

# Große Ausschnitte in langen Kreiszyinderschalen

**T 1863**

T 1863

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69  
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12  
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00  
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail [irb@irb.fraunhofer.de](mailto:irb@irb.fraunhofer.de)

[www.baufachinformation.de](http://www.baufachinformation.de)

F O R S C H U N G S B E R I C H T

2. Fassung

**Große Ausschnitte in langen Kreiszyinderschalen**

Auftraggeber:

Institut für Bautechnik  
Reichpietschufer 72-76  
1000 Berlin 30


Industrieverband Stahlschornsteine e.V.  
Postfach 17 40  
7530 Pforzheim

Auftragnehmer:

Institut für Leichtbau (IfL)  
Prof. Dr.-Ing. Huba Öry

Bearbeiter:

Prof. Dr.-Ing. Huba Öry  
Dipl.-Ing. Norbert Ferlic  
Dr.-Ing. H.-G. Reimerdes

  
(Prof. Dr.-Ing. Huba Öry)

Aachen, im Januar 1987

Forschungsvorhaben  
Große Ausschnitte in langen Kreiszyinderschalen

Kurzbericht:

Die bisherigen Forschungsarbeiten über dünnwandige Zylinderschalen haben gezeigt, daß die Voraussetzungen der Balkenbiegetheorie

- die Querschnittsform bleibt erhalten
- der Querschnitt bleibt eben

für die immer dünnwandiger werdenden Stahlschornsteine nicht mehr ohne weiteres erfüllt sind. Die wahren Spannungen können von den mit der Balkenbiegetheorie ermittelten erheblich abweichen. Das Maß der Abweichung hängt von den Schalenparametern (Länge zum Radius, Radius zur Wanddicke) und den Randbedingungen ab. Bei Kreiszyinderschalen mit großen Ausschnitten ergeben sich durch die Öffnung weitere Spannungserhöhungen.

Ziel dieses Forschungsvorhabens war die Erarbeitung eines Bemessungsverfahrens für dünnwandige Zylinderschalen mit großen Öffnungen mit Hilfe der Schalentheorie. Längsversteifungen (Stringer) und Ringversteifungen (Spante) sollten berücksichtigt werden können.

Als Berechnungsmethode zur Ermittlung der Spannungsverteilung um die Öffnung wird die Methode der Übertragungsmatrizen gewählt. Diese Methode ist in diesem Falle (dünnwandige Zylinderschalen) schneller und billiger als die FE-Methode und erlaubt eine direktere Anpassung an Konzeptänderungen. Darüberhinaus erfordert diese Methode keine Großrechner, ist also auch von kleineren Ingenieurbüros anwendbar. Im Forschungsbericht wurden durch Variation die Parameter: Radius, Wanddicke, Öffnungswinkel, Abstand der Öffnung von der Einspannung, Randbedingung, äußere Belastung (Biegemoment, Querkraft, Längskraft) und sinnvolle Versteifung (Spantversteifung, Stringerversteifung) jeweils separat erfaßt und der Einfluß auf die Spannungsverteilung in Diagrammen so dargestellt, daß die Abhängigkeiten getrennt betrachtet werden können.

Zur Verifizierung des Berechnungsverfahrens mit Übertragungsmatrizen wurden Versuche mit einer im elastischen Bereich beanspruchten Zylinderschale ( $R/t = 300$ ) mit einem jeweils erweiterten Ausschnitt ( $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ) mit Spantversteifung bzw. Spantstringerversteifung durchgeführt. Die Ermittlung der Spannungsverteilung um den Ausschnitt wird durch ein enges Netz von Dehnungsmeßstreifen gewährleistet. Die Versuchswerte wurden den Berechnungsergebnissen gegenübergestellt und zeigten gute Übereinstimmung.

In sechs Traglastversuchen mit unversteiften, stringerversteiften und spantstringerversteiften, stahlbaumäßig erstellten Zylinderschalen ( $R/t = 150$  bzw.  $100$ ) wurde vor allem der unterschiedliche Einfluß der Versteifung auf die Traglast untersucht.

In einem Bemessungsvorschlag wurden einfache Diagramme entwickelt, die es erlauben, die Spannungsüberhöhungen (elastisch gerechnet) für versteifte Zylinderschalen mit großen Öffnungen (bis  $120^\circ$ ) abzulesen und eine Dimensionierung nach DAST 013 durchzuführen.

**Inhalt**

1. Einleitung: Begründung und Ziel des Forschungsauftrags

---
2. Zum Verhalten der dünnwandigen Zylinderschale und Begründung der Versteifungen

---
3. Literaturrecherche

---
4. Zur Theorie und Anwendung der Übertragungsmatrizen

---
5. Zum Verfahren der Berechnung der Spannungsverteilung um große Öffnungen in Zylinderschalen mit Übertragungsmatrizen nach der Kraftmethode

---
6. Bezeichnungen

---
7. Parametervariationen der Zylinderschalen mit großen rechteckigen Öffnungen

---
- 7.1 Erläuterungen zu den Parametervariationen
- 7.2 Verwendete Versteifungen in den nachfolgenden Parametervariationen
- 7.2.1 Spantversteifung
- 7.2.2 Stringerversteifung
- 7.3 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale
- 7.3.1 Parameter
- 7.3.2 Ergebnisse
- 7.3.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.4 Parametervariation der endlichen symmetrischen Zylinderschale
- 7.4.1 Parameter
- 7.4.2 Ergebnisse
- 7.4.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.5 Parametervariation der endlichen symmetrischen Zylinderschale in Abhängigkeit von der Schalenlänge
- 7.5.1 Parameter
- 7.5.2 Ergebnisse
- 7.5.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.6 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale in Abhängigkeit von der Torsionssteifigkeit der Spante
- 7.6.1 Parameter
- 7.6.2 Ergebnisse
- 7.6.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

## II

- 7.7 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale in Abhängigkeit von der Öffnungslänge
  - 7.7.1 Parameter
  - 7.7.2 Ergebnisse
  - 7.7.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.8 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale in Abhängigkeit vom Innendruck
  - 7.8.1 Parameter
  - 7.8.2 Ergebnisse
  - 7.8.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.9 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale mit gleichmäßiger Längskraftbelastung
  - 7.9.1 Parameter
  - 7.9.2 Ergebnisse
  - 7.9.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.10. Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale mit nur je einem Spant an den Öffnungsrändern
  - 7.10.1 Parameter
  - 7.10.2 Ergebnisse
  - 7.10.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.11 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale mit zur Öffnungsmitte sinusförmigen (antimetrischen) Belastung
  - 7.11.1 Parameter
  - 7.11.2 Ergebnisse
  - 7.11.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.12 Parametervariation der unsymmetrischen Zylinderschale
  - 7.12.1 Parameter
  - 7.12.2 Ergebnisse
  - 7.12.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.13 Parametervariation der unsymmetrischen Zylinderschale mit Stringerversteifung
  - 7.13.1 Parameter
  - 7.13.2 Ergebnisse
  - 7.13.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.14 Parameter der unsymmetrischen Zylinderschale mit Optimierung der Stringerfläche
  - 7.14.1 Parameter
  - 7.14.2 Ergebnisse
  - 7.14.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

- 7.15 Parametervariation der unsymmetrischen Zylinderschale, Einfluß der unterschiedlichen Versteifungen
  - 7.15.1 Parameter
  - 7.15.2 Ergebnisse
  - 7.15.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.16 Parametervariation der unsymmetrischen Zylinderschale unter Winddruckbelastung nach DIN 4133
  - 7.16.1 Parameter
  - 7.16.2 Ergebnisse
  - 7.16.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.17 Parametervariation der unsymmetrischen Zylinderschale mit unterschiedlichem Abstand: Einspannung-Öffnungsrand
  - 7.17.1 Parameter
  - 7.17.2 Ergebnisse
  - 7.17.3 Zusammenfassung der Ergebnisse
- 7.18 Betrachtung der Spannungsüberhöhungen auf der, von der Öffnung aus gesehen, rückwärtigen Seite der Zylinderschale ( $\varphi = 180^\circ$ )
- 7.19 Zusammenfassung der Ergebnisse der Parametervariation von Zylinderschalen mit großen Öffnungen
- 8. Bemessung von durch große rechteckige Öffnungen gestörten Zylinderschalen, (Stahlschornsteinen). Die Schale ist im gestörten Bereich durch Stringer und/oder Spanten versteift, der ausgeschnittene Lochrand ist jedoch auch im zweiten Fall gegen Knicken gestützt

---

  - 8.1 Bemessungsablauf (Vorschlag)
    - 8.1.1 Stahlschornsteinparameter
    - 8.1.2 Schnittlasten des wie ein Biegebalken betrachteten Stahlschornsteins
    - 8.1.3 Berücksichtigung der Überhöhungsfaktoren aufgrund der rechteckigen Öffnung. Berechnung der maximalen Spannungen
    - 8.1.4 Ermittlung der abgeminderten Beulspannung nach DAST 013
    - 8.1.5 Ermittlung der Tragspannung nach DAST 013
    - 8.1.6 Vergleich der Tragspannung mit der maximalen Druckspannung unter Berücksichtigung eines Sicherheitsbeiwertes
    - 8.1.7 Kontrolle der Zugspannungsseite
    - 8.1.8 Ablaufplan
  - 8.2 Berechnungsbeispiele für die Bemessung eines Stahlschornsteins mit großer rechteckiger Öffnung
    - 8.2.1 Stringerversteifter Stahlschornstein
    - 8.2.2 Spant-Stringer-versteifter Stahlschornstein
    - 8.2.3 Wänddickenerhöhung , Stringerversteift
    - 8.2.4 Wänddickenerhöhung , Spant-Stringer-versteift
  - 8.3 Berücksichtigung der Schalentheorie bei der Berechnung der Schnittlasten (gültig erst nach der erwarteten Änderung von DIN 4133)

8.4	Anmerkungen zum Bemessungsvorschlag
8.4.1	Unversteifte Zylinderschale, Annahmen und Voraussetzungen
8.4.2	Stringerversteifung ohne Abstützung durch Ringe
8.5	Bemerkungen zum plastischen Beulverhalten
8.6	Bemessung der Stringer
8.6.1	Voraussetzung
8.6.2	Versagensarten und Bemessung
8.6.3	Berücksichtigung einer mittragenden Breite der Zylinderschale bei der Bemessung der Stringer
8.7	Vergleich zwischen dem Bemessungsvorschlag und Traglastversuchen aus der Literatur
8.8	Schlußbemerkungen zum Bemessungsvorschlag
9.	Versuch zur Spannungsermittlung bei durch große Öffnungen gestörten Zylinderschalen mit $R/t = 300$
9.1	Versuchsbeschreibung, Versuch $R/t = 300$
9.2	Versuchsdaten, Versuch $R/t = 300$
9.3	Abbildungen, Versuch $R/t = 300$
9.4	Meßergebnisse, Versuch $R/t = 300$
9.5	Gegenüberstellung: Meßergebnisse, Berechnung mit Übertragungsmatrizen und FEM-Rechnung, Versuch $R/t = 300$
9.6	Zusammenfassung der Ergebnisse, Versuch $R/t = 300$
10.	Traglastversuch mit stahlbaumäßig erstellten Zylinderschalen mit großen Öffnungen und unterschiedlichen Versteifungen
10.1	Versuchsbeschreibung Traglastversuch
10.2	Versuchsaufbau Traglastversuch
10.3	Versagensverhalten der Traglastversuchsschalen
10.4	Auswertung der Dehnungsmessungen während des Traglastversuchs
10.5	Ergebnisse des Traglastversuchs
10.6	Zusammenfassung der Ergebnisse des Traglastversuchs
11.	Zusammenfassung
12.	Ausblick
13.	Literaturstellen



## 1. Einleitung: Begründung und Ziel des Forschungsauftrags

---

Die bisherigen Arbeiten (z.B. Lit. 42-50) mit dünnwandigen Zylinderschalen haben gezeigt, daß die Voraussetzungen der Balkenbiegetheorie

- die Querschnittsform bleibt erhalten,-
- der Querschnitt bleibt eben,-

für die immer dünner werdenden Schornsteine und für große Ausschnitte nicht mehr ohne weiteres erfüllt sind. Die wahren Spannungen können von den mit der Balkenbiegetheorie ermittelten erheblich abweichen. Das Maß der Abweichung hängt von den Schalenparametern (Länge zu Radius, Radius zu Wanddicke) und den Randbedingungen ab.

Die Strukturen von großen Silos, Behältern, Schornsteinen, Rohrleitungen u.a. werden zunehmend dünnwandiger gebaut. Grund für diese Entwicklung ist die Forderung nach Wirtschaftlichkeit (Materialkosten, geringes Gewicht wegen besserer Transport- und Montagemöglichkeit). Bei der Anwendung nichtrostender Stähle entfällt der Korrosionszuschlag, so daß die relative Wanddicke weiter abnimmt.

Leichte, dünnwandige Strukturen werden anfällig gegen die Einleitung konzentrierter Kräfte, gegen Diskontinuitäten, gegen dynamische Belastungen und Schwingungserscheinungen sowie gegen örtliches sowie allgemeines Beulen.

Bei Kreiszylinderschalen mit Ausschnitten ergeben sich durch die Schwächung infolge einer Öffnung weitere Spannungserhöhungen.

Da diese Ausschnitte unvermeidlich sind (Fuchsöffnungen bei Schornsteinen), ist man bestrebt, durch sinnvolle Verstärkungen die Schwächung der Struktur zu kompensieren. Eine wirkungsvolle Verstärkung wird vor allem dann unumgänglich, wenn man es mit dünnwandigen Schalen und großen Mantelöffnungen zu tun hat. Sinnvolle Verstärkungen können jedoch nur dann konzipiert werden, wenn die Spannungen, die im Bereich der Öffnungen auftreten, bekannt sind und wenn der Einfluß der Verstärkungen (Spante, Längsstreifen oder Pflaster) auf die Spannungsverteilung angegeben werden kann.

Die Berechnung der auftretenden Spannungen ist außerdem als Voraussetzung für eine Stabilitätsbetrachtung von größter Bedeutung. Sie kann heute mit der Finite-Element-Methode durchgeführt werden. Dies erfordert jedoch eine aufwendige Idealisierung der Struktur und den Einsatz von Großrechnern, so daß diese Möglichkeit den meisten Ingenieurbüros nicht zugänglich ist. Eine Gefahr besteht zudem darin, mit einer zu starken Vereinfachung des FEM-Netzes die Ergebnisse zu verfälschen. Es sind deshalb weitere, billige und schnelle Methoden gesucht, die schon während der Projektphase zur Unterstützung der Konstruktion kurzfristig preiswerte Informationen liefern können und dabei in der Lage sind, den unvermeidbaren Konzeptänderungen rasch zu folgen.

Für die Berechnung der Spannungsverteilung in Zylinderschalen ist die Methode der Übertragungsmatrizen besonders geeignet. Je nach Wanddicke und/oder Versteifung der Zylinderwand, kann die Membrantheorie, die Halbmembrantheorie oder die Halbbiegetheorie angewendet werden. Dem vielfach vorgebrachten Nachteil - nämlich der möglichen numerischen Instabilität- der Übertragungsmatrizen kann mit geeigneten Verfahren begegnet werden.

Ziel dieses Forschungsvorhabens ist die Erarbeitung eines Bemessungsverfahrens mit Hilfe der Schalentheorie für dünnwandige Zylinderschalen mit großen Ausschnitten (z.B. Stahlschornsteine) und deren Aussteifung. Hierbei sollen Längskräfte, Querkkräfte und Biegemomente berücksichtigt werden.

Aus den erzielten Ergebnissen soll mit einfachen Formeln bzw. aus Diagrammen eine Bemessung der Zylinderschalen mit Öffnungen und deren Versteifungen erfolgen. Parallel durchgeführte Versuche sollen der Überprüfung des Verfahrens dienen.

Die Abschnitte mit stringerversteiften Zylinderschalen sind Teil einer von W. Hartmann, Herford, der RWTH Aachen eingereichten Dissertation.

## 2. Zum Verhalten der dünnwandigen Zylinderschale und Begründung der Versteifungen

Der Stahlschornstein ist eine dünnwandige Zylinderschale, deren Spannungsverteilung im allgemeinen nicht nach der Balkenbiegetheorie berechnet werden kann, auch dann nicht, wenn keine Öffnungen vorhanden sind. Die Frage nach der Haltbarkeit wird in drei Schritten untersucht.

i) Für welche Belastung ist der Stahlschornstein auszulegen?

Im allgemeinen erfährt der Schornstein eine Belastung, die zur Biegebeanspruchung und zu ovalisierender Verformung führt. Die Belastung ist zeitabhängig und somit ist sowohl bei der Balkenbiegung als auch bei der Ovalisierung mit dynamischen Einflüssen zu rechnen. Sie können in vielen Fällen für die Berechnung der Spannungen und der Tragfähigkeit durch eine äquivalente statische Last ersetzt werden.

ii) Wie hoch sind die Spannungen in der Zylinderschale?

Bei dünnwandigen Zylinderschalen sind die Voraussetzungen der Balkentheorie, namentlich:

- die Querschnittsform bleibt erhalten,
- der Querschnitt bleibt eben

nicht mehr ohne weiteres erfüllt. Damit können die wahren Spannungen von denen der Balkenbiegetheorie wesentlich abweichen, und zwar auch bei der ungestörten Zylinderschale ohne Öffnungen. Das Maß der Abweichung von der Balkenbiegetheorie wird wesentlich von den Schalenparametern (Länge zu Radius, Wanddicke zu Radius) und von den Randbedingungen beeinflusst. Die Öffnungen in der Zylinderschale bringt weitere Störungen in der Spannungsverteilung mit sich. Ist die Öffnung relativ klein, so bleibt der Einfluß lokalisiert. Wird die Öffnung größer, so klingen die Störungen langsamer ab und werden von den (relativ nahen) Randbedingungen (Einspannung, freier Querschnitt, Deckel, usw.) mehr oder weniger beeinflusst.

iii) Ist die Schalenstruktur unter dieser Belastung stabil?

Es ist nachgewiesen worden, [ 21 ], daß dünnwandige Zylinderschalen unter ungleichmäßiger Axialbelastung theoretisch mit guter Näherung bei den gleichen örtlichen Spannungen beulen, die bei gleichmäßiger Verteilung zur Instabilität führt. Die Näherung wird immer besser bei Verringerung

der Wanddicke. Die wahre Beulspannung, die von den Imperfektionen beeinflusst wird, wird allerdings immer niedriger liegen als die theoretische Grenze. Da die örtliche Spannungsspitze eine kleinere Wahrscheinlichkeit besitzt, mit der ebenfalls örtlichen Imperfektion zusammentreffen als die gleichmäßige Spannungsverteilung, die jede Imperfektion auf dem Umfang trifft, wird, statistisch gesehen, die ungleichmäßige Spannungsverteilung weniger gefährlich sein als die gleichmäßige.

Andererseits muß man noch erwähnen, daß die theoretische elastische Stabilitätsgrenze wesentlich von den Randbedingungen beeinflusst wird. So ist die theoretische Beullast einer isotropen Zylinderschale (ohne Öffnung) unter Axiallast gegenüber einer vollständigen Einspannung nur halb so groß, wenn sie an den Endquerschnitten schubweich gestützt wird. Desweiteren muß die Stabilität der Schale auch auf Plastizitätseffekte überprüft werden.

#### Die Aussagekraft von Versuchen für die Ermittlung der Tragfähigkeit an axialbelasteten dünnwandigen Zylinderschalen mit Öffnungen

Wie oben ausgeführt, beeinflussen die Randbedingungen mitunter wesentlich sowohl die Spannungsverteilung als auch die Tragfähigkeit axialbelasteter Zylinderschalen. Somit gelten Versuche in einer Prüfmaschine auch nur für Fälle mit ähnlichen Randbedingungen und unter ähnlichen Belastungen, z.B. für Schalen identischer Länge-zu-Radius Beziehungen, oder für starre Einspannungen mit paralleler Führung der Endquerschnitte.

Die willkürliche Verteilung der Imperfektionen erschwert darüberhinaus die Auswertung solcher Versuche.

#### Die Verstärkung der Öffnungen in der dünnwandigen Zylinderschale

Die Verstärkung einer Öffnung wird erforderlich, wenn durch die Diskontinuität erhöhte örtliche Spannung den erforderlichen Sicherheitsabstand zur örtlichen Stabilität (oder zu einer anderen Versagensart) überschreitet.

Ist die Öffnung klein, so kann eine Umrahmung der Öffnung den Fall des "neutralen Loches" annähern. In einem solchen idealen Fall ist die Steifigkeit der Umrahmung genau so groß, so daß ihre Verformungen unter der vorhandenen Spannungsverteilung der Verformung der ausgeschnittenen Haut entspricht, und damit die Schale die Anwesenheit der Öffnung nicht bemerkt. Die Annäherung dieses Idealzustandes durch die zweckmäßige Gestaltung der Umrahmung wird bei zunehmender Größe der Öffnung immer schwieriger und aufwendiger: sie wird außerdem immer nur für eine ganz bestimmte Spannungscombination gelten.

Bei größeren Öffnungen in dünnen Zylinderschalen ist es zweckmäßiger, den Einfluß durch geeignete Versteifung unter Kontrolle zu halten. Günstig sind erwie-senermaßen an den beiden Lochenden je zwei Ringspante in geeignetem Abstand anzubringen und rechts und links zum Loch je einen axialen Längsträger vorzusehen, die den Abstand der vier Ringe belegen.

Diese Verstärkung wird wie folgt begründet:

- die dünnwandige Zylinderschale wird als Membranschale arbeiten und trägt nur Membranspannungen
- die Längsspannungen werden durch Schubflüsse abgebaut
- die Schubspannungen bleiben aber in der Membranschale konstant und ändern sich sprunghaft an einem Ringspant
- ohne Zwischenringe bauen sich die Längsspannungen von Endring zu Endring unter dem konstanten Schubfluß linear ab
- wenn man mehrere Zwischenringe hat, dann bauen sich die Längsspannungsspitzen am Lochrand schneller ab, somit sind mindestens zwei Ringe an jedem Lochrand erforderlich.

Daß die Längskräfte in einer dünnwandigen Zylinderschale nur durch die Umfangsbiegesteifigkeit von Spanten verteilt werden können, ist seit längerem bekannt. Schon 1924 erklärte Thoma dieses Verhalten und hat darauf hingewiesen, daß bei einer Scheibe die Rolle der Biegesteifigkeit von der Querdehnsteifigkeit übernommen wird.

Wenn die Zylinderwand relativ dick ist ( $\frac{S}{R} > \frac{1}{50}$ ), dann wirkt die Umfangsbiegesteifigkeit der Haut selbst wie eine Folge von Ringspannen. In solchen Fällen reicht es, die Lochränder nur durch Längsträger zu versteifen. Die Längsträger zuzuspitzen ist natürlich immer günstig.

Die bei Stahlschornsteinen üblichen Verhältnisse weisen darauf hin, daß es sich hier um Zylinderschalen in der Übergangszone handelt. Bei großen Ausschnitten hingegen, müssen Versteifungen unbedingt angebracht werden, d.h. zwei Längsträger an den Rändern und je zwei Ringe oberhalb und unterhalb der Öffnung.

#### Versagensarten der dünnwandigen Zylinderschale

Die dünnwandige Zylinderschale versagt unter Längsdruckspannung mit örtlichem Beulen. Die theoretische Beullast wird durch Imperfektionen und durch das plastische Verhalten des Materials herabgesetzt. Die theoretische Beullast selbst ist von den Randbedingungen wesentlich, von der Art der Verteilung der Längsspannungen geringfügig abhängig.

Die Beulgrenze wird natürlich durch Schubspannungen und Außendruck herabgesetzt, durch Innendruck erhöht.

Zum Trennbruch ist die Höhe der Vergleichsspannung maßgeblich.

Bei wiederholter Belastung versagt die Schale durch Materialermüdung an den Stellen, wo Spannungsspitzen auftreten. Die Ermüdungsgefahr wird in aggressiven Medien durch Rißfortschreitung erhöht.

### 3. Literaturrecherche

---

Aus der Literatur können neben vielen speziellen Lösungen und Theorien 3 große Gruppen zusammengefaßt werden, die sich direkt mit Zylinderschalen mit Öffnungen befassen:

- a) Literaturstellen, die sowohl Beulversuche als auch Spannungsmessungen an durch Öffnungen gestörten Zylinderschalen (runde Öffnungen und/oder rechteckige Öffnungen) unternehmen. Die ermittelten Spannungsüberhöhungen (oft nur am Lochrand betrachtet) werden mit theoretischen Ergebnissen (Theorie schwach gekrümmter Schalen, Randwertprobleme, FEM) verglichen.

Aufgrund der Ergebnisse der Beulversuche oder auch Beullastberechnungen, oft in Abhängigkeit von unterschiedlichen Versteifungen an der Öffnung, werden Beulkurven, normiert über dem dimensionslosen Kennwert  $\mu$  (oder  $\beta$ ,  $\lambda$  usw.) =  $f\left(\frac{a}{\sqrt{Rt}}\right)$ , mit  $a$  = Parameter der Öffnung, z.B. Bogenlänge der Öffnung, aufgestellt.

- b) Literaturstellen, die sich hauptsächlich mit der Spannungsverteilung direkt am Lochrand beschäftigen, Vergleich mit anderen Theorien bzw. Berechnungen aufzeigen und oft die Grenzen der Anwendbarkeit der Theorie darstellen.
- c) Literaturstellen, die sich nur mit der theoretischen und versuchstechnischen Erfassung von Beullasten von durch Öffnungen gestörten Zylinderschalen beschäftigen und entsprechende Beulkurven aufstellen.

Daneben existiert die Gruppe von Veröffentlichungen, die sich mit ungleichförmigen Belastungen von Zylinderschalen und der konstruktiven Lösung des Problems beschäftigt.

Jung, Nonhoff [31], untersuchen das Beulverhalten von durch Öffnungen gestörten Zylinderschalen und ermitteln eine empirische Formel zur Bestimmung der Beullasten, bei durch Längsstringern ausgesteiften Öffnungen. In einer großen Versuchsreihe mit genau gemessenen Zylindern unter Biege- und Axialbruchbelastung wird die Theorie erhärtet. Die Beullasten werden auf  $b/\sqrt{Rt}$  mit  $b$  = halbe Öffnungsbreite bezogen in ein Diagramm gebracht. Interessant für dieses Vorhaben

ist die Darstellung von Spannungsüberhöhungsmessungen und Berechnungen an mehreren Stellen der Öffnung. Die Nachrechnungen mit unserem Programm ergab mit den Versuchswerten sehr gute Übereinstimmung, die theoretischen Werte nach [31] lagen über unseren Werten.

Der Ringspant als Aussteifung wird nur für Zylinder mit keiner großen Fertigungsgenauigkeit erwähnt, wurde aber versuchstechnisch nicht weiter verfolgt. Erwähnenswert ist die Aussage, daß sich an den Enden der Längsversteifungen Spannungskonzentrationen und, bei nur außen angebrachten Versteifungsquerschnitten, Biegemomente und damit Vorbeulen in der Zylinderschale ergeben.

Vergleichbar mit dieser Arbeit ist [34], die auch versucht, eine Bemessungsvorschrift für die Beullasten von durch rechteckige Öffnungen gestörten Zylinderschalen zu ermitteln. Wieder wurde eine große Versuchsreihe mit Variation der Parameter Öffnung,  $R/t$  und Versteifungen durchgeführt und die Ergebnisse auf den schon erwähnten Kennwert  $\mu = f\left(\frac{b}{\sqrt{Rt}}\right)$  normiert. Als Aussteifungen wurden ausschließlich, -bis auf einen Fall eines sehr dünnen Ringspantes- Längsversteifungen an der Öffnung angebracht.

Der Verfasser selber bemerkt, daß bei dünnwandigen Zylinderschalen mit großen Mantelöffnungen eine optimale Versteifung nur mit Längssteifen nicht mehr möglich ist. Gleichzeitig wird auch die Normierung auf den Kennwert  $\frac{b}{\sqrt{Rt}}$  in Frage gestellt und ihre gesicherte Bedeutung auf kleine Öffnungen (bzw. große Wandstärken) bis  $\frac{b}{\sqrt{Rt}} = 2,5$  begrenzt.

Die Problematik der Gestaltung der Längssteifen wird in Diagrammen deutlich, die zeigen, daß am Ende der Längssteifen die Längsspannungen wieder anwachsen.

In [60] und [57] wird ähnlich wie in den beiden vorausgegangenen Literaturstellen vorgegangen und sowohl experimentell als auch durch Nachrechnungen mit FEM-Beulprogrammen eine Entwurfskurve für die Beullasten normiert auf  $\bar{r} = \frac{r}{\sqrt{Rt}}$  erstellt, wobei eine genaue Unterteilung der Bereiche und der ermittelten Beulformen dargestellt wird. Die gesamte Untersuchung bezieht sich allerdings auf relativ kleine Löcher und die Versuche wurden mit sehr kurzen Zylinderschalen durchgeführt. In [57] wird zusätzlich der Einfluß der Längssteifen untersucht und ein  $P/P_{ki}$  definiert.



Bemerkenswert für unsere Arbeit ist die Bemerkung, daß bei mit Längssteifen verstärkten Öffnungen (und nur diese werden untersucht) die Steife nur dann optimal genutzt werden kann, wenn nicht die ungewollten Imperfektionen der Schale das Beulen herbeiführen (kann nur für kleine Öffnungen gelten). In diesem Zusammenhang wird dann auf abgeschwächte Steifenenden hingewiesen.

In [35] (Lekkerkerker) werden ausschließlich kreisförmige Öffnungen in Zylinderschalen durch die gleiche Vorgehensweise wie in den vorangegangenen Literaturstellen untersucht. Die Berechnungen basieren auf der Theorie schwach gekrümmter Schalen. Die Spannungsverteilung wurde auf den Kennwert  $\mu = f\left(\frac{a}{\sqrt{Rt}}\right)$  nur bis  $\mu = 4$  (d.h. kleine Öffnungen) normiert. Das Abklingen der Spannungen in der Schale wird für Schalen mit dem Kennwert  $\mu = 0,7$  bzw. 1, d.h. sehr kleine Öffnungen angegeben, was natürlich ein sehr schnelles Abklingen zur Folge hat. Die angegebenen Spannungsspitzen stimmen in den Größenordnungen mit von uns berechneten Werten überein.

[17] ist vergleichbar mit den vorangegangenen Literaturstellen und gibt ein Diagramm an, das eine Abgrenzung der Theorie schwach gekrümmter Schalen zeigt.

[68] (Yamamoto) bezieht sich weitgehend auf [17] und erreicht gleiche Ergebnisse mit den schon erwähnten Einschränkungen der Theorie.

In [26] (Holmes-Almroth) werden für dünnwandige Aluminiumzylinder mit je 2 symmetrischen rechteckigen Öffnungen, die versteift (nur Längssteifen) und unversteift sind und unter axialem Druck stehen, Beul- und Spannungsuntersuchungen durchgeführt. Die Berechnungen erfolgen mit einem Finite-Differenzen-Verfahren. Merkmal dieser Untersuchung sind die sehr kurzen Zylinder,  $L = 2R$ , und die exakte Vermessung und Fertigung der Zylinderschalen. Das Ergebnis zusammengefaßt lautet, daß bei kleinen und mittleren Öffnungen eine Versteifung der Öffnung keine Vorteile bringt, es sei denn, der Zylinder ist von sehr hoher Genauigkeit. Für andere Verhältnisse (große Öffnungen, keine hohe Fertigungsgenauigkeit) werden

die verschiedenen Steifeneinflüsse diskutiert, und eine empirische Formel für die Beullast in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel und der Zylinderqualität angegeben. Die Ergebnisse sind für unsere Verhältnisse nur bedingt anwendbar, da die hier untersuchte kurze Zylinderlänge praktisch eine Einspannung im Abstand  $D/2$  von der Öffnung bedeutet, und damit auch die Steifenenden sehr nahe an der Einspannung liegen.

In [40] (Naghdi, Eringen) wird, wie schon in vielen vorausgegangenen Literaturstellen, die Spannungskonzentration am runden Loch angegeben und für spezielle Fälle (kleine Löcher) das Abklingen der Spannung gezeigt und eine Abgrenzung der Theorie dargestellt.

In [62] (Tennyson) werden Versuche mit zylindrischen Schalen mit runden Öffnungen unter axialem Druck gezeigt und Vergleiche mit der Berechnung von [15] durchgeführt.

In [24] (Hein) werden mit einer Integralgleichungsmethode zur Lösung des gemischten Randwertproblems für Zylinderschalen mit unterschiedlich abgerundeten rechteckigen Öffnungen die Spannungsüberhöhungen am Lochrand in Abhängigkeit vom Kennwert  $\lambda = f\left(\frac{b}{\sqrt{Rt}}\right)$  angegeben und eine Abgrenzung der Theorie angegeben. Es werden auch Schalen mit Öffnungen betrachtet, die einseitig eingespannt und deren anderes Ende frei verformbar ist, und es wird die Abhängigkeit des Spannungskonzentrationsfaktors vom Abstand der Öffnung zur Einspannung gezeigt, der für die Membranspannungen ein Anwachsen mit der Entfernung der Öffnung von der Einspannung zeigt. Die Untersuchung wurde auch für Schalenparameter  $\lambda > 4$ , d.h. für unsere betrachteten Bereiche durchgeführt und erreichte für die Spannungskonzentrationen in diesen Bereichen exakt unsere Größenordnungen.

In [39] (Pinckert, Schnobrich) werden mit Hilfe eines "Discrete Point models" Verschiebungen und Spannungen in Zylinderschalen mit rechteckigen Öffnungen berechnet. Hier wird nicht nur die Spannung am Rande der Öffnung, sondern auch in entfernter liegenden Schnitten behandelt. Es werden jeweils 4 symmetrische Öffnungen über dem Umfang verteilt, betrachtet. Die Spannungsüberhöhungen am Rande:  $\sigma/\sigma_\infty = 11$ , und im Abstand  $R/2$ :  $\sigma/\sigma_\infty = 3$ , kann man mit unseren Werten vergleichen.

In [56] werden für runde Öffnungen in zylindrischen Schalen mit Hilfe der Kollokationsmethode das Randwertproblem gelöst. Die Lösungen werden für den schon bekannten Kennwert  $\beta = f\left(\frac{a}{\sqrt{Rt}}\right)$  normiert. Es werden Spannungsüberhöhungen direkt an der Öffnung von 20 und im Abstand  $a/2$  von 2 ermittelt, allerdings nur für dickwandige bzw. Schalen mit kleinen Öffnungen. Als Versteifung werden Ringe um die Öffnung vorgeschlagen.

In [64] werden Beullasten von Zylinderschalen mit kreisförmigen Öffnungen wie schon in anderen Veröffentlichungen als Funktion von  $\alpha = f\left(\frac{a}{\sqrt{Rt}}\right)$  dargestellt. Es wird festgestellt, daß ab  $\alpha = 2$  die Beullast auch von dem Verhältnis  $R/t$  abhängt. Als Versteifung werden Pflaster (doublers) vorgeschlagen.

In [1] (Arour) wird für den Lastfall Innendruck von durch kreisrunden Löchern gestörten Zylinderschalen die Lösung der Schalentheorie mit endlichen Verformungen angegeben und der Unterschied zu den vielen vorhandenen linearen Lösungen aufgezeigt. Es zeigt sich, daß die Spannungswerte (Lastfall, Innendruck) für die nicht lineare Lösung höher liegen.

[51] (Palazotto) untersucht das Beulverhalten von stringer- und ringversteiften Zylinderschalen mit Öffnungen und stellt Abhängigkeiten zwischen Schalen bzw. Steifengeometrien mit dem Programm STAGS dar. Er stellt fest, daß der Kennwert  $\frac{a}{\sqrt{Rt}}$  nicht für orthotrope Schalen anwendbar ist.

In [19] (Focke-Wulf-Bericht) wird die gleiche Vorgehensweise versuchstechnisch wie bei uns gewählt, d.h. es wird eine ringversteifte Zylinderschale mit einer Öffnung ( $\pm 15^\circ$ ) einseitig eingespannt und mit einer Querkraft belastet und das Abklingen der Spannungskonzentration, hervorgerufen durch die Öffnung, in den einzelnen Schalenabschnitten betrachtet. Die Versuchsergebnisse wurden mit Berechnungen mit Übertragungsmatrizen verglichen.

In [25] (Hoff) wird auch eine ähnliche Vorgehensweise wie bei uns, aber für orthotrop versteifte Schalen mit Öffnungen durchgeführt. Die Untersuchung umfaßte Spannungs- bzw. Dehnungsmessungen in kontinuierlichen Schnitten der Schale, Berechnungen der Spannungen und zusätzlich noch Beullastberechnungen.

Die untersuchten Schalen waren orthotrop versteift (z.B. 16 Stringer über dem Umfang), die Öffnungen variierten von  $2\alpha = 45^\circ$  bis  $135^\circ$ . Das Hauptaugenmerk wurde auf das Abklingen der Spannungen gelegt. Ein Vergleich mit unseren Werten ist aufgrund der Orthotropie nicht möglich. Unsere Methode ist aber auch für solche Fälle anwendbar.

#### Ungleichförmige Belastung und konstruktive Lösungen:

Stellvertretend für Literaturstellen zum Thema ungleichförmige Spannungsverteilung kann [21] herangezogen werden. Angeregt wurde diese Arbeit durch einen Schadensfall, bei dem eine axial belastete Kreiszylinderschale aus Stahl eingestürzt war, die man durch Stahlkeile in einem später vergossenen Fundament ausgerichtet hatte, ohne die Stahlkeile später zu entfernen. Die Stahlkeile übertrugen einen wesentlichen Teil der Lasten auf das Fundament und damit hatte die Kreiszylinderschale ungleichförmig über dem Umfang verteilte Lasten aufzunehmen, die wesentlich höher lagen als eine gleichmäßige Gesamtbelastung.

In der Arbeit [21] werden Beullasten dünner Kreiszylinderschalen (bis zu  $R/t = 100$ ) für beliebig verteilte Randbelastungen berechnet und mit einer gleichmäßig belasteten Zylinderschale verglichen. Variiert werden das Verhältnis  $R/t$ , die Schalenlänge, die Randbedingungen und die Grundzustände des gleichmäßigen Membranzustandes bzw. Biegezustandes. Aus den Ergebnissen ist zu erkennen, daß unabhängig von Randbedingungen und Schalenlänge nicht die Größe der Gesamtbelastung für das Beulen maßgebend ist, sondern die kritische Beullast durch die Verteilung der Belastung auf dem Schalenrand und die maximale Lastordinate bestimmt wird. Erst bei einer Lastverteilung von  $0,01 \times \pi \times R$  gegenüber  $2 \pi R$  steigt die Beullast signifikant an.

Als Erweiterung bzw. Lösung dieser Problematik werden in mehreren Literaturstellen, teilweise schon aus den zwanziger Jahren [63], [66] konstruktive Lösungen für die Verteilung bzw. Einleitung von Längskräften in dünnwandigen Zylinderschalen angegeben.

Lit. [21] stellt für stehende zylindrische Behälter wie Silos oder Flüssigkeitsbehälter, die aus betrieblichen Gründen auf Einzelstützen gelagert sind, statische und konstruktive Überlegungen an, die die Besonderheiten stahlbaulicher Lösungen berücksichtigen. Aufgrund von Vergleichsuntersuchungen stellt sich die Aussteifungsform mit Längs- und Ringsteifen als zweckmäßigste Lösung dar. Diese Konstruktionsform ist in der Lage, die Umfangsbiegung aufzunehmen und damit die meist dünnwandige Wand zu entlasten. Auch die Kraftverteilung erfolgt auf diese Weise rascher, jedoch können auch hier am Ende des Aussteifungsbereichs noch lokal erhöhte Längsdruckspannungen, die für das Einbeulen nicht unberücksichtigt bleiben dürfen, auftreten.

Bemerkenswert ist auch ein Ergebnis dieser Untersuchung, daß ein möglichst großer Abstand der Ringe die Schubnachgiebigkeit vermindert, die Aufnahme der Umfangsbiegung erleichtert und somit zweckmäßiger ist.

#### 4. Zur Theorie und Anwendung der Übertragungsmatrizen

---

Basierend auf den Vorarbeiten von Schnell und Czerwenka beschäftigen sich die Verfasser seit längerer Zeit mit der Anwendung von Übertragungsmatrizen für die Berechnung von Drehschalen unter beliebigen Belastungen [42-50].

Diese Methoden wurden für die Berechnung orthotrop versteifter Schalen für die Luft- und Raumfahrt entwickelt. Sie stellen "Bausteine" dar, die abschnittsweise eingesetzt werden. Diese Bausteine (Übertragungsmatrizen) können sein: Membranzylinderschale, Membranschale mit Umfangsbiegesteifigkeit (sog. Halbbiegeschale), Spant, fiktiver Spant zur Lasteinleitung und in anderen Strukturen: Kegelschalen, Kugelschalen, Rohrkrümmer, Platten usw., siehe Abb. 1 bis 4.

Die Übertragungsmatrix für einen Abschnitt kann so aufgefaßt werden, daß sie den Zusammenhang zwischen den beiden Zustandsvektoren an den beiden Enden des Abschnitts angibt. Mehrere Abschnitte können durch Matrizenmultiplikation zusammengefaßt werden und die kompletten Zustandsvektoren der Ränder ermittelt werden. Es können aber auch, um numerische Probleme zu umgehen, die einzelnen Wandmatrizen (Abschnittsmatrizen) erhalten bleiben und jeder Zustandsvektor zwischen jedem Abschnitt direkt durch Lösen der Gesamtübertragungsmatrix ermittelt werden, siehe Abb. 5 bis 8.

Vorteile des Verfahrens liegen in der auch für kleinere (bis hin zum leistungsfähigen Taschenrechner, z.B. HP41) möglichen Programmierung und der gegenüber der FE-Methode einfachen Variablenänderungen, so daß Parametervariationen in kurzer Zeit durchgeführt werden können.

Die Rechenzeit auf Großrechnern gegenüber der FE-Methode kann man in etwa mit dem Faktor 1:100 angeben. Die Vorbereitungszeit für eine Variation ist minimal.

Die für die vorliegenden Probleme benötigten Übertragungsmatrizen der Zylinderschale mit Umfangsbiegesteifigkeit wird in folgender Weise idealisiert: Die Zylinderschale ist dünnwandig, d.h. die Wanddicke ist sehr viel kleiner als der Radius, so daß Änderungen der Verschiebungen und Kräfte über der Wanddicke vernachlässigt werden. Die Eigenschaften in einer vorgegebenen Richtung bleiben

konstant. In Umfangsrichtung sei die Schale dehnstarr und biegesteif. Die Biegesteifigkeit in Längsrichtung sowie die Drillsteifigkeit werden vernachlässigt. Diese erweiterte Halbmembrantheorie liefert abklingende Lösungen, die bei langen Zylindern zu numerischen Schwierigkeiten und gegebenenfalls zum Scheitern der Berechnung führen können. Deshalb ist für relativ lange Schalen die Übertragungsmatrix des "unendlich langen Zylinders" abgeleitet worden, die die elastische Einspannung einer sehr langen Schale darstellt.

Beim Arbeiten mit Übertragungsmatrizen von Zylinderschalen empfiehlt es sich, jede Last auf dem Umfang in eine Fourierreihe aufzulösen, so daß die einzelnen, voneinander orthogonal unabhängigen Fourier-Glieder, getrennt untersucht und anschließend superponiert werden können.

## 5. Zum Verfahren der Berechnung der Spannungsverteilung um große Öffnungen in Zylinderschalen mit Übertragungsmatrizen nach der Kraftmethode

Die überwiegende Belastung des Stahlschornsteins ist das statische (oder dynamische) Biegemoment, aus dem große Längsspannungen resultieren. Dieser Umstand erlaubt es, die später ausgeschnittene Mantelteilschale nur mit Längskräften zu belasten und die Größe der Belastung so zu bestimmen, daß an den krummen Öffnungsrändern die Längsspannung in der Schale in vorgegebenen Kontrollpunkten verschwindet. Eine nachfolgende Überprüfung der sehr großen Anzahl der Parameterrechnungen hat gezeigt, daß dadurch alle Membrankraftflüsse ( $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_{xy}$ ) an allen vier Rändern (an zwei geraden und an zwei krummen Rändern) klein bleiben bzw. werden, siehe Lit. [23].

Im ersten Schritt wird die ungeschwächte Zylinderschale unter den äußeren Lasten (oder unter den innerhalb eines Abschnitts oder mehrerer Abschnitte wirkenden Lasten, z.B. Winddruck, Innendruck usw.) behandelt. Es werden alle Membranspannungen -Balkenspannungen wie auch Wölbspansungen- mit Übertragungsmatrizen nach der direkten Methode, siehe Abb. 7 und 8, ermittelt. Bei der direkten Methode liegen die Zustandsvektoren aller betrachteten Schnitte direkt vor, also auch die Schnittkräfte an den Rändern der noch nicht betrachteten Öffnung. Diese Ränder müssen bei Berücksichtigung der Öffnung normalspannungsfrei sein.

Deshalb wird im 2. Schritt eine Normalkraftflußbelastung entlang den zylindrischen Rändern der Öffnung so angebracht, daß bei Überlagerung mit der äußeren Belastung die Ränder normalspannungsfrei werden. Zu diesem Zweck werden -mit Hilfe der sogenannten fiktiven Spante- an  $n$  gleichmäßig über dem Öffnungsrand verteilten Stellen Längskraftflüsse  $A_n$  aufgebracht, siehe Abb. 10. Die Werte  $A_n$  werden durch Iteration so bestimmt, daß an den  $n$  Stellen der aus der äußeren Belastung vorgegebene Längskraftfluß erreicht wird, d.h. der Rand wird bei Überlagerung normalspannungsfrei. In benachbarten Bereichen der Zylinderschale werden durch die normalspannungsfreien Öffnungsränder hohe Spannungsspitzen induziert. Die äußeren Belastungen und die fiktive Belastung  $A_n$  am Öffnungsrand werden zweckmäßigerweise in Fourierreihen zerlegt, damit die Gleichungssysteme für jede Umfangswellen  $m$  einzeln gelöst werden können, siehe Abb. 9. Die Gesamtbelastungen erreicht man durch Superponieren der einzelnen Umfangswellenbelastungen.

Mit der bekannten Belastung am Rande der Öffnung kann dann auch in den weiteren Schnitten der Zylinderschale die resultierende Belastung ermittelt werden.



$R_0$	$R_1$	$R_2 \frac{D}{Dx}$	$(\frac{-2bR_1}{a^2} + R_3) \frac{D}{Dx}$	$-\frac{d}{a^2}(a_0 R_0 + a_1 R R_1 - a_0 + a_1 R x)$
$-a^2 R_3$	$R_0 - 2bR_2$	$\frac{D}{Dx}(R_1 - 2bR_3)$	$R_2 \frac{D}{Dx}$	$\frac{d}{a^2}(-a_0 a^2 R_3 - a_1 R R_0 - \frac{c}{2} R_2 + a_1 R)$
$-a^2 R_2 \frac{D}{Dx}$	$-a^2 R_3 \frac{Dx}{D}$	$R_0 - 2bR_2$	$R_1$	$d(R_2 + a_1 R R_3)$
$-a^2 R_1 \frac{Dx}{D}$	$-a^2 R_2 \frac{Dx}{D}$	$-a^2 R_3$	$R_0$	$d(R_1 + a_1 R R_2)$
0	0	0	0	1

Dabei sind folgende Abkürzungen benutzt worden:

1. Bezugsdehnsteifigkeit:  $D (\frac{D}{Dx} \cong 1)$

2. Konstanten:

$$a = \mu^2 + \nu^2$$

$$b = \mu^2 - \nu^2$$

$$c = 2\mu\nu$$

$$d = \frac{R^2 m^2 p}{Dx}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{m^2(m^2-1)}{2} \sqrt{\frac{Kp}{R^2 Dx} + \frac{Kp}{4R^2 S} m^2(m^2-1)^2}}$$

$$\nu = \sqrt{\frac{m^2(m^2-1)}{2} \sqrt{\frac{Kp}{R^2 Dx} - \frac{Kp}{4R^2 S} m^2(m^2-1)^2}}$$

3. Rayleigh'schen Funktionen  $R_0$  bis  $R_3$ :

$$R_0 = \cosh \mu \xi \cos \nu \xi + \frac{b}{c} \sinh \mu \xi \sin \nu \xi$$

$$R_1 = \frac{1}{2\nu} \cosh \mu \xi \sin \nu \xi + \frac{1}{2\mu} \sinh \mu \xi \cos \nu \xi$$

$$R_2 = \frac{1}{c} \sinh \mu \xi \sin \nu \xi$$

$$R_3 = \frac{1}{2a} (\frac{1}{\nu} \cosh \mu \xi \sin \nu \xi - \frac{1}{\mu} \sinh \mu \xi \cos \nu \xi)$$

Abb. 1: Übertragungsmatrix der Halbbiegeschale mit Berücksichtigung der Lastspalte zur Aufnahme von Lasten innerhalb des Schalenabschnitts

1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	$S_{32}$	1	0	0
$S_{41}$	0	0	1	0
0	0	0	0	1

$$S_{32} = (m^2 - 1)^2 \frac{K_Q}{R^3 D}$$

$$S_{41} = -m^4 (m^2 - 1)^2 \frac{K}{R^3 D}$$

Abb. 2: Spantübertragungsmatrix  $S_{ij}$

1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
$\frac{(\mu^2 + \nu^2)^2}{3\mu^2 - \nu^2}$	$\frac{2\mu(\mu^2 + \nu^2)}{3\mu^2 - \nu^2}$	1	0	0
$-\frac{2\mu(\mu^2 + \nu^2)^2}{3\mu^2 - \nu^2}$	$-\frac{(\mu^2 + \nu^2)^2}{3\mu^2 - \nu^2}$	0	1	0
0	0	0	0	1

Abb. 3: Übertragungsmatrix der unendlichen Zylinderschale,  $W_{ij}$

1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	$\frac{n_x R}{D}$
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

Abb. 4: Übertragungsmatrix des fiktiven Spants zur Aufbringung von Längskraftflüssen,  $L_{ij}$

$$\mathcal{U} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \frac{v_0}{R} \\ u \\ \frac{1}{x} \frac{R}{D} \\ -\frac{1}{x} \frac{R}{D} \\ 1 \end{bmatrix}$$

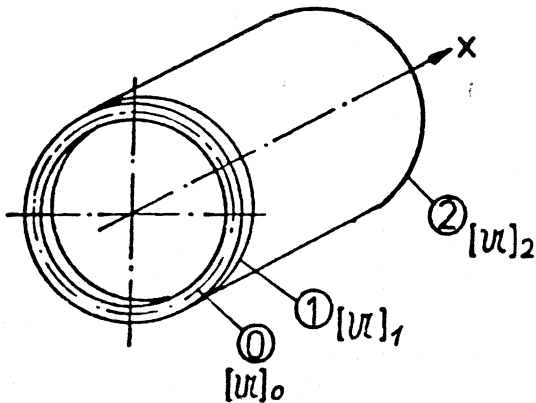
$\bar{v}$  = Verformung in Umfangsrichtung

$\bar{u}$  = Verformung in Längsrichtung

$\bar{n}_x$  = Längskraftfluß

$\bar{n}_x$  = Schubfluß

Abb. 5: Komponenten des Zustandsvektors



$$[u]_1 = \{S\} \cdot [u]_0$$

$$[u]_2 = \{W\} \cdot [u]_1$$

oder:

$$[u]_2 = \{W\} (\{S\} \cdot [u]_0)$$

$$[u]_2 = \{W \cdot S\} \cdot [u]_0$$

- $\{S\}$  Spantmatrix
- $\{W\}$  0-Matrix der Membranschale
- $\{W \cdot S\}$  Wandmatrix des Spant-Membranzylinderschalenabschnitts

1	0	0	0
0	1	0	0
0	$S_{32}$	1	0
$S_{41}$	0	0	1

$\{S\}$

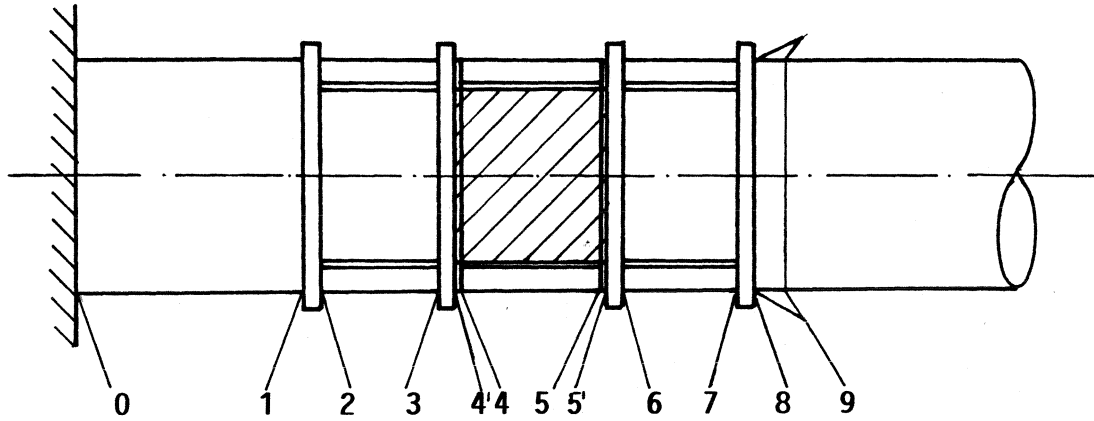
1	$\xi$	$\frac{1}{2} \xi^2$	$W_{14}$
0	1	$\xi$	$\frac{1}{2} \xi^2$
0	0	1	$\xi$
0	0	0	1

$\{W\}$

$1 + W_{14} S_{41}$	$\xi + \frac{1}{2} \xi^2 S_{32}$	$\frac{1}{2} \xi^2$	$W_{14}$
$\frac{1}{2} \xi^2 S_{41}$	$1 + \xi S_{32}$	$\xi$	$\frac{1}{2} \xi^2$
$\xi S_{41}$	$S_{32}$	1	$\xi$
$S_{41}$	0	0	1

$\{W \cdot S\}$

Abb. 6: Aufbau einer Abschnittsmatrix (Wandmatrix) für einen Spant-Zylinderschalenabschnitt, hier mit der Matrix der Membranzylinderschale



Randbedingungen:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{n}_x \frac{R}{D} \\ \bar{n}_x \frac{R}{D} \\ 1 \end{pmatrix}_0$$

$$\begin{pmatrix} \frac{v}{m^2} \\ \bar{u} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_9$$

$$v_2 = \underbrace{\{ S_{12} \cdot W_{01} \}}_{P_{02}} v_0$$

$$v_4 = \underbrace{\{ \mathcal{L}_{4'4} \cdot S_{34} \cdot W_{23} \}}_{P_{24}} v_2$$

$$v_5 = \underbrace{\{ \mathcal{L}_{5'5} \cdot W_{45'} \}}_{P_{45}} v_4$$

$$v_7 = \underbrace{\{ W_{67} \cdot S_{56} \}}_{P_{57}} v_5$$

$$v_9 = \underbrace{\{ \gamma_{\infty} \cdot S_{78} \}}_{P_{79}} v_7$$

Abb. 7: Aufteilen des Gesamtsystems in Abschnitte zur besseren numerischen Verarbeitung, sogenannte direkte Methode

$$\{P_{02}\} \cdot v_0 - \{1\} v_2 = 0$$

$$\{P_{24}\} v_2 - \{1\} v_4 = 0$$

$$\{P_{45}\} v_4 - \{1\} v_5 = 0$$

$$\{P_{57}\} v_5 - \{1\} v_7 = 0$$

$$\{P_{79}\} v_7 - \{1\} v_9 = 0$$

$P_{02}$	$-1$	$-1$	$-1$	$-1$	
	$P_{24}$	$-1$	$-1$	$-1$	$-1$
		$P_{45}$	$-1$	$-1$	$-1$
			$P_{57}$	$-1$	$-1$
				$P_{79}$	$-1$
					$-1$

 $\cdot$ 

$v_0$
$v_2$
$v_4$
$v_5$
$v_7$
$v_9$

 $= 0$

Abb. 8: Aufstellen des Gleichungssystems für die direkte Methode

m \ m	0	1	2	3	
	$u_0 - u_9$	$u_0 - u_9$	$u_0 - u_9$	$u_0 - u_9$	
0	$P_{09}^*$	0	0	0	=
1	0	$P_{09}^*$	0	0	
2	0	0	$P_{09}^*$	0	
3	0	0	0	$P_{09}^*$	
					0
					0
					0
					0

$P_{09}^*$  entspricht der Matrix des Gleichungssystems, siehe Abb. 8

Abb. 9: Aufstellen des Gleichungssystems für alle Umfangswellen m

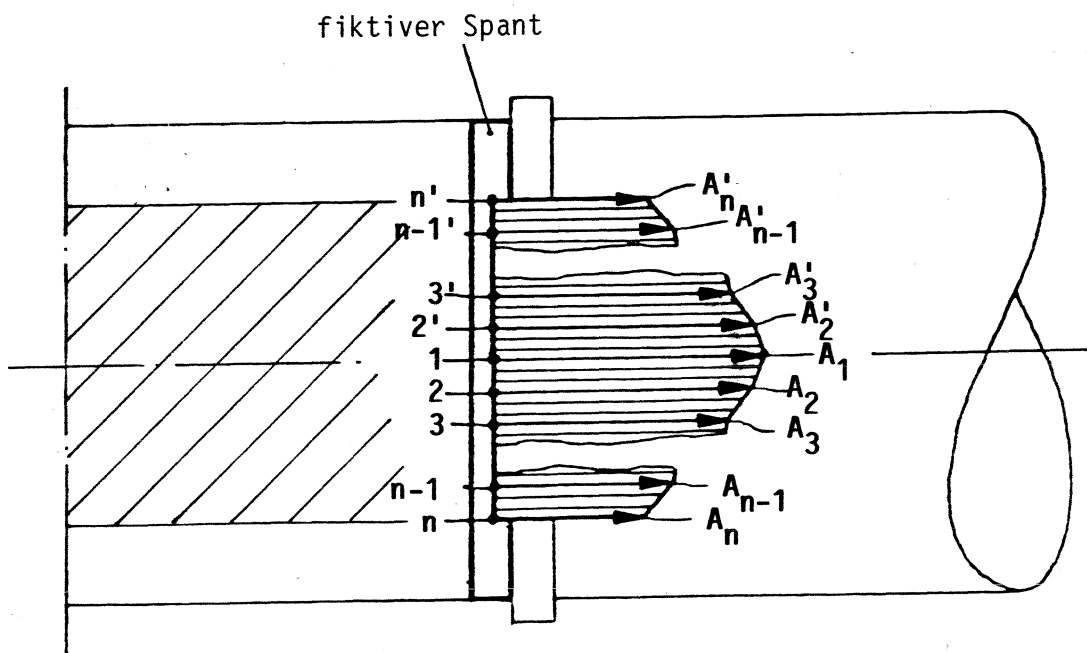


Abb. 10: Aufbringung der Lasten am Rand der Öffnung zur Kompensierung der äußeren Lasten

## 6. Bezeichnungen

---

a, b	Längen-, bzw. Dickenmaß
$A_0$	Querschnittsfläche der ungestörten Zylinderschale
$A_1, A_2, A_3$	Stringerquerschnittsflächen
B	Abstand: Einspannung-Öffnungsrand
d	$\frac{G_s \cdot t \cdot R^4}{E_{sp} \cdot J_E \cdot L} =$ Wignot-Faktor, gilt nur für $L \leq 2R$ , mit L = Abstand zwischen den Spanten
D	Bezugsdehnsteifigkeit
E	Elastizitätsmodul
$E_{sp}$	E-Modul Spant
F	Flächenmaß
H	Länge des Stahlschornsteins
$G_s$	Schubmodul der Schale
J	Trägheitsmoment
$J_E$	Spanträgheitsmoment in Spantebene
$J_T$	Torsionsträgheitsmoment
$J_1$	Spanträgheitsmoment um die Radialachse
K	Biegesteifigkeit des Ringes in der Ebene
$K^*$	Faktor, der die Randbedingungen der Schale kennzeichnet
K	Umfangsbiegesteifigkeit der Schale
$K_Q$	Quersteifigkeit des Ringes
$\lambda, L$	Längenmaße
$L_0$	Öffnungslänge, wenn nicht als Funktion von R angegeben
m	Umfangswellenzahl
$M_i$	Belastungsmoment, für Schnitt i
$n_x$	Längskraftfluß ( $\sigma_x \cdot t$ )
$n_x \frac{R}{D}$	bezogener Längskraftfluß
$\overline{n_{x0}}$	Längskraftfluß für die ungestörte Schale (Scheitelwert)
$n_x$	Schubfluß
$N_i$	Normalkraft, für Schnitt i
P	Traglast
$P_{1,2}$	bezogene Traglasten
R	Radius der Zylinderschale

s	Dickenmaß
t	Wanddicke der Zylinderschale
$\bar{u}_i$	Überhöhung ( $\frac{n_x}{n_{x0}}$ ), für den Schnitt i, aus der Berechnung mit großer Öffnung
x	Kennzeichnung der axialen Richtung
W	Widerstandsmoment
$W_0$	Widerstandsmoment der ungestörten Schale
$\alpha$	halber Öffnungswinkel
$\alpha$	Abminderungsfaktor
$\alpha_B$	Abminderungsfaktor bei Biegebelastung
$\gamma$	Sicherheitsbeiwert
$\sigma$	Zug- bzw. Druckspannung
$\sigma_e$	abgeminderte Beulspannung
$\sigma_F$	Fließspannung
$\sigma_{iD}$	Längsspannungen auf der Druckseite, für den Schnitt i
$\sigma_{iZ}$	Längsspannungen auf der Zugseite, für den Schnitt i
$\sigma_{Ki}$	theoretische ideale Beulspannung
$\sigma_{\text{vorh. iD,Z}}$	Längsspannung x Überhöhungsfaktor, für den Schnitt i
$\sigma_{D,Z\text{max}}$	maximale Längsspannungen
$\sigma_u$	Tragspannung nach DAST 013
$\sigma_{kr_{OS}}$	kritische Beulspannung des kurzen, aufgeschlitzten Zylinders
$\sigma_{kr_{KS}}$	kritische Beulspannung des Balkenstreifens (sehr kurze Schale)
$\sigma_{kr_{OS}}$	kritische Beulspannung der geschlossenen Schale $\hat{=} \sigma_u$ nach DAST 013
$\tau_u$	kritische Schubspannung nach DAST 013
$\chi_K$	Faktor, der die Anhebung der theoretischen Beulspannung bei nichtgleichförmiger Spannungsverteilung berücksichtigt
$\varphi$	Umfangswinkel



## 7. Parametervariationen der Zylinderschalen mit großen rechteckigen Öffnungen

### 7.1 Erläuterungen zu den Parametervariationen

In den folgenden theoretischen Untersuchungen werden Zylinderschalen mit großen Öffnungen mit den Randbedingungen:

- unendlich symmetrisch
- endlich symmetrisch
- unsymmetrisch

untersucht. Die Begriffe "symmetrisch" und "unsymmetrisch" beziehen sich auf die Lage der Einspannung der Schale zur Öffnung. Die Hauptparameter der Untersuchung sind:

- Verhältnis  $R/t$  (50-300)
- Öffnungswinkel  $2\alpha$  ( $60^\circ$ - $120^\circ$ )
- Versteifungen (Spante, Stringer)

Weitere Abhängigkeiten von Parametern werden exemplarisch in einzelnen Parametervariationen untersucht. Eine globale Variation aller Parameter wäre unübersichtlich und auch kaum durchführbar gewesen.

Bei der äußeren Belastung wird zwischen einem reinen Biegemoment, einer konstanten Längskraft und einem Winddruck nach DIN 4133 unterschieden. Hauptsächlich wird die Belastung unter einem zur Öffnungsmitte symmetrischen reinen Biegemoment zur Untersuchung der Parametereinflüsse herangezogen.

Die Ergebnisse der Parametervariationen sind in Tabellen und Diagrammen dargestellt.

In den Tabellen jeder Parametervariation sind für die drei wichtigen Schnitte:

- Abstand 0 vom Öffnungsrand
- Abstand  $R/2$  vom Öffnungsrand
- Abstand  $R$  vom Öffnungsrand

die errechneten Längskraftflußüberhöhungen (Quotient aus: errechneter maximaler Längskraftfluß mit Berücksichtigung der Öffnung durch maximalen Längskraftfluß aus Balkenbiegetheorie ohne Berücksichtigung der Öffnung) aufgelistet.

Die Diagramme zeigen die Längskraftflußüberhöhungen in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel, Verhältnis  $R/t$ , Abstand zur Öffnung und/oder von der Versteifung. Zwischenwerte für nicht gerechnete Parameter können den Kurvenscharen entnommen werden.

Weitere Diagramme zeigen die Ergebnis-Plots der Längskraftflußverteilungen über dem Umfang der Zylinderschale für die gerechneten Schnitte.

## **7.2 Verwendete Versteifungen in den nachfolgenden Parametervariationen**

### **7.2.1 Spantversteifung**

Die Spante in den folgenden Parametervariationen sind torsionssteife Winkelprofilringe. Die Spantgeometrien, siehe Tabelle 7.1, sind alle auf den Radius  $R = 30$  cm bezogen.

Für andere Radien müssen, bei vorgegebenem Wignot-Faktor  $d$ , die Spantgeometrien jeweils errechnet werden. Die Formel für den Wignot-Faktor, siehe Tabelle 7.1, gilt nur für Spantabstände in der Größenordnung des Radius. Die Lage der Spanten ist in den jeweiligen Parametervariationen durch eine Skizze erläutert. Mit einer Ausnahme sind die beiden ersten Spanten an den Öffnungsrändern, und die beiden nächsten Spanten jeweils im Abstand  $R$  vom Öffnungsrand angebracht.

### **7.2.2 Stringerversteifung**

Die Stringer in den folgenden Parametern (ab 7.13) sind Längssteifen (Flacheisen), die die beiden geraden Längskanten der Öffnung abschließen und bis zu den Spanten im Abstand  $R$  vom Öffnungsrand reichen. Die Stringer sind mit allen 4 Spanten verbunden.

Die Querschnittsflächen der Stringer sind durch A1-A2-A3 beschrieben:

A1 = Stringerfläche im Öffnungsbereich

A2 = Stringerfläche im Bereich: Öffnungsrand bis zum Abstand R/2 vom Öffnungsrand

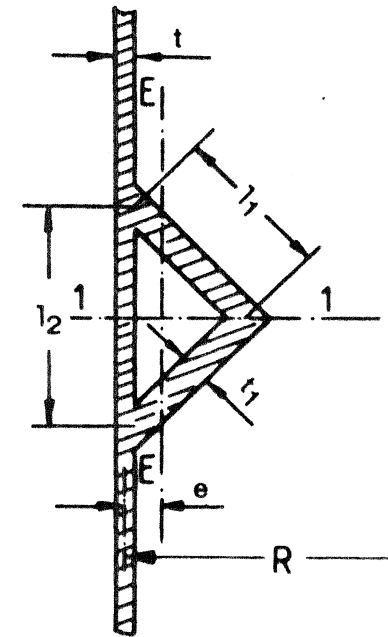
A3 = Stringerfläche im Bereich: Abstand R/2 bis R (2. Spant) vom Öffnungsrand

Flächenausgleich im Zusammenhang mit den Stringern bedeutet: Die durch die Öffnung fehlende Querschnittsfläche der Zylinderschale wird durch die Querschnittsflächen der beiden Stringer ersetzt:

$$R \cdot t \cdot 2\alpha = A1 = A2 = A3 \text{ bei Flächenausgleich}$$

Die Geometrien der Stringer sind in den Parametervariationen durch die Angabe der Größen A1, A2 und A3 und durch die Skizzen beschrieben.

$\frac{R}{t}$	t  cm	t <sub>1</sub>  cm	l <sub>1</sub>  cm	l <sub>2</sub>  cm	e  cm	J <sub>E</sub>  cm <sup>4</sup>	d	J <sub>1</sub>  cm <sup>4</sup>	J <sub>T</sub>  cm <sup>4</sup>
300	0,1	0,2	3,2	4,8	0,85	1,04	1000	3,1	1,48
			4,05	6,0	1,07	2,08	500	6,23	2,95
			5,1	7,5	1,35	4,1	250	12,35	5,80
			7,0	10,18	1,84	10,49	100	31,65	14,79
150	0,2	0,4	3,1	4,95	0,835	2,06	1000	5,99	2,94
			3,95	6,15	1,06	4,10	500	12,09	5,86
			5,0	7,64	1,33	8,11	250	24,10	11,56
			6,9	10,32	1,83	20,75	100	62,10	29,49
100	0,3	0,6	3,0	5,09	0,82	3,09	1000	8,69	4,37
			3,85	6,30	1,04	6,13	500	17,63	8,74
			4,9	7,78	1,32	12,08	250	35,30	17,26
			6,8	10,46	1,82	30,89	100	91,49	44,10
50	0,6	1,2	2,6	5,37	0,76	6,15	1000	14,77	7,69
			3,5	6,65	1,0	12,3	500	31,82	16,45
			4,6	8,2	1,28	24,49	250	66,48	33,94
			6,5	10,89	1,78	61,52	100	174,32	87,24



(Hier ist der Spant  
innenliegend gezeichnet)

**Wignotfaktor d:**

$$d = \frac{G_s \cdot t \cdot R^4}{E_{sp} \cdot I_E \cdot L}$$

L = Abstand Spant-Spant ( $\leq 2R$ )

E<sub>sp</sub> = E-Modul Spant

G<sub>s</sub> = Schubmodul Schale

**Tabelle 7.1:** Spantgeometrien für  
R = 30 cm.

### 7.3 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale

#### 7.3.1 Parameter:

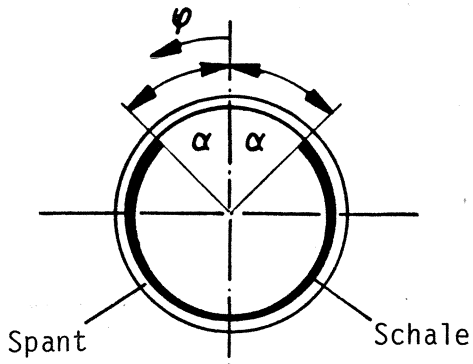
$R/t = 300/150/100/50$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ/90^\circ/60^\circ$

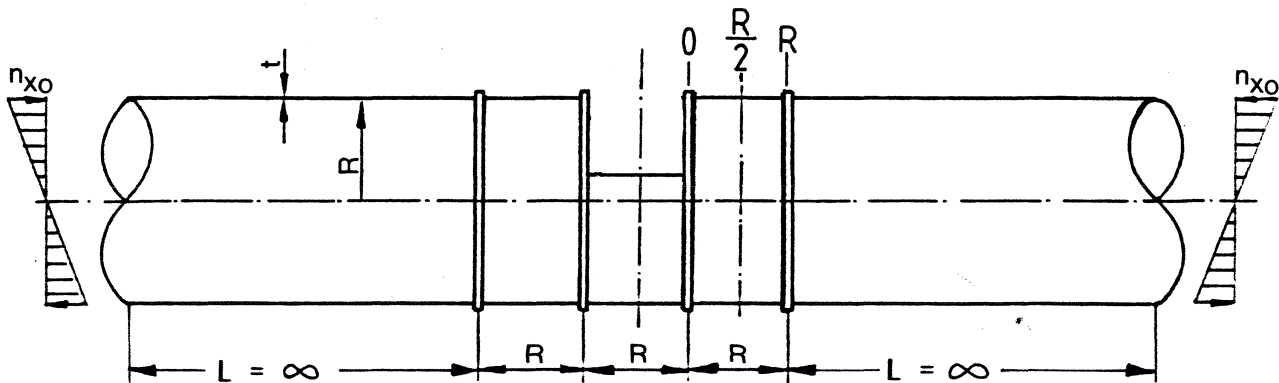
Spante:  $d = \infty/1000/500/100$

Belastung: Reines Biegemoment

Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge  $R$



Abstand vom Öffnungsrand:



#### 7.3.2 Ergebnisse

In den 3 Tabellen 7.2 bis 7.4 sind die errechneten Längskraftflußüberhöhungen der vollständigen Parametervariation für die Schnitte: 0,  $R/2$ ,  $R$  aufgelistet. Die 3 Tabellen unterscheiden sich durch die Größe des Öffnungswinkels.

Die Diagramme 7.1 bis 7.6 zeigen den Einfluß der unterschiedlichen Spantsteifigkeiten in den 3 Schnitten für  $R/t = 50$  bis 300. Es ist deutlich zu erkennen, daß der versteifende Einfluß der Spante für dünnwandigere Schalen ( $R/t = 150-300$ ) größer ist. Am Öffnungsrand kann für  $R/t = 50$  die unausgesteifte Schale ( $d = \infty$ ) sogar niedrigere Längskraftflußüberhöhungen haben. Das ist in den Diagrammen 7.1, 7.2 und 7.5 durch die, die anderen Kurven schneidende Kurve:  $d = \infty$ , zu erkennen. In den weiteren Schnitten ist die Tendenz ähnlich, jedoch liegen die Werte der ausgesteiften Schale immer niedriger.

Die Diagramme 7.7 bis 7.10 zeigen das "Abklingen" des Längskraftflusses vom Öffnungsrand bis zum Abstand  $R$  vom Öffnungsrand. Hier ist auch deutlich der das schnelle "Abklingen" begünstigende Einfluß der steifen Spante, vor allem bei großen Öffnungswinkeln (Diagramm 7.10), zu erkennen.

In den Diagrammen 7.15 bis 7.22 wird die Längskraftflußverteilung über dem Umfang für die Zylinderschale vom Verhältnis  $R/t$  (50 bis 300) für die unausgesteifte Version und die sehr steife Version ( $d = 100$ ) angegeben. Auf einer Seite sind jeweils die unausgesteifte und die ausgesteifte Version untereinander angeordnet. Das schnelle "Abklingen" aufgrund der Versteifung durch die Spante ist sofort qualitativ zu erkennen.

Die Diagramme ohne Spante zeigen auch, daß der Einfluß der Öffnung bei dieser 'unendlichen' Schale bis weit in die Schale reicht.

$\frac{R}{t}$	Spante d	Abstand vom Öffnungsrand		
		0	$\frac{R}{2}$	R
300	$\infty$	4,53	2,01	1,64
	1000	3,93	1,39	0,81
	500	3,70	1,23	0,83
	100	3,18	1,00	0,92
150	$\infty$	3,96	1,79	1,45
	1000	3,78	1,29	0,81
	500	3,60	1,21	0,80
	100	3,14	1,00	0,89
100	$\infty$	3,67	1,67	1,36
	1000	3,70	1,27	0,83
	500	3,54	1,19	0,79
	100	3,11	1,00	0,88
50	$\infty$	3,25	1,47	1,19
	1000	3,54	1,25	0,85
	500	3,42	1,18	0,80
	100	3,06	1,00	0,84

**Tabelle 7.2 :** Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation unendliche symmetrische Schale  
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment

$\frac{R}{t}$	Spante d	Abstand vom Öffnungsrand		
		0	$\frac{R}{2}$	R
300	$\infty$	6,68	2,65	2,10
	1000	6,17	1,69	0,86
	500	5,78	1,51	0,81
	100	4,71	1,15	0,82
150	$\infty$	5,78	2,32	1,82
	1000	5,78	1,64	0,92
	500	5,49	1,49	0,83
	100	4,61	1,15	0,76
100	$\infty$	5,32	2,15	1,68
	1000	5,54	1,61	0,96
	500	5,31	1,47	0,86
	100	4,54	1,15	0,76
50	$\infty$	4,70	1,87	1,46
	1000	5,20	1,54	1,00
	500	5,01	1,43	0,91
	100	4,41	1,14	0,76

**Tabelle 7.3:** Längskraftflußüberhöhungen

Parametervariation unendliche symmetrische Schale

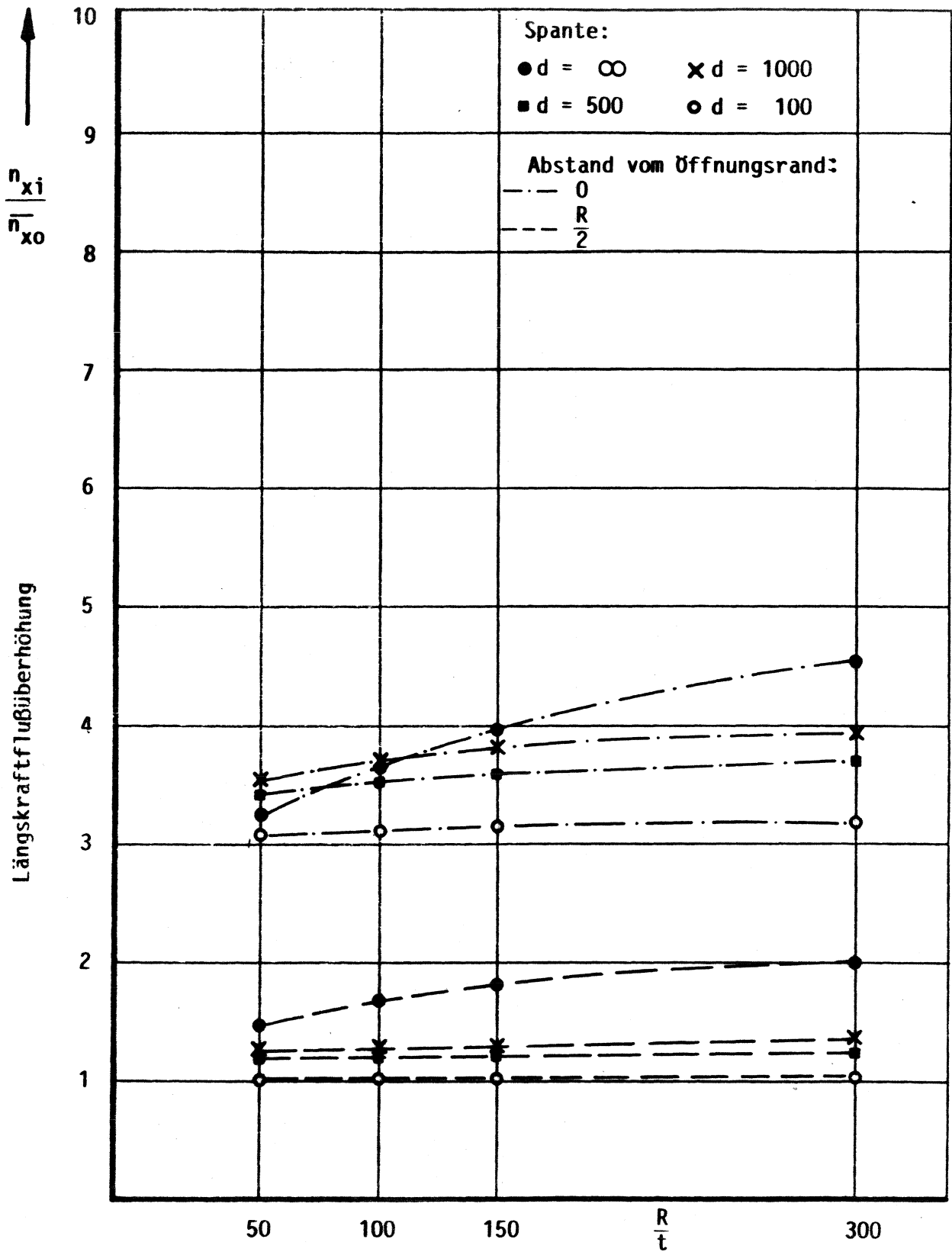
Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$

Belastung: Reines Biegemoment

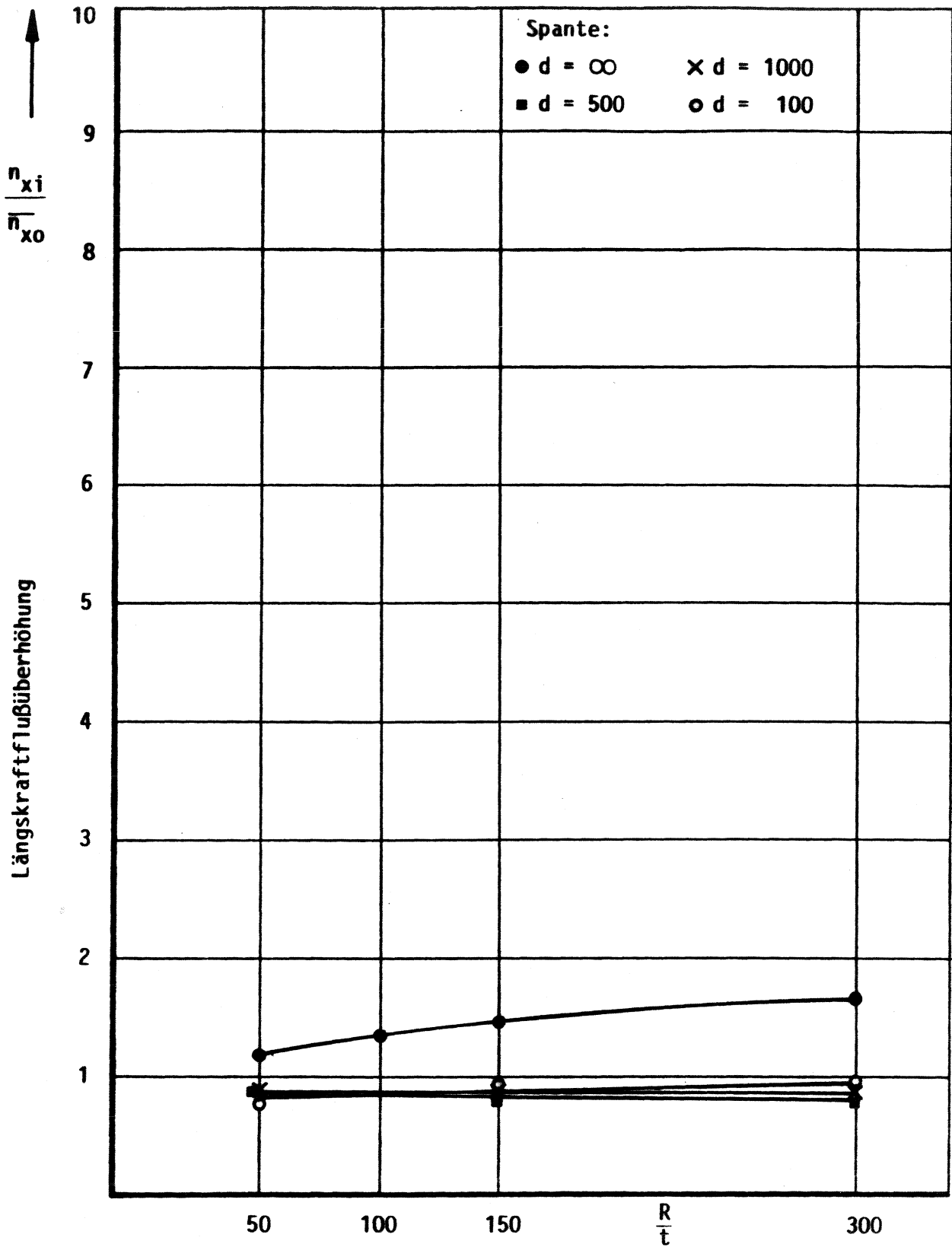


$\frac{R}{t}$	Spante d	Abstand vom Öffnungsrand		
		0	$\frac{R}{2}$	R
300	$\infty$	9,40	3,48	2,66
	1000	9,02	2,15	1,06
	500	8,50	1,89	0,92
	100	6,69	1,31	0,74
150	$\infty$	8,01	2,95	2,26
	1000	8,27	2,04	1,13
	500	7,89	1,86	0,99
	100	6,80	1,32	0,75
100	$\infty$	7,40	2,72	2,07
	1000	7,87	2,03	1,18
	500	7,54	1,84	1,03
	100	6,37	1,33	0,74
50	$\infty$	6,40	2,34	1,77
	1000	7,30	1,94	1,24
	500	7,00	1,78	1,10
	100	6,25	1,51	0,83

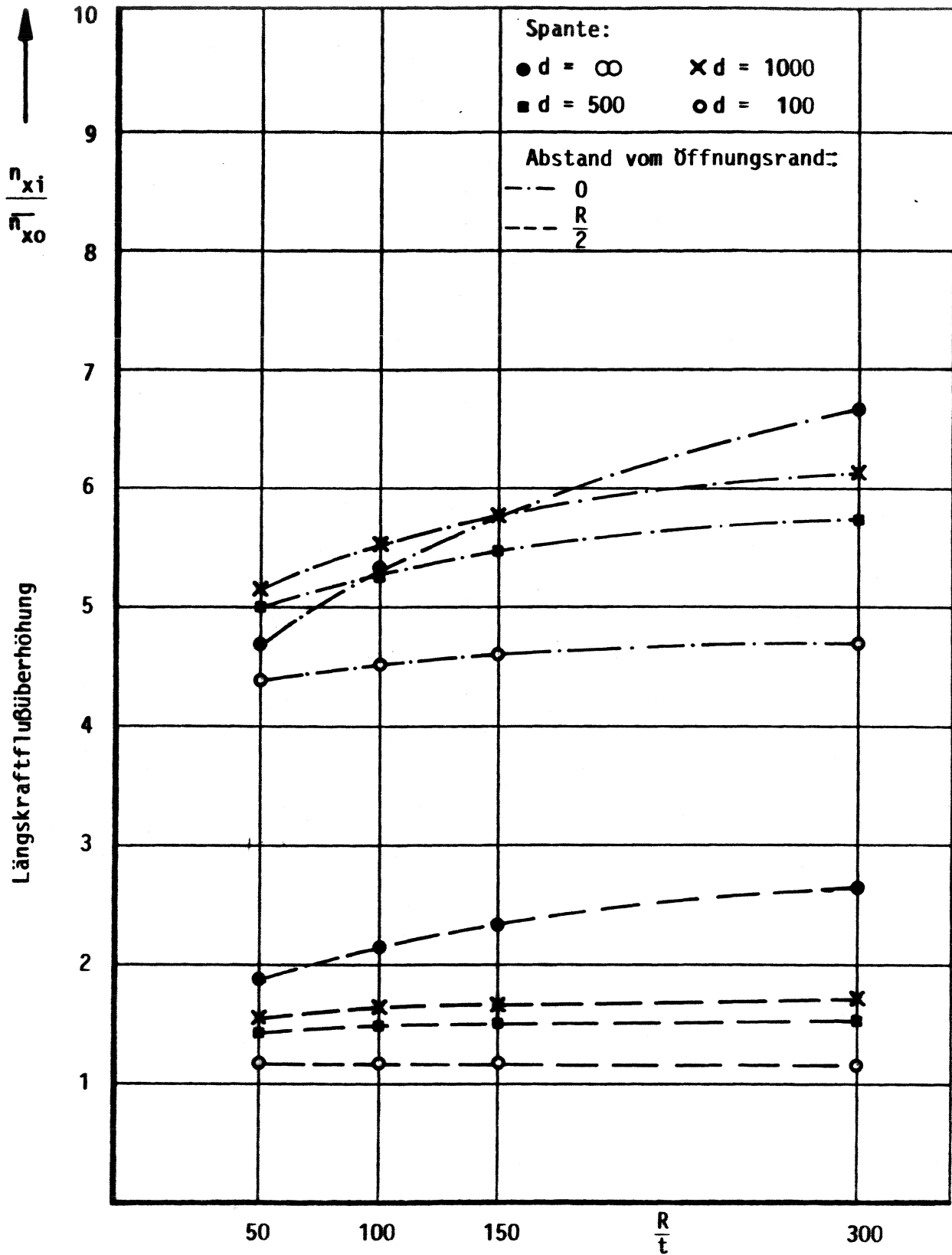
**Tabelle 7.4:** Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation unendliche symmetrische Schale  
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment



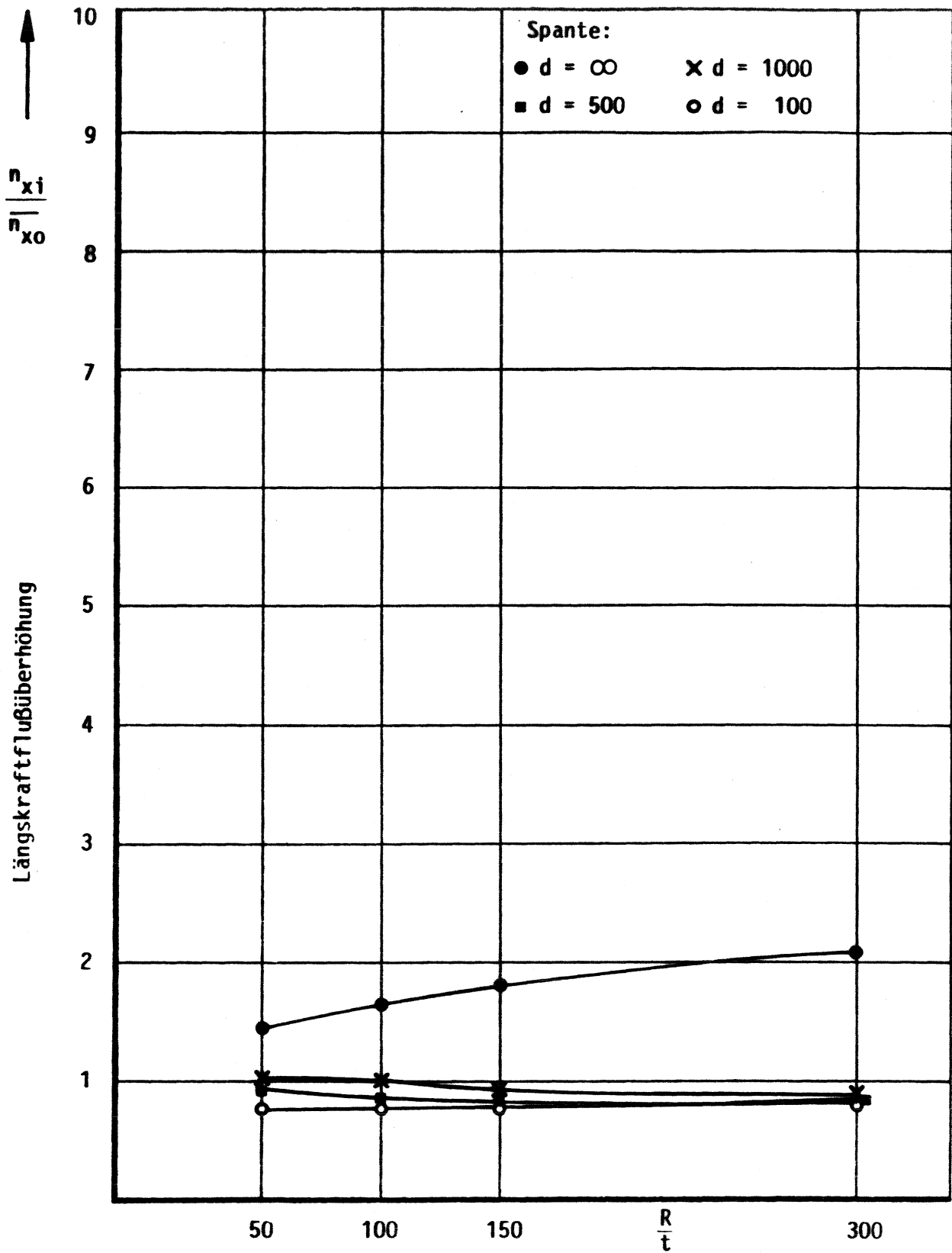
**Diagramm 7.1 :** Parametervariation unendliche Schale  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  
 $R/2$  vom Öffnungsrand  
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$   
 Bei unterschiedlichen Spantsteifigkeiten



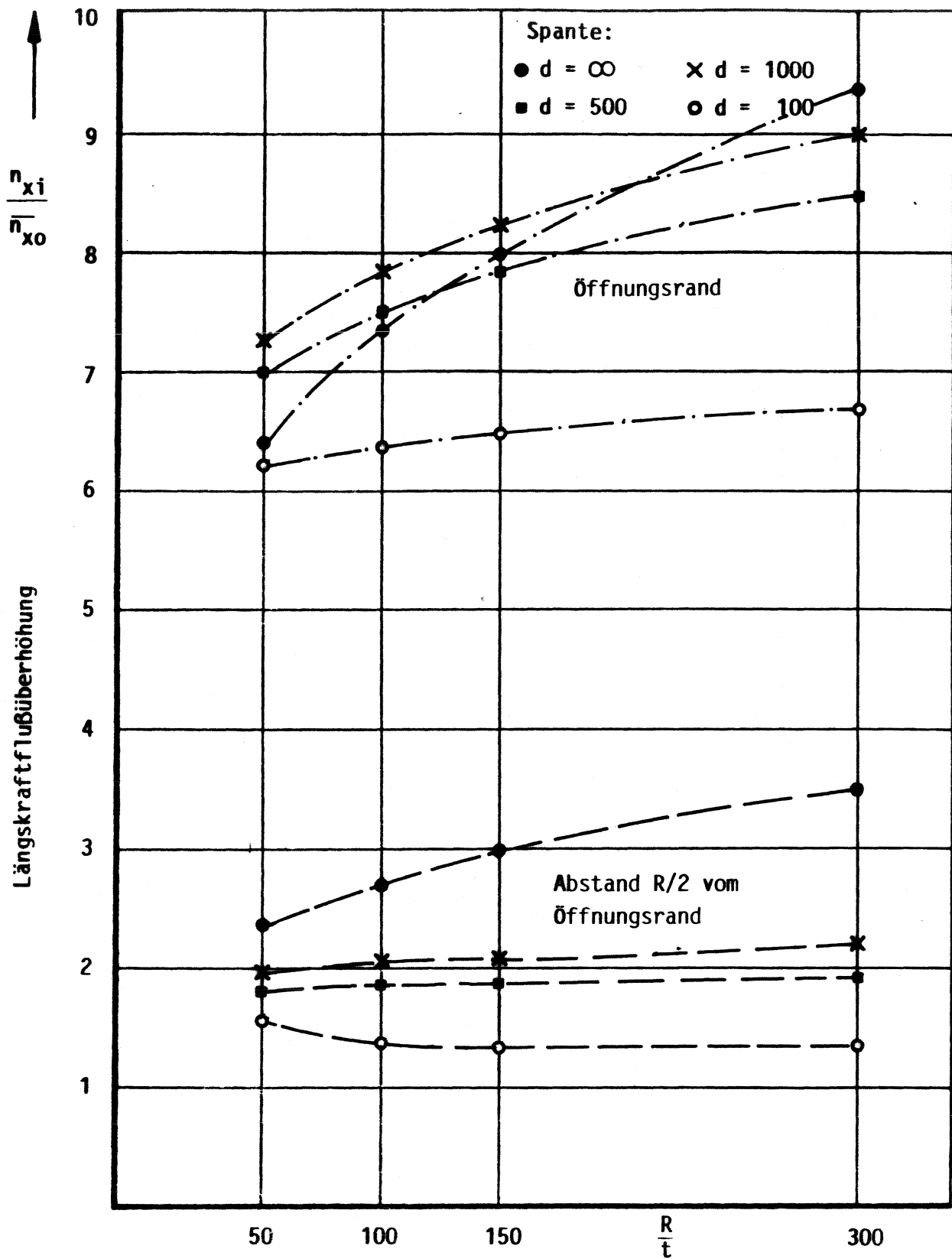
**Diagramm 7.2 :** Parametervariation unendliche Schale  
Längskraftflußüberhöhungen im Abstand R vom Öffnungsrand  
Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$   
Bei unterschiedlichen Spantsteifigkeiten



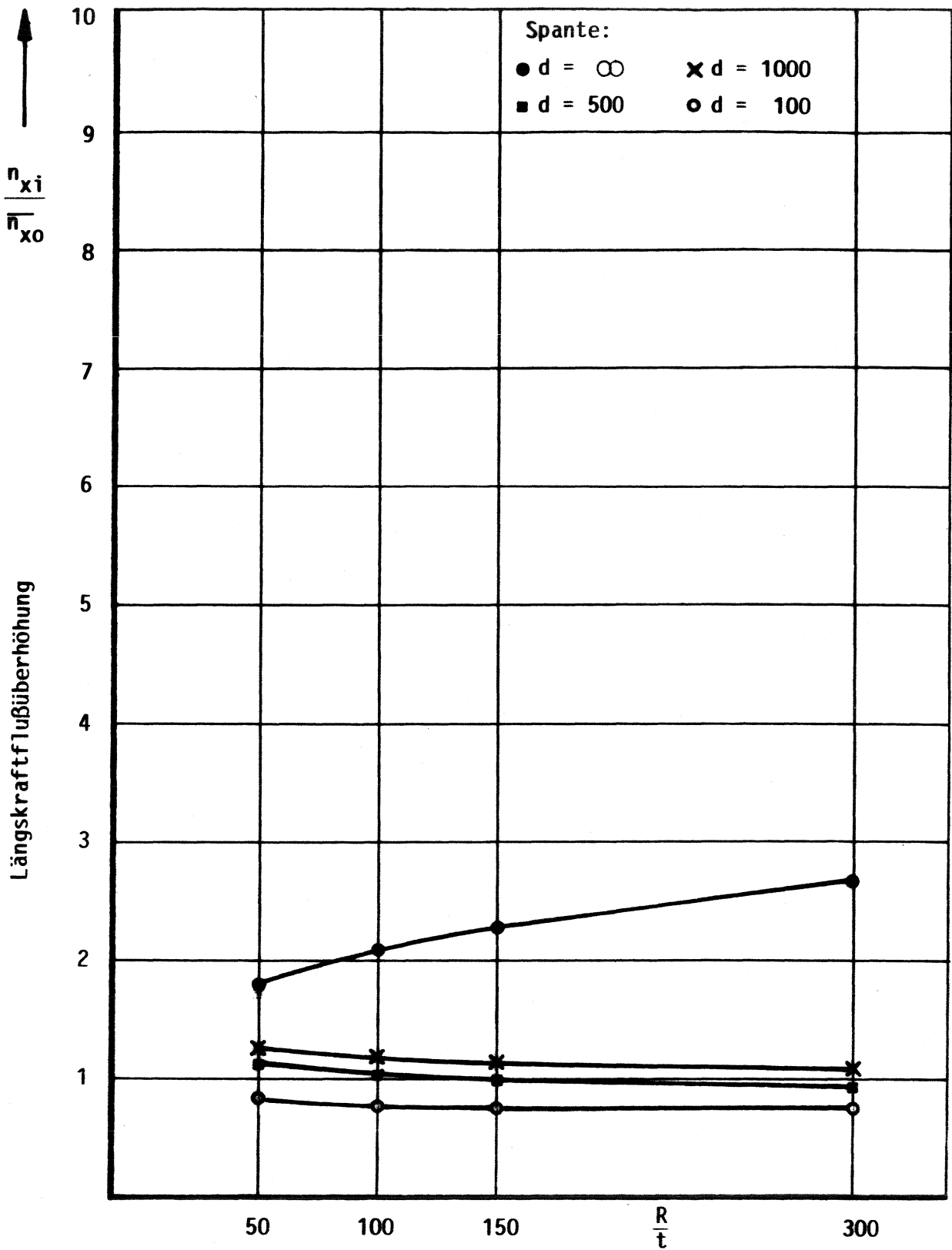
**Diagramm 7.3:** Parametervariation unendliche Schale  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  
 $R/2$  vom Öffnungsrand  
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
 Bei unterschiedlichen Spantsteifigkeiten



