Bauforschung

Schwingungsprobleme nach Eurocode 5 bei Wohnungsdecken

T 2663

Fraunhofer IRB Verlag

T 2663

Fraunhofer IRB Verlag
Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

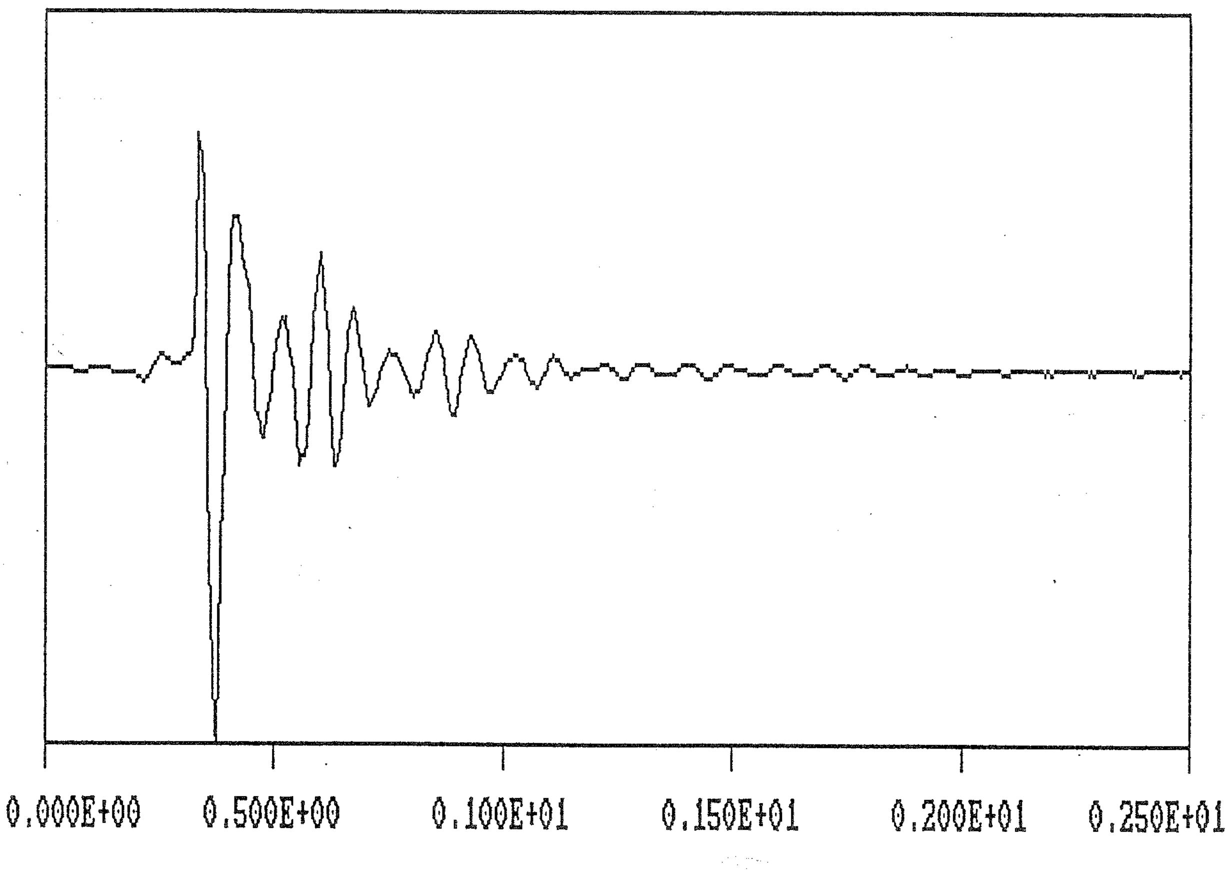
E-Mail irb@irb.fraunhofer.de

www.baufachinformation.de

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
INSTITUT FÜR TRAGWERKSBAU
FACHGEBIET HOLZBAU
Arcisstraße 21, 80333 München, Tel. :089/2105-2096

Prof. Dr.-Ing. H. Kreuzinger
Dipl.-Ing. B. Mohr

Schwingungsprobleme nach Eurocode 5 - bei Wohnungsdecken



- Abschlußbericht -
Dezember 1994

Dieses Forschungsvorhaben wurde durchgeführt für die Entwicklungsgemeinschaft Holz (EGH) in der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung (DGfH) und mit Mitteln des Institutes für Bautechnik (DIBt).

0. Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung/Themenstellung

1.1. Situation

Im Eurocode 5 wird für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit auch die Schwingungsanfälligkeit berücksichtigt. Dabei ist sicherzustellen, daß häufig zu erwartende Einwirkungen keine Schwingungen verursachen, die die Funktion des Bauwerks beeinträchtigen oder dem Benutzer unangenehmes Unbehagen verursachen.
Für Wohnungsdecken, die über ein Feld gehen, werden dafür Angaben gemacht, um die Gebrauchstauglichkeit sicherzustellen. Für andere Tragsysteme fehlen Angaben.
Für Wohnungsdecken mit einer Eigenfrequenz kleiner als 8 Hz ($f_1 \leq 8Hz$) sollte eine besondere Untersuchung durchgeführt werden. Hierzu fehlen ebenfalls nähere Angaben. Viele in Deutschland gebaute Decken haben Eigenfrequenzen unter 8 Hz.

1.2. Ziel des Forschungsvorhaben

Das Forschungsvorhaben dient dazu, für übliche Wohnungsdecken, die vom System des Einfeldträgers abweichen, Berechnungsregeln anzugeben, die die Gebrauchstauglichkeit gegenüber der Schwingungsanfälligkeit sicherstellen.
Weiterhin soll die Problematik angesprochen werden, wie Wohnungsdecken mit einer Eigenfrequenz unter 8 Hz zu untersuchen sind.

