

**Bewertung eines neuen Bemessungs-
konzeptes für ausgeklinkte Träger auf
der Grundlage der Bruchmechanik**

T 2518

T 2518

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de

**BEWERTUNG EINES NEUEN BEMESSUNGSKONZEPTES FÜR
AUSGEKLINKTE TRÄGER AUF DER GRUNDLAGE DER
BRUCHMECHANIK**

von

Jürgen Ehlbeck und Jürgen Kürth

**Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine
Abteilung Ingenieurholzbau
Universität Fridericiana Karlsruhe
Univ.-Professor Dr.-Ing. Jürgen Ehlbeck**

1992

INHALTSVERZEICHNIS

1	Ziel des Forschungsvorhabens	1
2	Neuer Bemessungsvorschlag für ausgeklinkte Träger auf der Grundlage der Bruchmechanik	2
2.1	Einführung in die Bruchmechanik	2
2.1.1	Linear-elastische Bruchmechanik	6
2.2	Anwendung der linear-elastischen Bruchmechanik auf ausgeklinkte Träger nach Gustafsson	10
2.3	Bemessungsvorschlag nach dem Entwurf des EUROCODE 5 (04/1992)	15
3	Bisherige Bemessungsverfahren für ausgeklinkte Träger	23
3.1	Allgemeines	23
3.2	Bemessung nach DIN 1052 (04/1988)	23
3.2.1	Untersuchungen von Mistler	23
3.2.2	Untersuchungen von Henrici	30
3.2.3	Vergleich Mistler-Henrici	37
3.2.4	Bemessungsverfahren nach DIN 1052 (04/1988)	39
4	Vergleich der verschiedenen Bemessungsverfahren untereinander und mit Versuchsergebnissen	42
4.1	Vergleich der Bemessungsverfahren von Mistler und Gustafsson	42
4.2	Vergleich der Bemessungsverfahren von DIN 1052 (04/1988) mit dem Entwurf des EUROCODE 5 (04/1992)	42
4.3	Vergleich der Bemessungsverfahren von Gustafsson und des EUROCODE 5 (04/1992) mit Versuchsergebnissen	43
4.3.1	Versuche mit Brettschichtholz	44
4.3.1.1	Unten rechtwinklig ausgeklinkte Träger	44
4.3.1.2	Unten ausgeklinkte Träger mit Voute	44
4.3.2	Versuche mit Vollholz	44
4.3.2.1	Unten rechtwinklig ausgeklinkte Träger	45
4.3.2.2	Unten ausgeklinkte Träger mit Voute	46
5	Zusammenfassung	47
6	Literatur	49
7	Anlagen	

Vorwort

Der neue Bemessungsvorschlag für Ausklinkungen bei Biegeträgern mit Rechteckquerschnitt nach dem Entwurf des Eurocode 5 vom April 1992 wird dargestellt und mit dem bisherigen Bemessungsverfahren nach DIN 1052 (1988) verglichen. Da dieses neue Bemessungsverfahren durch die Anwendung der Bruchmechanik (fracture mechanics) gewonnen wurde, wird eine kurze Einführung in dieses Teilgebiet der Mechanik gegeben und die Eignung der Bruchmechanik zur Lösung von Problemen im Holzbau untersucht.

Das Vorhaben entstand im Auftrag der Entwicklungsgemeinschaft Holzbau (EGH) in der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung (DGfH) mit finanzieller Unterstützung des Institutes für Bautechnik (IfBt).

Die Untersuchungen wurden von Herrn Dipl.-Ing. Jürgen Kürth durchgeführt. Bei der Auswertung und Darstellung der Ergebnisse haben unsere Studenten, Herr cand.ing. P. Metzger, Herr cand.ing. Jens Bartel, Herr cand.ing. J. Bäßler, Herr Dipl.-Ing.(FH) H. Sommer sowie Frau cand.ing. Stefanie Dietrich tatkräftig mitgewirkt.

Allen Beteiligten ist für die Mitarbeit zu danken.

Jürgen Ehlbeck

1 Ziel des Forschungsvorhabens

Das Bemessungsverfahren für Ausklinkungen bei Biegeträgern mit Rechteckquerschnitt aus Nadelholz nach DIN 1052 (1988) "Holzbauwerke, Berechnung und Ausführung", basiert auf den von MISTLER 1979 und HENRICI 1984 durchgeführten Untersuchungen. Sie führten Spannungsberechnungen mit Hilfe der Methode der finiten Elemente bzw. durch Lösen des Elastizitätsproblems der ausgeklinkten orthotropen Scheibe durch und beschrieben auf diese Weise die Festigkeitseigenschaften von Brettschichtholz aus Fichte bei Querkzugbeanspruchung unter Zugrundelegung der Anisotropie des Holzes.

In neueren wissenschaftlichen Untersuchungen von GUSTAFSSON 1988 werden zur Bestimmung der Tragfähigkeit unten ausgeklinkter Träger Bemessungsverfahren vorgeschlagen, die durch Anwendung der Bruchmechanik (fracture mechanics) gewonnen wurden. Dazu wird das Reißfortschrittsverhalten an der Ausklinkung in Abhängigkeit von den Materialeigenschaften des Holzes, der Geometrie des Trägers und des Bauteilwiderstandes beschrieben.

Diese Untersuchung bildet die Grundlage für das neue Bemessungsverfahren des Entwurfes des EUROCODE 5 (April 1992). Im ersten Entwurf des EUROCODE 5 (1987) wurde im Gegensatz hierzu ein der DIN 1052 (1988) sehr ähnliches Verfahren vorgeschlagen, das in den weiteren Entwürfen des EC 5 aber keine Berücksichtigung mehr fand. Grundlage für dieses Verfahren bilden empirische Gleichungen, die eine grobe Näherung für das wirkliche Tragverhalten von Ausklinkungen darstellen und auf die deswegen nicht eingegangen werden soll.

Ein Vergleich und damit auch eine Bewertung der Unterschiede zwischen diesen Bemessungsverfahren hängt sehr davon ab, inwieweit sie für die zukünftigen in Normen angestrebten und auf der Wahrscheinlichkeitstheorie beruhenden Sicherheitskonzepte geeignet sind.

Ziel dieses Forschungsvorhabens ist es deshalb, die Eignung der Bruchmechanik zur Lösung von Problemen im Holzbau zu untersuchen und den neuen Bemessungsvorschlag für ausgeklinkte Träger mit den bisherigen Bemessungsverfahren zu vergleichen.

2 Neuer Bemessungsvorschlag für ausgeklinkte Träger auf der Grundlage der Bruchmechanik

2.1 Einführung in die Bruchmechanik

Bei der Beurteilung der Tragfähigkeit von Bauteilen werden i.A. die in einem Querschnitt an einer Stelle vorhandenen Größen (hier Spannungen) mit den entsprechenden kritischen Größen (zulässige Spannungen, charakteristische Festigkeiten) verglichen.

Diese Vorgehensweise ist dann zuverlässig, wenn mit Hilfe der Elastizitätstheorie oder der Kontinuumsmechanik an der kritischen Stelle eines Bauteiles endlich große Werte für die gesuchten Größen ermittelt werden können. Zudem müssen zur Abgrenzung die entsprechenden Festigkeitswerte bekannt sein und es muß für den Fall des gleichzeitigen Vorhandenseins mehrerer Größen (z.B. Schubspannungen und Querkzugspannungen) eine Abschätzung der Tragfähigkeit mittels Interaktionsbeziehungen bestehen.

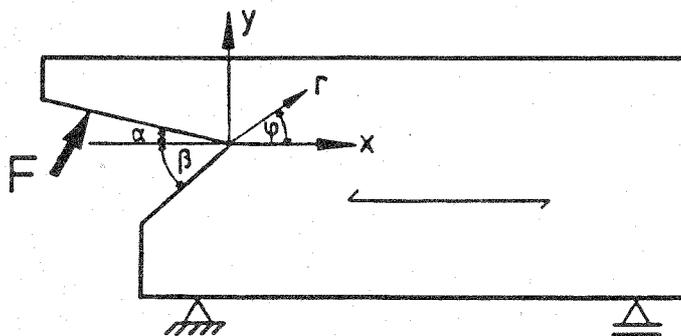


Bild 1: Träger mit einspringender Ecke unter einer Einzellast F (entnommen aus Logemann 1991)

Bei einer Ausklinkung auf der Zugseite von Biegeträgern, wie sie in allgemeiner Ausführung im Bild 1 dargestellt ist, erreicht man an der einspringenden Ecke die Grenzen der oben erläuterten Tragfähigkeitsnachweise. Denn im Bereich der Ausklinkung herrscht ein ebener Spannungszustand mit Längs-, Quer- und Schubspannungen, wobei die Spannungen bei Annäherung an die Ecke unendlich große Werte

annehmen (Spannungssingularität). Der Verlauf der Querkzugspannungen kann dabei in Ecknähe durch die Beziehung

$$\sigma_y = A \cdot r^{-s} \quad (1)$$

mit

A	=	material- und lastabhängige Konstante
r	=	Abstand von der Ecke
s	=	Grad der Singularität

beschrieben werden. Im Bild 2 ist der prinzipielle Verlauf der Querkzugspannungen σ_y für $\varphi = 0^\circ$ in Abhängigkeit vom Grad der Singularität s (dieser hängt im wesentlichen vom eingeschlossenen Kerbwinkel $\alpha + \beta$) dargestellt. Man erkennt, daß für sehr kleine Werte von r die Spannungen gegen unendlich anwachsen, d.h. bei der kleinsten Last würde der Körper sofort an dieser Stelle versagen. Der Verlauf des Singularitätsgrades ist in Bild 3 in Abhängigkeit vom Winkel β ($\alpha = 0^\circ$) dargestellt.

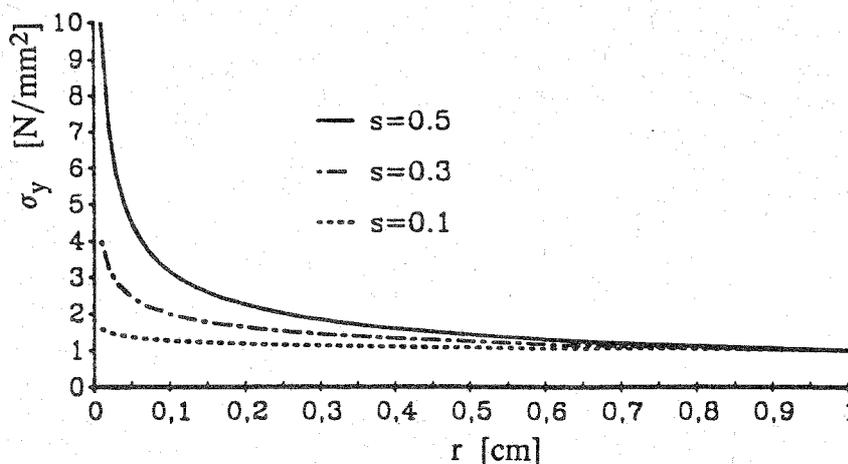


Bild 2: Verlauf von σ_y für $A=1$ und $\varphi=0^\circ$ in Abhängigkeit vom Grad der Singularität s (entnommen aus Logemann 1991)

In einem wirklichen Bauteil treten keine unendlich großen Spannungen auf, da sie durch plastifizieren des Werkstoffes abgebaut werden und dadurch endliche Werte annehmen. Da es aber für den anisotropen und inhomogenen Werkstoff Holz noch keine geeigneten Ansätze zur Abschätzung dieses Plastifizierungseffektes gibt, bleiben die Schwierigkeiten der Bestimmung vorhandener Spannungen bestehen.

Zudem fehlen noch Untersuchungen über die Größe der Querkzugfestigkeit für Voll- und Brettschichtholz und es müßten geeignete

Interaktionsbeziehungen aufgestellt werden, um das Problem der Bemessung vollständig zu lösen.

Unter bestimmten Voraussetzungen bietet die Bruchmechanik neue Möglichkeiten zur Abschätzung der Tragfähigkeit von Bauteilen mit Singularitätspunkten.

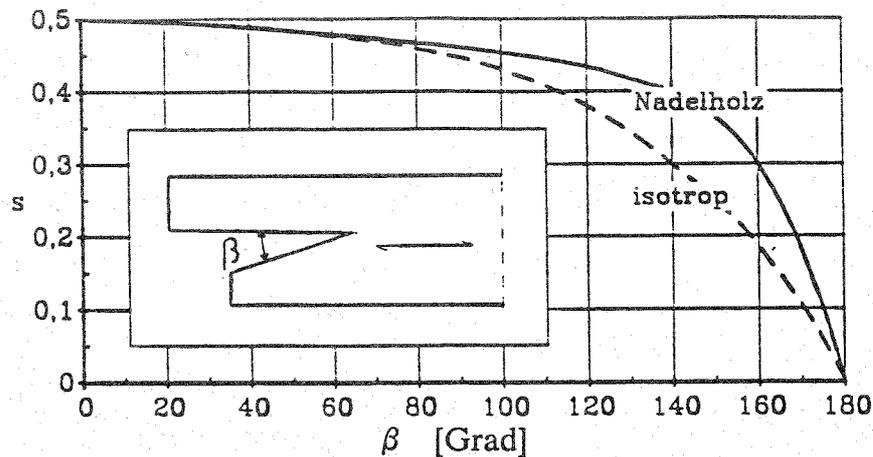


Bild 3: Grad der Singularität s in Abhängigkeit vom Kerbwinkel β (entnommen aus Logemann 1991)

Ausgehend von einem fiktiven idealen Riß an der einspringenden Ecke (mit $\alpha = \beta = 0^\circ$, $s = 0,5$; vgl. Bild 4) verfolgen die Methoden der Bruchmechanik das Ziel, Bedingungen einer Rißausbreitung unter der Einwirkung äußerer Lasten mathematisch mit Hilfe der Elastizitätstheorie, der Plastizitätstheorie oder der Kontinuumsmechanik bis zur völligen Trennung des Werkstoffes zu beschreiben.

Im Unterschied zur Festigkeitslehre werden aber als Grenzen der Belastbarkeit nicht die Festigkeiten eines Werkstoffes herangezogen, sondern es werden neue, den Beginn der instabilen Rißausbreitung beschreibende Werkstoffkennwerte aus Versuchen bestimmt und mit den Bedingungen zur Rißausbreitung verglichen.

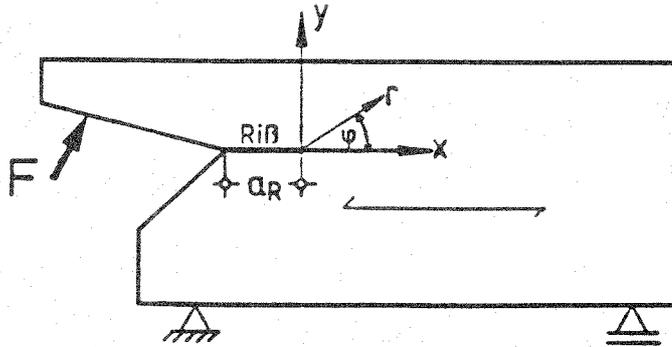


Bild 4: Träger mit Riß unter einer Einzellast F (entnommen aus Logemann 1991)

Diese Werkstoffkennwerte sind ein Maß für die Stärke bzw. Spannungsintensität in der direkten Umgebung des Risses und hängen von der Bauteilgeometrie, der Belastung, der Rißgeometrie und dem verwendeten Material ab. Sie sind aber nahezu unabhängig vom genauen Verlauf der Spannungen direkt an der Rißspitze. Hier wird der Vorteil der Bruchmechanik deutlich: anders als in der Festigkeitslehre werden nicht die maximalen, meistens nur an einer Stelle vorhandenen Spannungen gesucht, sondern es genügen die Spannungsverteilungen in der Nähe des Singularitätspunktes. Die Ermittlung der bruchmechanischen Werkstoffkennwerte zeichnet sich also durch eine Untersuchung der Umgebung der Rißspitze aus und hat daher integralen Charakter.

Die Bruchmechanik bietet eine Vielzahl von Lösungsansätzen, die sich im wesentlichen dadurch unterscheiden, daß sie für unterschiedliches werkstoffabhängiges Bruchverhalten geeignet sind. Man unterscheidet dabei sprödes und duktiles Bruchverhalten und daher zwischen linear-elastischer und elastisch-plastischer Bruchmechanik.

Eine ausführliche Einführung in die verschiedenen Methoden der Bruchmechanik findet sich bei ATKINS 1985, BROEK 1988, HAHN 1970, HECKEL 1983, SCHWALBE 1980 und unter Beachtung der Besonderheiten für den Werkstoff Holz in der Veröffentlichung von BOSTRÖM et al. 1991. Eine Einführung in die Bruchmechanik und eine Zusammenfassung der bisher im Holzbau durchgeführten Untersuchungen finden sich in den Dissertationen von LOGEMANN 1991 und BOSTRÖM 1992, sowie bei PIZIO 1991. Im folgenden sollen kurz die wichtigsten Ergebnisse zusammengefaßt werden.

2.1.1 Linear-elastische Bruchmechanik

Die ersten Untersuchungen zur Beschreibung des Verhaltens eines einzelnen Risses stammen von GRIFFITH 1921 und 1924. Er untersuchte eine unendlich ausgedehnte Scheibe mit einem idealen Riß der Länge $2a_R$ unter Zugbeanspruchung (vgl. Bild 5). Der Voraussetzung eines idealen Risses liegt die Annahme einer Rißausbreitung in Richtung der x-Achse zugrunde (kollineare Rißausbreitung).

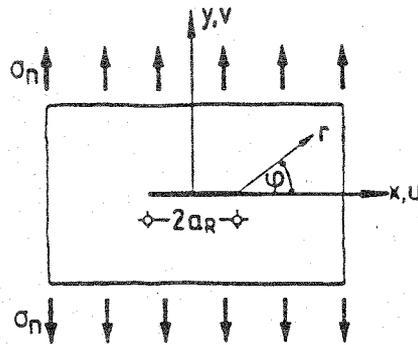


Bild 5: Griffithsches Rimodell mit ebener Beanspruchung (entnommen aus Logemann 1991)

Für dieses System berechnete er die Spannungsverteilungen unter der Annahme eines ebenen Spannungszustandes (ESZ) aus der Scheibendifferentialgleichung für orthotropes Materialverhalten mit den Airyschen Spannungsfunktionen. Die Differentialgleichung lautet:

$$S_{22} \cdot \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + (2S_{12} + S_{66}) \cdot \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + S_{11} \cdot \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \quad (2)$$

Dabei ist $U(x,y)$ die Airy'sche Spannungsfunktion und die S_{ii} bzw. S_{ik} sind die Dehnungs- und Gleitzahlen bzw. die Querdehnungszahlen in mm^2/N . Mit Hilfe komplexer Spannungsfunktionen läßt sich für den Griffith-Riß die Lösung obiger Gleichung für die Spannungen in Form von Reihenentwicklungen in unmittelbarer Umgebung der Rißspitze durch die sog. "Nahfeldgleichung" angeben:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \sigma_n \cdot \sqrt{\frac{a_R}{2r}} \cdot \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_{xy} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Die in Klammern stehenden dimensionslosen Funktionen f_{ik} hängen für orthotrope Werkstoffe vom Winkel φ und von den elastischen Konstanten S_{ik} ab.

Aus dieser Gleichung ist sofort ersichtlich, daß der Ausdruck $\sigma_n \cdot \sqrt{a_R}$ eine charakteristische Größe zur Kennzeichnung des Beanspruchungszustandes in Rißspitzennähe ist. IRWIN 1956 führt für diesen Ausdruck den Begriff Spannungsintensitätsfaktor (SIF) K_I ein, der bei Verallgemeinerung auf endlich große Scheiben noch einen Geometriefaktor Y ($Y=1$ für den Griffith Riß) und die Konstante π enthält (vor allem in der amerikanischen Literatur ist die Konstante π im Geometriefaktor eingearbeitet):

$$K_I = \sigma_n \cdot \sqrt{\pi \cdot a_R} \cdot Y \quad (4)$$

Nach den grundlegenden Verschiebungsmöglichkeiten der Rißoberflächen (vgl. Bild 6) werden drei Spannungsintensitätsfaktoren unterschieden, aus denen sich jeder Riß zusammensetzen läßt:

1. Zugbeanspruchung senkrecht zur Rißfläche (Versagens Modus-1) mit K_I ,
2. Schubbeanspruchung in Rißrichtung (Modus-2) mit K_{II} ,
3. Schubbeanspruchung in Querrichtung (Modus-3) mit K_{III} .

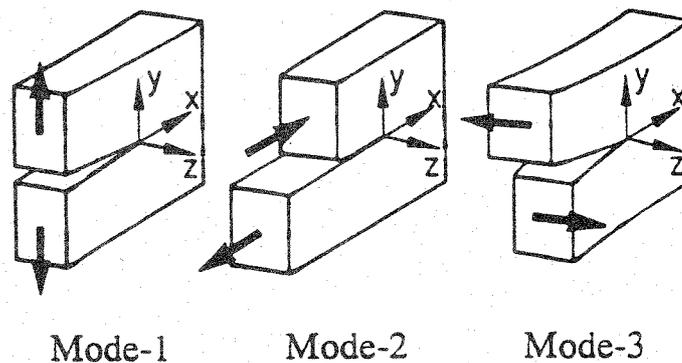


Bild 6: Die grundlegenden Rißöffnungsarten (entnommen aus Logemann 1991)

Für beliebige Scheibengeometrien und Beanspruchungen lassen sich dann die Spannungen allgemein durch folgende Beziehung darstellen:

$$\sigma_{ik} = \sum_{m=I}^{III} \frac{K_m}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_{m,ik}(\varphi, S_{ik}) \quad (5)$$

Bei gegebener äußerer Spannung und für eine gegebene Rißanordnung tritt bei einem kritischen Wert des Spannungsintensitätsfaktors $K_{m,c}$ eine instabile Rißausbreitung ein. Erreicht also der Spannungsintensitätsfaktor K_m den kritischen Wert $K_{m,c}$, breitet sich der Riß aus. Auf diese Weise ist das Rißfortpflanzungskriterium der Bruchmechanik gegeben. Die kritischen Spannungsintensitätsfaktoren müssen aus Versuchen gewonnen werden und hängen bei endlichen Werkstücken von der Art der Belastung, der Rißgeometrie und der Bauteilgeometrie ab.

Anstelle der Bestimmung der Spannungen in der unmittelbaren Umgebung des Risses oder der Spannungsintensitätsfaktoren stellte Griffith äquivalente Betrachtungen auf der Grundlage der Energieumsetzung bei Rißverlängerung an. Er nahm an, daß die durch das Wachstum des Risses um die Länge Δa freiwerdende, im System gespeicherte elastische Energie für die Bildung neuer, durch das Fortschreiten des Risses entstehender Oberflächen, zur Verfügung gestellt wird.

Dazu wird die Energiebilanz U des gesamten Systemes aufgestellt. Sie lautet:

$$U = U_e + U_s + U_{pl} + U_c - W \quad (6)$$

mit U_e = die im Bauteil gespeicherte elastische Energie,
 U_s = spezifische Oberflächenenergie,
 U_{pl} = plastische Verformungsenergie,
 U_c = kinetische Energie und
 W = Arbeit der äußeren Kräfte.

Die zu einer Rißverlängerung notwendige Energie setzt sich aus den Anteilen der spezifischen Oberflächenenergie U_s (die zur Bildung neuer Oberflächen notwendige Energie), der plastischen Verformungsenergie U_{pl} und eventuell auch noch der kinetischen Energie U_c zusammen.

Die zur Verfügung stehende Energie ergibt sich aus den Anteilen der Arbeit der äußeren Kräfte W und der im Bauteil gespeicherten elastischen Energie U_e .

Für das Erreichen eines Maximums der gesamten Energie bei einer infinitesimalen Rißverlängerung um ∂a gilt:

$$\frac{\partial U}{\partial a} = 0 \quad (7)$$

$$\underbrace{\frac{\partial U_e}{\partial a} - \frac{\partial W}{\partial a}}_G + \underbrace{\frac{\partial U_s}{\partial a} + \frac{\partial U_{pl}}{\partial a} + \frac{\partial U_c}{\partial a}}_R = 0 \quad (8)$$

$$G + R = 0 ; \quad G < 0 \quad (9)$$

Dabei werden die Änderungen bei den einzelnen Energien zur Energiefreisetzungsrates G und dem Reißwiderstand R zusammengefaßt. Die Energiefreisetzungsrates G ist die Energie, die frei wird, wenn sich der Reiß um eine Länge ∂a verlängert. Sie ist unabhängig davon, ob die Reißverlängerung bei konstanter Kraft oder bei konstanter Verschiebung erfolgt. G ist eine Funktion der Belastung und der Reißlänge, wobei G mit der Belastung zunimmt. Der Reißwiderstand R gibt demgegenüber die zu einer Verlängerung eines Risses um eine Längeneinheit notwendige Energie an.

Reißverlängerung setzt ein, wenn die Energiefreisetzungsrates (d.h. die potentiell zur Reißverlängerung zur Verfügung stehende Energie) gleich der notwendigen Energie, d.h. dem Reißwiderstand R ist. Dann nimmt G einen kritischen Wert G_c an.

$$G = G_c = R \quad (10)$$

Die kritischen Werte G_c erhält man aus Versuchen, wobei die Ergebnisse von der Geometrie der Versuchskörper und der Art der Belastung abhängen.

Es kann nun gezeigt werden, daß für orthotropes Material mit Hilfe der Dehnungs- und Gleitzahlen S_{ii} und der Querdehnungszahlen S_{ik} ($i \neq k$) der Spannungsintensitätsfaktor durch die Energiefreisetzungsrates ausgedrückt werden kann. Damit sind beide Vorgehensweisen identisch. Es ergibt sich für den ebenen Spannungszustand:

$$G_I = K_I^2 \cdot A_I \quad (11)$$

$$G_{II} = K_{II}^2 \cdot A_{II} \quad (12)$$

mit

$$A_I = \sqrt{\frac{S_{11} \cdot S_{22}}{2}} \cdot \sqrt{\frac{S_{22}}{S_{11}} + \frac{2S_{12} + S_{66}}{2S_{11}}} \quad (13)$$

$$A_{II} = \frac{S_{11}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{S_{22}}{S_{11}} + \frac{2S_{12} + S_{66}}{2S_{11}}} \quad (14)$$

Die linear-elastische Bruchmechanik berücksichtigt das plastische Verhalten eines Werkstoffes in der Umgebung eines Risses nicht. Sie ist deshalb streng genommen nur für ideal spröde Materialien anwendbar. Berechnet man die Bruchenergie G_F als Fläche unter der Last-Verformungskurve, dann stimmt die kritische Energiefreisetzungsrates G_c mit G_F überein, wenn es sich um einen spröden Bruch handelt. Das Verhältnis G_c/G_F gibt also an, ob sich die linear-elastische Bruchmechanik für eine Problemstellung eignet oder nicht.

Unberücksichtigt bleibt, daß Brüche in der Regel nicht aus einem einzigen Versagensmodus bestehen. Meistens ist eine Mischung aus den drei Versagensmodi zu beobachten, das Bruchverhalten ist nicht mehr eindeutig spröde. Man behilft sich mit Interaktionsbeziehungen zwischen den kritischen und den vorhandenen Größen, wie sie schon für mehrachsige Spannungszustände bekannt sind. Für die Spannungsintensitätsfaktoren sieht die Beziehung dann nach Logemann so aus:

$$\left(\frac{K_I}{K_{IC}}\right)^a + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIc}}\right)^b = 1 \quad (15)$$

In den nächsten Abschnitten werden für das Problem des unten ausgeklinkten Brettschichtholzträgers die Bruchenergie aus einer Energiebetrachtung bei Verlängerung des Risses in der Kerbe um ein infinitesimales Maß ermittelt und daraus die vorgeschlagenen Bemessungsgleichungen für den Entwurf des Eurocode 5 (04/1992) abgeleitet.

2.2 Anwendung der liner-elastischen Bruchmechanik auf ausgeklinkte Träger nach Gustafsson

Neuere Untersuchungen über ausgeklinkte Holzträger mit den Mitteln der Bruchmechanik stammen von GUSTAFSSON 1985 und 1988. Für den Fall des rechtwinklig ausgeklinkten Biegeträgers leitet er unter Vernachlässigung des plastischen Verhaltens an der Reißspitze die Bruchlast unter der Voraussetzung eines orthotropen, linear elastischen Werkstoffverhaltens her.

