

Kalibrierung von Kombinationswerten
des Eurocodes „Lasten und
Einwirkungen“ – Methoden und
Erprobung an einem Beispiel

T 2342

T 2342

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de

Schlußbericht zum Forschungsvorhaben

Kalibrierung von Kombinationswerten des Eurocodes
"Lasten und Einwirkungen" - Methoden und Erprobung
an einem Beispiel

IfBt-Az.: IV 1-5-628/90

von Prof. Dr. Gerhard Spaethe
Goethestr. 6 0-1615 Zeuthen

abgestimmt mit den Mitgliedern der Betreuergruppe

Frau Dr.-Ing. Marita Kersken-Bradley
Herrn Prof. Dr.-Ing. Gert König
Herrn Prof. Dr.-Ing. Gerhard Sedlacek

Zeuthen, im März 1991

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Kurzfassung	2
1. Aufgabenstellung	3
2. Überblick über den Lösungsweg	3
3. Theoretische Grundlagen zur Berechnung der Anzahl der Niveaure Kreuzungen für die Lastkombination Windlast-Verkehrslast	7
4. Berechnung der Anzahl der Kreuzungen des Niveaus der Bemessungswerte einer Norm	20
5. Statistische Annahmen	23
6. Berechnungsergebnisse	27
6.1 Berechnungen mit normalverteilten Lastintensitäten	27
6.2 Berechnungen mit logarithmisch normalverteilten Lastintensitäten	30
7. Schlußfolgerungen	31
7.1 Schlußfolgerungen im Hinblick auf die Theorie	31
7.2 Schlußfolgerungen im Hinblick auf die numerischen Ergebnisse	32
Anhang 1: Literatur	39
Anhang 2: Tabellarische Zusammenstellung der Ergebnisse	41
Anhang 3: Verzeichnis wichtiger Bezeichnungen	50

KURZFASSUNG

Der Eurocode stellt an die Kombinationsregeln und die Kombinationswerte ψ_0 , die Forderung, daß sie so festgelegt werden, daß die Wahrscheinlichkeit der Überschreitung der Bemessungswerte der Lastwirkungen für alle Lastkombinationen und für alle einzelnen Lasten annähernd gleich sind. Die Erfüllung dieser Forderung wird für ein Beispiel, die Kombination von Windlast und Verkehrslast für Bürogebäude, mit zuverlässigkeitstheoretischen Mitteln überprüft.

Als theoretisches Modell wird die Theorie der gefilterten Poissonprozesse (zweiparametrische Pulsprozesse) verwendet. Das heißt, daß beim Wind nur der statische Anteil berücksichtigt wird, der als Folge von Mittelungsintervallen betrachtet wird. Die Autokorrelation zwischen zeitlich benachbarten Mittelungsintervallen wird erfaßt. Ebenso der relativ große Pausenanteil, der bei den kurzzeitig wirkenden Verkehrslasten auftritt.

Die theoretischen Ableitungen erfolgten nur für den betrachteten Spezialfall, sie sind aber verallgemeinerungsfähig.

Die Ergebnisse zeigen, daß für die im Eurocode vorgesehenen Kombinationsregeln im untersuchten Fall Sicherheitsreserven vorhanden sind. Der Unterschied zwischen der genaueren Kombinationsregel EC 2 Gl.(2.7a) und der vereinfachten Regel EC 2 Gl.(2.8) erwies sich als unwesentlich. Der Vorteil der "genaueren" Regel ist bei den hier untersuchten sehr schiefen Verteilungen nur gering. Er ist jedoch ausgeprägt vorhanden bei normalverteilten Lastintensitäten. Je größer die Schiefe der Momentanverteilungen der Lastintensitäten, desto geringer werden die Nachteile der vereinfachten Regel.

Für den untersuchten Fall ist die Forderung des Eurocodes an die Kombinationsregeln sowohl von der genaueren wie auch von der vereinfachten Regel annähernd, mit Abweichungen zur sicheren Seite hin, erfüllt. Die Ergebnisse sprechen nicht für eine Erhöhung, sondern eher für eine Abminderung der betrachteten ψ_0 -Werte.

1. AUFGABENSTELLUNG

Der Eurocode for Actions on Structures [5] stellt im Abschnitt 2.3.2. an die Kombinationswerte die Forderung "Combination values, $\psi_0 * Q_k$, are defined such that the probability of action effects values being exceeded is approximately the same when a single variable action is considered".

Die Erfüllung dieser Forderung soll im Folgenden an einem Beispiel, der Kombination von Windlast und Verkehrslast im Hochbau, für alle möglichen Kombinationen von Übertragungsfaktoren zwischen Last und Schnittkraft mit zuverlässigkeitstheoretischen Mitteln überprüft werden.

2. ÜBERBLICK ÜBER DEN LÖSUNGSWEG

Als theoretisches Modell werden gefilterte Poissonprozesse, auch zweiparametrische Pulsprozesse genannt, verwendet. Dabei werden nur Pulse von Rechteckform betrachtet.

Das ist bei der Verkehrslast eine übliche Idealisierung. Bei der Windlast bedeutet das, daß nur der statische Anteil in die Untersuchung mit einbezogen wird. Der Wind wird also als eine Folge von Mittelungswerten (10-Minutenmittel oder Stundenmittel) idealisiert. Somit gelten die daraus abgeleiteten Schlußfolgerungen auch nur für den statischen Anteil der Windlast. Diese Folge von Mittelungswerten ist offensichtlich stark positiv korreliert, so daß hier auch die Autokorrelation zwischen zeitlich benachbarten Mittelwerten mit berücksichtigt wird.

Bei der Verkehrslast ist es üblich, sich diese aus zwei Anteilen zusammengesetzt zu denken, dem langfristig wirkenden Teil (sustained load), der die Lasten aus Möbeln und ständig vorhandenen Menschenlasten enthält, und einem kurzzeitig wirkenden Anteil (instantaneous intermittent load), der durch Unfallsituationen, Renovierungen und ähnlichem verursacht wird [16]. Der letzte Anteil wirkt nur sehr kurze Zeit und hat in der überwiegenden Zeit Pausen, so daß die Momentanverteilung der Lastamplituden dieses Prozesses aus einer Mischverteilung mit einer nahe an Eins liegenden diskreten Wahrscheinlichkeit im Nullpunkt besteht.

Das angewendete theoretische Modell besteht also aus drei Prozessen:

$X_1(t)$ der Windlast, deren Pulse bei Laständerungen nicht auf den Nullpunkt zurückgehen und die mit Korrelationskoeffizient ρ stochastisch abhängig sind.

$X_2(t)$ der langfristig wirkenden Verkehrslast, die ständig vorhanden ist, sich nur selten ändert und keine Autokorrelation hat.

$X_3(t)$ der kurzzeitig wirkenden Verkehrslast, die mit hoher Wahrscheinlichkeit Null ist, und nur selten einen von Null verschiedenen Puls hat.

Alle Prozesse sind stationär.

Abbildung 1 verdeutlicht das verwendete stochastische Lastmodell:

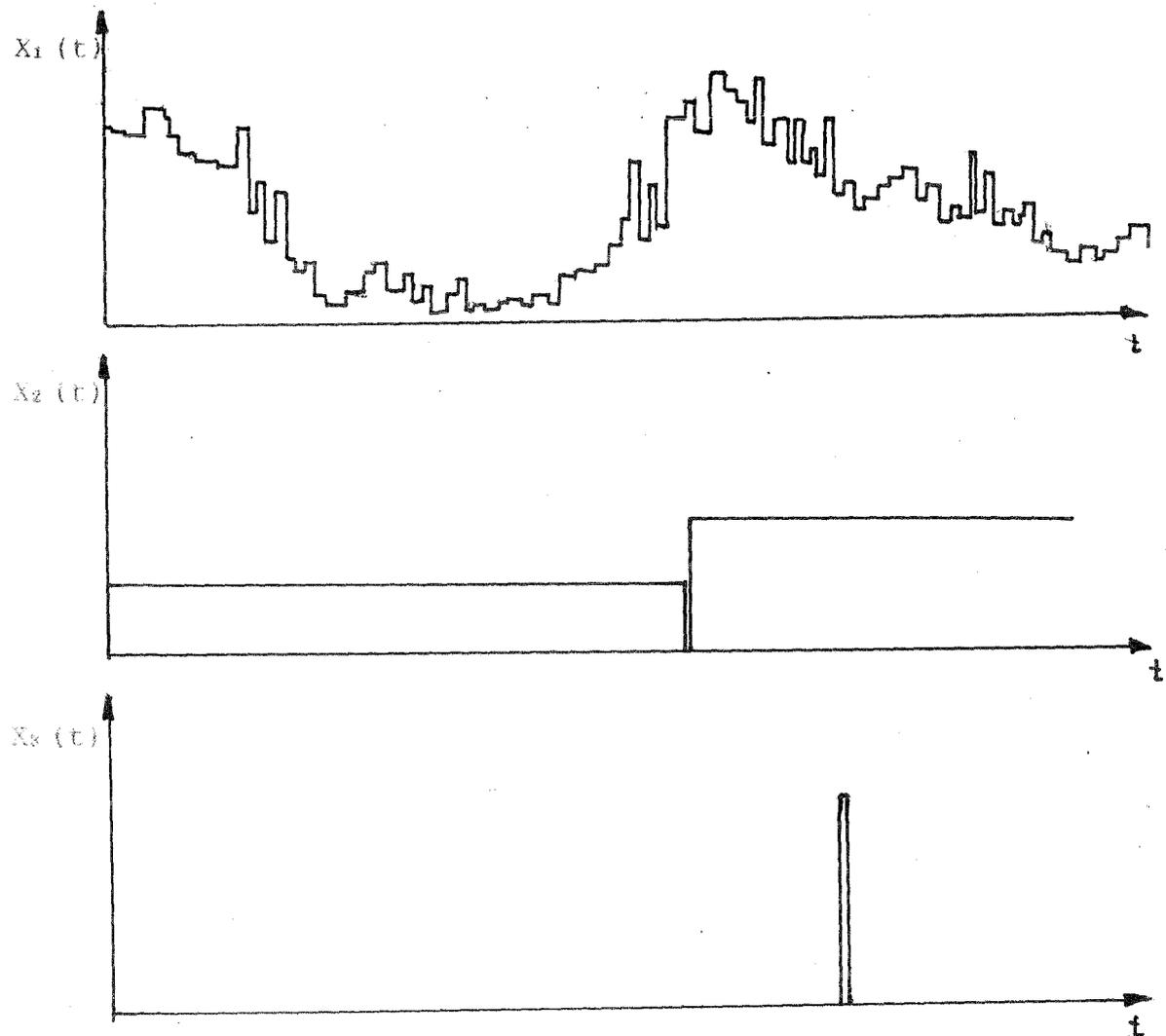


Abbildung 1: Veranschaulichung des stochastischen Modells.

Es war beabsichtigt, die Lösung auf der Grundlage der Arbeit [12] des Verfassers durchzuführen. Dabei traten Schwierigkeiten auf, so daß das Konzept geändert werden mußte. Die Probleme waren:

1. Die Kompatibilität der Lastkombinationstheorie mit der "einzelnen" Last. Offensichtlich muß sich beim Problem

$$c_1 \cdot X_1(t) + c_2 \cdot X_2(t)$$

für die zuverlässigkeitstheoretische Lösung im Grenzfall $c_1 \rightarrow 1$, $c_2 \rightarrow 0$ die Lösung für $X_1(t)$ ergeben. Das ist aber bei manchen zuverlässigkeitstheoretischen Lösungen nicht exakt, sondern nur näherungsweise erfüllt. Das gilt auch für die Arbeit [12] des Verfassers. Es zeigte sich, daß Glieder, die in der Regel als klein vernachlässigt werden, in der Nähe der einzelnen Last an Bedeutung gewinnen und den Übergang zu der Lösung für die einzelne Last gewährleisten. Will man alle Kombinationen erfassen, so sind höhere Genauigkeitsforderungen an die Theorie zu stellen.

2. Schwierigkeiten bei der Berücksichtigung von Pausen im Lastprozeß bei der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten mit der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung (FORM). Für die Berücksichtigung der Pausen gibt es drei Möglichkeiten:

- man rechnet mit Mischverteilungen mit diskreten Wahrscheinlichkeit im Nullpunkt,
- man löst die diskrete Wahrscheinlichkeit aus den Faltungsintegralen für den Prozeß heraus, der eine Lasterneuerung ausführt,
- man löst alle diskreten Wahrscheinlichkeiten aus allen Prozessen heraus.

Offensichtlich steigt die Genauigkeit, aber auch der Aufwand in der angegebenen Reihenfolge. Während bei früher durchgeführten FORM-Berechnungen mit normalverteilten Intensitäten mit allen drei Möglichkeiten immer sehr gute und praktisch identische Ergebnisse erzielt wurden, traten hier bei sehr schiefen Verteilungen Schwierigkeiten auf, indem mehrere (bis zu vier) lokale Minima für β auftraten. Das machte die Berechnungen unübersichtlich und fehleranfällig.

Es wurden deshalb im Abschnitt 3 die theoretischen Grundlagen ohne wesentliche Vernachlässigungen ausführlich, aber nur für den hier betrachteten Sonderfall der Kombination der drei oben beschriebenen Prozesse, abgeleitet.

Bei der Anwendung der Theorie auf reale Bemessungswerte der Prozesse wurden Niveauekreuzungsraten erhalten, die sehr starken Veränderungen unterlagen und aus denen kaum Schlußfolgerungen

im Hinblick auf die Kombinationsregeln und die Kombinationswerte gezogen werden konnten. Das wird dadurch verursacht, daß außer den Näherungen der Kombinationsregeln auch die Näherungen und Ungenauigkeiten, die in den charakteristischen Werten und den Lastfaktoren γ_f enthalten sind, voll in die Rechnung eingehen. Das macht es schwierig bis unmöglich, Schlußfolgerungen im Hinblick auf die Lastkombination allein zu ziehen.

Es wurde deshalb vorausgesetzt, daß die charakteristischen Werte und die Lastfaktoren so festgelegt sind, daß für die Bemessungswerte der einzelnen Lasten konstante Überschreitungswahrscheinlichkeiten eingehalten sind. Diese Wahrscheinlichkeiten wurden nach GRUSIBAU [6] gewählt.

