

Erarbeitung vollständiger Bemessungsgrundlagen im Rahmen bautechnischer Zulassungen für Sandwichbauteile

Teil 1: Berechnungsgrundlagen in Form von Rechenhilfen für alle relevanten Lastfälle und statischen Systeme

T 2712/1

T 2712/1

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

Im Originalmanuskript enthaltene Farbvorlagen, wie z.B. Farbfotos, können nur in Grautönen wiedergegeben werden. Liegen dem Fraunhofer IRB Verlag die Originalabbildungen vor, können gegen Berechnung Farbkopien angefertigt werden. Richten Sie Ihre Anfrage bitte an die untenstehende Adresse.

© by Fraunhofer IRB Verlag 2000

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

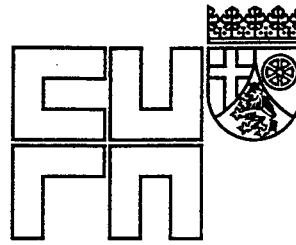
Postfach 80 04 69
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

e-mail irb@irb.fhg.de

URL <http://www.irb.fhg.de>



Forschungsbericht

"Erarbeitung vollständiger Bemessungsgrundlagen im
Rahmen bautechnischer Zulassungen für Sandwichbauteile"

Teil 1: Bemessungsgrundlagen in Form von Rechenhilfen
für alle relevanten Lastfälle und statischen Systeme

Auftraggeber: Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin
Projekt-Nr.: IV 1-5-618/90

Prof. Dr.-Ing. K. Berner

Mai 1994

INHALTSVERZEICHNIS

1. Einleitung

- I. Darstellung von Berechnungsverfahren und Erarbeitung von Rechenhilfen für eine praxisgerechte Bemessung von Sandwichbauteilen
 1. Zusammenstellung und Vergleich der in der Literatur dargestellten Berechnungsverfahren

 2. Allgemeine Darstellung der praxisgerechten Nachweise für Standsicherheit und Gebrauchseignung
 - 2.1 Einwirkungen
 - 2.2 Widerstandsgrößen

 3. Erarbeitung der theoretischen Grundlagen für ein allgemein gültiges Näherungsverfahren (Differenzenverfahren)

 4. Grundlagen für die Erstellung von Diagrammen als Rechenhilfe für die Bemessung
 - 4.1 Beanspruchung infolge äußerer Belastungen
 - 4.2 Temperaturbeanspruchungen
 - 4.3 Spannungsumlagerung infolge Langzeitbeanspruchung

 5. Aufbereitung der Berechnungsverfahren für alle maßgebenden Lastfälle und statischen Systeme

 6. Bestätigung der Rechenverfahren durch Vergleichsrechnungen
 - 6.1 Bauteile mit ebenen oder quasi-ebenen (gesickte oder linierte) Deckschichten
 - 6.1.1 Einfeldplatte
 - 6.2 Bauteile mit profilierten Deckschichten

 7. Zusammenfassung

1. Einleitung

Für Sandwichbauteile mit metallischen Deckschichten und Hart-
 schaum- oder Mineralwoll-Kern bestehen eine Reihe von bauauf-
 sichtlichen Zulassungen für tragende Wandverkleidungen und
 Dacheindeckungen. Für die Dimensionierung dieser Bauteile auf-
 grund der in den Zulassungen angegebenen Grenztragfähigkeits-
 Werte, wie z.B. Knitterspannungen der quasi-ebenen Deckbleche
 oder Schubfestigkeit der Kernschicht, sind die Schnittgrößen
 und damit die Spannungen in den Bauteilen zu bestimmen. Dabei
 ist zu beachten, daß bei Sandwichbauteilen mit dehn- und biege-
 steifen Deckblechen und schubweichem Kern die "Theorie des
 nachgiebigen Verbundes" maßgebend ist, da infolge der Schubver-
 formungen in der Kernschicht nicht mehr vom "Ebenbleiben" der
 Querschnitte ausgegangen werden kann (Bild 1).

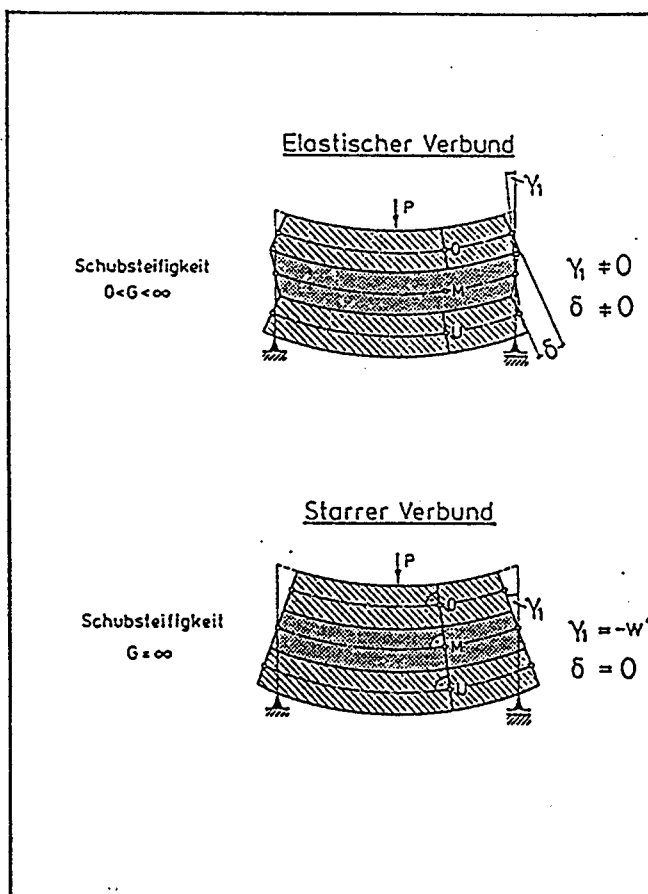


Bild 1: Theorie des elastischen Verbundes

Mit Berechnungsverfahren, die auf dieser Theorie basieren, sind die Bauteile für den praxisgerechten Einsatz für folgende Lastfälle und deren Kombinationen zu bemessen:

Äußere Lasten infolge Beanspruchungen infolge Beanspruchungen infolge	Eigengewicht, Schnee und Wind unterschiedlicher Temperaturen an den Deckschichten Kriechen der Kernschicht bei Langzeitbelastung
---	--

In den Zulassungen werden hinsichtlich der rechnerischen Ermittlungen der Spannungen unter den genannten Einwirkungen nur die anzusetzenden Lastannahmen und Einwirkungsgrößen, wie z.B. die Deckblechtemperaturen im Sommer- und Winterlastfall, genannt. Berechnungsverfahren werden direkt nicht angegeben. Dies gilt insbesondere auch für Sandwichbauteile mit biegesteifen (profilierten) Deckschichten, bei denen neben der statischen Unbestimmtheit vom System (Durchlaufträger) zusätzlich eine innere Unbestimmtheit (Aufteilung der Biegemoment-Anteile) hinzukommt.

Ziel der Forschungsarbeit ist in einem ersten Teil die Erarbeitung von Berechnungsverfahren für alle in der Praxis auftretenden Lastfälle, statischen Systeme und Querschnitte. Hierfür sollen möglichst weitgehend Rechenhilfen in anwendungsfreundlicher Form zusammengestellt werden, um diese für die praxisgerechte Anwendung, z.B. als Anlage bei den Zulassungen oder Mitteilung vom DIBt, zur Verfügung zu stellen.

In einem zweiten Teil der Forschungsarbeit soll auf die wesentlichen Widerstandswerte, die Knitterspannungen (Versagensspannungen) der elastisch gebetteten Metall-Deckschichten, eingegangen werden, die jeweils in den Zulassungen für die einzelnen Bauteiltypen angegeben werden.

Diese Knitterspannungen wurden bisher an Einfeldplatten in Feldmitte bestimmt. Über den Innenstützen von Durchlaufplatten ist jedoch eine Interaktion zwischen dem aufnehmbaren Biegemoment und den Auflagerkräften zu beachten, die insbesondere durch den Abfall der Knitterspannung durch die Eindrückungen (Imperfektion) über dem Auflager bestimmt wird. Hier sollen theoretische und experimentelle Untersuchungen zu Interaktionsbeziehungen führen, die Grundlage für eine Bemessung bei Biegebeanspruchung im Auflagerbereich bei Auflasten (z.B. infolge Eigengewicht und Schnee) und bei abhebenden Lasten (infolge Windsog) bilden.

I. Darstellung von Berechnungsverfahren und Erarbeitung von Rechenhilfen für eine praxisgerechte Bemessung von Sandwichbauteilen

1. Zusammenstellung und Vergleich der in der Literatur dargestellten Berechnungsverfahren

Zur Berechnung der Spannungen in den Deckblechen von Sandwichbauteilen gibt es in der Literatur eine Reihe von Vorschlägen, die auf der Basis der "Theorie des nachgiebigen Verbundes" entwickelt sind. Mit diesem Verfahren können die Schnittgrößen entweder direkt (formelmäßig) oder mit bestimmten Berechnungsverfahren (z.B. Differenzenverfahren, erweitertes Kraftgrößenverfahren, Finite-Elemente-Verfahren) bestimmt werden.

Einen Überblick der Arbeiten, die zu diesem Thema in der jüngeren Vergangenheit veröffentlicht wurden, ist in nachfolgender Tabelle 1 dargestellt.

Bei den rechnerischen Nachweisen (z.B. Berechnung der Spannungen in den Deckschichten) ist deutlich hinsichtlich Querschnittsgeometrie und statischem System zu unterscheiden. Bei Bauteilen mit **Deckschichten ohne** nennenswert eigene **Biegesteifigkeiten** (z.B. dünne ebene oder gesickte Stahlbleche) können ein- und mehrfeldrige Sandwichbauteile relativ einfach mit den üblichen statischen Verfahren (z.B. Kraftgrößenverfahren) berechnet werden, wobei allerdings die Anteile aus der Schubverformung berücksichtigt werden müssen /2/, /6/, /7/, /8/, /9/.

Bauteile mit **biegesteifen Deckschichten** (z.B. profilierte Stahlbleche) sind innerlich statisch unbestimmt, da zunächst unbekannt ist, wieviel die Deckschichten im Vergleich zum "Sandwich"-Querschnitt bei der Abtragung der Lasten übernehmen.

Tabelle 1: Zusammenstellung der in der Literatur dargestellten Berechnungsverfahren

Lfd. Nr.	Nr. im Literatur-Verzeichnis	Verfasser	Querschnitts-Typ Profilierung der Deckbleche	Statische Systeme	Berechnungsverfahren	Darstellung der Ergebnisse
1	1	Möhler, K.	Zusammengesetzte Querschnitte im Holzbau	1-Feld-Biegeträger Druckstäbe	Lösen der Dgl.	formelmäßig (s.DIN 1052)
2	4, 2	Stamm, K. (Witte, H.)	eben	1-Feld, 2-Feld	Energimeth.	formelmäßig
3			profiliert	1-Feld		
4	5	Schwarze, K.	eben profiliert	1-Feld Mehrfeld	erweitertes Kraftgrößen-Verfahren	Rechenverfahren
5	6	Langlie	eben	1-Feld Mehrfeld	Kraftgrößen-Verfahren	formelmäßig
6	3, 7	Jungbluth/Berner	eben profiliert	1-Feld Mehrfeld	Differenzen-Verfahren	Rechenverfahren
7	8	Wölfel	eben profiliert	1-Feld 1-Feld	Kraftgrößen-Verfahren	formelmäßig
8	9	ECCS-Empfehlung Part I, Design	eben profiliert	1-Feld, 2-Feld 1-Feld	Kraftgrößen-Verfahren	formelmäßig

Bei der Lösung der Differentialgleichung des elastischen Verbundes für Bauteile mit **biegesteifen Deckschichten** können relativ einfache Näherungsformeln für **einfeldrig gespannte** Bauteile abgeleitet werden /2/, /7/, /8/.

Bei den in der Praxis häufig verwendeten durchlaufenden, **mehrfeldrig gespannten** Sandwichbauteilen mit **biegesteifen Deckschichten** ist die theoretische Erfassung des Tragverhaltens nicht mehr so einfach (im Vergleich zu den einfeldrigen Bauteilen), da zusätzlich zur inneren statischen Unbestimmtheit noch die vom System hinzukommt. Es entstehen somit relativ schwierig zu berechnende Bauteile. Es gibt jedoch auch hierfür mehrere Verfahren, die für die Berechnung der einzelnen Beanspruchungen und damit für eine sichere Bemessung dieser Bauteile anwendbar sind, z.B. Finite-Element Methode, erweitertes Kraftgrößenverfahren /5/ oder das Differenzenverfahren /3/, /7/. Hierzu ist allerdings zu bemerken, daß diese Verfahren sinnvoll nur mit Hilfe von EDV-Programmen einsetzbar sind.

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens sollen aufgrund umfangreicher Berechnungen auf der Basis o. g. Verfahren Grundlagen (Diagramme) erarbeitet werden, die es auf möglichst einfache Art erlauben, auch solche Bauteile mit relativ geringem Aufwand (ohne EDV-Programm) zu bemessen.

2. Allgemeine Darstellung der praxisgerechten Nachweise für Standsicherheit und Gebrauchseignung

Die praxisgerechte Beurteilung des Tragverhaltens von Sandwichbauteilen erfolgt im wesentlichen durch eine Bemessung auf der Grundlage eines entsprechenden Sicherheitskonzepts.

$$S \leq R \text{ oder } \psi * \gamma_F * F_K \leq M_d / \gamma_M$$

Es ist nachzuweisen, daß die Beanspruchungen aufgrund der Einwirkungen multipliziert mit den Teilsicherheitsbeiwerten γ_F (und eventuell auch den Kombinationsbeiwerten ψ) kleiner sind, als die Beanspruchbarkeit R aufgrund der Widerstandsgrößen, dividiert durch den Material Sicherheitsbeiwert γ_M .

2.1 Einwirkungen

Bei Fassadenbauteilen und tragenden Wand- und Dachbauteilen sind als äußere Lasten die üblichen Einwirkungen aus Eigengewicht, Schnee und Wind anzusetzen.

Zusätzlich sind jedoch, und dies gilt im Prinzip für alle Sandwichbauteile gleich welcher Nutzung, zwei weitere Einwirkungen von ausschlaggebender Bedeutung:

Temperaturzwängungen infolge unterschiedlicher Deckblechtemperaturen und (insbesondere bei Kunststoff-Kernen)
Kriechen infolge Schubbeanspruchung in der Kernschicht
 (Bild 2).

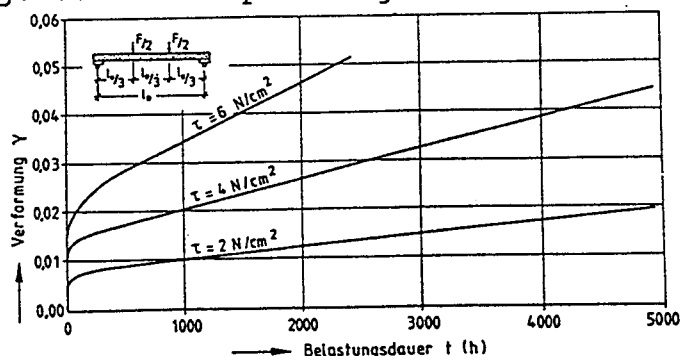


Bild 2: Kriechen von PUR-Hartschaum unter Schubbeanspruchung ($\rho = 50 \text{ kg/m}^3$, $l_0 = 1,0 \text{ m}$)

Die zusätzlichen Beanspruchungen infolge Temperatur entstehen durch Zwängungen infolge Verformungen, die durch die Dehnungen bei unterschiedlichen Temperaturen in den Deckschichten auftreten. Es ist nachgewiesen und z.B. auch in den bauaufsichtlichen Zulassungen bei den Lastannahmen vorgeschrieben, daß bei Sandwichbauteilen mit metallischen Deckschichten und Kunststoffkern durch Sonneneinstrahlung an der äußeren Deckschicht in Mitteleuropa Temperaturen von 80°C entstehen, während an den inneren Deckschichten infolge der guten Isoliereigenschaften der Kernschicht nur Temperaturen von 25°C zu erwarten sind.

Im Winter sind außen beispielsweise - 20°C und innen + 20°C als Einwirkungsgrößen zu berücksichtigen.

Die Beanspruchungen infolge unterschiedlicher Deckblechtemperaturen können ebenfalls mit der Sandwichtheorie berechnet werden.

Zur Verdeutlichung, vor allem auch der Größenordnung der unter Temperatur auftretenden Spannungen in den Deckblechen und Verformungen, sind in Bild 3 und 4 die Ergebnisse für realistische Temperaturbeanspruchungen an einer ein- und zweifeldrig gespannten Stahl/PUR-Sandwichplatte dargestellt. Es ist zu erkennen, daß die Beanspruchungen infolge Temperatur in der Größenordnung von denjenigen aus äußeren Lasten liegen. Das heißt, daß bei der Beurteilung der Tragfähigkeit der Sandwichbauteile der Lastfall Temperatur keinesfalls vernachlässigt werden darf.

Bei **langzeitiger Belastung** z.B. durch Eigengewicht und Schnee ist bei Sandwichbauteilen auf die Spannungsumlagerung in den Deckblechen infolge **Schubkriechen** der Kunststoff-Kernschicht zu achten.

Mit einem zeitabhängigen Schubmodul können mit der Sandwichtheorie diese zusätzlichen Spannungen in den Deckblechen infolge Kriechen ebenfalls berechnet werden (Bild 3 und 4).

Sind alle anteiligen Einwirkungen bekannt, sind sie entsprechend dem Sicherheitskonzept aufgrund sinnvoller Lastfallkombinationen, z.B. bei einem Dachelement, unter Beachtung der Teilsicherheitsbeiwerte in folgender Form zu überlagern:

$$1,85 (\sigma_g + \sigma_s) + 1,3 (\sigma_{\Delta T} + \sigma_{t,g} + \sigma_{t,s}) = \frac{\sigma_k}{\beta_s}$$

g = Eigengewicht

s = Schnee

ΔT = Temperatur

t = Langzeit

σ_k, β_s = Widerstandsgrößen (siehe Kap. 2.2)

Zur sicheren Bemessung ist die ungünstigste Lastfallkombination anzusetzen z.B.

Eigengewicht, Schnee, Temperatur außen 0°C,

Kriechen unter Eigengewicht und Schnee

oder Eigengewicht, Windsog und Temperatur außen 80°C.

Dieses Sicherheitskonzept entspricht, einschließlich der Berücksichtigung der "Einwirkungen" aus Temperatur und Kriechen, auch den Angaben in europäischen und internationalen Empfehlungen für Sandwichbauteile /9/, /10/

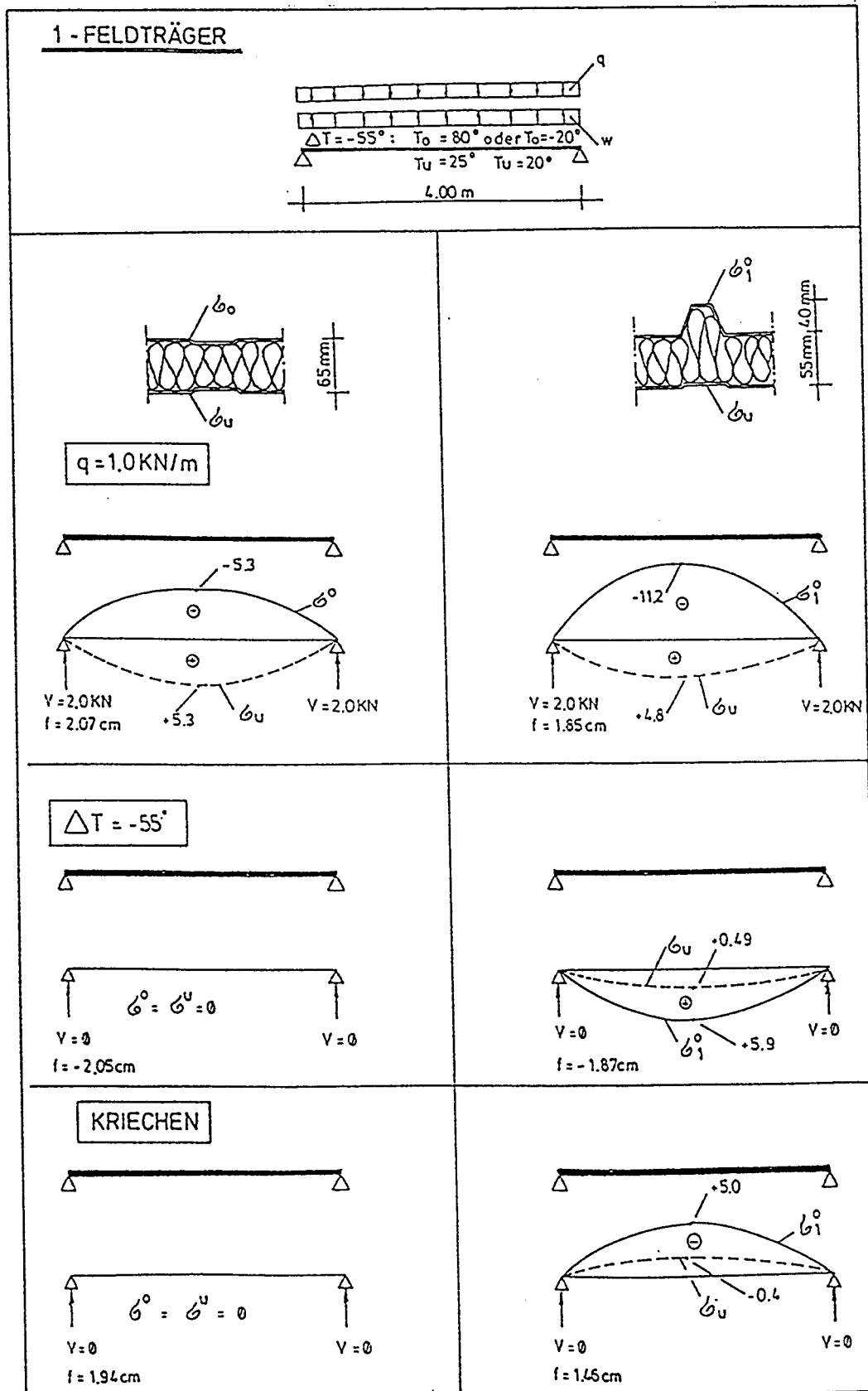


Bild 3: Spannungen in den Deckblechen bei Einfeldplatten

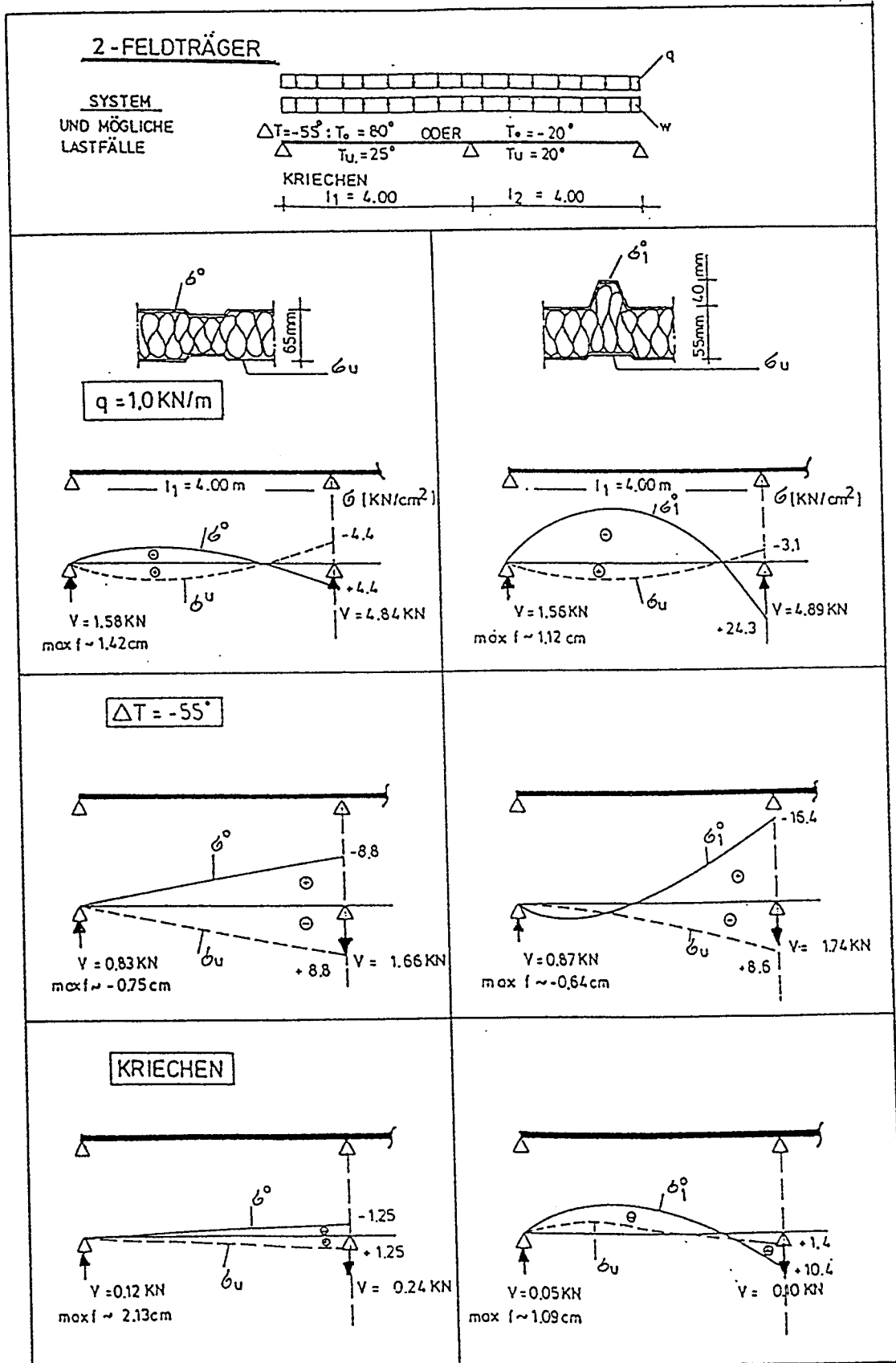


Bild 4: Spannungen in den Deckblechen bei Zweifeldplatten

2.2 Widerstandsgrößen

Die Summe der Einwirkungen muß kleiner sein als die maßgebenden Widerstandsgrößen. Diese Widerstandsgrößen können je nach Bauteil und Werkstoff z.B. bei zugbeanspruchten Deckschichten die Zugfestigkeit oder **Fließgrenze** (β_s), bei druckbeanspruchten Deckschichten die Druckfestigkeit oder die **Beul- bzw. Knitterspannungen** (σ_k) sein. Die Widerstandsgrößen werden normalerweise aufgrund von Versuchsserien und entsprechender statistischer Auswertung der Ergebnisse bestimmt. Hierbei ist insbesondere die ausreichende kraftschlüssige Verbindung (Verklebung) der Deckschichten mit dem Kern versuchsmäßig zu belegen. Die maßgebenden Werte müssen in einer **bauaufsichtlichen Zulassung** erfaßt sein. Auf diese Problematik wird eingehend im zweiten Abschnitt dieses Forschungsberichts eingegangen.

3. Erarbeitung der theoretischen Grundlagen für ein allgemein gültiges Näherungsverfahren (Differenzenverfahren)

Aus der Literatur /3/, /7/ ist die Differentialgleichung für die Normalkräfte in den Deckblechen in folgender, für den elastischen Verbund gängigen Form bekannt:

$$\frac{d^2N(x)}{dx^2} - N(x) * \left(\frac{k}{i}\right)^2 + M(x) * S_0 * \frac{e}{E_1 * I_1 + E_2 * I_2} + \Delta T * \alpha_t * S_0 = 0 \quad (3.1)$$

Bezeichnungen nach Bild 5:

Die Koeffizienten bedeuten:

$$S_0 = \frac{b}{e} * G; \quad b = \text{Bauteilbreite} \\ G = \text{Schubmodul der Kernschicht}$$

$$k^2 = S_0 * \frac{E_1 * A_1 + E_2 * A_2}{E_1 * A_1 * E_2 * A_2}$$

$$B_i = E_1 * I_1 + E_2 * I_2 + e^2 \frac{E_1 * A_1 * E_2 * A_2}{E_1 * A_1 + E_2 * A_2}$$

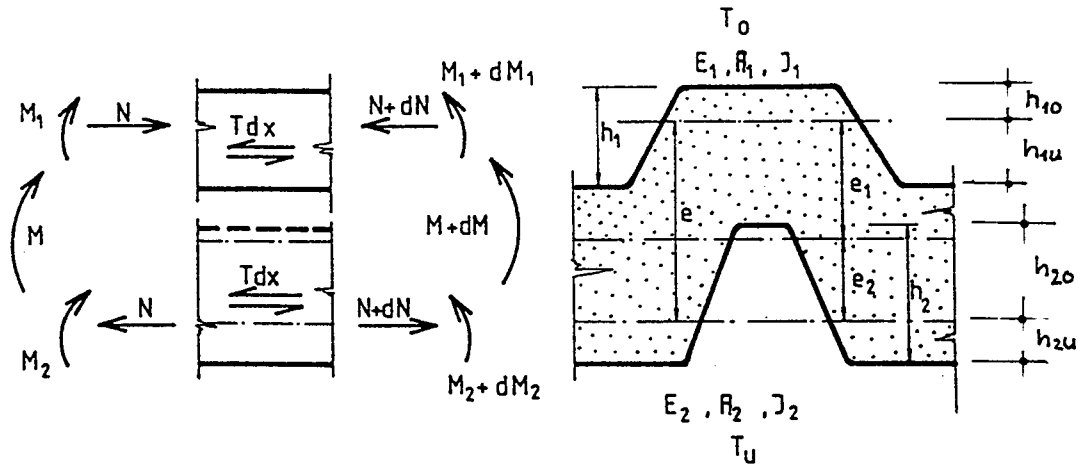
$$i^2 = \frac{E_1 * I_1 + E_2 * I_2}{B_i}$$

Werden für die Koeffizienten die Abkürzungen

$$\beta^2 = \left(\frac{k}{i}\right)^2; \quad = S_0 * \frac{e}{E_1 * I_1 + E_2 * I_2}; \quad \alpha^T = \alpha_t * S_0$$

angesetzt, kann die vereinfachte Gleichung angegeben werden:

$$\frac{d^2N(x)}{dx^2} - N(x) * \beta^2 = - M(x) * \alpha - \Delta T * \alpha^T \quad (3.2)$$



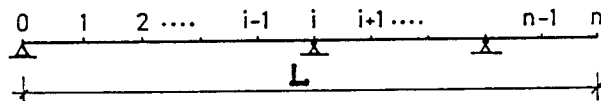
- Index 1 : Obere Deckschicht
- Index 2 : untere Deckschicht
- A_1, A_2 : Querschnittsflächen der Deckschichten
- I_1, I_2 : Trägheitsmomente der Deckschichten
- E_1, E_2 : Elastizitätsmoduli der Deckschicht-Werkstoffe
- e_1, e_2 : Abstand der Schwerpunkte der Deckschichten von der Schwerachse des starren Verbund-Querschnitts
- e : Schwerpunktsabstand der Deckschichten
- N : Normalkraft in den Deckschichten
- M_1, M_2 : Biegemomente in den Deckschichten
- M : Biegemoment im Verbund-Querschnitt
- Q : Querkraft im Verbund-Querschnitt
- T_o : mittlere Temperatur an der oberen Deckschicht
- T_u : mittlere Temperatur an der unteren Deckschicht

Bild 5: Prinzipielle Bezeichnungen für den Sandwich-Querschnitt

Auf der rechten Seite dieser Gleichung stehen die Belastungsglieder mit $M(x)$ als äußeres Moment aus Schweregewichtslasten und ΔT als Temperaturunterschied zwischen dem oberen und unteren Deckblech.

Die Differentialgleichung (3.1) läßt sich nun (auch für veränderliche Koeffizienten) sehr leicht mit Hilfe der Differenzenrechnung lösen.

Dazu wird ein Träger von der Länge L in n gleiche Abschnitte der Länge $x = L/n$ unterteilt und die Abschnittsgrenzen mit den Punktnummern $0, 1, 2 \dots, i-1, i, i+1, \dots, n-1, n$ bezeichnet.



Bei der Unterteilung ist zu beachten, daß Unstetigkeitsstellen wie Einzellasten und Zwischenstützen mit Abschnittsgrenzen zusammenfallen müssen.

Unter der Annahme, daß der Verlauf der Normalkraft in den Deckblechen abschnittsweise einer Parabel 2. Grades entspricht, kann nun die Differentialgleichung (3.2) durch folgendes Gleichungssystem für die Normalkräfte N_i in den einzelnen Punkten i ersetzt werden:

$$-N_{i-1} + (2 + \beta_i^2 * \Delta x^2) * N_i - N_{i+1} = \alpha_i * \Delta x^2 * M_i + \alpha_i^T * \Delta x^2 * \Delta T \quad (3.3)$$

Da das Gleichungssystem symmetrisch zur Hauptdiagonalen ist und Bandstruktur hat, läßt es sich sehr leicht durch die nachstehend angegebenen vier Rechenschritte lösen, wobei der Zeitaufwand nur linear mit der Anzahl der Unbekannten zunimmt:

1. Berechnung der Hauptdiagonalglieder:

$$a_i = 2 + \beta_i^2 * \Delta x^2 \quad (\text{Symmetrie: } 1 + \frac{\beta_m^2}{2} * \Delta x^2)$$

Belastungsglieder:

$$r_i = a_i * \Delta x^2 * M_i + \alpha_i^T * \Delta x^2 * \Delta T \quad (\text{Symmetrie: } \frac{1}{2})$$

von $i = 1$ bis $i = n-1$

2. Berechnung der Hilfswerte b_i

$$b_1 = a_1$$

$$b_2 = a_2 - 1/b_1$$

.

.

.

$$b_i = a_i - 1/b_{i-1}$$

von $i = 1$ bis $i = n-1$

3. Berechnung der Hilfswerte S_i

$$S_1 = r_1$$

$$S_2 = r_2 + s_1/b_1$$

.

.

.

$$S_i = r_i + S_{i-1}/b_{i-1}$$

.

.

von $i = 1$ bis $i = n-1$

4. Berechnung der Unbekannten N_i

$$\begin{aligned}
 N_{n-1} &= S_{n-1}/b_{n-1} \\
 N_{n-2} &= (N_{n-1} + S_{n-2})/b_{n-2} \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 N_i &= (N_{i+1} + S_i)/b_i \\
 &\text{von } i = n-1 \text{ bis } i = 1
 \end{aligned}$$

Damit sind die Normalkräfte in den Deckblechen in den einzelnen Punkten i bekannt.

Die Biegemomente in den Deckblechen (M_1 und M_2) können dann folgendermaßen berechnet werden:

$$M_{Gi} = M_{1i} + M_{2i} = M_i - N_i \cdot e \quad (3.4)$$

$$M_{1i} = M_{Gi} \cdot \frac{E_1 \cdot I_1}{E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2} \quad (3.5)$$

$$M_{2i} = M_{Gi} \cdot \frac{E_2 \cdot I_2}{E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2} \quad (3.6)$$

Die Berechnung der Spannungen in den Deckblechen ist nun direkt mit folgenden Gleichungen möglich:

Im Obergurt der oberen Deckschicht:

$$\sigma_{1o} = -\frac{M_1}{I_1} \cdot h_{1o} - \frac{N}{A_1} \quad (3.7)$$

Im Untergurt der oberen Deckschicht:

$$\sigma_{1u} = +\frac{M_1}{I_1} \cdot h_{1u} - \frac{N}{A_1} \quad (3.8)$$

Im Obergurt der unteren Deckschicht:

$$\sigma_{2o} = -\frac{M_2}{I_2} * h_{2o} + \frac{N}{A_2} \quad (3.9)$$

Im Untergurt der unteren Deckschicht:

$$\sigma_{2u} = \frac{M_2}{I_2} * h_{2u} + \frac{N}{A_2} \quad (3.10)$$

Mit Hilfe der Deckblech-Biegemomente kann auch die Biegelinie des Bauteils mit Hilfe des oben beschriebenen Berechnungsverfahrens bestimmt werden:

Für die Differentialgleichung der Durchbiegung

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M_1}{E_1 * I_1} \quad (3.11)$$

lautet die zugehörige Differenzengleichung

$$-w_{i-1} + 2w_i - w_{i+1} = \frac{M_{1i} * \Delta x^2}{E_{1i} * I_{1i}} \quad (3.12)$$

Diese Gleichung entspricht in ihrem Aufbau der Differenzengleichung (3.3), so daß mit den oben angegebenen vier Rechenschritten auf gleiche Art die Lösung möglich ist.

Da die Hauptdiagonalglieder $a_i = \text{konst.} = 2$ sind, können jedoch die Hilfswerte b_i direkt mit $b_i = 1 + \frac{1}{i}$ angegeben werden.

Bei Symmetrie gilt $b_m = \frac{1}{m}$.

Die Berechnung erfolgt dann wieder in vier Schritten:
(Zur Unterscheidung gegenüber der Normalkraftberechnung sind die Faktoren mit Querstrich versehen).

1. Berechnung der Belastungsglieder:

$$\bar{r}_i = \frac{M_{1i}}{E_{1i} \cdot I_{1i}} \cdot \Delta x^2 \quad (\text{Symmetrie: } \frac{1}{2})$$

von $i = 1$ bis $i = n-1$

2. Berechnung der Hilfswerte b_i

$$\bar{b}_i = 1 + \frac{1}{i}$$

von $i = 1$ bis $i = n-1$

3. Berechnung der Hilfswerte \bar{s}_i

siehe oben

4. Berechnung der Unbekannten w_i

analog zu N_i

Beispiel:

Mit der dargestellten Berechnungsmethode wird für eine einfeldrig gespannte Sandwichplatte mit den geometrischen Abmessungen und der Kernschicht entsprechend Bild 6 der Rechengang für eine reine Temperaturbelastung von 80°C am oberen Deckblech (unten 20°C , $\Delta T = 60^\circ\text{C}$) durchgeführt:

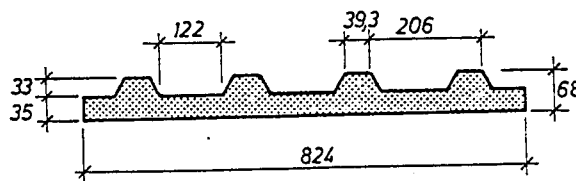


Bild 6: Querschnitt und Abmessungen eines profilierten Sandwichpanels

Folgende Querschnittsangaben wurden bei der Berechnung angesetzt:

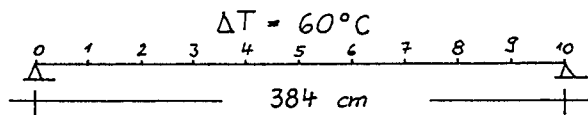
$$\begin{aligned}
 t_1 &= 0,77 \text{ mm} & t_2 &= 0,53 \text{ mm} \\
 A_1 &= 7,737 \text{ cm}^2 & A_2 &= 4,362 \text{ cm}^2 \\
 I_1 &= 13,76 \text{ cm}^4 & I_2 &= 0 \\
 E_1 &= 2,1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2 & E_2 &= E_1 \\
 \alpha_1 &= 1,23 \cdot 10^{-5} & \alpha_2 &= \alpha_1 \\
 G &= 0,395 \text{ kN/cm}^2 \\
 L &= 384 \text{ cm} \\
 e &= 4,581 \text{ cm} \\
 h_{10} &= 2,229 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\beta^2 = \left(\frac{K}{i}\right)^2 = 7,771 \cdot 10^{-4}$$

$$S_0 = 100/4,581 \cdot 0,395 = 8,62 \text{ kN/cm}^2$$

$$\alpha^T = \alpha_t \cdot S_0 = 1,062 \cdot 10^{-4}$$

gewählt: $n = 10$ gleiche Abschnitte



Da in Längsrichtung der Querschnitt und die Schubsteifigkeit unverändert bleiben, sind für jeden Punkt die Werte β_i , α_i^T , a_i und r_i gleich.

Die Ermittlung der Hilfwerte und der gesuchten Größen ist in folgenden Tabellen angegeben. In Tabelle 1 werden die Normalkräfte und damit die Biegemomente in den Deckblechen berechnet. Mit diesen Werten können dann in Tabelle 2 die Durchbiegungen ermittelt werden.

Da das System zu Punkt 5 symmetrisch ist, brauchen für die gewählten 10 Abschnitte nur fünf Gleichungen angesetzt werden.

Tabelle 1

Punkt	a_i	r_i	b_i	S_i	N_i (kN)
1	3,1458	9,39	3,1458	9,39	5,25
2	3,1458	9,39	2,8279	12,38	7,14
3	3,1458	9,39	2,7922	13,77	7,81
4	3,1458	9,39	2,7876	14,32	8,04
5	1,5729	4,69	1,2142	9,83	8,10

$$M_{Gi} = - N_i * e$$

$$M_{1,i} = M_{Gi} * \frac{E_1 * I_1}{E_1 * I_1 + E_2 * I_2} = - N_i * 4,581$$

Mit $N_5 = 8,10$ kN und $M_{1,5} = 37,11$ kNcm können die Spannungen in Feldmitte in den Deckblechen direkt nach (3.7) bis (3.10) berechnet werden.

$$\text{z.B.: } \sigma_{10} = + \frac{37,11}{13,76} * 2,229 - \frac{8,10}{7,737} = 4,96 \text{ kN/cm}^2$$

Tabelle 2

Punkt	M_{1i}	r_i	\bar{b}_i	\bar{S}_i	W_i (cm)
1	-24,08	-0,1229	2,000	-0,1229	-0,7553
2	-32,71	-0,1669	1,500	-0,2284	-1,3877
3	-35,80	-0,1827	1,333	-0,3350	-1,8531
4	-36,86	-0,1181	1,250	-0,4391	-2,1352
5	-18,55	-0,0947	0,200	-0,4460	-2,2299

Die exakte Lösung (s. Kap. 2) für die Durchbiegung in Feldmitte (Punkt 5) ist

$$W_5 = - 2,2218 \text{ cm (Abweichung } 0,4 \text{ \%)}$$

Die gute Übereinstimmung mit der exakten Lösung läßt erkennen, daß eine näherungsweise Berechnung von Sandwichtragwerken mit der angegebenen numerischen Methode möglich ist und daß bei den Ergebnissen durchaus die erforderliche Genauigkeit erreicht wird.

Außerdem ist zu beachten, daß bei dem dargestellten numerischen Verfahren die Querschnittswerte bereichsweise eingegeben werden, so daß es auf einfache Art möglich ist, Sandwichbauteile mit in Längsrichtung veränderlichen Querschnittswerten zu berechnen.

Der wesentliche Vorteil besteht jedoch darin, daß bei der numerischen Methode **beliebige Belastungen** mit Hilfe der gleichen Rechenschritte erfaßt werden können.