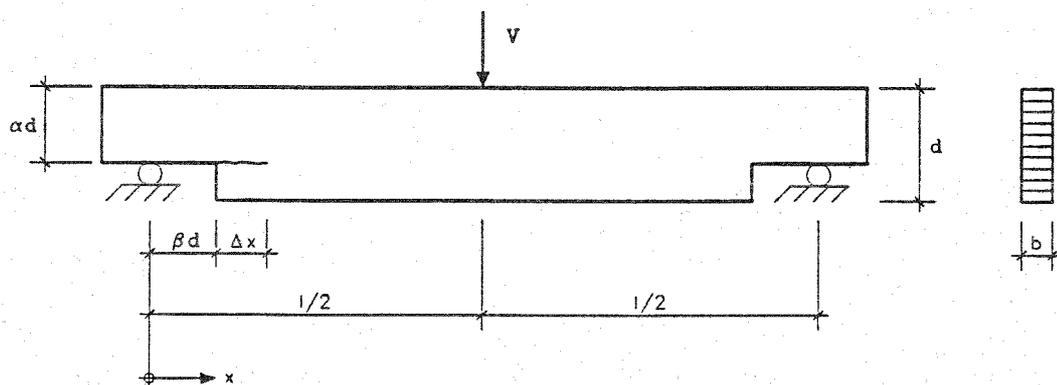


Bild 7: Bezeichnungen für einen ausgeklinkten Träger mit gedachtem Riß der Länge Δx

Für den in Bild 7 dargestellten symmetrischen Träger mit Ausklinkungen wird für eine Trägerhälfte die Energiebilanz aufgestellt.

Von Beginn der Belastung an wird die durch die äußere Kraft V verrichtete Arbeit W im Träger als elastische Energie U_e gespeichert und es gilt:

$$W - U_e = 0 \quad (16)$$

dabei ist:

$$W = \int V d\delta \quad (17)$$

mit δ als Verschiebung in Krafrichtung. Dieses Integral ergibt sich auch als Fläche unter der Last-Verschiebungs-Kurve und beträgt bei ideal elastischem Materialverhalten mit einer Geraden als Last-Verschiebungs-Beziehung:

$$W = \frac{1}{2} \cdot V \cdot \delta = U_e \quad (18)$$

Diese Gleichung gilt auch bei einem Träger mit einem Anfangsriß a_R in der einspringenden Ecke, wobei dann die Last-Verschiebungs-Kurve flacher geneigt ist, d.h. der Träger ist weicher.

Wird nun die Belastung gesteigert bis zu einem gewissen Wert V_1 bei einer zugehörigen Verschiebung δ_1 , bei der sich der Anfangsriß um ein kleines Stück $\Delta x = \Delta a_R$ auf $a_R + \Delta a_R$ weiter öffnet, so addiert sich zu den beiden Energietermen W und U_e noch die Arbeit R , die zur Vergrößerung des Risses notwendig ist.

Bei infinitesimal kleinem Rißfortschritt ∂a_R hat die äußere Kraft die Arbeit ∂W verrichtet, die elastische Energie hat um ∂U_e abgenommen und es wurde noch Energie ∂R zur Rißbildung benötigt.

Das Energiegleichgewicht für die Rißverlängerung lautet nun:

$$\frac{\partial}{\partial a_R} (W - U_e - R) = 0 \quad (19)$$

In den Bildern 8 und 9 sind die beiden möglichen Last-Verschiebungsdiagramme für den Fall der Rißverlängerung um ∂a_R eingetragen. Im ersten Fall (Bild 8) bleibt die Verschiebung konstant, d.h. durch die Vergrößerung des Risses nimmt die Steifigkeit des Trägers ab. Zur Erzeugung der Verschiebung δ_1 verringert sich die Kraft auf den Wert V_2 . Damit verschiebt sich die Kraft nicht und leistet auch keine Arbeit, daher ist $\partial W = 0$. Die Dehnungsenergie verringert sich, d.h. die Änderung ist negativ. Damit vereinfacht sich obige Gleichung zu:

$$-\frac{\partial U_e}{\partial a_R} = \frac{\partial R}{\partial a_R} ; \quad \frac{\partial U_e}{\partial a_R} < 0 \quad (20)$$

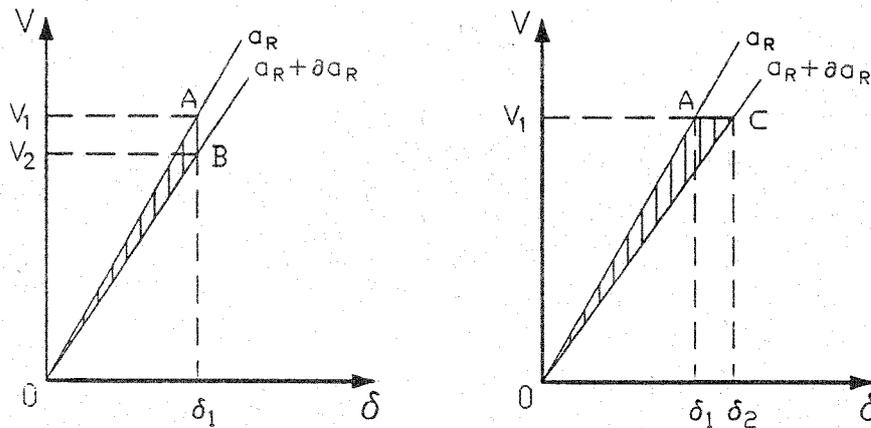


Bild 8: (links) Last-Verschiebungsdiagramm für eine Rißverlängerung bei konstanter Verschiebung

Bild 9: (rechts) Last-Verschiebungsdiagramm für eine Rißverlängerung bei konstanter Last

Im zweiten Fall (Bild 9) bleibt die Kraft konstant, die Verschiebung vergrößert sich von δ_1 auf δ_2 . In diesem Fall leistet die äußere Kraft die Arbeit $V_1 \cdot (\delta_2 - \delta_1)$. Die Dehnungsenergie vergrößert sich und ist somit positiv. Es ergibt sich dann:

$$\frac{\partial W}{\partial a_R} - \frac{\partial U_e}{\partial a_R} = \frac{\partial R}{\partial a_R} \quad (21)$$

$$V_1 \cdot (\delta_2 - \delta_1) - \frac{1}{2} \cdot V_1 \cdot (\delta_2 - \delta_1) = \frac{\partial R}{\partial a_R} \quad (22)$$

oder

$$\frac{1}{2} \cdot V_1 \cdot (\delta_2 - \delta_1) = \frac{\partial R}{\partial a_R} \quad (23)$$

Da die zur Rißverlängerung benötigte Energie in beiden Fällen gleich ist, ergibt sich unabhängig von der Art der Rißaufweitung (unter konstanter Last oder konstanter Verschiebung), daß die Änderung der Dehnungsenergie immer die zur Rißaufweitung benötigte Energie liefert. Somit gilt :

$$+\frac{\partial U_e}{\partial a_R} = \frac{\partial R}{\partial a_R} \quad (24)$$

Der Riß beginnt sich gerade dann fortzupflanzen, wenn die Änderung der Dehnungsenergie die zur Rißbildung benötigte Energie $G_c \cdot b \cdot \Delta x$ erreicht, wobei G_c die Bruchenergie pro Flächeneinheit ist. Rißfortschritt beginnt also bei $V = V_f$ oder wenn gilt:

$$\frac{\partial U_e}{\partial a_R} = \frac{1}{2} \cdot V \cdot \Delta \delta = \frac{1}{2} \cdot V_f^2 \cdot \Delta \left(\frac{\delta}{V} \right) = G_c \cdot b \cdot \Delta x = \frac{\partial R}{\partial a_R} \quad (25)$$

oder fur $\Delta x = d \cdot \Delta \beta$ mit $\Delta x \rightarrow 0$, d.h. der Rißfortschritt vergrößert die Ausklinkungslange:

$$\frac{V_f}{b \cdot \alpha \cdot d} = \sqrt{\frac{\frac{2 \cdot G_c}{b \cdot \alpha^2 \cdot d}}{\frac{\partial \left(\frac{\delta}{V} \right)}{\partial \beta}}} \quad (26)$$

Zur Auswertung dieser Gleichung benötigt man die Bruchenergie und die Compliance (Nachgiebigkeit) δ/V . Berechnet man die Verschiebungen durch Biegung δ_b und Schub δ_s infolge der äußeren Kraft und leitet die erhaltene Gleichung nach β ab, so kann die kritische Kraft V_f ermittelt werden:

$$\delta = \delta_b + \delta_s \quad (27)$$

mit
$$\delta_b = \frac{V}{E_{II} \cdot b \cdot d^3 / 12} \cdot \left[\frac{l^3}{24} + \frac{(\beta d)^3}{3} \cdot \left(\frac{1}{\alpha^3} - 1 \right) \right] \quad (28)$$

$$\delta_s = \frac{1,2 \cdot V}{G} \cdot \left(\frac{\beta \cdot d}{b \cdot \alpha \cdot d} + \frac{1/2 - \beta \cdot d}{b \cdot d} \right) \quad (29)$$

$$\frac{\partial (\delta/V)}{\partial \beta} = \frac{1,2}{G \cdot b} \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) + \frac{12 \cdot \beta^2}{E_{II} \cdot b} \cdot \left(\frac{1}{\alpha^3} - 1 \right) \quad (30)$$

ergibt sich:
$$\frac{V_f}{b \cdot \alpha \cdot d} = \frac{\sqrt{\frac{E_{II} \cdot G_c}{d}}}{\sqrt{0,6 \cdot \alpha \cdot (1 - \alpha) \cdot \frac{E_{II}}{G} + \beta^2 \cdot 6 \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha^2 \right)}} \quad (31)$$

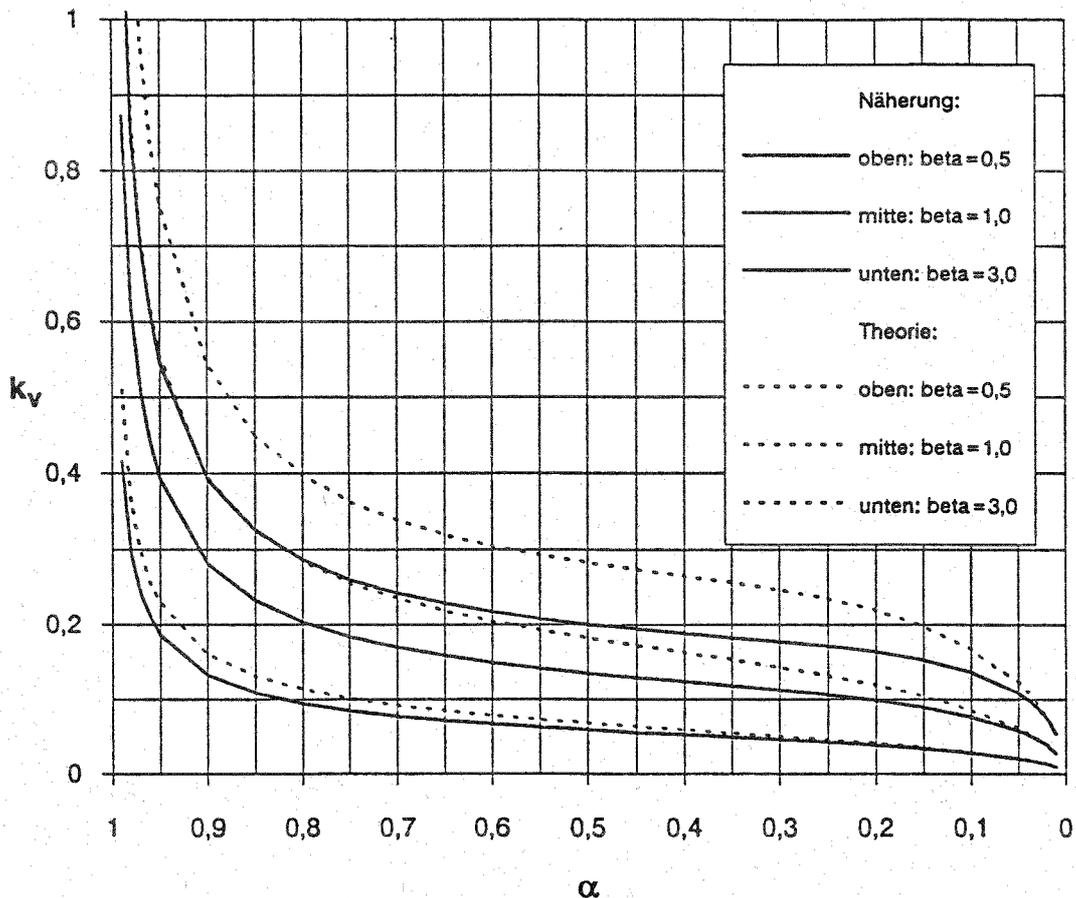


Bild 10: k_v nach genauer Lösung und Näherung für verschiedene β bei $E_{||}/G = 20$, $d = 60$ cm, $E_{||} = 10000$ N/mm², $G_c = 0,3$ N/mm, $f_v = 5$ N/mm²

Gleichung (31) kann durch folgende Näherung ersetzt werden:

$$\frac{V_f}{b \cdot \alpha \cdot d} = \frac{\sqrt{\frac{E_{||} \cdot G_c}{d}}}{\sqrt{0,6 \cdot \alpha \cdot (1 - \alpha) \cdot \frac{E_{||}}{G} + \beta \cdot \sqrt{6 \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha^2\right)}}} \quad (32)$$

Erweitert man die Gl. (31) und die Gl.(32) mit $1,5/f_v$ ($f_v =$ Schubfestigkeit), so erhält man auf der rechten Seite einen Ausdruck, der mit k_v abgekürzt wird (vgl. Kapitel 2.3). In Bild 10 ist k_v für die genaue Lösung und die Näherungslösung für einen Träger mit 60 cm Höhe im Vergleich dargestellt.

Aus Gl. (32) wird die Bemessungsgleichung für den Entwurf des EUROCODE 5 (04/1992) im folgenden Abschnitt abgeleitet.

2.3 Bemessungsvorschlag nach dem Entwurf des EUROCODE 5 (04/1992)

Während die DIN 1052 globale Sicherheitsfaktoren verwendet und mit zulässigen Spannungen arbeitet, basiert das Bemessungskonzept nach dem Entwurf des EUROCODE 5 auf der Methode der Teilsicherheitsbeiwerte. Es werden Teilsicherheitsbeiwerte sowohl für die Einwirkungen (z.B. die Lasten) als auch für die Tragfähigkeiten (z.B. die Festigkeiten) benutzt. Als Tragfähigkeitsnachweis wird gefordert, daß der Bemessungswert der Einwirkungen kleiner oder höchstens gleich dem Bemessungswert des Bauteilwiderstandes ist, der wiederum aus den charakteristischen Baustoffeigenschaften (i.A. 5%-Fraktilen) berechnet wird.

Es wurde deshalb angestrebt, für unten ausgeklinkte Träger mit Rechteckquerschnitt folgendes Nachweisschema zu erhalten:

$$\tau_d \leq k_v \cdot f_{v,d} \quad (33)$$

$$\text{Bemessungsspannung } \tau_d: \quad \tau_d = 1,5 \cdot \frac{V}{b \cdot \alpha \cdot d} \quad (34)$$

$$\text{Ausklinkungsbeiwert } k_v: \quad k_v \leq 1$$

$$\text{Bemessungswert der Schubfestigkeit } f_{v,d}: \quad f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} \quad (35)$$

und dem Teilsicherheitsbeiwert γ_M und dem Modifikationsfaktor k_{mod} .

Damit wird für den Nachweis die eigentliche Beanspruchung des Bauteiles auf Schub und Querkraft auf einen einfachen Schubspannungsnachweis mit reduzierter Schubfestigkeit zurückgeführt. Die Abminderung erfolgt mit dem Ausklinkungsbeiwert k_v , der kleiner oder höchstens gleich eins ist.

Gl.(32) läßt sich in Gl.(33) durch erweitern mit $1,5/f_{v,d}$ überführen, so daß sich für k_v folgendes ergibt:

$$k_v = 1,5 \cdot \frac{\sqrt{\frac{E_I \cdot G_c}{d \cdot f_{v,d}^2}}}{\sqrt{0,6 \cdot \alpha \cdot (1-\alpha) \cdot \frac{E_I}{G} + \beta \cdot \sqrt{6 \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha^2\right)}}} \quad (36)$$

Der Verlauf von k_v bei Variation der verschiedenen Eingangsgrößen wie Elastizitätsmodul, Schubmodul, Bruchenergie, Schubfestigkeit und Länge der Ausklinkung ist in den Bildern 11-15 dargestellt.

Für alle Diagramme wurden neben den zu variierenden Kennwerten folgende Materialeigenschaften gewählt:

E_I	G	f_v	G_c	β	d
N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm	-	mm
10000	500	5	0,3	0,5	600

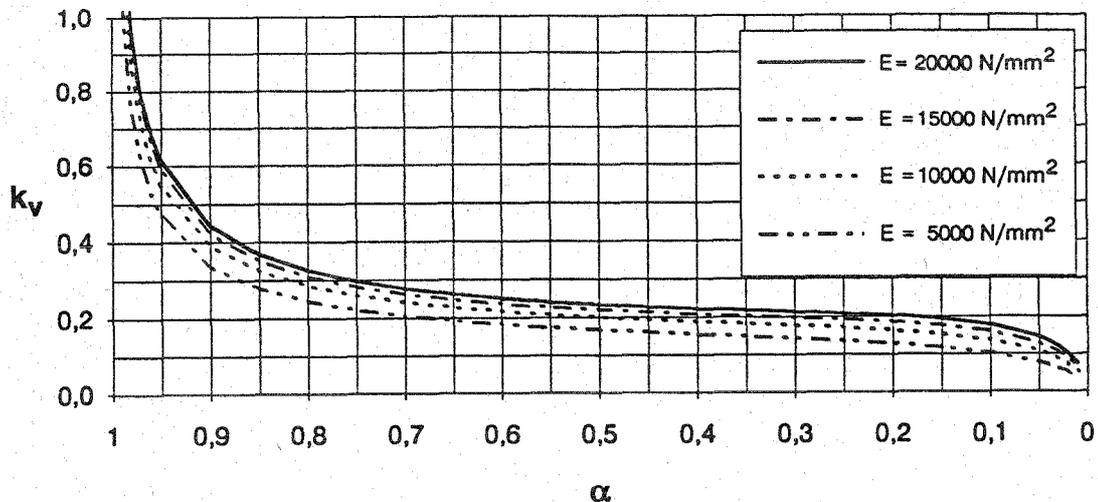


Bild 11: Verlauf von k_v bei Variation des Elastizitätsmodules

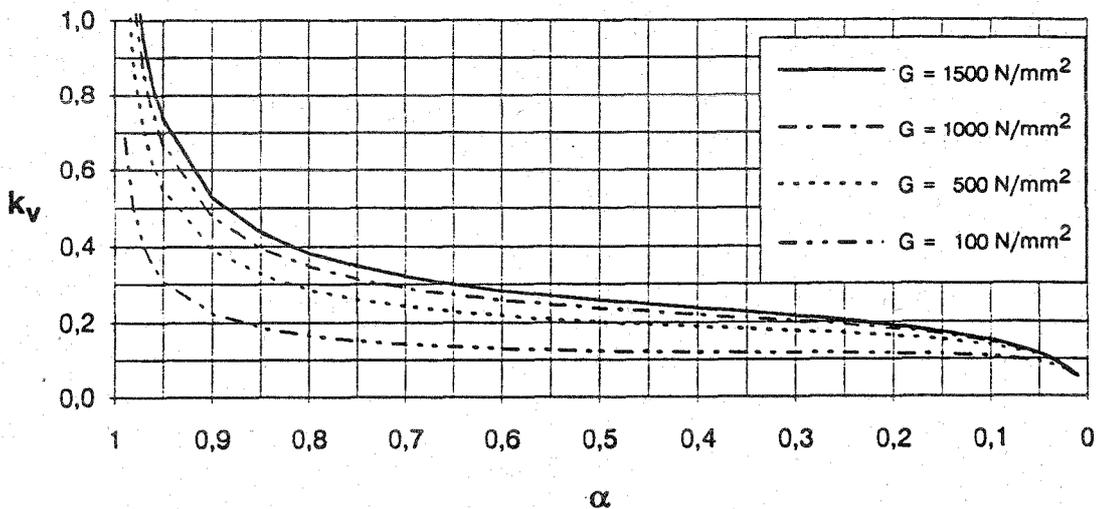
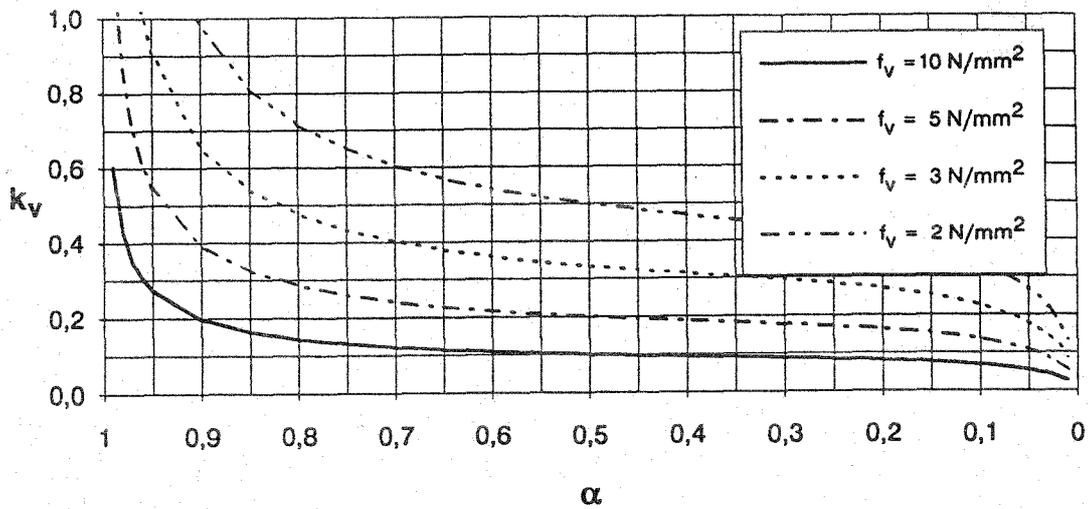
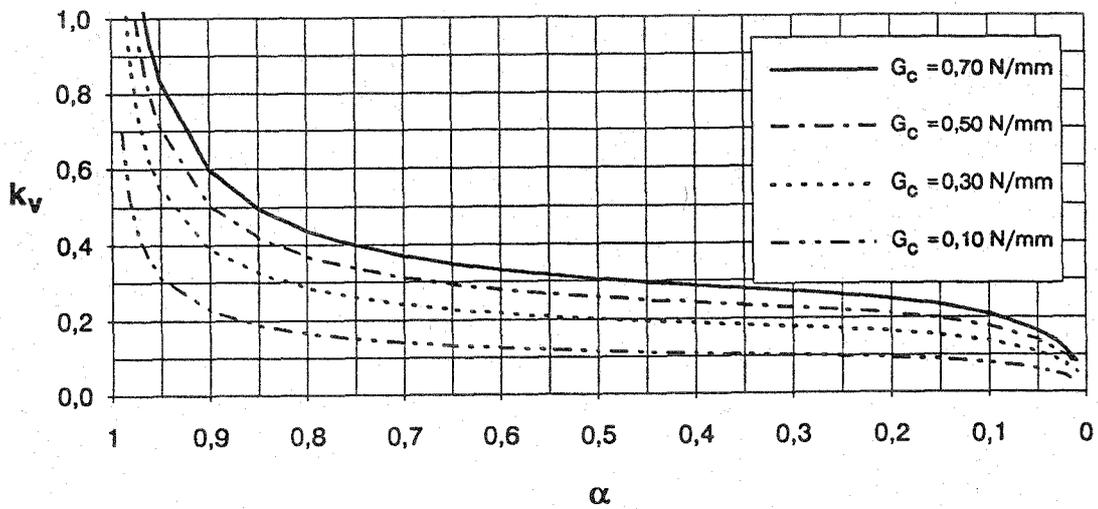
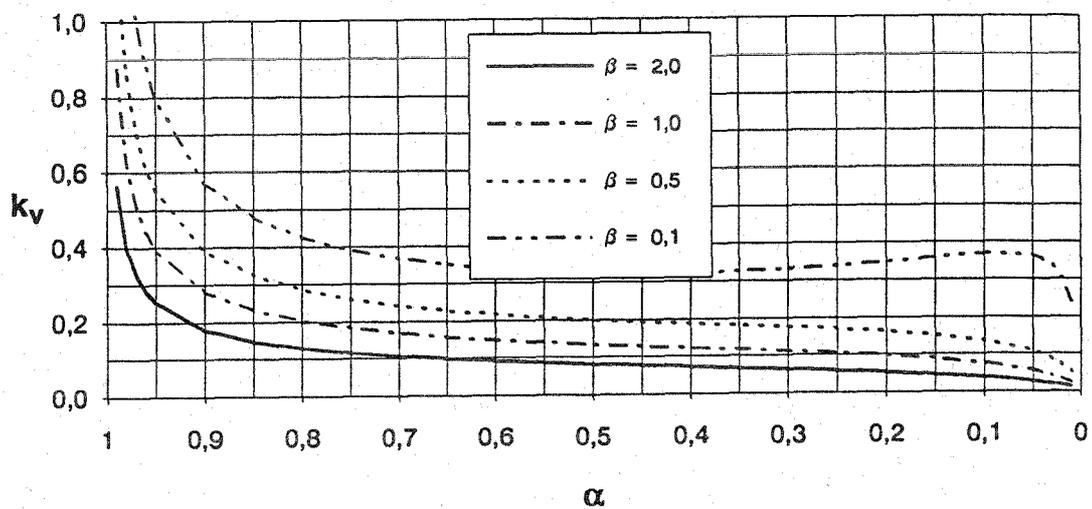


Bild 12: Verlauf von k_v bei Variation des Schubmodules

Bild 13: Verlauf von k_v bei Variation der SchubfestigkeitBild 14: Verlauf von k_v bei Variation der BruchenergieBild 15: Verlauf von k_v bei Variation der Ausklinkungslänge

Für die Bemessung werden für die Werkstoffkenngrößen die charakteristischen Werte eingesetzt. In der Schreibweise des Eurocodes lautet Gl. (36) mit $G_c \equiv W_k$ dann:

$$k_v = 1,5 \cdot \frac{\sqrt{\frac{E_{0,05} \cdot W_k}{d \cdot f_{v,k}^2}}}{\sqrt{0,6 \cdot \alpha \cdot (1-\alpha) \cdot \frac{E_{0,05}}{G_k} + \beta \cdot \sqrt{6 \cdot \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha^2\right)}}} \quad (37)$$

Setzt man für $E_{0,05}/G_k = 16$, so ergibt sich:

$$k_v \approx 1,5 \cdot \frac{\frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{E_{0,05} \cdot W_k}{d \cdot f_{v,k}^2}}}{\sqrt{\alpha \cdot (1-\alpha) + 0,8 \cdot \beta \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2}}} \quad (38)$$

Um eine gute Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen zu erhalten, wurde der Faktor 1,5 vor dem Bruch durch 1,0 ersetzt. Zur weiteren Vereinfachung werden die im Zähler enthaltenen Materialkonstanten durch je einen konstanten Faktor K für Brettschichtholz bzw. für Vollholz ersetzt, der sich durch die Auswertung mit den Werkstoffkennwerten ergibt. Die benötigten Werte für die Bruchenergie stammen dabei aus Untersuchungen von GUSTAFSSON und LARSEN 1990 (vgl. Bild 16), wobei angenommen wurde, daß die dort vorgestellte Abhängigkeit der Mittelwerte der Bruchenergie von den Mittelwerten der Rohdichte auch für die charakteristischen Werte gilt. Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse im Überblick:

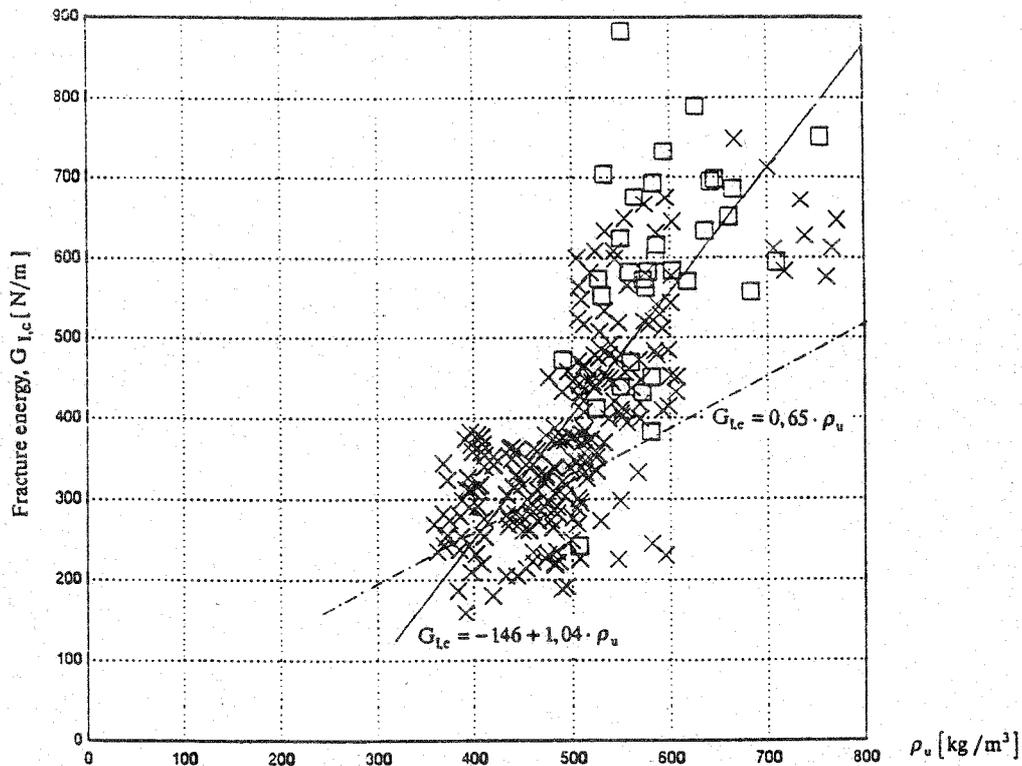


Bild 16: Bruchenergie für Nadelholz in Abhängigkeit von der Rohdichte (nach Gustafsson und Larsen 1990)

Tabelle 1: Auswertung des Zählers der Gl.(38) mit Hilfe prEN 338 (09/91) für Vollholz

Strenght Class		C14	C22	C27	C30	C35	C40	C70
$E_{0,05}$	N/mm ²	4700	6700	8000	8000	8700	9200	16700
$f_{v,k}$	N/mm ²	1,7	2,4	2,8	3,0	3,4	3,8	6,0
ρ_k	kg/m ³	290	340	370	380	400	420	900
$W_k^{1)}$	N/mm	0,156	0,208	0,239	0,249	0,270	0,291	0,790
$W_k^{2)}$	N/mm	0,189	0,221	0,240	0,247	0,260	0,273	0,585
$\frac{1}{3} \sqrt{\frac{E_{0,05} \cdot W_k^{1)}}{f_{v,k}^2}}$	$\sqrt{\text{mm}}$	5,3	5,2	5,2	5,0	4,8	4,5	6,2
$\frac{1}{3} \sqrt{\frac{E_{0,05} \cdot W_k^{2)}}{f_{v,k}^2}}$	$\sqrt{\text{mm}}$	5,8	5,3	5,2	4,9	4,7	4,4	5,3

1) mit $W_k = (1,04 \cdot \rho_k - 146) \cdot 10^{-3}$ N/mm

2) mit $W_k = (0,65 \cdot \rho_k) \cdot 10^{-3}$ N/mm

Die Mittelwerte der beiden letzten Zeilen betragen 5,17 und 5,09, so daß vereinfacht mit $K = 5,0$ gerechnet werden kann. Aus einem Vergleich mit Versuchen wurden auch Ergebnisse für Brettschichtholzträger gewonnen. Demzufolge kann für Brettschichtholz mit $K = 6,5$ gerechnet werden.

