

Forschungsbericht

Vergleichende Untersuchungen zur Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Platten anhand verschiedener theoretischer Berechnungsmodelle

T 2730

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

Im Originalmanuskript enthaltene Farbvorlagen, wie z.B. Farbfotos, können nur in Grautönen wiedergegeben werden. Liegen dem Fraunhofer IRB Verlag die Originalabbildungen vor, können gegen Berechnung Farbkopien angefertigt werden. Richten Sie Ihre Anfrage bitte an die untenstehende Adresse.

© by Fraunhofer IRB Verlag

1996, ISBN 3-8167-4903-8

Vervielfältigung, auch auszugsweise, nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69, 70504 Stuttgart

Nobelstraße 12, 70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

e-mail irb@irb.fhg.de

URL <http://www.irb.fhg.de>

Abschlußbericht

Vergleichende Untersuchungen zur Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Platten anhand verschiedener theoretischer Berechnungsmodelle

von

Konrad Zilch

Markus Staller

Michael Blaschko

Vergleichende Untersuchungen zur Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Platten anhand verschiedener theoretischer Berechnungsmodelle

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit untersucht die Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Platten-Stützen-Verbindungen mit rotationssymmetrischer Belastung bei Stahlbeton-Flachdecken anhand von acht theoretischen Berechnungsmodellen. Diese Modelle werden beschrieben, kritisch analysiert und sowohl untereinander als auch mit den normativen Regelungen nach DIN 1045 und EC 2 Teil 1 verglichen. Um die praktische Anwendbarkeit beurteilen zu können und den Rechengang darzustellen, wird jeder Berechnungsansatz auf ein Beispiel angewendet.

Comparative studies into load capacity of slabs at punching failure from different theoretic calculation models

Summary

The present paper examines the punching loads at failure of concrete slab-column-connections under polari-symmetrical load with eight theoretical calculation models. These models are described, critically analyzed and compared with each other as well as with the standard specifications DIN 1045 and EC 2 Part 1. Each calculation is shown in an example to be able to judge how it can be put into practice.

Etude comparative du poinçonnement des dalles à l'aide de modèles théoriques

Résumé

La présente étude examine le compartiment des connections dalles-piliers (poinçonnement) à l'aide de huit méthodes théoriques de calcul. Après une description et une analyse critique, une étude comparative des modèles avec les normes DIN 1045 et Eurocode 2 part 1 est effectuée. Chaque modèle est illustré par un exemple qui permet d'expliquer le déroulement des calculs et de juger l'application pratique des modèles.

1. Einführung.....	5
1.1 Begriffsbestimmung und Zielsetzung.....	5
1.2 Auswahl der Berechnungsmodelle.....	7
1.3 Berechnungsbeispiel.....	8
2. Normregelungen.....	9
2.1 DIN 1045.....	9
2.1.1 Beschreibung der Normenregelung.....	9
2.1.2 Beispielrechnung.....	10
2.1.3 Bewertung.....	10
2.2 Eurocode 2.....	11
2.2.1 Beschreibung der Normenregelung.....	11
2.2.2 Beispielrechnung.....	13
2.2.3 Bewertung.....	13
3. Statisches Ersatzsystem.....	14
3.1 Beschreibung des Ersatzsystems.....	14
3.2 Bewertung des Ersatzsystems.....	16
4. Berechnungsmodelle für den rotationssymmetrischen Fall.....	18
4.1 Theorie nach Kinnunen und Nylander 1960.....	18
4.1.1 Beschreibung der Theorie.....	18
4.1.2 Beispielrechnung.....	22
4.1.3 Bewertung.....	23
4.2 Theorie nach Moe 1961.....	29
4.2.1 Beschreibung der Theorie.....	29
4.2.2 Beispielrechnung.....	30
4.2.3 Bewertung.....	30
4.3 Theorie nach Reimann 1963.....	33
4.3.1 Beschreibung der Theorie.....	33
4.3.2 Beispielrechnung.....	39
4.3.3 Bewertung.....	40
4.4 Theorie nach Bræstrup, Nielsen, Jensen und Bach 1976.....	42
4.4.1 Beschreibung der Theorie.....	42
4.4.2 Beispielrechnung.....	44
4.4.3 Bewertung.....	46
4.5 Theorie nach Marti und Thürlimann 1977.....	48

4.5.1 Beschreibung der Theorie	48
4.5.2 Beispielrechnung.....	49
4.5.3 Bewertung.....	49
4.6 Theorie nach Andrä 1982.....	51
4.6.1 Beschreibung der Theorie	51
4.6.2 Beispielrechnung.....	55
4.6.3 Bewertung.....	57
4.7 Theorie nach Nölting 1984	60
4.7.1 Beschreibung der Theorie	60
4.7.2 Beispielrechnung.....	65
4.7.3 Bewertung.....	66
4.8 Theorie nach Georgopoulos 1986	70
4.8.1 Beschreibung der Theorie	70
4.8.2 Beispielrechnung.....	72
4.8.3 Bewertung.....	72
5. Vergleichende Beurteilung	75
5.1 Bewehrungsgrad.....	75
5.2 Betongüte.....	78
5.3 Betonstahlgüte.....	81
5.4 Biegeschlankheit.....	83
5.5 Plattendicke.....	86
5.6 Stützendurchmesser.....	93
5.7 Übersichtstabellen.....	96
5.7.1 Ergebnisse der Beispielrechnung	96
5.7.2 Berücksichtigte Parameter	97
5.8 Einteilung der Berechnungsmodelle	99
6. Zusammenfassung und Ausblick.....	102
7. Literaturverzeichnis.....	103
Anhang A Umrechnungsformeln	A1
Anhang B Bezeichnungen.....	B1

Abschlußbericht

Vergleichende Untersuchungen zur Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Platten anhand verschiedener theoretischer Berechnungsmodelle

von

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Konrad Zilch

Dipl.-Ing. Markus Staller

Dipl.-Ing. Michael Blaschko

1. Einführung

Der vorliegende Forschungsbericht untersucht die Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Flachdecken, bei denen die Stützen rotationssymmetrisch belastet werden. Dazu werden verschiedene theoretische Berechnungsmodelle vorgestellt, analysiert und miteinander verglichen.

1.1 Begriffsbestimmung und Zielsetzung

Punktgestützte Stahlbeton-Flachdecken, also Decken, die direkt ohne Unterzüge auf Stützen ohne Stützkopfverstärkung aufgelagert werden, finden im Wohnungs-, Büro- und Industriebau eine immer größere Verbreitung. Der Grund dafür ist in den vielen Vorteilen dieser Bauart, wie z.B. geringer Schalungsaufwand und eine hindernisfreie Untersicht der Decke, zu suchen.

Für die Bemessung solcher Flachdecken im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird die räumlich wirkende, kombinierte Biege- und Schubbeanspruchung aus Vereinfachungsgründen meistens in je einen Nachweis für die Biegetragfähigkeit und für die Schubtragfähigkeit aufgeteilt. Auf die Bemessung für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird hier nicht eingegangen.

Zur Bemessung der Biegetragfähigkeit stehen eine Vielzahl von Näherungslösungen, wie z.B. von Grasser in [1] angegeben, zur Verfügung. Heutzutage dürfte allerdings in den meisten Fällen ein FE-Programm zur Anwendung kommen. Damit ist eine effiziente Bemessung, sowohl in Hinsicht auf die Ausnutzung der Baustoffe, als auch im Hinblick auf eine rationelle Tragwerksplanung, gegeben.

Für den Nachweis der Schubtragfähigkeit ist der normale, von der Balkentheorie abgeleitete Schubnachweis nicht anwendbar, da sich durch die konzentrierte Krafteinleitung ein räumlicher Spannungszustand ausbildet. Der hierbei auftretende Versagensmechanismus wird Durchstanzen genannt. Dabei wird durch die Stützenkraft ein kegelstumpfförmiges Stück aus der Betonplatte herausgedrückt.

Bei Anwendung der geltenden Bauvorschriften, wie DIN 1045 [2] oder Eurocode 2 [3], zeigt sich, daß für die Dimensionierung der Bauteile, insbesondere für die Dicke der Flachdecke, oftmals der Durchstanznachweis maßgebend wird. Daher besteht für die Baupraxis ein großes Interesse, die Tragfähigkeit auf Durchstanzen möglichst gut auszunutzen, ohne ein erhöhtes Schadensrisiko, das durch das schlagartige Versagen (Bruch ohne Vorankündigung) verstärkt wird, einzugehen. Dafür wird ein Nachweisverfahren gesucht, das, wie bereits erwähnt, die Tragfähigkeit möglichst gut

ausnutzt, aber trotzdem einfach und schnell in der Anwendung ist, und alle baupraktisch vorkommenden Fälle abdeckt.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es nun, bekannte Berechnungsmodelle für das Durchstanzproblem in Bezug auf die folgenden Kriterien hin zu untersuchen:

- Das Durchstanzproblem soll möglichst wirklichkeitsnah dargestellt werden.
- Das Durchstanzproblem soll durch ein Modell in sich schlüssig und widerspruchsfrei abgebildet werden.
- Die Tragfähigkeit soll möglichst gut ausgenutzt werden.
- Die Berechnungsformeln zur Ermittlung der Durchstanzlast müssen handhabbar sein, d.h. der Aufwand zum Führen des Tragsicherheitsnachweises in der praktischen Anwendung muß sich in Grenzen halten.

Um eine Vergleichsmöglichkeit zu haben, werden die Regelungen nach DIN 1045 und EC2 in Kapitel 2 kurz dargestellt.

Die Berechnungsmodelle werden zumeist an einem statischen Ersatzsystem abgeleitet. Da damit die Gültigkeit einer Theorie von der Gültigkeit des Ersatzsystems abhängt, wird dieses in Kapitel 3 besprochen.

In Kapitel 4 werden die verschiedenen theoretischen Berechnungsmodelle erläutert und analysiert. Um die Berechnungsmodelle miteinander vergleichen zu können, werden einheitliche Bezeichnungen gewählt, die sich an den Vorgaben des EC2 orientieren. Desweiteren werden alle Formeln auf gleiche Grundwerte der Materialeigenschaften bezogen. Außerdem sind alle Gleichungen einheitlich für Rundstützen und für Zweibahnenbewehrung (Netzbewehrung) mit konstanten Stababständen angegeben.

In Kapitel 5 folgt eine vergleichende Untersuchung der Theorien in Abhängigkeit der in die Berechnung eingehenden Parameter. Besondere Beachtung wird dabei der je nach Theorie sehr unterschiedlichen Interpretation der wesentlichen Parameter für die Durchstanzbruchlast gewidmet.

Verwendete Umrechnungsformeln für physikalische Größen sind in Anhang A zusammengestellt. Eine Auflistung der Bezeichnungen ist in Anhang B gegeben.

1.2 Auswahl der Berechnungsmodelle

Bei der Auswahl und Analyse der Berechnungsmodelle wird hier nur auf den Grundfall des Durchstanzproblems eingegangen, d.h. es wird das Durchstanzverhalten von Stützen mit rotationssymmetrischer Beanspruchung bei Flachdecken betrachtet, die hinsichtlich Belastung, Plattenausbildung und Bewehrungsanordnung keinerlei Besonderheiten aufweisen. Insbesondere bedeutet dies, daß Vorspannung, Einfluß von Aussparungen und Stützenkopfverstärkungen nicht berücksichtigt werden.

Aufgrund der Fülle von Veröffentlichungen zum Grundfall des Durchstanzens mußte weiterhin dahingehend eine Auswahl getroffen werden, daß hier nur Berechnungsmethoden analysiert werden, denen ein theoretisches Tragmodell zugrunde liegt. Berechnungsformeln, die lediglich durch die statistische Auswertung von Versuchen gewonnen wurden, wie z.B. die Arbeiten von Herzog [4], [5], von Elstner und Hognestad [6] und von Whitney [7] werden nicht erfaßt. Dies ist sinnvoll, da solche empirischen Formeln folgenden Einschränkungen unterliegen:

- Die Formeln können nur eine grobe Abschätzung der Durchstanzlast geben, da sie auf den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit beruhen.
- Es wird keine physikalische Erklärung für etwaige Abhängigkeiten gegeben.
- Es kann für eine statistische Auswertung nicht davon ausgegangen werden, daß alle Versuchsergebnisse derselben Grundgesamtheit entstammen, was bedeutet, daß nicht alle ausgewerteten Versuche automatisch miteinander vergleichbar sind.
- Es gibt kaum Versuchswiederholungen mit genau gleichen Parametern, um die Schwankungen bei den Versuchsbedingungen erkennen zu können.
- Die Auswertungen gelten strenggenommen nur für den durch Versuche abgedeckten Wertebereich, so daß der Gültigkeitsbereich der Formeln nicht genau bekannt ist. Eine Extrapolation ist daher nicht sinnvoll.
- Die Berechnungsformeln sind oftmals nicht einheitentreu.

Da ein Ziel bei der Konstruktion von Flachdecken darin besteht, ohne Schubbewehrung auszukommen, wird in dieser Schrift bei der Beschreibung der Theorien nicht näher auf Berechnungsansätze für Schubbewehrung eingegangen.

1.3 Berechnungsbeispiel

Um den Rechengang der einzelnen Theorien erläutern zu können, wird jeweils die Durchstanzlast im Bruchzustand für das Innenfeld einer Flachdecke (Bild 1.3-1) als Beispiel berechnet. Die gewählten Abmessungen sind Bild 1.3-1 zu entnehmen.

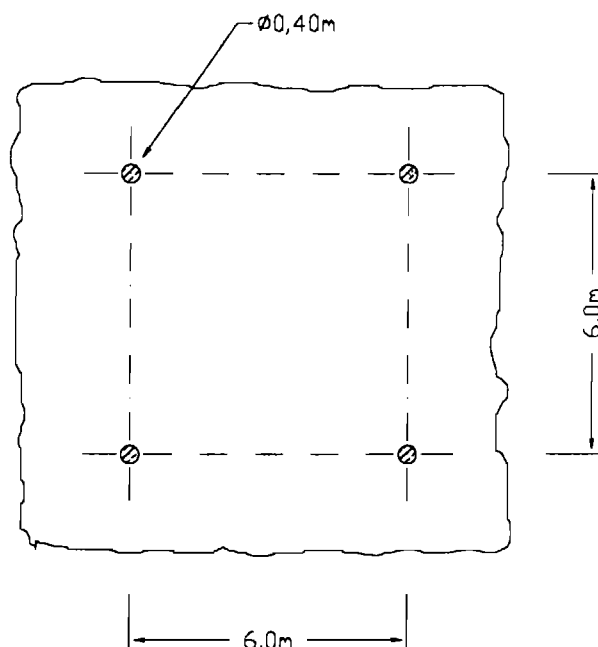


Bild 1.3-1: Abmessungen der Flachdecke des Beispiels

Vorgaben Beispiel:

Beton C30/37

Betonstahl BSt 500 S, hoch duktil

Plattendicke $h=27\text{cm}$

Nutzhöhe $d=22\text{cm}$ (Mittelwert aus beiden Lagen)

Stützendurchmesser $d_{st}=40\text{cm}$

Stützweite $L = L_x = L_y = 6,0\text{m}$

vorhandener Bewehrungsgrad der Biegezugbewehrung:

$\mu=0,80\%$ (jeweils in beiden Lagen)

Daraus ergeben sich folgende Materialkennwerte nach EC2:

$$f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MN/m}^2$$

$$E_c = 32000 \text{ MN/m}^2$$

$$E_s = 200000 \text{ MN/m}^2$$

2. Normregelungen

2.1 DIN 1045

2.1.1 Beschreibung der Normenregelung

Nach DIN 1045 ist eine rechnerische Schubspannung τ_r in einem Schnitt mit Radius $\frac{d_{st} + d}{2}$ um die Stützenachse mit einer zulässigen Schubspannung zu vergleichen. Die

Schnittführung wird in Bild 2.1-1 verdeutlicht.

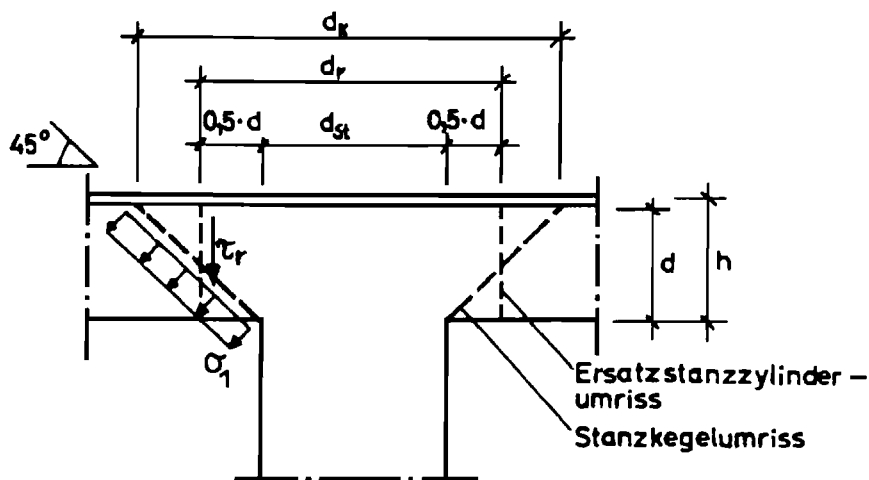


Bild 2.1-1: Durchstanzkegel nach DIN 1045 [8]

Es ergibt sich für den Fall einer Rundstütze ohne Schubbewehrung:

$$F_u = 1,3 \cdot \gamma \cdot \alpha_s \cdot \sqrt{100 \cdot \mu \cdot \pi \cdot d \cdot (d_{st} + d)} \cdot k \cdot \tau_{011} \quad (2.1-1)$$

Um bei den Vergleichsrechnungen (Kap.5) einen kontinuierlichen Definitionsbereich zu haben, wird die Beziehung

$$\tau_{011} = 0,065 \cdot \beta_{WN}^{0,627} \cong 0,0747 \cdot f_{ck}^{0,627}, \quad (2.1-2)$$

die mit Hilfe einer Regressionsrechnung [9] aus DIN 1045 Tab.13 gewonnen wurde, in Gleichung (2.1-1) eingesetzt.

Für den Beiwert zur Berücksichtigung der Betonstahlsorte α_s wird der Ansatz

$$\alpha_s = 0,7 \cdot \left(1 + \frac{f_{yk}}{500 \text{ MPa}} \right) \quad (2.1-3)$$

aus [10] verwendet. Mit diesen Gleichungen und $\gamma = 2,1$ erhält man:

$$F_u = 1,428 \cdot \pi \cdot \left(1 + \frac{f_{yk}}{500 \text{MPa}}\right) \cdot \sqrt{\mu} \cdot d \cdot (d_{st} + d) \cdot k \cdot f_{ck}^{0,627} \quad (2.1-4)$$

mit: $k=1,0$ für Innenstützen bzw. für den hier interessierenden Fall der rotationssymmetrischen Beanspruchung

Der rechnerisch ansetzbare Bewehrungsgrad ist begrenzt auf:

$$\mu \leq 0,25 \cdot \frac{f_{ck}}{0,8 \cdot f_{yk}} \leq 1,5\% \quad (2.1-5)$$

Es ist mindestens ein Bewehrungsgrad von 0,5% einzulegen. Auf diese letztgenannte Regelung wird bei Vergleichsrechnungen verzichtet.

2.1.2 Beispielrechnung

Aus einer Berechnung für das Beispiel aus Kap.1.3 ergibt sich:

$$\mu = 0,008 \leq 0,25 \cdot \frac{30}{0,8 \cdot 500} = 0,0188$$

und:

$$\mu = 0,008 \leq 0,015$$

$$F_u = 1,428 \cdot \pi \cdot \left(1 + \frac{500}{500}\right) \cdot \sqrt{0,008} \cdot 0,22 \cdot (0,40 + 0,22) \cdot 1,0 \cdot 30^{0,627} = 0,923 \text{ MN.}$$

2.1.3 Bewertung

Die rechnerische Schubspannung τ_r entspricht der Hauptspannung σ_1 an einem Stanzkegelumriß mit $\alpha = 45^\circ$ (Bild 2.1-1). Dem Ansatz nach DIN 1045 liegt als Bruchkriterium ein Versagen der Hauptzugspannungen des Betons zugrunde. Eine Begründung hierfür ergibt sich daraus, daß mit Gleichung (2.1-2) die Durchstanzbruchlast in etwa proportional zu $f_{ck}^{2/3}$ wird, was wiederum dem Ansatz für die Zugfestigkeit des Betons entspricht.

Kordina und Nölting [10] bemerken, daß nach DIN 1045 nur dann eine ausreichende Sicherheit gegen Durchstanzen erreicht wird, wenn zu dem hier beschriebenen Nachweis nach Abschnitt 22.5 der DIN 1045 zusätzlich ein Nachweis der Biegetragfähigkeit geführt wird. Die Vergleichsrechnungen in Kap.5 beschränken sich vereinfachend auf Gleichung (2.1-4).

Es ergibt sich für den Fall einer Rundstütze ohne Schubbewehrung:

$$F_u = \frac{k}{\beta} \cdot (1,2 + 40 \cdot \mu) \cdot d \cdot \pi \cdot (d_{st} + 3 \cdot d) \cdot \tau_{Rk} \quad (2.2-1)$$

Bei der Schnittführung um eckige Stützen werden die Ecken abgerundet, wie Bild 2.2-2 zeigt.

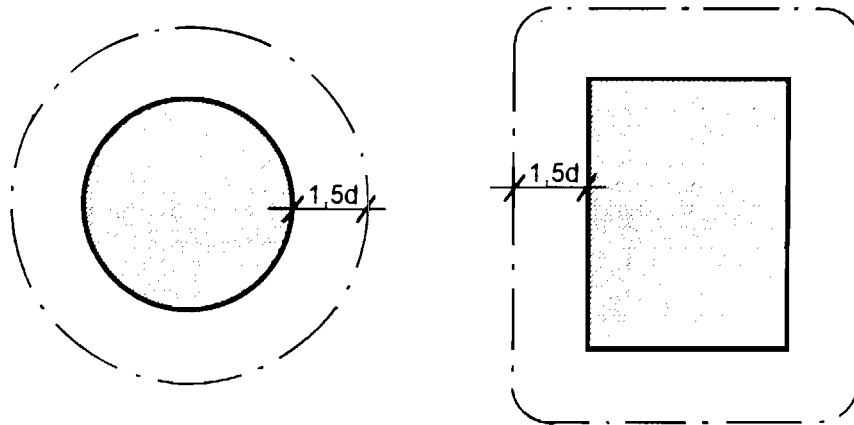


Bild 2.2-2: Kritischer Rundschnitt um Lasteinleitungsflächen nach EC2

Mit der Beziehung $\tau_{Rk} = 1,2 \cdot 1,5 \cdot 0,09 \cdot f_{ck}^{1/3}$ nach [13] folgt:

$$F_u = 0,162 \cdot \pi \cdot \frac{k}{\beta} \cdot (1,2 + 40 \cdot \mu) \cdot d \cdot (d_{st} + 3 \cdot d) \cdot f_{ck}^{1/3} \quad (2.2-2)$$

mit k : Faktor zur Berücksichtigung der absoluten Plattendicke
 $k = 1,6 - d \geq 1,0$ mit d in m

und β : Faktor zur Berücksichtigung der Auswirkung von Lastausmitten
 $\beta = 1,00$ für rotationssymmetrische Beanspruchung
 $\beta = 1,15$ für Innenstützen

Der rechnerisch ansetzbare Bewehrungsgrad ist begrenzt auf:

$$\mu \leq 1,5\%$$

Mindestens ist ein Bewehrungsgrad von 0,5% einzulegen. Zusätzlich ist bei der Biegebemessung ein Mindestbiegemoment zur Berücksichtigung ausmittiger Belastung anzusetzen. Auf die beiden letztgenannten Regelungen wird bei Vergleichsrechnungen verzichtet.

2.2.2 Beispielrechnung

Mit den Werten aus dem Beispiel Kap. 1.3 errechnet man:

$$\mu = 0,8\% \leq 1,5\%$$

$$k = 1,6 - 0,22 = 1,38 \geq 1,0$$

$$F_u = 0,162 \cdot \pi \cdot \frac{1,38}{1,0} \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,008) \cdot 0,22 \cdot (0,40 + 3 \cdot 0,22) \cdot 30^{1,3} = \\ = 0,774 \text{ MN für } \beta = 1,00 \text{ (rotationssymmetrischer Fall)}$$

Für Innenstützen erhält man mit $\beta = 1,15$:

$$F_u = 0,673 \text{ MN}$$

Im weiteren Verlauf wird von $\beta = 1,00$ ausgegangen.

2.2.3 Bewertung

Das Nachweiskonzept nach EC2 geht von der Schubtragfähigkeit nicht-schubbewehrter Betonquerschnitte aus. Es fehlt demnach ein wirklichkeitsnahes, physikalisch begründbares Tragmodell für das Durchstanzproblem. Deshalb erhält man brauchbare Ergebnisse nur durch Anpassung an Versuchswerte.

Die Annahme des kritischen Schnitts in einem Abstand von $1,5 \cdot d$ um den Stützenrand wurde aus der britischen Stahlbetonnorm [14] übernommen. Dies bewirkt, daß die rechnerischen Schubspannungen kleiner als nach DIN 1045 sind. Trotzdem ergeben sich aufgrund sehr niedriger zulässiger Schubspannungen kleinere Durchstanzbruchlasten als nach DIN 1045 (vgl. Kap.5).

Interessant ist die Tatsache, daß im Gegensatz zu DIN 1045 auch einer unbewehrten Betonplatte ein Durchstanzwiderstand zugerechnet wird, was durch das additive Glied von 1,2 in Gleichung (2.2-1) erreicht wird.

Als vorteilhaft ist zu werten, daß dieses Nachweiskonzept auf alle durchstanzgefährdeten Konstruktionen angewendet werden kann und sehr einfach in der Anwendung ist.

3. Statisches Ersatzsystem

3.1 Beschreibung des Ersatzsystems

Weil eine gesamte Flachdecke eine sehr komplexe Einheit darstellt, die zudem versuchstechnisch nur mit großem Aufwand untersucht werden kann, schneidet man aus einer Gesamtdecke einen Teil heraus, und führt Versuche und theoretische Ableitungen an diesem Platten-Ersatzsystem durch.

Das Momentenbild einer Flachdecke unter den Voraussetzungen der Rotationssymmetrie von Belastung und Geometrie bezüglich einer Stützenachse, d. h. gleiche Stützweiten in x- und y-Richtung und konstante, gleichmäßige Belastung, zeigt Bild 3.1-1.

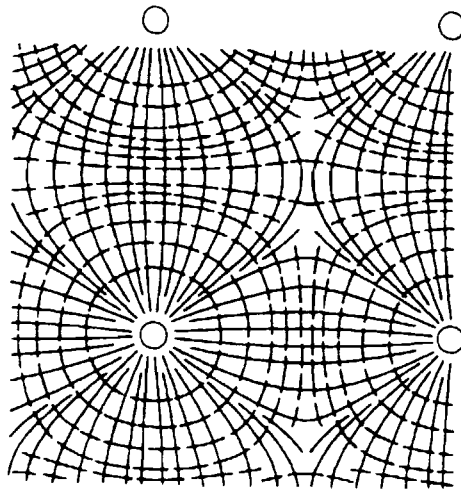


Bild 3.1-1: Momentenbild einer Flachdecke [15]

Um nun ein einfaches Ersatzsystem zu erhalten, trennt man die Platte an der Stelle auf, an der das Radialmoment null ist. Dies ergibt genähert einen Kreis mit Durchmesser D um die Stützenachse (vgl. Bild 3.1-1 und 3.1-2). Als Ersatzsystem erhält man eine Kreisplatte mit Durchmesser D , bei der am Plattenrand die Querkraft q_r wirkt.

Zur weiteren Vereinfachung wird auch die auf der Platte verbleibende Gleichlast dieser Querkraft zugerechnet, so daß gilt: $F_u = \pi \cdot D \cdot q_r$ (Bild 3.1-2). Dadurch ändert sich der Hebelarm dieser Last und somit die Momentenverteilung in der Platte. Deshalb ist die letztgenannte Vereinfachung nur sinnvoll, wenn die Belastung der Platte gering ist.

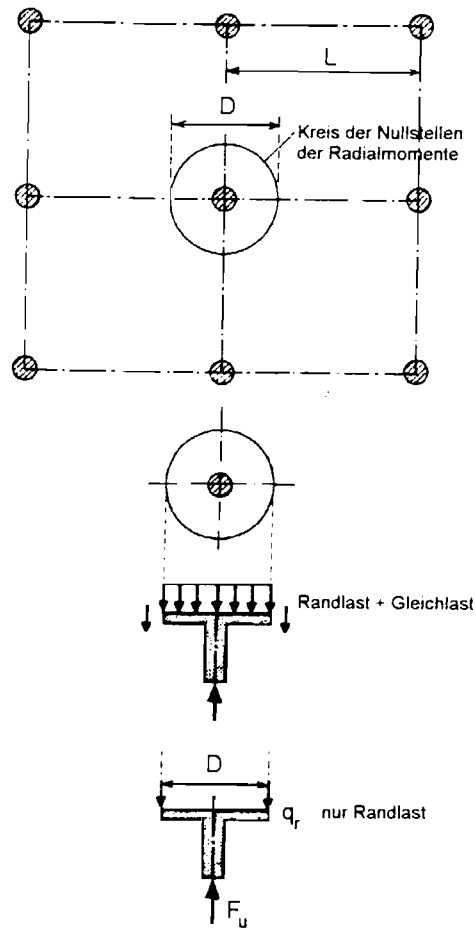


Bild 3.1-2: Ersatzsystem für rotationssymmetrisches Durchstanzproblem [21]

Die Größe des Durchmessers D der Ersatzplatte hängt nach [16] ab von der Größe der Querdehnzahl ν , vom Stützweitenverhältnis L_x/L_y und von einer Momentenumlagerung beim Übergang des Stahlbetons von Zustand I in Zustand II, was einer Verschiebung der Momenten-Nulllinie gleichkommt. Den Zusammenhang zeigt Bild 3.1-3. Für die Größe der Querdehnzahl liegen nur wenige und zudem widersprüchliche Aussagen vor [17], insbesondere, da hier ein räumlicher Spannungszustand vorliegt. Mit $\nu = 0,25$ und gleichen Stützweiten $L_x = L_y = L$ ergibt sich unter der Bedingung Radialmomente gleich null: $D \cong 0,44 \cdot L$.

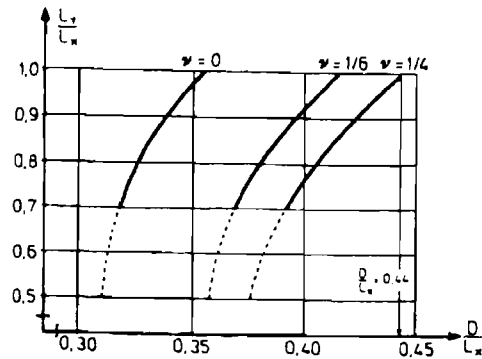


Bild 3.1-3: Bezogene Kreisplattendurchmesser D/L_x nach [11] und [16]

Fordert man hingegen gleichgroße Momente bei der Flachdecke und der Ersatzkreisplatte an ausgezeichneten Punkten in Stützennähe, so ergeben sich um ca. 10% kleinere Kreisplattendurchmesser D als aus der Radialmomenten-Nullstellenbedingung ermittelt (Bild 3.1-4). Für $\nu = 0,25$ und $\bar{x}/L < 0,10$ ergibt sich $D \cong 0,40 \cdot L$.

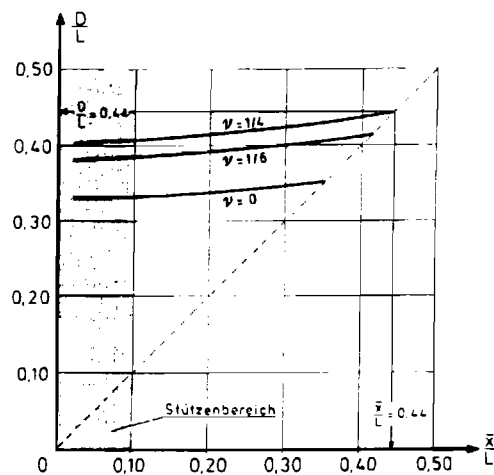


Bild 3.1-4: Bezogene Kreisplattendurchmesser D/L für $L_x = L_y$

bei gleichgroßen Tangentialmomenten an der Stelle \bar{x}/L [11]

3.2 Bewertung des Ersatzsystems

Die meisten Berechnungsmodelle gehen von dieser Ersatzkreisplatte aus, weil sich durch die Symmetrie die Ableitungen wesentlich vereinfachen, und Versuche einfacher durchzuführen sind.

Unsicherheiten bei der Realitätsabbildung gehen dabei von der Definition des Kreisplattendurchmessers D aus. Die mögliche Bandbreite wurde in Kap.3.1 erläutert. Eine weitere Ungenauigkeit besteht im Ansetzen einer Ringlast statt einer Ringlast mit

Gleichlast, welche insbesondere bei kleinen Stützweiten und großen Belastungen das Ergebnis maßgeblich beeinflusst.

Weiterhin lassen sich die günstigen Auswirkungen von Membranspannungen und Momentenumlagerungen im Deckengesamtsystem nicht mehr erfassen. Bei der Anwendung der Berechnungsmodelle auf gesamte Flachdecken sollte dies zusätzlich berücksichtigt werden, sofern eine möglichst optimale Ausnutzung der Tragreserven angestrebt wird.

Der rotationssymmetrische Fall, welcher Voraussetzung für die Anwendbarkeit des Platten-Ersatzsystems ist, liefert nur für das Innenfeld einer Flachdecke mit gleichen Stützweiten in x- und y-Richtung und gleichmäßiger, konstanter Belastung q eine exakte Lösung. Eine Vollbelastung aller Felder ergibt jedoch die größte Stützenkraft, so daß die Annahme einer Rotationssymmetrie für Innenstützen eine baupraktisch akzeptable Näherung darstellen dürfte.

Sollen die an der Ersatzkreisplatte abgeleiteten Theorien auf Einzelfundamentplatten angewendet werden, so ist zu beachten, daß nun für D der wirklich vorhandene Plattendurchmesser eingesetzt werden muß, und daß die wirklich vorhandene Belastung durch eine ersatzweise aufgebrachte Ringlast nur sehr unzureichend beschrieben wird. Bei der Ringlast ist der Hebelarm viel größer als bei einer zum Mittelpunkt der Platte hin konzentrierten Bodenpressung, wie dies bei im Vergleich zur Bodensteifigkeit biegeweichen Fundamentplatten der Fall ist. Dadurch wird das vorhandene Biegemoment überschätzt, und die Tragfähigkeit des Einzelfundaments wesentlich unterschätzt. Deshalb sind bei der Anwendung der in Kap.4 erläuterten Berechnungsmodelle auf Einzelfundamentplatten weitergehende Überlegungen nötig, auf die aber im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen wird.

4. Berechnungsmodelle für den rotationssymmetrischen Fall

Im folgenden Abschnitt werden die der Literatur entnommenen Theorien zum Durchstanzproblem bei rotationssymmetrischer Beanspruchung vorgestellt und analysiert. Die Auflistung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, zeigt aber alle in der Literatur bisher genannten, grundlegenden Ansatzmöglichkeiten zur Beschreibung des Durchstanzproblems anhand der beschriebenen Theorien auf.

4.1 Theorie nach Kinnunen und Nylander 1960

4.1.1 Beschreibung der Theorie

Kinnunen und Nylander haben zur Ableitung ihrer Theorie [18] insgesamt 61 Versuche an randbelasteten Kreisplatten mit Rundstützen (Platten-Ersatzsystem nach Kap.3) durchgeführt und ausgewertet. Dabei konnten sie folgendes feststellen:

- Bei 50 bis 70% der Bruchlast entsteht ein kreisförmiger Riß im Inneren des Betons, aus dem sich der Bruchriß entwickelt.
- Der ringförmige Plattenteil außerhalb dieses Bruchrisses reißt unabhängig von Bewehrungsmenge, -anordnung und -form vorwiegend in radialer Richtung. Dadurch wird der Kreisring in einzelne Sektoren unterteilt (Bild 4.1-1). Kinnunen und Nylander schreiben dies der Wirkung von Tangentialmomenten zu.
- Die Biegelinien dieser Sektorelemente verlaufen geradlinig in radialer Richtung, so daß sich die Sektorelemente als quasistarre Körper um ein Rotationszentrum drehen, das etwa in Höhe der Schubrißwurzel in der Betondruckzone am Stützenrand liegt. Die größtmögliche Rotation beträgt $\psi \cong 20\text{‰}$.
- Die mittlere Neigung des Bruchkegels gegenüber der Plattenmittelfläche beträgt unabhängig vom Bewehrungsgrad für Zweibahnenbewehrung 25 bis 30°.
- Die Größe der Betonstauchung ϵ_c in Nähe des Stützenrandes ist abhängig vom bezogenen Stützendurchmesser $\lambda = \frac{d_{st}}{d}$ und der Bewehrungsform. Für Zweibahnenbewehrung (Netzbewehrung) gilt ein Verhältnis von radialer zu tangentialer Betonstauchung von $\frac{\epsilon_r}{\epsilon_t} \cong 0,5$. Die tangentiale Betonbruchstauchung ϵ_t ist am Stützenrand größer als ca. 2 ‰. Dabei verlaufen die tangentialen

- Z_t : Resultierende der Stahlspannungen in tangentialer Richtung
- D_t : Resultierende der Betondruckspannungen in tangentialer Richtung,
 Z_t und D_t ersetzen die zwischen den Sektorelementen wirkenden
Tangentialmomente
- q_r : Linienlast am Rand des Sektorelements (Randlast)

Die formelmäßigen Ableitungen wurden ursprünglich für Ringbewehrung entwickelt, aber für Netzbewehrung in [18] mit pauschalen Korrekturfaktoren erweitert, die in [19] in einer genaueren Theorie begründet und abgeleitet werden. Da die Netzbewehrung die baupraktisch wesentlich gebräuchlichere Bewehrungsart ist, werden im folgenden die der Netzbewehrung entsprechenden Parameter eingesetzt. Für den Fall einer Rechteckstütze ist diese in eine umfangsgleiche Rundstütze umzurechnen.

