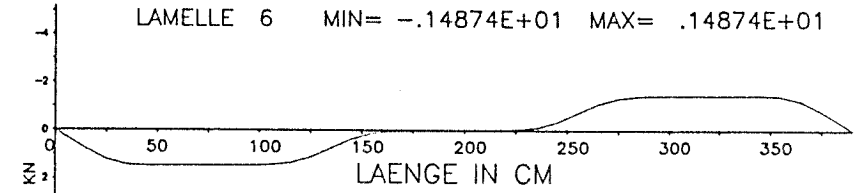
# Zustandsgrösse Moment



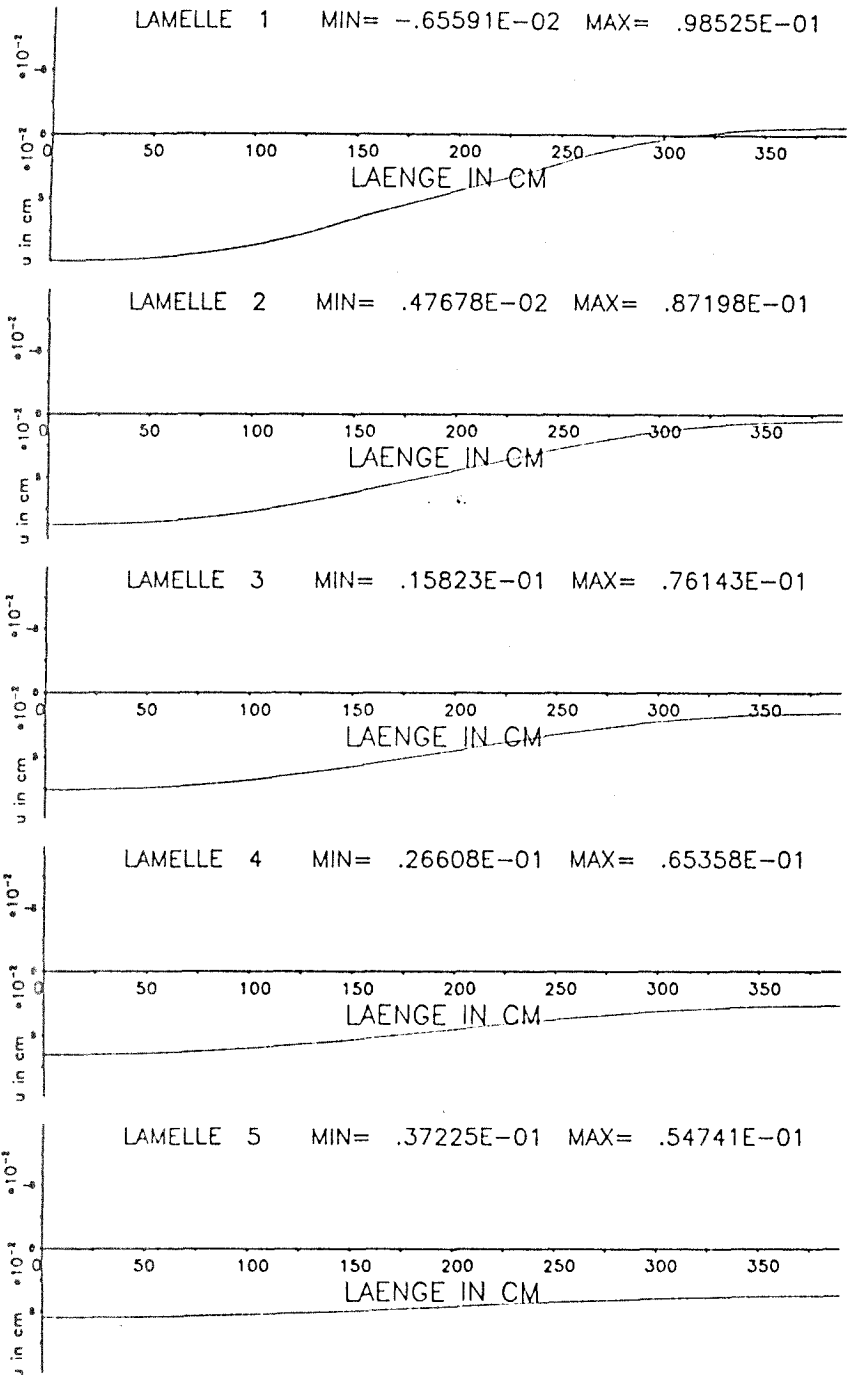
# Zustandsgrösse Querkraft



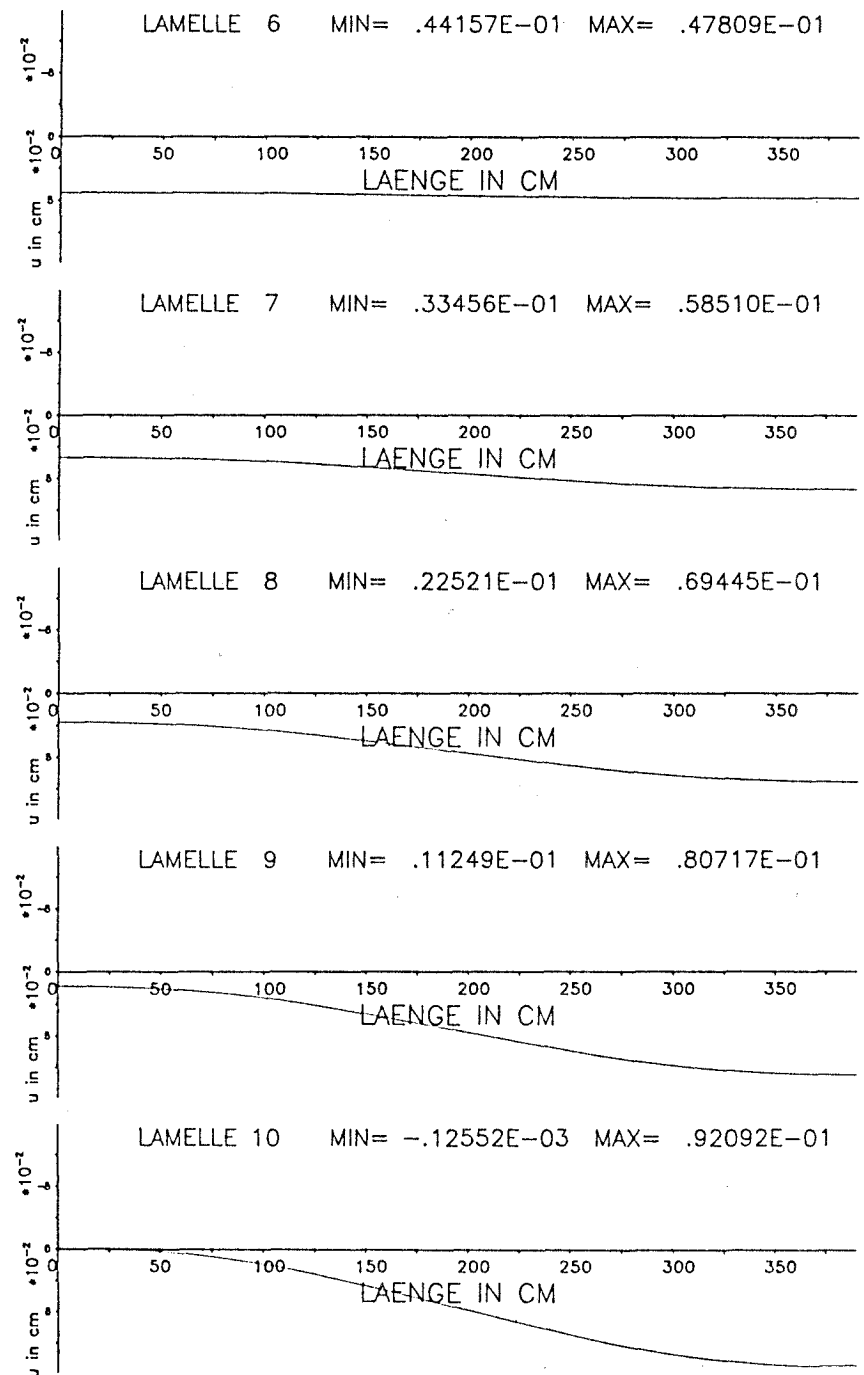
# Zustandsgrösse Querkraft



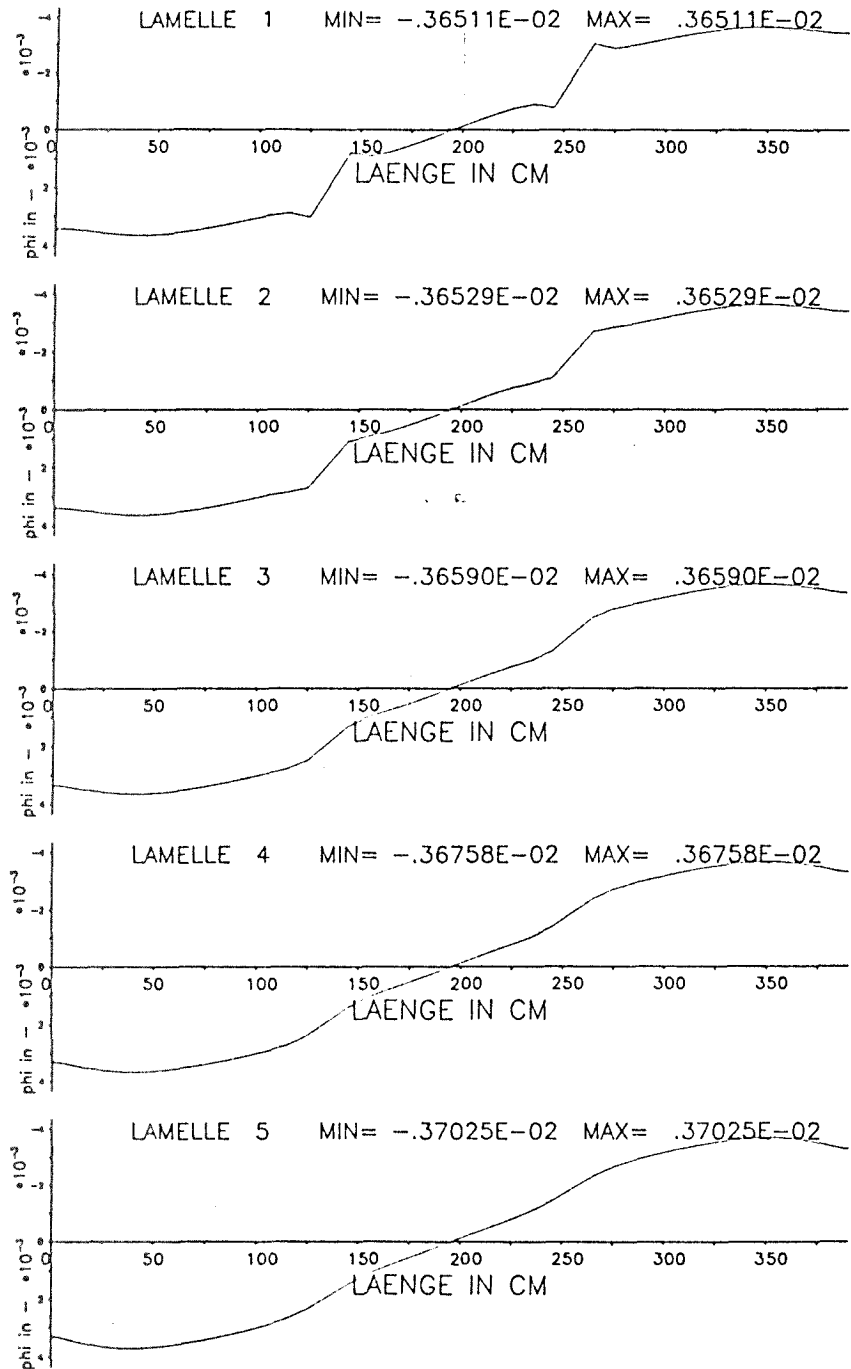
# Zustandsgrösse Verschiebung



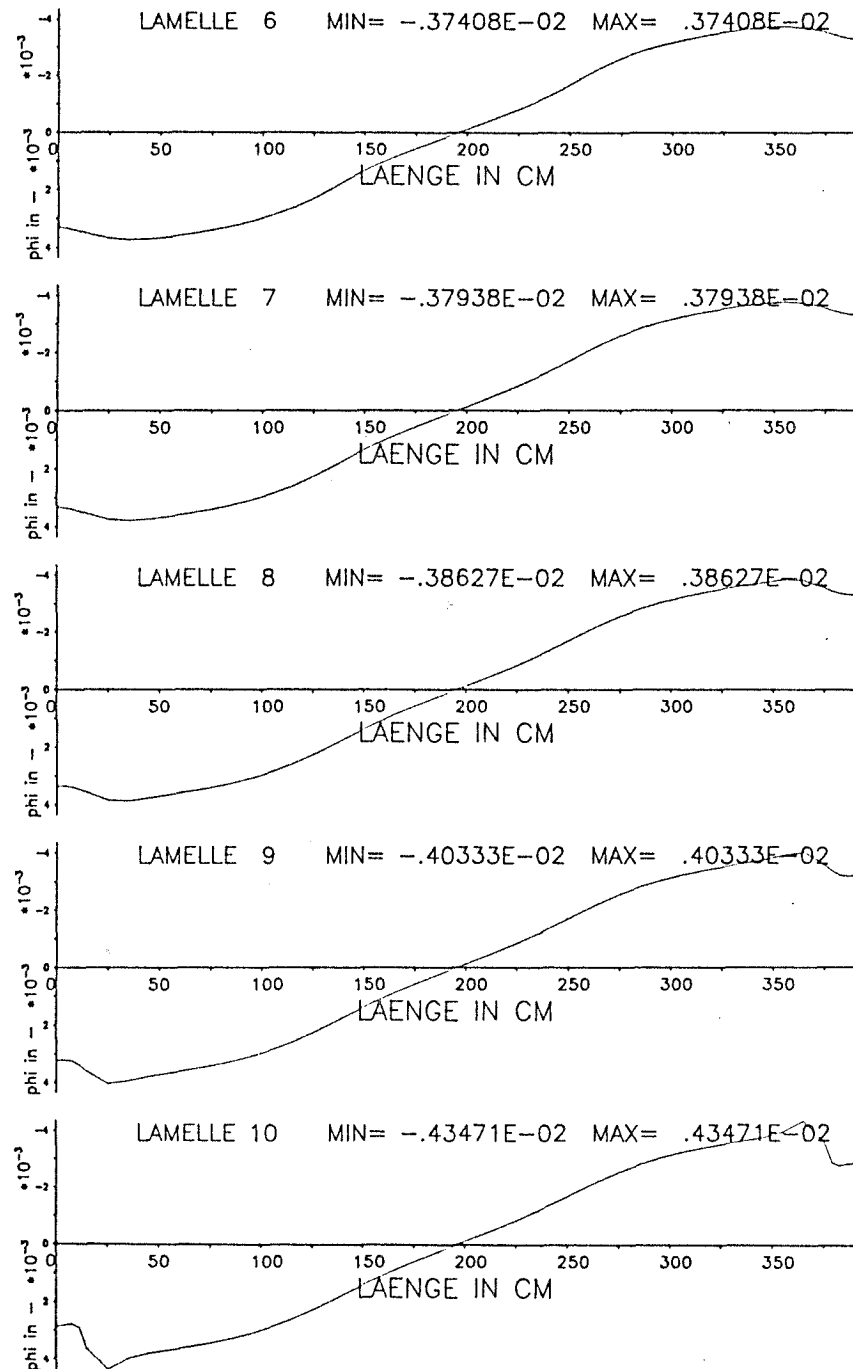
# Zustandsgrösse Verschiebung



# Zustandsgrösse Neigung

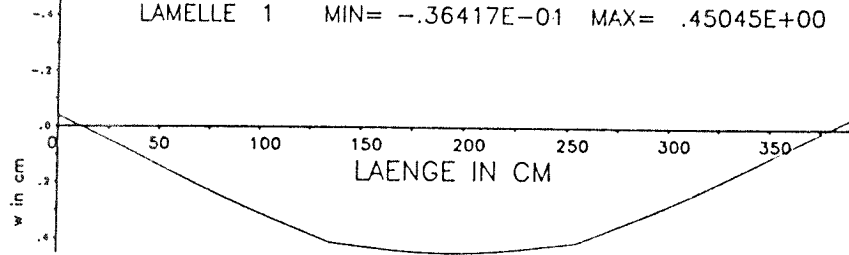


# Zustandsgrösse Neigung

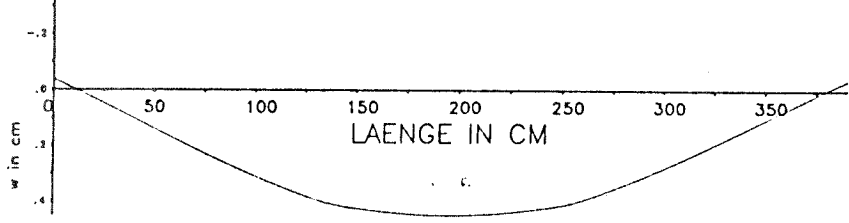


# Zustandsgrösse Durchbiegung

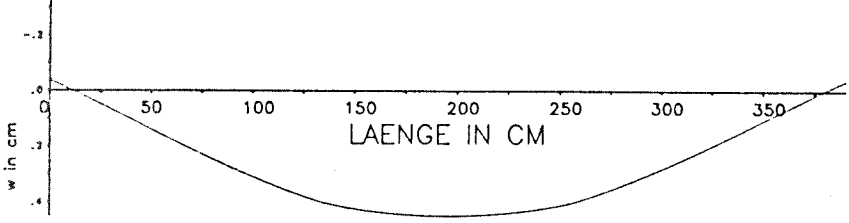
LAMELLE 1 MIN=  $-.36417E-01$  MAX=  $.45045E+00$



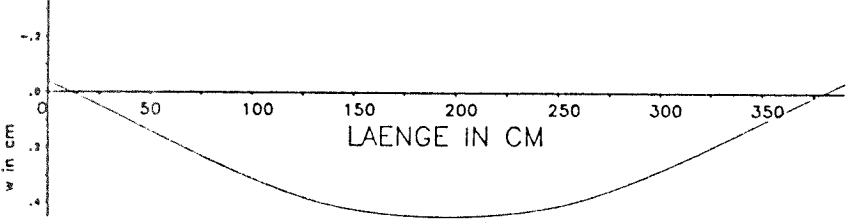
LAMELLE 2 MIN=  $-.36331E-01$  MAX=  $.45046E+00$



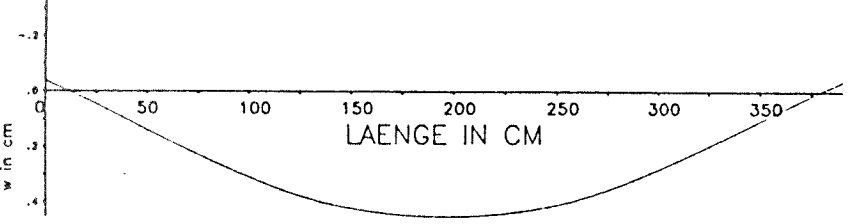
LAMELLE 3 MIN=  $-.36290E-01$  MAX=  $.45048E+00$