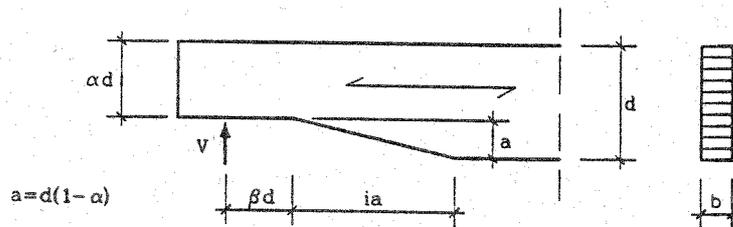


Bild 17: Ausklinkung mit geneigtem Trägerrand der Länge $i \cdot a$

Unberücksichtigt blieb bisher die Möglichkeit der Ausklinkung mit Voute, da alle bisherigen Ableitungen nur für eine rechtwinklige Ausklinkung gelten. Deshalb wird noch ein weiterer Faktor k_i eingeführt, mit dem K zu multiplizieren ist. Aus Versuchsergebnissen von ENQUIST et al. 1991 wurde für k_i folgende Gleichung entwickelt; die Bezeichnungen sind **Bild 17** zu entnehmen:

$$k_i = \left(1 + \frac{1,1 \cdot i^{1,5}}{\sqrt{d}} \right) \quad (39)$$

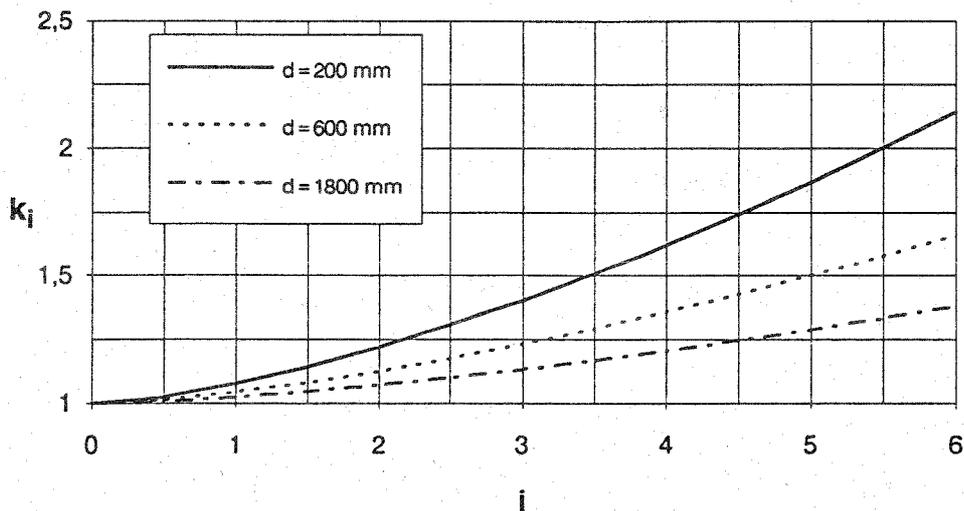


Bild 18: Beiwert k_i zur Berücksichtigung eines geneigten Trägerrandes in Abhängigkeit von der Trägerhöhe und der Neigung i

In Bild 18 ist k_i für verschiedene Trägerhöhen und Trägerneigungen dargestellt.

Zusammengefaßt ergibt sich für k_v :

$$k_v = \min \left\{ \frac{K \cdot \frac{1}{\sqrt{d}} \cdot \left(1 + \frac{1,1 \cdot i^{1,5}}{\sqrt{d}} \right)}{\sqrt{\alpha \cdot (1 - \alpha)} + 0,8 \cdot \beta \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2}} \right. \quad (40)$$

$$\left. 1 \right.$$

mit $K = 5,0$ für Vollholz

$K = 6,5$ für Brettschichtholz

In den Bildern 19-21 ist der Verlauf des Ausklinkungsbeiwertes k_v für verschiedene Trägerhöhen und Ausklinkungsverhältnisse für Brettschichtholz unter der Annahme einer rechtwinkligen Ausklinkung dargestellt.

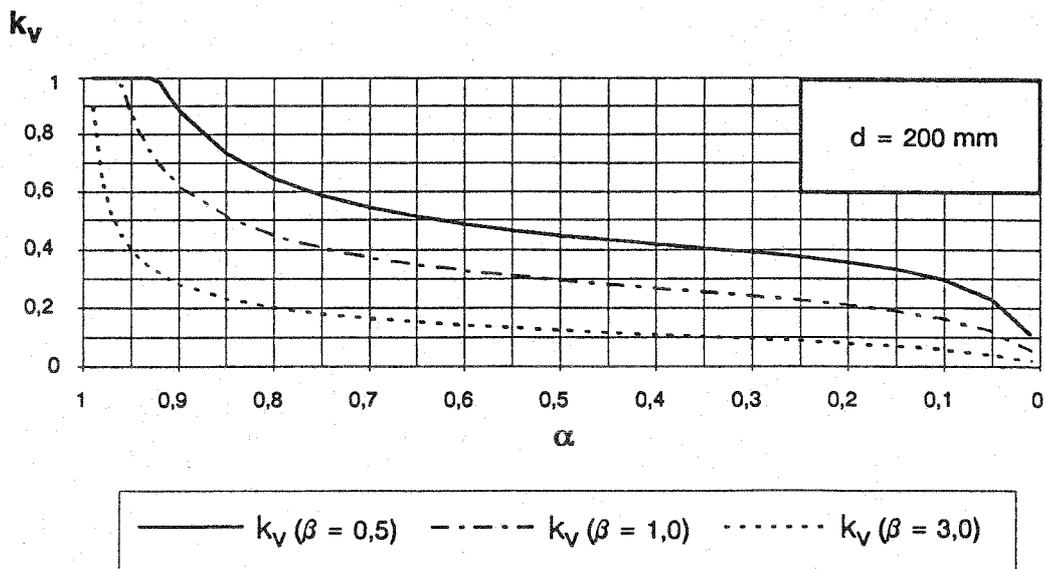


Bild 19: Darstellung des Ausklinkungsbeiwertes k_v von Brettschichtholz nach dem Entwurf des EC5 (04/1992) für $d = 20 \text{ cm}$ ($K = 6,5$)

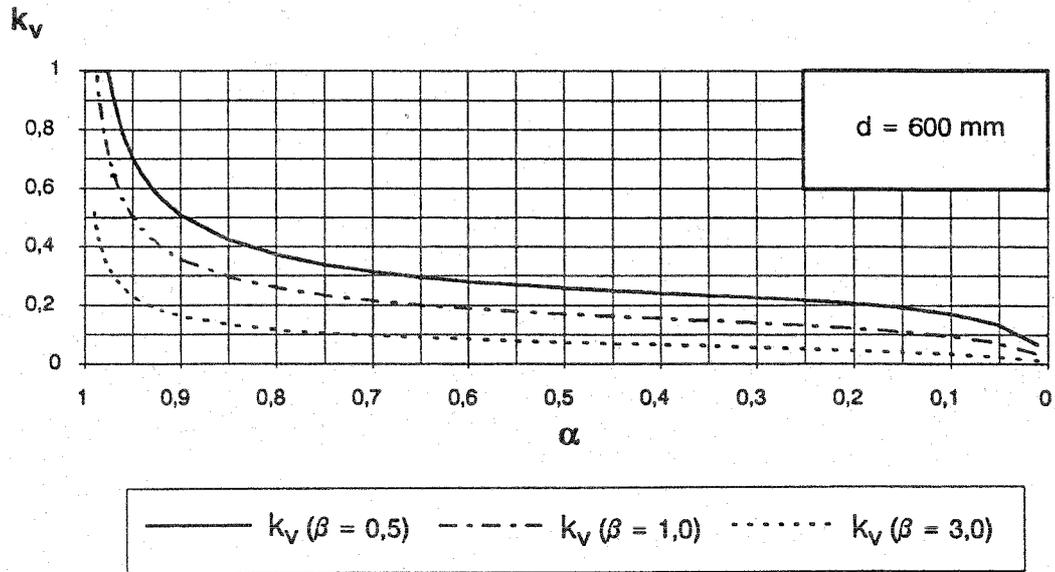


Bild 20: Darstellung des Ausklingungsbeiwertes k_v von Brettschichtholz nach dem Entwurf des EC5 (04/1992) für $d = 60 \text{ cm}$ ($K = 6,5$)

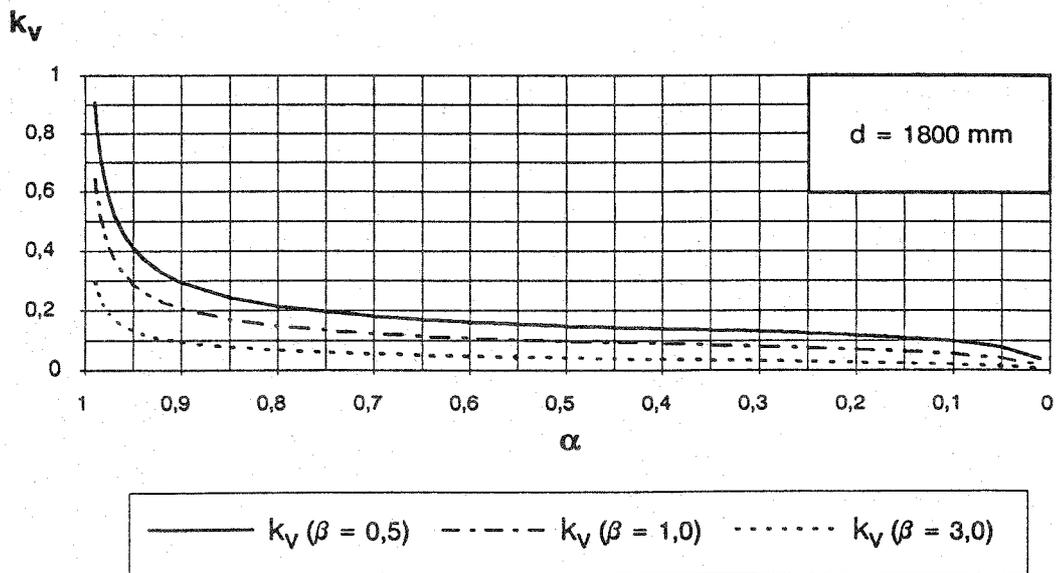


Bild 21: Darstellung des Ausklingungsbeiwertes k_v von Brettschichtholz nach dem Entwurf des EC5 (04/1992) für $d = 180 \text{ cm}$ ($K = 6,5$)

3 Bisherige Bemessungsverfahren für ausgeklinkte Träger

3.1 Allgemeines

Bei den meisten Untersuchungen über ausgeklinkte Träger wurde versucht, die Spannungen in der Umgebung der Ausklinkung zu bestimmen. Dazu wurden unterschiedliche Methoden benutzt, z.B. die Methode der finiten Elemente oder auch die analytische Lösung des Scheibenproblem. Immer wurde jedoch dem Werkstoff Holz und dessen besonderer Eigenschaft der orthogonalen Anisotropie Beachtung geschenkt.

Die Voraussetzungen und die Ergebnisse dieser Untersuchungen unterscheiden sich im wesentlichen in folgenden Punkten:

- Annahme eines Risses oder einer Fließzone im Bereich der maximalen Spannungen,
- Genauigkeit der erhaltenen Spannungen und deren Verteilung vor allem sehr nahe an der Singularitätsstelle,
- feste oder durch vorgegebene Verteilungsfunktionen streuende Materialeigenschaften und
- Versagensbedingungen (modifizierte oder bekannte Interaktionsgleichungen).

In den folgenden Abschnitten werden die wichtigsten Erkenntnisse, die zu den bisherigen Bemessungsverfahren geführt haben, zusammengestellt und erläutert.

3.2 Bemessung nach DIN 1052 (04/1988)

Die Grundlagen zur Berechnung von Ausklinkungen nach DIN 1052 (04/1988) gehen auf Untersuchungen von MISTLER 1979 und HENRICI 1984 zurück, die mit unterschiedlichen Methoden die Spannungen an der einspringenden Ecke der Ausklinkung bestimmten und Bemessungsvorschläge aufstellten. Im folgenden werden die Ergebnisse kurz dargestellt.

3.2.1 Untersuchungen von Mistler

In seiner Dissertation behandelt MISTLER 1979 das Thema des unten rechtwinklig ausgeklinkten Brettschichtholzträgers. Er berechnet zunächst mit Hilfe des Finiten Elemente (FE) Programmes SAPIV an einzelnen Punkten die Längs-, Quer- und Schubspannungen in der Nähe der Ausklinkung. Danach stellt er geschlossene Näherungsgleichungen für die

Verteilung der Querkzugspannungen unter der Modellvorstellung zweier elastisch verbundener Biegebalken auf und bestimmt die darin enthaltenen Unbekannten anhand der FE-Ergebnisse.

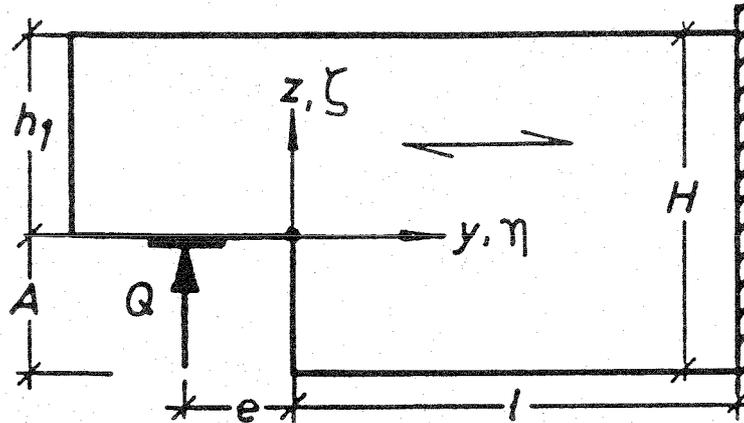


Bild 22: Bezeichnungen am ausgeklinkten Trägerende (entnommen aus Mistler 1979)

Die Gleichung für die Querkzugspannungsverteilung in der Nähe der Ausklinkung lautet mit den Bezeichnungen von Bild 22:

$$\sigma_{\perp}(\eta, \zeta) = \sigma_{\perp}(\eta) \cdot e^{-\frac{c}{2\eta} \zeta^2} \quad (41)$$

mit

$$\sigma_{\perp}(\eta) = \frac{1}{c} \cdot K_{\tau} \cdot e^{-\frac{\eta}{c}} \cdot \left\{ \left(K_Q + \frac{1}{c} \cdot [K_L + \varepsilon \cdot K_M] \right) \cdot \cos \frac{\eta}{c} - \frac{1}{c} \cdot [K_L + \varepsilon \cdot K_M] \cdot \sin \frac{\eta}{c} \right\} \quad (42)$$

und den Abkürzungen: $\zeta = \frac{z}{A}$ für $z < 0$

$$\zeta = \frac{z}{h_1} \text{ für } z \geq 0$$

$$\varepsilon = \frac{e}{H}, \quad \eta = \frac{y}{H}, \quad \alpha = 1 - \frac{h_1}{H}$$

$$d = H \cdot [4,65 \cdot \alpha^2 \cdot (1 - \alpha)]$$

$$\frac{1}{c^4} = H \cdot \frac{E_L}{E_I} \cdot \frac{3}{d} \cdot \left(\frac{1}{(1 - \alpha)^3} + \frac{1}{\alpha^3} \right)$$

$$K_Q = (3\alpha^2 - 2\alpha^3)$$

$$K_M \cong 20 \cdot \alpha^{34} \cdot (1 - \alpha)$$

$$K_L = \frac{1}{H} \cdot (K_M - K_Q) \cong 176 \cdot \alpha^{45} \cdot (1 - \alpha)^3$$

$$\tau_R = 1,5 \cdot \frac{Q}{b_T \cdot h_1} \quad \text{mit } b_T = \text{Trägerbreite}$$

$$K_\tau = \frac{4}{3} \cdot \tau_R \cdot (1 - \alpha)$$

Zur Beschreibung des Bruchverhaltens des Holzes bei einer Beanspruchung durch Längs-, Schub-, und Querspannungen stellt er ein Seil-Ketten-Modell auf.

Dabei geht er von der Vorstellung des Schwächste-Glied-Modells (weakest-link-theorie) nach WEIBULL aus, mit der unter der Voraussetzung spröden Materialverhaltens für ein Bauteil die Überlebenswahrscheinlichkeit bei einer bestimmten Beanspruchung berechnet werden kann. Dieses Modell kann man sich wie eine Kette aus einzelnen Gliedern mit streuenden, Weibull-verteilten Festigkeiten denken.

Die Überlebens- oder Intaktwahrscheinlichkeit eines einzelnen Gliedes, das durch eine Spannung σ beansprucht wird, läßt sich folgendermaßen darstellen,

$$u_1(\sigma) = e^{-\left(\frac{\sigma}{a_1}\right)^{b_1}} \quad (43)$$

mit den Faktoren a_1 und b_1 , die durch eine an Versuchsergebnisse am besten angepaßte Weibull-Verteilung erhalten werden.

Besteht die Kette aus m Gliedern, so läßt sich die Intaktwahrscheinlichkeit u_m der Kette wie folgt berechnen:

$$u_m(\sigma) = \prod_{i=1}^m u_1(\sigma) \quad (44)$$

Da alle Glieder der gleichen Grundgesamtheit entnommen wurden, kann obige Gleichung auch so formuliert werden:

$$u_m(\sigma) = (u_1(\sigma))^m = e^{-m\left(\frac{\sigma}{a_1}\right)^{b_1}} \quad (45)$$

Fällt ein beliebiges Glied unter vorgegebener äußerer Belastung aus, so ist gleichzeitig die Traglast der gesamten Kette erreicht. Eine Kräfteumlagerung auf weniger hoch beanspruchte Glieder ist nicht möglich. Bei Versuchen mit quer zur Faser belasteten Zugproben stellte er aber fest, daß sich vor allem bei Probekörpern mit großer Querschnittsfläche trotz eines Anrisses im Holz die Belastung weiter steigern ließ.

Deshalb ergänzt Mistler dieses Modell, indem er mehrere Ketten (= Einzeldrähte) nebeneinanderlegt und ein Seil erhält, das nun selbst bei Versagen einzelner Ketten immer noch intakt sein kann. Enthält das Seil z.B. zwei Drähte A und B und wird durch eine Kraft so belastet, daß beide Drähte gleich große Spannungen σ erhalten (gleiche Dehnsteifigkeiten vorausgesetzt), so gibt es drei mögliche Seilzustände:

1. die Festigkeiten beider Drähte A und B liegen über der Beanspruchung σ

(kein defekter Draht, Spannungsstufe $s=1$, $\sigma = \sigma_1 = \frac{\sigma_1 \cdot 2}{2-0}$), oder

2. die Festigkeit des Drahtes A oder des Drahtes B ist überschritten, aber der zweite Draht ist in der Lage, die anteilige Kraft des ersten Drahtes zu

übernehmen (ein Draht defekt, Spannungsstufe $s=2$, $\sigma_2 = \frac{\sigma_1 \cdot 2}{2-1}$), oder

3. die Festigkeiten beider Drähte A und B sind überschritten und damit ist die Traglast des Seiles überschritten (beide Drähte defekt).

Sind die Festigkeiten der beiden Seile stochastisch unabhängig, so kann die Intaktwahrscheinlichkeit u des Seiles AB durch die Intakt- und Ausfallwahrscheinlichkeiten u und a der beiden Drähte ausgedrückt werden:

$$u_{AB} = u_A \cdot u_B + a_A \cdot u_B + u_A \cdot a_B \quad (46)$$

Diese Gleichung kann noch vereinfacht werden, da die Drähte A und B derselben Grundgesamtheit entstammen. Zudem muß noch berücksichtigt werden, daß die Intaktwahrscheinlichkeiten bei unterschiedlichen Spannungsstufen s berechnet werden müssen. Es ergibt sich dann:

$$u_{AB}(\sigma_1) = [u(\sigma_1)]^2 + 2 \cdot a(\sigma_1) \cdot u(\sigma_2) \quad (47)$$

Für die Festigkeiten der einzelnen Drähte lassen sich die Intaktwahrscheinlichkeiten wiederum aufgrund der Weibull-Verteilung darstellen.

Für eine beliebige Anzahl von Drähten läßt sich dieses Modell verallgemeinern und in geschlossener Form durch eine für die Bearbeitung mit dem Computer sehr gut geeignete Rekursionsformel darstellen.

Mistler berechnet nun die Intaktwahrscheinlichkeiten für Seile aus 1, 2, 4, ..., 64 Drähte(n) in Abhängigkeit von der auf den Bruttoquerschnitt bezogenen Spannung σ_1 , daraus ermittelt er sich durch Ableitung die Dichtefunktionen, d.h. die Bruchspannungsverteilungen, sowie die 1%- und 50%-Fraktilen, die Mittelwerte und die Standardabweichungen. Die Verteilung der Mittelwerte und der Standardabweichungen der nun nicht mehr weibull-verteilten Bruchspannungen werden wieder mit der Weibull-Verteilung beschrieben. Dazu werden die Parameter a_n und b_n als Funktion der Anzahl n von Drähten und der Grundparameter a_1 und b_1 bestimmt. Es ergibt sich:

$$a_n \cong a_1 \cdot (1 + 0,71 \cdot b_1^{-0,355} \cdot [n^{0,012b_1 - 0,64} - 1]) \quad (48)$$

$$b_n \cong b_1 + \ln(b_1) \cdot (\sqrt{n} - 1) \quad (49)$$

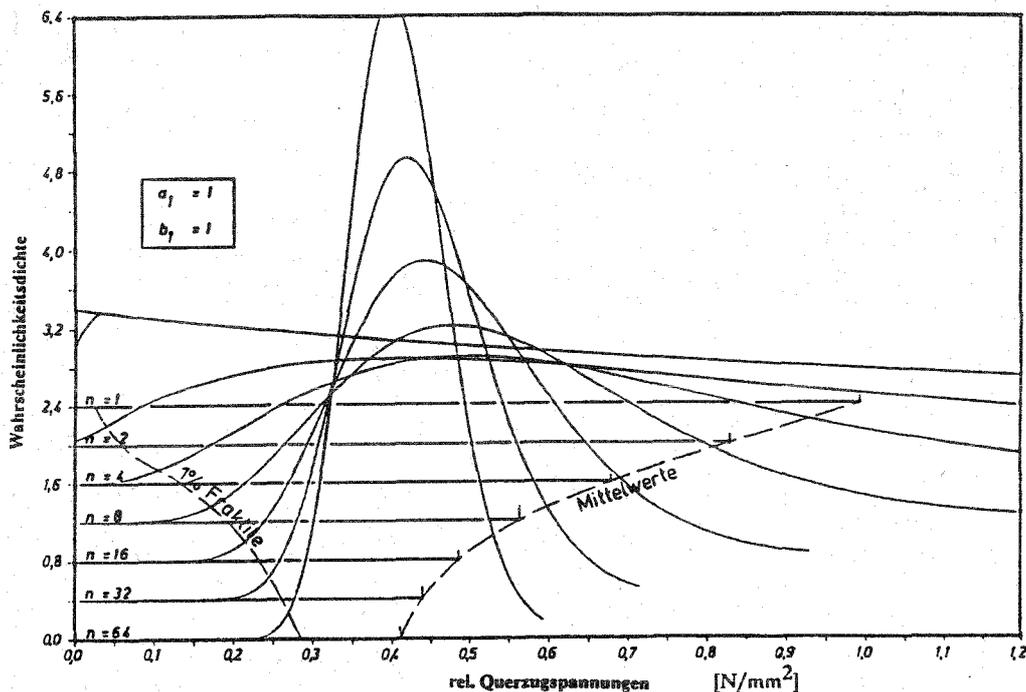


Bild 23: Bruchspannungsverteilung eines Seiles mit n Drähten (entnommen aus Mistler 1979)

Im Bild 23 sind unter der Voraussetzung einer weibull-verteiltern Drahtfestigkeit mit den Parametern $a_1=1$ und $b_1=1$ die Bruchspannungsverteilungen von Seilen mit 1, 2, 4, ..., 64 Drähten angegeben. Außerdem sind die Mittelwerte und die 1%-Fraktilen eingezeichnet. Man erkennt, daß die mittleren Bruchspannungen mit wachsender Elementzahl monoton fallen, daß aber die 1%-Fraktilen monoton steigen. Daraus ist zu schließen, daß die mittlere Festigkeit eines Bauteiles mit unbeschränkter Querschnittsfläche einem endlichen, von Null verschiedenen Grenzwert zustrebt.