Als einen ersten Wert für die Durchstanzbruchlast erhält man aus Geometrie- und Gleichgewichtsbedingungen ($\Sigma V=0$) am Sektorelement eine Funktion in Abhängigkeit von Geometrie und Betonbruchspannung:

$$F_{ul} = 1,1 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot d^2 \cdot k_x \cdot \frac{1 + \frac{2}{\lambda} \cdot k_x}{1 + \frac{1}{\lambda} \cdot k_x} \cdot \sigma_{cu} \cdot f(\alpha) \quad (4.1-1)$$

mit
$$f(\alpha) = \frac{\tan \alpha \cdot (1 - \tan \alpha)}{1 + \tan^2 \alpha}, \quad (4.1-2)$$

wobei $\tan \alpha$ (α ist der Winkel zwischen der Mittelfläche der gedrückten Kegelschale und der Horizontalen, vgl. Bild 4.1-1) implizit durch

$$[(\delta - \lambda) \cdot \tan \alpha - 1,8] \cdot \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} - 0,383 \cdot \left(1 + \frac{0,3}{\lambda}\right) \cdot \ln\left(\frac{\delta}{\lambda + 0,6}\right) = 0 \quad (4.1-3)$$

mit $\delta = \frac{D}{d} = \frac{0,44 \cdot L}{d}$ gegeben ist. Dabei ist der Wert für α zu begrenzen: $\alpha \leq 22,5^\circ$.

In Gleichung (4.1-3) wurde von Kinnunen und Nylander $k_x = 0,3 = \text{const}$ eingesetzt, da dies nach deren Meinung eine ausreichende Genauigkeit ergibt, dabei die Berechnung aber vereinfacht.

Für die Ermittlung der Betonbruchspannung in der gedrückten Kegelschale wird die Beziehung $\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c$ verwendet. Aus Versuchen wurde ermittelt, daß Versagen dann eintritt - abgesehen von anderen, hier nicht berücksichtigten Versagenskriterien, wie z.B. Versagen des Verbundes zwischen Biegebewehrung und Beton -, wenn die tangentiale

Stauchung des Betons ε_c an der Plattenunterseite unmittelbar vor der Stütze einen bestimmten Grenzwert erreicht. Setzt man den empirisch ermittelten Grenzwert ε_{cu} ein, so ergibt sich

$$\text{für } 0 < \lambda < 2: \quad \sigma_{cu} = 0,00350 \cdot (1 - 0,22 \cdot \lambda) \cdot E_c \quad (4.1-4a)$$

$$\text{für } \lambda \geq 2: \quad \sigma_{cu} = 0,00196 \cdot E_c \quad (4.1-4b)$$

$$\text{mit } E_c = 8070 + 588 \cdot f_{ck} \text{ in MN/m}^2 \quad (4.1-5)$$

Aus Verformungsbeziehungen und Momentengleichgewicht erhält man eine zweite Bestimmungsgleichung für die Durchstanzlast in Abhängigkeit von Geometrie und Stahlspannung. Um dazu die Stahlzugkraft bestimmen zu können, sind drei Fälle zu unterscheiden. Dabei wird der Bereich, innerhalb dessen die Bewehrung fließt, durch einen Kreis mit Radius r_f beschrieben.

Fall 1: Die Biegezugbewehrung fließt bis zum Rand der Ersatzplatte:

$$\text{für } \frac{\delta}{2} < \frac{r_f}{d}: \quad F_{u2} = 1,1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot f_{yk} \cdot d^2 \cdot \delta \cdot \frac{1 - \frac{k_x}{3}}{\delta - \lambda} \quad (4.1-6a)$$

Fall 2: Die Biegezugbewehrung fließt in einem Bereich, der zwischen Durchstanzkegel mit Radius r_u und Plattenrand endet:

$$\text{für } \frac{\delta}{2} \geq \frac{r_f}{d} \geq \frac{r_u}{d}: \quad F_{u2} = 1,1 \cdot 4 \cdot \pi \cdot \mu \cdot f_{yk} \cdot d^2 \cdot \frac{r_f}{d} \cdot \left[1 + \ln \left(\frac{\delta}{2 \cdot \frac{r_f}{d}} \right) \right] \cdot \frac{1 - \frac{k_x}{3}}{\delta - \lambda} \quad (4.1-6b)$$

Fall 3: Die Biegezugbewehrung fließt innerhalb des Durchstanzkegels:

$$\text{für } \frac{r_f}{d} < \frac{r_u}{d}: \quad F_{u2} = 1,1 \cdot 4 \cdot \pi \cdot \mu \cdot f_{yk} \cdot d^2 \cdot \frac{r_u}{d} \cdot \left[1 + \ln \left(\frac{\delta}{2 \cdot \frac{r_u}{d}} \right) \right] \cdot \frac{1 - \frac{k_x}{3}}{\delta - \lambda} \quad (4.1-6c)$$

$$\text{mit } \frac{r_u}{d} = \frac{\lambda}{2} + 1,8 \text{ und } \frac{r_f}{d} = \frac{E_s}{f_{yk}} \cdot \psi \cdot (1 - k_x)$$

Die Beziehung für r_u ist dabei aus Versuchsergebnissen abgeleitet und legt eine rechnerische Durchstanzkegelneigung von ca. 29° fest. Sie gilt für Zweibahnenbewehrung.

Für den Neigungswinkel eines Sektorelements ψ gilt nach Versuchsbeobachtungen:

$$\text{für } 0 < \lambda < 2: \quad \psi = 0,00350 \cdot \left(1 + \frac{\lambda}{2 \cdot k_x}\right) \cdot (1 - 0,22 \cdot \lambda) \quad (4.1-7a)$$

$$\text{für } \lambda \geq 2: \quad \psi = 0,00196 \cdot \left(1 + \frac{\lambda}{2 \cdot k_x}\right) \quad (4.1-7b)$$

Der Faktor 1,1 in den Gleichungen (4.1-1) und (4.1-6) berücksichtigt eine höhere Durchstanzlast bei Netzbewehrung anstatt Ringbewehrung und wird in der erweiterten Theorie [19] begründet und hergeleitet.

Um nun die maximale Durchstanzbruchlast zu errechnen, iteriert man über k_x bis $F_{u1} = F_{u2}$ ist.

4.1.2 Beispielrechnung

Für das Beispiel aus Kap. 1.3 stellt sich die Berechnung folgendermaßen dar:

$$\lambda = \frac{0,40}{0,22} = 1,818 \qquad \delta = \frac{0,44 \cdot 6,0}{0,22} = 12,0$$

$$\text{aus (4.1-5): } E_c = 8070 + 588 \cdot 30 = 25710 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{und daraus nach (4.1-4a): } \sigma_{cu} = 0,00350 \cdot (1 - 0,22 \cdot 1,818) \cdot 25710 = 53,99 \text{ MN/m}^2$$

Es ergibt sich aus (4.1-3):

$$\begin{aligned} \tan \alpha = 0,2824 \quad \text{bzw. } \alpha = 15,771^\circ &\Rightarrow f(\alpha) = 0,1877 \\ [\text{und } \tan \alpha = 0,8172 \quad \text{bzw. } \alpha = 39,255^\circ &\Rightarrow f(\alpha) = 0,0896] \end{aligned}$$

Die sich rechnerisch ergebende zweite Lösung $\tan \alpha = 0,8172$ entfällt aufgrund der Bedingung $\alpha \leq 22,5^\circ$.

Mit einem geschätzten $k_x = 0,3$ erhält man nach (4.1-1)

$$F_{u1} = 1,1 \cdot \pi \cdot 1,818 \cdot 0,22^2 \cdot 0,3 \cdot \frac{1 + \frac{2 \cdot 0,3}{1,818}}{1 + \frac{1 \cdot 0,3}{1,818}} \cdot 53,99 \cdot 0,1877 = 1,055 \text{ MN}$$

als einen ersten Wert für die Durchstanzbruchlast.

$$\text{Aus (4.1-7a): } \psi = 0,0035 \cdot \left(1 + \frac{1,818}{2 \cdot 0,3}\right) \cdot (1 - 0,22 \cdot 1,818) = 0,00846$$

und mit
$$\frac{r_r}{d} = \frac{200000}{500} \cdot 0,00846 \cdot (1 - 0,3) = 2,3688 < \frac{r_u}{d} = \frac{1,818}{2} + 1,8 = 2,709$$

ergibt sich aus (4.1-6c) die zweite Durchstanzbruchlast zu

$$F_{u2} = 1,1 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 0,008 \cdot 500 \cdot 0,22^2 \cdot 2,3688 \cdot \left[1 + \ln \left(\frac{12,0}{2 \cdot 2,709} \right) \right] \cdot \frac{1 - 0,3}{12,0 - 1,818} = 1,006 \text{ MN},$$

so daß der exakte Wert zwischen 1,006 und 1,055 MN liegen wird. Mit weiteren Iterationsschritten erhält man $k_x = 0,294$ und $F_u = 1,032$ MN.

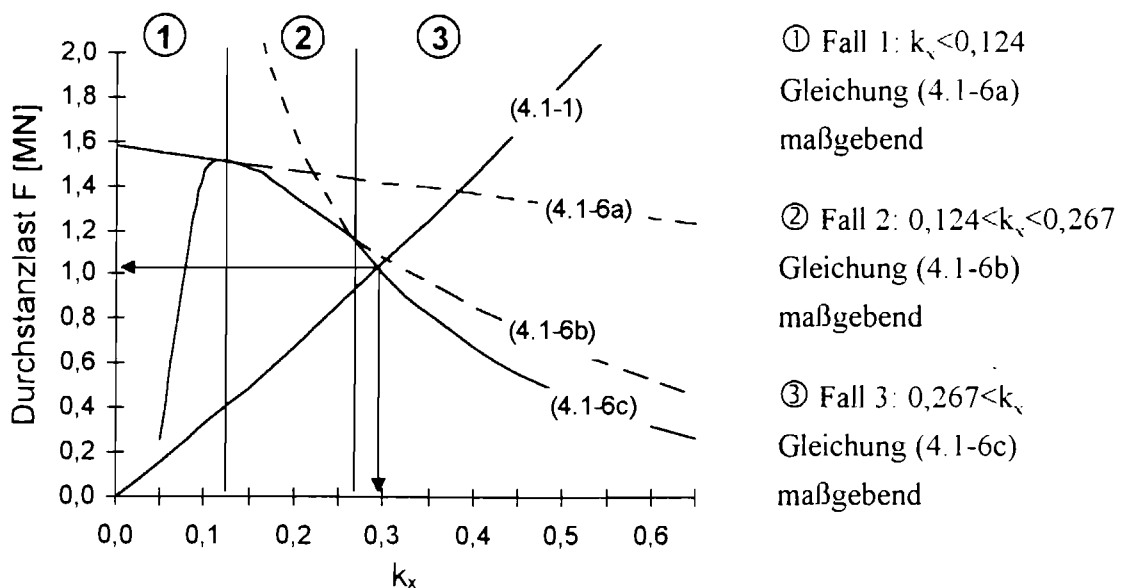


Bild 4.1-2: Bestimmungsgleichungen für die Durchstanzlast
(Werte für Berechnungsbeispiel)

Die Lösung für das Beispiel ergibt sich grafisch in Bild 4.1-2 als Schnittpunkt zwischen (4.1-1) und (4.1-6c) zu $k_x \cong 0,29$ und $F_u \cong 1,03$ MN.

4.1.3 Bewertung

Als erstes soll die Bestimmungsgleichung für den Winkel α zwischen der Mittelfläche der gedrückten Kegelschale und der Horizontalen (vgl. Bild 4.1-1) betrachtet werden, da dieser die Größe der Durchstanzbruchlast wesentlich beeinflusst.

Bei einer iterativen Bestimmung des Winkels α ist darauf zu achten, daß die Bestimmungsgleichung für $\tan \alpha$ (4.1-3) zwei unterschiedliche Werte liefert (Nullstellen

in Bild 4.1-3), wovon Kinnunen und Nylander den jeweils kleineren wählen, ohne jedoch dies wie auch die Begrenzung $\alpha \leq 22,5^\circ$ zu begründen.

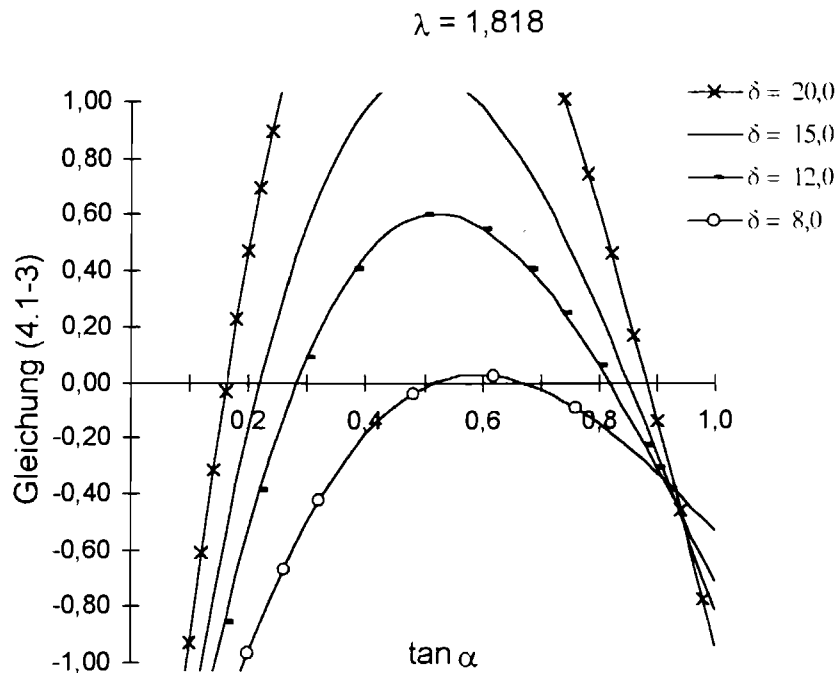


Bild 4.1-3: Bestimmungsgleichung für $\tan \alpha$

Eine Auswertung der Gleichung (4.1-2) mit (4.1-3) für $f(\alpha)$ zeigt Bild 4.1-4. Daraus kann man erkennen, daß der Einfluß von λ verglichen mit L/d gering ist.

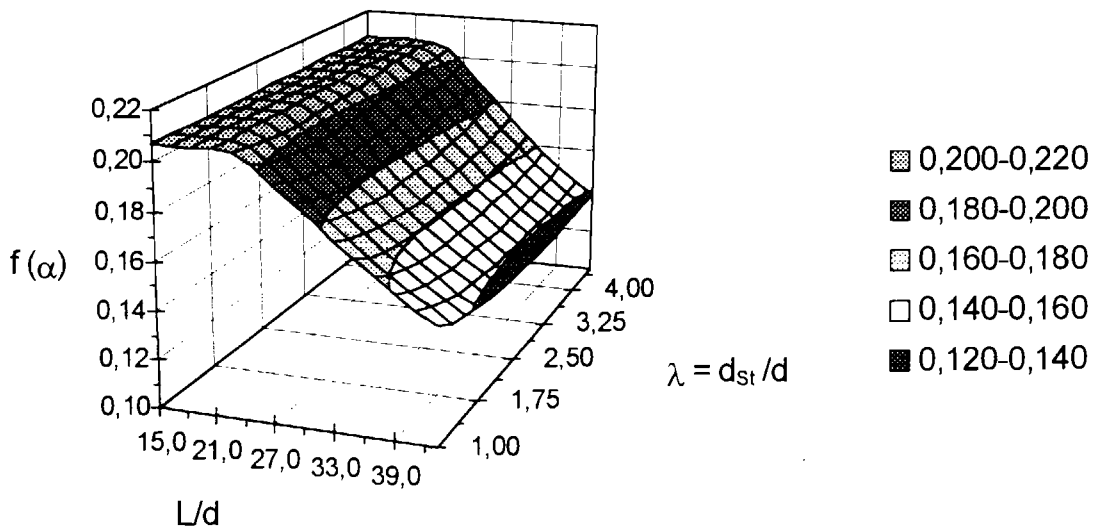


Bild 4.1-4: $f(\alpha)$ in Abhängigkeit von λ und L/d

Die Lage des Winkels α zeigt Bild 4.1-5. Definitionsgemäß beträgt die Neigung der Diagonalen in der Kegelschale gegen die Horizontale 45° (Bild 4.1-5). Auch hierfür fehlt die Begründung.

Bei der Wahl der Abmessungen der Kegelschale ist die Forderung vereinfachend, daß die Spannungen in der Kegelschale konstant sind. Allerdings ist es durchaus wahrscheinlich, daß ein Teil der Kräfte über Schubspannungen bereits entlang der Mantelfläche übertragen wird.

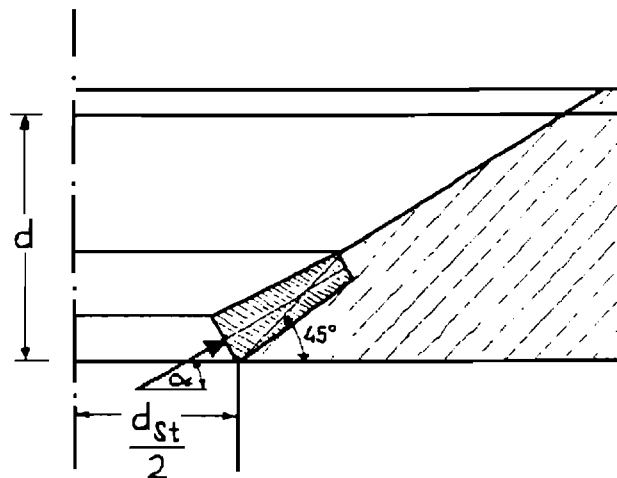


Bild 4.1-5: Modell der Kegelschale [20]

Beim verwendeten Modell müßten nach Reimann [20] am Stützenrand große Betonstauchungen in radialer Richtung auftreten, weil sich das Sektorelement direkt auf die Kegelschale abstützt. Dies stehe im Widerspruch zum Versuchsergebnis, wo nur geringe radiale Stauchungen bzw. sogar positive Dehnungen beobachtet wurden. Kinnunen und Nylander begründen dieses Versuchsergebnis mit der Umlagerung radialer in tangentialer Momente. Dabei bleibt die Frage offen, wie genau die Meßergebnisse in diesem Fall die Wirklichkeit überhaupt abbilden. Sicherlich können an der Betonoberfläche durchgeführte Dehnungsmessungen kein vollständiges Bild vom Spannungszustand der Betondruckzone vermitteln.

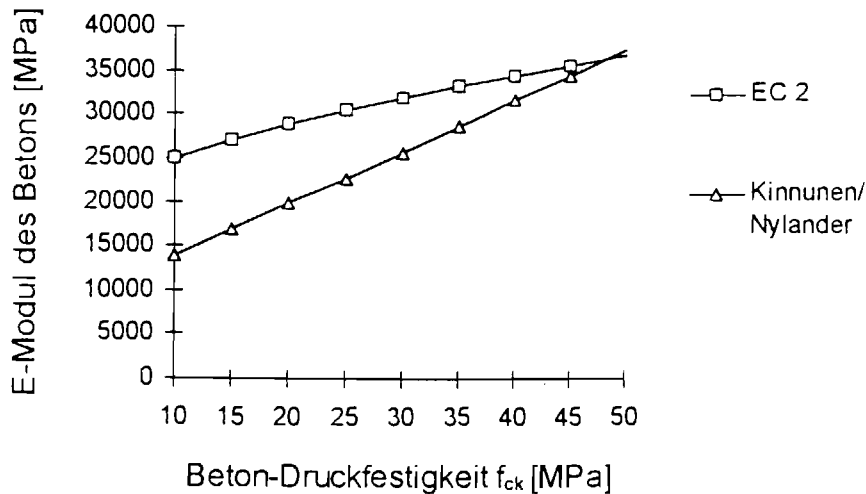


Bild 4.1-6: Vergleich der Elastizitätsmoduli für Beton

Wie man aus Gleichung (4.1-4) erkennen kann, rechnen Kinnunen und Nylander mit einem bis zum Bruch linearen Spannungs-Dehnungsdiagramm. Das bedeutet, daß alle Spannungen und Kräfte proportional der Rotation ψ sind, was sicher eine grobe Näherung darstellt. Außerdem sind sie dadurch gezwungen, für den Elastizitätsmodul des Betons E_c einen vergleichsweise niedrigen Wert einzusetzen, um auch bei größeren Dehnungen noch realistische Spannungen zu erhalten. Einen Vergleich der E-Moduli zeigt Bild 4.1-6. Hierbei wurde analog dem Vorgehen von Schaefers [11] der von Kinnunen und Nylander angegebene Proportionalitätsfaktor von 2,35 zwischen der Betonspannung in der Kegelschale und der tangentialen Betonspannung an der Stelle $r = \frac{d_{st}}{2} + x$ (vgl. Bild 4.1-1) in der Gleichung für den E-Modul (4.1-5) berücksichtigt.

Ansonsten würden sich entsprechend kleinere, noch weiter von den Angaben des EC2 entfernte Werte ergeben.

Da der E-Modul nach Gleichung (4.1-5) den Wert 8070 MPa annimmt für den Fall, daß die Betonfestigkeit gegen Null geht, ergibt sich mit Gleichung (4.1-4) eine Betonbruchspannung größer Null auch für $f_{ck} = 0$, so daß bei geringen Betonfestigkeiten die Anwendbarkeit überprüft werden müßte.

Daher wäre es besser, von dem Ansatz des E-Moduls abzugehen, und statt dessen zulässige Betondruckspannungen aufgrund von Versuchen mit normkonformem Beton zu definieren. Diese zulässigen Betondruckspannungen könnten dann mit einem Faktor zur Berücksichtigung der geometrischen Verhältnisse korrigiert werden.

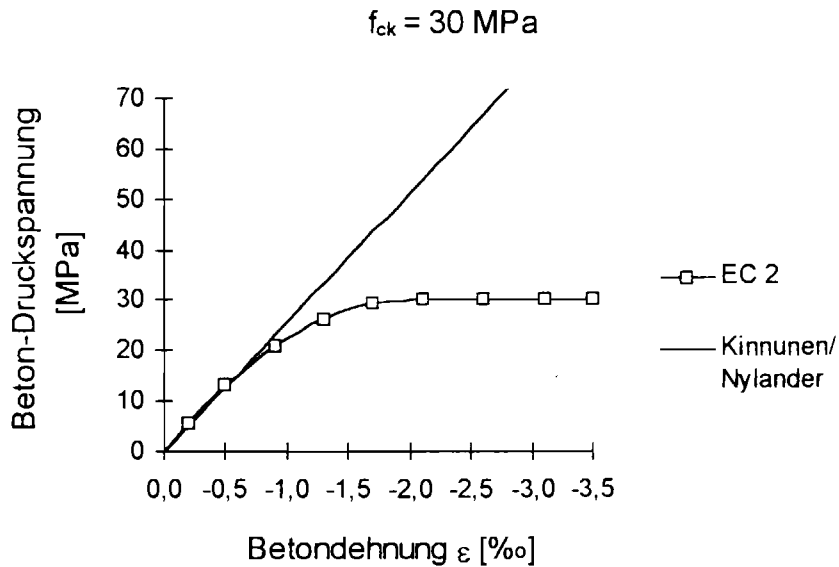


Bild 4.1-7: Vergleich der Spannungs-Dehnungslinien

Vergleicht man die Spannungs-Dehnungsdiagramme (Bild 4.1-7), so muß man berücksichtigen, daß die σ - ϵ -Linie nach EC2 für einachsige Druckfestigkeit gilt, in der Druckzone am Stützenrand jedoch ein dreiachsiger Spannungszustand (allseitiger Druck) vorliegt, und deshalb höhere Druckspannungen zugelassen werden können. Dennoch muß bemerkt werden, daß eine bis zum Bruch lineare σ - ϵ -Linie das Werkstoffverhalten nur sehr ungenügend beschreibt, auch wenn Kinnunen und Nylander durch eine Begrenzung der Bruchdehnungen ($\epsilon_c \cong 1,96\text{‰}$ nach Gleichung (4.1-4b)) die Bruchspannungen nicht zu groß werden lassen. Interessant ist die Tatsache, daß die Bruchdehnung des Betons von den Systemabmessungen abhängig ist (Bild 4.1-8).

Bei der Beurteilung des Bruchkriteriums, das über die Bruchdehnung definiert ist, muß berücksichtigt werden, daß die Betondehnungen zeitabhängig sind. Die Tatsache, daß bei verschiedenen Versuchsdurchführungen der Bruch erst nach einer gewissen Zeit bei konstanter Laststufe eingetreten ist [11], kann andeuten, daß durch Kriechen die Bruchdehnung erreicht wurde. Dies wäre eine Bestätigung für den Ansatz einer Bruchdehnung als Versagenskriterium.

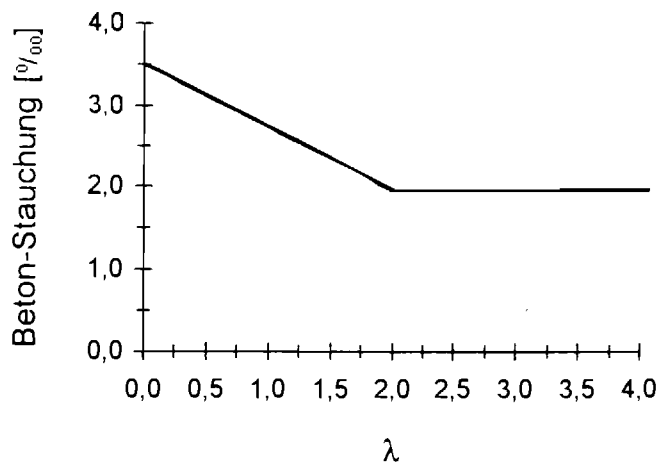


Bild 4.1-8: Beton-Bruchdehnung in Abhängigkeit von λ

Vergleichsrechnungen von Schaefers [11] haben gezeigt, daß Abweichungen zwischen berechneten Bruchlasten und Meßergebnissen vor allem dann auftreten, wenn gleichzeitig die gemessenen tangentialen Betonstauchungen zu sehr von den Ansätzen der Theorie (Gleichung (4.1-4)) abweichen. Eventuell sollte der Ansatz der Betonbruchstauchung, der in Bild 4.1-8 dargestellt ist, mit Hilfe von Versuchsauswertungen modifiziert werden.

Bei der Nachrechnung eines von Schaeidt, Ladner und Rösli [21] durchgeführten Versuchs konnten diese bestätigen, daß die Theorie von Kinnunen und Nylander brauchbare Ergebnisse liefert. Diese und andere Vergleichsrechnungen bestätigen, daß das mechanische Modell das Durchstanzproblem grundlegend richtig beschreibt, solange Versuche an Kreisplatten herangezogen werden. Eine bessere Übereinstimmung mit den Versuchen an Gesamtdecken ist nach Schaefers [11] zu erreichen, wenn für den Ersatzplattendurchmesser $D = 0,38 \cdot L$ angesetzt wird (vgl. Kap.3.1).

Nach Schaefers [11, S.14] ist das Modell von Kinnunen und Nylander "das z.Z. genaueste Verfahren zur Tragfähigkeitsberechnung von Kreisplatten beliebiger Geometrie und Art der Bewehrungsführung".

Auch Leonhardt empfiehlt in [15] bei Schlankheiten $L < 30 \cdot d$ die Anwendung dieser Theorie.

Der Berechnungsaufwand ist vergleichsweise hoch, wie die Beispielrechnung zeigt. Dies liegt vor allem daran, daß zwei Iterationen - zur Bestimmung von $\tan \alpha$ und zur Bestimmung der Durchstanzbruchlast - nötig sind.

Vorteilhaft ist bei der Theorie nach Kinnunen und Nylander, daß der Einfluß einer Schubbewehrung mit den Grundlagen dieser Theorie erfäßbar ist, was Andersson in [22] gezeigt hat.

4.2 Theorie nach Moe 1961

4.2.1 Beschreibung der Theorie

Moe geht in seiner Theorie [23] von zwei theoretischen Grenzfällen aus. Zum einen berechnet er die Stützenlast F_B unter ausschließlicher Berücksichtigung einer Biegebeanspruchung. Zum anderen betrachtet er eine reine Schubbeanspruchung, aus der er die Stützenlast F_S ermittelt. Anschließend unterstellt er eine gegenseitige Abhängigkeit zwischen der Biegetragfähigkeit und der Schubtragfähigkeit bei einer Flachdecke im Querschnitt über der Stütze, wobei er für die Durchstanzlast im Bruchzustand F_u die genäherte Beziehung angibt:

$$\frac{F_u}{F_S} + A \cdot \frac{F_u}{F_B} = 1 \quad (4.2-1)$$

- mit: F_S : Stützenlast bei Erreichen der Schubtragfähigkeit (Schubbruchlast)
 F_B : Stützenlast bei Erreichen der Biegetragfähigkeit (Biegebruchlast)
A: eine durch Versuche zu bestimmende Konstante

Durch die Abhängigkeit der Durchstanzbruchlast F_u von der Biegebruchlast F_B werden indirekt Menge und Streckgrenze der Biegezugbewehrung, die Größe der Biegedruckspannungen, die Höhe der Druckzone und die Lage der neutralen Faser berücksichtigt.

Zur Ableitung der Schubbruchlast F_S wird ein kritischer Schnitt am Stützenumfang gelegt und eine Schubspannung im Bruchzustand

$$\tau_u = B \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (4.2-2)$$

mit einer durch Versuche bestimmten Konstanten B definiert. Die Untersuchungen wurden an quadratischen Stützenquerschnitten durchgeführt. Für Rundstützen gibt Moe eine Umrechnung in umfangsgleiche Quadratstützen an. Der Einfluß der Plattenschlankheit $\lambda = \frac{d_{st}}{d}$, der sich aus Versuchsauswertungen ergeben hat, wird vereinfacht durch einen linearen Term berücksichtigt.

Mit Einsetzen aller Konstanten ergibt sich:

$$F_u = \frac{1,246 \cdot (1 - 0,059 \cdot \lambda)}{1 + 0,436 \cdot \frac{u \cdot d}{F_B} \cdot \sqrt{f_{ck}}} \cdot u \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}}; \text{ in [MN]} \quad (4.2-3)$$

mit: u : Stützenumfang $u = \pi \cdot d_{st}$ für Rundstützen

F_B : Stützenkraft bei Erreichen der Biegetragfähigkeit

Alle Größen sind in MN bzw. m einzusetzen, d.h. die Formel ist einheitengebunden, wodurch sich schon der empirische Charakter zeigt. Die Gleichung (4.2-3) ist dabei für Rundstützen gültig.

Zur Ermittlung des Biegebruchmoments gibt Moe folgenden Ausdruck an:

$$m_u = \omega \cdot (1 - 0,59 \cdot \omega) \cdot d^2 \cdot f_{ck} \quad (4.2-4)$$

mit: ω : mechanischer Bewehrungsgrad

4.2.2 Beispielrechnung

Für das Beispiel Kap.1.3 erhält man:

$$\omega = \mu \cdot \frac{f_{yk}}{f_{ck}} = 13,33\%$$

und daraus nach (4.2-4): $m_u = 178,4 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$

Dies entspricht einer Stützenkraft beim Biegebruch von $F_B = 1,427$ MN, wenn man die Beziehung $F_B = 8,0 \cdot m_u$ (siehe Kap.4.2.3) unterstellt.

Nach Gleichung (4.2-3) ergibt sich somit:

$$F_u = \frac{1,246 \cdot (1 - 0,059 \cdot 1,818)}{1 + 0,436 \cdot \frac{\pi \cdot 0,4 \cdot 0,22}{1,427} \cdot \sqrt{30}} \cdot \pi \cdot 0,4 \cdot 0,22 \cdot \sqrt{30} = 1,152 \text{ MN}$$

4.2.3 Bewertung

Moe verwendet zur Ableitung seiner Theorie Versuchsergebnisse, die er an quadratischen Platten gewonnen hat. Da quadratische Platten weder rotationssymmetrisch sind, noch der Nullstellen-Bedingung für Radialmomente (vgl. Kap.3.1) genügen, kann nicht

automatisch unterstellt werden, daß diese Form des Platten-Ersatzsystems das Durchstanzproblem bei Flachdecken richtig beschreibt. Moe geht in seiner Abhandlung [23] nicht auf diese Problematik ein.

Bild 4.2-1 zeigt den Zusammenhang zwischen der Biegebruchlast und der Durchstanzbruchlast nach Gleichung (4.2-3).

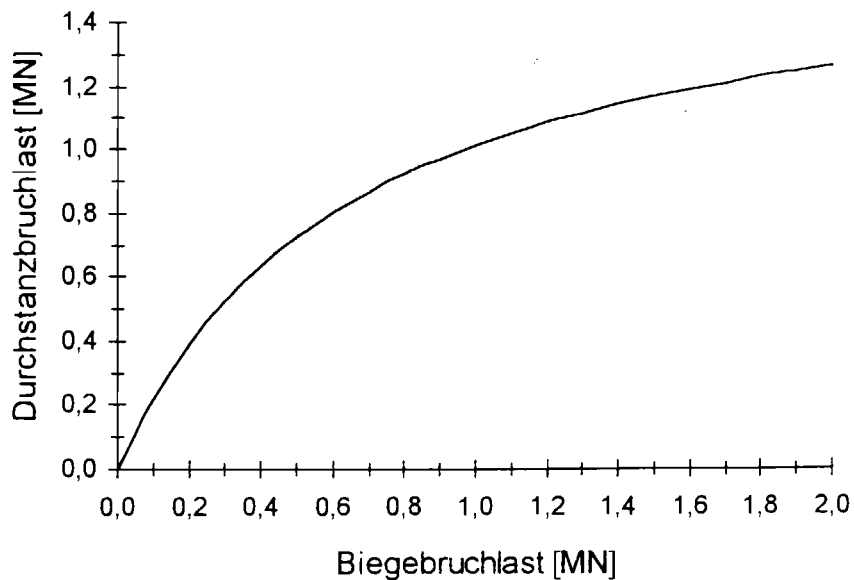


Bild 4.2-1: Abhängigkeit der Durchstanzbruchlast von der Biegebruchlast
(Werte für Beispiel Kap.1.3)

Man erkennt daraus, daß es nötig ist, die Größe der Biegebruchlast zu quantifizieren, um die Theorie nach Moe bewerten zu können. D.h., es ist nötig, zuerst den Zusammenhang zwischen dem Biegebruchmoment m_u und der zugehörigen Stützenlast F_B zu analysieren. Allgemein gilt:

$$F_B = C \cdot m_u \quad (4.2-5)$$

Dabei hängt der Ausdruck für C davon ab, welches Verfahren man zur Bestimmung der Schnittgrößen heranzieht. Eine Übersicht soll Tabelle 4.2-1 geben, eine ausführliche Zusammenstellung findet man in [10].

Moe gibt in [23] lediglich an, daß er die Schnittgrößen nach der Bruchlinientheorie von Johansen [24] ermittelt, eine entsprechende Angabe für C fehlt allerdings. Da die Durchstanzbruchlast mit größer werdender Biegebruchlast ebenfalls größer wird, soll für weitere Vergleiche $C = 8,0$ gesetzt werden. Dies ergibt am oberen Ende liegende Werte

für die Durchstanzbruchlasten. Es soll allerdings nicht verschwiegen werden, daß mit der Wahl von C das Ergebnis der Berechnungen wesentlich beeinflusst wird.

Verfahren zur Schnittgrößenermittlung	zugehöriger Ausdruck für C
Ersatzdurchlaufträgerverfahren [1]	5,714
Elastische Plattentheorie [1]	4,464
Fließgelenklinientheorie nach [25] für Kreisplatten mit kleinem Durchmesser	$\frac{2 \cdot \pi}{1 - \frac{d_{st}}{D}}$ (= 7,41 für das Beispiel)

Tabelle 4.2-1: Werte für C in Abhängigkeit des Berechnungsverfahrens

Bei der praktischen Anwendung ist die Biegebruchlast F_B aus der Biegebemessung bekannt bzw. leicht abzuleiten, so daß sich die Durchstanzbruchlast nach Gleichung (4.2-3) sehr einfach berechnen läßt. Sollen nun aber Tragreserven möglichst gut ausgenutzt werden, kommt man um eine exakte und damit aufwendige Bestimmung des Biegemoments (um eine möglichst große Biegebruchlast zu erhalten) nicht umhin. Der gesamte Berechnungsaufwand dürfte damit beträchtlich steigen.

Da verschiedene Einflüsse auf die Durchstanzlast, wie Bewehrungsgrad und Streckgrenze des Betonstahls, indirekt über die Biegebruchlast F_B berücksichtigt werden, geht die Transparenz für solche Größen verloren. Es ist damit ungleich schwieriger, die Auswirkungen von konstruktiven Änderungen (z.B. Einlegen zusätzlicher Bewehrung) zu erfassen.

Wesentliche Konstanten der Formel (4.2-3) wurden empirisch gewonnen, so daß für deren Wert eine physikalische Begründung fehlt. Auch die Tatsache, daß rechnerische Bruchschubspannungen (vgl. (4.2-2)) für den Bruch maßgebend werden, ist physikalisch wenig befriedigend. Es fehlt ein physikalisch definiertes Bruchkriterium. Ähnlich verhält es sich beim Tragmodell. Es fehlt eine nachvollziehbare Ableitung, der ein geometrisch und werkstoffmäßig definiertes statisches System zugrunde liegt. Deshalb müssen bei der Anwendung die Einschränkungen für empirische Formeln (Kap.1.2) geltend gemacht werden.

Die Arbeiten von Moe bildeten die Grundlage für die Regelung in der US-Stahlbetonbestimmung aus dem Jahre 1963 (ACI-Standard 318-63) [26].

4.3 Theorie nach Reimann 1963

4.3.1 Beschreibung der Theorie

Reimann geht bei seiner Theorie [20] vom Modell einer anisotropen Kreisplatte aus, die ein starres Mittelstück besitzt, woran über Drehfeder und Gelenk der äußere Kreisring angeschlossen ist (Bild 4.3-1).

