

Forschungsbericht

**Grundsätze zur Prüfung von Porenbeton in
Bauwerken zur Bestimmung von Festigkeits-
kenngrößen und zum Nachweis der
Standicherheit**

T 2733

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprototechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprototechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

Im Originalmanuskript enthaltene Farbvorlagen, wie z.B. Farbfotos, können nur in Grautönen wiedergegeben werden. Liegen dem Fraunhofer IRB Verlag die Originalabbildungen vor, können gegen Berechnung Farbkopien angefertigt werden. Richten Sie Ihre Anfrage bitte an die untenstehende Adresse.

© by Fraunhofer IRB Verlag

1996, ISBN 3-8167-4906-2

Vervielfältigung, auch auszugsweise, nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69, 70504 Stuttgart

Nobelstraße 12, 70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

e-mail irb@irb.fhg.de

URL <http://www.irb.fhg.de>

**Grundsätze zur Prüfung von Porenbeton
in Bauwerken zur Bestimmung von
Festigkeitskenngrößen und zum Nachweis
der Standsicherheit**

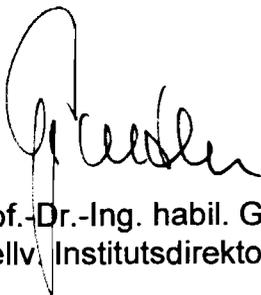
- Schlußbericht -

Institut für Erhaltung und Modernisierung von Bauwerken e.V.
Plauener Straße 163 - 165
13053 Berlin

**Grundsätze zur Prüfung von Porenbeton
in Bauwerken zur Bestimmung von
Festigkeitskenngrößen und zum Nachweis der Standsicherheit
- Schlußbericht -**

(gemäß Werkvertrag mit dem Deutschen Institut für Bautechnik -
Az.: IV-1-5-770/94)

Berlin, Juni 1996



Prof.-Dr.-Ing. habil. G. Spaethe
Stellv. Institutsdirektor



Dr.-Ing. habil. L. Fischer
verantw. Bearbeiter

Inhaltsverzeichnis

- 1 Übersicht
- 2 Einleitung
- 3 Datenbasis
- 4 Statistische Auswertung
 - 4.1 Allgemeine Grundlagen
 - 4.2 5 %-Quantile für die Druckfestigkeit
 - 4.3 Vergleich Güteprüfung - Bauwerksprüfung
- 5 Standsicherheitsnachweis
 - 5.1 Annahmen
 - 5.2 Bestimmung eines globalen Sicherheitsbeiwertes
 - 5.3 Vergleich mit den Baustoffkennwerten
- 6 Grundsätze

Literatur

- ANLAGE 1: GRUNDSÄTZE PORENBETON - Beurteilung von Bauwerken aus Porenbeton: Porenbeton aus dem Werk Parchim. IEMB, Bericht Nr. 1 - 18/1996
- ANLAGE 2: Bautechnische Beurteilung des Parchimer Porenbetons anhand statistischer Auswertung von Prüfergebnissen. IEMB, Bericht Nr. 1 - 30/1994
- ANLAGE 3: Anleitung zur statistischen Auswertung von Prüfergebnissen - 5 %-Quantil und Mittelwert. IEMB, Bericht Nr. 1 - 19/1995

1 Übersicht

Im Zeitraum 1958 - 1990 wurden ca. 160.000 Wohnungen in Fertigteilbauweise mit Wandelementen aus Porenbeton - im Werk Parchim produziert - errichtet. Zur Anwendung gelangte die Querwandbauweise mit Außenlängswänden nach dem Brüstung-Schaftsystem. Giebelwand und Außenlängswand weisen eine Wanddicke von 24 cm, später von 30 cm auf.

Die Beurteilung des Bauzustandes der genannten Bausubstanz führte zu umfangreichen Instandsetzungs- und Modernisierungsmaßnahmen, da die Wärmedämmung, die äußere Beschichtung sowie einige Konstruktionsdetails nicht den Anforderungen genügen. Als praktische Maßnahme setzte sich das Anbringen eines Wärmedämmsystems durch. Die ersten experimentellen Untersuchungen an Bohrkernen ergaben geringe Druckfestigkeitswerte. Dies war Anlaß, am Institut für Erhaltung und Modernisierung von Bauwerken e.V. (IEMB) Ergebnisse aus experimentellen Prüfungen zu sammeln und auszuwerten. Gleichzeitig stellte sich bei den Betonprüfstellen heraus, daß die experimentellen Prüfungen in unterschiedlicher Weise vorgenommen wurden.

Der erste Schritt bestand in der Sammlung der an verschiedenen Orten anfallenden experimentellen Ergebnisse. Da dies eine ständige Aufgabe ist, sind Versuchsergebnisse in mehreren Berichten zu finden:

IEMB, Berichte Nr. 1-21/1993, Nr. 1-22/1993
und Nr. 4-32/1993 /2/

IEMB, Berichte Nr. 1-8/1994, Nr. 1-9/1994, Nr. 1-25/1994
und Nr. 1-12/1995 /3/

Erst im Zuge der statistischen Auswertung können die Ergebnisse für zukünftige Arbeiten nutzbar gemacht werden:

IEMB, Bericht Nr. 1-23/1993 /2/
IEMB, Bericht Nr. 1-30/1994 /4/ bzw. ANLAGE 2

Inhalt: a) Regelung der Vorgehensweise bei der experimentellen Prüfung
b) Statistische Daten für Druckfestigkeit, Elastizitätsmodul, Rohdichte und Feuchte
c) Regressionsanalysen mit dem Ziel einer baupraktischen Anwendung
d) Trendanalyse mit der Aussage, daß kein Einfluß des Bauwerkalters auf die Druckfestigkeit festzustellen ist.

IEMB, Bericht Nr. 1-19/1995 /5/ bzw. ANLAGE 3

Inhalt: Berechnung von 5 %-Quantilwerten mit einer statischen Sicherheit von 50 %, 75 % und 90 % für die Verteilungsfunktionen Normalverteilung und logarithmische Normalverteilung.

Der Standsicherheitsnachweis kann beispielsweise analog DIN 1053 Teil 2 geführt werden, wobei globale Sicherheitsbeiwerte unter 2,0 mit der Begründung zugelassen werden, daß für die zu untersuchenden Bauwerke spezielle Kennwerte bekannt sind. Der vorliegende Bericht Nr. 1-19/1996 enthält ein Histogramm für die 5 %-Quantile der Druckfestigkeit (86 Standorte), die mit den Forderungen aus dem Standsicherheitsnachweis zu vergleichen sind.

Auf der Basis der umfangreichen Untersuchungen lassen sich die wichtigsten Ergebnisse in folgender Weise zusammenfassen:

1. Algorithmische Formulierung des Ablaufs der experimentellen Prüfung an den der Bausubstanz entnommenen Bohrkernen. Die Prüfung soll an Bohrkernen im Zustand „auf Massekonstanz getrocknet“ vorgenommen werden. Für eine qualifizierte Bewertung sind außerdem die Besonderheiten des Porenbetons-Anisotropie, Feuchteeinfluß, Rißbildung - zu beachten.
2. Die selbsttragenden Außenlängswände weisen eine genügend hohe Druckfestigkeit auf, wenn man mit einem globalen Sicherheitsbeiwert $\gamma \geq 1,8$ den Nachweis führt. Diese Feststellung entbindet den Bauherrn jedoch nicht von einer fachgerechten Einschätzung des Bauzustandes der zu beurteilenden Baukonstruktion.
3. Die deckentragenden Giebelwände müssen bezüglich Druckfestigkeit und Schalenbildung in Wandebene begutachtet werden. Für den statischen Nachweis wird ein globaler Sicherheitsbeiwert von $\gamma \geq 1,9$ empfohlen.
4. Der **IEMB-Bericht Nr. 1-18/1996 (ANLAGE 1) „GRUNDSÄTZE PORENBETON - Beurteilung von Bauwerken aus Porenbeton: Porenbeton aus dem Werk Parchim -“** dient als Anleitung für den Instandsetzungs- und Modernisierungsprozeß. Diese Anleitung enthält
 - die experimentelle Prüfung von Porenbeton - Probekörpern
 - die statistische Auswertung der Prüfergebnisse
 - die Bestimmung von Festigkeitskennwerten (Rechenwerten).
 Die Grundsätze sind insbesondere bei der Untersuchung der deckentragenden Giebelwände anzuwenden.

2 Einleitung

Der vorliegende Bericht stellt zum einen alle für die „Grundsätze Porenbeton“ relevanten Berichte, die im IEMB erstellt wurden, zusammen. Die als wesentlich zu betrachtenden Berichte sind als ANLAGEN 1 bis 3 dem Bericht hinzugefügt. Zum anderen werden notwendige Ergänzungen hinsichtlich

- 5 % Quantil für die Druckfestigkeit (Bild 1)
- Vergleich zwischen Güteprüfung und Bauwerksprüfung (Bild 2)
- globalem Sicherheitsbeiwert

getroffen.

Die zeitliche Entwicklung des Themas kann an den Berichten /9/, /6/, /4/ und /1/ verfolgt werden. Das anwendungsbereite Ergebnis enthält ANLAGE 1.

3 Datenbasis

Die anfallenden Daten sind in mehreren Berichten des IEMB gesammelt worden. Zu nennen sind die zwei Berichte /2a/ und /2b/ sowie die vier Berichte /3a/ bis /3d/. In bereits zusammengefaßter Form sind Versuchsergebnisse in den Berichten /2c/ und /4/ enthalten.

Bild 1 für die 5 %-Quantile der Druckfestigkeit basiert auf einen Stichprobenumfang $n = 1522$ von 86 Standorten.

4 Statistische Auswertung

4.1 Allgemeine Grundlagen

Grundlagen für die statistische Auswertung sind in den Berichten /2c/, /4/, /5/, /6/ sowie in der Veröffentlichung /7/ zu finden.

Die Anleitung /5/ bzw. die Veröffentlichung /8/ erlaubt es, 5 %-Quantile mit einer statistischen Sicherheit von 50 %, 75 % und 90 % einfach zu berechnen, indem man auf umfangreiche Tabellen zurückgreifen kann. Als Verteilungsfunktion kann die Normalverteilung oder die logarithmische Normalverteilung gewählt werden, wobei für einen Variationskoeffizienten $v \geq 0,20$ nur die logarithmische Normalverteilung in Frage kommt.

