

# Vergleich der Traglasten von zwei Baustützentypen für verschiedene europäische Randbedingungen

**T 2341**

T 2341

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69  
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12  
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00  
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail [irb@irb.fraunhofer.de](mailto:irb@irb.fraunhofer.de)

[www.baufachinformation.de](http://www.baufachinformation.de)



## Bericht zum Forschungsvorhaben

### Europäische Normung von Baustützen

Teil 1: Vergleich der Traglasten von 2 Baustützentypen für verschiedene europäische Randbedingungen

Weiterer Teil:

Teil 2: Background Information about the Used Computer Programme

Berichter: Dr. Völkel  
Auftraggeber: Institut für Bautechnik, Berlin  
Az IV 1-5-648/91  
  
Datum des Berichts: 28.03.1991  
Auftrag: 20-15604  
Textseiten: 7  
Beilagen: 6

## 1. Allgemeines

In der Arbeitsgruppe WG 8 von CEN/TC 53 werden Baustützen genormt. Baustützen sind nach den Prüfzeichenverordnungen der Länder prüfzeichenpflichtig, wie aus der Musterfassung der Prüfzeichenverordnung [1] hervorgeht. Die Gruppe 8 dort enthält Gerüstbauteile, die systemfrei verwendet werden, und nennt unter 8.1 Baustützen aus Stahl oder Aluminium mit Ausziehvorrichtung. Die Anlage zur Musterprüfzeichenverordnung stellt Baustützen, welche DIN 4424 [2] entsprechen, von der Prüfzeichenpflicht frei. Bei CEN/TC 53-WG 8 werden im ersten Schritt Baustützen genormt, die in DIN 4424 geregelt sind.

In einem Kommentar zu DIN 4424 [3] sind Hintergrundinformationen zu der Arbeit im deutschen Normungsausschuß gegeben. Dort findet sich auch ein ausführliches Literaturverzeichnis. In [4] ist über Auswirkungen von DIN 4424 für den Verwender von Baustützen berichtet.

DIN 4424 regelt den Nachweis der Tragfähigkeit für Baustützen weitgehend durch eine statische Berechnung, wobei das statische System, Imperfektionen, Exzentrizitäten und andere Randbedingungen in der Norm definiert werden. Das Vorgehen in anderen europäischen Ländern unterscheidet sich - wie sollte es anders sein - von den Regelungen der deutschen Norm. Es überwiegt noch der Nachweis durch Versuche, die Randbedingungen sind nahezu in jedem Land anders. Eine Klassifizierung der Baustützen nach Länge und Lasten, wie sie in DIN 4424 vorgesehen ist, ist nur zum geringen Teil üblich.

In diesem Forschungsvorhaben sollen Traglasten von zwei Baustützentypen (N2 und G6 nach DIN 4424) für 3 Auszugslängen und die Randbedingungen von 5 Ländern (A, D, F, GB, NL) berechnet werden. Dabei werden hinsichtlich der Vorverformung (1/500), der Steifigkeit von Drehfedern an den Enden von Baustützen sowie des Grenzmoments für die Endplatten die

Regelungen von DIN 4424 übernommen, die Exzentrizitäten der Lasten aber und die Lose der Drehfedern werden variiert. Für die Berechnungen der Baustützen wird ein bei der FMPA vorhandenes Computerprogramm zur Berechnung von Baustützen in Anlehnung an DIN 4424 erweitert auf allgemeinere Randbedingungen. Im separaten Teil 2 zu diesem Bericht sind ergänzende Informationen zum theoretischen Hintergrund dieses Programms zusammengestellt. Grundsätzlich können Baustützen mit jedem Stabstatikprogramm berechnet werden. Das hier benützte Programm stellt lediglich eine Vereinfachung durch Reduzierung auf das statische System der Baustützen dar und ermöglicht eine problemorientierte Ein- und Ausgabe. Die Verstelleinrichtungen wurden nicht gesondert untersucht. Es wurde bei der anstehenden Fragestellung davon ausgegangen, daß diese nicht maßgebend sind.

Die Ergebnisse dieses Forschungsvorhabens sollen

- den Einfluß unterschiedlicher Randbedingungen zeigen und damit eine Entscheidungshilfe für CEN/TC 53-WG 8 bieten,
- zudem verdeutlichen, daß Traglasten mit den Randbedingungen nach DIN 4424 einen guten Kompromiß darstellen, und außerdem
- für die Vorteile eines Nachweises von Baustützen durch Rechnung werben.

## 2. Untersuchte Baustützen

Es wurden zwei Baustützentypen ausgesucht, die ein deutsches Prüfzeichen haben. Die Systemwerte für den Typ N2 (max l = 3,0 m) sind im Bild 1, Beilage 1, die Systemwerte für den Typ G6 (max l = 4,9 m) sind in Bild 3, Beilage 4, angegeben.

### 3. Unterschiedliche Randbedingungen

Die Angaben zu den Randbedingungen (Exzentrizitäten, Gelenk oder Einspannung) sind nationalen Normen entnommen oder stammen von Angaben von Mitgliedern der WG 8. In der Tabelle 1, Beilage 2, und Tabelle 2, Beilage 5, sind die Randbedingungen zusammengestellt.

#### Frankreich

Die französische Norm NF P 93-321 enthält Angaben für den Nachweis durch Versuche. Die Kraft wird dabei am Kopf und Fuß der Baustützen durch einen exzentrisch angeordneten Stahlquader mit einer Kantenlänge von 80 mm eingeleitet. Die Quader lagern flächig auf dem Boden oder dem Querhaupt des Prüfrahmens und bewirken damit eine elastische Einspannung. Obwohl die Quader exzentrisch zu den Rohrachsen angeordnet werden - die Exzentrizität entspricht oben und unten dem Radius des Innenrohrs -, bleiben die effektiven Exzentrizitäten wegen der statisch unbestimmten Lagerung unbekannt. Die Nachrechnung von Versuchsergebnissen für eine französische Baustütze zeigen z.B. anstelle der mit dem Quader eingestellten Exzentrizität von 30,25 mm eine effektive Exzentrizität von etwa 9 mm. Bei den folgenden Berechnungen wurden 2 Fälle untersucht: einmal wurden an Kopf und Fuß Gelenke und eine Exzentrizität (Radius des Innenrohrs) angenommen ("Absicht"), zum anderen wurde Einspannung und keine Exzentrizität angesetzt ("Realisierung"). Die Wirklichkeit wird etwas unterhalb der "Realisierung" liegen.

#### Großbritannien

Die englische Norm BS 5507: Part 3: 1982 regelt Versuche für Baustützen. Danach wird an Kopf und Fuß eine Einspannung

realisiert. Die Einspannung am Fuß wird aber erst nach Überwindung eines Winkels von  $1^{\circ}30'$  wirksam, was etwa 0,0262 rad entspricht. Eine Exzentrizität ist nicht vorgesehen.

#### Holland

In Holland werden für den Nachweis Gelenke an Kopf und Fuß und einheitlich eine Exzentrizität an Kopf und Fuß von 40 mm vorgeschrieben.

#### Österreich

Die österreichische Norm ÖNORM B 4009 regelt Versuche für Baustützen. Danach ist das Außenrohr gelenkig zu lagern. Das Innenrohr erhält eine Einspannung. Exzentrizitäten sind nicht vorgesehen.

#### 4. Ergebnisse und Bewertung

Die Ergebnisse als Zahlenwerte stehen in der Tabelle 1, (Baustütze N2), Beilage 2, und der Tabelle 2 (Baustütze G6), Beilage 5, und als Diagramme in den Bildern 2 und 4, Beilagen 3 und 6.