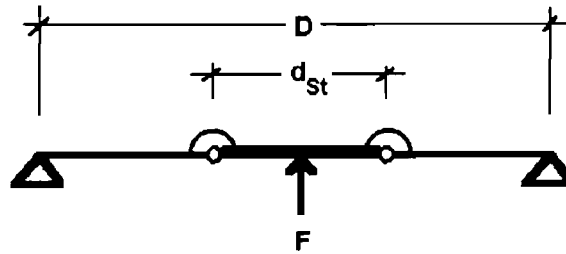


Bild 4.3-1: Statisches System nach der Theorie von Reimann

Grundlage dafür sind die Versuchsergebnisse von Kinnunen und Nylander (Kap.4.1), die gezeigt haben, daß die Biegelinie des Kreisrings ausreichend genau durch eine Gerade beschrieben werden kann. Auch beim Durchmesser der Ersatz-Kreisplatte geht Reimann mit $D \cong 0,44 \cdot L$ analog Kinnunen/Nylander vor.

Der äußere Plattenteil wird wegen der Radialrisse als anisotrope Kreisringplatte mit kleinerer Steifigkeit in tangentialer als in radialer Richtung berechnet. Als Maß für das Verhältnis der Steifigkeiten wird der Wert κ eingeführt.

Als Bruchkriterium wird definiert, daß die Tragfähigkeit erschöpft ist, wenn die Betonspannung in tangentialer Richtung σ_t gleich der Prismenfestigkeit f_{ck} ist. Dies entspricht einem Versagen der Druckzone im kritischen Schnitt am Stützenrand. Begründet wird diese Annahme damit, daß die Betonspannungen in tangentialer Richtung σ_t bzw. die Betonstauchungen ε_t stark gegenüber den Betonspannungen in radialer Richtung σ_r bzw. Betonstauchungen ε_r überwiegen, und daß die Bruchdehnung des Betons ($\varepsilon_c \cong 1,96\%$, vgl. Gleichung (4.1-4b)) etwas geringer als beim einachsigen Bruchversuch ist, was Ergebnisse der Versuche von Kinnunen und Nylander sind. Damit ähnelt der vorhandene Spannungszustand dem beim einachsigen Bruchversuch, womit nach Reimann auch die Bruchspannung ungefähr die Größe der Prismenfestigkeit haben muß.

Für die Ermittlung der Durchstanzbruchlast wird das auf die Stützenlast F bezogene Biegemoment dem Bruchmoment des Querschnitts gegenübergestellt:

$$\frac{m_u}{F_u} = \frac{m}{F} \quad (4.3-1)$$

Bei der Berechnung wird nun das starre Mittelstück des statischen Systems durch dessen Wirkung, d.h. Querkraft und Einspannmoment der Feder, ersetzt. Diese beiden Wirkungen werden in zwei Lastfälle aufgeteilt (Bild 4.3-2).

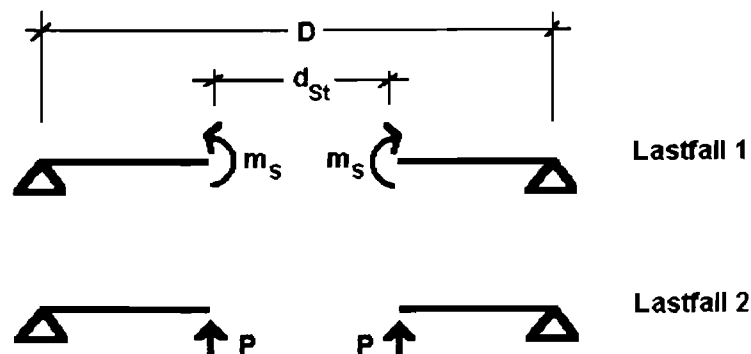


Bild 4.3-2: Belastung der Kreisringplatte

Dabei ist die Randlast P :

$$P = \frac{F}{\pi \cdot d_{st}} \quad (4.3-2)$$

Für die Durchstanzbruchlast gibt Reimann folgende Beziehung an:

$$F_u = \frac{m_u}{\left(\frac{m_{t,P}}{P} + \frac{m_{r,P}}{P} \cdot \frac{m_{t,m}}{m_s} \right) \cdot \xi} \quad (4.3-3)$$

mit: m_u : vom Querschnitt über der Stütze maximal aufnehmbares Moment (Bruchmoment)

$\frac{m_{t,P}}{P}$: tangentiales Biegemoment am Stützenrand, hervorgerufen durch die Randlast P und bezogen auf P

$\frac{m_{r,P}}{P}$: radiales Biegemoment am Stützenrand, hervorgerufen durch die Randlast P und bezogen auf P

$\frac{m_{t,m_s}}{m_s}$: tangenciales Biegemoment am Stützenrand, hervorgerufen durch das Einspannmoment m_s und bezogen auf m_s

ξ : Faktor zur Berücksichtigung der Laststeigerung nach Fließbeginn des Bewehrungsstahls

Das Bruchmoment m_u wird nach der Traglasttheorie ermittelt. Dabei wird unterschieden, ob der vorhandene Bewehrungsgrad μ kleiner oder größer als der Grenzbewehrungsgrad μ_{gr} ist, bei dem die Tragfähigkeit des Betons bzw. auch des Bewehrungsstahls gleichzeitig voll ausgenutzt wird.

Fall 1: Stahl erreicht die Streckgrenze:

$$\text{für } \mu \leq \mu_{gr} : m_u = \mu \cdot f_{yk} \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{k_a}{\alpha_R} \cdot \frac{\mu \cdot f_{yk}}{f_{ck}} \right) \quad (4.3-4a)$$

Gleichung (4.3-4a) ermittelt das Fließmoment. Der Laststeigerungsfaktor ξ berücksichtigt, daß aufgrund weiterer Stahldehnung das Bruchmoment größer als das Fließmoment ist. Die Stahldehnung wird nicht begrenzt, so daß für das Versagen die Betondruckzone maßgebend ist. Der Laststeigerungsfaktor ergibt sich zu $\xi \cong \sqrt{\frac{\mu}{\mu_{gr}}}$.

Fall 2: Der Beton versagt, bevor der Stahl die Streckgrenze erreicht:

$$\text{für } \mu > \mu_{gr} : m_u = \alpha_R \cdot f_{ck} \cdot d^2 \cdot k_x \cdot (1 - k_a \cdot k_x) \quad (4.3-4b)$$

$$\text{mit: } k_x = \frac{\mu \cdot E_s \cdot |\epsilon_{cu}|}{2 \cdot \alpha_R \cdot f_{ck}} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{4 \cdot \alpha_R \cdot f_{ck}}{\mu \cdot E_s \cdot |\epsilon_{cu}|}} - 1 \right)$$

Im Fall 2 kann keine Laststeigerung nach dem Fließen des Stahls auftreten, so daß in allen Gleichungen $\xi = 1,0$ zu setzen ist.

Dabei ist:

α_R : Volligkeitsbeiwert der Betondruckzone = 0,81

k_a : Höhenbeiwert der Betondruckzone = 0,416

Den Wert für den Grenzbewehrungsgrad ermittelt Reimann durch Betrachtung des Kräftegleichgewichts:

$$\mu_{gr} = \frac{|\varepsilon_{cu}|}{|\varepsilon_{cu}| + \varepsilon_s} \cdot \frac{\alpha_R \cdot f_{ck}}{f_{yk}} \quad (4.3-5)$$

Folgende Werte sind einzusetzen:

$$|\varepsilon_{cu}| = 3,5\text{‰}$$

$$\varepsilon_s = \frac{f_{yk}}{E_s}$$

$$\alpha_R = 0,81$$

Dabei wird mit der Annahme $\varepsilon_s = \frac{f_{yk}}{E_s}$ die Biegetragfähigkeit auf das Fließmoment begrenzt.

Es ergibt sich:

$$\mu_{gr} = \frac{2,835^{0,00}}{3,5^{0,00} + \frac{f_{yk}}{E_s}} \cdot \frac{f_{ck}}{f_{yk}} \quad (4.3-6)$$

Das bezogene tangentielle Biegemoment ergibt sich

infolge Last P zu:

$$\frac{m_{t,P}}{P} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\kappa \cdot (1 + \nu \cdot \kappa^2)}{1 - \kappa^2} \cdot \left(\frac{2}{e^{(1-\kappa) \ln \varphi} - e^{2 \cdot \kappa \cdot \ln \varphi} - 1} - \frac{\kappa \cdot (1 + \nu)}{1 + \nu \cdot \kappa^2} \right) \quad (4.3-7)$$

und infolge Lastmoment m_S zu:

$$\frac{m_{t,m_s}}{m_S} = -\kappa \cdot \frac{1 + e^{2 \cdot \kappa \cdot \ln \varphi}}{1 - e^{2 \cdot \kappa \cdot \ln \varphi}} \quad (4.3-8)$$

mit: ν : Querdehnzahl des Betons = 0,2

κ : Kennzahl für das Verhältnis der Steifigkeiten in tangentialer zu radialer

Richtung $\kappa^2 \cong \sqrt{\frac{\mu}{\mu_{gr}}} < 1,0$

φ : Verhältnis von Stützendurchmesser zu Plattendurchmesser $\varphi = \frac{d_{St}}{D}$

Aufgrund der Untersuchungen von Ritter [27] nimmt Reimann für eine gleichmäßig verteilte Bewehrung (Zweibahnenbewehrung mit gleichen Stababständen) an, daß bei Flachdecken das radiale Biegemoment am Stützenrand infolge der Randlast P $m_{r,p}$ dem radialen Biegemoment von Kreisplatten m_1 entspricht, die mit dieser Linienlast P belastet werden. Das statische Ersatzsystem zeigt Bild 4.3-3. Das Moment $m_{r,p}$, daß hier gleich dem Einspannmoment an der Feder ist, wird als Belastung m_s im Lastfall 1 angesetzt.

Für andere Bewehrungsarten (z.B. Ringbewehrung) sind weitergehende Überlegungen maßgebend (siehe [20]), auf die hier jedoch nicht eingegangen wird, da diese relativ unüblich sind.

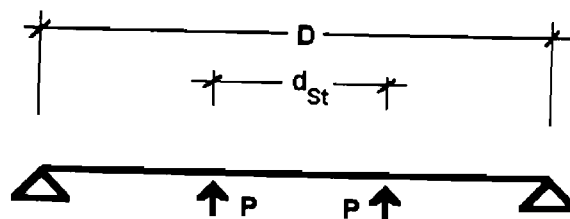
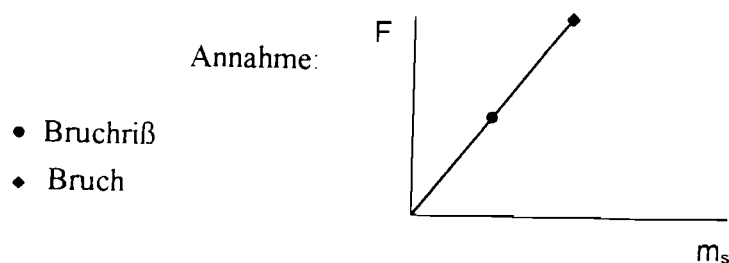


Bild 4.3-3: Statisches Ersatzsystem zur Berechnung von $m_{r,p}$

Eine explizite Bestimmung der Federkennlinie ist nicht nötig, wenn die Versuchsbeobachtungen über die Beziehung zwischen der Stützenlast F und der Rotation ψ linear angenähert wird. Weiterhin wird angenommen, daß das Verhältnis des Biegemomentes m_s zur Last F vor und nach dem Auftreten des Bruchrisses gleich ist. Den Verlauf der so erhaltenen bilinearen Federkennlinie zeigt Bild 4.3-4.



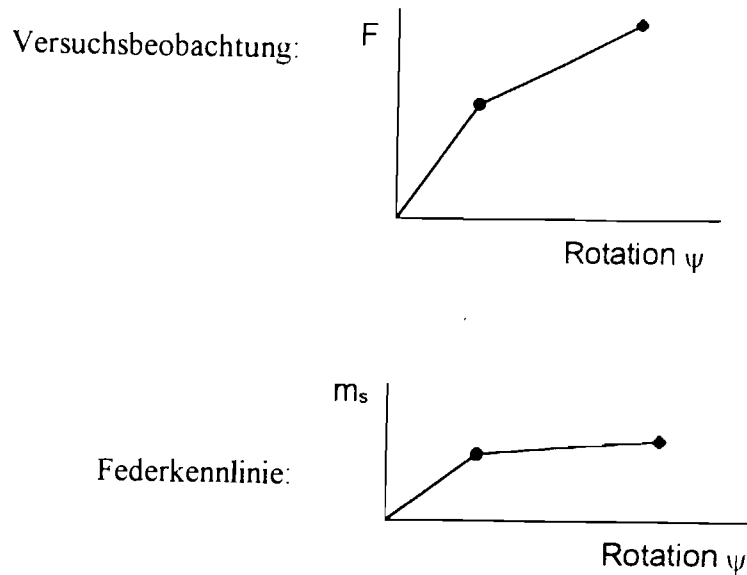


Bild 4.3-4: Verlauf der Federkennlinie

Zur Berechnung von m_1 wird die Gleichung von Beyer [28] benutzt werden, woraus folgt:

$$\frac{m_s}{P} = \frac{m_1}{P} = \frac{1}{8 \cdot \pi} \cdot \left[(1 - \nu) \cdot (1 - \varphi^2) - 2 \cdot (1 + \nu) \cdot \ln \varphi \right] \quad (4.3-9)$$

Um die Anwendung dieser Theorie weiter zu vereinfachen, hat Reimann für die in der Praxis übliche Zweibahnenbewehrung Näherungsformeln angegeben. Dabei ersetzt er den Nenner der Gleichung (4.3-3) durch folgende, nur von φ und ξ abhängige Funktion:

$$f = 0,1 \cdot \xi \cdot \left(\frac{1}{\varphi} \right)^{0,7 - 0,3 \cdot \xi} \quad (4.3-10)$$

womit sich ergibt:

$$F_u = \frac{10 \cdot m_u}{\xi \cdot \left(\frac{0,44 \cdot L}{d_{st}} \right)^{0,7 - 0,3 \cdot \xi}} \quad (4.3-11)$$

mit: $\xi = \sqrt{\frac{\mu}{\mu_{gr}}} \leq 1,0$

m_u : Bruchmoment nach Gleichung (4.3-4a) bzw. (4.3-4b)

Dabei wird auch für den Grenzbewehrungsgrad eine Näherungsformel angegeben:

$$\mu_{gr} = \frac{25 + (0,60 - 0,00051 \cdot f_{yk}) \cdot f_{ck}}{f_{yk}} \quad (4.3-12)$$

mit: f_{yk} und f_{ck} in MN/m²

Allerdings ist Gleichung (4.3-12) gegenüber (4.3-6) nicht als wesentlich einfacher einzustufen. Im weiteren wird daher immer von Gleichung (4.3-6) ausgegangen.

4.3.2 Beispielrechnung

Eine Berechnung nach exakter Theorie für das Berechnungsbeispiel liefert:

$$\varphi = \frac{0,40}{0,44 \cdot 6,0} = 0,152$$

Der Grenzbewehrungsgrad ergibt sich mit (4.3-6):

$$\mu_{gr} = \frac{2,835 \frac{0,00}{0,00}}{3,5 \frac{0,00}{0,00} + \frac{500}{200000}} \cdot \frac{30}{500} = 2,835\% \geq \mu = 0,8\%$$

$$\Rightarrow \text{Es liegt Fall 1 vor.} \Rightarrow \kappa^2 \cong \xi \cong \sqrt{\frac{0,8}{2,835}} = 0,531 \text{ und } \kappa = 0,729$$

Das Bruchmoment ergibt sich aus (4.3-4a):

$$m_u = 0,008 \cdot 500 \cdot 0,22^2 \cdot \left(1 - \frac{0,416}{0,81} \cdot \frac{0,008 \cdot 500}{30} \right) = 0,180 \text{ MNm/m}$$

Für die lastbezogenen Momente folgt:

aus (4.3-7):

$$\frac{m_{t,P}}{P} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{0,729 \cdot (1 + 0,2 \cdot 0,531)}{1 - 0,531} \cdot \left(\frac{2}{e^{(1-0,729) \cdot \ln 0,152} - e^{2 \cdot 0,729 \cdot \ln 0,152}} - 1 - \frac{0,729 \cdot (1 + 0,2)}{1 + 0,2 \cdot 0,531} \right) = 0,447$$

aus (4.3-8):

$$\frac{m_{t,m_s}}{m_s} = -0,729 \cdot \frac{1 + e^{2 \cdot 0,729 \cdot \ln 0,152}}{1 - e^{2 \cdot 0,729 \cdot \ln 0,152}} = -0,829$$

aus (4.3-9):

$$\frac{m_s}{P} = \frac{1}{8 \cdot \pi} \cdot \left[(1 - 0,2) \cdot (1 - 0,152^2) - 2 \cdot (1 + 0,2) \cdot \ln 0,152 \right] = 0,211$$

Für die Durchstanzbruchlast ergibt sich somit nach (4.3-3):

$$F_u = \frac{0,180}{(0,447 - 0,211 \cdot 0,829) \cdot 0,531} = 1,245 \text{ MN}$$

Rechnet man hingegen nach dem Näherungsverfahren, so erhält man (4.3-11):

$$F_u = \frac{10 \cdot 0,180}{0,531 \cdot \left(\frac{0,44 \cdot 6,0}{0,40} \right)^{0,7 \cdot 0,3 \cdot 0,531}} = 1,222 \text{ MN}$$

Dies ergibt einen Unterschied von ca. 2%.

4.3.3 Bewertung

Gleichung (4.3-1) setzt einen linearen Zusammenhang zwischen Biegemoment und Stützenlast voraus. Da in Gleichung (4.3-3) nur das tangential Biegemoment am Stützenrand betrachtet wird, ist Gleichung (4.3-3) nur gültig, wenn keine Umlagerungen zwischen radialen und tangentialen Biegemomenten auftreten. Eine solche Umlagerung ist allerdings aufgrund von Versuchsergebnissen [18] anzunehmen.

Das Bruchmoment m_u wird nur mit dem vorhandenen Moment in tangentialer Richtung verglichen ((4.3-1) i.V.m. (4.3-3)). Daraus ergibt sich, daß der Spannungszustand in radialer Richtung als Versagensursache unberücksichtigt bleibt. Somit kann der kreisförmig um die Stütze verlaufende Durchstanzbruchriß nicht von der Theorie erfaßt werden.

Gleichung (4.3-6) liefert sehr große Werte für den Grenzbewehrungsgrad. Eine Vergleichsübersicht zeigt Tabelle 4.3-1. Damit hängt die rechnerische Bruchursache des Querschnitts davon ab, welche Bruchdehnung ϵ_s man zuläßt. Daraus kann man folgern, daß eine rechnerische Untersuchung des Biegebruchzustandes kaum dazu geeignet ist, Auskunft über die tatsächlichen Beanspruchungen zu geben, die beim Durchstanzen in der maßgebenden Betondruckzone zu erwarten sind.

$f_{yk} = 500 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}, f_{ck} = 30 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$	ϵ_s	μ_{gr}
Reimann	2,5 ‰	2,835 ‰
DIN 1045	5,0 ‰	2,00 ‰
EC2 i.V.m. [29]	20 ‰	0,72 ‰

Tabelle 4.3-1: Grenzbewehrung nach verschiedenen Ansätzen

Die Verwendung der doch recht komplexen Formeln kann durch Benützen entsprechender Kurventafeln und/oder durch die Anwendung der Näherungsformel vereinfacht werden. Die Näherungsformel liegt dabei eng an den Ergebnissen der genauen Theorie, wie die Beispielrechnung bereits andeutet, und die Ergebnisse in Kap.5 zeigen werden.

4.4 Theorie nach Bræstrup, Nielsen, Jensen und Bach 1976

4.4.1 Beschreibung der Theorie

Bræstrup et alii [30] leiten die Durchstanzbruchlast auf der Grundlage der Plastizitätstheorie ab. Als Fließbedingung nehmen sie das verallgemeinerte Coulombsche Materialgesetz an:

$$\tau + \sigma \cdot \tan \Phi - c = 0 \quad (4.4-1)$$

Zusätzlich werden die Zugspannungen begrenzt auf die Betonzugfestigkeit:

$$\sigma_c \leq f_{ct} \quad (4.4-2)$$

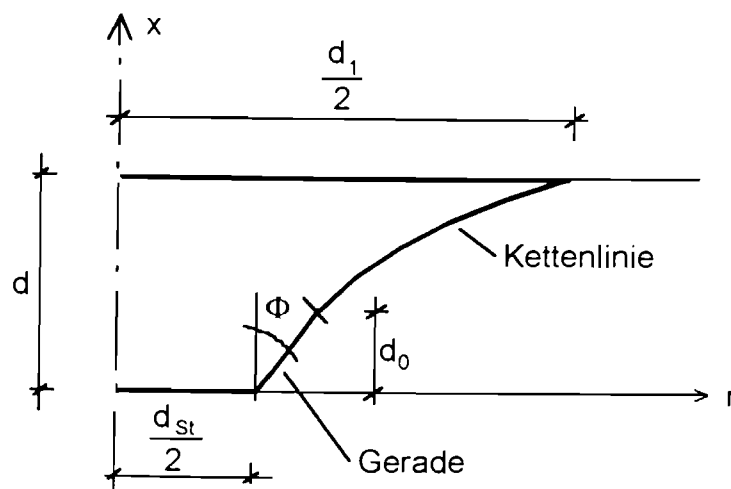


Bild 4.4-1: Form des Durchstanzkegels nach Bræstrup et alii

Zur Bestimmung der Kohäsion c geben Bræstrup et alii an:

$$c = \frac{f_{ck}}{2 \cdot \sqrt{k_1}} \quad (4.4-3)$$

mit: k_1 : Materialkonstante $k_1 = \frac{1 + \sin \Phi}{1 - \sin \Phi}$

Φ : Winkel der inneren Reibung des Betons

Das Modell geht von einer Platte der Dicke d aus, vernachlässigt also die Betondeckung über der Schwerachse der Zugbewehrung (Bild 4.4-1). Die Berechnung der Durchstanzbruchlast F_u erfolgt durch die Integration der auf der Mantelfläche des Durchstanzkegels umgewandelten Energie im Vergleich zu der durch die Last verrichteten Arbeit. Damit wird der Durchstanzvorgang als Starrkörpermechanismus beschrieben.

Mit Hilfe einer Variationsrechnung ermittelten Bræstrup et alii die Mantellinie des Durchstanzkegels, bei der sich der kleinste Wert für die Durchstanzbruchlast ergibt. Man erhält eine aus einer Geraden und einer Kettenlinie zusammengesetzte Mantellinie:

$$\text{für } 0 \leq x \leq d_0 \quad r = \frac{d_{St}}{2} + x \cdot \tan \Phi \quad (4.4-4a)$$

$$\text{für } d_0 \leq x \leq d \quad r = A \cdot \cosh \frac{x - d_0}{C} + B \cdot \sinh \frac{x - d_0}{C} \quad (4.4-4b)$$

Den Zusammenhang zeigt (Bild 4.4-1).

Die Konstanten A, B und C können aus den Randbedingungen bestimmt werden:

$$C = \sqrt{A^2 - B^2} \quad (4.4-5a)$$

$$A = \frac{d_{St}}{2} + d_0 \cdot \tan \Phi \quad (4.4-5b)$$

$$B = C \cdot \tan \Phi \quad (4.4-5c)$$

$$\frac{d_1}{2} = A \cdot \cosh \frac{d - d_0}{C} + B \cdot \sinh \frac{d - d_0}{C} \quad (4.4-5d)$$

Für den Fall, daß der Geradenanteil verschwindet ($d_0 = 0$), geht Gleichung (4.4-5c) in eine Ungleichung über:

$$\frac{B}{C} \geq \tan \Phi \quad (4.4-5e)$$

Nach Bræstrup et alii ist es ausreichend genau, für den inneren Reibungswinkel des Betons Φ einen konstanten Wert von $\Phi = 37^\circ$ zu setzen.

Die gesamte Durchstanzbruchlast F_u ergibt sich aus der Durchstanzlast des Kegels F_{u1} und der Durchstanzlast des durch die Kettenlinie begrenzten Rotationskörpers F_{u2} .

$$F_{u1} = 0,5 \cdot \pi \cdot f_{ck} \cdot d_0 \cdot (d_{st} + d_0 \cdot \tan \Phi) \cdot \frac{1 - \sin \Phi}{\cos \Phi} \quad (4.4-6a)$$

$$F_{u2} = 0,5 \cdot \pi \cdot f_{ck} \cdot \left[k_2 \cdot C \cdot (d - d_0) + k_2 \cdot \left(\frac{d_1}{2} \cdot \sqrt{\frac{d_1^2}{4} - C^2} - A \cdot B \right) - k_3 \cdot \left(\frac{d_1^2}{4} - A^2 \right) \right] \quad (4.4-6b)$$

mit: k_2 : Materialkonstante $k_2 = 1 - (k_1 - 1) \cdot \frac{f_{ct}}{f_{ck}}$

k_3 : Materialkonstante $k_3 = 1 - (k_1 + 1) \cdot \frac{f_{ct}}{f_{ck}}$

Daraus ergibt sich die gesamte Durchstanzbruchlast:

$$F_u = F_{u1} + F_{u2} \quad (4.4-7)$$

Damit ist der genaue Verlauf der Mantellinie vom Verhältnis der Betonzugfestigkeit f_{ct} zur Betondruckfestigkeit f_{ck} abhängig.

4.4.2 Beispielrechnung

Für die Berechnung der Durchstanzlast für das Beispiel Kap.1.3 wird die Betonzugfestigkeit f_{ct} nach Bræstrup et alii (vgl. Kap.4.4.3) angesetzt zu:

$$f_{ct} = \frac{f_{ck}}{400} = \frac{30}{400} = 0,075 \text{ MPa}$$

Dieser Ansatz wird auch für die Vergleichsrechnungen in Kap.4 verwendet.

Zuerst schätzt man einen Wert für den Durchmesser des Durchstanzkegels:

$$d_1 = 0,80 \text{ m}$$

Die Höhe des Kegelstumpfs d_0 wird zu null angenommen. Der Wert der Konstanten A läßt sich aus (4.4-5b) berechnen:

$$A = \frac{0,40}{2} + 0 \cdot \tan 37^\circ = 0,20$$

Die Konstante B wird zu $B = 0,04$ geschätzt. C ergibt sich nach (4.4-5a) zu:

$$C = \sqrt{0,20^2 - 0,04^2} = 0,196$$

Der Durchmesser des Durchstanzkegels d_1 lässt sich somit aus (4.4-5d) berechnen:

$$d_1 = 2 \cdot 0,2 \cdot \cosh \frac{0,22 - 0}{0,196} + 2 \cdot 0,04 \cdot \sinh \frac{0,22 - 0}{0,196} = 0,789$$

Es wird nun der angenommene Wert für B solange verändert, bis Schätzung und Berechnung für d_1 übereinstimmen. Es ergibt sich:

$$B = 0,0429 \text{ und } C = 0,1953$$

Als nächster Schritt ist die Annahme für d_0 zu überprüfen. Dabei sind zwei Fälle zu unterscheiden:

$$\text{bei } d_0 = 0 \text{ nach (4.4-5e): } \frac{B}{C} = \frac{0,0429}{0,1953} = 0,2196 \geq \tan 37^\circ = 0,7536$$

bei $d_0 > 0$ nach (4.4-5c)

Da (4.4-5e) nicht erfüllt ist, ist d_0 zu verändern. Es ergibt sich nach einer längeren iterativen Berechnung:

$$A = 0,2857, \quad B = 0,1717, \quad C = 0,2284, \quad d_0 = 0,1137$$

$$\text{Mit den Materialkennwerten} \quad k_1 = \frac{1 + \sin 37^\circ}{1 - \sin 37^\circ} = 4,023$$

$$k_2 = 1 - (4,023 - 1) \cdot \frac{0,075}{30} = 0,992$$

$$k_3 = 1 - (4,023 + 1) \cdot \frac{0,075}{30} = 0,987$$

ergibt sich für die Durchstanzlasten:

$$F_1 = 0,5 \cdot \pi \cdot 30 \cdot 0,1137 \cdot (0,40 + 0,1137 \cdot \tan 37^\circ) \cdot \frac{1 - \sin 37^\circ}{\cos 37^\circ} = 1,297 \text{ MN}$$

$$F_2 = 0,5 \cdot \pi \cdot 30 \cdot [0,992 \cdot 0,2284 \cdot (0,22 - 0,1137)] +$$

$$+ 0,5 \cdot \pi \cdot 30 \cdot \left[0,992 \cdot \left(\frac{0,80}{2} \cdot \sqrt{\frac{0,80^2}{4} - 0,2284^2} - 0,2857 \cdot 0,1717 \right) \right] -$$

$$- 0,5 \cdot \pi \cdot 30 \cdot \left[0,987 \cdot \left(\frac{0,80^2}{4} - 0,2857^2 \right) \right] = 1,337 \text{ MN}$$

Daraus ergibt sich für die gesamte Durchstanzlast:

$$F = 1,297 + 1,337 = 2,634 \text{ MN}$$

Die Durchstanzbruchlast erhält man als minimale Durchstanzlast durch Iteration des Durchmessers des Durchstanzkegels d_1 . Man erhält:

$$F_u = 1,560 \text{ MN für } d_1 = 2,32 \text{ m}$$

Anhand dieser Beispielrechnung, die nur in Auszügen dargestellt ist, dürfte feststehen, daß dieses Rechenverfahren nur mit PC-Unterstützung durchführbar ist.

4.4.3 Bewertung

Die Fachwelt wurde erst durch eine Veröffentlichung von Nielsen, Bræstrup, Jensen und Bach im Jahre 1978 [31] auf diese Theorie aufmerksam.

Die vorliegende Theorie unterstellt eine Unabhängigkeit der Durchstanzbruchlast von Art und Menge der Bewehrung. Dies steht im Widerspruch zu den Versuchsergebnissen vieler anderer Arbeiten. Bræstrup erklärt dies zum einen mit der unberücksichtigten Dübelwirkung der Biegezugbewehrung. Diese Wirkung dürfte aber aufgrund der geringen Dicke der Betondeckung eher von untergeordneter Bedeutung sein.

Als weiteren Erklärungsversuch für die Unabhängigkeit der Durchstanzbruchlast von der Bewehrung gibt Bræstrup an, daß die Theorie von reinem Schubversagen ausgehe. Ein reines Schubversagen liegt aber nur dann vor, wenn die Bewehrung nicht fließt. Damit setzt diese Theorie sehr hohe Bewehrungsgrade voraus. Dies ist aber bei den baupraktisch vorkommenden Flachdecken kaum der Fall. Hess [32] hat ausgeführte Versuche dahingehend untersucht, ob nun Biege- oder Schubbeanspruchung die Versagensursache war, um Versuchsergebnisse auszufiltern, welche die vorliegende Theorie bestätigen sollten. Dies verkennt die Tatsache, daß nur dann eine Theorie das Durchstanzproblem wirklichkeitsnah erfassen kann, wenn die kombinierte Biege- und Schubbeanspruchung berücksichtigt wird.

Der dritte Erklärungsversuch geht davon aus, daß die elastischen Verformungen der Platte so groß werden, daß die Bewehrung die Traglast beeinflussen kann. Dies zeigt, daß eine realitätsnahe Theorie solche elastischen Verformungen - beim Durchstanzproblem dürfte dies vor allem die Rotation ψ der Sektorelemente betreffen - zu berücksichtigen hat.

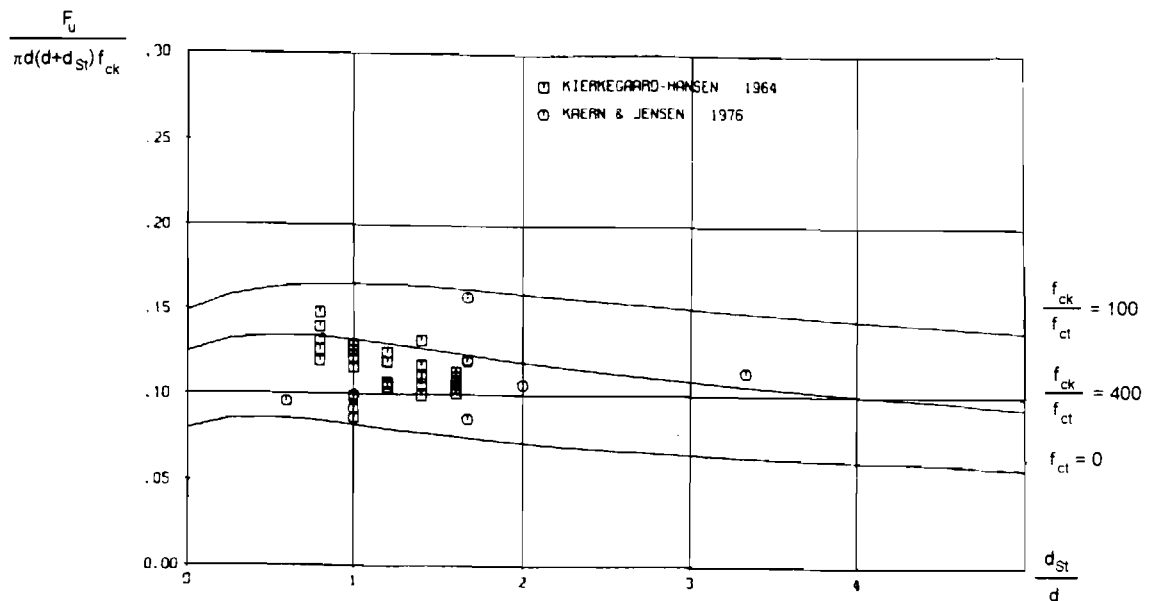


Bild 4.4-2: Ergebnisse von Durchstanzversuchen im Vergleich mit der Theorie von Bræstrup et alii [31]

Vergleicht man den Verlauf der Mantellinie von Bruchkegeln aus Versuchen mit dem Verlauf, der sich nach der Theorie ergibt (Bild 4.4-2), so erhält man die beste Übereinstimmung für ein Verhältnis von Betonzug- zu Betondruckfestigkeit von:

$$\frac{f_{ct}}{f_{ck}} \approx \frac{1}{400}$$

Bræstrup et alii folgern daraus, daß der Zugfestigkeit des Betons, die sich unter üblichen Prüfbedingungen zu etwa einem Zehntel der Druckfestigkeit ergibt, keine große Bedeutung zukommt. Diese Erklärung scheint wenig befriedigend, wenn man bedenkt, daß diese Theorie nur dann brauchbare Ergebnisse liefert, wenn sich die rechnerischen Materialfestigkeiten erheblich von den tatsächlichen Materialfestigkeiten unterscheiden.

Die Abhängigkeit der Durchstanzbruchlast F_u vom Winkel der inneren Reibung Φ zeigt Bild 4.4-3. Damit sei gezeigt, daß die Annahme eines konstanten Reibungswinkels Φ für die Anwendung dieser Theorie gerechtfertigt ist.

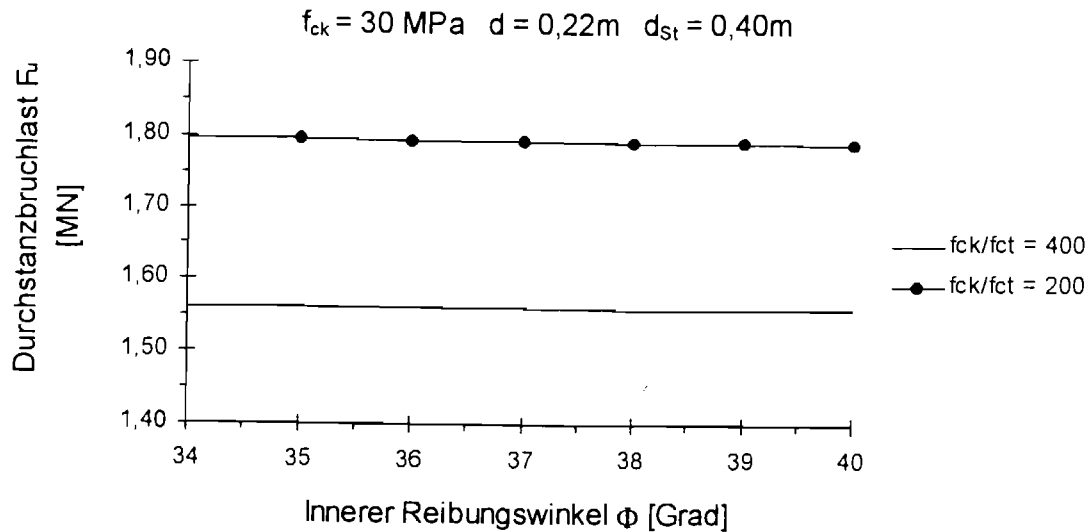


Bild 4.4-3: Abhängigkeit der Durchstanzbruchlast F_u vom Winkel der inneren Reibung Φ

Damit dürfte das Modell von Bræstrup et alii nur dazu geeignet sein, den Einfluß einiger Parameter, wie z.B. das Verhältnis Stützendurchmesser zu statischer Nutzhöhe λ , aufzuzeigen, und einen oberen Grenzwert für die Durchstanzbruchlast anzugeben.

4.5 Theorie nach Marti und Thürlimann 1977

4.5.1 Beschreibung der Theorie

Marti und Thürlimann gehen in ihrer Theorie [33] von der statischen Methode der Plastizitätstheorie aus. Diese Methode wählt Spannungszustände aus, die dann als statisch zulässig bezeichnet werden, wenn sie die Gleichgewichtsbedingungen und die statischen Randbedingungen erfüllen. Mit dieser Methode werden untere Grenzwerte der Plastizitätstheorie für die Traglast berechnet. Der Durchstanzvorgang wird als Starrkörpermechanismus (Bild 4.5-1) beschrieben.