Dadurch werden die in den charakteristischen Werten und den Lastfaktoren γ_f enthaltenen Ungenauigkeiten eliminiert. Es wird also nicht mit "realen" Bemessungswerten, sondern mit "idealen" Bemessungswerten gerechnet. Das ist ein übliches Vorgehen bei der Untersuchung von Kombinationsproblemen, auch Fießler [1] und Maes [4] gehen diesen Weg.

Die berechneten Niveauekreuzungsraten haben damit einen "operativen" Charakter und sagen nur etwas über das Kombinationsproblem aus, nichts über charakteristische Werte und über Lastfaktoren γ_f .

3. THEORETISCHE GRUNDLAGEN ZUR BERECHNUNG DER ANZAHL DER NIVEAUKREUZUNGEN FÜR DIE LASTKOMBINATION WIND-VERKEHRSLAST

Ein Überschreitung des Niveaus r des Bemessungswertes einer Lastkombination tritt ein, wenn zu einem Zeitpunkt t innerhalb des betrachteten Zeitintervalls

$$c_1 * X_1(t) + c_2 * (X_2(t) + X_3(t)) > r \quad \text{ist.}$$

c_1 = Übertragungsfaktoren Last - Schnittkraft.

Von diesen Lasten hat $X_1(t)$ eine starke Autokorrelation. Die Lastintensität vor einer Laständerung wird mit X_1^- und die Lastintensität nach einer Laständerung wird mit X_1^+ bezeichnet. Die Zufallsgrößen X_1^- und X_1^+ sind identisch verteilt und mit Korrelationskoeffizient ρ korreliert. Die übrigen beiden Prozesse sind unkorreliert.

Während der Prozeß $X_1(t)$ sich bei einer Laständerung von X_1^- auf X_1^+ ändert, gehen die Prozesse $X_2(t)$ und $X_3(t)$ bei jeder Laständerung wieder auf Null zurück.

Der Lastprozeß $X_3(t)$ hat einen großen Pausenanteil p , das heißt die Lastintensität X_3 hat eine Mischverteilung

$$F_{X_3}(x) = \begin{cases} p+q \cdot F_{\hat{X}_3}(x) & \text{für } x \geq 0 \\ q \cdot F_{\hat{X}_3}(x) & \text{für } x < 0 \end{cases} \quad p+q=1$$

Darin kennzeichnet das Dach die realen, von Null verschiedenen Pulse. Die Prozesse $X_1(t)$ und $X_2(t)$ wirken ständig.

Im folgenden sollen nur positive Lasten betrachtet werden. Das heißt, es soll gelten

$$F_{X_1}(x) = 0 \quad \text{für } x \leq 0.$$

Nach [11] ist die Niveaureuzungsrate allgemein

$$\nu^+ = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 1/\Delta t \cdot P[\sum c_i X_i(t) < r \cap \sum c_i X_i(t+\Delta t) > r]$$

Für die hier betrachteten Pulsprozesse folgt, wenn Unabhängigkeit zwischen den Zeitpunkten der Lasterneuerung der Lasten und den Lastintensitäten vorausgesetzt wird,

$$\nu^+ = \sum \lambda_i \cdot P_i \quad i=1,2,3 \quad \text{mit}$$

$$P_1 = P[c_1 \cdot X_1^- + c_2 \cdot (X_2 + X_3) < r \cap c_1 \cdot X_1^+ + c_2 \cdot (X_2 + X_3) > r]$$

$$P_2 = P[c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_3 < r \cap c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot (X_2 + X_3) > r]$$

$$P_3 = P[c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 < r \cap c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot (X_2 + X_3) > r] \quad (1)$$

Darin ist λ_i die Erneuerungsrate des Prozesses $X_i(t)$.

P_1 ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Laständerung in $X_1(t)$ die Kombination der Lastintensitäten vor der Laständerung unter dem Niveau r und nach der Laständerung über dem Niveau r liegt.

Formale Umrechnung mit der Beziehung $P(\overline{B|A}) = P(A) - P(B|A)$ (Strich=Negation) liefert

$$P_1 = P\{c_1 * X_1^+ + c_2 * (X_2 + X_3) > r\} - P\{c_1 * X_1^- + c_2 * (X_2 + X_3) > r \cap c_1 * X_1^+ + c_2 * (X_2 + X_3) > r\}$$

$$P_2 = P\{c_1 * X_1 + c_2 * (X_2 + X_3) > r\} - P\{c_1 * X_1 + c_2 * X_3 > r \cap c_1 * X_1 + c_2 * (X_2 + X_3) > r\}$$

$$P_3 = P\{c_1 * X_1 + c_2 * (X_2 + X_3) > r\} - P\{c_1 * X_1 + c_2 * X_2 > r \cap c_1 * X_1 + c_2 * (X_2 + X_3) > r\}$$

(2)

Sind die Übertragungsfaktoren c_1 positiv, sind alle Lasten mit Wahrscheinlichkeit 1 positiv und ist auch das betrachtete Niveau r positiv, dann gilt

$$P\{c_1 * X_1 + c_2 * X_3 > r \cap c_1 * X_1 + c_2 * (X_2 + X_3) > r\} = P\{c_1 * X_1 + c_2 * X_3 > r\}$$

$$P\{c_1 * X_1 + c_2 * X_2 > r \cap c_1 * X_1 + c_2 * (X_2 + X_3) > r\} = P\{c_1 * X_1 + c_2 * X_2 > r\}$$

(3)

Die Menge der Werte X_1 , die die Bedingung $c_1 * X_1 + c_2 * X_2 > r$ erfüllt, ist dann eine Teilmenge der Werte X_1 , für die $c_1 * X_1 + c_2 * (X_2 + X_3) > r$ gilt. Der Durchschnitt beider Mengen ist dann die Teilmenge.

Damit vereinfachen sich in Gl.(2) P_2 und P_3 wesentlich

$$P_2 = P\{c_1 * X_1 + c_2 * (X_2 + X_3) > r\} - P\{c_1 * X_1 + c_2 * X_3 > r\}$$

$$P_3 = P\{c_1 * X_1 + c_2 * (X_2 + X_3) > r\} - P\{c_1 * X_1 + c_2 * X_2 > r\} \quad (4)$$

Die zweiten Glieder sind in der Regel klein gegenüber den ersten und werden deshalb in der Theorie häufig vernachlässigt. Der dadurch entstehende Fehler stört aber die Kompatibilität der Lastkombination mit der einzelnen Last. Bei Vernachlässi-

gung der zweiten Glieder in Gl.(4) geht beim Übergang zur einzelnen Last ($c_i \rightarrow 1$, $c_j \rightarrow 0$, $j \neq i$) die Lastkombinationsformel nicht mehr in die Formel für die einzelne Last über. Hier werden alle Glieder vollständig berücksichtigt.

Die Vereinfachung der Gl.(3) ist für die Wahrscheinlichkeit P_1 nicht anwendbar, da bei der Laständerung in $X_1(t)$ die Lastintensitäten nicht auf Null zurückgehen.

Gl.(1) läßt sich jetzt wie folgt schreiben

$$\begin{aligned}
 v^+ = & \lambda_1 * \{P[c_1 * X_1^+ + c_2 * (X_2 + X_3) > r] - \\
 & P[c_1 * X_1^- + c_2 * (X_2 + X_3) > r \cap c_1 * X_1^+ + c_2 * (X_2 + X_3) > r]\} \\
 & + \lambda_2 * \{P[c_1 * X_1 + c_2 * (X_2 + X_3) > r] - P[c_1 * X_1 + c_2 * X_3 > r]\} \\
 & + \lambda_3 * \{P[c_1 * X_1 + c_2 * (X_2 + X_3) > r] - P[c_1 * X_1 + c_2 * X_2 > r]\} \quad (5)
 \end{aligned}$$

Darin sind die λ_i die Erneuerungsraten der Prozesse $X_i(t)$.

Damit kann v^+ berechnet werden, wenn für die Verteilung von X_3 eine Mischverteilung angesetzt wird. Früher durchgeführte Rechnungen zum Vergleich zwischen numerischer Integration und Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie 1. oder 2. Ordnung (FORM/SORM) zeigten bei normalverteilten Lasten sehr gute Ergebnisse bis zu Pausenwahrscheinlichkeiten nahe 1. Es existieren aber bei Anwendung von FORM dann immer mehrere, mindestens zwei lokale Minima, die untersucht werden müssen. Das kann umständlich sein und eine automatisierte Berechnung behindern.

Es zeigte sich weiter, daß bei Verteilungen mit sehr großen Schiefen auch schon ohne Berücksichtigung von Pausenwahrscheinlichkeiten mehrere lokale Minima auftreten können. Kommen dann noch Pausen hinzu, wird die Berechnung noch unübersichtlicher. Um das zu umgehen, wird hier eine weitere Genauigkeitssteigerung vorgenommen, indem aus X_3 der Pausenanteil herausgelöst wird. Dadurch wird der Formelsatz komplizierter, die numerische Rechnung aber oftmals vereinfacht.

Die Wahrscheinlichkeiten in Gl.(5) können als Faltungsintegrale

der Momentanverteilungen der Lasten bestimmt werden. Die Dichte der Momentanverteilung der Last X_3 kann folgendermaßen geschrieben werden

$$f_{X_3}(x) = p \cdot \delta(x) + q \cdot f_{X_3}^{\wedge}(x)$$

darin ist

$$q = 1 - p$$

$\delta(x)$ = Diracsche Deltafunktion

$f_{X_3}^{\wedge}(x)$ = Verteilungsdichte der realen, von Null verschiedenen Lastintensitäten

Die Wahrscheinlichkeit

$$P\{c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot (X_2 + X_3) > r\} = \iiint_{\{x \mid c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot (x_2 + x_3) > r\}} f_{X_1}(x_1) \cdot f_{X_2}(x_2) \cdot f_{X_3}(x_3) \cdot dx_1 \cdot dx_2 \cdot dx_3$$

$$= \iiint f_{X_1}(x_1) \cdot f_{X_2}(x_2) \cdot (p \cdot \delta(x_3) + q \cdot f_{X_3}^{\wedge}(x_3)) \cdot dx_1 \cdot dx_2 \cdot dx_3$$

.....

ist unter Beachtung von

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \int_{x-\Delta x}^{x+\Delta x} \delta(x) dx = \begin{cases} 1 & \text{für } x=0 \\ 0 & \text{für } x \neq 0 \end{cases}$$

sowie $c_i > 0$

$$= p \cdot \iint f_{X_1}(x_1) \cdot f_{X_2}(x_2) dx_1 \cdot dx_2 + q \cdot \iiint f_{X_1}(x_1) \cdot f_{X_2}(x_2) \cdot f_{X_3}^{\wedge}(x_3) \cdot dx_1 \cdot dx_2 \cdot dx_3$$

$$= p \cdot P[c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 > r] + q \cdot P[c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot (X_2 + \hat{X}_3) > r] \quad (6)$$

Darin ist \hat{X}_3 die reale, von Null verschiedene Lastintensität. Analog können die übrigen Wahrscheinlichkeiten, die Mischverteilungen enthalten, aufgespalten werden. So lange nur eine oder zwei solcher Lasten im Problem enthalten sind, ist das einfach. Bei sehr vielen Lasten mit Pausen wird das Ergebnis aber schnell unübersichtlich. Auch ist eine Aufspaltung nur möglich, wenn keine Kreuzkorrelation vorliegt.

Die Wahrscheinlichkeiten wird man in der Regel nicht durch numerische Integration, sondern durch FORM/SORM berechnen. Dazu führen wir die Sicherheitsindizes β_{1jk} ein, die auch die immer komplizierter werdende Schreibweise vereinfachen.

$$P[c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot (X_2 + \hat{X}_3) > r] = \Phi(-\beta_{123})$$

$$P[c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 > r] = \Phi(-\beta_{12})$$

$$P[c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot \hat{X}_3 > r] = \Phi(-\beta_{13})$$

$$P[c_1 \cdot X_1 > r] = \Phi(-\beta_1)$$

(7)

$$P\{c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot (X_2 + \hat{X}_3) > r \cap c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot (X_2 + \hat{X}_3) > r\} \\ = \Phi_2(-\beta_{123}, -\beta_{123}; \rho_{123})$$

$$P\{c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 > r \cap c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 > r\}$$

$$= \Phi_2(-\beta_{12}, -\beta_{12}; \rho_{12})$$

(8)

mit Φ_2 = Zweidimensionale Normalverteilung

Sie kann durch eindimensionale numerische Integration bestimmt werden.

ρ_{123} = Korrelationskoeffizient für den Abstand zwischen der Kombination der drei Lastintensitäten und dem Niveau r vor und nach der Laständerung von $X_1(t)$. Seine Berechnung wird noch gezeigt.

ρ_{12} = der entsprechende Korrelationskoeffizient für die Kom-

bination der Lastintensitäten von X_1 und X_2 .

