

Rißbreitenbeschränkung  
und Mindestbewehrung bei  
Verbundkonstruktionen  
Anpassung an DIN 1045 und DIN 4227

**T 2434**

T 2434

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69  
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12  
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00  
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail [irb@irb.fraunhofer.de](mailto:irb@irb.fraunhofer.de)

[www.baufachinformation.de](http://www.baufachinformation.de)

Rißbreitenbeschränkung und  
Mindestbewehrung bei Verbund-  
konstruktionen

Anpassung an DIN 1045  
und DIN 4227

von

Dipl.-Ing. Reinhard Maurer

gefördert durch eine Sachbeihilfe  
des Instituts für Bautechnik

Az.: IV 1-5-538/88

Leiter des Forschungsvorhabens:  
Prof. Dr.-Ing. Gert K ö n i g

März 1992

Technische Hochschule  
Darmstadt

Institut für Massivbau  
Fachbereich  
Konstruktiver Ingenieurbau

Grundlagen zur Bemessung  
des Betongurtes  
von Stahlverbundträgern

DISSERTATION

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Reinhard Maurer

aus Marburg / Lahn

Darmstadt 1992

# Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Allgemeines	1
1.2	Stand der Kenntnisse	3
1.2.1	Gebrauchszustand	3
1.2.2	Grenzzustand der Tragfähigkeit	12
1.3	Zielsetzung	15
2	Baustoffverhalten	16
2.1	Baustahl	16
2.2	Betonstahl, Spannstahl	17
2.3	Beton	19
2.3.1	Beton auf Zug	19
2.3.2	Beton auf Druck	23
2.4	Verbund zwischen Bewehrung und Beton	25
2.5	Verbundmittel	28
3	Modell zur Beschreibung des Verformungsverhaltens des Betongurtes im Zugbereich	34
3.1	Elastischer Stahldehnungsbereich	34
3.2	Plastischer Stahldehnungsbereich	39
3.3	Diskussion der Einflüsse auf die Betonmitwirkung zwischen den Rissen	43
4	Modell für die physikalisch nichtlineare Schnittgrößenermittlung von Stahl- verbundträgern	44
4.1	Beschreibung des Modells	44
4.2	Grundgleichung der Finite Element Methode	45
4.3	Nichtlineare ebene Balkenelemente	47
4.4	Nichtlineare eindimensionale Federelemente	52
4.5	Verifikation des Modells	53

4.5.1	Nachrechnung von Rechenbeispielen . . . . .	53
4.5.2	Nachrechnung von Bauteilversuchen . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Grundlagen zur Bemessung des Betongurts im Gebrauchszustand</b>	<b>71</b>
5.1	Lokales Tragverhalten im Bereich von Rissen . . . . .	71
5.1.1	Einfluß des Schwindens beim Stahlbeton Zugstab . . . . .	71
5.1.2	Einzelriß . . . . .	75
5.1.2.1	Ebenes Modell . . . . .	75
5.1.2.2	Räumliches Modell . . . . .	89
5.1.3	Abgeschlossenes Rißbild . . . . .	90
5.2	Einfluß der Rißbildung auf das globale Tragverhalten . . . . .	96
5.2.1	Wirklichkeitsnahe Ermittlung der Schnittgrößen und Trägerdurchbiegungen . . . . .	96
5.2.2	Messungen an einer Eisenbahnbrücke . . . . .	99
5.3	Berechnung der Rißbreiten bei Erstrißbildung . . . . .	108
5.3.1	Rißschnittgrößen bei reiner Momentenbeanspruchung . . . . .	108
5.3.2	Rißschnittgrößen unter Berücksichtigung des Eigenspannungszustandes aus Schwinden . . . . .	112
5.3.3	Rißbreite eines Einzelrisses ohne Einfluß des Schwindens . . . . .	112
5.3.4	Rißbreite eines Einzelrisses mit Einfluß des Schwindens . . . . .	115
5.4	Berechnung der Rißbreiten für das abgeschlossene Rißbild . . . . .	118
5.4.1	Abgeschlossenes Erstrißbild und sukzessive Rißteilung . . . . .	118
5.4.2	Berechnung der Stahlspannung im Riß . . . . .	118
5.4.3	Rißbreite bei kurzzeitiger Belastung ohne Einfluß des Schwindens . . . . .	121
5.4.4	Rißbreite unter Berücksichtigung von Langzeiteinflüssen . . . . .	124
5.5	Zum Ansatz der mittragenden Gurtbreite . . . . .	125
5.6	Vergleich mit Versuchsergebnissen . . . . .	126
5.6.1	Allgemeines . . . . .	126
5.6.2	Kurzzeitversuche . . . . .	127
5.6.3	Langzeitversuche . . . . .	153
5.7	Bemessungsvorschlag zur Rißbreitenbeschränkung und zur Ermittlung der Mindestbewehrung . . . . .	160
5.7.1	Allgemeines . . . . .	160
5.7.2	Nachweis durch Berechnung der Rißbreite . . . . .	160
5.7.3	Nachweis ohne Berechnung der Rißbreite . . . . .	161
5.7.4	Mindestbewehrung . . . . .	167

5.7.5	Vergleich mit bestehenden Vorschriften . . . . .	171
6	Zum speziellen Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel im Gebrauchszustand . . . . .	172
6.1	Allgemeines . . . . .	172
6.2	Differentialgleichung des elastischen Verbundes . . . . .	173
6.3	Vergleichsrechnungen auf der Grundlage wirklichkeitsnahen Materialverhaltens	177
7	Grundlagen zur Bemessung des Betongurtes im Grenzzustand der Tragfähigkeit . . . . .	189
7.1	Allgemeines . . . . .	189
7.2	Biegebemessung mit Längszug im Betongurt . . . . .	189
7.3	Schubbemessung . . . . .	191
7.3.1	Lokales Tragverhalten von Kopfbolzendübeln . . . . .	191
7.3.2	Einfluß von Dübelkennlinie und Verdübelungsgrad auf die Schubkräfte in der Verbundfuge . . . . .	198
7.3.3	Schubmodell und Nachweis der Dübelumrißfläche . . . . .	201
7.3.4	Bemessung des Betongurtes bei Schub mit Querbiegung . . . . .	203
8	Zusammenfassung . . . . .	215

## Anhänge

- A Interaktionsdiagramme für die Bemessung bei Schub mit Querbiegung
- B Ergebnisse der Versuchsnachrechnungen mit dem Bemessungsmodell für Schub mit Querbiegung

## Bezeichnungen, Abkürzungen, Symbole

### Spannungen

$\sigma_c$	Spannung im Beton
$\sigma_s$	Spannung im Betonstahl
$\sigma_{s2,r}$	Spannung im Betonstahl im Rißquerschnitt unter der Rißschnittgröße
$\sigma_{s2}$	Spannung im Betonstahl im Rißquerschnitt
$\sigma_{sE}$	Spannung im Betonstahl (an der Stelle ohne Schlupf)
$\sigma_a$	Spannung im Baustahl
$\tau_{(s)}$	Verbundspannung in Abhängigkeit vom Schlupf
$\tau_{bk}$	mittlere, konstante Verbundspannung (unterer Fraktilewert)

### Dehnungen, Krümmungen

$\varepsilon_c$	Dehnung des Betons
$\varepsilon_s$	Dehnung des Betonstahls
$\varepsilon_a$	Dehnung des Baustahls
$\kappa$	Querschnittskrümmung

### Materialkenngrößen

$E$	Elastizitätsmodul
$E_c$	Elastizitätsmodul des Betons
$E_{cm}$	mittlerer Elastizitätsmodul des Betons
$E_s$	Elastizitätsmodul des Betonstahls
$E_a$	Elastizitätsmodul des Baustahls
$\nu$	Wirksamkeitsfaktor für die Festigkeit der Schubdruckstreben
$\lambda$	Maßstabfaktor
$\alpha$	Dauerstandseffekt
$f_c$	Betondruckfestigkeit
$f_{cm}$	Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons nach 28 Tagen
$f_{ck}$	charakteristische Zylinderdruckfestigkeit des Betons im Alter von 28 Tagen
$f_{ck,cube200}$	charakteristische Würfeldruckfestigkeit des Betons im Alter von 28 Tagen (20cm Würfel)
$f_{ct}$	Betonzugfestigkeit
$f_{ct,m}$	Mittelwert der Betonzugfestigkeit
$f_{ct,k0,05}$	unterer Grenzwert der charakteristischen Betonzugfestigkeit (5%-Fraktile)
$f_{ct,k0,95}$	oberer Grenzwert der charakteristischen Betonzugfestigkeit (95%-Fraktile)
$\varepsilon_{c1}$	Betonstauchung bei Erreichen des Höchstwerts der Betonspannung $f_c$
$\varepsilon_{cu}$	Bruchstauchung des Betons
$\varepsilon_{cs}$	Schwindmaß des Betons
$\varepsilon_{cc}$	Kriechzahl des Betons
$f_R$	bezogene Rippenfläche
$f_y$	Streckgrenze des Betonstahls
$f_{0,2}$	0,2% Dehngrenze des Betonstahls

$f_t$	Zugfestigkeit des Betonstahls
$\varepsilon_{sy}$	Fließdehnung des Betonstahls
$\varepsilon_{su}$	Dehnung des Betonstahls bei Höchstlast (Gleichmaßdehnung)
$f_{ya}$	Streckgrenze des Baustahls
$f_u$	Zugfestigkeit des Baustahls
$a, n$	Verbundparameter
$\alpha_e$	Verhältnis der E-Moduli ( $E_a/E_c$ )

### Ausgezeichnete Punkte

$S$	Schwerpunkt
$B$	beliebiger Bezugspunkt
$inf$	unterer Querschnittsrand
$sup$	oberer Querschnittsrand

### Querschnittswerte

$A$	Querschnittsfläche
$A_c$	Fläche des Betongurts
$W_c$	Widerstandsmoment des Betongurts
$I_c$	Flächenträgheitsmoment des Betongurts
$A_a$	Fläche des Stahlträgers
$I_a$	Flächenträgheitsmoment des Stahlträgers
$z_1$	Abstand zwischen dem Schwerpunkt des Betongurts und dem Schwerpunkt des Stahlträgers im Zustand I
$z_2$	Abstand zwischen dem Schwerpunkt des Betongurts und dem Schwerpunkt des Stahlträgers im Zustand II
$b_{eff}$	mitwirkende Gurtbreite
$h_c$	Gesamthöhe des Betongurts
$d$	Nutzhöhe
$x$	Höhe der Druckzone
$h_a$	Gesamthöhe des Stahlträgers
$A_{s1}$	Querschnittsfläche der oberen Bewehrungslage
$A_{s2}$	Querschnittsfläche der unteren Bewehrungslage
$\rho_s$	geometrischer Bewehrungsgrad
$w_s$	mechanischer Bewehrungsgrad
$A_{c,eff}$	wirksame Betonzugfläche
$d_s$	Stabdurchmesser der Bewehrung
$c$	Betondeckung

### Steifigkeiten

$$EA = \int_A E \cdot dA \quad \text{Dehnsteifigkeit im Zustand II}$$

$$EA_z = \int_A E \cdot z \cdot dA$$

$$EA_{zz} = \int_A E \cdot z^2 \cdot dA \quad \text{Biegesteifigkeit im Zustand II}$$

$C$                       Dübelsteifigkeit (Tangente, Sekante)

### Sicherheitsbeiwerte

$\gamma$	Sicherheitsfaktor
$\gamma_c$	Teilsicherheitsfaktor Beton
$\gamma_s$	Teilsicherheitsfaktor Betonstahl
$\gamma_a$	Teilsicherheitsfaktor Baustahl

### Schnittgrößen, Teilschnittgrößen

$N$	Normalkraft
$N_c$	Normalkraft des Betongurts
$N_a$	Normalkraft des Stahlträgers
$M$	Biegemoment
$M_r$	Rißmoment
$M_c$	Biegemoment des Betongurts
$M_a$	Biegemoment des Stahlträgers
$V$	Querkraft
$V_c$	Querkraft des Betongurts
$V_a$	Querkraft des Betongurts
$V$	Schubfluß
$P$	Dübelkraft
$F_b$	Verbundkraft

### Verformungen

$s$	Schlupf zwischen Bewehrung und Beton
$s$	Schlupf in der Verbundfuge
$u$	Verschiebung in x-Richtung
$w$	Verschiebung in z-Richtung
$\varphi_y$	Verdrehung um die y-Achse

# Kapitel 1

## Einführung

### 1.1 Allgemeines

Bei Stahlverbundbauteilen werden biegesteife Stahlprofile und Stahlbetonteile durch Verbundmittel schubfest miteinander verbunden, so daß sie planmäßig zusammenwirken. Dabei wird angestrebt, die Teilquerschnitte entsprechend ihren spezifischen Eigenschaften optimal auszunutzen. Der Verbundbau ist eine Mischbauweise. Gegenstand der nachfolgenden Untersuchungen sind Grundlagen zur Bemessung des Betongurtes von Stahlverbundträgern im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und im Grenzzustand der Tragfähigkeit.

Typische Verbundbauteile des *Hoch-* und *Industriebaus* sind neben den Verbundträgern (Abb.1.1) Verbunddecken und Verbundstützen [1], [2], [3], [4]. Dem Beton kommt dabei nicht nur eine tragende Funktion zu. Er erfüllt auch Aufgaben des Schallschutzes und des Brandschutzes [5].

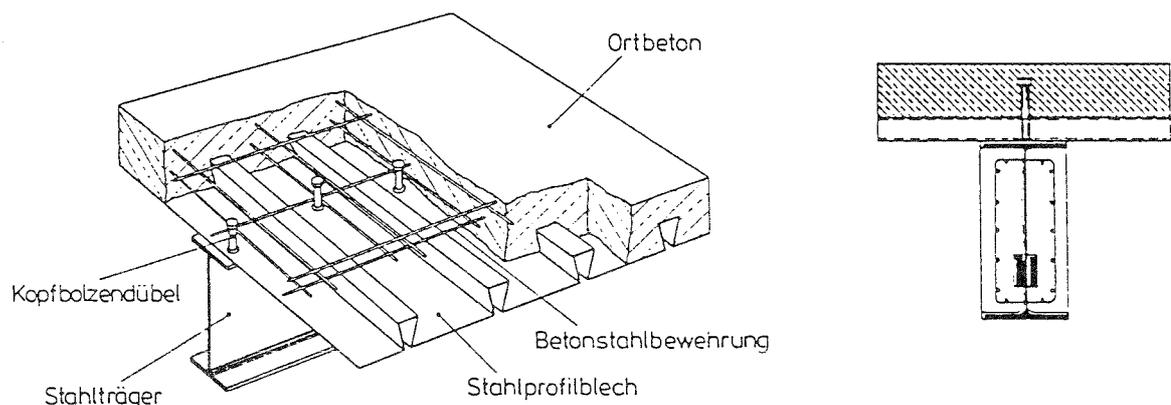


Abbildung 1.1: Typische Verbundträger des Industrie- und Hochbaus [2]

Im *Brückenbau* werden ebenfalls Stahlverbundträger eingesetzt [6], [7], [8], [9]. Verbundbrücken werden bisher in der Regel als Durchlaufträger immer in Längsrichtung durch Montagemaßnahmen oder Spannglieder vorgespannt. Die neuen Vorschriften [10] sehen vor, Brücken auch ohne Längsvorspannung auszuführen. Es ist dann ein entsprechender Nachweis der Rißbreitenbeschränkung zu führen. Dieses Konzept wurde auch schon bei der

Werrabrücke Münden, einer Eisenbahnbrücke in Verbundbauweise, angewandt (Abschn. 5.2.2).

In der Forschung nahmen in Deutschland lange Zeit die Berechnung der Schnittgrößen und Spannungen in Stahlverbundträgern infolge Kriechens und Schwindens des Betons breiten Raum ein, z.B. [13], [14], [15], [16]. Da das Schwindmaß und die Kriechzahl des Betons erheblichen Streuungen unterliegen, ist eine genaue Berechnung der *tatsächlichen* Spannungen im Tragwerk allerdings nicht möglich. Dazu kommen noch andere Unsicherheiten wie Eigenspannungszustände aus dem Bauvorgang (Hydratationswärme) oder aus klimatischen Einflüssen, die ebenfalls rechnerisch nicht voll eingrenzbar sind. „Der richtige Weg ist deshalb darin zu sehen, die Bauwerke nicht gegen schwer erfassbare Einflüsse über Spannungsvergleiche zu bemessen, sondern sie durch geeignete konstruktive Konzeption gegen Rißbildung unempfindlich zu machen [37].“

Um ein besonders interessantes und innovatives Bauwerk handelt es sich bei der Charolles-Brücke (Abb.1.2), die im Rahmen eines staatlichen Versuchsprogramms entstand. Da die Stegbleche profiliert sind, wirkt das Tragwerk auf Biegung als Zweipunktquerschnitt. Die Stegbleche wirken als Schubwände. Die Vorspannung, die über externe Spannglieder aufgebracht wird, ist dadurch besonders effektiv. Die profilierten Stegbleche wirken sich auch vorteilhaft hinsichtlich des Eigenspannungszustandes aus Schwinden aus.

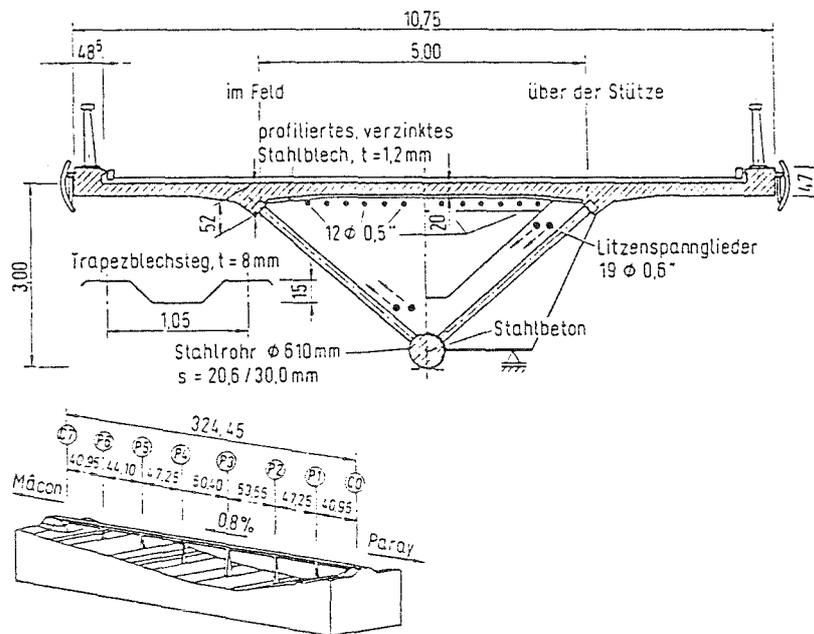


Abbildung 1.2: Charolles-Brücke, Frankreich [9]

Die Regelung für Verbundkonstruktionen erfolgt derzeit in Deutschland durch die „Richtlinien für die Bemessung und Ausführung von Stahlverbundträgern“ [10] sowie die DIN 18806 für Verbundstützen [17]. Für Verbunddecken gibt es keine Norm. Das Trag- und Versagensverhalten ist hier von der Profilform des jeweils verwendeten Stahlblechs abhängig. Die praktische Anwendung erfolgt entweder über eine Zustimmung im Einzelfall oder eine allgemeine bauaufsichtliche Zulassung des Instituts für Bautechnik in Berlin.

Bis zum 31. Dezember 1992 soll der gemeinsame europäische Markt schrittweise verwirklicht werden. Einen wichtigen Beitrag zum freien Verkehr mit Industriewaren und zum Abbau von Handelshemmnissen stellen gemeinsame europäische Normen dar. Der Verbundbau wird in Eurocode 4 [38] geregelt.

## 1.2 Stand der Kenntnisse

### 1.2.1 Gebrauchszustand

Für die Nachweise im Gebrauchszustand muß zunächst die Momentenverteilung bekannt sein. Diese ist bei Durchlaufträgern von der Verteilung der Steifigkeiten abhängig. Da die Steifigkeiten bei der Schnittgrößenermittlung integral eingehen, sind die Mittelwerte maßgebend. Durch eine Rißbildung im Beton in den Stützbereichen fallen die Steifigkeiten dort ab und die Momente lagern sich zum Feld hin um. Die Durchbiegungen werden entsprechend größer. Für eine wirklichkeitsnahe Ermittlung der Steifigkeiten im gerissenen Zustand ist die versteifende Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (tension stiffening) zu berücksichtigen.

Risse im Beton sind bei nicht vorgespannten Durchlaufträgern unvermeidlich. Auch bei vorgespannten Tragwerken können sie nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden. Damit die Gebrauchsfähigkeit, die Dauerhaftigkeit und das äußere Erscheinungsbild nicht beeinträchtigt wird, ist die Rißbreite in dem Maße zu beschränken, wie es der Anwendungszweck erfordert. Für ein Konzept zur Beschränkung der Rißbreiten ist auch die Kenntnis über den Einfluß der Risse auf die Korrosionsgefahr der Bewehrung von Bedeutung.

#### *Einfluß von Rissen im Beton auf die Korrosion [19], [20]*

Hinsichtlich des Einflusses von Rissen im Beton auf die Korrosion der Stahleinlagen ist grundsätzlich zu unterscheiden zwischen Betonstahl und Spannstahl sowie normalen Umwelteinwirkungen und Einwirkung von Chloriden. Wasserführende Trennrisse stellen eine höhere Korrosionsgefährdung dar als Normalrisse [18].

Bei *Stahlbetonbauteilen* unter *normalen Umwelteinwirkungen* ist der Absolutwert der Rißbreite von Querrissen bis etwa 0,4mm von untergeordneter Bedeutung für den Korrosionsschutz der Bewehrung. Die maßgebenden Parameter sind die Dicke und Dichtigkeit der Betondeckung. Bei ausreichend dichter und dicker Betondeckung bleibt die Korrosion an der Bewehrung begrenzt, es entsteht keine Gefahr für die Konstruktion. Dagegen wird für den rechnerischen Nachweis der Rißbreitenbeschränkung ein schärferer Grenzwert empfohlen ( $w_{cal} = 0,25 \dots 0,3\text{mm}$ ). Damit sollen zum einen die vorhandenen Streuungen abgedeckt werden, die sich aus Unzulänglichkeiten im Berechnungsmodell sowie aus den nicht unerheblichen Streuungen der Baustoffkennwerte und ausführungsbedingten Einflüssen ergeben. Zum anderen wird durch die Einhaltung eines schärferen Grenzwerts auf indirekte Weise die Längsrißneigung vermindert, da die Verbundspannungen begrenzt werden.

Bei *Spannbetonbauteilen* unter *normalen Umweltbedingungen* hingegen gilt: Aufgrund der gegenüber Betonstahl ungleich größeren Korrosionsempfindlichkeit von Spannstählen (Wasserstoffversprödung, Spannungsrißkorrosion) muß das Vermeiden einer Depassivierung an der Spannstahloberfläche während der Lebensdauer als Bemessungsprinzip gelten. Es kann davon ausgegangen werden, daß bis zu einer Rißbreite von 0,25mm an der Betonoberfläche

die Spannstähle in ordnungsgemäß verpreßten Hüllrohren dauernd passiviert bleiben, wenn die Betondeckung der Hüllrohre mindestens 5cm beträgt. Zur Einfangung der Streuungen wird der Rißbreitenbeschränkungsnachweis auf  $w_{cal} = 0,2mm$  abgestellt.

Auch für die Korrosionsgefahr von *Stahlbetonbauteilen* unter *Chlorideinwirkung* ist die Rißbreite von untergeordneter Bedeutung. Die entscheidenden Parameter sind auch hier der  $w/z$ -Wert und die Betondeckung. Bei Rißbreiten bis 0,4mm tritt bei mindestens 4cm Betondeckung und einem Wasserzementwert von 0,5 keine Lochfraßkorrosion auf.

Da es *keine kritische Rißbreite zur Abwehr von Chloriden* gibt, sind hier die Verhältnisse für *Spannbetonbauteile* kritischer zu bewerten. Da bei Spannstählen nach einer Depassivierung der Stahloberfläche ein Totalversagen durch Wasserstoffversprödung oder Spannungsrißkorrosion nicht gänzlich ausgeschlossen werden kann, muß weitestgehend ein Vordringen der Chloride bis zur Spannstahloberfläche vollständig verhindert werden. Maßnahmen sind beispielsweise dauerhaft dichte Hüllrohre, Korrosionsschutz der Spannstähle oder keine Dekompression im Bereich des Spannglieds.

Dies ist bei Straßenbrücken in Verbundbauweise ohne Längsvorspannung mit Tausalzeinsatz wegen möglicher Fehlstellen in der Fahrbahnabdichtung hinsichtlich des Korrosionsschutzes der Querspannglieder zu beachten. Hier besteht jedoch die Möglichkeit, die teilweise Quervorspannung mit Monolitzen ohne Verbund anzuwenden. Der Korrosionsschutz der Monolitzen besteht aus einem Korrosionsschutzfett und einem aufextrudierten PE-Mantel. Überdies sind die Monolitzen austauschbar, da sie nicht im Verbund liegen. Ein Ausfall der Litze kann an der Verankerungsstelle festgestellt werden.

#### *Rißbreitenbeschränkung*

Zur Rißbreitenbeschränkung für Stahl- und Spannbetonkonstruktionen gibt es eine Vielzahl von wissenschaftlichen Arbeiten, die hier nicht alle im einzelnen angeführt werden können. Allen Rißtheorien ist gemeinsam, daß sie letztlich über Versuchsergebnisse kalibriert werden müssen, da die tatsächlichen Vorgänge bei der Rißbildung zu komplex sind, als daß sie in einem mechanischen Modell alle korrekt erfaßt werden könnten. Überdies unterliegen die maßgebenden Baustoffkenngrößen (Betonzugfestigkeit, Verbund) nicht unerheblichen Streuungen. Es werden jedoch Modelle zur Berechnung der Rißbreiten angestrebt, welche die Vorgänge bei der Rißbildung möglichst wirklichkeitsnah erfassen.

Über die Rißbreitenbeschränkung bei Stahlverbundträgern gibt es bisher vergleichsweise wenige wissenschaftliche Arbeiten. Als grundlegend kann hier die Arbeit von Hanswille [24] angesehen werden. Daneben sind die Arbeiten von Johnson/Allison/Randl zu erwähnen [92], [93], [94]. Im folgenden wird nur auf die Rißbreitenbeschränkung im Zusammenhang mit Stahlverbundträgern eingegangen. Dabei werden auch kurz die Regelungen in der Verbundträger-Richtlinie sowie das neue Normenkonzept behandelt.

a) Regelung nach den „Richtlinien für die Bemessung und Ausführung von Stahlverbundträgern“, Ausgabe März 1981 ([21], [22])

Die Verbundträger-Richtlinie Ausgabe März 1981 [10] verweist in ihrer ursprünglichen Fassung für den allgemeinen Nachweis der Rißbreitenbeschränkung im Falle von nicht vorgespannten Betongurten auf DIN 1045, Abschnitt 17.6 und im Falle von durch Spannglieder vorgespannten Betongurten auf DIN 4227 Teil 1, Abschnitt 10. Inzwischen wurde der

Abschnitt 9 der Richtlinie „Rissebeschränkung“ in den ergänzenden Bestimmungen überarbeitet und an die Neuausgaben von DIN 1045 und DIN 4227 angepaßt. Im folgenden wird jedoch zunächst kurz auf die ursprüngliche Regelung und ihre Grundlagen eingegangen.

Die Regelungen zur Beschränkung der Rißbreite nach DIN 1045, Ausgabe 12.78 und DIN 4227 Teil 1, Ausgabe 12.79 basierten auf der Rißformel nach Rehm/Martin [23], [27], der das abgeschlossene Rißbild zugrunde liegt. Es wurde von einer, von den Umweltbedingungen abhängigen zulässigen Rißbreite  $w$  ausgegangen, die als 95%-Fraktile definiert wurde. Diese wurde aus der mittleren Rißbreite ermittelt:

$$w_k = k_4 \cdot w_m \leq w$$

$k_4$  wurde dabei mit 1,7 angenommen.

Die mittlere Rißbreite ergibt sich aus der Differenz der Dehnungen zwischen Beton ( $\varepsilon_b$ ) und Betonstahl ( $\varepsilon_s$ ) über den mittleren Rißabstand ( $a_m$ ) des abgeschlossenen Rißbildes (Abb. 1.3):

$$\begin{aligned} w_m &= \int_{a_m} (\varepsilon_s(x) - \varepsilon_b(x)) \cdot dx \\ &\approx \int_{a_m} \varepsilon_s(x) \cdot dx \\ &= \varepsilon_{sm} \cdot a_m \end{aligned}$$

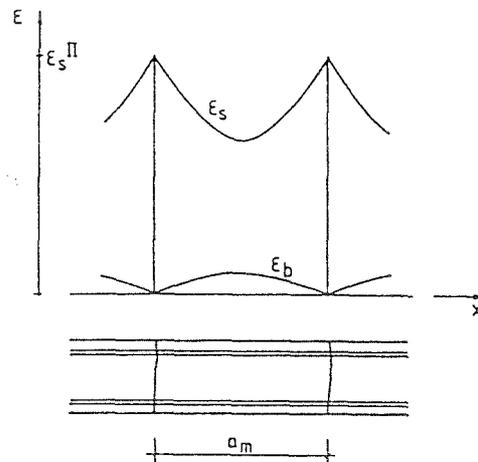


Abbildung 1.3: Verlauf der Dehnungen beim abgeschlossenen Rißbild

Der mittlere Rißabstand  $a_m$  setzt sich nach Rehm/Martin aus der Einleitungslänge ( $l_e$ ), nach der die zum Reißen des Betons erforderliche Zugkraft ( $k_3 \cdot A_{bz} \cdot \beta_{bz}$ ) durch Verbundspannungen ( $\tau_{1m}$ ) über den Umfang der Bewehrungsstäbe ( $\sum u$ ) eingetragen wird, und einer verbundfreien Störlänge ( $s_0$ ) unmittelbar neben dem Riß infolge von Mikrosprengrisen zusammen:

$$\begin{aligned} l_e \cdot \tau_{1m} \cdot \sum u &= k_3 \cdot A_{bz} \cdot \beta_{bz} \\ a_m &= s_0 + k_3 \cdot \frac{\beta_{bz}}{\tau_{1m}} \cdot \frac{A_{bz}}{\sum u} \end{aligned}$$

Der Faktor  $k_3$  berücksichtigt die Zugspannungsverteilung im Betonquerschnitt  $A_{bz}$ .

Mit

$$\frac{A_{bz}}{\sum u} = \frac{d_s}{4 \cdot \mu_z}$$

und

$$k_2 = \beta_{bz} / \tau_{1m}$$

folgt daraus

$$w_k = k_4 \left( s_0 + \frac{1}{4} \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_s}{\mu_z} \right) \varepsilon_{sm} \quad (1.1)$$

$d_s$  = Stabdurchmesser

$\mu_z$  = geometrischer Bewehrungsgrad, bezogen auf die Betonzugzone

Die  $k$ -Faktoren wurden in Anlehnung an [23] gewählt.

Für die Bemessungspraxis wurde Gl.(1.1) nach  $d_s$  aufgelöst und näherungsweise  $\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s^{II} = \sigma_s^{II} / E_s$  gesetzt, d.h. die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wurde vernachlässigt. Für  $w_k$  wurden zulässige Werte in Abhängigkeit von den Umweltbedingungen festgelegt:

$$d_s \leq \left( \frac{C_1}{\sigma_s^{II}} - C_2 \right) \cdot \mu_z \quad (1.2)$$

Schließlich wurde Gl.(1.2) auf empirischem Wege angenähert:

$$d_s \leq r \cdot \frac{\mu_z}{\sigma_s^{II^2}} \cdot 10^4 \quad (1.3)$$

Bei dieser Näherung ging  $\sigma_s^{II}$ , die Stahlspannung im Riß, quadratisch ein, obwohl die Rißbreite linear von  $\sigma_s^{II}$  abhängig ist. Der  $r$ -Wert war über die gewählte zulässige Rißbreite  $w_k$  abhängig von den Umweltbedingungen und enthielt die Verbundeigenschaften der Bewehrung. Man ging damals noch davon aus, daß ein signifikanter Unterschied zwischen Rißbreite und Korrosionsgefahr der Bewehrung besteht.

Außer den Verweisen auf DIN 1045 und DIN 4227 enthielt die Verbundträger-Richtlinie in ihrer ursprünglichen Fassung zusätzlich noch einen vereinfachten Nachweis. Träger des üblichen Hochbaus unter ruhender Belastung, die in der Regel nicht vorgespannt werden, dürfen nach dem Traglastverfahren bemessen werden. Es bestand daher der Wunsch nach einem vereinfachten Nachweis der Rißbreitenbeschränkung, der es ermöglicht, auf eine Schnittgrößenermittlung unter Gebrauchslast zu verzichten. Dieser vereinfachte Nachweis wurde auf der Grundlage der Beziehung nach Rehm/Martin (Gl.(1.1)) hergeleitet. Dabei wurde die 95%-Fraktile der Rißbreiten mit  $w_k = 0,4\text{mm}$  zugrunde gelegt, da die Korrosionsgefahr bei Trägern des üblichen Hochbaus gering ist.

Der vereinfachte Nachweis wurde an einem beidseitig eingespannten Einfeldträger mit stark unterschiedlichen Querschnittsabmessungen der Verbundträger hergeleitet. Dabei wurde Eigengewichtsverbund zugrunde gelegt.

Die aufnehmbare Belastung  $q_u$  im Grenzzustand der Tragfähigkeit wurde mit der Plastizitätstheorie bestimmt.

$$q_u = 1,7(g + p) = \frac{8(M_{pl}^S + M_{pl}^F)}{l^2}$$

Daraus wurde das Stützmoment nach der Elastizitätstheorie unter der einfachen Gebrauchslast ermittelt

$$M_{St} = \frac{(g + p)l^2}{12} = \frac{8}{12 \cdot 1,7} (M_{pl}^S + M_{pl}^F)$$

Mit diesem Stützmoment wurden die Spannungen in der Bewehrung mit den Querschnittswerten nach reinem Zustand II bestimmt. Anschließend wurde die Rißformel nach Rehm/Martin (Gl.(1.1)) ausgewertet. Dies führte zu dem in Abb. 1.4 dargestellten Diagramm. Die vertikalen Begrenzungen der Kurven ergaben sich aus der Forderung, daß die Spannung in der Bewehrung die Streckgrenze nicht überschreiten darf.

Voraussetzungen für die Anwendung des Näherungsverfahrens waren:

- geringe Korrosionsgefahr
- nicht abgestufter, doppelsymmetrischer Stahlträger aus St37 oder St52
- Betongurt mit Aufstelzungen kleiner als die Gurtdicke
- gerippter Betonstahl.

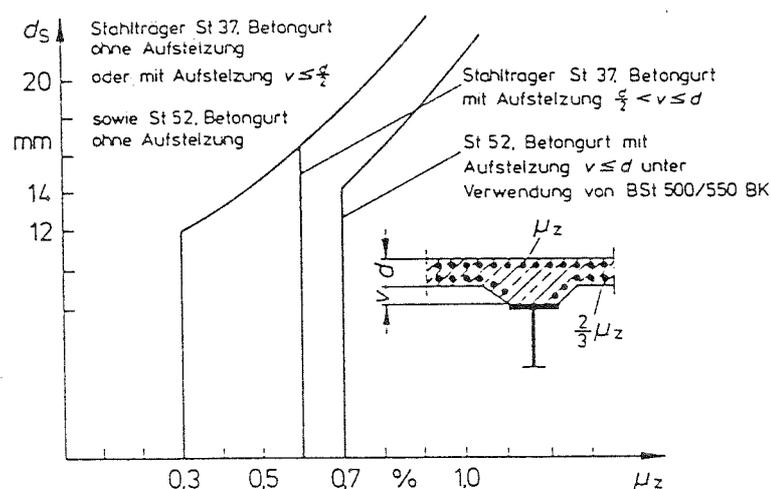


Abbildung 1.4: Vereinfachter Nachweis der Beschränkung der Rißbreite nach der Verbundträger-Richtlinie, Ausgabe März 1981

Zusammenfassend läßt sich die Regelung zur Rißbreitenbeschränkung nach der Verbundträger-Richtlinie in ihrer ursprünglichen Fassung Ausgabe März 1981 wie folgt bewerten: Für den allgemeinen Nachweis der Rißbreitenbeschränkung verwies die Verbundträger-Richtlinie auf DIN 1045 und DIN 4227. Die seinerzeit gültigen Regelungen in diesen Normen basierten auf der Rißformel nach Rehm/Martin, die nur für das abgeschlossene Rißbild gilt. Die Rißformel wurde nach  $d_s$  aufgelöst und durch eine auf empirischem Wege gewonnene

Beziehung angenähert, in der die Stahlspannung im Riß  $\sigma_s^{II}$  quadratisch einging, obwohl die Rißbreite linear von  $\sigma_s^{II}$  abhängig ist. Ergaben sich aus der Bemessung Bewehrungsprozentsätze  $\mu_z \leq 0,3\%$ , brauchte der Nachweis der Rißbreitenbeschränkung nicht geführt zu werden. Dadurch konnten jedoch unter Gebrauchslast unzulässig breite Risse entstehen.

Bei der Ermittlung der Stahlspannungen in der Bewehrung im Riß durften nach der Verbundträger-Richtlinie die Querschnittswerte des reinen Zustand II-Querschnitts (Stahlträger + Bewehrung) angesetzt werden. Durch diese Vernachlässigung der versteifenden Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wurden die Stahlspannungen in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad teilweise erheblich unterschätzt.

#### b) Rißbreitenbeschränkung bei Verbundträgern nach Hanswille [24], [25]

Hanswille stellt ein Modell vor, mit dem Rißbreiten und Momenten-Krümmungsbeziehungen von Verbundträgern im Zustand II wirklichkeitsnah berechnet werden können. Grundlage ist die Rißtheorie nach Krips [66], der die Vorgänge bei der Rißbildung auf analytischem Weg beschreibt. Ausgangspunkt ist dabei ein Verbundgesetz der Form

$$\tau_{(s)} = \beta_W \cdot a \cdot s^n, \quad (1.4)$$

$\tau$  = Verbundspannung,  $\beta_W$  = Mittelwert der Betondruckfestigkeit,  
 $a, n$  = Verbundparameter,  $s$  = Schlupf.

Damit ist die Dgl. des verschieblichen Verbundes lösbar. Krips unterscheidet verschiedene Phasen der Rißbildung, die Erstrißbildung, das abgeschlossene Erstrißbild und die sukzessive Rißteilung.

Steigt in einem bewehrten Betonbauteil an einer Stelle die Beanspruchung über das Niveau der örtlichen Betonzugfestigkeit an, so entsteht ein *Erstriß*. Die Erstrißbreite ergibt sich über die Lösung der Dgl. des verschieblichen Verbundes nach Krips wie folgt:

$$w_r = 2 \left[ \frac{1+n}{a \cdot \beta_W} \cdot \frac{d_s}{8} \cdot \Delta \sigma_{sr} \cdot \frac{\sigma_{sr}}{E_s} \right]^{\frac{1}{1+n}}. \quad (1.5)$$

Hanswille erweitert die Theorie im Hinblick auf Eigenspannungszustände. Die Erstrißbreite errechnet sich dann wie folgt:

$$w_r = 2 \left[ \frac{1+n}{a \cdot \beta_W} \cdot \frac{d_s}{8} \cdot \frac{\Delta \sigma_{sr}}{E_s} (\sigma_{sr} - \varepsilon_0 \cdot E_s) \right]^{\frac{1}{1+n}} \quad (1.6)$$

wobei

- $\beta_W$  = Mittelwert der Betondruckfestigkeit
- $E_s$  = Elastizitätsmodul des Betonstahls
- $d_s$  = Stabdurchmesser
- $a, n$  = Verbundparameter (Abschn. 2.4)
- $\sigma_{sr}$  = Betonstahlspannung im Riß bei Erstrißbildung
- $\Delta \sigma_{sr}$  = Änderung der Betonstahlspannung zwischen dem Zustand vor und nach Rißbildung
- $\varepsilon_0$  = spannungsunabhängige Dehnung des Betons z.B. aus Schwinden

Bei der Berechnung des zum Erstriß führenden Biegemoments  $M_r$  berücksichtigt Hanswille den Zusammenhang zwischen zentrischer und Biegezugfestigkeit des Betons nach König/Jahn [26]. Die Betonstahlspannung im Riß  $\sigma_{sr}$  bzw. die Änderung der Betonstahlspannung  $\Delta\sigma_{sr}$  berechnet er aus Gleichgewichtsbedingungen über die Zugkeildeckung nach Zustand I. Da er dabei keine Verträglichkeitsbedingungen berücksichtigt, stellen die so ermittelten Spannungen obere Grenzwerte dar.

Nachdem sich der erste Riß gebildet hat, können auf nahezu konstantem Beanspruchungsniveau im Betongurt solange neue Risse entstehen, bis keine Bereiche mehr mit starrem Verbund vorliegen. Der kleinste Rißabstand ist dann durch die einfache ( $1 \cdot l_e$ ), der größte Rißabstand durch die zweifache ( $2 \cdot l_e$ ) Einleitungslänge gegeben. Nur dort, wo der Rißabstand der zweifachen Einleitungslänge entspricht, können die Betonzugbeanspruchungen noch in Rißabstandsmitte die Betonzugfestigkeit erreichen. Nur an dieser Stelle befindet sich der Betongurt noch im Zustand I. Dieser Zustand wird mit *abgeschlossener Erstrißbildung* bezeichnet.

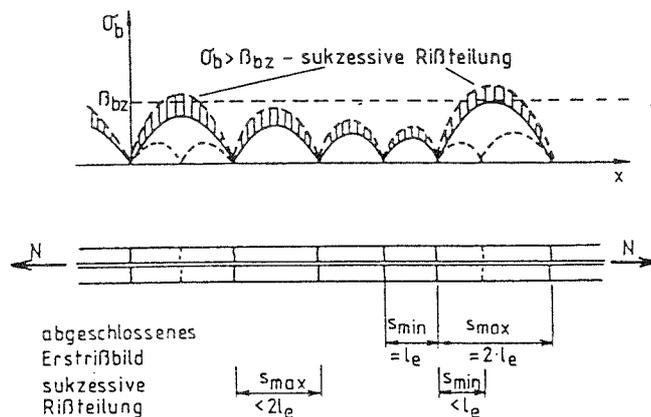


Abbildung 1.5: Erläuterung der Begriffe abgeschlossenes Erstrißbild und sukzessive Rißteilung (nach [66])

Wächst die äußere Kraft über dieses Niveau hinaus an, so nimmt die Relativverschiebung zwischen Bewehrung und Beton zu und die Verbundspannungen wachsen entsprechend an. Damit wachsen aber auch die Zugspannungen im Beton weiter an. Dies hat zur Folge, daß wiederum die Zugfestigkeit erreicht werden kann, ohne daß an dieser Stelle starrer Verbund vorliegen müßte. Eine derartige Rißentstehung wird als *sukzessive Rißteilung* bezeichnet (Abb.1.5).

Ebenfalls über die Dgl. des verschieblichen Verbundes entwickelt Krips Beziehungen, mit denen es möglich ist, auch oberhalb des Rißlastniveaus für jeden konkreten Rißabstand und jede Laststufe den Zusammenhang zwischen Stahl-, Beton-, Verbundspannung und zugehöriger Rißbreite anzugeben. Zur Verallgemeinerung seiner Theorie führt er eine Verteilungsdichtefunktion der Rißabstände ein. Dies führt schließlich auf eine Gleichung für die mittlere Rißbreite, die sich als Vielfaches der Erstrißbreite ergibt:

$$w_m = w_r \left[ 1,6 \left( \frac{\sigma_s^{II}}{\sigma_{sr}} \right)^{\frac{1-n}{1+n}} - 0,7 \right]. \quad (1.7)$$

$\sigma_s^{II}$  = Stahlspannung nach Stadium II im Riß

Hanswille setzt eine andere Verteilung für die Rißabstände an. Er gibt die mittlere Rißbreite oberhalb der Rißlastniveaus unter Berücksichtigung der spannungsunabhängigen Dehnung des Betons wie folgt an:

$$w_m = w_r \left[ 2 \left( \frac{\sigma_s^{II} - \varepsilon_0 \cdot E_s}{\sigma_{sr} - \varepsilon_0 \cdot E_s} \right)^{\frac{1-n}{1+n}} - 1 \right]. \quad (1.8)$$

Die Ermittlung der Betonstahlspannung im Riß erfolgt unter Berücksichtigung der versteifenden Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (tension stiffening), was im Vergleich zum reinen Zustand II-Querschnitt größere Stahlspannungen ergibt. Hanswille geht dabei von starrem Verbund, d.h. der Gültigkeit der Bernoulli-Navierschen Hypothese für den Gesamtquerschnitt, aus. Diese Annahme ist für das Verhalten des Verbundträgers mit gerissenem Betongurt bei vollständiger Verdübelung im Mittel über mehrere Risse hinweg erfüllt.

Da die entwickelten Beziehungen zur Beschreibung der Momenten-Krümmungsbeziehung sowie für die Berechnung der Rißbreiten für die praktische Anwendung einen recht hohen Aufwand erfordern, gibt Hanswille noch ein auf der sicheren Seite liegendes Näherungsverfahren an [24].

c) Neues Konzept und Grundlagen zur Beschränkung der Rißbreiten unter Gebrauchslasten in den Neufassungen der Regelwerke; Regelungen in den Eurocodes

Die endgültige Neufassung des Abschnittes 9 der Verbundträger-Richtlinie zur Rißbreitenbeschränkung liegt seit Juni 1991 als Ergänzende Bestimmungen vor [10]. Diese beruhen auf dem gleichen Konzept und den gleichen Grundlagen wie die 1988 erschienenen Neuausgaben von DIN 1045 [28] und DIN 4227 Teil 1 [29]. Es erfolgte eine Anpassung an die spezifischen Verhältnisse bei Verbundträgern [30].

Die Neufassung von *DIN 1045* für *Stahlbeton* erfolgte auf der Grundlage der neueren Erkenntnisse über den Einfluß der Rißbreite auf die Korrosionsgefahr der Bewehrung, wonach diesbezüglich kein signifikanter Zusammenhang besteht.

Des weiteren spielte die aus Schadensfällen gewonnene Erkenntnis eine Rolle, daß unzulässig breite Risse in der Regel immer nur dann aufgetreten sind, wenn Zugbeanspruchungen nicht berücksichtigt wurden und die Bewehrung über die Streckgrenze hinaus beansprucht wurde. Deshalb wird eine Mindestbewehrung gefordert, damit bei Rißbildung die Streckgrenze nicht überschritten wird, sofern einzelne klaffende Risse vermieden werden sollen.

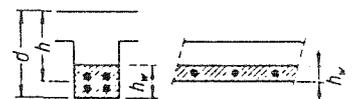
Da die Berechnung von Rißbreiten immer nur den Charakter einer Abschätzung haben kann und da die Korrosionsintensität im Bereich von Rissen sehr starke Streuungen aufweist, besteht das Konzept der Neufassung der DIN 1045 darin, nur noch Konstruktionsregeln in Form von Stabdurchmesser- und Stababstandstabellen anzugeben, um das Auftreten einzelner breiter Risse zu verhindern.

Grundlage für die Herleitung der Konstruktionsregeln [31] bildet eine Rißformel, die auf die Arbeit von Rehm/Martin zurückgeht. Sie wurde an neuere Erkenntnisse angepaßt [32]:

$$calw = k_4 \left( k_1 + 0,25k_2k_3 \frac{d_s}{\varrho_w} \right) \frac{\sigma_s}{E_s} \left( 1 - \beta_1\beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right) \quad (1.9)$$

Hierbei bedeuten

cal $w$	Rechenwert der Rißbreite in mm
$k_1$	von der Betondeckung abhängige Konstante. $k_1$ kann mit ausreichender Genauigkeit $k_1 = 50\text{mm}$ gesetzt werden
$k_4$	Streuungsfaktor: $k_4 = 1,7$ für Lastbeanspruchung, $k_4 = 1,3$ bis $1,7$ für Zwangbeanspruchung
$k_2 = \beta_{bzm}/\tau_m$	Faktor zur Beschreibung der Verbundeigenschaften: $k_2 = 0,8$ für gerippte Betonstähle, $k_2 = 1,2$ für profilierte Betonstähle, $k_2 = 1,6$ für glatte Betonstähle
$k_3$	Faktor zur Berücksichtigung der Spannungsverteilung in der Zugzone; $k_3 = 0,5$ für Biegung, $k_3 = 1,0$ für Zug
$d_s$	Stabdurchmesser in mm
$\rho_w$	für die Rißbildung wirksamer Bewehrungsgrad: $\rho_w = A_s/(b \cdot h_w)$ ; $h_w = 2(d - h) \leq (d - x)/3$
$\sigma_s$	Stahlspannung im Rißquerschnitt in $\text{N/mm}^2$
$E_s$	Elastizitätsmodul der Bewehrung in $\text{N/mm}^2$
$\beta_1$	Einfluß der Verbundeigenschaften: $\beta_1 = 1,0$ für gerippte Betonstähle, $\beta_1 = 0,5$ für glatte Betonstähle
$\beta_2$	Einfluß von Dauerlasten: $\beta_2 = 1,0$ für Kurzzeitbelastung; $\beta_2 = 0,5$ für Dauerlast
$\sigma_{sr}$	zur Rißschnittgröße gehörende Stahlspannung im Rißquerschnitt in $\text{N/mm}^2$



Die Regelung des Eurocode 2 [33] beruht auf den gleichen Grundlagen. Dort wird zusätzlich die Rißformel explizit angegeben, um Rißbreiten auch direkt berechnen zu können.

Zeitgleich mit DIN 1045 erfolgte die Neuregelung von DIN 4227, Teil 1 für Spannbeton: Obwohl bei voller und beschränkter Vorspannung nur Einzelrisse auftreten, erfolgt bei der Neuausgabe in Abschnitt 10 der Nachweis des Grenzdurchmessers nach wie vor über die Durchmesserbeschränkung auf der Grundlage der Rißformel nach Rehm/Martin (Gl.(1.3)) für das abgeschlossene Rißbild.

Zusätzlich wird für Brücken und vergleichbare Bauwerke eine erhöhte Mindestbewehrung, die auf der Grundlage der Rißschnittgrößen zu berechnen ist, in Bereichen wahrscheinlicher Rißbildung gefordert.

In der Neufassung des Abschnittes 9 der *Verbundträger-Richtlinie* wurde entsprechend den überarbeiteten Regelungen in DIN 1045 und DIN 4227 Teil 1 folgendes Konzept zugrunde gelegt, das auch Eingang in Eurocode 4 [38] gefunden hat:

- Forderung einer Mindestbewehrung auf der Grundlage der Rißschnittgrößen zur Beschränkung der Rißbreite von Einzelrisen in Trägerbereichen mit wahrscheinlicher Rißbildung,
- Regelungen zur Bewehrungsanordnung bei abgeschlossener Rißbildung für Verbundträger ohne Spannglieder in Trägerlängsrichtung.

Den Tabellen für die Grenzdurchmesser und die Stababstände liegt ebenfalls die Rißformel Gl.(1.9) sowie [31] zugrunde.

Die Betonstahlspannung nach Zustand II ist für das abgeschlossene Rißbild näherungsweise unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen zu ermitteln. Die Schnittgrößen unter Gebrauchslasten sind nach der Elastizitätstheorie zu ermitteln. Bei Verbundträgern mit Längsvorspannung sind die Biegesteifigkeiten des ungerissenen Querschnitts zugrunde zu legen. Bei Verbundträgern ohne Längsvorspannung darf an den Zwischenauflagern vereinfachend über jeweils 15% der angrenzenden Stützweiten die Steifigkeit der Querschnitte nach reinem Zustand II angesetzt werden.

Beim Nachweis der Rißbreitenbeschränkung brauchen unter Beachtung der Belastungsgeschichte nur die auf den Verbundquerschnitt einwirkenden Schnittgrößen beachtet zu werden.

### 1.2.2 Grenzzustand der Tragfähigkeit

#### *Biegetragverhalten*

Die Verteilung der Gesamtschnittgrößen sowie der Teilschnittgrößen im Stahlträger und Betongurt einschließlich der Schubkraftverteilung in der Verbundfuge ist bei durchlaufenden Verbundträgern abhängig von der Verteilung der Steifigkeiten. Diese wird bestimmt von der Rißbildung im Betongurt über den Innenstützen sowie vom nichtlinearen Werkstoffverhalten. Im allgemeinen wird sich mit zunehmender Belastung eine Umlagerung der Momente von den Stützen zum Feld hin einstellen. Der Grad der Umlagerung kann durch die Bewehrungsmenge über den Innenstützen gezielt beeinflusst werden. Größere Umlagerungen setzen jedoch duktilen Verhalten, d.h. eine ausreichende Rotationskapazität voraus. Des Weiteren sind hier Grenzen durch den Nachweis der Rißbreitenbeschränkung im Gebrauchszustand gesetzt. Die Rotationsfähigkeit von Verbundträgern im Bereich von Fließzonen wird mitbestimmt von der plastischen Verformungsfähigkeit des Betongurtes. Diese wird von der Bruchstauchung des Betons bzw. von der Dehnungsfähigkeit der im Verbund liegenden Bewehrung im plastischen Stahldehnungsbereich begrenzt. Letztere kann vor allem bei den kaltverformten Stählen der Betonstahlmatten stark eingeschränkt sein.

Nach Eurocode 4 sind für die Schnittgrößenermittlung vereinfachte Verfahren, die das Umlagerungsvermögen der Tragwerke rechnerisch ausnutzen, zulässig:

- Verfahren der linearen Elastizitätstheorie mit begrenzter Momentenumlagerung
- plastische Verfahren (Fließgelenktheorie).

Die Anwendung der Verfahren ist abhängig von der Rotationskapazität der Querschnitte (Querschnittsklasse).

#### *Verbundfuge*

Bei Anwendung der Plastizitätstheorie dürfen die Dübel äquidistant zwischen zwei kritischen Schnitten angeordnet werden. Von der Duktilität der Verbundfuge wird insbesondere bei Anwendung des Teilverbunds Gebrauch gemacht, wenn der Gurt gleichzeitig Teil einer Profiblechdecke ist und nicht alle Dübel für vollen Verbund untergebracht werden können. Der Schlupf in der Verbundfuge darf dabei jedoch nicht so groß werden, daß vorzeitiges Versagen durch Abscheren der Dübel eintritt [39], [40]. Der Teilverbund setzt die Anwendung ausreichend flexibler Verbundmittel wie Kopfbolzendübel voraus.

Die Schubbemessung des Betongurtes erfolgt auf der Grundlage der durch die Dübel eingeleiteten Schubkräfte. Dies bedeutet einen bereichsweise konstanten Schubfluß, wobei davon ausgegangen wird, daß alle Dübel ihre rechnerische „Fließkraft“ erreichen. Die tatsächlichen Dübelkräfte können aber deutlich über den Rechenwerten für die Tragfähigkeit liegen.

#### *Scheibenschub mit Querbiegung im Betongurt*

Im Betongurt von Stahlverbundträgern tritt im allgemeinen eine kombinierte Beanspruchung aus Längsdruck oder -zug sowie Scheibenschub mit Querbiegung auf. Es wurden bereits eine Reihe von Versuchen an gegliederten Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit kombinierter Beanspruchung durchgeführt, um das Tragverhalten zu klären. Die Versuche wurden sowohl an Druck- und Zuggurten als auch an Trägerstegen durchgeführt. Auf der Grundlage dieser Versuche wurden bereits mehrere Bemessungsvorschläge veröffentlicht, z.B. [41]–[51]. Diese lassen sich im Prinzip direkt auf Verbundträger mit durchlaufendem Betongurt übertragen.

Ewald [42] untersucht die Stege von Kastenträgern unter überwiegender Schubbeanspruchung und begrenzter Querbiegung auf der Grundlage der Plastizitätstheorie. Über die Differentiation der Gleichgewichtsbedingungen nach der Neigung der Hauptdruckspannungen werden die hinsichtlich der Stegbewehrung optimalen Druckfeldneigungen angesetzt.

Bachmann [43] und Bachmann/Bacchetta [44], [46] führen systematische Versuche an Stahlbetonträgern durch und untersuchen die kombinierte Beanspruchung aus Längsschub und Querbiegung in gezogenen und gedrückten Gurten auch unter Einfluß teilweiser Quervorspannung. Bachmann zeigt in [43], daß das Hauptzugspannungsmodell auf der Grundlage der einfachen Balkentheorie für die Bemessung der Querbewehrung zu falschen Ergebnissen führt (Abb. 1.6). Querschnitte können erheblich sowohl unter- als auch überbemessen werden, insgesamt wird die Bewehrung längs eines Trägers am falschen Ort eingelegt. Ein wesentlich besseres Modell ist dagegen – wie durch die Versuche bestätigt wird – das Flanschfachwerkmodell (Abb. 1.7). Als sicherer Wert für den Ausbreitwinkel bei Druckgurten wird  $\tan\beta = 0,5$  angegeben. Bei Zuggurten wird der Ausbreitwinkel wegen der geringeren Längssteifigkeit mit  $\tan\beta = 0,6$  bis  $0,7$  höher angegeben. Mit den Versuchen wird gezeigt, daß innerhalb gewisser Grenzen Umlagerungen der durch die Längsschubbeanspruchung verursachten Querkzugkräfte über die Höhe des Gurtes möglich sind. Dadurch kann das Verhältnis von oberer zu unterer Querbewehrung in Grenzen variiert und der Bewehrungsaufwand insgesamt verringert werden. Bei der Bewehrungsanordnung in den Gurtplatten ist das Versatzmaß, das durch die schräg verlaufenden Druckstreben entsteht, zu beachten.

Eibl/Kühn [45] untersuchen die kombinierte Beanspruchung bei Zuggurten von Plattenbalken und entwickeln Bemessungsformeln auf der Grundlage eines Fachwerkmodells.

Eibl/Schieferstein [47], [50] bauen darauf auf und führen weitere Versuche mit kombinierter Beanspruchung im Zuggurt von Plattenbalken durch. Das Ziel ist es, die größte mögliche kombinierte Beanspruchung zu ermitteln. Die Querbewehrung in den Gurten wird dazu gezielt so stark ausgelegt, daß alle Balken durch Druckbruch der schrägen Schubdruckstreben im Zuggurt versagen. Damit soll die obere Schubspannungsgrenze mit Betonversagen gefunden werden. Es werden Interaktionsdiagramme für die Bemessung bei kombinierter Beanspruchung hergeleitet. Bei überwiegender Schub- und begrenzter Querbiegebeanspruchung wird eine zweilagige Bewehrung angeordnet und die Neigung der Druckstreben mit

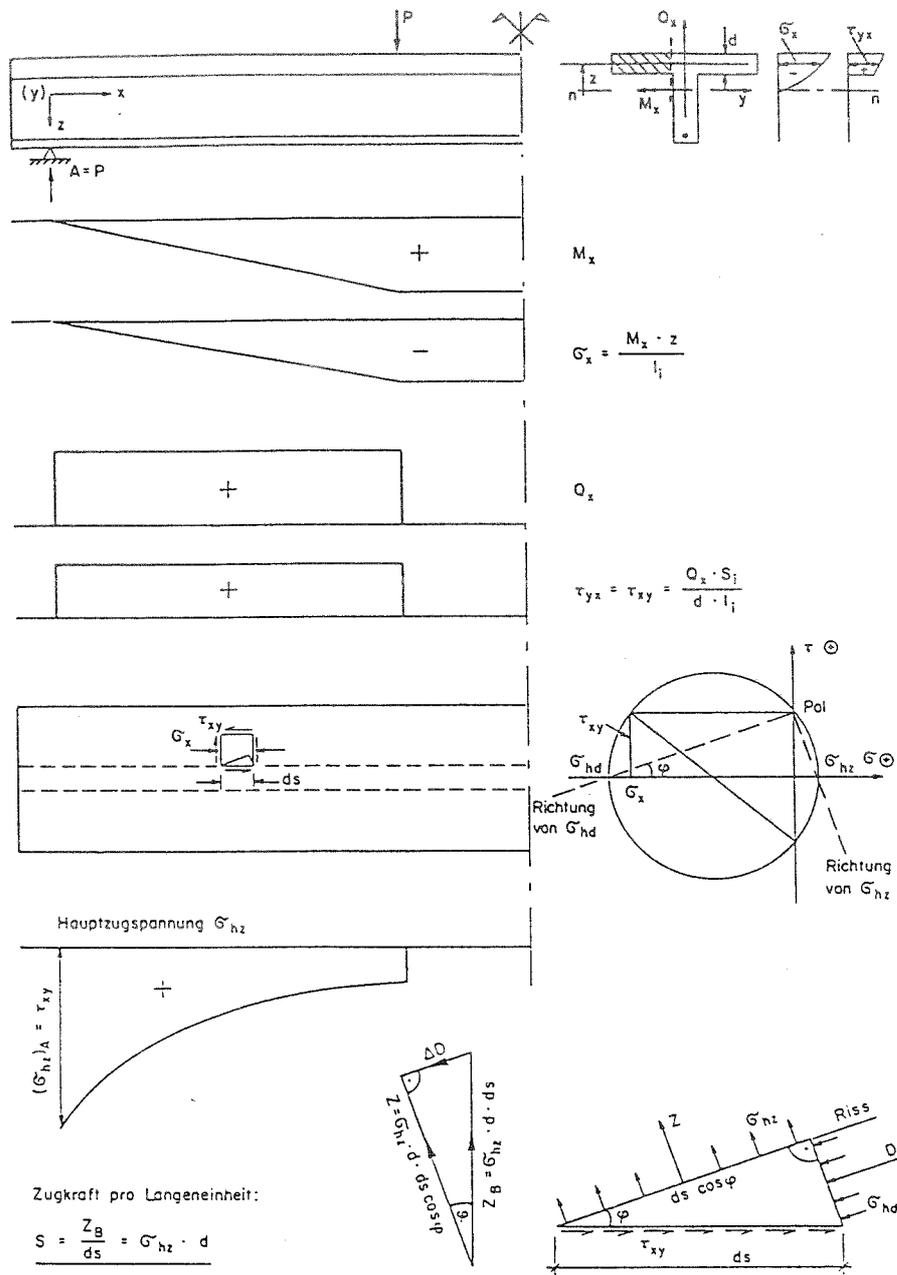


Abbildung 1.6: Hauptzugspannungsmodell (Bachmann)

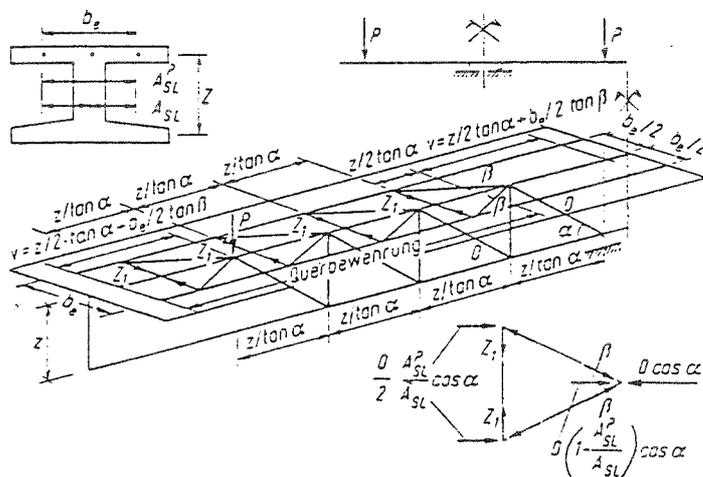


Abbildung 1.7: Flanschfachwerkmodell nach Bachmann

wird nur eine einlagige Bewehrung in der Biegezugzone der Platte angeordnet.

Pratsch [48], [49] stellt auf der Grundlage der Plastizitätstheorie Interaktionsdiagramme für die Bemessung bei kombinierter Beanspruchung aus Schub und Querbiegung mit stetigem Übergang von reinem Schub bis reiner Querbiegung auf. Das Verhältnis der beiden Bewehrungslagen kann beliebig gewählt werden. Bei reiner Querbiegung und reiner Schubbeanspruchung werden die Interaktionsdiagramme an DIN 1045 und DIN 4227 Teil 1 angepaßt. Die Druckfeldneigungen  $\vartheta_u$  werden auf die für alleinige Schubbeanspruchung in DIN 4227 Teil 1 (für Zone b) festgelegten Werte begrenzt. Die Spannungen in den Betondruckstreben werden im rechnerischen Bruchzustand auf die Strebenfestigkeit  $\beta_{r,s} = 0,75 \cdot 0,6 \cdot \beta_{WN}$  begrenzt. Das maximal aufnehmbare Moment bei reiner Biegung nach DIN 1045 wird nicht überschritten.

Menn gibt in [51] ein Bemessungsverfahren für die kombinierte Beanspruchung bei Brückengestängen an. Dieses wird in Abschnitt 7 auf den Betongurt von Stahlverbundträgern übertragen und an den Eurocode 2 angepaßt.

Darüber hinaus enthalten DIN 1045, DIN 4227 und Eurocode 2 vereinfachte Regelungen, die jedoch nicht den gesamten möglichen Interaktionsbereich ausschöpfen. Da keine Grenzen für die Querbiegebeanspruchung angegeben sind, können DIN 1045 und Eurocode 2 bei großen Querbiegemomenten sogar auf der unsicheren Seite liegen.

### 1.3 Zielsetzung

Ziel der nachfolgenden Untersuchungen ist es, Grundlagen für die Bemessung des Betongurtes von Stahlverbundträgern im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS) und im Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) bereitzustellen.

Zunächst wird für eine wirklichkeitsnahe Schnittgrößenermittlung ein physikalisch nichtlineares Berechnungsmodell entwickelt, mit dem auch der Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel berücksichtigt werden kann.

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit geht es vorrangig um die Ermittlung der Mindestbewehrung und die Rißbreitenbeschränkung unter Last. Auf der Grundlage des physikalisch nichtlinearen Berechnungsmodells wird unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Werkstoffgesetze und Dübelkennlinien auch der Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel untersucht.

Gegenstand der Untersuchungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind in erster Linie das Schubtragverhalten und die Schubbemessung. Es wird ein Bemessungsvorschlag für die interaktive Bemessung bei kombinierter Beanspruchung aus Scheibenschub mit Querbiegung vorgestellt.

# Kapitel 2

## Baustoffverhalten

### 2.1 Baustahl

Das Verhalten des Stahls im einachsigen Spannungszustand wird im Zugversuch ermittelt. Dabei wird eine stabförmige Probe einer langsam und stetig zunehmenden Kraft unterworfen und die zugehörige Längenänderung gemessen. Typische Spannungsdehnungslinien sind in Abb.2.1 wiedergegeben. Daraus ist ersichtlich, daß mit steigender Festigkeit die Dehnfähigkeit des Materials abnimmt.

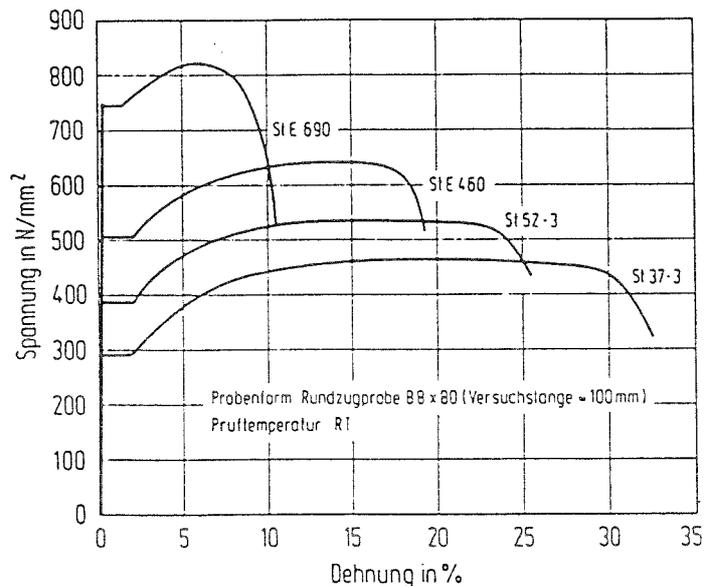


Abbildung 2.1: Spannungsdehnungslinien von Stählen unterschiedlicher Festigkeit [52]

Im elastischen Stahldehnungsbereich kann der Elastizitätsmodul konstant mit  $E_a = 210.000 N/mm^2$  angenommen werden.

Bei Erreichen der Streckgrenze setzt Fließen ein. Die Baustähle St37 und St52 weisen in

der Regel einen deutlich ausgeprägten Fließbereich auf. Anschließend steigt die Spannungsdehnungslinie bis zum Erreichen der Zugfestigkeit erneut an.

Die Streckgrenze streut nicht nur von Träger zu Träger, sondern ist im allgemeinen auch bereichsweise über den Querschnitt eines Trägers verschieden (z.B. Steg/Flansch bei Walzprofilen) [53]. Die nominellen Werte für die Streckgrenze und Zugfestigkeit betragen für St37  $f_{ya} = 235\text{N/mm}^2$ ,  $f_u = 360\text{N/mm}^2$  sowie für St52  $f_{ya} = 355\text{N/mm}^2$ ,  $f_u = 510\text{N/mm}^2$  ( $t \leq 40\text{mm}$ ).

Der Einfluß der Meßlänge auf die experimentelle Bestimmung der statischen Streckgrenze wird in [54] untersucht. Danach beginnen nach Überschreiten der Streckgrenze die plastischen Verformungen nicht im gesamten Probekörper, sondern sie konzentrieren sich zunächst auf plastische Bereiche (Lüdersbänder). Diese breiten sich bei Zunahme der Dehnungen schließlich über den gesamten Probekörper aus.

Den Berechnungen werden idealisierte Spannungsdehnungslinien zugrunde gelegt (Abb.2.2). Bei Versuchsnachrechnungen werden dabei die in den Versuchsberichten angegebenen Werkstoffkenngrößen verwendet.

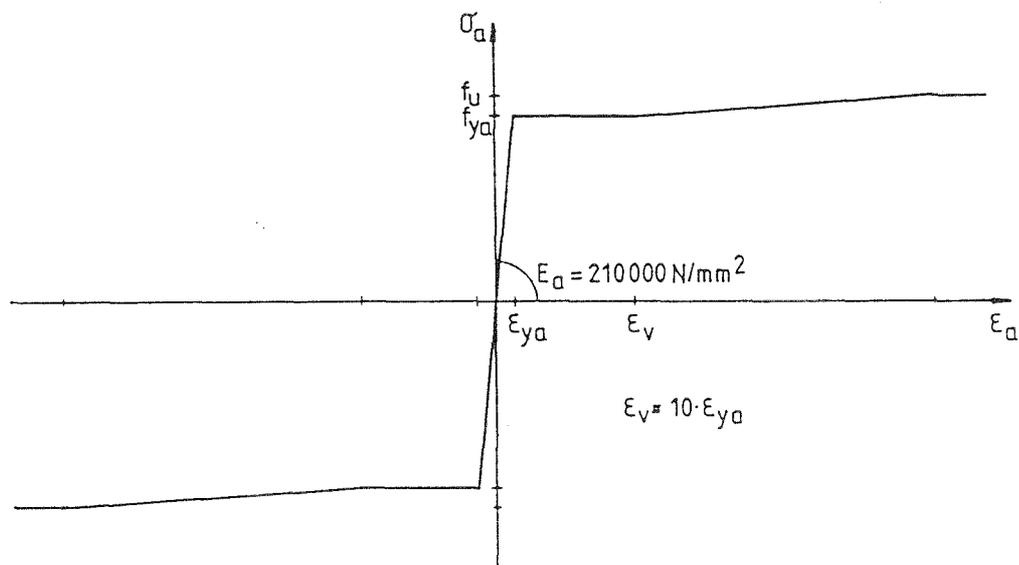


Abbildung 2.2: Idealisierte Spannungsdehnungslinie für Baustahl

## 2.2 Betonstahl, Spannstahl

### Betonstahl

Die Kennwerte für die Festigkeit des Betonstahls sind die Streckgrenze und die Zugfestigkeit. Maßgebend für die maximale Verformungsfähigkeit ist die Gleichmaßdehnung (Dehnung unter Höchstlast bei Erreichen der Zugfestigkeit). Bis zur Zugfestigkeit ist die Dehnung gleichmäßig über die Länge der Zugprobe verteilt. Danach schnürt sich der Stahl an ei-

ner Stelle ein, seine Längsdehnungen sind dort örtlich größer als im übrigen Stahl. Die Spannungsdehnungslinien naturharter und kaltverformter Stähle unterscheiden sich oberhalb der Streckgrenze (Abb.2.3). Kaltverformter Stahl besitzt keine ausgeprägte natürliche Streckgrenze mehr. Seine 0,2%-Dehngrenze wird als technische Streckgrenze definiert.

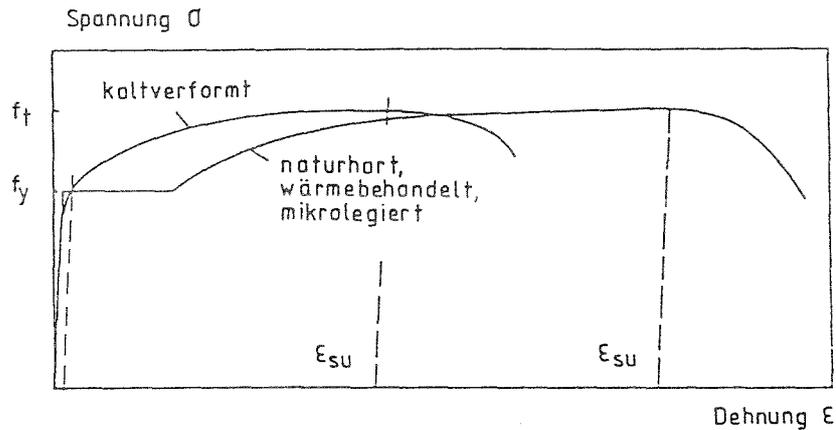


Abbildung 2.3: Spannungsdehnungslinien kaltverformter und naturharter bzw. wärmebehandelter Betonstähle

Stahl ist ein vergleichsweise homogener Baustoff. Die Kennwerte innerhalb eines Bewehrungsstabes streuen nur wenig. Dagegen treten zwischen den Kennwerten von Stählen verschiedener Hersteller oder aus unterschiedlichen Chargen relativ große Streuungen auf.

Der Elastizitätsmodul liegt nach [55] zwischen  $200.000$  und  $220.000 \text{ N/mm}^2$ . Während in DIN 1045 und DIN 4227 der E-Modul des Betonstahls mit  $210.000 \text{ N/mm}^2$  angegeben wird, ist er in Eurocode 2 mit  $200.000 \text{ N/mm}^2$  festgelegt worden. In Tab. 2.1 sind die Kenngrößen für verschiedene Stahlsorten nach einer Untersuchung von Rußwurm (1987) zusammengestellt.

Tabelle 2.1: Mittelwerte und Streubereich der Betonstahleigenschaften nach Rußwurm (entnommen aus [56])

Stahlsorte	Streckgrenze $f_y$			Verhältnis $f_t/f_y$			Gleichmaßdehnung $\epsilon_{su}$	
	$\bar{x}$ $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	s $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	v %	x -	s -	v %	x %	s %
IV M Matten	612	43	7,0	1,06	0,02	1,9	3,0	1,0
IV K Stabstahl								
ø6 - 12	555	16	3,0	1,14	0,02	1,3	7,1	0,72
ø14 - 28	551	20	3,7	1,21	0,02	1,9	7,0	0,97

x = Mittelwert, s = Standardabweichung, v = Variationskoeffizient,  $f_t$  = Zugfestigkeit

Mit Hilfe der von Dilger [57] angegebenen Exponentialfunktion

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + 0,002 \cdot \left(\frac{\sigma_s}{f_y}\right)^m \quad (2.1)$$

$$\text{wobei} \quad m = \frac{\ln(\varepsilon_{su}/0,002)}{\ln(f_t/f_y)} = \frac{\ln(\varepsilon_{su}) + 6,215}{\ln(f_t) - \ln(f_y)}$$

lassen sich aus diesen Kenngrößen Kennlinien für kaltverformte Stähle konstruieren (Abb. 2.5). Daraus wird ersichtlich, daß die für die plastische Rotationsfähigkeit bedeutsame Gleichmaßdehnung zwischen etwa 1% beim kaltverformten Stahl der Matten und ca. 10% beim kaltverformten Stabstahl schwankt. Des weiteren liegen die Streckgrenzen für den BSt 500 im Mittel deutlich über dem Wert, der beispielsweise in Eurocode 2 als charakteristischer Wert angegeben wird ( $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ ).

Für die nichtlinearen Berechnungen wird eine idealisierte bilineare Spannungsdehnungslinie zugrunde gelegt (Abb.2.4).

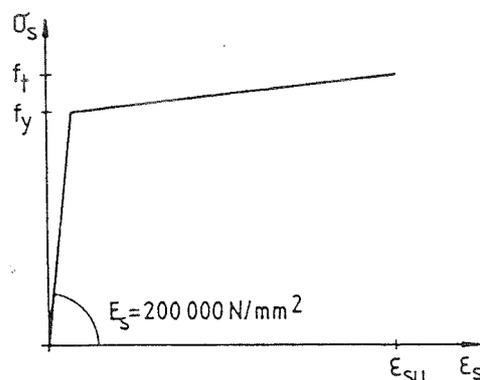


Abbildung 2.4: Idealisierte bilineare Spannungsdehnungslinie für Betonstahl

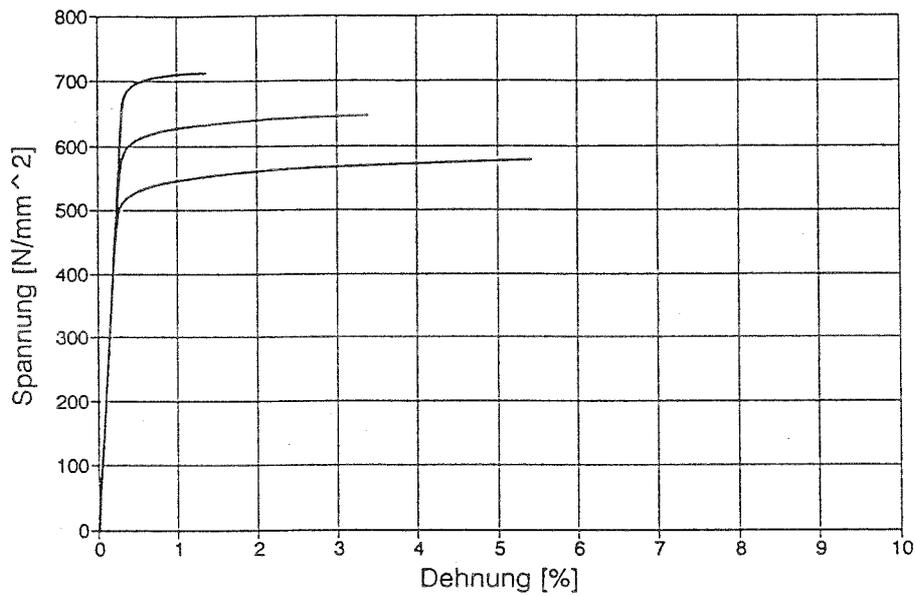
### Spannstahl

Für Spannstahl kann ebenfalls eine idealisierte bilineare Spannungsdehnungslinie angesetzt werden. Unterschiede zum Betonstahl sind vor allem aufgrund der schlechteren Verbundeigenschaften gegeben. Diese sind stark abhängig von der Oberflächenbeschaffenheit.

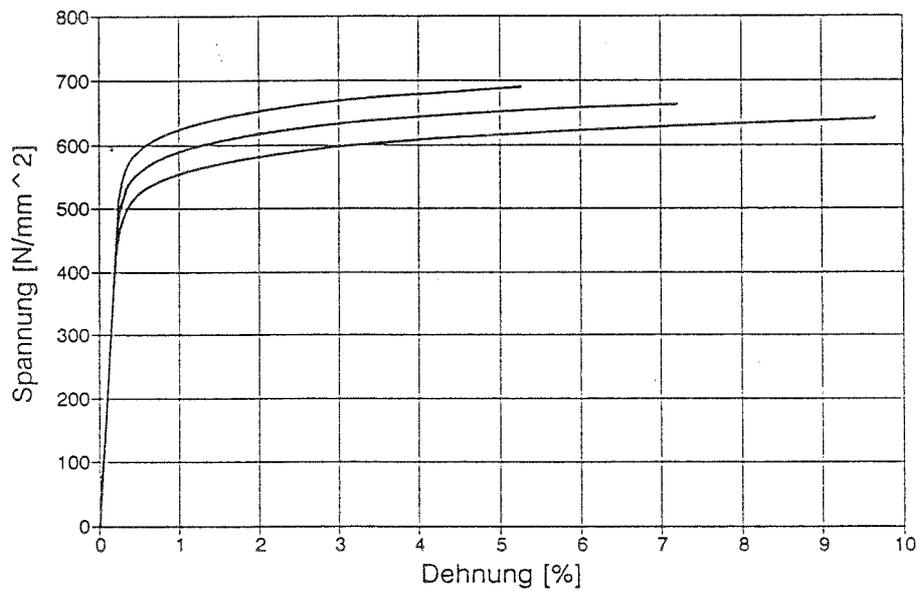
## 2.3 Beton

### 2.3.1 Beton auf Zug

Die Betonzugfestigkeit sowie das Tragverhalten des Betons auf Zug sind für die Vorgänge bei der Rißbildung im Beton und damit für die Ermittlung der erforderlichen Mindestbewehrung und die Rißbreitenbeschränkung von großem Einfluß. Daher wird an dieser Stelle etwas ausführlicher darauf eingegangen.



a)



b)

Abbildung 2.5: Stahlkennlinien für kaltverformten Stahl. Mittelwerte und 5%- bzw. 95%-Fraktile. a) Matten BSt 500 M b) Stabstahl  $d_s = 14-28\text{mm}$

Die Zugfestigkeit des Betons beträgt nur etwa ein Zehntel seiner Druckfestigkeit. Da sie von zahlreichen Einflüssen abhängig ist, streut sie in relativ weiten Grenzen. Dabei ist die Streuung innerhalb eines Bauteils kleiner als die Streuung von Bauwerk zu Bauwerk.

Die Zugfestigkeit wird zunächst von der Betonzusammensetzung bestimmt. Von Einfluß ist der Zementstein (w/z-Wert), der Zuschlag (Form und Oberflächenbeschaffenheit der Zuschlagkörner, Größtkorn, Sieblinie) sowie die Haftung zwischen Zementstein und Zuschlag.

Je nach Prüfverfahren erfolgt eine Unterscheidung zwischen Biegezug-, Spaltzug- und zentrischer Zugfestigkeit, wobei die Größenordnung der Festigkeitsverhältnisse im Mittel etwa 2 : 1,2 : 1 beträgt [58]. Die physikalisch fundierteste Größe ist die zentrische Zugfestigkeit, da beim axialen Zugversuch der eindeutigste Spannungszustand gegeben ist.

Die Zugfestigkeit nimmt im jungen Alter mit fortschreitender Erhärtung des Betons zu. Der Endwert ist jedoch früher erreicht als bei der Druckfestigkeit. Nach einem Alter von 28 Tagen ist der Zuwachs nur noch gering.

Gegenüber der zentrischen Kurzzeitzugfestigkeit von Laborproben, die bis zur Prüfung unter Wasser lagern, wirken im Bauwerk sowohl mindernde als auch steigernde Einflüsse.

Mindernd wirken sich Gefügespannungen und Zugeigenspannungen an der Oberfläche aus Schwinden oder einer Abkühlung der Umgebungstemperatur aus. Mindernd können auch sein eine geringere Verdichtung des Bauwerkbetons im Vergleich zu Laborproben, mögliche Fehlstellen oder eine mäßige Nachbehandlung.

Bei Dauerbelastung sowie bei häufig wiederholter Belastung kann die Zugfestigkeit gegenüber der Kurzzeitzugfestigkeit bis zu ca. 30% vermindert werden [58].

Steigernd wirken sich in erster Linie Überfestigkeiten der Betone aus.

Auf der Grundlage der Arbeiten von Heilmann [59] und Rüsç [60] kann die Zugfestigkeit des Betons aus der Druckfestigkeit bestimmt werden (Abb.2.6).

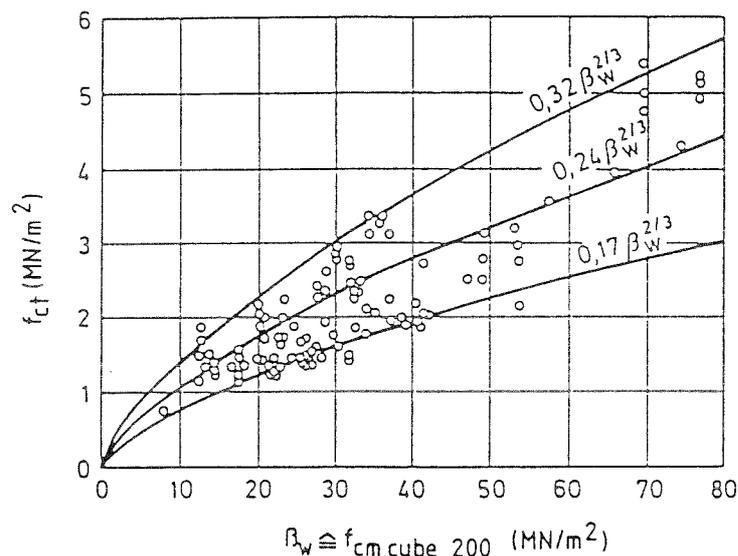


Abbildung 2.6: Zusammenhang zwischen der zentrischen Zugfestigkeit und der Würfel-druckfestigkeit des Betons im Alter von 28 Tagen (aus [58])

In Eurocode 2 sowie im Model Code 90 [61] werden die Rechenwerte für die zentrische Zugfestigkeit in Abhängigkeit von der charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit  $f_{ck}$  wie folgt festgelegt:

$$\begin{aligned}
 \text{Mittelwert:} & & f_{ct,m} & = & 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} & (2.2) \\
 \text{5\%-Fraktile:} & & f_{ct,k_{0,05}} & = & 0,70 \cdot f_{ct,m} \\
 \text{95\%-Fraktile:} & & f_{ct,k_{0,95}} & = & 1,30 \cdot f_{ct,m}.
 \end{aligned}$$

### Zugtragverhalten des Betons

In Abb.2.7 ist über die bei einem weggesteuert gefahrenen axialen Zugversuch aufgebrachte Längenänderung die zugehörige Spannung aufgetragen. Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit verhält sich der Beton nahezu linear elastisch. Anschließend fällt die Spannung mit zunehmendem Weg stetig wieder ab.

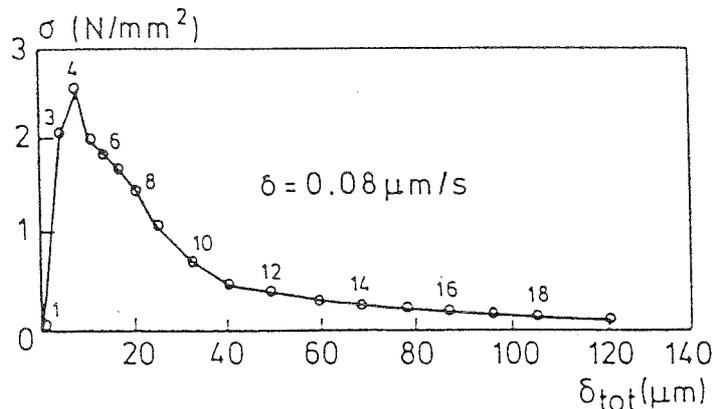


Abbildung 2.7: Spannungs-Weg-Beziehung beim weggesteuerten axialen Zugversuch (aus [62])

Bei Erreichen der Betonzugfestigkeit bildet sich eine lokal begrenzte sogenannte Rißprozeßzone, in der eine erhöhte Aufweitung und Neubildung von Mikrorissen stattfindet. Daraus entwickelt sich der endgültige makroskopische Trennriß. Mit der Rißbildung fällt die Betonzugfestigkeit nicht völlig aus, sondern es können in der Rißprozeßzone noch Zugspannungen während der Rißöffnung bis zu einer Rißbreite von ca. 0.1mm übertragen werden. Dieser Vorgang kann mit dem sog. Zugspannungs-Rißöffnungs-Gesetz ( $\sigma - w$  - Beziehung) beschrieben werden. Die über eine Meßlänge ( $l$ ) gemessene Längenänderung des Betons ( $\Delta l$ ) setzt sich mithin aus einem elastischen Anteil, der von der Meßlänge abhängig ist, und der Verformung der Rißprozeßzone, die durch einen diskreten Einzelriß der Breite  $w$  beschrieben werden kann, zusammen [63]:

$$\Delta l = \frac{\sigma_c}{E_c} \cdot l + w.$$

### Maßstabeffekt

Wie bereits erwähnt, ist die „Biegezugfestigkeit“ des Betons größer als die zentrische Zugfestigkeit. Die „Biegezugfestigkeit“ ist aber abhängig von der Querschnittshöhe des Probekörpers. Diese Zusammenhänge lassen sich mit der  $\sigma - w$  - Beziehung erklären:

Wird das Zugspannungs-Rißöffnungs-Gesetz in ein mechanisches Modell eingeführt, indem man an der Rißzone nichtlineare Federn mit dieser Charakteristik anbringt und alle anderen Bereiche elastisch beläßt, so kann über eine Scheibenberechnung die Tragfähigkeit eines unbewehrten Betonkörpers ermittelt werden. Duda [63] ermittelt so die Traglast von unbewehrten Probekörpern unter exzentrischer Zugnormalkraft ( $N_u$ ) bzw. unter reiner Biegung ( $M_u$ ). Daraus kann der Traglastzuwachs (Abb.2.8) wie folgt definiert werden:

$$\frac{N_u}{A_c} + \frac{N_u \cdot e}{W_c} = (1 + \lambda) \cdot f_{ct} \quad \leadsto \lambda = \frac{N_u}{\frac{f_{ct}}{1/A_c + e/W_c}} - 1$$

bzw.

$$\frac{M_u}{W_c} = (1 + \lambda) \cdot f_{ct} \quad \leadsto \lambda = \frac{M_u}{f_{ct} \cdot W_c} - 1.$$

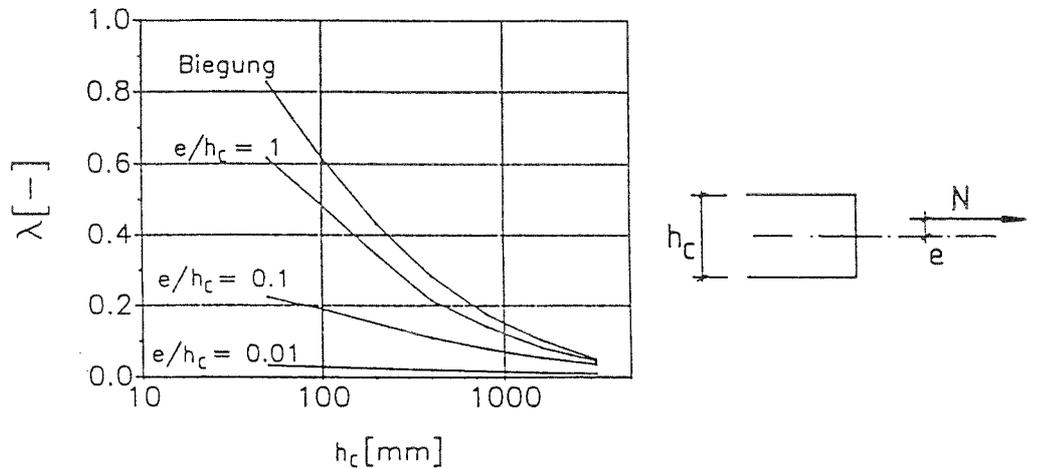


Abbildung 2.8: Maßstabeffekt [62]

Der Traglastzuwachs nimmt mit zunehmender Bauteilhöhe und kleiner werdender Exzentrizität ab. Die in Abb.2.9 dargestellten Spannungsverteilungen für unbewehrte Balken unterschiedlicher Höhe unter reiner Biegung zeigen das Tragverhalten sehr anschaulich. Die maximale Spannung ist immer gleich der axialen Zugfestigkeit.

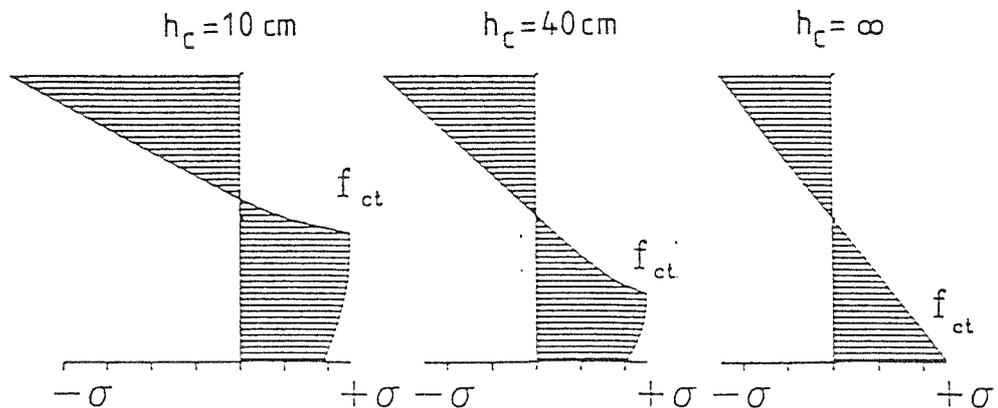


Abbildung 2.9: Spannungsverteilung unter dem Bruchmoment bei reiner Biegung für verschiedene Bauteilhöhen [62]

### 2.3.2 Beton auf Druck

Es werden die in Eurocode 2 angegebenen Spannungsdehnungslinien für die Schnittgrößenermittlung bzw. für die Querschnittsbemessung verwendet.

Der Schnittgrößenermittlung für kurzzeitig wirkende Lasten darf bei nichtlinearen Berechnungen die folgende Beziehung im Intervall  $0 \geq \varepsilon_c \geq \varepsilon_{cu}$  zugrunde gelegt werden (Abb.2.10):

$$\sigma_c = f_c \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \quad (2.3)$$

wobei

$f_c$  maßgebender Wert der Betondruckfestigkeit

charakt. Wert:  $f_{ck}$

Mittelwert:  $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MN/m}^2$

Bemessungswert:  $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$

$\gamma_c$  Teilsicherheitsbeiwert für Beton

$\varepsilon_{c1}$  zur maximalen Ordinate  $f_c$  gehörige Betonstauchung

$$\varepsilon_{c1} = -2,2\text{‰}$$

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$$

$$k = 1,1 \cdot E_{c,nom} \cdot \frac{\varepsilon_{c1}}{f_c}$$

$E_{c,nom}$  maßgebender Wert des Elastizitätsmoduls

Mittelwert:  $E_{cm} = 9500 \cdot f_{cm}^{1/3}$

Bemessungswert:  $E_{cd} = E_{cm} / \gamma_c$

$\varepsilon_{cu}$  Bruchstauchung in Abhängigkeit vom Mittelwert  $f_{cm}$  nach Tab.2.2

Tabelle 2.2: Nennwerte von  $\varepsilon_{cu}$  für Rechteckquerschnitte nach Eurocode 2

Festigkeits- klasse	C 12/15	C 16/20	C 20/25	C 25/30	C 30/37	C 35/45	C 40/50	C 45/55	C 50/60
$f_{cm}$ ( $\text{MN/m}^2$ )	20	24	28	33	38	43	48	53	58
$\varepsilon_{cu}$ (‰)	-3,6	-3,5	-3,4	-3,3	-3,2	-3,1	-3,0	-2,9	-2,8

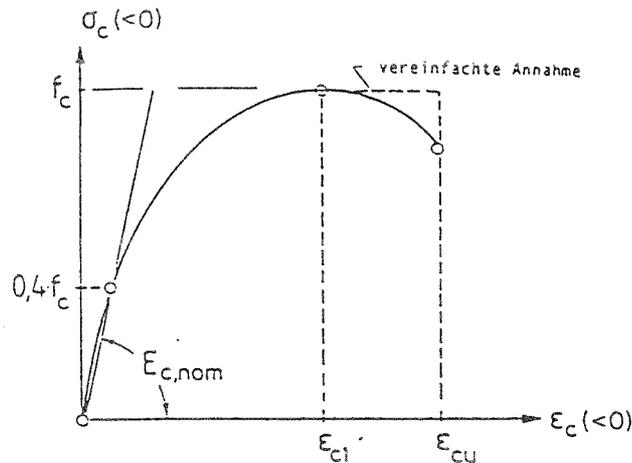


Abbildung 2.10: Spannungsdehnungslinie für die Schnittgrößenermittlung nach Eurocode 2

## 2.4 Verbund zwischen Bewehrung und Beton

Gemeinsam mit der Betonzugfestigkeit besitzt der Verbund zwischen Bewehrung und Beton einen wesentlichen Einfluß auf die Vorgänge bei der Ribbildung im Beton. Auch der Verbund unterliegt starken Streuungen.

Durch den Verbund erfolgt die Kraftübertragung zwischen Bewehrung und Beton. Sobald sich in einem Bereich die Stahlspannungen ändern, müssen aus Gleichgewichtsgründen Verbundspannungen wirksam sein. Ursachen für die Änderungen der Spannungen in der Bewehrung können Lasten, Schwinden und Kriechen des Betons oder Temperaturänderungen sein. Besonders ausgeprägt sind die Verbundspannungen jedoch im Bereich von Rissen im Beton.

Entsteht ein Trennriß, muß die Bewehrung im Riß alle Kräfte übernehmen. Dabei dehnt sich der Stahl wesentlich mehr als der umgebende Beton. Aufgrund der gerippten Stahloberfläche werden dabei über Betondruckkegel Längszugspannungen und Ringzugspannungen in den Beton eingeleitet (Abb. 2.11). Bei den verschmierten Komponenten der Abstützkräfte der Betondruckkegel längs der Bewehrung handelt es sich um die Verbundspannungen.

In der unmittelbaren Umgebung eines Trennrisses ist ein Bereich gestörten Verbundes vorhanden. Wie Röntgenaufnahmen zeigen, entwickelt sich ein Trennriß aus einer von Mikrorissen durchsetzten Zone heraus. Dadurch ist der Beton im Kreuzungsbereich mit dem Riß kegelförmig um den Bewehrungsstab herum mit Mikrorissen aufgeweicht. Des weiteren können sich Mikrorisse zwischen zwei Trennrissen in der Umgebung der Bewehrung bilden, ohne bis an die Betonoberfläche vorzudringen (Abb. 2.12) [64] [65]. Bei diesen Vorgängen spielt die Fähigkeit des Betons, noch Zugspannungen über sich bildende und öffnende Risse übertragen zu können (Zugspannungs-Rißöffnungs-Gesetz), eine wesentliche Rolle. Als Folge variiert die Steifigkeit des Verbundes längs der Einbettungslänge eines Bewehrungsstabes zwischen zwei Rissen. Die Verbundsteifigkeit ist im Innern höher als im rißnahen Randbereich und abhängig von der Höhe der Beanspruchung.

Die bei unterschiedlichen Dehnungen von Beton und Bewehrung entstehenden Relativverschiebungen werden als Schlupf bezeichnet. Die Verbundspannungen sind um so größer, je größer der Schlupf ist.

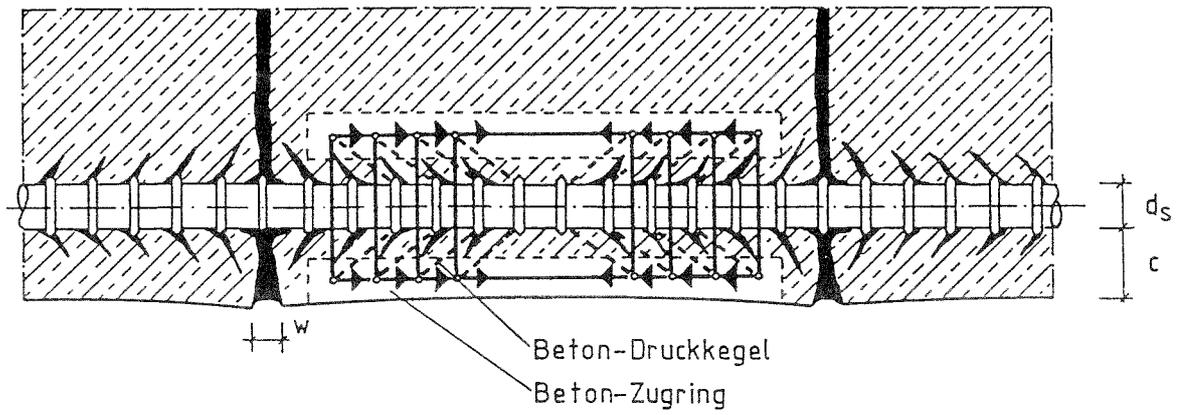


Abbildung 2.11: Modell zur Mechanik des Verbundes

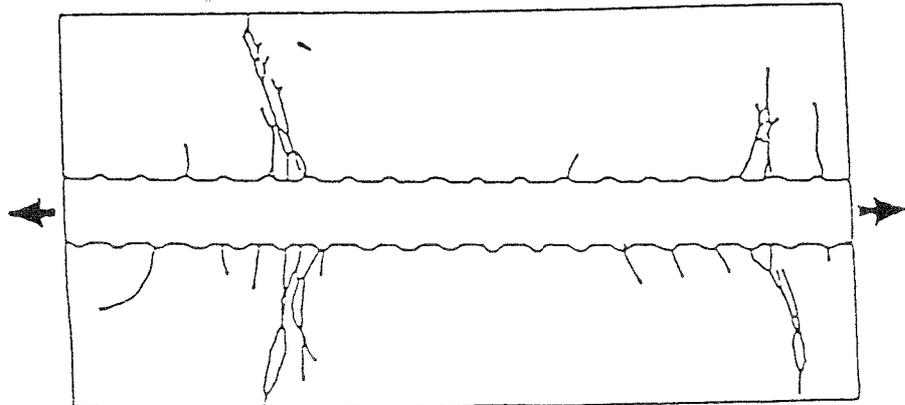


Abbildung 2.12: Radiografisch beobachtete Mikrorisse in einem gezogenen Verbundkörper [65]

Der Verbund wird von folgenden Einflüssen bestimmt:

- Beton  
(Festigkeit, Sieblinie der Zuschläge, Verdichtung)
- Bewehrung  
(bezogene Rippenfläche)
- Lage des Stabes beim Betonieren  
(stehend, liegend, Höhe über Schalungsboden)
- Betondeckung  
(Dicke)
- Querdruckbeanspruchungen.

Der Einfluß des Bewehrungsstabdurchmessers ist gering.

Der Zusammenhang zwischen den Verbundspannungen ( $\tau$ ) und dem Schlupf ( $s$ ) wird durch das Verbundgesetz beschrieben. Die Verbundgesetze folgen aus experimentellen Untersuchungen an Ausziehkörpern. Diese sollen einen differentiell kleinen Ausschnitt aus dem Bauteil repräsentieren und einen möglichst vergleichbaren Spannungszustand aufweisen. Die Ausbildung der Ausziehkörper hat einen wesentlichen Einfluß auf die Ergebnisse. Wie die Erfahrung zeigt, führen bei zweckmäßiger Ausbildung der Ausziehkörper die so ermittelten Verbundgesetze zu brauchbaren Ergebnissen.

Für die mathematische Formulierung des Verbundgesetzes im Gebrauchslastbereich hat sich Gl.(2.4) als zweckmäßig erwiesen:

$$\tau_{(s)} = f_{c,cube200} \cdot a \cdot s^n. \quad (2.4)$$

Über die Verbundparameter  $a$  und  $n$  erfolgt die Anpassung an die Versuchsergebnisse.

Krips [66] verwendet für mäßigen Verbund die Parameterkombination (Schlupf in  $cm$ )

$$n = 0,3 \quad ; \quad a = 0,58(cm^{-n})$$

und für guten Verbund

$$n = 0,22 \quad ; \quad a = 0,60(cm^{-n}).$$

Rohling [67] führt umfangreiche experimentelle Untersuchungen durch, um die Parameter  $a$  und  $n$  zu bestimmen. Für diese ergeben sich große Streubreiten.

Aufgrund der in [67] angegebenen Streubereiche für Kurzzeitversuche mit oberflächennaher Anordnung der Bewehrung wird bei den in Abschn.5.1 durchgeführten numerischen Untersuchungen für guten Verbund die Parameterkombination (Schlupf in  $mm$ )

$$n = 0,26 \quad ; \quad a = 0,47(mm^{-n})$$

verwendet. Da bei den Ausziehkörpern die Stäbe stets stehend betoniert wurden und bei liegend betonierten Stäben die Verbundgüte bis unter die Hälfte der günstigen Werte stehender Stäbe absinken kann, wird für mäßigen Verbund

$$n = 0,26 \quad ; \quad a = 0,5 \cdot 0,47(mm^{-n})$$

angesetzt. Damit wird ein etwas größerer Streubereich abgedeckt als mit den von Krips verwendeten Parametern (Abb.2.13).

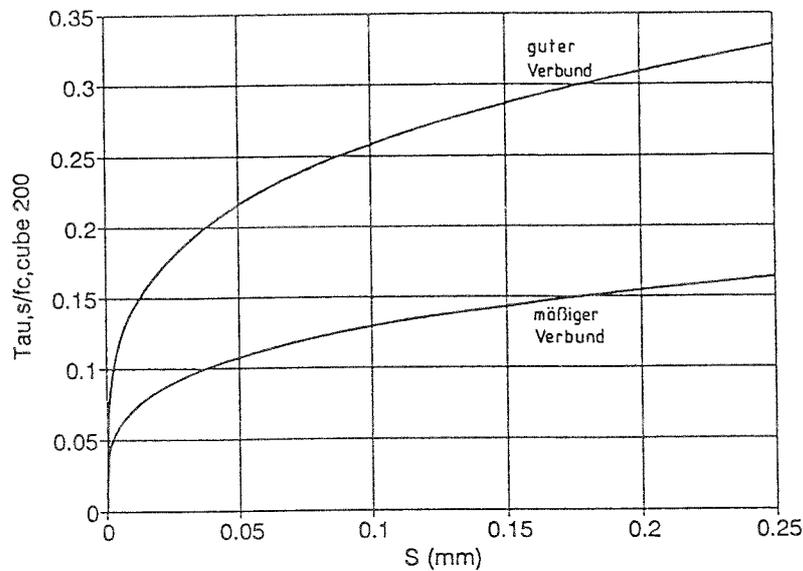


Abbildung 2.13: Verwendetes Verbundgesetz für guten und mäßigen Verbund

Infolge einer Dauerlast führt das Verbundkriechen zu einer Zunahme der Relativverschiebungen zwischen Bewehrung und Beton. Damit geht eine Änderung des Stahl-, Beton- und Verbundspannungsverlaufs einher. Das im Versuch zu beobachtende grundsätzliche Verbundkriechverhalten zeigt Abb.2.14. Nach [67] kann das Verbundkriechen mit einem linearen Ansatz beschrieben werden:

$$s_t = s_0[1 + \varphi_t], \quad \text{sofern} \quad \tau \leq 0,5\tau_u. \quad (2.5)$$

$s_t$  zeitabhängige Verschiebung

$s_0$  spontane Verschiebung

$\varphi_t$  Kriechzahl für das Verbundkriechen

Das Verbundkriechen kann näherungsweise mit isochronen Verbundspannungs-Verschiebungslinien erfaßt werden (Abb.2.15).

Die gleiche Wirkung wie das Verbundkriechen unter Dauerlast hat eine zyklische Schwellbeanspruchung.

Die oben beschriebenen Verbundgesetze gelten nur für den Gebrauchslastbereich. Werden die Untersuchungen auf den plastischen Verformungsbereich ausgedehnt, ist ein Modell erforderlich, das auch für große Schlupfwerte Gültigkeit besitzt.

## 2.5 Verbundmittel

Übliche Dübelausführungen waren anfangs aufgeschweißte Winkel, U-Profile, Rundanker oder starre Blockdübel. Diese Art der Verdübelung führte jedoch zu einem hohen Arbeitsaufwand bzw. zu hohen Kosten. 1962 berichtete Sattler [11] vom Aufkommen einer neuartigen Verdübelung in den USA und England, den Kopfbolzendübeln. Grundlage war das auf

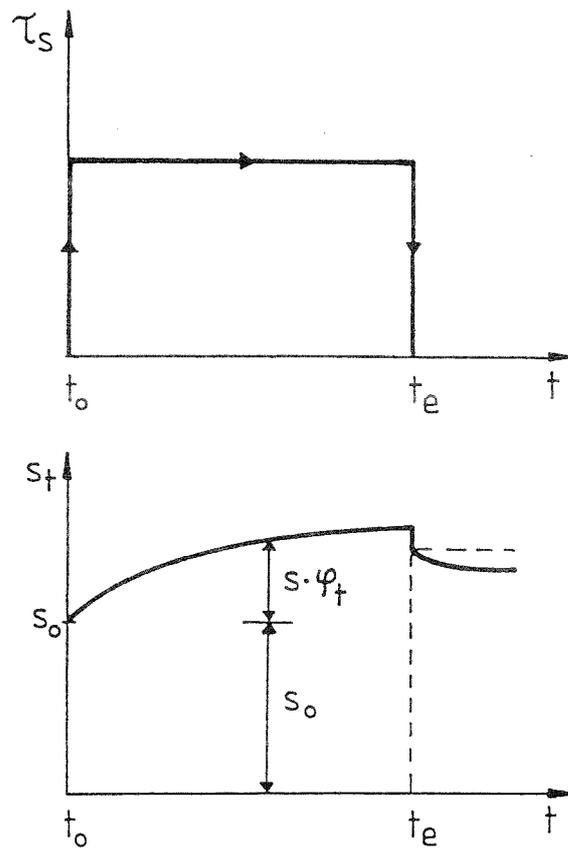


Abbildung 2.14: Grundsätzliches Verbundkriechverhalten [67]

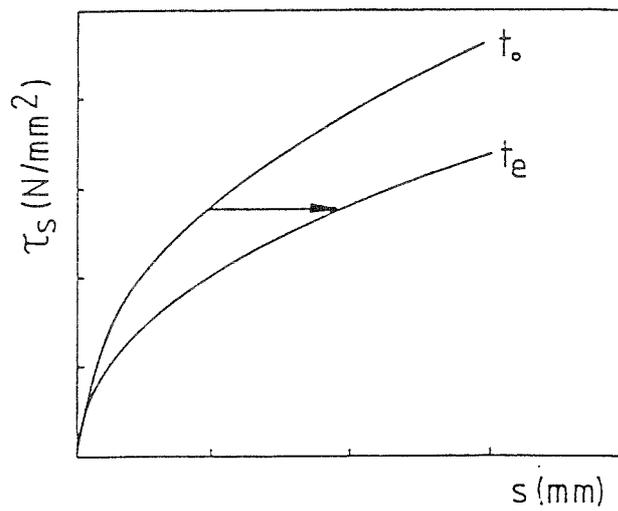


Abbildung 2.15: Isochrone Verbundspannungs-Verschiebungslinien

das Jahr 1920 zurückgehende Bolzenschweißverfahren, das in den USA unter dem Namen „Nelson-Verfahren“ bekannt wurde. Dieses Verfahren fand aufgrund seiner wirtschaftlichen Vorteile weite Verbreitung und hat sich in Deutschland als Verbundmittel im Brücken- und Hochbau weitestgehend durchgesetzt.

Weitere Verbundmittel, die heute neben Kopfbolzendübeln eingesetzt werden, sind hochfeste Schrauben (Reibungsverbund), Schenkeldübel [68] und Lochleisten [12]. Die nachfolgenden Untersuchungen bleiben auf Kopfbolzendübel als Verbundmittel beschränkt.

In der Regel werden die Kopfbolzendübel im Werk aufgeschweißt. Profilbleche werden vorgelocht oder enden seitlich neben den Dübeln. Bei Schaftdurchmessern  $\leq 19\text{mm}$  ( $3/4''$ ) kann auch die Durchschweißtechnik angewendet werden.

Bei einer physikalisch nichtlinearen Berechnung von Stahlverbundträgern kann das Tragverhalten der Kopfbolzendübel über die Dübelkennlinie in die Berechnung eingeführt werden. Dübelkennlinien werden in Scherversuchen (push out tests) ermittelt. Den nachfolgend durchgeführten Untersuchungen liegen Dübelkennlinien zugrunde, die freundlicherweise von der Ruhr-Universität Bochum (Prof. Roik) und der Universität Kaiserslautern (Prof. Bode) zur Verfügung gestellt wurden.

Die Dübelkennlinie im Normalbeton ist charakterisiert durch eine große Anfangssteifigkeit und ein ausgeprägtes Fließplateau. Wichtige Kenngrößen sind der Tragwiderstand und die Verformbarkeit.

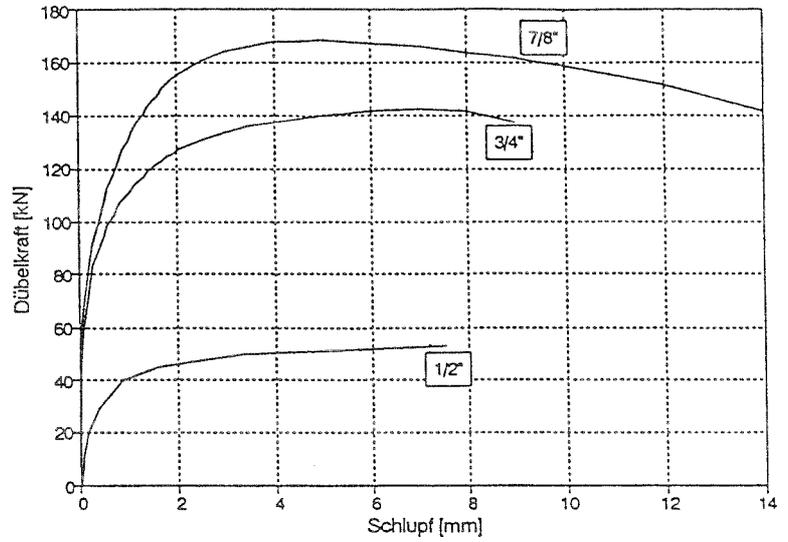
Eine wesentliche Einflußgröße auf die Dübelkennlinie ist der Schaftdurchmesser (Abb.2.16a). In Abhängigkeit von der Profilblechgeometrie stellt sich ein deutlicher Abfall der Tragfähigkeit gegenüber der durchgehenden Verbundfuge ein (Abb.2.16b). Dagegen nimmt die Verformbarkeit deutlich zu. Die Dübelsteifigkeit im Gebrauchszustand wird kleiner. Der Einfluß des Spannungszustandes im Beton längs und quer geht aus Abb.2.16c und d hervor. Das relativ hohe Querbiegemoment bewirkt einen deutlichen Zuwachs an Tragfähigkeit. Bei kleineren Querbiegemomenten geht der Einfluß zurück. Ein signifikanter Einfluß der Betongüte (B35, B55) ist aus Abb.2.16e nicht erkennbar. Die Dübelkennlinie wird auch von der Ausbildung der Prüfkörper beeinflusst (Abb.2.16f). Die dargestellten Dübelkennlinien sind Mittelwertkurven aus mehreren Versuchen. Lediglich bei den Kennlinien mit Längsdruck und Querbiegung handelt es sich um Einzelversuche.

Da die Dübelkennlinien vom Spannungszustand im Beton (Längsdruck, Querbiegung) und von der Art der Schubausleitung (Ausbildung Prüfkörper) beeinflusst werden, stellt die Übertragung der Dübelkennlinien von Scherversuchen auf Trägerberechnungen eine Näherung dar.

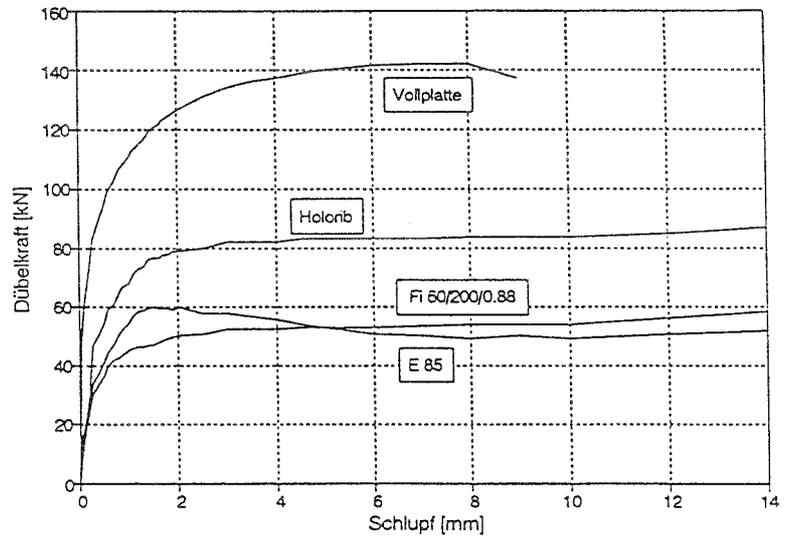
Die Streuungen der Dübelkennlinien dürften in erster Linie ihre Ursache in der jeweiligen Beschaffenheit des Betons am Dübelfuß haben (Verdichtung, Zuschlagkörner, Porosität, Nester, Querbewehrung).