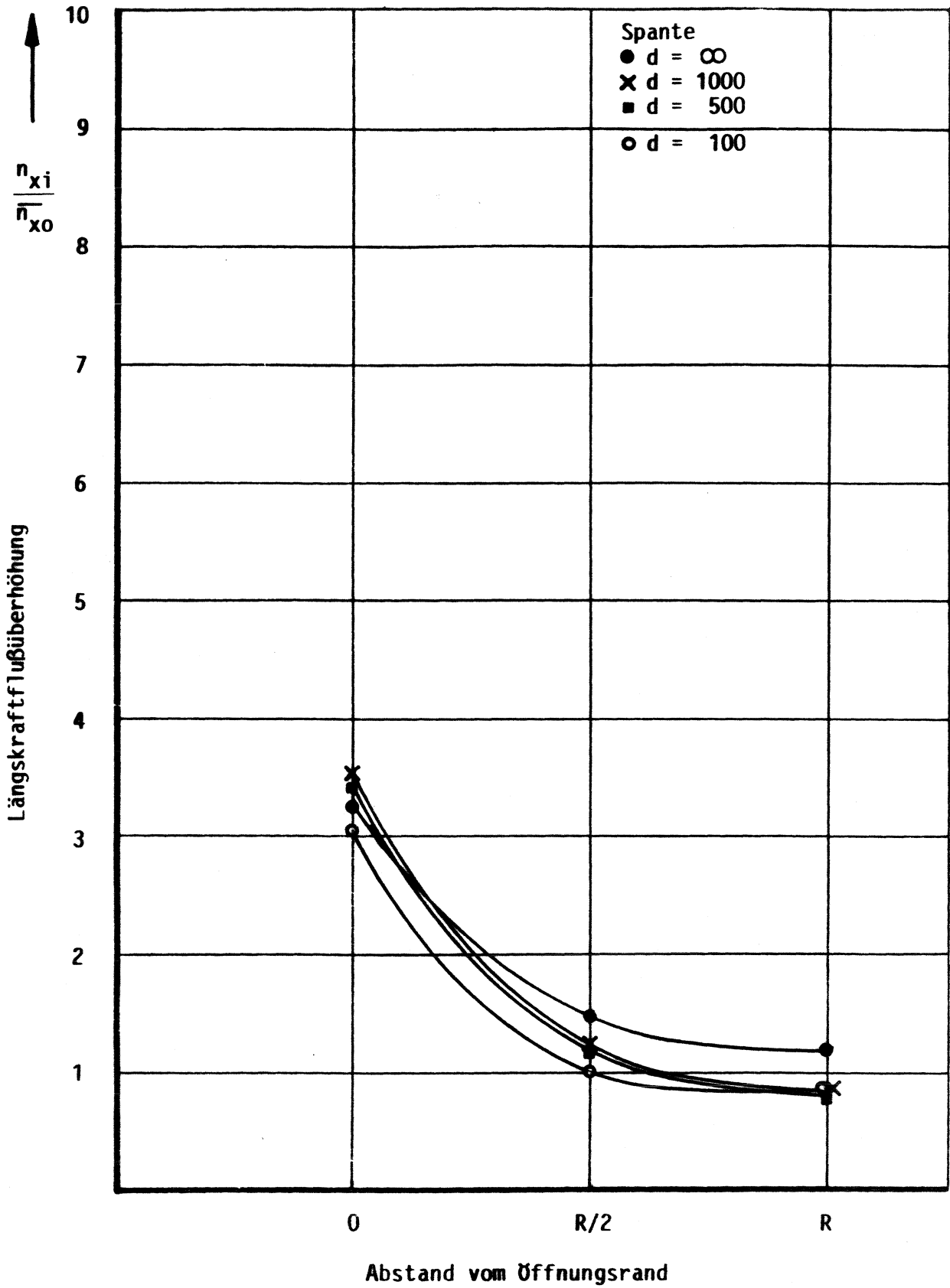
**Diagramm 7.4 :** Parametervariation unendliche Schale  
Längskraftflußüberhöhungen im Abstand R vom Öffnungsrand  
Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
Bei unterschiedlichen Spantsteifigkeiten



**Diagramm 7.5 :** Parametervariation unendliche Schale  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  
 $R/2$  vom Öffnungsrand  
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Bei unterschiedlichen Spantsteifigkeiten

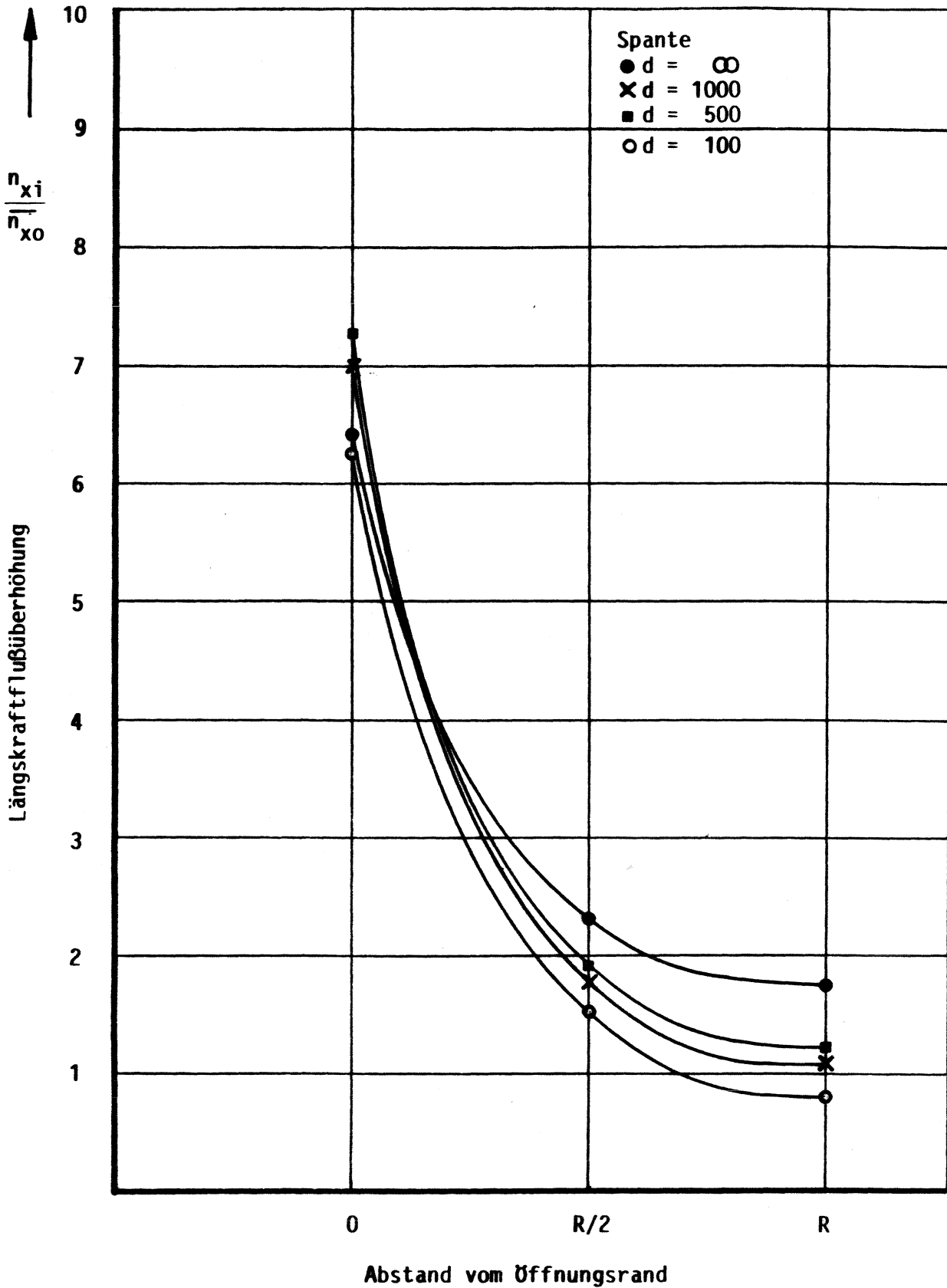


**Diagramm 7.6 :** Parametervariation unendliche Schale  
 Längskraftflußüberhöhungen im Abstand R vom Öffnungsrand  
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Bei unterschiedlichen Spantsteifigkeiten

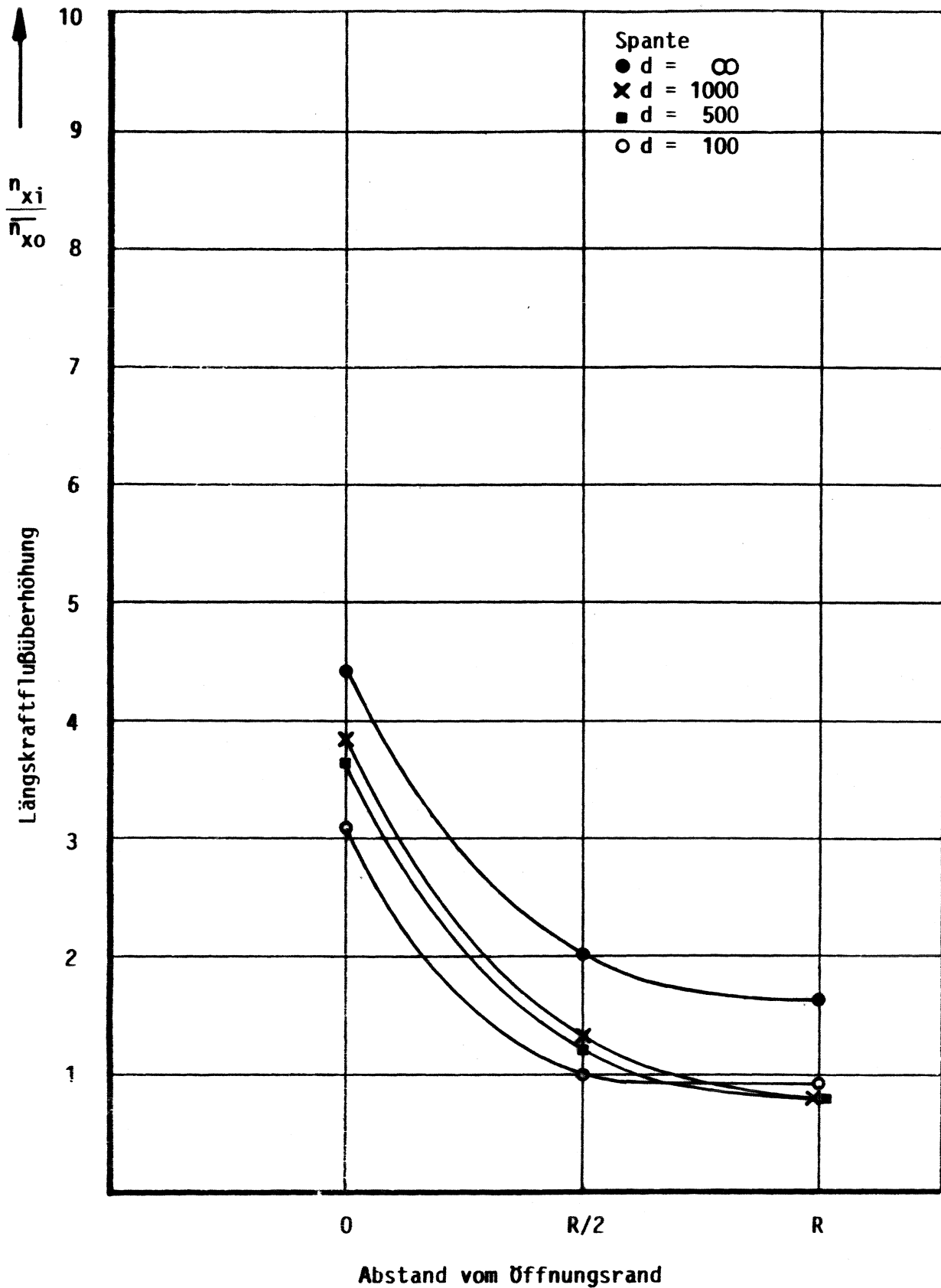


**Diagramm 7.7 :** Parametervariation unendliche Schale  
Längskraftflußüberhöhungen  
 $R/t = 50$   
Spante:  $d = \infty/1000/500/100$   
Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$

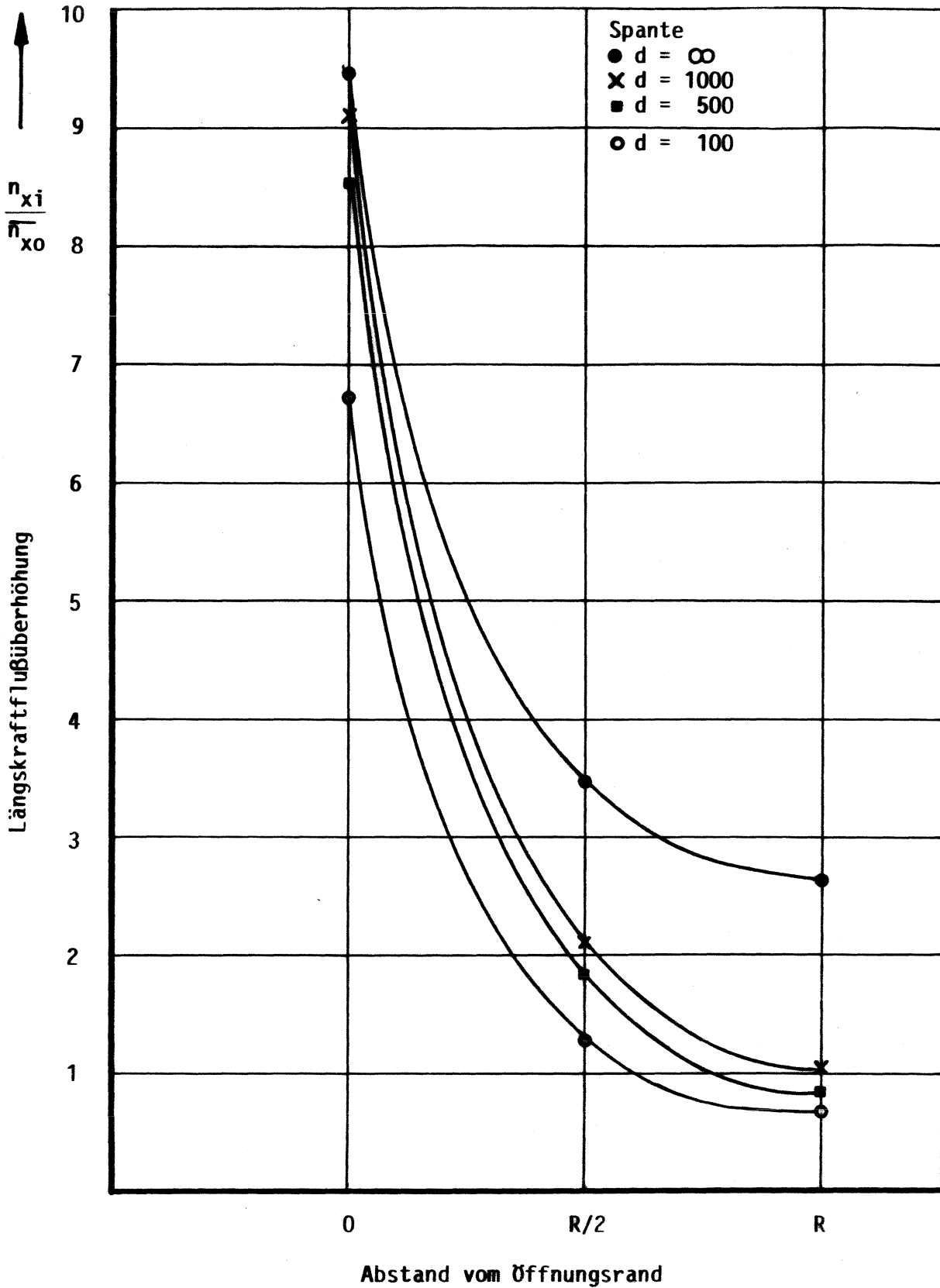




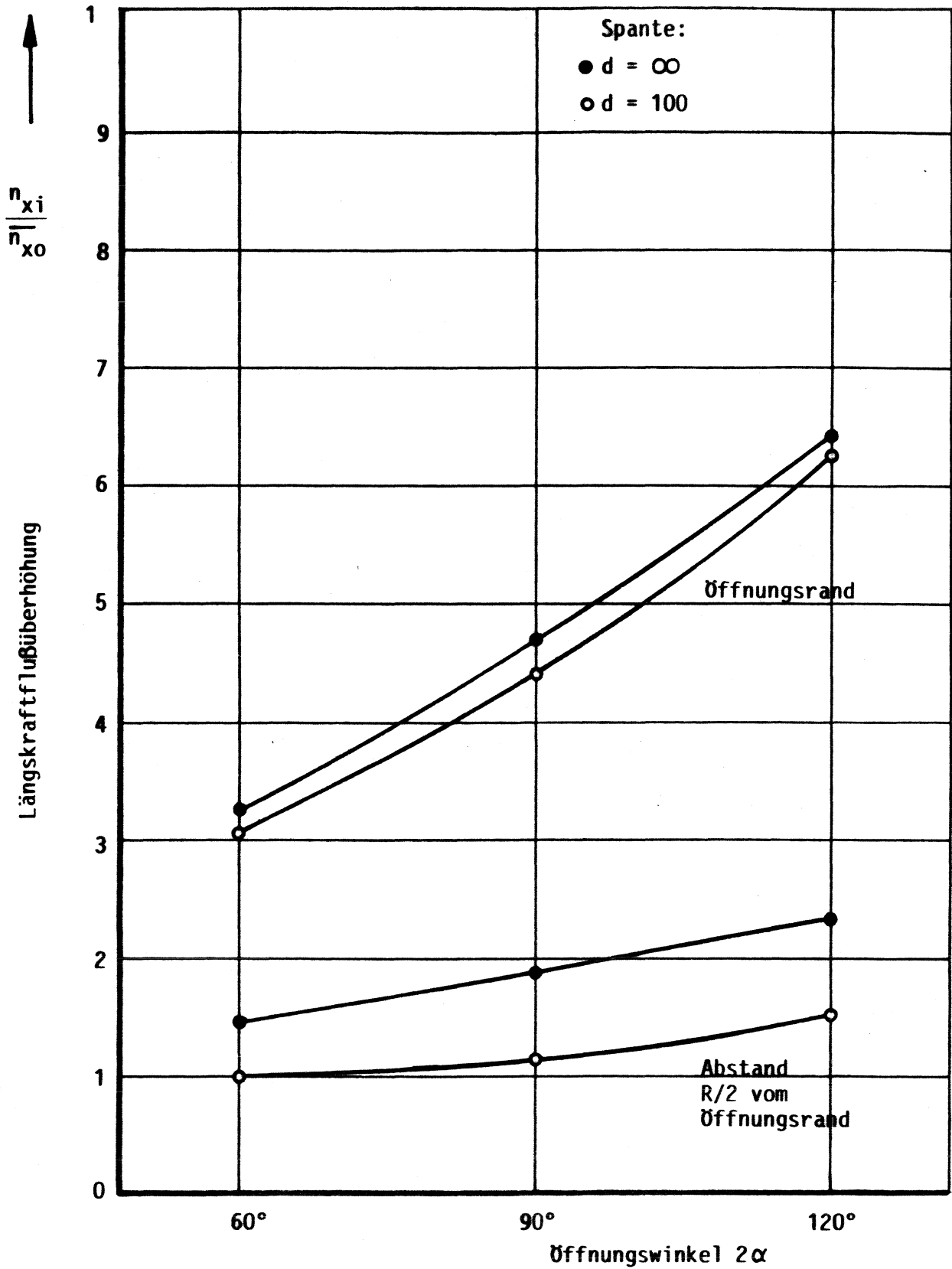
**Diagramm 7.8:** Parametervariation unendliche Schale  
 Längskraftflußüberhöhungen  
 $R/t = 50$   
 Spante:  $d = \infty/1000/500/100$   
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$



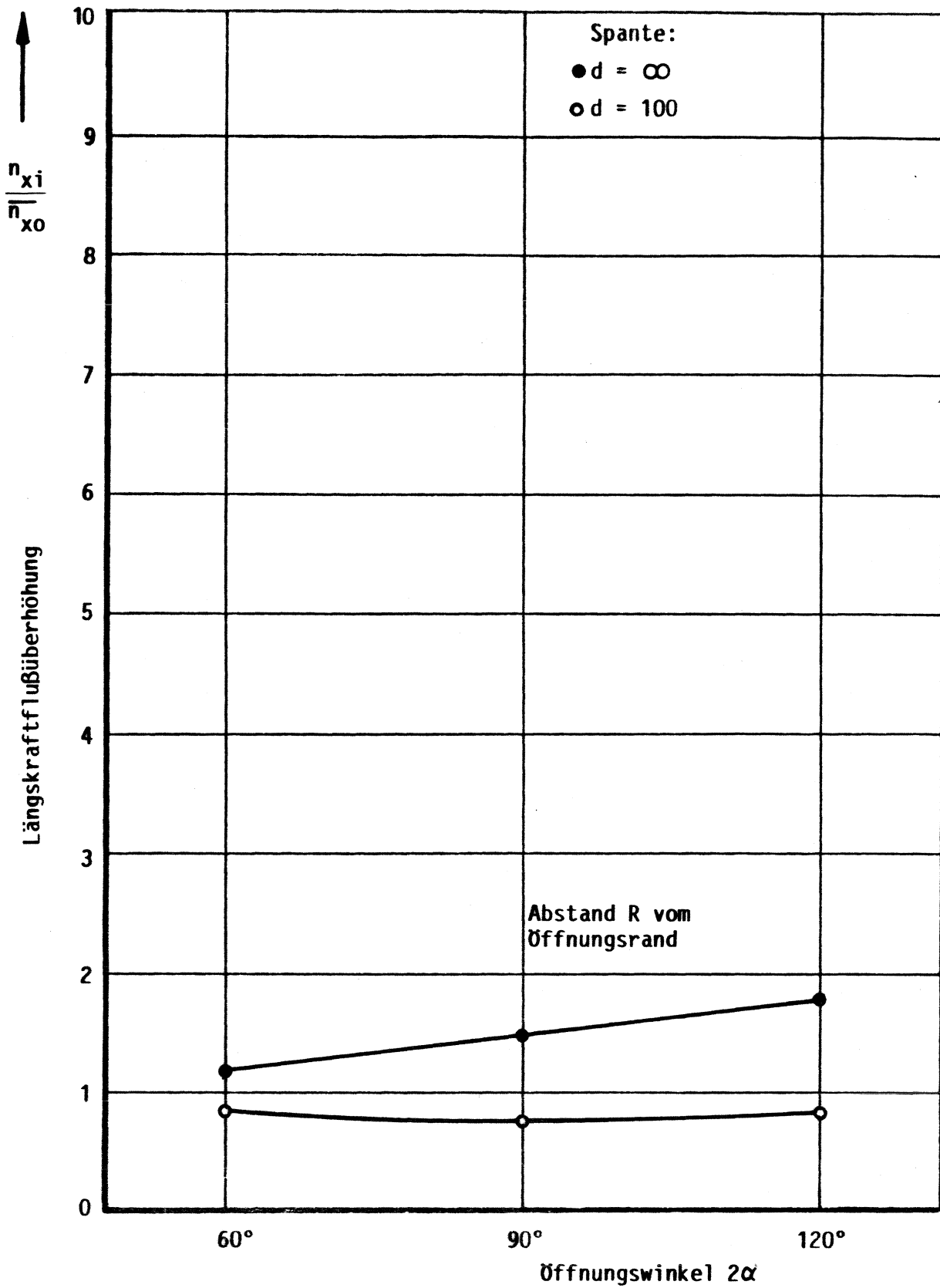
**Diagramm 7.9:** Parametervariation unendliche Schale  
 Längskraftflußüberhöhungen  
 $R/t = 300$   
 Spante:  $d = \infty/1000/500/100$   
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$



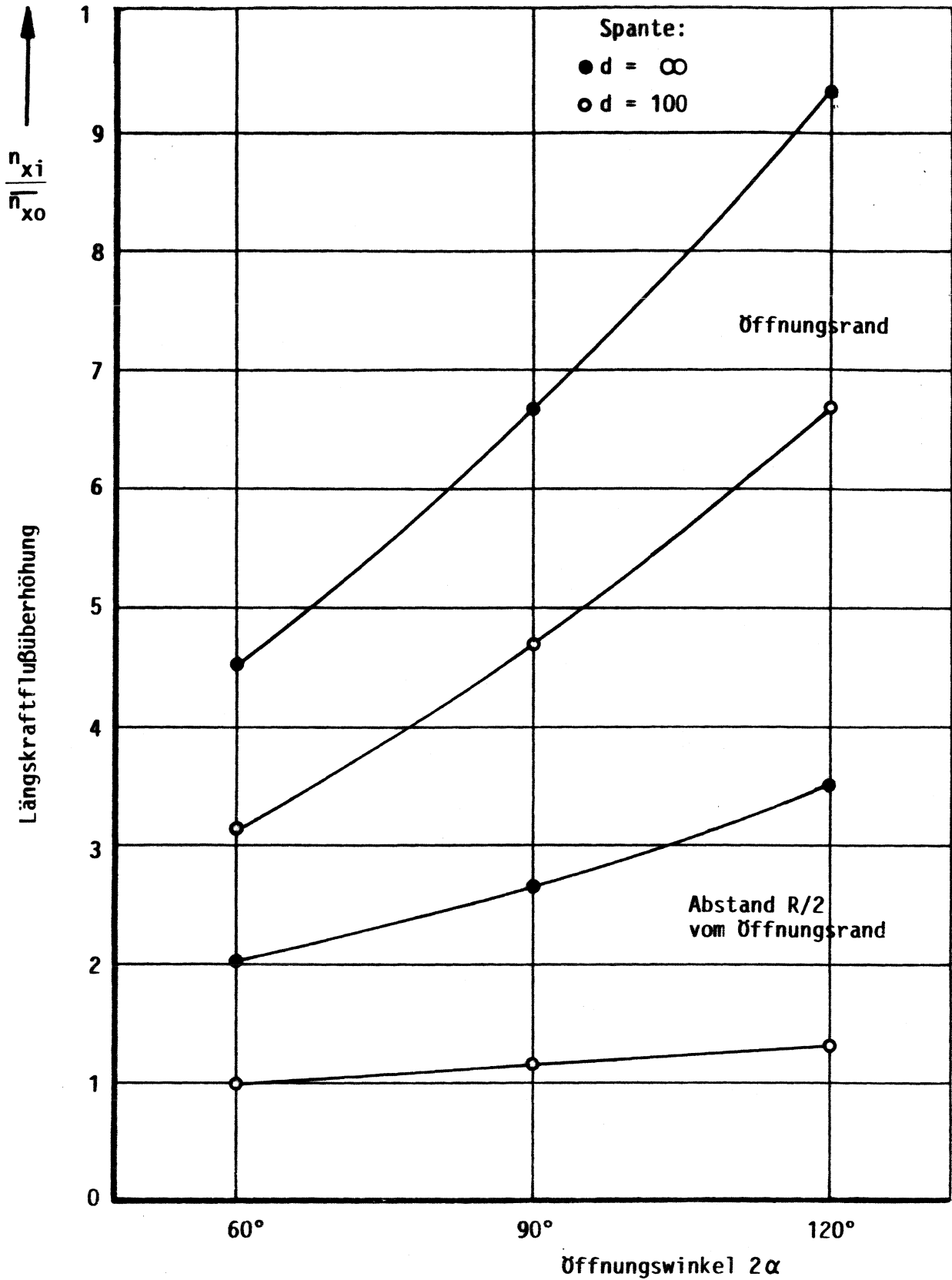
**Diagramm 7.10** : Parametervariation unendliche Schale  
Längskraftflußüberhöhungen  
 $R/t = 300$   
Spante:  $d = \infty / 1000 / 500 / 100$   
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$



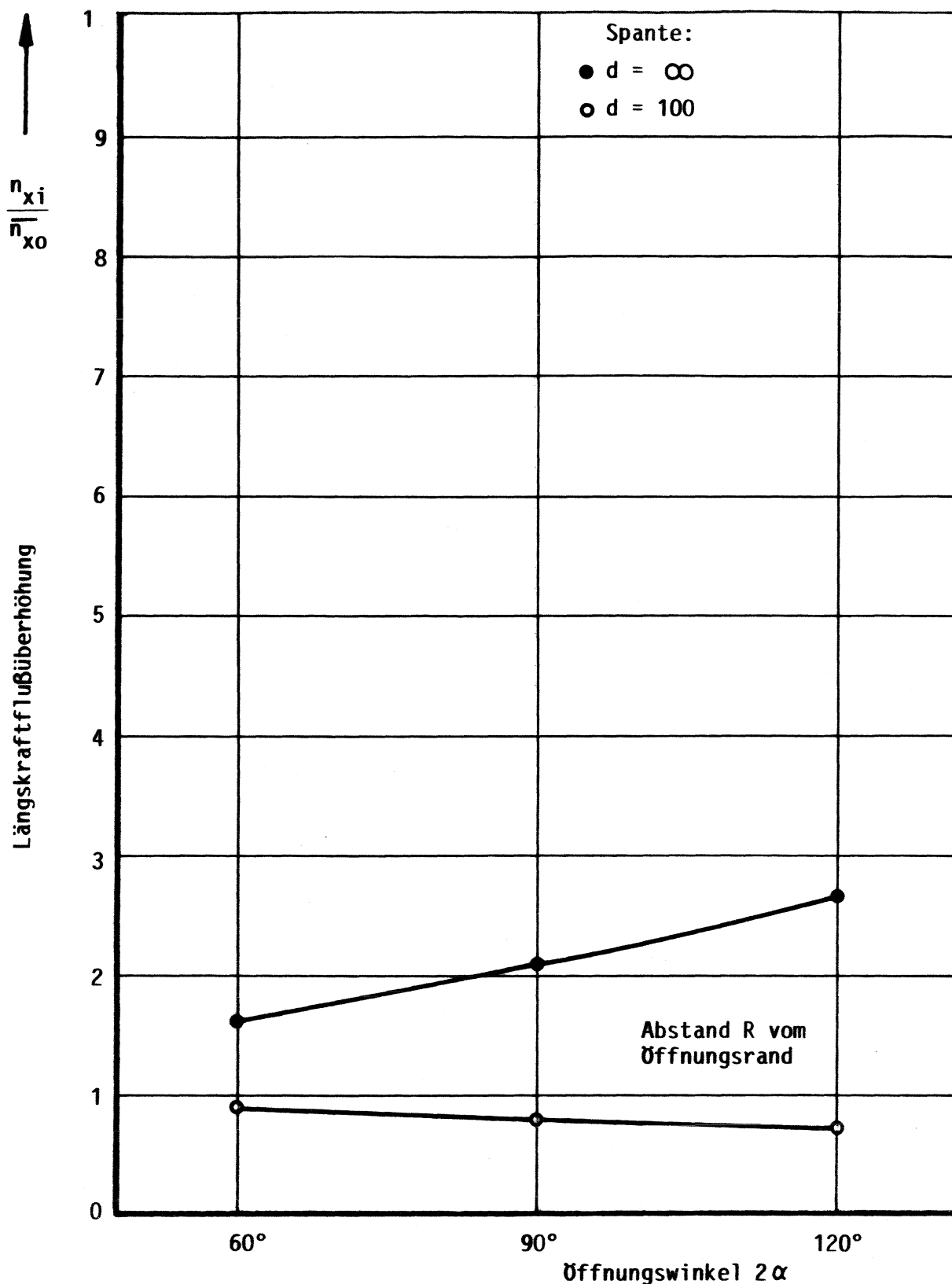
**Diagramm 7.11 :** Parametervariation unendliche Schale  
Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  
R/2 vom Öffnungsrand  
 $R/t = 50$   
Spante:  $d = \infty/100$   
Öffnungswinkel:  $2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$



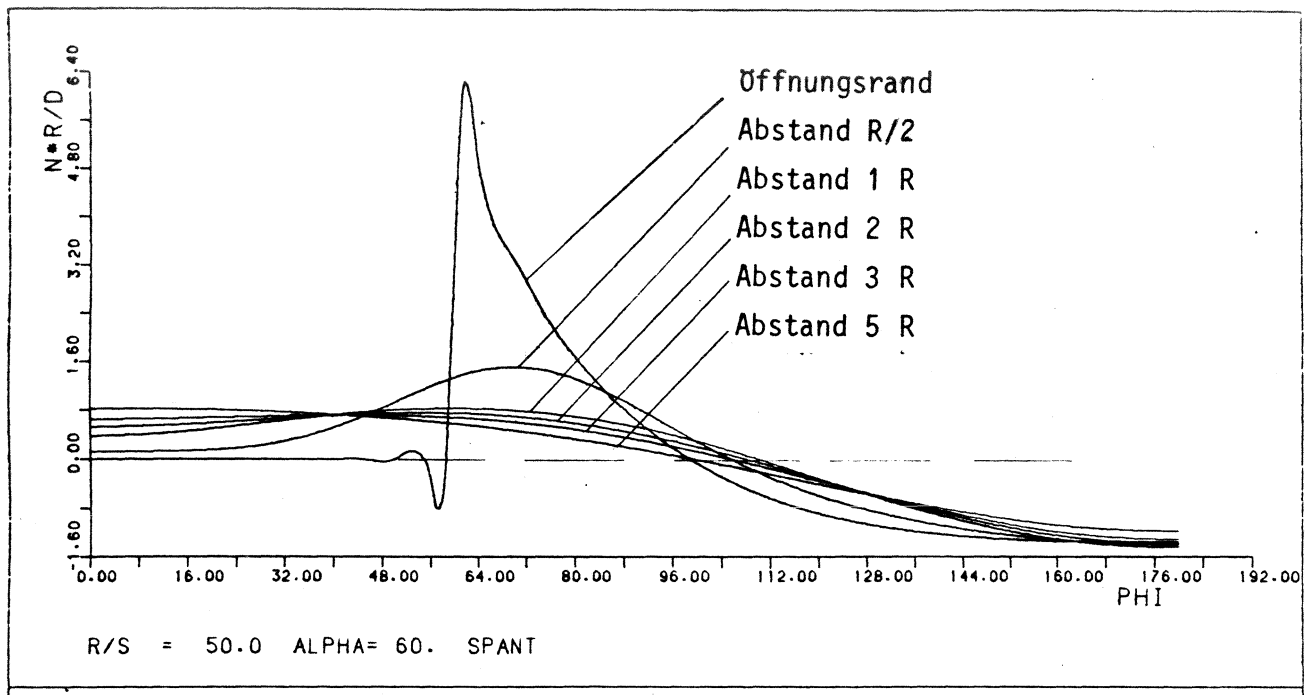
**Diagramm 7.12:** Parametervariation unendliche Schale  
Längskraftflußüberhöhungen im Abstand R vom Öffnungsrand  
 $R/t = 50$   
SPante:  $d = \infty/100$   
Öffnungswinkel:  $2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$



**Diagramm 7.13:** Parametervariation unendliche Schale  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  
R/2 vom Öffnungsrand  
 $R/t = 300$   
 Spante:  $d = \infty/100$   
 Öffnungswinkel:  $2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$



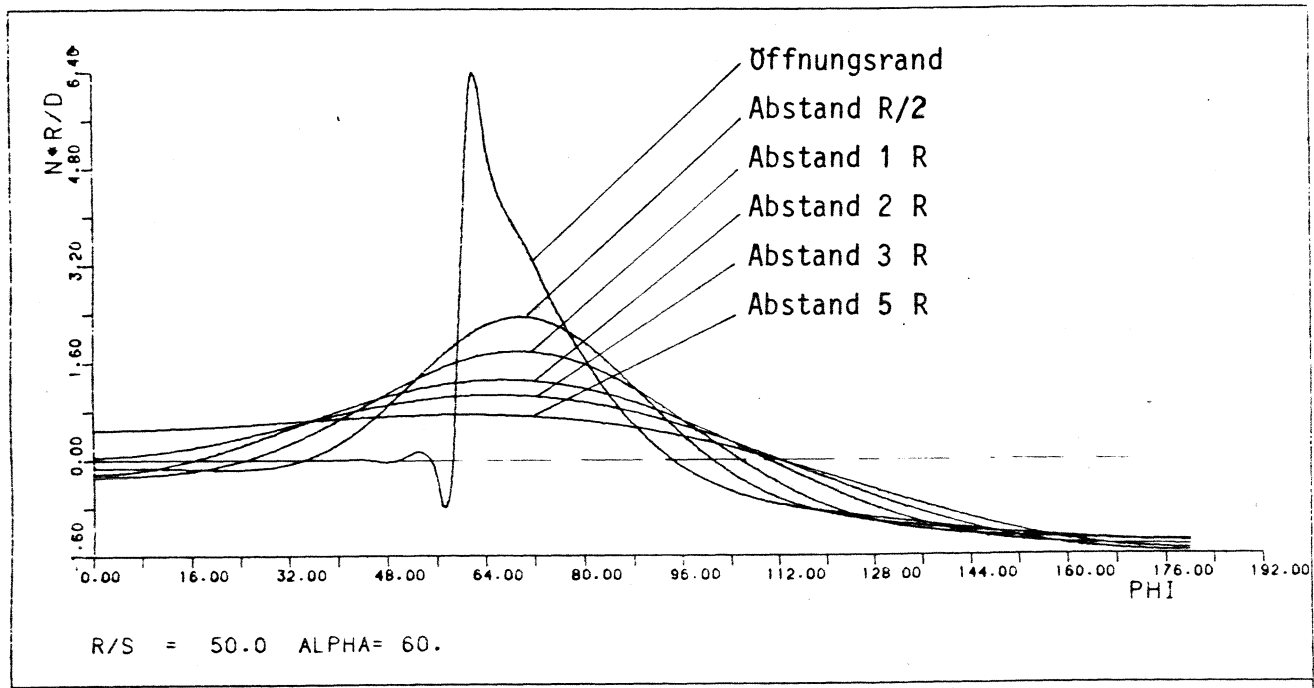
**Diagramm 7.14:** Parametervariation unendliche Schale  
Längskraftflußüberhöhungen im Abstand R vom Öffnungsrand  
 $R/t = 300$   
Spante:  $d = \infty/100$   
Öffnungswinkel :  $2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$



**Diagramm 7.15 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 50$   
2 Spante,  $d = 100$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment

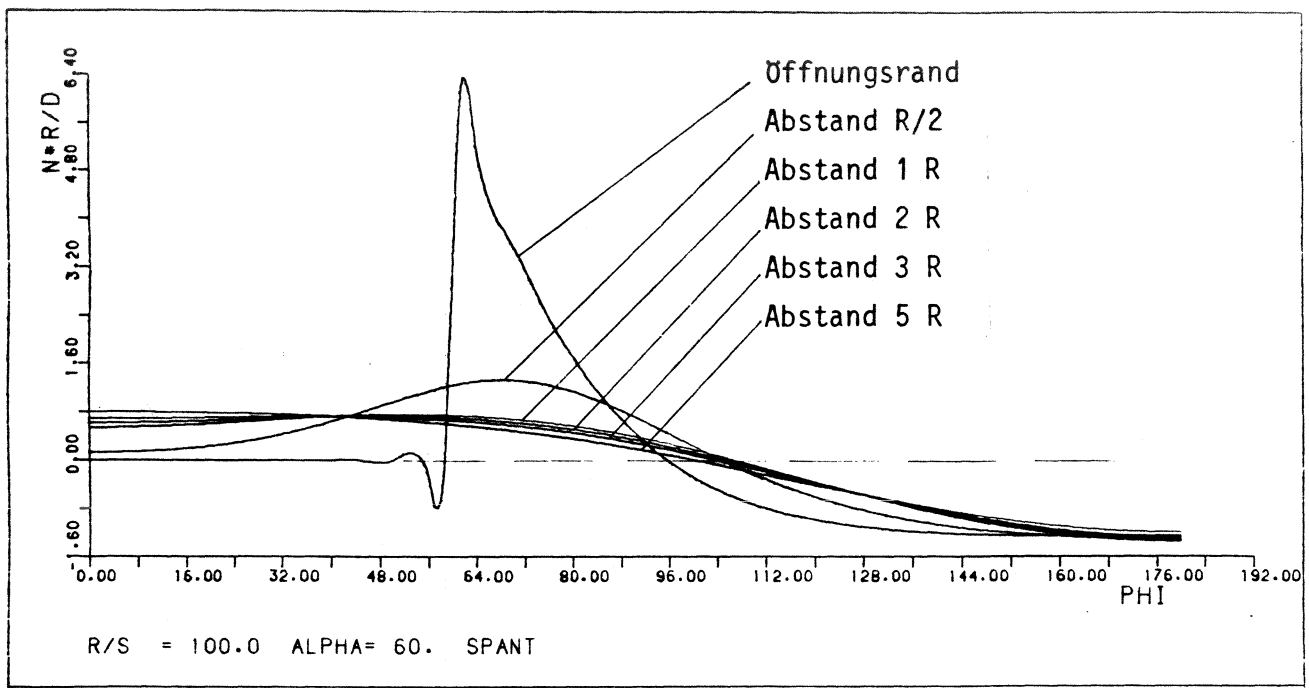


**Diagramm 7.16 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 50$   
keine Spante

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment

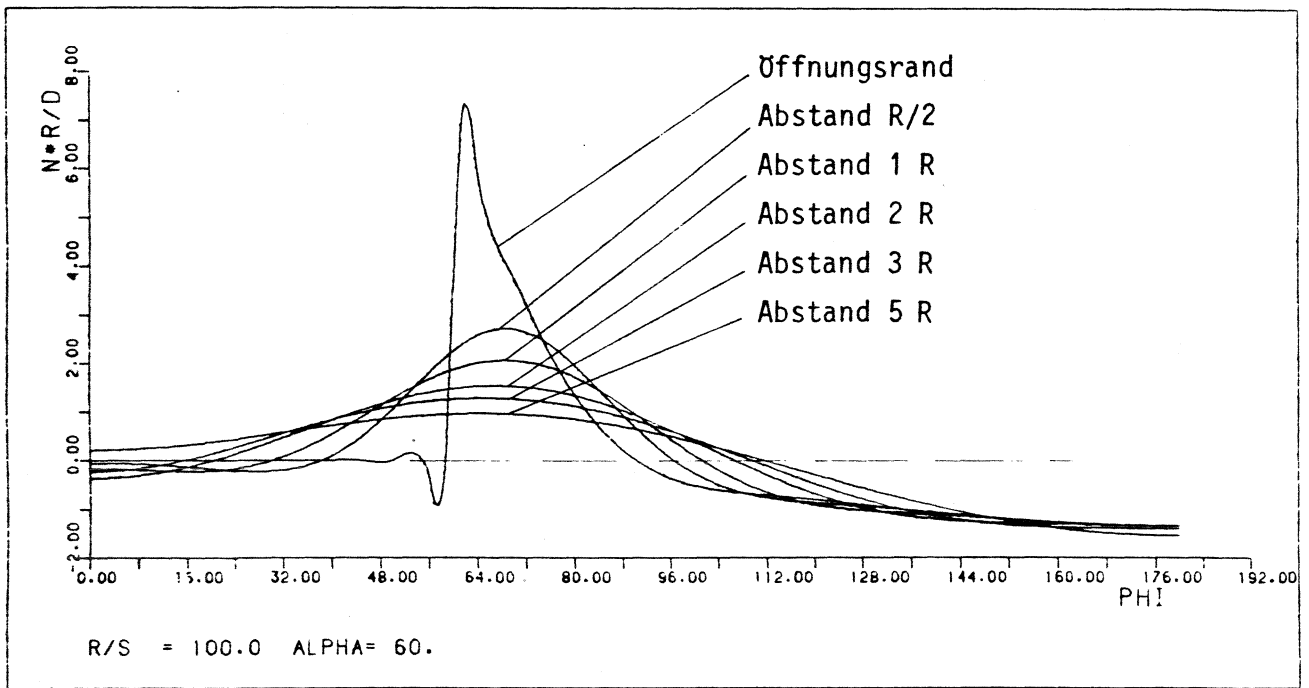




**Diagramm 7.17 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 100$   
2 Spante,  $d = 100$

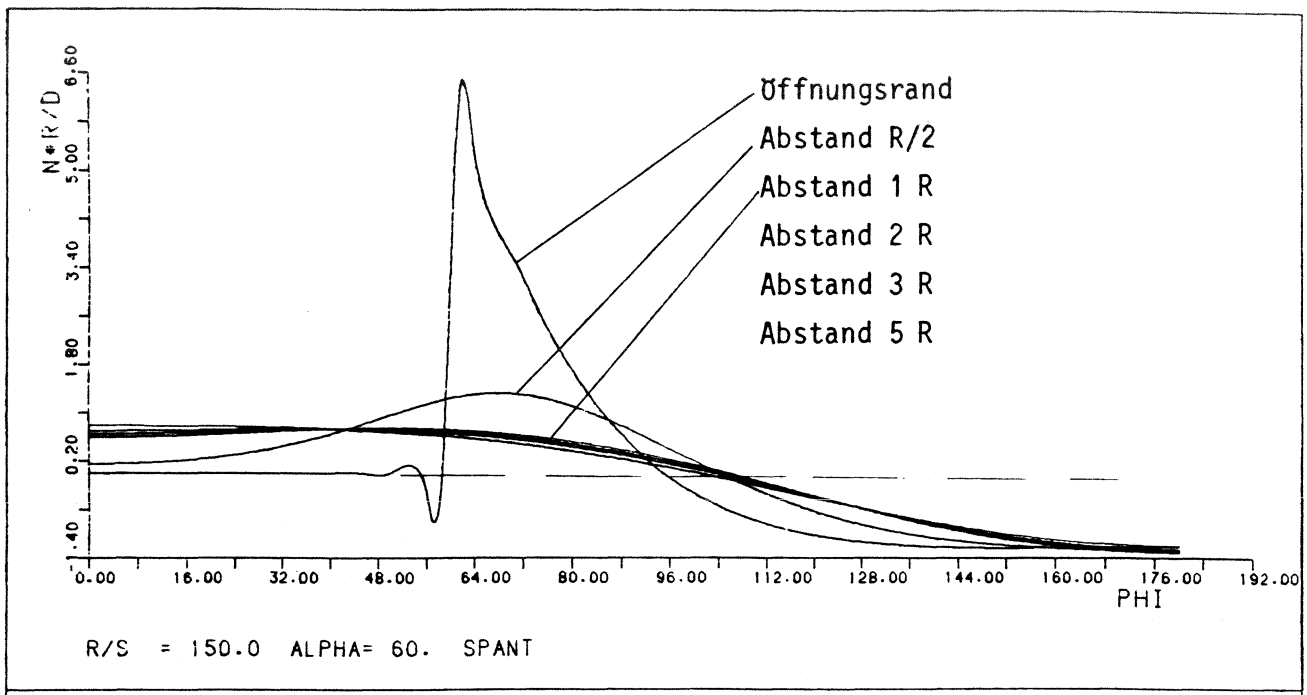
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment



**Diagramm 7.18 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 100$   
keine Spante

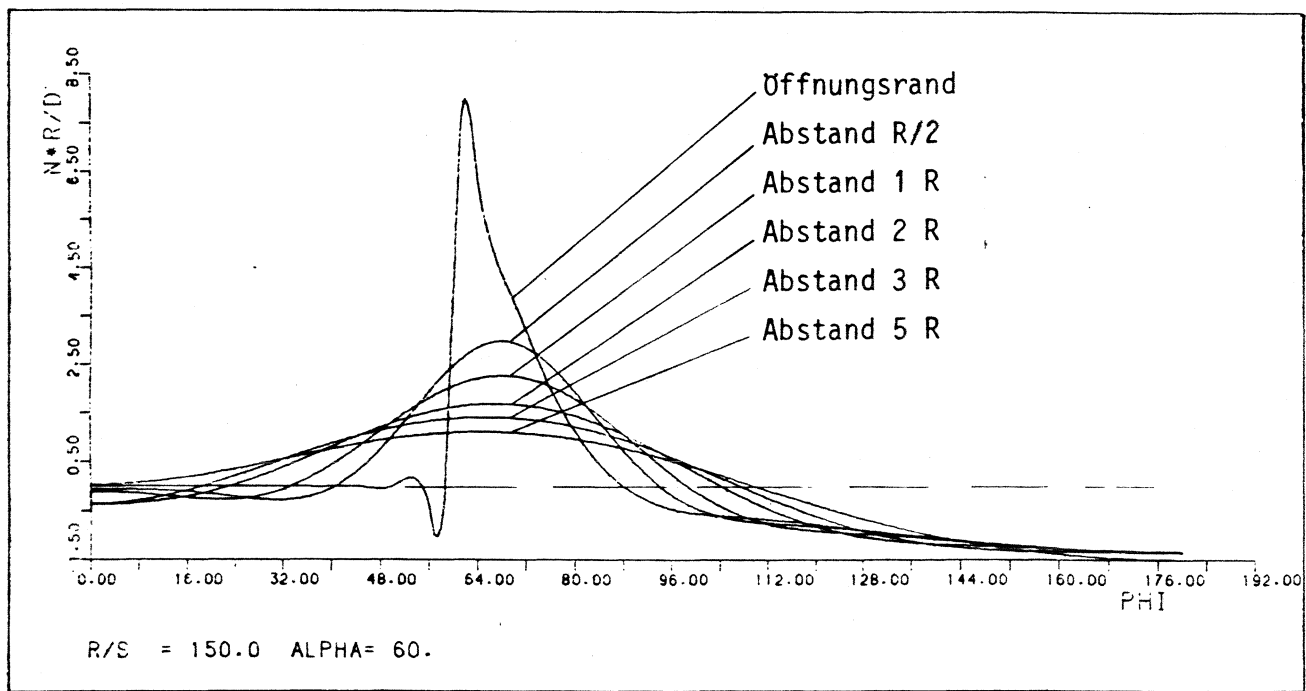
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment



**Diagramm 7.19 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
 2 Spante,  $d = 100$

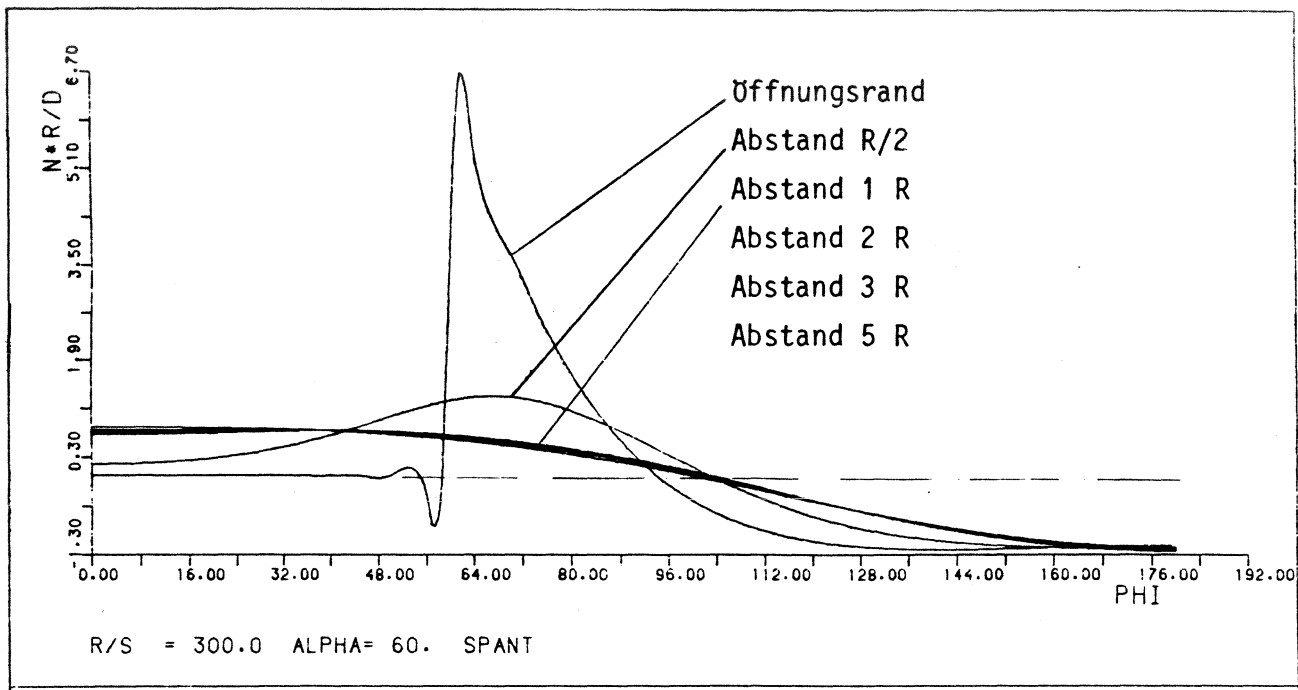
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment



**Diagramm 7.20 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
keine Spante

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment



**Diagramm 7.21 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

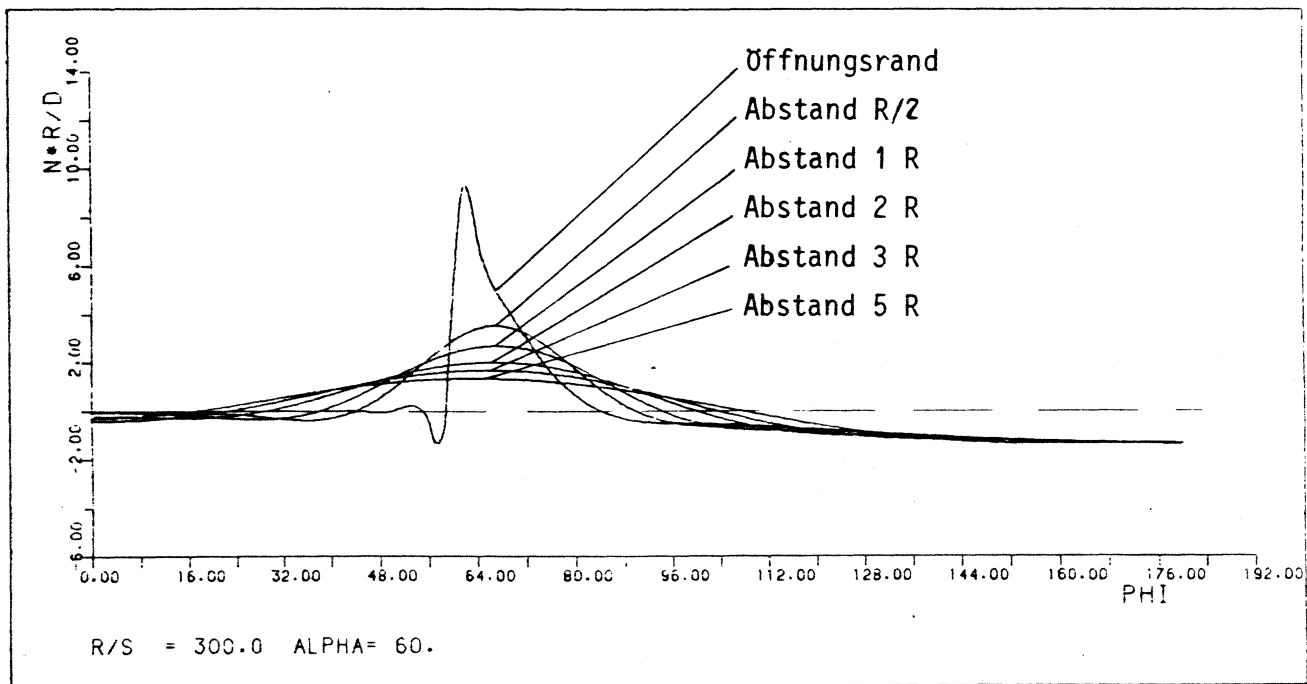
Unendliche sym. Schale

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$

$R/t = 300$

Belastung: Reines Biegemoment

2 Spante,  $d = 100$



**Diagramm 7.22 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$

$R/t = 300$

Belastung: Reines Biegemoment

keine Spante

### 7.3.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Bei den unversteiften Zylinderschalen sind für die Maximalwerte des Längskraftflusses der einzelnen Schnitte (0, R/2, R) große Unterschiede zwischen  $R/t = 50$  und  $R/t = 150$  bzw. 300 zu erkennen. Großen Einfluß hat ebenfalls die Variation des Öffnungswinkels  $2\alpha$ . Die Maximalwerte liegen natürlich bei dem großen Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$  und der dünnwandigen Schale  $R/t = 300$ .

Die Spante bauen die Spannungsüberhöhungen in den Abständen R/2 bzw. R weitgehend ab. Für die steifen Spante ( $d = 100$ ) sind hier auch die Abhängigkeit von  $R/t$  und vom Öffnungswinkel  $2\alpha$  nicht mehr erkennbar.

Nur im Abstand 0 (Öffnungsrand) ist die Abhängigkeit vom Öffnungswinkel  $2\alpha$  signifikant. Die Unterschiede durch  $R/t$  werden auch hier weitgehend abgebaut. Bei  $R/t = 300$  wirken die weicheren Spante ( $d = 500/1000$ ) annähernd wie der steife Spant. Die weicheren Spante können im Abstand 0 zu einer leichten Erhöhung des Spitzenwerts am Öffnungsrand führen, diese Tendenz zeigen alle  $R/t$ -Versionen, dieser Einfluß ist aber örtlich sehr begrenzt.

Prinzipiell kann gesagt werden: Die Spante sind in der Lage, die Spannungsspitzen in durch große Öffnungen gestörten Zylinderschalen sehr schnell abzubauen, so daß hinter dem 2. Spant, im Abstand R, keine Spannungserhöhung gegenüber der ungestörten Zylinderschale mit gleicher äußerer Belastung auftritt. Somit begrenzt sich der Bereich für eine Waddickenerhöhung.

Die Werte unter 1 entstehen rein rechnerisch durch die Verteilung der Längskraftflüsse und haben keine Bedeutung für eine Auslegung.

## 7.4 Parametervariation der endlichen symmetrischen Zylinderschale

### 7.4.1 Parameter:

$$R/t = 50/150/300$$

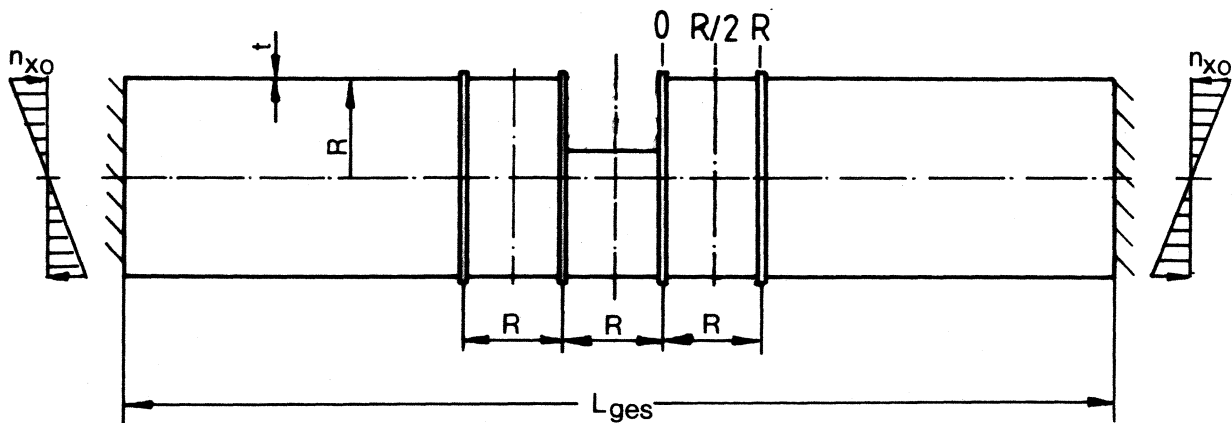
$$\text{Öffnungswinkel } 2\alpha = 60^\circ/120^\circ$$

$$\text{Spante } d = \infty/1000/100$$

$$L_{\text{ges}} = 300 \text{ cm} = 10 R$$

Belastung: Reines Biegemoment

Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge  $R$



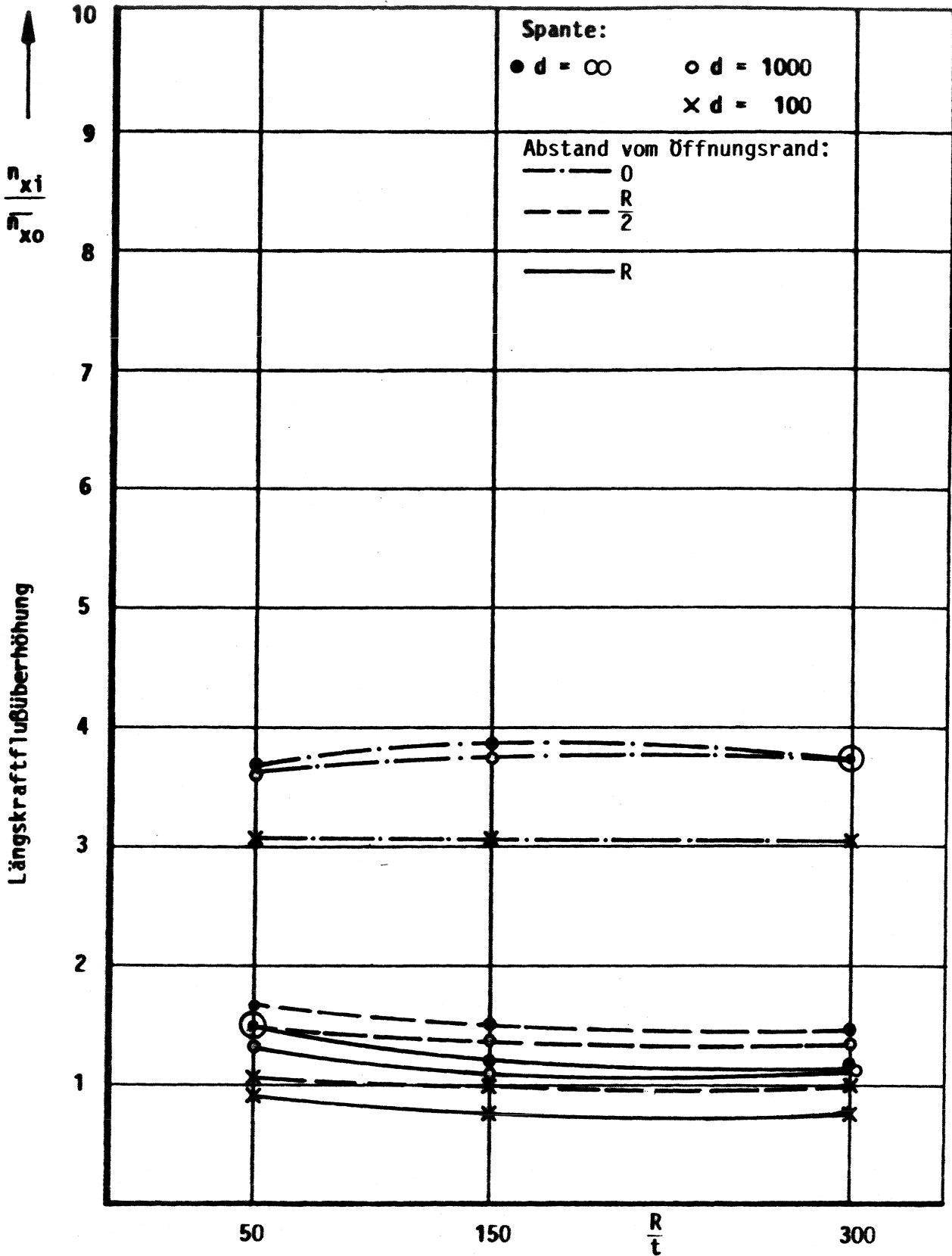
### 7.4.2 Ergebnisse

Zu der Tabelle 7.5 kann man an den Zahlenwerten der Längskraftflußüberhöhungen für gleiche Öffnungswinkel bei gleicher Versteifung erkennen, daß kaum noch Unterschiede zwischen den Schalen mit unterschiedlichem  $R/t$  existieren. Dieses Ergebnis kann man auch durch die fast waagerechte Lage der Kurvenscharen in den Diagrammen 7.23 und 7.24 ablesen. Der Vorteil der steifen Spante für große Öffnungswinkel ist in dem Diagramm 7.24 durch die nahe bei 1 liegende Kurve: ( $d = 100$ , Abstand  $R$  vom Öffnungsrand), zu erkennen.

Die Diagramme 7.25 bis 7.27 machen die Abhängigkeit der Längskraftflußüberhöhung vom Öffnungswinkel deutlich.

		R/t								
		50			150			300		
		Abstand vom Öffnungsrand			Abstand vom Öffnungsrand			Abstand vom Öffnungsrand		
$2\alpha$	d	0	R/2	R	0	R/2	R	0	R/2	R
60°	$\infty$	3,70	1,64	1,48	3,85	1,49	1,20	3,73	1,44	1,13
	1000	3,64	1,43	1,30	3,73	1,33	1,09	3,73	1,34	1,09
	100	3,05	1,05	0,93	3,05	1,00	0,82	3,05	1,00	0,81
120°	$\infty$	7,2	2,73	2,4	7,41	2,42	1,78	7,16	2,33	1,60
	1000	7,02	2,30	2,03	7,17	2,10	1,58	7,15	2,13	1,55
	100	5,80	1,53	1,29	5,80	1,40	1,09	5,80	1,45	1,08

**Tabelle 7.5 :** Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation endliche symmetrische Schale  
 Am Öffnungsrand und im Abstand R/2 bzw. R vom Öffnungsrand



**Diagramm 7.23:** Parametervariation endliche symmetrische Schale  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  $R/2$  bzw.  $R$  vom Öffnungsrand für  $2\alpha = 60^\circ$  bei 3 unterschiedlichen Spantsteifigkeiten

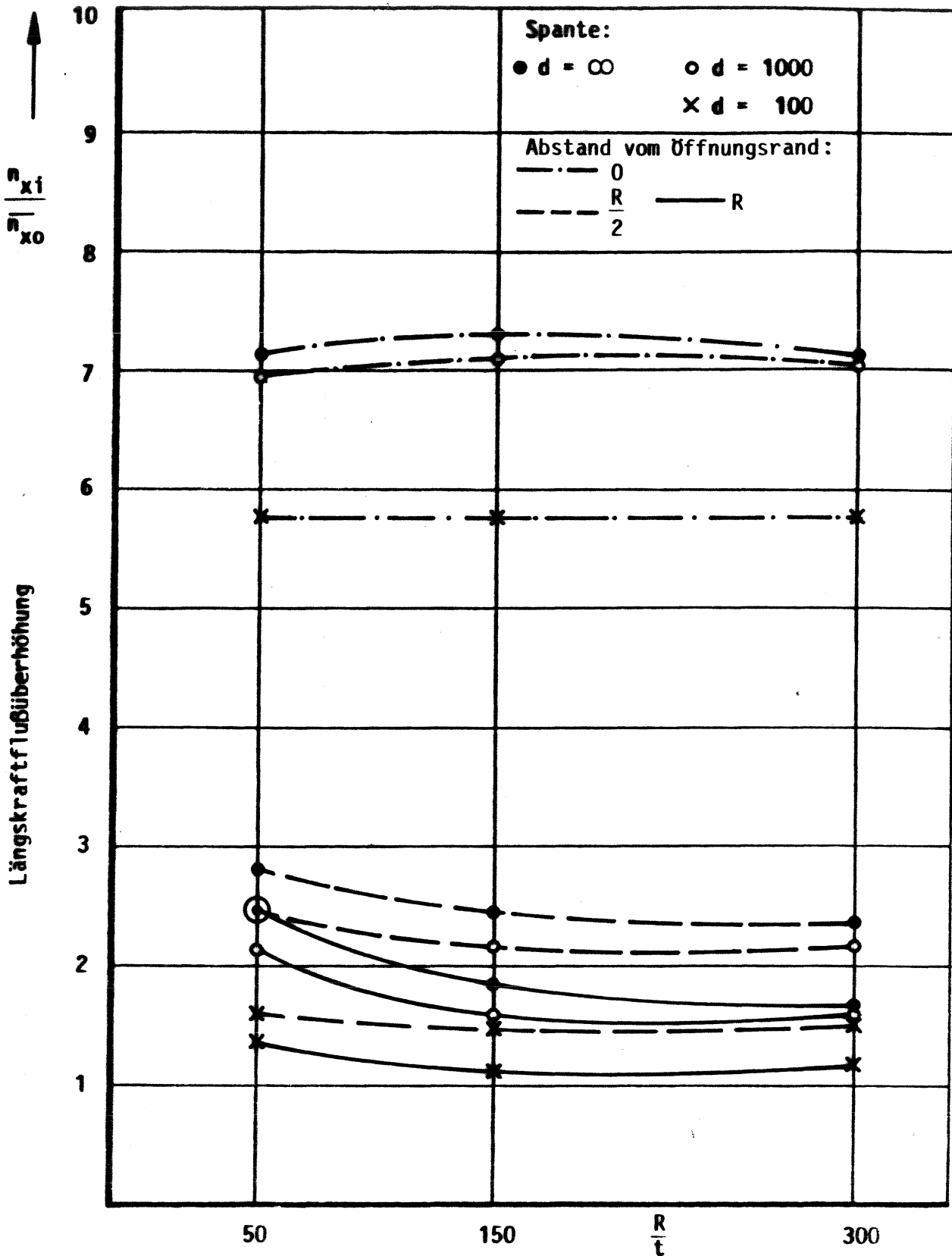
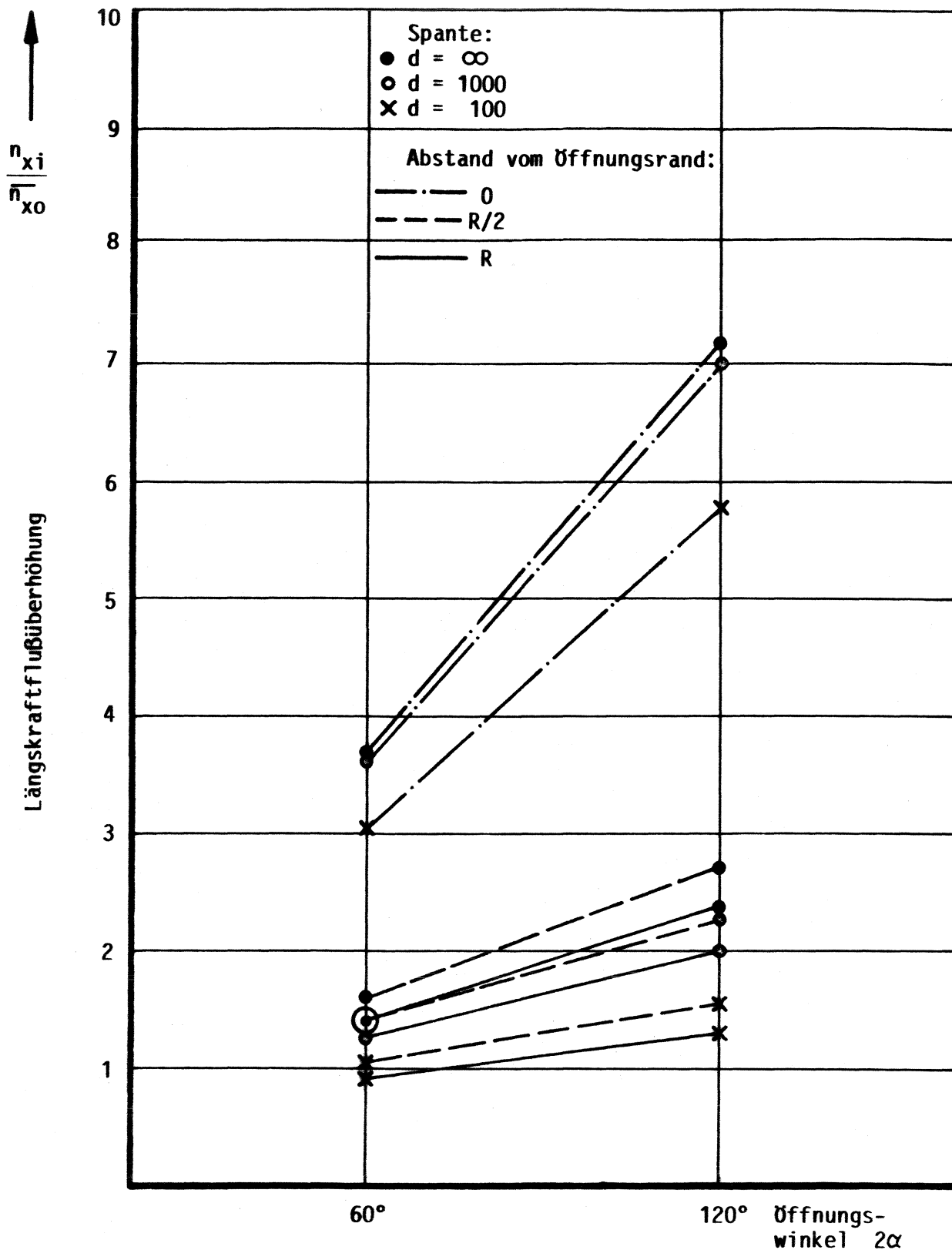
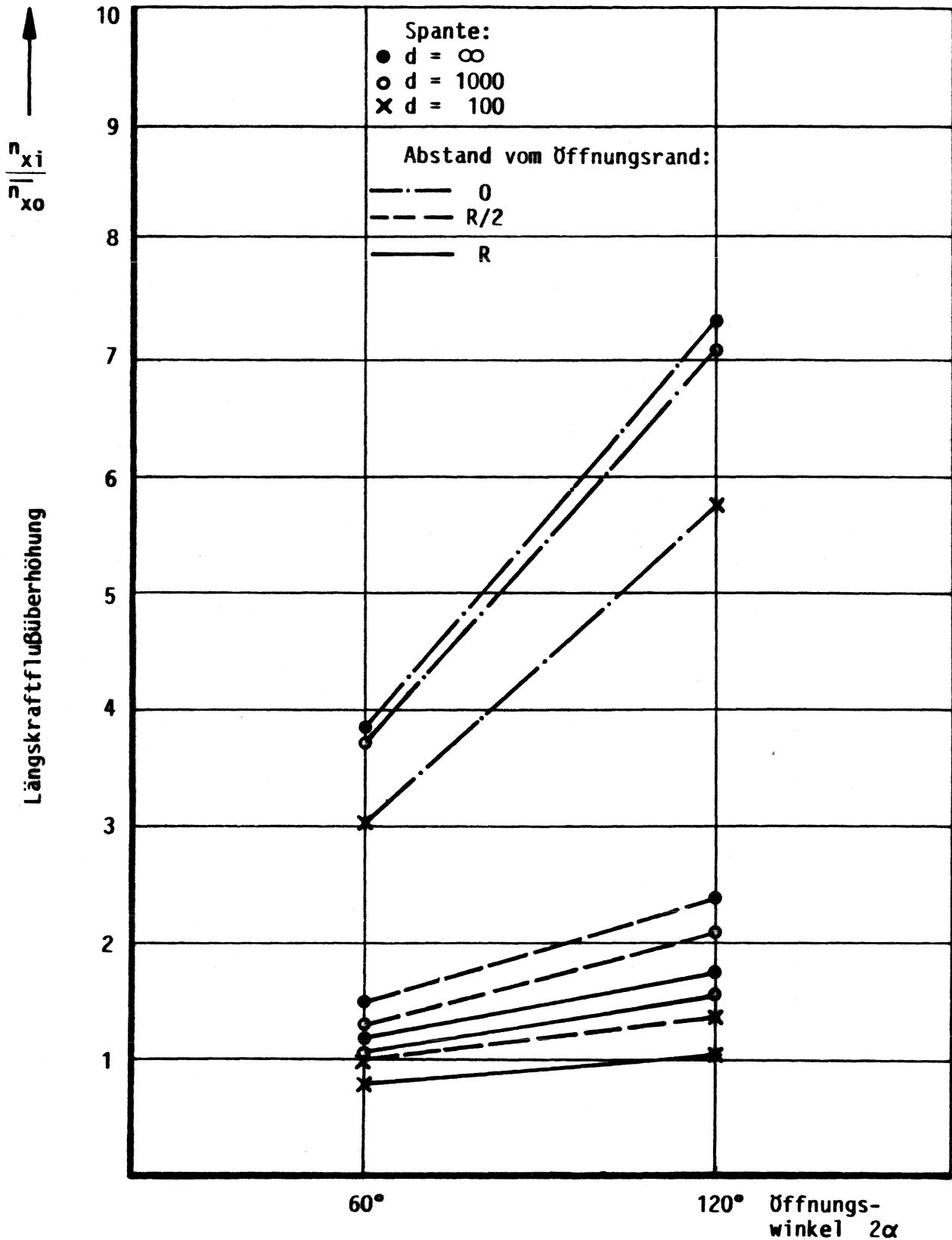


Diagramm 7.24 : Parametervariation endliche symmetrische Schale  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  $R/2$  bzw.  $R$  vom Öffnungsrand für  $2\alpha = 120^\circ$ , bei 3 unterschiedlichen Spantesteifigkeiten

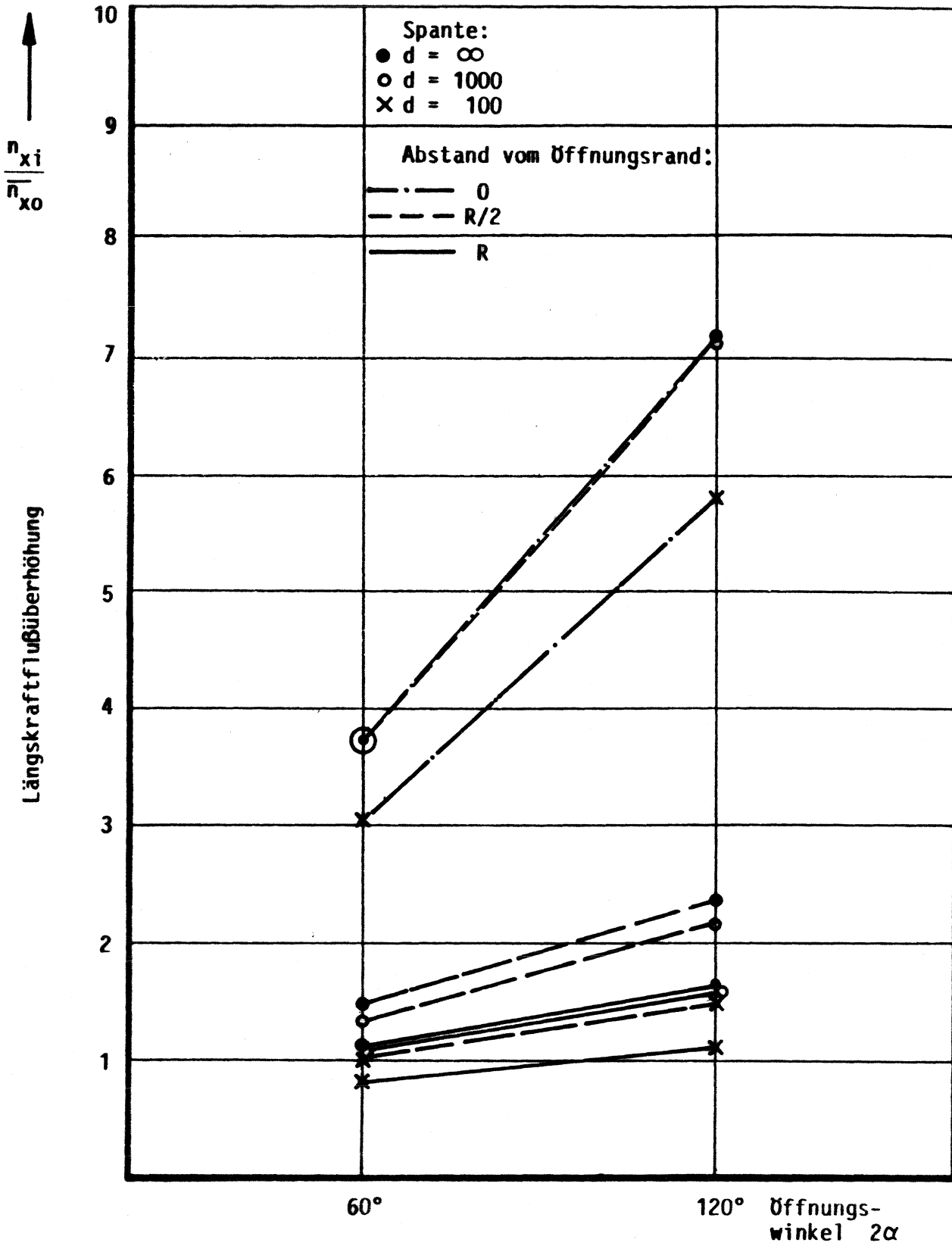




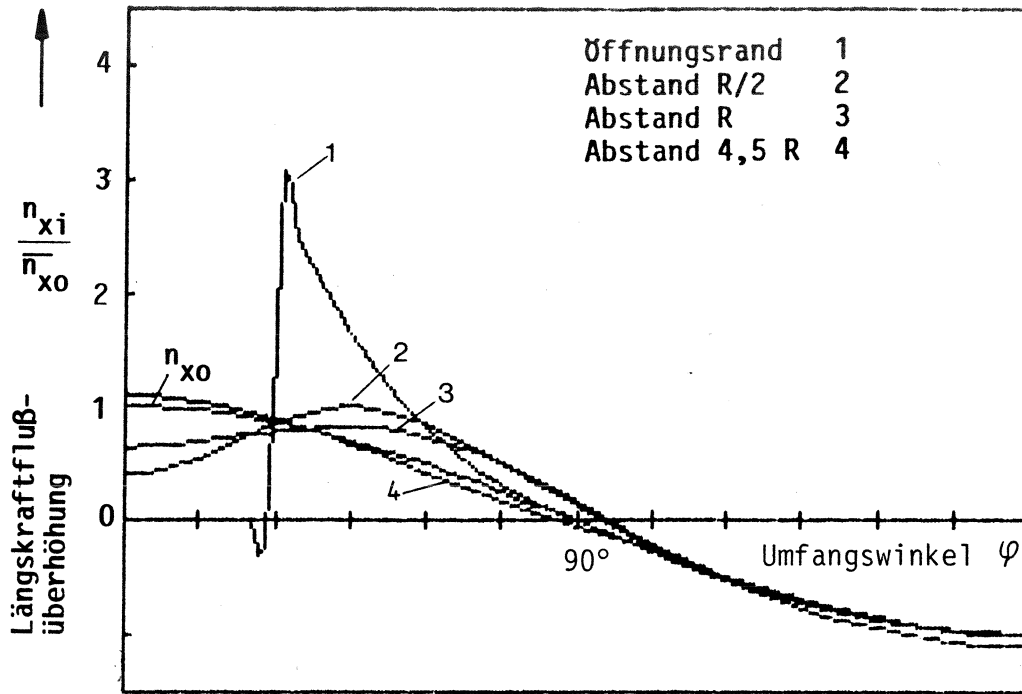
**Diagramm 7.25 :** Parametervariation endliche symmetrische Schale  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  $R/2$  bzw.  $R$  vom Öffnungsrand  
 $R/t = 50$   
 $2\alpha = 60^\circ/120^\circ$   
 Bei 3 unterschiedlichen Spantsteifigkeiten



**Diagramm 7.26:** Parametervariation endliche symmetrische Schale  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  
 $R/2$  bzw.  $R$  vom Öffnungsrand  
 $R/t = 150$   
 $2\alpha = 60^\circ/120^\circ$   
 Bei 3 unterschiedlichen Spantsteifigkeiten



**Diagramm 7.27:** Parametervariation endliche symmetrische Schale  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  $R/2$  bzw.  $R$  vom Öffnungsrand  
 $R/t = 300$   
 $2\alpha = 60^\circ/120^\circ$   
 Bei 3 unterschiedlichen Spantsteifigkeiten

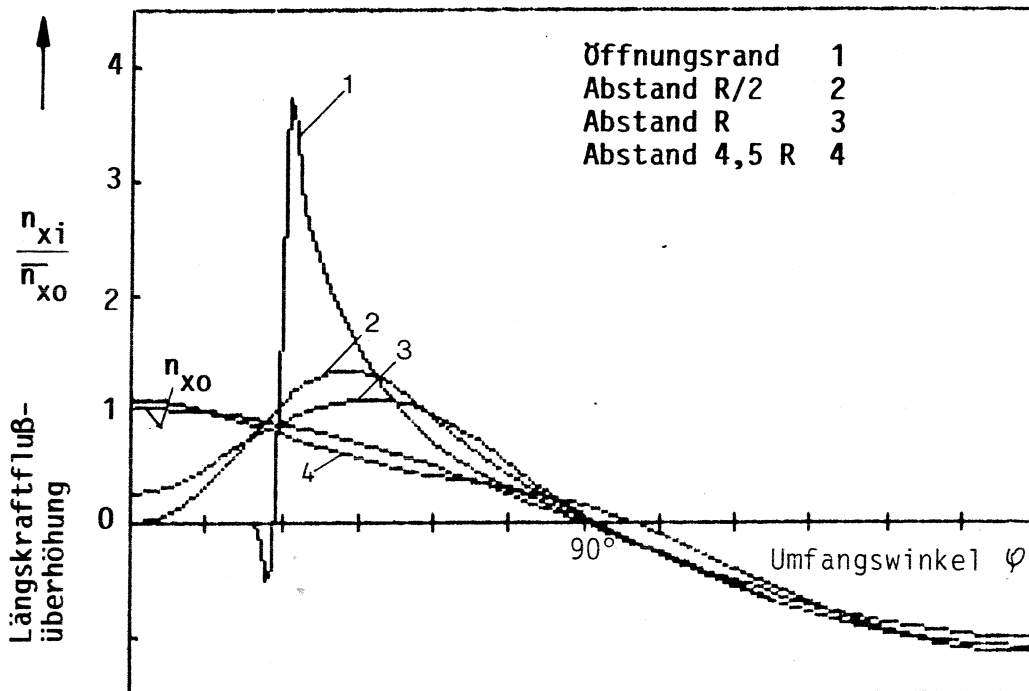


**Diagramm 7.28:**

Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Endliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
 2 Spante,  $d = 100$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 $L_{ges} = 300$  cm

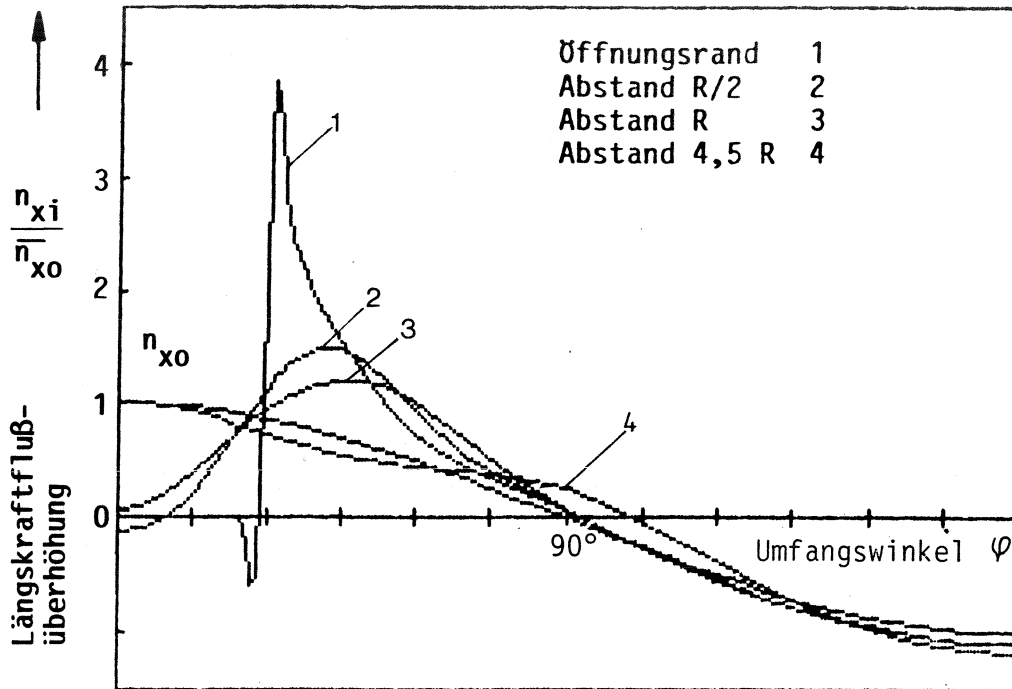


**Diagramm 7.29:**

Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Endliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
 2 Spante,  $d = 1000$

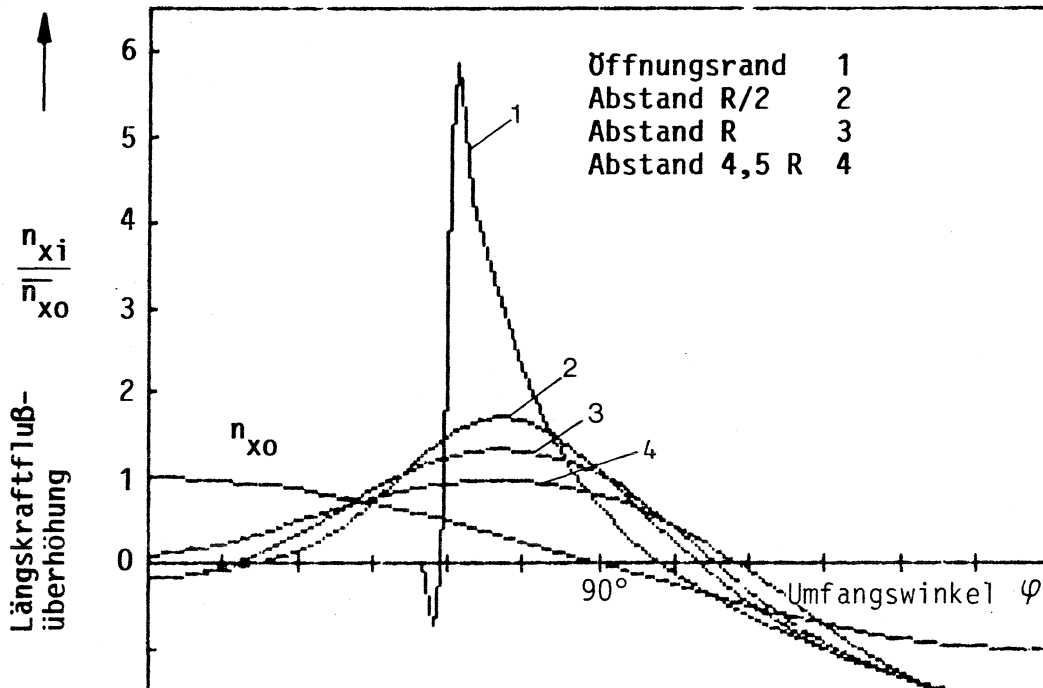
Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 $L_{ges} = 300$  cm



**Diagramm 7.30 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Endliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
 keine Spante

Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 $L_{ges} = 300 \text{ cm}$



**Diagramm 7.31 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Endliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
 Spante  $d = 100$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 $L_{ges} = 300 \text{ cm}$

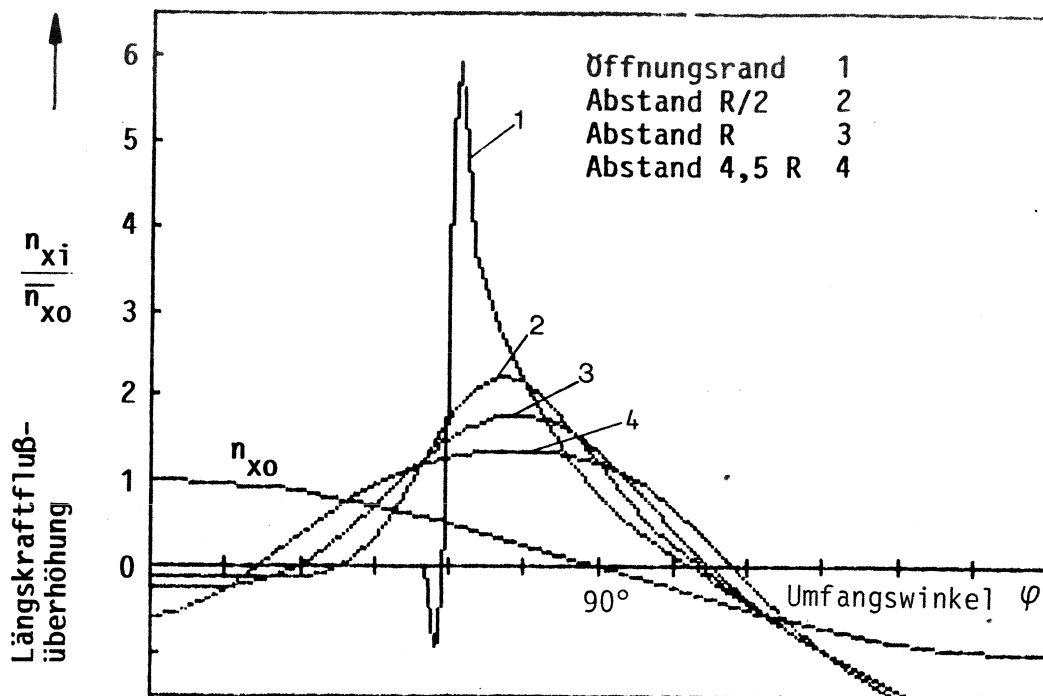


Diagramm 7.32: Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Endliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
 keine Spante

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 $L_{ges} = 300 \text{ cm}$

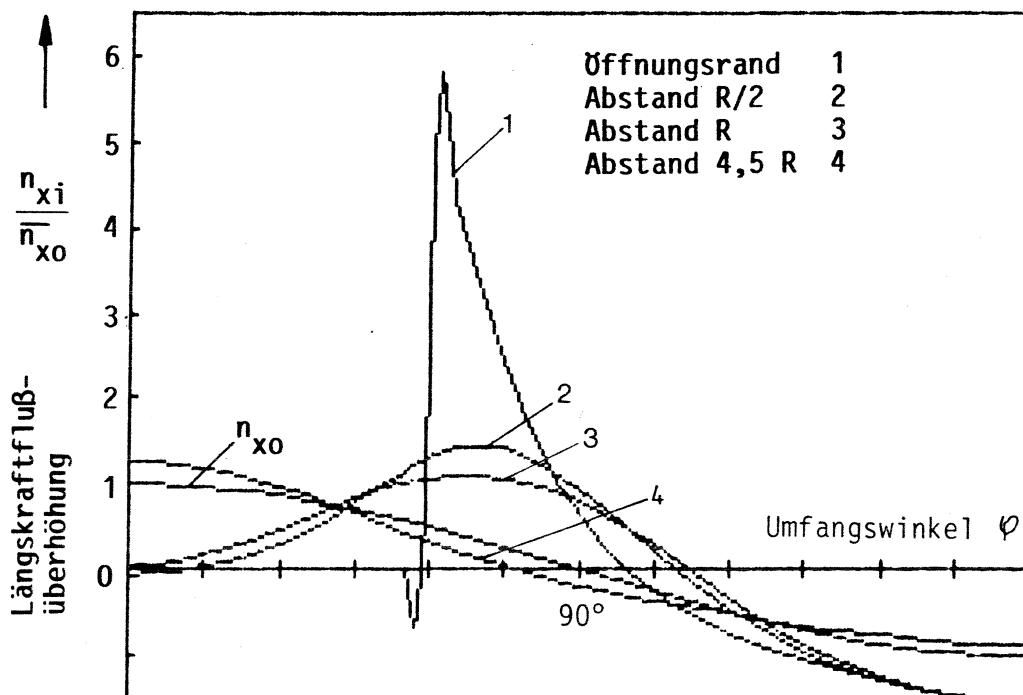


Diagramm 7.33: Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Endliche sym. Schale  
 $R/t = 300$   
 2 Spante,  $d = 100$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 $L_{ges} = 300 \text{ cm}$

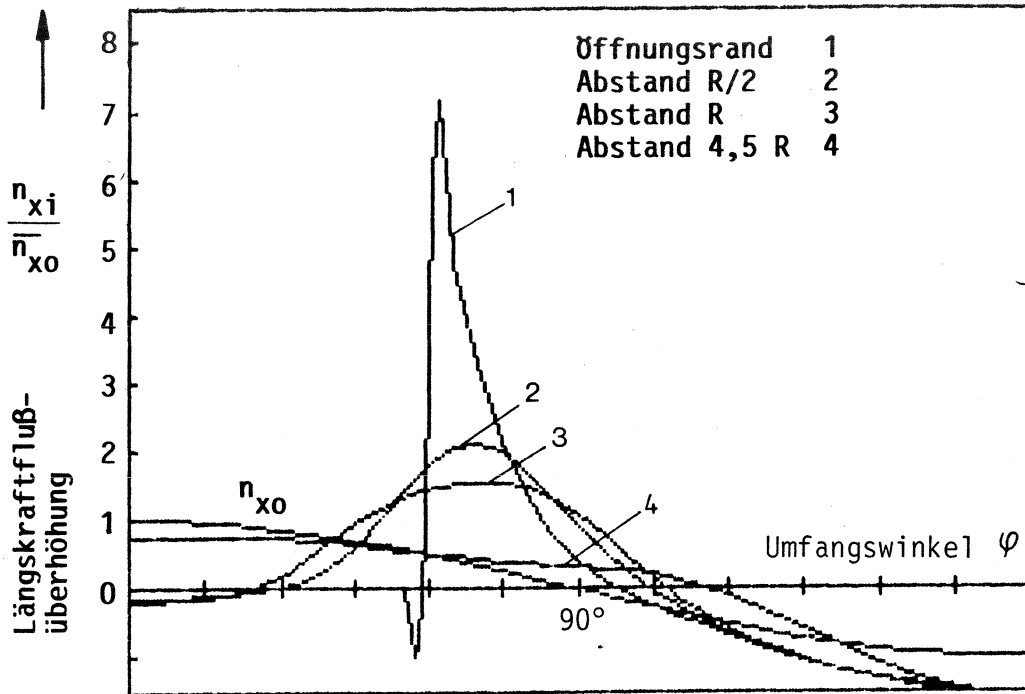


Diagramm 7.34 : Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Endliche sym. Schale  
 $R/t = 300$   
 2 Spante,  $d = 1000$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 $L_{ges} = 300$  cm

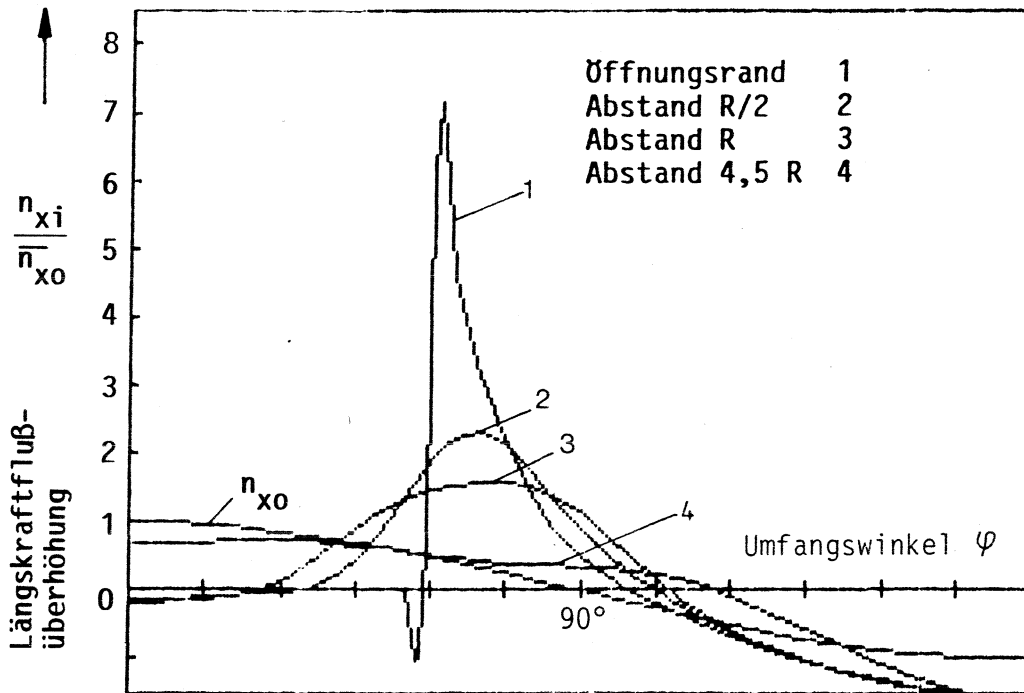


Diagramm 7.35 : Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Endliche sym. Schale  
 $R/t = 300$   
 keine Spante

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 $L_{ges} = 300$  cm

### 7.4.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Spannungsspitzen liegen in allen Schnitten niedriger als bei der unendlichen Schale. Grund ist, daß die relativ naheliegenden Einspannungen, jeweils  $4,5 R$  von den Öffnungsrändern entfernt, wie steife Spante wirken. Man erkennt daraus, daß Versuchsergebnisse, die an kurzen Schalen gewonnen wurden, nur mit großer Einschränkung auf lange Schalen übertragen werden können.