1.3. Bezeichnungen

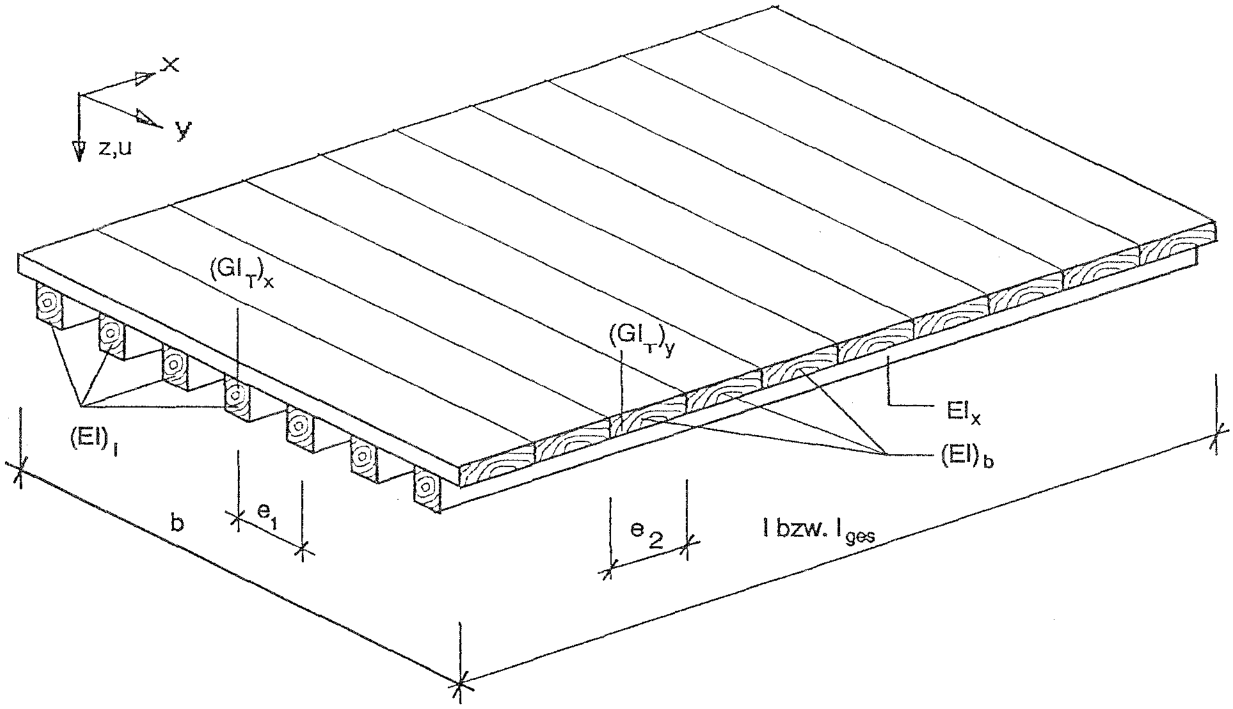


Bild 1: Holzbalkendecke (Bezeichnungen)

b	Breite (Quertragrichtung)
e_1	Abstand der Träger in y-Richtung
e_2	Abstand der Träger in x-Richtung
E	Elastizitätsmodul
EI_x	Balkensteifigkeit
$(EI)_l$	äquivalente Plattensteifigkeit in Längsrichtung (x-Richtung)
$(EI)_b$	äquivalente Plattensteifigkeit in Querrichtung (y-Richtung)
f	Eigenfrequenz
f_i	i-te Eigenfrequenz
f_n	n-te Eigenfrequenz
$f_{n,m}$	Eigenfrequenz mit n-ter Eigenform in einer Richtung und m-te in der anderen Richtung
G	Schubmodul
I	Impuls
I_T	Torsionsträgheitsmoment
K	Plattensteifigkeit
l	Länge (Richtung der Balken)
m	Massenbelegung eines Stabes [kg/m]
$\overline{m}$	Massenbelegung einer Platte [kg/m²]
T	Periodendauer
T_S	Stoßdauer (Dauer der Anregung)
u	Verformung in z-Richtung
v	Geschwindigkeit
λ	Eigenwerte
ζ	modaler Dämpfungsgrad (entspricht dem Lehr'schen Dämpfungsmaß)

2. Kriterien des EC 5

Für Wohnungsdecken (Abschnitt 4.4.3 im EC 5) sind folgende Anforderungen festgelegt:

1) Kriterium

$$f_1 > 8\,Hz$$

Werden geringere Eigenfrequenzen ($f_1 \leq 8\,Hz$) erreicht, sind besondere Untersuchungen durchzuführen.

2) Kriterium

$$\frac{u}{F} \leq [1{,}5]\left[\frac{mm}{kN}\right]$$

F ist dabei eine konzentrierte statische vertikale Last; u die größte vertikale Durchbiegung, die aus dieser Last resultiert.
Anm.: Dies entspricht etwa einer Durchsenkung von 1 mm bei der Belastung durch eine Person.

3) Kriterium

$$v \leq [100]^{(f_1\zeta-1)}\left[\frac{m/s}{Ns}\right]$$

v ist die Geschwindigkeit, die aus einem Einheitsimpuls (1Ns) resultiert und ζ, der modale Dämpfungsgrad, sollte mit 0,01 angesetzt werden, wenn keine geeigneteren Werte vorliegen.

Zu 1)
Das 1. Kriterium verhindert, daß sich Menschen aufgrund der Eigenfrequenzen von Decke "unwohl" fühlen. Ebenso werden Resonanzerscheinungen, die durch das Gehen und Laufen von Personen entstehen, weitgehend verhindert.
Chui und Smith /Ch2/ geben an, daß Forschungsergebnisse über die Reaktion von Menschen auf Schwingungen gezeigt haben, daß Menschen sehr empfindlich sind gegenüber Schwingungen mit Frequenzen im Bereich von 4 bis 8 Hz. (ebenso: /Iso1/ zit. in /Fi2/)
Allen und Rainer /All2/ stellten bei weitgespannten Decken (über 8 m) aus Beton und Stahl ein "befriedigendes" Verhalten auch bei Eigenfrequenzen im Bereich unter 8 Hz fest.
In Deutschland wurden Holzbalkendecken mit Eigenfrequenzen auch im Bereich von 6 bis 8 Hz gebaut, die aus Schallschutzgründen ein hohes Eigengewicht (ca. >100 kg/m²) haben. Es sind den Verfassern hierfür keine Beanstandungen bezüglich des Schwingungsverhaltens bekannt. Deswegen erscheint es ihnen, daß es gerechtfertigt ist, hier die Schranke des 1. Kriteriums auf $f_1 \geq 6\,Hz$ herunterzusetzen.
Es sind durch Gehen und Laufen Anregungsfrequenzen über 6 Hz schwer zu erreichen, so daß Resonanzerscheinungen auch durch diese Begrenzung verhindert werden.