LAMELLE 4 MIN=  $-.36563E-01$  MAX=  $.45050E+00$

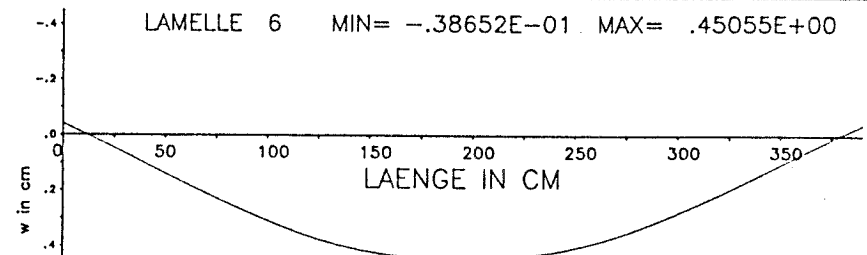


LAMELLE 5 MIN=  $-.37339E-01$  MAX=  $.45053E+00$

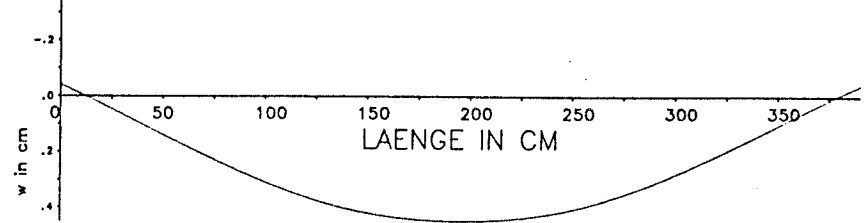


# Zustandsgrösse Durchbiegung

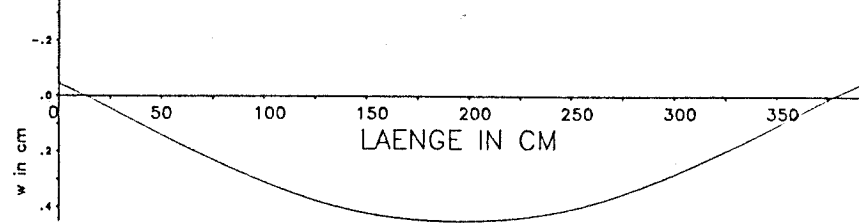
LAMELLE 6 MIN=  $-.38652E-01$  MAX=  $.45055E+00$



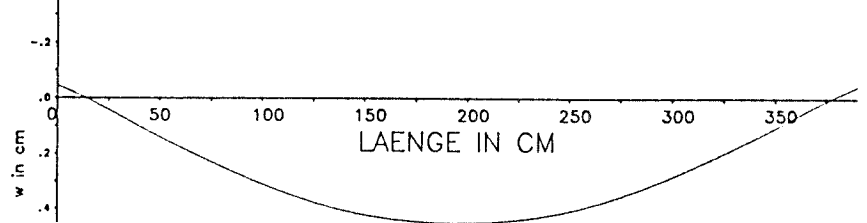
LAMELLE 7 MIN=  $-.40495E-01$  MAX=  $.45058E+00$



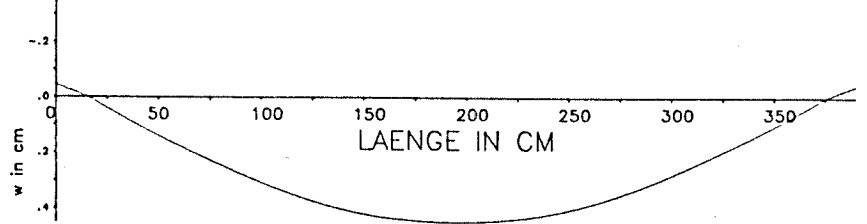
LAMELLE 8 MIN=  $-.42623E-01$  MAX=  $.45061E+00$



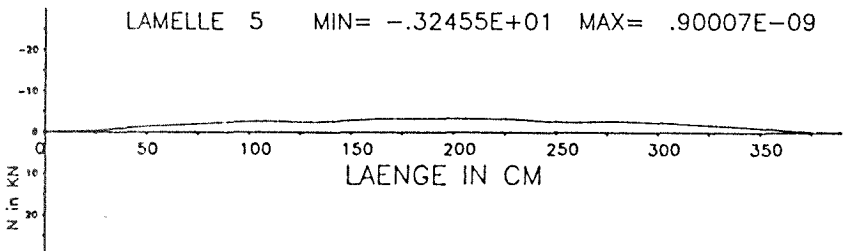
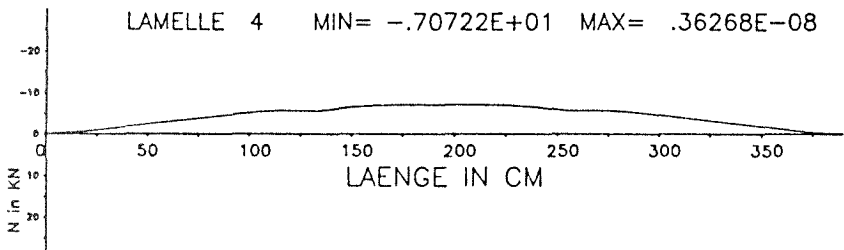
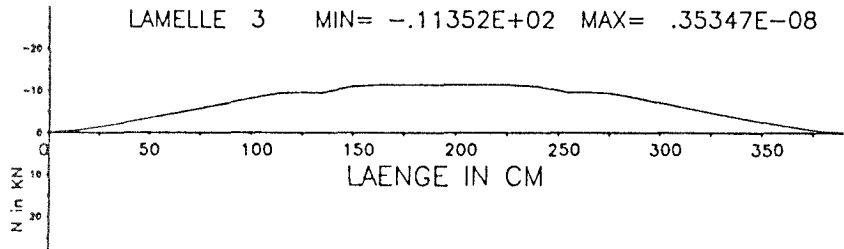
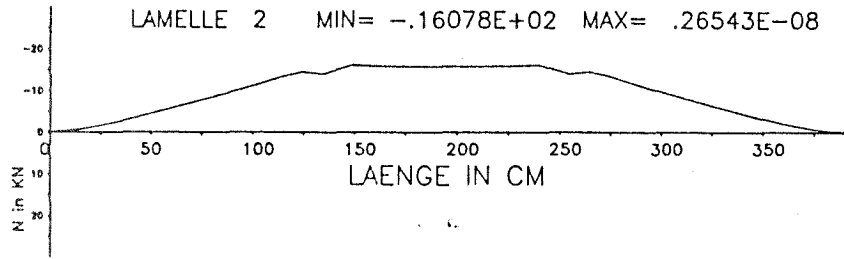
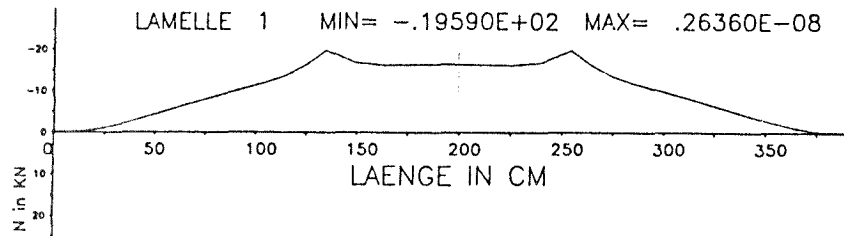
LAMELLE 9 MIN=  $-.44070E-01$  MAX=  $.45063E+00$