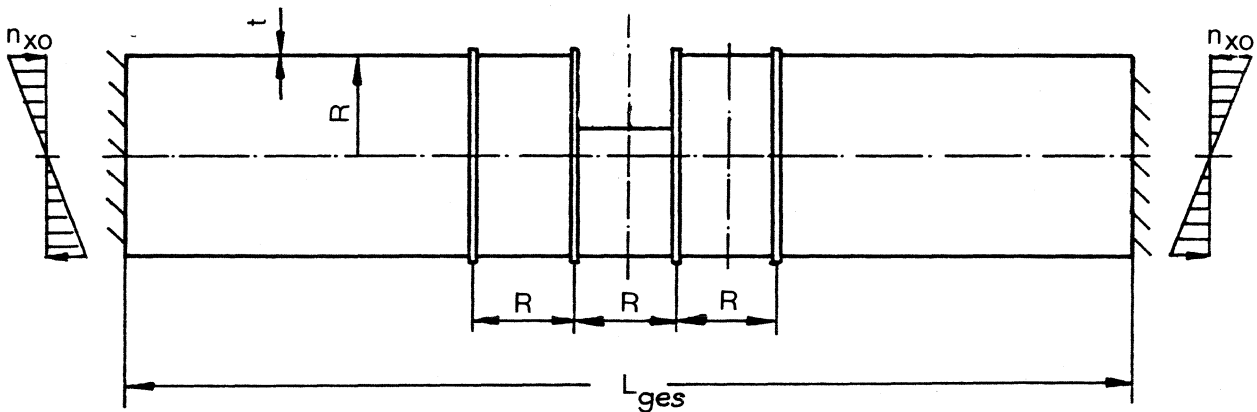
Bei Versteifung mit den steifen Spanten ( $d = 100$ ) wird bei den endlichen Schalen die Spannungsspitze bis zum Abstand  $R$  weitgehend abgebaut, so daß hier der Randeinfluß keine wesentliche Rolle mehr spielt.

Die Abhängigkeit vom Öffnungswinkel  $2\alpha$  bleibt auch mit Versteifungen dominierend.



## 7.5 Parametervariation der endlichen symmetrischen Zylinderschale in Abhängigkeit von der Schalenlänge

- 7.5.1 Parameter:
- Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge  $R$
  - $R/t = 150$
  - Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$
  - Spante:  $d = \infty/250$
  - $L_{\text{ges}} = 150/270/900/1920 \text{ cm}$
  - Belastung: Reines Biegemoment
  - $R = 30 \text{ cm}$



### 7.5.2 Ergebnisse

In der Tabelle 7.6 sind die Zahlenwerte der Längskraftflußüberhöhungen für die unterschiedlichen Schalenlängen, mit und ohne Spant, in den 3 betrachteten Schnitten angegeben. Der Anstieg der Überhöhung am Öffnungsrand mit der Schalenlänge ist deutlich zu erkennen. In den weiteren Schnitten "glättet" vor allem der Spant die Überhöhungen. Eine Abhängigkeit von der Länge ist mit Spanten kaum noch zu erkennen.

Im Diagramm 7.36 zeigt der steile Anstieg der Kurve: (ohne Spant, Öffnungsrand) die Abhängigkeit von der Schalenlänge vor allem im Bereich der kurzen Schale.

Die Diagramme 7.37 und 7.38 zeigen wieder den Unterschied der versteiften zur unversteiften Schale durch die deutlich flachere Verteilung des Längskraftflusses der versteiften Version.

Schalen- länge $L_{ges}$ [cm]	ohne Spante $d = \infty$			Spante $d = 250$		
	Abstand vom Öffnungsrand			Abstand vom Öffnungsrand		
	0	$\frac{R}{2}$	R	0	$\frac{R}{2}$	R
150	5,92	2,24	1,78	5,83	1,71	1,33
270	7,29	2,41	1,78	6,26	1,70	1,27
900	8,04	2,48	1,79	7,33	1,73	1,24
1920	8,81	2,60	1,85	7,64	1,71	1,21

**Tabelle 7.6 :** Parametervariation der Schalenlänge

Längskraftflußüberhöhungen  $\frac{n_{xi}}{n_{xo}}$

$2\alpha = 120^\circ,$

$R/t = 150$

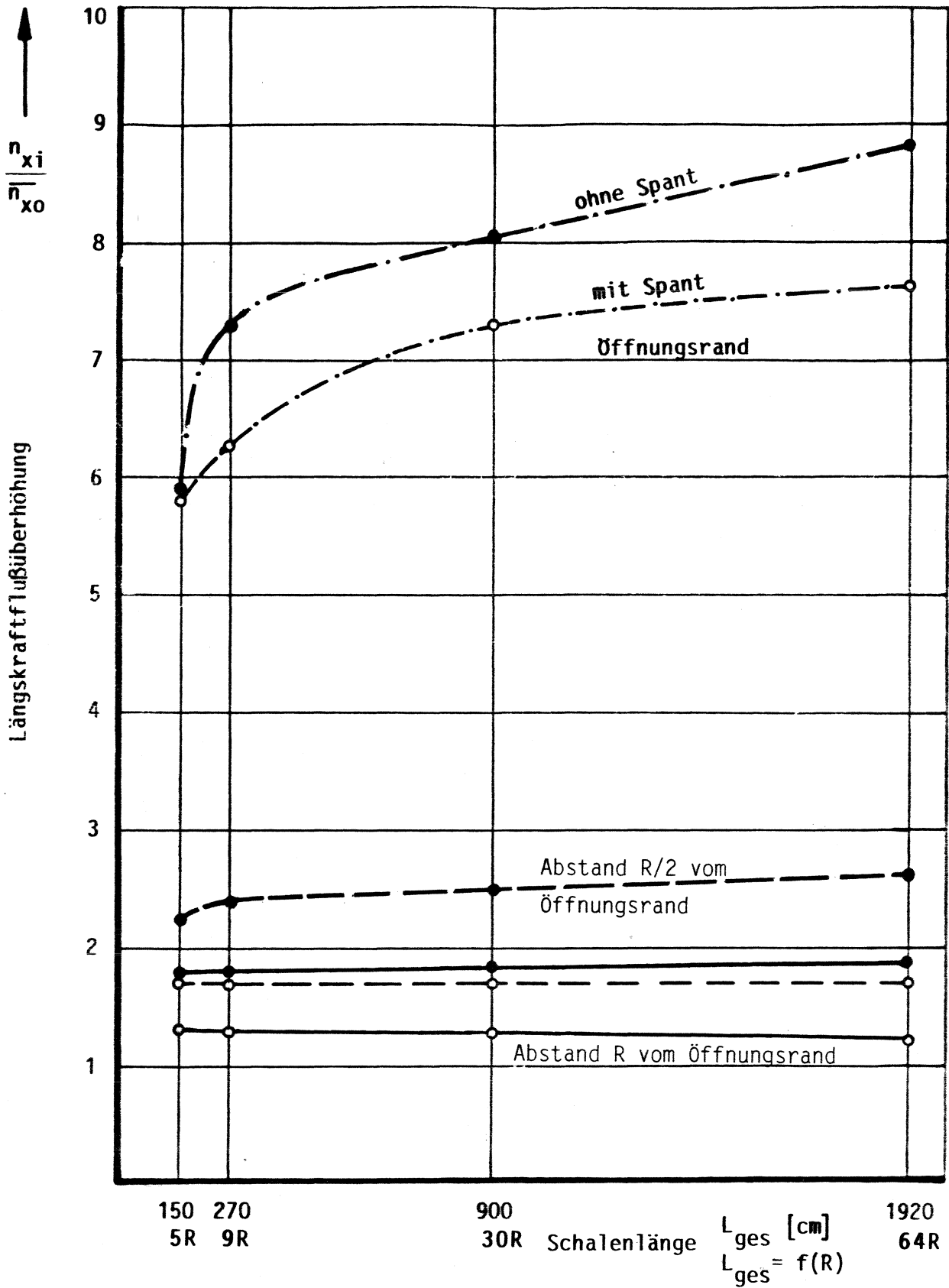
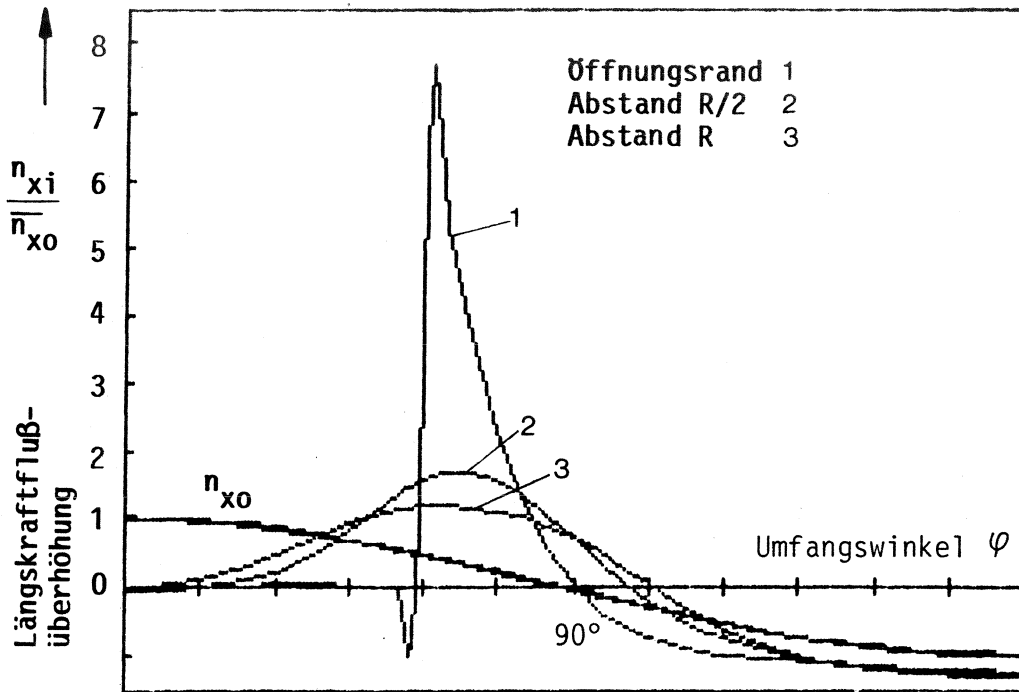


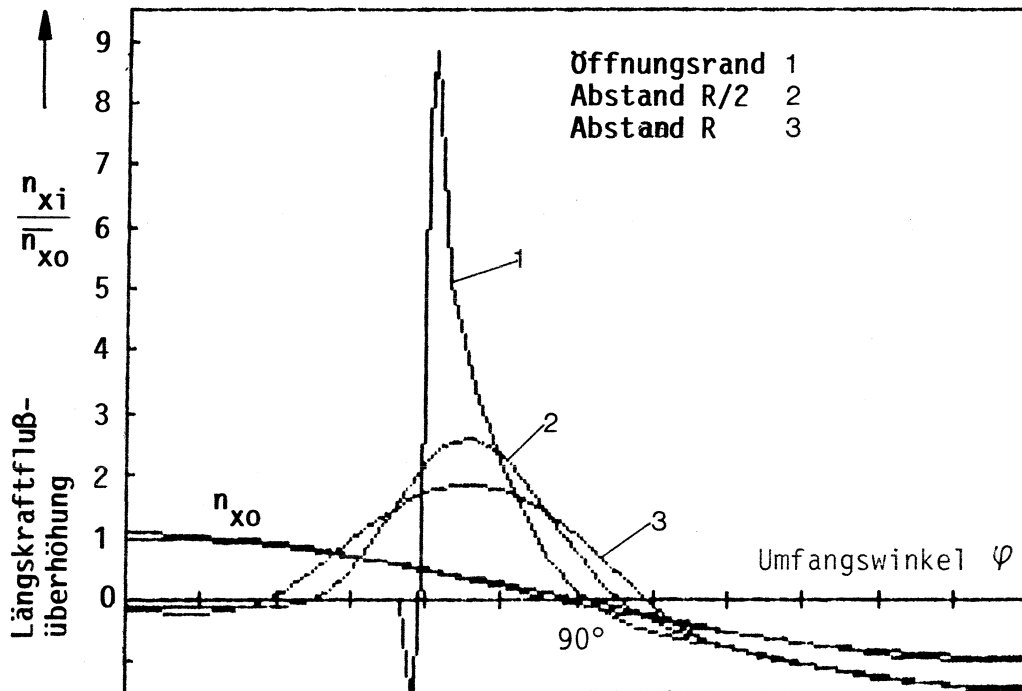
Diagramm 7.36 : Parametervariation Schalenlänge  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  
 $R/2$  bzw.  $R$  vom Öffnungsrand  
 $R/t = 150$ ,  $2\alpha = 120^\circ$   
 Spante:  $d = \infty/250$   
 $R = 30$  cm



**Diagramm 7.37 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Endliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
 2 Spante,  $d = 250$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 $L_{ges} = 1920$  cm



**Diagramm 7.38 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Endliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
keine Spante

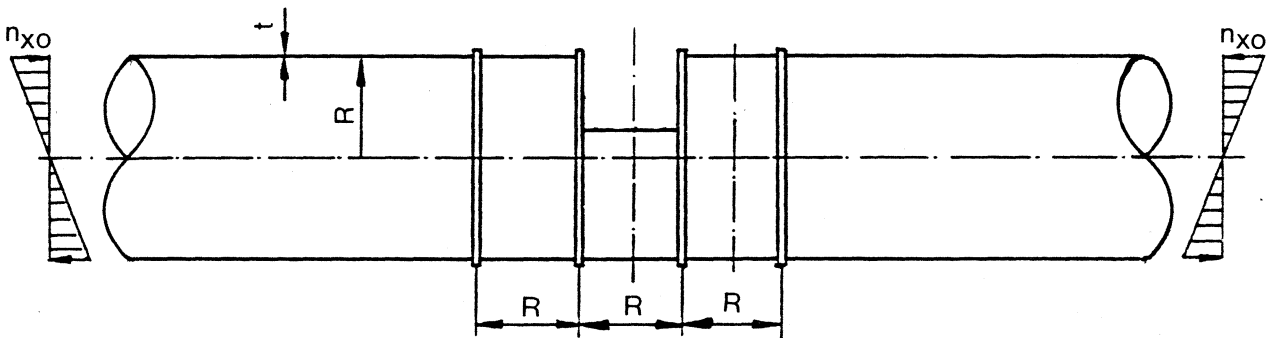
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 $L_{ges} = 1920$  cm

### 7.5.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Schalenlänge hat wesentlichen Einfluß auf den Spitzenwert am Öffnungsrand, aber nur geringen Einfluß (ca. 15%) auf die Maximalwerte in den weiteren Schnitten. Im Abstand  $R$  vom Öffnungsrand ist eine Abhängigkeit auch ohne Spante nicht mehr zu erkennen. Die Spitzenwerte am Öffnungsrand nehmen bei sehr kurzen Zylinderschalen ( $L_{\text{ges}} = 5R$ ) sehr schnell ab.

## 7.6 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale in Abhängigkeit von der Torsionssteifigkeit der Spante

- 7.6 Parameter: Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge  $R$   
 $R/t = 150$   
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
Spante:  $d = 250$   
Belastung: Reines Biegemoment



### 7.6.2 Ergebnisse

In der Tabelle 7.7 sind die Zahlenwerte der Längskraftüberhöhungen für ausgesteifte Schalen ( $d = 250$ ) mit variiertem Torsionsmoment der Spante für die 3 Schnitte angegeben. Die Längskraftflüsse in den Schnitten 0 und  $R/2$  sinken leicht mit steigendem Torsionsmoment. Die Angabe der Größe der Veränderung in Prozenten zeigt, daß lediglich im Abstand  $R/2$  von einer Verbesserung gesprochen werden kann.

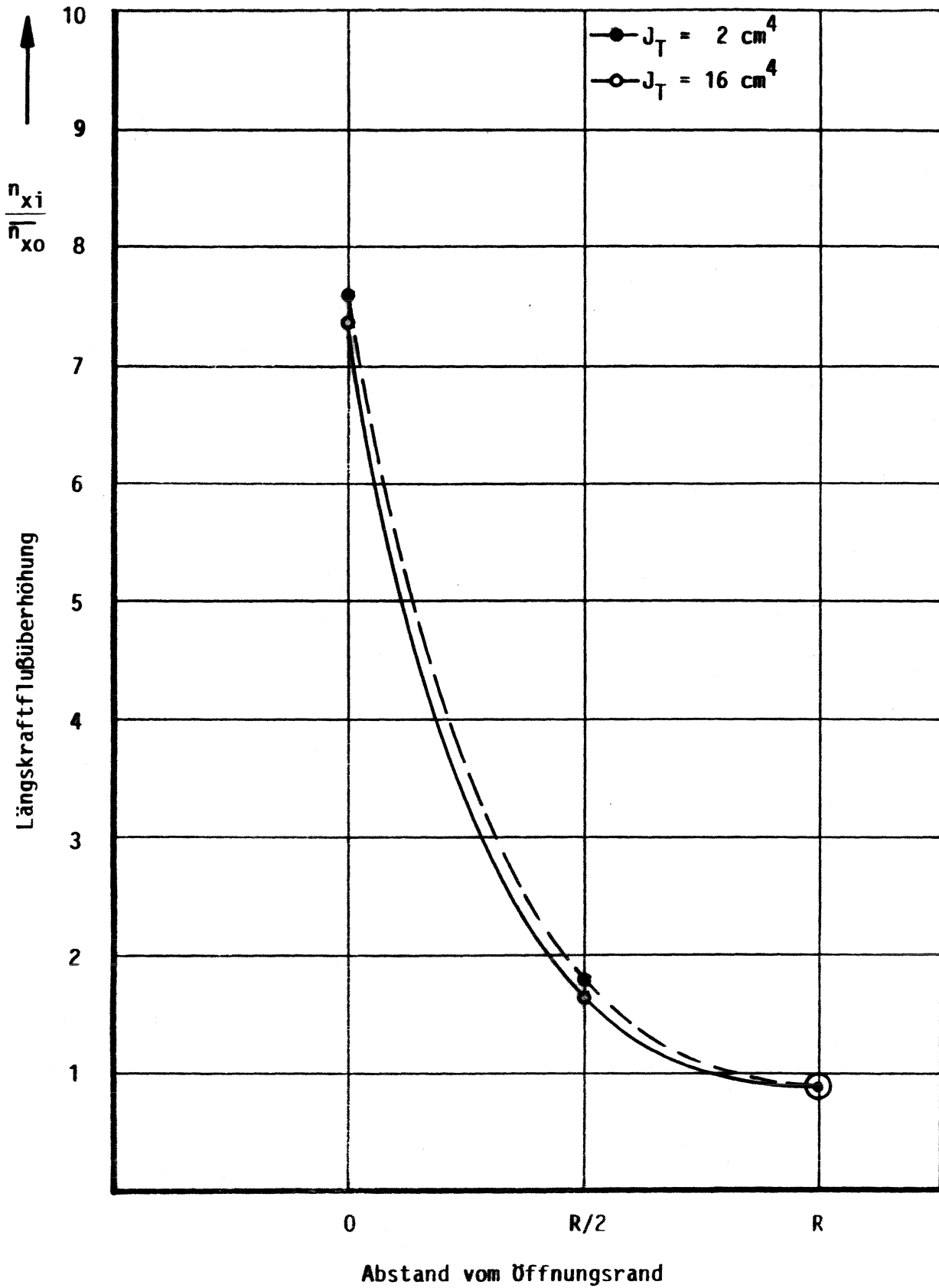
Die Kurvenverläufe von Diagramm 7.39 zeigen auch den nur geringen Unterschied in den Längskraftflußüberhöhungen zwischen dem Spant mit dem kleinsten Torsionsmoment ( $I_T = 2 \text{ cm}^4$ ) und dem Spant mit dem größten Torsionsmoment ( $I_T = 16 \text{ cm}^2$ ).

Die Kurvenverläufe der Längskraftflußüberhöhung für gleiche Schnitte bei den beiden extremsten Torsionssteifigkeiten (Diagramm 7.40 und 7.41) zeigen daher auch kaum Unterschiede.

Spante, d = 100 Torsionsmoment $I_T$ [cm <sup>4</sup> ]	Abstand zum Öffnungsrand		
	0	R/2	R
2	7,61	1,77	0,90
4	7,54	1,71	0,90
8	7,46	1,66	0,90
16	7,36	1,62	0,90
<b>Veränderung</b>	3,3 %	9 %	0 %

**Tabelle 7.7** : Parametervariation der Torsionssteifigkeit der Spante

Längskraftflußüberhöhung  $\frac{n_{xi}}{\overline{n_{x0}}}$   
 $2\alpha = 120^\circ$ ,  $R/t = 150$



**Diagramm 7.39:** Parametervariation Torsionssteifigkeit der Spante  
Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  
R/2 bzw. R vom Öffnungsrand  
R/t = 150  
2 $\alpha$  = 120  
Spante: d = 250



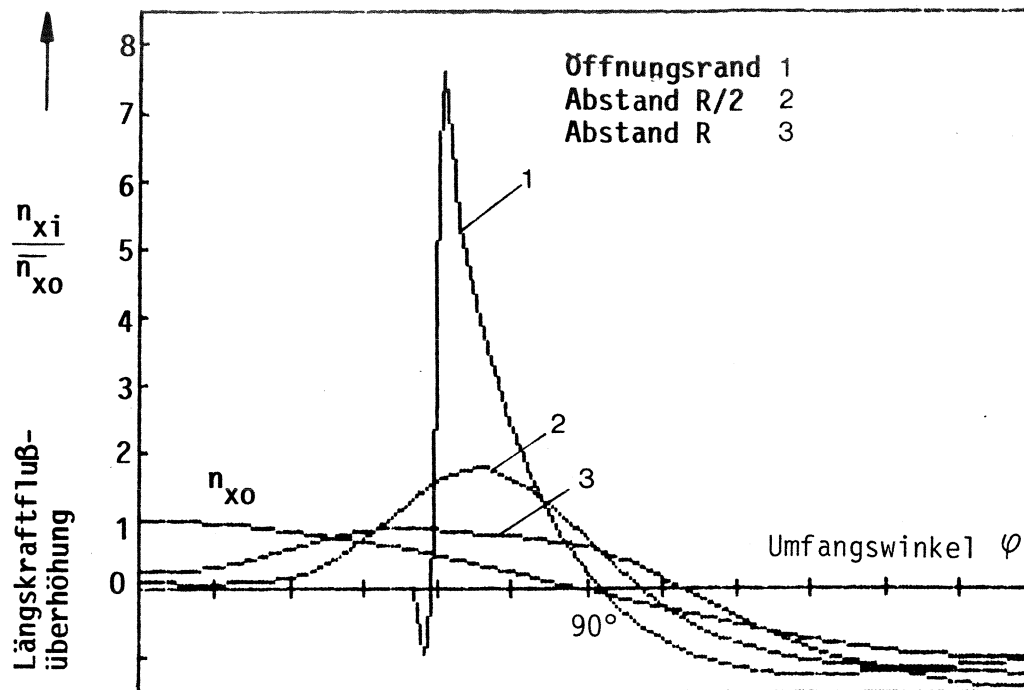


Diagramm 7.40 : Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
 2 Spante,  $d = 250$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 $J_T = 2 \text{ cm}^4$

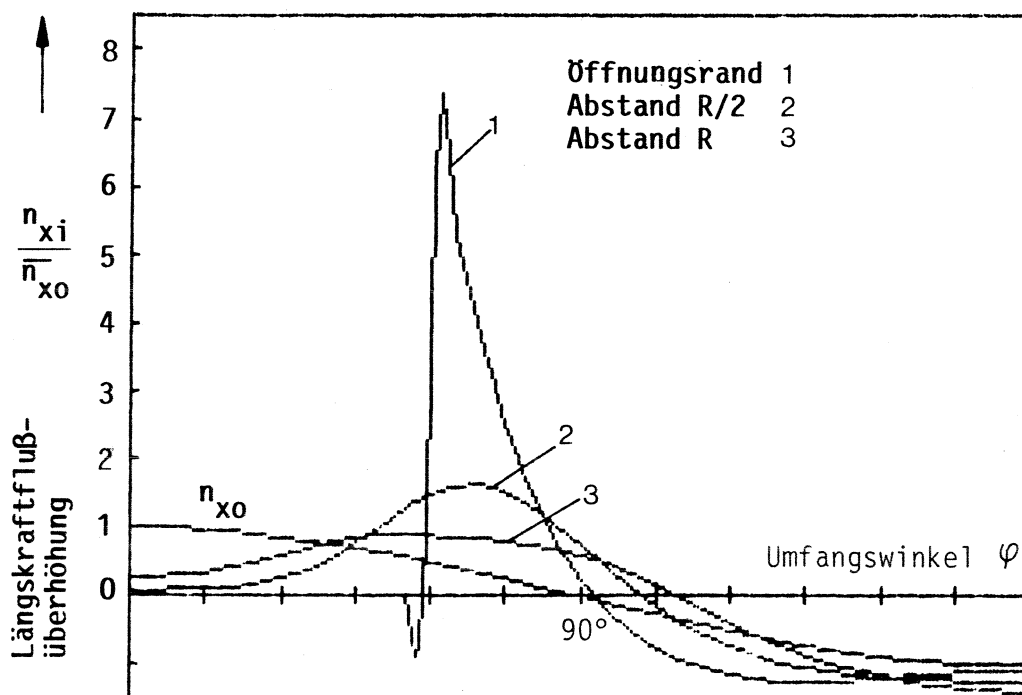


Diagramm 7.41: Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
 2 Spante:  $d = 250$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 $J_T = 16 \text{ cm}^4$

### 7.6.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Der maximale Längskraftfluß sinkt mit steigender Torsionsfähigkeit. Der Einfluß der Torsionssteifigkeit auf die Längskraftflüsse ist nur am Öffnungsrand und im Abstand  $R/2$  vom Öffnungsrand zu bemerken, aber insgesamt sehr gering (max.9%).

## 7.7 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale in Abhängigkeit von der Öffnungslänge

### 7.7.1 Parameter :

Rechteckige Öffnung

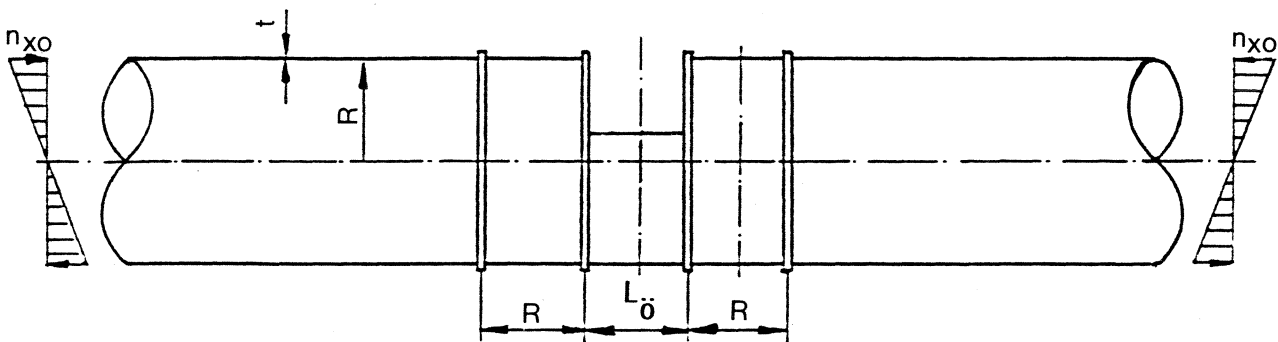
$R/t = 150$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$

Spante:  $d = \infty/250$

Belastung: Reines Biegemoment

Öffnungslänge  $L_{\ddot{o}} = R/1,5R/2R$



### 7.7.2 Ergebnisse

In der Tabelle 7.8 erkennt man, daß mit größer werdender Öffnungslänge -mit und ohne Versteifung durch Spante- die Längskraftflußwerte niedriger werden. Der größte Einfluß ist für den Abstand 0 vom Öffnungsrand zu erkennen. Durch die Spante wird dieser Einfluß allerdings stark vermindert und spielt in den Schnitten: Abstand  $R/2$  bzw.  $R$  vom Öffnungsrand, keine wesentliche Rolle mehr.

Im Diagramm 7.42 ist dies deutlich durch die in einem Punkt zulaufende Kurvenschar im Abstand  $R$  für die versteifte Version zu erkennen.

In den Diagrammen 7.43 bis 7.46 ist zu sehen, daß die Längskraftflußverteilung der Schale mit der größeren Öffnungslänge breiter verteilt ist. Die Breite der Verteilung ist durch die Angabe des Verteilungswinkels (Schnitte der Kurve mit der Abzisse) verdeutlicht.

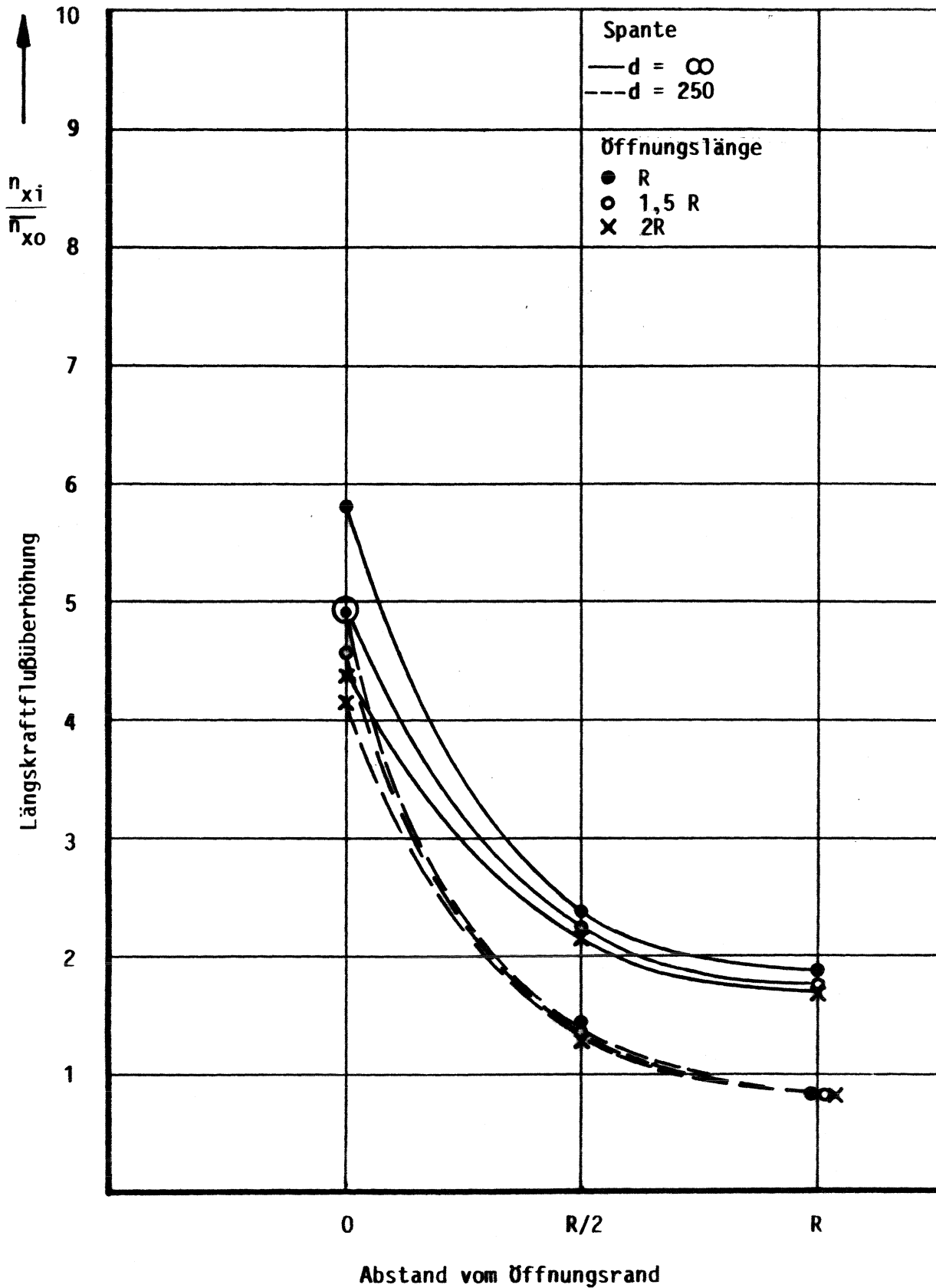
Öffnungs- länge  Lö f(R)	Spante : d = ∞			Spante : d = 250		
	Abstand vom Öffnungsrand			Abstand vom Öffnungsrand		
	0	$\frac{R}{2}$	R	0	$\frac{R}{2}$	R
R	5,78	2,33	1,84	4,90	1,35	0,80
1,5 R	4,9	2,21	1,73	4,54	1,32	0,79
2 R	4,36	2,12	1,70	4,17	1,29	0,79

**Tabelle 7.8 :** Parametervariation Öffnungslänge

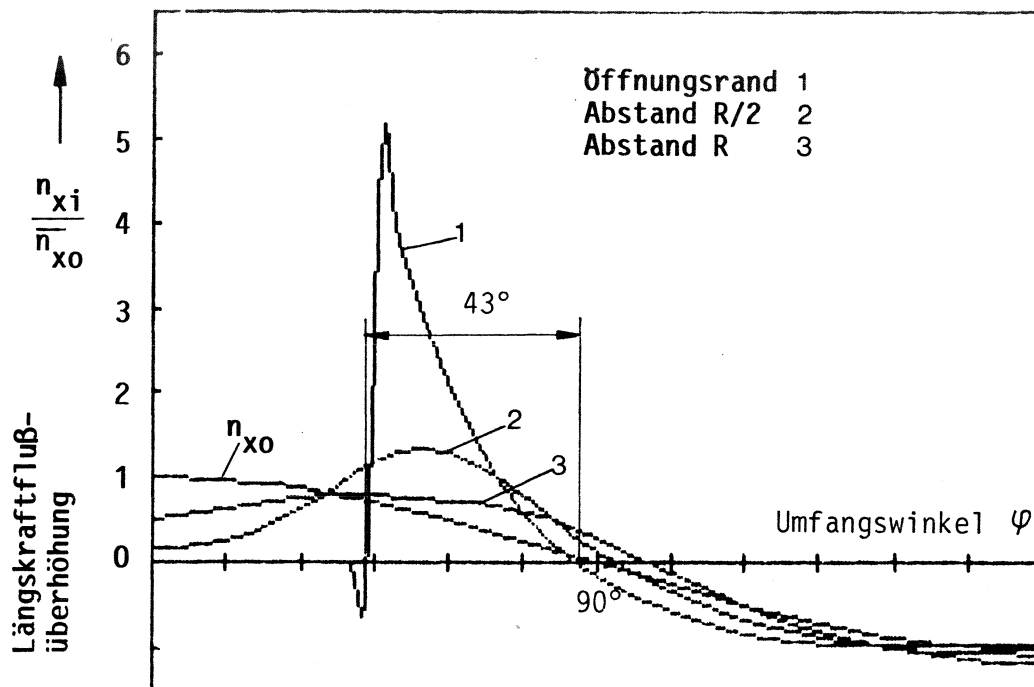
Längskraftflußüberhöhungen  $\frac{\overline{n_{xi}}}{\overline{n_{x0}}}$

R/t = 150

2α = 90°



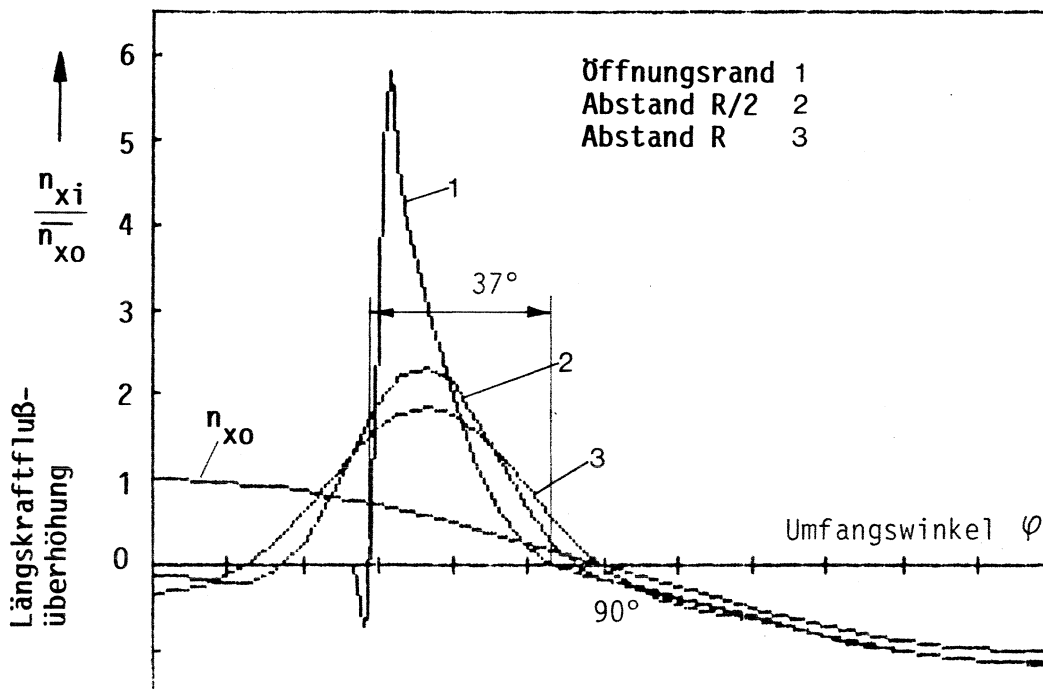
**Diagramm 7.42:** Parametervariation Öffnungslänge  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  
 R/2 bzw. R vom Öffnungsrand  
 $R/t = 150$   
 $2\alpha = 90^\circ$   
 Spante:  $d = \infty/250$



**Diagramm 7.43 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
 2 Spante,  $d = 250$

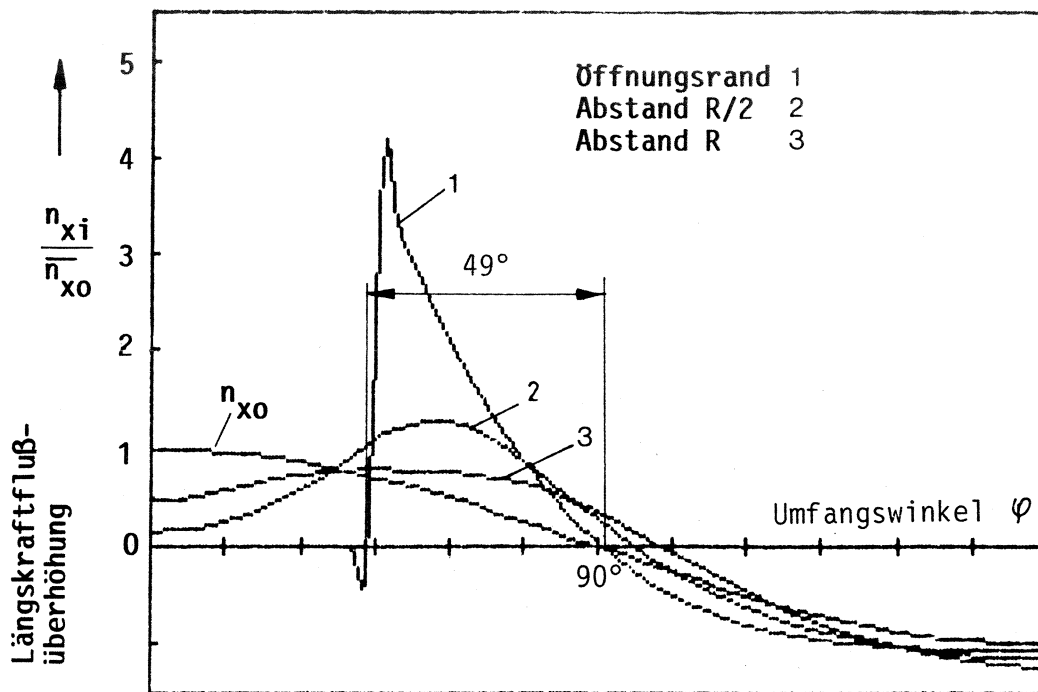
Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 Öffnungslänge:  $R$



**Diagramm 7.44 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

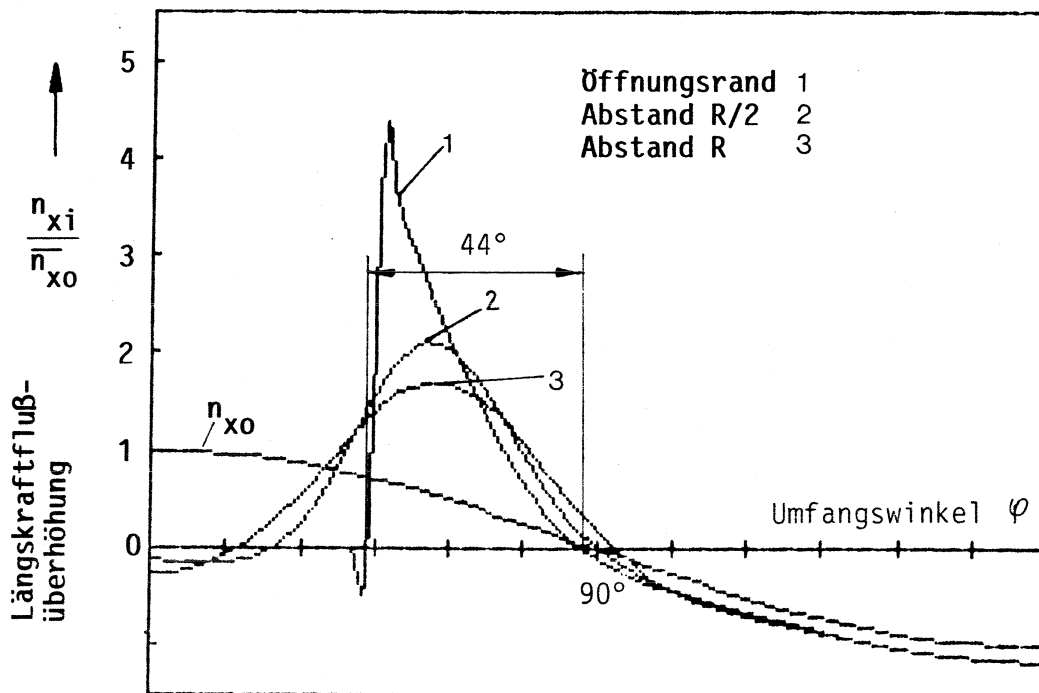
Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
 keine Spante

Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 Öffnungslänge:  $R$



**Diagramm 7.45 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale      Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
 $R/t = 150$                       Belastung: Reines Biegemoment  
 2 Spante,  $d = 250$               Öffnungslänge:  $2R$



**Diagramm 7.46 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale      Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
 $R/t = 150$                       Belastung: Reines Biegemoment  
 keine Spante                      Öffnungslänge:  $2R$

### 7.7.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Bei der unversteiften Zylinderschale ist das Ergebnis, daß die Spannungsspitzen mit größer werdender Öffnungslänge abnehmen, zunächst überraschend. Bei näherer Untersuchung stellt sich heraus, daß die Spitzenwerte zwar niedriger sind, aber breiter verteilt sind.

Als Ergebnis kann also festgehalten werden: Durch große Öffnungslängen werden die Spitzenwerte mit zunehmender Öffnungslänge geringer, aber die Spannungsverteilung im Bereich des Spitzenwertes ist breiter.

Für eine genauere Stabilitätsuntersuchung ist die Breite der Verteilung von großer Bedeutung.

Durch die Spante werden die Unterschiede, die durch die unterschiedliche Öffnungslänge entstehen, abgebaut, so daß in den Schnitten R/2 bzw. R nur noch ganz geringe Abhängigkeiten zu erkennen sind.



## 7.8 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale in Abhängigkeit vom Innendruck

### 7.8.1 Parameter:

Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge  $R$

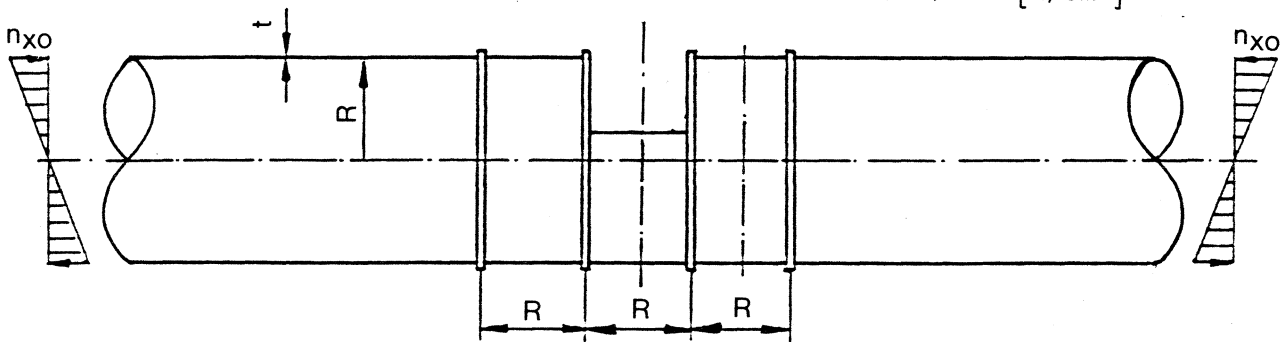
$R/t = 150$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$

Spante:  $d = \infty/250$

Belastung: Reines Biegemoment

Innendruck  $p = 20/40/80/120 \text{ [N/cm}^2\text{]}$



### 7.8.2 Ergebnisse

In der Tabelle 7.9 sind die Längskraftflußüberhöhungen für unversteifte und versteifte Zylinderschalen mit großen Öffnungen bei unterschiedlichen Innendrücken angegeben.

In der unversteiften Version sinken die Längskraftflußüberhöhungen mit steigendem Innendruck. Das ist in allen 3 Schnitten an den Werten: 8,0 zu 5,13, 2,9 zu 2,13 und 2,28 zu 1,55, zu erkennen. Durch Einsatz von Spanten ist der Einfluß des Innendrucks nur noch am Öffnungsrand spürbar. Hier sinkt der Längskraftfluß mit steigendem Innendruck, bleibt aber über dem Wert der unversteiften Schale für die Innendrucke 40 bis 120  $\text{N/cm}^2$ .

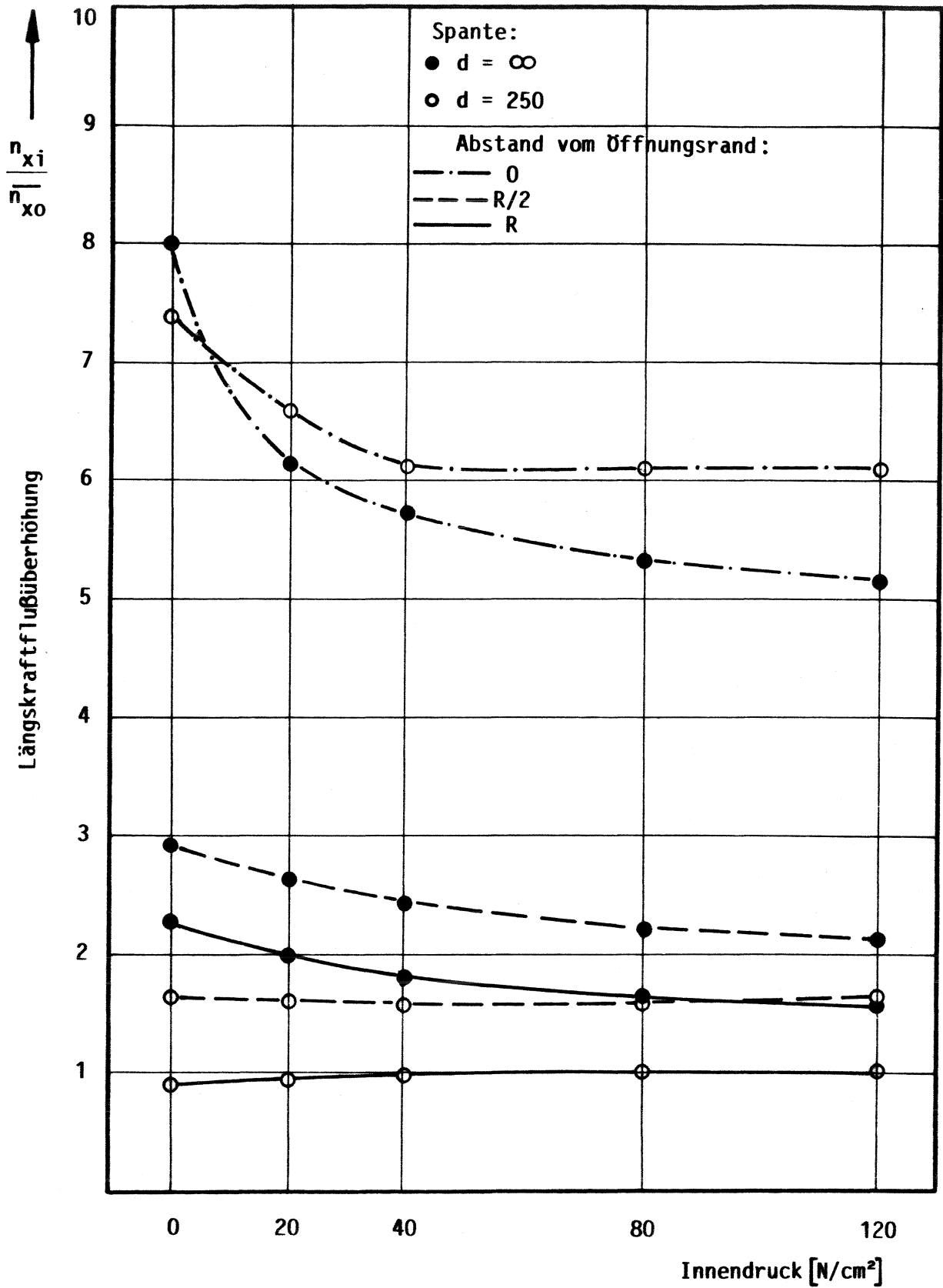
In den weiteren Schnitten versteifen die Spante die Schale wesentlich stärker als der größte Innendruck vermag, siehe Unterschied der Zahlenwerte: Abstand vom Öffnungsrand  $R/2$ ,  $p = 120 \text{ N/cm}^2$ , ohne Spante: 2,13, mit Spanten: 1,58. Die Abhängigkeit vom Innendruck ist hier kaum noch zu erkennen.

Das Diagramm 7.47 zeigt diese beiden Eigenschaften durch die für den Abstand 0 vom Öffnungsrand tiefer liegende Kurve der unversteiften Version gegenüber der versteiften Version, und durch die für den Abstand R vom Öffnungsrand niedrigste Kurve der versteiften Version.

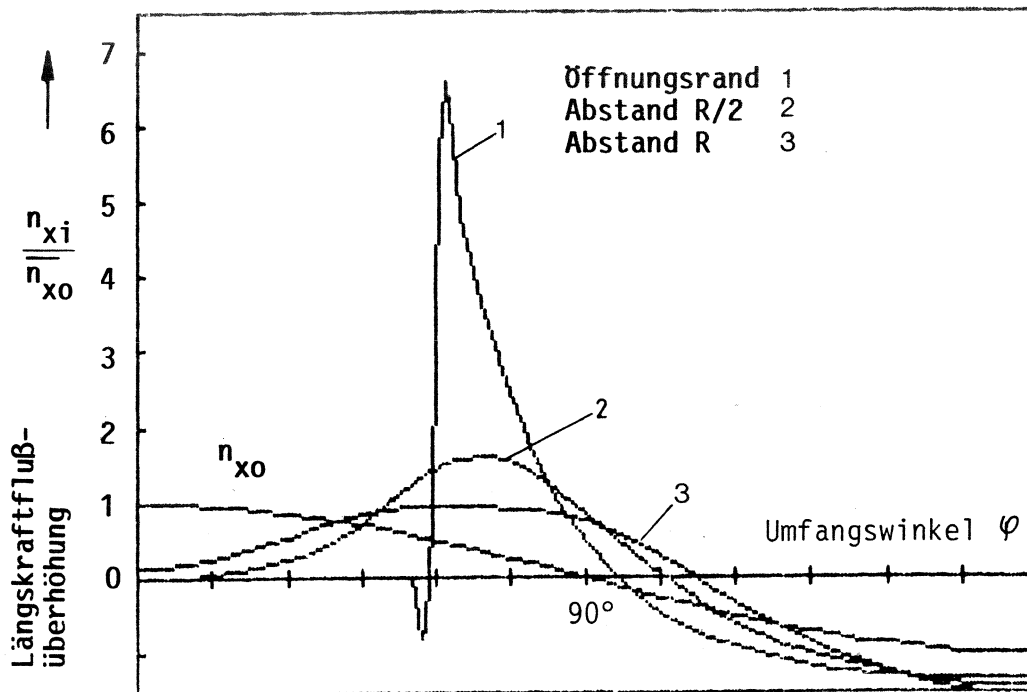
Die Diagramme 7.48 bis 7.51 lassen bei gleichen Innendrücker den versteifenden Einfluß der Spante erkennen.

Innendruck P [N/cm <sup>2</sup> ]	Spante : d = ∞			Spante : d = 250		
	Abstand vom Öffnungsrand			Abstand vom Öffnungsrand		
	0	$\frac{R}{2}$	R	0	$\frac{R}{2}$	R
0	8,0	2,92	2,28	7,4	1,64	0,90
20	6,14	2,65	1,98	6,12	1,63	0,96
40	5,72	2,44	1,80	6,12	1,56	0,96
80	5,32	2,23	1,63	6,15	1,59	1,00
120	5,13	2,13	1,55	6,09	1,58	1,02

**Tabelle 7.9** : Parametervariation Innendruck p  
 Längskraftflußüberhöhungen  $\frac{n_{xi}}{n_{x0}}$   
 $2\alpha = 120^\circ$   
 $R/t = 150$



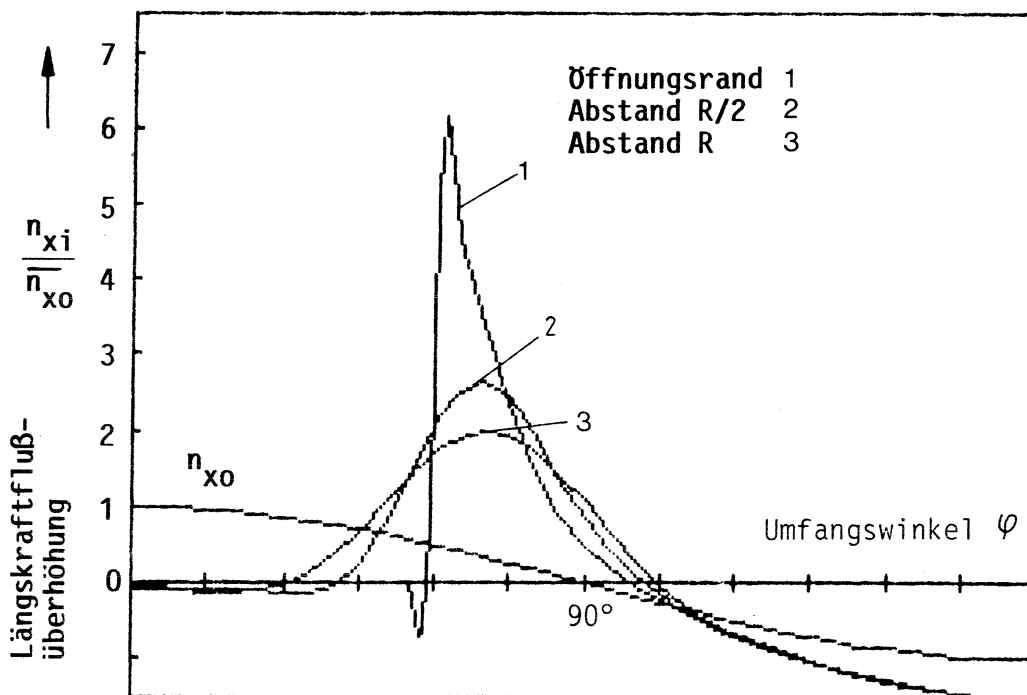
**Diagramm 7.47 :** Parametervariation Innendruck  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  
 R/2 bzw. R vom Öffnungsrand  
 $R/t = 150$   
 $2\alpha = 120^\circ$



**Diagramm 7.48 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
R/t = 150  
2 Spante, d = 250

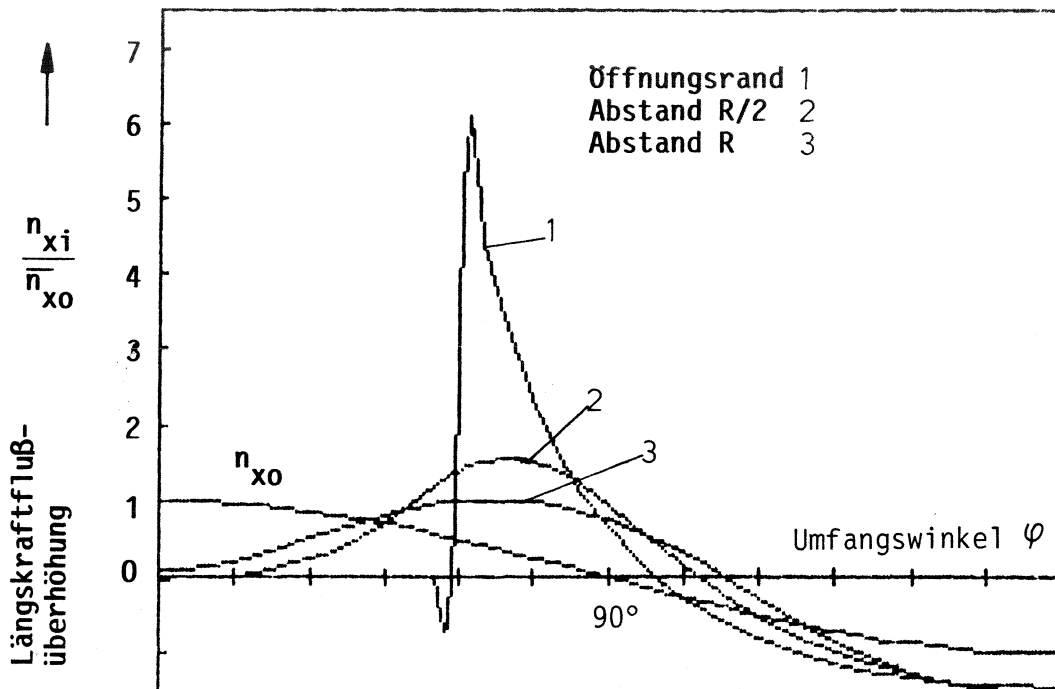
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
Belastung: Reines Biegemoment  
p = 20 N/cm<sup>2</sup>



**Diagramm 7.49 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
R/t = 150  
keine Spante

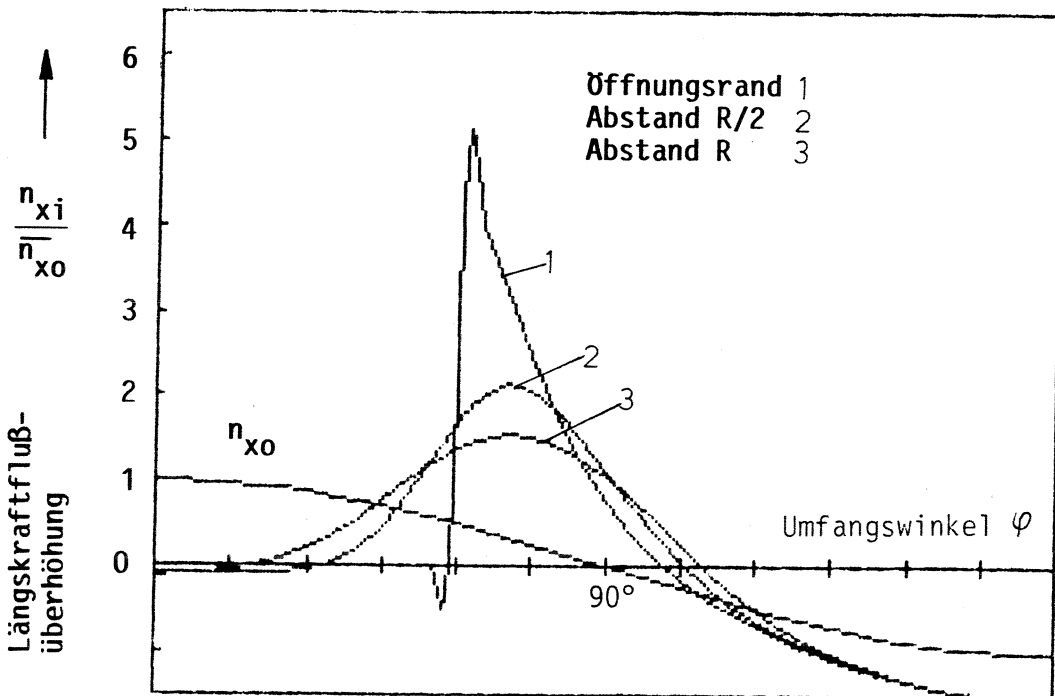
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
Belastung: Reines Biegemoment  
Innendruck p = 20 N/cm<sup>2</sup>



**Diagramm 7.50 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
 2 Spante,  $d = 250$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
Innendruck  $p = 120 \text{ N/cm}^2$



**Diagramm 7.51:** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 150$   
keine Spante

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
Innendruck  $p = 120 \text{ N/cm}^2$

### 7.8.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Der Innendruck wirkt wie eine Ringversteifung und baut mit zunehmendem Druck die Spannungsspitzen in allen 3 Schnitten ab. Sehr stark wird der Spitzenwert am Öffnungsrand abgebaut, so stark wie selbst mit sehr steifen Spanten nicht zu erreichen ist. In den beiden anderen Schnitten ist die Wirkung nicht so groß.

Durch Einsatz von Spanten stellt sich jedoch am Öffnungsrand bei zunehmendem Druck ein größerer Längskraftfluß ein als im Falle ohne Spante. In den untersuchten Schnitten R/2 und R üben die Spante einen weitaus stärkeren Einfluß auf die Verminderung der Längskraftflüsse aus als der Innendruck.

Als Facit kann gesagt werden: Spante verlieren auch bei durch Öffnungen gestörten Zylinderschalen mit hohem Innendruck nicht ihre günstige Wirkung auf das 'Abklingen' der Längskräfte.

## 7.9 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale mit gleichmäßiger Längskraftbelastung

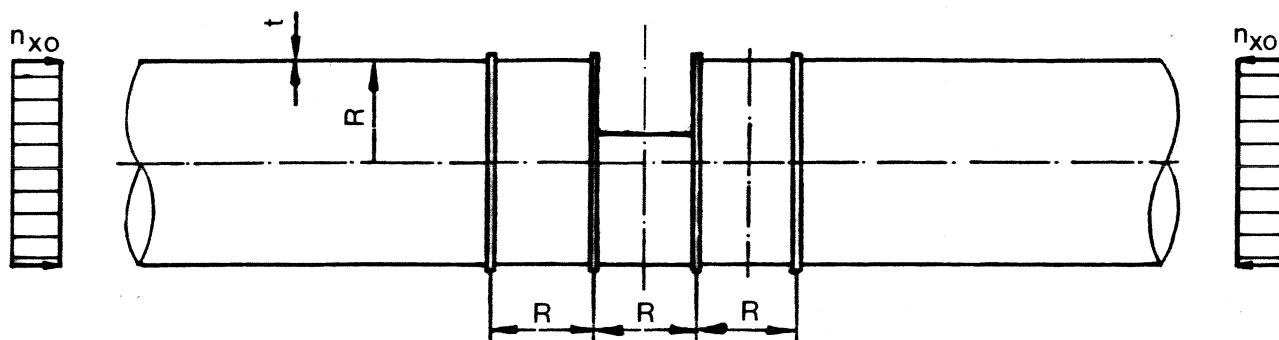
### 7.9.1 Parameter

Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge  $R$

$R/t = 50/150/300$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$

Spante:  $d = \infty/250/100$



### 7.9.2 Ergebnisse

Die Ergebnisse dieser Parametervariation, müssen mit den Ergebnissen der Parametervariation der unendlichen Schale mit Momentenbelastung, siehe 7.3, verglichen werden. Die Variation ist nur für den Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$  durchgeführt worden.

Die Längskraftflußüberhöhungen bei gleichförmiger äußerer Belastung, Tabelle 7.10, liegen in allen Schnitten höher als die mit reinem Biegemoment belasteten Zylinderschalen, siehe Tabelle 7.4.

Die prozentuale Verminderung der Längskraftflüsse durch Einsatz von Spanten gegenüber der unausgesteiften Version ist bei gleichförmiger Belastung in etwa gleich hoch wie bei ungleichförmiger Belastung, aber die niedrigen Absolutwerte bei ungleichförmiger Belastung werden nicht erreicht.

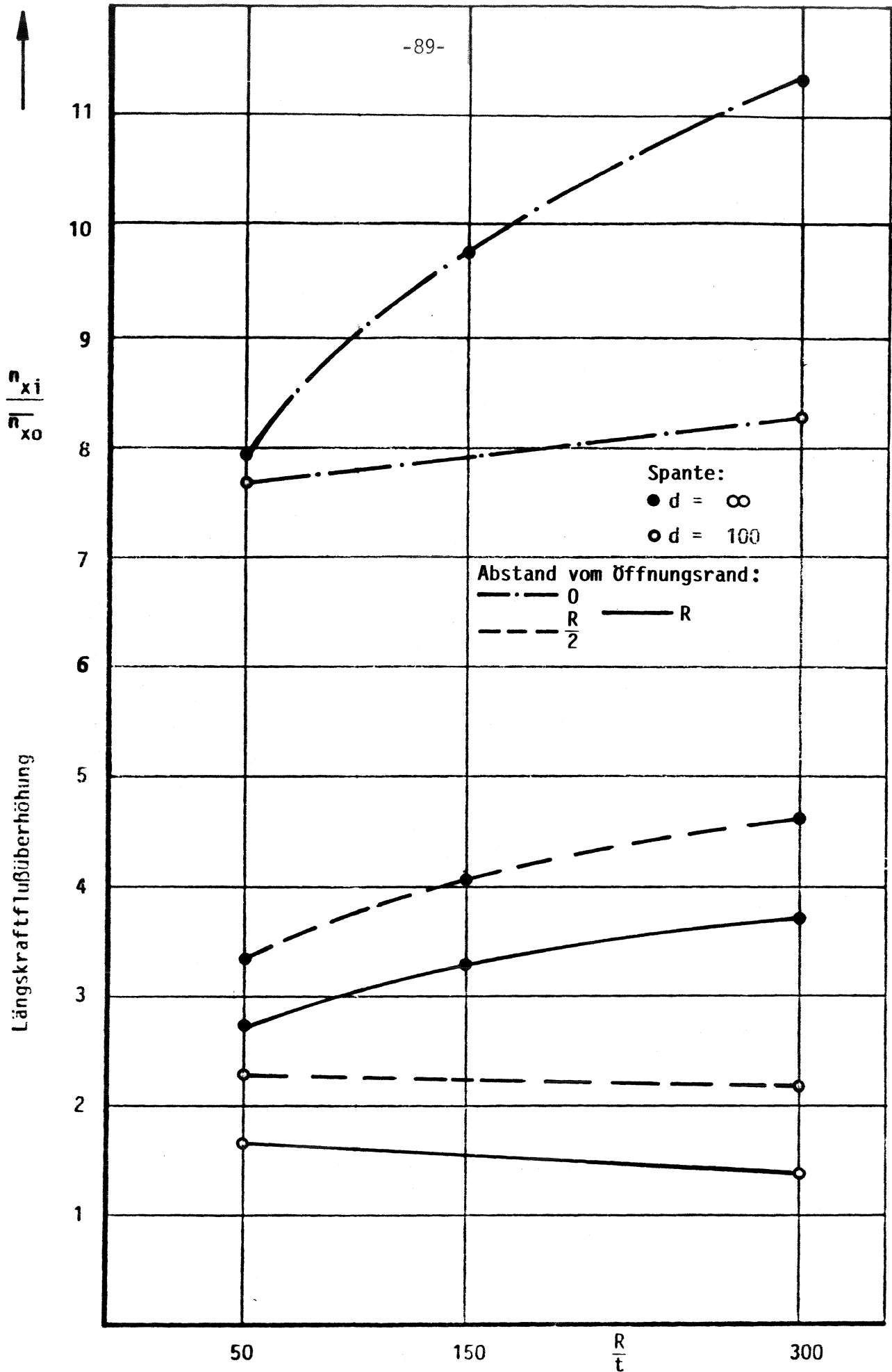
Die Ursache ist der durch die gleichförmige Verteilung der Belastung höhere erzeugende Längskraftfluß an den Ecken der Öffnung.

Das Diagramm 7.52 zeigt anschaulich die aussteifende Wirkung der Spante. Die Niveauunterschiede sind durch einen Vergleich mit den Diagrammen 7.5 und 7.6 feststellbar.

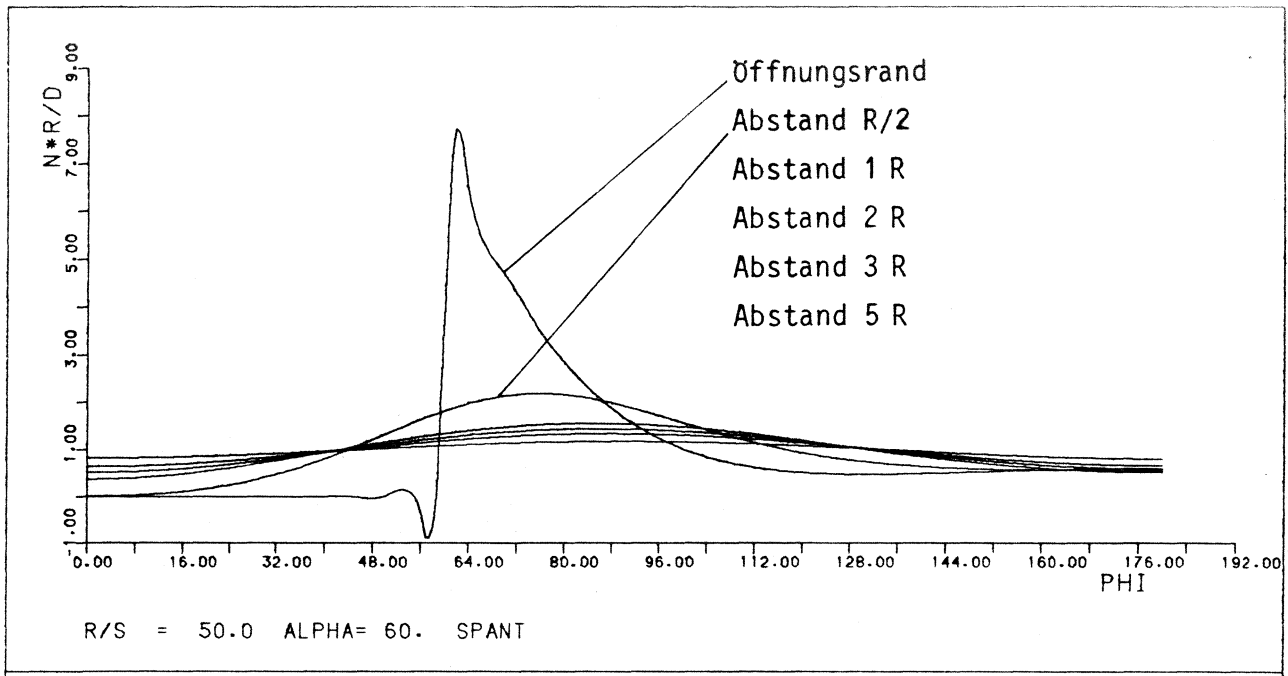
$\frac{R}{t}$	Spante d	Abstand vom Öffnungsrand		
		0	R/2	R
300	$\infty$	11,53	4,60	3,67
	250	9,66	2,47	1,61
	100	8,34	2,11	1,32
150	$\infty$	9,91	4,04	3,21
	250	9,18	2,47	1,69
	100			
50	$\infty$	8,00	3,30	2,67
	250	8,40	2,67	2,08
	100	7,71	2,19	1,56

**Tabelle 7.10 :** Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation unendliche symmetrische Schale mit  
 gleichmäßiger Längskraftbelastung  
 $2\alpha = 120^\circ$





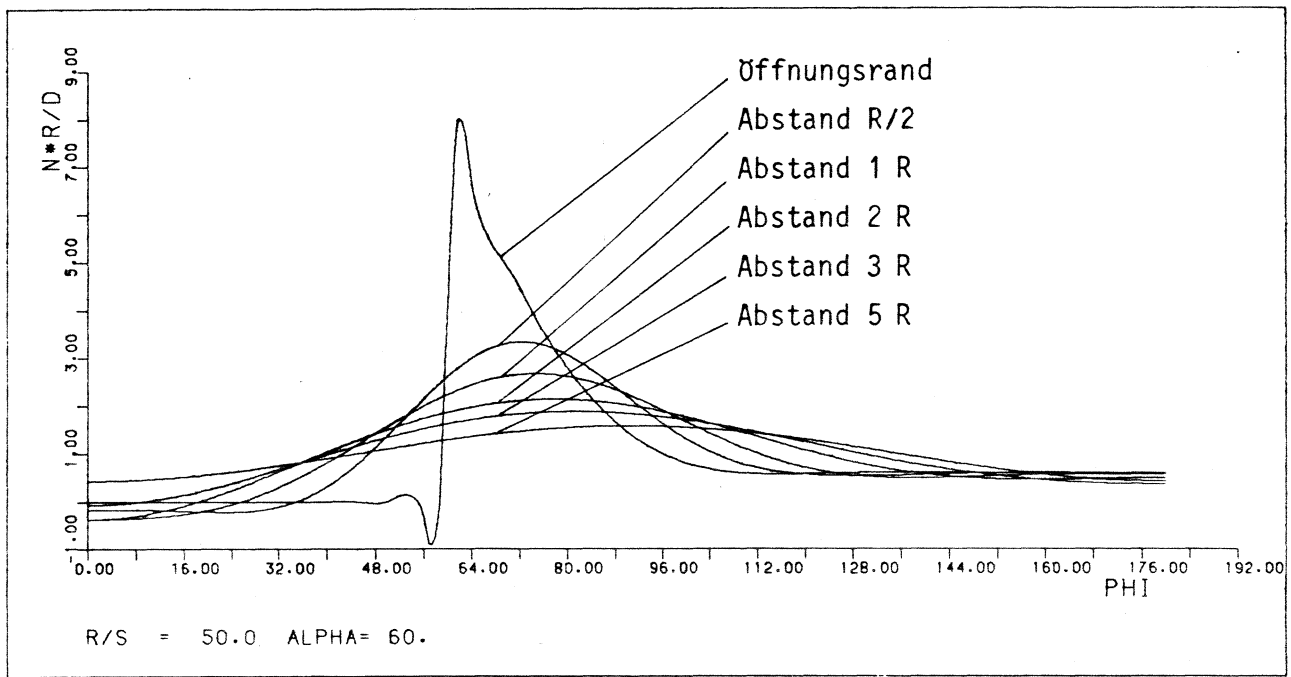
**Diagramm 7.52 :** Parametervariation unendliche symmetrische Schale mit gleichmäßiger Längskraftbelastung  
Längskraftflußüberhöhungen  
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$



**Diagramm 7.53 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 50$   
 2 Spante,  $d = 100$

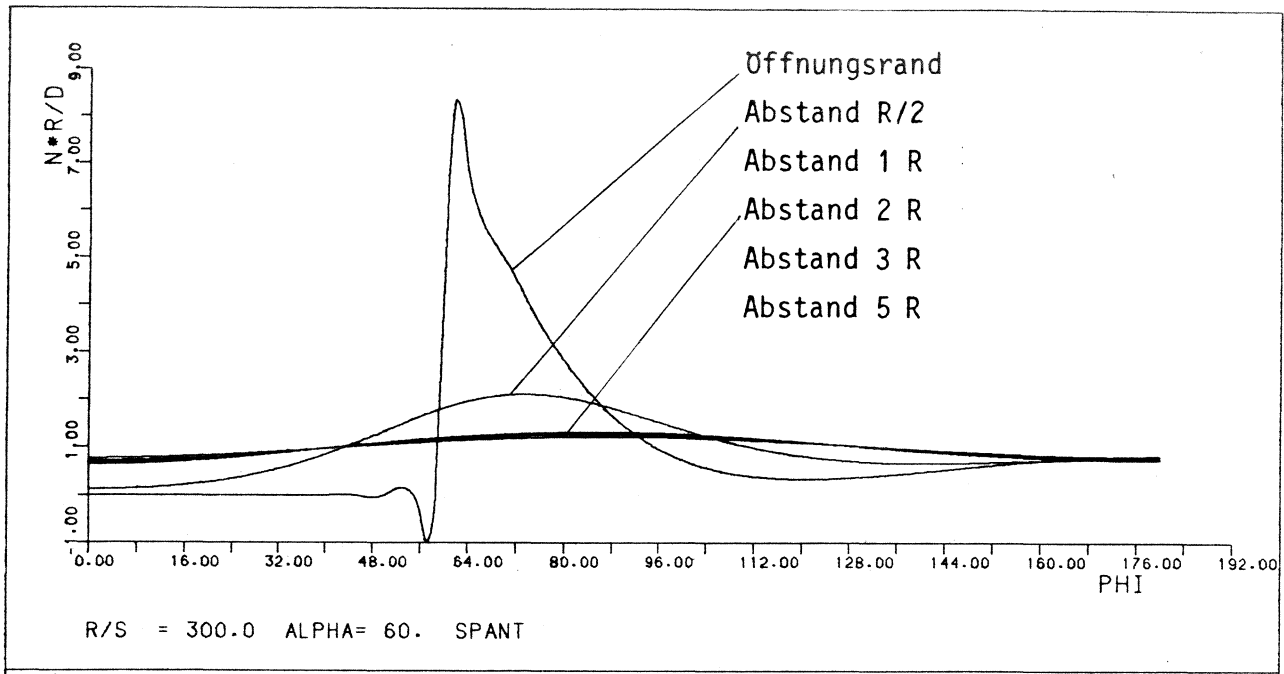
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Gleichmäßige Längskraft



**Diagramm 7.54 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 50$   
 keine Spante

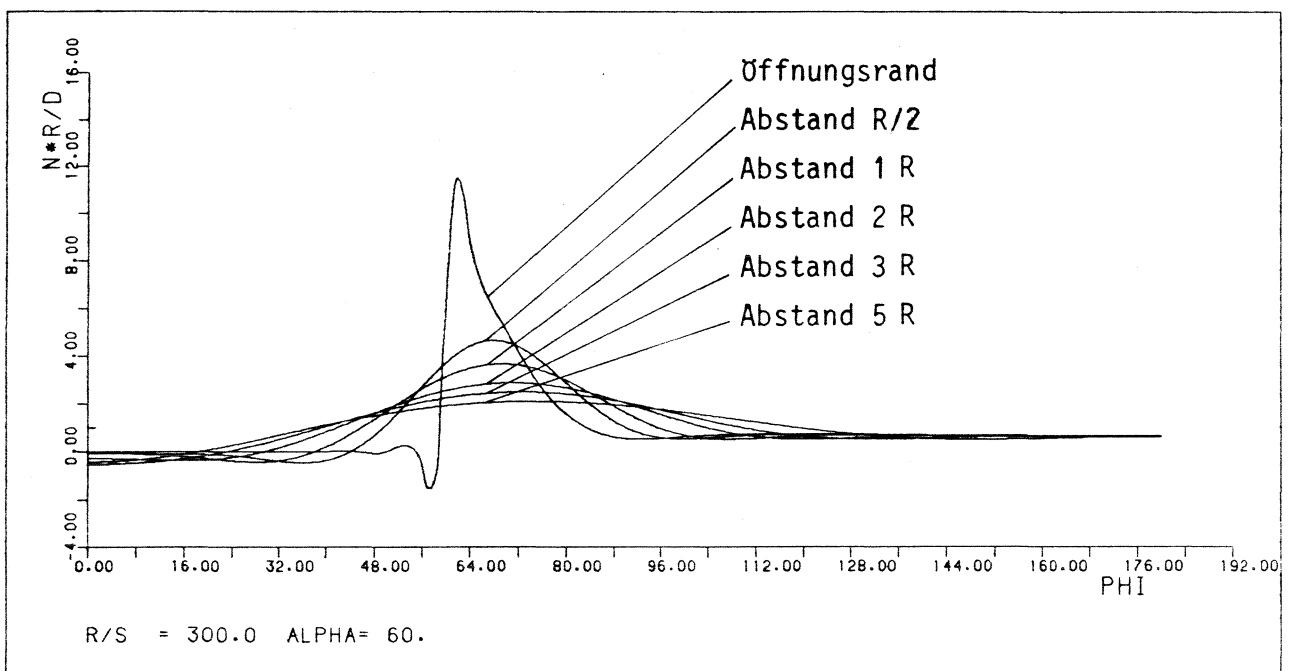
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Gleichmäßige Längskraft



**Diagramm 7.55 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 300$   
 2 Spante,  $d = 100$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Gleichmäßige Längskraft



**Diagramm 7.56 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 300$   
 keine Spante

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Gleichmäßige Längskraft

### 7.9.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Grundsätzlich sind hier die gleichen Erkenntnisse wie bei der unendlichen Schale mit Belastung durch ein reines Biegemoment (Biegespannung symmetrisch zur Öffnungsmitte), also Abbau der Spannungsspitzen durch die Spante vor allem in den Schnitten R/2 und R.

Durch die gleichmäßige Längskraftbelastung wird allerdings die Spannungsspitze in allen 3 Schnitten größer als bei der Belastung durch ein reines Biegemoment. Ursache wird der durch die gleichmäßige Verteilung höhere erzeugende Längskraftfluß an den Öffnungsecken sein, der gegenüber der cos-förmigen Belastung z.B. bei  $\varphi = 60^\circ$  doppelt so hoch ist.

## 7.10 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale mit nur je einem Spant an den Öffnungsrändern

### 7.10.1 Parameter

Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge R

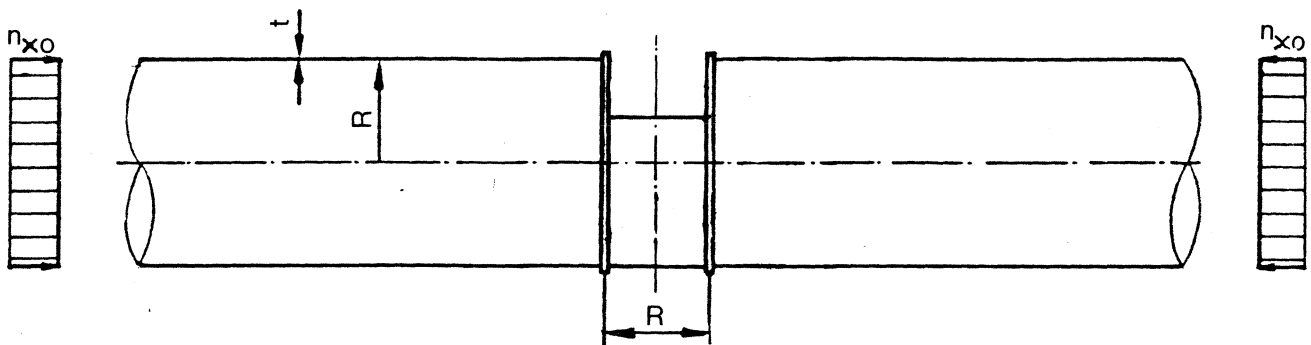
$R/t = 300/150/50$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$

Spant:  $d = \infty / 1000/100$

Belastung: Gleichmäßige Längskraftbelastung

Spantform: geschlossenes Profil, d.h. hohe Torsionssteifigkeit



### 7.10.2 Ergebnisse

Die mit je einem Spant am Öffnungsrand errechneten Längskraftflußwerte der Tabelle 7.11 sind mit den mit je 2 Spanten (normales Spantraster) errechneten Werten der Tabelle 7.10 zu vergleichen. Alle Längskraftflußwerte mit nur je einem Spant liegen höher.

Am deutlichsten wird dies in der 3. Spalte der Tabelle 7.10: Abstand R vom Öffnungsrand, hier, an der Stelle des fehlenden Spants, liegen die Werte um den Faktor 1,5 höher.

Am Öffnungsrand und im Abstand  $R/2$  vom Öffnungsrand liegen die Werte günstiger, hier wirkt der eine Spant noch ein.

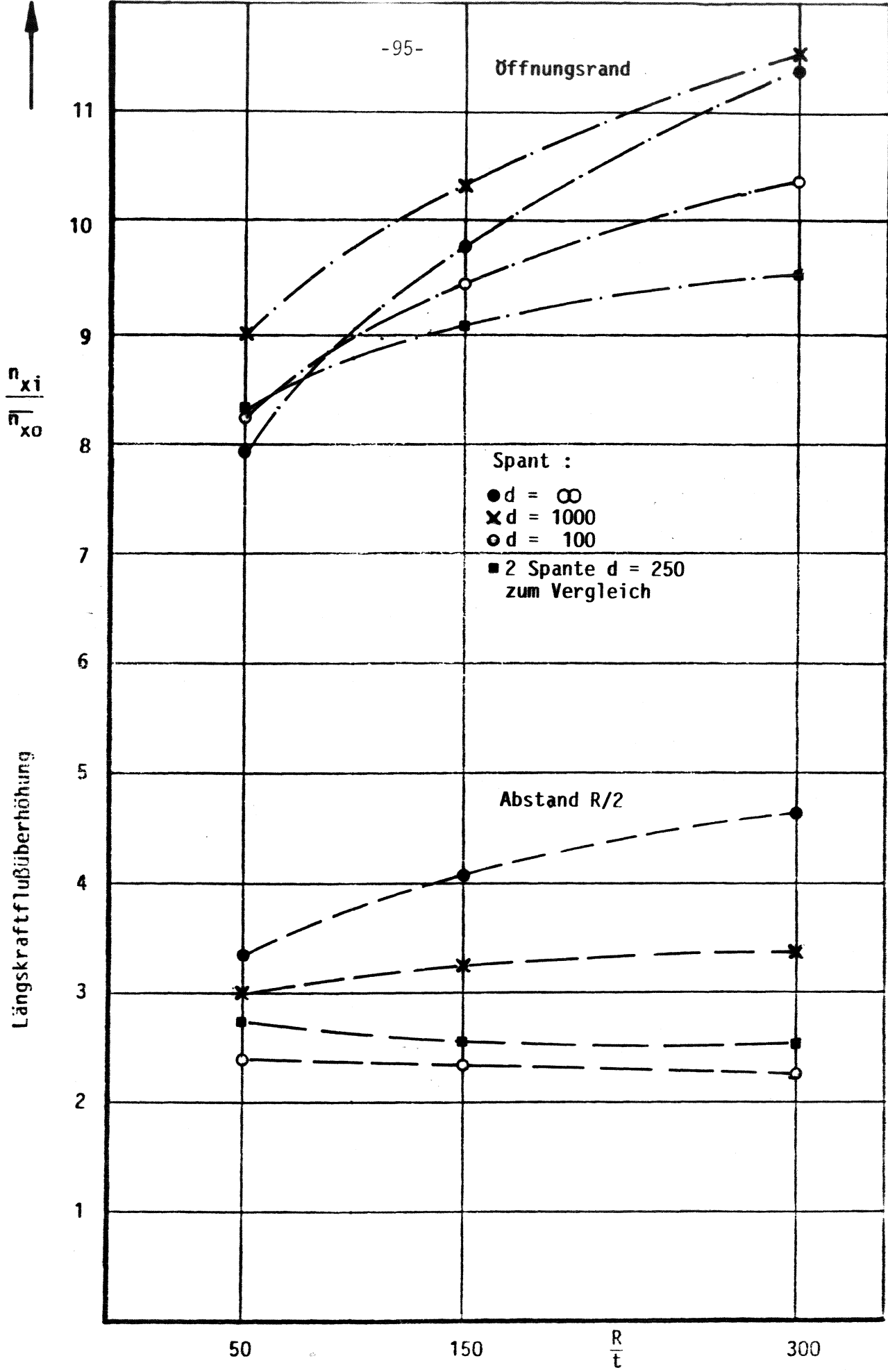
Diagramm 7.57 zeigt, daß für den Abstand  $R/2$  ein steifer Spant,  $d = 100$ , eine bessere Wirkung hat als 2 weichere Spante,  $d = 250$ . Für die anderen Schnitte trifft dies nicht zu.

Für den Abstand 0 vom Öffnungsrand zeigt der eine Spant keine aussteifende Wirkung für "dickwandige" Schalen, dies ist im Diagramm 7.57 durch die, die anderen Kurven schneidende Kurve für  $d = \infty$  zu erkennen. Eine ähnliche Wirkung zeigen aber auch die Untersuchungen mit 2 Spanten, siehe Diagramm 7.1.

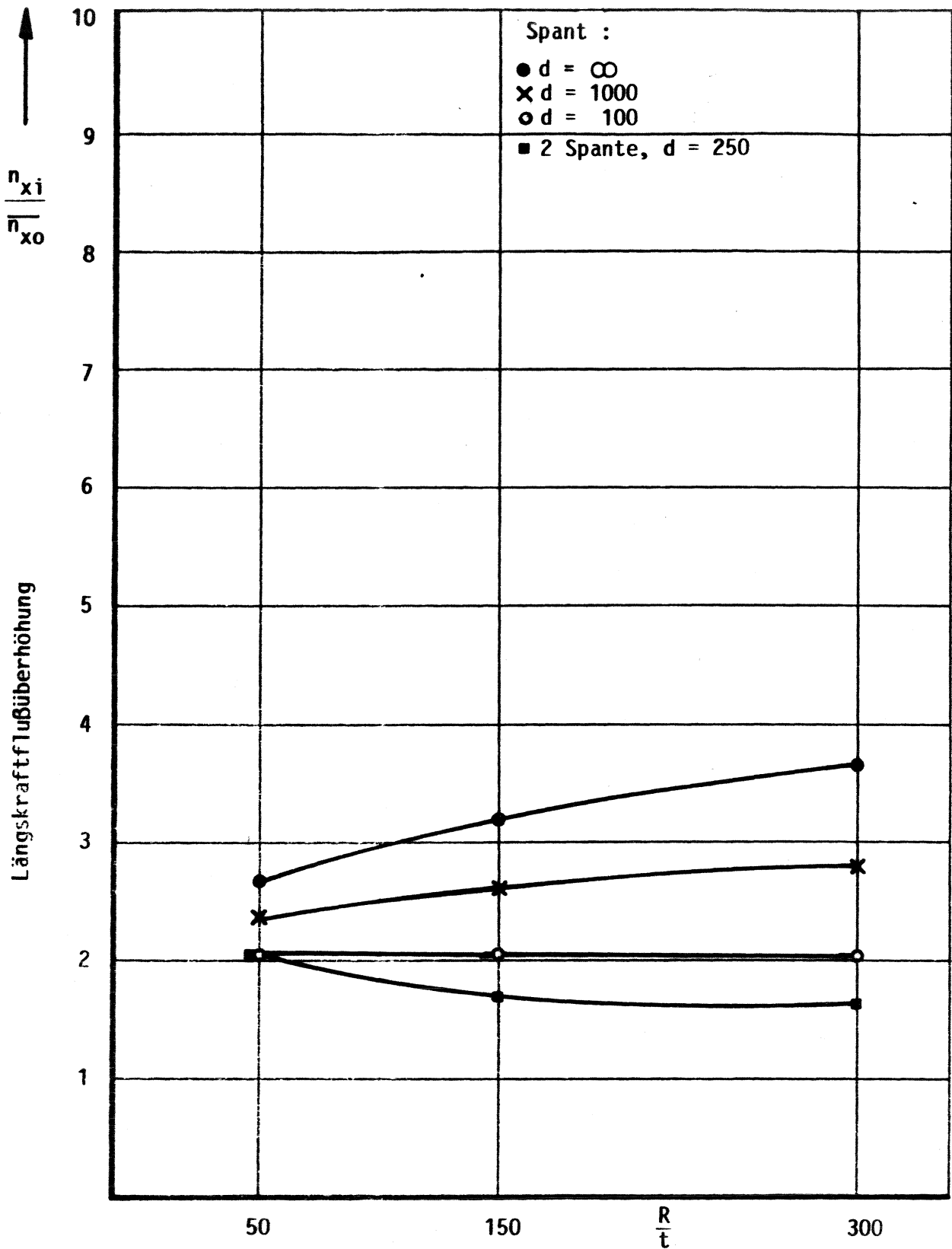
Im Abstand R, siehe Diagramm 7.58 ist die Aussteifung mit 2 weicheren Spanten dem einen Spant überlegen.