Der Unterschied in den Traglasten für die gleiche Baustütze infolge unterschiedlicher Randbedingungen erreicht fast den Faktor 4 (Baustütze N2). Unterschiede in dieser Größenordnung können durch Sicherheitsfaktoren nicht mehr abgedeckt werden. Baupraktisch realistische Randbedingungen müssen diskutiert und einheitlich für Europa gefunden werden.

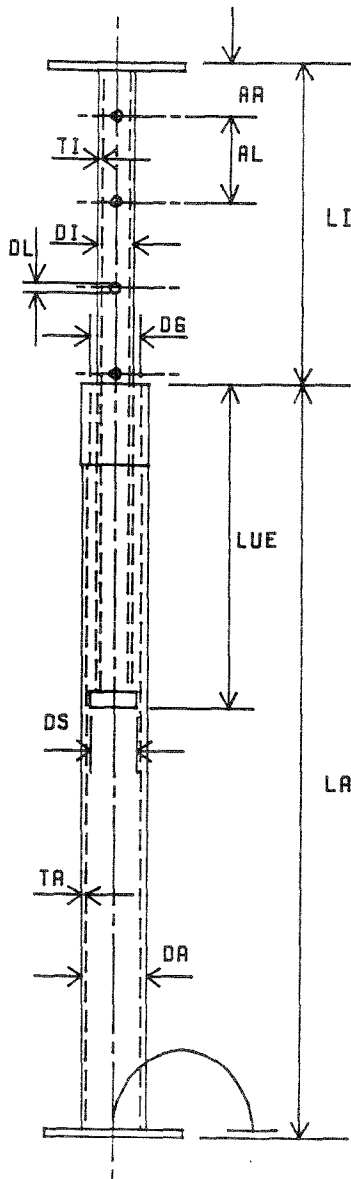
Die Randbedingungen von DIN 4424 führen zu Traglasten, die im mittleren Bereich des Spektrums liegen. Bei den Arbeiten an DIN 4424 wurde der Versuch unternommen, die Einsatzmöglichkeit der großen Bestände vorhandener Baustützen voll zu

erhalten und dennoch realistische, vertretbare Randbedingungen festzulegen. Die vorliegende Untersuchung zeigt ein weiteres Mal, daß mit dem Versuch ein guter Kompromiß erreicht wurde.



## Literatur

- [1] Novellierung der Prüfzeichenverordnung (Musterfassung).  
Mitteilung IfBt 4, 1990, Seite 144-148.
- [2] DIN 4424, Baustützen aus Stahl mit Ausziehvorrichtung;  
sicherheitstechnische Anforderungen und Prüfung (6.87).
- [3] Ast, G.; Völkel, G.: Baustützen aus Stahl mit  
Ausziehvorrichtung; Kommentar zu DIN 4424. Der Stahl-  
bau 56 (1987), Heft 2, S. 41-76.
- [4] Völkel, G.: Auswirkungen der neuen Norm DIN 4424 -  
Baustützen aus Stahl mit Ausziehvorrichtung. BMT 33  
(1986), Heft 9, S. 388-395).



Baustuetzengroesse:	2
Baustuetzenart:	N - Stuetze
Verstelleinrichtung:	Offenes gewinde
Stuetzenlaenge [mm]:	3000.0
E - Modul [N/mm*mm]:	2.100E+05

**Kennwerte des Aussenrohres:**

Aussendurchmesser "DA" [mm]:	63.5
Wanddicke "TA" [mm]:	2.60
Laenge incl. Gewindestueck "LA" [mm]:	1616.0
Streckgrenze [N/mm*mm]:	240.0
Flaeche [mm*mm]:	497.4
Traegheitsmoment [mm*mm*mm*mm]:	231034.1
Widerstandsmoment (el.) [mm*mm*mm]:	7276.7
Widerstandsmoment (pl.) [mm*mm*mm]:	9095.8
Lose der Drehfeder [rad]:	0.5000
Steigung der Drehfeder [N*mm/rad]:	4.000E+07
Grenzmoment der Drehfeder [N*mm]:	1.55000E+06
Exzentrizitaet [mm]:	40.00

**Kennwerte des Innenrohres:**

Aussendurchmesser "DI" [mm]:	51.0
Wanddicke "TI" [mm]:	3.80
Freie Laenge "LI" [mm]:	1384.0
Streckgrenze [N/mm*mm]:	240.0
Lose der Drehfeder [rad]:	0.5000
Steigung der Drehfeder [N*mm/rad]:	4.000E+07
Grenzmoment der Drehfeder [N*mm]:	1.14000E+06
Exzentrizitaet [mm]:	40.00

**Bruttowerte:**

Flaeche [mm*mm]:	563.5
Traegheitsmoment [mm*mm*mm*mm]:	157933.9
Widerstandsmoment (el.) [mm*mm*mm]:	6193.5
Widerstandsmoment (pl.) [mm*mm*mm]:	7741.9

**Nettowerte:**

Flaeche [mm*mm]:	437.8
Traegheitsmoment [mm*mm*mm*mm]:	90584.1
Widerstandsmoment (el.) [mm*mm*mm]:	3746.3
Widerstandsmoment (pl.) [mm*mm*mm]:	5578.5
Steifigkeit [mm*mm*mm*mm]:	1.21383E+05

**Verschiedenes:**

Ueberdeckungs-laenge "LUE" [mm]:	332.0
Lochdurchmesser "DL" [mm]:	16.2
Lochabstand "AL":	80.0
Randabstand des 1. Loches "AR":	303.0
Durchmesser der Ausfallsicherung "DS":	56.0
Innendurchmesser des Gewindesteils "DG":	53.5

		Traglasten $F_U^-$ [kN]						
		Ausziehlänge						
		3,0 m maximal	2,52 m halb	1,96 m minimal				
NL		14,68	18,36	24,27				
F	Absicht	17,64	23,07	32,64				
D	inneres Rohr oben	24,79	32,72	53,86				
	inneres Rohr unten	-	-	-				
A		41,67	62,56	93,76				
GB		41,67	62,56	93,76				
F	Realisierung	50,42	69,30	95,34				

Für alle Länder:  $C_{Di} = 4 \cdot 10^7$  [Nm/rad]  $M_{UGr,i} = 1,14 \cdot 10^6$  [Nm]

$C_{Da} = 4 \cdot 10^7$  [Nm/rad]  $M_{UGr,a} = 1,55 \cdot 10^6$  [Nm]

$\varphi_0$ [rad]	$e$ [mm]							
a	40	25,50	25,40		0	0	0	0
i	40	25,50	25,40		0	0	0	0
a	8	8	0,02		8	0,0262	0	0
i	8	8	0,02		8	0,0262	0	0

