

Kippaussteifung von Brettschichtträgern
Teil 1

T 2188/1

T 2188/1

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

LEHR- UND FORSCHUNGSGBIET INGENIEURHOLZBAU

PROFESSOR DR.-ING. HEINZ BRÜNINGHOFF

E-86/M

Bericht zum Forschungsvorhaben

KIPPAUSSTEIFUNG VON BRETTSCHICHTTRÄGERN

Teil 1

Prof. Dr.-Ing. H. Brüninghoff

Dipl.-Ing. T. Mitzenheim

Solingen, im Oktober 1987

FORSCHUNGSSTELLE
D-5650 SOLINGEN
KÖLNER STRASSE 8
TEL.: (0212) 207630
201197

UNIVERSITÄT
D-5600 WUPPERTAL 2
PAULUSKIRCHSTRASSE 7
TEL.: (0202) 439-3129
3198
3065

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

1	Aufgabenstellung	2
2	Herleitung der Grundgleichungen	
2.1	Voraussetzungen	3
2.2	Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen	7
3	Bekannte analytische Lösungen	14
4	Eingeschlagener Lösungsweg	
4.1	Allgemeines	18
4.2	Beschreibung des Rechenverfahrens	20
4.3	Umformung des Differentialgleichungssystems	23
4.4	Berechnungshilfe (Rechnerprogramm)	27
4.5	Bemerkungen zur Berechnung	29
5	Beispiel und Verifizierung	33
6	Auswertung	
6.1	Träger ohne Zwischenstützungen	38
6.2	Träger mit Zwischenstützungen	40
7	Ausblick	45
	Diagramme	47
	Literatur	57

1 Aufgabenstellung

Ziel des Forschungsvorhabens war es, auf theoretischem Wege die Wirksamkeit verschiedener Kippaussteifungen zu untersuchen. Hier galt es, drei Fälle zu unterscheiden:

Fall 1: - kontinuierliche Stützung des Druckgurtes

Fall 2: - punktweise Stützung des Druckgurtes mit
Gabellagerung

Fall 3: - punktweise Stützung des Druckgurtes ohne
Gabellagerung

Die Untersuchungen sollten an parallelgurtigen Trägern, versehen mit einer Gleichlast, durchgeführt werden. Spannweiten, Querschnittsabmessungen und Belastungen waren zu variieren.

Ergebnisse sollten in Form von Diagrammen oder Tabellen präsentiert werden.

2 Herleitung der Grundgleichungen

2.1 Voraussetzungen

Weicht ein Biegeträger unter Belastung rechtwinklig zu seiner Belastungsebene aus, so wird diese Formänderung als "Kippen" bezeichnet. Zur Ableitung der Grundgleichungen wird ein derart verformtes Trägerelement der Länge Δx aus dem Biegeträger ausgelöst. An diesem infinitesimal kleinen Element werden sämtliche Schnittkräfte angetragen. Durch Aufstellen der räumlichen Gleichgewichtsbedingungen können sechs Gleichungen bestimmt werden.

Explizit werden folgende Voraussetzungen/Hypothesen getroffen:

- a) Grundlage für die Richtungen des Koordinatensystems und der Schnittkräfte bildet die DIN 1080, Teil 1. Ableitungen nach x werden mit einem ' bezeichnet.

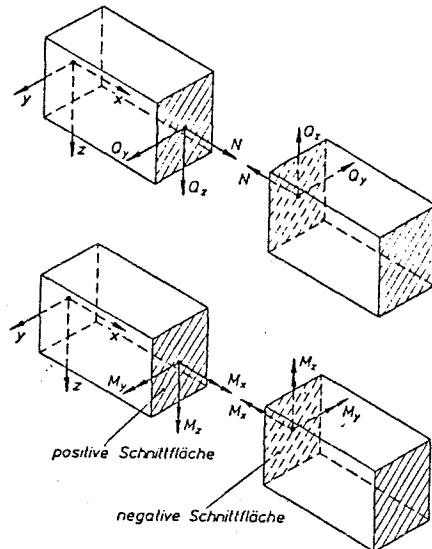


Bild 2.1.1 Bezeichnungen gemäß DIN 1080

b) Das Bernoulli - Eulersche Biegetheorem beschreibt den Kehrwert der Krümmung zu

$$1 / \rho = M_z(x) / (E \cdot I_z) .$$

Es fußt auf dem Gesetz von Hook (Linearität zwischen Spannungen und Dehnungen) und der Hypothese von Bernoulli, nach der Querschnitte auch nach der Verformung eben bleiben.

c) Nach der Hypothese von Saint - Venant (Ebenbleiben der Querschnitte verdrehter Stäbe) kann ein Zusammenhang zwischen Drillmoment $M_x(x)$ und Querschnittsdrehwinkel φ mit

$$d\varphi/dx = M_x(x) / G \cdot I_x \quad \text{angegeben werden.}$$

Wölbkraftanteile werden in dieser Untersuchung vernachlässigt, da ausschließlich Rechteckquerschnitte behandelt werden und die Wölbkrafttorsion hier eine unwesentliche Größe besitzt.

d) Annahme: Verformungen sind im Vergleich zu den Hauptabmessungen des Tragwerkes gering. Daraus folgt mit genügender Genauigkeit:

$$\sin(x) \approx \tan(x) \quad \text{und} \quad \cos(x) \approx 1$$

$$1 / \rho = v''(x) / (1 + v'(x)^2)^{3/2} \approx v''(x)$$

In Verbindung mit b) folgt daraus:

$$v''(x) = M_z(x) / (E * I_z)$$

e) Es wird eine seitliche Vorauslenkung $v_0(x)$ angenommen. Diese entsteht im spannungslosen Zustand. Daher gilt:

$$(v(x) - v_0(x))'' = M_z(x) / (E * I_z)$$

f) Vertikale Verformungen (z - Richtung) werden vernachlässigt, da die Steifigkeit eines kippsgefährdeten Biegeträgers in z - Richtung um ein vielfaches größer ist als in y - Richtung.

g) Am Träger angreifende Kräfte bleiben auch nach dessen Verformung richtungstreu.

h) Normalkräfte werden in dieser Untersuchung ausgeklammert.

2.2 Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen

Die Gleichgewichtsbedingungen werden an einem Balkenelement abgeleitet, das durch eine vertikale Last $q_z(x)$ und eine horizontale Kraft $q_y(x)$ belastet ist. Es können für dieses Element sechs Gleichgewichtsbedingungen formuliert werden.

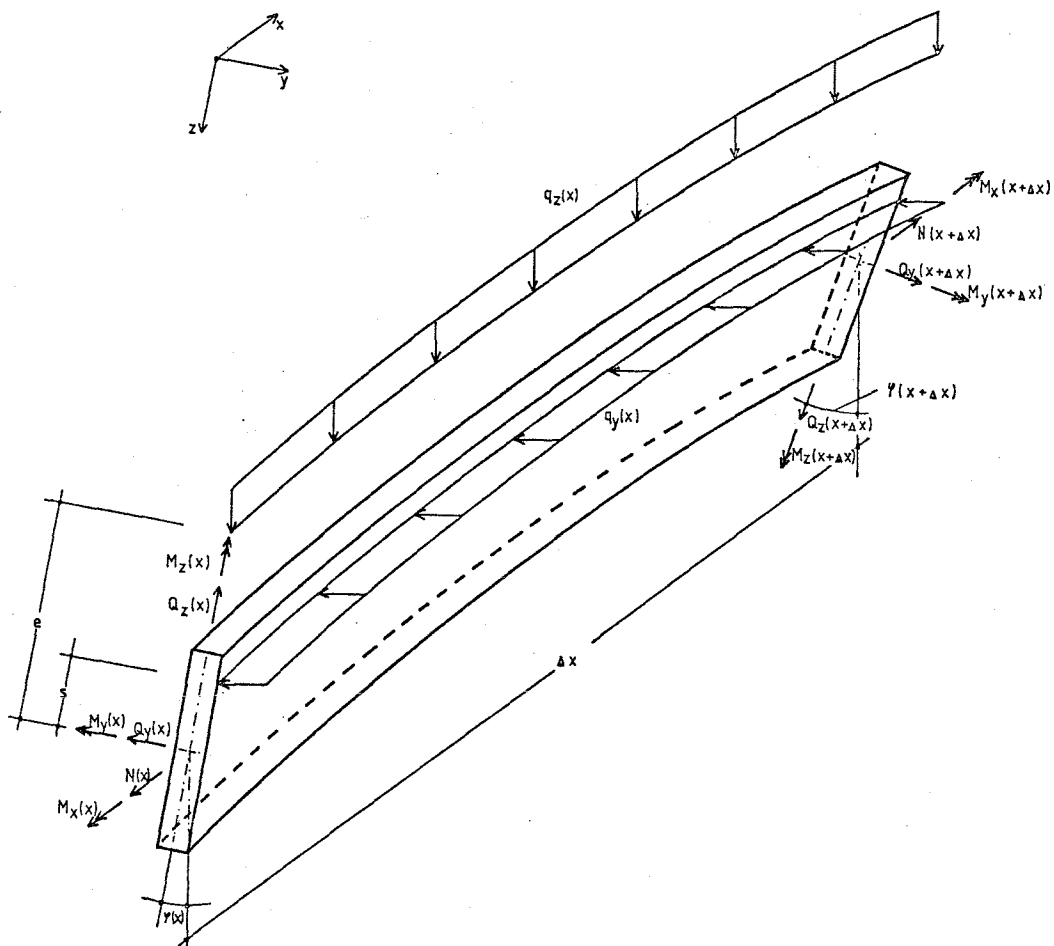


Bild 2.2.1 Ausgelöstes Balkenelement mit Schnittkräften

$$\sum K_x = 0$$

$$Q_y(x) \cdot \frac{\Delta V(x)}{\Delta x} - Q_y(x+\Delta x) \cdot \frac{\Delta V(x)}{\Delta x} = 0 \quad 2.2.1$$

$$\sum K_y = 0$$

$$\begin{aligned} & -Q_y(x) + Q_y(x+\Delta x) + Q_z(x) \cdot \varphi(x) - Q_z(x+\Delta x) \\ & \cdot \varphi(x+\Delta x) - q_y(x) \cdot \Delta x = 0 \end{aligned} \quad 2.2.2$$

$$\sum K_z = 0$$

$$\begin{aligned} & -Q_y(x) \cdot \varphi(x) + Q_y(x+\Delta x) \cdot \varphi(x+\Delta x) - Q_z(x) + Q_z(x+\Delta x) \\ & + q_z(x) \cdot \Delta x = 0 \end{aligned} \quad 2.2.3$$

$$\sum M_x = 0$$

$$\begin{aligned} & -M_x(x) + M_x(x+\Delta x) + M_y(x) \cdot \frac{\Delta V(x)}{\Delta x} - M_y(x+\Delta x) \cdot \frac{\Delta V(x)}{\Delta x} \\ & + [Q_z(x) + Q_z(x+\Delta x)] \cdot \frac{\Delta V(x)}{2} + q_z(x) \cdot \Delta x \cdot e \cdot \varphi \\ & - q_y(x) \cdot \Delta x \cdot s = 0 \end{aligned} \quad 2.2.4$$

$$\sum M_y = 0$$

$$\begin{aligned} & -M_x(x) \cdot \frac{\Delta V(x)}{\Delta x} + M_x(x+\Delta x) \cdot \frac{\Delta V(x)}{\Delta x} - M_y(x) + M_y(x+\Delta x) \\ & + M_z(x) \cdot \varphi(x) - M_z(x+\Delta x) \cdot \varphi(x+\Delta x) \\ & - [Q_z(x) + Q_z(x+\Delta x)] \cdot \frac{\Delta x}{2} = 0 \end{aligned} \quad 2.2.5$$

$$\Sigma M_Z = 0$$

$$\begin{aligned} & -M_y(x) \cdot \varphi(x) + M_y(x+\Delta x) \cdot \varphi(x+\Delta x) - M_z(x) + M_z(x+\Delta x) \\ & + \left[Q_y(x) + Q_y(x+\Delta x) \right] \cdot \frac{\Delta x}{2} - \left[Q_z(x) \cdot \varphi(x) + Q_z(x+\Delta x) \right. \\ & \left. \cdot \varphi(x+\Delta x) \right] \cdot \frac{\Delta x}{2} = 0 \end{aligned} \quad 2.2.6$$