$\frac{R}{t}$	Spante d	Abstand vom Öffnungsrand		
		0	R/2	R
300	$\infty$	11,53	4,60	3,67
	1000	11,68	3,32	2,82
	100	10,48	2,16	2,02
150	$\infty$	9,91	4,04	3,21
	1000	10,49	3,18	2,63
	100	9,59	2,25	2,07
50	$\infty$	8,00	3,30	2,67
	1000	9,13	2,93	2,37
	100	8,34	2,32	2,03

**Tabelle 7.11 :** Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation unendliche symmetrische Schale mit  
 nur einem Spant  
 $2\alpha = 120^\circ$

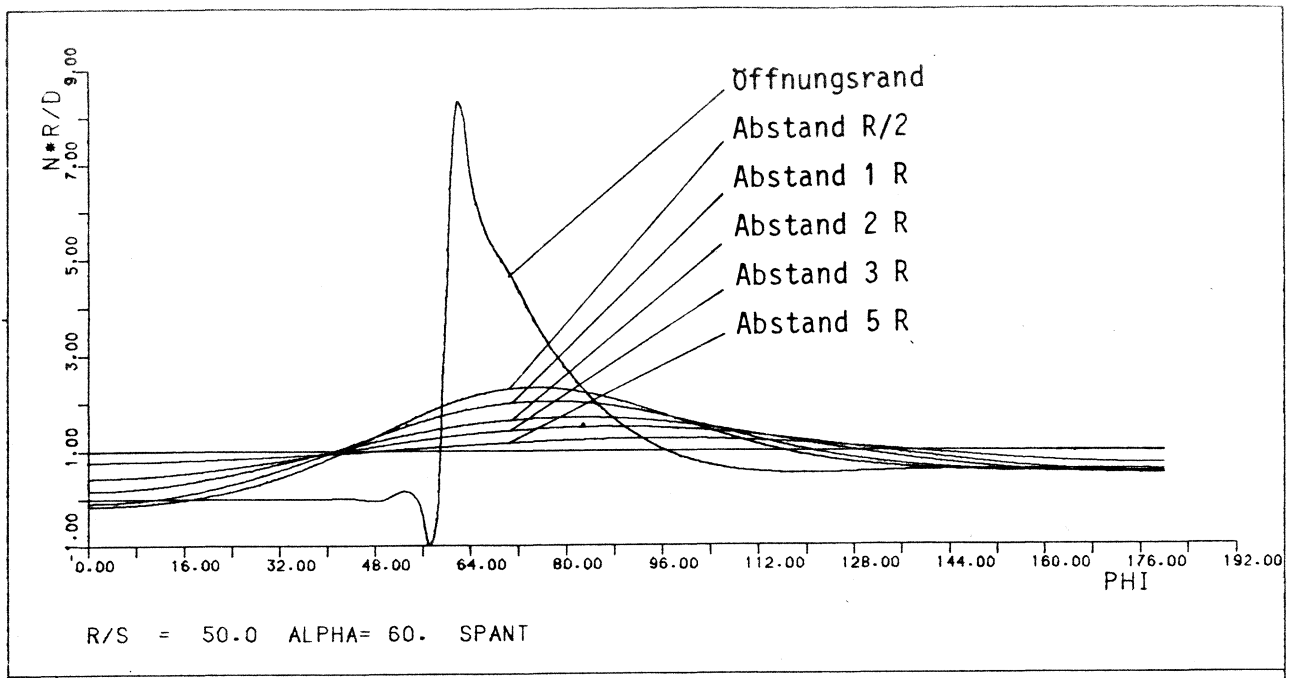


**Diagramm 7.57 :** Parametervariation: Ein Spant  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  
R/2 vom Öffnungsrand  
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$



**Diagramm 7.58 :** Parametervariation: Ein Spant  
Längskraftflußüberhöhung im Abstand R vom Öffnungsrand  
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$





**Diagramm 7.59 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

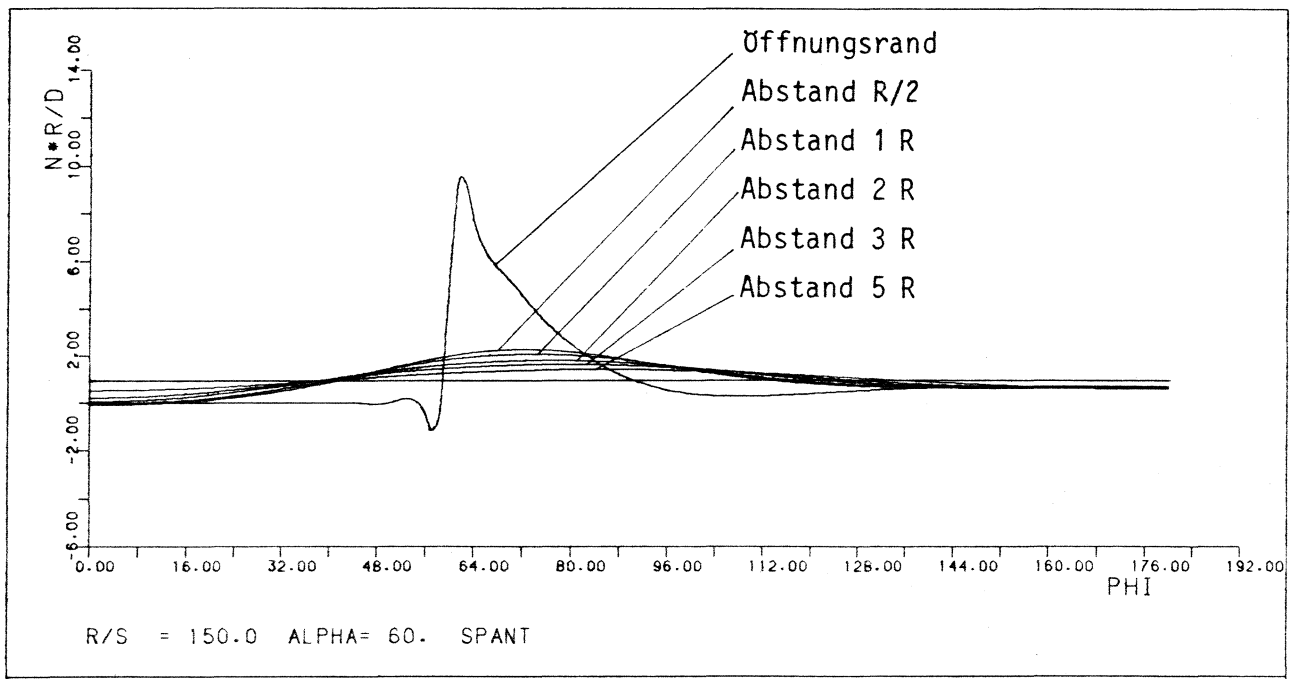
Unendliche sym. Schale

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$

$R/t = 50$

Belastung: Gleichmäßige Längskraft

Ein Spant,  $d = 100$



**Diagramm 7.60 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

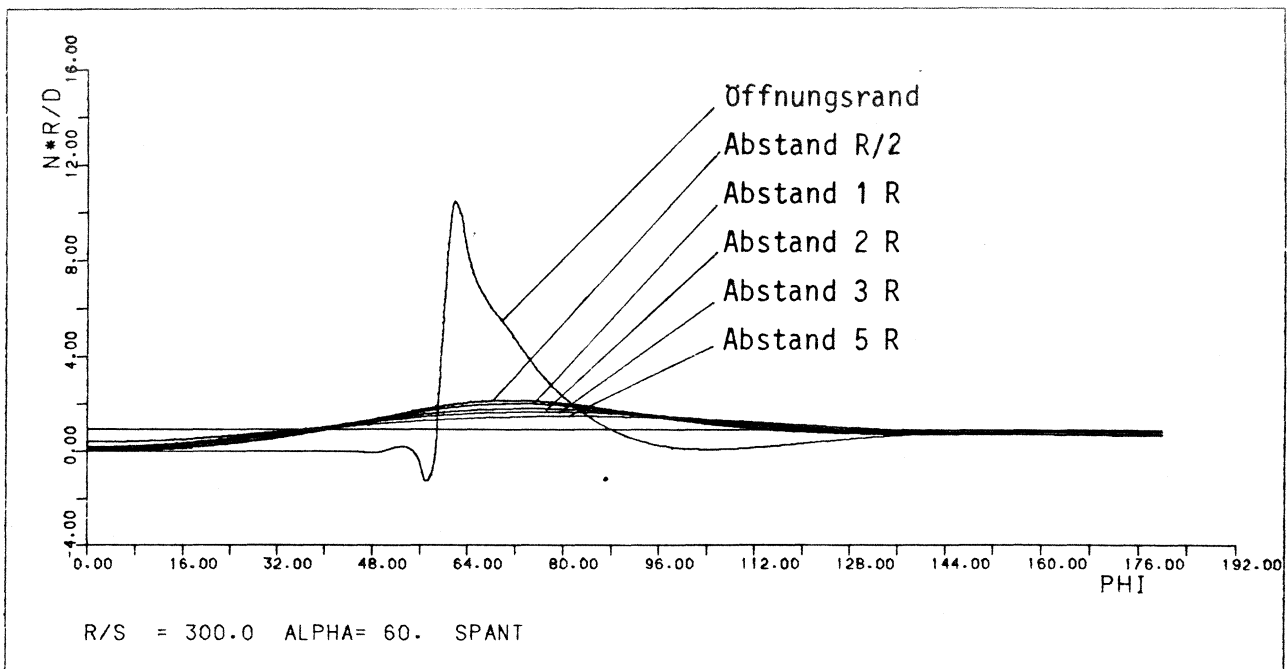
Unendliche sym. Schale

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$

$R/t = 150$

Belastung: Gleichmäßige Längskraft

Ein Spant:  $d = 100$



**Diagramm 7.61 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 6 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 300$   
 Ein Spant:  $d = 100$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Gleichmäßige Längskraft

### 7.10.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

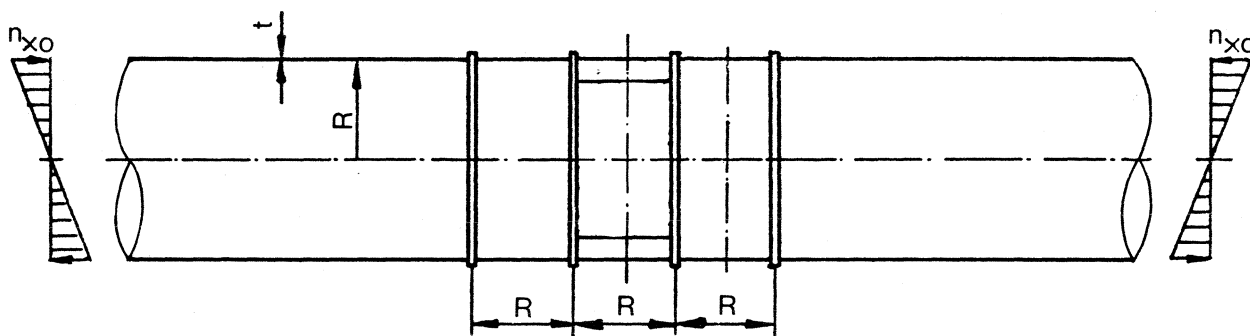
Die Parametervariation mit nur einem Spant direkt am Öffnungsrand diente der Untersuchung, ob schon damit das schnelle Abklingen erreicht werden kann.

Das Ergebnis zeigt, daß die Überhöhungen im Abstand  $R/2$  in etwa denen mit 2 Spanten entsprechen, die Überhöhungen im Abstand  $R$  werden mit nur einem Spant nicht gut abgebaut und liegen immer etwa 30 % höher.

Die Werte am Öffnungsrand werden ebenfalls nicht so gut abgebaut wie bei der Version mit 2 Spanten.

## 7.11 Parametervariation der unendlichen symmetrischen Zylinderschale mit zur Öffnungsmitte sinusförmigen (antimetrischen) Belastung

- 7.11.1 Parameter:                      Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge  $R$   
 $R/t = 150 / (50/300)$   
Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
Spante:  $d = \infty / 1000/500/100$   
Belastung: Reines Biegemoment



### 7.11.2 Ergebnisse

Mit der zur Öffnungsmitte sinusförmigen (antimetrischen) reinen Biegebelastung sollte der Einfluß dieser Belastung auf die Überhöhungen gezeigt werden. In Tabelle 7.12 ist zu erkennen, daß im Vergleich zu der zur Öffnungsmitte symmetrischen Biegemomentenbelastung, siehe Tabelle 7.4, die Längskraftflußüberhöhungen nicht diese großen Überhöhungen erreichen. Die Überhöhungen bei nicht ausgesteiften Schalen sinken mit steigender Wandstärke.

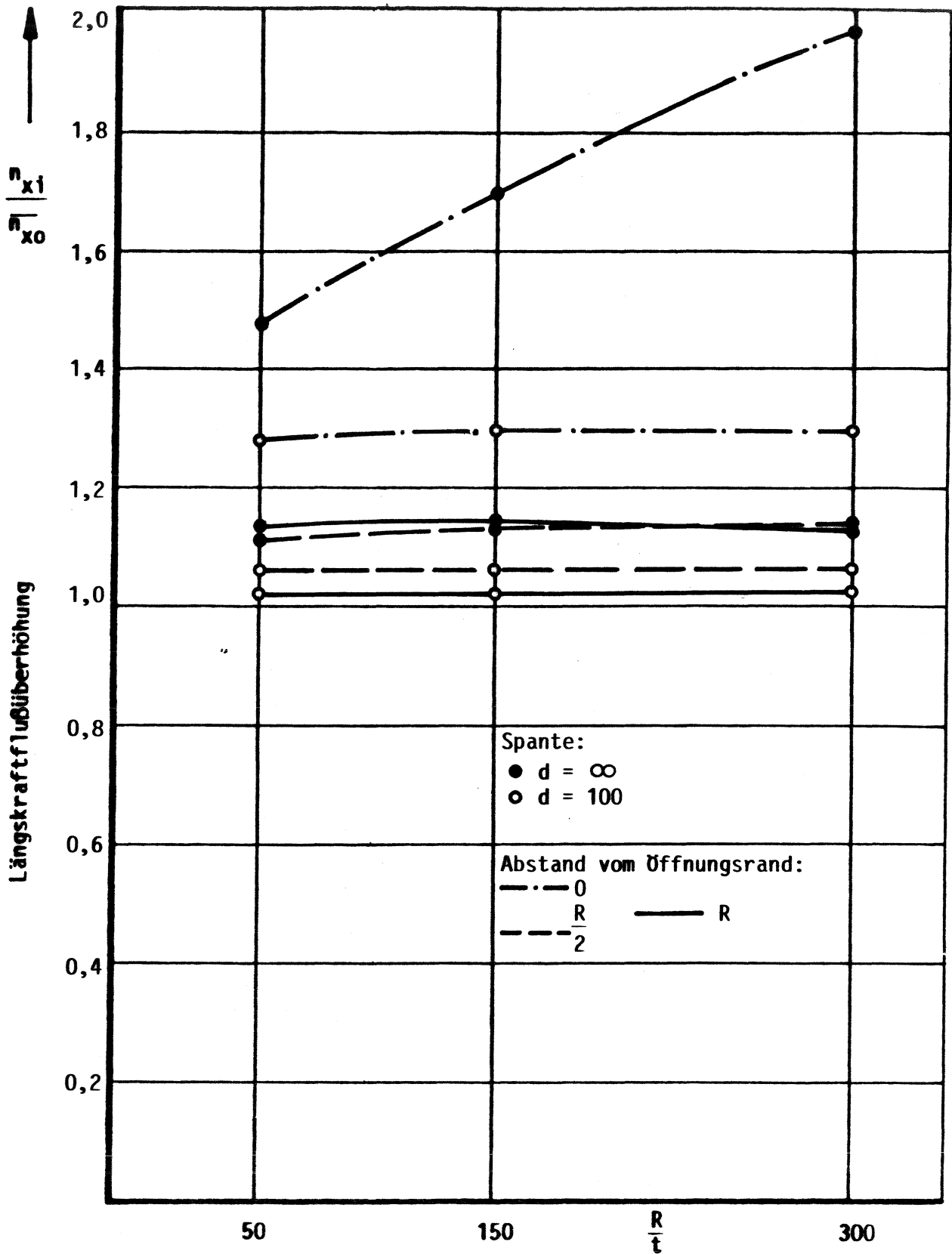
Bei Aussteifung mit Spanten sind die Überhöhungen auch schon am Öffnungsrand weitgehend neutralisiert. Dies zeigt sehr deutlich Diagramm 7.62.

Die Diagramme 7.63 bis 7.65 lassen den Einfluß der Spanten erkennen.

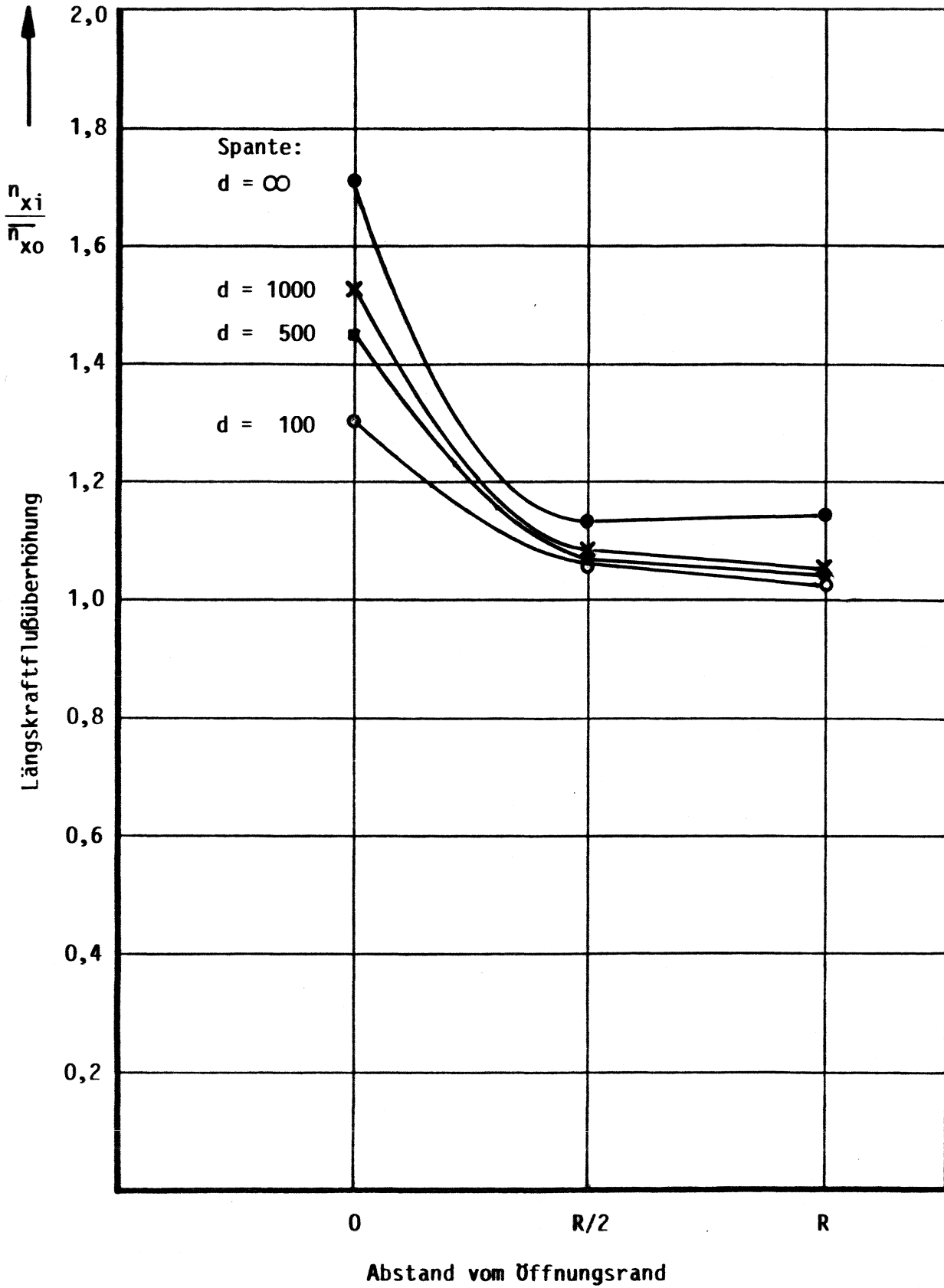
$\frac{R}{t}$	Spante d	Abstand vom Öffnungsrand		
		0	R/2	R
300	$\infty$	1,88	1,14	1,13
	100	1,30	1,06	1,02
150	$\infty$	1,71	1,13	1,14
	1000	1,53	1,08	1,05
	500	1,45	1,07	1,04
	100	1,30	1,06	1,02
50	$\infty$	1,48	1,11	1,13
	100	1,28	1,06	1,02

Tabelle 7.12 : Parametervariation der sinusförmigen Belastung

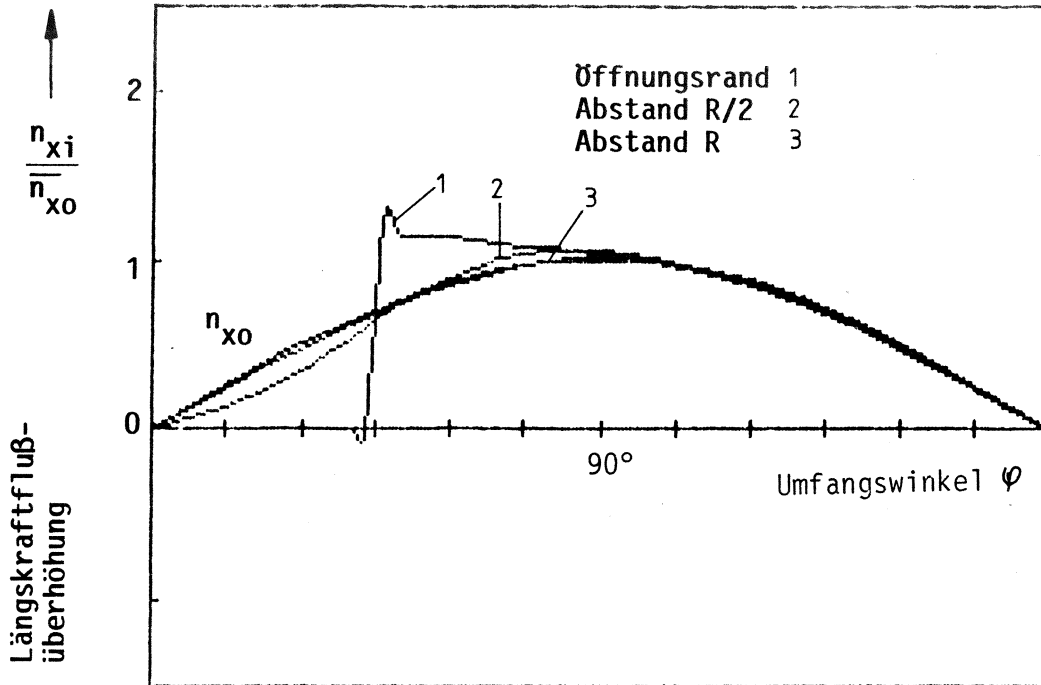
Längskraftflußüberhöhungen  $\frac{n_{xi}}{\overline{n_{x0}}}$   
 $2\alpha = 90^\circ$



**Diagramm 7.62:** Sinusförmige Belastung  
 Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  $R/2$  bzw.  $R$  vom Öffnungsrand  
 für  $R/t = 50/150/300$   
 $2\alpha = 90^\circ$



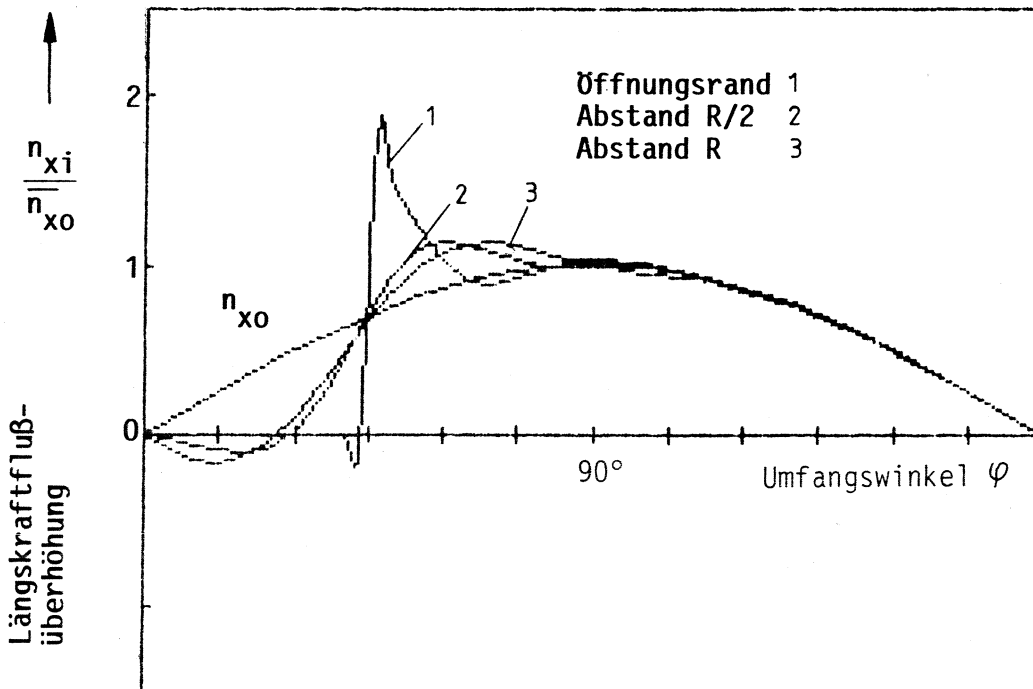
**Diagramm 7.63 :** Sinusförmige Belastung  
Längskraftflußüberhöhungen am Öffnungsrand und im Abstand  
R/2 bzw. R vom Öffnungsrand  
 $R/t = 150$   
Spante:  $d = \infty/1000/500/100$   
 $2\alpha = 90^\circ$



**Diagramm 7.64 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 300$   
 2 Spante,  $d = 250$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
 Belastung:  
 Sinusförmige Belastung zur Öffnungsmitte



**Diagramm 7.65 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 3 axiale Schnitte

Unendliche sym. Schale  
 $R/t = 300$   
keine Spante

Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
 Belastung:  
 Sinusförmige Belastung zur Öffnungsmitte

### 7.11.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Bei der sinusförmigen Belastung, d.h. zur Öffnungsmitte antimetrische Belastung, sind die Spitzenwerte durch diese Längskraftverteilung nur ein Bruchteil der Belastung bei zur Öffnungsmitte symmetrischen (cos-förmigen) Belastung. Die maximalen Überhöhungen treten natürlich auch hier am Öffnungsrand auf. In den weiteren Schnitten sind die Überhöhungen schon weitgehend abgebaut.

Der Einsatz von Spanten erniedrigt am Öffnungsrand die Spitze bis Werte von 1.3, in den weiteren Schnitten haben die Spante aufgrund des schon sehr niedrigen Niveaus nur noch geringe Bedeutung (10%).



## 7.12 Parametervariation der unsymmetrischen Zylinderschale

### 7.12.1 Parameter:

Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge  $R$

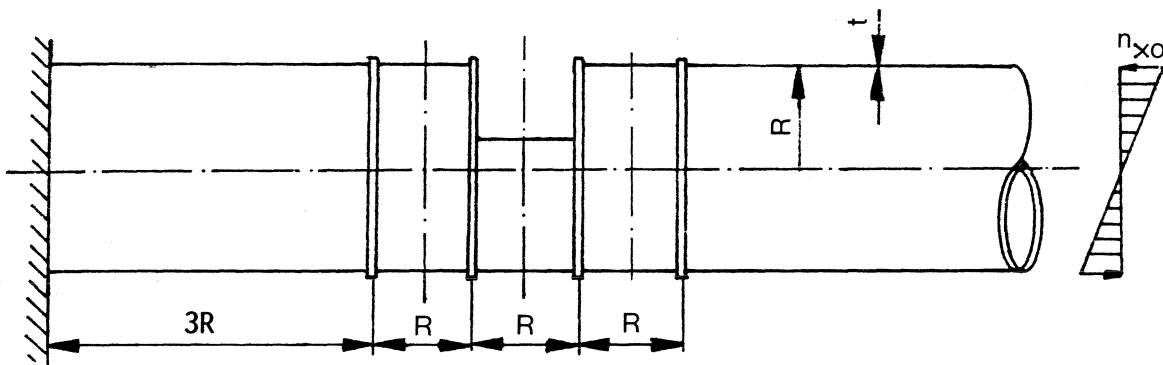
$R/t = 75/150/300$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$

Spante:  $d = \infty/100$

Belastung: Reines Biegemoment

Abstand Einspannung-Öffnungsrand:  $4 R$



### 7.12.2 Ergebnisse

Diese Parametervariation ist durchgeführt worden, um den Einfluß der zur Öffnungsmitte unsymmetrischen Einspannung zu erkennen.

Tabelle 7.13 zeigt die Längskraftflußüberhöhungen für die 3 auf der freien Seite liegenden Schnitte für  $R/t = 75/150/300$ , bei Öffnungswinkeln  $2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$  jeweils für die unversteifte bzw. die mit dem steifen Spant ( $d = 100$ ) versteifte Version.

Die Werte der Längskraftflüsse der auf der eingespannten Seite liegenden Schnitte sind nicht angegeben, da sie niedriger liegen.

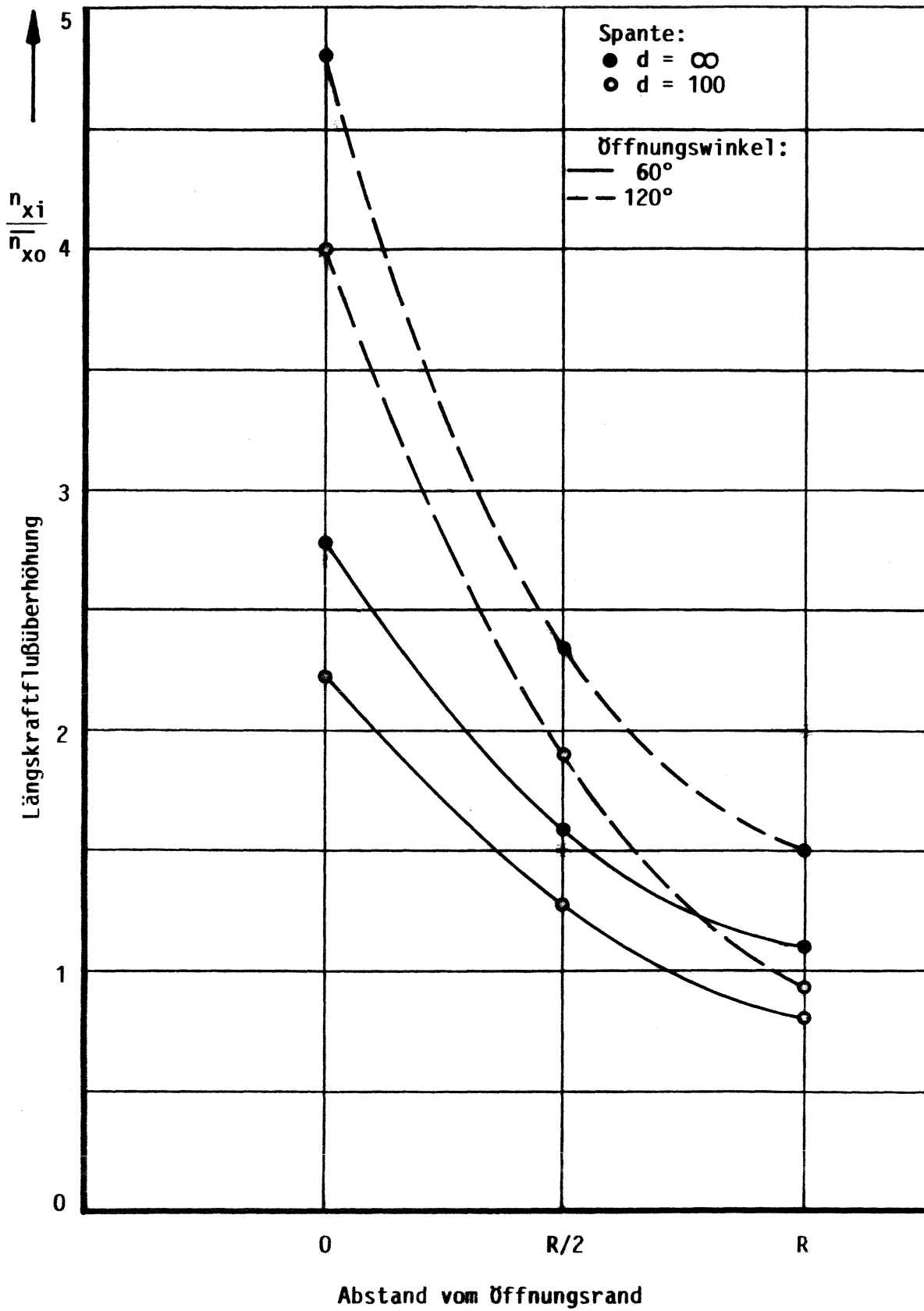
Wenn man in der Tabelle die Längskraftüberhöhungen für verschiedene  $R/t$  bei gleichem Öffnungswinkel vergleicht, so erkennt man, daß bei gleicher Versteifung die Werte weitgehend unabhängig vom Verhältnis  $R/t$  sind. Beim Vergleich von  $R/t = 300$  mit  $R/t = 75$  ( $2\alpha = 120^\circ$ , mit Spanten) beträgt der Unterschied der Längskraftflußüberhöhungen 10 %.

Die Spante haben auch bei der unsymmetrischen Schale ihre große aussteifende Wirkung, siehe Diagramm 7.66.

Diagramm 7.67 zeigt die weiter dominierende Abhängigkeit der Überhöhungen vom Öffnungswinkel.

$\frac{R}{t}$	Öffnungswinkel $2\alpha$	Spante $d$	Abstand vom Öffnungsrand (freie Seite der Schale)		
			0	$\frac{R}{2}$	R
75	60°	∞	2,70	1,50	1,10
		100	2,20	1,23	0,77
	90°	∞	3,57	1,83	1,28
		100	2,93	1,47	0,76
	120°	∞	4,67	2,27	1,50
		100	3,90	1,80	0,83
150	60°	∞	2,77	1,57	1,10
		100	2,23	1,27	0,80
	90°	∞	3,67	1,93	1,30
		100	3,00	1,56	0,77
	120°	∞	4,8	2,33	1,50
		100	4,0	1,93	0,93
300	60°	∞	2,80	1,63	1,10
		100	2,27	1,33	0,81
	90°	∞	3,67	2,03	1,27
		100	3,03	1,62	0,81
	120°	∞	4,83	2,50	1,43
		100	4,0	2,03	0,96

**Tabelle 7.13 :** Längskraftflußüberhöhungen  
Parametervariation unsymmetrische Schale



**Diagramm 7.66:** Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation unsymmetrische Schale  
 $R/t = 150$   
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ/60^\circ$

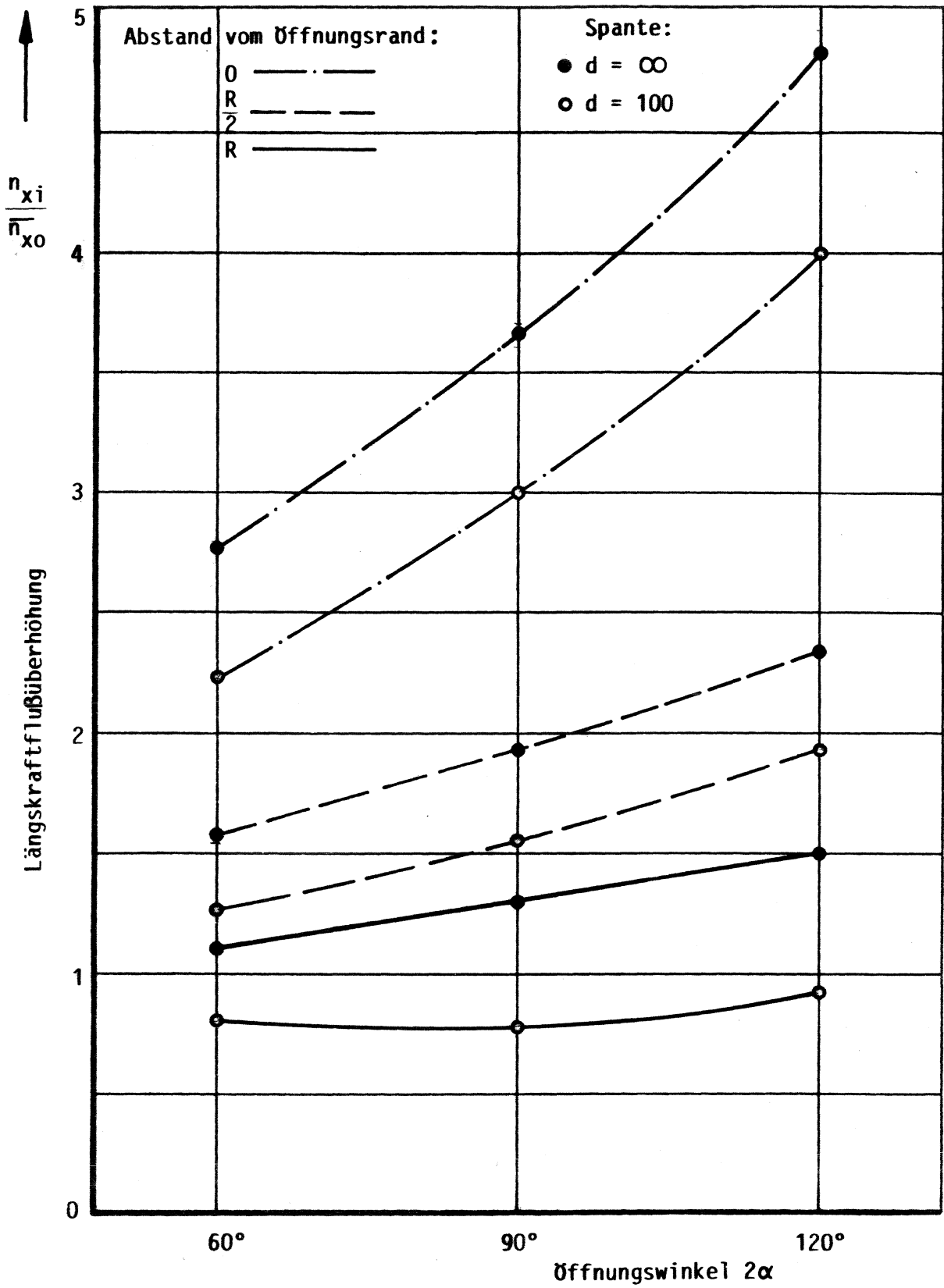
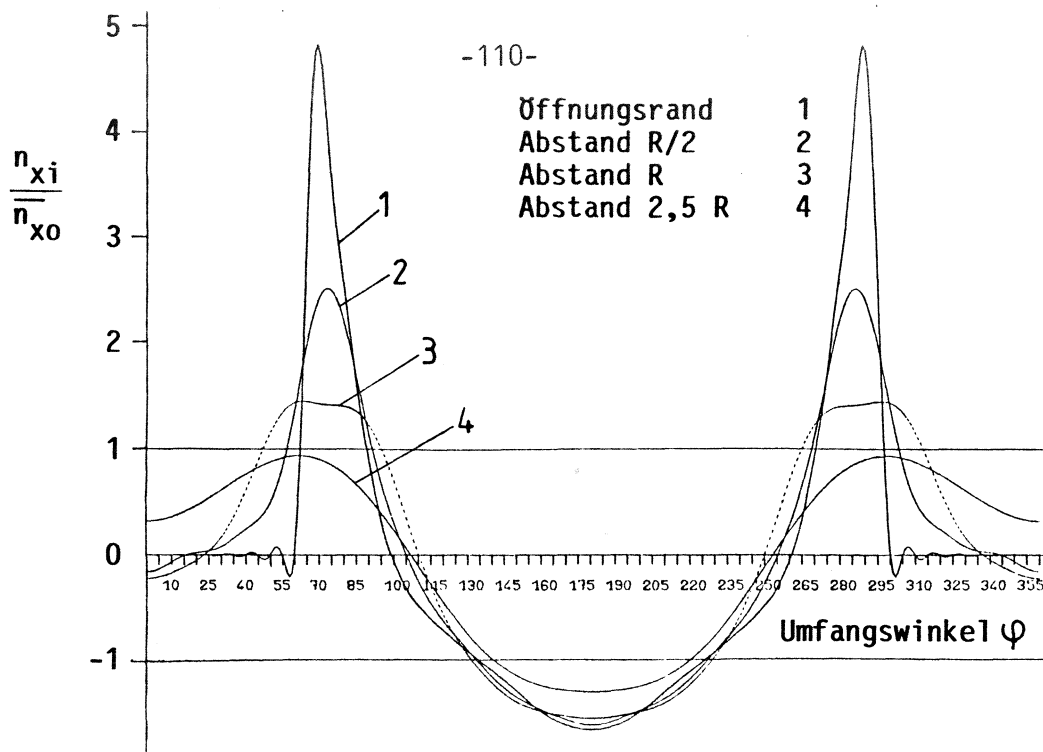


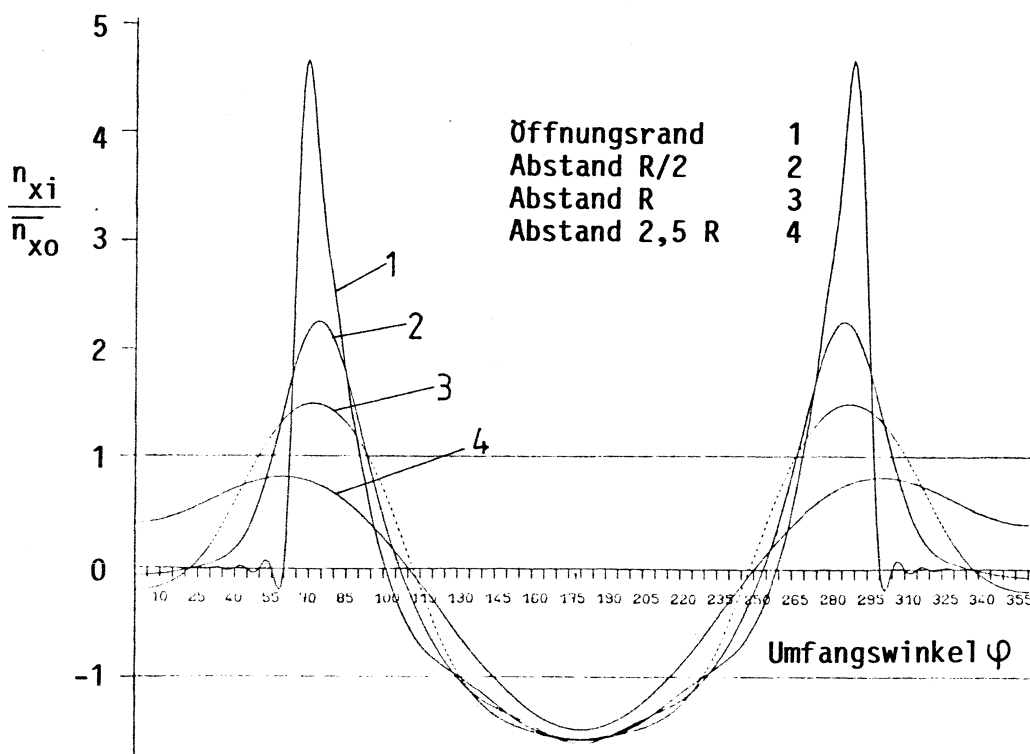
Diagramm 7.67 : Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation unsymmetrische Schale  
 $R/t = 150$



**Diagramm 7.68 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsymmetrische Schale  
 $R/t = 300$   
 keine Spante

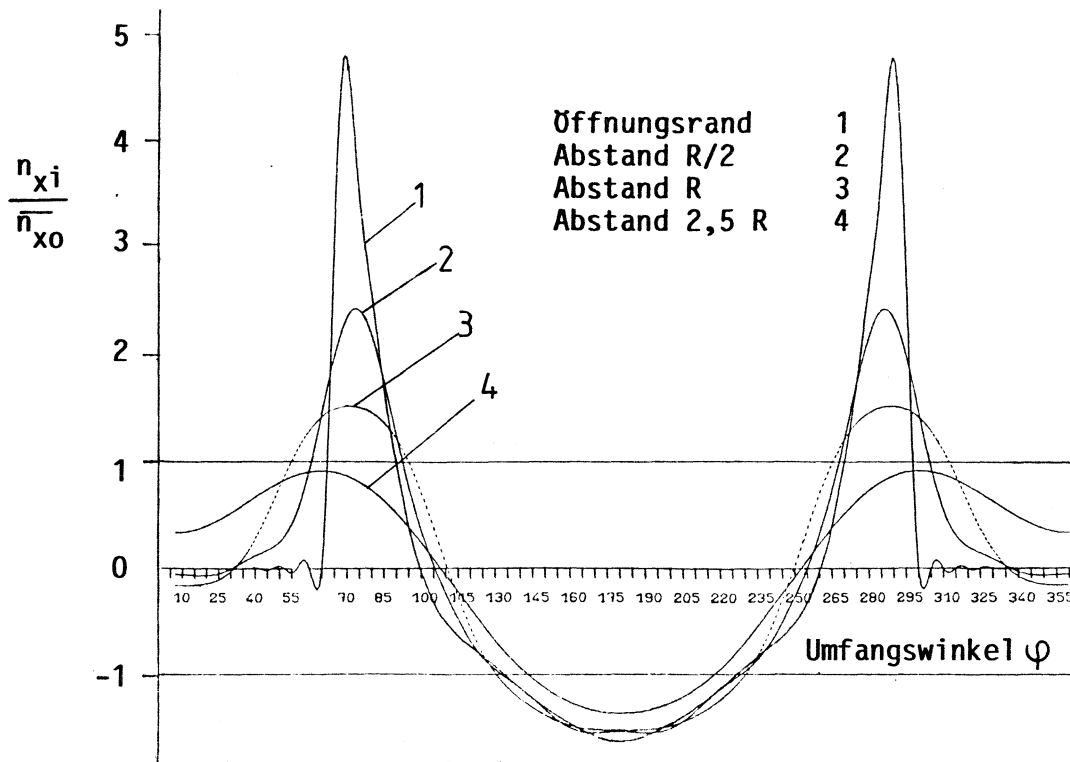
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment



**Diagramm 7.69 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsymmetrische Schale  
 $R/t = 75$   
 keine Spante

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment



**Diagramm 7.70 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsymmetrische Schale  
 $R/t = 150$   
 keine Spante

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment

### 7.12.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Diese Parametervariation ist wichtig für die praxisnahe Auslegung der Stahlkamine. Hier zeigt sich, siehe Tabelle 7.13, daß bei einem relativ kurzen Abstand zwischen Öffnungsrand und Einspannung (hier:  $4R$ ), die Überhöhungen nur noch unwesentlich von dem Verhältnis  $R/t$  abhängig sind. Der Unterschied beträgt maximal 10 %, das gilt sowohl innerhalb der Fälle mit Spante als auch für den Fall ohne Spante.

Die Längskraftflußüberhöhung hängt hauptsächlich vom Öffnungswinkel  $2\alpha$  ab.

Dieses Ergebnis zeigte auch schon die Parametervariation der endlichen symmetrischen Schale.

### 7.13 Parametervariation der unsymmetrischen Zylinderschale mit Stringerversteifung

#### 7.13.1 Parameter:

Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge  $R$

$R/t = 75/150/300$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$

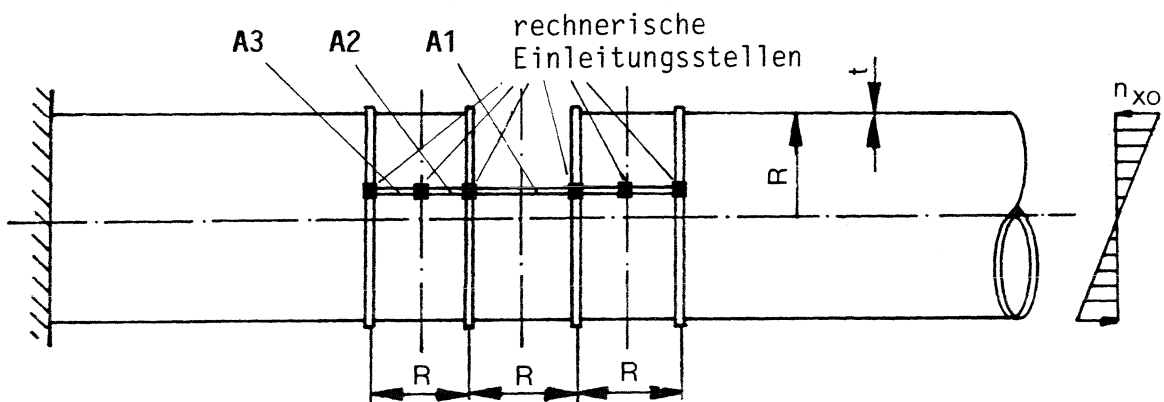
Spante:  $d = 100$

Stringer:  $A1 = A2 = A3 = \text{Flächenausgleich}$

Belastung: Reines Biegemoment

#### Bemerkung zur Berechnung mit Stringern:

Die Stringer in der vorliegenden und den nachfolgenden Parametervariationen sind durch statisch unbestimmte Längskräfte idealisiert, die punktförmig an jeder Seite an 3 Stellen: Öffnungsrand (= 1. Spant), im Abstand  $R/2$  und  $R$  (= 2. Spant) vom Öffnungsrand, den Längskraftfluß entsprechend der Stringerfläche so übernehmen, daß die Dehnungen des fiktiven Stringers und der Schale übereinstimmen. Diese 3-fache Einleitung ist eine vereinfachte Berechnung und soll später noch bis zur 10-fachen Einleitung verfeinert werden.





### 7.13.2 Ergebnisse

Diese Variation wurde durchgeführt, um das Zusammenwirken Stringer-Spant genauer zu ermitteln. Der Stringer wird mit konstantem Querschnitt über alle 4 Spante geführt. Der Stringerquerschnitt entspricht dem halben Öffnungsquerschnitt der Zylinderschale, so daß der fehlende Schalenquerschnitt im Prinzip durch die Stringer ersetzt wird.

In der Tabelle 7.14 sind für die vollständige Parametervariation die errechneten Längskraftflußüberhöhungen für die Schnitte von  $-R$  bis  $+R$  von den jeweiligen Öffnungsrändern, siehe Skizze, zusammengefaßt.

Für den Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$  sind die Werte im Öffnungsbereich unter 1, aber im Abstand  $R$  erhöht sich die Spannung wieder. Dieses Ergebnis entspricht auch den in manchen Versuchen (auch mit gegen "Null" gehenden Stringerquerschnitten) erzielten Ergebnissen, daß am Ende des Stringers Spannungsüberhöhungen auftreten.

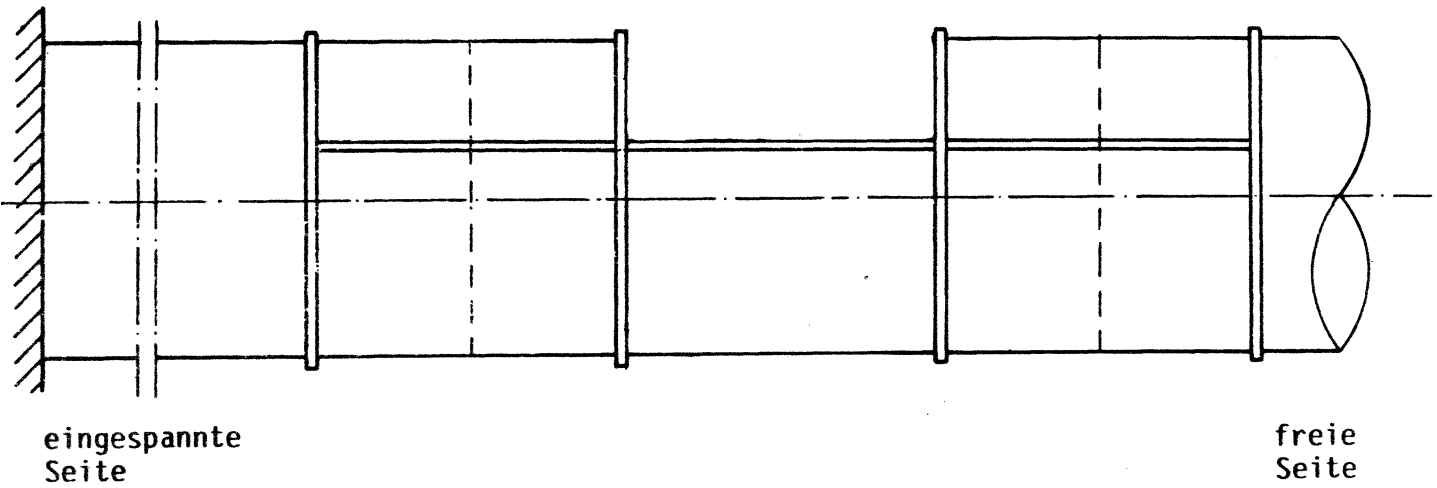
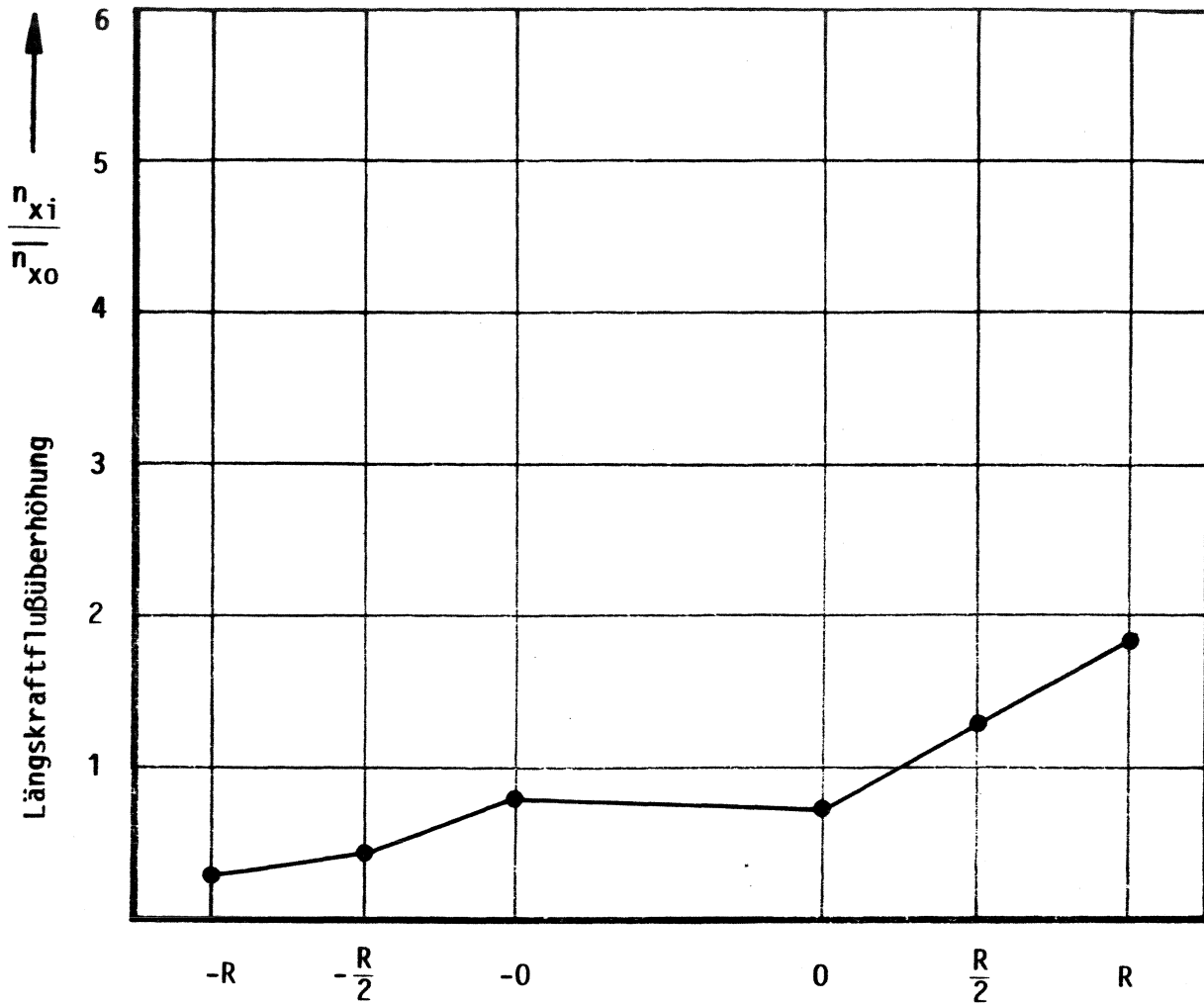
Für den Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$  treten die größeren Spannungsspitzen am Öffnungsrand auf, die Werte im Abstand  $R$  liegen niedriger als bei  $2\alpha = 60^\circ$ . Die Werte für  $2\alpha = 90^\circ$  liegen in etwa in der Mitte der Werte der anderen Winkel.

Die Überhöhungen auf der eingespannten Seite (Werte mit dem - Vorzeichen) entsprechen am Öffnungsrand den Werten der freien Seite. In den beiden anderen Schnitten liegen sie erheblich niedriger, hier kommt die (naheliegende) Einspannung zur Wirkung.

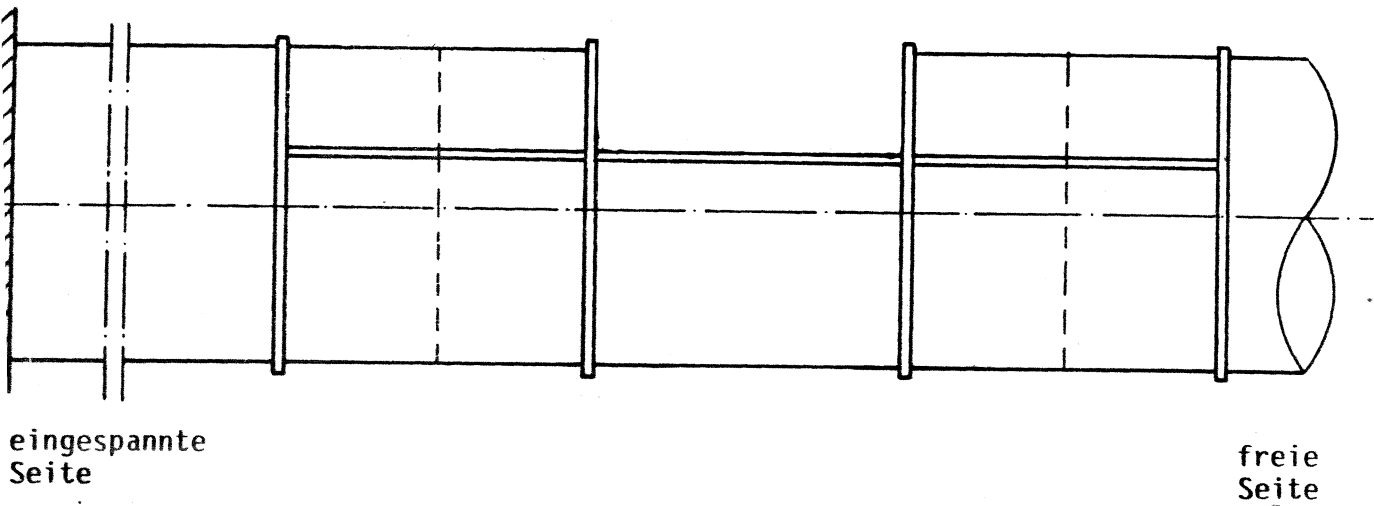
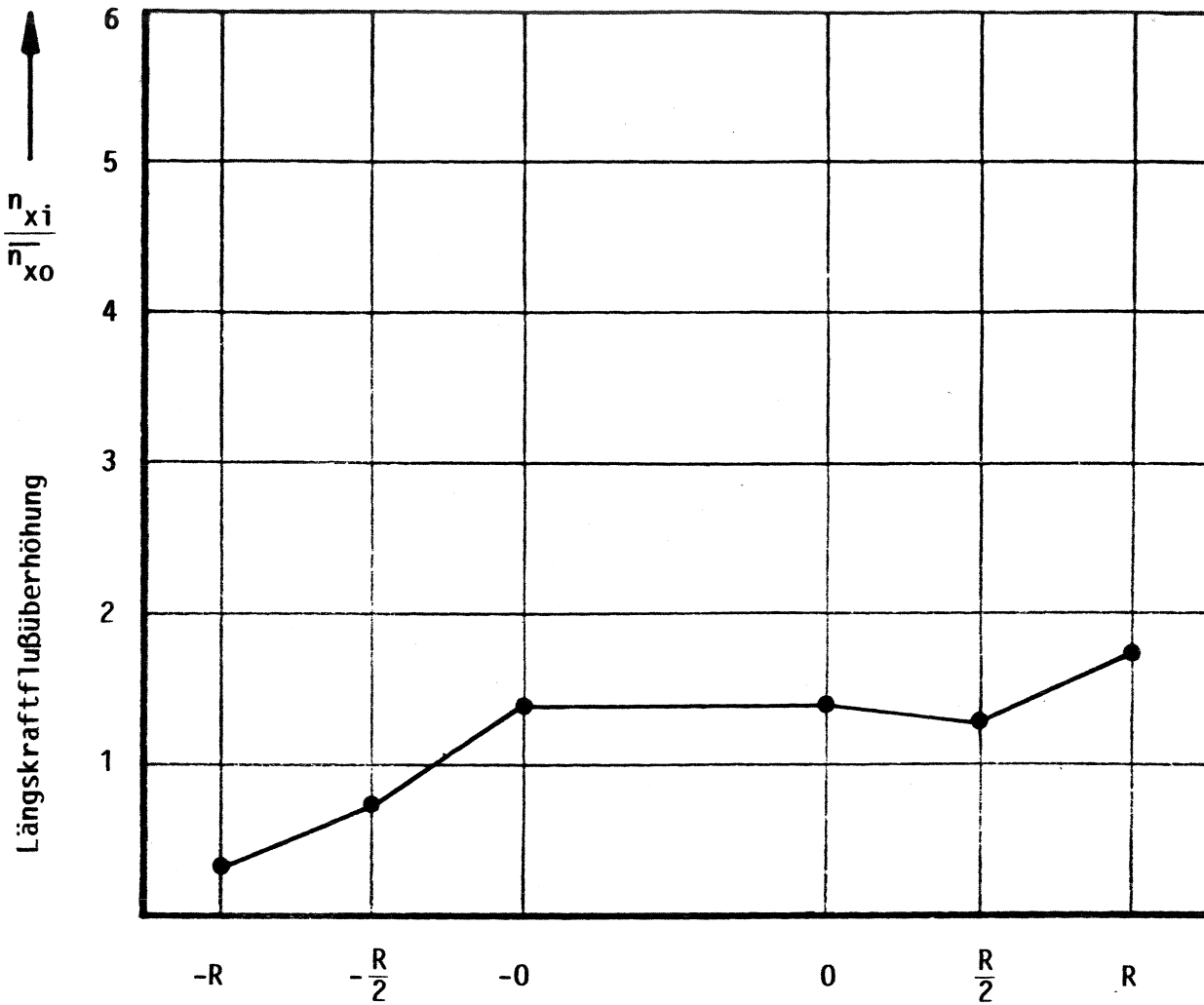
Die Diagramme zeigen nur die errechneten Überhöhungen für  $R/t = 300$ . Für die anderen  $R/t$ -Verhältnisse würden sich teilweise exakt die gleichen Kurven ergeben, siehe Tabelle 7.14, so daß eine Auftragung keine neuen Erkenntnisse liefern würde.

$\frac{R}{t}$	Abstand vom Öffnungsrand	Öffnungswinkel $2\alpha$		
		60°	90°	120°
75	R	1,82	1,7	1,6
	$\frac{R}{2}$	1,3	1,25	1,6
	0	0,65	1,4	2,4
	-0	0,67	1,22	2,43
	$-\frac{R}{2}$	0,37	0,64	1,13
	-R	0,23	0,32	0,57
150	R	1,85	1,65	1,6
	$\frac{R}{2}$	1,30	1,3	1,65
	0	0,7	1,5	2,5
	-0	0,73	1,35	2,5
	$-\frac{R}{2}$	0,42	0,7	1,23
	-R	0,27	0,35	0,6
300	R	1,9	1,73	1,56
	$\frac{R}{2}$	1,34	1,31	1,70
	0	0,74	1,4	2,6
	-0	0,80	1,4	2,54
	$-\frac{R}{2}$	0,45	0,77	1,34
	-R	0,27	0,37	0,6

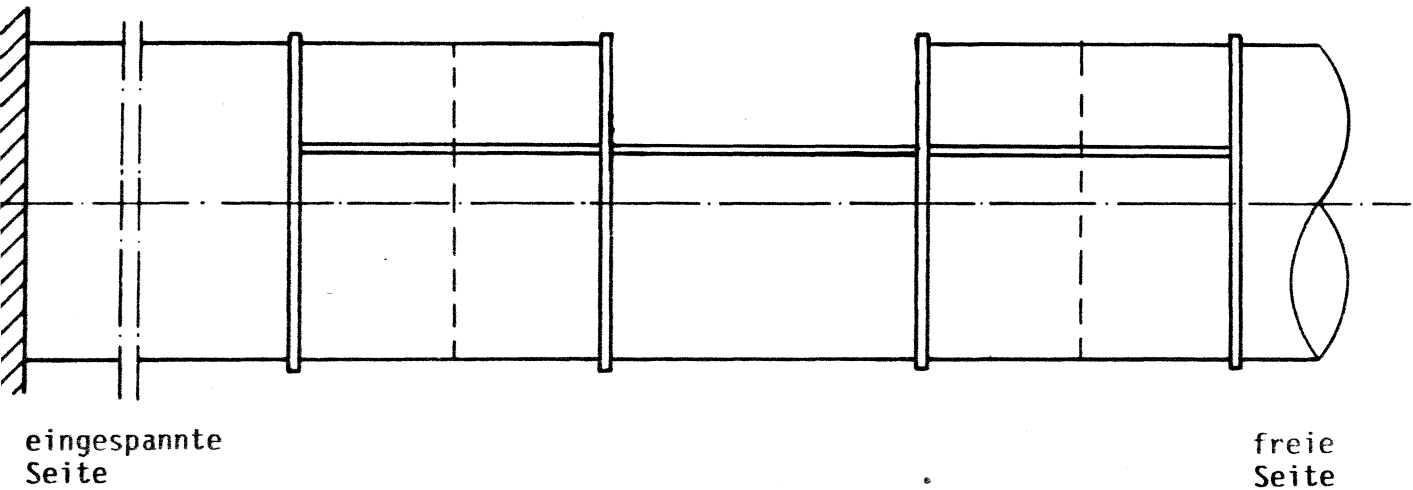
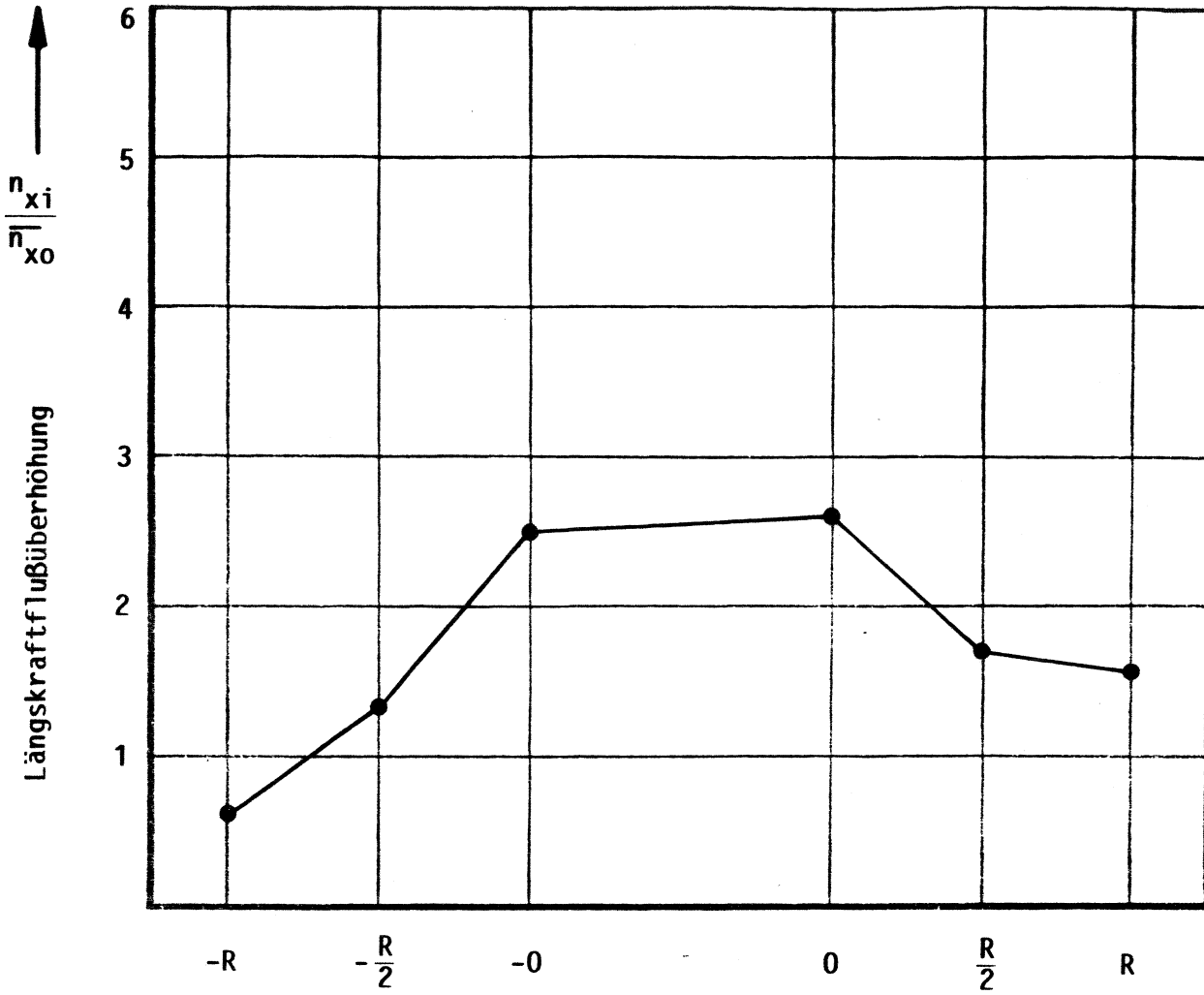
**Tabelle 7.14 :** Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation unsymmetrische Schale mit Stringer  
 Spante:  $d = 100$   
 Stringer:  $A_1 = A_2 = A_3 = \text{Flächenausgleich}$



**Diagramm 7.71:** Längskraftflußerhöhungen  
 Parametervariation unsymmetrische Schale mit Stringer  
 $R/t = 300$   
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$   
 Spante:  $d = 100$   
 Stringer: Flächenausgleich konstant

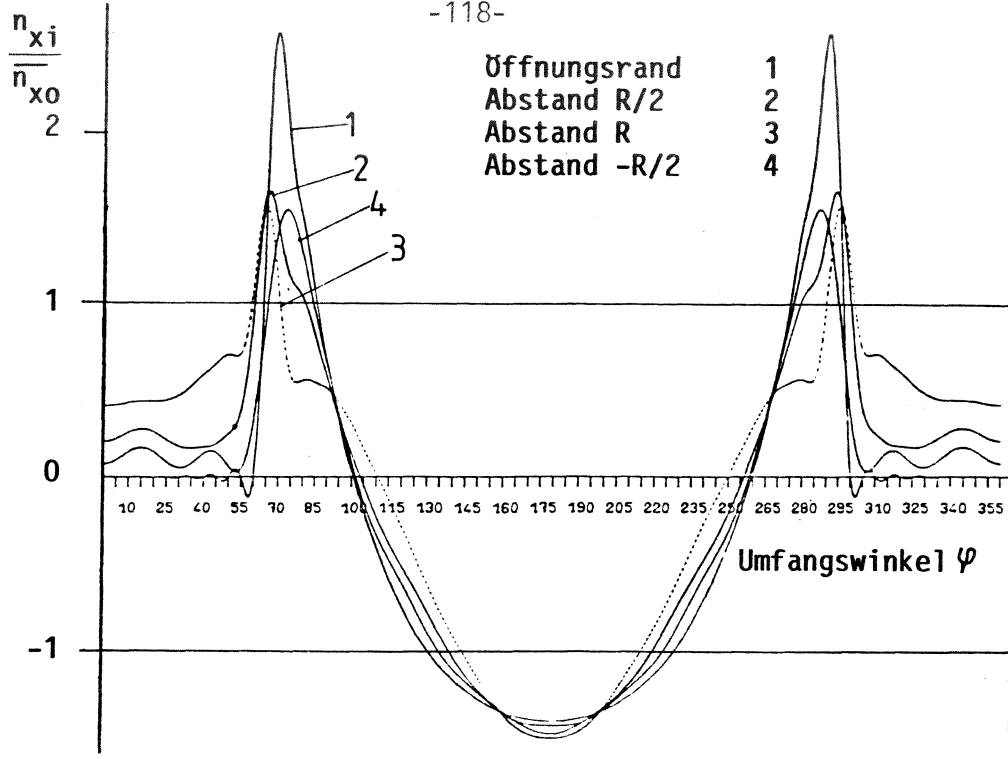


**Diagramm 7.72 :** Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation unsymmetrische Schale mit Stringer  
 $R/t = 300$   
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
 Spante:  $d = 100$   
 Stringer: Flächenausgleich konstant



**Diagramm 7.73 :**

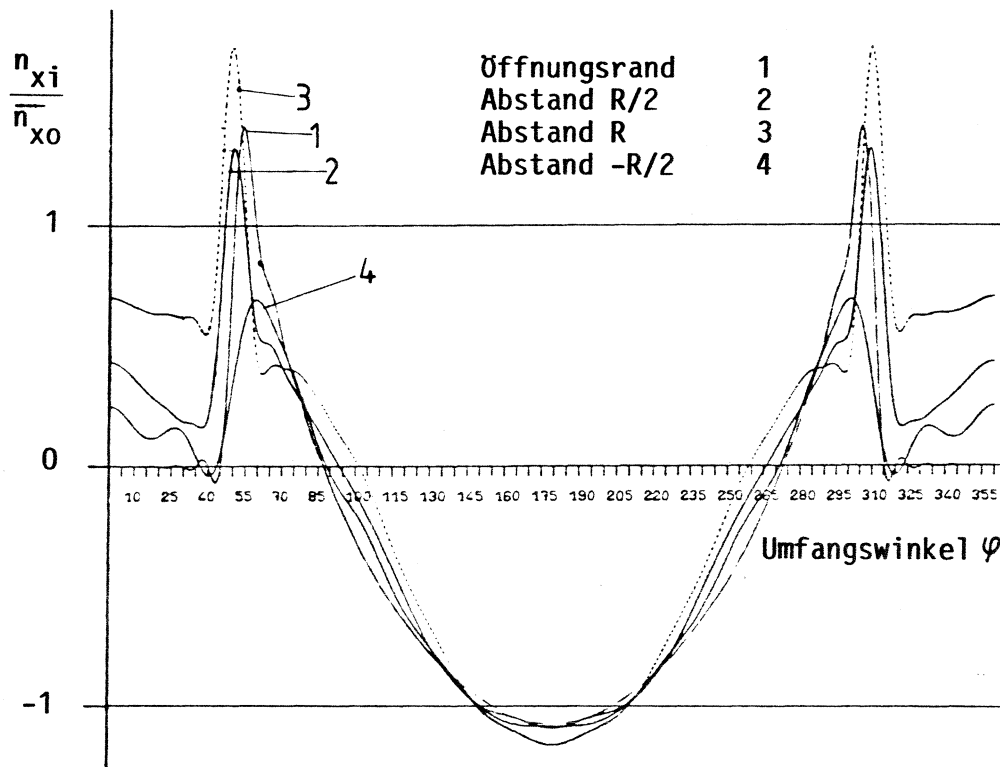
Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation unsymmetrische Schale mit Stringer  
 $R/t = 300$   
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Spante:  $d = 100$   
 Stringer: Flächenausgleich konstant



**Diagramm 7.74 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsymmetrische Schale  
 $R/t = 300$   
 2 Spante,  $d = 100$

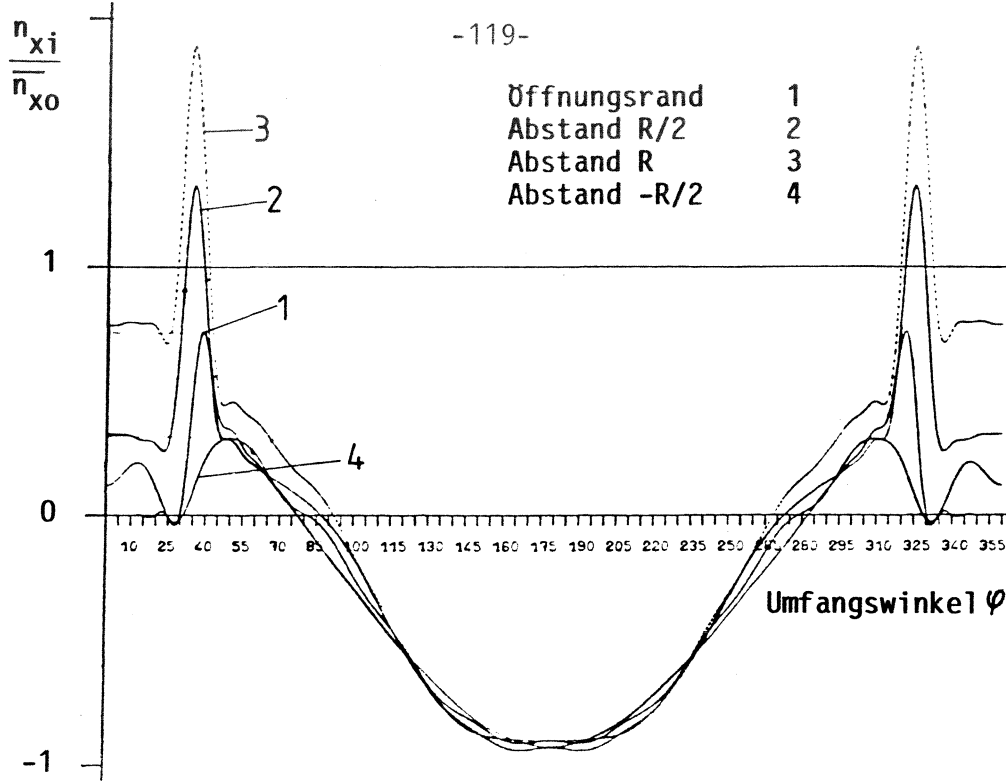
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 Stringer: Flächenausgleich konstant



**Diagramm 7.75 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsymmetrische Schale  
 $R/t = 300$   
 2 Spante:  $d = 100$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 Stringer: Flächenausgleich konstant



**Diagramm 7.76 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsymmetrische Schale  
 $R/t = 300$   
 2 Spante,  $d = 100$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 Stringer: Flächenausgleich konstant

### 7.13.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Überhöhungen am Öffnungsrand sinken stark gegenüber dem Fall ohne Stringer. Ein weiteres bemerkenswertes Ergebnis ist, daß die Abhängigkeit vom Verhältnis  $R/t$  nahezu verschwindet. Für die Überhöhungen ist vor allem der Öffnungswinkel entscheidend.

## 7.14 Parameter der unsymmetrischen Zylinderschale mit Optimierung der Stringerfläche

### 7.14.1 Parameter:

Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge  $R$

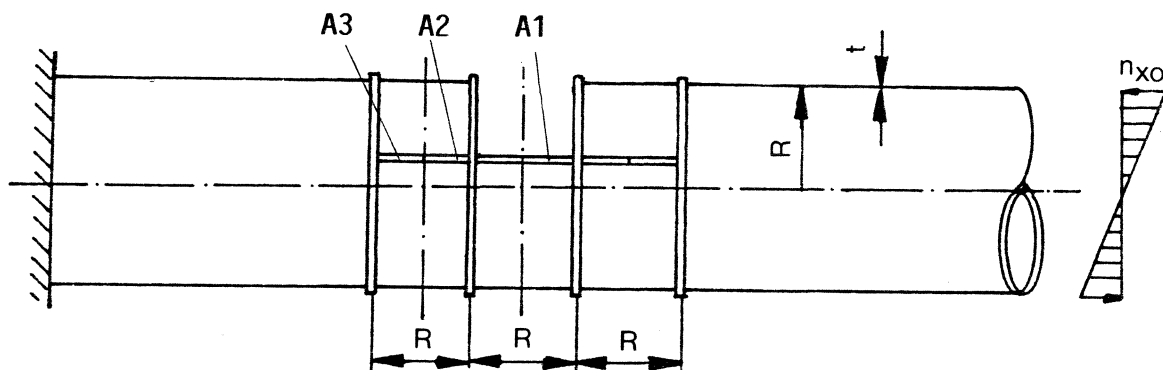
$R/t = 300$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$  ( $60^\circ/90^\circ$ )

Spante:  $d = 100$

Stringer: bis zu 3-fach abgestuft

Belastung: Reines Biegemoment



### 7.14.2 Ergebnisse

In dieser Parametervariation wird der Einfluß der Abstufung des Stringers auf die Spannungsverteilung untersucht.

Die Variation wurde nur für  $R/t = 300$  durchgeführt, da sich zeigte (siehe Parametervariation der unsymmetrischen Schale mit Stringer, 7.13), daß der Einfluß von  $R/t$  vernachlässigbar ist.

Die Werte für  $2\alpha = 60^\circ$  und  $90^\circ$  des nicht abgestuften Stringers sind vorhergehenden Parametervariationen entnommen.

In der Praxis kann die Abstufung aus fertigungstechnischen Gründen auch kontinuierlich erfolgen. Unter Vorwegnahme der abschließenden Bemerkungen kann aber auch hier darauf hingewiesen werden, daß insbesondere die Überhöhungswerte im Abstand  $R$  hinsichtlich Beulen untersucht werden müssen.

In Tabelle 7.15 sind für die 3 Schnitte: Abstand vom Öffnungsrand  $0$ ,  $R/2$  und  $R$ , die Längskraftflußüberhöhungen in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel und von der Abstufung des Stringers zusammengefaßt. Für den Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$  wurde eine große Anzahl von Variationen durchgeführt.



Es zeigt sich, daß der abgestufte Stringer die insgesamt günstigste Längskraftflußverteilung ergibt, wenn auch in einzelnen Schnitten mit anderen Stringerformen bessere Ergebnisse erzielt wurden, siehe z.B. die nicht abgestuften Stringer für  $2\alpha = 120^\circ$  in den Schnitten Abstand 0 und  $R/2$  vom Öffnungsrand.

In den Diagrammen 7.77 bis 7.79 sind für die 3 Öffnungswinkel die Längskraftflüsse bei abgestuftem und nichtabgestuftem Stringer aufgetragen. Die Unterschiede sind nicht sehr gravierend, jedoch zeigt sich bei  $2\alpha = 60^\circ$  und  $90^\circ$  eine "Glättung" der Überhöhung vom Abstand 0 bis zum Abstand  $R$  vom Öffnungsrand. Zum Vergleich sind die Längskraftflußüberhöhungen der nur mit Spanten versteiften Schale angegeben. Die Kombination von Spant und Stringer ergibt den gleichmäßigsten Längskraftflußverlauf.

Im Diagramm 7.80 sind die Längskraftflußüberhöhungen für die 3 Schnitte in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel dargestellt, so daß die Überhöhungswerte für nicht gerechnete Öffnungswinkel direkt abgelesen werden können.

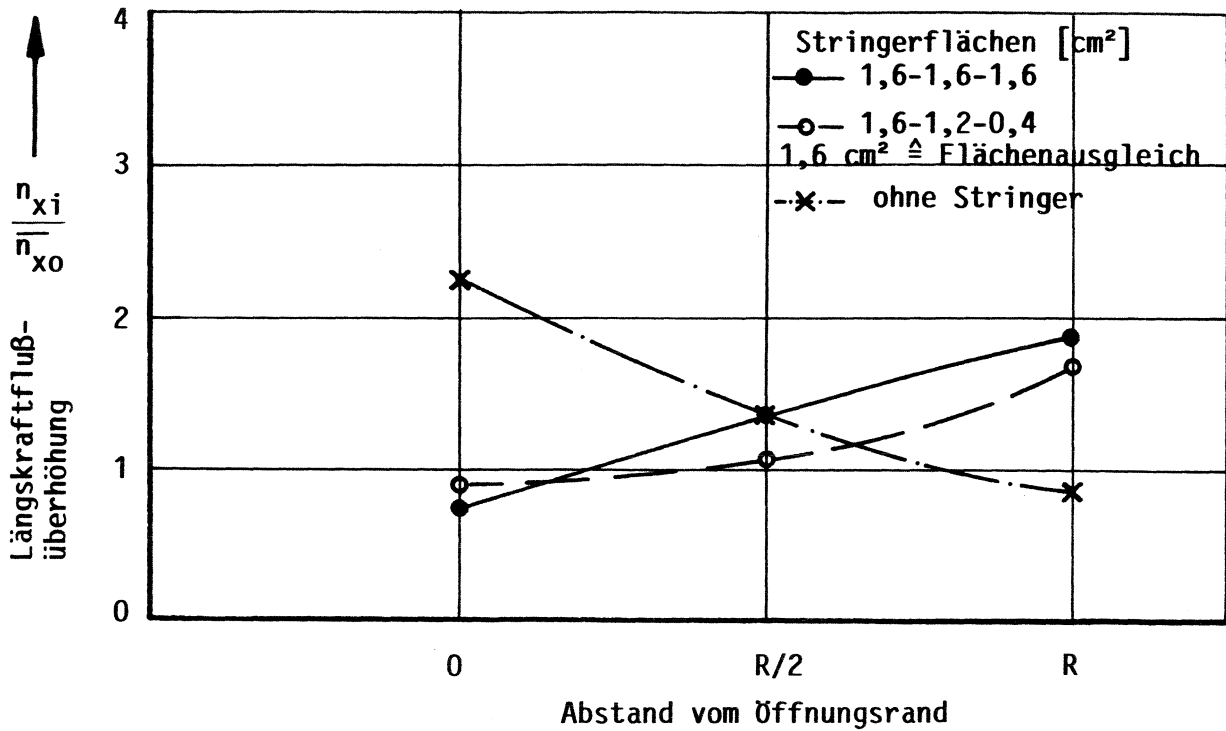
Öffnungswinkel $2\alpha$	Stringer- <sup>*</sup> flächen A1-A2-A3 [cm <sup>2</sup> ]	Abstand vom Öffnungsrand		
		0	$\frac{R}{2}$	R
60°	1,6-1,2-0,4	0,88	1,54	1,67
90°	2,4-1,8-0,6	1,50	1,48	1,57
120°	6,2-3,2-1,6	2,60	1,67	1,53
	3,1-3,1-3,1	2,56	1,70	1,56
	1,6-1,6-1,6	2,56	1,70	1,60
	3,1-2,3-0,7	2,60	1,74	1,46
	1,6-1,2-0,4	2,74	1,75	1,45
	1,6-0,8-0,4	2,74	1,76	1,45

**Tabelle 7.15 :** Parametervariation Stringeroptimierung

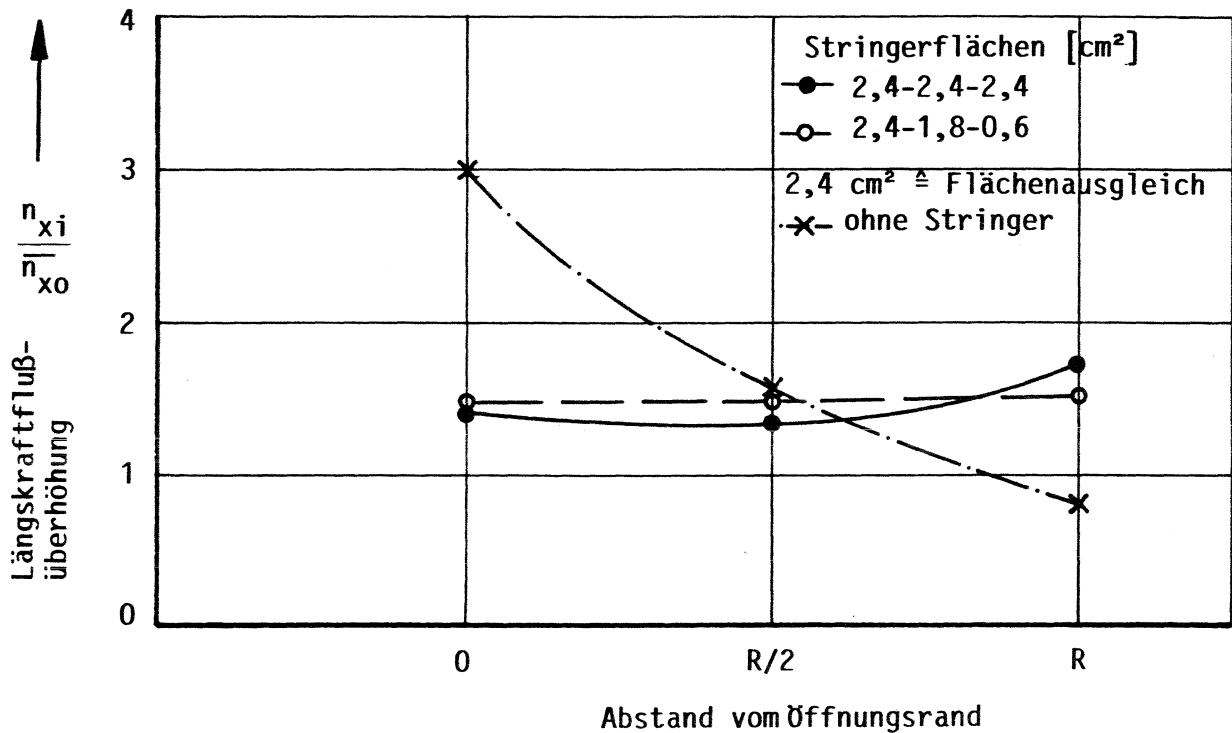
Längskraftflußüberhöhungen

\*  
 60°: 1,6 cm<sup>2</sup> bedeuten Flächenausgleich  
 90°: 2,4 cm<sup>2</sup> bedeuten Flächenausgleich  
 120°: 3,1 cm<sup>2</sup> bedeuten Flächenausgleich

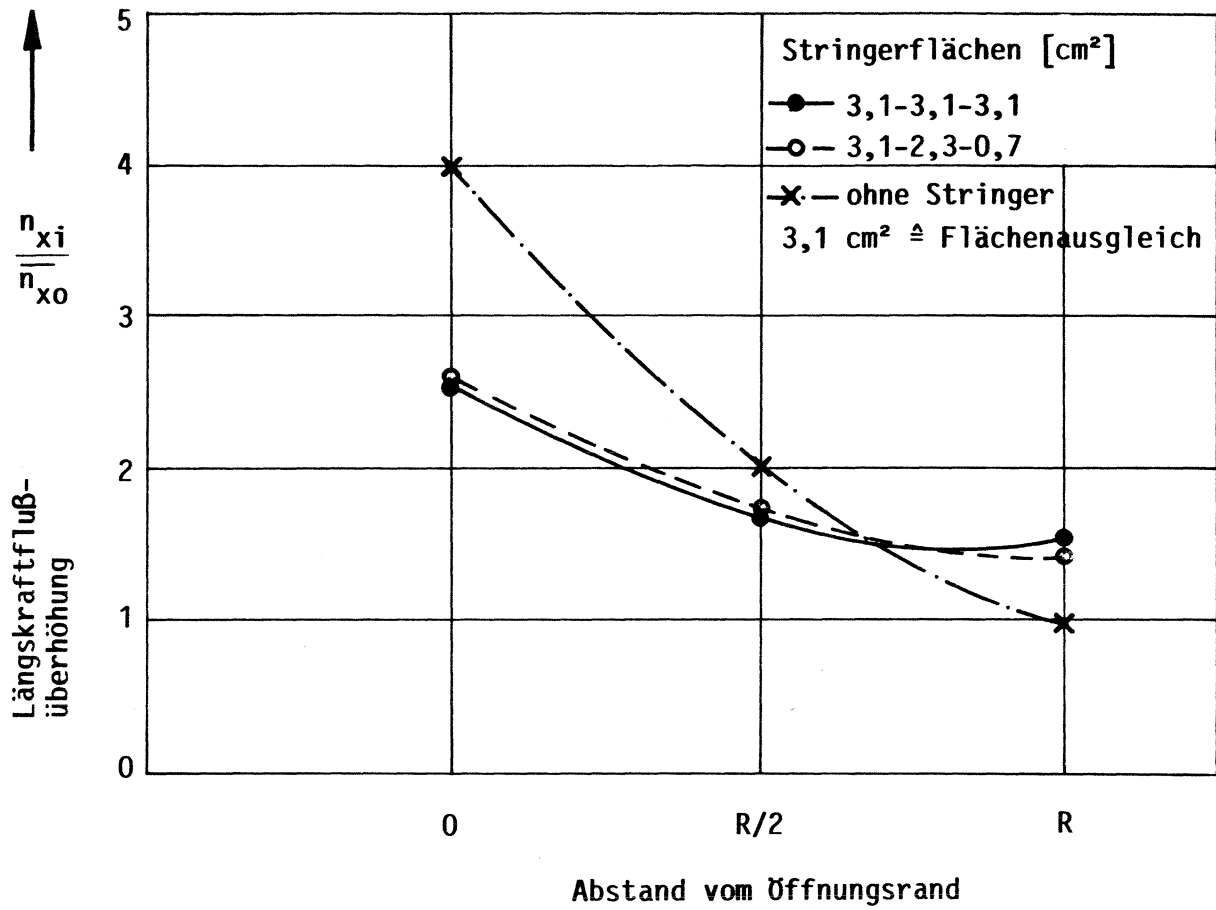
R/t = 300, Spante: d = 100



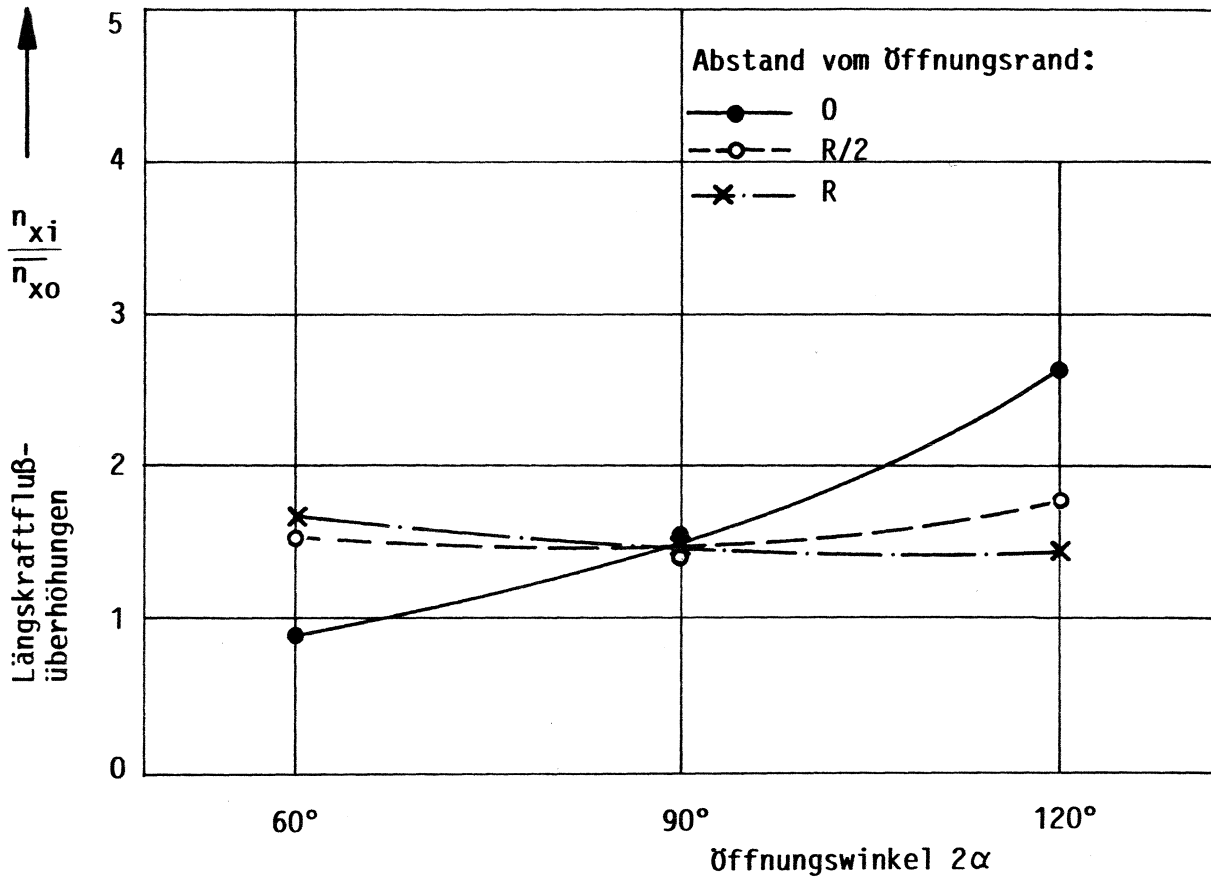
**Diagramm 7.77:** Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation Stringeroptimierung  
 $R/t = 300$ , Spante:  $d = 100$   
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$



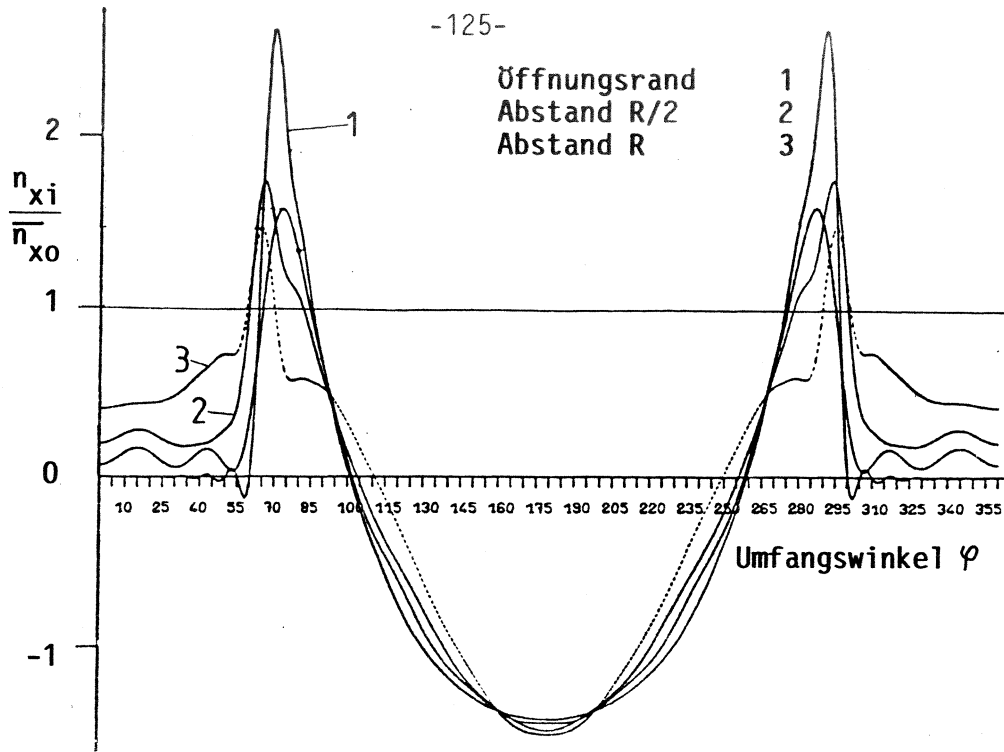
**Diagramm 7.78:** Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation Stringeroptimierung  
 $R/t = 300$ , Spante:  $d = 100$   
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$



**Diagramm 7.79:** Längskraftflußüberhöhungen  
Parametervariation Stringeroptimierung  
R/t = 300  
Spante: d = 100  
Öffnungswinkel:  $2\alpha = 120^\circ$



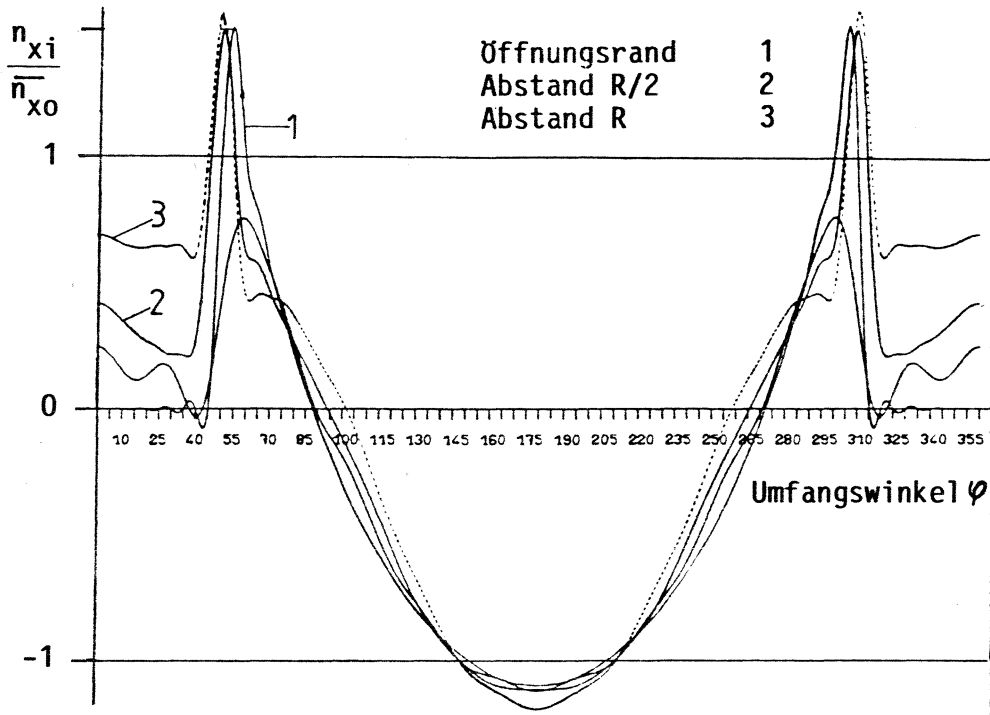
**Diagramm 7.80:** Längskraftflußüberhöhungen bei unterschiedlichen Öffnungswinkeln  
Parametervariation Stringeroptimierung  
R/t = 300  
Spante: d = 100  
Stringerflächen: 3-fach abgestuft



**Diagramm 7.81 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsymmetrische Schale  
 $R/t = 300$   
 2 Spante,  $d = 100$

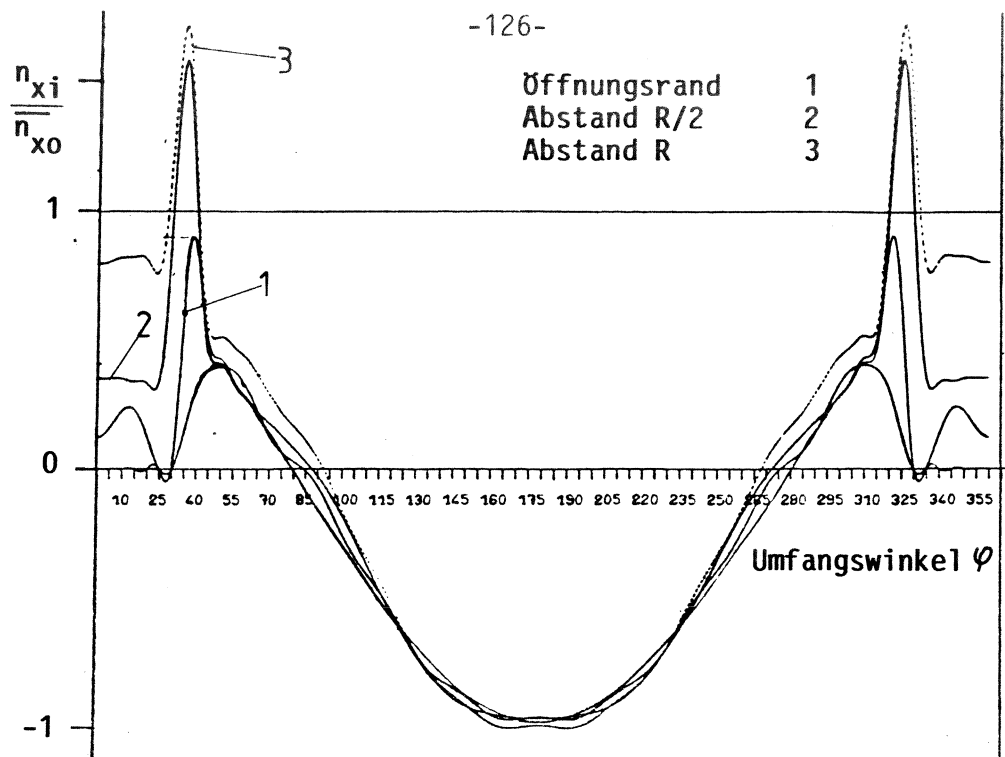
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 Stringeroptimierung



**Diagramm 7.82 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsymmetrische Schale  
 $R/t = 300$   
 2 Spante,  $d = 100$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 Stringeroptimierung



**Diagramm 7.83 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsymmetrische Schale  
 $R/t = 300$   
 2 Spante,  $d = 100$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 Stringeroptimierung

### 7.14.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Es zeigt sich, daß die Abstufung: Flächenausgleich im Öffnungsbereich bis auf etwa 1/4 des Flächenausgleichs im Abstand R das insgesamt günstigste Ergebnis liefert. Vor allem im Abstand R (hinter dem 2. Spant), werden die geringsten Spannungsüberhöhungen erreicht.