Unterschiedliche Lastannahmen wirken sich ausschließlich auf die Belastungsglieder (Gleichung (3.3), rechte Seite) aus, so daß alle Koeffizienten und Hilfswerte gleich bleiben und nur die äußeren Momente (M_i) entsprechend den angesetzten Lasten eingegeben werden müssen.

Dadurch besteht aber auch ein einfacher Weg, zwei- oder mehrfeldrig gespannte **durchlaufende Sandwichplatten** zu berechnen.

Dazu werden in einem ersten Schritt die Normalkräfte und Durchbiegungen mit der Momentenlinie eines Einfeldträgers ermittelt, der durch alle anzusetzenden äußeren Lasten beansprucht und nur durch die beiden äußersten Lager (der Durchlaufplatte) unterstützt ist. In weiteren Schritten werden an den Stellen der vorgesehenen Zwischenunterstützungen jeweils eine Einheits-Einzellast aufgebracht und nochmals die Normalkräfte und die Biegelinie des Einfeldträgers mit der gleichen Methode, nur mit den Belastungsgliedern aus der Einzellast ermittelt.

Mit einer statisch unbestimmten Rechnung entsprechend dem Kraftgrößenverfahren werden diese Einzellasten dann nachträglich so bestimmt, daß auch an den inneren Auflagern die Verformungsbedingungen ($W = 0$!) erfüllt werden.

Beispiel:

Für eine Durchlaufplatte wird die oben berechnete einfeldrig gespannte Sandwichplatte als symmetrischer Zweifeldträger mit den Stützweiten $2 * 1,92$ m und der gleichen Temperaturbelastung von $\Delta T = 60^\circ C$ behandelt. Die gewählten Stützweiten entsprechen nicht realistischen Abmessungen. Da jedoch nur der Rechenweg dargestellt werden soll, können hiermit die oben ermittelten Ergebnisse für die Einfeldplatten übernommen werden.

Einfeldplatte $\Delta T = 60^\circ\text{C}$, $L = 3,84 \text{ m}$:
 (Berechnung siehe oben)

$$\begin{aligned} N_5 \Delta T &= 8,10 \text{ kN} \\ M_{1,5} \Delta T &= -37,11 \text{ kN/cm} \\ W_5 \Delta T &= -2,23 \text{ cm} \end{aligned}$$

Einfeldplatte, $F = 1$ in Punkt 5, $L = 3,84 \text{ m}$:

Momentenverlauf: $M = \frac{F \cdot x}{2}$

$$\beta^2 = 7,771 \cdot 10^{-4}$$

$$d = S_0 \frac{e}{E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2} = 8,62 * \frac{4,581}{2,1 \cdot 10^4 * 13,76} = 1,369 \cdot 10^{-4}$$

Tabelle 3

Punkt	F M_i	a_i^*	r_i	b_i^*	S_i	F N_i
1	0,19	3,1458	0,0387	3,1458	0,0387	0,0334
2	0,38	3,1458	0,0775	2,8278	0,0898	0,0663
3	0,57	3,1458	0,01162	2,7922	0,1480	0,0979
4	0,76	3,1458	0,01550	2,7876	0,2080	0,1253
5	0,96	1,5729	0,0968	1,2142	0,1715	0,1412

*) kann aus Tabelle 1 übernommen werden

$$M_{1,i} = M_i - N_i * e \quad (M_{2,i} = 0)$$

Tabelle 4

Punkt	$M_{1,i}^F$	r_i	b_i	S_i	W_i^F
1	0,0388	$1,984 \cdot 10^{-4}$	2,000	$1,984 \cdot 10^{-4}$	0,00304
2	0,0798	$4,076 \cdot 10^{-4}$	1,500	$5,068 \cdot 10^{-4}$	0,00589
3	0,01275	$6,507 \cdot 10^{-4}$	1,333	$9,886 \cdot 10^{-4}$	0,00833
4	0,01939	$9,897 \cdot 10^{-4}$	1,250	$17,313 \cdot 10^{-4}$	0,01011
5	0,03128	$7,972 \cdot 10^{-4}$	0,200	$21,822 \cdot 10^{-4}$	0,01091

Da die Durchbiegung über der Mittelstütze = 0 sein muß, ist

$$W_5^T + X \cdot W_5^F \stackrel{!}{=} 0; \quad X = - \frac{W_5^T}{W_5^F} = - \frac{-2,23}{0,01091} = 204,38 \text{ kN}$$

$$N_5 = N_5^{\Delta T} + X \cdot N_5^F = 8,10 + 204,38 \cdot 0,1412 = 36,97 \text{ kN}$$

$$M_{1,5} = M_{1,5}^{\Delta T} + X \cdot M_{1,5}^F = -37,11 + 204,38 \cdot 0,3128 = 26,81 \text{ kN}$$

$$\sigma_{10}^5 = - \frac{26,81}{13,76} \cdot 2,229 - \frac{36,97}{7,737} = 9,12 \text{ kN/cm}^2$$

Zu dem beschriebenen Näherungsverfahren ist folgendes noch zu bemerken:

1. Die Schubbeanspruchung der Hartschaum-Kernschicht kann aus der Steigung des Normalkraftverlaufs berechnet werden, der durch drei Punkte als Parabel 2. Grades dargestellt werden kann.
2. Je enger die Unterteilung der zu untersuchenden Platten gewählt wird, um so genauer werden die Ergebnisse. Bei üblichen Spannweiten und Querschnittsgeometrien genügen für die Einfeldplatten etwa 10 und für Durchlaufplatten etwa 20 Abschnitte, um Ergebnisse mit der erforderlichen Genauigkeit zu erhalten.

4. Grundlagen für die Erstellung von Diagrammen als Rechenhilfe für die Bemessung

Auf der Grundlage des in Kap. 3 erläuterten Differenzenverfahrens wurde bereits im Rahmen einer früheren Arbeit /3/ ein EDV-Programm erstellt, da sich die einzelnen Berechnungsschritte durch den dargestellten Algorithmus sehr gut für eine EDV-mäßige Erfassung eignen.

Mit diesem Programm können für beliebige Belastungen und Temperaturbeanspruchungen für ein- und mehrfeldrige Systeme mit beliebigen Stützweiten die Schnittgrößen und Spannungen bestimmt werden.

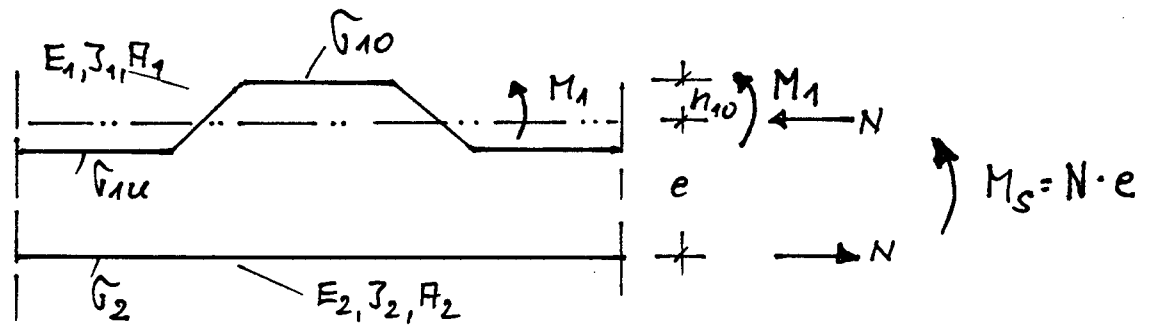
Damit auch ohne EDV-Programm Sandwichbauteile berechnet werden können, werden systematisch EDV-Ergebnisse als Rechenhilfe in Form von Diagrammen ausgewertet und dargestellt. Der Sinn dieser Rechenhilfen liegt vor allem darin, daß im Einzelfall die Bemessung von Sandwichbauteilen durchgeführt und überprüft werden kann. Dies gilt insbesondere auch für eine Anwendung bei Systemen und Belastungen, die durch eine Typenstatik nicht abgedeckt sind.

Um einerseits einen möglichst einfachen Berechnungsgang mit Hilfe der Diagramme zu ermöglichen, andererseits aber die Vielzahl von Parametern, wie z.B. Profilierung und Dicken der Deckschichten, Schaumqualität, Bauteildicken, Systemabmessungen und Belastungen zu erfassen, wurde folgende Vorgehensweise bei der Bestimmung und Darstellung der Ergebnisse gewählt:

Aus den EDV-Berechnungen liegen, abhängig von den Belastungsarten (z.B. Gleichstreckenlast und Temperaturbeanspruchung), den Querschnittswerten und den Stützweiten, folgende Ergebnisse vor:

Normalkräfte und Spannungen in Deckschichten

Nachfolgend werden zur Vereinfachung die Ableitungen für Sandwichbauteile mit oben profilierten und untenliegenden ebenen oder quasi-ebenen Deckschichten erläutert, da diese Querschnittsart ausschließlich in der Praxis vorkommt.



Gesamtbreite = b
 Bezeichnung siehe auch Bild 5

Der Einfluß der Querschnittswerte wird durch die Biegesteifigkeit der profilierten Deckschicht

$$BD = E_1 * I_1, \tag{4.1}$$

der Biegesteifigkeit des "Sandwichquerschnitts" (infolge schubsteifer Verbindung der Deckschichten)

$$BS = \frac{E_1 * A_1 * E_2 * A_2 * e^2}{E_1 * A_1 + E_2 * A_2} \tag{4.2}$$

und der Schubsteifigkeit $S_0 = G * e * b$ bestimmt.

Zur Vereinfachung wird ein Faktor

$$k = \frac{B_s}{S_0 * l^2} \tag{4.3}$$

definiert.

4.1 Beanspruchung infolge äußerer Belastungen

Bei einer **äußeren Belastung** (z.B. durch Eigengewicht und Schnee) kann durch einfache Umformung der Gleichung (3.7) aus der vorgegebenen Spannung und Normalkraft (aus der EDV-Berechnung) der Anteil des Gesamt-Biegemomentes errechnet werden, der von der Deckschicht ("Deckschichtmoment M_1 ") übernommen wird.

$$M_1 = \left(\hat{\sigma}_{10} - \frac{N}{A_1} \right) * \frac{I_1}{h_{10}} \quad (4.4)$$

Da vorausgesetzt wird, daß das untere Deckblech eben oder quasi-eben ist ($M_2 = 0$!), kann direkt der Momentenanteil errechnet werden, der durch das Kräftepaar der Normalkräfte infolge schubsteifem Kern entsteht und nachfolgend "Sandwichmoment M_S " genannt wird.

$$M_S = N * e \quad (4.5)$$

Insgesamt gilt natürlich, daß im Prinzip das gesamte äußere Moment ("Moment aus der statischen Berechnung: M_{stat} ") $M_{stat} = M_S + M_1$ ist.

Bei Mehrfeldplatten ist aufgrund des nachgiebigen Verbundes eine Abminderung des Biegemomentes über den Mittelstützen zu erwarten.

Das gegenüber dem Moment aus der üblichen statischen Berechnung (M_{stat} = Biegemoment bei starrem Verbund) abgeminderte Moment M' kann ebenfalls aus den Einzel-Momentenanteilen ermittelt werden.

$$M' = M_1 + M_S \quad (4.6)$$

Dieses für die Bemessung maßgebende Moment kann auch anhand eines Faktors β_s angegeben werden, der in Diagrammen dargestellt werden kann:

$$\beta_{sq} = \frac{M_{stat}}{M'} - 1 \quad (4.7)$$

Das Deckschichtmoment, als Anteil des Gesamtmomentes M' , kann außerdem durch den Faktor

$$\beta_{0q} = \frac{M_1}{M'} \quad (4.8)$$

angegeben werden.

Sind β_{sq} und β_{0q} bekannt, können die Schnittkräfte und Spannungen bei den Sandwichbauteilen unter äußeren Belastungen wie folgt berechnet werden:

1. Berechnung des statischen Momentes M_{stat} (übliche Berechnung für starren Verbund)

$$2. M' = M_{stat} / (1 + \beta_{sq}) \quad (4.9)$$

$$3. M_1 = \beta_{0q} * M' \quad (4.10)$$

$$4. M_s = (1 - \beta_{0q}) * M' \quad (4.11)$$

$$5. \sigma_{10} = \frac{M_1 * h_{10}}{I_1} + \frac{M_s}{A_1 * e} \quad (4.12)$$

$$\sigma_2 = - \frac{M_s}{A_2 * e}$$

Die Faktoren β_{0q} und β_{sq} können in Diagrammen dargestellt werden, die in Abhängigkeit von

$$k = \frac{B_s}{S_0 \cdot l^2} \quad (4.13)$$

und dem Verhältnis

$$\frac{B_D}{B_S} \quad (\text{Kurvenschar})$$

erstellt werden können.

4.2 Temperaturbeanspruchungen

Bei einer Beanspruchung infolge unterschiedlicher Deckblech-Temperaturen kann analog zu Kapitel 4.1 mit den Gleichungen (4.4) und (4.5) aus den durch die EDV-Berechnung ermittelten Spannungen und Normalkräfte die Anteile der Biegemomentenbeanspruchungen M_1 und M_S infolge der Zwängungskräfte bestimmt werden. Mit diesen Werten werden die Faktoren β_{ST} und β_{0T} definiert, die analog zu Kapitel 4.1 von den Parametern k und B_D/B_S abhängig in Diagrammen dargestellt werden können.

$$\beta_{ST} = \frac{M_1 * e}{\alpha_t * \Delta T * B_D}$$

α_t = Temperaturausdehnungskoeffizient

$$\Delta T = T_2 - T_1;$$

T_2 = Temperatur am unteren Blech (°C)

T_1 = Temperatur am oberen Blech (°C)

$$\beta_{0T} = \frac{1}{\frac{M_S}{M_1} + 1}$$

Sind β_{ST} und β_{0T} bekannt, können die Schnittkräfte und Spannungen bei den Sandwichbauteilen unter Temperaturbeanspruchungen wie folgt berechnet werden:

$$1. M_1 = \alpha_t * \Delta T * B_D * \beta_{ST} * \frac{1}{e}$$

$$2. M_S = M_1 * \left(\frac{1}{\beta_{0T}} - 1 \right)$$

$$3. \sigma_{10} = \frac{M_1 * h_{10}}{I_1} + \frac{M_S}{A_1 * e}$$

$$\sigma_2 = - \frac{M_S}{A_2 * e}$$

4.3 Spannungsumlagerung infolge Langzeitbeanspruchung

Bei langzeitiger Belastung, z.B. infolge Eigengewicht und Schnee, ist bei Sandwichbauteilen auf das Schubkriechen der Kernschicht zu achten.

Insbesondere bei Polyurethan-Hartschäumen, die den hochpolymeren Kunststoffen und somit ihrem mechanischen Verhalten nach den viskoelastischen Werkstoffen zugeordnet werden, wird das Trag- und Verformungsverhalten zusätzlich zu den bereits erwähnten Einflüssen von einer ausgeprägten Zeitabhängigkeit bestimmt.

Hierüber gibt es eine Reihe von Forschungsarbeiten und Untersuchungen (z.B. /3/, /7/, /8/), in denen im Prinzip die Werkstoffeigenschaften solcher Hartschäume und hier vor allem die Kriechbeiwerte \int_t bestimmt wurden. Mit diesen Kriechbeiwerten kann zeitabhängig die Zunahme der Schubverformung in der Kernschicht bestimmt werden. Aufgrund theoretischer und experimenteller Untersuchungen /3/ können diese Schubverformungen ausreichend genau und mit geringem Aufwand durch einen zeitabhängigen Schubmodul

$$G_t = \frac{1}{1 + \int_t} \text{ bestimmt werden.}$$

Durch die zusätzlichen Schubverformungen in der Kernschicht treten, neben der Zunahme der Durchbiegungen, insbesondere bei Sandwichbauteilen mit profilierten Deckschichten, Spannungsumlagerungen in den Deckblechen auf. Diese sind, wie bereits in Kapitel 2.1 dargestellt, bei der Bemessung zu berücksichtigen.

Für die praxisgerechten Nachweise ist dies aber nur ein zusätzlicher Rechengang, bei dem im Berechnungsverfahren der zeitabhängige Schubmodul eingesetzt wird. Die errechneten Schnittgrößen und Spannungen sind dann die Werte, die nach der entsprechenden langzeitigen Belastung auftreten. Werden nur die zusätzlichen Spannungsanteile infolge Kriechen benötigt, um diese z.B. mit den zugehörigen Sicherheitskoeffizienten zu beaufschlagen, braucht nur die Differenz der Spannungen erfaßt werden, z.B.

$$\Delta \sigma_{t,g} = \sigma_g^G - \sigma_g^G$$

$\Delta \sigma_{t,g}$ = Spannungsdifferenz infolge langzeitiger Beanspruchung infolge Eigengewicht (g) bezogen auf die Kurzzeitbelastung

σ_g^G = Spannung infolge Eigengewicht (g), berechnet mit dem Langzeit-Schubmodul G_t

σ_g^G = Spannung infolge Eigengewicht (g), berechnet bei Kurzzeitbelastung mit dem Schubmodul G

Zu erwähnen ist noch, daß die Kriechbeiwerte ρ_t für Eigengewicht (ständige Last) und Schneelast (langzeitige Belastung im Winterlastkollektiv) aufgrund von Kriechversuchen an Bauteilen in den bauaufsichtlichen Zulassungen angegeben werden.

5. Aufbereitung der Berechnungsverfahren für alle maßgebenden Lastfälle und statischen Systeme

Wie bereits in den vorangegangenen Kapiteln erwähnt, ist bei den Berechnungsverfahren zwischen Bauteilen mit ebenen oder quasi-ebenen (linierten oder gesickten) Deckschichten und Bauteilen mit profilierten Deckschichten zu unterscheiden.

Aufgrund der genannten Verfahren ist in Bild 7 eine Zusammenstellung für die wichtigsten Systeme und Belastungen angegeben. Die Darstellung entspricht auch den europäischen Empfehlungen für Sandwichbauteile /9/. Bei ebenen oder quasi-ebenen Deckschichten kann die Bemessung durch formelmäßige Berechnung der Schnittgrößen durchgeführt werden, die auf dem Kraftgrößenverfahren unter Beachtung der Schubverformung der Kernschicht beruht. Bei den einfeldrig gespannten Bauteilen mit profilierten Deckschichten ist dies auch noch mit Hilfe von Formeln, die auf direkte Lösungen der Differentialgleichung beruhen, möglich.

Bei den in der Praxis häufig verwendeten mehrfeldrig gespannten Bauteilen (fast alle Dachbauteile !) ist die Bemessung nur mit Hilfe von EDV-Programmen oder der nachfolgend dargestellten Diagramme möglich.

	SYSTEM	k	β	M_S^*	M_1^*	W_{max}
EBEN LINIERT GESICKT		$\frac{9,6 \cdot B_S}{L^2 \cdot G_S \cdot A_S}$	—	$\frac{q \cdot L^2}{8}$	0	$\frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot B_S} \cdot (1+k)$
		—	—	0	0	$\frac{L^2 \cdot \Delta T^f}{8 \cdot e}$
		$\frac{3 \cdot B_S}{L^2 \cdot G_S \cdot A_S}$	—	$-\frac{q \cdot L^2}{8} \cdot \frac{1}{1+k}$	0	$\frac{q \cdot L^4}{48 B_S} \cdot \frac{1}{1+k} (0,26 + 2,6k + \frac{2k^2}{2k^2})$
		— " —	—	$\frac{3 \cdot B_S \cdot \Delta T^f}{2 \cdot e} \cdot \frac{1}{1+k}$	0	$\frac{\Delta T^f \cdot L^2}{32 \cdot e} \cdot \frac{1+4k}{1+k}$
PROFILERT		$\frac{9,6 \cdot B_S}{L^2 \cdot G_S \cdot A_S}$	$\frac{B_D}{B_D + \frac{B_S}{1+k}}$	$\frac{q \cdot L^2}{8} \cdot (1-\beta)$	$\frac{q \cdot L^2}{8} \cdot \beta$	$\frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot B_S} \cdot (1-\beta)(1+k)$
		$\frac{8 \cdot B_S}{L^2 \cdot G_S \cdot A_S}$	— " —	$\frac{B_D}{e} \cdot \Delta T^f (1-\beta)$	$M_D = -M_S$	$\frac{L^2 \cdot \Delta T^f}{8 \cdot e} (1-\beta)$
		EDV - PROGRAMM ODER DIAGRAMME				
* M_S u. M_D BEI EINFELDPLATTEN IN FELDMITTE $W_{max.} = \text{max. DURCHBIEGUNG}$ BEI ZWEIFELDPLATTEN ÜBER MITTELSTÜTZE						

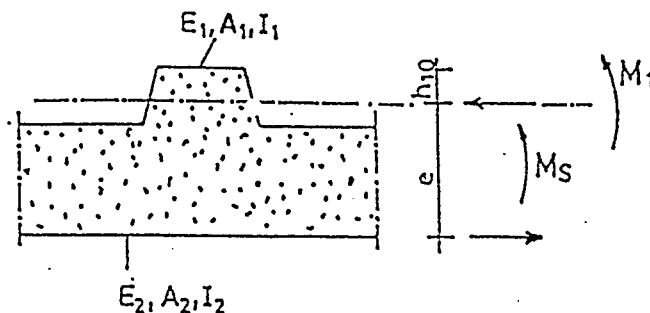
$E_1, A_1, I_1, E_2, A_2, I_2 \equiv E$ -Modul, Fläche u. Trägheitsmoment der oberen (1) und unteren (2) Deckschicht.

G_S = Schubmodul der Kernschicht
 A_S = Fläche " "

$$B_S = \frac{E_1 \cdot A_1 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot e^2}{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}$$

$$B_D = E_1 I_1 + E_2 I_2$$

$$\nabla_{10} = \frac{M_S}{e} \cdot \frac{1}{A_1} + \frac{M_1}{I_1} \cdot h_{10}$$



$$\Delta T^f = (\alpha_2 \cdot T_2 - \alpha_1 \cdot T_1)$$

α, T = Temp.-Ausdehnungskoeffizient und Temperatur an den Deckschichten

Bild 7: Berechnung der Schnittgrößen und Deckblechspannungen bei Sandwichelementen nach /8/ und /9/

Für eine praxisgerechte Bemessung wurden hierfür diese Diagramme zur Bestimmung der Koeffizienten β_{0q} , β_{sq} , β_{0T} , β_{ST} für die Lastfälle Eigengewicht/Schnee und Temperatur (mit einem zusätzlichen Rechengang mit G_t auch für langzeitige Belastung) für folgende Stützweiten bzw. Stützweiten-Verhältnisse erstellt und in Anlage 1 beigelegt.

Einfeld

Zweifeld $l_1 : l_2$ = 1 : 1
1 : 2
1 : 3

Dreifeld $l_1 : l_2 : l_3$ = 1 : 1 : 1
1 : 1 : 2
1 : 1 : 3
1 : 2 : 1
1 : 2 : 2
1 : 2 : 3
1 : 3 : 1
1 : 3 : 2
1 : 3 : 3

6. Bestätigung der Rechenverfahren durch Vergleichsrechnungen

6.1 Bauteile mit ebenen oder quasi-ebenen (gesickte oder linierte) Deckschichten

Beispielhaft werden nachfolgend für eine einfeldrig und zweifeldrig gespannte Sandwichplatte die Schnittgrößen und Spannungen berechnet. Dabei werden bei der Zweifeldplatte die Ergebnisse aus einer Berechnung mit Hilfe des Kraftgrößen-Verfahrens den Ergebnissen gegenübergestellt, die mit Hilfe der Formeln aus der Zusammenstellung (Bild 7) ermittelt wurden.

6.1.1 Einfeldplatte

Die Nachweise für einfeldrige Sandwichplatten mit ebenen oder quasi-ebenen (leicht profilierten) Deckschichten sind einfach durchzuführen, da keine Temperaturzwängungen auftreten und die Schubverformungen im Kern nur eine Auswirkung auf die Durchbiegung der Wandplatten haben.

Stützweite $l = 3,4 \text{ m}$

a) Querschnittswerte

Querschnittsgeometrie: Bild 8

$$e = 3,957 \text{ cm}, A_1 = A_2 = 4,3 \text{ cm}^2$$

$$e_1 = e_2 = 3,957/2 = 1,977 \text{ cm}$$

$$G_S = 3,4 \text{ N/mm}^2$$

b) Belastung

$$\text{Winddruck } q = 0,5 \text{ kN/m}^2$$

Temperatur außen 80°C

innen 20°C

c) Bestimmung der Schnittgrößen und Spannungen
 infolge q:

$$M_q = 3,40^2 / 8 * 0,5 = 0,723 \text{ kNm} = 72,3 \text{ kNcm}$$

Normalspannung in den Deckblechen

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{M_q}{e * A_1} = \frac{72,3}{3,96} * \frac{1}{4,3} = 4,24 \text{ kN/cm}^2$$

infolge ΔT : $M_T = 0$

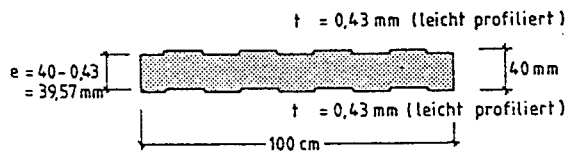


Bild 8: Querschnitt einer Sandwich-Wandplatte

d) Nachweis der Durchbiegung
 infolge q:

$$w_{\max} = \frac{M_q * e^2}{9,6 * EI} + \frac{M_q}{G_S * A_S}$$

$$EI = 2,1 * 10^4 * (2 * 4,3 * (3,957/2)^2) = 0,707 * 10^6 \text{ kNcm}^2$$

$$A_S = 3,957 * 100 = 395,7 \text{ (Kernquerschnitt)}$$

$$w_{\max} = \frac{72,3 * 340^2}{9,6 * 0,707 * 10^6} + \frac{72,3}{0,34 * 395,7} = 1,232 + 0,548 = 1,780 \text{ cm}$$

Nachweis nach der Formelzusammenstellung Bild 7:

$$(E_1 = E_2 = E = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2)$$

$$B_S = \frac{E_1 \cdot A_1 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot e^2}{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2} = \frac{2,1 \cdot 10^4 \cdot 4,3^2 \cdot 3,957^2}{2 \cdot 4,3} = 0,707 \cdot 10^6$$

$$k = \frac{9,6 \cdot 0,707 \cdot 10^6}{340^2 \cdot 0,34 \cdot 391,4} = 0,441$$

infolge q :

$$W_{\max} = \frac{5 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} \cdot 340^4}{384 \cdot 0,707 \cdot 10^6} (1 + 0,441) = 1,773 \text{ cm}$$

infolge ΔT :

$$\Delta T' = 1,2 \cdot 10^{-5} (20 - 80) = - 7,2 \cdot 10^{-4}$$

$$W_{\max} = - \frac{340^2 \cdot 7,2 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 3,957} = - 2,629 \text{ cm}$$

6.1.2 Zweifeldplatte

Beispielhaft wird nachfolgend für die Stützweite $l_1 = l_2 = 2,94$ m eine Zweifeldplatte mit einer Windbelastung von $0,5 \text{ kN/m}^2$ und einer Temperaturdifferenz (außen -20°C , innen $+20^\circ\text{C}$) von 40°C nachgewiesen.

a) Querschnittswerte

siehe Beispiel 6.1.1

b) Belastung

Winddruck $q = 0,5 \text{ kN/m}^2$

Temperatur außen -20°C

innen $+20^\circ\text{C}$

c) Bestimmungen der Schnittgrößen und Spannungen

1. Berechnung nach dem Kraftgrößenverfahren

Bei beidseitig ebenen oder quasi-ebenen Deckblechen ist das System einfach äußerlich statisch bestimmt.

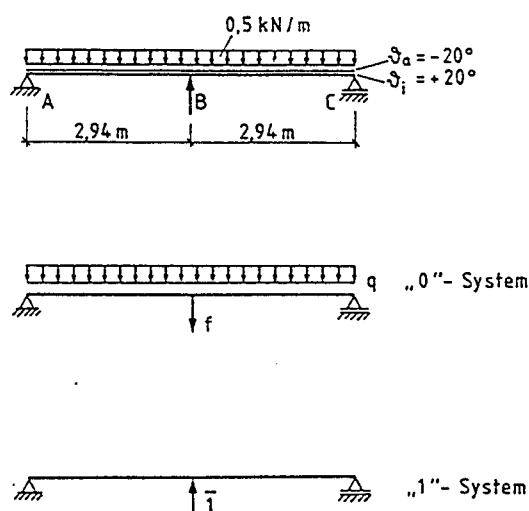


Bild 9: Statisches System und Belastung (Zweifeldplatte)

LF 1: Äußere Last: $q = 0,005 \text{ kN/cm}$

"0"-System (Bild 9)

$$M_{\max} = q \cdot l^2 / 8 = 0,005 \cdot 588^2 / 8 = 216,1 \text{ kNcm}$$

$$f = \frac{M_{\max} l^2}{9,6 \cdot EI} + k_Q \frac{M_{\max}}{G \cdot A_S}$$

infolge M infolge Q

$k_Q = 1$, da konstante Schubspannung vorausgesetzt wird.

$$G_S = 0,34 \text{ kN/cm}^2; A_S = 100 \cdot 3,957 = 396 \text{ cm}^2$$

$$f = \frac{216,1 \cdot 588^2}{9,6 \cdot 0,707 \cdot 10^6} + \frac{216,1}{0,34 \cdot 396} = 12,61 \text{ cm}$$

"1"-System (Bild 9)

$$M_{\max} = 1 \cdot 588 / 4 = 147 \text{ kNcm}$$

$$f = \frac{M_{\max} \cdot 588^2}{12 \cdot EI} + k_Q \frac{M_{\max}}{G \cdot A_S}$$
$$f = \frac{147 \cdot 588^2}{12 \cdot 0,707 \cdot 10^6} + \frac{147}{0,34 \cdot 396} = 7,08 \text{ cm}$$

$$X \cdot 7,08 - 12,61 = 0$$

$$X = 1,78 \text{ kN} = B$$

Moment über der Mittelstütze:

$$M_B = 216,1 - 1,78 \cdot 147 = 45,59 \text{ kNcm}$$

$$N = 45,59 / 3,957 = 11,51 \text{ kN}$$

Daraus ergeben sich die Normalspannungen in den Deckblechen:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 11,51 / 100 \cdot 0,043 = 2,67 \text{ kN/cm}^2$$

LF 2: Temperaturdifferenz 40°C

"0"-System:

$$f = \frac{1^2}{8} \alpha_T \frac{T}{e} = \frac{588^2}{8} 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{40}{3,957} = 5,24 \text{ cm}$$

Da infolge T der Querschnitt spannungslos bleibt, ist kein Einfluß infolge Querkraft vorhanden.

Das heißt, das "1"-System von LF 1 kann übernommen werden.

$$X \cdot 7,08 - 5,24 \stackrel{!}{=} 0$$

$$X = 0,74$$

$$M = 0,74 \cdot 147 = 108,84 \text{ kNcm}$$

$$N = 108,9 / 3,957 = 27,51 \text{ kN}$$

Normalspannungen in den Deckblechen:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 27,51 / 4,3 = 6,40 \text{ kN/cm}^2$$

2. Bestimmung der Schnittgrößen durch formelmäßige Berechnung nach der Zusammenstellung Bild 7

LF1 : Äußere Last : q = 0,005 kN/cm

$$B_S = 0,707 \cdot 10^6 \text{ kNcm}^2 \text{ (siehe Beispiel 6.1.1)}$$

$$K = \frac{3 \cdot B_S}{L^2 \cdot G_S \cdot A_S} = \frac{3 \cdot 0,707 \cdot 10^6}{294^2 \cdot 0,34 \cdot 395,7} = 0,182$$

Moment über der Mittelstütze:

$$M_B = \frac{q \cdot l^2}{8} \cdot \frac{1}{1+K} = \frac{0,005 \cdot 294^2}{8} \cdot \frac{1}{1+0,182} = 45,69 \text{ kNcm}$$

LF2 : Temperaturdifferenz 40°C

$$\Delta T' = 1,2 \cdot 10^{-5} (20^\circ - (-20^\circ)) = 4,8 \cdot 10^{-4}$$

$$M_B = \frac{3 \cdot BS \cdot \Delta T}{2 \cdot e} \cdot \frac{1}{1+K}$$
$$= \frac{3 \cdot 0,707 \cdot 10^6 \cdot 4,8 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 3,957} \cdot \frac{1}{1+0,182} = 108,74 \text{ kNcm}$$

Bemerkung:

1. Die Übereinstimmung der Ergebnisse aus den dargestellten Berechnungsverfahren stimmen naturgemäß überein.
2. Die **formelmäßige Berechnung** kann mit deutlich geringerem Aufwand durchgeführt werden. Es muß allerdings bedacht werden, daß die dargestellten Formeln nur für Zweifeldplatten mit gleichen Stützweiten gültig sind. Bei unterschiedlichen Stützweiten ist eventuell im Einzelfall wieder das Kraftgrößenverfahren direkt analog zur dargestellten Vorgehensweise oder eine EDV-Berechnung erforderlich.

6.2 Bauteile mit profilierten Deckschichten

Wie in den vorangegangenen Kapiteln dargestellt, können die Berechnungen der Schnittgrößen und Spannungen entsprechend nachfolgender Zusammenfassung erfolgen:

Einfeldrig gespannte Bauteile

mit Hilfe von

- a) speziellen Berechnungsverfahren (z.B. Differenzenverfahren) oder einem entsprechenden EDV-Programm
- b) Formeln nach Bild 7 oder
- c) Diagrammen nach Anlage 1

Zweifeldrig gespannte Bauteile

mit Hilfe von

- a) speziellen Berechnungsverfahren oder einem EDV-Programm
- b) Diagrammen nach Anlage 1

Beispielhaft werden nachfolgend für eine einfeldrig und zweifeldrig gespannte Sandwichplatte die Schnittgrößen berechnet. Dabei werden die Ergebnisse, die mit Hilfe des Differenzenverfahrens in Kapitel 3 für nachfolgend dargestelltes Beispiel errechnet wurden, den Ergebnissen aus der formelmäßigen Berechnung und aus der Anwendung der Diagramme gegenübergestellt.

Beispiel (siehe auch Kapitel 3):

$$\begin{array}{ll} t_1 = 0,77 \text{ mm} & t_2 = 0,53 \text{ mm} \\ A_1 = 7,737 \text{ cm}^2 & A_2 = 4,362 \text{ cm}^2 \\ I_1 = 13,76 \text{ cm}^4 & I_2 = 0 \\ E_1 = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2 & E_2 = E_1 \\ \alpha_1 = 1,23 \cdot 10^{-5} & \alpha_2 = 1 \\ G = 0,395 \text{ kN/cm}^2 & \\ L = 384 \text{ cm} & \\ e = 4,581 \text{ cm} & \\ h_{10} = 2,229 \text{ cm} & \end{array}$$

Temperaturbeanspruchung: $T_u = 20^\circ\text{C}$; $T_o = 80^\circ\text{C}$

$$E = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$$
$$G_S = 0,395 \text{ kN/cm}^2$$

Beanspruchung: $\Delta T = 60^\circ\text{C}$

Einfeldplatte: L = 3,84 m

Nachweis in Feldmitte:

nach a) Differenzenverfahren (siehe Kapitel 3):

$$M_1 = 37,1 \text{ kNcm}$$

$$N = 8,1 \text{ kN}$$

nach b) Formelzusammenstellung (siehe Bild 7):

$$B_S = \frac{2,1 \cdot 10^4 \cdot 7,737 \cdot 4,362 \cdot 4,581^2}{7,737 + 4,362} = 1,229 \cdot 10^6$$

$$B_D = 2,1 \cdot 10^4 (13,76 + 0) = 2,89 \cdot 10^5$$

$$A_S = 100 \cdot 4,581 = 458,1 \text{ cm}^2$$

$$k = \frac{8 \cdot 1,229 \cdot 10^6}{384^2 \cdot 0,395 \cdot 458,1} = 0,368$$

$$\beta = \frac{2,89 \cdot 10^5}{2,89 \cdot 10^5 + \frac{1,229 \cdot 10^6}{1 + 0,368}} = 0,2434$$

$$\Delta T' = 1,23 \cdot 10^{-5} \cdot 60 = 7,38 \cdot 10^{-4}$$

$$M_S = \frac{2,89 \cdot 10^5}{4,581} \cdot 7,38 \cdot 10^{-4} (1 - 0,2434) = 35,22 \text{ kNcm}$$

$$M_1 = - 35,22 \text{ kNcm}$$

$$N = 35,22/4,581 = 7,69 \text{ kN}$$

$$\bar{\sigma}_{10} = \frac{35,22}{13,76} * 2,229 - \frac{7,69}{7,737} = 4,71 \text{ kN/cm}^2$$

nach c) Diagramm (Anlage 1 bzw. Seite 48 a/b):

$$B_D = 2,89 * 10^5$$

$$B_S = 1,229 * 10^6$$

$$B_D/B_S = 0,235$$

$$S_O = 0,395 * 4,581 * 100 = 180,9$$

$$k = 1,229 * 10^6 / 180,9 * 384^2 = 0,046$$

$$\beta_T = 0,78$$

$$M_1 = M_D = 1,23 * 10^{-5} (20-80) * 2,89 * 10^5 * 0,78 / 4,581 = - 36,31 \text{ kNcm}$$

$$M_S = + 36,31 \text{ kNcm}$$

$$\bar{\sigma}_{10} = \frac{36,31}{13,76} * 2,229 - \frac{36,31}{7,737 * 4,581} = 4,85 \text{ kN/cm}^2$$

Zweifeldplatte:

nach a) Differenzenverfahren (siehe Kapitel 3):

$$M_1 = 26,81 \text{ kNcm}$$

$$N = 36,97 \text{ kN}$$

$$\sigma_{10} = 9,12 \text{ kN/cm}^2$$

nach c) Diagramm (Anlage 1 bzw. Seite 48 a/b):

$$B_D/B_S = 0,235 \text{ (siehe Einfeldplatte)}$$

$$k = 1,229 \cdot 10^6 / (180,9 \cdot 192^2) = 0,184$$

$$l_1:l_2 = 1 : 1$$

$$\beta_{ST} = 0,65$$

$$\beta_{0T} = 0,155$$

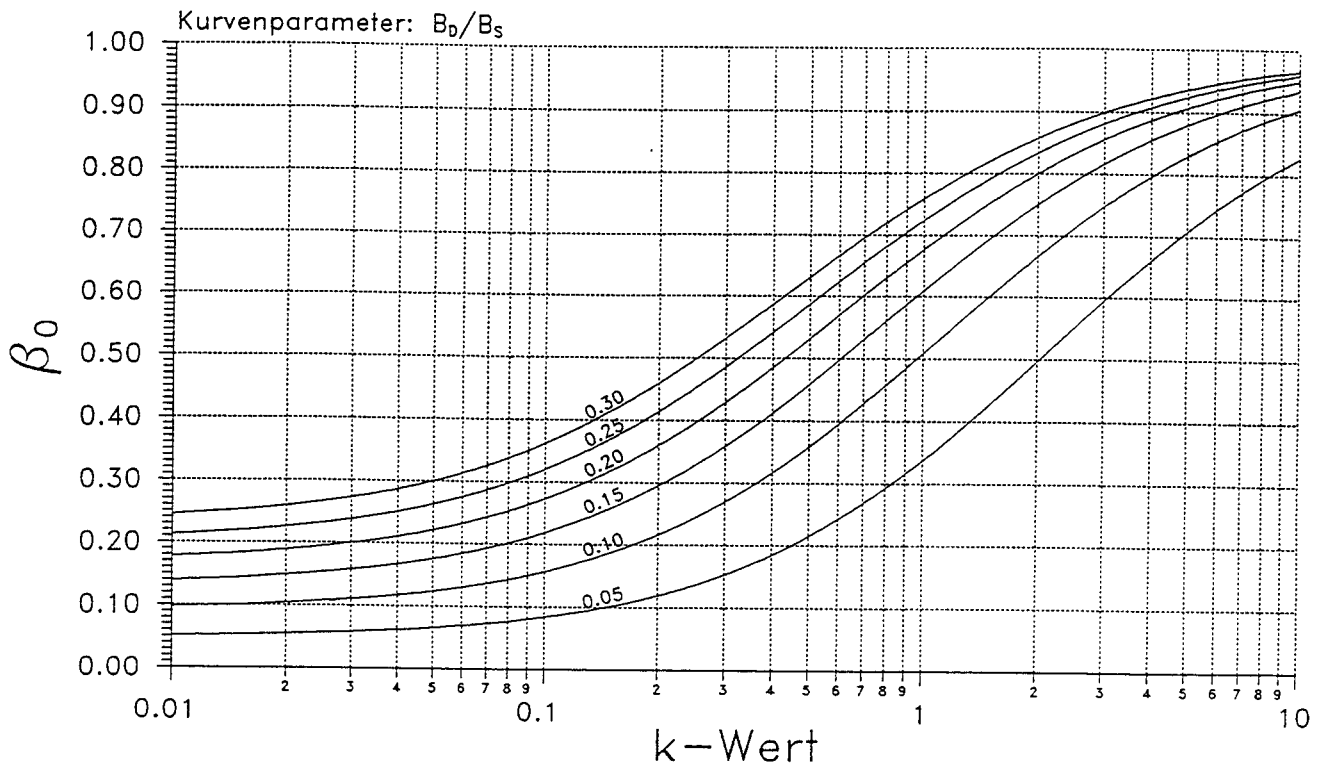
$$M_1 = M_D = 1,23 \cdot 10^{-5} (20-80) \cdot 2,89 \cdot 10^5 \cdot 0,65 / 4,581 = 30,2 \text{ kNcm}$$

$$M_S = 30,2 (1/0,155) - 1) = 164,7 \text{ kNcm}$$

$$\sigma_{10} = \frac{30,2}{13,76} \cdot 2,229 + \frac{164,7}{7,737 \cdot 4,581} = 9,54 \text{ kN/cm}^2$$