Gl. 2.2.1 dividiert durch Δx

$$\begin{aligned} & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{Q_y(x+\Delta x) \cdot \frac{\Delta V(x)}{\Delta x} - Q_y(x) \cdot \frac{\Delta V(x)}{\Delta x}}{\Delta x} \right] = 0 \\ & \rightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{Q_y(x+\Delta x) - Q_y(x)}{\Delta x} \right] \cdot \frac{V'(x)}{\Delta x} = 0 \\ & \rightarrow -Q'_y(x) \cdot V'(x) = 0 \end{aligned} \quad 2.2.1a$$

Gl. 2.2.2 dividiert durch Δx

$$\begin{aligned} & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{Q_y(x+\Delta x) - Q_y(x)}{\Delta x} \cdot \frac{Q_z(x+\Delta x) \cdot \varphi(x+\Delta x)}{\Delta x} - \right. \\ & \left. - \frac{Q_z(x) \cdot \varphi(x)}{\Delta x} - \frac{q_y(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} \right] = 0 \\ & \rightarrow Q'_y(x) - (Q_z(x) \cdot \varphi(x))' - q_y(x) = 0 \end{aligned} \quad 2.2.2.a$$

Gl. 2.2.3 dividiert durch Δx

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{Q_y(x+\Delta x) \cdot \varphi(x+\Delta x) - Q_y(x) \cdot \varphi(x)}{\Delta x} + \frac{Q_z(x+\Delta x) - Q_z(x)}{\Delta x} + \frac{q_z(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} \right] = 0$$

$$\rightarrow (Q_y(x) \cdot \varphi(x))' + Q_z'(x) + q_z(x) = 0$$

2.2.3.a

Gl. 2.2.4 dividiert durch Δx

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{M_x(x+\Delta x) - M_x(x)}{\Delta x} - \frac{M_y(x+\Delta x) \frac{\Delta V(x)}{\Delta x}}{\Delta x} - \frac{M_y(x) \frac{\Delta V(x)}{\Delta x}}{\Delta x} + [Q_z(x) + Q_z(x+\Delta x)] \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta V(x)}{\Delta x} + \frac{q_z(x) \cdot \Delta x \cdot e \cdot \varphi}{\Delta x} - \frac{q_y(x) \cdot \Delta x \cdot s}{\Delta x} \right] = 0$$

$$\rightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{M_x(x+\Delta x) - M_x(x)}{\Delta x} - \frac{M_y(x+\Delta x) - M_y(x)}{\Delta x} \cdot \frac{V'(x)}{\Delta x} + [Q_z(x) + Q_z(x+\Delta x)] \cdot \frac{1}{2} \cdot V'(x) + q_z(x) \cdot e \cdot \varphi - q_y(x) \cdot s \right] = 0$$

$$\rightarrow M_x'(x) - M_y'(x) \cdot V'(x) - M_y(x) \cdot V''(x) + Q_z(x) \cdot V'(x)$$

$$+ q_z(x) \cdot e \cdot \varphi - q_y(x) \cdot s = 0$$

2.2.4.a

Gl. 2.2.5 dividiert durch Δx

$$\begin{aligned} & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{M_x(x+\Delta x) \cdot \frac{\Delta V(x)}{\Delta x} - M_x(x) \cdot \frac{\Delta V(x)}{\Delta x}}{\Delta x} \right. \\ & \quad + \frac{M_y(x+\Delta x) - M_y(x)}{\Delta x} - \frac{M_z(x+\Delta x) \cdot \varphi(x+\Delta x) - M_z(x) \cdot \varphi(x)}{\Delta x} \\ & \quad \left. - [Q_z(x) + Q_z(x+\Delta x)] \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta x} \right] = 0 \\ \rightarrow & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{M_x(x+\Delta x) - M_x(x)}{\Delta x} \cdot \frac{V'(x)}{\Delta x} + \frac{M_y(x+\Delta x) - M_y(x)}{\Delta x} \right. \\ & \quad \left. - \frac{M_z(x+\Delta x) \cdot \varphi(x+\Delta x) - M_z(x) \cdot \varphi(x)}{\Delta x} - Q_z(x) \right] = 0 \\ \rightarrow & M_x'(x) \cdot V'(x) + M_x(x) \cdot V''(x) + M_y'(x) - (M_z(x) \cdot \varphi(x))' \\ & \quad - Q_z(x) = 0 \end{aligned} \tag{2.25a}$$

Gl. 2.2.6 dividiert durch Δx

$$\begin{aligned} & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[+ \frac{M_y(x+\Delta x) \cdot \varphi(x+\Delta x) - M_y(x) \cdot \varphi(x)}{\Delta x} \right. \\ & \quad + \frac{M_z(x+\Delta x) - M_z(x)}{\Delta x} + [Q_y(x) + Q_y(x+\Delta x)] \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta x} \\ & \quad \left. - [Q_z(x) \cdot \varphi(x) + Q_z(x+\Delta x) \cdot \varphi(x+\Delta x)] \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta x} \right] = 0 \\ \rightarrow & + (M_y(x) \cdot \varphi(x))' + M_z'(x) + Q_y(x) - Q_z(x) \cdot \varphi(x) = 0 \end{aligned} \tag{2.2.6a}$$

Gl. 2.2.6a nach x differenziert und mit (-1) multipliziert:

$$\rightarrow -(M_y(x) \cdot \varphi(x))'' - M_z''(x) - Q_y'(x) + (Q_z(x) \cdot \varphi(x))' = 0 \quad 2.2.6b$$

Gl. 2.2.6b eingesetzt in 2.2.2a

$$\rightarrow -(M_y(x) \cdot \varphi(x))'' - M_z''(x) - q_y(x) = 0 \quad 2.2.7$$

Gl. 2.2.5a multipliziert mit $v'(x)$

$$\rightarrow M_x(x) \cdot V''(x) + M_x'(x) \cdot V'(x) + M_y'(x) \cdot V'(x) -$$

$$(M_z(x) \cdot \varphi(x))' \cdot V(x) - Q_z(x) \cdot V'(x) = 0 \quad 2.2.5b$$

Gl. 2.2.5b eingesetzt in 2.2.4a

$$\rightarrow M_x'(x) - M_y(x) \cdot V'(x) + q_z(x) \cdot e \cdot \varphi(x) - q_y(x) \cdot s = 0 \quad 2.2.8$$

Wird Gleichung 2.2.1a aufgrund höherer Ordnung vernachlässigt, geben Gleichung 2.2.7 und 2.2.8 das Formänderungsverhalten eines Rechteckträgers an.

In diese Gleichungen lassen sich die Beziehungen aus 2.1c und 2.1e einfügen, nachdem die Beziehung 2.1e zweimal, die Beziehung 2.1c einmal nach x differenziert wurde:

$$\varphi''(x) \cdot G \cdot I_x = M_x'(x)$$

$$(V(x) - V_0(x))'''' \cdot E \cdot I_z = M_z''$$

Nach dem Einsetzen ergeben sich Gleichung 2.2.7 und 2.2.8 zu:

$$+(M_y(x) \cdot \varphi(x))'' + E \cdot I_z \cdot (V(x) - V_0(x))'''' + q_y(x) = 0 \quad 2.29$$

$$G \cdot I_x \cdot \varphi''(x) - M_y(x) \cdot V''(x) + q_z(x) \cdot e \cdot \varphi(x) - q_y(x) \cdot s = 0 \quad 2.210$$

3 Bekannte analytische Lösungen

Für einige Sonderfälle sind bereits analytische Lösungen gefunden worden. In diesen Lösungen wird ausnahmslos ein beidseitig gabelgelagerter Einfeldträger betrachtet. Belastet man diesen Träger durch ein konstantes Moment, so erhält man das kritische Moment M_{crit} zu:

$$M_{crit} = \pi / s * \sqrt{E * I_z * G * I_x} \quad (3.1)$$

hierin ist $E * I_z$ = Biegesteifigkeit um die z - Achse

$G * I_x$ = Torsionssteifigkeit

s = Stützweite

Greift an diesem gabelgelagerten Träger eine Gleichlast im Schwerpunkt des Rechteckquerschnittes an, ergibt sich die kritische Belastung q_{crit} zu:

$$q_{crit} = 28,3 / s^3 * \sqrt{E * I_z * G * I_x} \quad (3.2)$$

An Querschnittsoberkante angreifende Lasten liefern den Ausdruck:

$$q_{erito} = q_{erit} * (1 - 0,72 * h/s * \sqrt{E * I_z / G * I_x}) \quad (3.3)$$

mit h = Querschnittshöhe

Ein Spannungsnachweis muß aufgrund der vorhandenen Doppelbiegung die Form

$$M_y / (W_y * \sigma_{Bzul}) + M_z / (W_z * \sigma_{Bzul}) \leq 1 \quad (3.4)$$

haben.

Nach Spannungstheorie II. Ordnung ergibt sich für den gabelgelagerten Träger auf zwei Stützen mit konstantem Moment ein Zusatzmoment M_z von

$$M_z = \frac{E * I_z * \pi^2 / s^2 * (M_y * \gamma / M_{crit})^2 * e}{1 - (M_y * \gamma / M_{crit})^2} \quad (3.5)$$

mit M_y = Moment um die y - Achse

γ = Laststeigerungsbeiwert

e = maximale Ausmitte einer sinusförmig
angenommenen Vorverformung

Daraus folgt der Spannungsnachweis für einen
gabelgelagerten Einfeldträger mit konstantem Moment
[15] zu:

$$\frac{M_y}{W_y \cdot \sigma_{Bzul}} + \frac{(E \cdot I_z \cdot \pi^2) / s^2 \cdot (M_y \cdot \gamma / M_{crit})^2 \cdot e}{W_z \cdot \sigma_{Bzul} \cdot \gamma + (1 - (M_y \cdot \gamma / M_{crit})^2)} \leq 1 \quad (3.6)$$

Wird in Gleichung 3.5 M_{crit} durch die aus Gleichung 3.2
und 3.3 folgenden Maximalmomente ersetzt, läßt sich ein
Spannungsnachweis gemäß Gleichung 3.6 für
Gleichstreckenlasten mit unterschiedlichen
Lastangriffshöhen führen [13].

Dieser Nachweis bezieht sich wiederum auf beidseitig
gabelgelagerte Einfeldträger.

4 Eingeschlagener Lösungsweg

4.1 Allgemeines

Das in Kapitel 3 hergeleitete Gleichungssystem (Gleichungen 2.2.9 und 2.2.10) kann nur in den vorgenannten speziellen Fällen analytisch gelöst werden.

Die Aufgabenstellung verlangte die Lösung des Gleichungssystems für einen parallellgurtigen Träger, der an seinen Enden gabelgelagert ist, und zudem an Zwischenpunkten bestimmte Bedingungen einhalten muß.

Die erste Bedingung besagt, daß der Träger an seinen Zwischenpunkten gabelgelagert ist. (Dies entspricht dem Fall 2 der Aufgabenstellung). Diese Gabellagerung wird durch die beiden Gleichungen

$$v(x_{zw}) = v_0(x_{zw}) = 0$$

$$\varphi(x_{zw}) = 0$$

simuliert.

Die zweite Bedingung besagt, daß der Träger an seinen Zwischenpunkten in Druckgurtebene gehalten ist. (Fall 3

der Aufgabenstellung). Diese Art der Zwischenstützung wird durch die Gleichung

$$v_0(xzw) - \varphi(xzw) * h/2 = 0 \quad \text{erzeugt.}$$

Zur Veranschaulichung dient folgende Skizze:

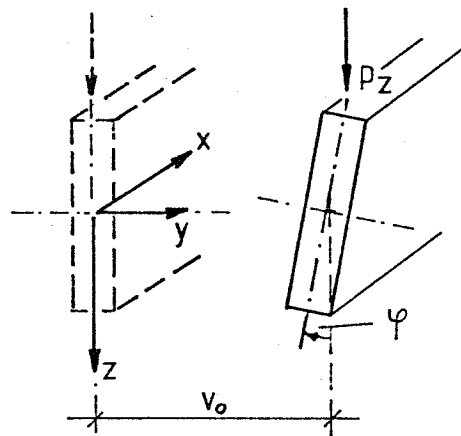


Bild 4.1.1 Ausgelenkter Querschnitt

Die Lösung des Gleichungssystems mit den oben genannten Bedingungen ist nur mittels eines numerischen Verfahrens möglich. Gewählt wurde das Mehrfachschießverfahren (auch: "multiple shooting method").