## 7.15 Parametervariation der unsymmetrischen Zylinderschale, Einfluß der unterschiedlichen Versteifungen

### 7.15.1 Parameter:

Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge  $R$

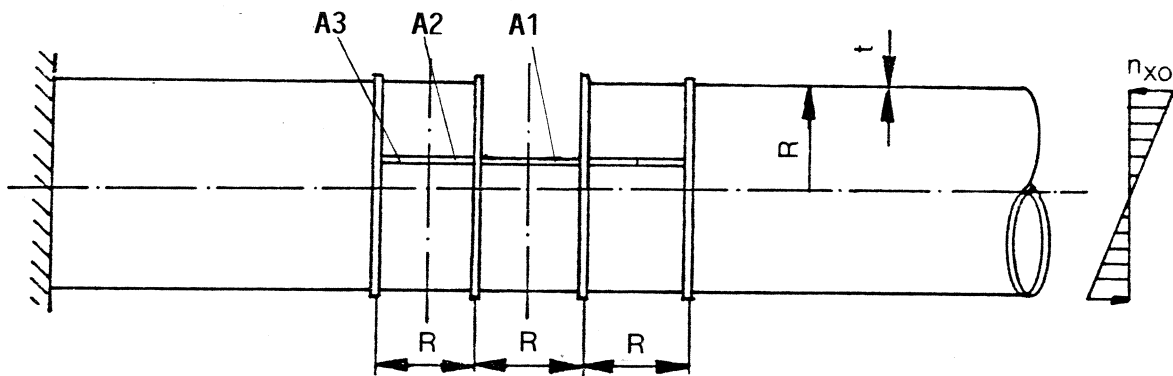
$R/t = 300$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$

Spante:  $d = 100$

Stringer: Flächenausgleich, 3-fach abgestuft

Belastung: Reines Biegemoment



### 7.15.2 Ergebnisse

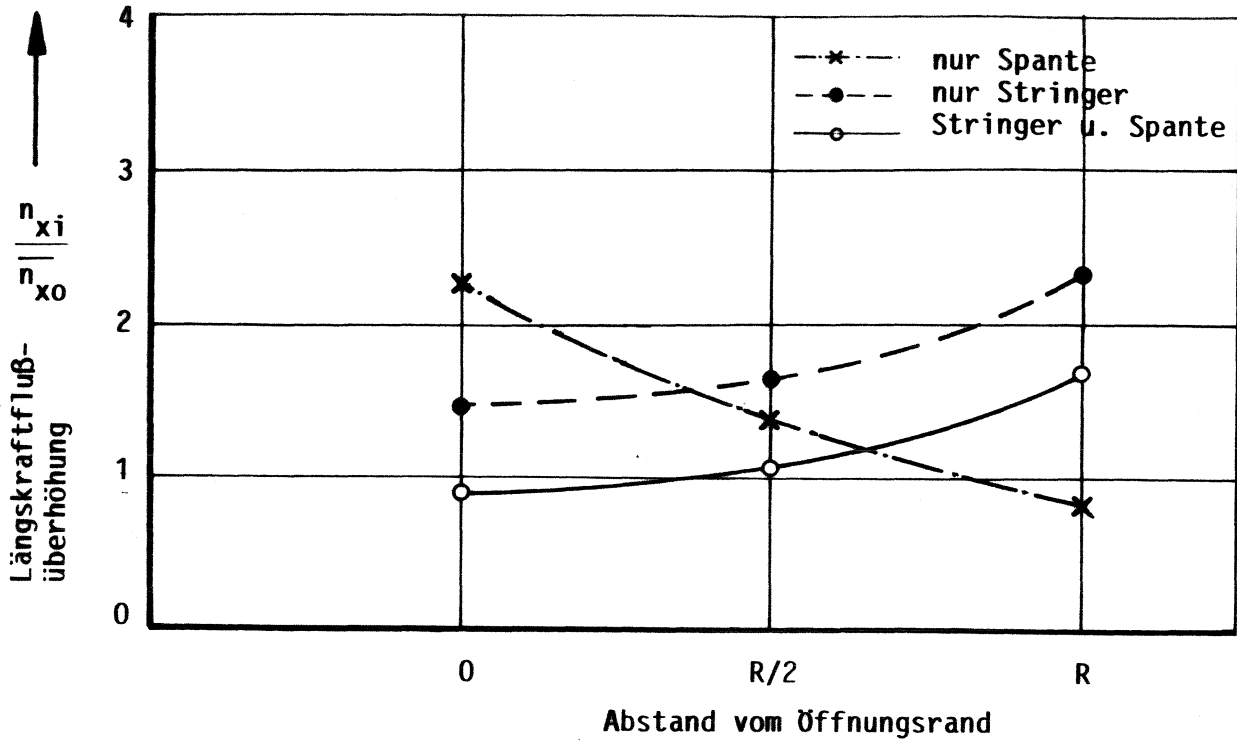
Die Ergebnisse dieser Variation erkennt man am besten aus den Diagrammen 7.84 bis 7.86. Es werden die 3 möglichen Versteifungsformen (die Möglichkeit einer Wandstärkenerhöhung ist nicht berücksichtigt) in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel für die 3 Schnitte dargestellt. Das Verhältnis  $R/t$  wird nicht mehr variiert, da sich zeigte, siehe die Parametervariation der unsymmetrischen Schale, daß keine entscheidenden Abhängigkeiten von  $R/t$  existieren.

Eine Tendenz zeigen die 3 Diagramme auf einen Blick: Die Spant-Stringer-Versteifung hat den größten Glättungseffekt der Überhöhungen vom Abstand 0 bis zum Abstand  $R$  vom Öffnungsrand. Die Stringer alleine erhöhen im Abstand  $R$  vom Öffnungsrand die Längskraftflüsse, und die Spante alleine bauen am Öffnungsrand die Überhöhungen kaum ab. Diese Tendenzen zeigen sich in den Diagrammen durch die sich schneidenden Kurven.

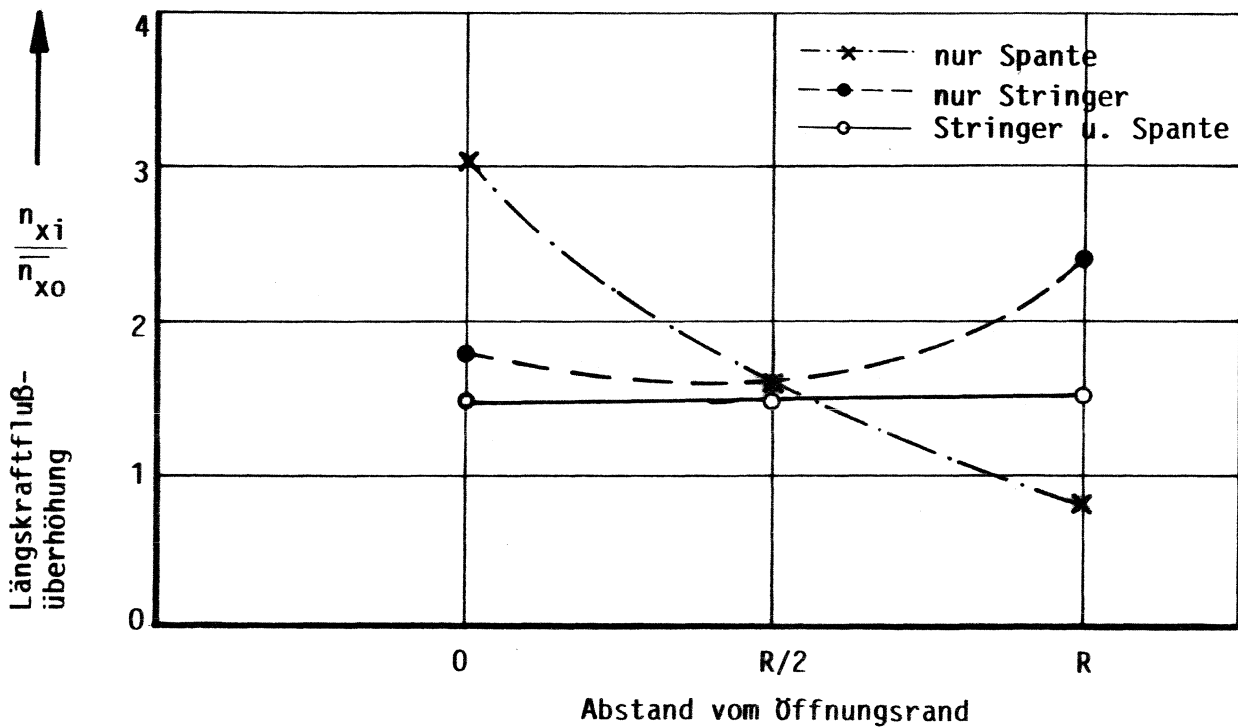
Öffnungswinkel $2\alpha$	Versteifungen	Abstand vom Öffnungsrand		
		0	$\frac{R}{2}$	R
60°	nur Spante	2,27	1,33	0,81
	nur Stringer	1,45	1,62	2,33
	Spante und Stringer	0,88	1,54	1,67
90°	nur Spante	3,03	1,62	0,81
	nur Stringer	1,78	1,60	2,40
	Spante und Stringer	1,50	1,48	1,57
120°	nur Spante	4,0	2,03	0,96
	nur Stringer	3,13	2,10	2,5
	Spante und Stringer	2,60	1,74	1,46

**Tabelle 7.16 :** Längskraftflußüberhöhungen, Vergleich der Versteifungen  
 unsymmetrische Zylinderschale  
 $R/t = 300$

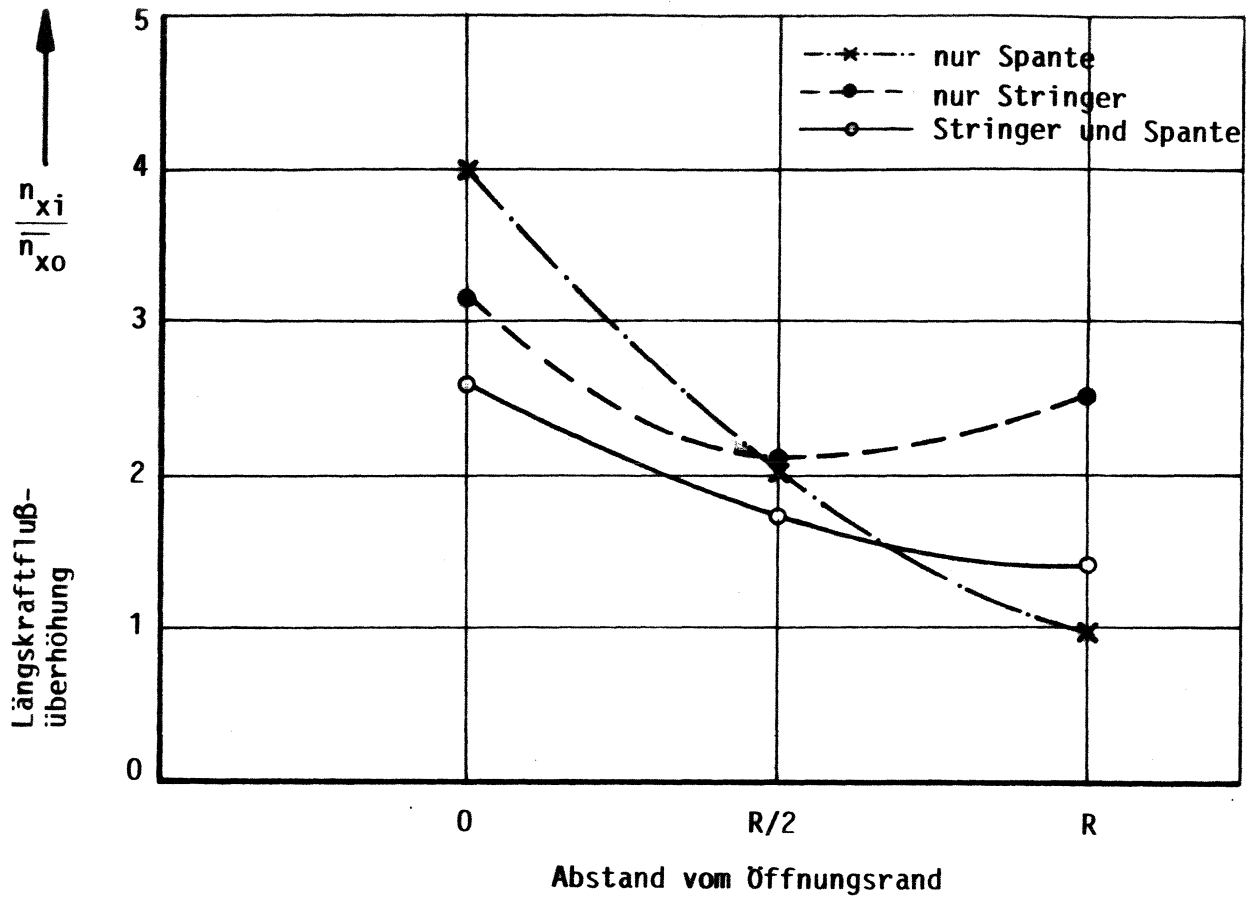




**Diagramm 7.84 :** Längskraftflußüberhöhungen  
 Vergleich der Versteifungen  
 $R/t = 300$ ,  $2\alpha = 60^\circ$   
 Spante,  $d = 100$   
 Stringer, Flächenausgleich 3-fach abgestuft



**Diagramm 7.85 :** Längskraftflußüberhöhungen  
 Vergleich der Versteifungen  
 $R/t = 300$ ,  $2\alpha = 90^\circ$   
 Spante,  $d = 100$   
 Stringer, Flächenausgleich 3-fach abgestuft



**Diagramm 7.86:** Längskraftflußüberhöhungen  
 Vergleich der Versteifungen  
 $R/t = 300$ ,  $2\alpha = 120^\circ$   
 Spante,  $d = 100$   
 Stringer, Flächenausgleich 3-fach abgestuft

### 7.15.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Kombination Spant-Stringer zeigt die kontinuierlichste "Glättung" der Spannungsüberhöhungen, aber auch im Abstand R vom Öffnungsrand kann eine vollständige Kompensierung der Überhöhung nicht erreicht werden.

## 7.16 Parametervariation der unsymmetrischen Zylinderschale unter Winddruckbelastung nach DIN 4133

### 7.16.1 Parameter:

#### Rechteckige Öffnung

$$R/t = 150$$

$$\text{Öffnungswinkel } 2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$$

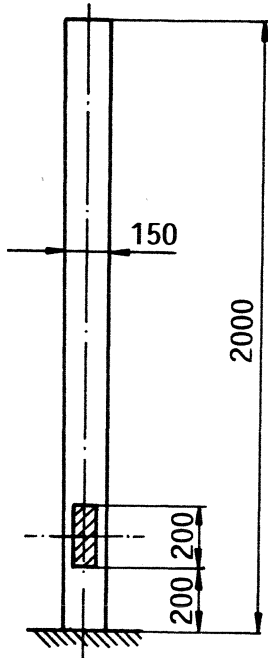
$$\text{Spante: } d = 100$$

Stringer: Flächenausgleich bis zum 2. Spant

$$\text{Gesamtlänge } L_{\text{ges}} = 2000 \text{ cm}$$

$$\text{Abstand: Öffnungsrand-Einspannung: } 200 \text{ cm}$$

$$\text{Öffnungslänge: } 200 \text{ cm} = 2,67R$$



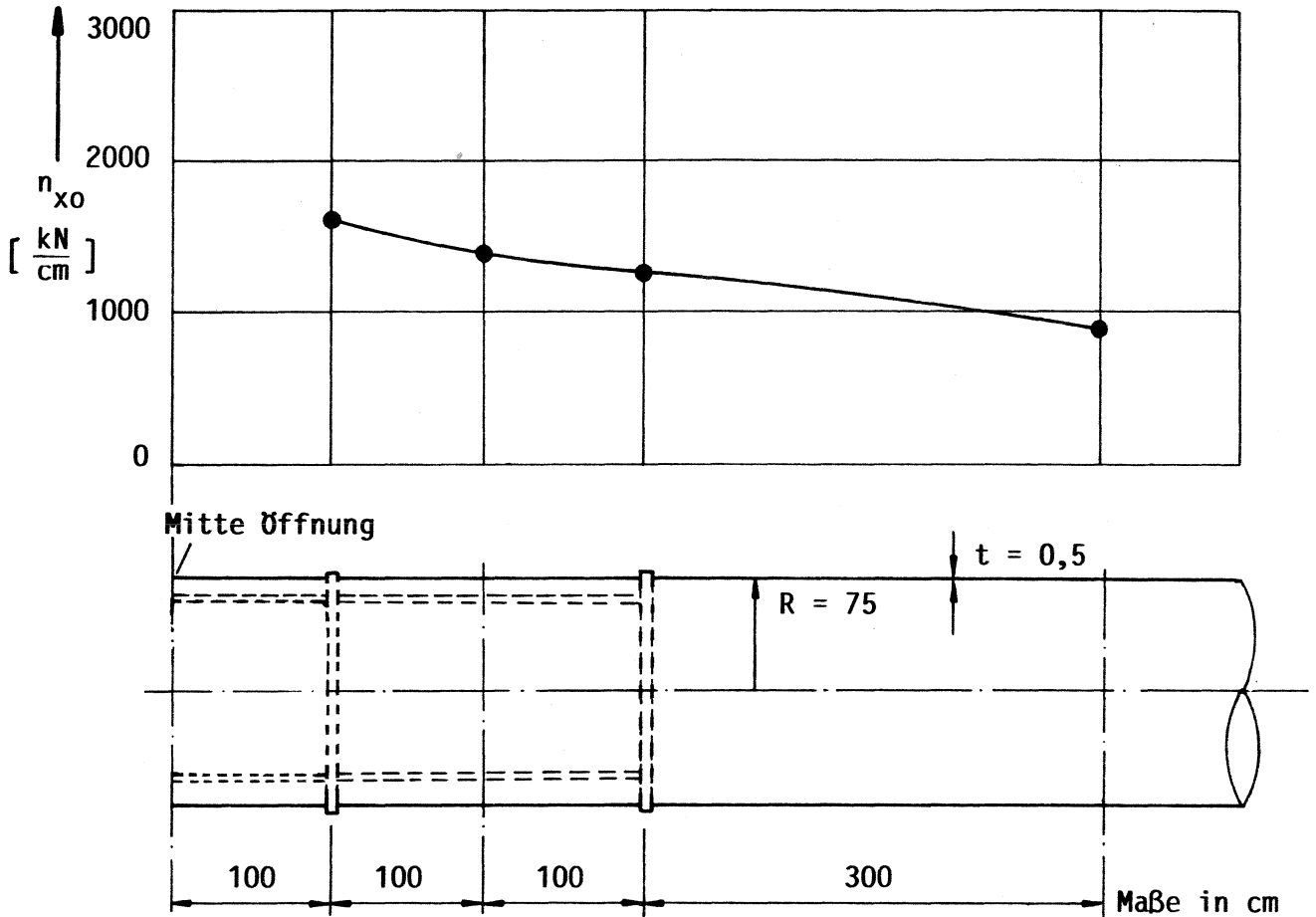
### 7.16.2 Ergebnisse

Das Diagramm 7.87 zeigt die Längskraftflußüberhöhung der ungestörten, unversteiften Schale aufgrund der Winddruckbelastung und DIN 4133.

In der Tabelle 7.17 sind diese Werte für die betrachteten Schnitte mit 1.0 als Bezugswerte angegeben, siehe 1. Zeile.

In einer Längskraftflußberechnung wird die ungestörte Schale mit Spanten ( $d = 100$ ) versteift. Die Ergebnisse zeigen auch hier schon Verminderung der Überhöhungen aufgrund der Versteifungen. Ursache ist der Einfluß der Schalentheorie. Für die Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$  werden weiter die Längskraftflußüberhöhungswerte für die unversteifte-, Spantversteifte- und Spant-Stringerversteifte-Schale angegeben. Das Versteifungsraster ist hier länger als in den anderen Parametervariationen, deshalb auch die geringen Längskraftflußwerte in weiter entfernten Schnitten auch für die unversteiften Versionen.

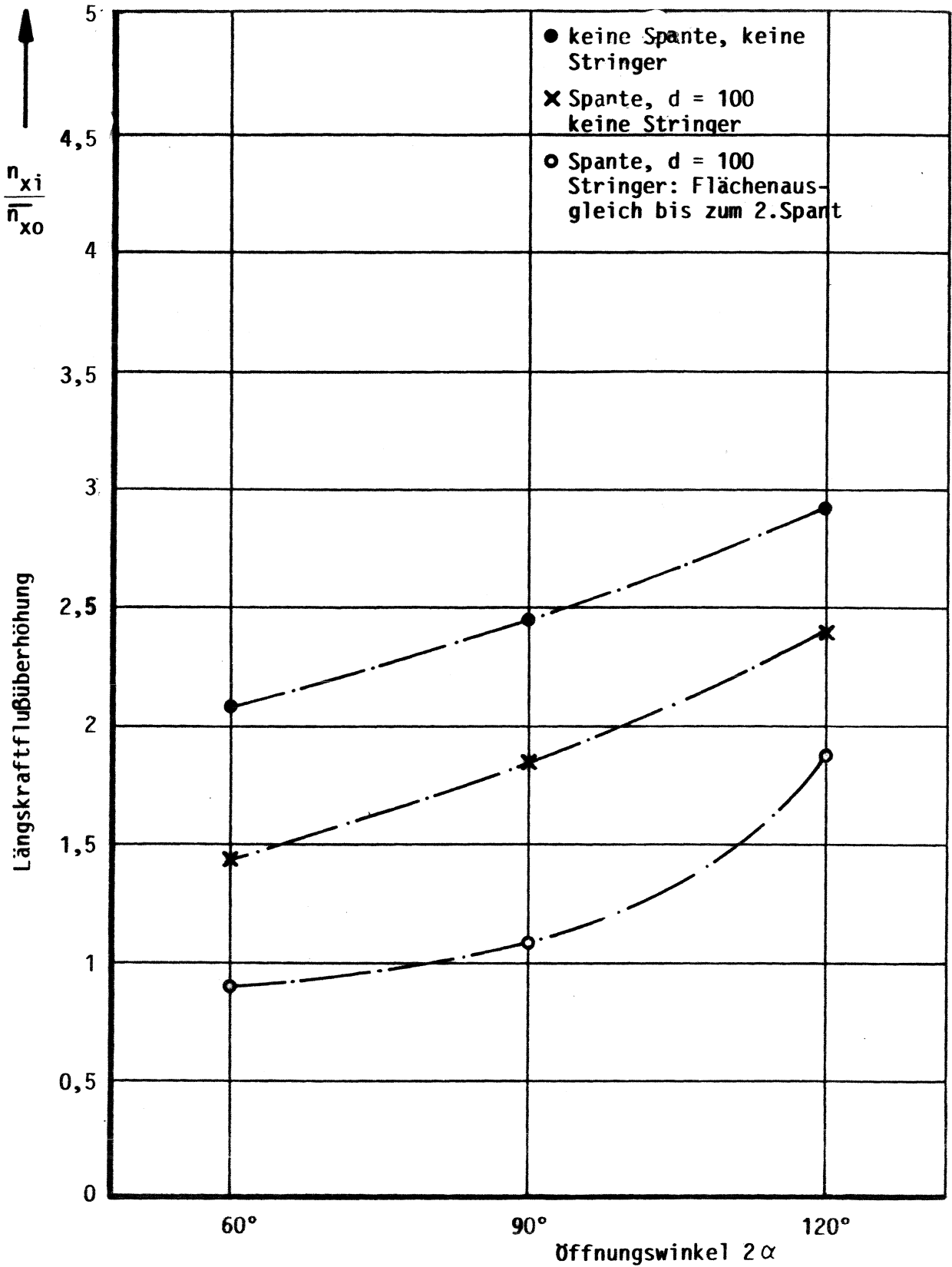
Der eigentliche günstige Einfluß der Versteifungen ist aus diesem Grund auch nur am Öffnungsrand zu erkennen, siehe Diagramm 7.88. Hier erreicht wieder das vollständige Versteifungsraster: Stringer und steife Spante, die geringsten Überhöhungen.



**Diagramm 7.87:** Parametervariation unsymmetrische Schale mit Winddruck nach DIN 4133  
Längskraftfluß verteilung ohne Öffnung, ohne Versteifungen

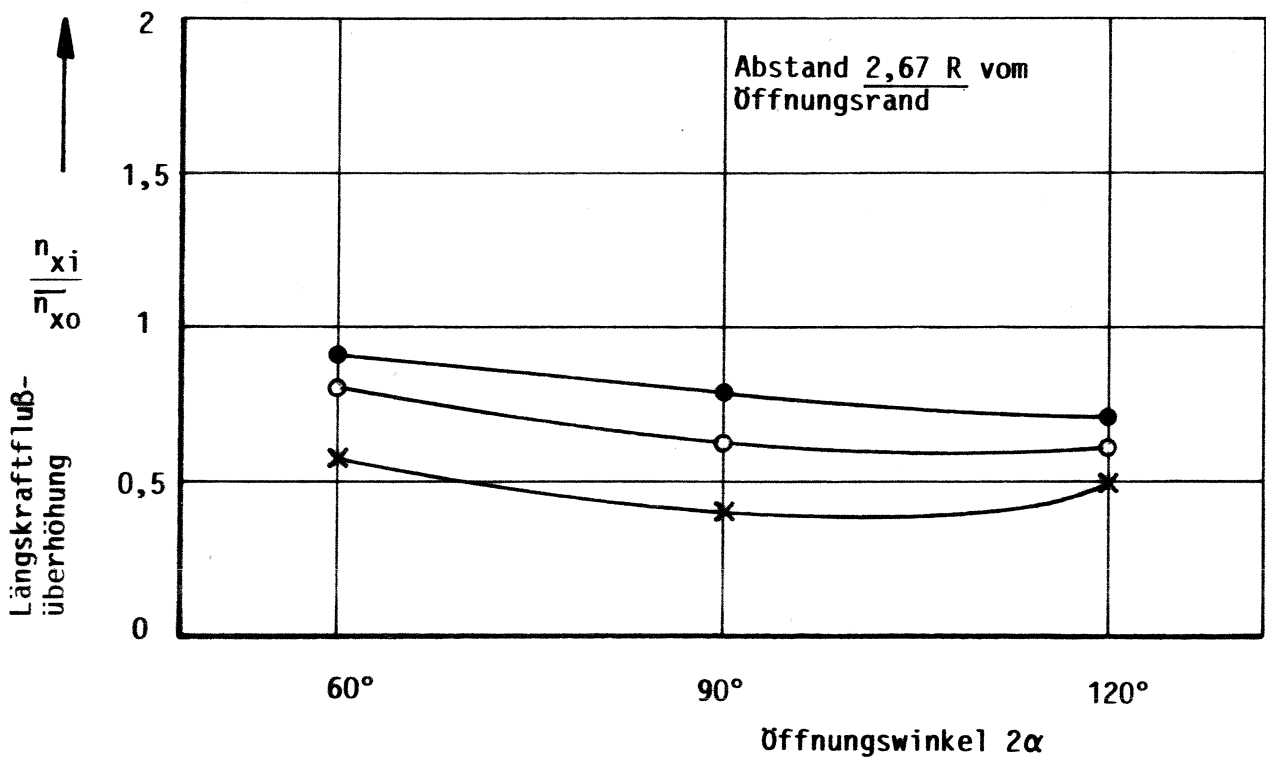
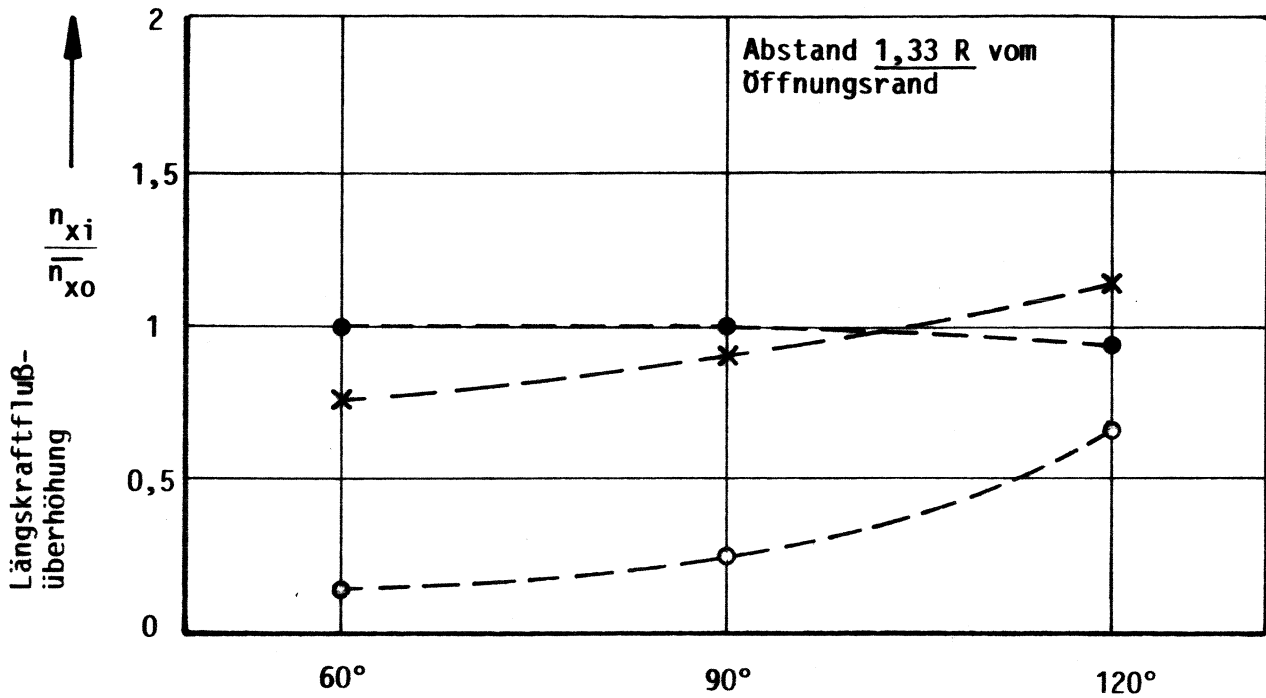
Öffnungswinkel $2\alpha$	Spante d	Stringer	Abstand vom Öffnungsrand: $\frac{cm}{f(R)}$			
			0 0	100 1,33R	200 2,67R	500 6,67R
0°	$\infty$		1,00	1,00	1,00	1,00
	100		0,738	0,78	0,909	0,607
60°	$\infty$		2,07	0,99	0,96	0,90
	100		1,44	0,77	0,69	0,66
	100	Flächen- ausgleich bis z.2.Spant	0,92	0,14	0,811	0,61
90°	$\infty$		2,45	0,97	0,78	0,86
	100		1,85	0,932	0,42	0,72
	100	Flächen- ausgleich bis z.2.Spant	1,19	0,26	0,644	0,69
120°	$\infty$		2,94	0,92	0,71	0,85
	100		2,4	1,15	0,51	0,824
	100	Flächen- ausgleich bis z.2.Spant	1,87	0,66	0,611	0,80

**Tabelle 7.17:** Längskraftflußüberhöhungen  
 Parametervariation unsymmetrische Schale mit Winddruckbe-  
 lastung nach DIN 4133  
 $R/t = 150$

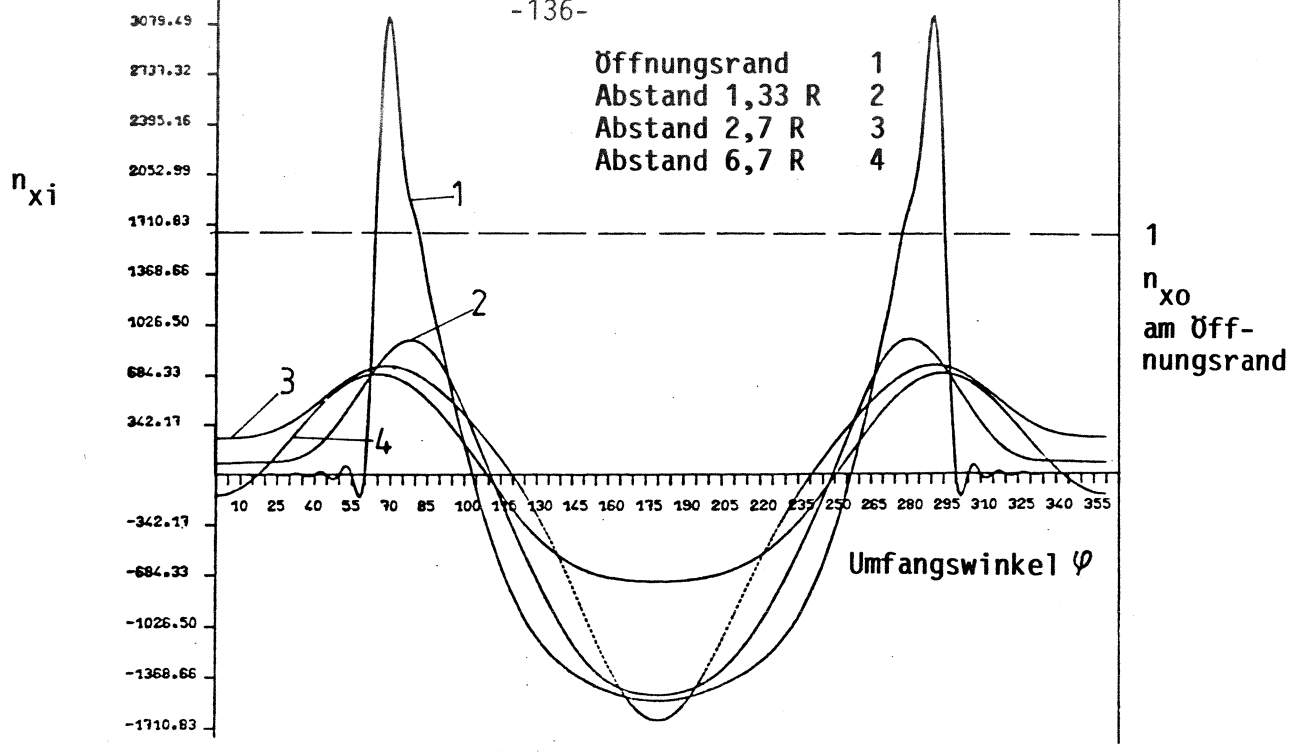


**Diagramm 7.88:** Parametervariation unsymmetrische Schale mit Winddruckbelastung nach DIN 4133  
 Längskraftflußüberhöhungen am Rand der Öffnung  
 $R/t = 150$   
 Spante:  $d = \infty/100$   
 Stringer: Flächenausgleich bis zum 2. Spant

- keine Spante, keine Stringer
- × Spante, d = 100, keine Stringer
- Spante, d = 100, Stringer:Flächen-  
ausgleich bis zum 2. Spant



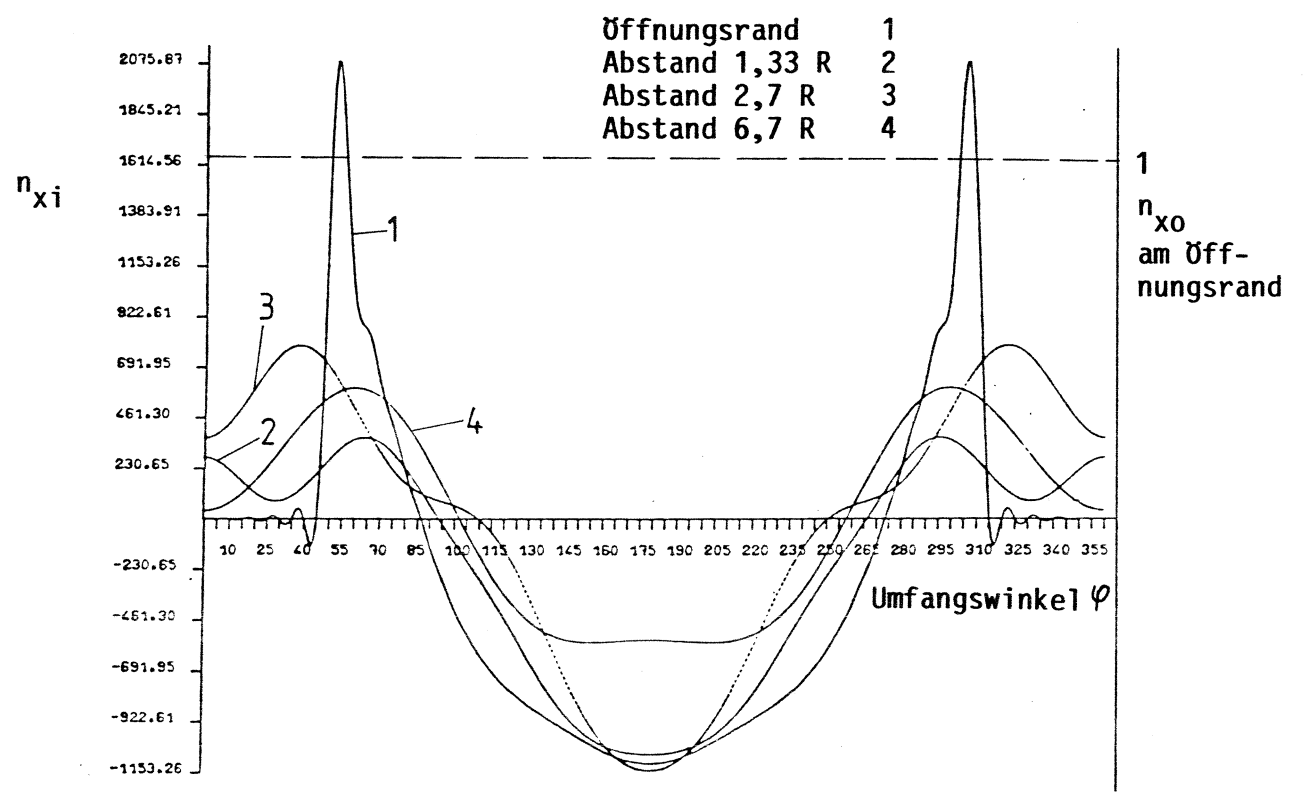
**Diagramm 7.89** : Parametervariation unsymmetrische Schale mit Winddruckbelastung nach DIN 4133  
 Längskraftüberhöhungen im Abstand 1,33 R bzw. 2,67 R vom Öffnungsrand  
 $R/t = 150$   
 Spante:  $d = \infty / 100$   
 Stringer: Flächenausgleich bis zum 2. Spant



**Diagramm 7.90 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsym. Schale  
 R/t = 150  
 2 Spante, d = 100

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Winddruck  
 Stringer: Flächenausgleich

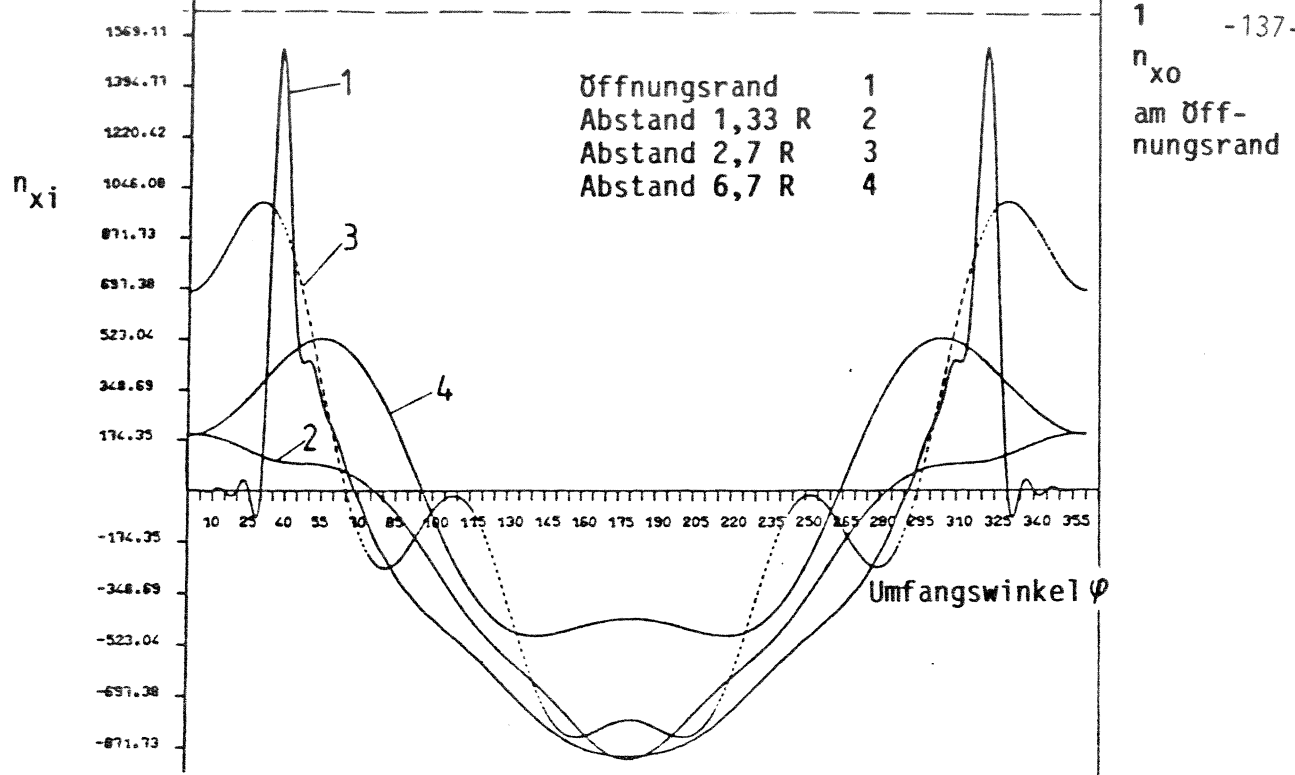


**Diagramm 7.91 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsym. Schale  
 R/t = 150  
 2 Spante, d = 100

Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$   
 Belastung: Winddruck  
 Stringer: Flächenausgleich





**Diagramm 7.92 :** Längskraftflußverteilung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsym. Schale  
 $R/t = 150$   
 2 Spante,  $d = 100$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$   
 Belastung: Winddruck  
 Stringer: Flächenausgleich

### 7.16.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Längskraftflußverteilung des ungestörten Kamins aufgrund der Ovalisierung aus der Winddrucklast nach DIN 4133 zeigt einen nichtlinearen Verlauf mit stark ansteigenden Werten im Bereich der noch nicht berücksichtigten Öffnung (Einfluß der Schalentheorie). Bei Berücksichtigung der Öffnung entstehen große Spannungsüberhöhungen nur am Öffnungsrand, die wieder durch das vollständige Versteifungsraster-Spant und Stringer- stark abgebaut werden.

**7.17      Parametervariation der unsymmetrischen Zylinderschale mit unterschiedlichem Abstand: Einspannung-Öffnungsrand**

**7.17.1    Parameter:**

**Rechteckige Öffnung, Öffnungslänge R**

**$R/t = 300$**

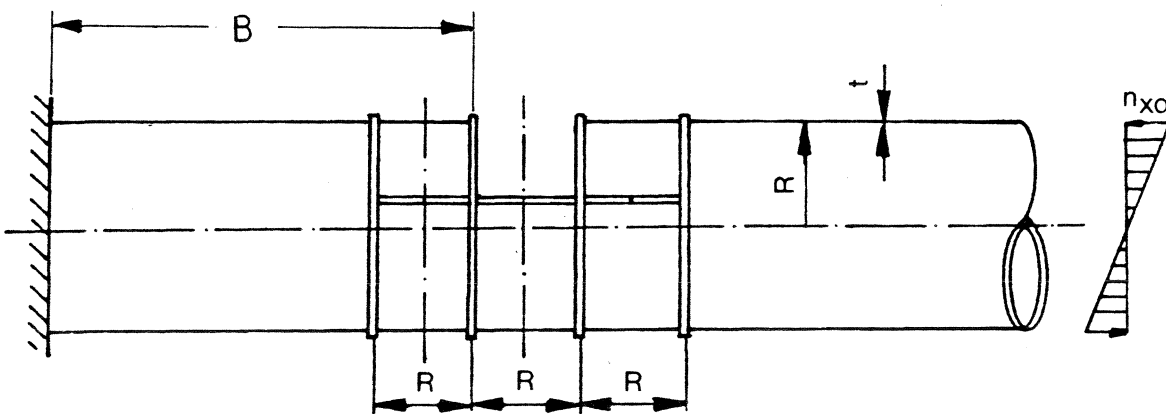
**Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$**

**Spante:  $d = 100$**

**Stringer: Flächenausgleich, 3-fach abgestuft**

**Belastung: Reines Biegemoment**

**Abstand B, (Einspannung-Öffnungsrand):  $2R/4R/8R$**



**7.17.2    Ergebnisse**

Das Ergebnis dieser Parametervariation ist aus dem Diagramm 7.93 zu erkennen: Die Kurvenzüge für die Längskraftflußüberhöhungen in den Abständen 0, R/2 und R vom Öffnungsrand -bei gleichen Öffnungswinkeln- sind bei diesen, mit dem kompletten Versteifungsraster (Spante und Stringer) ausgestatteten Zylinderschalen, praktisch nicht vom Abstand B (Einspannung-Öffnungsrand) abhängig. Die Unterschiede zwischen Abstand  $B = 2R$  und  $B = 8R$  sind nur, siehe Tabelle 7.18, in der 2. Stelle hinter dem Komma zu erkennen. Lediglich bei  $2\alpha = 90^\circ$  zeigen sich kleine Unterschiede. In den Diagrammen 7.94 und 7.95 sind die Längskraftflußüberhöhungen über dem Umfang für  $B = 2R$  und  $B = 8R$  mit jeweils  $2\alpha = 120^\circ$  für 4 Schnitte dargestellt. Auch hier ist der Unterschied in den Kurvenverläufen minimal.

Es kann also hier gesagt werden: Die Überhöhungsfaktoren sind bei komplettem Versteifungsraster nicht vom Abstand Öffnungsrand-Einspannung abhängig.

Abstand: Einspannung Öffnungsrand  $B = f(R)$	Öffnungs- winkel  $2\alpha$	Abstand vom Öffnungsrand		
		0	R/2	R
2R	60°	0,86	1,18	1,81
	90°	1,39	1,23	1,44
	120°	2,81	1,56	1,41
4R	60°	0,86	1,18	1,8
	90°	1,56	1,39	1,6
	120°	2,87	1,56	1,42
8R	60°	0,88	1,17	1,82
	90°	1,61	1,31	1,61
	120°	2,84	1,57	1,42

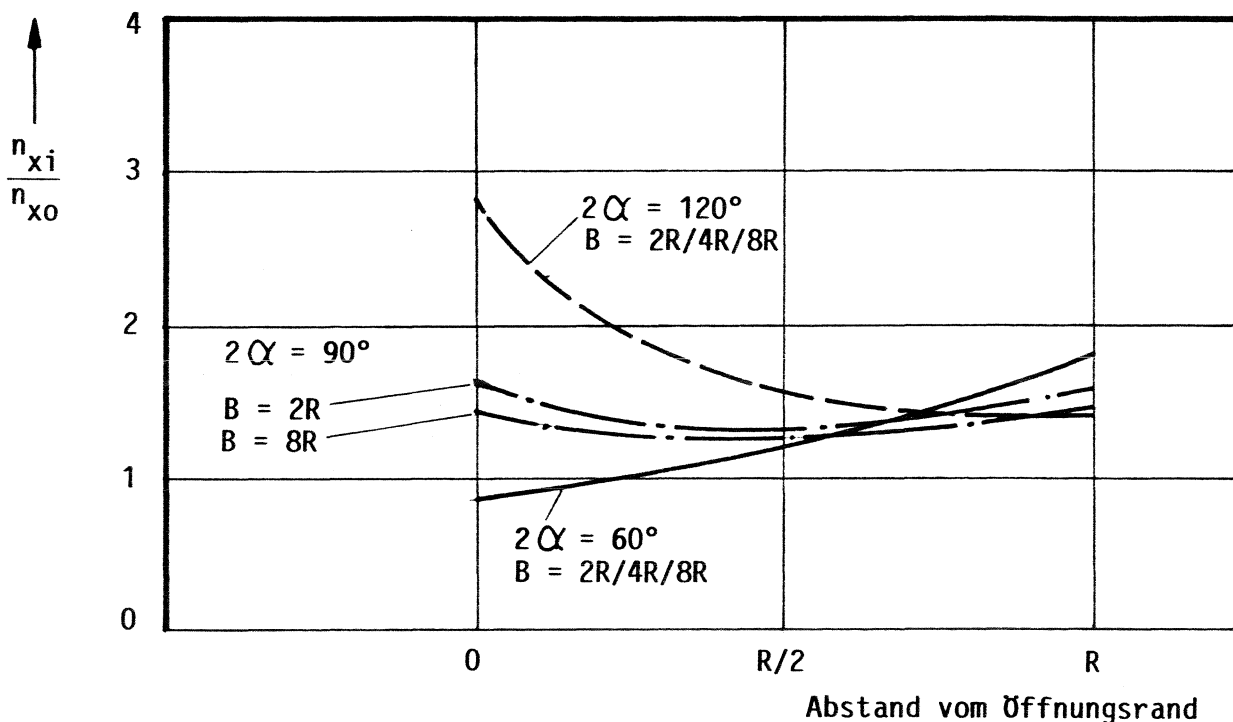
**Tabelle 7.18:** Parametervariation unsymmetrische Schale mit Variation des Abstands B: Einspannung-Öffnungsrand

Längskraftflußüberhöhungen

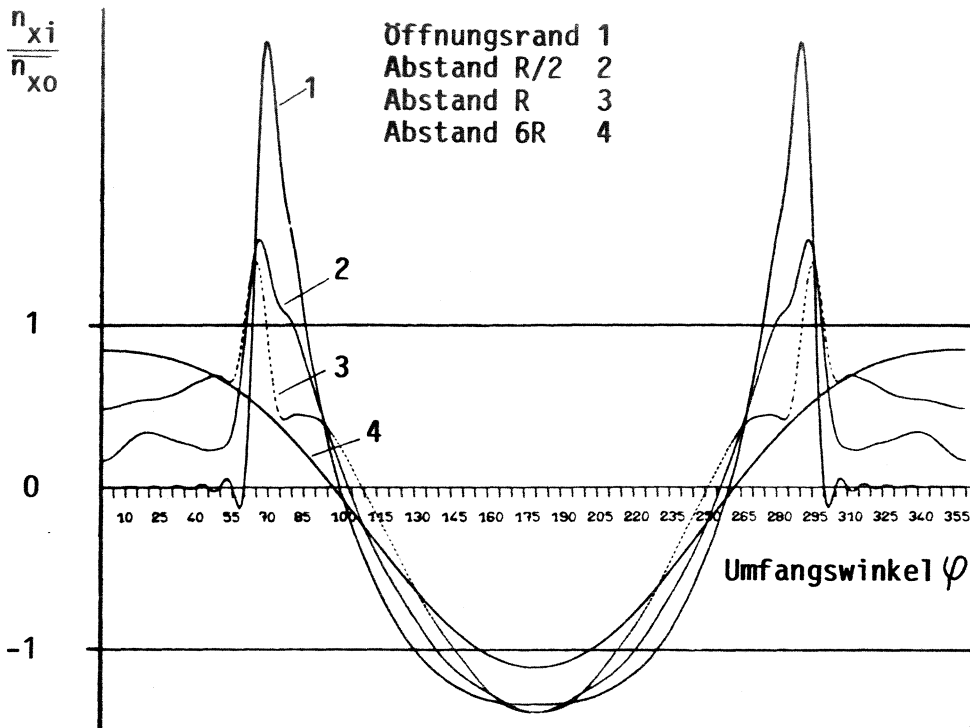
$R/t = 300$

Spante,  $d = 100$

Stringer: Flächenausgleich, 3-fach abgestuft



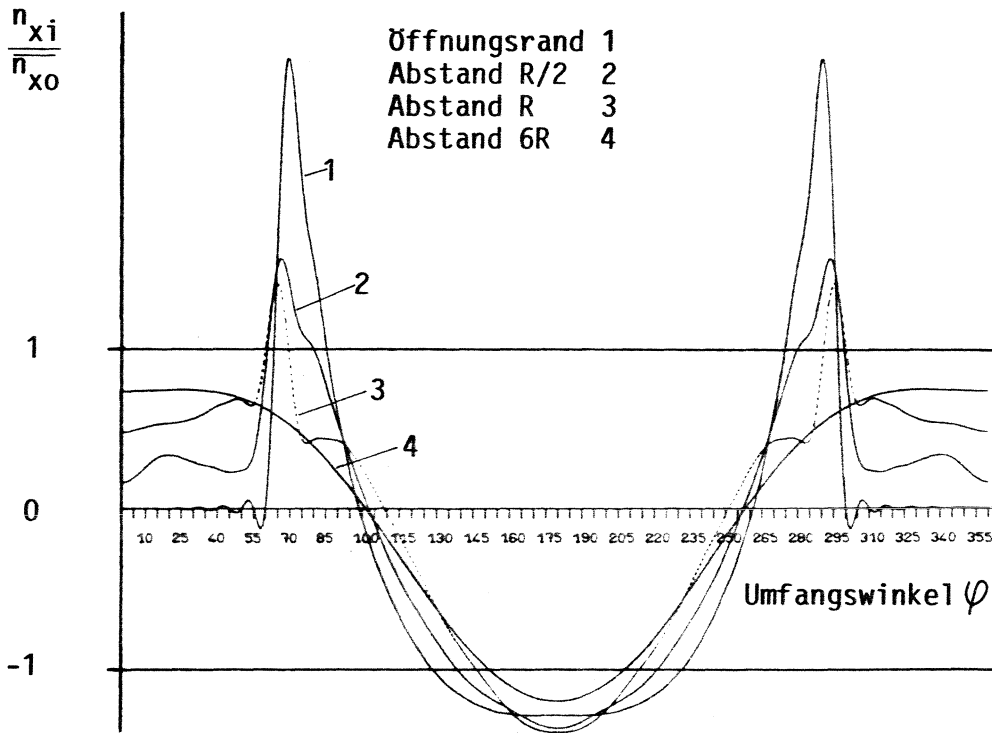
**Diagramm 7.93:** Parametervariation unsymmetrische Schale mit Variation des Abstands B;  $B = 2R/4R/8R$   
 Längskraftflußüberhöhungen für 3 axiale Schnitte  
 $R/t = 300$  Stringer: Flächenausgleich, 3-fach abgestuft  
 Spante:  $d = 100$ ,



**Diagramm 7.94:** Längskraftflußüberhöhung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsymmetrische Schale  
 $R/t = 300$   
 2 Spante,  $d = 100$   
 Stringer: Flächenausgleich, 3-fach abgestuft

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 Abstand B:  $2R$



**Diagramm 7.95:** Längskraftflußüberhöhung über dem Umfang einer durch eine rechteckige Öffnung gestörten Zylinderschale für 4 axiale Schnitte

Unsymmetrische Schale  
 $R/t = 300$   
 2 Spante,  $d = 100$   
 Stringer: Flächenausgleich, 3-fach abgestuft

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
 Belastung: Reines Biegemoment  
 Abstand B:  $8R$

### 7.17.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Bei versteiften, fußeingespannten (sog. unsymmetrischen) Zylinderschalen mit großen rechteckigen Öffnungen sind die Überhöhungsfaktoren weitgehend unabhängig vom Abstand Einspannung-Öffnungsrand und vom Verhältnis  $R/t$ . Die Überhöhungen sind vom Öffnungswinkel und von der Versteifung abhängig.

7.18 Betrachtung der Spannungsüberhöhungen auf der, von der Öffnung aus gesehen, rückwärtigen Seite der Zylinderschale ( $\varphi = 180^\circ$ )

Bei der Auswertung der Parametervariationen wurde festgestellt, daß Spannungsüberhöhungen auf der rückwärtigen Seite der Zylinderschale sowohl bei versteifter als auch bei unversteifter Ausführung auftreten. Diese Spannungsüberhöhungen liegen natürlich deutlich niedriger als die Überhöhungen im Öffnungsbereich, aber sie klingen nur sehr langsam ab. Sie sind im wesentlichen vom Öffnungswinkel, vom Verhältnis  $R/t$  und, in ganz geringem Maße, von der Art der Versteifung abhängig. Es existiert eine wesentliche Spannungsüberhöhung erst bei größeren Öffnungswinkeln. Im Diagramm 7.96 sind die Überhöhungen als Funktion des Öffnungswinkels und dem Verhältnis  $R/t$  dargestellt, (linear angenähert).

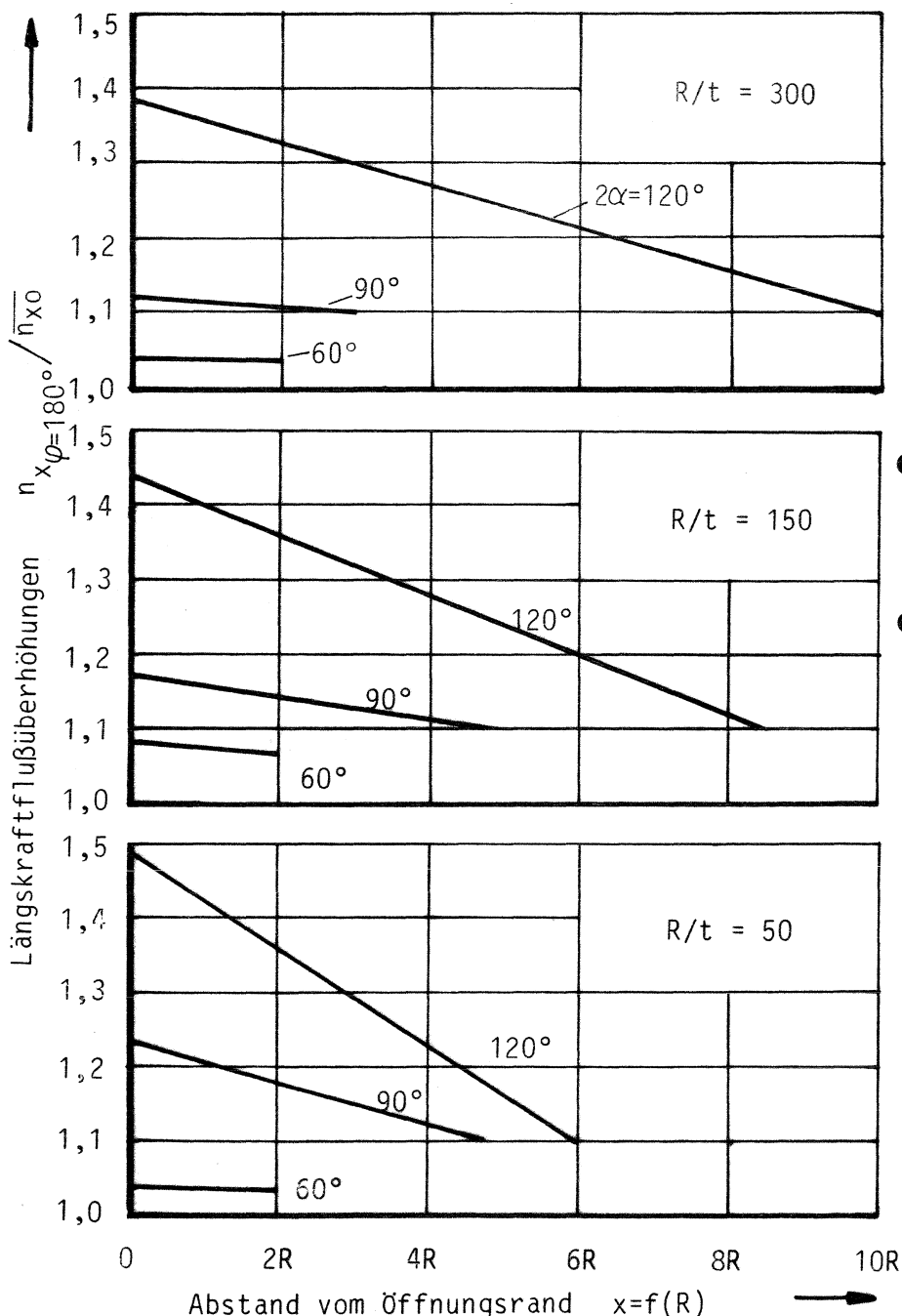


Diagramm 7.96

Längskraftflußüberhöhungen für spant- oder stringerversteifte Zylinderschalen auf der, von der Öffnung aus gesehen, rückwärtigen Seite als Funktion von  $R/t$  und dem Öffnungswinkel.  
 $n_x(\varphi = 180^\circ) / \bar{n}_{x0} = 1,1$  wird als Abklinggrenze betrachtet.

- Ein dritter Spant im Abstand  $2R$  vom Öffnungsrund würde das Abklingen bei sehr großen Öffnungswinkeln beschleunigen.
- Bei dem vollständigen Versteifungsraster (Spante + Stringer) können die angegebenen Überhöhungen um 10% abgemindert werden.

## 7.19 Zusammenfassung der Ergebnisse der Parametervariationen von Zylinderschalen mit großen Öffnungen

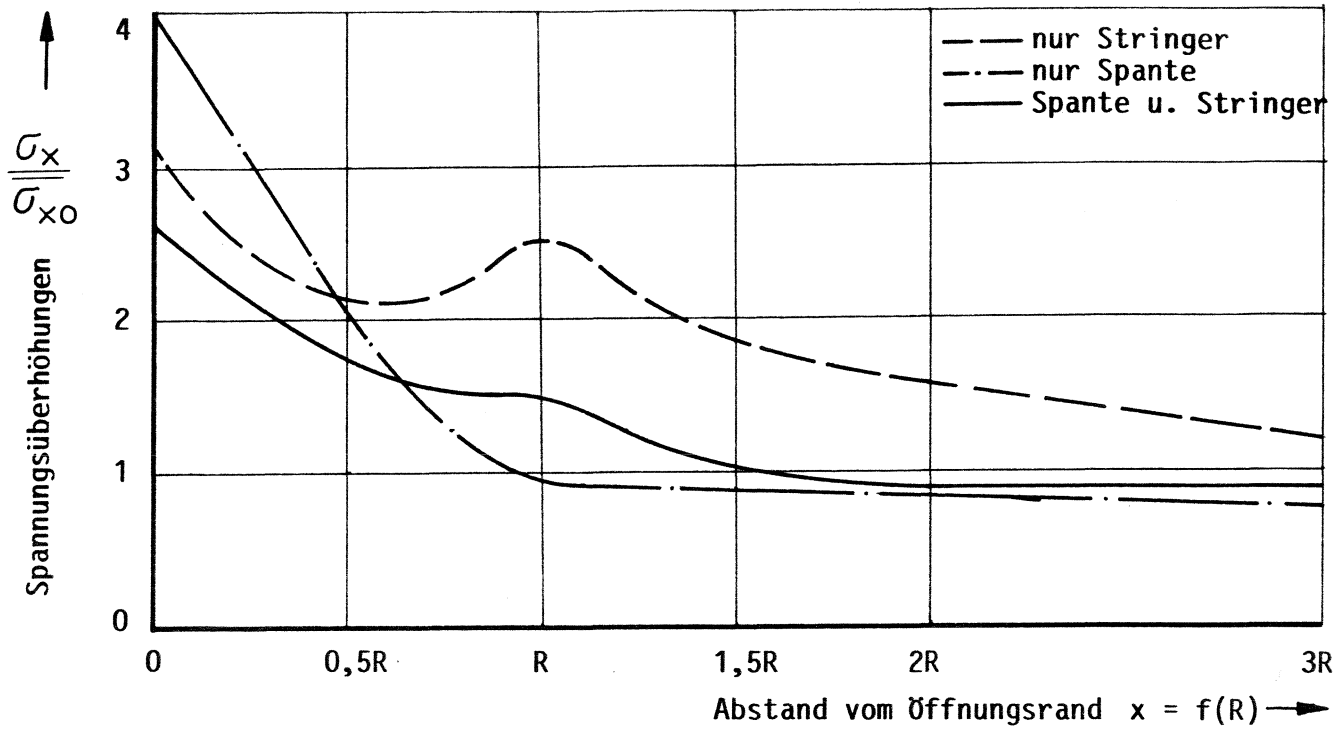
Durch die große Anzahl von Parametern ergab sich die Notwendigkeit der Aufteilung der Variation der Parameter, um die einzelnen Einflüsse getrennt voneinander erfassen zu können. Die wichtigsten erkennbaren Einflüsse sind hier thesenartig zusammengefaßt. In den Diagrammen 7.97 bis 7.99 sind die Abklingkurven von durch Öffnungen gestörten Zylinderschalen bei unterschiedlichen Versteifungen für 3 Öffnungswinkel dargestellt.

Die Schubflüsse sind an den Öffnungsrändern und in den weiteren Schritten gegenüber den Längskraftflüssen klein, siehe Lit. [23], so daß zur Erfassung der Parametereinflüsse die jeweilige Längskraftflußverteilung ausreichte.

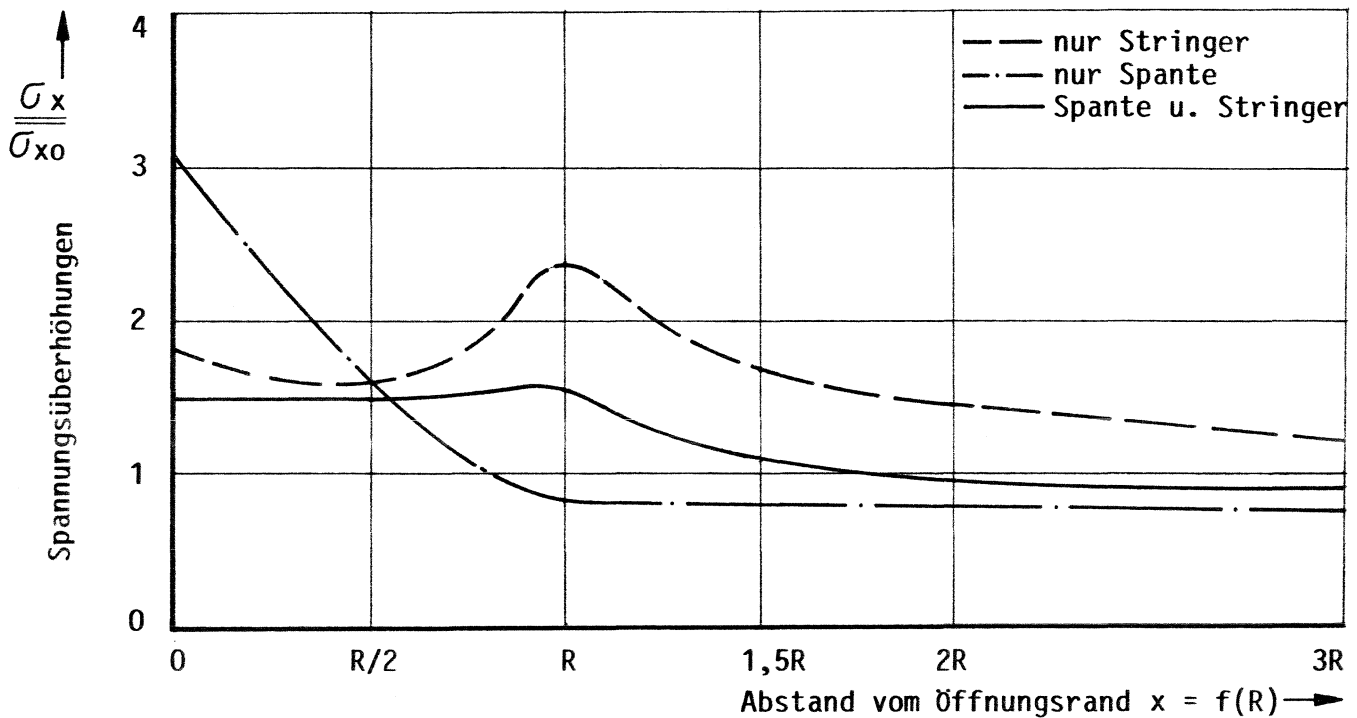
- \* Der Öffnungswinkel  $2\alpha$  bestimmt entscheidend die Größe und die Abklinglänge der Spannungsüberhöhungen.
- \* Die Länge der Öffnung hat keinen großen Einfluß auf die Höhe der Spannungen.
- \* Bei der versteiften Zylinderschale hat der Abstand zwischen der Einspannung der Zylinderschale (Fußeinspannung eines Stahlschornsteins) und dem Öffnungsrand keinerlei Einfluß auf die Spannungsüberhöhungen. (Öffnungen mit Standardraster<sup>1)</sup> versteift).
- \* Bei versteiften Zylinderschalen sind die Überhöhungen aufgrund der Öffnung weitgehend unabhängig vom Verhältnis  $R/t$ , so daß für eine einfache Bemessung auf die Abhängigkeit von  $R/t$  verzichtet werden kann.
- \* Der Einsatz nur von Spanten bewirkt den schnellsten Abbau der Spannungsüberhöhungen, jedoch werden die Spannungsüberhöhungen im direkten Öffnungsbereich kaum vermindert.

---

<sup>1)</sup> Standardraster: 4 Spante,  $d = 100$  und/oder Stringer, die in der Dehnsteifigkeit die ausgesparte Fläche ersetzen, siehe Parametervariationen 7.14, für  $d$  (Wignot-Faktor) siehe Seite 28.

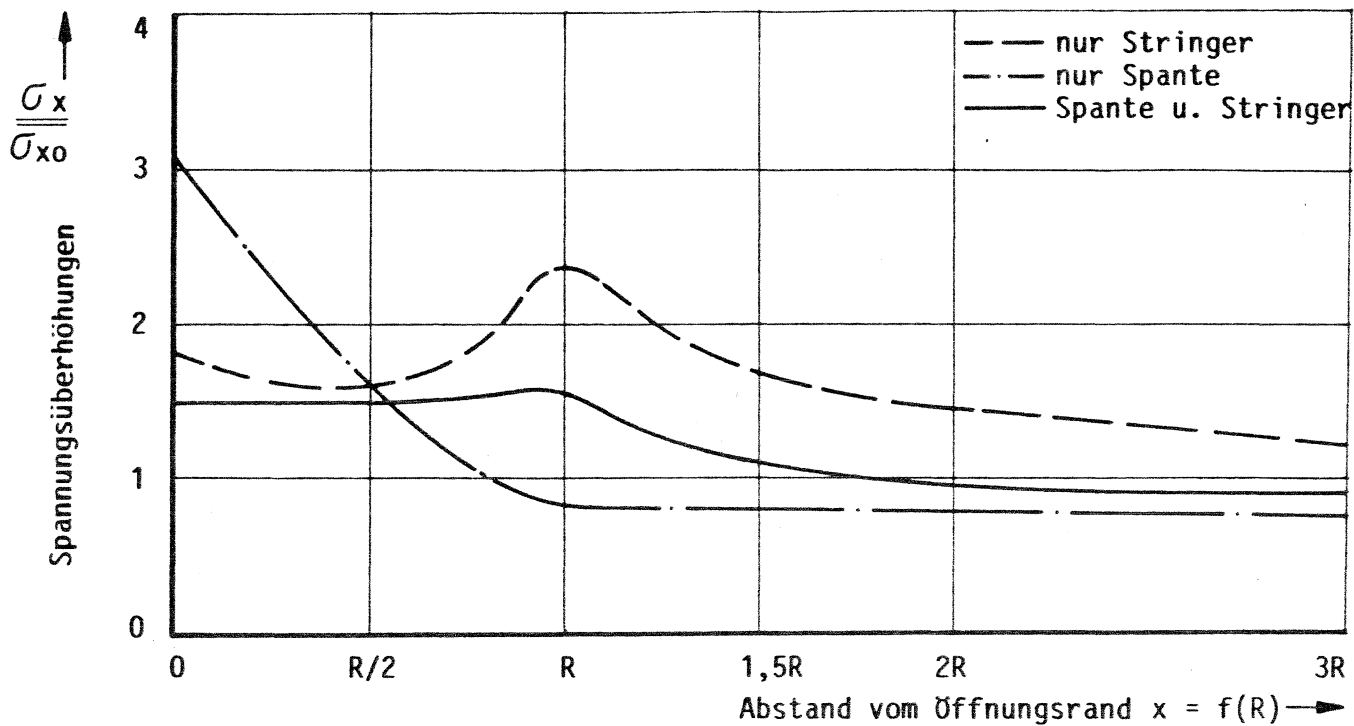


**Diagramm 7.97:** Abklingkurven der Spannungsüberhöhungen  
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$

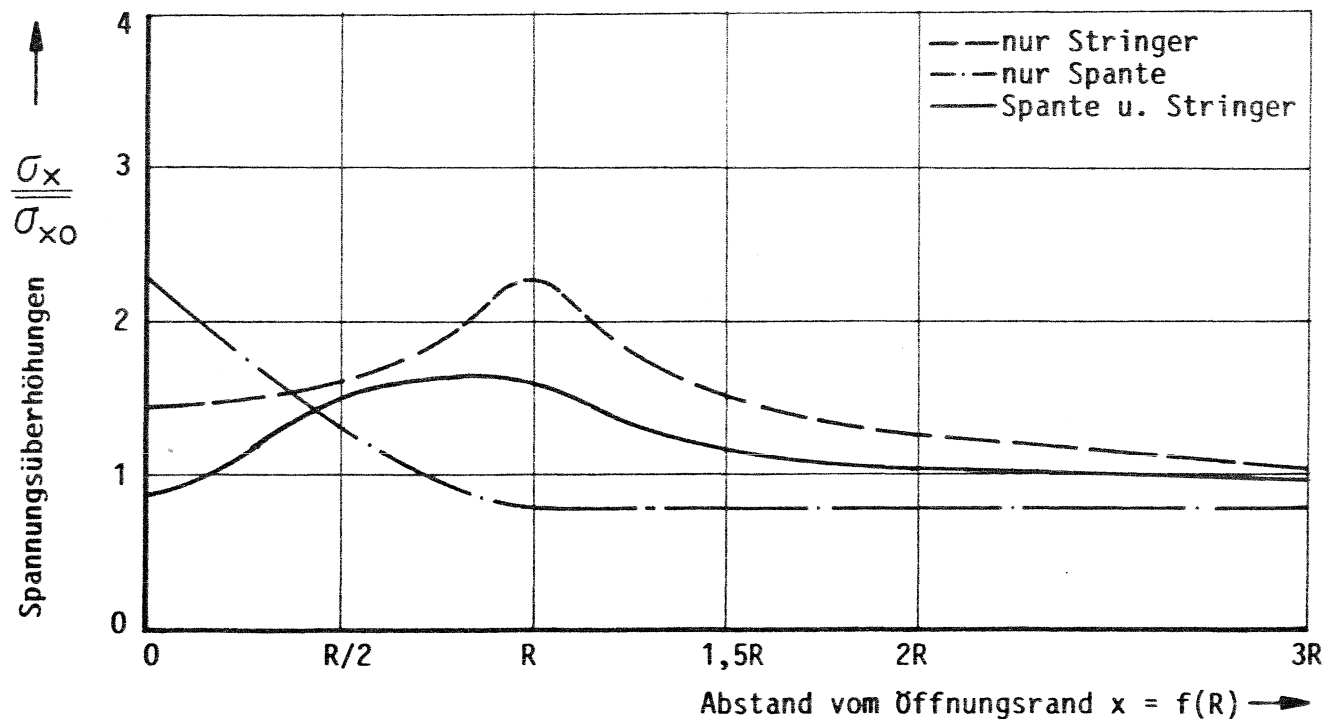


**Diagramm 7.98:** Abklingkurven der Spannungsüberhöhungen  
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$





**Diagramm 7.98:** Abklingkurven der Spannungsüberhöhungen  
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$



**Diagramm 7.99:** Abklingkurven der Spannungsüberhöhungen  
 Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$

**8. Bemessung von durch große rechteckige Öffnungen gestörten Zylinderschalen, (Stahlschornsteinen). Die Schale ist im gestörten Bereich durch Stringer und/oder Spanten versteift, der ausgeschnittene Lochrand ist jedoch auch im zweiten Fall gegen Knicken gestützt**

In diesem Abschnitt wird eine Bemessungsmethode für durch große rechteckige Öffnungen gestörte Zylinderschalen vorgeschlagen. Die Spannungen aufgrund der Öffnung sind elastisch gerechnet worden und werden, wie in der DAST 013 vorgeschrieben, als Grundlage für den Vergleich mit der Traglast herangezogen. Die Überhöhungsfaktoren für die einzelnen Schnitte sind immer auf den Scheitelwert ( $\sigma_{x\max}$ ) der Balkenbiegetheorie bezogen. Im übrigen wird diese Näherungsmethode als Ersatz für die genaue Berechnung angesehen.

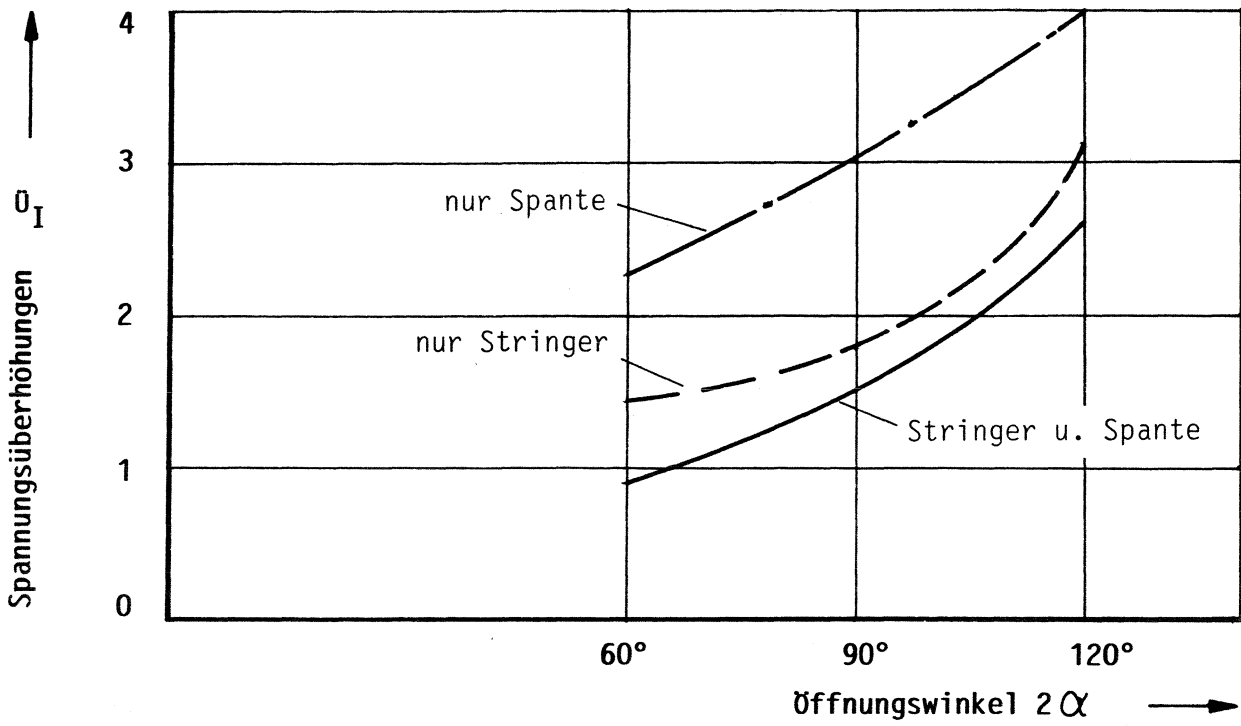
Wie in den Parametervariationen aus 7.1 bis 7.17 zu erkennen ist, sind die Überhöhungsfaktoren bei, wie unten angegeben, versteiften Zylinderschalen weitgehend von  $R/t$ , vom Abstand zwischen Einspannung der Zylinderschale und Öffnungsrand und von der Länge der Öffnung unabhängig. Somit können einfache, nur von den unterschiedlichen Versteifungen und vom Öffnungswinkel abhängige Diagramme für die 3 betrachteten axialen Schnitte angegeben werden, siehe Diagramm 8.1.

Als Ringversteifung werden insgesamt 4 Spante, ein Spant an jedem Öffnungsrand und ein Spant jeweils im Abstand  $R$  vom Öffnungsrand mit dem Wignotfaktor  $d = 100$  vorgeschlagen, da sich zeigte, siehe Parametervariation 7.3, daß vor allem diese steifen Spante den Spannungsspitzenabbau ermöglichen. Außerdem stellen sie auch gegen das Schalenbeulen eine wirksame Versteifung dar.

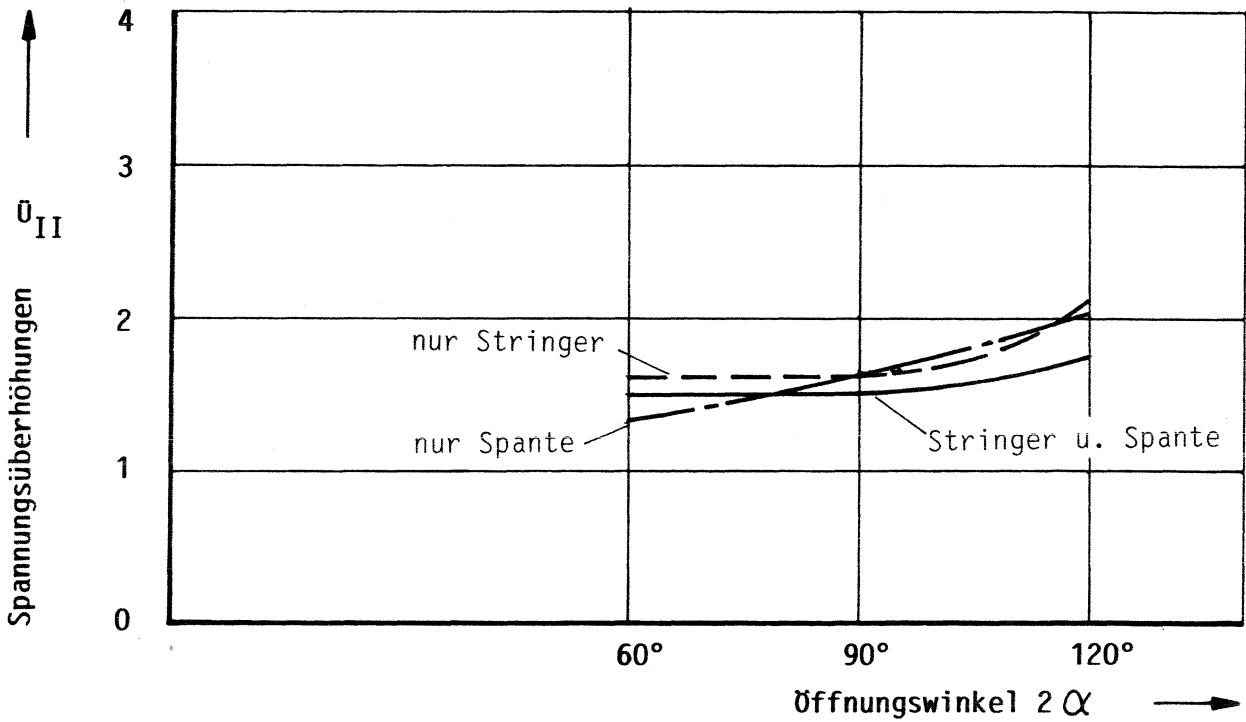
Die Querschnitte der beiden Längsversteifungen (Stringer) sollten im Öffnungsbereich zusammen den fehlenden Schalenquerschnitt ersetzen (Fläche  $A_1$  je Stringer), und bis zum 2. Spant (Abstand  $R$  vom Öffnungsrand) bis auf etwa  $1/4$  des Querschnitts  $A_1$  abgestuft werden (in der Praxis auch kontinuierlich abgestuft).

Wir gehen davon aus, daß Schalenbeulen weder außerhalb noch innerhalb des Versteifungsrasters zulässig ist. Die Längssteifen müssen zwischen den Spanten auf örtliches Beulen und Knicken berechnet werden.

Für die Berechnung der Schnittlasten wurde, wie bereits erwähnt, der ungestörte Schornstein als Biegebalken betrachtet und die Überhöhungsfaktoren auf diese Balkenspannungen bezogen. (Bei Berechnung des Schornsteins als Schale, müssen die Balkenbiegespannungen mit Schalenfaktoren, für die Zugseite  $\mu_z$  und für die Druckseite  $\mu_D$ , multipliziert werden. In 8.3 ist als Zusatz zu dem Bemessungsvorschlag diese Schalenberechnung erläutert).