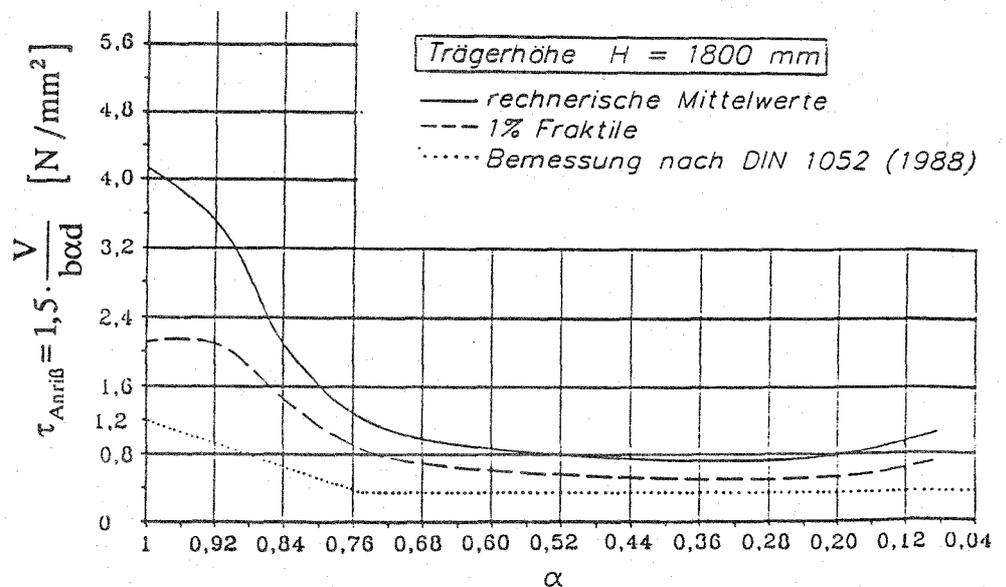
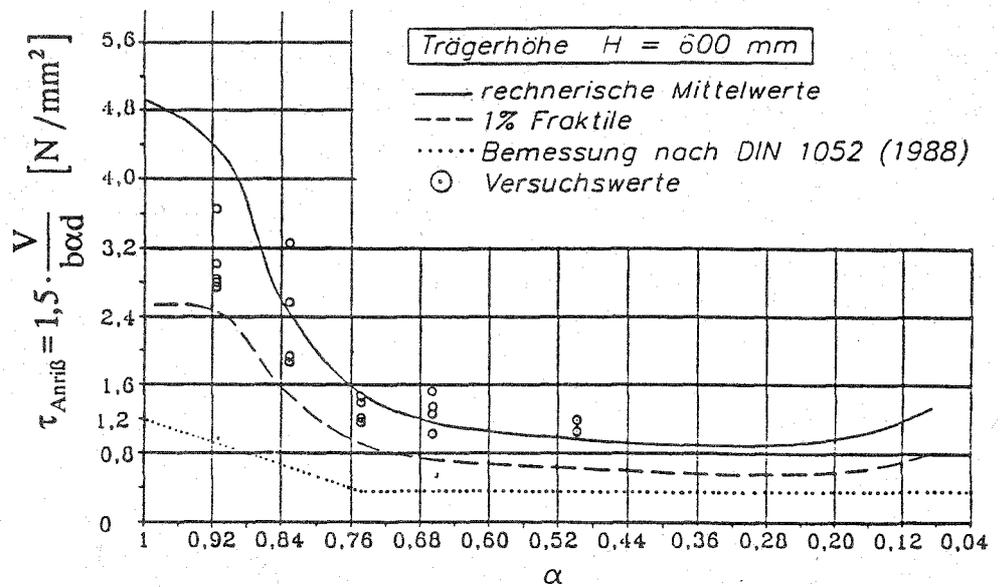
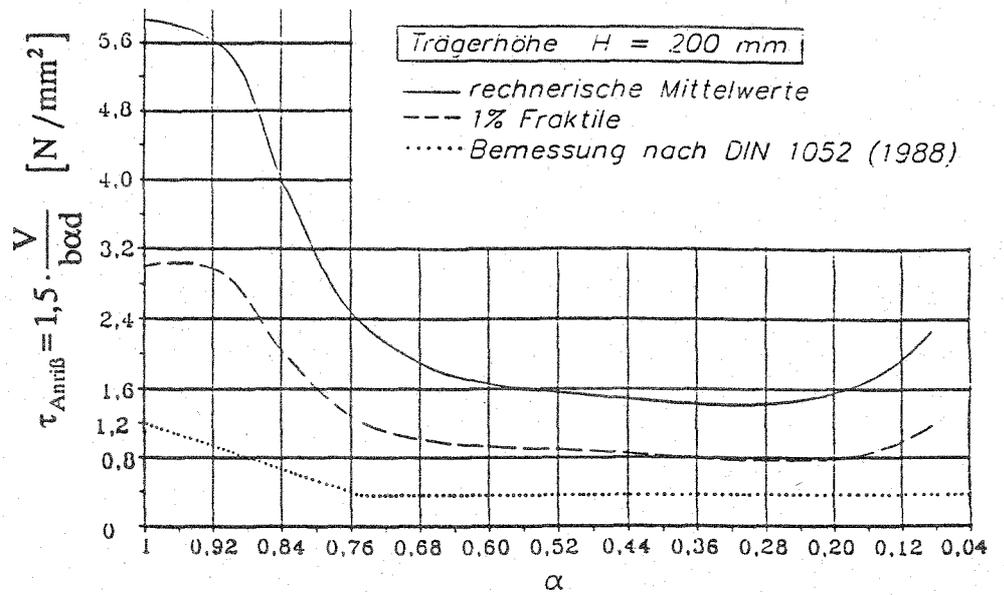
Um dieses Modell auf Ausklinkungen bei Brettschichtholzträgern anwenden zu können, wird die belastete Scheibe, d.h. der Endabschnitt des Trägers mit der Ausklinkung, in m dünne Scheiben mit je n Elementen mit Weibull-verteiltern Festigkeiten zerlegt.

Anschließend werden für eine vorgegebene Belastung die Querspannungen nach den Näherungsgleichungen in den Elementen berechnet und die Intaktwahrscheinlichkeit des Trägers ermittelt. Wird bei einem Element die Festigkeit überschritten, so fällt es zur Kraftübertragung aus, es entsteht ein Riß. Liegt der Riß am äußersten Element, so ändert sich die Ausklinkungslänge, also die Trägergeometrie; die Spannungen und die Wahrscheinlichkeiten müssen neu berechnet werden. Liegt er im inneren, so finden Kräfteumlagerungen statt, die benachbarte Elemente höher beanspruchen, damit müssen die Intaktwahrscheinlichkeiten neu bestimmt werden. Dies wird solange fortgeführt, bis eine vorgegebene maximale Rißlänge überschritten wird, d.h. ein völliges Durchreißen des Trägers stattfinden würde.

Aus den so berechneten Verteilungen der Intaktwahrscheinlichkeiten für verschiedene Trägergeometrien werden die Bruchspannungsverteilungen mit ihren Kennwerten bestimmt. Daraus lassen sich z.B. für die Mittelwerte oder die 1%-Fraktilen Diagramme erstellen, in denen in Abhängigkeit vom Ausklinkungsverhältnis die Bruchspannungen abgelesen werden können.

Statt einer Bemessung auf Querszug schlägt Mistler aber die Bemessung auf Schub vor. Die aus der Rechnung erhaltene Bruchlast bei vorgegebener Überlebenswahrscheinlichkeit wurde dazu in eine auf den Restquerschnitt bezogene Schubspannung $\tau_{\text{Anriß}}$ umgerechnet. In den folgenden Diagrammen sind daher die berechneten Schubbruchspannungen in Abhängigkeit von der Trägergeometrie dargestellt. Die Bilder 24, 25 und 26 zeigen für die von Mistler untersuchten Brettschichtholzträger mit den Höhen $H=200, 600$ und 1800 mm, der Breite $b=100$ mm und dem Lasteintragsabstand $e = 0,42 \cdot H$, den Verlauf der Mittelwerte und der 1%-Fraktilen der Schubbruchspannungen beim Anriß des Trägers in Abhängigkeit vom Ausklinkungsverhältnis α .

Bilder 24-26
(von oben nach
unten):
Rechnerische
Schubspannung
 τ_R beim Anriß
ausgeklinkter
Brettschicht-
holzträger bei
verschiedenen
Trägerhöhen
(entnommen
aus Mistler
1979)



Deutlich ist der starke Abfall von $\tau_{\text{Anriß}}$ bei Ausklinkungsverhältnissen zwischen 1 und 0,75 zu sehen, danach ergibt sich keine nennenswerte Abnahme mehr. Für den Träger mit der Höhe $H = 600$ mm sind zudem noch die Versuchsergebnisse der Untersuchungen von MÖHLER, MISTLER 1978 eingetragen. Insgesamt läßt sich eine gute Übereinstimmung mit den Mittelwerten der Berechnung feststellen.

Aus diesen Ergebnissen wurde die Bemessung eines Trägers mit Ausklinkung für die DIN 1052 (1988) abgeleitet, indem die zulässige Schubspannung nach der Norm mit einem Beiwert k_A abgemindert wird. Der Beiwert wird nach folgender Gleichung berechnet:

$$k_A = 1 - 2,8 \cdot \frac{A}{H} = 1 - 2,8 \cdot (1 - \alpha) \quad (50)$$

mindestens jedoch $k_A = 0,3$. Der Verlauf der sich damit ergebenden zulässigen Schubspannungen ist noch zusätzlich in jedes Bild eingezeichnet worden.

3.2.2 Untersuchungen von Henrici

Die Verteilung und die Größe der Querkzugspannungen bei ausgeklinkten Biegeträgern aus Brettschichtholz behandelt HENRICI 1984 in seiner Dissertation. Er untersucht die Querkzugspannungen in Abhängigkeit der elastischen Eigenschaften (Anisotropie), der Art der Lasteinleitung und der Geometrie der Ausklinkung. Die Ergebnisse wendet er für die Bemessung von Verstärkungen im Bereich der Ausklinkung und zur Überprüfung der Ergebnisse von Mistler an.

Für die Berechnung faßt er den ausgeklinkten Träger als statisch bestimmt gelagerte ausgeklinkte ebene Scheibe unter vorgegebenen Randlasten auf. Die Lösung der orthotropen Scheibendifferentialgleichung Gl.(2) ist die Airy'sche Spannungsfunktion. Das Problem, diese Funktion so zu finden, daß sie sowohl der Differentialgleichung als auch den auf dem Rand der Scheibe vorgegebenen Spannungswerten genügt, bezeichnet nennt man als die erste Randwertaufgabe der Elastizitätstheorie.

Dieses Problem löst er analytisch "unter Verwendung komplexer holomorpher (regulärer) Spannungsfunktionen mit Hilfe der Störungsrechnung und der für die Verwendung meromorpher (rationaler) Bildfunktionen aufbereiteten Residuenmethode". Die Lösungsmethode soll an dieser Stelle nicht weiter erläutert werden. Zum Verständnis seiner Ergebnisse sind aber zwei Kennwerte von Bedeutung: die Orthotropieparameter s_0 und ε_0 . Sie sind folgendermaßen definiert:

$$s_0 = \sqrt[4]{\frac{s_{22}}{s_{11}}} \quad (51)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{k_0 - 1}{k_0 + 1} \quad (52)$$

mit s_{ik} als Dehn-, Gleit-, und Querdehnzahlen des anisotropen elastischen Körpers:

$$s_{11} = \frac{1}{E_x}; \quad s_{22} = \frac{1}{E_y}; \quad s_{12} = -\frac{\mu_{xy}}{E_y}; \quad s_{66} = \frac{1}{G_{xy}} \quad (53)$$

und:

$$k_0 = \frac{2 \cdot s_{12} + s_{66}}{2 \cdot s_{22}} \cdot s_0^2 \quad (54)$$

Für Nadelholz liegen die Orthotropieparameter in folgenden Bereichen:

$$1,81 \leq s_0 \leq 2,66$$

$$0,05 < \varepsilon_0 < 0,40$$

Im isotropen Fall wird $s_0 = 1$ und $\varepsilon_0 = 0$.

Die Ergebnisse seiner Untersuchungen lassen die verschiedenen Einflüsse auf die Größe und Verteilung der Querspannungen gut erkennen und sollen deswegen kurz dargestellt werden.

Die Berechnungen werden vereinfachend nur für die Endabschnitte mit Ausklinkungen durchgeführt, an denen Schnitt- und Reaktionskräfte angreifen. Es ist deshalb wichtig, Aussagen über die Länge der Störbereiche infolge Krafteinleitung und infolge der Kerbe in der Ausklinkung zu haben, in denen kein Navier'scher Spannungsverlauf vorliegt. Nur dann kann eine gegenseitige Beeinflussung und Überlagerung vermieden werden. Bild 27 zeigt die Störbereiche infolge Schnittkrafteinleitung c_L und Kerbeinfluß c_K in Abhängigkeit vom Orthotropieparameter s_0 . Die Störlänge c_L ändert sich linear mit s_0 , ist aber im Gegensatz zu c_K unabhängig von der Höhe der Ausklinkung h und vom Lasteintragungsabstand e . Für Versuche als auch für Berechnungen mit z.B. finiten Elemente Programmen sollte daher eine Trägerlänge c_S von:

$$c_S \geq c_K + c_L \quad (55)$$

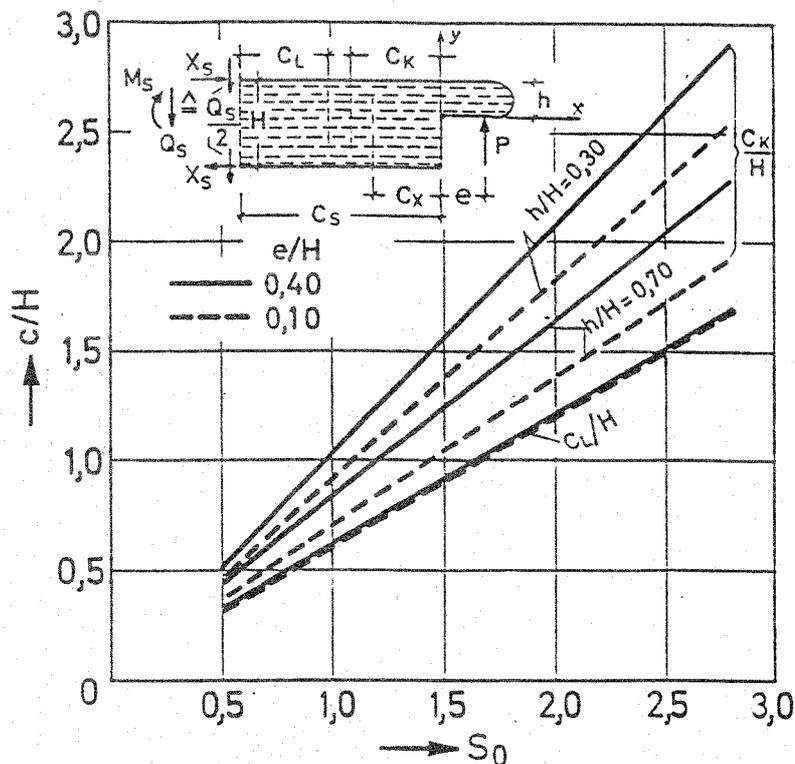


Bild 27: Störbereiche infolge Schnittkrafteinleitung (c_L) und Kerbeinfluss (c_K) in Abhängigkeit von s_0 (entnommen aus Henrici 1984)

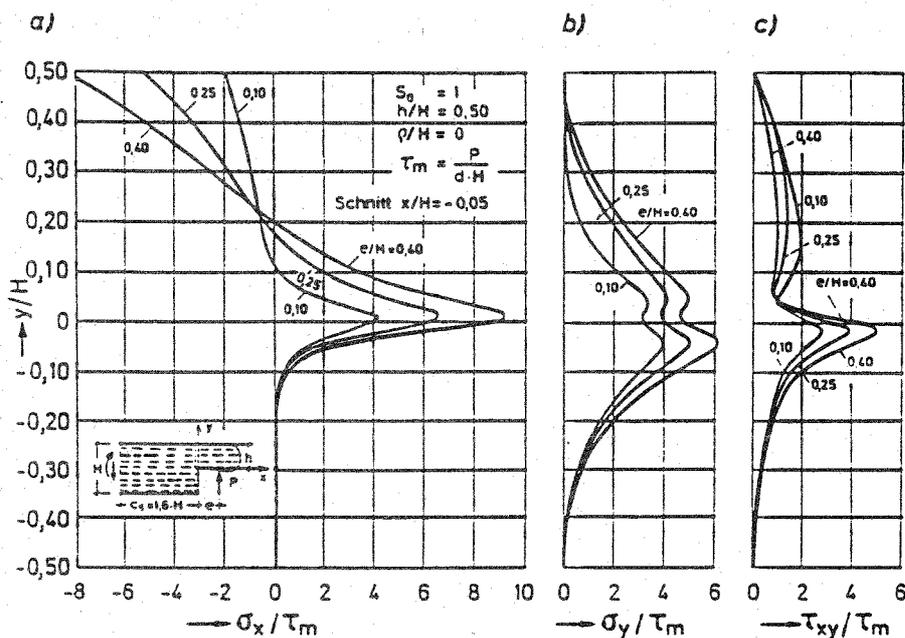


Bild 28: Spannungsverlauf im Querschnitt $x/H = -0,05$ des ausgeklinkten Biegeträgers aus isotropem Material ($s_0 = 1, \varepsilon_0 = 0$) (entnommen aus Henrici 1984)

Im nächsten Bild, **Bild 28**, sind für einen Schnitt direkt neben einer rechtwinkligen Ausklinkung ohne Ausrundung ($\rho = 0$) die typischen Längs-

Querzug-, und Schubspannungsverteilungen in Abhängigkeit von der Länge e des Hebelarmes der Auflagerreaktionskraft für isotropes Material dargestellt. Mit wachsendem e nehmen die Spannungen in der Regel zu. Nur bei den Schubspannungen gibt es über die Querschnittshöhe auch Bereiche mit abnehmenden Spannungen, da die Querkraft als Summe der Schubspannungen gegeben ist:

$$Q = d \cdot \int_A \tau_{xy} \cdot dy = \text{konst.} \quad (56)$$

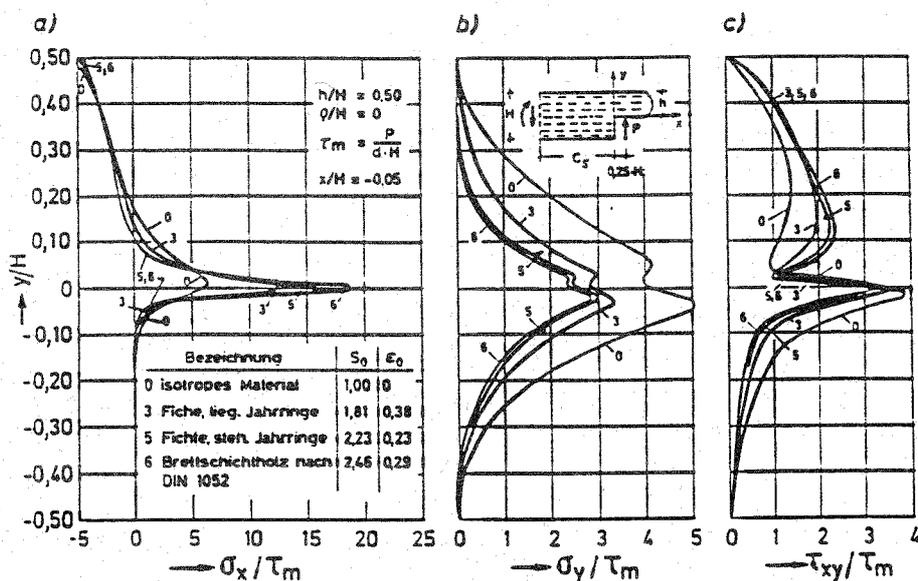


Bild 29: Spannungsverlauf im Querschnitt $x/H = -0,05$ des ausgeklinkten Biegeträgers aus orthotropem Material (Nadelholz) (entnommen aus Henrici 1984)

Bei einer Änderung des Parameters s_0 , d.h. beim Übergang vom isotropen zum anisotropen Material, vgl. Bild 29, nehmen die Maximalwerte der Längsspannungen mit wachsender Anisotropie auf bis das 3-fache gegenüber dem isotropen Fall zu, während die Querspannungen um bis zu 44% abnehmen. Bei den Schubspannungen sind nur geringe Änderungen festzustellen, aber in von der Kerbe weiter entfernten Schnitten steigen auch hier die Spannungen deutlich an. Insgesamt wird der Spannungsverlauf im Kerbenbereich mit wachsenden s_0 -Werten stärker eingeschnürt und der Spannungsgradient steiler.

Mit wachsendem Orthotropieparameter s_0 findet also im Kerbenbereich eine Umlagerung der Normalspannungsgrößtwerte von der elastisch weicheren in die elastisch steifere Richtung statt, d.h. die Längsspannungen nehmen zu, die Querspannungen nehmen ab und der Bereich der Störung infolge der Kerbe nimmt zu.

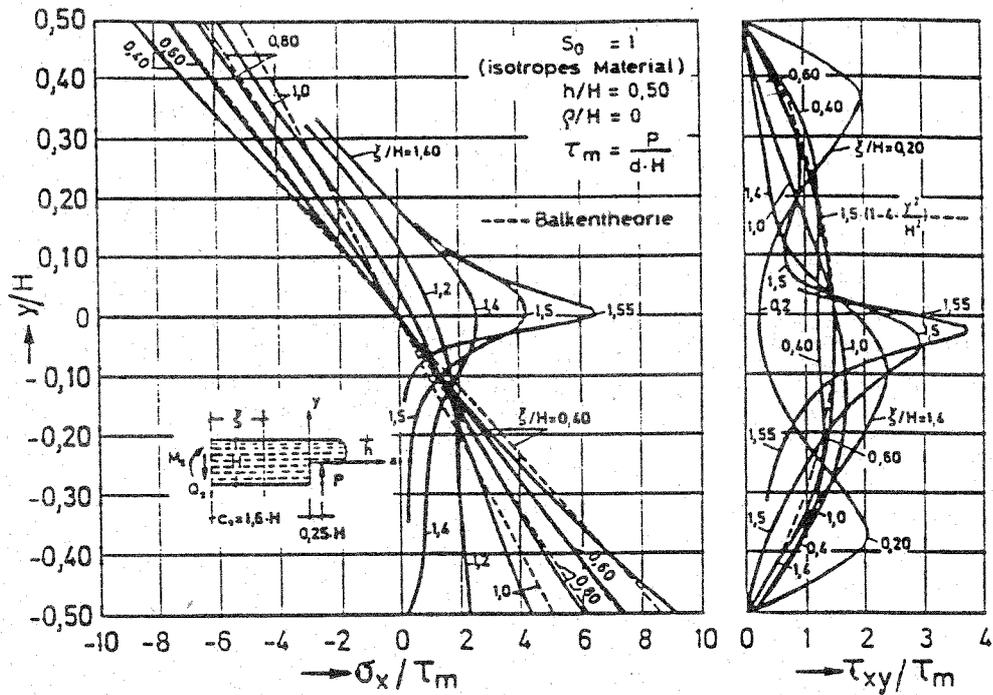


Bild 30: Spannungverlauf im ausgeklinkten Biegeträger aus isotropem Material ($s_0 = 1, \epsilon_0 = 0$) (entnommen aus Henrici 1984)

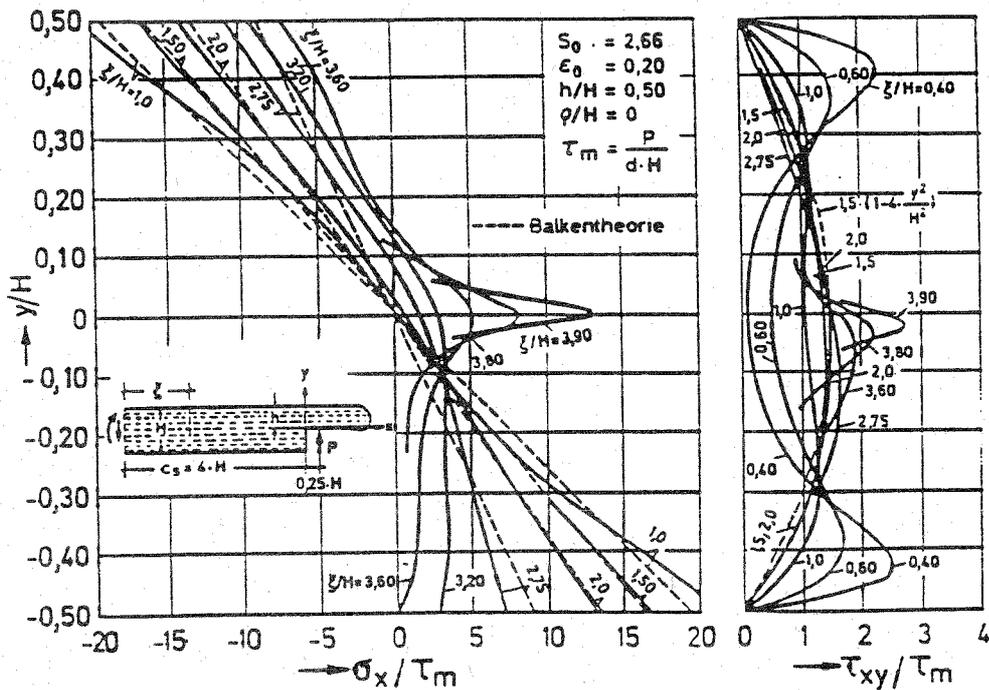


Bild 31: Spannungverlauf im ausgeklinkten Biegeträger aus orthotropem Material (Brettschichtholz, $s_0 = 2,66, \epsilon_0 = 0,20$) (entnommen aus Henrici 1984)

Die Bilder 30 und 31 zeigen dieses Verhalten nochmals für die Längs- und Schubspannungen am Beispiel des Trägers aus isotropen Material im Vergleich zu einem Brettschichtholzträger ($s_0 = 2,66$). Im ersten Fall ist

schon bei einer Entfernung von $x = -H$ von der Kerbe die Spannungsverteilung nach der Balkentheorie erreicht, während im Falle des Brettschichtholzes dies erst bei einer Entfernung $x = -2,5 \cdot H$ erreicht wird.

Eine gute konstruktive Maßnahme zur deutlichen Reduzierung der Kerbspannungen ist die Ausbildung einer Ausrundung im Kerbgrund anstelle der scharfen einspringenden Ecke. Im Bild 32 ist für isotropes Material die maximale Kerbspannung in Abhängigkeit vom Biegeradius r , dem Hebelarm e und dem Restquerschnitt h dargestellt. Je größer der Radius, desto kleiner sind die Spannungen, wobei bei einem Verhältnis $r/H > 0,10$ der Einfluß gering ist. Dagegen bewirken größere Ausklinkungen, d.h. kleiner werdende Restquerschnitte h , sehr viel größere Spannungen. Ähnliches gilt für orthotropes Material, wobei mit wachsender Anisotropie die maximalen Kerbspannungen steigen. Bild 33 zeigt den Verlauf der maximalen Kerbspannungen über dem Ausrundungsradius r .