Kopfbolzendübel können bei Verwendung von Normalbeton in Vollplatten Relativverschiebungen von ca. 6-10mm ertragen. Danach erfolgt ein deutlicher Abfall des Tragwiderstandes und das Abscheren des Bolzens. In Darmstadt durchgeführte Abscherversuche von Kopfbolzendübeln ( $\phi 9,52\text{mm}$ ,  $h=75\text{mm}$ ) in hochfestem Beton ( $f_{c,cube} = 90 \dots 95\text{MN/m}^2$ ) ergaben dagegen ein sehr sprödes Verhalten. Der Schlupf beim Bruch betrug nur ca. 2mm. Die gleichen Dübel zeigten in Normalbeton ( $f_{c,cube} = 18\text{MN/m}^2$ ) ein sehr duktileres Verhalten. Der Schlupf bis zum Abscheren des Bolzens betrug dort ca. 12mm [64].

a) Schaftdurchmesser (B35)



b) Profilbleche ( $\phi 3/4''$ )



c) Querbiegung ( $\phi 7/8''$ , Holorib 51)

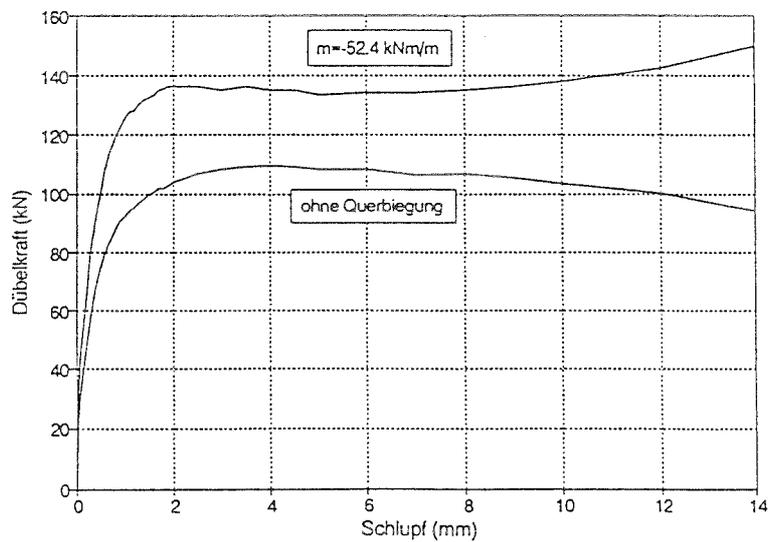
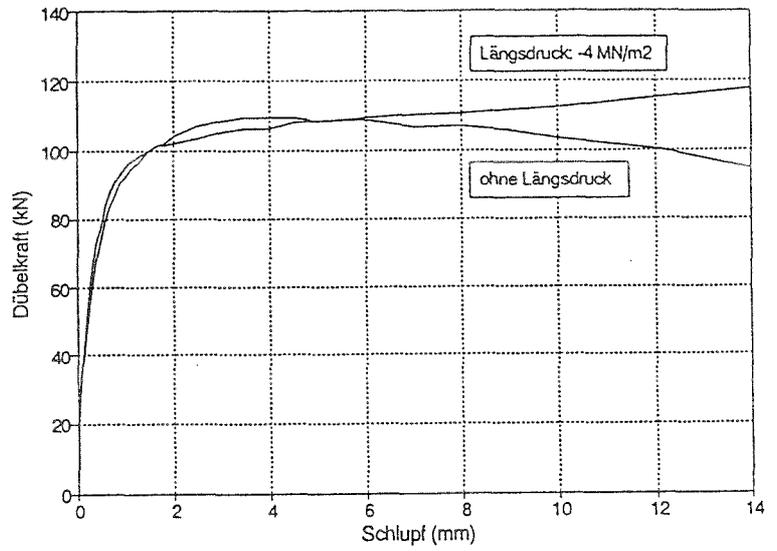
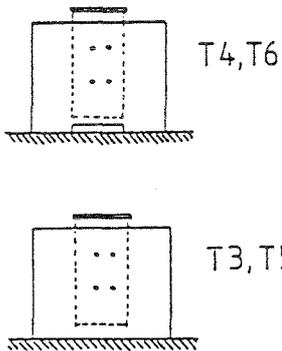
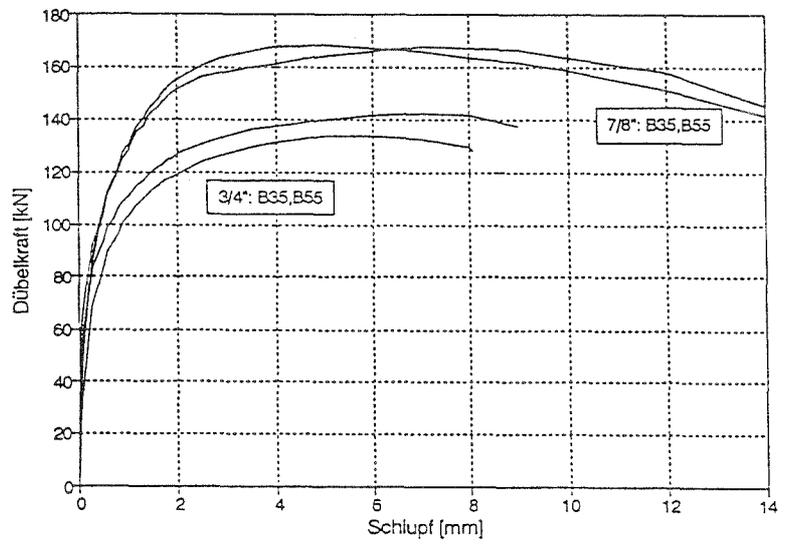


Abbildung 2.16: Einflüsse auf die Dübelkennlinien

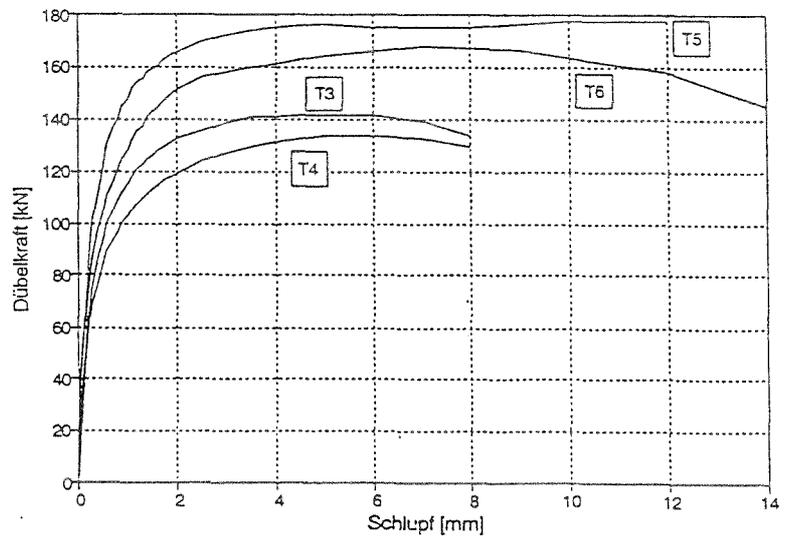
d) Längsdruck ( $\phi 7/8''$ , Holorib 51)



e) Betonfestigkeit



f) Schubausleitung ( $\phi 3/4''$ ;  $\phi 7/8''$ )



In der Literatur sind auch mathematische Formulierungen von Dübelkennlinien enthalten, die durch Anpassung an Versuchsergebnisse ermittelt wurden [69].

$$\text{Fisher: } P_{(s)} = P_{max} \cdot (1 - e^{-0,7 \cdot s})^{0,4}$$

$$\text{Buttry: } P_{(s)} = P_{max} \cdot \frac{3 \cdot s}{1 + 3 \cdot s}$$

$P$  Dübelkraft       $s$  Schlupf (mm)

## Kapitel 3

# Modell zur Beschreibung des Verformungsverhaltens des Betongurtes im Zugbereich

Bei einer wirklichkeitsnahen Schnittgrößenermittlung auf der Grundlage einer physikalisch nichtlinearen Berechnung muß das Verformungsverhalten des Betongurtes unter Berücksichtigung der versteifenden Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen erfaßt werden.

Die Formänderungen des Betongurtes werden durch die Krümmung und die Längsdehnung bestimmt. Liegt die Dehnungsnulllinie außerhalb des Betongurtes, wirkt er bei Vernachlässigung der Biegesteifigkeit in guter Näherung als Stahlbetonzugstab. Liegt die Nulllinie innerhalb des durch Biegung und Normalkraft beanspruchten Betongurtes, kann seine Zugzone über eine wirksame Betonfläche ( $A_{c,eff}$ ), welche die Wirkungszone der Bewehrung beschreibt, in einen axial gezogenen Ersatzstab übergeführt werden.

Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen (tension stiffening) kann rechnerisch entweder über eine modifizierte Stahlkennlinie oder im Werkstoffgesetz des Betons erfaßt werden. Nachfolgend wird der ersten Variante der Vorzug gegeben. Dabei wird die Stahlspannung in Abhängigkeit von der mittleren Stahldehnung angegeben, die durch Mittelung über alle Risse bestimmt wird.

### 3.1 Elastischer Stahldehnungsbereich

Für den Gebrauchszustand ist nur der elastische Stahldehnungsbereich von Interesse. Das Verhalten eines Stahlbetonzugstabes wurde in zahlreichen Laborversuchen untersucht (z.B. Abb.3.1). Für die rechnerische Erfassung dieses Verhaltens sind verschiedene Vorschläge zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bekannt. Nachfolgend werden nur die Formulierungen des CEB-FIP Model Code 78, die Eingang in Eurocode 2 gefunden haben, sowie des CEB-FIP Model Code 90, die dem Eurocode 4 zugrunde liegen, verwendet (Abb.3.2).

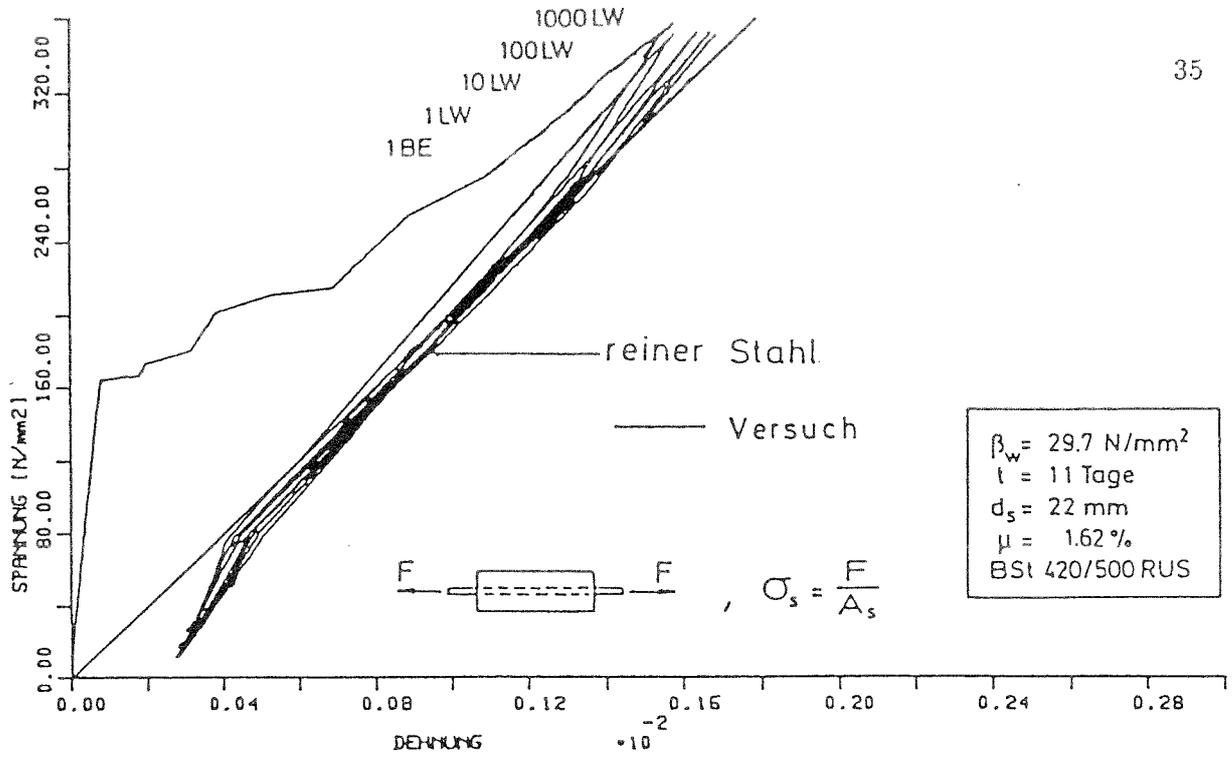


Abbildung 3.1: Stahlbetonzugstab bei monoton steigender und schwellender Belastung [70]

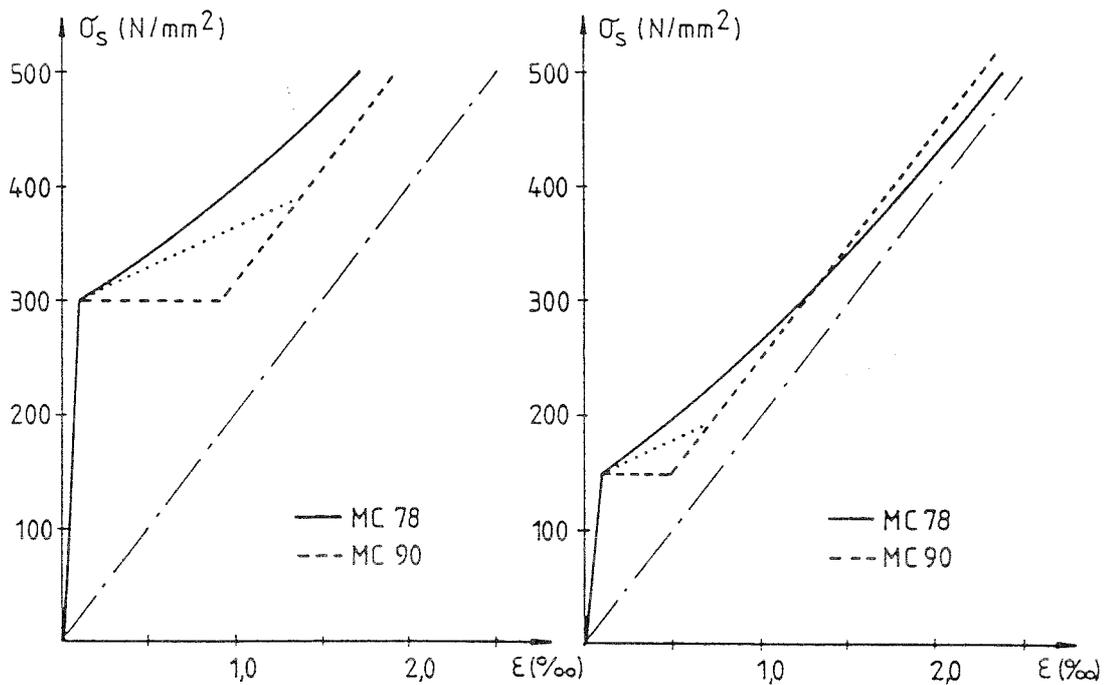


Abbildung 3.2: Vergleich der Ansätze für die Betonmitwirkung zwischen den Rissen nach Model Code 78 und Model Code 90

*Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nach CEB-FIP Model Code 78 und Eurocode2*

Diese Formulierung geht auf die Arbeit von Rao, 1966 [71] zurück, der über die Gleichgewichtsbedingungen am Riß zu folgendem Ansatz für die mittlere Stahldehnung gelangte:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - k \cdot \frac{f_{ct}}{E_s \cdot \rho_s}$$

$\varepsilon_{sm}$	mittlere Stahldehnung
$\varepsilon_{s2}$	Stahldehnung im Rißquerschnitt
$f_{ct}$	Betonzugfestigkeit
$E_s$	Elastizitätsmodul des Bewehrungsstahls
$\rho_s =$	$A_s / (b \cdot d)$

Die Auswertung von Kurzzeitversuchen an Balken ergab, daß der Faktor  $k$  um so kleiner wird, je mehr das Rißmoment überschritten wird. Über die Anpassung an Versuchsergebnisse wurde die folgende Beziehung für  $k$ , das ziemlich großen Streuungen unterliegt, angesetzt:

$$k = 0,18 \cdot \frac{\sigma_{s2,r}}{\sigma_{s2}}$$

$$\leadsto \varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} \left[ 1 - 0,18 \cdot \frac{\sigma_{s2,r}}{\sigma_{s2}} \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_s} \right]$$

Beim Rechteckbalken gilt für das Rißmoment ( $M_r$ ) und die Stahlspannung im Riß ( $\sigma_{s2,r}$ ) unmittelbar nach Rißbildung

$$M_r = f_{ct} \cdot \frac{b \cdot h^2}{6} \quad (\text{Zustand I})$$

$$M_r = \sigma_{s2,r} \cdot A_s \cdot z \approx \sigma_{s2,r} \cdot A_s \cdot 0,8h \quad (\text{Zustand II})$$

$$\leadsto \sigma_{s2,r} = \frac{1}{6 \cdot 0,8} \cdot \frac{f_{ct} \cdot b \cdot h}{A_s} \approx 0,18 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_s}$$

Damit läßt sich die von Rao angegebene Beziehung für die mittlere Stahldehnung bei Kurzzeitbelastung auch wie folgt schreiben:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_{s2,r}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \right]$$

Ausgehend von der halbempirisch gewonnenen Beziehung nach Rao bestätigen Falkner [27] und Rostásy [72] die Gültigkeit der Beziehung aufgrund von Versuchen allgemein auch für Zugstäbe.

Unter der Einwirkung einer statischen Dauerlast oder einer wiederholten Belastung nimmt die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ab. Experimentelle Untersuchungen hierzu wurden z.B. in [67] und [70] durchgeführt.

Der Model Code 78 bzw. Eurocode 2 enthält für die mittlere Stahldehnung im elastischen Stahldehnungsbereich die folgende Beziehung:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{sE,r} + \frac{\sigma_{s2}}{E_s} \left[ 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left( \frac{\sigma_{s2,r}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \right] \quad (3.1)$$

- $\epsilon_{sm}$  mittlere Stahldehnung
- $\epsilon_{sE,r}$  Stahldehnung unter der Rißschnittgröße im ungerissenen Querschnitt (Zustand I)
- $\sigma_{s2}$  Stahlspannung (Zustand II)
- $\sigma_{s2,r}$  Stahlspannung unter der Rißschnittgröße im Zustand II
- $\beta_1$  Verbundbeiwert; für Rippensthle ist  $\beta_1 = 1,0$
- $\beta_2$  Beiwert zur Erfassung des Einflusses der Lastdauer oder einer wiederholten Belastung:  $\beta_2 = 1,0$  für Erstbelastung;  $\beta_2 = 0,5$  für Langzeitbelastung und nicht vorwiegend ruhenden Lasten

Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nach CEB-FIP Model Code 90 und Eurocode4

Im Model Code 90 ist demgegenüber eine vereinfachte Beziehung für die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen angegeben, die auf die Arbeiten von König/Fehling [35] zurückgeht. Ausgangspunkt für die Herleitung ist das mittlere Verhalten eines Zugstabes (Abb. 3.3).

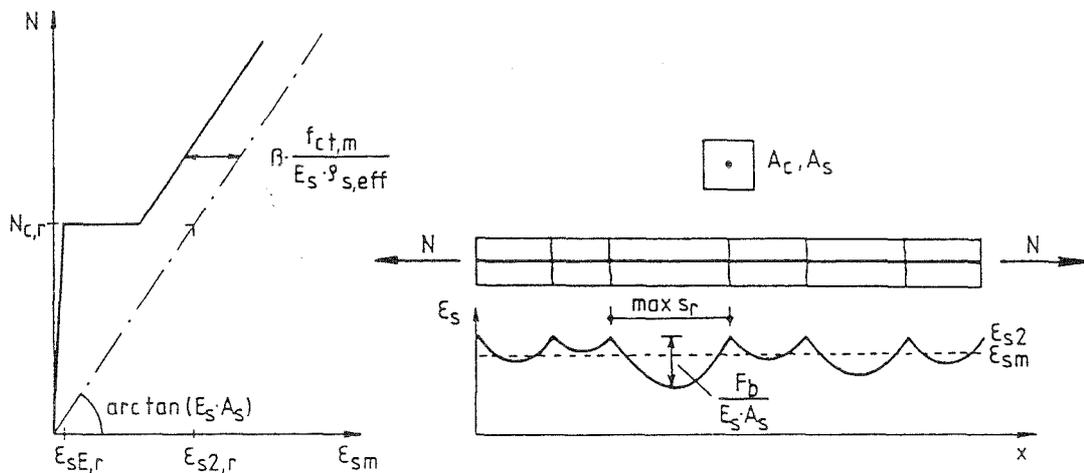


Abbildung 3.3: Mittleres Verhalten eines Zugstabes

Die Zugkraft ( $N_{cr}$ ), die zum ersten Riß führt, beträgt

$$\begin{aligned}
 N_{cr} &= A_c \cdot f_{ct} + A_s \cdot \alpha_e \cdot f_{ct} \\
 &= A_c \cdot f_{ct} (1 + \alpha_e \cdot \rho_s) \\
 \text{mit } \alpha_e &= \frac{E_s}{E_{cm}}.
 \end{aligned}$$

Die zugehörigen Stahldehnungen unter Rilast im Zustand I ( $\epsilon_{sE,r}$ ) sowie im Zustand II ( $\epsilon_{s2,r}$ ) ergeben sich zu

$$\epsilon_{sE,r} = \frac{n \cdot f_{ct}}{E_s} = \frac{\sigma_{sE,r}}{E_s}$$

$$\text{und} \quad \varepsilon_{s2,r} = \frac{N_{cr}}{E_s \cdot A_s} = \frac{f_{ct}}{E_s \cdot \rho_s} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_s).$$

Der maximale Rißabstand ( $\max s_r$ ) des abgeschlossenen Erstribildes hat den Betrag der zweifachen Einleitungslänge ( $l_t$ )

$$\max s_r = 2 \cdot l_t.$$

Die zugehörige maximale Verbundkraft ( $F_b$ ), die über die Einleitungslänge in die unmittelbar um den Bewehrungsstab liegende wirksame Betonzugfläche  $A_{c,eff}$  eingeleitet werden kann, ergibt sich zu

$$F_b = d_s \cdot \pi \cdot l_t \cdot \tau_m = A_{c,eff} \cdot f_{ct}$$

$\tau_m$  mittlere Verbundspannung

Die mittlere Stahlspannung zwischen dem maximalen Rißabstand kann dann wie folgt angegeben werden (Abb.3.3):

$$\varepsilon_{sm, \max s_r} = \varepsilon_{s2} - \beta \cdot \frac{F_b}{E_s \cdot A_s}.$$

Für das mittlere Verhalten eines Zugstabes ist der mittlere Rißabstand  $s_{r,m}$  maßgebend. Dieser folgt aus der Häufigkeitsverteilung der Rißabstände. Danach sind kleine Rißabstände häufiger als große.

Der mittlere Rißabstand und die mittlere Verbundkraft ( $F_{b,m}$ ) können angenommen werden zu

$$s_{r,m} \approx \frac{2}{3} \max s_r$$

$$F_{b,m} \approx \frac{2}{3} F_b.$$

Die mittlere Stahldehnung über die gesamte Länge des Zugstabes folgt daraus zu

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} &= \varepsilon_{s2} - \beta \cdot \frac{F_{b,m}}{E_s \cdot A_s} \\ &= \varepsilon_{s2} - \frac{2}{3} \cdot \beta \cdot \frac{f_{ct} \cdot A_{c,eff}}{E_s \cdot A_s} \\ &= \varepsilon_{s2} - \frac{2}{3} \cdot \beta \cdot \frac{f_{ct}}{E_s \cdot \rho_{s,eff}} \end{aligned}$$

Für kurzzeitige Lasten kann  $\beta = 0,6$  angesetzt werden. Zur Berücksichtigung des Verbundkriechens unter einer statischen Dauerlast sowie des Einflusses aus einer nicht ruhenden Belastung auf das Verbundverhalten wird  $\beta$  abgemindert. Damit ergeben sich für den Bereich des abgeschlossenen Rißbildes folgende Beziehungen:

Kurzzeitbelastung

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \rho_{s,eff}} \quad (3.2)$$

Dauerlast, wiederholte Belastung

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - 0,25 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \rho_{s,eff}} \quad (3.3)$$

Das Schwinden des Betons hat für die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen beim abgeschlossenen Rißbild, wie später noch gezeigt werden wird, praktisch keinen Einfluß. Da über größere Längen integriert wird, muß vom Mittelwert der Betonzugfestigkeit ( $f_{ct,m}$ ) ausgegangen werden.

#### *Vergleich der Modelle*

Während bei dem Ansatz nach Model Code 78 die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen mit zunehmender Belastung abnimmt, bleibt die Mitwirkung bei dem vereinfachten Modell im Bereich des abgeschlossenen Rißbildes konstant. Wenn die Anrißspannung  $\sigma_{s2,r}$  genau bekannt ist, lassen sich die Versuchsergebnisse mit Gl.(3.1) wirklichere Näherung approximieren. Der Anfangsbereich der Kurve gibt den Einfluß der Streuung der Betonzugfestigkeit im Stadium der Erstrißbildung wieder. Die abnehmende Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nach abgeschlossener Erstrißbildung hat ihre Ursache in der zunehmenden Bildung von Mikrorissen im Inneren des Betons, wodurch dieser weicher wird. Bildet sich aus einer Zone von Mikrorissen ein neuer, von außen sichtbarer Trennriß, spricht man von sukzessiver Rißteilung, was zu einem weiteren Steifigkeitsabfall führt. Dagegen ist der vereinfachte Ansatz nach Gl.(3.2) und Gl.(3.3) einfacher zu handhaben und stellt eine brauchbare Beziehung zur Berechnung der Betonmitwirkung unter Gebrauchslasten dar ( $\sigma_{s2} \approx 200 \dots 300 \text{N/mm}^2$ ).

#### *Betonzugfestigkeit für die Berechnung der Stahlspannung beim Erstriß $\sigma_{s2,r}$*

Für die modifizierte Stahlkennlinie muß die Anrißspannung  $\sigma_{s2,r}$  ermittelt werden, die direkt von der Betonzugfestigkeit abhängig ist.

Der erste Riß in einem Zugstab bildet sich an der schwächsten Stelle. Die Streuung der Betonzugfestigkeit innerhalb eines Zugstabes ist aber kleiner als die Streuung von Bauwerk zu Bauwerk, so daß bei der Berechnung der Anrißspannung nicht von der 5%-Fraktile der Grundgesamtheit ( $f_{ct,k0,05} = 0,70 \cdot f_{ct,m}$ ) ausgegangen werden kann.

In Abb.3.4 ist die Zugspannung im Beton bei Erreichen der Anrißlast ( $obs f_{ct,r}$ ) von 54 Zugversuchen an Stahlbetonstäben [70], [72], [73], [74] im Verhältnis zum Mittelwert der Betonzugfestigkeit ( $f_{ct,m}$ ) aufgetragen. Die Mittelwerte wurden nach der Beziehung von Heilmann aus der Betondruckfestigkeit der Versuchskörper berechnet (Abb.2.6). Auffallend ist der große Streubereich. Im Mittel (gestrichelte Linie) betrug die Zugspannung bei Erreichen der Anrißlast ca.  $0,85 \cdot f_{ct,m}$ . Es kann davon ausgegangen werden, daß die Versuchskörper nicht frei von festigkeitsmindernden Eigenspannungen waren.

Nachfolgend erfolgt die Berechnung der Anrißspannung  $\sigma_{s2,r}$  auf der Grundlage der mittleren Betonzugfestigkeit.

## 3.2 Plastischer Stahldehnungsbereich

Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen erfährt im plastischen Stahldehnungsbereich einen deutlichen Zuwachs [75], [76]. Abb.3.5 zeigt hierzu 60cm lange Dehnkörper mit einbetonierten Bewehrungsstäben, bei denen der Dehnungsunterschied zu Zugversuchen an freien Bewehrungsstäben ermittelt wurde. Eine Änderung der Stahlspannung ( $\Delta\sigma_{s2}$ ) in folge von Verbundspannungen ( $\tau_{(s)}$ ) bewirkt im plastischen Stahldehnungsbe-

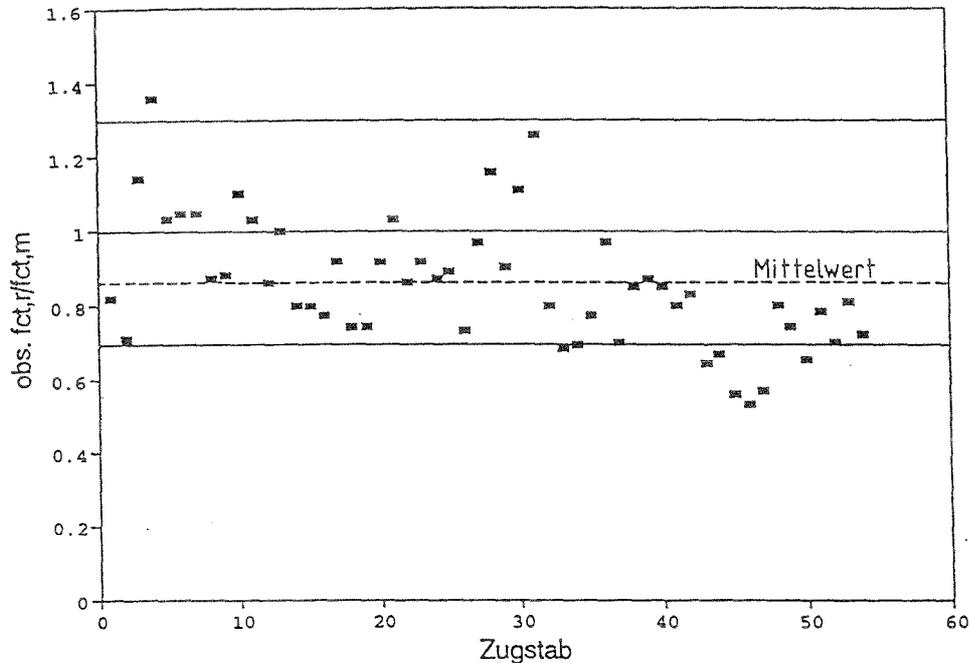


Abbildung 3.4: Verhältnis der Betonzugfestigkeit bei Erreichen der Anrißlast zum Mittelwert der Betonzugfestigkeit

lich größere Dehnungsänderungen als im elastischen (Abb.3.6). Die plastischen Stahldehnungen bleiben daher auf die nähere Umgebung eines Risses beschränkt, ein Verhalten, das durch Versuche an Dehnkörpern mit Dehnungsmessungen an den einbetonierten Bewehrungsstäben bestätigt wurde [75]. Im Bereich des flachen Verlaufs der Spannungsdehnungslinie des Stahls ergeben schon geringe angreifende Verbundkräfte einen spürbaren Dehnungsabbau in der Bewehrung.

Der Einfluß der Verbundspannungen im plastischen Stahldehnungsbereich wird in [75] und [76] mit Hilfe eines Verbundmodells, das auch für große Schlupfwerte Gültigkeit besitzt, untersucht. Das Verbundmodell berücksichtigt längs des eingebetteten Stabes ein veränderliches Verbundverhalten. In der Nähe von Querrissen werden verminderte Verbundeigenschaften angenommen. Das Modell wurde durch Vergleich mit Versuchsergebnissen geprüft (Abb.3.5).

Abb.3.7 enthält die so für den mittleren Rißabstand ermittelte Abhängigkeit zwischen der mittleren Dehnung  $\varepsilon_{sm}$  und der Dehnung im Rißquerschnitt  $\varepsilon_{s2}$  im plastischen Stahldehnungsbereich. Für die zugrunde gelegte Stahlkennlinie nach Abb.3.6 ergibt sich ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen der mittleren Dehnung und der Dehnung im Riß. Mit abnehmendem Bewehrungsgrad steigt die Mitwirkung des Betons stark an. Für  $\rho_s = 1\%$  ist die mittlere Dehnung nur etwa halb so groß wie die Dehnung im Riß (Abb.3.7).

Wegen des großen Berechnungsaufwandes bei Anwendung des Verbundmodells wird in [76] für die allgemeine Anwendung eine einfache Beziehung zur Berücksichtigung der Betonmitwirkung im plastischen Verformungsbereich hergeleitet. Diese vereinfachte Beziehung in Form einer modifizierten Stahlkennlinie hat auch Eingang in den CEB-FIP Model Code 90 gefunden.

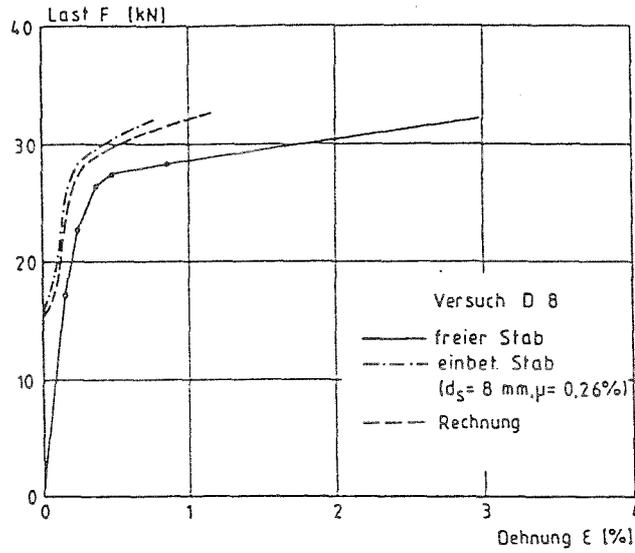


Abbildung 3.5: Vergleich des Dehnungsunterschiedes von einbetonierten und frei geprüften Bewehrungsstäben nach Versuchsergebnissen von Martin/Schießl/Kutsch (aus [76])

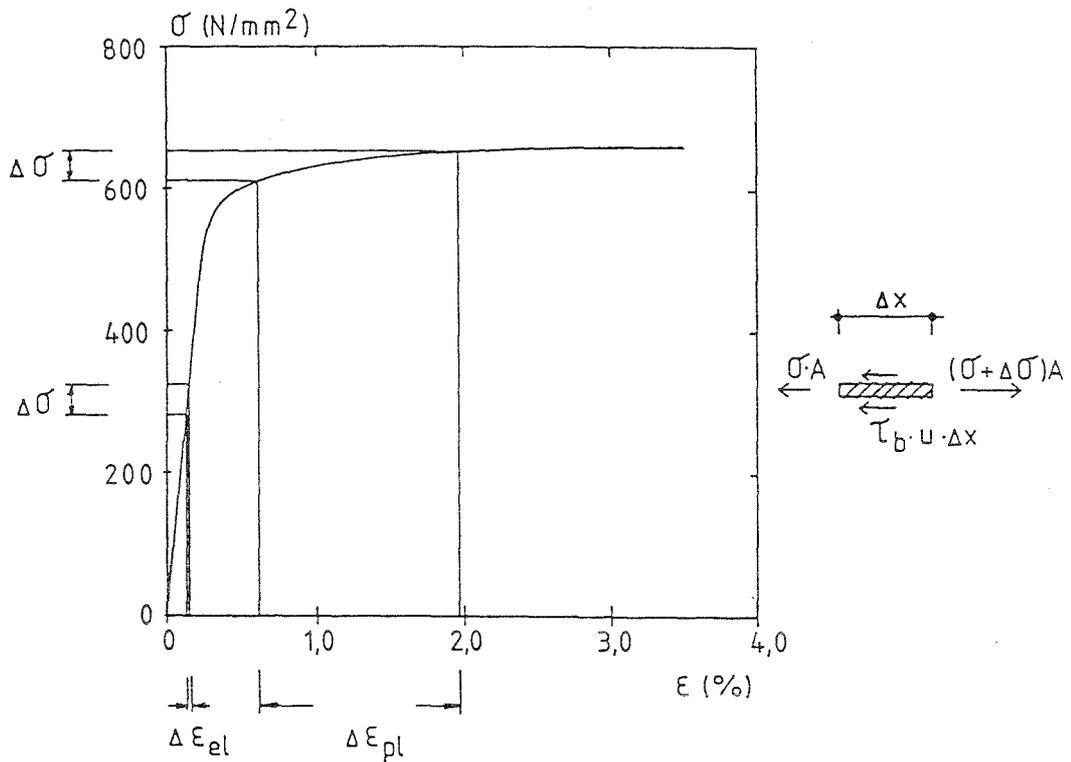


Abbildung 3.6: Dehnungsänderung infolge von Verbundspannungen im elastischen und plastischen Stahldehnungsbereich

Danach kann die mittlere Stahldehnung nach Überschreiten der Streckgrenze mit folgender Beziehung ermittelt werden (Abb.3.8):

$$\varepsilon_{sm} = \underbrace{\varepsilon_{sy} - \beta \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \varrho_{s,eff}}}_{\text{elastischer Anteil}} + \underbrace{\delta \left(1 - \frac{\sigma_{s2,r}}{f_y}\right)}_{\text{plastischer Anteil}} (\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{sy}) \quad (3.4)$$

für  $f_y < \sigma_{s2} \leq f_t$  bzw.  $\varepsilon_{sy} < \varepsilon_{s2} \leq \varepsilon_{su}$

wobei

$$\begin{aligned} \sigma_{s2,r} &= f_{ct,m}(1 + \alpha_e \cdot \varrho_{s,eff}) / \varrho_{s,eff} \\ &\approx f_{ct,m} / \varrho_{s,eff} \\ \delta &= 0,8 \quad \text{für Rippenstahl} \\ &\quad \text{mit } (f_t/f_y)_k \geq 1,08 \text{ und } \varepsilon_{su,k} \geq 5\% \end{aligned}$$

Die Stahldehnung im Riß ( $\varepsilon_{s2}$ ) wird auf die Gleichmaßdehnung ( $\varepsilon_{su}$ ) begrenzt.

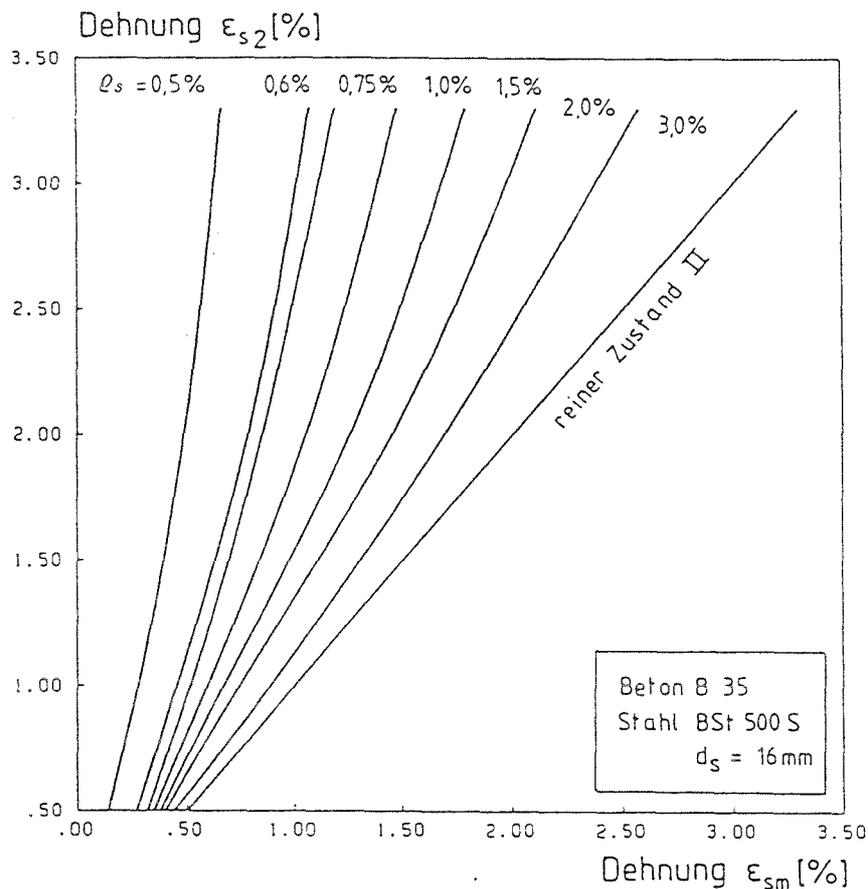


Abbildung 3.7: Verlauf der mittleren Stahldehnungen oberhalb der Stahlstreckgrenze [76]

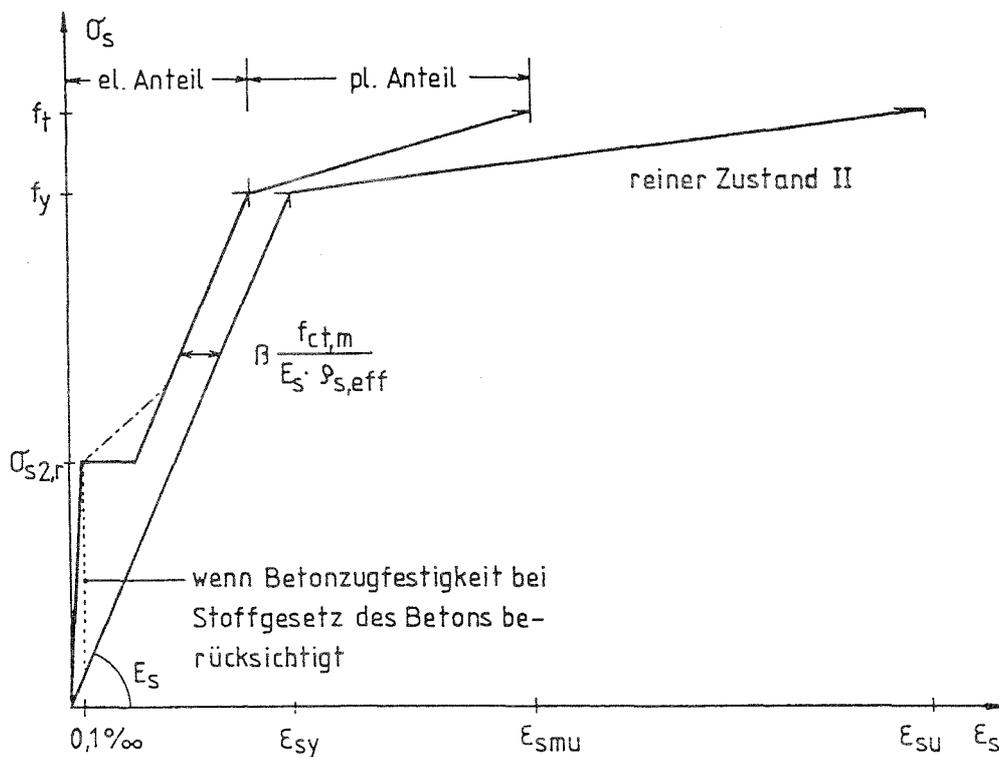


Abbildung 3.8: Modifizierte Stahlkennlinie zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen im elastischen und plastischen Stahldehnungsbereich

### 3.3 Diskussion der Einflüsse auf die Betonmitwirkung zwischen den Rissen

Wesentliche Einflußgrößen für die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen im *elastischen Stahldehnungsbereich* sind die Größe und die Streuung der Betonzugfestigkeit und der Bewehrungsgrad. Der Verbund ist dagegen von untergeordneter Bedeutung, da die mittlere Stahldehnung nur von der im Mittel zwischen den Rissen in den Beton eingeleiteten Verbundkraft abhängig ist.

Wesentliche Einflußgrößen auf das mittlere Dehnungsverhalten für *plastische Stahldehnungen* sind die Verbundeigenschaften, der Bewehrungsgrad und der Verlauf der Stahlkennlinie [75], [76].

## Kapitel 4

# Modell für die physikalisch nichtlineare Schnittgrößenermittlung von Stahlverbundträgern

### 4.1 Beschreibung des Modells

Das verwendete Berechnungsmodell besteht aus zwei horizontalen Stabzügen für die Teilquerschnitte. Der Stahlträger und der Betongurt werden mit physikalisch nichtlinearen ebenen Balkenelementen abgebildet. Die zwei Stabzüge sind jeweils in Höhe der Bezugsachsen der Teilquerschnitte mit starren vertikalen Stäben, die das Ebenbleiben des Gesamtquerschnitts erzwingen, verbunden (Abb.4.1). Das Modell stellt mithin eine Diskretisierung des üblicherweise verwendeten Berechnungsmodells dar, bei dem die Teilquerschnitte kontinuierlich schubfest miteinander verbunden sind.

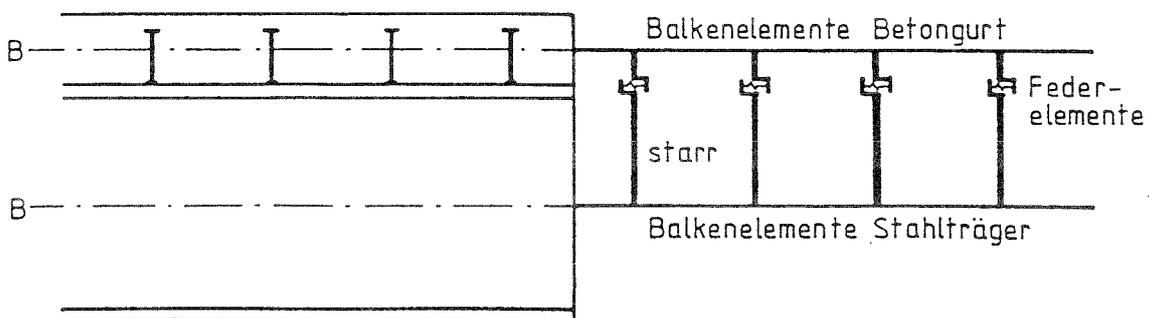


Abbildung 4.1: Modell für die Schnittgrößenermittlung

Die Berechnung mit dem hier gewählten Modell liefert zunächst die Teilschnittgrößen für den

Stahlträger und den Betongurt. Die Normalkräfte sind modellbedingt stabweise konstant. Die Gesamtschnittgrößen können unmittelbar aus den Teilschnittgrößen bestimmt werden. Der Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel kann durch nichtlineare Federelemente in den starren Verbindungsstäben in Höhe der Verbundfuge berücksichtigt werden. Diese weisen nur einen Freiheitsgrad in Richtung der Verbundfuge auf.

Für die Durchführung der Berechnungen wird das am Lehrstuhl für Statik und Dynamik der Ruhr-Universität Bochum entwickelte und bei Krätzig & Partner weiterentwickelte Programmsystem FEMAS – *Finite Element Moduln Allgemeiner Strukturen* – [77] benutzt.

Die modulare Programmstruktur in Verbindung mit eindeutig definierten Schnittstellen erlaubt es, Eigenentwicklungen innerhalb von FEMAS zu realisieren. In der vorhandenen Version steht auch ein Makromodul (STA3) zur geometrisch und physikalisch nichtlinearen Strukturanalyse zur Verfügung. Dieser enthält als Lösungsalgorithmen die nichtlinearen Iterationsverfahren nach Newton/Raphson und Riks/Wempner/Wessels. Die Algorithmen sind in der Literatur ausführlich beschrieben (z.B. [78], [79]), so daß hier auf eine weitere Darstellung verzichtet werden kann. Die verwendeten nichtlinearen Feder- und Balkenelemente stellen Eigenentwicklungen dar, die im folgenden beschrieben werden. Alle übrigen notwendigen Algorithmen, die zur Durchführung der physikalisch nichtlinearen Strukturanalyse notwendig sind, sind bereits in FEMAS enthalten.

## 4.2 Grundgleichung der Finite Element Methode

Bei der Finite Element Methode FEM [80] erfolgt eine Aufteilung des Gesamttragwerks in eine endliche Zahl von Elementen. Nach dem Weggrößenverfahren werden die in den Knotenpunkten auftretenden Verformungen als Unbekannte angesetzt. Für die Elemente werden die Verschiebungen durch einen Verschiebungsansatz angenähert. Die Approximation der Verschiebungsfelder stellt eine der wesentlichen Näherungen der FEM dar.

Die Grundgleichung des Weggrößenverfahrens stellt über die Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\underline{K}$  den Zusammenhang zwischen den Kraftgrößen  $\underline{R}$  und den Weggrößen  $\underline{u}$  in den Knotenpunkten her.

$$\underline{K} \cdot \underline{u} = \underline{R} \quad (4.1)$$

Die Zeilen dieses Gleichungssystems stellen Gleichgewichtsbedingungen dar, die zum Beispiel mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen PdvV hergeleitet werden können. Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen besagt, daß sich ein elastischer Körper unter gegebenen Kräften im Gleichgewicht befindet, wenn bei einer virtuellen Verrückung die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte gleich dem virtuellen Zuwachs der Formänderungsenergie ist

$$\delta \overline{A}_a = \delta \overline{A}_i.$$

Die innere virtuelle Arbeit ergibt sich als das Produkt der tatsächlichen Spannungen  $\underline{\sigma}$  und der zu den virtuellen Verschiebungen  $\underline{\hat{u}}$  gehörigen Verzerrungen  $\underline{\hat{\epsilon}}$

$$\delta \overline{A}_i = \int \int \int_V \underline{\hat{\epsilon}}^T \cdot \underline{\sigma} \cdot dV.$$

Das Verschiebungsfeld  $\widehat{\underline{u}}$  wird beschrieben durch die Matrix der Formfunktionen  $\underline{N}$  und die Weggrößen der Knotenpunkte  $\underline{\bar{u}}$

$$\widehat{\underline{u}} = \underline{N} \cdot \underline{\bar{u}}.$$

Die zugehörigen Verzerrungen ergeben sich daraus durch Differentiation

$$\underline{\bar{\varepsilon}} = \underline{B} \cdot \underline{\bar{u}}.$$

Die Beziehung zwischen tatsächlichen Verzerrungen und Spannungen stellt das Werkstoffgesetz

$$\underline{\sigma} = \underline{E} \cdot \underline{\varepsilon} = \underline{E} \cdot \underline{B} \cdot \underline{u}$$

her. Durch Einsetzen läßt sich die innere virtuelle Arbeit einer Struktur über die Summe aller Elemente berechnen:

$$\begin{aligned} \delta \overline{A}_i &= \underline{\bar{u}}^T \left[ \sum_m \int \int \int_V \underline{B}^T \cdot \underline{E} \cdot \underline{B} \cdot dV \right] \underline{u} \\ &= \underline{\bar{u}}^T \cdot \underline{K} \cdot \underline{u} \end{aligned}$$

Dabei ist  $m$  der Index für die Elemente  $1, 2, \dots, k$ .

Die Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\underline{K}$  ergibt sich als die Summe der Elementsteifigkeitsmatrizen  $\underline{k}$ . Die Elementsteifigkeitsmatrizen ergeben sich aus

$$\underline{k} = \int \int \int_V \underline{B}^T \cdot \underline{E} \cdot \underline{B} \cdot dV. \quad (4.2)$$

Bei der äußeren virtuellen Arbeit sind im allgemeinen Fall die Volumenkräfte  $\underline{f}^V$ , Oberflächenkräfte  $\underline{f}^A$  und konzentrierte Kräfte  $F^i$  zu berücksichtigen, die in den Lastvektor  $\underline{R}$  eingehen.

$$\begin{aligned} \delta \overline{A}_a &= \sum_i \widehat{\underline{u}}^T \cdot F^i + \sum_m \int_A \widehat{\underline{u}}^T \cdot \underline{f}^A \cdot dA + \sum_m \int_V \widehat{\underline{u}}^T \cdot \underline{f}^V \cdot dV \\ &= \underline{\bar{u}}^T \left[ \underline{F} + \sum_m \int_A \underline{N}^{AT} \cdot \underline{f}^A \cdot dA + \sum_m \int_V \underline{N}^{VT} \cdot \underline{f}^V \cdot dV \right] \\ &= \underline{\bar{u}}^T \cdot \underline{R} \end{aligned}$$

$$\text{PdvV:} \quad \delta \overline{A}_i = \delta \overline{A}_a$$

$$\underline{\bar{u}}^T \left[ \underline{K} \cdot \underline{u} - \underline{R} \right] = 0$$

Da voraussetzungsgemäß  $\underline{\bar{u}}^T \neq 0$ , folgt daraus die Grundgleichung des Weggrößenverfahrens

$$\underline{K} \cdot \underline{u} - \underline{R} = 0.$$

Nachfolgend werden die Elementsteifigkeitsmatrizen für die nichtlineare Feder und das nichtlineare ebene Balkenelement hergeleitet.

### 4.3 Nichtlineare ebene Balkenelemente

Eine wesentliche Voraussetzung ist die Hypothese von Bernoulli vom Ebenbleiben der Querschnitte. Schubverzerrungen werden nicht berücksichtigt, die Querschnitte stehen senkrecht zur verformten Stabachse.

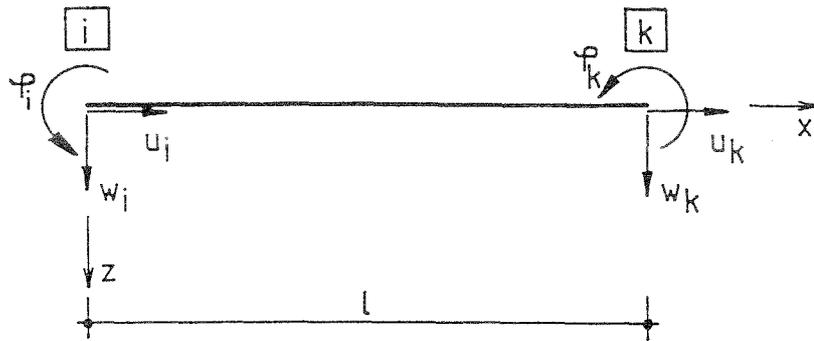


Abbildung 4.2: Balkenelement

#### Verschiebungsansatz

Für den Verschiebungsansatz  $\hat{u}$  werden Hermite'sche Interpolationspolynome als Formfunktionen  $\underline{N}$  verwendet.

$$\hat{u} = \underline{N} \cdot \underline{u} \tag{4.3}$$

$\hat{u}$       Verschiebungsfeld

$\underline{N}$       Matrix der Formfunktionen

$\underline{u}$       Vektor der Knotenpunktverschiebungen

$$\begin{bmatrix} u(x) \\ w(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{u(x)} \\ N_{w(x)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_i \\ w_i \\ \varphi_i \\ u_k \\ w_k \\ \varphi_k \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - \xi & 0 & 0 & \xi & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 & \xi - 2\xi^2 + \xi^3 & 0 & 3\xi^2 - 2\xi^3 & -\xi^2 + \xi^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_i \\ w_i \\ \varphi_i \\ u_k \\ w_k \\ \varphi_k \end{bmatrix}$$

$$\xi = \frac{x}{l} \quad \text{im lokalen Koordinatensystem}$$

Die Hermite'schen Interpolationspolynome liefern eine exakte Lösung, da sie die Balken-Dgl.

$$EIw^{IV} = p$$

exakt erfüllen.

### Verzerrungs-Verschiebungs-Beziehungen

Die Verzerrungen  $\underline{\varepsilon}$  ergeben sich durch Differentiation der Verschiebungen. Bezogen auf die Stabachse gilt:

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon} &= \begin{bmatrix} u'(x) \\ -z \cdot w''(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N'_{u(x)} \\ -z \cdot N''_{w(x)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_i \\ w_i \\ \varphi_i \\ u_k \\ w_k \\ \varphi_k \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N'_{u(x)} \\ -N''_{w(x)} \end{bmatrix} \cdot \underline{u} \end{aligned}$$

Bei der linearen Elastizitätstheorie fällt die Stabachse mit dem geometrischen Flächenschwerpunkt des Querschnitts zusammen. Bei Werkstoffen mit beliebigen Spannungsdehnungsbeziehungen ist dies nicht mehr der Fall. Die Lage der Stabachse verschiebt sich, sie ist abhängig vom Beanspruchungsniveau. Für die Berechnung wird daher eine Bezugsachse ( $B$ ) festgelegt, auf die alle Größen bezogen werden. Der Zusammenhang zwischen Stabachse und Bezugsachse wird durch eine Transformationsmatrix hergestellt. Beträgt der Abstand zwischen Stabachse und Bezugsachse  $e_z$ , so gilt für die Transformation der Verformungen

$$\begin{bmatrix} u'(x) \\ -w''(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & e_z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u'^{(B)}(x) \\ -w''^{(B)}(x) \end{bmatrix}$$

Damit ergibt sich für die Verzerrungen im allgemeinen Fall

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & e_z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N'_{u(x)}^{(B)} \\ -N''_{w(x)}^{(B)} \end{bmatrix} \cdot \underline{u} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & e_z \\ 0 & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N'_{u(x)}^{(B)} \\ -N''_{w(x)}^{(B)} \end{bmatrix} \cdot \underline{u} \\ \underline{\varepsilon} &= \underline{\underline{B}} \cdot \underline{u}. \end{aligned} \tag{4.4}$$

*Stoffgesetz*

Das Stoffgesetz stellt den Zusammenhang zwischen Spannungen und Verzerrungen her. Es können wahlweise Sekantensteifigkeiten oder Tangentensteifigkeiten berücksichtigt werden.

$$\begin{aligned} \underline{\sigma} &= \underline{E} \cdot \underline{\varepsilon} \\ &= \underline{E} \cdot \underline{B} \cdot \underline{u} \end{aligned} \tag{4.5}$$

$$\underline{E} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}$$

$\underline{\sigma}$  Spannungsvektor  
 $\underline{E}$  Werkstoffmatrix  
 $\underline{\varepsilon}$  Verzerrungsvektor

*Elementsteifigkeitsmatrix*

Die Grundlagen zum Aufstellen der Elementsteifigkeitsmatrix sind nunmehr gegeben. Die Elementsteifigkeitsmatrix  $\underline{k}$  wird mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen entsprechend Abschn. 4.2 auf Elementebene aufgestellt.

$$\begin{aligned} \underline{k} &= \int \int \int_V \underline{B}^T \cdot \underline{E} \cdot \underline{B} \cdot dV \\ &= \int \int \int_V \begin{bmatrix} N'_{u(x)} \\ -N''_{w(x)} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ e_z & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & e_z \\ 0 & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N'_{u(x)} \\ -N''_{w(x)} \end{bmatrix} dV \\ &= \int_0^l \left[ \int \int_A \begin{bmatrix} N'_{u(x)} \\ -N''_{w(x)} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} E & e_z \cdot E \\ e_z \cdot E & e_z^2 \cdot E + E \cdot z^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N'_{u(x)} \\ -N''_{w(x)} \end{bmatrix} dy \cdot dz \right] dx \\ &= \int_0^l \begin{bmatrix} N'_{u(x)} \\ -N''_{w(x)} \end{bmatrix}^T \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} EA & e_z \cdot EA \\ e_z \cdot EA & e_z^2 \cdot EA + EA_{zz} \end{bmatrix}}_{\underline{CEP}} \cdot \begin{bmatrix} N'_{u(x)} \\ -N''_{w(x)} \end{bmatrix} dx \end{aligned}$$

dabei sind

$$EA = \int_A E \cdot dA$$

$$EA_{zz} = \int_A E \cdot z^2 \cdot dA$$

wobei  $z$  auf die Stabachse bezogen ist und  $E = E_{(z)}$

Wird  $z$  auf die Bezugsachse bezogen, kann die Matrix  $\underline{CEP}$  mit den Flächenintegralen wie

folgt geschrieben werden:

$$\underline{CEP} = \begin{bmatrix} EA & e_z \cdot EA \\ e_z \cdot EA & EA_{zz}^{(B)} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

dabei sind  $EA = \int_A E \cdot dA$

$$EA_{zz}^{(B)} = \int_A E \cdot (z^{(B)})^2 \cdot dA = e_z^2 \cdot EA + EA_{zz}.$$

Für die praktische Berechnung werden die Querschnitte in  $z$ -Richtung in Fasern eingeteilt. Jede Faser  $i$  ist definiert durch ihre Fläche  $A_i$ , ihren Schwerpunktabstand von der Bezugsachse  $z_i^{(B)}$  und die ihr zugeordnete Spannungsdehnungslinie des Werkstoffs (Abb.4.3). Der Querschnitt des Stahlträgers kann durch beliebige übereinanderliegende Rechtecke abgebildet werden, wobei die einzelnen Rechtecke wiederum in beliebig viele Fasern unterteilt werden können. Der Betongurt wird als Rechteckquerschnitt abgebildet und kann ebenfalls in beliebig viele Fasern unterteilt werden. Es können 3 Bewehrungslagen mit unterschiedlichen Kennlinien berücksichtigt werden. Für die Spannungsdehnungslinie des Betons wird die in Eurocode 2 angegebene Beziehung verwendet, während die Spannungsdehnungslinien für den Stahlträger sowie für die modifizierten Kennlinien der Bewehrung als beliebige Polygonzüge eingegeben werden können. Die Querkraftinteraktion beim Stahlträger kann durch eine reduzierte Streckgrenze im Steg berücksichtigt werden.

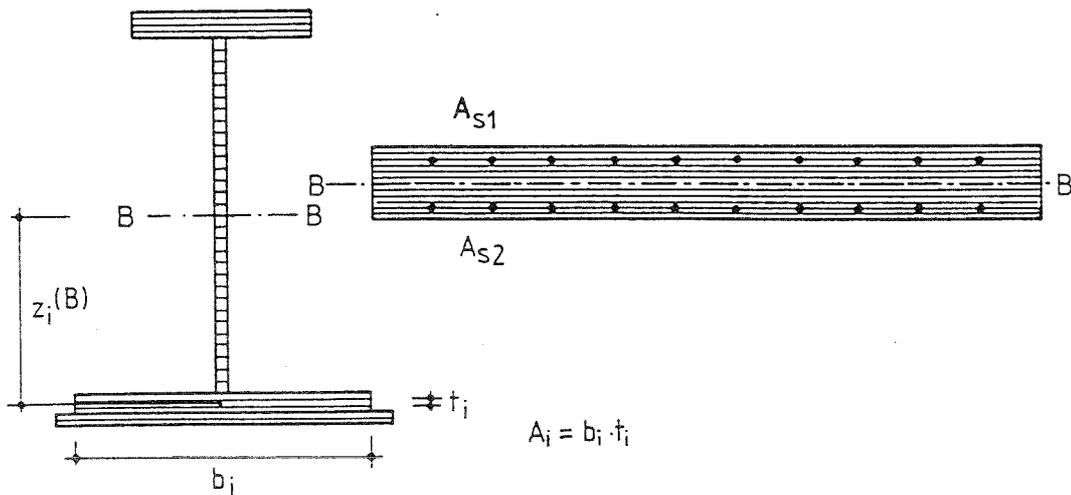


Abbildung 4.3: Abbildung der Querschnitte durch Einteilung in Fasern

Nach jedem Lastinkrement weisen die Querschnitte einen Verzerrungszustand auf, der durch die Dehnung der Bezugsachse  $u'_{(x)}^{(B)}$  und die Krümmung  $-w''_{(x)}$  definiert ist. Damit kann für jede Faser  $i$  eines Querschnitts die Dehnung bestimmt werden

$$\varepsilon_i = u'_{(x)}^{(B)} - w''_{(x)} \cdot z_i^{(B)}. \quad (4.7)$$

Über die Werkstoffkennlinie wird ihr dann der zugehörige Sekantenmodul  $E_i$  zugeordnet (der Tangentenmodul führte teilweise zu Konvergenzproblemen).

Auf dieser Grundlage werden die Flächenintegrale für die Matrix CEP in einem Unterprogramm für einen konkreten Verzerrungszustand  $(u_{(x)}^{(B)}, -w_{(x)}'')$  für die Gaußpunkte berechnet.

$$\begin{aligned} EA &= \sum E_i \cdot A_i \\ EA_z^{(B)} &= \sum z_i^{(B)} \cdot E_i \cdot A_i \\ EA_{zz}^{(B)} &= \sum z_i^{(B)} \cdot z_i^{(B)} \cdot E_i \cdot A_i \\ e_z &= \frac{EA_z^{(B)}}{EA} \end{aligned} \quad (4.8)$$

wobei  $E_i = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}$  Sekantenmodul

Das Integral über  $x$  bei der Aufstellung der Elementsteifigkeitsmatrix  $\underline{k}$  wird wieder innerhalb der bereits vorhandenen Programmteile von FEMAS numerisch nach dem Gauß'schen Verfahren berechnet.

Außer der Elementsteifigkeitsmatrix werden noch die zum Verzerrungszustand gehörigen inneren Schnittgrößen in den Gaußpunkten benötigt. Diese ergeben sich bezogen auf die Stabachse zu

$$\begin{aligned} N &= \sum \sigma_{i(\varepsilon_i)} \cdot A_i \\ M_y^{(B)} &= \sum \sigma_{i(\varepsilon_i)} \cdot A_i \cdot z_i^{(B)}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Sie werden ebenfalls an den Makromodul zur geometrisch und physikalisch nichtlinearen Statik übergeben, der alle Algorithmen für die weiteren noch notwendigen Rechenschritte enthält.

Mit den Matrizen für die Koordinatentransformation  $\underline{T}$  und für die Inzidenztransformation  $\underline{I}$  erfolgt die Aufstellung der Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\underline{K}$  aus den Elementsteifigkeitsmatrizen  $\underline{k}$

$$\underline{K} = \sum_1^n \underline{I}^{-1} \cdot \underline{T}^{-1} \cdot \underline{k} \cdot \underline{T} \cdot \underline{I}. \quad (4.10)$$

$n$  Gesamtzahl aller Elemente

Mit  $\underline{T}$  erfolgt die Transformation von den lokalen Elementkoordinaten auf das globale Koordinatensystem. Mit  $\underline{I}$  werden die Terme der Elementsteifigkeitsmatrix der Gesamtsteifigkeitsmatrix zugeordnet.

Ausgehend von den inneren Kräften in den Gaußpunkten werden die inneren Kräfte an den Knotenpunkten ermittelt. Dort wird der Vektor der Ungleichgewichtskräfte als Differenz zwischen inneren Kräften und der Knotenbelastung  $\underline{R}$  bestimmt. Die Ungleichgewichtskräfte werden im nächsten Iterationsschritt als Belastung aufgebracht.

Für die Genauigkeit des Iterationsprozesses sind allein die inneren Schnittgrößen verantwortlich, während die Steifigkeitsmatrix  $\underline{K}$  die Konvergenzgeschwindigkeit beeinflusst [78]. Daher können grundsätzlich sowohl der Tangentenmodul als auch der Sekantenmodul verwendet werden.

#### 4.4 Nichtlineare eindimensionale Federelemente

Die Kraft-Weg-Beziehungen der nichtlinearen eindimensionalen Federelemente können durch Polygonzüge beschrieben werden. Dadurch können beispielsweise die Dübelkennlinien von Kopfbolzendübeln beliebig angenähert werden (Abb.4.4).

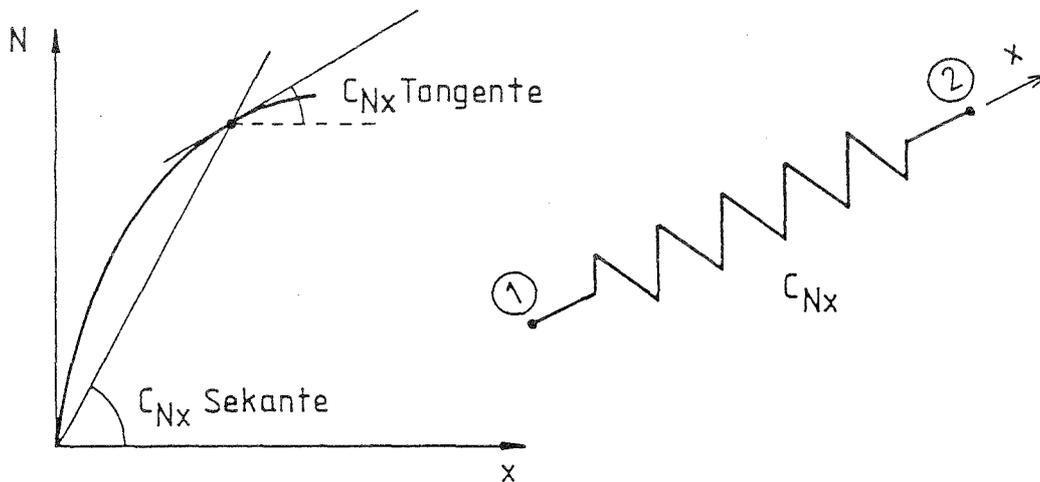


Abbildung 4.4: Nichtlineares eindimensionales Federelement

Es gilt

$$\begin{bmatrix} N_x^1 \\ N_x^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{Nx} & -c_{Nx} \\ -c_{Nx} & c_{Nx} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_x^1 \\ u_x^2 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Sekantensteifigkeit  $c_{Nx} = \frac{N}{x}$

Tangentensteifigkeit  $c_{Nx} = \frac{\Delta N}{\Delta x}$

Die lokale x-Richtung des Federelements zeigt in Richtung der Verbundfuge.

## 4.5 Verifikation des Modells

### 4.5.1 Nachrechnung von Rechenbeispielen

Bei einem Einfeldträger mit linear elastischem Werkstoffverhalten und linear elastischem Verbund mit konstanter Federsteifigkeit kann die das Problem beschreibende Differentialgleichung geschlossen gelöst werden (Abschn.6.2).

Im folgenden wird anhand eines einfachen Rechenbeispiels (Abb.4.5) die Übereinstimmung des zuvor beschriebenen Modells mit der exakten Lösung der Differentialgleichung geprüft. Dabei werden bei der physikalisch nichtlinearen Berechnung mit FEMAS alle Werkstoffkennlinien linear elastisch eingegeben ( $E_a = 21.000\text{kN/cm}^2$ ,  $E_{cm} = 3.700\text{kN/cm}^2$ ). Es werden die Lastfälle Streckenlast, Einzellast und eine Verkürzung des Betongurts untersucht. Neben starrem Verbund werden drei verschiedene Dübelsteifigkeiten ( $c = 3000, 1500, 300 \text{ kN/cm}$ ) angesetzt. Bei der Berechnung mit FEMAS werden die Dübel im Abstand von  $e = 25\text{cm}$  angeordnet, während der Differentialgleichung ein kontinuierlicher Verbund ( $c/e$ ) zugrunde liegt.

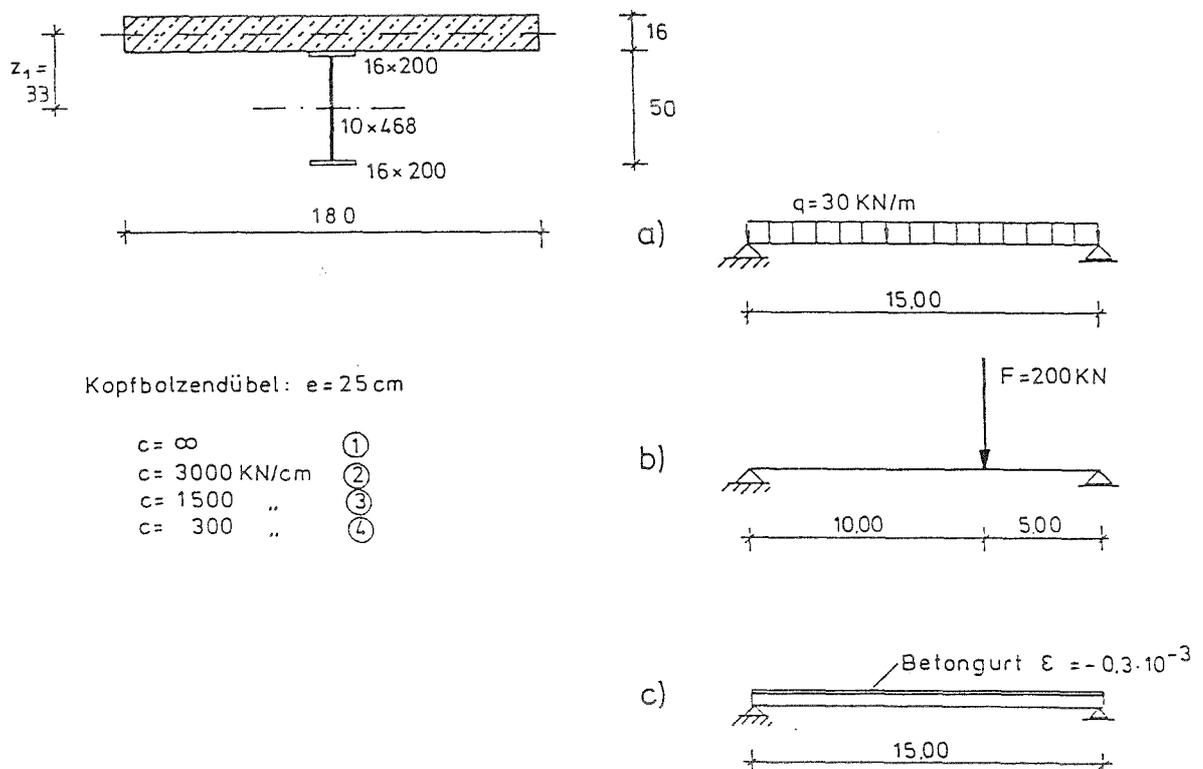


Abbildung 4.5: Rechenbeispiel Einfeldträger

Die nachfolgende Gegenüberstellung der Ergebnisse ergibt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der exakten Lösung der Differentialgleichung und der numerischen Lösung (Tab. 4.1 – 4.3, Abb. 4.6).

Diese Übereinstimmung ist notwendig, aber nicht hinreichend.

Tabelle 4.1: Vergleich zwischen exakter Lösung nach DGL und numerischer Lösung mit FEMAS für den Lastfall Streckenlast

x/L	Starr		C=3000 kN/cm		C=1500 kN/cm		C=300 kN/cm	
	DGL	FEMAS	DGL	FEMAS	DGL	FEMAS	DGL	FEMAS
Streckenlast								
Durchbiegung (cm)								
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	1.896	1.896	1.985	1.986	2.067	2.068	2.586	2.587
0.2	3.587	3.588	3.748	3.750	3.900	3.902	4.875	4.877
0.3	4.911	4.913	5.125	5.127	5.328	5.330	6.652	6.654
0.4	5.752	5.754	5.997	5.999	6.231	6.233	7.773	7.775
0.5	6.040	6.043	6.295	6.298	6.540	6.542	8.155	8.159
0.6	5.752	5.755	5.997	5.999	6.231	6.234	7.773	7.776
0.7	4.911	4.914	5.125	5.127	5.328	5.330	6.652	6.655
0.8	3.587	3.589	3.748	3.751	3.900	3.902	4.875	4.877
0.9	1.896	1.897	1.985	1.986	2.067	2.068	2.586	2.587
1.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Schlupf (cm)								
0.0	0.000	0.000	0.032	0.032	0.061	0.061	0.245	0.245
0.1	0.000	0.000	0.028	0.028	0.055	0.055	0.227	0.226
0.2	0.000	0.000	0.021	0.021	0.042	0.042	0.184	0.183
0.3	0.000	0.000	0.014	0.014	0.028	0.028	0.127	0.127
0.4	0.000	0.000	0.007	0.007	0.014	0.014	0.065	0.065
0.5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000
0.6	0.000	0.000	-0.007	-0.007	-0.014	-0.014	-0.065	-0.065
0.7	0.000	0.000	-0.014	-0.014	-0.028	-0.028	-0.127	-0.128
0.8	0.000	0.000	-0.021	-0.021	-0.042	-0.042	-0.184	-0.184
0.9	0.000	0.000	-0.028	-0.028	-0.055	-0.055	-0.227	-0.227
1.0	0.000	0.000	-0.032	-0.032	-0.061	-0.061	-0.245	-0.245

Tabelle 4.2: Vergleich zwischen exakter Lösung nach DGL und numerischer Lösung mit FEMAS für den Lastfall Einzellast

x/L	Starr		C=3000 kN/cm		C=1500 kN/cm		C=300 kN/cm	
	DGL	FEMAS	DGL	FEMAS	DGL	FEMAS	DGL	FEMAS
Einzellast								
Durchbiegung (cm)								
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	1.006	1.007	1.037	1.037	1.068	1.068	1.300	1.300
0.2	1.944	1.945	2.006	2.007	2.068	2.068	2.525	2.526
0.3	2.745	2.746	2.837	2.838	2.930	2.931	3.598	3.599
0.4	3.339	3.341	3.462	3.464	3.585	3.586	4.436	4.438
0.5	3.659	3.660	3.812	3.814	3.961	3.963	4.944	4.945
0.6	3.635	3.637	3.813	3.815	3.979	3.981	5.004	5.006
0.7	3.200	3.201	3.372	3.374	3.528	3.530	4.462	4.464
0.8	2.362	2.363	2.483	2.485	2.598	2.600	3.299	3.301
0.9	1.249	1.250	1.311	1.312	1.370	1.371	1.743	1.744
1.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Schlupf (cm)								
0.0	0.000	0.000	0.010	0.010	0.021	0.021	0.101	0.101
0.1	0.000	0.000	0.010	0.010	0.021	0.021	0.100	0.100
0.2	0.000	0.000	0.010	0.010	0.021	0.021	0.097	0.097
0.3	0.000	0.000	0.010	0.010	0.021	0.021	0.090	0.090
0.4	0.000	0.000	0.010	0.010	0.020	0.020	0.076	0.076
0.5	0.000	0.000	0.010	0.010	0.018	0.018	0.050	0.050
0.6	0.000	0.000	0.006	0.006	0.008	0.008	0.002	0.002
0.7	0.000	0.000	-0.013	-0.013	-0.022	-0.022	-0.080	-0.080
0.8	0.000	0.000	-0.020	-0.020	-0.037	-0.037	-0.138	-0.138
0.9	0.000	0.000	-0.021	-0.021	-0.041	-0.041	-0.165	-0.165
1.0	0.000	0.000	-0.021	-0.021	-0.042	-0.042	-0.173	-0.173

Tabelle 4.3: Vergleich zwischen exakter Lösung nach DGL und numerischer Lösung mit FEMAS für den Lastfall Temperatur bzw. Schwinden

x/L	Starr		C=3000 kN/cm		C=1500 kN/cm		C=300 kN/cm	
	DGL	FEMAS	DGL	FEMAS	DGL	FEMAS	DGL	FEMAS
Temperatur bzw. Schwinden								
Durchbiegung (cm)								
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.584	0.584	0.555	0.555	0.534	0.534	0.430	0.430
0.2	1.039	1.039	1.006	1.006	0.976	0.976	0.802	0.803
0.3	1.364	1.364	1.330	1.331	1.298	1.298	1.085	1.085
0.4	1.559	1.559	1.525	1.525	1.492	1.492	1.259	1.259
0.5	1.624	1.624	1.590	1.590	1.557	1.557	1.318	1.318
0.6	1.559	1.559	1.525	1.525	1.492	1.492	1.259	1.259
0.7	1.364	1.364	1.330	1.331	1.298	1.298	1.085	1.085
0.8	1.039	1.039	1.006	1.006	0.976	0.976	0.802	0.803
0.9	0.584	0.584	0.555	0.555	0.534	0.534	0.430	0.430
1.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Schlupf (cm)								
0.0	0.000	0.000	-0.022	-0.022	-0.032	-0.032	-0.071	-0.071
0.1	0.000	0.000	-0.003	-0.003	-0.008	-0.008	-0.038	-0.038
0.2	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.002	-0.002	-0.020	-0.020
0.3	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.010	-0.010
0.4	0.000	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.004	-0.004
0.5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004	0.004
0.7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.010	0.010
0.8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.001	0.020	0.020
0.9	0.000	0.000	0.003	0.003	0.008	0.008	0.038	0.038
1.0	0.000	0.000	0.022	0.022	0.032	0.032	0.071	0.071

Das nächste Rechenbeispiel ist der Arbeit von Schanzenbach [40] entnommen, der ebenfalls physikalisch nichtlineare Berechnungen an Stahlverbundträgern durchführt. Es handelt sich dabei um einen Zweifeldträger mit 12m Stützweite je Feld. Der Verdübelungsgrad ist sehr gering gehalten, da die erforderliche Duktilität der Dübel im Vordergrund steht. Die Kopfbolzendübel  $\varnothing 19\text{mm}$  sind im Abstand von 30cm angeordnet. Der Querschnitt sowie die weiteren Grundlagen zur Berechnung sind in Abb.4.7 zusammengestellt.

Es werden die Lastfälle Gleichstreckenlast, Einzellast in Endauflagernähe und Einzellast in Nähe des inneren Auflagers untersucht.

Nachfolgend werden die Ergebnisse nach [40] mit den Ergebnissen der hier durchgeführten Nachrechnungen verglichen. Da hier die gleichen Eingangswerte wie in [40] zugrunde gelegt werden, handelt es sich um einen reinen Vergleich zweier unterschiedlicher Rechenmodelle.

Der Vergleich der Traglasten ergibt sich aus Tab.4.4. Die mit beiden Programmen ermittelten Traglasten sind praktisch gleich.

Tabelle 4.4: Vergleich der rechnerischen Traglasten

Lastfall	Traglast nach [40]	FEMAS
$q$	62 kN/m	60 kN/m
$F_{(x=3m)}$	420 kN	420 kN
$F_{(x=9m)}$	520 kN	510 kN

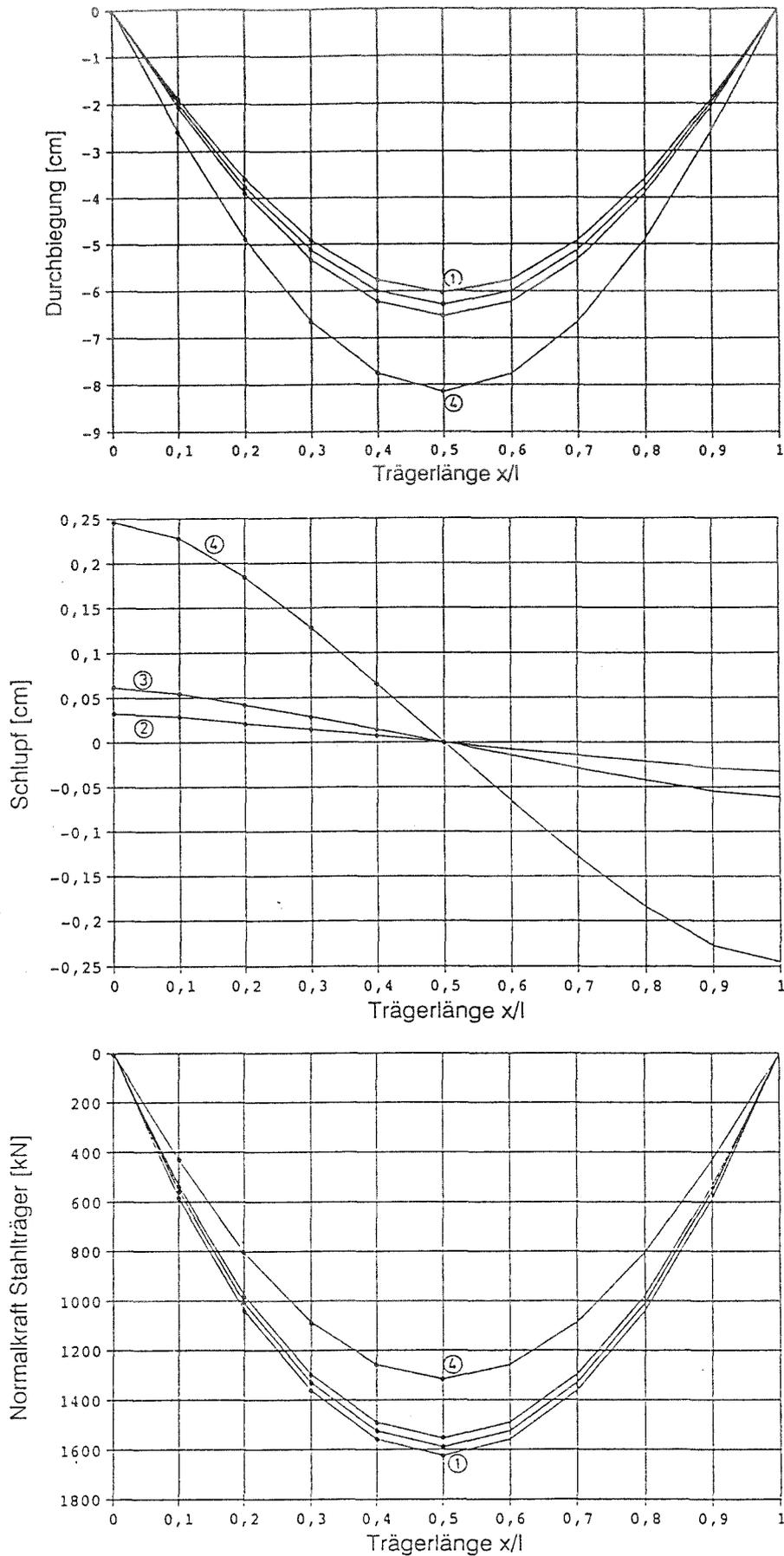


Abbildung 4.6: Vergleich der Verformungen und Schnittgrößen nach exakter Lösung der DGL und numerischer Lösung mit FEMAS (Lastfall Streckenlast)

Der Verlauf der Last-Durchbiegungs-Diagramme sowie der Last-Schlupf-Diagramme stimmt bei beiden Rechenmodellen überein (Abb.4.8).

In Abb.4.9 sind exemplarisch einige Zustandsgrößen für den Lastfall mit der Einzellast am Endauflager dargestellt. Auch hier liefern beide Rechenmodelle übereinstimmende Ergebnisse.

Eine ausführliche Diskussion der Ergebnisse findet sich in [40].

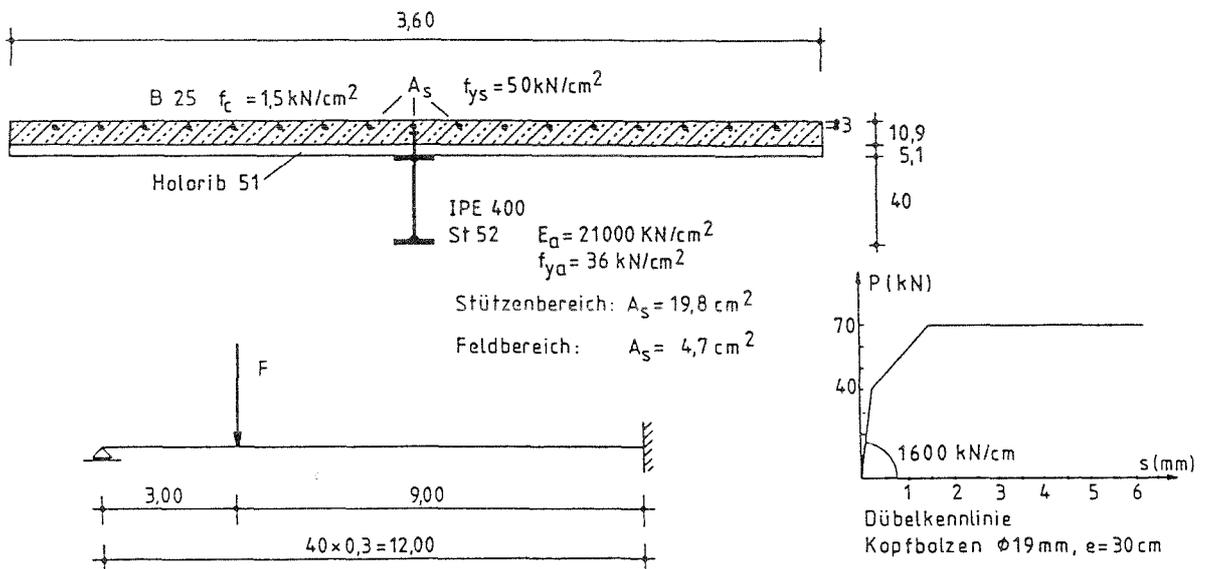


Abbildung 4.7: Rechenbeispiel für die physikalisch nichtlineare Schnittgrößenermittlung (aus [40])

#### 4.5.2 Nachrechnung von Bauteilversuchen

##### AIF Versuchsreihe an der Universität Kaiserslautern

An der Universität Kaiserslautern wurden an 8 symmetrischen Zweifeldträgern mit je 4m Stützweite Versuche durchgeführt [81]. Die Versuchsträger wiesen eine nachgiebige Verdübelung mit sehr geringen Verdübelungsgraden auf. Die Verdübelungsgrade lagen zwischen 25 und 55%. Die Versuchsträger bestanden aus einem Stahlträger IPE 240 in St37 und einer Betonplatte 10cm×100cm. Die Zylinderdruckfestigkeit des Betons lag etwa zwischen 30 und 40MN/m<sup>2</sup>.

Die Versuchsträger AIF S1 bis S4 wurden mit einem geometrischen Bewehrungsgrad im Stützenbereich von  $\rho_s \approx 1,1\%$  ausgeführt.

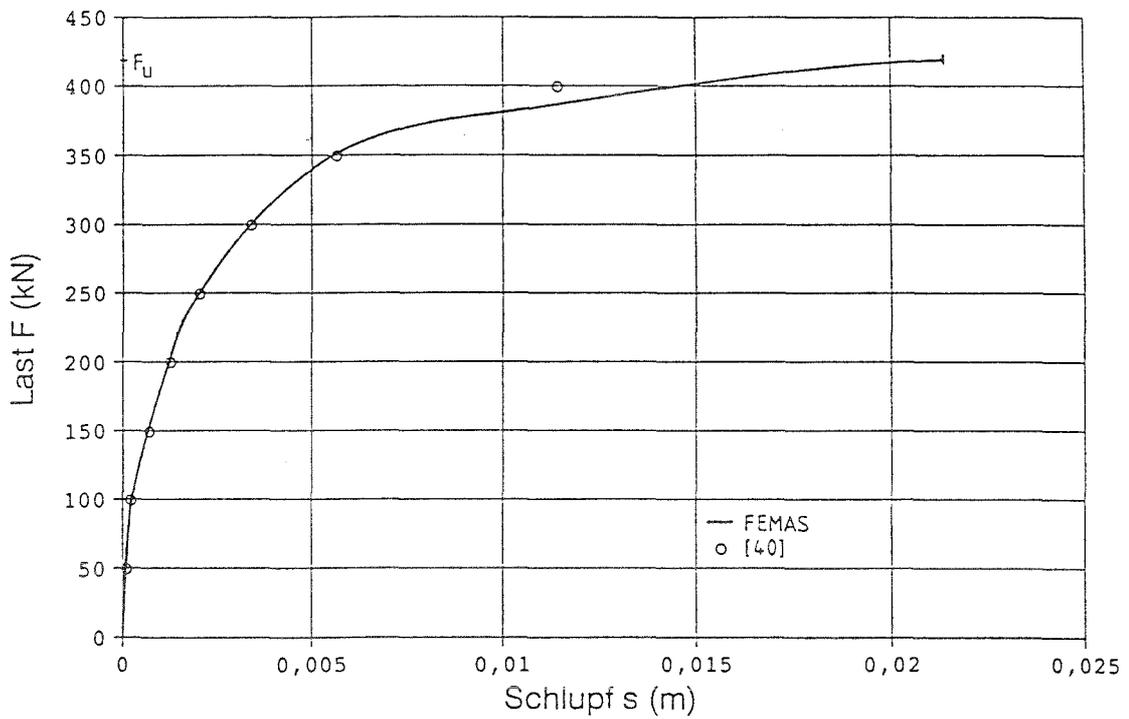
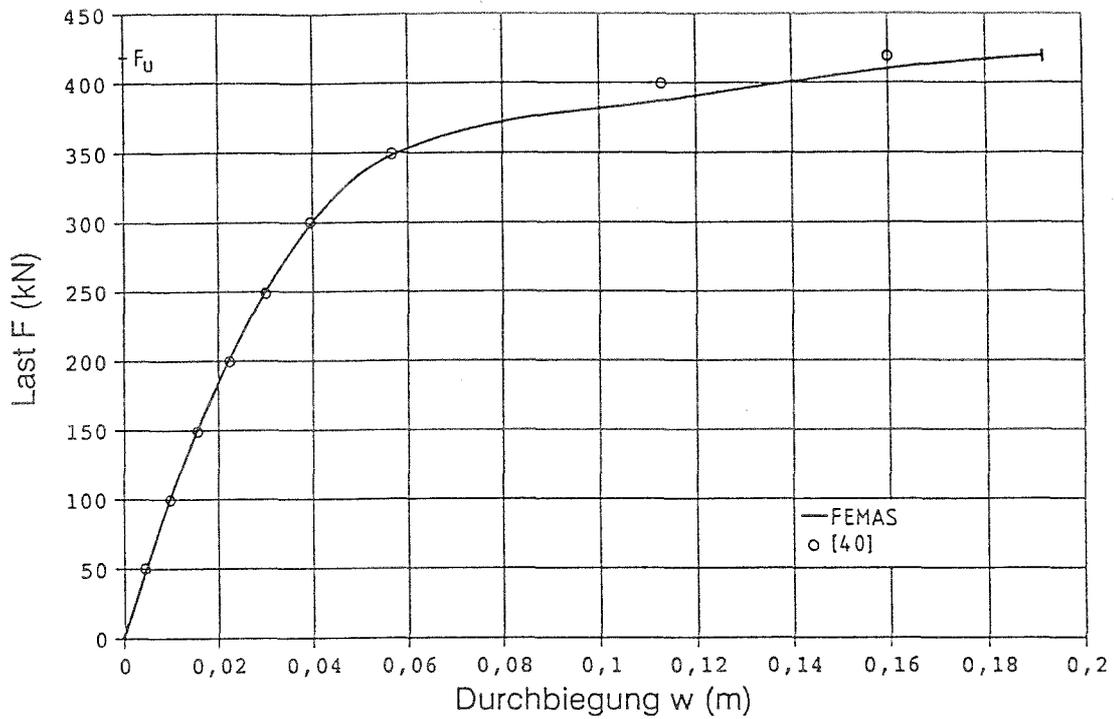


Abbildung 4.8: Vergleich der Last-Durchbiegungsbeziehung sowie der Last-Schlupfbeziehung für das Rechenbeispiel aus [40]. Lastfall  $F$  bei  $x = 3\text{m}$ .

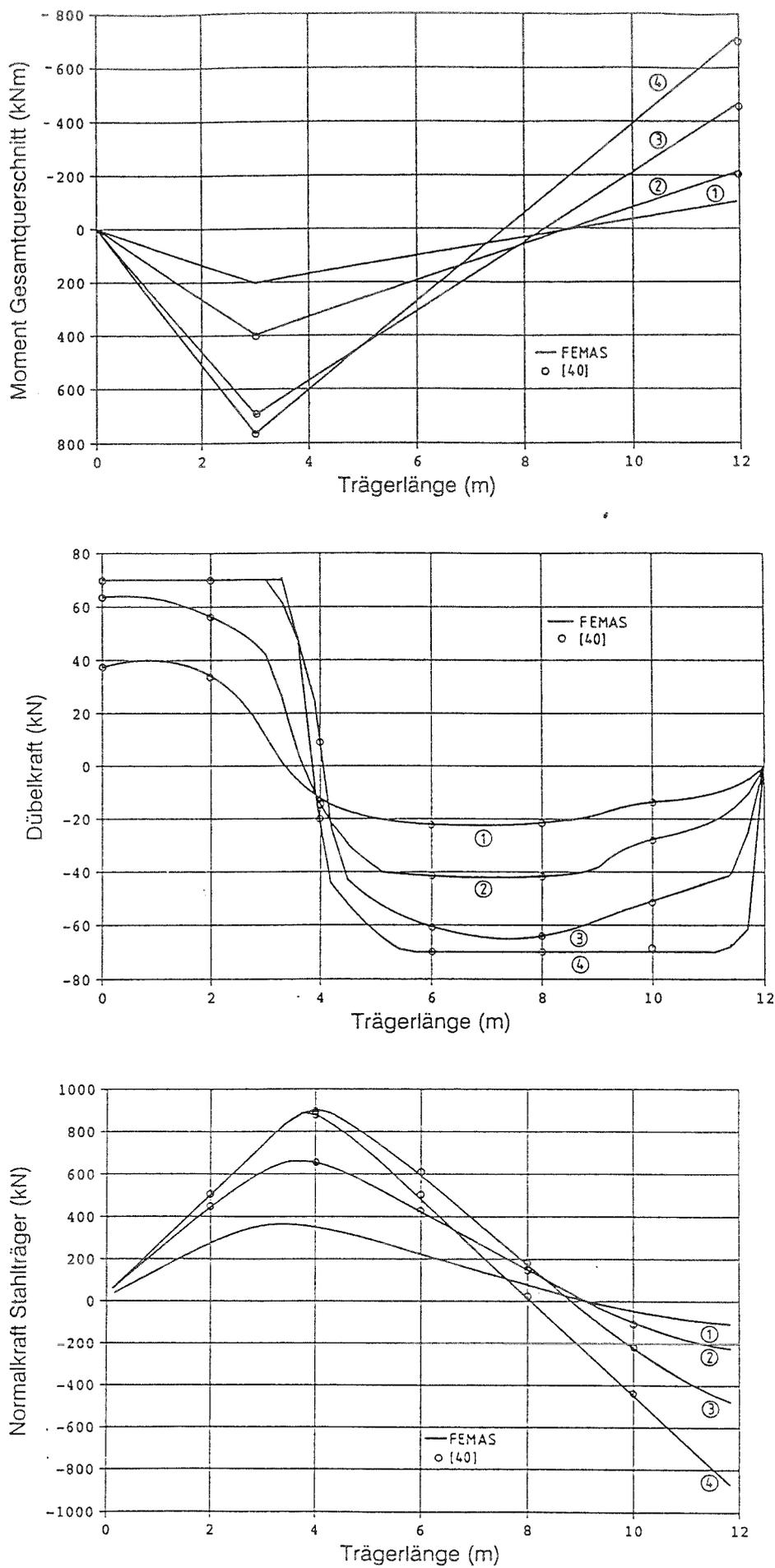


Abbildung 4.9: Vergleich einiger Zustandsgrößen für das Rechenbeispiel aus [40]

Versuchsträger AIF S5 wurde im Stützbereich auf eine Länge von 1,4m ohne Dübel ausgeführt. Die dort fehlenden Dübel wurden jedoch in den unmittelbar anschließenden Bereichen zusätzlich angeordnet. Das so entstandene Zugband wurde mit einem geometrischen Bewehrungsprozensatz von  $\rho_s = 1,2\%$  ausgeführt.

Bei den Versuchsträgern AIF S6 und AIF S7 war der Betongurt über der Innenstütze durch eine Fuge unterbrochen. Die beiden Träger wiesen einen unterschiedlichen Verdübelungsgrad auf.

Versuchsträger AIF S8 war als einziger im Stützbereich nur mit Betonstahlmatten bewehrt. Der Bewehrungsgrad war mit  $\rho_s = 0,5\%$  sehr niedrig.

Die Versuchsträger sind in [81] sehr gut dokumentiert. Dem Bericht können alle notwendigen Angaben für die Versuchsnachrechnung entnommen werden. Für die Stege wurde entsprechend dem Versuchsbericht eine höhere Streckgrenze angesetzt als für die Flansche. Für die Kopfbolzendübel wurde die aus den Scherversuchen ermittelte Kennlinie angesetzt.

Aufgrund des relativ weichen Prüfstandes mußten bei der Versuchsnachrechnung nichtlineare Auflagerfedern berücksichtigt werden, die aus den gemessenen vertikalen Auflagerverschiebungen und Kräften ermittelt werden konnten.

In Tab.4.5 sind die bei den Versuchen erreichten Traglasten den berechneten gegenübergestellt. Die rechnerischen Traglasten sind etwas niedriger als die gemessenen. Eine wesentliche Ursache für die Abweichungen dürfte darin zu sehen sein, daß die Stahlkennlinie der Stahlträger im Verfestigungsbereich nicht genau bekannt ist und für die Versuchsnachrechnung nur grob geschätzt werden kann. Zum anderen wirken sich eine vorhandene Querbiegung und Längsdruck im Betongurt positiv auf die Dübeltragfähigkeit aus (Abschn.2.5). Die verwendeten Dübelkennlinien wurden dagegen in Scherversuchen ohne Querbiegung und Längsdruck bestimmt.

Tabelle 4.5: Gegenüberstellung der Versuchstraglasten und der rechnerischen Traglasten (ohne Eigenlast der Versuchsträger und der Lastverteilungskonstruktion)

Versuchsträger	Versuchstraglast [kN]	FEMAS [kN]
AIF - S1	> 1000	890
S2	> 1000	930
S3	783	740
S4	756	710
S5	796	750
S6	856	690
S7	716	670
S8	820	780

In Abb.4.10 bis 4.17 sind die gemessenen und die berechneten Last-Durchbiegungs-Diagramme der Versuchsträger dargestellt. Es ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Versuchs- und Rechenergebnissen. Zusätzlich ist noch die für starren Verbund berechnete Last-Durchbiegungs-Kurve eingetragen.

Des weiteren sind in den Abb.4.18 und 4.19 exemplarisch einige Last-Schlupf-Diagramme dargestellt. Während die Durchbiegungen integrale Größen darstellen, die vom mittleren

globalen Verhalten abhängig sind, ist der örtlich gemessene Schlupf auch stark von lokalen Einflüssen abhängig. Erwartungsgemäß sind hier die Abweichungen zwischen Versuch und Rechnung größer.

Im Gebrauchslastbereich ergibt sich eine relativ gute Übereinstimmung zwischen Rechenwerten und Meßwerten. Über gemessene Rißbreiten sind in [81] keine Angaben enthalten. Es werden jedoch qualitative Aussagen zur Rißbildung gemacht:

Bei den Versuchsträgern S1 bis S4 mit einem Bewehrungsprozentsatz von ca.  $\rho_s = 1,1\%$  stellt sich erwartungsgemäß ein verteiltes Rißbild ein. Bei den Trägern S1 und S2 verliefen die Risse geneigt zur Trägerlängsachse, während sie bei den Trägern S3 und S4 überwiegend in Trägerquerrichtung verliefen. Bei den Trägern S1 und S2 standen die Lasten direkt über dem Steg des Stahlträgers, während sie bei den Trägern S3 und S4 über Querbiegung des Gurtes eingeleitet wurden.

Bei Versuchsträger S5 mit unterbrochener Verdübelung im Stützbereich stellten sich im Gebrauchslastbereich fast keine Risse ein.

Bei den Versuchsträgern S6 und S7 entstanden durch die eingebaute Fuge keine Risse.

Bei Versuchsträger S8, der nur einen Bewehrungsgehalt von  $\rho_s = 0,5\%$  aufwies, stellten sich ein stark klaffender Riß und nur wenige relativ feine Parallelrisse ein.

Bei den Versuchsträgern S2, S4, S5 und S7, die stark unterverdübelt waren, war das Abscheren der Dübel maßgebend für das Erreichen der Traglast. Bei den anderen Trägern versagte zum Teil der Betongurt auf Druck, teilweise kam es zu einem Durchreißen der Mattenbewehrung.

Das Durchreißen der Matten ist eine Folge der deutlich geringeren Gleichmaßdehnung des kaltverformten Mattenstahls gegenüber dem Betonstahl (Abschn.2.2). Die plastische Verformungsfähigkeit wird noch zusätzlich begrenzt durch den starken Einfluß der Betonmitwirkung zwischen den Rissen im plastischen Stahldehnungsbereich (Abschn.2.4).

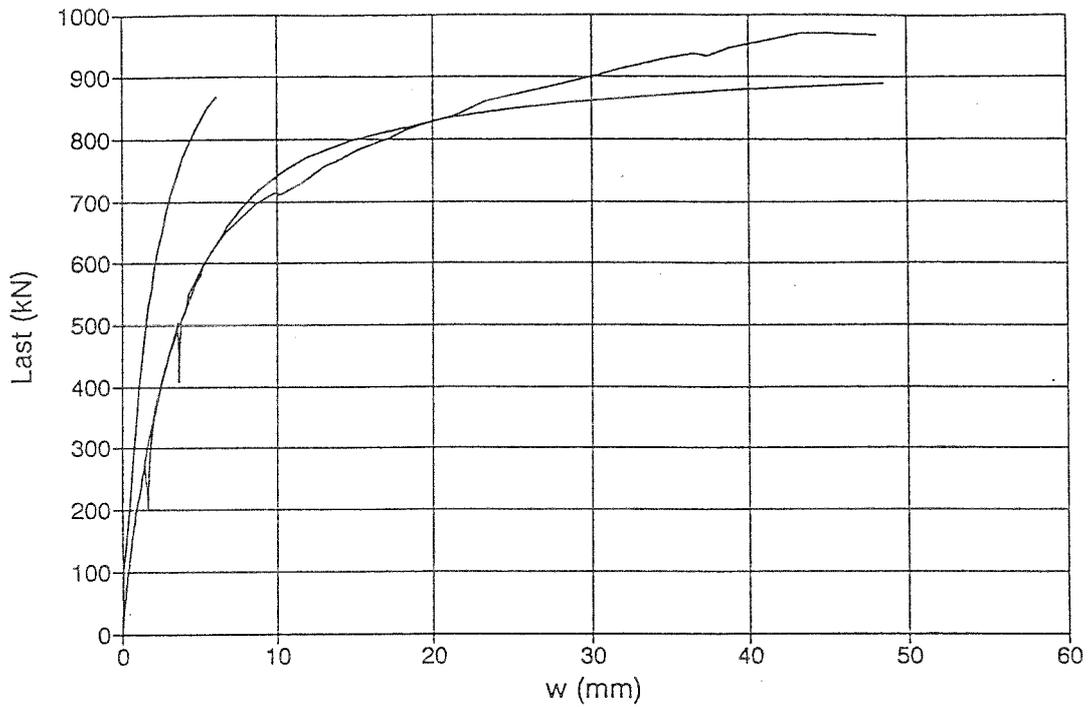


Abbildung 4.10: Vergleich der rechnerischen Last-Durchbiegungs-Kurven für starren und nachgiebigen Verbund mit den Meßergebnissen, Versuchsträger AIF S1

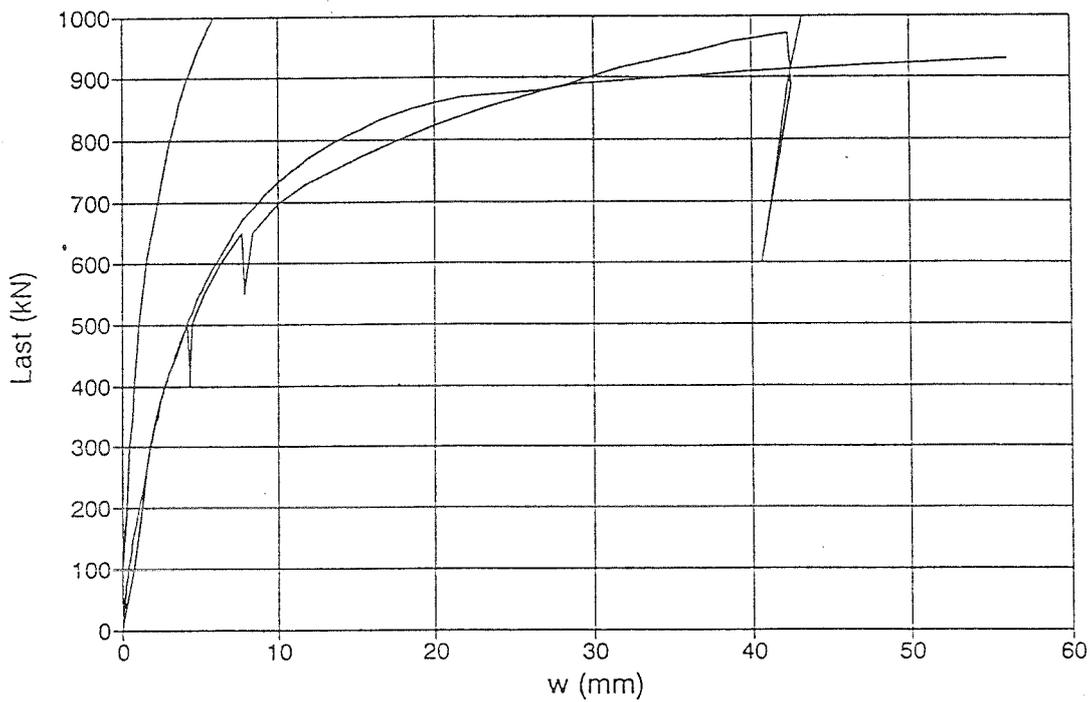


Abbildung 4.11: Vergleich der rechnerischen Last-Durchbiegungs-Kurven für starren und nachgiebigen Verbund mit den Meßergebnissen, Versuchsträger AIF S2

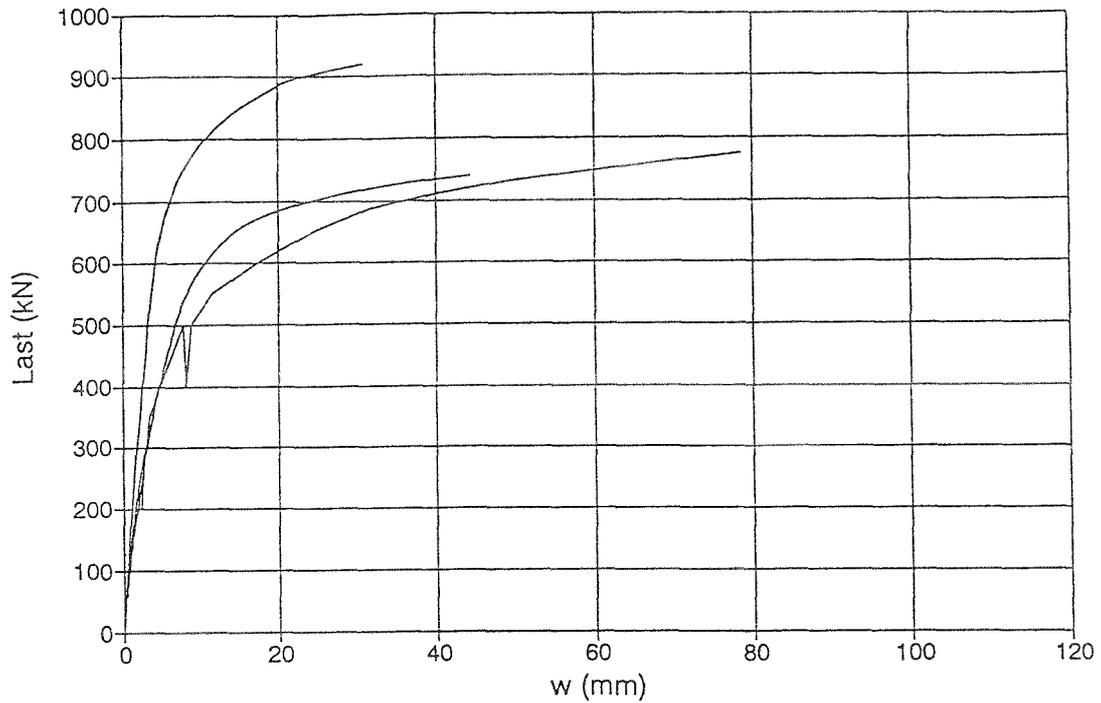


Abbildung 4.12: Vergleich der rechnerischen Last-Durchbiegungs-Kurven für starren und nachgiebigen Verbund mit den Meßergebnissen, Versuchsträger AIF S3

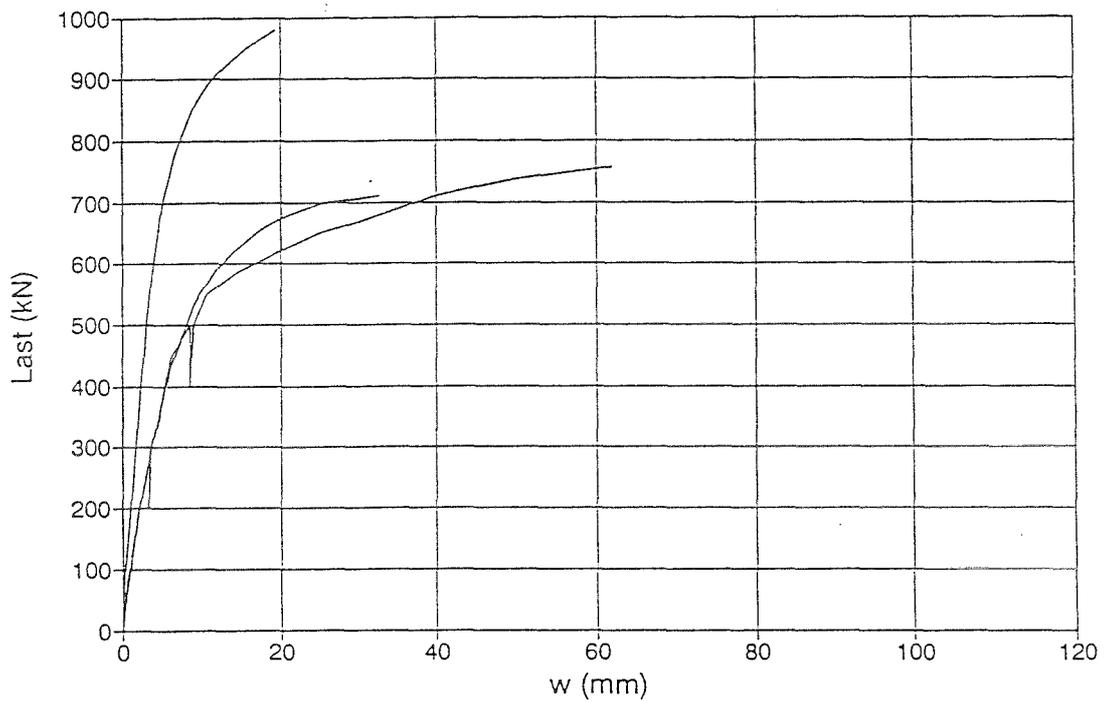


Abbildung 4.13: Vergleich der rechnerischen Last-Durchbiegungs-Kurven für starren und nachgiebigen Verbund mit den Meßergebnissen, Versuchsträger AIF S4

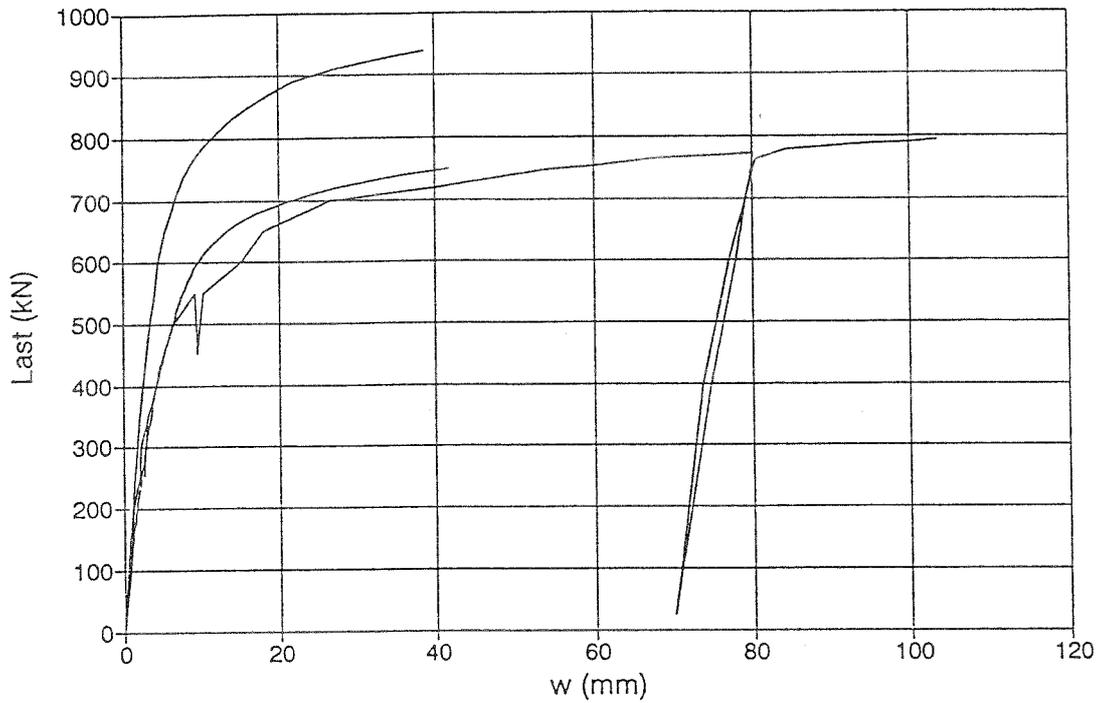


Abbildung 4.14: Vergleich der rechnerischen Last-Durchbiegungs-Kurven für starren und nachgiebigen Verbund mit den Meßergebnissen, Versuchsträger AIF S5

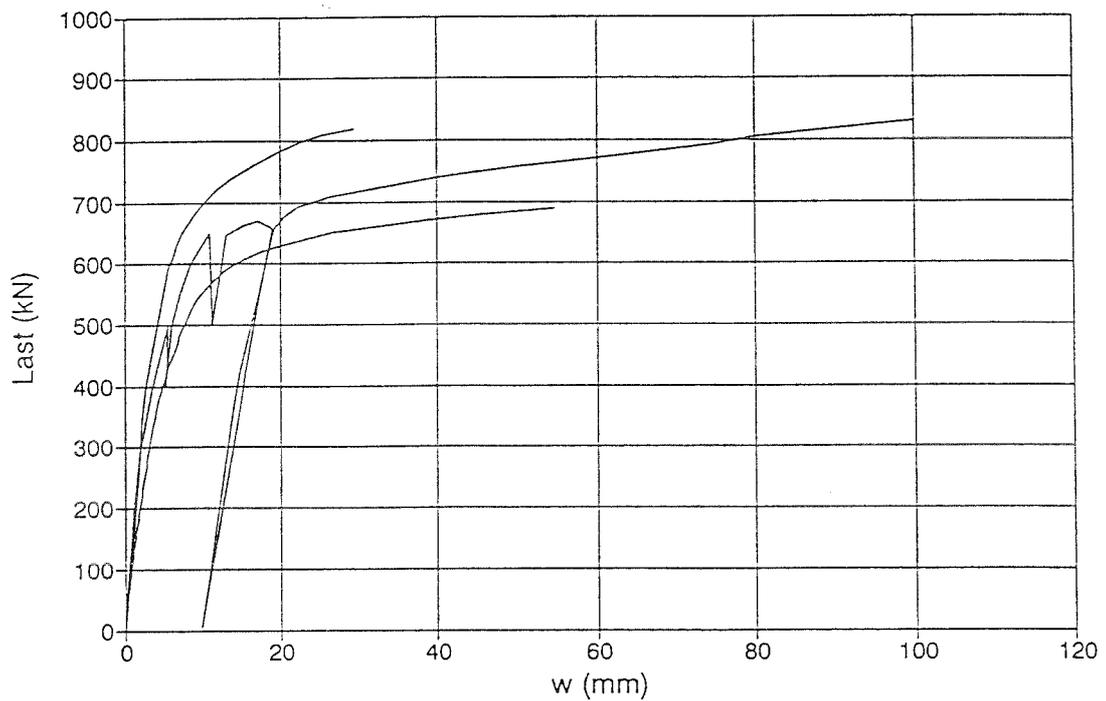


Abbildung 4.15: Vergleich der rechnerischen Last-Durchbiegungs-Kurven für starren und nachgiebigen Verbund mit den Meßergebnissen, Versuchsträger AIF S6

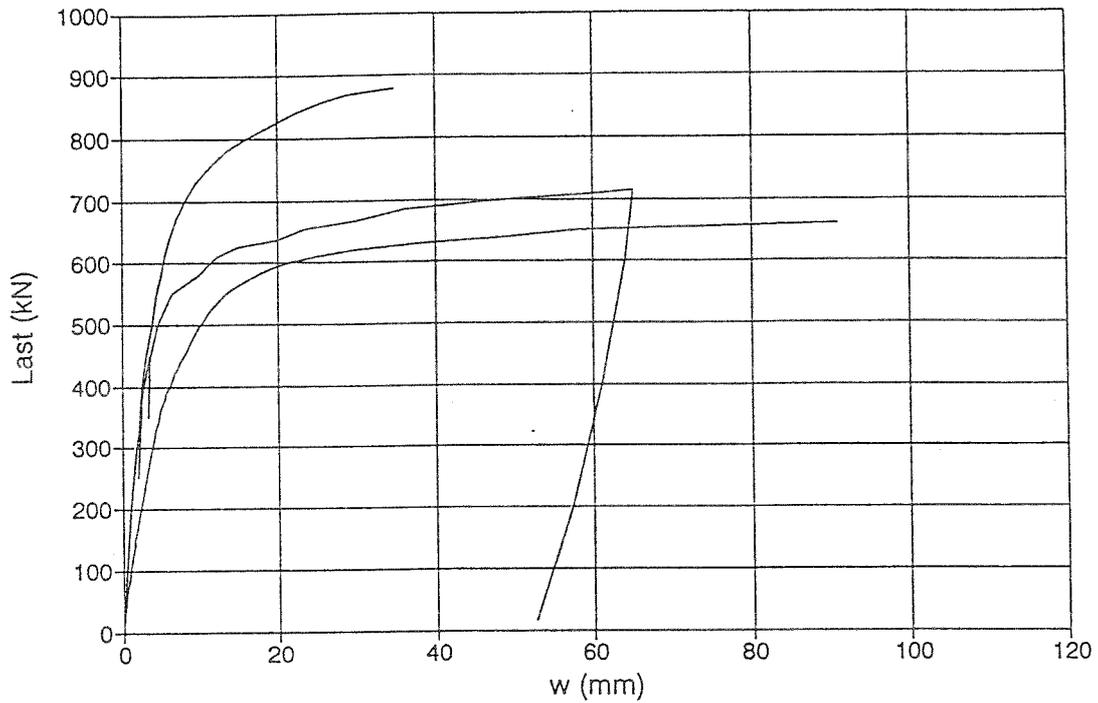


Abbildung 4.16: Vergleich der rechnerischen Last-Durchbiegungs-Kurven für starren und nachgiebigen Verbund mit den Meßergebnissen, Versuchsträger AIF S7

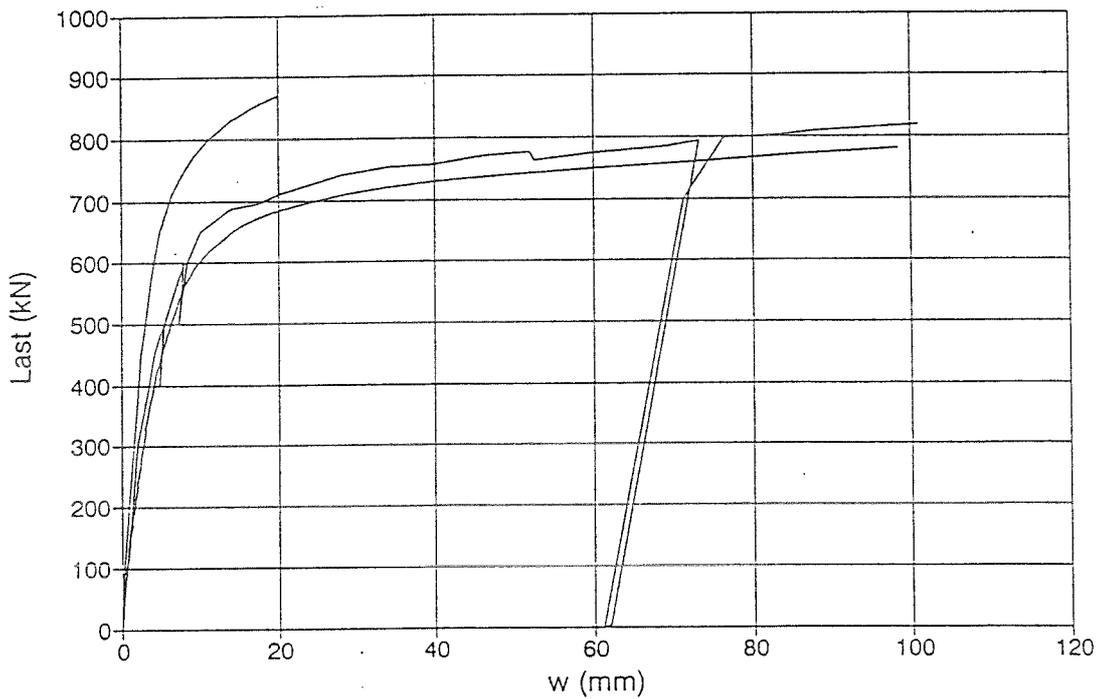


Abbildung 4.17: Vergleich der rechnerischen Last-Durchbiegungs-Kurven für starren und nachgiebigen Verbund mit den Meßergebnissen, Versuchsträger AIF S8

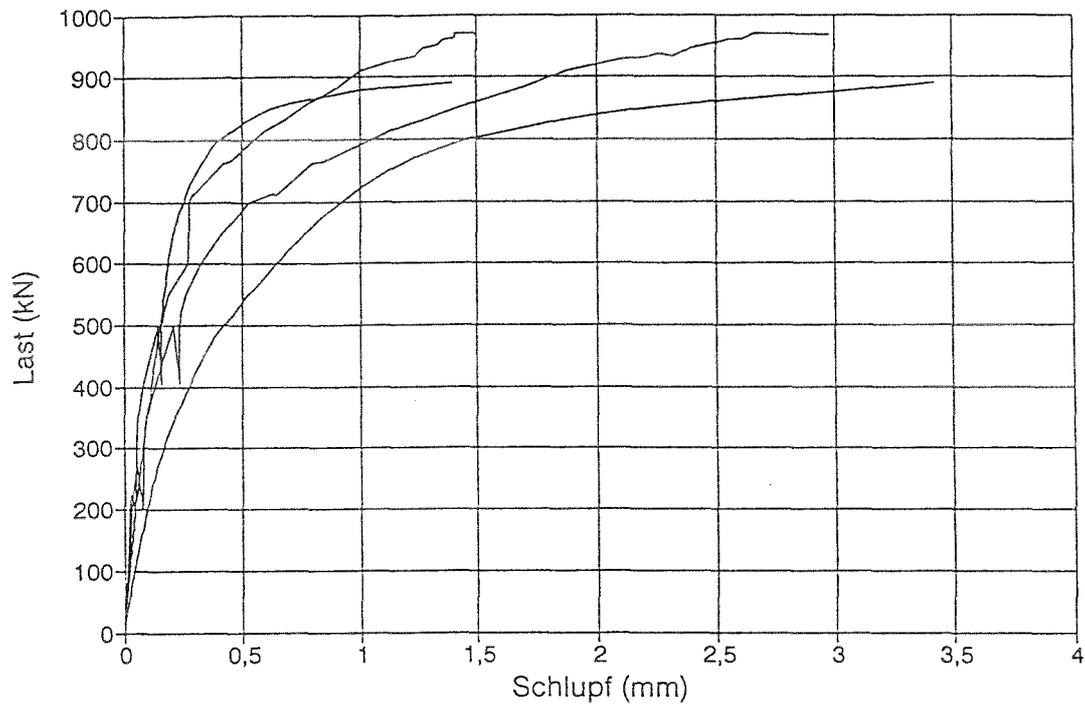


Abbildung 4.18: Vergleich der rechnerischen Last-Schlupf-Kurven, Versuchsträger AIF S1

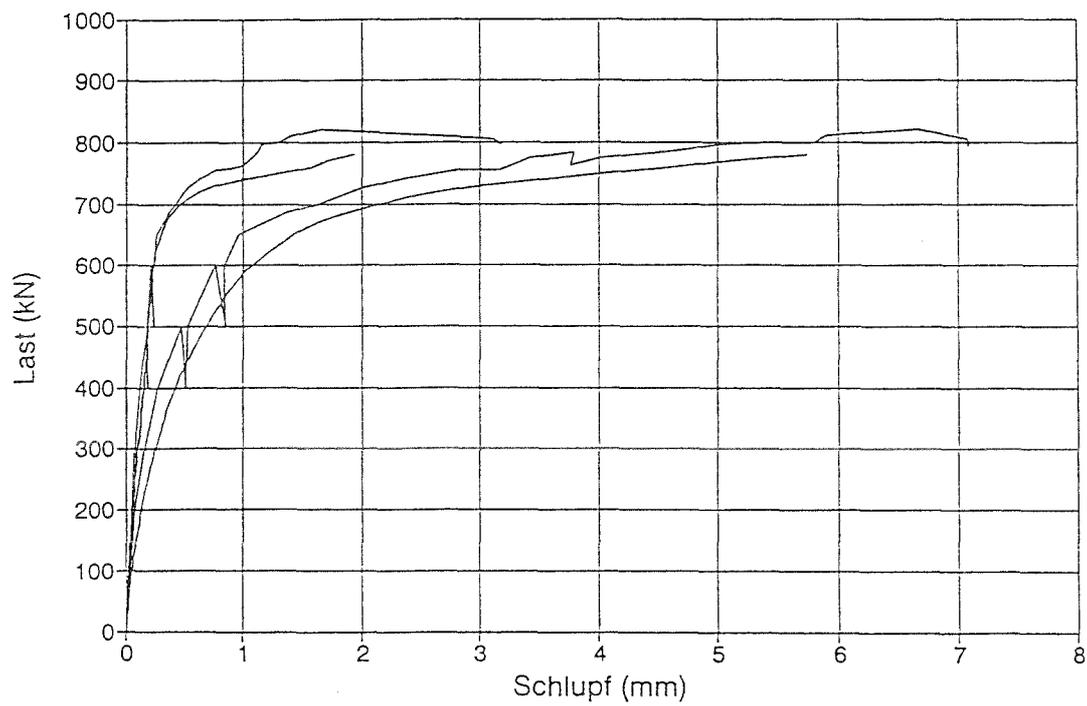


Abbildung 4.19: Vergleich der rechnerischen Last-Schlupf-Kurven, Versuchsträger AIF S8

*Trägerversuche an vier Einfeldträgern (Universität Kaiserslautern)*

Bode/Künzel beschreiben in [82] Trägerversuche an vier Einfeldträgern (Tab.4.6). Bei den Versuchsträgern BT1 und BT2 lag Teilverbund vor, die Träger BT3 und BT4 waren voll verdübelt. Bei Träger BT1 wurden die Lasten mittig über dem Stahlträger eingeleitet, bei den Trägern BT2 bis BT4 dagegen über Querbiegung des Betongurtes. Die Festigkeiten der Baustoffe wurden für die Versuchsnachrechnung [82] entnommen. Die Eigenlast der Träger und der Lastverteilungskonstruktion wurde bei der Berechnung berücksichtigt.

