

# Schnittkraftermittlung und Kräfteumlagerung bei Stahlbetonplatten

**T 2479**

T 2479

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

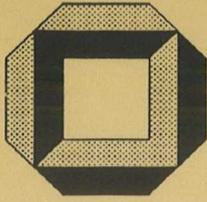
Postfach 80 04 69  
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12  
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00  
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail [irb@irb.fraunhofer.de](mailto:irb@irb.fraunhofer.de)

[www.baufachinformation.de](http://www.baufachinformation.de)



**Massivbau  
Baustofftechnologie  
Karlsruhe**

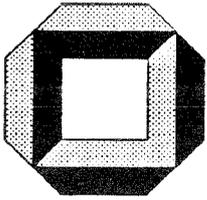
**Bericht**

**Schnittkraftermittlung und Kräfteumlagerung  
bei Stahlbetonplatten**

**Prof. Dr.-Ing. J. Eibl**

**Dipl.-Ing. R. Stolze**

Universität Karlsruhe  
Institut für Massivbau und Baustofftechnologie  
Abteilung Massivbau  
Leitung: Prof. Dr.-Ing. J.Eibl  
1992



**Massivbau  
Baustofftechnologie  
Karlsruhe**

**Bericht**

**Schnittkraftermittlung und Kräfteumlagerung  
bei Stahlbetonplatten**

**Prof. Dr.-Ing. J. Eibl**

**Dipl.-Ing. R. Stolze**

Universität Karlsruhe  
Institut für Massivbau und Baustofftechnologie  
Abteilung Massivbau  
Leitung: Prof. Dr.-Ing. J.Eibl  
1992

## **Inhalt**

|  | Seite |
|--|-------|
| <b>1. Problemstellung und Zielsetzung</b>  | 1-1   |
| <b>2. Experimentelle Untersuchungen</b>  | 2-1   |
| 2.1 Allgemeines  | 2-1   |
| 2.2 Abmessungen und Bewehrung der Versuchskörper   | 2-2   |
| 2.3 Herstellung der Versuchskörper   | 2-3   |
| 2.4 Materialdaten  | 2-5   |
| 2.5 Versuchsanordnung  | 2-8   |
| 2.6 Meßtechnik   | 2-10  |
| 2.7 Versuchsablauf   | 2-12  |
| 2.8 Zusammenstellung der Meßergebnisse   | 2-17  |
| 2.9 Diskussion der Ergebnisse  | 2-20  |
| <b>3. Das numerische Modell</b>  | 3-1   |
| 3.1 Allgemeines  | 3-1   |
| 3.2 Isoparametrisches Platten-/Schalenelement  | 3-2   |
| 3.3 Materialmodelle  | 3-4   |
| 3.3.1 Das Werkstoffgesetz für den Beton  | 3-4   |
| 3.3.2 Kombiniertes Stahl- und Verbundgesetz  | 3-10  |
| 3.3.2.1 Die modifizierte Stahllinie im elastischen Bereich                               | 3-13  |
| 3.3.2.2 Die modifizierte Stahllinie im plastischen Bereich                               | 3-16  |
| 3.3.2.3 Berücksichtigung der Abweichung der Bewehrungsrichtung von der Haupttragrichtung | 3-26  |
| 3.4 Berechnungen zur Verifizierung des Programms   | 3-29  |
| 3.4.1 Vergleichsrechnungen zu Versuchen an einachsigen gespannten Platten                | 3-30  |
| 3.4.2 Vergleichsrechnungen zu Versuchen an zweiachsigen gespannten Platten               | 3-32  |

|           |  |      |
|-----------|--|------|
| <b>4.</b> | <b>Numerische Untersuchungen</b>                   | 4-1  |
| 4.1       | Ausgangsdaten und Annahmen für die Parameterstudie | 4-2  |
| 4.2       | Ergebnisse   | 4-7  |
| 4.3       | Interpretation der Ergebnisse                      | 4-10 |
| <b>5.</b> | <b>Zusammenfassung</b>                             | 5-1  |
| <b>6.</b> | <b>Literatur</b>                                   | 6-1  |

**Anhang A**

**Anhang B**

## 1. Problemstellung und Zielsetzung

In Deutschland erfolgte die Schnittgrößenermittlung bisher auf der Basis der linearen Elastizitätstheorie. Als Versagenskriterium wurde örtliches Querschnittsversagen im meistbeanspruchten Tragwerksbereich definiert.

Das Tragverhalten von statisch bestimmten Systemen wird damit hinreichend genau erfaßt, da örtliches Querschnittsversagen gleichzeitig Versagen der Gesamtstruktur bedeutet.

Bei statisch unbestimmten Systemen ist die sich unter einer bestimmten Beanspruchung einstellende Schnittgrößenverteilung innerhalb des Tragwerks von der Verteilung der Steifigkeiten abhängig. Wird infolge steigender Belastung oder durch Zwang die Grenze linear-elastischen Materialverhaltens in den meistbeanspruchten Teilen der Struktur durch Ribbildung oder Plastizieren der Bewehrung überschritten, so sinkt die Steifigkeit in diesen Bereichen deutlich ab und die Schnittgrößen werden in weniger beanspruchte, d.h. steifere Tragwerksbereiche umgelagert. Die Traglast des Systems ist also zum Zeitpunkt des ersten Querschnittsversagens im allgemeinen noch nicht erreicht. Wirkliches Versagen des Tragwerks tritt erst ein, wenn sich ein Mechanismus ausbildet und das System kinematisch wird. Diese mögliche Laststeigerung über die Last bei erstem Querschnittsversagen hinaus wird bei statisch unbestimmten Tragwerken auch als Systemreserve bezeichnet.

DIN 1045 definiert für statisch bestimmte und statisch unbestimmte Tragwerke gleichermaßen Querschnittsversagen an der meistbeanspruchten Stelle als rechnerischen Versagenszustand. Demzufolge ist das Sicherheitsniveau bei statisch unbestimmten Systemen höher als bei statisch bestimmten. Um dem tatsächlichen Tragverhalten Rechnung zu tragen, ist bei statisch unbestimmten Systemen unter bestimmten Voraussetzungen eine Schnittgrößenumlagerung von maximal 15% zulässig.

Der in Zukunft gültige Eurocode 2 sieht zur Tragwerksanalyse neben linearen Verfahren mit einer verstärkte Momentenumlagerung von bis zu 30 %, auch eine Schnittgrößenermittlung unter Berücksichtigung physikalisch nichtlinearen Materialverhaltens vor. Mit einer derart realistischeren Erfassung des Tragverhaltens erreicht man bei der Bemessung im allgemeinen eine gleichmäßigere Verteilung der Bewehrung, eine bessere Ausnutzung des Tragwerks, sowie zum Teil auch eine Materialersparnis.

Eine nichtlineare Tragwerksanalyse bei Platten des allgemeinen Hochbaus wird, aufgrund der verhältnismäßig einfachen Handhabung, vorwiegend mit Hilfe der Bruchlinientheorie durchgeführt werden.

Für die Anwendung dieses elasto-plastischen Berechnungsverfahrens, das weitgehend beliebige Bewehrungsanordnungen zuläßt, müssen bestimmte Voraussetzungen erfüllt sein. Vorrangig müssen in den meistbeanspruchten Bereichen, d.h. entlang der Gelenklinien ausreichende Verformungskapazitäten vorhanden sein.

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens gilt es zu untersuchen, ob Schnittgrößenumlagerungen in den von EC 2 vorgegebenen Grenzen bei Platten des allgemeinen Hochbaus ohne weitere Nachweise möglich sind, oder ob sie durch die maximal mögliche Rotationsfähigkeit entlang der Fließgelenklinien bzw. durch die Anforderungen des Gebrauchszustands (Rißbreiten) beschränkt werden.

In bisher veröffentlichten Studien wurde die Rotationsfähigkeit immer an Plattenstreifen ermittelt, die in Richtung der Hauptbeanspruchung bewehrt waren. Bei der Berechnung von orthogonal bewehrten Platten nach der Bruchlinientheorie müssen jedoch auch evtl. begrenzende Kriterien entlang von Fließgelenklinien, die schräg zur eingelegten Bewehrung verlaufen untersucht werden. Derartige Gelenklinien treten bei Platten z.B. in den Eckbereichen, bzw. in Bereichen in denen die Bewehrung nicht rechtwinklig zur Stützung verlegt ist, auf. Da bisher keine experimentellen Untersuchungen hierzu vorliegen, werden im Rahmen dieser Studien Versuche an schräg bewehrten Plattenstreifen durchgeführt.

Neben der erwähnten Bewehrungsanordnung beeinflussen eine Reihe von Faktoren die Rotationsfähigkeit eines Querschnitts. Von herausragender Bedeutung sind dabei die Stahlkennwerte Streckgrenzenverhältnis  $R_m/R_e$  und die Gleichmaßdehnung  $A_G$ .

Dieses Forschungsvorhaben soll deshalb auch klären wie groß die Verdrehwinkel von mit handelsüblichem Mattenstahl bewehrten Platten in Abhängigkeit von verschiedenen Einflußfaktoren sind und ob eine Einteilung der Stähle in zwei Duktilitätsklassen gemäß EC 2 erforderlich ist.

Eine erschöpfende Klärung aller Einflüsse ist mit experimentellen Untersuchungen aufgrund der vielfältigen Problematik und des damit verbundenen hohen Aufwandes nicht möglich. Deshalb werden im Rahmen dieser Studien die Untersuchungen weitgehend mit Hilfe von wirklichkeitsnahen, d.h. nichtlinearen Berechnungen mit der Methode der Finiten Elemente

durchgeführt. Zur Kalibrierung und Absicherung der Rechnungen können zusätzlich zu Vergleichsrechnungen zu Versuchen aus der Literatur auch Nachrechnungen zu den Experimenten an den schräg zur Tragrichtung bewehrten Plattenstreifen im Vorfeld der numerischen Untersuchungen durchgeführt werden. Damit kann das Rechenprogramm an verschiedenen Problemen verifiziert werden, was eine hohe Qualität der Ergebnisse erwarten läßt.

## 2. Experimentelle Untersuchungen

### 2.1 Allgemeines

Zur Simulation der Verhältnisse im Stützbereich bzw. Eckbereich von durchlaufenden Platten des allgemeinen Hochbaus wurde als Versuchskörper ein schräg zur Tragrichtung bewehrter Plattenstreifen auf zwei Linienlagern, belastet durch eine Linienlast in der Mitte, gewählt. Bei der Wahl der Prüfkörperabmessungen lehnte man sich, um später Vergleichsmöglichkeiten zu haben, an ähnliche bereits im Hause durchgeführte Experimente Eibl/Bühler[2.1] und Eibl/Curbach/Stempniewski[2.7] an. Bei diesen Versuchen waren 80 cm breite und 18 cm dicke, in Tragrichtung bewehrte, Plattenstreifen geprüft worden.

Die Stützweite von 2,00 m sollte dem Abstand der Momentennullpunkte in einer im Hochbau üblichen durchlaufenden Deckenplatte entsprechen.

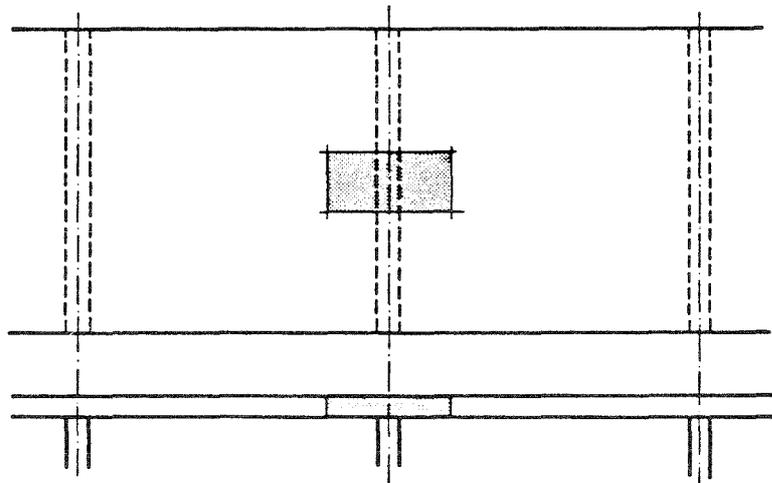


Bild 2.1: Einachsige gespannte Platte als Teil einer durchlaufenden Deckenplatte

Um möglichst gute Vergleichsmöglichkeiten zu haben, wurde angestrebt ebenfalls einen etwa 80 cm breiten Streifen zu erzeugen, der von mutmaßlichen Störungen durch die Verankerung der schräg angeordneten Bewehrung unbeeinflusst ist.

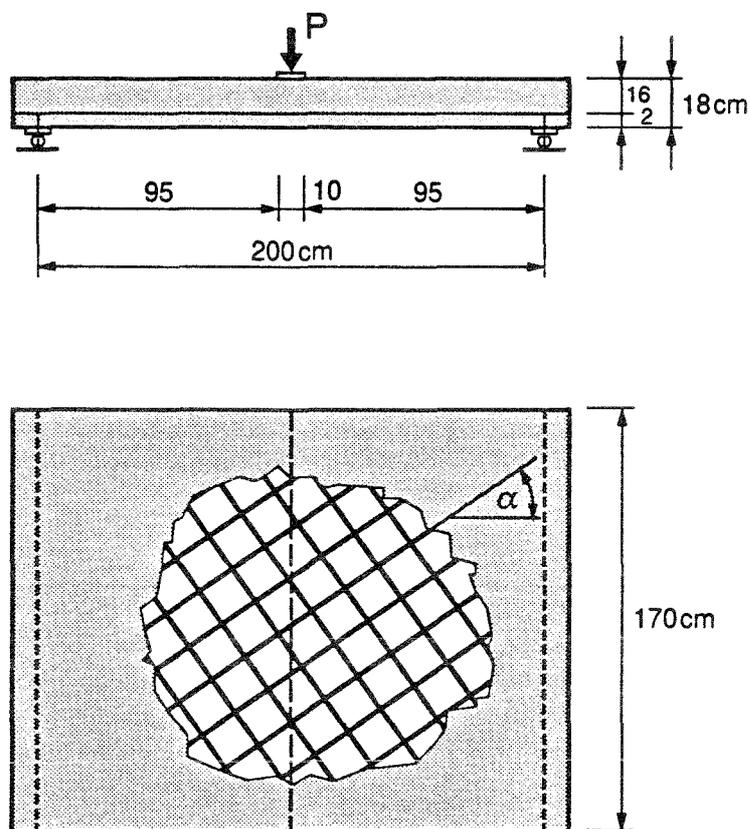
Bei der Wahl der Bewehrung orientierte man sich einmal an der in der Praxis verwendeten Mattenbewehrung vom Typ R 257 bzw. Q 377 und zum anderen an den oben erwähnten Versuchen.

Entsprechend der Zielsetzung, die Einflüsse einer von der Tragrichtung abweichend verlegten Bewehrung möglichst isoliert studieren zu können, wurde angestrebt, die übrigen Einflußparameter bei den einzelnen Versuchen konstant zu halten.

Es kamen speziell angefertigte Listenmatten zum Einsatz, bei denen alle Stäbe eines Durchmessers, entgegen der üblichen Produktionspraxis, aus derselben Produktionscharge stammten.

## 2.2 Abmessungen und Bewehrung der Versuchskörper

Die Abmessungen der Versuchskörper sind in Bild 2.2 dargestellt.



$\alpha \triangleq$  Abweichungswinkel

Bild 2.2: Abmessungen der Versuchskörper

Als Bewehrung wurden folgende zwei Mattentypen verwendet:

- Q - Matte  $\varnothing 8$   $s_x = 15\text{cm}$ ,  $\varnothing 8$   $s_y = 15\text{cm}$
- R - Matte  $\varnothing 8$   $s_x = 15\text{cm}$ ,  $\varnothing 5$   $s_y = 25\text{cm}$

Plattenbereiche, in denen schräg zur eingelegten Bewehrung verlaufende Risse zu erwarten sind, werden meist orthogonal isotrop, d.h. mit Q-Matten bewehrt. Demzufolge wurde die Mehrzahl der Prüfkörper mit Q-Matten armiert.

Um auch den selteneren Fall einer Bruchlinie schräg zu einer orthogonal anisotropen Bewehrung mit in die Untersuchungen einzubeziehen, wurden auch zwei mit R-Matten bewehrte Platten geprüft.

Tabelle 2.1 zeigt das Versuchsprogramm im Überblick.

| Platte | Bewehrung | $\alpha$ |
|--------|-----------|----------|
| 1      | Q - Matte | 45°      |
| 2      | R - Matte | 45°      |
| 3      | Q - Matte | 30°      |
| 4      | Q - Matte | 0°       |
| 5      | R - Matte | 0°       |

Tab 2.1: Versuchsprogramm im Überblick

### 2.3 Herstellung der Versuchskörper

Die Herstellung der Versuchskörper erfolgte in einfachen Schalungen, bestehend aus einem Schalboden und vier Stahlprofilen als seitliche Begrenzungen. Zur Verankerung der schräg

ingelegten Bewehrung wurden die Matten an den Längsseiten der Platten U-förmig umgebogen.

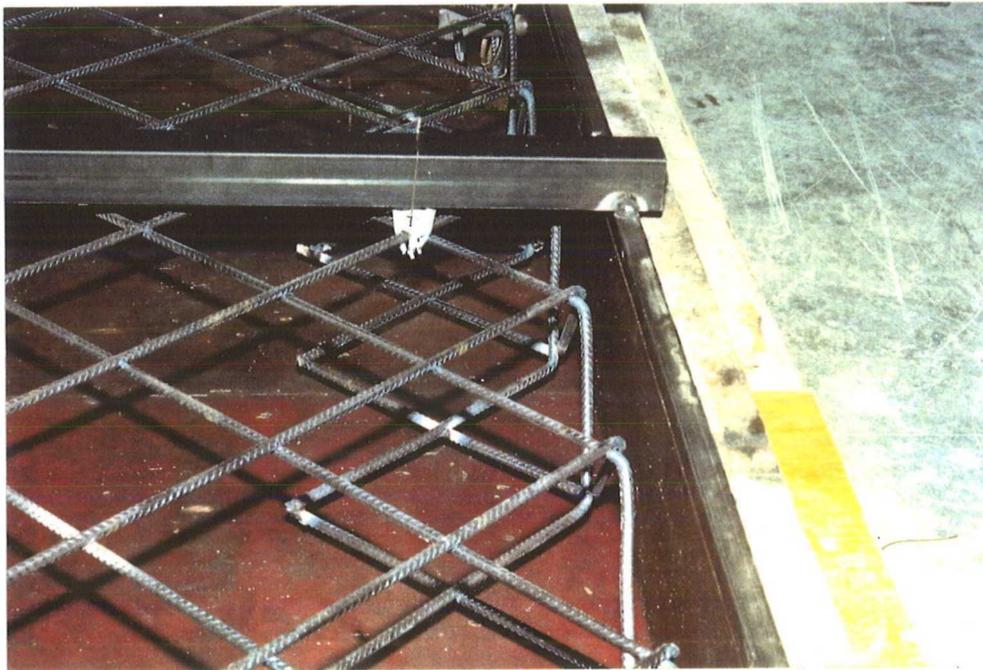


Bild 2.3: Verankerung der Bewehrung am Plattenrand

Der eingebrachte Beton wurde mit einem herkömmlichen Flaschenrüttler verdichtet. Alle Platten wurden mit obenliegender Bewehrung hergestellt, um die gleichen Verbundverhältnisse wie bei einer über einer Stützung eingelegten Zugbewehrung zu erzeugen.

Zur Fixierung der Bewehrung während des Betonierens wurden zwei Traversen aus Vierkantrohr auf den seitlichen Schalungsrändern angeheftet, an denen die Bewehrung angerödelt wurde. Dabei wurde besonders darauf geachtet, daß der Abstand zwischen Oberkante der oberen Bewehrungslage und Schalboden genau 16 cm und damit die Betondeckung 2,0 cm betrug.



Bild 2.4: Schalung und Bewehrungsanordnung am Beispiel von Platte IV

Zu Transportzwecken wurden an den Plattenlängsseiten jeweils zwei Pfeifer Hülsendübel M20 in Höhe der halben Plattendicke einbetoniert.

Die Versuchskörper wurden nach dem Betonieren sieben Tage in feuchten Tüchern und anschließend in der Halle gelagert.

## 2.4 Materialdaten

An jedem Betoniertermin wurden zeitlich parallel zu den Prüfkörpern Betonvergleichsproben hergestellt und unter den gleichen Bedingungen wie die Platten gelagert.

Den verwendeten Matten wurde eine große Zahl von Proben für eine begleitende Stahluntersuchung gemäß DIN 488 entnommen.

### Betonkennwerte

Mit dem verwendeten Betonrezept wurde ein Beton der Qualität B25 angestrebt. Die Betondruckfestigkeit nach 28 Tagen wurde an jeweils drei Würfeln mit einer Kantenlänge von 200 mm ermittelt. Zur Bestimmung der Biegezugfestigkeit wurden Balken mit den Abmessungen  $b/h/l = 100/150/700$  mm verwendet. Spaltzugfestigkeit, Zylinderdruckfestigkeit sowie der E-Modul wurden an Zylindern mit Durchmesser  $\varnothing = 150$  mm und Höhe  $l = 300$  mm gemessen. Die Bestimmung des E-Moduls wurde gemäß DIN 1048 nach einer 10-maligen Belastung auf ein Drittel der erwarteten Bruchlast und Entlastung auf eine Unterspannung von  $\sigma_U = 0.5$  N/mm<sup>2</sup>/sec. Danach erfolgte die Messung bei erneuter Belastung, die dann bis zum Bruch gesteigert wurde.

Der Beton wurde nach folgender Betonrezeptur ohne weitere Zusatzmittel hergestellt:

|                                 |                        |
|---------------------------------|------------------------|
| Zuschläge 0-16mm, Oberrheinkies | 1910 kg/m <sup>3</sup> |
| Sieblinie B nach DIN 1045       |                        |
| Zement PZ 35 F                  | 240 kg/m <sup>3</sup>  |
| Wasser                          | 180 l/m <sup>3</sup>   |

Tabelle 2.2 zeigt in einer Übersicht die an den Betonvergleichsproben gemessenen Betonkennwerte.

|                                     | Platte 1 | Platte 2 | Platte 3 | Platte 4 | Platte 5 |
|-------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $\beta_{w28}$ [MN/m <sup>2</sup> ]  | 30,15    | 31,67    | 31,83    | 30,60    | 30,76    |
| $\beta_{c28}$ [MN/m <sup>2</sup> ]  | 27,52    | 25,24    | 25,22    | 24,32    | 22,07    |
| $\beta_{sz28}$ [MN/m <sup>2</sup> ] | 2,38     | 2,51     | 2,25     | 2,17     | 2,36     |
| $\beta_{bz28}$ [MN/m <sup>2</sup> ] | 4,51     | 4,38     | 4,26     | 3,88     | 3,94     |
| E-Modul [MN/m <sup>2</sup> ]        | 24315    | 25556    | 24087    | 23558    | 23487    |

Tabelle 2.2: Betonkennwerte

## Stahlkennwerte

Zur Bestimmung der Stahlkennwerte wurden den Bewehrungsmatten zahlreiche Stichproben entnommen. Die Messung der Kenngrößen wurde nach DIN 488 an drei Prüfkörpertypen durchgeführt. Die Proben waren nicht künstlich gealtert.

- Typ 1 : Stabstahl aus derselben Produktioncharge, Prüflänge 300 mm, freie Länge zwischen den Spannbacken 180 mm
- Typ 2 : aus der Matte entnommene Probe mit einer Querstabschweißstelle in der Mitte der Prüflänge, Länge 280 mm, freie Länge zwischen den Spannbacken 160 mm
- Typ 3 : aus der Matte entnommene Probe mit zwei Querstabschweißstellen, Länge 220 mm, freie Länge zwischen den Spannbacken 100 mm

Mit Typ 1 und 3 wurden die ungestörten Stahleigenschaften ermittelt, während Typ 2 der Untersuchung der etwaigen Beeinflussung der Kennwerte durch die Schweißungen diente. Keine der Zugproben vom Typ 2 brach an der Schweißstelle.

Es war kein signifikanter Unterschied in der Festigkeit zwischen den drei Probentypen festzustellen. Tabelle A 1 in Anhang A zeigt die ermittelten maximalen Zugkräfte.

Die Zugversuche wurden an einer Universalprüfmaschine MOHR & FEDERHAFF Typ UPD 20/10 der Prüfmaschinenklasse I durchgeführt. Die Maximallast des verwendeten Meßbereichs betrug 40 kN. Die Proben wurden weggeregelt mit einer Kolbengeschwindigkeit von  $v = 6.3$  mm/min belastet. Die Dehnung wurde dabei direkt mittels eines Dehnungsaufnehmers Fabrikat HOTTINGER Typ DD1 mit einer Meßlänge von 50 mm, der an den Zugstab angeklemt wird, bestimmt. Bei einer Dehnung von  $\epsilon \approx 0,015$  wurde die Prüfmaschine jeweils kurz angehalten und der Dehnungsaufnehmer abgebaut. Anschließend wurde die Probe mit einer Kolbengeschwindigkeit von 12.5 mm/min bis zum Bruch weiterbelastet.

Die Stahlkennlinien konnten deshalb nur bis zu einer Maximaldehnung von ca. 1,5 % direkt aufgezeichnet werden. Der weitere Verlauf bis zum Bruch wurde durch Anpassung des Kolbenweg - Kraft - Diagramms erstellt und kann daher nur qualitativ den weiteren Verlauf beschreiben. Bild A 0.1 in Anhang A zeigt repräsentativ die Spannungs-Dehnungs Beziehung

für die beiden Stähle.

Zur Ermittlung der Fließgrenze  $R_e$  wurde dem Verlauf des Kraft - Dehnung - Diagramms aus der Feindehnungsmessung die Kolbenkraft (siehe Tabelle A 2 in Anhang A) an der Streckgrenze entnommen und anschließend durch die, unter Berücksichtigung der aus Proben-gewicht und -länge nach DIN 488 errechneten, Querschnittsfläche dividiert. Analog dazu ergab sich  $R_m$  durch Division der maximalen Zugkraft durch die Querschnittsfläche. Die Zugproben waren vor der Prüfung auf einer NC-Fräse mit Meßmarken im Abstand des halben Stabdurchmessers versehen worden, mit Hilfe derer nach dem Bruch die Dehnungs-werte  $A_G$  und  $A_{10}$  ( siehe Tabelle A 3 und A 4 in Anhang A) über eine Meßlänge von 10 mal dem Stabdurchmesser bestimmt wurden.

Die mittleren Materialwerte  $R_m$ ,  $A_G$  und  $A_{10}$  wurden aus den Wertemengen der Typen 2 und 3 bestimmt. Da bei Prüfkörpertyp 2 wegen der Schweißung in der Mitte keine Feindehnungsmessung möglich war, wurde die Streckgrenze mit den Werten der Typen 1 und 3 ermittelt. Es ergaben sich folgende Stahlkennwerte:

|                            | Stäbe mit $\varnothing$ 8 mm | Stäbe mit $\varnothing$ 5 mm |
|----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| $R_m$ [MN/m <sup>2</sup> ] | 635,65                       | 649,49                       |
| $R_e$ [MN/m <sup>2</sup> ] | 592,65                       | 620,47                       |
| $R_m/R_e$                  | 1,074                        | 1,047                        |
| E [MN/m <sup>2</sup> ]     | 197373                       | 200151                       |
| $A_G$ [%]                  | 6,44                         | 6,36                         |
| $A_{10}$ [%]               | 11,75                        | 12,35                        |

Tab. 2.3: Stahlkennwerte

## 2.5 Versuchsanordnung

Die Auflagerung der Platten im Versuch erfolgte beidseits zwängungsfrei auf Rollenlagern. Mittels eines servohydraulischen Zylinders der Firma HÄHNCHEN vom Typ PZ 250-250-

026, der sowohl weg- als auch kraftgesteuert betrieben werden kann, wurde die Belastung aufgebracht. Die Anordnung des Prüfzylinders im Versuchsstand zeigt Bild 2.5.

Um bei Verwendung nur eines Prüfzylinders eine möglichst gleichmäßige Linienlast zu erzeugen, kam ein sehr biegesteifer Lasteintragungsbalken, bestehend aus zwei übereinander angeordneten I-Profile vom Typ IPB 300, die zusätzlich mit eingeschweißten Steifen verstärkt waren, zum Einsatz. Damit ergab sich bei Annahme einer Lastausbreitung unter  $45^\circ$  ein Bereich konstanter Belastung von 1,20 m.

Unter den beiden IPB 300 wurde ein 10 cm breiter und 1 cm dicker Flachstahl in einem Mörtelbett als Ausgleichsschicht angeordnet, der eine konstante Lasteinleitungsbreite gewährleistete.

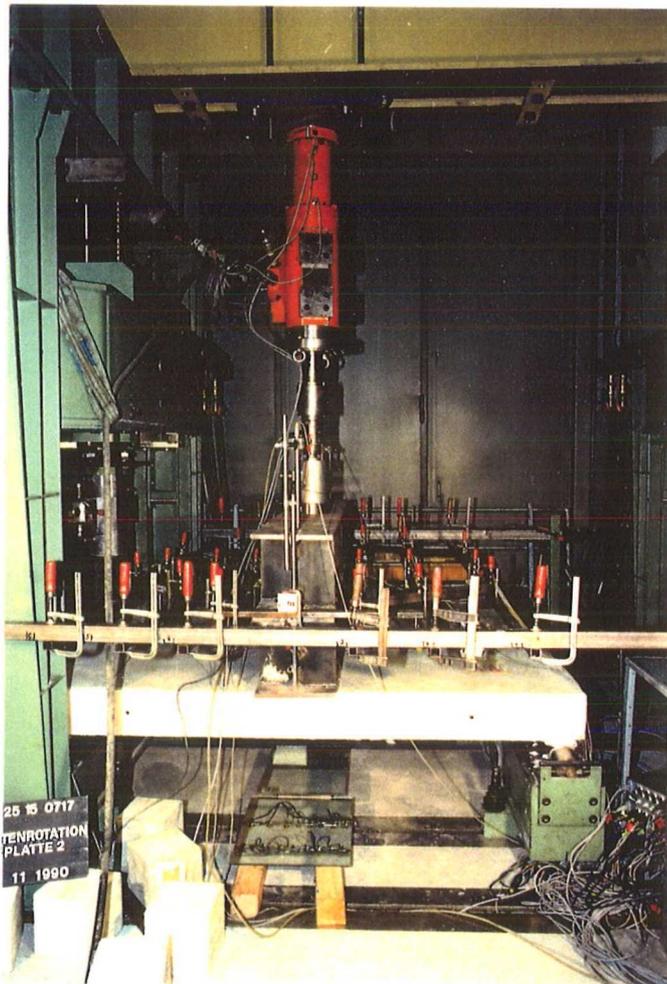


Bild 2.5: Versuchsanordnung

## 2.6 Meßtechnik

Zur Ermittlung der für die Rotation relevanten Größen wurden die Versuchskörper mit einer Vielzahl von Meßstellen ausgestattet. Es wurden nur Messungen in Tragrichtung vorgenommen, da es zum einen Ziel der Untersuchungen war, die Rotationen in einem festgelegten Winkel zur eingelegten Bewehrung zu ermitteln und zum anderen aufgrund der Versuche von Ebner[2.2] davon ausgegangen werden konnte, daß die Risse senkrecht zu den Hauptspannungen, d.h. hier senkrecht zur Tragrichtung auftreten würden. Eine schematische Darstellung der angeordneten Meßeinrichtungen zeigt Bild 2.6.

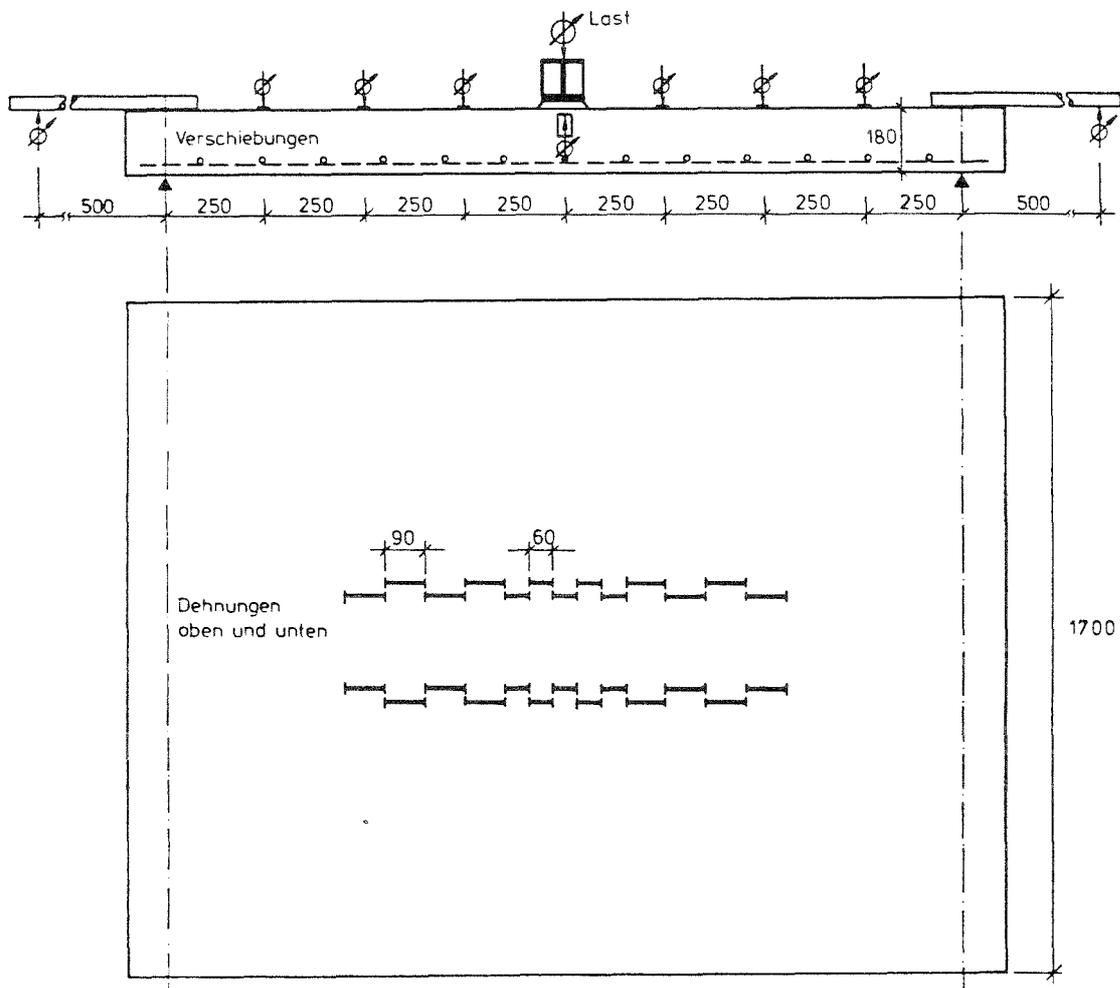


Bild 2.6: Meßeinrichtungen am Prüfkörper

Die aufgebrachte Kraft wurde mittels einer zwischen Prüfzylinder und Lastbalken eingebauten Kraftmeßdose vom Typ MS40 der Firma WALTER ermittelt.

In den Achtelpunkten der Stützweite wurden die Durchbiegungen in Plattenlängsrichtung mittels induktiver Wegaufnehmer gemessen. Auf der Plattenmittellinie, quer zur Tragrichtung waren, zur Kontrolle einer etwaigen Schiefstellung, zusätzlich zwei Wegaufnehmer an den Enden des Lasteinleitungsbalkens angeordnet.

Zur Bestimmung der Dehnungen der Plattenoberseite wurden in zwei Reihen Dehnmeßstreifen (DMS) mit den Längen 60 mm und 90 mm versetzt angebracht, so daß eine weitgehend kontinuierliche Messung über den interessierenden Plattenbereich möglich war. Auf der Unterseite der Platten wurden, wegen der zu erwartenden Risse, Wegaufnehmer (WA) verwendet, die entsprechend den Dehnmeßstreifen eine Meßlänge von 60 mm bzw. 90 mm besaßen. Durch die gegenüberliegende Anordnung von DMS zur Messung von  $\epsilon_o$  und Wegaufnehmern zur Messung von  $\delta l_u$  mit gleicher Meßlänge konnte direkt über den interessierenden Bereich der Plattenlänge für jeden Meßpunkt die Krümmung ermittelt werden.

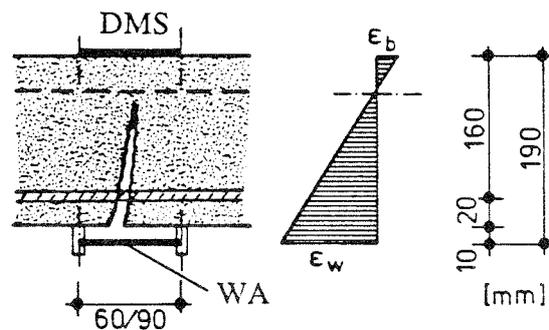


Bild 2.7: Angenommenen Dehnungsverteilung für die Krümmungsberechnung

Zunächst angestellte Überlegungen die Dehnungen der Bewehrung direkt an den Stäben zu messen, mußten verworfen werden. Das Aufkleben von DMS auf die Staboberfläche mit den dazugehörigen Schutzmaßnahmen würde den lokalen Verbund erheblich beeinträchtigen und damit die Versuchsergebnisse maßgeblich beeinflussen. Auch von der Möglichkeit, DMS in eine Nut einzukleben, die in den längs aufgeschnittenen Stab eingefäst wird, mußte Abstand genommen werden, da die Querschnittsschwächung durch die Nut im Verhältnis zur gesamten Querschnittsfläche des Stabes bei so kleinen Durchmesser so groß ist, daß dadurch die

Tragfähigkeit des Stabes zu stark verringert wird. Erschwerend kommt hinzu, daß die Stäbe aus kinematischen Gründen an den Rissen einer kombinierten Zug- Biegebeanspruchung ausgesetzt sind, und daher im Falle des Zusammenfallens von Meßstelle und Riss Störungen zu erwarten sind.

Die Verdrehung der Auflager wurde durch Messung der Vertikalverschiebung an zwei in Plattenlängsrichtung überkragend angebrachten Stahlprofilen, je 50 cm vom Auflager entfernt bestimmt (siehe Bild 2.6).

Die Aufzeichnung der Meßwerte erfolgte mittels einer elektronischen Vielstellenmessanlage Optilog 2000. Für die Auslösung der Messung, d.h. den Abruf aller Meßstellen innerhalb ca.

3 Sekunden, wurde ein Raster, abhängig von Last, Weg und Zeit programmiert. Mit der Vorgabe eines maximalen Kolbenweginkrementes von 0,15 mm, eines maximalen Kraftinkrementes von 0,50 kN und eines maximalen Zeitinkrementes von 60 Sekunden zwischen zwei Messungen wurden je Versuch zwischen 500 und 700 Messungen durchgeführt. Damit wurde sichergestellt, daß zum einen die Maximallast genügend genau erfaßt wird und zum anderen auch bis in den Bruchbereich hinein genügend Meßwerte aufgenommen werden.

## **2.7            Versuchsablauf**

Die Prüfkörper wurden zunächst stufenweise lastgesteuert bis in die Nähe der rechnerischen Gebrauchslast belastet und anschließend, nach Umschalten auf Wegsteuerung, weiter bis zum Bruch beansprucht. Die Stufung während der Laststeuerung ist der jeweiligen Versuchsbeschreibung zu entnehmen. Bei jeder Laststufe wurde die Last für 2 min konstant gehalten um die aufgetretenen Risse aufnehmen und markieren zu können.

Während der Wegsteuerung betrug die Belastungsgeschwindigkeit bei allen Versuchen 0.35 mm/min. Die Entlastungsgeschwindigkeit nach Versagen des Versuchskörpers war auf 0.5 mm/min festgelegt worden.

## Platte 1

Platte 1 war mit einer unter  $45^\circ$  zur Tragrichtung eingelegten Q-Matte bewehrt. Die Last wurde während der Laststeuerung in fünf Laststufen zu je 10 kN aufgebracht. Der erste sichtbare Riß, der sich im weiteren Verlauf zum Hauptriß entwickelte, stellte sich bei einer Last von ca. 30 kN ( +4.68kN = Eigengewicht des Lastverteilungsbalkens ) direkt unter der Lasteinleitung ein. Bei einer Auflast von 50 kN ( + 4,68 kN ) wurde auf Wegsteuerung umgeschaltet und weiter bis zum Bruch belastet. Die maximale Last betrug 106,64 kN und fiel bis zum Bruch des ersten Stabes auf 105,70 kN ab. Der Versuch wurde abgebrochen, d.h. es wurde entlastet, nachdem drei Bewehrungsstäbe gerissen waren.

Der mittlere Rißabstand des abgeschlossenen Ribildes betrug etwa 13 cm. Eine Abhängigkeit zwischen Rißverlauf und Bewehrungsanordnung war nicht festzustellen. Bild 2.8 zeigt das abgeschlossene Rißbild im Vergleich zur Bewehrungsführung.



Bild 2.8: Rißbild Platte 1

## Platte 2

Platte 2 war mit einer unter  $45^\circ$  eingelegten R-Matte bewehrt. Dabei kam die Bewehrungslage mit den Stäben  $\varnothing 8$  mm oberflächennäher zu liegen. Während der Laststeuerung wurde die Kraft bis zu einer Last von 42 kN (+4,68 kN) in Stufen zu je 2 kN aufgebracht. Anschließend wurde auf Wegsteuerung umgeschaltet und weiter bis zum Bruch belastet. Die verhältnismäßig kleinen Lastschritte bei der Kraftsteuerung wurden gewählt, da ein schlagartiges Versagen der schwächeren Bewehrungslage vermieden werden sollte. Die Maximallast war mit 66,67 kN erreicht. Der Bruch des ersten Bewehrungsstabes erfolgte bei einer Last von 64,3 kN. Nachdem drei Stäbe der Lage mit  $\varnothing 5$  mm versagt hatten, wurde entlastet. Bei einer Last von etwa 34 kN (+4,68 kN) bildeten sich nahezu gleichzeitig rechts und links im Abstand von je ca. 15 cm von der Lasteinleitungslinie ein Riß. Kurz danach entstand ein zusätzlicher Riß direkt unter der Beanspruchungslinie, der sich im weiteren Verlauf am weitesten öffnete. Die Risse stellten sich im Mittel in Abständen von ca. 15 cm ein. Bild 2.9 zeigt das abgeschlossene Rißbild. Eine Abhängigkeit der Rißrichtung von der Bewehrungsrichtung war nicht festzustellen.

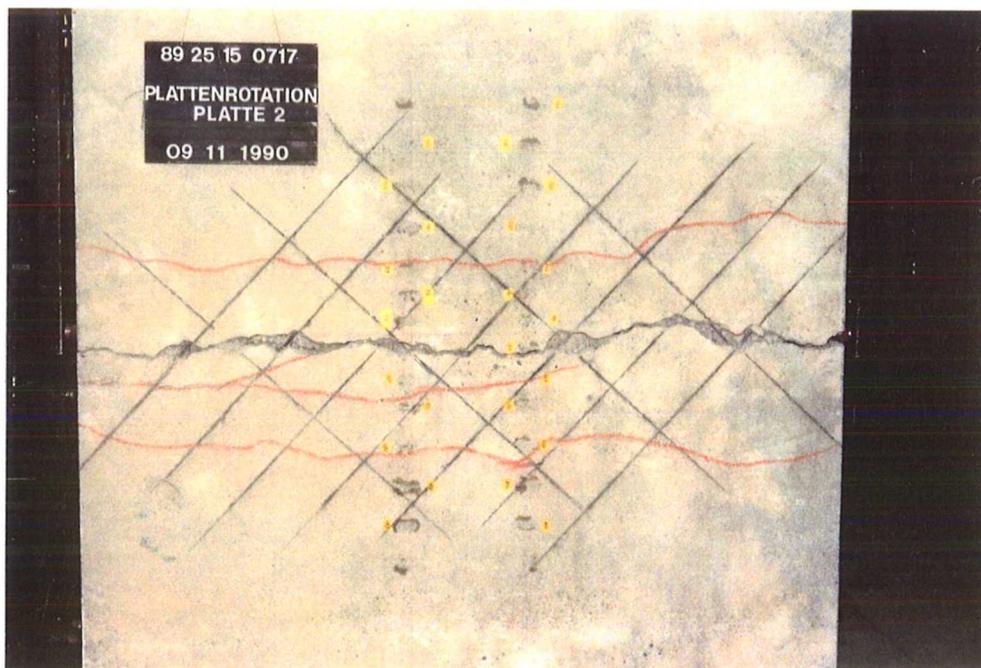


Bild 2.9: Rißbild Platte 2

**Platte 3**

Versuchskörper 3 war mit einer Q-Matte unter  $30^\circ/60^\circ$  bewehrt, wobei die Bewehrungslage, die unter  $30^\circ$  zur Tragrichtung verlief, oberflächennäher angeordnet war. Die Last wurde zunächst in vier Stufen zu je 10 kN und anschließend in weiteren vier Stufen zu je 5 kN aufgebracht. Bei einer Last von 60 (+ 4,68 kN) wurde von Kraft- auf Wegsteuerung umgeschaltet wobei die Last einen Höchstwert von 104,35 kN erreichte. Der erste Bewehrungsstab riß bei einer Last von 103,35 kN. Nach dem Bruch von zwei weiteren Stäben wurde entlastet. Der erste Riß, der sich später zum Hauptriß entwickelte, entstand bei einer Last von 40 kN (+4,68 kN) direkt unter der Lasteinleitung. Seine Richtung wich geringfügig von der Richtung der Hauptzugspannungen ab. Der mittlere Rißabstand ergab sich zu ca. 15 cm. Das abgeschlossene Rißbild ist in Bild 2.10 dargestellt.



Bild 2.10: Rißbild Platte 3

### Platte 4

Platte 4 war mit einer Q-Matte bewehrt, die in Tragrichtung verlegt wurde. Bis zu einer Last von 40 kN wurde die Beanspruchung kraftgesteuert in Stufen zu je 10 kN und von da an in Stufen von je 5 kN bis auf 75 kN aufgebracht. Anschließend wurde auf Wegsteuerung umgeschaltet. Die maximal ertragbare Auflast betrug 110,05 kN. Bei 105,03 kN Auflast versagte der erste Stab mit  $\varnothing$  8 mm. Entlastung erfolgte nach dem Bruch von 2 Stäben. Der sich zum Hauptriß entwickelnde erste Riß stellte sich bei einer Last von 45 kN (+4,68 kN) direkt unter der Lasteinleitung ein. Das in Bild 2.11 gezeigte Rißbild zeigt deutlich die Abhängigkeit zwischen Rißabstand und Querstababstand (15 cm).