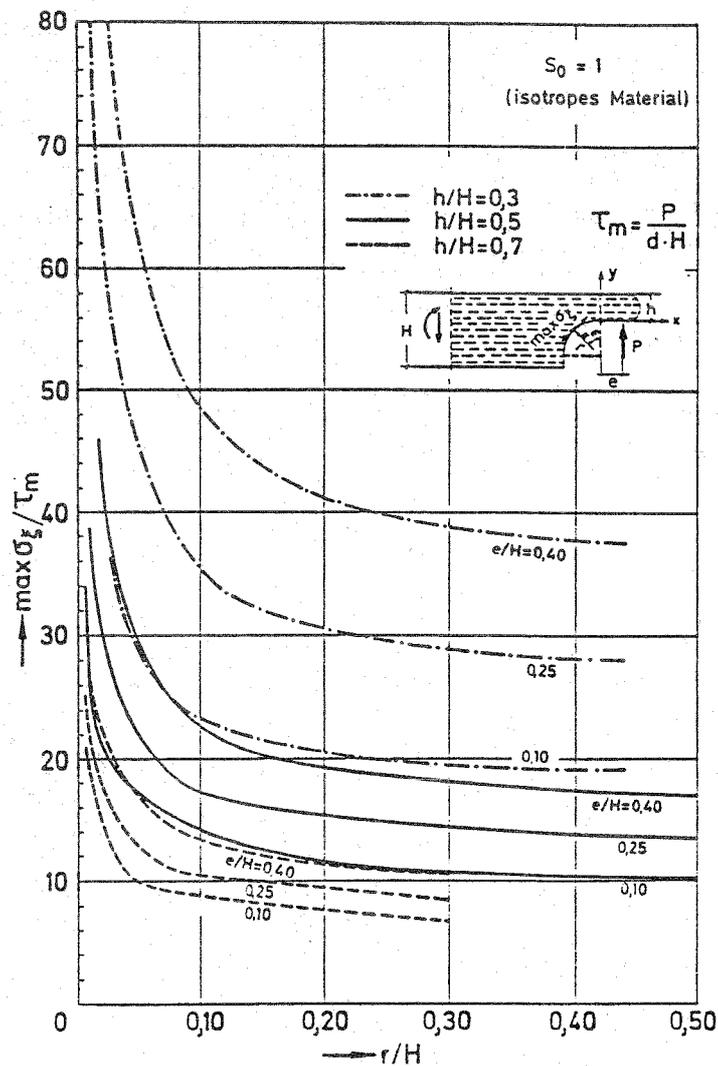


Bild 32: Kerbspannung in der Ausrundung ausgeklinkter Biegeträger aus isotropem Material (entnommen aus Henrici 1984)

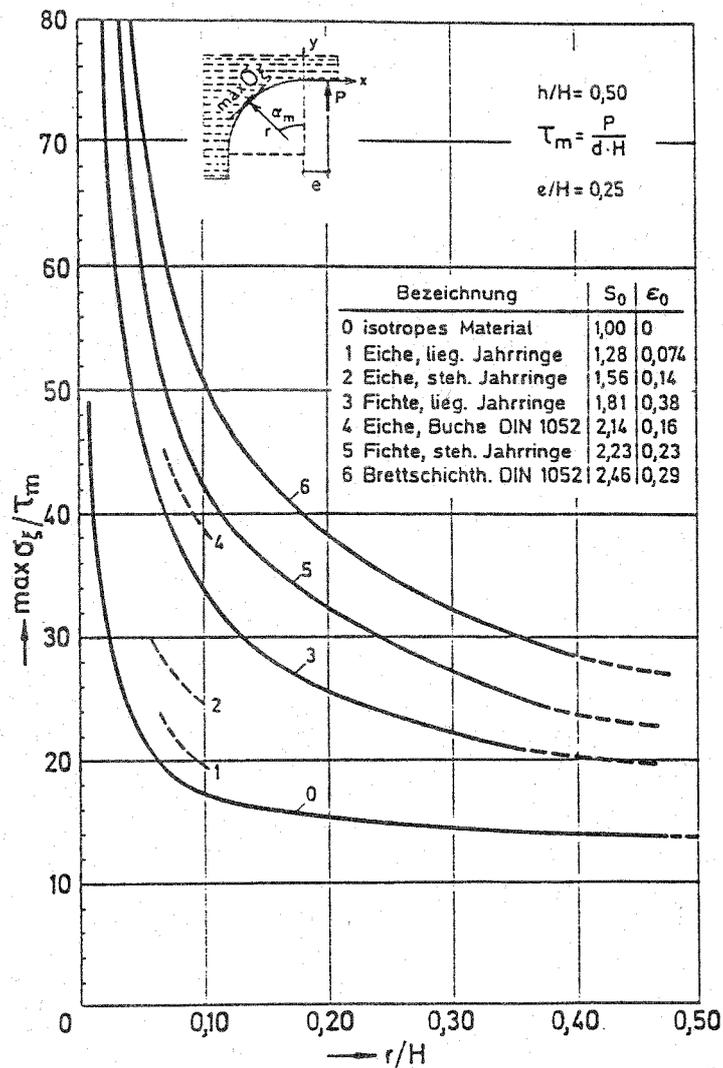


Bild 33: Kerbspannung in der Ausrundung ausgeklinkter Biegeträger aus orthotropem Material (entnommen aus Henrici 1984)

Da Henrici u.a. die Bemessung von Verstärkungen im ausgeklinkten Bereich zum Ziel hat, berechnet er aufgrund der Verläufe der Querspannungen die daraus resultierenden Querszugkräfte und schlägt ein Näherungsverfahren zu ihrer Bestimmung vor. Hierauf soll aber nicht eingegangen werden.

3.2.3 Vergleich Mistler - Henrici

Die Untersuchungen von Mistler und Henrici ergänzen sich und machen zusammen eine Bemessung rechtwinkliger Ausklinkungen bei Brettschichtholz- und Vollholzträgern möglich. Während Henrici auf die prinzipielle Wirkungsweise einer Ausklinkung in Abhängigkeit vom Grad der Anisotropie und der Geometrie eingeht, d.h. den Einfluß verschiedener Parameter auf die Größe und Verteilung der Querkzugspannungen untersucht, stellt Mistler vor allem den Zusammenhang zwischen rechnerisch vorhandener Spannung und Festigkeit her. Dazu verwendet er Versuchsdaten von ausgeklinkten Biegeträgern aus Brettschichtholz und von kleinen Querkzugproben, um sich die charakteristischen Werkstoffeigenschaften Querkzugfestigkeit und Schubfestigkeit zu ermitteln.

Da beide die Verteilung der Spannungen in der Nähe der Ausklinkung bestimmt haben, Henrici analytisch und Mistler mit der Methode der Finiten Elemente (FEM), ergibt sich eine gute Möglichkeit zur Überprüfung. Bild 34 zeigt für einen Träger die Längs-, Quer- und Schubspannungsverteilungen aus den beiden Untersuchungen in verschiedenen Schnitten.

Die Querkzugspannungsverläufe stimmen gut überein, während sich bei den Längsspannungen Abweichungen ergeben. Den Unterschied führt Henrici auf das zu kurze Modell von Mistler zurück, da sich dann Spannungen aus dem Bereich der Kerbe mit den Spannungen aus der Lasteinleitung überlagern, d.h. die Mindestlängen der Störbereiche wurden nicht berücksichtigt. Zudem sind die Extrempunkte durch die FEM nur andeutungsweise zu erkennen, während die analytische Methode deren genaue Lage berechnen läßt.

Henrici bestätigt mit seinen Berechnungen im wesentlichen die Richtigkeit der Ergebnisse von Mistler und erweitert diese um die Möglichkeit der Bemessung einer Verstärkung im Bereich der Ausklinkung.

Die Ergebnisse beider Untersuchungen sind die Grundlagen der Neufassung der DIN 1052 (4/1988), deren Regelungen im folgenden Abschnitt erläutert werden.

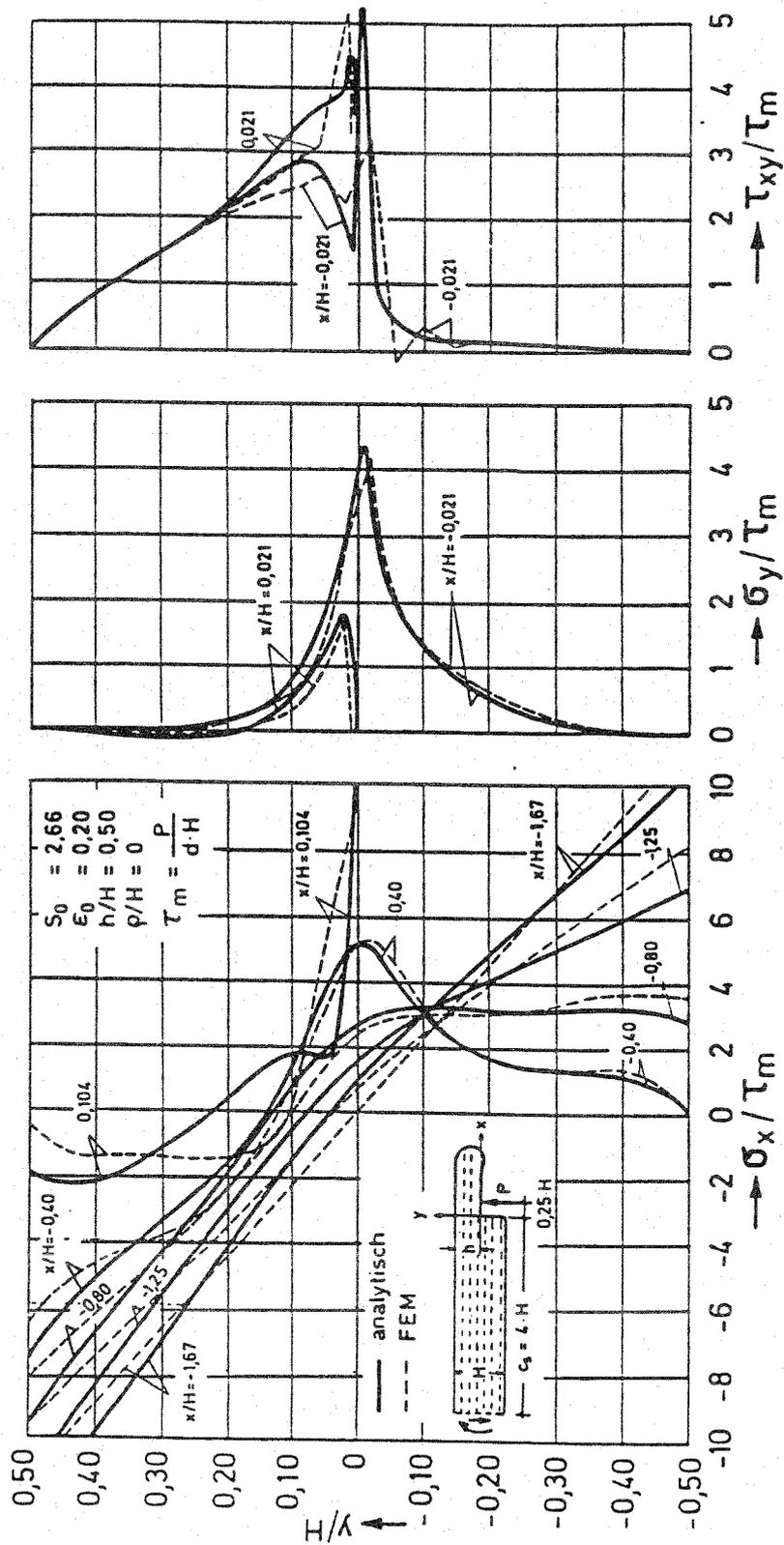


Bild 34 Spannungsverlauf im orthotropen Biegeträger (Brettschichtholz, $s_0 = 2,66$) für einige Querschnitte nach Henrici im Vergleich mit Ergebnissen einer Finite-Element-Rechnung nach Mistler (entnommen aus Henrici 1984)

3.2.4 Bemessungsverfahren nach DIN 1052 (04/1988)

Für Biegeträger mit Rechteckquerschnitt aus Nadelholz wird in DIN 1052 (04/88) für ein rechtwinklig oder schräg ausgeklinktes Trägerende und bei Trägern mit Zapfen eine zulässige Querkraft angegeben, die sich mit den Bezeichnungen des Bildes 35 folgendermaßen berechnen läßt:

$$\text{zul } Q = \frac{2}{3} \cdot b \cdot h_1 \cdot k_A \cdot \text{zul } \tau_Q \quad (57)$$

mit: b : Trägerbreite
 $\text{zul } \tau_Q$: zulässige Schubspannung
 k_A : Abminderungsfaktor

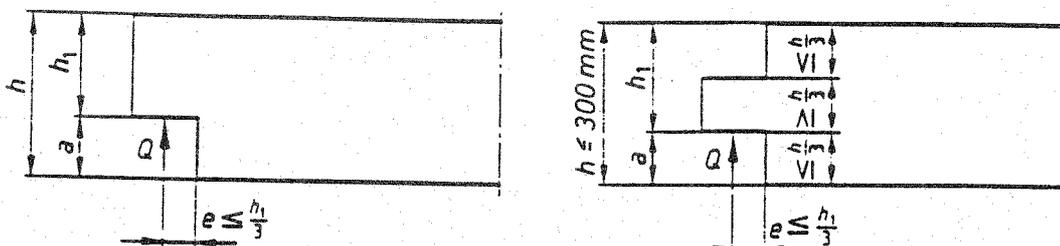


Bild 35: Unten rechtwinklig ausgeklinkter Träger und Träger mit Zapfen nach DIN 1052

Es muß jedoch $a/h \leq 0,5$ / $a \leq 0,50$ m und $e \leq h_1/3$ sein. Die ersten beiden Einschränkungen decken sich mit dem baupraktisch sinnvollen Bereich. Dagegen sorgt die letzte Bedingung dafür, daß die Länge der Ausklinkung so klein bleibt, daß ein Träger gerade noch aufgelagert werden kann.

Für rechtwinklige Ausklinkungen gilt dann:

$$k_A = \max \begin{cases} 1 - 2,8 \cdot \frac{a}{h} \\ 0,3 \end{cases} \quad (58)$$

Bei Ausklinkungen mit geneigtem Trägerrand nach Bild 36 entfällt die Bedingung, daß $a \leq 0,50$ m sein muß, und k_A ist folgendermaßen definiert:

$$k_A = 1 \quad \text{wenn gilt: } \min \begin{cases} s \geq 14 \cdot a & \text{bei Gkl. I} \\ s \geq 10 \cdot a & \text{bei Gkl. II} \\ s \geq 2,5 \cdot h \end{cases} \quad (59)$$

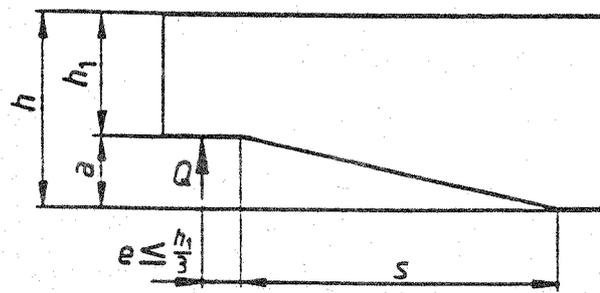


Bild 36: Unten ausgeklinkter Träger mit geneigtem Trägerrand nach DIN 1052

Schreibt man diese Definitionen um und verwendet die in der Neufassung des EC 5 eingeführten Bezeichnungen $(h-a)/h = \alpha$ und $\beta = e/h$, ergibt sich ein Abminderungsfaktor k_A , der direkt mit k_v verglichen werden kann:

$$\text{rechtwinklige Ausklinkung: } \left\{ \begin{array}{l} k_A = \max \left\{ \begin{array}{l} 1 - 2,8 \cdot (1 - \alpha) \\ 0,3 \end{array} \right. \text{ wenn:} \\ a \leq \begin{cases} 0,50 \text{ m} \\ 0,5 \cdot h \end{cases} \\ \text{und } \beta = \frac{e}{h} \leq \frac{\alpha}{3} \end{array} \right. \quad (60)$$

$$\text{schräge Ausklinkung: } \left\{ \begin{array}{l} k_A = 1 \text{ wenn:} \\ s \geq \min \left\{ \begin{array}{l} 14 \cdot h \cdot (1 - \alpha) \text{ für Gkl. I} \\ 10 \cdot h \cdot (1 - \alpha) \text{ für Gkl. II} \\ 2,5 \cdot h \end{array} \right. \\ \text{und } \beta \leq \frac{\alpha}{3} \end{array} \right. \quad (61)$$

Im Bild 37 ist der Verlauf von k_A bei rechtwinkligen Ausklinkungen für den zulässigen Bereich dargestellt.

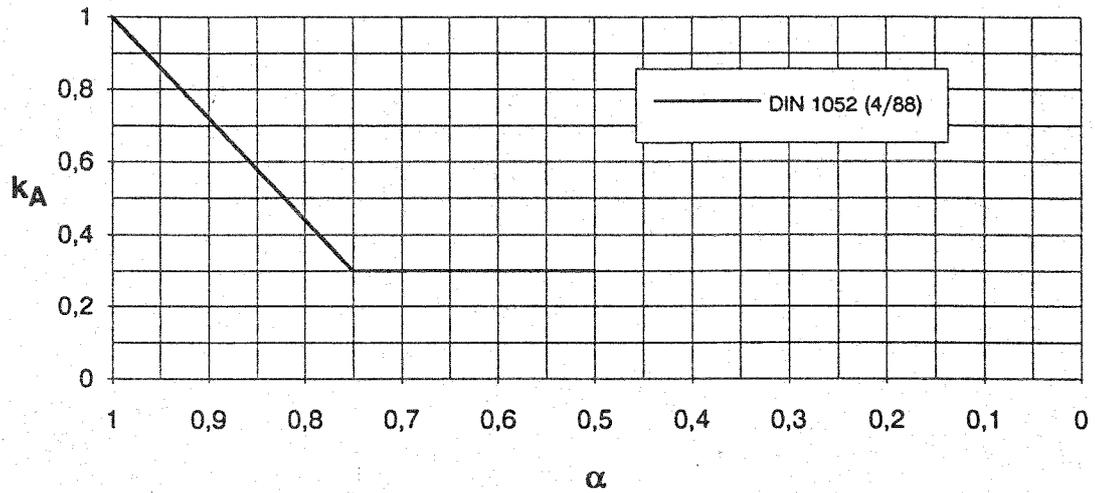


Bild 37: Ausklungsfaktor k_A nach DIN 1052 (04/88) für verschiedene Ausklungsgemetrien am unten rechtwinklig ausgeklungenen Träger

4 Vergleich der verschiedenen Bemessungsverfahren untereinander und mit Versuchsergebnissen

4.1 Vergleich der Bemessungsverfahren von Mistler und Gustafsson

Die theoretischen Ergebnisse von Mistler für unten rechtwinklig ausgeklinkte Brettschichtholzträger aus Fichte werden im folgenden mit den Ergebnissen von Gustafsson verglichen.

Dazu werden die rechnerischen Mittelwerte der Schubspannungen nach Mistler beim Anriß ausgeklinkter Träger (vgl. Bilder 24-26) durch die Schubspannung ohne Anriß ($\alpha = 1$), die mit den Abkürzungen des EUROCODE 5 dem Mittelwert der Schubfestigkeit $f_{v,50}$ entspricht, dividiert. Man erhält so einen Ausklinkungsbeiwert k_v nach Mistler, der für die drei von ihm untersuchten Trägerhöhen direkt mit der Gl. (36) nach Gustafsson verglichen werden kann.

In den Bildern A1-A3 (Anlage 1) ist der Verlauf der Ausklinkungsbeiwerte zu sehen. Für Gl. (36) wurden die in der Anlage angegebenen Materialkennwerte verwendet.

Bei kleinen Trägerhöhen ergibt sich eine gute Übereinstimmung beider Bemessungsverfahren. Erst bei größeren Trägerhöhen und kleiner Ausklinkungshöhe sind deutliche Unterschiede erkennbar.

Für andere Ausklinkungsgeometrien können leider keine weiteren Vergleiche angestellt werden, da Mistler dazu keine Berechnungsergebnisse angibt.

4.2 Vergleich der Bemessungsverfahren von DIN 1052 (04/1988) mit dem Entwurf des EUROCODE 5 (04/1992)

Ein Vergleich der Bemessungsverfahren von DIN 1052 (04/1988) mit den neuen Bemessungsvorschlägen nach dem Entwurf des EUROCODE 5 (04/1992) ist durch die Festlegungen der DIN 1052 nach Gl.(60) nur für Ausklinkungen möglich, bei denen folgendes gilt:

$$a \leq \begin{cases} 0,50\text{m} \\ 0,5 \cdot h \end{cases} \Rightarrow \alpha \geq \begin{cases} \frac{h-500}{h} ; h[\text{mm}] \\ 0,5 \end{cases} \quad \text{und} \quad \beta \leq \frac{\alpha}{3}$$

In den Bildern 4-6 (Anlage 2) und 7 und 8 (Anlage 3) sind getrennt für Brettschichtholz und Vollholz für verschiedene Trägerhöhen die

Ausklinkungsbeiwerte k_A (entspricht k_v) nach DIN 1052 (04/88) nach Gl.(60) und die Ausklinkungsbeiwerte k_v nach EUROCODE 5 (04/92) nach Gl.(40) für unten rechtwinklige Ausklinkungen mit den oben genannten Bedingungen miteinander verglichen. Der Gültigkeitsbereich der DIN 1052 ist bei den Verläufen der Ausklinkungsbeiwerte k_v nach EUROCODE 5 durch eine Schraffur eingezeichnet.

Bei Brettschichtholzträgern kleiner und mittlerer Höhe d ergeben sich nach EUROCODE 5 in der Regel größere Werte für k_v als nach DIN 1052, dagegen sind die Werte für k_v bei großen Trägerhöhen schon bei kleinen Ausklinkungshöhen sehr viel kleiner als nach DIN 1052.

Da bei Vollholz die Querschnittshöhen i.A. kleiner als ca. 300 mm sind, ergeben sich hier im Gegensatz zu den Werten von Brettschichtholz nach EUROCODE 5 in der Regel größere Werte für k_v als nach DIN 1052.

4.3 Vergleich der Bemessungsverfahren von Gustafsson und des EUROCODE 5 (04/1992) mit Versuchsergebnissen

In diesem Kapitel werden aus den Anrißlasten ausgeklinkter Versuchsträger aus Brettschichtholz und Vollholz die rechnerischen Schubspannungen nach Gl. (34) ermittelt. Die einzelnen Versuchswerte jeder Versuchsreihe werden mit den 1,5-fachen Schubspannungen nach Gl. (32) von Gustafsson verglichen, in die bei der Berechnung die Mittelwerte der Materialeigenschaften eingesetzt werden.

Um auch einen Vergleich der Versuchsergebnisse mit einer Bemessung nach dem Entwurf des EUROCODE 5 (04/92) zu ermöglichen, wird k_v nach Gl. (40) berechnet und mit der charakteristischen Schubfestigkeit nach prEN 338 (09/91) multipliziert. Da in diese Gleichung die charakteristischen Materialeigenschaften (5%-Fraktilen) schon eingearbeitet sind, ergibt sich dann eine rechnerische Schubspannung, die höchstens von 5 % aller Versuche unterschritten werden sollte. Sie stellt daher eine untere Grenze für die Versuchsergebnisse dar.

Für die Auswertung standen Versuchsergebnisse von ENQUIST et al. 1991 sowie von MÖHLER und MISTLER 1978 zur Verfügung. In beiden Fällen wurde eine große Anzahl ausgeklinkter Träger aus Vollholz und Brettschichtholz für verschiedene Ausklinkungsgeometrien getestet. Damit eignen sie sich gut zur Überprüfung der vorgeschlagenen Bemessungsverfahren. Die benötigten Materialkennwerte wurden entweder direkt aus den Forschungsberichten entnommen oder durch eine Einordnung in die Festigkeitsklassen nach prEN 338 (09/91) mit Hilfe einzelner mitgeteilter Materialdaten festgelegt.

4.3.1 Versuche mit Brettschichtholz

In der **Tabelle A1** (Anlagen 4 und 5) sind alle Versuchsergebnisse für Brettschichtholz zusammengestellt. Dort sind auch die für die folgenden Diagramme benötigten Materialwerte eingetragen.

4.3.1.1 Unten rechtwinklig ausgeklinkte Träger

In den **Bildern A9-A12** (Anlagen 6 und 7) sind die Versuchsergebnisse und die rechnerischen Schubspannungen nach Gustafsson und dem Entwurf des EUROCODE 5 (04/92) im Vergleich dargestellt.

Die Gleichung nach Gustafsson beschreibt in allen Diagrammen bis auf Bild A12 den Verlauf der Versuchswerte für die einzelnen Versuchsreihen gut. Daß die Versuchsergebnisse im Bild A12 alle deutlich tiefer liegen, kann eventuell an der geringen Anzahl der Versuche liegen.

Die untere Grenze der Schubspannung nach der Berechnung des EUROCODE 5 wird nur im Bild A10 von einzelnen und im Bild A12 von allen Versuchen unterschritten. Möglicherweise sind hier die Vereinfachungen für k_v zu günstig gewählt.

4.3.1.2 Unten ausgeklinkte Träger mit Voute

Bei den Versuchen von Enquist et al. wurden auch ausgeklinkte Träger mit Voute getestet, die bis auf die Voute identisch mit den Trägern mit rechtwinkliger Ausklinkung bei einer Trägerhöhe von 30 cm waren.

Bildet man den Quotienten aus rechnerischer Schubspannung für Versuche mit Voute (vgl. Tabelle A1, lfd. Nr. 5-20, i =variabel) zu der mittleren rechnerischen Schubspannung für Versuche ohne Voute (vgl. Tabelle A1, lfd. Nr. 1-4, $i = 0$), so kann das Ergebnis mit dem Faktor k_i nach Gl. (39) verglichen werden.

In **Bild A13** (Anlage 8) sind der Faktor k_i nach EUROCODE 5 und die Ergebnisse der Versuche dargestellt.

Es ergibt sich eine gute Übereinstimmung, die im wesentlichen daran liegt, daß die hier verwendeten Versuche zur Herleitung von Gl. (39) verwendet wurden. Andere Versuche konnten nicht gefunden werden.

4.3.2 Versuche mit Vollholz

In den **Tabellen A2-A4** (Anlagen 9 bis 13) sind alle Versuchsergebnisse für Vollholz zusammengestellt. Dort sind auch die für die folgenden Diagramme benötigten Materialwerte eingetragen.

4.3.2.1 Unten rechtwinklig ausgeklinkte Träger

In den Bildern A14 und A17-A20 (Anlagen 14 bis 17) sind die Versuchsergebnisse und die rechnerischen Schubspannungen nach Gustafsson und dem Entwurf des EUROCODE 5 (04/92) im Vergleich dargestellt.

Die Gleichung nach Gustafsson ergibt in allen Diagrammen eine viel zu günstige Abschätzung der Schubspannungen der einzelnen Versuchsreihen. Fast alle Versuche liegen deutlich unter der rechnerischen Schubspannung des 1,5-fachen der Gl. (32). Diese Tatsache wurde auch schon durch Gustafsson festgestellt, weshalb in Gl. (38) der Faktor 1,5 durch 1,0 für den Bemessungsvorschlag nach EUROCODE 5 ersetzt wurde.

Die untere Grenze der Schubspannung nach der Berechnung des EUROCODE 5 wird mit Ausnahme der Versuche von Mistler in Bild A14 und von Enquist in Bild A19 gut eingehalten. Eine große Anzahl der Versuche von Mistler unterschreiten den Wert der Schubspannung nach EUROCODE 5, hier ist die Bemessung nach EUROCODE 5 zu günstig.

In den Bildern A15 und A16 (Anlagen 14 und 15) sind zusätzlich die Ergebnisse der Auswirkung von Holzfehlern, Einschnitten und Ausrundungen an der Innenecke der Ausklinkung, sowie unterschiedlicher Holzfeuchten und von Vouten an von Mistler untersuchten Trägern aus Vollholz dargestellt. Dabei wurden immer gleiche Ausklinkungsgeometrien miteinander verglichen. Neben den einzelnen Versuchsergebnissen sind auch die Mittelwerte der Versuchsreihen in die Diagramme eingetragen, wodurch sich die Ergebnisse gut vergleichen lassen.

Es ist zu erkennen, daß Äste im Bereich der Ausklinkung (Reihen 9 und 18) einen geringen Einfluß auf die Schubspannung haben, höhere Holzfeuchten (Reihen 10, 11, 19 20) aber die erreichbaren Schubspannungen senken. Vouten und Ausrundungen an der Innenecke haben einen günstigen Einfluß. Für die Reihe 27 (14) in Bild A15 (A16) mit $i = 6$ ($i = 5$) ergibt sich nach Gl. (39) ein $k_i = 2,5$ ($k_i = 2,1$), dies ist etwas größer als der Quotient der Mittelwerte der Schubspannungen von Reihe 27 (14) zu Reihe 6 (3): $k_i = 4,5/2,2 = 2$ ($k_i = 3,5/2,5 = 1,4$).

4.3.2.2 *Unten ausgeklinkte Träger mit Voute*

Auch bei den Versuchen mit Vollholz von Enquist et al. wurden ausgeklinkte Träger mit Voute getestet, die bis auf die Voute identisch mit den Trägern mit rechtwinkliger Ausklinkung waren. Entsprechend Absatz 4.3.1.2 ist wieder der Faktor k_i berechnet worden.