Zu 2)
Das 2. Kriterium verhindert, daß eine einmalige länger andauernde Anregung zu einer großen Schwingungsamplitude führt:
Bei einer Anregungen (Rechteckstoß), deren Stoßdauer T_S größer als die halbe Periodendauer T ist, senkt sich der Balken auf die zweifache statische Durchbiegung. Der Balken schwingt dann nach dem Stoß um die statische Durchbiegung. Die Amplitude dieser Schwingung hat dann ebenfalls den Wert der statischen Durchbiegung. (vgl. /Mül4/)

Aus verschiedenen Diagrammen von Ohlsson /Ohl2/ kann man die Stoßdauer beim Gehen mit ca. 0,6 s und die Stoßdauer beim Rennen mit ca. 0,2 s entnehmen. Die Periodendauer beträgt bei einer Decken mit einer Eigenfrequenz von 8 Hz 0,125s. Somit ist für die oben angegebenen Anregungen dieses Kriterium maßgebend. Das 2. Kriterium stellt Anforderungen an die Steifigkeit: Mit Begrenzung der statischen Durchbiegung wird auch die Amplitude der resultierenden Schwingung begrenzt.
Die Messungen einer alten Holzbalkendecke, bei der die Benutzer über ein "störendes Schwingungsverhalten" klagten, ergaben daß dieses Kriterium nicht eingehalten war. Die anderen beiden Kriterien (f, v) waren eingehalten.

Zu 3)
Das 3. Kriterium verhindert, daß eine sehr kurze Anregung zu einer großen Schwinggeschwindigkeit und damit Schwingungsamplitude führt.
Kurzzeitige Impulse ($T_S << T$) wirken auf den Schwinger anders als langandauernde. Für die Antwort des Schwingers spielt die Masse des Schwingers die entscheidende Rolle. Mittels der Masse des Schwingers (generalisierte Masse des Balkens und der Masse des Anregers) ermittelt man die Geschwindigkeit, die aus dem Impuls resultiert (Impulserhaltungssatz). Ohlsson /Ohl1/ macht einen Vorschlag für zulässige Geschwindigkeiten, die aus dem Einheitsimpuls resultieren (vgl. Bild 2). Dieser wurde im EC 5 aufgenommen.
Das 3. Kriterium verhindert, daß die Geschwindigkeiten, die im EC 5 als Maßstab für Gebrauchstauglichkeit herangezogen werden, für sehr kurze Anregungen (Impulse) zu groß werden und stellt Anforderungen an die Massenbelegung der Decke. Hier gibt es Parallelen zum Schallschutz.

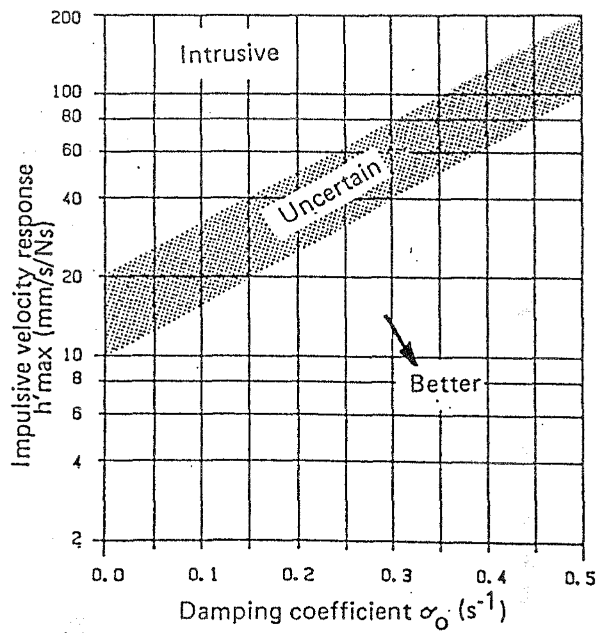


Bild 2: Vorschlag für die Bewertung der Schwingungsantwort einer Deckenkonstruktion infolge eines Impulses (fig. 2.4. aus /Ohl1/)

Anmerkung:
Es treten bei Gebäuden, die nicht für Wohnzwecke genutzt werden, (z.B.: Werkstatt, Hörsaal, Tanzlokal) andere Einwirkungen auf. Hier sind besondere Schwingungsuntersuchungen durchzuführen.

3. Schwingungsverhalten verschiedener Systeme

Vorbemerkung:
Dieses Forschungsvorhaben dient dazu, die Gebrauchstauglichkeit zu untersuchen und nicht die Sicherheit gegen Versagen zu begrenzen. Deswegen werden vermehrt Näherungen und sinnvolle Annahmen verwendet bzw. gemacht, um die Gebrauchstauglichkeit abzuschätzen.

3.1. Frequenzen

3.1.1. Einfeldträger

Die Eigenfrequenzen eines Einfeldträgers lassen sich folgendermaßen ermitteln:

$$f_n = \frac{n^2 \pi}{2l^2}\sqrt{\frac{EI_x}{m}} \qquad n=1,2,3,... \qquad (1a)$$

Die 1. Eigenfrequenz berechnet sich dann zu:

$$f_1 = \frac{\pi}{2l^2}\sqrt{\frac{EI_x}{m}} \qquad (1b)$$

3.1.2. Zweifeldträger mit unterschiedlichen Stützweiten

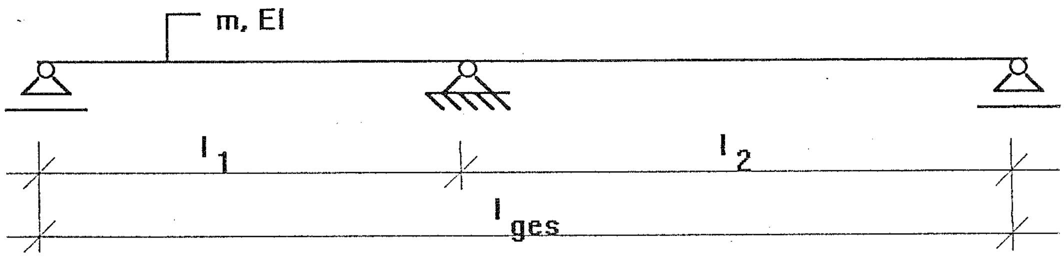


Bild 3: Zweifeldträger mit unterschiedlichen Stützweiten

Nach /Nat1/ bzw. /Gru2/ ergibt sich für einen Zweifeldträger mit gelenkiger Lagerung und konstanter Massenbelegung bzw. Steifigkeit und $l_1 \leq l_2$ folgende Gleichung:

$$\sin\lambda\left(\coth\lambda - \coth\left(\lambda\frac{l_1}{l_{ges}}\right)\right) + \sin\left(\lambda\frac{l_1}{l_{ges}}\right)\sin\left(\lambda\left(\frac{l_1}{l_{ges}}-1\right)\right)\left[1-\coth^2\left(\lambda\frac{l_1}{l_{ges}}\right)\right] = 0 \qquad (2)$$

Die Eigenfrequenzen f_i errechnen sich dann zu:

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi * l_{ges}^2}\sqrt{\frac{EI}{m}} \qquad (3)$$

Die numerische Nullstellensuche ergibt λ-Werte für die verschiedene Verhältnisse von l_1/l_{ges} in Tabelle 1 abgedruckt werden. Sie können auch aus dem folgenden Diagramm (Bild 4) entnommen werden.