Tabelle 4.6: Versuchsträger BT1 bis BT4 aus [82]

Versuch	Länge	Stahlprofil	Betonplatte	Profilblech	Verdübelung
BT1	7,84m	HE 220 A	1500×150	Hoesch E85	KBø19 150 280
BT2	7,84m	HE 220 A	1500×150	Hoesch E85	KBø19 150 280
BT3	5,28m	IPE 300	1500×150	Vollplatte	KBø22 100 150
BT4	5,28m	IPE 300	1500×150	Holorib 51	KBø22 100 150

Als wesentlicher Aspekt bei der Versuchsnachrechnung ergab sich die Frage nach der Übertragbarkeit der in Scherversuchen ermittelten Dübelkennlinien auf Trägerberechnungen.

Versuchsträger BT1 wird zunächst mit der gemittelten Dübelkennlinie aus den beiden Bezugsscherversuchen (Abb.4.20) nachgerechnet. Die rechnerische Traglast ergibt sich daraus zu 150kN und liegt damit deutlich unter der im Versuch erreichten Traglast. Bei einem zweiten Rechenlauf wird die Dübelkraft nach Erreichen des ersten Lastmaximums mit 60kN als Fließkraft konstant gehalten (Abb.4.20). Die zugehörige Traglast beträgt dann für Träger BT1 194kN. Das berechnete Last-Durchbiegungs-Diagramm ist in Abb.4.21 dargestellt und ergibt eine gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten.

Versuchsträger BT2 stimmt mit Versuchsträger BT1 überein. Allerdings werden die Lasten im Unterschied zu Träger BT1 über Querbiegung des Betongurtes eingeleitet. Daher wird bei Träger BT2 die Dübelkennlinie, die der Nachrechnung von Träger BT1 zugrunde liegt, um 10% vergrößert. Mit der um 10% vergrößerten gemittelten Dübelkennlinie aus den Scherversuchen ergibt sich die Traglast bei Träger BT2 zu 188kN. Bei Ansatz eines konstanten Plateaus nach Überschreiten des ersten Maximums in Höhe von 66kN errechnet sich die Traglast von Träger BT2 zu 206kN (Abb.4.22).

Träger BT3 wurde mit einer Vollplatte ausgeführt. Für die Versuchsnachrechnung wird eine Mittelwertkurve der in Bochum ermittelten Dübelkennlinie für 7/8" Dübel zugrunde gelegt. Hier ergibt sich unmittelbar eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung (Abb.4.23).

Der Betongurt des Trägers BT4 wurde auf einem Holoribblech hergestellt. Bei der Nachrechnung wird zunächst eine Dübelkennlinie aus den Bezugsscherversuchen ohne Querbiegung zugrunde gelegt. Die rechnerische Traglast ergibt sich damit zu 820kN (Kurve 1). Bei den Versuchen trat ein Querbiegemoment von etwa 60kNm/m im Betongurt auf. Daher wird in einem zweiten Rechengang die Dübelkennlinie aus einem Scherversuch, die bei einem Querbiegemoment von 52,4kNm/m gewonnen wurde, angesetzt. Diese Dübelkennlinie ergibt im oberen Traglastbereich eine deutlich bessere Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung (Abb.4.24).

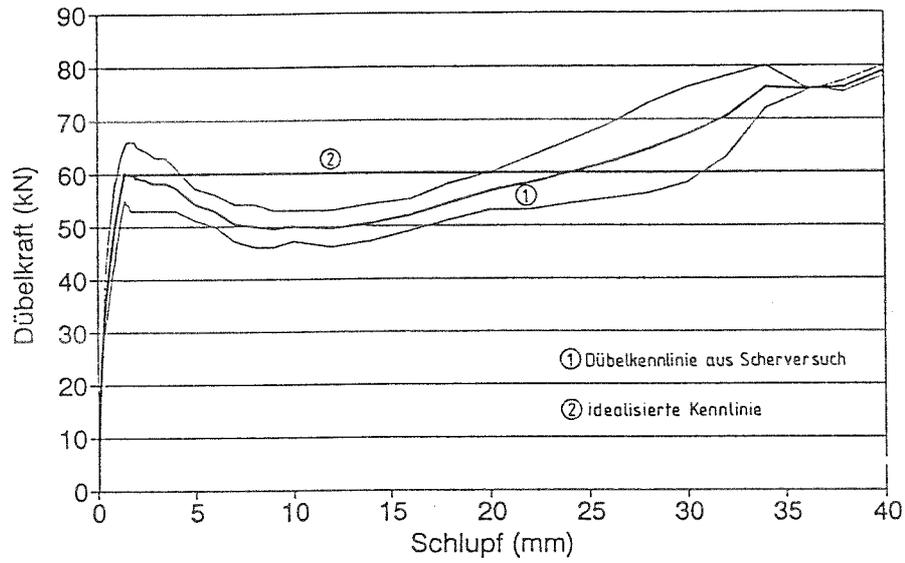


Abbildung 4.20: Dübelkennlinien aus den Scherversuchen und idealisierte Kennlinie für die Versuchsnachrechnung

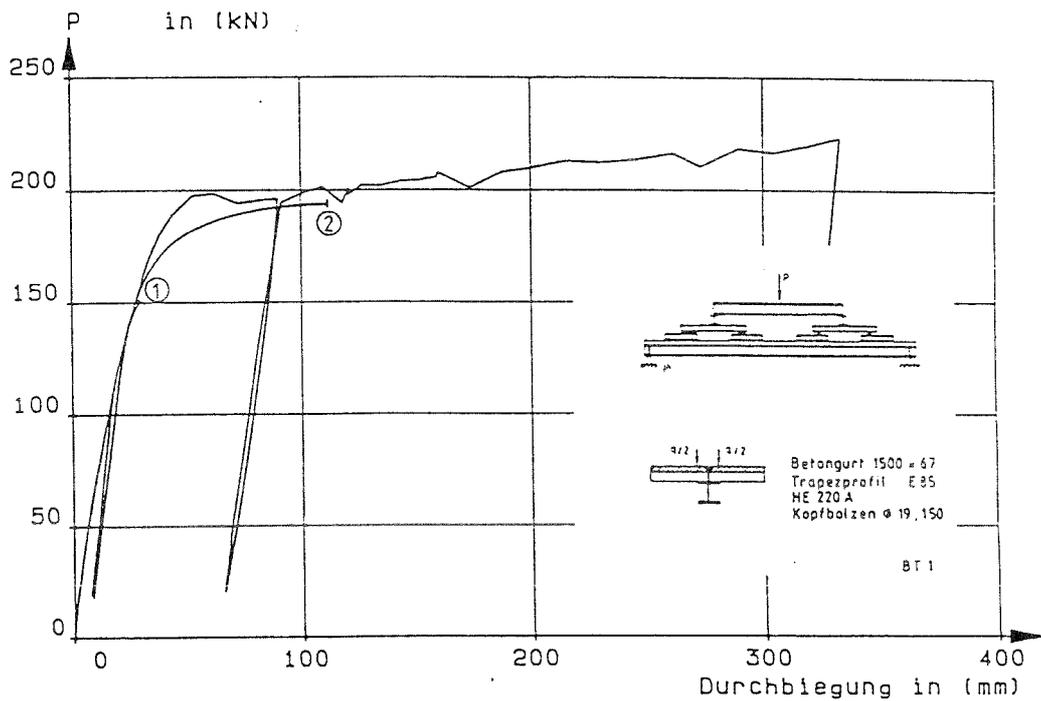


Abbildung 4.21: Vergleich der rechnerischen Last-Durchbiegungs-Kurve mit den Meßergebnissen, Versuchsträger BT1

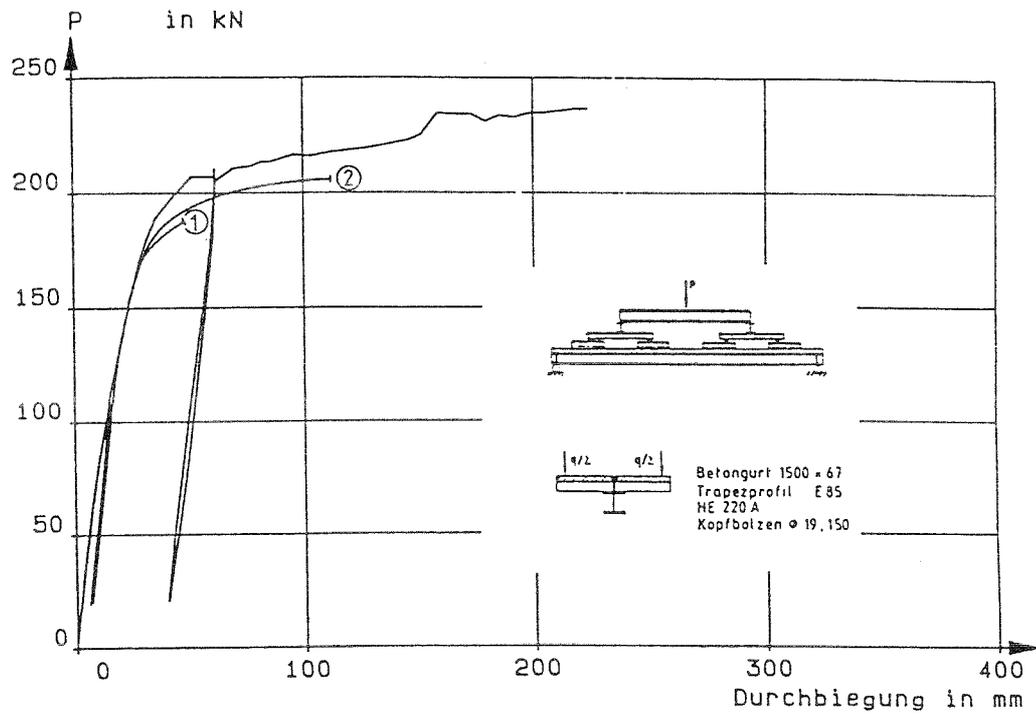


Abbildung 4.22: Vergleich der rechnerischen Last-Durchbiegung-Kurve mit den Meßergebnissen, Versuchsträger BT2

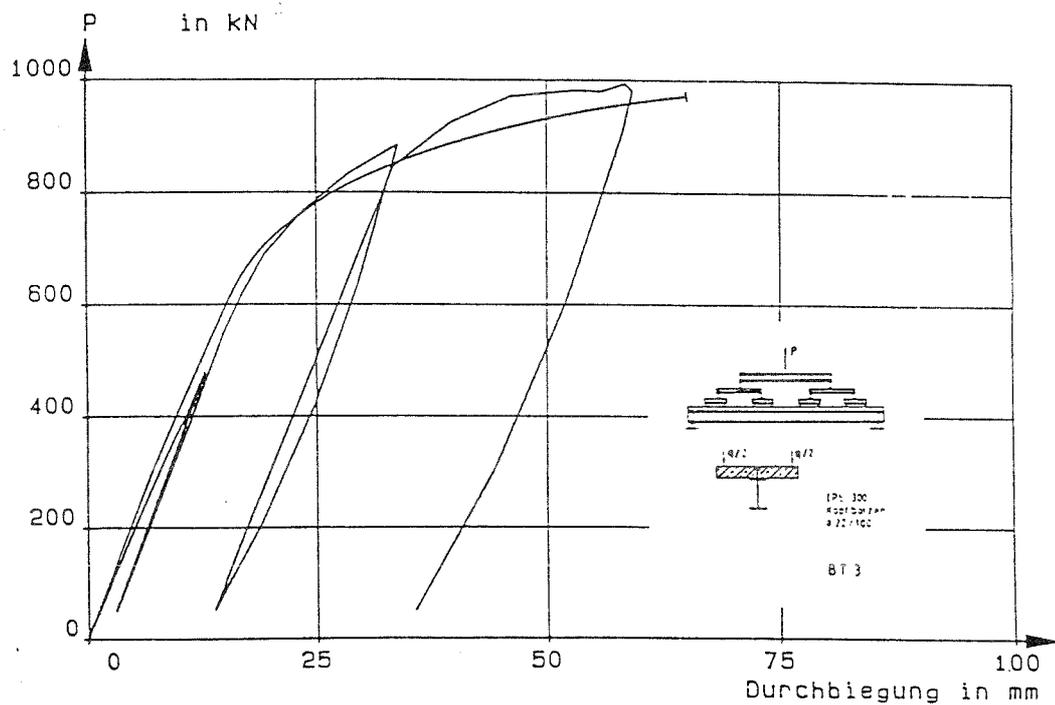


Abbildung 4.23: Vergleich der rechnerischen Last-Durchbiegung-Kurve mit den Meßergebnissen, Versuchsträger BT3

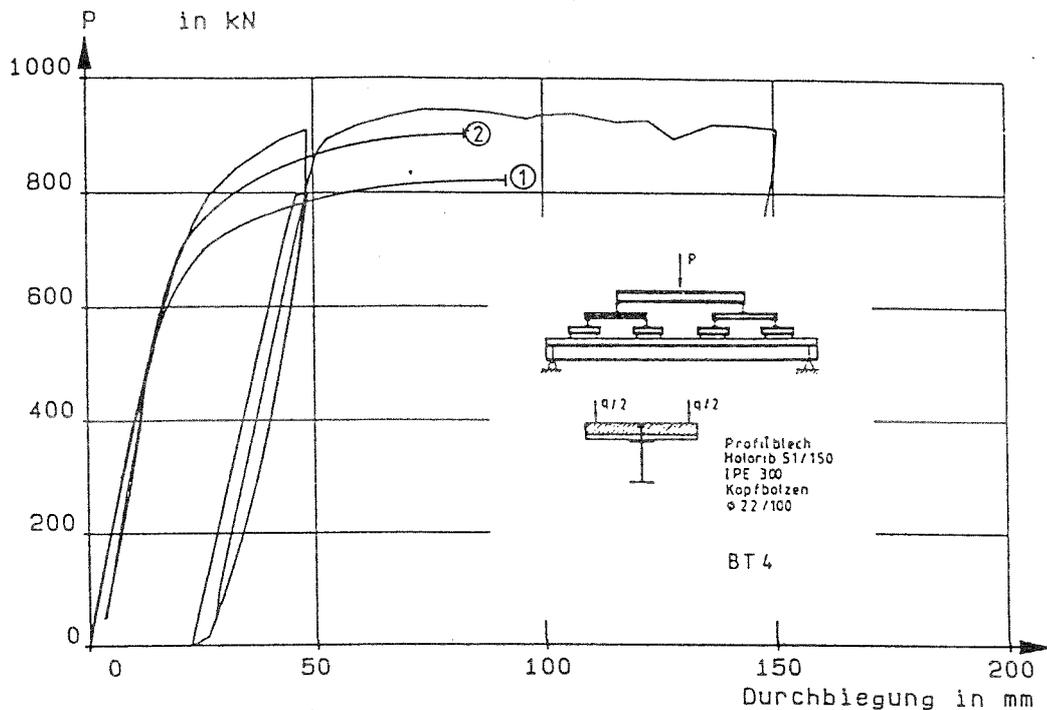


Abbildung 4.24: Vergleich der rechnerischen Last-Durchbiegung-Kurve mit den Meßergebnissen, Versuchsträger BT4

*Zusammenfassend* kann festgestellt werden, daß sich das Tragverhalten von Stahlverbundträgern mit Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Verbundmittel mit dem hier entwickelten physikalisch nichtlinearen Berechnungsmodell wirklichkeitsnah erfassen läßt. Damit steht für die nachfolgenden Untersuchungen ein Modell zur wirklichkeitsnahen Schnittgrößenmittlung zur Verfügung.

Die Versuchsnachrechnungen haben für den Gebrauchslastbereich eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch ergeben.

Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit hat sich gezeigt, daß die Übertragung der Dübelkennlinien von push-out-Versuchen auf Trägerberechnungen eine Näherung darstellt. Bei den hier durchgeführten Versuchsnachrechnungen ergaben sich damit immer etwas zu kleine Traglasten. Unter Berücksichtigung der positiven Auswirkung von Längsdruck und Querbiegung auf die Dübelkennlinie läßt sich eine deutlich bessere Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung erreichen. Bei sehr großen plastischen Verformungen gewinnt überdies der Verfestigungsbereich der Stahlkennlinie des Stahlträgers an Bedeutung. Dieser Bereich der Stahlkennlinie ist jedoch bei den hier durchgeführten Berechnungen nicht genau bekannt.

## Kapitel 5

# Grundlagen zur Bemessung des Betongurts im Gebrauchszustand

### 5.1 Lokales Tragverhalten im Bereich von Rissen

#### 5.1.1 Einfluß des Schwindens beim Stahlbeton Zugstab

Nachfolgend wird das lokale Tragverhalten von Stahlverbundträgern bei gerissenem Betongurt untersucht. Die betrachteten Bereiche werden durch finite Beton-, Stahl- und Verbundelemente abgebildet (Abb.5.1). Da hier der Gebrauchszustand untersucht wird, werden außer für die Verbundelemente nur linear elastische Elemente verwendet, solange die Zugspannungen im Beton die Zugfestigkeit nicht überschreiten. Bei den Verbundelementen handelt es sich um nichtlineare Federelemente, deren Charakteristik mit dem Verbundgesetz nach Gl.(2.4) berechnet wird.

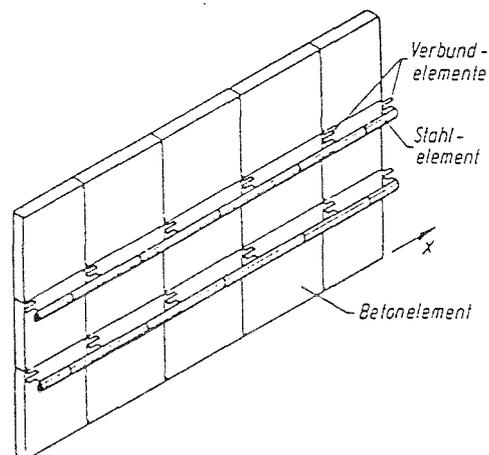


Abbildung 5.1: Abbildung des Stahlbetons für lokale Untersuchungen durch finite Elemente

Zunächst wird zur Überprüfung des Modells ein in der Literatur [66] beschriebener Versuch

zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nachgerechnet. Bei dem Versuchskörper handelt es sich um einen Stahlbeton-Dehnkörper mit zwei symmetrisch angeordneten Bewehrungsstäben, bei dem die Risse durch zwei eingelegte Folienbleche vorgegeben waren. Der Verlauf der Dehnungen zwischen den Rissen wurde mit Dehnungsmessstreifen gemessen. Zusätzlich wurde noch die Gesamtdehnung über die Prüfkörperlänge aufgenommen.

Bei der Versuchsnachrechnung wurden als Verbundparameter  $a = 0,3$  und  $n = 0,58$  angesetzt. Diese Verbundparameter wurden auch in [66] bei der Versuchsnachrechnung auf der Grundlage der DGL des verschieblichen Verbundes verwendet. Die Finite-Element-Rechnung stellt die numerische Lösung des Problems dar. Beide Methoden führen zu dem gleichen Ergebnis.

Abb.5.2 zeigt den Vergleich zwischen Rechenwerten und Meßergebnissen. Sowohl der Verlauf der Stahlkraft zwischen den Rissen als auch die mittleren Dehnungen (Abb.5.4) stimmen sehr gut überein.

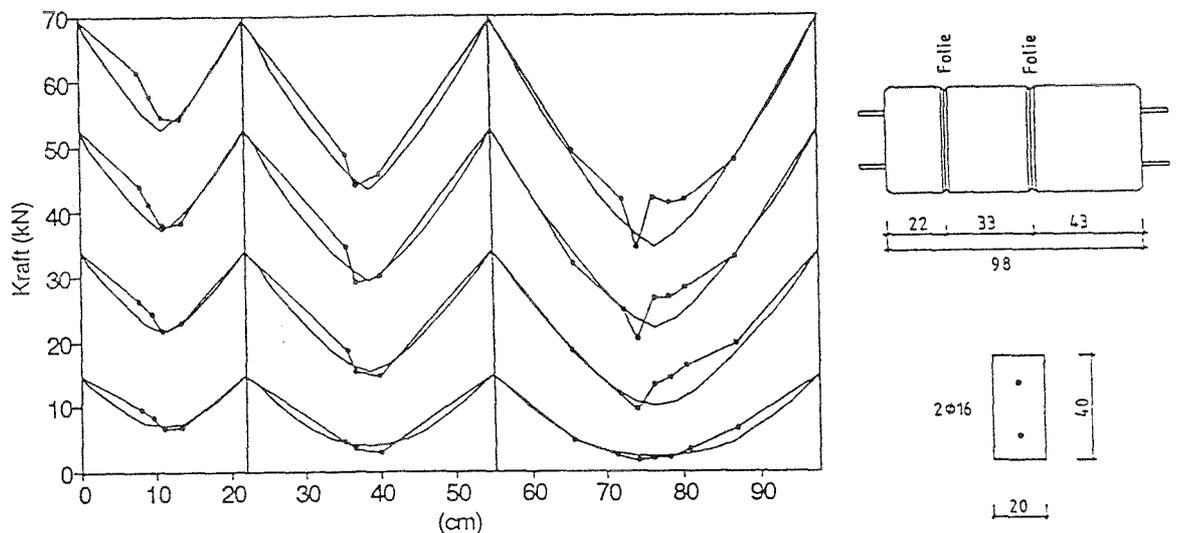


Abbildung 5.2: Verlauf der Stahlkraft zwischen den Rissen. Vergleich zwischen Versuch und Rechnung

Im folgenden wird anhand des Versuchskörpers der Einfluß des Schwindens beim Stahlbeton Zugstab untersucht. Das Schwinden wird rechnerisch durch einen äquivalenten Temperaturlastfall ( $T_0 = -20\text{ K}$ ,  $\alpha_t = 10^{-5}$ ) bei den Betonelementen berücksichtigt. Es werden nochmals die gleichen Laststufen berechnet wie zuvor, diesmal aber mit Berücksichtigung des Schwindens ( $\varepsilon_{cs} = -0,2 \cdot 10^{-3}$ ).

In Abb.5.3 ist der Verlauf der Stahlkraft zwischen den Rissen für die verschiedenen Laststufen jeweils mit und ohne Einfluß des Schwindens dargestellt. Ist keine äußere Kraft wirksam, wird im Bereich zwischen den Rissen eine Druckkraft in den Bewehrungsstab eingeleitet. Wird zusätzlich eine äußere Kraft aufgebracht, so geht der Einfluß des Schwindens mit jeder höheren Laststufe immer mehr zurück, er wird vernachlässigbar klein. Die Ursache für diesen Rückgang ist der Steifigkeitsabfall des Verbundes mit zunehmendem Beanspruchungsniveau.

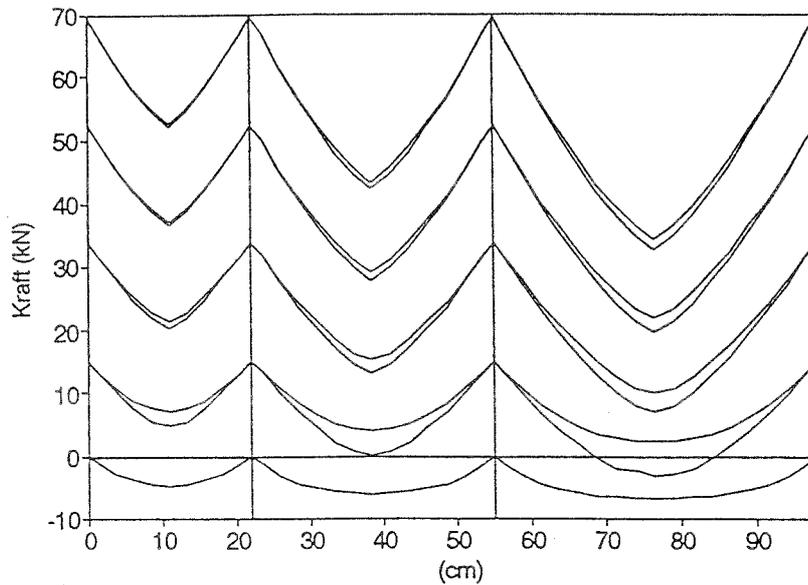


Abbildung 5.3: Vergleich des rechnerischen Stahlkraftverlaufs zwischen den Rissen mit und ohne Schwinden des Betons

Der Einfluß des Schwindens ( $\varepsilon_{cs} = -0,2 \cdot 10^{-3}$ ) auf die mittlere Dehnung geht aus Abb.5.4 hervor. Beim Zugstab mit abgeschlossenem Ribbild ist der Einfluß des Schwindens auf die mittlere Dehnung vernachlässigbar gering. Daraus folgt unmittelbar, daß bei Stahlverbundträgern in Bereichen mit abgeschlossenem Ribbild der Eigenspannungszustand aus Schwinden vernachlässigbar klein ist.

Dagegen führt das Schwinden zu einer Vergrößerung der Ribbreiten. Die Ribbreiten können bei dem FE-Modell direkt als Differenz der Knotenverschiebungen am vorgegebenen Rib abgelesen werden. Abb.5.5 zeigt, daß die Vergrößerung der Ribbreite  $\Delta w$  bei den höheren Laststufen nahezu gegen den Wert geht, der sich ohne Behinderung einstellen würde ( $\Delta w_0$ ). Für den rechten Rib beträgt

$$\Delta w_0 = 20 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{330 + 430}{2} = 0,076 \text{ mm.}$$

Zeitgleich und untrennbar mit dem Schwinden des Betons läuft das Verbundkriechen ab. In Abb.5.6 ist der Verlauf der Stahlkraft zwischen den Rissen mit und ohne Einfluß des Verbundkriechens dargestellt. Die jeweils obere Kurve zu jeder Laststufe wurde mit isochronen Verbundspannungs-Verschiebungslinien unter Ansatz einer Verbundkriechzahl von  $\varphi = 2,5$  berechnet. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nimmt ab, die mittlere Stahldehnung wird mithin größer. Als Folge vergrößern sich die Ribbreiten, die Dehnsteifigkeit des Zugstabes fällt etwas ab.

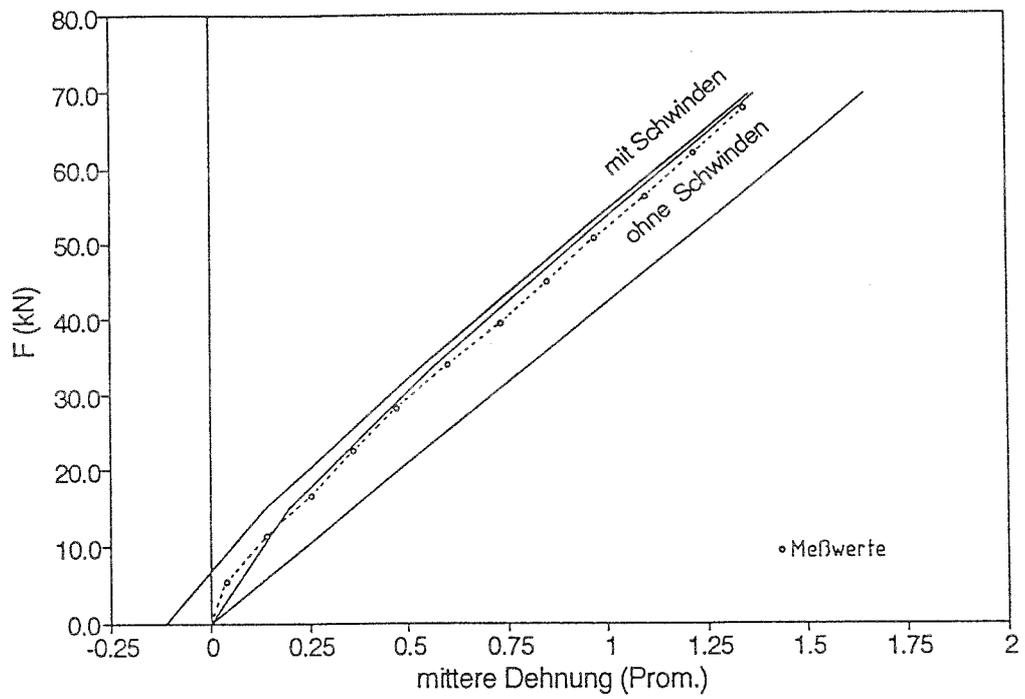


Abbildung 5.4: Einfluß des Schwindens auf die mittlere Dehnung

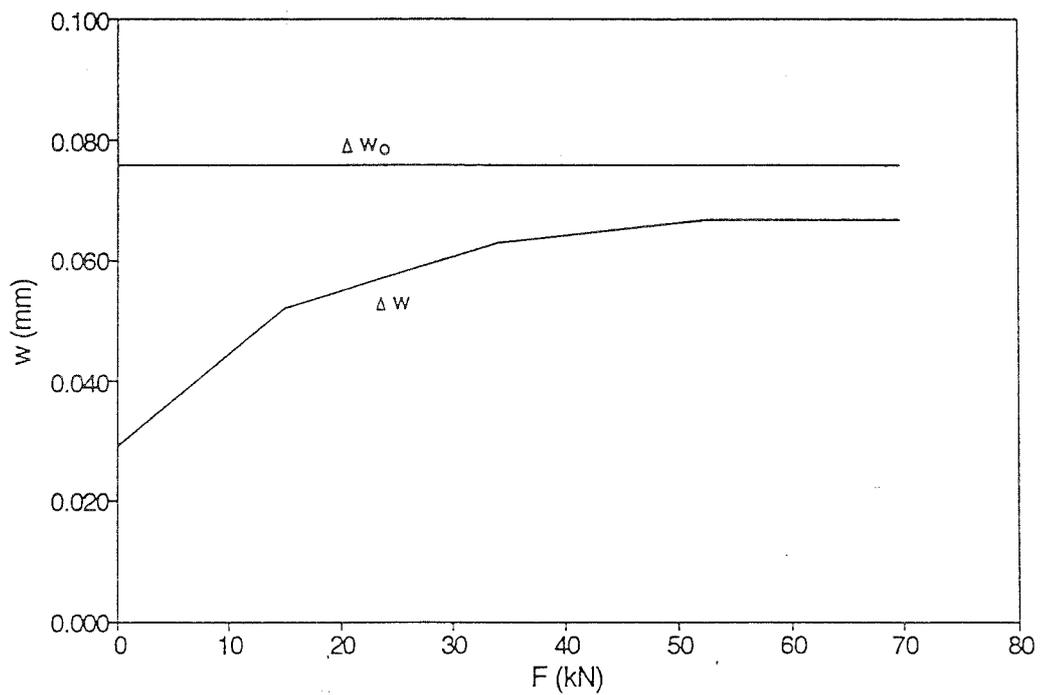


Abbildung 5.5: Vergrößerung der Rißbreite durch Schwinden

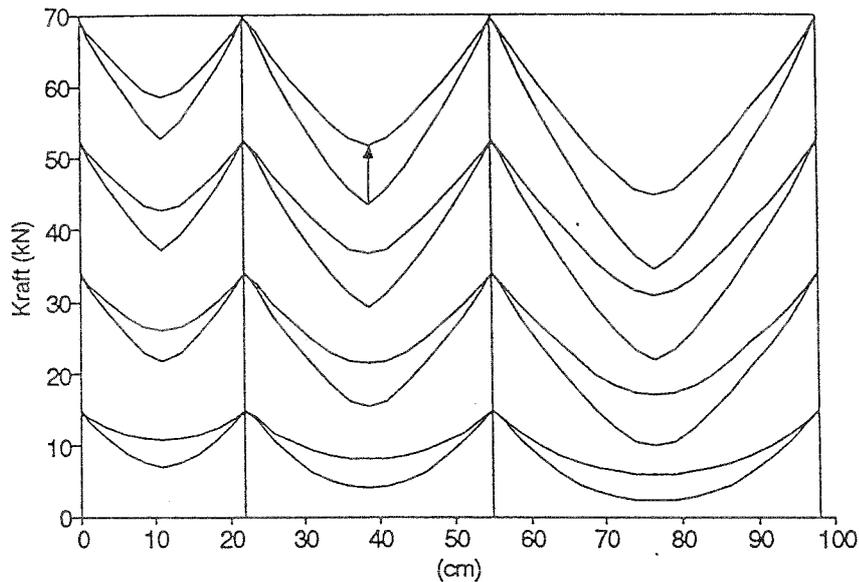


Abbildung 5.6: Einfluß des Verbundkriechens auf den Verlauf der Stahlkraft zwischen den Rissen

### 5.1.2 Einzelriß

#### 5.1.2.1 Ebenes Modell

Wird der Querschnitt eines Verbundträgers einer negativen Momentenbeanspruchung unterworfen und wird diese solange gesteigert, bis in der Randfaser des Betongurtes die effektive Zugfestigkeit des Betons erreicht ist, so bildet sich im allgemeinen ein Trennriß. Dieser muß sich jedoch bei sehr breiten Gurten nicht sofort über die gesamte Breite des Gurtes erstrecken, da der Beton die Fähigkeit besitzt, über sich öffnende Risse noch Zugspannungen übertragen zu können (Abschn. 2.3.1). Bei breiten Gurten wird die mitwirkende Breite ( $b_{eff}$ ) in die Berechnung eingeführt.

Im folgenden wird der Fall untersucht, daß sich ein durchgehender Trennriß im Betongurt bildet. Die dabei frei werdende Zugkraft des Betons lagert sich innerhalb des Querschnitts um. Eine obere Abschätzung für den Zuwachs der Spannungen in der Bewehrung ergibt sich, wenn ihr rechnerisch die volle Kraft des Zugkeils nach Zustand I zugewiesen wird (Abb.5.7). Tatsächlich findet aber bei der Rißbildung eine Längenänderung des Betongurtes statt. Dadurch lagert sich ein Teil der frei werdenden Zugkraft auch auf den Stahlträger um.

Die Berechnung der Spannungen in der Bewehrung unter Berücksichtigung der Kompatibilitätsbedingungen ist geschlossen nicht möglich. Eine Querschnittsbetrachtung ist hierzu nicht ausreichend, sondern es muß der gesamte Störbereich betrachtet werden (Abb.5.8). Daher werden nachfolgend die Vorgänge bei der Erstrißbildung mit Hilfe der Finite Element Methode untersucht. Für den Betongurt und den Stahlträger werden linear elastische Elemente verwendet. Der Verbund zwischen der Bewehrung und dem Beton sowie zwischen

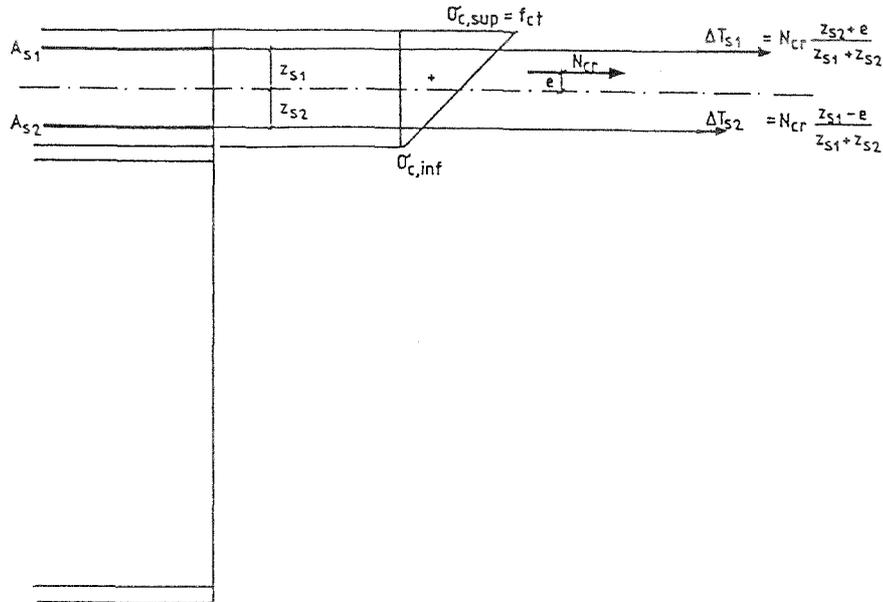


Abbildung 5.7: Zugkeildeckung nach Zustand I

dem Betongurt und dem Stahlträger wird mit nichtlinearen Federelementen erfaßt. Da die Qualität des Ergebnisses bei einer FE-Rechnung auch von der Dichte des Elementnetzes abhängig ist, wurde eine feine Elemententeilung insbesondere im Bereich des Risses mit großen Spannungsänderungen vorgenommen.

Den nachfolgenden Untersuchungen werden in Anlehnung an [24] ein typischer Hochbauquerschnitt und ein typischer Brückenbauquerschnitt zugrunde gelegt (Abb.5.9).

Zunächst erfolgen die Untersuchungen an einem ebenen Modell, d.h. die Gurtbreite geht als Elementdicke in die Berechnung ein. Dies ist gleichbedeutend mit einem schubstarken Betongurt. Der Verbund zwischen der Bewehrung und dem Beton wird für guten Verbund mit

$$\tau_{(s)} = f_{ck,cube} \cdot 0,47 \cdot s^{0,26}$$

und für mäßigen Verbund mit

$$\tau_{(s)} = f_{ck,cube} \cdot 0,5 \cdot 0,47 \cdot s^{0,26}$$

berücksichtigt (Abschn. 2.4).

#### Reine Momentenbeanspruchung

Der Störbereich wird zunächst unter konstanter Momentenbeanspruchung untersucht. Das Moment wird gesteigert, bis sich unter dem Reißmoment ( $M_r$ ) der Trennriß bildet. Das Reißmoment wird in Anlehnung an [24] für den Hochbauträger mit  $M_r = -380\text{kNm}$  und für den Brückenträger  $M_r = -19,1\text{MNm}$  zugrunde gelegt.

In Abb.5.10 ist das Verhältnis der Zugkraftänderung in der oberen ( $\Delta T_{s1}$ ) und in der unteren Bewehrungslage ( $\Delta T_{s2}$ ) zur insgesamt frei werdenden Zugkraft des Betons ( $N_{cr}$ ) nach Bildung des Trennrisses aufgetragen. Wie aus der Darstellung hervorgeht, gehen bei sehr niedrigem Bewehrungsgrad und bei mäßigem Verbund nur ca. 75% der frei werdenden

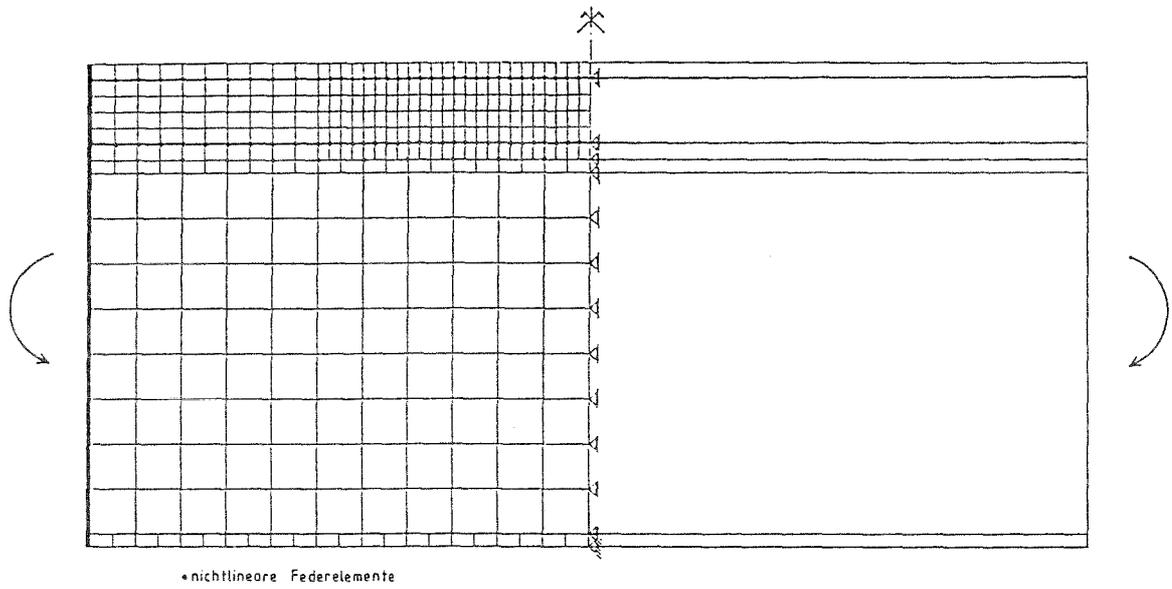


Abbildung 5.8: Störbereich um den Einzelriß und Finite Element Modell

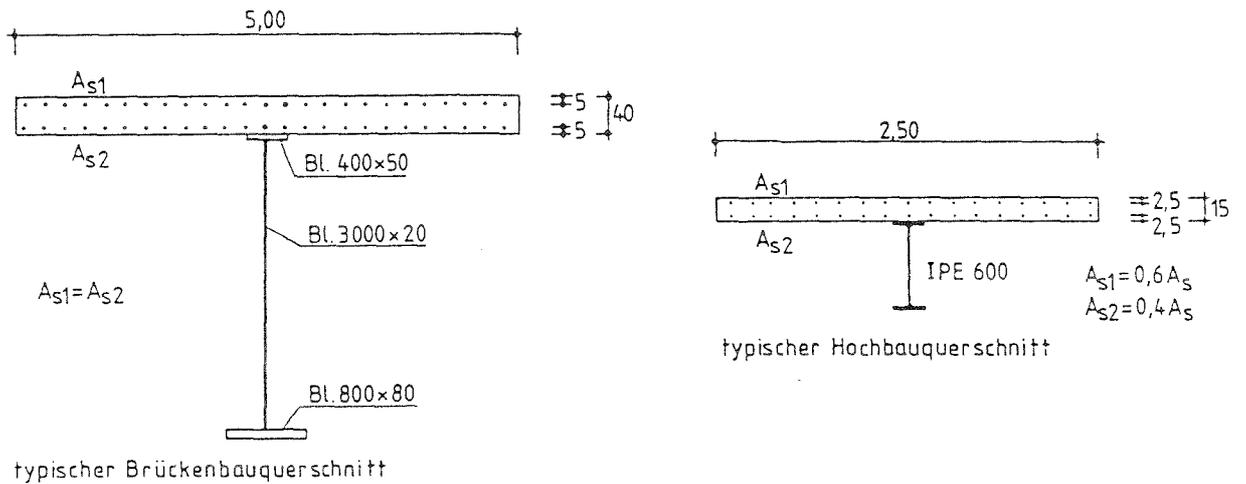


Abbildung 5.9: Untersuchter Hochbau- und Brückenbauquerschnitt

Zugkraft des Betongurtes in die Bewehrung. Bei hohem Bewehrungsgrad und sehr gutem Verbund geht das Verhältnis gegen 1,0. Dies entspricht der rechnerischen Zugkeildeckung nach Zustand I. Dagegen sind die nach Zustand II gerechneten Stahlspannungen unter dem Rißmoment viel zu klein.

Während das Verhältnis der Zugkraftänderung in den beiden Bewehrungslagen  $\Delta T_{s1} : \Delta T_{s2}$  bei der Zugkeildeckung nach Zustand I ca.  $3/4 : 1/4$  beträgt, beträgt es nach der hier durchgeführten genaueren Berechnung  $2/3 : 1/3$ . Dies kann mit dem Abfall der Biegesteifigkeit des Betongurtes im Rißbereich erklärt werden.

Der Anteil an der frei werdenden Zugkraft ( $N_{cr}$ ), der nicht in die Bewehrung geht, lagert sich in den Stahlträger um. Die Umlagerung in den Stahlträger ist aus Gründen der Verträglichkeit umso größer, je größer die Längenänderung des Betongurtes bei der Rißbildung ist. Die Längenänderung ist umso größer, je weicher der Verbund zwischen Bewehrung und Beton und je kleiner der Bewehrungsgrad ist (Abb.5.11).

In Abb.5.12 ist der Einfluß auf die Spannungen im Stahlträger dargestellt. Im wesentlichen ergibt sich daraus eine Zunahme der Spannungen im Obergurt sowie im oberen Bereich des Steges.

Eine Darstellung des Spannungszustands im Betongurt enthält Abb.5.13. Ausgehend vom spannungslosen Rißquerschnitt konzentrieren sich die Spannungen zunächst um die Bewehrungsstäbe, bis sie schließlich in einem gewissen Abstand vom Riß wieder den linearen Verlauf nach Zustand I annehmen. Die obere Randspannung wächst zunächst rasch an, nähert sich dann jedoch in einem schleifenden Schnitt der Betonzugfestigkeit. Daher kann aus dieser Berechnung nicht sicher auf den Abstand zum nächsten Riß geschlossen werden. Wenn sich im Bereich des schleifenden Schnittes eine Kerbe (z.B. Querbewehrungsstab) befindet, kann dadurch die Lage des nächsten Risses vorgegeben sein. Die Querrisse treten aber nicht immer im Abstand der Querbewehrung auf.

#### Primärer Eigenspannungszustand aus Schwinden

Aus dem konstanten Anteil des Schwindens kann z.B. nach Trost [14] der primäre Eigenspannungszustand aus Schwinden berechnet werden. Die Teilschnittgrößen ergeben sich mit den Bezeichnungen nach Abb.5.14 wie folgt:

$$\begin{array}{cc|c}
 N_{a,\varepsilon} & M_{a,\varepsilon} & \\
 \hline
 \frac{1}{E_a \cdot A_a} + \frac{1}{E_c \cdot A_c} \cdot (1 + \varrho \cdot \varphi(t)) & -\frac{z_1}{E_a \cdot I_a} & \varepsilon_{cs}(t) \\
 \frac{z_1}{E_c \cdot I_c} \cdot (1 + \varrho \cdot \varphi(t)) & \frac{1}{E_a \cdot I_a} + \frac{1}{E_c \cdot I_c} \cdot (1 + \varrho \cdot \varphi(t)) & 0
 \end{array} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned}
 N_{c,\varepsilon} &= -N_{a,\varepsilon} \\
 M_{c,\varepsilon} &= -M_{a,\varepsilon} - z_1 \cdot N_{a,\varepsilon}
 \end{aligned}$$

Unter dem primären Eigenspannungszustand aus Schwinden alleine wird zwar i.d.R. noch nicht die Betonzugfestigkeit erreicht, dennoch kann sich – z.B. in einer Arbeitsfuge, wo die Betonzugfestigkeit nicht ihren vollen Wert erreicht – ein Einzelriß bilden. Für die Umlagerung der frei werdenden Zugkraft des Betons gelten hier im Prinzip die gleichen Gesetzmäßigkeiten wie unter der zuvor betrachteten Momentenbeanspruchung.

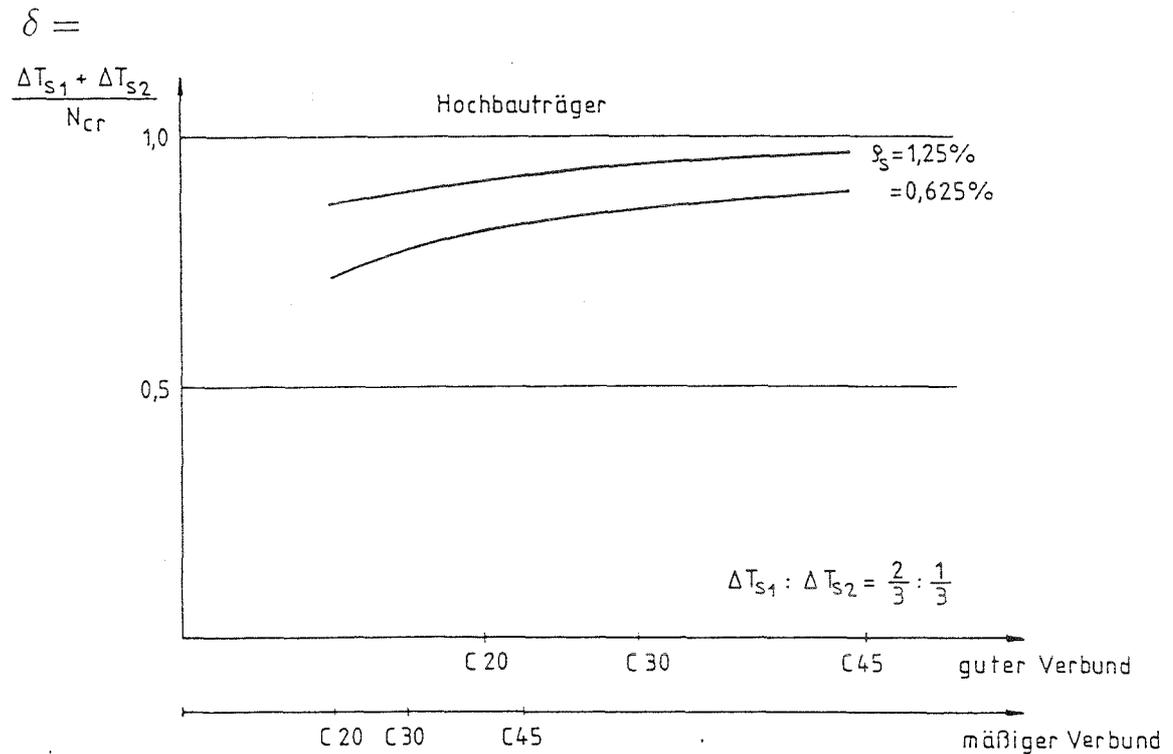
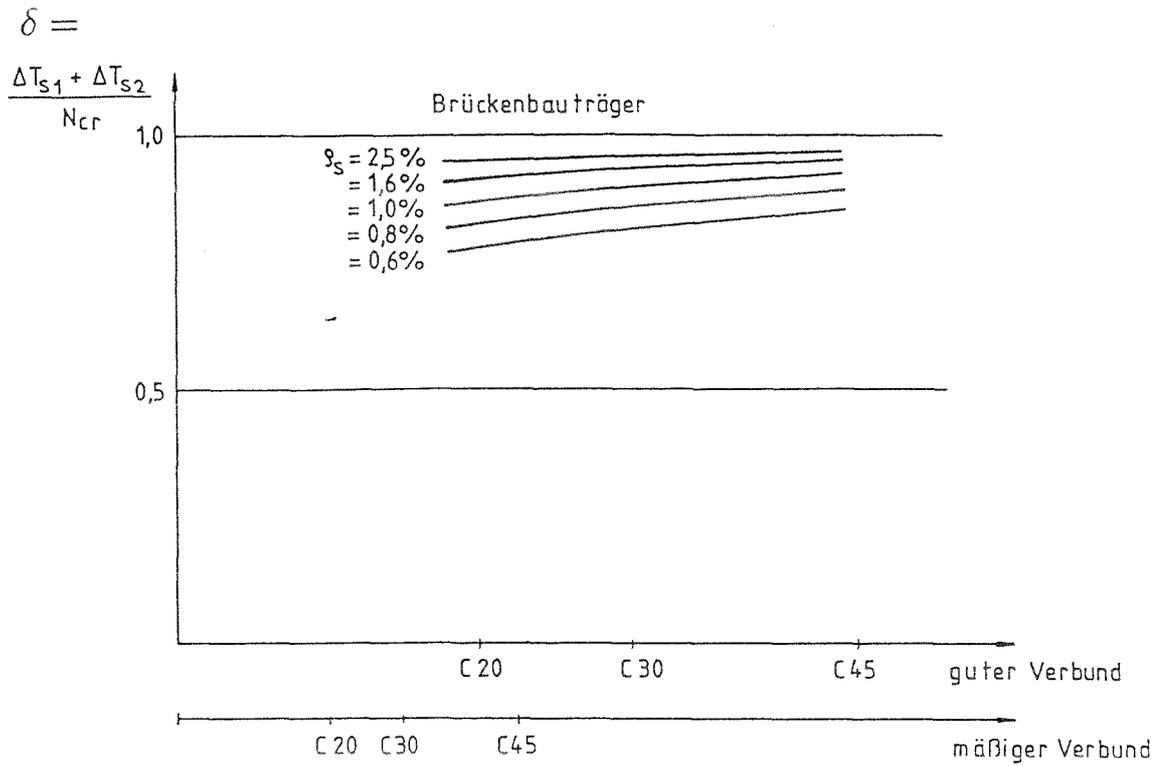


Abbildung 5.10: Umlagerung der bei der Rißbildung freiwerdenden Zugkraft auf die Bewehrung (reine Momentenbeanspruchung)

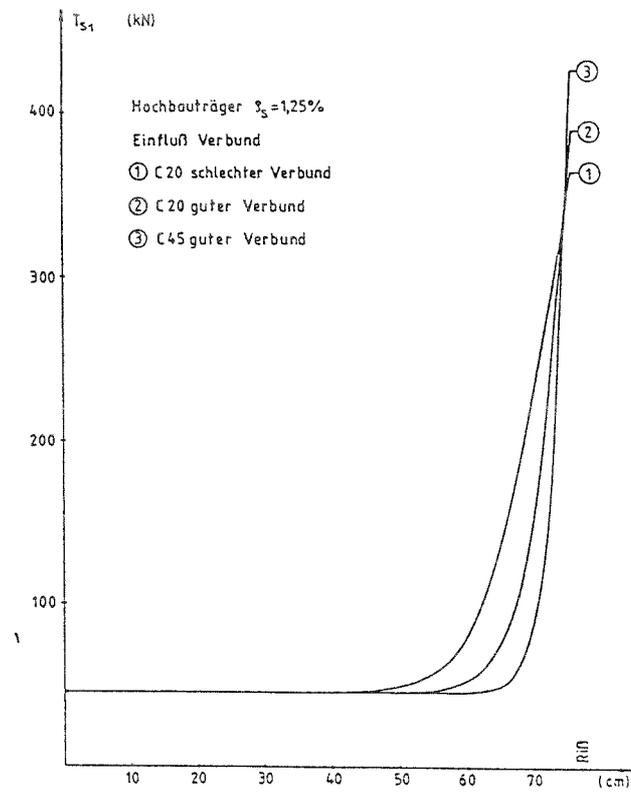


Abbildung 5.11: Verlauf der Zugkraft und der Spannung in der oberen Bewehrungslage

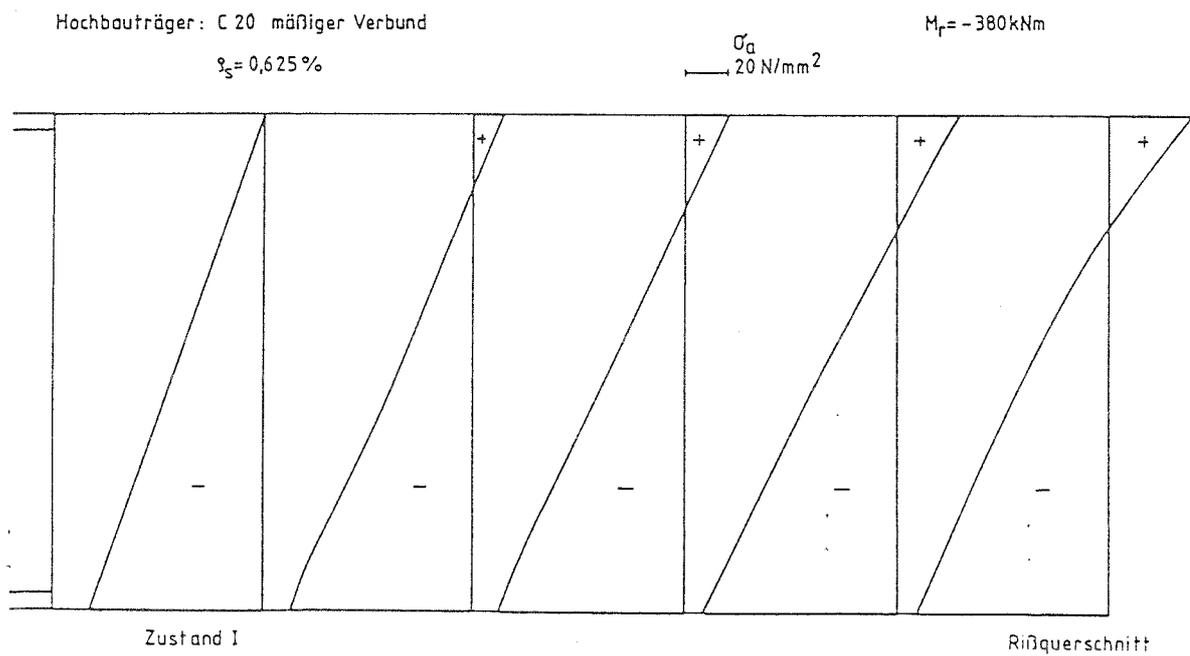


Abbildung 5.12: Spannungszustand im Stahlträger

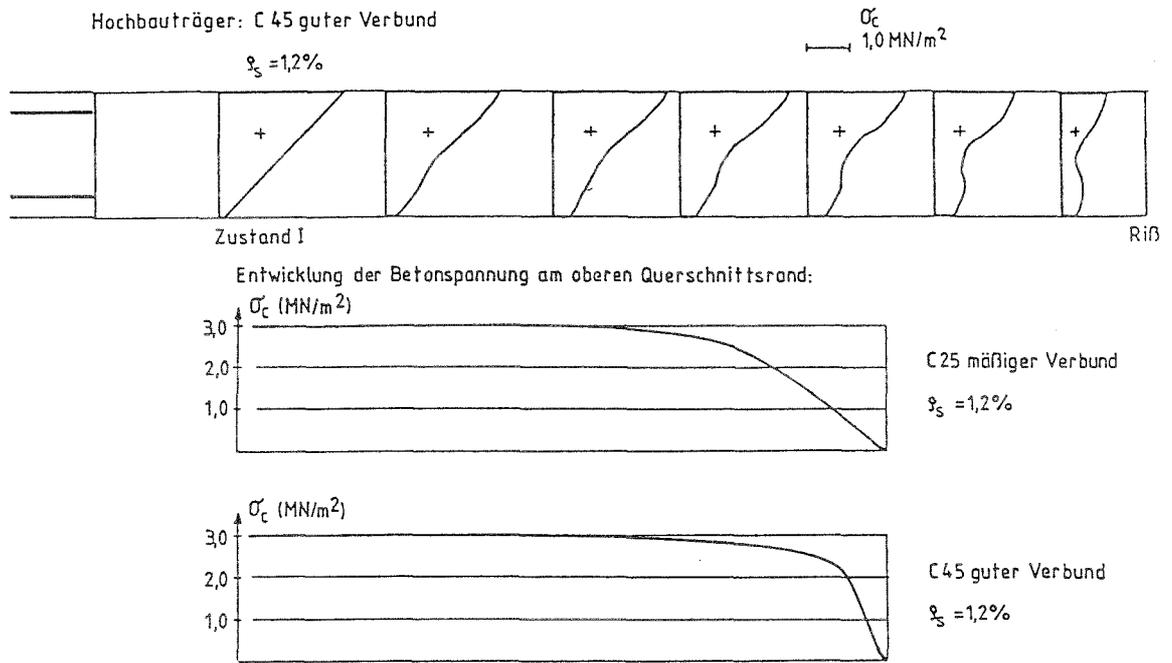


Abbildung 5.13: Spannungen im Beton

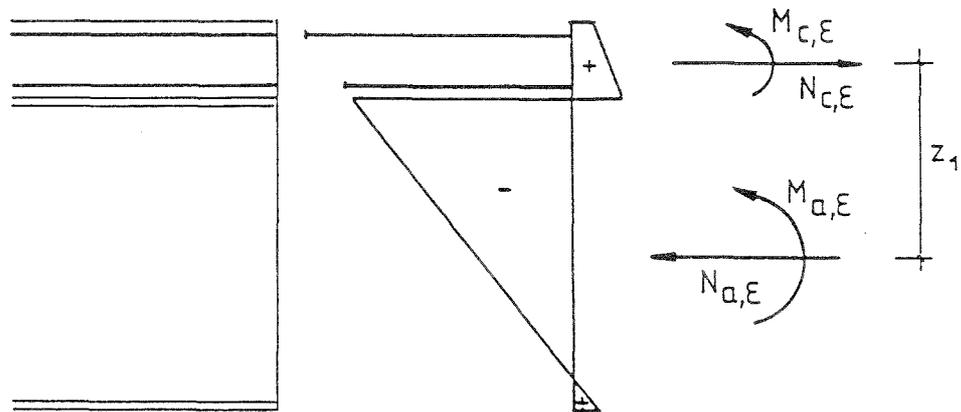
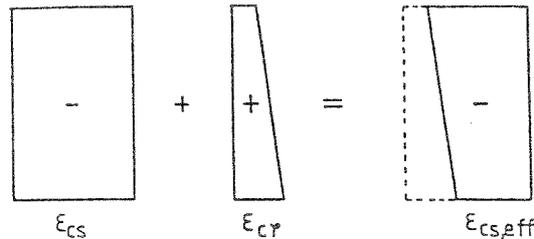


Abbildung 5.14: Primärer Eigenspannungszustand aus Schwinden

Das Schwinden wird rechnerisch durch einen äquivalenten Temperaturlastfall im Betongurt berücksichtigt. Da mit dem Schwinden zeitgleich und untrennbar auch immer ein Kriechen des Betons einhergeht, werden die Schwindverkürzungen um das Maß der Kriechdehnungen reduziert. Nur das so reduzierte Schwinden wird in ein äquivalentes Temperaturfeld umgerechnet (Abb.5.15).



Fließdehnung aus Kriechen:

$$\epsilon_{CP,sup} = \frac{N_C \epsilon}{E_C \cdot A_C} \cdot s \varphi - \frac{M_C \epsilon}{E_C \cdot I_C} \cdot \frac{h_C}{2} \cdot s \varphi$$

$$\epsilon_{CP,inf} = \frac{N_C \epsilon}{E_C \cdot A_C} \cdot s \varphi + \frac{M_C \epsilon}{E_C \cdot I_C} \cdot \frac{h_C}{2} \cdot s \varphi$$

Abbildung 5.15: Umrechnung des konstanten Anteils aus Schwinden in ein äquivalentes Temperaturfeld

Der Anteil an der freiwerdenden Zugkraft des Betons, den die Bewehrung aufnimmt, ist in Abb.5.17 dargestellt. Es stellen sich nahezu die gleichen Umlagerungen ein wie unter reiner Biegebeanspruchung. Der Verlauf der Zugkraft in der Bewehrung geht aus Abb.5.16 hervor. Die Spannungen im Stahlträger sowie die Spannungen im Betongurt sind in den Abb.5.18 und 5.19 enthalten.

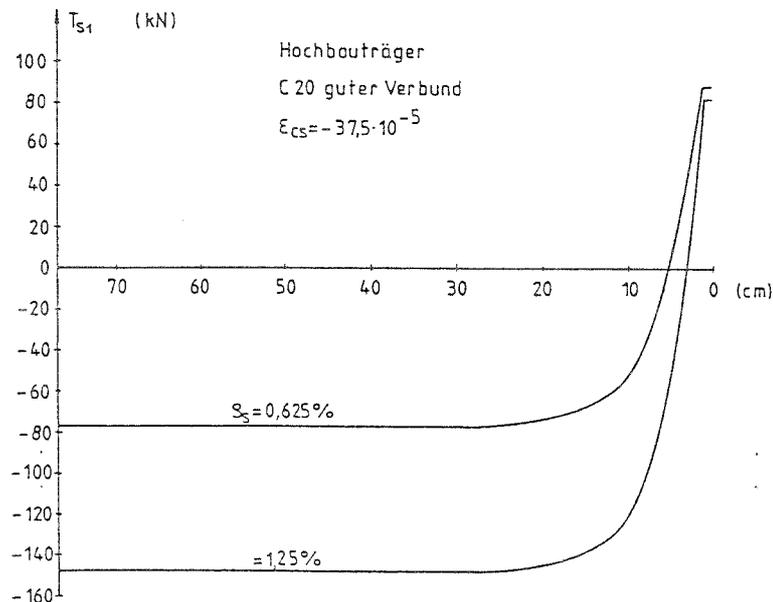
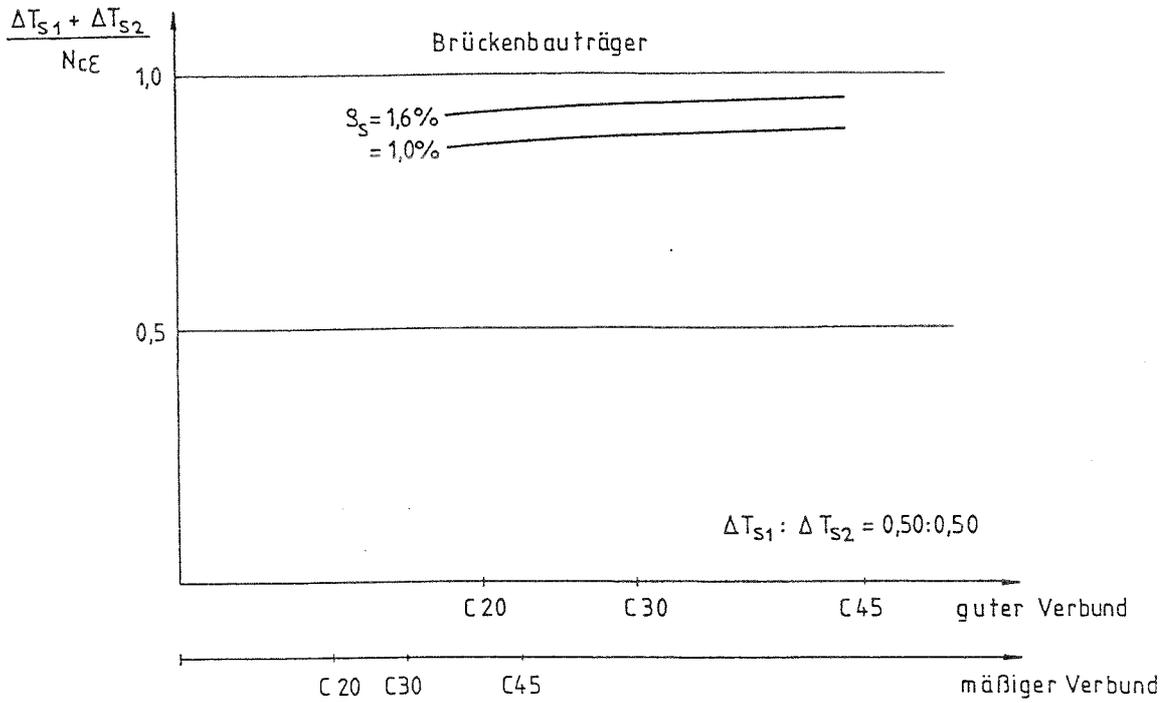


Abbildung 5.16: Verlauf der Zugkraft in der oberen Bewehrungslage

$\delta =$



$\delta =$

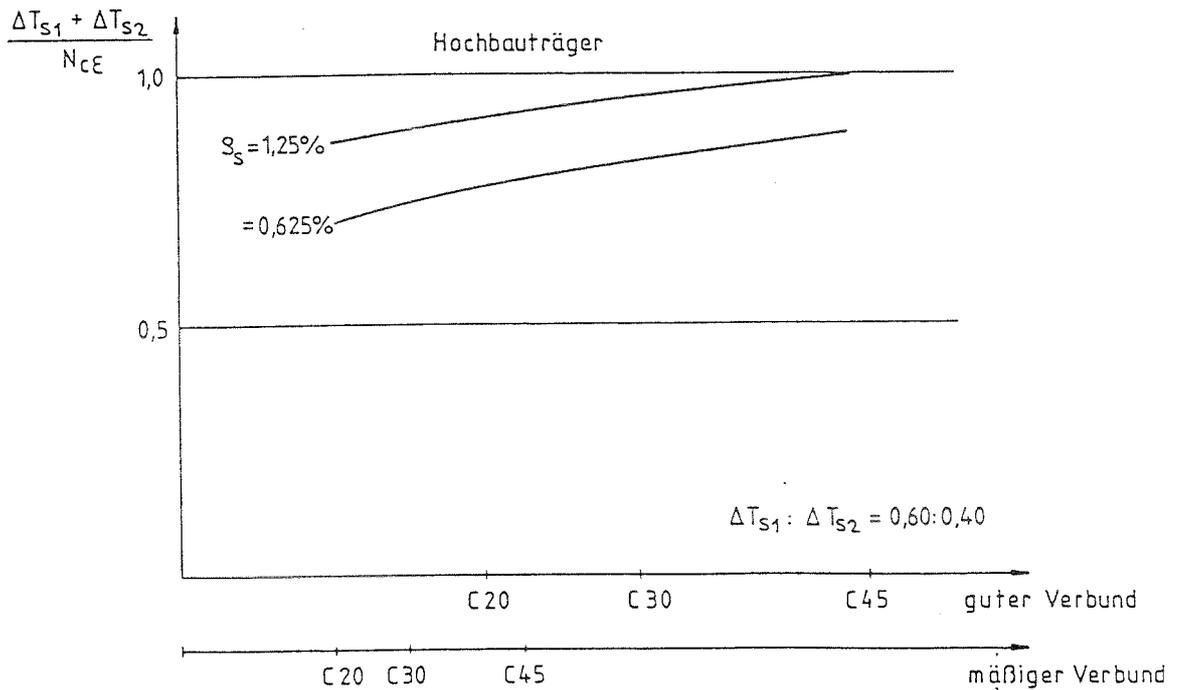


Abbildung 5.17: Umlagerung der bei der Rißbildung freiwerdenden Zugkraft auf die Bewehrung (nur Eigenspannungszustand aus Schwinden)

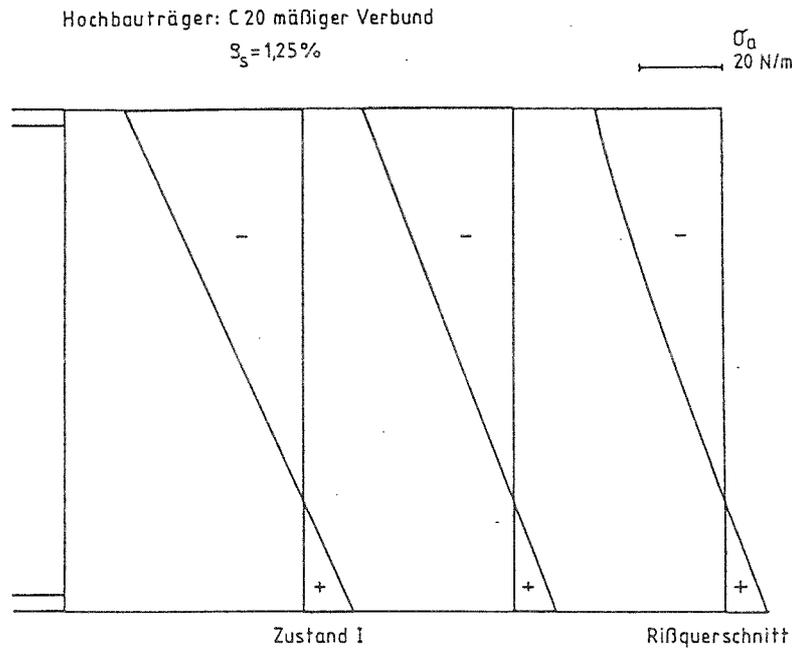


Abbildung 5.18: Spannungszustand im Stahlträger

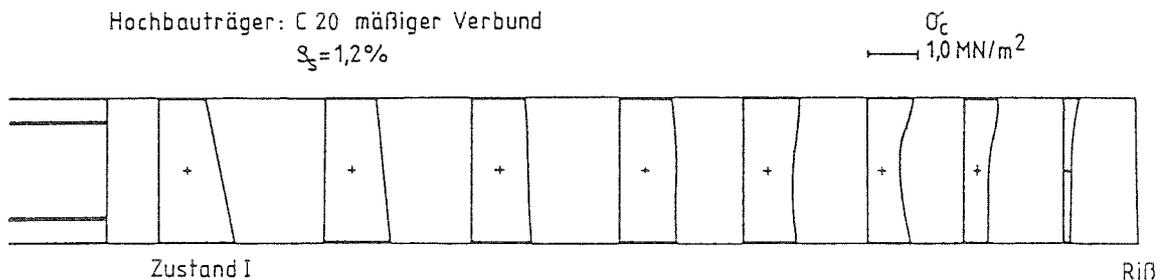


Abbildung 5.19: Spannungen im Beton

#### *Momentenbeanspruchung und primärer Eigenspannungszustand aus Schwinden*

Hinsichtlich der Kräfteumlagerung auf die Bewehrung ergeben sich nahezu die gleichen Verhältnisse wie zuvor (Abb.5.21).

Da durch den Eigenspannungszustand aus Schwinden bereits Zugspannungen im Betongurt vorhanden sind, wird die effektive Betonzugfestigkeit bereits unter einer kleineren

Momentenbeanspruchung erreicht. Gleichzeitig nimmt die Exzentrizität der Normalkraft im Betongurt ab (Abb.5.20). Dadurch geht der Einfluß des Maßstabeffektes zurück (Abschn.2.3.1). Insgesamt fällt dadurch das Rißmoment ( $M_r$ ) deutlich ab (Abb.5.22). Der Absolutwert der Spannung in der Bewehrung im Riß ( $\sigma_{s2,r}$ ) fällt ebenfalls ab. Der Abfall ist beim Hochbauträger ausgeprägter als beim Brückenträger.

Die Änderung der Spannung in der Bewehrung im Riß ( $\Delta\sigma_{s2,r}$ ) sowie die Rißbreite ( $w_r$ ) sind beim Brückenträger nahezu unabhängig vom Einfluß des Schwindens. Dagegen wachsen die Spannungsänderung und die Rißbreite beim Hochbauträger mit zunehmendem Schwindmaß an.

Gegenüber einer reinen Momentenbeanspruchung wird die Rißnormalkraft im Betongurt ( $N_{cr}$ ) bei gleichzeitigem Vorhandensein eines Eigenspannungszustands aus Schwinden größer, da der Zugkeil völliger wird (Abb.5.20).

Beim Hochbauträger liegt der Schwerpunkt des Verbundquerschnitts im Obergurt des Stahlträgers. Unter reiner Momentenbeanspruchung stellt sich ein dreiecksförmiger Zugspannungskeil ein. Beim Querschnitt des Brückenträgers liegt dagegen der Schwerpunkt deutlich unterhalb des Betongurtes, sodaß sich bereits unter reiner Momentenbeanspruchung ein trapezförmiger Zugspannungskeil einstellt.

Die Spannungen im Stahlträger und im Betongurt sind in Abb.5.23 und 5.24 dargestellt.

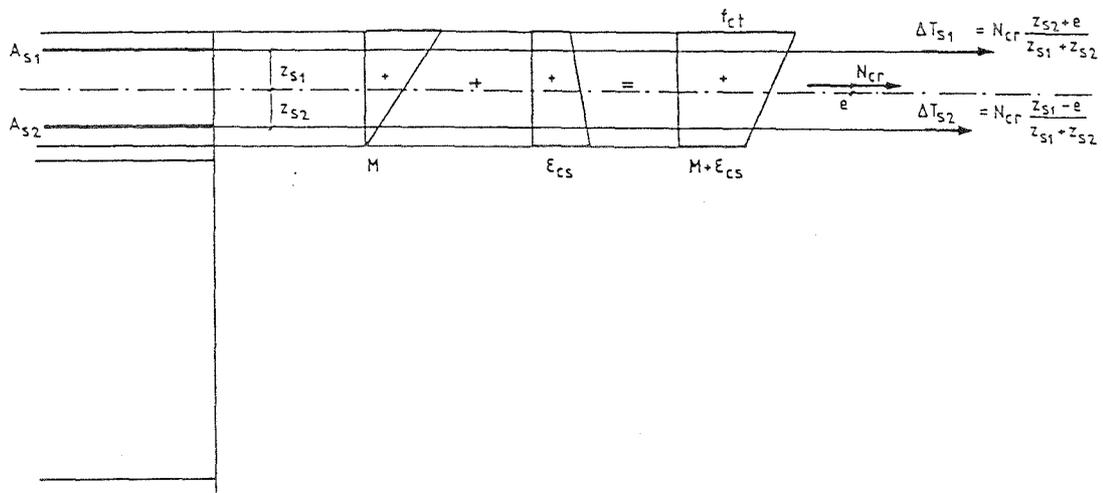


Abbildung 5.20: Momentenbeanspruchung mit Eigenspannungszustand aus Schwinden

Von besonderem Interesse im Hinblick auf die Rißbreitenbeschränkung ist der Verlauf der Dehnungen in der Bewehrung und im Beton (Abb.5.25). Der Einfluß des Schwindens ist deutlich erkennbar.

Bei der Berechnung wurde die Steifigkeit der Kopfbolzendübel linear mit 3.000 kN/cm berücksichtigt. Dies ist nach [2] ein Näherungswert für Kopfbolzendübel o7/8" in einer Vollplatte. Beim Hochbauträger wurde eine 1-reihige Verdübelung mit einem Dübelabstand von 14cm und beim Brückenträger eine 4-reihige Verdübelung im Abstand von 10cm zugrunde gelegt.

Bei einer Variation des Dübelabstands beim Hochbauträger (7cm, 21cm) änderten sich die Kräfte in der Bewehrung nur um 3%. Beim Brückenträger wurde auch eine zweireihige

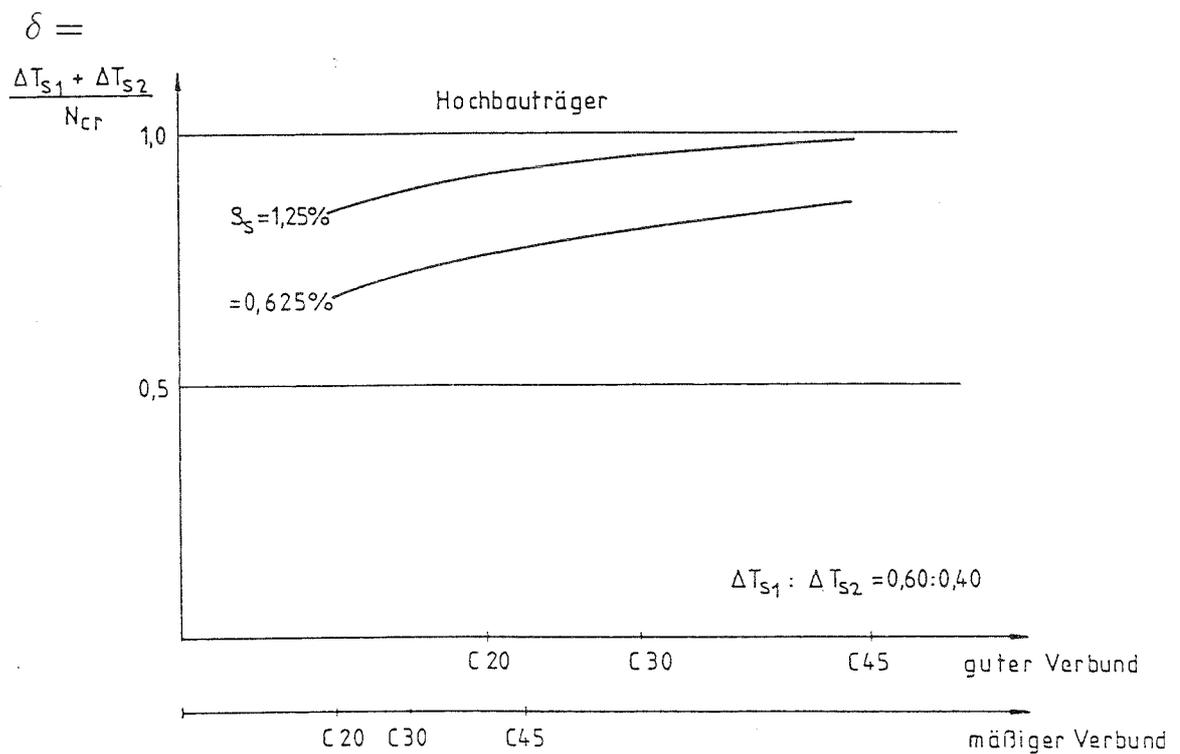
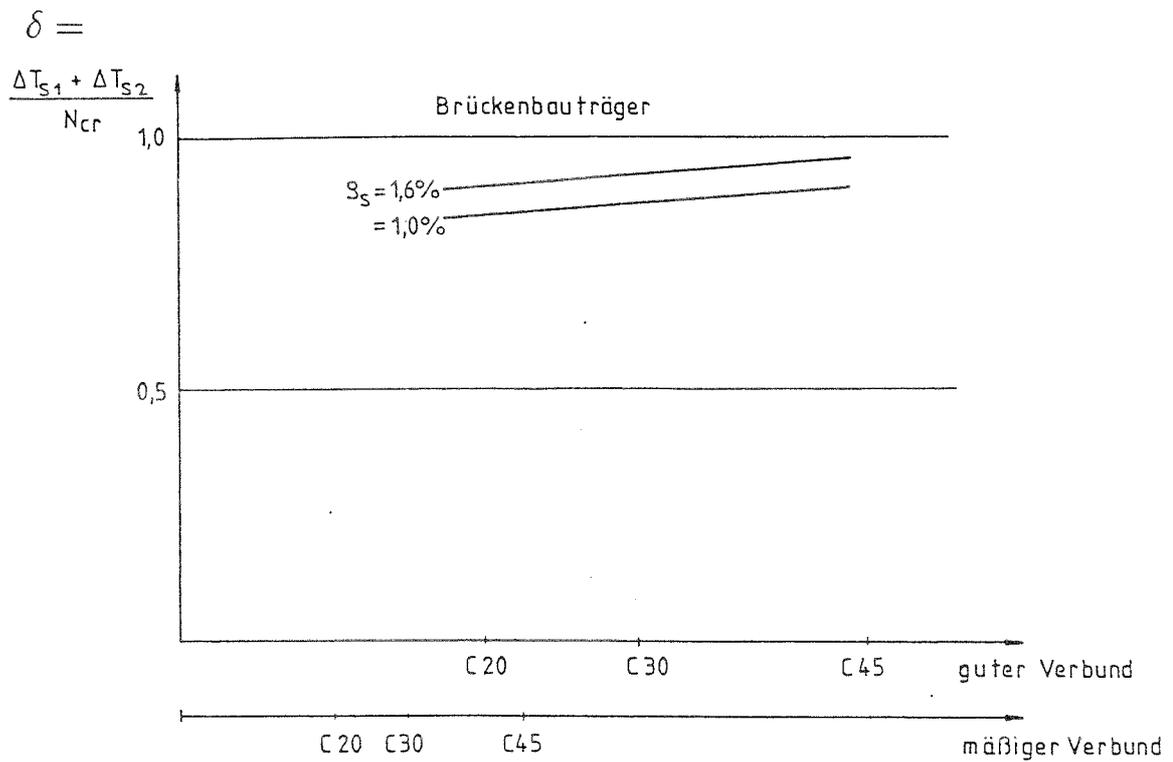
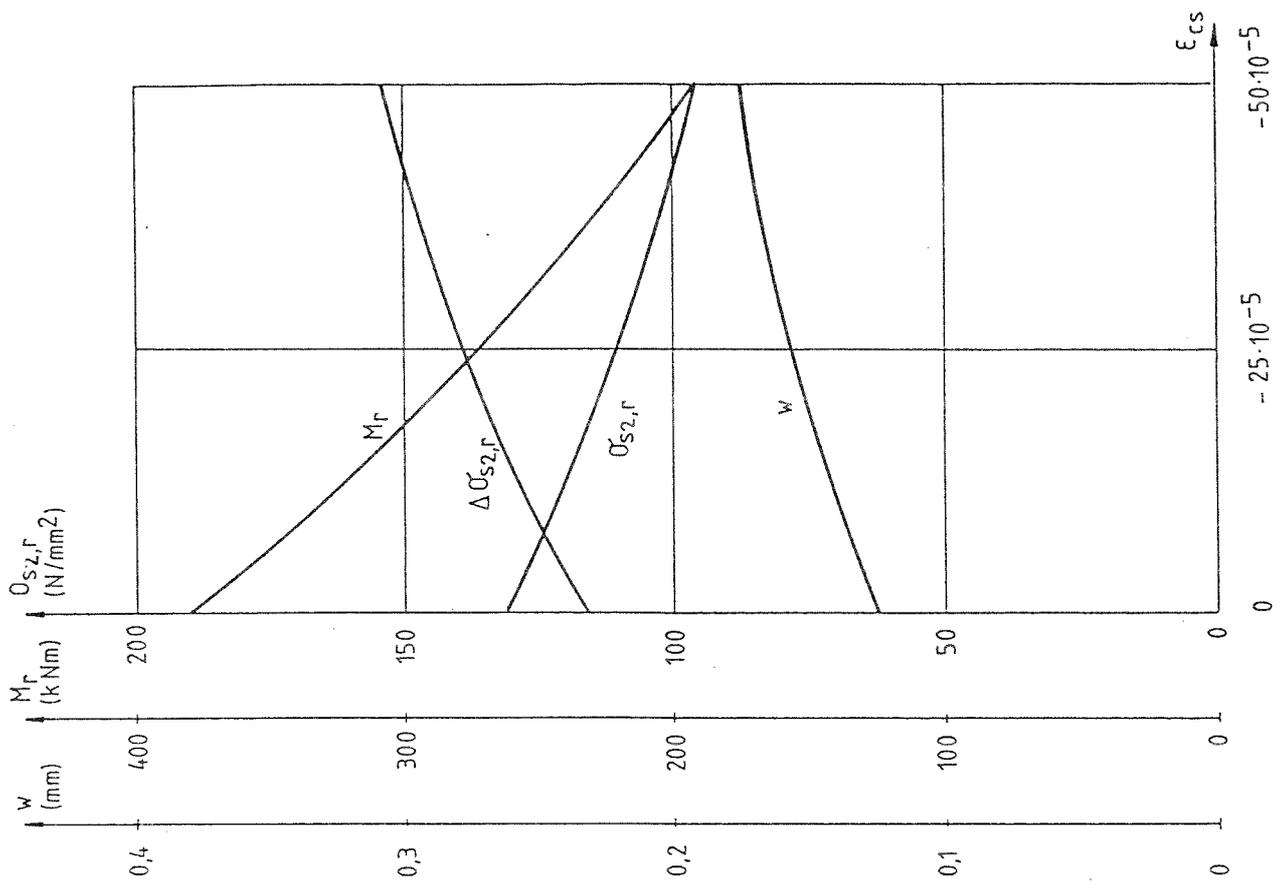
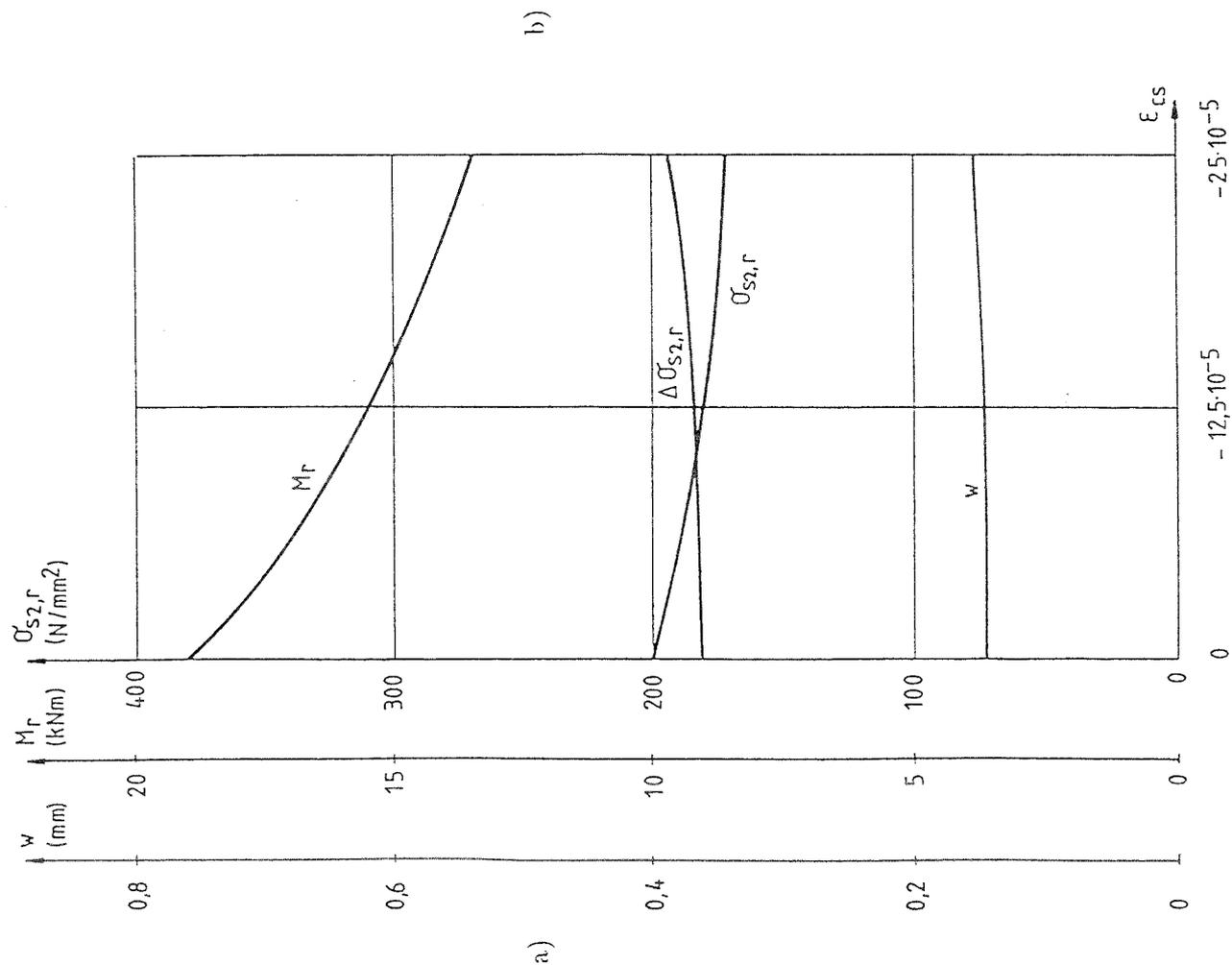


Abbildung 5.21: Umlagerung der bei der Rißbildung freiwerdenden Zugkraft auf die Bewehrung (Momentenbeanspruchung mit Eigenspannungszustand aus Schwinden)



Hochbauträger: C20 mäßiger Verbund



Brückenbauträger: C35 guter Verbund

Abbildung 5.22: Einfluß des Schwindens auf die Erstribbreite  $w_r$  und den Beanspruchungszustand bei Erstribbildung a) Brückenträger b) Hochbauträger

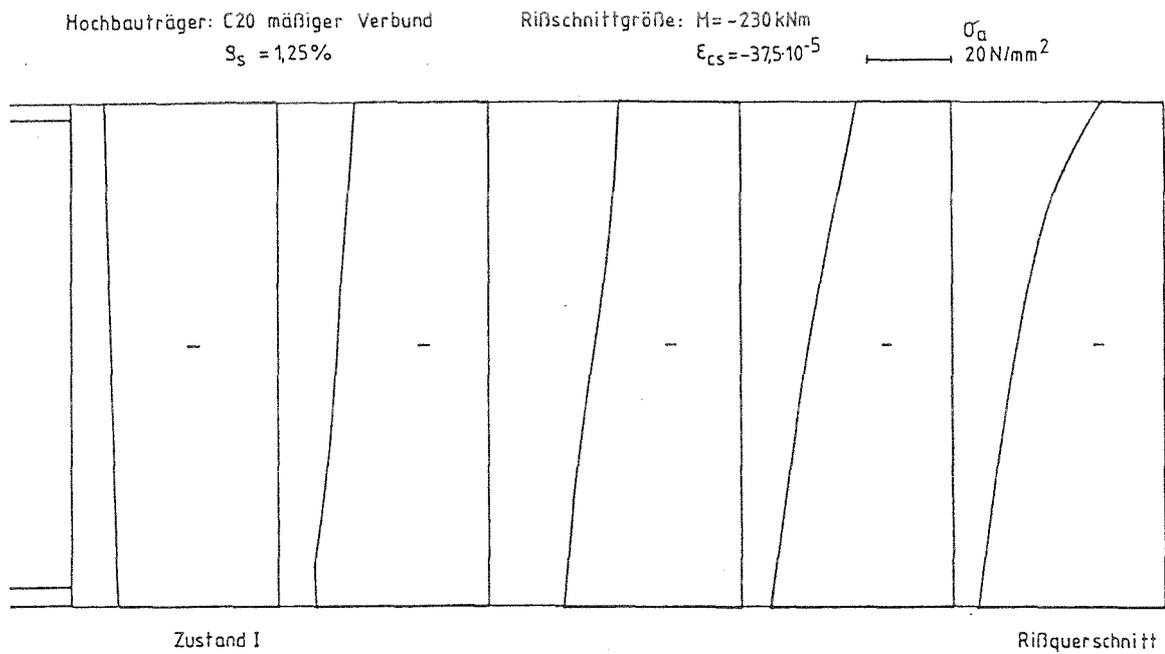


Abbildung 5.23: Spannungszustand im Stahlträger

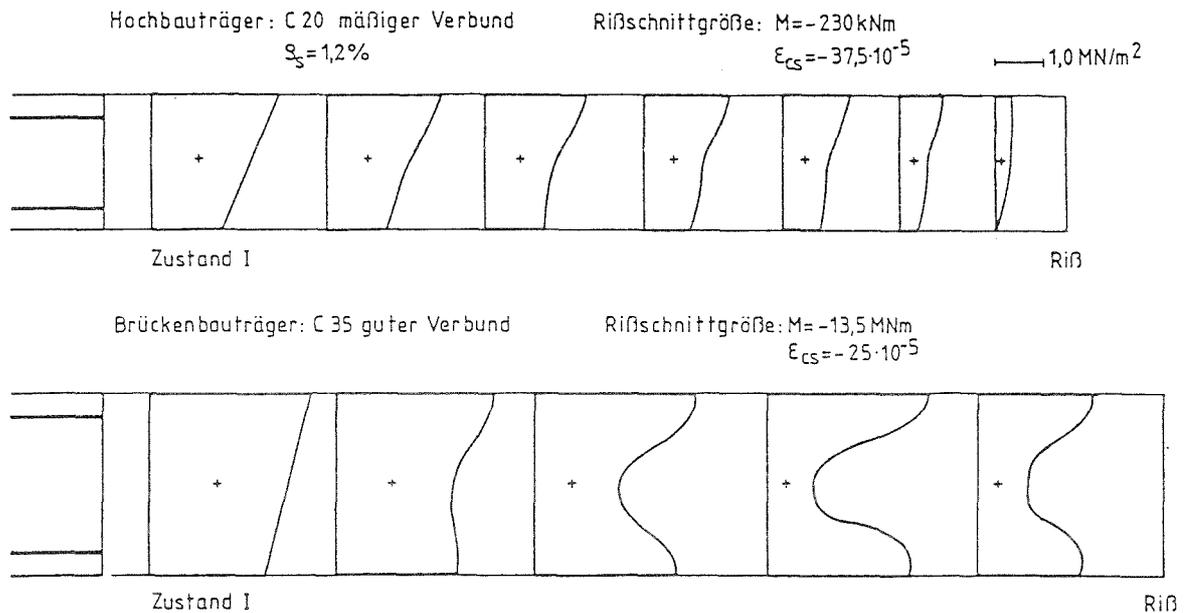


Abbildung 5.24: Spannungen im Beton

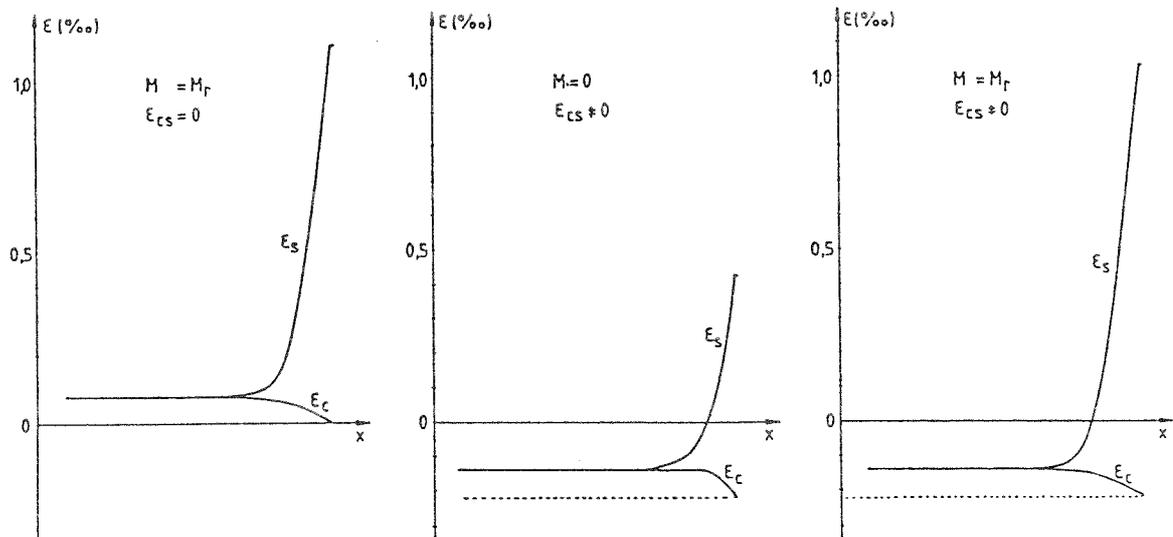


Abbildung 5.25: Verlauf der Dehnungen im Bereich des Einzelrisses

Verdübelung untersucht. Die Kräfte in der Bewehrung änderten sich ebenfalls nur um ca. 3%.

Eine weichere Verbundfuge bewirkt in der Tendenz eine kleinere Umlagerung in den Stahlträger.

#### 5.1.2.2 Räumliches Modell

Während bei dem ebenen Modell der Betongurt hinsichtlich der Schubsteifigkeit starr ist, kann bei einem räumlichen Modell (Abb.5.26) die Schubsteifigkeit berücksichtigt werden. Der numerische Aufwand wächst allerdings stark an. Daher wird die Bewehrung nicht mit Stabelementen und Verbundelementen abgebildet, sondern es wird für jeden Bewehrungsstab eine nichtlineare Feder angesetzt. Deren Charakteristik kann aus der Beziehung für den Erstriß nach Gl.(1.5) ermittelt werden.

In der Verbundfuge werden nichtlineare Federelemente mit der Charakteristik der Kopfbolzendübel angeordnet.

Der Stahlträger und der Betongurt werden mit ebenen Scheiben-Plattenelementen abgebildet. Die Verbindung zwischen Betongurt und Obergurt des Stahlträgers sowie zwischen den Bewehrungsstäben und dem Betongurt erfolgt mit starren Stabelementen.

Auf der dem Riß abgewandten Seite wird über eine Kopplung von Freiheitsgraden das Ebenbleiben des Querschnitts erzwungen.

Nachfolgend werden zum Aufzeigen von Tendenzen die Ergebnisse einiger Berechnungen wiedergegeben.

Zunächst wird der Bereich unter konstanter Momentenbeanspruchung untersucht. Abb.5.27 enthält den Verlauf der Kräfte in den Bewehrungsstäben über die Gurtbreite. Unmittelbar über dem Stahlträger sind die Kräfte in der Bewehrung am kleinsten. Ein Teil der bei der Entstehung des Trennrisses im Beton freiwerdenden Zugkraft lagert sich in den oberen Bereich des Stahlträgers um. Dieser Einfluß klingt durch die Schubnachgiebigkeit des Be-

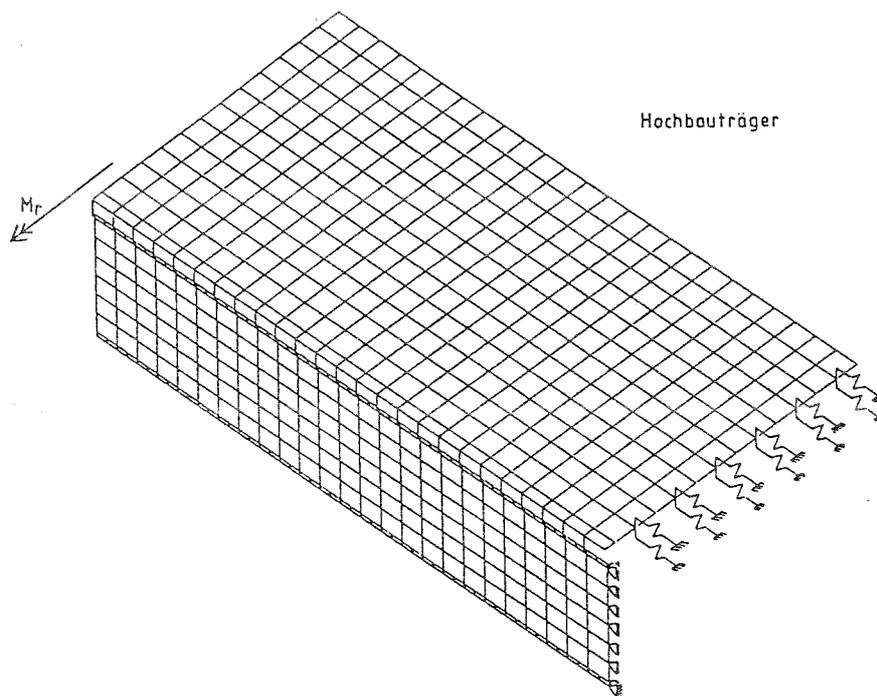


Abbildung 5.26: Räumliches Modell unter Ausnutzung der Symmetrie

tongurtes mit zunehmendem zeitlichen Abstand vom Stahlträger ab. Je steifer der Verbund in der Verbundfuge ist, um so ausgeprägter ist dieser Effekt.

Unter der konstanten Momentenbeanspruchung ist die mittragende Breite gleich der geometrischen Gurtbreite.

Liegt keine konstante Momentenbeanspruchung sondern Querkraftbiegung vor, stellt sich ein grundsätzlich anderer Kräfteverlauf über die Gurtbreite ein (Abb.5.28). Das Maximum der Kräfte liegt jetzt unmittelbar über dem Stahlträger, die Kräfte klingen nach außen hin ab. Aus dem Vergleich mit dem Kräfteverlauf nach Zustand I ergibt sich jedoch auch hier, daß der Effekt der Umlagerung der Kräfte auf den Stahlträger mit zunehmendem seitlichen Abstand vom Stahlträger abklingt.

### 5.1.3 Abgeschlossenes Rißbild

#### *Hochbauträger*

Die nachfolgenden Untersuchungen erfolgen an einem ebenen Modell mit einem vorgegebenen mittleren Rißabstand des abgeschlossenen Rißbildes (Abb.5.29). Der Rißabstand ist mit  $s_{rm} = 21\text{cm}$  größer als die Höhe des Gurtes. Der Bewehrungsgrad beträgt  $\rho_s = 2,5\%$ . Davon liegen 60% in der oberen Lage und 40% in der unteren Lage.

Das Tragverhalten im Bereich des abgeschlossenen Rißbildes wird durch Abb.5.30 veranschaulicht. Da die Steifigkeit des Betongurtes durch die Rißbildung abfällt, verlagert sich die Nulllinie gegenüber dem ungerissenen Zustand I nach unten. Durch die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen liegt sie allerdings etwas höher als nach reinem Zustand II.

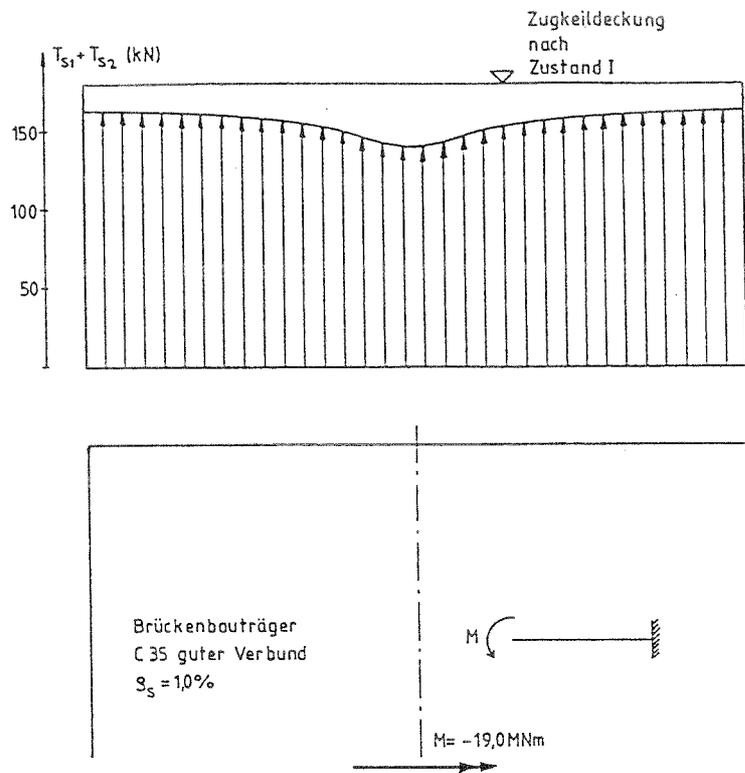


Abbildung 5.27: Kräfte in den Bewehrungsstäben über die Gurtbreite unter konstanter Momentenbeanspruchung

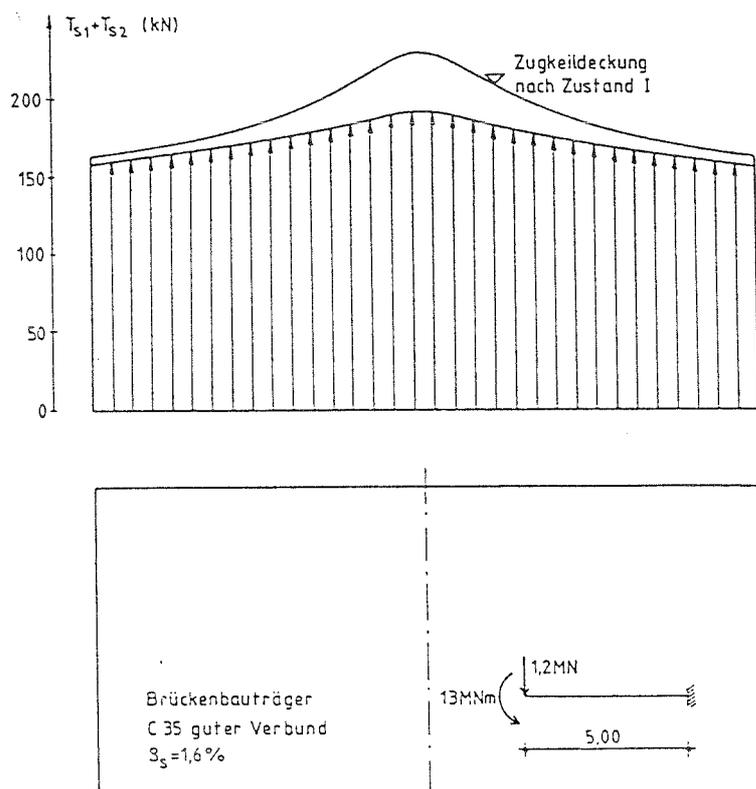


Abbildung 5.28: Kräfte in den Bewehrungsstäben über die Gurtbreite unter konstanter Querkraftbiegung

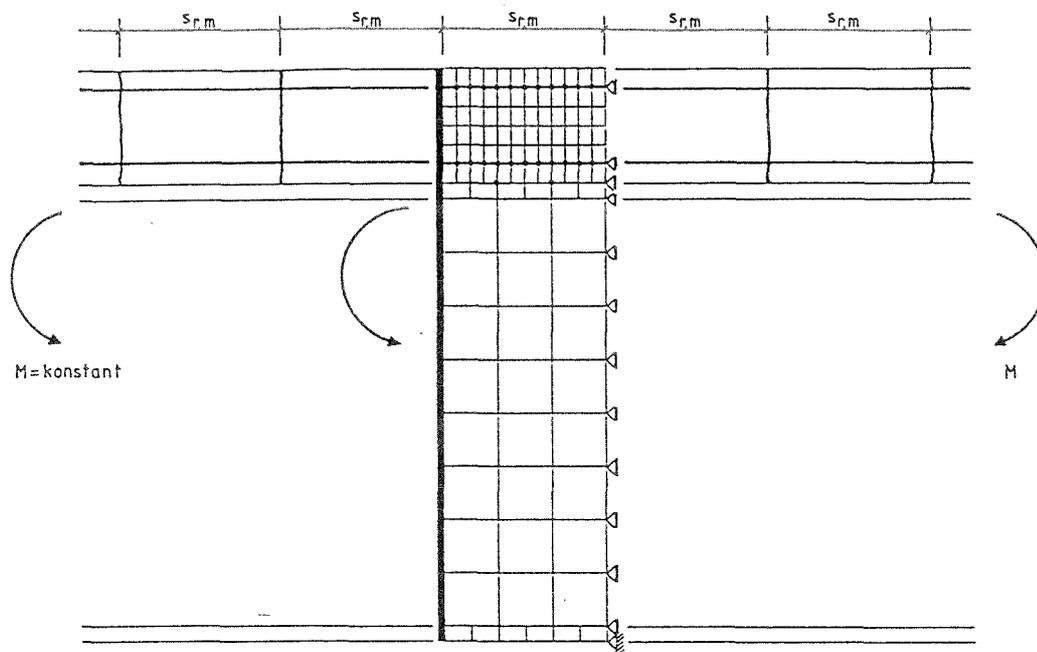


Abbildung 5.29: Modell für das abgeschlossene Rißbild

Die Spannungsverteilung im Beton in Rißabstandsmitte weicht deutlich vom Zugkeil nach Zustand I ab. Sie ist deutlich beeinflusst von der Krafteinleitung durch die Bewehrungsstäbe.

Die Zugkraft im Beton wird durch Verbund zu ca. 60% über die obere und zu ca. 40% über die untere Bewehrungslage eingeleitet. Dies entspricht dem Verhältnis der Querschnittsflächen  $A_{s1} : A_{s2}$ . Daher wurde in einer Vergleichsrechnung für die obere und untere Bewehrung der gleiche Querschnitt angesetzt. Das Verhältnis der Verbundkräfte änderte sich dabei auf ca. 55% : 45%.

Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen kann näherungsweise durch einen Ersatzzugstab beschrieben werden. Dessen Ersatzfläche ( $A_{c,eff}$ ) kann aus der eingeleiteten Verbundkraft bestimmt werden.

$$A_{c,eff} = \frac{F_b}{f_{ct,m}} = \alpha \cdot (h_c - d) \cdot b_{eff}$$

Im vorliegenden Beispiel ergibt sich  $\alpha \approx 2,5$ .

Der Einfluß des Schwindens wird über einen äquivalenten Temperaturlastfall unter Abzug der Kriechdehnung des Betons berücksichtigt. Die Auswirkung auf die Zugkraft bzw. die Spannung in der Bewehrung im Riß sowie auf die Spannungen im Stahlträger ist vernachlässigbar (Abb.5.31). Dies bedeutet, daß der im Zustand I vorhandene primäre Spannungszustand aus Schwinden im Zustand II durch das abgeschlossene Rißbild nahezu vollständig abgebaut wird.

Das Schwinden wirkt sich jedoch auf die Rißbreiten aus. Ohne Behinderung würde sich die Rißbreite infolge Schwindens abzüglich der Kriechdehnung um

$$\Delta w_0 = -29 \cdot 10^{-5} \cdot 210 = 0,06\text{mm}$$

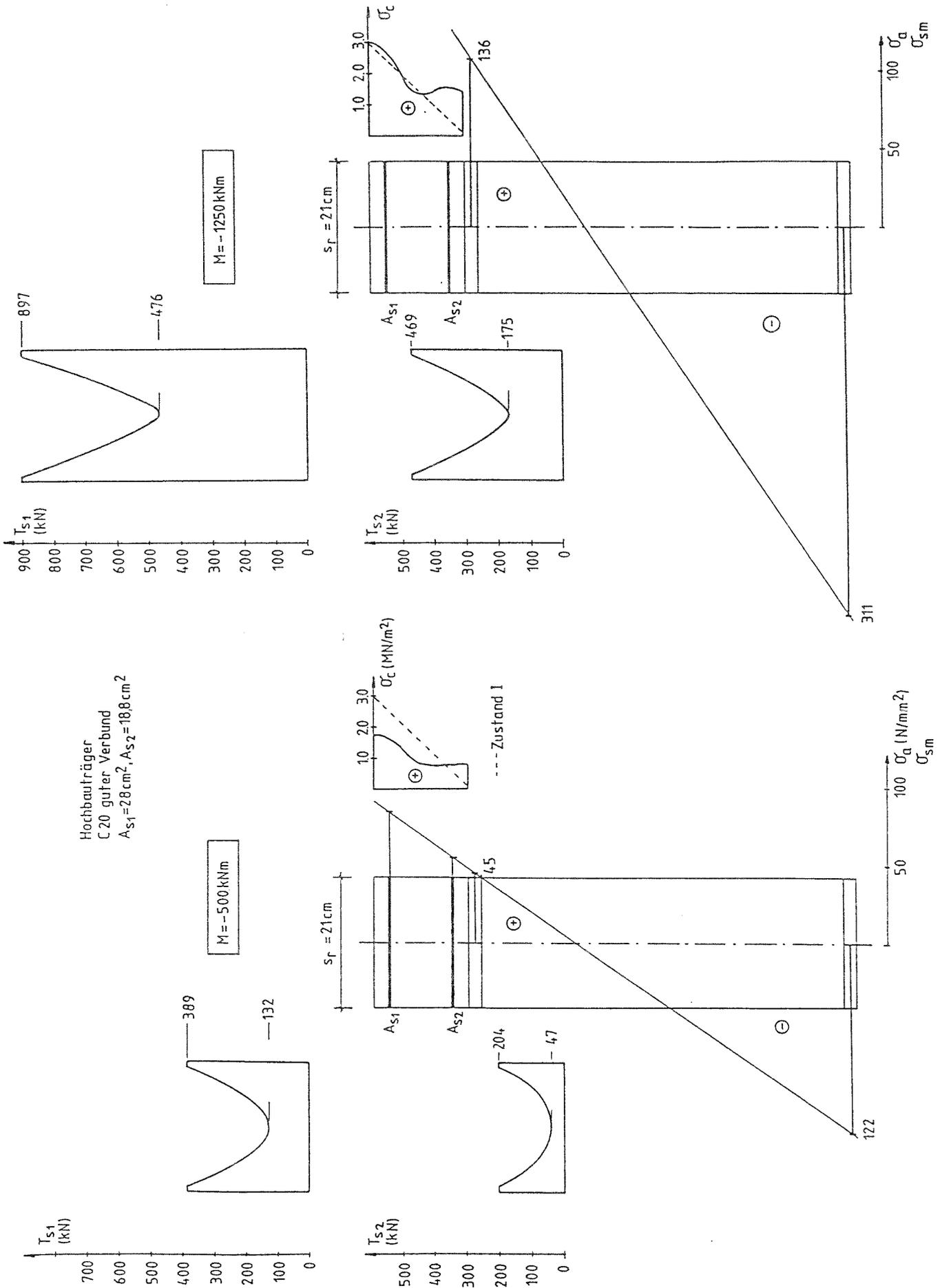


Abbildung 5.30: Tragverhalten im Bereich des abgeschlossenen Ribbildes ohne Einfluß des Schwindens

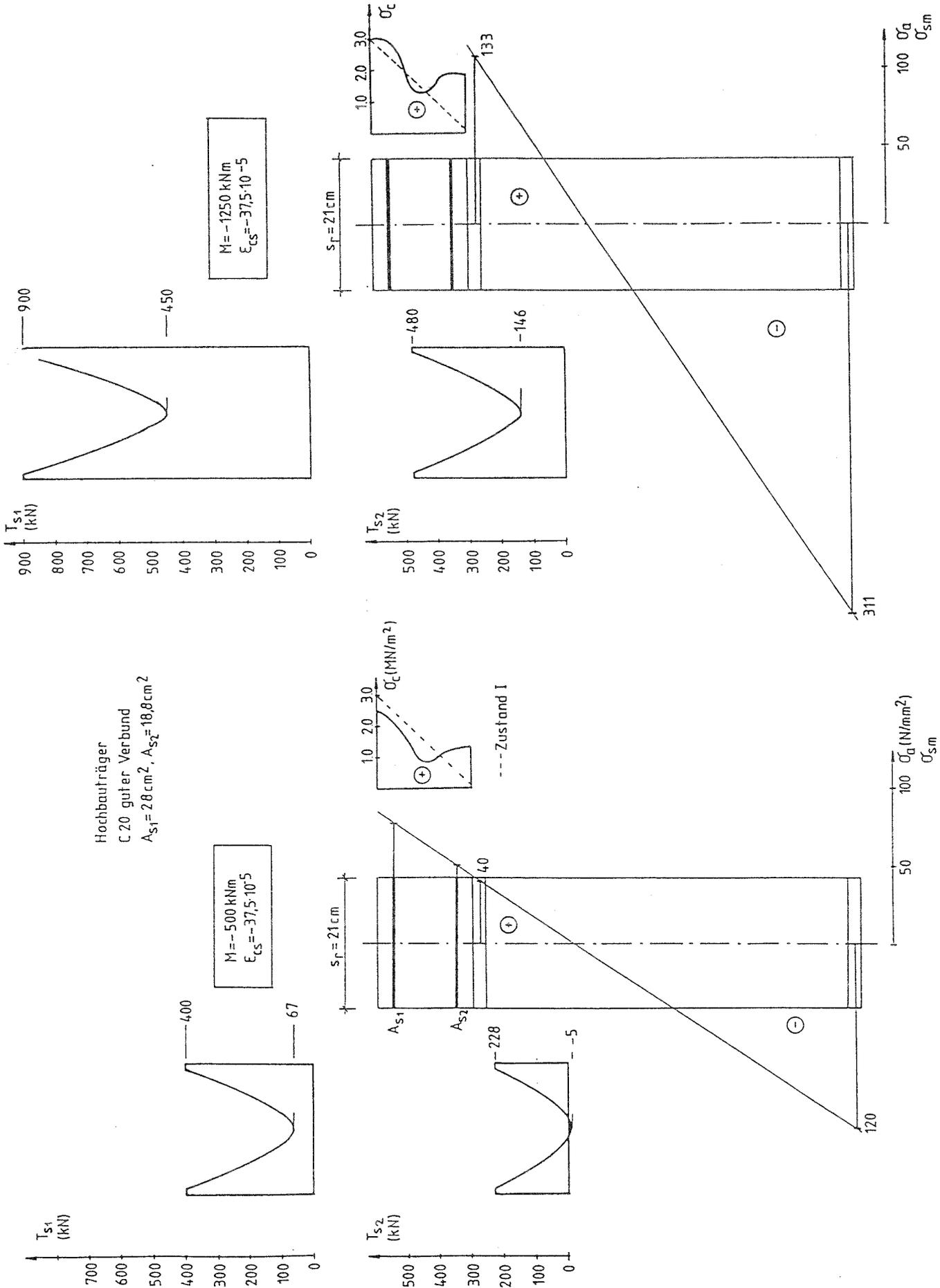


Abbildung 5.31: Tragverhalten im Bereich des abgeschlossenen Ribbildes mit Einfluß des Schwindens

vergrößern. Diese Vergrößerung stellt sich im hier untersuchten Beispiel mit größer werden- der Momentenbeanspruchung auch nahezu vollständig ein (Tab.5.1).