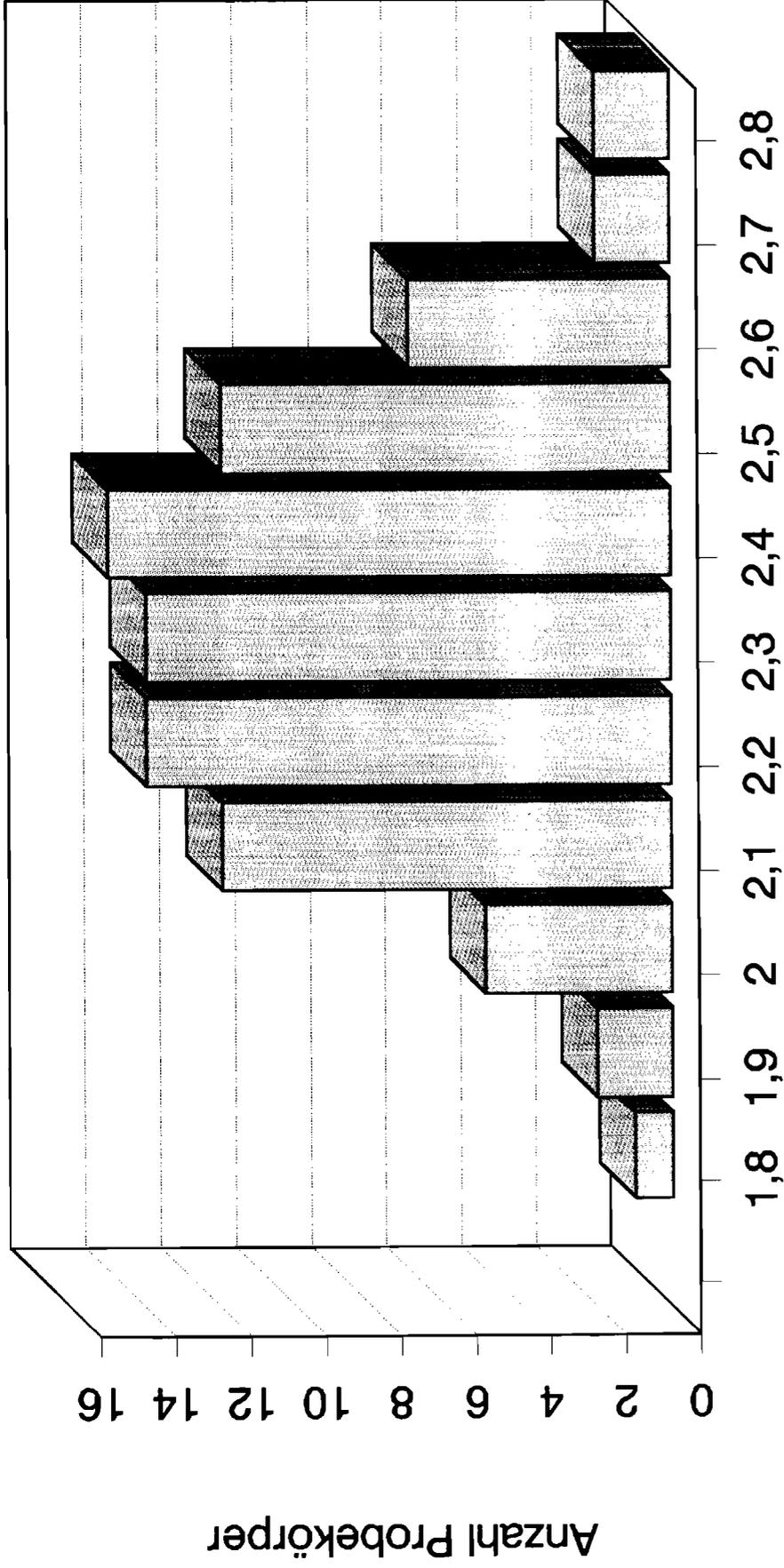
4.2 5 %-Quantile für die Druckfestigkeit

Das 5 %-Quantil ist Ausgangspunkt für die Bestimmung des Rechenwertes für die Druckfestigkeit.

In Bild 1 sind 86 Standorte ausgewertet. Die Proben stammen vorwiegend aus den Außenlängswänden. Der Minimalwert von

$$\min \beta_{5\%} = 1,8 \text{ N/mm}^2$$

gilt für Außenlängswände mit einer Wanddicke von 300 mm. Hierbei ist der globale Sicherheitsbeiwert größer als 1,8.



5%-Fraktile der Druckfestigkeit in N/mm²

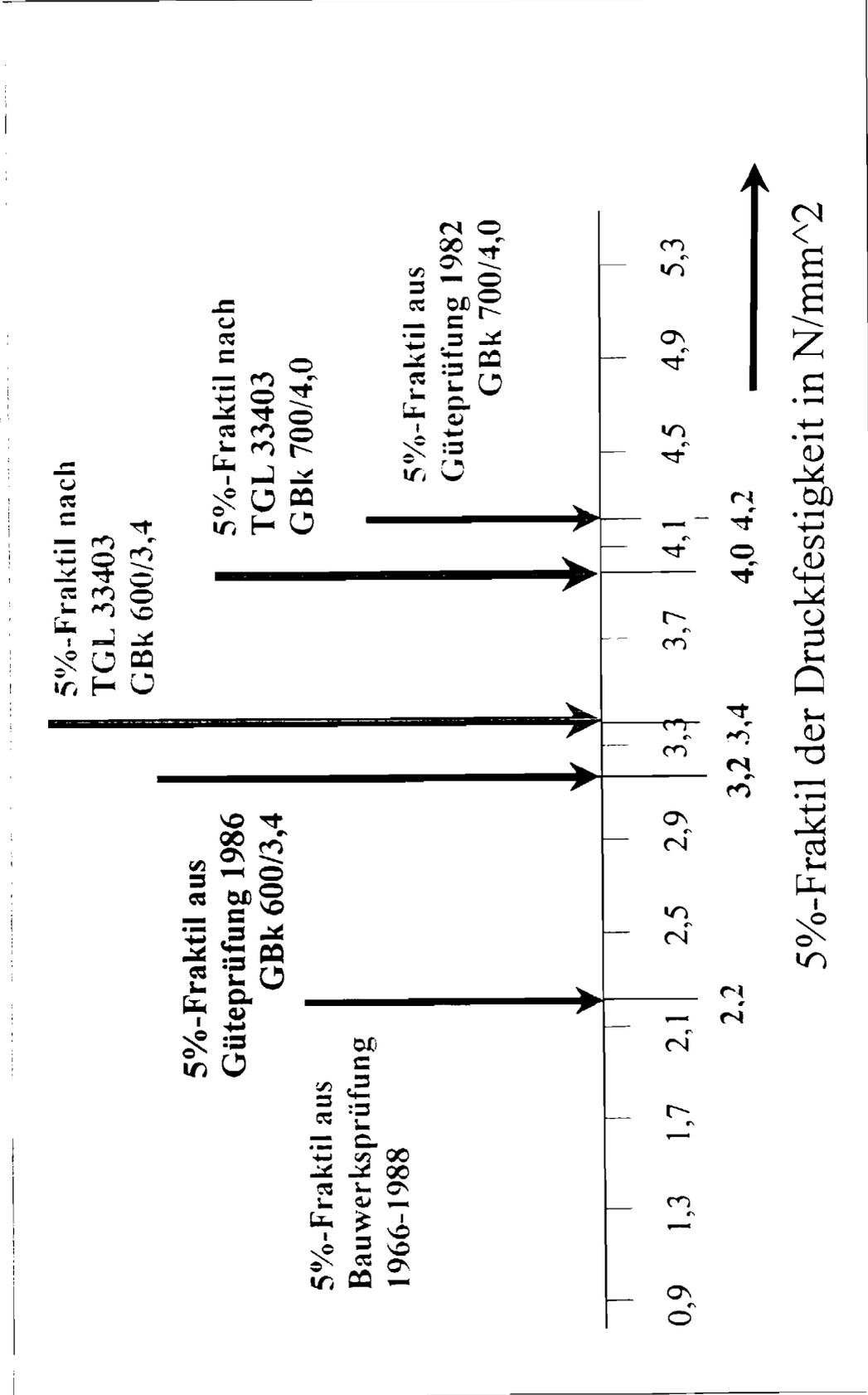
Bild 1: 5%-Fraktile der Druckfestigkeit von Bohrkernen aus Porenbeton (Auswertung von 86 Standorten)

4.3 Vergleich Güteprüfung - Bauwerksprüfung

Um einen solchen Vergleich vornehmen zu können, benötigt man Ergebnisse aus den laufenden Güteprüfungen. Es gelang nur in zwei Fällen - 1982 und 1986 - statistische Daten der Güteprüfung zu erhalten. Diese sind in Bild 2 eingetragen.

Dabei sollte beachtet werden, daß in der 2. Hälfte der 80er Jahre statt GBk 700/4,0 GBk 600/3,4 (s. TGL 33403, 1. Änderung) gefertigt wurde.

Die Differenz zwischen Güteprüfung und Bauwerksprüfung wird zwar kleiner, ist aber weiterhin nicht erklärbar. Eine zeitliche Änderung der Baustoffkennwerte (Materialalterung) konnte nicht festgestellt werden. Dieser Nachweis wurde mit statistischen Mitteln (Regression, gleitender Mittelwert) geführt /4/, /7/.



5%-Fraktil der Druckfestigkeit in N/mm²

Bild 2 : Ergebnisse von Druckfestigkeitsprüfungen im Vergleich zur TGL

5 Standsicherheitsnachweis

5.1 Annahmen

Die Standsicherheitsnachweise wurden analog /10/ durchgeführt.

Bei den Lastannahmen wurden obere Grenzwerte festgelegt, um den Nachweis für eine ganze Klasse von Bauwerken verwenden zu können:

- Rohdichteklasse 0,8 für Porenbeton
- Eigenlast des Daches nach Projekt
- Ständige Deckenlast 4,5 kN/m²
- Wärmedämmsystem 0,2 kN/m²
- Verkehrs-, Schnee- und Windlast nach DIN 1055

5.2 Bestimmung eines globalen Sicherheitsbeiwertes

Es werden drei Klassen der Einwirkungen gebildet, denen folgende Lastfaktoren zugewiesen werden:

- Eigenwicht (N_1), das durch Probenahme über die Rohdichte kontrolliert wird
 $\gamma_1 = 1,20$
- Ständige Lasten und Eigenlasten (N_2), die nicht durch Probenahme kontrolliert werden
 $\gamma_2 = 1,35$
- Verkehrslasten N_3
 $\gamma_3 = 1,50$

Die prozentuale Verteilung der oben genannten Lasten wird aus dem statischen Nachweis entnommen:

- Lastfaktor für selbsttragende Außenlängswände
 $\gamma_E = 0,60 \cdot 1,20 + 0,35 + 0,05 \cdot 1,50 = 1,27$
 $\gamma_E \approx \underline{1,3}$
- Lastfaktor deckentragende Giebelwände
 $\gamma_E = 0,35 \cdot 1,20 + 0,45 \cdot 1,35 + 0,20 \cdot 1,50 = 1,33$
 $\gamma_E \approx \underline{1,35}$

Zur Bestimmung eines globalen Sicherheitsfaktors benötigt man noch den Materialfaktor. Für Porenbeton sind die in den EC-Entwurf 1994 aufgeführten Materialfaktoren nicht aussagekräftig. Es wird daher auf den Materialfaktor zurückgegriffen, der in /7/ direkt für Parchimer Porenbeton ermittelt wurde: $\gamma_M = 1,37$. Angesetzt wird

$$\gamma_M = \underline{1,4}$$

Der globale Sicherheitsbeiwert

$$\gamma = \gamma_E \cdot \gamma_M$$

lautet somit für

- selbsttragende Außenlängswände $\gamma = 1,8$.
- deckentragende Giebelwände $\gamma = 1,9$.

5.3 Vergleich mit den Baustoffkennwerten

Mit den Angaben in /1/ und den globalen Sicherheitsbeiwerten von Abschnitt 5.2 ergeben sich folgende Forderungen für den 5 %-Quantilwert:

a) Selbsttragende Außenlängswände

$$\beta_{5\%} \geq 1,9 \text{ N/mm}^2 \quad \text{für 240 mm dicke Wandelemente}$$

$$\beta_{5\%} \geq 1,6 \text{ N/mm}^2 \quad \text{für 300 mm dicke Wandelemente}$$

Ein Blick in das Bild 1 unter Beachtung der Erörterungen in Abschnitt 4.2 zeigt, daß die genannten Forderungen erfüllt sind.

b) Deckentragende Giebelwände

$$\beta_{5\%} \geq 2,2 \text{ N/mm}^2 \quad \text{für 240 mm dicke Wandelemente}$$

$$\beta_{5\%} \geq 1,7 \text{ N/mm}^2 \quad \text{für 300 mm dicke Wandelemente}$$

In diesem Fall liegen z.Z. noch keine statistischen Daten vor; da die Anforderungen an den Baustoff natürlich höher sind, sind für die Beurteilung der Standsicherheit eine Probenahme am Bauwerk und eine entsprechende Auswertung und ein statischer Nachweis erforderlich.