Es wird angenommen, daß der Beton der Fließbedingung von Coulomb und dem durch die Theorie des plastischen Potentials zugeordneten Fließgesetz folgt. Dabei lautet der allgemeine Ausdruck für das Coulombsche Fließgesetz:

$$\tau + \sigma \cdot \tan \Phi - c = 0 \quad (4.5-1)$$

Zur Bestimmung der Kohäsion c und des inneren Reibungswinkels Φ geben Marti/Thürlimann an:

$$c = 0,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{f_{ct}} \quad (4.5-2)$$

$$\tan \Phi = \frac{f_{ck} - f_{ct}}{2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{f_{ct}}} \quad (4.5-3)$$

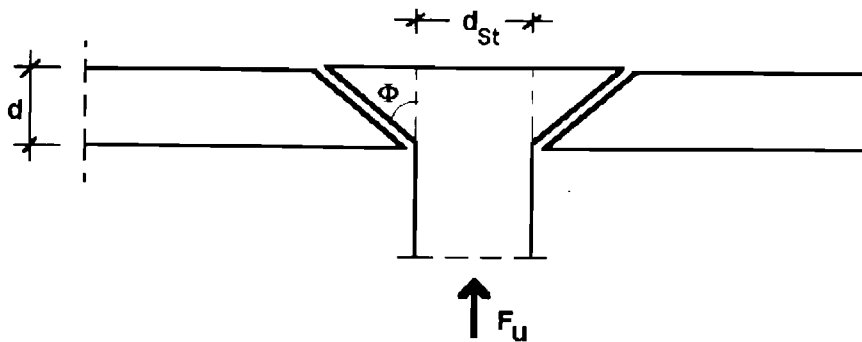


Bild 4.5-1: Starrkörpermechanismus nach Marti/Thürlimann

Das Modell geht von einer Platte der Dicke d aus, vernachlässigt also die Betondeckung über der Schwerachse der Zugbewehrung. Die Berechnung der Durchstanzbruchlast F_u erfolgt durch die Integration der auf der Mantelfläche des Durchstanzkegels umgewandelten Leistung. Dies ergibt für die Durchstanzbruchlast:

$$F_u = \pi \cdot d_{st} \cdot d \cdot \left(0,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{f_{ct}} + \frac{1}{4 \cdot \lambda} \cdot (f_{ck} - f_{ct}) \right) \quad (4.5-4)$$

4.5.2 Beispielrechnung

Mit den Werten aus dem Beispiel Kap.1.3 ergibt sich, wenn für f_{ct} die mittlere Zugfestigkeit f_{ctm} nach EC2 und für den bezogenen Stützendurchmesser $\lambda = \frac{0,40}{0,22} = 1,818$ eingesetzt wird:

$$F_u = \pi \cdot 0,40 \cdot 0,22 \cdot \left(0,5 \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{2,9} + \frac{1}{4 \cdot 1,818} \cdot (30 - 2,9) \right) = 2,320 \text{ MN}$$

4.5.3 Bewertung

Das grundsätzliche Vorgehen der Theorie von Marti und Thürlimann entspricht den Ansätzen von Bræstrup et alii (Kap.4.4). Allerdings verzichten Marti und Thürlimann auf eine Variation der Form des Durchstanzkegels.

Einen Vergleich der Materialkennwerte für den inneren Reibungswinkel des Betons Φ zwischen Gleichung (4.5-3) und dem Ansatz nach Bræstrup et alii zeigt Bild 4.5-2. Nur für relativ hohe Betonzugfestigkeiten nähern sich beide Ansätze an.

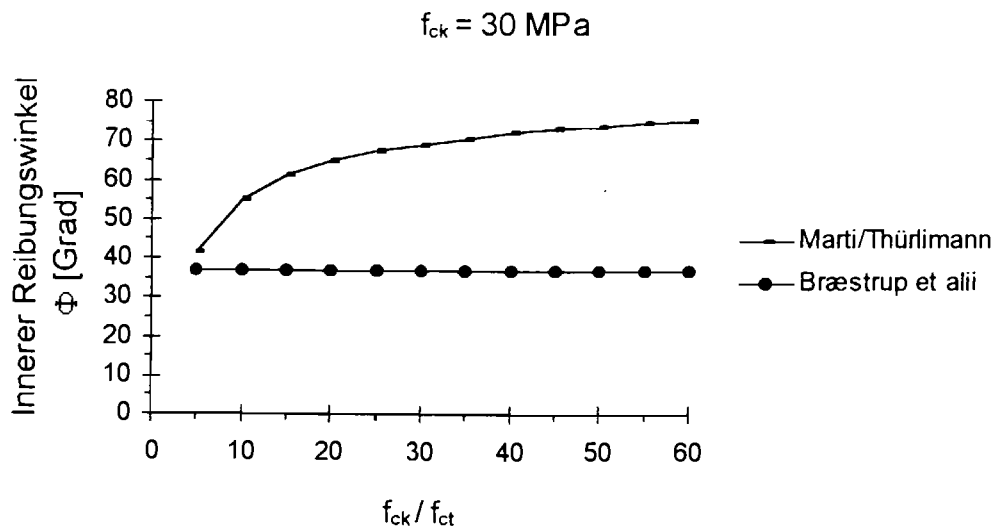


Bild 4.5-2: Innerer Reibungswinkel in Abhängigkeit der Zugfestigkeit f_{ct}

Die Werte für die Kohäsion c nach (4.5-2) werden in Bild 4.5-3 mit dem Ansatz nach Bræstrup et alii (4.4-3) verglichen. Auch hier zeigen sich deutliche Unterschiede in der Interpretation der Materialeigenschaften.

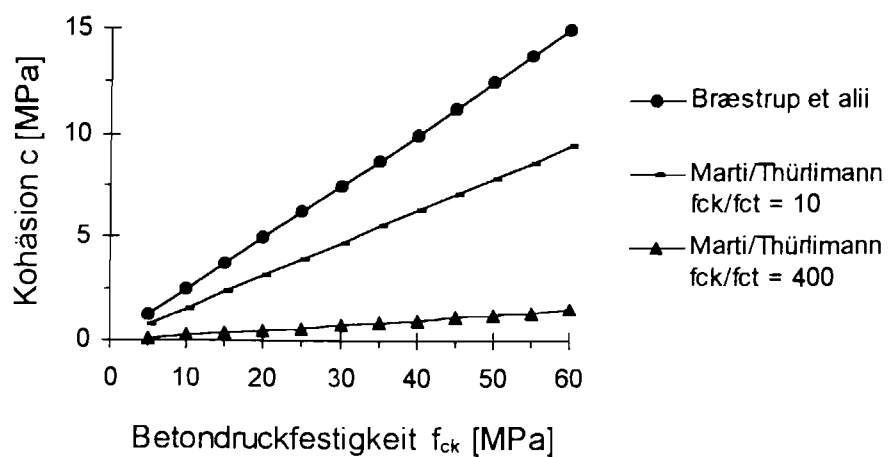


Bild 4.5-3: Kohäsion c in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit f_{ck}

Bild 4.5-4 zeigt die Abhängigkeit der Durchstanzbruchlast von der Betonzugfestigkeit. Dabei zeigt sich, daß sich bei kleinen Betonzugfestigkeiten Durchstanzbruchlasten in einer Größenordnung ähnlich wie nach der Theorie von Bræstrup et alii ergeben. Damit scheint der Einfluß der Bruchform des Durchstanzkegels, die in der Theorie von Bræstrup et alii mit hohem Aufwand ermittelt werden muß, gering zu sein.

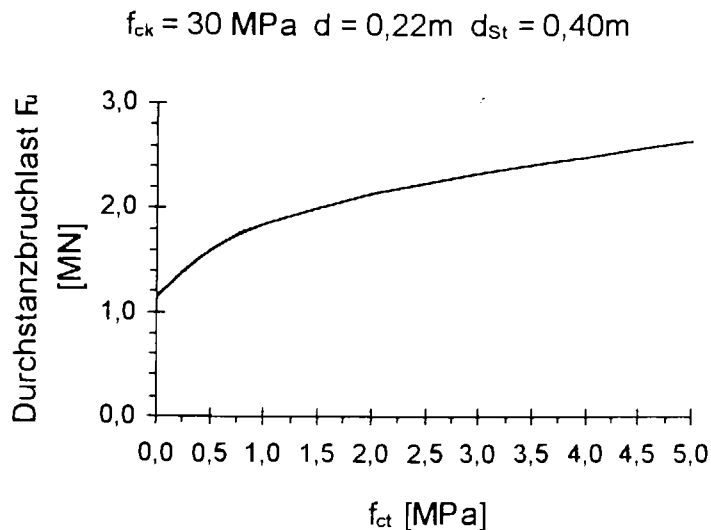


Bild 4.5-4: Durchstanzbruchlast in Abhängigkeit der Betonzugfestigkeit f_{ct}

Da die vorliegende Theorie auf der Plastizitätstheorie beruht, bekommt man lediglich eine Abschätzung für die obere Grenze der Durchstanzbruchlast. Dies zeigt auch ein Vergleich mit den Ergebnissen der Beispielrechnungen anderer Theorien (vgl. Kap.5). Auch Versuchsnachrechnungen, wie z.B. in [34] angegeben, ergeben, daß die so berechneten Durchstanzlasten wesentlich über den experimentell ermittelten Bruchlasten liegen. Marti und Thürlimann begründen dies damit, daß ein sprödes Versagen eintritt, bevor eine vollständige Kraftumlagerung stattfinden kann. Damit hat diese Theorie für die praktische Bemessung kaum eine Bedeutung. Sie sollte lediglich herangezogen werden, um einen qualitativen Eindruck vom Einfluß der Parameter Betondruck- und Zugfestigkeit und bezogener Stützendurchmesser λ zu erhalten.

4.6 Theorie nach André 1982

4.6.1 Beschreibung der Theorie

Das Tragmodell nach André [35] geht von einer Einleitung der Auflagerkraft in eine längs des Stützenumfangs gelagerte Kreisplatte aus. Die Kreisplatte entspricht mit $D \cong 0,44 \cdot L$ einem Ersatzsystem für die gesamte Flachdecke (vgl. Kap.3). Zur Ableitung des

statischen Systems benutzt Andrä die von Kinnunen und Nylander (Kap.4.1) beschriebene Rißentwicklung bei Steigerung der Stützenkraft. Ergänzend führte er FE-Berechnungen mit Berücksichtigung eines nichtlinearen Werkstoffverhaltens durch.

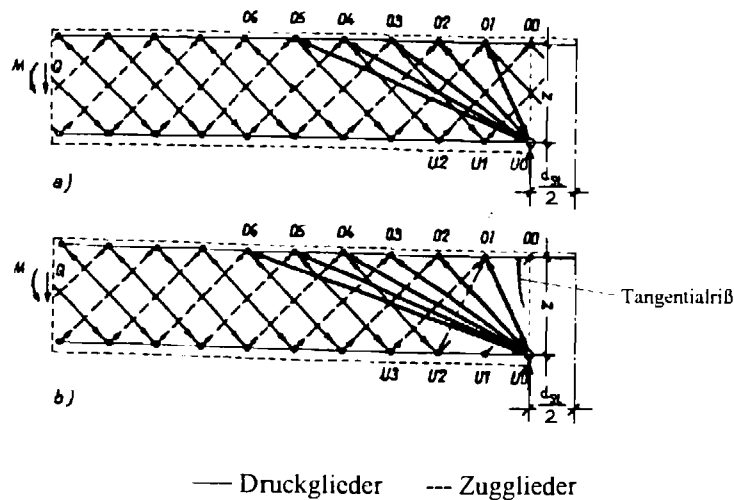


Bild 4.6-1: Statisches System der Theorie nach Andrä [35]

a) ungerissener Zustand, b) Zustand mit Tangentialrissen

Bild 4.6-1 stellt einen Radialschnitt durch eine Kreisplatte im Stützenbereich dar, und zwar für den ungerissenen Zustand und für einen Zustand mit Tangentialrissen. Eingezeichnet ist das von Andrä benutzte statische System. Dieses besteht aus einer Schar von schalenförmigen Druckgliedern, die durch die unterhalb des Tangentialrisses verbleibende Druckzone in die Stütze einmünden. Die außerhalb des Einleitungsbereiches an der Platte angreifenden Vertikallasten werden durch zugbeanspruchte Kegelschalen übertragen, die am oberen Knoten der Druckkegelschalen aufgehängt sind.

Im ungestörten Zustand haben diese Schalen eine Neigung von 45° . Im Bereich der Lastabtragung am Stützenrand wird diesem Grundsystem ein Strebensystem mit veränderlicher Neigung der Zug- und Druckglieder überlagert. Mit fortschreitender Rißbildung werden die Kegelschalen unterbrochen, so daß sich aus Gleichgewichtsgründen die verbleibenden Druckstreben flacher, die verbleibenden Zugstreben steiler ausbilden. Dabei wird vorausgesetzt, daß die vertikale Stützenkraft nur durch die Druckschalenkräfte übertragen wird.

Für den Bruch sind zwei Kriterien maßgebend. Zum einen wird die Tragfähigkeit am oberen Ende der Kegelschalen durch die aufnehmbare Umlenkraft der Bewehrung und durch die aufnehmbare Zugkraft des Betons in den zugbeanspruchten Kegelschalen begrenzt. Zum anderen begrenzt die Druckfestigkeit (räumlicher Spannungszustand) des Betons in der Einmündungszone am Stützenrand die Tragfähigkeit am unteren Ende der

druckbeanspruchten Kegelschalen. Als maßgebende Fläche wird dabei die Betondruckzone normal zur resultierenden Auflagerkraft der Kegelschalen betrachtet (Bild 4.6-2).

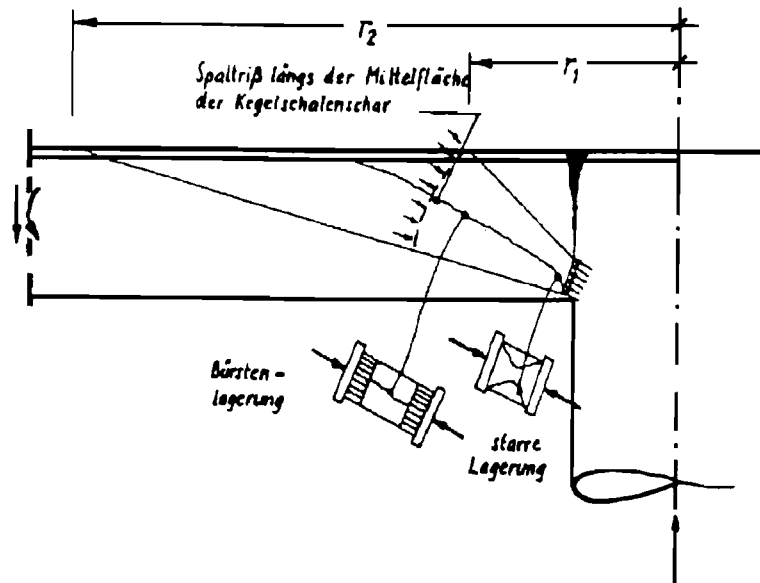


Bild 4.6-2: Bruchfigur beim Versagen [35]

Um die Bruchlast zu ermitteln, werden diese Tragfähigkeitskriterien mit den Verformungsbedingungen der lochrandgestützten Platte verknüpft.

Die gedrückten Kegelschalen werden begrenzt durch die flachste Schale (Radius r_2), welche durch Vergleich mit den flachsten Drucktrajektorien aus der FE-Berechnung ermittelt wurde, und durch die steilste Schale (Radius r_1), welche sich aus Gleichgewichtsbetrachtungen am oberen Knoten ergibt, wenn in der zugehörigen Zugkugelschale gerade die Betonzugfestigkeit erreicht wird.

Für die Radien ergibt sich:

$$r_1 = \frac{d_{St}}{4} + \sqrt{\frac{d_{St}^2}{16} + \frac{f_{yk}}{f_{ct}} \cdot \mu \cdot d \cdot z} \geq r_v \quad (4.6-1)$$

$$r_2 = \frac{d_{St}}{2} + 5 \cdot z \quad (4.6-2)$$

dabei gilt für den inneren Hebelarm: $z = d - \frac{x}{2}$ (4.6-3)

und für den Vergleichsradius: $r_v = 0,4 \cdot d_{St} + 1,6 \cdot z$ (4.6-4)

Der Vergleichsradius ist dabei nur eine Hilfsgröße zur einfacheren Integration der vertikalen und horizontalen Kraftkomponenten.

Für die Betonzugfestigkeit gibt Andrä die folgende Gleichung an:

$$f_{ct} = 0,7 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (4.6-5)$$

Das Überschreiten der Betondruckfestigkeit in der Aufstandsfläche der sich überlagernden Druckkegelschalen wird durch einen zum Rand der gedrückten Fläche hin verlaufenden Spaltriß ausgelöst. Gleichzeitig wird die Kegelschale ungefähr in Richtung ihrer Mittelfläche aufgespalten, wodurch sich der für das Bruchbild typische Durchstanzkegel ausbildet (Bild 4.6-2). Damit versucht Andrä mit seinem Modell auch den Versagensmechanismus zu erklären.

Die Durchstanzbruchlast wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$F_u = u \cdot v_s \quad (4.6-6)$$

mit: u : Umfang der Stütze $u = \pi \cdot d_{St}$ für Rundstützen

v_s : Integration über alle Vertikalkomponenten der Druckkegelschalen

Die Ermittlung von v_s erfolgt iterativ mit der Druckzonenhöhe x bzw. mit k_x als Variable. Es werden dafür folgende Gleichungen benutzt, wobei wiederum nur auf Netzbewehrung eingegangen wird:

Für den Rotationswinkel der verformten Platte am Stützenrand gilt:

$$\psi = \frac{0,0035}{k_x} \quad (4.6-7)$$

Damit läßt sich der Radius r_f , bis zu dem die Bewehrung fließt, bestimmen.

$$r_f = \psi \cdot \frac{E_s}{f_{yk}} \cdot (d - x) \quad (4.6-8)$$

Für die aufintegrierten Kraftanteile je Längeneinheit ergibt sich:

$$v_s = \frac{\psi}{d_{St}} \cdot \left[2 \cdot \mu \cdot d \cdot (d - x) \cdot E_s - x^2 \cdot E_c \right] \cdot \frac{r_v}{2} \cdot \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{r_v}{d_{St}} \cdot \mu \cdot d \cdot f_{vk} \cdot \ln \left(\frac{r_f}{r_1} \right) \quad (4.6-9)$$

$$h_s = \frac{\psi}{d_{St}} \cdot \left[2 \cdot \mu \cdot d \cdot (d - x) \cdot E_s - x^2 \cdot E_c \right] \cdot \ln \left(\frac{r_2}{r_f} \right) + \frac{2}{d_{St}} \cdot \mu \cdot d \cdot f_{yk} \cdot (r_f - r_1) \quad (4.6-10)$$

und als Resultierende $k_s = \sqrt{v_s^2 + h_s^2}$ mit der Richtung $\alpha = \arctan \frac{v_s}{h_s}$. (4.6-11/12)

Für die vorhandene Betonbeanspruchung erhält man:

$$\sigma_c = \frac{k_s}{x \cdot \cos \alpha} \quad (4.6-13)$$

Es wird nun solange iteriert, bis die Betonbeanspruchung σ_c die Betonbruchspannung (räumlicher Beanspruchungszustand) σ_{cu} erreicht.

$$\sigma_{cu} = f_{ck} \cdot \sqrt{\frac{d_{st} + 2 \cdot d}{d_{st}}} \leq 1,4 \cdot f_{ck} \quad (4.6-14)$$

4.6.2 Beispielrechnung

Mit den Werten des Beispiels Kap. 1.3 ergibt sich folgendes:

Die zulässige Betonzugspannung errechnet sich nach (4.6-5):

$$f_{ct} = 0,7 \cdot 30^{2/3} = 6,758 \text{ MN/m}^2$$

Mit einem geschätzten $k_x = 0,26$ erhält man für die geometrischen Größen:

$$\text{nach (4.6-7): } \psi = \frac{0,0035}{0,26} = 0,01346$$

$$x = 0,22 \text{ m} \cdot 0,26 = 0,0572 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{mit (4.6-3) } z = 0,22 - \frac{0,0572}{2} = 0,1914 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{mit (4.6-4) } r_v = 0,4 \cdot 0,4 + 1,6 \cdot 0,1914 = 0,466 \text{ m}$$

Aus (4.6-1) ergibt sich:

$$r_1 = \frac{0,4}{2} + \sqrt{\frac{0,4^2}{16} + \frac{500}{6,758} \cdot 0,008 \cdot 0,22 \cdot 0,194} = 0,287 \text{ m} \geq r_v = 0,466 \text{ m} \Rightarrow r_1 = 0,466 \text{ m}$$

$$\text{Aus (4.6-2) folgt } r_2 = \frac{0,4}{2} + 5 \cdot 0,1914 = 1,157 \text{ m}$$

$$\text{und mit (4.6-8) } r_t = 0,01346 \cdot \frac{200000}{500} \cdot (0,22 - 0,0572) = 0,877 \text{ m}$$

Es folgt für die Kräfte je Längeneinheit in vertikaler (4.6-9) und horizontaler (4.6-10) Richtung:

$$v_s = \frac{0,01346}{0,4} \cdot [2 \cdot 0,008 \cdot 0,22 \cdot (0,22 - 0,0572) \cdot 200000 - 0,0572^2 \cdot 32000] \cdot \frac{0,466}{2} \cdot \left(\frac{1}{0,877} - \frac{1}{1,157} \right) + \frac{0,466}{0,4} \cdot 0,008 \cdot 0,22 \cdot 500 \cdot \ln \left(\frac{0,877}{0,466} \right) = 0,670 \text{ MN/m}$$

$$h_s = \frac{0,01346}{0,4} \cdot [2 \cdot 0,008 \cdot 0,22 \cdot (0,22 - 0,0572) \cdot 200000 - 0,0572^2 \cdot 32000] \cdot \ln \left(\frac{1,157}{0,877} \right) + \frac{2}{0,4} \cdot 0,008 \cdot 0,22 \cdot 500 \cdot (0,877 - 0,466) = 1,901 \text{ MN/m}$$

mit der Resultierenden nach (4.6-11)

$$k_s = \sqrt{0,670^2 + 1,901^2} = 2,016 \text{ MN/m}$$

unter dem Winkel $\alpha = 19,415^\circ$

Damit erhält man für die vorhandene Betondruckspannung (4.6-13)

$$\sigma_c = \frac{2,016}{0,0572 \cdot \cos 19,415^\circ} = 37,37 \text{ MN/m}^2,$$

die kleiner ist als die Betonbruchspannung (4.6-14) von

$$\sigma_{cu} = 30 \cdot \sqrt{\frac{0,4 + 2 \cdot 0,22}{0,4}} = 43,47 \leq 1,4 \cdot 30 = 42,0 \Rightarrow \sigma_{cu} = 42,0 \text{ MN/m}^2.$$

Die Durchstanzlast

$$F_u = \pi \cdot 0,4 \cdot 0,670 = 0,842 \text{ MN},$$

die sich dabei ergibt, ist also noch etwas kleiner als die Durchstanzbruchlast.

Mit weiteren Iterationsschritten erhält man:

$$F_u = 0,902 \text{ MN und } k_s = 0,253$$

Obwohl die weiteren Iterationsschritte nicht explizit aufgeführt sind, kann man leicht erkennen, wie aufwendig dieses Berechnungsverfahren ist.

4.6.3 Bewertung

Die Bestimmungsgleichung für den Rotationswinkel ψ (4.6-7) ist nur von k_x abhängig. Diesen Zusammenhang hat Andrä aus Untersuchungen bei Stahlbetonbalken entnommen und lediglich die Zahlenwerte aufgrund logischer Überlegungen modifiziert. Wie genau die Gleichung (4.6-7) nun die Verhältnisse bei Platten beschreibt, bleibt unbekannt, zeigen doch die von Kinnunen und Nylander abgeleiteten Bestimmungsgleichungen (4.1-7) auch einen Einfluß des bezogenen Stützendurchmessers λ .

Als Materialeigenschaften des Betons werden die Kenngrößen Zug- und Druckfestigkeit verwendet. Dadurch vermeidet Andrä, ein Versagenskriterium für Schubbruch, sowie die Schubtragfähigkeit des Betons definieren zu müssen.

Die Definition für die Beton-Zugfestigkeit nach Gleichung (4.6-5) liefert, wie ein Vergleich mit den Ansätzen nach EC2 zeigt, sehr große Werte (Bild 4.6-3).

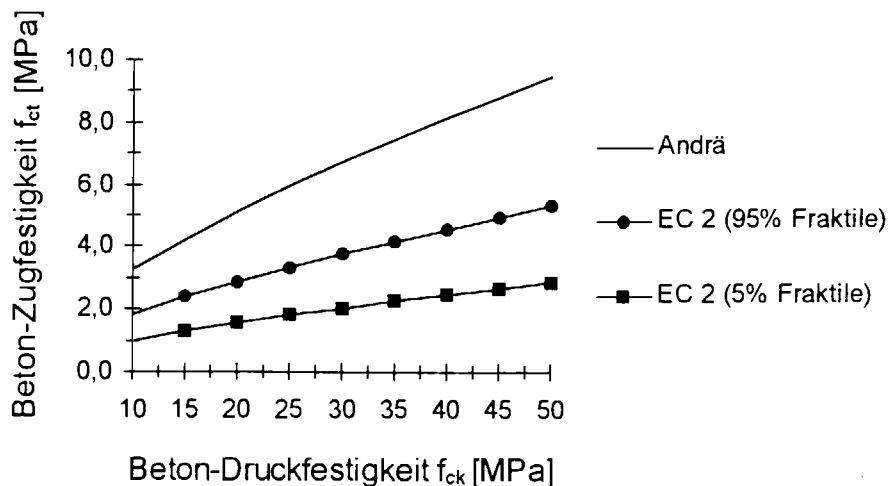


Bild 4.6-3: Vergleich der Ansätze der Beton-Zugfestigkeit

Allerdings bleibt diese große Betonzugfestigkeit ohne Auswirkungen, wie man aus Bild 4.6-4 erkennen kann. Denn ab einer Zugfestigkeit von ca. 1,4 MPa wird die Bedingung der Betonbruchspannung maßgebend, und eine weitere Steigerung der Betonzugfestigkeit bringt keinen Zuwachs bei der Durchstanzbruchlast mehr. Die Größe der Durchstanzbruchlast in der Beispielrechnung bliebe also unverändert, würde man für die Betonzugfestigkeit den Wert $f_{ct,0.05}$ nach EC2 von 2,0 MPa einsetzen. Deshalb dürften die Auswirkungen einer etwas hoch angesetzten Betonzugfestigkeit nach Gleichung (4.6-5) auf die Berechnungsergebnisse gering sein.

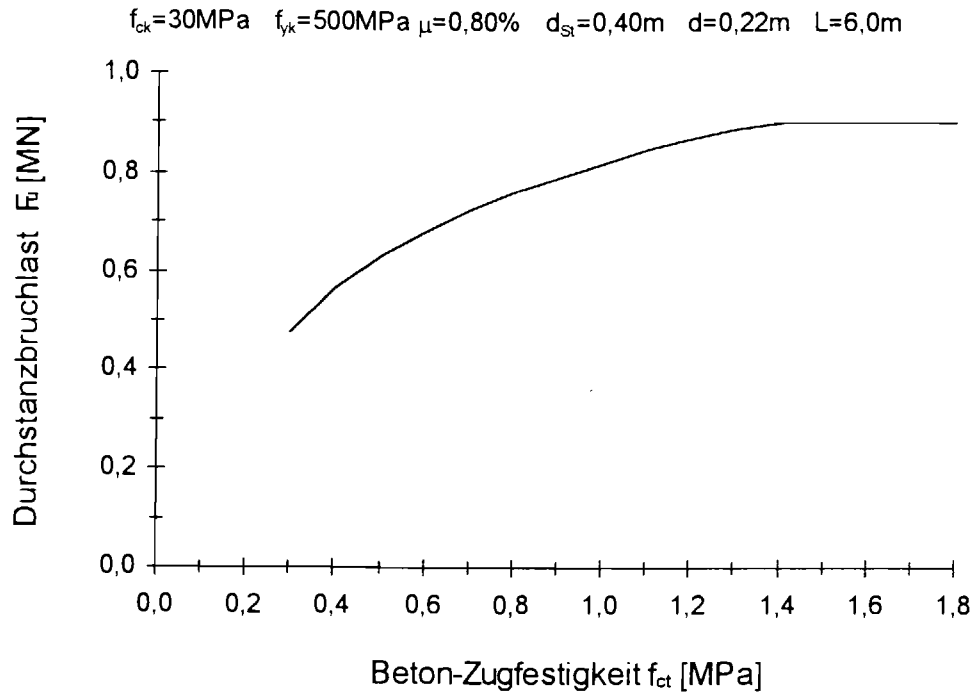


Bild 4.6-4: Durchstanzbruchlast in Abhängigkeit der Beton-Zugfestigkeit

Die Betonbruchspannung bei räumlicher Beanspruchung nach Gleichung (4.6-14) zeigt Bild 4.6-5 im Vergleich mit dem Ansatz nach Kinnunen und Nylander nach Gleichung (4.1-4).

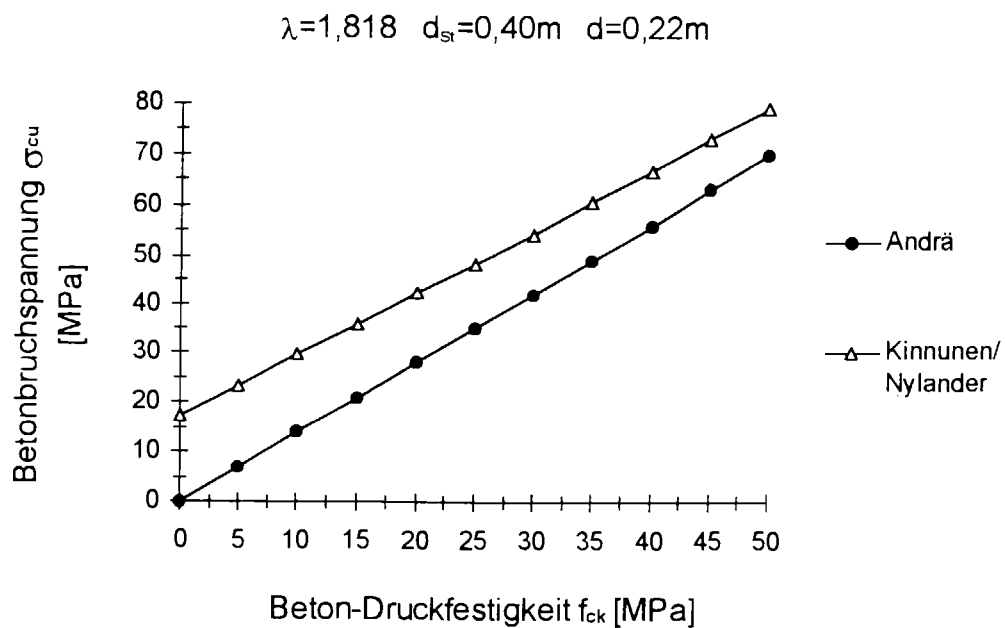


Bild 4.6-5: Vergleich der Betonbruchspannung

Man erkennt, daß Kinnunen und Nylander wesentlich größere Werte zulassen. Der Ansatz von André ist dahingehend richtiger, daß mit der Grenzbetrachtung f_{ck} gegen Null auch die Betonbruchspannung gegen Null geht.

Bild 4.6-6 zeigt die Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit von der angesetzten Betonbruchspannung. Eingezeichnet sind die errechneten Durchstanzbruchlasten für die Vorgaben des Beispiels aus Kap.1.3 nach den Theorien von Kinnunen/Nylander und André in Abhängigkeit der angesetzten Betonbruchspannung σ_{cu} . Es zeigt sich, daß bei einer in beiden Theorien gleich angesetzten Betonbruchspannung σ_{cu} nahezu die gleichen Durchstanzbruchlasten ermittelt werden. Daher liegt es nahe, diese beiden Theorien näher auf Gemeinsamkeiten hin zu untersuchen. Dies erfolgt in Kap.5.

Zudem macht Bild 4.6-6 deutlich, daß für die Verhältnisse bei Normalbeton dem Ansatz der zulässigen Betondruckspannung im Vergleich zur zulässigen Betonzugspannung die wesentlich größere Bedeutung zukommt. Ein Ziel weiterer Forschungsarbeiten sollte daher sein, eine Aussage über die ansetzbaren Betondruckspannungen zu ermöglichen.

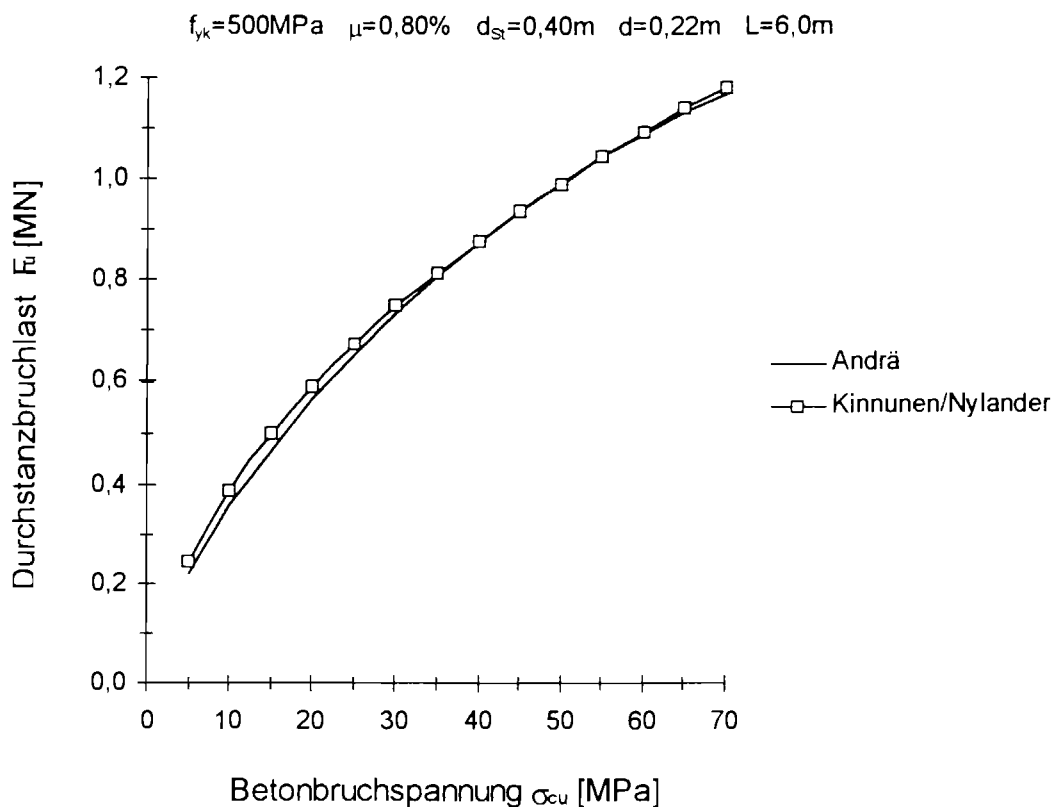


Bild 4.6-6: Durchstanzbruchlast in Abhängigkeit der Betonbruchspannung

Da die Durchstanzlast F_u sehr stark auf bereits kleine Änderungen von k_x reagiert, was durch den steilen Kurvenverlauf in Bild 4.6-7 angezeigt wird, sind viele Iterationsschritte nötig. Um die numerische Stabilität zu erhöhen, könnte z.B. eine geeignetere Iterationsvariable definiert werden. Mit dem vorliegenden Berechnungsgang ist allerdings, wie in Kap.4.6.2 bereits angedeutet, das Modell nach André für die Praxis nicht zu empfehlen, weil es zu aufwendig in der Berechnung ist.

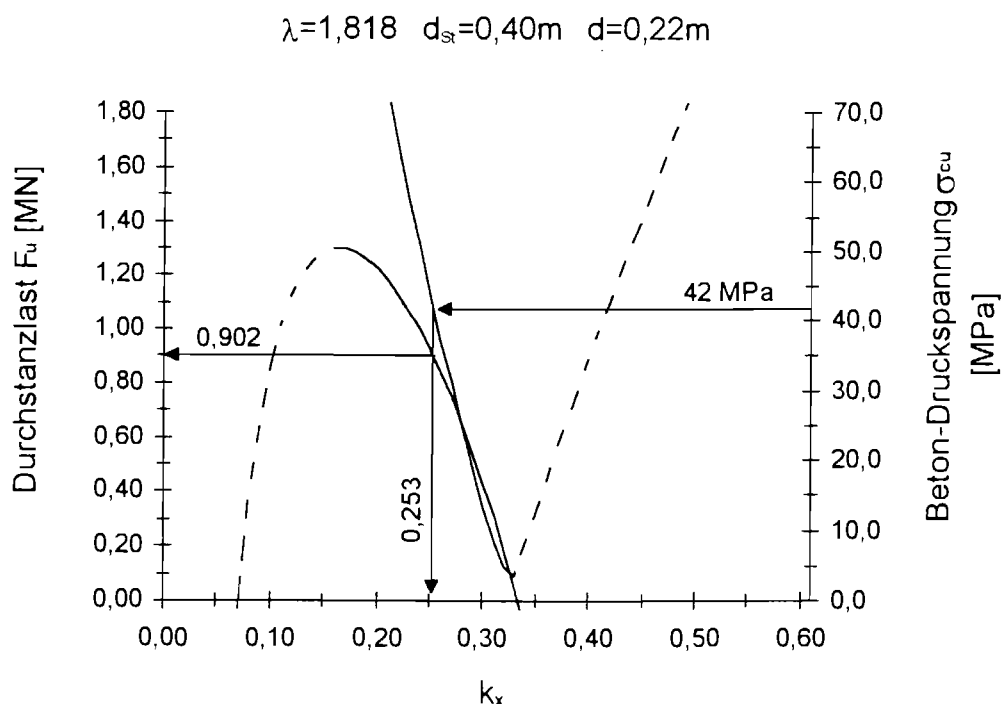


Bild 4.6-7: Zusammenhang Durchstanzlast - Nullnicenlage k_x
(Werte nach Beispiel Kap.1.3)

Wie man weiterhin Bild 4.6-7 entnehmen kann, muß bei einer iterativen Berechnung darauf geachtet werden, daß man sich auf dem richtigen Teil der Bestimmungskurve befindet (durchgezogene Linien in Bild 4.6-7).