**Diagramm 8.1.1:** Abstand 0 vom Öffnungsrand = Schnitt I im Bemessungsvorschlag



**Diagramm 8.1.2:** Abstand  $R/2$  vom Öffnungsrand = Schnitt II im Bemessungsvorschlag

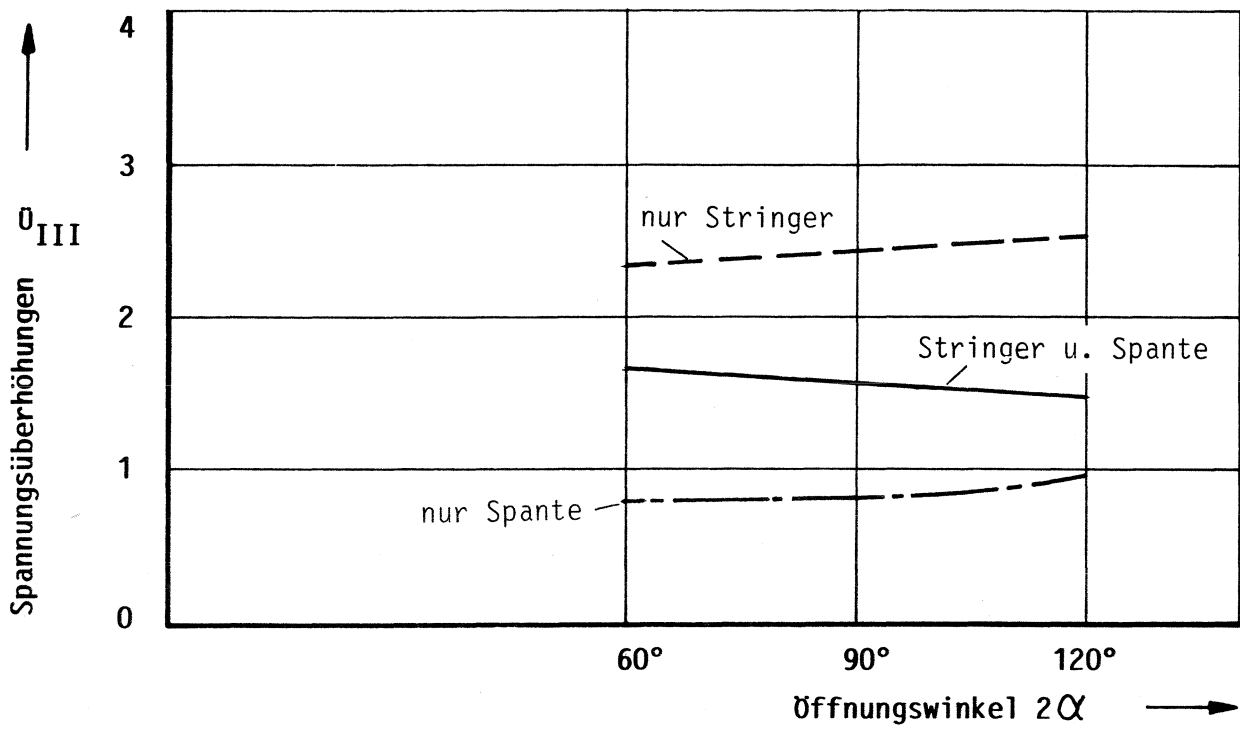


Diagramm 8.1.3: Abstand R vom Öffnungsrand = Schnitt III im Bemessungsvorschlag

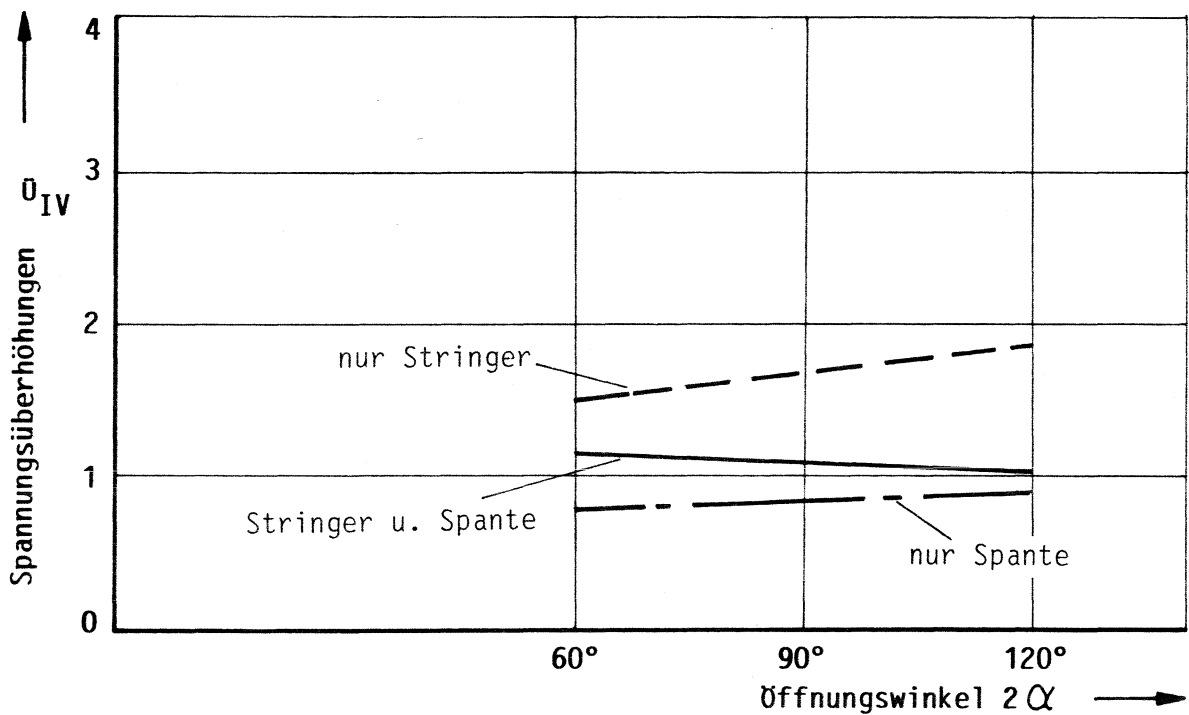


Diagramm 8.1.4: Abstand  $1,5R$  vom Öffnungsrand = Schnitt IV

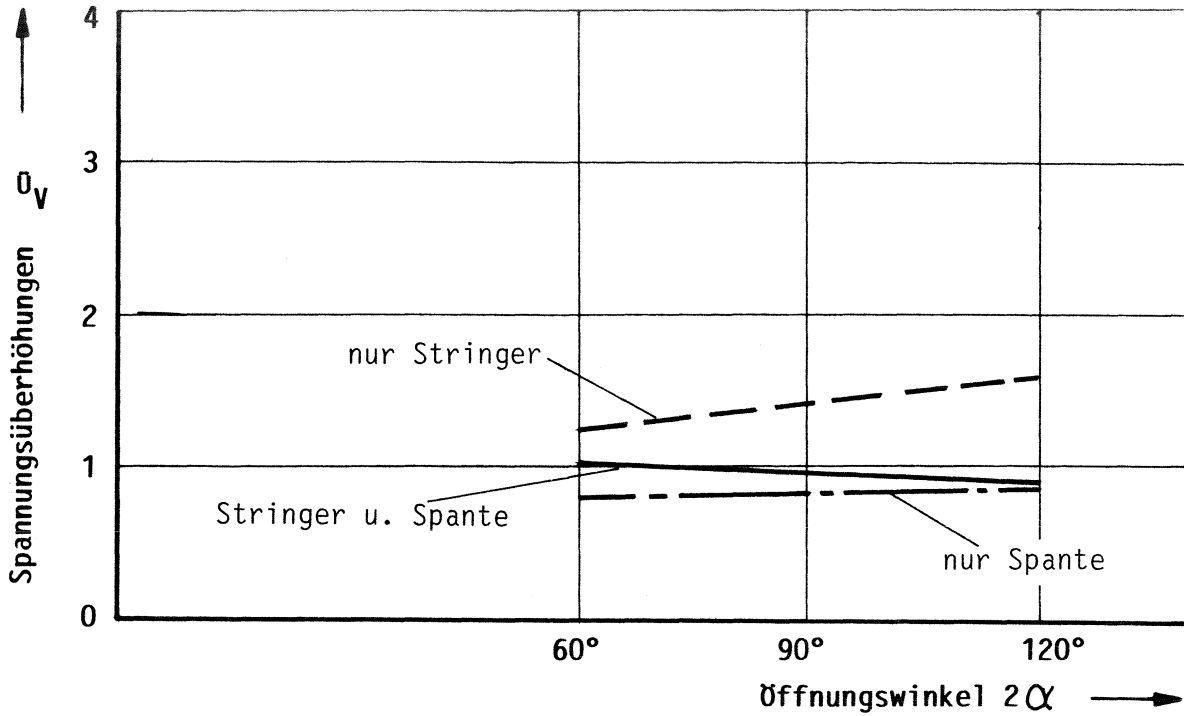


Diagramm 8.1.5: Abstand  $2R$  vom Öffnungsrand = Schnitt V

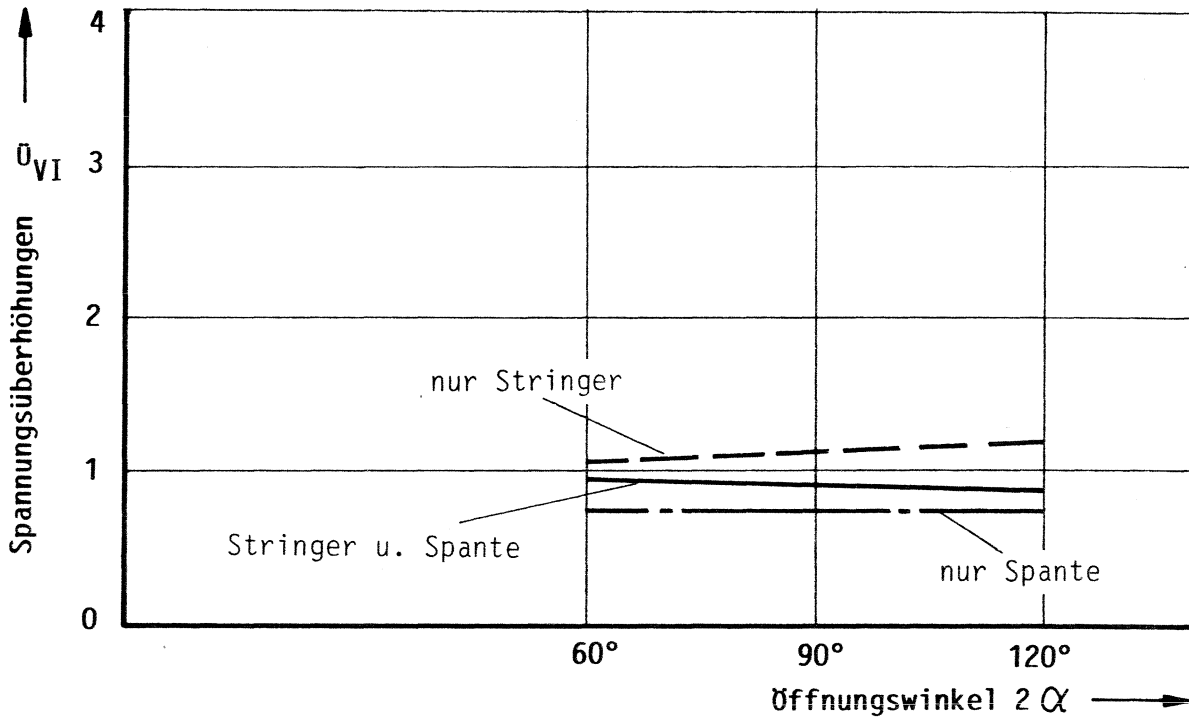


Diagramm 8.1.6: Abstand  $3R$  vom Öffnungsrand = Schnitt VI

**Diagramm 8.1:**

Spannungserhöhungen für durch große rechteckige Öffnungen gestörte Zylinderschalen, bei unterschiedlichen Versteifungen

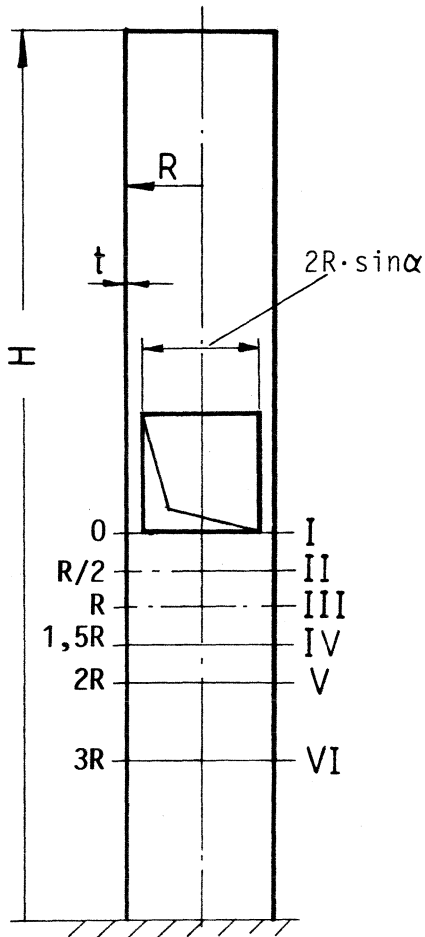
**Spante:**  $d = 100$  (siehe Tabelle 7.1)

**Stringer:** Flächenausgleich im Öffnungsbereich – Fläche  $A_1$ .  
Stringerfläche bis zum Abstand  $R$  vom Öffnungsrand auf  $A_1/4$  abgestuft.

Die Spannungserhöhungen sind bei versteifter Version von  $R/t$  und vom Abstand: Öffnung-Ein-  
spannung der Schale, unabhängig

## 8.1 Bemessungsablauf (Vorschlag)

### 8.1.1 Stahlschornsteinparameter



$R$  = Radius [cm]

$t$  = Wanddicke im Öffnungsbereich [cm]

$2\alpha$  = Öffnungswinkel [°]

$H$  = Höhe des Schornsteins [cm]

$E$  = E-Modul [N/cm<sup>2</sup>]

$\sigma_F$  = Fließgrenze [N/cm<sup>2</sup>]

$W_0$  = Widerstandsmoment der ungestörten Zylinderschale (ohne Versteifungen) [cm<sup>3</sup>]

$A_0$  = Fläche der ungestörten Zylinderschale (ohne Versteifungen) [cm<sup>2</sup>]

### 8.1.2 Schnittlasten des wie ein Biegebalken betrachteten Stahlschornsteins

$M_i, N_i$  ( $i = I, \text{ bis VI}$ )

Momente und Längskräfte aus den äußeren Lasten nach DIN 4133, für die betrachteten Schnitte:

I Öffnungsrand (Abstand 0)

II Abstand  $R/2$  vom Öffnungsrand

III Abstand  $R$  vom Öffnungsrand

IV Abstand  $1,5R$  vom Öffnungsrand

V Abstand  $2R$  vom Öffnungsrand

VI Abstand  $3R$  vom Öffnungsrand

Es ist jeweils die Seite (oberhalb oder unterhalb der Öffnung) zu betrachten, die die größten Schnittlasten ergibt, oder aber der Nachweis (z.B. bei unterschiedlichen Wandstärken) ist für beide Seiten durchzuführen.

$$\sigma_{iD} = -\frac{M_i}{W_0} - \frac{N_i}{A_0} \quad \text{Längsspannungen auf der Druckseite [N/cm}^2\text{]}$$

$$\sigma_{iZ} = \frac{M_i}{W_0} - \frac{N_i}{A_0} \quad \text{Längsspannungen auf der Zugseite}$$

### 8.1.3 Berücksichtigung der Überhöhungsfaktoren aufgrund der rechteckigen Öffnung nach Diagramm 8.1, (Funktion der Versteifung bzw. des Öffnungswinkels), Berechnung der maximalen Spannungen

$$\sigma_{\text{vorh. iD}} = \bar{u}_i \cdot \sigma_{iD} \quad [\text{N/cm}^2] \text{ Druckbereich}$$

$$\sigma_{\text{vorh. iZ}} = \bar{u}_i \cdot \sigma_{iZ} \quad [\text{N/cm}^2] \text{ Zugbereich}$$

Bei unterschiedlichen Wandstärken im Bereich der Öffnung müssen die nachfolgenden Berechnungen für alle 6 Schnitte durchgeführt werden, bei einer Wandstärke  $t_0$  wird nur mit dem größten Spannungswert weitergerechnet. Dieser Weg ist hier aufgezeigt.

$$\sigma_{D\text{max.}} = \text{Maximum aus } \sigma_{\text{vorh. ID}}, \text{ bis } \sigma_{\text{vorh. VID}}$$

$$\sigma_{Z\text{max.}} = \text{Maximum aus } \sigma_{\text{vorh. IZ}}, \text{ bis } \sigma_{\text{vorh. VIZ}}$$

Bei sehr großen Öffnungswinkeln ist auch die von der Öffnung abgewandte Seite zu untersuchen, mit  $\bar{u} = n_{\varphi=180^\circ} / \bar{n}_{\varphi=0^\circ}$ , siehe 7.18.

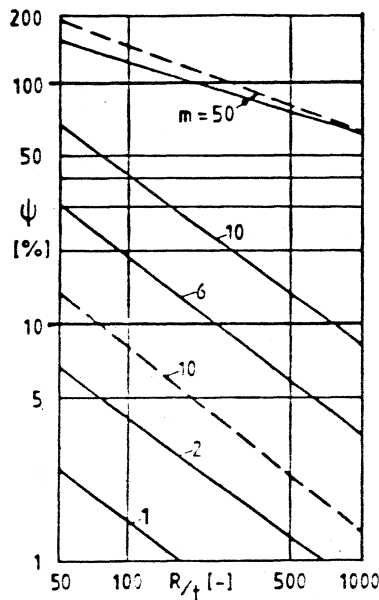
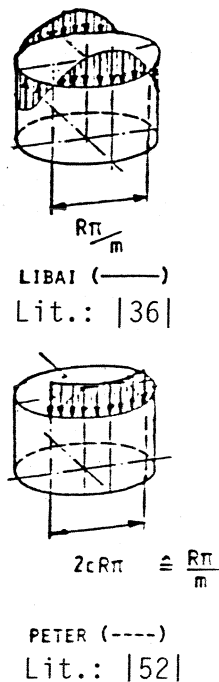
### 8.1.4 Ermittlung der abgeminderten Beulspannung nach DAST 013

$$\sigma_e = \alpha_B \cdot \chi_K \cdot 0,605 \cdot E \cdot \frac{t}{R} \quad [\text{N/cm}^2]$$

$$\alpha_B = 1,2 \alpha \quad , \quad \alpha = \frac{0,52}{\sqrt{1 + \frac{R}{100 t}}}$$



- Der Faktor 1,2 berücksichtigt die bei Biegebeanspruchung geringere Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens von Imperfektion und Spannungsspitze.
- $\chi_k$ , siehe Diagramm 8.2, berücksichtigt die in Lit.: [36], [52] ermittelte Anhebung der theoretischen Beulspannung bei ungleichförmiger Spannungsverteilung. Dieser Faktor ist in der DAST 013 nicht enthalten.



$$\psi = \frac{\chi_k - 1}{\chi_k} 100, \quad \chi_k = \frac{1}{1 - \frac{\psi}{100}}$$

$\chi_k$  ist in die Berechnung der theoretischen Beulspannung miteinzubeziehen.

$$\sigma_{ki} = \chi_k \cdot 0,605 \cdot E \cdot \frac{t}{R}$$

Diagramm 8.2: Berücksichtigung der ungleichförmigen Spannungsverteilung bei der Berechnung der theoretischen Beulspannung von Zylinderschalen unter axialem Druck, nach Lit.: [36], [52].

### 8.1.5 Ermittlung der Tragspannung nach DAST 013

$$\sigma_u = \sigma_e \quad \text{Tragspannung im elastischen Bereich}$$

$$\sigma_u = \sigma_F [1 + 0,434(0,20 - \sqrt{\sigma_F / \sigma_e})] \quad \text{Tragspannung im plastischen Bereich}$$

$$\text{wenn } \sigma_e > 0,4 \cdot \sigma_F$$

### 8.1.6 Vergleich der Tragspannung mit der maximalen Druckspannung unter Berücksichtigung eines Sicherheitsbeiwertes

$$\sigma_u \geq \sigma_{Dmax} \cdot \gamma \quad \gamma = 1,5 (\text{Hauptlasten, siehe DAST 013})$$

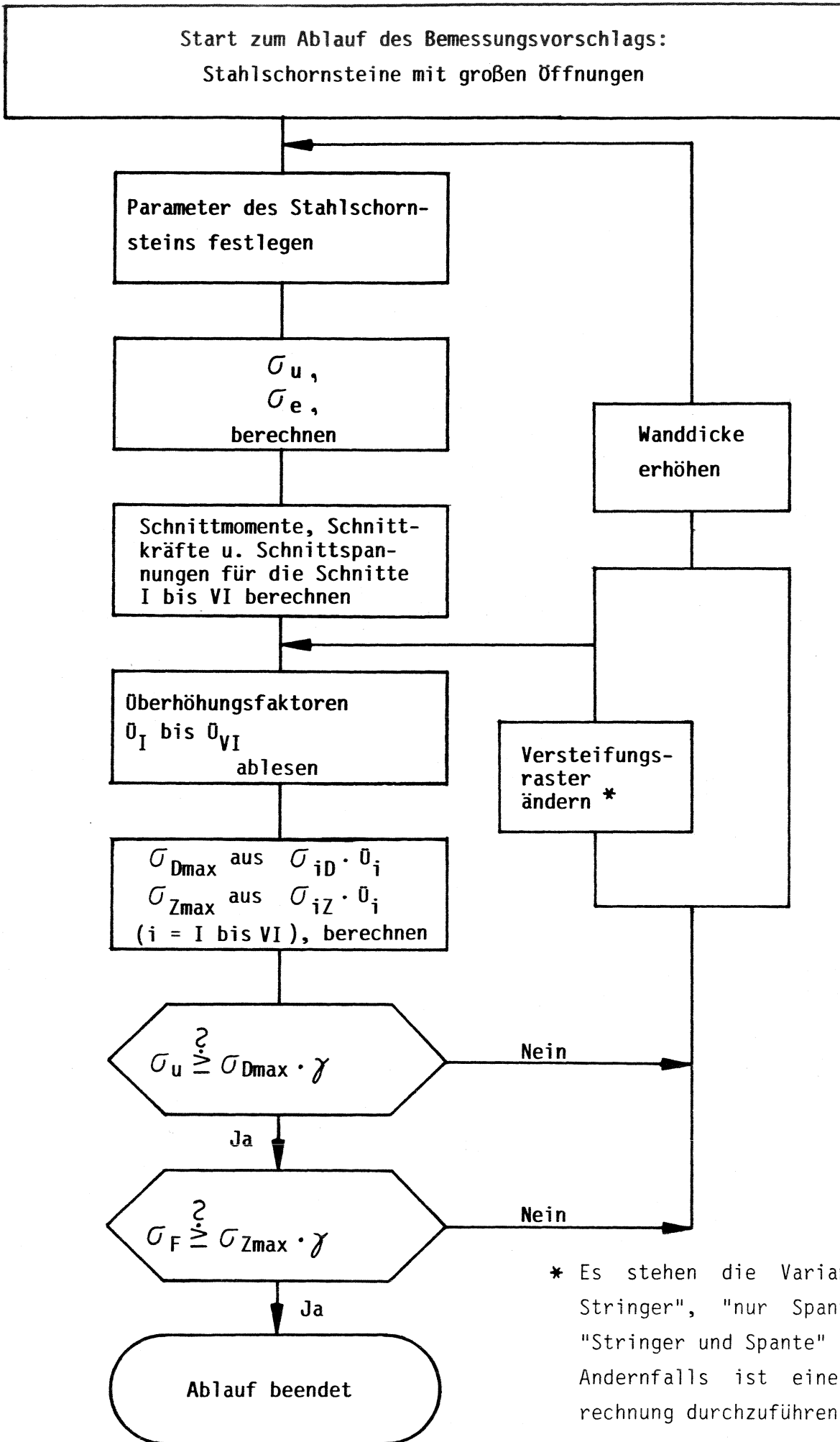
Bei Nichterfüllung dieser Bedingung muß die Wandstärke vergrößert werden oder das Versteifungsraster geändert werden, (z.B. von Stringer-Versteift auf Spant-Stringer-Versteift)

### 8.1.7 Kontrolle der Zugspannungsseite

$$\sigma_F \geq \sigma_{Zmax} \cdot \gamma$$

Bei Nichterfüllung muß ebenfalls, siehe 8.1.6, die Wandstärke und/oder das Versteifungsraster geändert werden.

Die herkömmliche Bemessung ist bis hier abgeschlossen.



\* Es stehen die Varianten: "nur Stringer", "nur Spante" bzw. "Stringer und Spante" zur Verfügung. Andernfalls ist eine Schalenberechnung durchzuführen.

## 8.2 Berechnungsbeispiele für die Bemessung eines Stahlschornsteins mit großer rechteckiger Öffnung

Anhand eines Formblattes wird an einem realen Stahlschornstein die Bemessung nach dem in 8.1 beschriebenen Vorschlag vorgenommen.

In 8.2.1 bis 8.2.4 werden die Überhöhungsfaktoren  $\bar{U}_i$  für die Schnitte  $i = I$  bis VI berücksichtigt. Für jeden Schnitt werden die elastisch gerechneten Überhöhungsfaktoren in voller Höhe berücksichtigt.

### 8.2.1 Stringer versteifter Stahlschornstein

Parameter siehe 8.1.1	R	95	[cm]					
	t	0,8	[cm]					
	2α	120	[°]					
	H	4000	[cm]					
	E-Modul	2,1 · 10 <sup>7</sup>	[N/cm <sup>2</sup> ]					
	σ <sub>F</sub>	2,4 · 10 <sup>4</sup>	[N/cm <sup>2</sup> ]					
	W	227 · 10 <sup>4</sup>	[cm <sup>3</sup> ]					
	A	477,5	[cm <sup>2</sup> ]					
Schnittlasten siehe 8.1.2 [ M in Ncm N in N σ in N/cm <sup>2</sup> ]	M <sub>I</sub>	1,1 · 10 <sup>8</sup>	N <sub>I</sub>	9,5 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>ID</sub>	5,1 · 10 <sup>3</sup>	σ <sub>IZ</sub>	4,7 · 10 <sup>3</sup>
	M <sub>II</sub>	1,15 · 10 <sup>8</sup>	N <sub>II</sub>	9,7 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IID</sub>	5,3 · 10 <sup>3</sup>	σ <sub>IIZ</sub>	4,8 · 10 <sup>3</sup>
	M <sub>III</sub>	1,18 · 10 <sup>8</sup>	N <sub>III</sub>	9,9 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IID</sub>	5,4 · 10 <sup>3</sup>	σ <sub>IIIZ</sub>	5,0 · 10 <sup>3</sup>
	M <sub>IV</sub>	1,22 · 10 <sup>8</sup>	N <sub>IV</sub>	10,1 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IVD</sub>	5,6 · 10 <sup>3</sup>	σ <sub>IVZ</sub>	5,2 · 10 <sup>3</sup>
	M <sub>V</sub>	1,25 · 10 <sup>8</sup>	N <sub>V</sub>	10,3 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>VD</sub>	5,7 · 10 <sup>3</sup>	σ <sub>VZ</sub>	5,3 · 10 <sup>3</sup>
	M <sub>VI</sub>	1,3 · 10 <sup>8</sup>	N <sub>VI</sub>	10,7 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>VID</sub>	6,1 · 10 <sup>3</sup>	σ <sub>VIZ</sub>	5,6 · 10 <sup>3</sup>
Berücksichtigung der Überhöhungsfaktoren, Berechnung der max. Spannungen siehe 8.1.3 [ σ in N/cm <sup>2</sup> ]	Ü <sub>I</sub>	3,1	σ <sub>ID</sub> · Ü <sub>I</sub>	1,57 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IZ</sub> · Ü <sub>I</sub>	1,45 · 10 <sup>4</sup>		
	Ü <sub>II</sub>	2,1	σ <sub>IID</sub> · Ü <sub>II</sub>	1,1 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IIZ</sub> · Ü <sub>II</sub>	1,0 · 10 <sup>4</sup>		
	Ü <sub>III</sub>	2,5	σ <sub>IID</sub> · Ü <sub>III</sub>	1,35 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IIIZ</sub> · Ü <sub>III</sub>	1,25 · 10 <sup>4</sup>		
	Ü <sub>IV</sub>	1,85	σ <sub>IVD</sub> · Ü <sub>IV</sub>	1,04 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IVZ</sub> · Ü <sub>IV</sub>	996 · 10 <sup>4</sup>		
	Ü <sub>V</sub>	1,6	σ <sub>VD</sub> · Ü <sub>V</sub>	991 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>VZ</sub> · Ü <sub>V</sub>	985 · 10 <sup>4</sup>		
	Ü <sub>VI</sub>	1,2	σ <sub>VID</sub> · Ü <sub>VI</sub>	973 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>VIZ</sub> · Ü <sub>VI</sub>	97 · 10 <sup>4</sup>		
	σ <sub>Dmax</sub>	1,57 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>Zmax</sub>	1,45 · 10 <sup>4</sup>				
Ermittlung der abgeminderten Beul- spannung, siehe 8.1.4	α <sub>B</sub>	1,2 α						
	χ <sub>k</sub>	1,1						
	σ <sub>e</sub>	4,97 · 10 <sup>4</sup>	[N/cm <sup>2</sup> ]					
Ermittlung der Trag- spannung, siehe 8.1.5	σ <sub>u</sub>	σ <sub>u</sub> = σ <sub>e</sub> , wenn σ <sub>e</sub> ≤ 0,4 σ <sub>F</sub>	1,88 · 10 <sup>4</sup>					
	[N/cm <sup>2</sup> ]	σ <sub>u</sub> = σ <sub>F</sub> [1 + 0,434 (0,20 - √(σ <sub>F</sub> / σ <sub>e</sub> ))] · σ <sub>e</sub>						
Vergleich: Druckseite siehe 8.1.6	γ	1,5	σ <sub>Dmax</sub> · γ	2,35 · 10 <sup>4</sup>				
	σ <sub>u</sub> ≥ σ <sub>Dmax</sub> · γ	Nein						
Vergleich: Zugseite siehe 8.1.7	γ	1,5	σ <sub>Zmax</sub> · γ	2,17 · 10 <sup>4</sup>				
	σ <sub>F</sub> ≥ σ <sub>Zmax</sub> · γ	Ja						
Bemerkung:	Sicherheit im Druckbereich nicht gewährleistet							

8.2.2 Spant-Stringer-versteifter Stahlschornstein (im wesentlichen nur die Veränderungen)

Parameter siehe 8.1.1	R			[cm]		
	t			[cm]		
	2α			[°]		
	H			[cm]		
	E-Modul			[N/cm <sup>2</sup> ]		
	σ <sub>F</sub>			[N/cm <sup>2</sup> ]		
	W			[cm <sup>3</sup> ]		
	A			[cm <sup>2</sup> ]		
Schnittlasten siehe 8.1.2 [ M in Ncm N in N σ in N/cm <sup>2</sup> ]	M <sub>I</sub>	N <sub>I</sub>	σ <sub>ID</sub>	σ <sub>Iz</sub>		
	M <sub>II</sub>	N <sub>II</sub>	σ <sub>IID</sub>	σ <sub>IIz</sub>		
	M <sub>III</sub>	N <sub>III</sub>	σ <sub>IID</sub>	σ <sub>IIIz</sub>		
	M <sub>IV</sub>	N <sub>IV</sub>	σ <sub>IVD</sub>	σ <sub>IVz</sub>		
	M <sub>V</sub>	N <sub>V</sub>	σ <sub>VD</sub>	σ <sub>Vz</sub>		
	M <sub>VI</sub>	N <sub>VI</sub>	σ <sub>VID</sub>	σ <sub>VIZ</sub>		
Berücksichtigung der Überhöhungsfaktoren, Berechnung der max. Spannungen siehe 8.1.3 [ σ in N/cm <sup>2</sup> ]	ü <sub>I</sub>	2,6	σ <sub>ID</sub> · ü <sub>I</sub>	1,32 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>Iz</sub> · ü <sub>I</sub>	1,22 · 10 <sup>4</sup>
	ü <sub>II</sub>	1,75	σ <sub>IID</sub> · ü <sub>II</sub>	0,93 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IIz</sub> · ü <sub>II</sub>	0,84 · 10 <sup>4</sup>
	ü <sub>III</sub>	1,45	σ <sub>IID</sub> · ü <sub>III</sub>	0,78 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IIIz</sub> · ü <sub>III</sub>	0,73 · 10 <sup>4</sup>
	ü <sub>IV</sub>	1,05	σ <sub>IVD</sub> · ü <sub>IV</sub>	0,6 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IVz</sub> · ü <sub>IV</sub>	0,54 · 10 <sup>4</sup>
	ü <sub>V</sub>	0,9	σ <sub>VD</sub> · ü <sub>V</sub>	0,5 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>Vz</sub> · ü <sub>V</sub>	0,48 · 10 <sup>4</sup>
	ü <sub>VI</sub>	0,85	σ <sub>VID</sub> · ü <sub>VI</sub>	0,5 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>VIZ</sub> · ü <sub>VI</sub>	0,48 · 10 <sup>4</sup>
	σ <sub>Dmax</sub>		1,32 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>Zmax</sub>	1,22 · 10 <sup>4</sup>	
Ermittlung der abgeminderten Beulspannung, siehe 8.1.4	α <sub>E</sub>		1,2α			
	χ <sub>K</sub>		1,1			
	σ <sub>e</sub>		4,97 · 10 <sup>4</sup>		[N/cm <sup>2</sup> ]	
Ermittlung der Tragspannung, siehe 8.1.5	σ <sub>U</sub> [N/cm <sup>2</sup> ]	σ <sub>U</sub> = σ <sub>e</sub> , wenn σ <sub>e</sub> ≤ 0,4 σ <sub>F</sub>			1,88 · 10 <sup>4</sup>	
		σ <sub>U</sub> = σ <sub>F</sub> [1 + 0,434 (0,20 - √(σ <sub>F</sub> / σ <sub>e</sub> ))]				
Vergleich: Druckseite siehe 8.1.6	γ	1,5	σ <sub>Dmax</sub> · γ	1,98 · 10 <sup>4</sup>		
	σ <sub>U</sub> ≥ σ <sub>Dmax</sub> · γ		Nein			
Vergleich: Zugseite siehe 8.1.7	γ	1,5	σ <sub>Zmax</sub> · γ	1,83 · 10 <sup>4</sup>		
	σ <sub>F</sub> ≥ σ <sub>Zmax</sub> · γ		Ja			
Bemerkung:	Sicherheit im Druckbereich nicht gewährleistet					

**8.2.3 Wanddickenerhöhung  
Stringer-Versteift**

Parameter siehe 8.1.1	R	95				[cm]		
	t	99				[cm]		
	2α	120°				[°]		
	H	4000				[cm]		
	E-Modul	2,1 · 10 <sup>7</sup>				[N/cm <sup>2</sup> ]		
	σ <sub>F</sub>	2,4 · 10 <sup>4</sup>				[N/cm <sup>2</sup> ]		
	W	255 · 10 <sup>4</sup>				[cm <sup>3</sup> ]		
	A	537,2				[cm <sup>2</sup> ]		
Schnittlasten siehe 8.1.2 [ M in Ncm N in N σ in N/cm <sup>2</sup> ]	M <sub>I</sub>	1,1 · 10 <sup>8</sup>	N <sub>I</sub>	9,76 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>ID</sub>	4,5 · 10 <sup>3</sup>	σ <sub>Iz</sub>	4,1 · 10 <sup>3</sup>
	M <sub>II</sub>	1,15 · 10 <sup>8</sup>	N <sub>II</sub>	9,97 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IID</sub>	4,7 · 10 <sup>3</sup>	σ <sub>IIz</sub>	4,3 · 10 <sup>3</sup>
	M <sub>III</sub>	1,18 · 10 <sup>8</sup>	N <sub>III</sub>	10,2 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IIID</sub>	4,8 · 10 <sup>3</sup>	σ <sub>IIIz</sub>	4,4 · 10 <sup>3</sup>
	M <sub>IV</sub>	1,22 · 10 <sup>8</sup>	N <sub>IV</sub>	10,4 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IIIV</sub>	5,0 · 10 <sup>3</sup>	σ <sub>IVz</sub>	4,6 · 10 <sup>3</sup>
	M <sub>V</sub>	1,25 · 10 <sup>8</sup>	N <sub>V</sub>	10,6 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IIIV</sub>	5,1 · 10 <sup>3</sup>	σ <sub>Vz</sub>	4,7 · 10 <sup>3</sup>
	M <sub>VI</sub>	1,3 · 10 <sup>8</sup>	N <sub>VI</sub>	10,8 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IIIV</sub>	5,3 · 10 <sup>3</sup>	σ <sub>VIz</sub>	4,9 · 10 <sup>3</sup>
	Berücksichtigung der Überhöhungsfaktoren, Berechnung der max. Spannungen siehe 8.1.3 [ σ in N/cm <sup>2</sup> ]	ü <sub>I</sub>	3,1	σ <sub>ID</sub> · ü <sub>I</sub>	1,4 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>Iz</sub> · ü <sub>I</sub>	1,3 · 10 <sup>4</sup>	
ü <sub>II</sub>		2,1	σ <sub>IID</sub> · ü <sub>II</sub>	1,0 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IIz</sub> · ü <sub>II</sub>	0,9 · 10 <sup>4</sup>		
ü <sub>III</sub>		2,5	σ <sub>IIID</sub> · ü <sub>III</sub>	1,2 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IIIz</sub> · ü <sub>III</sub>	1,1 · 10 <sup>4</sup>		
ü <sub>IV</sub>		1,85	σ <sub>IIIV</sub> · ü <sub>IV</sub>	0,9 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IVz</sub> · ü <sub>IV</sub>	0,85 · 10 <sup>4</sup>		
ü <sub>V</sub>		1,6	σ <sub>IIIV</sub> · ü <sub>V</sub>	0,8 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>Vz</sub> · ü <sub>V</sub>	0,75 · 10 <sup>4</sup>		
ü <sub>VI</sub>		1,2	σ <sub>IIIV</sub> · ü <sub>VI</sub>	0,64 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>VIz</sub> · ü <sub>VI</sub>	0,6 · 10 <sup>4</sup>		
σ <sub>Dmax</sub>		1,4 · 10 <sup>4</sup>		σ <sub>Zmax</sub>	1,3 · 10 <sup>4</sup>			
Ermittlung der abgeminderten Beul- spannung, siehe 8.1.4	α <sub>B</sub>	1,2 α						
	χ <sub>K</sub>	1,1						
	σ <sub>e</sub>	5,76 · 10 <sup>4</sup>				[N/cm <sup>2</sup> ]		
Ermittlung der Trag- spannung, siehe 8.1.5	σ <sub>u</sub>	σ <sub>u</sub> = σ <sub>e</sub> , wenn σ <sub>e</sub> ≤ 0,4 σ <sub>F</sub>						
	[N/cm <sup>2</sup> ]	σ <sub>u</sub> = σ <sub>F</sub> [1 + 0,434 (0,20 - √σ <sub>F</sub> /σ <sub>e</sub> )]				1,94 · 10 <sup>4</sup>		
Vergleich: Druckseite siehe 8.1.6	γ	1,5	σ <sub>Dmax</sub> · γ	2,1 · 10 <sup>4</sup>				
	σ <sub>u</sub> ≥ σ <sub>Dmax</sub> · γ					Nein		
Vergleich: Zugseite siehe 8.1.7	γ	1,5	σ <sub>Zmax</sub> · γ	1,95 · 10 <sup>4</sup>				
	σ <sub>F</sub> ≥ σ <sub>Zmax</sub> · γ					Ja		
Bemerkung:	Sicherheit im Druckbereich nicht gewährleistet							

**8.2.4 Wanddickenerhöhung  
Spant-Stringer-Versteift**

Parameter siehe 8.1.1	R			[cm]		
	t			[cm]		
	2α			[°]		
	H			[cm]		
	E-Modul			[N/cm <sup>2</sup> ]		
	σ <sub>F</sub>			[N/cm <sup>2</sup> ]		
	W			[cm <sup>3</sup> ]		
	A			[cm <sup>2</sup> ]		
Schnittlasten siehe 8.1.2 [ M in Ncm N in N σ in N/cm <sup>2</sup> ]	M <sub>I</sub>	N <sub>I</sub>	σ <sub>ID</sub>	σ <sub>IZ</sub>		
	M <sub>II</sub>	N <sub>II</sub>	σ <sub>IID</sub>	σ <sub>IIZ</sub>		
	M <sub>III</sub>	N <sub>III</sub>	σ <sub>IIID</sub>	σ <sub>IIIZ</sub>		
	M <sub>IV</sub>	N <sub>IV</sub>	σ <sub>IVD</sub>	σ <sub>IVZ</sub>		
	M <sub>V</sub>	N <sub>V</sub>	σ <sub>VD</sub>	σ <sub>VZ</sub>		
	M <sub>VI</sub>	N <sub>VI</sub>	σ <sub>VID</sub>	σ <sub>VIZ</sub>		
Berücksichtigung der Überhöhungsfaktoren, Berechnung der max. Spannungen siehe 8.1.3 [ σ in N/cm <sup>2</sup> ]	ü <sub>I</sub>	2,6	σ <sub>ID</sub> · ü <sub>I</sub>	1,2 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>IZ</sub> · ü <sub>I</sub>	1,1 · 10 <sup>4</sup>
	ü <sub>II</sub>	1,75	σ <sub>IID</sub> · ü <sub>II</sub>		σ <sub>IIZ</sub> · ü <sub>II</sub>	
	ü <sub>III</sub>	1,45	σ <sub>IIID</sub> · ü <sub>III</sub>		σ <sub>IIIZ</sub> · ü <sub>III</sub>	
	ü <sub>IV</sub>	1,05	σ <sub>IVD</sub> · ü <sub>IV</sub>		σ <sub>IVZ</sub> · ü <sub>IV</sub>	
	ü <sub>V</sub>	0,9	σ <sub>VD</sub> · ü <sub>V</sub>		σ <sub>VZ</sub> · ü <sub>V</sub>	
	ü <sub>VI</sub>	0,85	σ <sub>VID</sub> · ü <sub>VI</sub>		σ <sub>VIZ</sub> · ü <sub>VI</sub>	
	σ <sub>Dmax</sub>		1,2 · 10 <sup>4</sup>	σ <sub>Zmax</sub>		1,1 · 10 <sup>4</sup>
Ermittlung der abgeminderten Beul- spannung, siehe 8.1.4	α <sub>B</sub>		1,2 α			
	χ <sub>K</sub>		1,1			
	σ <sub>e</sub>		5,76 · 10 <sup>4</sup>	[N/cm <sup>2</sup> ]		
Ermittlung der Trag- spannung, siehe 8.1.5	σ <sub>u</sub>	σ <sub>u</sub> = σ <sub>e</sub> , wenn σ <sub>e</sub> ≤ 0,4 σ <sub>F</sub>		1,94 · 10 <sup>4</sup>		
	[N/cm <sup>2</sup> ]	σ <sub>u</sub> = σ <sub>F</sub> [1 + 0,434 (0,20 - √σ <sub>F</sub> / σ <sub>e</sub> )]				
Vergleich: Druckseite siehe 8.1.6	γ	1,5	σ <sub>Dmax</sub> · γ	1,8 · 10 <sup>4</sup>		
	σ <sub>u</sub> ≥ σ <sub>Dmax</sub> · γ		Ja			
Vergleich: Zugseite siehe 8.1.7	γ	1,5	σ <sub>Zmax</sub> · γ	1,65 · 10 <sup>4</sup>		
	σ <sub>F</sub> ≥ σ <sub>Zmax</sub> · γ		Ja			
Bemerkung:	Sicherheit gewährleistet					



### 8.3 Berücksichtigung der Schalentheorie bei der Berechnung der Schnittlasten

Um den Unterschied der Schnittlasten zwischen den als Biegebalken gerechneten und den mit Schalentheorie gerechneten Stahlschornsteinen (ohne Öffnung) mit Belastung aus Winddruck zu erfassen, wurde eine Parameterstudie durchgeführt. Es wurden sogenannte Schalenfaktoren ermittelt, mit denen der Einfluß der Schalentheorie als Funktion von  $R/t$  bzw.  $H/R$  abgelesen werden konnte.

Diese Schalenfaktoren sind für Druckseite ( $\mu_D$ ) und Zugseite ( $\mu_Z$ ) unterschiedlich. Für das Beispiel in 8.2 mit:  $R/t = 119$ ,  $H/R = 42$ , Mitte der Öffnung 12 m über der Fußbeanspruchung, würde sich für den Bereich der Öffnung ein  $\mu_Z$  von 1,21 und ein  $\mu_D$  von 0,83 ergeben. Bei Berücksichtigung der Schalentheorie müßten die Schnittlasten mit diesen Faktoren multipliziert werden, so daß sich auf der Druckseite eine Spannungsverminderung und auf der Zugseite eine Spannungserhöhung ergeben würde.

Für die Stringer-Versteifte Schale ergeben sich veränderte  $\sigma_{Dmax}$  bzw.  $\sigma_{Zmax}$ , siehe 8.1.6 und 8.1.7.

$$\sigma'_{Dmax} = \sigma_{Dmax} \cdot \mu_D = 1,57 \cdot 10^4 \cdot 0,83 = 1,30 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2$$

$$\sigma'_{Zmax} = \sigma_{Zmax} \cdot \mu_Z = 1,45 \cdot 10^4 \cdot 1,21 = 1,75 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2$$

Für diesen Schornstein ergeben sich also aus der Schalentheorie geringere Spannungen auf der Druckseite.

Bei kürzeren Schornsteinen (ab  $H/R = 20$  und  $R/t = 150$ ) können sich sowohl auf der Druckseite als auch auf der Zugseite erheblich höhere Spannungen einstellen ( $\mu_Z$  bis  $\sim 4,0$ ,  $\mu_D$  bis  $\sim 2,0$ ). Der Einsatz von Spanten im Öffnungsbereich würde diese großen Faktoren sehr stark abmindern (durch die Spanten wird die Schale quasi zum "Balken").

Diese Überlegungen werden im vorliegenden Bericht nicht weiter verfolgt.

## 8.4 Anmerkungen zum Bemessungsvorschlag

### 8.4.1 Unversteifte Zylinderschale, Annahmen und Voraussetzungen:

- i) Die Tragfähigkeit wird auf die Tragfähigkeit einer ungeschwächten Schale unter konstantem Biegemoment bezogen, z.B. im elastischen Bereich:

$$\sigma_u(\text{örtlich}) = \alpha_B \cdot \chi_K \cdot 0,6 \cdot E \frac{t}{R} = \frac{M_u}{R^2 \cdot \pi \cdot t}$$

- ii) Durch den Ausschnitt entsteht eine örtliche Spannungsspitze, welche von  $(R/t)$  nur wenig abhängig ist. Wesentlichen Einfluß haben die Parameter:

- Öffnungswinkel
- Zylinderlänge
- Randbedingungen
- Versteifungsraster

- iii) Der ausgeschnittene Zylinderabschnitt mit unversteiften Kanten hat dieselbe kritische Beullast wie die geschlossene Schale und wird nach DAST 013 gerechnet. Hierzu ist allerdings stillschweigend vorauszusetzen, daß der Lochrand gegen Knicken durch geeignete Maßnahmen unterstützt wird.

Die Zahlenbeispiele sind zunächst nach den obigen Annahmen und Voraussetzungen gerechnet worden.

Hierbei ist die Annahme iii), am meisten anfechtbar, wenn die ausgeschnittenen Kanten gegen Knicken nicht unterstützt werden. Es existieren kaum Untersuchungen, die sich mit der kritischen Beulspannung eines aufgeschlitzten Zylinders befassen. Nach Rimrott [69], beult der kurze ( $l < 10R$ ), aufgeschlitzte Zylinder bei  $1/6$  der klassischen Spannung:

$$\sigma_{krOS} \cong \frac{1}{6} 0,6 \cdot E \cdot \frac{t}{R}$$

Dieser Wert erhöht sich bei sehr kurzen Zylindern und bei eingespannten Endquerschnitten. Ist der Zylinder sehr kurz ( $l \leq 5 \cdot \sqrt{Rt}$ ), so wird sich die kritische Beulspannung dem Wert der Beulspannung eines Plattenstreifens annähern:

$$\sigma_{krKS} \cong K^* E \left(\frac{t}{l}\right)^2$$

mit, je nach Einspannsteifigkeit der belasteten Ränder,

$$0,9 < K^x < 3,6 \quad (\text{Endquerschnitte gestützt bzw. eingespannt})$$

Somit könnte man für den aufgeschlitzten Zylinder mit unversteiften Längskanten im elastischen Bereich für die Beulspannung annehmen

$$\sigma_{krOS} \geq \begin{cases} 0,1 E \cdot \frac{t}{R} \\ 0,9 \cdot E \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^2 \text{ bzw. } 3,6 \cdot E \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^2 \end{cases}$$

Die Traglast ist erfahrungsgemäß größer als die Beulspannung der Kante. Hierzu ist noch eine plastische Korrektur vorzunehmen. Diese beiden Kurven sind mit der Auslegungskurve nach DAST 013 im Diagramm 8.3 zusammengefaßt.

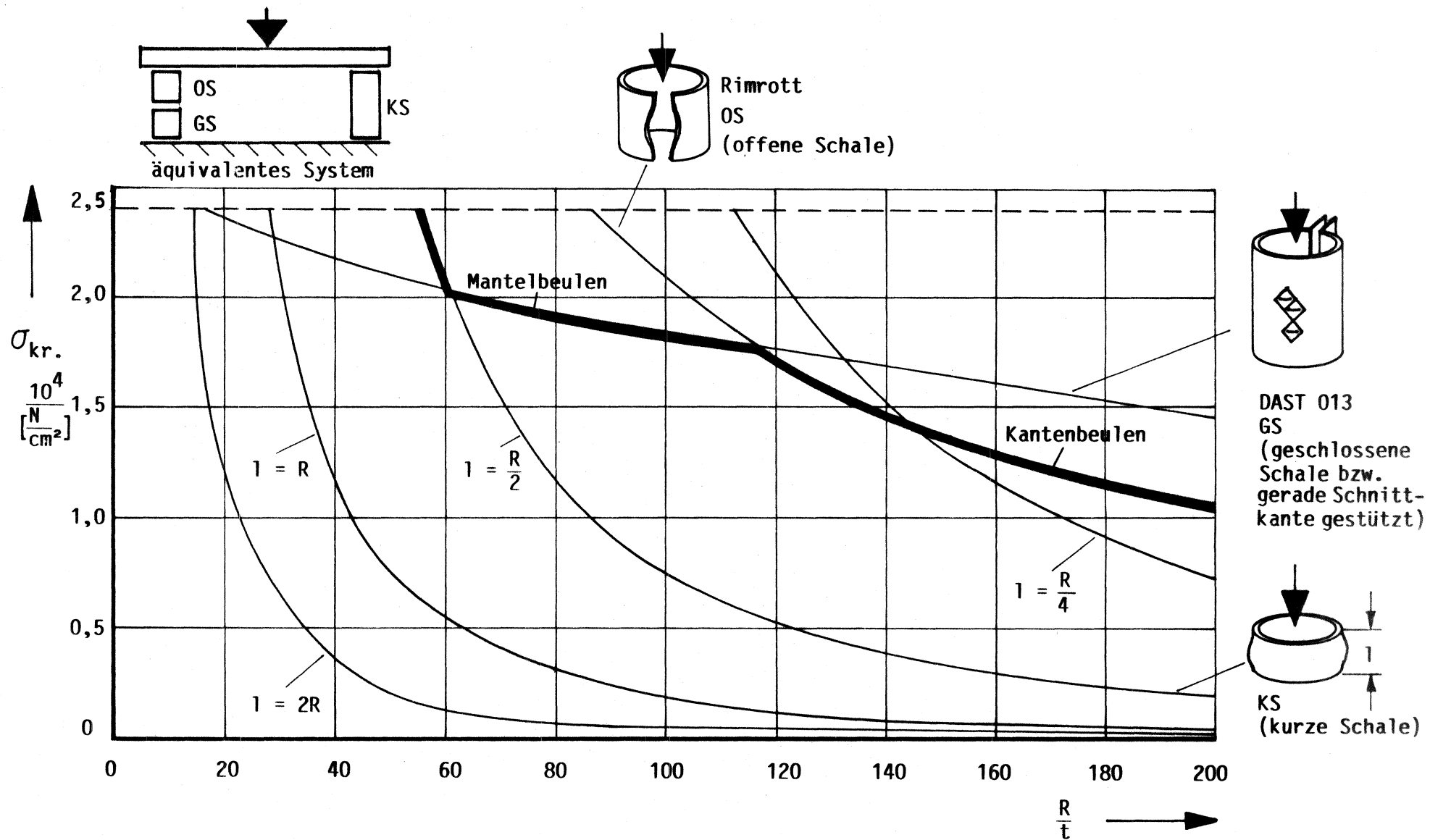
(Bezug zum Traglastversuch, siehe Kapitel 10)

R/t	$\frac{Mb}{Wb}$ [N/cm <sup>2</sup> ] Traglast im Versuch	Überhöhung $\bar{U}$ = f(2 $\alpha$ ) mit Übertragungsmatrizen gerechnet	$\frac{Mb}{Wb} \cdot \bar{U}$ [N/cm <sup>2</sup> ] aus dem Versuch abgeleitet	$\sigma_{kr}$ in Anlehnung an Diagramm 8.3 [N/cm <sup>2</sup> ]
150	$0,49 \times 10^4$	4,35	$2,13 \times 10^4$	Mantel beult: $2,18 \times 10^4$
				Kante beult: $1,40 \times 10^4$
100	$0,48 \times 10^4$	4,35	$2,09 \times 10^4$	Mantel beult: $2,44 \times 10^4$
				Kante beult: $2,20 \times 10^4$

**Tabelle 8.1:** Traglastversuchswerte und Überhöhungsberechnungen mit Übertragungsmatrizen auf das Diagramm 8.3 angewendet.

**Anmerkung:** Zum Mantelbeulen hat man hier, in Abweichung vom Diagramm 8.3, noch  $\alpha_B$  und  $\chi_K$  (Biegebelastung) eingesetzt.

Für das Kantenbeulen unter Spannungsspitzen ist das Diagramm 8.3 sicherlich pessimistisch, da die Traglast erfahrungsgemäß höher ist als die Beulspannung der aufgeschnittenen Kante.



**Diagramm 8.3:** Kritische Beulspannungen des aufgeschlitzten Zylinders bei gleichmäßiger Spannungs-  
 Maßgebliche Auslegungskurve für  $l = R/2$  dick gezeichnet

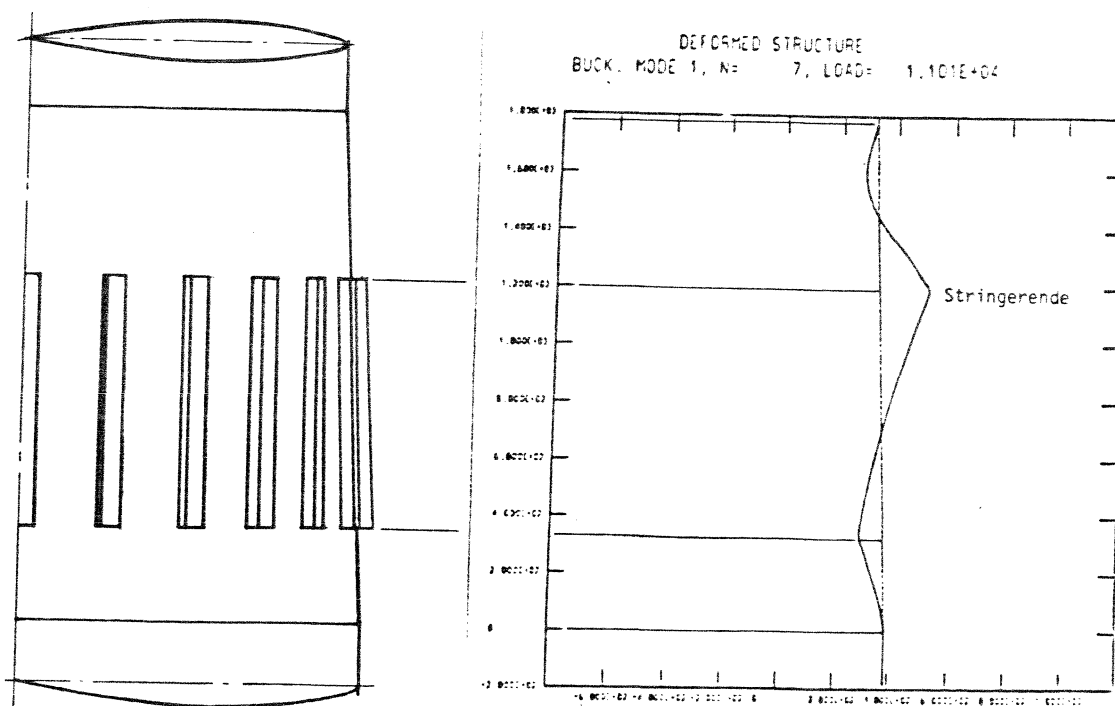
Erwartungsgemäß können die Schalen mehr als die gerechnete Last (wo Imperfektionen und weiche Randbedingungen und nicht allzu konzentrierte Spannungsspitzen vorausgesetzt werden) halten. Da aber diese Voraussetzungen in der Praxis durchaus vorkommen können, wird die hier geschilderte Auslegungsmethode empfohlen.

### 8.4.2 Stringerversteifung ohne Abstützung durch Ringe

Die Stringerversteifung ohne Abstützung durch Ringe ist äußerst kritisch. Diese Tatsache läßt sich durch eine lineare FE/FD-Stabilitätsrechnung einer dünnen Schale mit einem sehr steifen Abschnitt darstellen, siehe Diagramm 8.4 .

Man soll die Beulform am Ende der steifen Stringer beachten. Dazu kommt noch, daß die durch die Stringer hervorgerufenen Spannungskonzentration ohne Ringe sehr langsam abklingt, siehe Tabelle 8.1.

Mit einer sorgfältigen Abstützung der Stringer durch Ringe kann diese Gefahr vermieden werden. Das klassische Versteifungsraster, siehe Abb. 28, hilft dabei nicht nur die Spannungsspitzen herabzusetzen, sondern auch die Stabilitätsgrenze zu erhöhen.



**Diagramm 8.4:** FE/FD-Stabilitätsrechnung eines stringerversteiften, konischen Schalenabschnitts eines Stahlschornsteins

## 8.5 Bemerkungen zum plastischen Beulverhalten

Die obigen, mehr qualitativen Überlegungen sollten ebenfalls durch weitere Stabilitätsuntersuchungen (Berechnungen wie Versuche) erweitert werden.

Um die hier bei der Auslegung getroffenen Annahmen und Voraussetzungen zu belegen bzw. durch günstigere zu ersetzen, sind noch umfangreiche Forschungsarbeiten erforderlich: ungeklärt ist nämlich das Beulen geschlossener Zylinderschalen unter Spannungsspitzen bei beliebigen Randbedingungen im elastischen und plastischen Bereich. Die Fragestellung wird durch das Vorhandensein einer freien bzw. elastisch gestützten Kante weiter verkompliziert.

In der Auslegung der jetzigen Form wird eine elastisch berechnete Spannung,  $\sigma_{\text{vorh.el.}}$  mit kritischer Beulspannung nach DAST 013,  $\sigma_u$ , verglichen:

$$\gamma = \frac{\sigma_u \text{ (DAST 013)}}{\sigma_{\text{vorh.}} \text{ (elastisch)},}$$

Besonders bei dickwandigen Schalen mit großen Öffnungen erreicht die örtliche Spannung bei hoher Belastung die Streckgrenze und die Schale beult auch im plastischen Bereich. In diesem Fall muß die Spannung plastisch gerechnet werden,  $\sigma_{\text{vorh.pl.}}$ , und auch die kritische Beulspannung wird mit Berücksichtigung der Plastizität ermittelt:

$$\gamma = \frac{\sigma_u \text{ (plastisch)}}{\sigma_{\text{vorh.}} \text{ (pl.)},}$$

Das plastische Verhalten setzt zwar die Spannungsspitze herab, aber die Tragfähigkeit wird auch kleiner als die im elastischen Bereich vorausgesagte. Auch in diesem Zusammenhang sind weitere Forschungstätigkeiten erforderlich.

In den praktischen Fällen, und bei nicht allzu dickwandigen Schalen wird das plastische Verhalten auf die Spannungsverteilung keinen wesentlichen Einfluß haben, da die DAST 013 die Tragfähigkeit bereits ab  $\sigma = \sigma_F \cdot 0,4$  mit einem Abminderungsfaktor versieht.

## 8.6 Bemessung der Stringer

### 8.6.1 Voraussetzung

Die Zylinderschale darf bis zum Versagen nicht Beulen.

### 8.6.2 Versagensarten und Bemessung

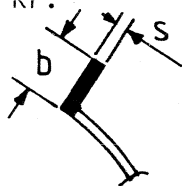
#### 8.6.2.1 Der Stringer versagt durch örtliches Beulen

Bemessung nach DIN 4114, Beulung der Stegbleche vollwandiger Träger, Nachweis gegebenenfalls mit plastischer Korrektur.

Bei Zusammensetzung des Stringers aus abgekanteten Blechstreifen bzw. Profilen kann folgende Formel angewendet werden: (entspricht in etwas anderer Schreibweise der DIN 4114)

$$\sigma_{Kr.Str.} = \frac{\sum b_i \cdot s_i \cdot \sigma_{Kr.i}}{\sum b_i \cdot s_i}$$

mit:  $\sigma_{Kr.} = 0,45 \cdot E \cdot \left(\frac{s}{b}\right)^2$ , wenn eine Seite frei ist:



bzw.:  $\sigma_{Kr.} = 3,64 \cdot E \cdot \left(\frac{s}{b}\right)^2$ , wenn beide Seiten gestützt sind:



#### 8.6.2.2 Der Stringer versagt durch Knicken in der radialen Ebene

Es wird angenommen, daß ein Knicken in der tangentialen Ebene nicht in Frage kommt.

Bemessung nach DIN 4114, Knickung der Druckstäbe.

### 8.6.3 Berücksichtigung einer mittragenden Breite der Zylinderschale bei der Bemessung der Stringer

Bei der Bemessung des Stringers kann mit einer mittragenden Breite der Zylinderschale von

$$b_m = 0,18 L$$

(mit  $L$  = Länge zwischen den Spanten) gerechnet werden. Es gilt auch hier die Voraussetzung von 8.6.1.



## 8.7 Vergleich zwischen dem Bemessungsvorschlag und Traglastversuchen aus der Literatur

Zur Verifizierung des Bemessungsvorschlags werden hier Ergebnisse aus Traglastversuchen den berechneten Überhöhungsfaktoren aus dem Bemessungsvorschlag gegenübergestellt.

In Lit. [34] wurden Zylinderschalen aus Stahl mit großen Öffnungen (Öffnungswinkel  $2\alpha$  von  $80^\circ$  bis  $120^\circ$ ) unversteift und mit Längsstringern rechts und links von der Öffnung versteift unter einem reinen Biegemoment bis zur Traglast beansprucht. Die Überhöhungsfaktoren des Bemessungsvorschlags lassen sich auf die untersuchten Traglastversuche anwenden, da die im Versuch verwendeten Längsversteifungen in etwa denen unseres Bemessungsvorschlags entsprechen, das heißt, Flächenausgleich durch die Längssteifen im Bereich der Öffnung, Abstufung bzw. Abschrägung der Steifenenden.

Auf die unversteiften Schalen kann hier der Bemessungsvorschlag deshalb angewendet werden, weil die Versuche mit den gleichen Randbedingungen und mit den gleichen Längen durchgeführt wurden. Bei unversteiften Zylinderschalen mit Öffnungen wird sonst eine eigene Schalenrechnung empfohlen.

Die Längssteifen im Versuch aus Lit. [34] wurden generell etwas weiter in die Schale hineingeführt (Abstand Öffnungsrand - Stringerende:  $1,5 R$ ).

Die Ergebnisse der Traglastversuche dieses Berichts wurden unter Vorwegnahme der Ergebnisse mit in die Statistik aufgenommen. Das Verhältnis  $R/t$  lag zwischen 75 und 405. Es wurden insgesamt 40 Versuche ausgewertet, davon 15 unversteift, 23 stringerversteift und 2 spant-stringerversteift.

Für jeden Versuchszylinder wurde der Faktor

$$\sigma_{\text{Nenn}} \cdot \bar{U}$$

mit:  $\sigma_{\text{Nenn}}$  = Scheitelspannung  $M_b/W_b$  bei der Versuchstraglast im ungestörten Bereich

$\bar{U}$  = maximaler Überhöhungsfaktor für die Zylinderschale mit Öffnung aus dem Bemessungsvorschlag

ermittelt.

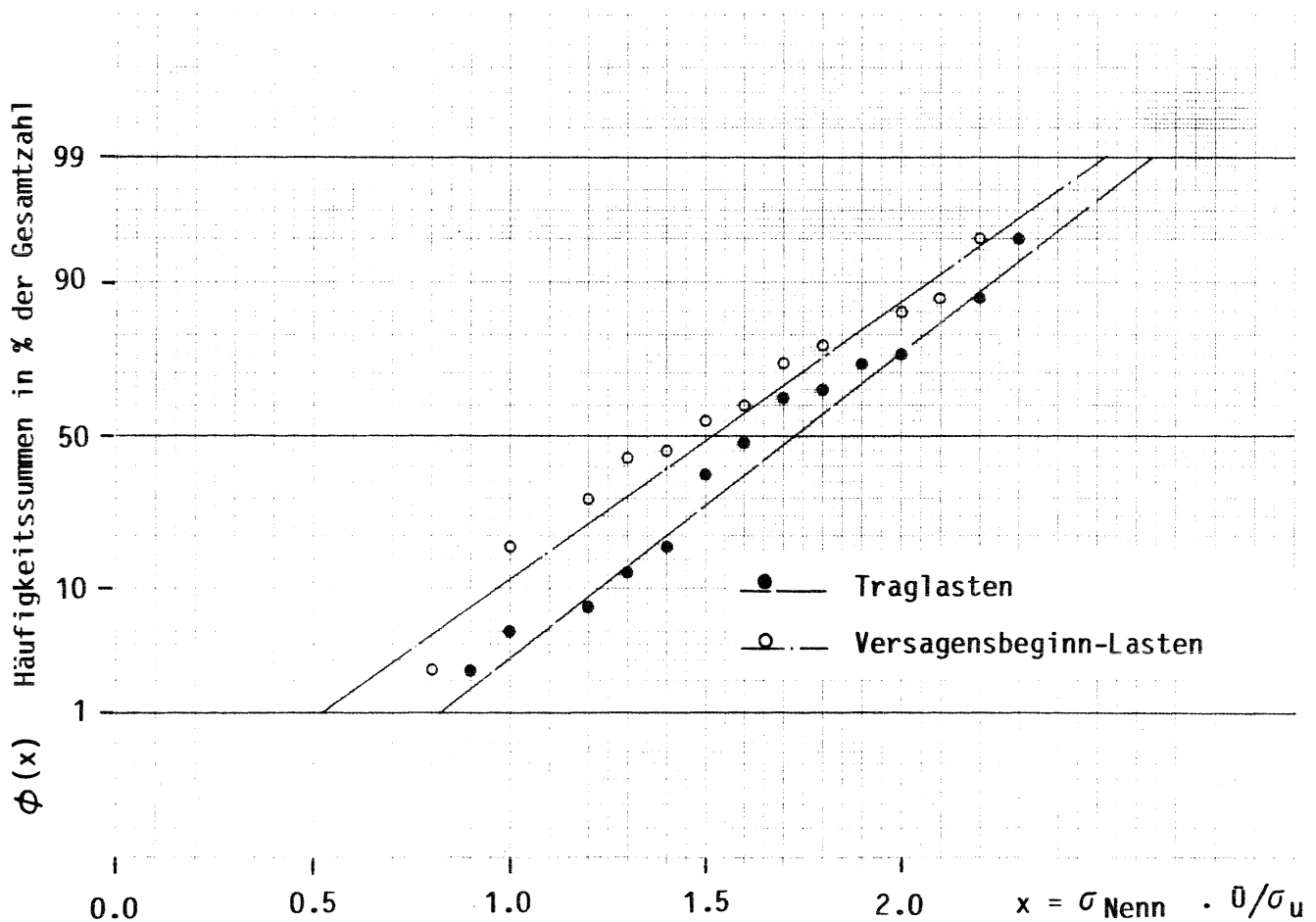
$\sigma_{\text{Nenn}} \cdot \ddot{U}$  ist die Spannung an der Bruchstelle bei Versagen (hochgerechnet nach dem Bemessungsvorschlag).

Für jeden Traglastversuch wurde weiterhin die Tragspannung  $\sigma_u$  der DASt 013 für ungestörte Zylinderschalen errechnet.  $\sigma_{\text{Nenn}} \cdot \ddot{U}$  wurde auf diese Spannung  $\sigma_u$  bezogen. Der Quotient:

$$x = \frac{\sigma_{\text{Nenn}} \cdot \ddot{U}}{\sigma_u}$$

stellt also ein Maß für das Versagensverhalten auf der Grundlage der DASt 013 dar. Beulversuche an ungestörten Zylinderschalen haben gezeigt, daß die Beullasten Normalverteilungsgesetzen gehorchen, siehe Lit. [70], [71]. Die Verteilungsfunktion  $\phi(x)$  wurde deshalb in ein Wahrscheinlichkeitsnetz eingetragen, siehe Diagramm 8,5, um zu erkennen, ob auch hier eine Normalverteilung vorliegt.

Dabei wurden für die 40 Versuche zwei Verteilungsfunktionen ermittelt, da für jeden Versuch eine Traglast und eine Versagensbeginn-Last (Einfallen einer Primärbeule z.B.) versuchstechnisch ermittelt wurde. Die Versagensbeginn-Last könnte auch als Grenzlaster der Gebrauchsfähigkeit betrachtet werden.



**Diagramm 8.5:** Verteilungsfunktion  $\phi(x)$  der ausgewerteten Traglastversuche von unverstärkten und verstärkten Zylinderschalen mit Öffnungen, eingetragen in das Wahrscheinlichkeitsnetz

Die beiden Verteilungsfunktionen liegen genähert auf einer Geraden (N = 40 ist eine relativ kleine Versuchsreihe). Es kann also von einer Normalverteilung ausgegangen werden und damit die statistischen Kennwerte errechnet werden.

Mittelwert (Durchschnitt): Index 1: Traglast, Index 2: Versagensbeginn-Last

$$\bar{x}_1 = 1,73$$

$$\bar{x}_2 = 1,52$$

die Standardabweichung:

$$S_1 = 0,394$$

$$S_2 = 0,417$$

Es wurden die Verteilungsgeraden der gerechneten Werte in das Wahrscheinlichkeitsnetz eingetragen.

In der Literatur [70], [71] wurden für die ausgewerteten Versuchsreihen die 50 % - und 99 % - Wahrscheinlichkeitsgrenzen ermittelt, wobei 99 % bedeutet, daß 1 % versagen dürfen. In Lit. [70] wurden nur Traglasten von elastisch versagenden Zylinderschalen untersucht, während Lit. [71] auch plastisch versagende Schalen mitberücksichtigte. Es können jedoch die Quotienten:

(50%):(1%) (Versagenswahrscheinlichkeit) in Abhängigkeit von R/t ermittelt werden:

Lit. [70] (elastisch)

$$R/t = 100, (50%):(1%) = 1.73$$

$$R/t = 200, (50%):(1%) = 1.83$$

$$R/t = 300, (50%):(1%) = 1.86$$

Lit. [71] (plastisch und elastisch)

$$R/t = 250, (50%):(1%) = 2.34$$

Für die von uns ausgewerteten Versuche (plastisches und elastisches Versagen) R/t von 75 bis 405.

Auswertung der Traglasten:

$$1) (50%):(1%) = 2.1$$

Auswertung der Versagensbeginn-Lasten :

$$2) (50%):(1%) = 2.81$$

Unsere Verteilung liegt also im Bereich der ausgewerteten, elastisches und plastisches Versagen berücksichtigenden, Beulversuche. Es ist zu erwarten, daß bei einer sehr großen Anzahl die Werte 1) und 2) näher an 2.34 herankommen.

## 8.7 Schlußbemerkungen zum Bemessungsvorschlag

Große Öffnungen in dünnwandigen Zylinderschalen verändern wesentlich die Spannungsverteilungen die nach der Balkenbiegetheorie errechnet werden. Für die untersuchten Öffnungen (bis  $2\alpha = 120^\circ$  und bis zur Öffnungslänge  $L_0 = 2R$ ) werden nachstehend einige vereinfachende Bemerkungen zusammengestellt.

Läßt man den Bereich der großen Öffnung unversteift, oder versteift man ihn nur geringfügig, so wird die Störung einen sehr großen Bereich der Schale erreichen und sie wird wesentlich von den Parametern  $R/t$  und Abstand von der Einspannung beeinflusst. Für solche Fälle sind auch durchgeführte Versuche nur bedingt übertragbar und deshalb ist eine genaue Schalenberechnung dringend zu empfehlen.

Im vorliegenden Bericht ist ein Bemessungsvorgehen für speziell versteifte große Öffnungen vorgeschlagen worden. Hier setzt man voraus, daß, wenn Stringer vorhanden sind, sie im Öffnungsbereich den Querschnitt der ausgeschnittenen Haut ersetzen und außerhalb der Öffnung, bis zur Länge von "1R", sie bis auf 1/4 des Querschnitts zugespitzt werden. Wenn Spanten vorhanden sind dann immer insgesamt 4, und sie sind jeweils in gleicher Ausführung am Lochrand und in einem Abstand R angeordnet. Die Spantsteifigkeit entspricht einem Wignot-Faktor von 100. Die oben erwähnten Abhängigkeiten von  $R/t$  sowie vom Abstand von der Einspannung sind in diesem Fall vernachlässigbar.

Die Bemessung wird auf wenige Diagramme reduziert.

Eine weitere Verfeinerung der Methode bedarf der Fortsetzung der Forschungsarbeit.

## 9. Versuch zur Spannungsermittlung bei durch große Öffnungen gestörten Zylinderschalen mit $R/t = 300$

Der Versuch mit einer Zylinderschale  $R/t = 300$ , für  $2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$  und für  $2\alpha = 120^\circ$  mit Stringer, sollte die Ergebnisse der Spannungsberechnungen mit Übertragungsmatrizen erhärten. Um zu einer hohen Vergleichbarkeit zu gelangen, wurde beim Konzept des Versuchs vor allem auf die Einhaltung der Randbedingungen und auf eine größtmögliche Genauigkeit der Zylinderschalenparameter Wert gelegt. Eine Genauigkeit, wie sie in der Praxis des Stahlbaus nicht möglich und nicht notwendig ist, aber für eine versuchstechnische Theorieüberprüfung absolut notwendig ist.

### 9.1 Versuchsbeschreibung, Versuch $R/t = 300$

Die Zylinderschale bestand aus sechs Schalenschüssen, die über Spante miteinander vernietet wurden. Ein oberer Abschlußspant diente gleichzeitig zur Krafteinleitung. Der unterste Schalenschuß war an einem Versteifungszyylinder angenietet, der über eine Grundplatte mit dem Fundament verankert war. Die Zylinderschale stand senkrecht und die Belastung war eine Querkraftbelastung, siehe Abb. 11/12.

Zur Ermittlung der Dehnungen wurden in kontinuierlichen Abständen über dem Umfang verteilt Dehnungsmeßstreifen bzw. Rosetten innen und außen angebracht. Nur eine Seite der Öffnung wurde mit einem engen Raster von Rosetten und Dehnungsmeßstreifen ausgerüstet, siehe Abb. 20a, b, c und d.

Die Querkraftlast wurde über eine Kraftmeßdose erfaßt. Die Last wurde in mehreren Stufen erhöht und mit jeder Stufe wurden mehrere Messungen zur Bildung eines Mittelwerts durchgeführt. Es wurden nur Versuche zur Erfassung der Spannungen und keine Traglastversuche durchgeführt. Die Querkraft wurde immer so eingeleitet, daß der Öffnungsbruch im Zugbereich lag. Der erste Versuch wurde mit der ungestörten Zylinderschale durchgeführt und danach erst die Öffnungen  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  und  $120^\circ$  in den dritten Schalenschuß von unten, siehe Abb. 13-15, eingeschnitten. Um die Dehnungsmeßstreifen bzw. Rosetten optimal ausnutzen zu können, wurde die Längsseite der Öffnung, die eng mit Dehnungsmeßstreifen und Rosetten ausgerüstet war, bei jeder Öffnungsgröße beibehalten, was eine Drehung der Zylinderschale um ihre Längsachse notwendig machte, um die Querkraftlastrichtung immer symmetrisch zur Öffnungsmitte zu erhalten.

An der Öffnung  $2\alpha = 120^\circ$  wurden Stringer längs des Öffnungsrandes, siehe Abb. 16, angenietet.

### **Einhaltung der Randbedingungen**

Die punktförmige Querkraft wurde in einen durch drei U-Stähle strahlenförmig ausgesteiften Spant eingeleitet, so daß die Last als gleichmäßig über dem Umfang versteift betrachtet werden konnte, siehe Abb. 17. Spannungs-Dehungs-messungen mit der ungestörten Zylinderschale bestätigen diese konstruktive Maßnahme zur Last-einleitung.

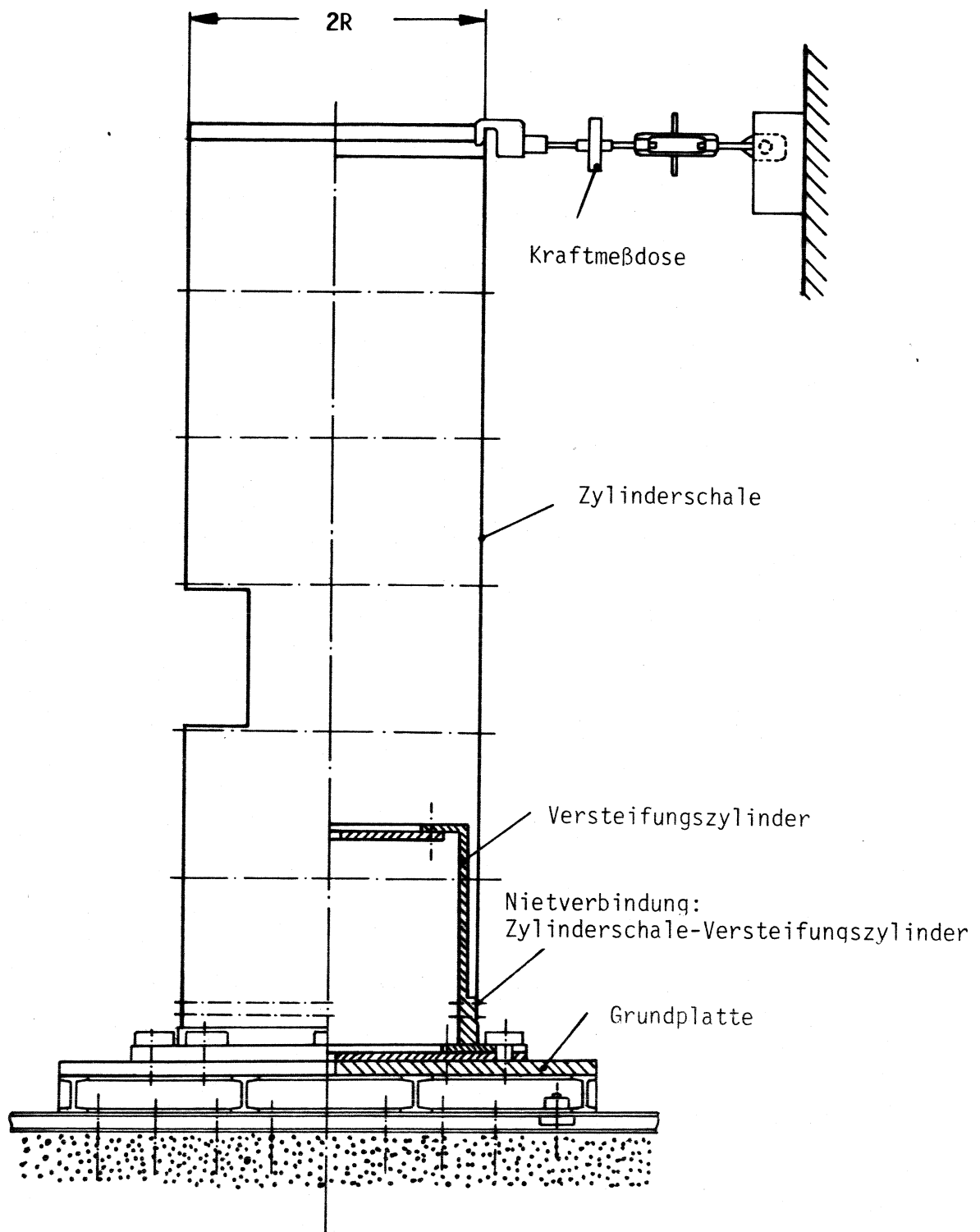
Durch konstruktive Maßnahmen und Einhaltung von Montageabläufen wurde verhindert, daß unter Belastung durch die Einspannung Wölbkräfte in die Versuchsschale induziert werden konnten.

Der unterste Schalenschuß wurde an den sogenannten Versteifungszyylinder, siehe Abb. 11,18, angenietet. Dieser Versteifungszyylinder besteht aus einem Kernzyylinder mit einem Mehrfachen der Steifigkeit der Zylinderschale und aus einem unteren und oberen Deckel, die über Paßschrauben mit dem Kernzyylinder formschlüssig verbunden sind. Alle Paßflächen bzw. Auflageflächen und der Außendurchmesser zur Aufnahme des Versuchszylinders sind gedrehte Flächen.

Zur Einspannung des Versteifungszyinders mit der komplett angenieteten Versuchsschale wurde als erstes eine sogenannte orthotrope Platte (aus Profilen und einer 3 cm dicken Stahlplatte zusammengesetzt), siehe Abb. 11, mit den im Versuchslabor vorhandenen Bodenschienen über Ankerschrauben verbunden. Auf diese Platte wurde, entsprechend der unteren Fläche des Versteifungszyinders, eine ca. 5 mm dicke Schicht aus Loctite St1 aufgebracht. Dieses Material ist eine pastöse, mit Metallpulver durchsetzte Masse, die nach Aushärtung Metallwerte erreicht. In diese Masse wurde vor der Aushärtung der Versteifungszyylinder gesetzt und mit Gewicht belastet, so daß nach dem Aushärten ein spiel- und wölbfreies Auflager für den Versteifungszyylinder samt Versuchszylinder bestand, in der der Zylinder auch um seine Achse gedreht werden konnte.

Die Grundplatte wurde während der Versuche nicht gelöst, so daß in dem Auflager keinerlei Veränderungen auftreten konnten.

Die Spante wurden durch Drehen hergestellt, so daß die Durchmesser-genauigkeit der Versuchsschale innerhalb der Toleranz  $\pm 0,5$  mm gewährleistet war.



**Abb. 11:** Versuchsaufbau, Versuch zum Vergleich mit der Theorie der Übertragungsmatrizen bei Zylinderschalen mit großen Öffnungen mit  $R/t = 300$

9.2 Versuchsdaten, Versuch R/t = 300

R/t	R [cm]	t [cm]	Spante d	Öffnungswinkel $2\alpha$ [°]	Stringer Fläche F [cm <sup>2</sup> ]
300	30	0,1	250	0°	
300	30	0,1	250	60°	
300	30	0,1	250	90°	
300	30	0,1	250	120°	
300	30	0,1	250	120°	3,0 cm <sup>2</sup> am Öffnungsrand bis auf 1,0 cm <sup>2</sup> im Abstand R angeschrägt

**Tabelle 9.1** : Parameter der Versuche mit der Zylinderschale R/t = 300

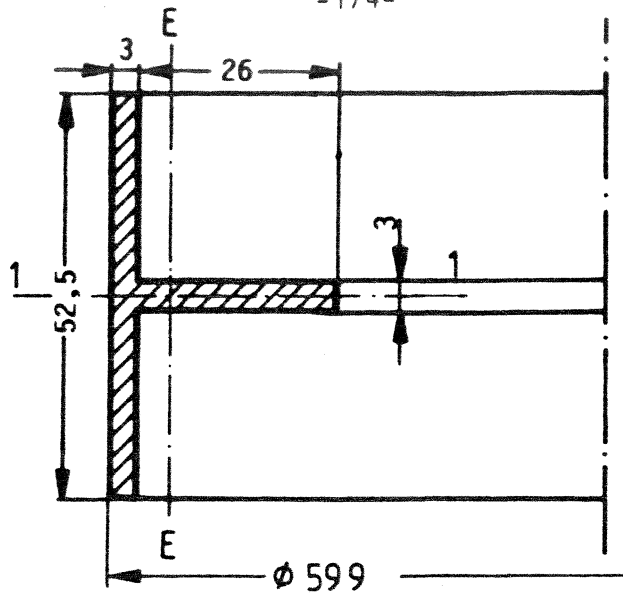
Weitere Versuchsdaten:

**Zylinderschale**

Länge je Schalenschuß	29,7 cm
Gesamtlänge, 6 Schüsse	180 cm
Schalenmaterial	Al Cu Mg 1 F40
	$E = 7,34 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$
Blehdickentoleranz	$\Delta t_{\max} = \pm 0,06 \text{ mm}$



Spante



$$J_E = 1,55 \text{ cm}^4$$

$$J_1 = 3,62 \text{ cm}^4$$

$$J_T = 0,08 \text{ cm}^4$$

Spantmaterial:

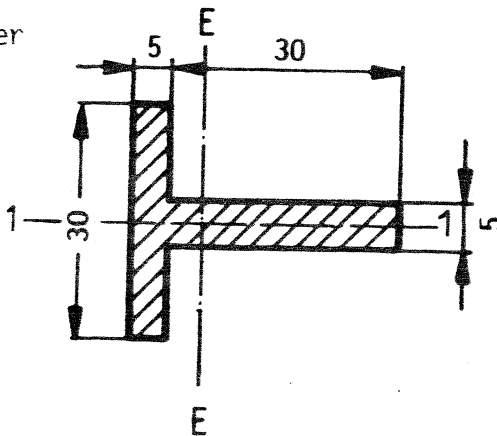
St37

$$E = 2,1 \times 10^7 \text{ N/cm}^2$$

$$\text{Wignot-Faktor } d = 230$$

Die Spante waren aus 2 Ringen zusammenschweißt worden, spannungsfreigelegt und allseitig auf Maß gedreht worden.

Stringer



$$F_{\text{Stringer}} = 3,0 \text{ cm}^2, \text{ Öffnungsbereich}$$

$$F_{\text{Stringer}} = 1,0 \text{ cm}^2 \text{ im Abstand } R \text{ vom Öffnungsrand}$$

$$J_E = 2,31 \text{ cm}^4$$

Stringermaterial: St37

**Niete**, zur Verbindung der Schalenschüsse mit den Spanten bzw. mit dem Versteifungszylinder

Niet  $\varnothing$  4mm, Rundkopf

Nietmaterial: Al Cu Mg 0,5 DIN 660

Je Schalenschußseite wurden 2 Reihen mit je 126 Nieten verwendet

**Versteifungszylinder** mit den beiden Deckeln, Material St 37

**Grundplatte** Material St 37

**Material zur Ausbildung des Einspannungslagers**

Loctite St1, 80 % Metallpulver, 20 % Epoxyharz

## Meßtechnik

100 Dehnungsmeßstreifen KFW-S-C1-23L500  
40 Rosetten KFW-S-D17-23L500  
Hersteller: KYOWA  
Länge der Einzel-DMS: 5 mm

Vielstellenmeßanlage

Hersteller: Baldwin Hottinger (HBM)

Bezeichnungen:

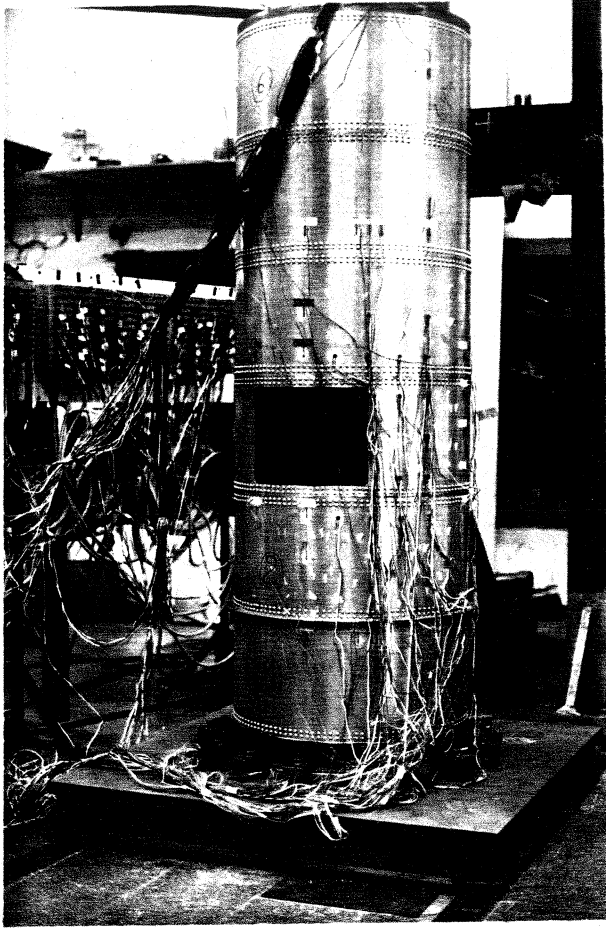
UHH 3211 Haupteinheit

NSP 3220 Nullabgleich und Speichereinheit

USH 3230 Steuergerät

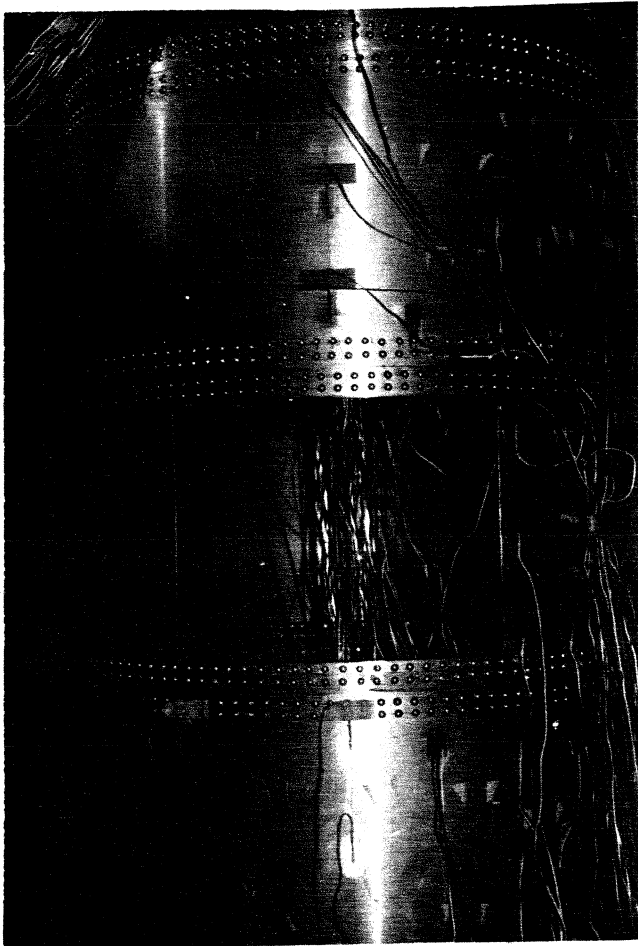
UGV 3152 Meßverstärker

Die Ergebnisse der Dehnungsmessung wurden mit einem mit der Vielstellenmeßanlage direkt gekoppelten Tischrechner HP 85 zur Spannungsermittlung weiterverarbeitet.