Wie aus Bild 4 zu ersehen ist können die Zwischenwerte der Tabelle 1 nicht immer interpoliert werden, weil verschiedene Eigenwerte ein Maximum in Abhängigkeit vom Stützweitenverhältnis aufzeigen.

Anmerkung: Für gleiche Stützweiten gilt folgendes:
Der 1. Eigenwert beim Zweifeldträger entspricht dem 2. Eigenwert eines gelenkig gelagerten Einfeldträgers mit der Stützweite l_{ges} und der 2. Eigenwert dem 1. Eigenwert eines Einfeldträgers mit einer Einspannung auf einer Seite und der Stützweite l.
Die 1. Eigenfrequenz des Durchlaufträgers unterscheidet sich nicht von derjenigen des Einfeldträgers mit der Stützweite $l = l_1 = l_{ges}/2$. Somit kann die 1. Eigenfrequenz hier mit Gleichung (1b), die der Gleichung (4.4.3c) im EC 5 entspricht ermittelt werden.

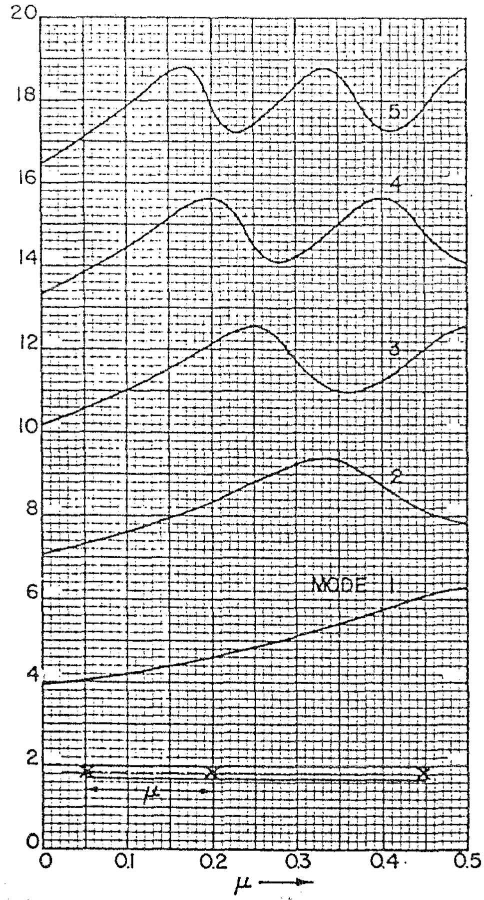


Bild 4: Eigenwerte verschiedener Zweifeldträger mit gelenkiger Lagerung (vgl. Fig. 3.1 aus /Gor1/. Anm.: Der Wert β entspricht dem Wert λ und μ dem Quotient aus l_1/l_{ges}.)

Tabelle 1: λ-Werte für Zweifeldträger mit unterschiedlichen Stützweiten

l_1/l_{ges}	0,5	0,4	0,3	0,2
λ_1	6,2832	5,7826	5,1318	4,6183
λ_2	7,5832	8,7679	9,2769	8,3915
λ_3	12,5664	11,3129	11,7804	12,1617
λ_4	14,3172	15,7080	14,2845	15,7080
λ_5	18,8496	17,3296	18,4048	17,8725

3.1.3. Isotrope Platte über ein Feld

Die Eigenfrequenzen isotroper Platten errechnen sich nach Gleichung (4). Decken werden in der Regel im Holzbau nicht als isotrope Platten ausgebildet.

$$f_{n,m} = \frac{\pi}{2}\left[\frac{n^2}{l^2} + \frac{m^2}{b^2}\right]\sqrt{\frac{K}{m}} \qquad n,m = 1,2,.../\text{vgl. Nat1/} \qquad (4)$$

3.1.4. Orthotrope Platte über ein Feld

Holzbalkendecken, die in Querrichtung z.B. über einen Bohlenbelag verbunden sind können als orthotrope Platte oder als Gitterträger angesehen und so berechnet werden. Die Berechnungsformeln hierzu finden sich bei Ohlsson /Ohl1/ und Szilard /Szi1/.

$$f_{n,m} = \frac{\pi}{2l^2}\sqrt{\frac{K_x}{m}} * \sqrt{n^4 + n^2 m^2 \frac{2B}{K_x}\frac{l^2}{b^2} + m^4 \frac{K_y}{K_x}\frac{l^4}{b^4}} \tag{5}$$

Die niedrigste Eigenfrequenz ergibt sich für n=1 und m=1:

$$f_{11} = \frac{\pi}{2l^2}\sqrt{\frac{K_x}{m}} * \sqrt{1 + \frac{2B}{K_x}\frac{l^2}{b^2} + \frac{K_y}{K_x}\frac{l^4}{b^4}} \quad \text{bzw.} \tag{6a}$$

$$f_{11} = \frac{\lambda_1^2}{2\pi l^2}\sqrt{\frac{K_x}{m}} * \sqrt{1 + \frac{2B}{K_x}\frac{l^2}{b^2} + \frac{K_y}{K_x}\frac{l^4}{b^4}} \quad \text{mit } \lambda_1 = \pi \tag{6b}$$

$$K_x = \frac{(EI)_x}{e_1} = (EI)_l \quad \text{und} \quad K_y = \frac{(EI)_y}{e_2} = (EI)_b \tag{7a,b}$$

sowie für Gitterträger:

$$2B = \frac{(GI_T)_x}{e_1} + \frac{(GI_T)_y}{e_2} \tag{8}$$

Die Drillsteifigkeit wird näherungsweise folgendermaßen angenommen:

$$B = \sqrt{K_x * K_y} \tag{9}$$

Dies ist für zweiachsig bewehrte Betonplatten mit gleicher Dicke geeignet /Szi1/. "Die Annahme für B ist allerdings in den seltensten Fällen gerechtfertigt, so daß sie nur als erste Näherung betrachtet werden kann" /Deu1/.
Es wird hier empfohlen, die Drillsteifigkeit nach Gleichung (8) zu berechnen.