Bild 2.11: Rißbild Platte 4

### Platte 5

Platte 5 war mit einer in Tragrichtung verlegten R-Matte bewehrt. Die Belastungsgeschichte war identisch mit der von Platte 4. Als maximale Last wurden 111,02 kN gemessen. Nach Bruch des ersten Stabes bei einer Last von 88,71 kN wurde entlastet.

Bei 40 kN ( +4,68 kN ) Auflast bildete sich der erste Riß direkt unter der Lasteinleitung, der sich im weiteren Verlauf auch zum Hauptriß entwickelte. Der Rißabstand ergab sich im Mittel zu ca. 15 cm. Bild 2.12 zeigt das abgeschlossene Rißbild.

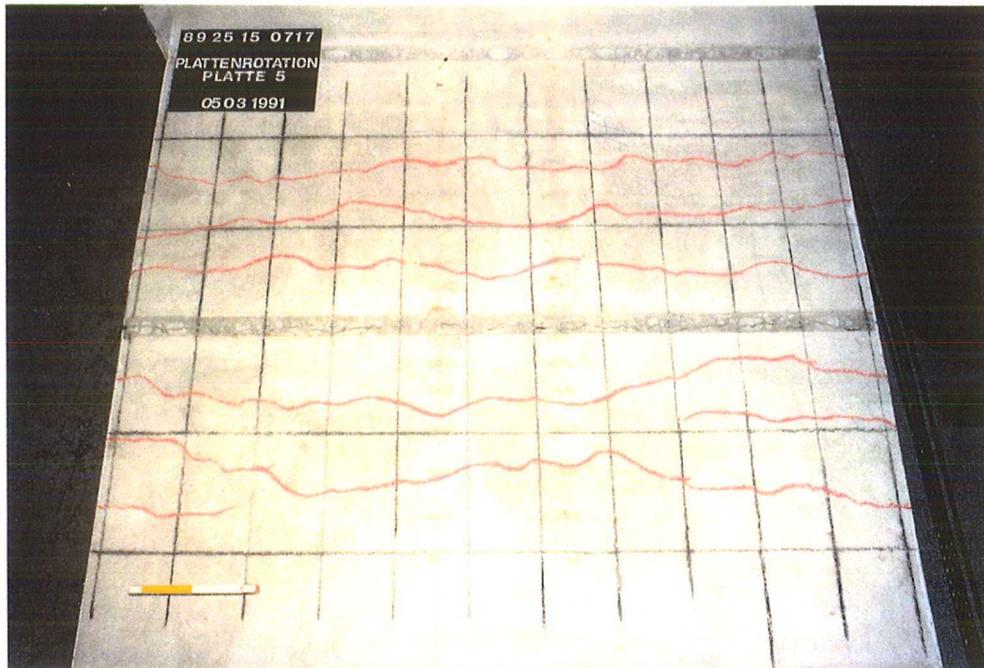


Bild 2.12: Rißbild Platte 5

## 2.8 Zusammenstellung der Meßergebnisse

Die Meßergebnisse sind in Form von Diagrammen in Anhang A dargestellt. Im einzelnen sind folgende Zusammenhänge aufgetragen:

Die Bilder A 1.1 bis A 2.5 zeigen den Beziehung zwischen Belastungsmoment und Rotationswinkel  $\theta$ . In den Diagrammen A 1.1 bis A 1.5 wurde  $\theta$  aus der Summe der Auflagerverdrehungen bestimmt, während für die Kurvenverläufe in den Bildern A 2.1 bis A 2.5 der Verdrehwinkel durch Integration über die, mit Hilfe der Meßwerte aus DMS und Wegaufnehmern errechneten Krummungen, ermittelt wurde.

Bild 2.7 zeigt die angenommene Krummungsverteilung für die Krummungsberechnung.

Die einzelnen Krümmungen ergeben sich nach Gleichung (2.1).  $l_i$  bezeichnet die Meßlänge der DMS bzw. Wegaufnehmer.

$$\kappa = \frac{|\epsilon_o| + \left| \frac{\delta l_i}{l_i} \right|}{19,5 \text{ mm}} \quad (2.1)$$

Die Größe der Auflast ergibt sich aus der mittels Kraftmeßdose gemessenen Größe zuzüglich des Gewichtes des Lasteinleitungsbalkens. Außerdem ist im Moment zusätzlich der Anteil aus Eigengewicht enthalten, weshalb die Momentenwerte nicht im Ursprung beginnen.

Die Differenz zwischen den beiden Rotationswinkeln ergibt sich aus den, im zweiten Verfahren fehlenden, weitgehend elastischen Krümmungsanteilen der äußeren Bereiche.

In den Bildern A 1.0 und A 2.0 sind die Moment-Gesamtrotation-Beziehungen der Platten I,II,IV und V vergleichend einander gegenübergestellt.

Die Verläufe der Last, aufgetragen über der Durchbiegung in Feldmitte, sind in den Bildern A 3.1 bis A 3.5 dargestellt. Bei der aufgetragenen Kraft ist wiederum das Eigengewicht des Lasteinleitungsbalkens berücksichtigt.

Die mit Hilfe der Wegaufnehmer näherungsweise ermittelten Rißweiten des Haupttrisses unter der Lasteinleitung mit der darüber aufgetragenen Last sind in den Diagrammen A 4.1 bis A 4.5 gezeigt.

Die Bilder A 5.1 bis A 5.5 zeigen die Verteilung der Dehnungen auf Plattenober- und Unterseite sowie die daraus berechneten Verläufe der Krümmungen entlang der Tragwerksachse. Es handelt sich dabei jeweils um die zwischen den beiden parallelen Meßachsen gemittelten Werte.

Die plastische Rotation, die in EC2 [2.3] als Nachweisgröße herangezogen wird, ist die Differenz zwischen maximal möglicher und elastischer Rotation. Der Wert für die maximale Verdrehung ist in der Literatur nicht einheitlich definiert. Derzeit wird in den Fachgremien noch über eine einheitliche Definition diskutiert. Während EC2 [2.3] die zum maximalen

Moment gehörige Rotation als die maximale definiert, setzen andere Forscher, wie z.B. Macchi[2.4], dafür die Verdrehung bei der nach Überschreiten des Peaks auf 95% der Maximalbelastung wieder abgefallenen Beanspruchung an.

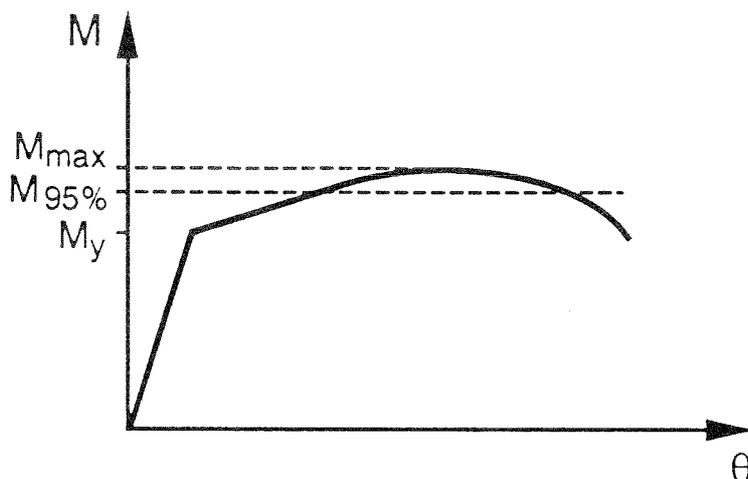


Bild 2.13: Definitionen der maximalen Rotation

In Tabelle 2.4 sind die gemessenen maximalen Rotationswinkel sowie die dazu gehörigen plastischen Verdrehwinkel zum maximalen Moment, zum Bruchmoment und zum oben erwähnten Moment bei auf 95% abgefallener Last eingetragen. Der zur Berechnung der plastischen Rotationen erforderliche elastische Verdrehwinkel  $\theta_y$  sowie das zugehörige Moment  $M_y$  wurden wie folgt bestimmt:

Aus den Bildern A 4.1 bis A 4.5 wurde die Last bei Erreichen der Streckgrenze des Stahls herausgelesen ( deutlicher Knick in der Kurve ) und damit, unter Berücksichtigung des Momentes aus Eigengewicht, das Belastungsmoment errechnet. Aus der Liste der Meßwerte wurde anschließend der zugehörige Rotationswinkel abgelesen.

Alle anderen Momente und Rotationswinkel  $\theta$  wurden direkt den Meßwerten entnommen. Die Bilder A 1.1 bis A 1.4 zeigen, daß die Moment-Rotations-Kurve nicht immer einen abfallenden Ast aufweist und somit nicht immer ein Maximalverdrehwinkel nach Macchi [2.4] angegeben werden kann.

In Tabelle 2.4 sind die Versuchsergebnisse zahlenmäßig zusammengestellt.

|                                  | Platte 1              | Platte 2              | Platte 3              | Platte 4              | Platte 5              |
|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $M_{\max}$ [kNm]                 | 57,147                | 37,138                | 55,999                | 58,851                | 59,335                |
| $\Theta_{\max}$ [rad]            | $7,751 \cdot 10^{-2}$ | $6,105 \cdot 10^{-2}$ | $6,610 \cdot 10^{-2}$ | $3,319 \cdot 10^{-2}$ | $3,249 \cdot 10^{-2}$ |
| $M_{95\%}$ [kNm]                 | -----                 | -----                 | -----                 | -----                 | 56,368                |
| $\Theta_{95\%}$ [rad]            | -----                 | -----                 | -----                 | -----                 | $4,247 \cdot 10^{-2}$ |
| $M_y$ [kNm]                      | 50,700                | 34,575                | 51,325                | 56,325                | 56,660                |
| $\Theta_y$ [rad]                 | $2,940 \cdot 10^{-2}$ | $1,990 \cdot 10^{-2}$ | $2,598 \cdot 10^{-2}$ | $1,751 \cdot 10^{-2}$ | $1,590 \cdot 10^{-2}$ |
| $M_{\text{Bruch}}$ [kNm]         | 57,000                | 37,138                | 55,125                | 54,750                | 48,375                |
| $\Theta_{\text{Bruch}}$ [rad]    | $7,920 \cdot 10^{-2}$ | $6,105 \cdot 10^{-2}$ | $6,801 \cdot 10^{-2}$ | $4,237 \cdot 10^{-2}$ | $5,041 \cdot 10^{-2}$ |
| $\Theta_{\text{pl,max}}$ [rad]   | $4,811 \cdot 10^{-2}$ | $4,115 \cdot 10^{-2}$ | $4,012 \cdot 10^{-2}$ | $1,568 \cdot 10^{-2}$ | $1,659 \cdot 10^{-2}$ |
| $\Theta_{\text{pl,95\%}}$ [rad]  | -----                 | -----                 | -----                 | -----                 | $3,195 \cdot 10^{-2}$ |
| $\Theta_{\text{pl,Bruch}}$ [rad] | $4,980 \cdot 10^{-2}$ | $4,115 \cdot 10^{-2}$ | $4,203 \cdot 10^{-2}$ | $2,486 \cdot 10^{-2}$ | $3,451 \cdot 10^{-2}$ |

Tabelle 2.4: Zusammenstellung der Versuchsergebnisse

## 2.9 Diskussion der Ergebnisse

### Erzielte Traglasten

Die Traglasten aller Platten, mit Ausnahme der von Platte 2, lagen sehr nahe beieinander, was mit Hilfe einer Näherungsrechnung mit den wirksamen Stahlflächen - siehe Anhang A - erklärt werden kann. Danach sind die wirksamen Stahlflächen in den Platten 1,3,4 und 5 näherungsweise identisch.

Die bei Platte 2 erreichte Traglast war aufgrund des geringeren Bewehrungsgrades deutlich geringer als bei den übrigen Versuchen.

## Rißbilder

Die bei den Versuchen erhaltenen Rißbilder zeigen keine deutliche Abhängigkeit von der Bewehrungsrichtung. Allerdings muß dazu angemerkt werden, daß die hier verwendete Versuchsanordnung nicht dafür geeignet ist, den Einfluß einer schräg zur Tragrichtung eingelegten Bewehrung auf die Rißbildung zu studieren. Vielmehr müßte dazu eine Anordnung, wie die von Ebner[2.2] ( Plattenstreifen auf zwei Linienlagern, belastet durch zwei Linienlasten in den Drittelpunkten ) gewählt werden, die einen Bereich konstanten Momentes liefert.

Das Rißbild der schrägbewehrten Platten 1,2 und 3 ist weniger gleichmäßig als bei den in Tragrichtung bewehrten. Die Risse verliefen meist senkrecht zu den Hauptzugspannungen. Offenbar ist der Einfluß einer so schwachen Bewehrung auf die Rißbildung zu gering um die bei Erstrißbildung entstandene Rißrichtung zu verändern.

Der Rißabstand betrug im Mittel 15 cm. Bei Platte 4 war eine deutliche Abhängigkeit zwischen Maschenweite ( 15cm ) und Rißabstand zu erkennen. Die Risse verliefen entlang der Querstäbe.

Der Bruch von Bewehrungsstäben erfolgte nur im Hauptriß direkt unter der Lasteinleitung. Die zu diesem Hauptriß gehörigen Rißweiten lassen sich mit Hilfe der darüber angeordneten Wegaufnehmer ermitteln. Im Gebrauchszustand (  $M = 27,1 \text{ kNm}$  ) wurden bei Platte 1 etwa dreimal so große Rißbreiten gemessen wie bei Platte 4 bzw. 5. Der Wert für Platte 3 lag dazwischen. Die Berechnung der Gebrauchslast ist in Anhang A gezeigt.

## Rotationen, Verformungen

Die Rotationen bzw. Verformungen bei Platte 1 erreichten etwa die doppelten Werte im Vergleich zu Platte 4 bzw. 5.

Platte 3 verhielt sich aufgrund der, im Hinblick auf die Tragrichtung, günstiger verlegten Bewehrung, steifer als Platte 1. Die zugehörigen Verformungen lagen zwischen denen von Platte 1 und Platte 4 bzw. 5.

Bild 2.14 zeigt die Momenten-Gesamtrotations-Kurven von mit Q-Matten bewehrten Platten 1, 3 und 4 im Vergleich.

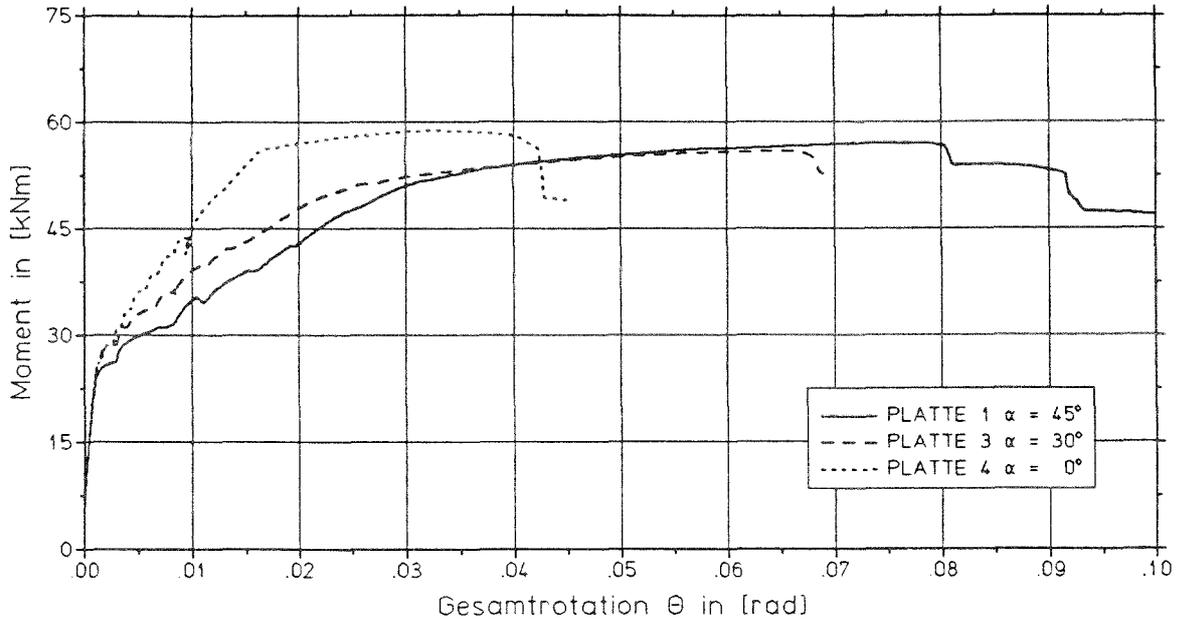


Bild 2.14: Gesamtrotationen bei den mit Q-Matten bewehrten Platten

Trägt man für die mit Q-Matten bewehrten Platten den Gesamtrotationswinkel  $\Theta$  über dem Abweichungswinkel  $\alpha$  auf (Bild 2.15), so scheint zwischen beiden Größen ein linearer Zusammenhang zu bestehen. Eine definitive Aussage dazu ist jedoch aufgrund der geringen Anzahl von Versuchen nicht möglich.

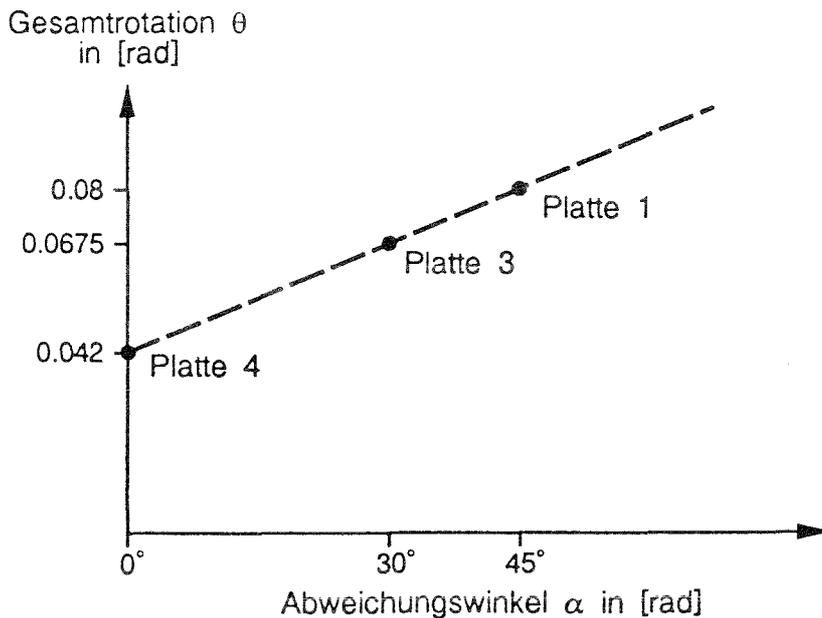


Bild 2.15: Zusammenhang zwischen  $\Theta$  und  $\alpha$  für Platten mit isotroper Bewehrung

Die deutlich größeren Verformungen bei schräger Bewehrungsanordnung können mit den kinematisch erforderlichen Ausgleichsverformungen infolge Rißöffnung erklärt werden.

Geht man davon aus, daß der Riß von dem Bewehrungsnetz in einem Winkel ungleich  $90^\circ/0^\circ$  und ungleich  $45^\circ/45^\circ$  gekreuzt wird, so entsteht im Riß aufgrund der im allgemeinen unterschiedlichen Kräfte in den Bewehrungslagen eine Horizontalkraft, die bestrebt ist, die Rißufer gegeneinander parallel zu verschieben. Es kann nach Lardi[2.5],[2.6] davon ausgegangen werden, daß diese Horizontalkraft auch im Bruchzustand durch die Verdübelungswirkung der Bewehrung und durch die intakte Druckzone sicher aufgenommen wird, so daß keine parallele Verschiebung der Rißufer stattfindet. Die Beobachtungen in den Versuchen bestätigen dies.

Der durch die Rißöffnung hervorgerufene parallele Versatz der Bewehrungsstabachse muß im Rißbereich durch Verformungen des Betons und des Stahls ausgeglichen werden. D.h., ein den Riß kreuzender Bewehrungsstab erfährt neben der Zug- zusätzlich eine Biegebeanspruchung. Der Beton wird im spitzeren Winkel lokal stark auf Druck beansprucht und zum Teil sogar zerstört.

Infolge dieser Mechanismen, deren Anteile an der Gesamtverformung vom Kreuzungswinkel der Bewehrung, von den Materialfestigkeiten, sowie vom Stabdurchmesser der Bewehrung bestimmt werden, entsteht ein mehr oder weniger stark S-förmiger Verlauf des Stabes im Rißbereich. Das bedeutet, daß allein aufgrund der kinematischen Ausgleichsverformungen die Rißbreiten und damit die Rotationen schräg bewehrter Platten größer sind als bei vergleichbaren in Tragrichtung bewehrten Platten.

Hinzu kommt, daß im Bruchzustand, aufgrund der größeren Zerstörung im Rißbereich, ein größerer Teil des Bewehrungsstabes in dem verbundfreien Bereich liegt und plastisch verformt wird und somit größere Rotationen erreicht werden.

Eine Untersuchung der Hauptrisse nach dem Versuch ergab, daß sich den Riß kreuzende Stäbe in Tragrichtung ausgerichtet hatten und der Beton im spitzeren Winkel ausgebrochen war. Ursprünglich rechte Winkel an im Riß liegenden Knoten der Bewehrungsmatte hatten sich verkleinert.

Das bedeutet, daß die deutlich größere Rotationsfähigkeit vergleichbar bewehrter Platten bei schräg zum Riß verlaufender Bewehrung mit einer ebenfalls deutlichen Vergrößerung der Rißbreiten einhergeht.

### **3. Das numerische Modell**

#### **3.1 Allgemeines**

Wirklichkeitsnahe, das heißt nichtlineare Berechnungen von Tragwerken im Stahlbetonbau werden derzeit hauptsächlich mit der Methode der Finiten Elemente durchgeführt. Voraussetzung dafür sind, neben einer problemgerechten Elementwahl, genügend gute Annahmen für die Eingangsparameter Material und Geometrie.

Im Stahlbetonbau bedeutet dies, daß zum einen das statische System und zum anderen das Verhalten der Werkstoffe Stahl und Beton sowie deren Zusammenwirken dem zu lösenden Problem entsprechend modelliert werden müssen. Der realistischen Berücksichtigung des Zusammenwirkens beider Werkstoffkomponenten, des sogenannten Verbundes, kommt bei den hier interessierenden Verformungsberechnungen besondere Bedeutung zu.

Als Grundlage für die im Rahmen dieses Forschungsvorhabens durchgeführten Berechnungen diente das von Stempniewski[3.1] am Institut entwickelte Finite-Elemente-Programm BEFLEX. Das darin implementierte Schalenelement kann wegen seiner Allgemeingültigkeit auch zur Berechnung von Scheiben- und Plattentragwerken verwendet werden. Wenn sich eine Platte merklich durchbiegt entspricht ihr Verhalten in Wirklichkeit dem einer Schale. Die Struktur ist dann gekrümmt, sodaß sowohl Biege- als auch Membranspannungen auftreten.

Das Werkstoffverhalten des Betons wird mit dem von Kompfner[3.2] und Stempniewski[3.1] modifizierten biaxialen Stoffgesetz von Darwin/Pecknold[3.3] beschrieben.

Zur genaueren Erfassung der Verbundwirkung zwischen Beton und Stahl wurde ein kombiniertes Stahl-Verbundgesetz in das Programm implementiert. Es beschreibt den Zusammenhang zwischen der über den mittleren Rißabstand gemittelten Stahldehnung und der reinen Stahldehnung im Riß.

In den folgenden Abschnitten werden die Ableitungen des Elementes und der Materialmodelle nur soweit wiedergegeben wie sie zum Verständnis notwendig sind. Für weitere Einzelheiten wird auf [3.1] und [4.3], sowie auf die einschlägige Literatur zum Thema der Finiten Elemente wie z.B. Bathe[3.4] und Zienkiewicz[3.5] verwiesen.

### 3.2 Isoparametrisches Platten-/Schalenelement

Bei dem hier verwendeten Element zur räumlichen Diskretisierung der Stahlbetonstruktur handelt es sich um ein degeneriertes, geschichtetes Acht-Knoten-Schalenelement dem ein isoparametrisches Verschiebungsmodell zugrunde liegt. Das bedeutet, Geometrie und Verschiebungsfeld werden mit dem gleichen quadratischen Ansatz interpoliert. Es wurde unter folgenden Voraussetzungen direkt aus der dreidimensionalen Kontinuumsmechanik abgeleitet:

- Normalspannungen in Dickenrichtungen sind Null
- Verzerrungen in Normalenrichtung sind vernachlässigbar
- Ebene Schalenquerschnitte bleiben eben (Bernoulli-Hypothese). Schubverzerrungen werden jedoch berücksichtigt

Jeder Knoten des Elementes besitzt aufgrund der Annahmen der Schalentheorie fünf Freiheitsgrade.

Allgemein lautet die inkrementelle Form des Gleichgewichts, abgeleitet nach dem Prinzip der virtuellen Verrückungen (siehe Bathe[3.4], Bathe/Ramm/Wilson[3.6]):

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(i-1)} \cdot \Delta \mathbf{u}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(i-1)}$$

$$\text{und } {}^{t+\Delta t} \mathbf{u} = \mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}^{(i)}$$

Darin sind

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(i-1)} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} dV \quad \text{Inkrementelle Steifigkeitsmatrix}$$

$$\Delta \mathbf{u}^{(i)} \quad \text{Vektor der Inkremente (i) in den Knotenverschiebungen}$$

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{R} \quad \text{Vektor der äußeren Knotenkräfte}$$

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(i-1)} = \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\tau} dV \quad \text{Vektor der äußeren Knotenkräfte, die den Elementspannungen } \boldsymbol{\tau} \text{ zum Zeitpunkt } t + \Delta t \text{ und dem Inkrement (i-1) äquivalent sind}$$

Die Matrix **B** ist die gewöhnliche Verschiebungs-Verzerrungs-Matrix aus [3.4,3.6].

In die konstitutive Matrix **C** und in den Cauchy'schen Spannungsvektor  $\tau$  gehen die Werkstoffeigenschaften des Stahlbetons ein.

Die Lösung zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  ergibt sich somit als Summe der berechneten Inkremente  $\Delta u^{(i)}$  zur Lösung zum Zeitpunkt  $t$ .

Die Integrale in Gleichung (3.1) werden numerisch berechnet.

$$\int_V (\dots) dV = \overbrace{\sum_i w_i \cdot \sum_j w_j}^{\text{Oberflächenrichtung}} \cdot \underbrace{\sum_k w_k}_{\text{Dickenrichtung}} (\dots) \det |J| \quad (4.25) \quad (3.2)$$

Die Integration in der Ebene erfolgt mit Hilfe der Gauß'schen Quadraturformel mit den Wichtungsfaktoren  $w_i, w_j$  nach Zienkiewicz[3.5]. In Dickenrichtung wird die Integration für die Beton- und Stahlschichten getrennt durchgeführt. Für den Beton wird die Integrationsformel von Lobatto-Bouzit (Engels)[3.7] verwendet, bei der sich die Mehrzahl der Stützstellen im oberen bzw. unteren Drittel des Querschnittes befinden. Bild 3.1 zeigt die Anordnung der Stützstellen sowie die Wichtungsfaktoren für Beton und Stahl. Der Wichtungsfaktor einer Stahlschicht entspricht dem Verhältnis der Dicke der Stahlschicht zur halben Querschnittshöhe. Die Stützstellen  $t_k$ , gemessen von der Querschnittsmitte, geben die Lage der jeweiligen Schicht bezogen auf die halbe Querschnittshöhe wieder.

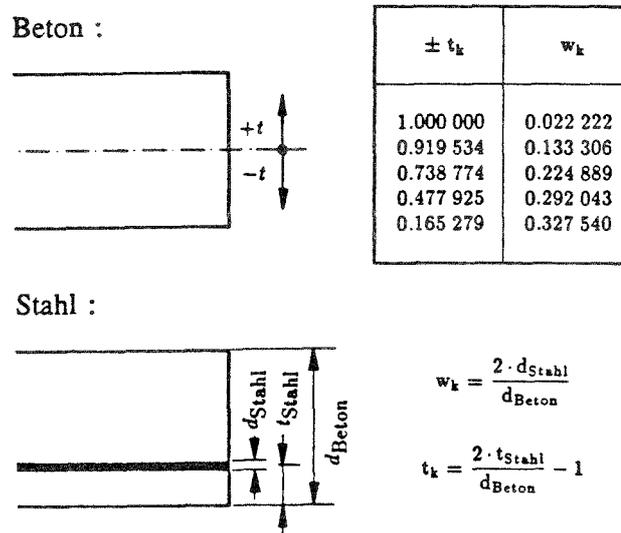


Bild 3.1: Stützstellen und Wichtungsfaktoren für die Integration in Dickenrichtung

### 3.3 Materialmodelle

Den folgenden Erläuterungen zu den konstitutiven Beziehungen des Stahlbetons liegen folgende Annahmen zugrunde:

- Beton und Stahl werden in einem "geschichteten" Element (Schichtenmodell) zusammengefaßt
- Risse im Beton werden im Element "verschmiert"
- Der Verbund, d.h. die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen, wird in Form einer modifizierten Stahllinie berücksichtigt
- Das Verhalten des Querschnitts wird durch eine Integration der Schichten erfaßt

#### 3.3.1 Das Werkstoffgesetz für den Beton

Die dem hier verwendeten Schichtenmodell zugrunde liegende Idee ist es einen eigentlich dreidimensionalen Spannungszustand durch Aufteilung einer Dimension in einzelne dünne Schichten näherungsweise in mehrere zweidimensionale Spannungszustände zu überführen. Spannungen und Verformungen in Dickenrichtung werden hierbei vernachlässigt.

Das in diesem Programm verwendete biaxiale Betonstoffgesetz basiert auf dem "equivalent uniaxial strain" Konzept von Darwin/Pecknold[3.3]. Es handelt sich dabei um ein auf der Elastizitätstheorie aufbauendes und zur Berücksichtigung des nichtlinearen, inelastischen und orthotropen Verhaltens von Stahlbeton inkrementell formuliertes Materialgesetz.

Kompfner[3.2] erweiterte das ursprünglich nur für proportionale Belastungen gültige Gesetz auf nichtproportionale Belastungen.

Sowohl das Modell von Darwin/Pecknold[3.3] als auch das von Kompfner[3.2] gehen davon aus, daß sich bei einem offenen Riß der noch mögliche zweite Riß senkrecht zum ersten einstellt, obwohl die Übertragung von Schubspannungen durch die konstitutiven Gleichungen erlaubt ist. Diese Näherung kann zu einer Überschätzung der Traglast führen. Stempniewski[3.1] modifizierte das Gesetz dahingehend, daß sich der zweite Riß nicht notwendigerweise senkrecht zum ersten bilden muß und sich zudem die erstmals eingestellte

Hauptdehnungsrichtung noch während der Belastung ändern kann.

Darwin/Pecknold[3.3] modellieren den biaxialen Spannungszustand näherungsweise durch zwei äquivalente einachsige Spannung-Dehnung-Beziehungen für die zwei Hauptspannungsrichtungen. Die Biaxialität, d.h. der Querdehneffekt, wird nur über die Querdehnnzahl berücksichtigt. Für orthotropes Materialverhalten können die biaxialen Stoffbeziehungen des ebenen Spannungszustandes für die Hauptrichtungen wie folgt angeschrieben werden:

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\sigma_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} E_1 & \nu\sqrt{E_1 E_2} & 0 \\ \nu\sqrt{E_1 E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu^2)G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_{11} \\ d\epsilon_{22} \\ d\epsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Darin ist  $\nu$  die von Darwin/Pecknold[3.4] eingeführte äquivalente Querdehnnzahl.

$$\nu = \sqrt{\nu_1 \cdot \nu_2} \quad (3.4)$$

Die äquivalente einachsige Verzerrung für die  $i$ -te Hauptrichtung ergibt sich für den nichtlinearen Werkstoff zu:

$$\epsilon_{iu} = \sum_k d\epsilon_{iu} \quad (k = 1, \dots, \text{Lastinkremente}) \quad d\epsilon_{iu} = \frac{d\sigma_i}{E_i} \quad (i = 1, 2) \quad (3.5)$$

$d\epsilon_{iu}$  stellt dabei die inkrementelle äquivalente einachsige Verzerrung dar.

Durch Einführung einer äquivalenten einachsigen Verzerrung wird in erster Linie der Querdehneffekt eliminiert, sodaß für jede Richtung  $i$  eine einachsige  $\sigma$ - $\epsilon$  Kurve verwendet werden kann, aus der der zugehörige Tangentenmodul entnommen wird.

Analog zu Darwin/Pecknold[3.3] wird der ansteigende Ast der einachsigen  $\sigma$ - $\epsilon$  Beziehung im Druckbereich durch die Saenz-Kurve[3.8] (siehe Bild 3.2) beschrieben, während der abfallende Ast im Druckbereich und der Ast im Zugbereich jeweils als Gerade abgebildet werden.

Der Verlauf der einachsigen  $\sigma$ - $\epsilon$  Kurve wird durch die Spannung  $\sigma_{iu}$  und durch die Deh-

nungen  $\epsilon_{iu}$  und  $\epsilon_u$  festgelegt.

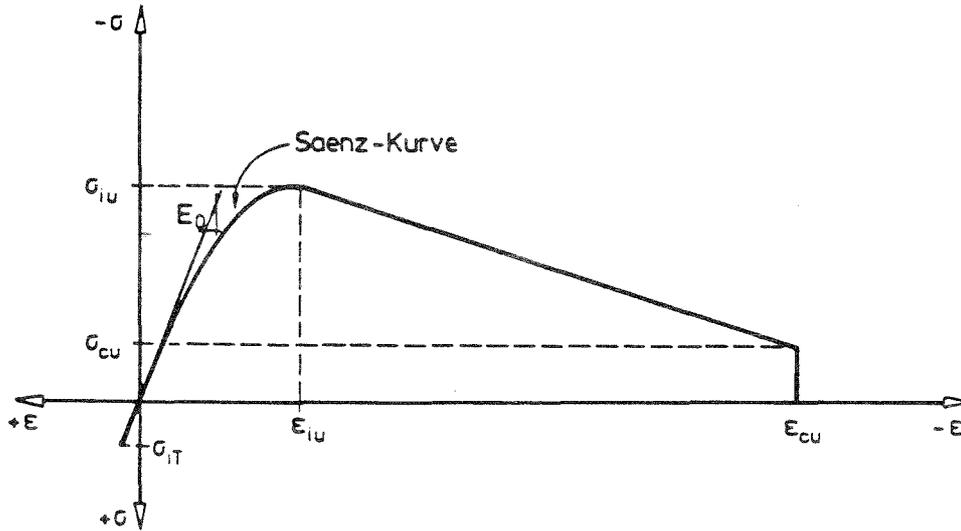


Bild 3.2: Äquivalente einachsige  $\sigma$ - $\epsilon$ -Kurve

Die Werte für die Spannungen  $\sigma_{iu}$  werden der biaxialen Versagenkurve von Kupfer/Gerstle[3.9] entnommen.

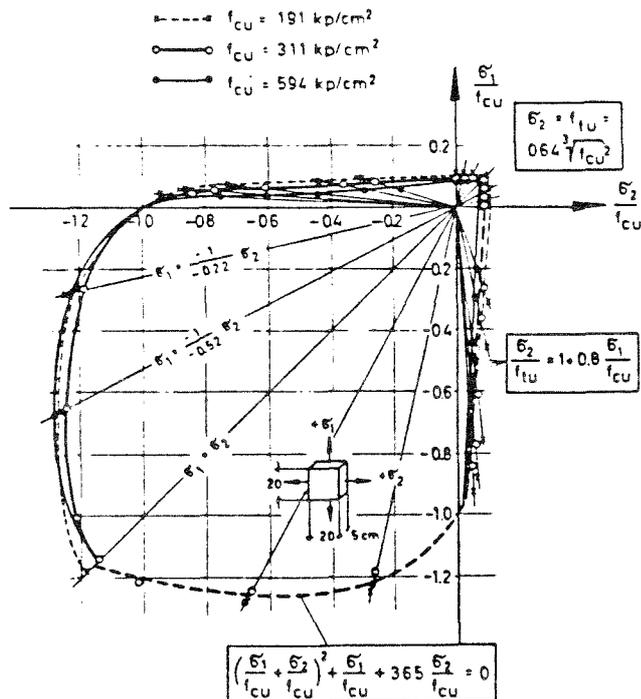


Bild 3.3: Zweiachsiale Versagenkurve nach Kupfer/Gerstle[3.9]

Im Druck-Druck-Bereich geben Kupfer/Gerstle[3.9] den Verlauf der Versagenskurve wie folgt an.

$$\left(\frac{\sigma_1}{\beta_C} + \frac{\sigma_2}{\beta_C}\right)^2 - \frac{\sigma_2}{\beta_C} - 3,65 \cdot \frac{\sigma_1}{\beta_C} = 0 \quad (3.6)$$

Führt man den Faktor  $\alpha$  als Verhältnis von  $\sigma_1$  zu  $\sigma_2$  ein, so läßt sich Gleichung(3.6) so umformen, daß die beiden Druckspannungen  $\sigma_1$  zu  $\sigma_2$  nur in Abhängigkeit von  $\alpha$  und der einachsigen Betondruckfestigkeit  $\beta_c$  angegeben werden kann.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{2c} = \frac{1 + 3,65 \cdot \alpha}{(1 + \alpha)^2} \cdot \beta_C \\ \sigma_{1c} = \alpha \cdot \sigma_{2c} \end{array} \right\} \sigma_1 < 0 \quad \wedge \quad \sigma_2 < 0 \quad (3.7)$$

Abweichend von der oben genannten Versagenskurve, die bei wachsender Druckfestigkeit eine lineare Abnahme der Zugfestigkeit angibt, wird, in Anlehnung an Darwin/Pecknold, im Druck-Zug-Bereich vereinfachend eine konstante Zugfestigkeit angesetzt.

Gemäß der Versagenskurve von Kupfer/Gerstle[3.9] kann die aufnehmbare Restdruckfestigkeit bei steigendem Querkzug bis auf Null abnehmen. Für bewehrten Beton ist dies jedoch unrealistisch, da bei ausreichender Bewehrung die Struktur durch die Bewehrung zusammengehalten wird und die zwischen den Rissen verbleibenden Betonsäulen weiterhin in der Lage sind Druckkräfte zu übertragen. Die verbleibende Restdruckfestigkeit wird daher auf mindestens 65% der einachsigen Druckfestigkeit festgelegt.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{2c} = \frac{1 + 3,28 \cdot \alpha}{(1 + \alpha)^2} \cdot \beta_C \\ \text{aber } \sigma_{2c} \geq 0,65 \cdot \beta_C \\ \sigma_{1t} = \beta_Z \end{array} \right\} \sigma_2 < 0 \quad \wedge \quad \sigma_1 > 0 \quad (3.8)$$

Im Zug-Zug-Bereich wird analog zu Kupfer/Gerstle[3.9] eine konstante Zugfestigkeit angesetzt.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{1t} = \beta_Z \\ \sigma_{2t} = \beta_Z \end{array} \right\} \sigma_1 > 0 \quad \wedge \quad \sigma_2 > 0 \quad (3.9)$$

Zur Bestimmung der zu jeweiligen maximalen Druckspannung  $\sigma_{iu}$  gehörigen Dehnung geben Darwin/Pecknold[3.3] die folgenden Gleichungen an:

$$\epsilon_{ic} = \begin{cases} \epsilon_0 \cdot \left[ -1,60 \left( \frac{\sigma_{ic}}{\beta_C} \right)^3 + 2,25 \left( \frac{\sigma_{ic}}{\beta_C} \right)^2 + 0,35 \left( \frac{\sigma_{ic}}{\beta_C} \right) \right] & |\sigma_{ic}| \leq |\beta_C| \\ \epsilon_0 \cdot \left[ 3 \left( \frac{\sigma_{ic}}{\beta_C} \right) - 2 \right] & |\sigma_{ic}| > |\beta_C| \end{cases} \quad (3.10)$$

Inkrementelles Vorgehen beim Materialgesetz erfordert eine tangentielle Formulierung für die Querdehnzahl. Darwin/Pecknold[3.3] schlagen dafür folgende Werte vor:

$$\begin{array}{l} \nu = \nu_0 \quad \text{im Druck-Druck und Zug-Zug Bereich} \\ \text{sonst} \end{array} \quad (3.11)$$

$$\nu = \nu_0 + 0,6 \left( \frac{\sigma_2}{\beta_C} \right)^4 + 0,4 \left( \frac{\sigma_1}{\beta_Z} \right)^4 \quad \text{aber } \nu \leq 0,99$$

Im Falle nichtproportionaler Belastung ändert sich von einem Lastschritt zum anderen, das Verhältnis der Hauptspannungen  $\sigma_1/\sigma_2$  und damit auch die maximalen Druckspannungen aus der Versagenskurve (vgl. Bild 3.3). Eine Änderung der maximalen Druckspannung bewirkt, wie oben erläutert, eine Modifizierung des einachsigen  $\sigma$ - $\epsilon$  Diagramms. Das bedeutet, daß in zwei aufeinanderfolgenden Lastschritten zwei verschiedene  $\sigma$ - $\epsilon$  Beziehungen gültig sind und daß zu einem Wert  $\epsilon_i$  in zwei aufeinanderfolgenden Lastschritten zwei verschiedene Werte  $\sigma_i$  gehören.  $\sigma_i$  gehört zum Gleichgewichtszustand und muß beibehalten werden. Dem-

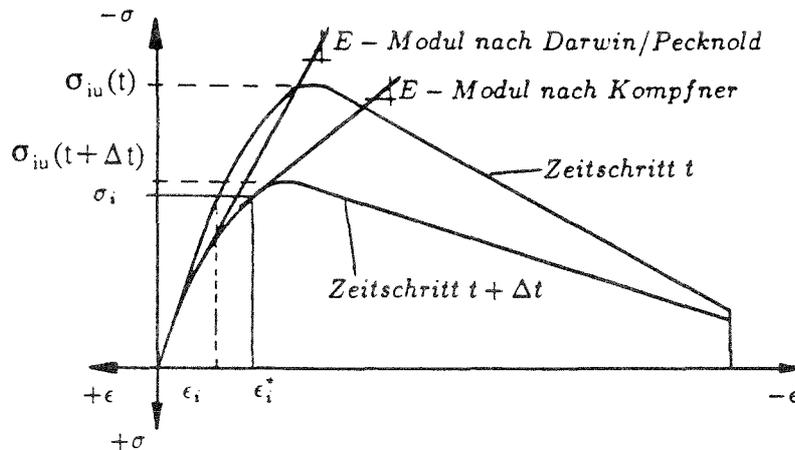


Bild 3.4: Äquivalente einachsige  $\sigma$ - $\epsilon$ -Kurve für nichtproportionale Belastung

zufolge muß zu  $\sigma_i$  eine neue, aktuelle Dehnung  $\epsilon_i^*$  bestimmt werden. Diese aktuelle Dehnung  $\epsilon_i^*$  wird aus dem aktuellen  $\sigma$ - $\epsilon$  Diagramm entnommen und der zur Erstellung der aktuellen Steifigkeitsmatrix notwendige Tangentenmodul berechnet.

Überschreitet die Zugspannung die Zugfestigkeit des Betons, entsteht ein Riß senkrecht zur entsprechenden Hauptachse. Der E-Modul für diese Richtung wird in der konstitutiven Matrix zu Null gesetzt. Die Übertragung von Schubspannungen parallel zum Riß ist weiterhin möglich. Der tangentielle Schubmodul wird auf die Hälfte der Dehnsteifigkeit der ungerissenen Richtung reduziert.

Ermittelt man nun aus dem aktuellen Dehnungszustand im gerissenen Zustand die Richtungen der resultierenden Dehnungshauptachsen, so werden diese im allgemeinen gegenüber den Spannungshauptrichtungen unmittelbar vor dem Reißen abweichen. Diese Drehung wird hauptsächlich durch die vorhandene Bewehrungsanordnung hervorgerufen. Die Rißrichtung kann sich also im Verlauf der Berechnung ändern.

Zur Bestimmung des zweiten Risses wird ein zusätzliches Rißkriterium eingeführt. In einem Sektor zwischen  $60^\circ$  und  $120^\circ$  zum ersten Riß wird die maximale Hauptspannung errechnet. Senkrecht dazu entsteht der zweite Riß und die Schubübertragung wird zu Null gesetzt. Wird eine Rißdehnung kleiner oder gleich Null, so gilt der Riß als geschlossen. Der Werkstoff kann in dieser Richtung keine Zugspannungen mehr aufnehmen. Eine Aufnahme von Druckkräften ist jedoch wieder möglich.

### 3.3.2 Kombiniertes Stahl- und Verbundgesetz

An die Abbildung des Verbundes in FE-Berechnungen werden je nach Aufgabenstellung unterschiedlich hohe Anforderungen gestellt. Eine problemgerechte Verbundformulierung wird sowohl durch die zu untersuchende Struktur als auch durch die Zielsetzung der Berechnung bestimmt. So hat bei der rechnerischen Untersuchung eines Versuchskörpers für Verbundversuche das verwendete Verbundmodell eine wesentlich größere Bedeutung, als bei Verformungsberechnungen für eine Platte des allgemeinen Hochbaus. Die Zielsetzung in beiden Fällen ist sehr unterschiedlich. Während im ersten Fall die mikroskopische Erforschung der Grundlagen des Werkstoffverhaltens von Stahlbeton, wie z.B. Rißentstehung von Interesse sind, stehen bei der Berechnung der Platte das globale Verhalten der Struktur und die Ermittlung von Schnittgrößen und Verformungen im Vordergrund.

Keuser[3.10] teilt die Verbundformulierungen in vier Klassen ein und beschreibt die Art der Diskretisierung, sowie das zugehörige Verbundmodell. Danach bietet sich für die im Rahmen dieser Arbeit durchzuführenden Verformungsberechnungen bei Stahlbetonplatten des allgemeinen Hochbaus die "indirekte" Berücksichtigung der Verbundwirkung an.

Indirekt bedeutet, daß die Verbundwirkung, respektive die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen, durch eine Modifizierung des Beton- bzw. Stahlwerkstoffgesetzes in der Berechnung berücksichtigt wird. Bei dieser Art der Verbundabbildung werden über den Rißabstand gemittelten Verhältnisse betrachtet. Die Bewehrung wird durch eine Stahlschicht gleichen Querschnittes abgebildet und die Rißweiten werden über das Element "verschmiert", wobei die Elementlänge größer als der mittlere Rißabstand ist.

Die Mitwirkung des Betons auf Zug, das sogenannte Tension Stiffening, entsteht durch die Verbundwirkung zwischen Bewehrung und dem umgebenden Beton. Der Stahl gibt über den Verbund auf der Länge des halben Rißabstandes (bei gleicher Stahlspannung in zwei benachbarten Rissen) einen Teil der Zugkraft an den Beton ab. Im gleichen Maße wie die Betonspannungen mit zunehmendem Abstand vom Riß ansteigen, fallen die Stahlspannungen und -dehnungen ab. Es entsteht ein girlandenförmiger Verlauf von Stahlspannung und Stahldehnung.