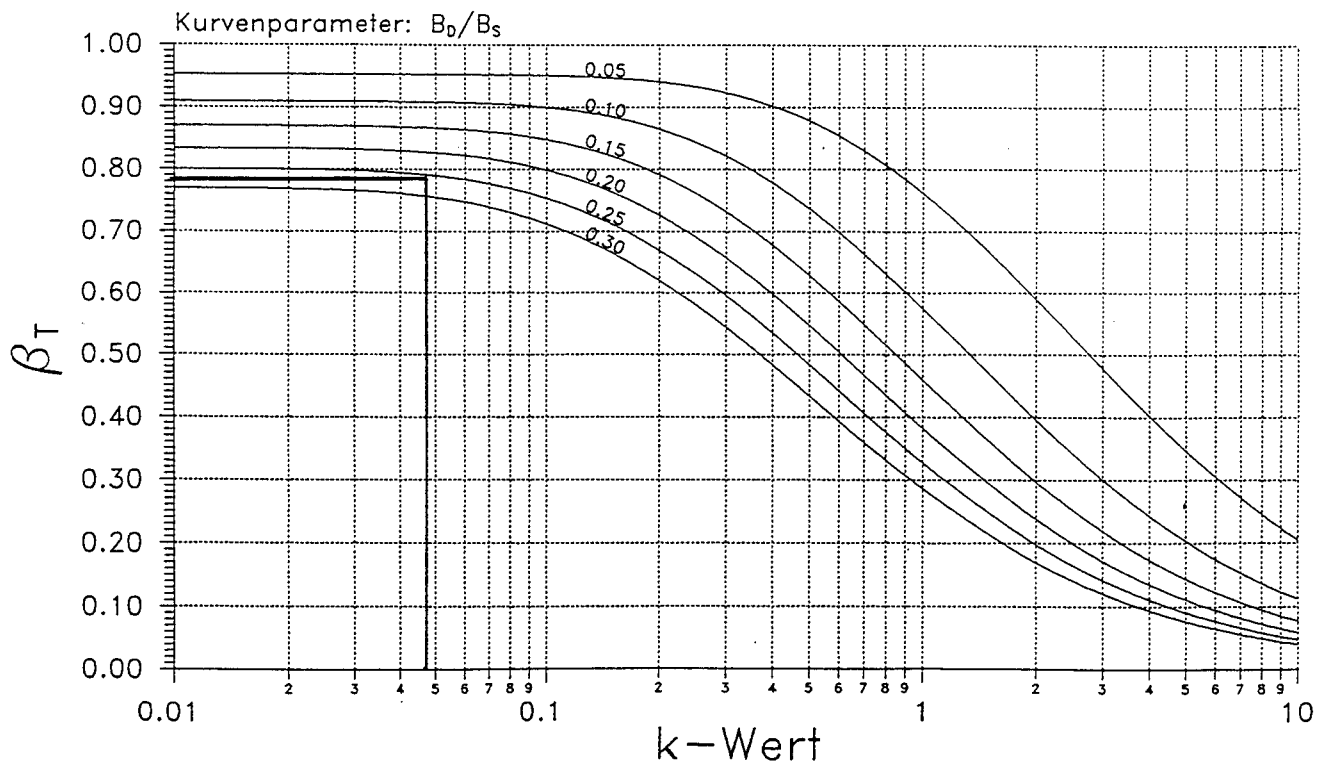
1-Feldträger

Bemessungstafel für $\beta_0(k)$

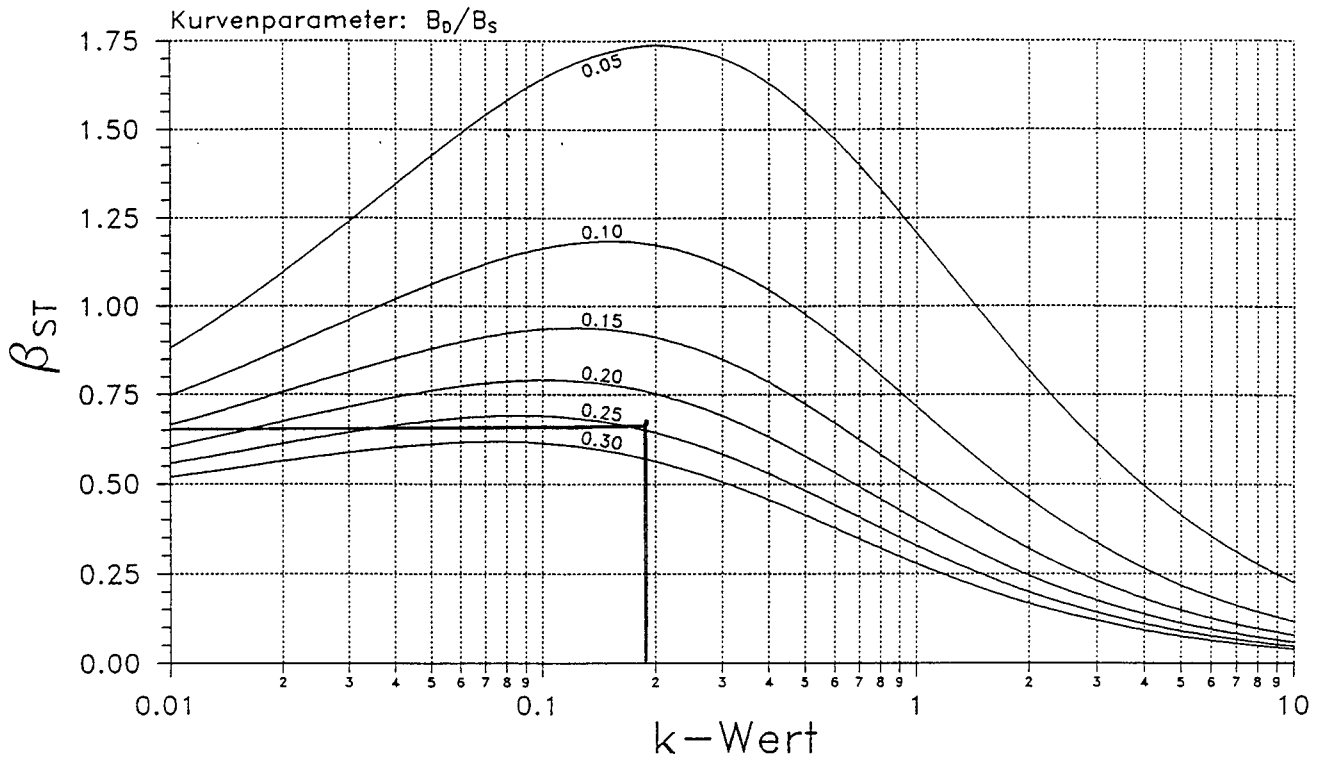


1-Feldträger

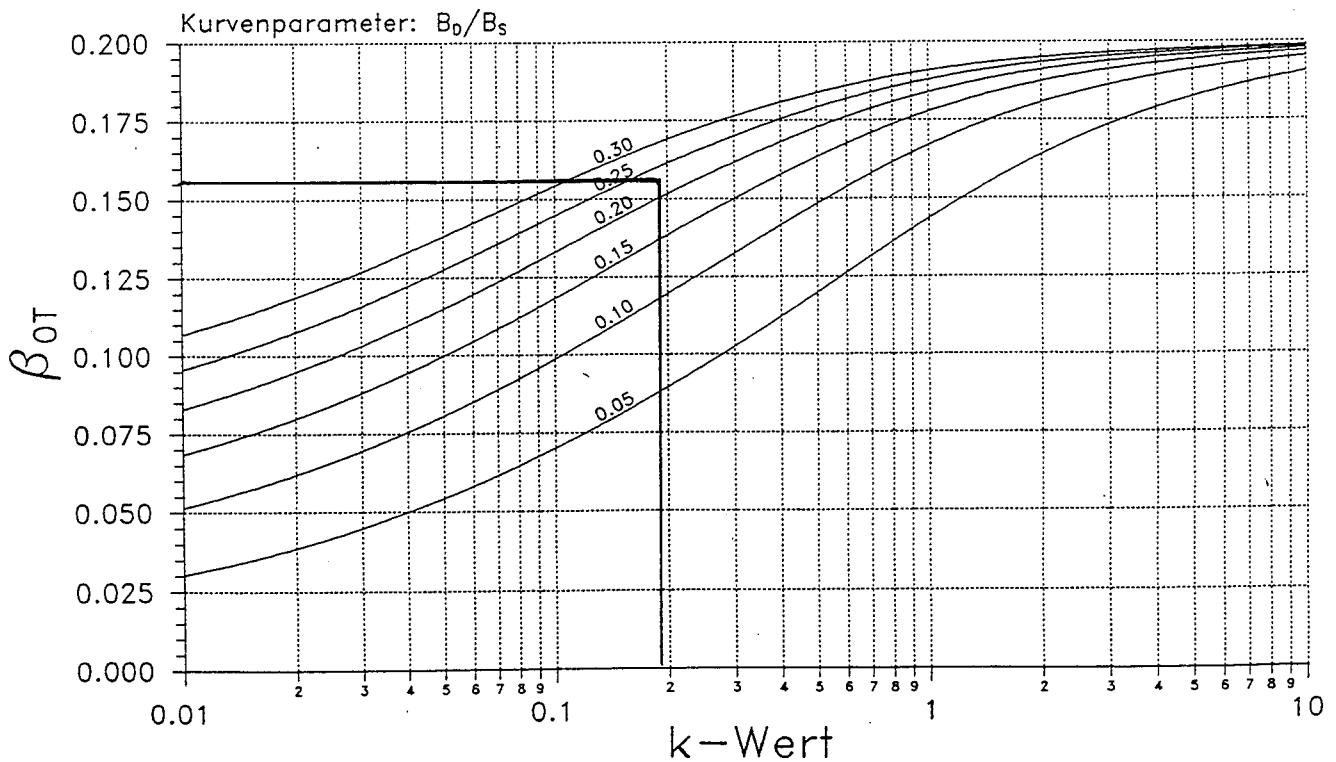
Bemessungstafel für $\beta_T(k)$



2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 1$
Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 1$
Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



7. Zusammenfassung

Für den Nachweis der Standsicherheit und Gebrauchsfähigkeit von Sandwichbauteilen mit dehn- und biegesteifen Deckschichten und schubweichem Kern sind die Schnittgrößen und Spannungen unter Beachtung der Schubverformungen im Kern (Theorie des nachgiebigen Verbundes) zu berechnen. Diese Berechnungen können mit bestimmten Verfahren (z.B. erweitertes Kraftgrößen-, Differenzen- oder Finite-Elemente-Verfahren) durchgeführt werden, die wegen des hohen Rechenaufwandes sinnvoll jedoch nur im Rahmen von EDV-Programmen angewendet werden.

Falls ein solches EDV-Programm nicht zur Verfügung steht, eine praxisgerechte Dimensionierung aber dennoch (z.B. für einen Einzelfall) erfolgen soll, wurden auf der Basis der genannten Verfahren Rechenhilfen zusammengestellt, mit denen die Schnittgrößen bei Sandwichbauteilen für alle statischen Systeme und Lastfälle mit relativ geringem Aufwand bestimmt werden können. Dabei können alle Beanspruchungen infolge äußeren Lasten (Eigengewicht, Schnee und Wind), unterschiedlichen Temperaturen bei den Deckschichten und Kriechverformungen der Kernschicht erfaßt werden.

Dies gilt insbesondere auch für mehrfeldrig verlegte Sandwichbauteile mit biegesteifen (profilierten) Deckschichten, für die spezielle Diagramme erstellt wurden. Somit können für den praxisgerechten Einsatz dieser Bauteile alle erforderlichen Nachweise mit geringem Aufwand durchgeführt werden.

Die einzelnen Berechnungsmöglichkeiten wurden anhand von Beispielen dargestellt.

Literaturverzeichnis

- /1/ Möhler, K.:
Über das Tragverhalten von Biegeträgern und
Druckstäben mit zusammengesetzten Querschnitten und
nachgiebigen Verbindungen,
Habilitationsschrift, TU Karlsruhe, 1956

- /2/ Stamm, K., Witte, H.:
Sandwichkonstruktionen,
Springer-Verlag, 1974

- /3/ Berner, K.:
Stahl/PUR-Sandwichtragwerk unter Temperatur- und
Brandbelastung,
TH Darmstadt, 1978

- /4/ Stamm, K.:
Sandwichelemente mit metallischen Deckschichten als
Wandbauelemente und Dachbautafeln im Bauwesen,
Stahlbau 5 und 8/1984

- /5/ Schwarze, K.:
Numerische Methoden zur Berechnung von Sandwich-
elementen,
Stahlbau 12/1984

- /6/ Langlie, C.:
Berechnung von Sandwichelementen mit ebenen metallischen
Deckschichten,
Stahlbau 10/1985

- /7/ Jungbluth, O., Berner, K.:
Verbund- u. Sandwichtragwerke,
Springer-Verlag, 1986

- /8/ Wölfel, E.:
Nachgiebiger Verbund, Eine Näherungslösung und
deren Anwendungsmöglichkeiten,
Stahlbau 6/1987

- /9/ ECCS, European Reccomendations for Sandwich Panels,
TC 7, 1991

- /10/ Recommendations for Sandwich panels with mineral wool
core material,
CIB (Conseil International du Batiment pour l'Etude),
unveröffentlicht

Anlage 1

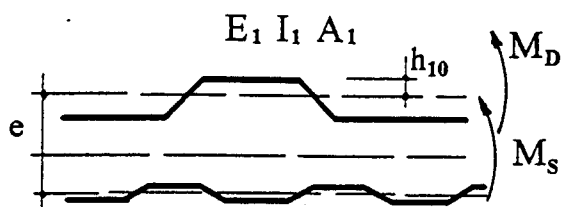
Bemessungsdiagramme

Bemessungsdiagramme für Einfeldträger

- *Diagramm für β_0*
- *Diagramm für β_T*

Bemessung von Sandwich - Bauteilen mit profilierten Deckschichten

Ermittlung der Spannungen in den Deckschichten Einfeldplatten (Feldmitte)



E, I, A = E - Modul, Trägheitsmoment und Fläche der oberen (1) und unteren (2) Deckschicht

G_s = Schubmodul der Kernschicht

b = Bauteilbreite

$$E_2 \quad A_2 \quad I_2=0$$

Vorwerte

$$B_D = E_1 * I_1 + E_2 * I_2$$

$$B_S = E_1 * A_1 * E_2 * A_2 * e^2 / (E_1 * A_1 + E_2 * A_2)$$

$$S_Q = G_s * e * b$$

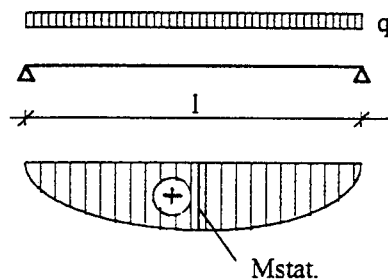
$$k = B_S / (S_Q * l^2)$$

$$\text{Kurve} = B_D / B_S$$

Lastfall Gleichstreckenlast

Ermittlung von β_0 aus den Diagrammen

Berechnung des statischen Momentes ($M_{stat.}$)



$$M_D = \beta_0 * M_{stat.} \quad \sigma_{10} = -(M_D * h_{10} / I_1) - (M_S / A_1 * e)$$

$$M_S = (1 - \beta_0) * M_{stat.} \quad \sigma_{2u} = M_S / (A_2 * e)$$

Lastfall Temperatur

Ermittlung von β_T aus den Diagrammen

T_0 = Temperatur an der oberen Deckschicht

T_u = Temperatur an der unteren Deckschicht

α_T = Temperatur - Ausdehnungskoeffizient

$$M_D = \alpha_T * (T_u - T_0) * B_D * \beta_T / e \quad \sigma_{10} = -(M_D * h_{10} / I_1) - (M_S / A_1 * e)$$

$$M_S = -M_D \quad \sigma_{2u} = M_S / (A_2 * e)$$

Lastfall Kriechen

Berechnung der Spannungen nach Kriechen : (σ^k)

Analog wie bei Lastfall Gleichstreckenlast, jedoch mit Schubmodul

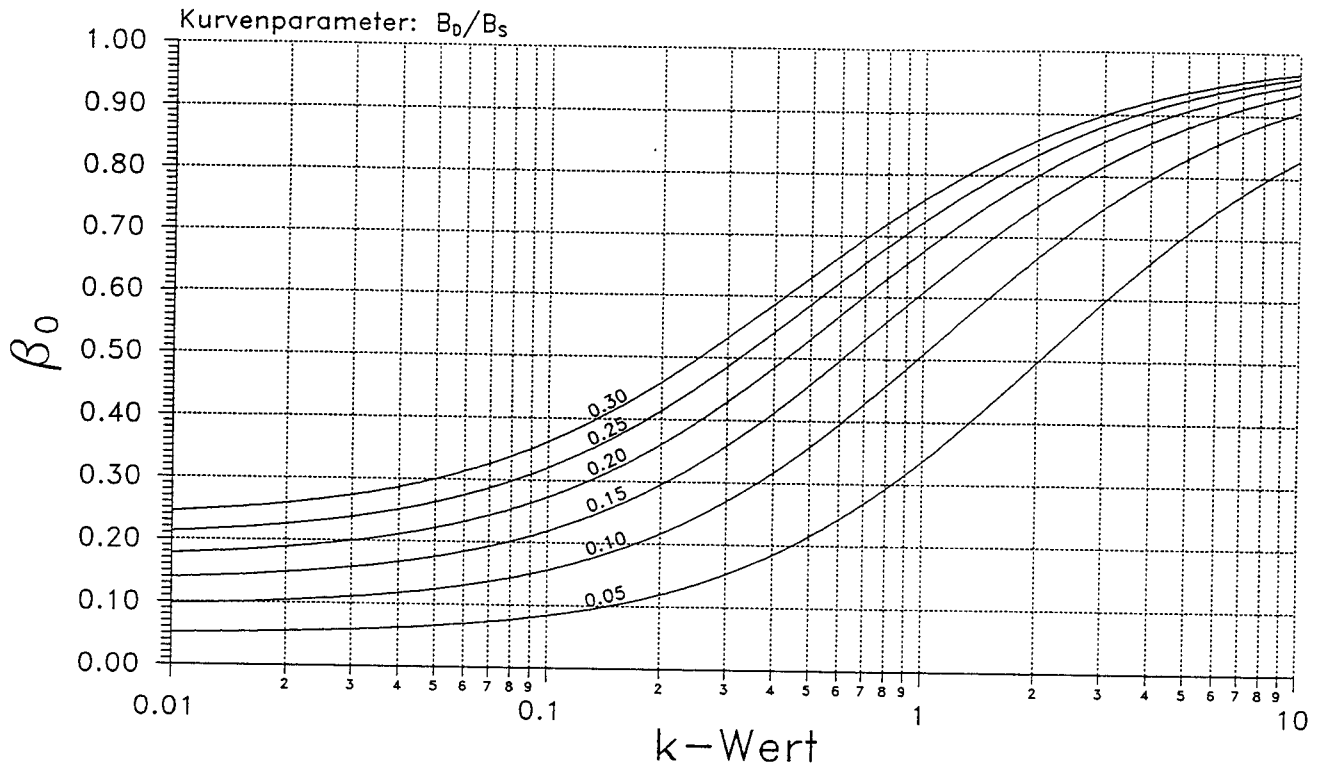
$$G_s^k = \frac{G_s}{1 + \varphi}; \quad \varphi = \text{Kriechfaktor}$$

Spannungsanteil infolge Kriechen (σ = Spannung ohne Kriechen) :

$$\Delta \sigma^k = \sigma^k - \sigma$$

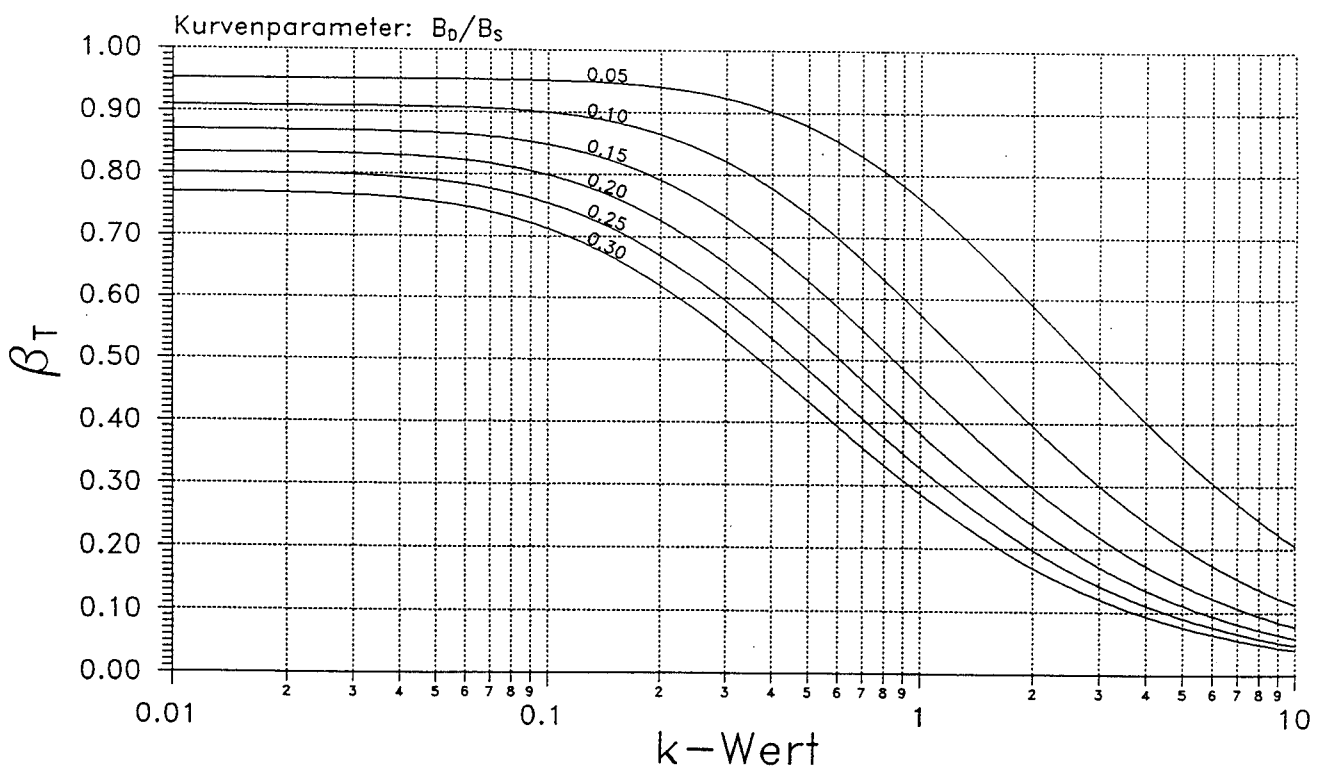
1-Feldträger

Bemessungstafel für $\beta_0(k)$



1-Feldträger

Bemessungstafel für $\beta_T(k)$



Bemessungsdiagramme für Zweifeldträger

- *Diagramm für β_{sq}*
- *Diagramm für β_{oq}*
- *Diagramm für β_{ST}*
- *Diagramm für β_{OT}*

für die folgenden Stützweitenverhältnisse

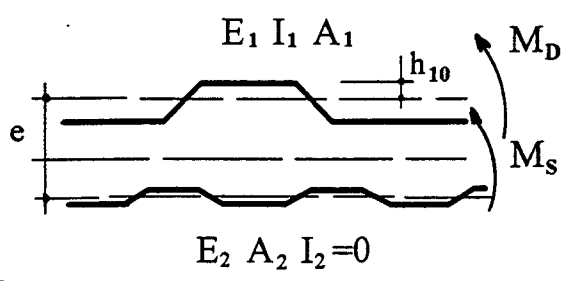
$$L_1 : L_2 = 1 : 1$$

$$L_1 : L_2 = 1 : 2$$

$$L_1 : L_2 = 1 : 3$$

Bemessung von Sandwich - Bauteilen mit profilierten Deckschichten

Ermittlung der Spannungen in den Deckschichten Zweifeldplatten (über Mittelstütze)



E, I, A = E - Modul, Trägheitsmoment und Fläche der oberen (1) und unteren (2) Deckschicht
 G_s = Schubmodul der Kernschicht
 b = Bauteilbreite

Vorwerte

$$B_D = E_1 * I_1 + E_2 * I_2$$

$$B_S = E_1 * A_1 * E_2 * A_2 * e^2 / (E_1 * A_1 + E_2 * A_2)$$

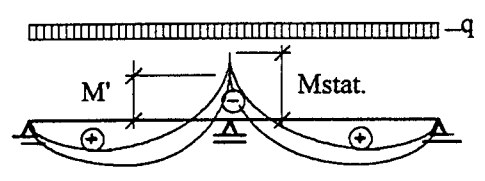
$$S_Q = G_S * e * b$$

$$k = B_S / (S_Q * l^2)$$

$$\text{Kurve} = B_D / B_S$$

Lastfall Gleichstreckenlast

Ermittlung von β_{0q} und β_{sq} aus den Diagrammen



Berechnung des statischen Momentes ($M_{stat.}$)

$$M' = M_{stat.} / (1 + \beta_{sq})$$

$$M_D = \beta_{0q} * M' \quad \sigma_{10} = -(M_D * h_{10} / I_1) - (M_S / A_1 * e)$$

$$M_S = (1 - \beta_{0q}) * M' \quad \sigma_{2u} = M_S / (A_2 * e)$$

Lastfall Temperatur

Ermittlung von β_{0T} und β_{ST} aus den Diagrammen

T_0 = Temperatur an der oberen Deckschicht
 T_u = Temperatur an der unteren Deckschicht
 α_T = Temperatur - Ausdehnungskoeffizient

$$M_D = -\alpha_T * (T_u - T_0) * B_D * \beta_{ST} / e \quad \sigma_{10} = -(M_D * h_{10} / I_1) - (M_S / A_1 * e)$$

$$M_S = M_D * (1 / \beta_{0T} - 1) \quad \sigma_{2u} = M_S / (A_2 * e)$$

Lastfall Kriechen

Berechnung der Spannungen nach Kriechen : (σ^k)

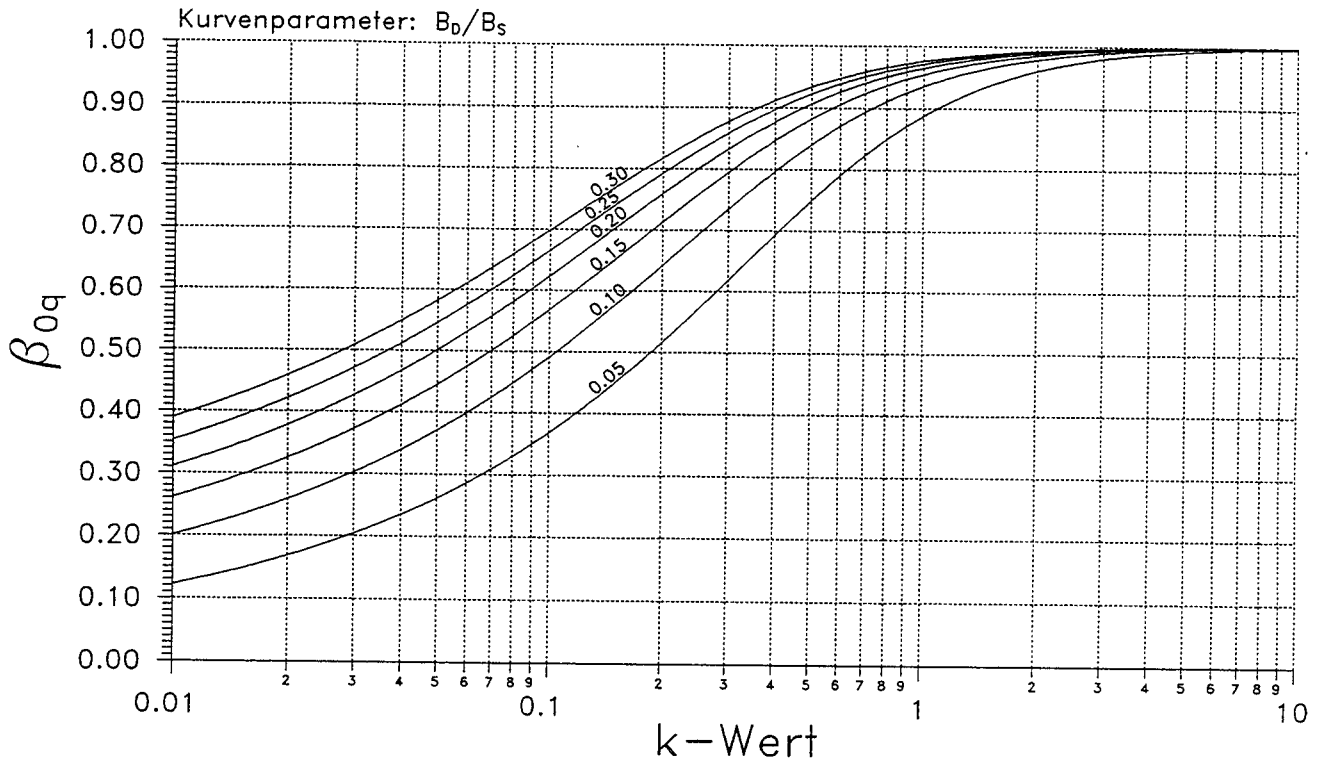
Analog wie bei Lastfall Gleichstreckenlast, jedoch mit Schubmodul

$$G_S^k = \frac{G_S}{1 + \varphi}; \varphi = \text{Kriechfaktor}$$

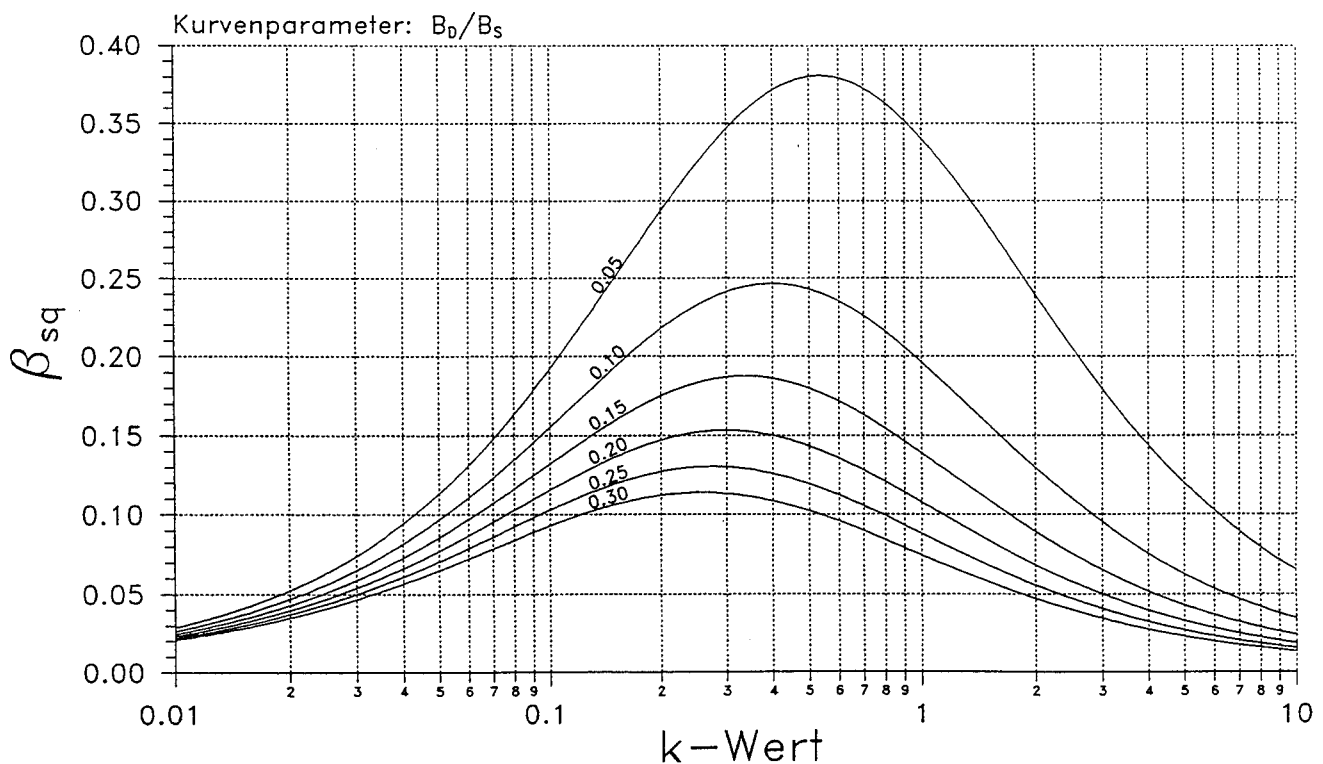
Spannungsanteil infolge Kriechen ($\sigma =$ Spannung ohne Kriechen) :

$$\Delta \sigma^k = \sigma^k - \sigma$$

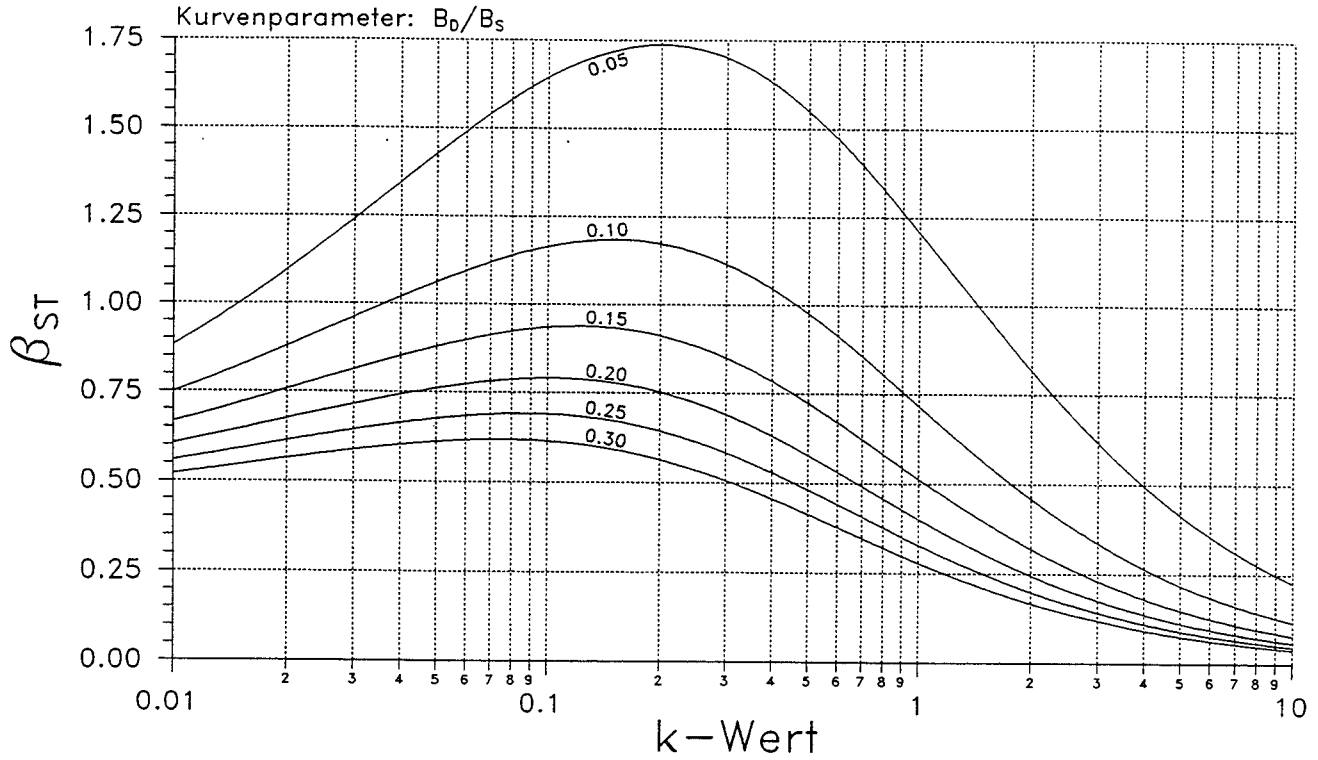
2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 1$
Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



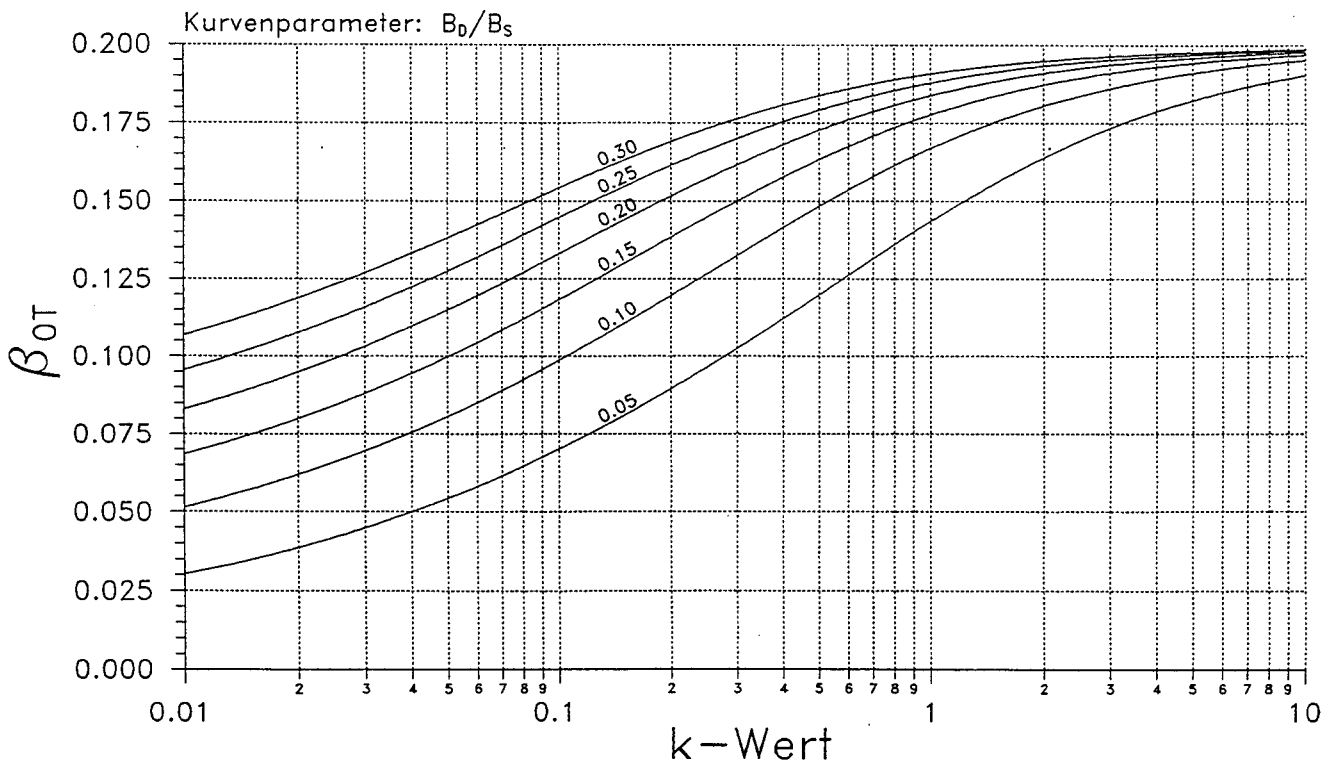
2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 1$
Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



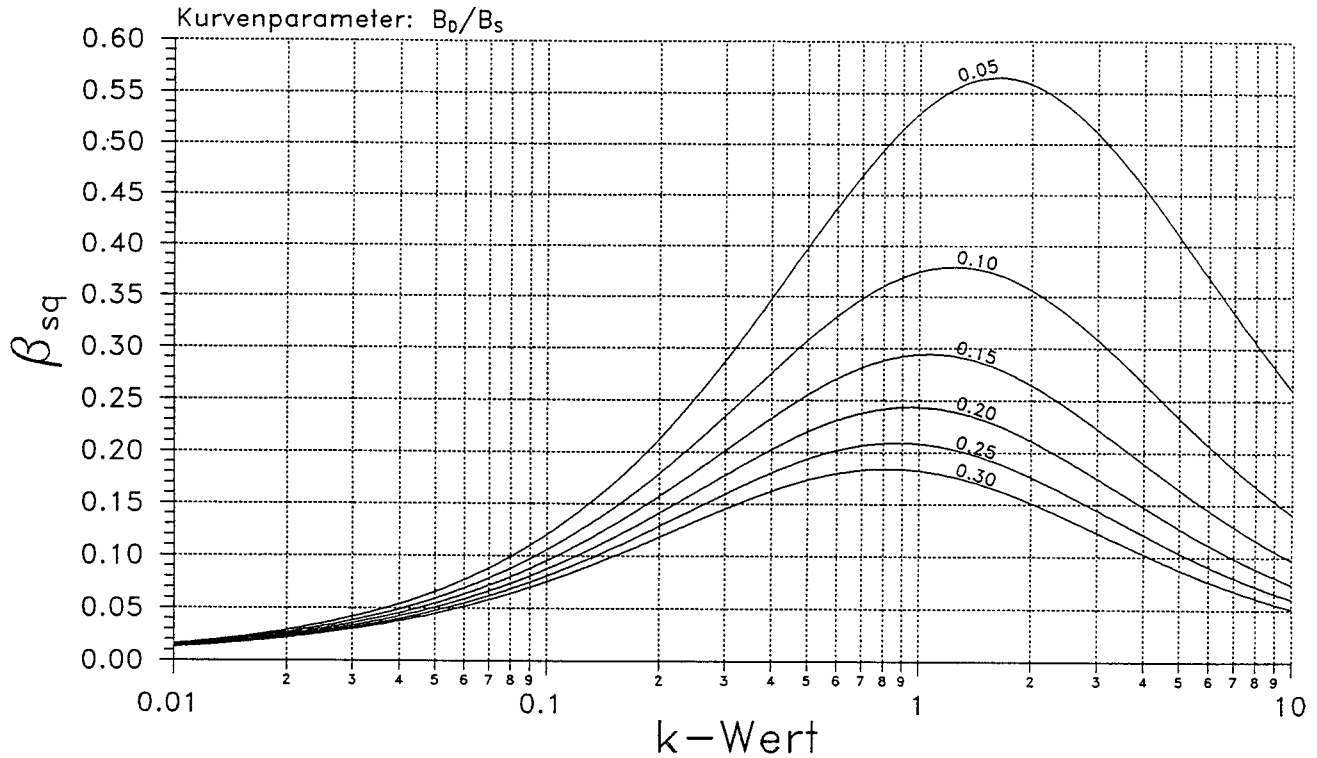
2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 1$
 Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