Die Gleichung (6) berücksichtigt im Gegensatz zur Gleichung (4.4.3c) im EC 5, die nur eine Näherung für diese Platten darstellt, auch die Wirkung der Quertragrichtung und der Drillsteifigkeit. Sie führt zu größeren Werten, weil der dritte Faktor der Gleichung (6) größer als 1 wird. Sie wird für Deckensysteme, die ein kleines Verhältnis l/b, eine deutliche Quertragwirkung bzw. eine große Drillsteifigkeit besitzen, empfohlen. Dies ist beispielsweise dann der Fall, wenn eine untere Verschalung statisch mitwirkend angesetzt wird.
Bei der Verbindung mit nachgiebigen Verbindungsmitteln sind die "effektiven" Querschnittswerte, die nach der Theorie des Elastischen Verbundes ermittelt werden, einzusetzen.

3.1.5. Platte über zwei Felder

Die erste Eigenfrequenz von Holzbalkendecken über zwei Felder kann aus der Verknüpfung von Gleichung (6b) mit den λ-Werten für den Zweifeldträger (vgl. Gleichung (3)) näherungsweise ermittelt werden:

$$f_{11} = \frac{\lambda_1^2}{2\pi l_{ges}^2} \sqrt{\frac{K_x}{m}} * \sqrt{1 + \frac{2B}{K_x}\frac{l_1^2}{b^2} + \frac{K_y}{K_x}\frac{l_1^4}{b^4}} \tag{10}$$

Dies beruht auf dem antimetrischen Schwingungsverhalten der Platte über zwei Felder mit gleichen Stützweiten.

Solange der dritte Faktor von Gleichung (10) nur geringfügig größer als 1 ist und die Stützweiten nahezu gleich sind, dient diese Formel als gute Näherung. Dies ist in der Regel für übliche Holzbalkendecken mit einer Haupttragrichtung der Fall.

Es wird empfohlen, sie nur für $0{,}5 \geq \frac{l_1}{l_{ges}} \geq 0{,}4$ und $\frac{K_y}{K_x}\frac{l_1^4}{b^4} \leq 1$ zu verwenden.

Ansonsten sind die Eigenfrequenzen nach Gleichung (3) bzw. (5) zu berechnen. Im letzteren Fall wechselt die Haupttragrichtung der Holzbalkendecke.

3.2. Anregung durch einen Einheitsimpuls

3.2.1. Einfeldträger

Die Anregung eines Schwingers läßt sich über die generalisierte ("mitschwingende") Masse M eines Biegebalkens angeben /Kre3/:

$$M = \int_0^l m * \psi^2 dx \tag{11}$$

Mit dem Ansatz sinusförmiger Eigenformen ergibt sich aus Gleichung (11) die generalisierte Masse zu:

$$M = \frac{ml}{2} \tag{12}$$

und aus dem Impulserhaltungssatz die Geschwindigkeit:

$$v_0 = \dot{u}_0 = \frac{I}{M} = \frac{2I}{ml} \tag{13}$$

3.2.2 Zweifeldträger

l_1/l_{ges}=0,5:
Die 1. Eigenform des Zweifeldträgers entspricht bei gleichen Stützweiten der 1. des Einfeldträgers (vgl. Bild 5). Praktisch bedeutet dies, daß hier wegen $l_{ges}=2*l_1$ die doppelte generalisierte ("mitschwingende") Masse berechnet wird. Damit ergibt sich die Geschwindigkeit, die durch einen Impuls I in einem Feld angeregt wird zu:

$$v_0 = \dot{u}_0 = \frac{I}{M} = \frac{2I}{ml_{ges}} = \frac{I}{ml_1} \quad \text{mit: } l_1 = \frac{l_{ges}}{2} \tag{14}$$

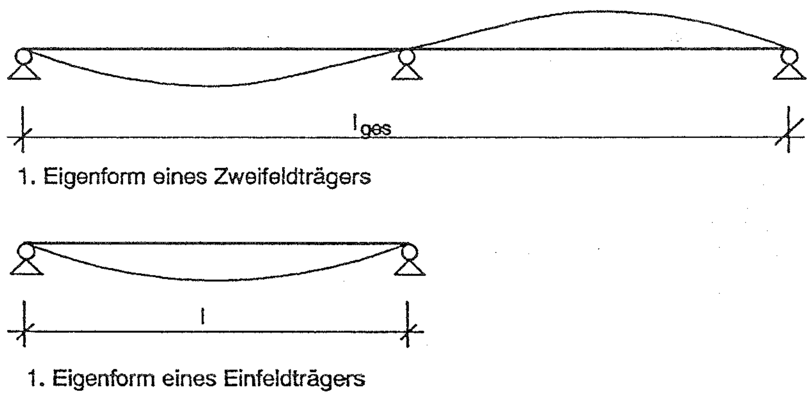


Bild 5: 1. Eigenformen von Zweifeld und Einfeldträger

l_1/l_{ges}≠0,5:
Bei Stützweiten, die annähernd gleich sind (l_l/l_{ges}≥ ca. 0,4) kann die Gleichung (14) als gute Näherung verwendet werden.

3.2.3. Isotrope Platte

Die generalisierte Masse einer Platte läßt analog Gleichung (11) und (12) folgendermaßen ermitteln:

$$M_i = \frac{\overline{m}*b*l}{4} \tag{15}$$

3.2.4. Orthotrope Platte

Ohlsson /Ohl1/ leitet für Holzbalkendecken unter Berücksichtigung der Quertragwirkung die Geschwindigkeit, die durch einen Einheitsimpuls angeregt wird, näherungsweise ab. Er kommt zu folgendem Ergebnis, das im EC 5 unter Gleichung (4.4.3d) steht:

$$v = \frac{4(0,4+0,6n_{40})}{\overline{m}bl+200}\left[\frac{m/s}{Ns}\right] \tag{16}$$

Dabei ist n_{40} die Anzahl der Eigenschwingungen in Querrichtung, die kleiner als 40 Hz sind. In Längsrichtung ist die 1. Eigenform maßgebend. Die Geschwindigkeit, die durch einen Impuls angeregt wird, steigt mit wachsendem n_{40}. Diese Zahl nimmt mit sinkender Quertragwirkung zu. (vgl. Gleichung (17))
Anmerkung: Die in EC 5 angegebene Gleichung (4.4.3e) läßt sich umformen zu:

$$n_{40} = \left\{\left(\left(\frac{40}{f_1}\right)^2 - 1\right)\left(\frac{b}{l}\right)^4 \frac{(EI)_l}{(EI)_b}\right\}^{0,25} = \left(\frac{40^2 - f_{l,1}{}^2}{f_{b,1}{}^2}\right)^{0,25} \tag{17}$$

mit: $f_{b,1} = \frac{\pi}{2b^2}\sqrt{\frac{(EI)_b}{\overline{m}}}$ und: $f_{l,1} = f_1$

Die oben angegebene Formel ist eine Näherung. Bei einer verschwindenden Quertragwirkung ($(EI)_b \rightarrow 0$) wird n_{40} und v nach diesen Formeln sehr groß. Hier kann es sinnvoller sein, die Holzbalkendecke als einzelne Balken anzusetzen und v nach Gleichung (13) zu ermitteln. Die Zahl n_{40} entspricht etwa der Zahl der Längsträger. Die Zahl der Längsträger bestimmt die Zahl der möglichen Eigenformen in Querrichtung.