Mittelt man die Stahldehnung über den Rißabstand, so ist diese mittlere Dehnung deutlich

geringer als die Stahldehnung im Riß. Bild 3.5 zeigt diese Zusammenhänge.

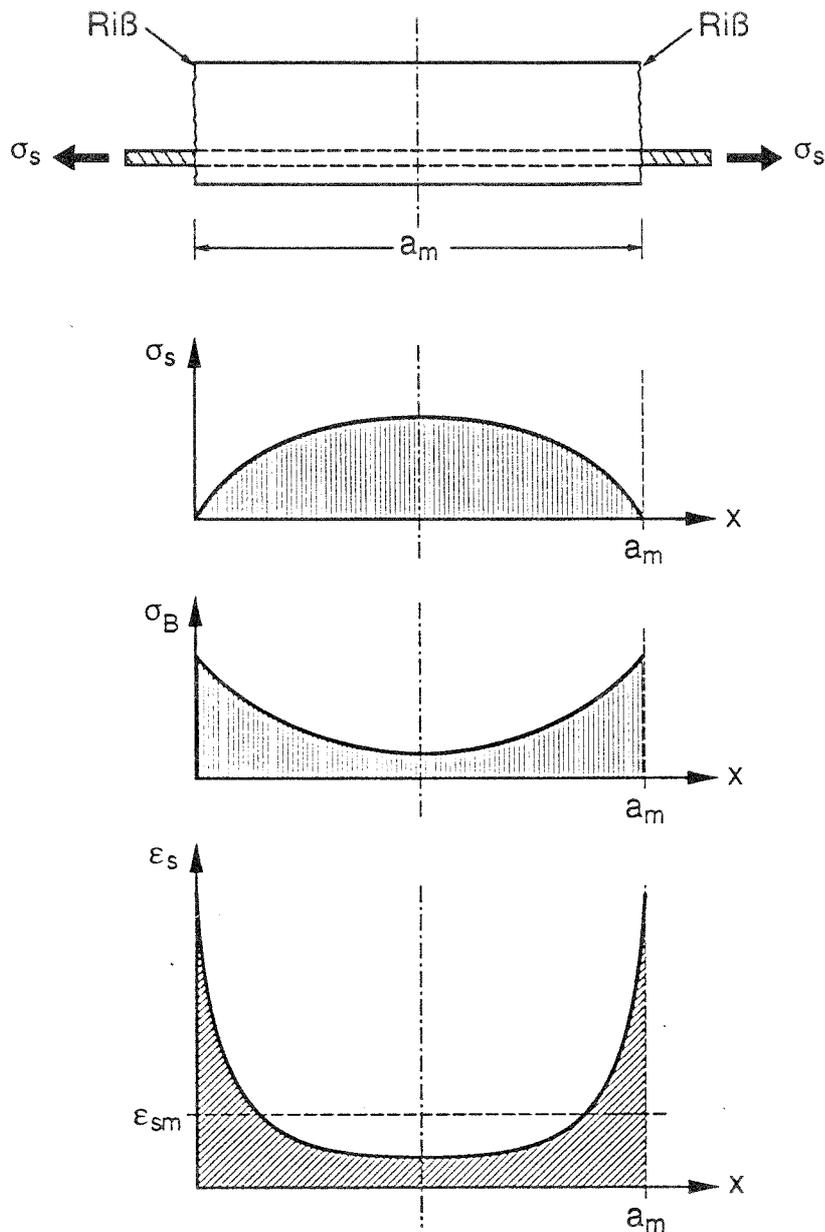


Bild 3.5 : Verlauf von Stahlspannung, Stahldehnung und Betonspannung auf der Länge des Rißabstandes

Im Werkstoffgesetz des Betons kann Tension Stiffening in Form eines abfallenden Astes nach Überschreiten der Zugfestigkeit modelliert werden. Dieser abfallende Ast definiert, jeweils

über die Risse hinweg betrachtet, die mittlere Spannung im Beton in Abhängigkeit von der mittleren Dehnung.

Ebenso kann die zugversteifende Wirkung des Betons in der Arbeitslinie des Stahls durch einen modifizierten Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung berücksichtigt werden. Diese fiktive Stahlkennlinie gibt die Beziehung zwischen Stahlspannung im Riß und mittlerer Dehnung, also der über den Rißabstand gemittelten Dehnung, an (siehe Bild 3.7).

In den folgenden Ausführungen wird nur die Variante der modifizierten Stahlarbeitslinie zur Berücksichtigung der Verbundwirkung weiter verfolgt. Die Vorteile dieser Methode sind:

- Das von Natur aus kompliziertere biaxiale Betonstoffgesetz kann unabhängig von den Verbundverhältnissen formuliert werden. Alle Einflüsse des Verbundes werden in der fiktiven Stahlkennlinie berücksichtigt.
- Der Beton beteiligt sich aufgrund der Verbundwirkung zwischen Stahl und umgebendem Beton an der Aufnahme Zugkraft in der Zugzone eines Stahlbetonquerschnittes. Im Riß muß jedoch die gesamte Zugkraft von der Bewehrung aufgenommen werden. D.h., für die Einhaltung des Gleichgewichtes im Riß ist die Stahlspannung maßgebend.  
Bei der Verwendung eines abfallenden Astes im Betonstoffgesetz ergeben sich mittlere Stahl- und Betonspannungen. Zur Überprüfung des Gleichgewichtes ist also zusätzlich die Stahlspannung im Riß zu bestimmen, was besonders bei mehrlagigen Bewehrungsnetzen einen erhöhten Aufwand bedeutet. Arbeitet man mit einer modifizierten Stahlkennlinie, so wird immer mit der Stahlspannung im "verschmierten" Riß gerechnet.
- Bei Berücksichtigung von Tension Stiffening im Betonmodell wird die zugversteifende Wirkung senkrecht zur Rißrichtung, d.h. nicht immer, wie bei Einarbeitung ins Stahlgesetz, in Richtung ihrer Ursache angesetzt.

Grundlage für die Erstellung eines solchen modifizierten Werkstoffgesetzes ist ein Verbundgesetz, das für die Bestimmung des Spannungs- und Dehnungsverlaufes zwischen

den Rissen benötigt wird.

Das "Werkstoffgesetz" des Verbundes stellt einen Zusammenhang zwischen der Verbundspannung  $\tau$  und der Relativverschiebung  $\Delta$  zwischen Beton und Bewehrungsstab, dem sogenannten "Schlupf" dar. Dabei wird die Verbundspannung als über den Umfang des Bewehrungsstabes gleichmäßig verteilt angenommen.

Eine solche Verbundspannung-Schlupf Beziehung ist von vielen Parametern abhängig, die je nach Problemstellung von unterschiedlich großer Bedeutung sind und deren Abhängigkeiten zum Teil noch nicht erschöpfend erforscht sind. Bisher existiert daher kein allgemeingültiges Verbundgesetz (siehe auch Eibl[3.23],[3.24]).

Die weiteren Betrachtungen basieren auf den Verbundgesetzen von Noakowski[3.11] und Eligehausen/Bertero/Popov[3.12]. Mit Hilfe dieser Gesetze wird im nun Folgenden eine modifizierte Stahllinie aufgestellt die den Zusammenhang zwischen mittlerer Stahldehnung und der zugehörigen Stahlspannung im Riß wiedergibt. Dabei wird zunächst davon ausgegangen, daß die Bewehrung in Richtung der Beanspruchung liegt.

### **3.3.2.1 Die modifizierte Stahllinie im elastischen Bereich**

Hartl[3.13] leistete mit seinen umfassenden Versuchen an Dehnkörpern einen wesentlichen Beitrag zur Quantifizierung der zugversteifenden Wirkung des Verbundes im elastischen Bereich der Stahlkennlinie. Er verglich die Dehnung einbetonierter auf Zug beanspruchter Stäbe mit der Dehnung von parallel dazu gezogenen "nackten" Stäbe und erhielt damit einen Zusammenhang zwischen Spannung im Zustand II und mittlerer Dehnung. Hartls Ergebnisse wurden hier näherungsweise direkt auf Biegetragwerke übertragen. Diese Näherung erscheint zulässig, da es für den einbetonierten Stahlstab näherungsweise gleichbedeutend sein dürfte, ob er in einem Dehnkörper oder Biegetragwerk gedehnt wird.

In der Literatur existieren eine Reihe von Ansätzen für kombinierte Stahl-Verbund-Werkstoffgesetze im elastischen Bereich des Stahldiagramms, die aufbauend auf zuvor ermittelten Verbundgesetzen aufgestellt wurden.

Noakowskis "Kontinuierliche Theorie der Mitwirkung des Betons auf Zug" [3.11] liefert eine

fiktive Stahllinie, die gute Übereinstimmung mit Hartls Versuchen zeigt. Das diesem Modell zugrunde liegende Verbundgesetz lautet:

$$\tau(\delta) = A \cdot \delta^N$$

mit

$A = 0,95$  und  $N = 0,12$  für Verbundbereich I und allgemeine Verhältnisse

$A = 0,80$  und  $N = 0,20$  für Verbundbereich II

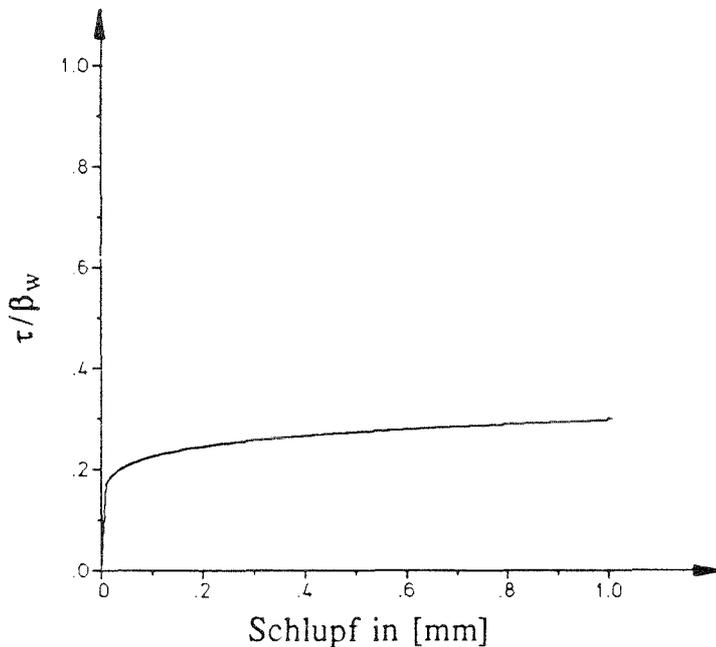


Bild 3.6 : Verbundgesetz von Noakowski

Bei der experimentellen Bestimmung der Parameter A und N, wurden folgende Einflüsse berücksichtigt:

- bezogene Rippenfläche
- Verbundlage des Stabes
- Betonfestigkeit
- der auf den Stabdurchmesser bezogenen Betondeckung

Während Hartls Versuche einen mit anwachsendem Stabdurchmesser zunehmend ansteigenden zweiten Ast ergaben (siehe Strecke 2 - 3 in Bild 3.7), geht Noakowski[3.11] vereinfachend von einer während der gesamten Ribbildung konstanten Spannung im Rib aus.

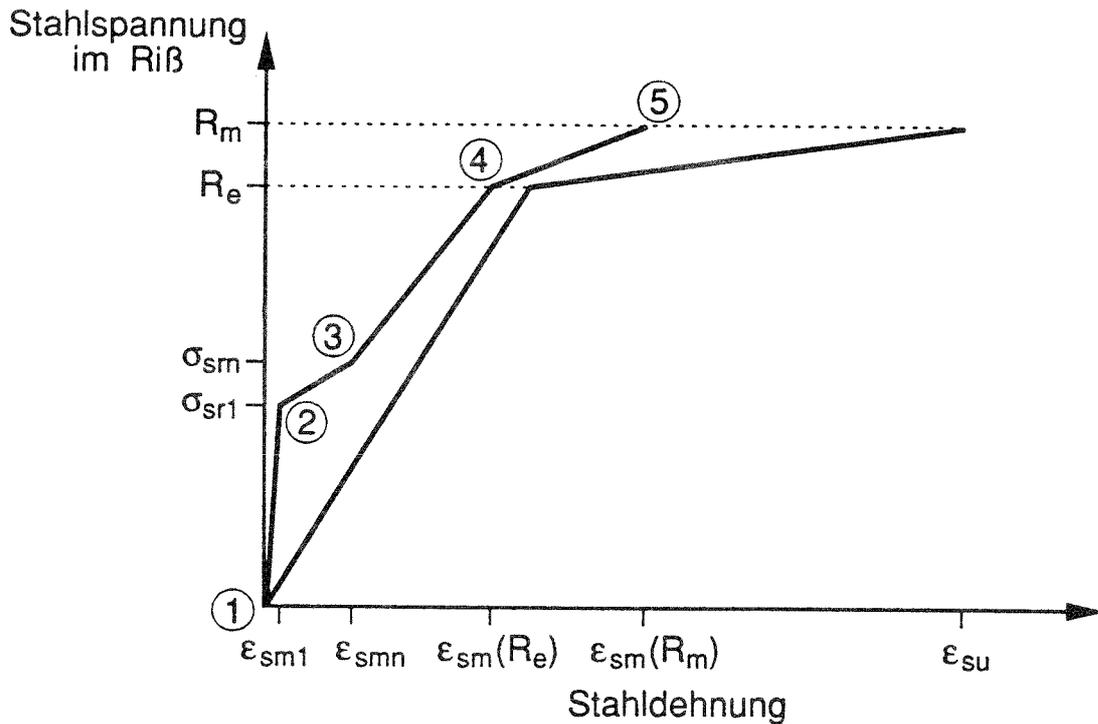


Bild 3.7 : Modifizierte Stahllinie

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wird für den elastischen Bereich eine Kombination der Ansätze von Hartl[3.13] und Noakowski[3.11] als modifizierte Stahllinie gewählt. Noakowskis Beziehung wird übernommen und lediglich im Bereich der RiBbildung durch das Modell von Hartl[3.13] ersetzt. Das heißt anstatt der konstanten Spannung während der gesamten RiBbildung wird die Spannung bei abgeschlossener RiBbildung nach Hartl[3.13] in Abhängigkeit vom Stabdurchmesser berechnet.

Die Linie ist somit ein aus drei Teilgeraden bestehender Polygonzug mit den folgenden Stützstellen:

**Punkt 1 :**  $\sigma_s = 0 \quad , \quad \epsilon_{sm} = 0$

**Punkt 2 :**  $\sigma_{sR1} = 0,2 \cdot \frac{\beta_{Bz}}{\mu} \quad , \quad \epsilon_{sm} = 0,44 \cdot \frac{\sigma_{sR1}}{E_s}$

$$\beta_{Bz} = \beta_w^{0,66} \cdot 0,46 \cdot (0,85 - 0,2 \cdot d) \cdot \frac{2,6 + 24 \cdot d}{1,0 + 40 \cdot d}$$

**Punkt 3 :**

$$\sigma_s = \left( \epsilon_{sm} + 0,4 \cdot \frac{\sigma_{sR1}}{E_s} \right) \cdot E_s$$

$$\epsilon_{sm} = \frac{1}{(1 - k_1) \cdot E_s} \cdot [ 0,6 \sigma_{sR1} - 30 k_1 ]$$

$$\text{mit } k_1 = 0,95 \cdot \sqrt{d_s} - 0,75 \quad d_s \text{ in [cm]}$$

**Punkt 4 :**

$$\sigma_s = R_c \quad , \quad \epsilon_{sm} = \frac{R_c}{E_s} - 0,40 \cdot \frac{\sigma_{sR1}}{E_s}$$

### 3.3.2.2 Die modifizierte Stahllinie im plastischen Bereich

Die bisher der Praxis zugrundeliegende Stahlbetonaxiomatik definierte, im Falle von Stahlversagen, das Fließen der Bewehrung als Versagenskriterium. Das Hauptinteresse bei der Erforschung der Verbundproblematik galt daher dem elastischen Bereich der Stahlkennlinie, sodaß nur sehr wenige experimentelle Untersuchungen im Bereich plastischer Stahldehnungen vorliegen.

Das Bestreben das wirkliche Tragverhalten eines Tragwerks besser zu erfassen und damit die im System vorhandenen Reserven ausnützen zu können, d.h. die Traglasttheorie anzuwenden, erfordert jedoch eine genauere Erforschung der Verhältnisse oberhalb der Streckgrenze.

Ein statisch unbestimmtes Tragwerk lagert Schnittgrößen von den meistbeanspruchten Querschnitten, die sich durch große Verformung der Lastabtragung entziehen, in weniger beanspruchte Tragwerksteile um. Je größer die Verformungskapazität in den hochbeanspruchten Bereichen ist, desto mehr können ursprünglich nur gering beanspruchte Querschnitte zur Lastabtragung herangezogen werden. Demzufolge ist die Kenntnis der möglichen

Verformungen in den Fließgelenkbereichen, die stark von den Stahleigenschaften und den Verbundverhältnissen im Bereich oberhalb der Streckgrenze des Stahldiagramms abhängig sind, eine Grundvoraussetzung für die Anwendung nichtlinearer Verfahren zur Schnittgrößenermittlung.

Die Dehnkörperversuche von Martin/Schießl/Kutsch[3.14] und Eligehausen[3.15] zeigen den deutlichen Unterschied zwischen nackter und mittlerer Stahldehnung oberhalb der Streckgrenze. Es stellte sich heraus, daß die Mitwirkung des Betons auf Zug mit abnehmendem Bewehrungsgrad zunimmt und somit für die hier im Vordergrund stehenden Platten, die im allgemeinen schwach bewehrt sind, im besonderen von Bedeutung ist.

Vergleichende Rechnungen mit der Methode der Finiten Elemente haben gezeigt, daß die Berücksichtigung der Verbundwirkung bei Verformungsberechnungen von Stahlbetonstrukturen besonders oberhalb der Streckgrenze unerlässlich sind. Bild 3.8 zeigt am Beispiel von Platte I der zuvor beschriebenen Versuche den Vergleich zwischen Rechnung mit und ohne Tension Stiffening und dem Experiment.

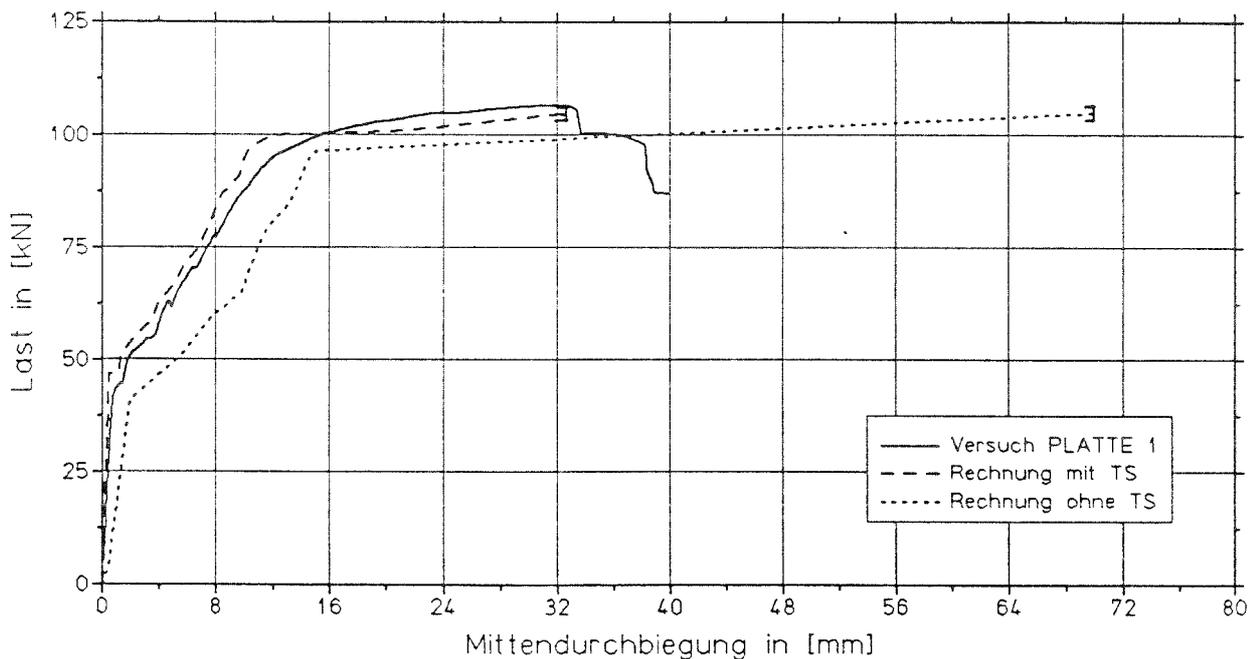


Bild 3.8 : Rechnungen mit und ohne Tension Stiffening im Vergleich mit dem Versuch

Die meisten der in der Literatur existierenden Verbundgesetze, wie auch das oben genannte Gesetz von Noakowski[3.11], haben nur für kleine Verschiebungen zwischen Stahl und Beton Gültigkeit. Sie bilden den Abfall der Verbundspannungen im Bereich großer Verschiebungen und den Einfluß großer plastischer Stahldehnungen nicht ab.

Das Verbundmodell von Elgehausen/Bertero/Popov[3.12] gibt den Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Schlupf auch für große Relativverschiebungen an.

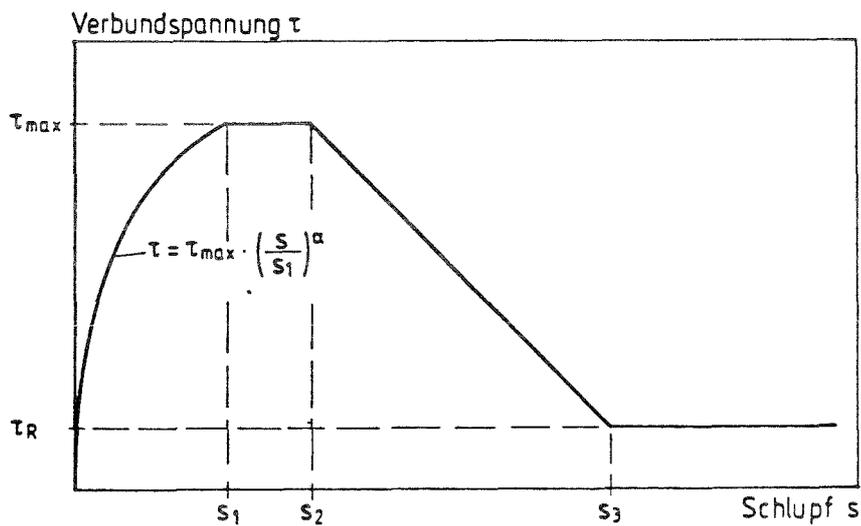
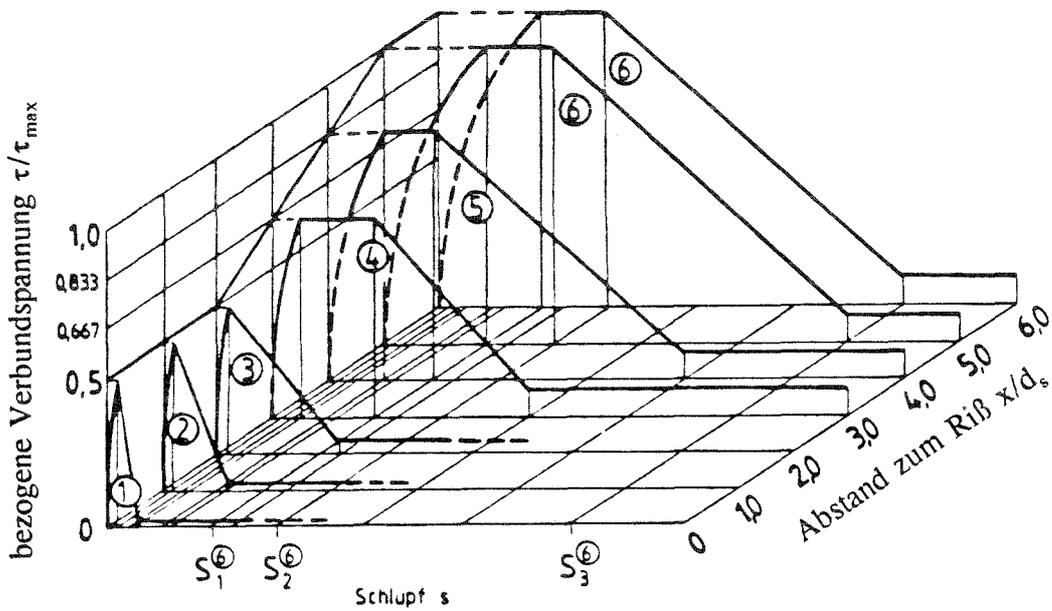


Bild 3.9 : Verbundgesetz von Elgehausen/Bertero/Popov[3.12]

Kreller[3.16] und Langer[3.17] machen, aufbauend auf diesem Verbundgesetz, Angaben zur Größe der mittleren Dehnungen im plastischen Bereich der Stahlarbeitslinie. Beide Ansätze zeigen jedoch keine überzeugende Übereinstimmung mit den oben genannten Versuchen, sodaß hier ein neuer Versuch unternommen wurde die mittlere Dehnung bei Erreichen der Zugfestigkeit des Stahl zu quantifizieren.

Die Auswertung der Versuche von Martin/Schießl/Kutsch[3.14] und Eligehausen[3.15] machen deutlich, daß das Verhältnis von Dehnung im Zustand II zu mittlerer Dehnung im plastischen Bereich einer großen Streuung unterworfen ist.

In Anbetracht dessen und in Anbetracht der im Verhältnis dazu geringen Anzahl von experimentellen Untersuchungen, kann bisher keine detaillierte Aussage zur Größe der mittleren Dehnung bzw. zu den quantitativen Abhängigkeiten von den maßgebenden Parametern gemacht werden. Daher wird im Folgenden eine auf realistischen Annahmen basierende Abschätzung vorgenommen.

#### **Abschätzung der Mitwirkung des Betons auf Zug bei Erreichen der Stahlzugfestigkeit**

Ziel dieser Abschätzung ist es, eine obere und untere Schranke, sowie darauf aufbauend einen Näherungswert für die mittlere Dehnung bei Erreichen der Zugfestigkeit des Stahls anzugeben. Aufgrund der hohen Streuung der den Verbund beeinflussenden Parameter, kann die Abschätzung nur verhältnismäßig grob sein. Die Ableitungen werden an einem Rißelement mit der Länge des mittleren Rißabstandes durchgeführt, wobei von folgenden Annahmen ausgegangen wird:

- Die Stahlkennlinie hat bilinearen Verlauf
- Der mittlere Rißabstand ist bekannt
- Das Rißelement ist symmetrisch, d.h. in beiden begrenzenden Rissen liegt die selbe Stahlspannung vor.
- Die Verschiebung zwischen Stahl und Beton und damit die Verbundspannung ist nach Noakowski[3.11] bei abgeschlossener Rißbildung auf der ganzen Länge des Rißabstandes, mit Ausnahme des immer vorhandenen "Fixpunktes", von Null verschieden.

Es gilt zunächst für den Rißabstand, der ebenfalls eine stark streuende Größe ist, eine geeignete Näherung zu finden. Die den Verlauf der Verbundspannung entscheidend beeinflussende Oberflächenbeschaffenheit der Bewehrung findet dabei Eingang in das Verbundmodell.

### Der Mittlere Rißabstand $a_m$

Martin/Schießl/Schwarzkopf geben in [3.18] eine, auf der Basis von über 600 Versuchen gewonnene, Formel zur Berechnung des mittleren Rißabstandes an.

$$a_m = 5 + \frac{1}{4} \cdot k_2 \cdot k_3 \frac{d_s}{\mu_{\text{eff}}}$$

mit  $k_2 = 1,0$  glatte Stähle

= 0,8 profilierte Stähle

= 0,5 gerippte Stähle

$k_3 = 1,0$  zentrische Zugbeanspruchung

= 0,5 reine Biegung

$$\mu_{\text{eff}} = \frac{A_s}{b_{\text{eff}} d_{\text{eff}}}$$

$$b_{\text{eff}} = n_1 \cdot 15 d_s \leq b$$

$$d_{\text{eff}} = c + (n_L - 1) s_L + 8d_s \leq \frac{d - x}{2} \text{ bzw. } \frac{d}{2}$$

Darin bedeuten:

$n_1$  = Anzahl der Stäbe in der ersten Bewehrungslage

$n_L$  = Anzahl der Lagen

$s_L$  = Lagenabstand

Diese Beziehung berücksichtigt den Einfluß der Querbewehrung nicht.

Querbewehrung bzw. Bügel stellen für den Zugspannungsverlauf im Beton eine Störstelle dar. In Versuchen ist daher ein bevorzugtes Auftreten von Rissen in der Nähe von Querbewehrungen zu beobachten (siehe auch Rißbild bei Platte 4, Bild 2.11 in Abschnitt 2.7). Im Rahmen dieser Untersuchungen wird folgendes definiert:

- gilt  $0,75 \cdot s_q \leq a_m \leq 1,25 \cdot s_q$ , so wird  $a_m$  gleich dem Querstababstand  $s_q$  gesetzt

- gilt  $0,25 \cdot s_q \leq a_m \leq 0,75 \cdot s_q$ , so wird  $a_m$  gleich dem halben Querstababstand  $s_q$  gesetzt

## Obere Grenze

Für die Bestimmung einer oberen Grenze für die mittlere Dehnung bei Erreichen der Zugfestigkeit werden schlechte Verbundverhältnisse postuliert. Es wird angenommen, daß die Verschiebungen zwischen Stahl und Beton überall so groß sind, daß gemäß dem Verbundgesetz von Eligehausen/ Bertero/Popov[3.12] nur noch eine Restverbundspannung als eine Art Reibwiderstand wirksam ist.

Die experimentellen Studien von Eligehausen/Bertero/Popov[3.12] ergaben, daß auf einer Länge von ca. einem bis zwei Stabdurchmessern  $d_s$ , wegen der häufig auftretenden Ausbruchkegel im Rißquerschnitt, keine Verbundspannung wirksam ist. Hier wird daher angenommen, daß sich erst im Abstand von einem  $d_s$  eine Verbundspannung aufzubauen beginnt und von dort auf der Länge von weiteren zwei  $d_s$  auf den Wert der Restverbundspannung ansteigt.

Die Verschiebung und damit die auch die Verbundspannung muß in der Mitte des Rißelementes aus Symmetriegründen gleich Null sein. Es wird angenommen, daß die Verbundspannung auf einer Länge von einem  $d_s$  von der Restverbundspannung auf Null abfällt.

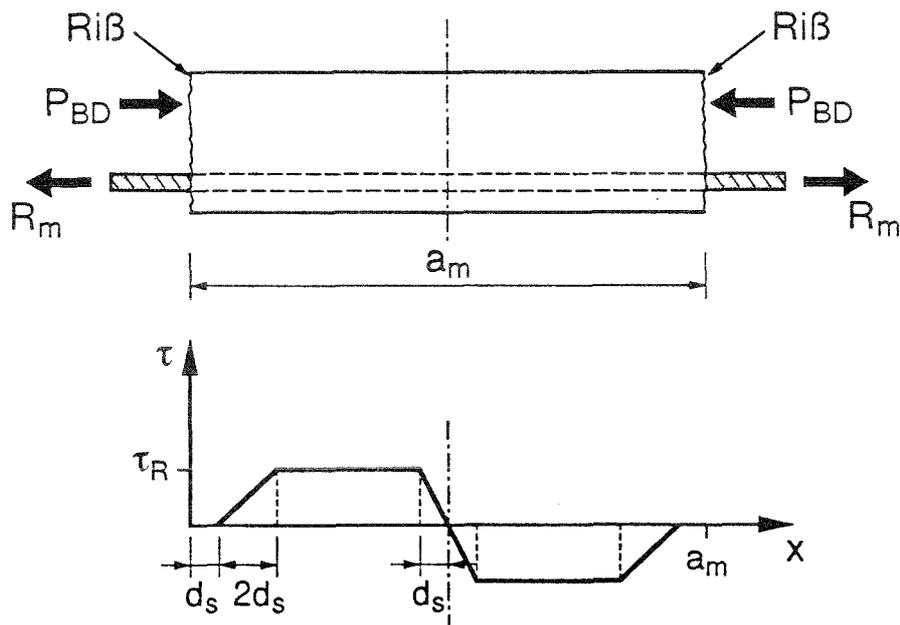


Bild 3.10 : Annahme für den Verbundspannungsverlauf zur Bestimmung der oberen Schranke

Im Verbundgesetz von Elgehausen/Bertero/Popov wird die Restverbundspannung  $\tau_R$  bei sehr großen Verschiebungen zu

$$\tau_R = 0,15 \cdot \tau_{\max} \quad \text{mit} \quad \tau_{\max} = a \cdot \sqrt{\beta_c} \quad \text{angegeben.}$$

$$a = 0,36 \cdot \frac{c}{d_s} + 1,28 \quad \text{für übliche Betonüberdeckungen } c$$

$$a = 0,36 \cdot \frac{c}{d_s} + 2,0 \quad \text{für engen Bügelabstand}$$

Mit dieser Verbundspannungsverteilung ergibt sich die Stahlspannung an einer Stelle  $x$  ergibt sich allgemein aus der Beziehung

$$\sigma(x) = R_m - \int_0^x \tau(x) \cdot \frac{4}{d_s} dx$$

Von der Spannungsverteilung gelangt man zur zugehörigen Dehnungsverteilung indem man aus der bilinearen Stahlkennlinie die zu der jeweiligen Spannung entsprechende Dehnung herausgreift.

Integriert man nun über die so ermittelte Dehnungsverteilung auf der Länge des mittleren Rißabstandes und teilt dieses Integral anschließend durch den mittleren Rißabstand, so erhält man die gesuchte mittlere Dehnung  $\epsilon_{sm,o}$ .

$$\epsilon_{sm,o} = \frac{1}{a_m} \cdot \int_0^{a_m} \epsilon(x) dx$$

### Untere Grenze

Bei den Annahmen für die Verteilung der Verbundspannungen zur Bestimmung einer unteren Schranke wird von sehr guten Verbundverhältnissen ausgegangen.

Es wird angenommen, daß die Verbundspannung auf einer Länge von einem  $d_s$  auf ihren Maximalwert ansteigt und dann zur Mitte des Verbundelementes auf Null abfällt.

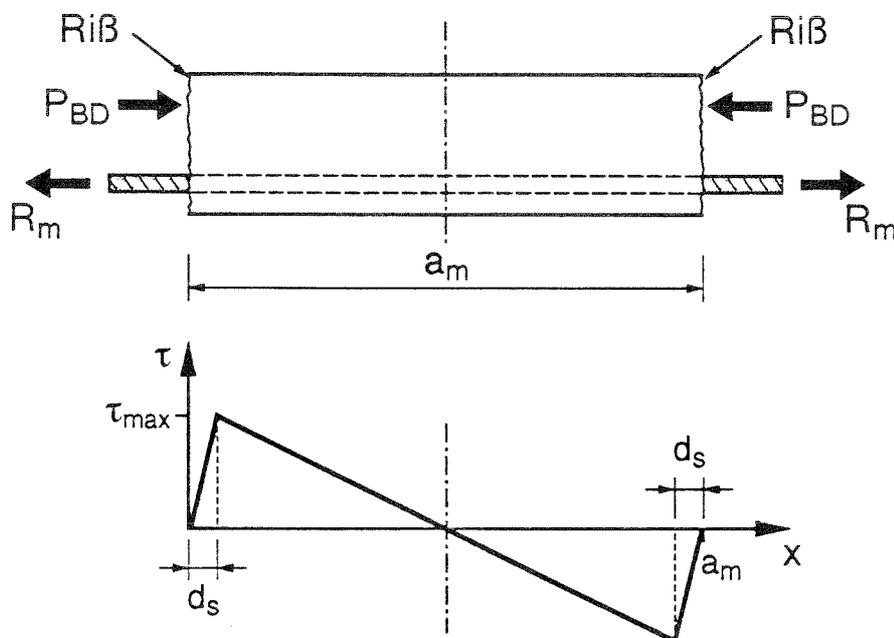


Bild 3.11 : Angenommener Verbundspannungsverlauf zur Bestimmung der unteren Schranke

Zur Bestimmung der mittleren Dehnung wird analog zu den Ableitungen zur Ermittlung von  $e_{sm0}$  verfahren.

### Näherungswert für die mittlere Dehnung bei Bruchspannung

Bild 3.12 zeigt, daß die Versuchswerte aus den Experimenten Martin/Schießl/Kutsch[3.14] und Eligehausen[3.15] gut zwischen den beiden Grenzen liegen. Der Näherungswert für  $e_{sm}$  muß also innerhalb dieser Schranken liegen.

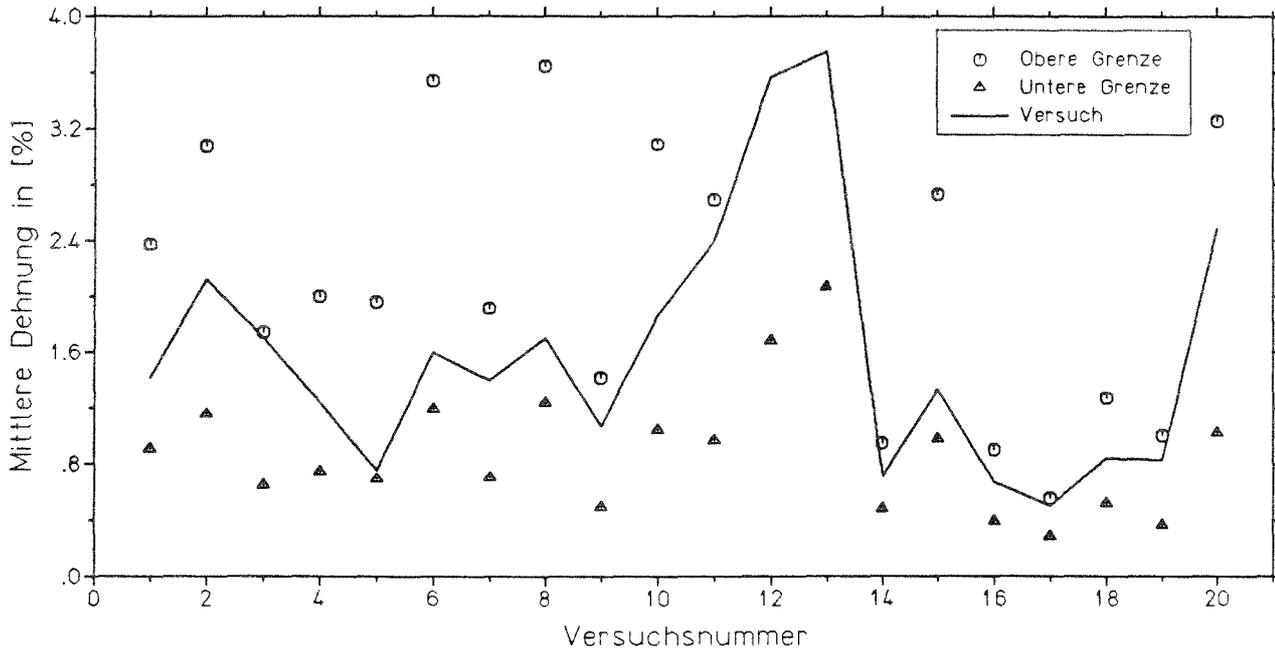


Bild 3.12 : Vergleich von oberer und unterer Schranke mit Versuchswerten

Zur Ermittlung des besten Näherungswertes wurde das Minimum der Summe über alle Abweichungen zwischen  $e_{sm}$  aus den Versuchen und einer linearen Interpolation zwischen oberer und unterer Grenze bestimmt. D.h. es wurde ein Faktor  $\omega$  so bestimmt, daß die Summe aller Abweichungen zwischen Versuch und Rechnung minimal wird.

$$\text{sum}_{\min} = \min \left( \sum | e_{sm, \text{vers}} - ( ( e_{smo} - e_{smu} ) \cdot \omega + e_{smu} ) | \right)$$

Die kleinste Wert für  $\text{sum}_{\min}$  ergab sich für  $\omega = 0,5016$ . Bild 3.13 zeigt den Verlauf der Summe S aufgetragen über  $\omega$ .

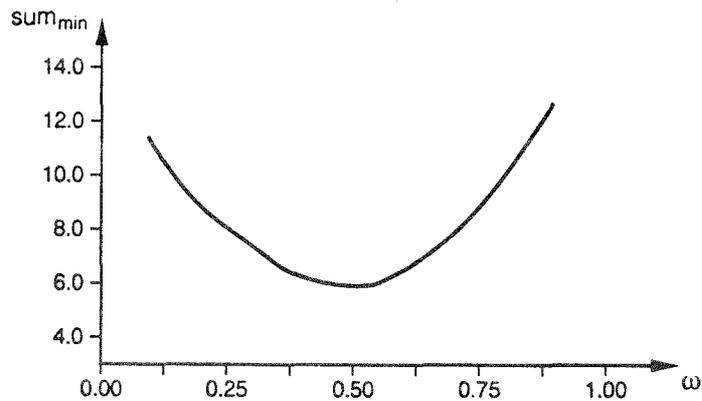


Bild 3.13: Zusammenhang zwischen  $\omega$  und der Summe  $S_{\min}$

Als Näherung für die mittlere Dehnung bei Erreichen der Zugfestigkeit des Stahls wird der Mittelwert zwischen oberer und unterer Grenze gewählt.

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{smu} + 0,50 \cdot (\epsilon_{smo} - \epsilon_{smu})$$

Die modifizierte Stahlarbeitslinie kann nun vervollständigt werden, indem man den so ermittelten Punkt zur Spannung  $R_m$  mit dem entsprechenden Punkt bei Erreichen der Streckgrenze  $R_e$  vereinfachend linear verbindet (siehe Strecke 4 - 5 in Bild 3.7).

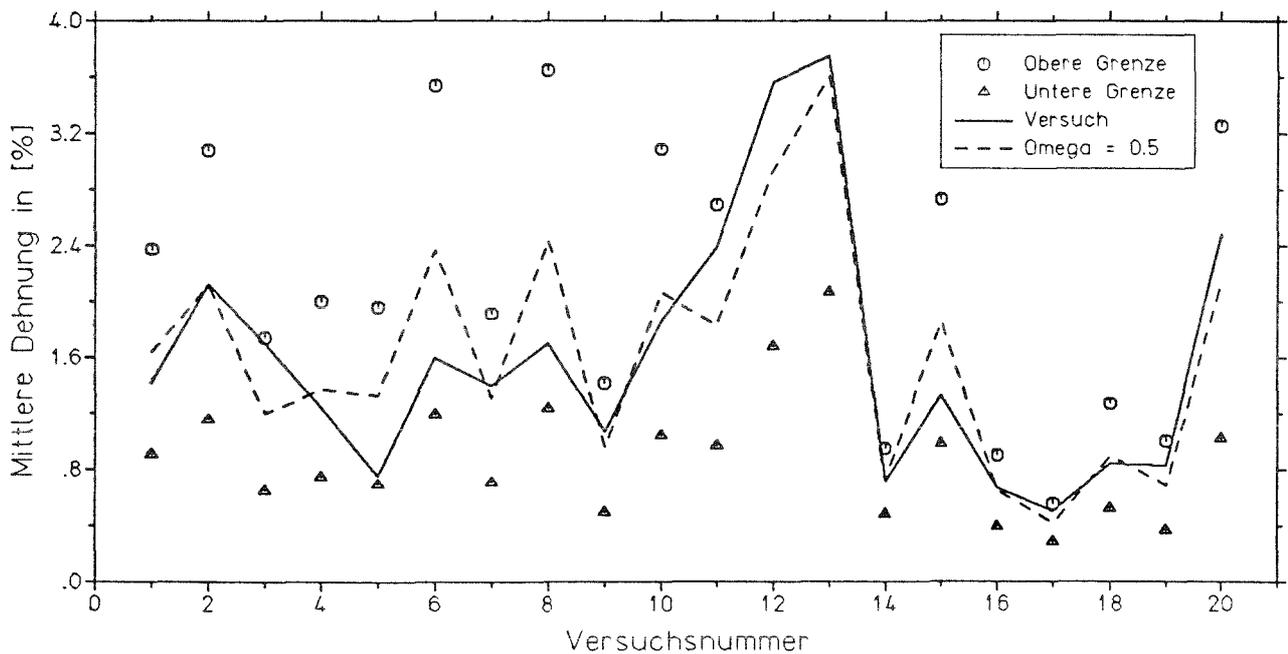


Bild 3.14 : Vergleich der Näherungswerte mit den Versuchswerten

### 3.3.2.3 Berücksichtigung der Abweichung der Bewehrungsrichtung von der Haupttragrichtung

Die bisherigen Ausführungen setzten voraus, daß die Bewehrung in Tragrichtung eingelegt ist und damit nur auf Zug beansprucht wird. In einem Flächentragwerk muß jedoch zum einen aus wirtschaftlichen Gründen zum anderen aufgrund sich ändernder Beanspruchungszustände von einer Trajektorienbewehrung abgesehen werden. Das bedeutet, zur planmäßigen Zugbeanspruchung der Bewehrungsstäbe im Riß kommt eine Biegebeanspruchung hinzu.

Bei Biegebeanspruchung eines Plattentragwerks wird die Zugkraft der Zugzone unmittelbar nach Überschreiten der Biegezugfestigkeit an die Bewehrung abgegeben. Die sich einstellende Spannung in den einzelnen Stablagen, hängt von deren Richtungsabweichung, den Elastizitätsmoduli und Querschnittsflächen, sowie von der Kinematik beim Aufreißen des Querschnitts ab.

Da die beiden Bewehrungslagen nicht immer dieselbe Querschnittsfläche haben und zudem davon auszugehen ist, daß die Stablagen den Riß nicht unter demselben Winkel kreuzen, entsteht in der Zugzone parallel zu den Rißufern eine Horizontalkraft, die bestrebt ist die Rißufer gegeneinander parallel zu verschieben. Diese Horizontalkraft wird bei Platten, wie Versuche [2.5],[2.6] gezeigt haben, durch Verzahnung der Rißufer, Verdübelungswirkung der Bewehrung sowie durch die intakte Druckzone aufgenommen, so daß angenommen werden darf, daß keine nennenswerte Verschiebung der Rißufer auftritt. Bei zweiseitig abtragenden Platten kommt hinzu, daß die Risse dort meist nicht durchlaufend sind und somit das Reißende einer Verschiebung einen zusätzlichen Widerstand entgegensetzt.

Zusätzlich zu den Horizontalkräften entstehen aufgrund der unterschiedlichen inneren Hebelarme und Querschnitte der Bewehrungslagen Torsionsmomente, die jedoch von untergeordneter Bedeutung sind und ebenfalls durch die obengenannten Mechanismen sicher aufgenommen werden können Lardi[2.5],[2.6].

#### **Erstribstahlspannung**

Den Ausführungen in Abschnitt 3.3.2.1 ist zu entnehmen, daß die Erstribstahlspannung für die Erstellung der fiktiven Stahllinie im elastischen Bereich von grundlegender Bedeutung ist.