Dieses Verfahren bietet die Möglichkeit, an expliziten Punkten die zuvor genannten Zwischenbedingungen einzuflechten.

4.2 Beschreibung des Rechenverfahrens

In diesem Kapitel soll die rein mathematische Arbeitsweise des Mehrfachschießverfahrens dargelegt werden.

Bei diesem Verfahren werden die Werte

$$\bar{s}_k = y(x_k), \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

der exakten Lösung $y(x)$ eines Randwertproblems

$$y' = f(x, y), \quad r(y(a), y(b)) = 0$$

an mehreren Stellen

$$a = x_1 < x_2 < \dots < x_m = b$$

gleichzeitig iterativ berechnet. Sei dazu $y(x; x_k, s_k)$ die Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = f(x, y), \quad y(x_k) = s_k.$$

Die Aufgabe besteht nun darin, die Vektoren s_k , $k = 1, 2, \dots, m$, so zu bestimmen, daß die aus den $y(x; x_k, s_k)$

stückweise zusammengesetzte Funktion

$$y(x) := y(x; x_k, s_k) \text{ für } x \in [x_k, x_{k+1}], \quad k=1, 2, \dots, m-1$$

$$y(b) := s_m$$

stetig ist, also eine Lösung der Differentialgleichung $y' = f(x, y)$ darstellt, und darüber hinaus die Randbedingungen $r(y(a), y(b)) = 0$ erfüllt. Zur Veranschaulichung dient Bild 4.2.1.

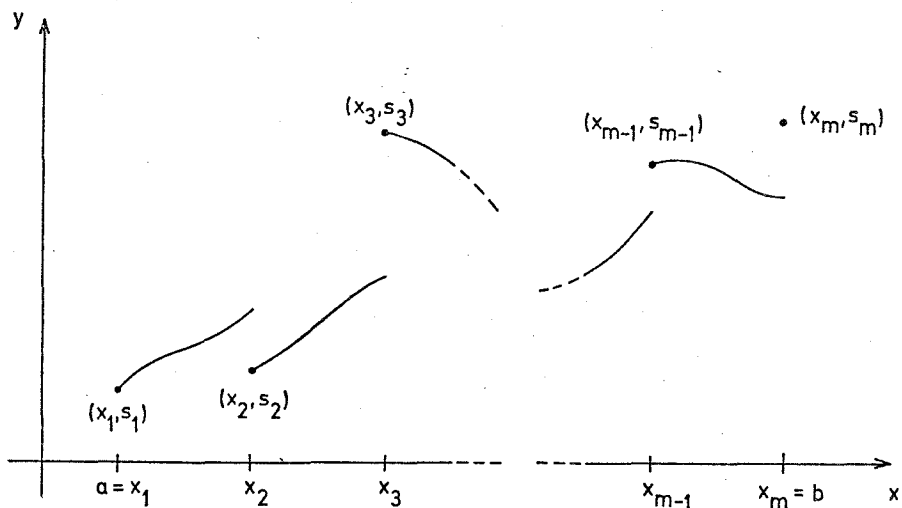


Bild 4.2.1 Funktionsverlauf vor Verknüpfung

Wesentlich ist bei diesem Verfahren die Rückführung von Randwertaufgaben in Anfangswertaufgaben.

Um eine Anwendung dieses Mehrfachschießverfahrens auf das in der Aufgabenstellung gegebene Problem zu ermöglichen, muß das Differentialgleichungssystem in Differentialgleichungen erster Ordnung überführt werden.

Weiteres zu diesem Kapitel ist in [16] zu finden.

4.3 Umformung des Differentialgleichungssystems

Im folgenden wird das Differentialgleichungssystem

$$(M_y(x) \cdot \varphi(x))'' + E \cdot I_z (v(x) - v_0(x))'''' + q_y(x) = 0 \quad (2.2.9)$$

$$G \cdot I_x \cdot \varphi(x)'' - M_y(x) \cdot v(x)'' + q_z(x) \cdot e \cdot \varphi(x) - q_y(x) \cdot s = 0 \quad (2.2.10)$$

auf sechs Differentialgleichungen erster Ordnung zurückgeführt, um eine Benutzung des Mehrfachschießverfahrens zu ermöglichen.

Zunächst wird Gleichung 2.2.9 nach $v(x)''''$ umgestellt:

$$v(x)'''' = 1/(E \cdot I_z) \cdot [E \cdot I_z \cdot v_0(x)'''' - 2 \cdot M_y'(x) \cdot \varphi'(x) - M_y(x) \cdot \varphi''(x) - M_y''(x) \cdot \varphi(x) - q_y(x)] \quad (4.3.1)$$

Gleichung 2.2.10 wird zu

$$\varphi''(x) = 1/G \cdot I_x * [M_y(x) * v''(x) - q_z(x) * e * \varphi(x) + q_y(x) * s] \quad (4.3.2)$$

umgeformt. Diese Gleichung wird in Gleichung 4.3.1 eingesetzt. Man erhält:

$$v''''(x) = 1/E \cdot I_z * [E \cdot I_z * v''''(x) - 2 * M_y'(x) * \varphi'(x) - M_y(x)/G \cdot I_x * (M_y(x) * v''(x) - q_z(x) * e * \varphi(x) + q_y(x) * s) - M_y''(x) * \varphi(x) - q_y(x)] \quad (4.3.3)$$

Führt man folgende Umbenennung durch:

$$y(1) = \varphi(x)$$

$$y(2) = \varphi'(x)$$

$$y(3) = v(x)$$

$$y(4) = v'(x)$$

$$y(5) = v''(x)$$

$$y(6) = v'''(x)$$

und differenziert nach x , ergibt sich der Ausdruck:

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ y(4) \\ y(5) \\ y(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi'(x) \\ \varphi''(x) \\ v'(x) \\ v''(x) \\ v'''(x) \\ v''''(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(2) \\ 1/(G \cdot I_x) \cdot [M_y(x) \cdot y(5) - q_z(x) \cdot e \cdot y(1) + q_y(x) \cdot s] \\ y(4) \\ y(5) \\ y(6) \\ 1/(E \cdot I_z) \cdot [E \cdot I_z \cdot v''''(x) - 2 \cdot M_y'(x) \cdot y(2) - M_y(x)/(G \cdot I_x) \cdot (M_y(x) \cdot y(5) - q_z(x) \cdot e \cdot y(1) + q_y(x) \cdot s) - M_y''(x) \cdot y(1) - q_y(x)] \end{bmatrix}$$

Damit verfügt man über ein System von sechs Differentialgleichungen, das die Benutzung des Mehrfachschießverfahrens gestattet. Weitere Hinweise findet man in [16].

4.4 Berechnungshilfe (Rechenprogramm)

Zur Verfügung stand ein spezielles Fortran - Programm des Mehrfachschießverfahrens zur Wärmesteuerung eines realistischen Sonnenhausmodells. Mit Hilfe des Programmes wurden optimale Schaltpunkte zur Schaltung von Heizung und Kühlung bestimmt. Diese Schaltpunkte entsprechen den Zwischenpunkten des Trägers und sollen bestimmte Bedingungen erfüllen. Der Unterschied zwischen Sonnenhaussteuerung und der hier gestellten Aufgabe liegt darin, daß dort die optimale Lage der Schaltpunkte gesucht wird, während hier die Lage der Zwischenstützungen fest bestimmt ist, z.B. in den Drittelpunkten des gabelgelagerten Trägers.

Das Programm wurde dergestalt geändert, daß die in Kapitel 4.1 geforderten Bedingungen an den entsprechenden, fest vorgegebenen Punkten definiert werden konnten.

Weiterhin wurde in das Programm eine Schleife eingefügt, die die Last stufenweise steigert, bis die Gleichung

$$\sigma_{My} / \sigma_{Bzul} + \sigma_{Mz} / \sigma_{Bzul} = 1 \quad (Gl\ 4.4.1)$$

erfüllt ist. Ist die Gleichung erfüllt, werden die entsprechende Last und die dazugehörigen Momente angegeben. Ferner wird der Träger in kleine Stücke unterteilt. An den Teilstückgrenzen werden Werte für $v(x)$ und $\varphi(x)$ einschließlich aller Ableitungen angegeben. Daher kann man ein Bild vom Verformungs,- und Kräfteverlauf des gesamten Trägers zusammenstellen.

Aus dem maximalen Wert von M_y wird der Quotient

$\sigma_{My}/\sigma_{Bzul}$ gebildet und mit k_B bezeichnet.

Dieser Wert wird nur bei Erfüllung der Gleichung 4.4.1 angegeben.

4.5 Bemerkungen zur Berechnung

Seitliche Vorverformungen $v_0(x)$ wurden sinusförmig angesetzt, Nulldurchgänge der Sinuskurve in die Punkte der Stützstellen gelegt. (Bild 4.5.1)

z.B:

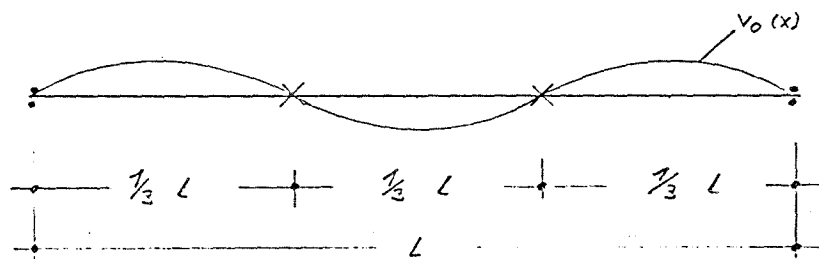


Bild 4.5.1 Vorverformung eines Dreifeldträgers

Diese Annahme ist für das Kippverhalten des Trägers ungünstiger als die Annahme einer einwelligen Sinuskurve. Die einwellige Sinuskurve liefert Maximalwerte für die Verbandsbeanspruchung, die in diesem Teil des Forschungsvorhabens unberücksichtigt bleiben soll.

Der Maximalwert der Sinusschwingung wird zu $e = s/577$ bestimmt.

Vorverdrehungen $\varphi_0(x)$ bleiben unberücksichtigt, da ihr Einfluß bei praxisbezogenen, realistischen Werten gering ist. Durch diese Vernachlässigung erreicht man ein vereinfachtes Ergebnis und somit ein Berechnungsverfahren, das von einem Parameter weniger abhängig ist.

Die theoretischen Untersuchungen beziehen sich ausschließlich auf Brettschichtholz der Güteklasse I mit einem $\sigma_{Bzul} = 14\text{MN/qm}$, da diese Güte meist bei Ingenieurkonstruktionen verwendet wird und somit für diese Untersuchung relevant ist. Zudem weichen die Werkstoffkonstanten E und G für Brettschichtholz der Güteklasse II voraussichtlich nicht stark von den Werten der Güteklasse I ab.

Punktweise Stützungen des Obergurtes werden bei den hier untersuchten parallelgurtigen Biegeträgern grundsätzlich an der Trägeroberkante vorgenommen.

Aufgrund der Berechnung nach Theorie zweiter Ordnung ist die Berücksichtigung eines Laststeigerungsbeiwertes γ erforderlich. Es wird in

Übereinstimmung mit DIN 1052, Ausgabe 1988 $\gamma = 2.0$
 gewählt.

Elastizitätsmodul E und Schubmodul G wurden mit den
 Werten $E = 11000 \text{ MN/qm}$ und $G = 500 \text{ MN/qm}$
 berücksichtigt.

Die Drillsteifigkeit errechnet sich zu

$$I_x = \alpha * b^3 * h$$

mit b = Breite

h = Höhe

$$\alpha = 1/3(1 - 0,63*b/h + 0,052*b^5/h^5) .$$

Mit diesen Hilfswerten wird ein Berechnungsverfahren in
 Form von Bemessungsdiagrammen entsprechend der DIN '88
 entwickelt.

Als Eingangswert in das Diagramm dient ein Festwert

$$\lambda_B = \sqrt{\frac{\sqrt{E/G} * \sigma_{Bzul} * \gamma}{\gamma * E} * \frac{s * h}{b^2}} \quad (5.5.1)$$

oder kürzer für Brettschichtholz Gkl.I und $\gamma = 2$:

$$\lambda_B = \sqrt{\frac{s * h}{263 * b^2}} \quad (5.5.2)$$

s ist in dieser Formel der Abstand der Stützstellen.