3.2.5. Platte über zwei Felder

l_1/l_{ges}=0,5:
Ohlsson /Ohl1/ gibt hier folgende Abschätzung, die die doppelte generalisierte Masse berücksichtigt, für die Berechnung der resultierenden Geschwindigkeit aus einem Einheitsimpuls an:

$$v = \frac{4(0,4+0,6n_{40})}{\overline{m}bl_{ges}+200} = \frac{2(0,4+0,6n_{40})}{\overline{m}bl_1+100}\left[\frac{m/s}{Ns}\right] \tag{18}$$

$l_1/l_{ges} \neq 0,5$:
Bei Stützweiten, die annähernd gleich sind ($l_1/l_{ges} \geq$ ca. 0,4) kann die Gleichung (14) als gute Näherung verwendet werden.

4. Vereinfachte Bemessungskriterien

1) Kriterium
Die 1. Eigenfrequenz für einen Einfeldträger mit konstanter Biegesteifigkeit und konstanter Massenbelegung kann vereinfachend folgendermaßen ermittelt werden /Kre3/ :

$$f = \frac{5}{\sqrt{0,8 * u_g}} \tag{19}$$

mit: u_g := Durchbiegung infolge ständiger Einwirkungen in [cm],
f := 1. Eigenfrequenz in [Hz]

Das 1. Kriterium wird im weiteren als Frequenzanforderung bezeichnet.

2) Kriterium

Durch das Einsetzen der Formel für die Durchbiegung unter Einzellast ($u = \frac{1}{48} * \frac{Fl^3}{EI_x}$) in das 2. Kriterium für einen Träger entsteht folgender Ausdruck:

$$\frac{EI_x}{l^3} \geq \frac{1}{72} \quad [MN/m]. \tag{20}$$

Dies ist erfüllt, wenn bei Einhaltung des Durchbiegungsnachweises (l/300) die Gesamtlast größer als 3,5 kN/m ist:

$$G_k + \sum Q_k \geq 3{,}5\, kN/m \tag{21}$$

Für einen Zweifeldträger mit gleichen Stützweiten gilt dann analog:

$$\frac{EI_x}{l^3} \geq \frac{1}{100} \quad \left[\frac{MN}{m}\right] \tag{22}$$

bzw.

$$G_k + \sum Q_k \geq 6{,}2\, kN/m \qquad \text{bei } \frac{u}{l} \leq \frac{1}{300} \tag{23}$$

Dieses Kriterium wird im weiteren als Steifigkeitsanforderung bezeichnet, weil zum Erfüllen eine bestimmte Steifigkeit erforderlich ist.

3) Kriterium

Einfeldträger:
Die maximal zulässige Geschwindigkeit v beträgt bei einer Frequenz von 8 Hz und einem modalen Dämpfungsgrad ζ=0,01 0,0145 m/s (vgl. 3. Kriterium).
Damit läßt sich nach Gleichung (13) die erforderliche Masse eines Träges, die zum Erfüllen des 3. Kriteriums benötigt wird, auf der sicheren Seite liegend ermitteln. Denn bei größeren Frequenzen und größeren Dämpfungen können größere Geschwindigkeiten zugelassen werden und die erforderlichen Massen werden kleiner.

$$v_0 = \frac{I}{M} = \frac{2I}{ml} = \frac{2\,Ns}{ml} \qquad \text{für einen Einheitsimpuls } I = 1\,Ns$$

$$v = \frac{2\,Ns}{ml} \leq 0{,}0145 m/s$$

$$\Rightarrow \quad ml \geq \frac{2\,Ns}{0{,}0145 m/s} \cong 140 kg \quad \text{bzw.} \quad g * l \geq 1{,}4\, kN \tag{24a,b}$$

Zweifeldträger mit gleichen Stützweiten:
Wegen der Durchlaufträgerwirkung mit den doppelten Massen (s. oben) reduzieren sich die erforderlichen Massen zu:

$$m * l_1 \geq 70\, kg \quad \text{bzw.} \quad g * l_1 \geq 0{,}7\, kN \tag{25a,b}$$

Dieses Kriterium wird im weiteren als Massenanforderung bezeichnet, weil zum Erfüllen bestimmte Massen erforderlich sind.

5. Sonstiges

Durchlaufträger bewirken, daß die Bewegungen, die in einem Raum verursacht werden auf andere Räume, die über den Durchlaufträger verbunden sind, übertragen werden (vgl. Bild 6). Dies verhält sich ähnlich wie bei der Schallübertragung. Es wird deswegen empfohlen, Durchlaufträger nicht zwischen Wohnungen, die verschiedenen Benutzern gehören, anzuordnen. Auch bei einer Wohnung sind solche Konstruktionen wegen dieser Übertragungsmöglichkeit als eher bedenklich einzustufen.