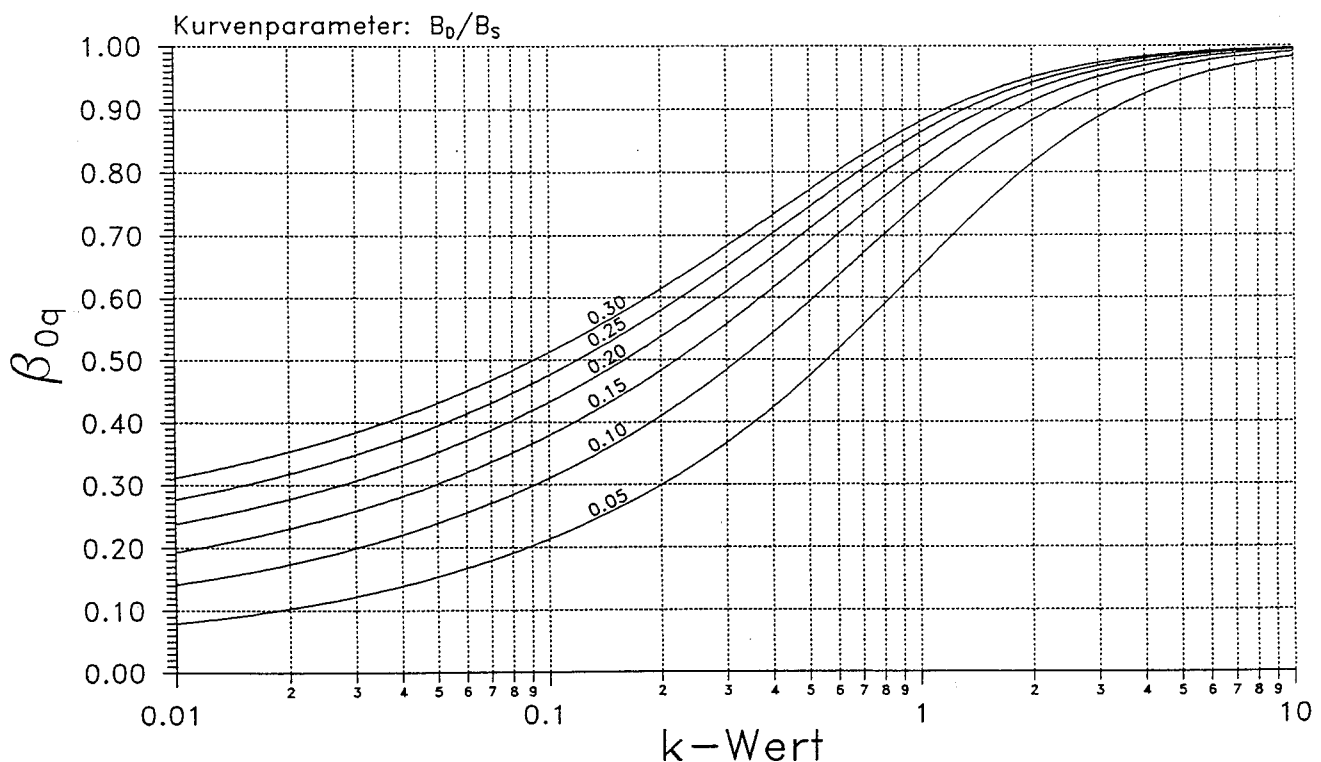
2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 1$
 Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



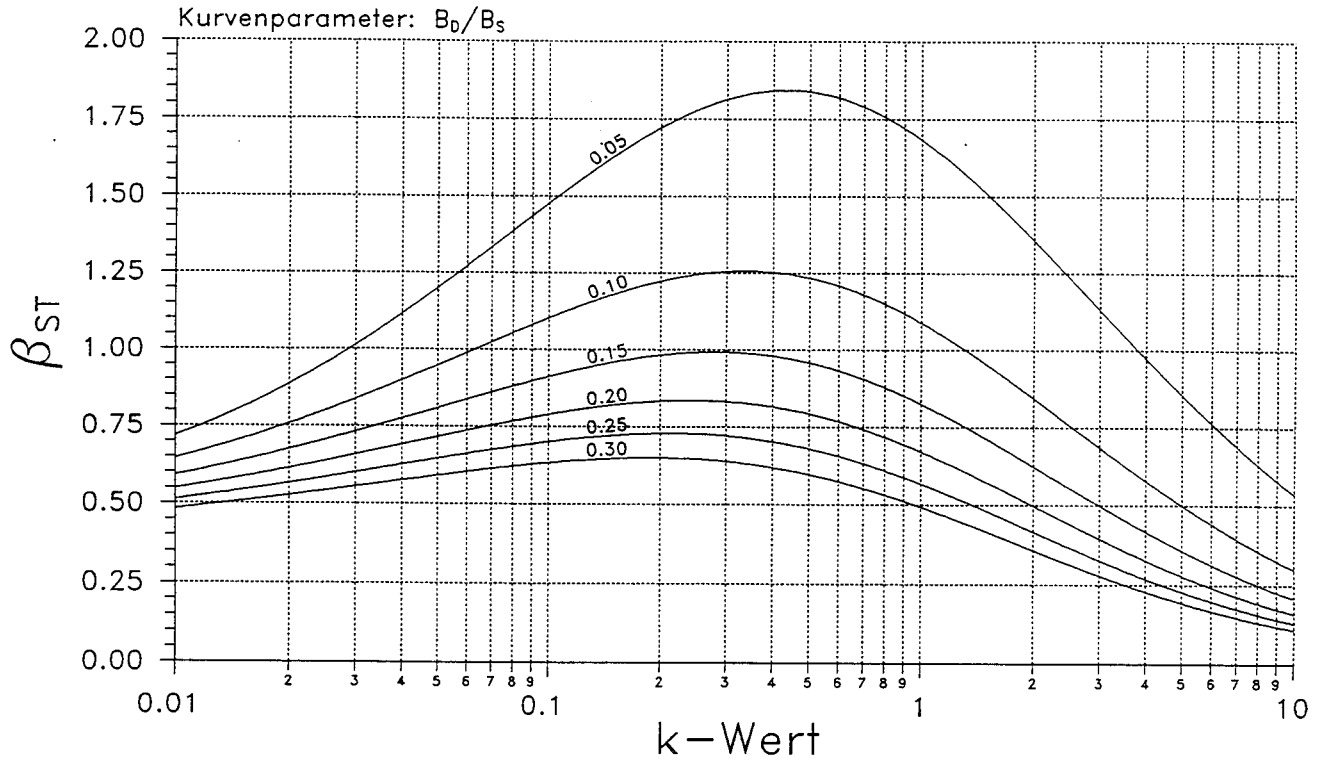
2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 2$
Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



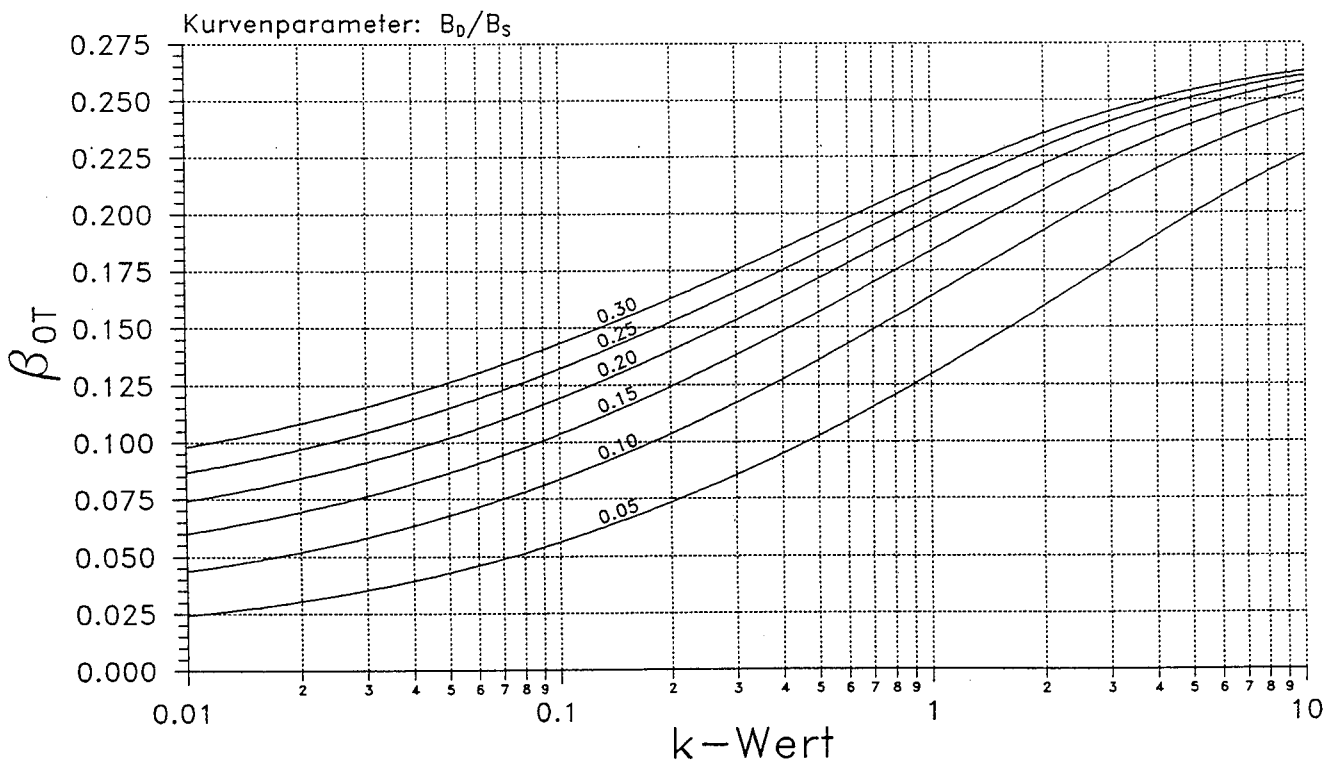
2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 2$
Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



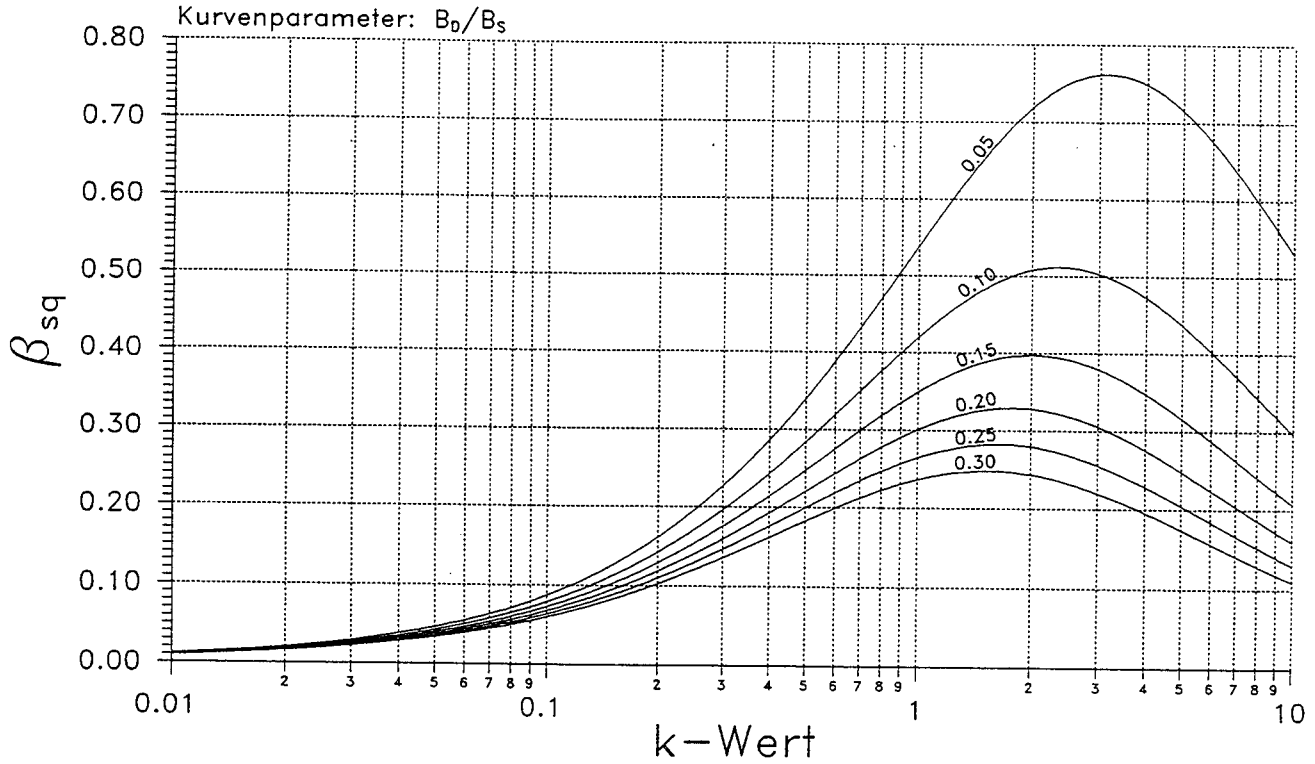
2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 2$
Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



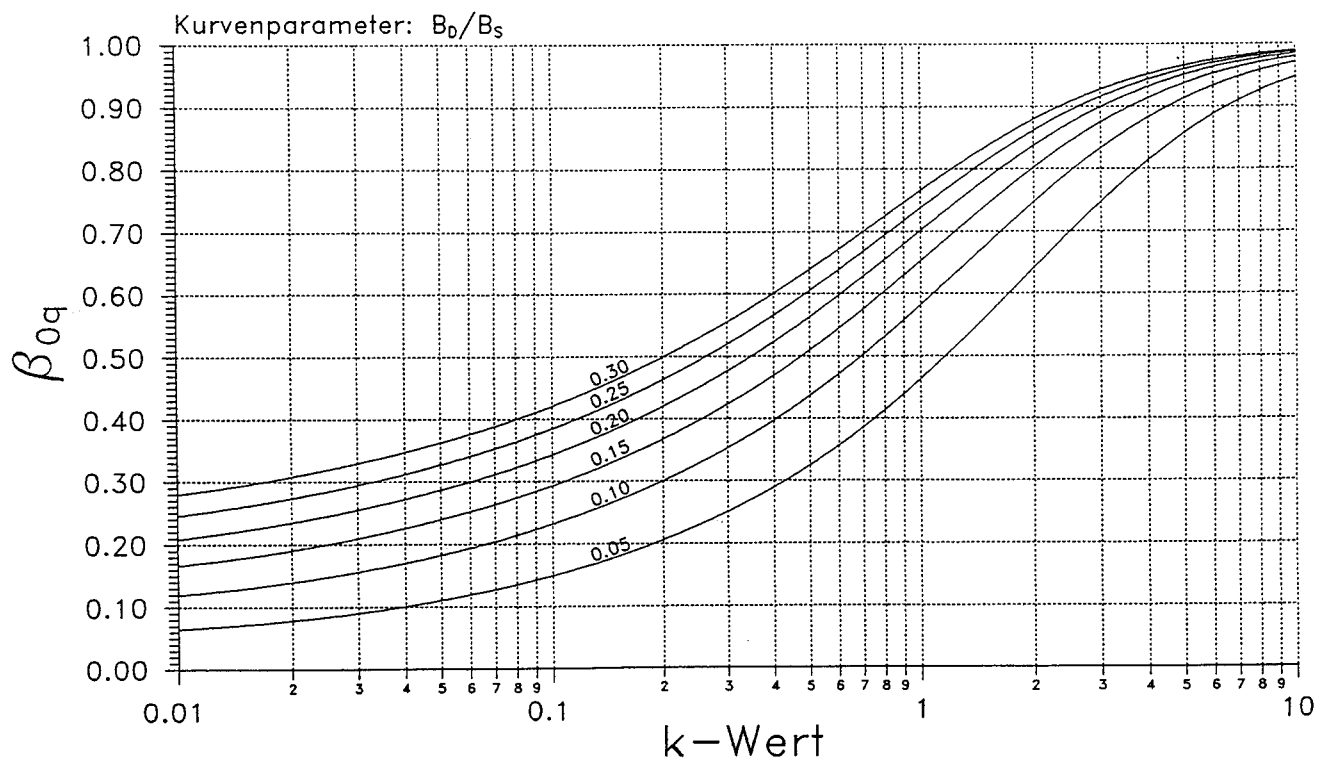
2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 2$
Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



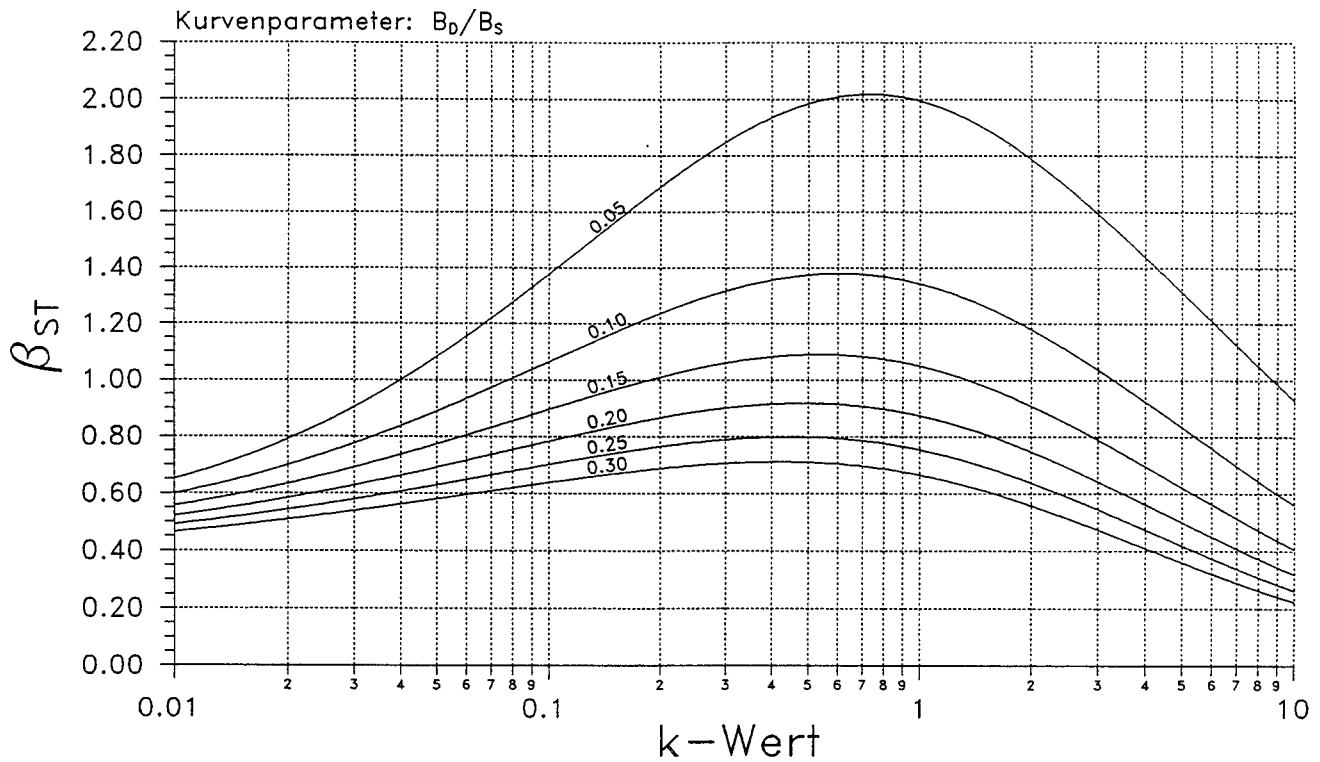
2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 3$
Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



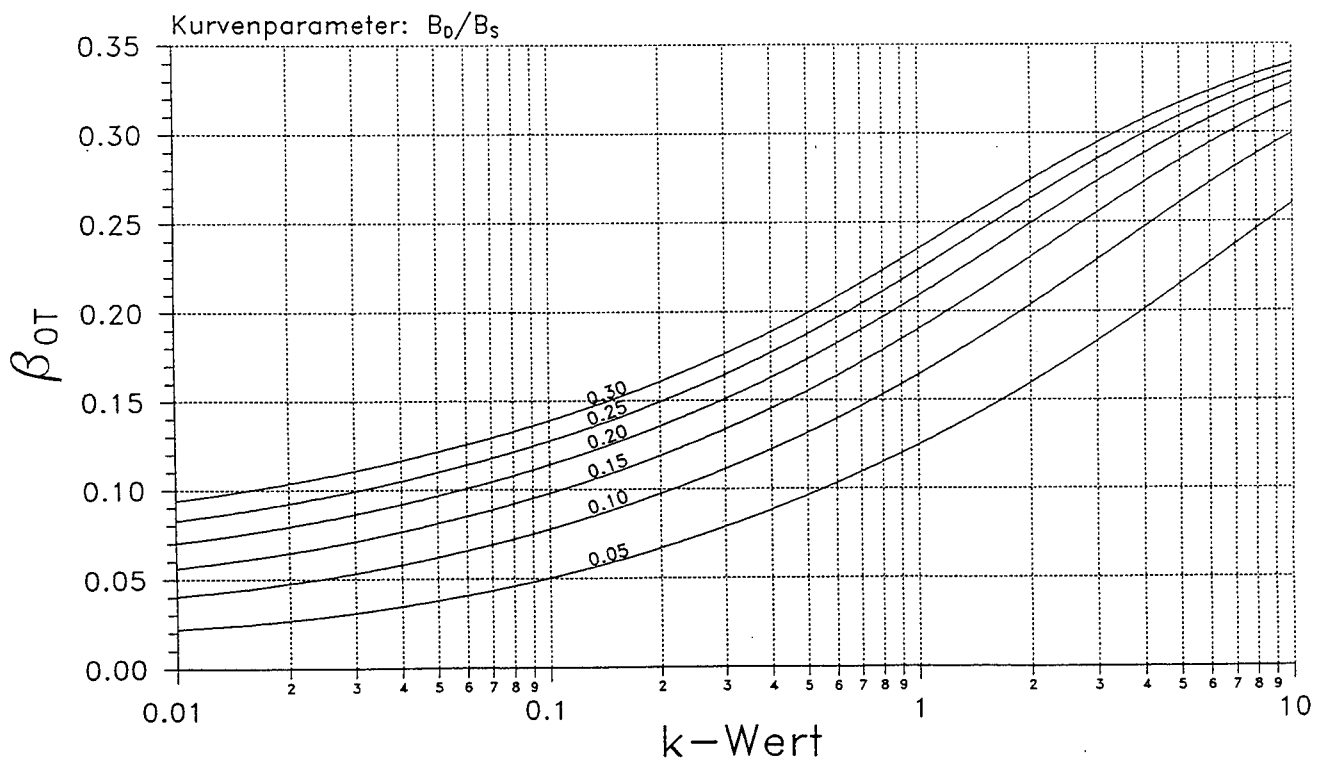
2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 3$
Bemessungstafel für $\beta_{oq}(k)$



2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 3$
Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



2-Feldträger $l_1 : l_2 = 1 : 3$
Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



Bemessungsdiagramme für Dreifeldträger

- Diagramm für β_{sq}*
- Diagramm für β_{oq}*
- Diagramm für β_{st}*
- Diagramm für β_{ot}*

für die folgenden Stützweitenverhältnisse

$$L_1 : L_2 : L_3 = 1 : 1 : 1$$

$$L_1 : L_2 : L_3 = 1 : 1 : 2$$

$$L_1 : L_2 : L_3 = 1 : 1 : 3$$

$$L_1 : L_2 : L_3 = 1 : 2 : 1$$

$$L_1 : L_2 : L_3 = 1 : 2 : 2$$

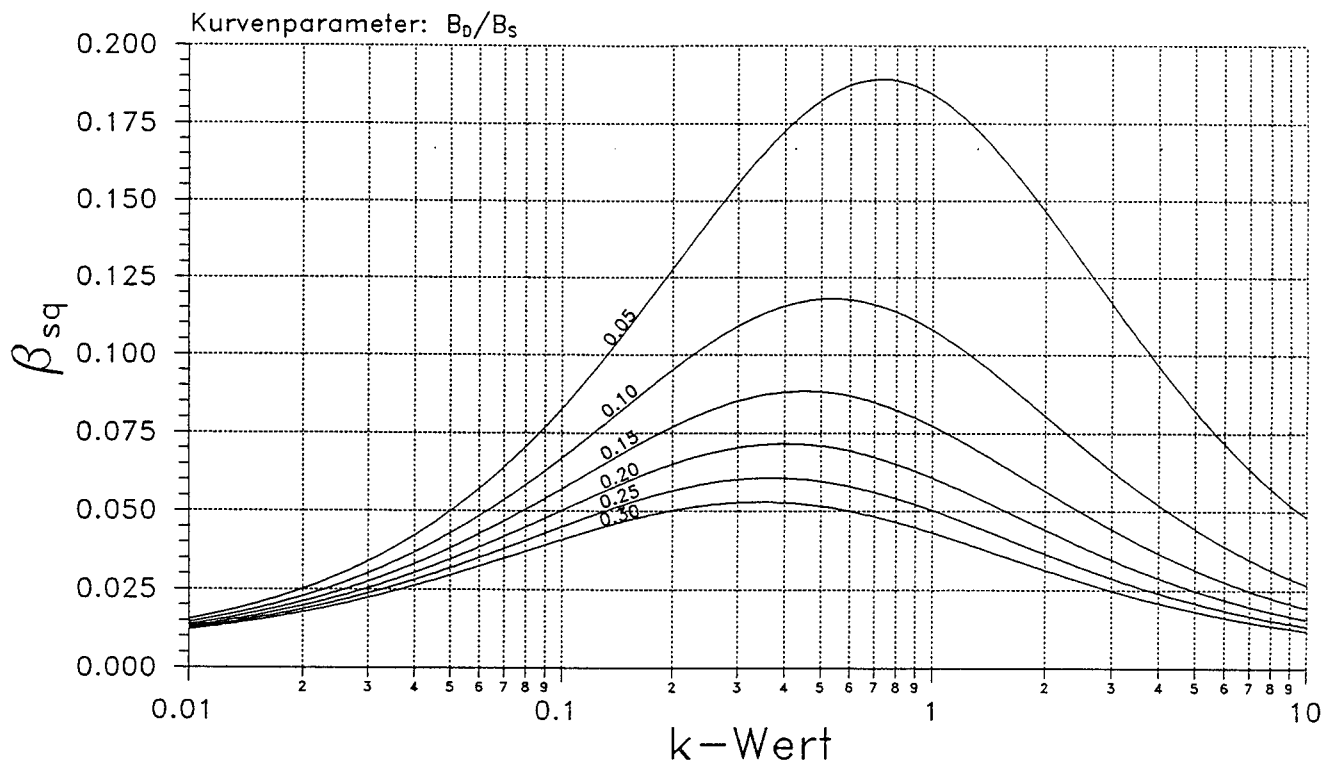
$$L_1 : L_2 : L_3 = 1 : 2 : 3$$

$$L_1 : L_2 : L_3 = 1 : 3 : 1$$

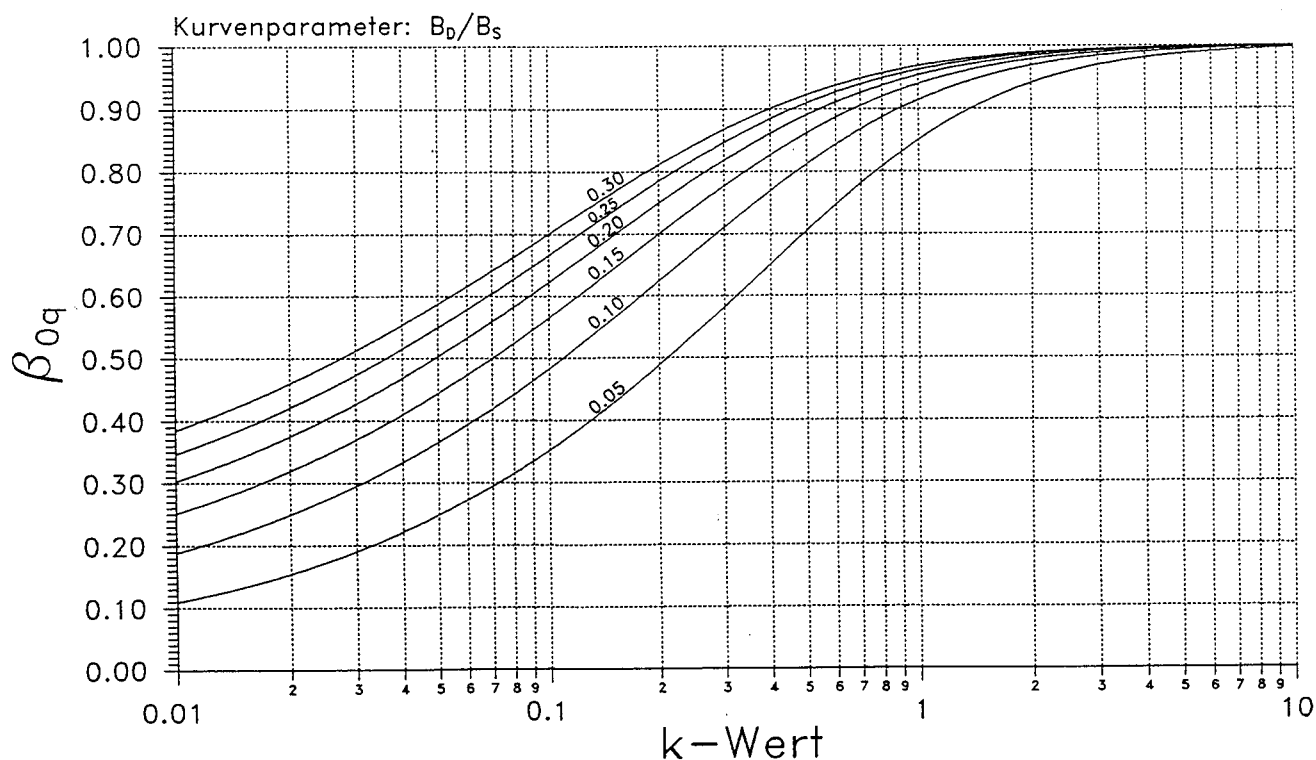
$$L_1 : L_2 : L_3 = 1 : 3 : 2$$

$$L_1 : L_2 : L_3 = 1 : 3 : 3$$

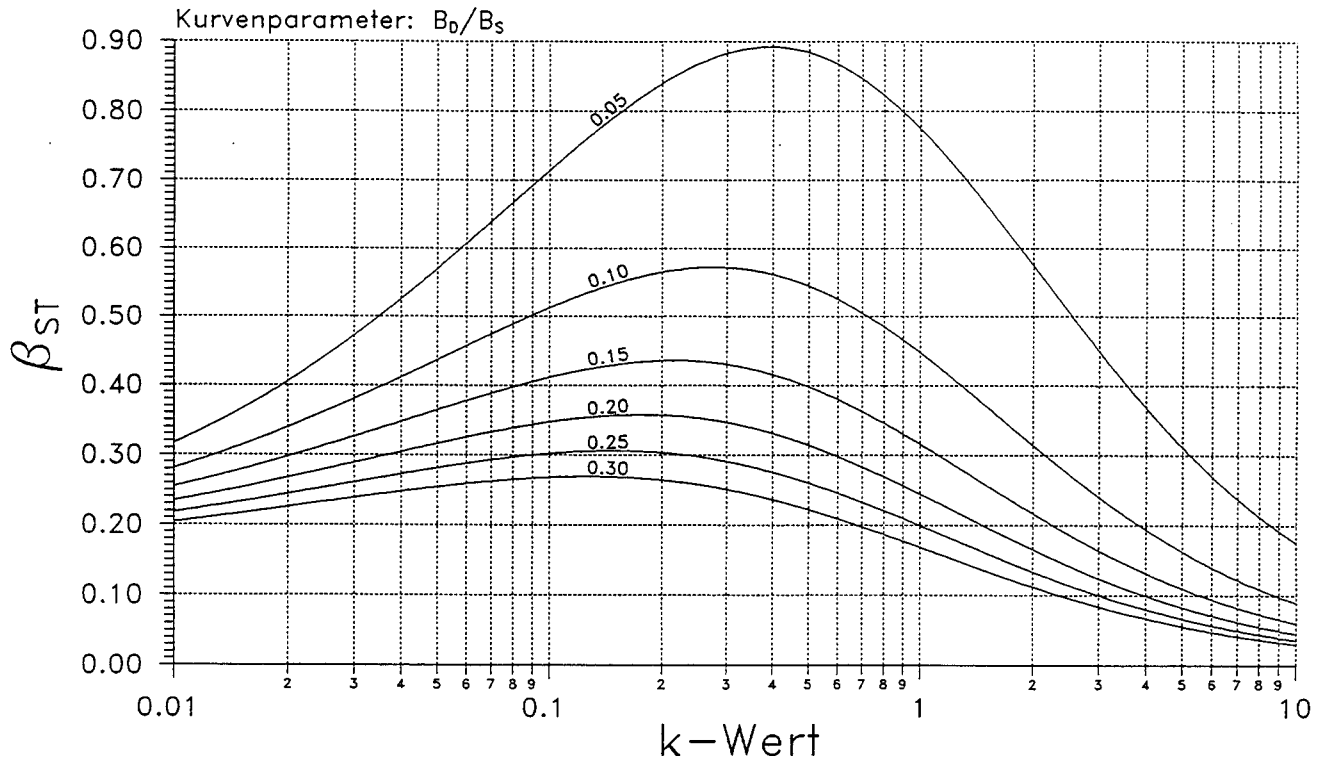
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 1$
Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



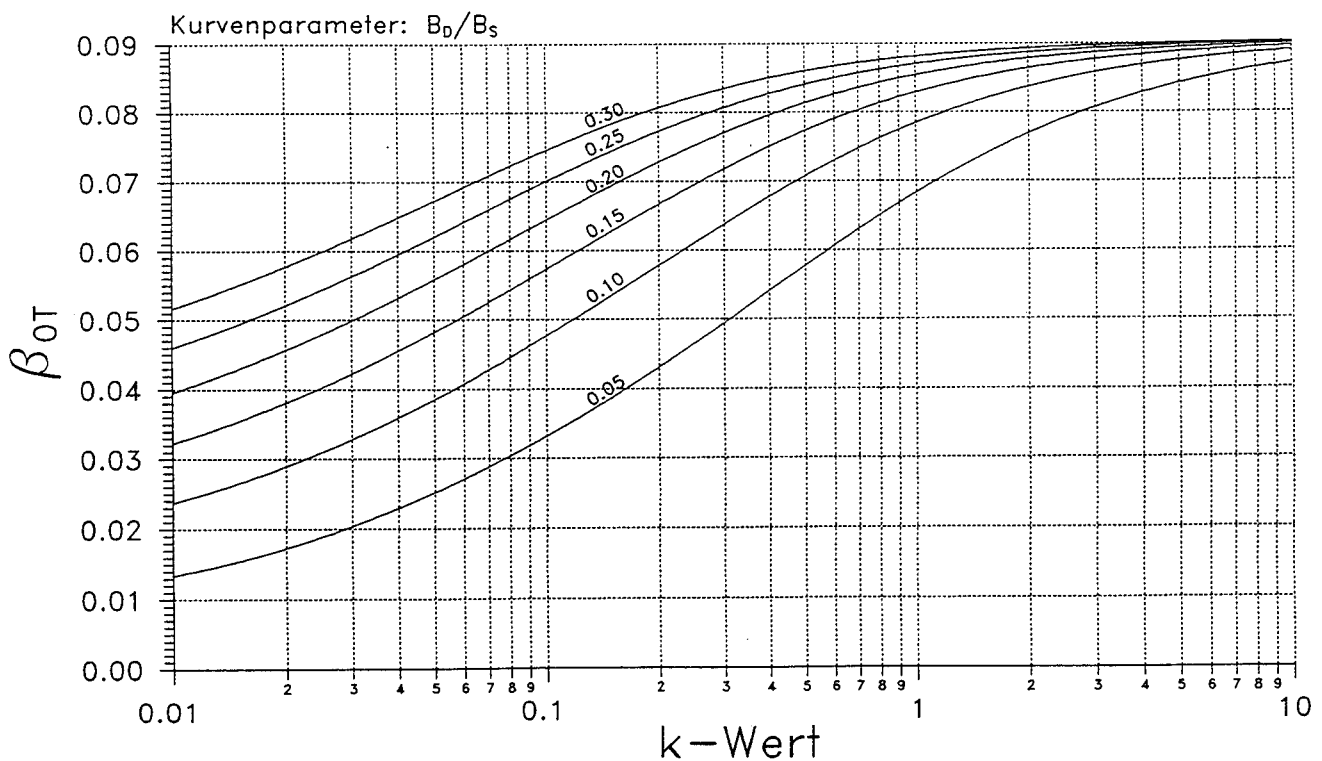
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 1$
Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



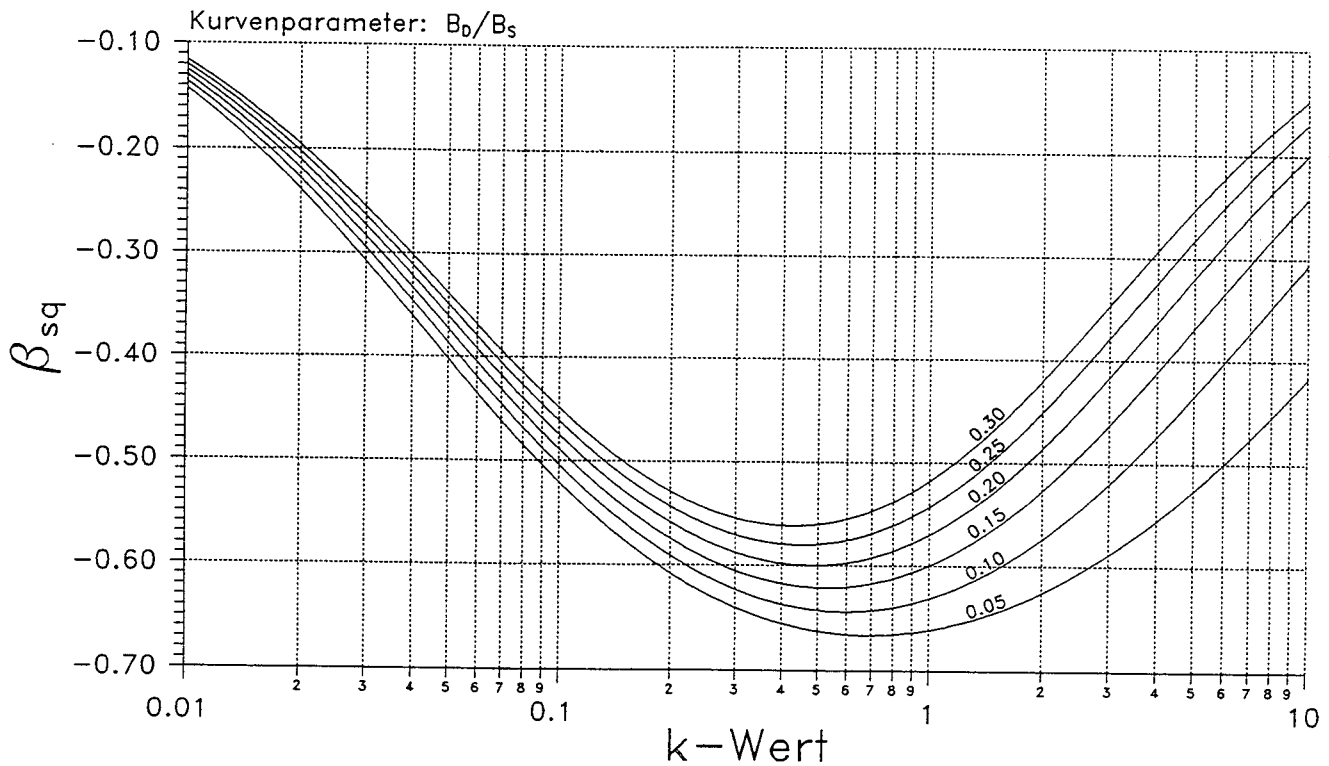
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 1$
 Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



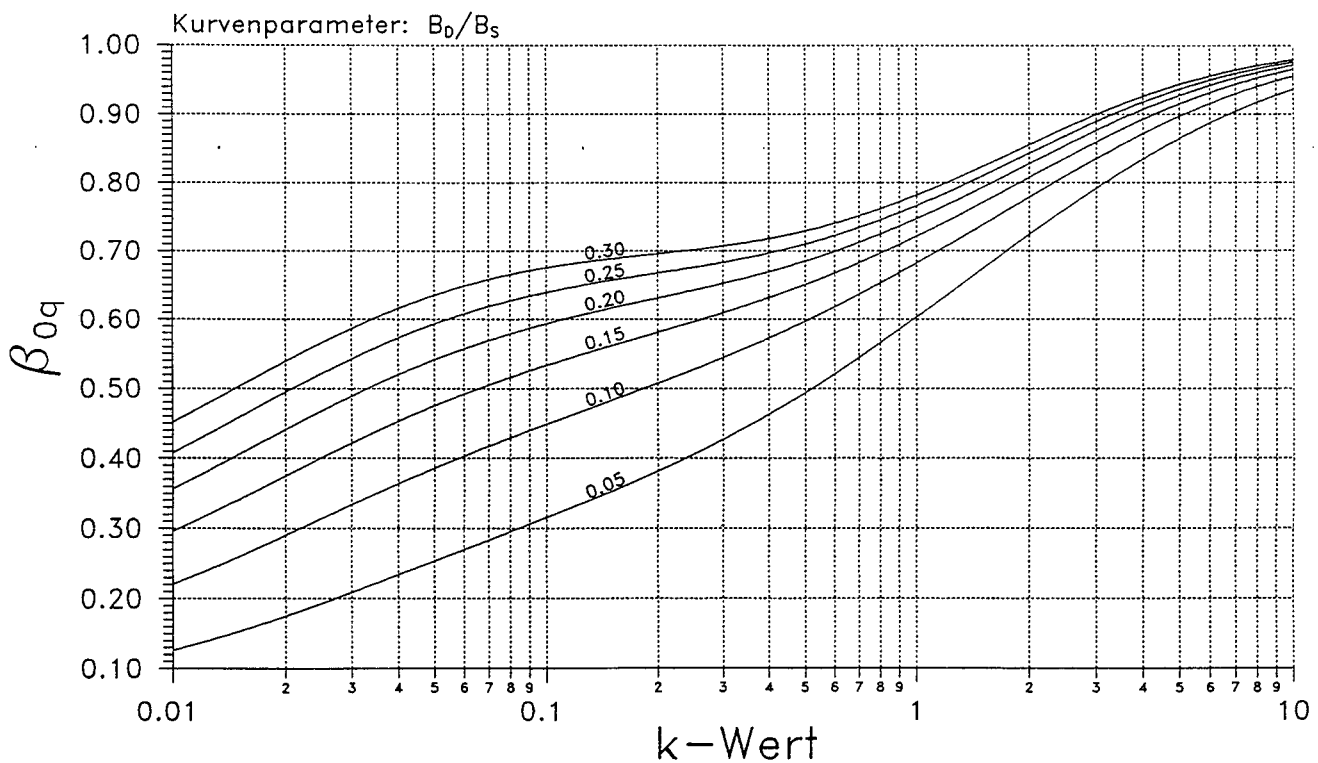
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 1$
 Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