Tabelle 5.1: Rißbreite in Höhe der oberen Bewehrungslage ohne und mit Einfluß des Schwindens

M (kNm)	$w_M$ (mm)	$w_{M+\epsilon_{cs}}$ (mm)	$\Delta w_{\epsilon_{cs}} = w_{M+\epsilon_{cs}} - w_M$ (mm)	$\Delta w_0$ (mm)
-500	0,084	0,136	0,052 (84%)	0,061 (100%)
-750	0,136	0,191	0,055 (89%)	
-1000	0,191	0,248	0,057 (92%)	
-1250	0,247	0,306	0,059 (95%)	

Die Ursache für die Verbreiterung der Risse infolge Schwindens läßt sich sehr anschaulich aus dem Verlauf der Stahldehnungen und der Betondehnungen erkennen (Abb.5.32). Der Verlauf der Stahldehnungen ist mit und ohne Einfluß des Schwindens nahezu identisch. Ein Unterschied besteht jedoch bei den Betondehnungen. Infolge von Zugspannungen ist die maximale elastische Dehnung des Betons auf die Zugbruchdehnung begrenzt ( $\epsilon_{ct,u} = f_{ct}/E_c$ ). Infolge Schwindens ist darüber hinaus noch der um die Kriechdehnungen ( $\epsilon_{cc}$ ) reduzierte spannungsunabhängige Dehnungsanteil  $\epsilon_{cs,eff} = \epsilon_{cs} - \epsilon_{cc}$  vorhanden. Dieser bewirkt die Vergrößerung der Rißbreiten.

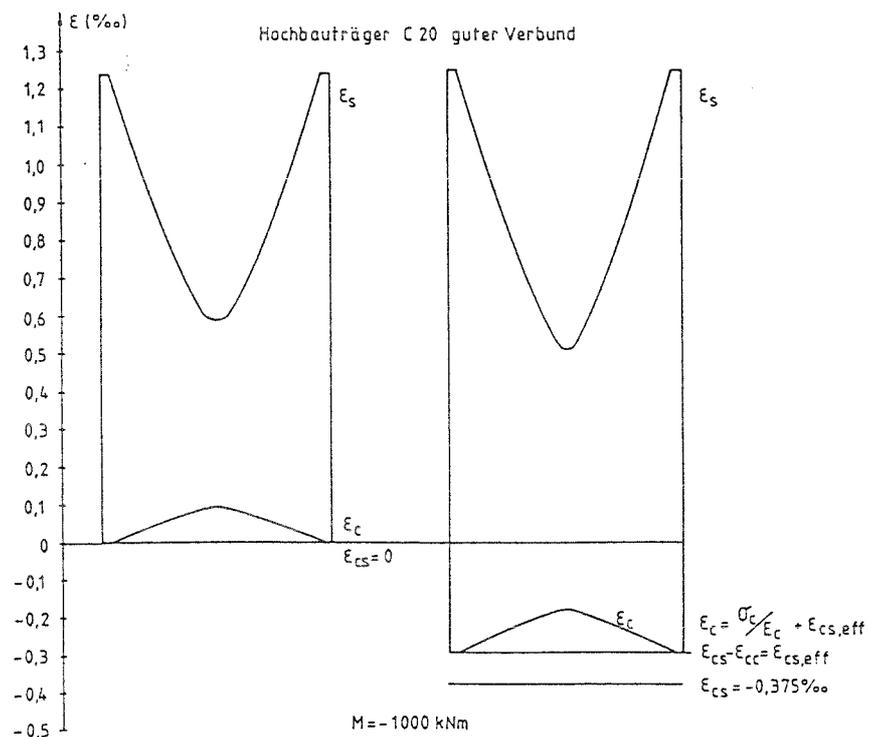


Abbildung 5.32: Verlauf der Stahldehnungen und der Betondehnungen

### Brückenträger

Beim Brückenträger wird der Rißabstand mit  $s_{rm} = 20\text{cm}$  vorgegeben. Dies entspricht der

halben Höhe des Betongurtes. Es zeigt sich, daß sich bei kleiner werdenden Rißabständen die Zugspannungen mehr und mehr um die Bewehrung konzentrieren (Abb.5.33). Der Bereich zwischen den Rissen wird fast spannungsfrei.

Elastische Scheibenelemente für den Beton ergeben hier sehr große örtliche Spannungskonzentrationen unmittelbar dort, wo die Verbundspannungen eingeleitet werden. Die Spannungsspitzen liegen deutlich über der Betonzugfestigkeit und weisen sehr hohe Spannungsgradienten auf. Da der Beton aber über sich öffnende Risse noch Zugspannungen übertragen kann, also eine gewisse Plastizität besitzt und nicht vollständig spröde reißt, wurde die Spannungsverteilung im Beton mit nichtlinearen Elementen, die das Zugspannungs-Rißöffnungs-Gesetz enthalten, berechnet.

## 5.2 Einfluß der Rißbildung auf das globale Tragverhalten

### 5.2.1 Wirklichkeitsnahe Ermittlung der Schnittgrößen und Trägerdurchbiegungen

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (SLS) sind für Stahlverbundträger im wesentlichen zwei Nachweise zu führen:

- Rißbreitenbeschränkung im negativen Momentenbereich,
- keine unzulässig großen Trägerdurchbiegungen.

Beide Nachweise sollten auf der Grundlage einer möglichst wirklichkeitsnahen Schnittgrößenermittlung erfolgen. Hierbei ist grundsätzlich zu unterscheiden zwischen Beanspruchungen aus Lasten und Zwang. Von großem Einfluß ist dabei der Eigenspannungszustand aus Schwinden.

#### *Schnittgrößen aus Lasten*

Bei vorgespannten Trägern, bei denen lediglich Einzelrisse in großen Abständen zu erwarten sind, können bei der Schnittgrößenermittlung die Querschnittswerte nach Zustand I berücksichtigt werden. Der Einfluß von wenigen Einzelrissen auf die Schnittgrößenverteilung ist vernachlässigbar. Liegt dagegen ein abgeschlossenes Rißbild vor, ist es im Prinzip wichtig, die Steifigkeit des gerissenen Betongurtes richtig zu erfassen. Die Querschnittswerte nach Zustand I liefern zu große, die Querschnittswerte nach reinem Zustand II dagegen zu kleine Stützmomente. Für eine wirklichkeitsnahe Schnittgrößenermittlung ist die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen zu berücksichtigen. Im Gebrauchslastbereich sind hier die entscheidenden Parameter die Betonzugfestigkeit und der geometrische Bewehrungsgrad. Mit zunehmendem Bewehrungsgrad geht der Einfluß aus der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen immer mehr zurück. Infolge Verbundkriechens unter einer statischen Dauerlast sowie unter wiederholter Belastung nimmt der Einfluß aus der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ab.

Bei Lastbeanspruchung stellt sich bei einer Rißbildung im negativen Momentenbereich infolge des Steifigkeitsabfalls eine Momentenumlagerung zum Feld hin ein. Die Durchbiegungen der Träger werden dabei größer.

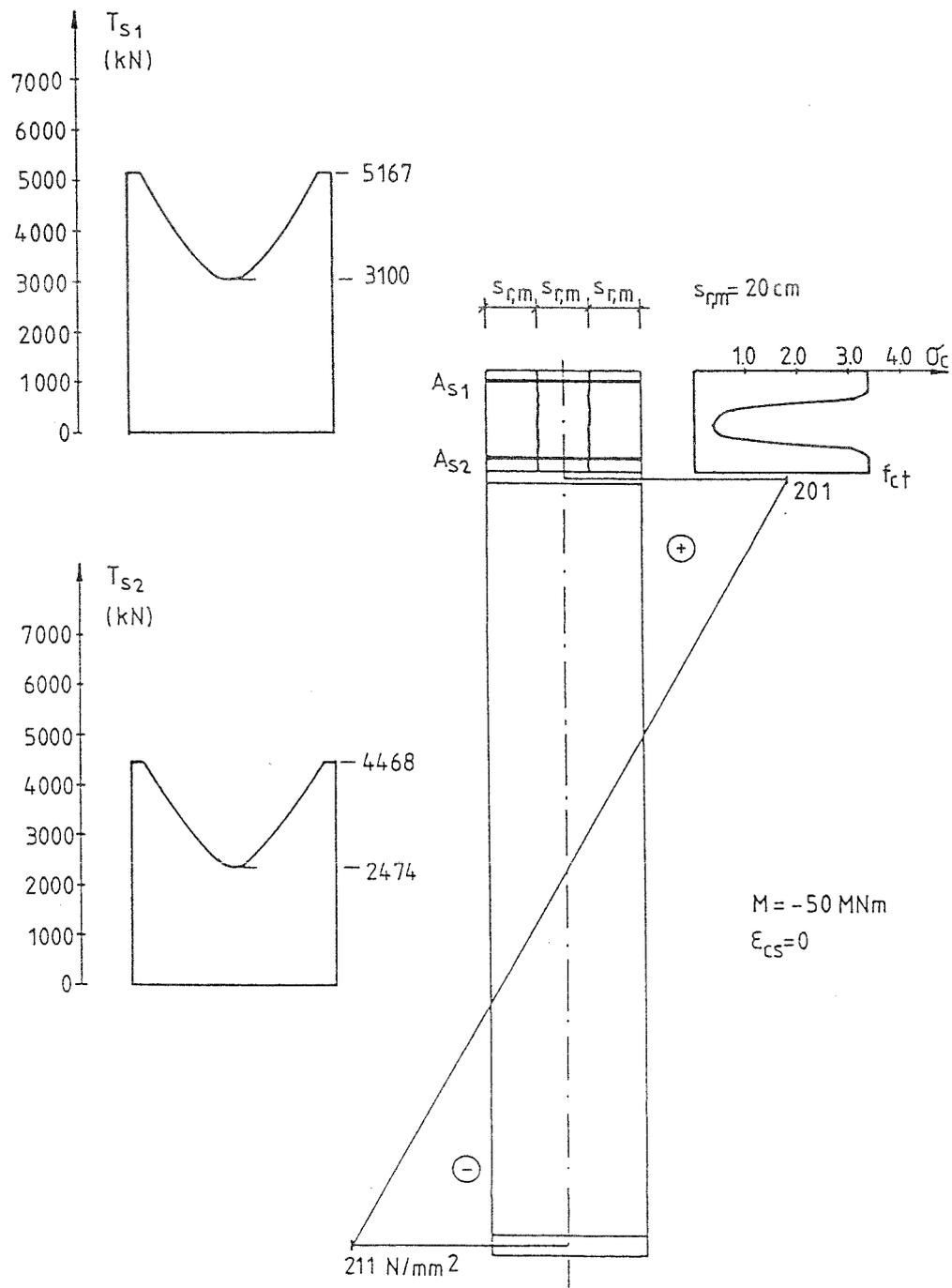


Abbildung 5.33: Tragverhalten im Bereich des abgeschlossenen Rißbildes beim Brückenträger

### Eigenspannungszustand infolge Schwindens

Infolge Schwindens des Betons entsteht im Querschnitt ein Eigenspannungszustand mit Zugspannungen im Betongurt. Damit einher geht eine Krümmung des Querschnitts, die bei Durchlaufträgern zusätzlich zu Zwang führt, der ebenfalls Zugspannungen im Betongurt erzeugt. Dadurch beginnt die Ribbildung unter einer niedrigeren Momentenbeanspruchung.

### Schnittgrößen aus Zwang

In den gerissenen Bereichen fallen die Steifigkeiten ab. Da die Zwangsschnittgrößen direkt proportional zu den Steifigkeiten sind, werden diese infolge einer Ribbildung abgebaut. Dies gilt neben dem Zwang aus Temperaturunterschied und Stützensenkung auch für den Zwang infolge Schwindens.

### Parameterstudie an einem Zweifeldträger

Eine wirklichkeitsnahe Schnittgrößenermittlung unter einer kombinierten Beanspruchung aus Lasten und Zwang ist mit einer physikalisch nichtlinearen Berechnung möglich.

Im folgenden wird mit Hilfe des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Berechnungsmodells anhand eines Zweifeldträgers (Abb.5.34) der Einfluß der Ribbildung auf die Momentenumlagerung und die Trägerdurchbiegungen untersucht. Variiert wird die Betongüte (C20, C40) und der Bewehrungsgrad ( $\rho_s = 0,8\%$ ,  $\rho_s = 2,0\%$ ).

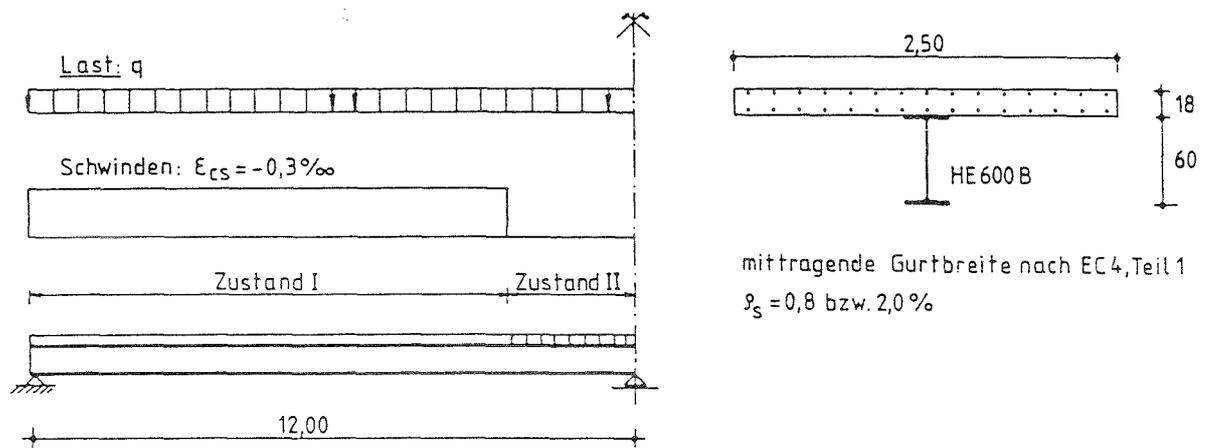


Abbildung 5.34: Zweifeldträger für die Parameterstudie

Zunächst wird der Einfluß des Bewehrungsgrades und der Betongüte auf die Momentenumlagerung und die maximale Durchbiegung im Feld (ohne Einfluß des Schwindens) unter einer kurzzeitig einwirkenden Last untersucht. Die Momentenumlagerung sowie die Vergrößerung der Durchbiegung infolge Ribbildung im Beton wird im folgenden bezogen auf das Stützmoment bzw. die maximale Durchbiegung im Feld nach linearer Elastizitätstheorie, unter Ansatz der Querschnittswerte nach Zustand I über die gesamte Trägerlänge. Die jeweils

vorhandene Last  $p$  wird bezogen auf die Last  $p_y$ , unter der im Stützquerschnitt die äußere Bewehrungslage gerade die Streckgrenze ( $f_{ys} = 500\text{N/mm}^2$ ) erreicht.

Die Momentenumlagerung sowie die Vergrößerung der Durchbiegung sind bei einer Erstbelastung über die Höhe der Last in erster Linie abhängig vom Grad der Rißbildung. Die Steifigkeiten fallen mit zunehmender Rißbildung ab. Bei einer Wiederbelastung sind dagegen die Schnittgrößenverteilung und die Durchbiegung abhängig von den vorgegebenen Rissen eines bereits eingepprägten Rißbildes aus einer Erstbelastung. Ab dem Erreichen der zum vorhandenen Rißbild gehörenden Last gelten dann wieder die Gesetzmäßigkeiten für eine Erstbelastung.

Die Momentenumlagerung beträgt bis zum Erreichen der Streckgrenze in der Bewehrung maximal ca. 15 bis 20%. Die gleiche Größenordnung ergibt sich für die Vergrößerung der Durchbiegung. Der Einfluß des Bewehrungsgrades und der Betongüte ist dagegen relativ gering (Abb.5.35).

Bei der Untersuchung unter Berücksichtigung des Einflusses aus Schwinden ( $\varepsilon_{cs} = -0,3 \cdot 10^{-3}$ ,  $\varphi = 2,5$ ) wurde der primäre Eigenspannungszustand nur in den ungerissenen Bereichen angesetzt. Die Rißbildung und damit die Momentenumlagerungen stellen sich hier bereits unter niedrigeren Laststufen ein und betragen ca. 20 bis 25%. Die Durchbiegungen vergrößern sich um ca. 40% (Abb.5.36).

Eurocode 4, Teil 1 enthält ein Näherungsverfahren zur Schnittgrößenermittlung unter Berücksichtigung der Rißbildung im Beton. Danach wird zunächst der Träger mit der Biegesteifigkeit nach Zustand I über die gesamte Trägerlänge berechnet. Anschließend werden in einem zweiten Berechnungsgang in allen Stützbereichen, in denen die Betonzugspannung den Wert  $0,15 \cdot f_{ck}$  überschreitet, beidseits der Stütze auf einer Länge von 15% der anschließenden Stützweite die Steifigkeiten nach reinem Zustand II angesetzt. Mit dieser Steifigkeitsverteilung werden die Biegemomente und Verformungen neu berechnet.

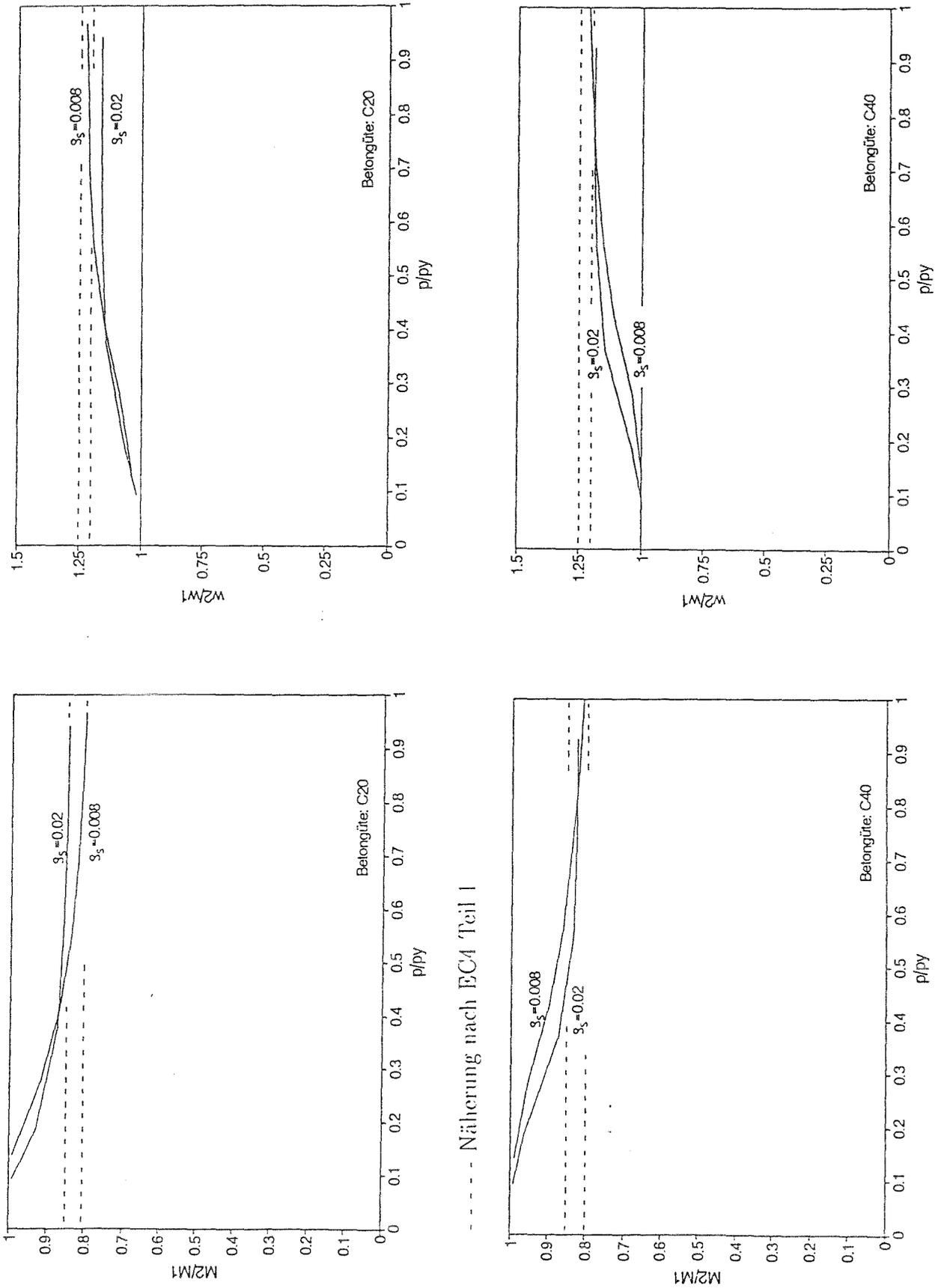
Für das zuvor untersuchte Beispiel ergibt sich damit für den Bereich des abgeschlossenen Rißbildes eine gute Übereinstimmung mit der physikalisch nichtlinearen Berechnung (Abb.5.35, 5.36).

Der primäre Eigenspannungszustand aus Schwinden wird auch hier nur in den ungerissenen Bereichen zugrunde gelegt.

### 5.2.2 Messungen an einer Eisenbahnbrücke

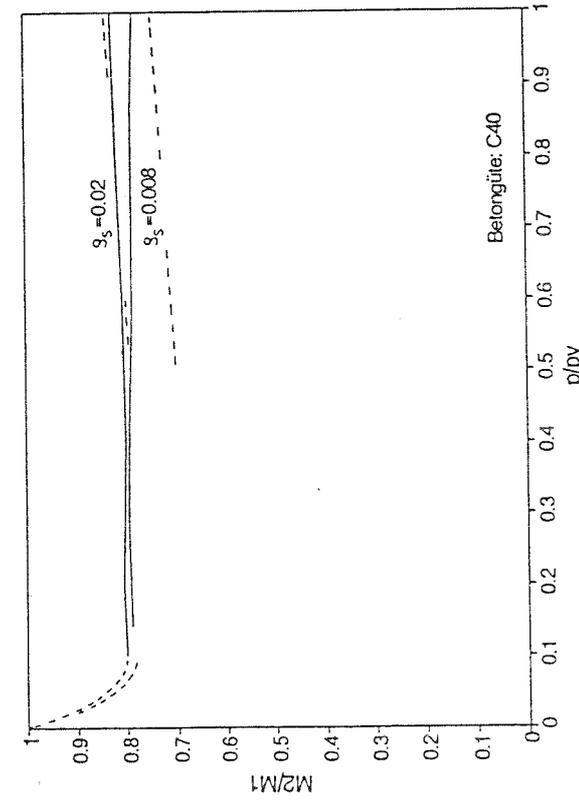
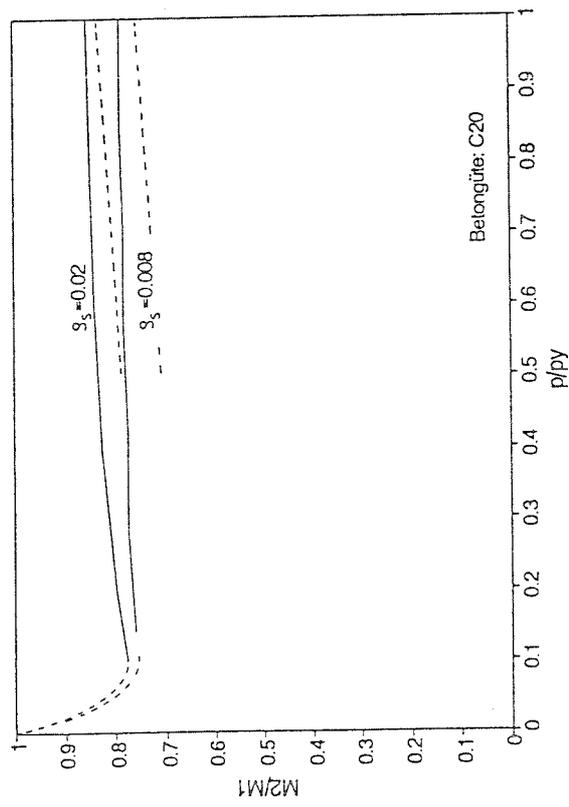
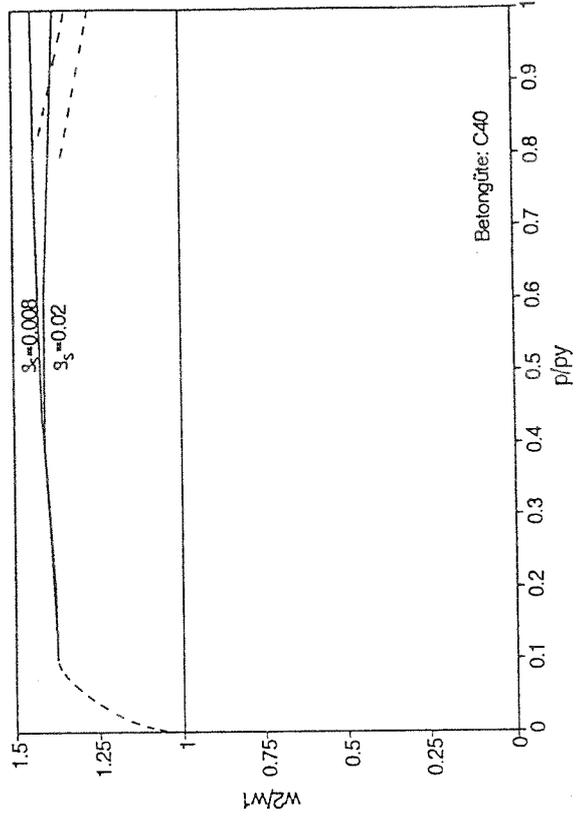
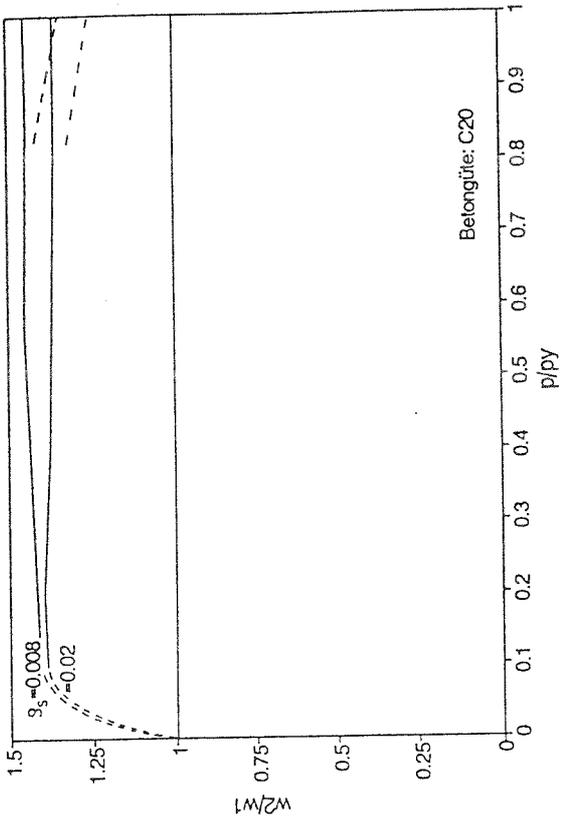
Die Neubaustrecke der Deutschen Bundesbahn von Hannover nach Würzburg überquert das Werratal bei Hedemünden auf einer Eisenbahnbrücke in Verbundbauweise. Bei dem Überbau handelt es sich um einen fünffeldrigen Durchlaufträger mit Spannweiten von 76 – 96 – 96 – 80 – 67,5m. Der Querschnitt ist als Kastenträger ausgebildet (Abb.5.37). Die Betonfahrbahnplatte ist in Querrichtung vorgespannt. In Brückenlängsrichtung wurde auf eine Vorspannung völlig verzichtet und Zugspannung im Beton zugelassen. Die dabei auftretenden Risse im Beton werden durch eine entsprechende Bewehrung beschränkt. Die schubfeste Verbindung zwischen Fahrbahnplatte und Stahlhauptträger erfolgt mit Kopfbolzendübeln.

Durch Messungen im Rahmen der Probelastung wurden die tatsächlichen Verhältnisse beim Übergehen des Betongurts in den gerissenen Zustand untersucht. Gemessen wurde in vier Meßschnitten (Abb.5.38) am Beton der Fahrbahnplatte, an der Bewehrung in Brückenlängsrichtung, am Stahlhauptträger und an den Kopfbolzendübeln. Die Messungen erfolg-



----- Näherung nach EC4 Teil I

Abbildung 5.35: Momentenumlagerung und Vergrößerung der Durchbiegung bei Erstbelastung (ohne Einfluß Schwinden)



--- Näherung nach EC4 Teil 1

Abbildung 5.36: Momentenumlagerung und Vergrößerung der Durchbiegung bei Erstbelastung unter Berücksichtigung des Einflusses aus Schwinden

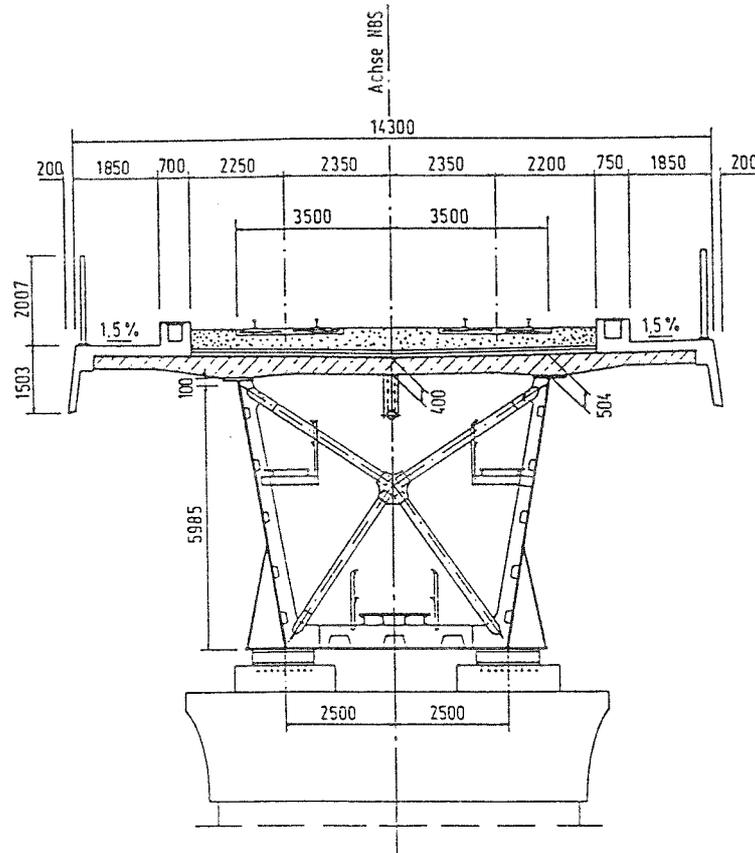


Abbildung 5.37: Querschnitt

ten mit einachsigen Dehnmeßstreifen. Die Messungen der Relativverschiebungen der Fahrbahnplatte gegenüber dem Stahlobergurt erfolgten mit Wegaufnehmern. Die Durchführung der Messungen ist in [83] beschrieben. Die umfangreiche Auswertung der Messungen ist in [84] enthalten.

Bereits vor der Probelastung befand sich der Betongurt auf einer Länge von etwa  $\pm 24m$  beidseits der Pfeilerachse 1 im gerissenen Zustand. Beim Aufbringen der Laststellung 1c, die zum minimalen Stützmoment im Bereich des Pfeilers in Achse 1 führte, stellte sich über einen weiten Bereich ein abgeschlossenes Ribbild ein. Der mittlere Ribabstand betrug ca. 20cm, die Ribbreiten lagen unter  $w \leq 0,2mm$ . Aus den nachfolgenden Laststellungen wurden keine neuen Risse mehr festgestellt.

Die Meßwerte am Stahlhauptträger und an der Bewehrung sind beispielhaft für die Laststellung 1c in Abb.5.39 dargestellt. Aus den gemessenen Spannungen in der Bewehrung über die Gurtbreite ergibt sich eine große mitwirkende Gurtbreite.

Bei den Messungen wurde eine Mitwirkung der Randkappen festgestellt. Diese sind am Rand der Fahrbahnplatte mit einer Schlaufenbewehrung in Verbindung mit der Rauigkeit der Fuge – dort sitzen die Anker der Spannglieder für die Quervorspannung – schubfest angeschlossen. Die Dehnungen der Randkappen wurden im Meßschnitt 3 mitgemessen. Sie lagen bei Laststellung 1c nahezu auf einer Ebene mit den Dehnungen des Stahlhauptträgers.

Bei allen Laststellungen wurden Relativverschiebungen zwischen dem Betongurt und dem Stahlhauptträger in der Verbundfuge gemessen. Das bedeutet, daß kein Haftverbund wirksam ist, sondern daß die Schubkräfte ausschließlich über die Kopfbolzendübel übertragen

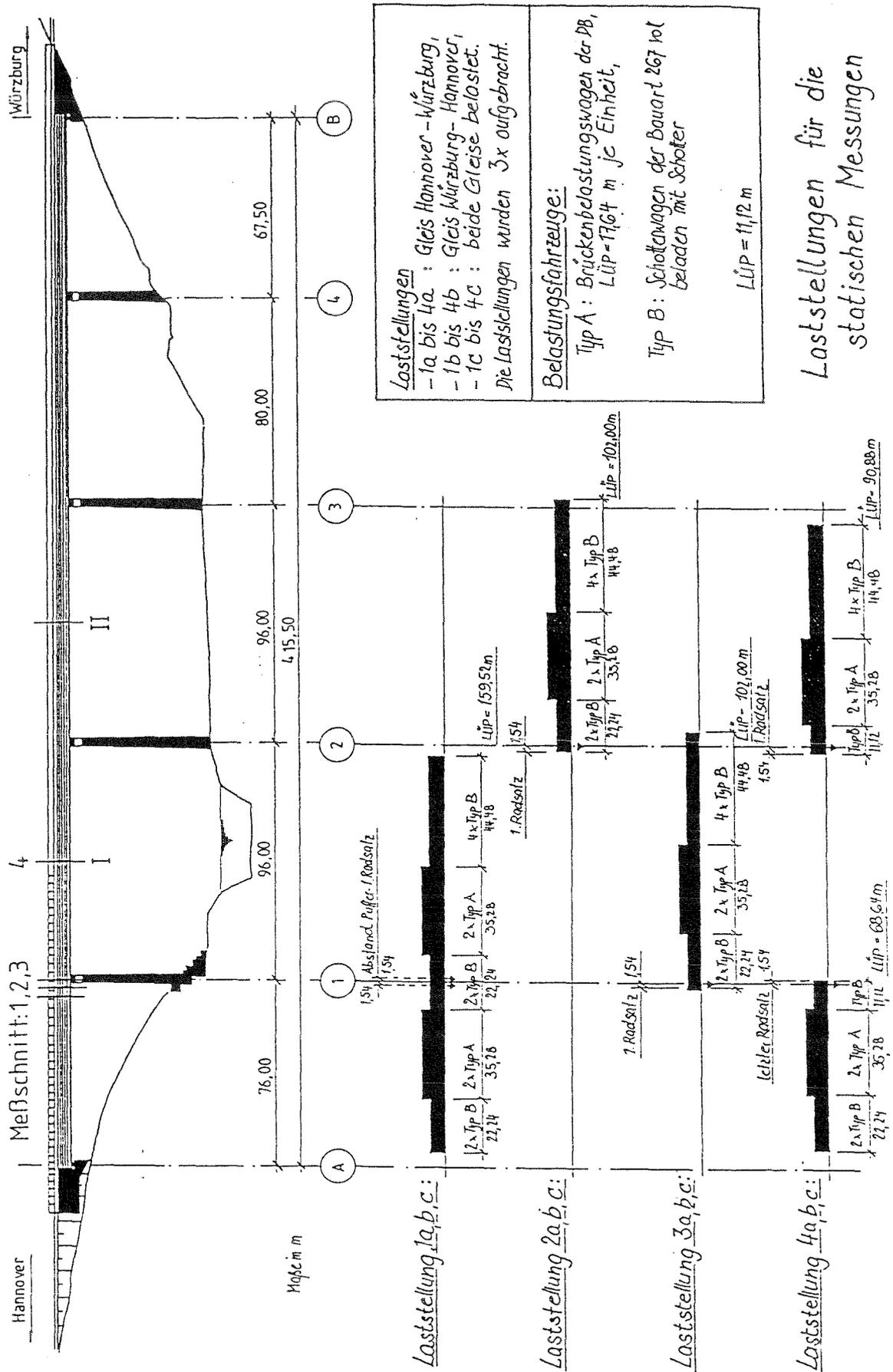


Abbildung 5.38: Meßschnitte und Laststellungen

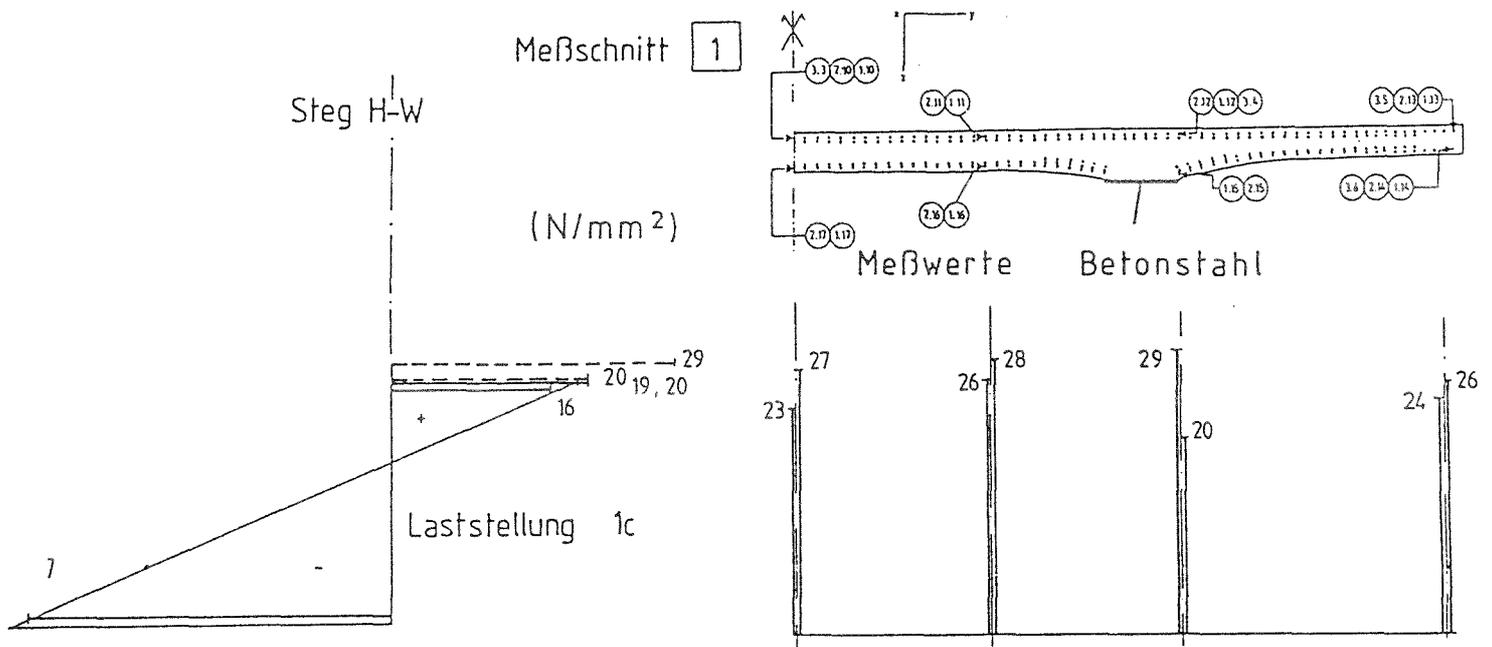


Abbildung 5.39: Meßwerte der Spannungsänderungen bei Laststellung 1c im Stahlhauptträger und in der Bewehrung

werden. Der Haftverbund wird im Stützbereich bereits bei der Rißbildung im Beton zerstört, wenn sich die Rißufer beim Öffnen der Risse auseinander bewegen. Die größten Relativverschiebungen wurden bei der Laststellung 1c im Meßschnitt 1 mit  $\Delta s = 0,032\text{mm}$  gemessen (Abb.5.40).

Bei den Probelastungen wurden auch die Durchbiegungen gemessen. Die größte gemessene Durchbiegung betrug 57mm und entspricht bezogen auf die Spannweite einem Verhältnis von

$$\frac{\max w}{l} \approx \frac{1}{1700}$$

Für die Nachrechnung der Meßwerte wurde das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Rechenmodell verwendet. Dabei wurden drei horizontale Stabzüge für die Teilquerschnitte verwendet (Stahlhauptträger, Fahrbahnplatte, Kappen).

Die versteifende Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ist aufgrund des sehr hohen Bewehrungsgrades in den Stützbereichen mit  $\rho_s = 3,6\%$  relativ gering. Überdies stellte sich bei der ersten Realisierung der Laststellung 1c ein abgeschlossenes Rißbild ein, so daß für alle weiteren Laststellungen im auf Zug beanspruchten Bereich des Betongurtes die Wiederbelastungskurve maßgebend ist. Für die Steifigkeit des Betongurtes kann daher in guter Näherung die Steifigkeit nach reinem Zustand II angesetzt werden (Abb.5.41). Aufgrund der großen Querschnittshöhe wirkt er vorwiegend als Zugstab. Seine Biegesteifigkeit ist bei den gegebenen Querschnittsabmessungen vernachlässigbar.

Die Berechnungen können dann linear elastisch durchgeführt werden. Die Kappen sind trotz ihrer Mitwirkung in den Stützbereichen nicht gerissen. Sie werden deshalb mit ihrer Steifigkeit nach Zustand I berücksichtigt.

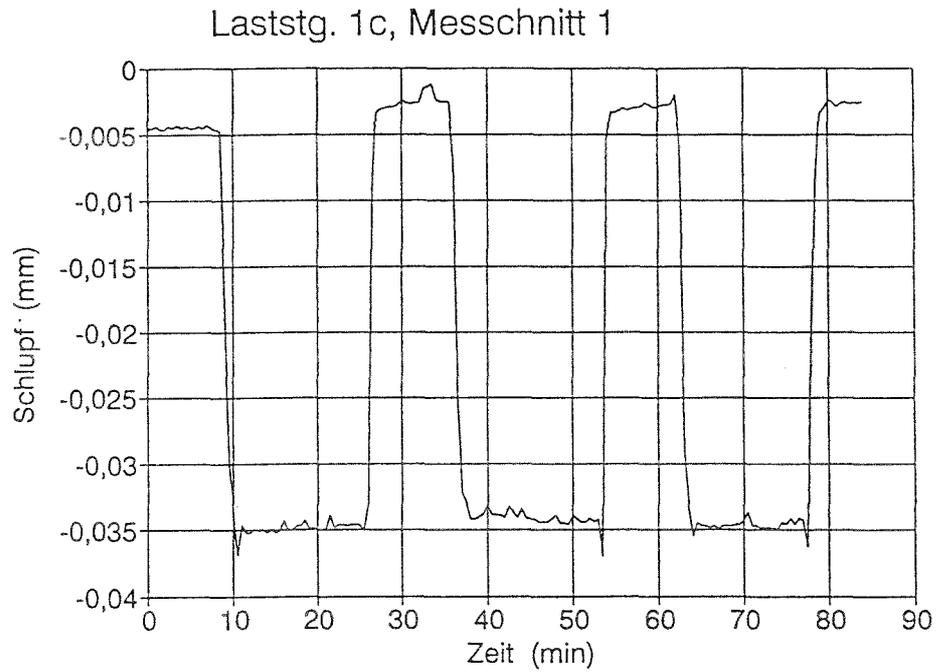


Abbildung 5.40: Maximaler gemessener Schlupf

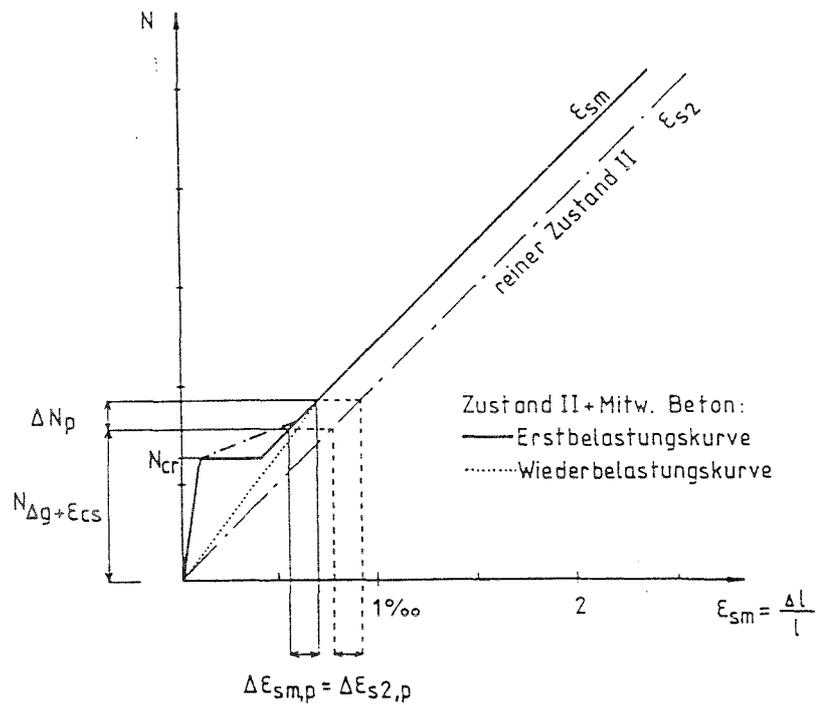


Abbildung 5.41: Steifigkeit des Betongurtes (Fahrbahnplatte) der Werrabrücke für die Nachrechnung der statischen Probelastungen

Zunächst erfolgt ein Vergleich zwischen den gemessenen und den rechnerischen Durchbiegungen (Tab.5.2). Es zeigt sich, daß die mit den Querschnittswerten nach Zustand I über die gesamte Brückenlänge berechneten Durchbiegungen relativ dicht an den Meßwerten liegen. Dem steht allerdings die Beobachtung entgegen, daß sich die Fahrbahnplatte auf einer Länge von  $\pm 24\text{m}$  beidseits der Achse 1 im gerissenen Zustand befindet. Die nach reinem Zustand II ermittelten Rechenwerte sind dagegen deutlich zu groß. Die Rechenwerte nach Zustand II mit Berücksichtigung der Mitwirkung der Kappen zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Meßwerten.

Ein Vergleich zwischen den rechnerischen und den gemessenen Spannungsänderungen geht exemplarisch für die Laststellung 1c aus Tab.5.3 hervor. Die berechneten Spannungsänderungen, ohne Berücksichtigung einer Mitwirkung der Kappen, ergeben keine gute Übereinstimmung mit den Meßwerten am Stahlhauptträger. Dagegen gibt es eine gute Übereinstimmung zwischen Meßwerten und Rechenwerten auf der Grundlage der Querschnittswerte nach reinem Zustand II in den gerissenen Stützbereichen und unter Berücksichtigung der vollen Mitwirkung der Kappen.

Tabelle 5.2: Durchbiegungen aus Biegung und Querkraft. Vergleich zwischen Rechenwerten und Meßwerten [84]

Schnitt	Laststellung	Durchbiegung in mm			Meßwert
		Zustand I ohne Mitw. der Kappen	Zustand II ohne Mitw. der Kappen	Zustand II + 100% Mitw. der Kappen	
I	1c	39	47	39	40
	2c	-19	-21	-18	-20
	3c	55	65	54	56
	4c	-33	-36	-32	-32
II	1c	-13	-15	-13	-15
	2c	55	65	53	56
	3c	-19	-20	-17	-18
	4c	57	66	55	58

Aus den Meßergebnissen geht eindeutig eine hohe Mitwirkung der Kappen hervor. Diese besitzen bei Eisenbahnbrücken eine relativ große Querschnittsfläche. Es stellt sich jedoch in diesem Zusammenhang die Frage, warum die Fahrbahnplatte in den gerissenen Zustand II übergegangen ist und die Kappen im ungerissenen Zustand I geblieben sind. Es läßt sich jedoch mit Grenzfallbetrachtungen zeigen [84], daß dies möglich ist bei Ansatz eines Differenzschwindens – die Kappen sind dem Niederschlag ausgesetzt und schwinden nicht, die Fahrbahnplatte liegt darunter im Trockenen und schwindet (Abb.5.42) – sowie einer thermischen Vorspannung der Kappen durch die Sonneneinstrahlung.

Zum Zeitpunkt der Probelastungen im Juni 1990 herrschte sonniges Wetter. Dadurch können die Temperaturen in den Kappen um ca. 5-10 K höher liegen als in der Fahrbahnplatte. Zwischen den hohen Lärmschutzwänden ging unmittelbar zum Zeitpunkt der Probelastungen kein Wind. Gleichzeitig war eine intensive Sonneneinstrahlung wirksam, so daß es dort sehr heiß war.

Tabelle 5.3: Spannungsänderungen im Stahlhauptträger aus Laststellung 1c. Vergleich zwischen Rechenwerten und Meßwerten [84]

Meßschnitt	Spannungsänderungen in $N/mm^2$			
	Zustand I ohne Mitw. der Kappen	Zustand II ohne Mitw. der Kappen	Zustand II + 100% Mitw. der Kappen	Meßwert (Mittelwert mehrerer Meßpunkte)
1 $\Delta\sigma_{a,sup}$	12	39	19	20
$\Delta\sigma_{a,inf}$	-39	-37	-37	-36
4 $\Delta\sigma_{a,sup}$	—	—	—	—
$\Delta\sigma_{a,inf}$	50	58	52	54

$\Delta\sigma_{a,sup}$  Spannungsänderung im Obergurt des Stahlhauptträgers  
 $\Delta\sigma_{a,inf}$  Spannungsänderung im Bodenblech des Stahlhauptträgers

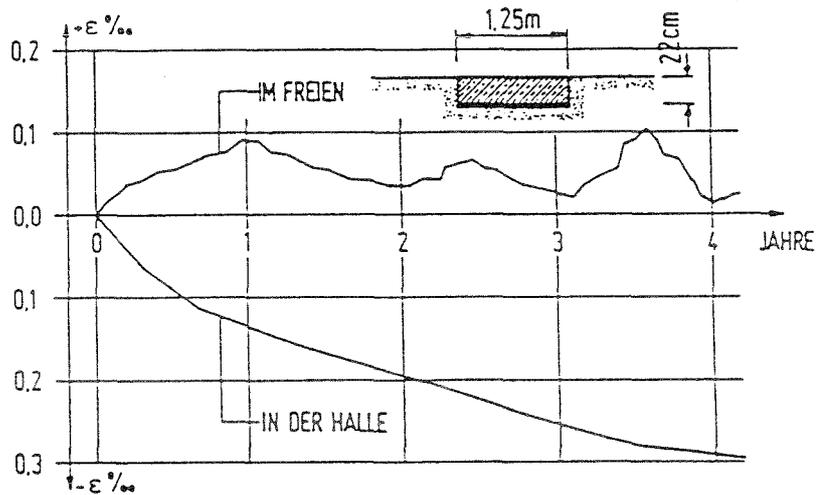


Abbildung 5.42: Schwindverformungen eines Probekörpers im Freien und in einer Halle [85]

Durch die Mitwirkung der Kappen stellte sich trotz des gerissenen Betongurtes nicht die volle Momentenumlagerung zum Feld hin ein. Diese hätte ohne Mitwirkung der Kappen rechnerisch 15% betragen. Aufgrund der Mitwirkung der Kappen stellte sich jedoch nur eine Umlagerung von 5% ein [84].

Die Mitwirkung der Kappen beeinflusst die Schnittgrößen, die Spannungen und die Durchbiegungen. Die Nachweise für die Querschnitte und die Verbundmittel im Stützbereich liegen auf der unsicheren Seite, wenn rechnerisch eine volle Umlagerung der Momente zum Feld hin angenommen wird, diese sich aber nicht einstellt. Die Kappen gelten nicht als tragende Bauteile.

Durch Vergleichsrechnungen wurde auch der Einfluß der Nachgiebigkeit der Kopfbolzendübel untersucht. Die Vergleichsrechnungen ergaben, daß bei derartigen Verbundbrücken die Abweichungen gegenüber der rechnerischen Annahme starren Verbundes so gering sind, daß der Einfluß vernachlässigt werden kann.

### 5.3 Berechnung der Rißbreiten bei Erstrißbildung

#### 5.3.1 Rißschnittgrößen bei reiner Momentenbeanspruchung

Zunächst wird der Querschnitt eines Verbundträgers behandelt, der im Ausgangszustand völlig frei von Spannungen ist (Abb.5.43).

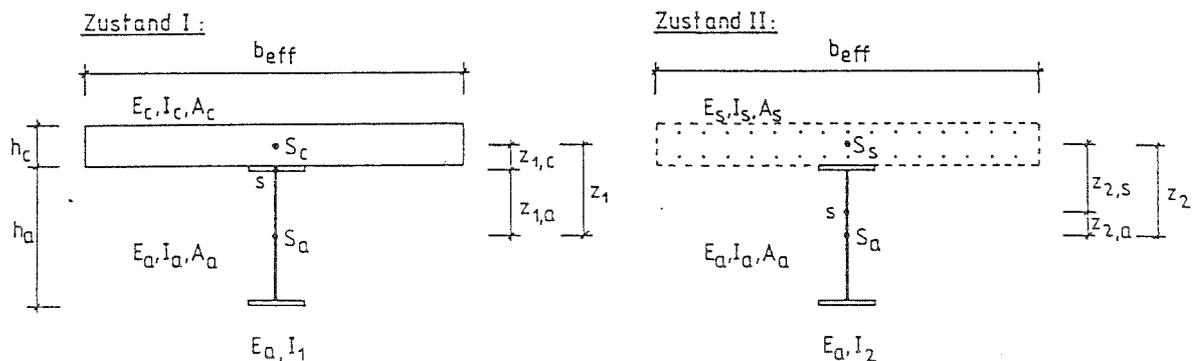


Abbildung 5.43: Bezeichnungen am Querschnitt

Der Querschnitt wird einer reinen Momentenbeanspruchung unterworfen. Das Moment wird gesteigert, bis die Zugspannungen in der Randfaser den Wert  $f_{ct}$  erreichen. Das zugehörige Moment  $M_r$  ergibt sich wie folgt:

$$\frac{M_r}{I_1} \left( z_{1,c} + \frac{h_c}{2} \right) \cdot \frac{1}{\alpha_e} = f_{ct}$$

$$M_r = \frac{I_1 \cdot \alpha_e}{z_{1,c}} \cdot \frac{f_{ct}}{1 + \frac{h_c}{2 \cdot z_{1,c}}}$$

Mit dem  $1/\alpha_e$ -fachen Flächenmoment des Betongurtes bezogen auf die ideelle Schwerachse des Verbundquerschnitts

$$S_{1,c} = \frac{A_c}{\alpha_e} \cdot z_{1,c}$$

kann für  $M_r$  auch geschrieben werden

$$M_r = \frac{I_1 \cdot A_c}{S_{1,c}} \cdot \frac{f_{ct}}{1 + \frac{h_c}{2 \cdot z_{1,c}}} \quad (5.2)$$

Die zugehörigen Teilschnittgrößen des Betongurtes  $N_{cr}$  und  $M_{cr}$  lassen sich wie folgt bestimmen:

$$N_{cr} = \frac{M_r}{I_1} \cdot z_{1,c} \cdot \frac{1}{\alpha_e} \cdot A_c$$

$$N_{cr} = A_c \cdot k_{c,M} \cdot f_{ct} \quad (5.3)$$

$$\text{wobei} \quad k_{c,M} = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{2 \cdot z_{1,c}}} \quad (5.4)$$

$$M_{cr} = \frac{I_c}{I_1} \cdot M_r \cdot \frac{1}{\alpha_e} \quad (5.5)$$

Die Ausmitte der Zugkraft im Betongurt ergibt sich zu

$$e = \frac{M_{cr}}{N_{cr}} = -\frac{h_c^2}{12 \cdot z_{1,c}} \quad (5.6)$$

Bildet sich unter  $M_r$  ein durchgehender Trennriß, lagert sich die Zugkraft  $N_{cr}$  des Betons zum überwiegenden Teil auf die Bewehrung um:

$$\Delta T_s^1 + \Delta T_s^2 = \delta \cdot N_{cr} \quad (5.7)$$

Der Anstieg der Zugkraft in den beiden Bewehrungslagen beträgt (Abb.5.44):

$$\Delta T_s^1 = \delta \cdot N_{cr} \cdot \frac{z_{s2} + e}{z_{s1} + z_{s2}} \quad (5.8)$$

$$\Delta T_s^2 = \delta \cdot N_{cr} \cdot \frac{z_{s1} - e}{z_{s1} + z_{s2}} \quad (5.9)$$

Der Zuwachs der Spannungen bzw. die Spannungen in der Bewehrung im Riß ergeben sich damit zu:

$$\Delta \sigma_{s2,r}^1 = \frac{\Delta T_s^1}{A_{s1}} \quad (5.10)$$

$$\Delta \sigma_{s2,r}^2 = \frac{\Delta T_s^2}{A_{s2}} \quad (5.11)$$

bzw.

$$\sigma_{s2,r}^1 = \sigma_{sE,r}^1 + \Delta \sigma_{s2,r}^1 \quad (5.12)$$

$$\sigma_{s2,r}^2 = \sigma_{sE,r}^2 + \Delta \sigma_{s2,r}^2 \quad (5.13)$$

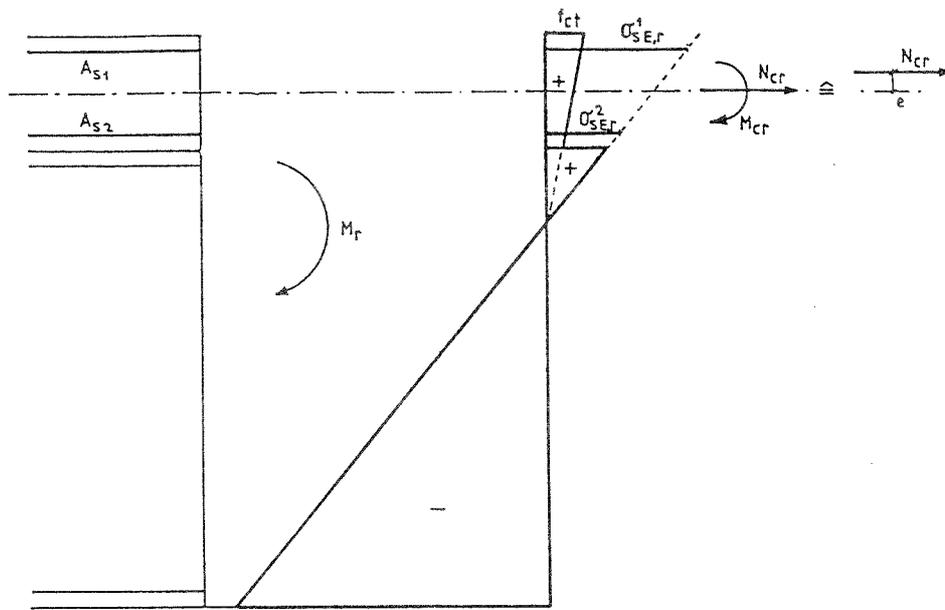


Abbildung 5.44: Rißschnittgröße bei reiner Momentenbeanspruchung

Wie in Abschnitt 2.3.1 dargestellt, kann der Beton noch Zugspannungen über eine Zone sich öffnender Mikrorisse übertragen, bis sich daraus ein durchgehender Trennriß entwickelt. Mit zunehmender Neigung des Dehnungsgradienten ergibt sich eine immer völligerer Zugspannungsverteilung im Vergleich zur linear elastischen Rechnung, wobei der Maximalwert die Betonzugfestigkeit nicht überschreitet. Dies hat eine Vergrößerung der Rißschnittgrößen in Abhängigkeit von der absoluten Höhe  $h_c$  und vom Verhältnis  $e/h_c$  zur Folge. Rechnerisch kann dies über eine fiktive Vergrößerung der Betonzugfestigkeit berücksichtigt werden.

$$f_{ct} \rightarrow (1 + \lambda) \cdot f_{ct} \quad (5.14)$$

Der Faktor  $\lambda$  zur Berücksichtigung des Maßstabeffekts kann Abb.2.8 entnommen werden.

Die Kopfbolzendübel stellen im gezogenen Betongurt Kerben im Beton dar. Nach der Elastizitätstheorie stellen sich in den übereinanderliegenden Fasern des Betongurtes Spannungszustände entsprechend einer gelochten Scheibe ein. In einer unendlich ausgedehnten Scheibe mit einem Loch ergibt sich unter einachsiger Zug am Lochrand ein Spannungskonzentrationsfaktor von 3 (Abb.5.45). Es stellt sich daher die Frage, ob daraus eine Reduzierung der Rißschnittgrößen resultiert.

Zur Untersuchung dieser Kerbwirkung im Beton wird eine 120cm breite und 1cm dicke Betonscheibe mit 2 Löchern vom Durchmesser 22mm unter einachsiger Zug untersucht (Abb.5.46).

Zur wirklichkeitsnahen Erfassung des Tragverhaltens des Betons auf Zug ist eine physikalisch nichtlineare FE-Rechnung notwendig. Der Riß wird so vorgegeben, daß er durch die Löcher verläuft. Die Störzonenverformung wird über das Zugspannungs-Rißöffnungs-Gesetz im Rißquerschnitt konzentriert angenommen. Hierzu werden nichtlineare Federelemente verwendet, während die übrigen Bereiche des Betons mit linear elastischen Scheibenelementen abgebildet werden.

Bei einem absolut spröden Zugtragverhalten des Betons würde die zum Riß führende Zug-

$$\frac{\text{Maximale Normalspannung}}{\text{Spannung in ungelochter Scheibe}} = \frac{3\sigma_0}{\sigma_0} = 3 .$$

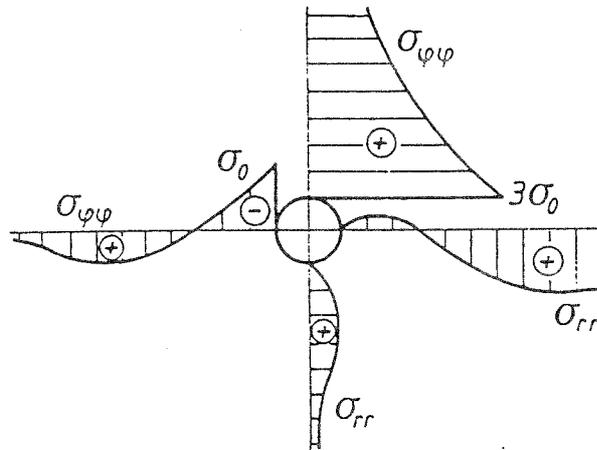


Abbildung 5.45: Spannungen nach der E-Theorie an der Kerbe [88]

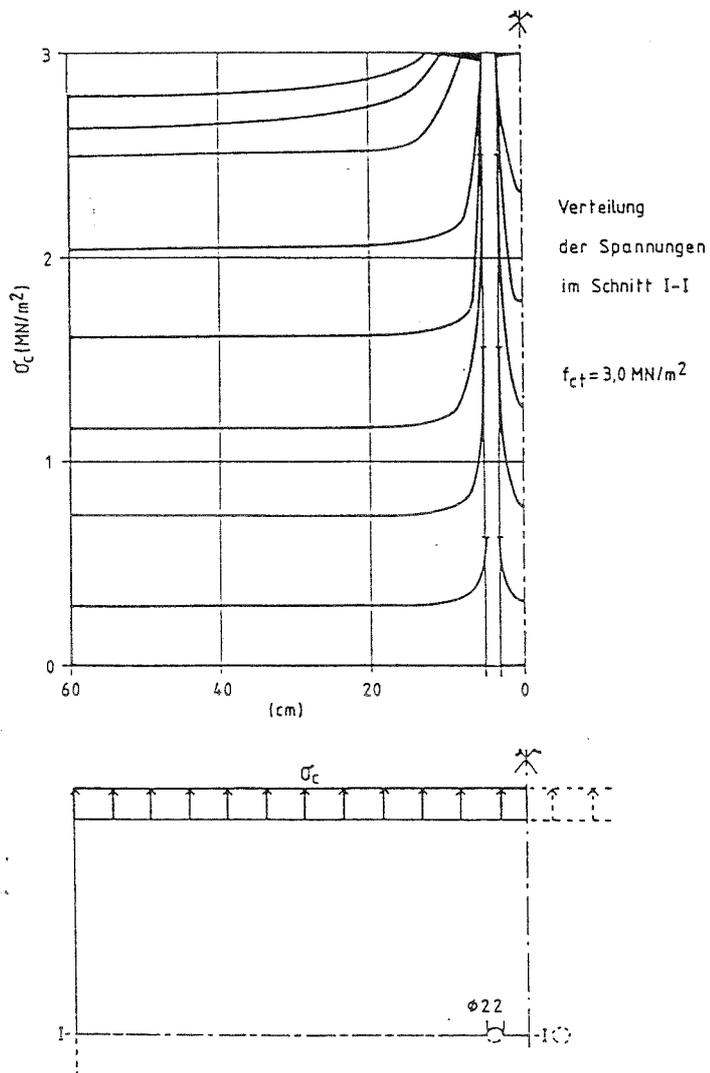


Abbildung 5.46: Gelochte Betonscheibe unter einachsigen Zug

kraft durch die Kerbe auf 1/3 reduziert. Aufgrund des tatsächlichen Zugtragverhaltens ergibt sich jedoch praktisch keine Reduktion der zum Riß führenden Zugkraft (Abb.5.46), da der Beton die Fähigkeit hat, im Bereich der Spannungsspitzen plastische Zonen auszubilden.

Die Kerben können daher nicht zu einer Reduzierung der Rißschnittgrößen herangezogen werden.

### 5.3.2 Rißschnittgrößen unter Berücksichtigung des Eigenspannungszustandes aus Schwinden

Durch das Schwinden entsteht eine Feuchteverteilung in Dickenrichtung des Betongurtes. Das Feuchtefeld läßt sich im allgemeinen in einen konstanten, einen linear veränderlichen und einen nichtlinearen Anteil aufspalten. Der konstante Anteil führt zum primären Eigenspannungszustand aus Schwinden, der z.B. nach Gl.(5.1) berechnet werden kann. Der linear veränderliche Anteil führt zu einem Biegezwang innerhalb des Betongurtes. Je nach Neigung des Gradienten können die Rißschnittgrößen dadurch reduziert oder vergrößert werden. Ein Gradient ist die Folge einer unterschiedlichen Austrocknungsgeschwindigkeit an der Oberseite und der Unterseite des Betongurtes. Wie z.B. in [86] gezeigt wurde, führen die nichtlinearen Eigenspannungen zu einer Reduzierung der Rißschnittgrößen. Die Größe der Abminderung ist vom eingepprägten nichtlinearen Verzerrungsprofil abhängig. Völlige Profile ergeben eine größere Abminderung als Profile mit steilen Gradienten am Querschnittsrand. Da der zum Zeitpunkt des Durchreißen eingepprägte Verzerrungszustand nicht genau bekannt ist, wird dieser Einfluß rechnerisch näherungsweise durch einen konstanten Abminderungsfaktor  $k$  bei der Betonzugfestigkeit berücksichtigt. Dies gilt sinngemäß auch für Temperaturfelder (z.B. aus Hydratationswärme).

Der primäre Eigenspannungszustand aus Schwinden führt zu einem Abfall des Rißmomentes  $M_r$  und zu einer Reduzierung der Ausmitte der Zugkraft im Betongurt (Abb.5.47).

$$M_r = \frac{I_1 \cdot A_c}{S_{1,c}} \cdot \frac{k \cdot (1 + \lambda) \cdot f_{ct} - \sigma_{c,\varepsilon}}{1 + \frac{h_c}{2 \cdot z_{1,c}}} \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} N_{cr} &= N_{c,\varepsilon} + N_{cr,M} \\ N_{cr} &= A_c \cdot k_{c,M+\varepsilon} \cdot k \cdot (1 + \lambda) \cdot f_{ct} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Durch das Schwinden wird der Zugkeil im Betongurt völliger. Da die bezogene Ausmitte  $e/h_c$  kleiner wird, geht der Maßstabeffekt ( $\lambda$ ) etwas zurück. Insgesamt wird jedoch die Zugkraft im Betongurt unmittelbar vor Bildung des Trennrisses durch das Schwinden größer.

Die Änderungen der Zugkräfte und der Spannungen in der Bewehrung nach der Bildung des Trennrisses können nach den Gleichungen (5.7) bis (5.13) berechnet werden.

### 5.3.3 Rißbreite eines Einzelrisses ohne Einfluß des Schwindens

Die im folgenden entwickelten Beziehungen zur Berechnung der Rißbreiten bei Stahlverbundträgern basieren auf den Arbeiten von König/Fehling, die inzwischen auch Eingang in den CEP-FIP Model Code 90 gefunden haben.

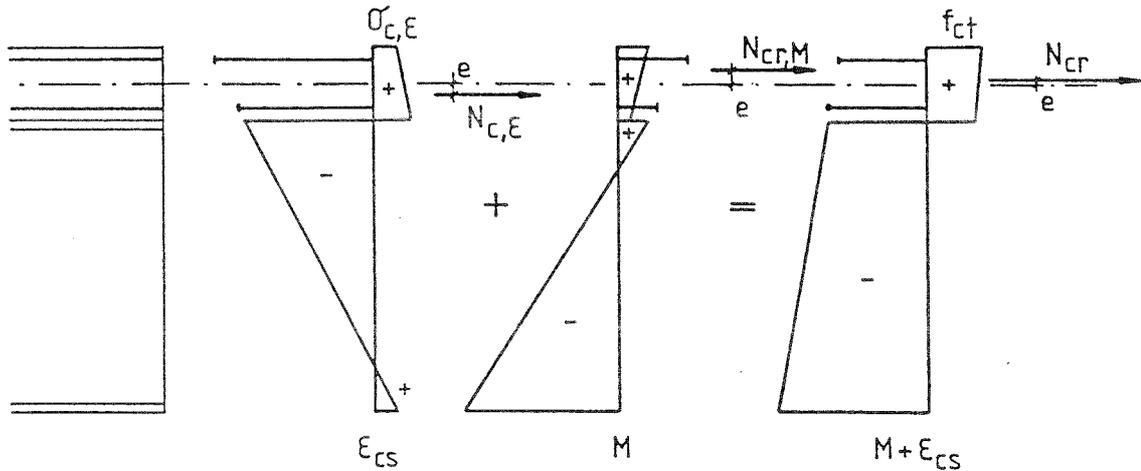


Abbildung 5.47: Rißschnittgröße unter Berücksichtigung des Eigenspannungszustands aus Schwinden

Die Beziehung zur Berechnung der Rißbreite für den Einzelriß ohne Einfluß des Schwindens wird anhand Abb.5.48 hergeleitet.

Nach Bildung des Risses muß der überwiegende Teil der frei gewordenen Zugkraft aus dem Beton von der Bewehrung aufgenommen werden. Der Stahl erfährt durch den damit verbundenen großen Anstieg der Spannungen im Rißbereich größere Dehnungen als der umgebende Beton. Durch die längs der Einleitungslänge  $l_t$  wirkenden Verbundspannungen wird die Dehnungsdifferenz ausgehend vom Riß schließlich wieder vollständig ausgeglichen, so daß keine Relativverschiebungen zwischen Beton und Bewehrung mehr auftreten. Aus der unterschiedlichen Längenänderung der Bewehrung und des Betons folgt die Rißbreite, für die allgemein gilt

$$w = 2 \int_0^{l_t} (\epsilon_s(x) - \epsilon_c(x)) dx. \quad (5.17)$$

Mit der mittleren Stahldehnung  $\epsilon_{sm}$  und der mittleren Betondehnung  $\epsilon_{cm}$  gilt für den charakteristischen Wert der Rißbreite:

$$w_k = 2 \cdot l_t \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}). \quad (5.18)$$

Die Einleitungslänge  $l_t$  kann bei Ansatz einer konstanten mittleren Verbundspannung  $\tau_{bk}$  längs des Stabes aus einer Gleichgewichtsbedingung bestimmt werden:

$$l_t \cdot d_s \cdot \pi \cdot \tau_{bk} = (\sigma_{s2,r} - \sigma_{sE,r}) \cdot \frac{d_s^2 \cdot \pi}{4}$$

$$l_t = \frac{\sigma_{s2,r} - \sigma_{sE,r}}{4 \cdot \tau_{bk}} \cdot d_s. \quad (5.19)$$

hierbei sind

$$\sigma_{s2,r} = \text{Stahlspannung im Riß nach Bildung des Trennrisses}$$

unter der Rißschnittgröße

$\sigma_{sE,r}$  = Stahlspannung dort wo der Schlupf zu Null wird

$\tau_{bk}$  = unterer Fraktilwert der mittleren Verbundspannung

$d_s$  = Stabdurchmesser

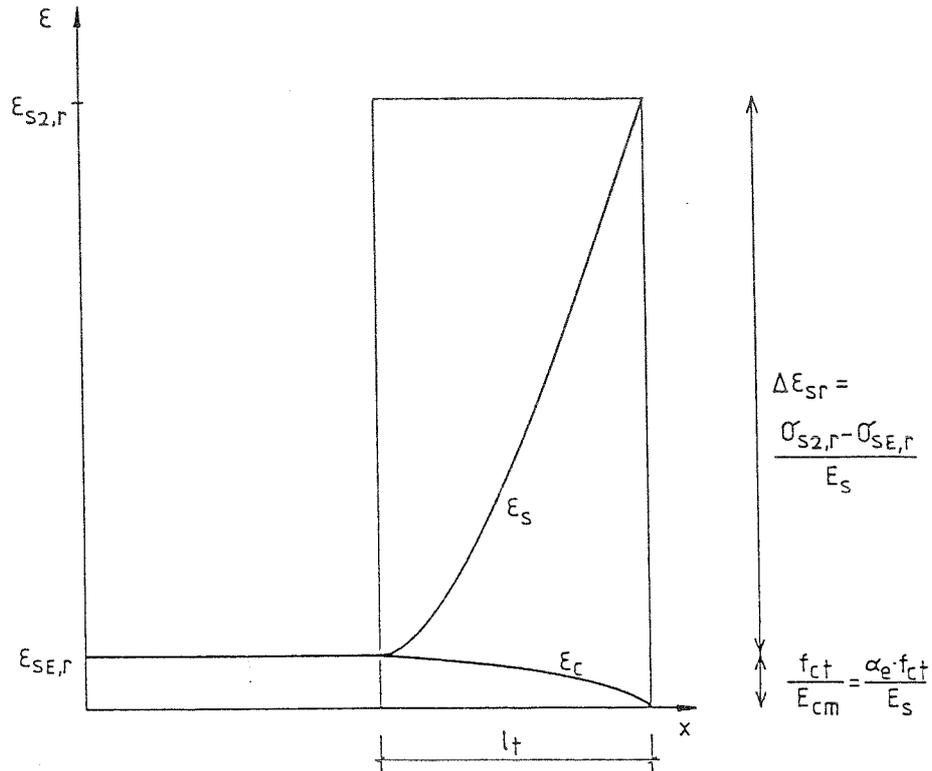


Abbildung 5.48: Verlauf der Dehnungen im Bereich eines Einzelrisses im Betongurt

Für die mittleren Dehnungen gilt (Abb.5.48):

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= (\varepsilon_{s2,r} - \beta \cdot \Delta\varepsilon_{sr}) - \beta \cdot \varepsilon_{sE,r} \\
 &= (\varepsilon_{s2,r} - \beta \cdot (\varepsilon_{s2,r} - \varepsilon_{sE,r})) - \beta \cdot \varepsilon_{sE,r} \\
 &= (1 - \beta) \cdot \varepsilon_{s2,r} \\
 \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= (1 - \beta) \cdot \frac{\sigma_{s2,r}}{E_s}.
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

Für  $\tau_{bk}$  kann bei einer *kurzzeitigen Belastung*

$$\tau_{bk} = 0,9 \cdot 2 \cdot f_{ct,m} = 1,8 \cdot f_{ct,m} \quad \text{mit} \quad f_{ct,m} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

gesetzt werden. Der empirisch bestimmte Faktor 0,9 berücksichtigt die Schwächung des Verbundes durch Mikrorisse im unmittelbaren Bereich links und rechts des Risses. Mit dem Völligkeitsfaktor  $\beta = 0,6$  folgt daraus für den charakteristischen Wert der Rißbreite

$$w_k = \frac{d_s \cdot (\sigma_{s2,r} - \sigma_{sE,r})}{5 \cdot \tau_{bk}} \cdot \frac{\sigma_{s2,r}}{E_s} \tag{5.21}$$

$$\text{mit } \tau_{bk} = 1,8 \cdot f_{ct,m}$$

Mit Hilfe der wirksamen Betonzugfläche  $A_{c,eff}$  unmittelbar um die Bewehrungsstäbe, die am Ende der Einleitungslänge  $l_t$  durch die bis dahin eingeleitete Verbundkraft zum Reißen gebracht wird, kann für  $\Delta\sigma_{sr} = \sigma_{s2,r} - \sigma_{sE,r}$  näherungsweise geschrieben werden

$$\Delta\sigma_{sr} = \frac{A_{c,eff} \cdot f_{ct}}{A_s} = \frac{f_{ct}}{\rho_{s,eff}}$$

Daraus folgt mit  $\sigma_{sE,r} = \alpha_E \cdot f_{ct}$

$$\begin{aligned} \sigma_{s2,r} &= \frac{f_{ct}}{\rho_{s,eff}} + \alpha_e \cdot f_{ct} \\ &= \frac{f_{ct}}{\rho_{s,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,eff}) \\ &= \Delta\sigma_{sr} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,eff}) \\ \Delta\sigma_{sr} &= \sigma_{s2,r} - \sigma_{sE,r} = \frac{\sigma_{s2,r}}{(1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,eff})} \end{aligned}$$

Damit kann auch geschrieben werden

$$\begin{aligned} w_k &= \frac{d_s \cdot \sigma_{s2,r}^2}{5 \cdot \tau_{bk} \cdot E_s} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,eff}} \\ w_k &\approx \frac{d_s \cdot \sigma_{s2,r}^2}{5 \cdot \tau_{bk} \cdot E_s} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Bei einer wiederholten Belastung tritt eine Schwächung des Verbundes ein, wodurch die Einleitungslänge und damit die Rißbreite mit der Zeit vergrößert werden. Das gleiche erfolgt durch das Verbundkriechen unter einer statischen Dauerlast. Rechnerisch kann dies durch eine Reduzierung der Verbundspannung erfaßt werden. Daher ist für *wiederholte Belastung* und *Dauerlast*

$$\tau_{bk} = 1,35 \cdot f_{ct,m}$$

zu setzen.

#### 5.3.4 Rißbreite eines Einzelrisses mit Einfluß des Schwindens

Der zur Berechnung der Rißbreite notwendige Verlauf der Dehnungen geht aus Abb.5.49 hervor.

Für die Berechnung der Rißbreite gilt auch hier zunächst allgemein

$$w = 2 \int_0^{l_t} (\varepsilon_{s(x)} - \varepsilon_{c(x)}) \cdot dx.$$

Bei den Dehnungen des Betons ist jetzt jedoch zusätzlich das Schwinden zu berücksichtigen.

$$\varepsilon_{c(x)} = \frac{\sigma_{c(x)}}{E_{cm}} + \varepsilon_{cs,eff} \quad (5.23)$$

$$\varepsilon_{cs,eff} = \varepsilon_{cs} - \varepsilon_{cc}$$

$\varepsilon_{cs}$  Dehnung infolge Schwindens des Betons

$\varepsilon_{cc}$  Dehnung infolge Kriechens des Betons

In der Bewehrung ist am Ende der Einleitungslänge infolge des Schwindens eine Druckspannung vorhanden.

$$\sigma_{sE,r} = \left( \frac{f_{ct}}{E_{cm}} + \varepsilon_{cs,eff} \right) \cdot E_s$$

Die charakteristische Rißbreite kann wieder berechnet werden aus

$$w_k = 2 \cdot l_t \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

wobei für  $l_t$  auch hier Gl.(5.19) gilt

$$l_t = \frac{\sigma_{s2,r} - \sigma_{sE,r}}{4 \cdot \tau_{bk}} \cdot d_s.$$

Die mittleren Dehnungen ergeben sich zu (Abb.5.49)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= (\varepsilon_{s2,r} - \varepsilon_{cs,eff} - \beta \cdot \Delta\varepsilon_{sr}) - \beta \cdot (\varepsilon_{sE,r} - \varepsilon_{cs,eff}) \\ \Delta\varepsilon_{sr} &= \varepsilon_{s2,r} - \varepsilon_{sE,r} \\ \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= (\varepsilon_{s2,r} - \varepsilon_{cs,eff} - \beta \cdot (\varepsilon_{s2,r} - \varepsilon_{sE,r})) - \beta \cdot (\varepsilon_{sE,r} - \varepsilon_{cs,eff}) \\ &= (1 - \beta)(\varepsilon_{s2,r} - \varepsilon_{cs,eff}) \\ \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= (1 - \beta) \left( \frac{\sigma_{s2,r}}{E_s} - \varepsilon_{cs,eff} \right). \end{aligned} \quad (5.24)$$

Eingesetzt mit  $\beta = 0,6$  folgt daraus

$$w_k = \frac{d_s \cdot (\sigma_{s2,r} - \sigma_{sE,r})}{5 \cdot \tau_{bk}} \cdot \left( \frac{\sigma_{s2,r}}{E_s} - \varepsilon_{cs,eff} \right). \quad (5.25)$$

Die Gleichung läßt sich noch umformen mit

$$\begin{aligned} \sigma_{sE,r} &= E_s \cdot \left( \varepsilon_{cs,eff} + \frac{f_{ct}}{E_{cm}} \right) = E_s \cdot \varepsilon_{cs,eff} + \alpha_e \cdot f_{ct} \\ \sigma_{s2,r} &= E_s \cdot \varepsilon_{cs,eff} + \alpha_e \cdot f_{ct} + \frac{f_{ct}}{\varrho_{s,eff}} \\ &= E_s \cdot \varepsilon_{cs,eff} + \frac{f_{ct}}{\varrho_{s,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \varrho_{s,eff}) \\ \sigma_{s2,r} - \sigma_{sE,r} &= \frac{f_{ct}}{\varrho_{s,eff}} = \frac{\sigma_{s2,r} - E_s \cdot \varepsilon_{cs,eff}}{1 + \alpha_e \cdot \varrho_{s,eff}}. \end{aligned}$$

Damit kann auch nur in Abhängigkeit von der Stahlspannung im Riß geschrieben werden

$$\begin{aligned} w_k &= \frac{d_s \cdot (\sigma_{s2,r} - E_s \cdot \varepsilon_{cs,eff})^2}{5 \cdot \tau_{bk} \cdot E_s} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_e \cdot \varrho_{s,eff}} \\ w_k &\approx \frac{d_s \cdot (\sigma_{s2,r} - E_s \cdot \varepsilon_{cs,eff})^2}{5 \cdot \tau_{bk} \cdot E_s} \end{aligned} \quad (5.26)$$

$$\tau_{bk} = 1,8 \cdot f_{ct,m} \quad \text{für Kurzzeitbelastung}$$

$$\text{bzw. } \tau_{bk} = 1,35 \cdot f_{ct,m} \quad \text{für wiederholte Belastung und Dauerlast}$$

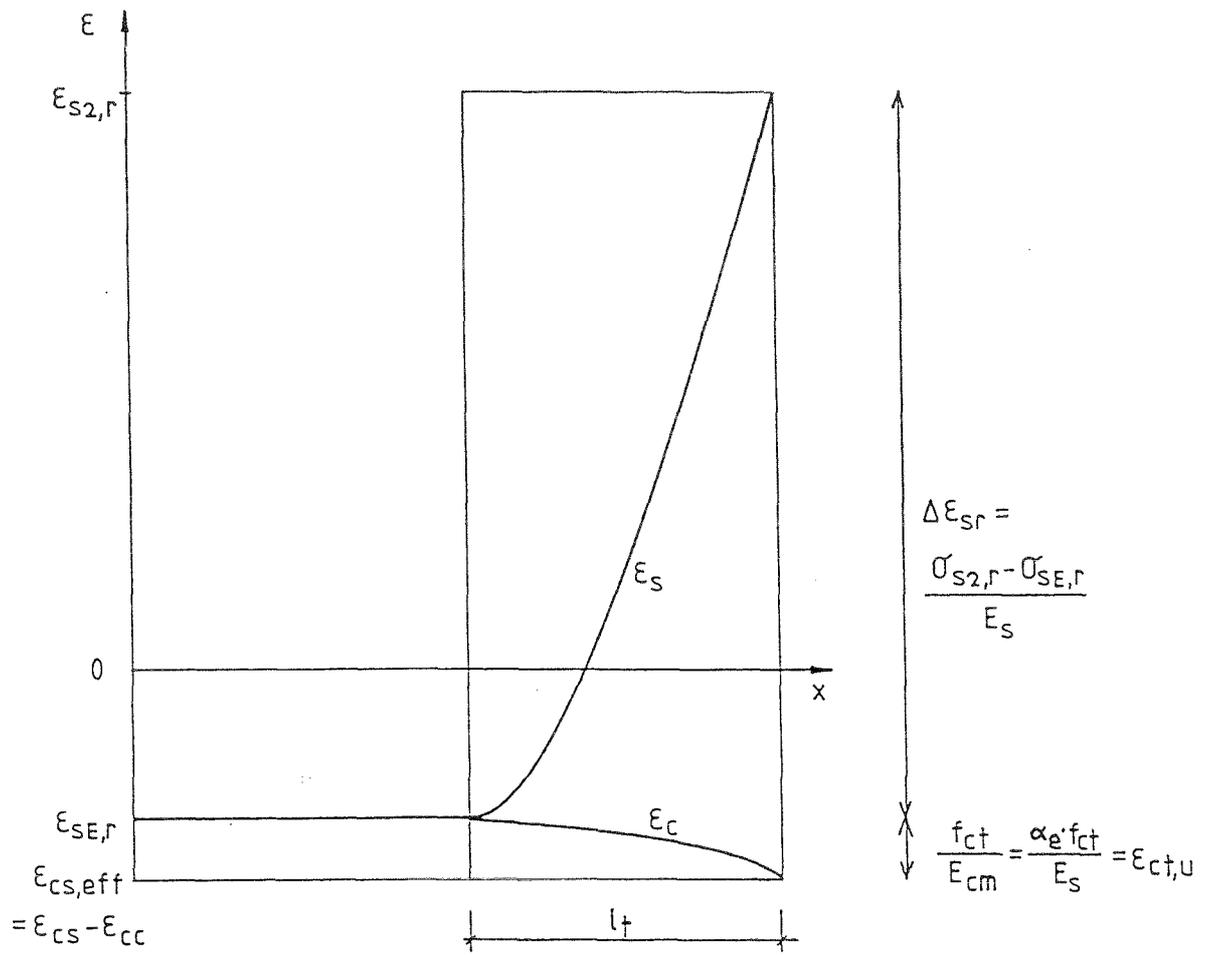


Abbildung 5.49: Verlauf der Dehnungen im Bereich eines Einzelrisses im Betongurt mit Berücksichtigung des Einflusses aus Schwinden

## 5.4 Berechnung der Rißbreiten für das abgeschlossene Rißbild

### 5.4.1 Abgeschlossenes Erstrißbild und sukzessive Rißteilung

Im folgenden werden die Beziehungen zur Berechnung der Rißbreiten für das abgeschlossene Rißbild hergeleitet. Das abgeschlossene Rißbild umfaßt dabei sowohl das abgeschlossene Erstrißbild als auch den Bereich der sukzessiven Rißteilung.

Eine sukzessive Rißteilung tritt nur bei Rißtheorien auf, bei denen die Verbundspannungen mit zunehmender Beanspruchung immer weiter ansteigen. Bei der hier verwendeten Rißtheorie mit einem starr-plastischen Verbundgesetz und einer konstanten mittleren Verbundspannung tritt keine sukzessive Rißteilung auf. Es wird hier die maximale Rißbreite auf der Grundlage des maximalen Rißabstandes nach abgeschlossener Erstrißbildung als Abschätzung für die größte zu erwartende Rißbreite berechnet (Abb.5.50). Die Nichtberücksichtigung einer möglichen sukzessiven Rißteilung bei einer höheren Laststufe liegt auf der sicheren Seite.

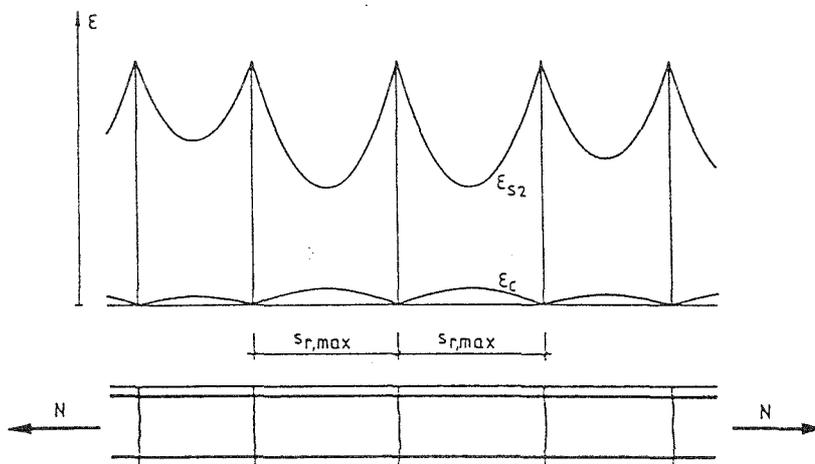


Abbildung 5.50: Berechnung der maximalen Rißbreite auf der Grundlage des maximalen Rißabstandes

### 5.4.2 Berechnung der Stahlspannung im Riß

Bei einer physikalisch nichtlinearen Berechnung der Schnittgrößen mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Modell kann die Stahlspannung im Riß direkt aus den Teilschnittgrößen des Betongurtes berechnet werden (Abb.5.51).

$$\begin{aligned}
 e &= \frac{M_c}{N_c} \\
 \sigma_{s2}^1 &= N_c \cdot \frac{z_{s2} + e}{z_{s1} + z_{s2}} \cdot \frac{1}{A_{s1}} \\
 \sigma_{s2}^2 &= N_c \cdot \frac{z_{s1} - e}{z_{s1} + z_{s2}} \cdot \frac{1}{A_{s2}}
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

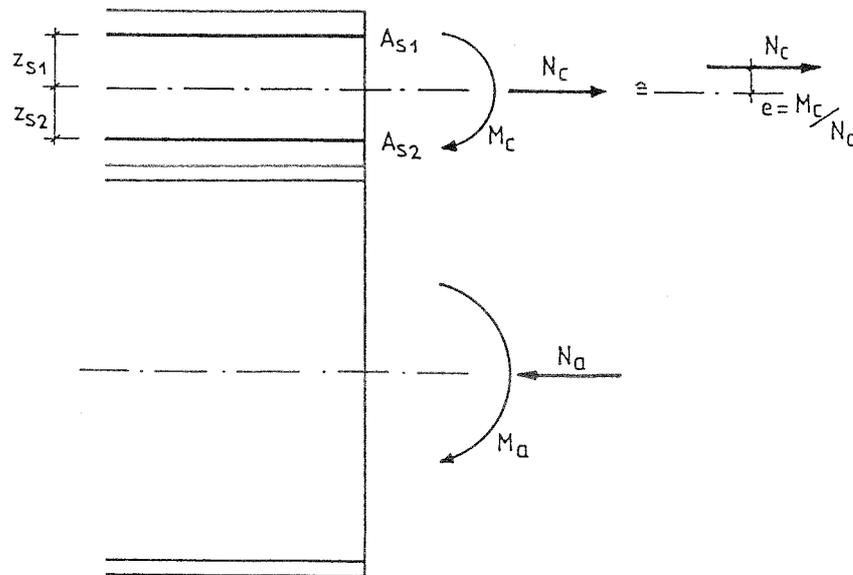


Abbildung 5.51: Berechnung der Stahlspannung aus den Teilschnittgrößen des Betongurtes

Bei der Berechnung von  $M_c$  und  $N_c$  ist die versteifende Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen zu berücksichtigen. In Bereichen mit abgeschlossenem Ribbild hat das Schwinden auf die Größe der Stahlspannung im Rib, wie bereits gezeigt wurde, praktisch keinen Einfluß.

Bei der physikalisch nichtlinearen Berechnung kann auch der Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel berücksichtigt werden. Für die übliche praktische Anwendung scheidet die physikalisch nichtlineare Berechnung aus. Sie ist viel zu aufwendig und würde überdies das Vorhandensein eines entsprechenden Rechenprogramms voraussetzen. Daher müssen zunächst auf der Grundlage der linearen Elastizitätstheorie ggf. unter Berücksichtigung einer Momentenumlagerung (z.B. Näherungsverfahren nach EC4) die Schnittgrößen ermittelt werden.

Eine Berechnung der Stahlspannungen im Rib aus diesen Schnittgrößen unter Verwendung von Querschnittswerten nach reinem Zustand II ergäbe zu kleine Stahlspannungen. Unter Ansatz der Steifigkeit des Betongurtes entsprechend dem ungerissenen Zustand I ergäben sich dagegen vor allem bei höheren Laststufen viel zu große Stahlspannungen.

Um die richtige Zugkraft im Betongurt und daraus die richtigen Stahlspannungen im Rib berechnen zu können, muß seine Steifigkeit zutreffend erfaßt werden. Dies ist auf der Grundlage der mittleren Steifigkeit des gerissenen Betongurtes über einen Bereich möglich (Abb.5.52).

Wie auch von Hanswille gezeigt wurde, kann die Stahlspannung im Rib näherungsweise unter Berücksichtigung der versteifenden Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen berechnet werden. Dazu wird die Bewehrung im Schwerpunkt zusammengefaßt. Desweiteren wird die Biegesteifigkeit des gerissenen Betongurtes vernachlässigt und nur seine mittlere Dehnsteifigkeit berücksichtigt.

Entsprechend Abb.5.52 gilt für das Gleichgewicht

$$\begin{aligned} M &= M_a + N_c \cdot z_2 \\ N_a &= -N_c. \end{aligned}$$

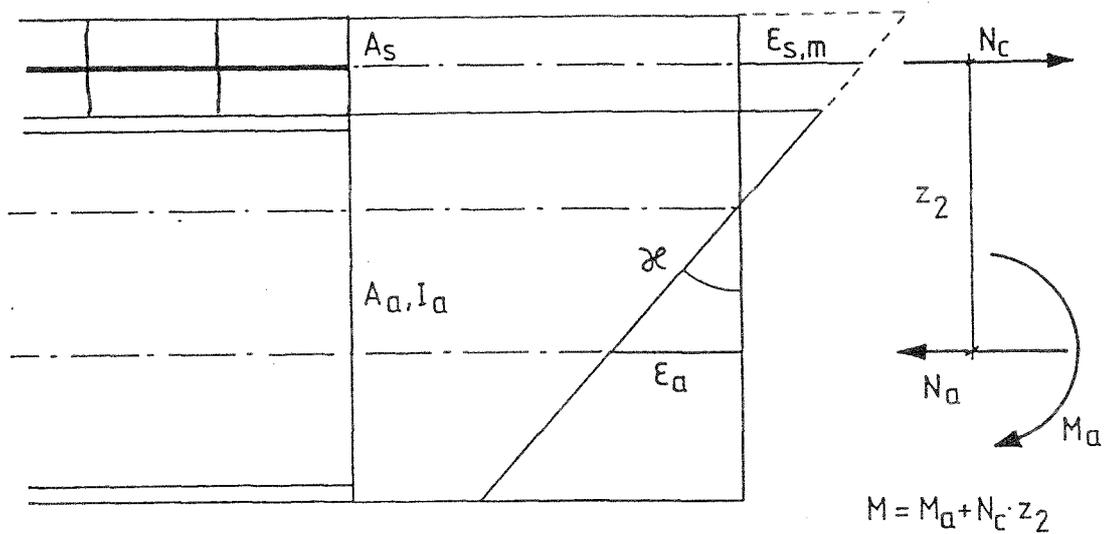


Abbildung 5.52: Teilschnittgrößen und Verzerrungen am Stahlverbundträger

Die Verträglichkeitsbedingung, die im Mittel über einen Bereich erfüllt ist, lautet

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_a + \kappa \cdot z_2.$$

Mit

$$\kappa = \frac{M_a}{E_a \cdot I_a} = \frac{M}{E_a \cdot I_a} - \frac{N_c \cdot z_2}{E_a \cdot I_a}$$

und

$$\epsilon_a = \frac{N_a}{E_a \cdot A_a} = -\frac{N_c}{E_a \cdot A_a}$$

folgt

$$\epsilon_{s,m} = -\frac{N_c}{E_a \cdot A_a} + \frac{M}{E_a \cdot I_a} \cdot z_2 - \frac{N_c \cdot z_2^2}{E_a \cdot I_a}.$$

Die mittlere Dehnung des Betongurtes ist i.a. abhängig vom Beanspruchungsniveau (Abb. 3.1)

$$\epsilon_{s,m} = \frac{N_c}{E_s \cdot A_s} - \beta \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \varrho_{s,eff}}.$$

Hierbei muß der Mittelwert der Betonzugfestigkeit berücksichtigt werden, da die Steifigkeiten über einen Bereich vom mittleren Verhalten der Baustoffe abhängig sind.

Durch Gleichsetzen

$$-\frac{N_c}{E_a \cdot A_a} + \frac{M}{E_a \cdot I_a} \cdot z_2 - \frac{N_c \cdot z_2^2}{E_a \cdot I_a} = \frac{N_c}{E_s \cdot A_s} - \beta \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \varrho_{s,eff}}$$

und mit  $E_s \approx E_a$  folgt daraus

$$N_c \cdot \frac{A_a I_a + A_s I_a + z_2^2 \cdot A_s \cdot A_a}{A_s \cdot A_a \cdot I_a} = \frac{M}{I_a} \cdot z_2 + \beta \cdot \frac{f_{ct,m}}{\varrho_{s,eff}}.$$

Mit den Querschnittswerten des reinen Zustand II

$$\begin{aligned} A_2 &= A_a + A_s \\ I_2 &= I_a + \frac{A_s \cdot A_a}{A_2} \cdot z_2^2 \end{aligned}$$

folgt

$$\begin{aligned} N_c \cdot \frac{A_2 \cdot I_2}{A_s \cdot A_a \cdot I_a} &= \frac{M}{I_a} \cdot z_2 + \beta \cdot \frac{f_{ct,m}}{\varrho_{s,eff}} \\ \alpha &= \frac{A_2 I_2}{A_a I_a} \\ N_c &= \frac{M}{I_2} \cdot \frac{z_2 \cdot A_a}{A_2} \cdot A_s + \beta \cdot \frac{f_{ct,m}}{\alpha \cdot \varrho_{s,eff}} \cdot A_s \\ &= \frac{M}{I_2} \cdot z_{2,s} \cdot A_s + \beta \cdot \frac{f_{ct,m}}{\alpha \cdot \varrho_{s,eff}} \cdot A_s. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich schließlich die Stahlspannung im Riß unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen zu

$$\sigma_{s2} = \frac{N_c}{A_s} = \frac{M}{I_2} \cdot z_{2,s} + \beta \cdot \frac{f_{ct,m}}{\alpha \cdot \varrho_{s,eff}}. \quad (5.28)$$

Die Stahlspannung ergibt sich also entsprechend dem reinen Zustand II Querschnitt plus einem additiven Glied, das sich aus der versteifenden Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ergibt.

In Eurocode 4 Teil 1 ist  $\beta = 0,4$  konstant entsprechend einer kurzzeitigen Belastung nach dem vereinfachten Ansatz gegeben.

### 5.4.3 Rißbreite bei kurzzeitiger Belastung ohne Einfluß des Schwindens

Ausgehend von einem bereits vorhandenen Riß kann sich der nächste Riß frühestens in einem Abstand entsprechend der 1,0-fachen Einleitungslänge  $l_t$  bilden. Die Einleitungslänge ist notwendig, um die effektive Betonzugfläche  $A_{c,eff}$  unmittelbar um die Bewehrungsstäbe durch die bis dahin über Verbundspannungen in den Beton eingeleitete Zugkraft zum Reißen zu bringen.

Die Berechnung der *tatsächlichen* Einleitungslänge wird dadurch erschwert, daß der Verlauf und die Größe der Verbundspannungen sowie die Betonzugfestigkeit nicht genau bekannt sind. Die Größe der effektiven Betonzugfläche ist ebenfalls nur näherungsweise bekannt. Der endgültige Trennriß entwickelt sich aus einer örtlich begrenzten Rißzone heraus, die durch eine erhöhte Aufweitung und Neubildung von Mikrorissen gekennzeichnet ist. Über diese Rißzone mit sehr kleinen Rißbreiten ( $< \frac{1}{100}$  mm) können noch Spannungen in Höhe der axialen Zugfestigkeit übertragen werden. Dies führt zu einer völligen Spannungsverteilung im unmittelbaren Bereich um die Bewehrungsstäbe, die von der nach der E-Theorie deutlich abweicht. Die Rißzonen bilden sich an den schwächsten Stellen im Gefüge des Betons. Desweiteren stellen Querbewehrungsstäbe im gezogenen Beton Kerben dar, die für den

Rißabstand bestimmend sein können. Mithin kann die Berechnung der Einleitungslänge nur den Charakter einer Abschätzung haben.

Zur Berechnung der Einleitungslänge wird das Gleichgewicht am Ersatzstab mit der Querschnittsfläche  $A_{c,eff}$  betrachtet (Abb.5.53). Um zu einer oberen Abschätzung zu kommen, werden der Mittelwert der Betonzugfestigkeit  $f_{ct,m}$  und der untere Fraktilwert für die mittlere konstante Verbundspannung  $\tau_{bk}$  zugrunde gelegt.

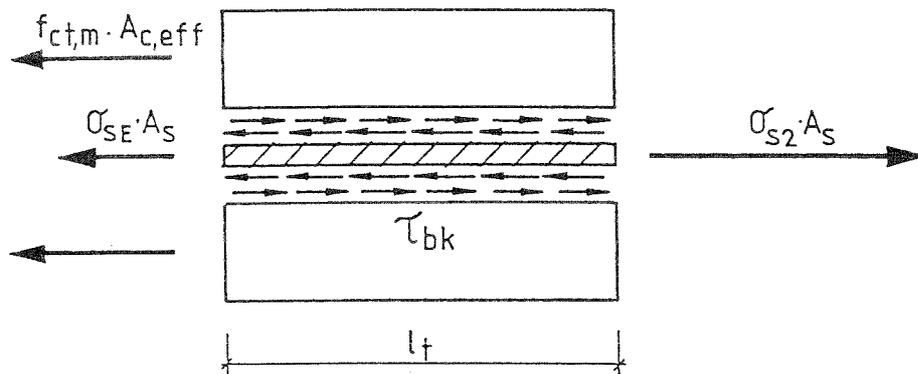


Abbildung 5.53: Gleichgewicht am Zugstabelement

$$l_t = \frac{f_{ct,m} \cdot A_{c,eff}}{\tau_{bk} \cdot \sum u}$$

mit  $A_{c,eff} = 2,5 \cdot (h_c - d) \cdot b \leq \frac{h_c}{2} \cdot b$  (5.29)

$$\sum u = A_s \cdot \frac{4}{d_s} \quad \text{Summe der Stabumfänge}$$

$$l_t = \frac{f_{ct,m} \cdot A_{c,eff} \cdot d_s}{4 \cdot \tau_{bk} \cdot A_s}$$

$$= \frac{f_{ct,m} \cdot d_s}{4 \cdot \tau_{bk} \cdot \rho_{s,eff}} \quad (5.30)$$

Beim abgeschlossenen Erstrißbild beträgt der kleinste Rißabstand der 1-fachen und der größte Rißabstand der 2-fachen Einleitungslänge. Bei einer Rißtheorie mit konstanter Verbundspannung tritt keine sukzessive Rißteilung nach Erreichen des abgeschlossenen Erstrißbildes mehr auf, eine Näherung, die für den maximalen Rißabstand auf der sicheren Seite liegt. Das abgeschlossene Rißbild ist dann mit dem abgeschlossenen Erstrißbild erreicht. Der maximale Rißabstand beträgt mithin für das abgeschlossene Rißbild

$$s_{r,max} = 2 \cdot l_t.$$

Nachfolgend werden die Beziehungen zur Berechnung der maximalen Rißbreite für das abgeschlossene Rißbild hergeleitet. Dabei wird vom maximalen Rißabstand und vom unteren Fraktilwert der Verbundspannungen ausgegangen (Abb.5.54).

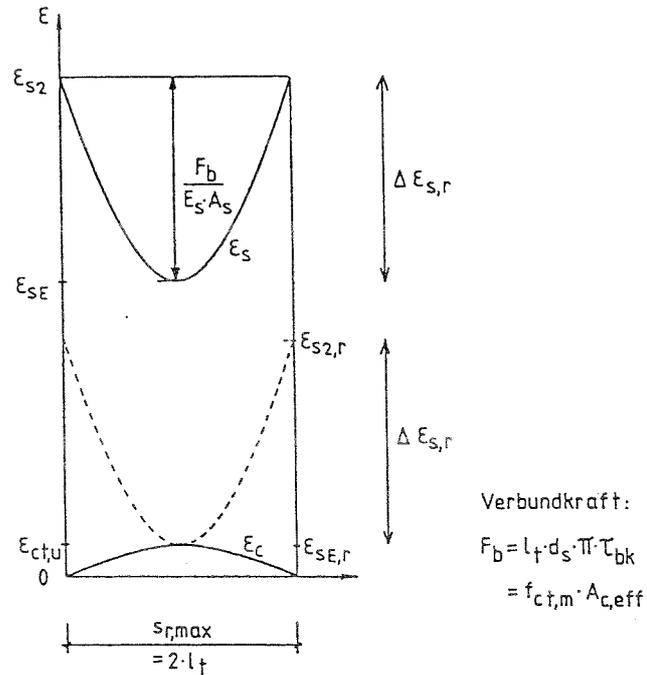


Abbildung 5.54: Verlauf der Dehnungen beim abgeschlossenen Rissbild

$$\begin{aligned}
 w_k &= s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \\
 &= 2 \cdot l_t \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \\
 \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= (\varepsilon_{s2} - \beta \cdot \Delta\varepsilon_{sr}) - \beta \cdot \varepsilon_{ct,u} \\
 \Delta\varepsilon_{sr} &= \frac{F_b}{E_s \cdot A_s} = \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \rho_{s,eff}} \\
 \varepsilon_{ct,u} &= \frac{f_{ct,m}}{E_{cm}} = \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \rho_{s,eff}} \cdot \alpha_e \cdot \rho_{s,eff} \\
 \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \left( \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \beta \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \rho_{s,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,eff}) \right). \tag{5.31}
 \end{aligned}$$

Daraus folgt

$$w_k = \frac{f_{ct,m} \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{bk} \cdot \rho_{s,eff}} \cdot \left[ \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \beta \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \rho_{s,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,eff}) \right].$$

Bei der Berechnung der Einleitungslänge kann wieder  $\tau_{bk} = 1,8 \cdot f_{ct,m}$  gesetzt werden. Bei einer *kurzzeitigen Belastung* gilt  $\beta = 0,6$ .

$$w_k = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{s,eff}} \cdot \left[ \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0,6 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \rho_{s,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,eff}) \right]$$

bzw.

$$\boxed{w_k \approx \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{s,eff}} \cdot \left[ \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0,6 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \rho_{s,eff}} \right]} \tag{5.32}$$

#### 5.4.4 Rißbreite unter Berücksichtigung von Langzeiteinflüssen

Wird zusätzlich der Einfluß des Schwindens berücksichtigt, ändern sich die Dehnungen im Beton (Abb.5.55).

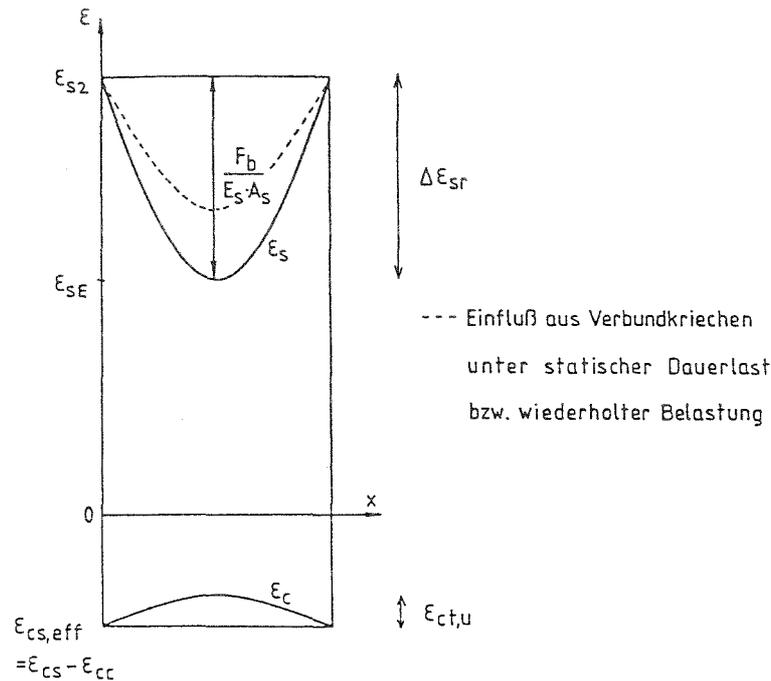


Abbildung 5.55: Verlauf der Dehnungen beim abgeschlossenen Rißbild mit Einfluß des Schwindens

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = (\varepsilon_{s2} - \beta \cdot \Delta\varepsilon_{sr}) - (\varepsilon_{cs,eff} + \beta \cdot \varepsilon_{ct,u})$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \left[ \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \beta \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \varrho_{s,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \varrho_{s,eff}) - \varepsilon_{cs,eff} \right] \quad (5.33)$$

Daraus folgt mit  $\beta = 0,6$  für eine kurzzeitig einwirkende Belastung:

$$w_k = \frac{d_s}{3,6 \cdot \varrho_{s,eff}} \cdot \left[ \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0,6 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \varrho_{s,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \varrho_{s,eff}) - \varepsilon_{cs,eff} \right]$$

$$w_k \approx \frac{d_s}{3,6 \cdot \varrho_{s,eff}} \cdot \left[ \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0,6 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \varrho_{s,eff}} - \varepsilon_{cs,eff} \right] \quad (5.34)$$

Diese Beziehung kann für die Berechnung der Rißbreiten bei Stahlverbundträgern verwendet werden, bei denen sich zunächst ein Eigenspannungszustand aus Schwinden im Querschnitt aufgebaut hat und die anschließend einer Momentenbeanspruchung unterworfen werden, bei der sich ein abgeschlossenes Rißbild einstellt. Derartige Verhältnisse sind zum Beispiel bei der Nachrechnung von Versuchsträgern gegeben.

Wirkt dagegen die Lastbeanspruchung dauernd ein, kommt es durch das Verbundkriechen zu einer Abnahme der versteifenden Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Bei gleichbleibender Belastung kommt es dabei nicht unbedingt zur Bildung weiterer Risse, da die Schwächung des Verbundes infolge Verbundkriechens in der Regel den Abfall der Betonzugfestigkeit unter Dauerlast überwiegt. Den gleichen Effekt hat eine wiederholte Belastung.

Daher wird der Rißabstand aus der Erstbelastung beibehalten, aber die mittlere Stahldehnung wird mit einer verringerten Verbundkraft berechnet. Rechnerisch geschieht dies durch eine Reduzierung von  $\beta$ . Nach dem CEP-FIP Model Code 90 gilt für langandauernde und wiederholte Belastungen

$$\beta = 0,38.$$

Daraus folgt für *langandauernde* und *wiederholte* Belastung:

$$w_k = \frac{d_s}{3,6 \cdot \varrho_{s,eff}} \cdot \left[ \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0,38 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \varrho_{s,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \varrho_{s,eff}) - \varepsilon_{cs,eff} \right]$$

$$\boxed{w_k \approx \frac{d_s}{3,6 \cdot \varrho_{s,eff}} \cdot \left[ \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \varrho_{s,eff}} - \varepsilon_{cs,eff} \right]} \quad (5.35)$$

Die Schwächung des Verbundes führt auch zu einer Reduzierung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen und damit zu einer Abnahme der Zugkraft im Betongurt. Bei dem vereinfachten Ansatz für die mittlere Stahldehnung

$$\varepsilon_{s,m} = \varepsilon_{s2} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \varrho_{s,eff}}$$

folgt für langandauernde und wiederholte Belastung

$$\varepsilon_{s,m} = \varepsilon_{s2} - 0,25 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \varrho_{s,eff}}. \quad (5.36)$$

## 5.5 Zum Ansatz der mittragenden Gurtbreite

Die mittragende Gurtbreite ist in DIN 1075 für Betonbrücken [89] und in DIN 18809 für Stahlbrücken [90] geregelt. Eine einfache Regelung für Verbundträger enthält Eurocode 4, Teil 1.

Für die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist es wichtig, die Steifigkeit des gerissenen Betongurtes möglichst wirklichkeitsnah zu erfassen. Nur so können die Stahlspannungen in der Bewehrung für den Nachweis der Rißbreitenbeschränkung zutreffend bestimmt werden. Neben der versteifenden Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ist hier die mittragende Gurtbreite von großem Einfluß.

Der Betongurt wird durch die in der Verbundfuge eingeleiteten Schubkräfte als Scheibe beansprucht. Mit wachsender Entfernung vom Steg nehmen die Längsdehnungen mehr und mehr ab und es entsteht ein gegen die äußeren Gurtränder hin abklingender Spannungszustand. Die Annahme vom Ebenbleiben des Querschnitts ist nicht mehr gültig. Die Berechnung nach der elementaren Biegetheorie würde zu geringe Spannungen ergeben. Diese Art der Berechnung kann jedoch beibehalten werden, wenn anstelle der tatsächlichen Gurtbreite

die verringerte mittragende Gurtbreite angesetzt wird. Die mittragende Gurtbreite ist im allgemeinen längs des Trägers nicht konstant sondern veränderlich. Sie hängt u.a. von den Spannweiten und der Art der Belastung ab. Sie kann nach Abb.5.56 aus dem Gleichgewicht der Kräfte im Gurt berechnet werden.

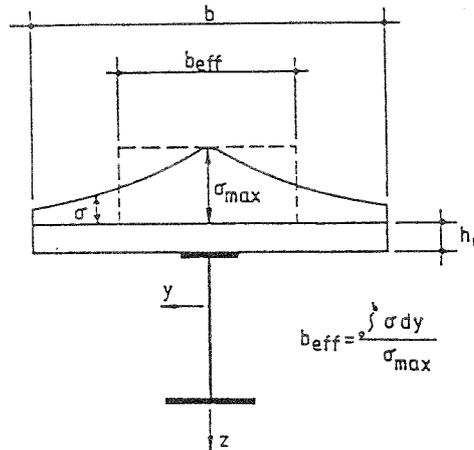


Abbildung 5.56: Definition der mittragenden Breite mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingung

Bei linear elastischem Baustoffverhalten ist die mittragende Gurtbreite unabhängig von der Höhe der Beanspruchung. Bei einem Betongurt, der in den gerissenen Zustand übergeht, über den Bereich der Erstrißbildung bis hin zum abgeschlossenen Rißbild, trifft dies jedoch nur noch näherungsweise zu.

In [91] wird die mittragende Gurtbreite auf den reinen Zustand II Querschnitt bezogen. Sie kann dadurch unter niedrigem Beanspruchungsniveau im Stadium der Rißbildung größer als die geometrische Breite werden und ist damit stark abhängig von der Höhe der Beanspruchung.

Für die Anwendung ist es jedoch zweckmäßiger, den Einfluß der Rißbildung bei den Werkstoffgesetzen zu berücksichtigen und mit der mittragenden Gurtbreite nur die Schubweichheit der Scheibe zu erfassen. Bei den nachfolgenden Versuchsnachrechnungen wird die mittragende Gurtbreite näherungsweise nach Eurocode 4, Teil 1 ([38]) für alle Laststufen konstant angesetzt.

## 5.6 Vergleich mit Versuchsergebnissen

### 5.6.1 Allgemeines

Die nachfolgend verwendeten Versuchsergebnisse wurden freundlicherweise vom Institut für konstruktiven Ingenieurbau II der Ruhr-Universität Bochum (Prof. Dr.-Ing. K. Roik, Dr.-Ing. G. Hanswille) zur Verfügung gestellt.

Viele der Versuchsträger wiesen bereits bei Versuchsbeginn im ungerissenen Zustand einen ausgeprägten Eigenspannungszustand aus Schwinden auf. Sofern bei den Versuchsträgern

das Schwindmaß nicht angegeben war, wurde es nach DIN 4227 berechnet. Der primäre Eigenspannungszustand aus Schwinden wurde nach Trost berechnet, wobei die Kriechzahl nach DIN 4227 angesetzt wurde. Für die Rißbreitenberechnung wurde das Schwindmaß ( $\varepsilon_{cs}$ ) um die Fließdehnung des Betons ( $\varepsilon_{cc}$ ) reduziert ( $\varepsilon_{cs,eff} = \varepsilon_{cs} - \varepsilon_{cc}$ ).

Die Betonzugfestigkeit wurde mit Hilfe der Beziehungen nach Heilmann (Abschn. 2.3.1) aus der für die Versuchsträger angegebenen mittleren Würfeldruckfestigkeit berechnet.

$$f_{ct,m} = 0,24 \cdot f_{cm,cube\ 200}^{\frac{2}{3}}$$

ggf.

$$f_{cm,cube\ 200} = 0,95 \cdot f_{cm,cube\ 150}$$

Zur Berücksichtigung des nichtlinearen Eigenspannungsanteils aus Schwinden im Betongurt wurde eine Reduktion der Rißschnittgrößen mit dem Faktor  $k = 0,8$  vorgenommen. Der Maßstabeffekt ( $1 + \lambda$ ), der zu einer Vergrößerung der Rißschnittgrößen führt, wurde nach Abb.2.8 berücksichtigt. Daraus wurde die wirksame Betonzugfestigkeit

$$f_{ct,eff} = k \cdot (1 + \lambda) \cdot f_{ct,m}$$

ermittelt, woraus das Rißmoment ( $M_r$ ) folgt. Bis zum Erreichen des Rißmoments ( $M \leq M_r$ ) sind die Beziehungen für den Einzelriß maßgebend. Nach Überschreiten des Rißmoments ( $M > M_r$ ) erfolgt die Berechnung der Rißbreiten mit den Beziehungen für das abgeschlossene Rißbild.