6 Grundsätze

Der 1. Entwurf der Grundsätze wurde im September 1994 vorgelegt /6/. Im März 1995 wurde das Thema in einem Werkvertrag mit dem Deutschen Institut für Bau-technik überführt. Im Entwurf Juli 1995 sind Erkenntnisse, die durch die weitere Bearbeitung erhalten wurden, eingearbeitet und er diente zur Beratung mit den Betreuern gemäß Werkvertrag mit dem DIBt als Arbeitsgrundlage.

Nach Überarbeitung der Grundsätze Porenbeton stellt der IEMB-Bericht Nr. 1-18/1996 die Grundlage für die Anwendung in der Praxis dar.

Literatur

- /1/ Grundsätze zur Beurteilung von Bauwerken aus Porenbeton - Porenbeton aus dem Werk Parchim. IEMB, Bericht Nr. 1 - 29/1995.
- /2/ Experimentelle Untersuchungen an Außenwandelementen aus Porenbeton im industriellen Wohnungsbau (Werk Parchim).
 - a) Untersuchung eines Schaftelementes aus der Produktion von 1989 (Werk Parchim). IEMB, Bericht Nr. 1 - 21/1993.
 - b) Bohrkernuntersuchungen an Außenwandelementen aus Porenbeton, Standort Parchim. IEMB, Bericht Nr. 1 - 22 /1993.
 - c) Auswertung der Versuchsergebnisse und Schlußfolgerungen. IEMB, Bericht Nr. 1 - 23/1993.
 - d) Baustoffuntersuchungen an Porenbetonbauten. IEMB, Bericht Nr. 4-32/1993.
- /3/ Bestimmung des Elastizitätsmoduls, der Druckfestigkeit und der Rohdichte an Bohrkernen aus Porenbeton
 - a) IEMB, Bericht Nr. 1 - 8/1994.
 - b) IEMB, Bericht Nr. 1 - 9/1994.
 - c) IEMB, Bericht Nr. 1 - 25/1994.
 - d) IEMB, Bericht Nr. 1 - 12/1995.
- /4/ Bautechnische Beurteilung des Parchimer Porenbetons anhand statistischer Auswertung von Prüfergebnissen. IEMB, Bericht Nr. 1 - 30/1994.
- /5/ Anleitung zur statistischen Auswertung von Prüfergebnissen - 5 %-Quantil und Mittelwert. IEMB, Bericht Nr. 1 - 19/1995
- /6/ Grundsätze I zur Prüfung von Porenbeton in Bauwerken, Ermittlung von Festigkeitskenngrößen (Entwurf September 1994). IEMB, Bericht Nr. 1 - 24/1994
- /7/ Fischer, L.: Untersuchung industriell errichteter Wohnbauten aus Porenbeton, hergestellt 1966 - 88 im Werk Parchim - Experimentelle Prüfung und statistische Auswertung, Bautechnik 72 (1995), Heft 3, S. 174 - 182.
- /8/ Fischer, L.: Bestimmung des 5 %-Quantils im Zuge der Bauwerksprüfung. Bautechnik, voraussichtlich 72 (1995) Heft 11.
- /9/ Untersuchungen zur Instandsetzung und Modernisierung von Wohnblöcken mit Außenwandelementen aus Porenbeton in Montagebauweise in Mecklenburg-Vorpommern. IEMB, Kurzbericht, Bericht Nr. 1 - 4/1994.
- /10/ Standsicherheitsnachweis an 5geschossigen WBS 70-Gebäuden mit Giebelelementen aus haufwerksporigem Leichtbeton - Standort Schwerin. IEMB, Bericht Nr. 1 - 11/1995.

ANLAGE 1

GRUNDSÄTZE PORENBETON

**Beurteilung von Bauwerken aus Porenbeton
- Porenbeton aus dem Werk Parchim -**

Bericht Nr. 1 - 18/1996

Institut für Erhaltung und Modernisierung von Bauwerken e.V.
Plauener Straße 163 - 165
13053 Berlin

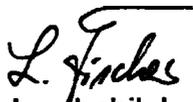
GRUNDSÄTZE PORENBETON

**Beurteilung von Bauwerken aus Porenbeton
- Porenbeton aus dem Werk Parchim -**

(gemäß Werkvertrag mit dem Deutschen Institut für Bautechnik - Az.: 1-5-770/94)

Berlin, Juni 1996

Prof. Dr.-Ing. habil. G. Spaethe
Stellv. Institutsdirektor


Dr.-Ing. habil. L. Fischer
verantw. Bearbeiter

Inhaltsverzeichnis

- 1 **Beurteilung der selbsttragenden Außenlängswände**
- 2 **Beurteilung der deckentragenden Wände (Giebelwände)**

ANHANG 1: Experimentelle Prüfung von Porenbeton - Probekörpern

ANHANG 2: Statistische Auswertung

ANHANG 3: Festigkeitskennwerte

1 Beurteilung der selbsttragenden Außenlängswände

a) Standsicherheitsnachweis

Bei gutem Bauzustand ist in der Regel auch die Standsicherheit der selbsttragenden Wände gewährleistet.

Der Untersuchung wurde folgendes Typenprojekt zugrundegelegt.

- Schaft- Brüstungs-Konstruktion
- Wanddicke der Elemente 24 bzw. 30 cm
- bis zu 4 Vollgeschossen bei Steildach, bis zu 5 Vollgeschossen bei Flachdach
- erfaßte Lasten
 - Eigenlast der Wandelemente
 - Anteil der Dachlast (Eigenlast und Schnee), der über die Außenlängswände abgetragen wird
 - Wind nach DIN 1055 Teil 4
 - indirekte Abstützung einachsiger gespannter Decken durch einen Deckenstreifen der Breite $b = 0,1 \cdot l$
 - Wärmedämmsystem mit Eigengewicht bis $0,2 \text{ kN/m}^2$ und Gesamtdicke bis 110 mm

Der Nachweis für die druckbeanspruchten Schaftelemente erfolgte in Analogie zu DIN 1053 Teil 2; der Nachweis für die biegebeanspruchten Brüstungselemente erfolgt gemäß DIN 4223 und DIN 1045; der globale Sicherheitsbeiwert beträgt abweichend von DIN 1053 $\gamma \geq 1,80^1$.

b) Allgemeiner Bauzustand

Die Beurteilung des Bauzustandes ist in jedem Fall durch einen sachkundigen Planungs- bzw. Bauingenieur vor Ort vorzunehmen. Besonders sind mögliche Rißbildungen und örtliche Durchfeuchtungen in Hinsicht auf die Standsicherheit zu bewerten.

1) Eine weitergehende Verringerung des globalen Sicherheitsbeiwertes bedarf der Untersuchung im Einzelfall.

2 Beurteilung der deckentragenden Wände (Giebelwandelemente)

a) Standsicherheitsnachweis

Der Untersuchung wurde folgendes Typenprojekt zugrundegelegt:

- Geschoßhohe Giebelwandelemente
- Wanddicke der Elemente 24 bzw. 30 cm
- bis zu 4 Vollgeschossen bei Steildach, bis zu 5 Vollgeschossen bei Flachdach
- Achsabstand Giebelwand - tragende Querwand maximal 3,60 m
- erfaßte Lasten
 - Eigenlast der Wandelemente und Decken
 - Verkehrslasten nach DIN 1055 Teil 3
 - Wind nach DIN 1055 Teil 4
 - Wärmedämmsystem
mit Eigengewicht bis 0,2 kN/m²
und Gesamtdicke bis 110 mm.

Der Nachweis erfolgte in Analogie zu DIN 1053 Teil 2.

Der globale Sicherheitsbeiwert beträgt abweichend von DIN 1053 $\gamma \geq 1,90$; die zulässige Druckspannung wird nach

$$\text{zul } \sigma = \beta_R / \gamma$$

berechnet.

β_R ist der Rechenwert der Druckfestigkeit (ANHANG 3).

Der Standsicherheitsnachweis ist erfüllt, wenn

- der 5 %-Quantilwert der Druckfestigkeit
 - $\beta_{5\%} \geq 2,2 \text{ N/mm}^2$ für 240 mm dicke Wandelemente
 - $\beta_{5\%} \geq 1,7 \text{ N/mm}^2$ für 300 mm dicke Wandelemente
- keine, die Standsicherheit beeinträchtigende Rißbildung vorliegt.

b) Nachweis des 5 %-Quantils der Druckfestigkeit und einer eventuellen Rißbildung erforderlich

Schritt 1: Beurteilung des Bauzustandes des Untersuchungsobjektes insgesamt

Schritt 2: Probenahme am Standort

- Mindestanzahl an Bohrkernen
5 Bohrkern aus rechter Giebelwand
5 Bohrkern aus linker Giebelwand

- Festlegung der Entnahmestellen entsprechend Bauzustand

- Beurteilung der Bohrkern hinsichtlich Rißbildung
Bei Vorliegen von Schalenbildung (Riß parallel zur Wandebene) sind weitere Bohrkern zu entnehmen oder andere Untersuchungen (wie z.B. Schallmessungen) vorzunehmen, um die Ausdehnung einer eventuell vorliegenden Schalenbildung einschätzen zu können.
Bei Vorliegen einer Schalenbildung ist ein individueller Standsicherheitsnachweis erforderlich (s. Schritt 6).

Schritt 3: Experimentelle Prüfung der Bohrkern

- s. ANHANG 1: Bauwerksfeuchte
Trockenrohdichte
Druckfestigkeit
(Elastizitätsmodul)

Schritt 4: Statistische Auswertung der experimentellen Ergebnisse

- s. ANHANG 2: Trockenrohdichte (Mittelwert)
Druckfestigkeit (5 %-Quantil)
(Elastizitätsmodul Mittelwert)

Schritt 5: Vergleich der Untersuchungsergebnisse mit den Forderungen im Abschnitt a); bei Erfüllung kann das Nachweisverfahren beendet werden.

Schritt 6: Bei Nichterfüllung ist eine Untersuchung im Einzelfall erforderlich!

Hinweis: Auch bei größeren Stützweiten als 3,60 m für die einseitig gespannten Deckenplatten ist ein spezieller Nachweis erforderlich.