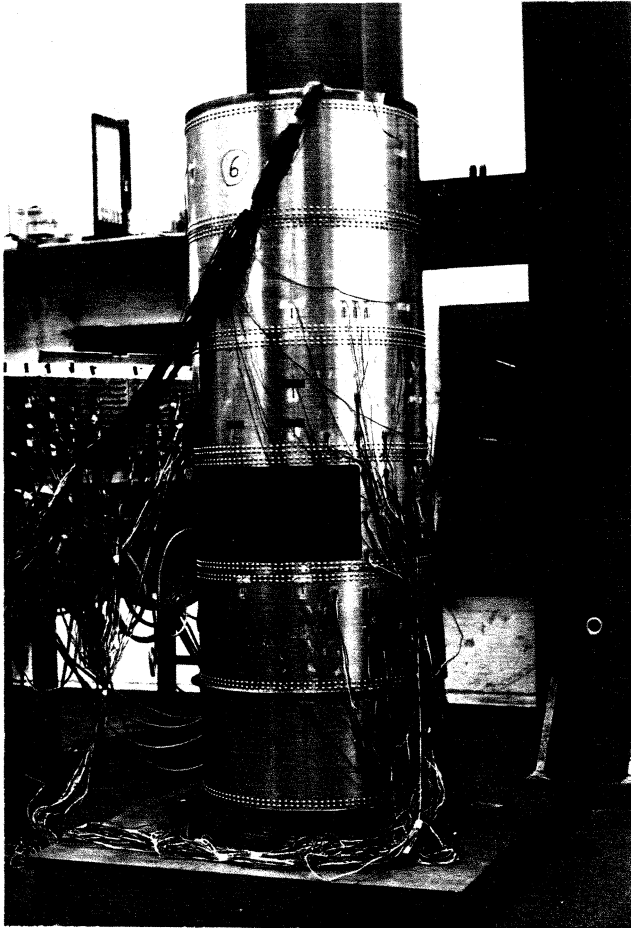
**Abb. 12:**

Versuchsaufbau  
R/t = 300  
Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$



**Abb. 13:**

Versuchsaufbau  
R/t = 300  
DMS und Rosetten in der  
Nähe der Öffnung

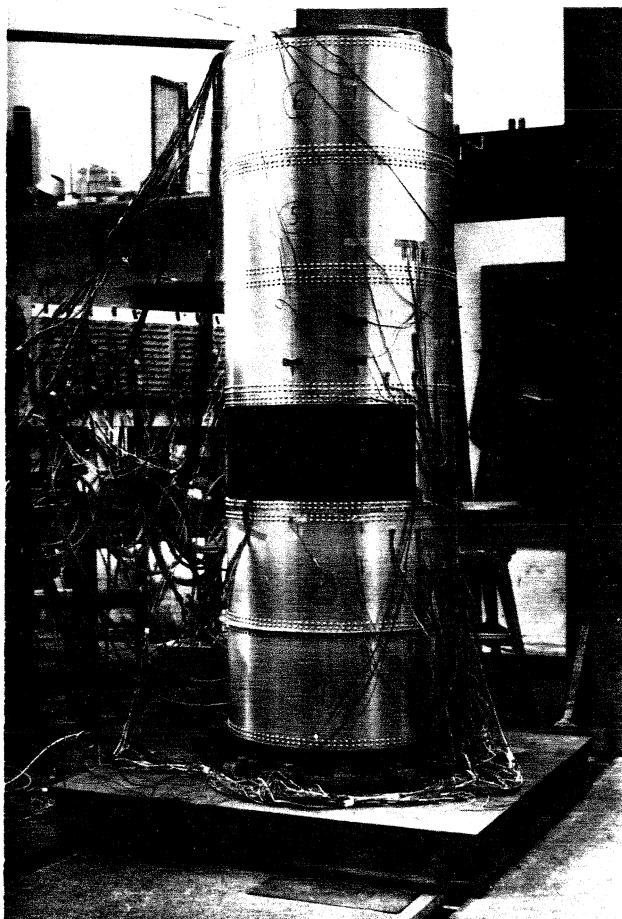


**Abb. 14:**

Versuchsaufbau

$R/t = 300$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$

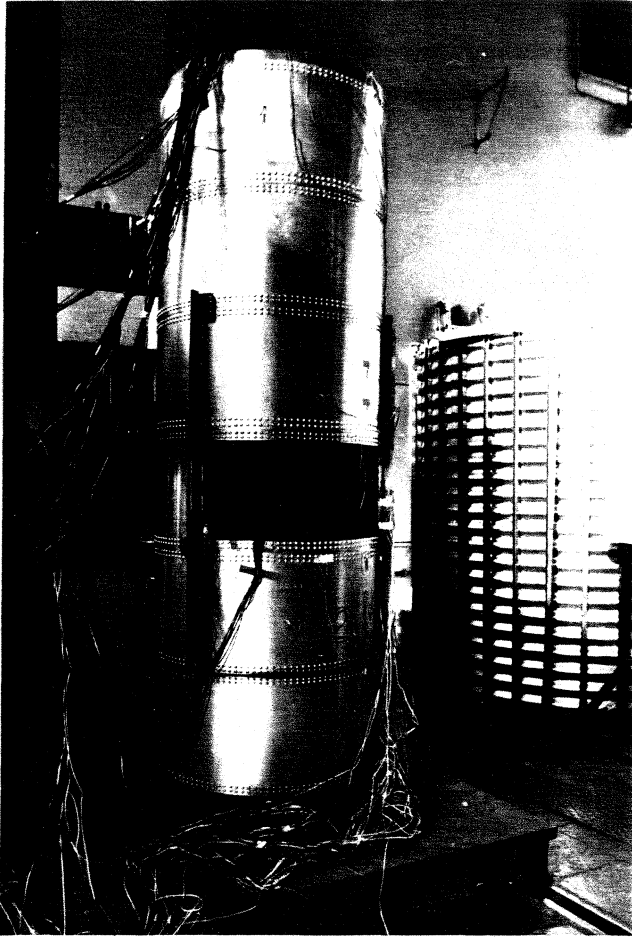


**Abb. 15:**

Versuchsaufbau

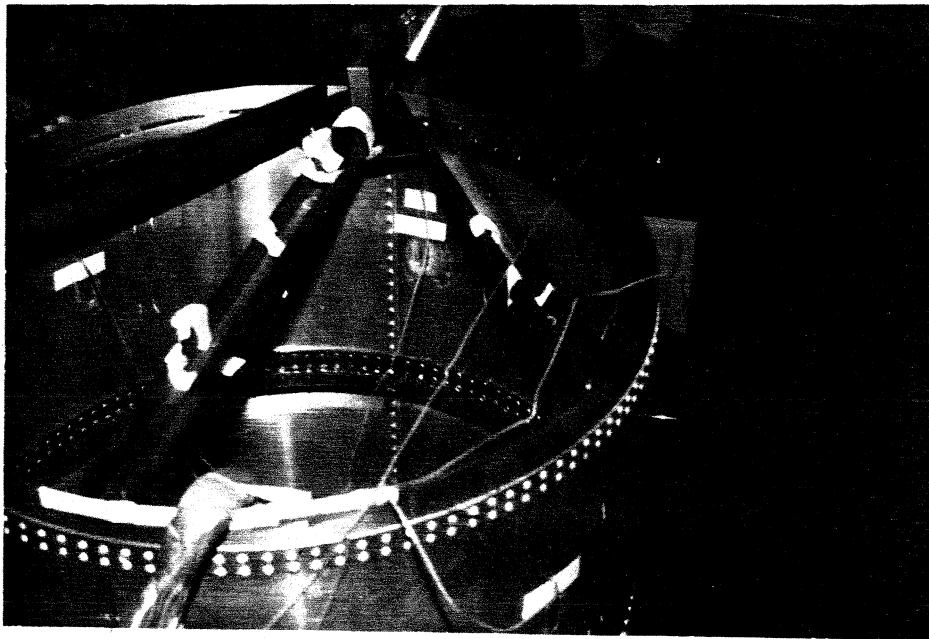
$R/t = 300$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$



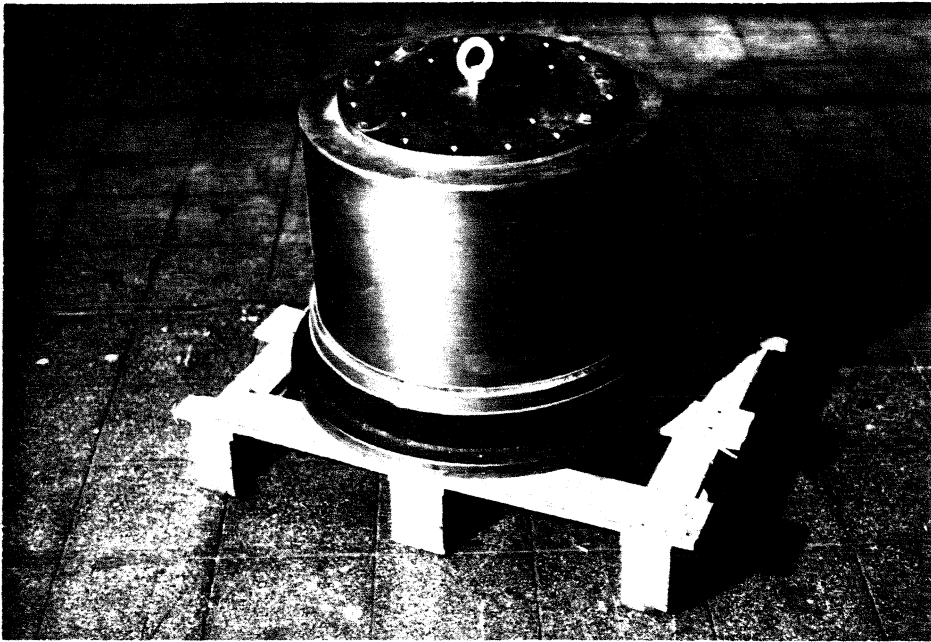
**Abb. 16:**

Versuchsaufbau  
 $R/t = 300$   
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$   
mit Längssteifen (Stringer)



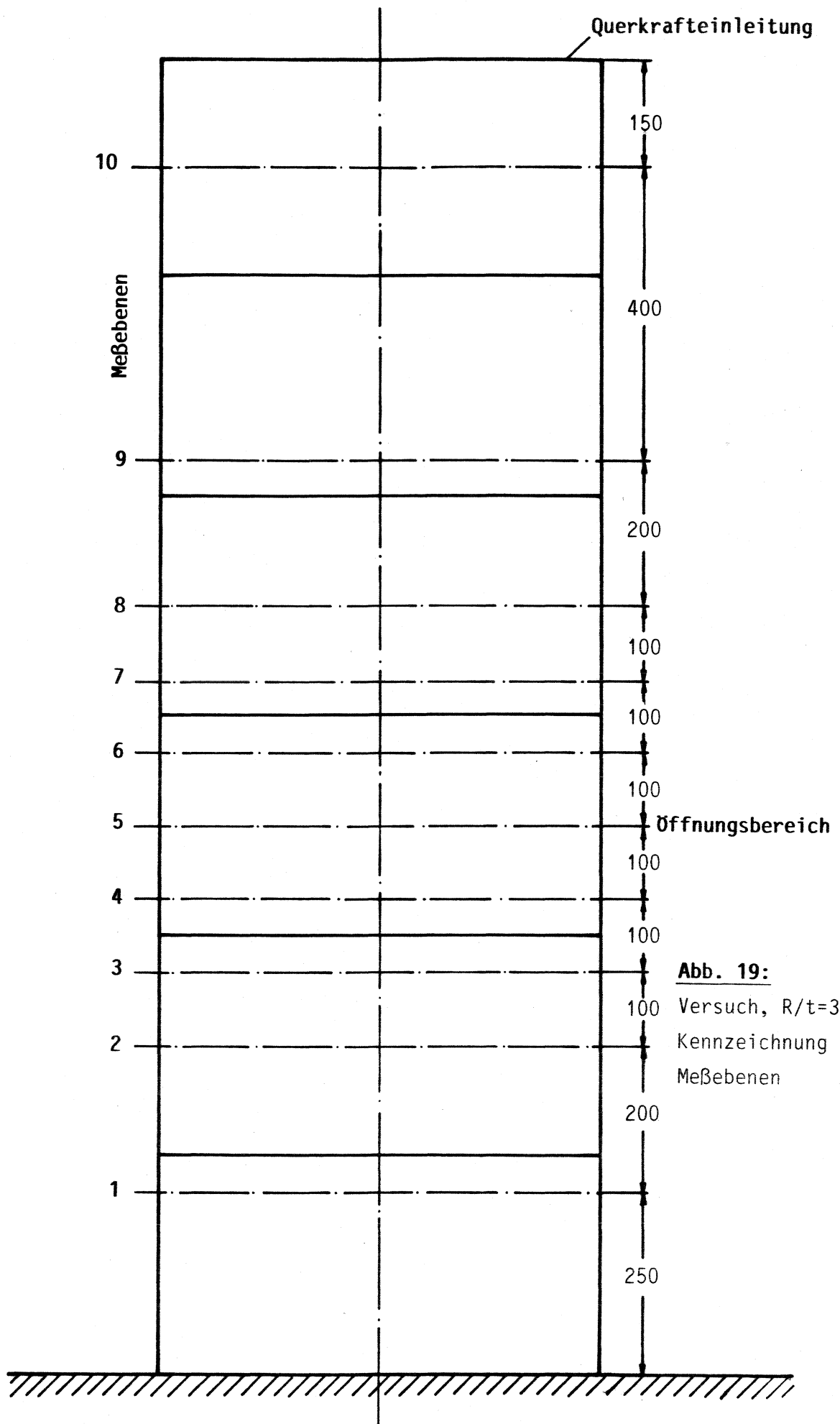
**Abb. 17:**

Versuch,  $R/t = 300$   
Lasteinteilung



**Abb. 18:**

Versuch,  $R/t = 300$   
Versteifungszylinder



**Abb. 19:**  
Versuch,  $R/t=300$   
Kennzeichnung der  
Meßebenen

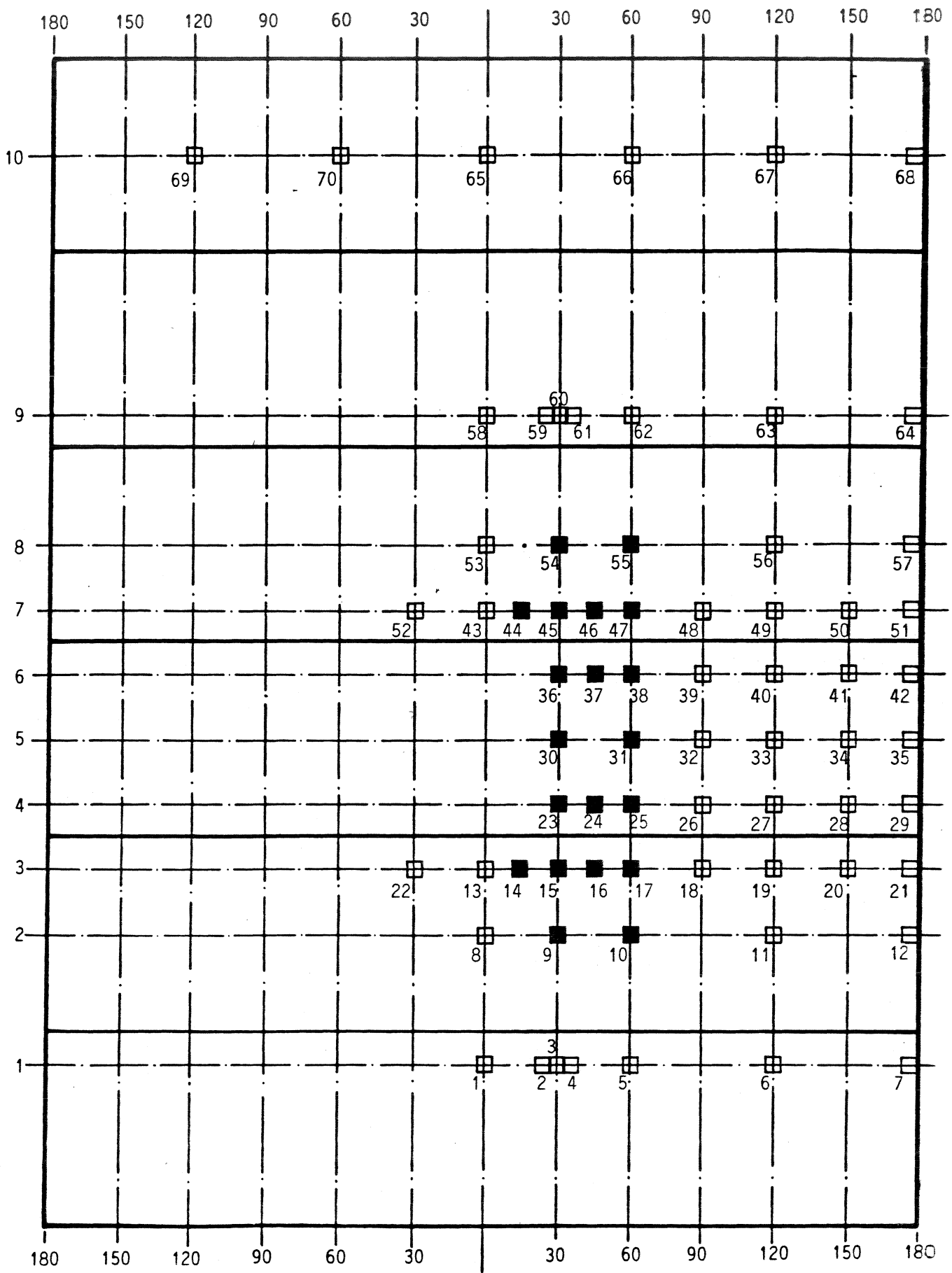


Abb. 20: DMS bzw. Rosettenraster für die Versuchsschale  $R/t = 300$

- Rosetten
- DMS



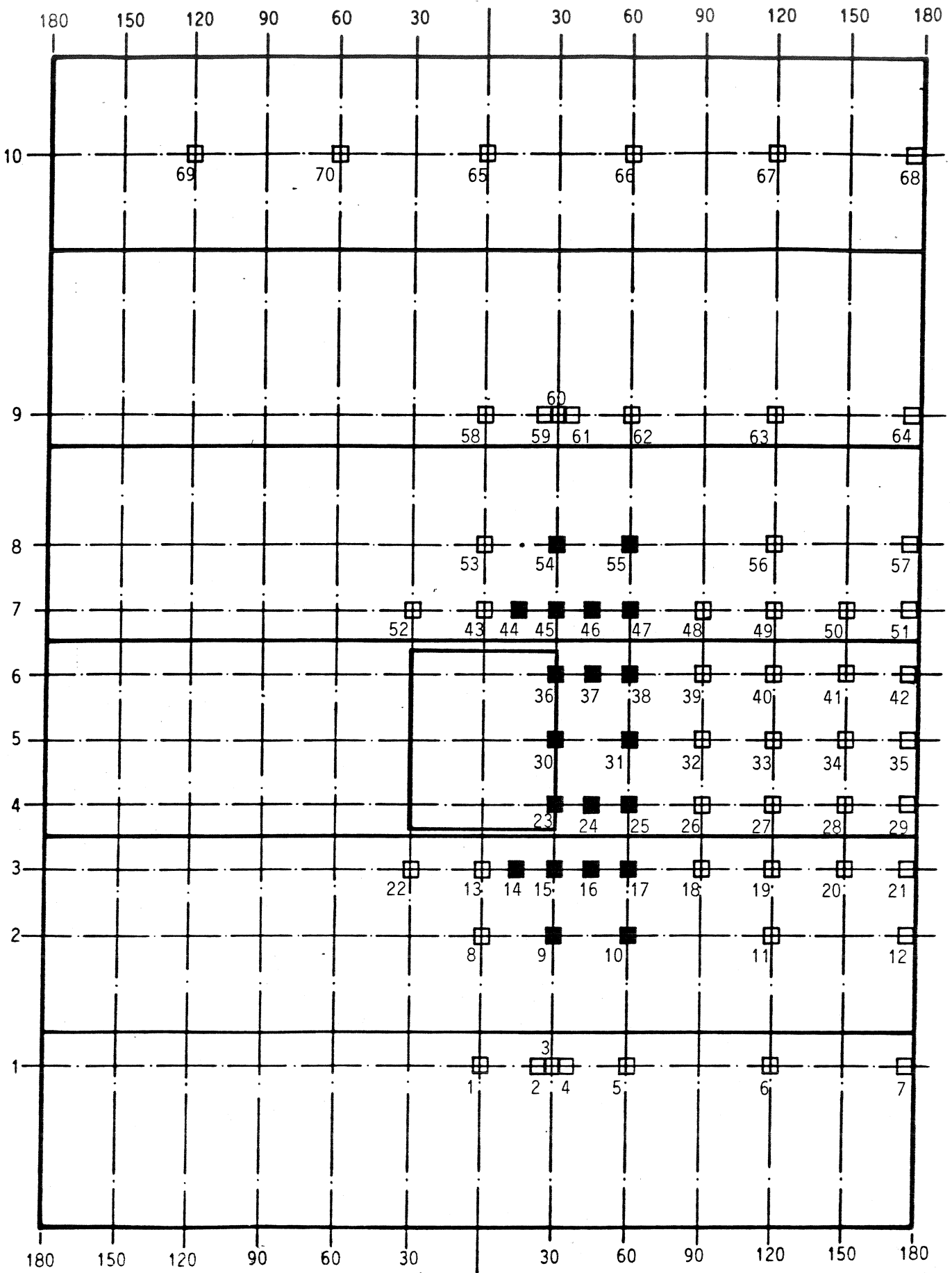


Abb 20a : DMS bzw. Rosettenraster für die Versuchsschale  $R/t = 300$   
Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$ . Das Raster ist identisch mit dem  
Raster der Versuchsschale ohne Öffnung

- Rosetten
- DMS

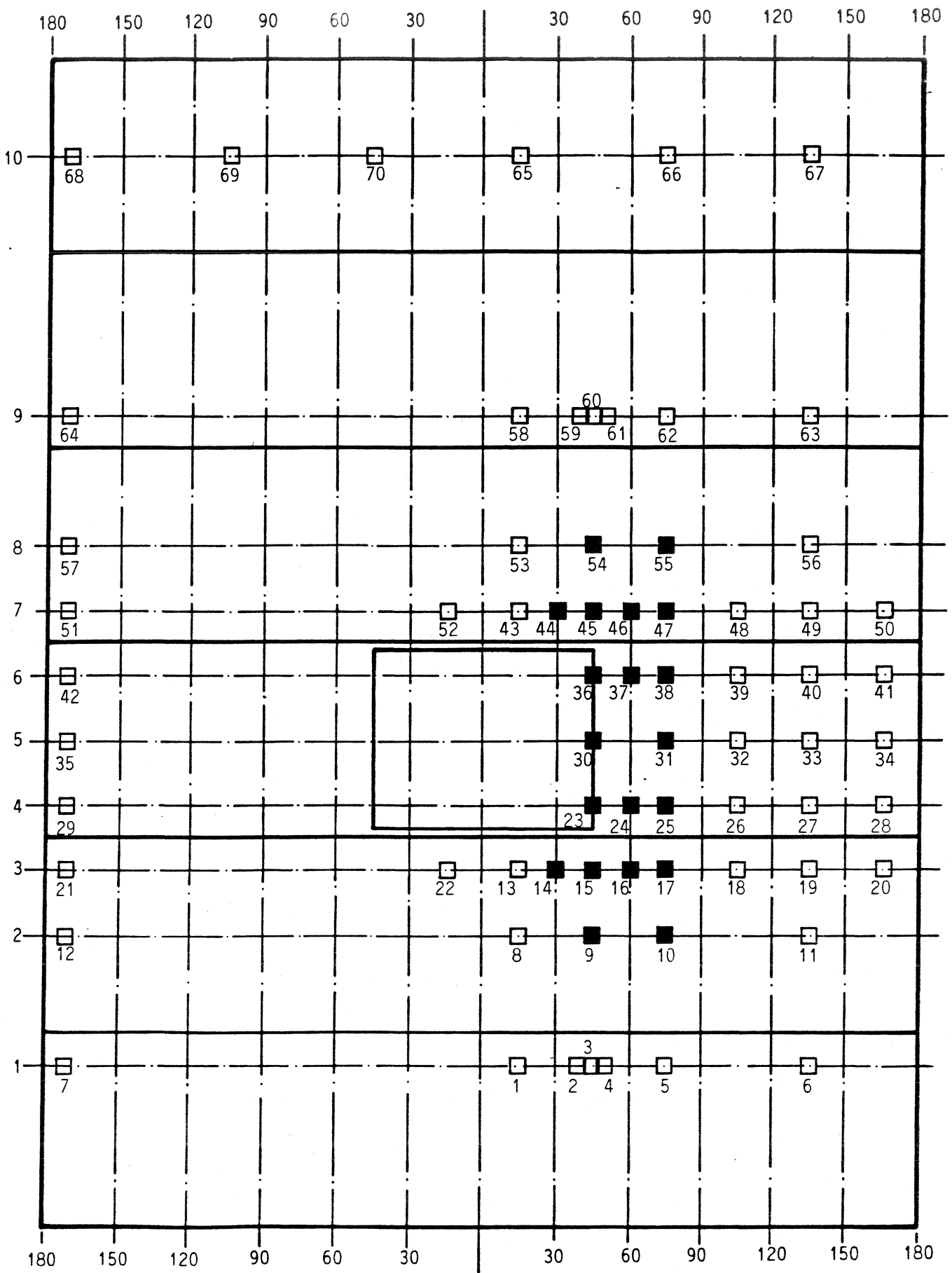
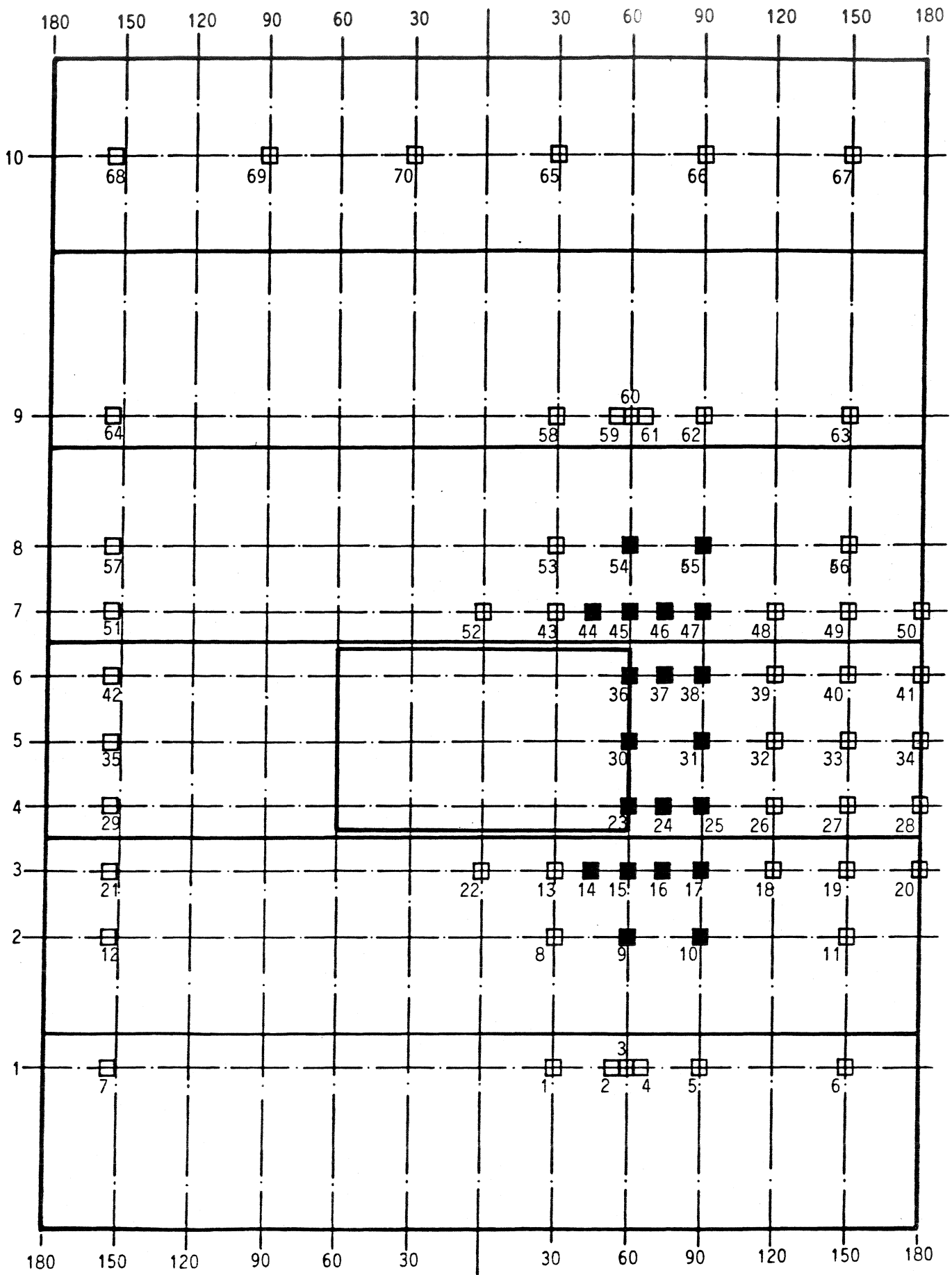


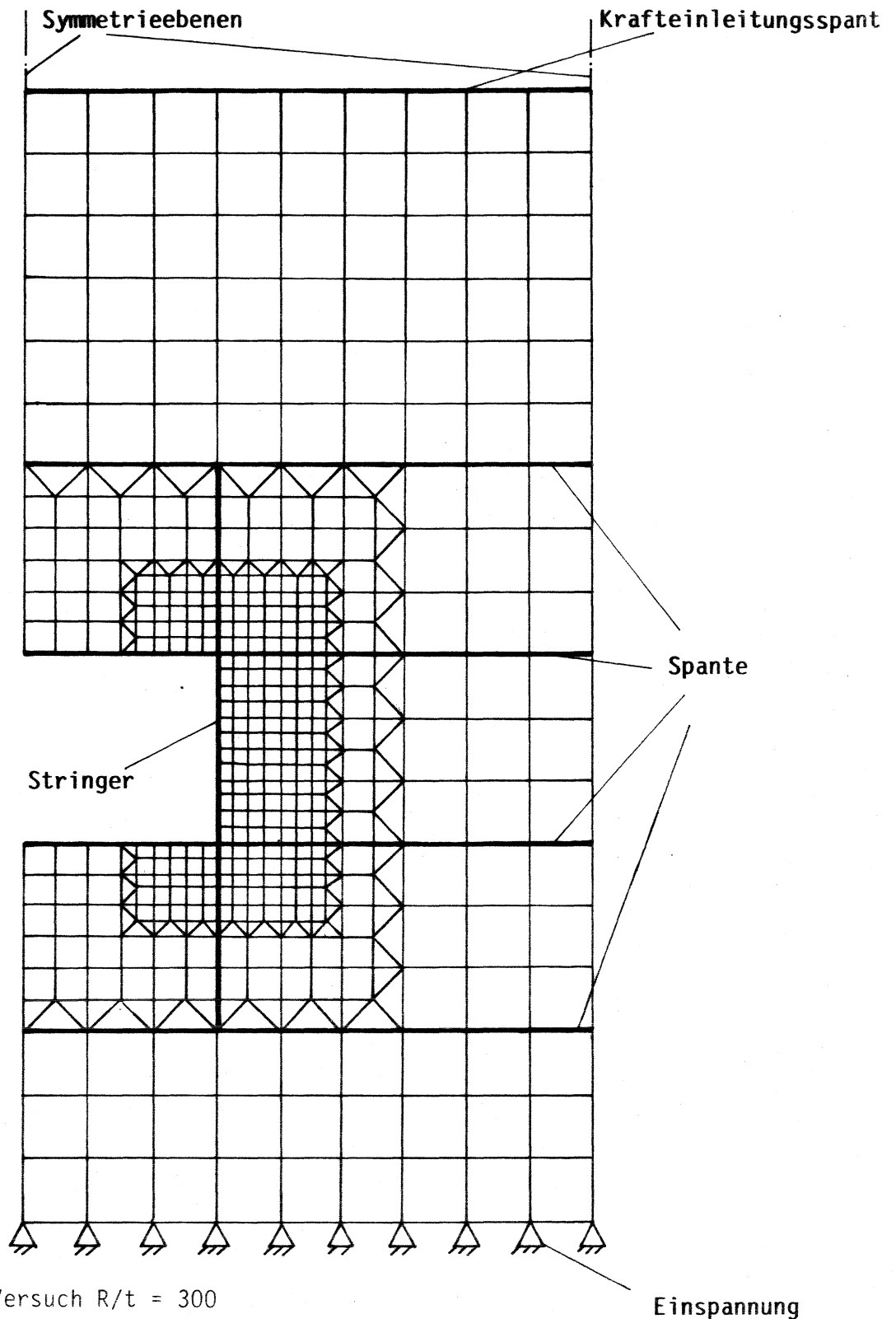
Abb. 21: DMS bzw. Rosettenraster für die Versuchsschale  $R/t = 300$ ,  
Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$

- Rosetten
- DMS



**Abb. 22 :** DMS bzw. Rosettenraster für die Versuchsschale  $R/t = 300$ ,  
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$

- Rosetten
- DMS



**Abb. 23:** Versuch  $R/t = 300$

Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$

FEM-Netz für die Vergleichsrechnung mit der Übertragungsmatrizenrechnung

(abgewickelte Darstellung)

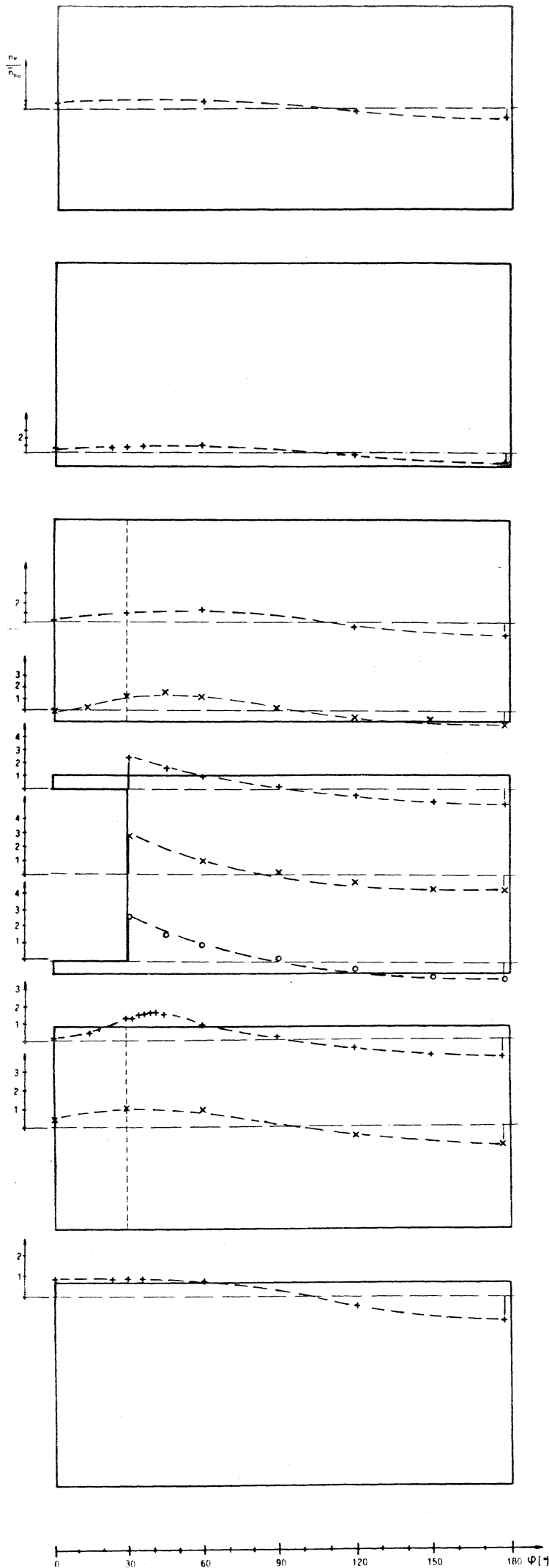
#### 9.4 Meßergebnisse, Versuch R/t = 300

In den Diagrammen 9.1 bis 9.3 sind die Meßergebnisse (Auswertung der DMS und Rosetten) für alle Meßebenen für die Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$ ,  $90^\circ$  und  $120^\circ$  der spantversteiften Zylinderschale dargestellt.

Es sind jeweils die über dem Umfang verteilten, auf den Scheitelwert der Balkenbiegetheorie  $n_{x0} = 1$  normierten, Längskraftflüsse der Meßebenen aufgetragen.

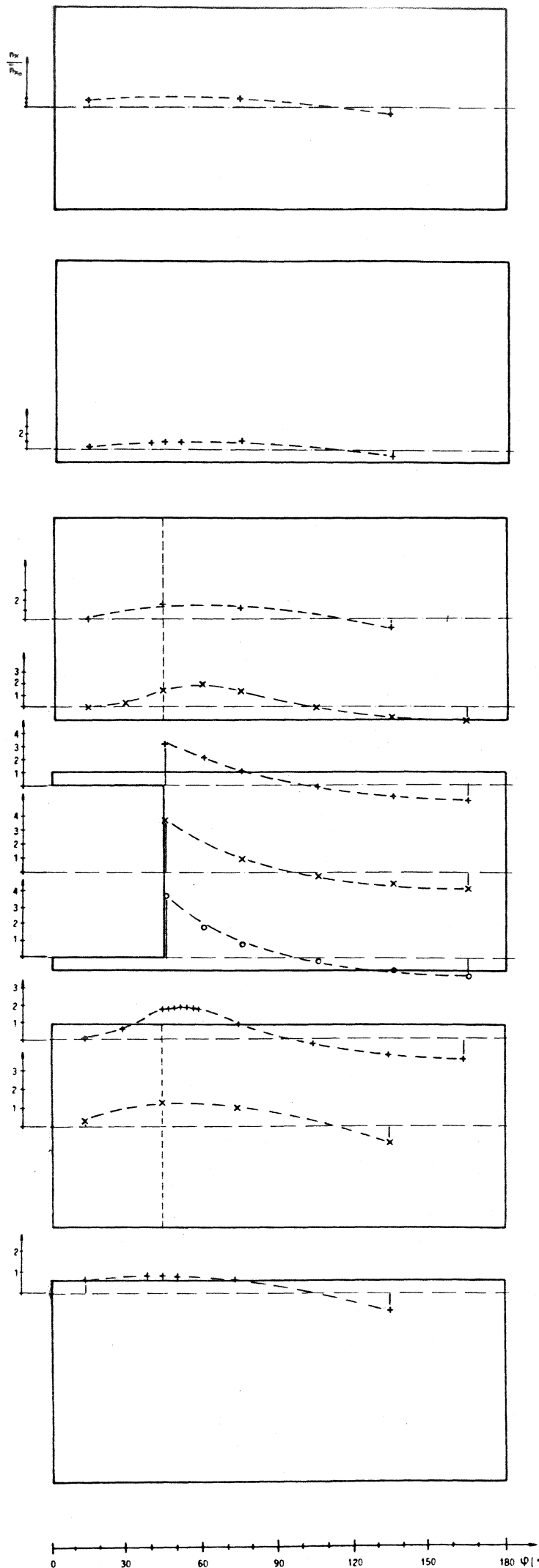
Diagramm 9.4 zeigt die Meßergebnisse der spant- und stringerversteiften Zylinderschale für  $2\alpha = 120^\circ$ .

In den Diagrammen 9.5 bis 9.8 sind die Ergebnisse der Rosettenauswertung: Hauptspannungen mit Größe und Richtung im Bereich der Öffnung, aufgezeichnet.



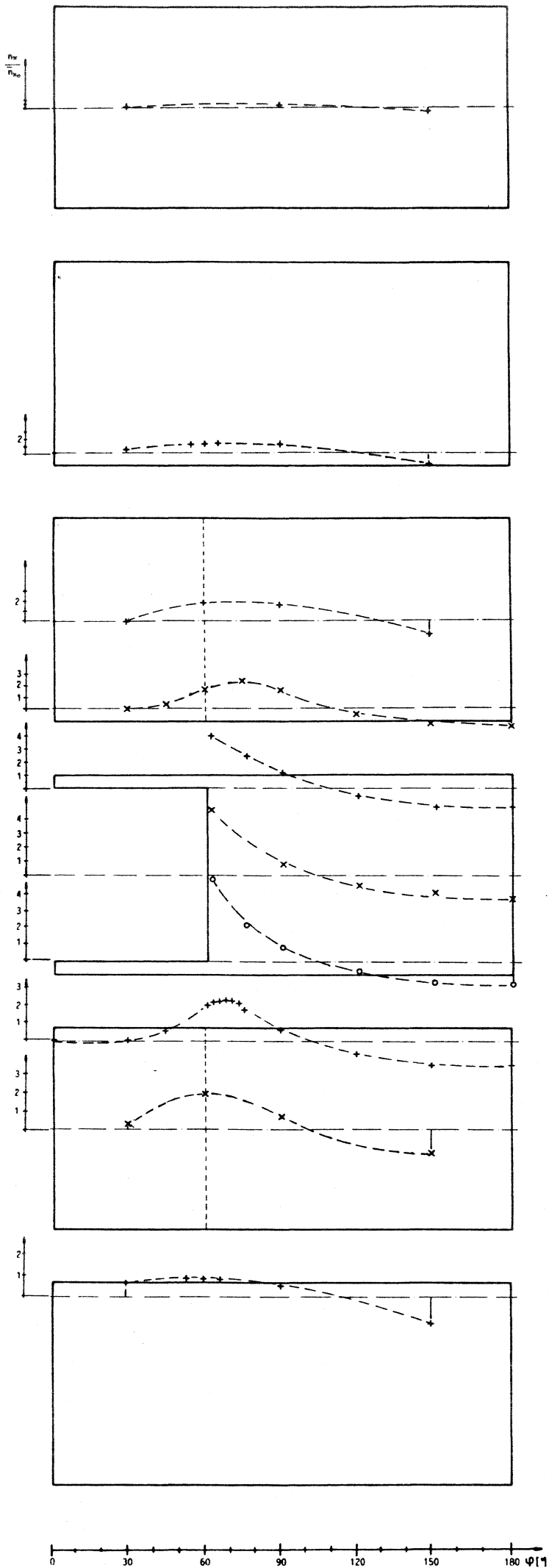
**Diagramm 9.1:**

Längskraftflußüber-  
 höhungen für alle  
 Meßebenen  
 Versuchsschale  
 $R/t = 300$   
 Öffnungswinkel  
 $2\alpha = 60^\circ$   
 Spante:  $d = 230$   
 keine Stringer



**Diagramm 9.2:**

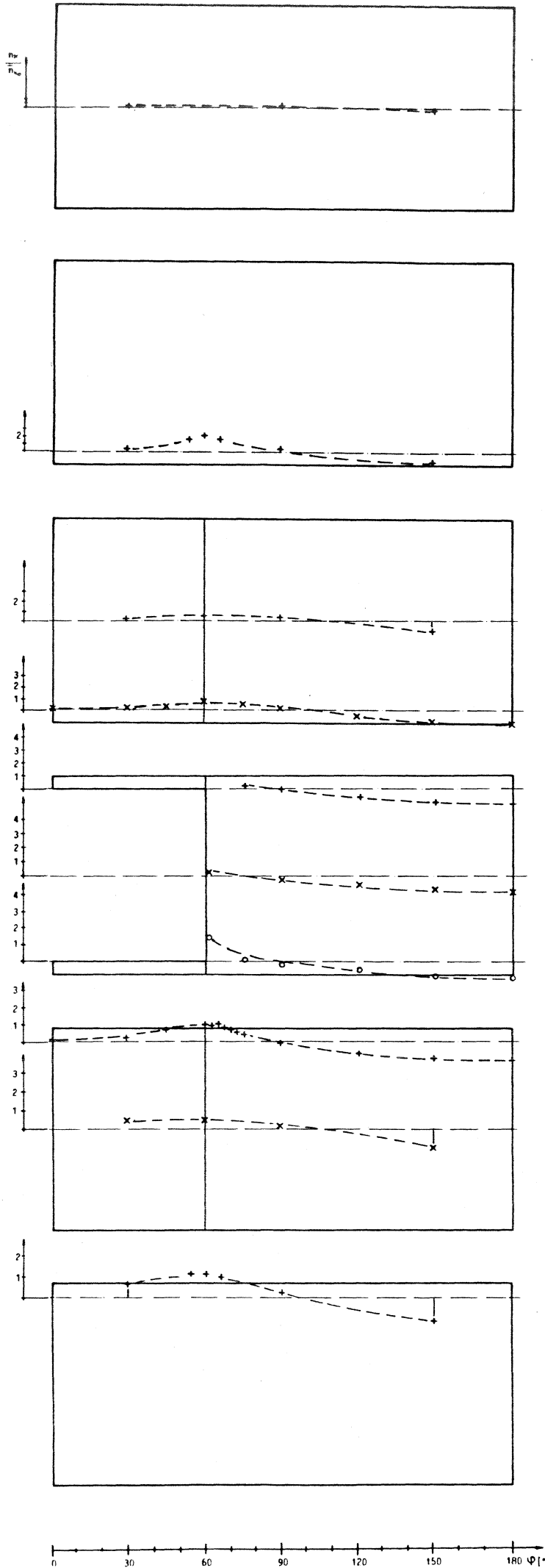
Längskraftflußüberhöhungen für alle Meßebenen  
 Versuchsschale  
 $R/t = 300$   
 Öffnungswinkel  
 $2\alpha = 90^\circ$   
 Spante:  $d = 230$   
 keine Stringer



**Diagramm 9.3:**

Längskraftflußüber-  
 höhungen für alle  
 Meßebenen  
 Versuchsschale  
 $R/t = 300$   
 Öffnungswinkel  
 $2\alpha = 120^\circ$   
 Spante:  $d = 230$   
 keine Stringer





**Diagramm 9.4:**

Längskraftflußüberhöhungen für alle Meßebenen

Versuchsschale

$R/t = 300$

Öffnungswinkel

$2\alpha = 120^\circ$

Spante:  $d = 230$

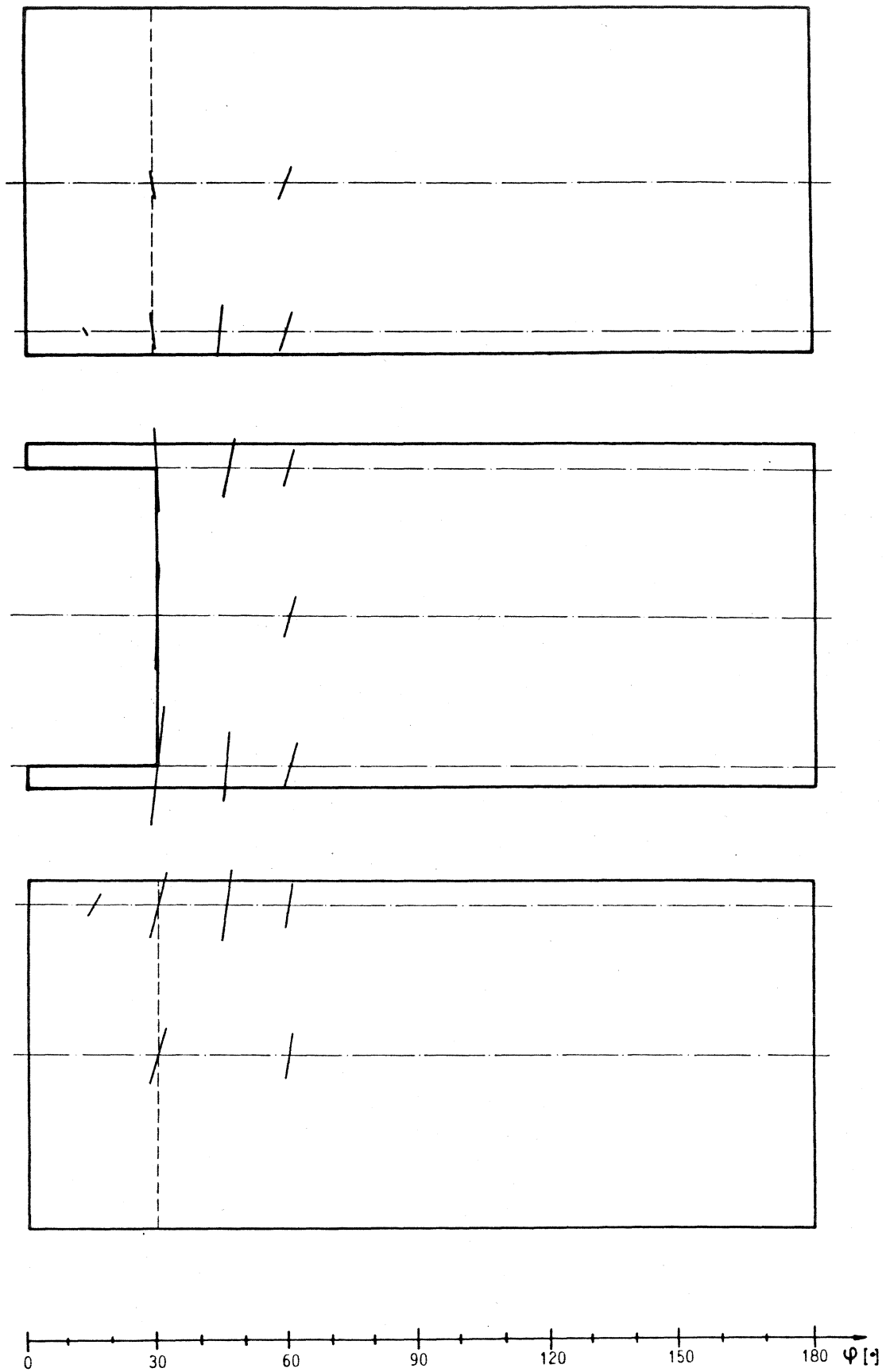
Stringer:

$F_1 = 3,0 \text{ cm}^2$

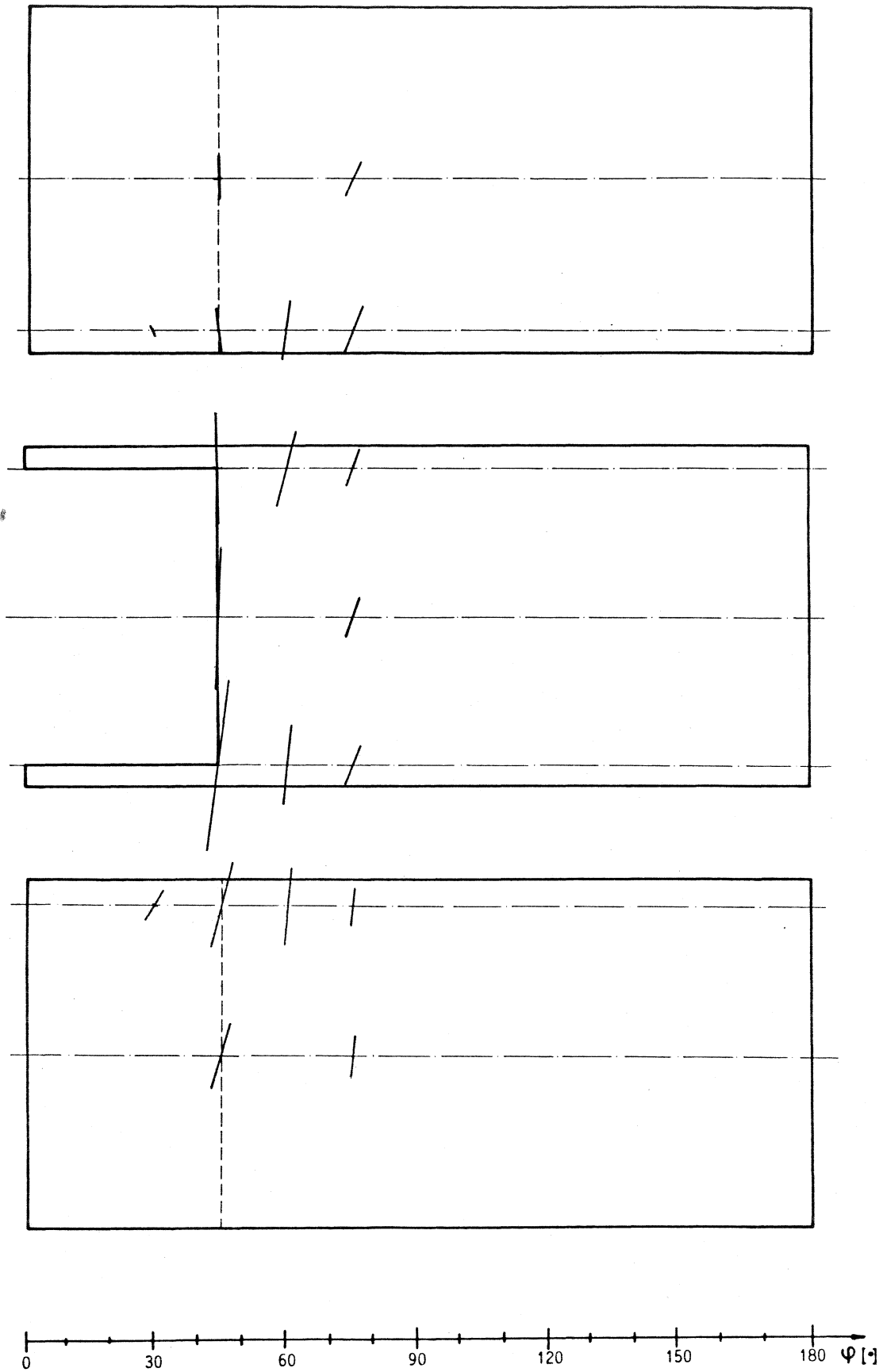
Öffnungsbereich,

$F_2 = 1,0 \text{ cm}^2$

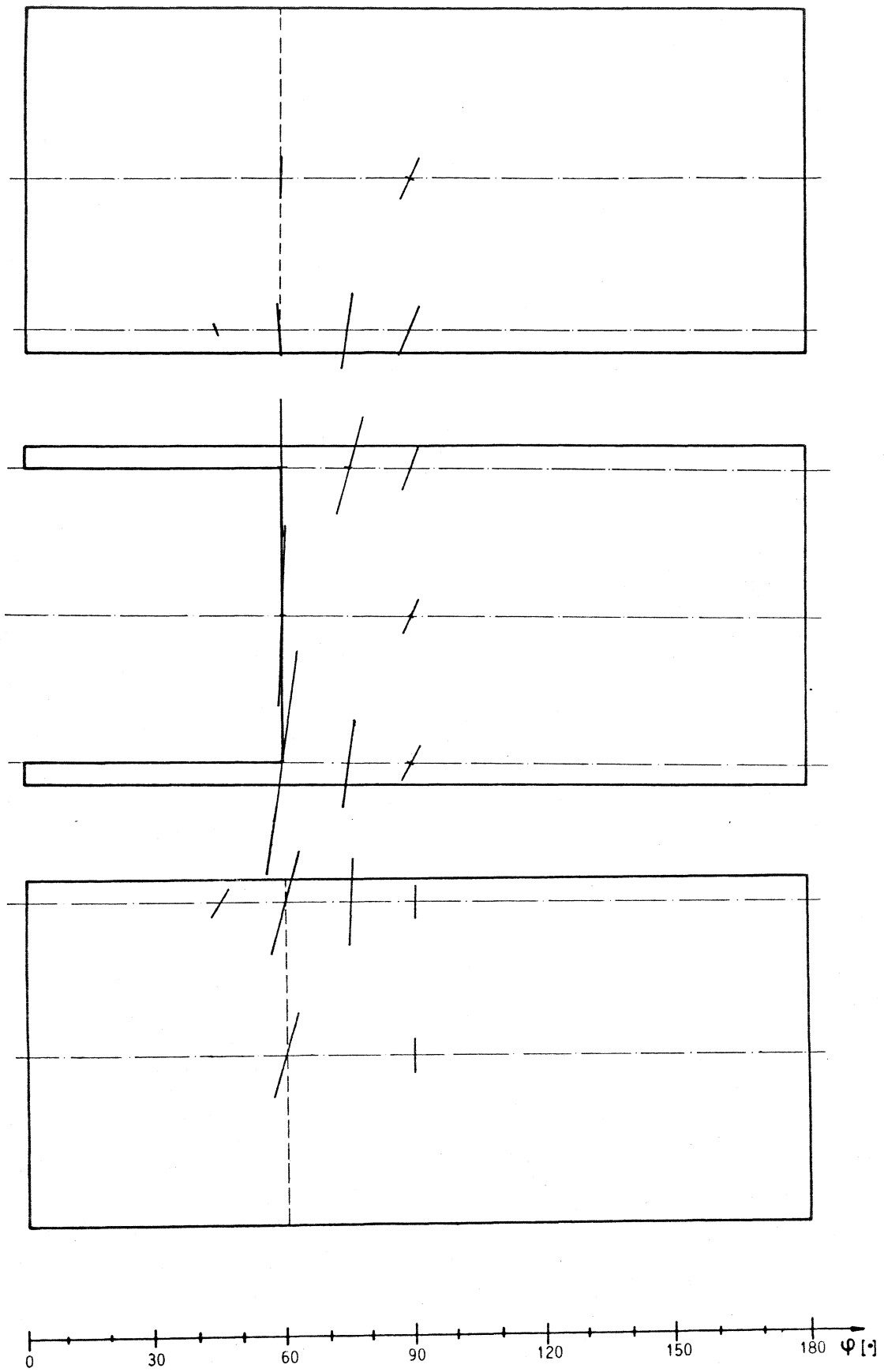
Abstand  $R$ ,



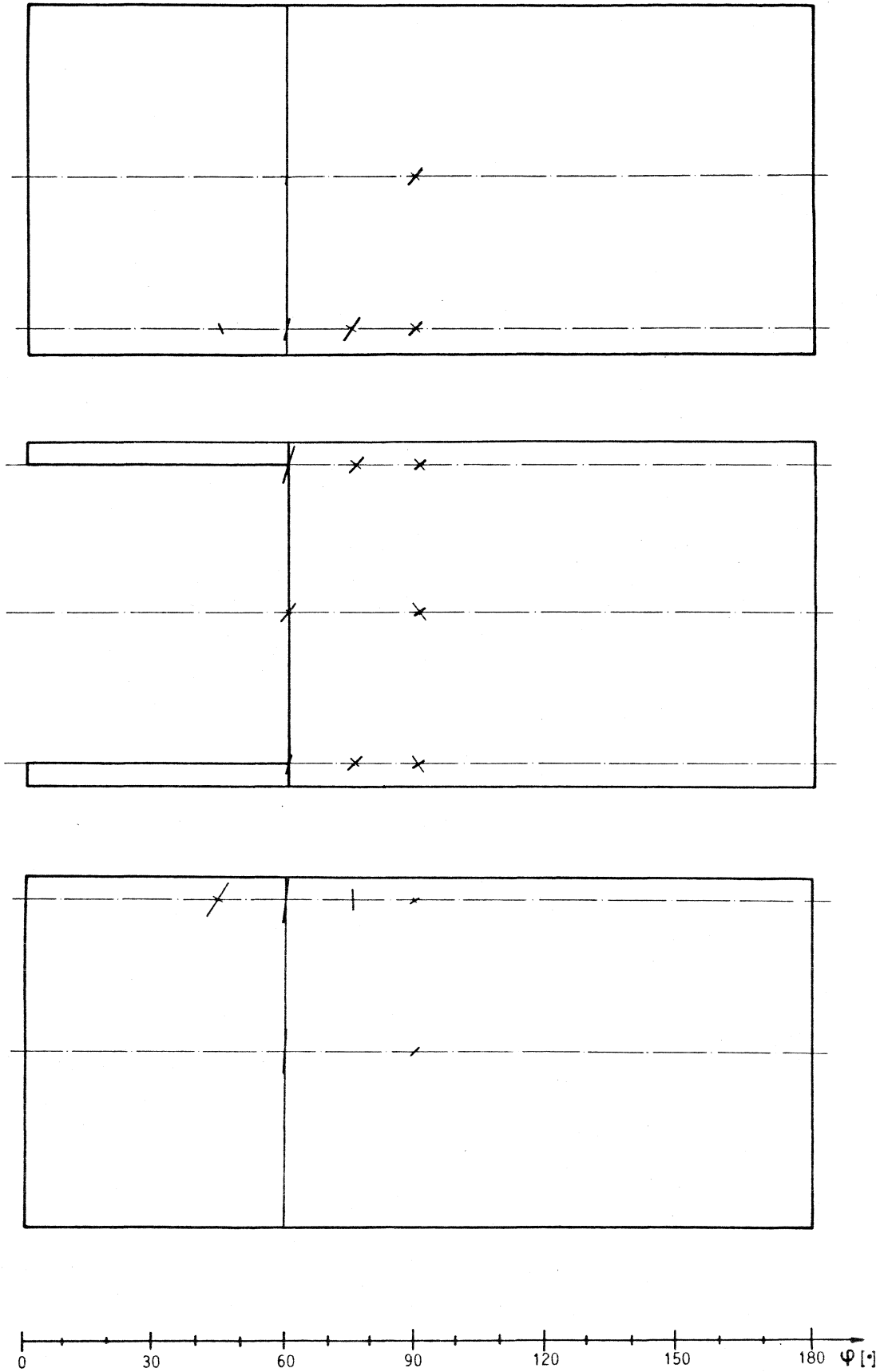
**Diagramm 9.5:** Versuch  $R/t = 300$   
Hauptspannungsrichtungen in Öffnungsnähe  
Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ$



**Diagramm 9.6:** Versuch  $R/t = 300$   
Hauptspannungsrichtungen in Öffnungsnähe  
Öffnungswinkel  $2\alpha = 90^\circ$



**Diagramm 9.7:** Versuch  $R/t = 300$   
Hauptspannungsrichtungen in Öffnungsnähe  
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$



**Diagramm 9.8:** Versuch  $R/t = 300$   
Hauptspannungsrichtungen in Öffnungsnähe  
Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$  mit Stringer

## 9.5 Gegenüberstellung: Meßergebnisse, Berechnung mit Übertragungsmatrizen und FEM-Rechnung, Versuch $R/t = 300$

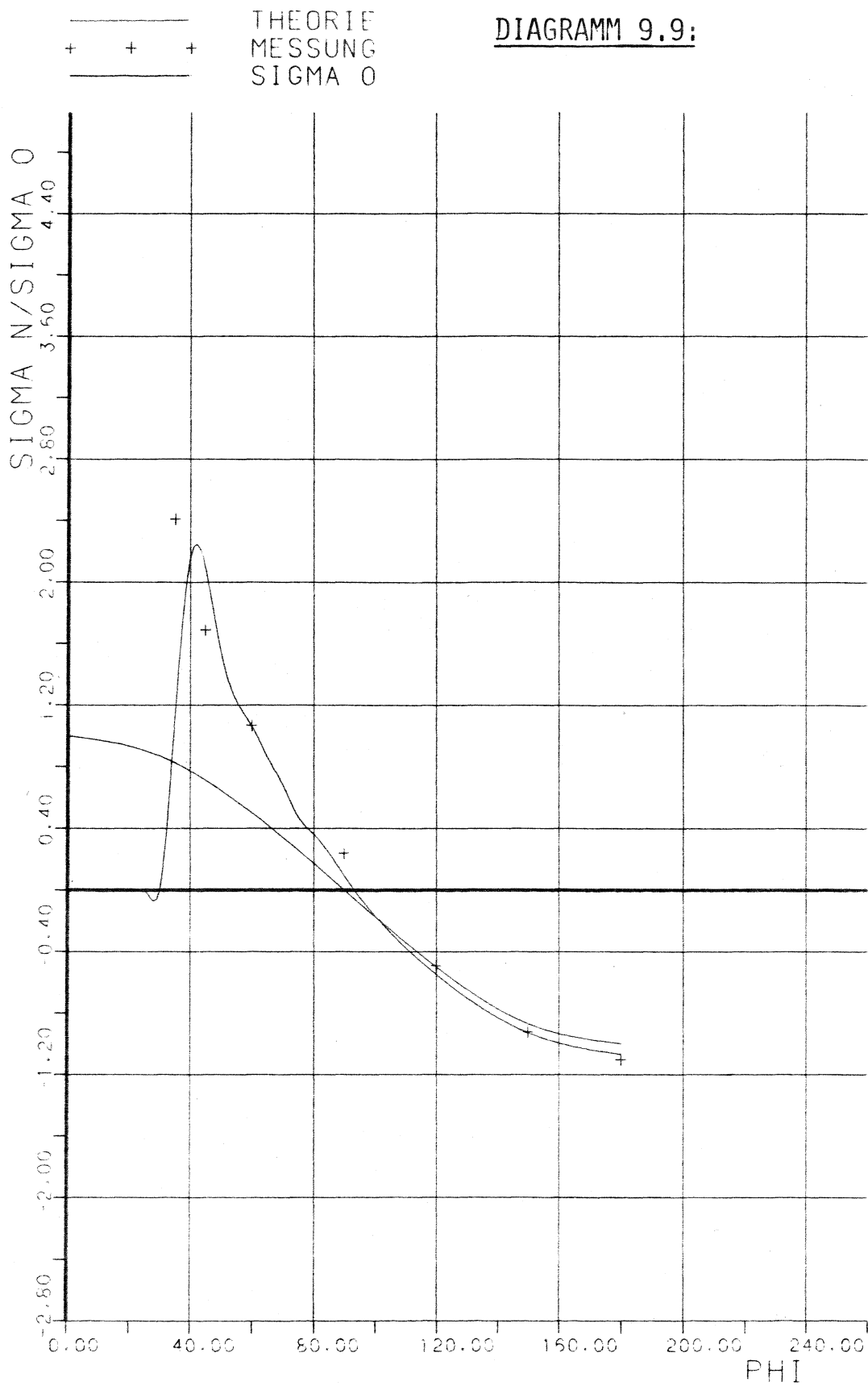
In den Diagrammen 9.9 bis 9.20 sind für die Versuchsschale mit  $R/t = 300$  die Meßergebnisse der Ebenen 6,7 und 9, siehe Abb. 19-20, den Ergebnissen aus den Berechnungen mit Übertragungsmatrizen und, für den Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$ , den Berechnungsergebnissen der FE-Methode gegenübergestellt. In jedem Diagramm sind für ein Meßebene die Verteilungen in Umfangsrichtung der auf die Balkenbiegetheorie ( $n_{x0} = 1$ ) normierten Berechnungswerte und Meßwerte aufgetragen.

Die Ergebnisse der Berechnung mit Übertragungsmatrizen ist in den Diagrammen mit "THEORIE" gekennzeichnet.

Die Balkenbiegetheorie ist mit "SIGMA 0" gekennzeichnet.

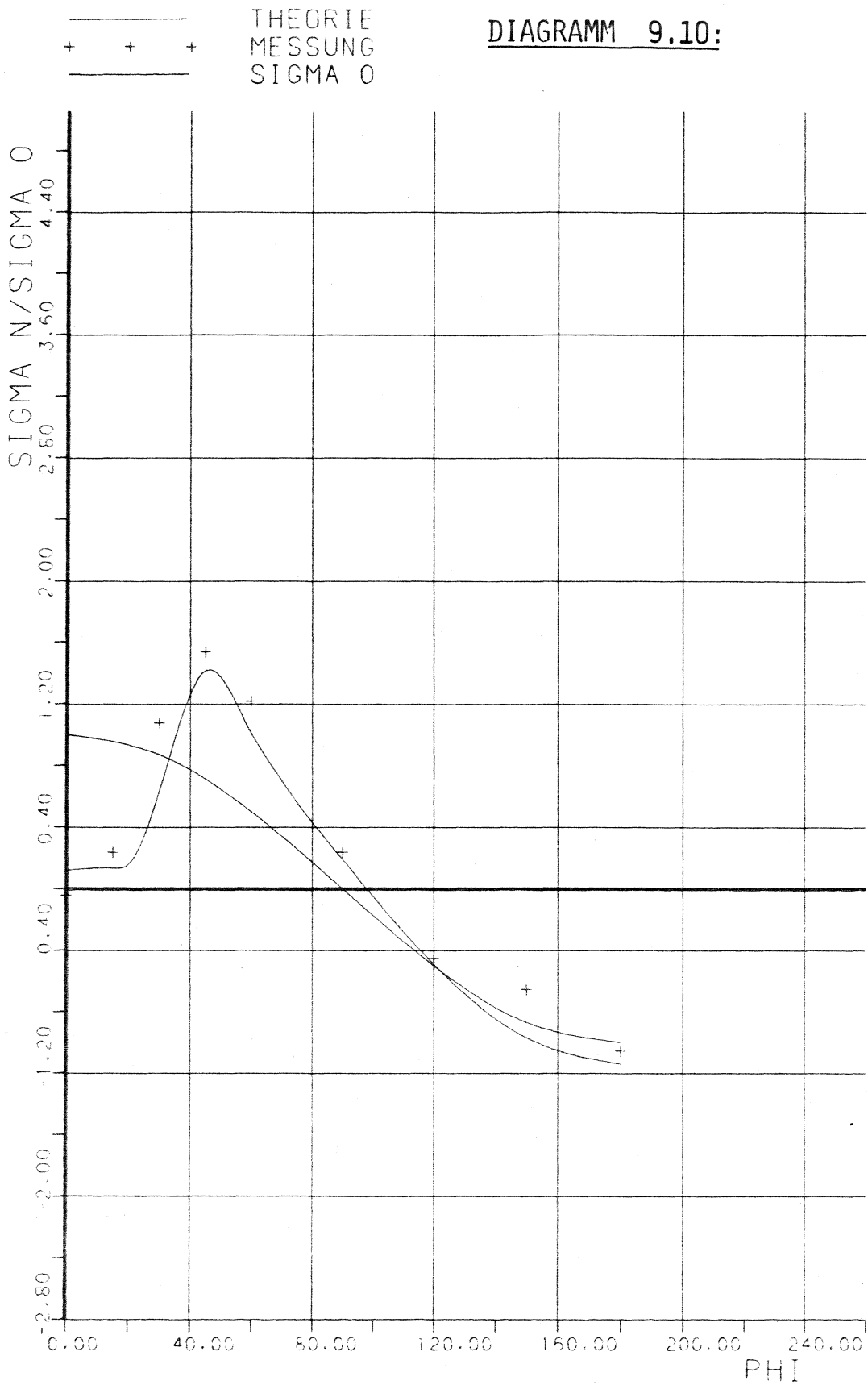
Die Überhöhungen aufgrund der Öffnung sind somit direkt ablesbar.

DIAGRAMM 9.9:



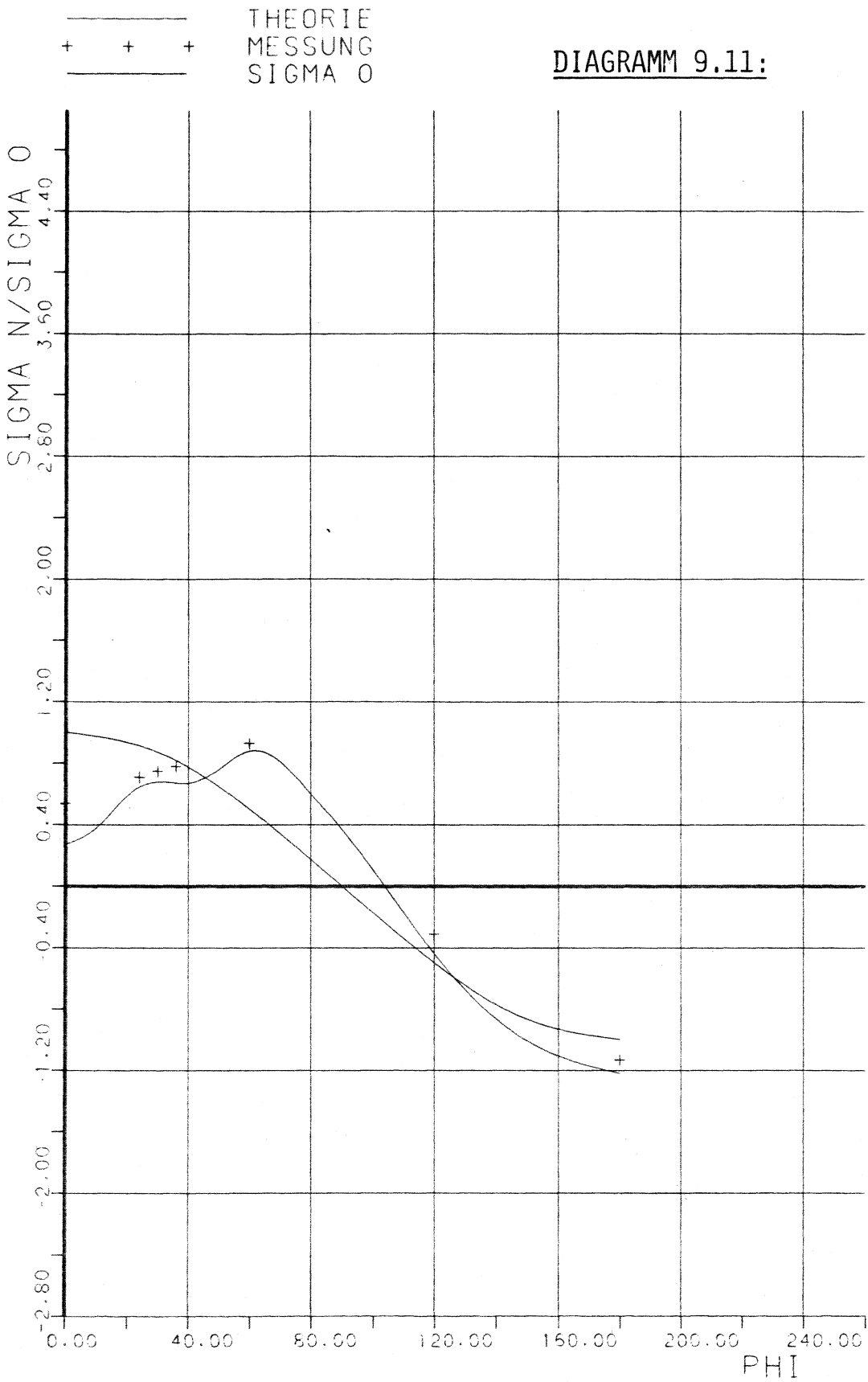
VERSUCHSSCHALE AACHEN, IFL  
R/T=300 2ALPHA=60 MIT SPANTEN  
OHNE STRINGER MESSEBENE 6

DIAGRAMM 9.10:



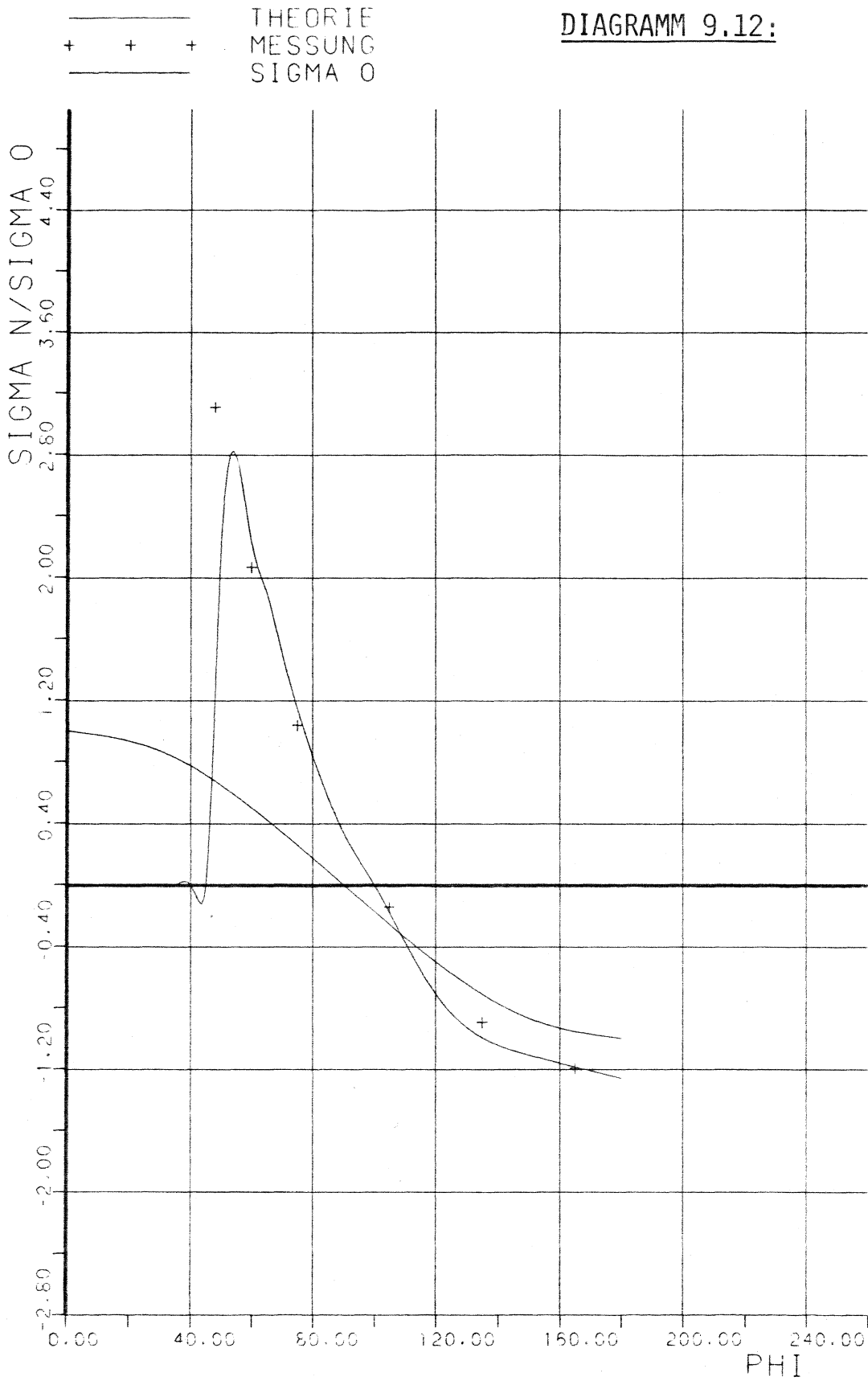
VERSUCHSSCHALE AACHEN, IFL  
R/T=300 2ALPHA=60 MIT SPANTEN  
OHNE STRINGER MESSEBENE 7





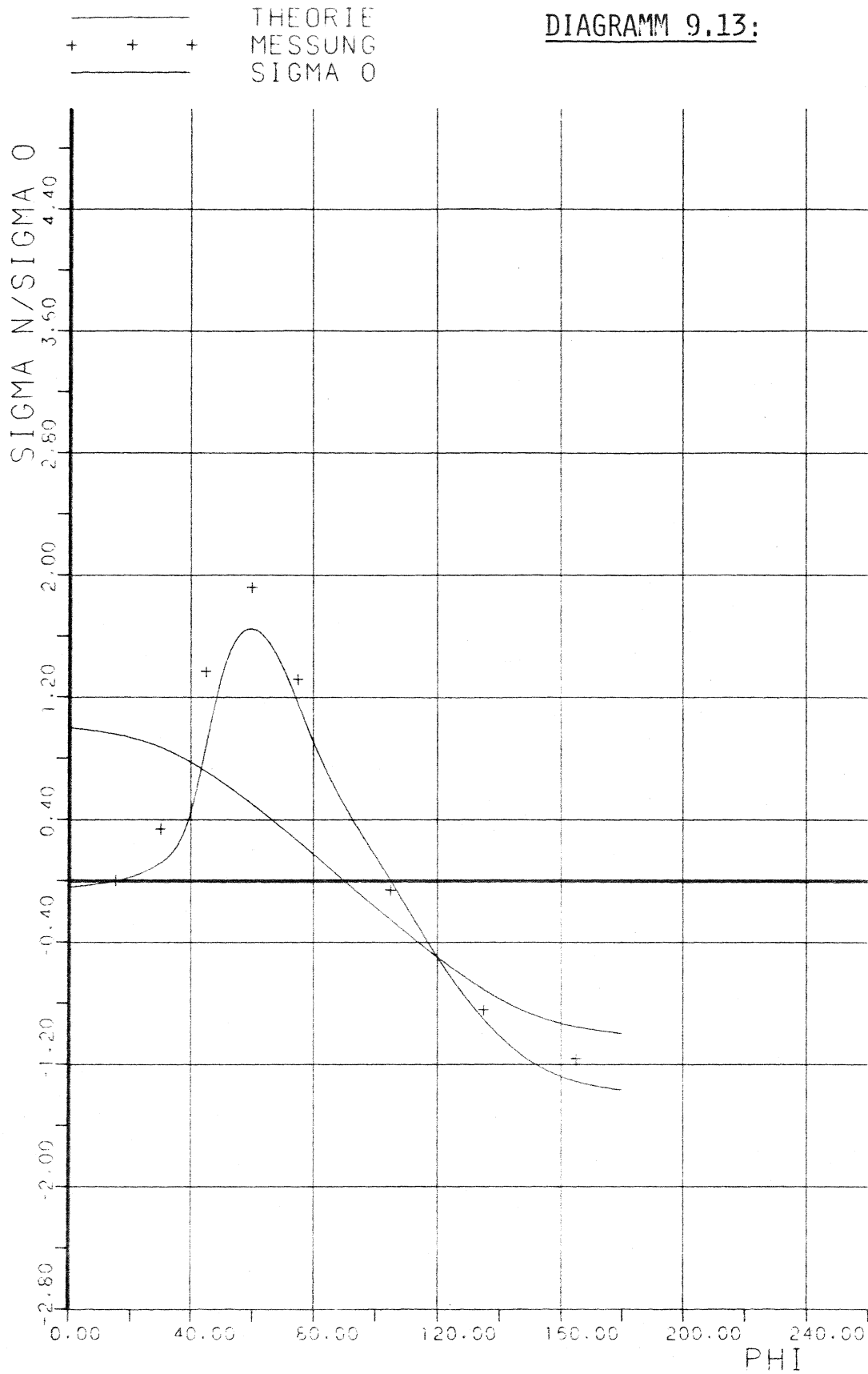
VERSUCHSSCHALE AACHEN, IFL  
R/T=300 2ALPHA=60 MIT SPANTEN  
OHNE STRINGER MESSEBENE 9

DIAGRAMM 9.12:



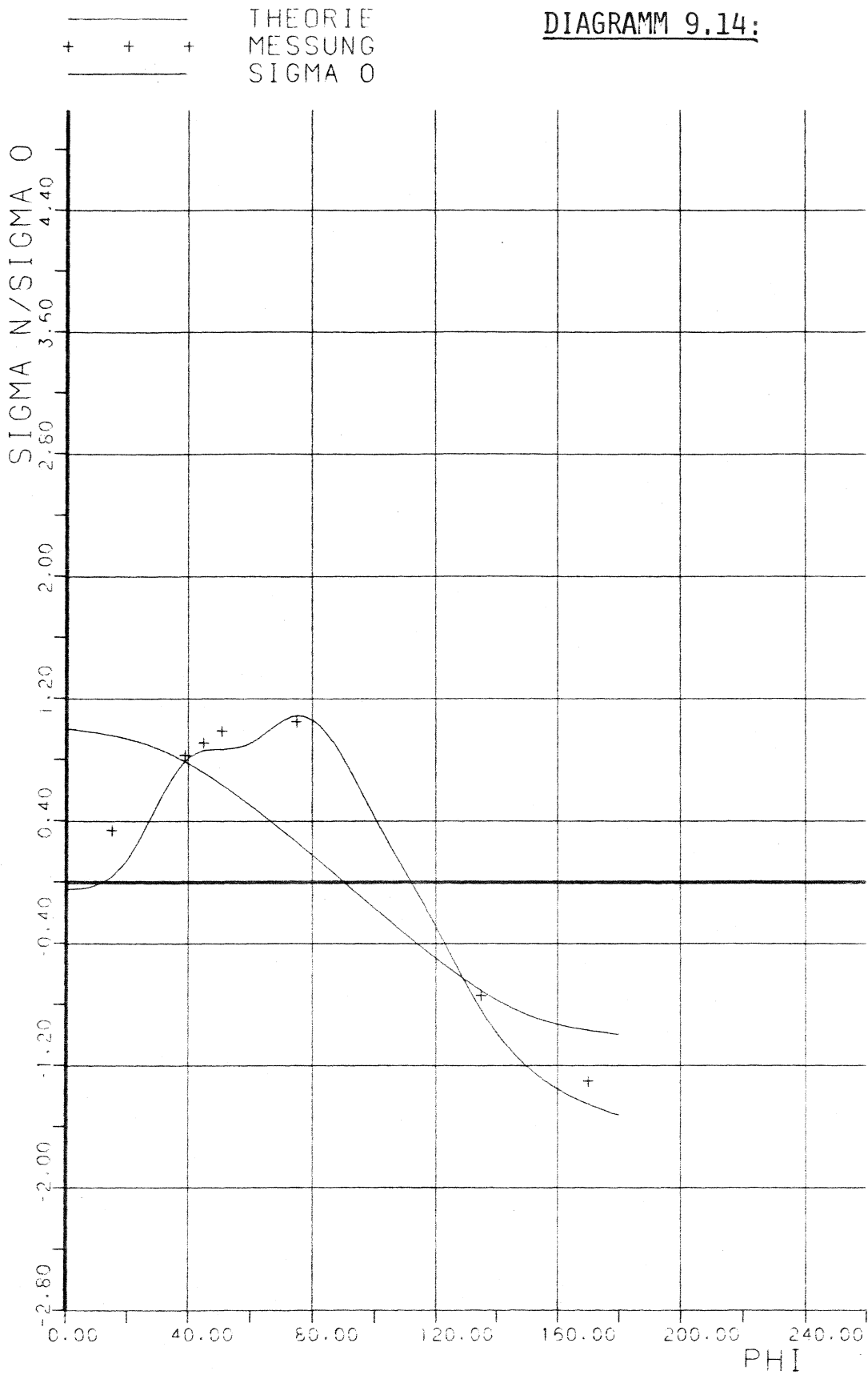
VERSUCHSSCHALE AACHEN, IFL  
R/T=300 2ALPHA=90 MIT SPANTEN  
OHNE STRINGER MESSEBENE 6

DIAGRAMM 9.13:



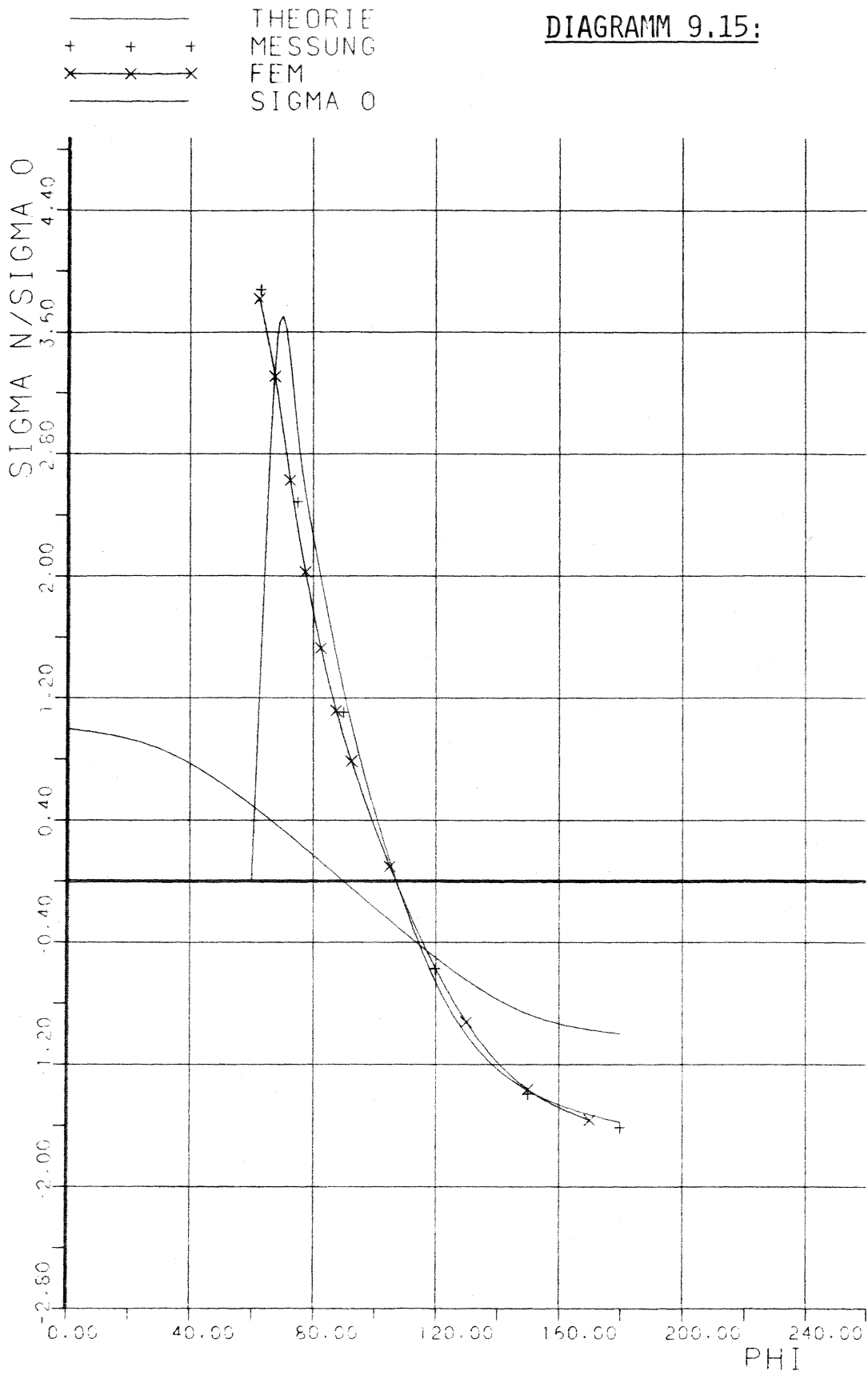
VERSUCHSSCHALE AACHEN, IFL  
R/T=300 2ALPHA=90 MIT SPANTEN  
OHNE STRINGER MESSEBENE 7

DIAGRAMM 9.14:



VERSUCHSSCHALE AACHEN, IFL.  
R/T=300 2ALPHA=90 MIT SPANTEN  
OHNE STRINGER MESSEBENE 9

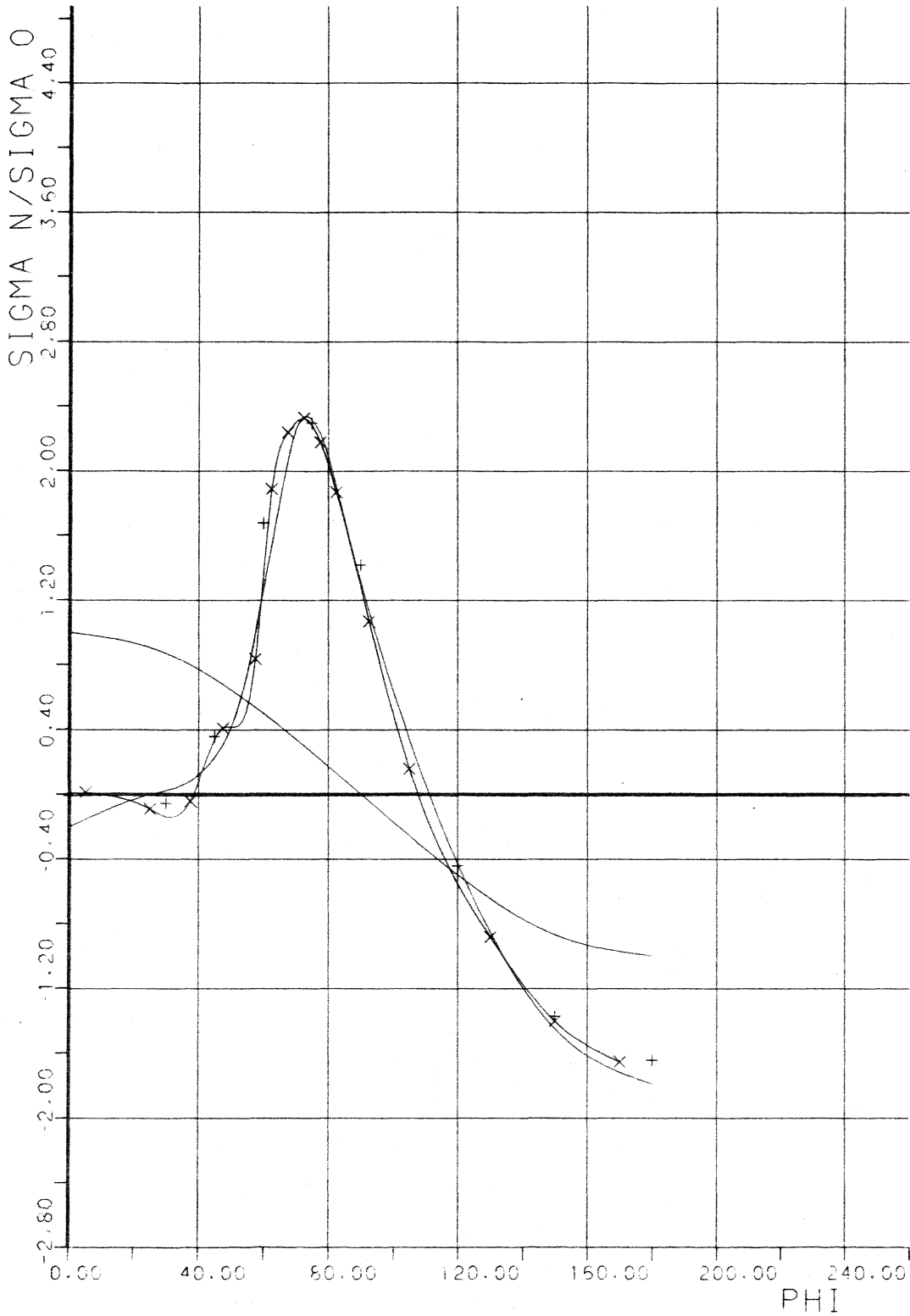
DIAGRAMM 9.15:



VERSUCHSSCHALE AACHEN, IFL  
R/T=300 2ALPHA=120 MIT SPANTEN  
OHNE STRINGER MESSEBENE 6

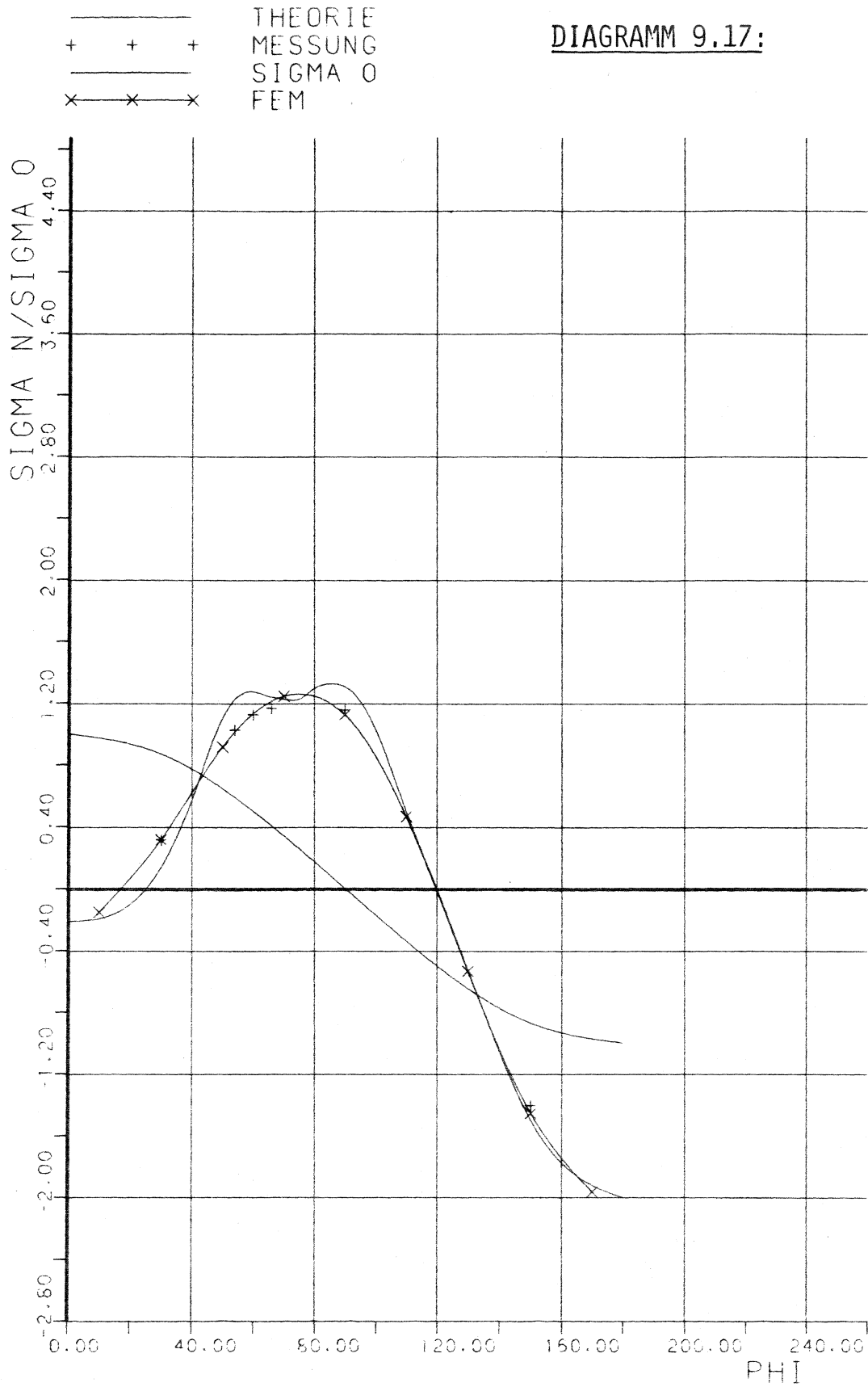
DIAGRAMM 9.16:

— THEORIE  
+ + + MESSUNG  
x x x FEM  
— SIGMA 0



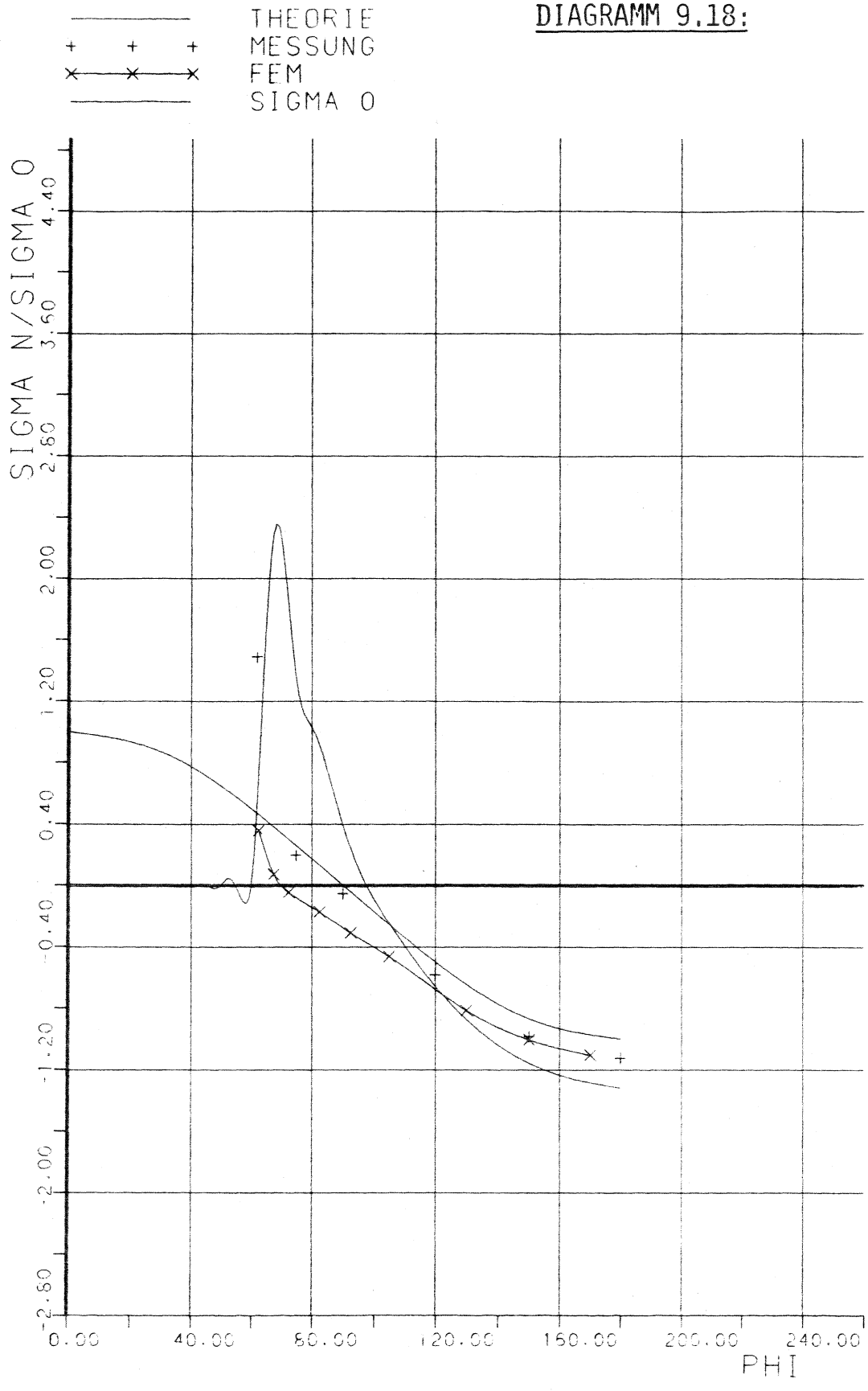
VERSUCHSSCHALE AACHEN, IFL  
R/T=300 2ALPHA=120 MIT SPANTEN  
OHNE STRINGER MESSEBENE 7

DIAGRAMM 9.17:



VERSUCHSSCHALE AACHEN, IFL  
R/T=300 2ALPHA=120 MIT SPANTEN  
OHNE STRINGER MESSEBENE 9

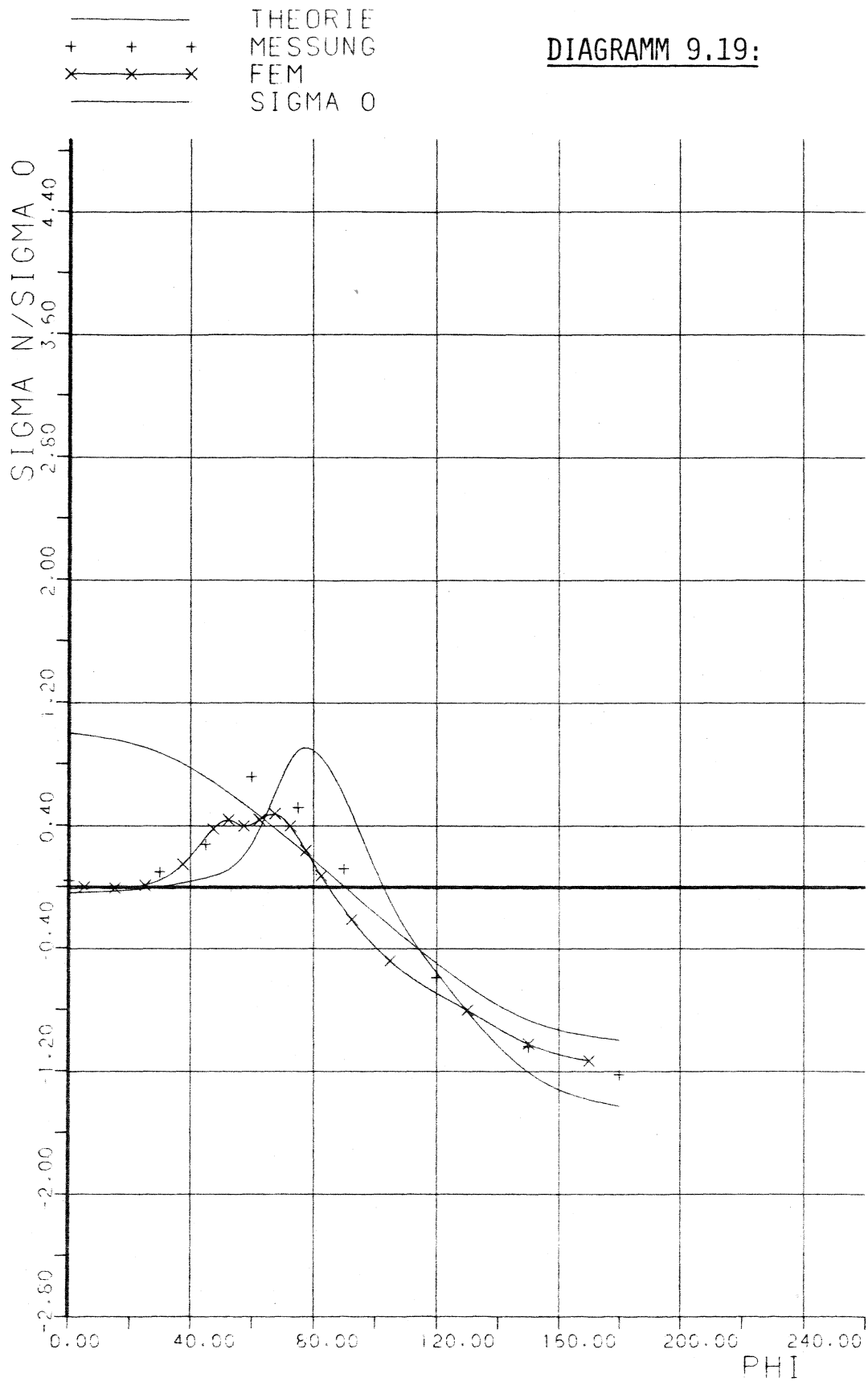
DIAGRAMM 9.18:



VERSUCHSSCHALE AACHEN, IFL  
R/T=300 2ALPHA=120 MIT SPANTEN  
MIT STRINGER MESSEBENE 6



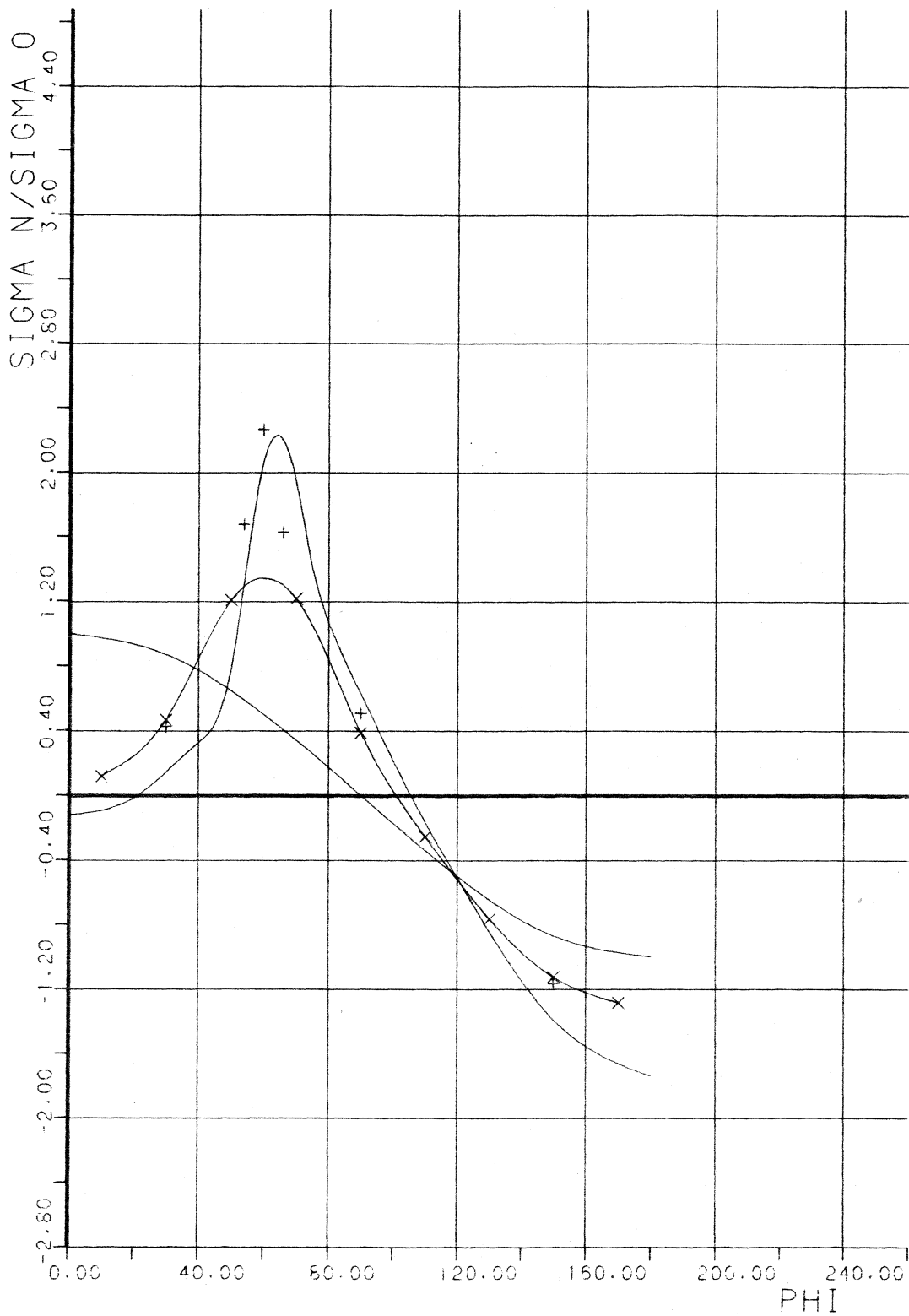
DIAGRAMM 9.19:



VERSUCHSSCHALE AACHEN, IFL  
R/T=300 2ALPHA=120 MIT SPANTEN  
MIT STRINGER MESSEBENE 7

— THEORIE  
+ + + MESSUNG  
x x x FEM  
— SIGMA 0

DIAGRAMM 9.20:



VERSUCHSSCHALE AACHEN, IFL  
R/T=300 2ALPHA=120 MIT SPANTEN  
MIT STRINGER MESSEBENE 9

## 9.6 Zusammenfassung der Ergebnisse, Versuch R/t = 300

In den Diagrammen 9.9 bis 9.20 sind die Ergebnisse der Theorie der Übertragungsmatrizen, die Ergebnisse der Versuche und, für den Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$ , auch die Ergebnisse der Rechnung mit der FE-Methode zusammengefaßt. Zusätzlich ist in den Diagrammen die cos-Funktion der Balkenbiegetheorie der ungestörten Schale mitangegeben und auf den Scheitelwert ( $\varphi = 0^\circ$ ) der Balkenbiegetheorie der ungestörten Schale, bei zur Mitte der Öffnung symmetrischen Querkraftbelastung, normiert.