Für das abgeschlossene Rißbild wurden die Spannungen in der Bewehrung vergleichsweise mit den Steifigkeiten des Betongurtes nach Zustand I, nach reinem Zustand II sowie nach Zustand II unter Berücksichtigung der versteifenden Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen berechnet. Dabei wurde sowohl der Ansatz nach dem Model Code 78 (MC 78) als auch nach dem Model Code 90 (MC 90) berücksichtigt (Abschn.3.1).

### 5.6.2 Kurzzeitversuche

#### a) Versuche von Johnson und Allison

Johnson und Allison führten an insgesamt acht Verbundträgern Versuche mit Rißbreitenmessungen in Bereichen mit konstanter Momentenbeanspruchung durch [92], [93]. In einer weiteren Veröffentlichung von Johnson und Randl [94] werden die Erstrißbreiten analysiert. Die Versuche sind gut dokumentiert. Für die Nachrechnungen wurden die Versuche UC6 und UC8 ausgewählt (Abb.5.57).

Die in England verwendeten Betonrippenstähe unterscheiden sich von den Bewehrungsstäben nach DIN 488 durch ihre Profilierung. Bei den für die Versuchsträger verwendeten Betonrippenstäben lag die bezogene Profilierung bei etwa  $f_R = 0,050$ . Daher wurde nach [95] die Verbundspannung für die Rißbreitenberechnung auf

$$\tau_{bk}^* = 0,85 \cdot \tau_{bk} = 0,85 \cdot 1,8 \cdot f_{ct,m}$$

reduziert.

Eine Besonderheit der Versuchsträger liegt darin, daß der Abstand der Längsbewehrungsstäbe mit 31,6cm sehr groß ist. Der Abstand der Querbewehrung betrug ca. 15cm. Diese

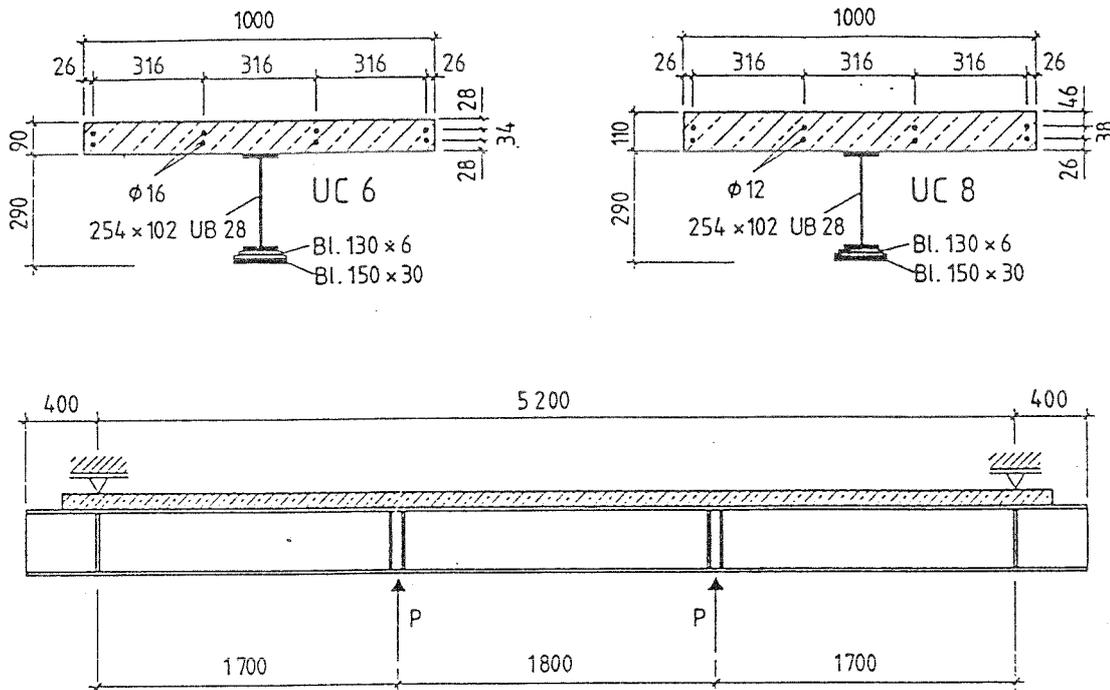


Abbildung 5.57: Versuchsträger UC6 und UC8

war innen angeordnet. Das Schwindmaß bei Versuchsbeginn lag in der Größenordnung von ca.  $-0,3 \cdot 10^{-3}$ .

Versuchsträger UC6 weist einen Bewehrungsgrad von  $\rho_s \approx 1,8\%$  auf. Die ersten Risse bildeten sich als durchgehende Trennrisse in großen Abständen, so daß keine gegenseitige Beeinflussung gegeben war.

Mit zunehmender Laststeigerung bildeten sich weitere kurze Risse unmittelbar über den Bewehrungsstäben. Aus diesen entwickelten sich jedoch nur noch wenige durchgehende Risse.

Im Bereich der Erstrißbildung betrug das Verhältnis der mittleren Rißbreite, gemessen zwischen den Stäben, zur mittleren Rißbreite, unmittelbar über den Stäben gemessen, ca. 1,55.

Der Vergleich zwischen den gemessenen und den rechnerischen Rißbreiten geht für Träger UC6 aus Abb.5.58 hervor. Der Einfluß aus der Steifigkeit des Betongurtes ist im Vergleich zwischen Zustand I und Zustand II sehr ausgeprägt.

Für den Träger UC6 ist auch die Anzahl und Verteilung der Kopfbolzendübel bekannt. Die Steifigkeit der verwendeten Dübel wird mit 650 kN/cm angegeben. Wie eine Vergleichsrechnung zeigt, fallen bei Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Dübel im Vergleich zum starren Verbund die Spannungen in der Bewehrung um nicht mehr als 4% ab.

Bei Versuchsträger UC8 beträgt der Bewehrungsgrad  $\rho_s = 0,8\%$ . Trotz dieses Bewehrungsgehaltes treten aufgrund der großen Stababstände bereits bei der Erstrißbildung Rißbreiten von ca. 0,4mm auf. Das abgeschlossene Rißbild ist in Abb.5.59 dargestellt. Aufgrund des

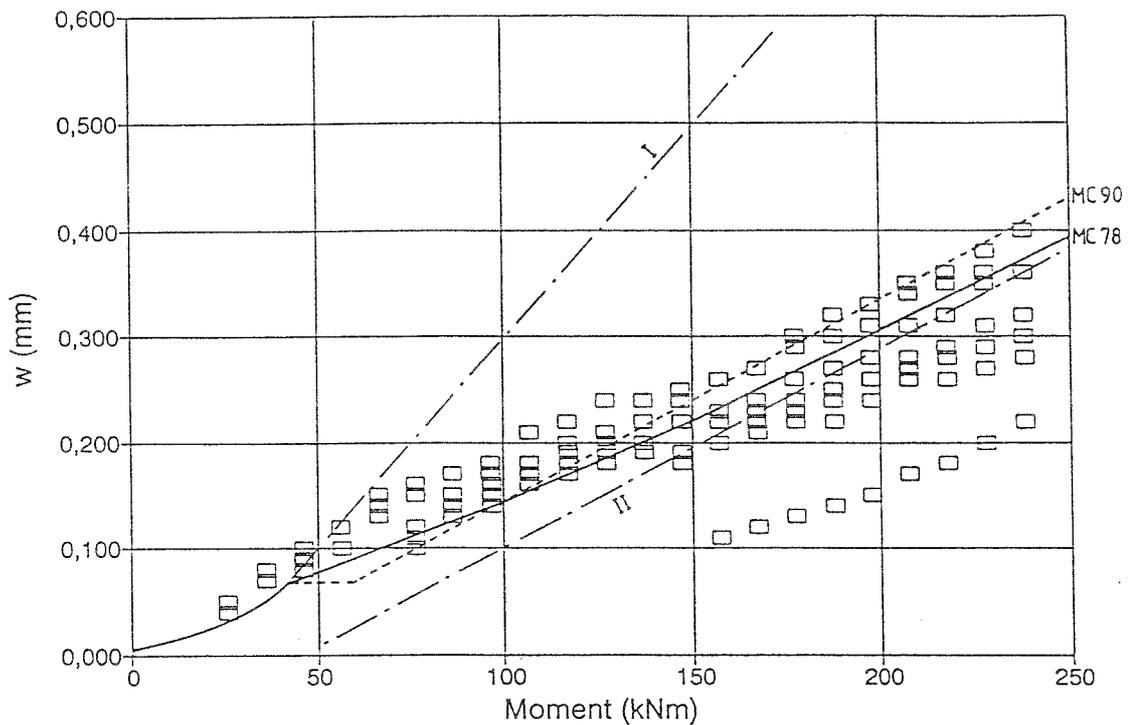


Abbildung 5.58: Vergleich zwischen den rechnerischen und gemessenen Rißbreiten bei Träger UC6

nur begrenzten Wirkungsbereiches der Bewehrungsstäbe treten zahlreiche kurze Risse nur unmittelbar über den Stäben auf.

Aus den Versuchsergebnissen läßt sich folgern, daß die maximalen Stababstände begrenzt werden sollten.

Aus dem unterschiedlichen Abstand der Kopfbolzendübel im Meßbereich, eine Hälfte  $e = 225\text{mm}$  und eine Hälfte  $e = 112,5\text{mm}$ , wurde kein Einfluß festgestellt. Der Vergleich zwischen den rechnerischen und den gemessenen Rißbreiten in Abhängigkeit vom Moment ist in Abb.5.60 enthalten.

Die direkte Gegenüberstellung zwischen den gemessenen  $w_{obs}$  und den rechnerischen Rißbreiten  $w_{cal}$  für beide Versuchsträger enthält Abb.5.61.

Insgesamt ergibt sich eine gute Abschätzung für die maximale Rißbreite.

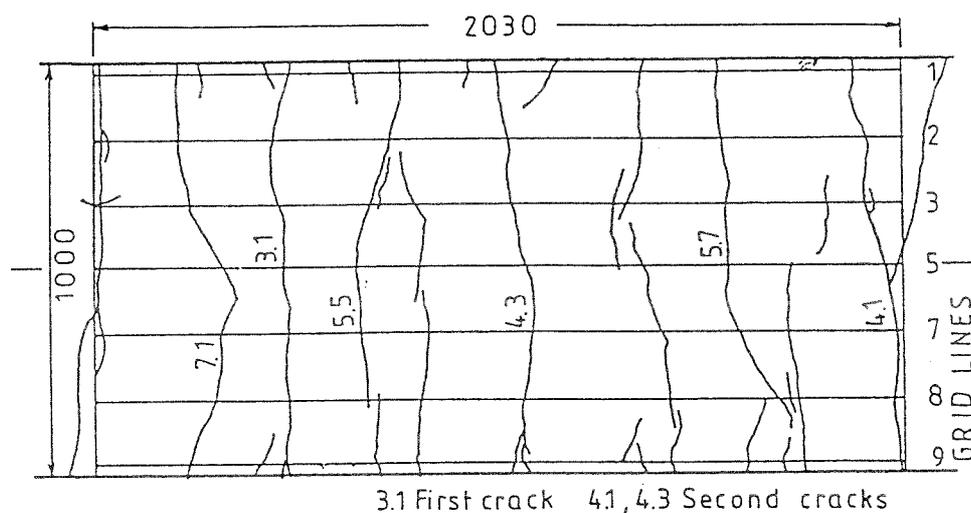


Abbildung 5.59: Abgeschlossenes Rißbild bei Träger UC8

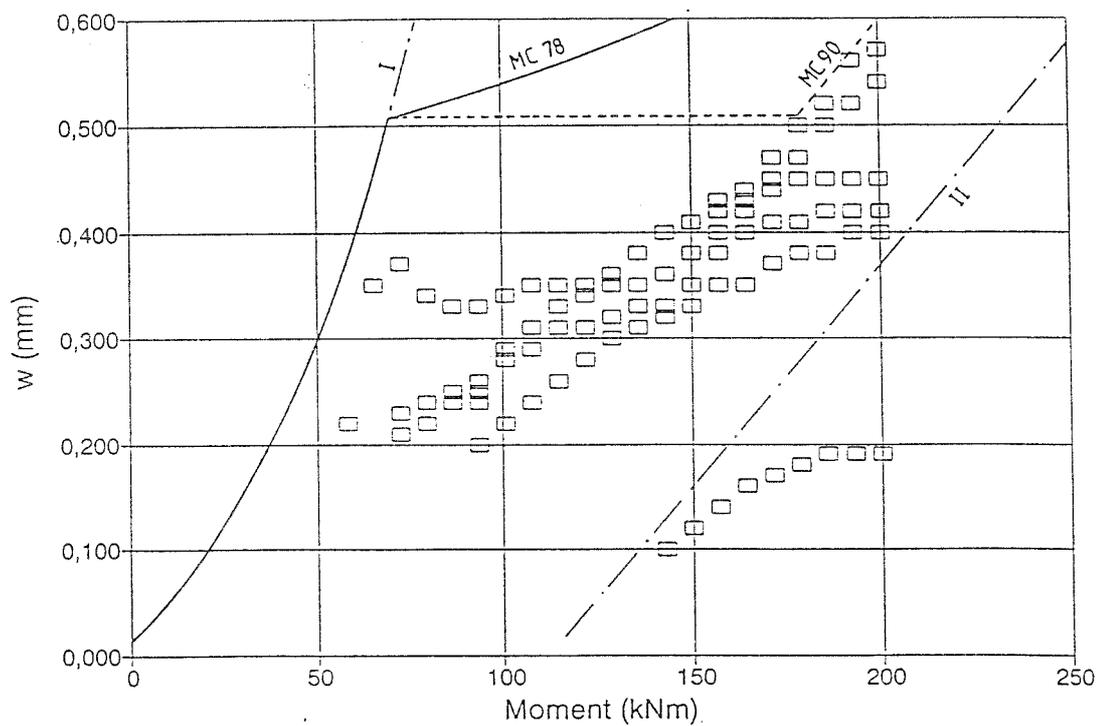


Abbildung 5.60: Vergleich zwischen den rechnerischen und gemessenen Rißbreiten bei Träger UC8

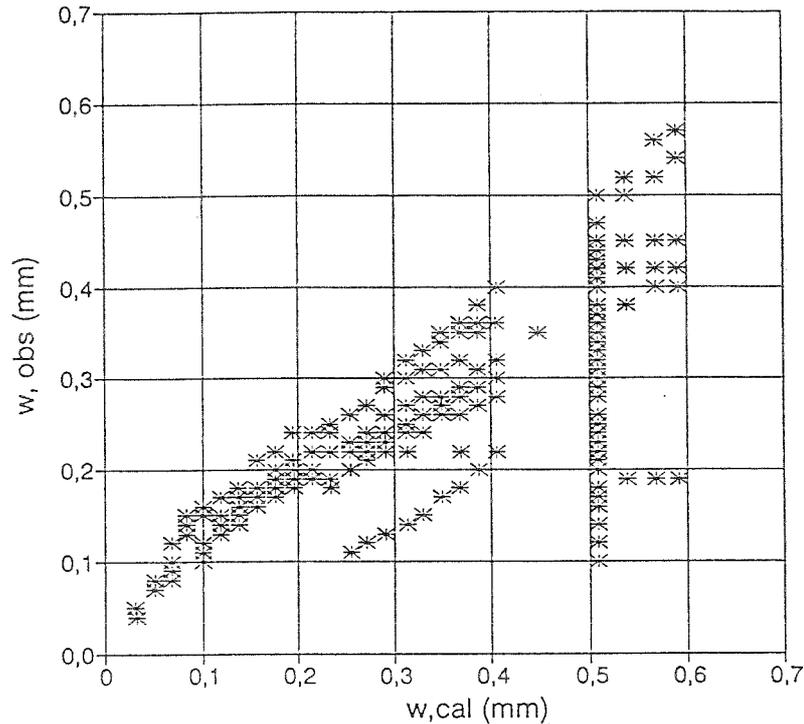


Abbildung 5.61: Auswertung für Träger UC6 und UCS (Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nach MC 90)

#### b) Versuche von Roik und Ehlert

Im Rahmen von Traglastversuchen an zweifeldrigen schlanken Verbundträgern führten Roik und Ehlert auch Rißbreitenmessungen durch [96], [97]. Abb.5.62 zeigt den Versuchsträger mit der Ausbildung des Querschnitts im Bereich des inneren Auflagers. Das Schwindmaß wurde an gesonderten Proben mit  $\varepsilon_{cs} = -0,16 \cdot 10^{-3}$  gemessen. Die Biegemomente wurden experimentell aus der Messung der Auflagerkräfte bestimmt. Für die Ermittlung der Betonstahlspannungen wurde die mitwirkende Gurtbreite nach Eurocode 4, Teil 1 angesetzt.

Die Rißbreiten wurden in drei Achsen jeweils 400mm links und rechts des inneren Auflagers gemessen. In der mittleren Achse wurde für die Bewehrung ein Vergleichsdurchmesser von 12mm angesetzt.

Die Übereinstimmung zwischen den gemessenen und den rechnerischen maximalen Rißbreiten ist hier sehr gut (Abb.5.63).

Der signifikante Einfluß aus der mitwirkenden Gurtbreite geht aus Abb.5.64 hervor. Die direkte Gegenüberstellung zwischen Rechenwerten und Meßwerten enthält Abb.5.65.

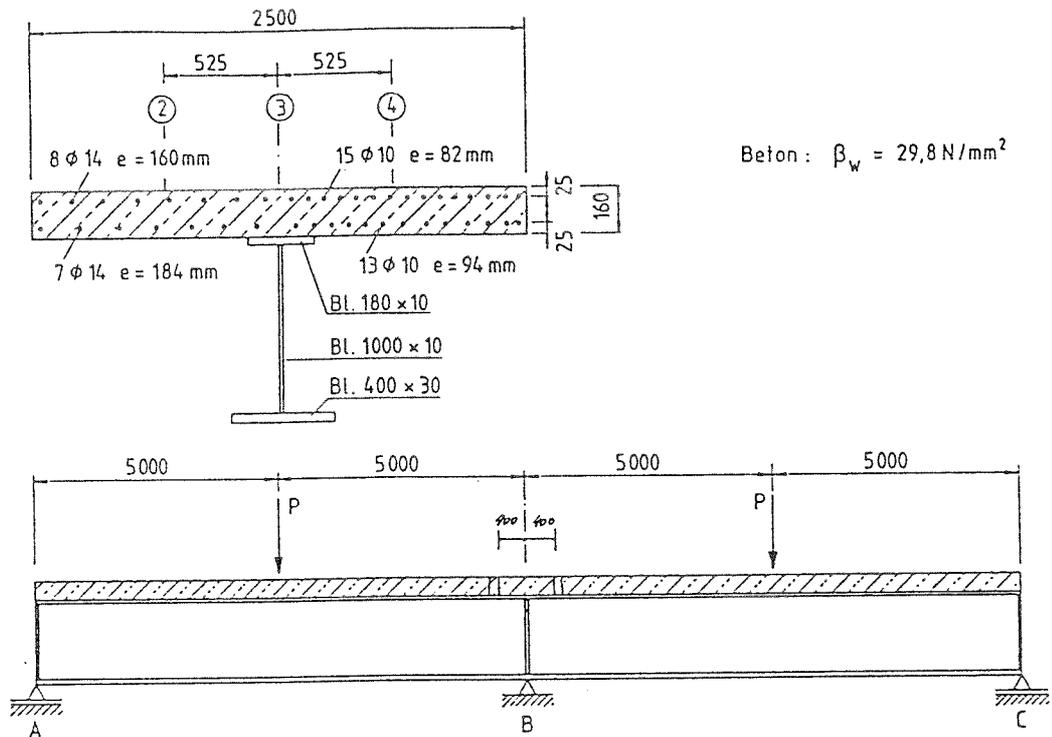


Abbildung 5.62: Versuchsträger von Roik und Ehlert

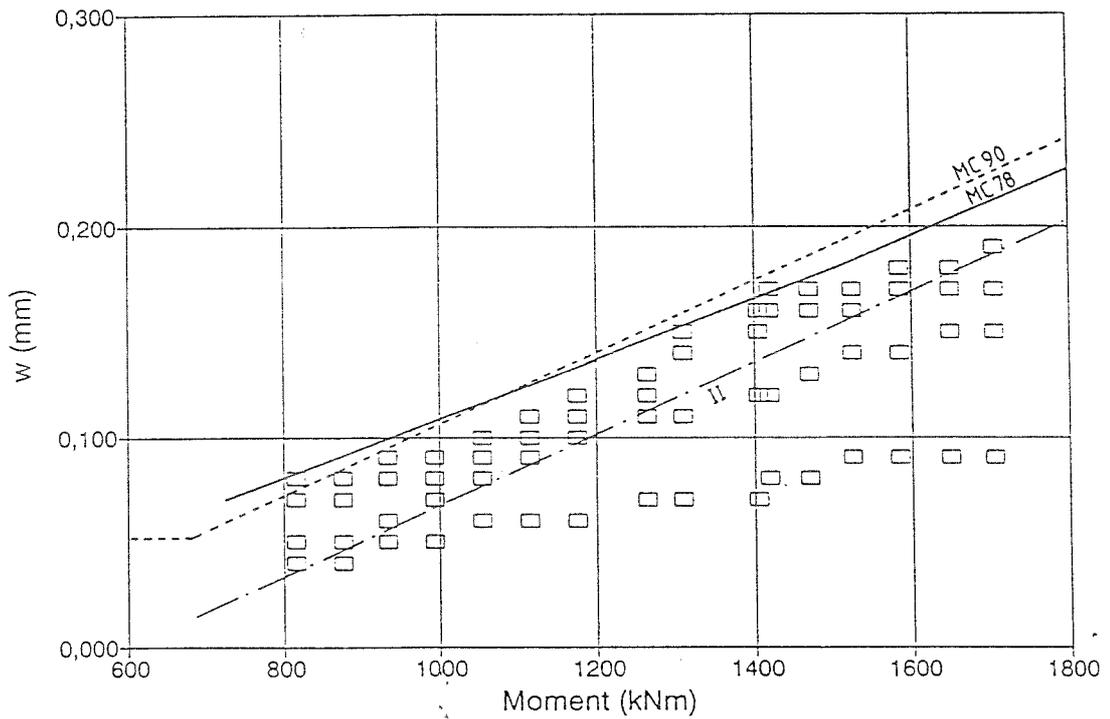


Abbildung 5.63: Vergleich zwischen den rechnerischen und gemessenen Rißbreiten in Achse 3

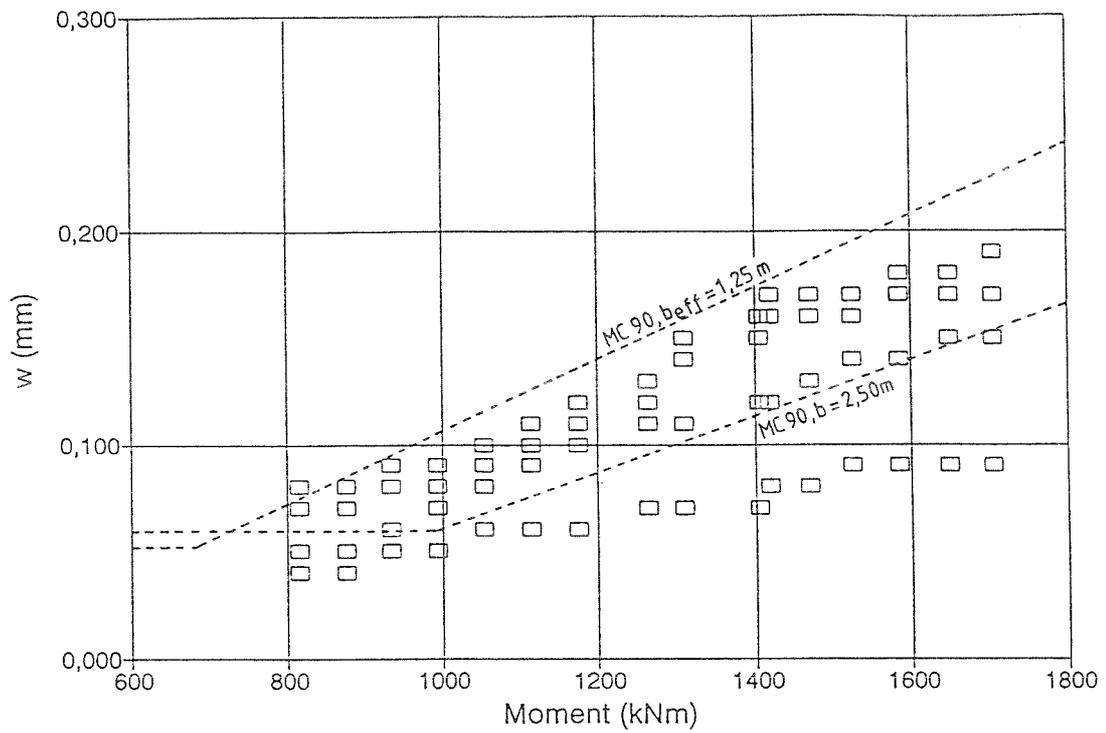


Abbildung 5.64: Einfluß der mittragenden Gurtbreite in Achse 3

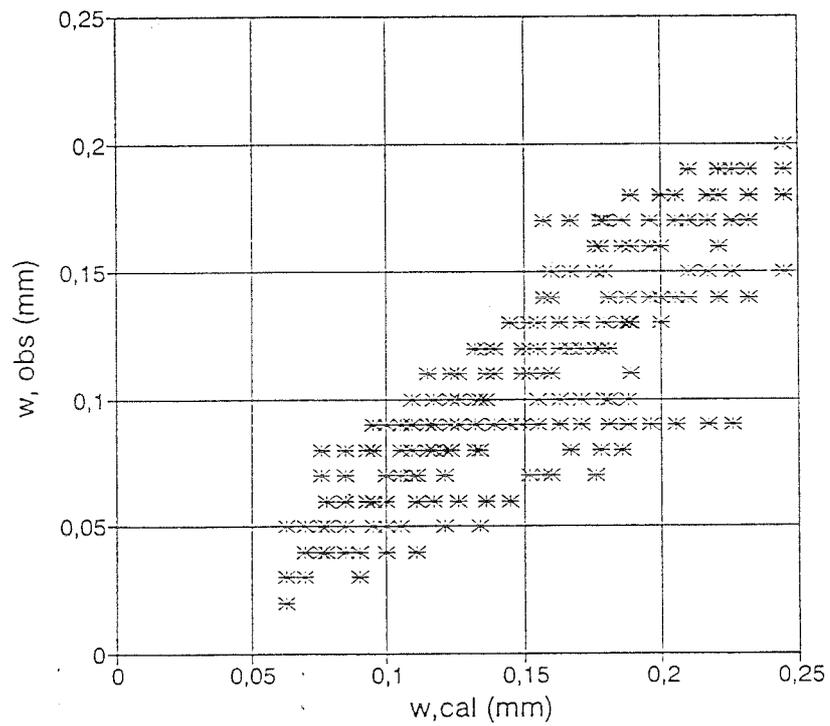


Abbildung 5.65: Auswertung für die Achsen 2, 3 und 4 (Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nach MC 90)

## c) Versuch von Leonhardt

Im Rahmen von Versuchen mit Biegeträgern zur Untersuchung des Verhaltens von Verbundträgern mit gerissenem Betongurt unter dynamischer Belastung wurden an dem in Abb.5.66 dargestellten Versuchsträger die Rißbreiten auch unter der Erstbelastung in einem Bereich von jeweils 1,0m links und rechts neben dem Auflager gemessen [98]. Abb.5.67 zeigt den Vergleich zwischen den gemessenen Rißbreiten und den Rechenwerten für die maximale Rißbreite in Abhängigkeit vom Biegemoment. Die Versuchswerte werden hier vergleichsweise weniger gut angenähert. Der Grund dafür liegt vermutlich in der vergleichsweise großen Betondeckung sowie der doppelten oberen Bewehrungslage. Der rechnerische maximale Rißabstand beträgt hier

$$s_{r,max} = \frac{d_s}{3,6 \cdot \varrho_{s,eff}} = \frac{18}{3,6 \cdot 0,034} = 150\text{mm}$$

mit  $\varrho_{s,eff} = \frac{61}{15 \cdot 120} = 0,034$

während beim Versuchsträger die Rißabstände 150 bis 250mm betragen.

Eine bessere Übereinstimmung mit den Versuchswerten ergibt sich, wenn der Vergleichsdurchmesser

$$d_{s,v} = 18 \cdot \sqrt{2}$$

zugrunde gelegt wird. Der maximale rechnerische Rißabstand ergibt sich dann zu

$$s_{r,max} = \frac{18 \cdot \sqrt{2}}{3,6 \cdot 0,034} = 210\text{mm}.$$

Damit ergibt sich bessere Übereinstimmung mit den Versuchswerten. (Abb.5.69).

Dies deutet darauf hin, daß bei der doppelten Bewehrungslage mit sehr kleinen Stababständen eine gegenseitige Beeinflussung der Bewehrungsstäbe gegeben ist, was sich mindernd auf den Verbund auswirkt.

Ergänzend sei noch angemerkt, daß bei den Einzelrißbreiten zwischen  $n = 0,5 \cdot 10^6$  und  $2 \cdot 10^6$  Lastwechseln eine Zunahme bis etwa 20% beobachtet wurde [98].

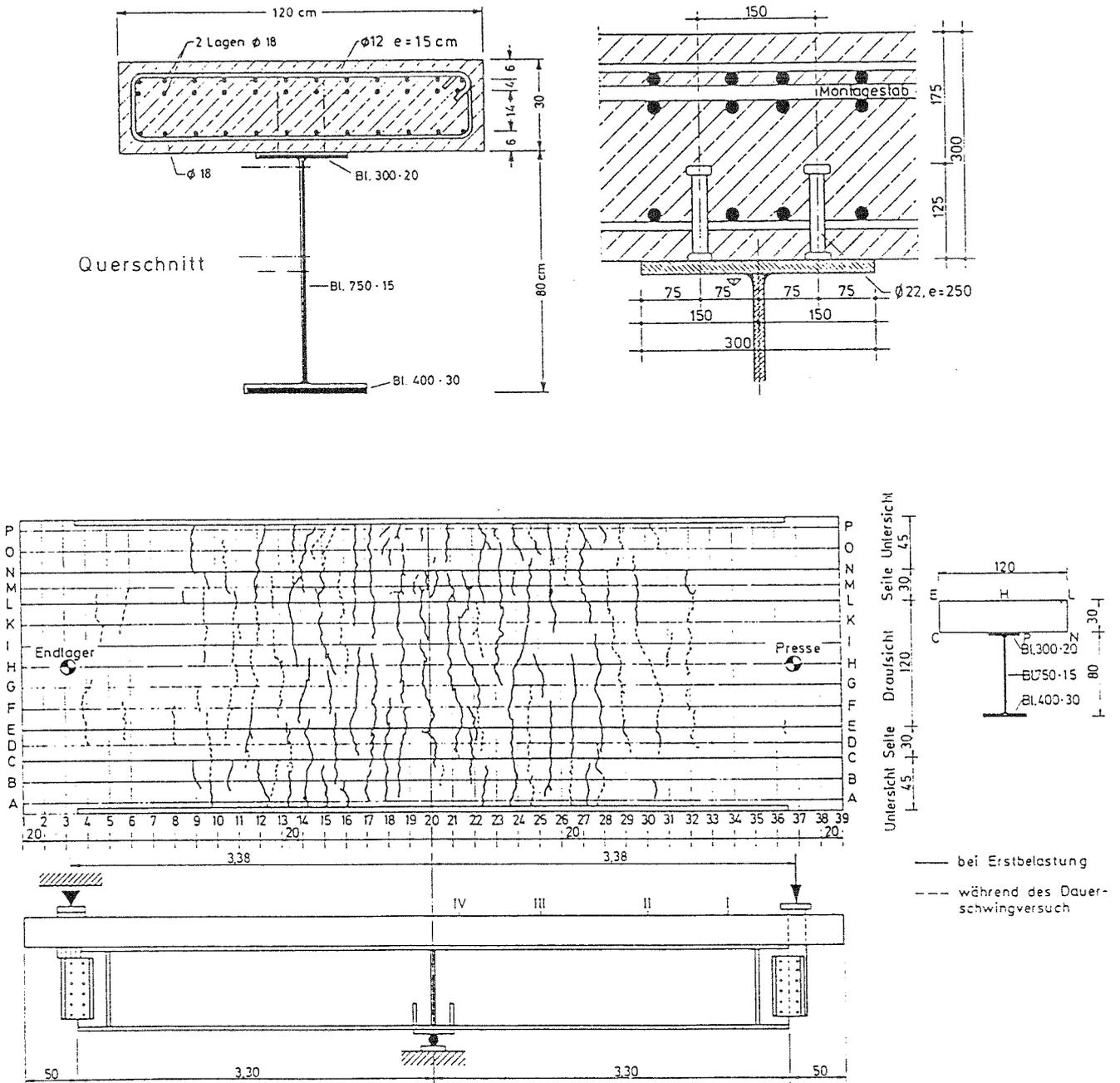


Abbildung 5.66: Versuchsträger von Leonhardt mit Rißbild der Gurtplatte

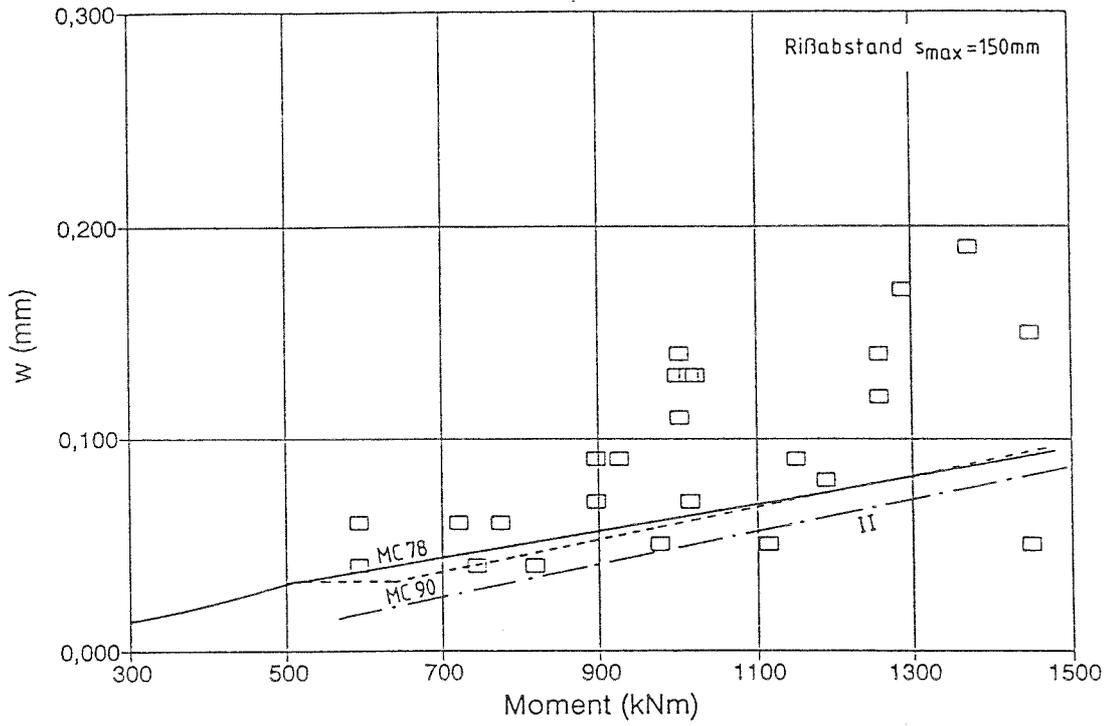


Abbildung 5.67: Vergleich zwischen den rechnerischen und gemessenen RiBbreiten

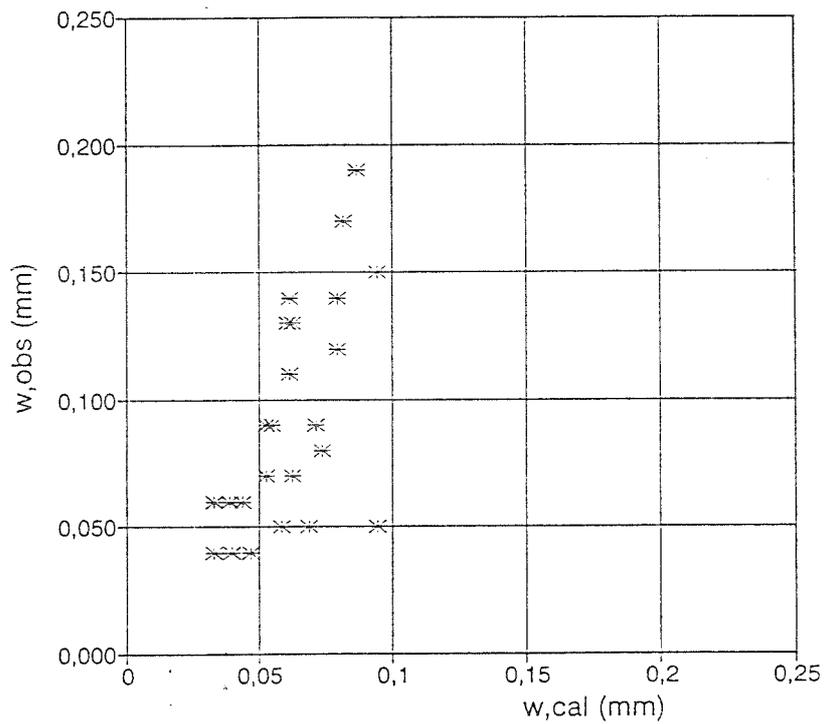


Abbildung 5.68: Auswertung für den Versuchsträger von Leonhardt ( $s_{r,max} = 150mm$ ) (Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nach MC 90)

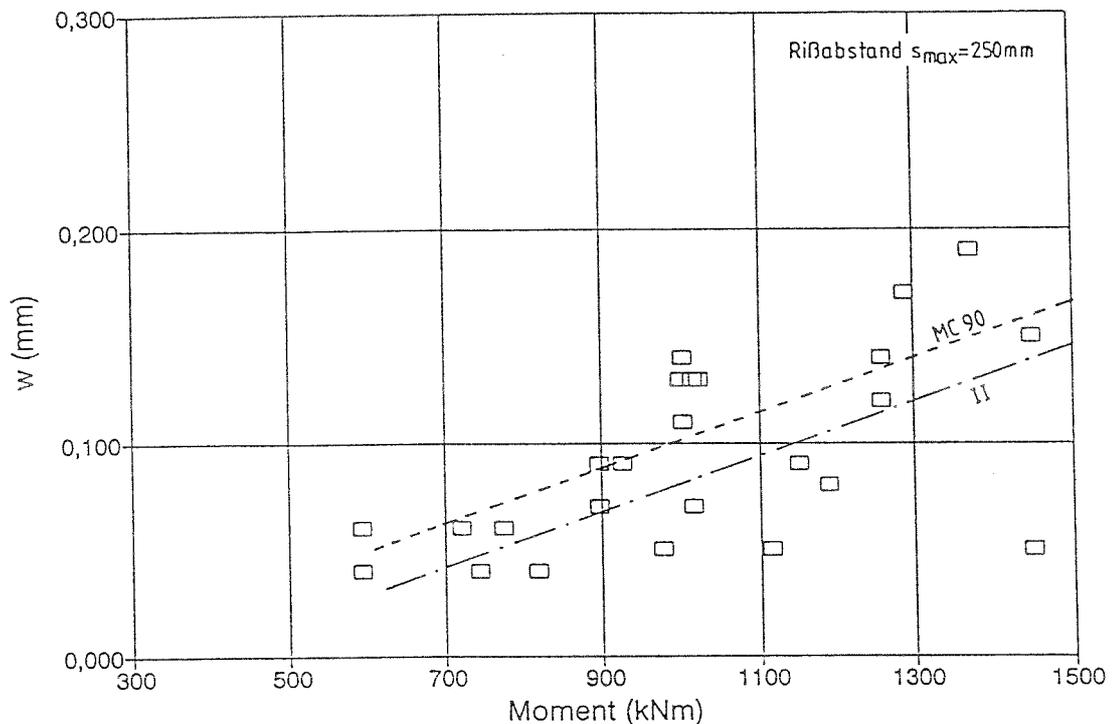


Abbildung 5.69: Vergleich zwischen den rechnerischen und gemessenen Rißbreiten auf der Grundlage des Vergleichsdurchmessers

#### d) Versuche von Roik, Hanswille und Uhlendahl

In [99] wird über die Untersuchung an vier Verbundträgern ( $2 \times$  Typ (a) und  $2 \times$  Typ (b)) berichtet. Bei den Trägern, die in Abb.5.70 dargestellt sind, wurde zunächst das Riß- und Verformungsverhalten unter Kurzzeitbelastung untersucht. Anschließend wurde an den Trägern Ia und Ib das Langzeitverhalten unter konstanter Dauerlast und an den Trägern IIa und IIb der Einfluß einer dynamischen Beanspruchung untersucht. Hierauf wird in Abschn. 5.6.3 eingegangen.

Neben den Rißbreiten, die mittels Rißlupe gemessen wurden, wurden u.a. auch die Dehnungen im Stahlträger gemessen, so daß die Momenten- Krümmungs-Beziehungen vorliegen.

Für die Versuchsträger Ia und IIa ist die Gegenüberstellung zwischen gemessener und rechnerischer Momenten-Krümmungs-Beziehung für den Bereich mit konstantem Moment in Abb.5.71 enthalten. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wurde sowohl nach dem CEB-FIP Model Code 78 (Eurocode 2, Teil 1) als auch nach dem Model Code 90 (Eurocode 4, Teil 1) angesetzt.

Der Ansatz nach Model Code 78 gibt für die Erstbelastung eine etwas bessere Übereinstimmung mit den Versuchswerten. Jedoch stellt auch der vereinfachte Ansatz nach Model Code 90 eine brauchbare Näherung dar, vor allem im Hinblick auf Wiederbelastungen.

Wie aus Abb.5.71 zu erkennen ist, wurden die Träger mehrfach belastet und wieder entlastet. Aus den Entlastungskurven geht eindeutig hervor, daß der primäre Eigenspannungszustand aus Schwinden durch Rißbildung vollständig abgebaut wird, wie dies in Abschn. 5.1.1 auf theoretischem Weg gezeigt wurde.

## Ausbildung der Stahlträger VT Ia, Ib sowie VT IIa, IIb

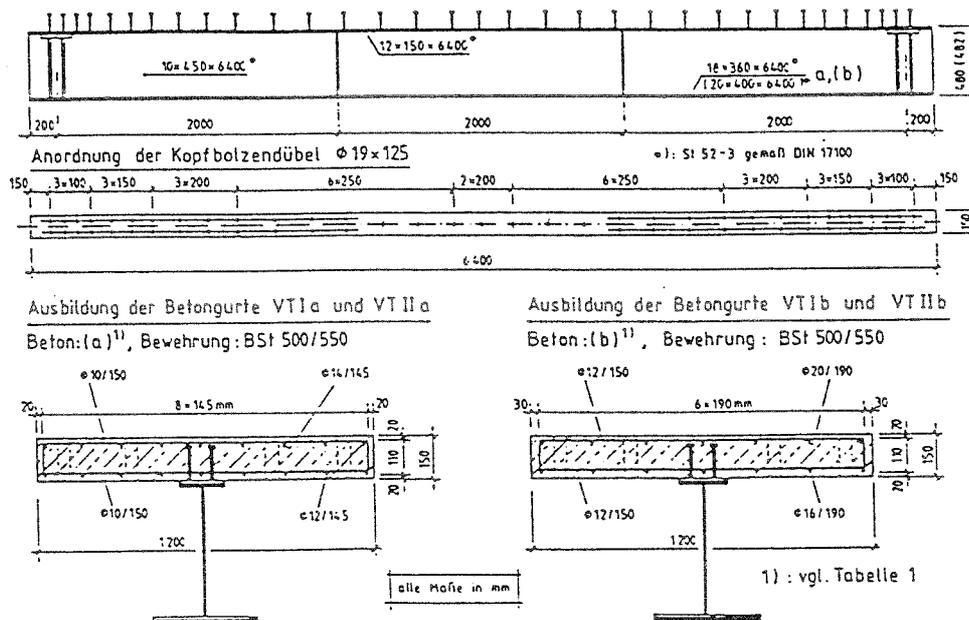


Abbildung 5.70: Ausbildung der Versuchsträger

Die Rißentwicklung ist beispielhaft für den Träger Ia in Abb.5.72 dargestellt. Bei allen vier Trägern bildeten sich die Risse im Abstand der Querbewehrung.

Die Abbildungen 5.73 bis 5.76 zeigen die Entwicklung der Rißbreiten unter zunehmender Momentenbeanspruchung im Versuch sowie die zugehörigen theoretischen Werte. Die berechneten Rißbreiten wachen deutlich stärker an als die gemessenen. Dies ändert sich, wenn anstelle der rechnerischen maximalen Rißabstände die tatsächlichen im Versuch beobachteten Rißabstände im Abstand der Querbewehrung der Rißbreitenberechnung zugrunde gelegt werden (Abb.5.78).

Der Einfluß des Schwindens geht aus Abb.5.79 hervor.

Als mittragende Gurtbreite wurde im Meßbereich mit konstantem Momentenverlauf die volle geometrische Breite angesetzt.

Eine Vergleichsrechnung unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Kopfbolzendübel ergab keinen nennenswerten Einfluß auf die Stahlspannung in der Bewehrung.

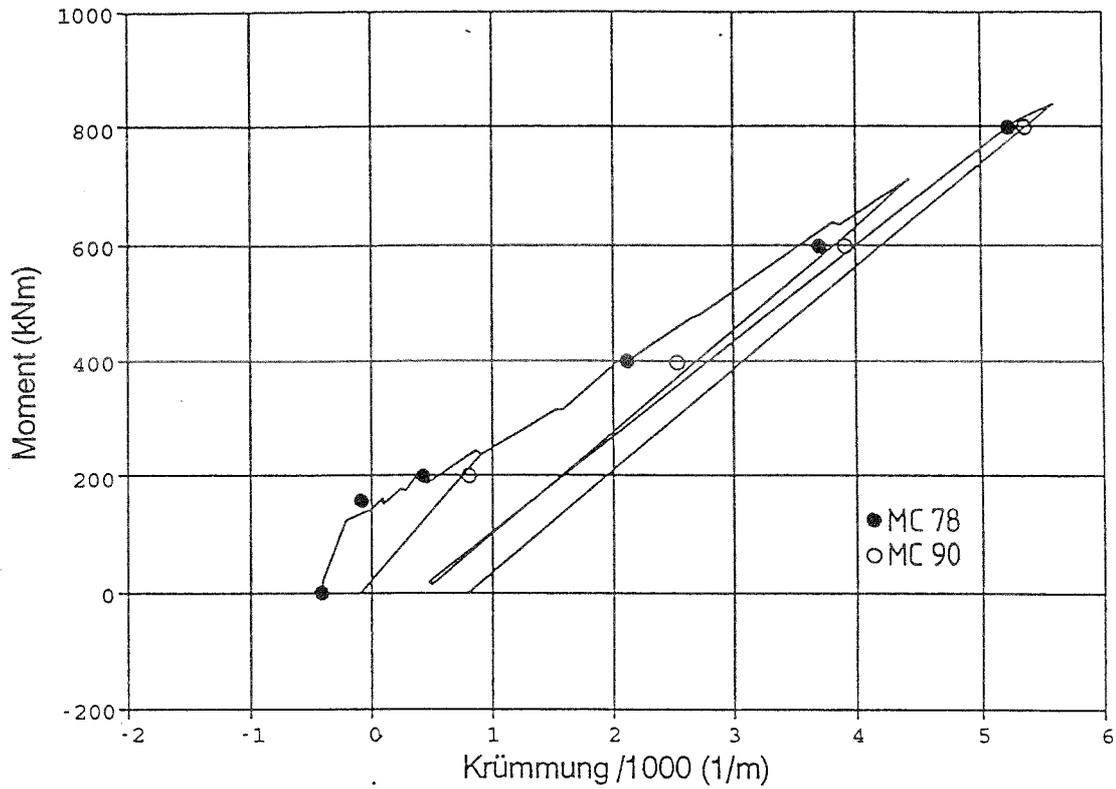


Abbildung 5.71: Vergleich zwischen der rechnerischen und gemessenen Momenten-Krümmungs-Beziehung bei Versuchsträger I a

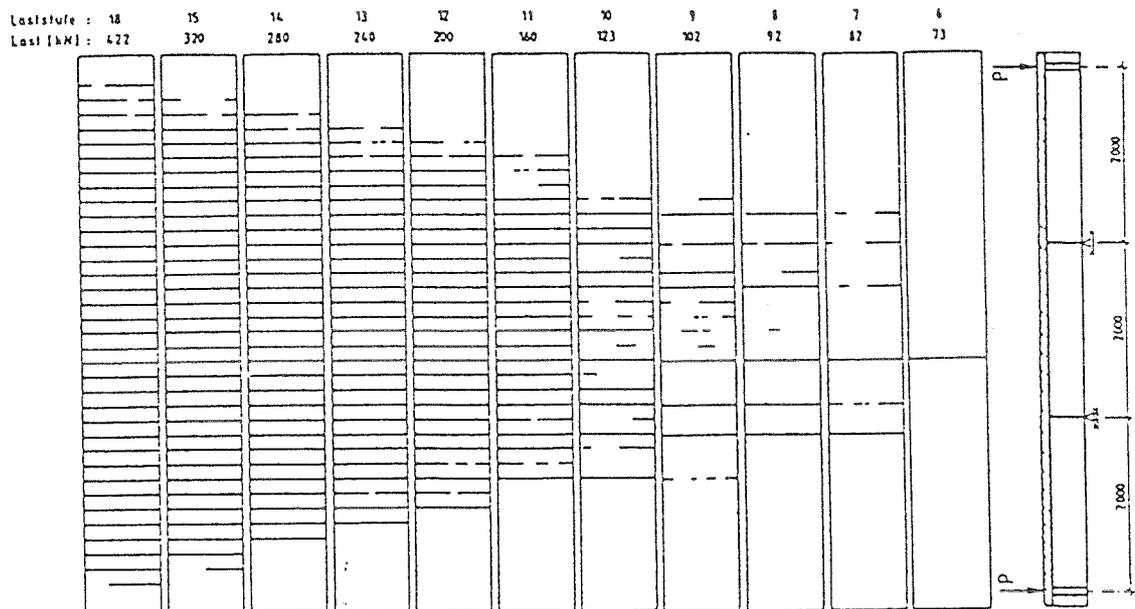


Abbildung 5.72: Rißbildentwicklung bei Versuchsträger I a

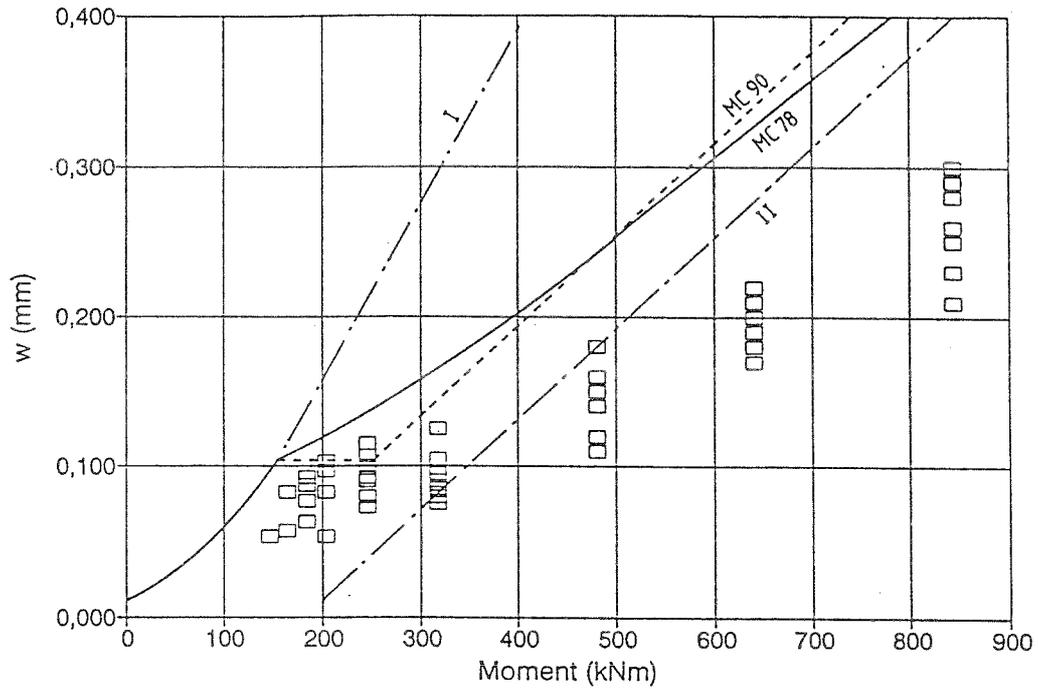


Abbildung 5.73: Vergleich zwischen den rechnerischen und gemessenen Rißbreiten, Versuchsträger Ia

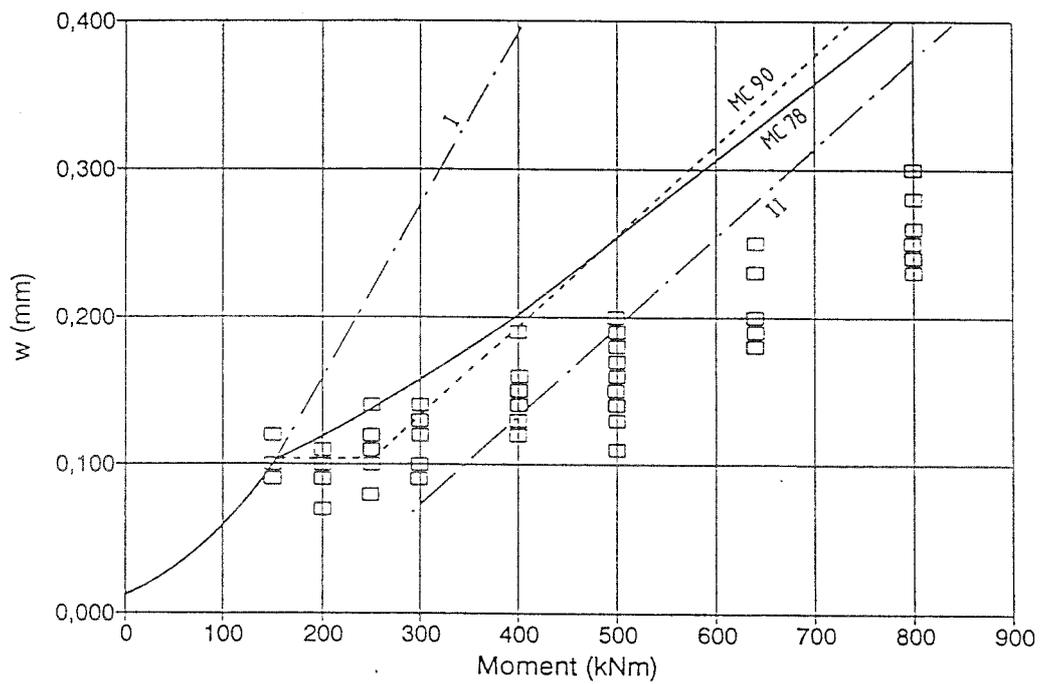


Abbildung 5.74: Vergleich zwischen den rechnerischen und gemessenen Rißbreiten, Versuchsträger IIa

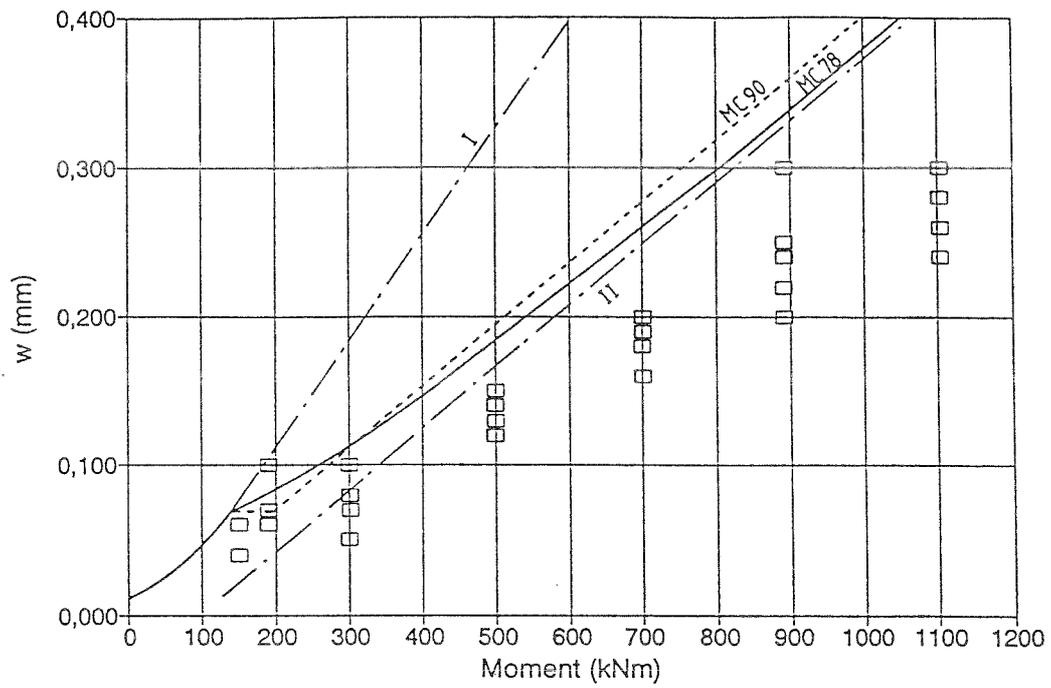


Abbildung 5.75: Vergleich zwischen den rechnerischen und gemessenen Rißbreiten, Versuchsträger Ib

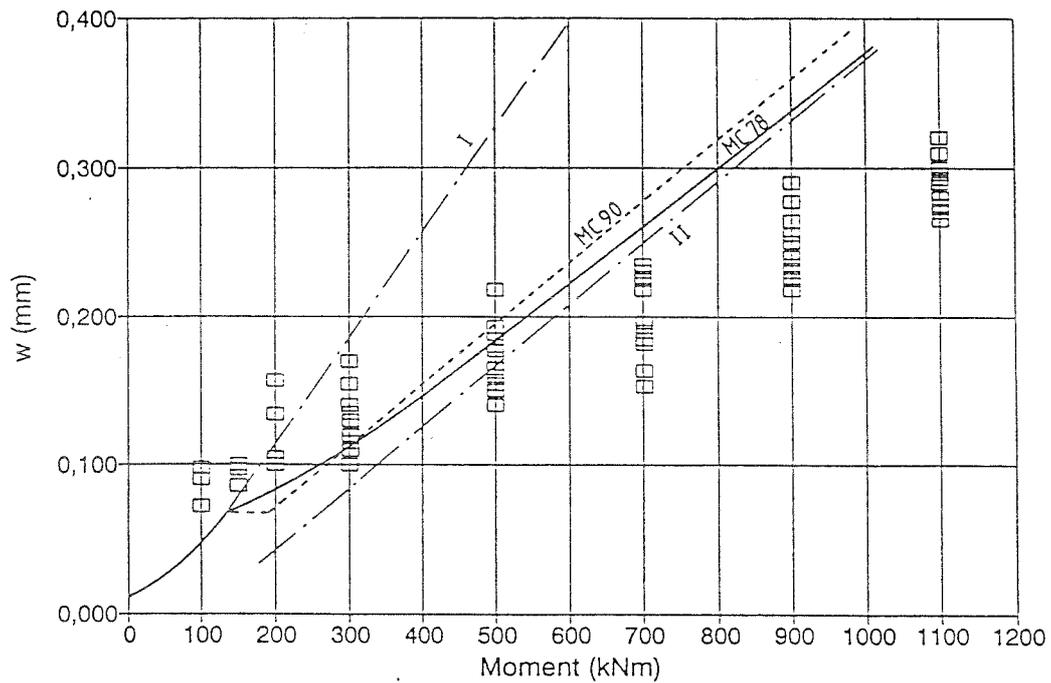


Abbildung 5.76: Vergleich zwischen den rechnerischen und gemessenen Rißbreiten, Versuchsträger IIb

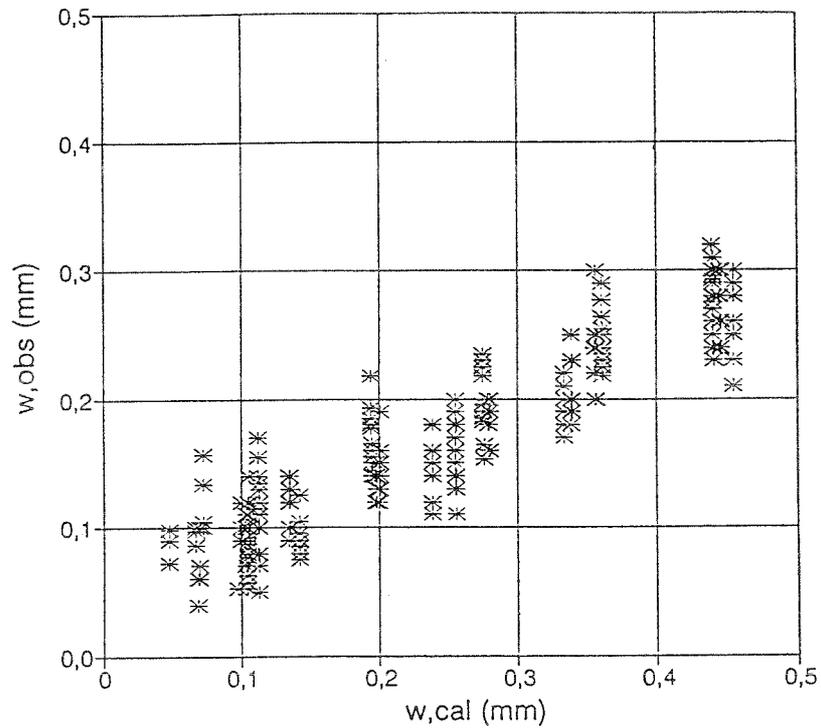


Abbildung 5.77: Auswertung für die Versuchsträger VT Ia, VT IIa, VT Ib, VT IIb (Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nach MC 90)

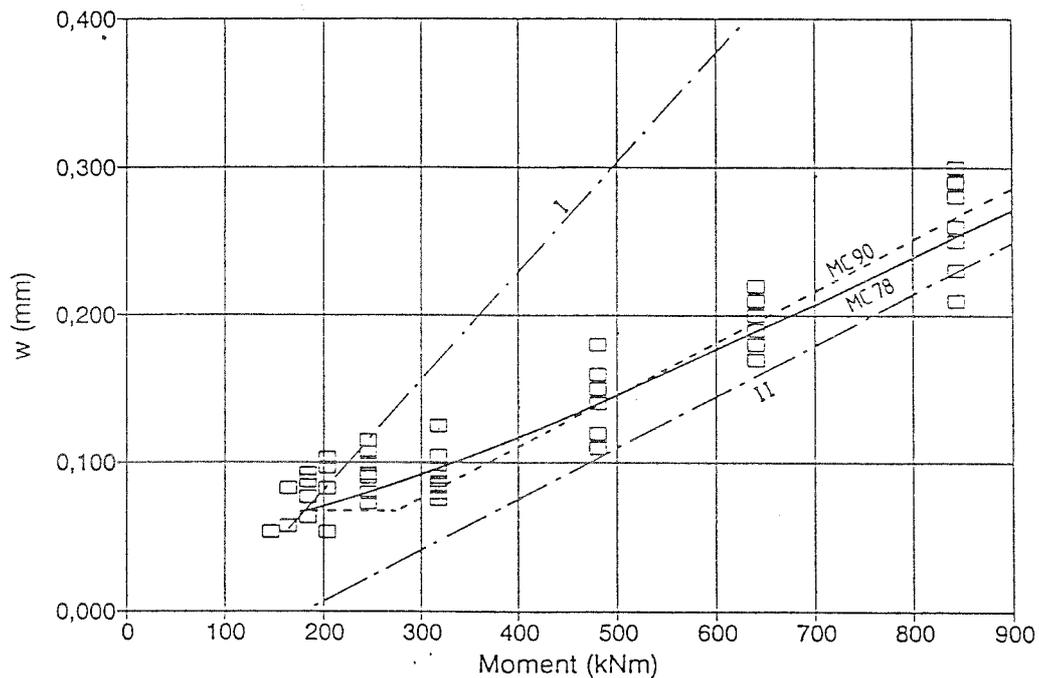


Abbildung 5.78: Vergleich zwischen den rechnerischen und gemessenen Rißbreiten. Der rechnerische Rißabstand wurde dem Abstand der Querbewehrung gleichgesetzt (Versuchsträger Ia)

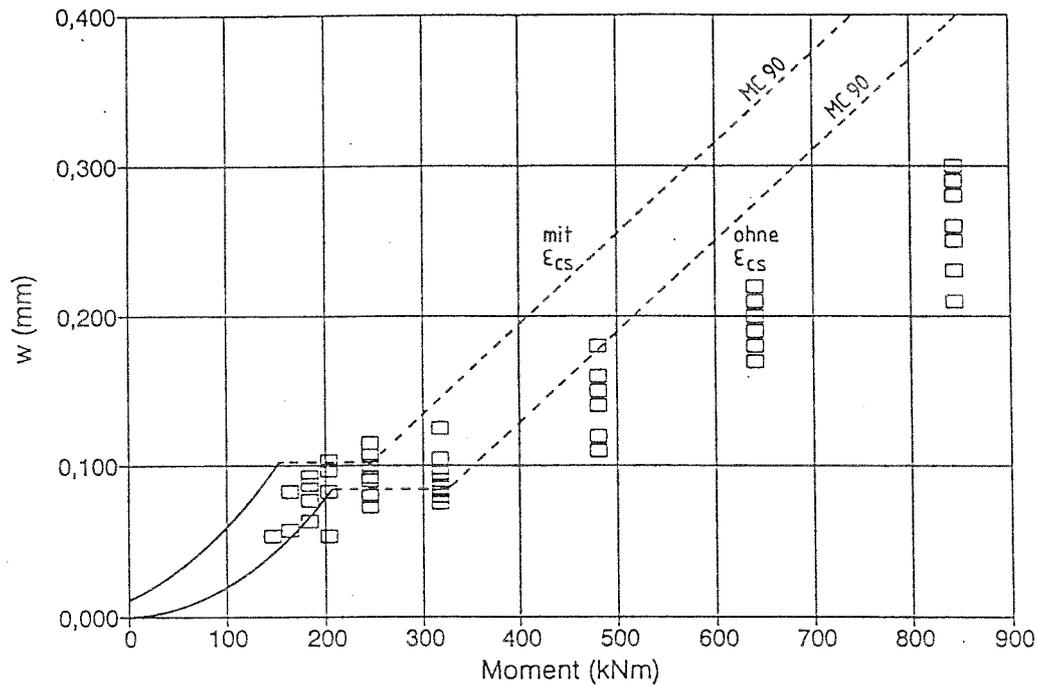


Abbildung 5.79: Einfluß des Schwindens auf die Rißbreite bei Versuchsträger Ia

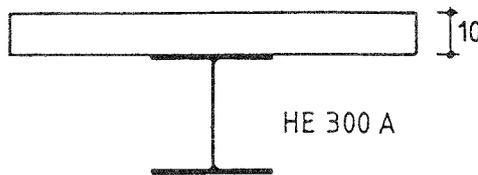
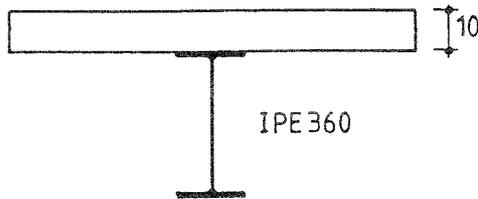
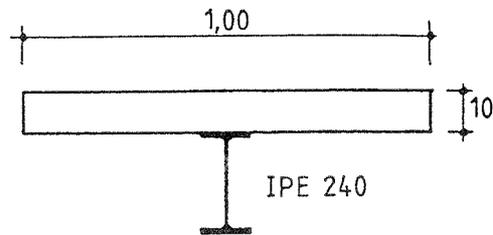
#### e) Versuche von Bode und Uth

Im Rahmen einer Versuchsreihe [81], die zum Ziel hatte, die Rotationsfähigkeit von Verbundträgern im Bereich mit negativen Momenten zu untersuchen, wurden auch die Rißbreiten gemessen. Abb.5.80 enthält eine Übersicht über die Versuchsträger. Detaillierte Angaben enthält [81]. Hier ist zu beachten, daß es sich bei den gemessenen Rißbreiten, die in Abhängigkeit vom Biegemoment angegeben sind, jeweils um den Maximalwert handelt.

Der Betongurt hatte bei allen Versuchsträgern die Abmessungen  $b/h_c = 100/10\text{cm}$ .

Bei der Versuchsnachrechnung wurden die mitttragenden Gurtbreiten nach Eurocode 4, Teil 1 angesetzt.

Nachfolgend sind die gemessenen Rißbreiten den Meßwerten gegenübergestellt (Abb.5.81). Bei den meisten Trägern zeigt sich dabei, daß die maximale Rißbreite zutreffend abgeschätzt werden kann. Die Auswertung ist in Abb.5.82 enthalten.

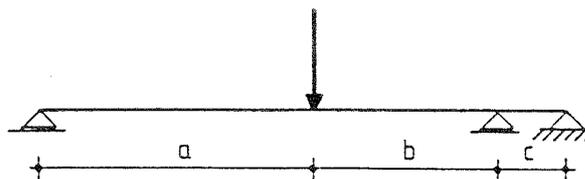
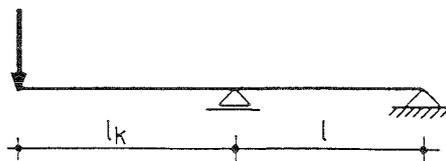
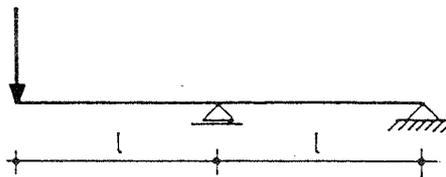


Versuchsträger:

DV1, DV 11  
VT1,VT2,VT3

DV3, DV31  
A1,A2,A3

DV2  
VT4,VT5,VT6,VT7,VT7.1



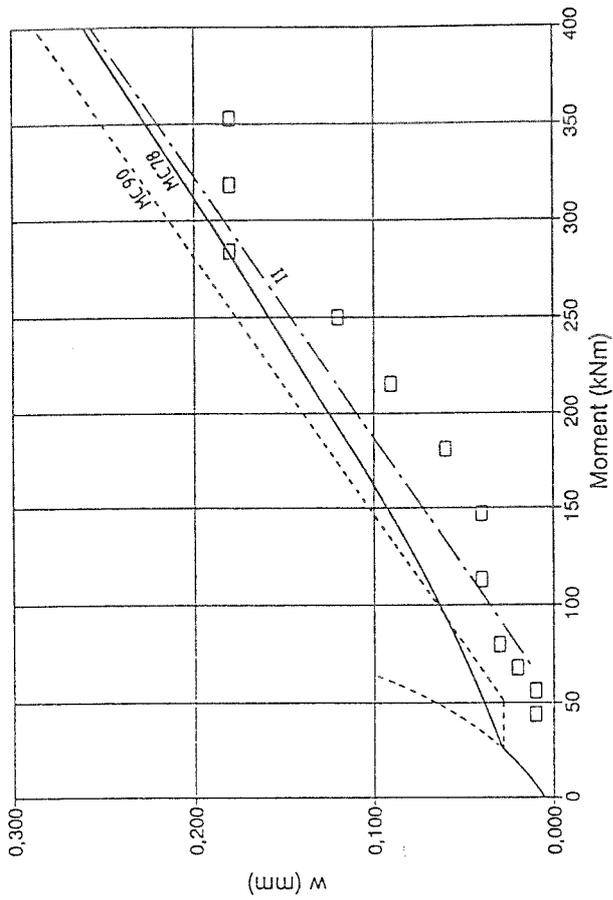
Träger	l (m)
VT1, VT2, VT3	0,95
A1	1,05
DV11, DV31	1,52
A2	1,55
A3	2,85

Träger	l <sub>k</sub> (m)	l (m)
VT4, VT5, VT6	1,50	1,40
VT7	0,55	2,35
VT7.1	1,35	1,15

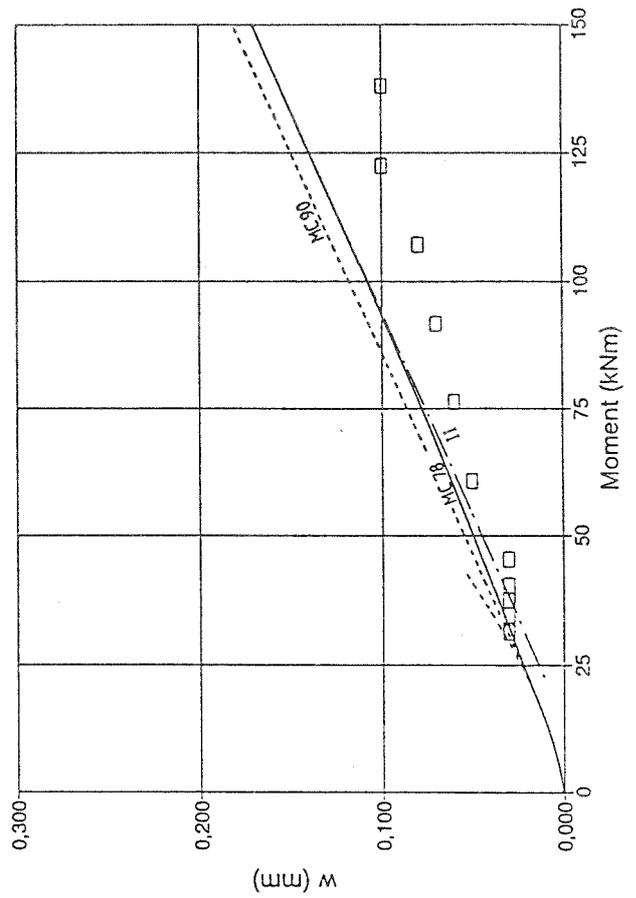
Träger	a(m)	b(m)	c(m)
DV1, DV3	3,70	2,35	0,95
DV2	4,30	2,75	1,15

Abbildung 5.80: Versuchsträger von Bode und Uth [S1]

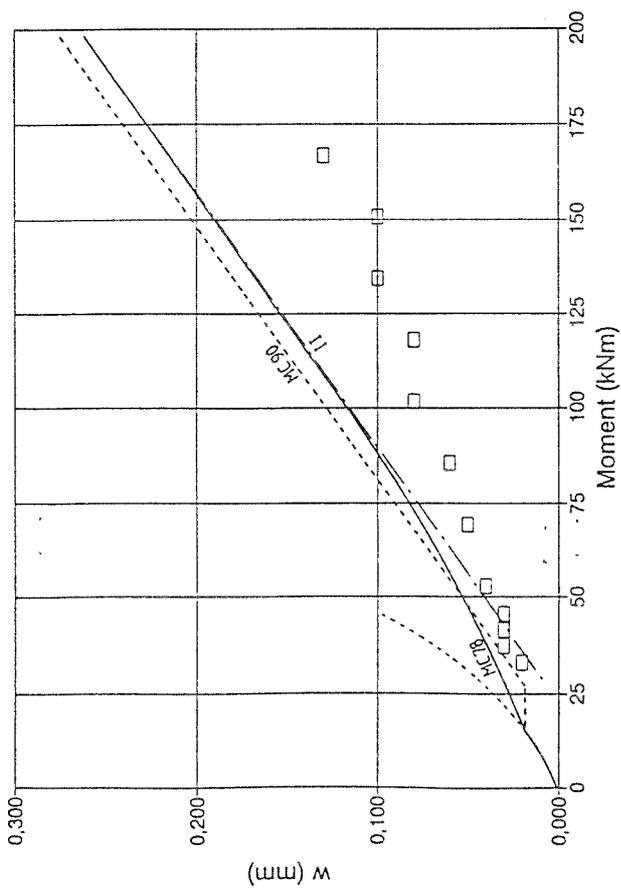
Versuchsträger DV 3



Versuchsträger DV 11



Versuchsträger DV 1



Versuchsträger DV 2

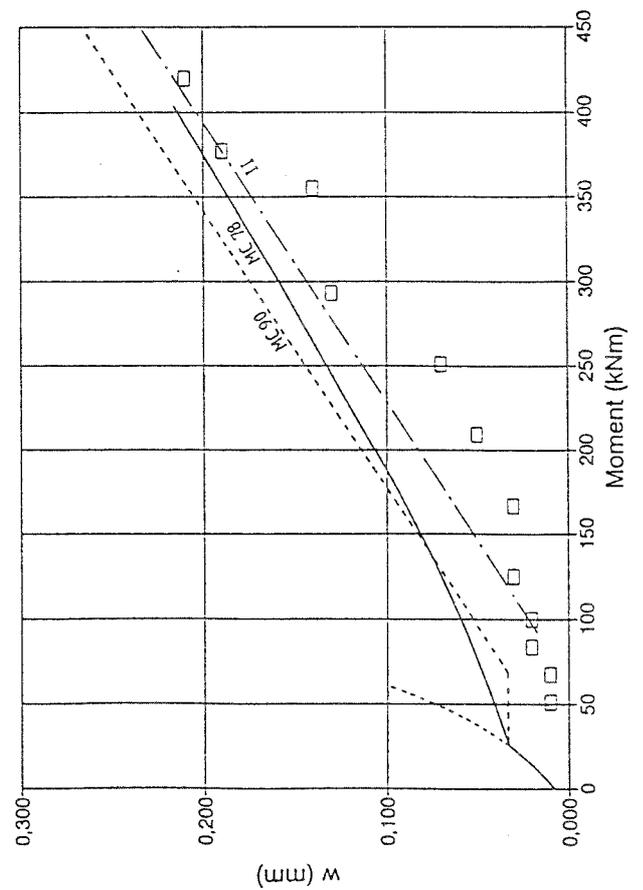
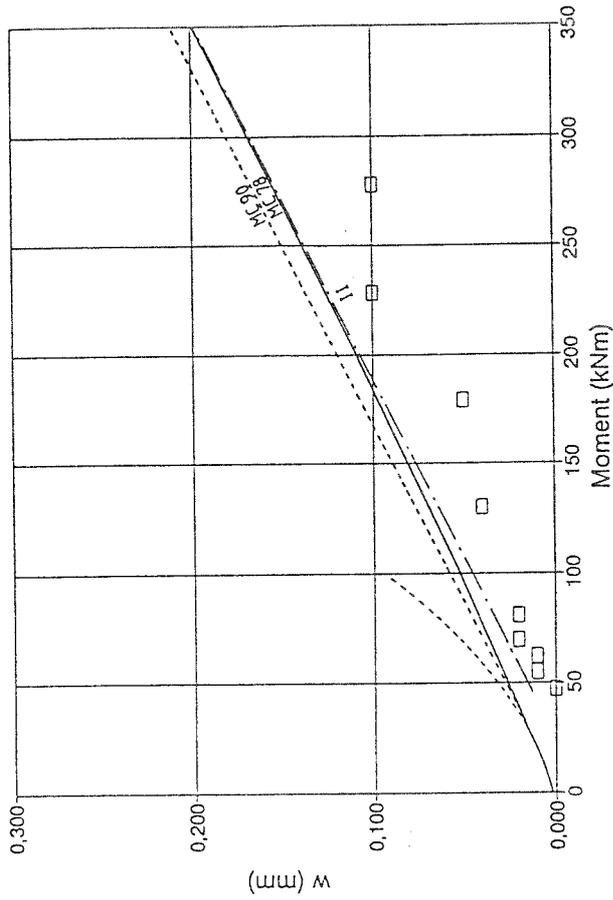
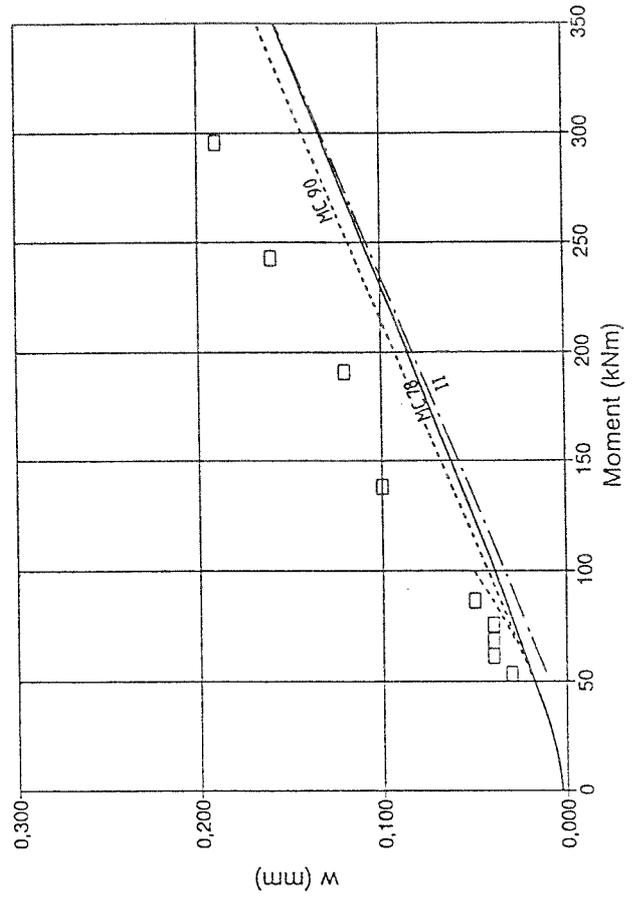


Abbildung 5.81: Versuche von Bode und Uth

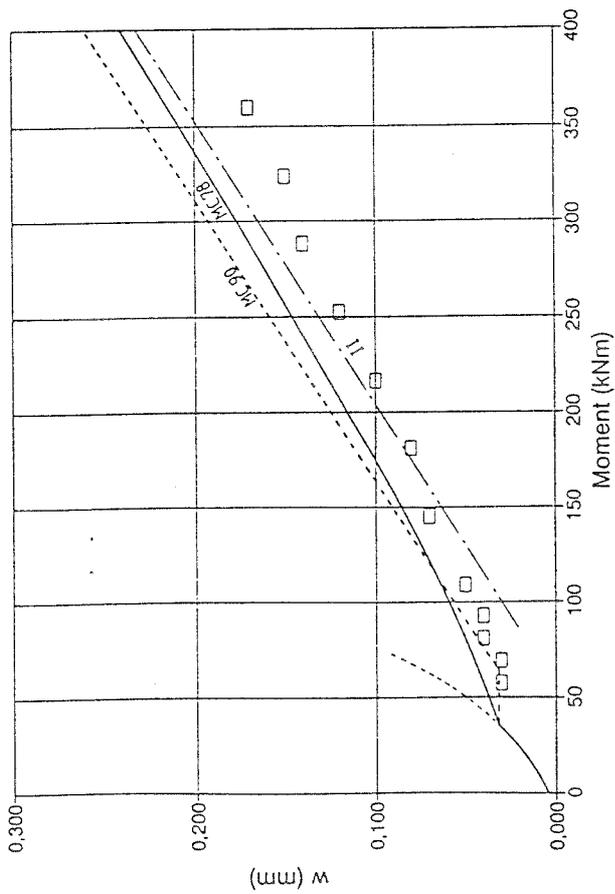
Versuchsträger A 2



Versuchsträger A 3



Versuchsträger DV 31



Versuchsträger A 1

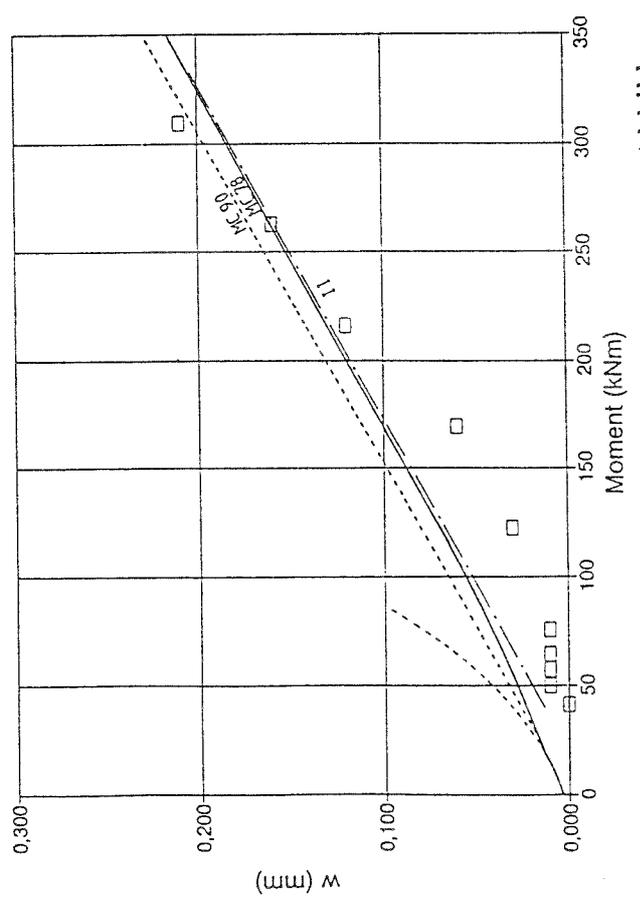
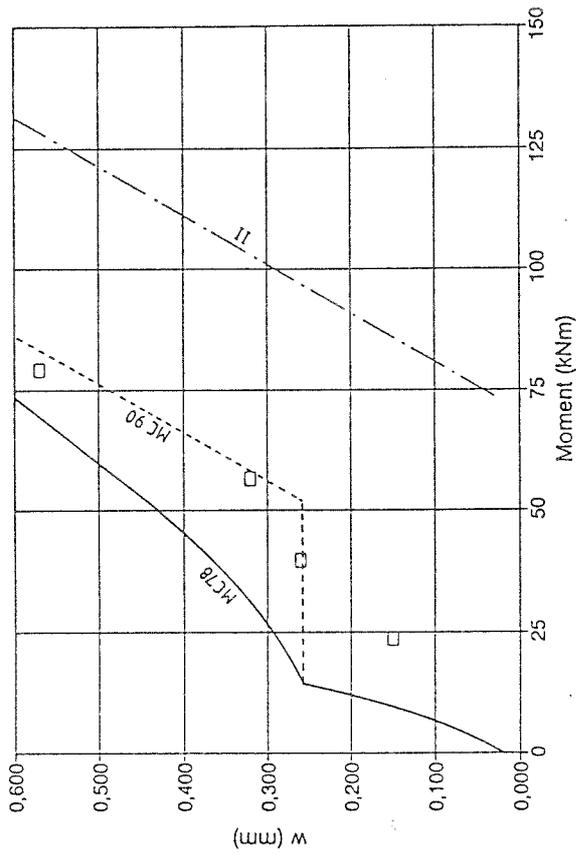
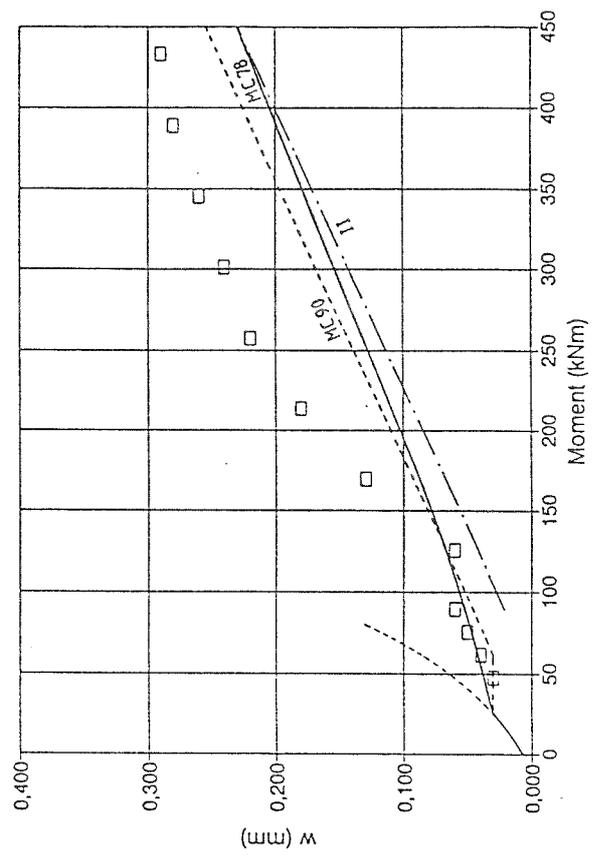


Abbildung 5.81: Fortsetzung

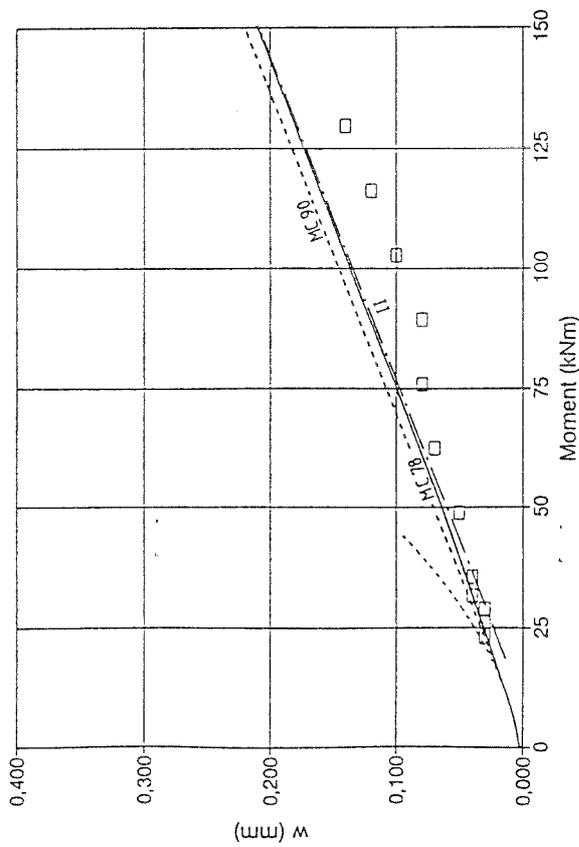
Versuchsträger VT 3



Versuchsträger VT 4



Versuchsträger VT 1



Versuchsträger VT 2

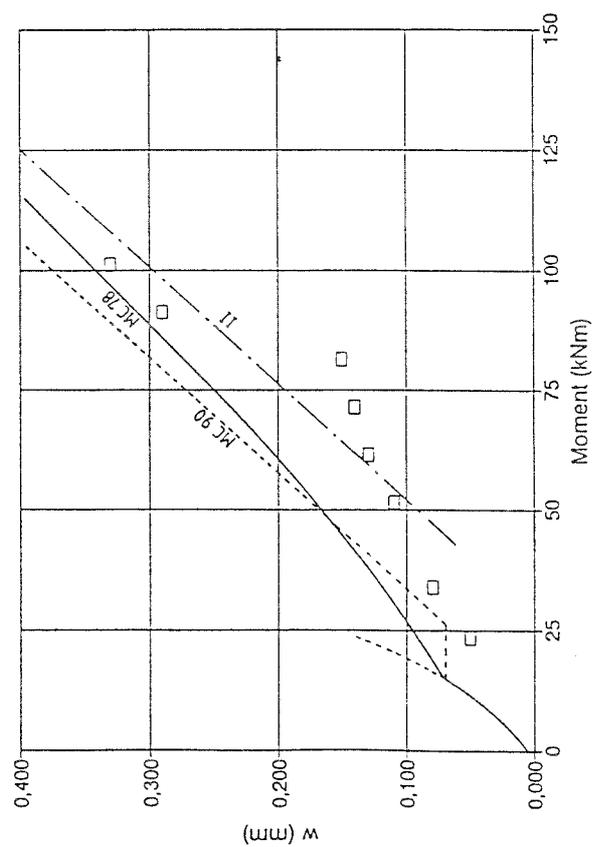
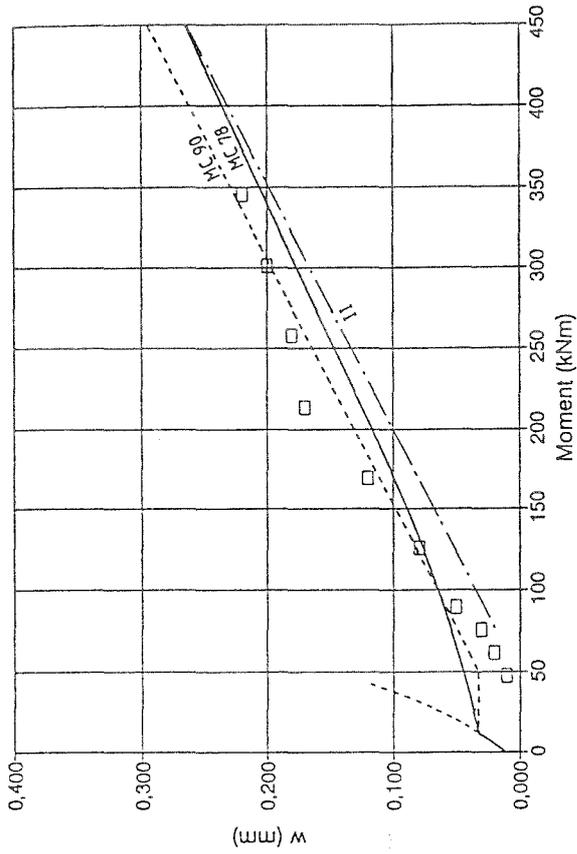
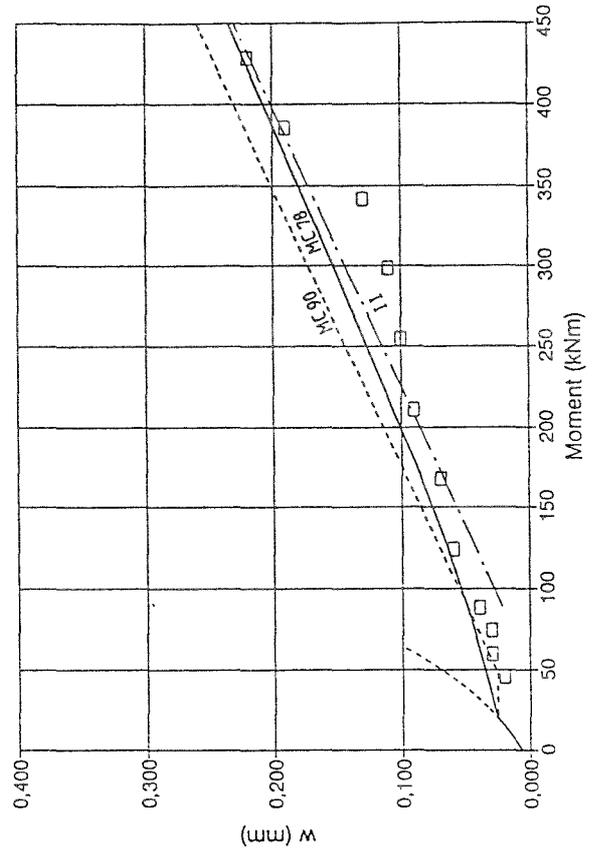


Abbildung 5.81: Fortsetzung

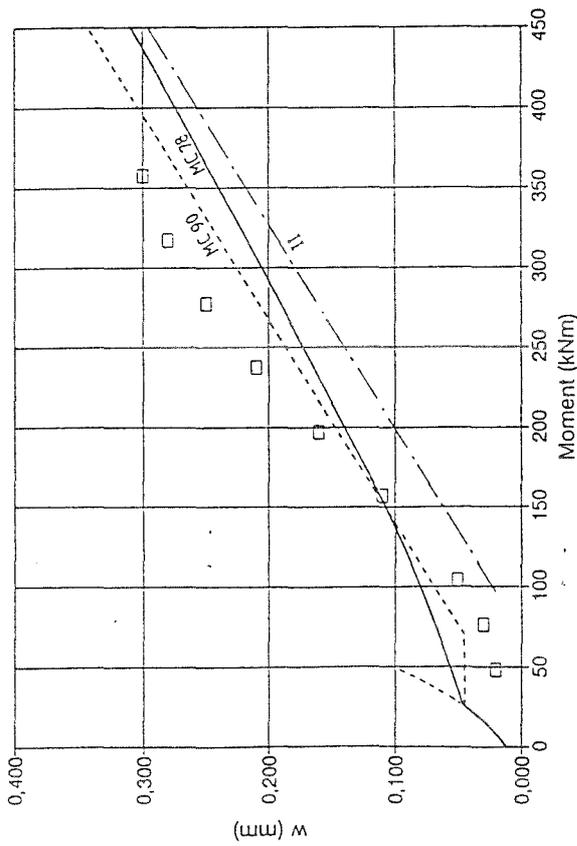
Versuchsträger VT 7



Versuchsträger VT 71



Versuchsträger VT 5



Versuchsträger VT 6

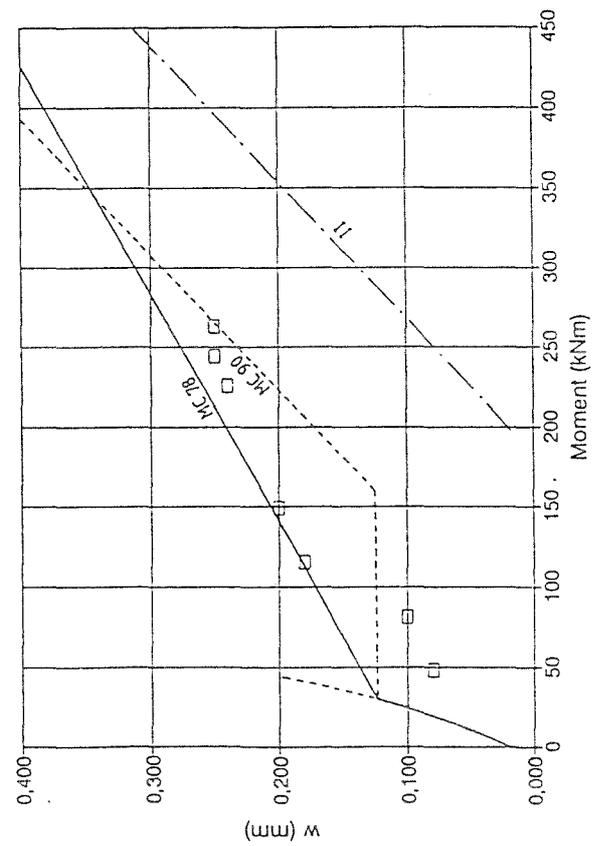


Abbildung 5.81: Fortsetzung

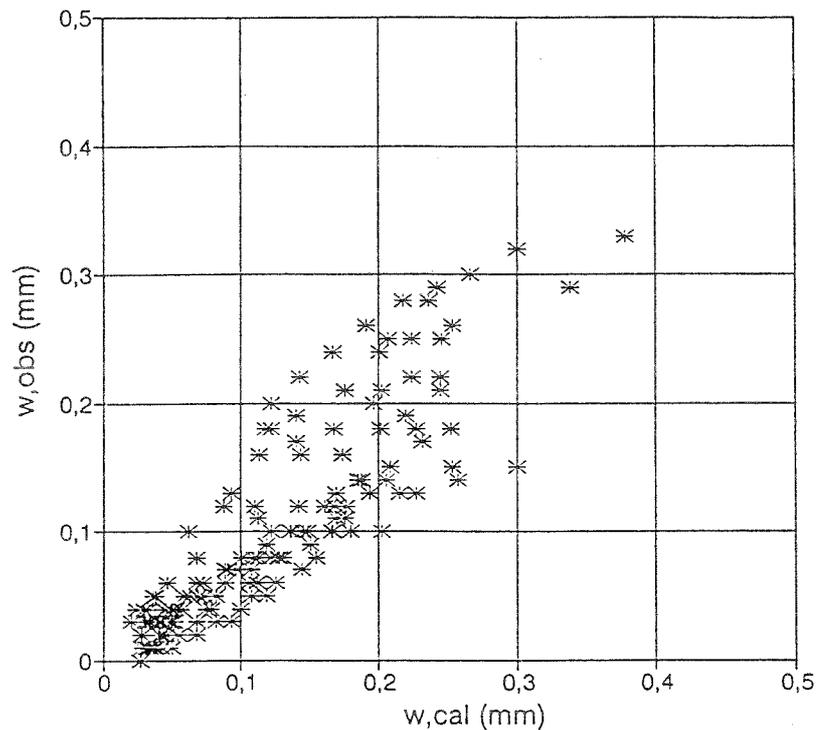


Abbildung 5.82: Auswertung der Versuche von Bode und Uth (Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nach MC 90)

#### f) Versuche von Roik und Holtkamp

Roik und Holtkamp führen Versuche an zwei Verbundträgern mit breiten Betongurten durch (Abb. 5.83), um die mittragende Breite im Zustand II zu untersuchen [91].

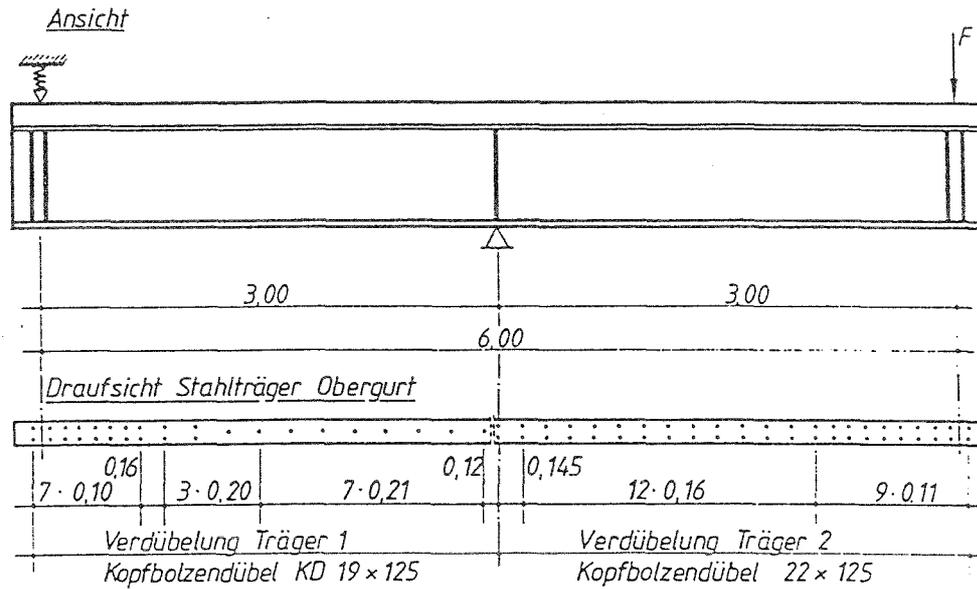
Der Bewehrungsgrad beträgt bei Träger 1  $\rho_s = 0,8\%$  und bei Träger 2  $\rho_s = 1,75\%$ . Die mittragende Gurtbreite wurde für die Nachrechnung der Rißbreiten nach Eurocode 4, Teil 1 berücksichtigt.

Auch bei diesen Versuchsträgern stellen sich die Rißabstände nicht frei ein. Die Risse verlaufen in Querrichtung entsprechend dem Raster der oberen Querbewehrungslage. Die Risse liegen im Gebrauchslastbereich immer über einem Bewehrungsstab (Abb.5.84).

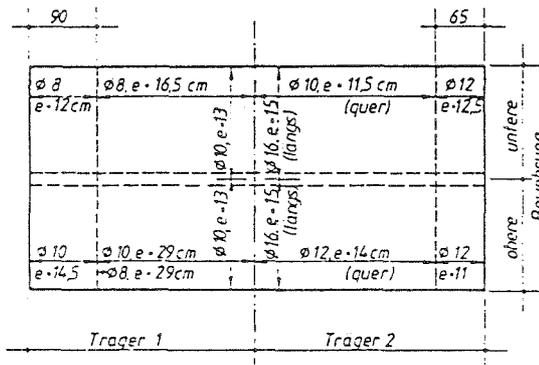
Wird der Rißbreitenberechnung der rechnerische maximale Rißabstand  $s_{r,max} = 350\text{mm}$  zugrunde gelegt, ergeben sich viel zu große Rißbreiten (Abb.5.85). Wird dagegen der Abstand der Querbewehrung als Rißabstand angesetzt, ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung. Aus den Darstellungen geht auch hervor, daß die Rißbreiten mit zunehmendem seitlichen Abstand vom Trägersteg kleiner werden (Abb.5.86). Der Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel auf die Rißbreite ist für diesen Versuch in Abb.5.87 dargestellt.

Die Rißbreiten für Versuchsträger 2 wurden ebenfalls mit dem rechnerischen maximalen Rißabstand ( $s_{r,max} = 250\text{mm}$ ) sowie mit dem Abstand der Querbewehrung als Rißbreite ermittelt (Abb.5.88). Hier zeigt sich ein sehr großer Einfluß. Der Effekt trat aber nicht bei allen Versuchsträgern auf.

Versuchsträger 1 und 2



Bewehrung des Betongurtes



Querschnitt

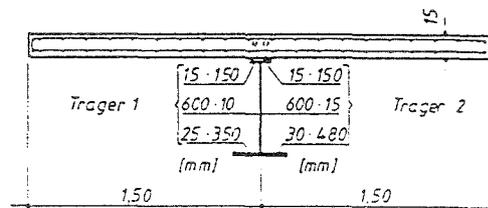
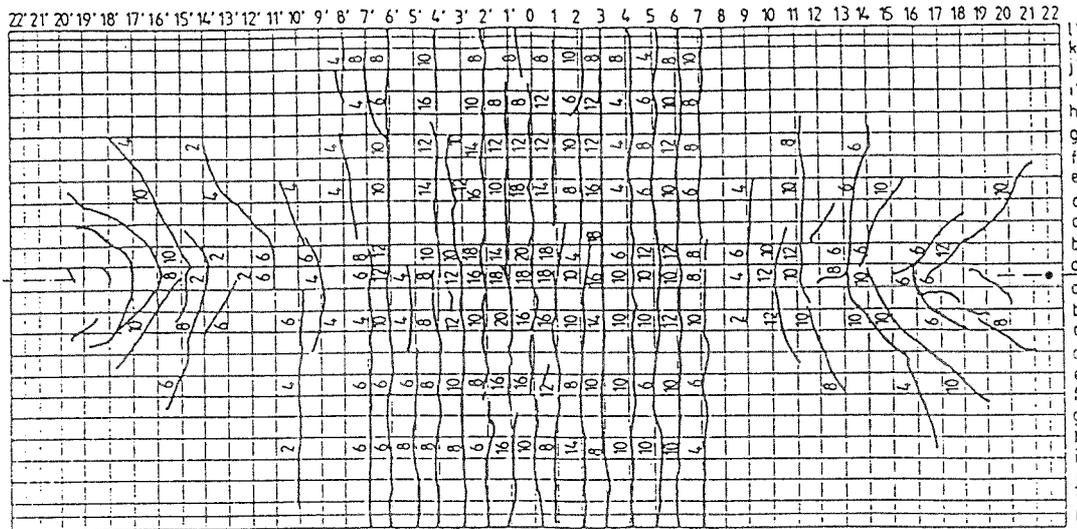


Abbildung 5.83: Versuchsträger



Rißbreitenangaben :  $w/100$  [mm]  
 • Lasteinleitung :  $F_V = 440 \text{ kN} = 0,82 F_{Gr}$

Abbildung 5.84: Rißbild Versuchsträger 1 [81]

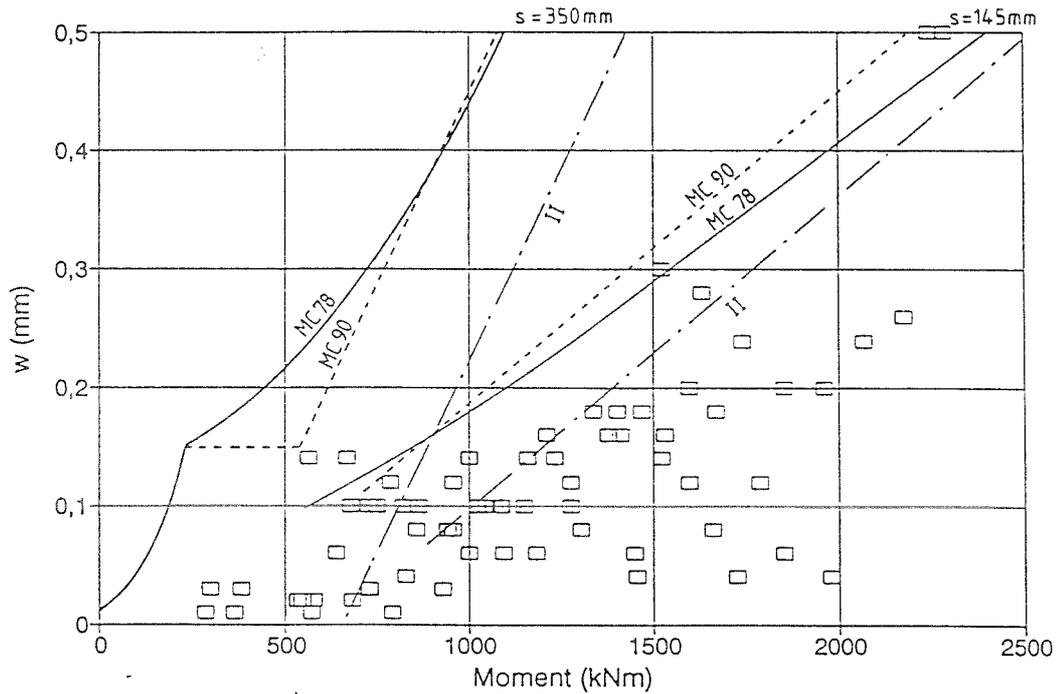


Abbildung 5.85: Vergleich zwischen den rechnerischen und den gemessenen Rißbreiten bei Versuchsträger 1. Einfluß des Rißabstandes (Achse a).

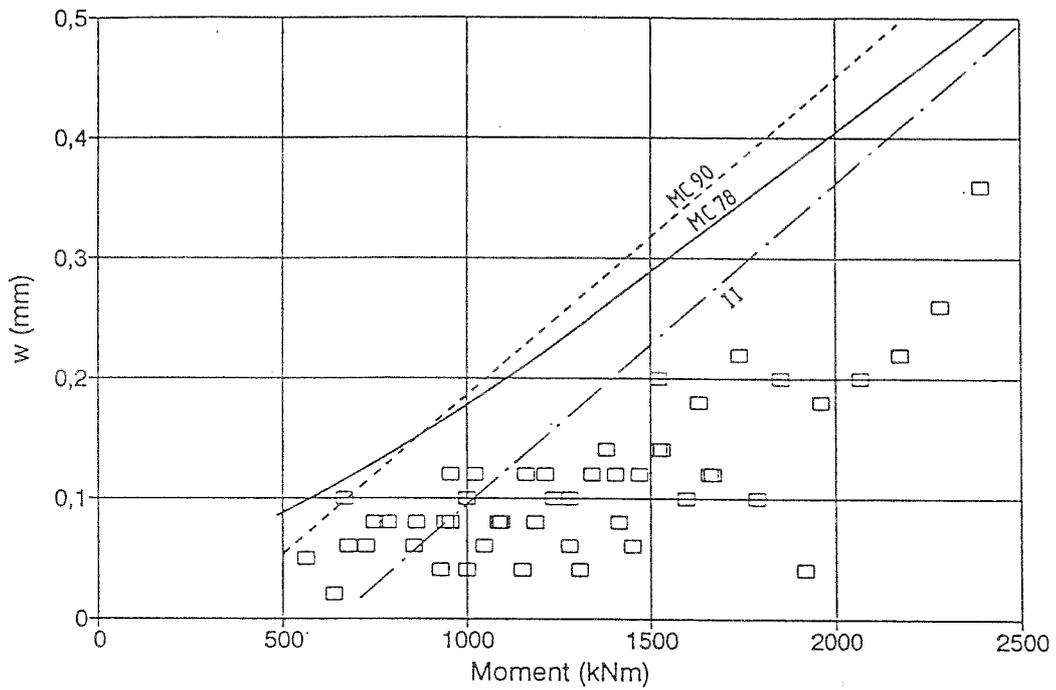


Abbildung 5.86: Vergleich in Achse g im seitlichen Abstand vom Steg (Rißabstand = Abstand Querbewehrung)

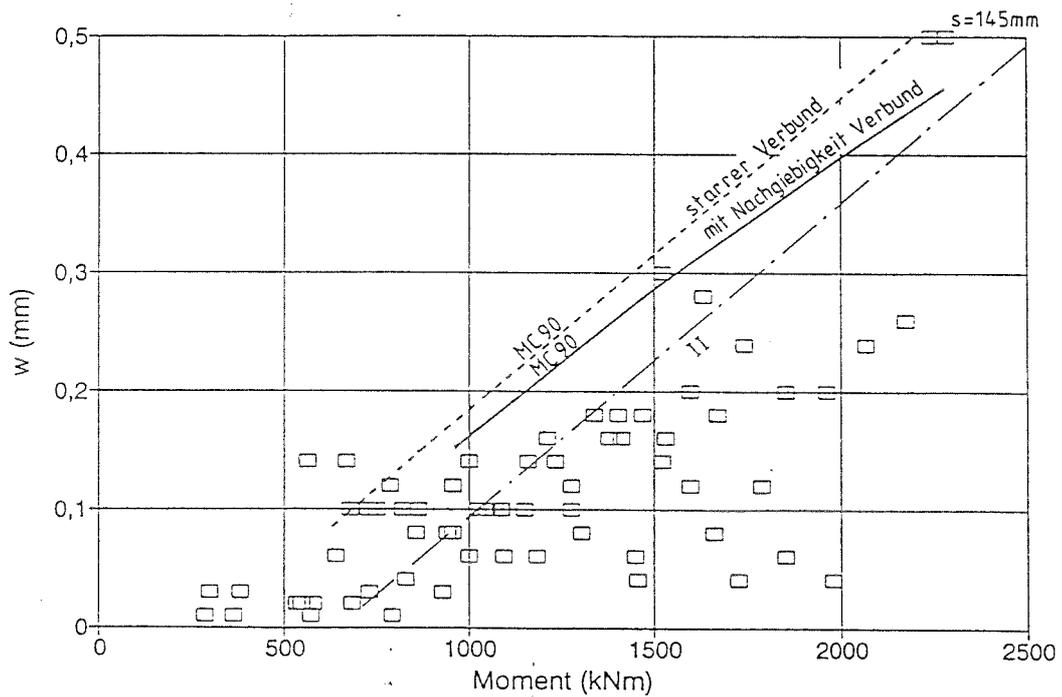


Abbildung 5.87: Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel (Achse a, Rißabstand = Abstand Querbewehrung)

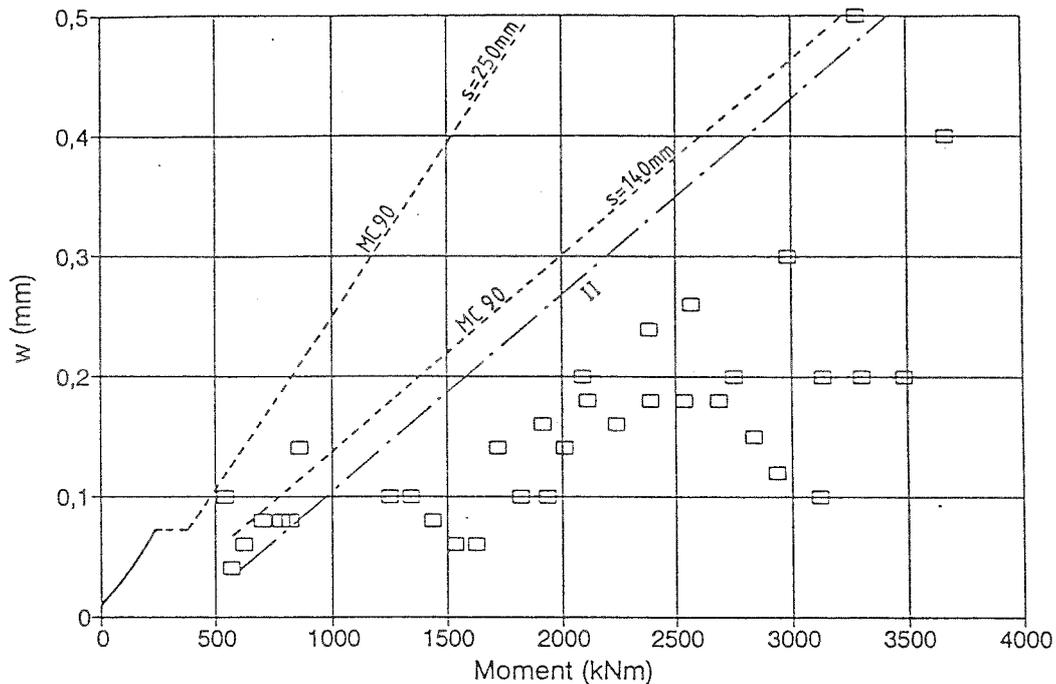


Abbildung 5.88: Vergleich zwischen den rechnerischen und den gemessenen Rißbreiten bei Versuchsträger 2. Einfluß des Rißabstandes.

### g) Vergleich für alle Versuchsträger

Der abschließende Vergleich zwischen den Rechenwerten und den Versuchsergebnissen aller nachgerechneten Versuchsträger, mit Ausnahme der Träger von Roik und Holtkamp, ist in Abb.5.89 enthalten. Den berechneten Rißbreiten liegt hier die versteifende Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nach dem vereinfachten Ansatz (Model Code 90) zugrunde. 15% der Werte liegen oberhalb der Winkelhalbierenden. Dabei ist jedoch hervorzuheben, daß die 15% Überschreitungen nicht gleichmäßig über alle Träger verteilt sind, sondern daß bei vielen Trägern systematische Einflüsse vorliegen. Zudem wurde bei den 16 Versuchen von Bode und Uth jeweils nur der Maximalwert der Rißbreite angegeben. Die 15% Überschreitungen sind mithin zu relativieren, tatsächlich ist dieser Anteil kleiner.

Die meisten Überschreitungen treten bei den sehr kleinen Rißbreiten  $w \approx 0,1\text{mm}$  auf. Insgesamt gesehen ergibt sich jedoch eine sehr gute rechnerische Abschätzung für den Maximalwert der Rißbreite.

### 5.6.3 Langzeitversuche

Hierzu liegen nur die Versuche von Roik, Hanswille und Uhrendahl vor. Im Anschluß an die Kurzzeitversuche (Abschn. 5.6.2) wurde bei den Trägern Ia und Ib das Langzeitverhalten unter konstanter Dauerlast und an den Trägern IIa und IIb der Einfluß einer dynamischen Beanspruchung untersucht. Die Versuchsergebnisse wurden freundlicherweise zur Verfügung gestellt [100].