Dieser λ_B - Wert führt zu dem bemessungsrelevanten

$$k_B = \sigma_{My} / \sigma_{Bzul} \quad (5.5.3)$$

Wert, der aus der Grenzbedingung

$$\sigma_{My} / \sigma_{Bzul} + \sigma_{Mz} / \sigma_{Bzul} = 1 \quad (5.5.4)$$

hervorgeht.

5 Beispiel und Verifizierung

Es wird ein Beispiel für einen gabelgelagerten Träger ohne Zwischenstützungen vorgestellt. Er wird durch ein konstantes Moment belastet (Bild 5.1.1).

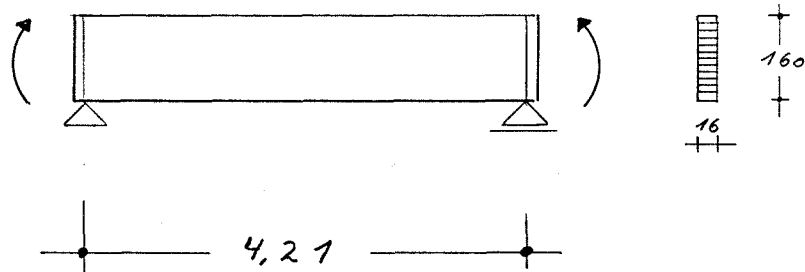


Bild 5.1.1 Gabelgelagerter Einfeldträger

Sein Querschnittsverhältnis h/b beträgt 10 bei einer Länge s von 4.21 m.

Diese Beispiel eignet sich für eine Überprüfung, da die exakte Lösung für diesen Fall bekannt ist.

Das Programm liefert für diesen Träger folgende Ergebnisse:

$\sigma_{My} / \sigma_{Bzul} + \sigma_{Mz} / \sigma_{Bzul} = 1$ wird bei einer Momentenbelastung $M_y = 1,479$ MNm erfüllt. Es wird die Variable k_B gemäß Gl 5.1.3 berechnet. Für diesen Fall ergibt sich der k_B - Wert unter Einbeziehung des Widerstandsmomentes $0,16 \cdot 1,6^3 / 6 = 0,068 \text{m}^4$

$$\text{zu } k_B = (1,479 / 0,068) / 14,0 = 0,77 .$$

Ein Laststeigerungsbeiwert $\gamma = 2$ wird programmseitig berücksichtigt und nicht explizit ausgegeben.

Ausgedruckt werden hingegen die Verschiebungen und Verdrehungen einschließlich aller Ableitungen an 15 Stellen des Trägers. Hier werden als Beispiel die Werte in Trägermitte angegeben.

$$\varphi(2,105) = 0,02920$$

$$\varphi'(2,105) = 0,00000$$

$$\varphi''(2,105) = -0,01626$$

$$v(2,105) = 0,02021$$

$$v'(2,105) = 0,00000$$

$$v''(2,105) = -0,01125$$

$$v'''(2,105) = 0,00000$$

$$v''''(2,105) = 0,31405$$

Diese Werte müssen das Gleichungssystem, bestehend aus Gleichung 2.2.9 und 2.2.10 erfüllen. Damit erfüllen sie die sechs Gleichgewichtsbedingungen, die sich am Trägerelement formulieren lassen.

Eingesetzt in Gleichung 2.2.9:

$$(E \cdot I_z = 6,00746 \text{ MNqm})$$

$$1,479 \cdot (-0,01626) + 6,00746 \cdot (0,31405 - \pi^4/4,21^4) = 0 !$$

Eingesetzt in Gleichung 2.2.10:

$$(G \cdot I_x = 1,02345 \text{ MNqm})$$

$$1,02345 \cdot (-0,01626) - 1,479 \cdot (-0,01125) = 0 !$$

Somit sind sämtliche Gleichgewichtsbedingungen erfüllt!

Die exakte Lösung lässt sich mit Hilfe der in DIN 1052, Ausgabe 1988 angegebenen Formel bestimmen. Der in dieser Norm zu findende k_B -Wert entspricht dem im Programm definierten. Um diesen Wert zu bestimmen, wird ebenfalls der Hilfswert λ_B gemäß Gl 5.1.1 benötigt. Er errechnet sich wie folgt:

$$\lambda_B = \sqrt{\frac{\sqrt{11000/500} * 14,0 * 2}{7 * 11000} * \frac{4,21 * 1,6}{0,162}}$$

$$= 1,000$$

Wählt man zu diesem λ_B den entsprechenden k_B -Wert des Querschnittsverhältnisses $h/b=10$ gemäß Bild 5.1.2, erhält man einen Wert $k_B = 0,77$. Dieser Wert stimmt mit dem durch das Programm gelieferten überein.

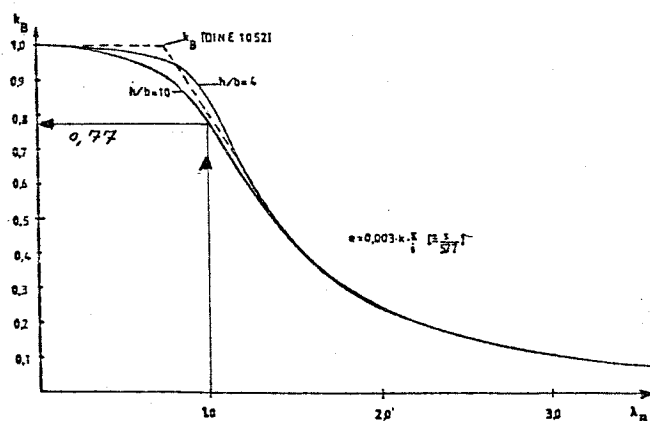


Bild 5.1.2 k_B - Diagramm nach DIN 1052, Ausgabe 1988

Nach der in der DIN angegebenen Näherungsformel erhält man einen Wert

$$k_B = 1,56 - 0,75 * \lambda_B$$

$$= 1,56 - 0,75 * 1,000 = 0,81.$$

Dieser Wert liegt etwas über dem genauen, da dieser Bereich der Kurve in Bild 5.1.2 durch eine Gerade angenähert wird.

6 Auswertung

6.1 Träger ohne Zwischenstützungen

Das Diagramm auf Seite 47 für einen beidseitig gabelgelagerten Rechteckträger unter an Trägeroberkante angreifender Gleichstreckenlast zeigt den hier deutlichen Einfluß des Querschnittsverhältnisses h/b auf die Kippsicherheit.

Bei einem Querschnittsverhältnis $h/b = 4$ kann aus dem Diagramm für $\lambda_B = 0,75$ ein k_B - Wert von 0,95 entnommen werden. Dieser Wert ist fast identisch mit dem Norm - Wert für konstante Momentenbelastung.

Bei einem Querschnittsverhältnis $h/b = 10$ erhält man für $\lambda_B = 0,75$ einen k_B - Wert von nur noch 0,66!

Der Verlauf der Kurve dieses Diagramms steht im Einklang mit der z.B. in [17] erwähnten Näherungsformel (Gl. 3.3)

$$q_{\text{crito}} = 28,3/s^3 \cdot \sqrt{EI_z \cdot GI_x} \cdot (1 - 0,72 \cdot h/l \cdot \sqrt{EI_z / GI_x}).$$

Sie gilt ebenfalls für gabelgelagerte Einfeldträger unter Gleichlast und erfaßt das Angreifen der Last an Trägeroberkante. Der Klammerausdruck gibt die Abminderung gegenüber einer mittig angreifenden Gleichlast an.

Beispiel: Ein Träger 160/16 mit $EI_z/GI_x = 6,0$ würde bei einer Länge $s = 10\text{m}$ zu einer Abminderung der kritischen Last um $1 - 0,72 \cdot 1,6 / 10 \cdot \sqrt{6,0} = 0,7$ führen, während ein Träger mit gleicher Länge, aber $h/b = 64/16 = 4$ ($EI_z/GI_x = 6,5$) nur um $1 - 0,72 \cdot 0,64 / 10 \cdot \sqrt{6,5} = 0,9$ abgemindert werden müßte!

Dieser, in der Praxis sicherlich selten vorkommende Spezialfall wird in den Erläuterungen zu DIN 1052, Ausgabe 1988 mit einem Hinweis berücksichtigt werden.

6.2 Träger mit Zwischenstützungen

Fall 1 der Aufgabenstellung (kontinuierliche Stützung des Druckgurtes) wird in der Norm, Ausgabe 1988 bei einer konstanten Momentenbelastung berücksichtigt. Näherungslösungen für eine Belastung aus Gleichstreckenlasten sind für diesen Fall z.B. aus [10] und [13] bekannt. Eine Überprüfung dieser bekannten Näherungslösungen mit Hilfe des Programms führte auf gleiche Lösungen, brachte aber ansonsten keine neuen Erkenntnisse.

Fall 2 und 3 der Aufgabenstellung:

Entsprechend dem in Kapitel 5 aufgeführten Beispiel wurde das Kippverhalten von Trägern berechnet, deren Abstützungen in den Drittels,- Fünftels,- Siebtels,- und Neuntelpunkten lagen.

Die Last wurde unter Berücksichtigung des Laststeigerungsbeiwertes γ vergrößert, bis die Gleichung

$$\sigma_{My} / \sigma_{Bzul} + \sigma_{Mz} / \sigma_{Bzul} = 1$$

erfüllt wurde. Der sich bei dieser Last ergebende k_B -Wert ($k_B = \sigma_{My} / \sigma_{Bzul}$ der DIN, Ausgabe '88 entsprechend) wurde in Form von Diagrammen in Abhängigkeit von $\lambda_B = \sqrt{s \cdot h / (263 \cdot b^2)}$ aufgetragen. Dieses λ_B entspricht dem λ_B -Wert der neuen Norm. Es berücksichtigt bereits, wie in Kapitel 4.5 angegeben, die Materialkennwerte von Brettschichtholz der Güteklasse I. Ansonsten entspricht diese Formel der Gleichung 4.5.1.

Die auf Seite 49 bis 56 dargestellten Diagramme erlauben somit einen Nachweis des Kippverhaltens, das dem in der DIN 1052 (Ausgabe 1988) entspricht. Zur Orientierung ist auf Seite 48 das für die DIN 1052 geltende Diagramm dargestellt.

Eine erste umfassende Betrachtung aller Diagramme ergibt, daß sämtliche im Rahmen dieser Aufgabenstellung erstellten Bemessungskurven oberhalb der in der Norm angegebenen Kurve für konstante Momentenbelastung liegen. Das bedeutet, daß auch Kurven für Träger, die nur an ihrem Obergurt seitlich gehalten sind, zu einer günstigeren Bemessung führen.

Folglich liegt die DIN, unabhängig von der Lagerung der Zwischenpunkte (punktweise oder gabelartig), auf der

sicheren Seite! Eine starre Ausbildung der jeweiligen Lagerungsart ist jedoch Voraussetzung für diese Behauptung.

Werden Kurven punktweiser mit gabelgelagerter Stützung, aber entsprechender Anzahl von Zwischenstützungen überlagert, gelangt man zu der Feststellung, daß einander entsprechende Kurven eng beieinander liegen. Der Unterschied dieser Kurven nimmt mit wachsender Anzahl der Zwischenstützungen ab. In den Diagrammen mit 6 bzw. 8 Zwischenstützungen ist der Unterschied der Kurven schon nicht mehr zu erkennen, da Unterschiede erst in der dritten Nachkommastelle bemerkbar werden. Meist führen aber die punktartig gelagerten Versionen zu etwas günstigeren Bemessungskurven. Der Unterschied ist allerdings unwesentlich und beträgt im Höchstfall ca. 3%.

Es stellt sich folglich bei nur punktweiser Lagerung der Träger "automatisch" eine Art Gabellagerung ein. Dies ist sicherlich mit der angenommenen Art der Vorverformung in Form einer mehrwelligen Sinuslinie, deren Nulldurchgänge durch die Punkte der Zwischenstützungen laufen, zu erklären. So wird ermöglicht, daß die Felder in der Lage sind, sich gegenseitig abzustützen.

Überlagert man Kurven mit unterschiedlicher Anzahl von

Zwischenstützungen, kann eine Annäherung an die Norm - Kurve mit wachsender Anzahl der Zwischenstützungen festgestellt werden. Dies muß auch so sein, da bei einer Vielzahl von Stützungen sich der Bereich zwischen den Stützungen immer mehr einer konstanten Momentenlinie annähert.