Führt man Gl.(6), (7), und (8) in Gl.(5) ein, so ergibt sich für die Niveaureuzungsrate

$$\begin{aligned}
 v^* = & \lambda_1 * \{ q^* [\Phi(-\beta_{123}) - \Phi_2(-\beta_{123}, -\beta_{123}; \mathfrak{S}_{123})] \\
 & + p^* [\Phi(-\beta_{12}) - \Phi_2(-\beta_{12}, -\beta_{12}; \mathfrak{S}_{12})] \} \\
 + & \lambda_2 * \{ q^* [\Phi(-\beta_{123}) - \Phi(-\beta_{13})] \\
 & + p^* [\Phi(-\beta_{12}) - \Phi(-\beta_1)] \} \\
 + & \lambda_3 * \{ q^* [\Phi(-\beta_{123}) - \Phi(-\beta_{12})] \}
 \end{aligned} \tag{9a}$$

Bei der Anwendung von Gl.(9) im Bereich von Korrelationskoeffizienten, die nahe an 1 liegen, können numerische Probleme durch Differenzen annähernd gleich großer Zahlen auftreten. Für $\mathfrak{S} \rightarrow 1$ geht $\Phi_2(-\beta, -\beta; \mathfrak{S}) \rightarrow \Phi(-\beta)$. Die ersten beiden Glieder verschwinden also durch eine Differenz von gleich großen Zahlen. Das läßt sich vermeiden durch Einführung der Beziehung

$$\Phi_2(-\beta, -\beta; \mathfrak{S}) = \Phi(-\beta) - \Phi_2(-\beta, +\beta; -\mathfrak{S}),$$

die man sich durch Symmetriebetrachtungen an der Dichte der zweidimensionalen standardisierten Normalverteilung klar machen kann.

$$\begin{aligned}
v^+ = & \lambda_1 * [q^* [\Phi_2 (-\beta_{123}, +\beta_{123}; -\mathcal{S}_{123})] \\
& + p^* [\Phi_2 (-\beta_{12}, +\beta_{12}; -\mathcal{S}_{12})]] \\
& + \lambda_2 * [q^* [\Phi(-\beta_{123}) - \Phi(-\beta_{13})] \\
& + p^* [\Phi(-\beta_{12}) - \Phi(-\beta_1)]] \\
& + \lambda_3 * [q^* [\Phi(-\beta_{123}) - \Phi(-\beta_{12})]]
\end{aligned} \tag{9b}$$

Die numerische Auswertung von Gl.(9a) bzw. (9b) für Korrelationskoeffizienten nahe an 1. stellt hohe Anforderungen an das Programm zur Integration von Φ_2 . Das vorhandene Programm mußte im Rahmen der Bearbeitung wesentlich verbessert werden, so daß damit zuverlässige Ergebnisse im Bereich von $-1+1E-9 < \mathcal{S} < +1-1E-9$ erzielbar sind.

Für die numerischen Rechnungen sind noch die Korrelationskoeffizienten zu bestimmen. Das wird im folgenden gezeigt.

Der Korrelationskoeffizient zwischen den Sicherheitsabständen vor und nach der Laständerung in $X_1(t)$ berechnet sich nach der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung als skalares Produkt der Vektoren der Wichtungsfaktoren vor und nach der Laständerung

$$\mathcal{S}_{123} = \underline{\alpha}^{(-)T} * \underline{\alpha}^{(+)} \tag{10}$$

Die Zufallsvektoren enthalten vier Komponenten,

$$\underline{x}^{(-)} = \begin{pmatrix} X_1^- \\ 0 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \quad \underline{x}^{(+)} = \begin{pmatrix} 0 \\ X_1^+ \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$$

wobei die Komponente X_1 zweimal erscheint, einmal für den Zustand vor der Laständerung in $X_1(t)$ und einmal für den Zustand danach. Die Korrelationsbeziehungen zwischen beiden Zufallsvektoren werden durch eine erweiterte Korrelationsmatrix \underline{R}_z^+ cha-

arakterisiert, die für den hier betrachteten Fall die Form

$$\underline{R}_z^+ = \begin{pmatrix} 1 & \xi & 0 & 0 \\ \xi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

hat. Darin ist ξ der Autokorrelationskoeffizient zwischen X_1^- und X_1^+ , also der Lastintensitäten vor und nach der Laständerung in $X_1(t)$. Alle anderen Korrelationskoeffizienten, Autokorrelationen und Kreuzkorrelationen sind Null. Die Korrelationsmatrix ist positiv definit im Bereich $-1 < \xi < +1$. Mit dem Index z wird bei \underline{R}_z^+ angedeutet, daß sich diese Korrelationskoeffizienten streng genommen nicht auf die Originalgrößen X_1 beziehen, sondern auf deren Transformation in den standardisierten Raum $z_1 = \Phi^{-1}(F_{X_1}(X_1))$. Die Unterschiede haben aber nur theoretische Bedeutung, da sie im allgemeinen klein sind im Vergleich zu den Ungewißheiten in den Kenntnissen über Korrelationskoeffizienten überhaupt.

Mit diesen Eingabedaten können für die Grenzzustandsgleichung

$$g = r - c_1 * (x_1^- + x_1^+) - c_2 * (x_2 + \hat{x}_3) = 0$$

mit den Programmen für FORM/SORM die Vektoren der Wichtungsfaktoren numerisch bestimmt und $\xi_{1,2,3}$ nach Gl.(10) berechnet werden.

Für den hier vorliegenden relativ einfachen Fall ist aber auch eine geschlossene, formelmäßige Lösung möglich. Sie soll im folgenden angegeben werden.

Für die Berechnung von $\xi_{1,2,3}$ über die Wichtungsfaktoren ist die Matrix \underline{R}_z^{-*} erforderlich. Dazu wird das Eigenwertproblem

$$(\underline{R}_z^+ - \alpha * \underline{I}) * \underline{a} = 0 \quad (11)$$

betrachtet.

α = Eigenwert

\underline{I} = Einheitsmatrix

\underline{a} = zugehöriger Eigenvektor

Das charakteristische Polynom lautet

$$\begin{vmatrix} 1-\alpha & \mathcal{S} & 0 & 0 \\ \mathcal{S} & 1-\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-\alpha \end{vmatrix} = (1-\alpha)^2 * ((1-\alpha)^2 - \mathcal{S}^2) = 0$$

Daraus folgen die vier Eigenwerte, die zur Diagonalmatrix \underline{L} zusammengefaßt werden.

$$\underline{L} = \begin{pmatrix} 1+\mathcal{S} & & & \\ & 1-\mathcal{S} & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$$

Die zugehörigen Eigenvektoren, zusammengefaßt zur Matrix \underline{A} ergeben sich zu

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{R}_z^* = \underline{A} * \underline{L}^* * \underline{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\sqrt{(1+\mathcal{S})} + \sqrt{(1-\mathcal{S})}) & \frac{1}{2}(\sqrt{(1+\mathcal{S})} - \sqrt{(1-\mathcal{S})}) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(\sqrt{(1+\mathcal{S})} - \sqrt{(1-\mathcal{S})}) & \frac{1}{2}(\sqrt{(1+\mathcal{S})} + \sqrt{(1-\mathcal{S})}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Man überzeugt sich leicht, daß $\underline{R}_z^* * \underline{R}_z^* = \underline{R}_z$ erfüllt ist. Für normalverteilte, korrelierte Zufallsgrößen und die lineare Grenzzustandsgleichung $g(x) = r - \underline{c} * \underline{x}$, ergibt sich der Vektor der

Wichtungsfaktoren zu

$$\underline{\alpha}^{(-)} = \frac{\underline{R}_z \cdot \underline{S}_x^{(-)} \cdot \underline{A} \cdot \underline{C}}{(\underline{C}^T \cdot \underline{S}_x^{(-)} \cdot \underline{A} \cdot \underline{C})^{1/2}} \quad (12)$$

Die Auswertung der Matrizenoperationen mit

$$\underline{S}_x^{(-)} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad \underline{C} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_2 \end{pmatrix}$$

führt auf die vier Komponenten von $\underline{\alpha}^{(-)}$

$$\underline{\alpha}^{(-)} = \begin{pmatrix} \frac{C_1 \cdot \sigma_1 \cdot (\sqrt{(1+\rho)} + \sqrt{(1-\rho)})}{2 \cdot [C_1^2 \cdot \sigma_1^2 + C_2^2 (\sigma_2^2 + \sigma_3^2)]^{1/2}} \\ \frac{C_1 \cdot \sigma_1 \cdot (\sqrt{(1+\rho)} - \sqrt{(1-\rho)})}{2 \cdot [C_1^2 \cdot \sigma_1^2 + C_2^2 (\sigma_2^2 + \sigma_3^2)]^{1/2}} \\ \frac{C_2 \cdot \sigma_2}{[C_1^2 \cdot \sigma_1^2 + C_2^2 (\sigma_2^2 + \sigma_3^2)]^{1/2}} \\ \frac{C_2 \cdot \sigma_3}{[C_1^2 \cdot \sigma_1^2 + C_2^2 (\sigma_2^2 + \sigma_3^2)]^{1/2}} \end{pmatrix}$$

Man überzeugt sich leicht, daß $\sum \alpha_i^2 = 1$ ist.

Der Vektor $\underline{\alpha}^{(-)}$ unterscheidet sich von $\underline{\alpha}^{(+)}$ dadurch, daß die ersten beiden Komponenten vertauscht sind. Das skalare Produkt Gl.(10) der beiden Vektoren ergibt dann den gesuchten Korrelationskoeffizienten zwischen den Sicherheitsabständen vor und nach einer Laständerung im Prozeß $X_1(t)$.

$$\rho_{123} = \frac{C_1^2 \cdot \sigma_1^2 \cdot \rho + C_2^2 (\sigma_2^2 + \sigma_3^2)}{C_1^2 \cdot \sigma_1^2 + C_2^2 (\sigma_2^2 + \sigma_3^2)} \quad (13)$$

Analog erhält man für

$$\rho_{12} = \frac{c_1^2 \cdot \sigma_1^2 \cdot \rho + c_2^2 \cdot \sigma_2^2}{c_1^2 \cdot \sigma_1^2 + c_2^2 \cdot \sigma_2^2} \quad (14)$$

Einfacher kann man Gl. (13) und (14) unter Vermeidung der Wichtungsfaktoren mit den Formeln der Momentenmethode ableiten, indem man die Korrelation der Sicherheitsabstände

$$\begin{aligned} Z^- &= r - c_1 \cdot X_1^- - c_2 \cdot X_2 - c_2 \cdot \hat{X}_3 && \text{vor und} \\ Z^+ &= r - c_1 \cdot X_1^+ - c_2 \cdot X_2 - c_2 \cdot \hat{X}_3 && \text{nach der Lasterneuerung} \end{aligned}$$

bestimmt. Sind X_1^- und X_1^+ identisch verteilt und mit Korrelationskoeffizient ρ abhängig, so wird

$$\begin{aligned} \text{Var}[Z^-] &= c_1^2 \cdot \sigma_1^2 + c_2^2 \cdot (\sigma_2^2 + \sigma_3^2) = \text{Var}[Z^+] \\ \text{Cov}[Z^-, Z^+] &= c_1^2 \cdot \sigma_1^2 \cdot \rho + c_2^2 \cdot (\sigma_2^2 + \sigma_3^2) \end{aligned}$$

$$\rho_{123} = \frac{\text{Cov}[Z^-, Z^+]}{(\text{Var}[Z^-] \cdot \text{Var}[Z^+])^{1/2}}$$

ergibt Gl. (13).

Man sieht, daß ρ_{123} und ρ_{12} immer größer oder gleich ρ sind. ρ_{123} und ρ sind gleich, wenn die Lasten X_1 und X_2 verschwinden oder deterministisch sind, also kein echtes Lastkombinationsproblem vorliegt. Bemerkenswert ist auch, daß bei unkorrelierten Prozessen ($\rho=0$) der kombinierte Prozeß immer eine von Null verschiedene, positive Autokorrelation besitzt. Ihr Einfluß ist allerdings klein und sie wird immer vernachlässigt, so auch hier bei den Prozessen $X_2(t)$ und $X_3(t)$.

Die abgeleiteten Beziehungen gelten streng für normalverteilte Zufallsgrößen. Sie werden näherungsweise auch bei nicht normalverteilten Größen verwendet, indem an Stelle der Standardabweichungen σ_i die Standardabweichungen σ_i^* der im Bemessungspunkt angepaßten Normalverteilungen eingesetzt werden. Die σ_i^* ergeben sich bei FORM-Berechnungen nach Normal-Tail-Approximation automatisch.

Wir zeigen noch die Verträglichkeit von Gl.(9), (13) und (14) mit der einzelnen Last:

$$\begin{aligned} \text{Wind allein:} \quad c_1 \neq 0 \quad c_2 = 0 \\ \text{Das ergibt} \quad \mathfrak{S}_{123} = \mathfrak{S} \quad \mathfrak{S}_{12} = \mathfrak{S} \\ \beta_{123} = \beta_1 \\ \beta_{12} = \beta_1 \end{aligned}$$

Das in Gl.(9) eingesetzt ergibt

$$\underline{v_+ = \lambda_1 * [\Phi(-\beta_1) - \Phi_2(-\beta_1, -\beta_1; \mathfrak{S})]}$$

$$\begin{aligned} \text{Langzeitige Verkehrslast allein:} \quad c_1 = 0 \quad m_3 = 0 \quad \sigma_3 = 0 \\ \text{Daraus folgt} \quad \mathfrak{S}_{123} = 1 \quad \mathfrak{S}_{12} = 1 \\ \beta_{123} = \beta_2 \quad \beta_{12} = \beta_2 \quad \beta_{13} \rightarrow \infty \quad \beta_1 \rightarrow \infty \end{aligned}$$

$$\Phi_2(-\beta_2, -\beta_2; 1) = \Phi(-\beta_2)$$

Eingesetzt:

$$\begin{aligned} v_+ &= \lambda_1 * \{q * [\Phi(-\beta_2) - \Phi(-\beta_2)] + p * [\Phi(-\beta_2) - \Phi(-\beta_2)]\} \\ &+ \lambda_2 * \{q * \Phi(-\beta_2) + p * \Phi(-\beta_2)\} \\ &+ \lambda_3 * q * \{\Phi(-\beta_2) - \Phi(-\beta_2)\} \end{aligned}$$

$$\underline{v_+ = \lambda_2 * \Phi(-\beta_2)}$$

$$\begin{aligned} \text{Kurzzeitige Verkehrslast allein:} \quad c_1 = 0 \quad m_2 = 0 \quad \sigma_2 = 0 \\ \text{Daraus folgt} \quad \mathfrak{S}_{123} = 1 \quad \mathfrak{S}_{12} = 1 \\ \beta_{123} = \beta_3 \quad \beta_{12} \rightarrow \infty \quad \beta_{13} = \beta_3 \quad \beta_1 \rightarrow \infty \end{aligned}$$

Eingesetzt:

$$v_+ = \lambda_1 * [\Phi(-\beta_3) - \Phi(-\beta_3)] + \lambda_2 * q * [\Phi(-\beta_3) - \Phi(-\beta_3)] + \lambda_3 * q * \Phi(-\beta_3)$$

$$\underline{v_+ = \lambda_3 * q * \Phi(-\beta_3)}$$

Man erkennt, daß die Glieder mit negativen Vorzeichen ganz wesentlich sind, um den Übergang zur einzelnen Last zu gewährleisten.