Unter einer statischen Dauerlast nimmt infolge des Verbundkriechens die versteifende Wir-

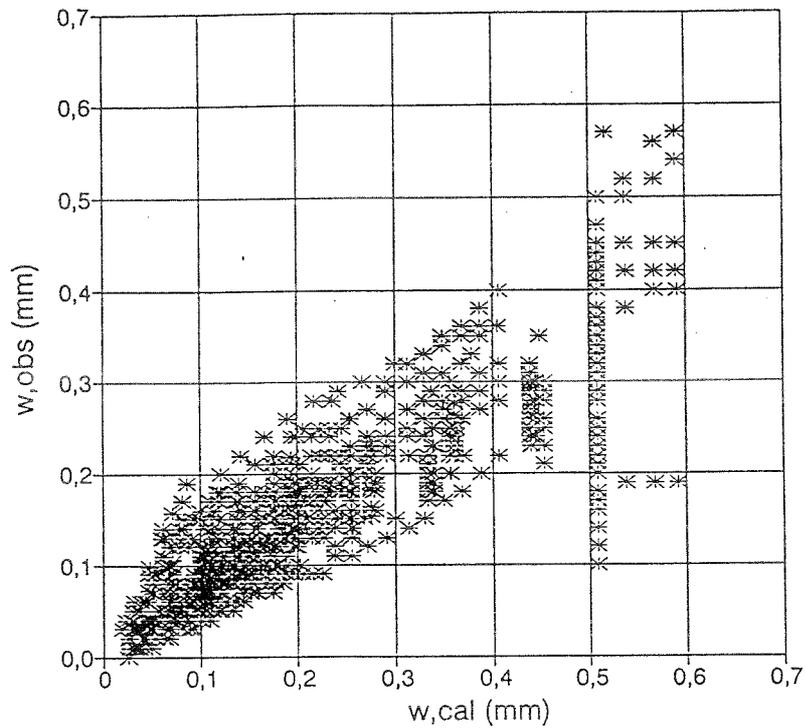


Abbildung 5.89: Auswertung für alle Versuchsträger (außer Träger von Roik und Holtkamp)

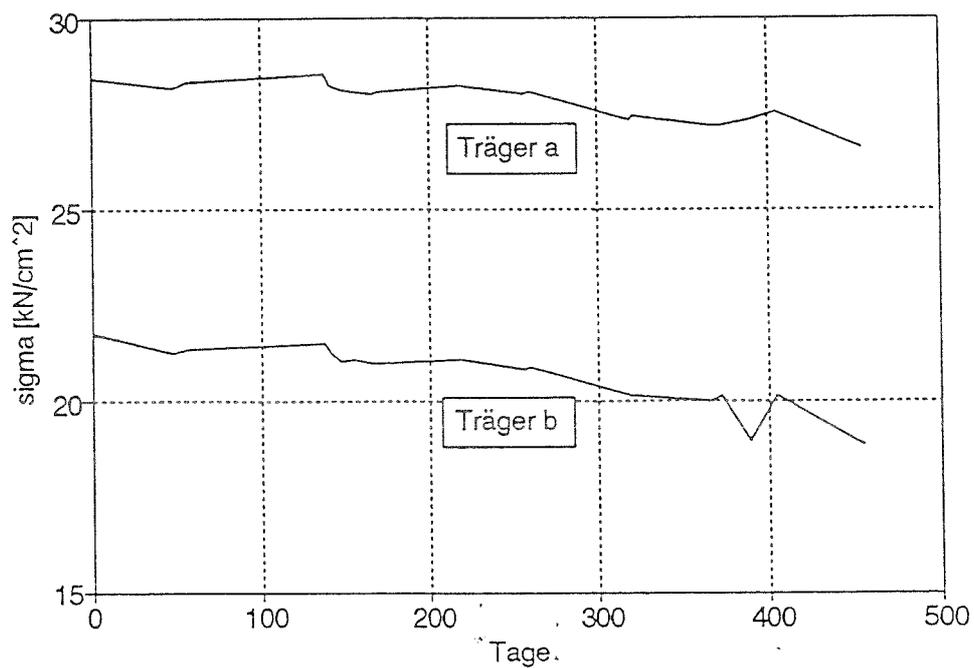


Abbildung 5.90: Spannungen in der Bewehrung unter Dauerlast

Wirkung des Betons zwischen den Rissen ab. Der Betongurt erfährt dadurch einen Steifigkeitsabfall. Die Spannungen in der Bewehrung fallen etwas ab (Abb.5.90), die Krümmung des Verbundträgers nimmt zu (Abb.5.91). Bei einer dynamischen Beanspruchung nimmt ebenfalls die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ab.

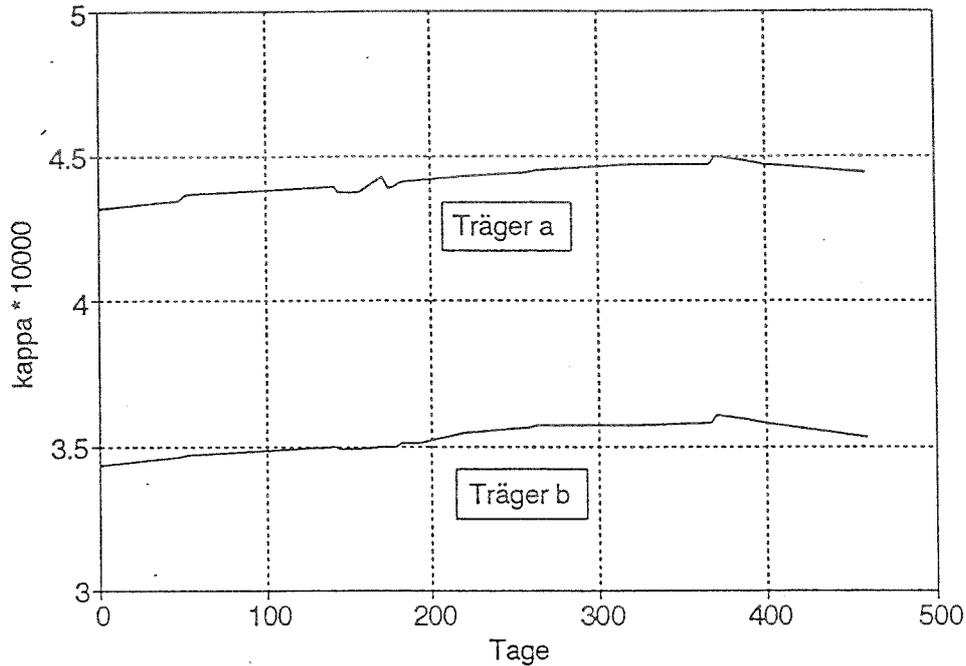


Abbildung 5.91: Krümmung der Versuchsträger unter Dauerlast

Bei einer kurzzeitigen Belastung beträgt die mittlere Stahldehnung (vereinfachter Ansatz)

$$\epsilon_{s,m} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \rho_{s,eff}}$$

bei einer statischen Dauerlast und bei wiederholter Belastung beträgt sie

$$\epsilon_{s,m} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} - 0,25 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_s \cdot \rho_{s,eff}}$$

Dies führt rechnerisch ebenfalls zu einer geringfügigen Zunahme der Krümmungen und zu einem Abfall der Stahlspannungen in der Bewehrung (Tab.5.4).

Die Zunahme der Rißbreiten beträgt bei den Trägern Ia und IIa sowohl unter Dauerlast als auch unter der dynamischen Beanspruchung ca. 50% (Abb.5.92, 5.93). Die Träger Ia und IIa weisen einen Bewehrungsgrad von  $\rho_s = 1,35\%$  auf. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ist daher vergleichsweise größer als bei den Trägern Ib und IIb mit einem Bewehrungsgehalt von  $\rho_s = 2,0\%$ . Die Zunahme der Rißbreiten unter Dauerlast und dynamischer Belastung beträgt bei den Trägern Ib und IIb ca. 25% (Abb.5.94, 5.95).

Tabelle 5.4: Zunahme der Krümmung und Abfall der Spannung in der Bewehrung unter der statischen Dauerlast ( $M = 643 \text{ kNm}$ )

Versuchsträger	Zunahme der Krümmung		Abfall der Spannung in der Bewehrung	
	Versuch	Rechnung	Versuch	Rechnung
Träger Ia	+5%	+3%	-5%	-4%
Träger Ib	+3%	+3%	-15%	-3%

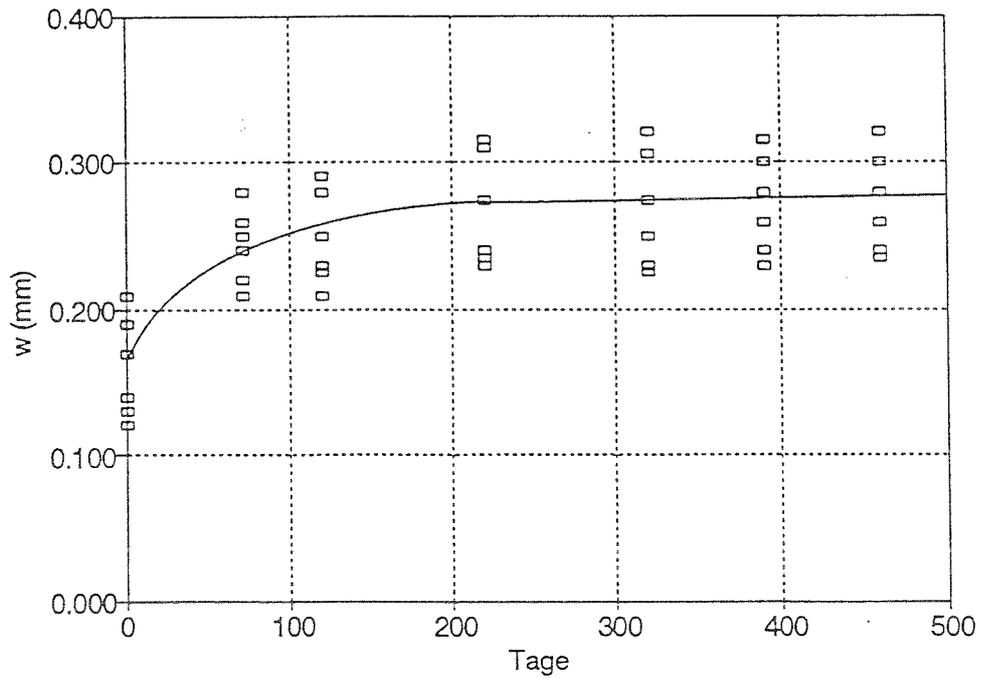


Abbildung 5.92: Zunahme der Rißbreiten bei Träger Ia unter statischer Dauerlast

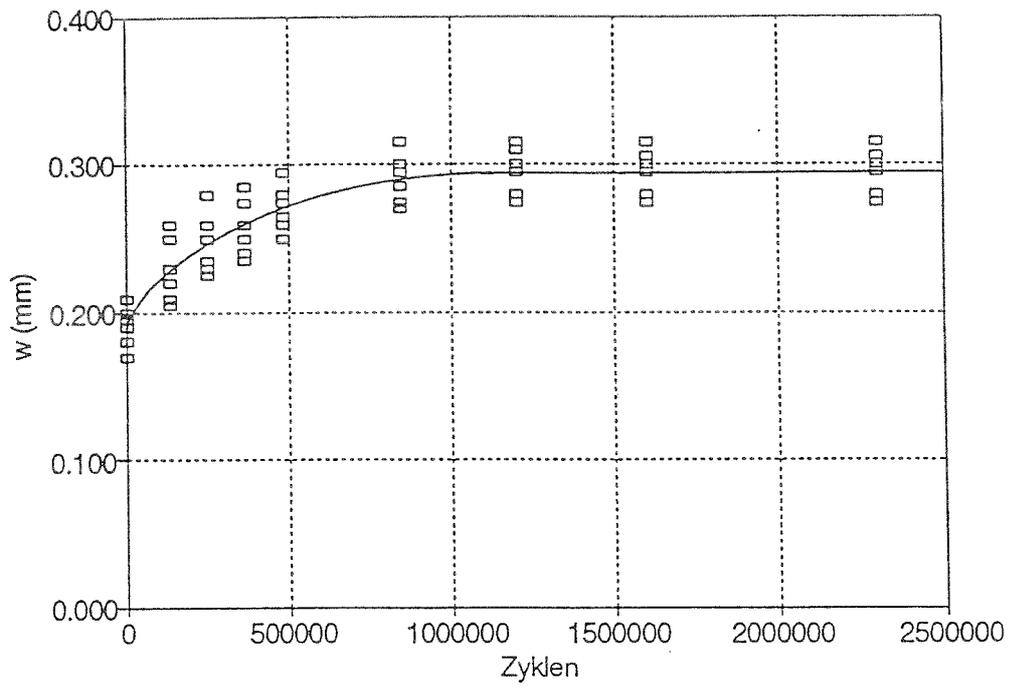


Abbildung 5.93: Zunahme der Rißbreiten bei Träger IIa unter dynamischer Belastung

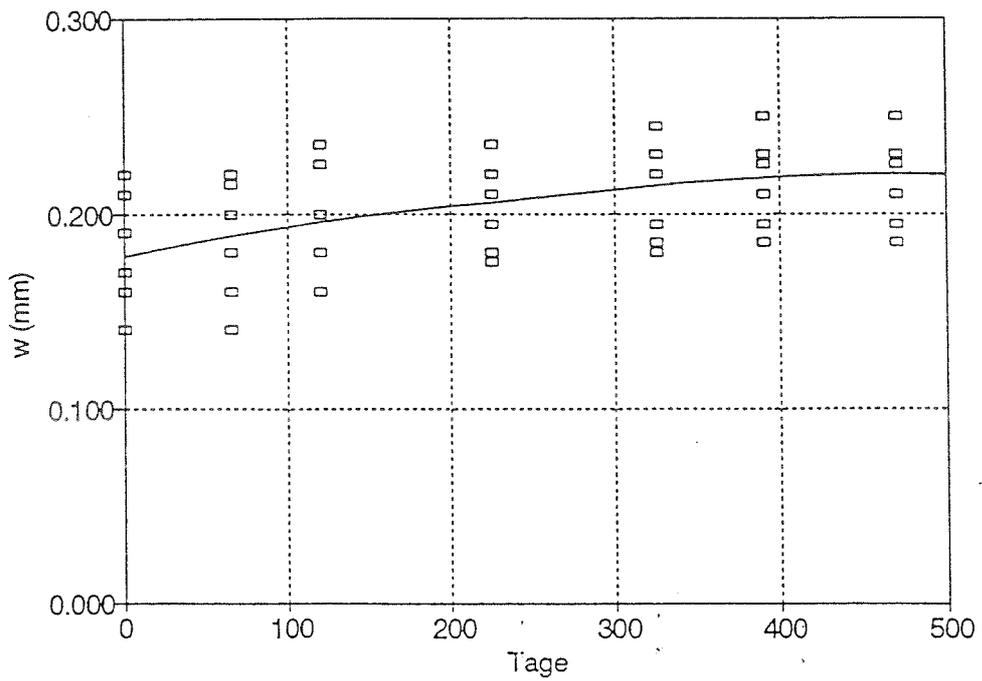


Abbildung 5.94: Zunahme der Rißbreiten bei Träger Ib unter statischer Dauerlast

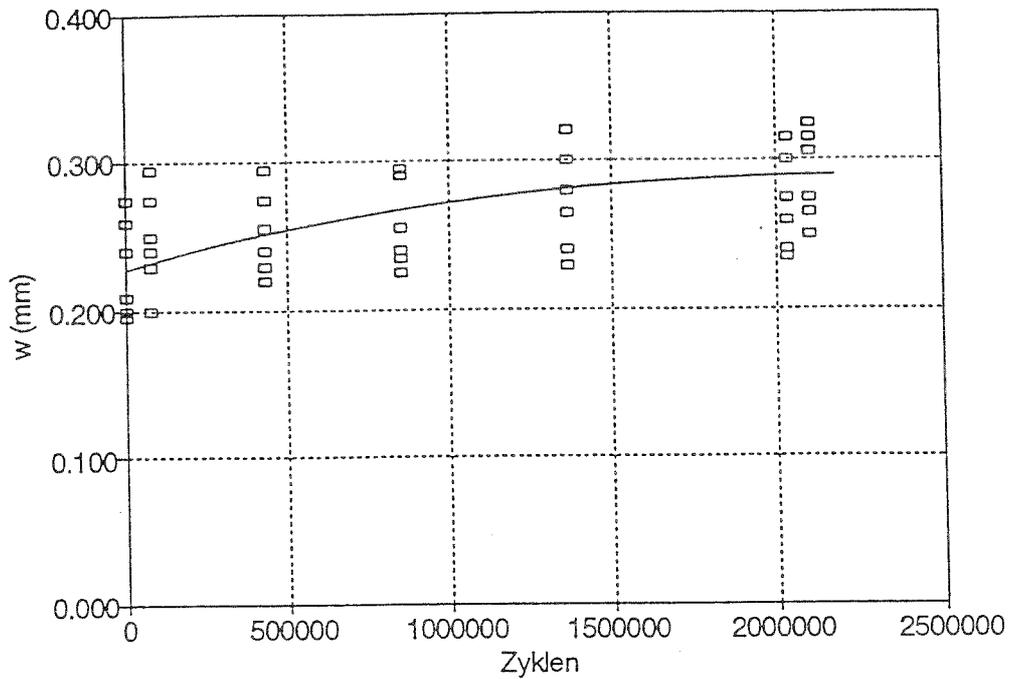


Abbildung 5.95: Zunahme der Rißbreiten bei Träger IIb unter dynamischer Belastung

Die rechnerische Zunahme der Rißbreiten unter Dauerlast auf der Grundlage von Gl.(5.35) beträgt dagegen für Versuchsträger Ia ca. 30% (Abb.5.96) und für Versuchsträger Ib ca. 25 % (Abb.5.97). Dabei wurde der vereinfachte Ansatz für die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen zugrunde gelegt. Das Endschwindmaß wurde nach DIN 4227 zu  $\varepsilon_{cs} = -0,45 \cdot 10^{-3}$  abgeschätzt.

Die Vergrößerung der Rißbreiten wird damit in der Größenordnung rechnerisch richtig erfaßt. Statistisch abgesicherte Aussagen sind jedoch nur auf der Grundlage weiterer Versuche möglich.

Es ist noch hervorzuheben, daß hier bei der Berechnung der Rißbreiten die tatsächlich im Versuch aufgetretenen Rißabstände im Abstand der Querbewehrung verwendet wurden.

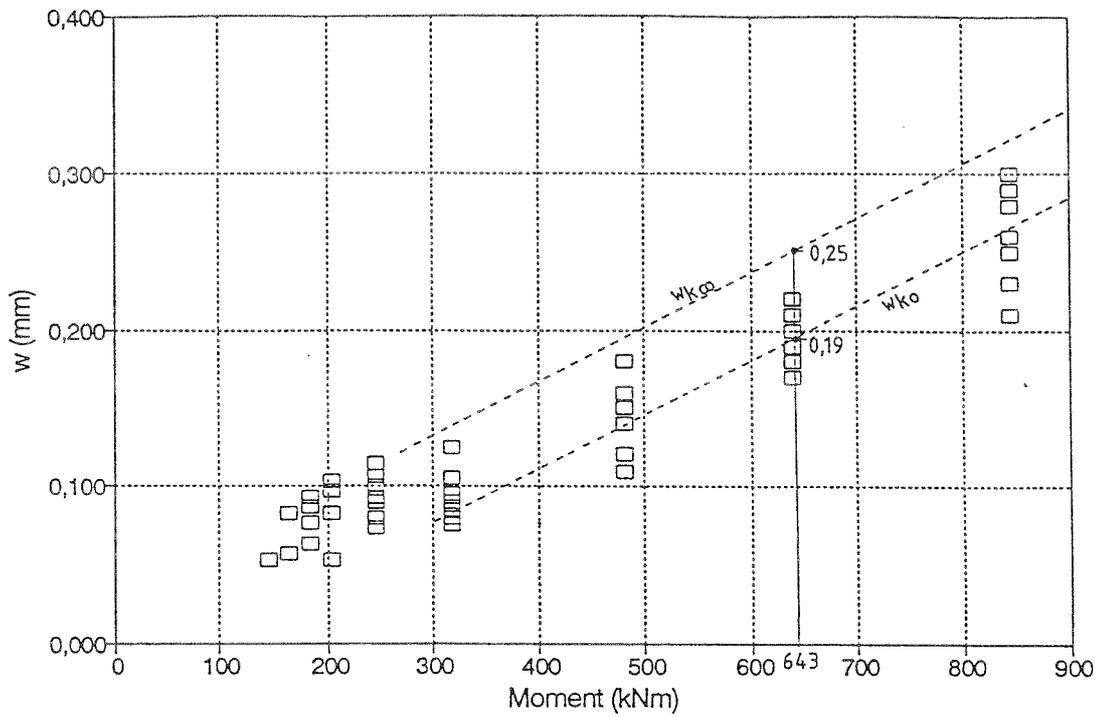


Abbildung 5.96: Rechnerische Zunahme der Rißbreite unter statischer Dauerlast, Träger Ia

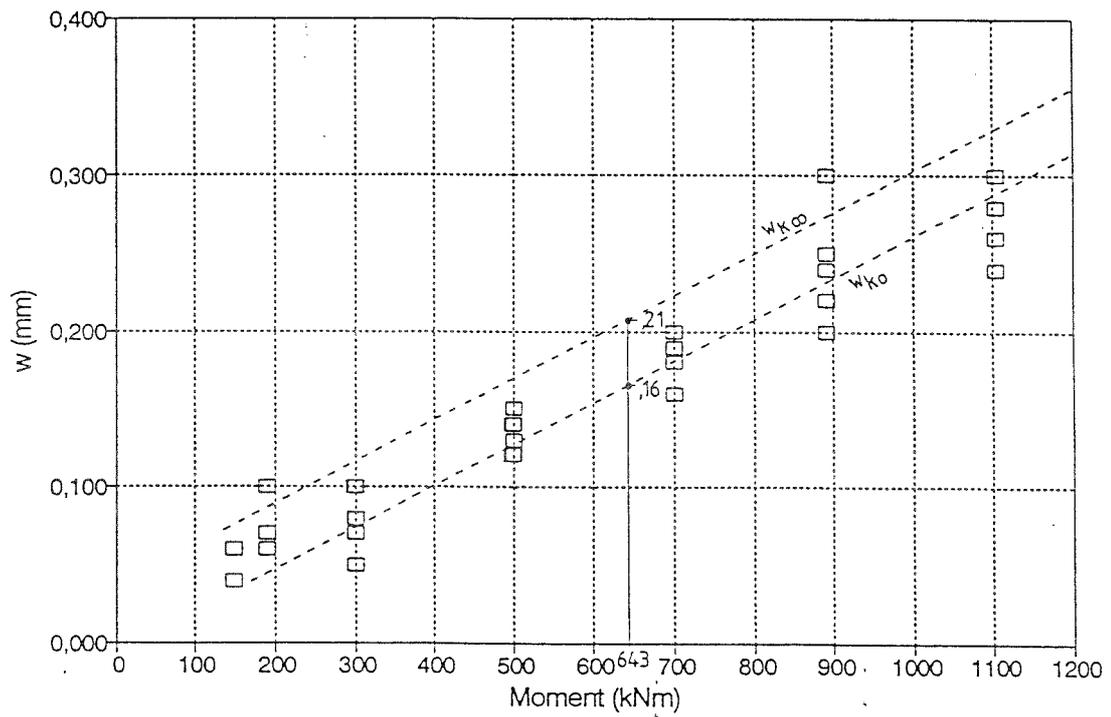


Abbildung 5.97: Rechnerische Zunahme der Rißbreite unter statischer Dauerlast, Träger Ib

## 5.7 Bemessungsvorschlag zur Rißbreitenbeschränkung und zur Ermittlung der Mindestbewehrung

### 5.7.1 Allgemeines

Es muß mit einer angemessenen Wahrscheinlichkeit sichergestellt sein, daß die Risse nicht zu einer Beeinträchtigung der Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit führen. Zu diesem Zweck müssen die Rißbreiten auf angemessene Grenzwerte beschränkt werden. Dieses Ziel kann durch eine direkte Berechnung der Rißbreiten oder durch die Einhaltung geeigneter Konstruktionsregeln erreicht werden.

Allen neueren Vorschriften liegt hinsichtlich der Rißbreitenbeschränkung folgendes Konzept zugrunde [31]:

- Eine exakte Berechnung der Rißbreiten ist nicht möglich, da die maßgebenden Einflußgrößen, die effektive Betonzugfestigkeit und der Verbund nicht genau bekannt sind und starken Streuungen unterliegen.

Beim Stahlverbundträger besteht hier – im Gegensatz zum einfachen Stahlbetonzugstab unter einer vorgegebenen Zugkraft – eine zusätzliche Schwierigkeit darin, daß bereits die berechnete Spannung in der Bewehrung mit Unsicherheiten behaftet ist. Hierfür müssen als Ausgangswerte die Momentenverteilung und die Steifigkeit des Betongurtes unter Berücksichtigung der Rißbildung sowie die mittragende Gurtbreite zunächst einmal zutreffend ermittelt werden.

- Eine genaue Berechnung der Rißbreiten ist aber auch nicht nötig, da der Absolutwert der Rißbreite im Bereich  $w \leq 0,4\text{mm}$  auf den Korrosionsschutz des *Betonstahls* nur einen geringen Einfluß hat. Daher werden auch keine stark abgestuften Regeln zur Rißbreitenbeschränkung für unterschiedliche Umgebungsbedingungen angegeben.

Es soll vielmehr durch eine ausreichend bemessene und zweckmäßig angeordnete Bewehrung das Auftreten breiter Einzelrisse verhindert werden, insbesondere bei Zwangbeanspruchungen. Zu diesem Zweck wird eine ausreichende Mindestbewehrung gefordert und es werden einfache Konstruktionsregeln in Form von Stabdurchmesser- und Stababstandstabellen angegeben.

Ist der Betongurt jedoch zusätzlich mit Spanngliedern vorgespannt, so gelten wegen der ungleich größeren Korrosionsempfindlichkeit des Spannstahls gegenüber dem Betonstahl schärfere Anforderungen. Als Bemessungsprinzip gilt hier die Vermeidung einer Depassivierung der Spannstahloberfläche. Die Rißbreiten müssen rechnerisch unter einer vorgegebenen Lastkombination auf 0,2mm begrenzt werden. Gegebenenfalls ist zusätzlich der Nachweis der Dekompression zu führen (z.B. bei Straßenbrücken mit Tausalzeinsatz) oder es müssen dauerhaft dichte Hüllrohre eingesetzt werden (z.B. Monolitzen).

### 5.7.2 Nachweis durch Berechnung der Rißbreite

Die Rißbreiten können für den Bereich der Erstrißbildung mit Gl.(5.25) bzw. Gl.(5.26) und für das abgeschlossene Rißbild mit Gl.(5.35) berechnet werden. Für den Nachweis der Rißbreitenbeschränkung muß die folgende Ungleichung erfüllt werden:

$$w_k \leq w_{lim} \quad (5.37)$$

hierbei sind

- $w_k$  charakteristischer Wert der Rißbreite unter einer vorgegebenen Lastkombination  
 $w_{lim}$  nomineller Grenzwert der Rißbreite, der in Abhängigkeit von den Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit und die Dauerhaftigkeit festzulegen ist

### 5.7.3 Nachweis ohne Berechnung der Rißbreite

Nachfolgend werden auf der Grundlage der hier angegebenen Beziehungen zur Rißbreitenberechnung Grenzdurchmesser und Stababstandstabellen hergeleitet.

*Grenzdurchmessertabelle*

Ausgangspunkt ist Gl.(5.21) für den Einzelriß

$$w_k = \frac{d_s \cdot \sigma_{s2,r}^2}{5 \cdot \tau_{bk} \cdot E_s} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_e \cdot \varrho_{s,eff}}$$

Der Zusatzterm aus dem Einfluß des Schwindens wird zunächst nicht berücksichtigt. Die Auflösung nach  $d_s$  führt auf

$$d_s = \frac{w_k \cdot 5 \cdot \tau_{bk} \cdot E_s}{\sigma_{s2,r}^2} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \varrho_{s,eff}) \quad (5.38)$$

mit

$$\tau_{bk} = 1,35 \cdot f_{ct,m} \quad \text{für langandauernde und wiederholte Belastung}$$

$$\varrho_{s,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad A_{c,eff} = 2,5 \cdot (h_c - d) \cdot b_{eff}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}$$

Für das abgeschlossene Rißbild ergibt sich nach Gl.(5.34) zunächst ebenfalls ohne Einfluß des Schwindens

$$d_s = \frac{3,6 \cdot \varrho_{s,eff} \cdot w_k \cdot E_s}{\sigma_{s2} - \beta \cdot \frac{f_{ct,m}}{\varrho_{s,eff}}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \varrho_{s,eff}) \quad (5.39)$$

mit  $\beta = 0,38$  für langandauernde und wiederholte Belastung

Abb.5.98 und Abb.5.99 enthalten die so für einen Beton C30 ( $f_{ct,m} = 2,9\text{MN/m}^2$ ,  $E_{cm} = 33.500\text{MN/m}^2$ ,  $\alpha_e = 6$ ) berechneten Grenzdurchmesser für die Rißbreiten  $w_k=0,2\text{mm}$

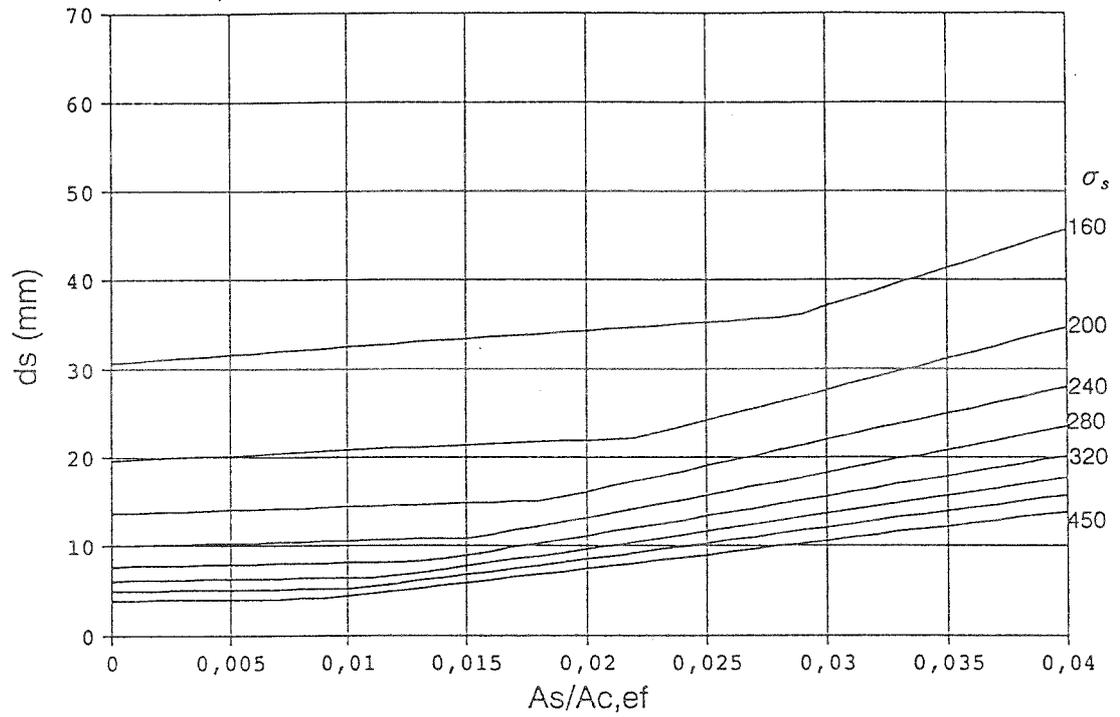


Abbildung 5.98: Grenzdurchmesser für  $f_{ct,m}=2,9\text{MN/m}^2$  und  $w_k=0,2\text{mm}$

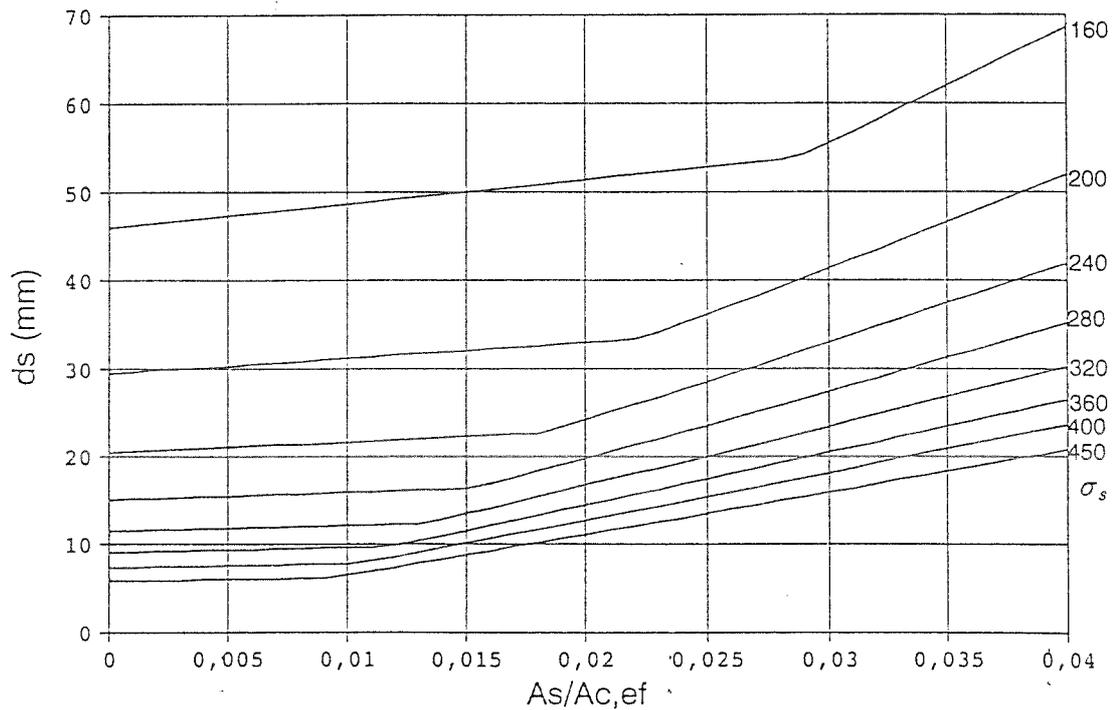


Abbildung 5.99: Grenzdurchmesser für  $f_{ct,m}=2,9\text{MN/m}^2$  und  $w_k=0,3\text{mm}$

und 0,3mm. Der Knickpunkt in den Kurven markiert den Übergang vom Einzelriß zum abgeschlossenen Rißbild.

Daraus kann die Tabelle für die Grenzdurchmesser ohne Einfluß des Schwindens (Tab.5.5) aufgestellt werden.

Tabelle 5.5: Grenzdurchmesser  $d_s$  ohne Einfluß des Schwindens

Betonstahlspannung $\sigma_{s2}$ (N/mm <sup>2</sup> )	maximaler Stabdurchmesser $d_s$ (mm)	
	$w_k = 0,3\text{mm}$	$w_k = 0,2\text{mm}$
160	46	30
200	28	20
240	20	14
280	16	10
320	12	8
360	10	6
400	8	5
450	6	4

bei Einzelrissen darf der Grenzdurchmesser im Verhältnis  $f_{ct,m}/2,9$  vergrößert werden

Für das abgeschlossene Rißbild liegen diese Grenzdurchmesser auf der sicheren Seite. Daher wird für das abgeschlossenen Rißbild zusätzlich eine Stababstandstabelle angegeben.

Aus

$$\rho_{s,eff} = \frac{d_s^2 \cdot \pi / 4}{s \cdot h_{eff}} \quad (5.40)$$

folgt

$$s = \frac{d_s^2 \cdot \pi / 4}{\rho_{s,eff} \cdot h_{eff}}$$

Mit

$$d_s = \frac{3,6 \cdot \rho_{s,eff} \cdot w_k \cdot E_s}{\sigma_{s2} - 0,38 \cdot \frac{f_{ct,m}}{\rho_{s,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,eff})} \quad (5.41)$$

ergeben sich daraus die maximalen Stababstände für einen Beton C30 für die Rißbreiten  $w_k=0,2$  und  $0,3\text{mm}$  entsprechend Abb.5.100 und Abb.5.101. Zusätzlich sind die Stababstände abhängig von der effektiven Höhe  $h_{eff}$  des Ersatzzugstabes. Die Kurven wurden für  $h_{eff} = 2,5 \cdot (h_c - d) = 100\text{mm}$  berechnet.

Daraus kann eine Tabelle für die maximalen Stababstände aufgestellt werden (Tab.5.6). Diese gilt voraussetzungsgemäß nur bei Lastbeanspruchung für das abgeschlossenen Rißbild ( $A_s \cdot \sigma_s > f_{ct,m} \cdot A_{c,eff}$ ).

Der maximale Stababstand sollte jedoch den Wert von 300mm bzw. bei der Verwendung von Spanngliedern den Wert von 200mm nicht überschreiten.

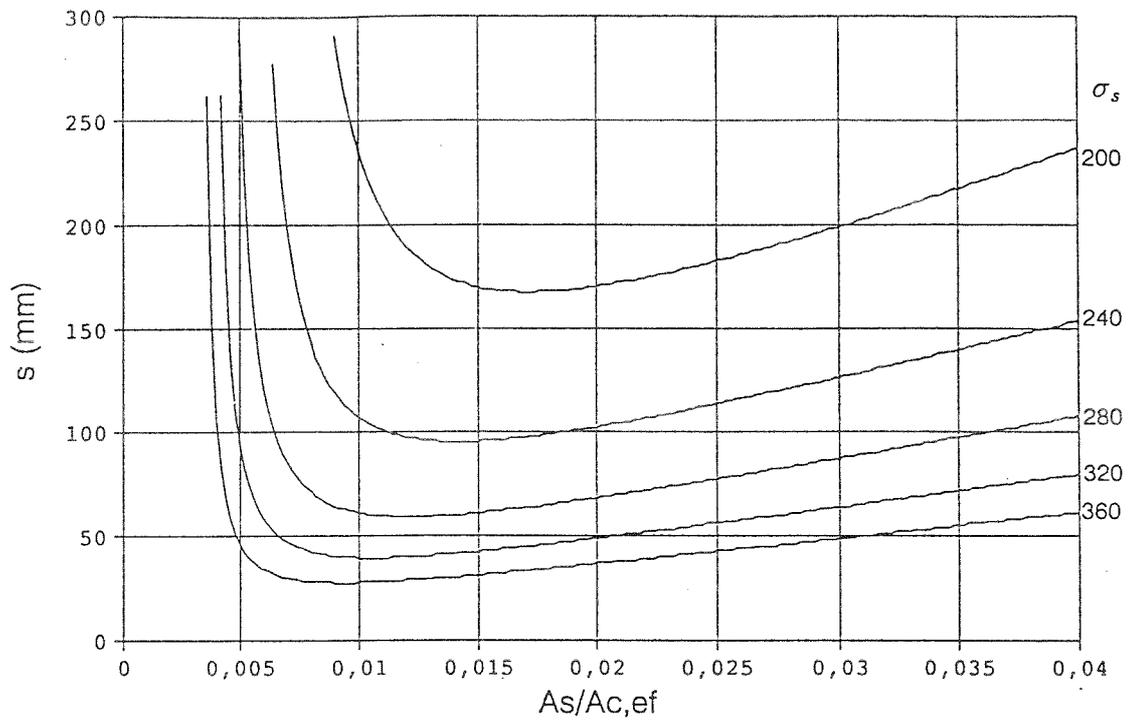


Abbildung 5.100: Maximaler Stababstand für  $w_k=0,2\text{mm}$  und  $h_{eff}=100\text{mm}$

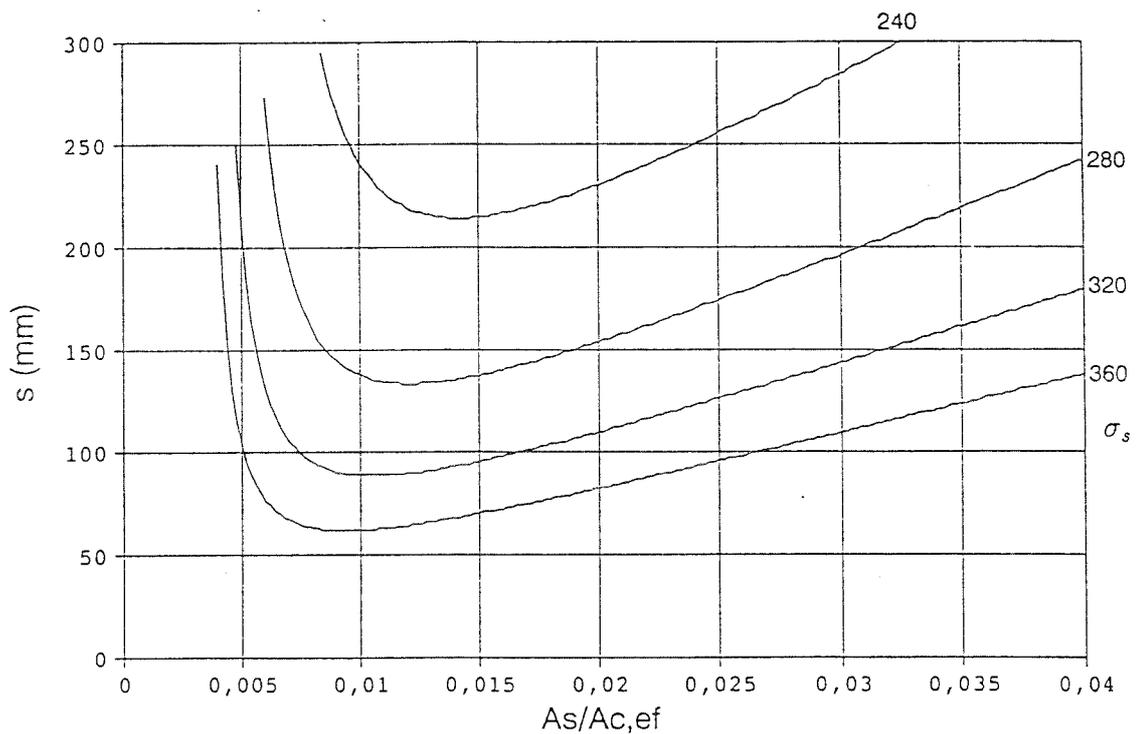


Abbildung 5.101: Maximaler Stababstand für  $w_k=0,3\text{mm}$  und  $h_{eff}=100\text{mm}$

Tabelle 5.6: Maximaler Stababstand ohne Einfluß des Schwindens für  $h_{eff} = 100\text{mm}$ 

Betonstahlspannung $\sigma_{s2}$ (N/mm <sup>2</sup> )	maximaler Stabdurchmesser $d_s$ (mm)	
	$w_k = 0,3\text{mm}$	$w_k = 0,2\text{mm}$
160	300	300
200	300	175
240	220	100
280	150	75
320	100	50
360	60	—

bei anderen Werten für  $h_{eff}$  kann der Stababstand im Verhältnis  $100/h_{eff}$  umgerechnet werden ( $h_{eff}$  in mm) unter Einhaltung der maximal zulässigen Stababstände

#### Grenzdurchmesser- und Stababstandstabelle mit Berücksichtigung des Einflusses aus Schwinden

Mit Berücksichtigung des Einflusses aus Schwinden ergeben sich die Grenzdurchmesser für den Einzelriß nach Gl.(5.25) zu

$$d_s = \frac{5 \cdot w_k \cdot \tau_{bk} \cdot E_s}{(\sigma_{s2,r} - E_s \cdot \varepsilon_{cs,eff})^2} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \varrho_{s,eff}) \quad (5.42)$$

Für das abgeschlossene Ribbild gilt nach Gl.(35)

$$d_s = \frac{3,6 \cdot w_k \cdot \varrho_{s,eff} \cdot E_s}{(\sigma_{s2} - E_s \cdot \varepsilon_{cs,eff}) - 0,38 \cdot \frac{f_{ct,m}}{\varrho_{s,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \varrho_{s,eff})} \quad (5.43)$$

Es zeigt sich, daß der Einfluß des Schwindens durch eine fiktive Erhöhung der Stahlspannung um  $E_s \cdot \varepsilon_{cs,eff}$  erfaßt werden kann.

Hierbei ist  $\varepsilon_{cs,eff}$  das um den Einfluß des Kriechens reduzierte Schwindmaß  $\varepsilon_{cs}$  des Betons.

$$\varepsilon_{cs,eff} = \varepsilon_{cs} - \varepsilon_{cc}$$

Nach Vergleichsrechnungen beträgt bei Stahlverbundträgern im Zustand I  $\varepsilon_{cs,eff} \approx 0,8 \cdot \varepsilon_{cs}$ . Der genaue Wert ist im Einzelfall abhängig von der Querschnittsausbildung. Aber auch im gerissenen Zustand sind Zugspannungen im Beton zwischen den Rissen wirksam. In Anbetracht der Streuungen des Schwindmaßes und der Kriechzahl des Betons wird vorgeschlagen, wenn kein genauere Nachweis geführt wird, vereinfacht generell

$$\varepsilon_{cs,eff} \approx 0,8 \cdot \varepsilon_{cs}$$

zu setzen.

Für Normalbeton kann das Endschwindmaß in trockener Luft mit  $\varepsilon_{cs,\infty} = -0,35 \cdot 10^{-3}$  angenommen werden. Die fiktive Spannungserhöhung beträgt dann

$$E_s \cdot \varepsilon_{cs,eff} = 0,8 \cdot 0,35 \cdot 10^{-3} \cdot 200.000 \approx 55 \text{ N/mm}^2.$$

Bei Bauteilen allgemein im Freien gilt für Normalbeton  $\varepsilon_{cs,\infty} = -0,25 \cdot 10^{-3}$ . Daraus ergibt sich eine fiktive Spannungserhöhung von ca.

$$E_s \cdot \varepsilon_{cs,eff} = 0,8 \cdot 0,25 \cdot 10^{-3} \cdot 200.000 \approx 40 \text{ N/mm}^2.$$

Unter Berücksichtigung des Einflusses aus Schwinden über die fiktive Erhöhung der Stahlspannung ergeben sich die folgenden Grenzdurchmesser (Tab. 5.7) und Stababstandstabellen (Tab. 5.8).

Die Tabellenwerte stimmen nahezu mit denen des Model Code 90 überein.

Tabelle 5.7: Grenzdurchmesser  $d_s$  mit Einfluß des Schwindens

Betonstahlspannung $\sigma_{s2}$ (N/mm <sup>2</sup> )	maximaler Stabdurchmesser $d_s$ (mm)	
	$w_k = 0,3\text{mm}$	$w_k = 0,2\text{mm}$
160	28	20
200	20	14
240	16	10
280	12	8
320	10	6
360	8	5
400	6	4
450	5	—

bei Einzelrissen darf der Grenzdurchmesser im Verhältnis  $f_{ct,m}/2,9$  vergrößert werden

Tabelle 5.8: Maximaler Stababstand mit Einfluß des Schwindens für  $h_{eff} = 100\text{mm}$

Betonstahlspannung $\sigma_{s2}$ (N/mm <sup>2</sup> )	maximaler Stabdurchmesser $d_s$ (mm)	
	$w_k = 0,3\text{mm}$	$w_k = 0,2\text{mm}$
160	300	175
200	225	100
240	150	75
280	100	50
320	75	—
360	50	—

bei anderen Werten für  $h_{eff}$  kann der Stababstand im Verhältnis  $100/h_{eff}$  umgerechnet werden ( $h_{eff}$  in mm) unter Einhaltung der maximal zulässigen Stababstände

## 5.7.4 Mindestbewehrung

Soll in Bereichen wahrscheinlicher Ribbildung die Breite möglicher Einzelrisse auf unschädliche Werte beschränkt werden, ist eine ausreichende Mindestbewehrung anzuordnen. Die Bemessung der Mindestbewehrung erfolgt auf der Grundlage der Ribschnittgrößen. Unter der Ribschnittgröße erreichen die Randspannungen im Betongurt die wirksame Betonzugfestigkeit. Die Beziehung zur Ermittlung der Mindestbewehrung wird zunächst in allgemeingültiger Form angegeben, anschließend aber für die Anwendung vereinfacht:

$$\begin{aligned} \min A_s &= \frac{\delta \cdot N_{cr}}{\sigma_s} \\ &= \frac{\delta \cdot k_c \cdot k \cdot (1 + \lambda) \cdot f_{ct,eff} \cdot A_c}{\sigma_s} \end{aligned} \quad (5.44)$$

$\delta$	Abminderungsfaktor zur Erfassung der Spannungsumlagerung auf den Stahlträger nach Abschn. 5.1.2
$k$	Beiwert zur Berücksichtigung von nichtlinear verteilten Eigenspannungen
$\lambda$	Maßstabfaktor
$f_{ct,eff}$	wirksame Betonzugfestigkeit zum Zeitpunkt der Erstrißbildung
	$f_{ct,eff} = f_{ct,m} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$
$A_c$	gesamte Fläche des Betongurtes
	$A_c = b_{eff} \cdot h_c$
$\sigma_s$	zulässige Spannung in der Bewehrung unmittelbar nach der Ribbildung. Zur Vermeidung klaffender Einzelrisse darf die Streckgrenze des Betonstahls nicht überschritten werden. Um die Begrenzung der Ribbreite sicherzustellen, kann ein geringerer Wert erforderlich sein (Tab.5.7)
$k_c$	Beiwert zur Berücksichtigung des Spannungsgradienten im Betongurt

Bei reiner Momentenbeanspruchung gilt mit  $k_c = k_{c,M}$

$$k_{c,M} = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{2 \cdot z_{1,c}}}$$

$h_c$	Höhe des Betongurtes
$z_{1,c}$	Abstand zwischen dem Schwerpunkt des Verbundquerschnitts im Zustand I und der Schwerachse des Betongurtes

Damit beträgt die Zugkraft im Betongurt ( $N_{cr}$ ) unmittelbar vor Bildung des Trennrisses

$$N_{cr} = k_{c,M} \cdot k \cdot (1 + \lambda) \cdot f_{ct,eff} \cdot A_c.$$

Bei zusätzlicher Berücksichtigung des primären Eigenspannungszustandes aus Schwinden wird  $N_{cr}$  größer und damit auch der Beiwert  $k_c = k_{c,M+\varepsilon} > k_{c,M}$ .

Aus Gl.(5.1) folgen die Teilschnittgrößen und Spannungen aus Schwinden im Betongurt:

$$\begin{aligned} M_{c,\varepsilon} & , N_{c,\varepsilon} \\ \sigma_{c,sup}^\varepsilon & = -\frac{M_{c,\varepsilon}}{W_{c,sup}} + \frac{N_{c,\varepsilon}}{A_c} \\ \sigma_{c,inf}^\varepsilon & = \frac{M_{c,\varepsilon}}{W_{c,inf}} + \frac{N_{c,\varepsilon}}{A_c} \end{aligned}$$

Damit gilt für die Zugkraft im Betongurt unmittelbar vor Bildung des Trennrisses

$$\begin{aligned} N_{cr} & = N_{c,\varepsilon} + k_{c,M} \cdot k \cdot (1 + \lambda) \cdot (f_{ct,eff} - \sigma_{c,sup}^\varepsilon) \cdot A_c \\ & = k_{c,M+\varepsilon} \cdot k \cdot (1 + \lambda) \cdot f_{ct,eff} \cdot A_c \end{aligned}$$

In Tab.5.9 sind für einige Hochbauquerschnitte aus Walzprofilen für die Parameter  $\varepsilon_{cs} = -0,375 \cdot 10^{-3}$ ,  $\varphi = 3,0$ ,  $\rho = 0,8$  sowie  $f_{ct} = 2,6 \text{ MN/m}^2$  die Beiwerte  $k_{c,M}$  und  $k_{c,M+\varepsilon}$  angegeben. Der maximale Wert für  $k_{c,M}$  beträgt danach 0,7. Die Werte für  $k_{c,M+\varepsilon}$  sind im Vergleich dazu deutlich größer. Sie können sogar den Wert 1,0 erreichen. Daraus folgt, daß bei der Ermittlung der Mindestbewehrung der Eigenspannungszustand aus Schwinden nicht vernachlässigt werden darf.

Die Beiwerte  $k_{c,M+\varepsilon}$  sowie die Funktion

$$k_{c,M} = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{2 \cdot z_{1,c}}}$$

sind in Abb.5.102 über den Parameter  $z_{1,c}/h_c$ , der die Schwerpunktlage des Verbundquerschnitts im Zustand I beschreibt, aufgetragen. Bei Werten  $z_{1,c}/h_c < 0,5$  liegt der Schwerpunkt im Betongurt. Bei  $z_{1,c}/h_c = 0,5$  liegt er in der Verbundfuge und für Werte größer als 0,5 im Stahlträger. Es zeigt sich, daß sich die Beiwerte  $k_{c,M+\varepsilon}$  sehr gut durch den Ausdruck

$$k_{c,M+\varepsilon} = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{2 \cdot z_{1,c}}} + 0,3 \leq 1,0 \quad (5.45)$$

annähern lassen.

Damit kann die Mindestbewehrung für *Hochbauträger* wie folgt ermittelt werden:

Maßstabfaktor:

$$\begin{aligned} \text{bei } k_{c,M+\varepsilon} & = 1,0 & : & \lambda = 0 \\ \text{sonst} & & : & \lambda \approx 0,1 \\ \text{im Mittel} & & : & \lambda \approx 0,05 \end{aligned}$$

Umlagerung bei Rißbildung auf den Stahlträger:

$$\text{nach Abschn. 5.1.2} \quad : \quad \delta \approx 0,85$$

$$\leadsto \delta \cdot (1 + \lambda) \approx 0,85 \cdot (1 + 0,05) = 0,9$$

Daraus folgt für Träger des üblichen Hochbaus und Industriebaus

$$\min A_s = 0,9 \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_c}{\sigma_s} \quad (5.46)$$

mit

$$k_c = \frac{1}{1+h_c/(2 \cdot z_{1,c})} + 0,3 \leq 1,0$$

$$k = 0,8$$

$$f_{ct,eff} = f_{ct,m} \geq 3 \text{ MN/m}^2$$

$$A_c = b_{eff} \cdot h_c$$

$$\sigma_s \quad \text{nach Tab.5.7 in Abhängigkeit von } d_s$$

Tabelle 5.9: Beiwerte  $k_{c,M}$  und  $k_{c,M+\epsilon}$  für einige Hochbauquerschnitte mit Walzprofilen

Profil	$b_{eff}$ (m)	$h_c$ (cm)	$\frac{z_{1,c}}{h_c}$	$k_{c,M}$	$k_{c,M+\epsilon}$
IPE 200	1,00	10	0,22	0,31	0,54
		15	0,12	0,19	0,40
IPE 400	1,00	15	0,47	0,48	0,77
		20	0,31	0,38	0,66
	2,00	15	0,27	0,35	0,57
		20	0,17	0,25	0,44
IPE 600	1,00	15	0,96	0,66	0,93
		20	0,64	0,56	0,88
	2,00	15	0,59	0,54	0,79
		20	0,38	0,43	0,70
	3,00	15	0,43	0,46	0,65
		20	0,27	0,35	0,58
HE A 200	1,00	10	0,36	0,42	0,72
		15	0,20	0,29	0,58
HE A 400	1,00	15	0,70	0,58	0,91
		20	0,48	0,49	0,83
	2,00	15	0,43	0,46	0,76
		20	0,29	0,36	0,65
HE A 600	1,00	15	1,17	0,70	1,00
		20	0,80	0,62	0,96
	2,00	15	0,77	0,61	0,88
		20	0,50	0,50	0,79
	3,00	15	0,57	0,53	0,77
		20	0,37	0,42	0,67

Bei *Brückenträgern* ist der Maßstabeffekt gering ( $\lambda \approx 0,05$ ). Da in der Regel hohe Betongüten gegeben sind, wird vorgeschlagen, für den Umlagerungsfaktor generell  $\delta = 0,9$  zu setzen (Abschn. 5.1.2).

Der Schwerpunkt des Verbundquerschnitts liegt in der Regel im Stahlträger ( $z_{1,c}/h_c \approx 1 \dots 4$ ). Das Endschwindmaß bei Umweltbedingungen allgemein im Freien ist bei Brücken

mit  $\varepsilon_{cs,\infty} \approx -0,25 \cdot 10^{-3}$  kleiner als bei Hochbauträgern in trockenen Innenräumen. Daher kann bei Brückenquerschnitten der Beiwert  $k_c$  generell zu  $k_{c,M+\varepsilon} \approx 0,9$  gesetzt werden.

$$\leadsto \delta \cdot (1 + \lambda) \approx 0,9 \cdot (1 + 0,05) = 0,95 \approx 1,0$$

Daraus folgt für Träger des Brückenbaus

$$\boxed{\min A_s = \frac{k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_c}{\sigma_s}}$$

mit

$$\begin{aligned} k_c &= 0,9 \\ k &= 0,7 \\ f_{ct,eff} &= f_{ct,m} \geq 3 \text{ MN/m}^2 \\ A_c &= b_{eff} \cdot h_c \\ \sigma_s &\text{ nach Tab.5.7 in Abhängigkeit von } d_s \end{aligned}$$

Außerhalb der mittragenden Gurtbreite kann die Mindestbewehrung nach [31] ermittelt werden.

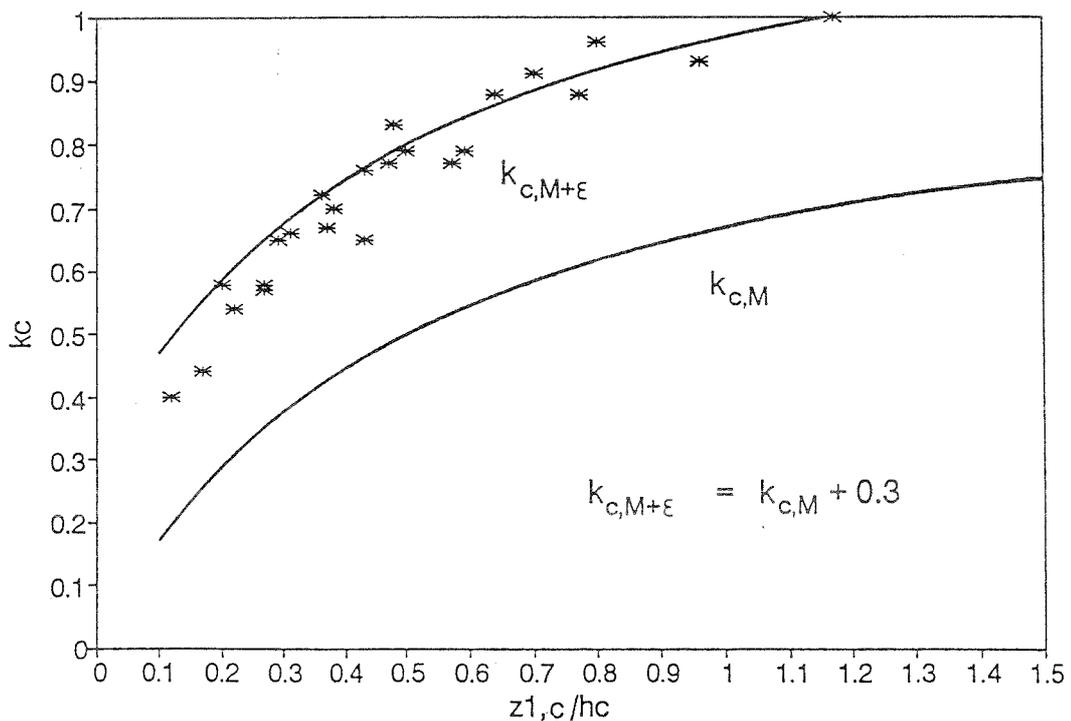


Abbildung 5.102: Beiwerte  $k_{c,M}$  und  $k_{c,M+\varepsilon}$  ( $\varepsilon_{cs} = -0,375 \cdot 10^{-3}$ )

### 5.7.5 Vergleich mit bestehenden Vorschriften

Die maßgebenden Vorschriften sind die Neufassung des Abschnitts 9 der Verbundträgerrichtlinie und der Eurocode 4 Teil 1. Beiden liegt das gleiche Grundkonzept zugrunde. Der Eurocode 4 Teil 2 für Brücken befindet sich derzeit noch im Anfangsstadium der Bearbeitung.

Der hier entwickelte Vorschlag zum Nachweis der Rißbreitenbeschränkung enthält ebenfalls die Forderung nach einer Mindestbewehrung zur Beschränkung der Breite von Einzelrissen in Bereichen wahrscheinlicher Rißbildung sowie einem Nachweis für das abgeschlossene Rißbild bei Lastbeanspruchung. Grundlage sind die Regelungen zur Rißbreitenbeschränkung nach dem CEB-FIP Model Code 90, wobei spezifische Aspekte für Stahlverbundträger eingearbeitet wurden.

Von großem Einfluß ist der Eigenspannungszustand aus Schwinden. Dieser Einfluß wird sowohl bei der Berechnung der Rißbreiten als auch bei der Ermittlung der erforderlichen Mindestbewehrung berücksichtigt. Gegenüber der Neufassung des Abschnitts 9 der Verbundträgerrichtlinie sowie Eurocode 4 Teil 1 wird für Träger des üblichen Hochbaus und Industriebaus ein verfeinerter Ansatz für den Beiwert  $k_c$  unter Berücksichtigung des Schwindinflusses angegeben.

Neufassung Abschn. 9 Verbundträgerrichtlinie und EC4 Teil 1:

$$k_c = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{2 \cdot z_{1,c}}} \geq 0,7.$$

Neuvorschlag:

$$k_c = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{2 \cdot z_{1,c}}} + 0,3 \leq 1,0$$

Für Brückenträger wird auch hier vorgeschlagen, generell den Beiwert  $k_c = 0,9$  anzusetzen. Der Neuvorschlag ergibt eine bessere Anpassung an die tatsächlichen Verhältnisse (vergl. Abb.5.102).

Bei der Erstrißbildung wurden zusätzlich die Verträglichkeitsbedingungen berücksichtigt, wodurch die Umlagerung eines Teils der freiwerdenden Zugkraft des Betongurtes auf den Stahlträger erfaßt werden kann.

Der Maßstabeffekt des Betons wurde eingearbeitet.

## Kapitel 6

# Zum speziellen Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel im Gebrauchszustand

### 6.1 Allgemeines

Üblicherweise erfolgt die Berechnung von Stahlverbundträgern im Gebrauchszustand unter der Annahme starren Verbundes. Tatsächlich jedoch gehört zu jeder Dübelkraft eine Relativverschiebung in der Verbundfuge. Wie die Messungen an der Werrabrücke Münden ergeben haben (Abschn.5.2.2), sind die Auswirkungen der Relativverschiebungen in der Verbundfuge bei derartigen Verbundkonstruktionen allerdings vernachlässigbar. Aufgrund der großen Anzahl von Dübeln ist die Steifigkeit in der Verbundfuge so hoch, daß bei der Berechnung von starrem Verbund ausgegangen werden kann.

Im folgenden soll untersucht werden, ob sich ein Einfluß aus der Nachgiebigkeit der Kopfbolzendübel bei Hochbauträgern ergibt, die nach der Teilverbundtheorie bemessen sind. Werden die Dübel äquidistant angeordnet, bedeutet dies ein starkes Einschneiden in den Schubkraftverlauf. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit müssen dann entsprechend große Relativverschiebungen in der Verbundfuge auftreten, damit alle Dübel ihre Fließkraft erreichen.

In diesem Zusammenhang ist es von Interesse, ob sich die Nachgiebigkeit der Kopfbolzendübel bei derartig bemessenen Hochbauträgern bereits im Gebrauchszustand auswirkt und bei der Rißbreitenbeschränkung durch die gezielte Bemessung der Verbundfuge genutzt werden kann.

Eine wirklichkeitsnahe Erfassung des Einflusses aus der Nachgiebigkeit der Verbundmittel ist mit Hilfe des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten physikalisch nichtlinearen Berechnungsmodells möglich. Damit wird in Abschnitt 6.3 dieser Einfluß anhand einiger Beispiele untersucht.

Bei einer kontinuierlichen linear elastischen Verbundsteifigkeit ist die geschlossene Lösung des Problems für den Einfeldträger mit Hilfe der Differentialgleichung des elastischen Verbundes möglich. Damit kann eine erste Abschätzung des Einflusses für den Gebrauchslastbereich vorgenommen werden. In Abschnitt 6.2 wird zunächst kurz auf die Differential-

gleichung des elastischen Verbundes eingegangen, die auch schon in Abschn.4.5.1 für die Verifikation des physikalisch nichtlinearen Modells verwendet wurde.

## 6.2 Differentialgleichung des elastischen Verbundes

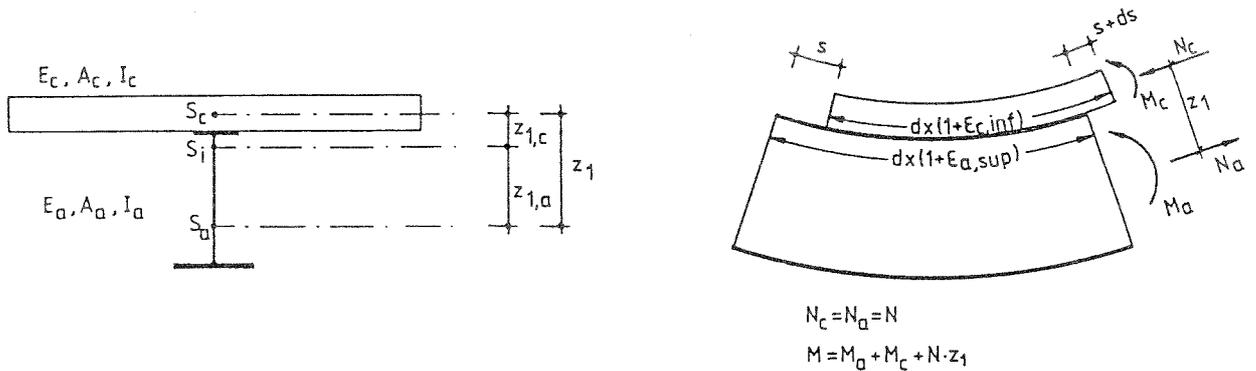


Abbildung 6.1: Bezeichnungen für den Träger mit linear elastischem Verbund

Mit den Bezeichnungen nach Abb.6.1 gilt für den Schlupf  $s$

$$ds = dx \cdot (1 + \epsilon_{a,sup}) - dx \cdot (1 + \epsilon_{c,inf})$$

$$\frac{ds}{dx} = s' = \epsilon_{a,sup} - \epsilon_{c,inf}$$

Für die Dehnungen und Krümmungen gilt

$$\epsilon_{c,inf} = -\frac{N}{E_c A_c} + \frac{M_c}{E_c I_c} \cdot z_{c,inf}$$

$$\epsilon_{a,sup} = \frac{N}{E_a A_a} - \frac{M_a}{E_a I_a} \cdot z_{a,sup}$$

$$\kappa_c = \kappa_a : \frac{M_c}{E_c I_c} = \frac{M_a}{E_a I_a} = -w''$$

Daraus folgt:

$$s' = N \cdot \left( \frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c} \right) + w'' \cdot z_1$$

$$s'' = \frac{dN}{dx} \cdot \left( \frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c} \right) + w''' \cdot z_1$$

Die Kraft eines Dübels  $P$  mit einer linearen Steifigkeit  $c$  beträgt in Abhängigkeit vom Schlupf  $s$

$$P = c \cdot s.$$

Sind die Dübel im Abstand  $e$  angeordnet und werden diese in der Verbundfuge verschmiert, so gilt

$$dN = \frac{P}{e} \cdot dx \quad \text{bzw.} \quad \frac{dN}{dx} = \frac{c \cdot s}{e}.$$

Daraus folgt

$$s'' - \frac{c}{e} \cdot \left( \frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c} \right) \cdot s - w''' \cdot z_1 = 0 \quad (6.1)$$

Die zweite Differentialgleichung folgt aus der Gleichgewichtsbedingung

$$M = M_a + M_c + N \cdot z_1$$

Die Teilschnittgrößen ergeben sich aus den Elastizitätsbedingungen

$$\begin{aligned} N &= \frac{s' - w'' \cdot z_1}{\frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c}} \\ M_a &= -w'' \cdot E_a A_a \quad M_c = -w'' \cdot E_c A_c \end{aligned}$$

Daraus folgt nach einigen Umformungen

$$w'' - \frac{z_1}{E_a I_i \cdot \left( \frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c} \right)} \cdot s' = \frac{M}{E_a I_i} \quad (6.2)$$

mit  $E_a I_i$  = Biegesteifigkeit des starr verdübelten Verbundquerschnitts

Die Lösung des Differentialgleichungssystems kann [101] für das analoge Problem bei Sandwichkonstruktionen entnommen werden.

*Beispiel: Einfeldträger mit konstanter Streckenlast*

Mit

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{E_a I_a + E_c I_c}{z_1^2} \left( \frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_a A_a} \right) \\ \beta &= \frac{1}{\left( \frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_a A_a} \right) \cdot c \cdot L^2 / e} \\ \lambda^2 &= \frac{1 + \alpha}{\alpha \cdot \beta} \end{aligned}$$

gilt nach [101] für den Einfeldträger unter konstanter Streckenlast:

Durchbiegung ( $\xi = x/l$ )

$$w = \frac{q_0 \cdot L^4}{E_a I_i} \left[ \frac{1}{24} \xi (1 - 2\xi^2 + \xi^3) + \frac{1}{2\alpha \lambda^2} \xi (1 - \xi) - \frac{1}{\alpha \lambda^4} \cdot \frac{\cosh \lambda/2 - \cosh \lambda(1 - 2\xi)/2}{\cosh \lambda/2} \right]$$

Schlupf

$$s = \frac{q_0 \cdot L^3}{E_a I_i} \cdot z_1 \cdot \beta \left[ \frac{1}{2} (1 - 2\xi) - \frac{1}{\lambda} \frac{\sinh \lambda(1 - 2\xi)/2}{\cosh \lambda/2} \right]$$

Normalkraft im Betongurt  $N_c$  und im Stahlträger  $N_a$

$$N_a = \frac{q_0 \cdot L^2}{z_1} \cdot \frac{1}{1 + \alpha} \left[ \frac{1}{2} \xi(1 - \xi) - \frac{1}{\lambda^2} \frac{\cosh \lambda/2 - \cosh \lambda(1 - 2\xi)/2}{\cosh \lambda/2} \right]$$

$$N_c = -N_a$$

Die Lösungen für die Biegemomente im Betongurt  $M_c$  und im Stahlhauptträger  $M_a$  lauten mit

$$\alpha_a = \frac{E_a I_a}{z_1^2} \left( \frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_a A_a} \right)$$

$$\alpha_c = \frac{E_c I_c}{z_1^2} \left( \frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_a A_a} \right)$$

$$M_{a,c} = q_0 \cdot L^2 \frac{\alpha_{a,c}}{1 + \alpha} \left[ \frac{1}{2} \xi(1 - \xi) + \frac{1}{\alpha \lambda^2} \frac{\cosh \lambda/2 - \cosh \lambda(1 - 2\xi)/2}{\cosh \lambda/2} \right]$$

Für den Einfeldträger unter einer Einzellast bzw. einer Temperaturänderung im Betongurt können die entsprechenden Beziehungen ebenfalls [101] entnommen werden. Es ergeben sich ähnlich umfangreiche Gleichungen, die hier jedoch nicht weiter angegeben werden sollen. Mit diesen Beziehungen wurden in Abschn.4.5.1 u.a. die Vergleichsrechnungen zur Überprüfung des physikalisch nichtlinearen Berechnungsmodells durchgeführt.

Nachfolgend soll lediglich anhand eines einfachen Beispiels mit der Dgl. des elastischen Verbundes die Größenordnung des Einflusses aus der Nachgiebigkeit der Verbundmittel abgeschätzt werden.

Für den in Abb.6.2 dargestellten Einfeldträger werden dazu 4 verschiedene Varianten untersucht.

Fall 1: Vollplatte mit durchlaufender Verbundfuge  
Dübelsteifigkeit ( $7/8''$ )  $c \approx 3000 \text{ kN/cm}$   
 $n = n_{pl}$      Dübelabstand  $e=18,5 \text{ cm}$

Fall 2: Wie Fall 1, jedoch Teilverbund  
 $n = 0,5 \cdot n_{pl}$      Dübelabstand  $e=37 \text{ cm}$

Fall 3: Stahlblech Holorib 51, unterbrochene Verbundfuge  
Dübelsteifigkeit ( $7/8''$ )  $c \approx 1500 \text{ kN/cm}$   
 $n = n_{pl}$      Dübelabstand  $e=15 \text{ cm}$

Fall 4: Wie Fall 3, jedoch Teilverbund  
 $n = 0,5 \cdot n_{pl}$      Dübelabstand  $e=30 \text{ cm}$

Die Belastung entspricht etwa dem häufig wirkenden Lastanteil unter Gebrauchsbedingungen. Der Einfluß der Dübelsteifigkeit sowie des Verdübelungsgrades auf den Schlupf in der Verbundfuge ist zwar deutlich zu erkennen (Abb.6.3), dennoch sind die absoluten Werte

unter Gebrauchslast relativ klein. Die Normalkraft im Betongurt  $N_c$  fällt im Vergleich zur rechnerischen Annahme eines starren Verbundes nur um maximal 7% bei Fall 4 ab. Das Biegemoment  $M_c$  nimmt dagegen bei Fall 4 gegenüber dem starren Verbund um 12% zu. Mithin ist der Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel bei dem untersuchten Beispiel mit linear elastischem Materialverhalten nicht sehr groß.

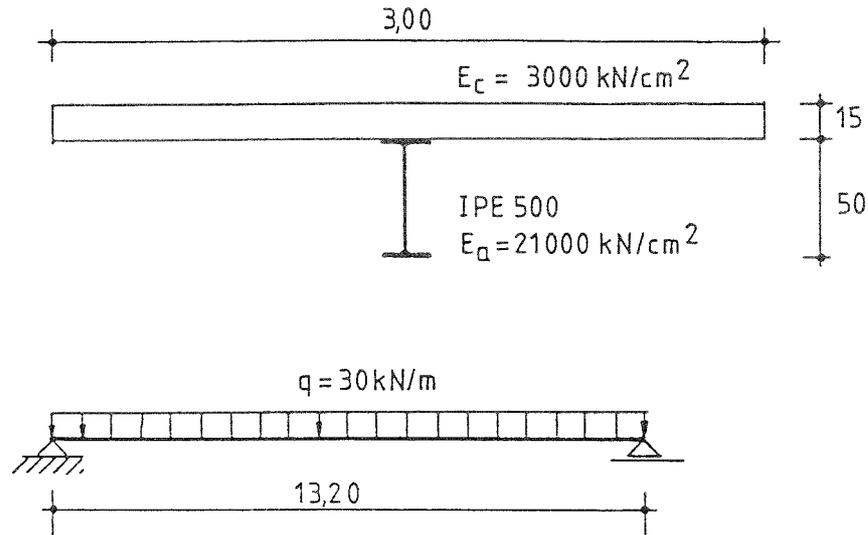


Abbildung 6.2: Beispiel: Einfeldträger unter Gleichstreckenlast

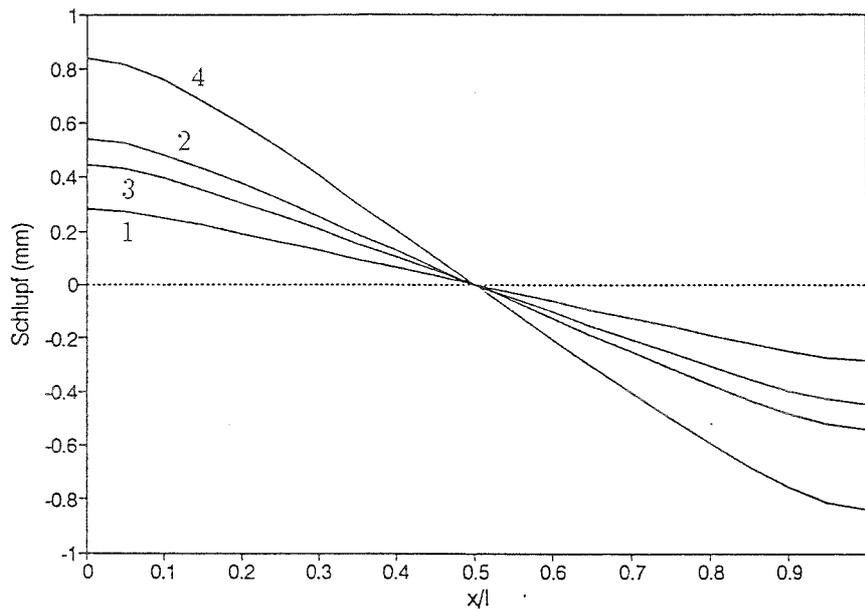


Abbildung 6.3: Auswirkung des elastischen Verbundes auf den Schlupf

### 6.3 Vergleichsrechnungen auf der Grundlage wirklichkeitsnahen Materialverhaltens

Die Anwendung der Teilverbundtheorie ist nach der Verbundträgergerichtlinie bei Durchlaufträgern auf den positiven Momentenbereich beschränkt. Nachfolgend wird der Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel auch im negativen Momentenbereich untersucht. Dabei wird das physikalisch nichtlineare Berechnungsmodell verwendet. Ziel der Untersuchungen ist es herauszufinden, ob sich die Nachgiebigkeit der Verbundmittel bereits im Gebrauchslastbereich über eine Reduzierung der Zugkraft im Betongurt nennenswert bei der Rißbreitenbeschränkung auswirkt. Beim Anschluß der Bewehrung im Stützbereich wird dabei auch eine gezielte Teilverdübelung vorgenommen. Der maximale Schlupf im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird kontrolliert.

*Rechenbeispiel 1a:*

Zunächst wird ein zweifeldriger Durchlaufträger mit  $2 \times 8,40\text{m}$  Spannweite untersucht. Dabei wird die Verdübelung im Stützbereich entsprechend Abb.6.4 variiert. Alle übrigen Parameter bleiben unverändert. Das Materialverhalten wird entsprechend Abschnitt 2 berücksichtigt. Für die Dübel werden idealisierte Kennlinien zugrunde gelegt. Der Bewehrungsgrad entspricht  $\rho_s = 0,8\%$ .

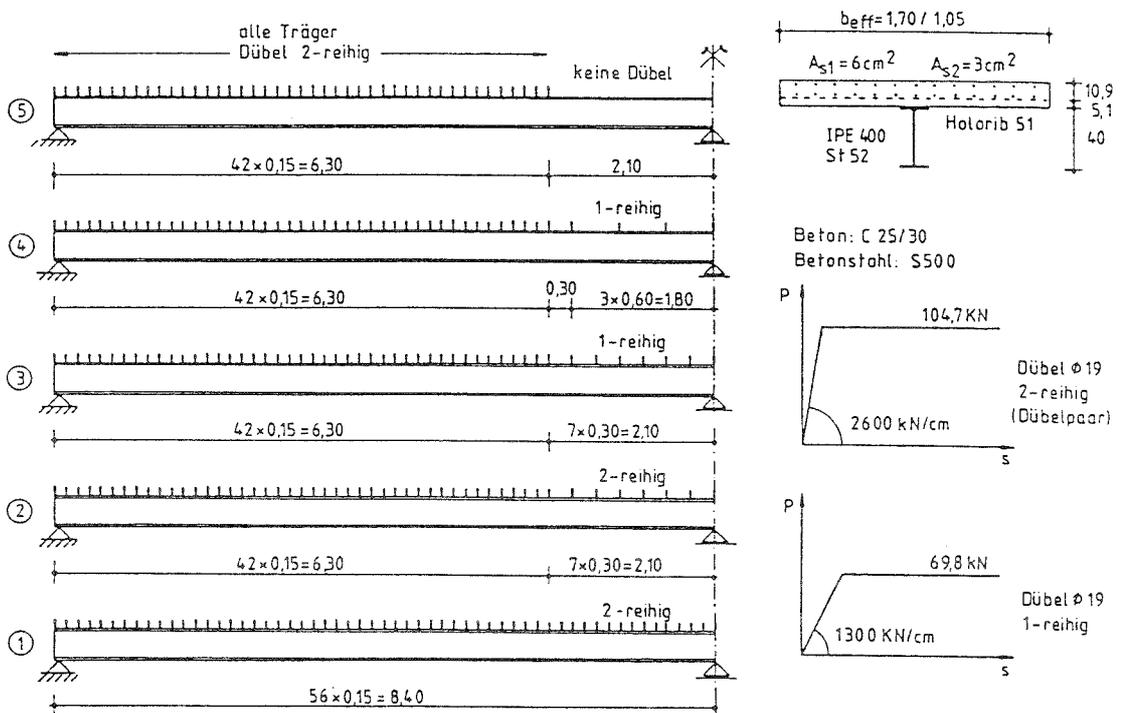


Abbildung 6.4: Zweifeldträger für die Vergleichsrechnung (Rechenbeispiel 1a und 1b)

Die Traglasten, die sich aufgrund der unterschiedlichen Verdübelungen im Stützbereich ergeben, sind in Tab.6.1 zusammengefaßt. Der maximale Traglastabfall beträgt für Fall 5 12%.

Tabelle 6.1: Traglasten für Rechenbeispiel 1a

Fall	$q_u$ (kN/m)	
1	138	100%
2	131	95%
3	128	93%
4	124	90%
5	121	88%

Für die Untersuchungen im Gebrauchslastbereich werden zwei Laststufen zugrunde gelegt.

$$q_1 \approx \frac{q_u}{1,7} = 75 \text{ kN/m}$$

$$q_2 = 0,7 \cdot q_1 \approx 50 \text{ kN/m}$$

Bei einer Reduzierung des Verdübelungsgrades nimmt das Kräftepaar ( $N_a = -N_c$ ) zur Aufnahme des einwirkenden äußeren Momentes ( $M$ ) ab und die Biegemomente in den Teilschnitten ( $M_a, M_c$ ) nehmen zu.

$$M = M_a + M_c + N_a \cdot z_1$$

Die Veränderung der Teilschnittgrößen in Abhängigkeit vom Verdübelungsgrad geht aus Tab.6.2 hervor. Die Abnahme der Zugkraft im Betongurt wirkt sich günstig bei der Rißbreitenbeschränkung aus, jedoch wachsen durch die Zunahme des Momentes  $M_a$  die Biegespannungen im Stahlträger an.

Tabelle 6.2: Einfluß der unterschiedlichen Verdübelungen auf die Teilschnittgrößen  $N_c$  und  $M_a$  bei Rechenbeispiel 1a

Verdübelung	$N_c/N_c^o$		$M_a/M_a^o$	
	$q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_2$
starr (°)	1,00	1,00	1,00	1,00
Fall 1	0,88	0,90	1,07	1,07
Fall 2	0,80	0,84	1,11	1,10
Fall 3	0,73	0,78	1,16	1,16
Fall 4	0,62	0,69	1,23	1,20
Fall 5	0,43	0,57	1,32	1,32

Der Einfluß des Verdübelungsgrades auf den Verlauf der Normalkraft  $N_c$  im Betongurt geht aus Abb.6.5 hervor.

Die Rißbreiten des abgeschlossenen Rißbildes sind linear von der Stahlspannung in der Bewehrung abhängig. Daher kann der Vergleich auch direkt über die Spannung  $\sigma_s$  in der Bewehrung erfolgen. Unter der Last  $q_1$  wird bei den Verdübelungsgraden entsprechend Fall 4 und Fall 5 bereits die Streckgrenze im Stahlträger erreicht. Dieser wird jedoch dabei noch nicht durchplastiziert. In diesen Fällen wäre ein größeres Profil notwendig (Tab.6.3).

Bei Fall 5 stellen sich im Betongurt etwa die Rißschnittgrößen ein.

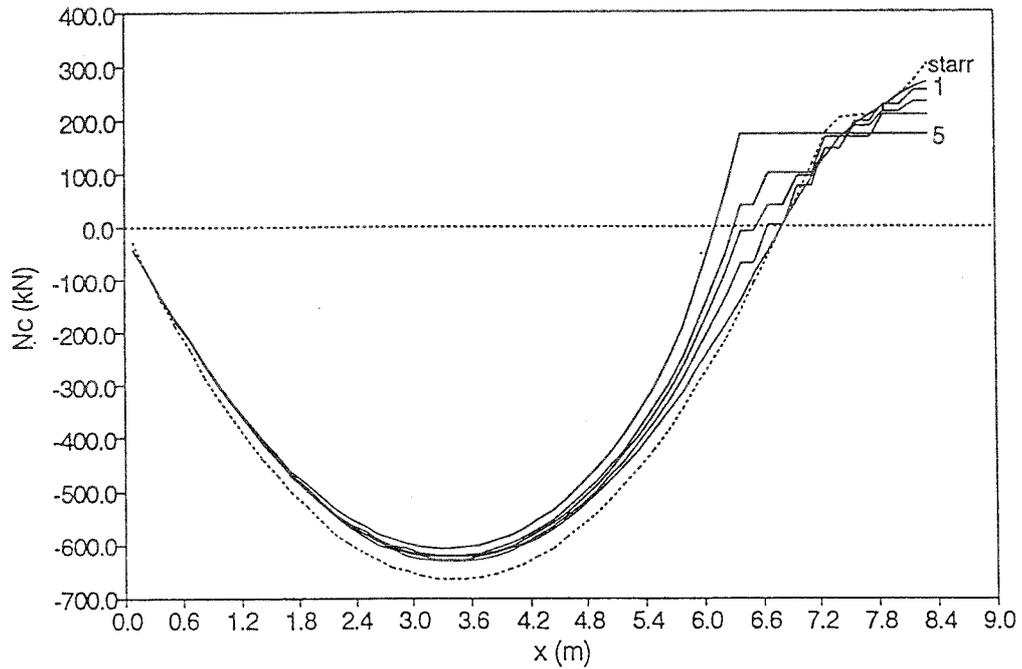


Abbildung 6.5: Verlauf der Normalkraft im Betongurt ( $q_2 = 50 \text{ kN/m}$ )

Tabelle 6.3: Einfluß der unterschiedlichen Verdübelungen auf die Spannung in der oberen Bewehrungslage  $\sigma_{s1}$  und im Stahlträger  $\sigma_a$

Verdübelung	$\sigma_{s1}/\sigma_{s1}^0$		$\sigma_{a,sup}/\sigma_{a,sup}^0$		$\sigma_{a,inf}/\sigma_{a,inf}^0$	
	$q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_2$
starr (°)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Fall 1	0,90	0,90	1,11	1,11	1,04	1,04
Fall 2	0,83	0,85	1,18	1,17	1,07	1,07
Fall 3	0,77	0,80	1,25	1,25	1,09	1,10
Fall 4	0,67	0,73	1,37	1,33	y	1,13
Fall 5	0,54	0,67	y	1,49	y	1,20

y = Streckgrenze erreicht

Der Verlauf der Spannungen in der oberen Bewehrungslage ist in Abb.6.6 dargestellt. Mit abnehmendem Verdübelungsgrad läßt sich ein spürbarer Abfall der Spannung im Riß im Vergleich zum starren Verbund feststellen.

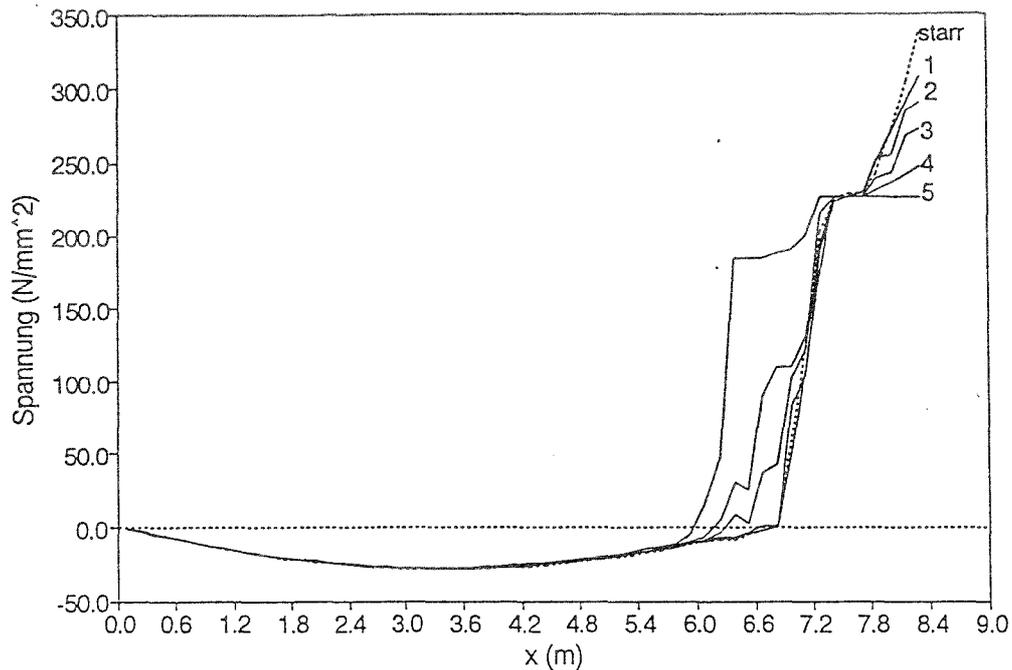


Abbildung 6.6: Verlauf der Spannungen in der oberen Bewehrungslage ( $q_2 = 50\text{kN/m}$ )

Unter der Last  $q_1$  erreichen bei Fall 2 bis Fall 5 bereits einzelne Dübel die Fließkraft (bei  $x=6,30\text{m}$ ). Unter der Last  $q_2$  tritt dies nur bei Fall 5 ein. Die starke Zunahme des Schlupfes bei abnehmendem Verdübelungsgrad im Grenzzustand der Tragfähigkeit geht aus Abb.6.7 hervor. Wie Scherversuche gezeigt haben, sind die Kopfbolzendübel bei der Verwendung von profilierten Stahlblechen besonders verformungsfähig. Dennoch ist es in diesem Zusammenhang von Bedeutung, daß die Verbundfuge eine ausreichende Duktilität besitzt, damit es nicht zu einem vorzeitigen Abscheren der Dübel und reißverschlußartigen Versagen in der Verbundfuge kommt.

Der Einfluß der unterschiedlichen Verdübelungen auf die maximale Durchbiegung im Feld ist relativ unbedeutend (Tab.6.4).

Tabelle 6.4: Einfluß der unterschiedlichen Verdübelungen auf die maximale Durchbiegung im Feld

Verdübelung	Durchbiegung (mm)	
	$q_1$	$q_2$
starr (°)	14,6	9,5
Fall 1	15,9	10,4
Fall 2	16,1	10,5
Fall 3	16,3	10,7
Fall 4	16,7	10,8
Fall 5	17,6	11,1

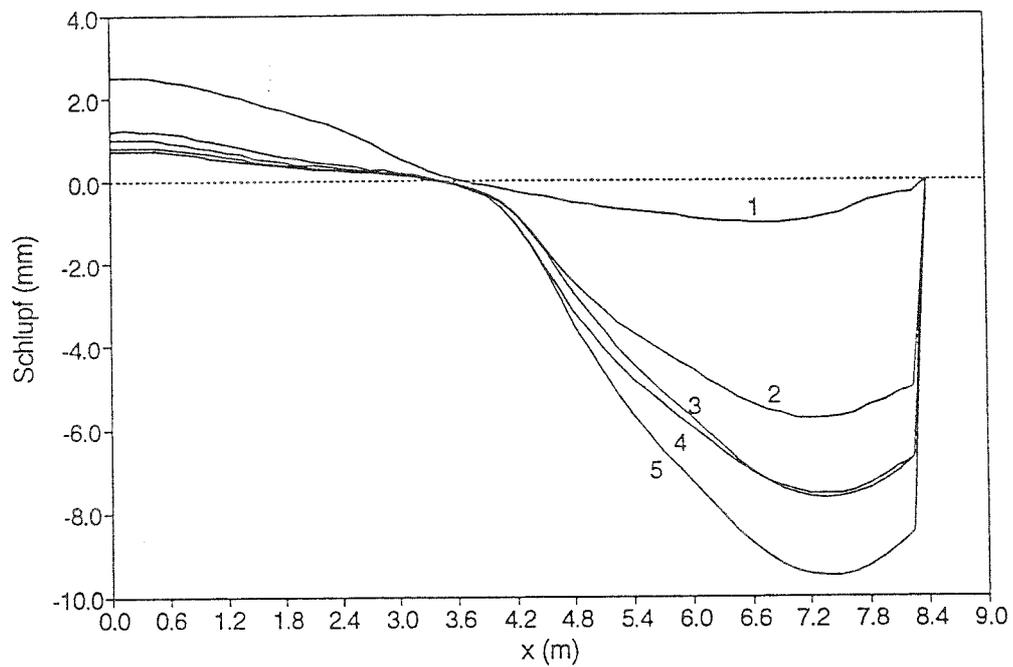


Abbildung 6.7: Verlauf des Schlupfes im Grenzzustand der Tragfähigkeit

*Rechenbeispiel 1b:*

Bei dem Rechenbeispiel 1b wurde gegenüber dem Rechenbeispiel 1a lediglich die Dübelkennlinie geändert. Es wurde die idealisierte Dübelkennlinie für einen Kopfbolzen 3/4" bei durchgehender Verbundfuge zugrunde gelegt. Die Fließkraft wurde entsprechend der Verbundträgerrichtlinie mit 95kN und die Dübelsteifigkeit mit  $C = 2600\text{kN/cm}$  angesetzt, also doppelt so hoch wie bei Rechenbeispiel 1a. Bei Dübelpaaren wurde für jeden einzelnen Dübel die volle Fließkraft berücksichtigt.

Der Einfluß der unterschiedlichen Verdübelung im Stützbereich auf die Traglast ist hier geringer (Tab.6.5), da aufgrund der höheren Dübeltragfähigkeiten ein höherer Verdübelungsgrad vorliegt.

Tabelle 6.5: Traglasten für Rechenbeispiel 1b

Fall	$q_u$ (kN/m)	
1	146	100%
2	146	100%
3	145	100%
4	141	97%
5	134	92%

Für den Gebrauchslastbereich werden wiederum die beiden Lastfälle  $q_1=75\text{kN/m}$  und  $q_2=50\text{kN/m}$  untersucht.

Der Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel für die unterschiedlichen Verdübelungen im Stützbereich auf die Stahlspannung in der oberen Bewehrungslage  $\sigma_{s1}$  geht aus Tab.6.6 hervor. Trotz der doppelten Dübelsteifigkeit gegenüber Rechenbeispiel 1a ist ein deutlicher Einfluß erkennbar. Bei Fall 5, ohne Dübel im Stützbereich, entsprechen die Teilschnittgrößen im Betongurt den Rißschnittgrößen. Der Verlauf der Stahlspannung  $\sigma_{s1}$  ist in Abb.6.8 enthalten.

Tabelle 6.6: Einfluß der unterschiedlichen Verdübelungen im Stützenbereich auf die Spannungen in der oberen Bewehrungslage und im Stahlträger

Verdübelung	$\sigma_{s1}/\sigma_{s1}^o$		$\sigma_{a,sup}/\sigma_{a,sup}^o$		$\sigma_{a,inf}/\sigma_{a,inf}^o$	
	$q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_2$	$q_1$	$q_2$
starr (°)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Fall 1	0,93	0,93	1,07	1,07	1,03	1,02
Fall 2	0,88	0,89	1,12	1,12	1,05	1,04
Fall 3	0,83	0,86	1,17	1,16	1,07	1,06
Fall 4	0,74	0,79	1,27	1,26	y	1,09
Fall 5	0,56	0,67	1,48	1,44	y	1,18

y = Streckgrenze erreicht

Unter dem Lastfall  $q_1=75\text{kN/m}$  wird bei Fall 4 und 5 im Stahlträgeruntergurt die Streckgrenze erreicht. Gleichzeitig erreichen bei Fall 4 einzelne Dübel im Stützenbereich die Fließ-

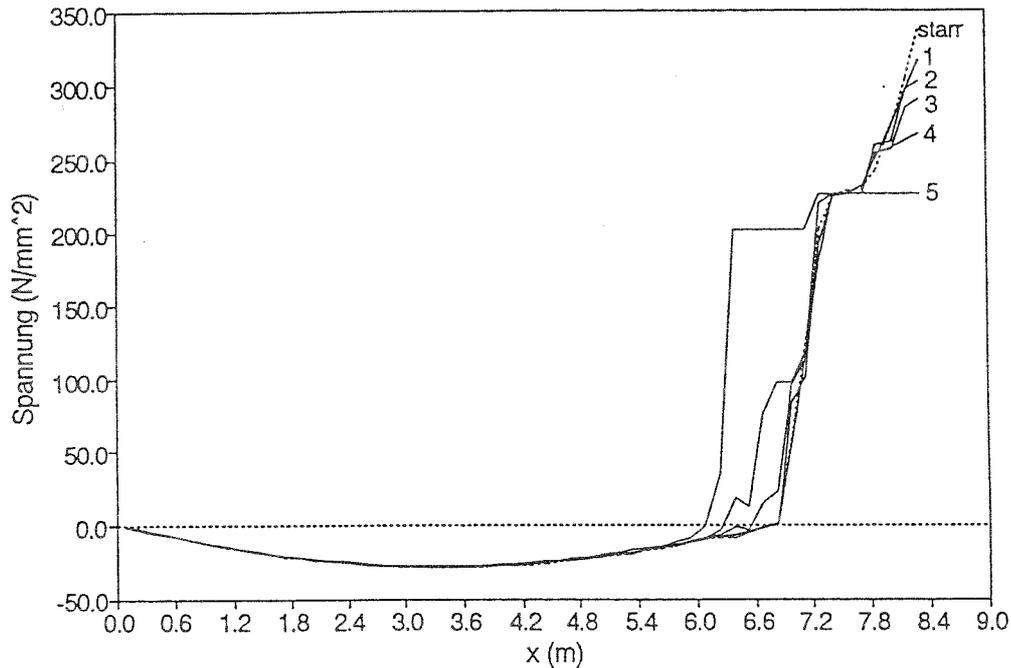


Abbildung 6.8: Verlauf der Stahlspannung  $\sigma_{s1}$  in der oberen Bewehrungslage ( $q_2=50\text{kN/m}$ )

kraft, bzw. bei Fall 5 das erste Dübelpaar nach der verbundfreien Länge.

Der maximale Schlupf in der Verbundfuge im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist in Abb.6.9 dargestellt. Auch hier ergeben sich mit abnehmendem Verdübelungsgrad deutliche Zuwächse beim Schlupf, die eine entsprechend hohe Duktilität bei den Dübeln erfordern.

#### Rechenbeispiel 2a:

Dem Rechenbeispiel 2a liegt der in Abb.6.10 dargestellte Zweifeldträger zugrunde. Der Betongurt wird auf einem profilierten Stahlblech hergestellt. Auch bei diesem Beispiel erfolgt eine Variation der Verdübelung im Stützenbereich, wobei alle übrigen Parameter konstant gehalten werden. Es werden idealisierte Dübelkennlinien zugrunde gelegt. Bei Fall 4 werden im Stützenbereich keine Dübel angeordnet. Der Bewehrungsgrad entspricht  $\rho_s=0,8\%$ .

Die Traglasten sind in Tab.6.7 zusammengefaßt.

Für die Untersuchungen im Gebrauchslastbereich wird eine Last in Höhe von  $q=(110 \cdot 0,7)/1,7 \approx 45\text{kN/m}$  angesetzt. Auch bei diesem Beispiel führt die Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Verbundmittel in Verbindung mit einer Reduzierung des Verdübelungsgrades im Stützenbereich zu einem spürbaren Abfall der Stahlspannungen in der Bewehrung bei einem gleichzeitigen Anstieg der Spannungen im Stahlträger. Die Streckgrenze wird jedoch im Stahlträger nicht erreicht (Tab.6.8).

Der Verlauf der Normalkraft im Betongurt sowie der Stahlspannung in der oberen Bewehrung

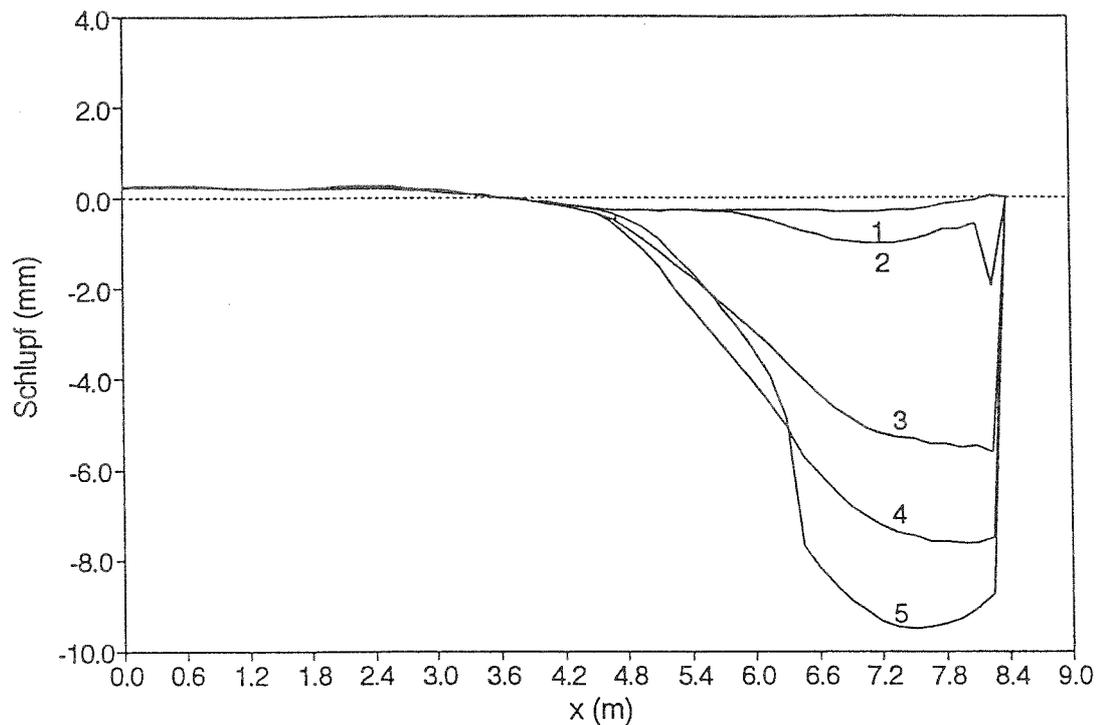


Abbildung 6.9: Verlauf des Schlupfes im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Tabelle 6.7: Traglasten für Rechenbeispiel 2a

Fall	$q_u$ (kN/m)	
1	110	100%
2	106	96%
3	101	92%
4	96	87%

rungslage ist in den Abb.6.11 und 6.12 zu entnehmen.

Die Fließkraft wird unter der Gebrauchslast  $q$  lediglich bei Fall 4 von den ersten drei Dübel-paaren nach der verbundfreien Länge erreicht. Der maximale Schlupf in der Verbundfuge beträgt im Grenzzustand der Tragfähigkeit im Stützenbereich zwischen ca. 5 bis 10mm.

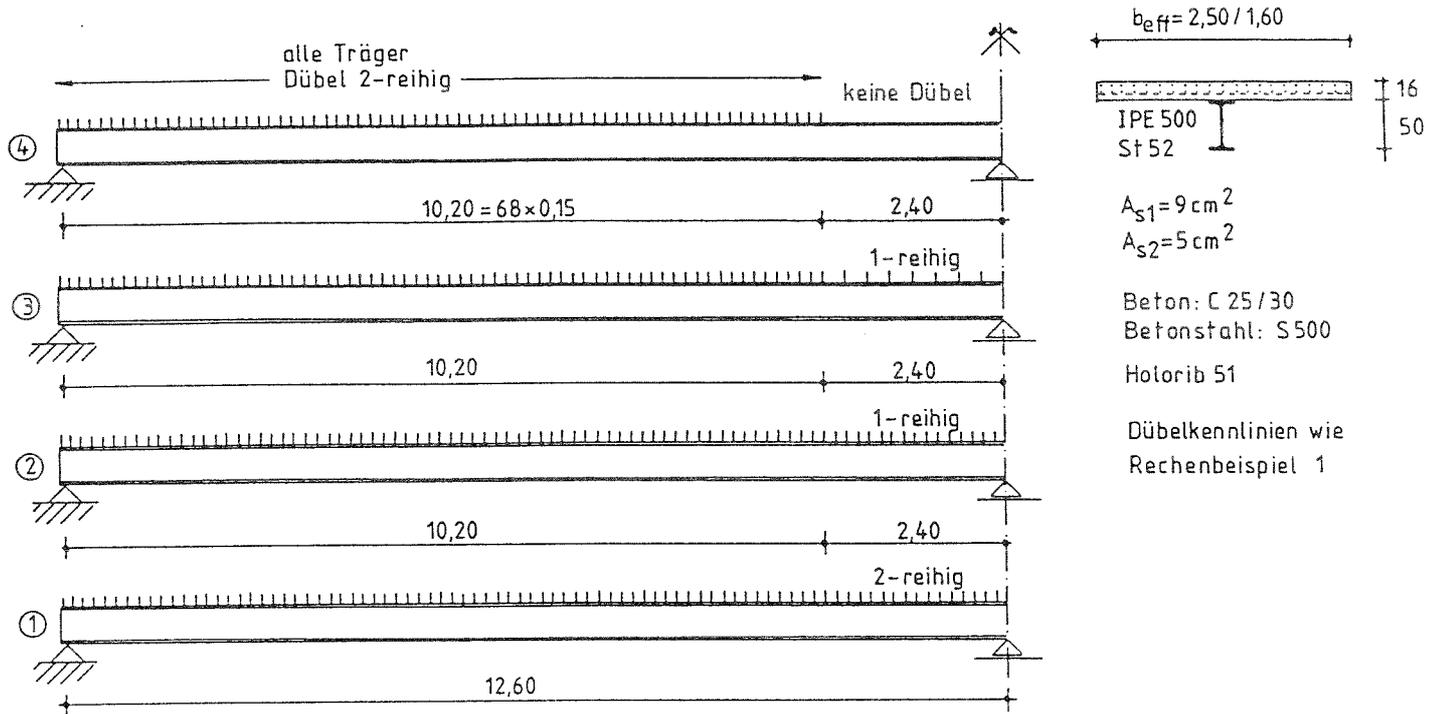


Abbildung 6.10: Zweifeldträger für die Vergleichsrechnung (Rechenbeispiel 2a und 2b)

Tabelle 6.8: Einfluß der unterschiedlichen Verdübelungen im Stützenbereich auf die Spannungen in der oberen Bewehrungslage und im Stahlträger ( $q=45\text{kN/m}$ )

Verdübelung	$\sigma_{s1}/\sigma_{s1}^o$	$\sigma_{a,sup}/\sigma_{a,sup}^o$	$\sigma_{a,inf}/\sigma_{a,inf}^o$
starr ( $^\circ$ )	1,00	1,00	1,00
Fall 1	0,91	1,09	1,03
Fall 2	0,87	1,14	1,05
Fall 3	0,82	1,20	1,06
Fall 4	0,65	1,39	1,12

y = Streckgrenze erreicht

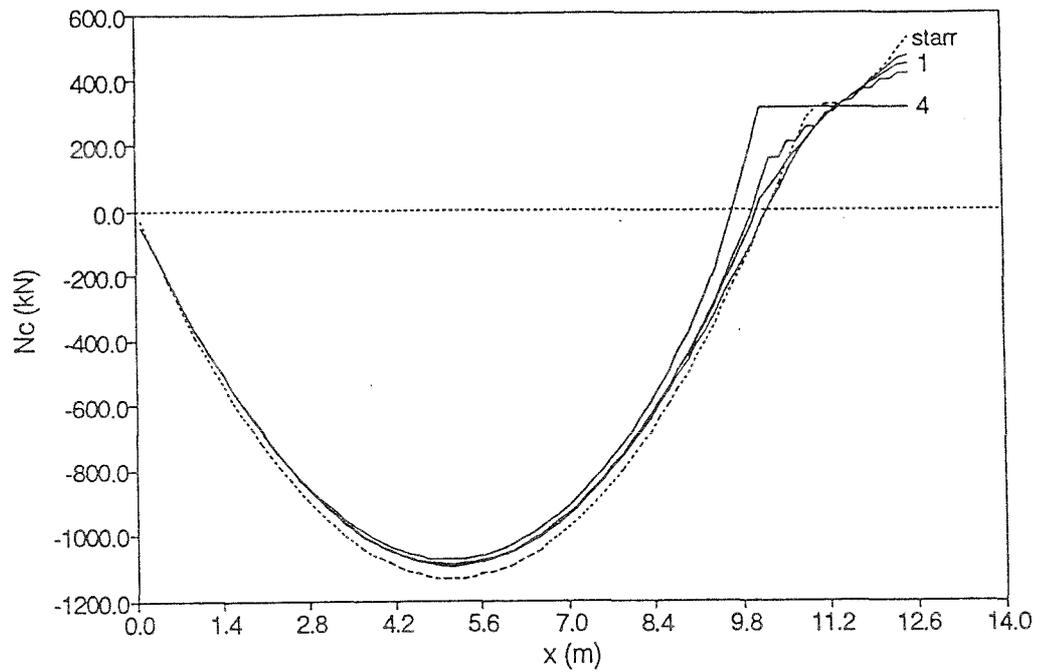


Abbildung 6.11: Verlauf der Normalkraft im Betongurt (Rechenbeispiel 2a)

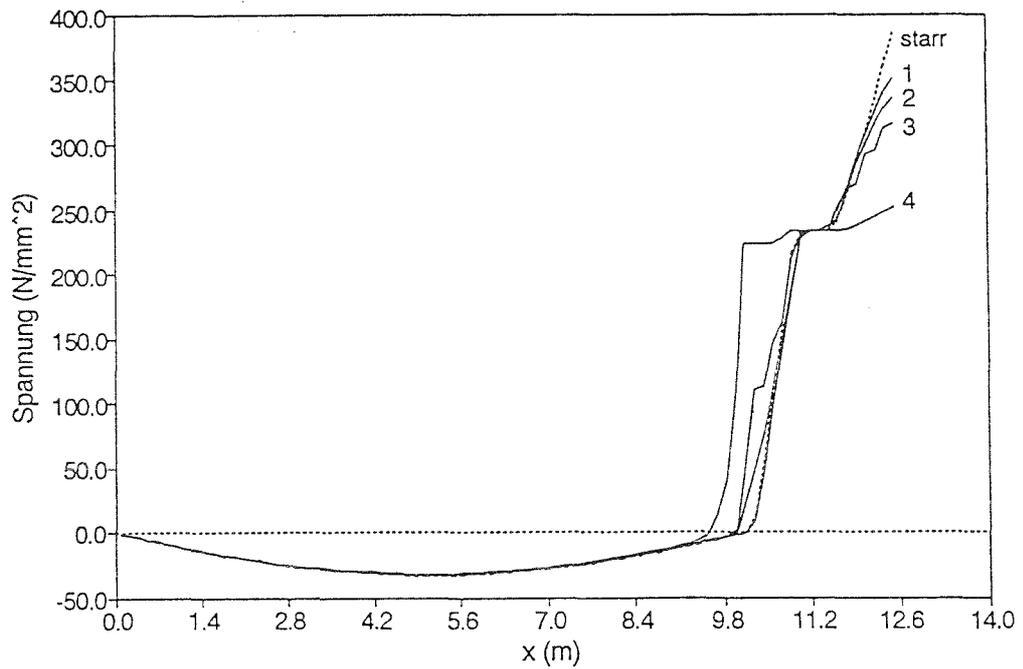


Abbildung 6.12: Verlauf der Stahlspannung in der oberen Bewehrungslage (Rechenbeispiel 2a)

*Rechenbeispiel 2b:*

Wird davon ausgegangen, daß der Träger 2a ohne Eigengewichtsverbund hergestellt wird, so wirken nur die Ausbaulasten und Verkehrslasten auf den Verbundquerschnitt. Im folgenden wird dieser Lastanteil mit 25kN/m angenommen. Wie aus Abb.6.13 und 6.14 hervorgeht, werden dann im Betongurt über der Innenstütze etwa die Rißschnittgrößen erreicht. Der Einfluß des Verdübelungsgrades ist dabei vernachlässigbar. Es reicht dann über der Stütze die Anordnung der Mindestbewehrung zur Aufnahme der Rißschnittgrößen.

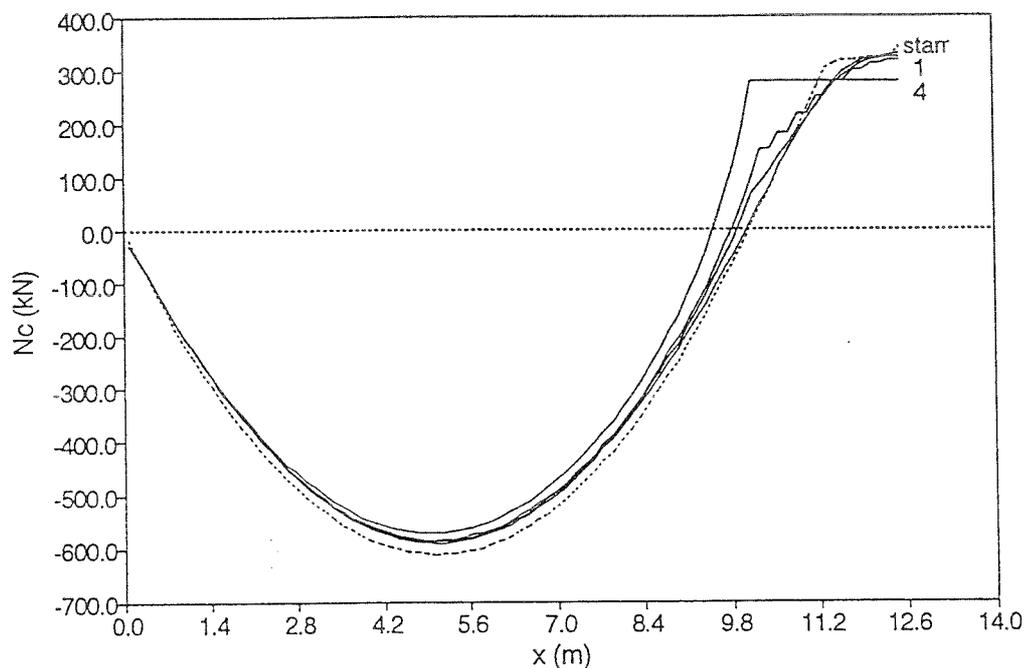


Abbildung 6.13: Verlauf der Normalkraft im Betongurt (Rechenbeispiel 2b)

*Wertung*

Die durchgeführten Vergleichsrechnungen zum Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel im Gebrauchszustand stellen eine Extrapolation dar. Gezielte Versuche hierzu liegen nicht vor. Die Vergleichsrechnungen stellen jedoch einen ersten Schritt dar und sind geeignet, Tendenzen aufzuzeigen.

Danach kann durch gezielte Bemessung der Verdübelung im Stützbereich unter Ausnutzung der Nachgiebigkeit der Verbundmittel die Spannung in der Bewehrung reduziert werden, so daß für die Rißbreitenbeschränkung eine kleinere Bewehrungsmenge ausreichend ist. Die Größe der Reduzierung ist stark abhängig vom Verdübelungsgrad. Dabei sind jedoch einige Sekundäreffekte zu beachten. Die Biegespannungen im Stahlträger steigen deutlich an. Hier ist im Gebrauchszustand gegen die Streckgrenze abzusichern, wodurch sich die Notwendigkeit größerer Stahlprofile ergeben kann. Bei sehr geringen Verdübelungsgraden können einzelne Dübel bereits unter Gebrauchslast ihre Fließkraft erreichen. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit wächst der Schlupf in der Verbundfuge mit abnehmendem Verdübelungsgrad

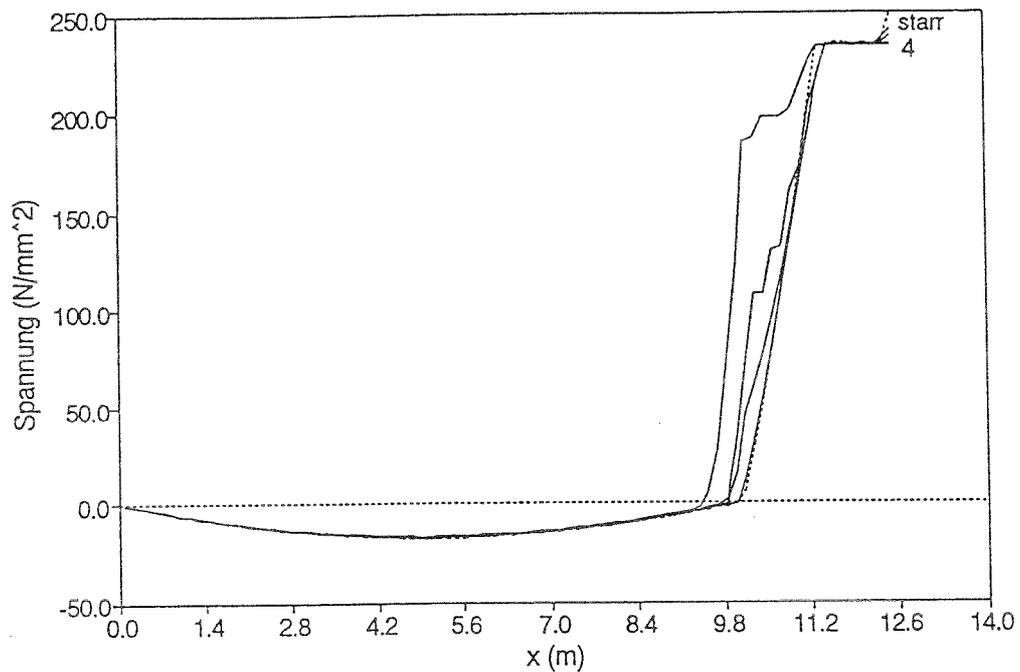


Abbildung 6.14: Verlauf der Spannung in der oberen Bewehrungslage (Rechenbeispiel 2b)

deutlich an, so daß die Verbundmittel über eine ausreichende Duktilität verfügen müssen. Für ein gesichertes Bemessungskonzept sind jedoch noch weitere gezielte Untersuchungen notwendig. Insbesondere erscheint eine Absicherung durch Versuche unerläßlich.

## Kapitel 7

# Grundlagen zur Bemessung des Betongurtes im Grenzzustand der Tragfähigkeit

### 7.1 Allgemeines

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist der Betongurt auf Längsdruck oder Längszug sowie Scheibenschub mit Querbiegung zu bemessen.

Bei der Biegebemessung mit Längsdruck im Betongurt ist im Prinzip die Bruchstauchung  $\varepsilon_{cu}$  des Betons zu beachten. Diese ist abhängig vom Dehnungsgradienten. Bei einer Bemessung nach der Plastizitätstheorie geht die Bruchstauchung in die zulässige Rotationsfähigkeit ein. Dies ist jedoch nicht Gegenstand der hier durchgeführten Untersuchungen.

Nachfolgend wird auf die Dehnfähigkeit des Betongurtes im Zugbereich für die Biegebemessung und auf die Schubbemessung eingegangen.

### 7.2 Biegebemessung mit Längszug im Betongurt

Wirkt der Verbundträger als Durchlaufträger und werden die Schnittgrößen nach der Plastizitätstheorie ermittelt, so muß der Träger auch in den Stützbereichen mit negativer Momentenbeanspruchung eine ausreichende Rotationsfähigkeit aufweisen, damit sich die rechnerisch unterstellten Umlagerungen einstellen können. Bei der Rotation darf die Momententragfähigkeit in den plastischen Bereichen nicht nennenswert abfallen. Die Rotationsfähigkeit kann auch durch die Dehnfähigkeit des Betongurtes im plastischen Bereich begrenzt werden.

Die maximale Dehnung der Bewehrung unmittelbar im Riß ist rechnerisch auf die Gleichmaßdehnung zu begrenzen. Nachdem die Gleichmaßdehnung überschritten ist, kommt es zu einer Einschnürung des Stabes, die aufnehmbare Zugkraft fällt in der Folge ab. Schließlich reißt der Stab an der Einschnürstelle durch. Die Gleichmaßdehnung der Betonstähle streut in weiten Grenzen (zwischen ca. 1% und 10%,). Bei den stark kaltverformten Stählen der Betonstahlmatten beträgt die Gleichmaßdehnung im Mittel nur etwa 3,5% (Abschn.2.2).

Für die plastische Verformungsfähigkeit des Betongurtes ist die mittlere Stahldehnung maßgebend. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen führt im Bereich mit plastischen Stahldehnungen zu einer starken Reduzierung der mittleren Dehnung gegenüber der Dehnung im Riß (Abschn.3.2).

Bei einem Bewehrungsgrad von z.B.  $\rho_s = 1,0\%$  ist die mittlere Stahldehnung nur etwa halb so groß wie die Dehnung im Riß (Abb.3.7).

Nachfolgend wird der Einfluß der begrenzten plastischen Dehnfähigkeit der Bewehrung am Beispiel eines zweifeldrigen durchlaufenden Trägers (Abb.7.1) untersucht, der [2] entnommen wurde. Es liegt Teilverbund ( $n/n_{pl} = 0,86$ ) vor.

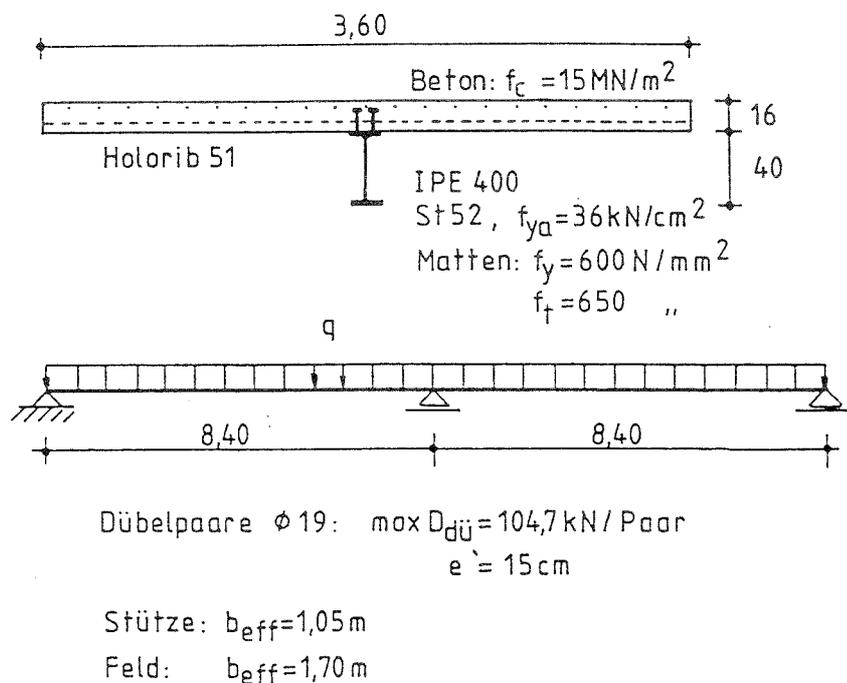


Abbildung 7.1: Beispiel: Zweifeldträger mit Betonstahlmatten im Stützenbereich

Die Bewehrung über der Innenstütze erfolgt mit Betonstahlmatten ( $\rho_s = 0,7\%$ ). Es wird eine Gleichmaßdehnung von  $\varepsilon_{su} = 3,5\%$  zugrunde gelegt (vgl. Abb.2.4). Unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen beträgt nach Gl.(3.4) die maximale mittlere Dehnung  $\varepsilon_{sm,u} = 1,25\%$ .