Tabelle 1. Traglasten für die Baustütze N2

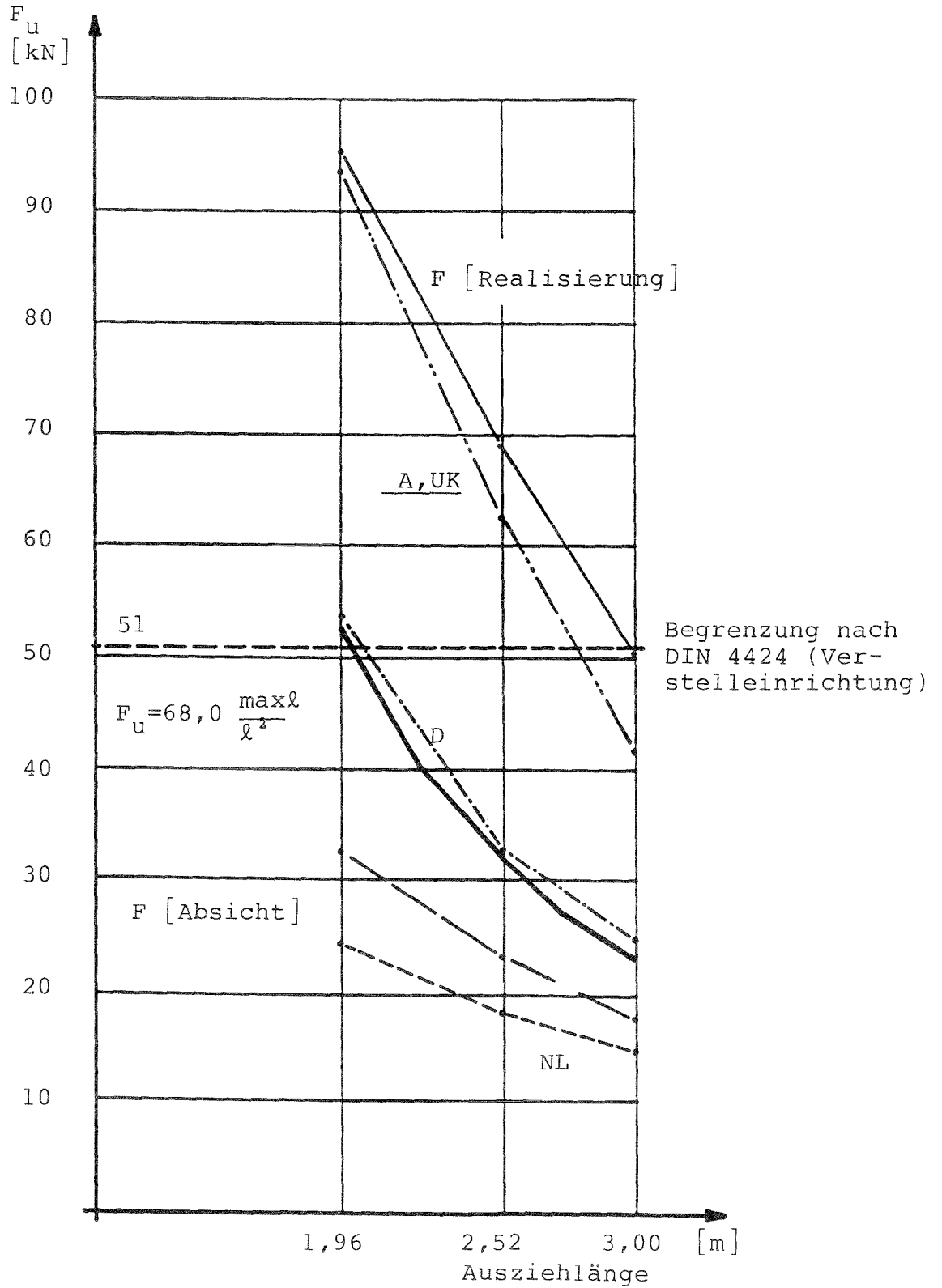
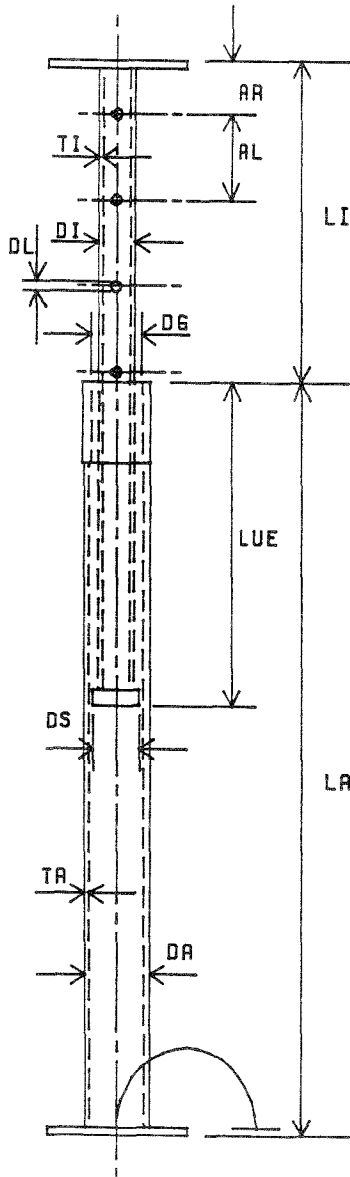
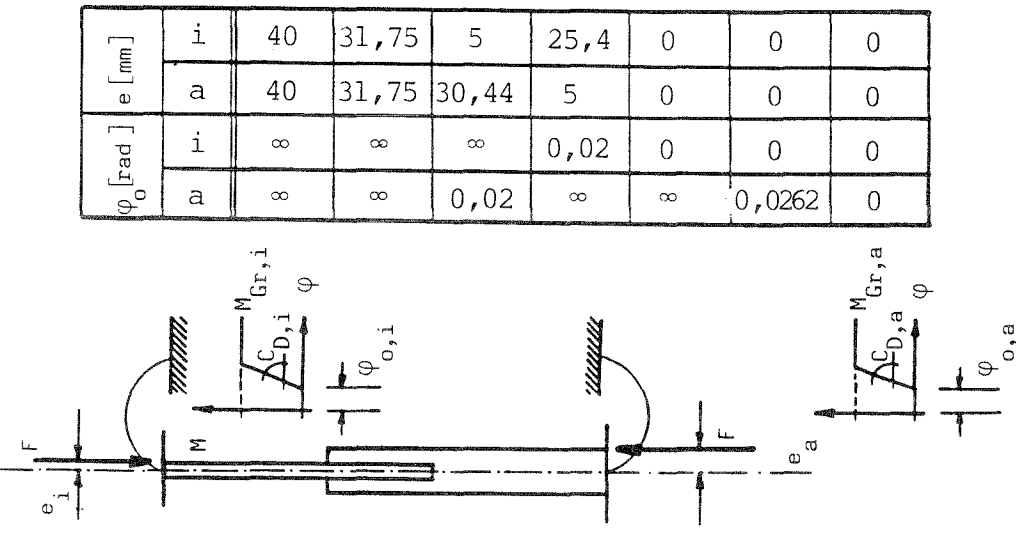