4. Berechnung der Anzahl der Kreuzungen des Niveaus der Bemessungswerte einer Norm

Die Verbindung der zuverlässigkeitstheoretischen Berechnungen zu den Normen ist über das Niveau r der Bemessungswerte gegeben. r berechnet sich aus der Kombinationsregel der Norm und den in ihr enthaltenen Kombinationswerten.

Zu der Grenzzustandsgleichung des hier betrachteten Problems

$$g = r - c_1 * X_1(t) - c_2 * (X_2(t) + X_3(t)) \quad (15)$$

gehört bei der Kombinationsregel des EC 2 Gl.(2.7 a)

$$r = \max \begin{cases} c_1 * \gamma_f * X_{kw} + c_2 * \gamma_f * X_{kl} * \psi_{01} \\ c_1 * \gamma_f * X_{kw} * \psi_{0w} + c_2 * \gamma_f * X_{kl} \end{cases} \quad (16)$$

oder bei der vereinfachten Kombinationsregel nach EC 2 Gl. (2.8a) und (2.8b)

$$r = \max \begin{cases} c_1 * \gamma_f * X_{kw} \\ 0.9 * (c_1 * \gamma_f * X_{kw} + c_2 * \gamma_f * X_{kl}) \\ c_2 * \gamma_f * X_{kl} \end{cases} \quad (17)$$

Das Verhältnis $1.35/1.50 = 0.9$ wird hier als ein Kombinationswert aufgefaßt. Gl.(17) entspricht auch der Kombinationsregel des RGW-Standards ST-RGW 1407 und des Standards TGL 32274/01 der ehemaligen DDR.

In Gl.(16) und (17) bedeuten

γ_f = Lastfaktor, Teilsicherheitsbeiwert für die Lasten

X_{kw}, X_{k1} = Charakteristische Werte für Wind- und Verkehrslast

ψ_{0w}, ψ_{01} = Kombinationswerte für Wind- und Verkehrslast

Für prinzipielle Untersuchungen zu den Kombinationsregeln sind nicht so sehr die wirklichen Übertragungsfaktoren wesentlich, sondern vielmehr deren Verhältnisse. Dividiert man Gl.(15) und (16) durch die Summe der Übertragungsfaktoren, und setzt zur Abkürzung

$$k_x = c_1 / (c_1 + c_2) \qquad r_x = r / (c_1 + c_2) \qquad (18)$$

so erhält man

$$q = r_x - k_x * X_1(t) - (1 - k_x) * (X_2(t) + X_3(t)) \qquad (19)$$

$$r_x = \gamma_f * \max \begin{cases} k_x * X_{kw} + (1 - k_x) * \psi_{01} * X_{k1} \\ k_x * \psi_{0w} * X_{kw} + (1 - k_x) * X_{k1} \end{cases} \qquad (20)$$

Dadurch werden die Darstellungen der Anzahl der Kreuzungen des Niveaus der Bemessungswerte nur noch von einem Parameter k_x abhängig. k_x schwankt zwischen $k_x=0$ (Verkehrslast allein) und $k_x=1$ (Windlast allein).

Eine andere Möglichkeit ist das Rechnen mit Prozessen, die auf die charakteristischen Werte bezogen sind. Sie werden mit U_i bezeichnet.

$$U_1(t) = X_1(t) / X_{kw} \qquad U_2(t) = X_2(t) / X_{k1} \qquad (21)$$

$$U_3(t) = X_3(t) / X_{k1}$$

U_1 hat den charakteristischen Wert 1. Dann ist es zweckmäßig, ein Verhältnis

$$k'' = c_1 * X_{kw} / (c_1 * X_{kw} + c_2 * X_{k1}) \qquad (22)$$

einzuführen. Das in Gl.(15) und (16) eingesetzt, ergibt

$$g = r_u - k_u * U_1(t) - (1 - k_u) * (U_2(t) + U_3(t)) \quad (23)$$

$$\text{mit } r_u = r / (C_1 * X_{k_w} + C_2 * X_{k_1}) \quad (24)$$

Die Kombinationsregel des EC 2 lautet dann

$$r_u = \gamma_f * \max \begin{cases} k_u + (1 - k_u) * \gamma_{o_1} \\ k_u * \gamma_{o_w} + (1 - k_u) \end{cases} \quad (25)$$

Eine dritte Möglichkeit besteht darin, die Prozesse auf ihre Bemessungswerte

$$X_{d_w} = \gamma_f * X_{k_w} \quad X_{d_1} = \gamma_f * X_{k_1} \quad (27)$$

zu beziehen. Diese werden mit $V_i(t)$ bezeichnet.

$$\begin{aligned} V_1(t) &= X_1(t) / X_{d_w} & V_2(t) &= X_2(t) / X_{d_1} \\ V_3(t) &= X_3(t) / X_{d_1} \end{aligned} \quad (28)$$

$$k_v = C_1 * X_{d_w} / (C_1 * X_{d_w} + C_2 * X_{d_1}) \quad (29)$$

$$r_v = r / (C_1 * X_{d_w} + C_2 * X_{d_1}) = r_u / \gamma_f \quad (30)$$

Damit wird

$$g = r_v - k_v * V_1(t) - (1 - k_v) * (V_2(t) + V_3(t)) \quad (31)$$

$$r_v = \max \begin{cases} k_v + (1 - k_v) * \gamma_{o_1} \\ k_v * \gamma_{o_w} + (1 - k_v) \end{cases} \quad (32)$$

Alle drei Darstellungsformen sind Ergebnisse mathematischer Umformungen und führen natürlich auf die gleichen Ergebnisse. Wir rechnen hier mit den auf die Bemessungswerte bezogenen Prozessen $V_i(t)$ und ermitteln die Anzahl der Niveaureuzungen für verschiedene Kombinationsregeln und Kombinationswerte in Abhängigkeit vom Verhältnis k_v .

5. STATISTISCHE ANNAHMEN

Es wurden keine eigenen statistischen Untersuchungen durchgeführt, sondern veröffentlichte Werte den Berechnungen zugrunde gelegt.

Für die Windgeschwindigkeit werden die absoluten Häufigkeiten der Stundenmittel für die Station Potsdam nach [13], Tabelle 4/14 verwendet. Die Windgeschwindigkeiten wurden in Staudrücke umgerechnet und für diese wurden die Häufigkeiten mit der Momentenmethode an eine dreiparametrische logarithmische Normalverteilung angepaßt. Diese Verteilung gibt für den hier betrachteten Fall eine sehr gute Übereinstimmung zwischen statistischen Daten und theoretischem Modell. Tabelle 2 und Abbildung 2 stellen Summenhäufigkeiten und Verteilungsfunktionen gegenüber. Die Berechnungen ergaben folgende Parameter für den Staudruck:

Mittelwert	$m_x = 0,01497$	kN/m ²
Standardabw.	$\sigma_x = 0,01462$	kN/m ²
Schiefe	$\gamma_x = 2,896$	
Untere Endwert	$\Sigma_0 = 0,003378$	kN/m ² .

Ein besonderes Problem stellt die Autokorrelation zwischen zeitlich aufeinanderfolgenden Mittelwerten dar. In der Arbeit von Schroers u. a. [14] sind räumliche Autokorrelationsfunktionen der Windstruktur angegeben. Nach den dort veröffentlichten Kurven müßte der Autokorrelationskoeffizient bereits auf Werte nahe Null abgeklungen sein. Das steht aber in Widerspruch zur Anschauung und auch zu der Arbeit von Grigoriu [15], der für die Folge der Stundenmittel $\rho = 0,8551$ für den Standort Sydney zitiert. Der Widerspruch liegt offensichtlich darin, daß in [14] die Windfeinstruktur untersucht wird, hier aber zeitliche Mittelwerte benötigt werden. Es ist natürlich möglich, aus den bei den Wetterdiensten vorhandenen Daten empirische Korrelationskoeffizienten zu berechnen. Das konnte im Rahmen der vorliegenden Arbeit aus Kosten- und Zeitgründen nicht durchgeführt werden und bleibt späteren Untersuchungen vorbehalten.

Um zu einer Aussage über den Einfluß der Autokorrelation zu kommen, wurden vergleichsweise einige Berechnungen mit verschiedenen Korrelationskoeffizienten durchgeführt. Der Ver-

gleich der Ergebnisse in den Tabellen 2.1 bis 2.6 des Anhangs 2 zeigt, daß ξ nur von einem relativ geringen Einfluß ist, so daß eine Fehleinschätzung von ξ die gezogenen Schlußfolgerungen nicht verändern würde.

Für die Verkehrslast wurden Annahmen aus dem CIB-Report [16] für Bürolasten entnommen, die auf der Arbeit von Chalk u.a. [18] beruhen. Häufig werden für die Verkehrslasten Gammaverteilungen angenommen. Da bei den hier betrachteten kurzzeitigen Lasten für die Standardabweichungen größere Werte als für die Mittelwerte angegeben sind, (Variationskoeffizient >1) hat die Dichte der Gammaverteilung keinen glockenförmigen, sondern einen monoton fallenden Verlauf. Da das nicht sehr plausibel erscheint, wurde hier auch mit einer logarithmischen Normalverteilung gerechnet.

Charakteristisch für alle Verteilungsannahmen für die Momentanwerte der Lasten sind deren große Schiefe. Um den Einfluß der Schiefe abzuschätzen, wurde vergleichsweise auch mit der Normalverteilung gerechnet.

Bei den Lastdauern wurde in Übereinstimmung mit Angaben in [17] [18] angenommen, daß die langzeitige Verkehrslast ständig wirkt und sich im Mittel alle fünf Jahre ändert. Eine kurzzeitige Last infolge von Unfallsituationen soll im Mittel alle Jahre einmal auftreten und im Mittel 6 Stunden wirken. Damit ergeben sich die in Tabelle 1 zusammengestellten Eingabedaten für die drei Prozesse $X_i(t)$.

Tabelle 1: Eingabedaten

	X_1	X_2	X_3
Typ	LN (NV)	LN (NV)	LN (NV)
m_x	0,01497	0,52	0,38
σ_x	0,01462	0,28	0,39
x_0	0,00338	0	0
p	0	0	0,999315
	8760	0,2	1460
	0,9 (0,99)	0	0

Klammerwerte = Zusätzlich untersuchte Varianten

Tabelle 2: Wind, Stundenmittel, Potsdam

Windgeschw.	Staudruck	Absolute Häufigk.	Relative Summenhäufigk.	Verteilungsf. theoretisches Modell
0,5	0,0000156	2749		
1,0	0,000625		0,02091	0,0343
1,5	0,001406	11097		
2,0	0,002500		0,1053	0,1015
2,5	0,003906	20085		
3,0	0,005625		0,2580	0,2531
3,5	0,007656	25757		
4,0	0,010000		0,4539	0,4602
4,5	0,012656	25766		
5,0	0,015625		0,6499	0,6556
5,5	0,018906	20777		
6,0	0,022500		0,8079	0,7998
6,5	0,026410	11714		
7,0	0,030625		0,8969	0,8907
7,5	0,035156	6127		
8,0	0,040000		0,9435	0,9427
8,5	0,045156	3590		
9,0	0,050625		0,9708	0,9706
9,5	0,056406	1818		
10,0	0,062500		0,9847	0,9851
10,5	0,068906	1023		
11,0	0,075625		0,9924	0,9925
11,5	0,082656	511		
12,0	0,090000		0,9963	0,9962
12,5	0,097656	226		
13,0	0,105625		0,9981	0,9981
13,5	0,113910	113		
14,0	0,122500		0,9989	0,99902
14,5	0,131410	61		
15,0	0,140625		0,999376	0,999497
15,5	0,150160	41		
16,0	0,160000		0,999688	0,999739
16,5	0,170160	25		
17,0	0,180625		0,999878	0,999863
17,5	0,191410	12		
18,0	0,202500		0,9999696	0,9999273
18,5	0,213910	1		
19,0	0,225630		0,9999772	0,9999610
19,5	0,237650	1		
20,0	0,250000		0,9999847	0,9999789
20,5	0,262650	1		
21,0	0,275625		0,9999924	0,9999884
21,5	0,288910	1		
22,0	0,302500		1	0,9999934