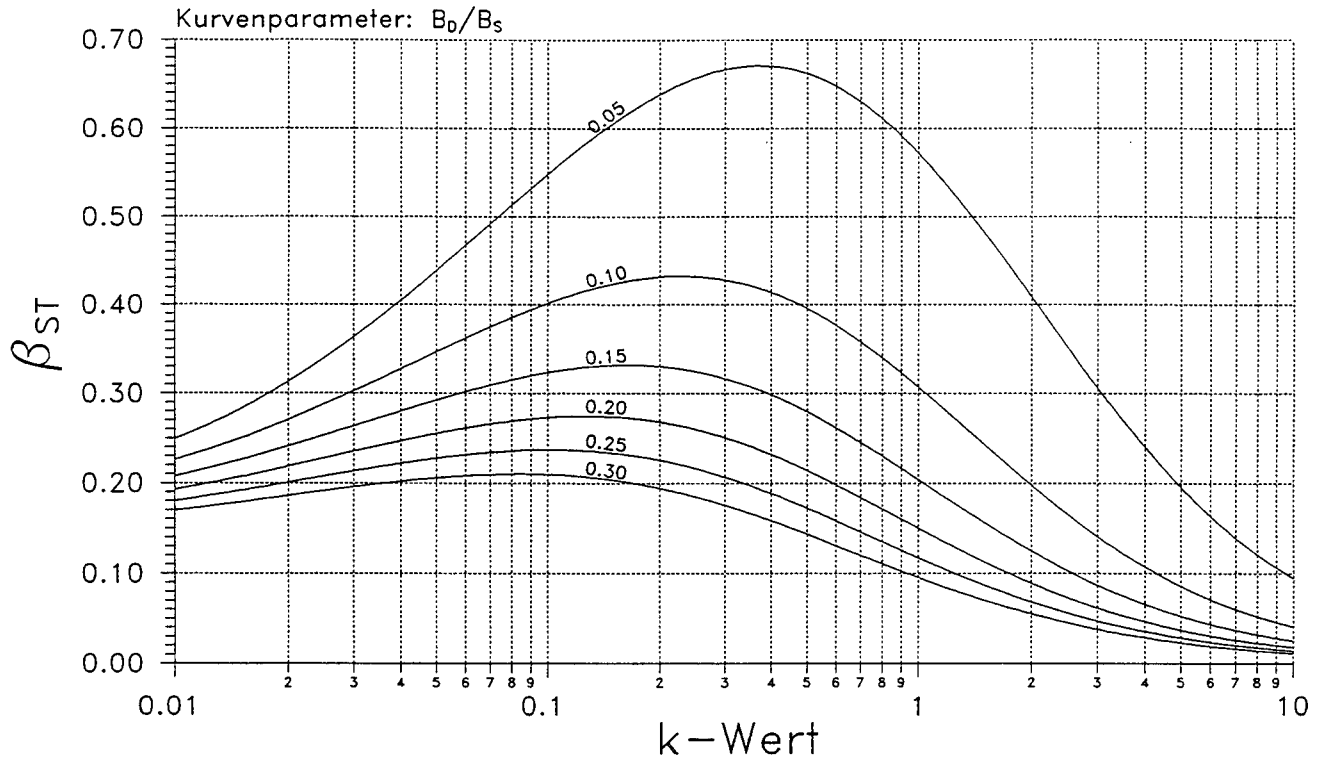
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 2$
Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



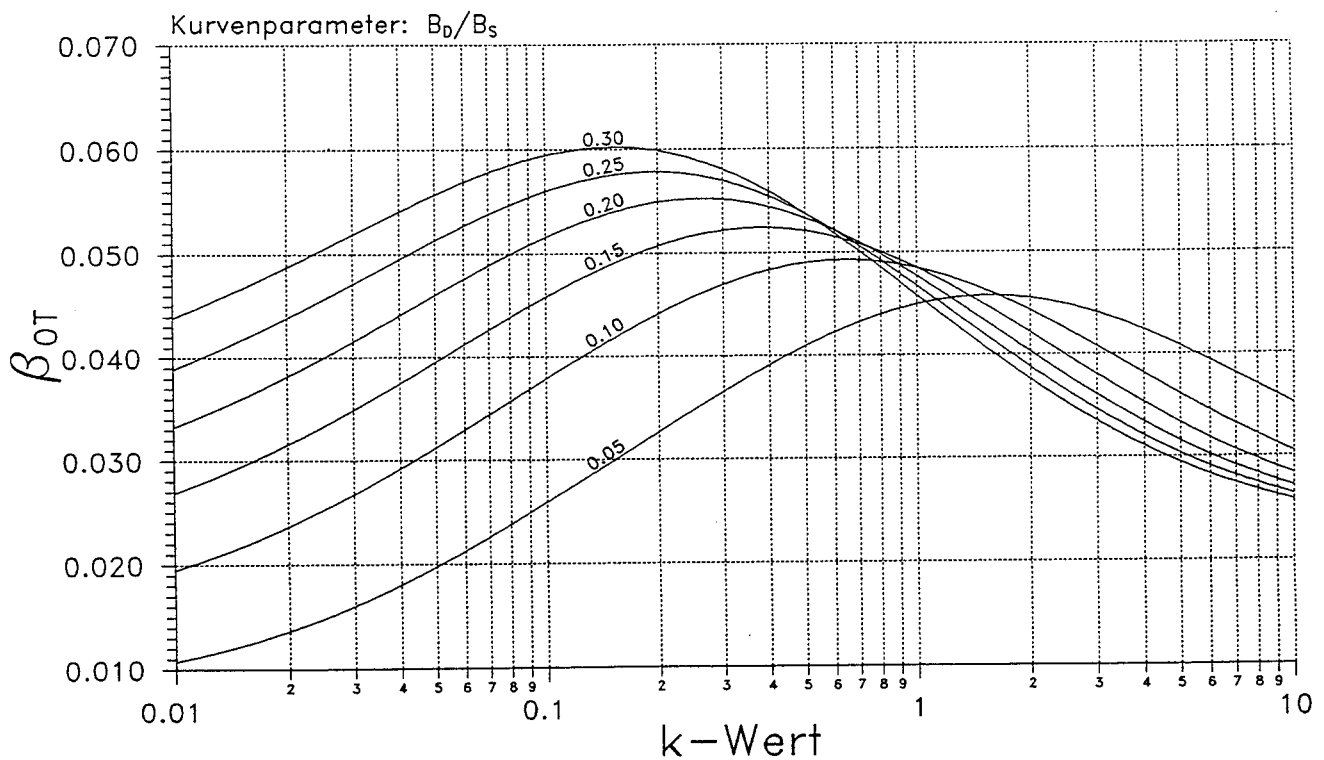
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 2$
Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



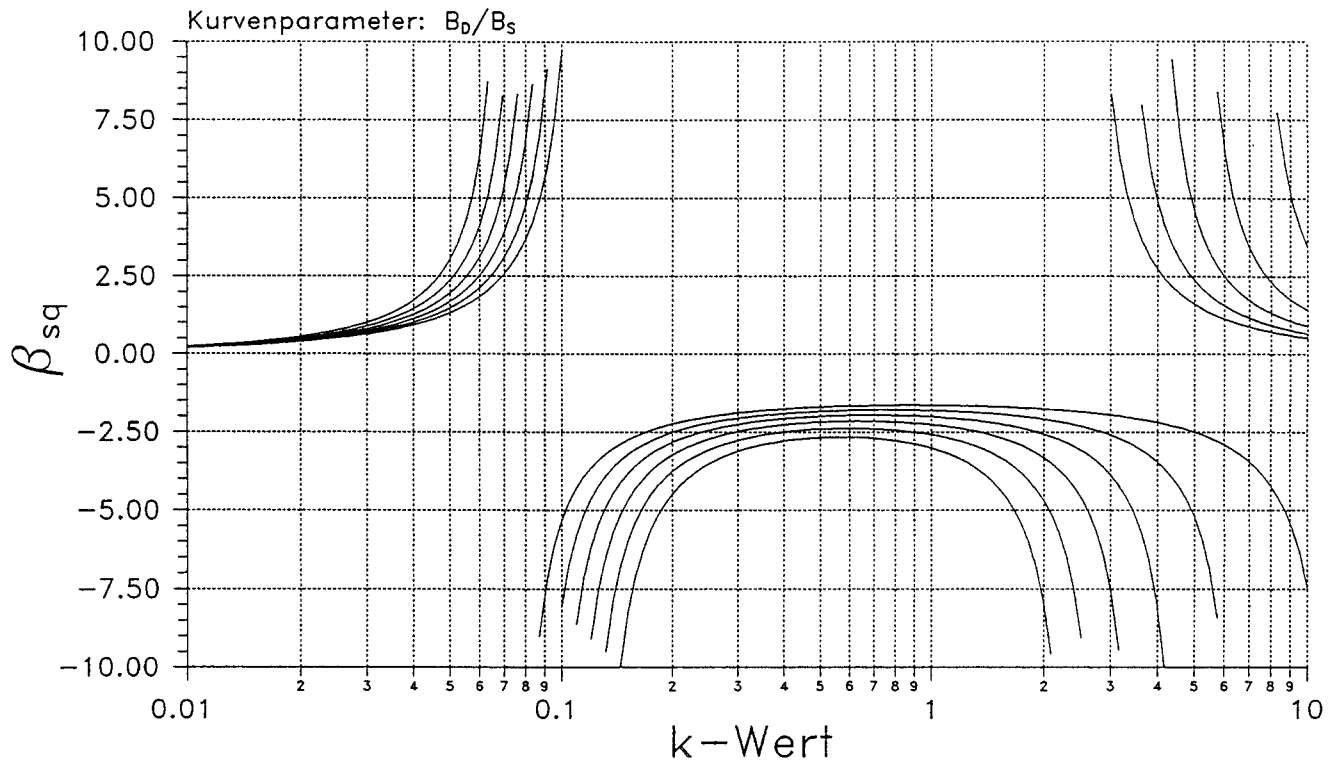
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 2$
Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



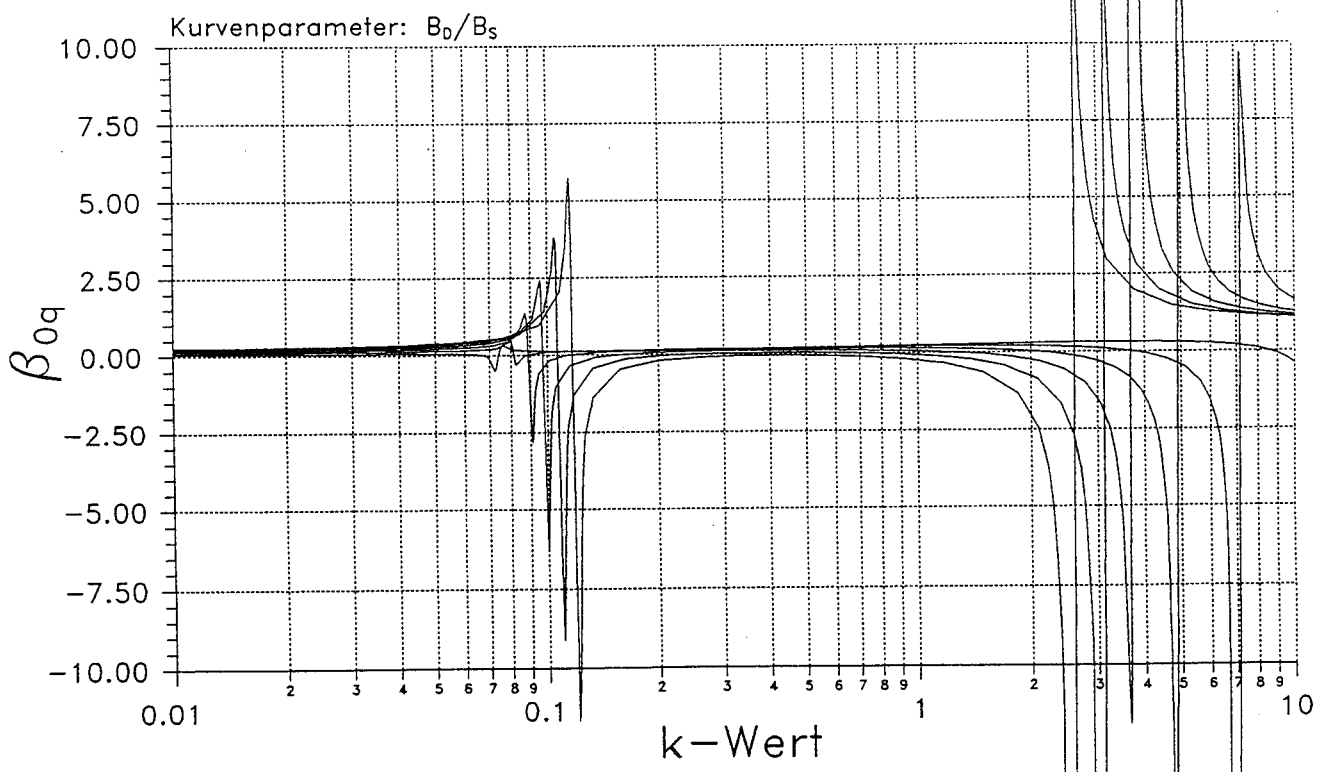
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 2$
Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



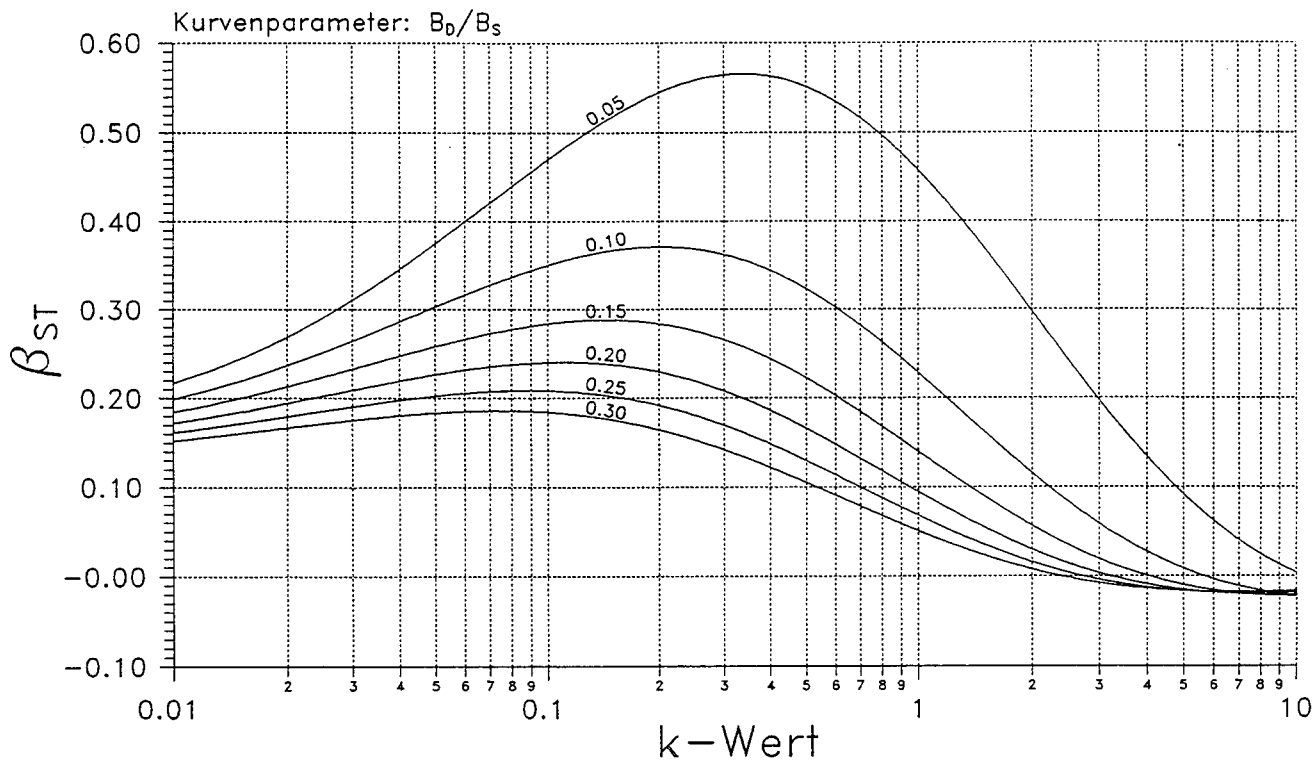
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



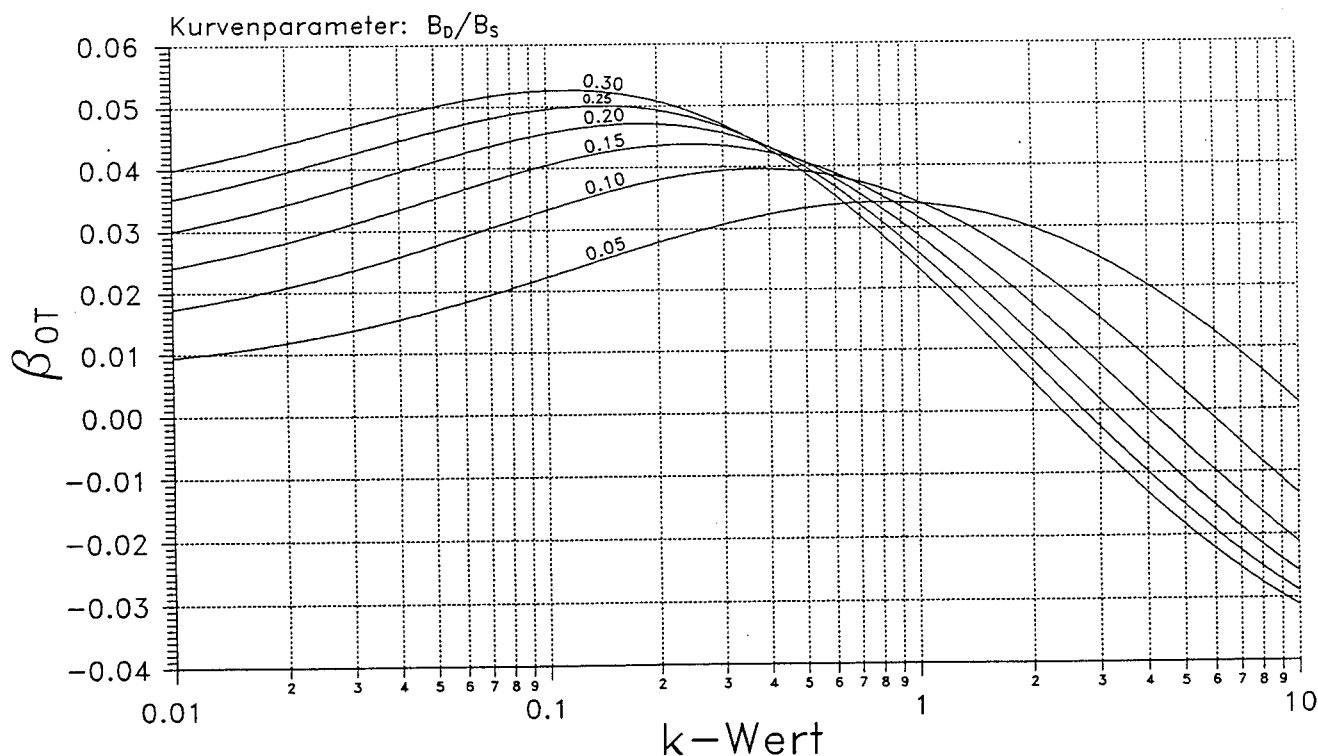
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



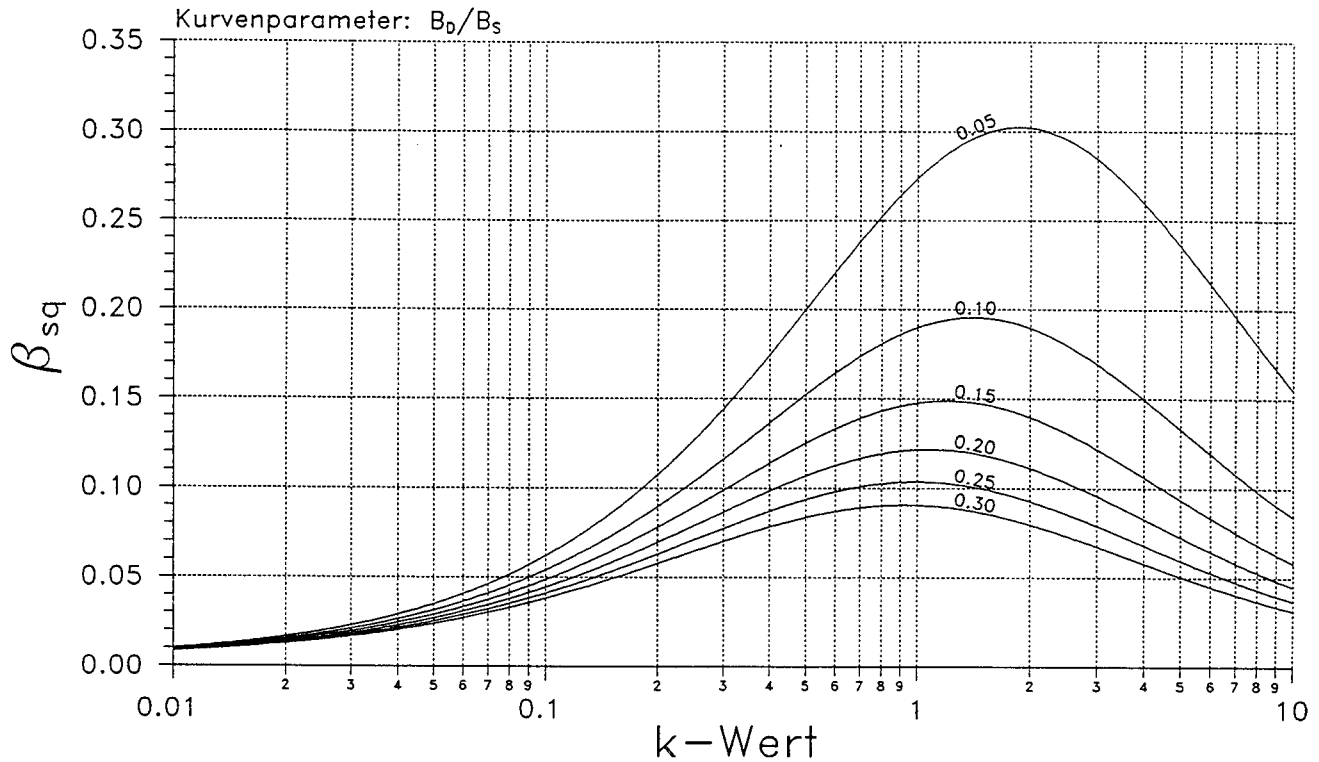
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 3$ Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



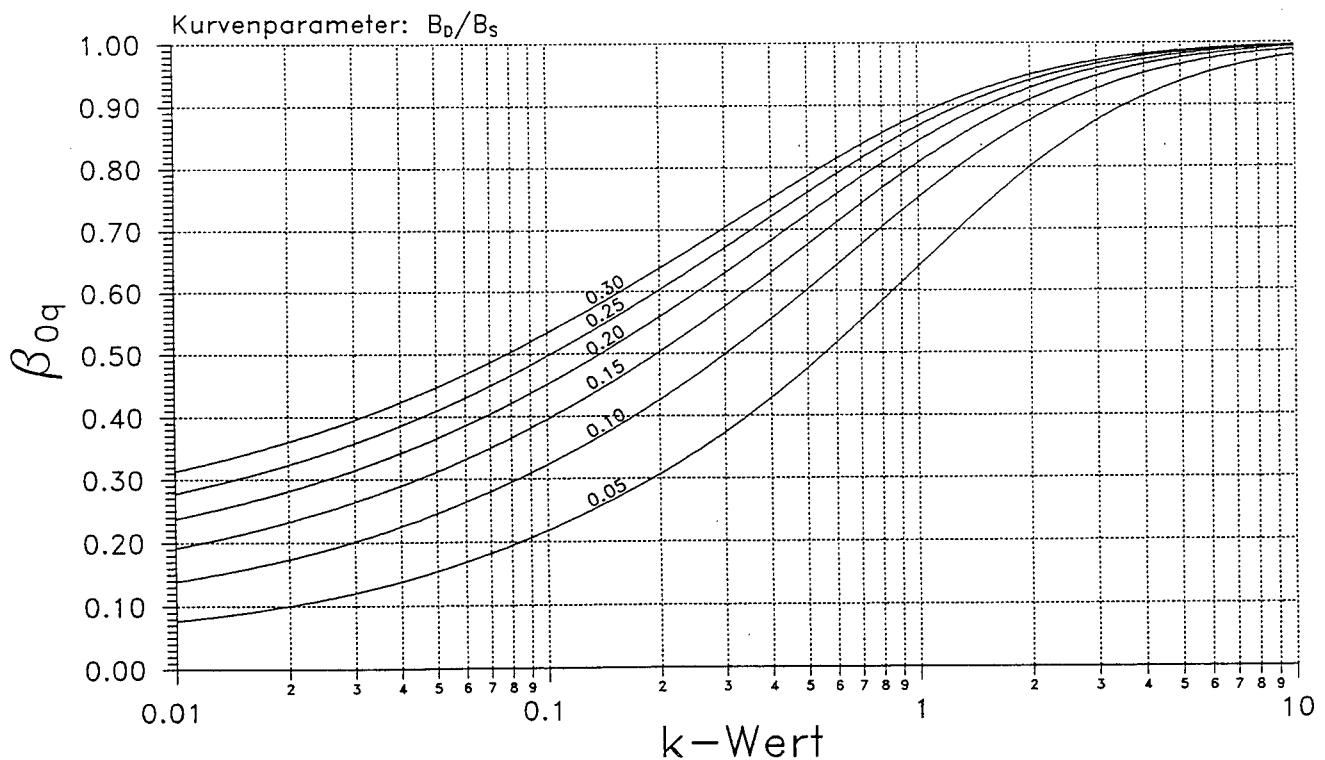
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 3$ Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



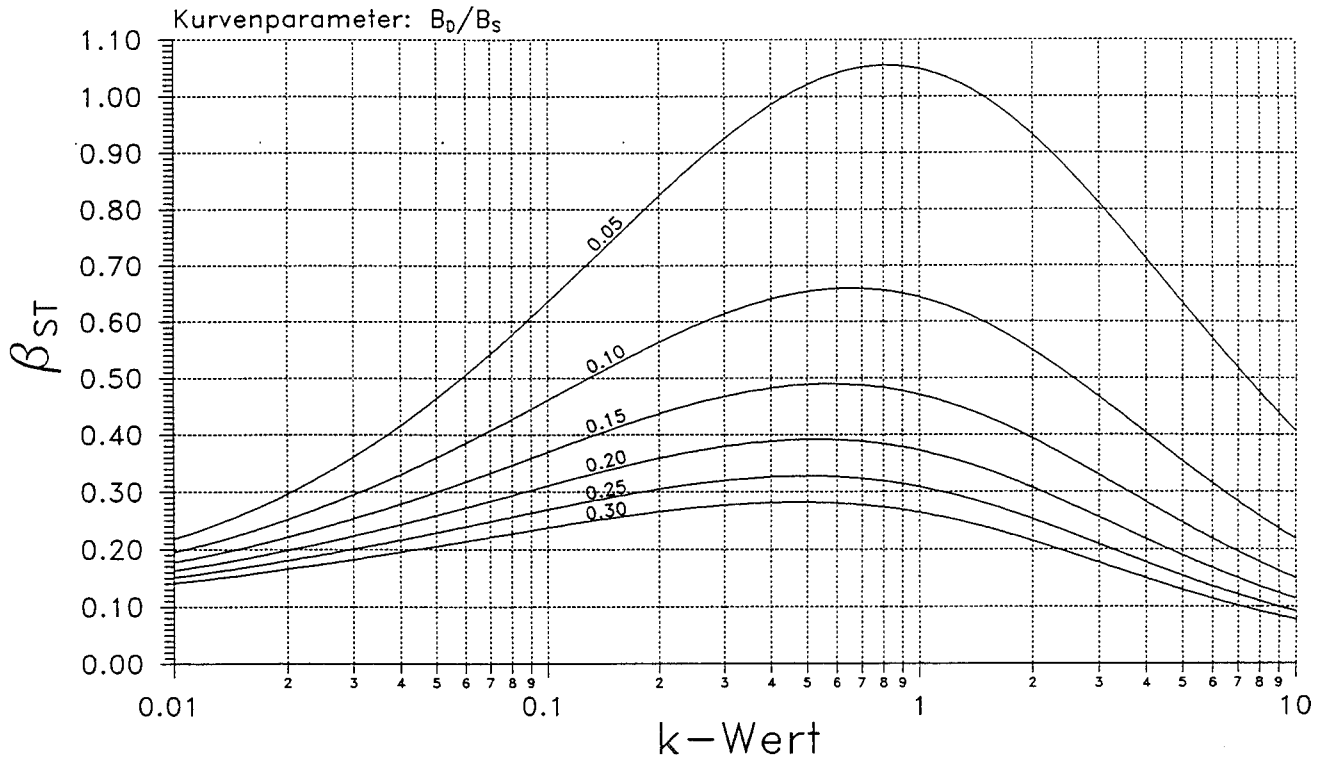
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 1$
 Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



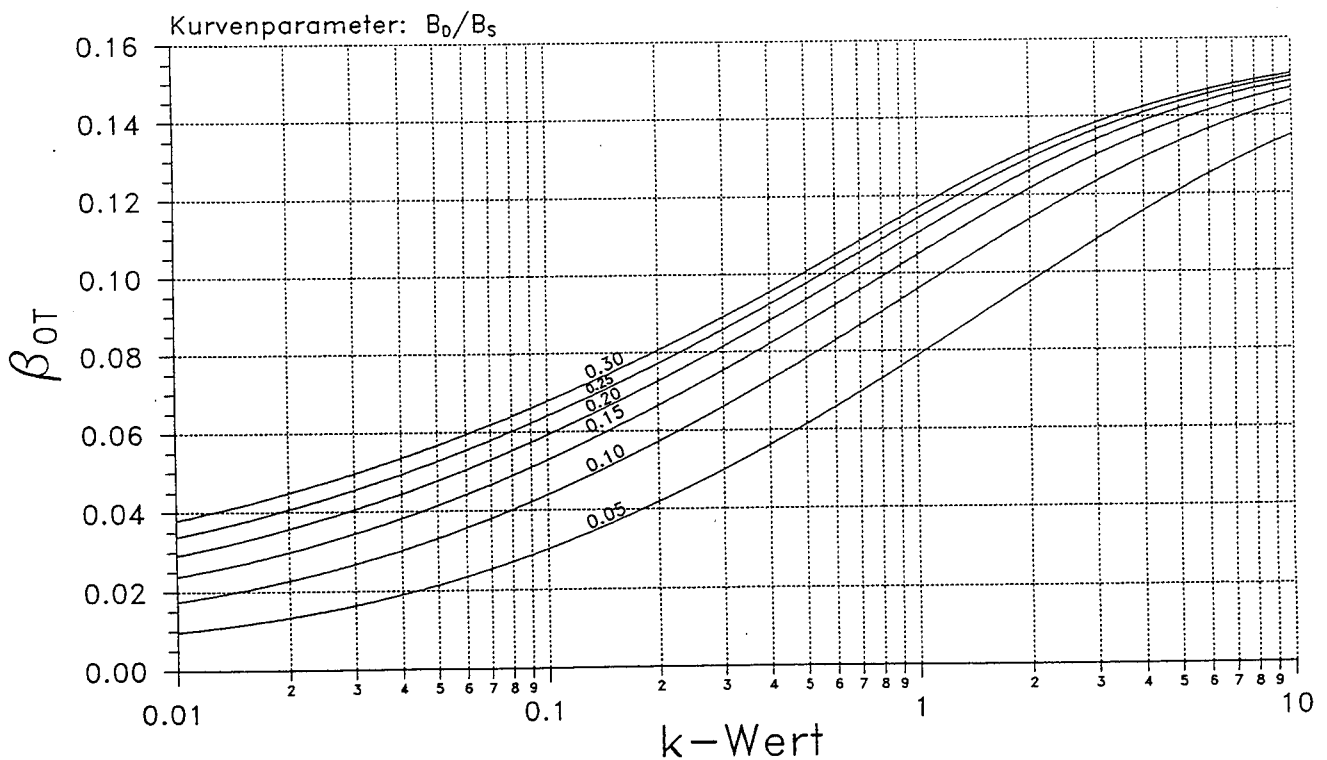
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 1$
 Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



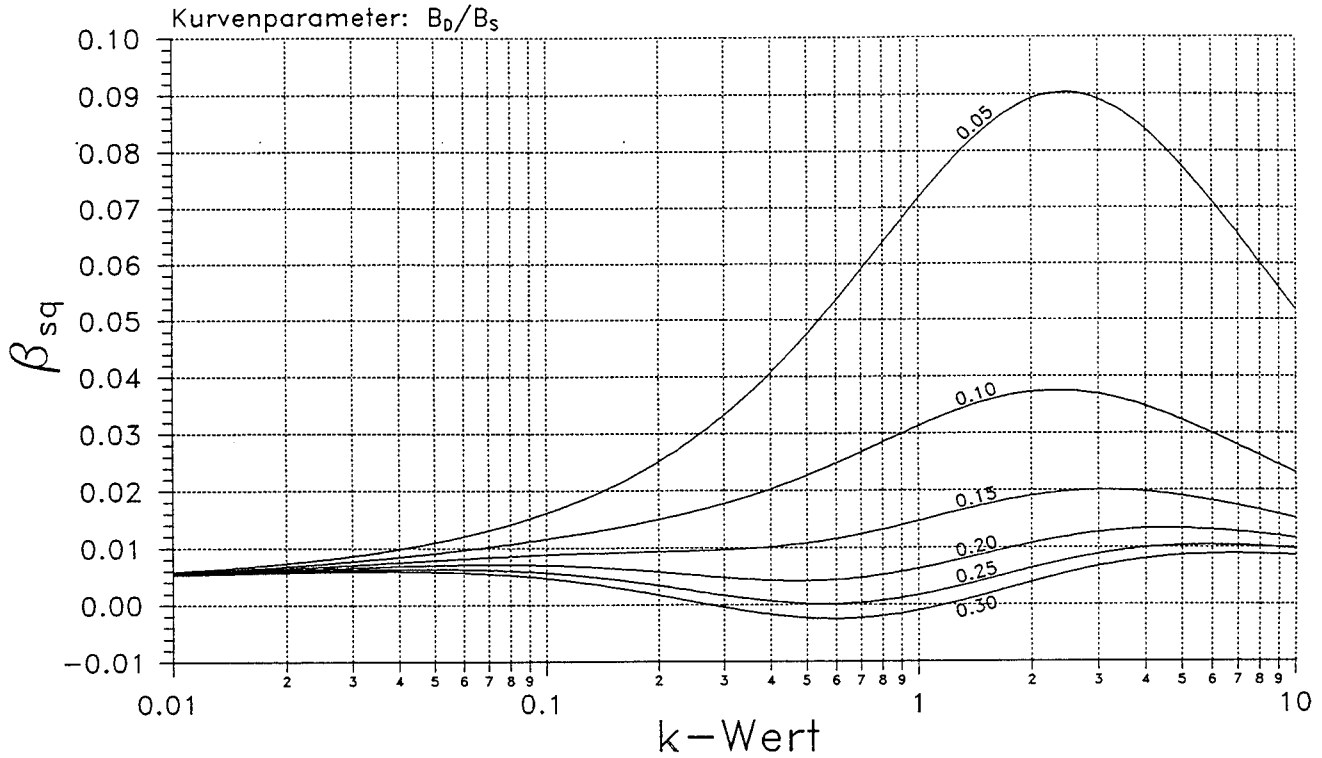
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 1$
 Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



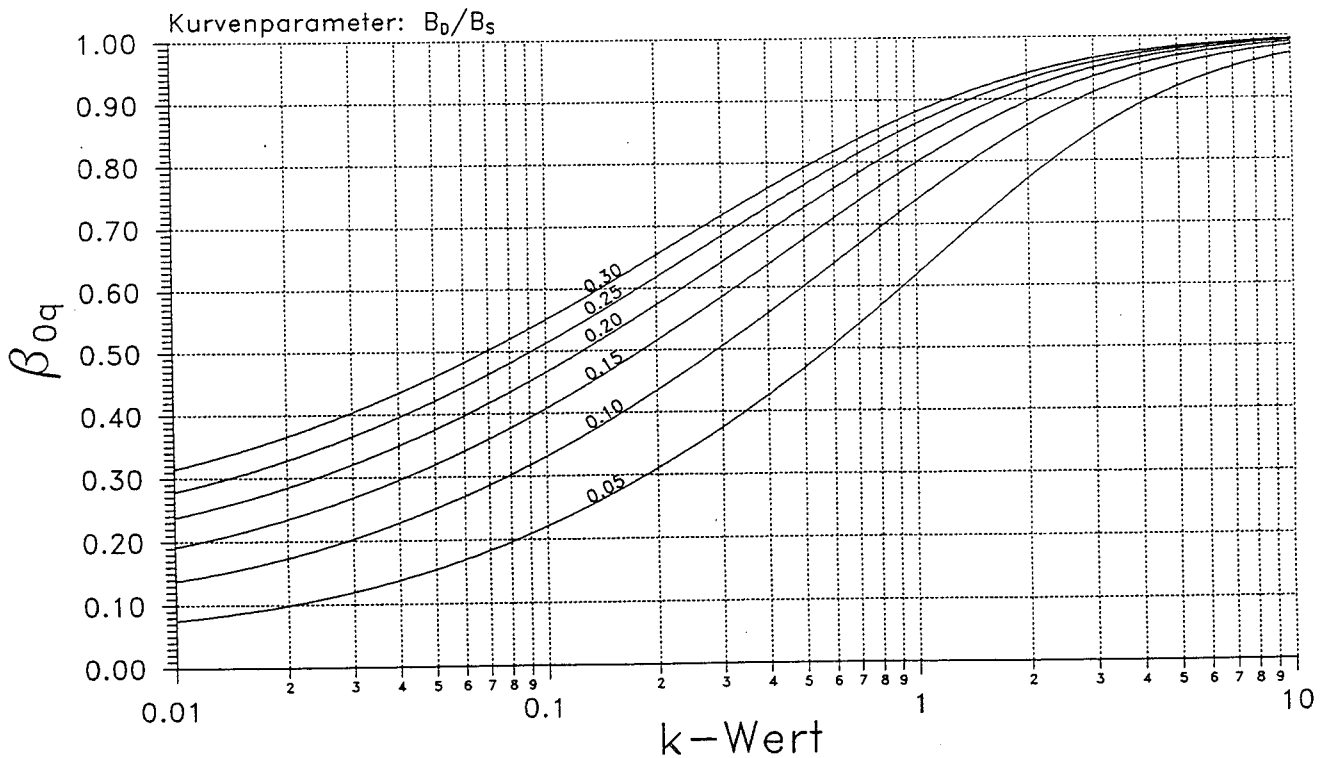
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 1$
 Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



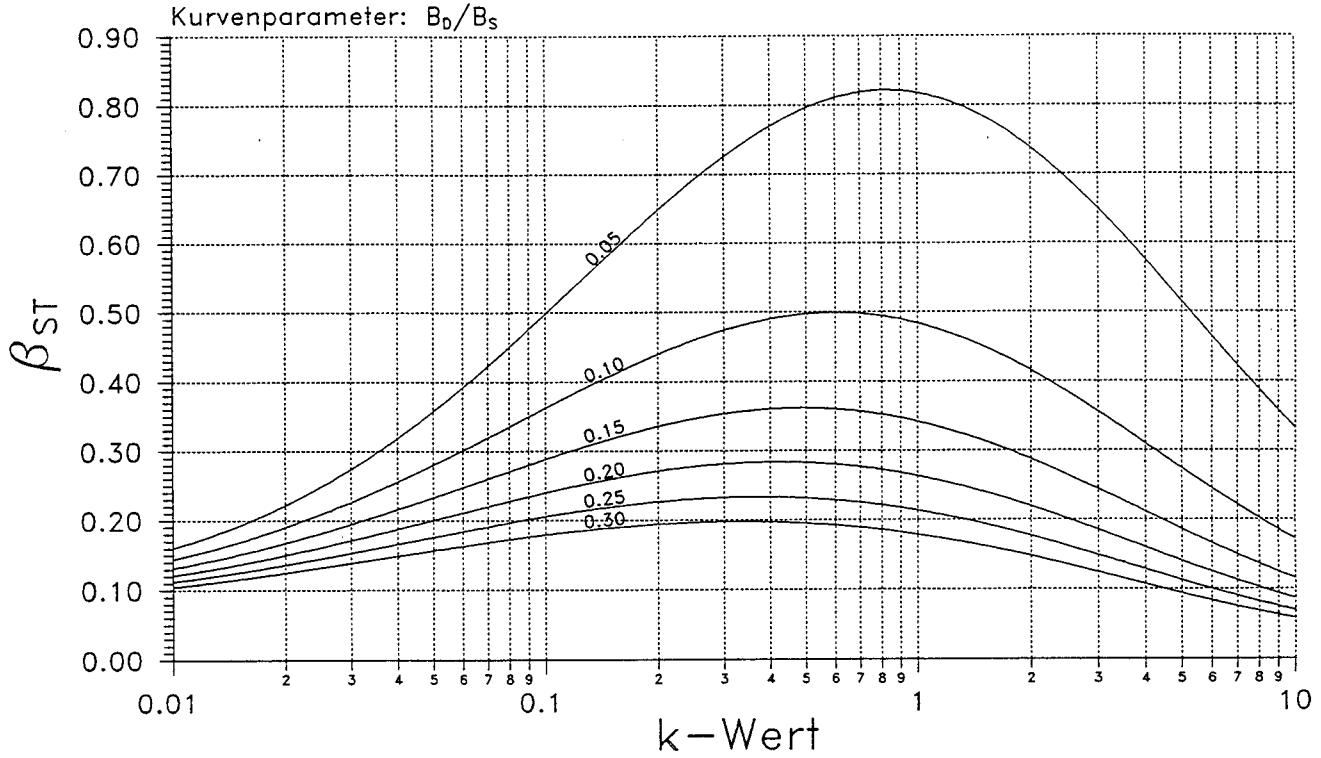
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 2$
Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