Bild 2. Traglasten der Baustütze N2



Baustuetzengroesse:	6
Baustuetzenart:	G - Stuetze
Verstelleinrichtung:	Offenes gewinde
Stuetzenlaenge [mm]:	4900.0
E - Modul [N/mm*mm]:	2.100E+05
<b>Kennwerte des Aussenrohres:</b>	
Aussendurchmesser "DA" [mm]:	76.1
Wanddicke "TA" [mm]:	2.60
Laenge incl. Gewindestueck "LA" [mm]:	2553.0
Streckgrenze [N/mm*mm]:	240.0
Flaeche [mm*mm]:	600.4
Traegheitsmoment [mm*mm*mm*mm]:	405917.9
Widerstandsmoment (el.) [mm*mm*mm]:	10668.0
Widerstandsmoment (pl.) [mm*mm*mm]:	13335.0
Lose der Drehfeder [rad]:	0.5000
Steigung der Drehfeder [N*mm/rad]:	4.000E+07
Grenzmoment der Drehfeder [N*mm]:	2.22 E6
Exzentrizitaet [mm]:	40.00
<b>Kennwerte des Innenrohres:</b>	
Aussendurchmesser "DI" [mm]:	63.5
Wanddicke "TI" [mm]:	3.60
Freie Laenge "LI" [mm]:	2347.0
Streckgrenze [N/mm*mm]:	240.0
Lose der Drehfeder [rad]:	0.5000
Steigung der Drehfeder [N*mm/rad]:	4.000E+07
Grenzmoment der Drehfeder [N*mm]:	1.55 E6
Exzentrizitaet [mm]:	40.00
<b>Bruttowerte:</b>	
Flaeche [mm*mm]:	677.5
Traegheitsmoment [mm*mm*mm*mm]:	304936.1
Widerstandsmoment (el.) [mm*mm*mm]:	9604.3
Widerstandsmoment (pl.) [mm*mm*mm]:	12005.4
<b>Nettowerte:</b>	
Flaeche [mm*mm]:	538.2
Traegheitsmoment [mm*mm*mm*mm]:	184168.4
Widerstandsmoment (el.) [mm*mm*mm]:	6079.1
Widerstandsmoment (pl.) [mm*mm*mm]:	8835.2
Steifigkeit [mm*mm*mm*mm]:	2.50629E+05
<b>Verschiedenes:</b>	
Ueberdeckungslaenge "LUE" [mm]:	345.0
Lochdurchmesser "DL" [mm]:	19.0
Lochabstand "AL":	115.0
Randabstand des 1. Loches "AR":	345.0
Durchmesser der Ausfallsicherung "DS":	69.0
Innendurchmesser des Gewindeteils "DG":	67.1



$\varphi_0$ [rad]	a	8	8	0,02	8	8	0,0262	0
	i	8	8	8	0,02	0	0	0
e [mm]	a	40	31,75	30,44	5	0	0	0
	i	40	31,75	5	25,4	0	0	0

		Traglasten $F_u$ [kN]		Ausziehlänge		
		4,90 m maximal	3,865 m halb	2,83 m minimal		
NL		14,91	22,48	37,61		
F	Absicht	15,93	24,75	43,58		
D	inneres Rohr oben	22,13	35,03	63,64		
	inneres Rohr unten	24,26	37,97	59,48		
A		31,65	59,03	90,35		
GB		34,05	59,05	90,33		
F	Realisierung	39,41	67,19	100,60		

Für alle Länder:  $C_{Di} = 4 \cdot 10^7$  [Nmm/rad]  $M_{Gr,i} = 1,55 \cdot 10^6$  [Nmm]  
 $C_{Da} = 4 \cdot 10^7$  [Nmm/rad]  $M_{Gr,a} = 2,22 \cdot 10^6$  [Nmm]

Tabelle 2. Traglasten für die Baustütze G6

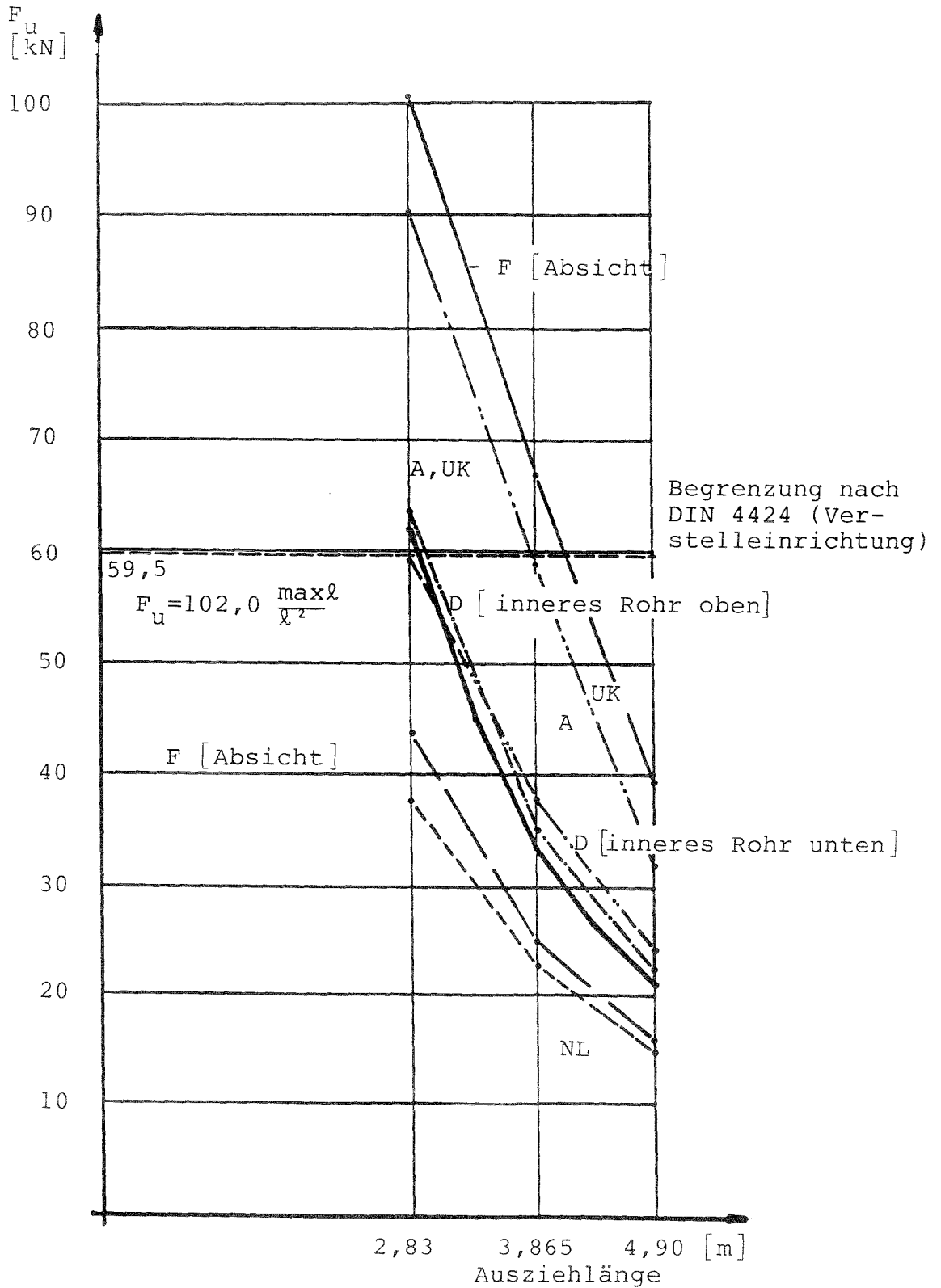


Bild 4. Traglasten der Baustütze G6





## 1. General

Composed beams like props with a coarse adjustment via a bolt connection and a fine adjustment via a thread and a collar can be calculated by the means of beam static without a problem. Every general finite element programme for beams can be used for that purpose.

However, in this case a special programme was developed for calculating props with problem-oriented input and output. To calculate the props the differential equations were formulated for the partial beams and solved. The unknown quantities are determined by way of boundary and transitional conditions.

The programme calculates displacements and bending moments. The resulting bending moments are compared with acceptable bending moments depending on the acting normal force. So, the M-F-interaction is taken into consideration.

The adjustment device is not assessed by the programme. It is assumed that

- test are to be carried through, if the scope of experience is left, and that
- a separate assessment will be carried out for the spindle (e.g. for the area with the slit in the case of an exposed thread).

The programme approximately uses the cross section parameters of the outer tube for the area of the spindle (thread).

The static system in figure 1 is chosen in dependence on DIN 4424. In the transitional area between outer and inner tube an angle is forcelessly arranged due to the looseness.

Furthermore, a predeflection  $L/500 \cdot \sin(\pi \cdot x/L)$  is introduced related to the total length  $L$ .