ANHANG 1

Experimentelle Prüfung

VON

Porenbeton - Probekörpern

Inhalt:

- A: Bestimmung der Bauwerksfeuchte
- B: Bestimmung der Trockenrohichte
- C: Bestimmung der Druckfestigkeit
- D: Bestimmung des Elastizitätsmoduls

A: Bestimmung der Bauwerksfeuchte

A (1) Bestimmung der Masse m_i des i-ten Probekörpers

- m_i [kg]
 m_i : Masse des feuchten Probekörpers, auf 0,001 kg genau

A (2) Trocknung der Probekörper

- Trocknung bei $(65 \pm 5) ^\circ\text{C}$ bis zur Massekonstanz
- Massekonstanz ist dann erreicht, wenn die Masse des Prüfkörpers innerhalb von 24 h um nicht mehr als 0,1 % abnimmt /DIN 1048 Teil 5/

A (3) Bestimmung der Masse m_{di} des getrockneten, i-ten Probekörpers

- m_{di} [kg]
 m_{di} : Masse des getrockneten Probekörpers, auf 0,001 kg genau

A (4) Berechnung der Bauwerksfeuchte

- $f_{mi} = \frac{m_i - m_{di}}{m_{di}} \cdot 100$ [M.-%]

f_{mi} : massebezogene Feuchte, auf 0,1 M.-% genau

- $f_{vi} = 0,74 \cdot f_{mi}$

f_{vi} : volumenbezogene Feuchte, Näherungsbeziehung für $f_{mi} < 5$ M.-%

B: Bestimmung der Trockenrohddichte**B (1) Trocknung der Probekörper**

- Trocknung bei $(65 \pm 5) \text{ }^\circ\text{C}$ bis zur Massekonstanz
- Massekonstanz ist dann erreicht, wenn die Masse des Probekörpers innerhalb von 24 h um nicht mehr als 0,1 % abnimmt /DIN 1048 Teil 5/

B (2) Bestimmung des Volumens V_i

- $A_i = d_i^2 \cdot \pi / 4$ [mm²]

d_i : Durchmesser des Probekörpers, in halber Höhe des Probekörpers gemessen;
durch Mittelung über den Umfang bestimmt
auf 0,5 mm genau

- $V_i = A_i \cdot h_i$ [dm³]

h_i : Höhe des Probekörpers; durch Mittelung bestimmt
auf 0,5 mm genau

B (3) Bestimmung der Masse m_{di} des getrockneten, i-ten Probekörpers

- m_{di} [kg]

m_{di} : Masse des getrockneten Probekörpers, auf 0,001 kg genau

B (4) Berechnung der Trockenrohddichte ρ_{di} des i-ten Probekörpers

- $\rho_{di} = \frac{m_{di}}{V_i}$ $\left[\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \right]$

ρ_{di} : Trockenrohddichte, auf 0,02 kg/dm³ genau

C: Bestimmung der Druckfestigkeit

C (1) Herstellung der Probekörper aus den Bohrkernen

- Abmessungen der Probekörper:

$$h_i/d_i = 1,0$$

h_i : Höhe des i-ten Probekörpers

d_i : Durchmesser des i-ten Probekörpers

$$h_i/d_i = 0,9 \dots 1,1 \quad /DIN 1048 \text{ Teil 2/}$$

- Druckflächen müssen eben und parallel zueinander sein /DIN 1048 Teil 5/

C (2) Bestimmung der Trockenrohdichte nach B

liefert u. a. A_i

C (3) Druckfestigkeitsprüfung des getrockneten i-ten Probekörpers

- Belastungsgeschwindigkeit

Durchmesser des Probekörpers [mm]	80	100	150
Belastungsge- schwindigkeit [kN/s]	0,5	1,0	2,0

- Registrierung der Höchstlast

$$F_i \quad [\text{N}]$$

F_i : im Druckversuch festgestellte Höchstlast, auf 100 N genau

- Berechnung der Druckfestigkeit

$$\beta_i = \frac{F_i}{A_i} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

β_i : Druckfestigkeit für den i-ten Probekörper im trockenen Zustand,
auf 0,01 N/mm² genau;

bei Parchimer Porenbeton in Treibrichtung geprüft

D: Bestimmung des Elastizitätsmoduls

D (1) Herstellung der Probekörper aus den Bohrkernen

- Abmessungen der Probekörper:

$$2 \leq h_i/d_i \leq 4$$

s. /DIN 1048 Teil 5/ und C (1)

D (2) Bestimmung der Trockenrohdichte nach B

D (3) Prüfung des statischen Elastizitätsmoduls E_{bj}

- Belastungsgeschwindigkeit s. C (3)

- Prüfung
untere Prüfspannung $\sigma_u \approx 0,1 \text{ N/mm}^2$
obere Prüfspannung $\sigma_o \approx 0,8 \text{ N/mm}^2$

Registrierung im 3. Belastungszyklus:

$\varepsilon_u, \varepsilon_o$ zu σ_u, σ_o gemessene bzw. aus den
Meßwerten errechnete Dehnung

$$E_{bj} = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{\varepsilon_o - \varepsilon_u} \quad \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right]$$

E_{bj} : Elastizitätsmodul für den i-ten Probekörper im trockenen
Zustand /DIN 1048, Teil 5/, auf 50 N/mm^2 genau;
bei Parchimer Porenbeton in Treibrichtung geprüft.

D (4) Prüfung der Druckfestigkeit nach C (1) und C (3)

- Können aus dem Probekörper j zwei Probekörper für die
Druckfestigkeitsprüfung hergestellt werden, werden die Druckfestigkeiten mit
 $\beta_j^{(a)}$ und $\beta_j^{(i)}$ bezeichnet.
- Kontrolle, ob
 $2,0 \text{ N/mm}^2 \leq \beta_j \leq 3,0 \text{ N/mm}^2$
erfüllt ist, mit β_j bzw. $\beta_j = \frac{1}{2}(\beta_j^{(a)} + \beta_j^{(i)})$, s. DIN 1048, Teil 5
- Die Druckfestigkeiten β_j bzw. $\beta_j^{(a)}$ und $\beta_j^{(i)}$ können den Druckfestigkeitswerten
nach C hinzugefügt werden.

ANHANG 2

Statistische Auswertung

Inhalt:

- A: Statistische Kenngrößen für die Bauwerksfeuchte
- B: Statistische Kenngrößen für die Rohdichte
- C: Statistische Kenngrößen für die Druckfestigkeit
- D: Statistische Kenngrößen für den Elastizitätsmodul

Grundsätze: Porenbeton

A: Statistische Kenngrößen für die Bauwerksfeuchte

siehe B

B: Statistische Kenngrößen für die Rohdichte**B (1) Mittelwert der Rohdichte**

$$\bar{\rho} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \right]$$

B (2) Standardabweichung der Rohdichte

$$s_{\rho} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\rho_i - \bar{\rho})^2} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \right]$$

B (3) Variationskoeffizient der Rohdichte

$$v_{\rho} = \frac{s_{\rho}}{\bar{\rho}} \quad [\dots]$$

B (4) Verteilungsfunktion Normalverteilung

C: Statistische Kenngrößen für die Druckfestigkeit**C (1) Mittelwert der Druckfestigkeit**

$$\bar{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

C (2) Standardabweichung der Druckfestigkeit

$$s_{\beta} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\beta_i - \bar{\beta})^2} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

C (3) Variationskoeffizient der Druckfestigkeit

$$v_{\beta} = \frac{s_{\beta}}{\bar{\beta}} \quad [...]$$

C (4) Maximal- und Minimalwert der Druckfestigkeit

$$\max \beta \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

$$\min \beta \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

C (5) Verteilungsfunktion:

Für $v_{\beta} \leq 0,15$	Normalverteilung
$0,15 < v_{\beta} < 0,20$	Normalverteilung oder Logarithmische Normalverteilung
$v_{\beta} > 0,20$	Logarithmische Normalverteilung

Die Druckfestigkeiten β_i ($i = 1, \dots, n$), nach ANHANG 1 bestimmt, sind die Druckfestigkeiten der Probekörper. Bei Porenbeton aus dem Produktionswerk Parchim ist i.allg. die Treibrichtung mit der Prüfrichtung identisch (Bild 2).

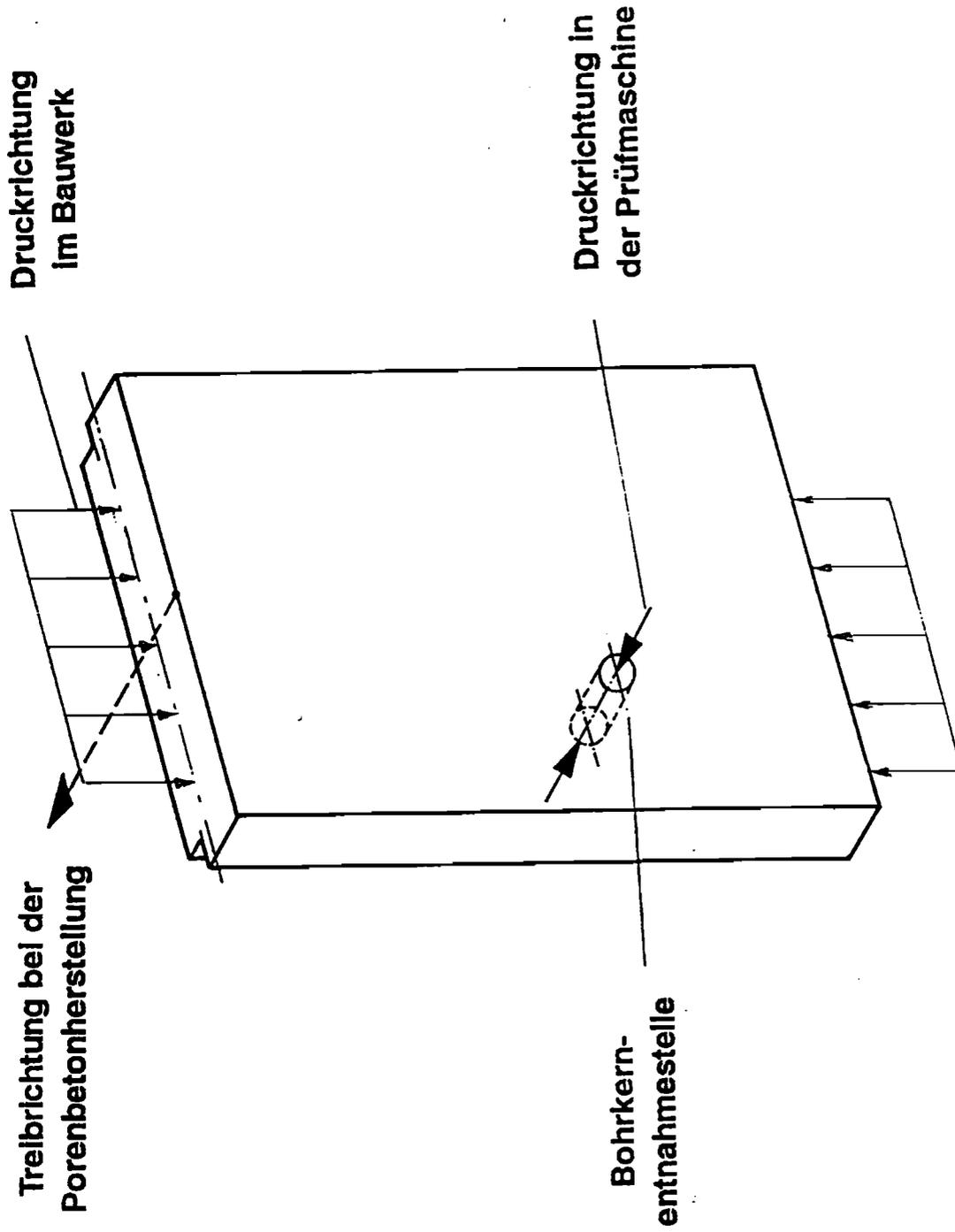


Bild 2: Darstellung von Treib- und Druckrichtung an einem Schaftelement in Einbaulage

C (6) Korrektur der Druckfestigkeitskenngrößen

- Korrekturgleichung für den Mittelwert

$$\text{korr } \bar{\beta} = 1,00 + 0,76 \cdot \bar{\beta}$$

$$1,60 \frac{N}{\text{mm}^2} \leq \bar{\beta} \leq 3,20 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

korr $\bar{\beta}$: Mittelwert der Druckfestigkeit in Richtung der im Bauwerk vorliegenden Belastungsrichtung

C (7) 5 % - Fraktilewert für die Druckfestigkeit

- Berechnung der 5 % Fraktile

$$\beta_{5\%} \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right]$$

Einbeziehung des Stichprobenumfangs n *) bei gleichzeitiger Inanspruchnahme der 85 %-Regel nach DIN 1048 Teil 4, Abschn. 5

- Normalverteilung mit den Parametern

Mittelwert korr $\bar{\beta}$
Standardabweichung s_{β} nach C (2)

- Logarithmische Normalverteilung mit den Parametern

Mittelwert korr $\bar{\beta}$
Standardabweichung s_{β} nach C (2)
Minimalwert Null

*) „Anleitung zur statistischen Auswertung von Prüfergebnissen - 5 %-Quantil und Mittelwert - Bericht Institut für Erhaltung und Modernisierung von Bauwerken Nr. 1-19/1995“
oder
Fischer, L.: Bestimmung des 5 %-Quantils im Zuge der Bauwerksprüfung.
Bautechnik, voraussichtlich 72 (1995) Heft 11.