Daher ist es erforderlich, die Zusammenhänge zu diesem Zeitpunkt genauer zu studieren. Im Zustand der Erstrißbildung, d.h. bei einem verhältnismäßig geringen Lastniveau, kann davon ausgegangen werden, daß die Rißweite im allgemeinen deutlich kleiner als 1 mm ist ( Mindestbewehrung ! ). Die Betondruckzone ist intakt und somit in der Lage zusammen mit der Verdübelungswirkung der Bewehrung und der Rißverzahnung die horizontalen Schubkräfte sicher aufzunehmen. Es darf daher angenommen werden, daß die Kräfte parallel zu den Rißufern ausgeglichen sind und damit nur vernachlässigbare Verschiebungen in dieser Richtung auftreten. Im weiteren wird deshalb nur noch das Kräftegleichgewicht und die Verschiebungen senkrecht zum Riß betrachtet.

Damit ein Öffnen des Risses möglich ist, müssen sich die Bewehrungsstäbe bzw. der angrenzende Beton verformen. Bild 3.15 zeigt maßstäblich einen Stab mit einem Durchmesser von 6 mm, der einen Riß von 0,2 mm Breite kreuzt.

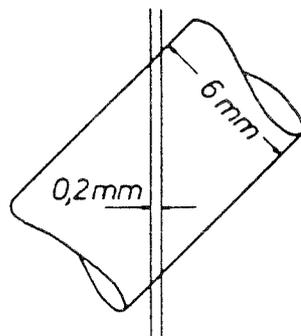


Bild 3.15 : Maßstäbliche Darstellung von Stabdurchmesser und Rißbreite

Daraus ist zu ersehen, daß nicht die Steifigkeit des einzelnen Stabes, sondern vor allem die Festigkeit des Betons im Bereich der Rißufer maßgebend sein wird. Der notwendige kinematische Ausgleich wird sich in erster Linie durch plastische Verformungen des Betons in den jeweils spitzeren Winkeln einstellen, sodaß ein weicher Übergang entsteht. Außerdem macht Bild 3.15 deutlich, daß die notwendige Änderung des Abweichungswinkels für diesen Beanspruchungszustand zu vernachlässigen ist Lenschow[3.19].

Eine genaue Erfassung des Verformungszustandes bereitet wegen der Vielzahl der Einflußfaktoren große Schwierigkeiten. Demzufolge ist auch eine exakte Bestimmung der Spannungen unmöglich.

Allgemein läßt sich jedoch feststellen, daß die Verformungen von Beton und Stahl und damit die Zerstörung des Verbundes umso größer sind je größer die Richtungsabweichung des jeweiligen Stabes ist. Das bedeutet, der Einzugsbereich für Stahlverformungen vergrößert sich mit wachsender Richtungsabweichung.

Eine Quantifizierung der Zerstörung zur Bestimmung der Größe des Einzugsbereiches erscheint ohne umfassende Versuche unmöglich. Dem Verfasser sind keine experimentellen Untersuchungen dazu bekannt.

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wird angenommen, daß sich die Einzugsbereiche der beiden Lagen eines orthogonalen Bewehrungsnetzes so zueinander verhalten, daß unmittelbar nach dem Aufreißen in beiden Bewehrungslagen dieselbe Dehnung und damit, bei Annahme des selben E-Moduls, auch die selbe Spannung vorliegt. Diese Annahme ist eine Näherung die je nach Abweichung der Bewehrungslagen unterschiedlich gut mit der Wirklichkeit übereinstimmt. Betrachtet man jedoch den Einfluß des elastischen Bereichs auf die hier interessierenden maximalen Verformungen (siehe Bild 3.8) des gesamten Tragwerks, so erscheint diese Annahme genügend genau.

Bei einer Q-Matte ist die wirksame Stahlfläche, wie die Versuche in Kapitel 2 gezeigt haben, unabhängig von der Winkelabweichung des orthogonalen Bewehrungsnetzes. D.h., die Bewehrungsstahlfläche und damit auch die Spannungen in den Lagen eines von der Tragrichtung abweichend verlegten orthogonalen Netzes sind, vernachlässigt man die Auswirkungen der unterschiedlichen Hebelarme, gemäß der oben gemachten Annahme, gleich der Spannung in einer Bewehrungslage in Tragrichtung. Diese kann mit Hilfe von Betonzugfestigkeit und Widerstandsmoment und Stahlfläche berechnet werden.

Der Vorteil der oben gemachten Annahme ist, daß für eine Bewehrungslage, unabhängig von der Richtungsabweichung, dieselbe modifizierte Stahllinie verwendet werden kann, was die numerische Umsetzung im Programm deutlich vereinfacht.

Wird ein Riß von einer R-Matte gekreuzt, ändert sich die wirksame Stahlfläche mit dem Abweichungswinkel. Errechnet man hier die Spannung in der fiktiven Bewehrung senkrecht zum Riß, so erhält man näherungsweise die Erstrißstahlspannung in den beiden Bewehrungslagen zur Erstellung der modifizierten Stahllinien. Eine Berücksichtigung unterschiedlicher E-Moduli ist möglich.

### **Mittlere Dehnung bei Erreichen der Zugfestigkeit**

Für die Bestimmung der mittleren Dehnung der Bewehrung bei Erreichen der Zugfestigkeit ist die Größe des mittleren Rißabstandes von grundlegender Bedeutung.

Geht man zunächst bei Trajektorienbewehrung und bei von der Haupttragrichtung abweichend verlegter Bewehrung von dem gleichen Rißabstand aus, so ist der Teil des Bewehrungsstabs zwischen den Rissen bei schräger Bewehrungsführung größer als bei Trajektorienbewehrung.

Die Versuche von Ebner[2.2], Lardi[2.5], [2.6] haben jedoch ergeben, daß der mittlere Rißabstand mit zunehmender Richtungsabweichung der Bewehrung kleiner wird. Berücksichtigt man zusätzlich, daß sich bei wachsenden Verformungen die Biegebeanspruchung der Stäbe vergrößert und sich damit der Verbund im Bruchzustand auf einer bedeutenden Länge gestört ist, so verkürzt sich der in gutem Verbund liegende Bereich.

Es wird daher vereinfachend angenommen, daß der maßgebende Rißabstand bei abweichend von der Tragrichtung verlegter Mattenbewehrung gleich dem bei Trajektorienbewehrung ist. Die Berechnung der mittleren Dehnung bei Erreichen der Zugfestigkeit erfolgt somit wie in Abschnitt 3.2.2 gezeigt.

Zur Bestätigung der oben getroffenen Annahmen zur Berücksichtigung des Tension Stiffening Effektes bei schräg zum Riß verlaufender Bewehrung seien hier noch die Untersuchungen von Röder[3.20] und Kolleger[3.21] erwähnt. Röder führte Zugversuche an scheibenförmigen Versuchskörpern durch, die mit einem Bewehrungsstab bewehrt waren, der unter verschiedenen Winkeln zum vorgegebenen Riß eingelegt war. Kolleger[3.22] wertete diese Versuche aus und stellte fest, daß Tension Stiffening unabhängig vom Winkel zwischen Riß und Bewehrung ist, wenn sie in Richtung der Bewehrung ermittelt wird.

### **3.4 Berechnungen zur Verifizierung des Programms**

Zur Verifizierung des Rechenprogramms mit den darin enthaltenen Annahmen für das Werkstoffverhalten von Stahlbeton, wurden umfangreiche Nachrechnungen zu Versuchen an ein- und zweiachsig gespannten Platten durchgeführt.

Da nur bei wenigen in der Literatur bekannten Versuchen genügend genaue Angaben zu den Stahlparametern vorhanden sind, diese jedoch für die Erstellung des kombinierten Stahl-Verbundgesetzes von ausschlaggebender Bedeutung sind, konnten nur Experimente jüngerer Datums zum Vergleich herangezogen werden. Im Rahmen dieses Berichtes werden nur die wichtigsten Nachrechnungen erwähnt, für weitere Vergleiche wird auf [4.3] verwiesen. Alle Berechnungen wurden mit dem in Abschnitt 3.2 beschriebenen Schalenelement und den oben erläuterten Materialmodellen durchgeführt. Zur Lösung der nichtlinearen Gleichungssysteme wurde das Standard-Newton-Raphson-Verfahren verwendet.

#### 3.4.1 Vergleichsrechnungen zu Versuchen an einachsigen gespannten Platten

Zur Verifizierung des Berechnungsmodells wurden die in Kapitel 2 beschriebenen Versuche nachgerechnet. Als Eingangswerte für die Berechnungen dienten die Abmessungen der Versuchskörper und die bei der versuchsbegleitenden Materialuntersuchung ermittelten Werte.

Aufgrund der Symmetrie der Versuchsanordnung konnte vereinfachend mit nur einer Plattenhälfte gerechnet werden.

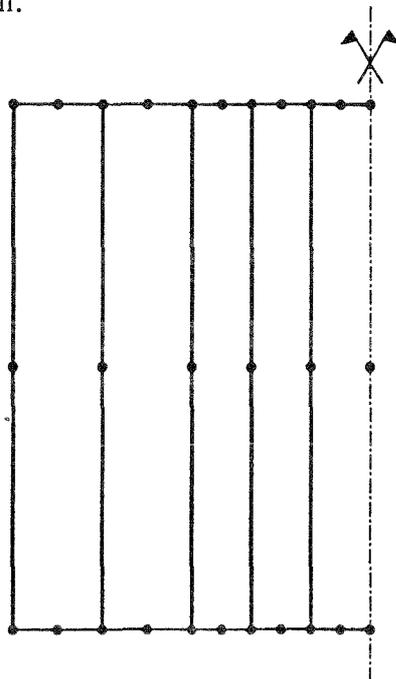


Bild 3.16 : Finite Elemente Einteilung der Platten (Draufsicht, unmaßstäbliche Darstellung)

Bild 3.17 zeigt am Beispiel von Platte 1 die gute Übereinstimmung von Versuch und Rechnung. Für die Vergleichsrechnungen zu den Platten 2 bis 5 wird auf Anhang B verwiesen (Bilder B1 bis B4).

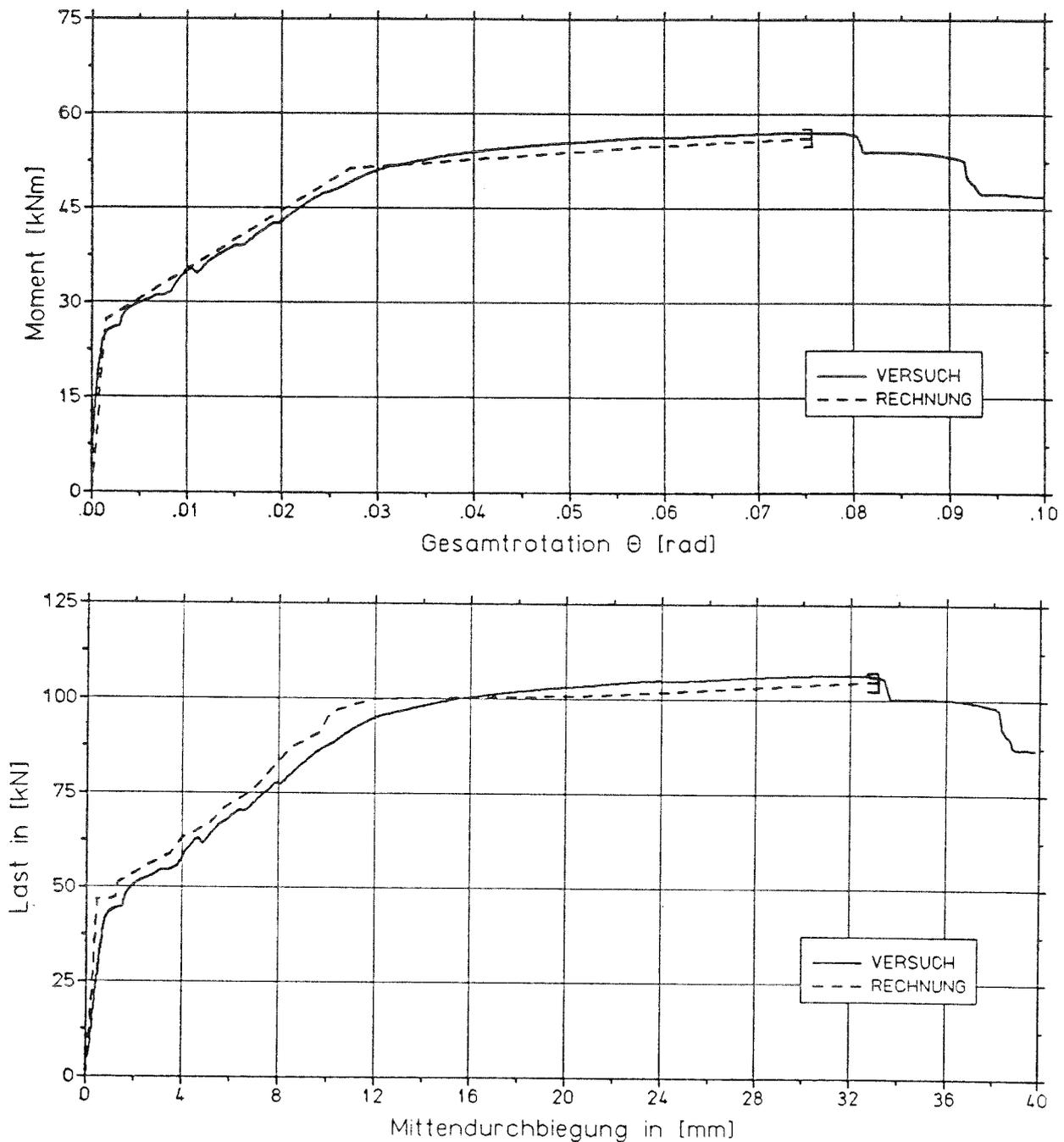


Bild 3.17 : Vergleich zwischen Versuch und Rechnung für Platte 1

Versagen in der Rechnung trat, wie im Versuch, durch Überschreiten der Zugfestigkeit des Stahls ein. Die rechnerischen Rotationen in Bild 3.17 wurden als Integral über die Verkrümmungen in Tragrichtung ermittelt. Dazu wurden an den Integrationspunkten mit Hilfe der Dehnungen an Plattenober- und Unterseite, unter der Annahme einer linearen Dehnungsverteilung über die Plattendicke, die einzelnen Verkrümmungen berechnet. Für die Integration in Plattenlängsrichtung wurde näherungsweise ein linearer Verlauf der Verkrümmungen zwischen den Integrationspunkten angenommen.

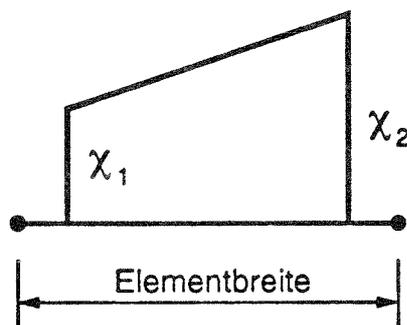


Bild 3.18 : Annahmen für den Verkrümmungsverlauf über das Element

### 3.4.2 Vergleichsrechnungen zu zweiachsig gespannten Platten

Um die Vertrauenswürdigkeit des Programms auch an zweiachsig gespannten Platten zu überprüfen, wurden Vergleichsrechnungen zu den Versuchen von Bieger/Ruge/Pardey[3.22] durchgeführt. Bei dieser Versuchsreihe wurden allseits gelenkig gelagerte, mit einer Gleichflächenlast beanspruchte Platten geprüft.

Die Gleichflächenlast wurde mit Hilfe eines wassergefüllten Gummidruckkissen aufgebracht. Die Steuerung der Belastung, respektive des hydrostatischen Drucks im Kissen, erfolgte durch Anheben eines über einen Schlauch mit dem Druckkissen verbundenen Wasserbehälter mit Freispiegel.

Die Platten kamen in der Versuchsanordnung mit der Zugseite nach oben auf dem Druckkissen zu liegen damit die Rißbildung während des Versuchs beobachtet werden konnte.

Bild 3.19 zeigt den gesamten Versuchsaufbau.

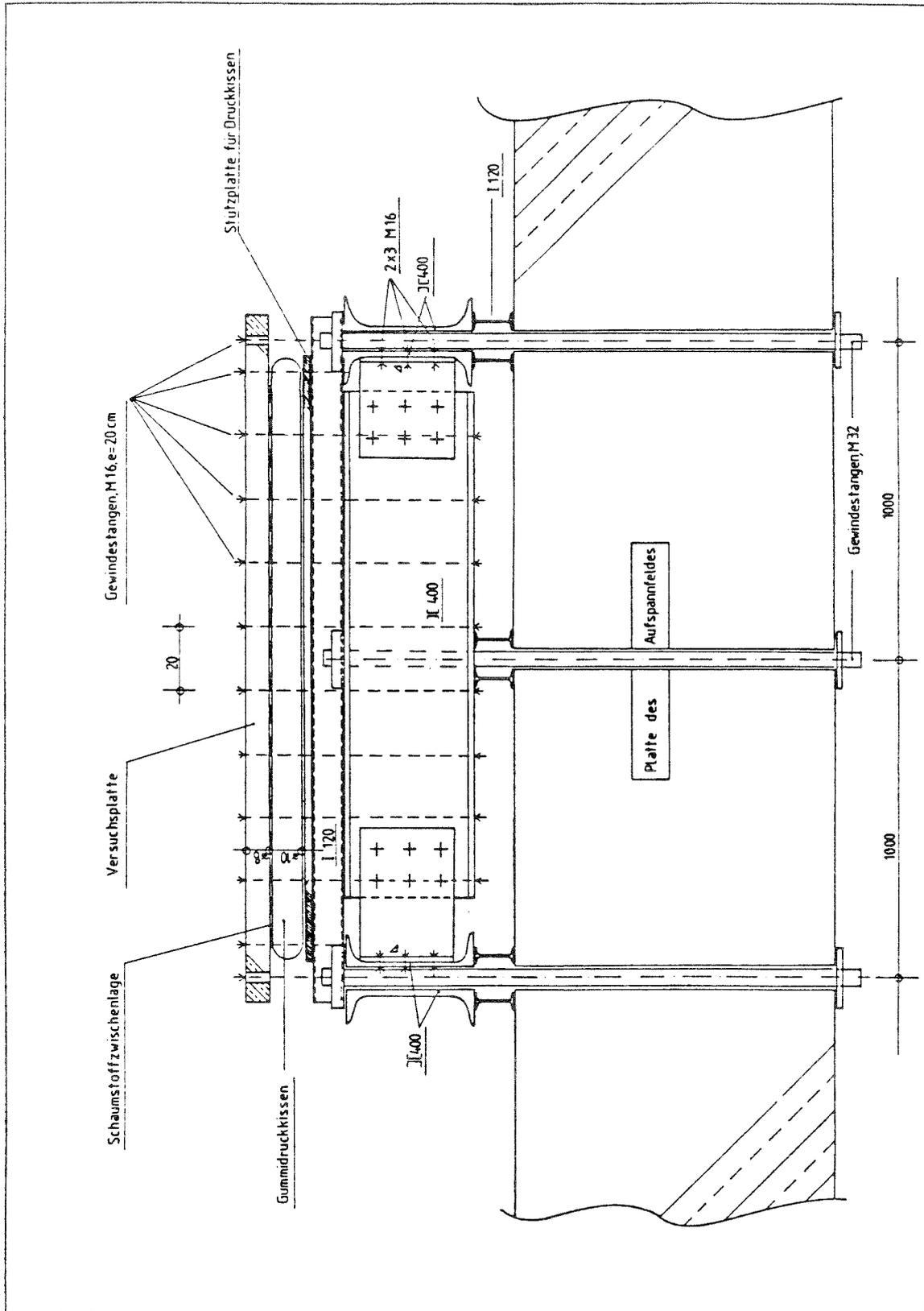


Bild 3.19 : Schnitt durch den Versuchsaufbau

Bei den Berechnungen wurden die bei der versuchsbegleitenden Materialuntersuchung ermittelten Werkstoffkennwerte verwendet.

Wegen der doppelten Symmetrie wurde, zur Verkürzung der Rechenzeit, nur ein Viertel der Gesamtplatte gerechnet. Bild 3.20 zeigt die gewählte Diskretisierung des Plattenviertels. Kontrollrechnungen mit einem weiter verfeinerten Netz ergab keine unterschiedlichen Ergebnisse.

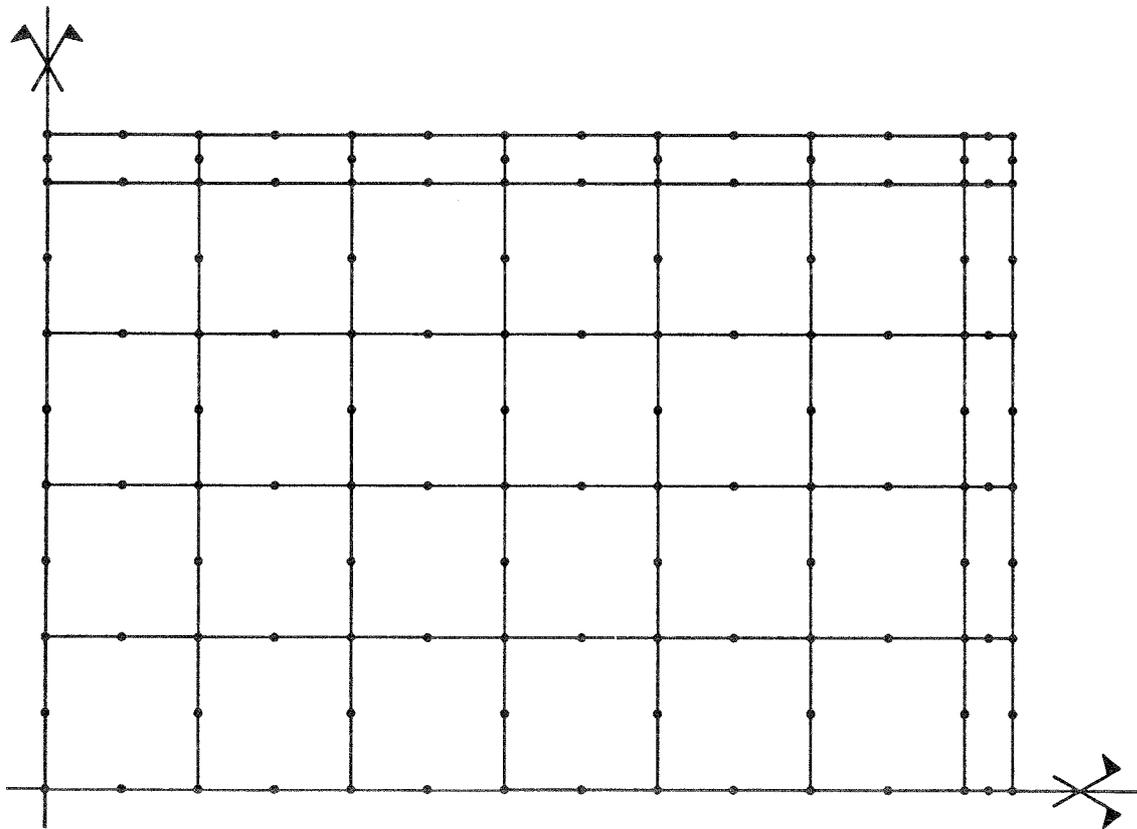


Bild 3.20 : Diskretisierung des Plattenviertels

Die erzielten Rechenergebnisse zeigen Bild 3.21 und das Bild B 5 in Anhang B. Bei der Nachrechnung der Versuche stellte sich heraus, daß auf eine Abbildung der über die Auflagerlinien hinausragenden Plattenränder im Finite-Elemente-Netz nicht verzichtet werden kann. Die hinter der Auflagerlinie liegenden Bewehrungsstäbe bewirken zusammen mit den ringsum angeordneten Steckbügeln die Ausbildung eines "Stabilisierungsrings".

## NACHRECHNUNG PLATTE 1/2 HANNOVER

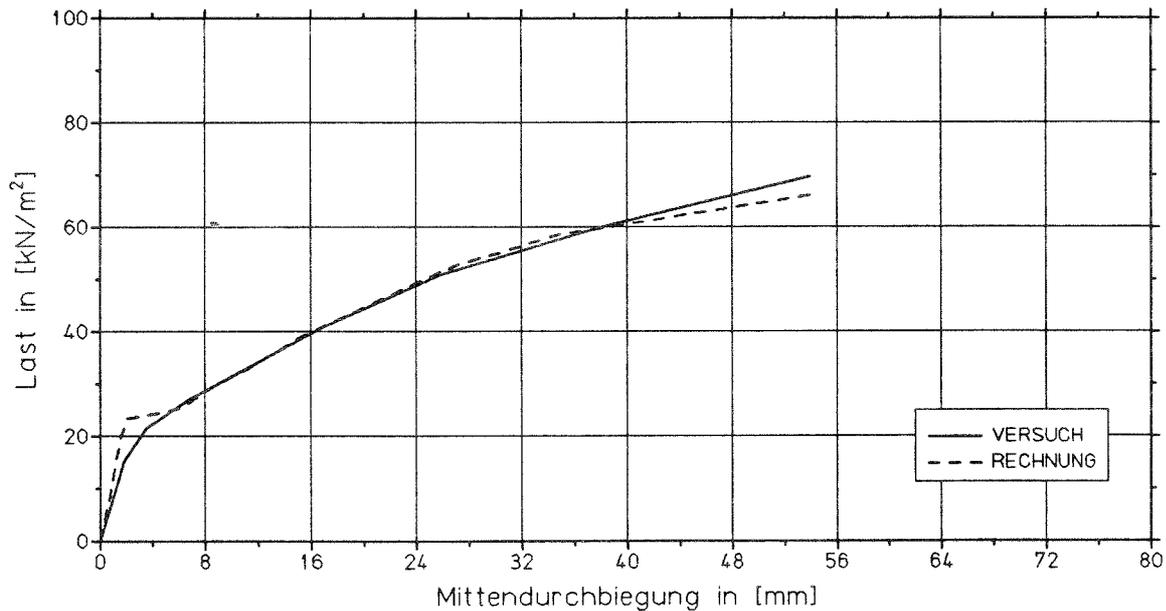


Bild 3.21 : Vergleich von Versuch und Rechnung für Platte 1/2

**Fazit**

Die Nachrechnungen zeigen, daß mit dem vorgestellten Berechnungsmodell und den getroffenen Annahmen bezüglich der Werkstoffe sowie deren Zusammenwirken wirklichkeitsnahe Berechnungen zur Simulation des Verhaltens von Stahlbetonplatten durchgeführt werden können.

Es wird deutlich, daß es bei Verformungsberechnungen für Stahlbetonstrukturen mit praxisüblichen Abmessungen unbedingt erforderlich ist die Mitwirkung des Betons auf Zug zu berücksichtigen, daß jedoch eine relativ grobe Näherung dafür ausreichend ist.

#### 4. Numerische Untersuchungen

Der in Kürze an die Stelle von DIN 1045 tretende Eurocode 2 sieht bei nicht vorgespannten Stahlbetonplatten neben der Schnittgrößenermittlung nach der Elastizitätstheorie mit und ohne anschließender Umlagerung, auch eine Tragwerksanalyse auf der Basis der Plastizitätstheorie vor. Es ist zu erwarten, daß die Bruchlinientheorie bei den plastischen Berechnungsverfahren als einfache und anschauliche Methode, die keine weiteren Hilfsmittel erfordert, vorwiegend zur Anwendung kommen wird. Für dieses Verfahren liegen zudem fertig formulierte Lösungen für zahlreiche Standardfälle vor (siehe z.B. Sawczuk/Jaeger[4.1]). In den weiteren Ausführungen wird daher nur auf die Bruchlinientheorie eingegangen.

Bei einer Tragwerksanalyse mit der Bruchlinientheorie muß die Verteilung der Steifigkeiten innerhalb der Platte vor der Berechnung bekannt sein. Das heißt, es müssen die Anordnung der Bewehrung, die Verhältnisse von Stütz- zu Feldbewehrung  $\delta$  und das Verhältnis der Bewehrungen im Feld vor der Berechnung gewählt werden. EC 2 erlaubt bei Verwendung von hochduktilen Stahl, ausreichend festem Beton und bei einem maximalen Bewehrungsgrad entsprechend einem Wert von  $x/d = 0,25$ , Verhältnisse von Stütz- zu Feldbewehrung  $\delta$  zwischen 0,5 und 2,0. Damit werden Schnittgrößenumlagerungen von bis zu ca. 50 % gegenüber linear elastischer Tragwerksanalyse erzwungen.

Bisher liegen nur sehr wenige Untersuchungen (wie z.B. [3.22]) für allgemeine, zweiachsig gespannte Platten vor, die Aussagen darüber machen, ob die Verformungen/Rotationen entlang der Gelenklinien, die für Umlagerungen in dieser Größenordnung notwendig sind, mit den üblichen Baustoffen möglich sind.

Die Größe der möglichen Rotationen wird stark von den Stahleigenschaften beeinflusst. Derzeit teilt EC 2 die Bewehrungsstähle in zwei Duktilitätsklassen ein - hoch- und normalduktilen Stähle - und empfiehlt bei Bemessung auf der Basis der Plastizitätstheorie und bei linearer Rechnung mit anschließenden großen planmäßigen Umlagerungen die Verwendung von hochduktilen Stahl. Bisher liegen jedoch keine Untersuchungen vor, die zeigen, daß eine derartige Abgrenzung erforderlich ist.

Mit Hilfe des in den vorausgegangenen Kapiteln vorgestellten Finite-Elemente-Programms ist

es möglich, wirklichkeitsnahe, das heißt nichtlineare Berechnungen durchzuführen und diese mit den in EC 2 zugelassenen Berechnungsverfahren zu vergleichen. Auf diese Weise können Handrechnung und numerisch simulierter Versuch einander gegenübergestellt werden und man kann mit deutlich vermindertem Aufwand den Einfluß verschiedener Faktoren im "Versuch" eingehend studieren.

Die Untersuchungen mit dem Programm können also auch darüber Aufschluß geben, ob es erforderlich ist, die Bewehrungsstähle in zwei Duktilitätsklassen einzuteilen oder ob unzureichendes Dehnvermögen durch Überfestigkeiten kompensiert werden kann. Zudem kann geklärt werden, ob für Platten des allgemeinen Hochbaus eventuell die Anforderungen des Gebrauchszustands maßgebend werden und damit die Frage nach ausreichenden Verformungskapazitäten in den Hintergrund tritt.

#### **4.1 Ausgangsdaten und Annahmen für die Parameterstudie**

Die folgende Parameterstudie wird an Rechteckplatten ( $l/b/d/h = 6,0/4,0/0,16/0,13$  m) mit einem Seitenverhältnis von  $2/3$  durchgeführt. Variiert werden neben dem Verhältnis von Stütz- zu Feldbewehrung die Lagerungsbedingungen an den Plattenrändern sowie die Stahlkennwerte.

Im Rahmen dieses Berichtes werden nur Teile einer umfassenderen Parameterstudie wiedergegeben. Die hier gezeigten Resultate lassen jedoch eine deutliche Tendenz erkennen. Für weitere Ergebnisse und darauf aufbauende Schlußfolgerungen wird hier auf [4.3] verwiesen.

#### **Stahlkennwerte**

Untersuchungen der deutschen Stahlindustrie ergaben, daß bei kaltverformtem geschweißtem Mattenstahl 500 M eine deutliche Abhängigkeit zwischen Gleichmaßdehnung  $A_G$  und Streckgrenze  $R_e$  und zwischen dem Verhältnis  $R_m/R_e$  und  $R_e$  besteht. Bild 4.1 zeigt die Ergebnisse einer Studie in Form zweier Punktmengen, die an jeweils mehr als 900 Stichproben durchgeführt wurde.

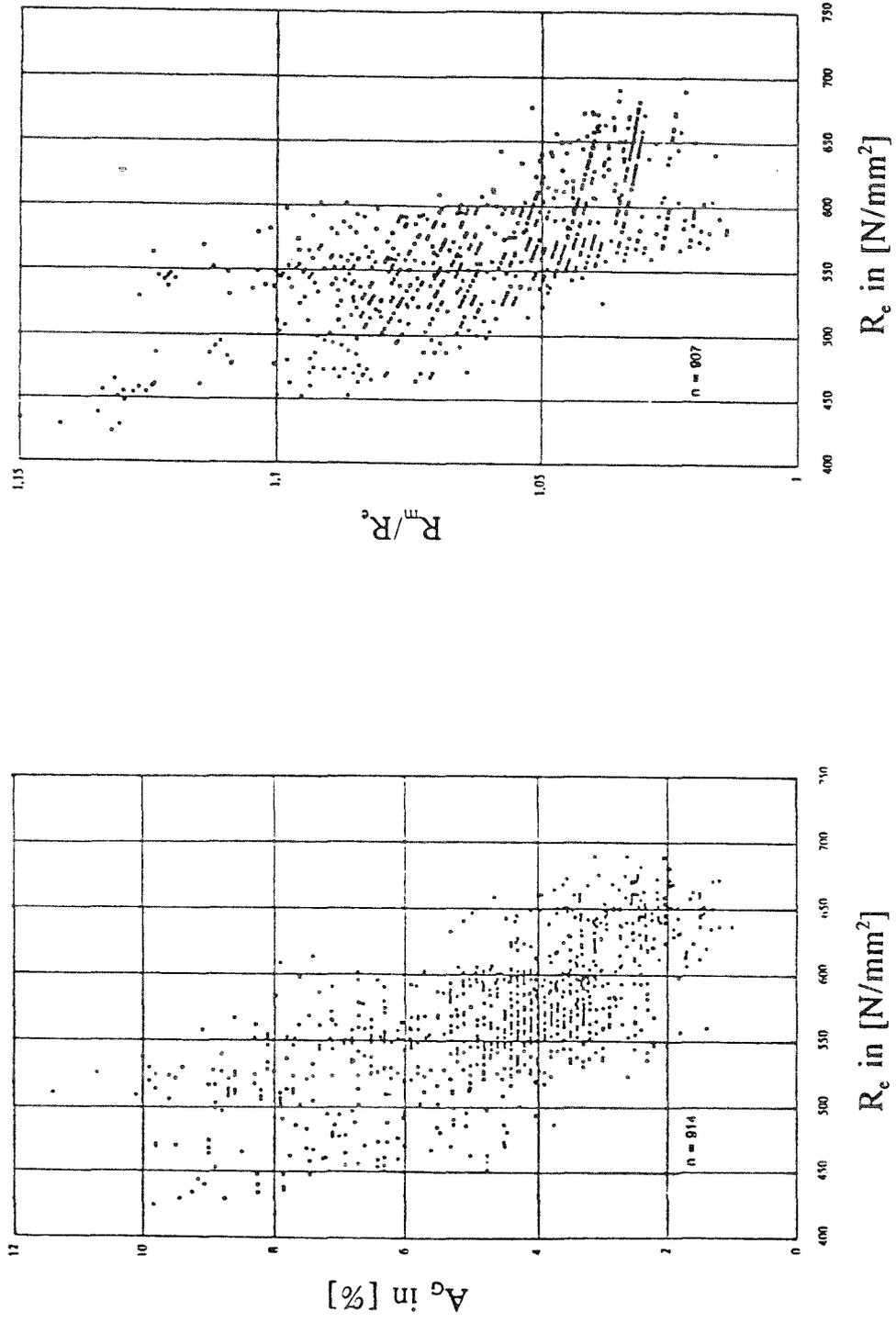


Bild 4.1 : Abhängigkeit von  $A_G$  und  $R_m/R_c$  von  $R_c$  bei kaltverformten, geschweißten Mattenstählen 500 M nach [4.2]

Vereinfacht man diese Zusammenhänge wie in Bild 4.2 dargestellt, so lassen sich folgende Aussagen formulieren:

- Eine hohe Streckgrenze  $R_e$  ist gekoppelt mit kleinem  $A_G$  und kleinem  $R_m/R_e$  (Linie 1)
- Ein Stahl mit niedriger Streckgrenze besitzt ein großes Verhältnis  $R_m/R_e$  und eine große Gleichmaßdehnung  $A_G$  (Linie 2)

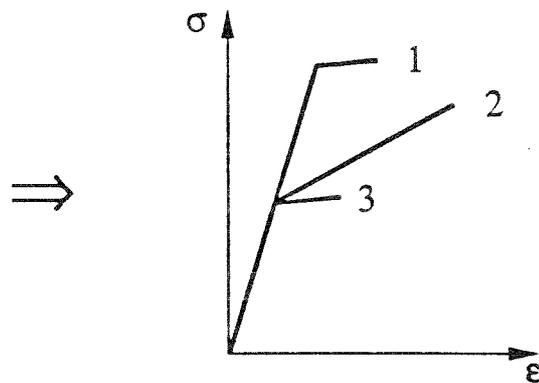
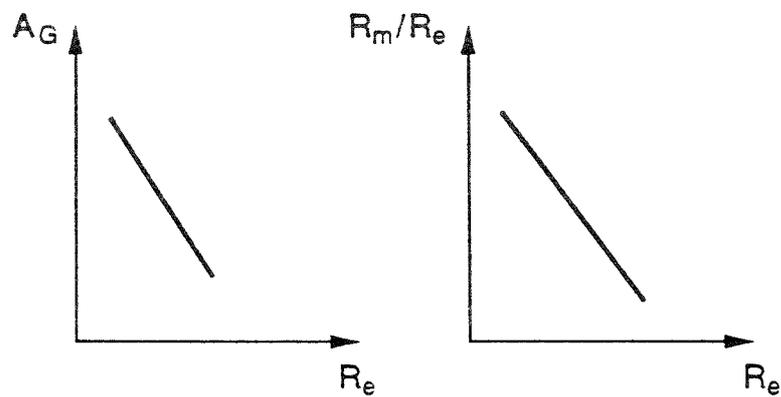


Bild 4.2 : Vereinfachte Zusammenhänge

Für Festlegungen in einer Vorschrift bedeutet dies, daß es für eine realistische Bestimmung der möglichen Rotationsfähigkeit nicht erforderlich ist, gleichzeitig von unteren Fraktilwerten

der Festigkeiten und von unteren Fraktilwerten der Gleichmaßdehnung auszugehen (Linie 3).

Zur Absteckung der Grenzen werden im Rahmen der hier durchgeführten Parameterstudie je ein Stahl mit Kennwerten an der Obergrenze und an der Untergrenze der gesamten Produktionsstreuung ausgewählt. Bei der Wahl wurde darauf geachtet, daß die Gleichmaßdehnung und das Festigkeitsverhältnis  $R_m/R_e$  in der Mitte des Streubereiches der jeweiligen Streckgrenze  $R_e$  liegt. Tabelle 4.1 zeigt die gewählten Stähle mit ihren Parametern.

|                                      | Stahl A    | Stahl B      |
|--------------------------------------|------------|--------------|
| E - Modul [MN/m <sup>2</sup> ]       | 200000     | 200000       |
| $R_e$ [MN/m <sup>2</sup> ]           | 500        | 650          |
| $R_m$ [MN/m <sup>2</sup> ]           | 540        | 670          |
| $R_m/R_e$                            | 1,08       | 1,03         |
| $A_G$ [%]                            | 6,5        | 3,0          |
| Duktilitätsklasse<br>nach Eurocode 2 | hochduktil | normalduktil |

Tabelle 4.1 : Ausgewählte Stähle für die Parameterstudie

### Betonkennwerte

Die Betonqualität wurde bei allen Rechnungen konstant gehalten. Es wurde mit dem Beton 30/37 ein Beton mittlerer Festigkeit gemäß EC 2 gewählt. Die Kenndaten zeigt Tabelle 4.2. Für  $f_{ck}$  und  $\epsilon_{ck}$  wurden die in Eurocode 2 angegebenen Werte übernommen. Da EC 2 keine Angaben zu Bruchfestigkeit  $f_{cu}$  macht, wurden dafür und für  $\epsilon_{cu}$  Werte angenommen, die versuchsbegleitenden Materialuntersuchungen an Prüfkörpern mit einer Zylinderdruckfestigkeit von 30 N/mm<sup>2</sup> entnommen wurden.

| E-Modul<br>[MN/m <sup>2</sup> ] | $f_{ck,cube}$<br>[MN/m <sup>2</sup> ] | $f_{ck}$<br>[MN/m <sup>2</sup> ] | $e_{ck}$<br>[‰] | $f_{cu}$<br>[MN/m <sup>2</sup> ] | $e_{cu}$<br>[‰] |
|---------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 32000                           | 37                                    | 30                               | 2,2             | 26                               | 4,0             |

Tabelle 4.2 : Betonkennwerte

### Randbedingungen

Die Rechnungen wurden an drei Plattentypen mit den folgenden Randbedingungen durchgeführt (siehe auch Tabelle 4.3).

PARA 1 : vier frei aufliegende Ränder

PARA 2 : drei frei aufliegende Ränder, eine lange Seite eingespannt

PARA 3 : drei eingespannte Ränder, eine lange Seite frei aufliegend

Die Bilder B 6, B 7, B 8 in Anhang B zeigen die Elementdiskretisierungen für die drei Platten.

### Bewehrungsanordnung

Bei der Wahl der Bewehrung wurde von nicht gestaffelter, orthogonaler Netzbewehrung ausgegangen, die parallel zu den Plattenseiten verlegt ist.

EC 2 fordert bei Platten im Zugbereich eine Mindestbewehrung entsprechend einem geometrischen Bewehrungsgrad von  $\mu = 0,15 \%$ . Daher wurde bei allen Rechnungen die Bewehrung so angeordnet, daß im am schwächsten bewehrten Querschnitt eine Mindestbewehrung von  $2,57 \text{ cm}^2/\text{m}$ , entsprechend  $\mu = 0,16 \%$ , vorliegt.

Das heißt, bei allen Platten mit Ausnahme derjenigen mit einem Verhältnis von  $\delta = 0,5$ , beträgt die Feldbewehrung in beiden Tragrichtungen jeweils  $a_{s_{\text{Feld}}} = 2,57 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Die Stützbewehrung nimmt jeweils die 1,0, 1,5 oder 2,0-fache Größe davon an. Bei den Platten mit  $\delta = 0,5$  wurde der Stützbereich mit der Mindestbewehrung armiert und die Feldbewehrung gegenüber der Stützbewehrung verdoppelt.

Bei den eingespannten Rändern wurde die von EC 2 vorgeschriebene Mindestquerbewehrung von 20 % der Stützbewehrung angeordnet. Vereinfachend wurde die Stützbewehrung entlang eines eingespannten Randes nicht gestaffelt.

Alle Platten wurden, soweit nicht zwei eingespannte Ecken aufeinander stießen, zur Vermeidung von Fächerbildungen, mit Drillbewehrung nach DIN 1045, das heißt, mit orthogonaler isotroper Netzbewehrung in der Stärke der Feldbewehrung auf einer Länge von  $0,3 l_{\min}$  ausgestattet.

Das Verhältnis von Stütz- zu Feldbewehrung wurde vereinfachend bei den Platten mit mehreren eingespannten Rändern entlang aller eingespannten Rändern innerhalb eines Rechenlaufes konstant angenommen. Tabelle 4.3 zeigt das Programm der Parameterstudie im Überblick.

|                      |  |  |  |     |
|----------------------|--|--|--|-----|
| Lagerungsbedingungen | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;">           PARA 1         </div> | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;">           PARA 2         </div> | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;">           PARA 3         </div> |     |
| $\delta$             | 0,5  | 1,0  | 1,5  | 2,0 |
| Stahltyp             | A  |  | B  |     |

Tabelle 4.3 : Programm der Parameterstudie im Überblick

## 4.2 Ergebnisse

Die Ergebnisse sind in Form von Diagrammen dargestellt. Bild 4.3 zeigt jeweils für Stahl A und Stahl B die Verhältnisse von Traglast nach nichtlinearer Rechnung ( $q_{u,NLR}$ ) zu Traglast nach Bruchlinientheorie ( $q_{u,BLT}$ ) aufgetragen über dem Verhältnis von Stütz- zu Feldbewehrung.

zung  $\delta$ .  $q_{u,BLT}$  wurde dabei unter Berücksichtigung der wirklichen Stahlkennwerte nach den Formeln von Sawczuk/Jaeger[4.1] bestimmt.

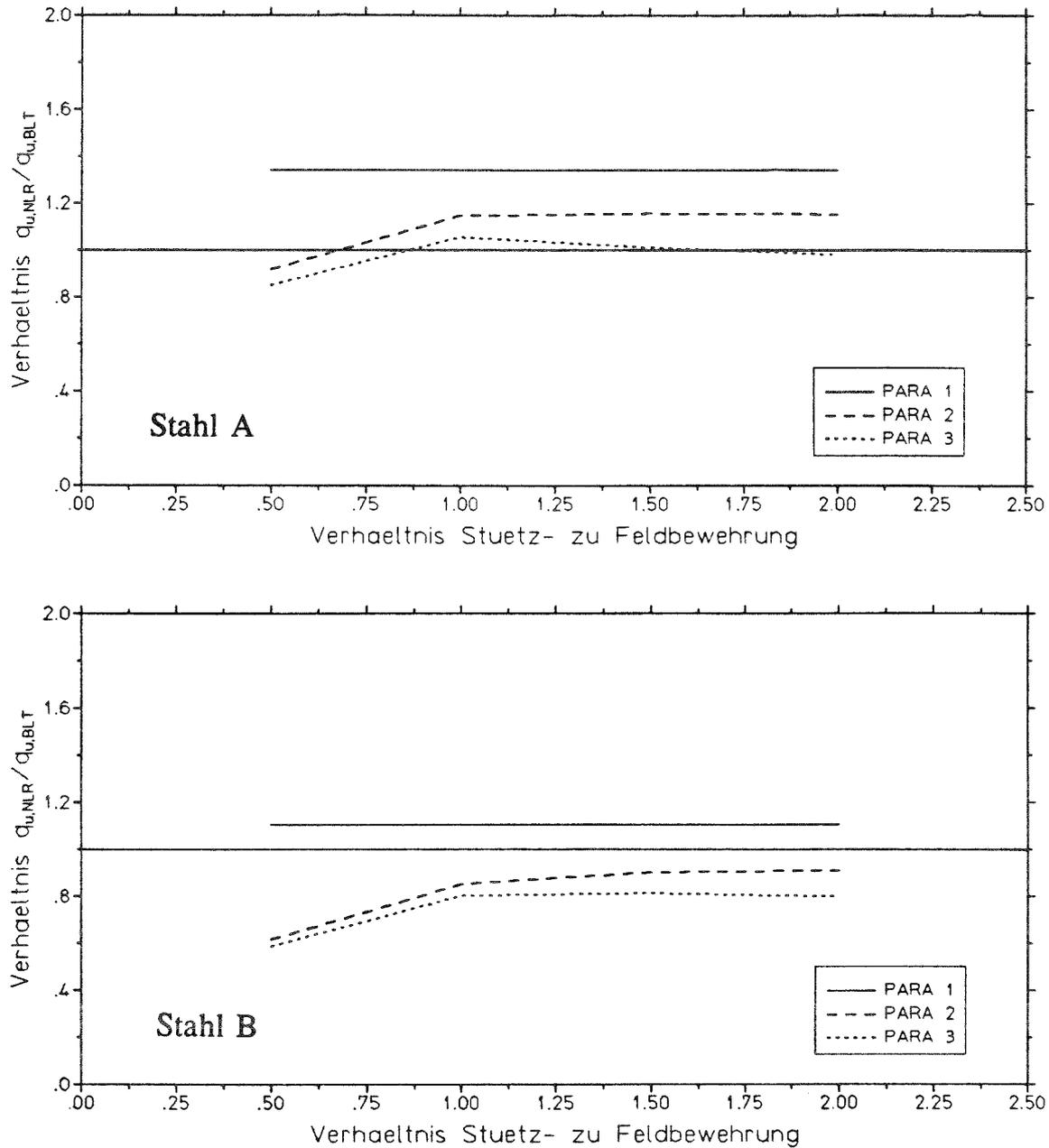


Bild 4.3 :  $q_{u,NLR} / q_{u,BLT}$  aufgetragen über dem Verhältnis von Stütz- zu Feldbewehrung

Analog dazu zeigt Bild 4.4 die Verhältnisse von  $q_{u,NLR}$  zu  $q_{u,BEM}$  für beide Stähle.  $q_{u,BEM}$  ist die Traglast nach Bruchlinientheorie, die mit den Beziehungen nach [4.1] ausgehend von den

mit dem Teilsicherheitsbeiwert für den Stahl beaufschlagten Materialdaten aus EC 2 berechnet wurde.