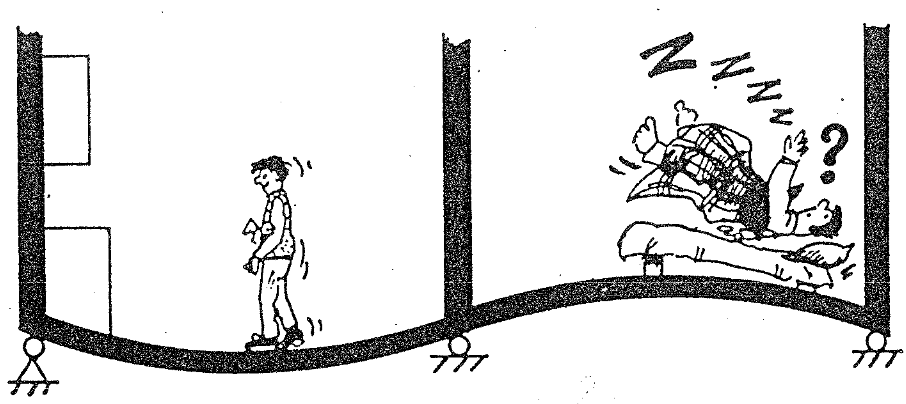
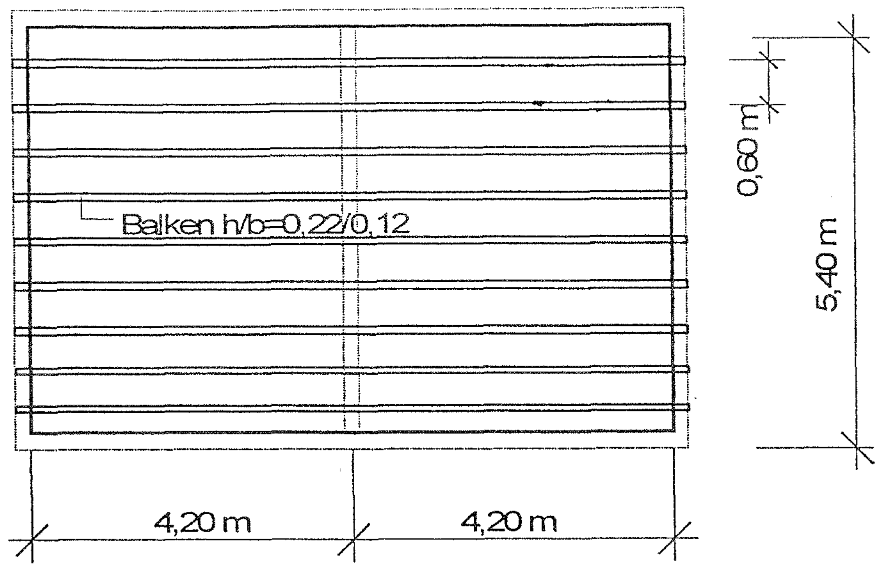


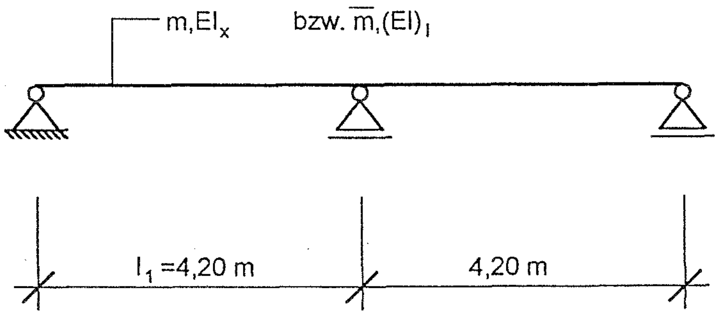
Bild 6: Durchlaufträger zwischen Räumen mit verschiedenen Nutzungen führt zu einer Verminderung der Gebrauchstauglichkeit, die durch Schwingungen hervorgerufen wird. (fig. 3.7. aus /Ohl1/)

6. Beispiel

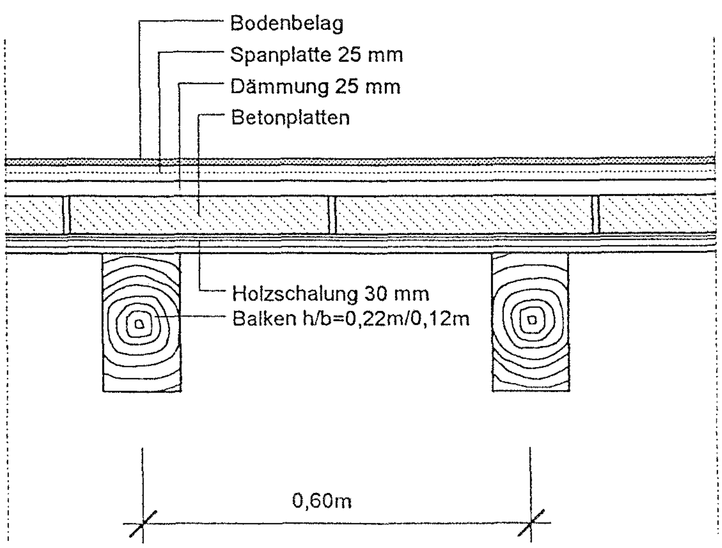
Grundriß:



Statisches System:



Querschnitt: (vgl. /EGH1/)



Lastannahmen
Die Lastannahmen werden nach der Normenreihe DIN 1055 Teil 1 und 3 ermittelt.

1) Ständige Einwirkungen:

Bodenbelag			=0,03 kN/m²
Spanplatte	25 mm	6*0,025	=0,15 kN/m²
Dämmung	25 mm	2,5*0,04	=0,10 kN/m²
Betonplatten	60 mm	25*0,06	=1,50 kN/m²
Schalung	30 mm	5*0,03	=0,20 kN/m²
Holzbalken	b/h=0,22/0,12, e=0,60 m		=0,20 kN/m²
Summe			=2,18 kN/m²

Ständige Last auf einen Balken 1,308 kN/m

Die veränderlichen Einwirkungen müssen nicht berücksichtigt werden, weil die Berechnung unter Annahme einer unbelasteten Decke durchgeführt werden sollte (vgl. EC 5 4.4.3 (3)).

Ebenso sollten die Einwirkungskombinationen für Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit ohne die Sicherheitsbeiwerte der Einwirkungen ermittelt werden. (vgl. EC5 4.1 P(2))

Querschnittswerte/Materialien

-für einen Holzbalken

$$I_x = \frac{0{,}12 * 0{,}22^3}{12} = 1{,}065 * 10^{-4}\, m^4$$

-äquivalente Plattensteifigkeit in Längsrichtung:

$$I_l = \frac{I_x}{e_1} = \frac{1{,}065 * 10^{-4}}{0{,}60} = 1{,}775 * 10^{-4}\, m^4 / m$$

-äquivalente Plattensteifigkeit in Querrichtung:
Für die Quertragwirkung wird nur die Holzschalung unter den Betonplatten angesetzt.

$$I_b = \frac{0{,}03^3}{12} = 2{,}25 * 10^{-6}\, m^4 / m$$

-Massenbelegung der unbelasteten Decke:

$\overline{m} = 218\, kg / m^2$ bzw. $m = 130{,}8\, kg / m$ je Träger

-Elastizitätsmodul
Es wird Bauholz der Festigkeitsklasse C24 verwendet.

$$E = E_{0,mean} = 11000\, MN / m^2$$

$\Rightarrow (EI)_l = 11000 * 1{,}775 * 10^{-4} = 1{,}95\, MNm^2 / m$ und

$(EI)_b = 11000 * 2{,}25 * 10^{-6} = 0{,}02475\, MNm^2 / m$ bzw.