D: Statistische Kenngrößen für den Elastizitätsmodul

D (1) Mittelwert des Elastizitätsmoduls

$$\overline{E_b} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m E_{bj} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

D (2) Korrektur des E-Moduls

$$korr \overline{E_b} = \frac{korr \overline{\beta}}{\overline{\beta}} \cdot \overline{E_b} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

- β_j nach ANHANG 1 - D (4)
- Mittelwert

$$\overline{\beta} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \beta_j$$

m Anzahl der Proben, an denen der Elastizitätsmodul bestimmt wurde

- $korr \overline{E_b}$: Elastizitätsmodul in Richtung der im Bauwerk vorliegenden Belastungsrichtung

ANHANG 3

Festigkeitskennwerte

Inhalt:

- A: Rechenwert für die Druckfestigkeit
- B: Rechenwert für den Elastizitätsmodul

ANHANG 3

A: Rechenwert für die Druckfestigkeit

$$\beta_R = a_1 a_2 a_3 \cdot \beta_{5\%}$$

$a_1 = 0,8$ Einfluß Prüfgeschwindigkeit infolge Kurzzeitprüfung und
Langzeitbelastung

a_1 berücksichtigt die geringere Dauerstandsfestigkeit gegenüber der im
Versuch ermittelten Kurzzeitfestigkeit
/ENV 1992 - 12 - 10, Entwurf Januar 1994/

$a_2 = 1,0$ Gestaltseinfluß

$a_3 = 0,75$ Feuchteeinfluß

a_3 berücksichtigt den Einfluß der Feuchte auf die Druckfestigkeit,
vorausgesetzt, das Bauwerk ist älter als 2 Jahre.

$$\beta_R = 0,6 \cdot \beta_{5\%} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

B: Rechenwert für den Elastizitätsmodul

$$E_b = 0,85 \cdot \text{korr} \overline{E_b} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

Faktor 0,85: Feuchteeinfluß

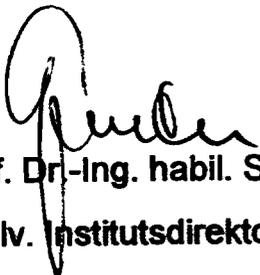
ANLAGE 2

**Bautechnische Beurteilung
des
Parchimer Porenbetons
anhand
statistischer Auswertung von Prüfergebnissen**

**Bautechnische Beurteilung
des
Parchimer Porenbetons
anhand
statistischer Auswertung von Prüfergebnissen**

Bearbeitung: Institut für Erhaltung und Modernisierung
von Bauwerken IEMB
Abt. Baukonstruktion
Plauener Str. 163 - 165

Berlin, 4.11. 1994



**Prof. Dr.-Ing. habil. Spaethe
Stellv. Institutsdirektor**



**Dr.-Ing. habil. L. Fischer
verantwortlicher Bearbeiter**

Inhaltsverzeichnis

		Seite
1	Einleitung	2
2	Erläuterung zur Datenbasis	2
3	Statistische Analysen	5
	3.1 Histogramme für die Druckfestigkeit	5
	3.2 Vergleich der 5 %-Fraktilwerte der Druckfestigkeit mit den geforderten Werten in Vorschriften	5
	3.3 Trendanalyse für die Druckfestigkeit	9
	3.4 Einfluß des Bauwerksalters auf die Druckfestigkeit	14
4	Schlußbemerkungen	15
5	Literatur	16

**ANLAGE 1: Experimentelle Prüfung und statistische Auswertung von Porenbeton-
probekörpern (Porenbeton aus Parchimer Produktion,
Mecklenburg - Vorpommern)**

1 Einleitung

In einem zweibändigen Abschlußbericht sind die umfangreichen Arbeiten des IEMB zusammengefaßt, die sich mit der Untersuchung des Porenbetons in Außenwandelementen in Mecklenburg-Vorpommern befassen. Eine Zusammenfassung und entsprechende Schlußfolgerung für weitergehende Untersuchungen enthält der Kurzbericht gleichen Titels /1/.

Um aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten, ist bei der statistischen Analyse ein großer Stichprobenumfang n erforderlich. In enger Zusammenarbeit mit der Ingenieurgesellschaft BBP Bauconsulting mbH, Berlin gelang es, einen beachtlichen Stichprobenumfang zu erreichen. Die erste Analyse ging von $n = 995$ Probekörpern, an 53 Standorten entnommen, aus. Diese Ergebnisse sind in ANLAGE 1 enthalten. Im September 1994 wurde eine erweiterte statistische Analyse vorgenommen. Sie enthält 1156 Probekörper von 60 verschiedenen Standorten. Erstmals konnte diese Stichprobe bezüglich Druckfestigkeit und Bauwerksalter ausgewertet werden.

2 Erläuterung zur Datenbasis

Die in der ANLAGE 1, Tabelle 3 und 4 begonnene Datensammlung wurde mit den Daten D weiter fortgesetzt. Tabelle 1 zeigt eine Übersicht zu den in der erweiterten statistischen Analyse zugrundegelegten Daten. Die Gruppen A, B und C sind mit den in Anlage 1 genannten Gruppen identisch, jedoch so ausgewählt, daß zu jedem Standort auch das Bauwerksalter zugeordnet werden kann.

Im wesentlichen sind die Bohrkern aus 24 cm dicken Porenbeton-Wandelementen entnommen worden. Ab 1982 wurden die Wandelemente aus Parchim in einer Dicke von 30 cm produziert. Da die 24er Wände auch aus wärmetechnischen Gründen saniert werden müssen, ist es logisch, daß hierfür mehr Daten vorliegen.

Als Eingruppierungsmerkmal wird, wie in ANLAGE 1 begründet, der Standort gewählt, d.h. für jeden Standort werden bestimmt

Mittelwert $\bar{\beta}$ und Standardabweichung S_{β} der unkorrigierten

Druckfestigkeiten, die den direkt im Versuch festgestellten Druckfestigkeiten entsprechen

Mittelwert korr $\bar{\beta}$ der korrigierten Druckfestigkeiten infolge der Anisotropie des Porenbetons (s. ANLAGE 1, Abschn. 4.2 und Bild 3)

5 %-Fraktilwert $\beta_{5\%}$ der Druckfestigkeit, der aus den korrigierten Druckfestigkeitswerten und einer Annahme zur Verteilungsfunktion - hier der logarithmischen Normalverteilung - berechnet werden muß.

Für praktische Bedürfnisse sind Untergruppen zu bilden:

Untergruppe 1: selbsttragende Außenlängswände
(Brüstungs- und Schaftelemente)

Untergruppe 2: deckentragende, geschoßhohe Wände
(Giebelwandelemente)

Die Grundsätze I /2/, die die Prüfung von Porenbeton in Bauwerken regeln, beinhalten einen Ablaufplan für die Prüfung der Untergruppe 1 (Ablaufplan 1) und einen für die Prüfung der Untergruppe 2 (Ablaufplan 2).

Es wurde geschätzt, daß etwa 160.000 Wohnungseinheiten in Porenbeton aus Parchimer Produktion errichtet wurden. Die Erhaltung dieser Bausubstanz verlangt die Instandhaltung und die Modernisierung. In den Grundsätzen I werden die notwendigen Anforderungen formuliert, die eine gleiche Basis für die Planungsbüros, Betonprüfstellen und Bauaufsichtsbehörden bilden. Das spezielle Interesse gilt den Giebelwandelementen, wobei etwa 2800 Giebel mit 24 cm dicken Wänden vorhanden sind.

Tabelle 1: Übersicht zu den Stichproben A, B, C und D sowie zu den statistischen Kenngrößen der Druckfestigkeit

Kennzeichnung	Anzahl Standorte	Anzahl Probekörper	$\bar{\beta}$	Druckfestigkeit [N/mm ²]			$\beta_{5\%}$
				S_{β}	korr $\bar{\beta}$		
A	12	259	2,62	0,55	2,99	2,18	
B	18	302	2,61	0,52	2,98	2,21	
C	18	360	2,44	0,39	2,85	2,26	
D	12	235	2,55	0,42	2,94	2,30	
A+B+C+D	60	1156	2,55	0,48	2,94	2,22	

3 Statistische Analysen

3.1 Histogramme für die Druckfestigkeit

Einen guten Überblick gewährleisten die Histogramme in Bild 1. Sie enthalten die unkorrigierten Druckfestigkeiten, die zu den statistischen Kenngrößen $\bar{\beta}$ und S_{β} in Tabelle 1 führen.