In den Bildern A21 und A22 (Anlage 18) sind der Faktor k_i nach EUROCODE 5 und die Ergebnisse der Versuche dargestellt.

Es ergibt sich eine etwas schlechtere Übereinstimmung als für Brettschichtholz, da die Versuchswerte größere Streuungen haben und auch deutlich von k_i abweichen können, die Mittelwerte der einzelnen Versuchsreihen werden aber durch k_i nach EUROCODE 5 gut beschrieben.

5 Zusammenfassung

Der Entwurf des EUROCODE 5 (04/1992) schlägt für unten ausgeklinkte Träger ein neues Bemessungskonzept auf der Grundlage der Bruchmechanik nach Untersuchungen von GUSTAFSSON 1985 und 1988 vor. Nach einer kurzen Einführung in die Theorie der Bruchmechanik wird der neue Bemessungsvorschlag hergeleitet und die im EUROCODE 5 getroffenen Vereinfachungen für Vollholz und Brettschichtholz dargelegt. In Diagrammen wird die Bemessung für verschiedene Trägergeometrien und Materialeigenschaften gezeigt.

Im Vergleich hierzu wird das bisherige Bemessungsverfahren nach DIN 1052 (4/1988) anhand der Untersuchungen von MISTLER 1979 und HENRICI 1984 dargestellt und die besondere Spannungssituation an der einspringenden Ecke einer rechtwinkligen Ausklinkung erläutert.

Da Mistlers Untersuchungen aber nur für Brettschichtholz aus Fichte und nur für eine geringe Anzahl genau definierter Ausklinkungsgeometrien durchgeführt wurden, mußten auch die Geometrien für die Bemessung von Ausklinkungen in DIN 1052 (04/1988) entsprechende Einschränkungen erhalten.

Anhand der von Mistler untersuchten Trägergeometrien aus Brettschichtholz werden die Ergebnisse der Untersuchungen von Mistler und Gustafsson miteinander verglichen. Es zeigt sich, daß die Bemessung trotz der verschiedenen theoretischen Ansätze für kleine Trägerhöhen zu ähnlichen Ergebnissen führt. Anders sieht die Situation bei großen Trägerhöhen und kleinen Ausklinkungshöhen aus. Dort ergeben sich bei der Bemessung nach Mistler größere Traglasten als nach Gustafsson.

Diese Tatsache wird auch durch einen Vergleich der Bemessungsverfahren von DIN 1052 (04/1988) mit dem Entwurf des EUROCODE 5 (04/1992) bestätigt. Besonders bei hohen Trägern aus Brettschichtholz ist bei kleinen Ausklinkungshöhen der Ausklinkungsbeiwert nach dem EUROCODE 5 wesentlich kleiner als nach DIN 1052. Dagegen ergeben sich bei kleinen und mittleren Trägerhöhen sowohl bei Vollholz als auch bei Brettschichtholz in

der Regel bei der Bemessung nach EUROCODE günstigere Ausklinkungsbeiwerte als nach DIN 1052.

Im letzten Teil des Forschungsvorhabens wird die Eignung des Bemessungsvorschlages nach dem Entwurf des EUROCODE 5 anhand von Versuchsergebnissen von MÖHLER und MISTLER 1978 und von ENQUIST, RIBERHOLT et al. 1991 für ausgeklinkte Träger aus Vollholz und Brettschichtholz aus Fichte überprüft. Dabei zeigt sich, daß der Vorschlag nach EUROCODE 5 für Brettschichtholz i.A. eine gute Abschätzung der 5%-Fraktilen der Versuchsergebnisse erlaubt. Für Vollholz ist dagegen vor allem bei den Versuchsergebnissen von Möhler und Mistler häufig eine zu günstige Einschätzung zu beobachten.

Gegenüber der DIN 1052 (04/88) hat der Entwurf des EUROCODE 5 den Vorteil, daß sich beliebige Ausklinkungsgeometrien bemessen lassen. Für eine Berücksichtigung der Materialeigenschaften müßten jedoch die im Eurocode getroffenen Vereinfachungen wieder rückgängig gemacht werden, da gegenwärtig der Einfluß der Materialkennwerte nicht erkennbar ist. Dies hätte nur einen geringen Mehraufwand für die Berechnung zur Folge und würde eine besser zu begreifende Gleichung ergeben.

Bei den in die Bemessung eingehenden Materialkennwerten wären vor allem für die Größe der Bruchenergie weitere Untersuchungen nötig, um eventuell vorhandene Abhängigkeiten von der Prüfvorrichtung, der Prüfkörpergröße, der Holzart, der Holzfeuchte, des Versagensmodus etc. zu erforschen.

Insgesamt scheint die Anwendung der Bruchmechanik bei Problemstellungen im Holzbau dann gut geeignet zu sein, wenn wie bei Ausklinkungen die Bemessung mit maximalen Spannungen ungeeignet ist und die Mittel der Bruchmechanik eine gute Beschreibung des Problemes ermöglichen. Dabei sollte aber nicht vergessen werden, daß zusätzlich neue Materialkennwerte wie die Bruchenergie und die Spannungsintensitätsfaktoren benötigt werden, deren Größe im Augenblick auf dem Gebiet des Holzbaues noch wenig erforscht sind.

6 Literatur

ATKINS, A. G.; MAI, Y. W. 1985:

Elastic and plastic fracture. Chichester: Horwood, 1985

BRAMESHUBER, W. 1988:

Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton. Karlsruhe: Universität(TH), Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Diss., 1988

BROEK, D. 1988:

The practical use of fracture mechanics. Dordrecht: Kluwer, 1988

BOSTRÖM, L. 1992:

Method for determination of the softening behaviour of wood and the applicability of a nonlinear fracture mechanics model. Lund: Institut of Technology, Sweden, Doctoral Thesis, Report TVBM-1012, 1992

BOSTRÖM, L.; GOWDA, S.; GUSTAFSSON, P. J.; RANTA-MAUNUS, A.; VALENTIN, G. H. 1991:

Application of fracture mechanics to timber structures RILEM state-of-the-art report. Espoo: Technical Research Centre of Finland. - Research notes 1262

COMMISSION FOR THE EUROPEAN COMMUNITIES 1992:

Eurocode 5 "Design of Timber Structures, Part 1: General rules and rules for buildings", Working draft: April 1992

ENQUIST, B.; GUSTAFSSON, P. J.; JENSEN, R.B.; RIBERHOLT, H. 1991:

Timber beams notched at the support. Lyngby: Technical University of Denmark, Department of Structural Engineering, Report Serie R, No. 280, 1991

EUROCODE 5 1992:

siehe COMMISSION FOR THE EUROPEAN COMMUNITIES 1992

GRIFFITH, A. A. 1921:

The phenomena of rupture and flow in solids. Philosophical Transaction of the Royal Society of London, Series A, 221(1921), S. 163-198

GRIFFITH, A. A. 1924:

The theory of rupture. In: Proceedings of the First International Congress of Applied Mechanics. Delft 1924, S. 55-63

GUSTAFSSON, P. J. 1985:

Fracture mechanics studies of non-yielding materials like concrete - Modelling of tensile fracture and applied strength analyses. Lund: Division of Building Materials, Lund Institut of Technology, Sweden - Report TVBM-1007

GUSTAFSSON, P. J. 1988:

A study of strength of notched beams. In: CIB - W18A - Timber Structures, Paper 21-10-1, Parksville, Canada, 1988

GUSTAFSSON, P. J. ;LARSEN, H. J. 1990:

The fracture energy of wood in tension perpendicular to the grain: Results from a joint testing project. In: CIB-W18A-Timber Structures, Paper 23-19-2, Lisbon, Portugal, 1990

HAHN, H. G. 1970:

Spannungsverteilung an Rissen in festen Körpern: Vergleichende Betrachtungen der in der Bruchmechanik verwendeten Reißmodelle. Düsseldorf: VDI-Verlag 1970, VDI Forschungsheft 542

HECKEL, K. 1983:

Einführung in die technische Anwendung der Bruchmechanik. 2. Aufl. München, Wien: Hanser, 1983

HENRICI, D. 1984:

Beitrag zur Spannungsermittlung in ausgeklinkten Biegeträgern aus Holz. München: Technische Universität, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Dissertation, 1984

IRWIN, G. R. 1956:

Relation of stresses near a crack to the crack extension force. In: Actes 9^e Congr. Internat. Mec. appl. Brüssel 1956, S. 245-251

LOGEMANN; M. 1991:

Abschätzung der Tragfähigkeit von Holzbauteilen mit Ausklinkungen und Durchbrüchen, Düsseldorf: VDI-Verlag 1991, Fortschritt-Berichte VDI Reihe 4 Nr.102

MISTLER, H.-L. 1979:

Die Tragfähigkeit des am Endauflager unten rechtwinklig ausgeklinkten Brettschichtträgers, Karlsruhe: Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe(TH). - Veröffentlichung

MÖHLER, K.; MISTLER, H.-L. 1978:

Über den Einfluß von Ausklinkungen im Auflagerbereich von Holzbiegeträgern auf die Tragfestigkeit, Karlsruhe: Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe(TH). - Forschungsbericht

PIZIO, S. 1991:

Die Anwendung der Bruchmechanik zur Bemessung von Holzbauteilen, untersucht am durchbrochenen und am ausgeklinkten Träger. Zürich: Baustatik und Stahlbau, ETH Höggerberg, Schweiz. - Publikation Nr. 91-1

RICE, J.R. 1968:

A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. In: Journal of Applied Mechanics 35(1968), S. 379-386

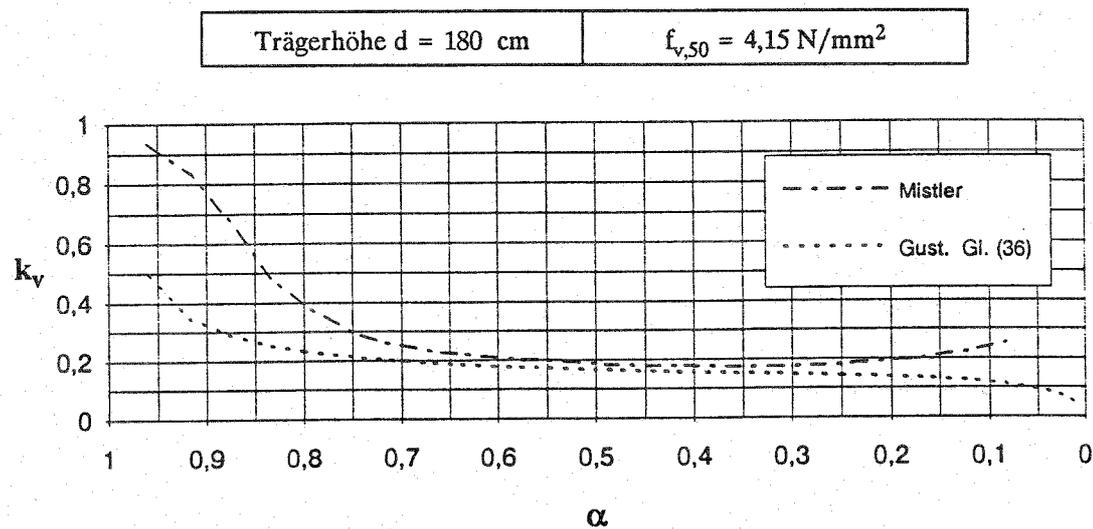
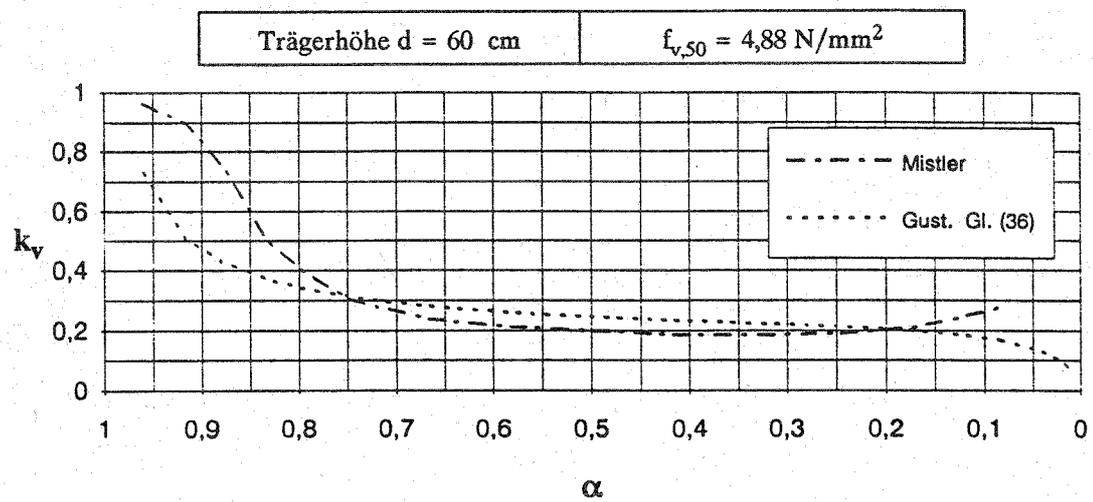
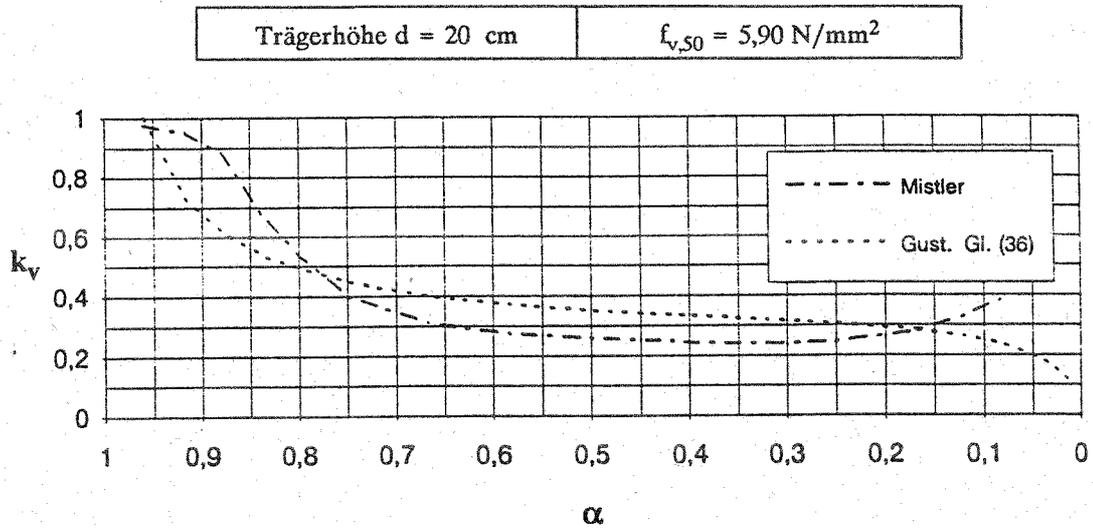
SCHWALBE, K.-H. 1980:

Bruchmechanik metallischer Werkstoffe. München, Wien: Hanser, 1980

Zitierte Normen oder Normenentwürfe:

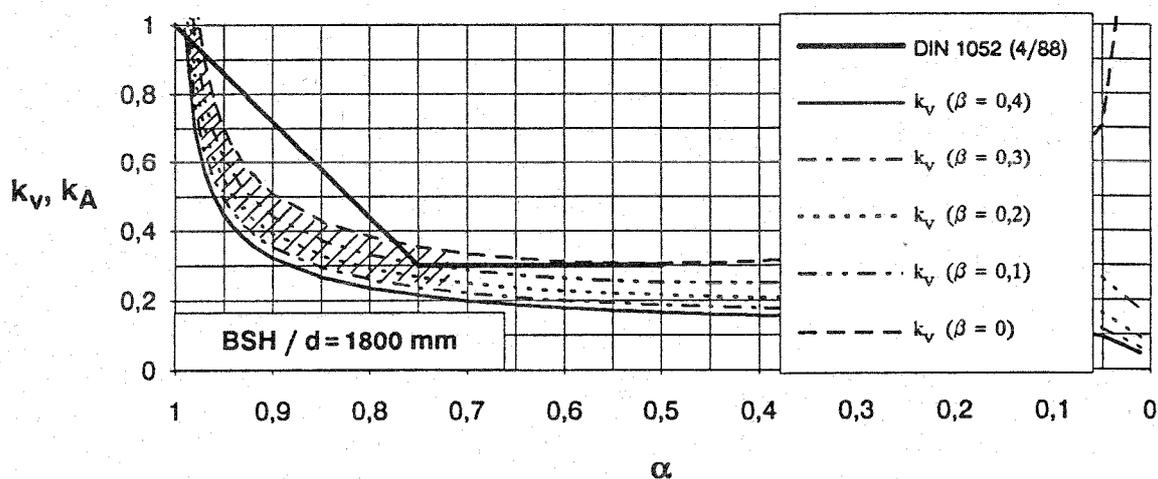
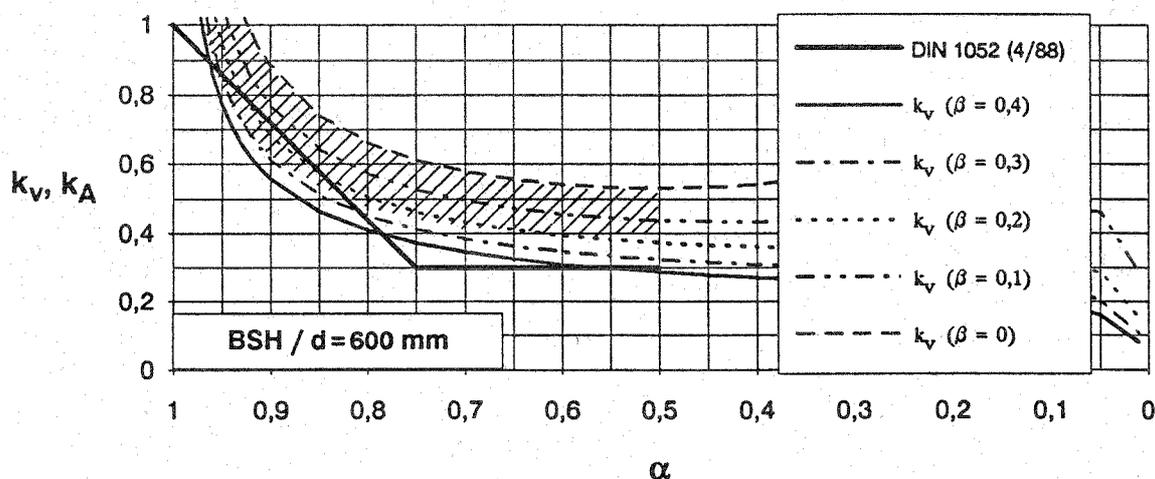
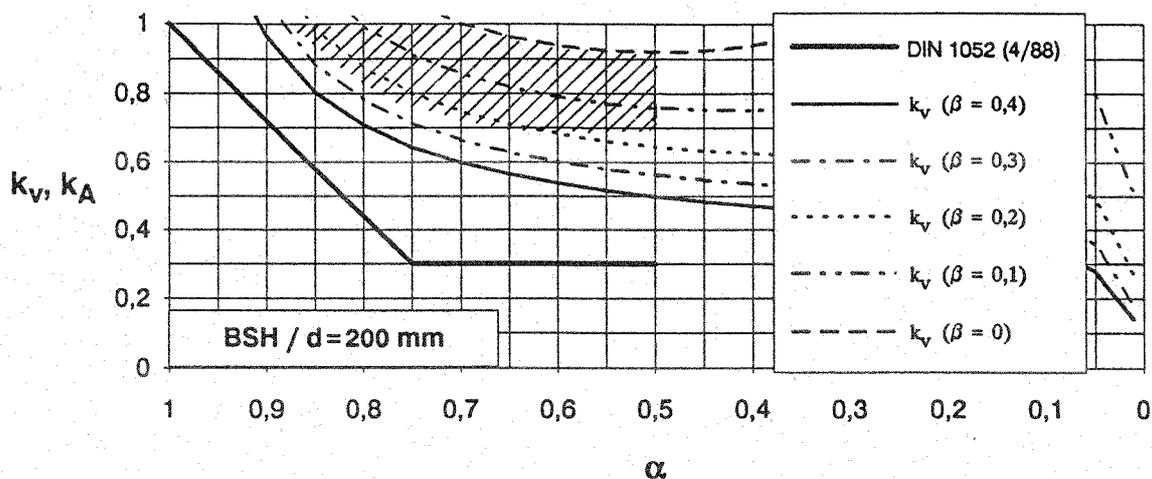
DIN 1052 Teil 1, 2 Holzbauwerke; Berechnung und Ausführung
(Ausgabe April 1988)

prEN 338 Bauholz; Festigkeitsklassen (September 1991)

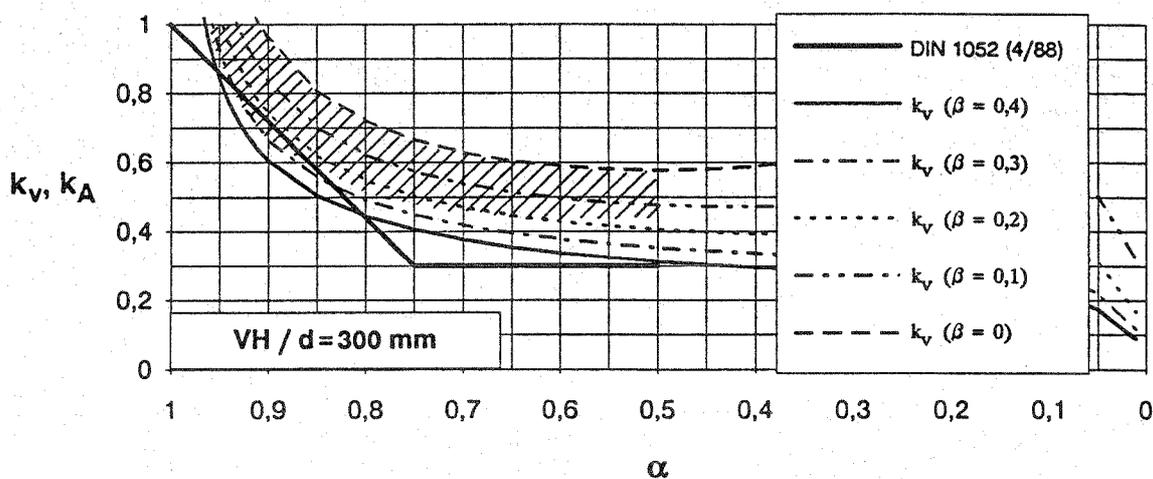
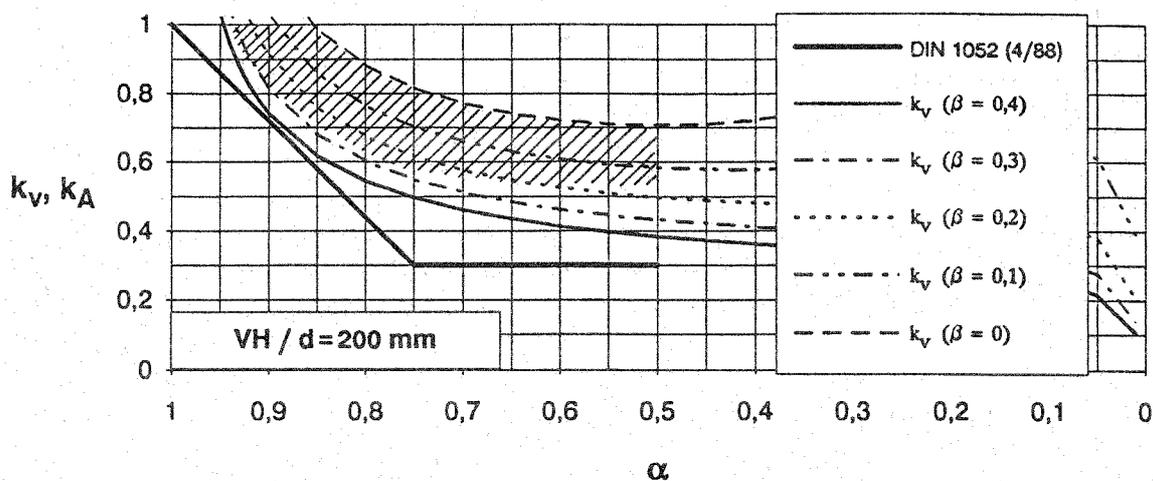


Bilder A1-A3: (von oben nach unten) Vergleich der Ausklingungsbeiwerte k_v nach Mistler und Gustafsson für Brettschichholzträger verschiedener Höhen mit folgenden Eigenschaften:

$E_{0,50}$ [N/mm ²]	G_{50} [N/mm ²]	$G_{c,50}$ [N/mm]	ρ [kg/mm ³]	β [-]
12000	600	0,30	470	0,417



Bilder A4-A6: (von oben nach unten) Vergleich der Ausklingungsbeiwerte k_v nach dem Entwurf des EC 5 (04/92) mit k_A nach DIN 1052 (04/88) für Brettschichtholzträger mit unten rechtwinkliger Ausklinkung. Schraffur entspricht dem Gültigkeitsbereich der DIN 1052.



Bilder A7-A8: (von oben nach unten) Vergleich der Ausklinkungsbeiwerte k_v nach dem Entwurf des EC 5 (04/92) mit k_A nach DIN 1052 (04/88) für Vollholzträger mit unten rechtwinkliger Ausklinkung. Schraffur entspricht dem Gültigkeitsbereich der DIN 1052.