$(EI)_x = 11000 * 1{,}065 * 10^{-4} = 1{,}17\, MNm^2$

1) Kriterium (Frequenzanforderung)

Die Einheiten lauten hier: [m, N, kg, s, Hz]

$$f_1 = \frac{\lambda_1^2}{2\pi * l_{ges}^2}\sqrt{\frac{EI}{m}} = \frac{6,2832^2}{2\pi * 8,4^2}\sqrt{\frac{1,17*10^6}{130,8}} = 8,42\ Hz \qquad (3)$$

Anmerkung: Bei gleichen Stützweiten kann die 1. Eigenfrequenz wie beim Einfeldträger mit l_1=l ermittelt werden.

$$f_1 = \frac{\pi}{2l_1^2}\sqrt{\frac{EI_x}{m}} = \frac{\pi}{2*4,2^2}\sqrt{\frac{1,17*10^6}{130,8}} = 8,42\ Hz \quad > \quad 8\ Hz \qquad (1)$$

bzw. $$f_1 = \frac{\pi}{2l_1^2}\sqrt{\frac{(EI)_l}{\overline{m}}} = \frac{\pi}{2*4,2^2}\sqrt{\frac{1,95*10^6}{218}} = 8,42\ Hz$$

Anmerkung: Die Berücksichtigung der Quertragwirkung und der Drillsteifigkeit nach Gleichung (10) führt zu einer Frequenz von 8,49 Hz und ist damit nur um 1% größer.

2) Kriterium (Steifigkeitsanforderung)

$$u(1kN) = 0,015*\frac{Fl_1^3}{(EI)_x} = 0,015*\frac{1*10^{-3}*4,2^3}{1,17} = 0,00095m \approx 1mm \quad < \quad 1,5mm$$

vereinfachter Nachweis:

$$\frac{EI_x}{l_1^3} = \frac{1,17}{4,2^3} = \frac{1}{63}\frac{MN}{m} > \frac{1}{100}\frac{MN}{m} \qquad (22)$$

3) Kriterium (Massenanforderung)

$$n_{40} = \left\{\left(\left(\frac{40}{f_1}\right)^2 - 1\right)\left(\frac{b}{l}\right)^4 \frac{(EI)_l}{(EI)_b}\right\}^{0,25} = \left\{\left(\left(\frac{40}{8,42}\right)^2 - 1\right)\left(\frac{5,4}{4,2}\right)^4 \frac{1,95}{0,02475}\right\}^{0,25} = 8,25$$

$$v = \frac{2(0,4+0,6n_{40})}{\overline{m}bl_1 + 100} = \frac{2(0,4+0,6*8,25)}{218*5,4*4,2+100} = 0,0021m/s \qquad (18)$$

$$\max v = 100^{(f_1\zeta-1)} = 100^{(8,42*0,01-1)} = 0,0147m/s \quad > \quad v$$

vereinfachter Nachweis:

$$m*l_1 = 130,8*4,2 = 549\ kg \quad > \quad 70\ kg \qquad (25a)$$

4) Ergebnis

Damit sind alle drei Kriterien für die Schwingungen bei Wohnungsdecken erfüllt.

7. Literatur

/All2/
Allen, D. E.; Rainer, J. H. : Vibration Criteria for long-span floors. In: Canadian Journal of Civil Engineering 3 (1976), S. 165-173.

/Ch2/
Chui, Y. H.; Smith, I. : A servicebility criterion to avoid human discomfort for light-weight wooden floors. In: Proceedings. Symposium/Workshop on Servicebility of Buildings (Movements, Deformations, Vibrations), National Research Council Canada, Ottawa 1989, S. 512-525.

/Deu1/
Deutscher Stahlbau-Verband (Hrsg.) : Stahlbau Handbuch - Für Studium und Praxis. Band 1, 2. Auflage, Stahlbau-Verlags GmbH. Köln 1982.

/Ei1/
Eibl, J.; Henseleit, O.; Schlüter, F.-J. : Baudynamik. In: Betonkalender 1988, Teil 2; Verlag Ernst und Sohn, Berlin 1988.

/EGH1/
Entwicklungsgemeinschaft Holzbau in der DGfH (Hrsg.) : holzbau handbuch: Reihe 3 Bauphysik, Teil 3 Schallschutz, Folge 3 Holzbalkendecken. April 1993.

/EC5/
Europäisches Komitee für Normung (CEN) (Hrsg.): ENV 1995-1; Eurocode 5: Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holztragwerken. Teil 1: Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den Hochbau. Deutsche Fassung. Oktober 1993.

/prEN 338/
Europäisches Komitee für Normung (CEN) (Hrsg.): prEN 338: Structural timber - Strength classes. Englische Fassung. September 1991.

/Fi2/
Filiatrault, A.; Foschi, R.O.: Finite-Strip Free-Vibration Analysis of Wood Floors. In: Journal of Structural Engineering 116 (1990) Nr. 8, S. 2127-2142.

/Gor1/
Gorman, D. J. : Free Vibrations Analysis of Beams and Shafts. John Wiley & Sons. New York 1975.

/Gru2/
Grundmann, H.; Knittel, G. (Hrsg.) : Einführung in die Baudynamik. Mitteilungen aus dem Institut für Bauingenieurwesen, Technische Universität München, Heft 9. München 1983.

/Iso1/
ISO: Guide for the evaluation of human exposure to whole-body vibration. International Organization for Standardisation, Genf, Schweiz, Standard 2631. (zit. in /Fi2/)

/Kre3/
Kreuzinger, H. : Baudynamik - Eigenfrequenzen, Schwingungsanfälligkeit, windinduzierte Schwingungen. In: Seminardokumentation: "Überschlagsformeln und -methoden für den Entwurf und die Kontrolle von Tragwerken ihrer elektronischen Berechnung" der Ingenieurakademie Bayern. 1994.

/Mül4/
Müller, F. P. : Baudynamik. In: Betonkalender 1978 Teil II, S. 745-963. Verlag Ernst und Sohn, Berlin 1978.

/Nat1/
Natke, H. G. : Baudynamik. Teubner Verlag Stuttgart 1989.

/Ohl1/
Ohlsson, S. : Springiness and human-induced floor vibrations floor vibrations - A Desgin Guide. Swedish Council for Building Research. Stockholm, Sweden 1988.

/Ohl2/
Ohlsson, S. : Floor vibrations and human discomfort. Ph.D. Thesis, Dept. of Structural Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg. Sweden. 1982

/Szi1/
Szilard, R. : Theory and Analysis of Plates - Classical and Numerical Methods. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs 1974.