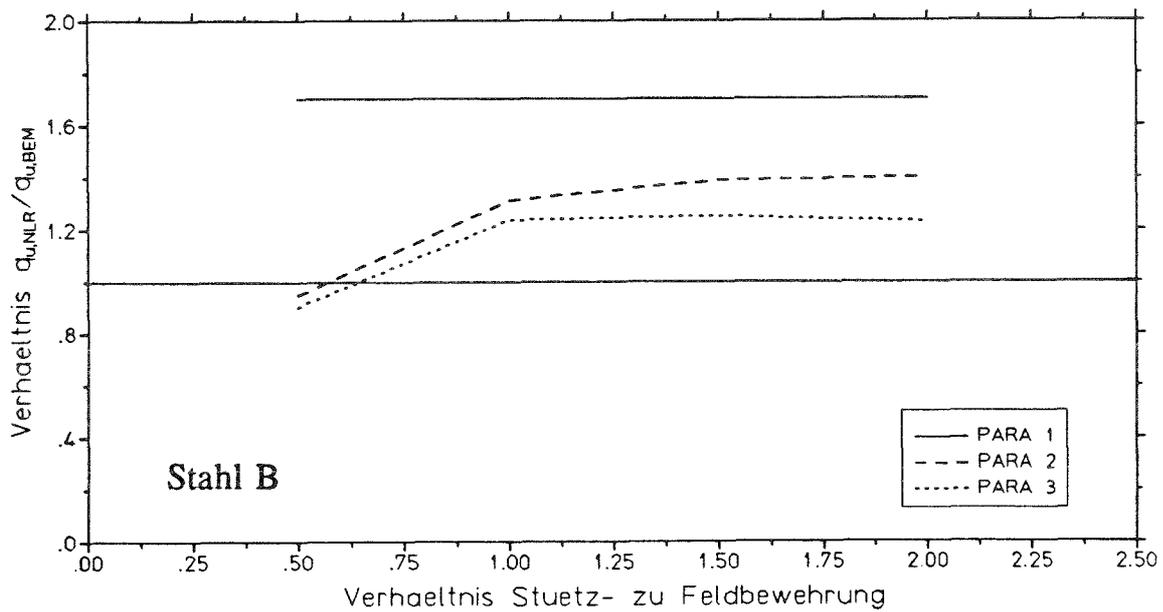
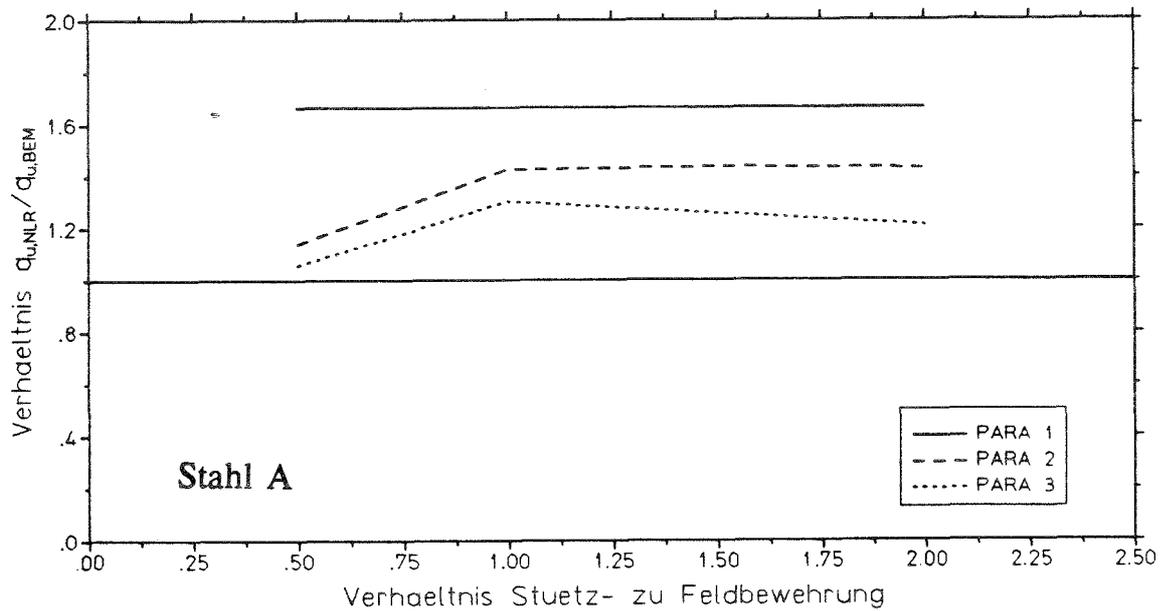


Bild 4.4 :  $q_{u,NLR} / q_{u,BEM}$  aufgetragen über dem Verhältnis von Stütz- zu Feldbewehrung

Die Berechnung der Traglast nach Bruchlinientheorie  $q_{u,BLT}$  und  $q_{u,BEM}$  erfolgte wie bereits erwähnt anhand der Formeln von Sawczuk/Jaeger[4.1]. Die dazu erforderlichen Bruchmomente  $m_u$  wurden wie folgt berechnet :

- für  $q_{u,BLT}$   $m_u = R_m \cdot a_s \cdot 0,95 \cdot h$

- für  $q_{u,BEM}$   $m_u = R_e/1,35 \cdot a_s \cdot 0,95 \cdot h$  , mit  $a_s =$  Stahlquerschnitt/lf. Meter

Der Einfluß einer Druckbewehrung wird bei der Bruchlinientheorie vernachlässigt.

### 4.3 Interpretation der Ergebnisse

#### Einfluß der Stahlkennwerte

Bild 4.3 zeigt, daß mit dem duktileren Stahl A größere Verhältnisse von  $q_{u,NLR}$  zu  $q_{u,BLT}$  erreicht wurden als bei den Platten die mit dem weniger duktilen Stahl B bewehrt waren. Das bedeutet, daß mit Stahl A größere Umlagerungen möglich waren und damit die Tragreserven besser ausgenützt wurden. Jedoch konnte das geringe Dehnvermögen von Stahl B immer, ausgenommen die Platten, bei denen das Bewehrungsverhältnis  $\delta = 0,5$  betrug, durch seine Überfestigkeiten ausgeglichen werden. Dies äußert sich in den näherungsweise gleichen Verhältnissen von  $q_{u,NLR}$  zu  $q_{u,BEM}$ . Weiterhin zeigt Bild 4.4, daß die wirklichen Traglasten mit einer Ausnahme (PARA 2, Stahl B,  $\delta = 0,5$ ) deutlich über  $q_{u,BEM}$  liegen.

#### Einfluß der Randbedingungen

Die geringeren Verhältnisse  $q_{u,NLR} / q_{u,BLT}$  und  $q_{u,NLR} / q_{u,BEM}$  bei PARA 2 und PARA 3 gegenüber denen bei PARA 1 lassen sich mit den unterschiedlichen Versagenmechanismen erklären. Die Bewehrung an den eingespannten Rändern von PARA 1 und 3 erreichte die maximale Spannung  $R_m$  bevor die Tragreserven im Plattenfeld erschöpft waren.

PARA 1 versagte erwartungsgemäß in Feldmitte nachdem auch die äußeren Plattenteile zur Lastabtragung herangezogen worden waren. Die dazu erforderlichen Verformungen sind offensichtlich geringer als diejenigen im Stützbereich.

Um direkte Vergleichsmöglichkeiten mit der Bruchlinientheorie zu haben wurden bei den hier

durchgeführten Rechnungen die horizontalen Verschiebungen rechtwinklig zu den Rändern nicht behindert. Würde man diese Verschiebungen gemäß den in der Praxis häufig auftretenden Verhältnissen behindern, so würde sich ein Membranspannungszustand einstellen und die Traglasten würden über die hier ermittelten Werte ansteigen.

### **Örtliches Querschnittsversagen**

Die Bruchlinientheorie geht davon aus, daß für den einzelnen Querschnitt nur Stahlversagen maßgebend ist. Tatsächlich trat jedoch in den Rechnungen örtliches Druckversagen bei allen Platten bereits unterhalb von  $q_{u,BEM}$  ein. Je nach Lagerungsbedingungen erfolgte dies an unterschiedlichen Stellen im Tragwerk. Bei den Platten PARA 2 und 3 trat erstes Versagen der Druckzone in den Eckbereichen ein, während bei PARA 1 die Druckzone zuerst in der Mitte des Feldes überbeansprucht wurde.

Im Versuch ist ein derartiges Versagen meist nicht zu beobachten da die Belastung auf der Druckseite aufgebracht wird und damit in der Betondruckzone ein dreiaxialer Spannungszustand entsteht.

Eine Minderung der Traglast ist jedoch infolge örtlichen Betonversagens nicht zu befürchten, da bei so hochgradig statisch unbestimmten Systemen wie Platten die Schnittgrößen sofort in weniger beanspruchte Tragwerksteile umgelagert werden.

### **Fazit**

Die Berechnungen mit den drei Plattentypen haben gezeigt, daß ein geringes Dehnvermögen des Stahls mit einer Ausnahme (PARA 2 und 3,  $\delta = 0,5$ ) durch eine vorhandene Überfestigkeit gut kompensiert werden kann.

Membranspannungen werden bei der Bruchlinientheorie vernachlässigt. Berücksichtigt man die Traglaststeigerung infolge des durch Behinderung der horizontalen Verschiebung hervorgerufenen Membranspannungszustandes gegenüber der idealisierten Berechnung nach der Bruchlinientheorie, so sind noch zusätzliche Sicherheiten vorhanden.

Zum Schluß sei hier noch eine weitere Überlegung dargestellt. Betrachtet man die mit den angeordneten Mindestbewehrungen errechneten Bruchlasten  $q_{u,BEM}$ , so stellt man fest, daß

diese weit über den üblichen Belastungen einer Platte des allgemeinen Hochbaus liegen. Das bedeutet, daß für die meisten Fälle die nach EC 2 geforderte Mindestbewehrung maßgebend wird, d.h. die Anforderungen des Gebrauchszustands in ihrer Bedeutung vor die Bemessung für die zu ertragende Last treten.

| $\delta$ | PARA 1<br>$q_{u,BEM}$ [kN/m <sup>2</sup> ] | PARA 2<br>$q_{u,BEM}$ [kN/m <sup>2</sup> ] | PARA 3<br>$q_{u,BEM}$ [kN/m <sup>2</sup> ] |
|----------|--|--|--|
| 0,5      | 14,643                                     | 33,686                                     | 38,948                                     |
| 1,0      |  | 18,838                                     | 24,100                                     |
| 1,5      |  | 20,701                                     | 28,602                                     |
| 2,0      |  | 22,468                                     | 33,010                                     |

Tabelle 4.4 : Bruchlasten  $q_{u,BEM}$

## 5. Zusammenfassung

Bisher erfolgte in Deutschland die Schnittgrößenermittlung auf der Basis der linearen Elastizitätstheorie. Der in Zukunft gültige EC 2 sieht neben linearen Verfahren auch die Bruchlinientheorie zur Schnittgrößenermittlung für Platten vor. Dieses nichtlineare Berechnungsverfahren setzt voraus, daß in den nach E-Theorie meistbeanspruchten Tragwerksteilen ausreichend große Verformungskapazitäten vorhanden sind.

Zur Überprüfung, ob mit den in Deutschland handelsüblichen Baustoffen, insbesondere mit den im allgemeinen verwendeten Baustählen diese Voraussetzungen erfüllt sind, wurden im Rahmen dieses Forschungsvorhabens Versuche an schräg zur Tragrichtung bewehrten Plattenstreifen, sowie nichtlineare Berechnungen mit der Methode der Finiten Elemente durchgeführt. Mit den Versuchen sollte zum einen das bisher nicht erforschte Verformungsvermögen entlang von Gelenklinien in den Eckbereichen einer Platte untersucht werden und zum anderen eine zusätzliche Möglichkeit zur Verifizierung des Finite-Elemente-Programms geschaffen werden.

Die Versuche ergaben, daß bei isotroper Mattenbewehrung das Rotationsvermögen und die Rißweiten mit zunehmendem Abweichungswinkel der Bewehrung von der Tragrichtung anwachsen und daß die Traglast unabhängig vom Abweichungswinkel ist.

Zur Abbildung der zugversteifenden Wirkung des Betons in den nichtlinearen Berechnungen wurde eine modifizierte, d.h. eine die Mitwirkung des Betons auf Zug berücksichtigende, Stahlkennlinie erstellt und in ein bestehendes FE-Programm implementiert. Die zur Überprüfung der Modellierung des Verbundbaustoffes Stahlbeton durchgeführten Vergleichsrechnungen zu den eigenen und fremden Versuchen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung.

Eine Parameterstudie an Rechteckplatten mit verschiedenen Lagerungsbedingungen, bei der zum einen die Eigenschaften des Bewehrungsstahls und zum anderen das Verhältnis von Stütz- zu Feldbewehrung in den von EC 2 vorgegebenen Grenzen variiert wurde, zeigt daß, unzureichendes Dehnvermögen meist durch Überfestigkeiten kompensiert werden kann. Bei der Auswahl der Stahlparameter konnte auf Untersuchungen der deutschen Stahlindustrie

zurückgegriffen werden. Diese Studien hatten ergeben, daß eine Stahlsorte (Baustahl 500 M) zu erheblichen Streuungen in den Festigkeiten aufweist und daß zum anderen ein Zusammenhang zwischen Streckgrenze  $R_e$  und Gleichmaßdehnung  $A_G$  sowie zwischen  $R_e$  und dem Verhältnis  $R_m/R_e$  besteht. Repräsentativ wurden parallel Berechnungen mit je einem Stahl an der Ober- und Untergrenze der Gesamtheit der Stahlproduktion durchgeführt. Außerdem machte die Studie deutlich, daß die bei der Bruchlinientheorie vernachlässigten Membrankräfte eine erhebliche Traglaststeigerung ermöglichen und damit die Frage nach einer ausreichenden Umlagerungsfähigkeit relativiert wird.

Nähere Einzelheiten zu den Berechnungen werden in einer vor dem Abschluß stehenden Dissertation[4.3] gegeben.

## 6. Literaturverzeichnis

- [2.1] Eibl, Bühler                    Untersuchung des Einflusses verschiedener Stahlparameter auf die mögliche plastische Rotation bei Stahlbetontragwerken
- [2.2] Ebner, Fritz                    Über den Einfluß der Richtungsabweichung der Bewehrung von der Hauptspannungsrichtung auf das Tragverhalten von Stahlbetonplatten, Diss. TU Karlsruhe 1963
- [2.3] EC 2                                Eurocode 2, Planung von Stahlbeton und Spannbetontragwerken, Teil 1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau, Okt. 1991
- [2.4] Macchi, G.                        Some Results of Bending Tests on Concrete Slab Elements Reinforced with Welded Wire Fabric, ECISS Meeting 16.-17. Mai 1990, Düsseldorf
- [2.5] Lardi, Rudolfo                    Trag- und Verformungsverhalten von netzbewehrten Stahlbetonplatten, Forschungsbericht aus dem Fachbereich Bauwesen Nr. 19, Universität-Gesamthochschule Essen 1982
- [2.6] Lardi, Rudolfo                    Zur Bemessung von Flächentragwerken aus Stahlbeton, Forschungsbericht aus dem Fachbereich Bauwesen Nr. 30, Universität-Gesamthochschule Essen 1985
- [2.7] Eibl/Curbach/  
Stempniewski                        Mögliche plastische Rotation bei Platten im Hochbau, Institut für Massivbau TU Karlsruhe 1986, unveröffentlichter Bericht
- [3.1] Stempniewski L.                    Flüssigkeitsgefüllte Stahlbetonbehälter unter Erdbebeneinwirkung, Diss. TU Karlsruhe 1990
- [3.2] Kompfner, T.A.                    Ein Finites Elementmodell für die geometrisch und physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlbetonschalen, Diss. Universität Stuttgart 1983
- [3.3] Darwin/Pecknold                    Inelastic Model for Cyclic Biaxial Loading of Reinforced Concrete, Civil Engineering Studies, Structural Research Series No. 409, University of Illinois at Urbana-Champaign, Illinois, July 1974
- [3.4] Bathe, K.J.                         Finite-Elemente-Methoden, Berlin: Springer-Verlag 1968

- [3.5] Zienkiewicz, O.C. Methode der finiten Elemente, München: Hanser-Verlag 1984
- [3.6] Bathe/Ramm/Wilson Finite Element Formulations for Large Deformation Dynamic Analysis, Int. J. Num. Meth. Eng. 9 (1975), S. 353-386
- [3.7] Engels, H.: Numerical Quadrature and Cubature, London: Academic Press Inc. 1980
- [3.8] Saenz, L.P.: Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete, ACI 61 (1964), S.1227-1239
- [3.9] Kupfer/Gerstle Behaviour of Concrete Under Biaxial Stresses, ASCE Vol.99 EM4 (1973), S.853-866
- [3.10] Keuser, Manfred Verbundmodelle für nichtlineare FE-Berechnungen von Stahlbetonkonstruktionen, Diss. TH Darmstadt 1985
- [3.11] Noakowski, Piotr Kontinuierliche Theorie der Mitwirkung des Betos auf Zug DafStb Heft 394
- [3.12] Eligehausen/Betero/  
Popov Local Bond Stress-Slip Relationship of deformed Bars under generalized Excitations. University of California 1983
- [3.13] Hartl, Gerhard Die Arbeitslinie eingebetteter Stähle bei Erst- und Kurzzeitbelastung, Diss. Uni. Innsbruck 1977
- [3.14] Martin/Schießl/  
Kutsch Einfluß der Form der Spannungs-Dehnungslinien von geschweißten Betonstahlmatten auf das Tragverhalten von Stahlbetonkonstruktionen, Inst. für Betonstahl und Stahlbeton e.V. München 1980
- [3.15] Eligehausen, Rolf Unveröffentlichter Zwischenbericht zum Forschungsvorhaben "Erforderliches Dehnvermögen von Bewehrungen" Teil 2, Bautechnische Untersuchungen
- [3.16] Kreller, Helmut Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangeinwirkung,
- [3.17] Langer, Peter Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche im Stahlbeton, Diss. Universität Stuttgart 1987
- [3.18] Martin/Schießl/  
Schwarzkopf Ableitung eines allgemeingültigen Berechnungsverfahrens für Rißbreiten aus Lastbeanspruchung auf der Grundlage von theoretischen Erkenntnissen und Versuchsergebnissen, Schriften-

- reihe Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 309 Köln 1980
- [3.19] Lenschow, R.J. A yield criterion for reinforced under biaxial moments and forces, University of Illinois, Ph.D. 1966, Engeneering, civil
- [3.20] Röder, F.-K. Versuchsergebnisse zum Kraftverlauf in schräg zum Riß angeordneten Bewehrungsstäben, Forschungsbericht Nr. 23 Institut für Massivbau TH Darmstadt 1974
- [3.21] Kollegger, J. Tension Stiffening bei schräg zum Riß angeordneten Bewehrungsstäben, Bauingenieur 67 (1992)
- [3.22] Bieger/Ruge/Pardey Forschungsbericht Nr. 9209, Bewehrungseinsparung und Schadensvermeidung bei Stahlbetonplatten untermehrachsiger Beanspruchung
- [3.23] Eibl, J. Open Problems and Identification of Possible Future Work within CEB, Contribution to the 26th CEB Plenary Session, Dubrovnik 1988, 105 - 116
- [3.24] Eibl, J. Constitutive Laws and Structures, IBVH-Colloquium 'Structural Concrete', Stuttgart 1991; IBVH-Report, Vol. 62 (1991), 337 - 342
- [4.1] Sawczuk/Jaeger Grenztragfähigkeits-Theorie der Platten, Springer Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg 1963
- [4.2] ISB, Rußwurm,D. Zur Verfügung gestellte Unterlagen zu Untersuchungen an kaltverformten, geschweißten Mattenstählen 500 M, Institut für Stahlbetonbewehrung e.V., München
- [4.3] Stolze, R. Plastisches Verformungsvermögen bei Stahlbetonplatten des allgemeinen Hochbaus unter besonderer Berücksichtigung der Richtungsabweichung der Bewehrung von der Haupttragrichtung, Dissertation in Vorbereitung, TU Karlsruhe

## Anhang A

| Stäbe mit Durchmesser 8 mm<br>maximale Zugkraft in [kN] |        |         | Stäbe mit Durchmesser 5 mm<br>maximale Zugkraft in [kN] |        |         |
|---|--------|---------|---|--------|---------|
| Typ I   | Typ II | Typ III | Typ I   | Typ II | Typ III |
| 30,94   | 31,2   | 31,5    | 12,9  | 13,0   | 13,2    |
| 30,70   | 30,9   | 30,9    | 12,8  | 12,2   | 13,4    |
| 30,94   | 31,1   | 31,9    | 12,9  | 12,8   | 13,2    |
|   | 31,0   | 31,7    |   | 13,0   |         |
|   | 30,8   | 31,2    |   | 13,5   |         |
|   | 31,5   | 31,5    |   | 12,5   |         |
|   | 31,1   | 30,8    |   |        |         |
|   | 31,2   |         |   |        |         |
|   | 31,9   |         |   |        |         |
|   | 31,2   |         |   |        |         |
|   | 31,2   |         |   |        |         |
|   | 31,6   |         |   |        |         |
|   | 31,2   |         |   |        |         |
|   | 31,0   |         |   |        |         |
|   | 31,3   |         |   |        |         |
|   | 31,3   |         |   |        |         |
|   | 31,3   |         |   |        |         |

Tabelle A 1: Maximale Kräfte beim Zugversuch

| Kolbenkraft in [kN] zur Bestimmung von $R_e$ für Stäbe mit Durchmesser 8mm |         | Kolbenkraft in [kN] zur Bestimmung von $R_e$ für Stäbe mit Durchmesser 5mm |         |
|--|---------|--|---------|
| Typ I  | Typ III | Typ I  | Typ III |
| 28,96  | 29,28   | 12,24  | 12,64   |
| 28,64  | 28,72   | 12,08  | 12,64   |
| 28,80  | 29,76   | 12,16  | 12,64   |
|  | 29,44   |  |         |
|  | 29,44   |  |         |
|  | 29,68   |  |         |
|  | 28,48   |  |         |

Tabelle A 2: Kolbenkraft zur Bestimmung der Streckgrenze

| $A_G$ für Stäbe Durchmesser 8 mm in [%] |        |         | $A_G$ für Stäbe Durchmesser 5 mm in [%] |        |         |
|---|--------|---------|---|--------|---------|
| Typ I                                   | Typ II | Typ III | Typ I                                   | Typ II | Typ III |
| 5,0                                     | 4,0    | 6,46    | 4,0                                     | 5,0    | 7,2     |
| 5,63                                    | 5,38   | 8,23    | 4,24                                    | 6,6    | 7,0     |
| 5,45                                    | 5,85   | 5,63    | 4,40                                    |        | 6,0     |
|   | 8,125  | 6,78    |   |        |         |
|   | 5,0    | 7,50    |   |        |         |
|   | 6,875  | 7,25    |   |        |         |
|   | 6,875  | 6,25    |   |        |         |
|   |        | 6,25    |   |        |         |

Tabelle A 3: Gemessene Gleichmaßdehnung an den einzelnen Proben

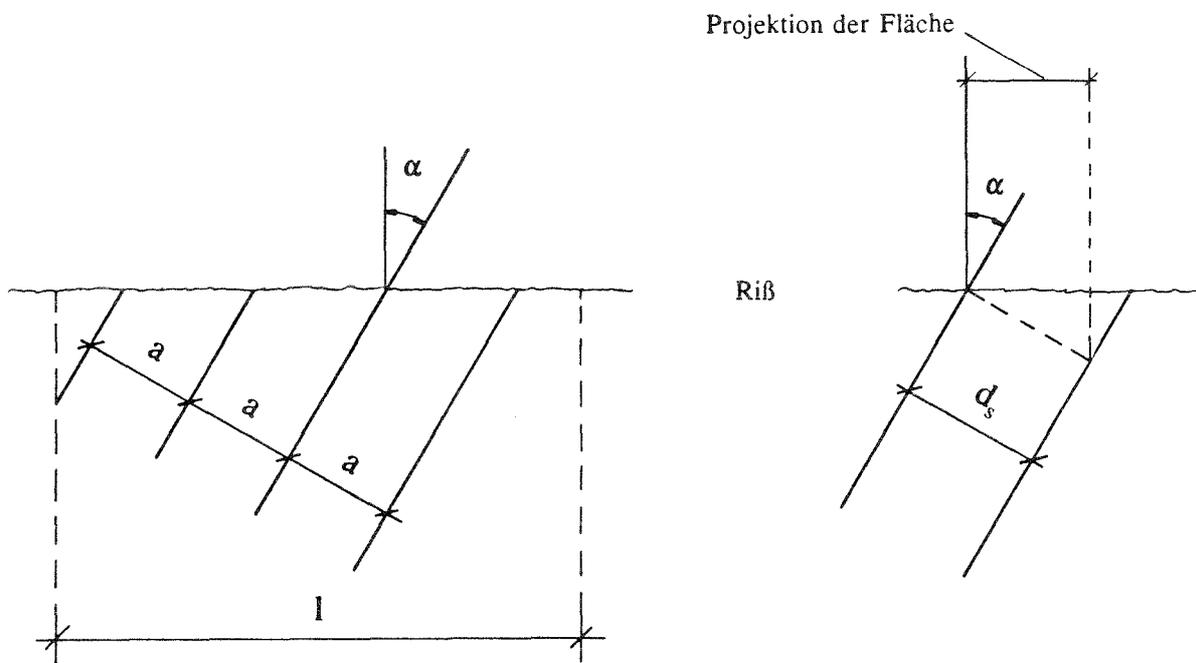
| A <sub>10</sub> für Stäbe Durchmesser 8mm<br>in [%] |        |         | A <sub>10</sub> für Stäbe Durchmesser 5mm<br>in [%] |        |        |
|---|--------|---------|---|--------|--------|
| Typ I   | Typ II | Typ III | Typ I   | Typ II | Typ II |
| 12,25   | 12,10  | 12,23   | 11,24   | 12,0   | 12,0   |
| 12,16   | 11,81  | 13,50   | 10,08   | 11,0   | 12,0   |
| 12,39   | 12,29  | 11,64   | 10,56   |        |        |
|   | 12,00  | 13,50   |   |        |        |
|   | 11,00  | 12,75   |   |        |        |
|   |        | 13,0    |   |        |        |

Tabelle A 4: Gemessene Bruchdehnung an den einzelnen Proben

### Bestimmung der normal zur Rißrichtung wirksamen Bewehrungsfläche

Die Versuche haben gezeigt, daß die Traglast eines mit einer Q-Matte bewehrten Plattenstreifens unabhängig vom Abweichungswinkel der Bewehrung ist. Offensichtlich ist die wirksame Bewehrungsfläche senkrecht zum Riß näherungsweise gleich.

Mit der nachfolgenden Ableitung wird gezeigt, daß die auf die Rißebeine projizierte Querschnittsfläche einer schräg zum Riß verlegten Q-Mattenbewehrung tatsächlich unabhängig vom Abweichungswinkel ist.



Die Anzahl  $z$  der Stäbe, die einen Riß unter einem Winkel  $\alpha$  auf einer Länge  $l$  kreuzt ergibt sich allgemein zu

$$z = \frac{l}{a} \cdot \cos \alpha$$

Die auf die Rißebeine projizierte Fläche eines einzelnen Bewehrungsstabes läßt sich dann wie folgt angeben

$$a s_p = a_{\text{Stab}} \cdot \cos \alpha$$

Damit erhält man die wirksame Stahlfläche einer schräg zum Riß verlegten Bewehrungslage aus der folgenden Beziehung

$$as = \frac{l}{a} \cdot \cos^2 \alpha \cdot a_{\text{Stab}}$$

Die wirksame Fläche eines mehrlagigen Netzes ergibt sich als Summe der Einzelflächen

$$A_s = \sum as_i$$

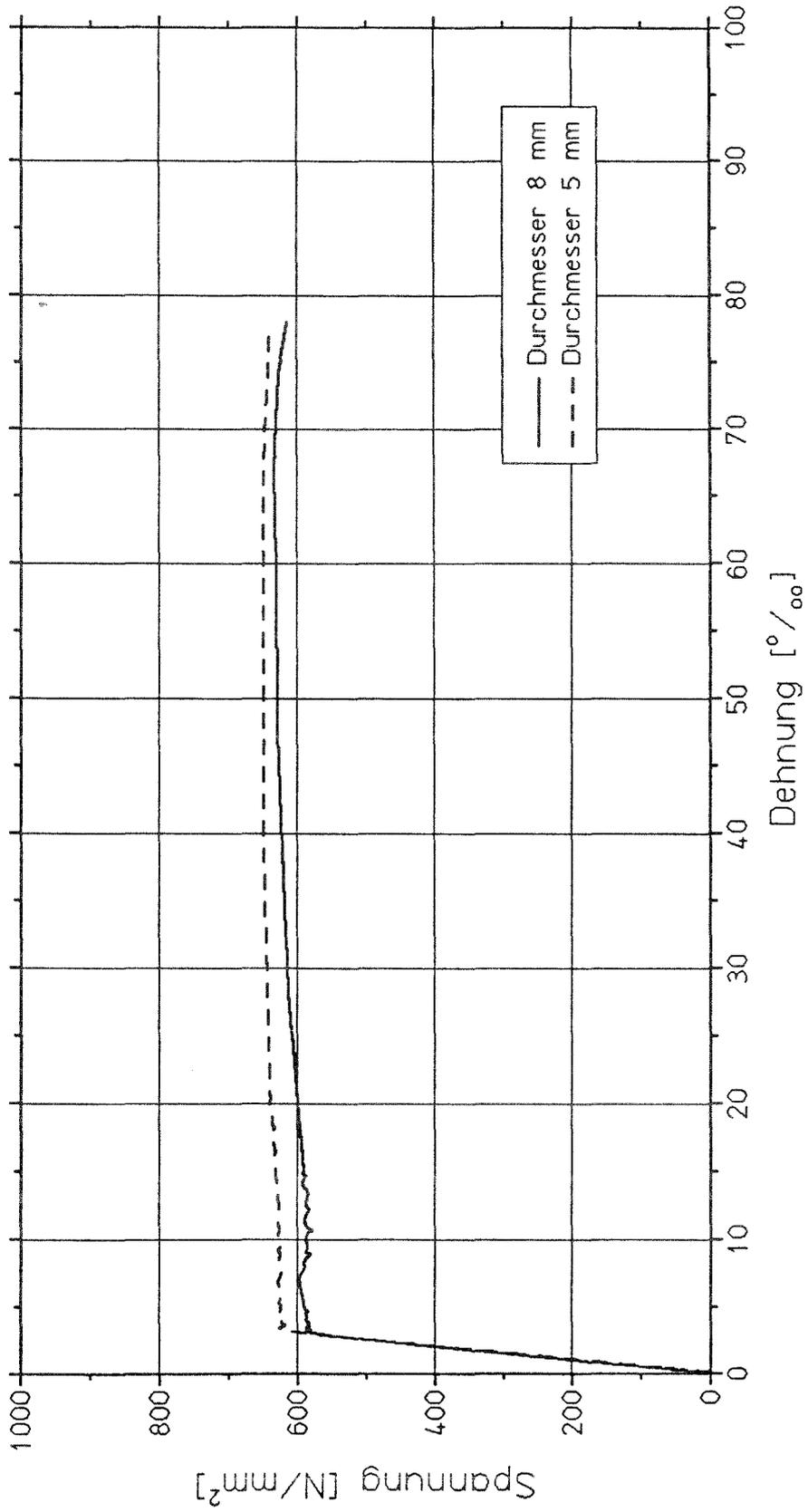
Bei einer Q-Matte sind die Querschnitte der Einzelstäbe in beiden Bewehrungslagen gleich und die Quadrate der Abweichungswinkel addieren sich zu 1 d.h., die wirksame Fläche bleibt konstant.

Das Moment im Gebrauchszustand, für die Platten 1,3,4 und 5 errechnet sich wie folgt

$$M = \frac{170}{15} \cdot (\pi \cdot 4^2) \cdot 592,12 \cdot 0,9 \cdot 156 \cdot 10^{-6} = 47,36 \text{ [kNm]}$$

$$M_{\text{geb}} = \frac{47,36}{1,75} = 27,1 \text{ [kNm]}$$

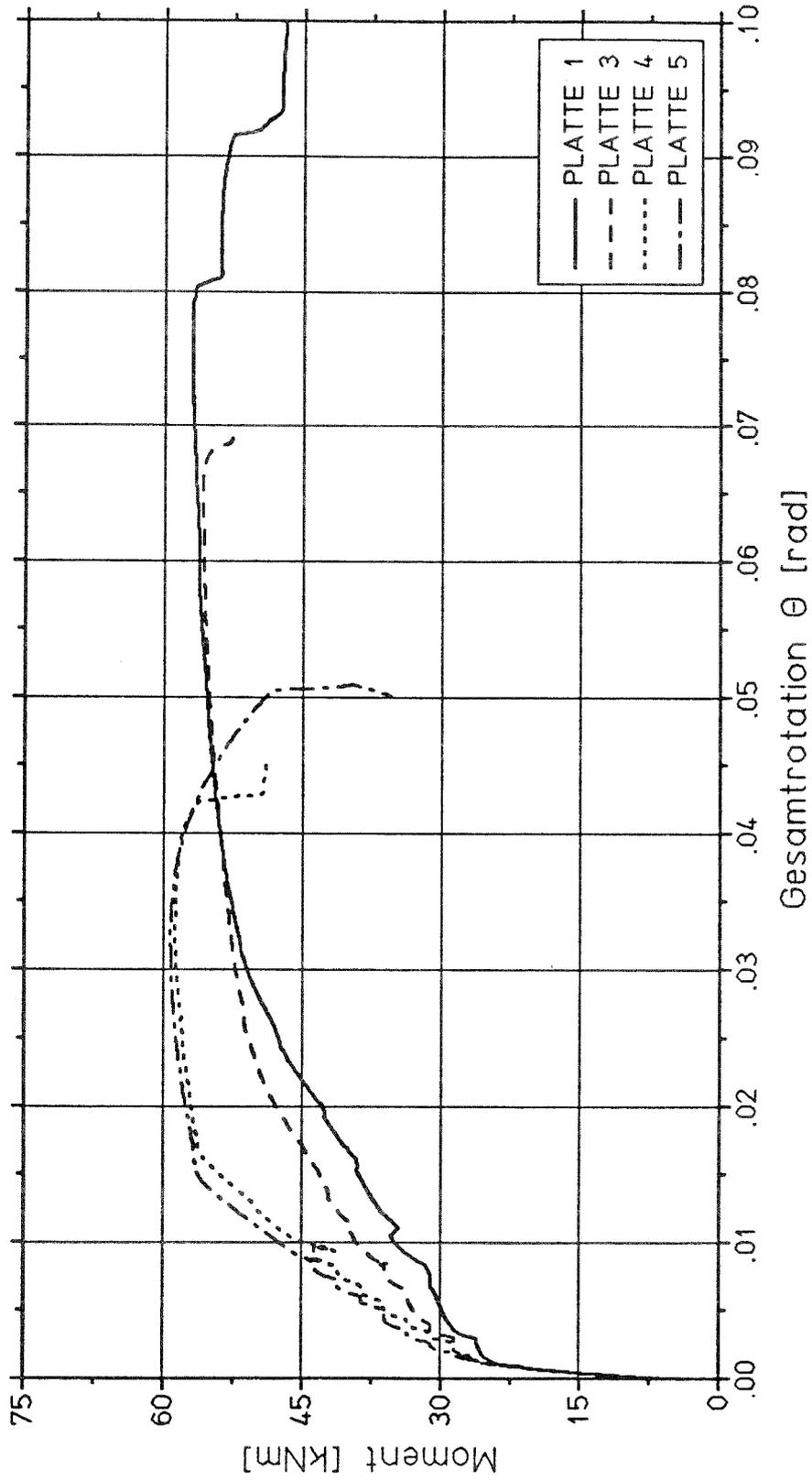
STAHLKENNWERTE



( gemessene Werte )

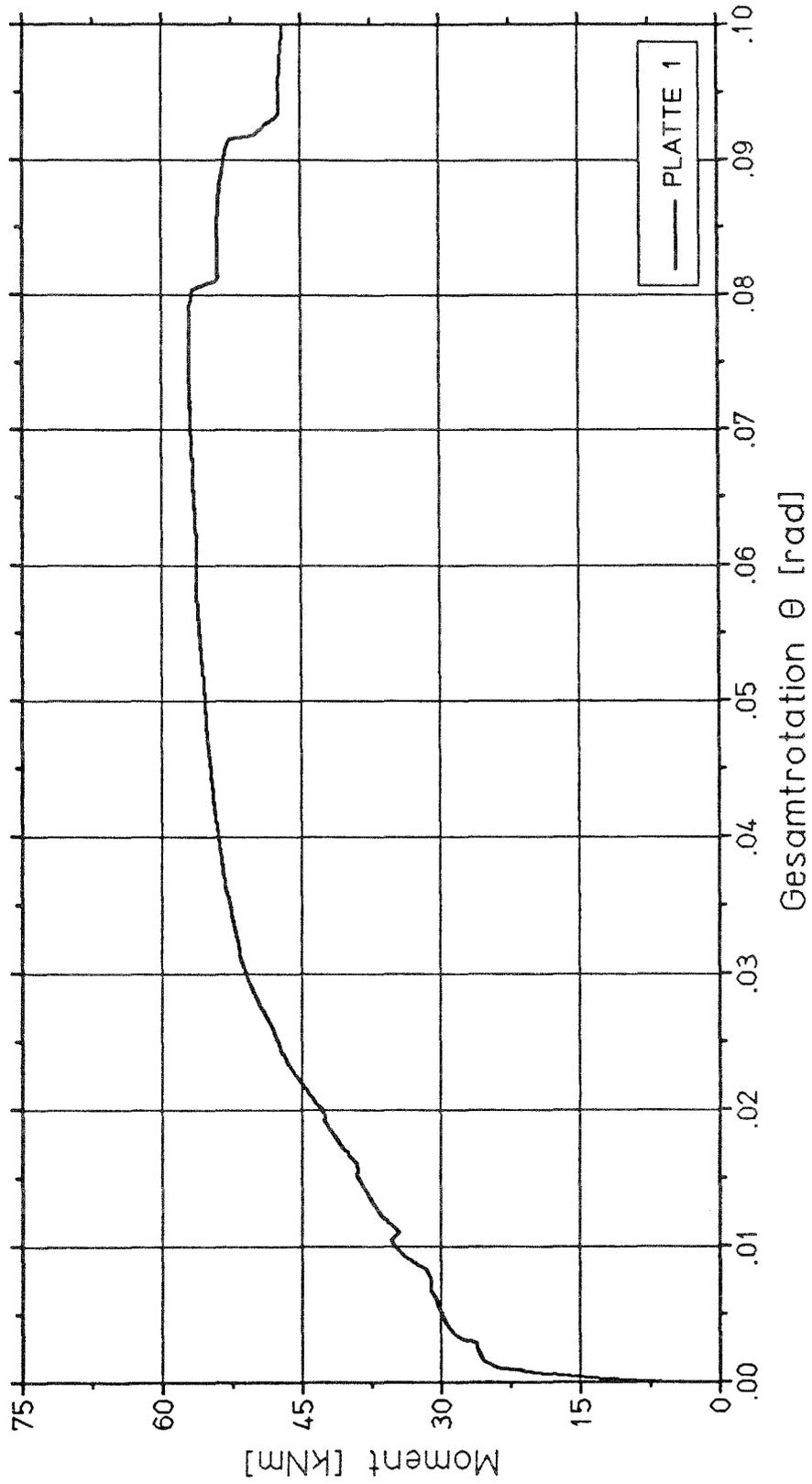
Bild A 0.1

PLATTENROTATION PLATTE 1, PLATTE 3, PLATTE 4 UND PLATTE 5



Momenten - Rotations - Kurve ( gemessene Werte )

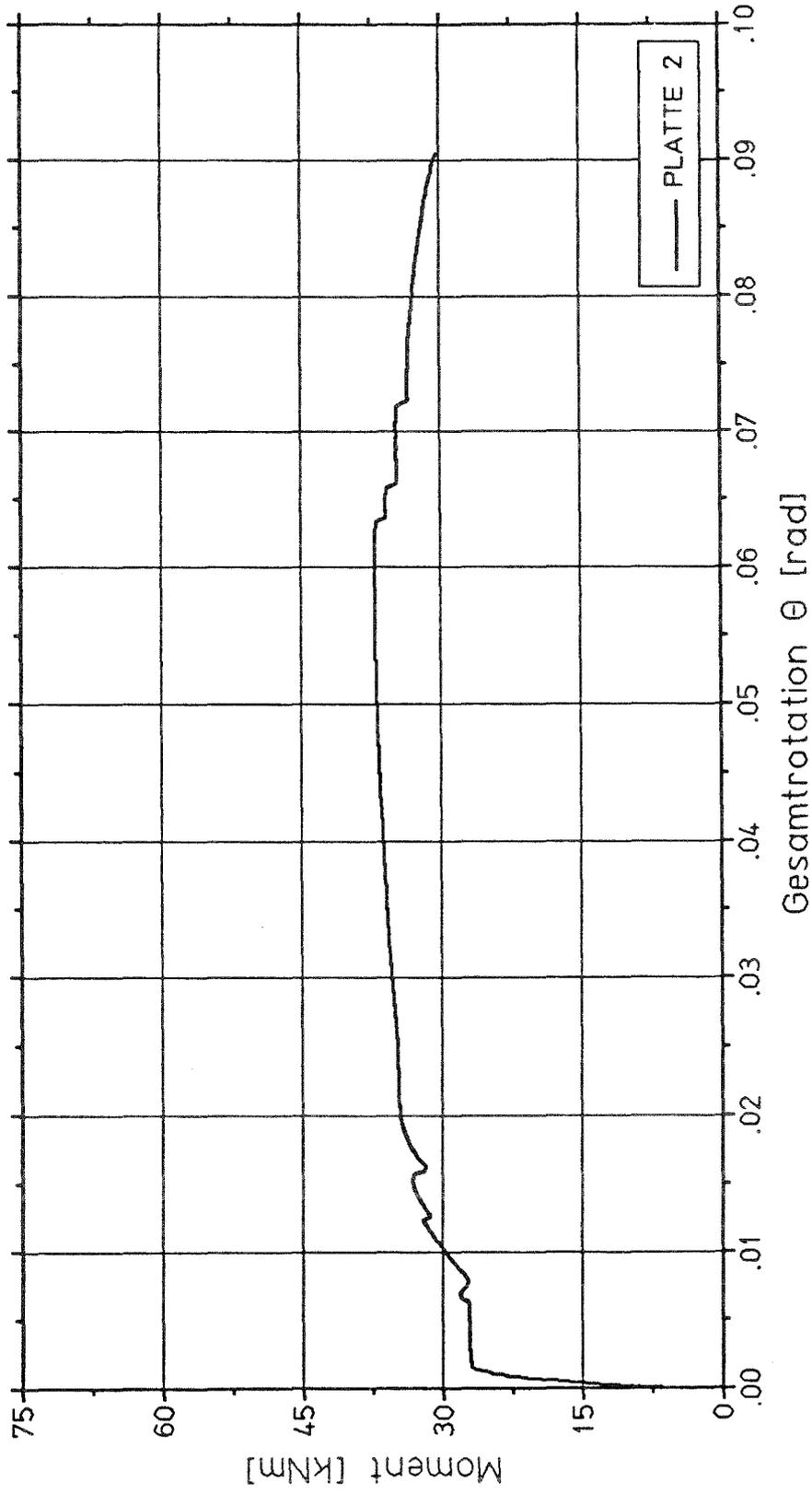
PLATTENROTATION PLATTE 1



Momenten - Rotations - Kurve ( gemessene Werte )