Tabelle A1: Versuchsergebnisse für Brettschichtholz nach ENQUIST, RIBERHOLT et al. 1991 und MÖHLER und MISTLER 1978

Enquist, Riberholt									
lfd. Nr.	Breite b	Höhe d	α	β	i	Anriß- last 2*P kN	rechn. Schub τ N/mm ²	Materialeigenschaften	Darstellung in Diagramm
-	cm	cm	-	-	-	kN	N/mm ²		
1	9	30	0,500	0,150	0	36,7	2,039	$E_{0,50} = 13853 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 723 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,275 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 10 (Anlage 6)
2	9	30	0,500	0,150	0	35,1	1,950		
3	9	30	0,500	0,150	0	44,5	2,472		
4	9	30	0,500	0,150	0	39,2	2,178		
5	9	30	0,500	0,150	1	37,2	2,067		Bild A 13 (Anlage 8)
6	9	30	0,500	0,150	1	35,3	1,961		
7	9	30	0,500	0,150	1	59,2	3,289		
8	9	30	0,500	0,150	1	48,1	2,672		
9	9	30	0,500	0,150	2	49,4	2,744		
10	9	30	0,500	0,150	2	48,5	2,694		
11	9	30	0,500	0,150	2	45,5	2,528		
12	9	30	0,500	0,150	2	55,4	3,078		
13	9	30	0,500	0,150	5	93,4	5,189		
14	9	30	0,500	0,150	5	65,4	3,633		
15	9	30	0,500	0,150	5	75,6	4,200		
16	9	30	0,500	0,150	5	65,1	3,617		
17	9	30	0,500	0,150	8	78,4	4,356		
18	9	30	0,500	0,150	8	75,5	4,194		
19	9	30	0,500	0,150	8	71,5	3,972		
20	9	30	0,500	0,150	8	76	4,222		
21	9	30	0,722	0,150	0	78,3	3,012	$E_{0,50} = 13853 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 723 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,275 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 10 (Anlage 6)
22	9	30	0,722	0,150	0	63,8	2,455		
23	9	30	0,722	0,150	0	63,8	2,455		
24	9	30	0,722	0,150	0	48,9	1,881		
25	9	30	0,833	0,150	0	73,4	2,448		
26	9	30	0,833	0,150	0	99,1	3,305		
27	9	30	0,833	0,150	0	89,1	2,971		
28	9	30	0,833	0,150	0	109,4	3,648		
29	9	30	0,500	0,300	0	29,9	1,661		
30	9	30	0,500	0,300	0	37,8	2,100		
31	9	30	0,500	0,300	0	39,8	2,211		
32	9	30	0,500	0,300	0	29,7	1,650		
33	9	30	0,500	0,300	2	34,7	1,928		
34	9	30	0,500	0,300	2	59,5	3,306		
35	9	30	0,500	0,300	2	56,3	3,128		
36	9	30	0,500	0,300	2	54,2	3,011		

Fortsetzung nächste Seite

Fortsetzung von Tabelle A1

37	9	20	0,500	0,175	0	28,7	2,392	$E_{0,50} = 13258 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 771 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,345 \text{ N/mm}^2$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 11 (Anlage 7)
38	9	20	0,500	0,175	0	22	1,833		
39	9	20	0,500	0,175	0	30	2,500		
40	9	20	0,500	0,175	0	33,6	2,800		
41	9	20	0,750	0,175	0	83,9	4,661		
42	9	20	0,750	0,175	0	70,8	3,933		
43	9	20	0,750	0,175	0	66,7	3,706		
44	9	20	0,750	0,175	0	55,1	3,061		
45	16	56,7	0,500	0,123	0	107,9	1,784	$E_{0,50} = 12890 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 733 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,298 \text{ N/mm}^2$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 12 (Anlage 7)
46	16	56,7	0,500	0,123	0	77,3	1,278		
47	16	56,7	0,500	0,123	0	90	1,488		
48	16	56,7	0,500	0,123	0	77,3	1,278		
49	16	56,7	0,500	0,123	2	93,9	1,553		
50	16	56,7	0,500	0,123	2	112,6	1,862		
51	16	56,7	0,500	0,123	2	106,2	1,756		
52	16	56,7	0,500	0,123	2	87,3	1,443		
Möhler, Mistler									
lfd. Nr.	Breite b	Höhe d	α	β	i	Anriß-last 2*P	rechn. Schub τ	Materialeigenschaften	Darstellung in Diagramm
	cm	cm	-	-	-	kN	N/mm ²		
	10	60	0,917	0,417	0	220	2,999	$E_{0,50} = 12000 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 600 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,3 \text{ N/mm}^2$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A9 (Anlage 6)
	10	60	0,917	0,417	0	235	3,203		
	10	60	0,917	0,417	0	213	2,903		
	10	60	0,917	0,417	0	217	2,958		
	10	60	0,917	0,417	0	284	3,871		
	10	60	0,833	0,417	0	232	3,481		
	10	60	0,833	0,417	0	132	1,981		
	10	60	0,833	0,417	0	136	2,041		
	10	60	0,833	0,417	0	182	2,731		
	10	60	0,75	0,417	0	94	1,567		
	10	60	0,75	0,417	0	89,4	1,490		
	10	60	0,75	0,417	0	77,2	1,287		
	10	60	0,75	0,417	0	73,8	1,230		
	10	60	0,667	0,417	0	75,5	1,415		
	10	60	0,667	0,417	0	58,5	1,096		
	10	60	0,667	0,417	0	86	1,612		
	10	60	0,667	0,417	0	71,7	1,344		
	10	60	0,500	0,417	0	45	1,125		
	10	60	0,500	0,417	0	50,3	1,258		
	10	60	0,500	0,417	0	45,2	1,130		
	10	60	0,500	0,417	0	50,6	1,265		

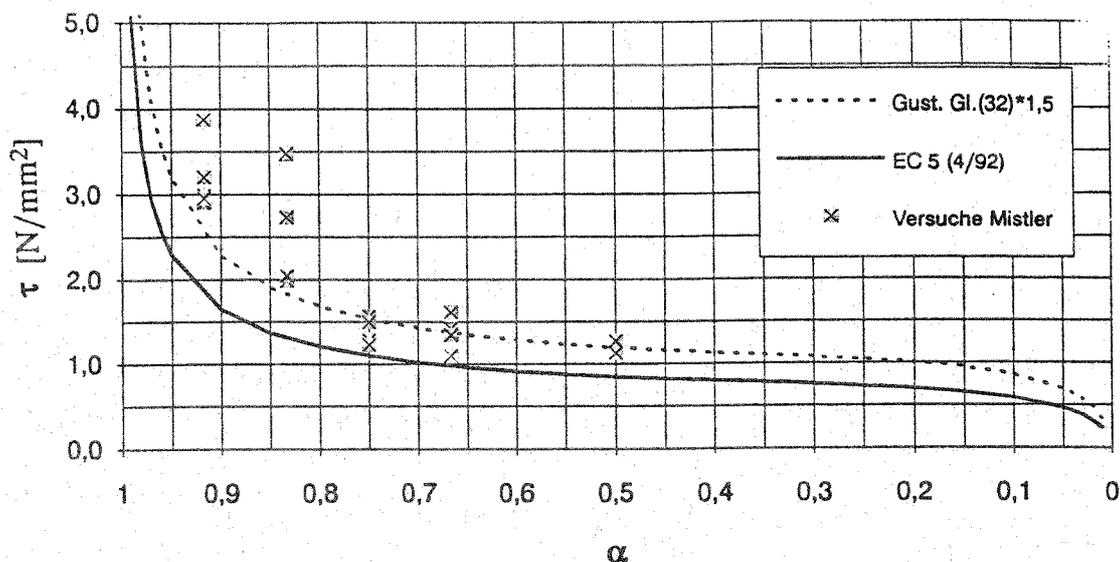


Bild A9: Vergleich der Versuchsergebnisse für Brettschichtholz von MÖHLER und MISTLER 1978 mit den sich nach Gustafsson bzw. dem Entwurf des EC 5 (04/92) ergebenden rechnerischen Schubspannungen ($b=10$ cm; $d=60$ cm; $\beta=0,417$)

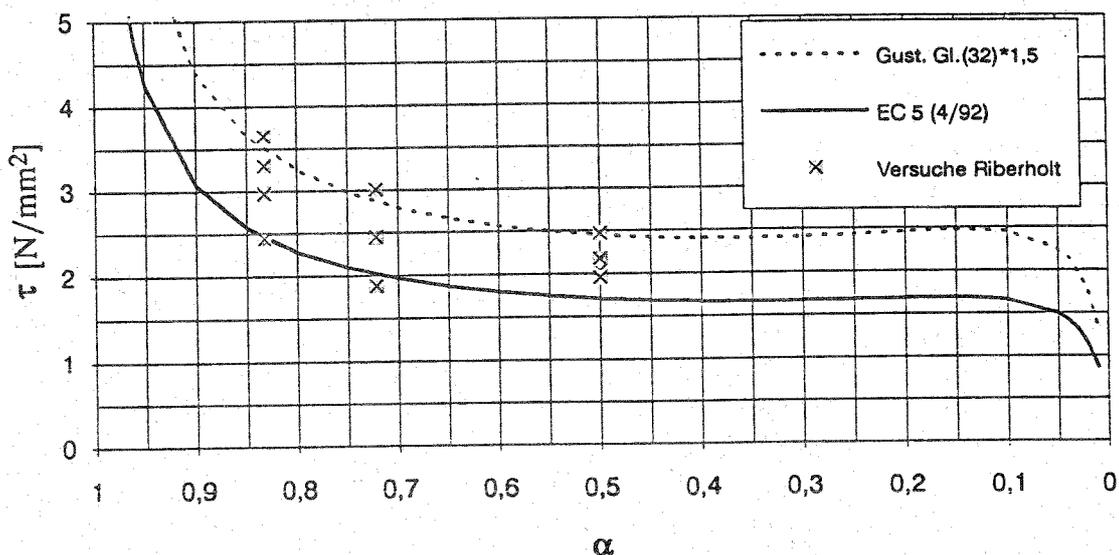


Bild A10: Vergleich der Versuchsergebnisse mit Brettschichtholz von ENQUIST, RIBBERHOLT et al. 1991 mit den sich nach Gustafsson bzw. dem Entwurf des EC 5 (04/92) ergebenden rechnerischen Schubspannungen ($b=9$ cm; $d=30$ cm; $\beta=0,150$)

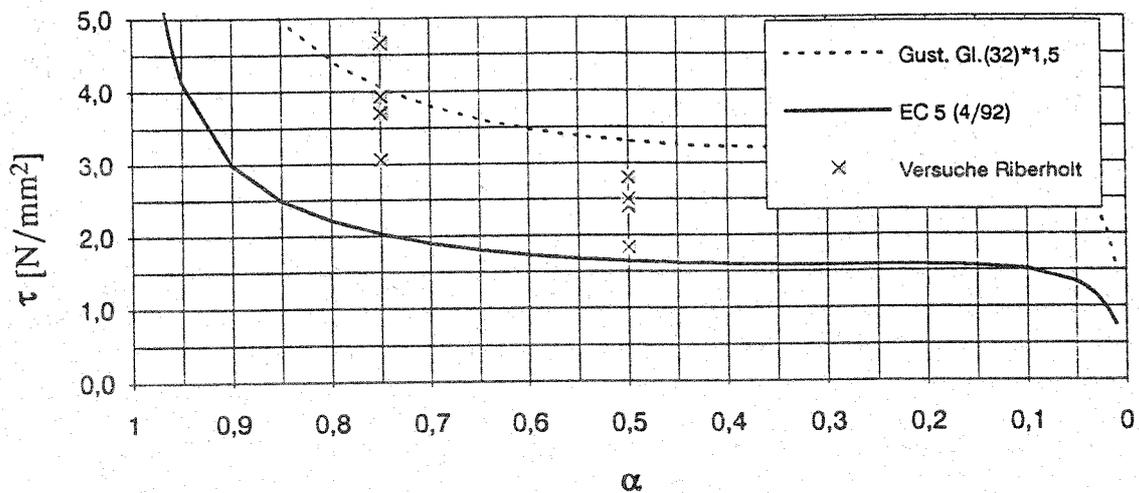


Bild A11: Vergleich der Versuchsergebnisse mit Brett-schichtholz von ENQUIST, RIBERHOLT et al. 1991 mit den sich nach Gustafsson bzw. dem Entwurf des EC 5 (04/92) ergebenden rechnerischen Schubspannungen ($b=9$ cm; $d=20$ cm; $\beta=0,175$)

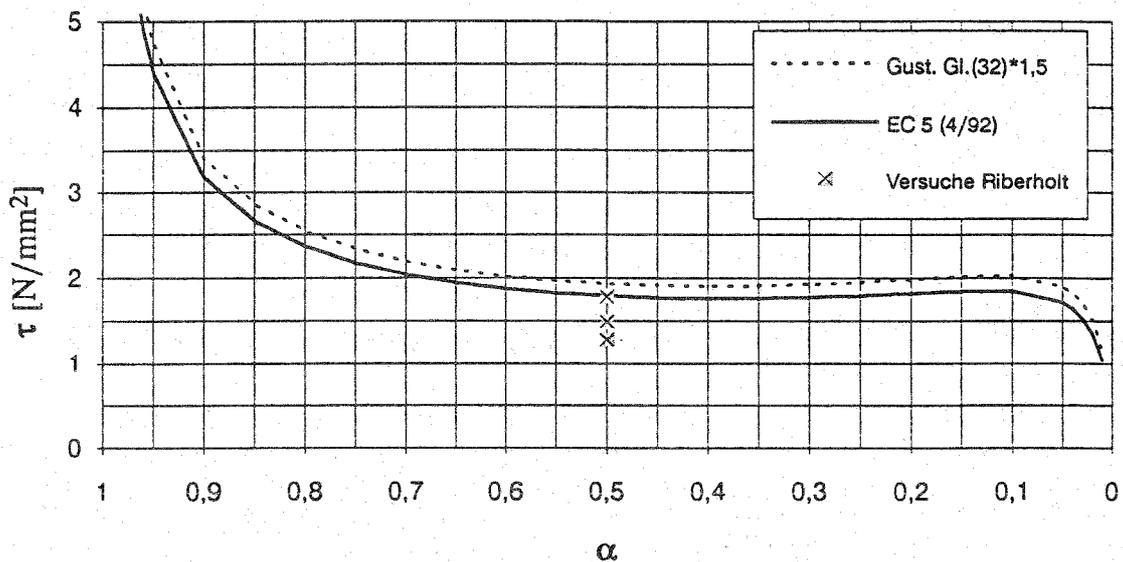


Bild A12: Vergleich der Versuchsergebnisse mit Brett-schichtholz von ENQUIST, RIBERHOLT et al. 1991 mit den sich nach Gustafsson bzw. dem Entwurf des EC 5 (04/92) ergebenden rechnerischen Schubspannungen ($b=16$ cm; $d=56,7$ cm; $\beta=0,123$)

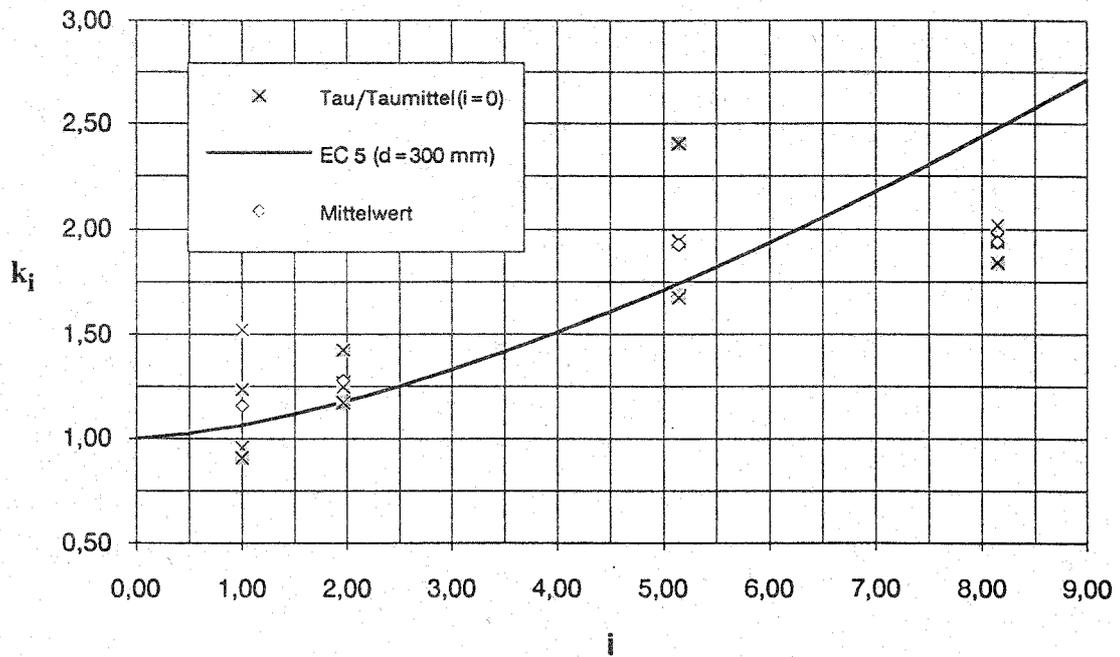


Bild A13: Vergleich der Beiwerte k_i aus Versuchsergebnisse von ENQUIST, RIBERHOLT et al. 1991 mit den sich nach dem Entwurf des EC 5 (04/92) ergebenden Beiwerten nach Gl. (39) für verschiedene Voutenlängen ($d = 300$ mm)

Tabelle A2: Versuchsergebnisse für Vollholz nach MÖHLER und MISTLER 1978

$d = 12 \text{ cm}; b = 3,2 \text{ cm}; \beta = 0,25$ $E_{0,50} = 12000 \text{ N/mm}^2; G_{50} = 750 \text{ N/mm}^2; G_{c,50} = 0,33 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3 \text{ N/mm}^2$										
Vers. Reihe	rechn. Schub τ		Vers. Reihe	rechn. Schub τ		Vers. Reihe	rechn. Schub τ		Vers. Reihe	rechn. Schub τ
	N/mm ²			N/mm ²			N/mm ²			N/mm ²
	$\alpha = 0,917$		2	3,50		3	2,59		5	2,09
1	3,19		$\alpha = 0,750$			3	2,47		5	2,89
1	4,23		3	2,44		3	2,56		5	2,19
1	3,60		3	2,85		3	3,48		5	1,48
1	3,46		3	3,17		3	2,88		$\alpha = 0,500$	
1	3,62		3	2,83		3	2,71		6	2,22
	$\alpha = 0,833$		3	2,71		3	2,59		6	2,29
2	3,22		3	3,10		3	2,53		6	2,50
2	3,16		3	1,93		3	1,89		6	2,33
2	3,20		3	2,73		3	2,68		6	2,19
2	2,50		3	2,64		3	1,49		6	2,27
2	3,07		3	2,81		$\alpha = 0,667$			6	2,20
2	3,03		3	2,76		4	1,88		6	1,96
2	2,36		3	2,93		4	2,42		6	1,74
2	2,79		3	2,44		4	2,88		6	1,70
2	3,03		3	2,30		4	2,52		6	2,22
2	3,24		3	2,70		4	2,67		6	2,18
2	2,55		3	2,51		4	2,75		6	3,08
2	3,37		3	2,84		4	2,45		6	3,08
2	2,98		3	2,01		4	1,96		6	2,87
2	2,85		3	3,32		4	1,58		6	2,41
2	2,37		3	3,11		4	2,67		6	2,34
2	2,79		3	2,36		4	2,61		6	1,97
2	2,10		3	2,14		4	2,00		6	2,36
2	2,59		3	1,92		4	1,90		6	2,14
2	2,72		3	2,10		4	1,99		6	2,10
2	3,18		3	2,26		$\alpha = 0,583$			6	2,89
2	2,35		3	2,33		5	2,58		6	2,43
2	2,33		3	1,99		5	1,85		6	2,43
2	3,61		3	1,45		5	2,52		6	2,07
2	2,63		3	1,58		5	2,36		6	1,97
2	3,85		3	2,74		5	2,17		6	2,32
2	2,87		3	3,19		5	2,39		6	2,92
									$\alpha = 0,333$	
									7	2,31
									7	2,18
									7	2,51
									7	2,81
									7	2,07
									7	1,70
									7	2,68
									7	1,87
									7	2,02
									7	2,06

Tabelle A 3: Versuchsergebnisse für Vollholz nach MÖHLER u. MISTLER 1978

$d = 12 \text{ cm}; b = 3,2 \text{ cm}; \beta = 0,25$ $E_{0,50} = 12000 \text{ N/mm}^2; G_{50} = 750 \text{ N/mm}^2; G_{c,50} = 0,33 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3 \text{ N/mm}^2$									
$\alpha = 0,75$				$\alpha = 0,50$					
Vers. Reihe	rechn. Schub τ	Vers. Reihe	rechn. Schub τ	Vers. Reihe	rechn. Schub τ	Vers. Reihe	rechn. Schub τ	Vers. Reihe	rechn. Schub τ
	N/mm ²		N/mm ²		N/mm ²		N/mm ²		N/mm ²
9	2,95	12	2,93	18	2,01	21	3,26	25	5,41
9	3,41	13	3,22	18	2,63	21	1,61	25	3,94
9	2,42	13	4,46	18	2,76	21	2,48	25	3,89
9	2,12	13	4,07	18	2,05	21	1,78	25	4,39
10	2,30	13	3,34	18	1,72	21	1,78	25	3,94
10	2,01	13	3,41	18	1,74	21	2,21	25	3,94
10	2,51	13	2,88	19	1,60	21	1,52	25	3,03
10	2,06	13	3,01	19	3,15	22	4,06	25	6,04
10	2,62	13	3,13	19	2,19	22	2,56	25	3,66
10	2,15	13	3,19	19	2,27	22	2,54	25	4,07
10	2,15	13	3,52	19	2,13	22	2,96	27	5,08
10	1,75	14	4,06	19	1,61	22	2,67	27	3,69
10	2,37	14	3,63	19	1,45	23	3,44	27	4,94
10	2,09	14	4,09	19	1,69	23	3,66	27	4,40
11	1,60	14	4,43	19	1,68	23	4,92	27	4,90
11	1,64	14	3,40	20	1,86	23	3,48	27	4,12
11	2,38	14	3,98	20	1,99	23	3,34		
11	2,20	15	3,95	20	2,20	23	3,18		
11	2,83	15	3,98	20	2,29	23	2,72		
11	3,25	15	3,86	20	1,78	23	3,91		
11	2,18	15	3,53	20	1,60	23	3,39		
11	2,01	15	3,58	20	2,21	23	3,60		
11	1,72	15	3,82	20	1,63	24	3,28		
11	1,57	15	3,00	20	1,99	24	2,60		
12	2,73	15	4,33	20	2,21	24	4,10		
12	2,84	15	4,29	21	2,18	24	3,36		
12	3,26	15	2,70	21	1,70	24	3,14		
12	3,19			21	2,68	24	2,73		

Tabelle A4: Versuchsergebnisse für Vollholz nach ENQUIST, RIBERHOLT et al. 1991

lfd. Nr.	Breite b	Höhe d	α	β	i	Anriß- last 2*P kN	rechn. Schub τ N/mm ²	Material- eigenschaften	Darstellung in Diagramm
-	cm	cm	-	-	-	kN	N/mm ²		
1	4,5	9,5	0,250	0,326	0	3,1	2,175	$E_{0,50} = 14000 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 779 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,300 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 17 (Anlage 15)
2	4,5	9,5	0,250	0,326	0	2,8	1,965		
3	4,5	9,5	0,250	0,326	0	2,5	1,754		
4	4,5	9,5	0,250	0,326	0	4,0	2,807		
5	4,5	9,5	0,250	0,326	0	3,2	2,246		
6	4,5	9,5	0,250	0,326	0	2,9	2,035		
7	4,5	9,5	0,500	0,326	0	6,0	2,105		
8	4,5	9,5	0,500	0,326	0	6,7	2,351		
9	4,5	9,5	0,500	0,326	0	6,3	2,211		
10	4,5	9,5	0,500	0,326	0	6,3	2,211		
11	4,5	9,5	0,500	0,326	0	6,1	2,140		
12	4,5	9,5	0,500	0,326	0	6,1	2,140		
13	4,5	9,5	0,500	0,326	1	4,6	1,614		Bild A 21 (Anlage 18)
14	4,5	9,5	0,500	0,326	1	5,4	1,895		
15	4,5	9,5	0,500	0,326	1	5,9	2,070		
16	4,5	9,5	0,500	0,326	1	8,1	2,842		
17	4,5	9,5	0,500	0,326	1	4,9	1,719		
18	4,5	9,5	0,500	0,326	1	6,5	2,281		
19	4,5	9,5	0,500	0,326	2	8,6	3,018		
20	4,5	9,5	0,500	0,326	2	19,5	6,842		
21	4,5	9,5	0,500	0,326	2	12,9	4,526		
22	4,5	9,5	0,500	0,326	2	11,8	4,140		
23	4,5	9,5	0,500	0,326	2	10,1	3,544		
24	4,5	9,5	0,500	0,326	2	10,2	3,579		
25	4,5	9,5	0,500	0,326	3	8,3	2,912		
26	4,5	9,5	0,500	0,326	3	14,7	5,158		
27	4,5	9,5	0,500	0,326	3	10,3	3,614		
28	4,5	9,5	0,500	0,326	3	16,9	5,930		
29	4,5	9,5	0,500	0,326	3	13,1	4,596		
30	4,5	9,5	0,500	0,326	3	8,6	3,018		
31	4,5	9,5	0,500	0,326	5	17,6	6,175		
32	4,5	9,5	0,500	0,326	5	14,7	5,158		
33	4,5	9,5	0,500	0,326	5	16,2	5,684		
34	4,5	9,5	0,500	0,326	5	18,2	6,386		
35	4,5	9,5	0,500	0,326	5	16,6	5,825		
36	4,5	9,5	0,500	0,326	5	15,8	5,544		
37	4,5	9,5	0,750	0,326	0	11,5	2,690	$E_{0,50} = 14000 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 779 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,300 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 17 (Anlage 15)
38	4,5	9,5	0,750	0,326	0	18,8	4,398		
39	4,5	9,5	0,750	0,326	0	11,6	2,713		
40	4,5	9,5	0,750	0,326	0	12,9	3,018		
41	4,5	9,5	0,750	0,326	0	13,3	3,111		
42	4,5	9,5	0,750	0,326	0	17,4	4,070		

Fortsetzung nächste Seite

Fortsetzung von Tabelle A4

43	4,5	9,5	0,750	0,326	1	15,3	3,579		Bild A21 (Anlage 18)		
44	4,5	9,5	0,750	0,326	1	17,1	4,000				
45	4,5	9,5	0,750	0,326	1	16,5	3,860				
46	4,5	9,5	0,750	0,326	1	16,0	3,743				
47	4,5	9,5	0,750	0,326	1	13,8	3,228				
48	4,5	9,5	0,750	0,326	1	10,7	2,503				
49	4,5	9,5	0,750	0,326	3	21,4	5,006				
50	4,5	9,5	0,750	0,326	3	16,6	3,883				
51	4,5	9,5	0,750	0,326	3	23,5	5,497				
52	4,5	9,5	0,750	0,326	3	16,6	3,883				
53	4,5	9,5	0,750	0,326	3	25,0	5,848				
54	4,5	9,5	0,750	0,326	3	17,7	4,140				
55	4,5	9,5	0,875	0,326	0	19,6	3,930			$E_{0,50} = 14000 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 779 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,300 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 17 (Anlage 15)
56	4,5	9,5	0,875	0,326	0	21,8	4,371				
57	4,5	9,5	0,875	0,326	0	23,5	4,712				
58	4,5	9,5	0,875	0,326	0	21,5	4,311				
59	4,5	9,5	0,875	0,326	0	20,2	4,050				
60	4,5	9,5	0,875	0,326	0	23,6	4,732				
61	4,5	9,5	0,500	0,663	0	5,9	2,070	$E_{0,50} = 14000 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 830 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,300 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 18 (Anlage 16)		
62	4,5	9,5	0,500	0,663	0	4,7	1,649				
63	4,5	9,5	0,500	0,663	0	4,0	1,404				
64	4,5	9,5	0,500	0,663	0	3,7	1,298				
65	4,5	9,5	0,500	0,663	0	4,2	1,474				
66	4,5	9,5	0,500	0,663	0	5,0	1,754				
67	4,5	9,5	0,500	0,663	3	13,7	4,807		Bild A 21 (Anlage 18)		
68	4,5	9,5	0,500	0,663	3	10,9	3,825				
69	4,5	9,5	0,500	0,663	3	9,3	3,263				
70	4,5	9,5	0,500	0,663	3	12,3	4,316				
71	4,5	9,5	0,500	0,663	3	11,0	3,860				
72	4,5	9,5	0,500	0,663	3	7,2	2,526				
73	4,5	9,5	0,750	0,663	0	12,6	2,947	$E_{0,50} = 14000 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 830 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,300 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 18 (Anlage 16)		
74	4,5	9,5	0,750	0,663	0	16,4	3,836				
75	4,5	9,5	0,750	0,663	0	11,6	2,713				
76	4,5	9,5	0,750	0,663	0	9,1	2,129				
77	4,5	9,5	0,750	0,663	0	14,1	3,298				
78	4,5	9,5	0,750	0,663	0	11,7	2,737				
79	4,5	19,5	0,500	0,159	0	9,4	1,607	$E_{0,50} = 13000 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 730 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,260 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 19 (Anlage 16)		
80	4,5	19,5	0,500	0,159	0	10,6	1,812				
81	4,5	19,5	0,500	0,159	0	8,3	1,419				
82	4,5	19,5	0,500	0,159	0	9,3	1,590				
83	4,5	19,5	0,500	0,159	0	6,9	1,179				
84	4,5	19,5	0,500	0,159	0	7,4	1,265				
85	4,5	19,5	0,500	0,159	0	8,9	1,521				
86	4,5	19,5	0,500	0,159	0	10,2	1,744				