Die Ergebnisse bei den Berechnungen nur mit Spanten für die Öffnungswinkel  $2\alpha = 60^\circ/90^\circ/120^\circ$  zeigen sehr gute Übereinstimmung zwischen der Theorie der Übertragungsmatrizen und der Versuchsauswertung, sowohl bei den Kurvenverläufen als auch in den Höhen der Spitzenwerte.

Für den Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$  wurde als weitere Kontrolle eine FEM-Berechnung durchgeführt (eine FEM-Berechnung für die anderen Öffnungswinkel hätte jeweils ein eigenes Netz bedeutet). Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen FEM, Versuch und Berechnung mit Übertragungsmatrizen.

Beim Versuch mit Stringer und einem Öffnungswinkel  $2\alpha = 120^\circ$  wird in den Schnitten 7/9 (siehe Diagramme 9.19 und 9.20) gute Übereinstimmung zwischen den Versuchen und der Übertragungsmatrizenmethode erzielt. Vor allem die Überhöhung hinter dem zweiten Spant, ausgelöst durch das Ende des steifen Stringers, zeigt sich gut in den Diagrammen. Die Werte der FE-Methode liegen hier niedriger, zeigen aber auch die Spannungsüberhöhung am Stringerende. Unterschiede zeigen sich vor allem am Öffnungsrand in der Ebene 6, siehe Diagramm 9.18. Der Einfluß dieser Spannung auf die Tragfähigkeit ist allerdings geringer als die des Querschnitts 9.

Die Diskrepanzen mit den FEM-Werten liegen sicherlich auch darin begründet, daß eine schmale Spannungsspitze nur von sehr feinen FE-Elementen erfaßt werden kann (und auch nur von sehr kleinen Dehnungsmeßstreifen gemessen werden kann), ansonsten aber 'verschmiert' wird.

Zu diesem Bereich sind noch genauere Untersuchungen (siehe auch die Zusammenfassung der Parametervariationen) notwendig (Plastizität), um auch die Auswertung der Spannungsspitze in der 'Ecke' zwischen Stringer und Spant auf das Beulverhalten genau erfassen zu können.

## 10. Traglastversuch mit stahlbaumäßig erstellten Zylinderschalen mit großen Öffnungen und unterschiedlichen Versteifungen

Mit sechs von einer Stahlbaufirma<sup>\*)</sup> erstellten Zylinderschalen wurden Versuche zur Ermittlung der Traglast durchgeführt. Das Ziel war eine Vergleichbarkeit der Wirkung der unterschiedlichen Versteifungen auf die Versagenslasten, und der Unterschied zu der unversteiften Version.

Diese kleine Versuchsreihe konnte allerdings keine repräsentativen Werte für eine Norm etc. liefern.

### 10.1 Versuchsbeschreibung Traglastversuch

Die sechs Schalen waren Schweißkonstruktionen, die Längsnaht verlief immer um  $180^\circ$  zur Öffnungsmitte versetzt. Material: St 37

Die Spante waren gebogene Flacheisen.

Die Imperfektionen lagen innerhalb der von der DAST 013 angegebenen Größen.

Die Form der sechs Schalen und die Abmessungen sind aus Tabelle 10.1 und den Abb. 24-29 zu ersehen.

Der Versuchsstand, siehe Abb. 24-29, war der umgerüstete Versuchsstand der R/t = 300 Versuchsschale. Um den Versteifungszyylinder war ein kompakter Ring geschweißt worden, auf den die sechs Schalen jeweils angeschweißt wurden.

Für die Einhaltung der Randbedingungen gilt dasselbe wie für den Versuch R/t = 300, nur wurden aus Gründen der hohen zu erwartenden Lasten anstatt Krafteinleitungsspannten geschlossene mit Winkelleisen ausgesteifte Deckel angeschweißt.

Die Einspannung mit Versteifungszyylinder, Grundplatte und der Loctite-Unterfütterung entsprach dem R/t = 300 Versuch, somit war eine wölbfreie Lagerung gewährleistet.

Die Schalen mit der Spant-Stringer-Versteifung waren um einen Schalenschuß von 0,5 m oberhalb des Abschlußdeckels erhöht worden, da bei den zu erwartenden Lasten bei gleichem Hebelarm wie bei den vier übrigen Schalen der Meßbereich der vorhandenen Kraftmeßdose überschritten worden wäre.

Diesen Aufsatz kann man als Erhöhung der Lasteinleitung ohne Auswirkung auf die Schalenstruktur betrachten.

Meßtechnisch wurden in der Hauptsache die Last-Verformungskurven aufgenommen, um die genaue Höhe der Traglast bestimmen zu können.

---

\*) Fa. Fette GmbH in Bad Salzungen

10.2 Versuchsaufbau Traglastversuch

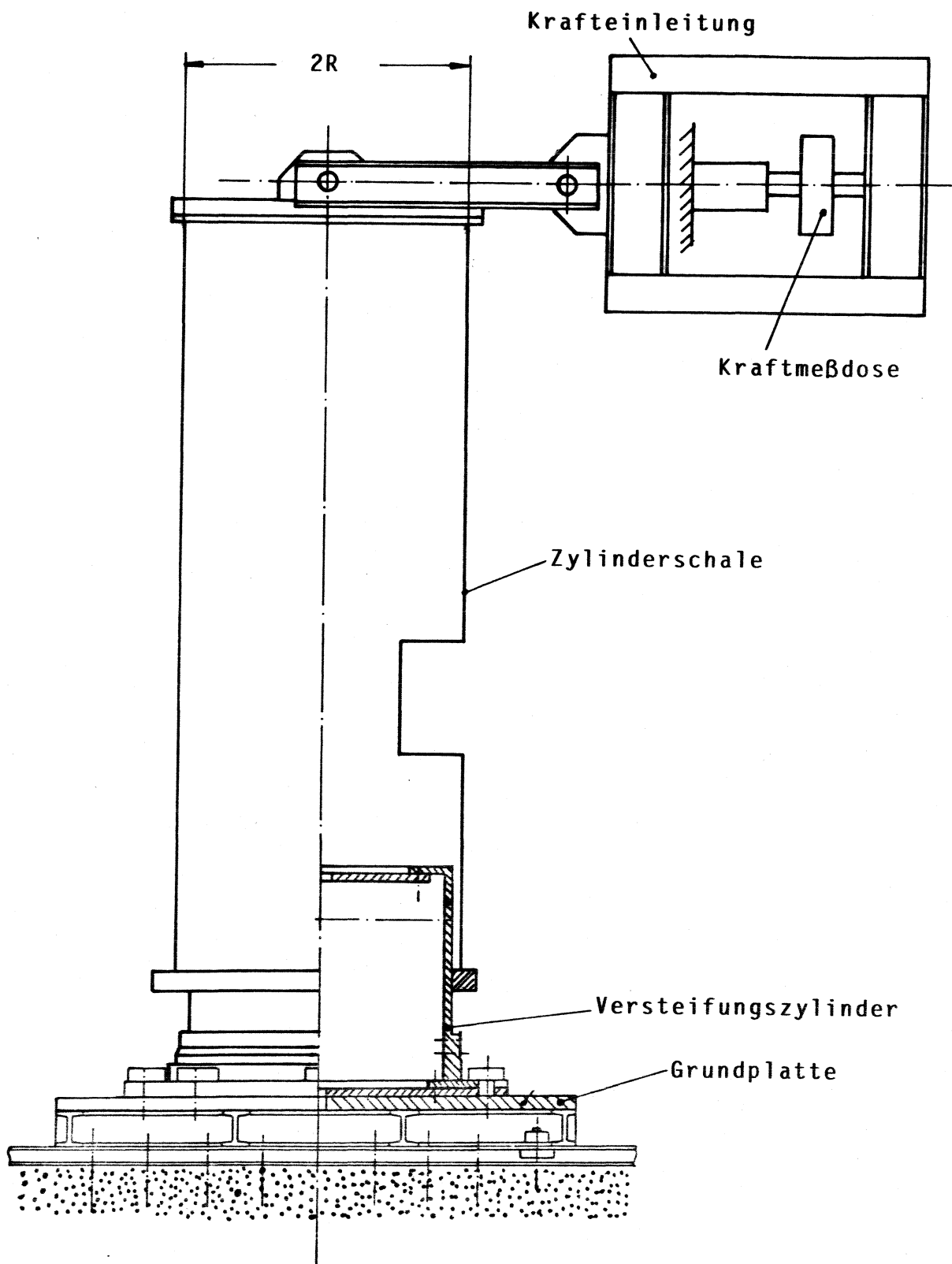
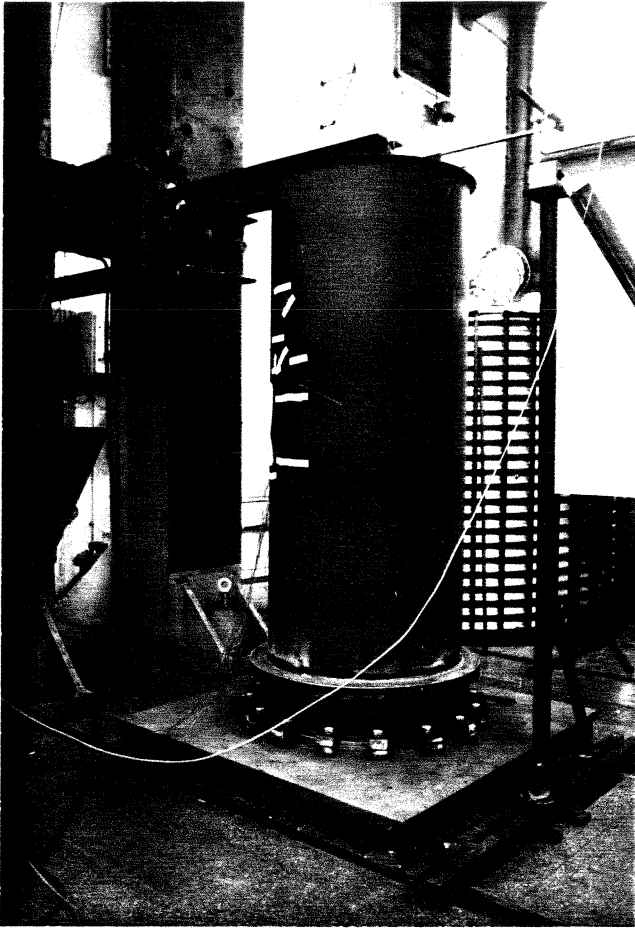
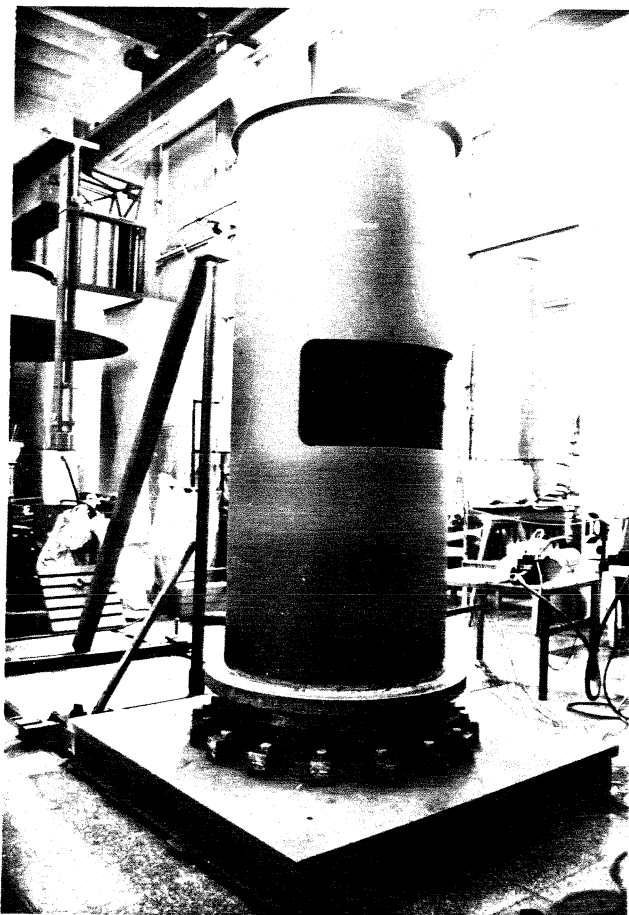


Abb. 24: Versuchsaufbau Traglastversuch



**Abb. 25:**

Gesamtansicht Versuchsaufbau Traglastversuche



**Abb. 26:**

Traglastversuch  
Zylinderschale mit Öffnung  
ohne Versteifung

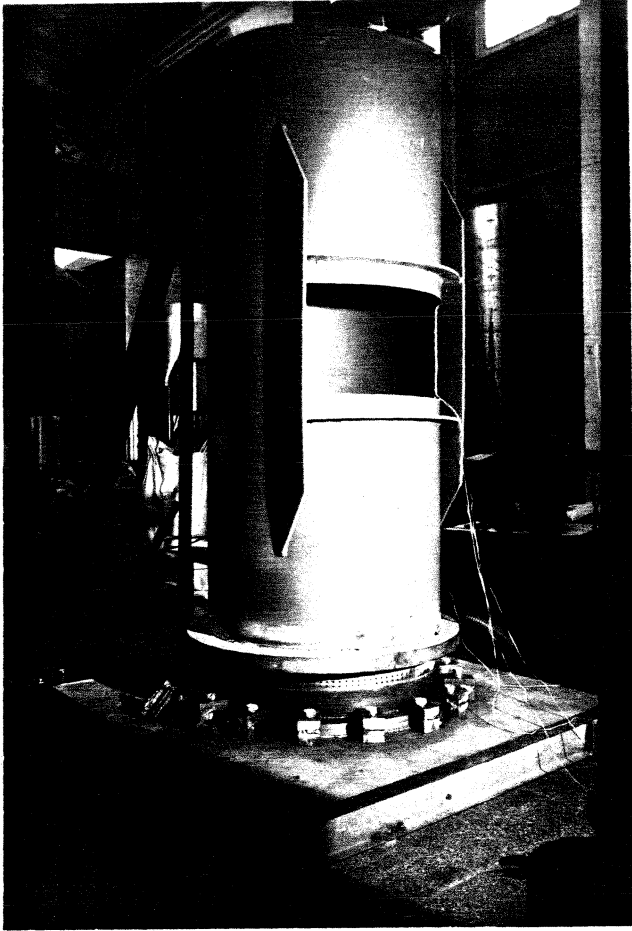


Abb. 27:

Traglastversuch  
Zylinderschale mit Öffnung  
mit IVS-Versteifung

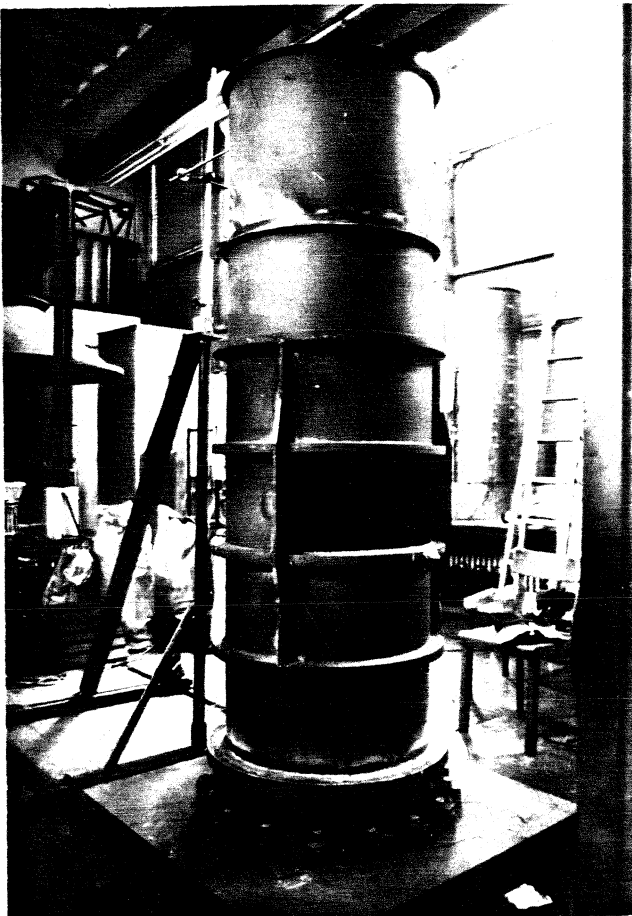
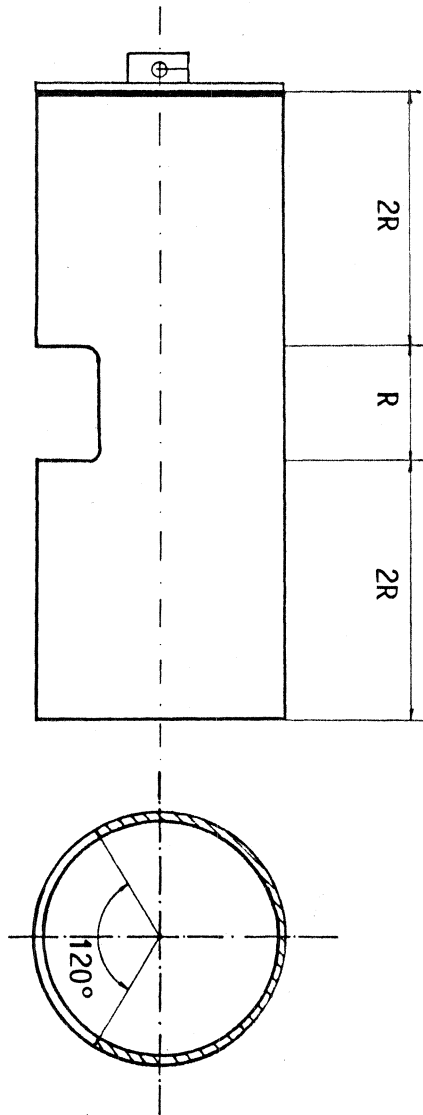


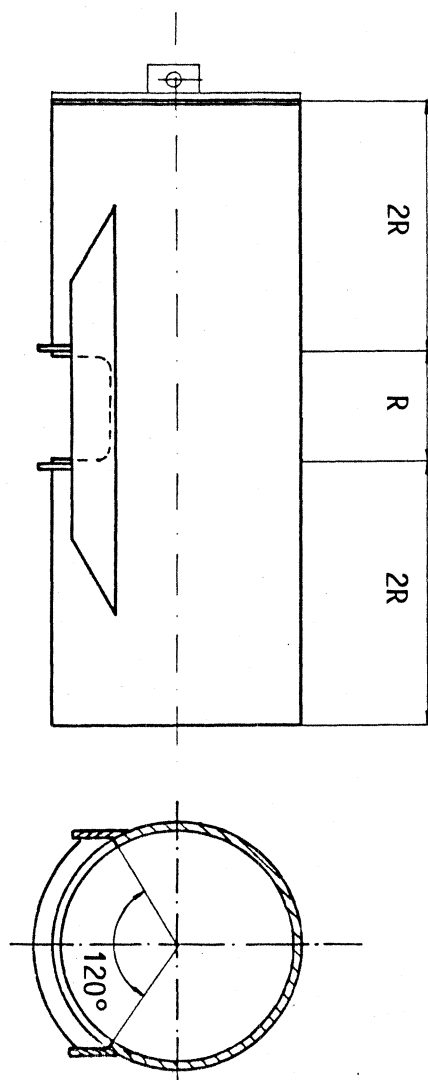
Abb. 28:

Traglastversuch  
Zylinderschale mit Öffnung  
mit Spant-Stringer-  
Versteifung

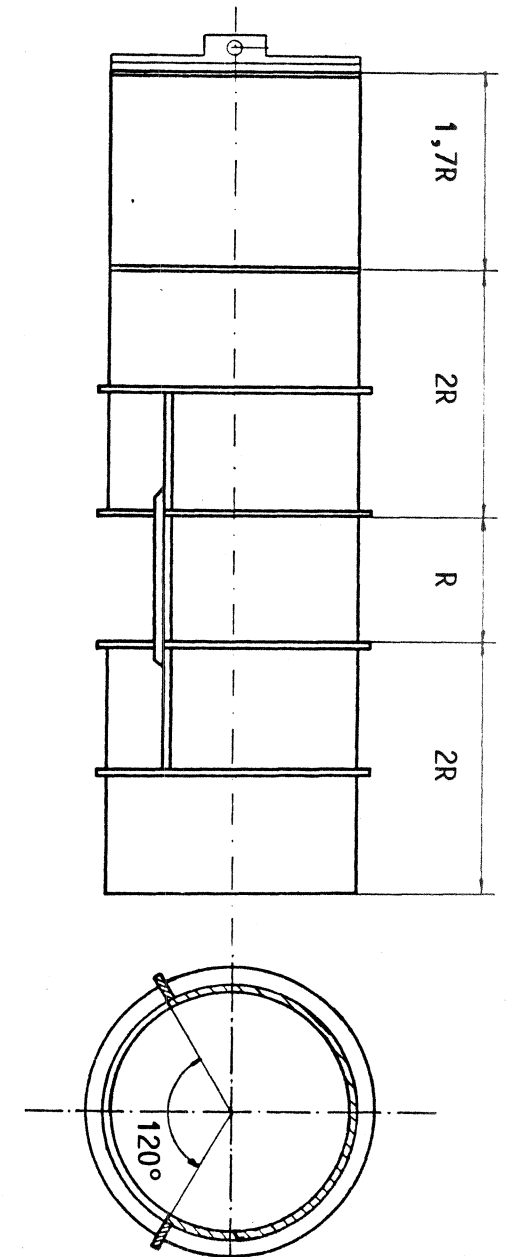
Abb. 29: Traglastversuch, Prinzipskizzen der 3 Zylinderschalenkoffigurationen



a) ohne Versteifung, Schalen 1/4

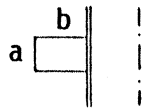
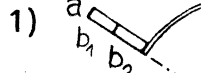
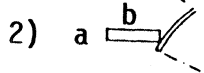


b) mit IVS-Versteifung, Schalen 2/5



c) Spant-Stringer-Versteifung, Schale 3/6



Schalen	R [cm]	t [cm]	$\frac{R}{t}$	Versteifungen	Fläche Spant  $F = a \cdot b$ [cm <sup>2</sup> ]	Spante: Wignot-Faktor d	Stringer:  1) $a$ , $b_1$ , $b_2$  2) $a$ , $b$ Fläche F [cm <sup>2</sup> ]	Öffnungswinkel $2\alpha$ [grad]	Trägheitsmoment, Mitte Öffnung $J_{11}$ [cm <sup>4</sup> ] ( $J_0$ ohne Öffnung cm <sup>4</sup> )
1	30,0	0,3	100					120	7656,0 (25450,0)
2	30,0	0,3	100	Stringer	$a = 1,0$ $b = 5,0$ $F = 5,0$		2) $a = 1,0$ $b = 11,0$ $F = 11,0$	120	22920,0
3	30,0	0,3	100	Stringer und Spante	$a = 2,85$ $b = 4,0$ $F = 11,40$	205	1) $a = 1,0$ $b_1 = 3,0$ $b_2 = 4,0$ $F^2 = 7,0$	120	16348,0
4	30,0	0,2	150					120	5104,0 (16906,0)
5	30,0	0,2	150	Stringer	$a = 1,0$ $b = 5,0$ $F = 5,0$		2) $a = 1,0$ $b = 11,0$ $F = 11,0$	120	18028,0
6	30,0	0,2	150	Stringer und Spante	$a = 2,0$ $b = 4,0$ $F = 8,0$	195	1) $a = 0,8$ $b_1 = 3,0$ $b_2 = 4,2$ $F^2 = 5,8$	120	14408,5

**Tabelle 10.1:** Abmessungen der Traglastversuchsschalen

### 10.3 Versagensverhalten der Traglastversuchsschalen

#### Schalen 1/4, unversteifte Schalen

Zusammenfaltung im Öffnungsbereich, siehe Abb. 30/33.

#### Schalen 2/5, Schalen mit der IVS-Versteifung

Eindrücken der Schalenhaut am unteren Ende der Stringer und plastisches Beulen an dieser Stelle, das sich in angrenzenden Teilen der Schale fortsetzte. Bei der Schale 5 ( $R/t = 100$ ) nicht so ausgeprägt, die Öffnungslänge in der Symmetrieebene wurde stark verkürzt. Siehe Abb. 31/34.

#### Schalen 3/6, Schalen mit Spant-Stringer-Versteifung

##### Schale 3 ( $R/t = 100$ ):

Versagen kurz oberhalb der Einspannung, symmetrisch zur Öffnungsmitte, plastisches Verhalten, siehe Abb. 32.

##### Schale 6 ( $R/t = 150$ ):

Plastisches Schubfeldbeulen im Feld unterhalb der Öffnung, das sich dann in den angrenzenden Feldern fortsetzte, relativ große Biegung der Stringer um ihre flache Seite, Abb. 35.

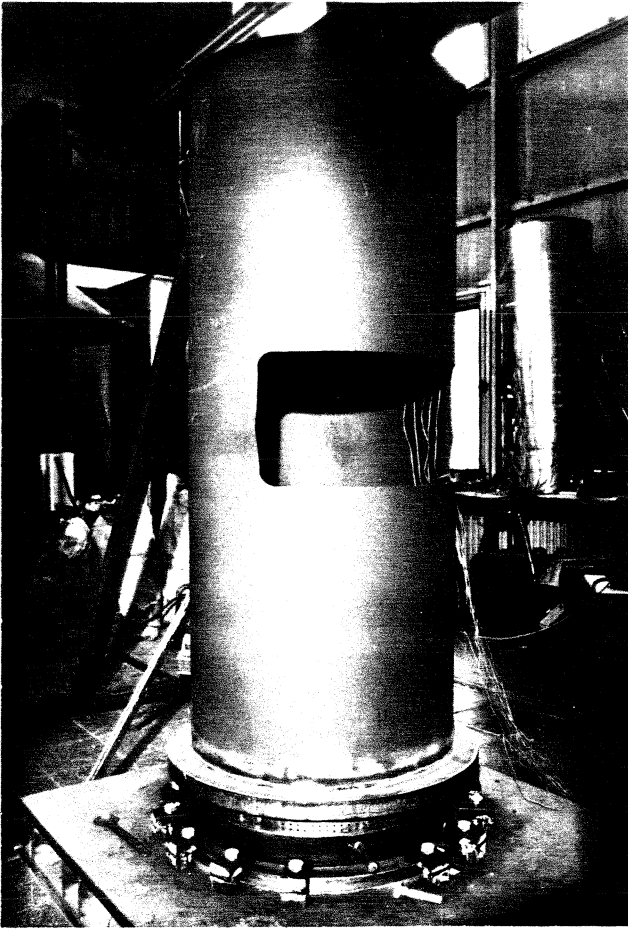


Abb. 30a:

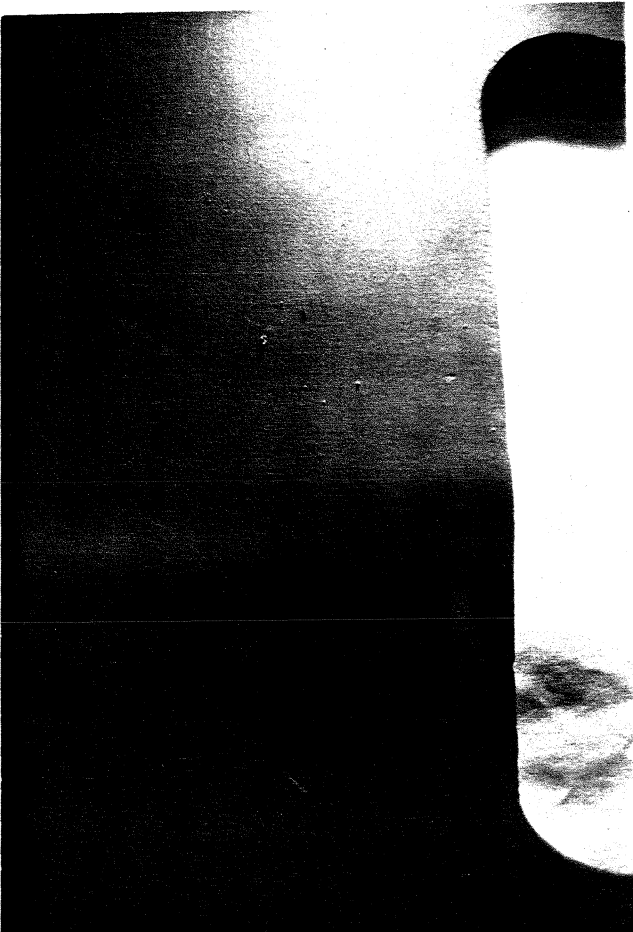


Abb. 30b:

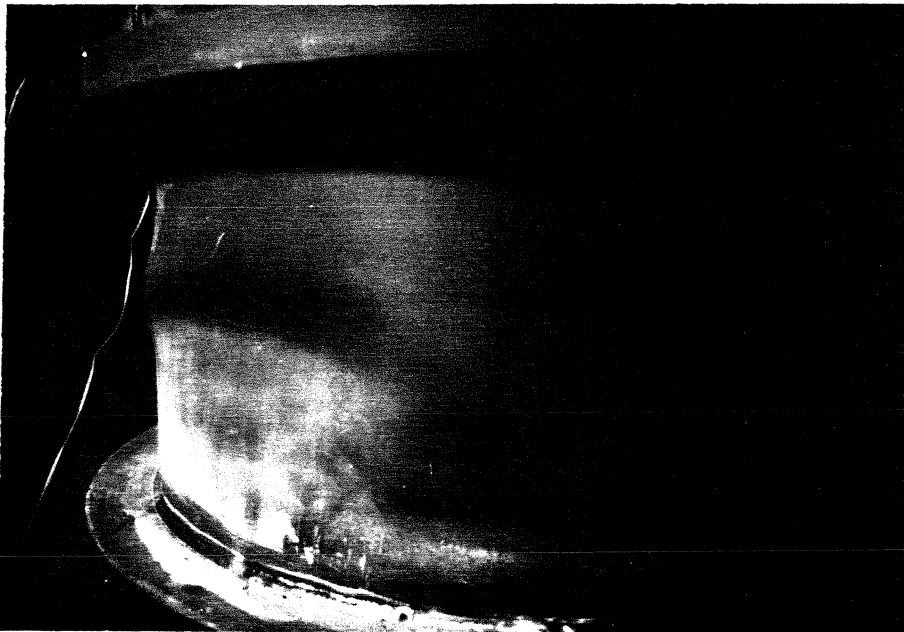
Abb. 30:

Traglastversuch  
Schale 1,  $R/t = 100$   
a) Gesamtansicht  
b) Verformung der Öffnung



**Abb. 31:**

Traglastversuch  
Schale 2,  $R/t = 100$   
IVS-Versteifung  
Verformung an den  
Enden der Längssteifen



**Abb. 32a:**

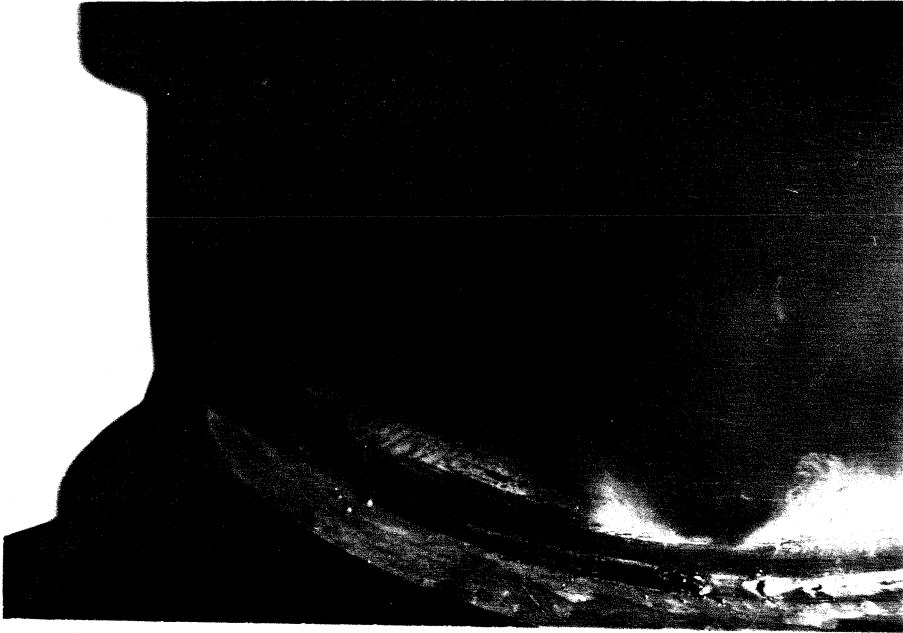


Abb. 32b:

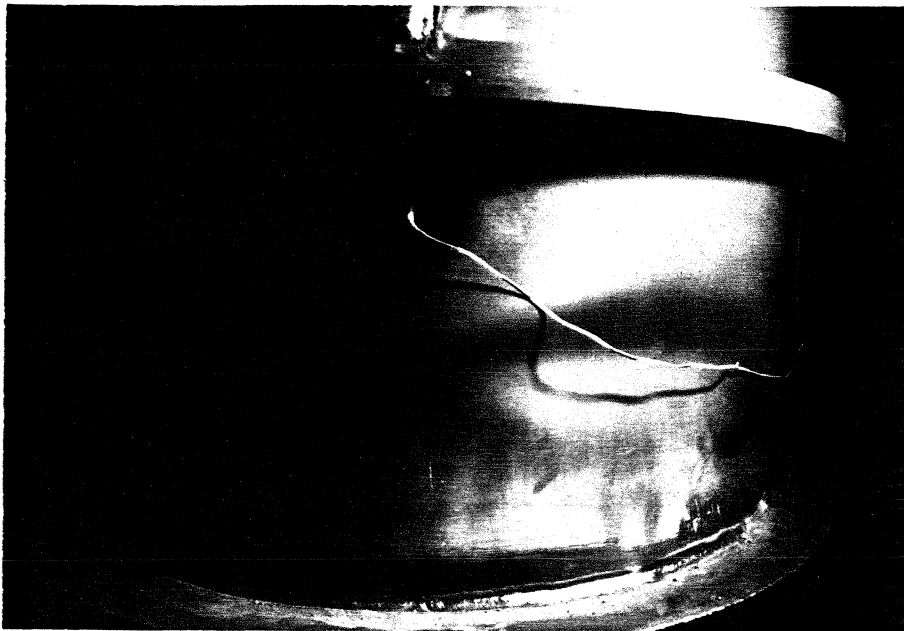


Abb. 32c:

Abb. 32:

Traglastversuch, Schale 3,  $R/t = 100$ , Spant-Stringer-Versteifung  
a,b) Verformung an der Einspannung in der Symmetrieebene zur Querkraft  
c) Verformung unterhalb der Einleitung der Stringerenden in den Spant

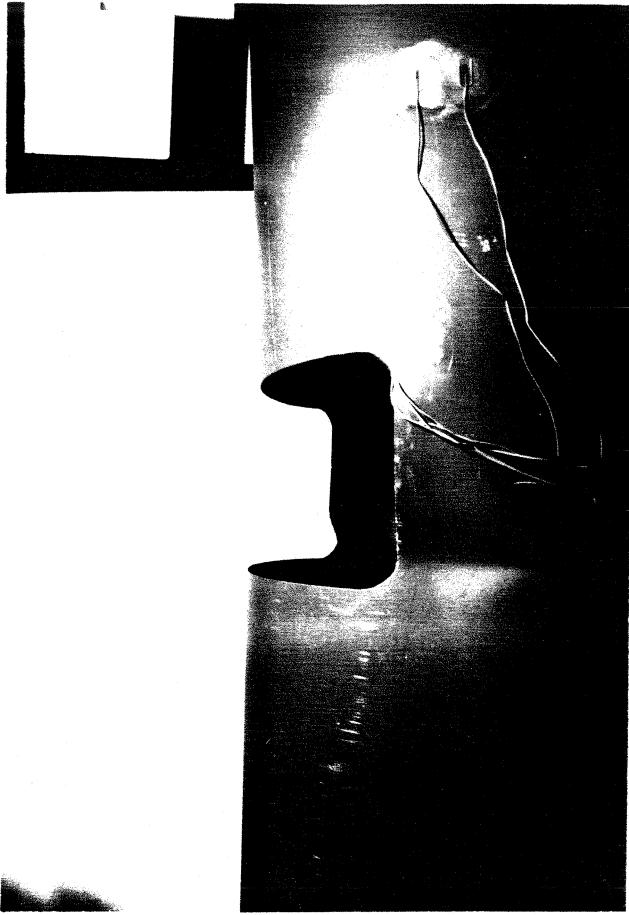


Abb. 33a:

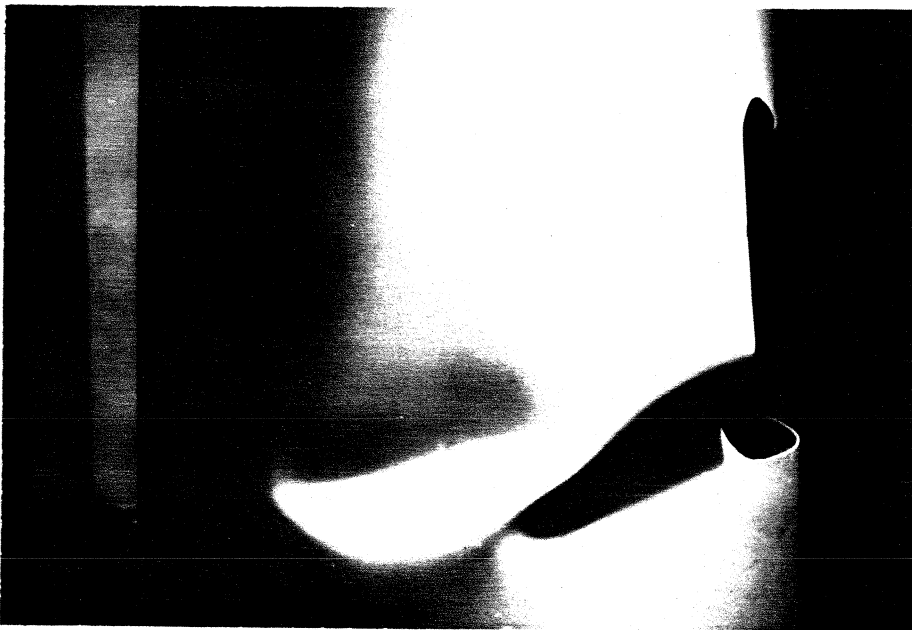


Abb. 33b:

Abb. 33:

Traglastversuch

Schale 4,  $R/t = 150$

a) Verformung der Öffnung

b) plastische Beulen an der Öffnung

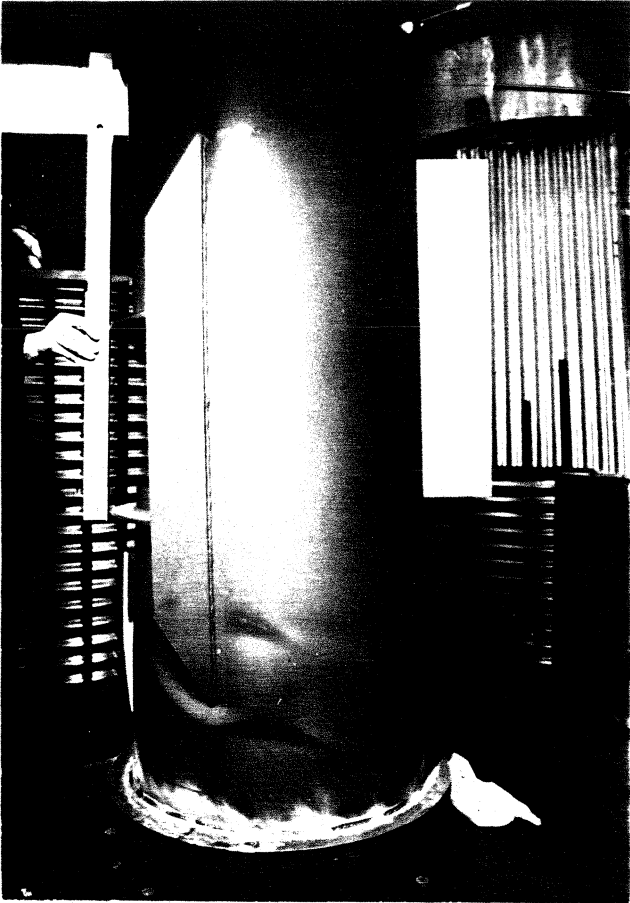


Abb. 34a:

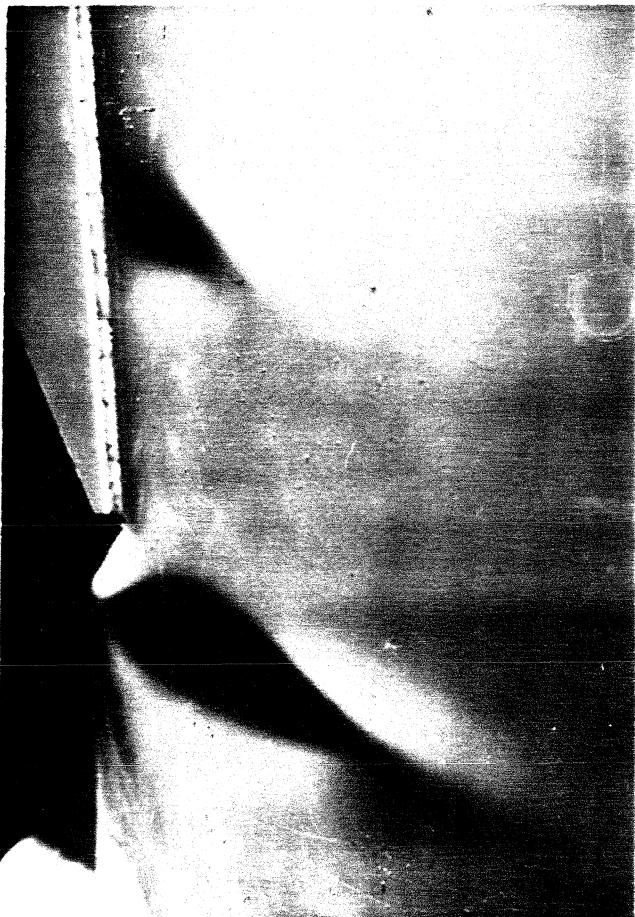


Abb. 34b:

Abb. 34:

Traglastversuch, Schale 5,  
 $R/t = 150$ , IVS-Versteifung

- a) Gesamtansicht,
- b) plastische Beulen unterhalb der Längssteifen

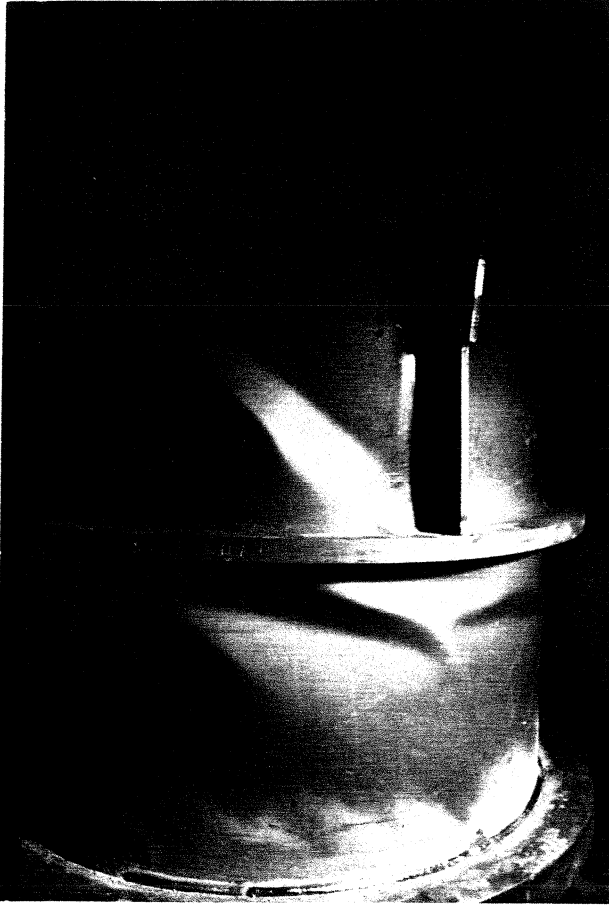


Abb. 35a:

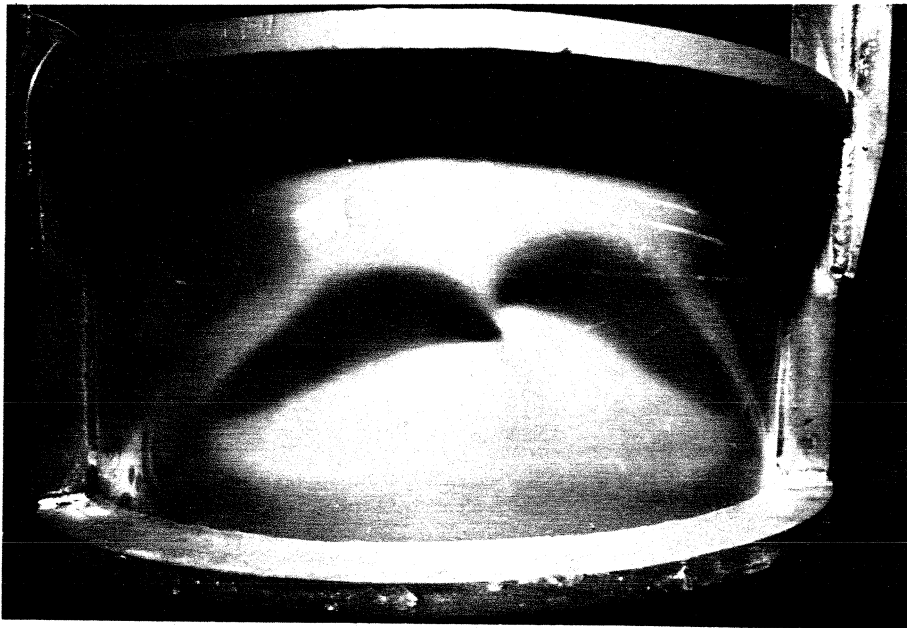


Abb. 35b:

Abb. 35:

Traglastversuch, Schale 6,  $R/t = 150$ , Spant-Stringer-Versteifung  
a) plastische Verformung im Bereich der Längssteife  
b) Beulformen im Schalenschuß unterhalb der Öffnung,  
Mitte Symmetrieebene



#### 10.4 Auswertung der Dehnungsmessungen während des Traglastversuchs

Während der sechs Traglastversuche wurden Dehnungsmessungen bei regelmäßigen Laststufen durchgeführt. Diese Messungen galten der Kontrolle, ob auch bei diesen, mit allen ihren Imperfektionen behafteten Schalen, eine "Reihenfolge" in den Spannungsüberhöhungen zu erkennen war. Dabei ist auch an dieser Stelle anzumerken, daß diese kleine Versuchsreihe nicht repräsentativ sein kann, aber die Ergebnisse zeigen eine einheitliche Tendenz.

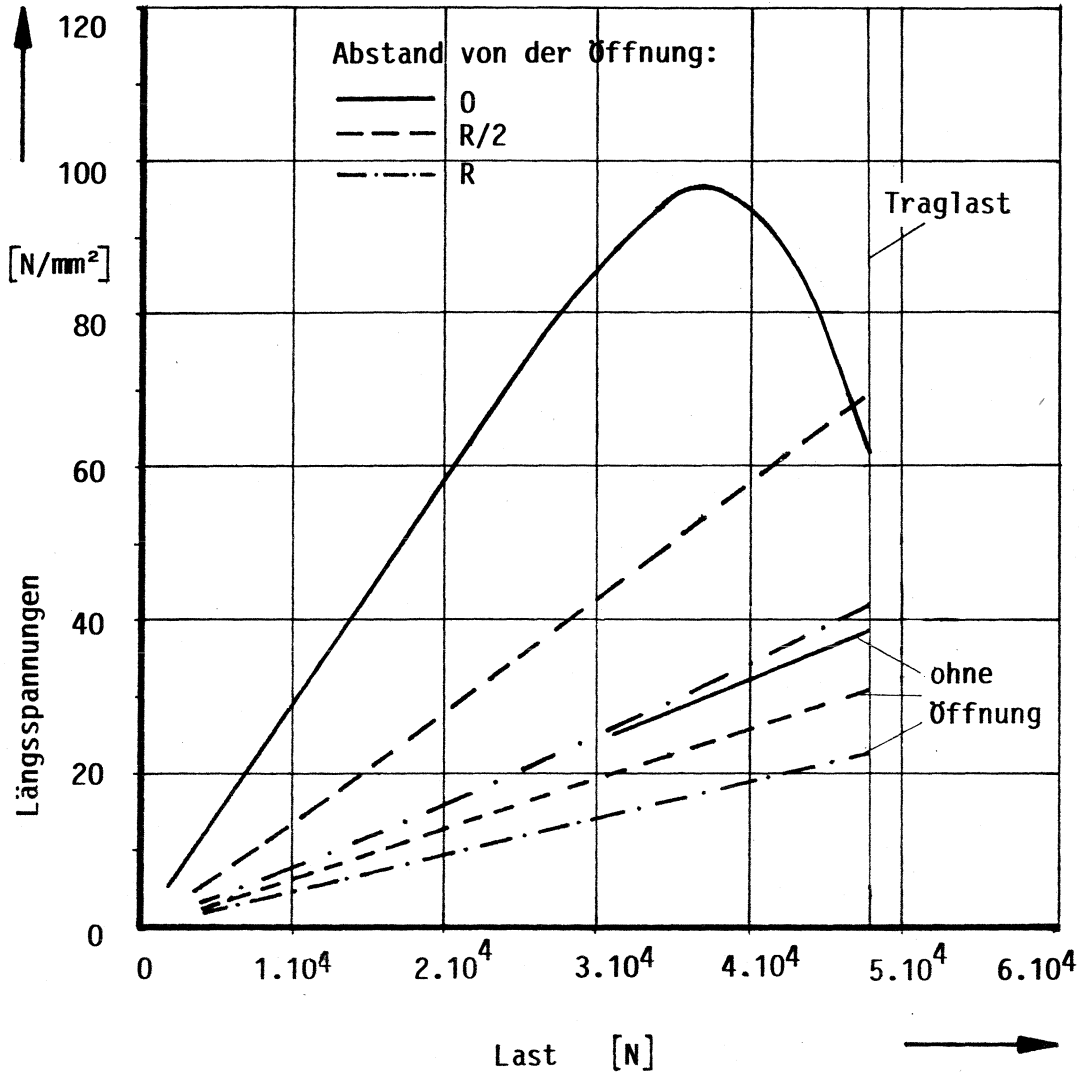
Die DMS wurden jeweils innen und außen an der Schalenhaut an interessierenden Stellen angebracht.

Die Ergebnisse zeigen, daß natürlich die unversteiften Schalen 1 und 2 die größten Überhöhungen aufweisen und auch mit diesen wenigen DMS relativ große Überhöhungen gemessen werden konnten, wobei man annehmen kann, daß die "Lastspitze" nicht unbedingt gefunden werden konnte.

Damit ist auch der Unterschied zwischen Messung und Ergebnis der Berechnung mit Übertragungsmatrizen für die Schale 1 zu erklären, siehe Diagramm 10.3 und Tabelle 10.2.

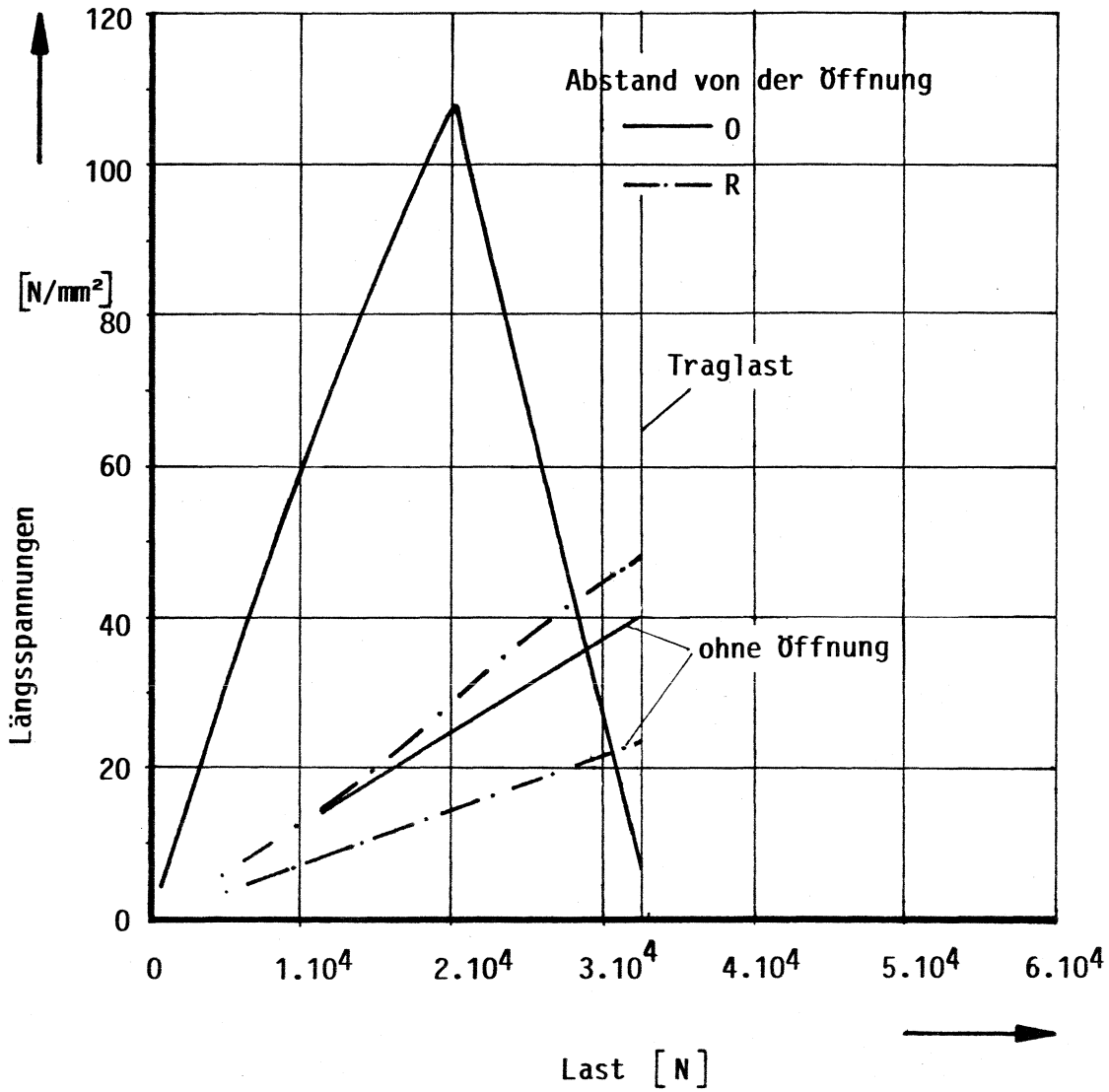
Die Ergebnisse der 4 versteiften Zylinderschalen zeigen, daß sie hinter dem Ende der Längssteifen (bei der IVS-Versteifung hinter dem frei in der Schale endenden Stringer, bei der Spant-Stringer-Versteifung hinter dem 2. Spant) Unterschiede zugunsten der Spant-Stringer-Versteifung aufweisen (Faktor 0,7), obwohl die nahe Einspannung (etwa im Abstand  $R$ ) die Spannungsspitze beeinflusst.

Die Diagramme zeigen bei den Schalen ohne Versteifungen den Abfall der Membranspannungen durch Bildung von Beulen bzw. Fließen des Materials. Das Ende der Kurven kennzeichnet die Tragspannung.









**Diagramm 10.1:** Traglastversuch, Schale  $1 R/t = 100$ ,  $2\alpha = 120^\circ$ , ohne Versteifungen

Gemessene Längsspannungen in Abhängigkeit von der Last und Unterschied zur Balkenbiegetheorie ohne Öffnung

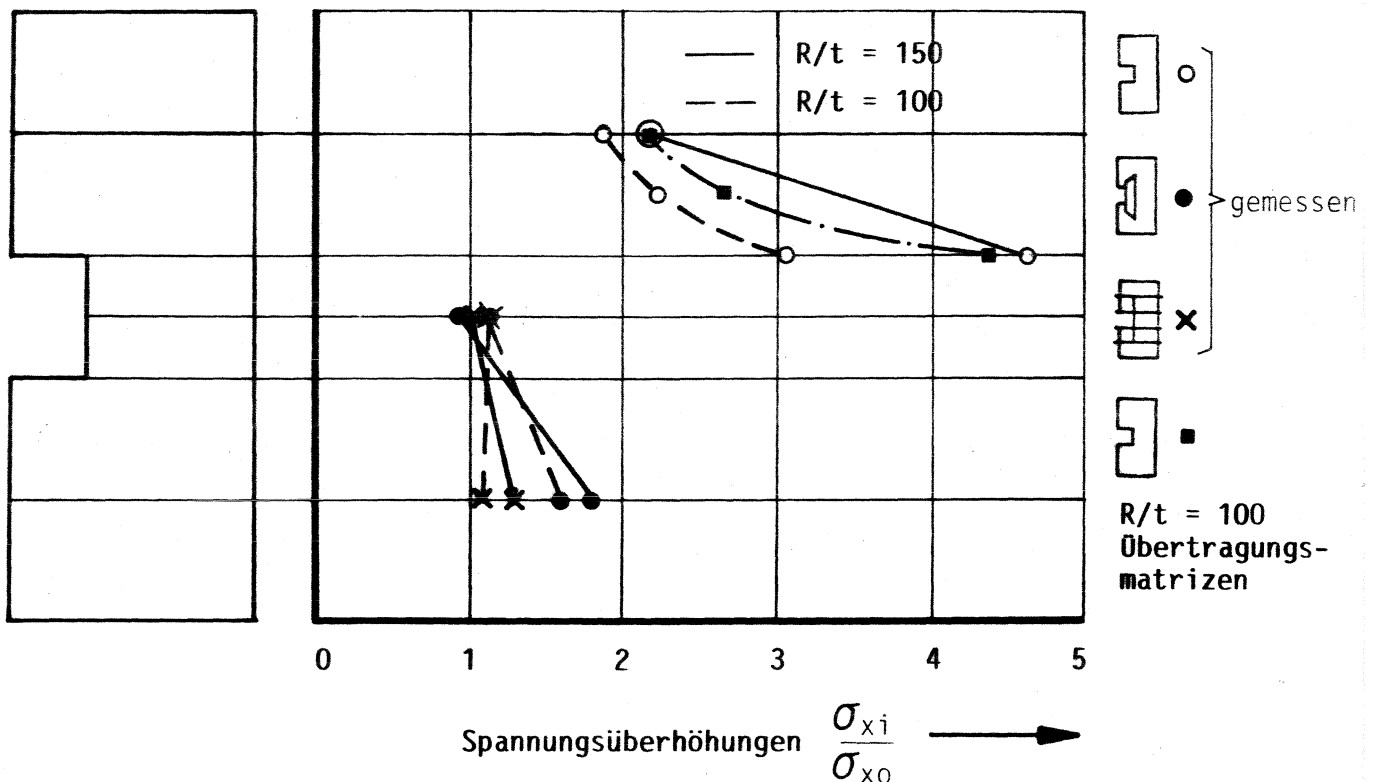


**Diagramm 10.2 :** Traglastversuch, Schale 4,  $R/t = 150$ ,  $2\alpha = 120^\circ$ , ohne Versteifungen.

Gemessene Längsspannungen in Abhängigkeit von der Last und Unterschied zur Balkenbiegetheorie ohne Öffnung

Zylinder- schale	Symbol R/t	Lage der Dehnungsmeßstreifen			
		Mitte Öffnung	Rand der Öffnung	Abstand R/2 von der Öffnung	Abstand R von der Öffnung
1	 100		3,08	2,24	1,85
2	 100	1,16			1,60
3	 100	1,16			1,11
4	 150		4,65		2,14
5	 150	0,92			1,80
6	 150	1,03			1,31

**Tabelle 10.2 :** Gemessene Spannungsüberhöhungen in den Traglastversuchszylinderschalen gegenüber Balkenbiegetheorie



**Diagramm 10.3 :** Gemessene Spannungsüberhöhungen in den Traglastversuchszylinderschalen gegenüber Balkenbiegetheorie und Vergleich mit Übertragungsmatrizenrechnung

## 10.5 Ergebnisse des Traglastversuchs

In Tabelle 10.3 werden die gemessenen Traglasten bzw. Traglastmomente miteinander verglichen. Die 6 Versuchsschalen sind durch Symbole, die die Versteifungen darstellen, und durch R/t gekennzeichnet.

Um zu einer Vergleichbarkeit zu gelangen, müssen die Traglastmomente betrachtet werden, da die Spant-Stringer-versteiften Versuchsschalen aus versuchstechnischen Gründen erhöht worden sind, siehe Abb. 29 und 10.1: Versuchsbeschreibung.







In der letzten Spalte sind die Traglastmomente der versteiften Schalen auf die Traglastmomente der zugehörigen unversteiften Schalen bezogen. In Diagramm 10.4 sind die Relationen für R/t = 100 bzw. 150 in Abhängigkeit von der Versteifung dargestellt. Es zeigt sich, bei allem Vorbehalt einer solch kleinen Versuchsreihe, daß die Spant-Stringer-versteiften Schalen die größten Traglastmomente erreichen.

In Tabelle 10.4 werden die Traglasten mit nach DAST 013 (ungestörte Schale) gerechneten plastischen Beulwerten verglichen.

Die Werte  $P_1$ ,  $P_2$  sind die nach DAST 013 für die 2 ungeschwächten Referenzquerschnitte: Öffnungsmitte bzw. Versagensquerschnitt, für kombinierte Belastung (Biegung und Schub), mit einer Sicherheit von  $\gamma = 1,5$  errechneten theoretischen Beultraglasten.

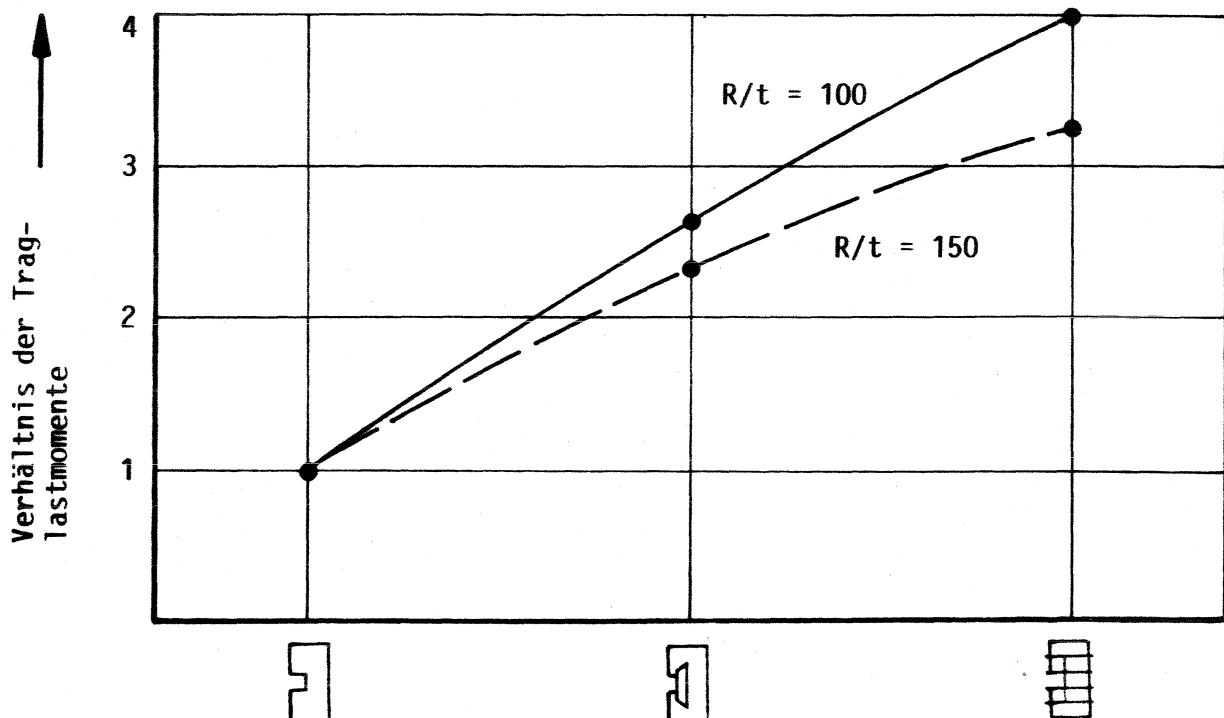
Die Rechnung wurde für beide Querschnitte durchgeführt, da bei einer Querkraftbelastung unterschiedliche Belastungsmomente auftreten. Der Faktor  $P/P_{1,2}$  zeigt an, wie sich die Schale im Versuch verhalten hat. Bleibt der Wert unter 1 (bei allen Schalen ohne Versteifung), so ist die Tragfähigkeit nicht erreicht worden. Bei Werten über 1 ist die Traglast erreicht bzw. übertroffen worden. Wie zu sehen ist liegen vor allem die Vergleichswerte für die mit Stringer und Spanten ausgesteiften Schalen immer weit über dem Wert 1.

In Diagramm 10.5 sind für die beiden betrachteten Schnitte (mitte Öffnung bzw. Versagensstelle) für  $R/t = 100$  und  $150$  die Kurven in Abhängigkeit von der Versteifung dargestellt.  $P/P_{1,2} = 1,0$  bedeutet hier: Mit  $\gamma = 1,5$  gerechnete Traglast nach DAST 013 bei kombinierter Belastung.







Zylinder- schale	Symbol R/t	Abstand: Kraftein- leitung- mitte Öffnung l [cm]	Traglast P [N]	1) Traglast- moment P · l [Ncm]	Verhältnis der Trag- lastmomente bezogen auf die Schale o. Versteifg.
1	 100	84	48000	$4,03 \times 10^5$	1
2	 100	84	125000	$10,5 \times 10^5$	2,61
3	 100	134	120000	$16,04 \times 10^5$	3,98
4	 150	84	33000	$2,77 \times 10^5$	1
5	 150	84	77000	$6,45 \times 10^5$	2,33
6	 150	133	67500	$8,96 \times 10^5$	3,23

**Tabelle 10.3 :** Vergleich der Traglasten bzw. Traglastmomente Zylinderschalen mit Öffnungen  $2\alpha = 120^\circ$ , ohne Versteifung mit IVS-Versteifung, mit Spant-Stringer-Versteifung

1) Bezogen auf Mitte Öffnung



**Diagramm 10.4 :** Vergleich der Traglastmomente ,bezogen auf Mitte Öffnung

Zylinder- schale	Symbol, R/t	Beulwerte nach DAST 013, unge- störte Schale		Errechnete kom- 1) binierte Traglast mit $\gamma=1,5$ s.u.		Traglastversuch				$\frac{P}{P_1}$	$\frac{P}{P_2}$
		$\sigma_{x,u}$ [N/cm <sup>2</sup> ]	$\tau_u$ [N/cm <sup>2</sup> ]	Mitte Öffnung $P_1$ [N]	Versa- gensquer- schnitt $P_2$ [N]	Mitte Öffnung $\sigma_{b1}$ [N/cm <sup>2</sup> ]	Versa- gensquer- schnitt $\sigma_{b2}$ [N/cm <sup>2</sup> ]	$\tau$ [N/cm <sup>2</sup> ]	Traglast $P$ [N]		
1	 100	$2,16 \times 10^4$	$1,26 \times 10^4$	$1,15 \times 10^5$	$1,15 \times 10^5$	$0,48 \times 10^4$	$0,48 \times 10^4$	$0,17 \times 10^4$	$0,48 \times 10^5$	0,42	0,42
2	 100	"	"	$1,15 \times 10^5$	$0,84 \times 10^5$	$1,24 \times 10^4$	$1,9 \times 10^4$	$0,44 \times 10^4$	$1,25 \times 10^5$	1,09	1,49
3	 100	"	"	$0,81 \times 10^5$	$0,60 \times 10^5$	$1,9 \times 10^4$	$2,7 \times 10^4$	$0,43 \times 10^4$	$1,20 \times 10^5$	1,48	2
4	 150	$1,72 \times 10^4$	$1,1 \times 10^4$	$0,635 \times 10^5$	$0,635 \times 10^5$	$0,49 \times 10^4$	$0,49 \times 10^4$	$0,18 \times 10^4$	$0,33 \times 10^5$	0,52	0,52
5	 150	"	"	$0,635 \times 10^5$	$0,465 \times 10^5$	$1,14 \times 10^4$	$1,75 \times 10^4$	$0,41 \times 10^4$	$0,77 \times 10^5$	1,21	1,66
6	 150	"	"	$0,45 \times 10^5$	$0,381 \times 10^5$	$1,59 \times 10^4$	$1,93 \times 10^4$	$0,36 \times 10^4$	$0,675 \times 10^5$	1,5	1,77

**Tabelle 10.4:** Vergleich der Traglastwerte mit nach DAST 013 für die ungestörte Schale gerechneten plastischen Beulwerten

1)  $P_{1,2}$  ist nach DAST 013 (kombinierter Lastfall) nach der Formel:

$$P_{1,2}^{1,1} \left( \frac{\gamma \cdot l_{1,2} / W_b}{\sigma_{x,u}} \right)^{1,1} + P_{1,2}^2 \left( \frac{\gamma \cdot 2/F}{\tau_u} \right)^2 = 1, \text{ mit } \gamma = 1,5 \text{ errechnet}$$

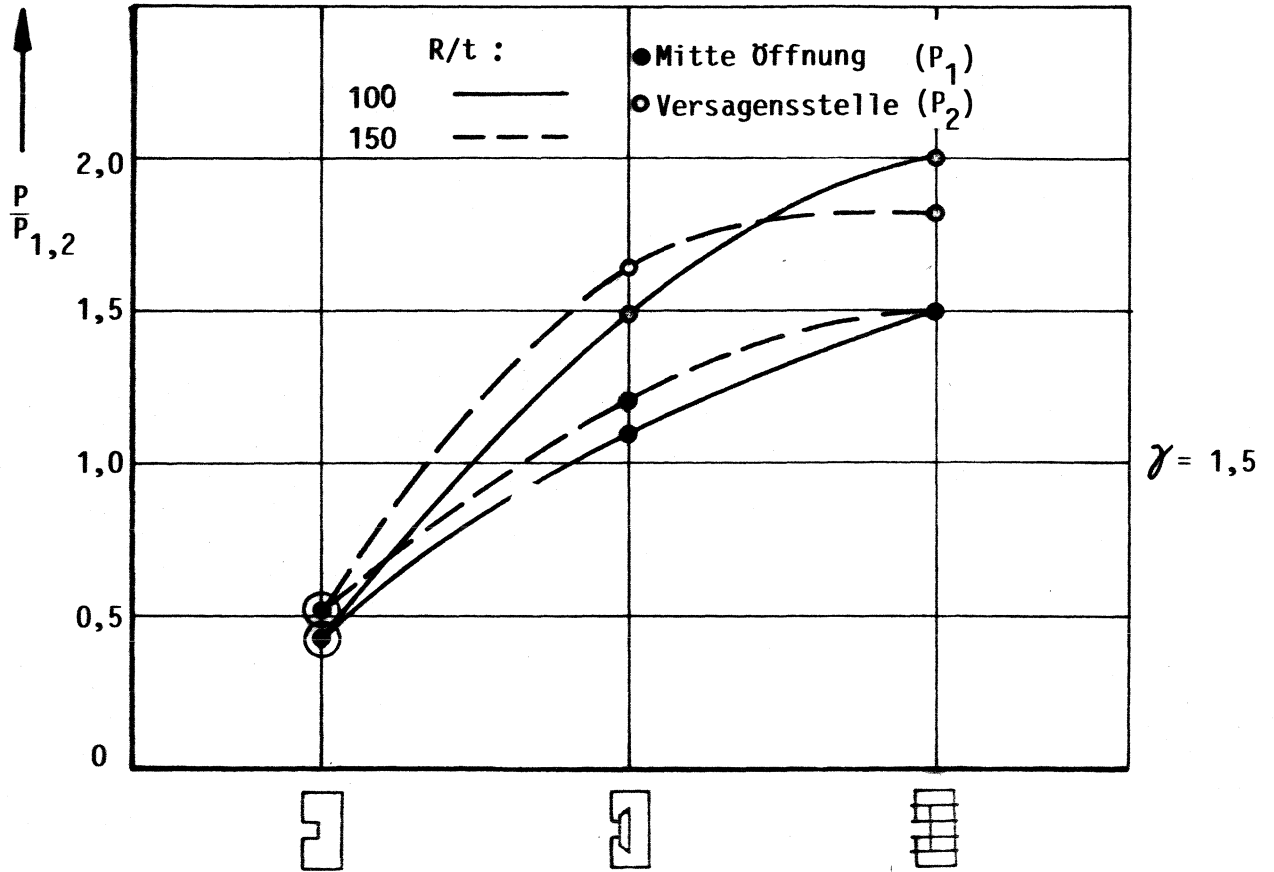
$l_1$  = Abstand Krafteinleitung-Mitte Öffnung

$W_b$  = Widerstandsmoment, ungestörte Schale

$l_2$  = Abstand Krafteinleitung-Versagensstelle

$F$  = Querschnittsfläche, ungestörte Schale





**Diagramm 10.5:** Vergleich der nach DAST 013 errechneten kombinierten Traglasten mit den Versuchstraglasten für  $\gamma = 1,5$

## 10.6 Zusammenfassung der Ergebnisse des Traglastversuchs

Der Vergleich der Traglasten bzw. Traglastmomente der 6 Versuchsschalen zeigt eine klare Tendenz, mit aller Vorsicht bei solch kleinen Versuchsreihen: Die Zylinderschalen mit Öffnungen mit Spant-Stringer-Versteifung erzielten die höchsten Traglastmomente (die Traglasten sind durch die unterschiedlichen Hebelarme nicht direkt miteinander vergleichbar, siehe Abb. 29).

Allerdings erzielten auch die Versuchsschalen mit der IVS-Versteifung gegenüber der unausgesteiften Konfiguration eine wesentliche Tragfähigkeitserhöhung, wenn auch eine geringere als die Schalen mit Spant-Stringer-Versteifung.

Aber: Genaue Folgerungen für andere Schalen kann man nur dann ziehen, wenn die Einhaltung folgender Parameter berücksichtigt wird:

- Länge der Zylinder an den beiden Zylinderebenen
- Randbedingungen an den beiden Zylinderebenen
- Randbedingungen am Öffnungsrand
- Imperfektionen der Schale bzw. der Steifen
- Plastizität, plastisches Verhalten

Gewisse Probleme in der Vergleichbarkeit existieren durch die unterschiedlichen Versagenswerte der 6 Schalen, deshalb wurde auch in Tabelle 10.4 die Vergleichsrechnung sowohl für den Ort mitte Öffnung als auch für den Ort des Versagens durchgeführt.

## 11. Zusammenfassung

---

In der vorliegenden Arbeit wurde die Spannungsverteilung in durch große Öffnungen gestörten Zylinderschalen untersucht.

Zur Berechnung dieser Spannungsverteilung wurde ein Verfahren auf der Basis der Halbbiegetheorie der Zylinderschale entwickelt, daß mit Übertragungsmatrizen arbeitet.

Mit diesem Verfahren hat man die Möglichkeit, die für die Spannungsverteilung wichtigen Parameter wie: Radius zu Wandstärke, Randbedingungen, Öffnungswinkel, Öffnungslänge, Lastverteilung und Ring- bzw. Längsversteifungen vollständig zu erfassen. Das Programm kann für Tischrechner programmiert werden. Zur Erfassung der Einflüsse der Parameter auf die Spannungsverteilung vor allem in der Nähe der Öffnung wurde eine große Zahl von Parametervariationen durchgeführt. Die Einflüsse und Abhängigkeiten wurden in Diagrammen und Tabellen zusammengefaßt. Im Anschluß an die Parametervariation wurde eine Auslegung für Stahlkamine mit großen Öffnungen unter Berücksichtigung der DAST 013 für verschiedene Versteifungsvarianten durchgeführt.

Zur Überprüfung des mathematischen Modells wurde ein Modellversuch mit einer exakt gefertigten Zylinderschale mit einem Radius zu Wandstärken-Verhältnis von 300 unter Querkraftbiegung mit 3 Variationen des Öffnungswinkels ( $60^\circ$ - $90^\circ$ - $120^\circ$ ) bei Spant- bzw. Spant-Stringer-Versteifungen durchgeführt. Die Spannungen bzw. Dehnungen wurden in den interessierenden Schalenebenen mit Dehnungsmeßstreifen und Rosetten gemessen und mit der Theorie verglichen. Diese Ergebnisse wurden zusätzlich noch mit einer FEM-Berechnung für einen Öffnungswinkel verglichen.

Zur Erfassung des Verhaltens der unterschiedlichen Versteifungen wurden mit 6 stahlbaummäßig erstellten Zylinderschalen mit  $120^\circ$ -Öffnungen: ohne Versteifung, mit IVS-Versteifung und mit Spant-Stringer-Versteifung bei jeweils  $R/t = 150$  bzw.  $100$ , Traglastversuche durchgeführt und die Ergebnisse mit nach DAST 013 errechneten plastischen Beullasten verglichen.

Zur Vorbereitung des Forschungsauftrags wurde eine Literaturrecherche mit dem Informationszentrum Karlsruhe durchgeführt, die die Literatur der durch Öffnungen

gestörten Zylinderschalen mit dem Schwerpunkt der Spannungsverteilung erfassen sollte.

Als Ergebnis kann festgehalten werden:

Die Spannungsverteilung im elastischen Bereich in durch große Öffnungen gestörten Zylinderschalen ist durch das entwickelte Verfahren erfaßbar und auch die notwendigen Parameter und Randbedingungen können berücksichtigt werden. Das Versteifungsraster und/oder die notwendige Wandstärkenerhöhung können aufgrund der berechneten Spannungsüberhöhungen festgelegt werden. Die Vorteile der torsionssteifen Spante zur Begrenzung der Spannungsüberhöhung um große Öffnungen ist erkennbar.

Die Versuchsergebnisse mit der exakten Zylinderschale lassen eine sehr gute Übereinstimmung in der Spannungsverteilung mit der Theorie erkennen.

Die Ergebnisse der Traglastversuche zeigen eine klare Tendenz zu der befürworteten Spant-Stringer-Versteifung, wenn auch die Versuchsreihe nicht repräsentativ sein konnte.

Zur Traglast müssen wir sagen: die Plastizitätseinflüsse auf die Spannungsverteilung und Spannungsüberhöhung rechnerisch zu erfassen, war nicht Aufgabe dieses Forschungsauftrags.

Der Forschungsauftrag wurde vom Institut für Bautechnik in Berlin, dem Industrieverband Stahlschornsteine in Pforzheim und dem Ingenieurbüro Hartmann in Herford unterstützt.

## 12. Ausblick

---

Die schon in der Diskussion der Ergebnisse des Auslegungsbeispiels beschriebene Diskrepanz zwischen elastischer Rechnung einerseits und plastischem Materialverhalten und den noch nicht berechneten plastischen kritischen Beulspannungen andererseits machen weitere Untersuchungen notwendig. Vor allem im Bereich des Öffnungsrandes und am Ende der Längssteifen bei Spant-, Stringer- oder Spant-Stringer-Versteifungen ist das Beulverhalten (elastisch-plastisch) von großer Wichtigkeit. In diesen Bereichen hoher Spannungsspitzen haben die Spante den großen Vorteil, die Ovalisierung der Zylinderschale zu begrenzen und somit das Beulen zu beeinflussen.

Die Spannungsspitze, elastisch gerechnet, genügt alleine nicht zur Auslegung nach der kritischen Beullast.

In 4 Aufgaben kann man die Erfassung der Zylinderschalen mit großen Öffnungen einteilen:

- 1) Spannungsverteilung bei elastischem Verhalten
- 2) Stabilität der Schale unter Belastung nach 1)
- 3) Berechnung der Spannungsverteilung unter Berücksichtigung des plastischen Materialverhaltens
- 4) Stabilität der Schale unter Belastung nach 3 und Berücksichtigung des plastischen Materialverhaltens

1) ist erfüllt, 2),3) und 4) sind noch zu erarbeiten.

Der Einfluß der Imperfektionen bleibt in allen Fällen eine weitere Unsicherheit, welche durch pessimistische Annahmen abgedeckt werden muß, es ist allerdings zu bemerken, daß die Versteifung durch 4 Ringe und 2 Stringer den Einfluß der Imperfektionen weitgehend vermindert.

### 13. Literaturstellen

---

- |1| **A.R.AROUR:** Schalentheorie endlicher Verformungen und die Kreiszyinderschale mit kreisrundem Ausschnitt bei endlichen Verformungen, Dissertation, Hannover 1970
- |2| **Y.A.ASHMARIN:** Stress concentration around a circular opening in an orthotropic cylindrical shell, Prikladnaya Mekhanika, Vol. 2, No.2, 1966
- |3| **W.BAKER; J.BENNETT:** Buckling investigation of ringstiffened cylindrical shells with reinforced openings under unsymmetrical axial loads, NUREG/CR-3135, LA-9646-MS, Los Alamos
- |4| **J.BODARSKI:** Zum Einfluß der Biegedrillsteifigkeit des Fußrings auf den Störungsbereich von Metallsilos, Der Bauingenieur, S. 7, 1982
- |5| **F.BROGAN; B.ALMROTH:** Buckling of cylinders with cutouts, AIAA J. Vol. 8, No. 2, Feb. 1970
- |6| **F.BROGAN, K.FORSBERG:** Dynamic Behavior of a cylinder with a cutout, AIAA Journal, Vol. 7, No. 9, May 1969
- |7| **I.W.BULL:** Stress around large circular holes in uniform circular cylindrical shells, Journal of Strain analysis, Vol. 17, No. 1, 1982
- |8| **D.BUSHNELL, E.MELLER:** Elastic-plastic collapse of nonuniformly axially compressed ring-stiffened cylindrical shells with reinforced openings, NUREG/CR-2836, Vol. 2
- |9| **R.H.BROLLIAR:** A NASTRAN analysis of a large stiffened cylindrical shell with a cutout, Teledyne Brown Eng. Huntsville Alabama
- |10| **A.BÄR:** Öffnungsausschnitte und deren Verstärkung im zylindrischen Mantelrohr von Blechschornsteinen nach DIN 4133, Die Bautechnik 7/8/1980
- |11| **CERVANTES, J.A.; PALAZOTTO, A.N.:** Cutout Reinforcement of Stiffened cylindrical shells, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 78-512
- |12| **P.CICALA:** Effects of cutouts in Semimonocoque structures Politecnico Torino, Italia
- |13| **S.DIEKER:** Die Zylinderschale mit Umfangsbiegesteifigkeit, Studienarbeit am Institut für Leichtbau, RWTH Aachen
- |14| **R.C.DORE; I.G.BENNETT; T.A.BUTLER:** Buckling of steel cylinders containing circular cutouts reinforced according to the area replacement method, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico
- |15| **K.DRESCHER, H.GROPLER:** Über die bei Einleitung von Längskräften in Zylinder- und Kegelschalen auftretende Beanspruchung von Ringspannen, Luftfahrtforschung, Bd. 14, 1937
- |16| **A.J.DURELLI; V.J.PARKS:** Stresses in a pressurized ribbed cylindrical shell with a reinforced hole, Journal of strain analysis, Vol. 8, No. 2, 1973

- |17| **P.V.DYKE:** Stresses about a circular hole in a cylindrical shell, AIAA Journal, Vol. 3, No. 9, Sept. 1965
- |18| **M.ESSLINGER; B.GEIER:** Krafteinleitung über Längsrippen in dünnwandige Zylinder, Der Stahlbau 11, 1981
- |19| **Focke-Wulf-Bericht (No. 127)**  
Spannungsermittlung in konisch zulaufenden Schalen, die mit Ausschnitten versehen sind
- |20| **A.GLEBA; A.GALASI:** Equivalent reinforcing of holes in a shell, Prikladnaya Mekhanika, Vol. 13, No. 9, 1977
- |21| **R.GREINER:** Zur Längskrafteinleitung in stehende zylindrische Behälter aus Stahl, Der Stahlbau 7, 1984
- |22| **A.GUZ:** Investigations in the theory of thin shells with openings (review) Prikladnaya Mekhanika, Vol. 15, No. 11, 1979
- |23| **W.HARTMANN:** Der Einfluß von Öffnungen auf den Verlauf der Schnittgrößen in dünnwandigen kreiszylindrischen Tragwerkstrukturen unter beliebiger, nichtrotationssymmetrischer Belastung, Dissertation Aachen 1986
- |24| **I.C.HEIN:** Eine Integralgleichungsmethode zur Lösung eines gemischten Randwertproblems der beliebig belasteten Kreiszylinderschale mit Ausschnitten glatter Berandung, Dissertation, Darmstadt, 1979
- |25| **N.HOFF; A.BOLEY:** Stresses in and general instability of monocoque cylinders with cutouts, National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note, No. 1013,1014,1263
- |26| **A.HOLMES; B.ALMROTH:** An experimental study of the strength and stability of thin monocoque shells with reinforced and unreinforced rectangular cutouts, Lockheed Palo Alto Research Laboratory, Palo Alto, California
- |27| **A.M.C.HOLMES; B.O.ALMROTH:** Buckling of shells with cutouts, experiment and analysis, Int. J. Solids Structures 1972
- |28| **W.HORTON:** Stability of thin walled unstiffened shells under Non-uniformly distributed axial loads, USA AV LABS Technical Report 69-33, Stanford Uni. Nov. 1971
- |29| **T.JANISSE; A.PALAZOTTO:** Collapse analysis of cylindrical composite panels with cutouts, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 83-0875
- |30| **O.JUNG:** Der Einfluß von längsversteiften Ausschnitten auf das Beulverhalten von Zylinderschalen, Hans Ebner Gedächtnis Kolloqu. 1. Mitteilung aus dem Institut für Leichtbau 1978
- |31| **O.JUNG; G.Nonhoff:** Stabilitätsuntersuchungen an zylindrischen Bauteilen mit Ausschnitten unter Axialdruck und Biegebelastung, Forschungsberichte des Landes NRW, Nr. 2727
- |32| **D.JOHNS:** On the linear buckling of circular cylindrical shells under asymmetric axial compression stress distributions, Technical Notes, Journal of the Aeronautical Soc., Vol. 70, 1966

- |33| **R.KITCHING; K.DAVIS:** Limit pressures for cylindrical shells with unreinforced openings of various shapes, Journal Mechanical Eng. Sc., Vol. 12, No. 5, 1970
- |34| **KNÖDEL; SCHULZ:** Das Beulverhalten von biegebeanspruchten Zylinderschalen mit großen Mantelöffnungen, Berichte der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Karlsruhe, 1985, 4.Folge, Heft 12
- |35| **I.LEKKERKERKER:** Stress concentration around circular holes in cylindrical shells, Proceedings of the 11. intern. Congress of appl. mecanics, 1964
- |36| **LIBAI; DURBAN:** Buckling of cylindrical shells subjected to nonuniform axial loads, T.O.t. ASME, J.o.A.M. 77
- |37| **E.LUDWIG:** Zur Berechnung des Einflusses kreisförmiger Ausschnitte auf Spannungszustände in dünnwandigen kreiszylindrischen Schalen, Dissertation Darmstadt, 1964
- |38| **P.MONTAGUE:** The behaviour of circular tubes with large openings subjected to axial compression, Journal Mech. Eng. Soc., Vol. 23, No. 5, 1981
- |39| **A.NAGHDI; I.GERSTING:** The effect of a transverse shear acting on the edge of a circular cutout in a simply supported circular cylindrical shell, Ingenieur-Archiv 42, 1973
- |40| **A.NAGHDI; A.ERINGEN:** Stress distribution in a circular cylindrical shell with a circular cutout, Ingenieur-Archiv, Band 34, 1965
- |41| **D.NELSON; A.PALAZOTTO:** A parametric study relating to the buckling of axially compressed stringer stiffened cylindrical shells with cutouts, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 79-0751
- |42| **H.ÖRY:** Die dünnwandige Zylinderschale, Vortragsreihe an der FH Aachen, 1971
- |43| **H.ÖRY; G.FAHLBUSCH:** Die Membrankegelschale unter beliebig verteilter Mantelbelastung, Czerwenka-Festschrift 1979
- |44| **H.ÖRY; G.FAHLBUSCH:** Übertragungsmatrizen der Membrankugelschale mit Mantelbelastung, Czerwenka-Festschrift 1979
- |45| **H.ÖRY:** Die praktische Auslegung orthotrop versteifter Zylinderschalen und die Grenzen dieses Verfahrens, Schalenbeultagung 1979, Darmstadt
- |46| **H.ÖRY; E.AXELRAD; E.WILCZEK:** Die Berechnung von endlich langen Torusschalen mit realen Randbedingungen, Jahrestagung der DGLR 1981, Aachen
- |47| **H.ÖRY; G.FAHLBUSCH:** Auslegung dünnwandiger Schalenstrukturen mit konzentrierten Krafteinleitungen, Vorträge im Haus der Technik, Fachtagung Nr. F-3-312-520-1, 1981



- |48| **H.ÖRY; H.-G.REIMERDES; W.TRITSCH:** Anwenden der Schalentheorie auf die Bemessung von Stahlschornsteinen, Studie im Auftrag des Ingenieurbüros Hartmann in Herford, 1982
- |49| **H.ÖRY:** Große Öffnungen in dünnwandigen Zylinderschalen, Seibold-Kolloquium 1983, Aachen
- |50| **H.ÖRY; H.-G.REIMERDES:** Large apertures in thin-walled steel chimneys, Studie für CICIND, Institut für Leichtbau, 1984
- |51| **A.PALAZOTTO:** Bifurcation and collapse analysis of stringer and ring-stringer stiffened cylindrical shells with cutouts, Computers a. Structures, Vol. 7, Pergamon Press 1977
- |52| **I.PETER:** Zur Stabilität von Kreiszylinderschalen unter ungleichmäßig verteilten axialen Randbelastungen, Mitteilungen des Instituts für Statik der TU Hannover, 1974
- |53| **R.PINCKERT; W.SCHNOBRICH:** Analysis of circular cylindrical shells containing rectangular openings with stiffened edges, Civil engineering studies Structural research serie, Nr. 308
- |54| **K.RAJIAK; R.KUMAR:** Optimum openings in circular cylindrical shells under uniaxial tension and torsion by conformal transformations, J.o.A.M. 1984, Vol. 51
- |55| **K.RAO; A.DAVIES:** Reinforced circular holes in cylindrical shells, Aeronautical Journal of the royal Aeronautical Society, Vol. 74, Febr. 1970
- |56| **R.ROSE:** Strength of the rim reinforcements for manholes in welded storage tanks, B.W.R.A. Report, D4/2/59
- |57| **H.SAAL:** Der Einfluß von Ausschnitten auf die Beullasten von Kreiszylinderschalen, Der Stahlbau 9, 1976
- |58| **W.SCHNELL:** Krafteinleitung in versteifte Zylinderschalen, Zeitschrift für Flugwissenschaften, 3. Jg., Heft 12, 1955
- |59| **J.STARNES:** Effect of a slot on the buckling load of a cylindrical shell with a circular cutout, AIAA Journal, Febr. 1972
- |60| **J.STARNES:** The effect of cutouts on the buckling of thin shells, Thin Shell Structures, Ed. Y.c.Fung 1974
- |61| **U.SCHULZ:** Die Stabilität axial belasteter Zylinderschalen mit Mantelöffnungen, Der Bauingenieur 51, 1976
- |62| **R.TENNYSON:** The effect of unreinforced circular cutouts on the buckling of circular cylindrical shells under axial compression, Journal of Eng. f.Industry 1968

- | 63| **D.THOMA:** Spannungen in zylindrischen Gefäßwänden, Auszug aus einem am 16.11.1920 vor dem Ausschuß für technische Mechanik des Berliner Bezirksvereins Deutscher Ingenieure gehaltenen Vortrags
- | 64| **S.TODA:** Buckling of cylinders with cutouts under axial compression, Experimental Mechanics, Dec. 1983
- | 65| **W.TRITSCH:** Krafteinleitung in Zylinderschalen, Diplomarbeit am Institut für Leichtbau, 1981
- | 66| **H.WAGNER:** Über die Krafteinleitung in dünnwandige Zylinderschalen, Luftfahrtforschung, Band 13, Sept. 1936
- | 67| **W.WITTRICK:** Stresses around reinforced elliptical holes with applications to pressure cabin windows, The Aeronautical Quarterly 1959
- | 68| **Y.YAMAMOTO; H.ISSHIHI; K.HAMADA; T.HAYASHI:** Stress distribution around a circular cutout of a cylindrical shell, Journal of the Faculty of Engineering, University of Tokyo (B), Vol. XXIX, No. 3, 1968
- | 69| **F. RIMROTT:** Entwurf und Berechnung von Lapprohren, Luft- und Raumfahrttechnik Bd. 14, 1968, Nr.1
- | 70| **B.O.ALMROTH; A.B.BURNS; E.V.PITTNER:** Design criteria for axially loaded cylindrical shells, Interner Lockheed-Bericht
- | 71| **L.A.HARRIS; H.SUER; W.T.SKENE; R.J.BENJAMIN;** The Stability of Thin-walled Unstiffened Circular Cylinders Under Axial Compression Including the Effects of Internal Pressure, Journal of Aeronautical Sciences, Aug. 1957