Beyond DIN 4424

- any eccentricity and
- any torsional spring with a trilinear characteristic

can be applied at the top and the base of the prop. Via the looseness of this spring ( $\beta_0$  in figure 2) it is settled whether a hinge ( $\beta_0 = \infty$ ) is provided or a restraint ( $\beta_0 = 0$ ) or a protracted restraint ( $\beta_0 \neq 0$ ). The reaching of a full plastic hinge in the endplate limits the effect of the spring upward.

Regarding the displacements it is assumed that the angle  $\beta_0$  can be applied additionally to the angles  $\phi_0$  and  $\phi_1$  (resulting from the looseness) without force.

For big displacements and big overlapping lengths ( $l_m$  in figure 2) it can happen that the inner tube contacts the outer tube in the overlapping area more than once. The programme does'nt deal with this situation. Usually this negligence is on the safe side.

## 2. Cross Section Parameters of a Tube

### 2.1 General

In the following formulae for the calculation of the cross section parameters of a tube are given.

The formula for the moment of inertia of a tube with holes is

developed via test results.

The other formulae are obtained via an exact integration.

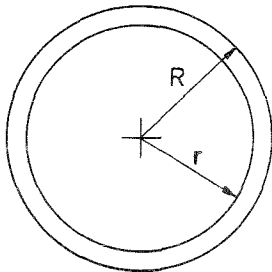
The used symbols are

A    Cross Section Area,  
I    Moment of Inertia,  
W    Moment of Bending Resistance,  
R    Outer Radius,  
r    Inner Radius,

and for the subscripts

gr    Gross  
i    Ideal  
n    Net  
el    Elastic  
pl    Plastic

2.2 Gross Values



$$A_{gr} = \pi(R^2 - r^2)$$

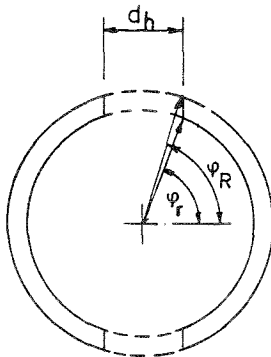
$$I_{gr} = \frac{\pi}{4} (R^4 - r^4)$$

$$W_{gr}^{el} = \frac{I_{gr}}{R}$$

$$W_{gr}^{pl} = \frac{4}{3} (R^3 - r^3) \leq \text{calc } W_{gr}^{pl}$$

$$\text{calc } W_{gr}^{pl} = 1.25 W_{gr}^{el}$$

2.3 Net Values



$$A_n = 2 (\varphi_R R^2 - \varphi_r r^2) - d_h \left( \sqrt{R^2 - \frac{d_h^2}{4}} - \sqrt{r^2 - \frac{d_h^2}{4}} \right)$$

$$I_n = \frac{R^3}{2} \left[ \varphi_R R - \frac{d_h}{6} \sin \varphi_R (3 + 2 \sin^2 \varphi_R) \right] - \frac{r^3}{2} \left[ \varphi_r r - \frac{d_h}{6} \sin \varphi_r (3 + 2 \sin^2 \varphi_r) \right]$$

$$W_n^{el} = \frac{I_n}{R \cdot \sin \varphi_R}$$

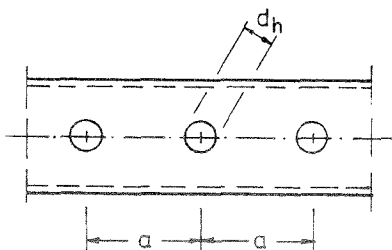
$$\varphi_R = \arccos \frac{d}{2R}$$

$$W_n^{pl} = \frac{4}{3} \left[ R^3 (1 - \cos \varphi_R) - r^3 (1 - \cos \varphi_r) \right]$$

$$\varphi_r = \arccos \frac{d}{2r}$$

$$- \frac{1}{3} d_h (R^2 \sin^2 \varphi_R - r^2 \sin^2 \varphi_r)$$

2.4 Moment of Inertia of a Tube with Holes



$$I_i = I_{gr} \frac{1}{1 + 2 \frac{d_h}{a} \left( \frac{I_{gr}}{I_n} - 1 \right)}$$

## 2.5 Interaction

The acceptable bending moments are calculated depending on the applied normal force as follows

$$M^{pl}(F) = M^{pl}(F = 0) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{F}{F^{pl}}\right)$$

wherein are

F normal force

$M^{pl}(F)$  fully plastic moment as a function of F

$$M^{pl}(F = 0) = f_y \cdot W^{pl}$$

$$F^{pl} = f_y \cdot A$$

$f_y$  yield stress

3. Static calculation of displacements and bending moments

3.1 General

Figure 2 on the following page contains relevant parameters of a prop.

Three types of displacements can be distinguished for a prop according to figure 1.

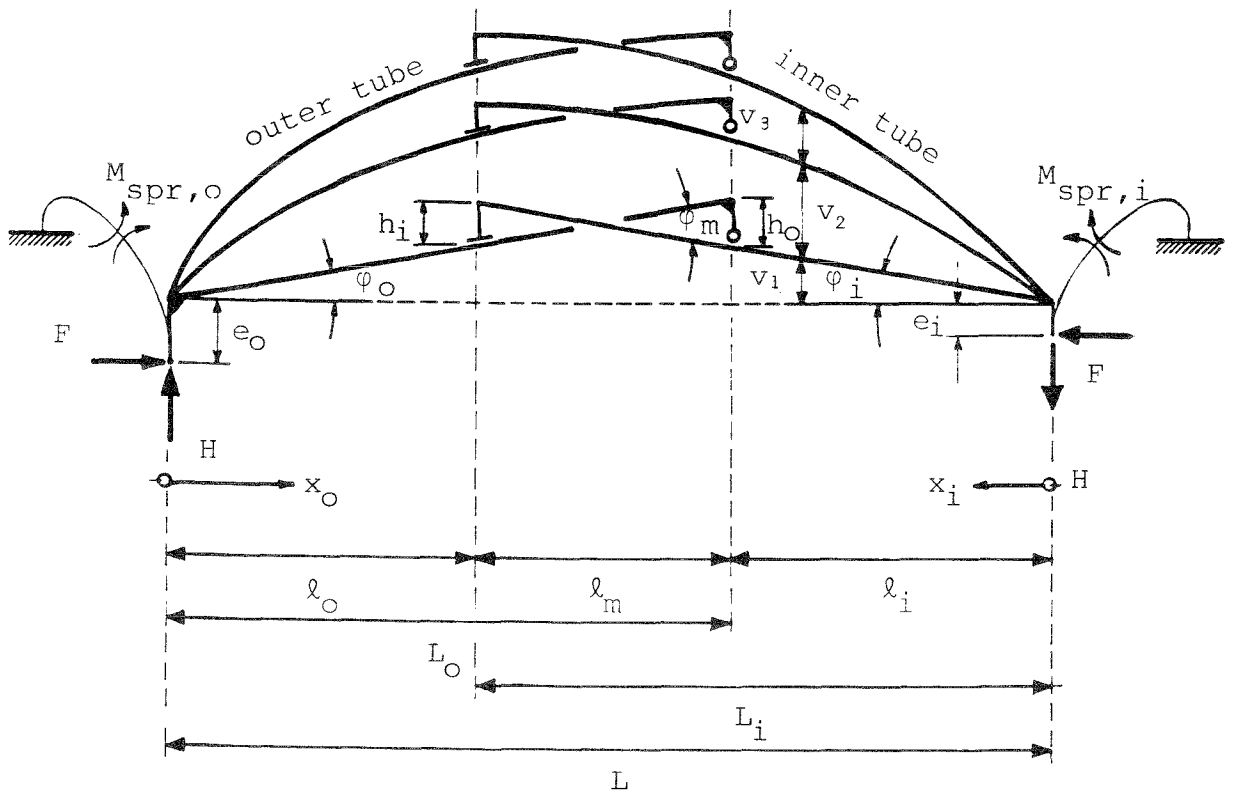
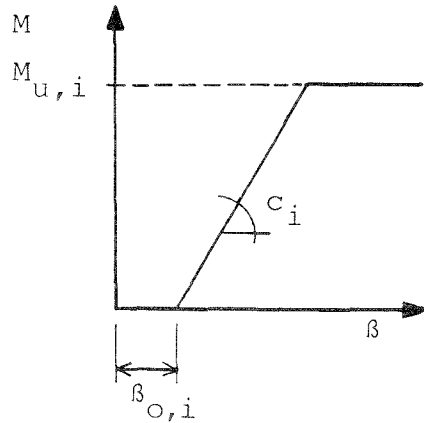
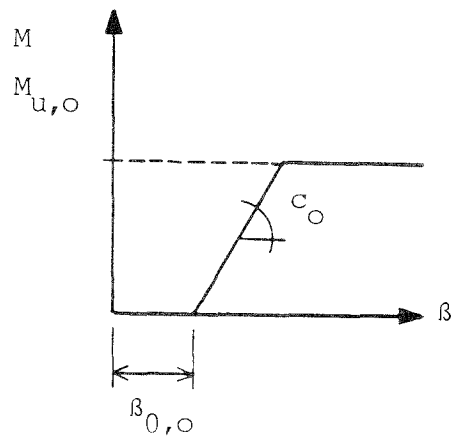