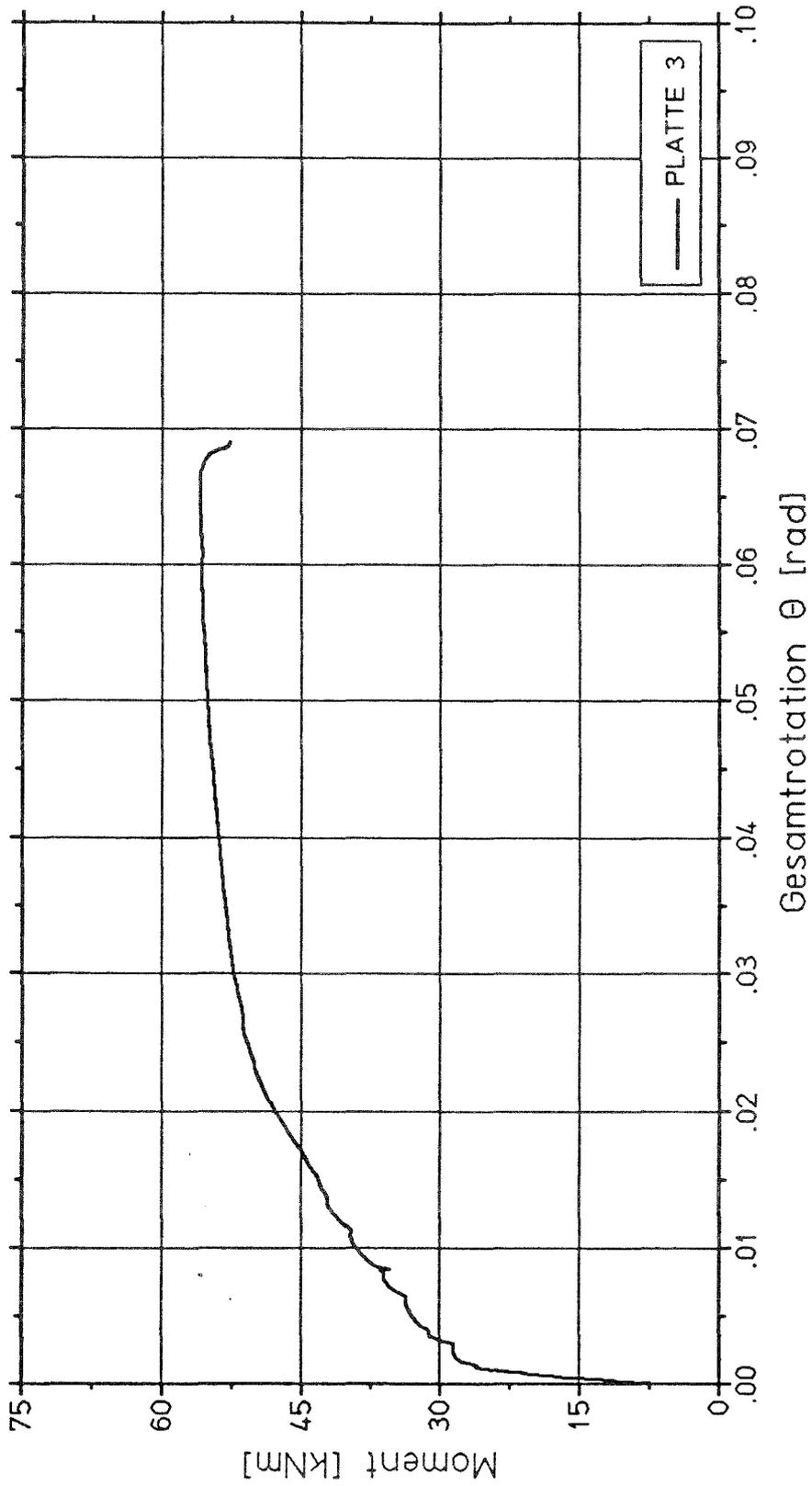
Bild A 1.1

PLATTENROTATION PLATTE 2



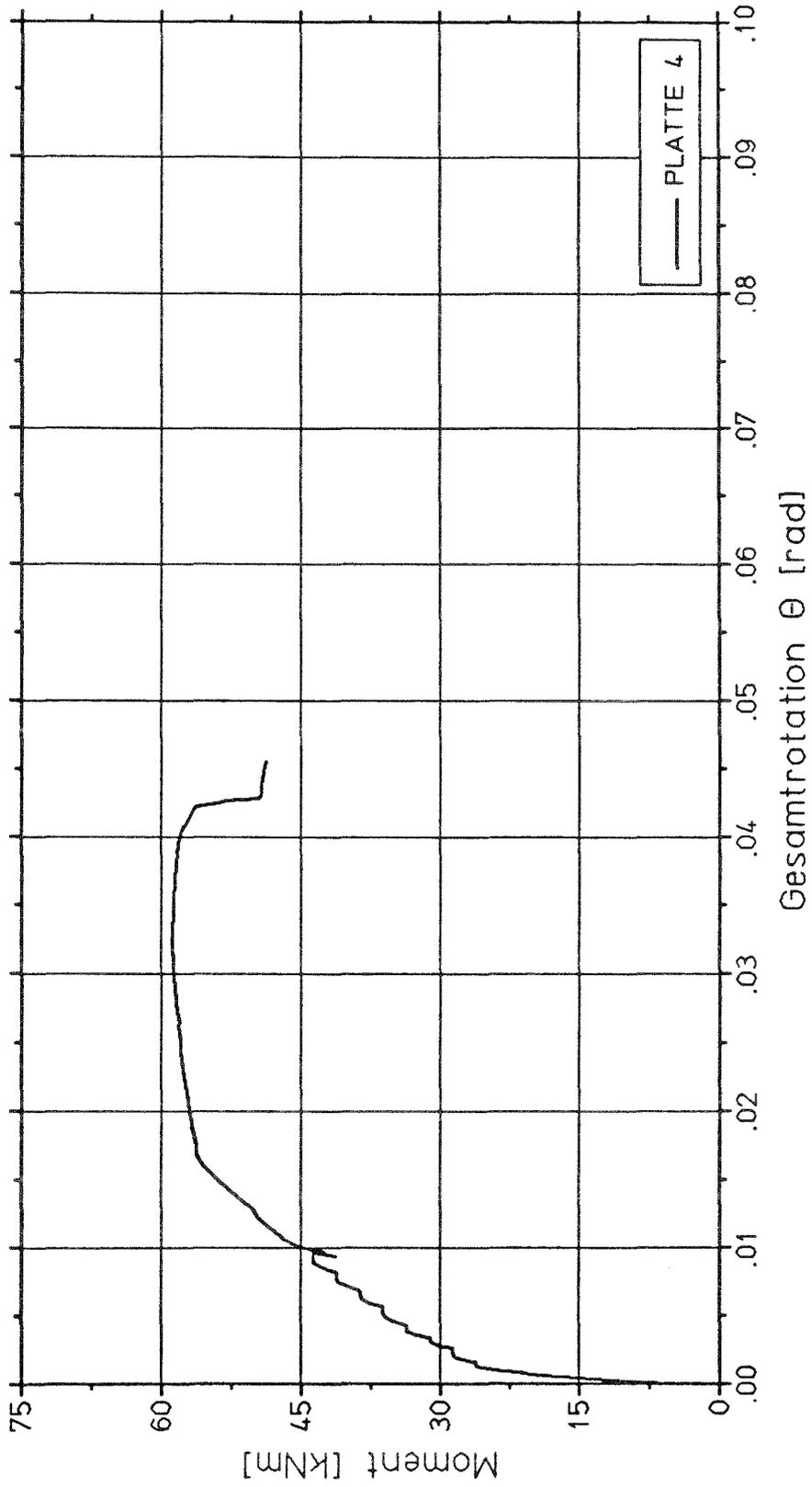
Momenten - Rotations - Kurve ( gemessene Werte )

PLATTENROTATION PLATTE 3



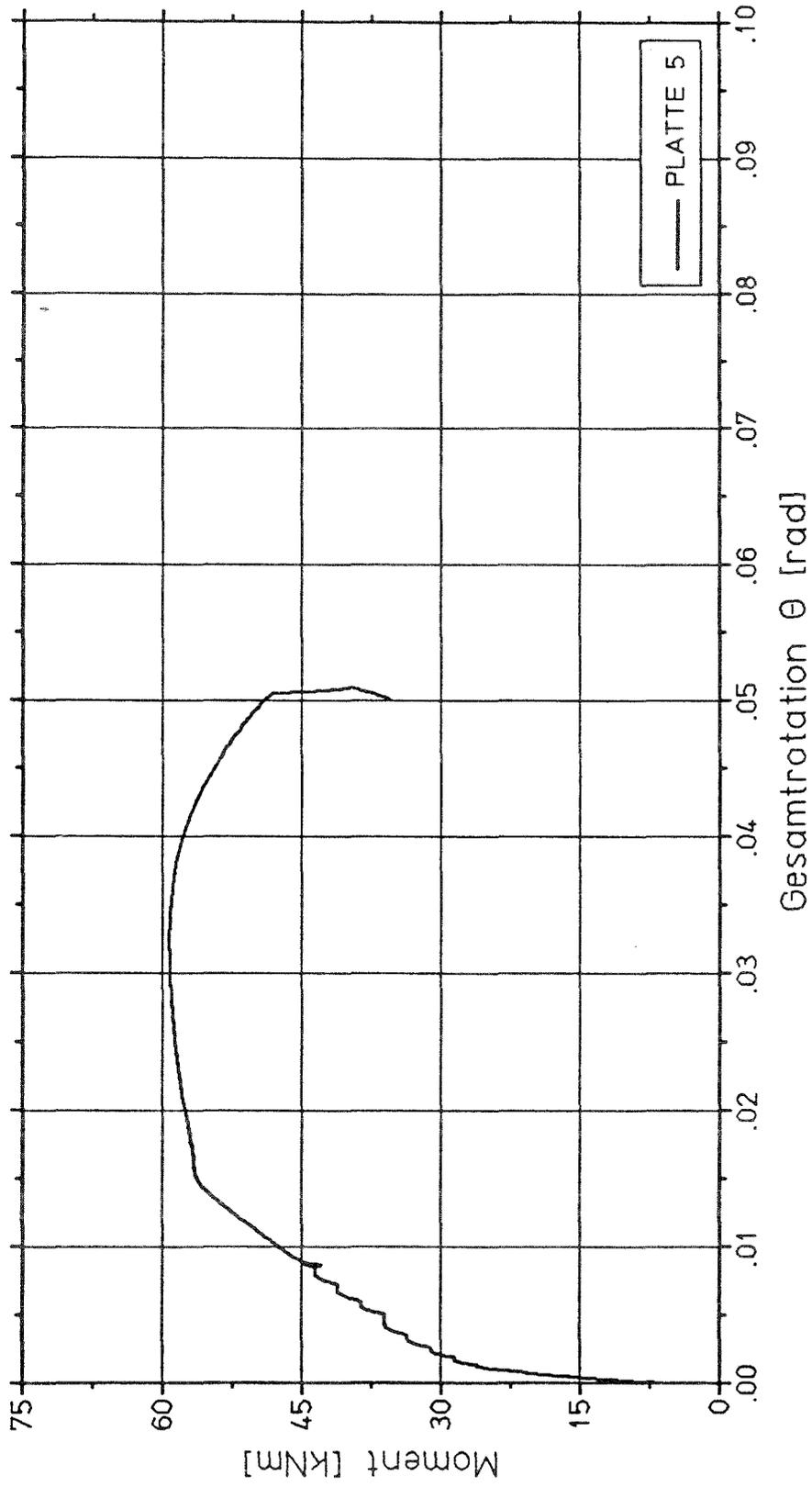
Momenten - Rotations - Kurve ( gemessene Werte )

PLATTENROTATION PLATTE 4



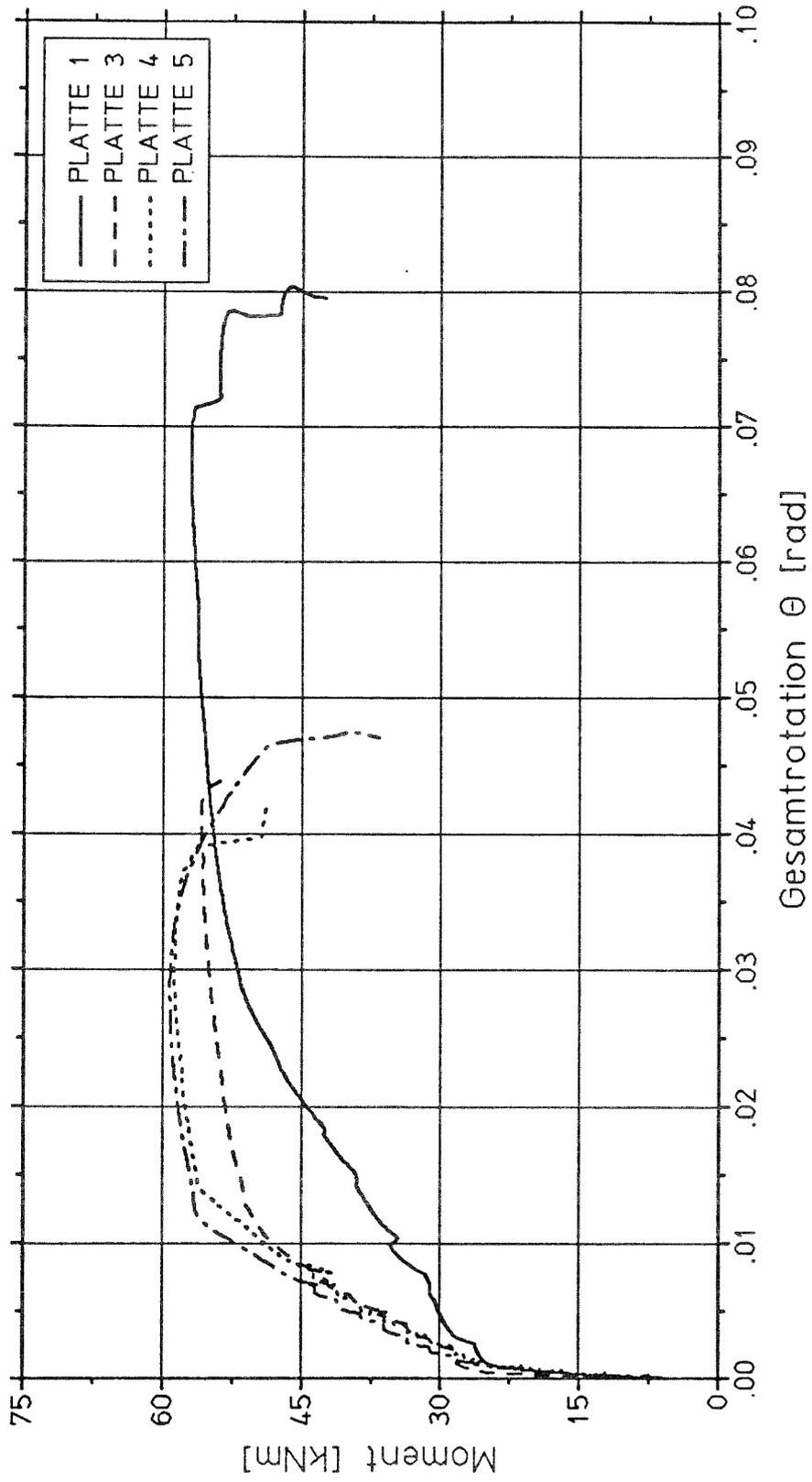
Momenten - Rotations - Kurve ( gemessene Werte )

PLATTENROTATION PLATTE 5



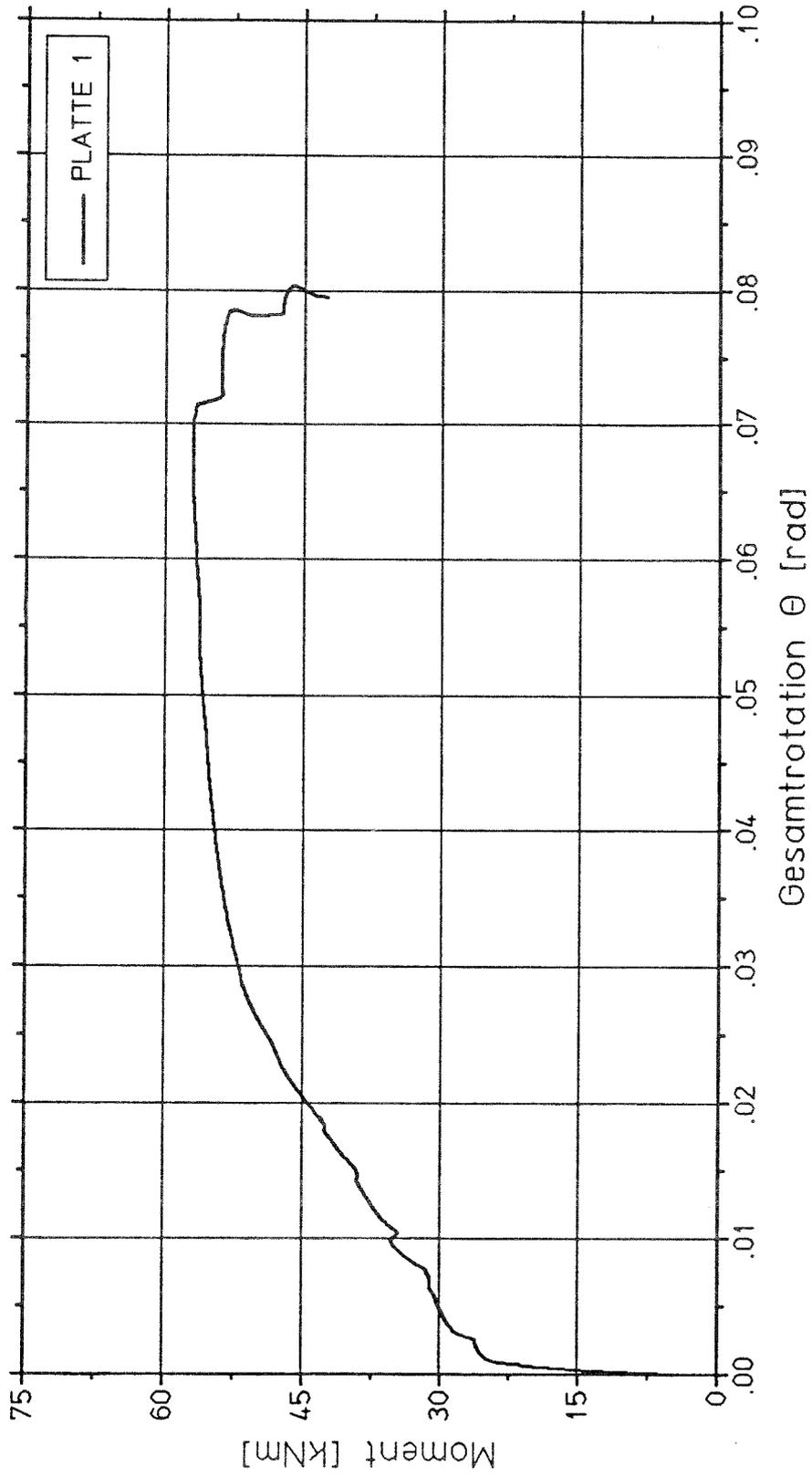
Momenten - Rotations - Kurve ( gemessene Werte )

PLATTENROTATION PLATTE 1, PLATTE 3, PLATTE 4 UND PLATTE 5



Momenten - Rotations - Kurve ( gemessene Werte )

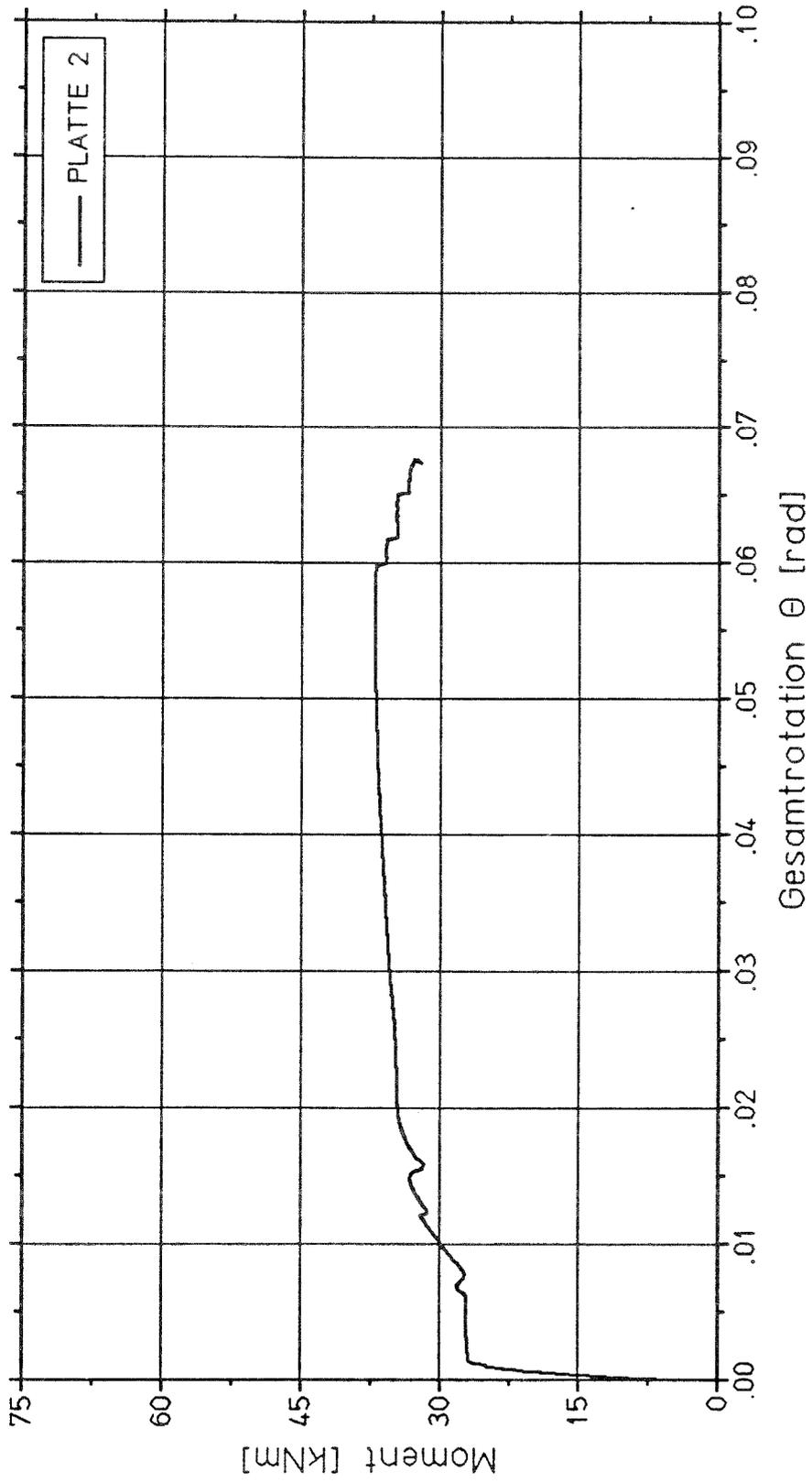
PLATTENROTATION PLATTE 1



Momenten - Rotations - Kurve ( gemessene Werte )

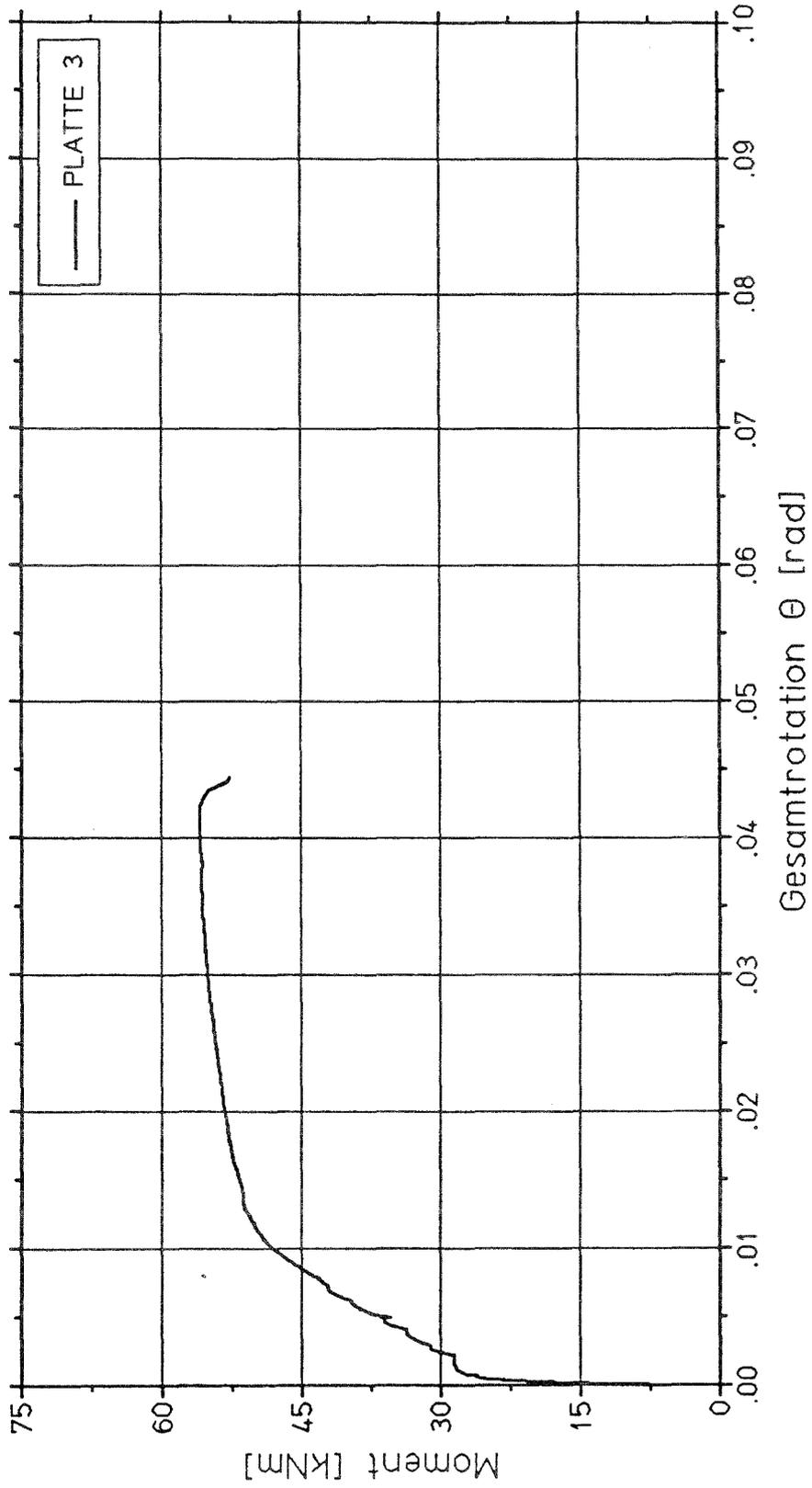
Bild A 2.1

PLATTENROTATION PLATTE 2



Momenten - Rotations - Kurve ( gemessene Werte )

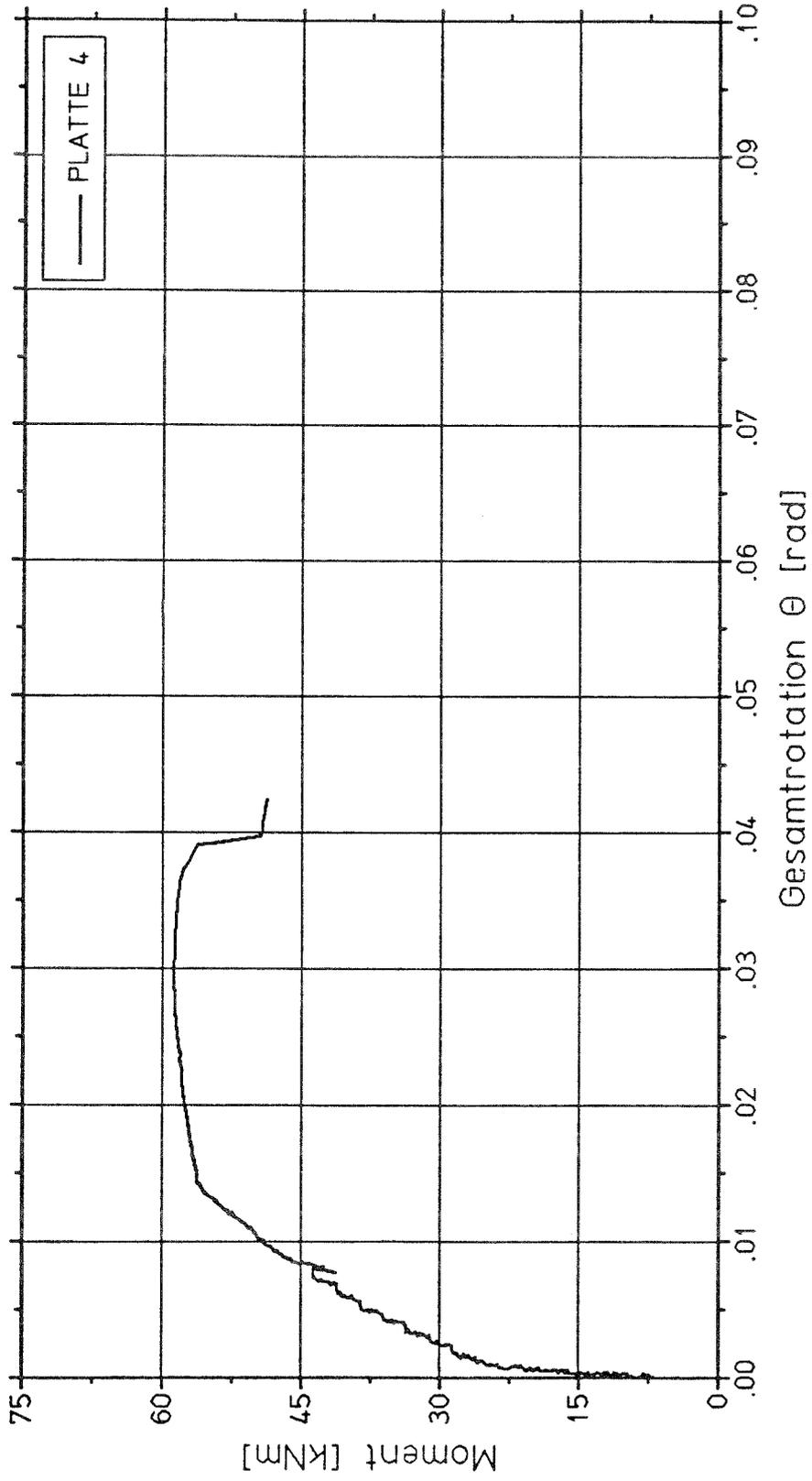
PLATTENROTATION PLATTE 3



Momenten - Rotations - Kurve ( gemessene Werte )

Bild A 2.3

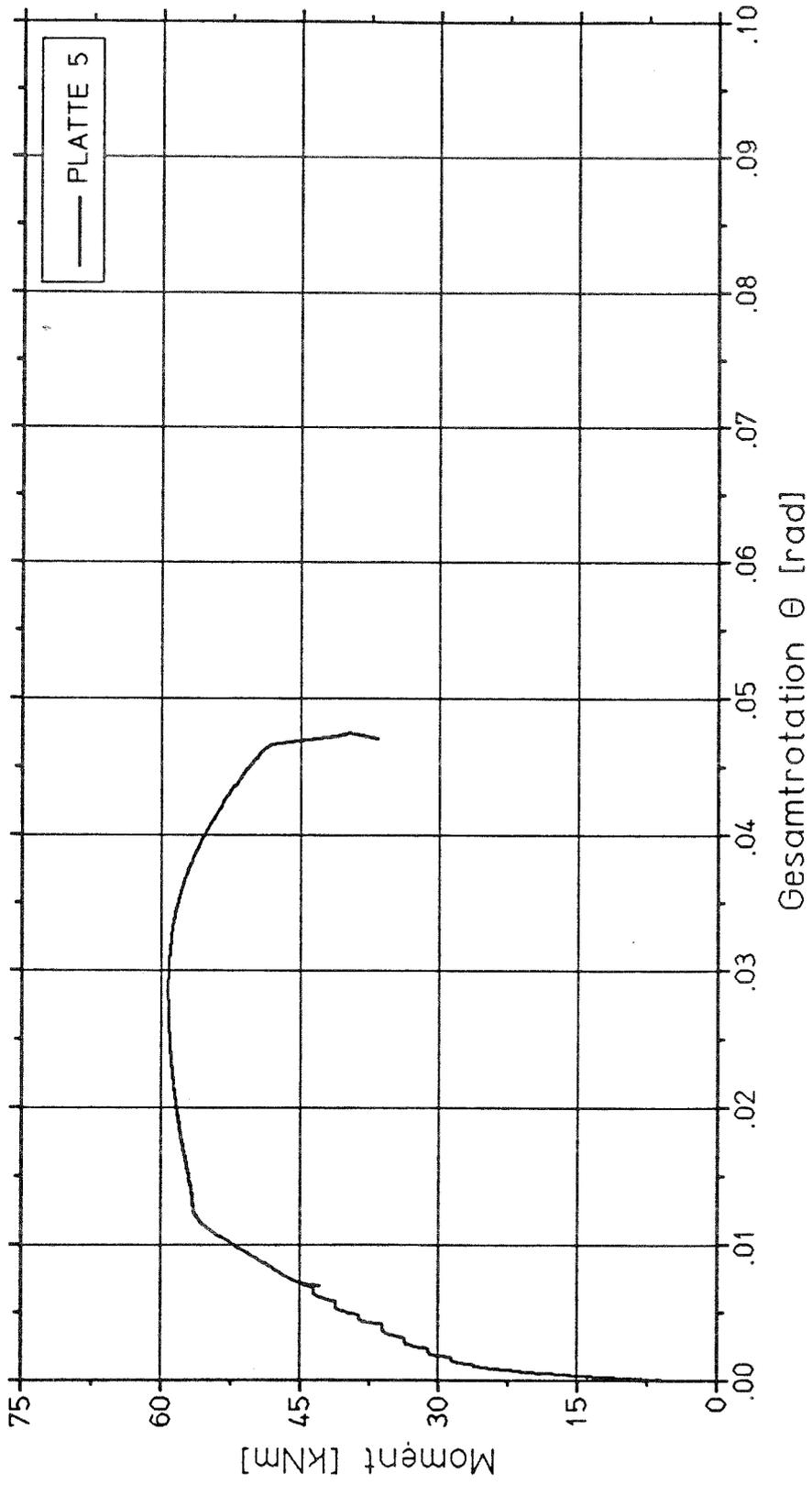
PLATTENROTATION PLATTE 4



Momenten - Rotations - Kurve ( gemessene Werte )

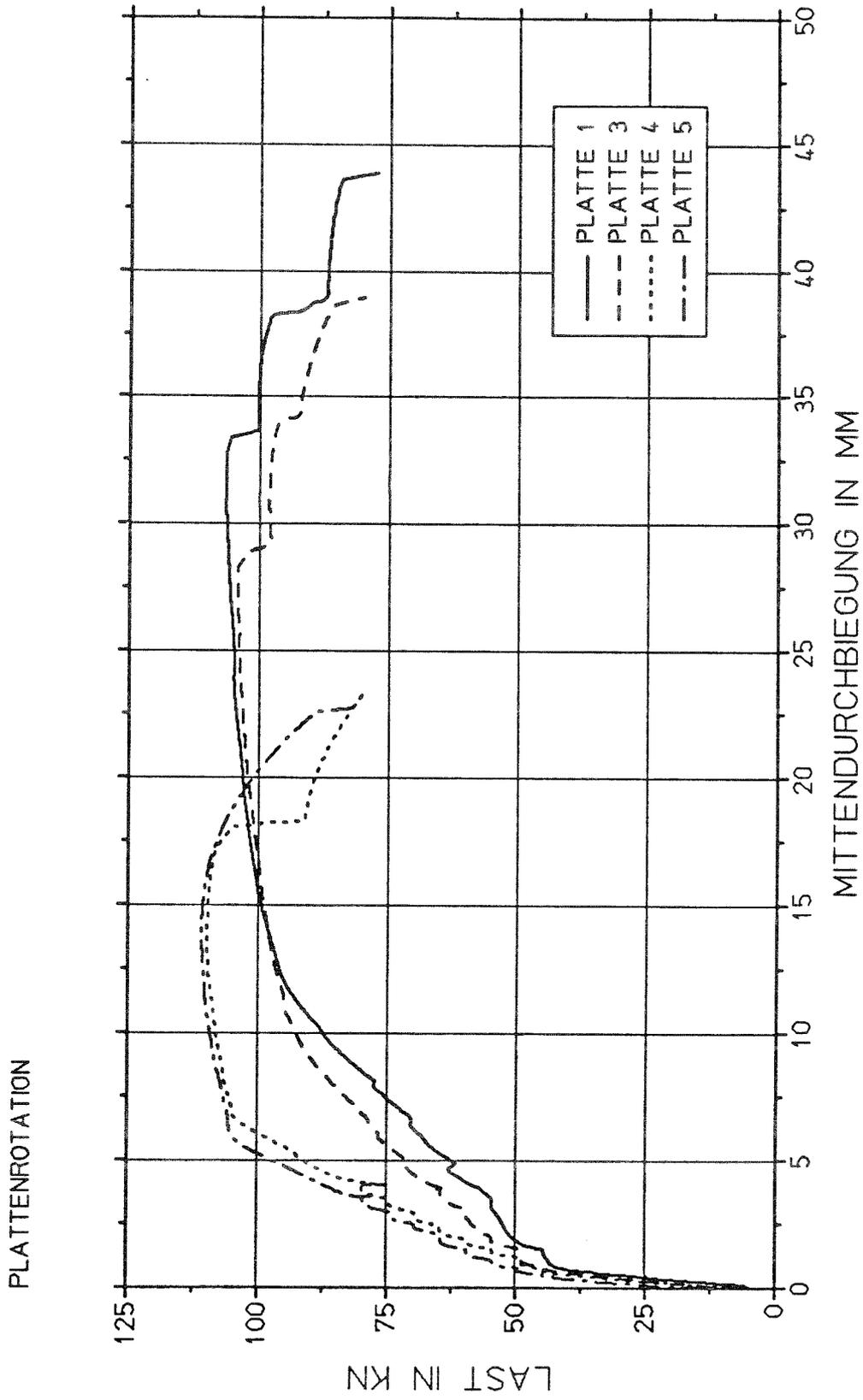
Bild A 2.4

PLATTENROTATION PLATTE 5



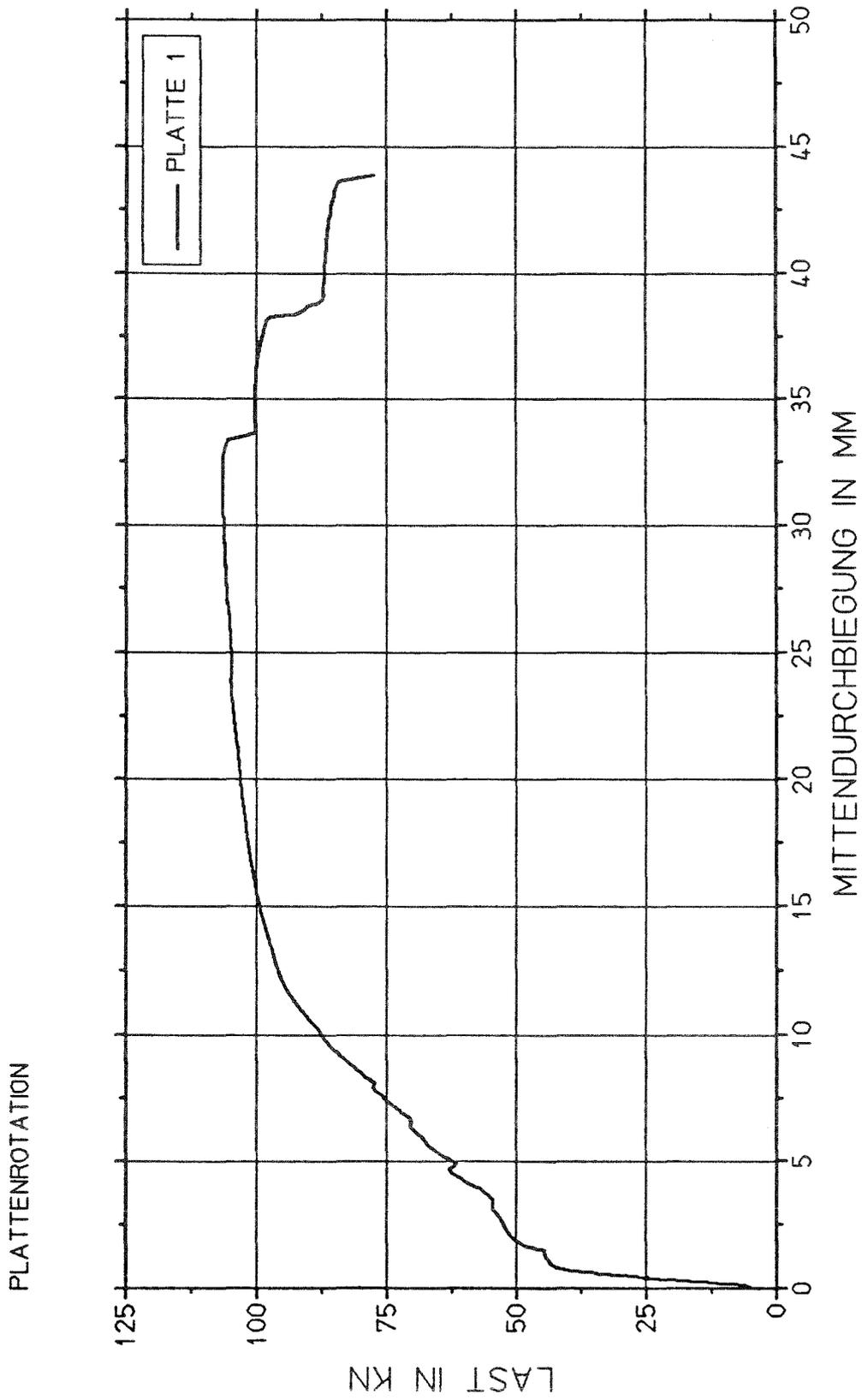
Momenten - Rotations - Kurve ( gemessene Werte )

Bild A 2.5



Last - Verschiebungs - Kurve ( gemessene Werte )

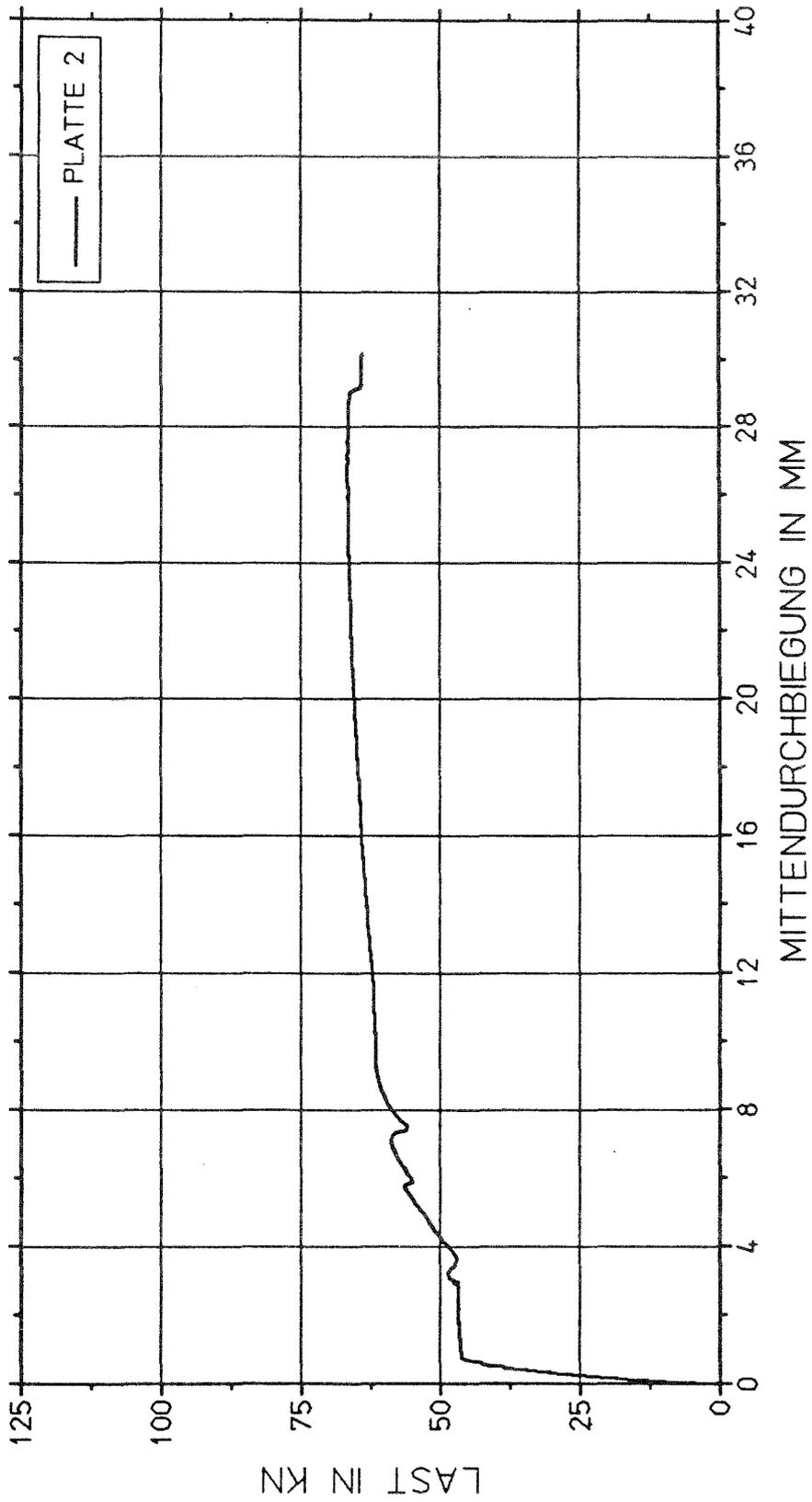
Bild A 3.0



Last - Verschiebungs - Kurve ( gemessene Werte )