Das Programm bietet die Möglichkeit, die Stützstellen mit Federsteifigkeitswerten behaftet einzugeben. Es wurden exemplarisch für einige Träger unterschiedliche Steifigkeiten der Stützstellen eingegeben. Hohe Steifigkeiten änderten dabei das Kippverhalten der Träger nur unwesentlich. Geringe Steifigkeiten, wie sie z.B. bei schwach bemessenen Aussteifungsverbänden mit kleinem Abstand der Gurte entstehen würden, machen sich jedoch im Kippverhalten trotz der in der neuen DIN geforderten Maximaldurchbiegung von $1/1000$ spürbar bemerkbar. Diesem Einfluß der nachgiebigen Stützung wird in dieser DIN keine Rechnung getragen. Da, wie oben erwähnt, durch die Annahme einer konstanten Momentenbelastung keine nennenswerte Sicherheit gegenüber einer Belastung aus Gleichstreckenlast erreicht wird, ist es wichtig nach Norm (Ausgabe '88) kippbemessene Träger an den Zwischenstützungen möglichst steif zu halten.

Aufgrund dieser Feststellung ist es sinnvoll, den Einfluß der Nachgiebigkeiten der Zwischenstützungen näher zu untersuchen. Dabei auftretende Regelmäßigkeiten werden in Form eines Diagramms, das zur genaueren Erfassung dieses Einflusses dienlich sein wird festgehalten. Untersuchungen hierzu werden bereits durchgeführt und im zweiten Teil des Berichts festgehalten.

7 Ausblick

Nachfolgend werden die künftigen Ziele des Forschungsvorhabens formuliert.

Untersucht wird die Wirksamkeit verschiedener Kippaussteifungen auf theoretischem Wege für verschiedene Belastungen und Querschnittsformen. Ferner soll der Einfluß der zur Kippaussteifung verwendeten Verbände unter Berücksichtigung ihrer Nachgiebigkeit überprüft werden. Geplant sind Vergleichsrechnungen mit mehreren realistisch erscheinenden Federkonstanten, die sich aus der Verbandsbelastung ergeben. Diese Rechnungen sollen auch für den in diesem Bericht betrachteten Trägern angestellt werden.

Besonderes Augenmerk soll auf die Bearbeitung von Trägern in Satteldachform gerichtet werden. Bedingt durch den Knick in der Mitte entstehen Umlenkkräfte, die zusätzliche Seitenkräfte erzeugen. Für diesen Träger soll nach Möglichkeit ein eigenständiges Berechnungsdiagramm entwickelt werden. In dieses Diagramm werden unterschiedliche Querschnittsabmessungen, Belastungen und Kippaussteifungen eingearbeitet.

Ein weiterer wichtiger Bearbeitungspunkt für die Baupraxis ist die Erfassung unterschiedlicher Endmomente bei gleichzeitig vorhandener Gleichlast. Damit wird die Beanspruchung eines Mehrfeldträgers oder Rahmenteils simuliert.

Die Stabenden sind in diesem Untersuchungspunkt gabelgelagert, während die Kippaussteifungen an den Zwischenpunkten variiert werden können.

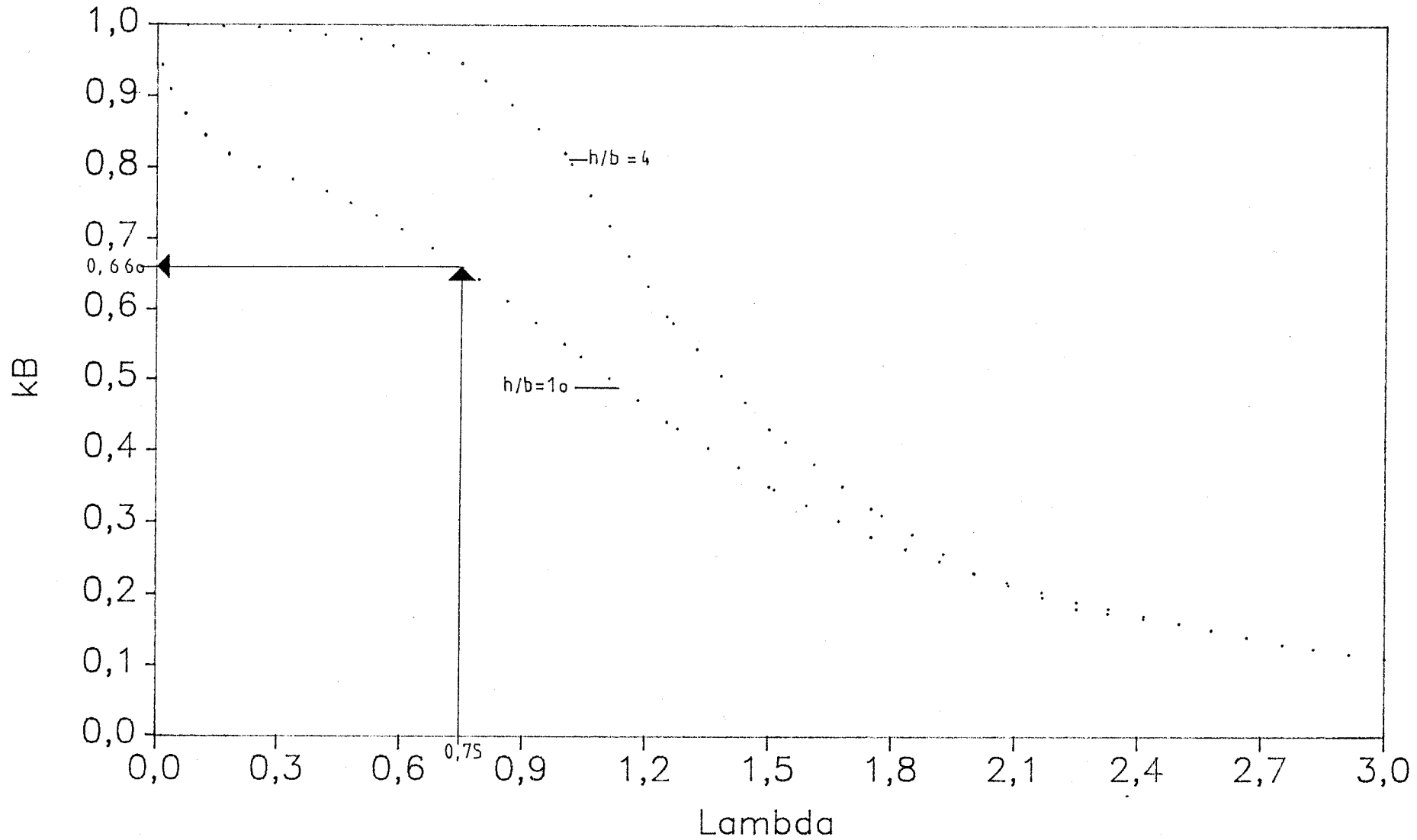
Vorgesehen ist die Berechnung der Seitenkräfte an den Punkten der Zwischenstützungen. Gelingt es, diese Kräfte zu bestimmen führt dies zu einer realistischen Bemessung der Aussteifungsverbände, da diese Kräfte als Verbandsbelastung angesetzt werden können. In diesen Aufgabeteil würde auch die Nachgiebigkeit (Federkonstante) des Verbandes, die bereits in Kapitel 6 erwähnt wurde, einfließen.

Dieser Rechenweg würde zu einem wirklichkeitsnahen räumlichen System führen.

Grundlegend für die Bearbeitung des Forschungsauftrages " Kippaussteifung von Brettschichtträgern, Teil 2 " ist ein mathematisches Verfahren, das die Lösung von Randwertaufgaben mit expliziten Schaltpunkten (Zwischenstützungen) gestattet.