Figure 1. Displacements of a Prop

Spring at the end of the inner tube with trilinear characteristic



Spring at the end of the outer tube with trilinear characteristic



E. g. (DIN 4424)

$$M_u = \frac{f_y \cdot b_p \cdot t_p^2}{6} \cdot \frac{1 + 2,6 \cdot D / b_p}{1 - D / b_p}$$

$$c = 4000 \text{ kN} \cdot \text{cm/rad}$$

- with  $f_y$  yield stress of the base plate
- $b_p$  width of the base plate
- $t_p$  thickness of the base plate
- $D$  diameter of the adjacent tube

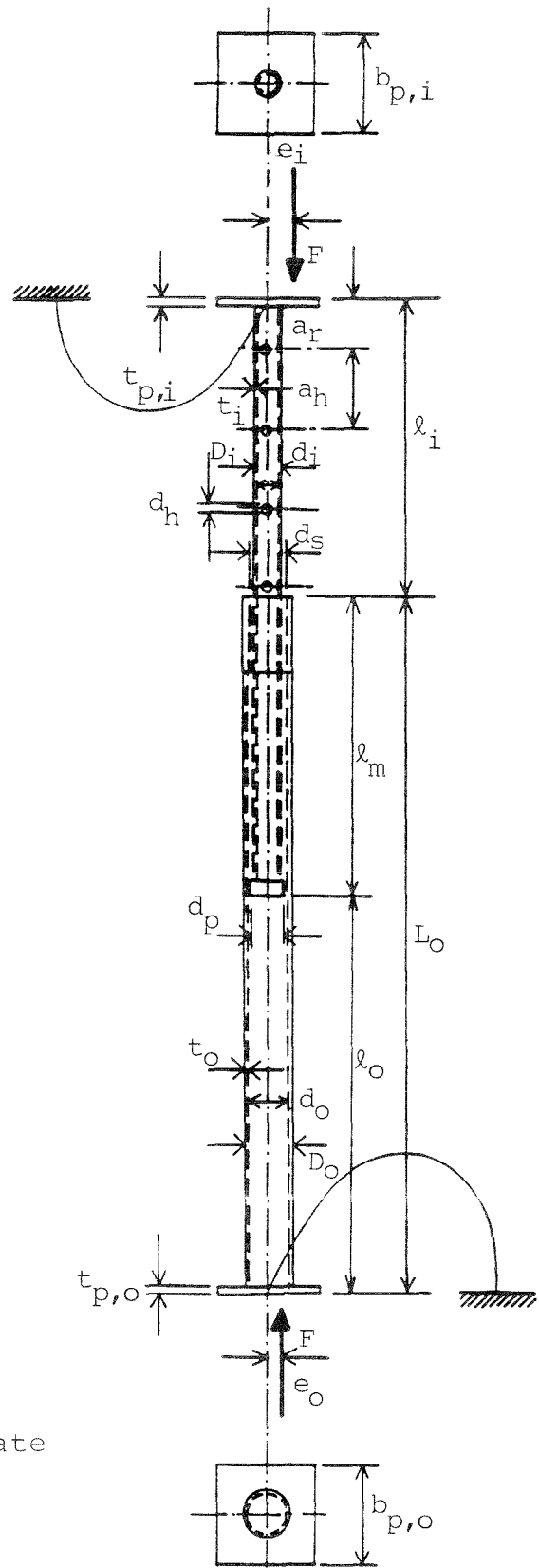


Figure 2. Relevant Parameters of a Prop

- Displacement due to Looseness ( $v_1$ )

$$v_i(x_i) = \varphi_i \cdot x_i$$

$$v_o(x_o) = \varphi_o \cdot x_o$$

whereas  $\varphi_i$  and  $\varphi_o$  can be calculated as follows

$$h_o = \frac{1}{2} \cdot (d_s - D_i)$$

$$h_i = \frac{1}{2} \cdot (d_o - d_p)$$

$$\varphi_m = \frac{d_s - D_i + d_o - d_p}{2 \cdot \ell_m}$$

$$\varphi_o = \frac{1}{L} \cdot (\varphi_m \cdot \ell_i + h_o)$$

$$\varphi_i = \frac{1}{L} \cdot (\varphi_m \cdot \ell_o + h_i)$$

- Predeflection due to Imperfections ( $v_2$ )

$$v_i(x_i) = \frac{L}{500} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{L} \cdot x_i\right)$$

$$v_o(x_o) = \frac{L}{500} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{L} \cdot x_o\right)$$

- Elastic Displacement due to Loading ( $v_3$ )

In the following the calculation of the elastic displacement according to theorie 2. order is evolved.