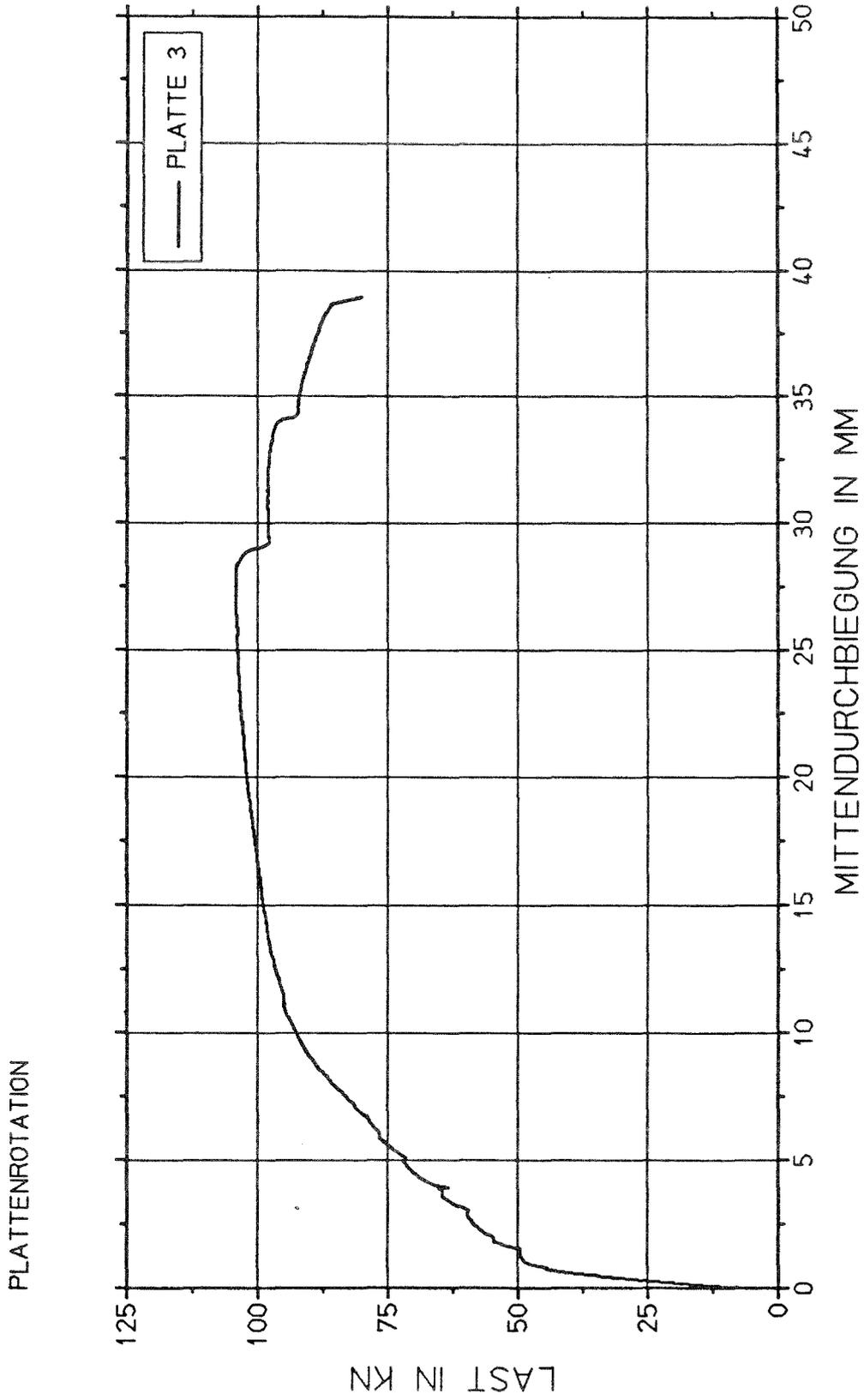
Bild A 3.1

PLATTENROTATION PLATTE 2



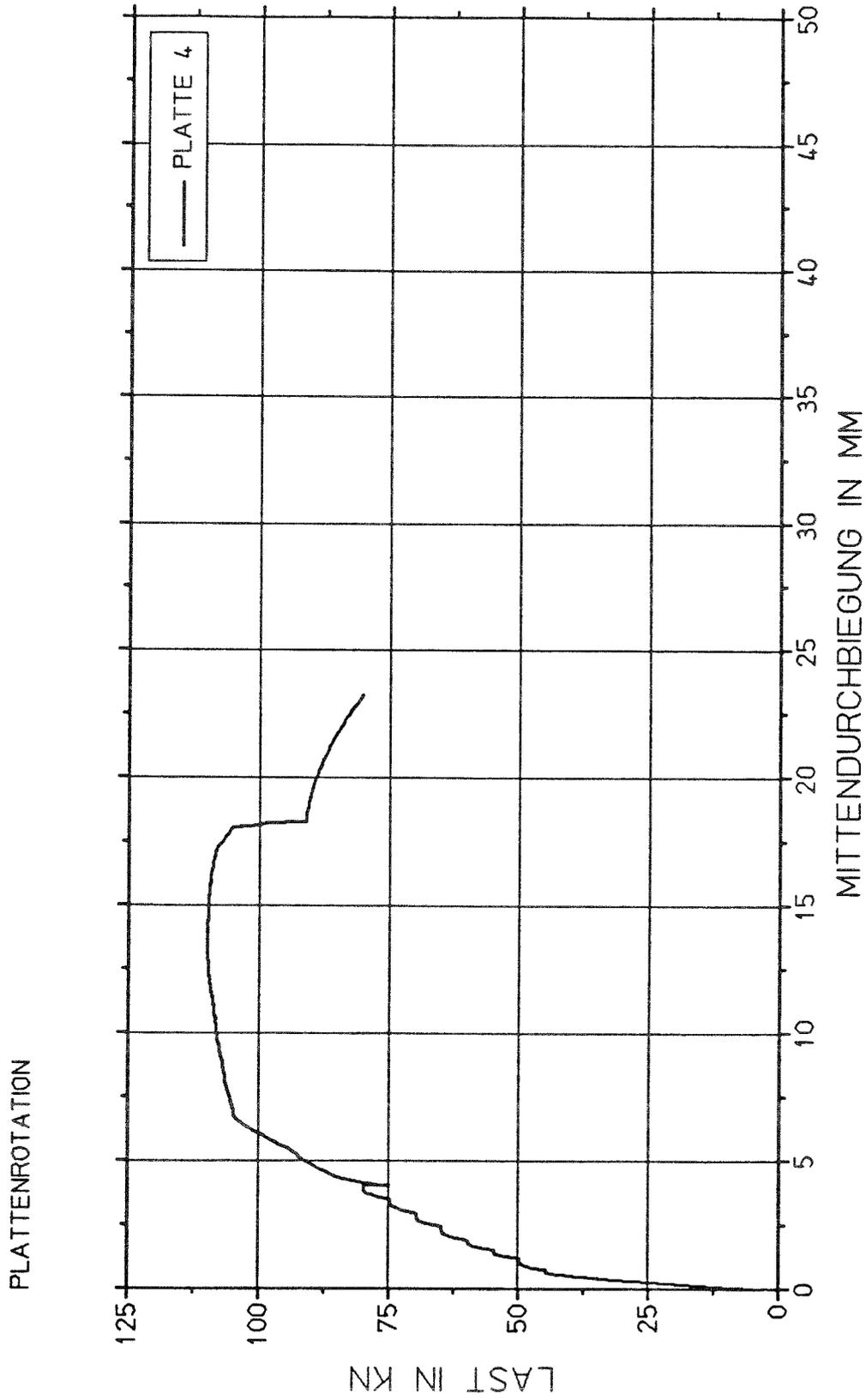
Last - Verschiebungs - Kurve ( gemessene Werte )

Bild A 3.2



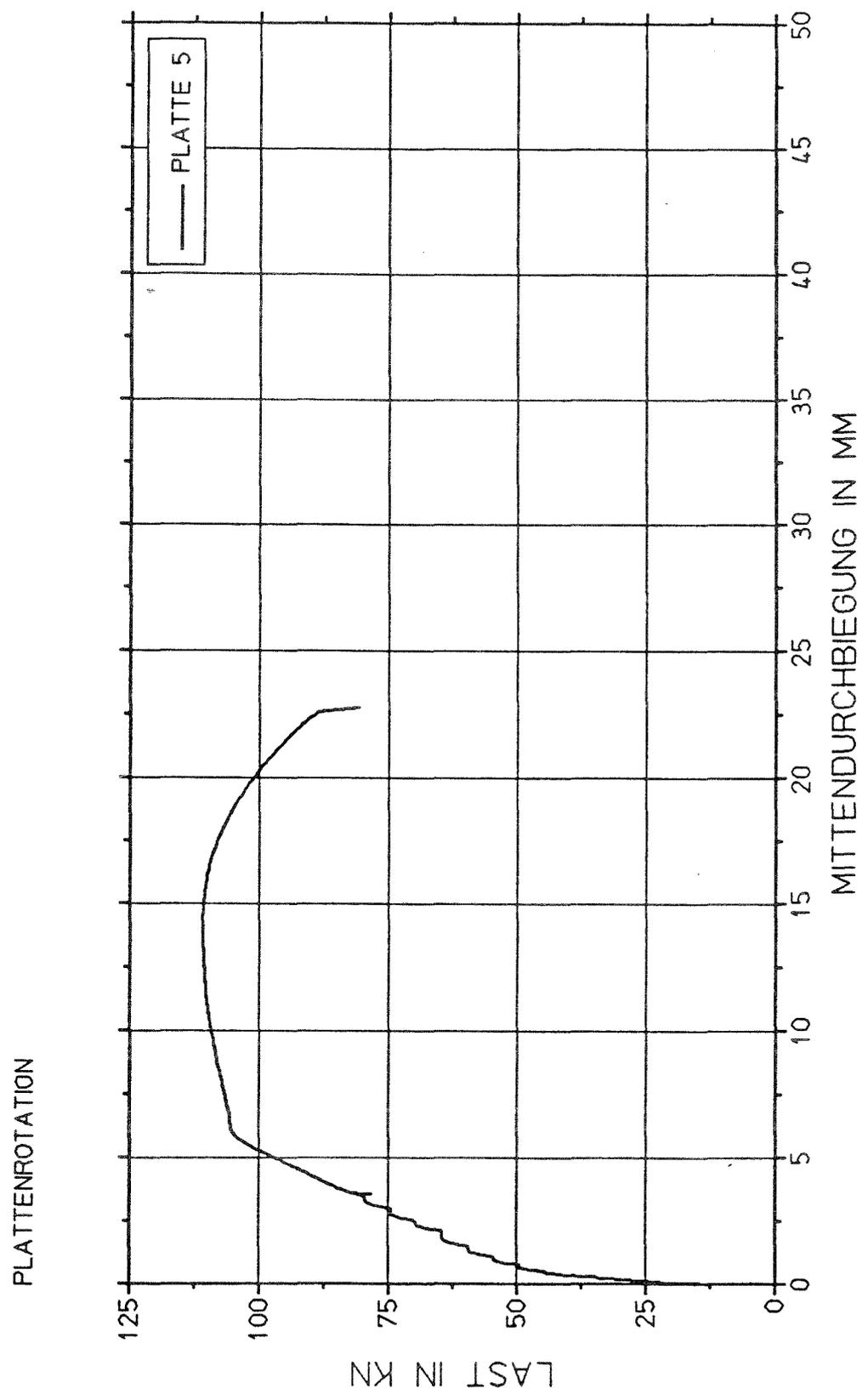
Last - Verschiebungs - Kurve ( gemessene Werte )

Bild A 3.3



Last - Verschiebungs - Kurve ( gemessene Werte )

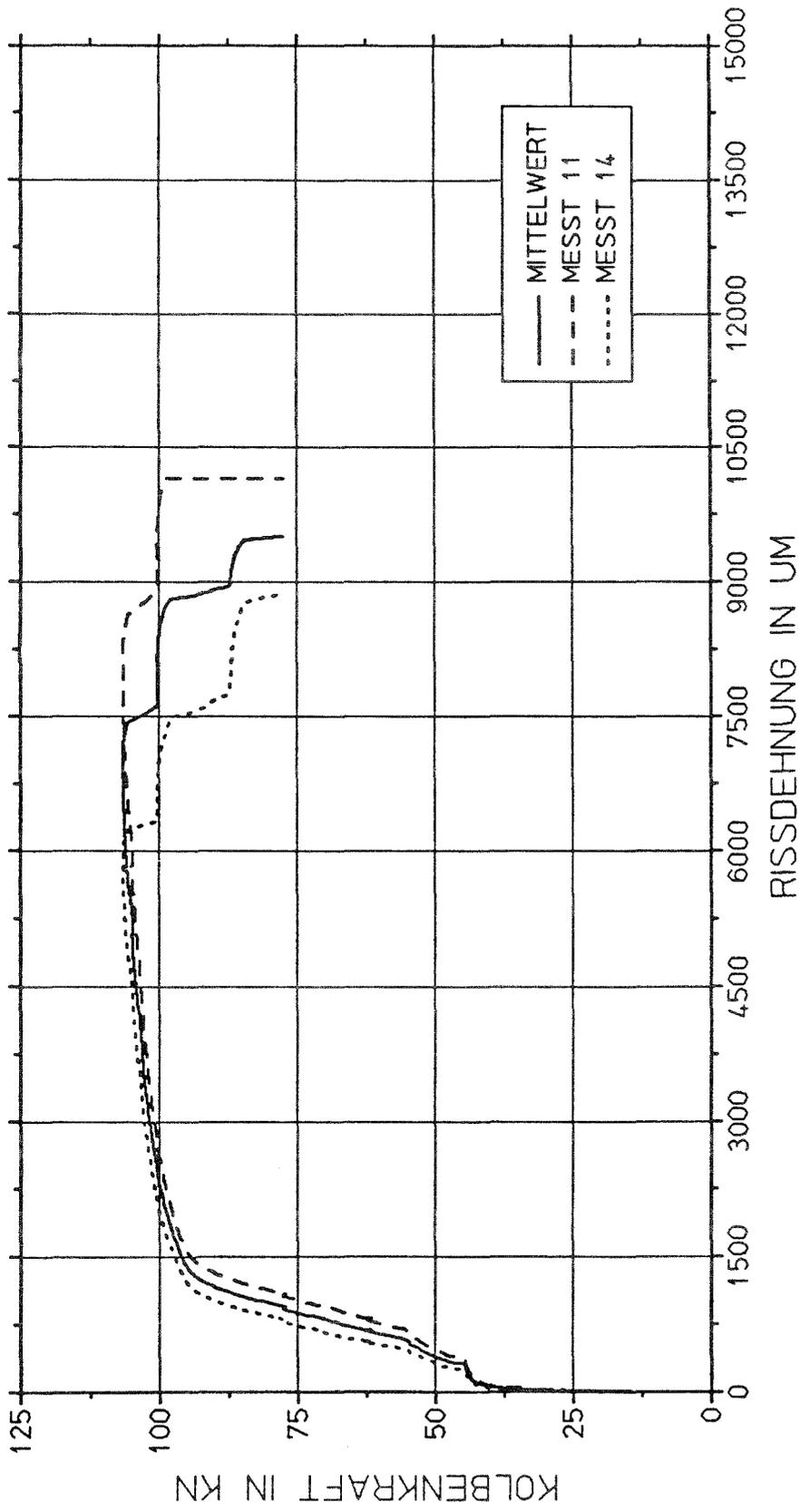
Bild A 3.4



Last - Verschiebungs - Kurve ( gemessene Werte )

Bild A 3.5

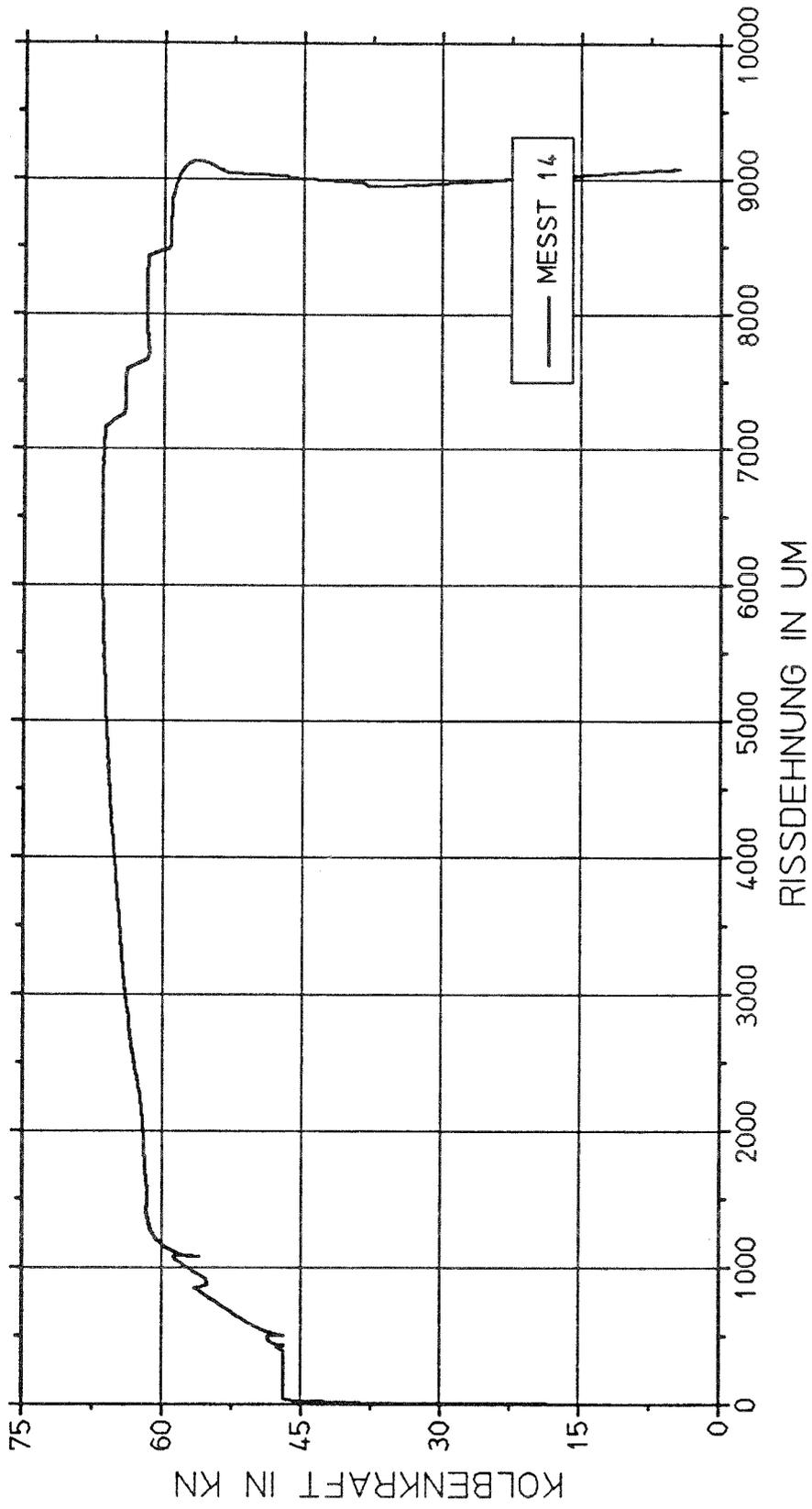
PLATTENROTATION PLATTE 1



Kolbenkraft über Rißdehnung ( gemessene Werte )

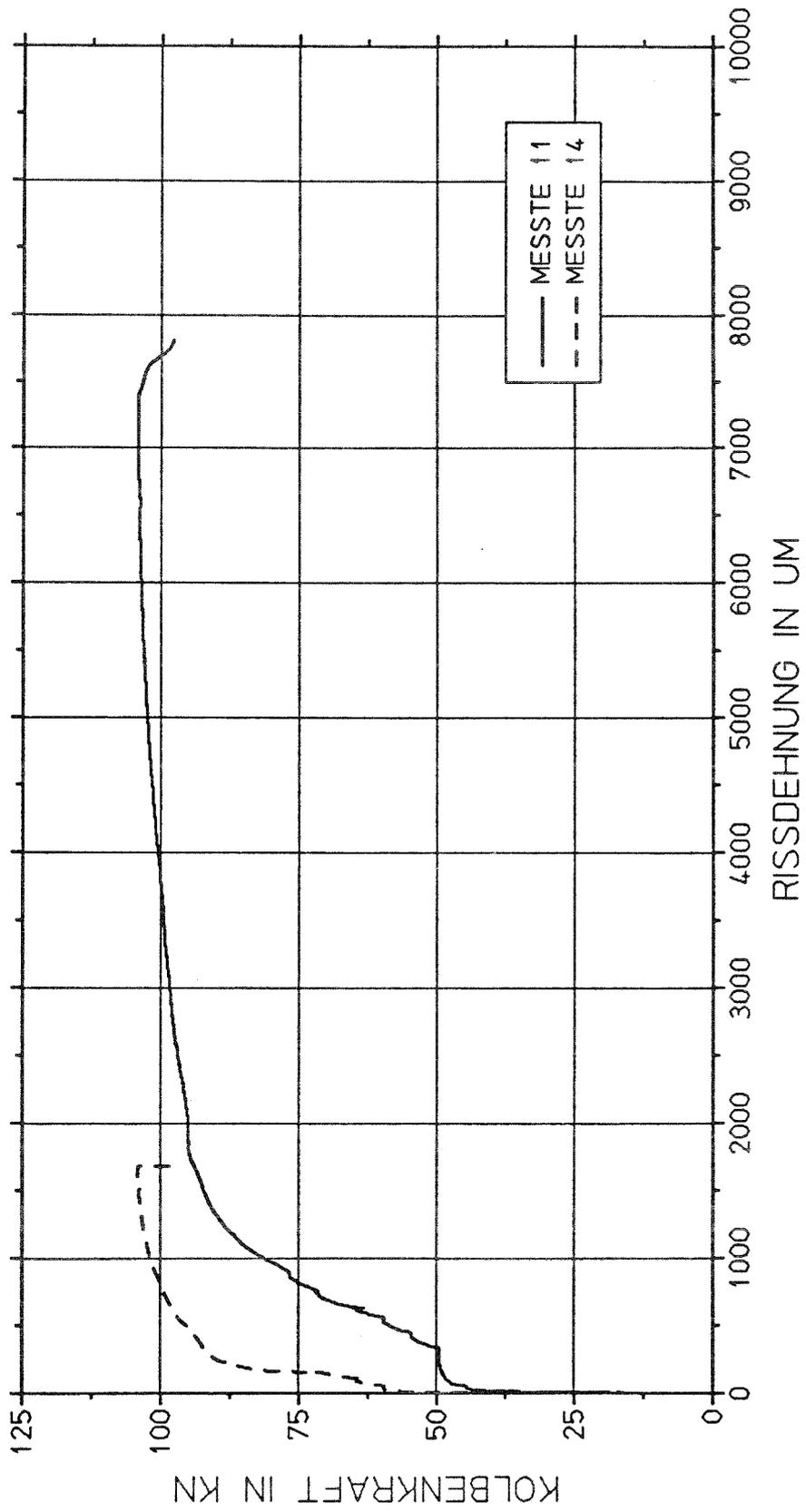
Bild A 4.1

PLATTENROTATION PLATTE 2



Kolbenkraft über Rißdehnung ( gemessene Werte )

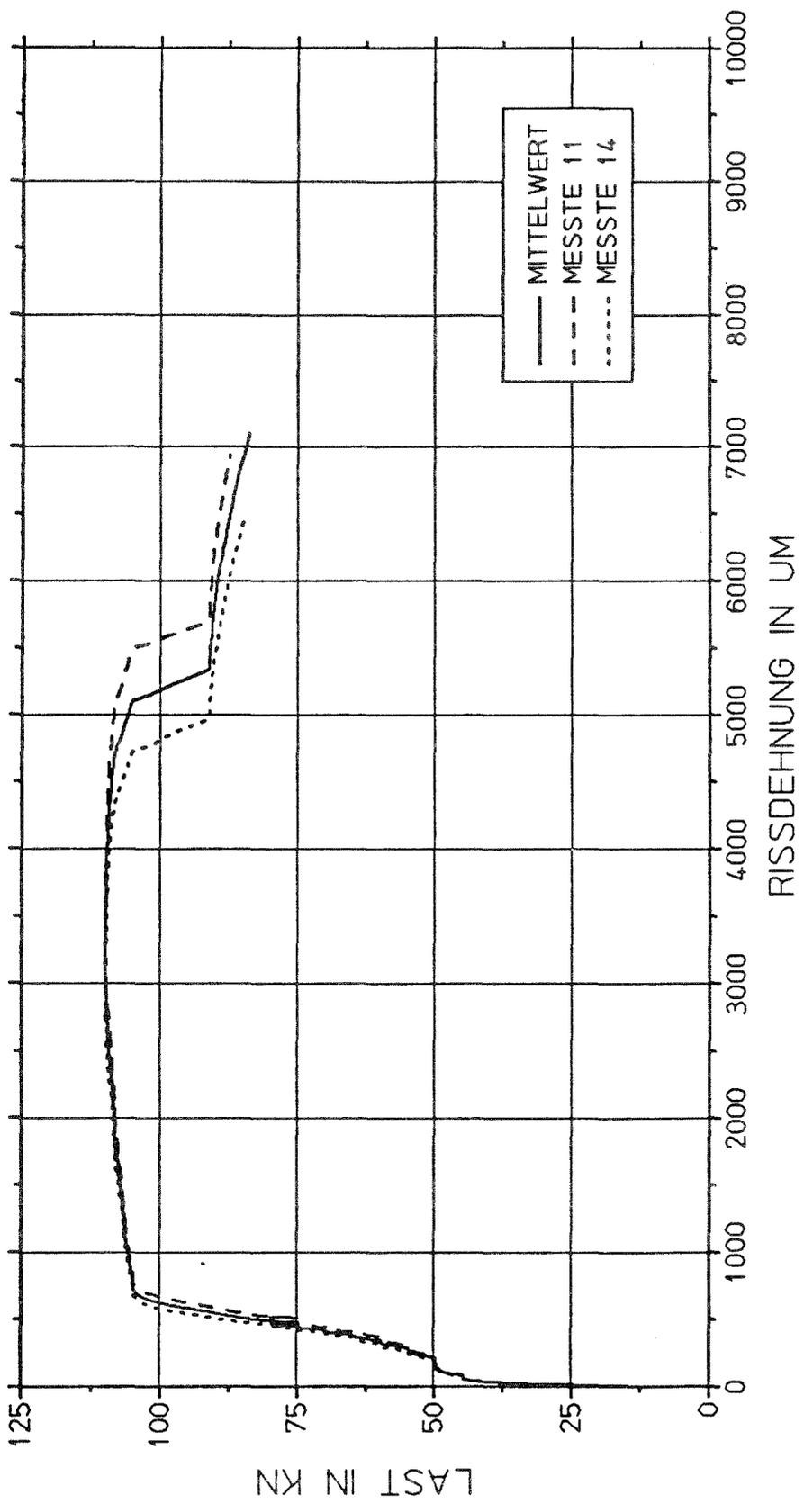
PLATTENROTATION PLATTE 3



Kolbenkraft über Rißdehnung ( gemessene Werte )

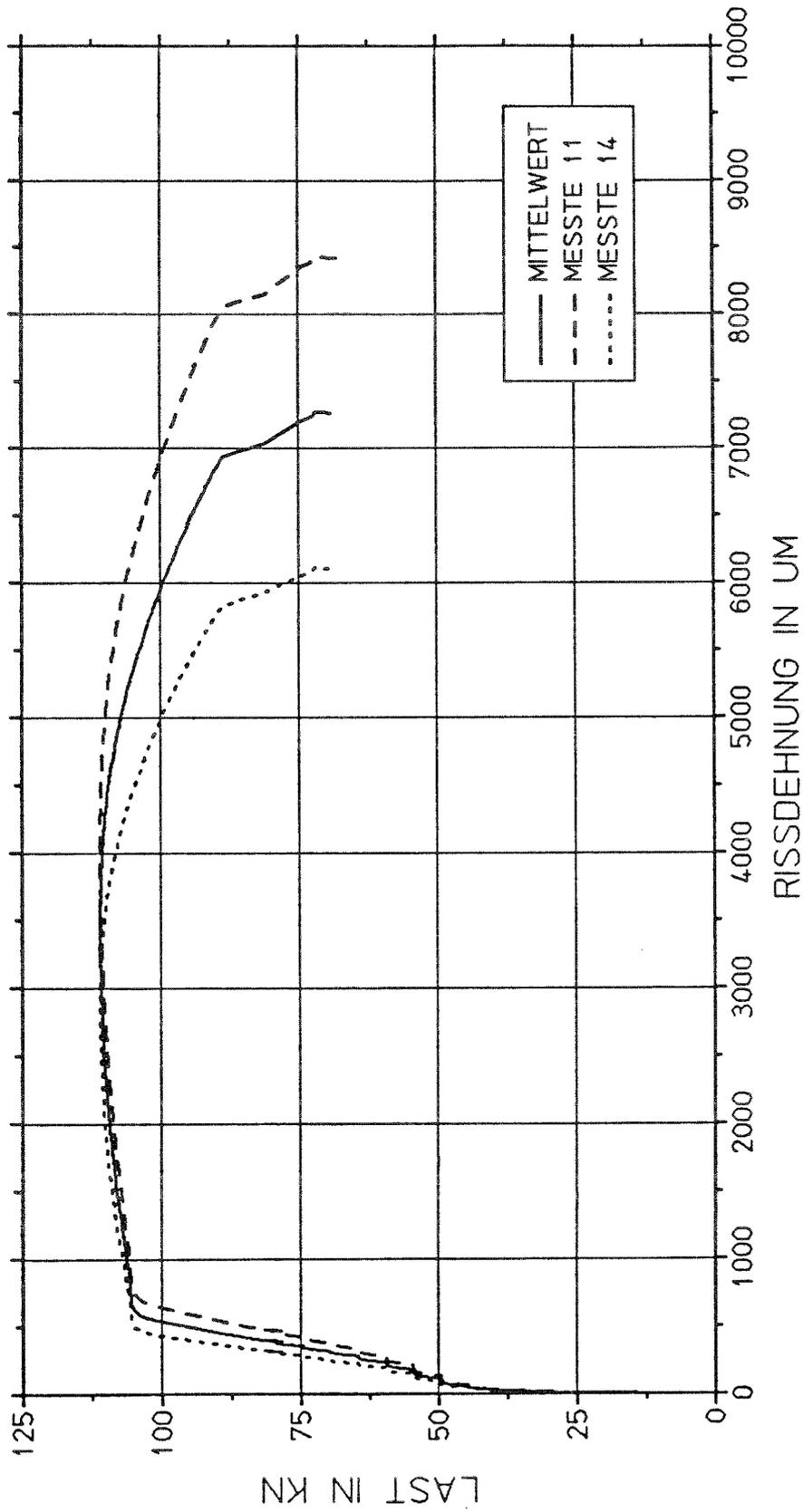
Bild A 4.3

PLATTENROTATION PLATTE 4



Kolbenkraft über Rißdehnung ( gemessene Werte )

PLATTENROTATION PLATTE 5



Kolbenkraft über Rißdehnung ( gemessene Werte )

Bild A 4.5

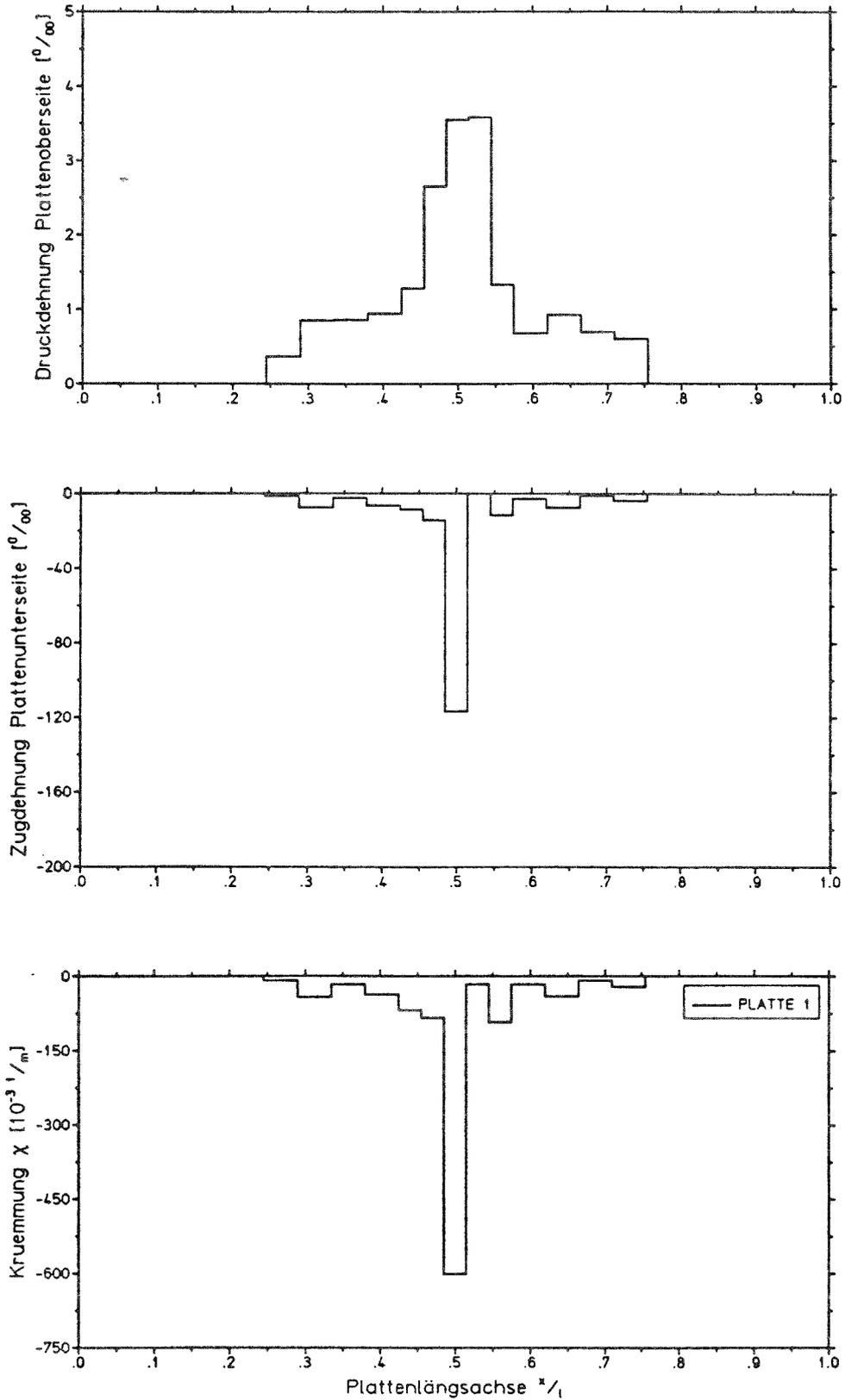
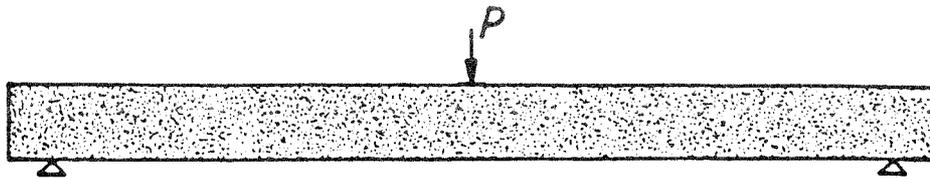


Bild A 5.1

( gemessene Werte )

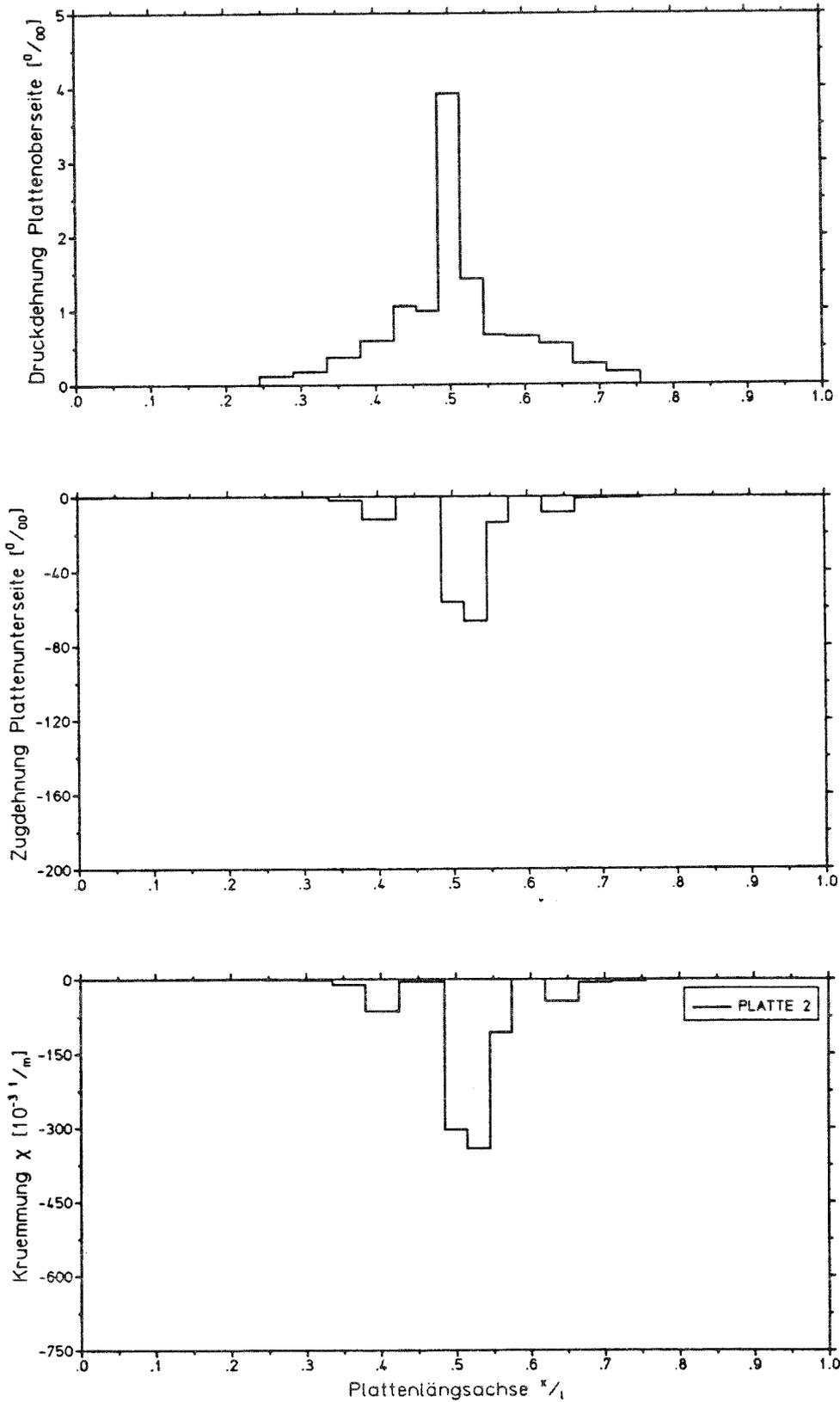
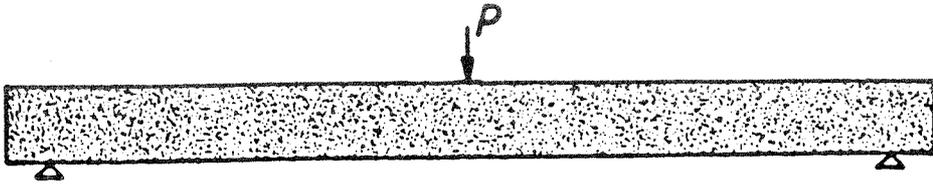


Bild A 5.2

( gemessene Werte )

A-32

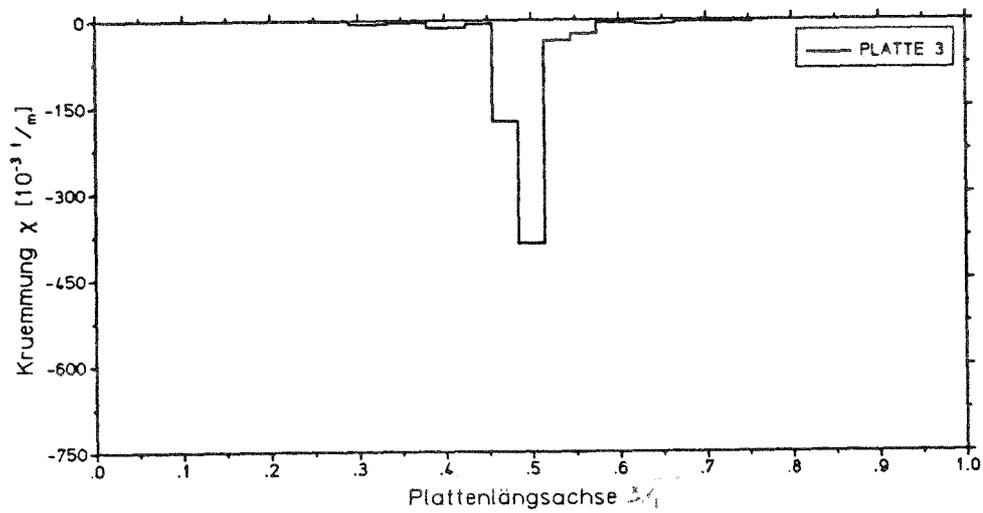
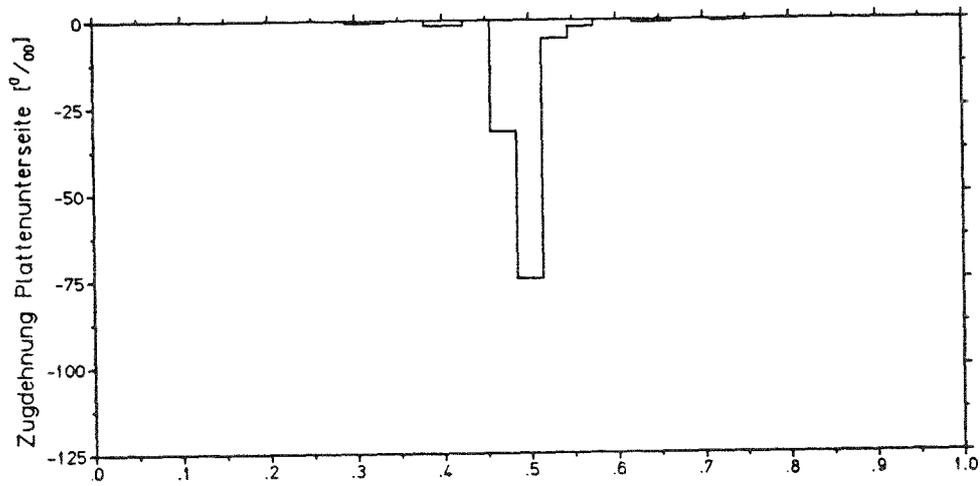
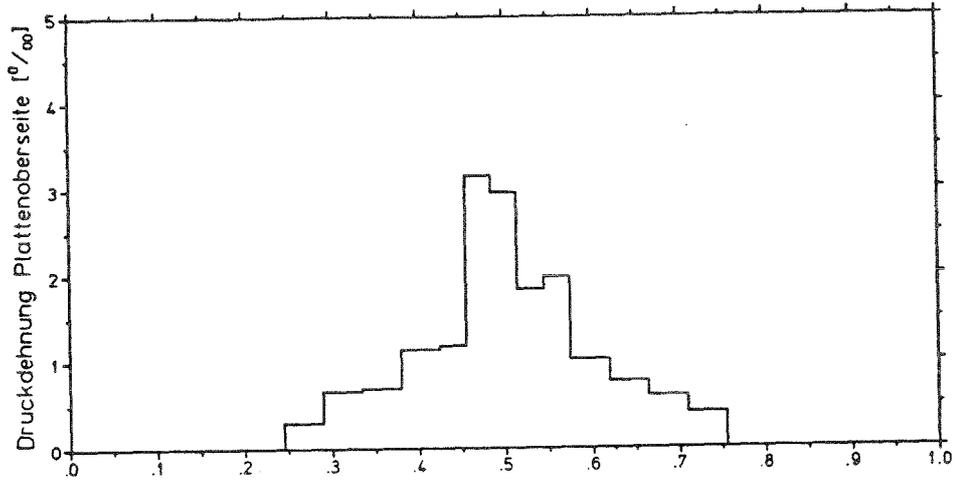
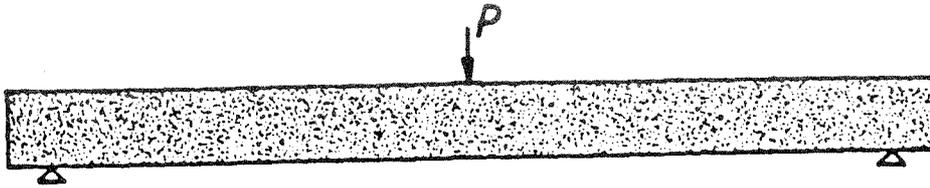


Bild A 5.3

( gemessene Werte )

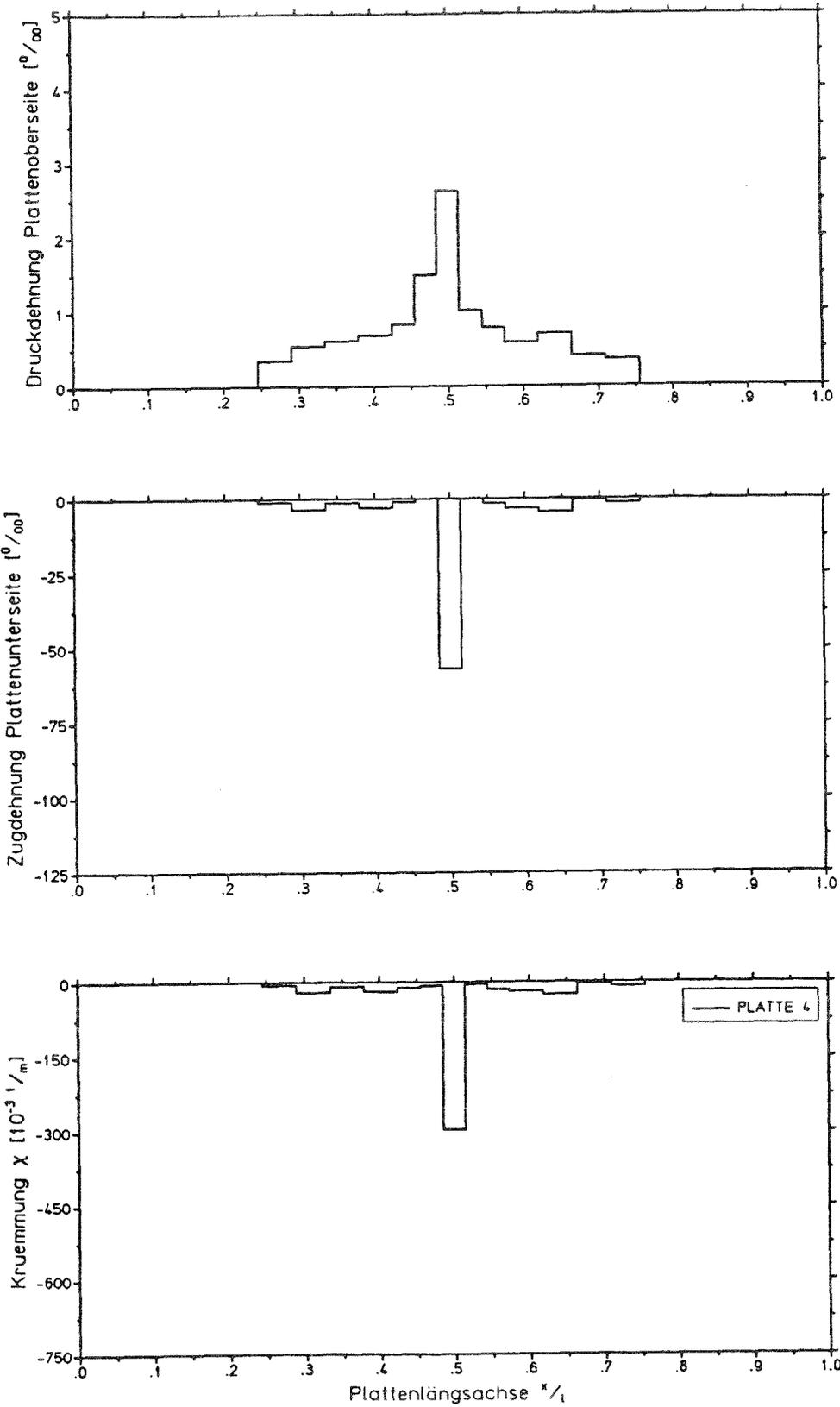
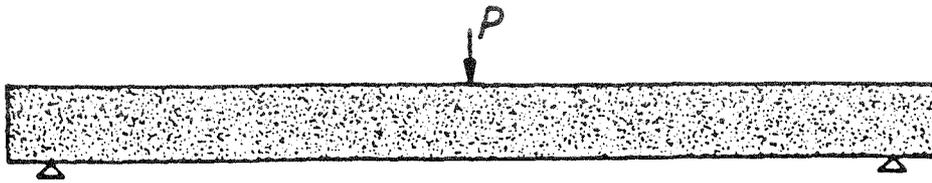