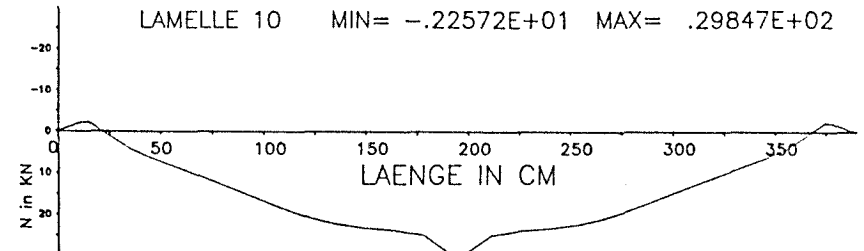
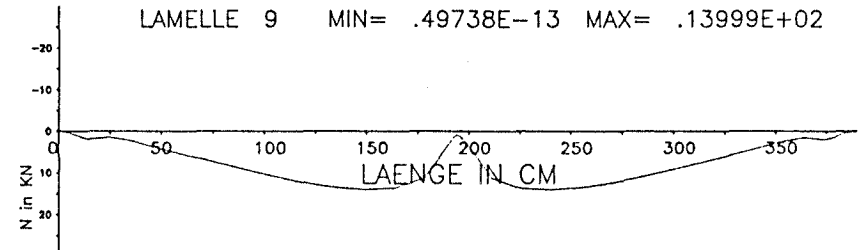
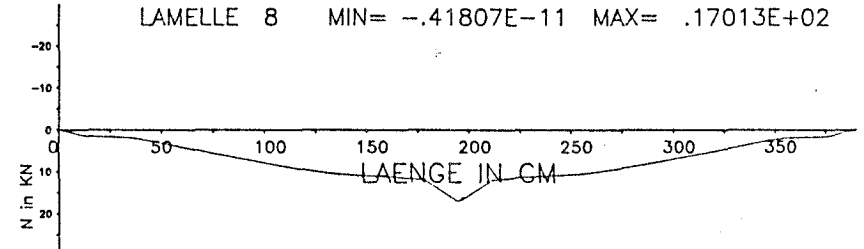
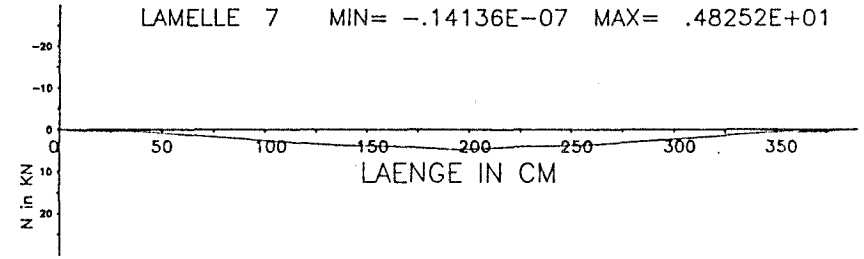
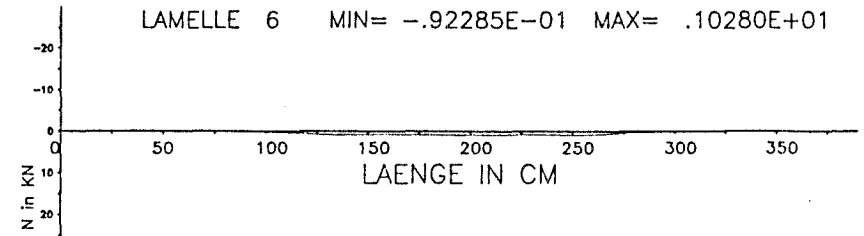
LAMELLE 10 MIN=  $-.43747E-01$  MAX=  $.45064E+00$



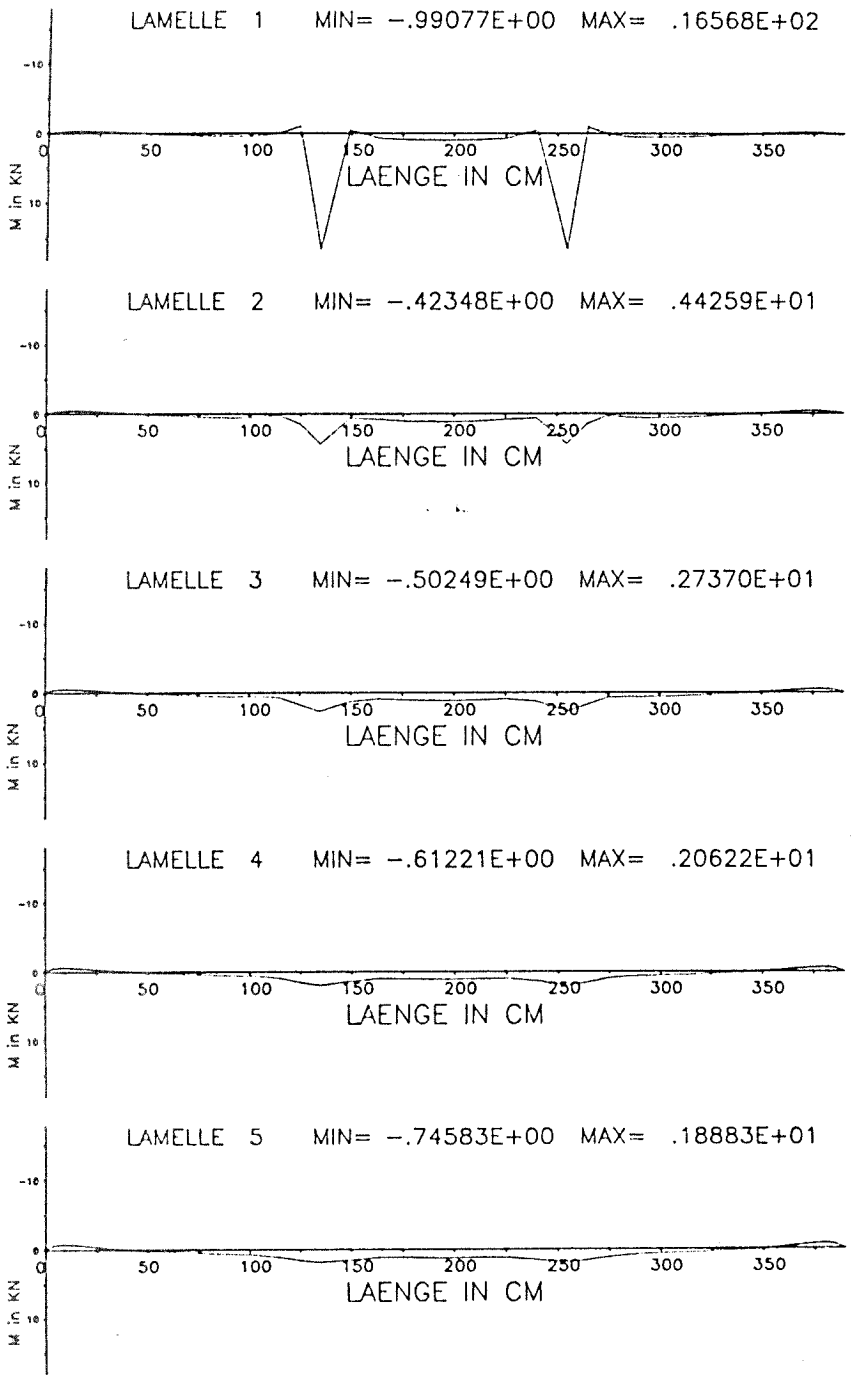
# Zustandsgrösse Normalkraft



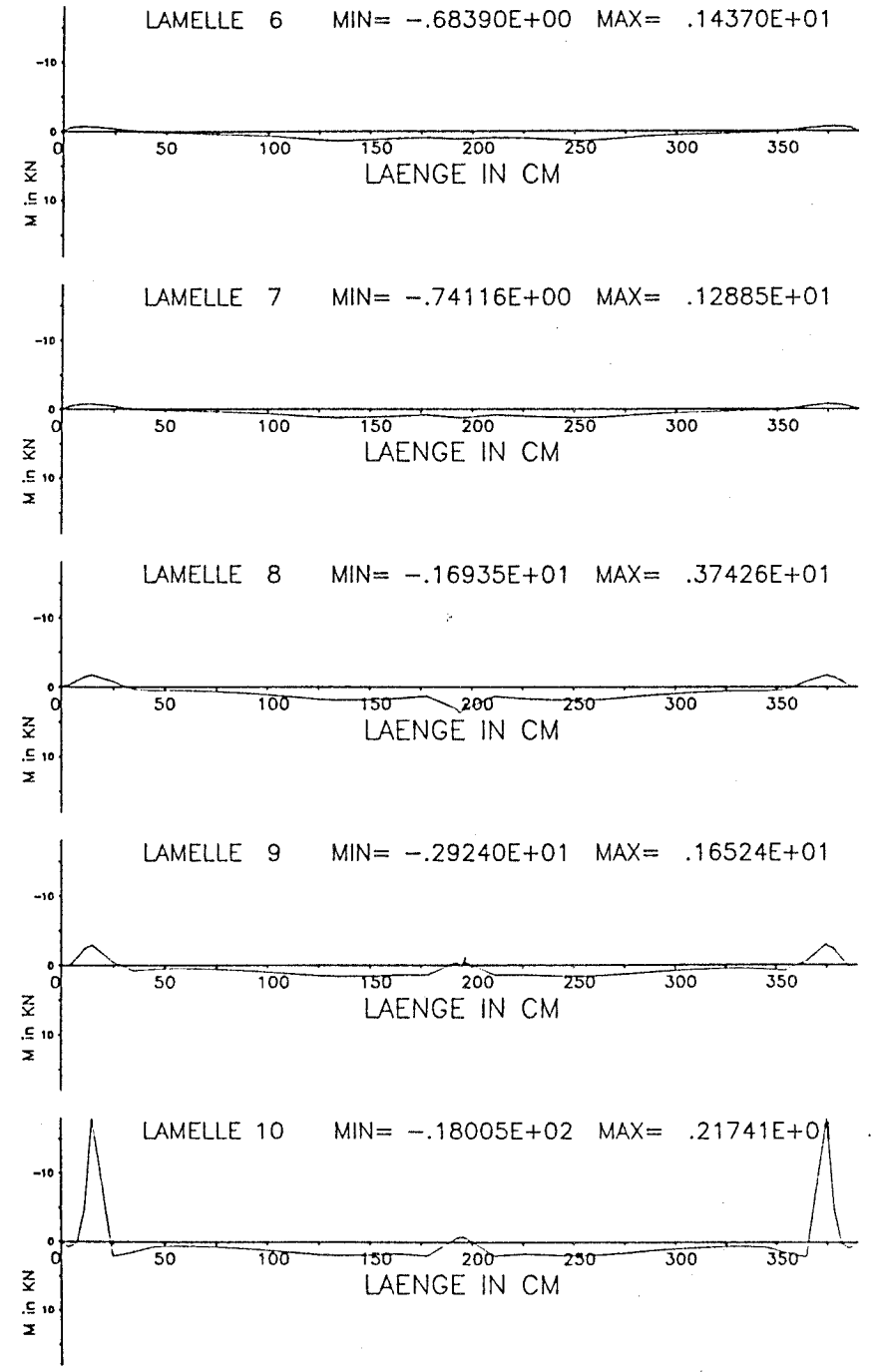
# Zustandsgrösse Normalkraft



# Zustandsgrösse Moment

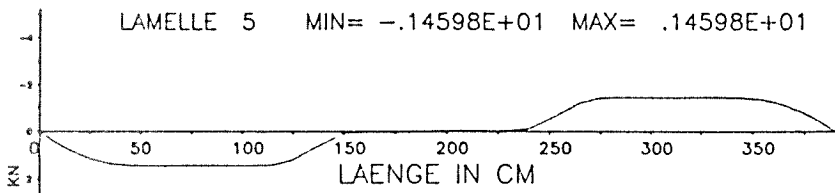
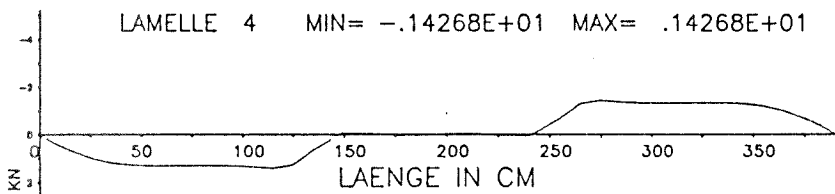
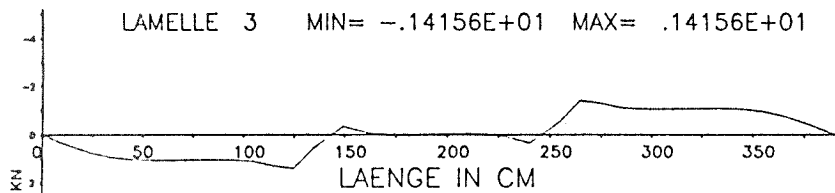
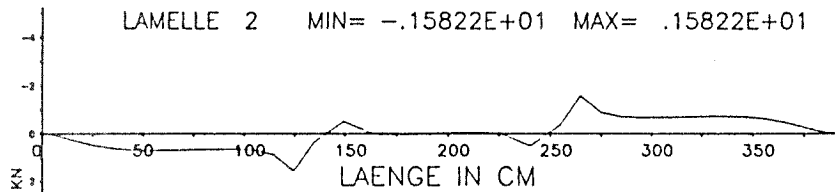
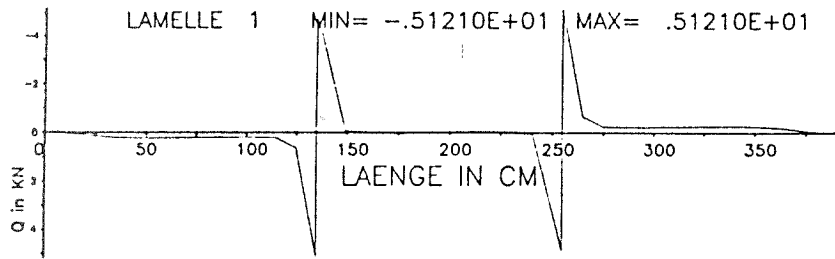