4.7 Theorie nach Nölting 1984

4.7.1 Beschreibung der Theorie

Nölting stützt sich mit seiner Theorie [36] auf Versuchsbeobachtungen, die zeigen, daß die radialen Betonstauchungen an der unteren Plattenoberfläche nahe dem Stützenansatz anfangs überlinear zunehmen, der Anstieg ab ca. 50 bis 70% der späteren Bruchlast schwächer wird und schließlich die Stauchungen sogar abnehmen, zum Teil bis zu

positiven Betondehnungen (Bild 4.7-1). Solche Ergebnisse wurden u.a. von Kinnunen und Nylander gemessen (Kap.4.1).

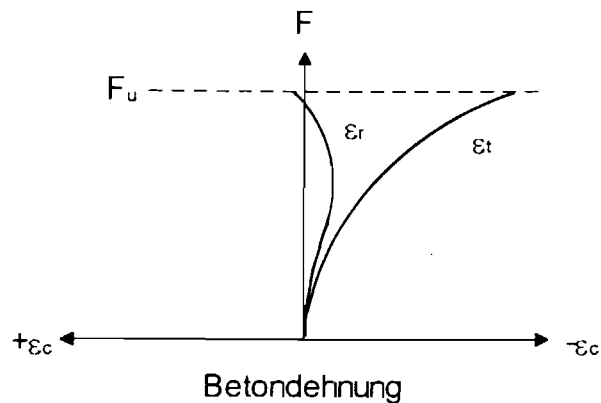


Bild 4.7-1: Qualitativer Verlauf der Betondehnungen an der Plattenunterseite am Stützenansatz

Nölting erklärt dies damit, daß die schiefen Druckstreben stark ausmittig angreifen und somit eine Spannungsverteilung entsteht, die Zug an der Betonoberfläche vor dem Stützenanschluß aufweist (Bild 4.7-2).

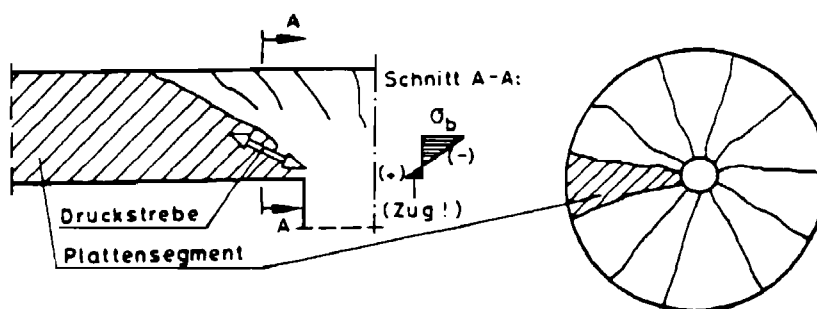


Bild 4.7-2: Ausmittigkeit der schrägen Betondruckstreben [36]

Den Ablauf des Bruchvorgangs beschreibt Nölting in seiner Theorie folgendermaßen:

Der Durchstanzbruch wird eingeleitet, indem die schrägen Betondruckstreben D_b zu versagen beginnen. Es kommt jedoch noch zu keiner vollständigen Druckzerstörung, da sich die Druckstreben mit beginnender Zerstörung der Kraftaufnahme entziehen. Die Tragfähigkeit der Platte ist aber bereits erschöpft. Die Lastabtragung erfolgt verstärkt über den um den Stützenanschluß vorhandenen Druckring. Dieser Druckring um den Stützenanschluß wird von der eingeschnürten Betondruckzone gebildet (Bild 4.7-3). Aufgrund der Rotationssymmetrie nimmt Nölting eine konstante Beanspruchung entlang eines kreisförmig am Stützenansatz geführten Schnittes in der Betondruckzone an.

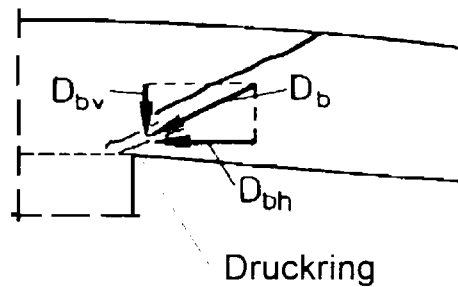


Bild 4.7-3: Erster Schritt des Bruchvorgangs [36]

Mit fortschreitender Kraftumlagerung vermag der Druckring nur mehr die Biegedruckkräfte, die bisher als horizontaler Anteil D_{bh} wirksam waren, aufzunehmen (Bild 4.7-4).

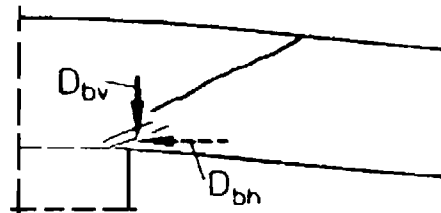


Bild 4.7-4: Zweiter Schritt des Bruchvorgangs [36]

Schließlich bewirken die Querkräfte, die bisher als Vertikalanteil D_{bv} wirksam waren, und die aufgrund der Gleichgewichtsbedingung $\sum V = 0$ konstant bleiben, den für das Durchstanzen charakteristischen Abschervvorgang (Bild 4.7-5).

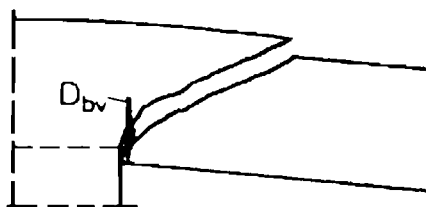


Bild 4.7-5: Dritter Schritt des Bruchvorgangs [36]

Dies bedeutet, daß primär die schrägen Betondruckstreben versagen. Erst nachdem so die Tragfähigkeit erschöpft ist, folgt sekundär das für das Durchstanzen typische Herausschieben des Durchstanzkegels aus der Platte. Damit faßt Nölting das Durchstanzen als einen Biegedruckbruch mit geneigter Druckstrebenkraft auf. Das

Tragvermögen und damit die Durchstanzbruchlast hängen somit vom Widerstandsvermögen der Platte gegen Druckbruch ab.

Die Größe und Richtung der bruchverursachenden Druckkraft hängt von den Extremwerten der Biege- und Schubbeanspruchung im Anschlußbereich der Stütze ab. Dabei ist die Biegebeanspruchung von der Plattenkrümmung, und diese wiederum vom Formänderungsverhalten des Plattengesamtsystems abhängig. Dies wird berücksichtigt, indem die Stützenfließlast F_y (Das sei diejenige Stützenlast, ab der die Zugbewehrung zu fließen beginnt) und somit der Momentenverlauf in der Platte in die Berechnung eingeht.

Bis zum Erreichen dieser Stützenfließlast F_y verwendet Nölting zur Berechnung der Biegetragfähigkeit die Annahmen nach DIN 1045, d.h. die Schnittgrößen werden nach der Elastizitätstheorie berechnet und das Stoffgesetz wird den in DIN 1045 angegebenen Arbeitslinien entnommen.

Die Schubbeanspruchungen hingegen sind weitgehend allein von der örtlichen Plattenausbildung abhängig. Hier ist der Einfluß der Plattenschlankheit bestimmend, welche über das Momenten-Querkraft-Verhältnis die Neigung der Druckstrebe beeinflusst. Daher wird angenommen, daß bei Erreichen der Stützenfließlast F_y die Beziehung zwischen der horizontalen Betonstauchung ε_{ch} und der Betonstauchung in Richtung der schrägen Druckstrebe ε_{cD} von der Plattenschlankheit η abhängig ist.

$$\varepsilon_{ch,y} = \varepsilon_{cD,y} \cdot f(\eta) \quad (4.7-1)$$

Die Funktion $f(\eta)$ berücksichtigt damit die Neigung der Druckstrebenkraft.

Weiterhin wird angenommen, daß bei Belastung über die Fließlast F_y hinaus, die schrägen Betonstauchungen ε_{cD} quadratisch mit der Laststeigerung zunehmen.

$$\varepsilon_{cD} = A \cdot F^2 \quad \text{für } F \geq F_y \quad (4.7-2)$$

mit: A: Proportionalitätskonstante

Durchstanzen tritt ein, wenn in der Betondruckzone ein bestimmter Beanspruchungszustand erreicht ist. Dieser Zustand wird durch einen von allen Plattenparametern unabhängigen Festwert der Betonbruchstauchung in Richtung der schräg in die Stütze einmündenden Betondruckkräfte $\varepsilon_{cD,u}$ gekennzeichnet.

Es ergibt sich aus Gleichung (4.7-2):

$$\frac{\varepsilon_{cD,u}}{\varepsilon_{cD,y}} = \left(\frac{F_u}{F_y} \right)^2 \quad (4.7-3)$$

Und damit mit Gleichung (4.7-1):

$$F_u = F_y \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_{cD,u}}{\varepsilon_{ch,y}} \cdot f(\eta)} \quad (4.7-4)$$

Setzt man nun die aus Versuchsnachrechnungen ermittelten Werte für $f(\eta)$ und $\varepsilon_{cD,u}$ ein, so ergibt sich die Gleichung zur Bestimmung der Durchstanzbruchlast F_u :

$$F_u = F_y \cdot \sqrt{\frac{-4,5^{0,00}}{\varepsilon_{ch,y}} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\eta}} \right)} \quad (4.7-5)$$

mit: η : Plattenschlankheit $\eta = \frac{D - d_{st}}{2 \cdot d}$

D : Durchmesser der Ersatzkreisplatte $D = 0,46 \cdot L$

F_y : Stützenkraft, bei der die Zugbewehrung zu Fließen beginnt

$\varepsilon_{ch,y}$: horizontale Betonstauchung am Stützenrand, bei der die Zugbewehrung zu Fließen beginnt

Zur Bestimmung des Fließmoments, d.h. des Biegemoments, bei dem die Bewehrung zu fließen beginnt, gibt Nölting an:

$$m_y = \mu \cdot f_{yk} \cdot d^2 \cdot k_z \quad (4.7-6)$$

Für den Zusammenhang zwischen der Stützenlast F und dem Stützmoment m wird folgende Beziehung verwendet:

$$\frac{m}{F} = 0,0159 - 0,0995 \cdot \ln\left(\frac{d_{st}}{D}\right) \quad (4.7-7)$$

Für die Betonstauchung $\varepsilon_{ch,y}$ ergibt sich:

$$\varepsilon_{ch,y} = \frac{f_{vk}}{E_s} \cdot \frac{k_x}{k_x - 1} \quad (4.7-8)$$

Dabei werden k_z und k_x iterativ mit Hilfe eines in [37] angegebenen Computer-Algorithmus ermittelt.

Zur einfacheren Anwendung dieser Theorie leitet Nölting einen Näherungsansatz ab, indem er folgende Vereinfachungen ansetzt:

$$k_z \cong 1 - 0,6 \cdot \omega \quad (4.7-9a)$$

und
$$k_x \cong \sqrt{0,8 \cdot \omega} \quad (4.7-9b)$$

mit: ω : mechanischer Bewehrungsgrad

Damit erhält er für einen Betonstahl mit einer Streckgrenze $f_{vk} = 500\text{MPa}$, einem Elastizitätsmodul $E_s = 210000\text{MPa}$ und einem aus Versuchsnachrechnungen bestimmten Korrekturfaktor:

$$F_u = 47,5 \cdot \sqrt{\mu \cdot f_{ck}} \cdot d^3 \cdot f_0 \quad (4.7-10)$$

dabei ist f_0 eine Funktion zur Beschreibung des Einflusses der Plattenschlankheit:

$$f_0 = 0,65 + 9,40 \cdot \frac{d_{St}}{L} - \left(2,20 + 70 \cdot \frac{d_{St}}{L} \right) \cdot \frac{d}{L} \quad (4.7-11)$$

Die Formel (4.7-11) gilt für Flachdecken. Für Fundamente, die ja in dieser Schrift nicht behandelt werden sollen, ist in [36] eine eigene Funktion angegeben. Quadratische Stützen sind in flächengleiche Rundstützen umzurechnen.

4.7.2 Beispielrechnung

Für die Berechnung der Durchstanzbruchlast nach dem genauen Verfahren nach Gleichung (4.7-5) werden ebenfalls die Näherungsansätze (4.7-9) benutzt, um eine Berechnung mit dem Computer-Algorithmus zu umgehen. Dies gilt auch für die Vergleichsrechnungen in Kap.5.

Es ergibt sich mit den Angaben aus dem Beispiel Kap.1.3

für den mechanischen Bewehrungsgrad:

$$\omega = 0,80\% \cdot \frac{500}{30} = 0,133$$

für die Plattenschlankheit:
$$\eta = \frac{0,46 \cdot 6,0 - 0,40}{2 \cdot 0,22} = 5,364$$

und damit nach (4.7-9a):
$$k_z \cong 1 - 0,6 \cdot 0,133 = 0,920$$

nach (4.7-9b):
$$k_x \cong \sqrt{0,8 \cdot 0,133} = 0,326$$

Daraus folgt mit (4.7-6):

$$m_y = 0,008 \cdot 500 \cdot 0,22^2 \cdot 0,920 = 0,178 \text{ MNm/m}$$

Die Stützenlast F_y ergibt sich mit (4.7-7) zu:

$$F_y = \frac{0,178}{0,0159 - 0,0995 \cdot \ln\left(\frac{0,4}{0,46 \cdot 6,0}\right)} = 0,855 \text{ MN}$$

mit (4.7-8):
$$\varepsilon_{ch,y} = \frac{500}{200000} \cdot \frac{0,326}{0,326 - 1} = -1,21\%$$

Die Durchstanzbruchlast F_u ergibt sich aus (4.7-5) zu:

$$F_u = 0,855 \cdot \sqrt{\frac{-4,5\%}{-1,21\%} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{5,364}}\right)} = 1,243 \text{ MN}$$

Mit den Werten aus dem Berechnungsbeispiel ergibt sich für das Näherungsverfahren:

aus (4.7-11):
$$f_0 = 0,65 + 9,40 \cdot \frac{0,40}{6,0} - \left(2,20 + 70 \cdot \frac{0,40}{6,0}\right) \cdot \frac{0,22}{6,0} = 1,025$$

mit (4.7-10):
$$F_u = 47,5 \cdot \sqrt{0,008 \cdot 30 \cdot 0,22^2} \cdot 1,025 = 1,154 \text{ MN}$$

Der Unterschied zum genauen Verfahren beträgt ca. 7%.

4.7.3 Bewertung

Die Annahme eines quadratischen Zusammenhangs zwischen Betondehnung und Stützenlast in Gleichung (4.7-2) stützt sich auf Versuchsbeobachtungen, die einen überproportionalen Zusammenhang zwischen Betonstauchungen und Stützenlast aufzeigen. Ob allerdings die Quadratfunktion einen wie in Bild 4.7-1 qualitativ gezeigten Zusammenhang ausreichend beschreiben kann, sollte genauer untersucht und begründet werden.

Bild 4.7-6 zeigt die Abhängigkeit der Durchstanzbruchlast nach Gleichung (4.7-5) in Abhängigkeit von der horizontalen Betonstauchung bei Erreichen der Fließgrenze $\varepsilon_{ch,y}$. Damit ergibt nach Nölting eine geringe horizontale Betonstauchung eine große Durchstanzbruchlast.

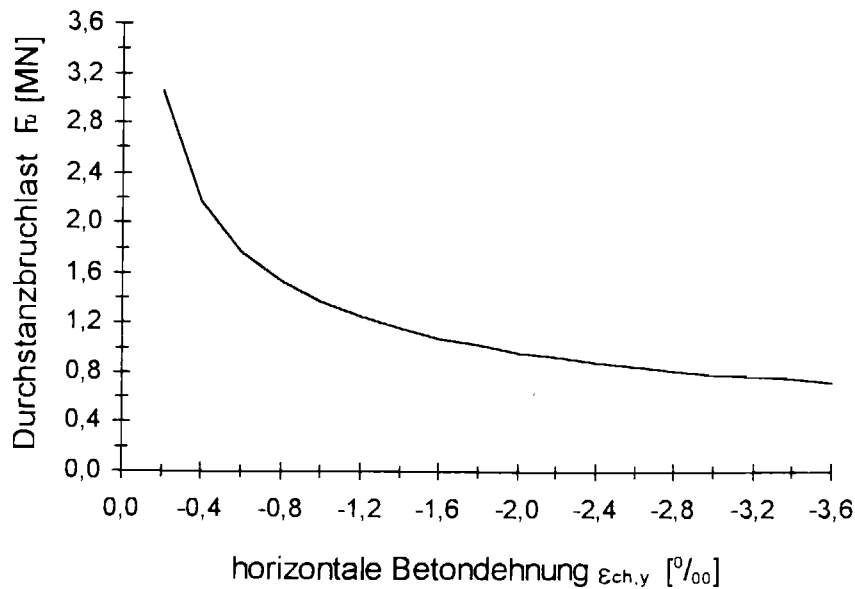


Bild 4.7-6: Durchstanzbruchlast in Abhängigkeit der horizontalen Betondehnung $\epsilon_{ch,y}$

Da die Betonstauchung $e_{ch,y}$ wiederum von der Druckzonenhöhe x bzw. k_x abhängt, ergibt sich der in Bild 4.7-7 gezeigte Zusammenhang. Danach sinkt die Durchstanzbruchlast mit zunehmender Druckzonenhöhe. Dies scheint der Erklärung des Bruchmechanismus zu widersprechen, welche ein Versagen der Druckzone ansetzt. Daher sollte mit einer größeren Druckzone eine größere Druckkraft und damit eigentlich eine höhere Durchstanzbruchlast aufnehmbar sein. Vergleicht man Bild 4.7-7 mit dem von Kinnunen und Nylander aufgestellten und in Bild 4.1-2 dargestellten Zusammenhang, so stellt man fest, daß der in Bild 4.7-7 gezeigte Ansatz von Nölting mit Gleichung (4.1-6) von Kinnunen/Nylander korreliert, welche aber den Einfluß der Stahlzugkraft beschreibt, bzw. ein Versagen der Biegezugbewehrung betrachtet. Die Gleichung zur Beschreibung der Betondruckbeanspruchung (4.1-1) von Kinnunen/Nylander (Bild 4.1-2) zeigt hingegen einen zum Bild 4.7-7 widersprüchlichen Verlauf.

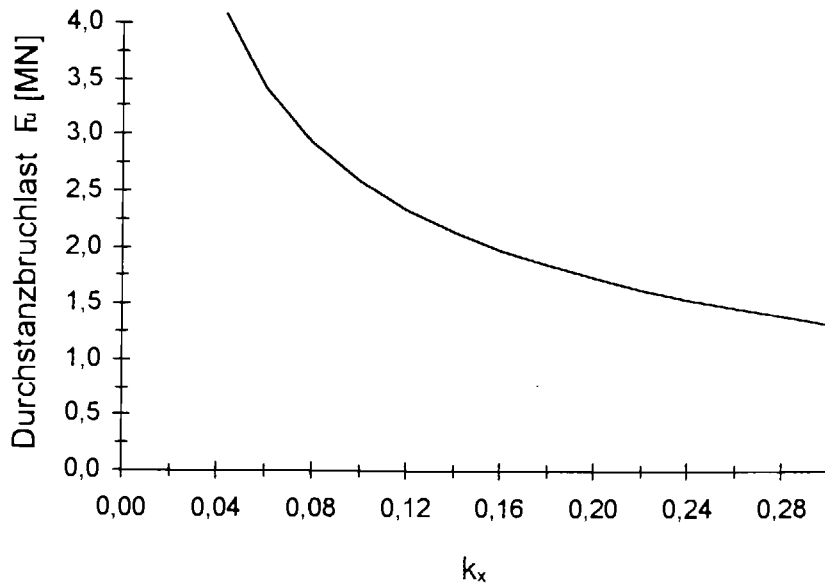


Bild 4.7-7: Durchstanzbruchlast in Abhängigkeit der bezogenen Druckzonenhöhe k_x
(übrige Werte wie Beispielrechnung)

Der Erklärung des Bruchmechanismus zufolge müßte eine Biegedruckbewehrung einen traglaststeigernden Einfluß haben, da damit die Horizontalkomponente der Druckstrebe wenigstens zum Teil aufnehmbar wäre. Der Druckring wäre damit weniger beansprucht und könnte daher einen größeren Vertikalanteil aufnehmen. Leider wurden in der Literatur keine Versuchsauswertungen gefunden, die eine eindeutige Aussage über den Einfluß einer Druckbewehrung zulassen würden.

Die Betonbruchstauchung $\varepsilon_{c1,u}$ stellt nur eine Rechengröße dar, die durch Versuchsauswertungen ermittelt wurde. Ihr absoluter Wert ist nicht mechanisch interpretierbar, da bei der Erfassung des qualitativen Verlaufs der horizontalen Betonstauchungen $\varepsilon_{ch,y}$ nur ein einaxial beanspruchter Querschnitt zugrundegelegt wurde.

Die Funktion $f(\eta)$, die den Einfluß der Plattenschlankheit berücksichtigt, ist durch Versuchsauswertungen ermittelt worden. Damit unterliegt diese Formel den Einschränkungen für empirische Gleichungen (Kap. 1.2).

Da die Durchstanzbruchlast beim genauen Ansatz (4.7-5) von der Stützenlast beim Erreichen des Fließmomentes F_y abhängig ist, muß vor einer genauen Analyse dieser Theorie der Zusammenhang zwischen Stützenlast und Stützmoment geklärt werden. Gleichung (4.7-7), die von Nölting dafür verwendet wird, bringt im Vergleich mit anderen Verfahren der Schnittgrößenermittlung etwas abweichende Werte, wie Tabelle

4.7-1 zeigt. Damit hängt ähnlich wie beim Ansatz nach Moe (Kap.4.2) die Durchstanzbruchlast vom Verfahren der Schnittgrößenermittlung ab.

Verfahren zur Schnittgrößenermittlung	$\frac{m}{F} =$
Ersatzdurchlaufträgerverfahren [1]	0,175
Elastische Plattentheorie [1]	0,224
Ansatz von Nölting (4.7-7)	0,208

Tabelle 4.7-1: Zusammenhang zwischen Stützenlast F und Biegemoment m in Abhängigkeit des Berechnungsverfahrens

Den Zusammenhang zwischen der Durchstanzlast und der Stützenlast bei Erreichen des Fließmoments F_y zeigt Bild 4.7-8. Es ergibt sich ein linearer Zusammenhang. Damit hängt die Durchstanzbruchlast ganz wesentlich von der Bestimmung der Stützenfließlast F_y ab.

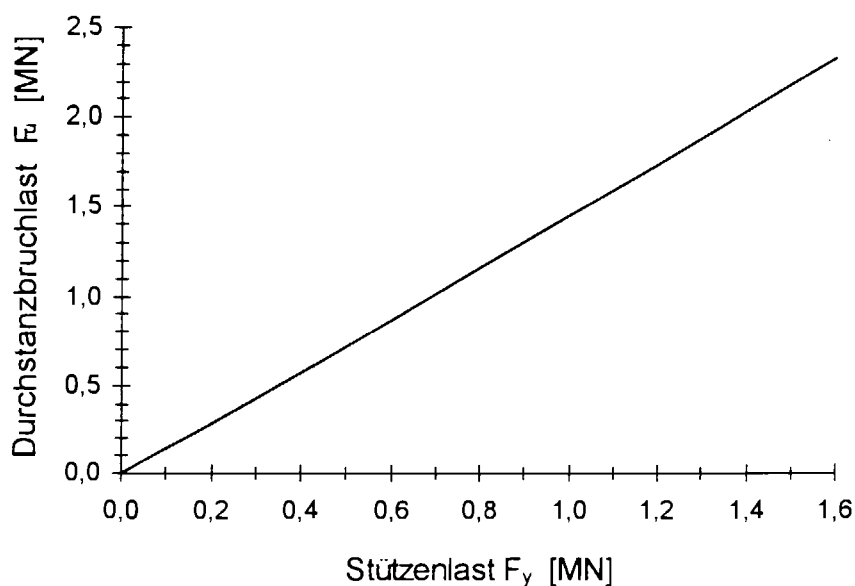


Bild 4.7-8: Zusammenhang zwischen Durchstanzbruchlast F_u und Stützenlast F_y

Pralong, Brändli und Thürlimann [38] konnten bei ihren Versuchen weder eine deutliche Stauchung des Betons in der Druckzone noch eine frühzeitige Zerstörung der Druckzone beobachten. Dieses Versuchsergebnis, daß auch von anderen Forschern wie z.B.

Kinnunen und Nylander (Kap.4.1) angegeben wird, kann damit die Annahme eines Bruchs der schrägen Betondruckstreben als Versagensursache nicht bestätigen.

Bei Anwendung des genauen Ansatzes (4.7-5) ist der Einfluß der die Durchstanzbruchlast beeinflussenden Parameter nicht erkennbar. Daher ist es sehr mühevoll, z.B. abzuschätzen, wieviel zusätzliche Biegebewehrung eingelegt werden müßte, um eine bestimmte Durchstanzbruchlast zu erreichen.

Die Streckgrenze des Betonstahls f_{yk} wird beim Näherungsverfahren pauschal berücksichtigt, obwohl die Näherungsformel in der Anwendung nicht auf eine bestimmte Betonstahlsorte eingeschränkt wird. Da in der Praxis allerdings fast ausschließlich Betonstahl mit $f_{yk}=500\text{MPa}$ verwendet wird, ist diese Fehlerquelle von geringer Bedeutung.

Die Anwendung des Näherungsverfahrens ist einfach und damit in der Praxis anwendbar. Nölting hat auch für wesentliche Sonderprobleme, wie Aussparungen im Stützenbereich oder exzentrische Kräfteinleitungen Lösungsansätze angegeben. Um dieses Bemessungskonzept in eine Norm einzubringen, werden von Kordina und Nölting in [10] Vorschläge zur Änderung der DIN 1045 angegeben.

4.8 Theorie nach Georgopoulos 1986

4.8.1 Beschreibung der Theorie

Georgopoulos geht bei der Ableitung seiner Theorie [39] von einem Versagen der Hauptzugspannungen im Beton aus, mit Hilfe derer er über eine Gleichgewichtsbetrachtung ($\sum V = 0$) die Durchstanzlast ermittelt (Bild 4.8-1).

Zur Bestimmung der Durchstanzlast betrachtet er nur die Hauptzugspannungen, wobei er annimmt, daß diese 75% der Durchstanzlast aufnehmen. Daraus ergibt sich:

$$F_u = Z_b \cdot \cos\alpha + D_{b,\text{vertikal}} = \frac{1}{0,75} \cdot Z_b \cdot \cos\alpha \quad (4.8-1)$$

Die Annahme des Bereichs mit allseitigem Druck in Bild 4.8-1 stützt sich auf Untersuchungen von Ritter [27] und basiert damit auf der Annahme rein elastischen Materialverhaltens.

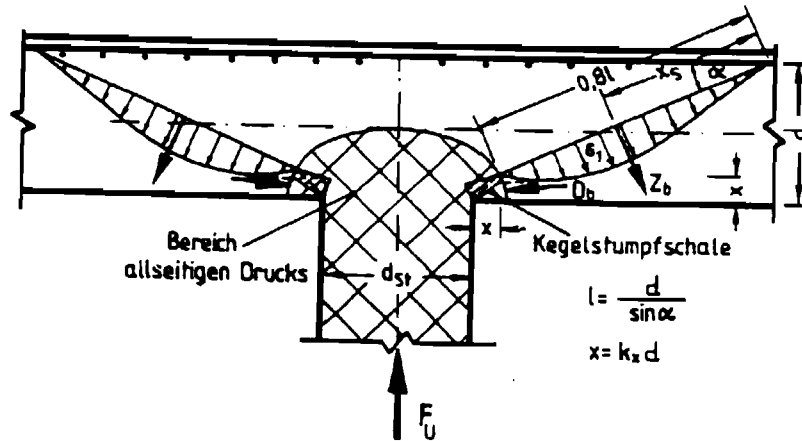


Bild 4.8-1: Modell für die Theorie nach Georgopoulos [39]

Mit einer angenommenen Spannungsverteilung analog einem Polynom 3. Grades (Bild 4.8-2) bekommt man für die Durchstanzlast

$$F_u = 1,315 \cdot f_{ct} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \cot \alpha \cdot \left(\frac{\lambda}{2} + k_x + 0,35 \cdot \cot \alpha \right) \quad (4.8-2)$$

mit α als mittlerer Neigung des Durchstanzkegels gegenüber der Plattenmittelfläche.

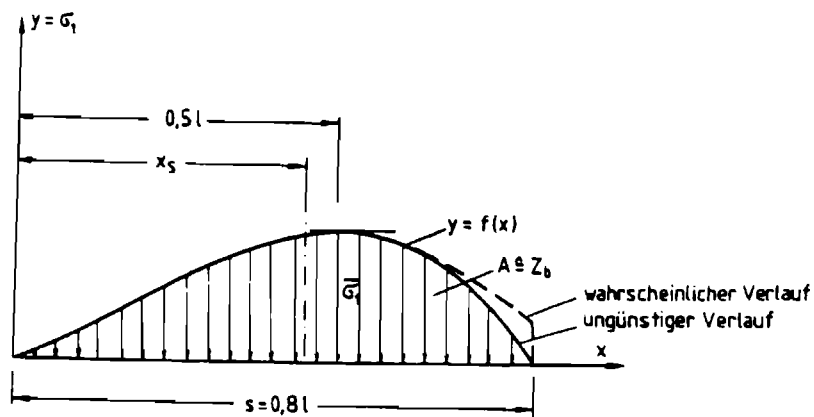


Bild 4.8-2: Ansatz der Zugspannung [39]

Um den Berechnungsgang einfach zu halten, und eine Iteration zu vermeiden, wird $k_x = 0,2$ gesetzt.

Bruchversagen tritt ein, wenn die schiefen Hauptzugspannungen die Betonzugfestigkeit überschreiten. Für die Größe der Zugfestigkeit geht Georgopoulos vom einachsigen Spannungszustand aus, für den er wählt:

$$f_{ct} = 0,229 \cdot f_{ck}^2 \quad (4.8-3)$$

Daraus entwickelt er die Zugfestigkeit für den räumlichen Spannungszustand zu:

$$f_{ct} = 0,195 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (4.8-4)$$

Für die Durchstanzlast ergibt sich daraus:

$$F_u = 0,812 \cdot d^2 \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot \cot \alpha \cdot \left(\frac{\lambda}{2} + 0,2 + 0,35 \cdot \cot \alpha \right) \quad (4.8-5)$$

Der Bestimmungsgleichung für die Neigung des Durchstanzkegels α liegt die Annahme eines hyperbolischen Zusammenhangs zwischen α und dem mechanischen Bewehrungsgrad ω zugrunde, dessen Konstanten über Versuchsauswertungen gewonnen wurden.

Georgopoulos gibt folgenden Ausdruck an:

$$0,40 \leq \tan \alpha = \frac{0,056}{\omega} + 0,30 \leq 1,0 \quad (4.8-6)$$

Dies ergibt, daß der Durchstanzwinkel α in der Größe begrenzt ist:

$$21,8^\circ \leq \alpha \leq 45,0^\circ \quad (4.8-7)$$

4.8.2 Beispielrechnung

Für die Angaben des Beispiels aus Kap. 1.3 ergibt sich:

$$\omega = 0,80\% \cdot \frac{500}{30} = 0,133 \quad \Rightarrow \text{nach (4.8-6)} \quad \tan \alpha = 0,72 \quad \text{bzw.} \quad \alpha = 35,75^\circ$$

Daraus berechnet sich die Durchstanzlast nach (4.8-5) zu:

$$F_u = 0,812 \cdot 0,22^2 \cdot 30^{2/3} \cdot \cot 35,75^\circ \cdot \left(\frac{1,818}{2} + 0,2 + 0,35 \cdot \cot 35,75^\circ \right) = 0,841 \text{ MN}$$

4.8.3 Bewertung

Den von Georgopoulos gewählten Ansatz für die einachsige Zugfestigkeit des Betons (4.8-3) und den daraus entwickelten Ansatz für die räumliche Zugfestigkeit (4.8-4) zeigt Bild (4.8-3) im Vergleich mit den Werten für $f_{ct,0.05}$ nach EC2. Man erkennt die gute Übereinstimmung.

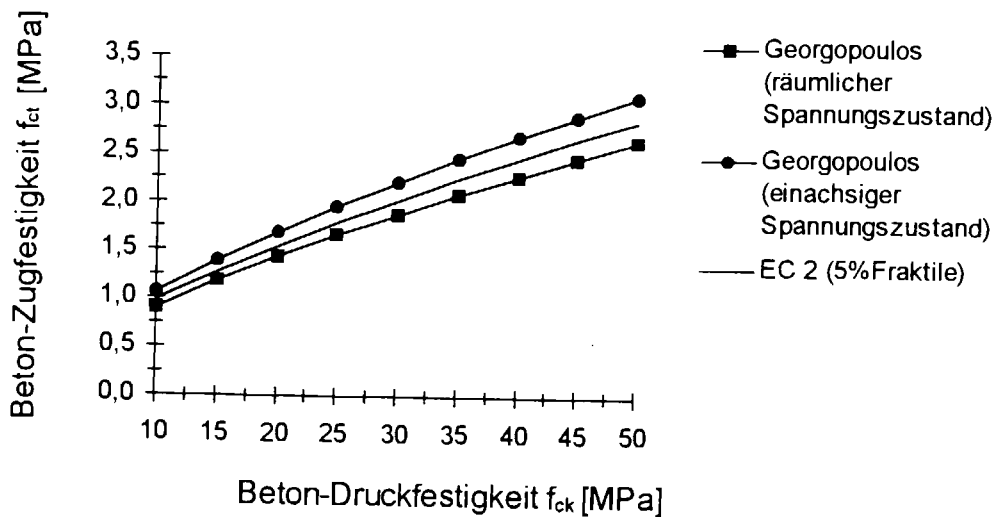


Bild 4.8-3: Ansätze der Beton-Zugfestigkeit im Vergleich

Die Theorie von Georgopoulos unterscheidet sich von allen anderen in dieser Arbeit erwähnten dadurch, daß hier die Berechnung der Durchstanzbruchlast F_u über die Größe des Neigungswinkels des Durchstanzkegels erfolgt. Die zugehörige Bestimmungsgleichung (4.8-6) wurde aus Versuchsauswertungen gewonnen und unterliegt daher den Einschränkungen einer empirischen Formel, welche im Kap.1.2 bereits erläutert wurden. Den Verlauf von Gleichung (4.8-6) zeigt Bild 4.8-4.

Auch die Tragwirkung der Biegebewehrung wird nur indirekt über den Neigungswinkel des Durchstanzkegels berücksichtigt. Im Gegensatz dazu steht die Versuchsbeobachtung von Kinnunen/Nylander (Kap.4.1), die zeigt, daß bei Netzbewehrung die mittlere Neigung des Durchstanzkegels nahezu konstant und damit unabhängig vom Bewehrungsgrad ist.

Da auf die Betonspannungen in der Druckzone nicht eingegangen wird, wird weder direkt noch indirekt die Durchstanzbruchlast gegenüber einem Versagen des Betons auf Druck abgegrenzt.

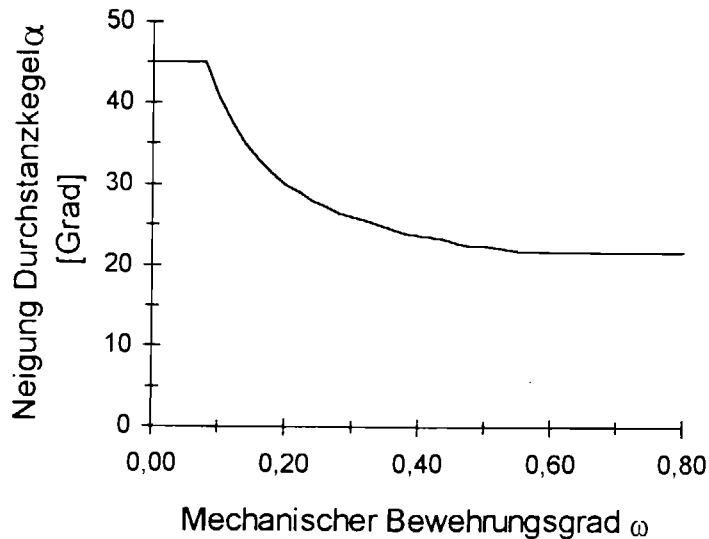


Bild 4.8-4: Neigungswinkel α in Abhängigkeit von ω

Die Annahme, daß 75% der Durchstanzlast über die Hauptzugspannungen getragen werden, stützt sich auf Angaben verschiedener Autoren mit einer Bandbreite zwischen 70 und 84%, die diese Werte wiederum aus Versuchsauswertungen gewonnen haben. Eine theoretische Ableitung hierzu fehlt, so daß diese Theorie auf einem relativ ungenauen Wert aufbaut, für den eine physikalische Erklärung fehlt, und dessen Schwankungen sich zudem noch in voller Größe auf den Wert der Durchstanzbruchlast auswirken. Der angenommene Wert mag zwar auf der sicheren Seite liegen, aber dadurch verliert das Modell an Wirklichkeitsnähe.

Ein konstant angenommener Wert für die bezogene Druckzonenhöhe k_x von 0,2 steht im Widerspruch zu anderen Theorien, wie Kinnunen/Nylander und Andrá, bei denen die Durchstanzbruchlast wesentlich von k_x abhängt. Daraus ergibt sich die Folgerung, daß ein konstanter Wert für k_x stark auf der sicheren Seite liegen muß, um allen Fällen gerecht zu werden. Ob dies mit einem Wert von 0,2 bereits für alle Durchstanzprobleme gegeben ist, sei in Frage gestellt.

Durch diese, auf der sicheren Seite liegenden Vereinfachungen wird zwar die Berechnung der Durchstanzlast sehr einfach durchführbar, jedoch werden dabei wesentliche Tragreserven vernachlässigt, so daß diese Theorie dem eingangs erwähnten Ziel der besseren Ausnutzung der Tragfähigkeit nicht gerecht werden kann (vgl. Tabelle 5.7-1). Eine Anwendung für einen Tragsicherheitsnachweis kann deshalb nicht empfohlen werden.