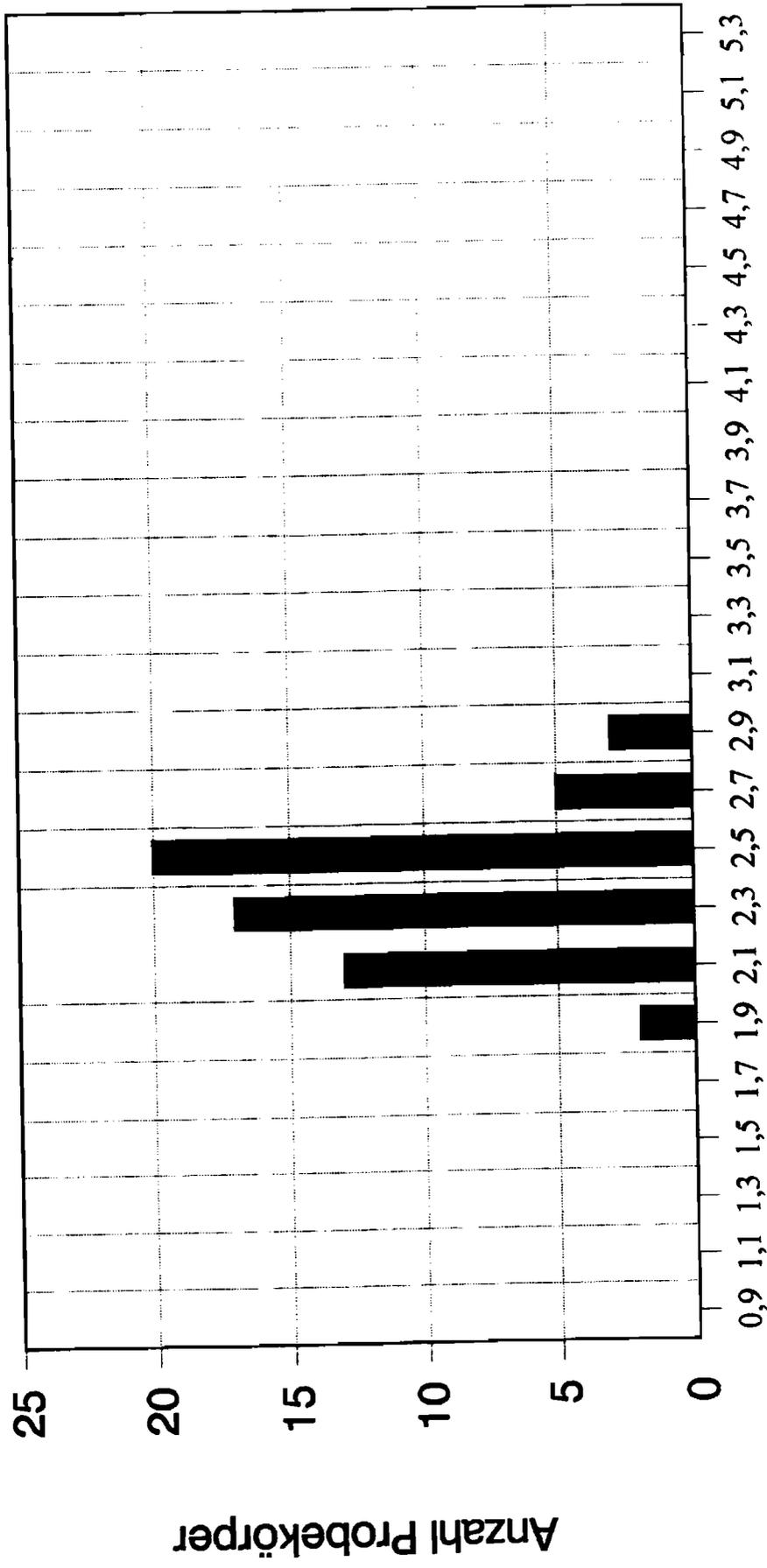
Für die Bewertung der gemessenen Druckfestigkeit ist das 5 %-Fraktil zu berechnen (s. Abschn. 2), das mit den Werten in der Vorschrift, z.B. mit der Nennfestigkeit zu vergleichen ist. Bild 2 enthält den 5 %-Fraktilwert, aus dem der Rechenwert und je nach Vorschrift auch die zulässigen Spannungen abgeleitet werden können. Für jeden Standort wird ein individueller 5 %-Fraktilwert ermittelt und für den Standsicherheitsnachweis bereitgestellt.

3.2 Vergleich der 5 %-Fraktilwerte der Druckfestigkeit mit den geforderten Werten in Vorschriften

In Bild 3 wird ein gravierender Unterschied zwischen Güteprüfung und Prüfung am Bauwerk festgestellt.

Die Bauwerksprüfung, in den Jahren 1993 und 1994 an unterschiedlich alten Bauwerken bestimmt, liefert für die als Grundgesamtheit betrachteten 1156 Probekörper der Serien A+B+C+D einen 5 %-Fraktilwert von

$$\beta_{5\%} = 2,2 \text{ N/mm}^2$$



5%-Fraktile der Druckfestigkeit in N/mm²

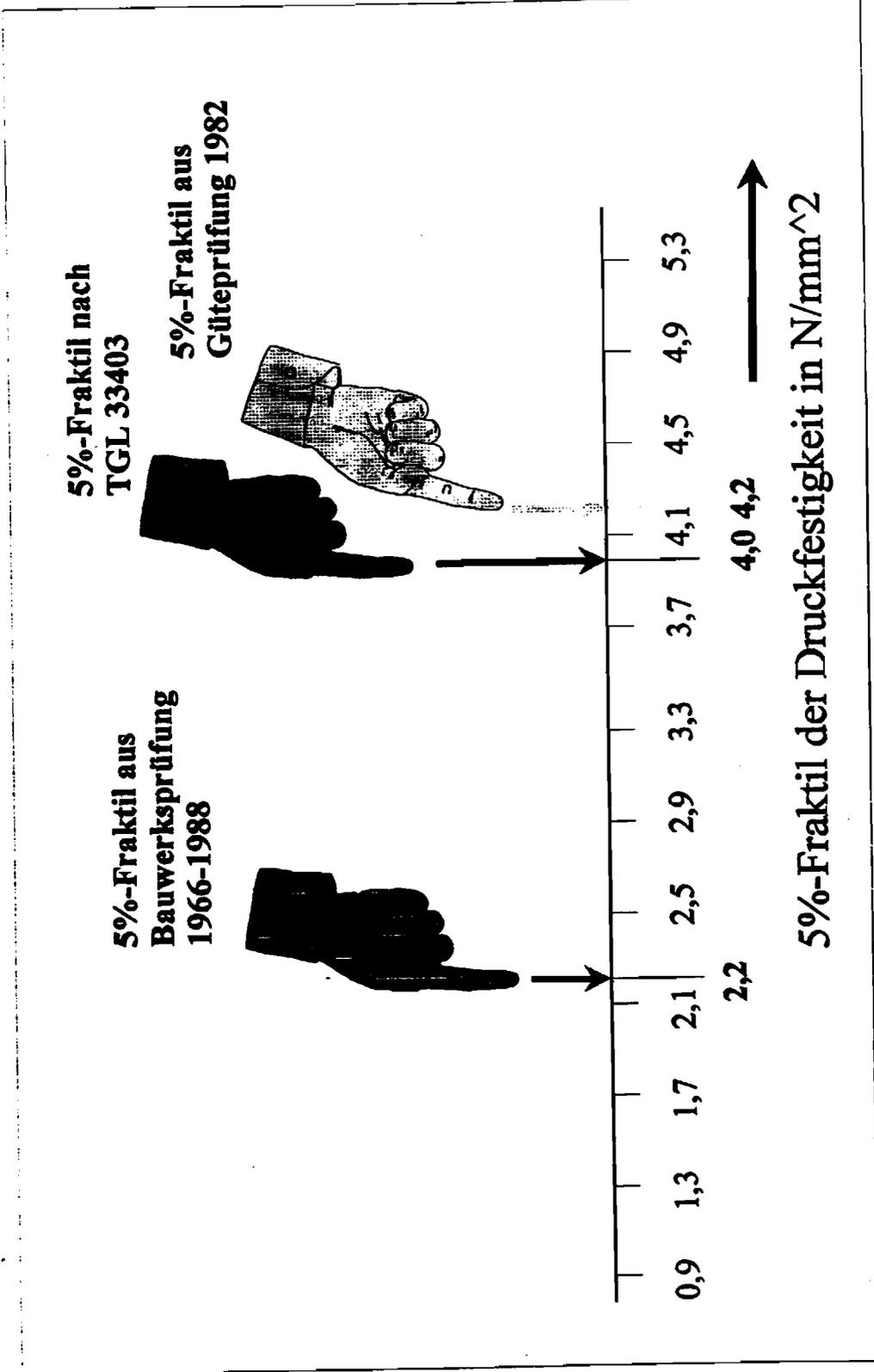


Bild 3: Ergebnisse von Druckfestigkeitsprüfungen im Vergleich zur TGL

Die TGL 21098, August 1972, die TGL 33403, 1. Änderung 1985 und die TGL 33416/01, Juli 1986 legen einen 5 %-Fraktilewert von

$$\beta_{5\%} = 4,0 \text{ N/mm}^2$$

fest. Mit Annahme eines realistischen Variationskoeffizienten von $v = 0,15$ müsste der folgende Mittelwert erreicht werden (Annahme Normalverteilung)

$$\bar{\beta} = \frac{\beta_{5\%}}{1 - 1,645 \cdot v} = \frac{4}{1 - 1,645 \cdot 0,15} = 5,3 \text{ N/mm}^2.$$

In Bild 3 sind auf der Abszisse 3 Werte markiert. Die ersten zwei wurden bereits erläutert. Der größte Wert

$$\beta_{5\%} = 4,2 \text{ N/mm}^2$$

entspricht der Güteprüfung im Werk Parchim, im Jahre 1982 an 2222 Probekörpern erhalten. Diese Ergebnisse wurden /3/ entnommen; eine direkte Anfrage im Werk Parchim blieb erfolglos.

Eine zur Zeit immer wieder angestrebte Eingruppierung in Festigkeitsklassen der DIN ist infolge der geringen Druckfestigkeitswerte des Parchimer Porenbetons nicht möglich. Aus wirtschaftlichen Gründen verbleibt nur die Verwendung der aktuell an der jeweiligen Bausubstanz ermittelten Druckfestigkeiten und bedeutet nach der Musterbauordnung eine Zulassung im Einzelfall.

3.3 Trendanalyse für die Druckfestigkeit

Für 60 Standorte war es möglich, durch Anfragen bei den Wohnungsbaugesellschaften bzw. Wohnungsbaugenossenschaften das Baualter festzustellen. Bei den Analysen wird als Abszisse die Zeit T in Jahren verwendet; sie wird bestimmt aus der Differenz vom Jahr der Probenahme und dem Jahr der Errichtung für das gleiche Bauwerk.

Folgende Daten für die Zeit liegen vor:

- Jahr der Probenahme: 1993 oder 1994
- Jahr der Errichtung: 1966 bis 1988.

Die zeitliche Zuordnung der Druckfestigkeit ist in Tabelle 2 vorgenommen worden und zwar nach folgendem Prinzip:

- Mittelwert $\bar{\beta}$ aus den Mittelwerten von m Standorten, die der gleichen Zeit T zuzuordnen sind.
- Mittelwert $\bar{\beta}_{5\%}$ aus den 5 %-Fraktilewerten von m Standorten, die der gleichen Zeit T zuzuordnen sind.

Ein Vergleich von Tabelle 1 und Tabelle 2 bestätigt, daß die Mittelwerte identisch sind. Ein Unterschied in den 5 %-Fraktilwerten ist aber durch die unterschiedlichen Zahlenwerte für Mittelwert und Standardabweichung in der logarithmischen Normalverteilung gegeben. Wie bereits ausgeführt, wird hier die Gruppenbildung nach Standorten vorgenommen.

Für die Trendanalyse gibt es zwei Möglichkeiten:

- a) Regressionsanalyse
- b) Trend für das gleitende Mittel.

Beide Methoden wurden untersucht, die Ergebnisse nach a) werden dargestellt.

Die Trendanalysen ergeben folgende quantitative Zusammenhänge

$$\begin{aligned} \bar{\beta} &= 2,5518 + 0,0011 \cdot T \\ \bar{\beta}_{5\%} &= 2,3907 - 0,0020 \cdot T \quad \text{mit} \quad 5 \text{ Jahre} \leq T \leq 30 \text{ Jahre.} \end{aligned}$$

Einige Zahlenwerte enthält Tabelle 3. Die graphische Darstellung ist in den Bildern 4 und 5 gegeben.