Summe: 131496

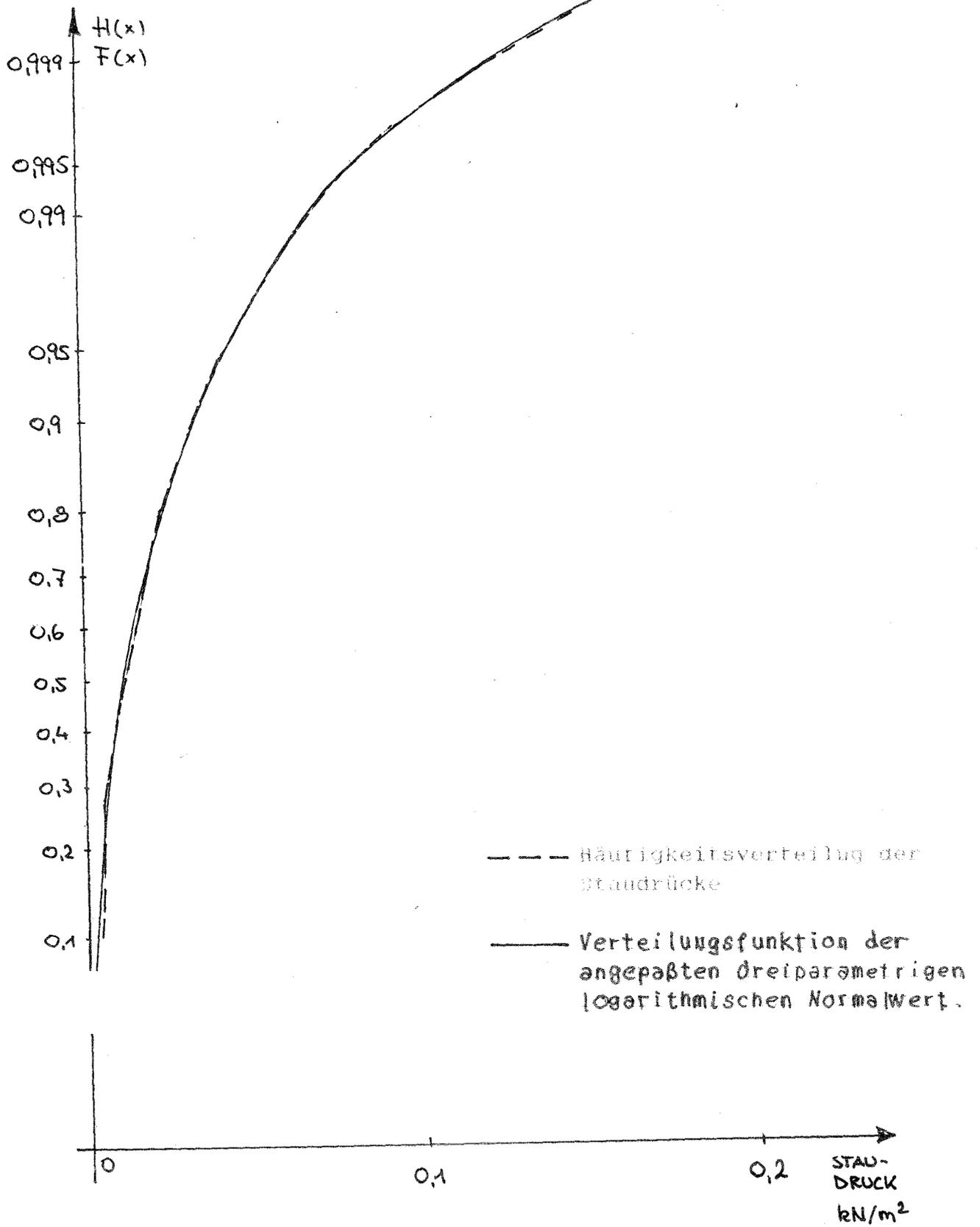


Abbildung 2: Stundenmittel der Staudrücke, Potsdam, Vergleich

6. BERECHNUNGSERGEBNISSE

6.1 BERECHNUNGEN MIT NORMALVERTEILTEN LASTINTENSITÄTEN

Wie bereits auf Seite 7 erwähnt, wurde nach den Erfahrungen mit einigen Vergleichsrechnungen mit "operativen" Bemessungswerten x_{d1} gerechnet, die so gewählt wurden, daß die Überschreitungsrate des Niveaus dieser Bemessungswerte einen konstanten "idealen" Wert annehmen. Die Wahrscheinlichkeit der Überschreitung dieses Bemessungswertes wird zu $P_u = \Phi(-\alpha_s \cdot \beta)$ mit

$\alpha_s = 0.7$ als globaler Wichtungsfaktor für die Lastseite

$\beta = 4.7$ Zielwert des Sicherheitsindex

für den Zeitraum eines Jahres angenommen.

Der Wert $\beta = 4.7$ entspricht der mittleren Sicherheitsklasse nach GRUSIBAU [6] und der unteren Klasse nach NKB-Report Nr. 55E [7].

$$P_u = \Phi(-0.7 \cdot 4.7) = 0.0005001 = 5.0 \text{ E-4}$$

Die idealen Bemessungswerte, die diesem Wahrscheinlichkeitsniveau entsprechen, können nur iterativ bestimmt werden, da die Windlast korreliert ist und die Verkehrslast selbst eine Kombination aus zwei Prozessen darstellt, und somit keine geschlossene Lösung existiert.

Die Iteration mit den Eingabewerten nach Tabelle 1 ergibt für $\xi = 0,9$

$k_x = 1$ (Wind)	$r_x = 0.09185$	$v^+ = 0.000501$
für $\xi = 0.99$		
$k_x = 1$ (Wind)	$r_x = 0.08914$	$v^+ = 0.000500$
$k_x = 0$ (Verkehrsl.)	$r_x = 2.4795$	$v^+ = 0.000501$

Es wurde $r_x = x_{d1}$ in Gl. (9) und (7) so lange variiert, bis $\xi = 0.000501$ ist.

Wir beziehen die Lastintensitäten X_i auf diese Werte $r_x = x_{d1}$ und

erhalten die Intensitäten der auf die Bemessungswerte bezogenen Prozesse $V_i = X_i / X_{d,i}$ mit den Parametern

Tabelle 3:

	V_1	V_2	V_3
Mittelwerte	0.1630	0.2097	0.1533
Standardabw.	0.1592	0.1129	0.1573
Pausenwahrsch.	0	0	0.999315
Autokorrelation	0.9	0	0
Erneuerungsrate	8760	0.2	1460

Analog erhält man für $\rho = 0.99$:

Tabelle 4:

	V_1	V_2	V_3
Mittelwerte	0.1679	0.2097	0.1533
Standardabw.	0.1640	0.1129	0.1573
Pausenwahrsch.	0	0	0.999315
Autokorrelation	0.99	0	0
Erneuerungsrate	8760	0.2	1460

Der Bemessungswert dieser bezogenen Prozesse ist dann $v_d = 1$.

Untersucht werden 5 Normvarianten:

1. Keine Abminderung $\gamma_{0,i} = 1$, $r_v = 1$ für alle Lastverhältnisse. Diese Kurve ist als theoretische obere Grenze aller möglichen Lastkombinationsregeln anzusehen.

2. Keine Kombination $\psi_{01}=0$. Diese Kurve ist als theoretische untere Grenze aller möglichen Lastkombinationsregeln anzusehen.

$$r_v = \max \begin{cases} k_v \\ 1-k_v \end{cases}$$

$$3. \quad \psi_{0w}=0.5 \quad \psi_{01}=0.7$$

$$r_v = \max \begin{cases} k_v + 0.7*(1-k_v) \\ 0.5*k_v + (1-k_v) \end{cases}$$

$$4. \quad \psi_{0w}=0.6 \quad \psi_{01}=0.7$$

$$r_v = \max \begin{cases} k_v + 0.7*(1-k_v) \\ 0.6*k_v + (1-k_v) \end{cases}$$

$$5. \quad \psi_{0w}=0.5 \quad \psi_{01}=0.8$$

$$r_v = \max \begin{cases} k_v + 0.8*(1-k_v) \\ 0.5*k_v + (1-k_v) \end{cases}$$

6. Vereinfachte Kombinationsregel nach EC2 Gl.(2.8)

$$r_v = \max \begin{cases} k_v \\ 0.9 \\ 1-k_v \end{cases}$$

Diese Regel stimmt mit der Kombinationsregel nach TGL 32274/01 überein, die in der ehemaligen DDR seit Ende der siebziger Jahre angewendet wurde.

Die Berechnung der β -Werte ist elementar und wird hier nicht dargestellt. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 2.1 bis 2.6 des Anhangs 2 zusammengestellt und in den Bildern 3 und 4 grafisch dargestellt. Dabei sind als Orientierungshilfen immer die oberen und unteren Grenzen ($\psi_{0,1}=1$ und $\psi_{0,1}=0$) als absolute Grenzen aller Kombinationsregeln dargestellt.

6.2 BERECHNUNG MIT LOGARITHMISCH NORMALVERTEILTEN LAST- INTENSITÄTEN

Die Berechnung erfolgt so wie unter 6.1 dargestellt, nur ist jetzt die Berechnung der β -Werte aufwendiger. Sie wird mit der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung (FORM) durchgeführt. Es sind in Anhang 2 für Kontroll- und Vergleichszwecke alle β -Werte angegeben. Dabei muß erwähnt werden, daß bei den hier vorliegenden sehr schiefen Verteilungen im Bereich mittlere k_v -Werte bei $\beta_{1,2}$ immer zwei lokale Minima auftraten, eins mit großer Windlast und kleiner Verkehrslast und umgekehrt eins mit kleiner Windlast und großer Verkehrslast. Die Übereinstimmung mit der Vorstellung der Turkstra-Regel ist hier offensichtlich. Diese Erscheinung trat aber nur bei den schiefen lognormal verteilten Lasten auf.

Welche der beiden lokalen Minima die ungünstigste Niveauekreuzungsrate ergibt, ist nicht allein aus den β -Werten erkennbar, da auf sie auch der Korrelationskoeffizient einen entscheidenden Einfluß ausübt. Es wurden für beide Minima die ψ_{+-} -Werte ermittelt und der ungünstigste berücksichtigt. Nur dieser ist in die Tabellen des Anhangs 2 aufgenommen. Eine Betrachtung als System mit mehreren Überschreitungsmöglichkeiten erfolgte nicht.

Zunächst wurden wieder iterativ die "idealen" Bemessungswerte bestimmt. Für die Windlast ergab sich $x_{aw}=1,222 \text{ kN/m}^2$ und für die Verkehrslast $x_{d1}=4,804 \text{ kN/m}^2$. Damit folgten die in Tabelle 5 zusammengestellten Daten für die auf x_{d1} bezogenen Prozesse V_1 .

Tabelle 5:

	V ₁	V ₂	V ₃
Typ	LN	LN	LN
m _x	0,01225	0,1082	0,0791
σ _x	0,01196	0,05828	0,08118
x ₀	0,002765	0	0
p	0	0	0,999315
ξ	0,9	0	0
λ	8760	0,2	1460

Untersucht wurden die gleichen Normvarianten wie unter 6.1. Die Zwischen- und Endergebnisse sind in den Tabellen 2.7 bis 2.12 im Anhang 2 angegeben und in den Abbildungen 5 und 6 grafisch dargestellt.

7. SCHLUSSFOLGERUNGEN

7.1 SCHLUSSFOLGERUNGEN IM HINBLICK AUF DIE THEORIE

Mit der Arbeit wurde gezeigt, daß es mit zuverlässigkeitstheoretischen Methoden möglich ist, die Anzahl der Kreuzungen des Niveaus der Bemessungswerte für unterschiedliche Kombinationsregeln und Kombinationsbeiwerte zu berechnen, um daraus Schlußfolgerungen über die Qualität der Kombinationsregeln und der numerischen Werte der Kombinationsbeiwerte zu ziehen.

Dabei zeigte es sich, daß es nicht zweckmäßig ist, bei Lastprozessen mit höherem Pausenanteil (kurzzeitig wirkende Lasten) mit Mischverteilungen in die FORM-Berechnungen zu gehen. Es ergeben sich dann mehrere lokale Minima bei der Berechnung der β-Werte, und die Berechnungen werden dann unübersichtlich und fehlerempfindlich. Bei stark schiefen Verteilungen für die Lastamplituden ergeben sich in bestimmten Bereichen sowieso

zwei Minima; durch Verwendung von Mischverteilungen wird deren Anzahl vergrößert.

Es ist besser, die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Pulsen mit der Intensität Null aus den Faltungsintegralen herauszulösen. Dadurch werden die Formeln in ihrem Aufbau komplizierter, die numerische Auswertung aber genauer und weniger fehlerempfindlich.

Will man den Verlauf der Niveauekreuzungsraten über den Gesamtbereich aller Übertragungsfaktoren ermitteln, so sind Beziehungen erforderlich, die mit der "einzelnen" Last kompatibel sind. Diese Forderung wird häufig nur näherungsweise erfüllt. Auf Grund negativer Erfahrungen wurden hier Formeln abgeleitet und verwendet, die die Kompatibilität streng erfüllen. Die Ableitung erfolgte nur für den betrachteten Sonderfall, Erweiterungen auf andere Fälle sind auf dem gezeigten Weg problemlos möglich.

Die Forderung nach Kompatibilität der Lastkombination mit der einzelnen Last ist natürlich auch für alle Kombinationsregeln der Normen zu erfüllen. Sie ist von der Regel EC 2 Gl.(2.7(a)) erfüllt und von der vereinfachten Regel EC 2 Gl.(2.8(b)) nur dann erfüllt, wenn sie immer im Zusammenhang mit Gl.(2.8(a)) verwendet wird.

7.2 Schlußfolgerungen im Hinblick auf die numerischen Ergebnisse

Die Ergebnisse für die untersuchten Varianten zeigen den günstigsten Verlauf für die Regel nach EC 2 Gl.(2.7a) mit $\gamma_{01}=0,7$ und $\gamma_{0w}=0,5$. Die Anzahl der Niveauekreuzungen hat bei allen untersuchten Annahmen hinsichtlich Verteilungen und Korrelationen für diesen Fall einen zur sicheren Seite hin gekrümmten Verlauf. Die Schwankungsbreite ist bei logarithmisch normalverteilten Lasten kleiner als eine Zehnerpotenz.

Die vereinfachte Kombinationsregel nach EC 2 Gl.(2.8) ergibt stets etwas größere Unterschiede. Auch liegen hier nicht alle Werte im Vergleich zur einzelnen Last auf der sicheren Seite. Die Unterschiede sind allerdings bei realistischen Annahmen über die Verteilungen (stark schiefe Verteilung) überraschend gering, so daß sie aus der Sicht der Anwendung unbedeutend sind.

Als einen Maßstab für den Schwankungsbereich sind in Tabelle 6 die Differenzen der Logarithmen der maximalen und der minimalen Anzahl der Niveauekreuzungen der Bemessungswerte für alle durchgeführten Berechnungen zusammengestellt.

Die Ergebnisse für Berechnungen mit verschiedenen Korrelationskoeffizienten unterscheiden sich wenig, so daß die Notwendigkeit genauerer statistischer Untersuchungen aus diesen Ergebnissen nicht abgeleitet werden kann.

Anders der Verteilungstyp der Momentanverteilungen, er macht sich ganz entscheidend bemerkbar und zwar in der Weise, daß mit wachsender Schiefe der Einfluß der Kombinationsregeln und der Kombinationswerte zurückgeht. Das ist plausibel, denn je schiefere die Verteilung der Momentanwerte ist, desto weiter liegen Extremwertverteilung und Momentanverteilung auseinander. Das bedeutet, daß der Einfluß der Extremwertverteilung relativ größer wird und der Einfluß der zugehörigen Momentanverteilung, die ja für die Lastkombination entscheidend ist, zurückgeht.

Das bedeutet auch, daß mit wachsender Schiefe der Verteilung der Lastintensitäten die Nachteile der vereinfachten Kombinationsregel geringer werden.

Tabelle 6: Differenzen zwischen den Logarithmen der maximalen und minimalen Anzahl der Kreuzungen des Niveaus der Bemessungswerte. Zehnerpotenzen des Schwankungsbereichs.