5. Vergleichende Beurteilung

In diesem Kapitel werden Vergleichsrechnungen zwischen den vorgestellten Theorien und Normenregelungen durchgeführt, um mit der Größe der Durchstanzbruchlast in Abhängigkeit unterschiedlicher Eingangsparameter die Theorien quantitativ beurteilen zu können. Dabei werden die Eingangsparameter Bewehrungsgrad, Betongüte, Betonstahlgüte, Biegeschlankheit, Plattendicke und Stützendurchmesser betrachtet.

5.1 Bewehrungsgrad

Bild 5.1-1 zeigt den Verlauf der Durchstanzbruchlasten verschiedener Theorien in Abhängigkeit des geometrischen Bewehrungsgrades μ .

Man erkennt, daß die auf der Plastizitätstheorie aufbauenden Modelle von Bræstrup et alii und Marti/Thürlimann unabhängig vom Bewehrungsgrad μ sind. Diese Theorien werden nur bei sehr großen geometrischen Bewehrungsgraden maßgebend. Für die Praxis dürfte es daher ausreichend sein, als Aussage dieser Theorien den rechnerisch ansetzbaren Bewehrungsgrad zu begrenzen.

Die restlichen, vom Bewehrungsgrad abhängigen Modelle können zwei Gruppen zugeordnet werden. Zum einen diejenigen Modelle, die die Biegetragfähigkeit direkt berücksichtigen, wie Reimann, Nölting, und Moe. Die sich ergebenden Durchstanzlasten liegen bei Bewehrungsgraden μ kleiner als ca. 1,6% eng beieinander und bilden in Bild 5.1-1 bzw. 5.1-2 das obere der beiden gekrümmten Bänder (Kurven liegen übereinander.). Das untere gekrümmte Band wird von den Theorien gebildet, die von Gleichgewichts- und Verformungsbeziehungen der gerissenen Platte ausgehen, wie Kinnunen/Nylander und Andrá. Auch der Ansatz nach DIN 1045 und das Modell nach Georgopoulos, die beide von einem Versagen der Hauptzugspannungen ausgehen, liegen in diesem Bereich. Moe geht mit steigendem Bewehrungsgrad vom oberen Band in das untere über. Dadurch zeigt sich, daß dieses Modell nicht eindeutig einem physikalischen Tragmechanismus zugeordnet werden kann, sondern empirische Ansätze aufweist. Lediglich der Ansatz nach EC2 ist keiner Gruppe zuzuordnen.

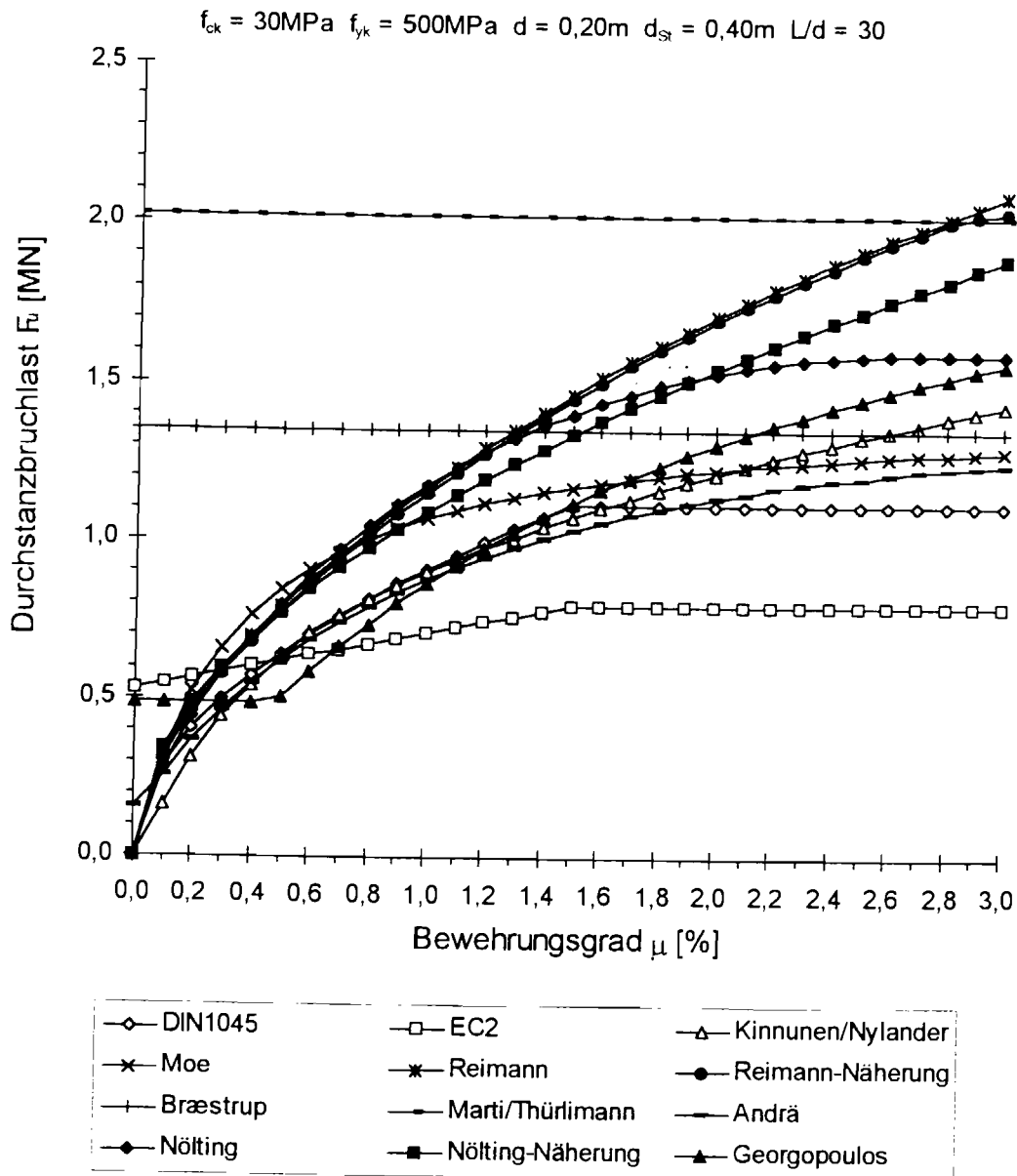


Bild 5.1-1: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad μ

Der genaue Ansatz und der Näherungsansatz nach Reimann liegen sehr nahe beieinander. Für eine praktische Anwendung dürfte daher die Näherungslösung ausreichend sein.

Ein Vergleich zwischen genauem und genähertem Ansatz nach Nölting zeigt Abweichungen bis ca. 10%. Lediglich bei Bewehrungsgraden größer ca. 2,30% ergeben sich größere Unterschiede. Auch hier dürfte daher die Näherungslösung für eine praktische Anwendung ausreichend sein.

Bei den normativen Regelungen nach DIN 1045 und EC2 ist deutlich die rechnerische Begrenzung des Bewehrungsgrades auf 1,5% zu erkennen.

Bemerkenswert ist, daß nur die Berechnungsansätze nach EC2 und nach Georgopoulos eine Durchstanzbruchlast, die wesentlich größer als null ist, auch für den Fall einer Platte ohne Bewehrung zulassen. Der Ansatz nach Andrä ergibt einen sehr kleinen Wert, alle anderen Theorien geben die Durchstanzbruchlast für diesen Fall mit Null an.

Um eine höhere Auflösung der grafischen Darstellung zu erreichen, werden in Bild 5.1-2 nurmehr die wesentlichen Theorien dargestellt.

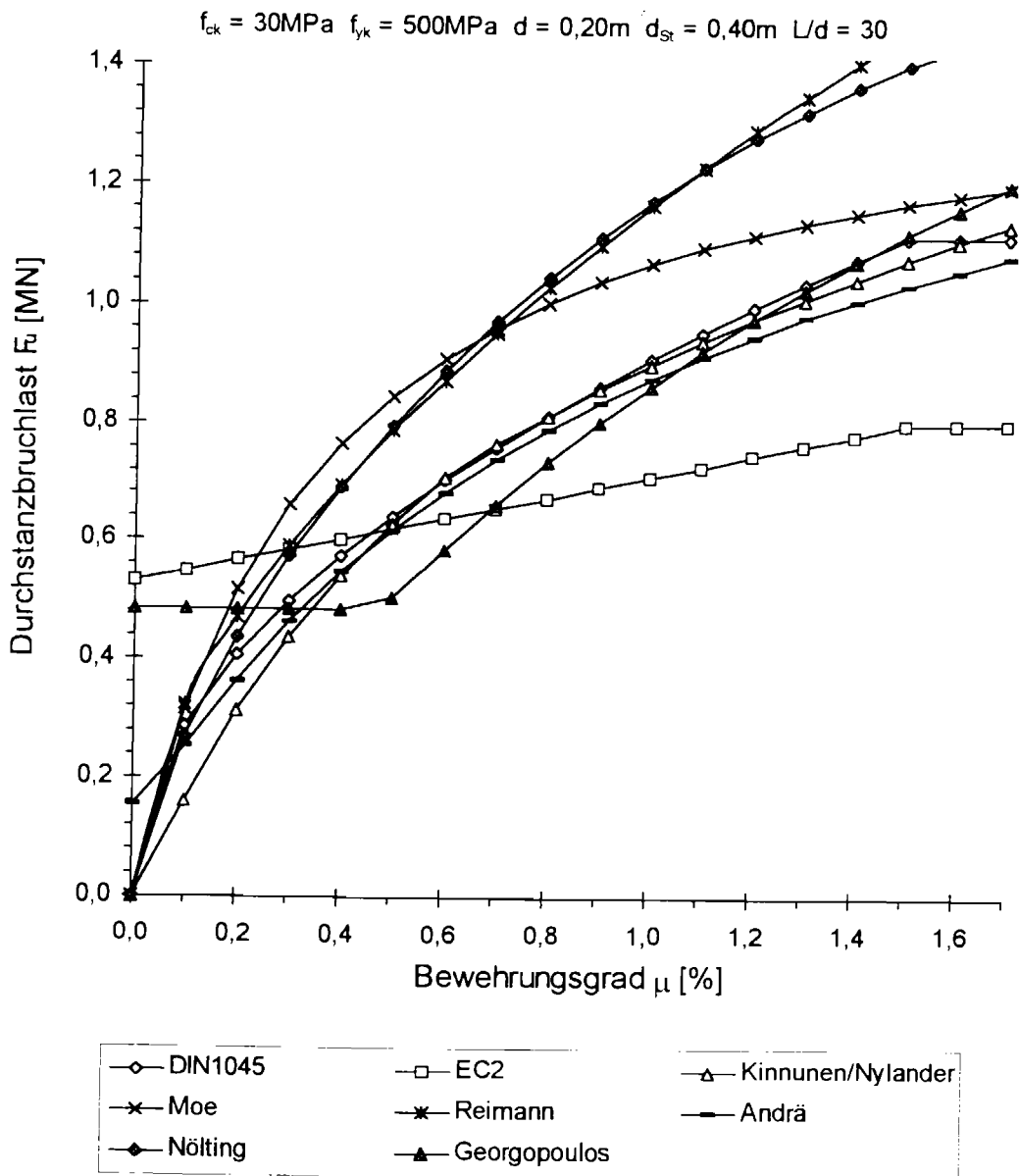


Bild 5.1-2: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad μ

Um den Zusammenhang zwischen den Theorien von Kinnunen/Nylander und Andrä etwas genauer darzustellen, wird in Bild 5.1-3 der Verlauf der Durchstanzbruchlast nach

beiden Theorien dargestellt, wobei in beide Gleichungen als Betonbruchspannung σ_{cu} der Wert nach der Theorie von Kinnunen/Nylander aus Gleichung (4.1-4) eingesetzt wird.

Es zeigt sich sehr deutlich der nahezu identische Kurvenverlauf. Daher liegt es nahe anzunehmen, daß beide Theorien die Stahlzugkraft auf ähnliche Weise berücksichtigen.

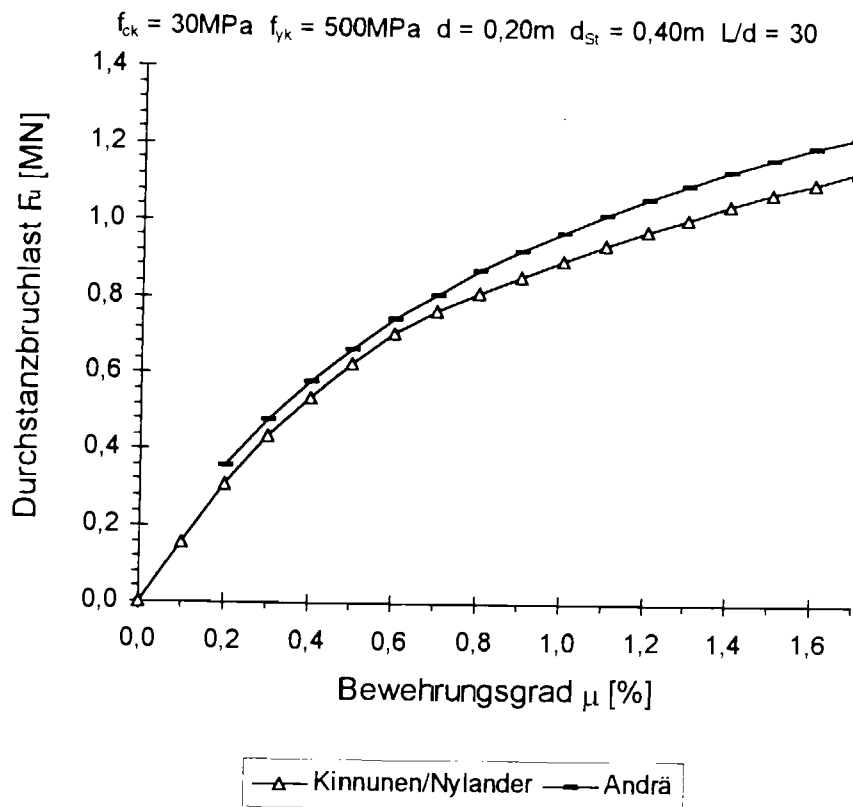


Bild 5.1-3: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad μ - Vergleich Andrä und Kinnunen/Nylander bei gleicher Betonbruchspannung

5.2 Betongüte

Bild 5.2-1 zeigt den Verlauf der Durchstanzbruchlasten nach verschiedenen Berechnungsansätzen in Abhängigkeit der Betongüte, welche durch die Betondruckfestigkeit f_{ck} charakterisiert wird.

Sehr abweichend verhält sich der Berechnungsansatz nach Georgopoulos. Dieser ermittelt eine abnehmende Durchstanzbruchlast bei steigender Betondruckfestigkeit. Dies widerspricht nicht nur allen anderen Theorien, sondern auch allen Versuchsbeobachtungen.

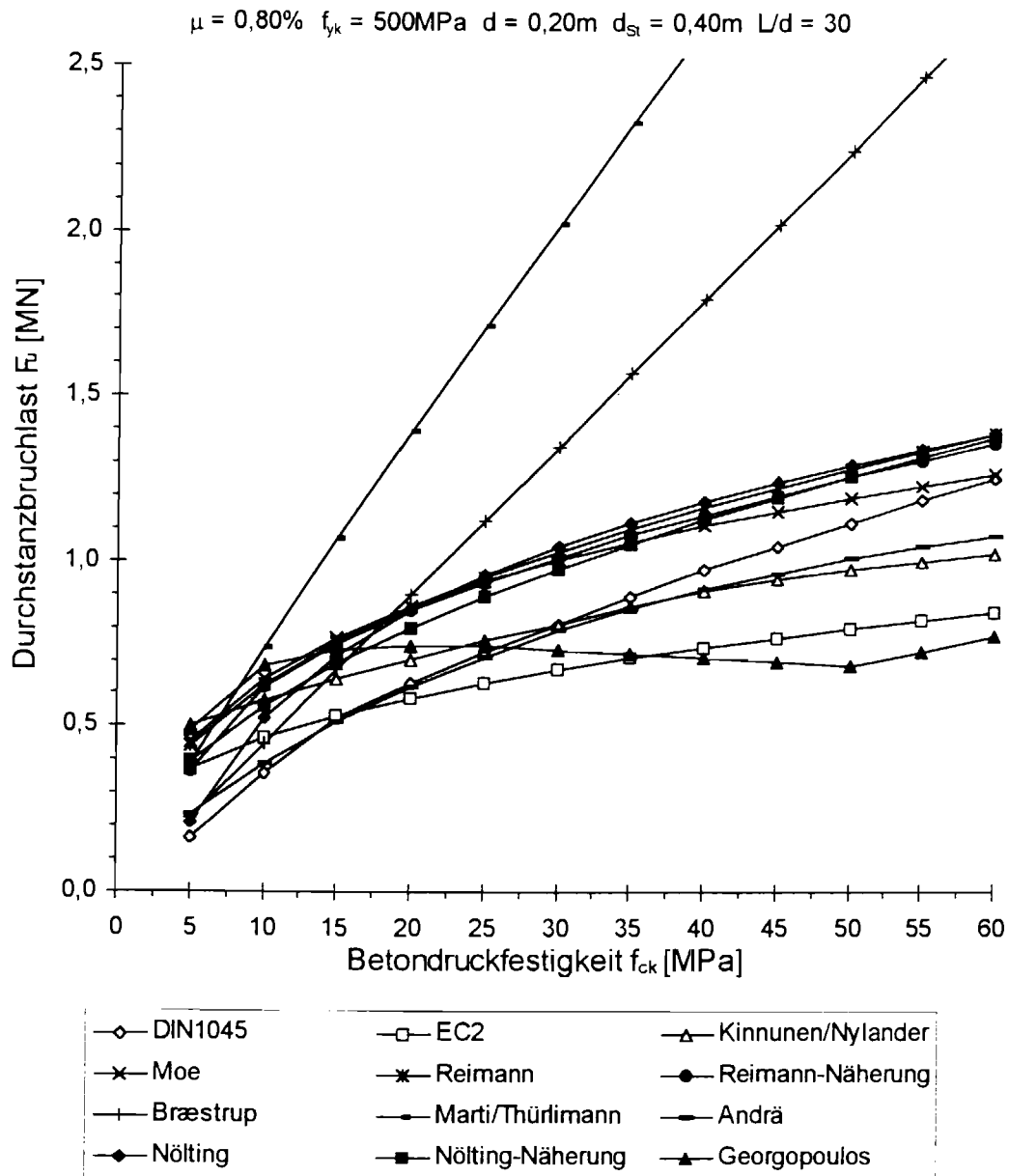


Bild 5.2-1: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit f_{ck}

Die Theorien von Bræstrup et alii und Marti/Thürlimann begrenzen die Durchstanzbruchlast nur bei geringen Betondruckfestigkeiten. Die Anwendung solcher geringer Betondruckfestigkeiten ist aber bereits aus Korrosionsschutzgründen bei Stahlbeton nicht sinnvoll. Der Kurvenverlauf zeigt bei diesen beiden Theorien eine lineare Abhängigkeit. Alle anderen Theorien gehen von einem unterproportionalen Zusammenhang aus.

Auch hier zeigt sich, daß diejenigen Modelle, die die Biegetragfähigkeit direkt berücksichtigen, wie Reimann, Nölting, und Moe, eng beieinanderliegende

Durchstanzlasten ergeben (vgl. Kap.5.1). Dies entspricht dem oberen gekrümmten Band in Bild 5.2-1 bzw. 5.2-2.

Die Ansätze von Andrä und Kinnunen/Nylander liegen ebenfalls wieder (vgl. Kap.5.1) in weiten Bereichen eng beieinander. Allerdings ergeben sich bei Betondruckfestigkeiten f_{ck} kleiner ca. 30MPa größere Unterschiede im Kurvenverlauf.

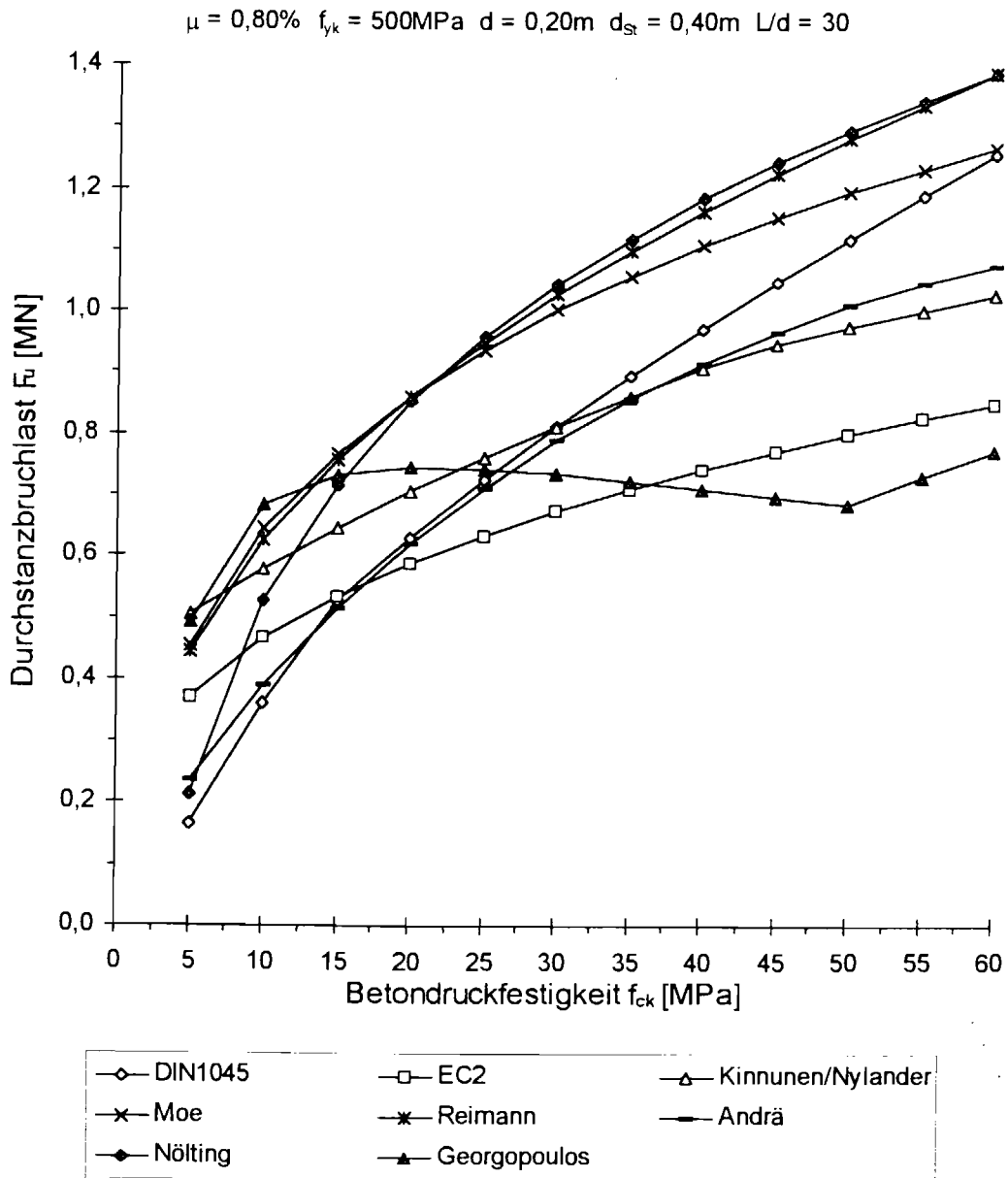


Bild 5.2-2: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit f_{ck}

Bemerkenswert ist, daß der Ansatz nach DIN 1045 im Vergleich z.B. mit Kinnunen/Nylander die größeren Durchstanzbruchlasten für hohe Betondruckfestigkeiten liefert. Damit liegt entweder der Ansatz nach DIN 1045 bei hohen Betonfestigkeiten auf

der unsicheren Seite, oder die Theorien nach Kinnunen/Nylander und Andrä unterschätzen die Tragfähigkeit bei hohen Betonfestigkeiten.

5.3 Betonstahlgüte

Bild 5.3-1 zeigt den Verlauf der Durchstanzbruchlasten nach verschiedenen Berechnungsansätzen in Abhängigkeit der Betonstahlgüte, welche für die Biegezugbewehrung über der Stütze verwendet wird. Als charakteristische Eigenschaft des Betonstahls wird dabei die Streckgrenze f_{yk} verwendet.

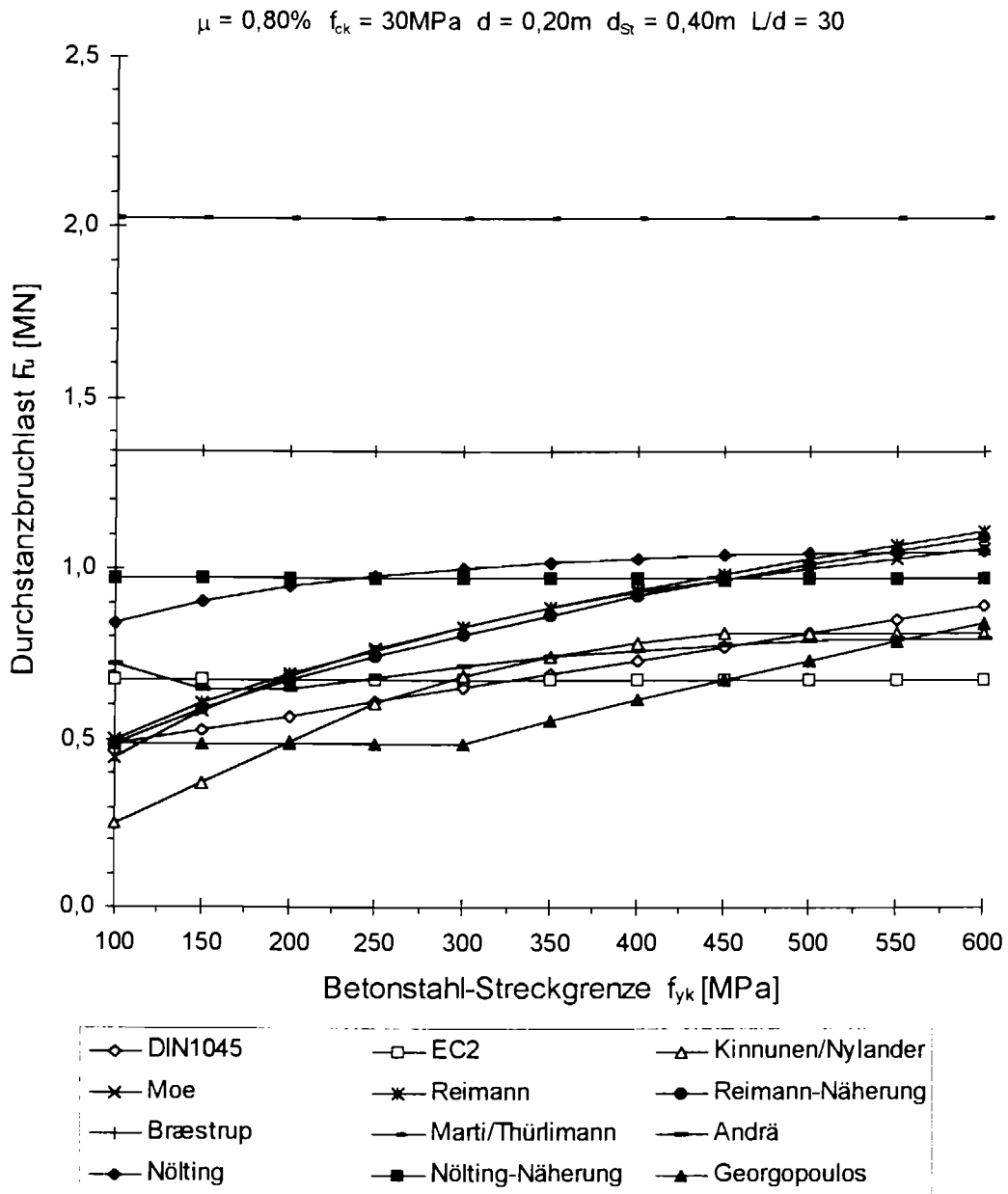


Bild 5.3-1: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit der Streckgrenze des Betonstahls f_{yk}

Man erkennt, daß die auf der Plastizitätstheorie aufbauenden Theorien nach Bræstrup et alii und Marti/Thürlimann die Betonstahl-Streckgrenze f_{yk} nicht berücksichtigen, da nach der Plastizitätstheorie die gesamte Biegebewehrung keinen Einfluß hat.

Auch EC2 und die Näherung nach Nölting zeigen keine Abhängigkeit von der Streckgrenze des Betonstahls. Dies ist jedoch kaum von Bedeutung, da heutzutage fast ausschließlich Betonstahl mit einer einheitlichen Streckgrenze von 500 MPa (BSt500S) zur Anwendung kommt.

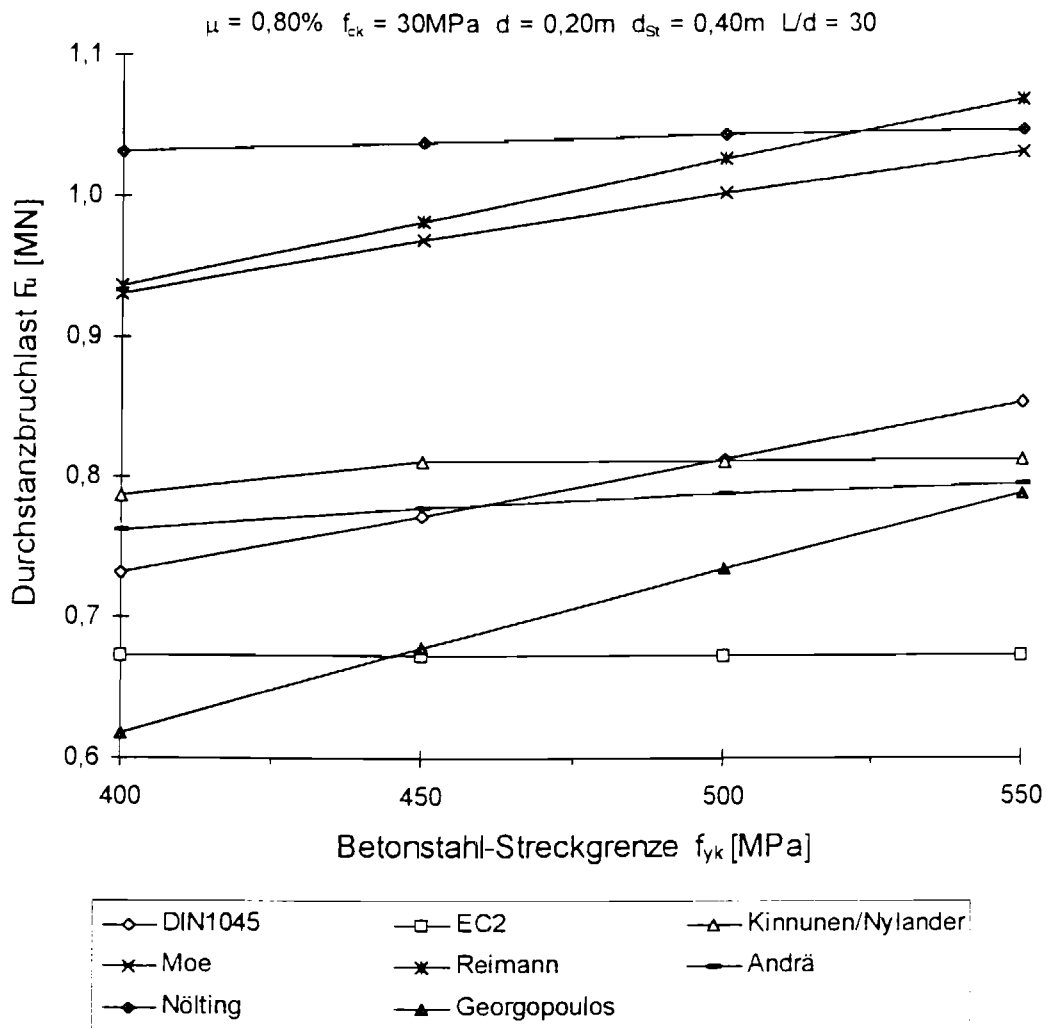


Bild 5.3-2: Durchstanbruchlasten in Abhängigkeit der Streckgrenze des Betonstahls f_{yk}

Betrachtet man den für die Praxis maßgebenden Bereich von ca. 420 bis 500 MPa (BSt420 und BSt500), so ist bei den Theorien, die die Streckgrenze berücksichtigen, ein Einfluß auf die Durchstanbruchlasten von ca. 10% erkennbar (Bild 5.3-2). Dies entspricht in etwa der Änderung der durch die Bewehrung abgedeckten Zugkraft.

5.4 Biegeschlankheit

Die Biegeschlankheit wird durch das Verhältnis von Stützweite L zu statischer Nutzhöhe d einer Flachdecke beschrieben. Die Biegeschlankheit ist u.a. ein Parameter zur Beschreibung der Durchbiegungen im Verhältnis zur Spannweite einer Platte. Den Verlauf der Durchstanzbruchlasten verschiedener Theorien in Abhängigkeit von L/d und damit indirekt in Abhängigkeit vom Verhältnis Durchbiegung zu Spannweite zeigt Bild 5.4-1. Dabei werden die Werte für die statische Nutzhöhe d und für den Stützendurchmesser d_{st} konstant gehalten. Lediglich die Stützweite L wurde verändert.

Es zeigt sich, daß die Meinungen über den Einfluß der Biegeschlankheit bereits qualitativ weit auseinandergehen. Dabei lassen sich die Theorien in verschiedene Gruppen aufteilen. Zum einen die Ansätze, die die Biegeschlankheit unberücksichtigt lassen, also in Bild 5.4-1 einen konstanten Verlauf zeigen. Die zweite Gruppe bilden die Modelle nach Kinnunen/Nylander und Reimann. Diese ergeben abnehmende Durchstanzbruchlasten mit zunehmender Biegeschlankheit. Die Ansätze nach Nölting bilden die dritte Gruppe. Sie zeigen eine maximale Bruchlast bei $\frac{L}{d} \cong 15$, bei weiter zunehmender Biegeschlankheit wiederum abnehmende Bruchlasten. Damit gehen die Meinungen über den Einfluß der Biegeschlankheit qualitativ wie quantitativ weit auseinander.

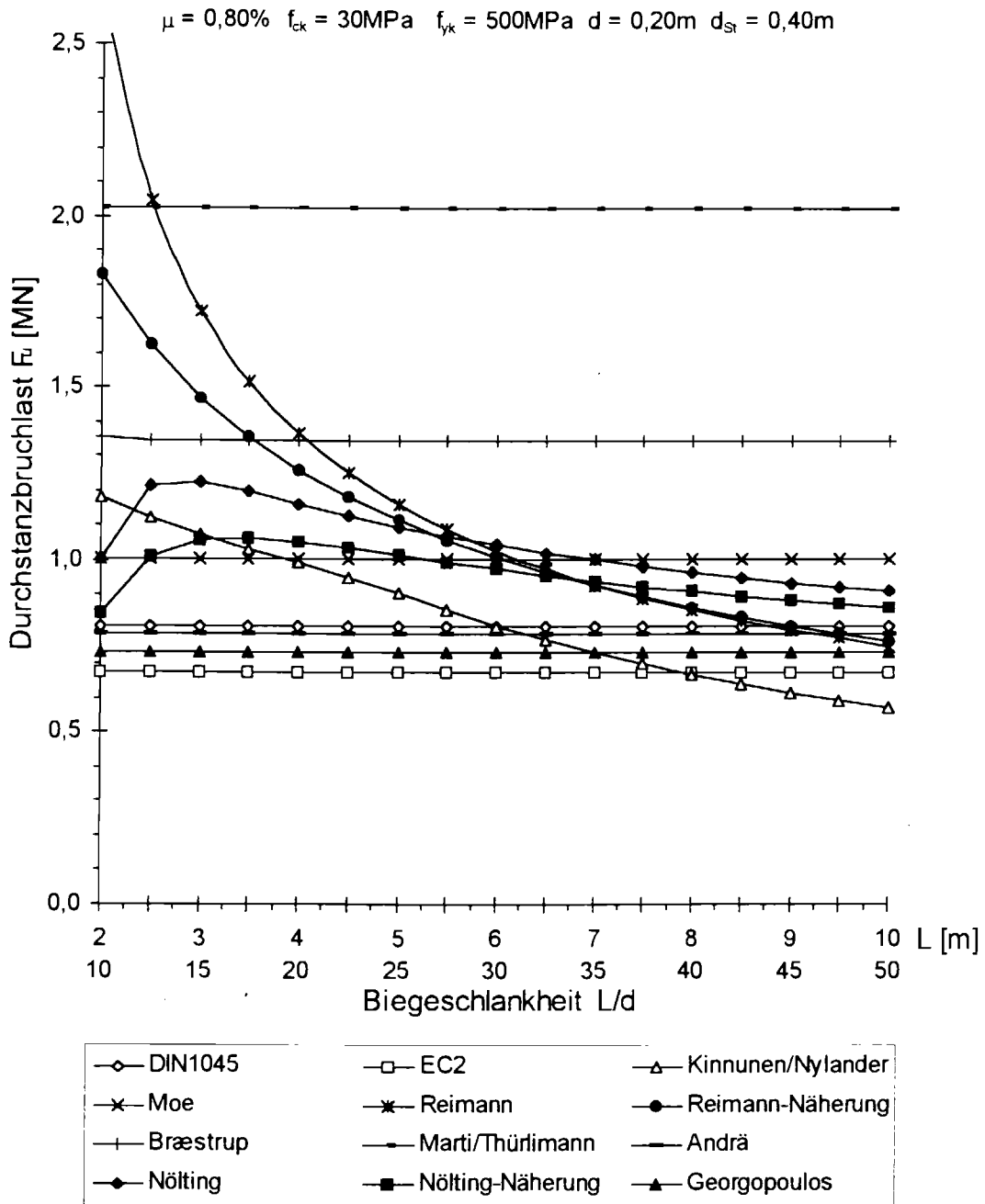


Bild 5.4-1: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit der Stützweite L bzw. der Biegeschlankheit L/d

Bild 5.4-2 zeigt den Verlauf der Durchstanzbruchlast in Abhängigkeit der Biegeschlankheit L/d in größerer Auflösung.