# Zustandsgrösse Moment

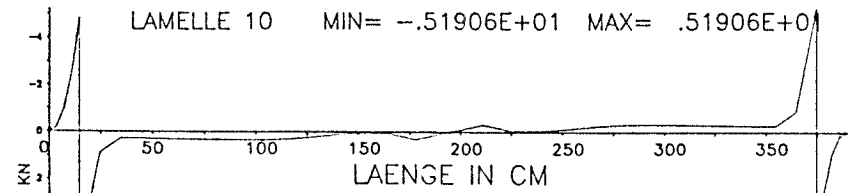
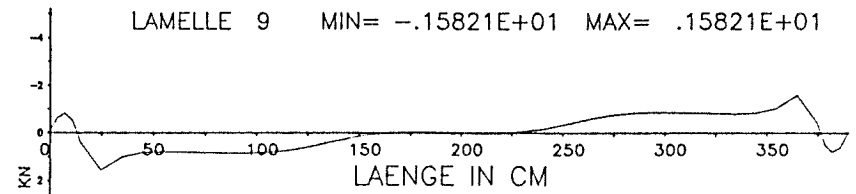
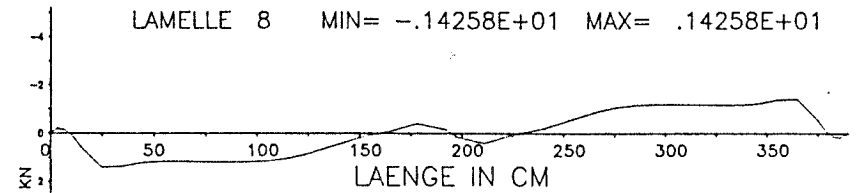
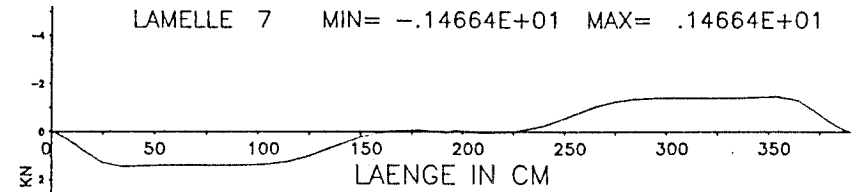
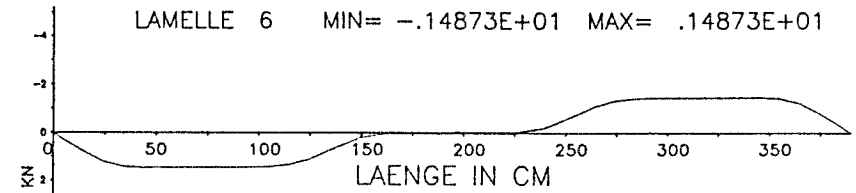




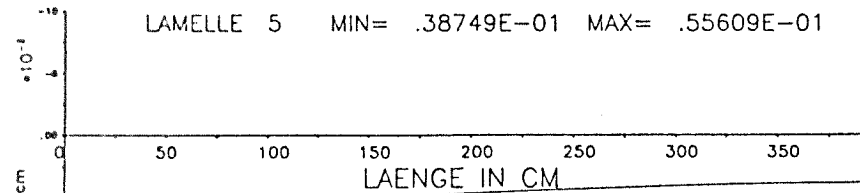
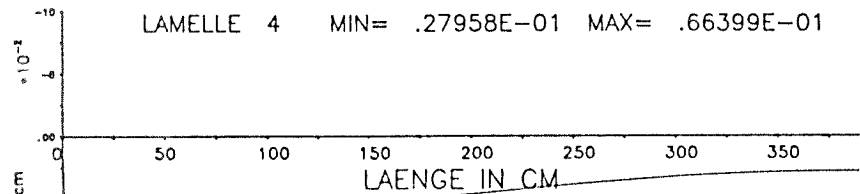
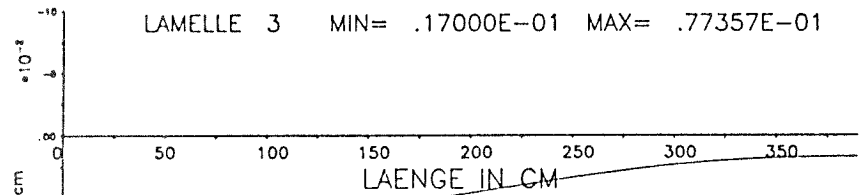
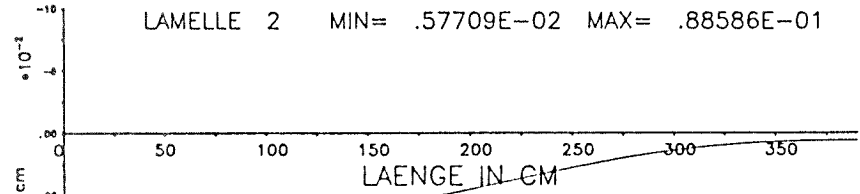
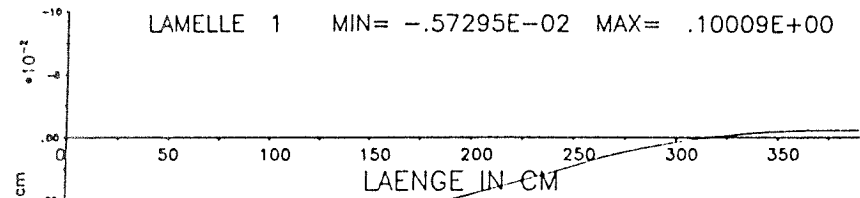
# Zustandsgrösse Querkraft



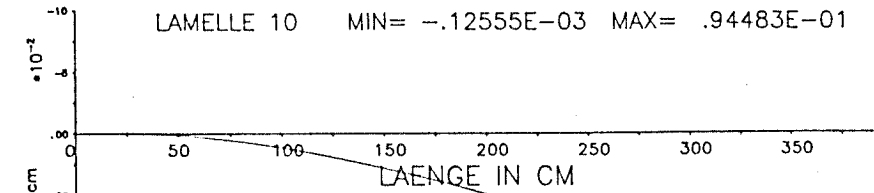
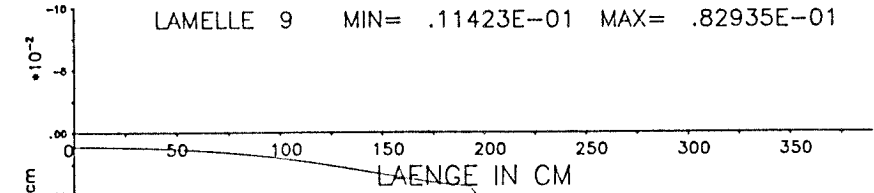
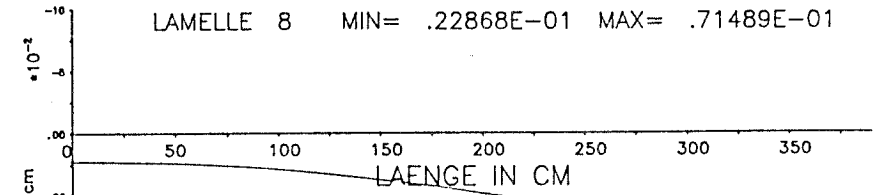
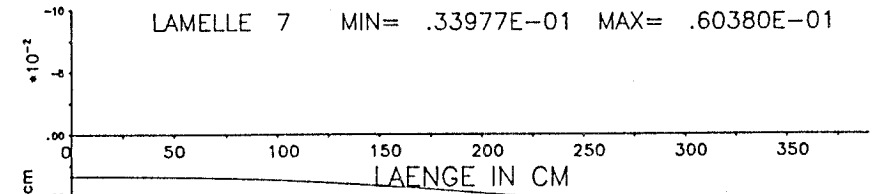
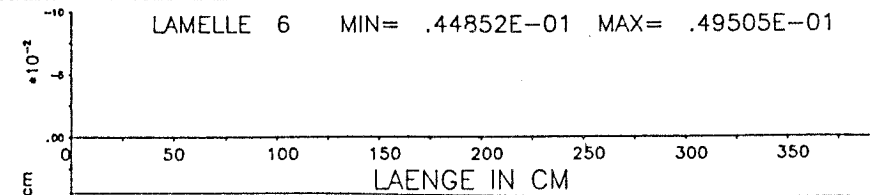
# Zustandsgrösse Querkraft