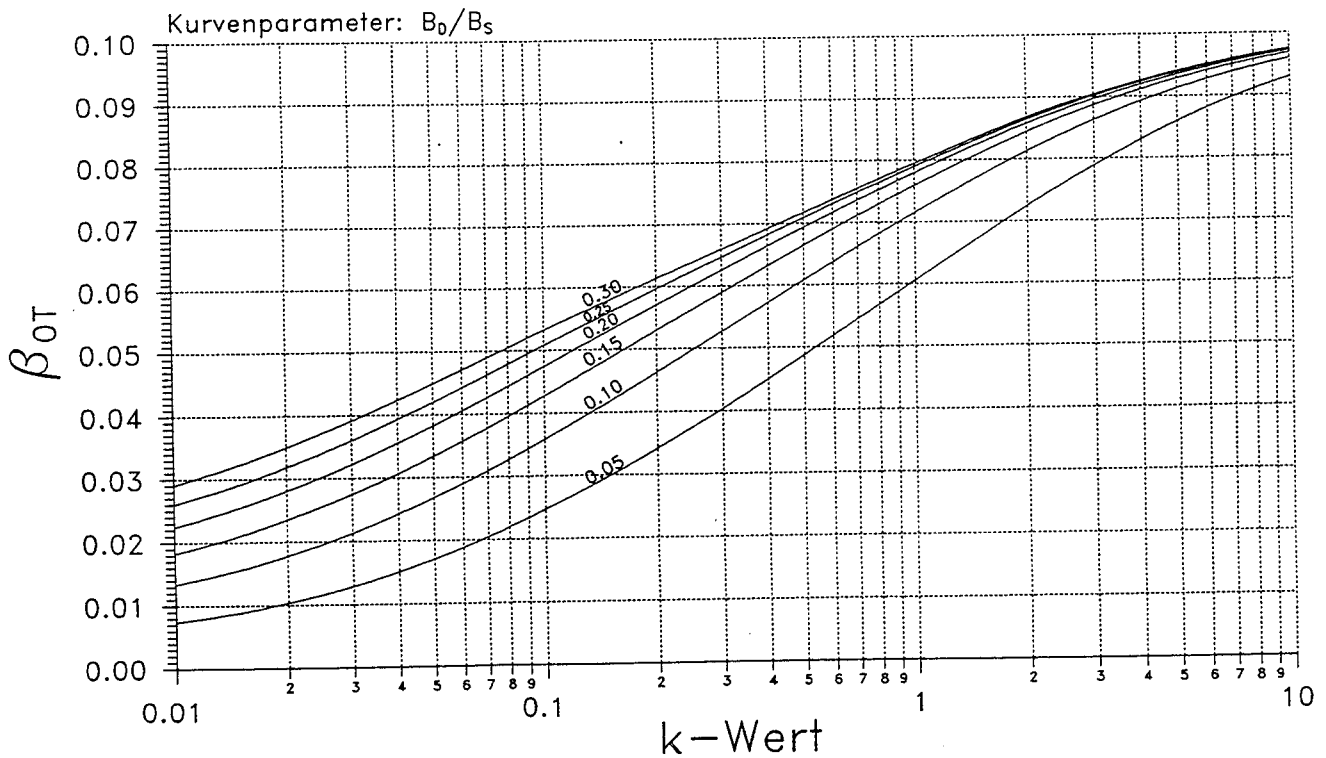
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 2$
Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



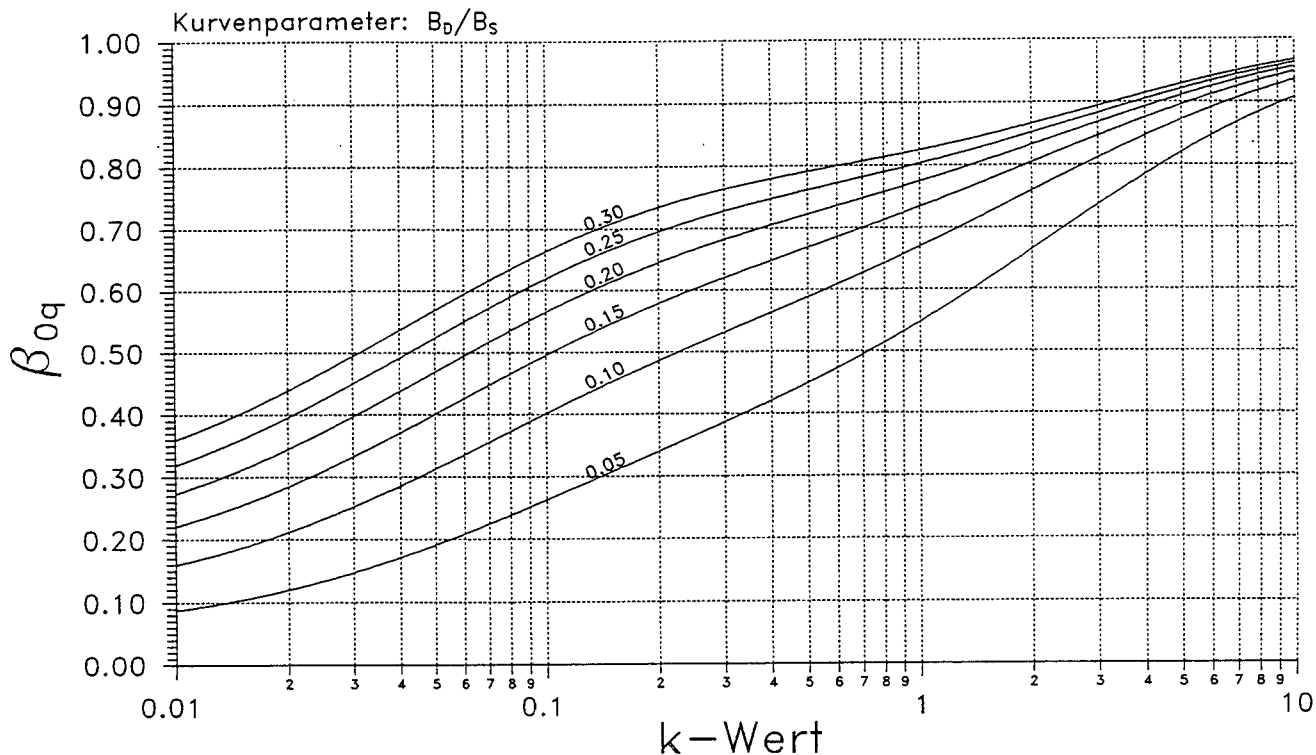
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 2$
 Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



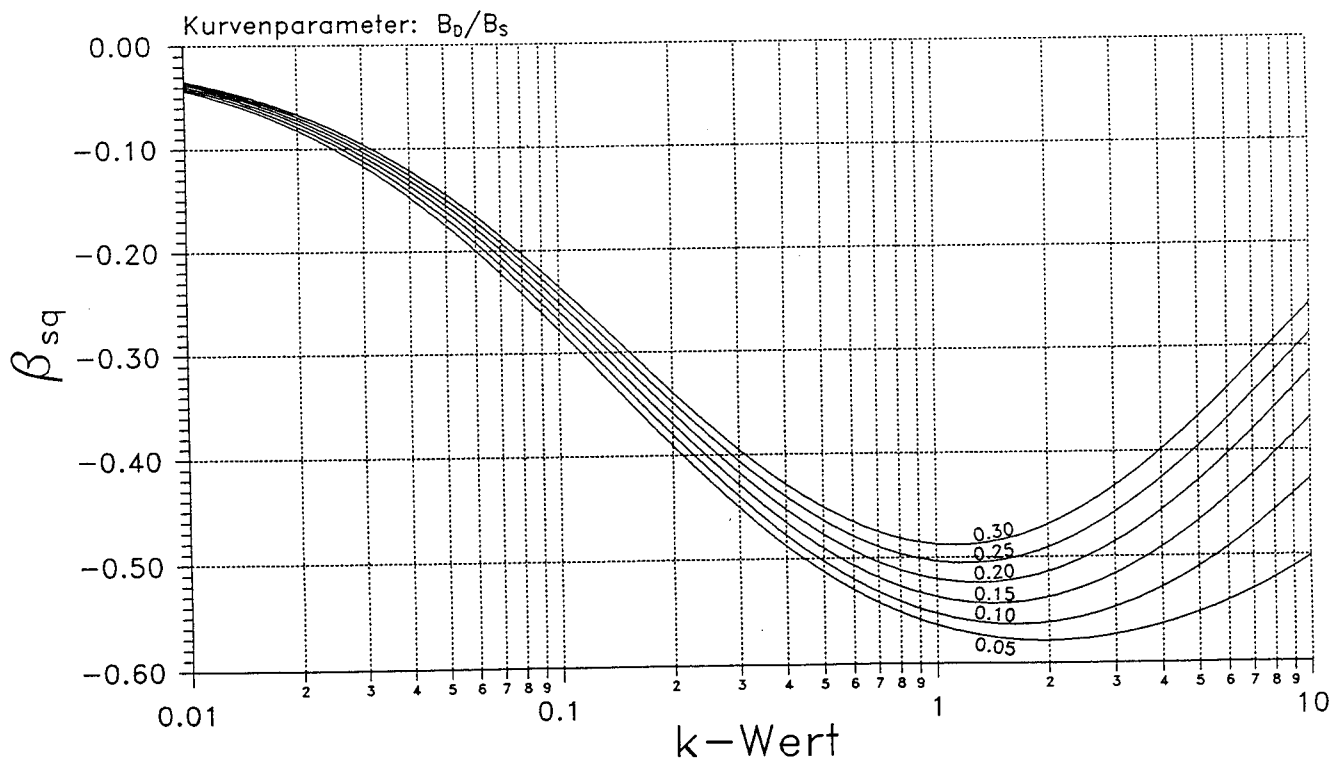
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 2$
 Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



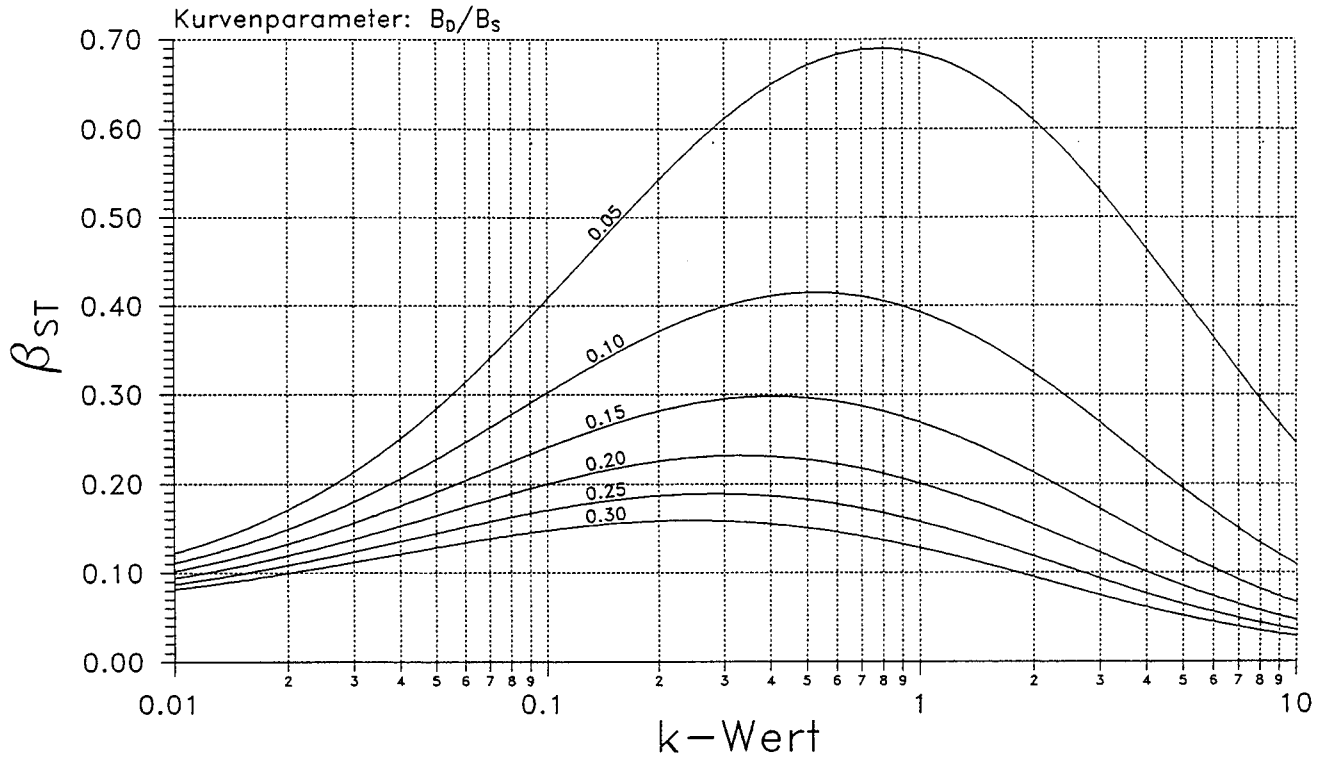
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



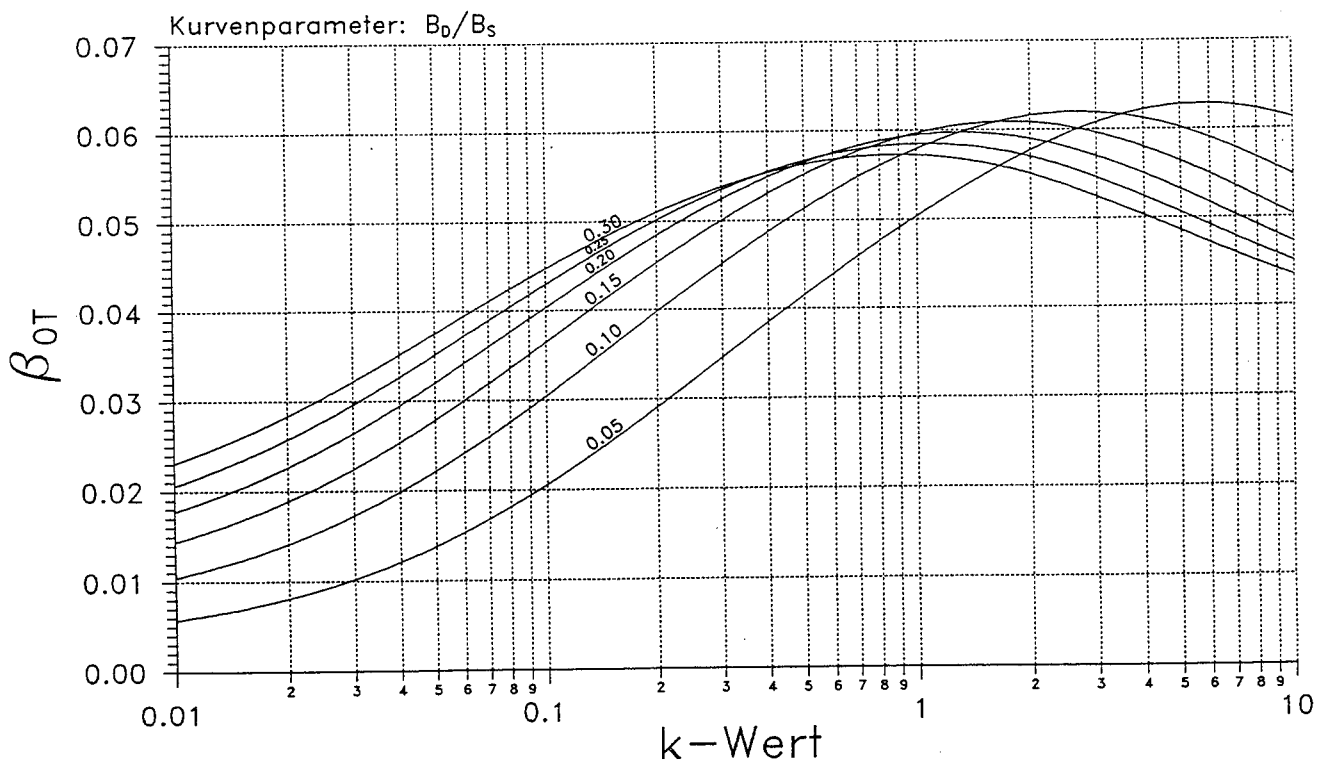
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



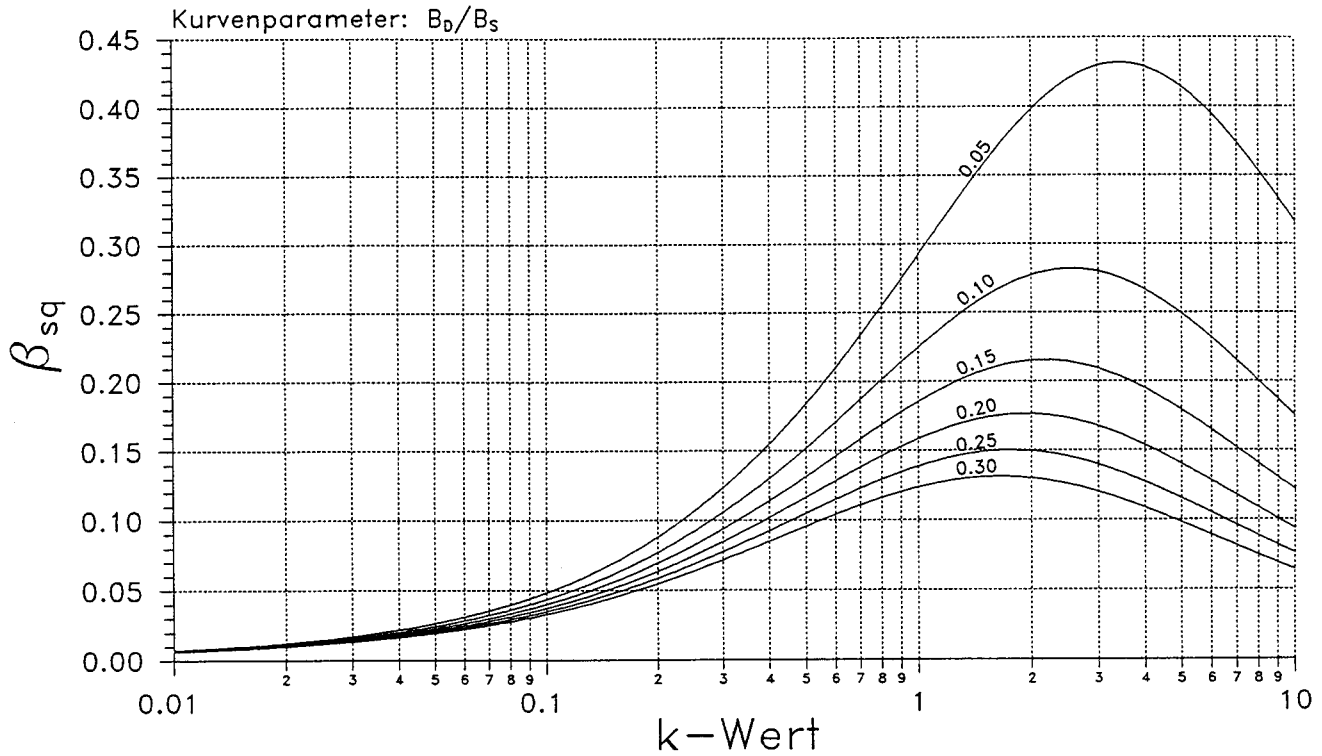
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



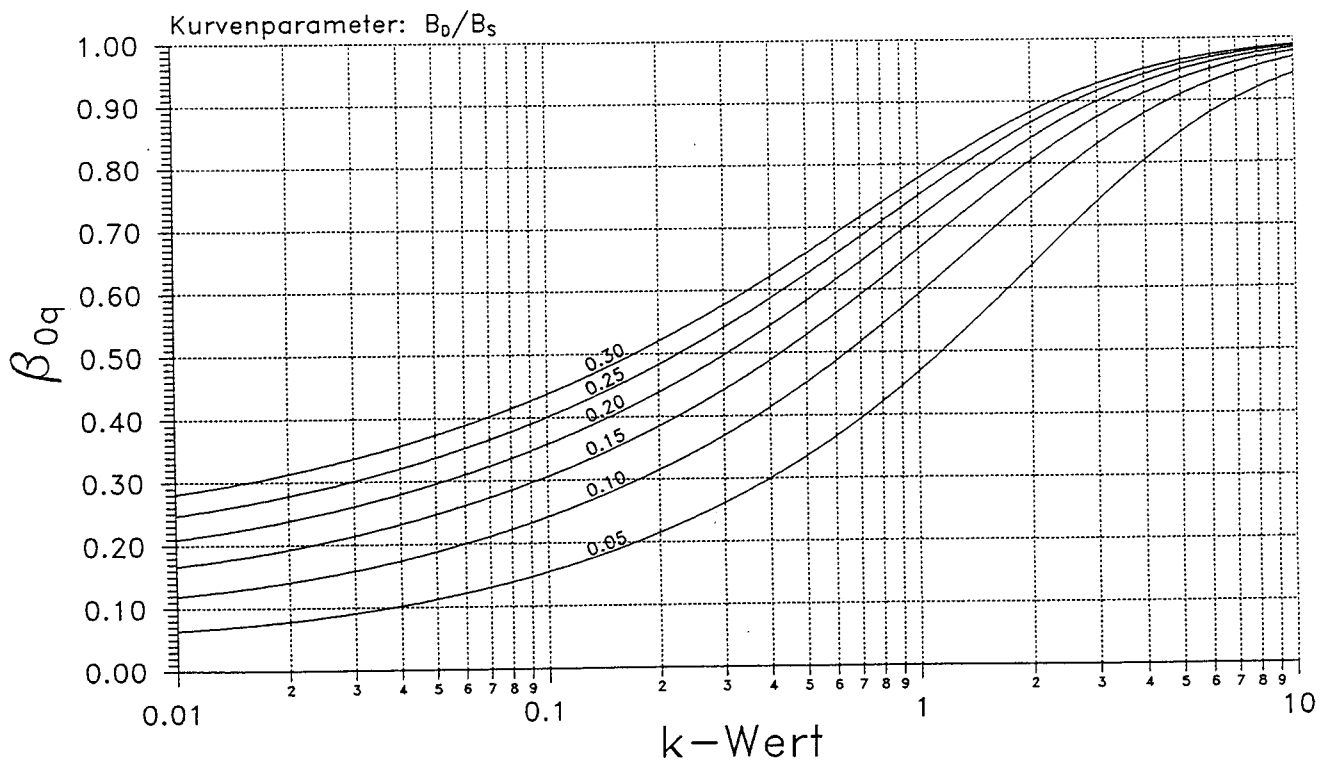
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



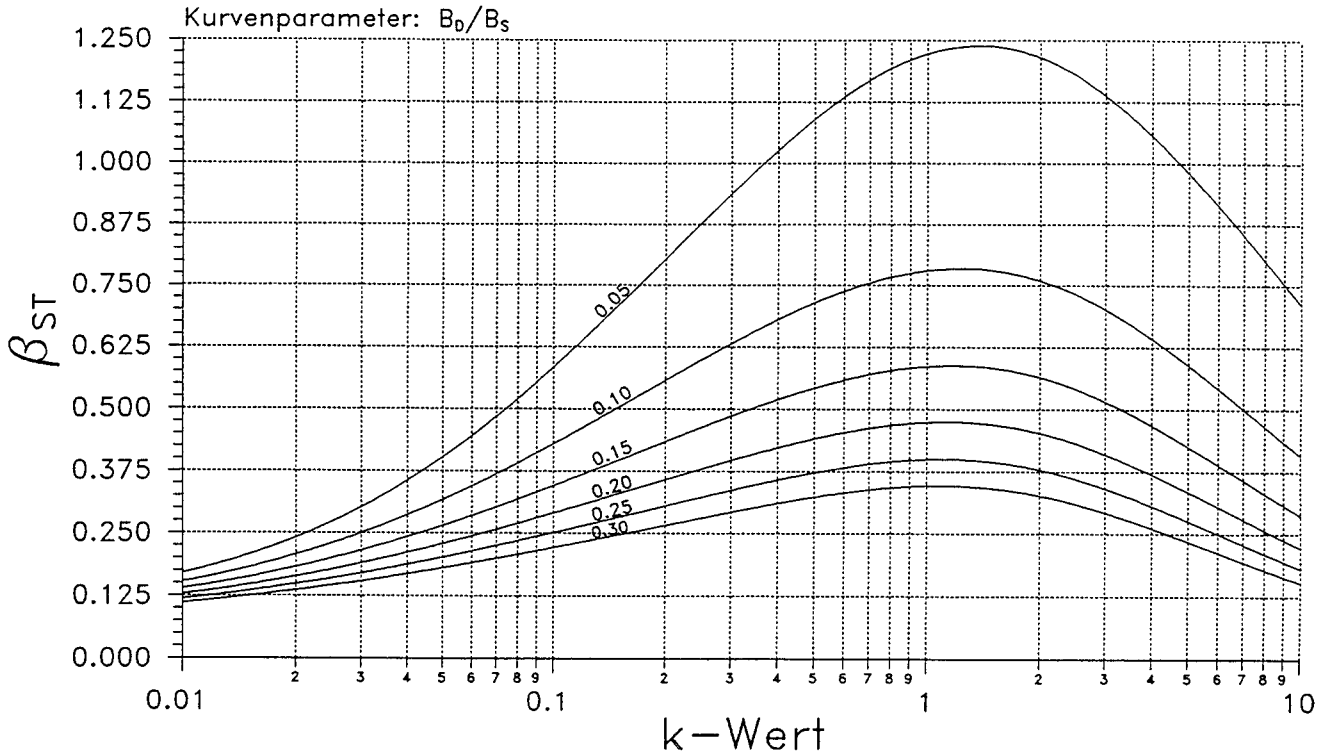
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 1$
 Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



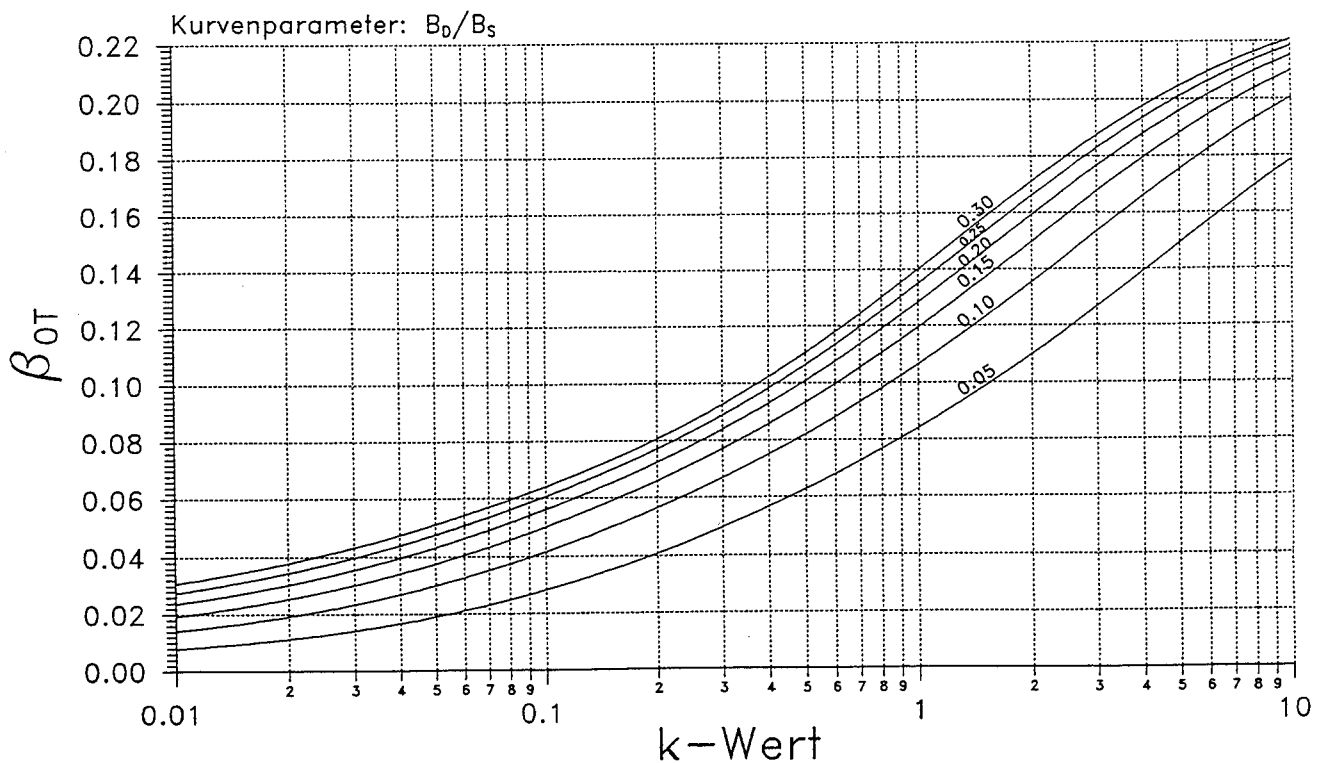
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 1$
 Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



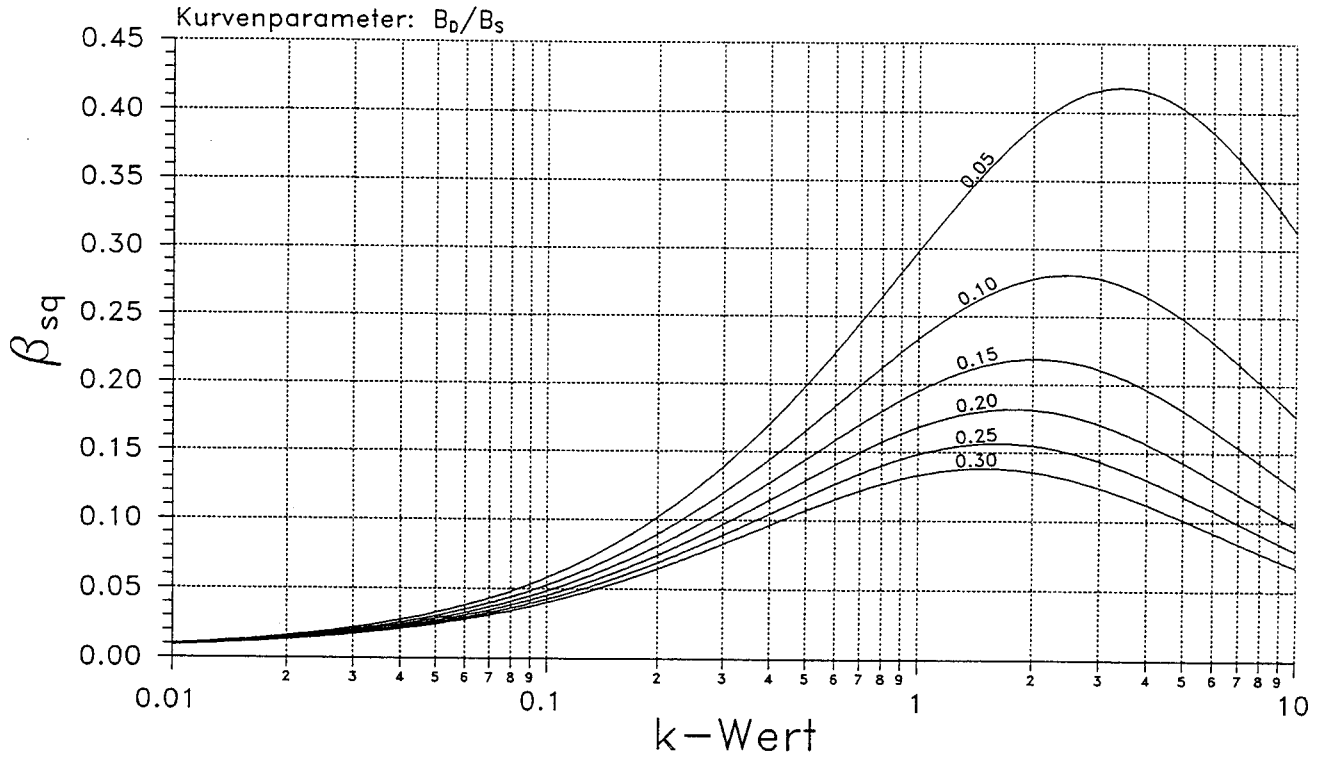
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 1$
 Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



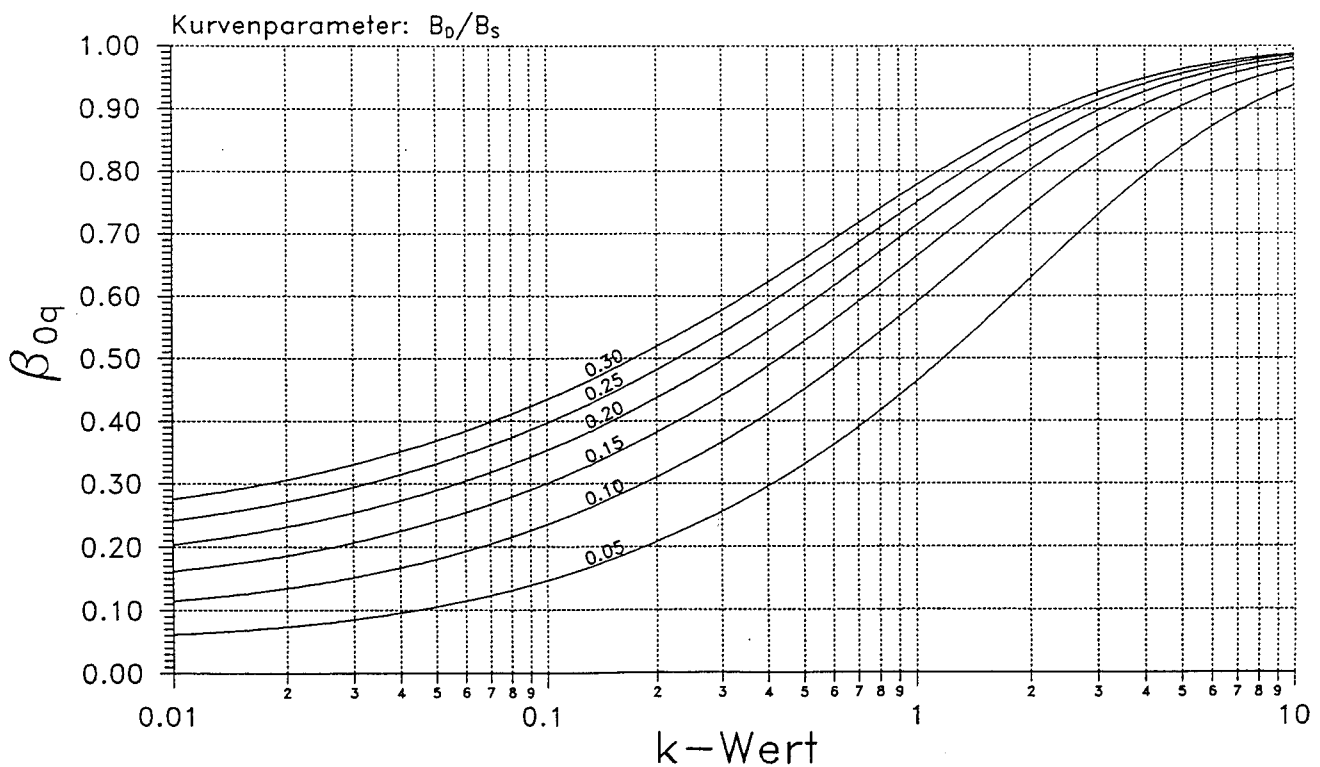
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 1$
 Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



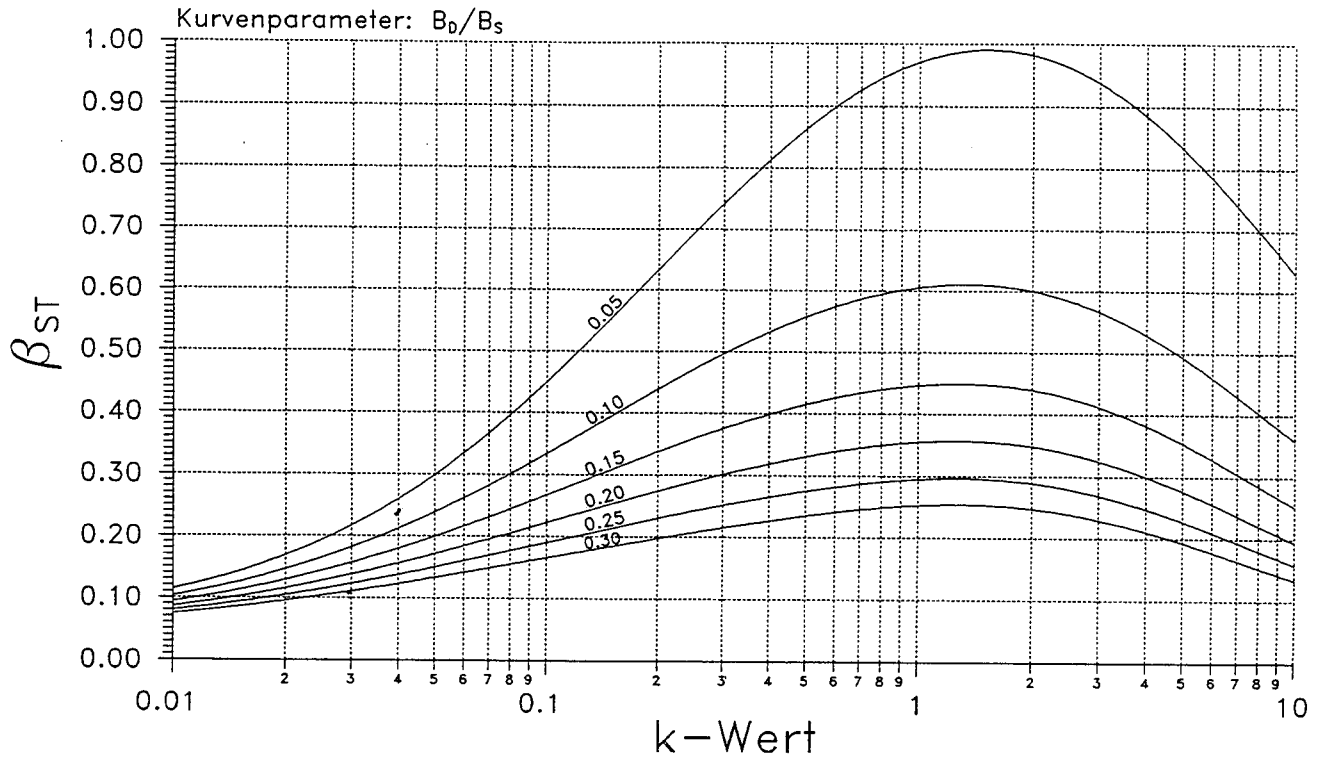
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 2$
Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



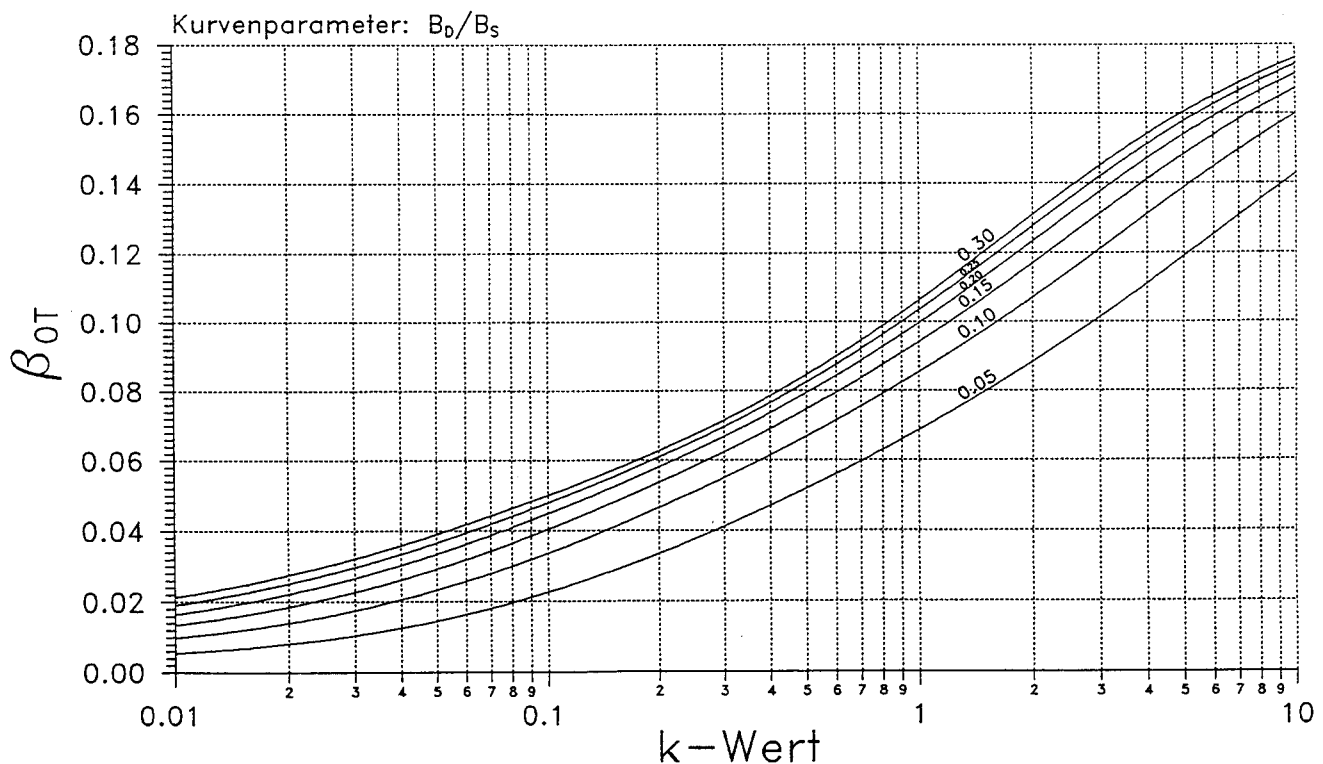
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 2$
Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



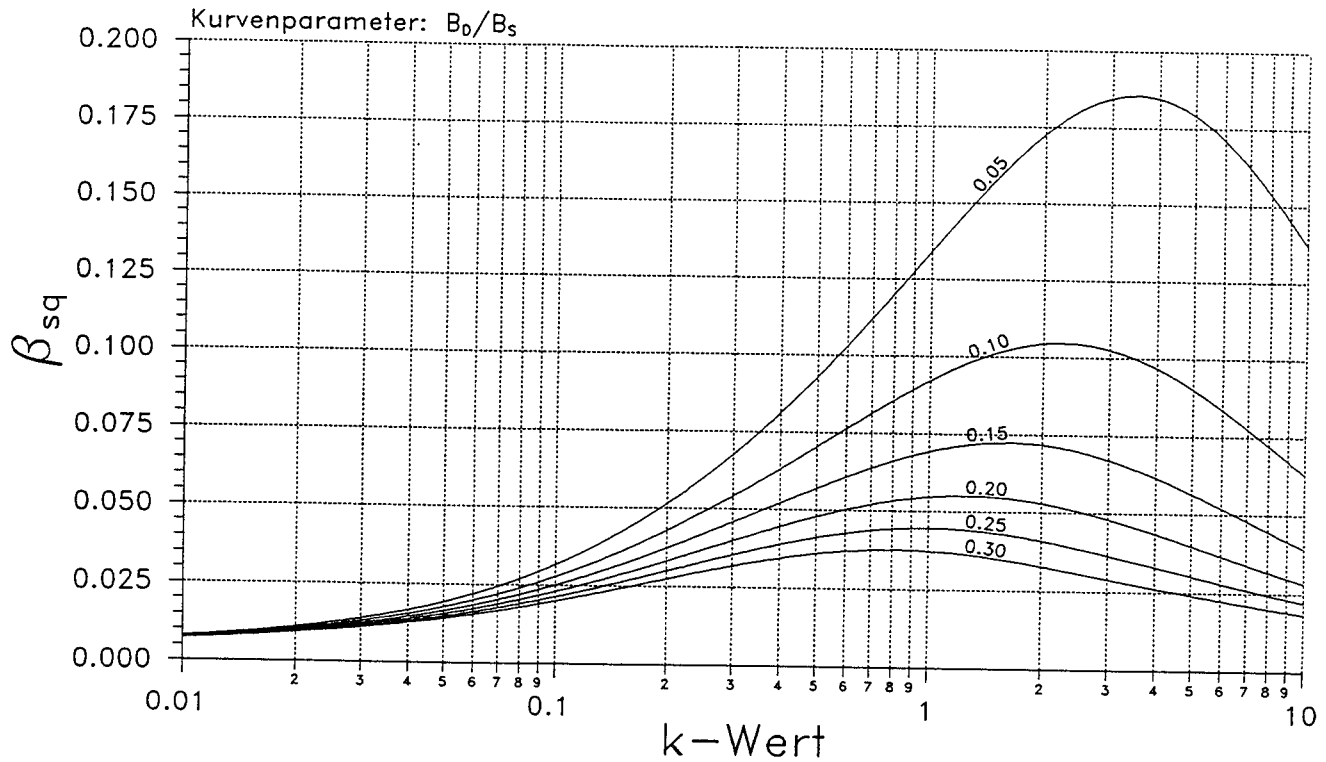
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 2$
 Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