	Zehnerpotenzen des Schwankungsbereichs $\log(\max v^+) - \log(\min v^+)$		
	normalverteilt		lognormal
	$S=0,9$	$S=0,99$	$S=0,9$
Ohne Abminderung $\Psi_{01}=1$	5,38	5,33	1,25
$\Psi_{0w}=0,5$ $\Psi_{01}=0,8$	3,67	3,67	0,99
$\Psi_{0w}=0,5$ $\Psi_{01}=0,7$	2,85	2,86	0,84
$\Psi_{0w}=0,6$ $\Psi_{01}=0,7$	2,86	2,86	0,84
Vereinfachte Regel	3,27	3,26	0,99
Volle Abminderung $\Psi_{01}=0$	-3,75	-3,40	-0,46

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die an einem Beispiel der Kombination des statischen Anteils des Windes und der Verkehrslast durchgeführten zuverlässigkeitstheoretischen Vergleichsrechnungen zeigen, daß für die im Eurocode vorgesehenen Kombinationsregeln im hier betrachteten Fall Sicherheitsreserven in der Größenordnung von etwas weniger als einer Zehnerpotenz vorhanden sind. Bei realistischen Annahmen über die Verteilung der Lastintensitäten ist der Unterschied zwischen der genaueren Kombinationsregel EC 2 Gl.(2.7a) und der vereinfachten Regel EC 2 Gl.(2.8) unwesentlich. Für den hier untersuchten Fall ist damit die eingangs zitierte Forderung des Eurocodes an die Kombinationswerte sowohl bei der genaueren als auch bei der vereinfachten Regel annähernd erfüllt. Die Ergebnisse liegen auf der sicheren Seite, sie sprechen nicht für eine Erhöhung, sondern eher für eine Verminderung der Ψ_0 -Werte.

Herabgesetzte Ψ_0 -Werte werden nicht vorgeschlagen. Das kann nicht auf der Grundlage eines Beispiels erfolgen, sondern bedarf weitergehender Untersuchungen mit variierten Eingabedaten, die den Geltungsbereich der Norm weitgehend abdecken. Hier stand die Erprobung des Verfahrens im Vordergrund, die positiv beurteilt wird.

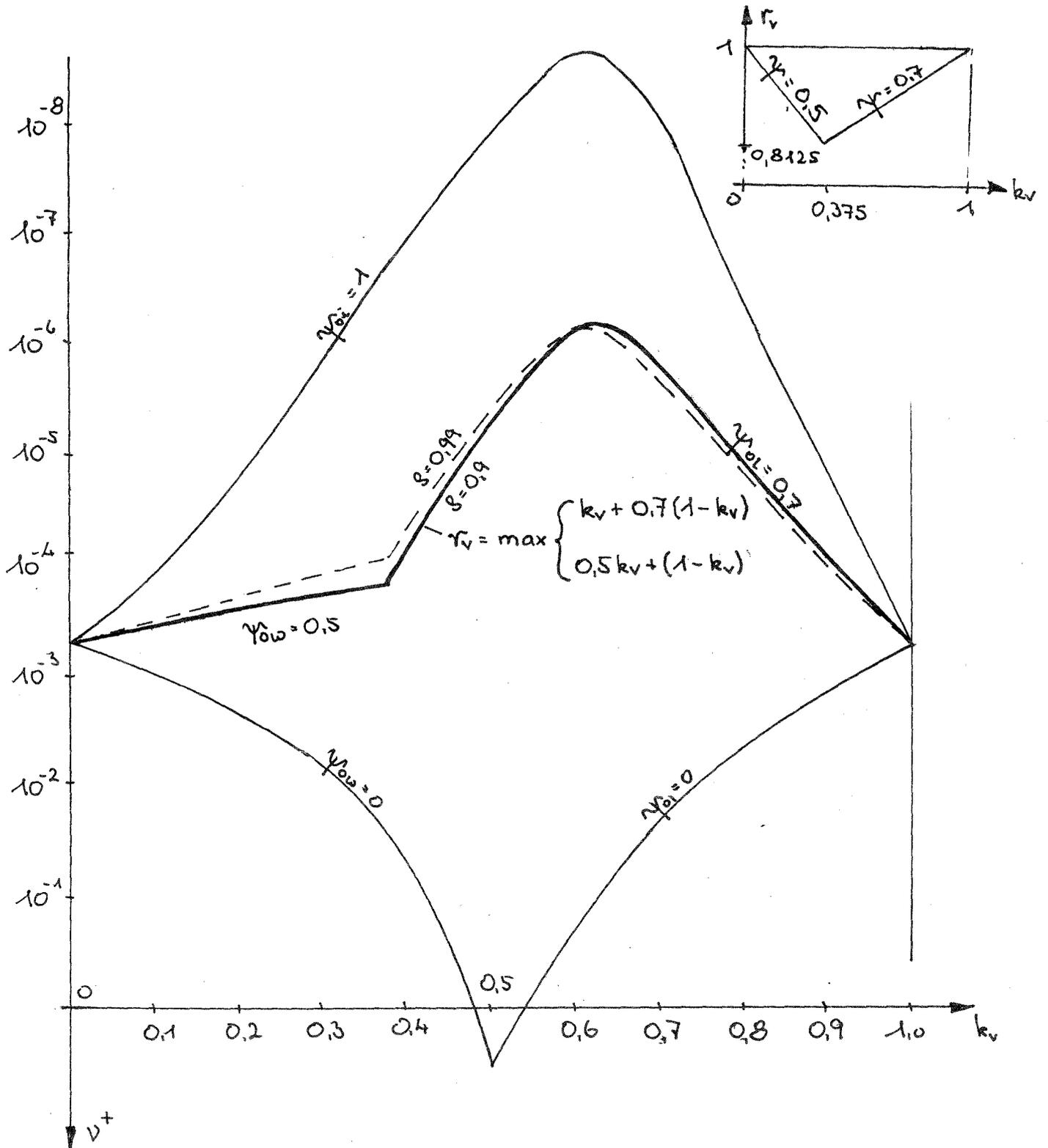


Abbildung 3: Niveauekreuzungsraten für normalverteilte Lastintensitäten und die Kombinationsregel EC 2 Gl.(2.7a)

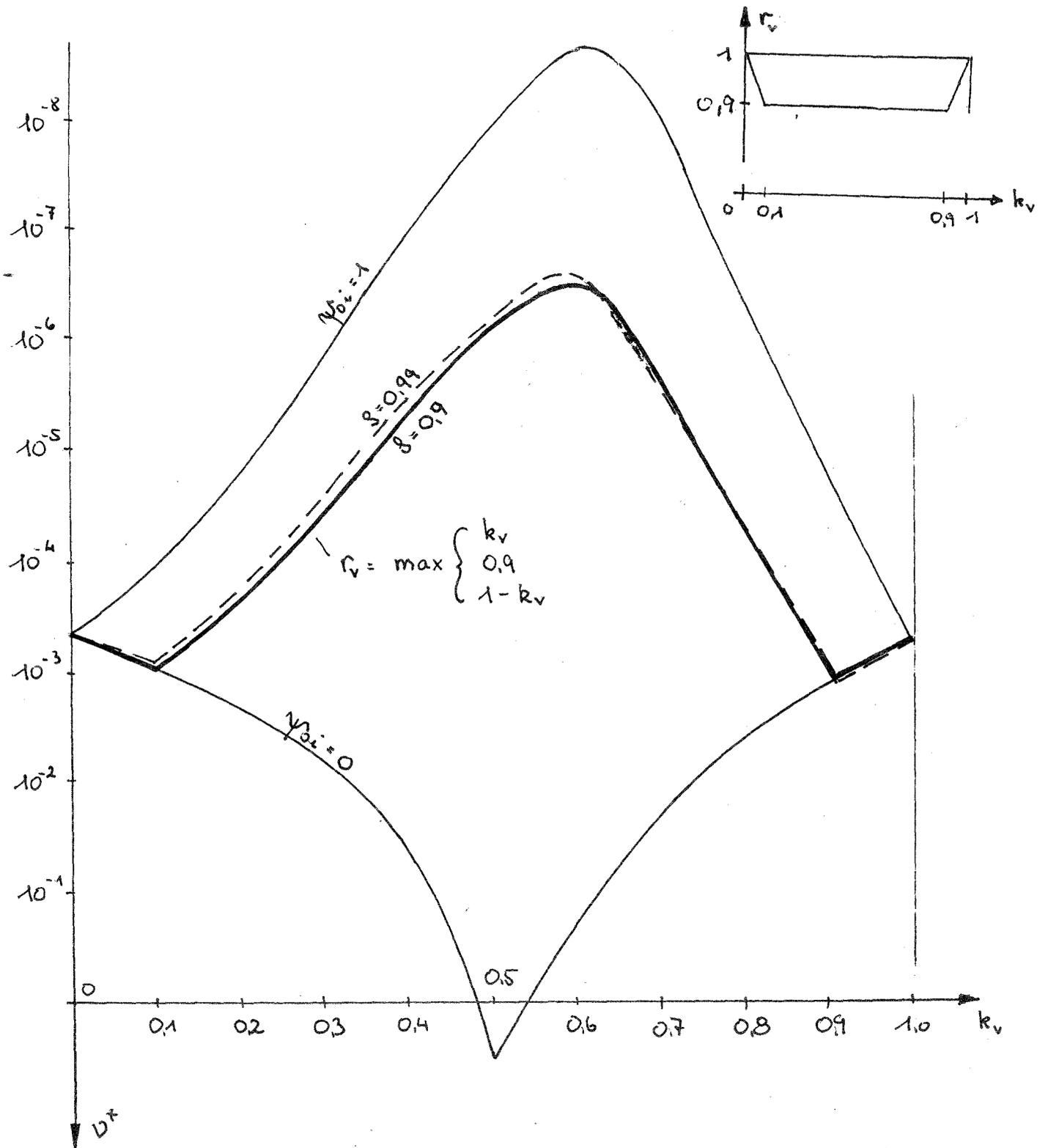


Abbildung 4: Niveaureuzungsraten für normalverteilte Lastintensitäten und die vereinfachte Kombinationsregel EC 2 Gl.(2.8)

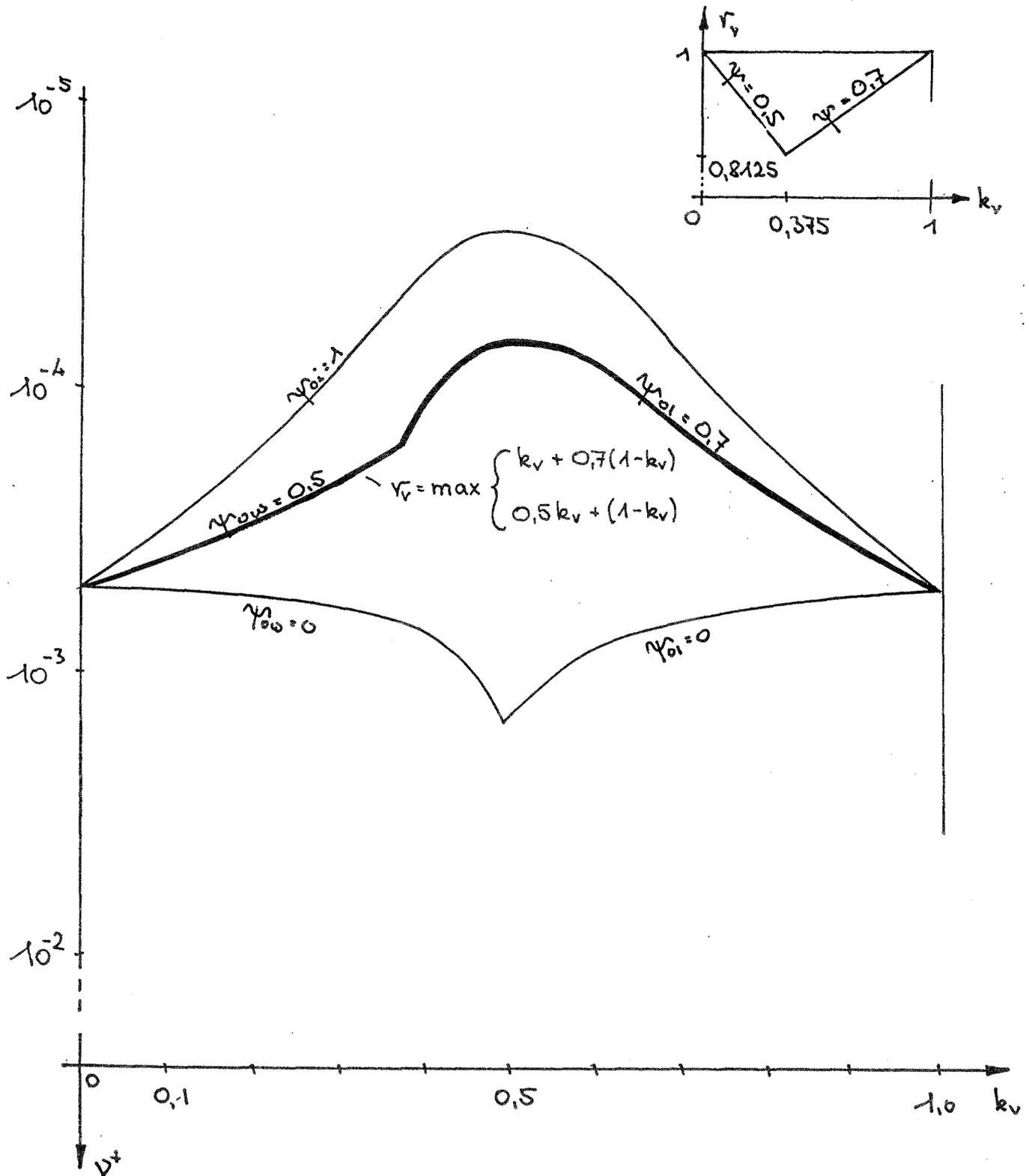


Abbildung 5: Niveauekreuzungsraten für lognormalverteilte Lastintensitäten und die Kombinationsregel EC2 Gl.(2.7a)