3.2 Outer Tube

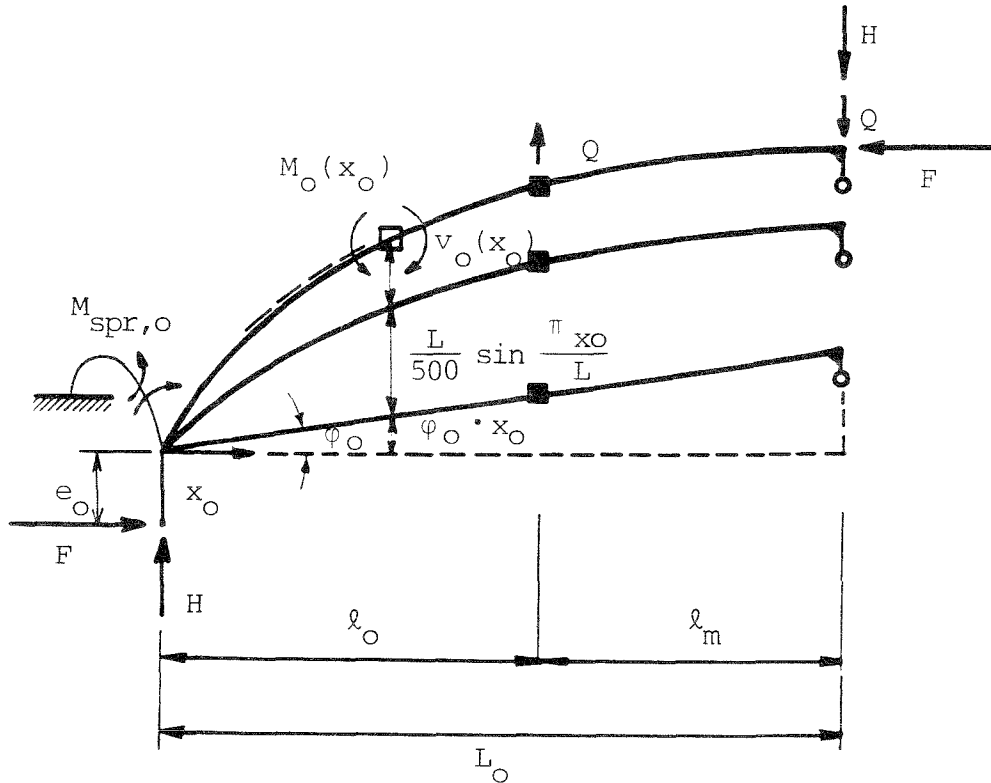


Figure 3. Displacement of the Outer Tube

The differential equation is

$$EI_o \cdot v_o''(x_o) = -M_o(x_o)$$

with

$$M_o(x_o) = F \cdot v_o(x_o) + F \cdot (e_o + \varphi_o \cdot x_o + \frac{L}{500} \cdot \sin(\frac{\pi}{L} \cdot x_o))$$

$$- H \cdot x_o - M_{spr,o}$$

$$- \langle h(x_o - l_o) \rangle \cdot Q \cdot (x_o - l_o)$$

The solution of the differential equation results

$$v_o(x_o) = A_o \cdot \sin \alpha_o x_o + B_o \cdot \cos \alpha_o x_o - e_o - \varphi_o x_o + \frac{H}{F} x_o$$

$$+ \frac{M_{spr,o}}{F} - \frac{L}{500} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\pi^2}{\alpha_o^2 \cdot L^2}} \sin \frac{\pi x_o}{L}$$

$$+ \langle h(x_o - \ell_o) \rangle \cdot \frac{Q}{F} \cdot \left[ (x - \ell_o) + \frac{1}{\alpha_o} \cdot \sin \alpha_o \ell_o \cos \alpha_o x_o - \cos \alpha_o \ell_o \cdot \sin \alpha_o x_o \right]$$

wherein  $\alpha_o^2 = \frac{F}{EI_o}$

The step function  $\langle h(x_o - \ell_o) \rangle$  means that the enclosed term only is valid for

$$x_o > \ell_o$$

With  $v_o(x_o = 0) = 0$

$$\varepsilon_{oo} = \alpha_o \cdot \ell_o$$

$$\varepsilon_{om} = \alpha_o \cdot \ell_m$$

$$\varepsilon_{oO} = \alpha_o \cdot L_o$$

becomes

$$v_o(x_o = L_o) = A_o \sin \varepsilon_{oO} + \left( e_o - \frac{M_{spr,o}}{F} \right) \cdot \cos \varepsilon_{oO} - e_o - \varphi_o \cdot \ell_o$$

$$+ \frac{H}{F} \cdot \ell_o + \frac{M_{spr,o}}{F} - \frac{L}{500} \frac{1}{1 - \frac{\pi^2}{\alpha_o^2 L^2}} \cdot \sin \frac{\pi \cdot L_o}{L}$$

$$+ \frac{Q}{F} \cdot \ell_m \cdot \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_{om}} \cdot \sin \varepsilon_{om} \right)$$

$$v'_0(x_0=0) = A_0 \alpha_0 - \varphi_0 + \frac{H}{F} - \frac{\pi}{500} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\pi^2}{\alpha_0^2 L^2}}$$

whereas

$$Q \cdot \ell_m = M_i(x_i = \ell_i)$$

### 3.3 Inner Tube

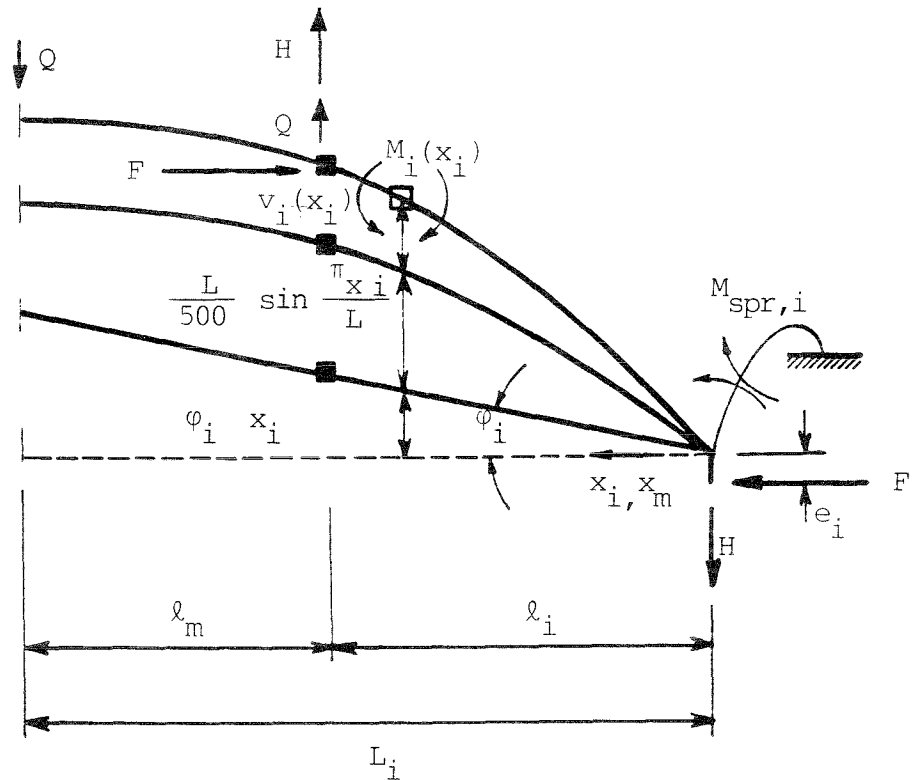


Figure 4. Displacements of the Inner Tube

#### Area $l_i$ with a normal force

The differential equation is

$$EI_i v''_i(x_i) = -M_i(x_i)$$

with

$$M_i(x_i) = F \cdot v_i(x_i) + F \cdot (e_i + \phi_i \cdot x_i + \frac{L}{500} \cdot \sin(\frac{\pi}{L} x_i)) + H \cdot x_i - M_{spr,i}$$