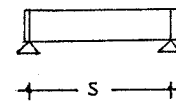
Beiwert k_B in Abhängigkeit von Λ

Gleichlast an Trägeroberkante angreifend

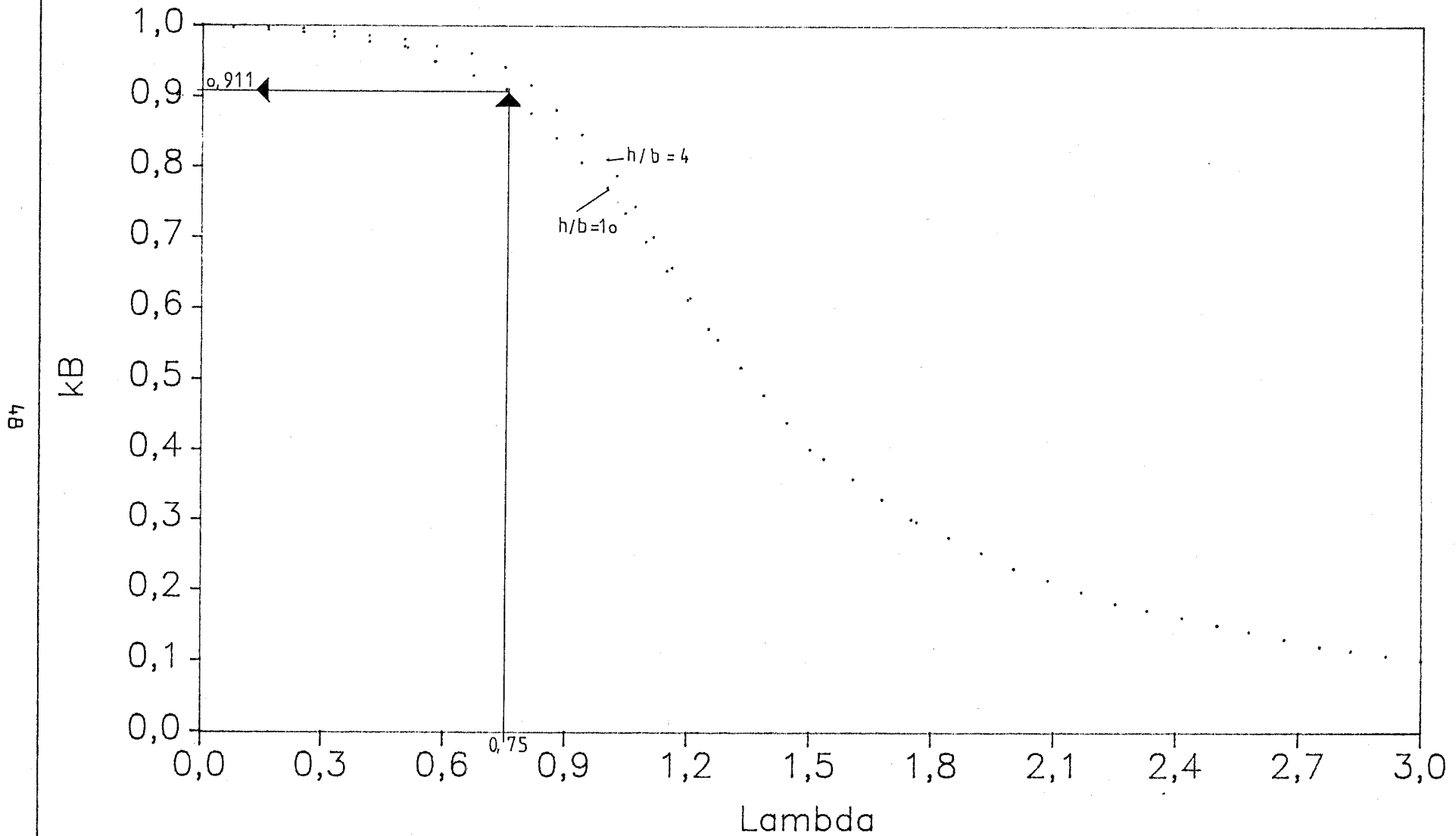


$k_B = \frac{\sigma(\text{grenz})}{\sigma(\text{zulässig})}$

$\Lambda = \sqrt{\frac{s \cdot h}{263 \cdot b \cdot b}}$

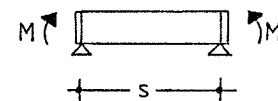


Beiwert k_B in Abhängigkeit von Lambda



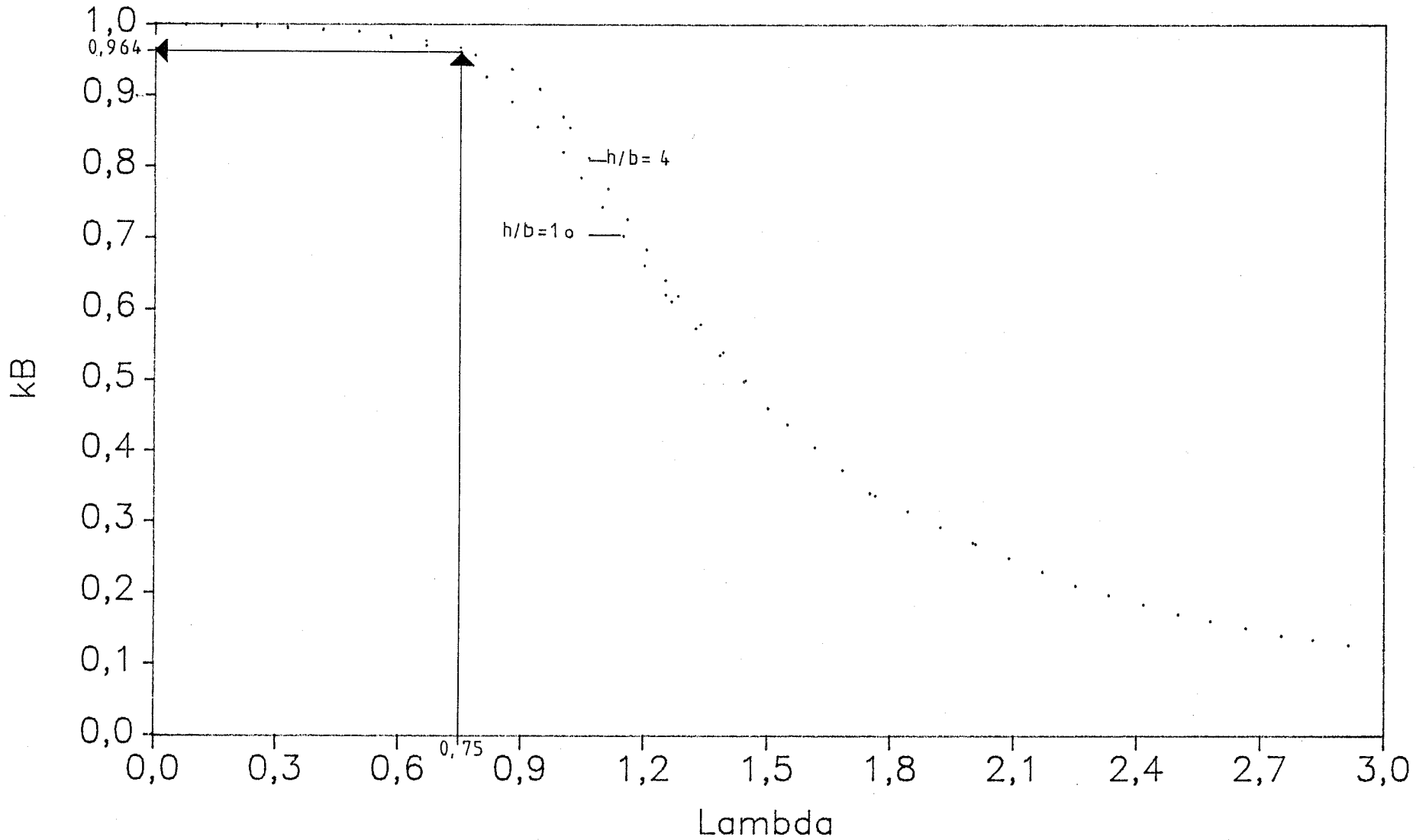
$k_B = \frac{\sigma(\text{grenz})}{\sigma(\text{zulässig})}$

$\Lambda = \sqrt{\frac{s \cdot h}{263 \cdot b \cdot b}}$



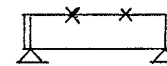
Beiwert k_B in Abhängigkeit von Lambda

Gleichlast an Trägeroberkante angreifend



$k_B = \frac{\sigma(\text{grenz})}{\sigma(\text{zulässig})}$

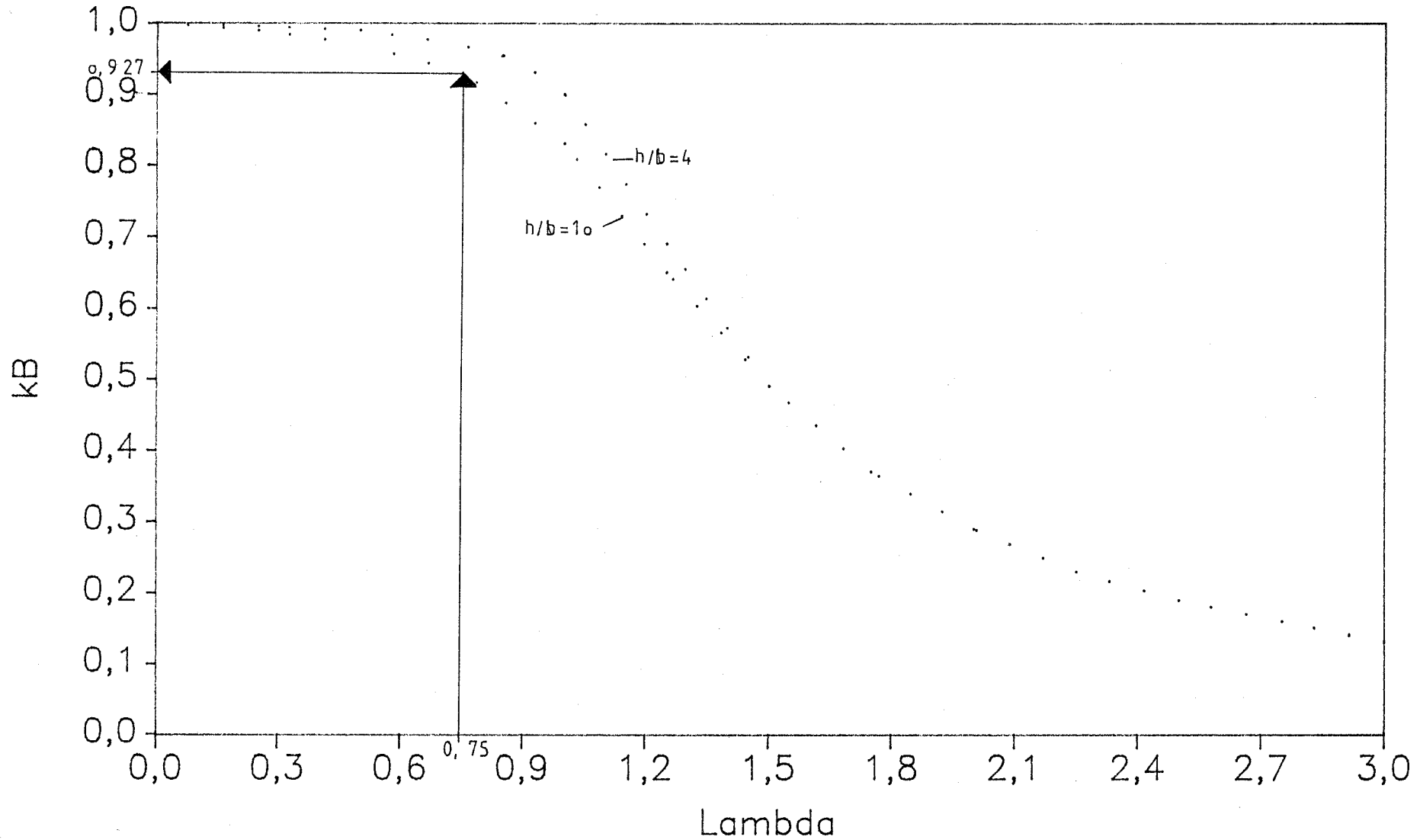
$\Lambda = \sqrt{s \cdot h / 263 \cdot b \cdot b^1}$



+s+

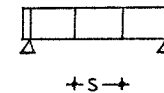
Beiwert k_B in Abhängigkeit von Lambda

Gleichlast an Trägeroberkante angreifend



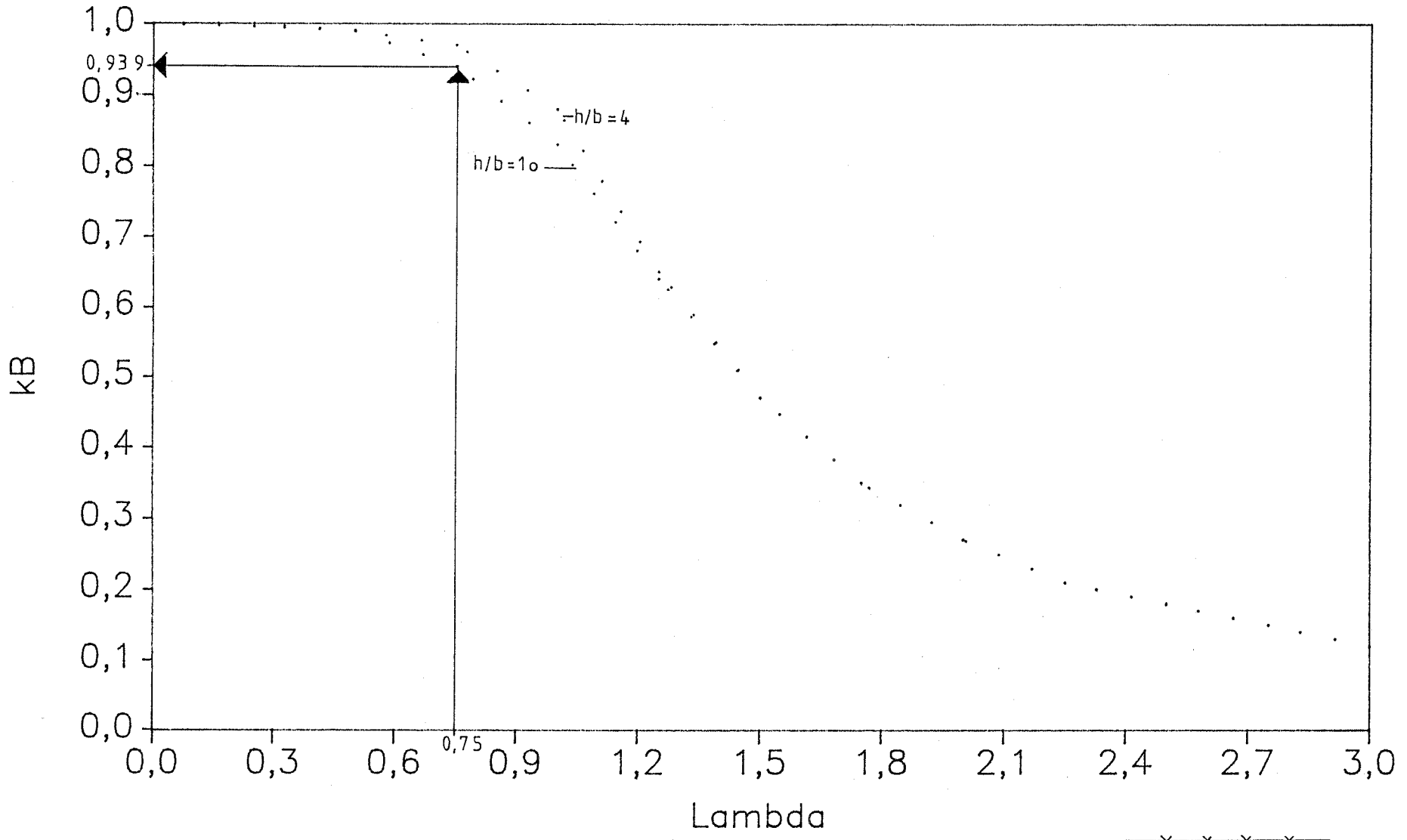
$k_B = \frac{\sigma_{\text{grenz}}}{\sigma_{\text{zulässig}}}$