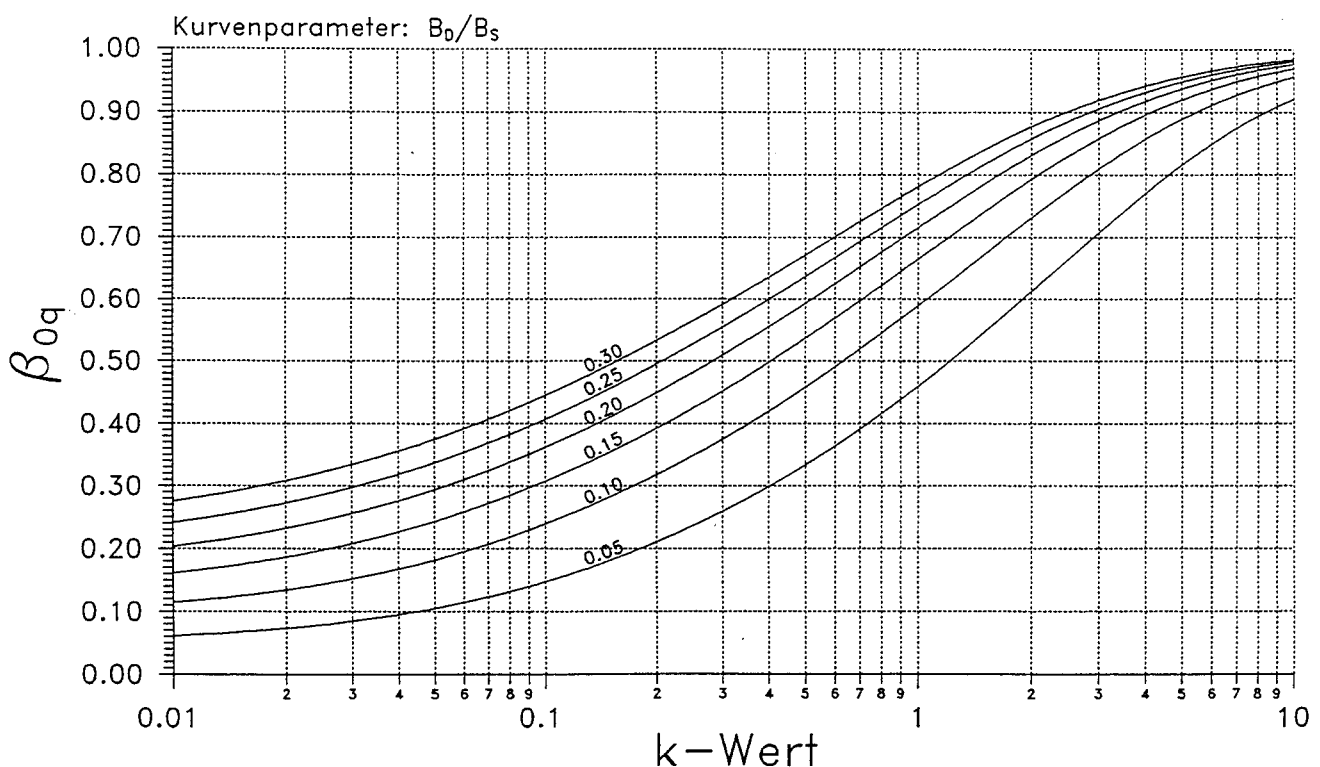
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 2$
 Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



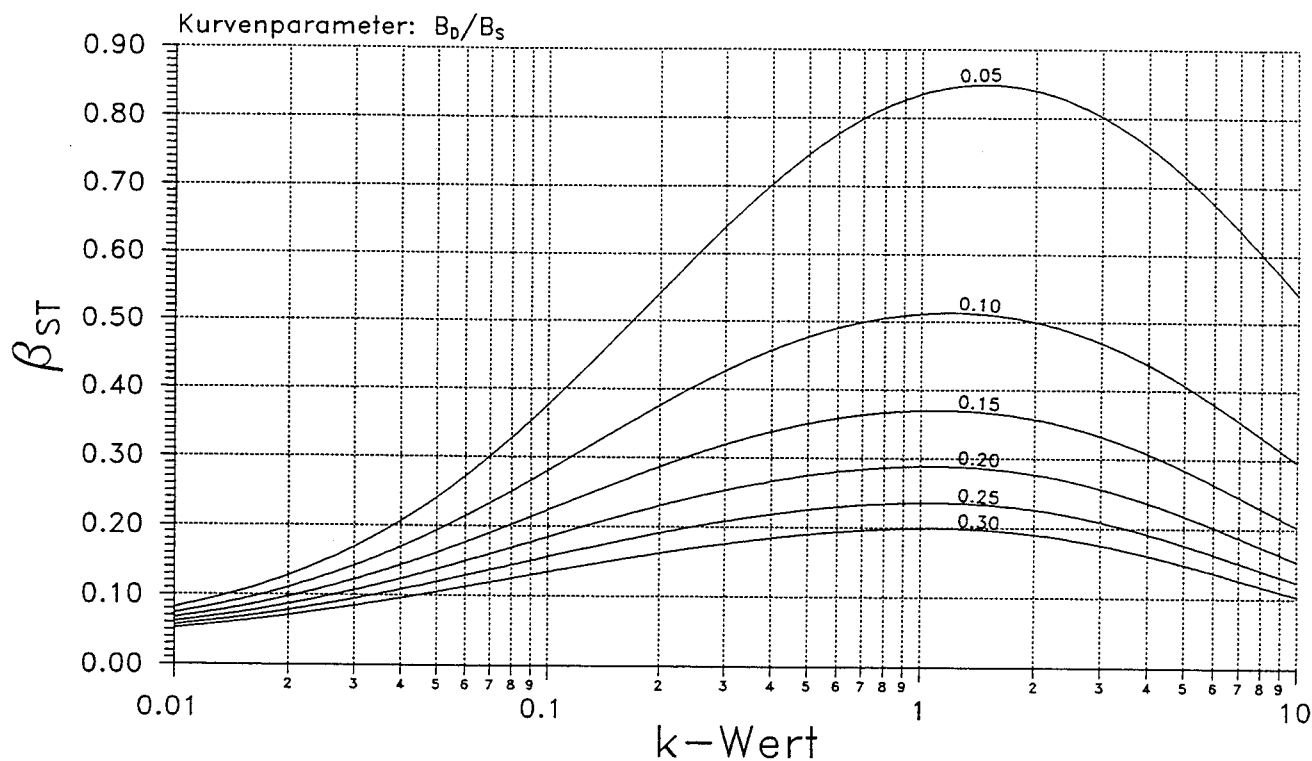
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



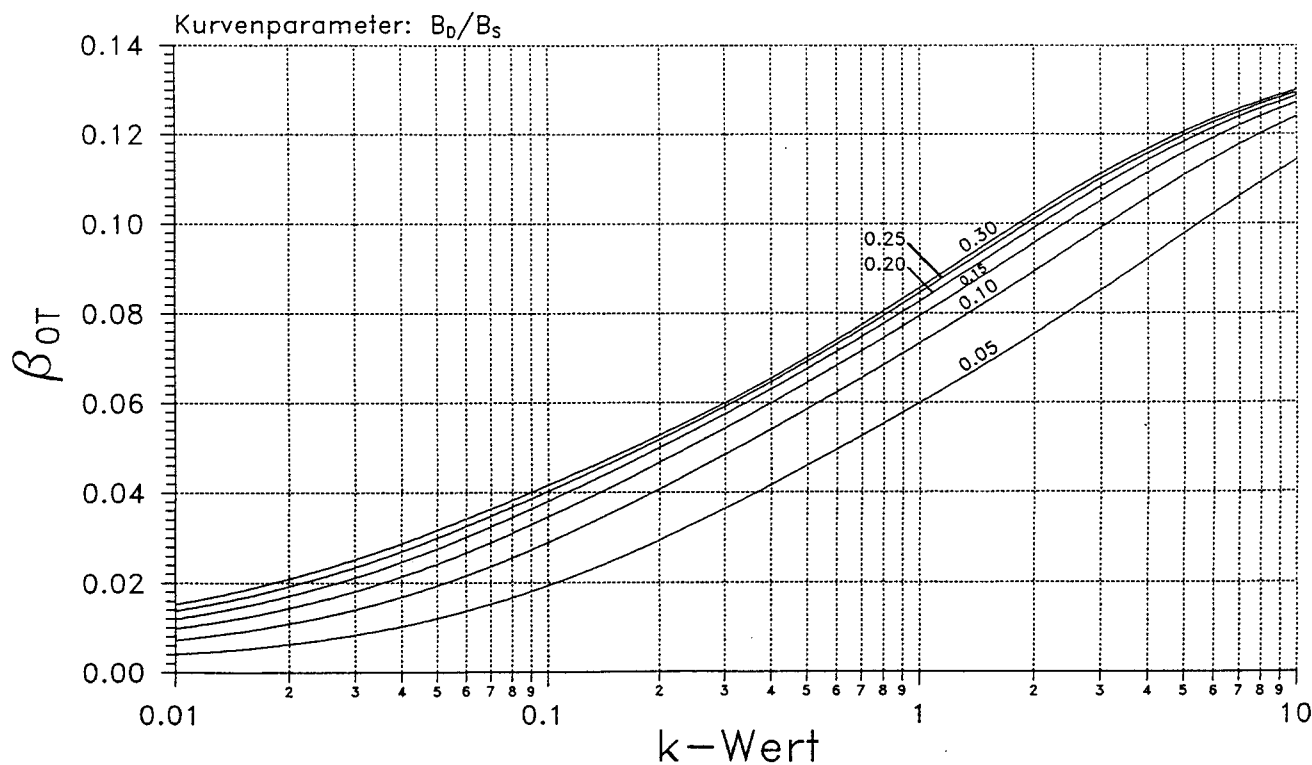
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



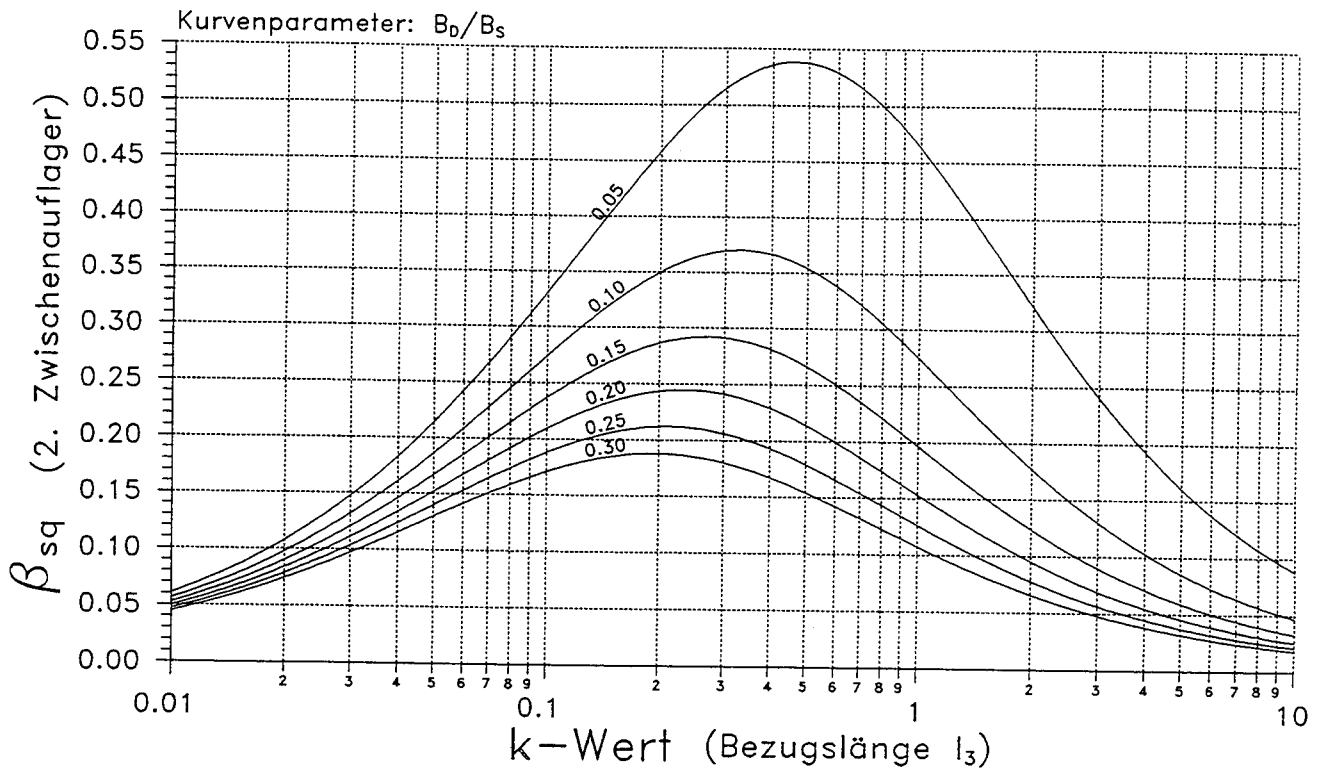
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 3$ Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



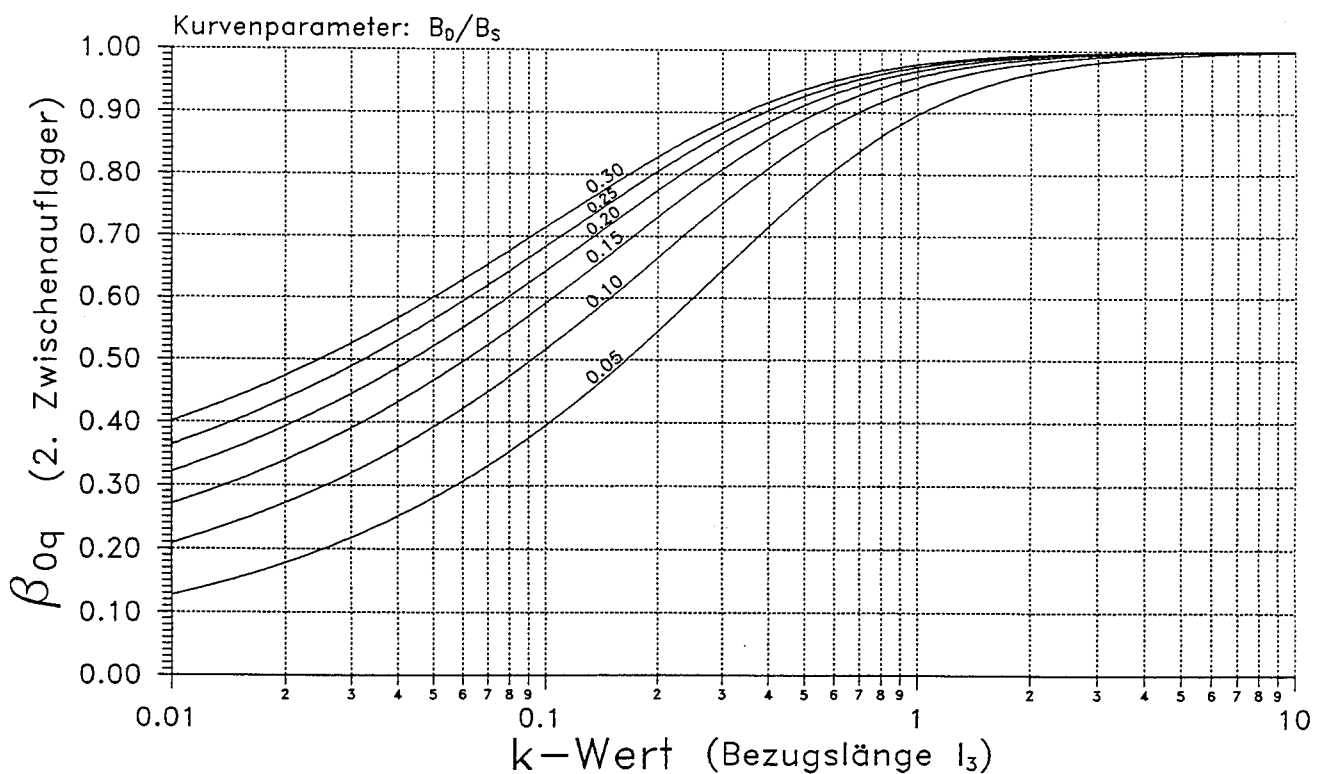
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 3$ Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



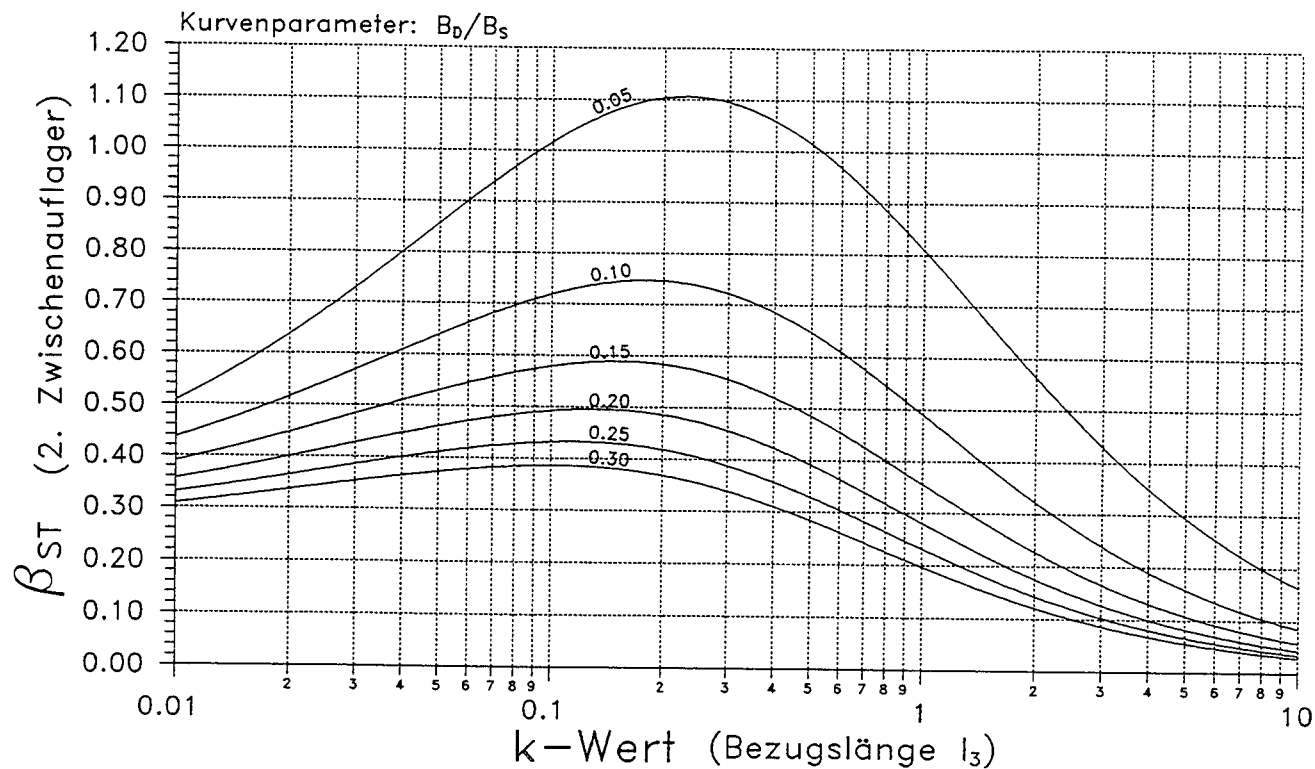
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 2$
 Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



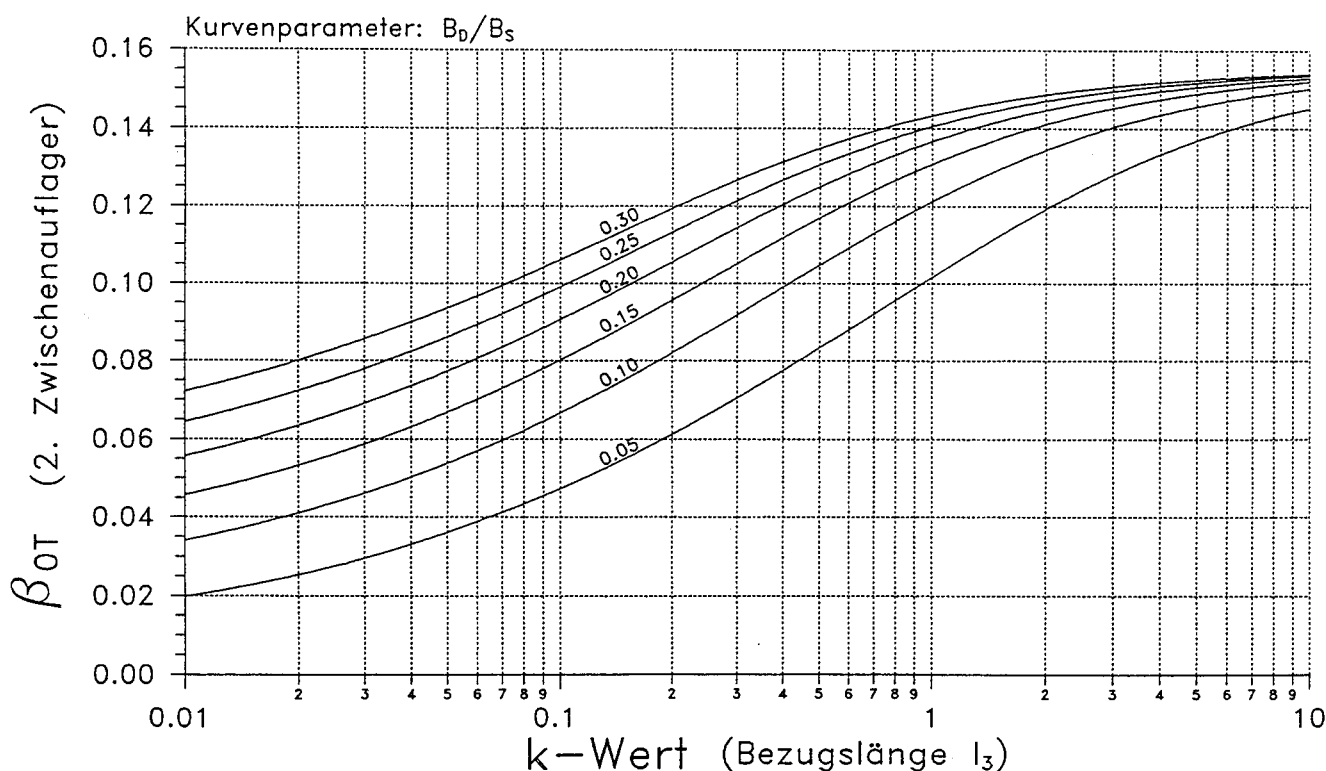
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 2$
 Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



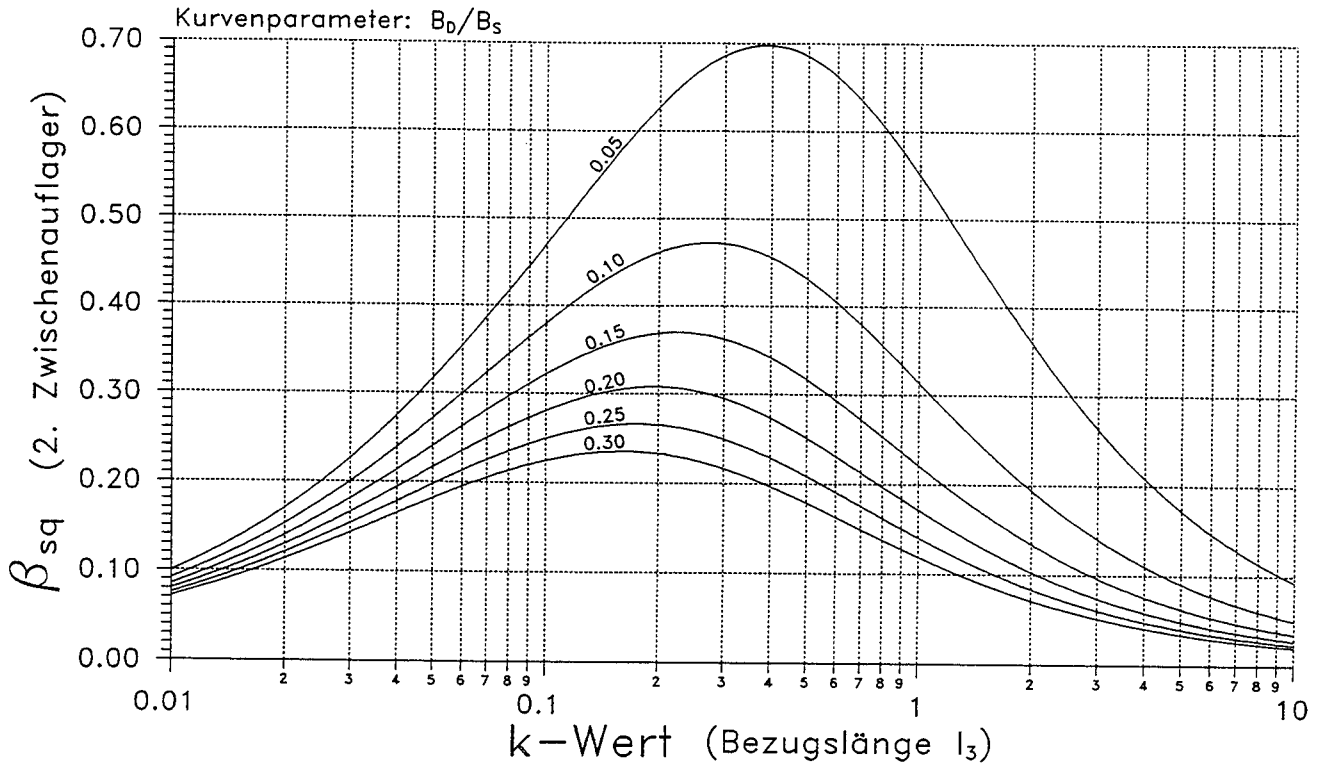
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 2$ Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



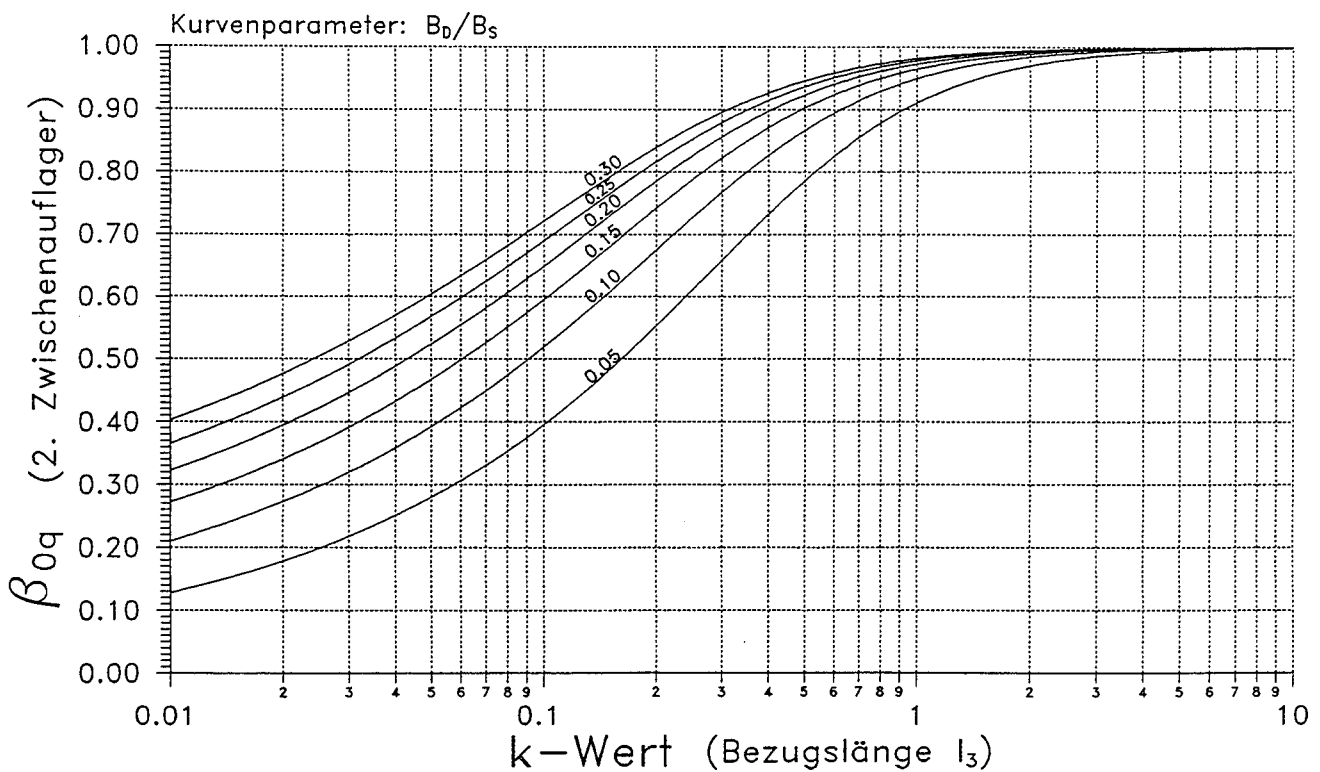
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 2$ Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



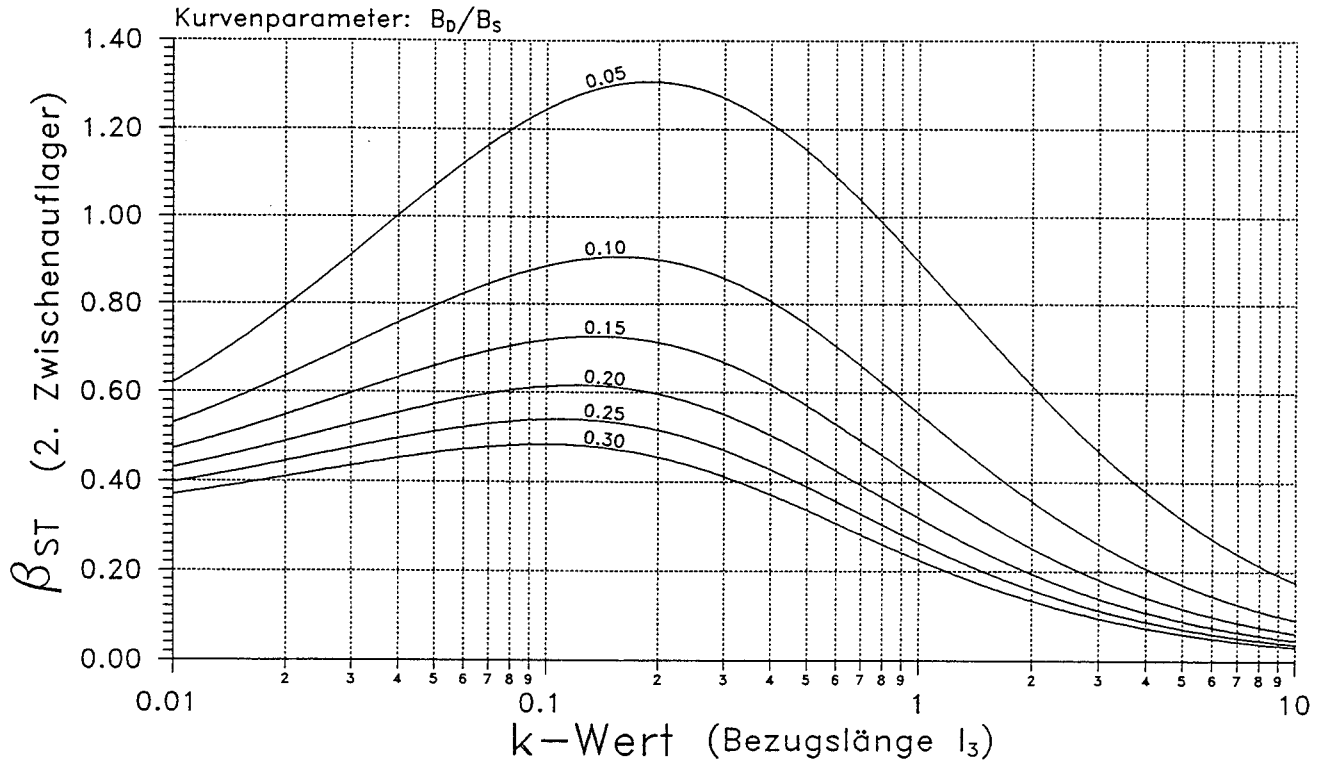
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



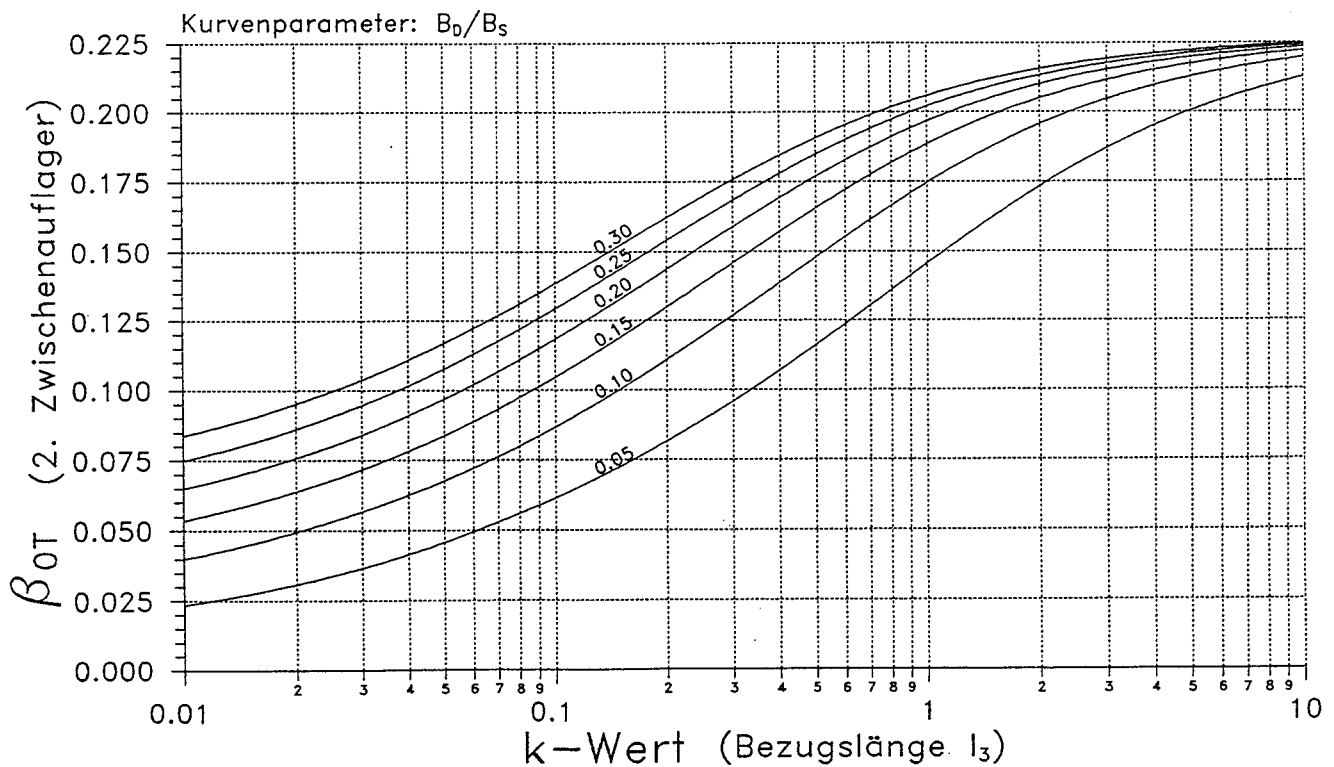
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



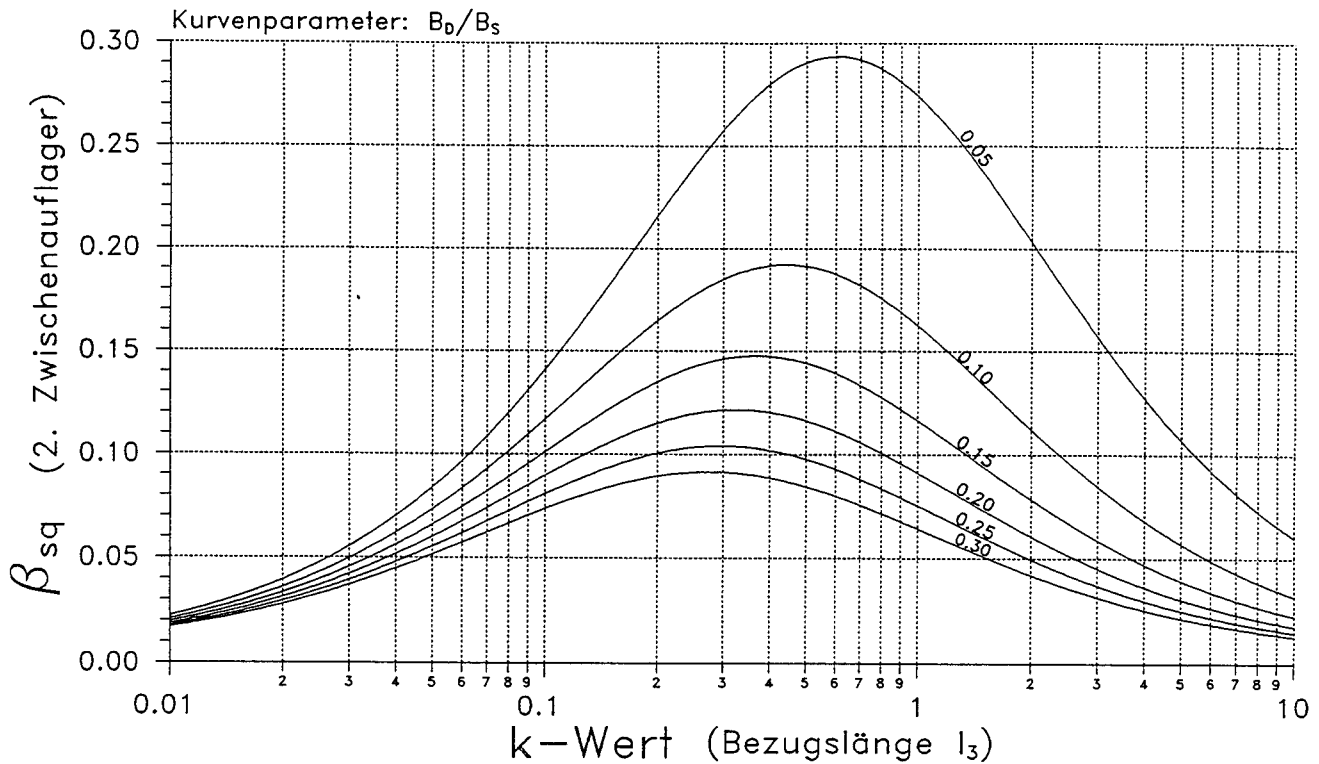
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



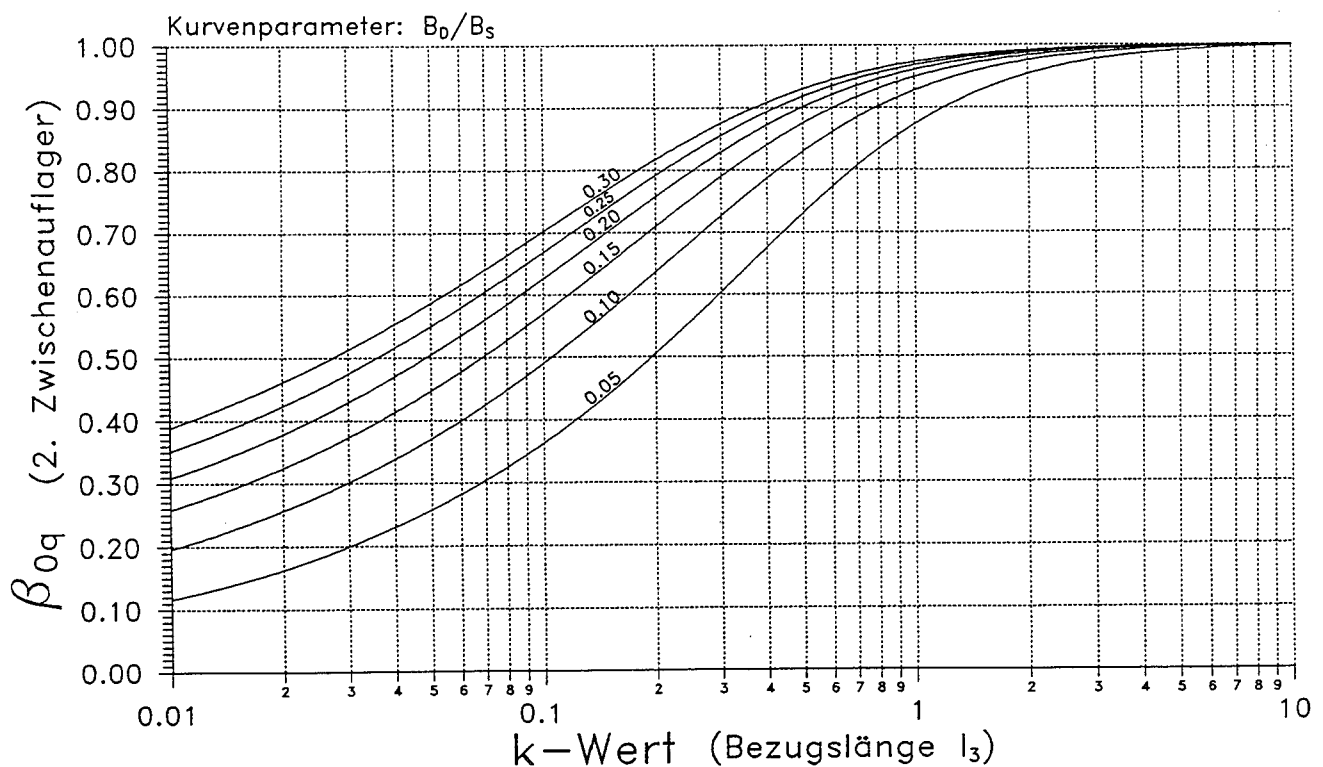
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 1 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