Tabelle 2:

Zeit T [Jahre]	Anzahl m	Druckfestigkeit [N/mm ²]	
		$\bar{\beta}$	$\bar{\beta}_{5\%}$
5	1	2,90	2,82
6	1	1,68	1,92
7	6	2,52	2,36
8	1	2,87	2,58
11	2	3,05	2,35
12	1	2,56	2,14
15	3	2,44	2,30
17	4	2,80	2,35
18	10	2,68	2,51
19	5	2,37	2,29
20	5	2,43	2,32
21	4	2,51	2,32
22	6	2,55	2,59
23	3	2,46	2,39
24	7	2,58	2,38
27	1	2,71	2,34
	60	2,55	2,39

Tabelle 3:

T [Jahre]	$\bar{\beta}$ [N/mm ²]	$\bar{\beta}_{5\%}$ [N/mm]
5	2,557	2,381
15	2,568	2,361
25	2,579	2,341
30	2,585	2,331

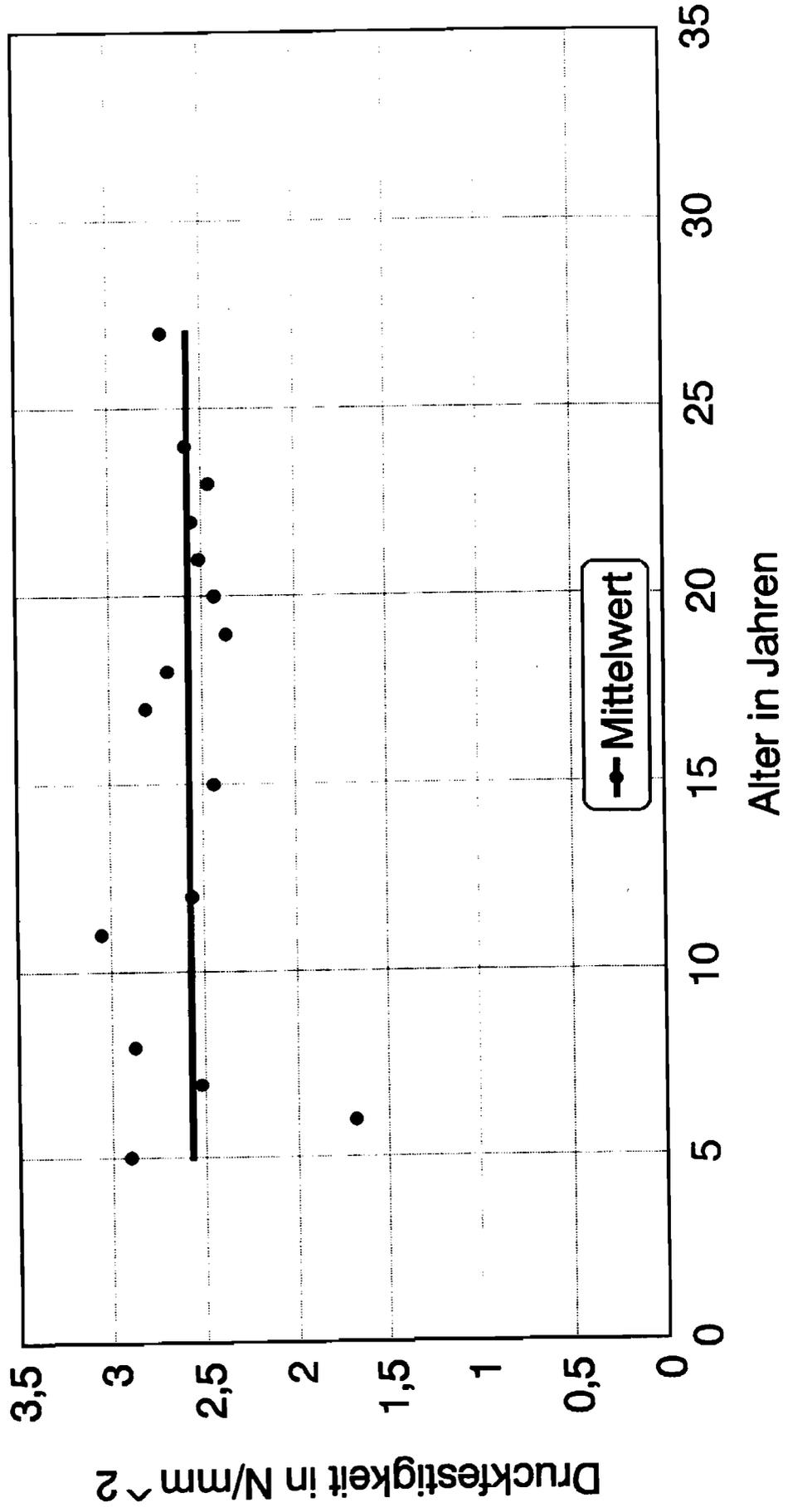


Bild 4: Mittelwert der Druckfestigkeit als Funktion des Bauwerkalters

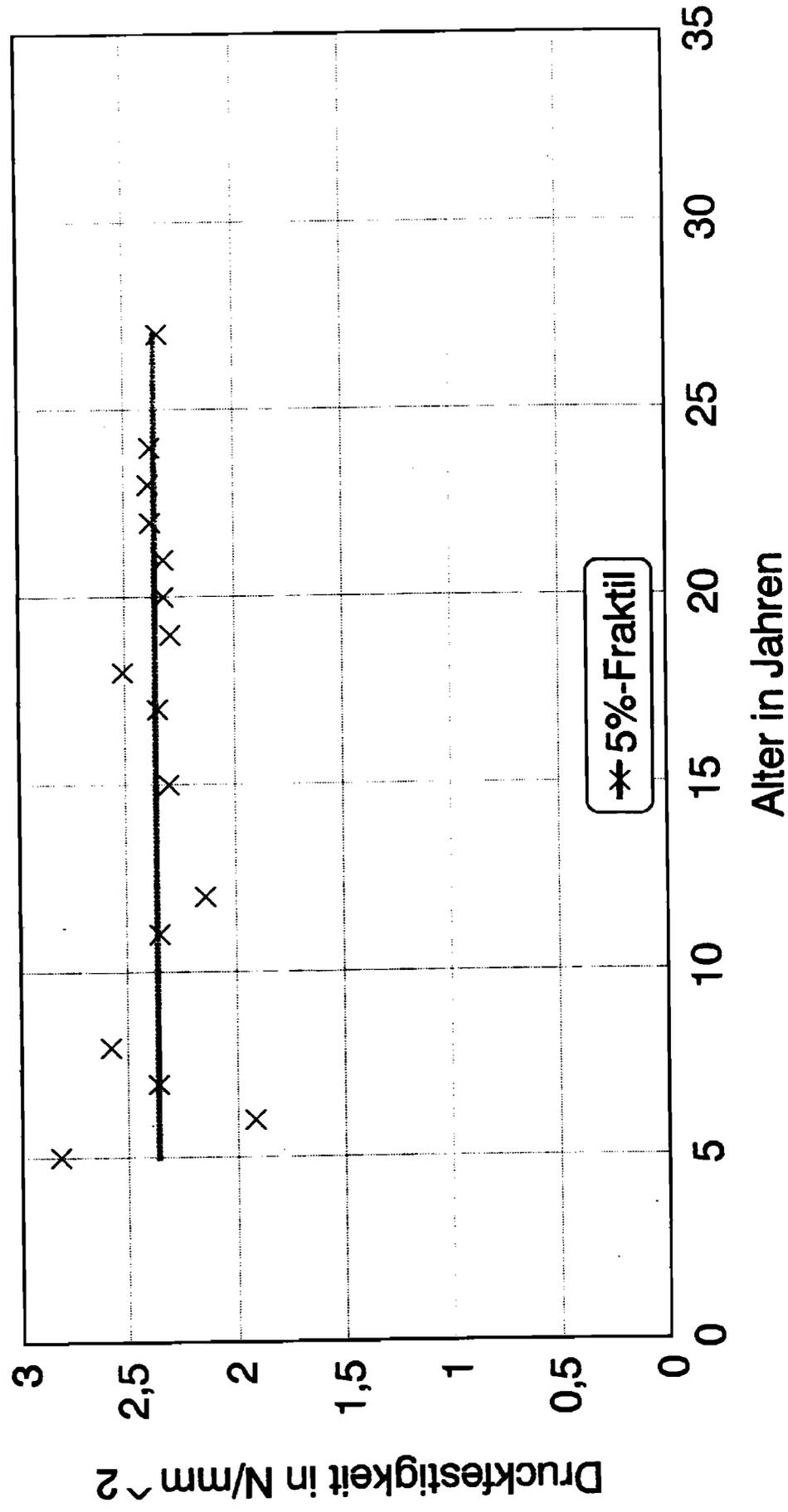


Bild 5: 5 %-Fraktile der Druckfestigkeit als Funktion des Bauwerksalters

3.4 Einfluß des Bauwerksalters auf die Druckfestigkeit

Das Bild 4 läßt folgende Schlußfolgerungen zu:

Die Trendanalyse liefert keine zeitliche Veränderung der unkorrigierten Druckfestigkeiten. Diese Aussage gilt im Mittel für die untersuchten Standorte.

Die unkorrigierten Druckfestigkeiten sind die direkt an den Bohrkernen festgestellten Druckfestigkeiten im Zustand "trocken".

Um zu den 5 %-Fraktile der Druckfestigkeit zu kommen, sind die mathematischen Operationen

- Korrektur der Druckfestigkeitswerte (s. ANLAGE 1, Abschn. 4.2)
- Bestimmung des Fraktilwertes der logarithmischen Normalverteilung vorzunehmen. Die Bedeutung des 5 %-Fraktilwertes der Druckfestigkeit ist darin begründet, daß dieser Wert den Rechenwert direkt beeinflußt. Bild 5 zeigt ebenso wie Bild 4:

Die Trendanalyse liefert keine zeitliche Veränderung der korrigierten Druckfestigkeiten. Diese Aussage gilt im Mittel für die untersuchten Standorte.

Die Begrenzung der Aussagen auf eine Zeit zwischen 5 und 30 Jahren ist zunächst durch das vorliegende Datenmaterial gegeben. Aber zwei wichtige Anmerkungen sind zu beachten:

1. Die Untersuchungen wurden nicht an einem Standort für ein und dasselbe Bauwerk durchgeführt, sondern an einer Reihe von Bauwerken mit unterschiedlichem Alter.
2. Der Zeitraum zwischen Güteprüfung und frühestmöglicher Bauwerksprüfung beträgt 5 Jahre. Zum Herstellungszeitpunkt - Zeitpunkt der Güteprüfung - wird eine den Vorschriften entsprechende Druckfestigkeit protokolliert. Zum Zeitpunkt der Bauwerksprüfung wird dagegen eine viel geringere Druckfestigkeit festgestellt (s. Bild 3). Der Unterschied zwischen diesen Druckfestigkeitswerten kann nicht mit der oben angewendeten statistischen Analyse erklärt werden.

4 Schlußbemerkungen

Dieser Bericht faßt die Ergebnisse von Prüfungen an der bestehenden Bausubstanz zusammen und repräsentiert den Stand von Oktober 1994. Darin nimmt die statistische Analyse der Druckfestigkeit eine besondere Rolle ein.

Vier Punkte sollen den Stand der Untersuchung verdeutlichen:

1. Bautechnische und baustoffliche Untersuchung des gesamten Wohnblocks
2. Experimentelle Prüfung des Porenbetons entsprechend der "Grundsätze I"
 - Druckfestigkeit im Zustand "trocken"
 - Elastizitätsmodul im Zustand "trocken"
 - Bauwerksfeuchte
 - Rißbildung
3. Schätzung des 5 %-Fraktils der Druckfestigkeit auf der Grundlage einer statistischen Analyse
 - Korrektur der Druckfestigkeit
 - Bestimmung eines Rechenwertes (Grundsätze I) aus den "aktuellen" Baustoffeigenschaften
 - Annahme einer dauerbeständigen, aus der experimentellen Prüfung folgenden Druckfestigkeit
4. Standsicherheitsnachweis unter Beachtung der Punkte 1 bis 3.