$\Lambda = \sqrt{s \cdot h / 263 \cdot b \cdot b}$



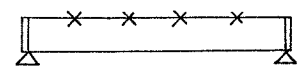
Beiwert k_B in Abhängigkeit von Λ

Gleichlast an Trägeroberkante angreifend



$k_B = \frac{\sigma(\text{grenz})}{\sigma(\text{zulässig})}$

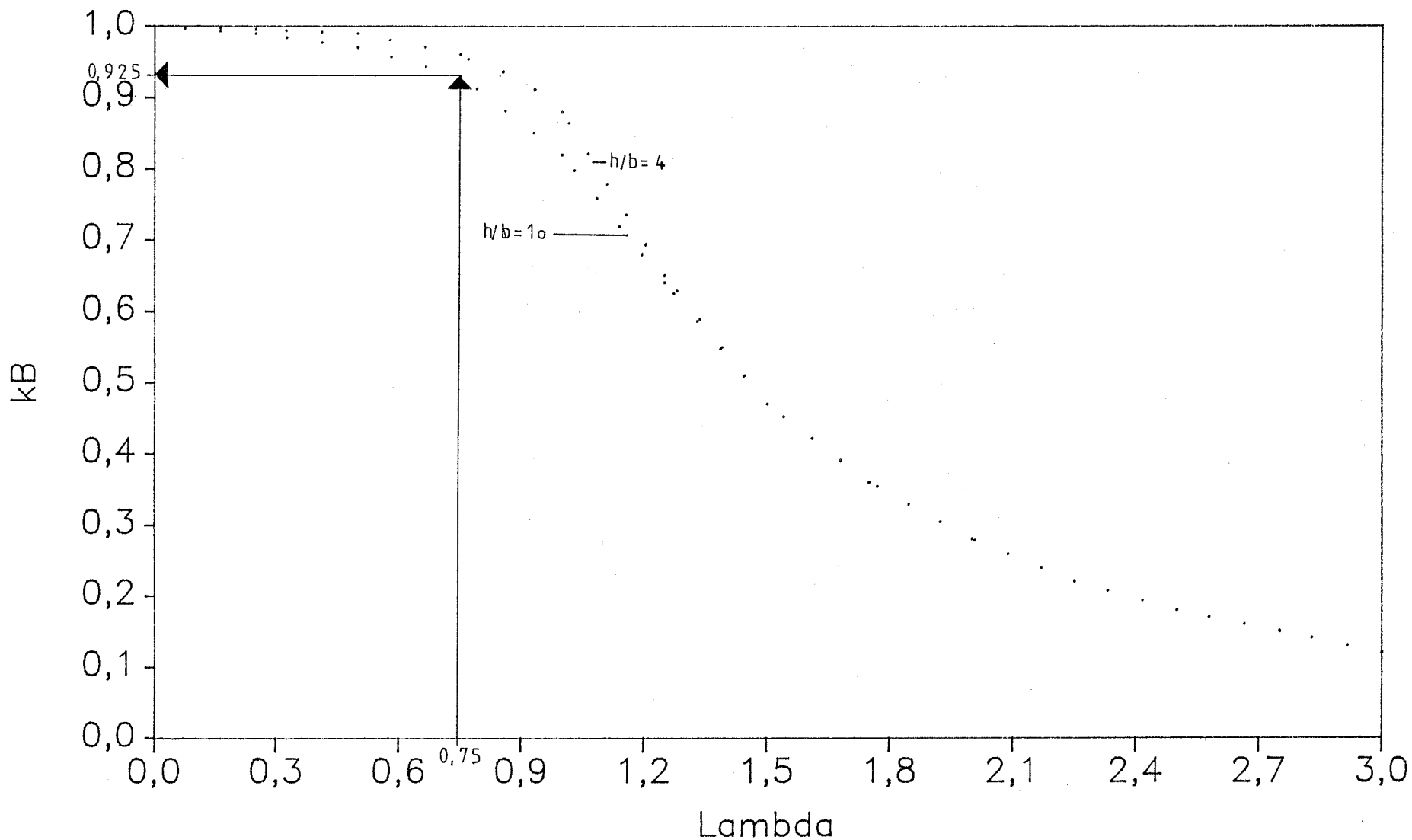
$\Lambda = \sqrt{\frac{s \cdot h}{263 \cdot b \cdot b}}$



+ s +

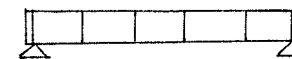
Beiwert k_B in Abhängigkeit von Lambda

Gleichlast an Trägeroberkante angreifend



$k_B = \frac{\sigma(\text{grenz})}{\sigma(\text{zulässig})}$

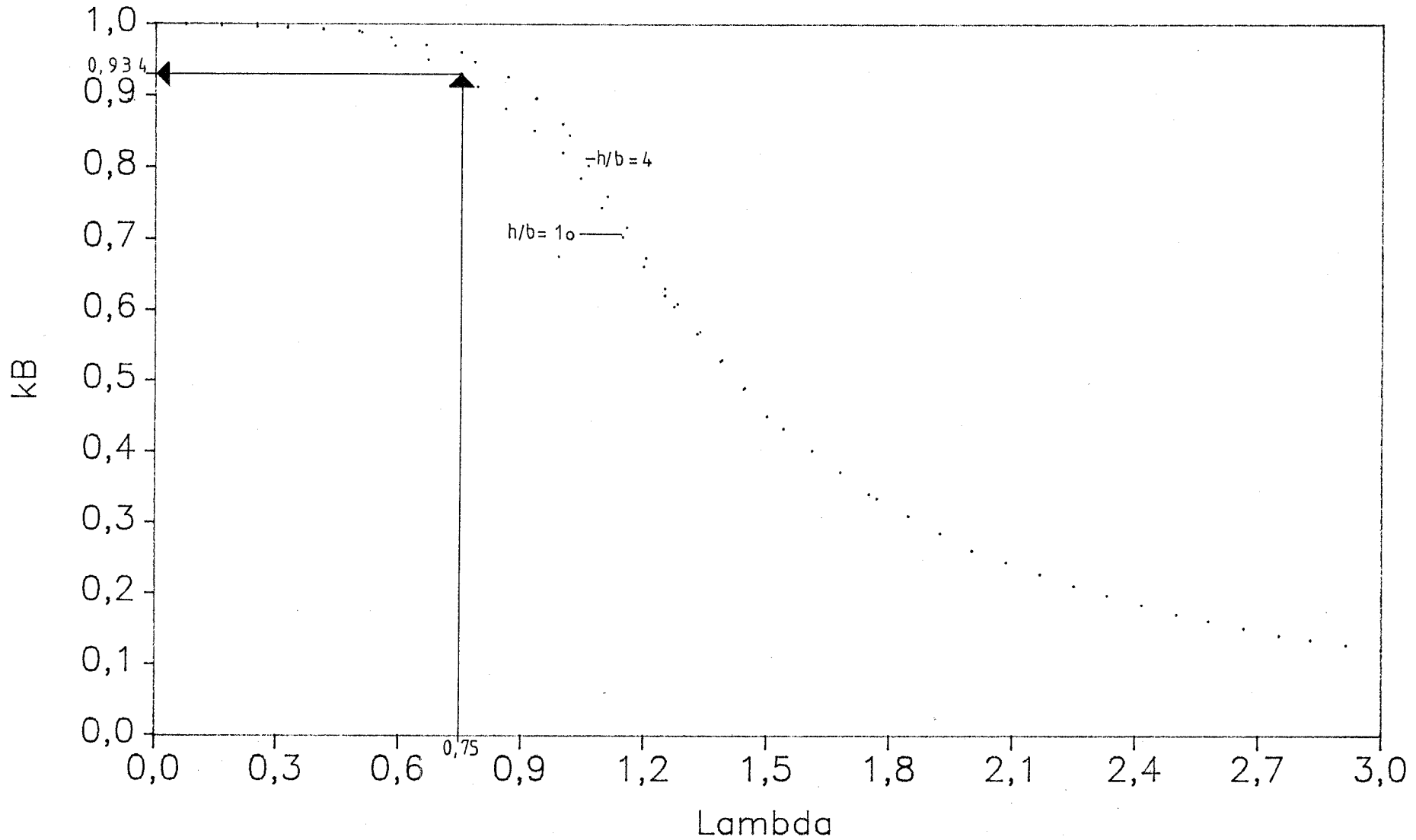
$\Lambda = \sqrt{s \cdot h / 263 \cdot b \cdot b}$



+ s +

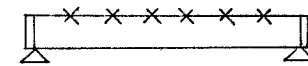
Beiwert k_B in Abhängigkeit von Lambda

Gleichlast an Trägeroberkante angreifend



$k_B = \frac{\sigma(\text{grenz})}{\sigma(\text{zulässig})}$

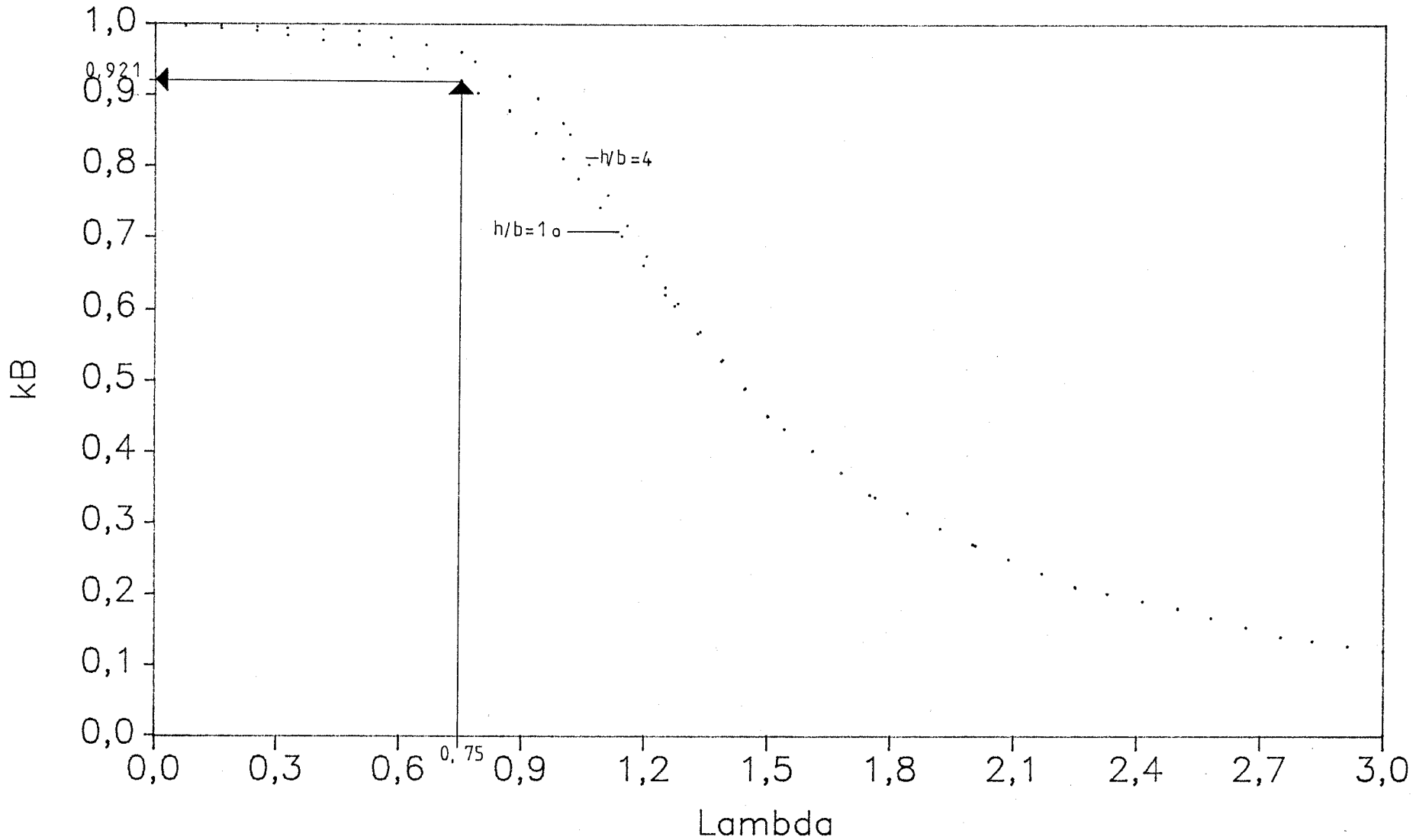
$\Lambda = \sqrt{s \cdot h / 263 \cdot b \cdot b'}$



+S +

Beiwert k_B in Abhängigkeit von λ

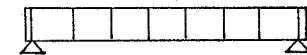
Gleichlast an Trägeroberkante angreifend