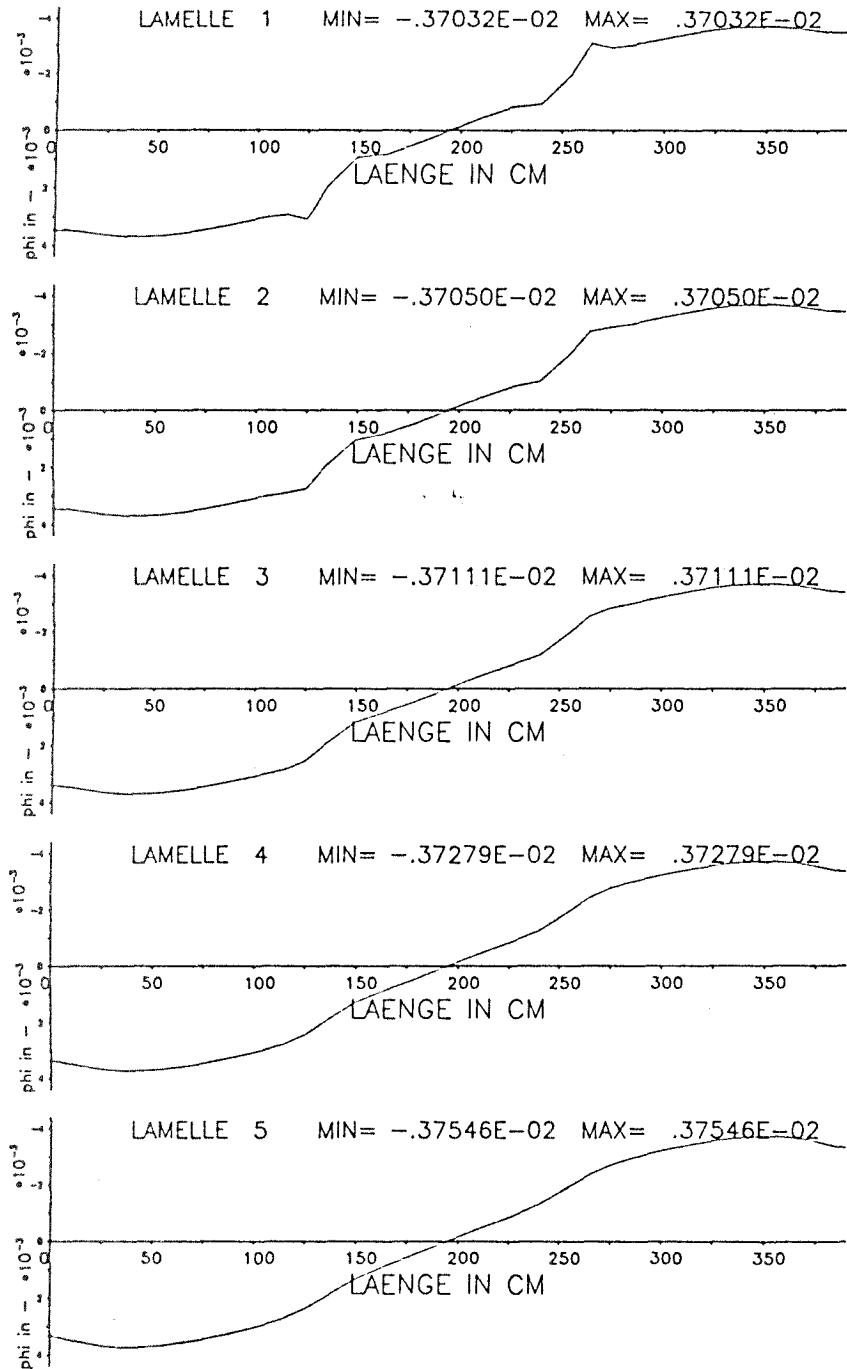
## Zustandsgrösse Verschiebung



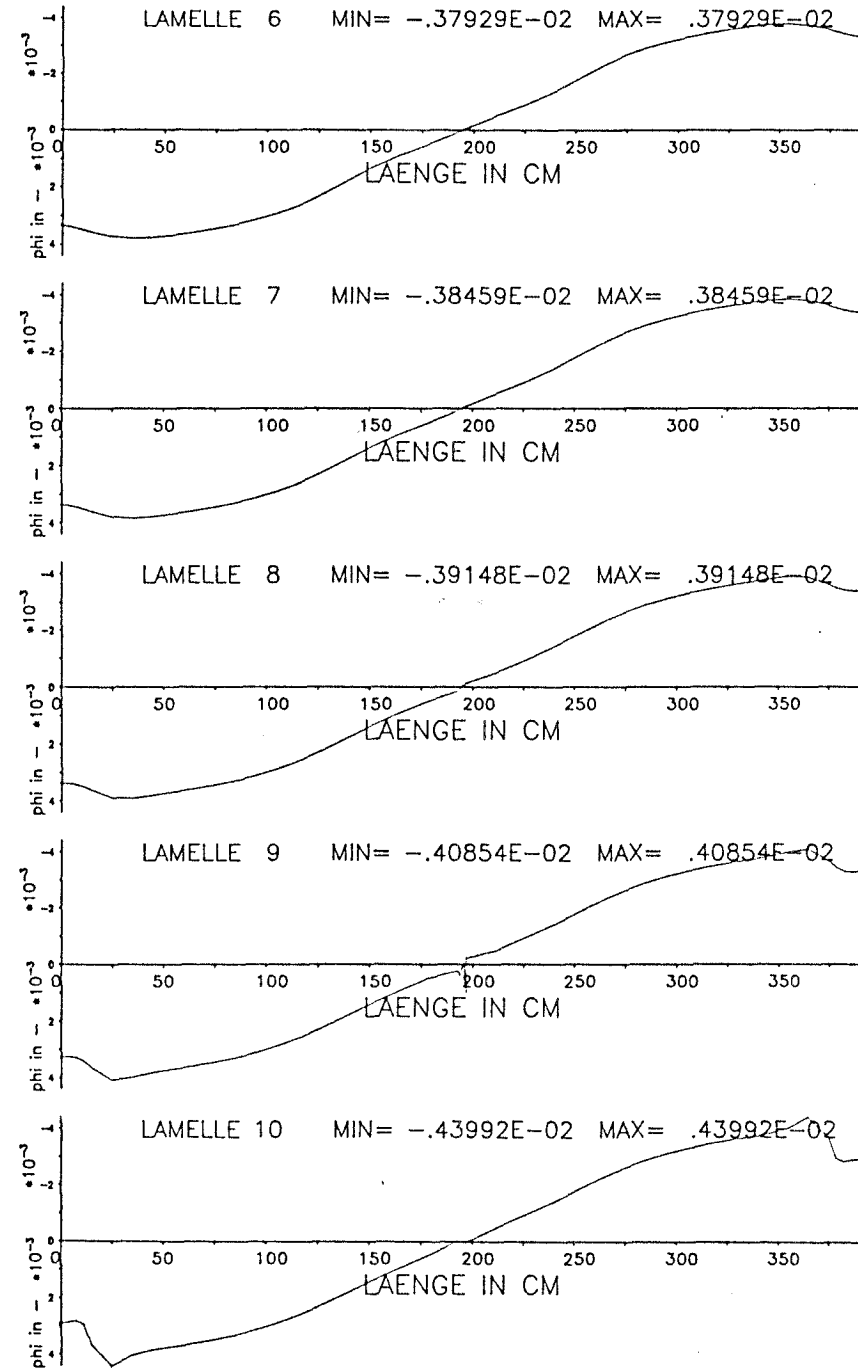
## Zustandsgrösse Verschiebung



# Zustandsgrösse Neigung

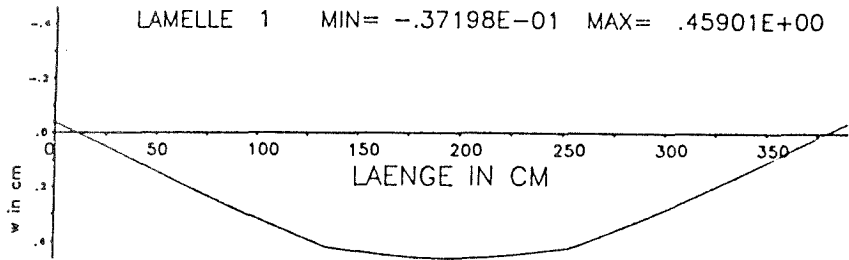


# Zustandsgrösse Neigung

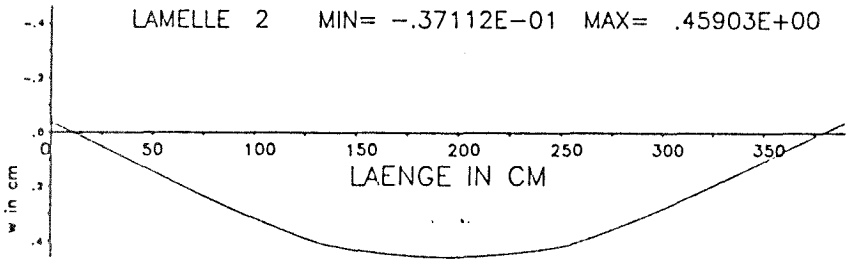


# Zustandsgrösse Durchbiegung

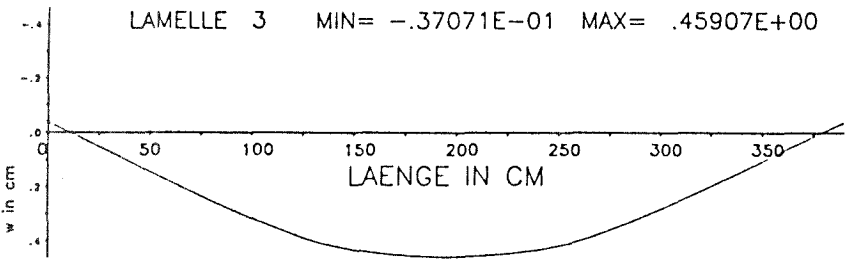
LAMELLE 1 MIN=  $-0.37198E-01$  MAX=  $.45901E+00$



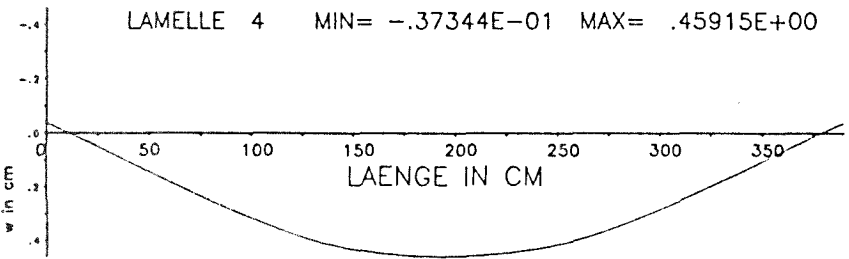
LAMELLE 2 MIN=  $-0.37112E-01$  MAX=  $.45903E+00$



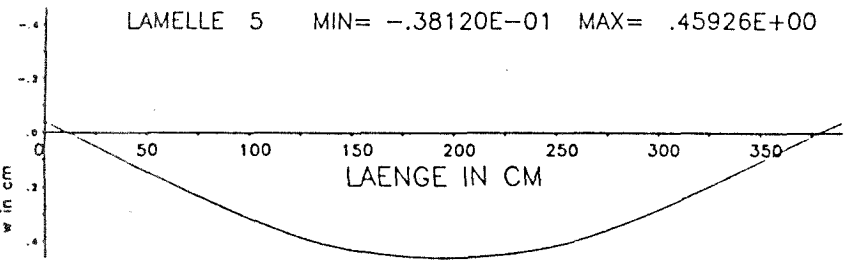
LAMELLE 3 MIN=  $-0.37071E-01$  MAX=  $.45907E+00$



LAMELLE 4 MIN=  $-0.37344E-01$  MAX=  $.45915E+00$

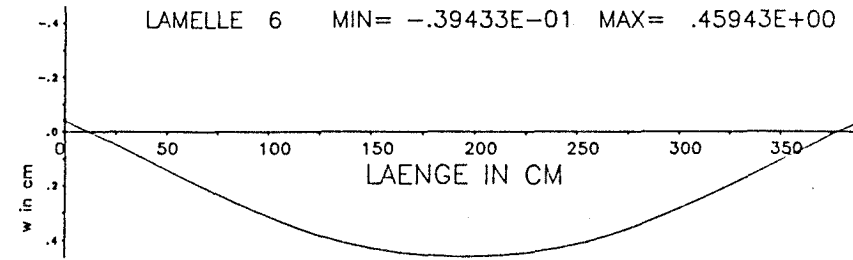


LAMELLE 5 MIN=  $-0.38120E-01$  MAX=  $.45926E+00$

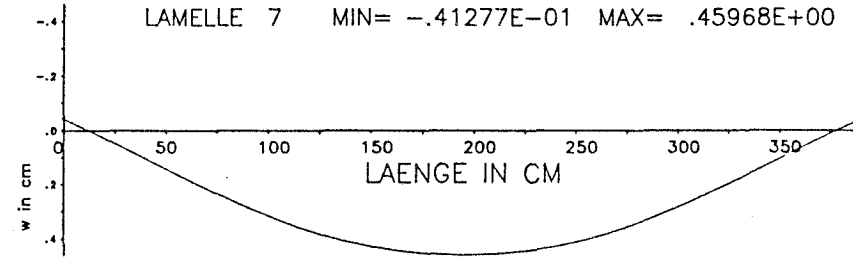


# Zustandsgrösse Durchbiegung

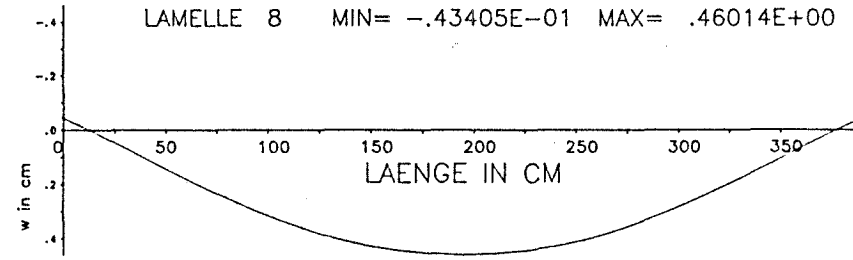
LAMELLE 6 MIN=  $-0.39433E-01$  MAX=  $.45943E+00$



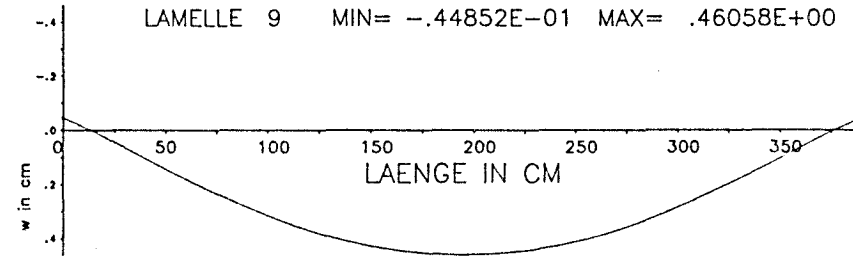
LAMELLE 7 MIN=  $-0.41277E-01$  MAX=  $.45968E+00$



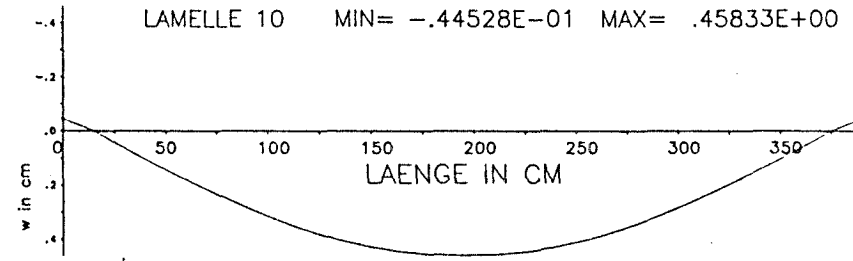
LAMELLE 8 MIN=  $-0.43405E-01$  MAX=  $.46014E+00$