The solution of the differential equation results

$$v_i(x_i) = A_i \cdot \sin \alpha_i x_i + B_i \cos \alpha_i x_i - e_i - \varphi_i \cdot x_i - \frac{H}{F} \cdot x_i \\ + \frac{M_{spr,i}}{F} - \frac{L}{500} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\pi^2}{\alpha_i^2 \cdot L^2}} \sin \frac{\pi x_i}{L}$$

wherein  $\alpha_i^2 = \frac{F}{EI_i}$

With  $v_i(x_i = 0) = 0$

$$\varepsilon_{ii} = \alpha_i \cdot \ell_i$$

becomes

$$v_i(x_i = \ell_i) = A_i \cdot \sin \varepsilon_{ii} + \left( e_i - \frac{M_{spr,i}}{F} \right) \cos \varepsilon_{ii} - e_i - \varphi_i \cdot \ell_i$$

$$\frac{H}{F} \cdot \ell_i + \frac{M_{spr,i}}{F} - \frac{L}{500} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\pi^2}{\alpha_i^2 \cdot L^2}} \cdot \sin \frac{\pi \ell_i}{L}$$

$$v_i'(x_i = 0) = A_i \cdot \alpha_i - \varphi_i - \frac{H}{F} - \frac{\pi}{500} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\pi^2}{\alpha_i^2 \cdot L^2}}$$

$$v_i'(x_i = \ell_i) = A_i \cdot \alpha_i \cos \varepsilon_{ii} - \left( e_i - \frac{M_{spr,i}}{F} \right) \cdot \alpha_i \cdot \sin \varepsilon_{ii}$$

$$- \varphi_i - \frac{H}{F} - \frac{\pi}{500} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\pi^2}{\alpha_i^2 \cdot L^2}} \cos \left( \frac{\pi}{L} \cdot \ell_i \right)$$

$$M_i(x_i = \ell_i) = F \cdot (v_i(x_i = \ell_i) + e_i + \varphi_i \cdot \ell_i + \frac{L}{500} \sin \frac{\pi \ell_i}{L} \cdot$$

$$+ \frac{H}{F} \cdot \ell_i + \frac{M_{spr,i}}{F})$$

Area  $l_m$  without a normal force

$$v_m(x_m) = v_i(x_i = l_i) + v'_i(x_i = l_i) \cdot (x_m - l_i)$$

$$+ \frac{M_i(x_i = l_i)}{EI_i} \cdot \frac{1}{6 l_m} \cdot [ (x_m - l_i)^3 - 3 l_m (x_m - l_i)^2 ]$$

$$v_m(x_m = L_i) = v_i(x_i = l_i) + v'_i(x_i = l_i) \cdot l_m - \frac{1}{3} \cdot l_m^2 \cdot \frac{M_i(x_i = l_i)}{EI_i}$$

### 3.4 Equation System

With the 11 unknown quantities

1.  $v_m(x_m = L_i)$
2.  $v_o(x_o = l_o)$
3.  $v'_i(x_i = l_i) \cdot l_m$
4.  $v_o(x_o = L_o)$
5.  $v_i(x_i = l_i)$
6.  $A_i$
7.  $A_o$
8.  $\frac{M_i(x_i = l_i)}{F}$
9.  $\frac{M_{spr,i}}{F}$
10.  $\frac{M_{spr,o}}{F}$
11.  $\frac{H}{F} \cdot L$

and the following 11 equations

$$1. \quad \underline{v_m(x_m = L_i) = v_o(x_o = l_o)}$$

$$2. \quad v_m(x_m = L_i) = f(v'_i(x_i = l_i), v_i(x_i = l_i), M_i(x_i = l_i) / F), \text{ deduced before,}$$

$$3. \quad v_o(x_o = l_o) = f(A_o, M_{spr,o}/F, H \cdot L/F), \text{ deduced before,}$$

$$4. \quad v'_i(x_i = l_i) \cdot l_m = f(A_i, M_{spr,i}/F, H \cdot L/F), \text{ deduced before,}$$

$$5. \quad \underline{v_o(x_o = L_o) = v_i(x_i = l_i)}$$

$$6. \quad v_o(x_o = L_o) = f(A_o, M_i(x_i = l_i)/F, M_{spr,o}/F, H \cdot L/F), \text{ deduced before,}$$

$$7. \quad v_i(x_i = l_i) = f(A_i, M_{spr,i}/F, H \cdot L/F), \text{ deduced before,}$$

$$8. \quad M_i(x_i = l_i)/F = f(v_i(x_i = l_i), M_{spr,i}/F, H \cdot L/F), \text{ deduced before,}$$

9.1 Looseness not exceeded

$$\underline{M_{spr,i}/F = 0}$$

9.2 Looseness exceeded, but  $M_{u,i}$  not reached

$$\underline{M_{spr,i}/F = c_i \cdot (v'_i(x_i = 0) - \beta_{0,i}) / F}$$

with

$$v'_i(x_i = 0) = f(A_i, H \cdot L/F), \text{ deduced before.}$$

9.3  $M_{u,i}$  reached

$$\underline{M_{spr,i}/F = M_{u,i}/F}$$

10.1 Looseness not exceeded

$$\underline{M_{spr,o}/F = 0}$$

10.2 Looseness exceeded, but  $M_{u,o}$  not reached

$$\underline{M_{spr,o}/F = c_o \cdot (v'_o(x_o = 0) - \beta_{0,o})/F}$$

with

$$v'_o(x_o = 0) = f(A_o, H \cdot L/F), \text{ deduced before.}$$

10.3  $M_{u,o}$  reached

$$\underline{M_{spr,o}/F = M_{u,o}/F}$$

$$11. \quad \underline{H \cdot L/F + M_{spr,o}/F - M_{spr,i}/F = e_o - e_i}$$

the equation system can be formulated and solved via a Gaussian algorithm. Afterwards, the elastic displacements and the bending moments can be determined easily.

FMPA

Research Project: The Influence of Different Boundary  
Conditions in National European Re-  
gulations Regarding the Assessment  
for Props

Number of the IfBt: IV 1-5-648/91

Number of the FMPA: 20-15604

Date of the Report: 28.03.1991

### Summary

CEN/TC53-WG8 standardizes props. The assessment procedures in the European countries are different. The assessment is carried out by calculation or by test. The boundary conditions as eccentricities, hinge or restraint at the ends of the prop are various.

For 2 types of props (N, G according to DIN 4424) the influence of different boundary conditions in the countries A, D, F, GB and NL is examined. For the calculation a programme is written for the PC including problem oriented input and output.

It becomes evidently that the failure loads for the same type of prop can differ by a factor up to 4 depending on the boundary conditions. Such differences can not be covered by the safety factor. Realistic boundary conditions have to be discussed and to be found uniformly for Europe.

The research report has 2 parts:

- Part 1: Comparison of the Failure Loads of 2 Types of Props for Different European Boundary Conditions.
- Part 2: Background Information about the Used Computer Programme.



FMPA

Project de recherche: Influence des conditions extérieures différentes dans les règles nationales européennes sur la vérification de la capacité portante des états utilisés dans le bâtiment et les travaux publics

Numéro de référence du IfBt: IV 1-5-648/91

Numéro de référence de la FMPA: 20-15604

Date du rapport: 28 mars 1991

#### Résumé

En CEN/TC53-WG8 les états utilisés dans le bâtiment et les travaux publics sont normalisés. Le procédé de vérification diffère dans les pays européens. La vérification de la capacité portante est établie par le calcul et l'essai. Les conditions extérieures concernant les excentricités, articulation ou encastrement aux extrémités des états manquent d'unité.

Pour deux types d'états (type N, G, d'après DIN 4424) l'influence des conditions extérieures différentes dans les pays A, D, F, GB et NL est examinée. Pour le calcul un programme pour PC est installé avec orientation vers le problème de l'entrée et de la sortie des dates.

Il en résulte, que la différence dans les capacités portantes pour le même état atteint à peu près le facteur de 4 (état N2) dû aux conditions extérieures différentes. Des différences de cet ordre de grandeur ne peuvent plus être couvertes par des facteurs de sécurité. Il faut discuter des conditions extérieures réalistes et les établir uniformément pour l'Europe.

Le rapport de recherche consiste en 2 parties:

- partie 1: Comparaison des capacités portantes de 2 types d'états sur la base des conditions extérieures différentes européennes.
- partie 2: Background Information about the Used Computer Programme.