54

$k_B = \frac{\sigma_{\text{grenz}}}{\sigma_{\text{zulässig}}}$

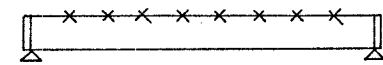
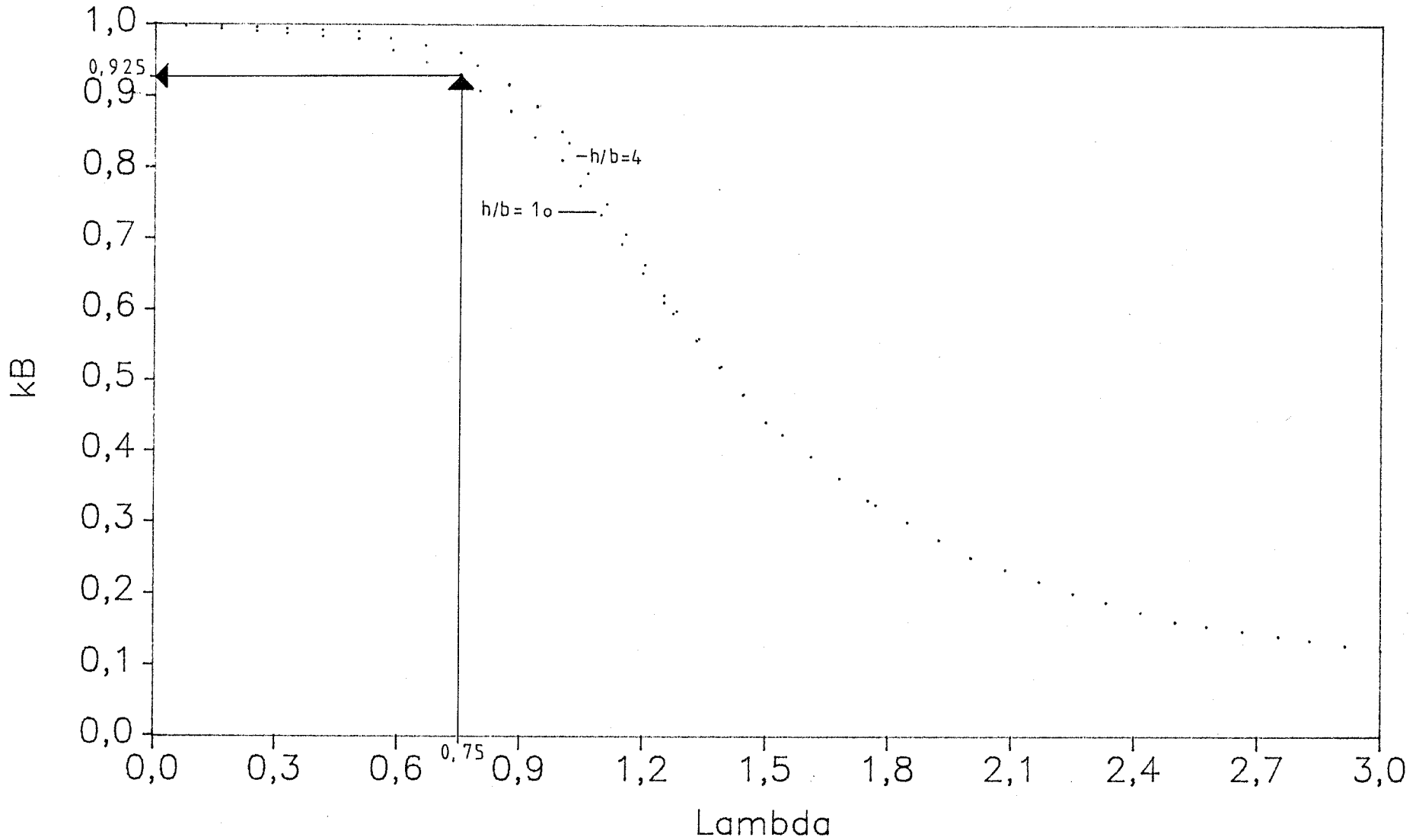
$\lambda = \sqrt{\frac{s \cdot h}{263 \cdot b \cdot b'}}$



+S+

Beiwert k_B in Abhängigkeit von Lambda

Gleichlast an Trägeroberkante angreifend



$\pm s \pm$

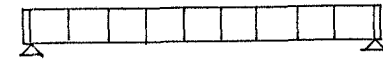
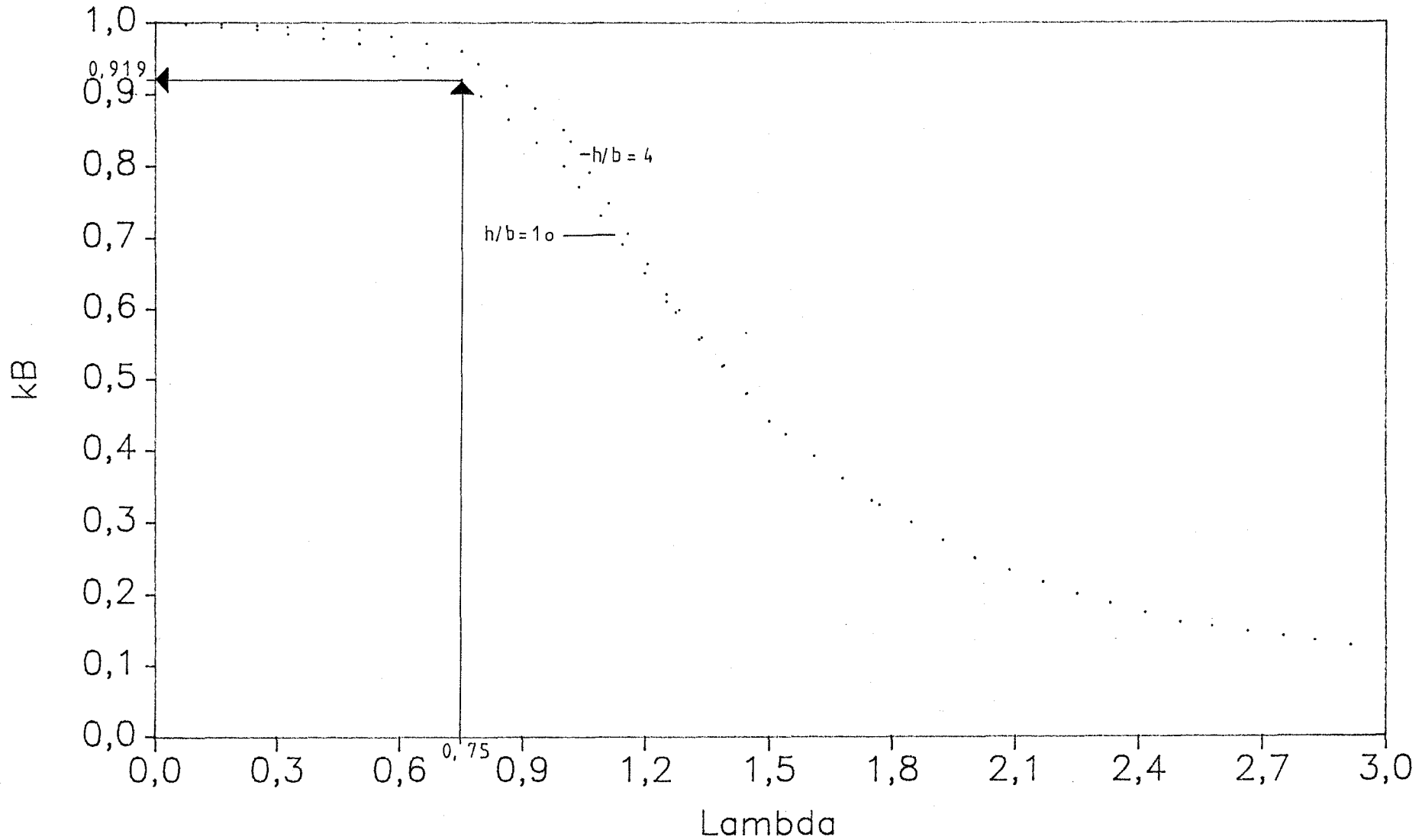
$k_B = \frac{\text{Sigma}(\text{grenz})}{\text{Sigma}(\text{zulässig})}$

$\Lambda = \sqrt{s \cdot h / 263 \cdot b \cdot b'}$

55

Beiwert k_B in Abhängigkeit von Lambda

Gleichlast an Trägeroberkante angreifend



$k_B = \frac{\text{Sigma}(\text{grenz})}{\text{Sigma}(\text{zulässig})}$

$\Lambda = \sqrt{\frac{s \cdot h}{263 \cdot b \cdot b}}$

+s+

Literatur

- 1 DIN 1052 Holzbauwerke, Berechnung und Ausführung
 Ausgabe Oktober 1969

- 2 DIN E 1052 Holzbauwerke, Berechnung und Ausführung
 Entwurf 1987

- 3 Gerold, W.: Zur Berechnung und Konstruktion von Dach-
 verbänden im Stahlbau und Holzbau. Tagung
 der Prüfindenieure Baden-Württemberg 1981

- 4 Möhler, K.: Die neuen Bemessungsvorschriften für
 hölzerne Druckglieder. Holz- Zentralblatt
 92 (1966), Nr.33

- 5 Gerold, W.: Zur Frage der Beabspruchung von stabili-
 sierenden Verbänden und Trägern. Der Stahl-
 bau 9 (1963)

- 6 Brüninghoff, H: Spannungen und Stabilität bei Quergestützten Brettschichtträgern. Dissertation, Karlsruhe 1972
- 7 Möhler, K: Über das Tragverhalten von Biegeträgern und Druckstäben mit zusammengesetztem Querschnitt und nachgiebigen Verbindungsmitteln. Habilitationsschrift, Karlsruhe 1956
- 8 Gerold, W.: Seitenlast zur Bemessung der Aussteifungskonstruktionen parallelgurtiger Brettschichtträger. Bauen mit Holz 3 (1987)
- 9 Brüninghoff, H: Bemessung von Aussteifungsverbänden für Druckstäbe und für Biegeträger. Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis, Bruderverlag Karlsruhe 1982
- 10 Reyer, E. u.
H.P. Cramer Zum genauen Kippnachweis für Einfeldträger mit seitlichen Abstützungen am Obergurt. Bauen mit Holz 5 (1986)
- 11 Kessel, M.H.
F.-J. Hinkes Zur Sicherung eines Dreigelenkrahmens gegen Kippen. Bauingenieur 59 (1984)

- 12 Möhler, K. u. a. Erläuterungen zu DIN 1052' - Holzbauwerke
Ausgabe Oktober 1969
- 13 Brüggemann, B. Spannungen und Stabilität von Holzbauteilen.
Diplomarbeit, Wuppertal 1985
- 14 Scheer, C. Kippaussteifungen von Einfeldträgern mit
Djoa, R. Kragarm und Mehrfeldträgern. Forschungs-
bericht, Berlin 1983
- 15 Brüninghoff, H. Wind und Aussteifungsverbände. Fachtagung
für Bauingenieure, 1986
- 16 Stoer, J. Einführung in die Numerische Mathematik II,
R. Eulirsch München 1987
- 17 Petersen, C. Statik und Stabilität der Baukonstruktionen,
München 1982

Prof.Dr.-Ing. H. Brüninghoff
Bergische Universität
Gesamthochschule Wuppertal
Lehr- und Forschungsgebiet
Ingenieurholzbau

Buckling and bracing of glued laminated beams

summary report

The equation system has been solved with respect to the buckling tendency of a laminated beam by means of a mathematical method for the solution of differential calculus systems (multiple shooting method). The choice of this computing method allows to consider forked and punctiform intermediate supports. The results of this investigation have been extended according to the calculation-methods shown in "DIN 1052 - timber structures".

All results for beams with intermediate supporting show favorable dimensioning as required within the specifications. The forked support which is required in that DIN is performed automatically in having punctiform support only. The reason for this certainly is given by the assumption of predeformation (polyphase sinecurve) which nevertheless is relevant for the buckling tendency of the beam.

It is remarkable that the method of calculation shown in DIN (issue 1988) even in missing the forked support of the intermediate supportings leads to a reliable dimensioning. This statement only applies to intermediate support with the assumption of sufficient stiffness - independent of its construction. A special description about the influence of the stiffness of the intermediate supports will be shown in diagrams within the second part of the report.

If the DIN method of calculation will be applied to slender beams with a small width, without intermediate supports but with an uniform load which acts upon the top of the cross section the method leads to an unsafe dimensioning. The explanations of DIN 1052 (under preparation) will refer to the results of this research work.

Wuppertal, october 1987