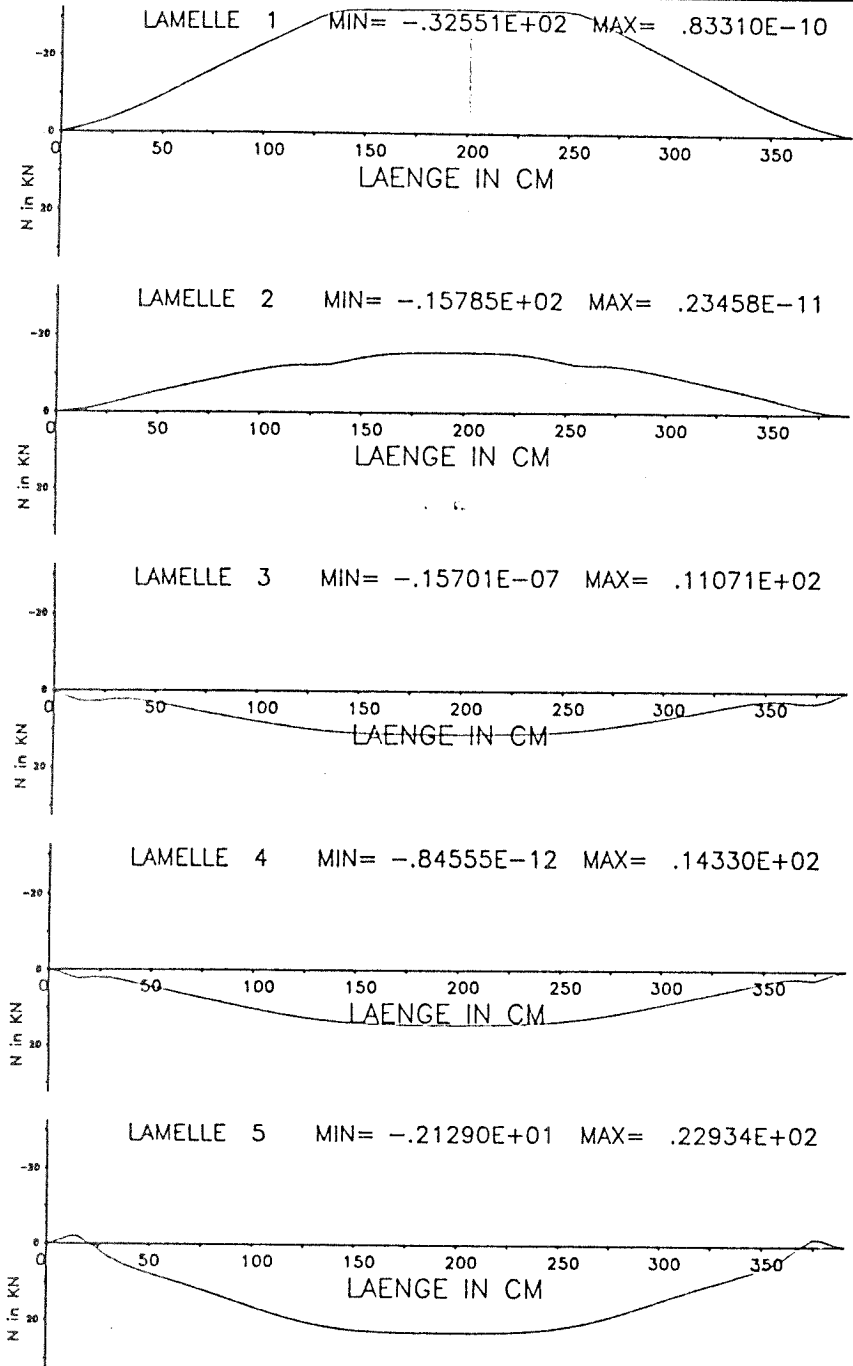
LAMELLE 9 MIN=  $-0.44852E-01$  MAX=  $.46058E+00$



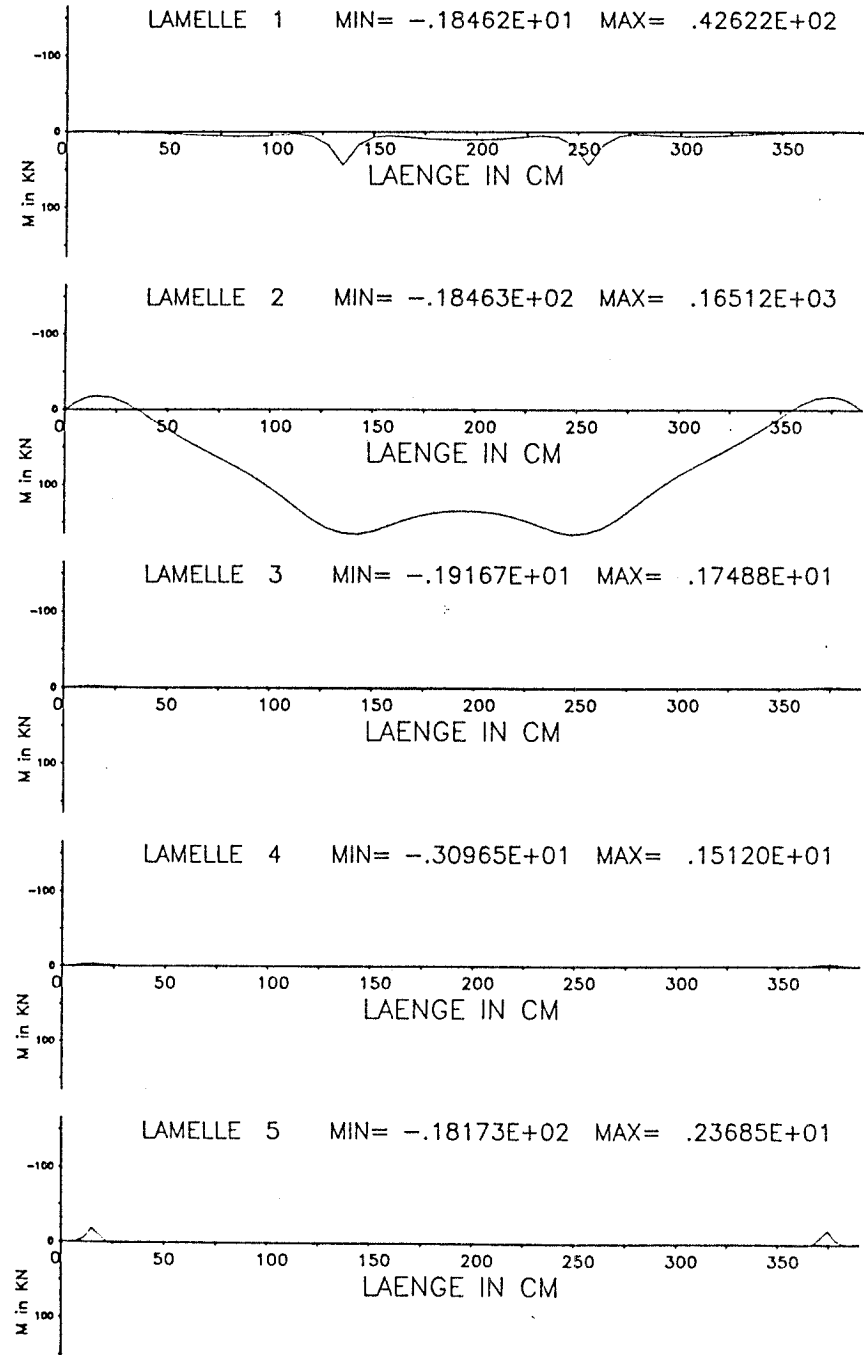
LAMELLE 10 MIN=  $-0.44528E-01$  MAX=  $.45833E+00$