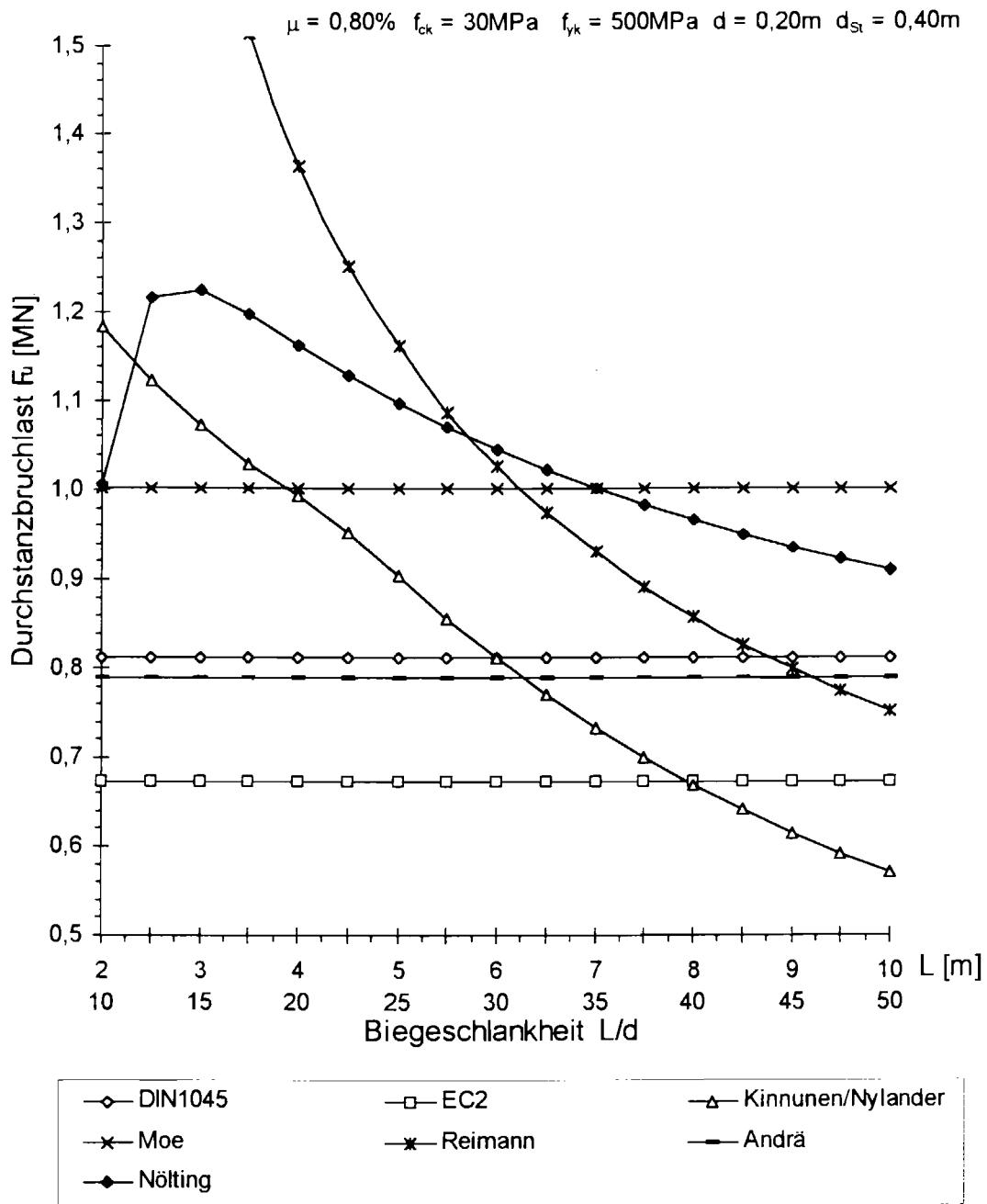


Bild 5.4-2: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit der Stützweite L bzw. der Biegeschlankheit L/d

Interessant ist in Bild 5.4-2 der Verlauf des Ansatzes nach Kinnunen/Nylander. Die Kurve zeigt einen rechtsgekrümmten Verlauf im mittleren Teil im Gegensatz zu linksgekrümmten Verläufen am Beginn und Ende. Dies ist auf die abschnittsweise Definition der Gleichung (4.1-6) zurückzuführen, die in Abhängigkeit von der Größe des Bereichs in dem die Bewehrung fließt, die Durchstanzlast als Funktion der Biegebewehrung beschreibt.

Die Theorien, die in Bild 5.4-2 einen Einfluß der Biegeschlankheit berücksichtigen, betonen diesen Einfluß überaus deutlich. Bei der Theorie nach Kinnunen/Nylander

beispielsweise fällt im Wertebereich des Bildes 5.4-2 die Durchstanzbruchlast um ca. 50% ab, während z.B. die Theorie nach Andrä keinen traglastmindernden Einfluß erkennen läßt. Diese unterschiedliche Sichtweise zwischen den Theorien von Kinnunen/Nylander und Andrä bleibt auch erhalten, wenn in beide Gleichungen als Betonbruchspannung σ_{cu} der Wert nach der Theorie von Kinnunen/Nylander aus Gleichung (4.1-4) eingesetzt wird (Bild 5.4-3). Hier bedarf es dringend einiger Versuchsauswertungen, um in diesem Punkt Klarheit über das wirkliche Tragverhalten zu schaffen.

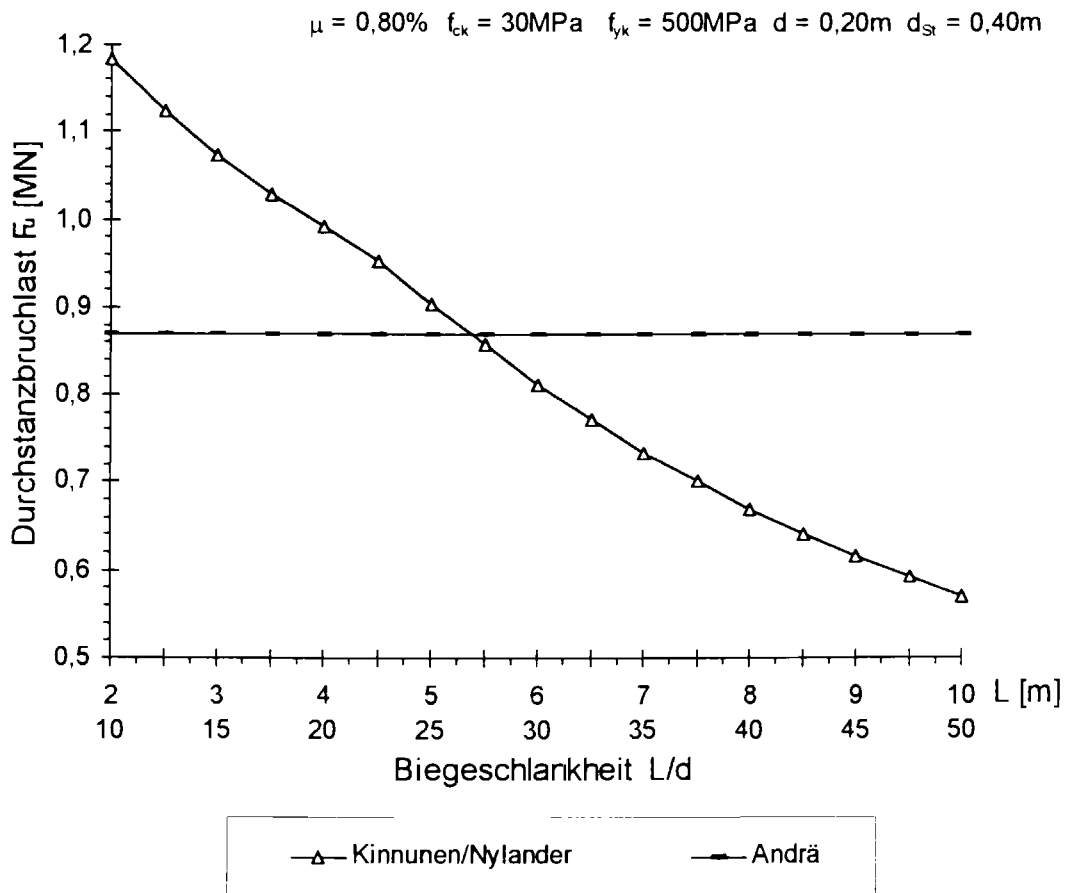


Bild 5.4-3: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit der Stützweite L bzw. der Biegeschlankheit L/d - Andrä und Kinnunen/Nylander bei gleicher Betonbruchspannung

5.5 Plattendicke

Die Plattendicke wird durch den Parameter der statischen Nutzhöhe d beschrieben, d.h. durch die statisch wirksame Plattendicke.

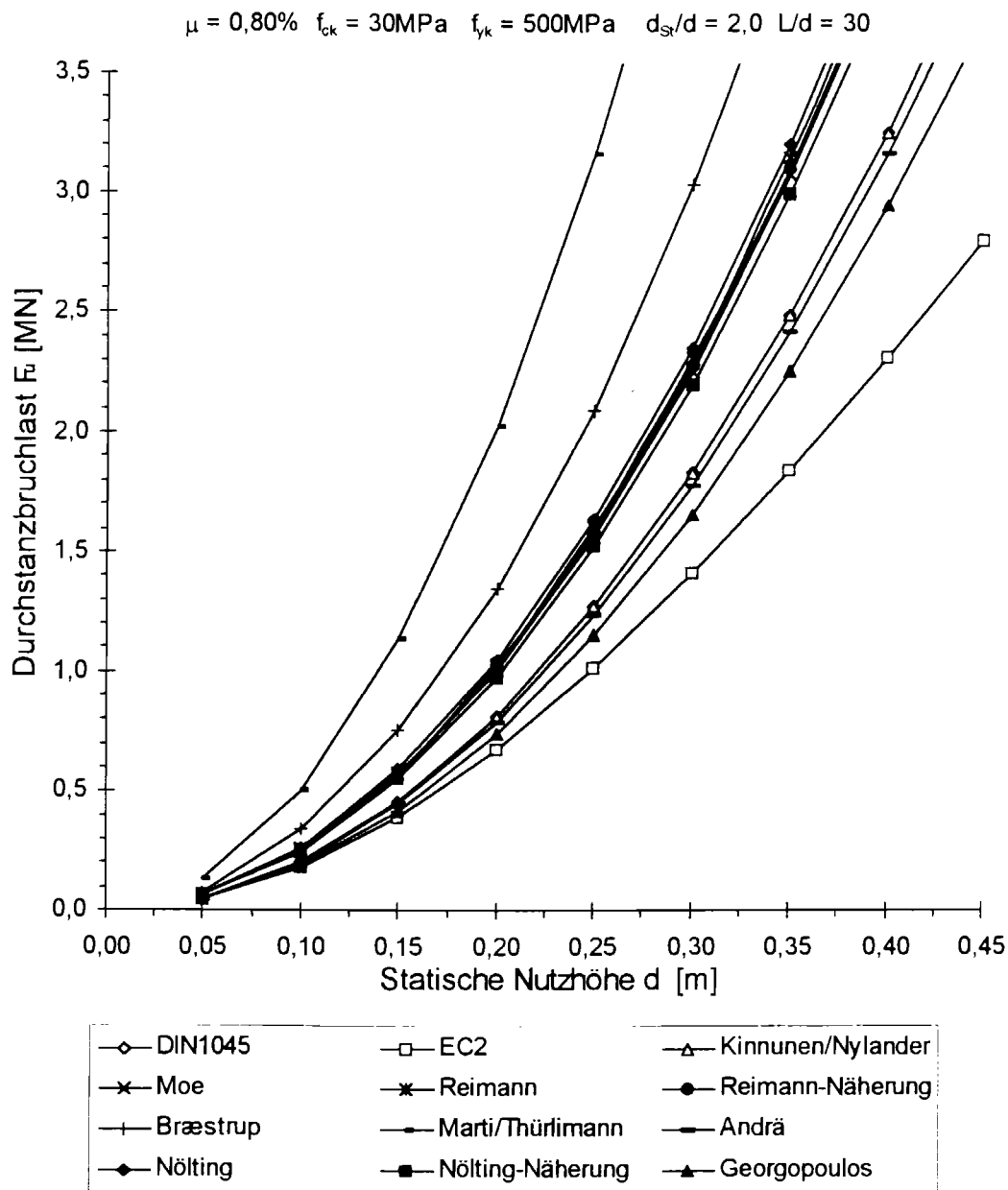


Bild 5.5-1: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit von der statischen Nutzhöhe d bei konstanten Verhältnissen der Bauteilabmessungen

Bei Betrachtung der Abhängigkeit der Durchstanzbruchlast von der statischen Nutzhöhe d kann man zwei unterschiedliche Sichtweisen untersuchen. Zum einen wird die statische Nutzhöhe d verändert, wobei die Abmessungsverhältnisse der Bauteile, wie Biegeschlankheit L/d und Stützenschlankheit d_{St}/d konstant gehalten werden. Dies entspricht einer Maßstabsänderung. Den Verlauf der so erhaltenen Durchstanzbruchlasten zeigt Bild 5.5-1 bzw. Bild 5.5-2.

Wie man erkennt, nimmt die Durchstanzbruchlast mit steigender Nutzhöhe d bei allen Ansätzen überproportional zu. Auch hier zeigen die Theorien von Moe, Reimann und

Nölting, die alle von der Biegetragfähigkeit ausgehen, ein sehr ähnliches Verhalten im Kurvenverlauf. Die Werte nach diesen drei Theorien divergieren praktisch nicht.

Ebenso liegen wiederum die Kurven nach Kinnunen/Nylander und Andrä nahe beieinander. Die Ergebnisse der Theorie von Kinnunen/Nylander sind dabei nahezu deckungsgleich mit dem Kurvenverlauf nach dem Berechnungsansatz nach DIN 1045.

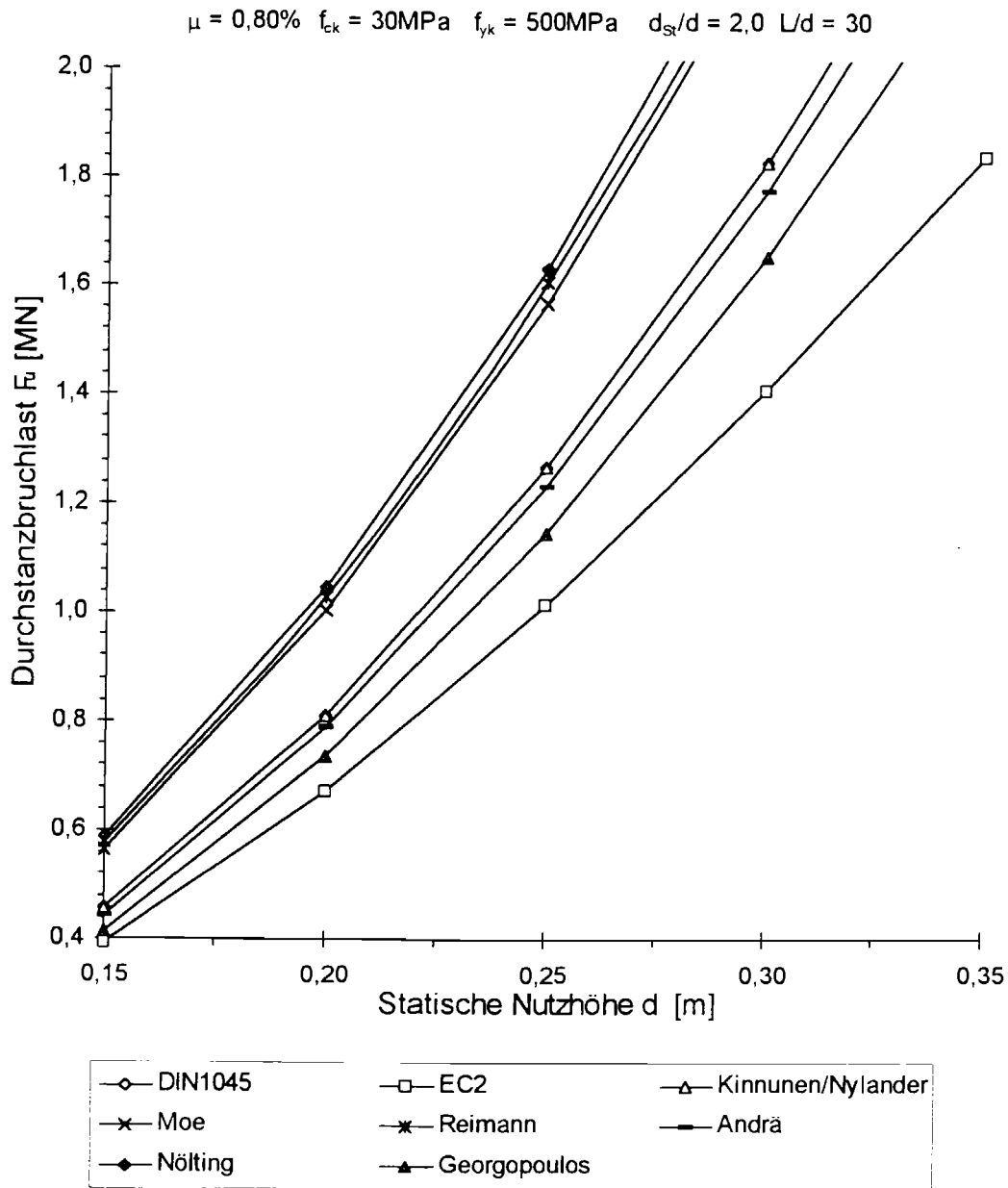


Bild 5.5-2: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit von der statischen Nutzhöhe d bei konstanten Verhältnissen der Bauteilabmessungen

Geht man davon aus, daß eine Veränderung des Maßstabs keine Auswirkungen auf den Tragmechanismus hat, so müßte daß Verhältnis zwischen Beanspruchung und

Widerstand, d.h. zwischen vorhandener Stützenlast und Durchstanzbruchlast konstant bleiben. Da die Stützenlast proportional zu L^2 ist, müßte dann auch die Durchstanzbruchlast proportional zu L^2 sein.

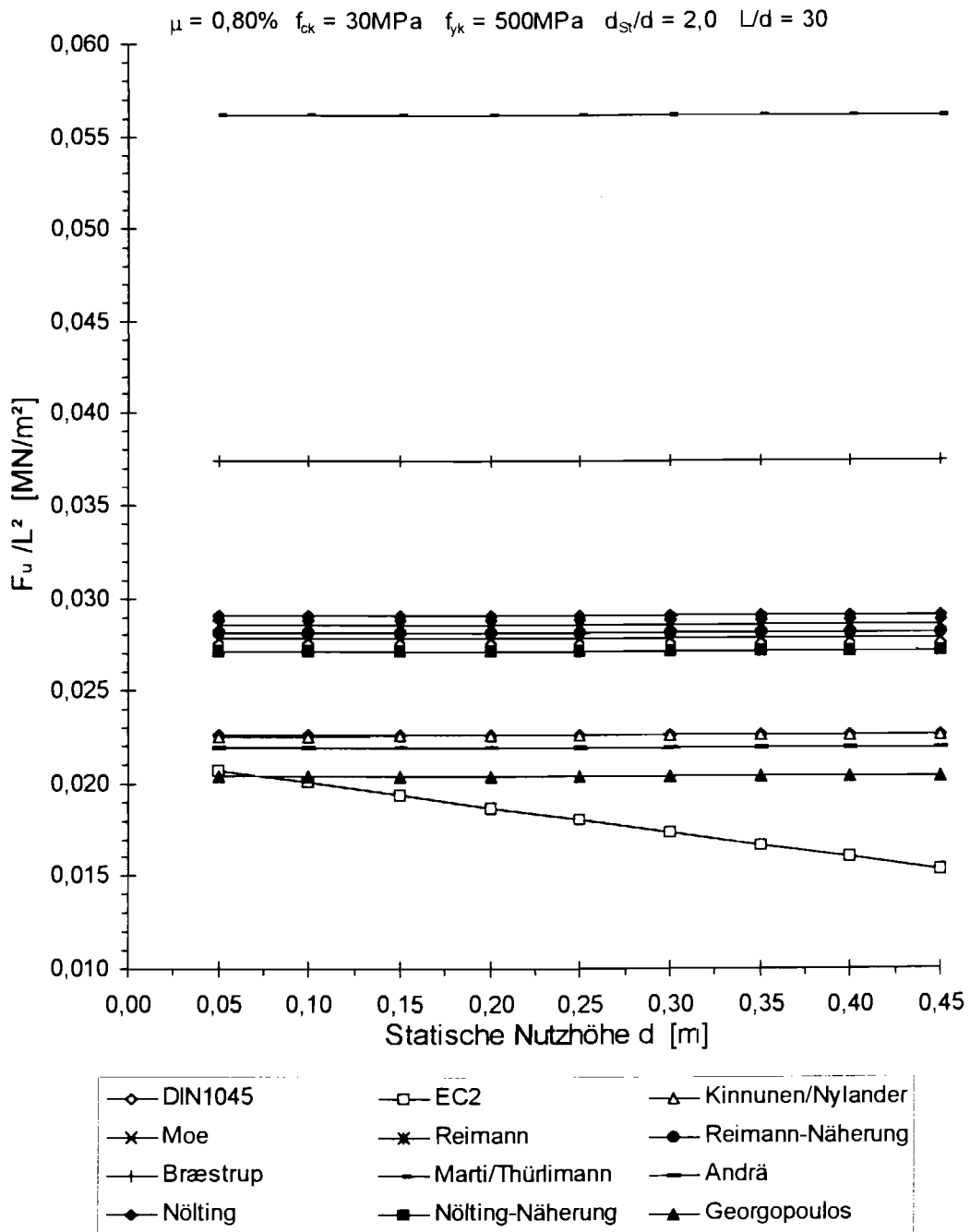


Bild 5.5-3: Auf die Stützweite bezogene Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit von der statischen Nutzhöhe d bei konstanten Verhältnissen der Bauteilabmessungen

Man erkennt anhand Bild 5.5-3, daß fast alle Berechnungsmodelle von einer Maßstabstreuung ausgehen (horizontale Geraden). Lediglich EC2 setzt an, daß die Durchstanzbruchlast unterproportional zu den Bauteilabmessungen wächst. Dies

entspricht der Vorstellung einer Schubtragfähigkeit, bei der u.a. die Kornverzahnung einen Einfluß auf das Tragvermögen hat. Die Kornverzahnung ist abhängig von der Korngrößenverteilung im Beton, die wiederum nicht proportional zu den Bauteilabmessungen ist. Damit erklärt sich eine Abhängigkeit von der absoluten Bauteildicke (berücksichtigt mit dem Faktor k in Gleichung 2.2-2). In Bild 5.5-3 zeigt sich dies eben in der nach unten geneigten Kurve für die Werte nach EC2.

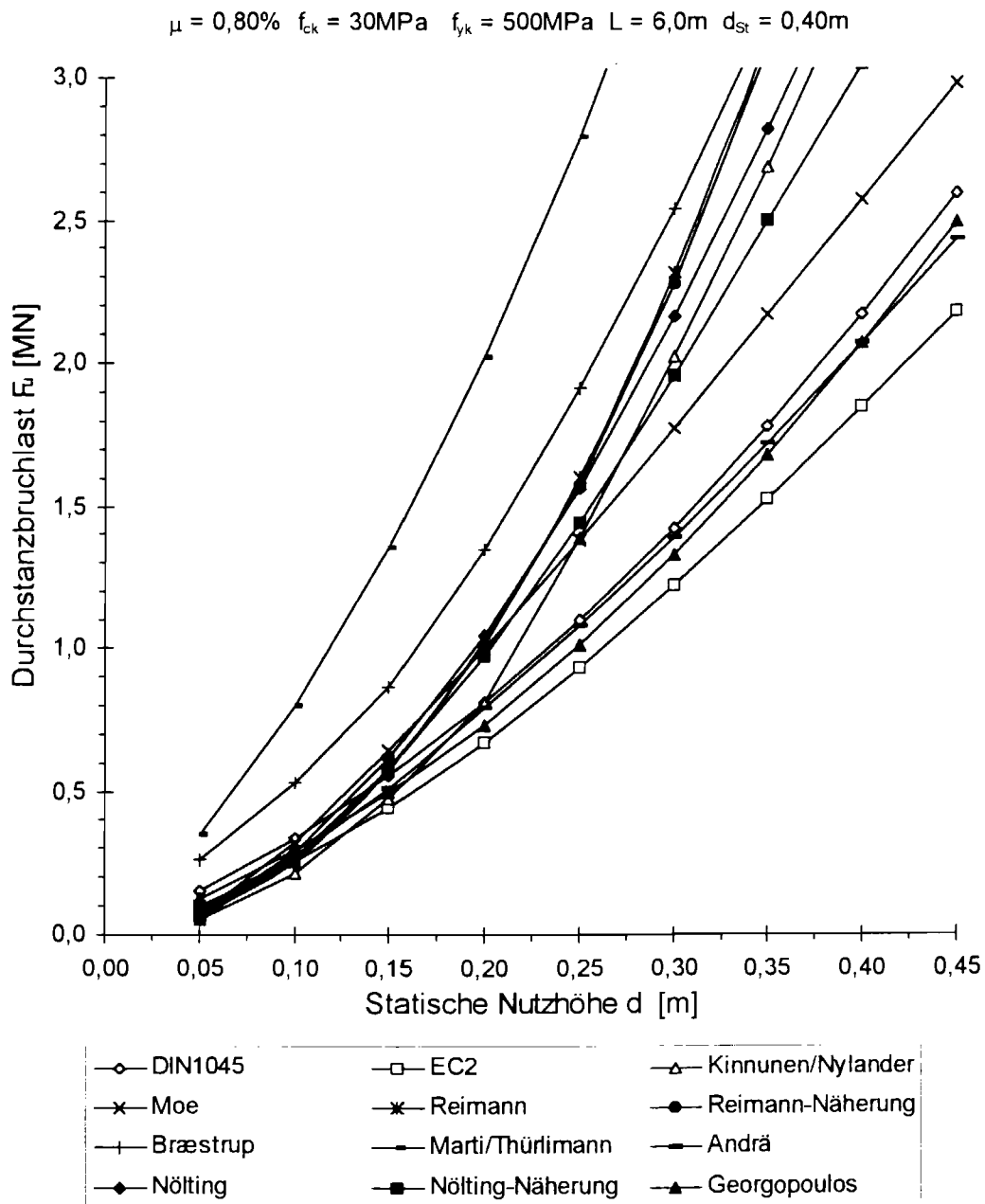


Bild 5.5-4: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit von der statischen Nutzhöhe d bei sonst konstanten Bauteilabmessungen

Verändert man hingegen die statische Nutzhöhe d und lässt dabei alle anderen Bauteilabmessungen konstant, so kann man die Abhängigkeit allein von der Plattendicke erkennen. Diese Betrachtungsweise zeigt Bild 5.5-4 bzw. 5.5-5.

Dabei zeigt sich ein Knick in der Kurve von Kinnunen/Nylander bei $d = 0,20\text{m}$, was einer Stützenschlankheit $\lambda = 2,0$ entspricht. Dies ist auf die abschnittsweise Definition der Bruchdehnung (4.1-4) und des Rotationswinkels (4.1-7) zurückzuführen.

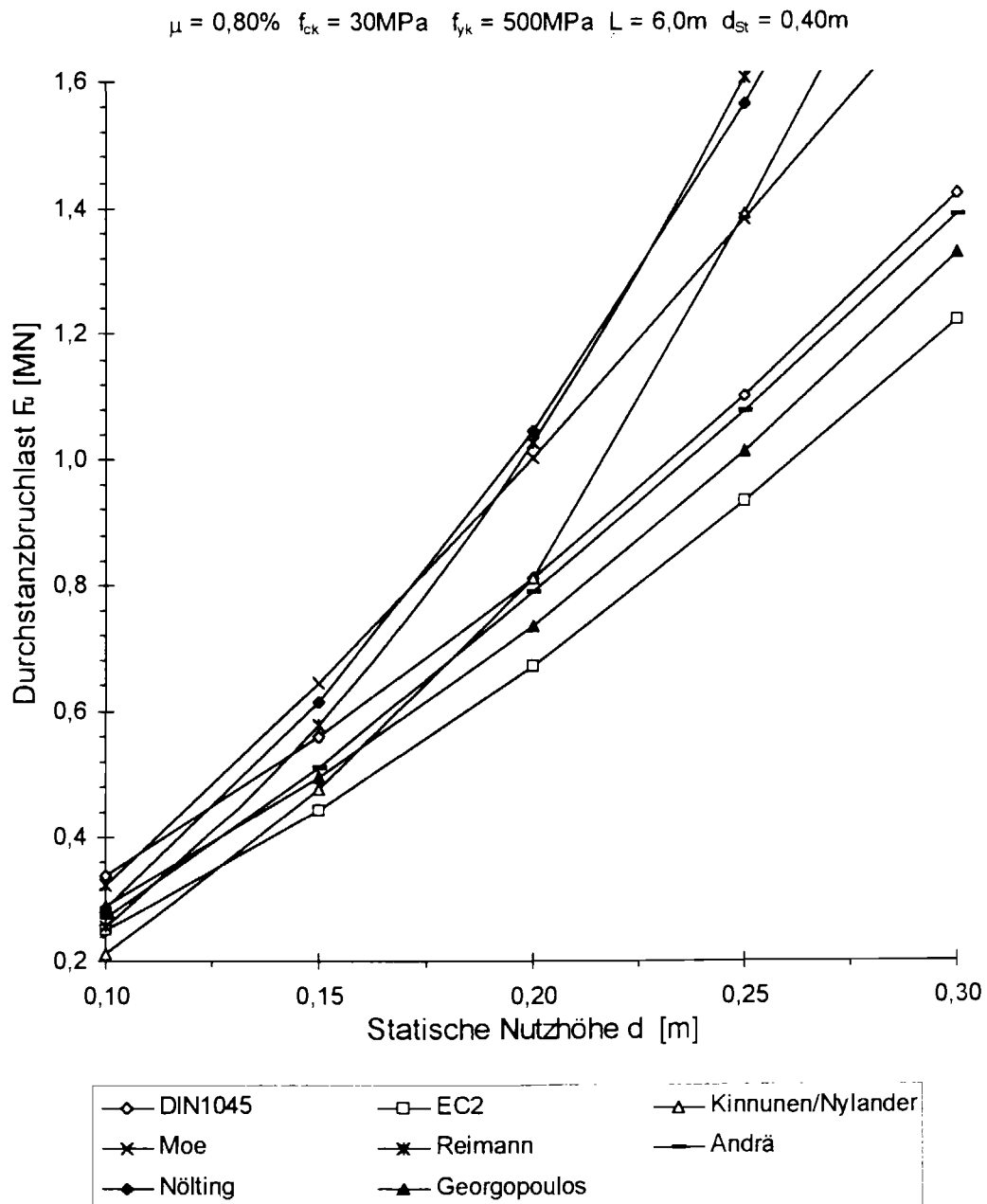


Bild 5.5-5: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit von der statischen Nutzhöhe d bei sonst konstanten Bauteilabmessungen

Vergleicht man die überproportional stark ansteigenden Kurven in Bild 5.5-4 mit Bild 5.1-1, Bild 5.2-1 oder mit Bild 5.6-1, so läßt sich ableiten, daß die Plattendicke d der wirksamste Parameter zur Erhöhung der Durchstanzbruchlast ist.

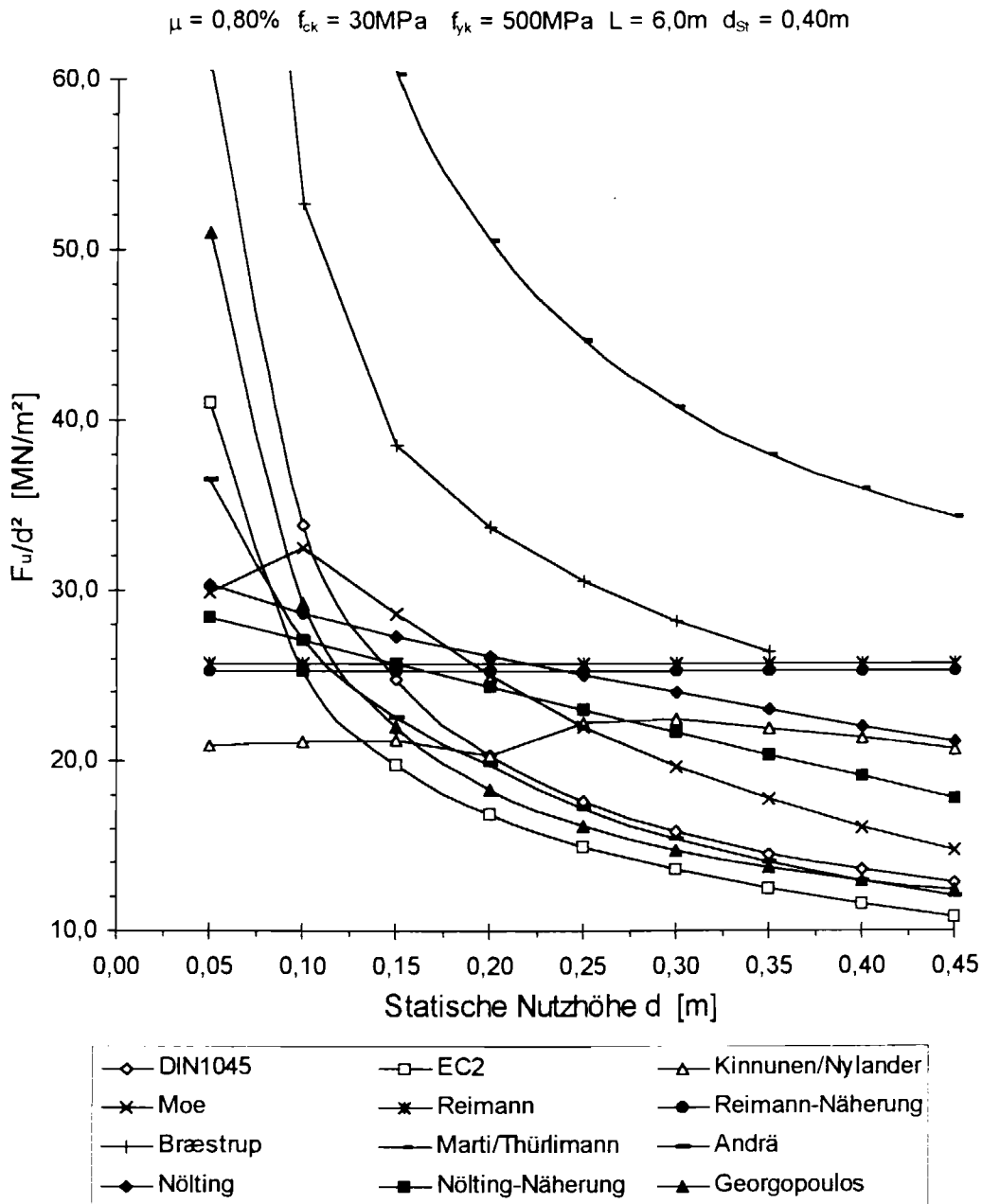


Bild 5.5-6: Durchstanzbruchlasten im Verhältnis zu d^2 in Abhängigkeit von der statischen Nutzhöhe d bei sonst konstanten Bauteilabmessungen

Mit welchem mittleren Exponenten die wirksame Plattendicke d bei der Berechnung der Durchstanzbruchlast eingeht, läßt sich mit Bild 5.5-6 abschätzen. Da die Durchstanzbruchlast im Verhältnis zu d^2 aufgetragen ist, zeigt eine fallende Kurve einen mittleren Exponenten kleiner zwei an. Man erkennt, daß nur der Ansatz von Reimann

eine Durchstanzbruchlast proportional zu d^2 ergibt (horizontale Gerade). Alle anderen Theorien ergeben kleinere Exponenten. Einen für alle Werte von d konstanten Exponenten ergeben die Theorien von Reimann und Nölting (Geraden in Bild 5.5-6). Alle anderen Theorien ergeben von der Größe d abhängige mittlere Exponenten. Dies kann durch Ausdrücke für den Proportionalitätsfaktor in der Art $d \cdot (d + A \cdot d_{st})$ mit $A = \text{const}$ erklärt werden, denn dann ist der mittlere Exponent vom Verhältnis d_{st}/d abhängig.

Bei der Theorie von Kinnunen/Nylander macht sich die abschnittsweise Definition für die Betonbruchspannung und den Rotationswinkel durch einen Wechsel im Kurvenverlauf bei $d = 0,20\text{m}$ bemerkbar (vgl. auch Bild 5.6-1).

Die Theorie von Moe ergibt bei $d \cong 0,10\text{m}$ ein Maximum im Funktionsverlauf.

5.6 Stützendurchmesser

Bild 5.6-1 zeigt die Abhängigkeit der Durchstanzbruchlasten F_u vom Stützendurchmesser d_{st} . Dabei bleiben die übrigen Abmessungen konstant, so daß sich auch eine Abhängigkeit vom bezogenen Stützendurchmesser $\lambda = \frac{d_{st}}{d}$ erkennen läßt.

Moe, Reimann, Andrä, der genaue Ansatz von Nölting und Kinnunen/Nylander bis $\lambda = 2,0$ geben einen unterproportionalen Anstieg der Durchstanzlast bezüglich dem Stützendurchmesser d_{st} an, bei allen anderen ist der Zusammenhang nahezu linear.

Es zeigt sich bei der Theorie von Kinnunen/Nylander deutlich ein Knick bei $\lambda = 2,0$ (siehe auch Bild 5.6-2). Dieser Wert trennt zwei unterschiedliche Kurvenverläufe. Während für $\lambda > 2,0$ der Kurvenverlauf praktisch linear verläuft und sehr nahe am Ansatz nach DIN 1045 liegt, ergibt sich für $\lambda < 2,0$ ein stark rechtsgekrümmter Verlauf. Dies ist auf die abschnittsweise Definition der Bruchdehnung (4.1-4) und des Rotationswinkels (4.1-7) zurückzuführen. Ob sich ein solch ungleichmäßiger Verlauf auch in Versuchsauswertungen widerspiegelt, kann nicht bestätigt werden. Auf jeden Fall ist die Theorie von Kinnunen/Nylander die einzige, die ein in Abhängigkeit geometrischer Verhältnisse unstetiges Materialverhalten beschreibt.