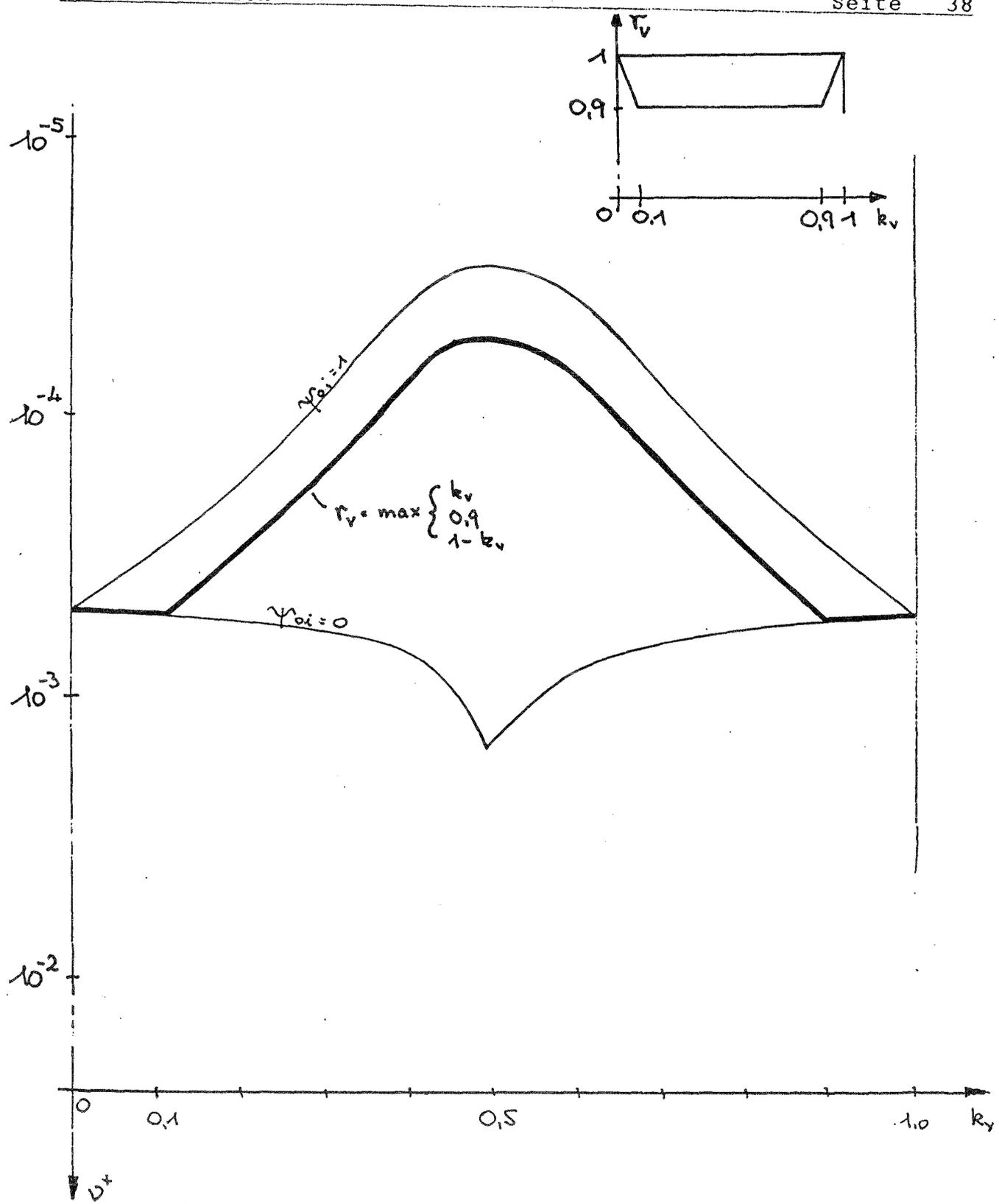


Abbildung 6: Niveauekreuzungsraten für lognormalverteilte Lastintensitäten und die vereinfachte Kombinationsregel EC2 Gl. (2.8)

ANHANG 1: LITERATURLITERATUR ZUR LASTKOMBINATION

- [1] Fießler B.: Entwicklung von Regeln zur Kombination stochastischer Lasten für die Tragwerksbemessung. Diss. TU München 1983
- [2] Madsen H. O.: Load Models and Load Combinations. Diss. Technical University of Denmark, Febr. 1979
- [3] Turkstra C. J., Madsen O.H.: Load Combination in Codified Structural Design. Journal of the Structural Division 1980 S.2527-2543.
- [4] Maes M. A. Nessim M. H.: Design Load Criteria for Combinations of Offshore Enviromental Loads. Sonderdruck.
- [5] Eurocode for Actions on Structures, Draft: June 1990
- [6] Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen. Herausgeber DIN 1981
- [7] Guidelines for Loading and Safety Regulations for Structural Design, NKB-Report No 55 E, June 1987.
- [8] Grigoriu M.: Extremes of Correlated Non-Gaussian Series. Journal of Structural Engeneering. Vol. 110, 1984, S.1485-1495
- [9] Grigoriu M.: Crossings of Non-Gaussian Translation Processes. Journal of Engineering Mechanics. Vol. 110, 1984 S. 610-620
- [10] Rackwitz R.: Reliability of Systems under Renewal Puls Loading. Journal of Engineering Mechanics, Vol. 111, 1985, S. 1175-1183
- [11] Larrabee R. D., Cornell C. A.: Combination of Load Processes. Journal of the Structural Division, Vol 107, 1985 S. 223-239

- [12] Spaethe G.: Untersuchungen zum Problem der Lastkombination auf der Basis zweiparamrtiger Impulsprozesse. Bauakademie, Unveröffentlichter Forschungsbericht 1989.

LITERATUR ZUR WINDBELASTUNG

- [13] Klimadaten der DDR - Ein Handbuch für die Praxis. Reihe B, Band 4, "Wind", Hrgb. Meteorologischer Dienst der DDR, Potsdam 1983
- [14] Schroers H., Lösslein H., Zilch K.: Untersuchung der Windstruktur für Starkwind und Sturm. Manuskript zur Veröffentlichung in der Meteorologischen Rundschau.
- [15] Grigoriu M.: Estimates for Design Wind from Short Records Journal of the Structural Division, Vol. 108, 1982, S. 1034-1048

LITERATUR ZU NUTZLASTEN

- [16] Actions on Structures, Live Loads in Buildings CIB Report, Publication 116, First Edition, June 1989
- [17] CEB Bulletin 112 "Basic Notes on Actions", 1976
- [18] Chalk P.L. Corotis R.B. Probabilistic Model for Design Live Loads, Journal of the Structural Division. ASCE Vol. 106 pp. 2017-2033. 1980
- [19] Harris M.E. Corotis M.B. Bova J.C. Area-dependent Process for Structural Live Loads. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 107, pp. 857-872, 1981

ANHANG 2

Tabellarische Zusammenstellung der Berechnungsergebnisse

ERGEBNISSE FÜR NORMALVERTEILTE LASTAMPLITUDEN

Tabelle 2.1: Keine Abminderung, $\psi_{0i}=1$, $r_v=1$

k_v	r_v	v^+	v^+
		für $\xi=0.9$	für $\xi=0.99$
0.0	1	5.016 E-4	5.009 E-4
0.1	1	1.208 E-4	9.949 E-5
0.2	1	1.830 E-5	1.292 E-5
0.3	1	1.706 E-6	1.119 E-6
0.4	1	1.165 E-7	8.061 E-8
0.5	1	9.638 E-9	8.144 E-9
0.6	1	2.067 E-9	2.363 E-9
0.7	1	8.063 E-9	1.483 E-8
0.8	1	5.992 E-7	9.358 E-7
0.9	1	2.542 E-5	3.122 E-5
1	1	5.047 E-4	4.993 E-4

Tabelle 2.2: Keine Kombination $\psi_{0i}=0$

k_v	r_v	v^+	v^+
		für $\xi=0.9$	für $\xi=0.99$
0.0	1	5.016 E-4	5.009 E-4
0.1	0.9	9.741 E-4	8.190 E-4
0.2	0.8	2.187 E-3	1.627 E-3
0.3	0.7	6.075 E-3	4.162 E-3
0.4	0.6	4.499 E-2	2.549 E-2
0.5	0.5	2.831 E-0	1.268 E-0
0.6	0.6	2.081 E-1	1.173 E-1
0.7	0.7	2.202 E-2	1.539 E-2
0.8	0.8	3.998 E-3	3.298 E-3
0.9	0.9	1.181 E-3	1.090 E-3
1	1	5.047 E-4	4.993 E-4

Tabelle 2.3: $\psi_{0w} = 0.5$ $\psi_{0l} = 0.7$

k_v	r_v	v^+	v^+
		für $\beta = 0.9$	für $\beta = 0.99$
0,0	1	5,016 E-4	5,009 E-4
0,1	0,95	5,564 E-4	2,966 E-4
0,2	0,90	2,421 E-4	1,750 E-4
0,3	0,85	1,708 E-4	1,134 E-4
0,4	0,82	7,931 E-5	5,177 E-5
0,5	0,85	5,825 E-6	4,226 E-6
0,6	0,88	6,910 E-7	6,869 E-7
0,7	0,91	1,277 E-6	1,734 E-6
0,8	0,94	1,082 E-5	1,374 E-5
0,9	0,97	8,463 E-5	9,509 E-5
1	1	5,047 E-4	4,993 E-4

Tabelle 2.4: $\psi_{0w} = 0.6$ $\psi_{0l} = 0.7$

k_v	r_v	v^+	v^+
		für $\beta = 0.9$	für $\beta = 0.99$
0,0	1	5,016 E-4	5,009 E-4
0,1	0,96	2,888 E-4	2,399 E-4
0,2	0,92	1,489 E-4	1,071 E-4
0,3	0,88	7,399 E-5	4,892 E-5
0,4	0,84	4,201 E-5	2,752 E-5
0,5	0,85	5,825 E-6	4,226 E-6
0,6	0,88	6,910 E-7	6,869 E-7
0,7	0,91	1,277 E-6	1,734 E-6
0,8	0,94	1,082 E-5	1,374 E-5
0,9	0,97	8,463 E-5	9,509 E-5
1	1	5,047 E-4	4,993 E-4

Tabelle 2.5: $\gamma_{0w}=0.5$ $\gamma_{0l}=0.8$

k_v	r_v	v^+	
		für $\xi=0.9$	für $\xi=0.99$
0,0	1	5,016 E-4	5,009 E-4
0,1	0,95	5,564 E-4	2,966 E-4
0,2	0,90	2,421 E-4	1,750 E-4
0,3	0,86	1,298 E-4	8,608 E-5
0,4	0,88	1,103 E-5	7,293 E-6
0,5	0,90	8,044 E-7	6,091 E-7
0,6	0,92	1,049 E-7	1,076 E-7
0,7	0,94	2,486 E-7	3,740 E-7
0,8	0,96	4,225 E-6	5,739 E-6
0,9	0,98	5,696 E-5	6,590 E-5
1	1	5,047 E-4	4,993 E-4

Tabelle 2.6: Vereinfachte Kombinationsregel

k_v	r_v	v^+	
		für $\xi=0.9$	für $\xi=0.99$
0,0	1	5,016 E-4	5,009 E-4
0,05	0,95	6,891 E-4	6,275 E-4
0,1	0,9	9,741 E-4	8,190 E-4
0,2	0,9	2,421 E-4	1,750 E-4
0,3	0,9	4,138 E-5	2,729 E-5
0,4	0,9	5,464 E-6	3,635 E-6
0,5	0,9	8,044 E-7	6,091 E-7
0,6	0,9	2,700 E-7	2,723 E-7
0,7	0,9	2,177 E-6	2,855 E-6
0,8	0,9	6,608 E-5	7,362 E-5
0,9	0,9	1,181 E-3	1,090 E-3
0,95	0,95	7,425 E-4	7,126 E-4
1	1	5,047 E-4	4,993 E-4

ERGEBNISSE FÜR LOGNORMALVERTEILTE LASTAMPLITUDEN:Tabelle 2.7: Keine Abminderung, $\Psi_{0i}=1$, $r_v=1$

k_v	0	0,1	0,2	0,3
r_v	1	1	1	1
β_{123}	3,2897	3,4266	3,5778	3,7473
β_{12}	4,6587	4,8654	5,097	5,3598
β_{13}	3,4151	3,5384	3,6762	3,8326
β_1	∞	7,6228	6,9119	6,4960
\mathcal{S}_{123}	1	0,999999944	0,999999778	0,999999509
\mathcal{S}_{12}	1	0,999999869	0,999999466	0,999998781
Ψ^+	5,00 E-4	3,19 E-4	1,80 E-4	9,25 E-5

k_v	0,4	0,5	0,6	0,7
r_v	1	1	1	1
β_{123}	3,9409	4,1675	4,4419	4,7922
β_{12}	5,6635	5,9159	5,7434	5,5958
β_{13}	4,0133	4,2272	4,4893	4,8274
β_1	6,2008	5,9718	5,7846	5,6263
\mathcal{S}_{123}	0,999999142	0,999998673	0,999998115	0,999997458
\mathcal{S}_{12}	0,999997798	0,9000802	0,9000481	0,9000255
Ψ^+	4,20 E-5	2,79 E-5	3,82 E-5	7,93 E-5

k_v	0,8	0,9	1
r_v	1	1	1
β_{123}	5,2812	5,3524	5,259
β_{12}	5,4691	5,3582	5,259
β_{13}	5,3044	5,3624	5,259
β_1	5,4892	5,3681	5,259
\mathcal{S}_{123}	0,999996709	0,90000509	1
\mathcal{S}_{12}	0,90001075	0,900002558	1
Ψ^+	1,60 E-4	2,94 E-4	5,00 E-4