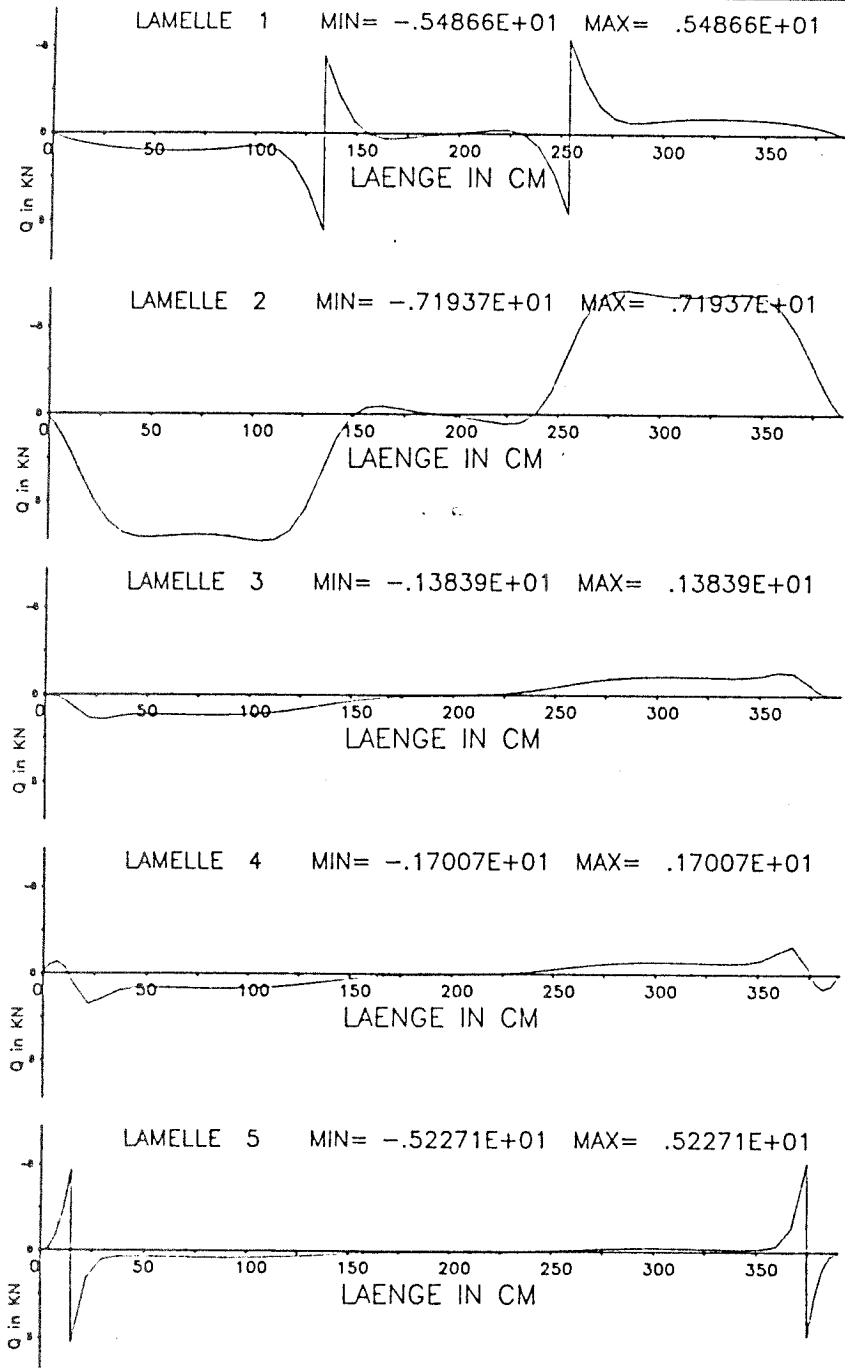
# Zustandsgrösse Normalkraft



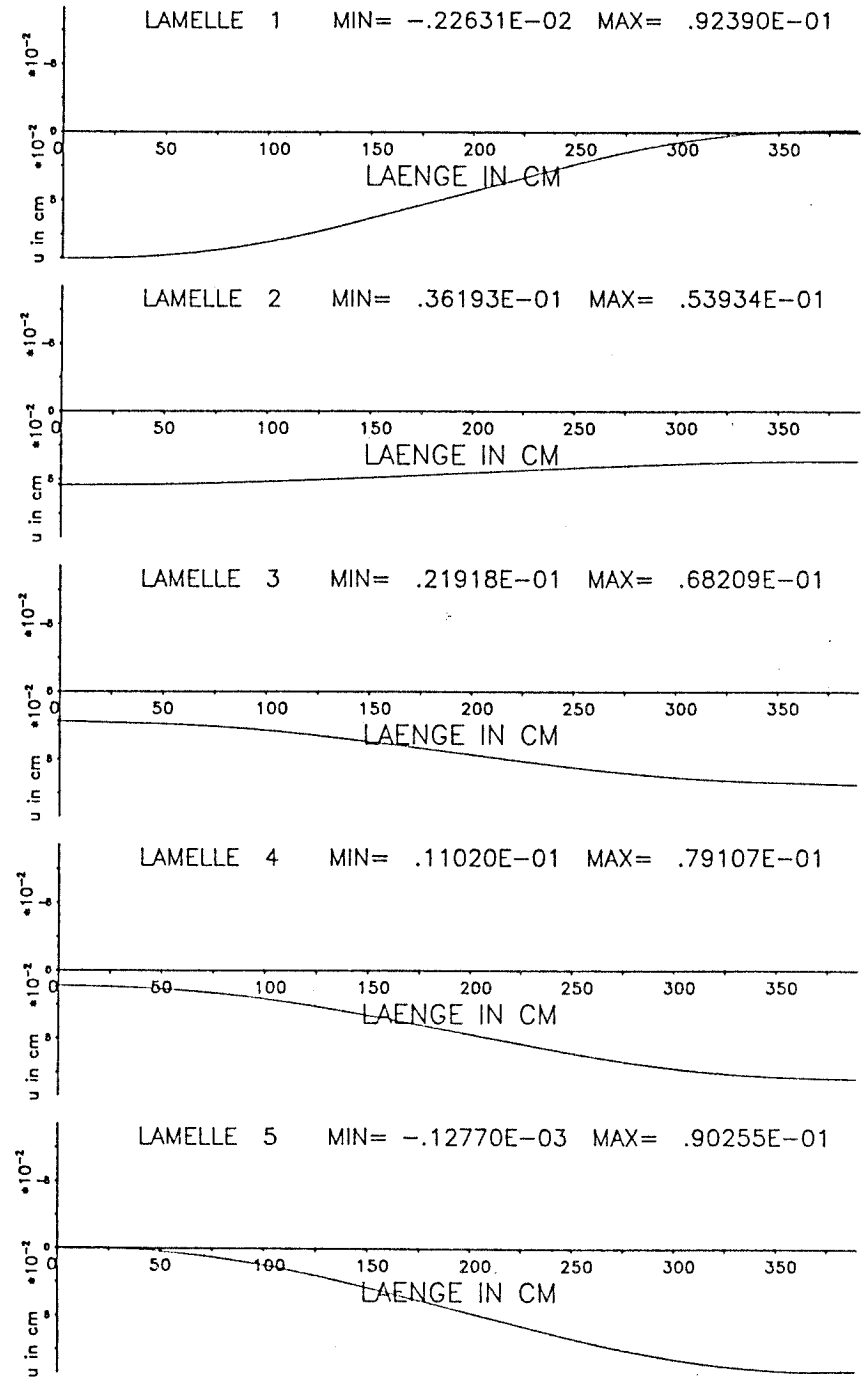
# Zustandsgrösse Moment



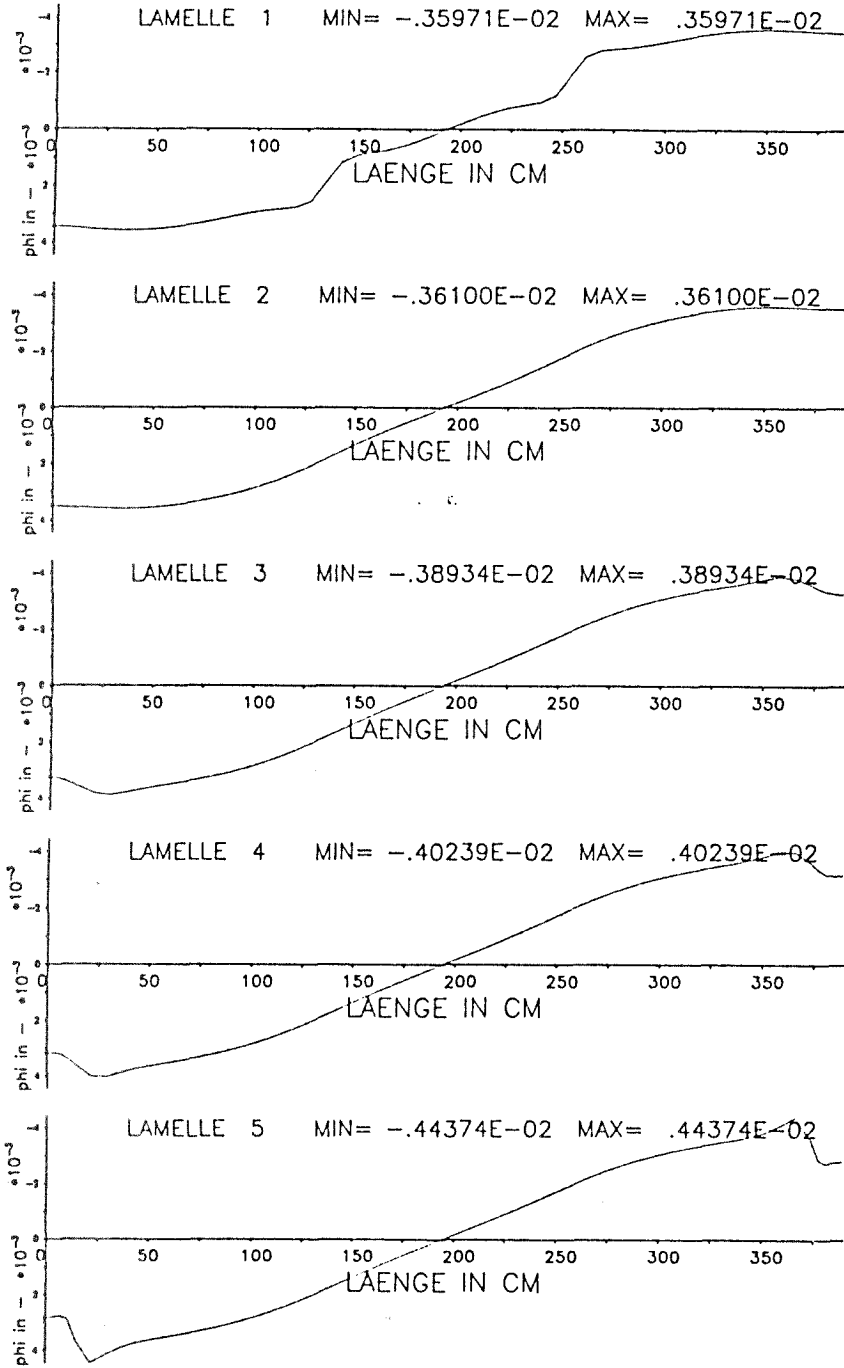
# Zustandsgrösse Querkraft



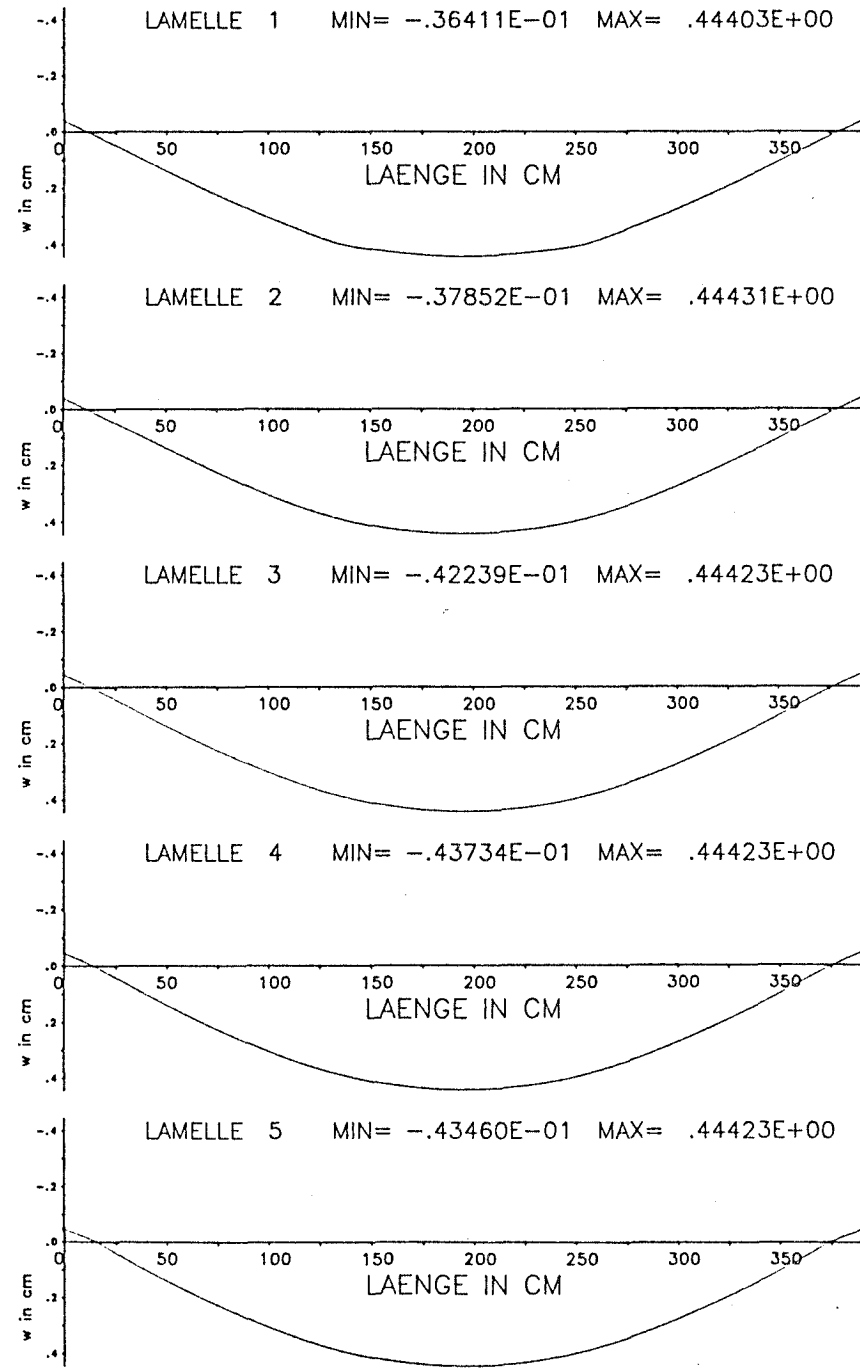
# Zustandsgrösse Verschiebung



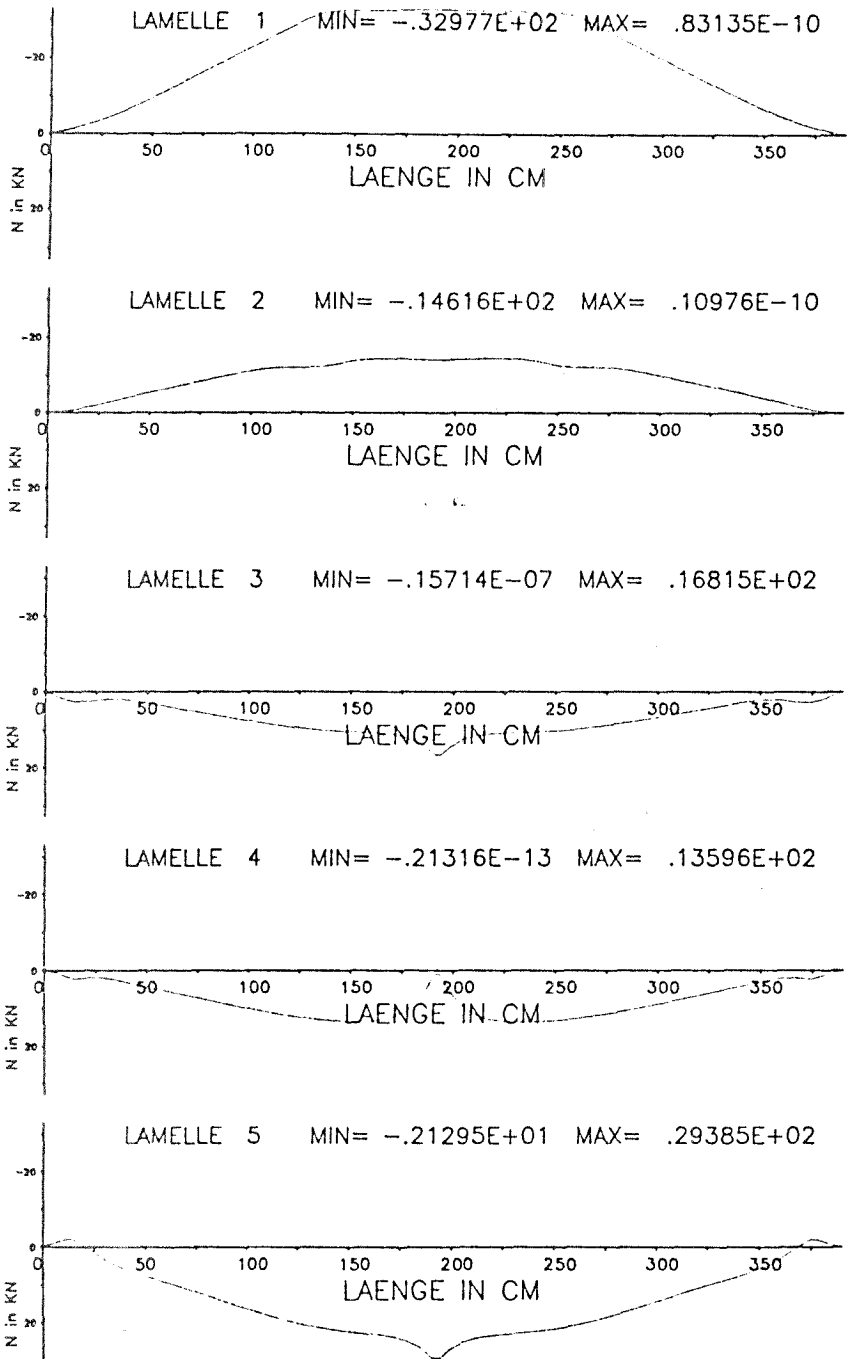
# Zustandsgrösse Neigung



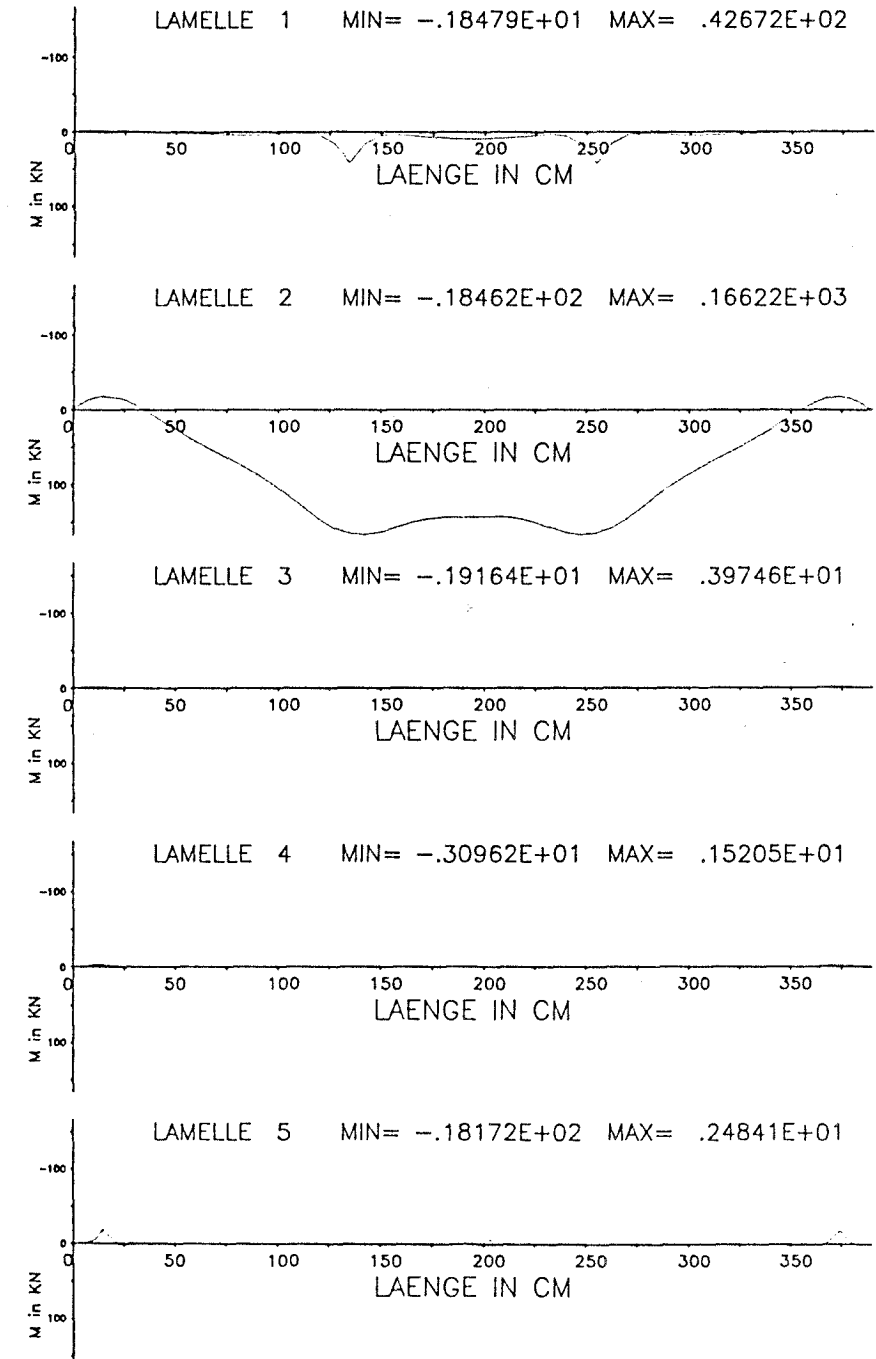
# Zustandsgrösse Durchbiegung



# Zustandsgrösse Normalkraft

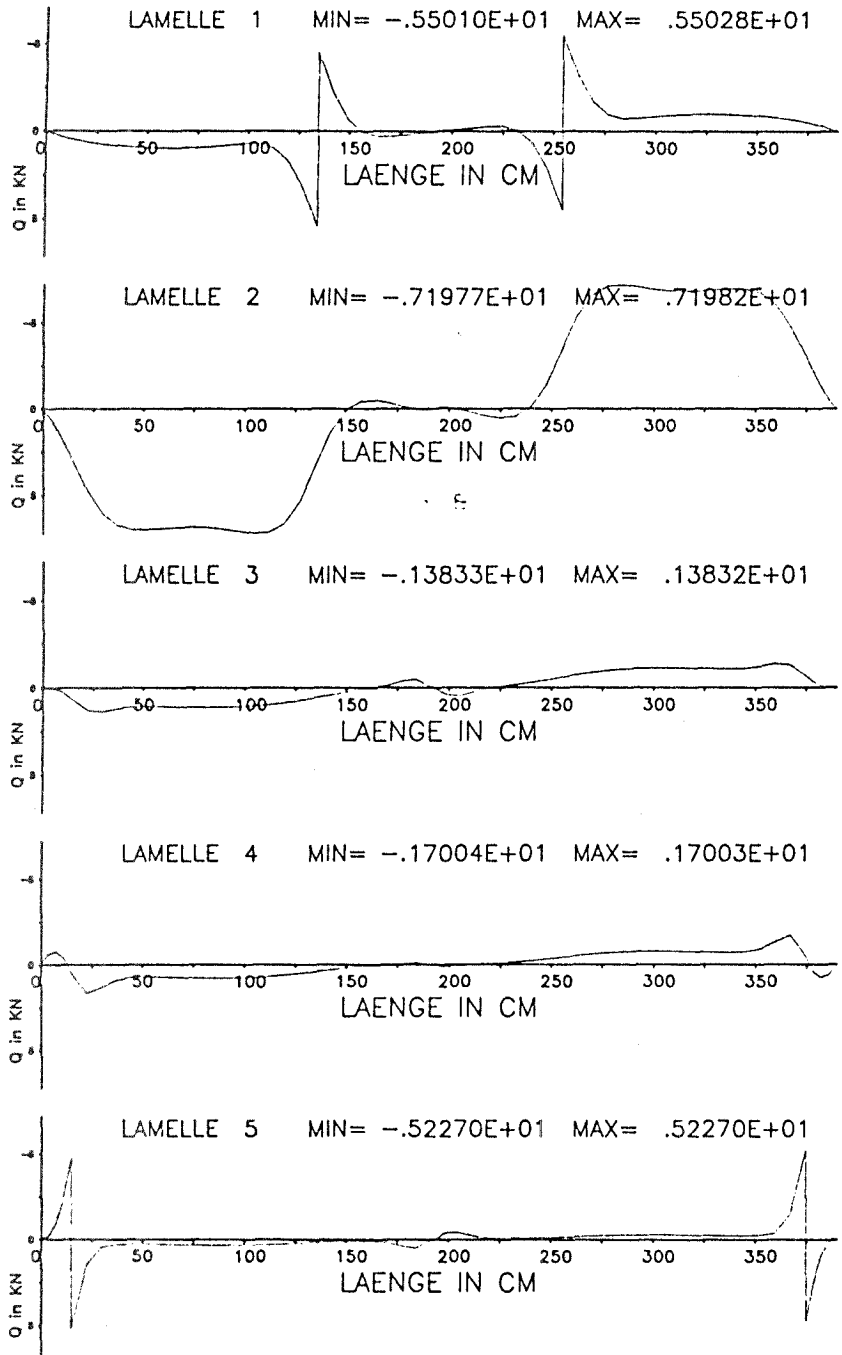