Die physikalisch nichtlineare Berechnung ergibt, daß die Matten rechnerisch bei  $q_u = 125 \text{ kN/m}$  durchreißen.

Die Berechnung ohne Berücksichtigung der Bewehrung über der Innenstütze ergibt eine Traglast von  $q_u = 130 \text{ kN/m}$ , d.h. nach dem Durchreißen der Matten ist bei dem Beispiel noch eine Traglaststeigerung möglich.

Wird die Bewehrung mit der Kennlinie des freien Stahls, d.h. ohne Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen berücksichtigt, ergibt sich eine Traglast von  $136 \text{ kN/m}$ . Die maximale

Stahldehnung in der Bewehrung beträgt dann ca. 3% ( $< \epsilon_{su} = 3,5\%$ ), d.h. die plastische Dehnfähigkeit würde noch ausreichen.

Bei Anwendung der Plastizitätstheorie ist die begrenzte plastische Dehnfähigkeit der Betonstahlmatten im Verbund unbedingt zu beachten. Sie ist um so geringer, je kleiner der Bewehrungsgrad ist. Das Durchreißen der Bewehrung wurde schon häufig in Versuchen beobachtet [102]. Bei Betonstabstahl und höheren Bewehrungsgraden liegen deutlich günstigere Verhältnisse vor.

### 7.3 Schubmessung

#### 7.3.1 Lokales Tragverhalten von Kopfbolzendübeln

Der Schub in der Verbundfuge wird am Fuß der Kopfbolzendübel über sehr hohe lokale Pressungen in den Betongurt übertragen. Die linear elastische Lösung des Spannungszustandes in einer unendlich ausgedehnten Scheibe mit einem kreisförmigen Loch, belastet durch einen kosinusförmigen Leibungsdruck, ist in Abb.7.2 dargestellt. Die sehr hohen radialen Druckspannungen ( $\sigma_r$ ) klingen ausgehend von der Leibungsfläche mit einem steilen Spannungsgradienten sehr rasch ab. Gleichzeitig treten in Umfangrichtung sehr hohe Zugspannungen ( $\sigma_\varphi$ ) auf, die ebenfalls mit steilem Gradienten abklingen. Die elastisch ermittelten Zugspannungen können in dieser Größe vom Beton nicht aufgenommen werden.

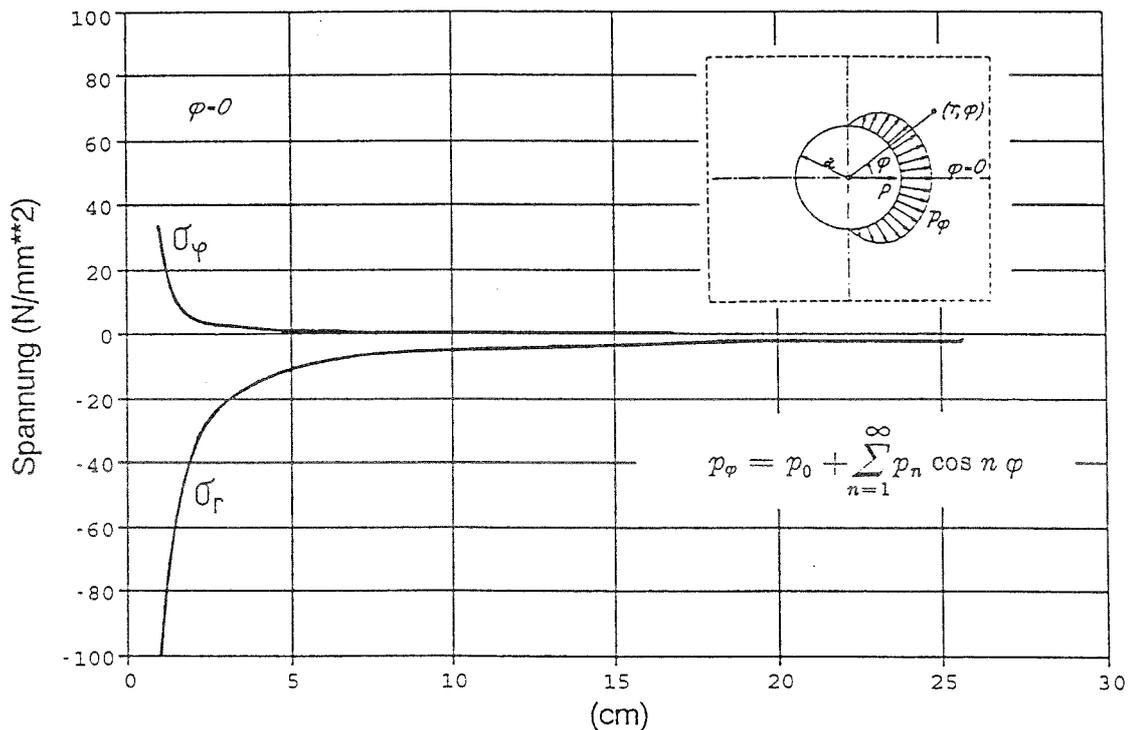


Abbildung 7.2: Scheibenspannungszustand im Beton nach der linearen Elastizitätstheorie

Aufgrund des plastischen Zugtragverhaltens des Betons (Zugspannungs-Rißöffnungs-Gesetz), das vor allem bei steilen Spannungsgradienten zum Tragen kommt, treten diese Spannungsspitzen nicht auf, sondern werden örtlich herausplastiziert.

Außer dem lokalen Spannungszustand können in der Betonscheibe eine zusätzliche Querdruckbelastung und Längsbelastung aus der Querbiegung bzw. Haupttragwirkung des Betongurtes wirksam sein.

Infolge von Zugspannungen im Gefüge des Betons kommt es zu Ablösungen des Zementsteins von den Zuschlagkörnern. Bei zunehmender Belastung nehmen diese Ablösungen zu. Der Beton wird dadurch weicher. Bei einer zusätzlichen Querdruckbelastung können diese Gefügestörungen behindert werden. Kommt auch noch eine Längsdruckbelastung hinzu, entsteht ein sehr günstiger Umschnürungseffekt. Dagegen werden die Ablösungen durch Zugspannungen in einer Richtung vergrößert.

Der günstige Einfluß einer Querbiegung und Längsdruckbeanspruchung auf die Dübelkennlinie ist in Abb.2.16 deutlich zu erkennen. Der ungünstige Einfluß einer Längszugbeanspruchung wird in [103] hervorgehoben. Insgesamt gesehen ist am Dübelfuß ein sehr komplexer, nichtlinearer dreiachsiger Spannungszustand gegeben.

Rechnerisch können die Verhältnisse nur näherungsweise mit vereinfachten Modellen erfaßt werden.

Die maximale Pressung am Dübelfuß kann vereinfacht wie folgt abgeschätzt werden (Abb. 7.3):

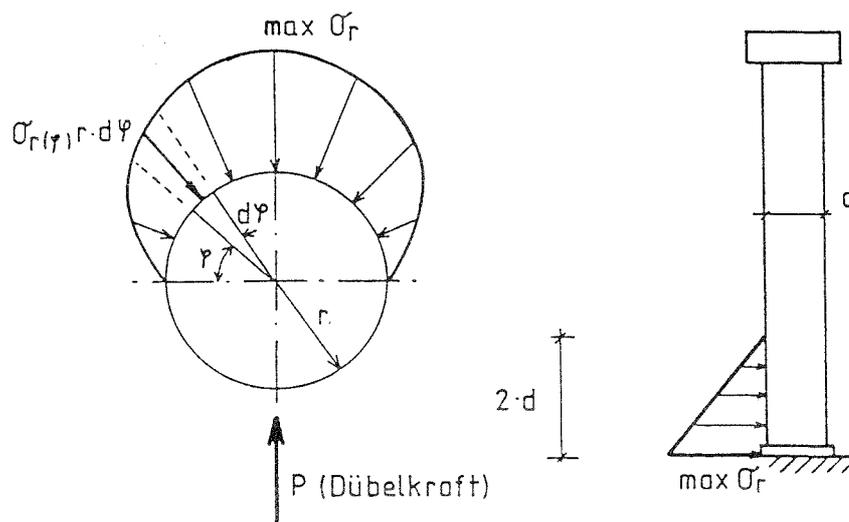


Abbildung 7.3: Einfaches Modell für die Spannungen am Dübelfuß

$$\sigma_{r(\varphi)} = \max \sigma_r \cdot \sin \varphi.$$

Die Kraft  $p$  in einer Lamelle der Höhe 1 ergibt sich zu

$$\begin{aligned}
 p &= \int_0^\pi \sigma_r(\varphi) \cdot \sin \varphi \cdot r \cdot d\varphi \\
 &= \max \sigma_r \cdot r \int_0^\pi \sin^2 \varphi \cdot d\varphi = \max \sigma_r \cdot \frac{r \cdot \pi}{2}.
 \end{aligned}$$

Unter der Voraussetzung, daß die Pressungen linear über die Höhe entsprechend dem zweifachen Dübeldurchmesser verteilt sind, ergibt sich die maximale Druckspannung im Beton aus der Gleichgewichtsbedingung

$$\begin{aligned}
 P &= \int_0^{2d} p(z) \cdot dz & P &= \text{Dübelkraft} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left( \max \sigma_r \cdot \frac{d \cdot \pi}{4} \right) \cdot 2 \cdot d = \max \sigma_r \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\
 \leadsto \max \sigma_r &\approx \frac{1,3 \cdot P}{d^2}
 \end{aligned}$$

Bei push-out Versuchen mit Kopfbolzendübeln 7/8" wurden Tragfähigkeiten von ca. 160 kN pro Dübel gemessen [104]. Dies bedeutet, daß die maximalen Pressungen am Dübelfuß ca.

$$\max \sigma_r \approx \frac{1,3 \cdot 160}{2,22^2} \cdot 10 \approx 400 \text{ N/mm}^2$$

betragen.

Wie aus den von Lieberum in Darmstadt durchgeführten Versuchen hervorgeht [105], kann Beton derartig hohe Pressungen bei extremer Teilflächenbelastung durchaus aufnehmen. Daß kein Bruch auftritt, ist auf die Umschnürungswirkung des umgebenden Betons zurückzuführen.

Bei den Versuchen wurde über Laststempel ( $\varnothing=13$  bis 32mm) auf ringförmig bewehrte Betonzyylinder mit 400mm Durchmesser eine extreme Teilflächenbelastung aufgebracht. Gemessen wurde die Stempeleindringung in Abhängigkeit von der aufgebrachten Kraft. In Abb.7.4 ist die gemessene Stempeleindringung in Abhängigkeit von der Spannung in der Kontaktfläche aufgetragen.

Bei den nachfolgenden Untersuchungen zum Tragverhalten der Kopfbolzendübel wird die Kraft-Stempeleindringungskurve als nichtlineares Federgesetz für die Bettung des Dübels verwendet. Dazu wird die Oberfläche des Schweißwulstes und des Dübelschaftes in Umfangsrichtung und über die Höhe in Flächensegmente eingeteilt, denen jeweils eine entsprechende nichtlineare Kontaktfeder zugeordnet wird. Die Federn können nur Druckkräfte übertragen, auf Zug fallen sie aus (Abb.7.5).

Der Kopfbolzendübel selbst wird mit nichtlinearen Balkenelementen abgebildet. Die Spannungsdehnungslinie für das Bolzenmaterial wurde [106] entnommen. Damit wurden zunächst die in [106] beschriebenen Biegeversuche an freien Kopfbolzendübeln aufgrund der großen Verschiebungen geometrisch und physikalisch nichtlinear nachgerechnet (Abb.7.6).

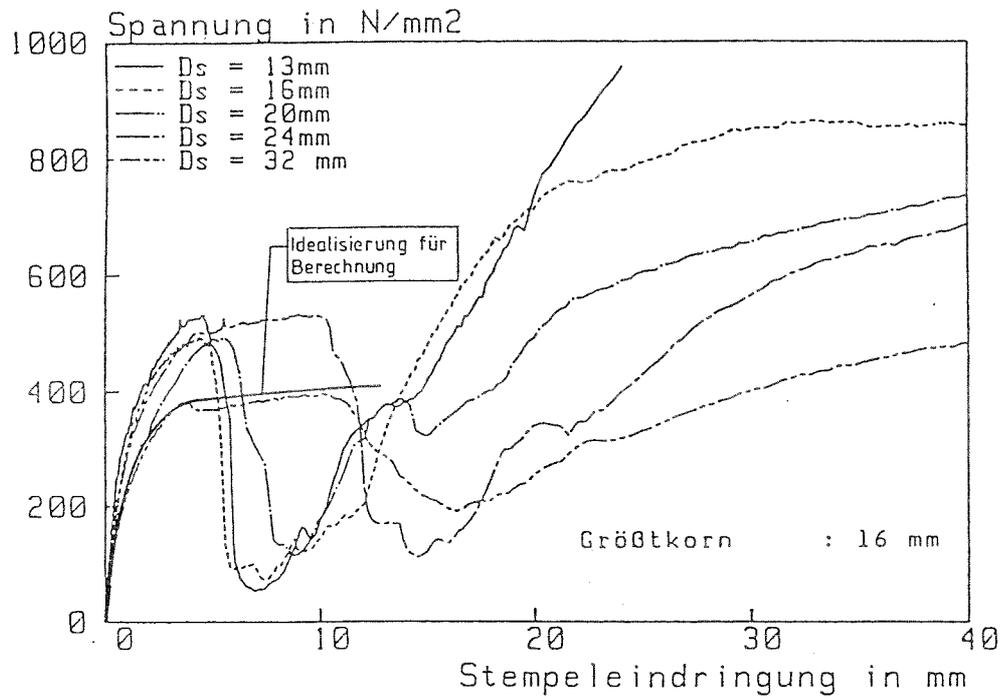


Abbildung 7.4: Spannung in der Kontaktfläche über die Eindringung für verschiedene Stempeldurchmesser [105]

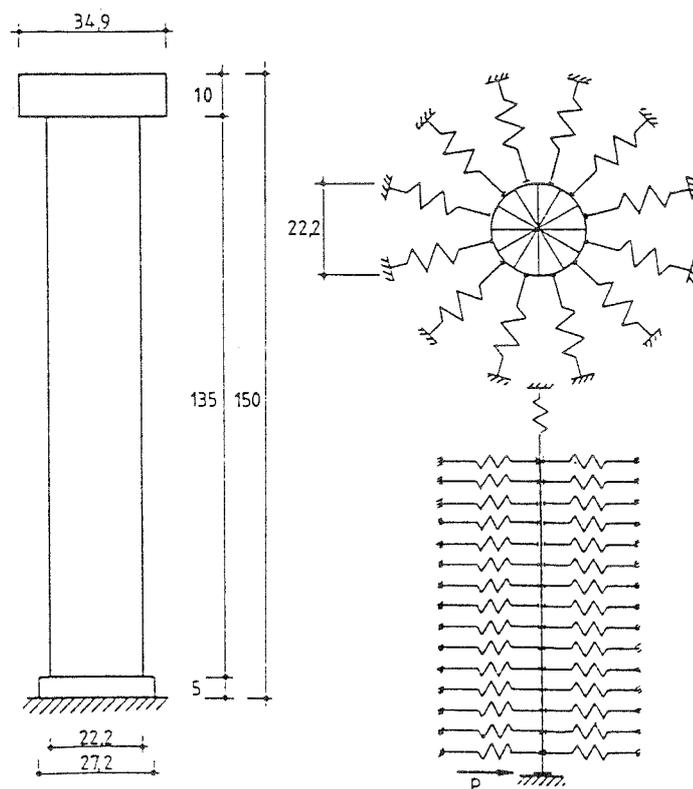


Abbildung 7.5: Modell zur Untersuchung des Tragverhaltens eines Kopfbolzendübels

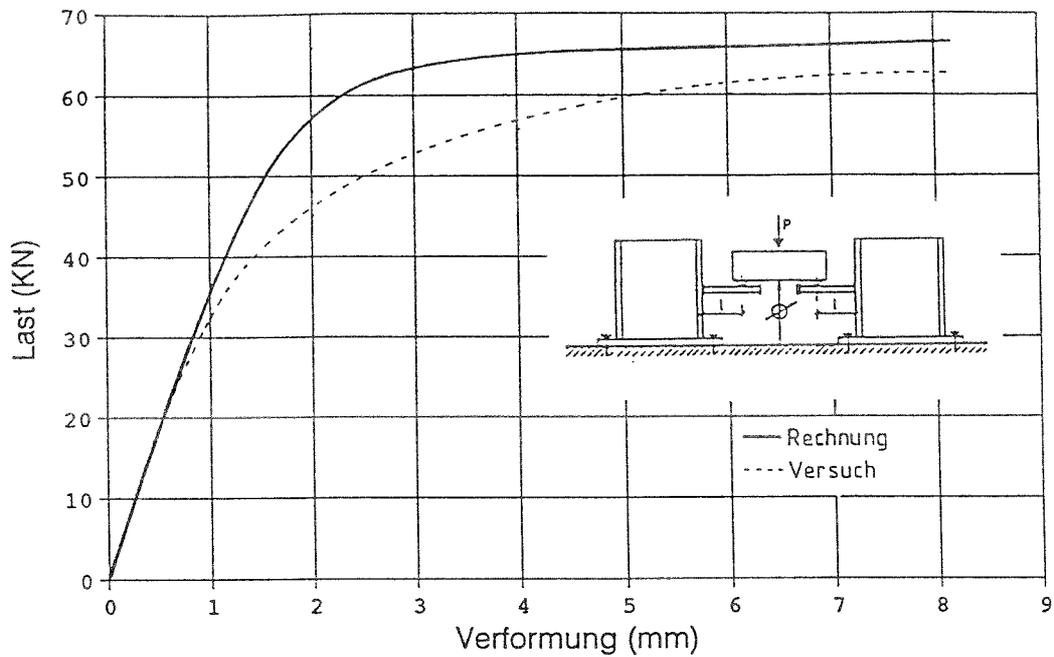


Abbildung 7.6: Experimentelle und rechnerische Last-Verformungskurven von biegebelasteten freien Kopfbolzendübeln

Dabei wurde nach [106] berücksichtigt, daß sich das untere Fließgelenk im Dübelschaft aufgrund des Schweißwulstes und den Aufhärtungen im unteren Dübelschaftbereich erst in einer Höhe  $z_1$  ausbilden kann. Nach Auswertungen experimenteller Untersuchungen entspricht  $z_1$  etwa dem Dübeldurchmesser. Die Aufhärtungen über die Höhe  $z_1$  wurden rechnerisch durch eine Vergrößerung der Streckgrenze des Bolzenmaterials erfaßt. Desweiteren muß die elastische Einspannung des Dübelfußes in das Stahlprofil mit einer Drehfeder berücksichtigt werden, die sich aus der gemessenen Last-Verformungskurve zurückrechnen läßt.

Die Querkraftinteraktion wurde für die Spannungen oberhalb der Streckgrenze mit

$$\sigma_a \geq f_y : \quad \sigma_{a,V} = \sigma_a \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2}$$

wobei  $V$  Querkraft im Dübelschaft,  $V_{pl}$  vollplastische Querkraft berücksichtigt.

Im einbetonierten Zustand ist der Dübelkopf in den Beton eingespannt. Wenn im Grenzzustand der Tragfähigkeit in der Verbundfuge große Relativverschiebungen auftreten, entsteht daher im Dübelschaft eine Zugkraft. Daher erfolgt die Berechnung geometrisch und physikalisch nichtlinear. Am Dübelkopf wird eine Dehnfeder angeordnet, welche die Steifigkeit des Betons unterhalb des Dübelkopfes unter einem Ausstrahlwinkel von  $30^\circ$  repräsentiert.

Mit dem Modell wurde ein Kopfbolzendübel 7/8" im einbetonierten Zustand untersucht. Die rechnerische Dübelkennlinie ist im Vergleich zur experimentellen in Abb.7.7 dargestellt. Das Tragverhalten kann mit dem Modell brauchbar angenähert werden.

Der Verlauf der rechnerischen Betonpressungen vor dem Dübelfuß in Krafrichtung ist in Abb.7.8 dargestellt. Die Pressungen verteilen sich bei allen Lasten auf eine Höhe, die

etwa dem 2-fachen Schaftdurchmesser entspricht. Im Grenzzustand beträgt die maximale Pressung ca.  $400\text{N/mm}^2$ .

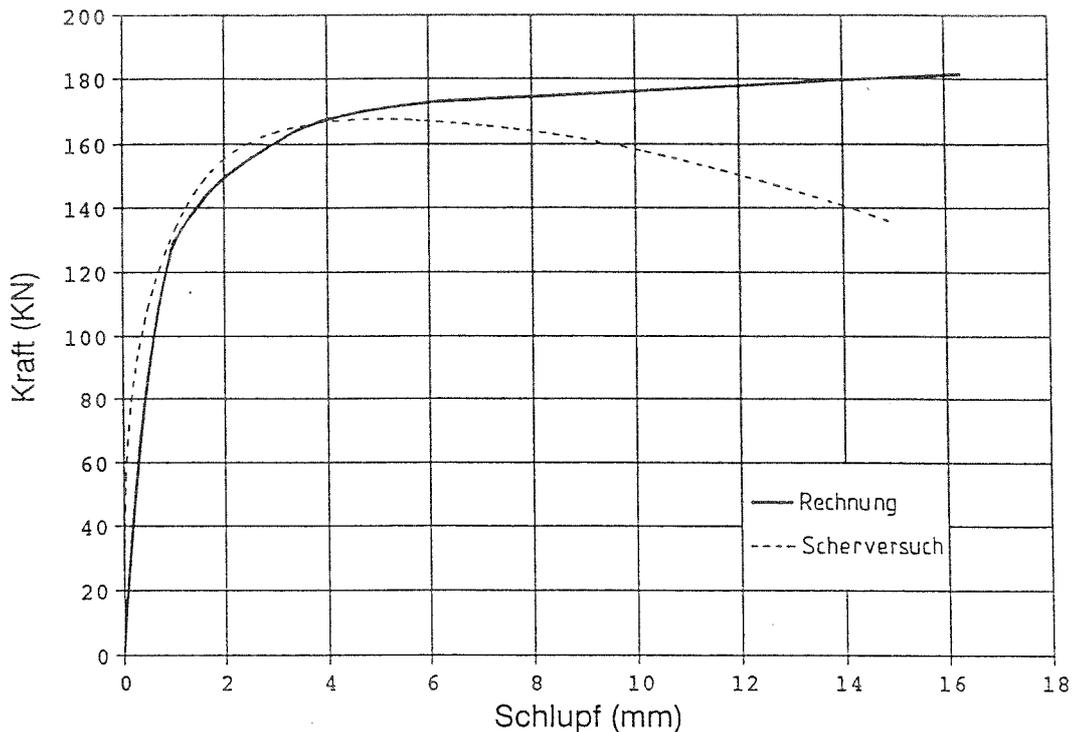


Abbildung 7.7: Vergleich zwischen rechnerischer und experimenteller Dübelkennlinie (7/8'')

Abb.7.9 enthält die Schnittgrößen des Dübelschaftes. Der Dübel erhält neben der Querkraft eine beachtliche Biegung und Normalkraft.

Die Querkraft am Dübelfuß nimmt mit jeder Laststufe zu. Die Normalkraft und das Biegemoment fallen dagegen an der Einspannstelle des Dübelfußes bei der 4. Laststufe als Folge der Querkraftinteraktion wieder etwas ab. Der Dübel versagt auf Querkraft durch Abscheren. Ohne Berücksichtigung der Querkraftinteraktion ergab sich rechnerisch eine bedeutend höhere Traglast.

Die Verformungen spielen sich in erster Linie im Bereich des Dübelfußes ab (Abb.7.9). Sie nehmen bei den höheren Laststufen überproportional stark zu. Bei den Verformungen handelt es sich um eine Eindringung des Dübelschaftes in den Beton.

Die Pressungen werden im Beton von Zuschlagkorn zu Zuschlagkorn über den Zementstein aufgenommen. Solange die Spannungen noch relativ klein sind, treten nur geringe Verformungen auf. Das Verhalten ist nahezu linear elastisch. Überschreiten die Spannungen einen kritischen Wert, so kann das Betongefüge örtlich zerstört werden. Bei Normalbeton finden die Zerstörungen in der porigen Struktur des Zementsteins statt. Das örtliche Versagen kann als ein Nachgeben der Porenwände interpretiert werden [105]. Bei steigender äußerer Spannung wird das Material pulverisiert und hoch verdichtet und in die vorhandenen Poren

des Zementsteins des umgebenden Betons gepreßt.

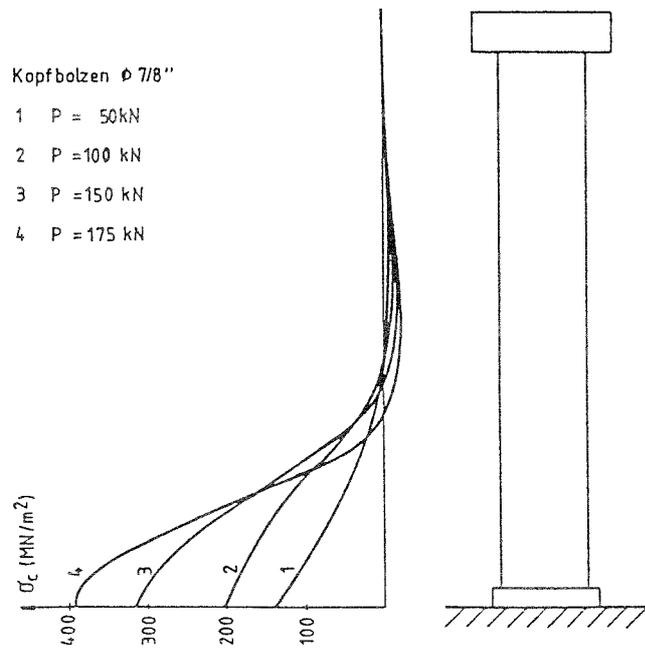


Abbildung 7.8: Rechnerisch ermittelte Betonpressungen

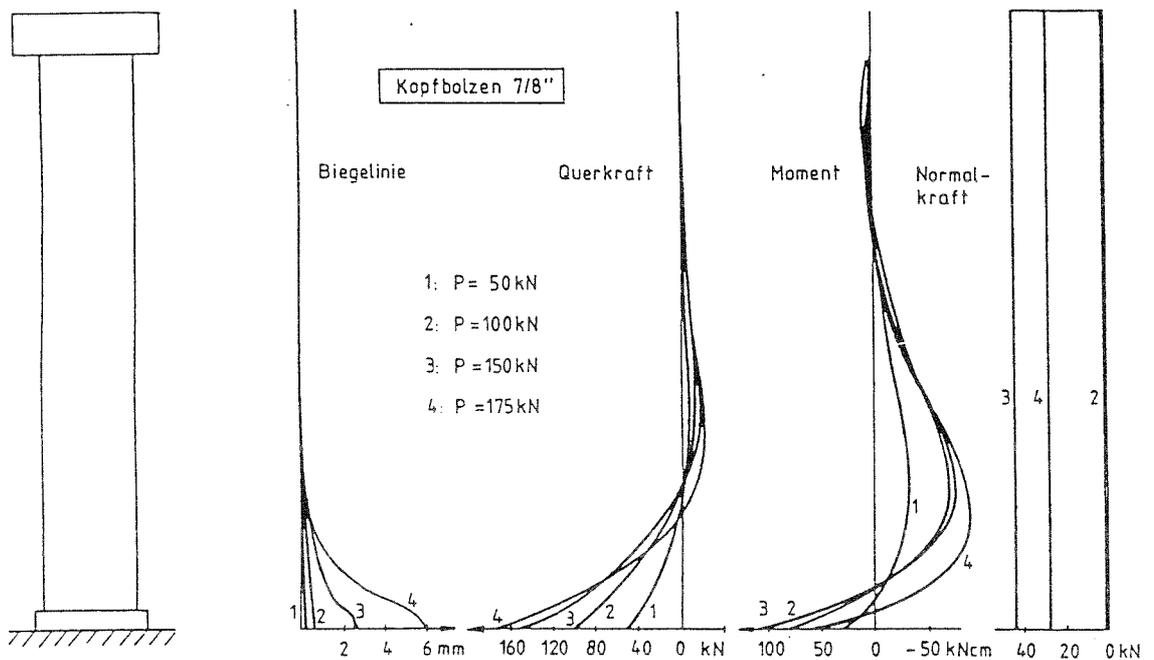


Abbildung 7.9: Schnittgrößen und Verformungen im Dübelschaft

Befindet sich ein großes Zuschlagkorn unmittelbar vor dem Dübelfuß, werden die Spannungen in eine größere Entfernung vom Dübelfuß verlagert. Die Spannungen im Zementstein werden dadurch kleiner. Bei kleineren Zuschlagkörnern und hohem Zementsteingehalt vor

dem Dübelfuß nehmen die lokalen Zerstörungen zu, was zu größeren Verformungen führt. Fehlstellen infolge unvollständiger Verdichtung des Betons bewirken ebenfalls größere Verformungen.

Die lokale Beschaffenheit des Betons unmittelbar vor dem Dübel sowie der Spannungszustand im Beton aus Haupttragwirkung und Querbiegung haben einen wesentlichen Einfluß auf die Streuungen der Dübelkennlinien.

Zusätzliche Längsdruck- und Querdruckbeanspruchungen bewirken eine größere Dübelsteifigkeit und Tragfähigkeit. Ungünstig wirken sich dagegen in der Tendenz Längszugspannungen und Risse im Beton aus, da hierdurch die Umschnürungswirkung geschwächt wird und der Beton weicher wird. Inwieweit sich dies auf die Ermüdungsfestigkeit unter dynamischer Belastung negativ auswirkt, bedarf noch der Klärung.

Bei hochfestem Beton treten gegenüber Normalbeton nur sehr geringe Verformungen bis zum Abscheren des Dübels auf. Durch die Verwendung von Mikrosilica und einem extrem niedrigen  $w/z$ -Wert ist der Zementstein von weitaus geringerer Porosität. Auch hier sollte noch durch Versuche abgeklärt werden, inwieweit sich hochfester Beton günstig auf das Ermüdungsverhalten auswirkt.

### 7.3.2 Einfluß von Dübelkennlinie und Verdübelungsgrad auf die Schubkräfte in der Verbundfuge

Bei äquidistanter Dübelanordnung wird davon ausgegangen, daß alle Dübel im Grenzzustand der Tragfähigkeit ihre rechnerische Fließkraft erreichen. Auf der Grundlage dieser rechnerischen Fließkräfte sowie der Verteilung der Dübel auf dem Stahlträger wird der Schubfluß für die Schubbemessung des Betongurtes ermittelt. Dagegen werden bei Scherversuchen, insbesondere bei einer gleichzeitig vorhandenen günstigen Querbiegung (Abb.2.16), Dübeltragfähigkeiten ermittelt, die teilweise deutlich über den rechnerischen Werten liegen.

Nachfolgend werden am Beispiel eines Einfeldträgers (Abb.7.10) mit jeweils unterschiedlichen Verdübelungsgraden ( $n/n_{pl} = 1$  bzw.  $0.5$ ) die Auswirkungen von drei unterschiedlichen Dübelkennlinien auf die Schubkräfte in der Verbundfuge untersucht.

Bei Dübelkennlinie 1 wird die Fließkraft des Dübels ( $7/8''$ ) auf die rechnerische Tragfähigkeit nach der Verbundträgerrichtlinie begrenzt. Die Dübelkennlinien 2 und 3 wurden aus Scherversuchen ohne (Kennlinie 2) und mit (Kennlinie 3) einer gleichzeitig vorhandenen Querbiegung gewonnen. Zum Vergleich wird auch der Fall des starren Verbundes untersucht.

Die rechnerische Traglast des Trägers 1 mit vollständiger Verdübelung ergibt sich aufgrund der physikalisch nichtlinearen Berechnung mit Dübelkennlinie 1 zu  $q_u = 56\text{kN/m}$ . Die Verteilung der Dübelkräfte ist in Abb.7.11 dargestellt. Es zeigt sich deutlich die vorteilhafte Wirkung der Flexibilität der Kopfbolzendübel, die gegenüber dem starren Verbund zu einem Ausgleich der Schubkräfte führt. Die „Spitze“ bei den Dübelkräften unmittelbar vor der Fließzone wird deutlich abgebaut. Dennoch sind die Dübelkräfte in diesem Bereich bei Verwendung der Kennlinie 3 um ca. 30% größer als die rechnerische Dübeltragfähigkeit.

Die Traglast für Träger 2 ( $n/n_{pl} = 0,5$ ) ergibt sich unter Verwendung der Kennlinie 1 zu  $45\text{kN/m}$ . Im Trägerendbereich stellen sich auf einer Länge von ca.  $0,2 \cdot l$  bei Verwendung

der Kennlinie 2 gegenüber der rechnerischen Fließkraft der Dübel von 95kN um ca. 15% höhere Dübelkräfte ein. Bei Verwendung der Kennlinie 3, mit einer gleichzeitig vorhandenen Querbiegung, beträgt der Unterschied sogar ca. 35%.

In diesem Trägerbereich sollte für die Schubmessung des Betongurtes nicht der Rechenwert der Dübeltragfähigkeit für die Dübelbemessung, sondern der Mittelwert der tatsächlichen Dübeltragfähigkeit zugrunde gelegt werden.

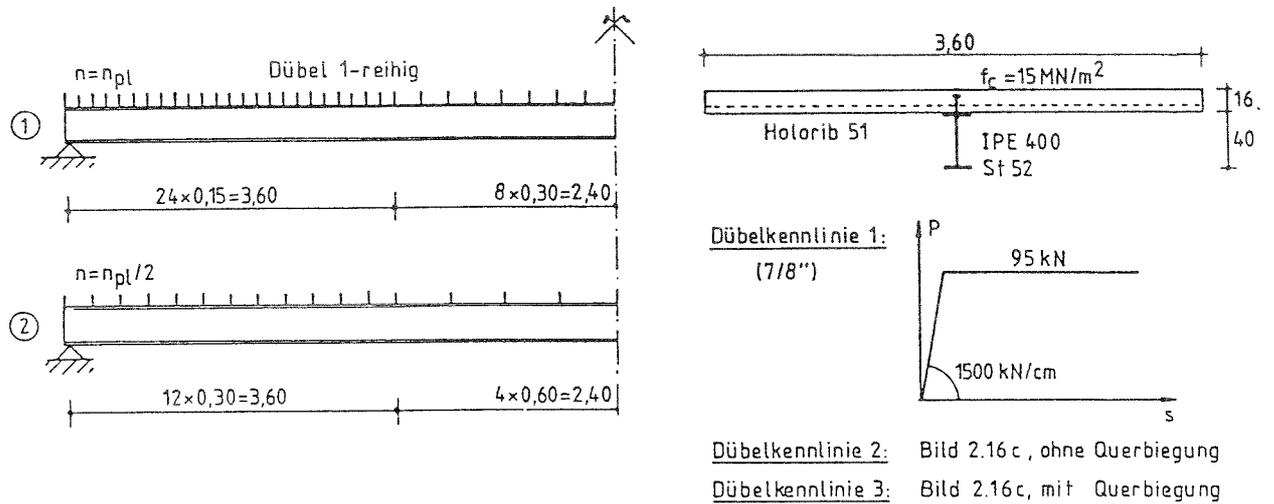
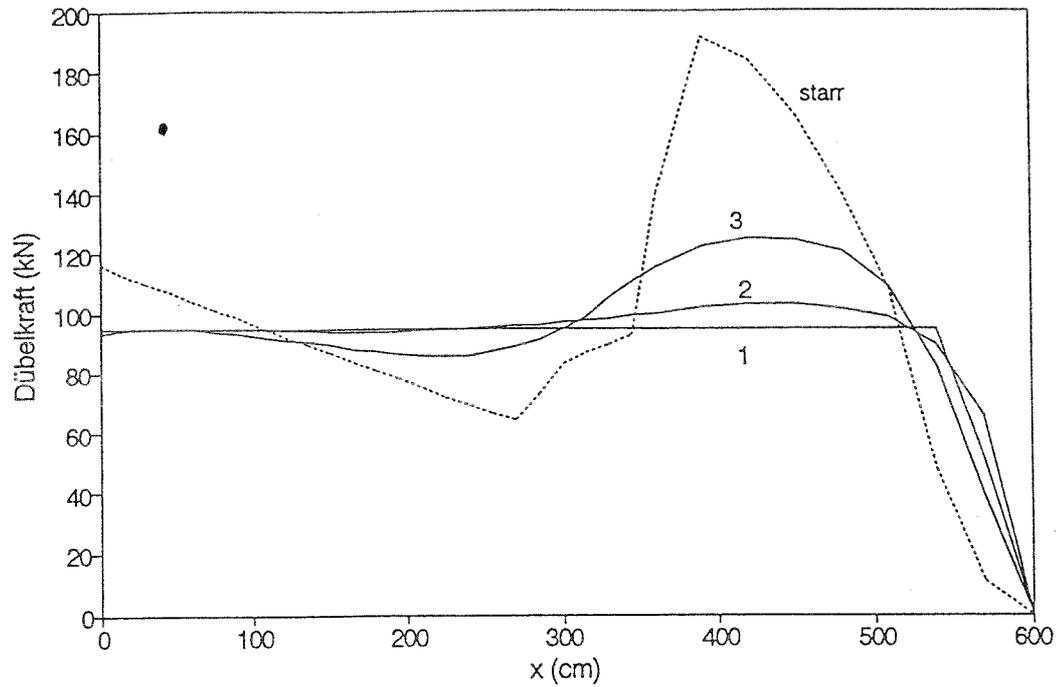
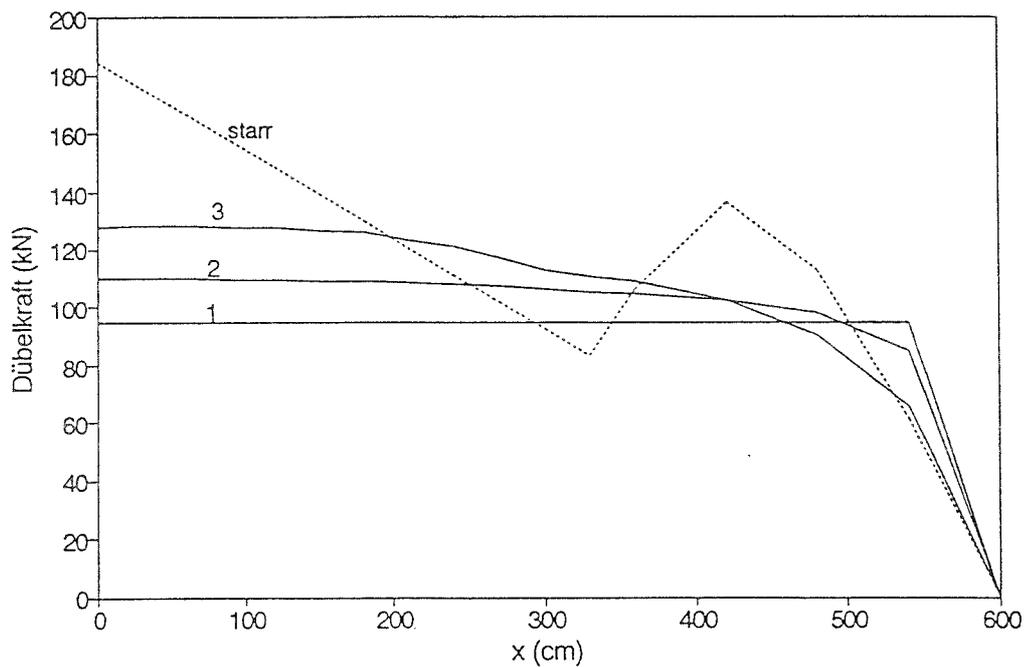


Abbildung 7.10: Einfeldträger mit unterschiedlichen Verdübelungsgraden und Kennlinien

Abbildung 7.11: Verlauf der Dübelkräfte bei Träger 1 ( $q_u = 56 \text{ kN/m}$ )Abbildung 7.12: Verlauf der Dübelkräfte bei Träger 2 ( $q_u = 45 \text{ kN/m}$ )

### 7.3.3 Schubmodell und Nachweis der Dübelumrißfläche

Der Nachweis der Übertragung der Schubkräfte vom Stahlträgerobergurt über die Verbundmittel in den Betongurt wird in drei Teilschritten geführt:

- Nachweis der Dübel
- Nachweis der Schubspannungen in der Dübelumrißfläche
- Nachweis des Schubs und der Querbiegung im Gurtanschnitt

Die Einleitung des Längsschubs in den Betongurt kann mit Hilfe eines Stabwerkmodells beschrieben werden. Die gewölbten Spannungsfelder im Betongurt werden dabei durch gerade Stabelemente mit diskreten Umlenkkraften in den Knotenpunkten idealisiert.

In Abb.7.13 ist ein Abschnitt der Länge  $\Delta x$  eines Verbundträgers unter konstanter Querkraft dargestellt. In der Verbundfuge wirken horizontale Schubkräfte  $v_{sd}$ , die am Dübelfuß über sehr hohe Teilflächenpressungen in den Betongurt eingeleitet werden. Die Gegenkräfte sind im seitlichen Abstand  $b_{eff}/4$  in der Höhe  $(h_c - x/2)$  zum Dübelfuß wirksam. Dazwischen erfolgt die Kraftübertragung über horizontal (Winkel  $\vartheta$ ) und vertikal geneigte Druckstreben. Die horizontalen Umlenkkräfte werden mit einer in Querrichtung anzuordnenden Schubbewehrung aufgenommen. Die vertikalen Umlenkkräfte werden über eine Gewölbewirkung innerhalb des Betongurtes ebenfalls in Querrichtung abgetragen. Dadurch entstehen im Bereich der Dübel Zugkräfte  $t_{sd}$  in Dickenrichtung des Betongurtes.

$$t_{sd(x+v)} = v_{sd(x)} \cdot \frac{2 \cdot (h_c - x/2)}{b_{eff}} \cdot \tan \vartheta$$

mit dem Versatzmaß  $v = \frac{b_{eff}/4}{\tan \vartheta}$

Diese Zugkräfte können direkt vom Beton aufgenommen werden. Dadurch entstehen ~~im Bereich der Dübel~~ Betonzugspannungen in Dickenrichtung des Betongurtes. In der Verbundfuge wirken dann nur horizontale Schubkräfte. Dieser Gleichgewichtszustand ist möglich, solange sich in Dickenrichtung des Betongurtes kein flächiger Trennriß bildet.

Auf den kritischen Fall, daß sich Ausbruchkegel um die Kopfbolzendübel bilden, müßte der Nachweis der Dübelumrißfläche abgestellt werden. Eine große Einbindetiefe der Dübel hat hier einen günstigen Einfluß, da dies über die Vergrößerung der Ausbruchkegel zu einer Erhöhung der kritischen Last führt (Abb.7.14).

Dagegen ist der derzeitige übliche Nachweis der Schubspannungen in der Dübelumrißfläche auf der Grundlage von Abb.7.15, das der Verbundträgerrichtlinie entnommen ist, mechanisch nicht begründbar. Es ist nicht klar, wie die hohen zulässigen Schubspannungen in der Deckfläche der Dübelumrißfläche aufgenommen werden sollen.

Die noch offenen Fragen bedürfen der Klärung.

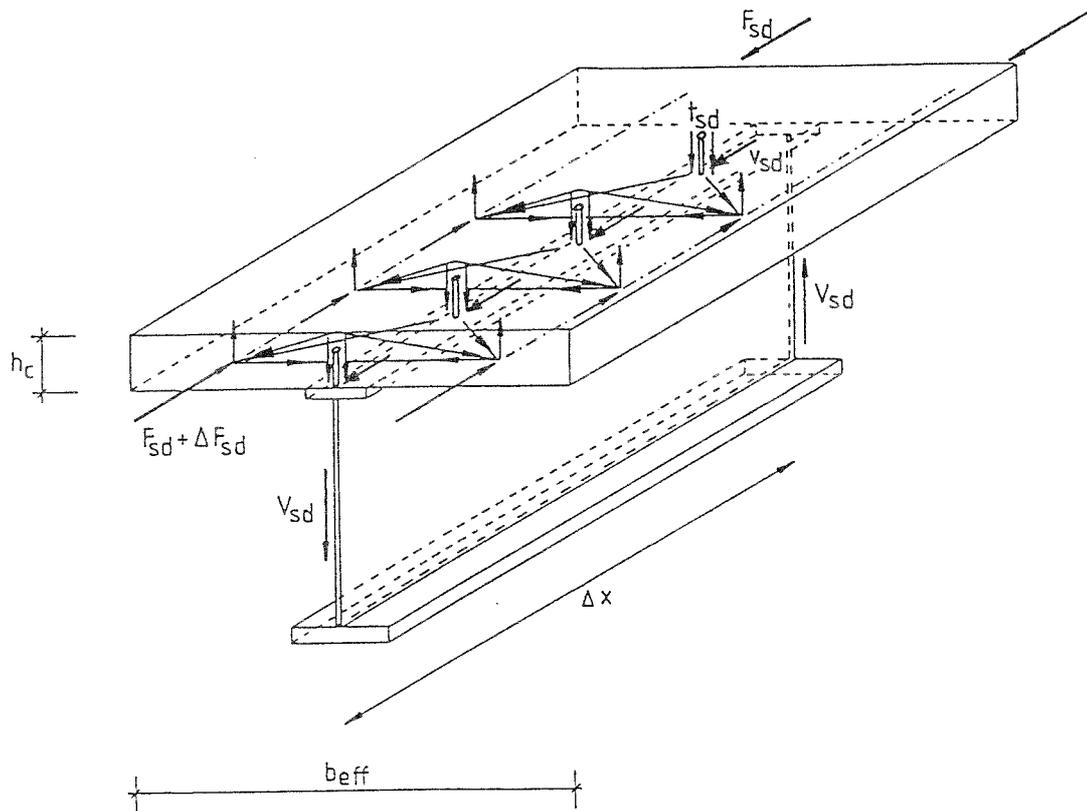


Abbildung 7.13: Stabwerkmodell zur Schubeinleitung

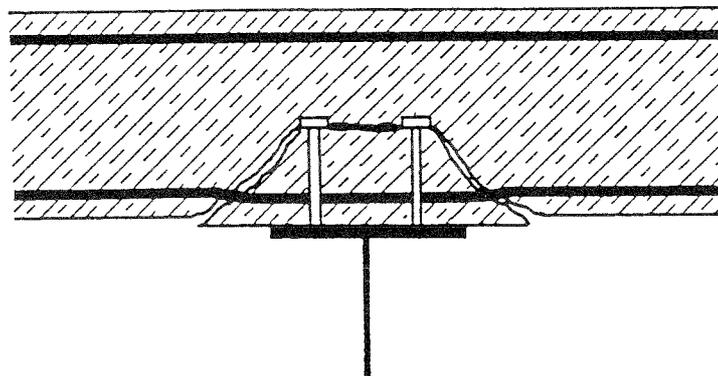


Abbildung 7.14: Ausbruchkegel um die Kopfbolzendübel

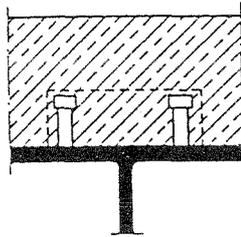


Abbildung 7.15: Mechanisch nicht begründbarer Nachweis der Dübelumrißfläche

### 7.3.4 Bemessung des Betongurtes bei Schub mit Querbiegung

#### *Allgemeines*

Im Stahlbetonbau wurden bereits mehrere brauchbare und mit Versuchen abgesicherte Bemessungsmodelle für den Fall einer kombinierten Beanspruchung aus Schub und Querbiegung für die Stege und Gurte gegliederter Querschnitte entwickelt (Abschn. 1.2.2).

Man gibt in [51] ein Modell für die interaktive Bemessung der Stege von Betonbrücken bei Schub mit Querbiegung an. Dieses liegt dem nachfolgenden Bemessungsvorschlag für den Betongurt von Stahlverbundträgern zugrunde. Der Bemessungsvorschlag wird auf das Sicherheitskonzept und das Format des Eurocode 2 abgestellt.

#### *Vorschlag zur Bemessung*

Aus der Einleitung des Längsschubs und aus der Querbiegung entstehen im Betongurt in Querrichtung Zugkräfte, die durch Bewehrung abzudecken sind. Desweiteren dürfen die Druckspannungen im Beton nicht kritisch werden. Beide Nachweise können gemeinsam entsprechend einer interaktiven Bemessung geführt werden.

#### Fall 1: Vorwiegend Schub

Ist der Betongurt über die Höhe  $h_f$  nicht voll durch Schubdruck ausgenutzt, kann das mit dem Winkel  $\vartheta$  gegen die Trägerlängsachse geneigte Druckspannungsfeld auf die Höhe  $x$  reduziert und gegen die Biegedruckzone aus Querbiegung verlagert werden (Abb.7.16). Dieses Verhalten hat sich auch bei Versuchen gezeigt. Dadurch wird die Zugkraft in der oberen Bewehrungslage aus Schub reduziert. Sie kann dadurch zusätzliche Zugkräfte aus Querbiegung aufnehmen.

Der Fall mit vorwiegender Schubbeanspruchung ist solange gegeben, wie die Zugkraft aus Schub in der unteren Bewehrungslage größer ist als die Biegedruckkraft aus Querbiegung.

Die Gleichgewichtsbedingungen an einem Segment des Betongurtes unter vorwiegender Schubbeanspruchung können auf der Grundlage von Abb.7.16 wie folgt angeschrieben werden:

$$\text{Voraussetzung:} \quad a_{s2} \cdot \sigma_{s2} \geq 0$$

$$\begin{aligned} \downarrow: \quad v_r &= v_{r2} \cdot \cos \vartheta \\ &= \sigma_c \cdot x \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow: \quad v_{r3} &= v_{r2} \cdot \sin \vartheta = v_r \cdot \tan \vartheta \\ v_r &= v_{r3} \cdot \cot \vartheta \\ &= (a_{s1} \cdot \sigma_{s1} + a_{s2} \cdot \sigma_{s2}) \cdot \cot \vartheta \end{aligned}$$

$$a_{s1} \cdot \sigma_{s1} + a_{s2} \cdot \sigma_{s2} = \sigma_c \cdot x \cdot \sin^2 \vartheta$$

$\curvearrowright$ : (bezgl.  $a_{s2}$ )

$$\begin{aligned} m_r &= a_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot h_0 - v_{r2} \cdot \sin \vartheta \cdot \left(\frac{x}{2} - h'\right) \\ &= a_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot h_0 - \sigma_c \cdot x \cdot \sin^2 \vartheta \cdot \left(\frac{x}{2} - h'\right) \end{aligned}$$

Damit stehen die 3 folgenden Gleichgewichtsbedingungen zur Verfügung:

$$\begin{aligned} \downarrow: \quad v_r &= \sigma_c \cdot x \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \\ \rightarrow: \quad v_r &= (a_{s1} \cdot \sigma_{s1} + a_{s2} \cdot \sigma_{s2}) \cdot \cot \vartheta \\ \curvearrowright: \quad m_r &= a_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot h_0 - \sigma_c \cdot x \cdot \sin^2 \vartheta \cdot \left(\frac{x}{2} - h'\right) \end{aligned}$$

Bei vorgegebenem Querschnitt sind

$$h_f, h', h_0, a_{s1}, a_{s2}$$

bekannt.

Den 3 Gleichgewichtsbedingungen stehen jedoch 5 Unbekannte gegenüber:

$$\sigma_c, \sigma_{s1}, \sigma_{s2}, \vartheta, x.$$

Anstelle von Kompatibilitätsbedingungen werden zusätzliche Annahmen der Plastizitätstheorie eingeführt.

Die Betondruckspannungen  $\sigma_c$  werden vereinfacht konstant über die Höhe  $x$  des um den Winkel  $\vartheta$  geneigten Schubdruckfeldes angenommen. Sie werden entsprechend Eurocode 2 auf

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \nu \cdot f_{cd} = \nu \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \\ \text{mit} \quad \nu &= 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0,5 \end{aligned}$$

begrenzt.

Desweiteren wird davon ausgegangen, daß die Stahlspannung in der oberen Bewehrungslage den Bemessungswert der Streckgrenze erreicht.

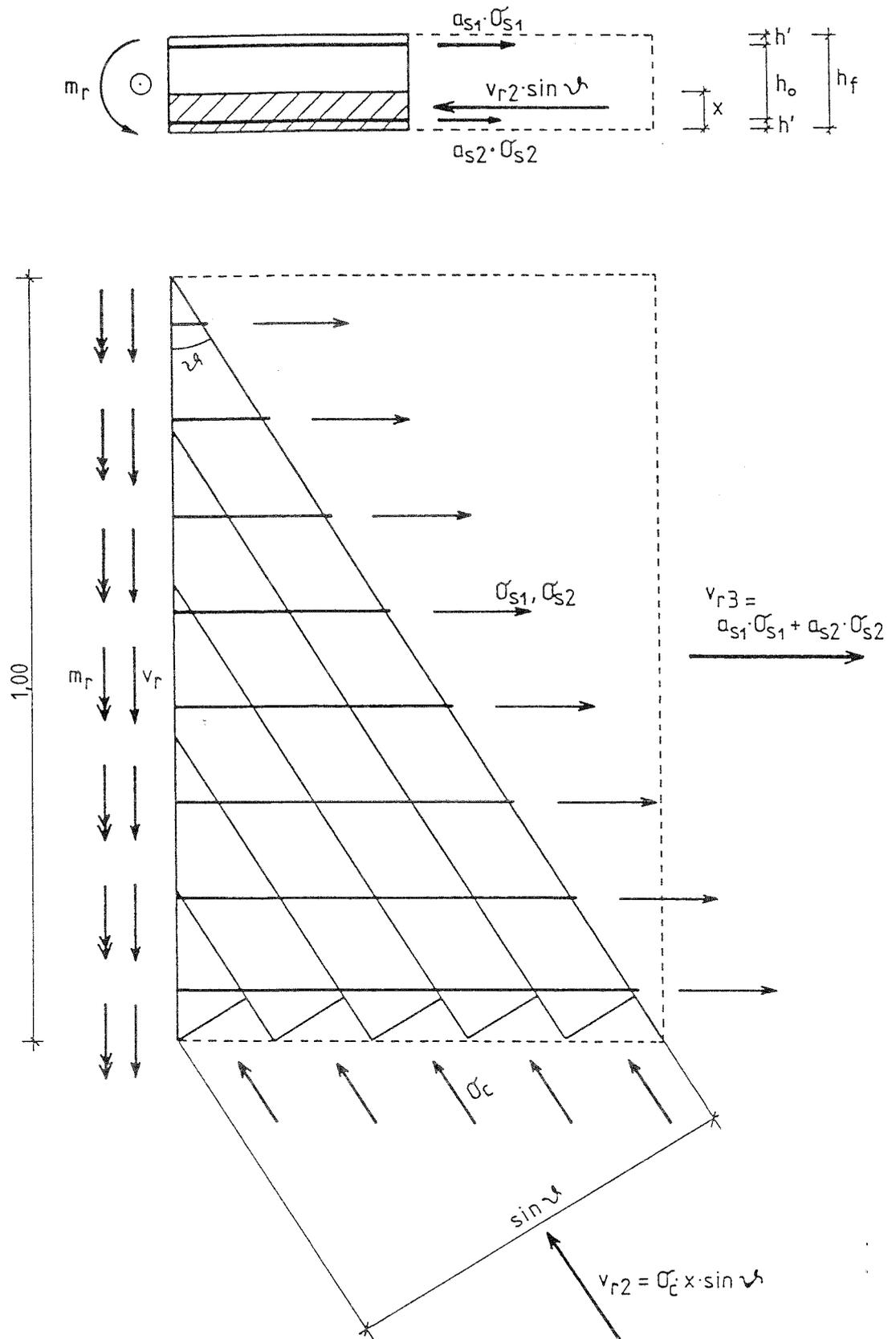


Abbildung 7.16: Gleichgewicht an einem Segment des Betongurtes bei vorwiegender Schubbeanspruchung

$$\sigma_{s1} = f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

Damit ergeben sich die Widerstände für Schub und Querbiegung wie folgt:

$$\begin{aligned} \downarrow: \quad v_{rd} &= \nu \cdot f_{cd} \cdot x \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \\ \rightarrow: \quad v_{rd} &= (a_{s1} \cdot f_{yd} + a_{s2} \cdot \sigma_{s2}) \cdot \cot \vartheta \\ \curvearrowright: \quad m_{rd} &= a_{s1} \cdot f_{yd} \cdot h_0 - \nu \cdot f_{cd} \cdot x \cdot \sin^2 \vartheta \cdot \left(\frac{x}{2} - h'\right) \end{aligned}$$

Die Druckstrebenneigung  $\vartheta$  darf in Grenzen frei gewählt werden. Daraus folgt unmittelbar

$$\begin{aligned} \text{aus } \rightarrow: \quad \sigma_{s2} &= \frac{v_{rd} \cdot \tan \vartheta - a_{s1} \cdot f_{yd}}{a_{s2}} \leq f_{yd} \\ \text{und aus } \downarrow: \quad x &= \frac{v_{rd}}{\nu \cdot f_{cd} \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta} \end{aligned}$$

Wird der Ausdruck für die Höhe des Druckfeldes  $x$  in die Momentengleichgewichtsbedingung eingesetzt, folgt daraus unmittelbar die Interaktionsbeziehung für Fall 1:

$$m_{rd} = a_{s1} \cdot f_{yd} \cdot h_0 - v_{rd} \cdot \tan \vartheta \cdot \left( \frac{v_{rd}}{2 \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta} - h' \right).$$

### Fall 2: Vorwiegend Querbiegung

Mit zunehmendem Querbiegemoment wird schließlich der Punkt erreicht, ab dem die Zugkraft aus Schub in der unteren Bewehrungslage kleiner wird als die Biegedruckkraft aus der Querbiegung. Zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichts wird dann ein zusätzliches zweites Druckspannungsfeld rechtwinklig zur Trägerlängsachse eingeführt (Abb.7.17).

Die 3 Gleichgewichtsbedingungen für Fall 2 ergeben sich damit wie folgt:

$$\text{Voraussetzung:} \quad a_{s2} \cdot \sigma_{s2} < 0$$

$$\begin{aligned} \downarrow: \quad v_r &= v_{r2} \cdot \cos \vartheta \\ &= \sigma_c \cdot x \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow: \quad v_{r3} - v_{r2} \cdot \sin \vartheta - F_c &= 0 \\ v_{r2} \cdot \sin \vartheta &= v_r \tan \vartheta \\ v_r \cdot \tan \vartheta &= v_{r3} - F_c \\ v_r \cdot \tan \vartheta &= a_{s1} \cdot \sigma_{s1} - h_1 \cdot \sigma_{c1} \\ v_r &= (a_{s1} \cdot \sigma_{s1} - h_1 \cdot \sigma_{c1}) \cot \vartheta \end{aligned}$$

↪: (bezüglich  $F_c$ )

$$\begin{aligned} m_r &= a_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot \left( h_f - h' - \frac{h_1}{2} \right) - v_{r2} \cdot \sin \vartheta \cdot \left( \frac{x}{2} + \frac{h_1}{2} \right) \\ &= a_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot \left( h_f - h' - \frac{h_1}{2} \right) - \sigma_c \cdot x \cdot \sin^2 \vartheta \cdot \left( \frac{x}{2} + \frac{h_1}{2} \right). \end{aligned}$$

Zu den 3 Gleichgewichtsbedingungen treten wieder die Annahmen der Plastizitätstheorie. Die Spannungen im zusätzlichen zweiten Druckspannungsfeld werden nach Eurocode 2 auf  $\sigma_{c1} = \alpha \cdot f_{cd}$  begrenzt.

Mit

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \nu \cdot f_{cd} \\ \sigma_{c1} &= \alpha \cdot f_{cd} \quad \alpha = 0,85: \text{ Dauerstandfestigkeit} \\ \sigma_{s1} &= f_{yd} \end{aligned}$$

ergeben sich für Fall 2 die Widerstände für Schub und Querbiegung wie folgt:

$$\begin{aligned} \downarrow: \quad v_{rd} &= \nu \cdot f_{cd} \cdot x \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \\ -: \quad v_{rd} &= (a_{s1} \cdot f_{yd} - h_1 \cdot \alpha \cdot f_{cd}) \cdot \cot \vartheta \\ \Rightarrow: \quad m_{rd} &= a_{s1} \cdot f_{yd} \cdot \left( h_f - h' - \frac{h_1}{2} \right) - \nu \cdot f_{cd} \cdot x \cdot \sin^2 \vartheta \cdot \left( \frac{x}{2} + \frac{h_1}{2} \right). \end{aligned}$$

Da die Druckstrebenneigung  $\vartheta$  in Grenzen frei gewählt werden darf, folgt

$$\begin{aligned} \text{aus } -: \quad h_1 &= \frac{a_{s1} \cdot f_{yd} - v_{rd} \cdot \tan \vartheta}{\alpha \cdot f_{cd}} \\ \text{und aus } \downarrow: \quad x &= \frac{v_{rd}}{\nu \cdot f_{cd} \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta}. \end{aligned}$$

Eingesetzt in die Momentengleichgewichtsbedingung folgt daraus die Interaktionsbedingung für Fall 2:

$$\begin{aligned} m_{rd} &= a_{s1} \cdot f_{yd} \cdot \left( h_f - h' - \frac{1}{2} \cdot \frac{a_{s1} \cdot f_{yd} - v_{rd} \cdot \tan \vartheta}{\alpha \cdot f_{cd}} \right) \\ &\quad - v_{rd} \cdot \tan \vartheta \cdot \left( \frac{v_{rd}}{2 \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta} + \frac{a_{s1} \cdot f_{yd} - v_{rd} \cdot \tan \vartheta}{2 \cdot \alpha \cdot f_{cd}} \right). \end{aligned}$$

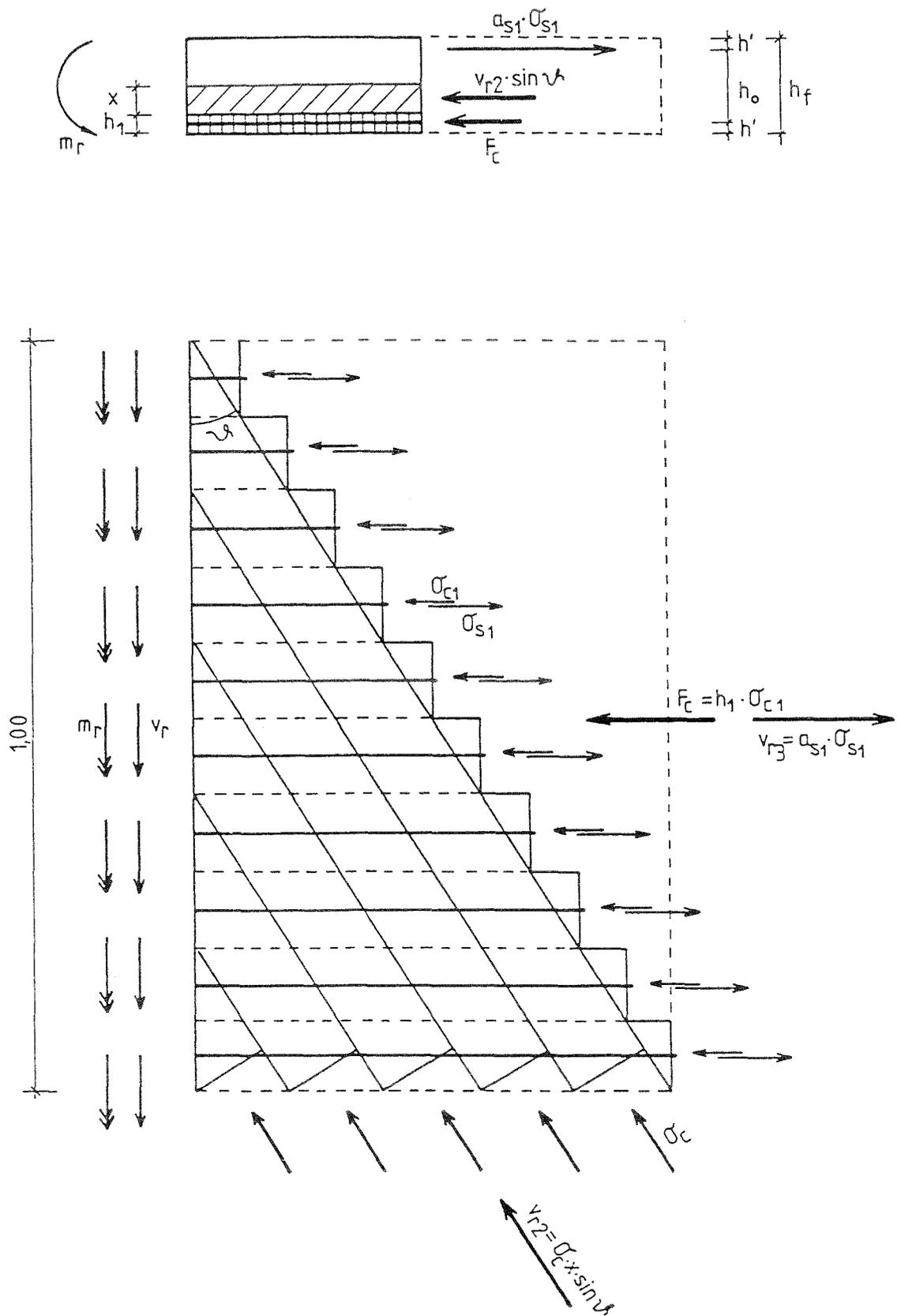


Abbildung 7.17: Gleichgewicht an einem Segment des Betongurtes bei vorwiegender Querbiegung

Aus den Interaktionsbedingungen kann für einen gegebenen Querschnitt z.B. in Abhängigkeit vom erforderlichen Schubwiderstand das aufnehmbare Querbiegemoment bestimmt werden. Für die Anwendung ist dies jedoch zu aufwendig. Dafür ist es zweckmäßiger, grafische Interaktionsdiagramme aufzustellen.

Für eine normierte und dimensionslose Darstellung werden folgende Bezugsgrößen eingeführt:

maximal aufnehmbarer Schubfluß  $v_{rd0}$  ( $x = h_f$ ):

$$v_{rd0} = \nu \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta$$

zugehöriges maximal aufnehmbares Biegemoment  $m_{rd0}$ :

$$\begin{aligned} m_{rd0} &= h_1 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot y \\ h_1 \cdot \alpha \cdot f_{cd} &= a_{s1} \cdot f_{yd} \\ &= 0,5 \cdot v_{rd0} \cdot \tan \vartheta \\ y &= h_f - h' - 0,5 \cdot h_1 \\ \sim m_{rd0} &= \frac{1}{2} \cdot \nu f_{cd} \cdot h_f \cdot \sin^2 \vartheta \cdot (h_f - h' - \frac{1}{4} \cdot h_f \cdot \frac{\nu}{\alpha} \cdot \sin^2 \vartheta) \end{aligned}$$

Für den Bewehrungsgehalt werden folgende Bezugsgrößen verwendet:

$\varrho_0$  erforderlicher geometrischer Bewehrungsgrad bei voller Ausnutzung des Betongurtes mit  $v_{rd0}$

$$\varrho_0 = \frac{a_{s,tot}}{h_f} = \frac{v_{rd0} \cdot \tan \vartheta}{h_f \cdot f_{yd}}$$

$$\varrho_0 = \frac{\nu \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \sin^2 \vartheta$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad \nu = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0,5$$

$w_0$  mechanischer Bewehrungsgehalt bei symmetrischer Anordnung von  $\varrho_0$  (bezogen auf die statische Höhe  $d = h_f - h'$ )

$$w_0 = \frac{\varrho_0}{2} \cdot \frac{h_f}{h_f - h'} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

$$w_0 = \frac{\nu \cdot \sin^2 \vartheta}{2} \cdot \frac{h_f}{h_f - h'}$$

Damit kann für  $m_{rd0}$  auch geschrieben werden

$$m_{rd0} = w_0 \cdot f_{cd} \cdot (h_f - h')^2 \cdot \left(1 - \frac{w_0}{2 \cdot \alpha}\right)$$

$$\alpha = 0,85 \text{ nach Eurocode 2}$$

$\varrho_s$  geometrischer Bewehrungsgrad

$$\varrho_s = \varrho_{s1} + \varrho_{s2} = \frac{a_{s1}}{h_f} + \frac{a_{s2}}{h_f} = \frac{a_{s,tot}}{h_f}$$

Bei der Aufstellung der dimensionslosen Interaktionsdiagramme für Schub und Querbiegung müssen einige Grenzbedingungen beachtet werden, damit der zulässige Interaktionsbereich nicht überschritten wird.

Bei Fall 1 mit vorwiegender Schubbeanspruchung ist die folgende Grenzbedingung einzuhalten:

$$\text{aus } x \leq h_f: \quad \frac{v_{rd}}{v_{rd0}} \leq 1 \quad \text{bzw.} \quad \frac{v_{rd}}{v_{rd0}} \leq \frac{\varrho_s}{\varrho_0}$$

Bei Fall 2 mit vorwiegender Querbiegung ist einzuhalten:

$$h_1 + x \leq h_f.$$

Zusätzlich ergibt sich aus den Dehnungsbegrenzungen nach Eurocode 2 eine Grenzbedingung für das maximal aufnehmbare Querbiegemoment  $m_{rd}$ .

Mit

$$\varepsilon_c = -3,5 \cdot 10^{-3}$$

und

$$\varepsilon_s = \frac{500/1,15}{200.000} = 2,17 \cdot 10^{-3} \quad \text{für Betonstahl 500S}$$

gilt nach Abb.7.18

$$\begin{aligned} x &= 0,6173 \cdot d \\ h_1 &= 0,494 \cdot d \\ F_c &= 0,494 \cdot d \cdot \alpha \cdot f_{cd} \\ z &= 0,753 \cdot (h_f - h') \\ \sim m_{rd} &\leq 0,372 \cdot (h_f - h')^2 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \end{aligned}$$

Auf dieser Grundlage wurden die im Anhang enthaltenen Interaktionsdiagramme als Bemessungshilfe aufgestellt. Sie wurden im Rahmen einer völlig unabhängigen Gegenrechnung [107] kontrolliert.

Die Interaktionsdiagramme gelten für Druckstrebenneigungen

$$\vartheta = 30^\circ, \quad 37,5^\circ \quad \text{und} \quad 45^\circ$$

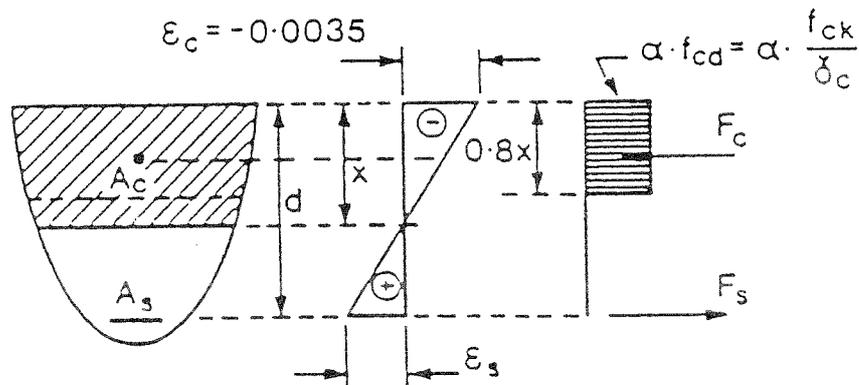


Abbildung 7.18: Grenzdehnungen und Rechteckspannungsblock nach Eurocode 2

jeweils für  $h'/h_f=0,10$  und  $0,15$  und für verschiedene Verhältnisse der unteren zur oberen Bewehrungslage  $a_{s2}/a_{s1}$ . Die Parameter für die Betonfestigkeit wurden generell mit

$$\alpha = 0,85 \quad \text{und} \quad \nu = 0,55$$

angesetzt.

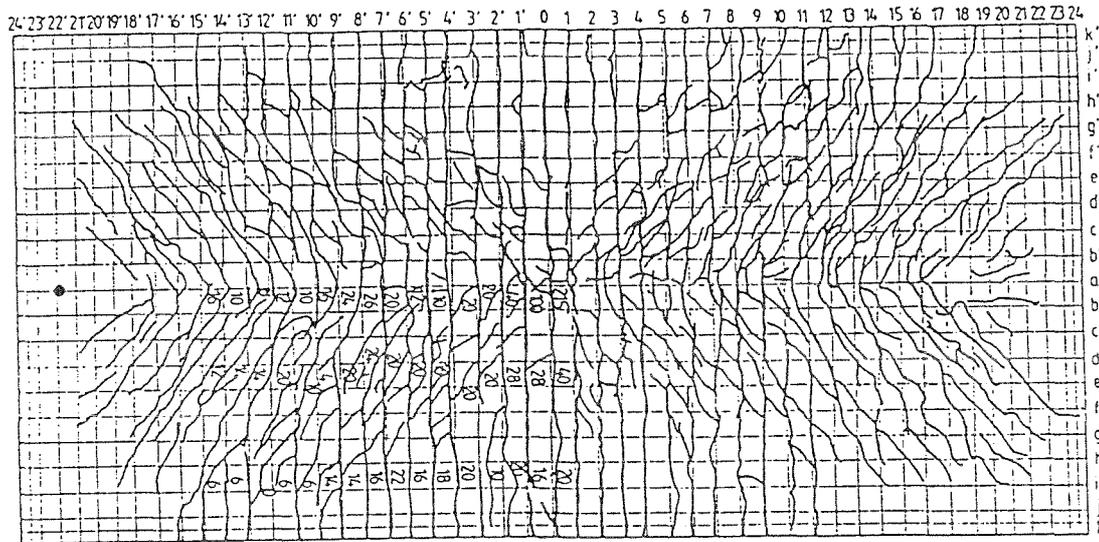
Der Parameter  $\nu$  kann praktisch zwischen  $\nu = 0,5$  und  $\nu = 0,6$  variieren.

#### *Zur Wahl der Druckstrebenneigung*

Das Schubtragverhalten des Betongurtes kann durch das Fachwerkmodell anschaulich und wirklichkeitsnah erfaßt werden, wie bereits die experimentellen Untersuchungen von Bachmann in Zürich gezeigt haben [43]. Die tatsächliche Druckstrebenneigung ist allerdings nicht bekannt. Sie kann innerhalb von Grenzen nach der Plastizitätstheorie frei gewählt werden.

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit stellen sich im Betongurt schräg verlaufende Schubriss ein (Abb.7.19). Die Druckstreben müssen jedoch nicht zwangsläufig zwischen den Rissen verlaufen, sondern aufgrund der Rißverzahnungskräfte kann das geneigte Druckfeld auch über Risse hinweg übertragen werden, wodurch flachere Druckstrebenneigungen möglich werden. Nach Thürlimann [108] ergibt sich ein unterer Grenzwert aus der Plastizitätstheorie aus einer Begrenzung der Rißöffnung von ca.  $\vartheta = 27^\circ$ . Dieser Grenzwert wurde auch durch die von Eibl/Schieferstein durchgeführten Versuche bestätigt. Im allgemeinen wird die Druckstrebenneigung bei reinem Schub empirisch zwischen  $27^\circ$  und  $45^\circ$  gewählt. Nach Bachmann sind bei Zuggurten in der Tendenz eher die größeren und bei Druckgurten eher die kleineren Druckstrebenneigungen maßgebend.

*Daher wird empfohlen, bei Druckgurten  $\vartheta = 30^\circ$  bis  $37,5^\circ$  und bei Zuggurten  $\vartheta = 37,5^\circ$  bis  $45^\circ$  zu wählen.*



Rißbreitenangaben:  $100w$  [mm]  
 • Lastenleitung :  $F_v = 1310 \text{ kN} = 1,45 F_{Gr}$

Abbildung 7.19: Versuchsträger 2 nach [91] mit Schubbrissen im Grenzzustand der Tragfähigkeit

### Druckbeanspruchte Betongurte

In Bereichen mit hohen Längsdruckspannungen aus der Haupttragwirkung steht für die Druckstreben nicht mehr die volle Festigkeit des Betons zur Verfügung [109]. Ist die mittlere effektive Betondruckspannung  $\sigma_{cp,eff} > 0,4 \cdot f_{cd}$ , ist anstelle von  $v_{rd0}$  nach Eurocode 2 näherungsweise eine verminderte Druckstreben Tragfähigkeit

$$v_{rd0,red} = 1,67 \cdot v_{rd0} \cdot (1 - \sigma_{cp,eff}/f_{cd}) \leq v_{rd0}$$

anzusetzen. Diese Beziehung stellt eine linearisierte Verallgemeinerung der Bruchkriterien eines auf Schub und Längsdruck beanspruchten Betonelements dar. Die wirksame mittlere Betondruckspannung infolge der Längsdruckkraft wird wie folgt bestimmt:

$$\sigma_{cp,eff} = (N_{sd} - f_{yk} \cdot A_{sc}/\gamma_s)/A_c$$

Hierin sind:

- $N_{sd}$  Bemessungswert der Normalkraft (Druck positiv)
- $A_c$  Fläche des Betonquerschnitts
- $f_{yk}$  Streckgrenze des Betonstahls
- $A_{sc}$  Querschnitt der Bewehrungsstäbe in der Druckzone
- $\gamma_s$  Teilsicherheitsbeiwert für Betonstahl  
 $(f_{yk}/\gamma_s \leq 400 \text{ N/mm}^2)$

*Verifizierung des Modells durch Nachrechnung von Versuchen*

Bei den nachfolgenden Versuchsnachrechnungen wurde jeweils die Kurzzeitfestigkeit des Betons angesetzt, d.h.

$$\alpha = 1,0 \quad , \quad \nu = \frac{2}{3}.$$

Die Ergebnisse der Versuchsnachrechnungen sind in Anhang B zusammengefaßt.

*Versuche von Kupfer/Ewald an der TU München*

Kupfer/Ewald führten Versuche an zwei Spannbetonträgern durch. Die Stege erhielten aus der Haupttragwirkung eine hohe Schubbeanspruchung und über die Steghöhe veränderliche Querbiegemomente, die über Stahlrahmen mit Pressen eingeleitet wurden. Die Versuche sind in [42] beschrieben. [42] wurden auch die für die Nachrechnung notwendigen Versuchsdaten entnommen. Beide Träger versagten durch Stegdruckbruch. Die Vergleichsrechnung erfolgte für eine Druckstrebenneigung von  $\vartheta = 30^\circ$  sowie für  $\vartheta = 45^\circ$ . Das Modell führt hier zu einer sicheren Bemessung.

*Versuche von Kaufmann/Menn an der ETH-Zürich*

An der ETH-Zürich wurden ab 1974 Versuche an sechs Stahlbetonbalken mit gegliederten Querschnitten durchgeführt. Dabei wurde das Tragverhalten des Steges bei Schub mit Querbiegung untersucht [41]. Es wurden verschiedene Laststellungen untersucht. Unter der maßgebenden Laststellung versagten alle Träger durch Stegdruckbruch. Die Ergebnisse der Vergleichsberechnungen unter Ansatz der Druckstrebenneigungen mit  $\vartheta = 30^\circ$  und  $\vartheta = 45^\circ$  sind in Anhang B enthalten. Auch hier führt das Modell zu einer sicheren Bemessung, lediglich bei Versuchsträger S2 wird die Tragfähigkeit mit dem Modell etwas überschätzt.

*Versuche von Eibl/Schieferstein an der TH Karlsruhe*

Eibl/Schieferstein führten Versuche an drei Plattenbalken mit Längszug in den Gurten mit und ohne Querbiegung durch. Ziel der Versuche war es, die größtmögliche kombinierte Beanspruchung bei Schub- und Querbiegung mit Betonversagen zu ermitteln. Die Versuche sind in [47] und [50] beschrieben. Alle Balken versagten entsprechend ihrer Auslegung durch Bruch der Schubdruckstreben im Zuggurt.

Auch hier zeigt die Vergleichsrechnung, daß das Modell zu einer sicheren Bemessung führt (Anhang B).

*Vergleich mit der Regelung nach Eurocode 2, Teil 1*

Eurocode 2 Teil 1 enthält in Abschn. 4.3.2.5 einen vereinfachten Nachweis, bei dem der maximal mögliche Schubfluß durch die Tragfähigkeit des Betons auf

$$v_{rd2} = 0,2 \cdot f_{cd} \cdot h_f$$

begrenzt wird. Für die Querbiegung werden keine Grenzen angegeben.

In Zuggurten ist die Druckstrebenneigung mit  $45^\circ$  anzusetzen. Bei kombinierter Beanspruchung durch Schub mit Querbiegung sollte nach Eurocode 2 der größere erforderliche Stahlquerschnitt, entweder aus Schub oder aus Querbiegung, angeordnet werden.

Bei dieser Regelung kann nicht der volle mögliche Interaktionsbereich ausgeschöpft werden. Da die Querbiegung nicht begrenzt ist, können die Bemessungsergebnisse bei großen Querbiegemomenten außerhalb des zulässigen Interaktionsbereichs liegen.

#### *Konstruktionsregeln für die Bewehrungsführung im Betongurt*

Die Querkzugkräfte im Betongurt aus der Einleitung des Längsschubs treten im Betongurt um das Versatzmaß

$$v = \frac{b_{eff}}{4} \cdot \cot \vartheta$$

versetzt auf. Dies ist bei der Anordnung der Querbewehrung zu beachten.

Bei der Abstufung der Zugkraftdeckungsline für die Bewehrung in Längsrichtung ist das Versatzmaß  $v$ , das sich aus dem seitlichen Abstand der Bewehrung vom Trägersteg ergibt, ebenfalls zu berücksichtigen (Abb.7.20).

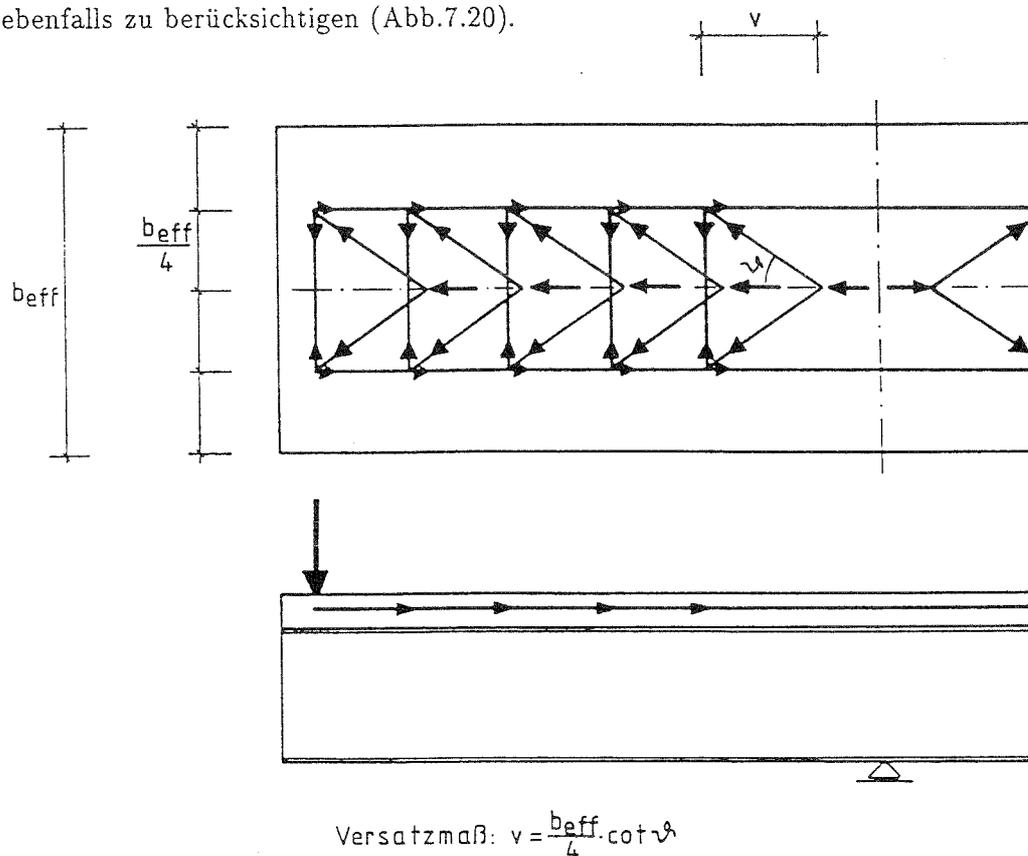


Abbildung 7.20: Stabwerkmodell und Versatzmaß

#### *Schub mit Querbiegung bei Verwendung von Profilblechen*

Das Modell läßt sich im Prinzip auch auf den Fall von Stahlverbundträgern bei Verwendung von Profilblechen erweitern. Die geneigten Druckstreben aus dem Schub verlaufen dann oberhalb der Sicken. Der Beton zwischen den Sicken steht für die Aufnahme der Biegedruckkräfte aus Querbiegung durch ein zweites rechtwinklig zum Träger verlaufendes Druckspannungsfeld zur Verfügung.

Die Übertragung des Modells auf diesen Fall soll jedoch einer künftigen Forschungsarbeit vorbehalten bleiben.

## Kapitel 8

# Zusammenfassung

Behandelt werden Grundlagen zur Bemessung des Betongurtes von Stahlverbundträgern im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und im Grenzzustand der Tragfähigkeit. Eine wesentliche Grundlage für die Bemessung stellt die wirklichkeitsnahe Schnittgrößenermittlung dar. Dazu wird zunächst in Abschnitt 2 auf das Baustoffverhalten eingegangen. Bei Stahlverbundträgern im gerissenen Zustand II ist die zutreffende Erfassung der Steifigkeit des Betongurtes sowie seine plastische Verformungsfähigkeit von großem Einfluß. Hierzu werden in Abschnitt 3 Modelle zur wirklichkeitsnahen Beschreibung des Verformungsverhaltens im elastischen und plastischen Stahldehnungsbereich angegeben.

Anschließend wird in Abschnitt 4 ein Modell für eine wirklichkeitsnahe physikalisch nichtlineare Schnittgrößenermittlung vorgestellt. Dazu werden innerhalb des Programmsystems FEMAS nichtlineare ebene Balkenelemente und nichtlineare Federelemente entwickelt. Die Verifikation des Modells erfolgt durch Nachrechnung von Bauteilversuchen.

Auf die Grundlagen zur Bemessung des Betongurtes im Gebrauchszustand wird in Abschnitt 5 eingegangen. Zunächst wird der Einfluß der Rißbildung auf das lokale und globale Tragverhalten untersucht. Es wird gezeigt, daß sich beim Einzelriß ein Teil der innerhalb der mittragenden Gurtbreite freiwerdenden Zugkraft des Betons in den Stahlträger umlagert. Die Umlagerung ist um so größer, je kleiner der Bewehrungsgrad und je schlechter die Verbundeigenschaften sind. Entspricht der Bewehrungsgrad der Mindestbewehrung, kann im Mittel von einer Umlagerung von etwa 15% ausgegangen werden. Von großem Einfluß ist der Eigenspannungszustand aus Schwinden. Dieser wirkt sich beim Einzelriß auf die Größe der freiwerdenden Zugkraft aus. Er führt zu einer Vergrößerung der Rißbreiten sowohl beim Einzelriß als auch beim abgeschlossenen Rißbild. Beim abgeschlossenen Rißbild wird der Eigenspannungszustand aus Schwinden praktisch vollständig abgebaut.

Bei Berücksichtigung der Rißbildung im Betongurt lagern sich die Momente bereits im Gebrauchszustand von der Stütze zum Feld hin um. Die Größe der Umlagerung ist vor allem über die Höhe der Belastung abhängig vom Rißbildungsgrad. Bei einer wiederholten Belastung hängt sie vom Umfang eines bereits eingepprägten Rißbildes ab. Auch hier hat der Eigenspannungszustand aus Schwinden einen großen Einfluß. Die Rißbildung und Umlagerung erfolgt bereits unter einer deutlich niedrigeren Lastintensität.

In diesem Zusammenhang wird auch über die Messungen an einer Eisenbahnbrücke in Verbundbauweise ohne Längsvorspannung zur Untersuchung der tatsächlichen Verhältnisse bei der Rißbildung in den Stützenbereichen berichtet. Im Rahmen der Probelastung stellte

sich zwar der volle Zustand II mit abgeschlossenem Rißbild im Stützenbereich ein, dennoch stellte sich durch die nahezu volle Mitwirkung der Kappen, die dabei im ungerissenen Zustand I blieben, nur eine Momentenumlagerung von etwa 5% ein. Die Durchbiegungen entsprachen dabei etwa denen des rechnerischen Zustands I ohne Berücksichtigung einer Mitwirkung der Kappen.

Die Rißbreitenbeschränkung erfolgt auf der Grundlage der Rißtheorie nach König/Fehling, wobei verbundbauspezifische Aspekte eingearbeitet werden. Insbesondere wird dabei auf den Einfluß des Schwindens eingegangen. Es zeigt sich, daß für die Berechnung der Spannung in der Bewehrung sowohl die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, als auch die mittragende Gurtbreite von großem Einfluß sind. Für die mittragende Gurtbreite wird der Ansatz nach Eurocode 4, Teil 1 berücksichtigt. Damit wird bei der Nachrechnung von Versuchen eine gute Übereinstimmung erzielt. Bei der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wird sowohl der Ansatz nach dem CEB-FIP Model Code 78 als auch der neuere vereinfachte Ansatz nach dem Model Code 90 untersucht. Der Ansatz nach Model Code 78 gibt die tatsächlichen Verhältnisse bei einer Erstbelastung wirklichkeitsnäher wieder. Der vereinfachte Ansatz nach Model Code 90, der inzwischen auch Eingang in den Eurocode 4 gefunden hat, führt ebenfalls zu brauchbaren Ergebnissen. Der Ansatz hat den Vorteil, daß er rechnerisch einfach zu handhaben ist. Im übrigen handelt es sich bei der Betonzugfestigkeit, die für die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen von großem Einfluß ist, um eine stark streuende Größe, die im allgemeinen geschätzt werden muß. Bei einer Wiederbelastung bei bereits vorhandenem eingepprägten Rißbild aus einer zuvor aufgebracht höheren Erstbelastung sowie unter einer statischen Dauerlast oder dynamischen Belastung geht der Einfluß der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen deutlich zurück. Für die Ermittlung der Mindestbewehrung wird gegenüber den derzeit gültigen Vorschriften ein verfeinerter Bemessungsvorschlag gemacht, mit dem der Einfluß des Schwindens genauer erfaßt werden kann. Die Regelung nach Eurocode 4, Teil 1 ergibt danach in Abhängigkeit von der Querschnittsform teils zu große, teilweise aber auch zu kleine Querschnitte für die Mindestbewehrung.

Im Abschnitt 6 wird auf den Einfluß der Nachgiebigkeit der Verbundmittel im Gebrauchszustand eingegangen. Brücken sind derartig hoch verdübelt, daß bei der Schnittgrößenermittlung rechnerisch von der Annahme eines starren Verbundes ausgegangen werden kann. Andere Verhältnisse sind dagegen bei Hochbauträgern gegeben, die nur teilweise verdübelt sind. Wird der Betongurt auf profilierten Stahlblechen hergestellt, nimmt die Nachgiebigkeit und plastische Verformungsfähigkeit der Kopfbolzendübel deutlich zu. Die durchgeführten Vergleichsrechnungen haben ergeben, daß sich die Stahlspannung in der Bewehrung bei Anwendung der teilweisen Verdübelung im Stützenbereich je nach Verdübelungsgrad deutlich reduzieren läßt. Dabei sind jedoch einige Sekundäreffekte zu beachten. Die Biegespannungen im Stahlträger nehmen zu. Die Spannungen im Stahlträger sind im Gebrauchslastbereich gegen die Streckgrenze abzusichern, so daß sich bei der Anwendung der teilweisen Verdübelung im Stützenbereich größere Stahlprofile ergeben können. Bei sehr niedrigen Verdübelungsgraden können einzelne Kopfbolzendübel bereits im Gebrauchslastbereich ihre Fließkraft erreichen. Mit abnehmendem Verdübelungsgrad im Stützenbereich tritt im Grenzzustand der Tragfähigkeit ein deutlicher Zuwachs beim Schlupf ein. Dies erfordert eine hohe Duktilität in der Verbundfuge, damit es nicht zu einem vorzeitigen Abscheren der Dübel durch Überschreitung des maximal aufnehmbaren Schlupfes kommt. Dieser Fall wäre sehr kritisch, wenn sich daraus ein reiðverschlußartiges Versagen der Verbundfuge entwickeln würde.

Bei vollständiger Verdübelung ist der Einfluß aus der Nachgiebigkeit der Verbundmittel auch bei Hochbauträgern relativ gering. Für die gezielte Anwendung der teilweisen Verdübelung bei der Rißbreitenbeschränkung sind noch zusätzliche Untersuchungen, vor allem in Verbindung mit Versuchen, notwendig. Die durchgeführten Vergleichsrechnungen stellen eine Extrapolation aus dem bisherigen Erfahrungsbereich dar.

In Abschnitt 7 werden schließlich die Grundlagen zur Bemessung des Betongurtes im Grenz-zustand der Tragfähigkeit behandelt. Bei der Biegebemessung wird gezeigt, daß die plastische Verformungsfähigkeit des Betongurtes im Zugbereich, insbesondere bei den stark kaltverformten Stählen der Betonstahlmatten mit geringer Gleichmaßdehnung, im einbetonierten Zustand noch durch die Wirkung des Verbundes verstärkt, stark begrenzt sein kann. Dadurch können bei größeren plastischen Rotationen in der Fließzone die Stähle durchgerissen werden. Sie können dann beim Nachweis der Tragfähigkeit nicht mehr berücksichtigt werden. Dieses Verhalten wurde auch bei Versuchen beobachtet.

Den Schwerpunkt bildet die Schubbemessung des Betongurtes. Zunächst wird kurz auf das lokale Tragverhalten der Kopfbolzendübel eingegangen. Dieses ist durch eine extreme Teilflächenpressung charakterisiert. Die dabei auftretenden extrem hohen Druckspannungen bis zu ca.  $400\text{N/mm}^2$  kann der Beton jedoch lokal aufgrund der Umschnürungswirkung durch den umgebenden Beton und den Stahlträgerobergurt aufnehmen.

Es wird gezeigt, daß der derzeit übliche Nachweis der Schubspannungen in der Dübelumrißfläche mechanisch nicht ganz richtig ist und weiterer Untersuchungen bedarf.

Für die interaktive Bemessung des Betongurtes auf Scheibenschub mit Querbiegung wird ein Bemessungsmodell vorgeschlagen. Es handelt sich dabei um das Modell, das Menn für das analoge Problem der Bemessung von Brückenstegen mit Querbiegung angibt. Das Modell wird im Rahmen dieser Arbeit auf den Eurocode übertragen und durch Versuchsnachrechnungen verifiziert.

# Literaturverzeichnis

- [1] Roik, K.: Verbundkonstruktionen. Stahlbau Handbuch, Band 1. Stahlbau-Verlags-GmbH, Köln 1982.
- [2] Bode, H.: Verbundbau. Konstruktion und Berechnung. Werner-Verlag 1987.
- [3] Hofmann, B.: Verbundkonstruktionen im Hochbau. Verlag Stahleisen mbH, Düsseldorf 1987. Stahl im Hochbau, Band II/Teil 1, 14. Auflage.
- [4] Johnson, R.P.: Composite Structures of Steel and Concrete. Volume 1. Beams, Columns, Frames and Applications in Building. Constrado Monographs. 1975
- [5] Jungbluth, O.: Optimierte Verbundbauteile. Stahlbau Handbuch, Band 1. Stahlbau-Verlags-GmbH, Köln 1982.
- [6] Carl, J.: Verbundbrückenbau in Deutschland – Ausführungsbeispiele und Entwicklungstendenzen. Bauingenieur 52 (1977).
- [7] Johnson, R.P., Buckby, R.J.: Composite Structures of Steel and Concrete. Volume 2. Bridges. Constrado Monographs. 1979.
- [8] Stahlverbund-Brückenbau, Berichtsband zur Tagung am 5.10.1988 in Kaiserslautern. Stahl-Informationszentrum Düsseldorf.
- [9] Nather, F.: Verbundbrücken – Stand der Technik - Perspektiven für die Zukunft. Stahlbau 59 (1990), H.10.
- [10] Richtlinien für die Bemessung und Ausführung von Stahlverbundträgern. Ausgabe März 1981, Deutsches Institut für Normung.  
sowie  
Ergänzende Bestimmungen zu den Richtlinien für die Bemessung und Ausführung von Stahlverbundträgern:  
März 1984 : Dübeltragfähigkeit und Kopfbolzendübel bei Verbundträgern mit Stahltrapezprofilen  
Juni 1991 : Neufassung des Abschnitts 9: Rißbreitenbeschränkung
- [11] Sattler, K.: Betrachtungen über neuere Verdüblungen im Verbundbau. Der Bauingenieur 1962.
- [12] Leonhardt, F., Andrä, W., Andrä, H.-P., Harre, W.: Neues, vorteilhaftes Verbundmittel für Stahlverbundtragwerke mit hoher Dauerhaftigkeit. Beton- und Stahlbetonbau, H. 12/1987.

- [13] Sattler, K.: Theorie der Verbundkonstruktionen. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1959.
- [14] Trost, H.: Zur Berechnung von Stahlverbundträgern im Gebrauchszustand aufgrund neuerer Erkenntnisse des viskoelastischen Verhaltens des Betons. Der Stahlbau 37 (1968).
- [15] Fritz, B.: Verbundträger. Springer Verlag Berlin, Göttingen, Heidelberg 1961.
- [16] Haensel, J.: Praktische Berechnungsverfahren für Stahlträger-Verbundkonstruktionen unter Berücksichtigung neuerer Erkenntnisse zum Betonzeitverhalten. TWM-Heft 75-2, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, 1975.
- [17] DIN 18806, Teil 1: Verbundkonstruktionen, Verbundstützen (3.84).
- [18] Käser, M., Menn, C.: Dauerhaftigkeit von Stahlbetontragwerken; Auswirkungen der Ribbildung. Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich. Birkhäuser Verlag 1988.
- [19] König, G., Maurer, R., Zichner, T.: Spannbeton: Bewährung im Brückenbau. Analyse von Bauwerksdaten, Schäden und Erhaltungskosten. Springer Verlag 1986.
- [20] Schießl, P.: Einfluß von Rissen auf die Dauerhaftigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen. Sachstandsbericht Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 370 (1986).
- [21] Kupfer, H., Förster, W., Haensel, J.: Beschränkung der Ribbreiten im Stützbereich durchlaufender Stahlverbundträger. Bauingenieur 53 (1987).
- [22] Kupfer, H., Pratsch, G.: Beschränkung der Ribbreite des Betons bei Stahlverbundbrücken. Festschrift Roik, 1984.
- [23] Rehm, G., Martin, H.: Zur Frage der Ribbegrenzung im Stahlbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau 8 (1968).
- [24] Hanswille, G.: Zur Ribbreitenbeschränkung bei Stahlverbundträgern. Techn.-wiss. Mitt. 86-1. Inst. Konstr. Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum 1986.
- [25] Roik, K., Hanswille, G.: Zur Frage der Ribbreitenbeschränkung bei Verbundträgern. Bauingenieur 61 (1986).
- [26] König, G., Jahn, M.: Über die verschiedenen Erscheinungsformen der Betonzugfestigkeit und ihre Bedeutung für das Tragverhalten von Massivbauten. Beton- und Stahlbetonbau 1983.
- [27] Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau, Teil 4. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag, 2. Auflage 1977.
- [28] DIN 1045 - Beton und Stahlbeton, Ausgabe Juli 1988.
- [29] DIN 4227 Teil 1 - Spannbeton; Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung; Ausgabe Juli 1988.
- [30] Roik, K., Hanswille, G.: Ribbreitenbeschränkung bei Verbundträgern. Stahlbau 60 (1991), H.12.

- [31] Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 400. Erläuterungen zu DIN 1045 Beton und Stahlbeton, Ausgabe 7.88. Beuth Verlag Berlin 1989.
- [32] Schießl, P., Wölfel, E.: Konstruktionsregeln zur Beschränkung der Rißbreite - Grundlage zur Neufassung DIN 1045. Beton- und Stahlbetonbau 1/1986.
- [33] Eurocode No.2: Design of concrete structures. Part 1: General Rules and Rules for Buildings. December 1989.
- [34] Erläuterungen zu DIN 4227 Spannbeton. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 320.
- [35] König, G., Fehling, E.: Zur Rißbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau 6,7/1988.
- [36] König, G., Fehling, E.: Grundlagen zur Rißbreitenbeschränkung im Spannbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau 12/1988.
- [37] König, G., Fehling, E.: Zur Rißbreitenbeschränkung bei voll oder beschränkt vorgespannten Betonbrücken. Beton- und Stahlbetonbau 7,8,9/1989.
- [38] Eurocode No.4: Design of Composite Steel and Concrete Structures. Part 1: General Rules and Rules for Buildings. Revised draft, Issue 1, Oct. 1990.
- [39] Bode, H., Schanzenbach, J.: Das Tragverhalten von Verbundträgern bei Berücksichtigung der Dübelnachgiebigkeit. Der Stahlbau 58 (1989).
- [40] Schanzenbach, J.: Zum Einfluß von Dübelnachgiebigkeit und Unterverdübelung auf das Tragverhalten von Verbunddurchlaufträgern im Hoch- und Industriebau. Diss. Kaiserslautern, 1989.
- [41] Kaufmann, J., Menn, Ch.: Versuche über Schub bei Querbiegung. Bericht Nr. 7201-1. Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, 1976.
- [42] Ewald, G.: Überlagerung von Scheiben- und Plattenwirkung am Beispiel stark profilierter Stahlbeton- und Spannbetonträger bei hoher Schub- und begrenzter Querbiegebeanspruchung. Dissertation München 1977.
- [43] Bachmann, H.: Längsschub und Querbiegung in Druckplatten von Betonträgern. Beton- und Stahlbetonbau 3/1978.
- [44] Bachmann, H., Bacchetta, A.: Teilweise Vorspannung für Längsschub und Querbiegung in Druckplatten von Betonträgern. Beton- und Stahlbetonbau 5/1978.
- [45] Eibl, J., Kühn, E.: Versuche an Stahlbetonplattenbalken mit gezogener Platte. Beton- und Stahlbetonbau 7,8/1979.
- [46] Bachmann, H., Bacchetta, A.: Längsschub, Querbiegung und teilweise Quervorspannung in Zugplatten von Betonträgern. Beton- und Stahlbetonbau 3/1983.
- [47] Schieferstein, M.: Der Zugflansch von Stahlbetonplattenbalken unter Längsschub und Querbiegung bei kritischer Druckbeanspruchung des Betons. Dissertation Karlsruhe 1985.

- [48] Hochreither, H., Pratsch, G.: Bemessung von Querschnittsteilen profilierter Stahlbeton- und Spannbetonträger für Schub- und Plattenbiegung. Bauingenieur 61 (1986).
- [49] Pratsch, G.: Kombinierte Beanspruchung aus Scheibenschub und Plattenbiegung bei profilierten Stahlbeton- und Spannbetonträgern. Dissertation München 1989.
- [50] Eibl, J.: Die Flanschbemessung von Plattenbalken bei Schub und Querbiegung. Beton- und Stahlbetonbau 83 (1988).
- [51] Menn, Ch.; Stahlbetonbrücken. Zweite, überarbeitete Auflage. Springer-Verlag Wien New York 1989.
- [52] Degenkolbe, J., Haneke, M., Schlüter, W.: Stähle und Stahlerzeugnisse. Stahlbau Handbuch Teil 1, Stahlbau-Verlags-GmbH, Köln 1982.
- [53] Stahl im Hochbau. Band I / Teil 2. Verlag Stahleisen mbH. 14. Auflage 1986.
- [54] Roik, K., Hanswille, G.: Zum Einfluß der Meßlänge auf die experimentelle Bestimmung der statischen Streckgrenze. Bauingenieur 65 (1990).
- [55] Wesche, K.: Baustoffe für tragende Bauteile, Teil 3. Stahl, Aluminium. Bauverlag GmbH 1985.
- [56] Kreller, H.: Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangseinwirkung. DAfStb Heft 409, 1990.
- [57] Dilger, W.: Veränderlichkeit der Biege- und Schubsteifigkeit bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluß auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung. DAfStb Heft 179, 1966.
- [58] Weigler, H., Karl, S.: Beton. Arten, Herstellung, Eigenschaften. Verlag Ernst & Sohn 1989.
- [59] Heilmann, H.: Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons. Beton 2/69.
- [60] Rüsck, H.: Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit. Beton 2/75.
- [61] CEB-FIP Model Code 1990. CEB Comite Euro-International Du Beton. Bulletin D'Information N° 203, 204, 205. July 1991.
- [62] König, G., Duda, H.: IABSE Colloquium Stuttgart 1991. Structural Concrete. IABSE ETH-Hönggerberg.
- [63] Duda, H.: Beton unter Zugbeanspruchung. Darmstädter Massivbau-Seminar Band 1: Rißbreitenbeschränkung und Mindestbewehrung (2. Auflage) 1989.
- [64] Steinwedel, A.: Entwicklung radiografischer Untersuchungsmethoden zur Beschreibung des Verbundverhaltens zwischen Stahl und Beton. Abschlußbericht, Institut für Massivbau, TH Darmstadt.
- [65] Otsuka, K.: X-ray technique with contrast medium to detect fine cracks in reinforced concrete. Fracture Toughness and Fracture Energy, Mihashi et al. (eds), 1989 Balkema, Rotterdam.

- [66] Krips, M.: Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 33, 1985.
- [67] Rohling, A.: Zum Einfluß des Verbundkriechens auf die Rißbreitenentwicklung sowie auf die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen. Diss. TU Braunschweig 1987.
- [68] Tschemmerneegg, F.: Zur Bemessung von Schenkeldübeln, eines neuen Dübels für Verbundkonstruktionen im Hochbau. Der Bauingenieur 60 (1985).
- [69] Fisher, J.: Shear Strength of Stud Connectors in Lightweight and Normalweight Concrete. AISC Engineering Journal, 1971.
- [70] Günther, G.: Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton unter monoton steigender, schwellender und lang andauernder Belastung. Diss., Kassel 1989.
- [71] Rao, P. Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 177, 1966.
- [72] Rostásy, F., Koch, R., Leonhardt, F.: Zur Mindestbewehrung für Zwang von Außenwänden aus Stahlleichtbeton. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 267, 1976.
- [73] Rehm, G., Eligehausen, R., Mallee, R.: Rißverhalten von Stahlbetonkörpern bei Zugbeanspruchung. Technische Universität Stuttgart, Untersuchungsbericht Nr. 76/4, 1976.
- [74] Holmberg
- [75] Langer, P.; Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche im Stahlbetonbau. Universität Stuttgart. Mitteilungen Institut für Werkstoffe im Bauwesen, 1987/1.
- [76] Kreller, H.: Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetontragwerken unter Last- und Zwangeinwirkung. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 409, 1990.
- [77] Beem, H.: FEMAS-Benutzerhandbuch. Krätzig & Partner, Ingenieurgesellschaft für Bautechnik mbH, Bochum.
- [78] Beem, H.: Statische und dynamische Analyse vorgespannter Membranen. Ruhr-Universität Bochum, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau. Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen Nr. 84-5.
- [79] Methfessel, M.: Untersuchungen zur Leistungssteigerung von Pfadverfolgungsalgorithmen am Beispiel der geometrisch und physikalisch nichtlinearen Strukturanalyse mit geraden räumlichen Balkenelementen. Institut für Konstruktiven Ingenieurbau. Ruhr-Universität Bochum. Mitteilungen Nr. 89-1.
- [80] Keuser, M., Kolmar, W.: Finite Elemente im Massivbau. Vorlesungsumdruck, Institut für Massivbau, TH-Darmstadt.

- [81] Bode, H., Uth, H.-J., Schanzenbach, J.: Traglast von Verbund-Durchlaufträgern für den Hoch- und Industriebau unter besonderer Berücksichtigung einer nachgiebigen Verdübelung. Studiengesellschaft für Anwendungstechnik von Eisen und Stahl e.V. Projekt 124.
- [82] Bode, H., Künzel, R.: Zur Traglast von Verbundträgern unter besonderer Berücksichtigung einer nachgiebigen Verdübelung. Abschlußbericht zum DFG-Forschungsvorhaben: Bo 733/3-2.
- [83] Heunisch, M., Kroggel, O., Maurer, R.: Bericht über die Messungen im Rahmen der Probelastungen und von Zugfahrten an der Werrabrücke Münden. Darmstadt, Dez. 1990.
- [84] König, G., Heunisch, M., Maurer, R.: Auswertung der Messungen im Rahmen der Probelastung und von Zugfahrten an der Werrabrücke Münden. Darmstadt, April 1991.
- [85] Springenschmid: Die Ermittlung der Spannungen infolge von Schwinden und Hydratationswärme im Beton. Beton- und Stahlbetonbau 10/1984.
- [86] Puche, M.: Rißbreitenbeschränkung und Mindestbewehrung bei Eigenspannungen und Zwang. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 396, 1988.
- [87] Trost, H. u.a.: Teilweise Vorspannung. Verbundfestigkeit von Spanngliedern und ihre Bedeutung für Rißbildung und Rißbreitenbeschränkung. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 310, 1980.
- [88] Eschenauer, H., Schnell, W.: Elastizitätstheorie I. Grundlagen, Scheiben und Platten. Bibliographisches Institut, 1981
- [89] DIN 1075: Betonbrücken – Bemessung und Ausführung. Ausgabe April 1981.
- [90] DIN 18809: Stählerne Straßen- und Wegbrücken – Bemessung, Konstruktion, Herstellung. Ausgabe September 1987.
- [91] Holtkamp, H.J.: Zur mittragenden Breite von Verbundträgern im Bereich negativer Momente. Institut für konstruktiven Ingenieurbau. Ruhr-Universität Bochum. Mitteilung Nr.91-3.
- [92] Johnson, R.P., Allison, R.W.: Shrinkage and tension stiffening in negative moment regions of composite beams. The Structural Engineer / Volume 59B / No. 1 / March 1981.
- [93] Johnson, R.P., Allison, R.W.: Cracking in concrete tension flanges of composite T-beams. The Structural Engineer / Volume 61B / No. 1 / March 1983.
- [94] Randl, E., Johnson, R.P.: Widths of Initial Cracks in Concrete Tension Flanges of Composite Beams. IABSE Proceedings P-54/82.
- [95] Rehm, G.: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 138. 1961.

- [96] Roik, K., Ehlert, W.: Traglastversuche an schlanken zweifeldrigen Verbundträgern. Zwischenbericht zu Forschungsvorhaben Ro 324/12 der Deutschen Forschungsgemeinschaft. April 1979.
- [97] Ehlert, W.: Grenzzustände schlanker Verbundträger. Technisch Wissenschaftliche Mitteilungen 81-7. Institut für konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum 1981.
- [98] Leonhardt, F., Andrä, W., Andrä, H.-P., Saul, R., Harre, W.: Zur Bemessung durchlaufender Verbundträger bei dynamischer Belastung. Bauingenieur 62 (1987).
- [99] Roik, K., Hanswille, G., Uhlendahl, J.: Rißbreitenbeschränkung bei Verbundträgern - Theorie und Versuche. In: Nichtlineare Berechnungen im Konstruktiven Ingenieurbau. Hrsg. Stein, E.. Springer-Verlag 1989.
- [100] Neghabian, M.: Zur Rißbreitenbeschränkung bei Verbundträgern unter Langzeitbelastung und nicht ruhender Belastung. Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum. Institut für konstruktiven Ingenieurbau, Lehrstuhl II. 1991.
- [101] Stamm, K., Witle, H.: Sandwichkonstruktionen. Berechnung, Fertigung, Ausführung. Springer-Verlag 1974.
- [102] Bode, H., Fichter, W.: Traglastbemessung für durchlaufende Verbundträger im Hochbau. IABSE-ECCS Symposium Luxembourg 1985.
- [103] Johnson, R. P., Greenwood, R. D., von Dalen, K.: Stud shear-connectors in hogging moment regions of composite beams. The structural engineer. September 1969.
- [104] Roik, K., Hanswille, G.: Beitrag zur Bestimmung der Tragfähigkeit von Kopfbolzendübeln. Der Stahlbau. 10/1983.
- [105] Lieberum, K.-H.: Das Tragverhalten von Beton bei extremer Teilflächenbelastung. Dissertation, Darmstadt 1987.
- [106] Lungershausen, H.: Zur Schubtragfähigkeit von Kopfbolzendübeln. Dissertation. Bochum 1988.
- [107] Kranz, A.: Gurtbemessung bei Plattenbalken und Hohlkastenquerschnitten mit dem Verfahren von Menn. Diplomarbeit. Technische Hochschule Darmstadt, 1991.
- [108] Thürlimann, B.: Torsion, Biegung und Schub in Stahlbetonträgern. Vorlesungen anlässlich des Fortbildungskurses für Bauingenieure vom 9.-12. April 1975. Institut für Baustatik und Konstruktion. ETH-Zürich.
- [109] Kupfer, H., Pratsch, G., Bulicek, H.: Kombinierte Beanspruchung von Spannbeton-Kastenträgern. In: Spannbetonbau in der Bundesrepublik Deutschland, 1987 - 1990. Herausgeber: Deutscher Beton-Verein e.V., 1990.