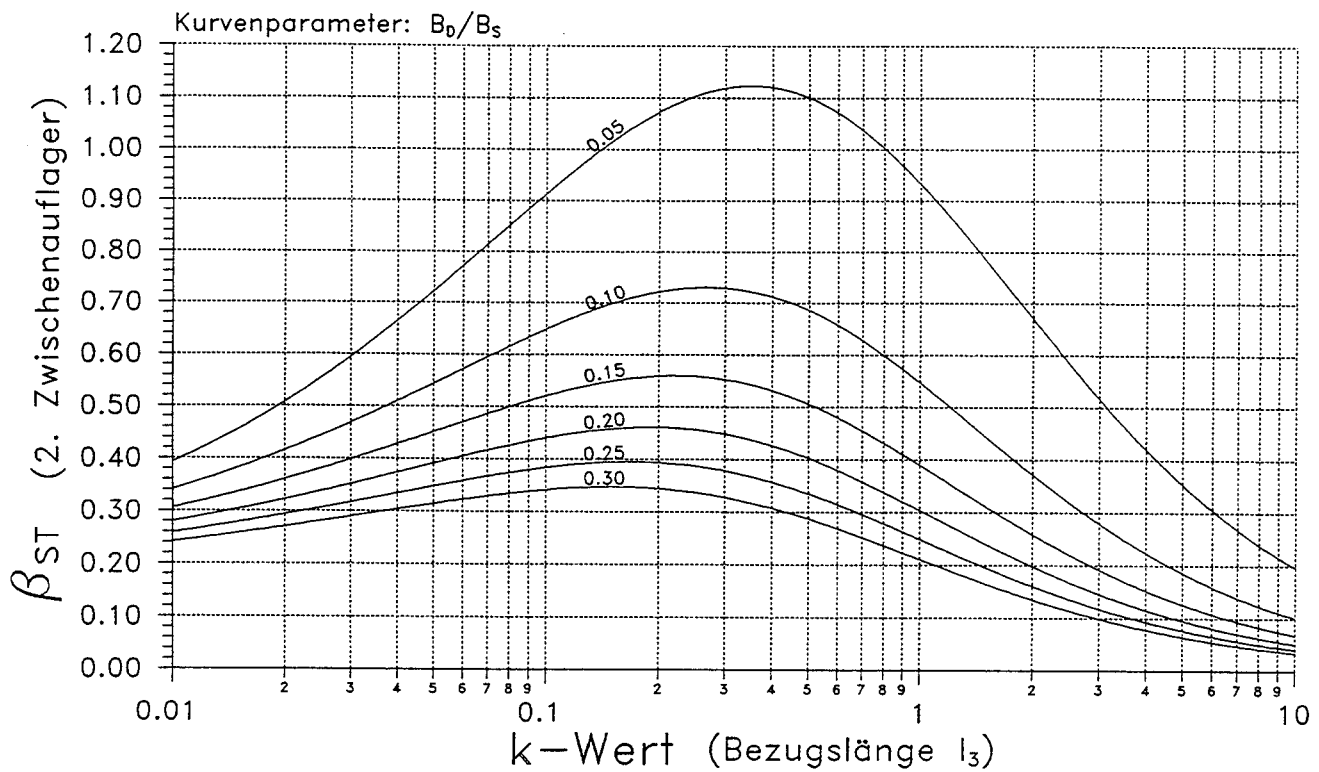
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 2$ Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



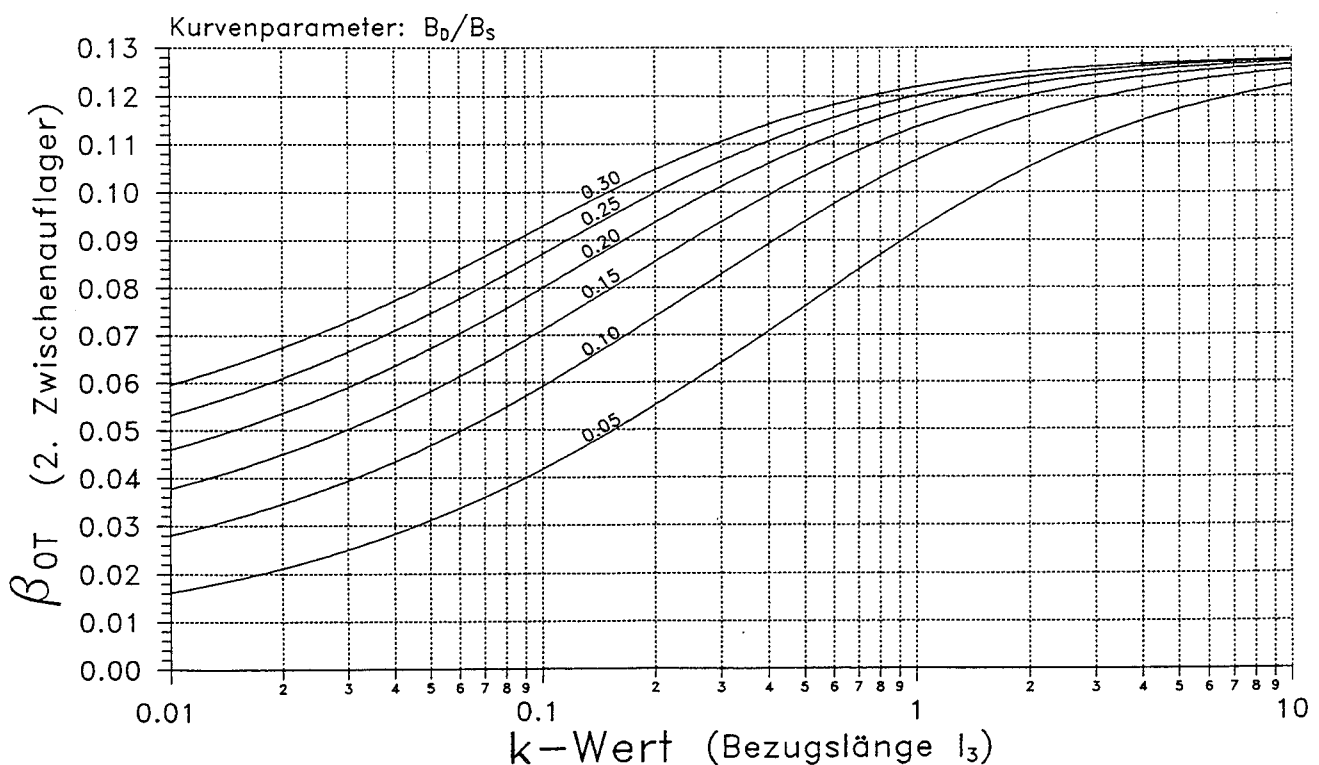
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 2$ Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



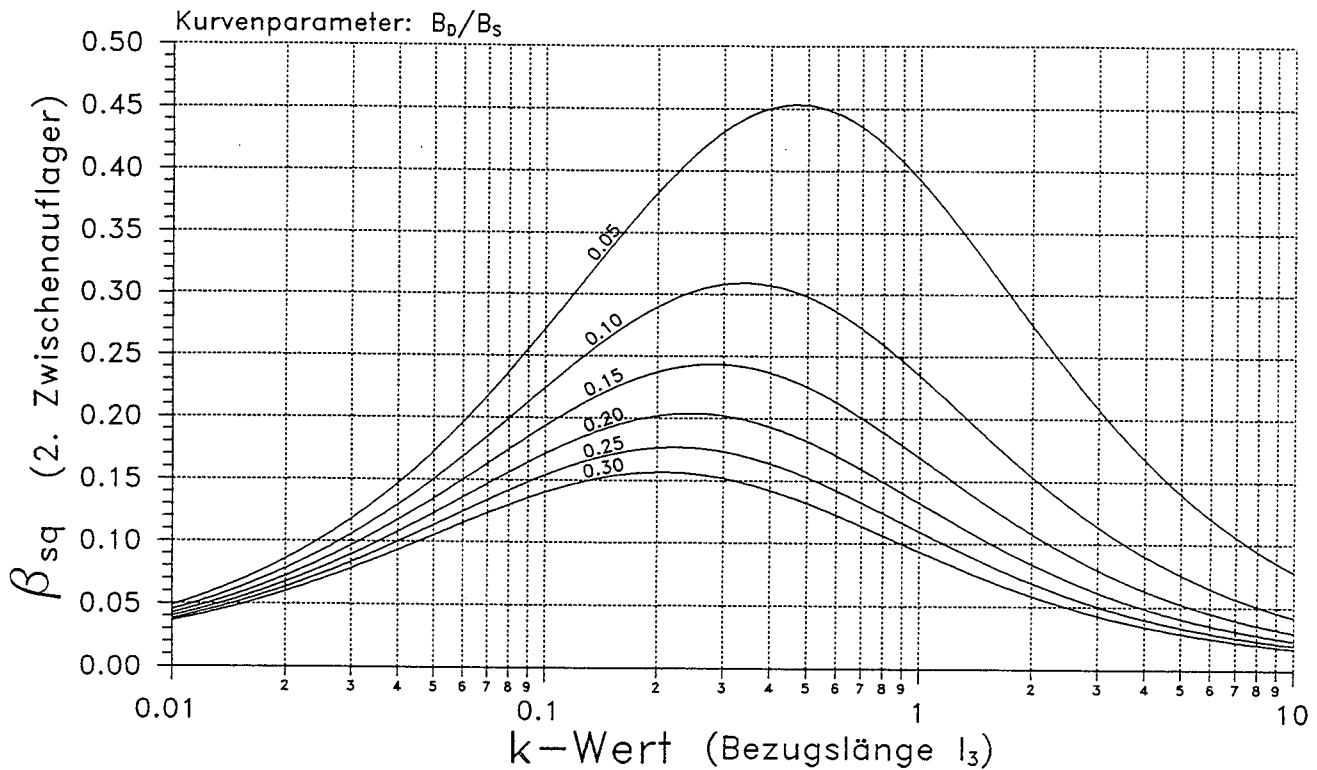
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 2$ Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



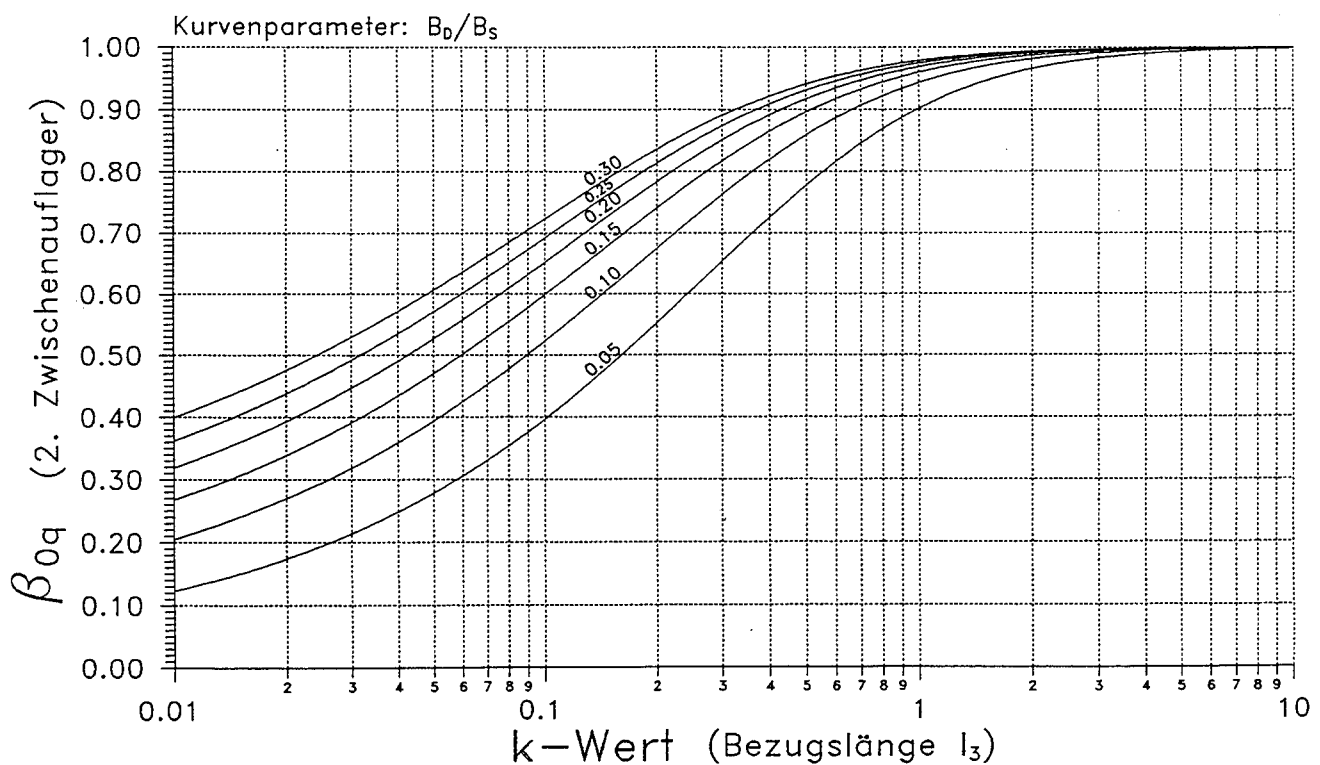
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 2$ Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



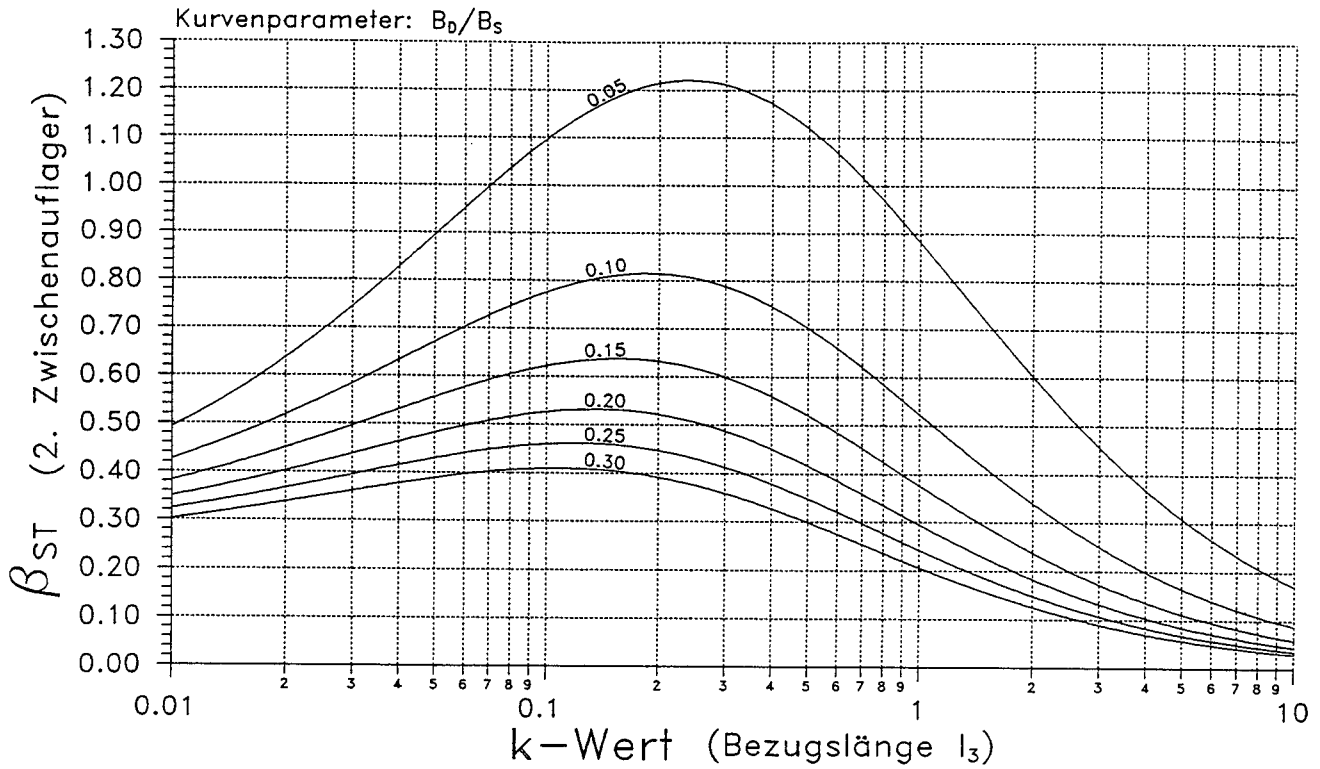
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



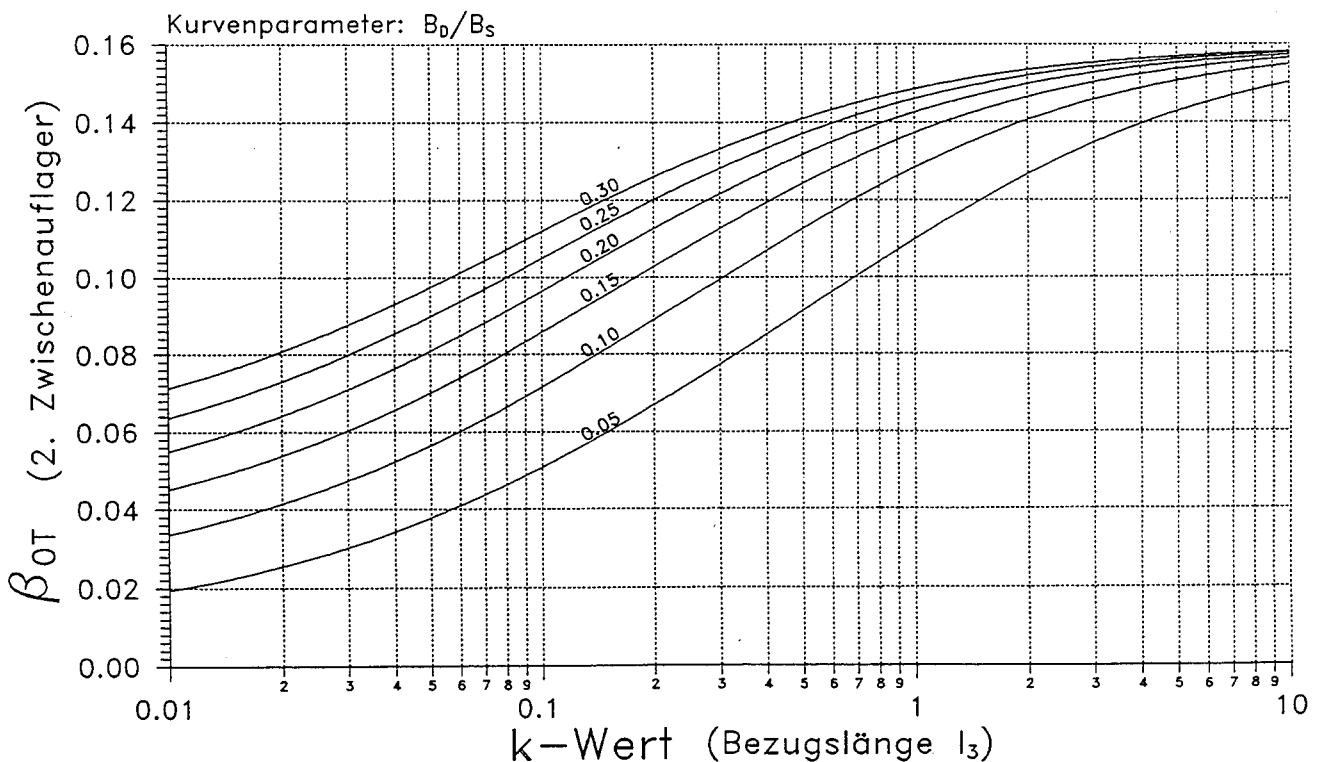
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



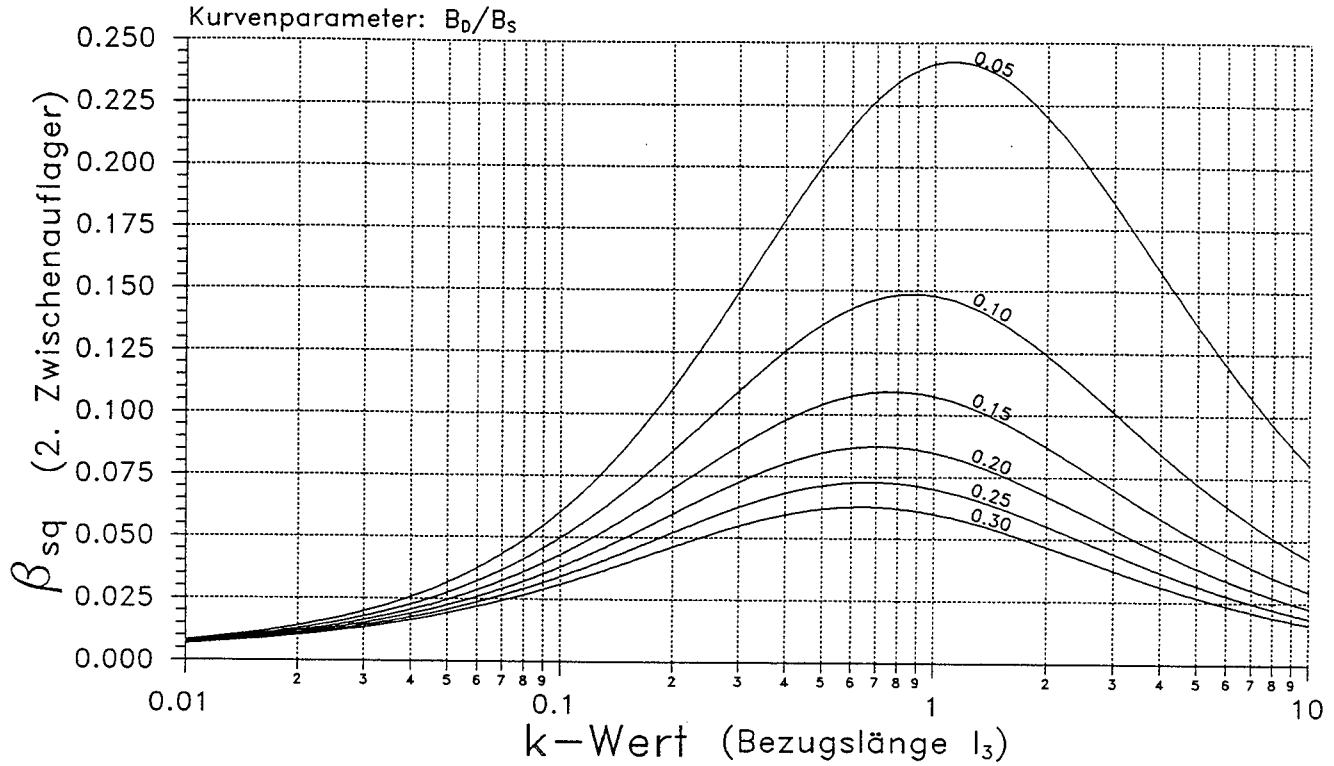
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 3$ Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



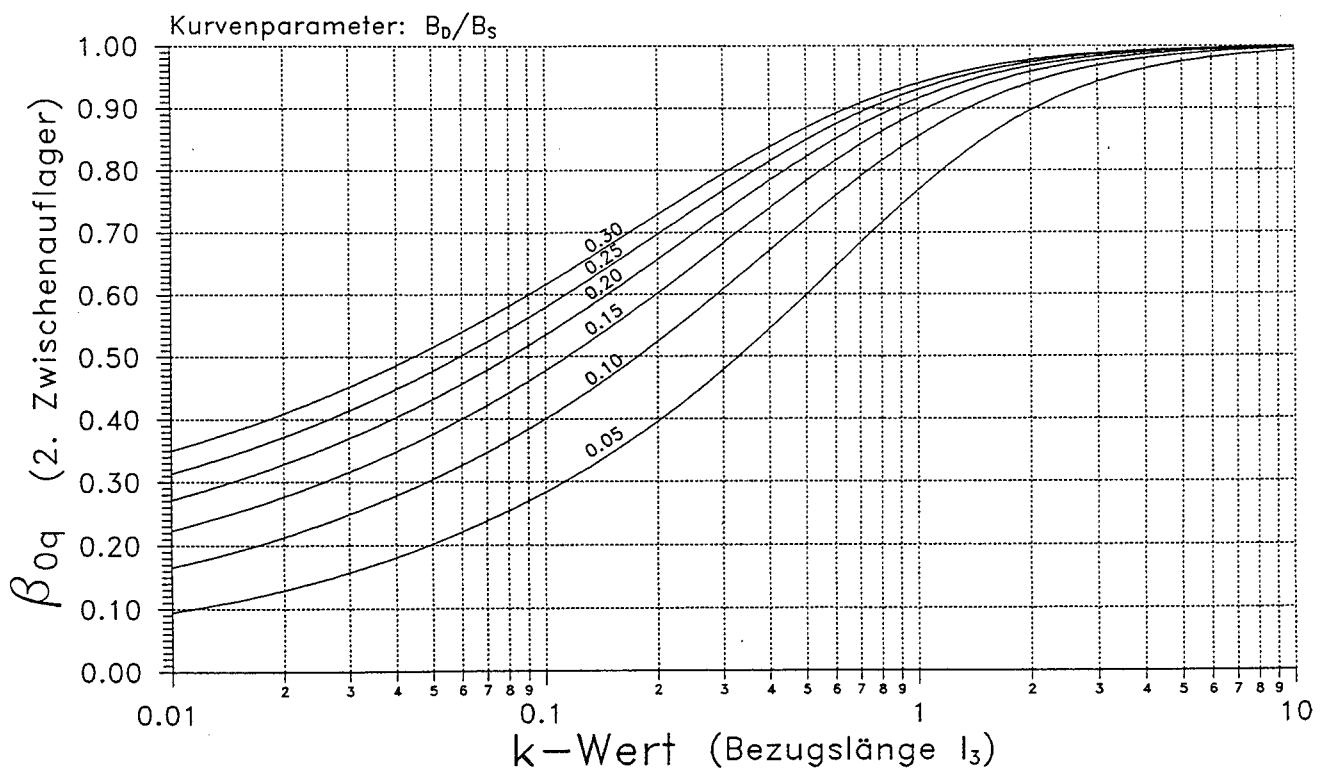
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 2 : 3$ Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



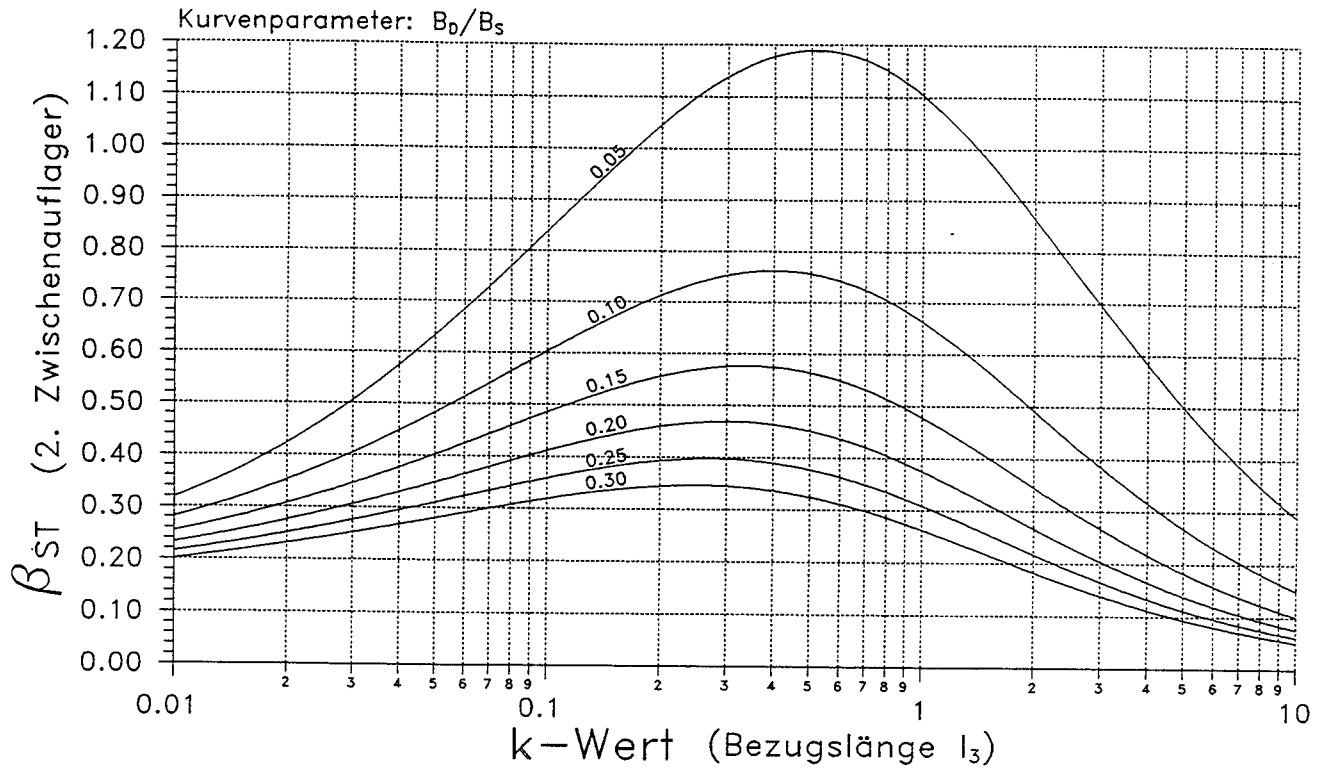
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 2$
 Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



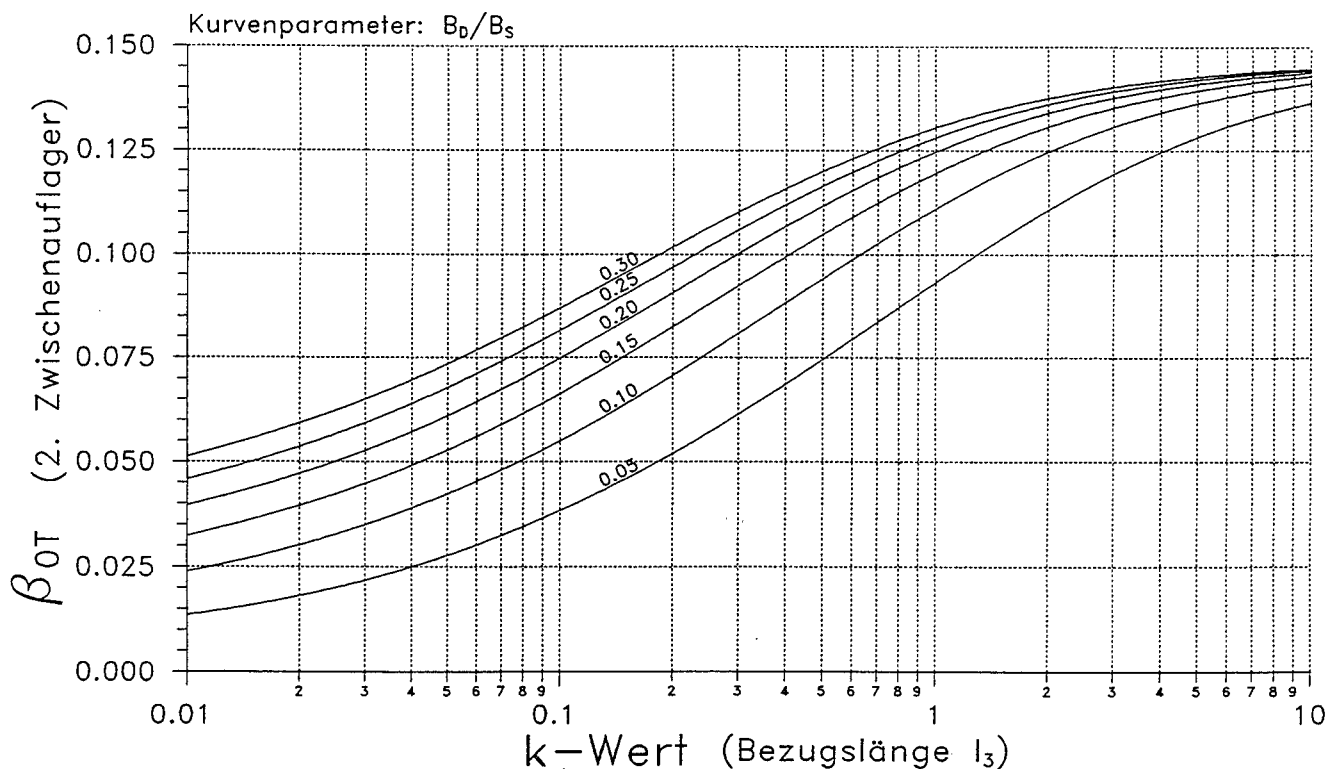
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 2$
 Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



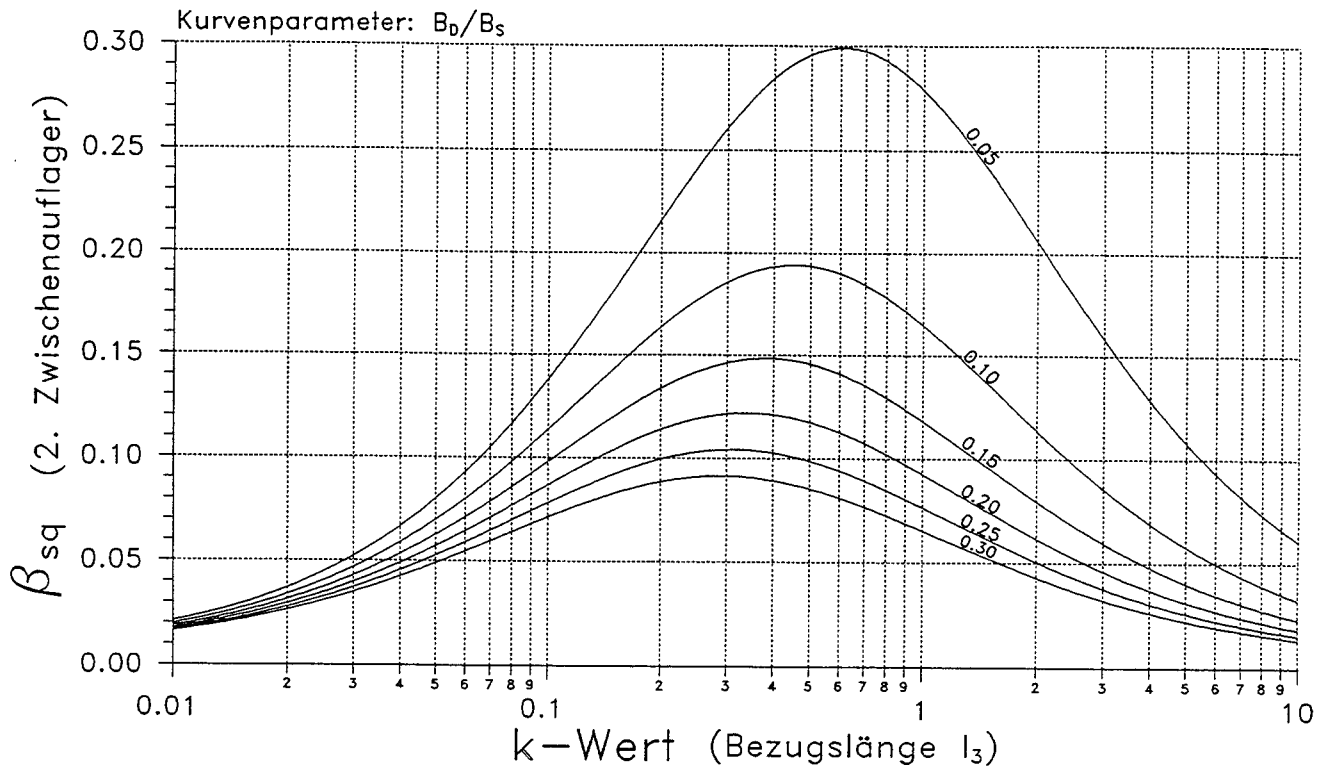
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 2$
 Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



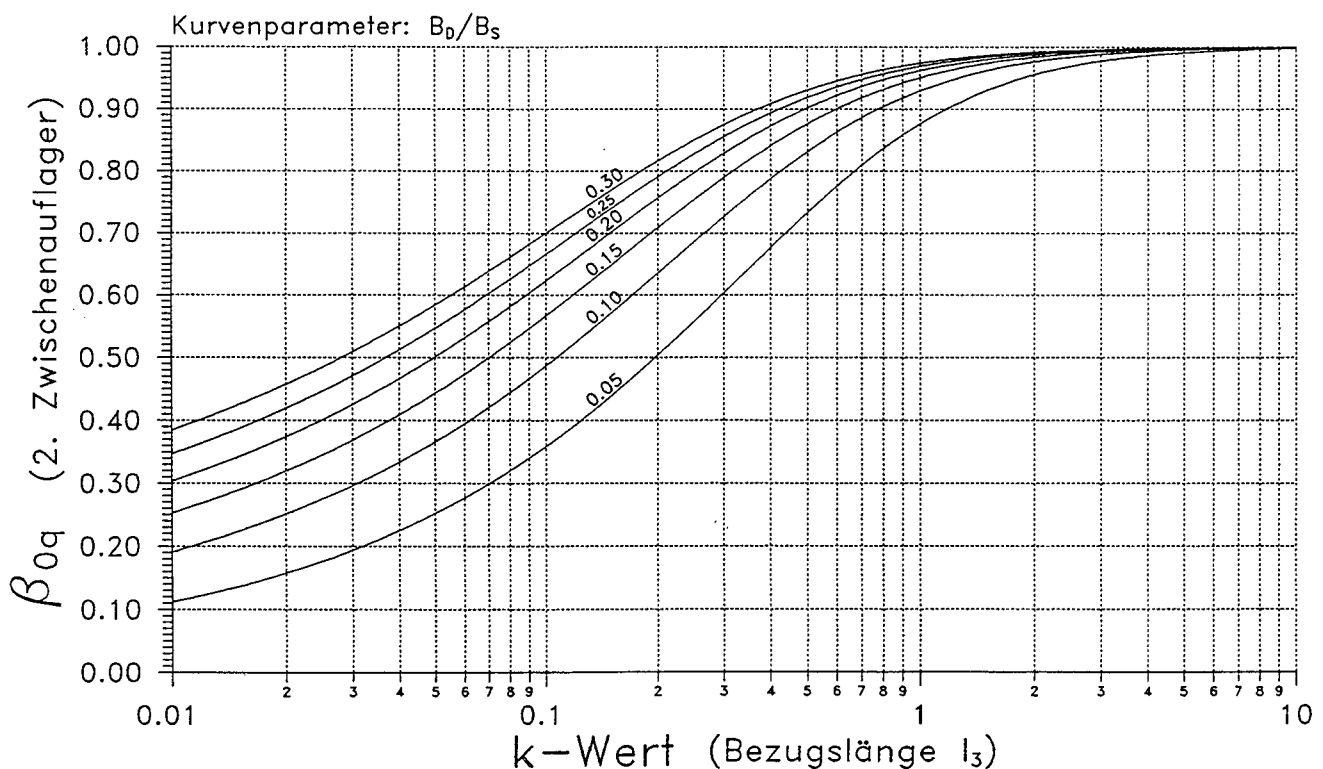
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 2$
 Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$



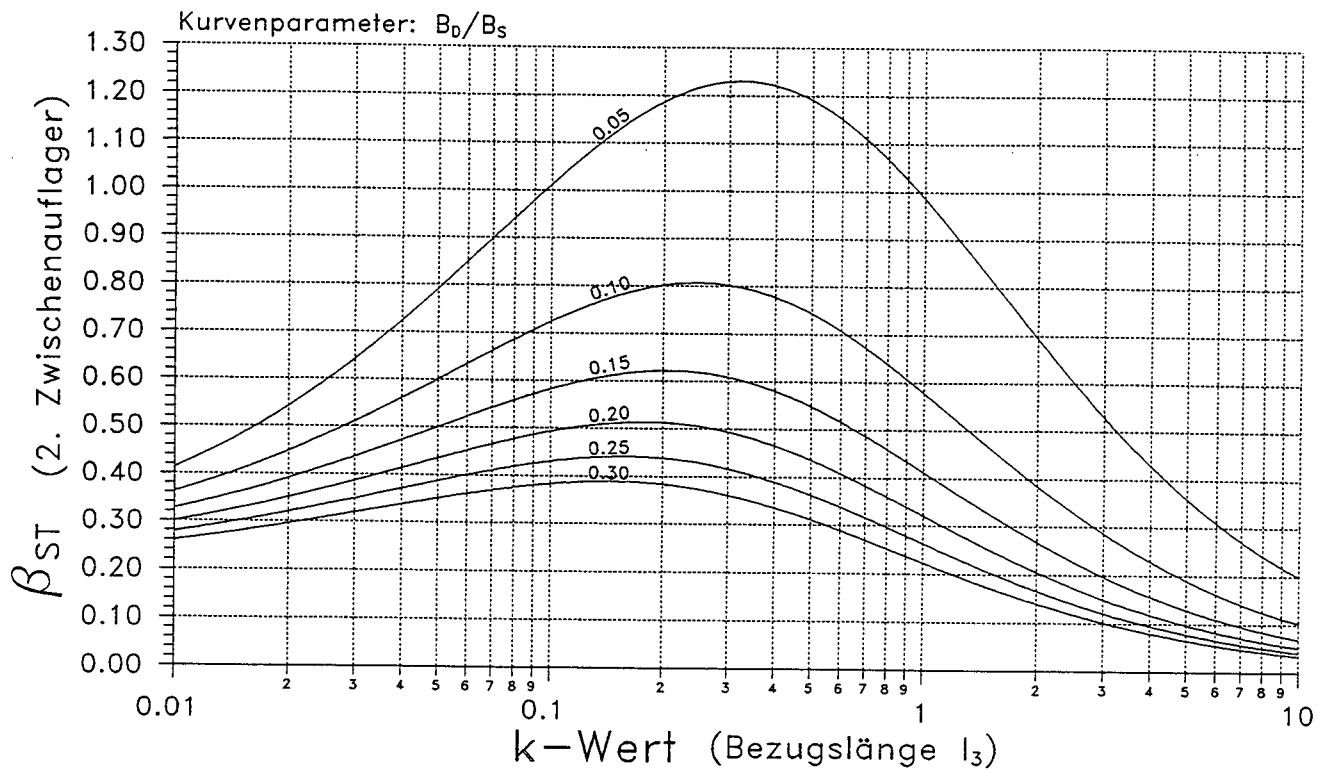
3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{sq}(k)$



3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 3$
 Bemessungstafel für $\beta_{0q}(k)$



3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 3$ Bemessungstafel für $\beta_{ST}(k)$



3-Feldträger $l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 3$ Bemessungstafel für $\beta_{OT}(k)$