Bild A 5.4

( gemessene Werte )

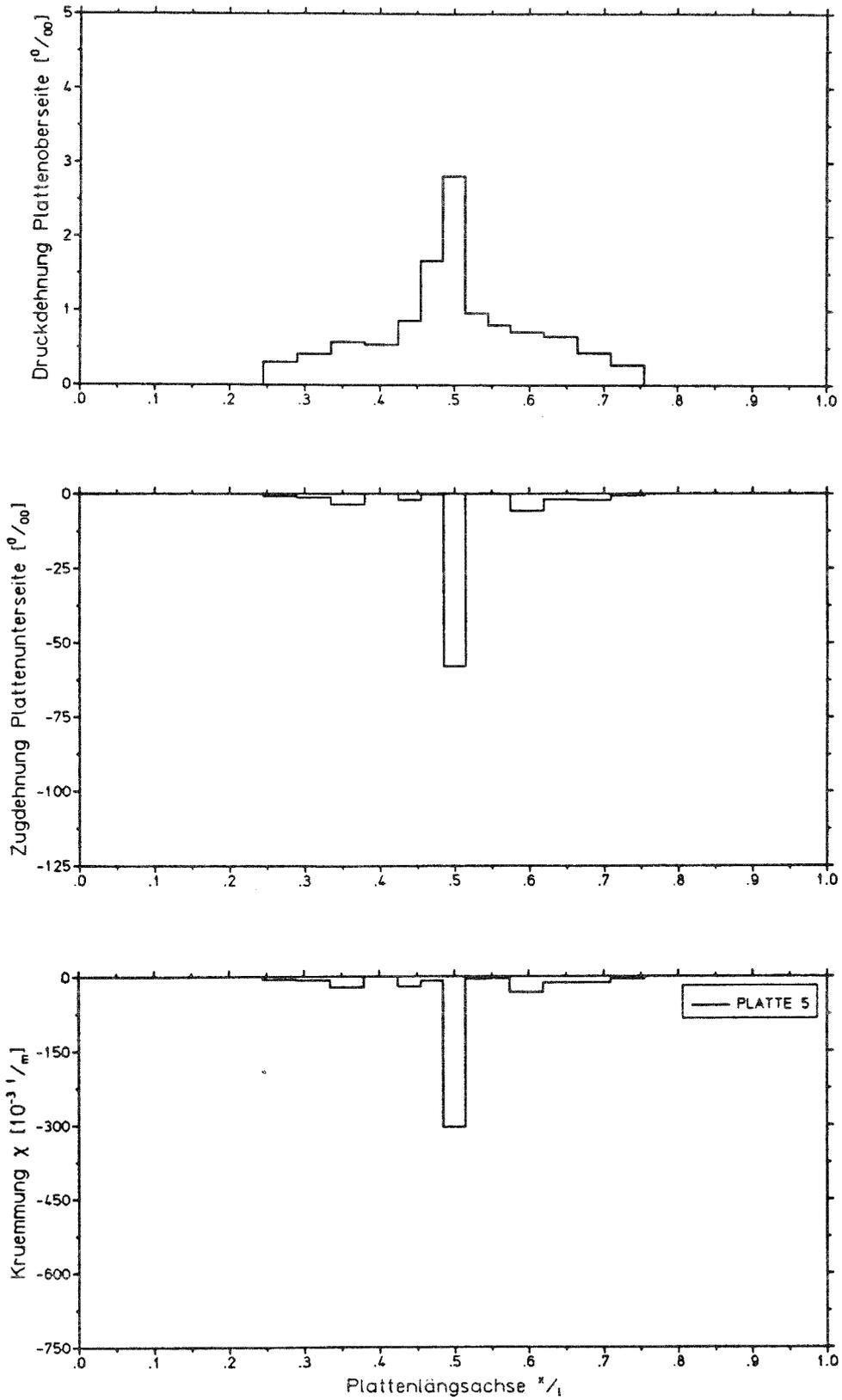
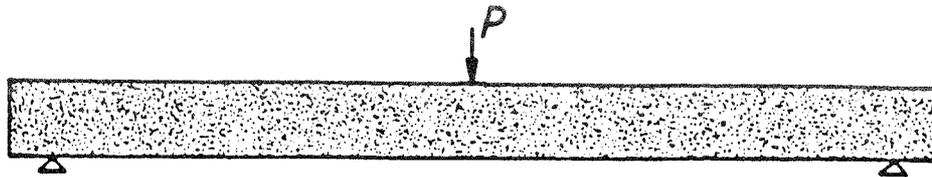


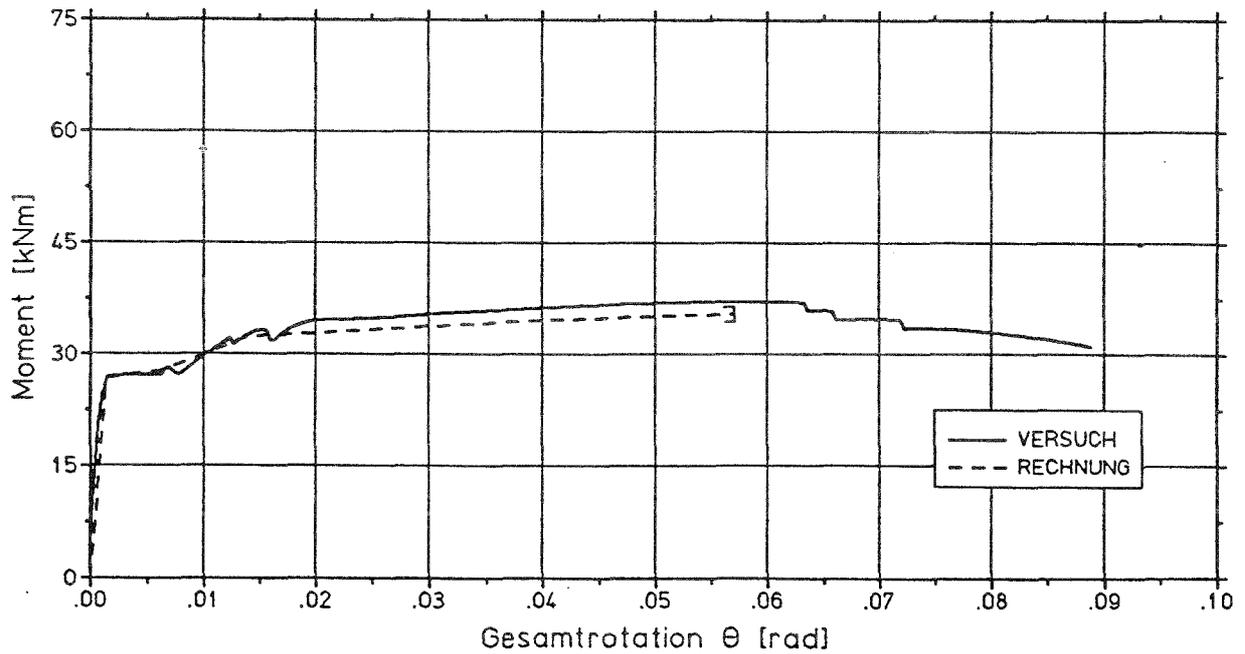
Bild A 5.5

( gemessene Werte )

## **Anhang B**

B-1

PLATTENROTATION PLATTE 2



PLATTENROTATION PLATTE 2

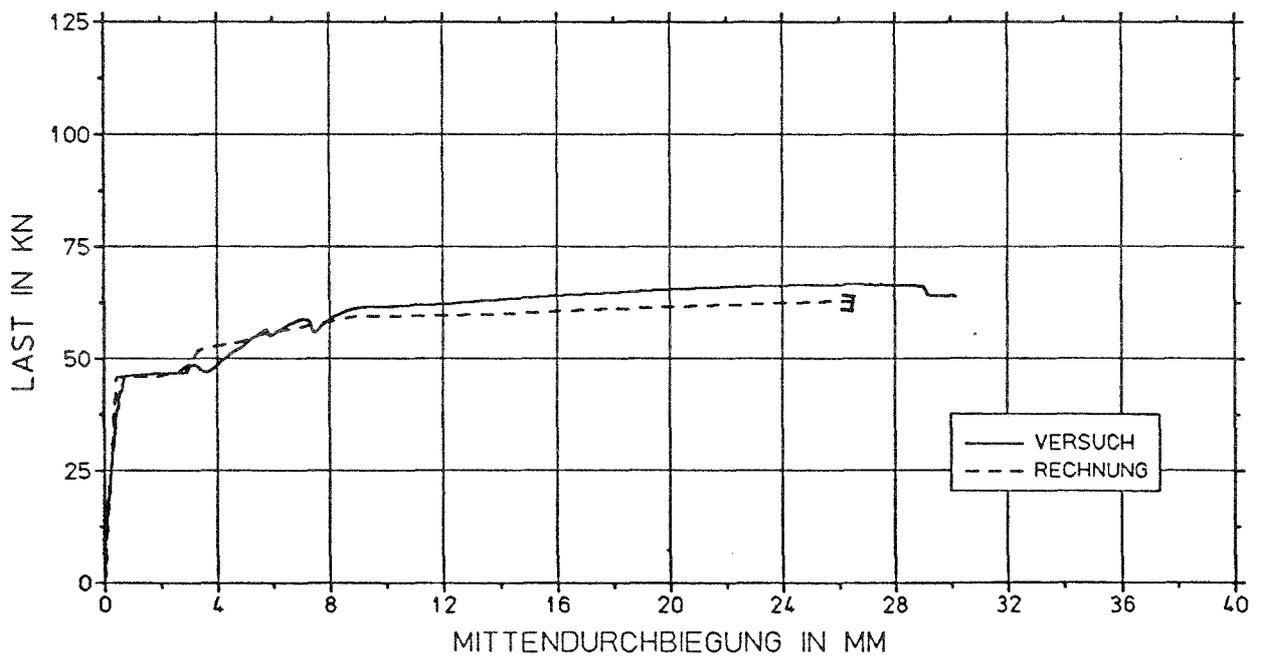
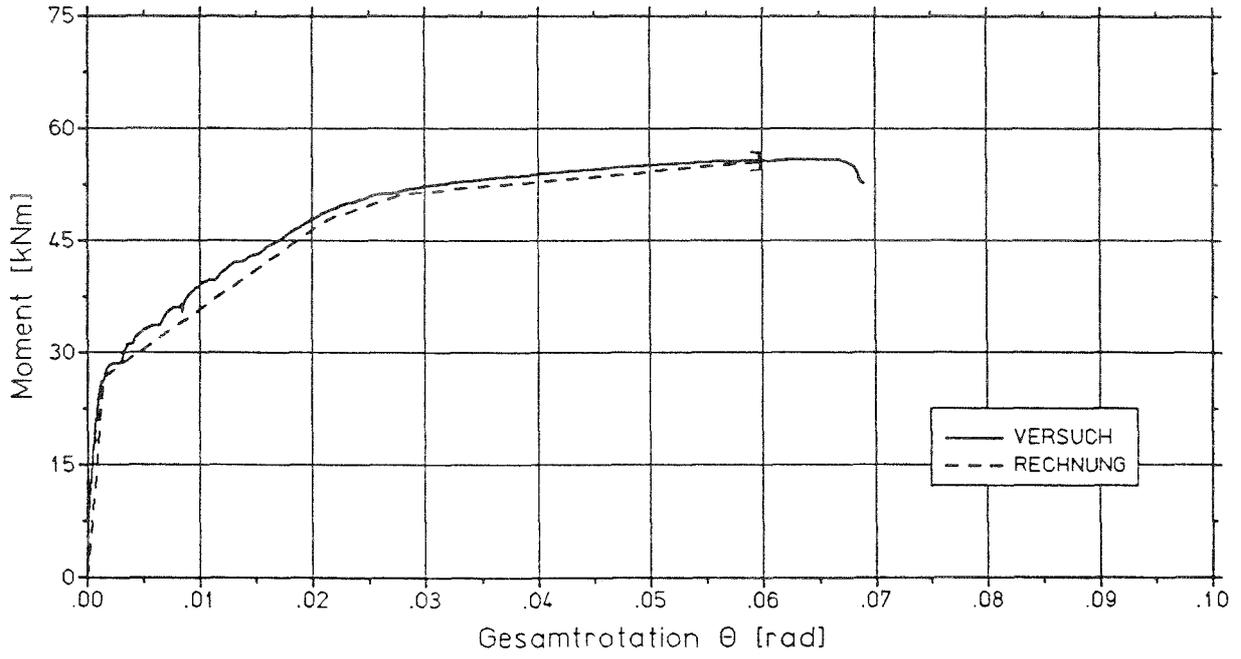


Bild B 1 : Vergleich zwischen Versuch und Rechnung für Platte 2

B-2

PLATTENROTATION PLATTE 3



PLATTENROTATION PLATTE 3

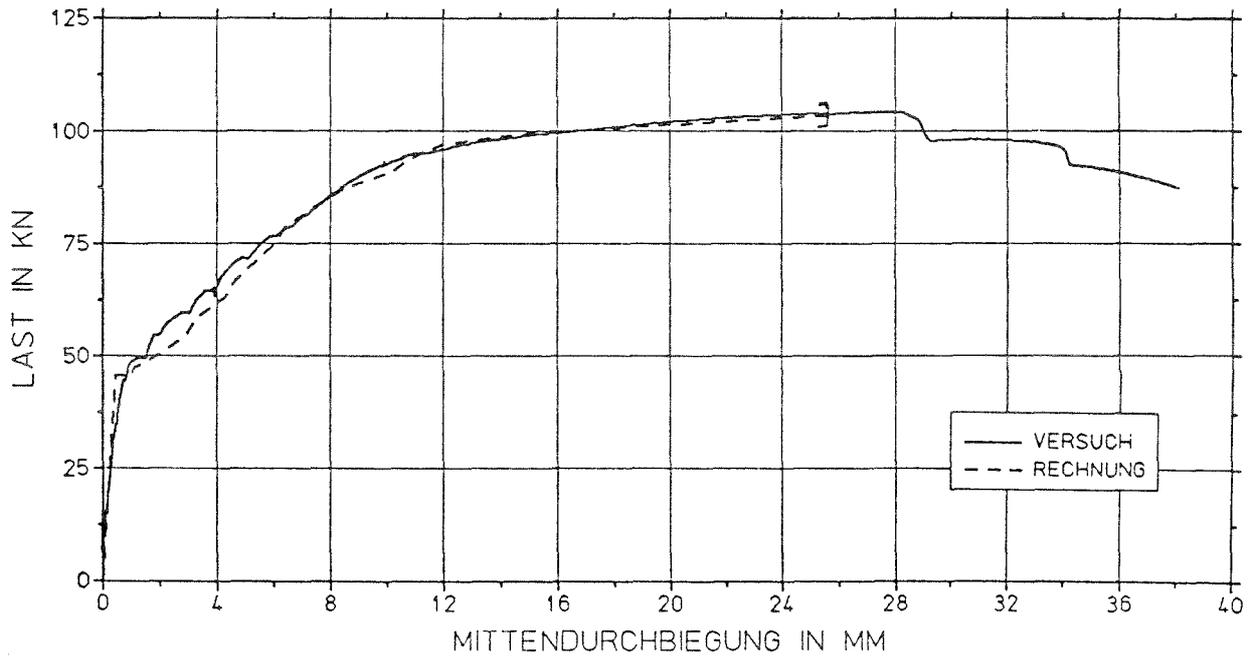
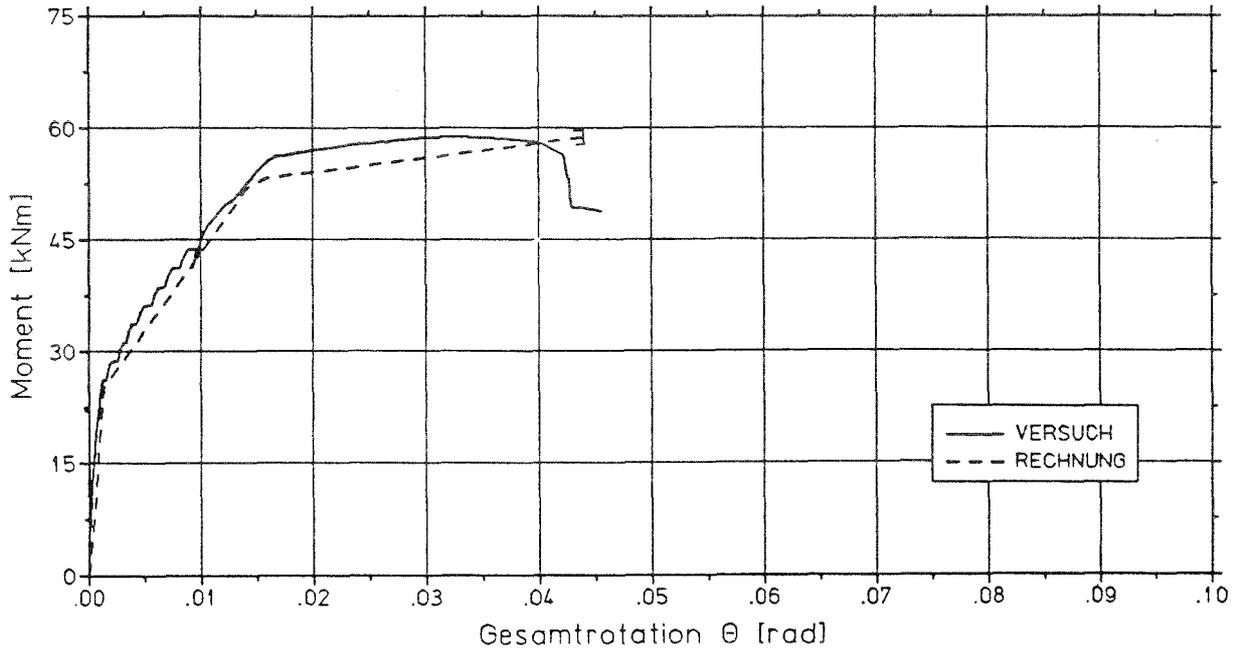


Bild B 2 : Vergleich zwischen Versuch und Rechnung für Platte 3

PLATTENROTATION PLATTE 4



PLATTENROTATION PLATTE 4

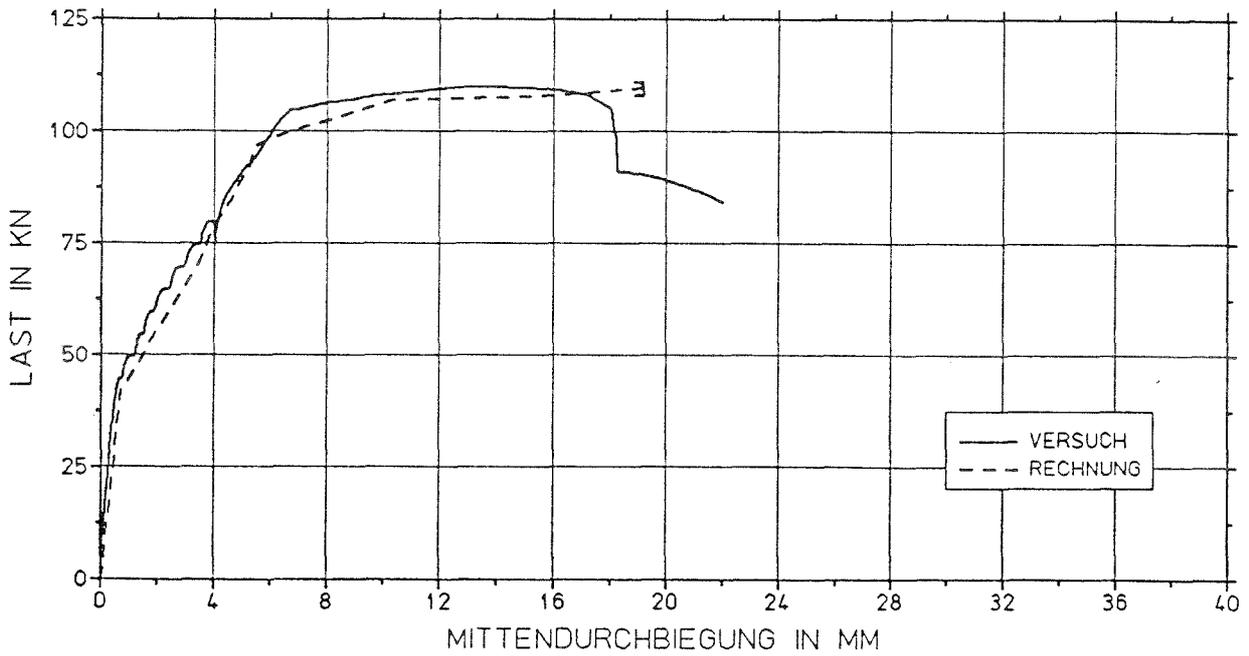
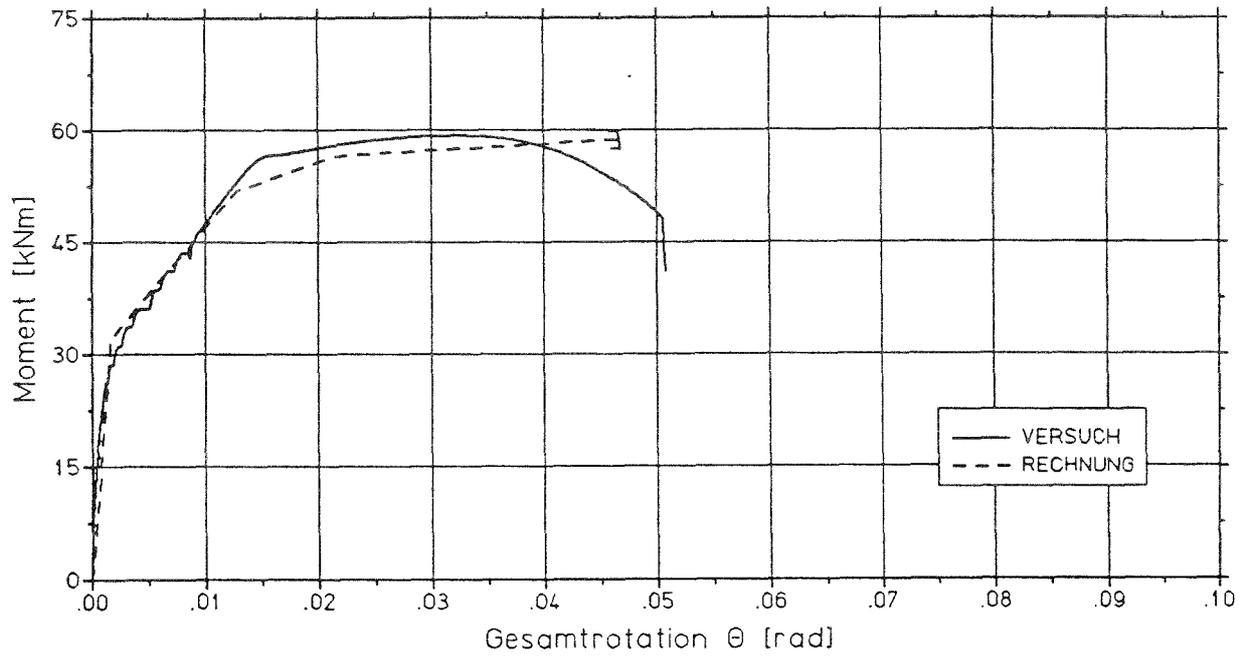


Bild B 3 : Vergleich zwischen Versuch und Rechnung für Platte 4

PLATTENROTATION PLATTE 5



PLATTENROTATION PLATTE 5

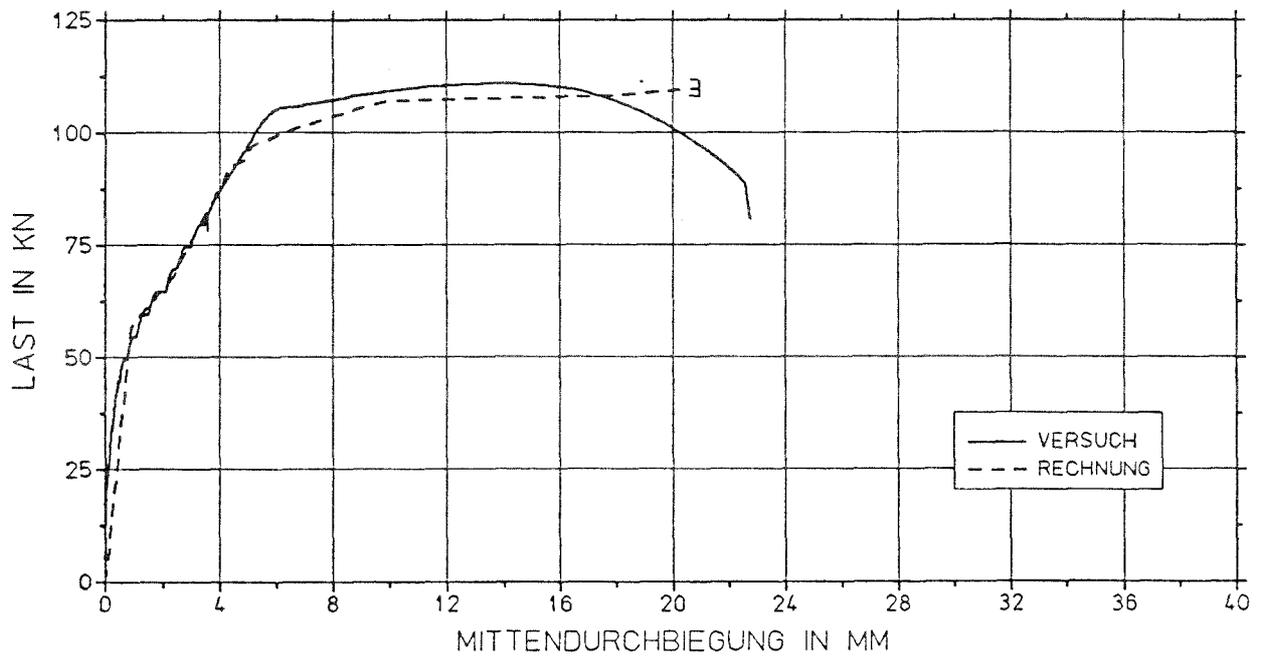
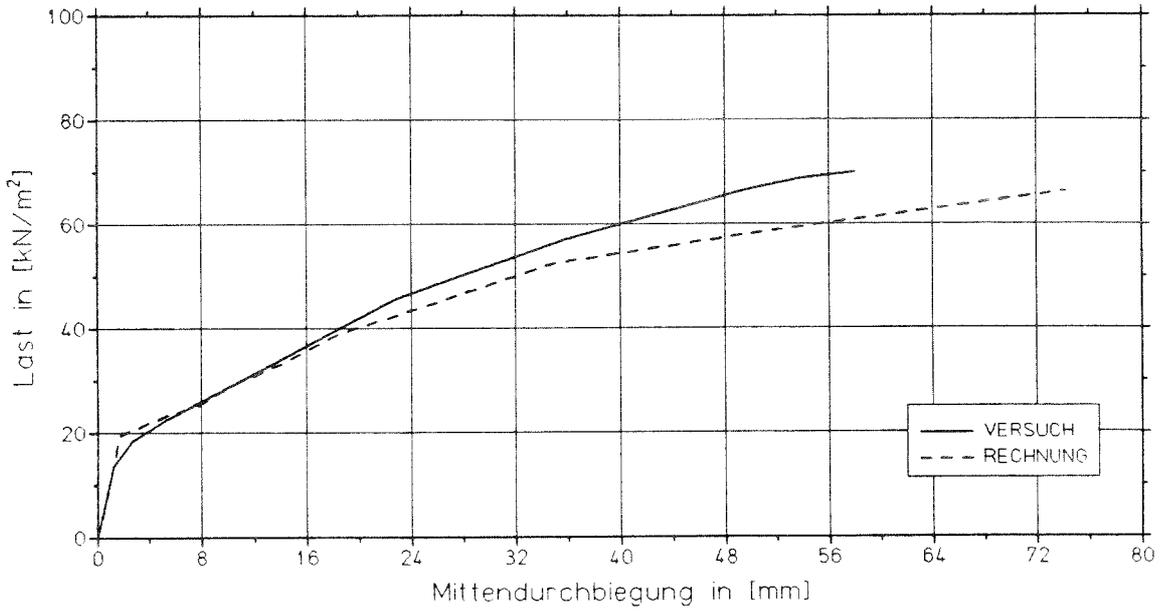


Bild B 4 : Vergleich zwischen Versuch und Rechnung für Platte 5

# B-5

NACHRECHNUNG PLATTE 2



NACHRECHNUNG PLATTE 3

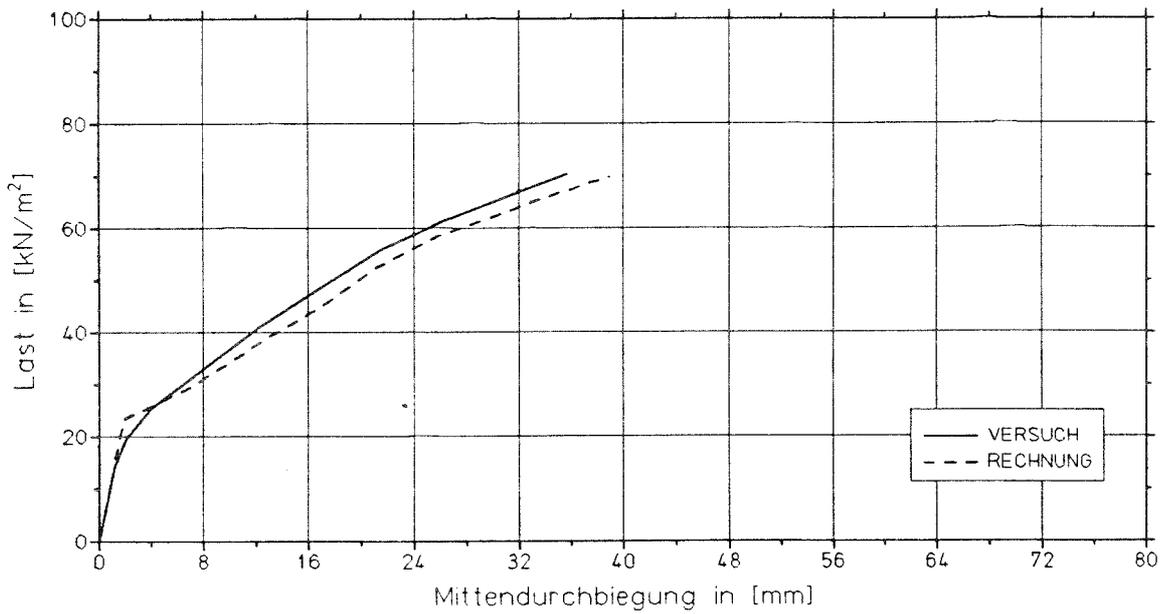


Bild B 5 : Vergleich zwischen Versuch und Rechnung für die Platten 2 und 3 aus [3.22]

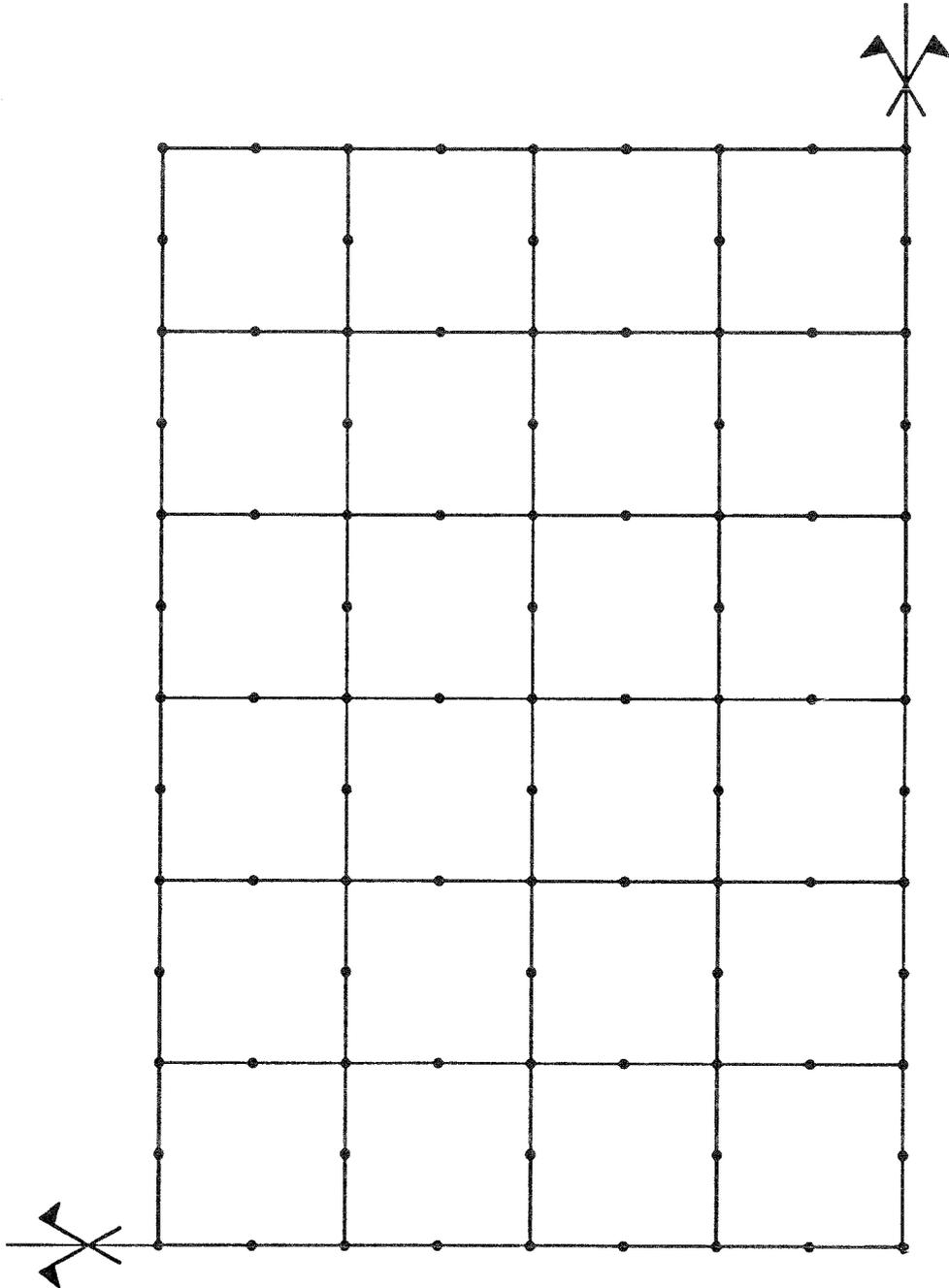


Bild B 6 : Diskretisierung von PARA 1

B-7

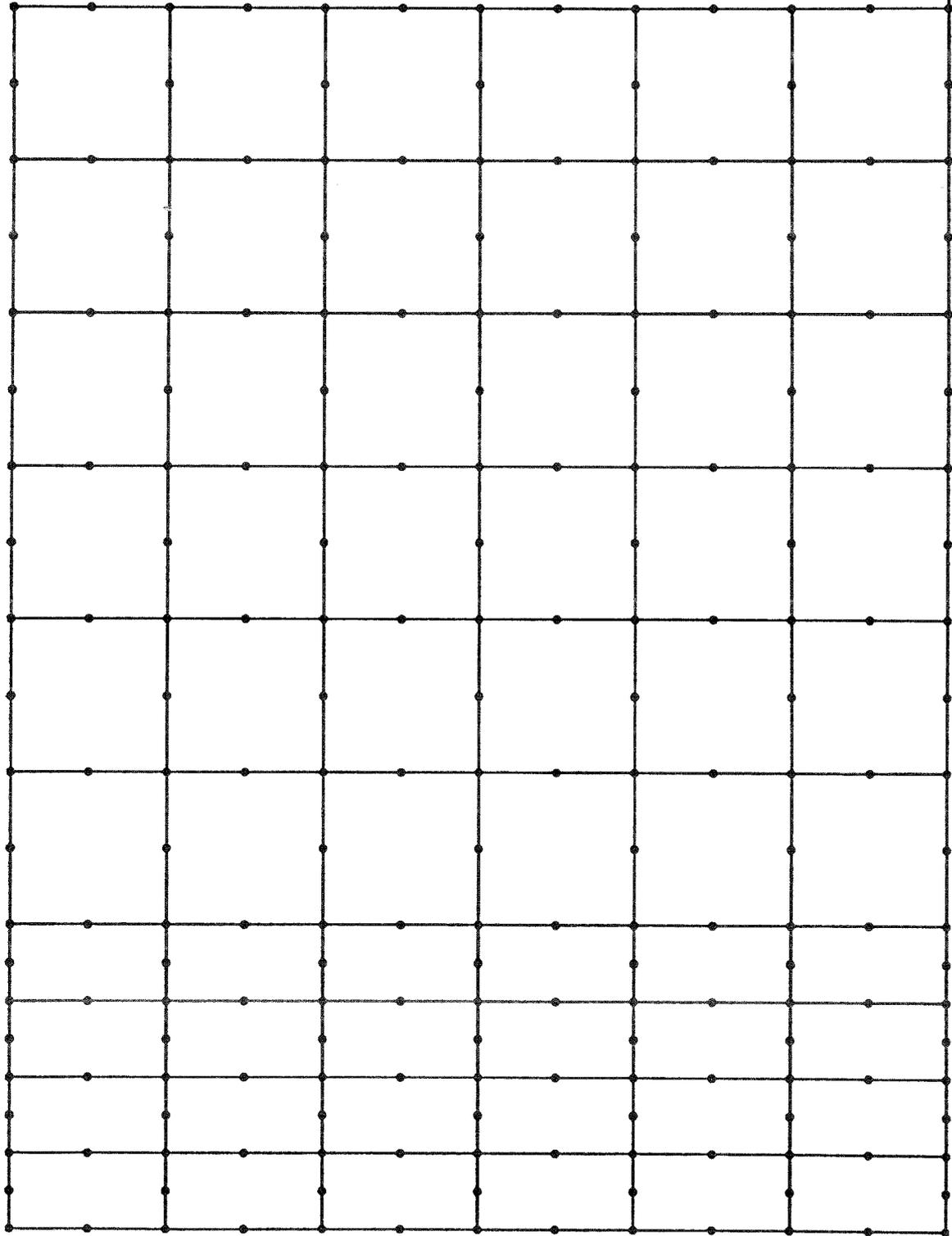


Bild 7 : Diskretisierung von PARA 2

B-8

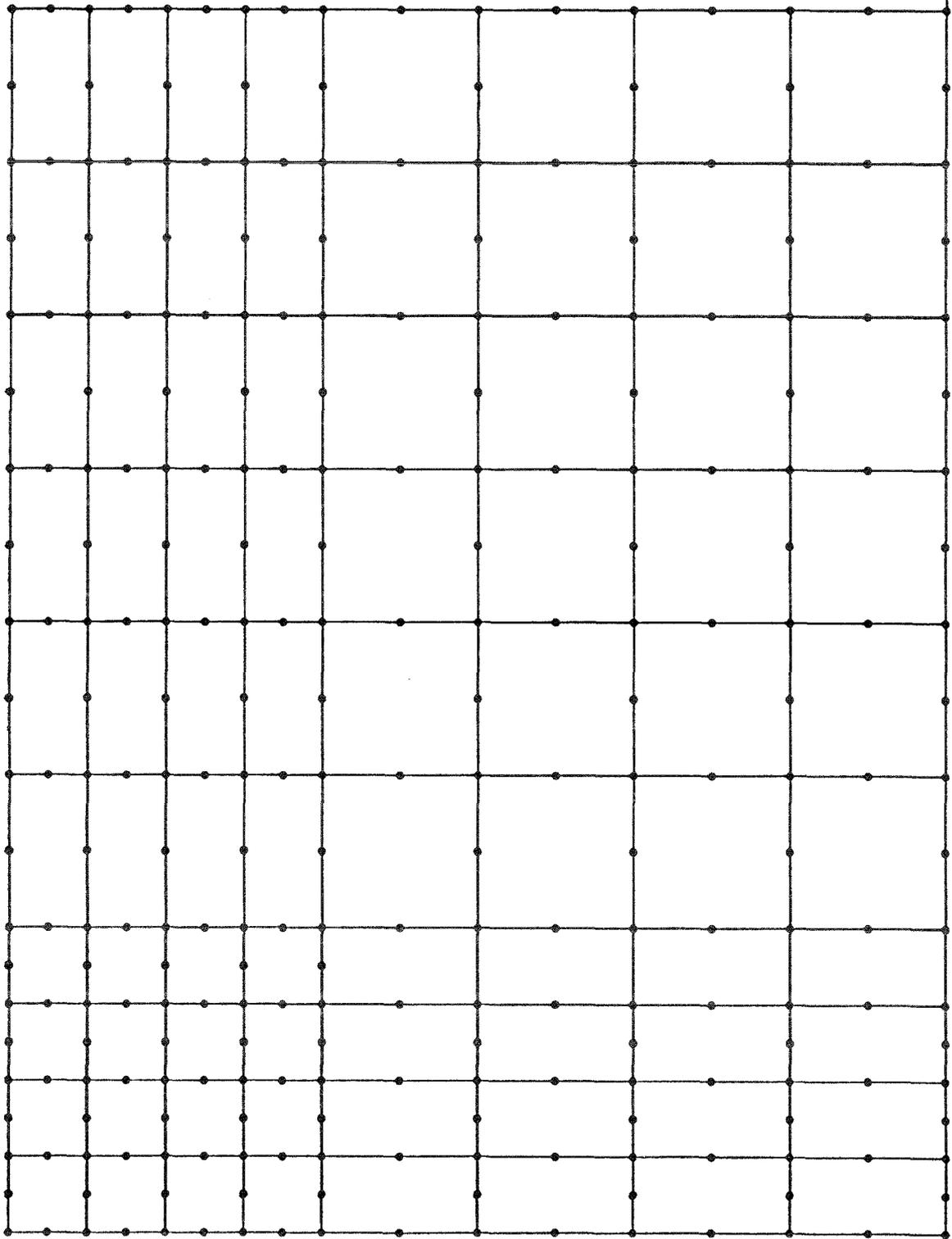


Bild 8 : Diskretisierung von PARA 3

**Brief Report on the Project**  
**Structural Analysis and Moment Redistribution in**  
**Reinforced Concrete Plates**  
**IV 1-5-583/89**

Until now structural analysis in Germany has been based on the theory of linear elasticity. In addition to linear methods the EC 2 becoming valid in the near future also recommends the yield line theory for analysing reinforced concrete plates. However this nonlinear method requires a sufficient deformation capacity being available for highly stressed parts of a structure.

In order to prove whether the above assumption holds true for structural materials commonly used in Germany, especially for reinforcing steel, experiments have been carried out in this project on one way plates with reinforcement placed askew with respect to the load bearing direction. Nonlinear calculations using the finite element method have been done as well. By these experiments the still unknown deformation capacity along the yield lines of the plate corners has now been studied and furthermore the finite element program has been verified.

The mentioned experiments showed that using an isotropic mesh reinforcement the rotation capacity and the crack widths are growing with increasing deviation of the reinforcement from the load bearing direction while the ultimate load is remaining unaffected.

To model the tension stiffening effect of concrete in the nonlinear calculation, a modified steel stress-strain-relation also accounting for the concrete contribution in tension has been derived and has been implemented into an existing computer code. Numerical calculations used to verify the reinforced concrete model agree satisfactorily with tests performed at this institute and elsewhere.

Varying steel properties and the ratio of the support to the field reinforcement within the limits specified by EC 2 a parametric study on rectangular plates with various boundary conditions shows that insufficient rotation capacity may be compensated partially by higher steel strength.

For the selection of the steel parameter, studies from the steel industry have been used. They point out that for the steel (reinforcing steel 500 M) a great variation of steel strength exists and there is a relationship between the yield strength  $R_e$  and the uniform elongation  $A_g$  and also between  $R_e$  and the ratio  $R_m/R_e$ . Representative calculations using samples of both high and low grade steel taken from actual production have been carried out.

Details of the calculation will be published in a forthcoming thesis.

**Court rapport**  
**L'Évaluation des sollicitations et leur redistribution**  
**dans les plaques en béton armé.**  
**IV 1-5-583/89**

Les sollicitations intervenant dans les plaques en béton armé sont déterminées jusqu'à présent en Allemagne en utilisant la théorie de l'élasticité. L'Eurocode 2 (EC 2) entrant en vigueur dans en proche avenir permet la détermination des sollicitations pour les plaques en utilisant soit des méthodes linéaires ou des méthodes de calcul plastique basés sur les lignes de rupture. Ces méthodes sont applicable si les zones les plus sollicitées de la plaque ont une capacité suffisante de déformation.

Afin d'établir si ces conditions sont satisfaites par les matériaux, plus particulièrement par les aciers qui sont couramment utilisés en Allemagne, des expériences ont été menées dans le cadre de ce projet de recherche, sur des plaques armées de façon oblique par rapport aux directions des moments fléchissants principaux. Parallèlement à ces expériences, on a effectué des calculs numériques utilisant la méthode des éléments finis.

On a cherché d'une part à évaluer la capacité de rotation des articulations plastiques dans les coins de la plaque et d'autre part à tester les programmes existants basés sur la méthode des éléments finis. Les essais ont montré que dans le cas des armatures isotropiques en treillis soudés la capacité de rotation, ainsi que l'ouverture des fissures augmentent avec l'agrandissement de l'angle entre les moments fléchissants principaux et les armatures et que la capacité portante de la plaque reste inchangée à cet agrandissement.

Pour modéliser la participation du béton tendu on a proposé une loi modifiée pour le comportement de l'acier qui fût introduite dans un programme existant basé sur la méthode des éléments finis, conçu pour des calculs non-linéaires.

Les résultats obtenus par calcul sur le matériau composite "béton armé" concordent très bien avec les essais effectués par l'auteur de ce travail et par d'autres chercheurs.

Lorsqu'on fait varier les conditions aux limites pour des plaques rectangulaires en modifiant les caractéristiques de l'acier, le rapport entre l'armature sur les appuis et l'armature en travée-tout en restant dans les limites prévues par l'EC 2, on en conclue qu'une capacité insuffisante de rotation plastique ne peut être compensée seulement qu'en certaines conditions par des aciers à haute résistance ("surrésistance").

Pour le choix des paramètres concernant l'acier on s'est référé aux études réalisées par l'industrie allemande de l'acier. Selon ces études, la résistance de l'acier 550-M (treillis soudés) a une dispersion considérable; il y a une relation entre la limite d'élasticité  $R_e$  et l'allongement uniformément réparti  $A_G$ , ainsi qu'entre  $R_e$  et le rapport  $R_m/R_e$ . Pour des valeurs extrêmes de ces paramètres des calculs représentatifs ont été effectués. Des détails pour ces calculs seront donnés ultérieurement peu de temps avant la rédaction de la thèse.