Fortsetzung nächste Seite

Fortsetzung von Tabelle A4

87	4,5	19,5	0,500	0,159	0	7,7	1,316	$E_{0,50} = 13000 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 730 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,260 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 19 (Anlage 16)
88	4,5	19,5	0,500	0,159	0	9,8	1,675		
89	4,5	19,5	0,500	0,159	0	10,0	1,709		
90	4,5	19,5	0,500	0,159	0	8,2	1,402		
91	4,5	19,5	0,750	0,159	0	16,9	1,926		
92	4,5	19,5	0,750	0,159	0	17,7	2,017		
93	4,5	19,5	0,750	0,159	0	21,9	2,496		
94	4,5	19,5	0,750	0,159	0	20,4	2,325		
95	4,5	19,5	0,750	0,159	0	22,4	2,553		
96	4,5	19,5	0,750	0,159	0	21,0	2,393		
97	4,5	19,5	0,750	0,159	0	22,6	2,575		
98	4,5	19,5	0,750	0,159	0	18,7	2,131		
99	4,5	19,5	0,750	0,159	0	21,4	2,439		
100	4,5	19,5	0,750	0,159	0	22,8	2,598		
101	4,5	19,5	0,750	0,159	0	16,2	1,846		
102	4,5	19,5	0,750	0,159	0	13,2	1,504		
103	8,5	18,5	0,500	0,168	0	16,8	1,603	$E_{0,50} = 12000 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 752 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,300 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 20 (Anlage 17)
104	8,5	18,5	0,500	0,168	0	23,2	2,213		
105	8,5	18,5	0,500	0,168	0	21,5	2,051		
106	8,5	18,5	0,500	0,168	0	21,5	2,051		
107	8,5	18,5	0,500	0,168	0	20,6	1,965		
108	8,5	18,5	0,500	0,168	0	20,8	1,984		
109	8,5	18,5	0,500	0,168	3	23,0	2,194		Bild A 22 (Anlage 18)
110	8,5	18,5	0,500	0,168	3	35,5	3,386		
111	8,5	18,5	0,500	0,168	3	23,9	2,280		
112	8,5	18,5	0,500	0,168	3	38,7	3,692		
113	8,5	18,5	0,500	0,168	3	42,4	4,045		
114	8,5	18,5	0,500	0,168	3	29,2	2,785		
115	8,5	18,5	0,750	0,168	0	63,4	4,032	$E_{0,50} = 12000 \text{ N/mm}^2$ $G_{50} = 752 \text{ N/mm}^2$ $G_{c,50} = 0,300 \text{ N/mm}$ $f_{v,k} = 3,0 \text{ N/mm}^2$	Bild A 20 (Anlage 17)
116	8,5	18,5	0,750	0,168	0	70,7	4,496		
117	8,5	18,5	0,750	0,168	0	37,5	2,385		
118	8,5	18,5	0,750	0,168	0	37,4	2,378		
119	8,5	18,5	0,750	0,168	0	47,1	2,995		
120	8,5	18,5	0,750	0,168	0	68,3	4,343		
121	8,5	18,5	0,750	0,168	3	39,5	2,512		Bild A 22 (Anlage 18)
122	8,5	18,5	0,750	0,168	3	45,7	2,906		
123	8,5	18,5	0,750	0,168	3	46,1	2,932		
124	8,5	18,5	0,750	0,168	3	51,8	3,294		
125	8,5	18,5	0,750	0,168	3	35,5	2,258		
126	8,5	18,5	0,750	0,168	3	65,8	4,184		

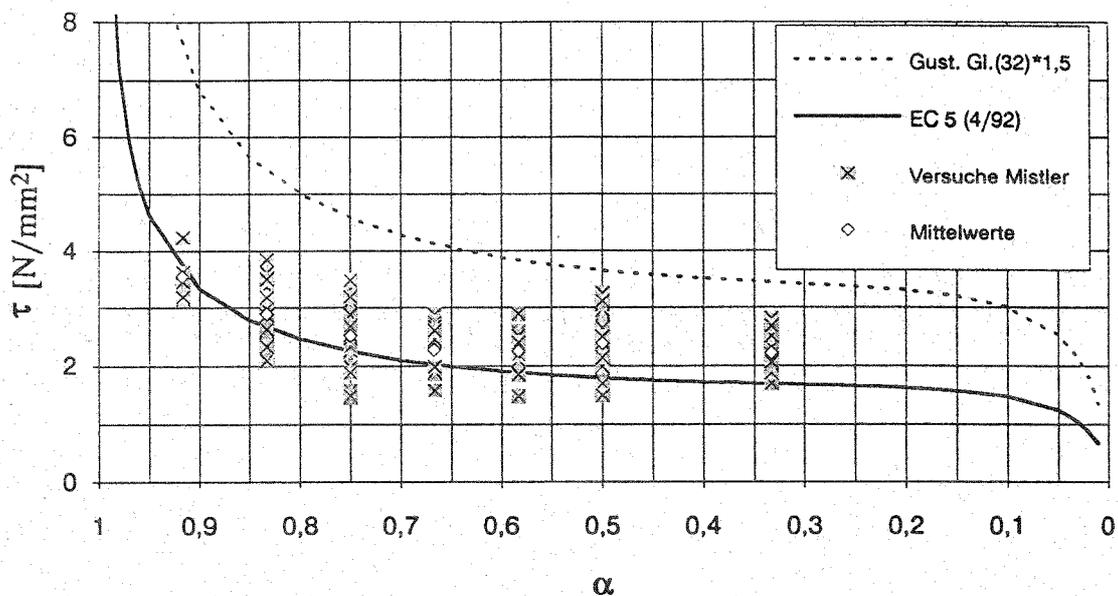


Bild A14: Vergleich der Versuchsergebnisse für Vollholz von MÖHLER und MISTLER 1978 mit den sich nach Gustafsson bzw. dem Entwurf des EC 5 (04/92) ergebenden rechnerischen Schubspannungen ($b=3,2$ cm; $d=12$ cm; $\beta=0,25$)

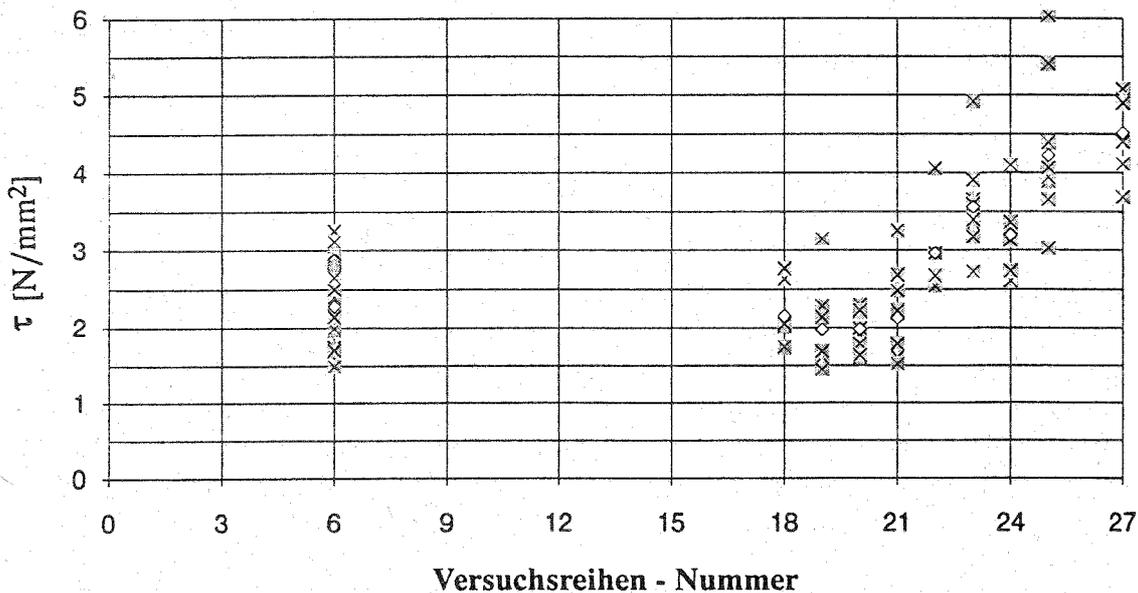


Bild A15: Vergleich einzelner Versuchsreihen für Vollholz von MÖHLER und MISTLER 1978 ($b=3,2$ cm; $d=12$ cm; $\alpha=0,50$; $\beta=0,25$)

- | | | |
|-----------------------|---------------------|------------------------|
| Reihe: 6 = fehlerfrei | 21 = 1cm Schnitt | 24 = Voute mit $i=1,5$ |
| 18 = mit Ast | 22 = 1,3 cm Rundung | 25 = Voute mit $i=3$ |
| 19 = 7% Feuchte | 23 = 3,5 cm Rundung | 25 = Voute mit $i=6$ |
| 20 = 20% Feuchte | | |

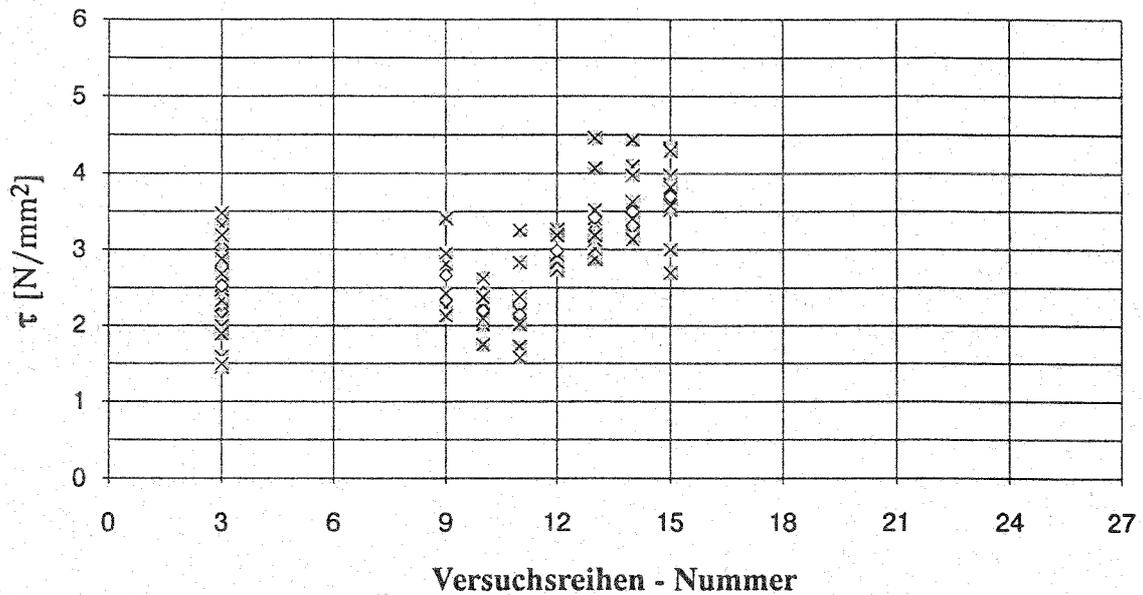


Bild A16: Vergleich einzelner Versuchsreihen für Vollholz von MÖHLER und MISTLER 1978 ($b=3,2$ cm; $d=12$ cm; $\alpha=0,75$; $\beta=0,25$)

- | | |
|-----------------------|--|
| Reihe: 3 = fehlerfrei | 12 = Voute mit $i=3$ |
| 9 = mit Ast | 13 = Voute mit $i=3$ und 10 cm Rundung |
| 10 = 8% Feuchte | 14 = Voute mit $i=5$ |
| 11 = 20% Feuchte | 15 = Voute mit $i=5$ und 10 cm Rundung |

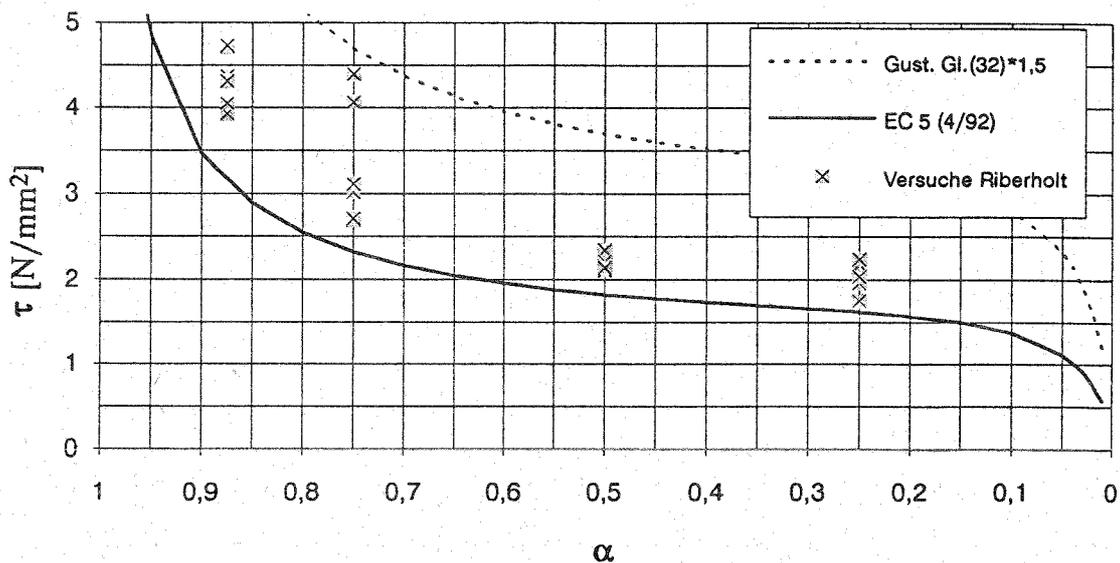


Bild A17: Vergleich der Versuchsergebnisse für Vollholz nach ENQUIST, RIBERHOLT et al. 1991 mit den sich nach Gustafsson bzw. dem Entwurf des EC 5 (04/92) ergebenden rechnerischen Schubspannungen ($b=4,5$ cm; $d=9,5$ cm; $\beta=0,326$)

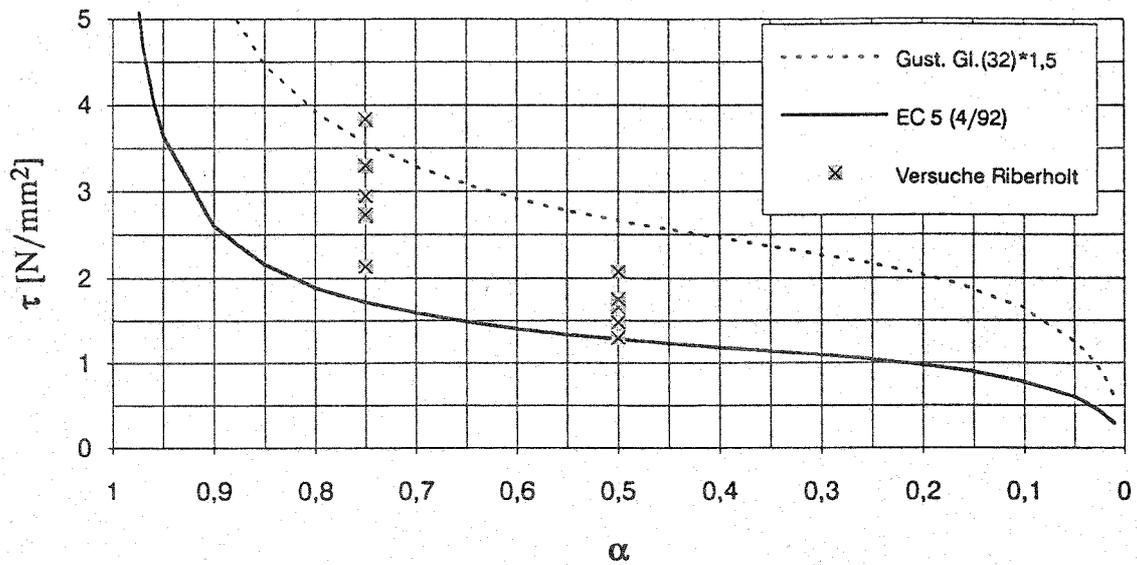


Bild A18: Vergleich der Versuchsergebnisse für Vollholz nach ENQUIST, RIBERHOLT et al. 1991 mit den sich nach Gustafsson bzw. dem Entwurf des EC 5 (04/92) ergebenden rechnerischen Schubspannungen ($b=4,5$ cm; $d=9,5$ cm; $\beta = 0,663$)

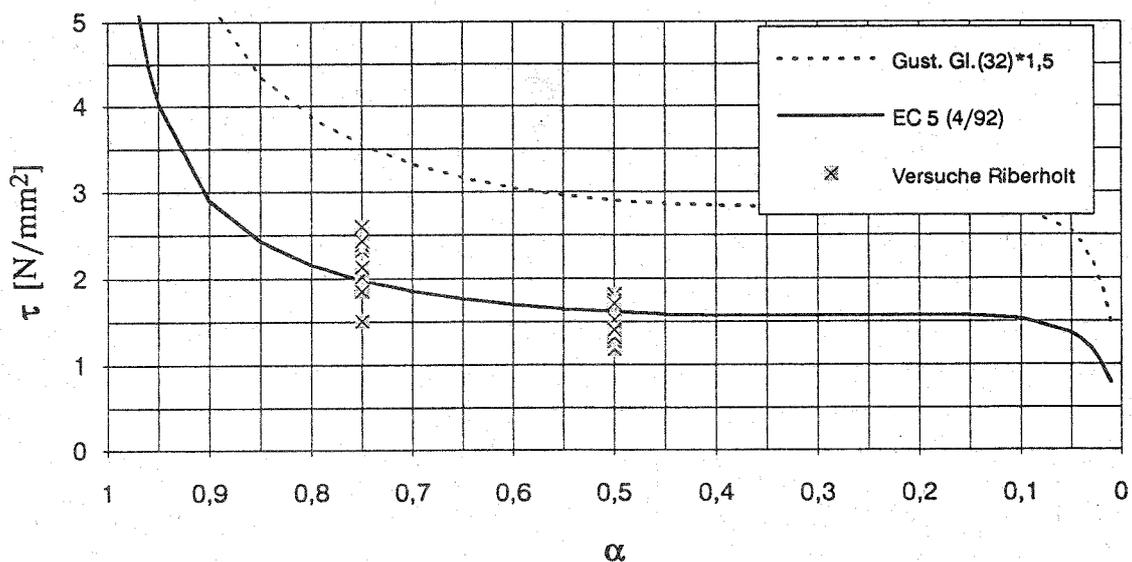


Bild A19: Vergleich der Versuchsergebnisse für Vollholz nach ENQUIST, RIBERHOLT et al. 1991 mit den sich nach Gustafsson bzw. dem Entwurf des EC 5 (04/92) ergebenden rechnerischen Schubspannungen ($b=4,5$ cm; $d=19,5$ cm; $\beta = 0,159$)

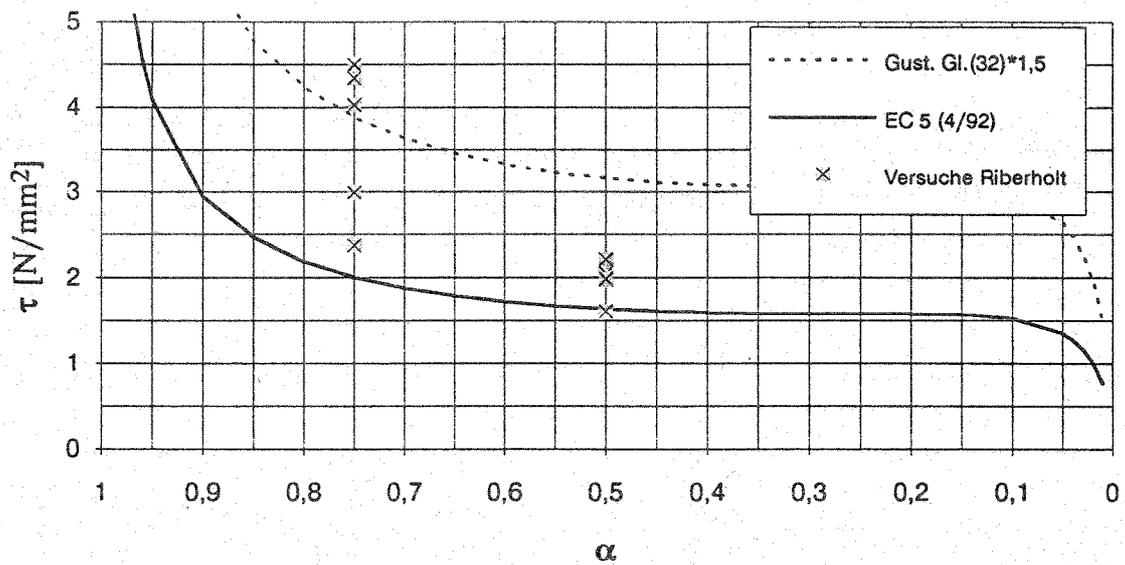


Bild A20: Vergleich der Versuchsergebnisse für Vollholz nach ENQUIST, RIBERHOLT et al. 1991 mit den sich nach Gustafsson bzw. dem Entwurf des EC 5 (04/92) ergebenden rechnerischen Schubspannungen ($b=8,5$ cm; $d=18,5$ cm; $\beta=0,168$)

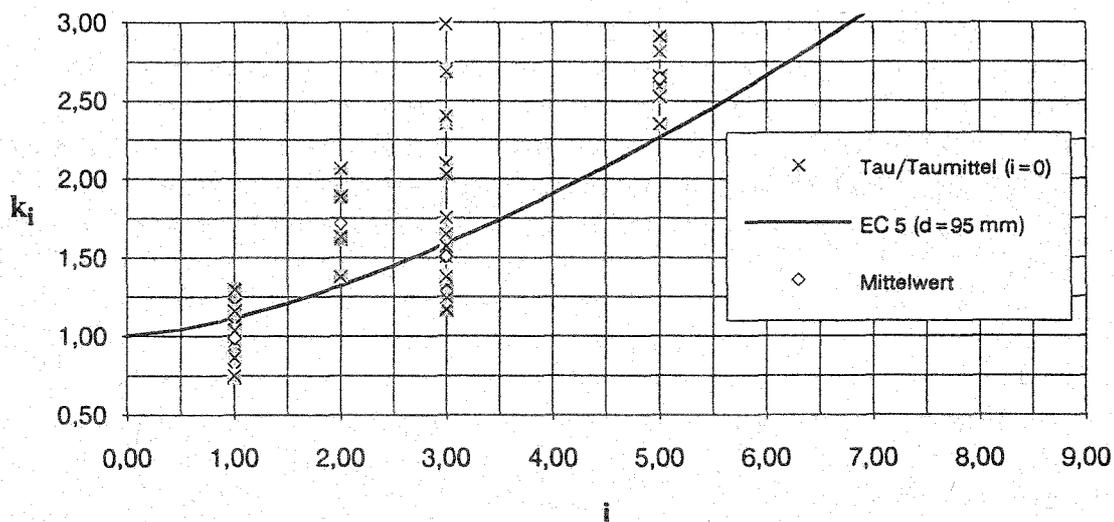


Bild A21: Vergleich der Beiwerte k_i aus Versuchsergebnissen mit Vollholz von ENQUIST, RIBERHOLT et al. 1991 mit den sich nach dem Entwurf des EC 5 (04/92) ergebenden Beiwerten nach Gl. (39) für verschiedene Voutenlängen ($d = 95$ mm)

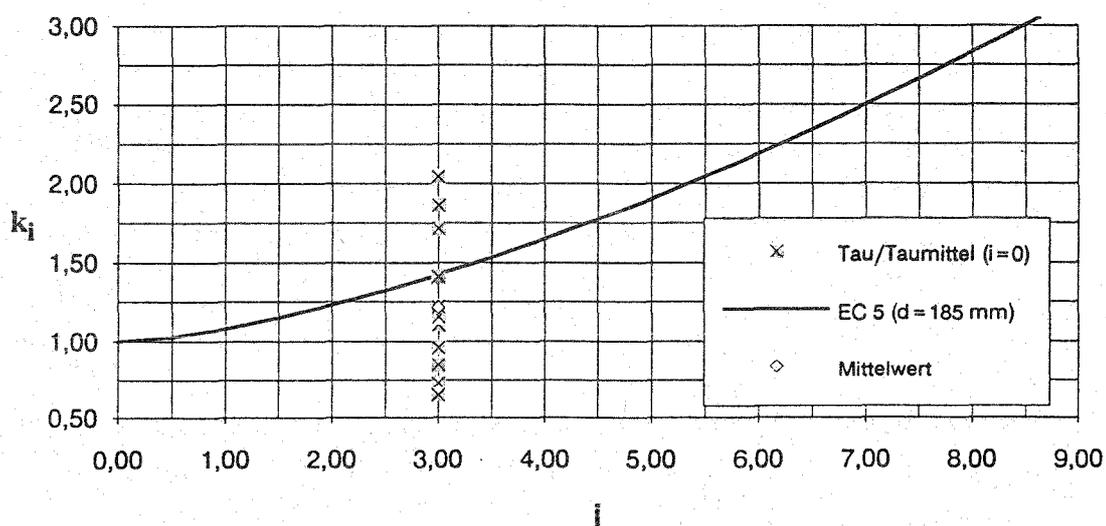


Bild A22: Vergleich der Beiwerte k_i aus Versuchsergebnissen mit Vollholz von ENQUIST, RIBERHOLT et al. 1991 mit den sich nach dem Entwurf des EC 5 (04/92) ergebenden Beiwerten nach Gl. (39) für verschiedene Voutenlängen ($d = 185$ mm)

T 258

Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe,
Univ.-Prof. Dr.-Ing. J. Ehlbeck

**Evaluation d'un nouveau concept de dimensionnement
de poutres encochées sur la base de la mécanique de rupture**

Résumé

Le projet de l'EUROCODE 5 (04/1992) propose un nouveau concept de dimensionnement de poutres encochées en bas sur la base de la mécanique de rupture tout en tenant compte des investigations faites par GUSTAFSSON en 1985 et 1988. Après une courte initiation à la théorie de la mécanique de rupture, la nouvelle proposition de dimensionnement est développée et le dimensionnement de différentes géométries de poutres est illustré dans des diagrammes.

A partir des investigations faites par MISTLER en 1979 et par HENRICI en 1984, la procédure de dimensionnement existante selon DIN 1052 (04/1988) est démontrée et l'on explique la situation particulière de tension qui existe à l'angle rentrant d'une encoche rectangulaire.

Une comparaison des deux procédures de dimensionnement montre que surtout dans le cas de poutres collées laminées de grande hauteur dont la hauteur de l'encoche est petite, le coefficient relatif à l'encoche est beaucoup moins élevé selon le projet de l'EUROCODE 5 que celui obtenu selon DIN 1052. Par contre, on obtient en général dans le cas de poutres en bois massif ou poutres collées laminées d'une hauteur petite ou moyenne des coefficients plus favorables lors du dimensionnement selon l'EUROCODE 5 que selon DIN 1052.

Dans la dernière partie de la recherche, on examine la validité de la proposition de dimensionnement selon le projet de l'EUROCODE 5 à partir des résultats d'essais obtenus pour des poutres encochées en bois d'épicéa commun massif et collé laminé. Il s'est montré que la proposition selon l'EUROCODE 5 permet en général une bonne évaluation du 5 % fractile des résultats d'essais dans le cas du bois collé laminé. Dans le cas du bois massif, cependant, on peut souvent constater une évaluation trop favorable.

Par rapport à la DIN 1052 (04/88), le projet de l'EUROCODE 5 présente l'avantage de pouvoir dimensionner des géométries de l'encoche quelconques. Pour pouvoir prendre en considération les caractéristiques du matériau, il faudrait cependant annuler les simplifications introduites dans l'EUROCODE dû au fait qu'à présent l'influence des valeurs caractéristiques des matériaux n'est à présent pas discernable. Ceci n'aurait pour conséquence qu'un travail supplémentaire peu important lors du calcul et résulterait dans une équation de meilleure compréhension.

Assessment of a new design concept for end-notched beams based on fracture mechanics

Based on research work of GUSTAFSSON (1985 and 1988) the draft EUROCODE 5 (April 1992) recommends a new design method for beams notched on the loaded side using fracture mechanics. Starting with a short introduction into the theory of fracture mechanics, the new design proposal is derived and presented by design diagrams for different beam geometries.

With the aid of investigations made by MISTLER (1979) and HENRICI (1984), the present design method as used in DIN 1052 (April 1988) is described and the special stress concentration at the re-entrant angle of a rectangular beam notch is explained.

Comparing both design procedures it becomes obvious that especially for deep glulam beams with small notch depths the modifying factor according to EUROCODE 5 is essentially smaller than that given in DIN 1052. On the other hand, these factors are more beneficial for small and medium timber or glulam beam depths, when the design is following the DIN 1052 rules instead of EUROCODE 5.

In the last part of this research report the design proposal in the draft EUROCODE 5 is checked against test results achieved with notched timber and glulam beams of European spruce. It is shown, that for glulam beams the EUROCODE 5 proposal admits a good estimate of the 5-percentile of the test results, whereas for solid timber beams this estimate is - in many cases - too profitable.

Different from DIN 1052 (April 1988) the draft EUROCODE 5 enables the engineer to design any end-notch geometry. In order to take into account different material properties, it would be helpful to revoke the simplifications made in the design formula, because the influence of changing material properties is not conceivable. Thus, the formula would be better to understand with only a small amount of additional calculation.