## Anhang A

# Interaktionsdiagramme für die Bemessung bei Schub mit Querbiegung

Verzeichnis der Diagramme

$h'/h_f$	$\vartheta$	$a_{s1}/a_{s2}$	Seite
0,10	30°	1	A-3
		2/3	A-4
		1/3	A-5
		0	A-6
	37,5°	1	A-7
		2/3	A-8
		1/3	A-9
		0	A-10
	45°	1	A-11
		2/3	A-12
		1/3	A-13
		0	A-14
0,15	30°	1	A-15
		2/3	A-16
		1/3	A-17
		0	A-18
	37,5°	1	A-19
		2/3	A-20
		1/3	A-21
		0	A-22
	45°	1	A-23
		2/3	A-24
		1/3	A-25
		0	A-26

Bezugsgrößen

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,5}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15}$$

$$\nu = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0,5$$

Die Diagramme gelten für  $\nu = 0,55$  und  $\alpha = 0,85$

$$\varrho_0 = \frac{\nu \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \sin^2 \vartheta$$

$$w_0 = \frac{\nu \cdot \sin^2 \vartheta}{2} \cdot \frac{h_f}{h_f - h'}$$

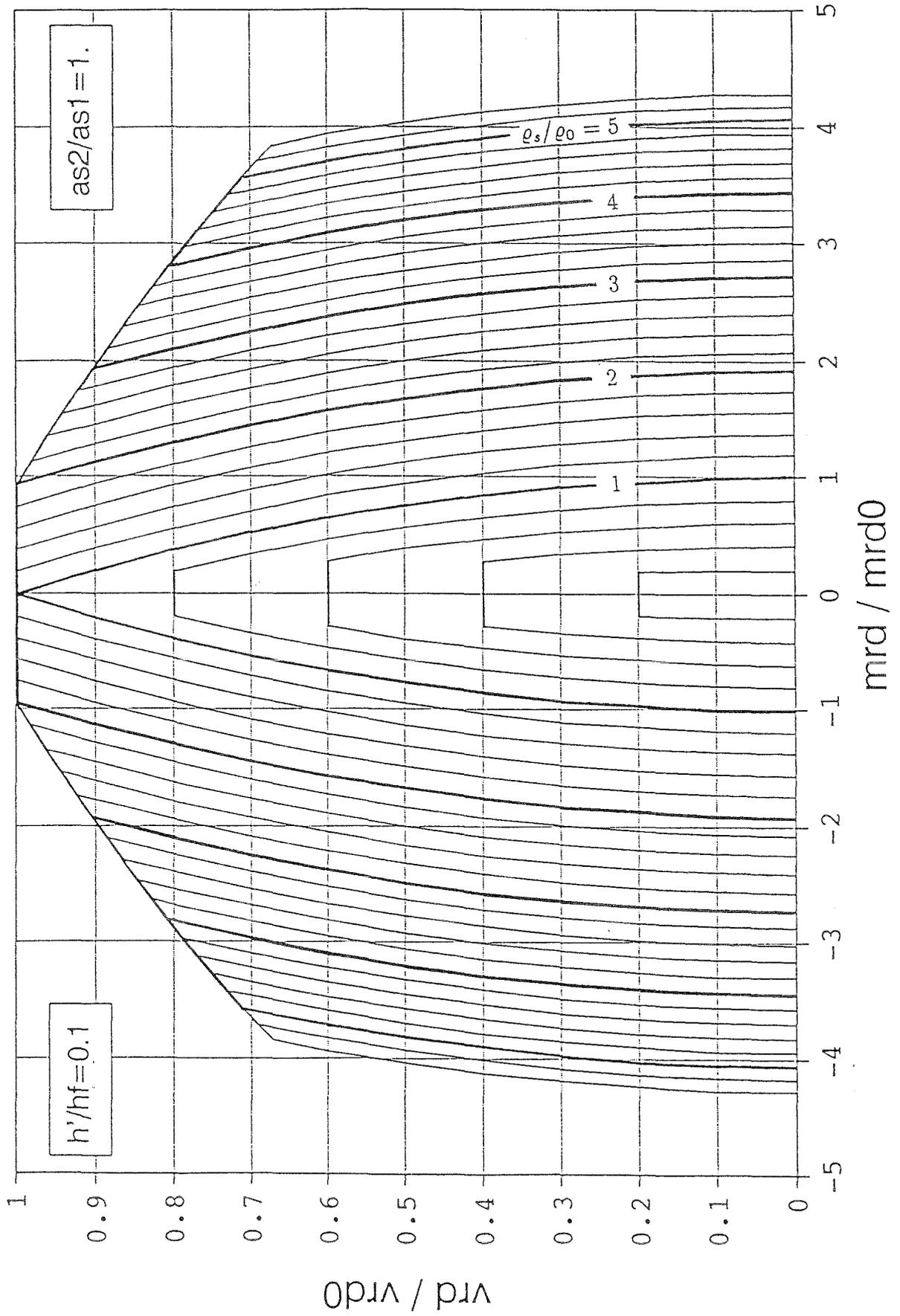
$$v_{rd0} = \nu \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta$$

$$m_{rd0} = w_0 \cdot f_{cd} \cdot (h_f - h')^2 \cdot \left(1 - \frac{w_0}{2 \cdot \alpha}\right)$$

$$\varrho_s = \varrho_{s1} + \varrho_{s2} = \frac{a_{s1}}{h_f} + \frac{a_{s2}}{h_f} = \frac{a_{s,tot}}{h_f}$$

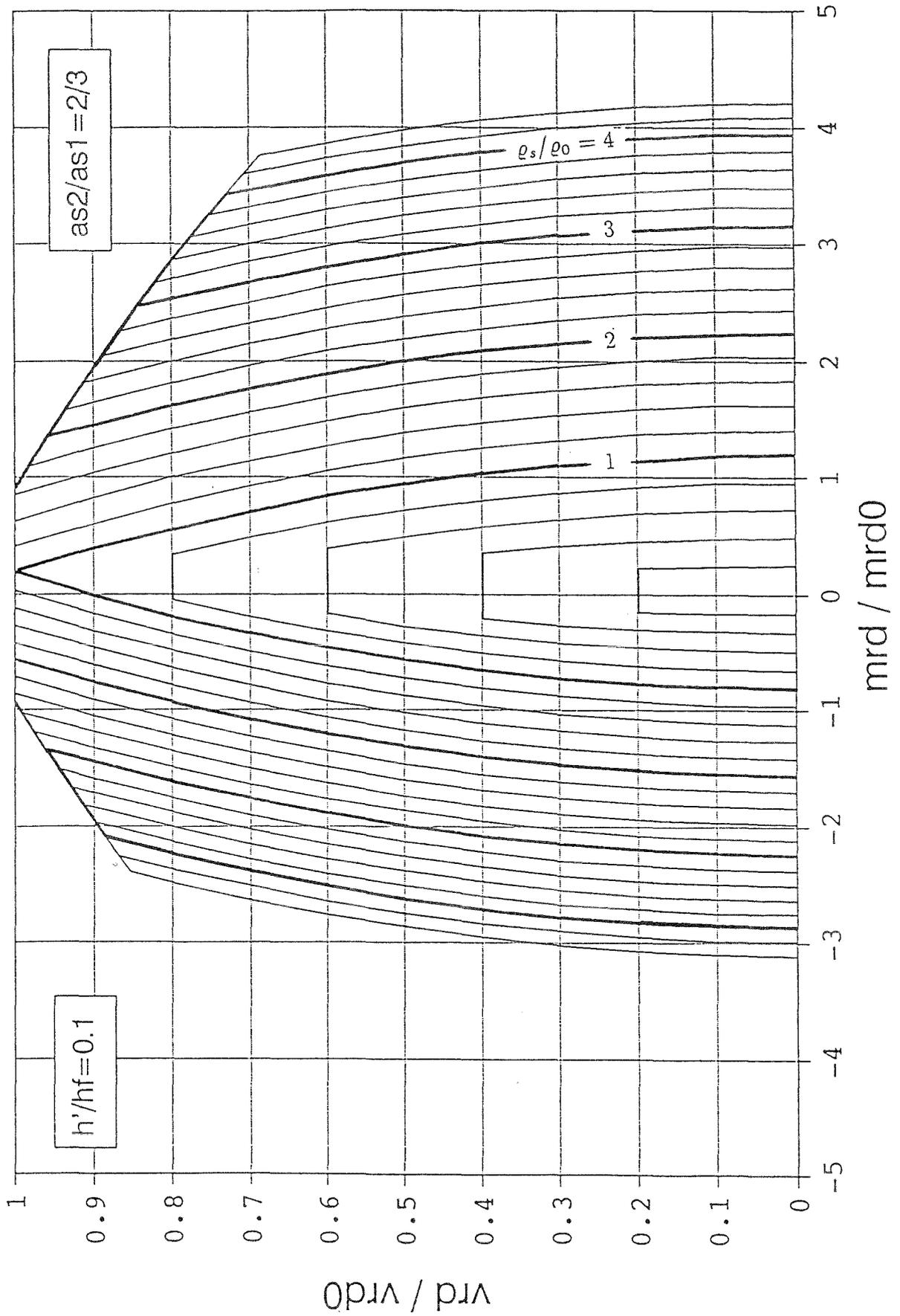
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=30 Alpha=.85 Ny=.55

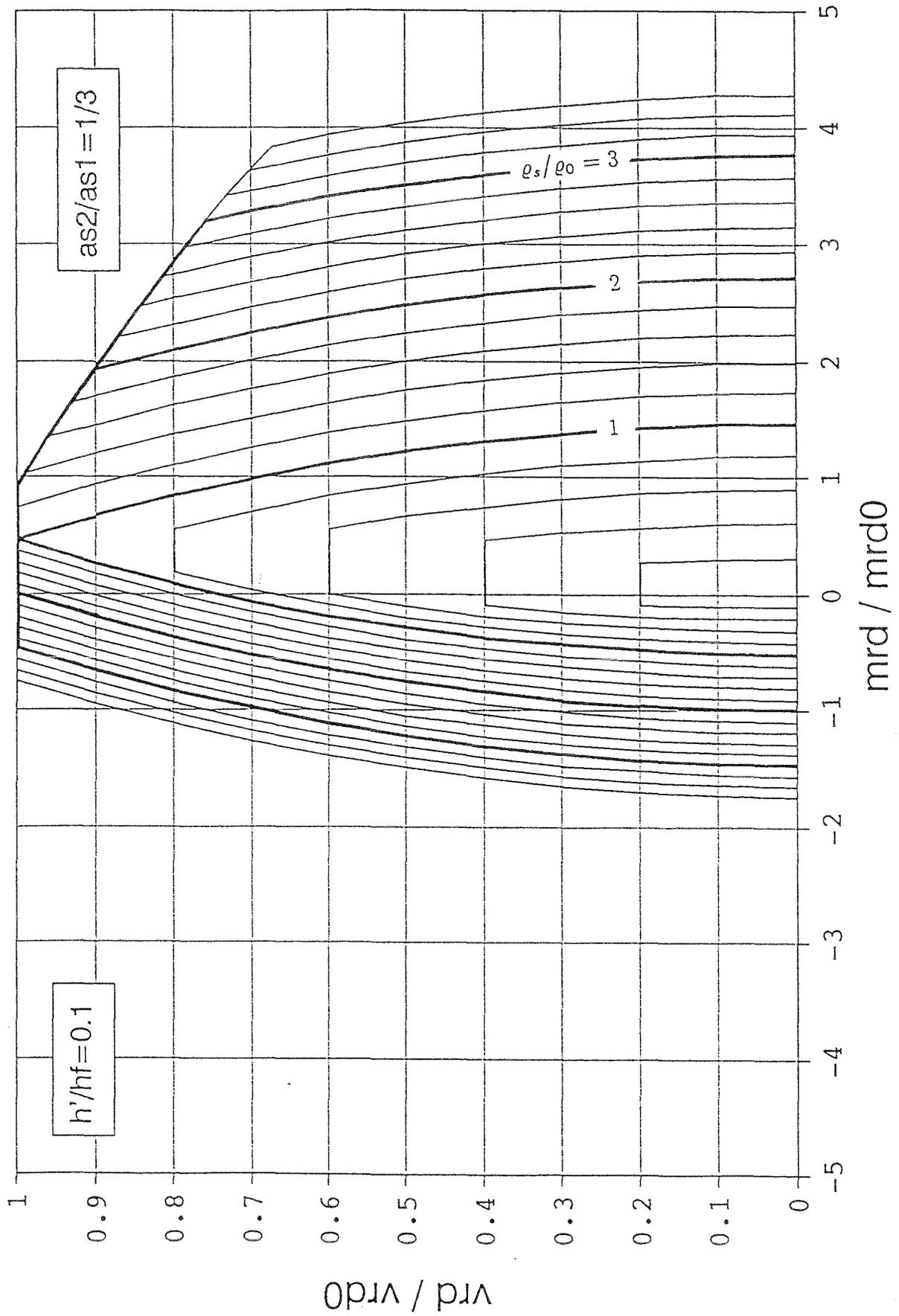


# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

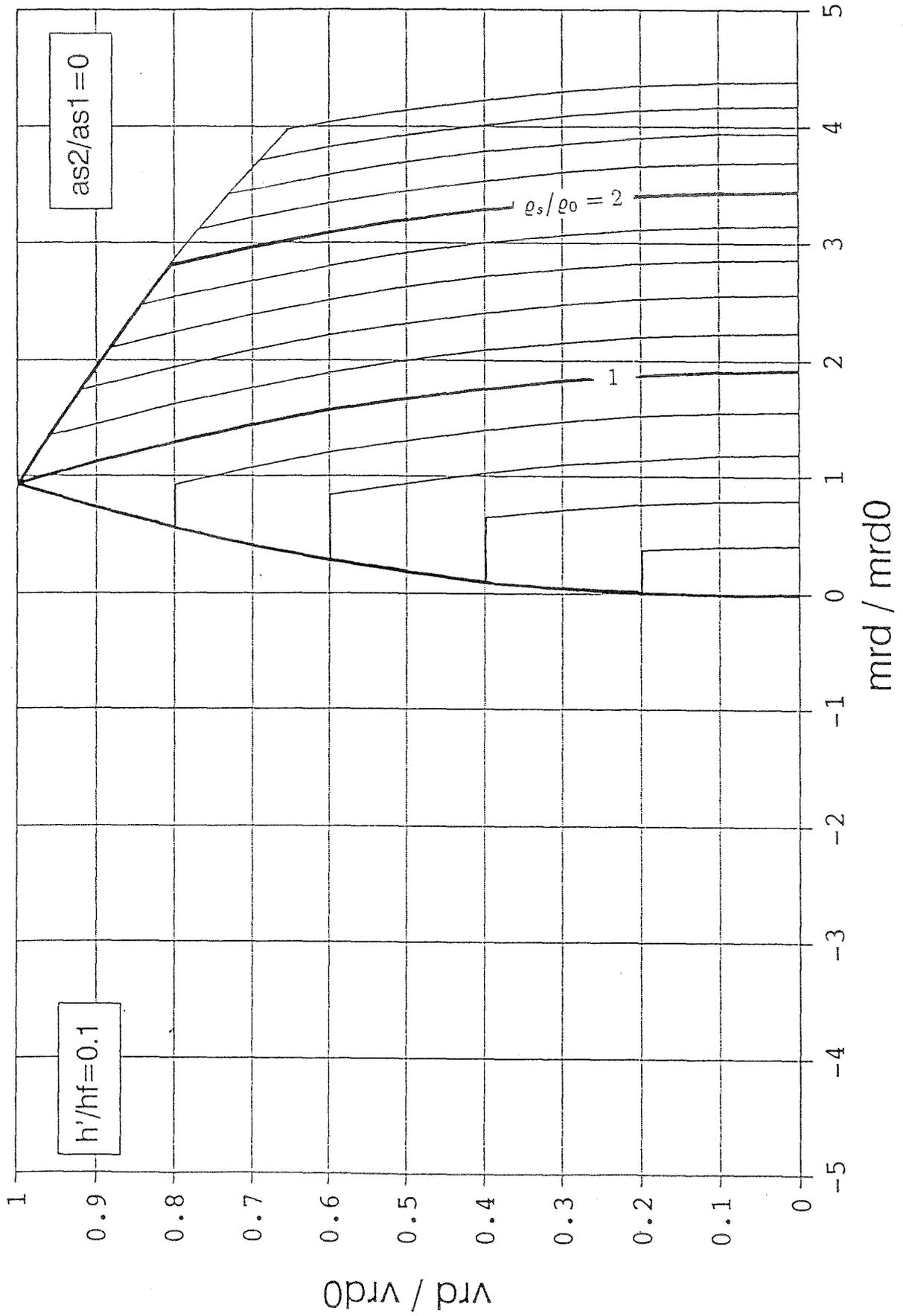
Theta=30 Alpha=.85 Ny=.55



Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung  
 Theta=30 Alpha=.85 Ny=.55

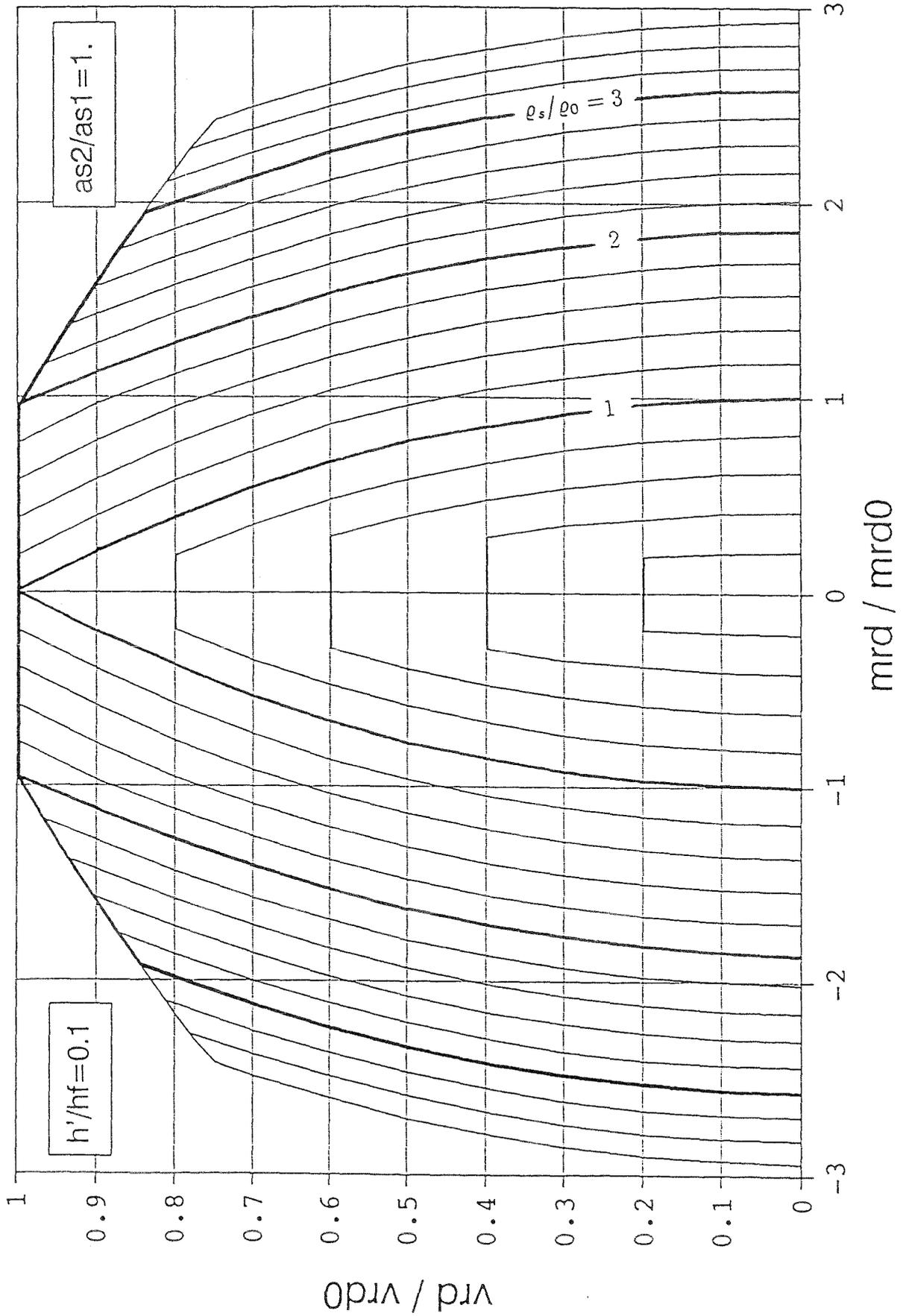


Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung  
 Theta=30 Alpha=.85 Ny=.55



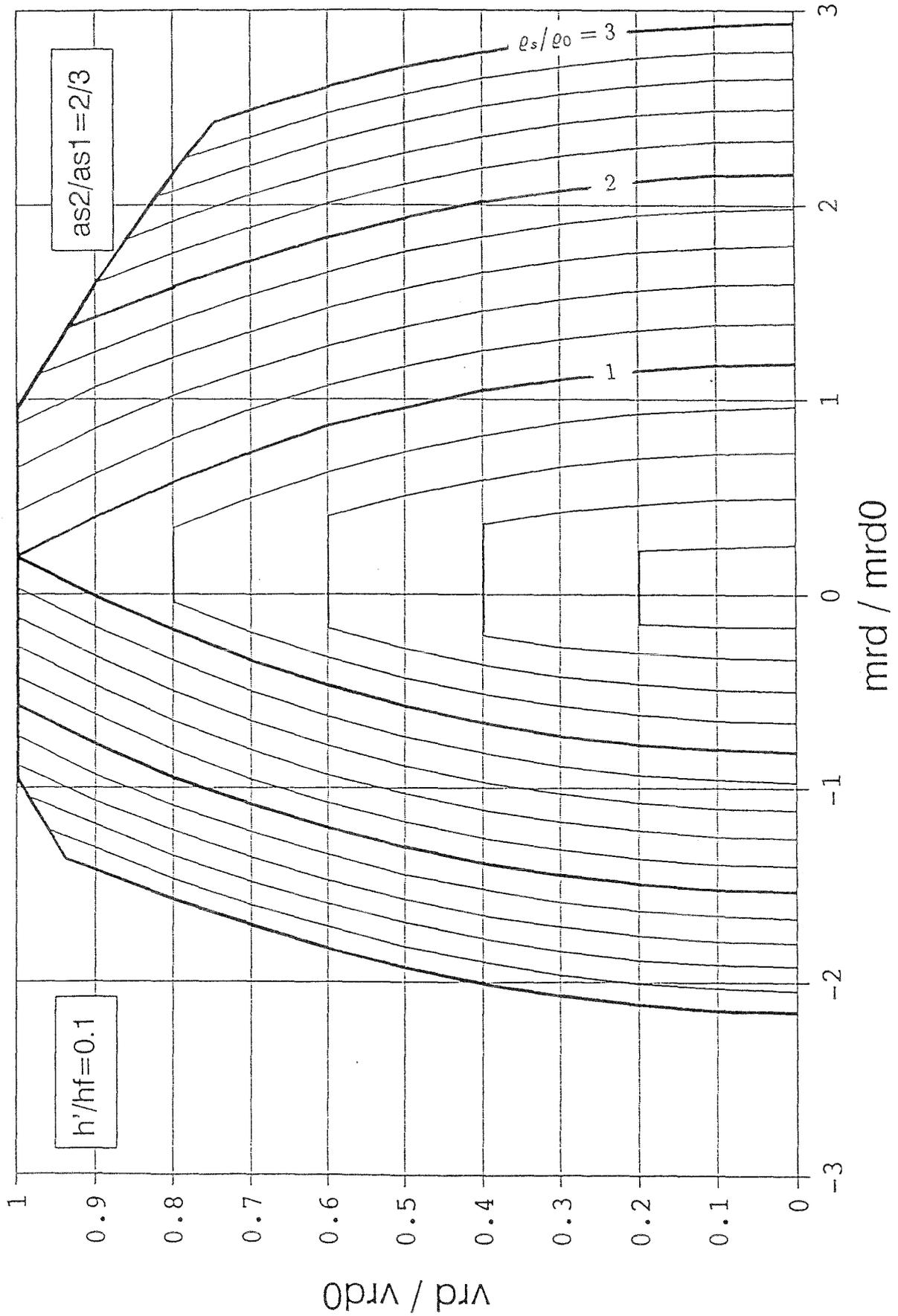
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=37.5 Alpha=.85 Ny=.55



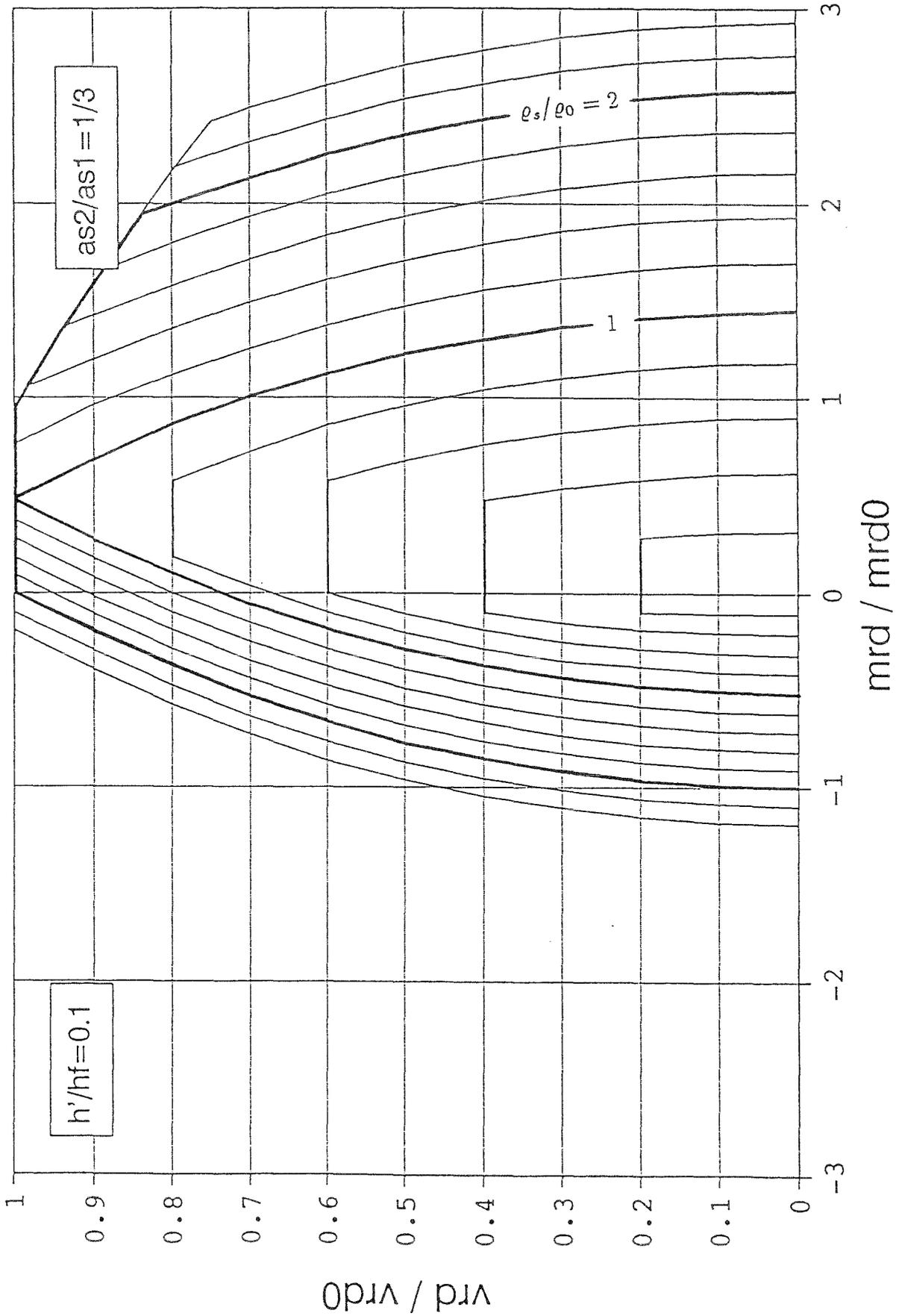
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=37.5 Alpha=.85 Ny=.55

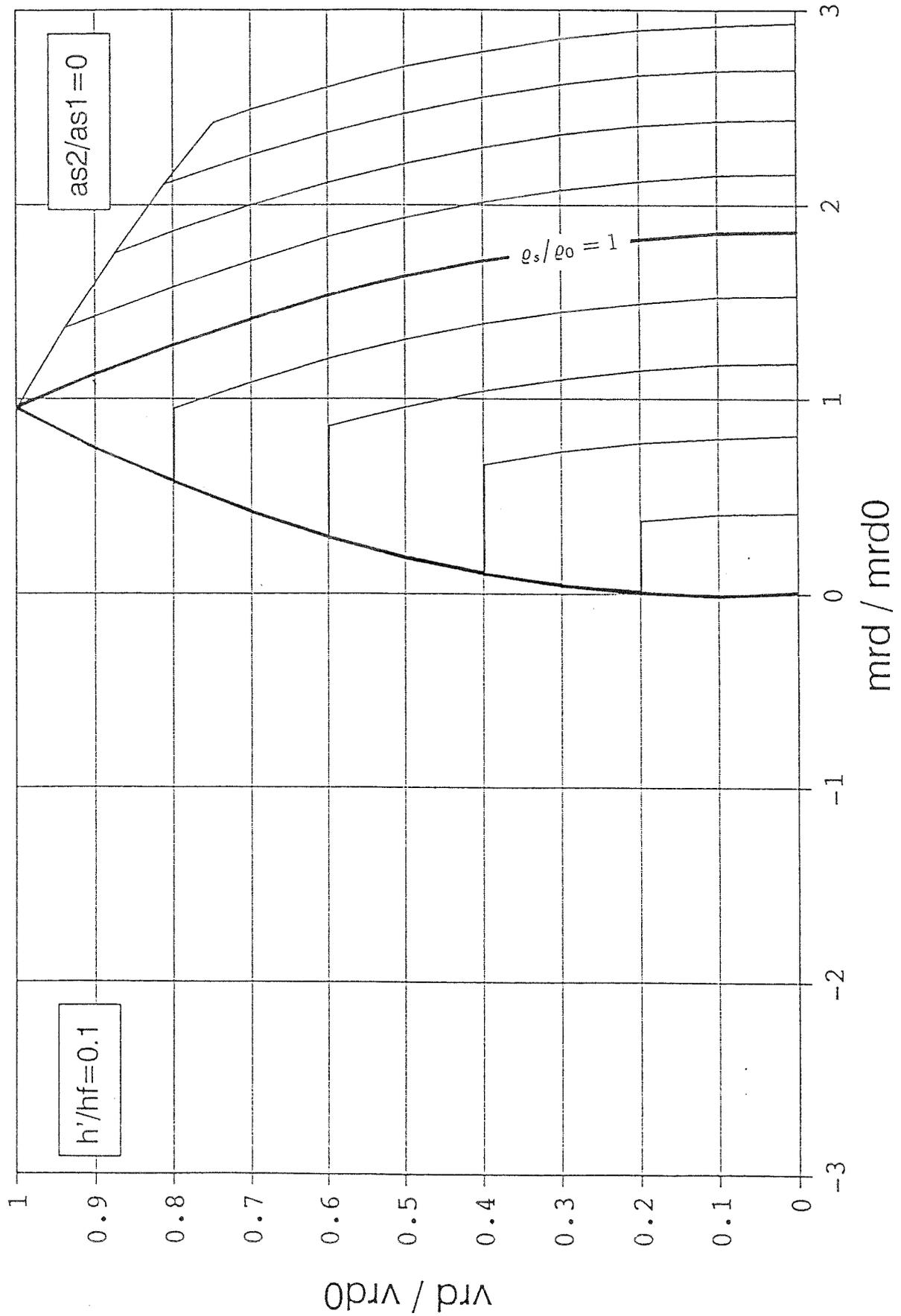


# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

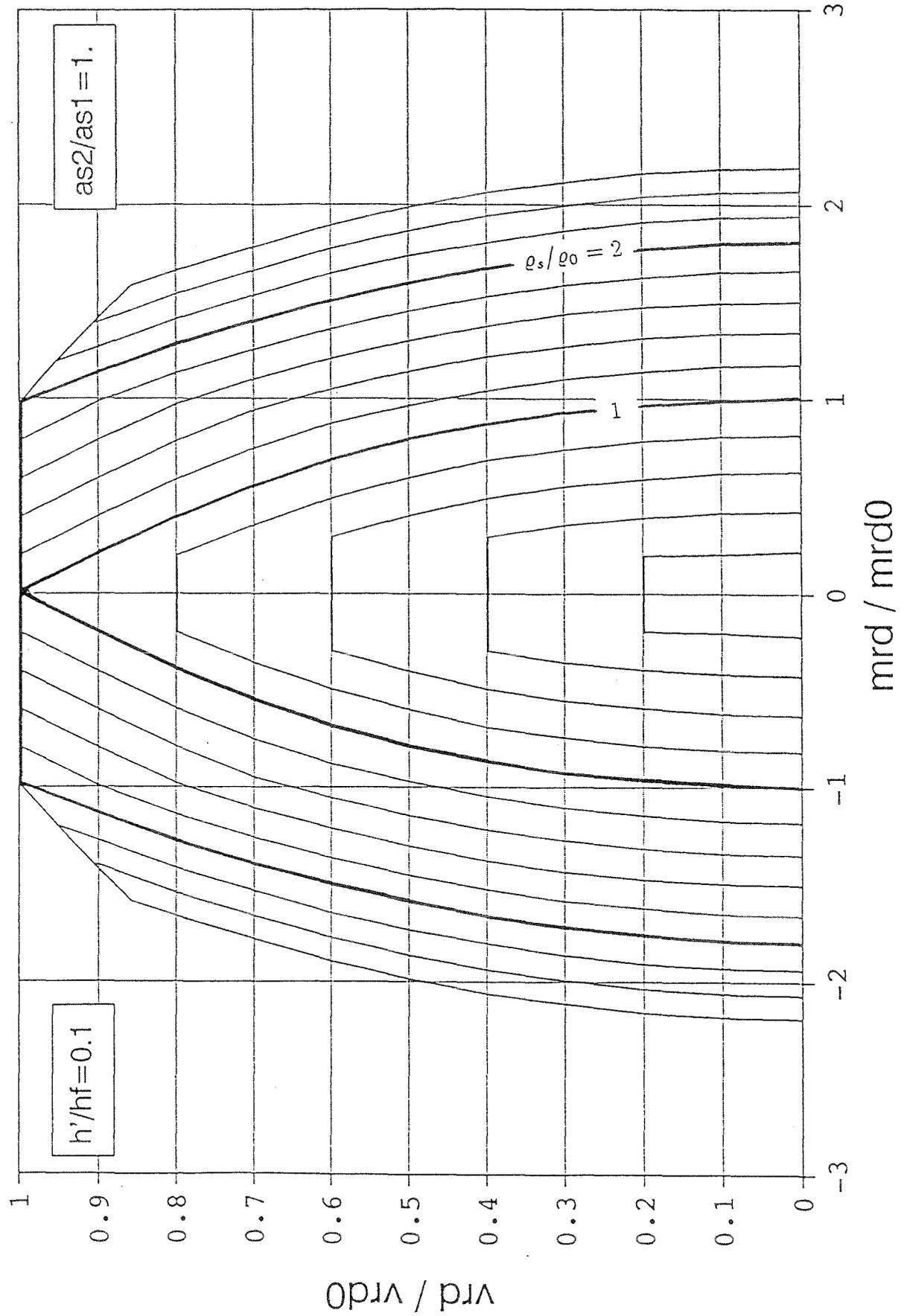
Theta=37.5 Alpha=.85 Ny=.55



Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung  
 Theta=37.5 Alpha=.85 Ny=.55

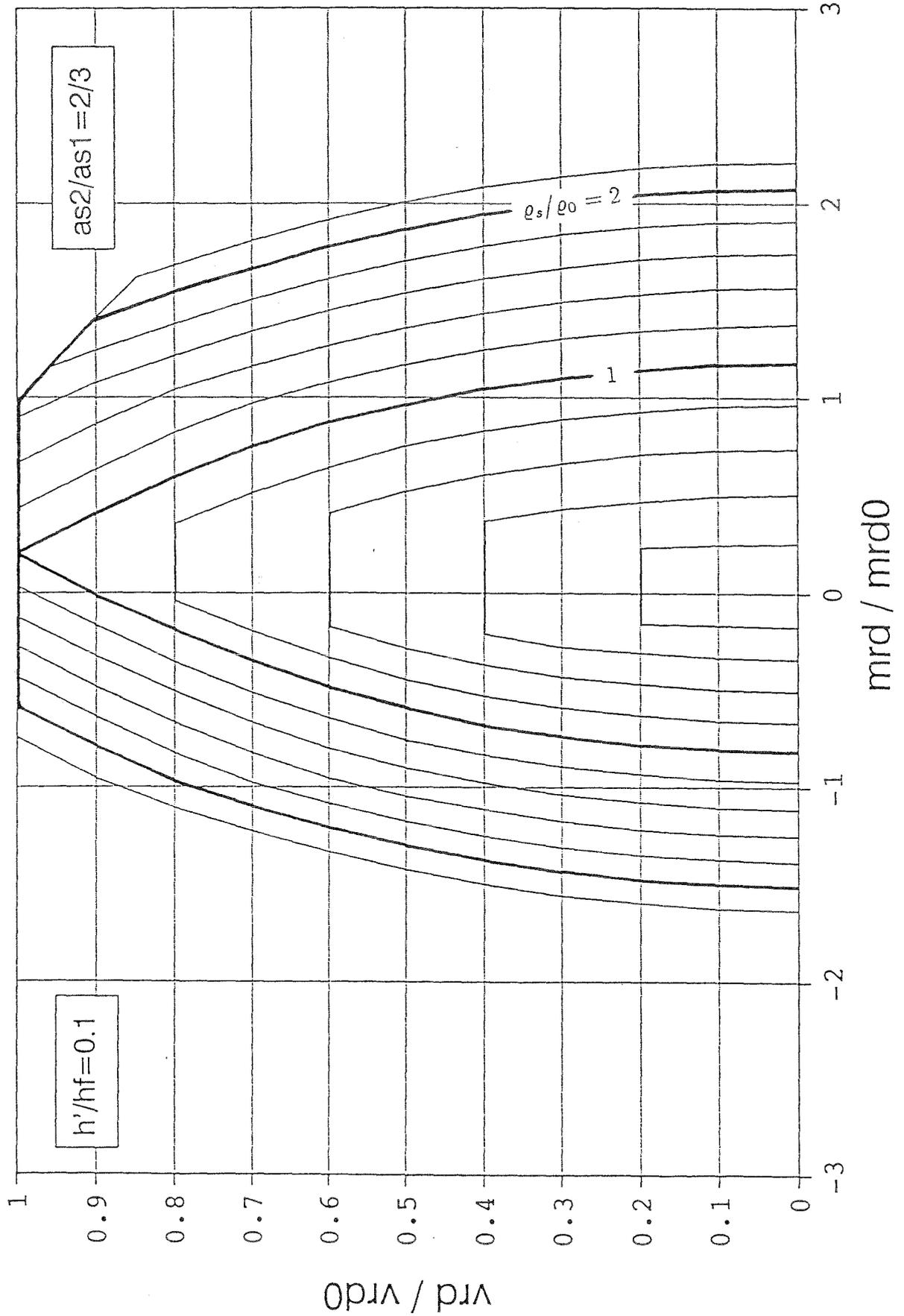


Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung  
 Theta=45 Alpha=.85 Ny=.55



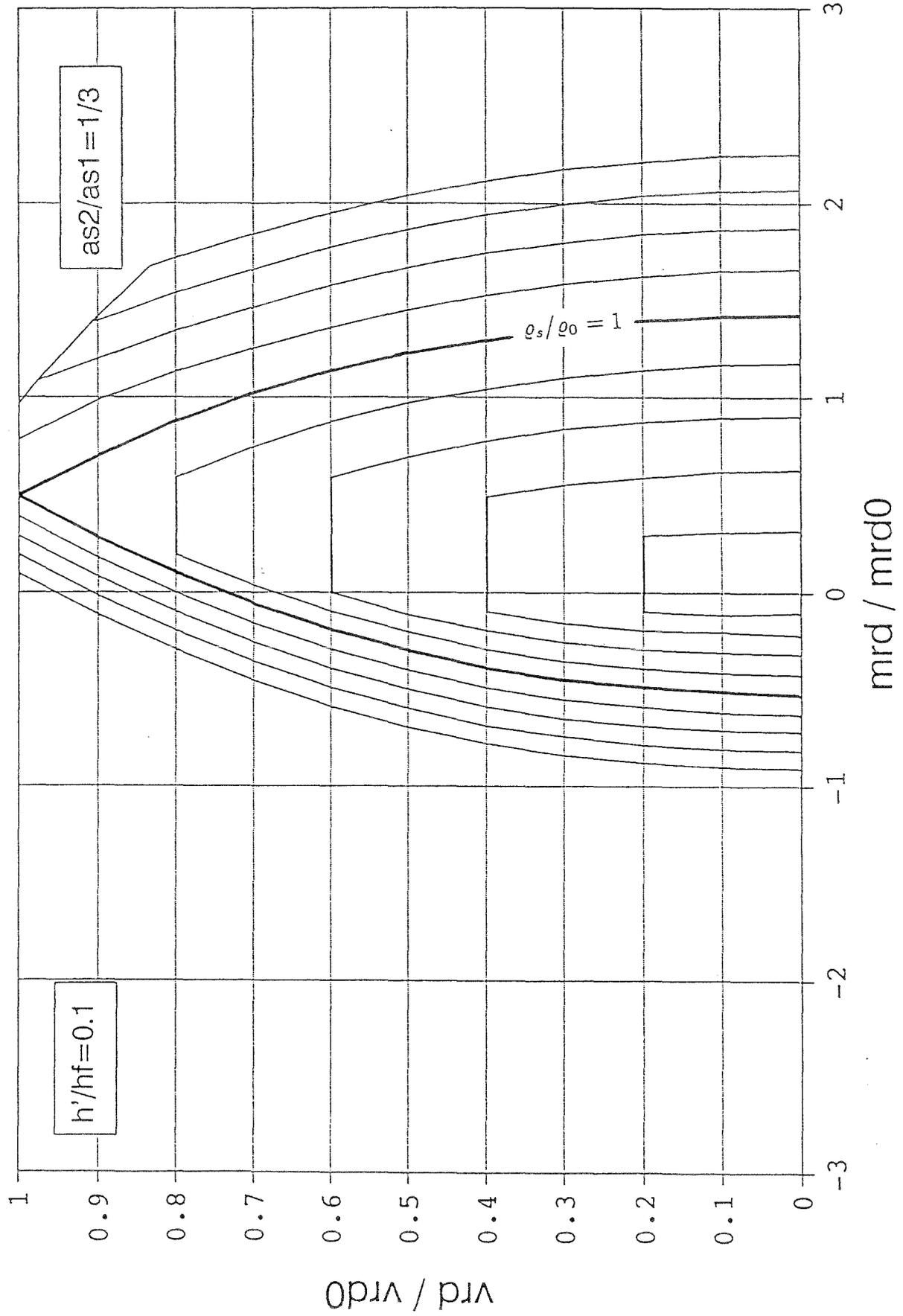
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=45 Alpha=.85 Ny=.55



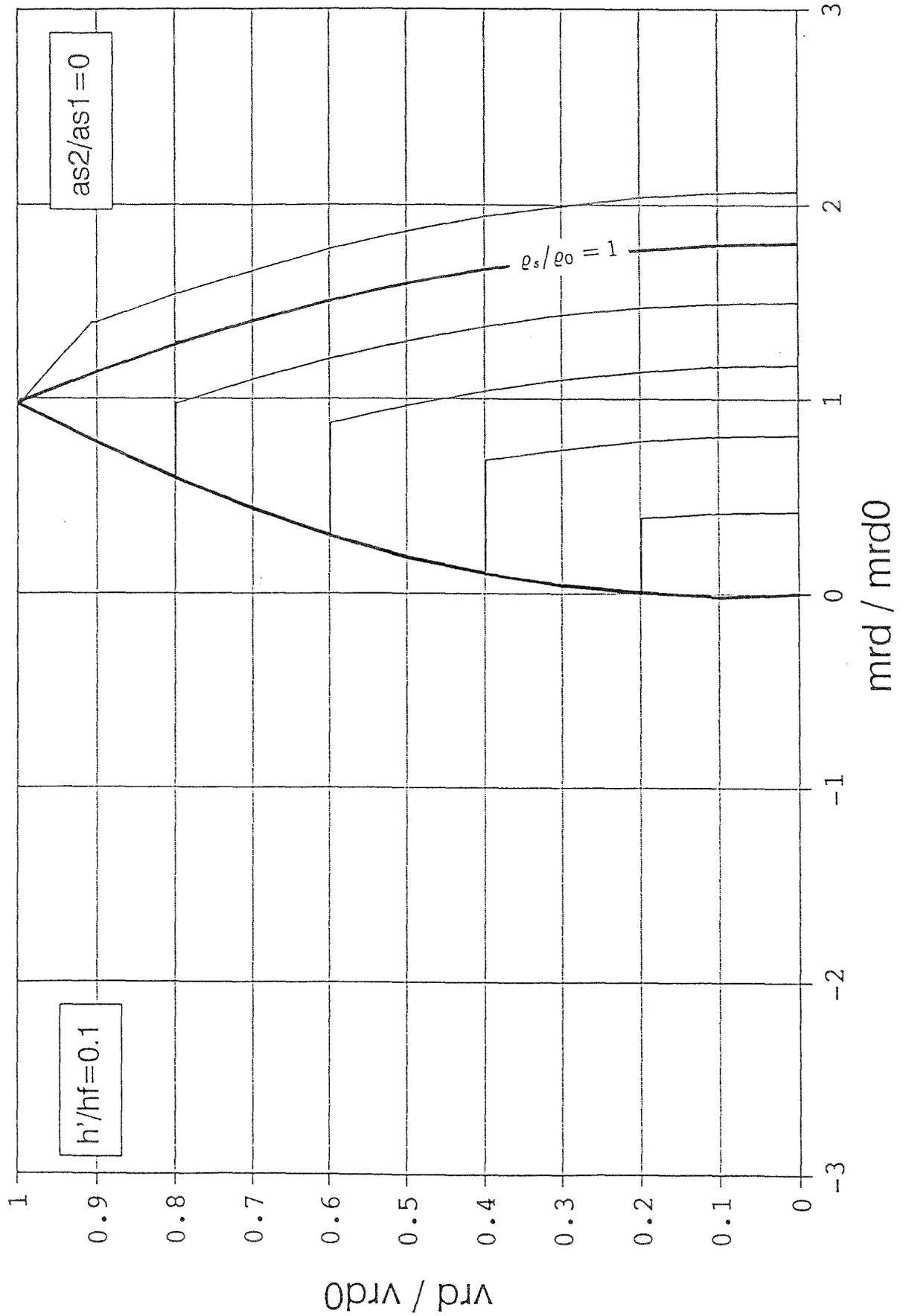
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=45 Alpha=.85 Ny=.55



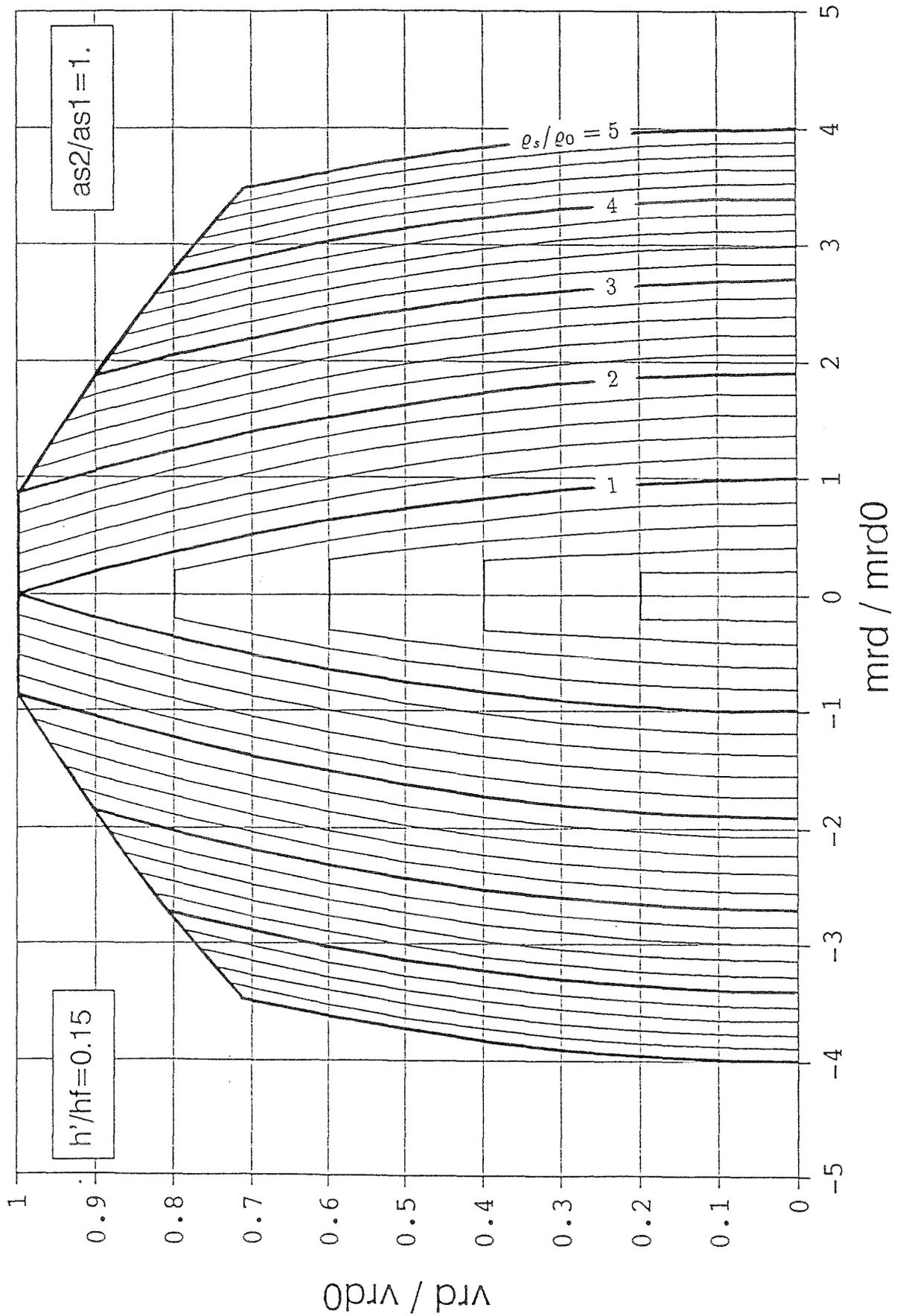
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=45 Alpha=.85 Ny=.55



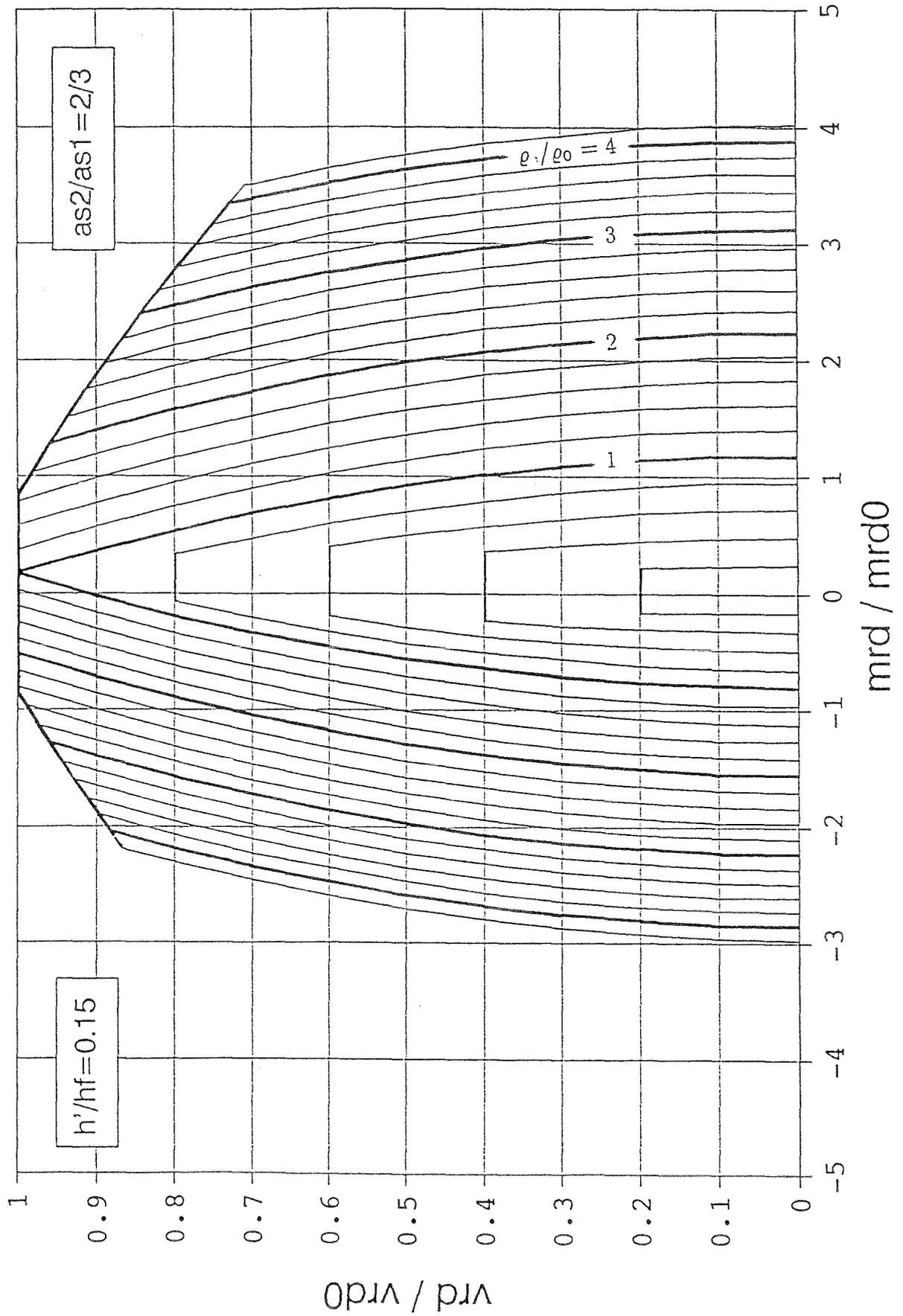
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=30 Alpha=.85 Ny=.55



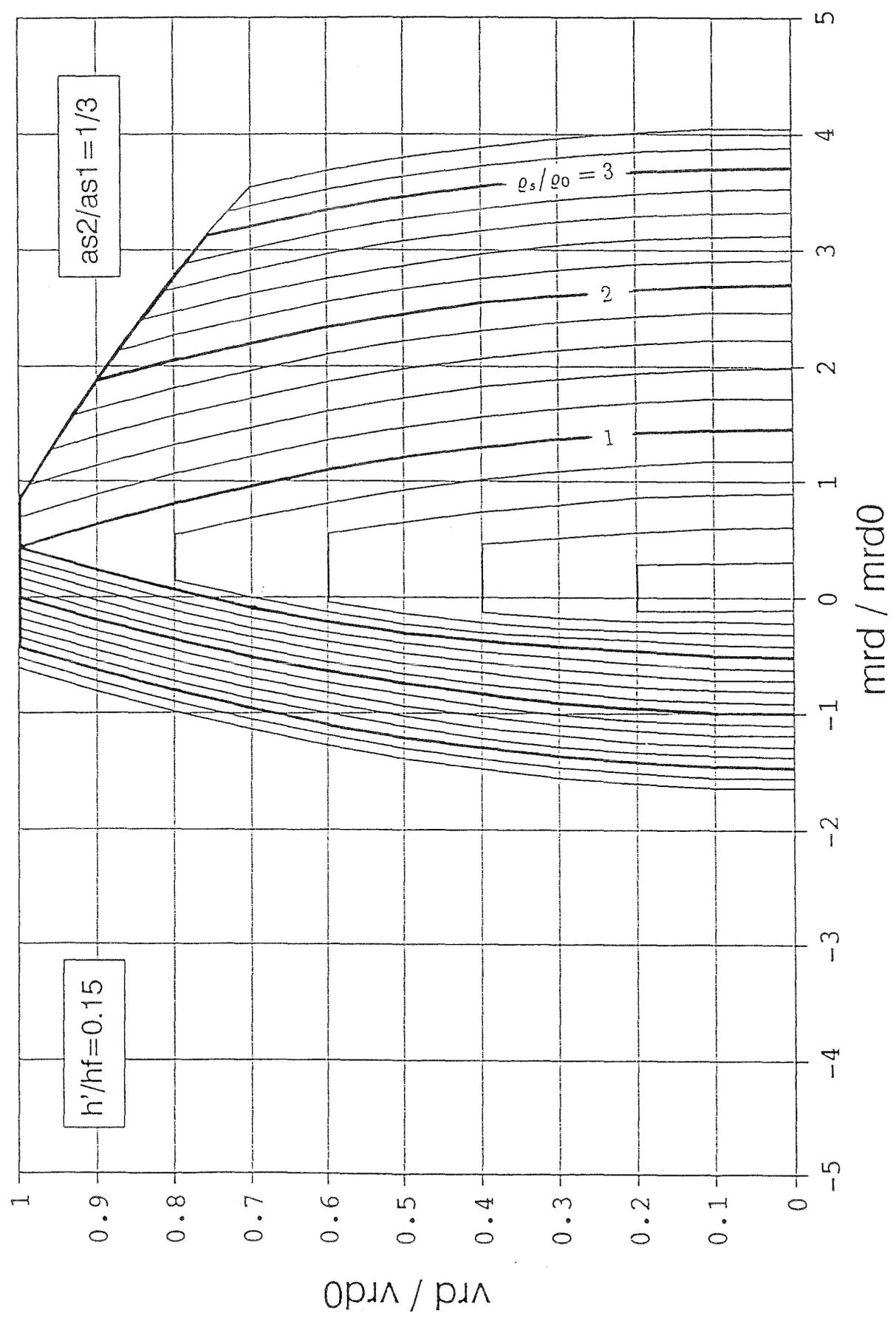
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=30 Alpha=.85 Ny=.55



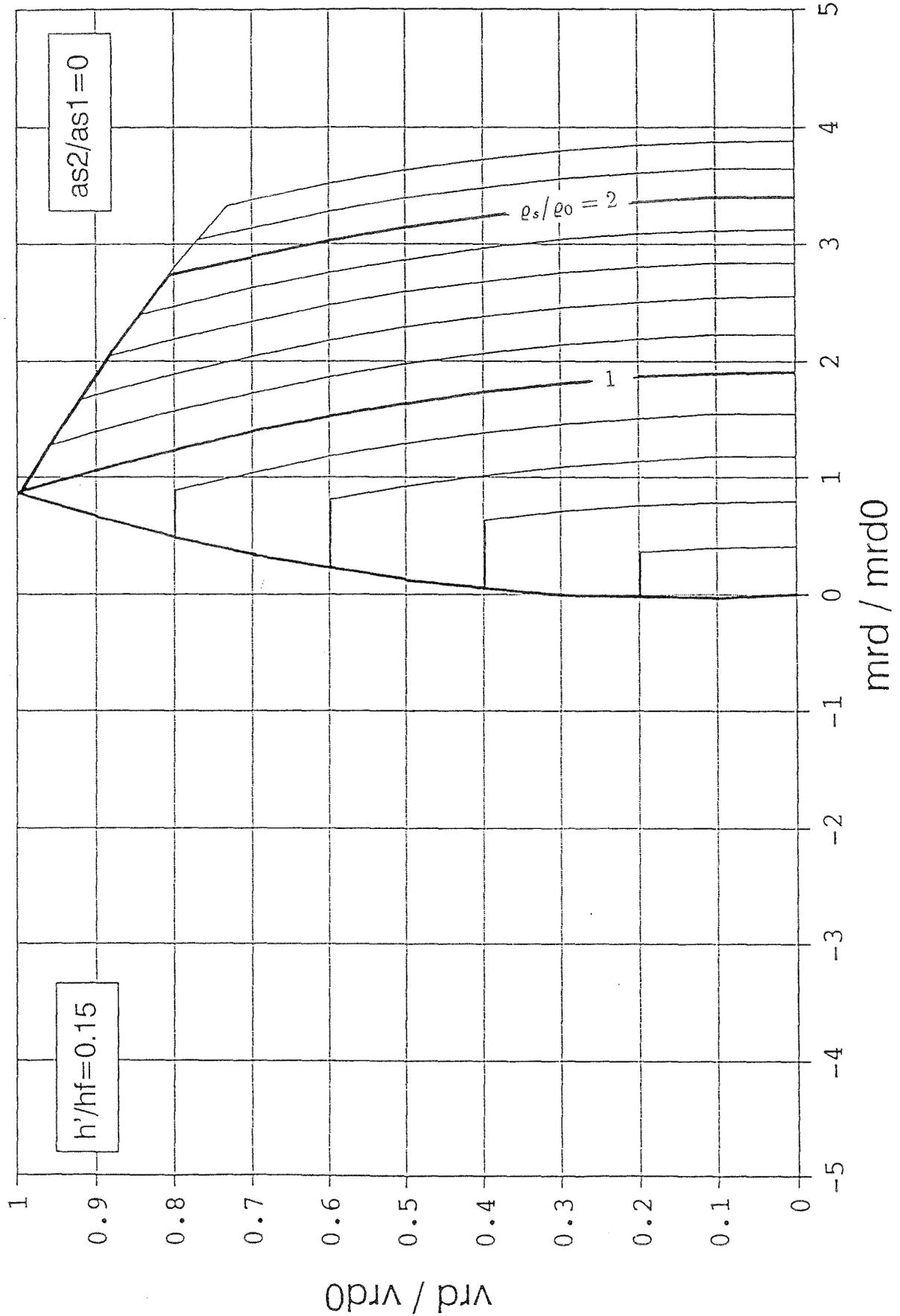
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=30 Alpha=.85 Ny=.55



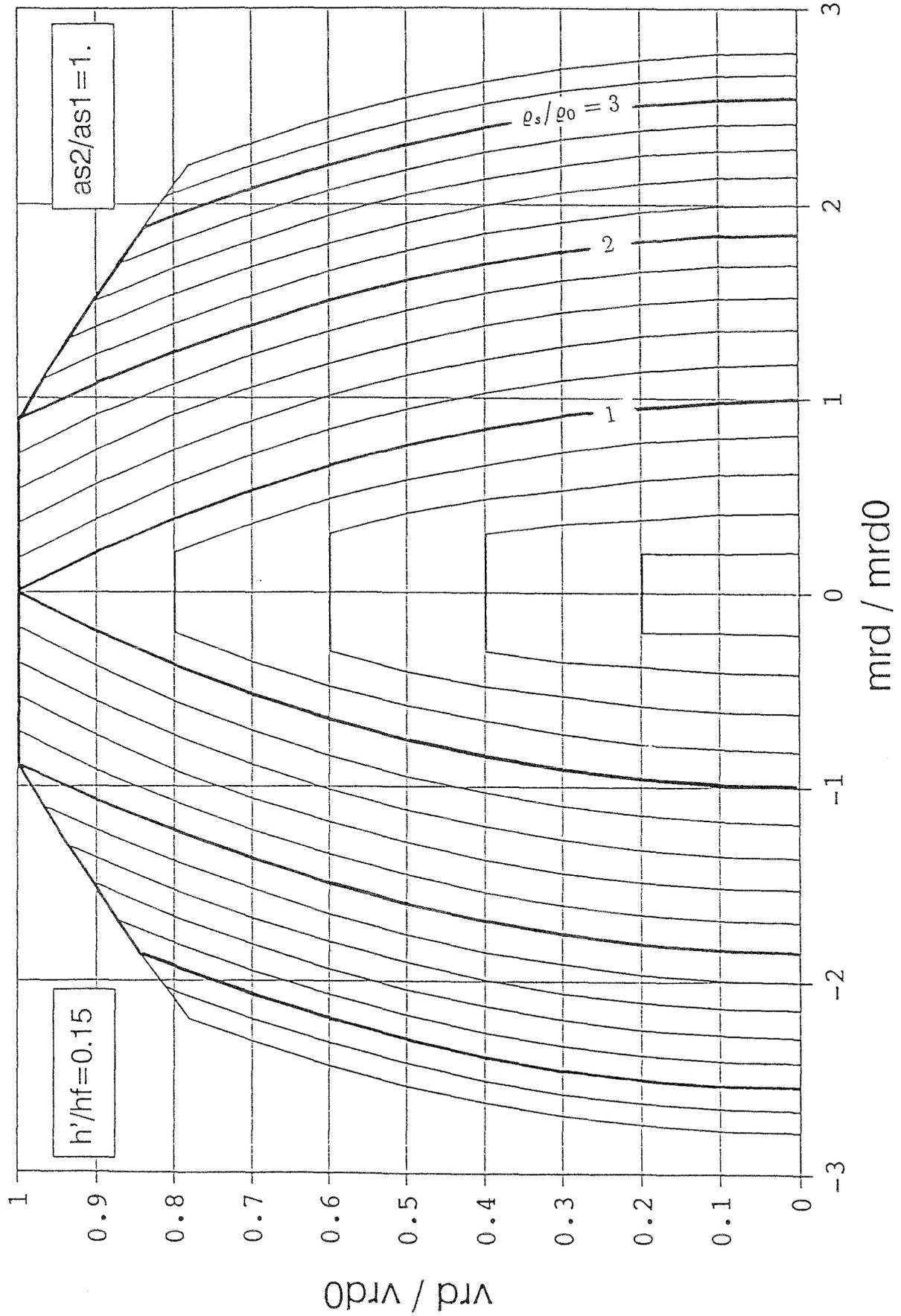
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=30 Alpha=.85 Ny=.55



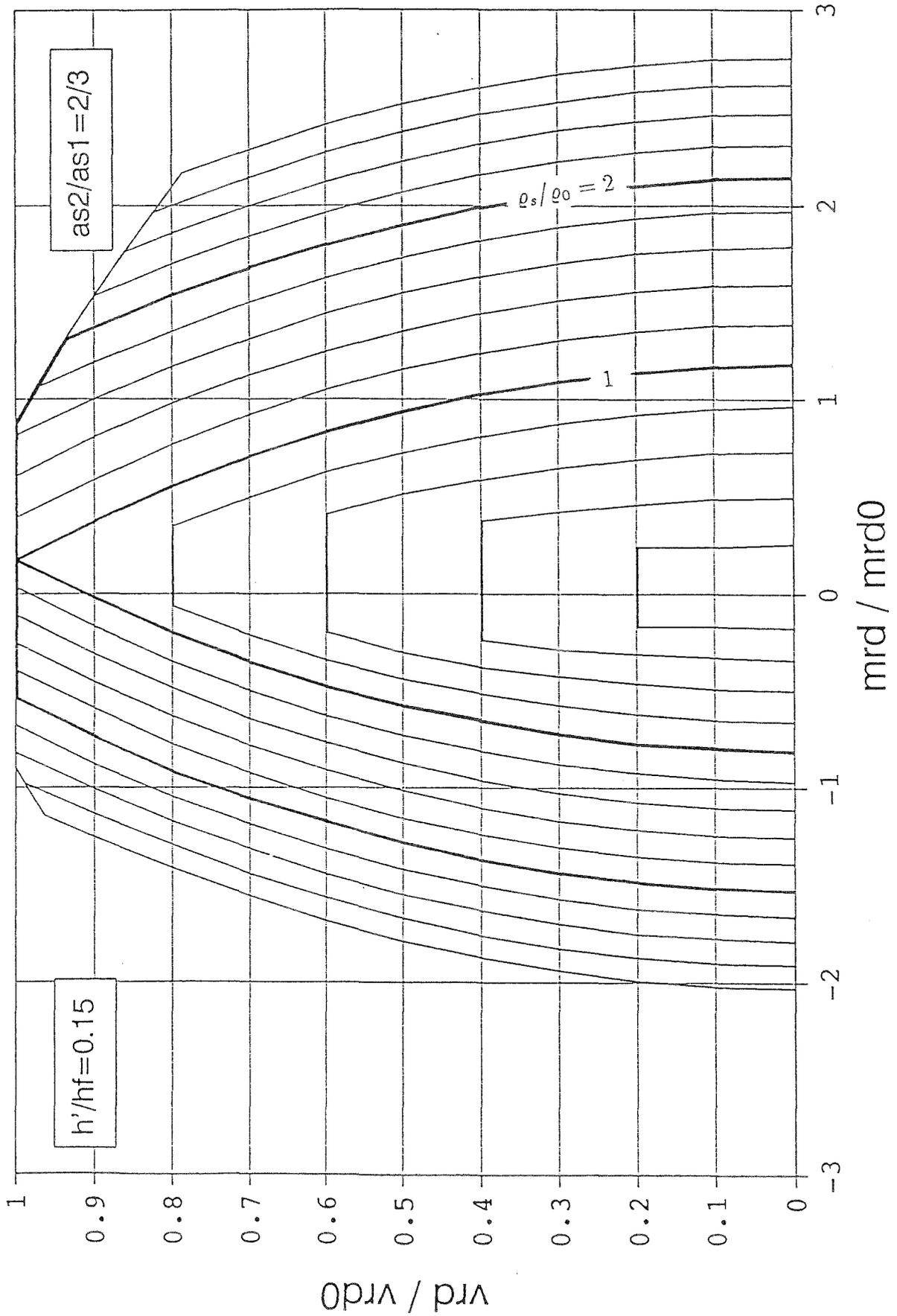
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=37.5 Alpha=.85 Ny=.55



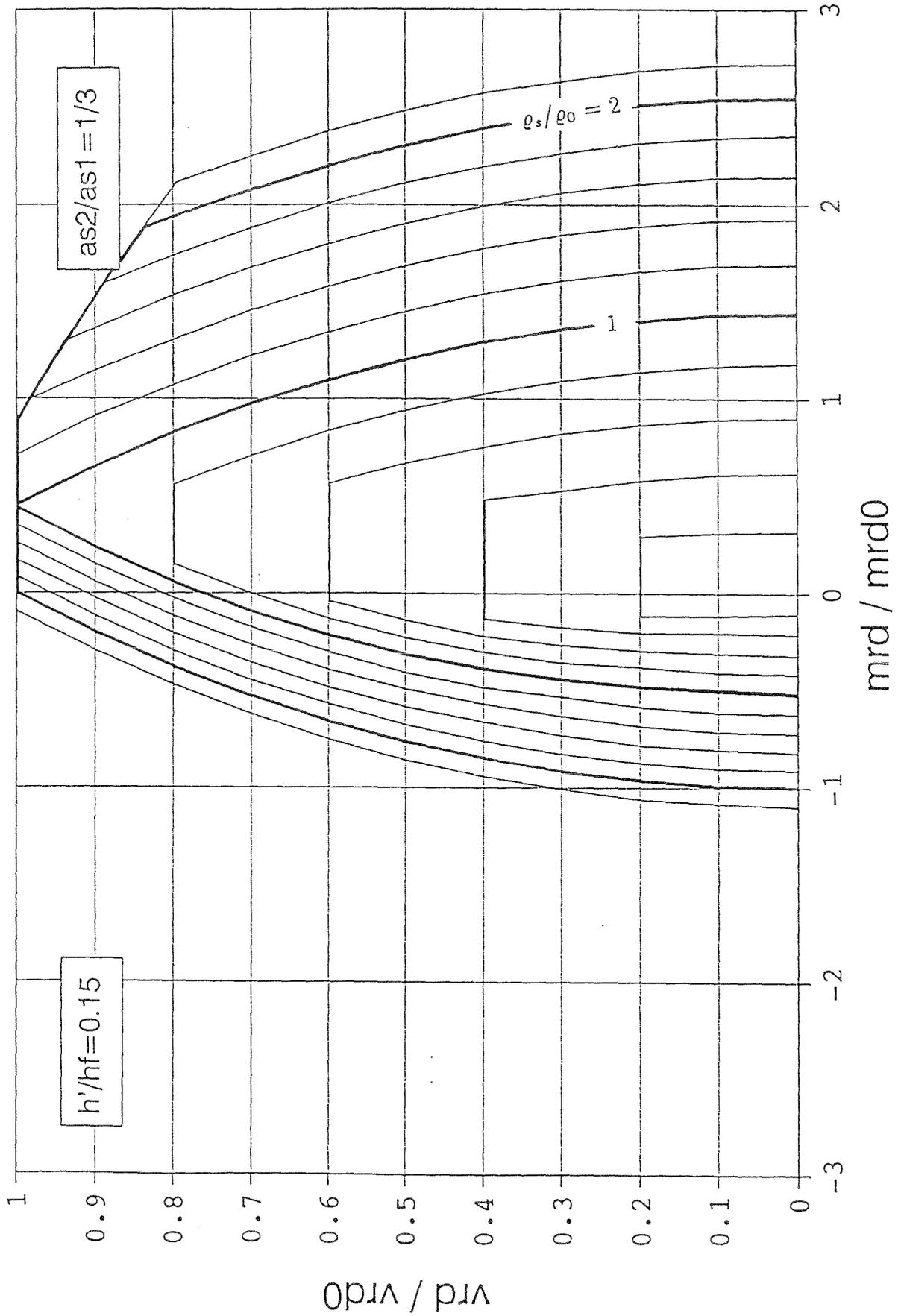
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=37.5 Alpha=.85 Ny=.55



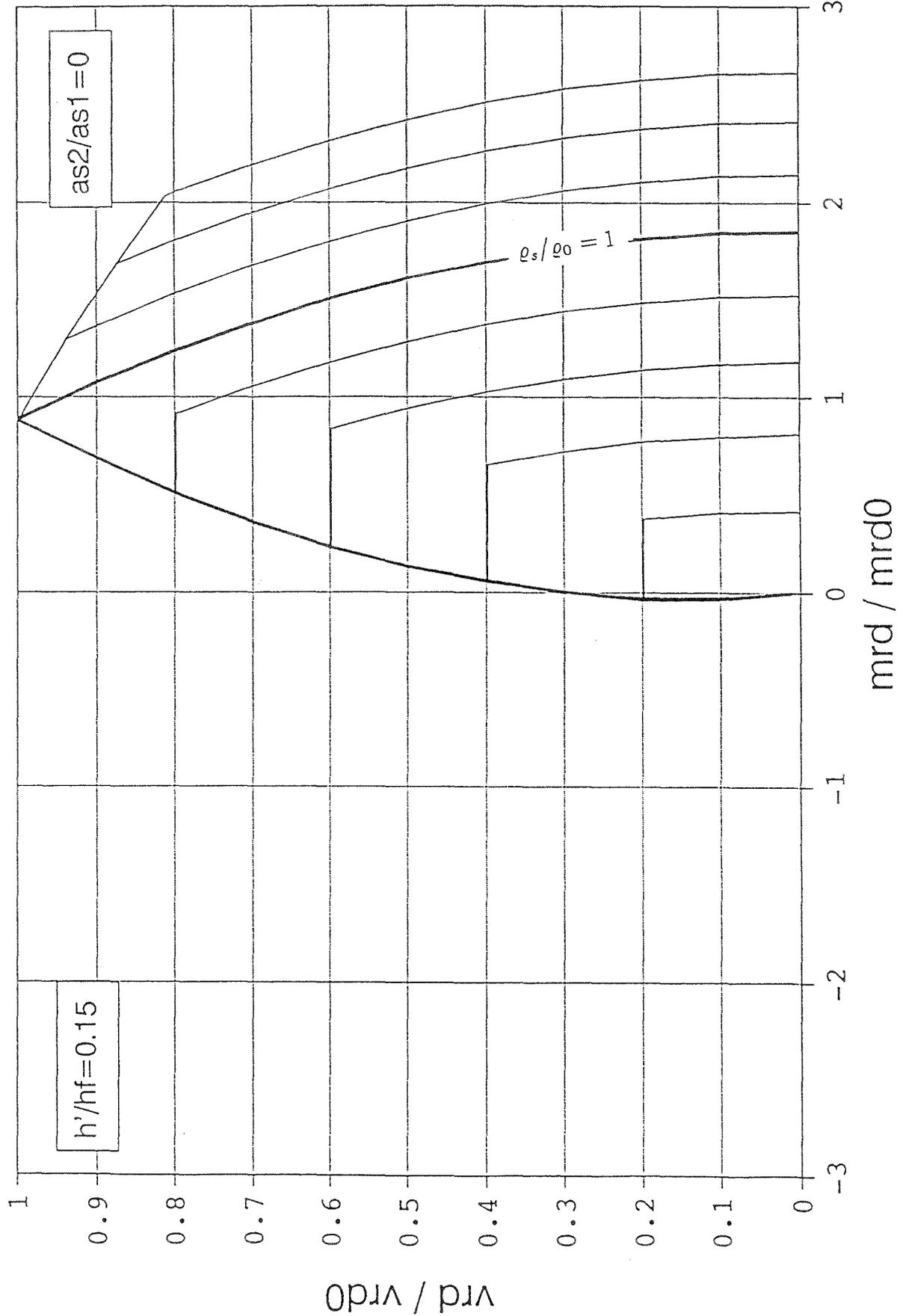
Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=37.5 Alpha=.85 Ny=.55



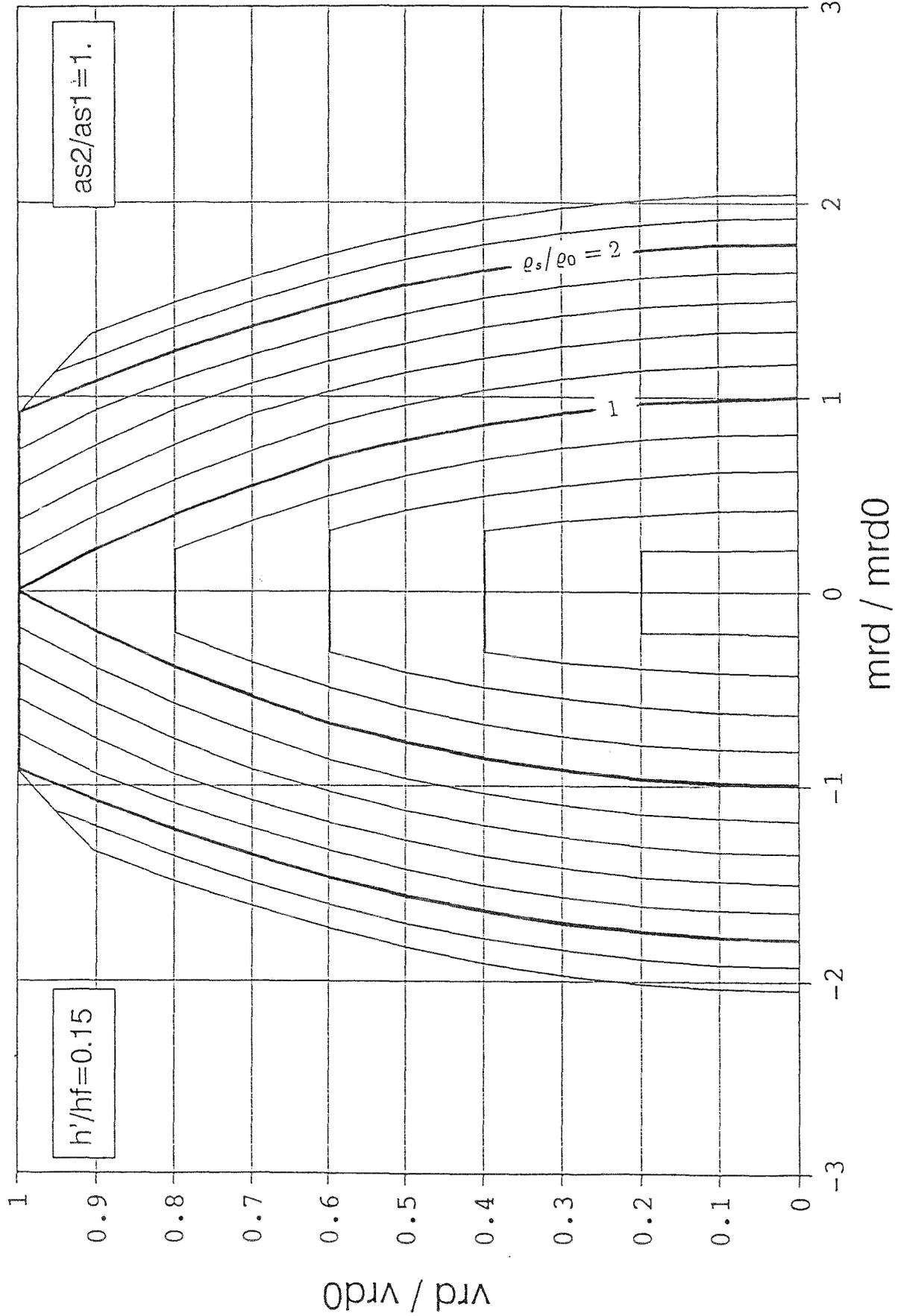
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=37.5 Alpha=.85 Ny=.55



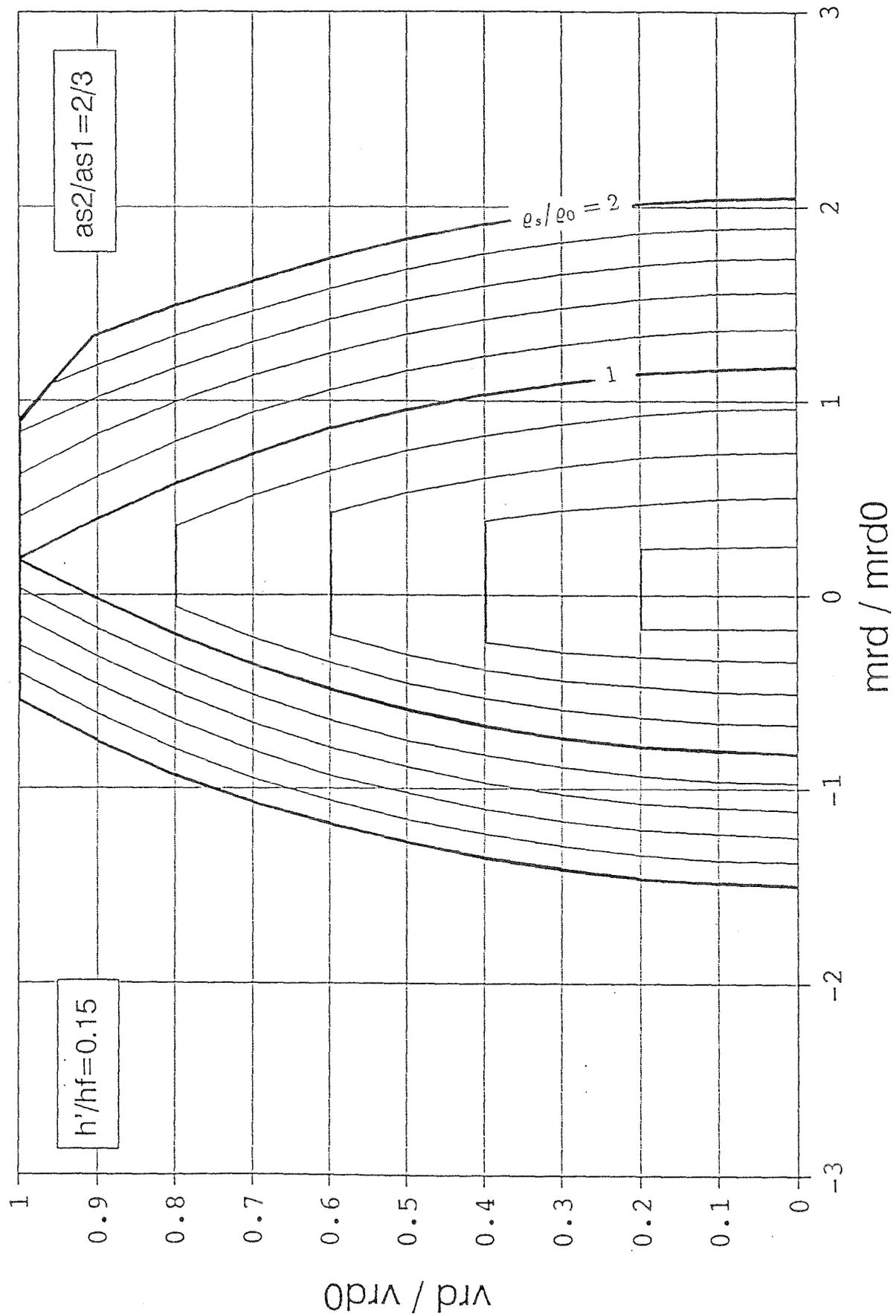
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=45 Alpha=.85 Ny=.55



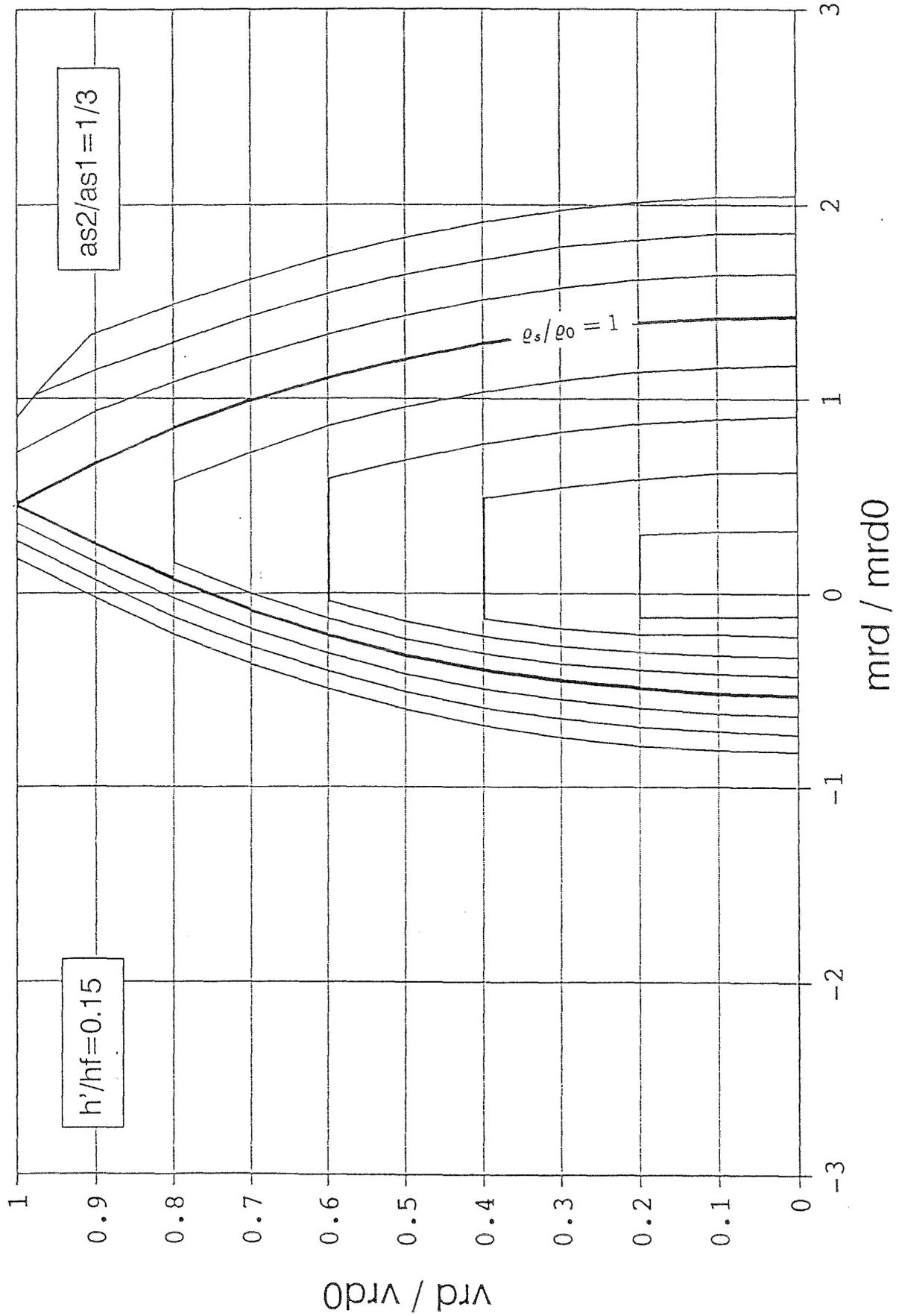
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=45 Alpha=.85 Ny=.55



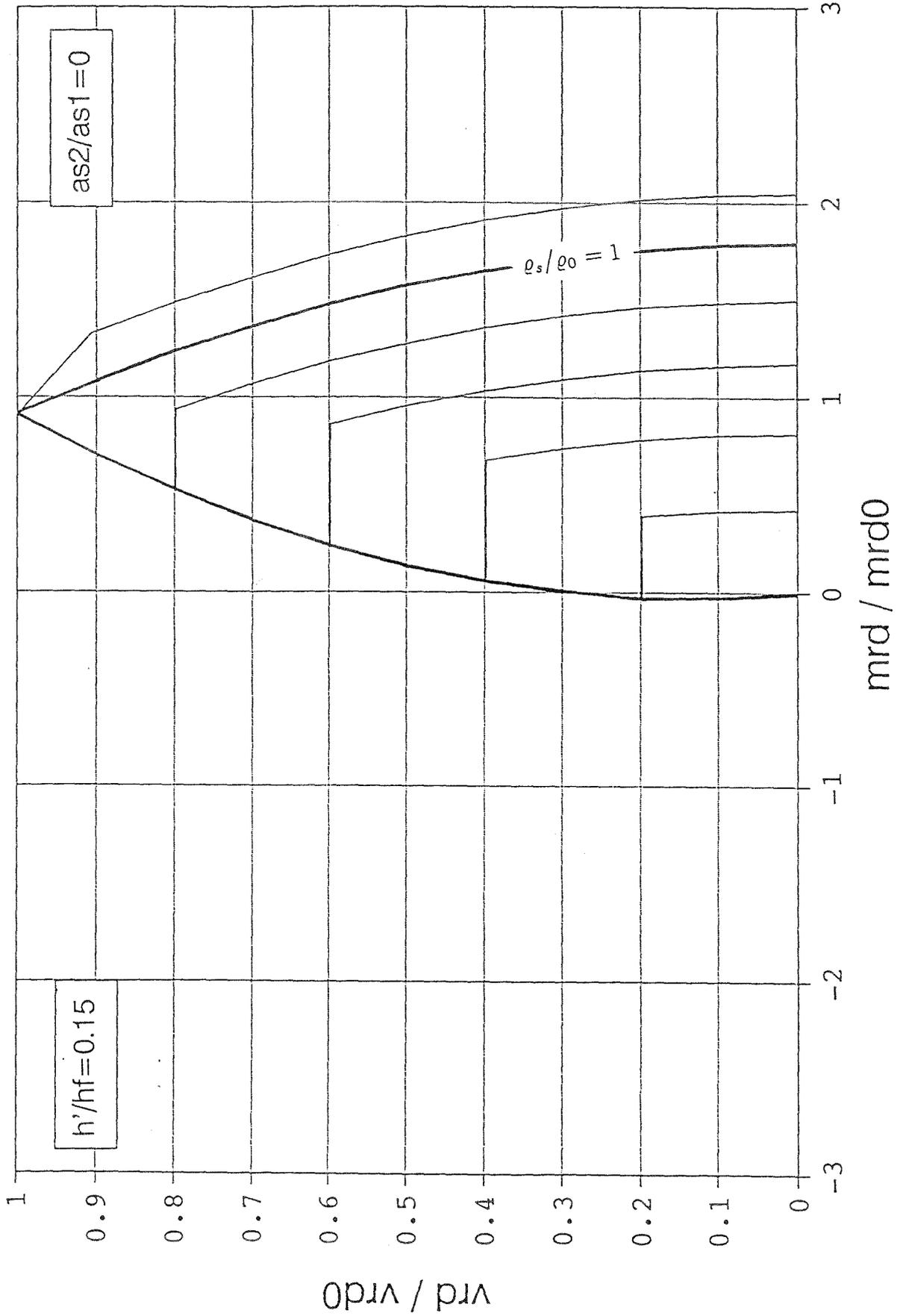
# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

Theta=45 Alpha=.85 Ny=.55



# Interaktions-Diagramm Schub-Querbiegung

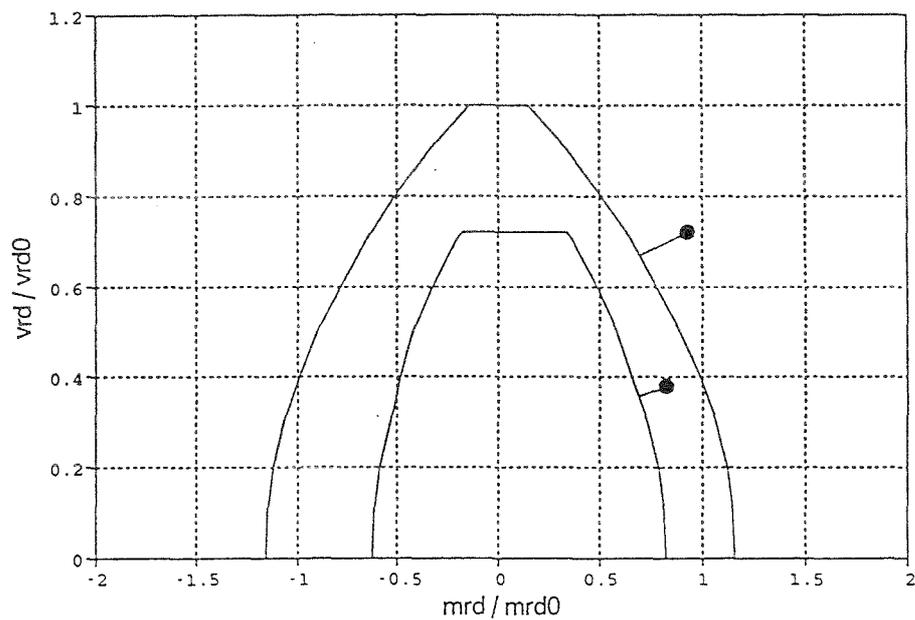
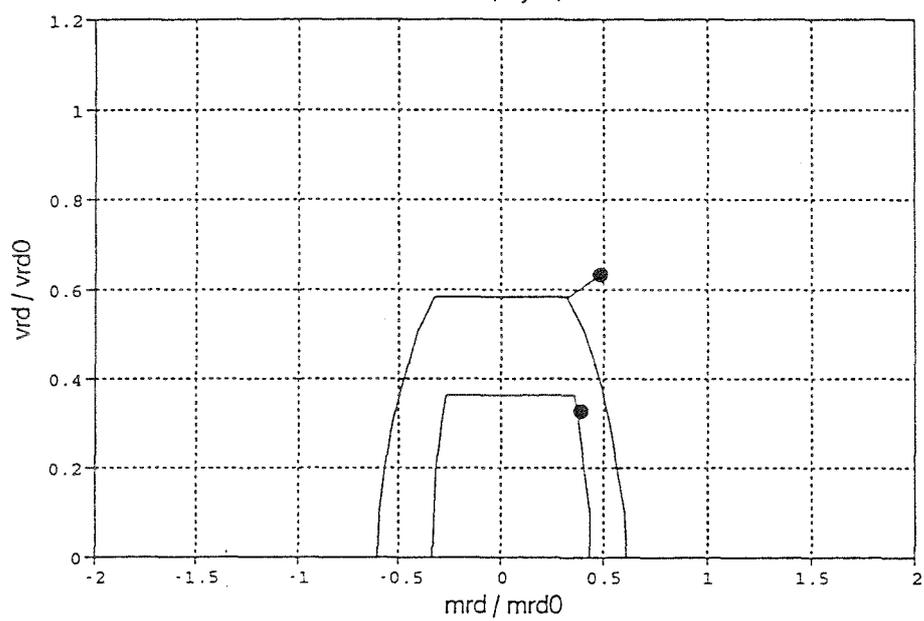
Theta=45 Alpha=.85 Ny=.55



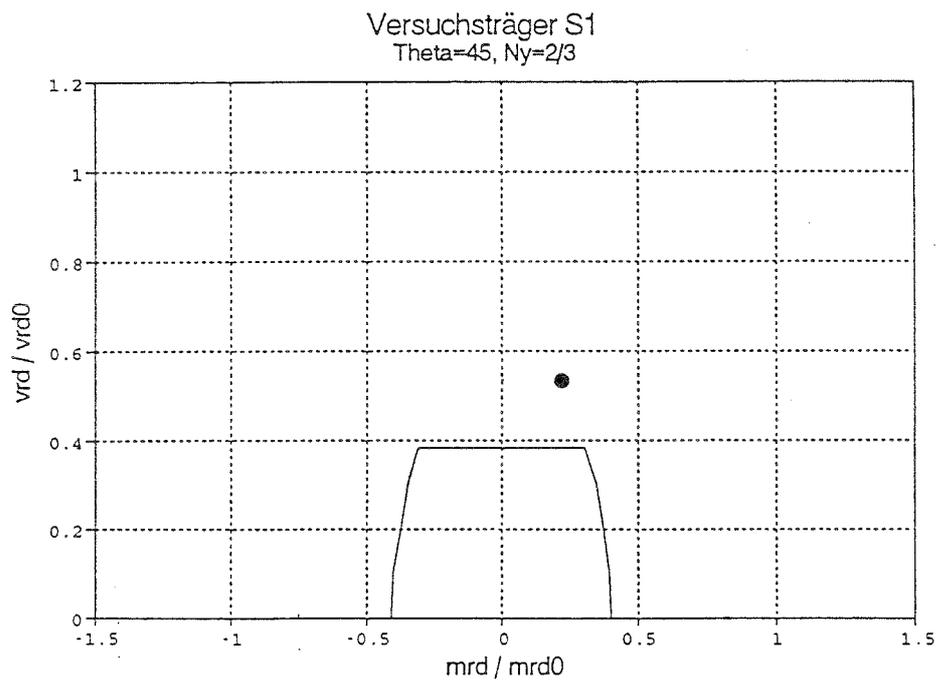
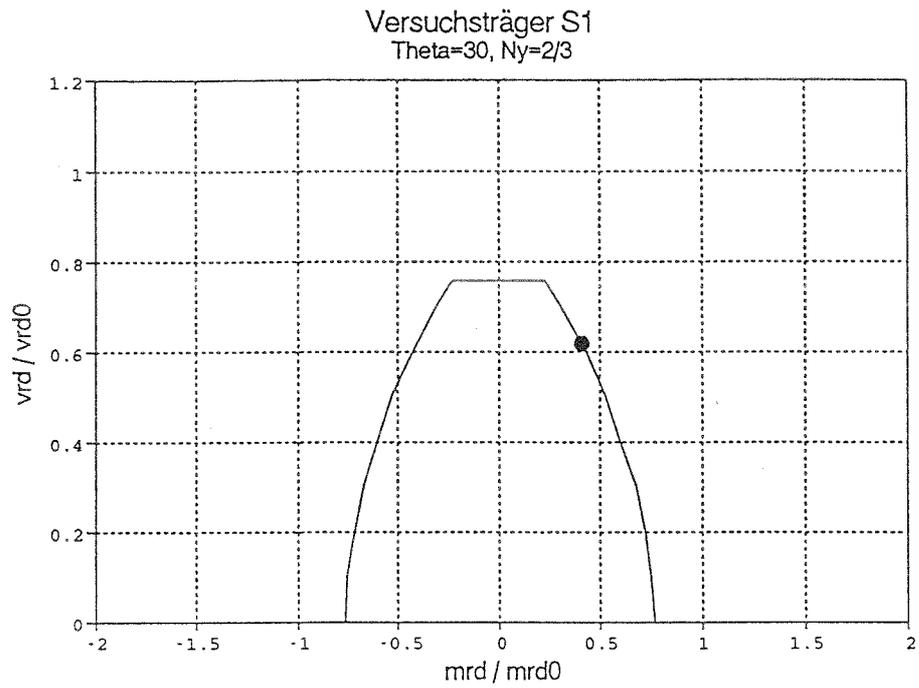
## Anhang B

# Ergebnisse der Versuchsnachrechnungen mit dem Bemessungsmodell für Schub mit Querbiegung

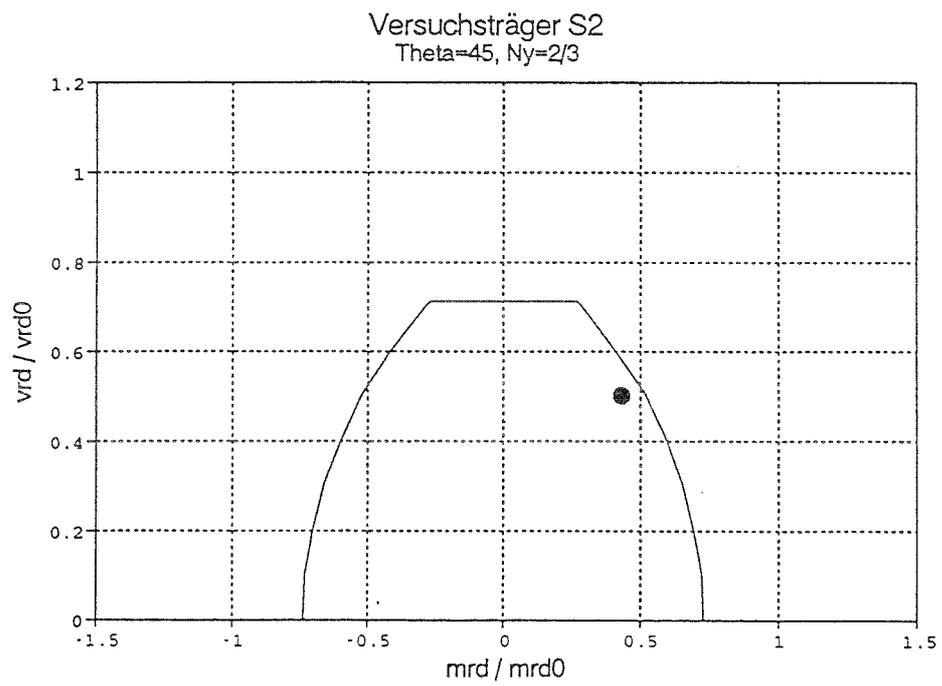
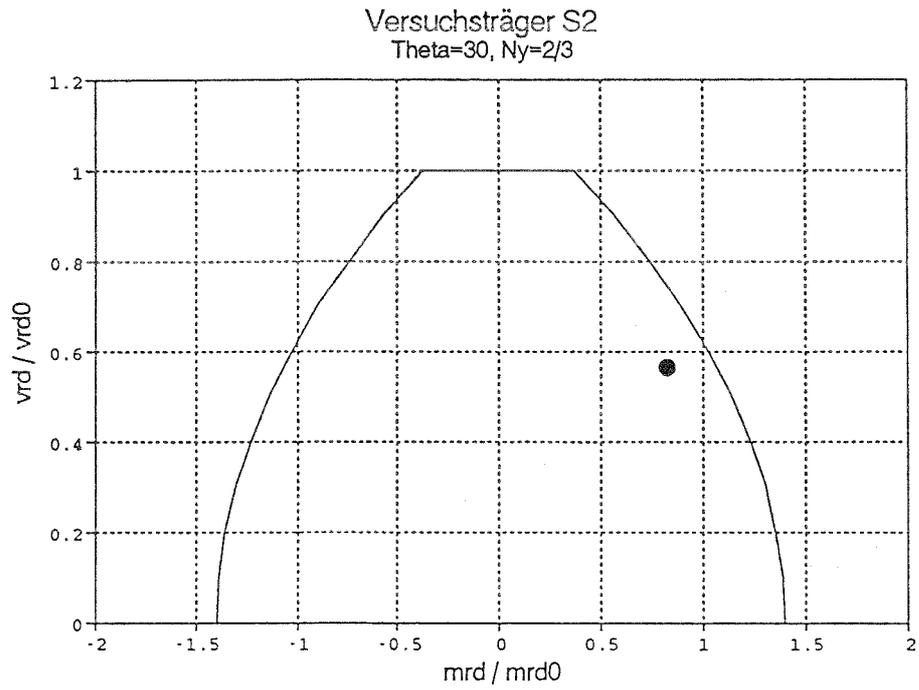
## Versuche von Kupfer und Ewald

Versuchsträger VI/68, VII/75  
Theta=30, Ny=2/3Versuchsträger VI/68, VII/75  
Theta=45, Ny=2/3

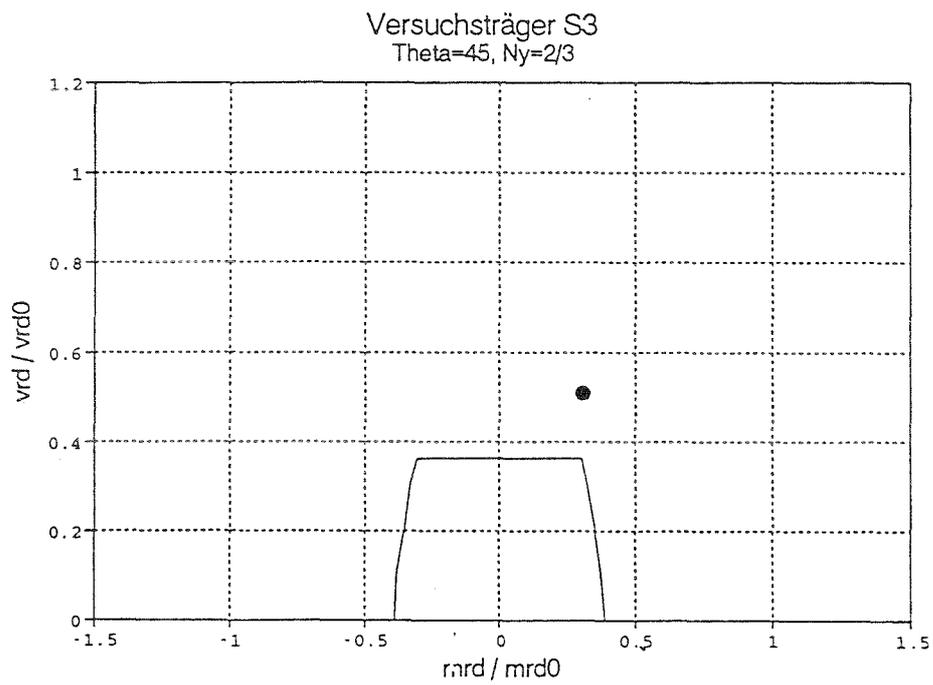
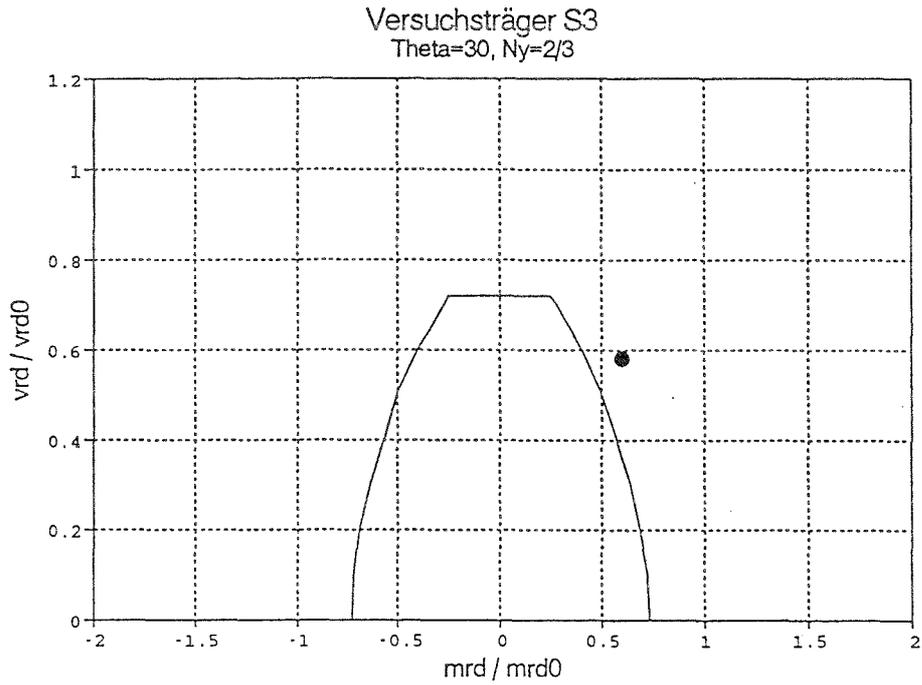
Versuchsträger S1 von Kaufmann und Menn



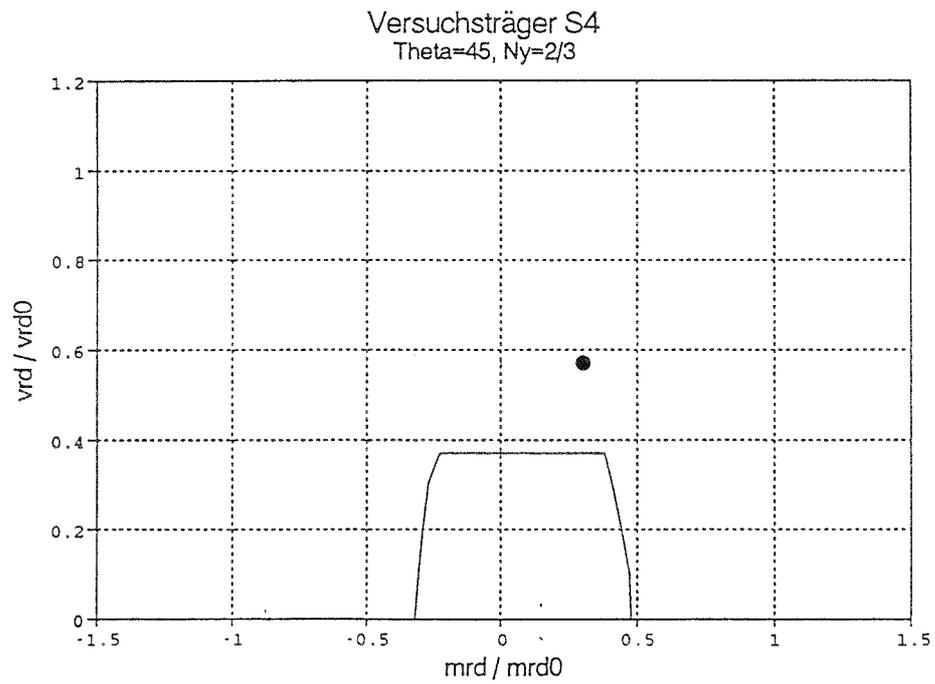
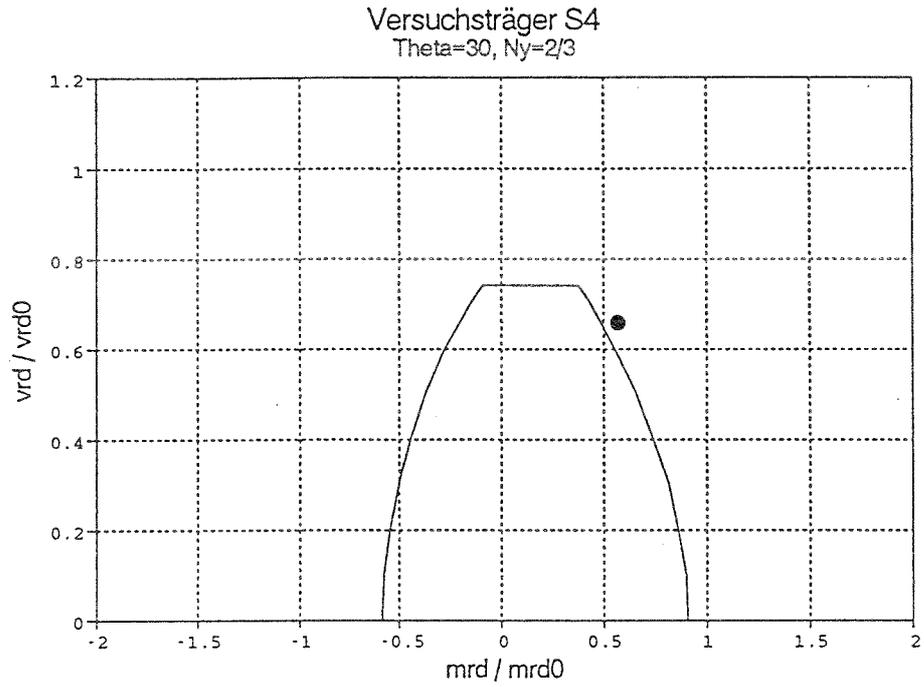
## Versuchsträger S2 von Kaufmann und Menn



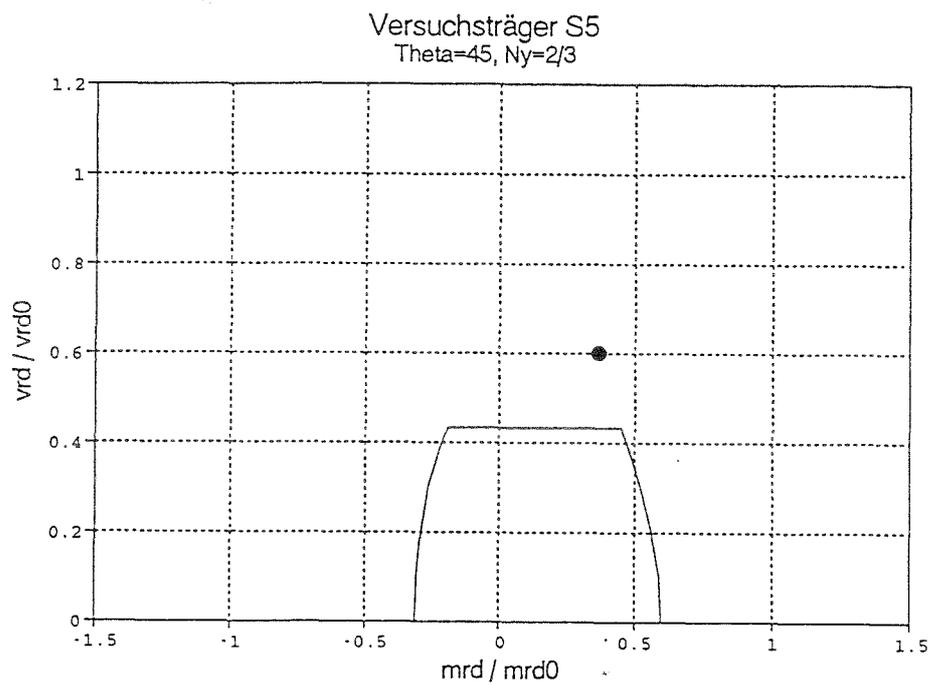
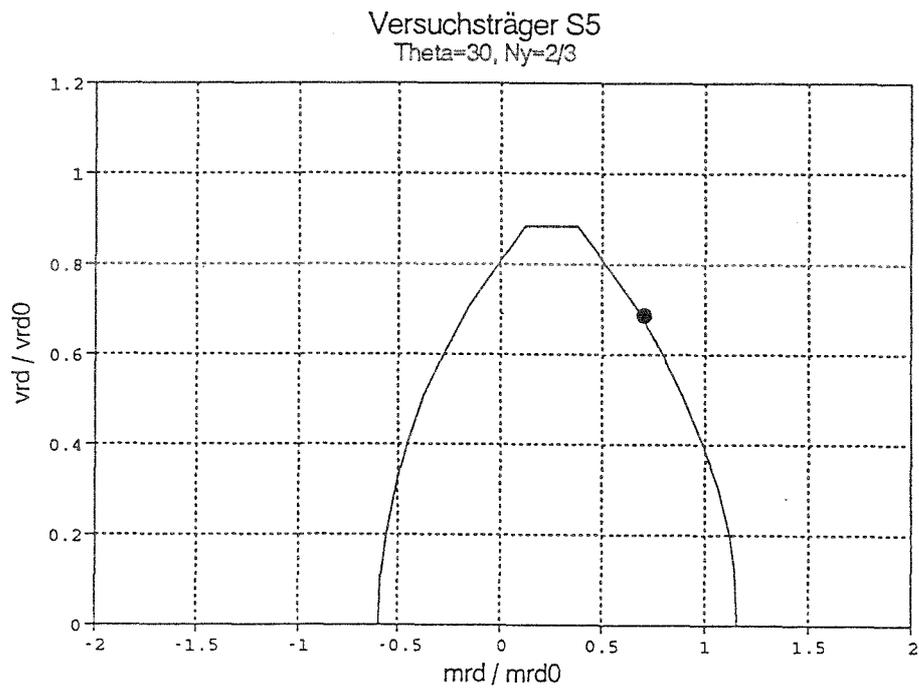
Versuchsträger S3 von Kaufmann und Menn



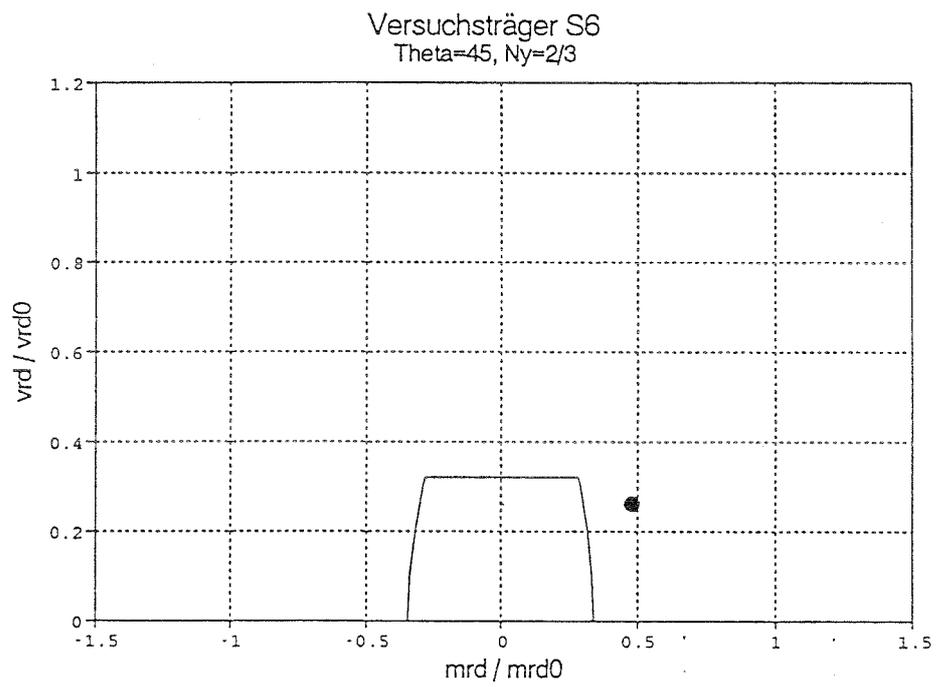
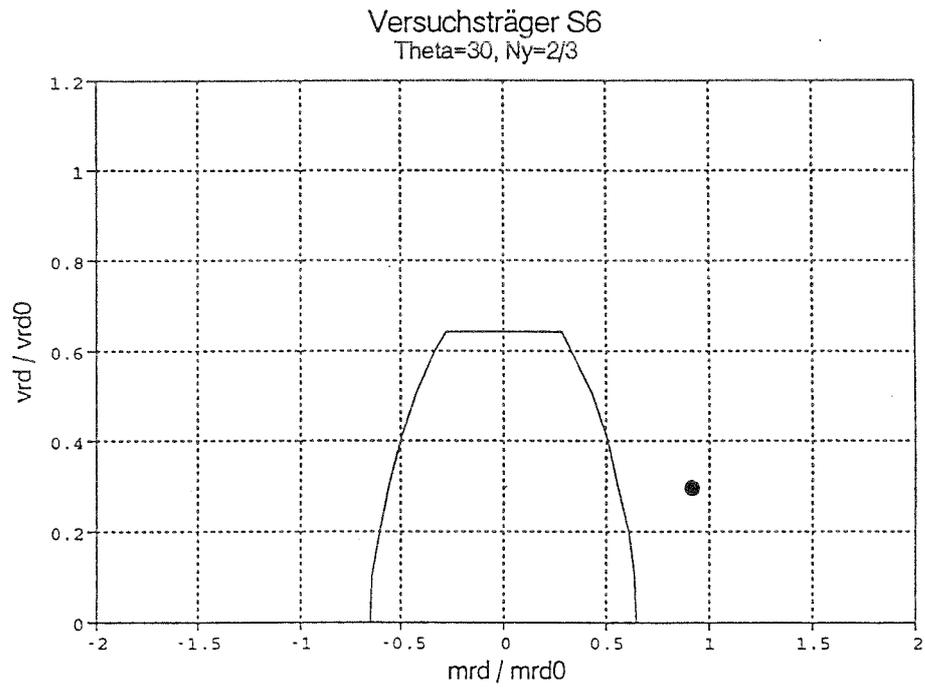
## Versuchsträger S4 von Kaufmann und Menn



Versuchsträger S5 von Kaufmann und Menn

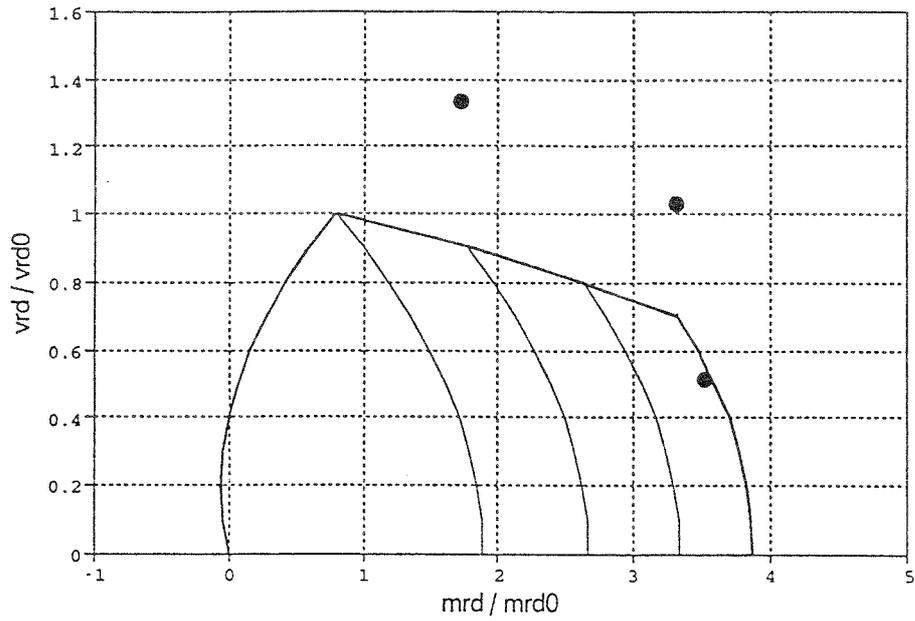


## Versuchsträger S6 von Kaufmann und Menn

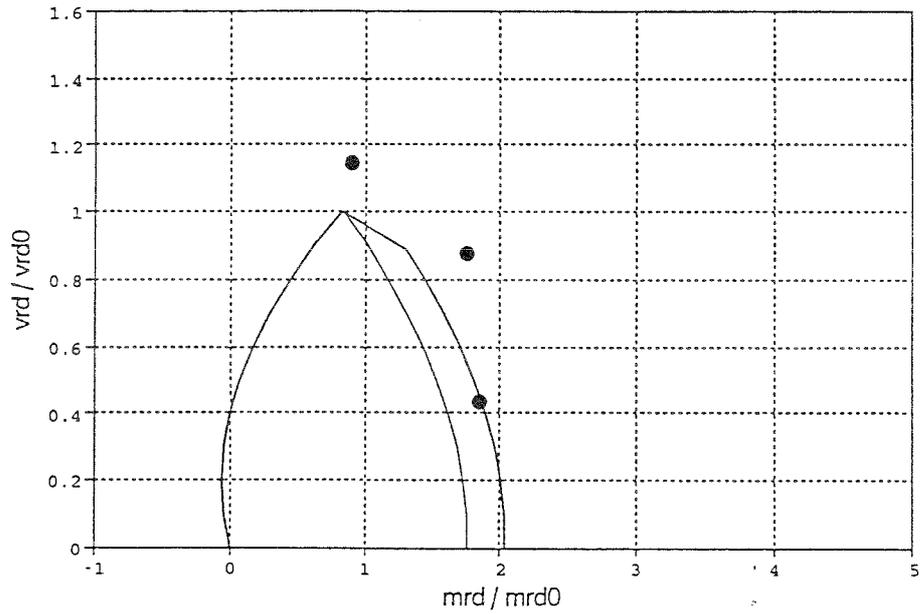


Versuche von Eibl / Schieferstein

Versuchsträger PB1/II, PB2, PB3  
 Theta=30, Ny=2/3

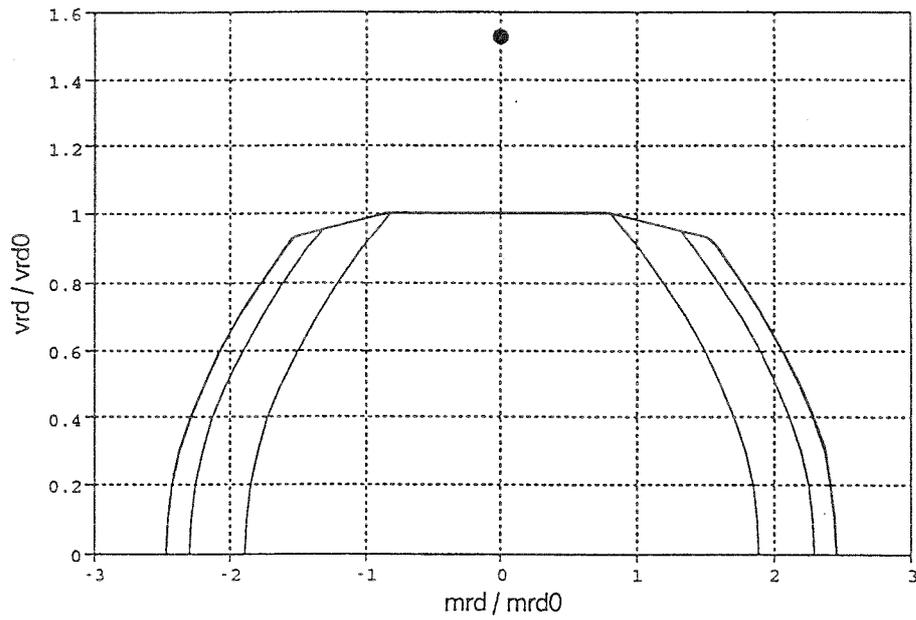


Versuchsträger PB1/II, PB2, PB3  
 Theta=45, Ny=2/3



Versuche von Eibl / Schieferstein

Versuchsträger PB1/I  
Theta=30, Ny=2/3



T 2434 17.5.1

Research project

Crack control and minimum reinforcement for composite constructions  
Adaptation to DIN 1045 and DIN 4227

**SUMMARY**

The revisions of DIN 1045 and DIN 4227 gave rise to adapting the rules for crack control contained in the "Guidelines for the design and construction of steel composite girders (March 1981 version)". The basic principles given in these standards were adopted, newer findings were included and adapted to the specific conditions existing for composite girders.

The verifications required in Table 3 were replaced by the rules given now in Section 9 of the new version. They are based on the following concept:

- Requirement of a minimum reinforcement based on the cracking action-effects for controlling the crack width of individual cracks in girder zones susceptible to cracking.
- Rules for reinforcement distribution after cracking for composite girders without tendons in longitudinal direction.

Projet de recherches

Contrôle de fissures et armature minimum pour des constructions composites  
Adaptation aux DIN 1045 et DIN 4227

**RESUME**

Les révisions des normes DIN 1045 et DIN 4227 nécessitaient une adaptation des règles pour le contrôle de fissures dans les "Guides pour le dimensionnement et l'exécution des poutres métalliques combinées (Mars 1981 édition)". Les bases de ces normes étaient adoptées, des connaissances dernières étaient incluses et adaptées aux conditions spécifiques existant pour des poutres combinées.

Les preuves exigées dans l'ancien tableau 3 sont remplacées par les règles données dans le nouveau paragraphe 9. Celles-ci sont formulées sur la base de l'approche suivante:

- Exigence d'une armature minimum sur la base des sollicitations de fissures pour contrôler la largeur des fissures individuelles dans les zones susceptibles de fissuration.
- Règles pour la distribution d'armature après fissuration pour des poutres combinées sans membres de précontrainte en direction longitudinale de la poutre