Tabelle 2.8: Keine Kombination $\gamma_{10}=0$

k_v	0	0,1	0,2	0,3
r_v	1	0,9	0,8	0,7
β_{123}	3,2897	3,2886	3,2870	3,2849
β_{12}	4,6588	4,6564	4,6540	4,6509
β_{13}	3,4152	3,4141	3,4126	3,4108
β_1	∞	7,5147	6,6830	6,1300
\mathcal{G}_{123}	1	0,999999929	0,999999636	0,999998915
\mathcal{G}_{12}	1	0,999999838	0,999999163	0,999997488
\mathcal{V}^+	5,00 E-4	5,25 E-4	5,61 E-4	5,94 E-4

k_v	0,4	0,5	0,6	0,7
r_v	0,6	0,5	0,6	0,7
β_{123}	3,2822	3,2783	3,8014	4,3527
β_{12}	4,6467	5,1476	5,1888	5,2156
β_{13}	3,4083	3,4049	3,8829	4,4038
β_1	5,6764	5,2598	5,2598	5,2598
\mathcal{G}_{123}	0,999997326	0,999993839	0,999994301	0,999994564
\mathcal{G}_{12}	0,999993729	0,90043595	0,900150	0,90005548
\mathcal{V}^+	6,41 E-4	1,44 E-3	7,10 E-4	6,37 E-4

k_v	0,8	0,9	1
r_v	0,8	0,9	1
β_{123}	5,0100	5,2346	5,259
β_{12}	5,2346	5,2488	5,259
β_{13}	5,0392	5,2534	5,259
β_1	5,2598	5,2598	5,259
\mathcal{G}_{123}	0,999994714	0,900000633	0,9
\mathcal{G}_{12}	0,900017203	0,900003175	0,9
\mathcal{V}^+	5,70 E-4	5,29 E-4	5,00 E-4

Tabelle 2.9:

$\gamma_{0w}=0,5$

$\gamma_{0i}=0,7$

k_v	0	0,1	0,2	0,3
r_v	1	0,95	0,90	0,85
β_{123}	3,2897	3,3596	3,4413	3,5387
β_{12}	4,6587	4,7636	4,8878	5,0369
β_{13}	3,4151	3,4778	3,5517	3,6404
β_1	∞	7,5712	6,8047	6,3300
ϱ_{123}	1	0,999999936	0,999999720	0,999999298
ϱ_{12}	1	0,999999854	0,999999340	0,999998306
ν^+	5,00 E-4	4,10 E-4	3,08 E-4	2,15 E-4

k_v	0,4	0,5	0,6	0,7
r_v	0,82	0,85	0,88	0,91
β_{123}	3,6888	3,9637	4,2835	4,6767
β_{12}	5,2687	5,7427	5,6062	5,49559
β_{13}	3,7784	4,0347	4,3377	4,7155
β_1	5,9979	5,8050	5,6540	5,5301
ϱ_{123}	0,999998675	0,999998172	0,999997524	0,999996899
ϱ_{12}	0,999996696	0,9001167	0,900063924	0,900031264
ν^+	1,19 E-4	7,15 E-5	8,34 E-5	1,39 E-4

k_v	0,8	0,9	1
r_v	0,94	0,97	1
β_{123}	5,2061	5,3206	5,2598
β_{12}	5,4042	5,3266	5,2598
β_{13}	5,2309	5,3308	5,2598
β_1	5,4262	5,3374	5,2598
ϱ_{123}	0,999996246	0,90000542	0,9
ϱ_{12}	0,900024983	0,90000272	0,9
ν^+	2,28 E-4	3,49 E-4	5,00 E-4

Tabelle 2.10:

$$\gamma_{0,w}=0,6 \quad \gamma_{0,l}=0,7$$

k_v	0	0,1	0,2	0,3
r_v	1	0,96	0,92	0,88
β_{123}	3,2897	3,3733	3,4699	3,5835
β_{12}	4,6587	4,7844	4,9315	5,1058
β_{13}	3,4151	3,4902	3,5777	3,6814
β_1	∞	7,5819	6,8273	6,3656
ϱ_{123}	1	0,999999938	0,999999733	0,999999350
ϱ_{12}	1	0,999999857	0,999999369	0,999998421
ν^+	5,00 E-4	3,90 E-4	2,76 E-4	1,79 E-4

k_v	0,4	0,5	0,6	0,7
r_v	0,84	0,85	0,88	0,91
β_{123}	3,7196	3,9637	4,2835	4,6767
β_{12}	5,3167	5,7427	5,6062	5,49559
β_{13}	3,8069	4,0347	4,3377	4,7155
β_1	6,0226	5,8050	5,6540	5,5301
ϱ_{123}	0,999998743	0,999998172	0,999997524	0,999996899
ϱ_{12}	0,999996854	0,9001167	0,900063924	0,900031264
ν^+	1,05 E-4	7,15 E-5	8,34 E-5	1,39 E-4

k_v	0,8	0,9	1
r_v	0,94	0,97	1
β_{123}	5,2061	5,3206	5,2598
β_{12}	5,4042	5,3266	5,2598
β_{13}	5,2309	5,3308	5,2598
β_1	5,4262	5,3374	5,2598
ϱ_{123}	0,999996246	0,90000542	0,9
ϱ_{12}	0,900024983	0,90000272	0,9
ν^+	2,28 E-4	3,49 E-4	5,00 E-4

Tabelle 2.11:

$$\psi_{0,w}=0,5 \quad \psi_{0,1}=0,8$$

k_v	0	0,1	0,2	0,3
r_v	1	0,95	0,90	0,86
β_{123}	3,2897	3,3596	3,4413	3,5538
β_{12}	4,6587	4,7636	4,8878	5,0601
β_{13}	3,4151	3,4778	3,5517	3,6543
β_1	∞	7,5712	6,8047	6,3420
ϱ_{123}	1	0,999999936	0,999999720	0,999999316
ϱ_{12}	1	0,999999854	0,999999340	0,999998346
ψ^+	5,00 E-4	4,10 E-4	3,08 E-4	2,02 E-4

k_v	0,4	0,5	0,6	0,7
r_v	0,88	0,90	0,92	0,94
β_{123}	3,7789	4,0356	4,3387	4,7164
β_{12}	5,9962	5,9051	5,6540	5,5304
β_{13}	3,8620	4,1025	4,3904	4,7543
β_1	6,0700	5,8636	5,6996	5,5634
ϱ_{123}	0,999998865	0,999998340	0,999997748	0,999997105
ϱ_{12}	0,900168875	0,9001022	0,900057877	0,900029175
ψ^+	8,76 E-5	5,13 E-5	6,37 E-5	1,15 E-4

k_v	0,8	0,9	1
r_v	0,96	0,98	1
β_{123}	5,4138	5,3313	5,2598
β_{12}	5,4479	5,3372	5,2598
β_{13}	5,4350	5,3414	5,2598
β_1	5,4478	5,3479	5,2598
ϱ_{123}	0,900023881	0,90000530	0,9
ϱ_{12}	0,900011217	0,90000266	0,9
ψ^+	1,80 E-4	3,29 E-4	5,00 E-4

Tabelle 2.12:

Vereinfachte Kombinationsregel

k_v	0	0,1	0,2	0,3
r_v	1	0,9	0,9	0,9
β_{123}	3,2897	3,2886	3,4414	3,6125
β_{12}	4,6588	4,6564	4,8879	5,1505
β_{13}	3,4152	3,4141	3,5518	3,7081
β_1	∞	7,5147	6,8039	6,3879
\mathcal{S}_{123}	1	0,999999929	0,999999720	0,999999382
\mathcal{S}_{12}	1	0,999999838	0,999999341	0,999998493
v^+	5,00 E-4	5,35 E-4	3,08 E-4	1,63 E-4

k_v	0,4	0,5	0,6	0,7
r_v	0,9	0,9	0,9	0,9
β_{123}	3,8076	4,0356	4,3115	4,6631
β_{12}	6,0211	5,8051	5,6304	5,4841
β_{13}	3,8887	4,1025	4,3644	4,7024
β_1	6,0927	5,8636	5,6764	5,5181
\mathcal{S}_{123}	0,999998920	0,999998340	0,999997640	0,999996824
\mathcal{S}_{12}	0,90015911	0,900102	0,90006079	0,90003203
v^+	7,78 E-5	5,13 E-5	7,28 E-5	1,49 E-4

k_v	0,8	0,9	1
r_v	0,9	0,9	1
β_{123}	5,1534	5,2346	5,259
β_{12}	5,3586	5,2488	5,259
β_{13}	5,1792	5,2534	5,259
β_1	5,3909	5,2598	5,259
\mathcal{S}_{123}	0,999995884	0,900000633	0,9
\mathcal{S}_{12}	0,900013414	0,900003175	0,9
v^+	2,93 E-4	5,29 E-4	5,00 E-4

ANHANG 3Verzeichnis wichtiger Bezeichnungen

A Matrix normierter Eigenvektoren

α_1^- , α_1^+ Wichtungsfaktoren für den Zustand vor bzw. nach einer Lasterneuerung

$\underline{\alpha}^{(-)}$, $\underline{\alpha}^{(+)}$ Vektor der Wichtungsfaktoren für den Zustand vor bzw. nach einer Lasterneuerung

β_{123} Sicherheitsindex für die Wahrscheinlichkeit, daß die Kombination der Lasten X_1 , X_2 und X_3 das Niveau r überschreitet

c_1 Übertragungsfaktor Last-Schnittkraft bei linearer Lastkombination

c Vektor der Übertragungsfaktoren

$\delta(x)$ Diracsche Funktion

f_{x_1} Verteilungsdichte der Lastintensitäten X_1 einschließlich der eventuell vorhandenen Nullintensitäten zur Modellierung von Pausen im Lastprozeß

$f_{x_1}^{\neq 0}$ Verteilungsdichte der realen, von Null verschiedenen Lastintensitäten

F_{x_1} Verteilungsfunktion der Lastintensitäten X_1 einschließlich der eventuell vorhandenen Nullintensitäten zur Modellierung von Pausen im Lastprozeß

$F_{x_1}^{\neq 0}$ Verteilungsfunktion der realen, von Null verschiedenen Lastintensitäten

Φ Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung

- Φ_2 Verteilungsfunktion der zweidimensionalen standardisierten Normalverteilung
- γ_r Lastfaktor, Teilsicherheitsbeiwert für die Lasten
- λ_i Erneuerungsrate des Prozesses $X_i(t)$
- ν^+ Niveauekreuzungsrate
- α Eigenwerte von R_Z
- p Wahrscheinlichkeit, daß im Prozeß $X_3(t)$ eine Pause mit Lastintensität Null auftritt
- P_1 Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Laständerung im Prozeß $X_i(t)$ das Niveau r überschritten wird
- q Wahrscheinlichkeit, daß der Prozeß $X_3(t)$ wirkt
- r Niveau der Schnittkraft
- ρ Korrelationskoeffizient zwischen zeitlich benachbarten Mittelungsintervallen des Windes
- R_Z Matrix der Auto- und Kreuzkorrelationskoeffizienten
- S_x Diagonalmatrix der Standardabweichungen
- $X_i(t)$ Lastprozeß i
- X_i Lastintensität des Prozesses $X_i(t)$
- x_0 Unterer Endwert der Verteilungsdichte
- x_{d1} Bemessungswert des Prozesses X_1
- x_{k1} Charakteristischer Wert des Prozesses $X_1(t)$
- $U_i(t)$ auf den charakteristischen Wert bezogener Prozeß
- $V_i(t)$ auf den Bemessungswert bezogener Prozeß

Calibration of combination values for the Eurocode
"Actions on Structures" - Development of the procedure and
test of an example

Abstract

The Eurocode for Actions on Structures demands in chapter 2.3.2. that the combination values, $\gamma_o * Q_K$, are defined such that the probability of action effect values being exceeded is approximately the same when a single variable action is considered. By means of reliability-theory the realization of this demand has been checked for an example, the combination of wind and live load for office buildings.

The theory of upcrossing rates for rectangular pulse load processes (stationary renewal pulse processes) has been applied. This means that only the static part of the wind has been taken into account regarding the wind as a sequence of mean values over time intervals. The autocorrelation between these mean values in time has been taken into account. Also the relatively big part of periods of no activity (with zero load intensities) in the instantaneous intermittent live load is considered.

The probabilistic model has been developed in detail only for the regarded special case but the approach can be generalized. The results show that the combination rules of the Eurocode is conservative in the considered case. The differences between the more precise combination rule EC 2 eq. (2.7a) and the simplified one EC 2 eq. (2.8) are shown to be not relevant. The advantage of the "exact" rule is in the case of the considered very skew probability distributions only of minor importance. But it is significant for normal distributed load intensities.

The greater the skewness of the arbitrary point-in-time-distribution, the smaller are the disadvantages of the simplified rule.

The demands of Eurocode in terms of combination rules are approximately met by the exact rule as well as by the simplified rule, with deviations to the safe side. The numerical results indicate the possibility of a decrease of the regarded γ_o -values.

Calibrage de valeurs combinées de l'eurocode
"Charges et effets" - méthodes et essai à l'aide d'un exemple

SOMMAIRE

L'eurocode exige des règles ainsi que des valeurs γ_{oi} de combinaison, qui doivent être déterminés de sorte que la probabilité de dépassement des valeurs de calcul des effets de charge soit à peu près la même pour toutes les combinaisons de charge et pour toutes les charges individuelles. Cette exigence est vérifiée à l'aide de moyens théoriques de fiabilité pour l'exemple de la combinaison de la surcharge de vent et de la charge mobile pour des bâtiments de commerce.

Le modèle théorique se sert de la théorie des processus de Poisson filtrés (processus d'impulsions à deux paramètres). Cela signifie qu'à l'égard du vent il n'est pris en considération que la partie statique, qui est traitée comme suite d'intervalles moyens. L'autocorrélation entre les intervalles moyens voisinant dans le temps est saisie tout comme la partie d'intervalles entre les impulsions relativement grande, qui surgit lors des charges mobiles temporaires.

Les dérivées théoriques n'ont été faites que pour le cas particulier en question. Toutefois, elles peuvent être généralisées.

Les résultats montrent que dans le cas sous question des réserves de sécurité existent pour les règles de combinaison prévues par l'eurocode. Il n'a été trouvé qu'une différence peu importante entre la règle de combinaison plus exacte EC 2 Gl. (2.7a) et la règle simplifiée EC 2 Gl. (2.8). En ce qui concerne les répartitions très obliques examinées, la règle "plus exacte" ne présentait qu'un très petit avantage. Celui est pourtant plus marqué en présence d'intensités de charges normalement distribuées. Les désavantages de la règle simplifiée se réduisent avec une dissymétrie accroissante des répartitions momentanées des intensités de charges.

Le cas examiné a donné satisfaction approximative à l'exigence de l'eurocode en ce qui concerne les règles de combinaison, et ceci pour la règle plus exacte tout comme pour la règle simplifiée avec des déviations vers le côté sûr. Les résultats portent à croire non pas à une augmentation mais plutôt à une réduction des valeurs γ_{oi} examinées.