$\mu = 0,80\%$ $f_{ck} = 30\text{MPa}$ $f_{yk} = 500\text{MPa}$ $d = 0,20\text{m}$ $L = 6,0\text{m}$

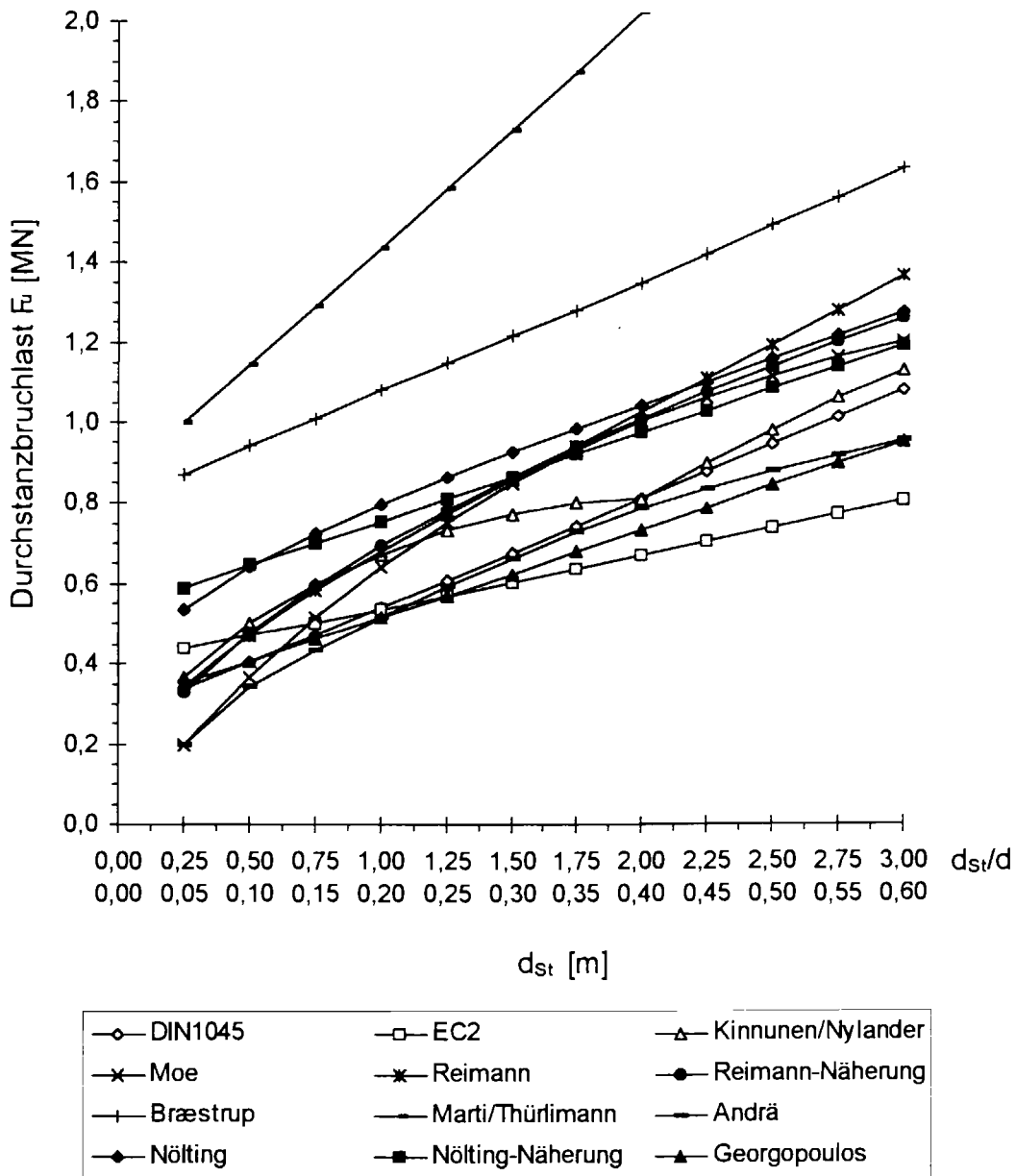


Bild 5.6-1: Durchstanbruchlasten in Abhängigkeit vom Stützendurchmesser d_{st}

Interessant ist, daß bei kleinen Stützendurchmessern der Ansatz nach EC2, der bei allen anderen Parameterstudien fast immer den unteren Grenzwert angibt, hier größere Durchstanbruchlasten ergibt, als die Ansätze nach Kinnunen/Nylander, Moe, Reimann, Andrä, Georgopoulos und DIN 1045.

$\mu = 0,80\%$ $f_{ck} = 30\text{MPa}$ $f_{yk} = 500\text{MPa}$ $d = 0,20\text{m}$ $L = 6,0\text{m}$

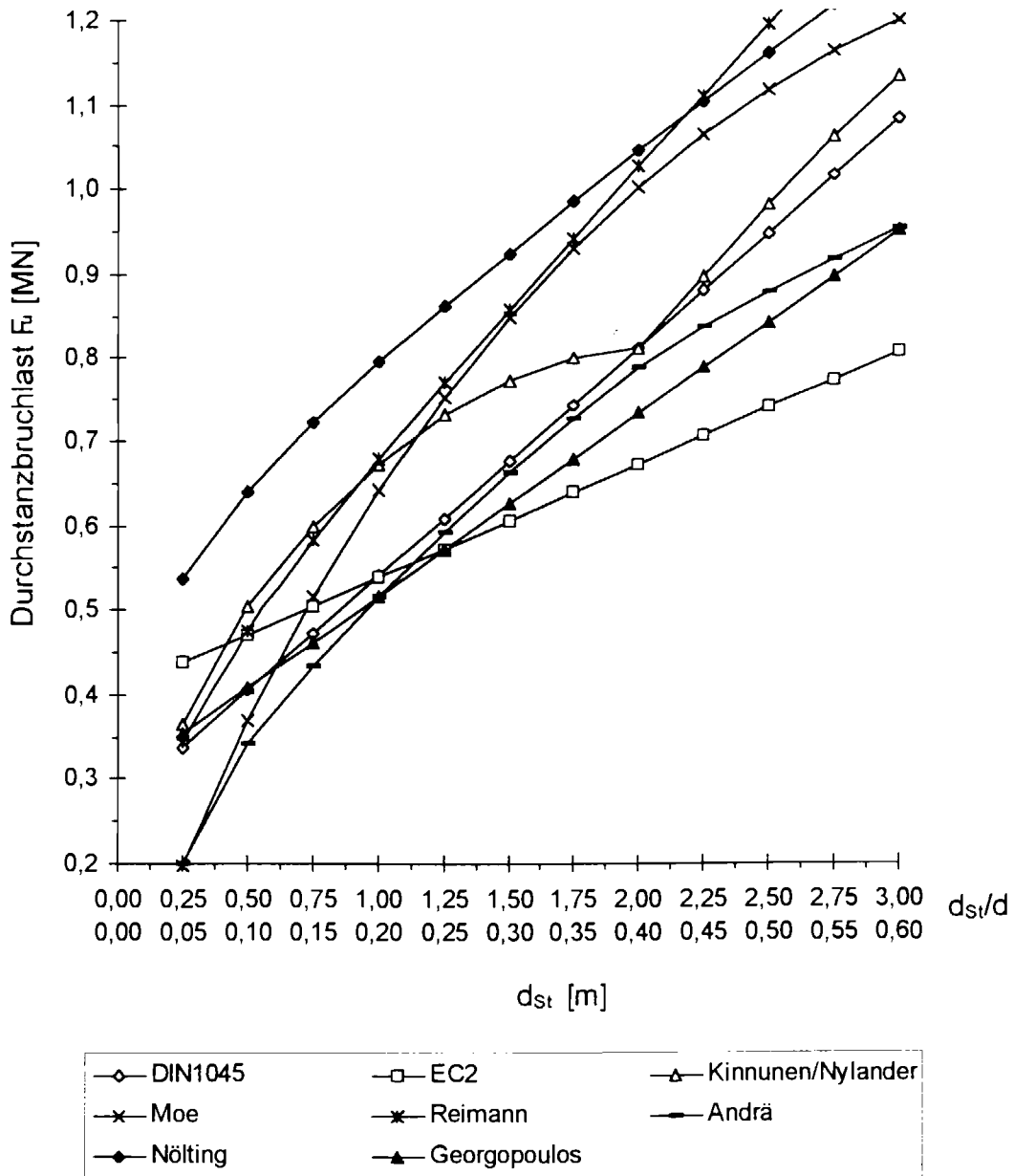


Bild 5.6-2: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit vom Stützendurchmesser d_{St}

Einen genaueren Vergleich zwischen den Theorien von Kinnunen/Nylander und Andrä ermöglicht Bild 5.6-3, bei dem wieder ein für beide Theorien gleicher Ansatz für die Betonbruchspannung verwendet wird. Man erkennt dabei, daß nun die abschnittsweise in Abhängigkeit des bezogenen Stützendurchmessers definierte Betonbruchspannung nach Kinnunen/Nylander auch bei der Theorie nach Andrä sichtbar wird, während die verbleibenden Unterschiede im Kurvenverlauf relativ gering bleiben. Dies zeigt wiederum, daß die Betonbruchspannung σ_{cu} von wesentlicher Bedeutung und dominant gegenüber anderen materialbezogenen Einflußgrößen ist.

$\mu = 0,80\%$ $f_{ck} = 30\text{MPa}$ $f_{yk} = 500\text{MPa}$ $d = 0,20\text{m}$ $L = 6,0\text{m}$

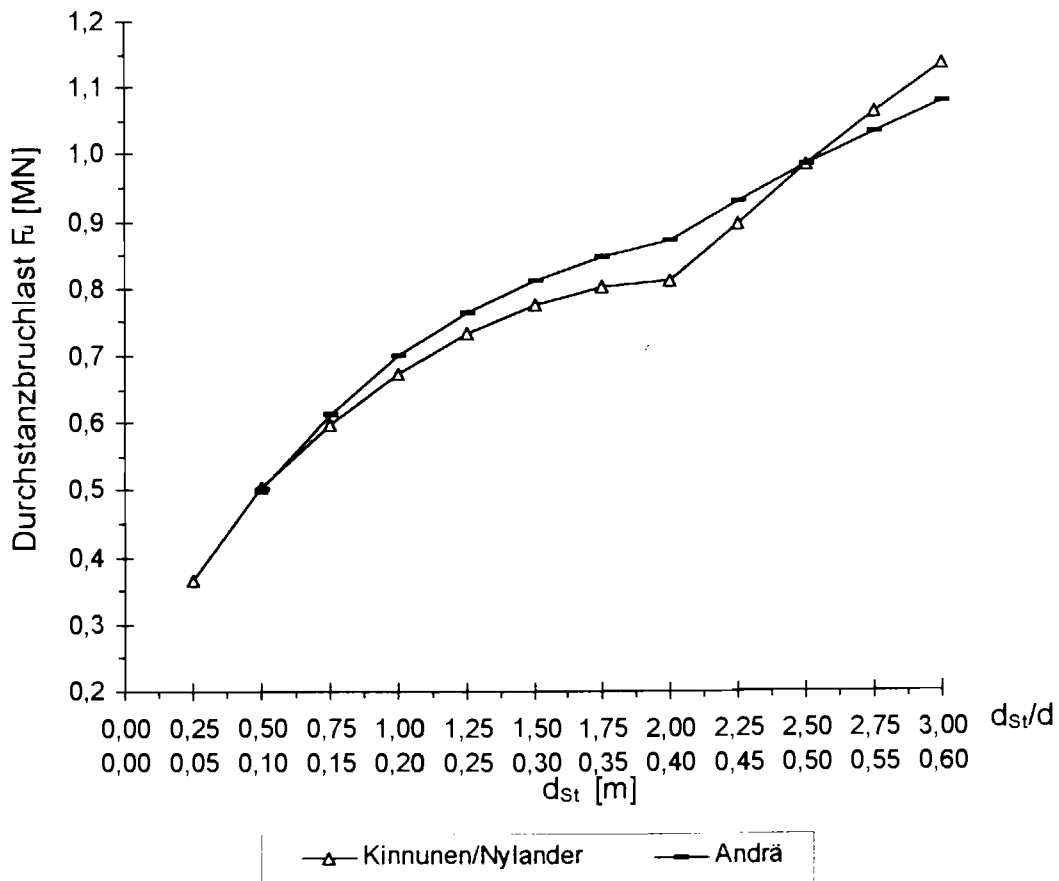


Bild 5.6-3: Durchstanzbruchlasten in Abhängigkeit vom Stützendurchmesser d_{St}
 - Vergleich Kinnunen/Nylander und Andrä bei gleicher Betonbruchspannung

Wie bereits erwähnt, sollte aber überprüft werden, ob solch ein abschnittsweise doch recht unterschiedlicher Kurvenverlauf das Verhalten der Natur richtig abbilden kann.

5.7 Übersichtstabellen

5.7.1 Ergebnisse der Beispielrechnung

Tabelle 5.7-1 zeigt in einer Vergleichsübersicht die Ergebnisse der Beispielrechnung. Dabei werden die prozentualen Abweichungen zur Durchstanzbruchlast nach DIN 1045 angegeben.

	F_u [MN] nach Beispiel Kap. 1.3	Abweichung von der Durchstanzbruchlast nach DIN 1045	Berechnungsaufwand (1 = klein, 6 = groß)
DIN 1045	0,923	-	1
EC2	0,774	-16,1%	1
Kinnunen/Nylander	1,032	+11,8%	4
Moe	1,152	+24,8%	2
Reimann	1,245	+34,9%	3
Reimann-Näherung	1,222	+32,4%	2
Bræstrup et alii	1,560	+69,0%	6
Marti/Thürlimann	2,320	+151,4%	1
Andrä	0,902	-2,3%	5
Nölting	1,243	+34,7%	2
Nölting-Näherung	1,154	+25,0%	1
Georgopoulos	0,841	-8,9%	1

Tabelle 5.7-1: Übersicht über die Ergebnisse der Beispielrechnung

In Tabelle 5.7-1 zeigen sich die doch erheblichen Schwankungen der berechneten Durchstanzbruchlasten. Lediglich die Theorien von Andrä und Georgopoulos, sowie der Ansatz nach EC2 ergeben geringere Durchstanzbruchlasten als die normative Regelung der DIN 1045. Dabei ist die Durchstanzbruchlast nach EC2 am kleinsten. Alle anderen Theorien ergeben größere Durchstanzlasten.

Die Bewertung des Berechnungsaufwandes entstammt einer Beurteilung, die sich beim Berechnen des Beispiels ergeben hat.

5.7.2 Berücksichtigte Parameter

Tabelle 5.7-2 zeigt auf, welcher Berechnungsansatz welche Parameter berücksichtigt.

Manche der in Tabelle 5.7-2 angegebenen Parameter werden nicht direkt bei der Berechnung der Durchstanzbruchlast berücksichtigt, sondern gehen durch vorab zu bestimmende, von der jeweiligen Theorie als charakteristisch definierte Werte ein. Solche Vorwerte sind hier das Biegemoment bzw. die von der Biegetragfähigkeit abhängige Stützenlast F_B (Bezeichnung "über F_B " in Tabelle 5.7-2), der mittlere Neigungswinkel des Durchstanzkegels α ("über α "), der Elastizitätsmodul des Betons E_c ("über E_c ") oder eine rechnerische Schubspannung τ ("über τ ").

	μ	f_{ck}	f_{yk}	f_{ct}	L/d	d_{St}/d
DIN 1045	ja	über τ	ja	über τ	nein	ja
EC2	ja	über τ	nein	nein	nein	ja
Kinnunen/Nylander	ja	über E_c	ja	nein	ja	ja
Moe	über F_B	über τ und F_B	über F_B	nein	nein	ja
Reimann	über F_B	über F_B	über F_B	nein	ja	ja
Reimann-Näherung	über F_B	über F_B	über F_B	nein	ja	ja
Bræstrup et alii	nein	ja	nein	ja	nein	ja
Marti/Thürlimann	nein	ja	nein	ja	nein	ja
Andrä	ja	ja	ja	ja	nein	ja
Nölting	über F_B	über F_B	über F_B	nein	ja	ja
Nölting-Näherung	ja	ja	nein	nein	ja	ja
Georgopoulos	über α	über α	über α	ja	nein	ja

Tabelle 5.7-2: Übersicht über die berücksichtigten Parameter

In Tabelle 5.7-2 zeigt sich sehr deutlich eine Gruppierung der Theorien. Moe, Reimann und Nölting gehen von einem direkten Zusammenhang zwischen Biegelast und Durchstanzlast aus. Deshalb wählen sie als Eingangsparameter von der Biegetragfähigkeit abhängige Größen.

Bræstrup et alii und Marti/Thürlimann gehen von der Plastizitätstheorie aus und berücksichtigen deshalb beide die gleichen Eingangsparameter. Dies sind im wesentlichen die Betonzug- und Betondruckfestigkeit, aus denen die für das Coulombsche Materialgesetz nötigen Eingangsparameter Kohäsion und Innerer Reibungswinkel abgeleitet werden.

Interessant ist, daß alle Theorien in der Meinung übereinstimmen, daß die Stützenschlankheit d_{st}/d ein wesentlicher Parameter sei. Bei der Biegeschlankheit L/d sind die Ansichten sehr unterschiedlich. Dies zeigt insbesondere der Vergleich zwischen den Theorien von Kinnunen/Nylander und André. Legt man beiden Berechnungsansätzen die gleiche Betonbruchspannung zugrunde, so erhält man erstaunlich ähnliche Werte für die Durchstanzbruchlast über weite Bereiche der variierten Parameter. Lediglich beim Einfluß der Biegeschlankheit zeigt sich eine extrem unterschiedliche Beschreibung des Bauteilverhaltens. Während André die Biegeschlankheit nicht berücksichtigt, geben Kinnunen/Nylander einen starken Abfall der Durchstanzbruchlast mit steigender Biegeschlankheit an (vgl. Bild 5.4-3).

Keine der untersuchten Theorien berücksichtigt einen Einfluß einer Biegedruckbewehrung auf die Größe der Durchstanzbruchlast, obwohl die Biegedruckbewehrung einen Einfluß auf die Biegetragfähigkeit hat, und einige Theorien von der Biegetragfähigkeit ausgehen. Ob dies lediglich darauf zurückzuführen ist, daß eine Druckbewehrung bei Platten äußerst selten ist, kann nicht gesagt werden. Die den Theorien zugrundeliegenden Erklärungen zum Bruchmechanismus lassen in einigen Fällen durchaus einen traglaststeigernden Einfluß folgern. Hier wäre durchaus ein Ansatzpunkt für weitere Versuchsarbeiten gegeben.

5.8 Einteilung der Berechnungsmodelle

Läßt man die Berechnungsansätze der Normen außer acht, so können die in Kap.4 analysierten Berechnungsmodelle in drei Gruppen eingeteilt werden:

Die erste Gruppe von Berechnungsmodellen geht von der Biegetragfähigkeit des Querschnitts aus. Zu dieser Gruppe gehören die Theorien von Moe, Reimann und Nölting. Zur Bestimmung der Durchstanzbruchlast wird ein Zusammenhang zwischen Biegetragfähigkeit und Durchstanztragfähigkeit hergestellt. Dieser Zusammenhang ist nur mit Hilfe von Annahmen zu erzielen, wie bei den einzelnen Theorien (Kap.4.2, 4.3 und 4.7) bereits erläutert wurde. Schon deshalb erscheint es problematisch, diese Modelle für die Ableitung eines Bemessungskonzepts zum Durchstanznachweis weiterzuverfolgen. Moe koppelt in seiner Theorie die Schubtragfähigkeit im herkömmlichen Sinne mit der

Biegetragfähigkeit, während Reimann und Nölting mit dem Begriff der Biegetragfähigkeit allein auskommen.

Die zweite Gruppe beschreibt das Durchstanzproblem mit Hilfe der Plastizitätstheorie. Dazu zählen die Theorien von Bræstrup et alii und Marti/Thürlimann. Wie bereits mehrmals erläutert (vgl. Kap.4.4 und 4.5), erhält man mit diesem Bemessungsmodell im Vergleich zu Versuchsergebnissen viel zu große Durchstanzbruchlasten. Zudem wird der Einfluß einer Biegebewehrung nicht berücksichtigt. Daher können auch diese Modelle als Grundlage für ein Bemessungskonzept nicht empfohlen werden.

Die dritte Gruppe von Berechnungsmodellen leitet die Durchstanzbruchlast aus Gleichgewichts- und Verformungsbeziehungen ab. Dazu zählen die Theorien von Kinnunen/Nylander, Andrä und Georgopoulos. Unter diesen nimmt die Theorie von Georgopoulos dahingehend eine Sonderstellung ein, daß dieser in seiner Gleichgewichtsbeziehung nur die Betonzugspannungen berücksichtigt. Dabei ergibt sich das Problem, daß eine schwierig zu begründende Annahme über den Lastanteil der Hauptzugspannungen zu treffen ist (Kap.4.8), und der Einfluß der Betondruckfestigkeit auf die Durchstanzbruchlast im Widerspruch zu allen anderen Theorien steht (vgl. Bild 5.2-1). Deshalb erscheint eine Empfehlung der Theorie von Georgopoulos als Grundlage für ein Bemessungskonzept als problematisch.

Eine Übersicht über die Einteilung der verschiedenen Theorien anhand der Grundlage der Berechnungsmodelle gibt Tabelle 5.8-1.

Grundlage des Berechnungsmodells	Zugeordnete Theorien
Biegetragfähigkeit des Querschnitts	Moe Reimann Nölting
Plastizitätstheorie	Bræstrup et alii Marti/Thürlimann
Gleichgewichts- und Verformungsbeziehungen	Kinnunen/Nylander Andrä Georgopoulos

Tabelle 5.8-1: Einteilung der Theorien

Die Theorien von Kinnunen/Nylander und Andrä können im weiteren Sinne der Systematik der Fachwerkmodelle zugeordnet werden. Die Theorie von Andrä (Kap.4.6) weist einen sehr umfangreichen Berechnungsgang auf, der im Vergleich zu DIN 1045 keine bessere Ausnutzung der Tragfähigkeit erkennen läßt (Tabelle 5.7-1). Bei Andrä, wie auch bei der Theorie von Kinnunen und Nylander werden Angaben über Materialfestigkeiten gemacht, die zum Teil wesentlich von normativen Vorgaben (vgl. Bild 4.6-3) abweichen.

Trotzdem erscheinen die Modelle von Andrä und Kinnunen/Nylander am geeignetsten, um als Grundlage für ein normungsfähiges Bemessungskonzept für die Tragfähigkeit bei Durchstanzgefährdung zu dienen. Beide Modelle weisen folgende Vorteile auf:

- Mit Hilfe von Gleichgewichts- und Verformungsbeziehungen wird das Durchstanzproblem in sich schlüssig und widerspruchsfrei abgebildet.
- Das zugrundegelegte Modell der Sektorelemente von Kinnunen/Nylander bzw. das räumliche Fachwerkmodell von Andrä beschreiben das Durchstanzproblem im Bruchzustand wie auch den Bruchmechanismus so wirklichkeitsnah, daß sich damit Versuchsbeobachtungen ausreichend erklären lassen.
- Es ist nicht nötig, den Begriff der Schubtragfähigkeit des Betons definieren zu müssen.
- Es ist möglich, mit den Grundlagen der Theorie von Kinnunen/Nylander auch das Tragverhalten einer Schubbewehrung zu erfassen [22]. Auch beim Fachwerkmodell von Andrä wäre die Berücksichtigung einer Schubbewehrung denkbar.

Allerdings müßten Vereinfachungen an den Berechnungsformeln vorgenommen werden, um für die Praxis anwendbar zu sein. Außerdem müßte ein Sicherheitskonzept entwickelt werden, was die Angabe von ins Normkonzept passenden Materialfestigkeiten mit einschließt.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit untersucht die Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Platten-Stützen-Verbindungen bei Flachdecken, bei denen die Stützen rotationssymmetrisch belastet werden. Dazu werden insgesamt acht theoretische Berechnungsmodelle beschrieben und analysiert, die das Verhalten beim Durchstanzen beschreiben. Bei der Beurteilung dieser Theorien stehen die ihnen zugrundeliegenden Annahmen und Vorstellungen zum Bruchmechanismus im Vordergrund. Um die praktische Anwendbarkeit beurteilen zu können und den Rechengang darzustellen, wird jeder Berechnungsansatz an einem Beispiel angewendet. Auf die Auswirkungen einer Schubbewehrung sowie auf konstruktive Besonderheiten, wie Stützkopfverstärkungen o.ä. wird nicht eingegangen.

Die Ergebnisse dieser Theorien werden sowohl untereinander als auch mit den normativen Regelungen nach DIN 1045 und EC2 verglichen. Dabei zeigt sich, daß die errechneten Durchstanzbruchlasten in weiten Bereichen streuen. Einige Einflußparameter, wie z.B. der Stützendurchmesser, werden von allen Theorien als wesentlich eingestuft, während der Einfluß anderer Parameter, wie z.B. der Biegeschlankheit, von den Theorien sehr unterschiedlich beschrieben wird. Die analysierten Theorien werden anhand ihrer Grundannahmen in verschiedene Gruppen eingeteilt.

Aufgrund der Ergebnisse von Beurteilung und Vergleichsrechnung werden die Theorien von Kinnunen/Nylander und Andrä als am besten geeignet angesehen, das Durchstanzproblem in sich schlüssig darzustellen und wirklichkeitsnahe Aussagen über die Durchstanztragfähigkeit zu liefern. In Vergleichsrechnungen zeigt sich, daß insbesondere die Theorie von Kinnunen/Nylander größere Durchstanzlasten zuläßt als die Ansätze nach DIN 1045 und EC2.

Für eine praktische Umsetzung dieser Berechnungsmodelle müßten weitere Sonderfälle des Durchstanzproblems, wie z.B. Schubbewehrung, Rand- und Eckstützen oder Fundamentplatten, geregelt werden, auf die die Theorien von Kinnunen/Nylander und Andrä nicht direkt angewendet werden können. Zudem müßte der Berechnungsablauf vereinfacht und in ein Sicherheitskonzept eingebunden werden.

7. Literaturverzeichnis

- [1] Grasser, E.; Thielen, G.: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken nach DIN 1045 Ausgabe Juli 1988; 3. überarbeitete Auflage; Berlin, Beuth Verlag GmbH, 1991 (Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Heft 240).
- [2] DIN 1045, Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung, Ausgabe Juli 1988; Beuth Verlag GmbH, Berlin.
- [3] Eurocode 2, Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau, Deutsche Fassung ENV 1992-1-1:1991, Juni 1992; Beton-Kalender 1993 Teil 2.
- [4] Herzog, M.: Der Durchstanzwiderstand von Stahlbetonplatten nach neu ausgewerteten Versuchen; Österreichische Ingenieur-Zeitschrift 14 (1971), S.186-192, 216-219, 296, 318, 15 (1972), S.192.
- [5] Herzog, M.: Wichtige Sonderfälle des Durchstanzens von Stahlbeton- und Spannbetonplatten nach Versuchen; Der Bauingenieur 49 (1974), H.9, S.333-342.
- [6] Elstner, R. C.; Hognestad, E.: Shearing strength of reinforced concrete slabs; ACI-Journal, Mai 1956, Bd.52, Nr.9, S.913-986.
- [7] Whitney, C. S.: Ultimate shear strength of reinforced concrete flat slabs, footings, beams and frame members without shear reinforcement; ACI-Journal, Oct. 1957, Bd.54, Nr.4, S.265-298.
- [8] Umdrucke zur Vorlesung Betonbau I/II; Prof.Dr.-Ing. H. Kupfer, Lehrstuhl für Massivbau, TU München, WS 1992/93.
- [9] Hewlett Packard: Benutzerhandbuch Serie HP 48 G; Juni 1993.
- [10] Kordina, K.; Nölting, D.: Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Stahlbetonplatten - Entwicklung von Bemessungsvorschlägen; Berlin, Beuth Verlag GmbH, 1986 (Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Heft 371).
- [11] Schaefers, U.: Konstruktion, Bemessung und Sicherheit gegen Durchstanzen von balkenlosen Stahlbetondecken im Bereich der Innenstützen; Berlin, Beuth Verlag GmbH, 1984 (Deutscher Ausschuß für Stahlbeton Heft 357).
- [12] Stiglat, K.: Statische und konstruktive Probleme mit Lösungsmöglichkeiten bei Flachdecken im Stanzbereich; Bericht Nr.3 der Bundesvereinigung der Prüfengeure für Baustatik, 1979, S.120.

- [13] Kordina, K.: Zum Tragsicherheitsnachweis gegenüber Schub, Torsion und Durchstanzen nach EC 2 Teil 1 - Erläuterungen zur Neuauflage von Heft 425 und Anwendungsrichtlinie zu EC 2; Beton- und Stahlbetonbau 89 (1994), Heft 4, S.97-100.
- [14] British Standards Institution: CP 110 - Code of practice for the structural use of concrete; Britische Stahlbetonbestimmung, 1972.
- [15] Leonhardt, F.; Mönning, E.: Vorlesungen über Massivbau, Teil 2, Sonderfälle der Bemessung im Stahlbetonbau; Springer-Verlag Berlin, 3. Auflage, 1986.
- [16] Nadai, A.: Elastische Platten, Berlin 1925
- [17] Al-Abidien, H.Z.: Dynamische und statische Querdehnungszahl des Betons in Abhängigkeit von den verschiedenen Einflußfaktoren; Dissertation TH Aachen, 1975.
- [18] Kinnunen, S.; Nylander, H.: Punching of concrete slabs without shear reinforcement; Transactions of the Royal Institute of Technology, Stockholm, Nr.158, 1960, Civil Engineering 3.
- [19] Kinnunen, S.: Punching of concrete slabs with two-way reinforcement; Transactions of the Royal Institute of Technology, Stockholm, Nr.198, 1963, Civil Engineering 6.
- [20] Reimann, H.: Zur Bemessung von dünnen Plattendecken auf Stützen ohne Kopf gegen Durchstanzen; Dissertation Technische Hochschule Stuttgart, 1963.
- [21] Schaeidt, W.; Ladner, M.; Rösli, A.: Berechnung von Flachdecken auf Durchstanzen; Eidgenössische Materialprüfungs- und Versuchsanstalt, Dübendorf, Beton-Verlag GmbH, Düsseldorf 1970.
- [22] Andersson, J. L.: Punching of concrete slabs with shear reinforcement; Transactions of the Royal Institute of Technology, Stockholm, Nr.212, 1963, Civil Engineering 8.
- [23] Moe, J.: Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads; Portland Cement Association 1961, Development Laboratories, Bulletin D47.
- [24] Johansen, K. W.: Brudlinieteorier; Jul. Gjellerups Forlag (Copenhagen); 1943.
- [25] Ajdukiewicz, Starosolki: Stahlbeton-Platten-Stützen-Systeme; 1. Aufl.; Verlag Ernst&Sohn; Berlin 1984.

- [26] American Concrete Institute (ACI): ACI Standard 318-63, Building code requirements for reinforced concrete.
- [27] Ritter, K.: Beitrag zur spannungsoptischen Untersuchung des räumlichen Spannungszustandes im Stützenbereich von Flachdecken; Dissertation Technische Hochschule Karlsruhe, 1961.
- [28] Beyer, K.: Die Statik im Stahlbetonbau; 2.Auflage, Neudruck 1956, Springer-Verlag Berlin, S.653.
- [29] DAfStb - Richtlinien zur Anwendung von Eurocode 2 Teil 1; Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, April 1993.
- [30] Bræstrup, M.W.; Nielsen, M.P.; Jensen, B.C.; Bach, F.: Axisymmetric punching of plain and reinforced concrete; Rapport Nr. R 75, Structural research Laboratory, Technical University of Denmark, Lyngby, 1976.
- [31] Nielsen, M.P.; Bræstrup, M.W.; Jensen, B.C.; Bach, F.: Concrete plasticity, beam shear - shear in joints - punching shear; Specialpublikation udgivet af Dansk Selskab for Bygningsstak, Technical University of Denmark, Lyngby, 1978.
- [32] Hess, U.: Gennemlokning af jernbetonplader; Eksamensprojekt, Afdelingen for Bærende Konstruktioner, Danmarks tekniske Højskole, 1977; enthalten in: Rapport Nr. R 90, Structural research Laboratory, Technical University of Denmark, Lyngby, 1978.
- [33] Marti, P.; Thürlimann B.: Fließbedingung für Stahlbeton mit Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit; Beton- und Stahlbetonbau, H.1, 1977, S.7-12.
- [34] Ladner, M.; Schaeidt, W.; Gut, S.: Experimentelle Untersuchungen an Stahlbeton-Flachdecken; Eidgenössische Materialprüfungs- und Versuchsanstalt, Bericht Nr.205, Dübendorf, 1977.
- [35] Andrä, H.-P.: Zum Tragverhalten des Auflagerbereichs von Flachdecken; Dissertation Universität Stuttgart, 1982.
- [36] Nölting, D.: Das Durchstanzen von Platten aus Stahlbeton - Tragverhalten, Berechnung, Bemessung; Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, Heft 62 (Dissertation, April 1984).
- [37] Linse, D; Thielen, G.: Die Grundlagen der Biegebemessung der DIN 1045 aufbereitet für den Gebrauch an Rechenanlagen; Beton- und Stahlbetonbau, H.9, 1972, S.199 bis 208.

- [38] Pralong, J.; Brändli, W.; Thürlimann, B.: Durchstanzversuche an Stahlbeton- und Spannbetonplatten; Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht Nr. 7305-3; Birkhäuser Verlag Basel, 1979.
- [39] Georgopoulos, T.: Durchstanzlast und Durchstanzwinkel über Innenstützen punktförmig gestützter Stahlbetonplatten und deren Sicherung gegen progressiven Kollaps; Dissertation Technische Universität München, 1986.
- [40] Grasser, E.; Pratsch, G.: Bemessung für Biegung mit Längskraft, Querkraft und Torsion nach DIN 1045 und EC2; Beton-Kalender 1992, Teil 1, S.371.
- [41] Blaschko, M.: Vergleichende Untersuchungen zur Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Platten anhand verschiedener Berechnungsmodelle; Diplomarbeit, Lehrstuhl für Massivbau Technische Universität München, 1994.

Anhang A Umrechnungsformeln

Einheiten

Zur Umrechnung der verschiedenen Einheiten werden folgende Beziehungen verwendet:

$$1 \frac{\text{Kp}}{\text{cm}^2} = 0,0981 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} = 0,0981 \text{MPa}$$

$$1 \text{psi} = 0,0069 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

$$1 \text{ in} = 2,54 \text{ cm}$$

$$1 \text{ ft} = 0,305 \text{ m}$$

$$1 \text{ yd} = 0,914 \text{ m}$$

Festigkeiten

Da bei der Bestimmung der Betondruckfestigkeit nicht nur verschiedene Prüfkörper, sondern auch verschiedene Lagerungsbedingungen o.ä. verwendet werden, ist eine Umrechnung sehr schwierig. Deshalb wird hier die einfache Beziehung

$$f_{\text{ck}} = f_{\text{ck,cyl}} = 0,8 \cdot \beta_{\text{WN}}$$

von Grasser und Pratsch aus [40] benutzt, um aus der Würfeldruckfestigkeit nach DIN 1045 bzw. DIN 1048 in die charakteristische Festigkeit nach EC2 umzurechnen. Dabei werden näherungsweise die Ergebnisse am Würfel mit 15cm Kantenlänge dem Würfel mit 20cm Kantenlänge gleichgesetzt. Diese Vereinfachungen ändern nichts an der grundsätzlichen Aussagekraft der analysierten Theorien.

Anhang B Bezeichnungen

Abmessungen

d	statische Nutzhöhe (Mittelwert aus beiden Bewehrungslagen)
d_{st}	Durchmesser der Stütze
u	Umfang der Stütze
h	Dicke der Flachdecke
λ	Verhältnis Stützendurchmesser zu statischer Nutzhöhe $\lambda = \frac{d_{st}}{d}$
x	Höhe der Druckzone
k_x	Verhältnis Druckzonenhöhe zu statischer Nutzhöhe $k_x = \frac{x}{d}$
z	Länge des Hebelarms der inneren Kräfte
k_z	Verhältnis innerer Hebelarm zu statischer Nutzhöhe $k_z = \frac{z}{d}$
D	Durchmesser der Ersatzplatte
L	Stützweite der Flachdecke
δ	Verhältnis Ersatzplattendurchmesser zu statischer Nutzhöhe $\delta = \frac{D}{d}$
φ	Verhältnis Stützendurchmesser zu Ersatzplattendurchmesser $\varphi = \frac{d_{st}}{D}$

Schnittgrößen, Belastungen

M	Biegemoment
m	Biegemoment je Längeneinheit
Q	Querkraft
F	Stützenlast bzw. Durchstanzlast
F_u	Durchstanzlast im Bruchzustand
q_r	Linienlast am Plattenrand (Randlast)

Spannungen, Dehnungen, Verformungen

σ	Normalspannungen
τ	Schubspannungen
ε	Dehnungen
ψ	Rotationswinkel eines Sektorelements

Baustoffkennwerte

- f_{ck} charakteristische Druckfestigkeit des Betons
- f_{ct} charakteristische Zugfestigkeit des Betons
- f_{yk} charakteristischer Wert der Streckgrenze des Betonstahls
- ν Querdehnzahl des Betons
- Φ Innerer Reibungswinkel des Betons
- c Kohäsion des Betons
- E_c Elastizitätsmodul für Normalbeton
- E_s Elastizitätsmodul für Betonstahl

Querschnittswerte

- a_s Betonstahlquerschnitt der Biegezugbewehrung je Längeneinheit (Mittelwert aus beiden Lagen)
- μ Geometrischer Bewehrungsgrad $\mu = \frac{a_s}{d}$
- ω Mechanischer Bewehrungsgrad $\omega = \frac{a_s}{d} \cdot \frac{f_{yk}}{f_{ck}}$

Fußzeiger

- c des Betons
- s des Betonstahls
- y beim Fließen der Bewehrung
- t tangential
- r radial
- d Bemessungslastniveau
- u Bruchlastniveau

Hier nicht aufgeführte Bezeichnungen werden im Text erläutert.