# Zustandsgrösse Moment

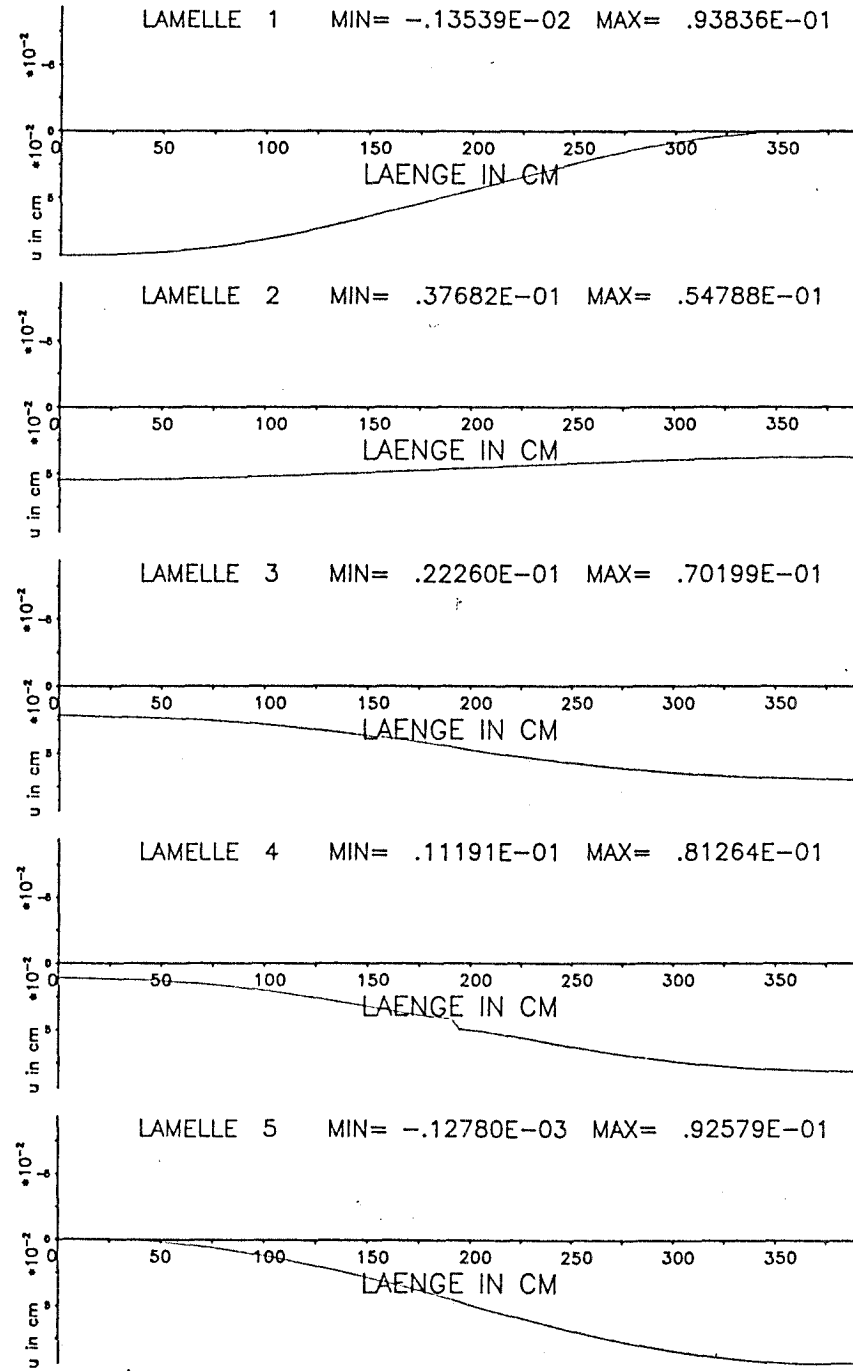




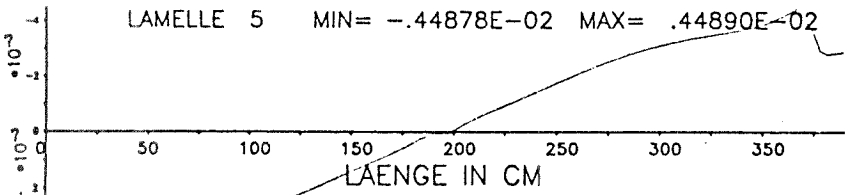
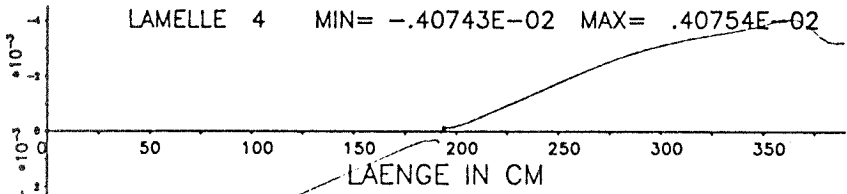
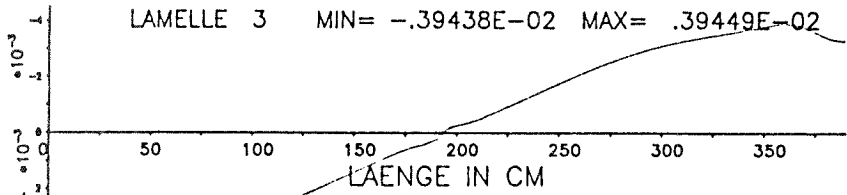
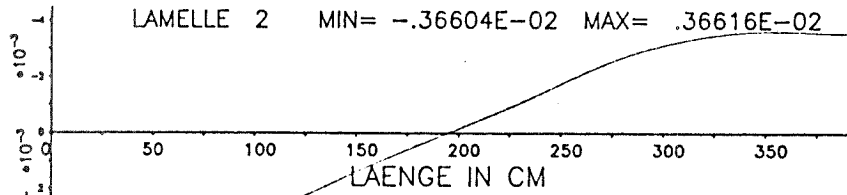
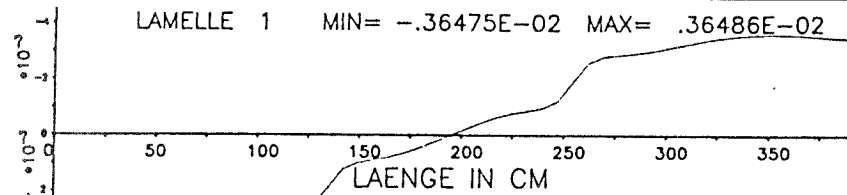
# Zustandsgrösse Querkraft



# Zustandsgrösse Verschiebung



# Zustandsgrösse Neigung



# Zustandsgrösse Durchbiegung