Eine sorgfältige Bearbeitung der oben genannten Punkte 1 bis 4 sichert auch den Erfolg des Instandsetzungs- und Modernisierungsprozesses, der für die mit Parchimer Porenbeton errichteten Wohnbauten dringend notwendig ist. Die Kluft zwischen der Güteprüfung und der im zeitlichen Abstand von 5 und mehr Jahren erfolgten Bauwerksprüfung bedarf noch einer eingehenden Untersuchung.

5 Literatur

- /1/ Untersuchungen zur Instandsetzung und Modernisierung von Wohnblöcken mit Außenwandelementen aus Porenbeton in Montagebauweise in Mecklenburg-Vorpommern, Kurzbericht.
L. Fischer, M. Baumert - Bericht Nr. 1 - 4/1994, IEMB, Berlin 1994.**

- /2/ Fischer, L.: Grundsätze I zur Prüfung von Porenbeton in Bauwerken, Ermittlung von Festigkeitskenngrößen, IEMB, Berlin, September 1994.**

- /3/ Auswertungsbericht zur Analyse von Gasbeton - Prüfdaten der Gasbetonwerke Laußig, Hennersdorf, Parchim und Calbe als Grundlage für die Festlegung der technischen Forderungen in TGL (E) 33416/01 "Gasbeton"; Technische Bedingungen", Institut für Stahlbeton, Dresden, Juni 1983**

ANLAGE 1

Experimentelle Prüfung und statistische Auswertung von Porenbetonprobekörpern (Porenbeton aus Parchimer Produktion, Mecklenburg-Vorpommern)

Bearbeiter: Dr.-Ing. habil. L. Fischer
IEMB - Abt. Baukonstruktion

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1 Einleitende Bemerkungen	2
2 Konstruktive Lösungen	4
3 Experimentelle Untersuchungen	5
4 Statistische Auswertung der Untersuchungsergebnisse	9
4.1 Vorhandenes Datenmaterial	9
4.2 Korrektur der Festigkeitsgrößen	14
4.3 Statistische Auswertung für die einzelnen Bauwerksstandorte	18
4.3.1 Gruppenbildung	18
4.3.2 Regressionsanalyse	18
4.3.3 5 %-Fraktile der Druckfestigkeit	21
4.4 Weitere Ergebnisse aus der statistischen Auswertung für die Grundgesamtheit	25
5 Ermittlung von Festigkeitskennwerten	26
5.1 Rechenwert für die Druckfestigkeit	26
5.2 Rechenwert für den Elastizitätsmodul	26
6 Schlußbemerkungen	27
7 Literatur	28

1 Einleitende Bemerkungen

Der Baustoff Porenbeton, früher als Gasbeton bezeichnet, ist ein Massivbaustoff mit hervorragenden Eigenschaften, wie geringes Gewicht und gute physikalische Eignung (Wärmedämmung, Diffusion, Brandschutz). So sind in den neuen Bundesländern bis 1990 mehr als 160000 Wohnungseinheiten in Block- und Plattenbauweise mit Außenwänden aus Porenbeton produziert im Werk Parchim, Mecklenburg-Vorpommern, errichtet worden. Eine sorgfältige Analyse des Bau-Istzustandes führt zu folgenden Feststellungen:

- Die Beschichtung der Außenwände (Ilmantinplastputz oder Glasseidenmischgewebe-Tapete) ist teilweise verschlissen. Dies führt zu Durchfeuchtungen der Elemente und außerdem zu einer unansehnlichen Fassade. Anschlußdetails, wie die für Sohlbänke, sind eine weitere Ursache für das Eindringen von Feuchtigkeit. Hohe Feuchte verschlechtert die günstigen Eigenschaften von Porenbeton. Der Einfluß der **Bauwerksfeuchte** auf die Verminderung der Druckfestigkeit des Porenbetons ist in signifikanter Weise gegeben.
- Gefährliche **Risse** in den Wandplatten sind zu bewerten und sind in geeigneter Weise in den Standsicherheitsnachweis einzubeziehen.
- Die **Wärmedämmung** der Außenwände, vor allem die der 24 cm dicken Wandplatten, muß aus wirtschaftlichen Gründen erhöht werden. Üblich ist die Anbringung einer Wärmedämmung von außen. Meist werden Wärmedämmverbundsysteme verwendet; die beste Lösung für Porenbeton scheint jedoch die mechanisch befestigte, hinterlüftete Fassadenkonstruktion zu sein.

Der Prozeß der Instandsetzung und Modernisierung des Gebäudebestandes läuft, wie man überall in den neuen Bundesländern sehen kann, auf vollen Touren. Während von den Planungsbüros die Untersuchungen im Detail erfolgen, werden vom IEMB die Ergebnisse gesammelt, ausgewertet und einem breiten Interessentenkreis zur Verfügung gestellt. Die auf dieser Basis entstandenen ersten umfangreichen, experimentellen Untersuchungsergebnisse zeigt Tabelle 1. Der Vergleich der vorhandenen Werte für Druckfestigkeit, Trockenrohichte und Elastizitätsmodul mit den Normwerten der seinerseits gültigen Vorschriften /1/ und /2/ - Gasbetonklasse GBk 700/4,0 - zeigt, daß die nachgewiesenen Eigenschaften auf der ungünstigen Seite beim Standsicherheitsnachweis liegen. Es tut sich außerdem eine Kluft zwischen Güteprüfung und Bauwerksprüfung auf.

Tabelle 1: Statistische Auswertung von 995 Porenbetonprobekörpern und Vergleich mit den seinerzeit gültigen TGL-Vorschriften

5 % - Fraktilwert für die Druckfestigkeit im trockenen Zustand (53 Standorte)

$$\text{vorh } \beta_{5\%} \left\{ \begin{array}{l} = (0,48 \dots 0,55 \dots 0,71) * \beta_{5\%} \text{ nach TGL 33416/01} \\ = (1,92 \dots 2,18 \dots 2,82) \text{ N / mm}^2 \end{array} \right.$$

95 % - Fraktilwert für die Trockenrohichte (53 Standorte)

$$\text{vorh } \rho_{95\%} \left\{ \begin{array}{l} = (0,88 \dots 1,06 \dots 1,17) * \rho_{95\%} \text{ nach TGL 33416/01} \\ = (0,63 \dots 0,76 \dots 0,84) \text{ kg / dm}^3 \end{array} \right.$$

Mittelwert für den Elastizitätsmodul im trockenen Zustand (22 Standorte)

$$\text{vorh } E \left\{ \begin{array}{l} = (0,40 \dots 0,55 \dots 0,74) * E_b \text{ nach TGL 33403, 1. Änderung} \\ = (850 \dots 1150 \dots 1550) \text{ N / mm}^2 \end{array} \right.$$

Als Resümee auf die hier vorliegende Situation ist die Erstellung eines standortspezifischen Gutachtens für die vorhandene Bausubstanz zu nennen. Darauf aufbauend ist die Führung eines Standsicherheitsnachweises unter Einbeziehung der Besonderheiten des Baustoffs Porenbeton anzuschließen.

2 Konstruktive Lösungen

Im industriellen Wohnungsbau gelangten mehrere Typenprojekte zur Anwendung. Aus Platzgründen kann nur ein Überblick zum Konstruktionssystem gegeben werden. Eine detaillierte Information enthält /3/.

- Abmessungen

Gebäudelängen maximal 60,00 m

Gebäudebreiten 9,60 m bzw. 10,80 m

Geschoßhöhe 2,80 m

4 Geschosse, Steildach mit Ofenheizung

5 Geschosse, Flachdach mit Zentralheizung

- Baustoffe

Außenlängswand Porenbeton 24 cm bzw. 30 cm

Giebelwand in folgenden Varianten:

- Porenbeton, einschichtig, 24 cm bzw. 30 cm
- Leichtbeton mit haufwerksporigem Gefüge, 29 cm
- Leichtbeton mit geschlossenem Gefüge, 29 cm
- Normalbeton, dreischichtig, 26 cm (Wetterschutzschicht, Wärmedämmschicht, Tragschicht)

tragende Innenwand Normalbeton, 15 cm

Trennwand Normalbeton, 6 cm

- Statisches System

Querwandbauweise mit Systemlängen von 2,40 m, 3,60 m und 6,00 m, mit tragenden Innenwänden und deckentragenden, geschoßhohen Giebelelementen

Außenlängswand, selbsttragend, in Form des Brüstungs-Schaft-Systems und mit dachtragenden Drempelementen

Verbindungsdetails und Ringankerführung siehe /3/

Elementebewehrung: die Bewehrung der Wandplatten überschreitet die in /4/ definierte Mindestbewehrung.

3 Experimentelle Untersuchungen

Ein standortspezifisches Gutachten muß das Gesamtbauwerk erfassen. Hier wird nur der Teil näher betrachtet, der sich mit den Außenwandplatten aus Porenbeton befaßt:

- Bestimmung von Baustoffeigenschaften, wie Druckfestigkeit, Rohdichte und Elastizitätsmodul
- Feststellung der Bauwerksfeuchte
- Überprüfung der Wirksamkeit des Korrosionsschutzes von Ringankern und Elementebewehrung sowie die Überprüfung der Ausführungsqualität der Verankerungsdetails.

Die Prüfung von Baustoffeigenschaften muß normativ geregelt werden. Für Porenbeton sind die notwendigen Angaben in den Vorschriften /5/ bis /8/ enthalten und entsprechen der einer Güteprüfung (Tabelle 2). Wenn man weiß, daß die Probekörper zum Zeitpunkt der Druckprüfung eine Feuchte kleiner als 3 Vol.-%, von Ausnahmen abgesehen, aufweisen, wird ein Prüfverfahren für die Bauwerksprüfung in Analogie zu DIN 1048 Teil 2 /9/ gebraucht. Wie wichtig der Einfluß der Feuchte auf die Druckfestigkeit ist, vermittelt Bild 1. Für eine reproduzierbare Bestimmung der Druckfestigkeit wird folgendes Vorgehen vorgeschlagen:

- Bestimmung der Druckfestigkeit am Probekörper, der bei $(105 \pm 5) ^\circ\text{C}$ auf Massekonstanz getrocknet wurde
- Abminderung der Druckfestigkeit infolge Feuchte beim Nachweis der Standsicherheit.

Für eine rationelle Prüfung des Porenbetons an der bestehenden Bausubstanz sind Regelungen zu treffen, die den Betonprüfstellen und Planungsbüros als Anleitung dienen sollen. Es sind u.a. die nachfolgenden Sachverhalte festzulegen:

Tabelle 2: DIN-Vorschriften zur Prüfung von Porenbetonprobekörpern

Norm	Trockenrohddichte	Druckfestigkeit	
		Prüfbedingungen	Vorgehen bei Nichteinhaltung der Prüfbedingungen
DIN 4165	Bestimmung an 105 °C bis zur Massenkonzanz getrockneten Probekörpern.	Bestimmung an lufttrockenen Probekörpern mit einer Feuchte von $5 M\text{-}\% \leq f_M \leq 15 M\text{-}\%$.	Trocknung bei max. 60 °C.
DIN 4223	Analog DIN 4223.	Bestimmung an lufttrockenen Probekörpern mit einer Feuchte von $3 \text{ Vol.}\% \leq f_V \leq 10 \text{ Vol.}\%$.	Keine Angaben.
DIN EN 678 DIN EN 679	Bestimmung an (105 ± 5) °C bis zur Massenkonzanz getrockneten Probekörpern.	Bestimmung an Probekörpern mit einer Feuchte von $4 M\text{-}\% \leq f_M \leq 8 M\text{-}\%$. Nach der Druckprüfung ist der tatsächliche Feuchtegehalt festzustellen.	Konditionierung der Probekörper bei max. 60 °C.

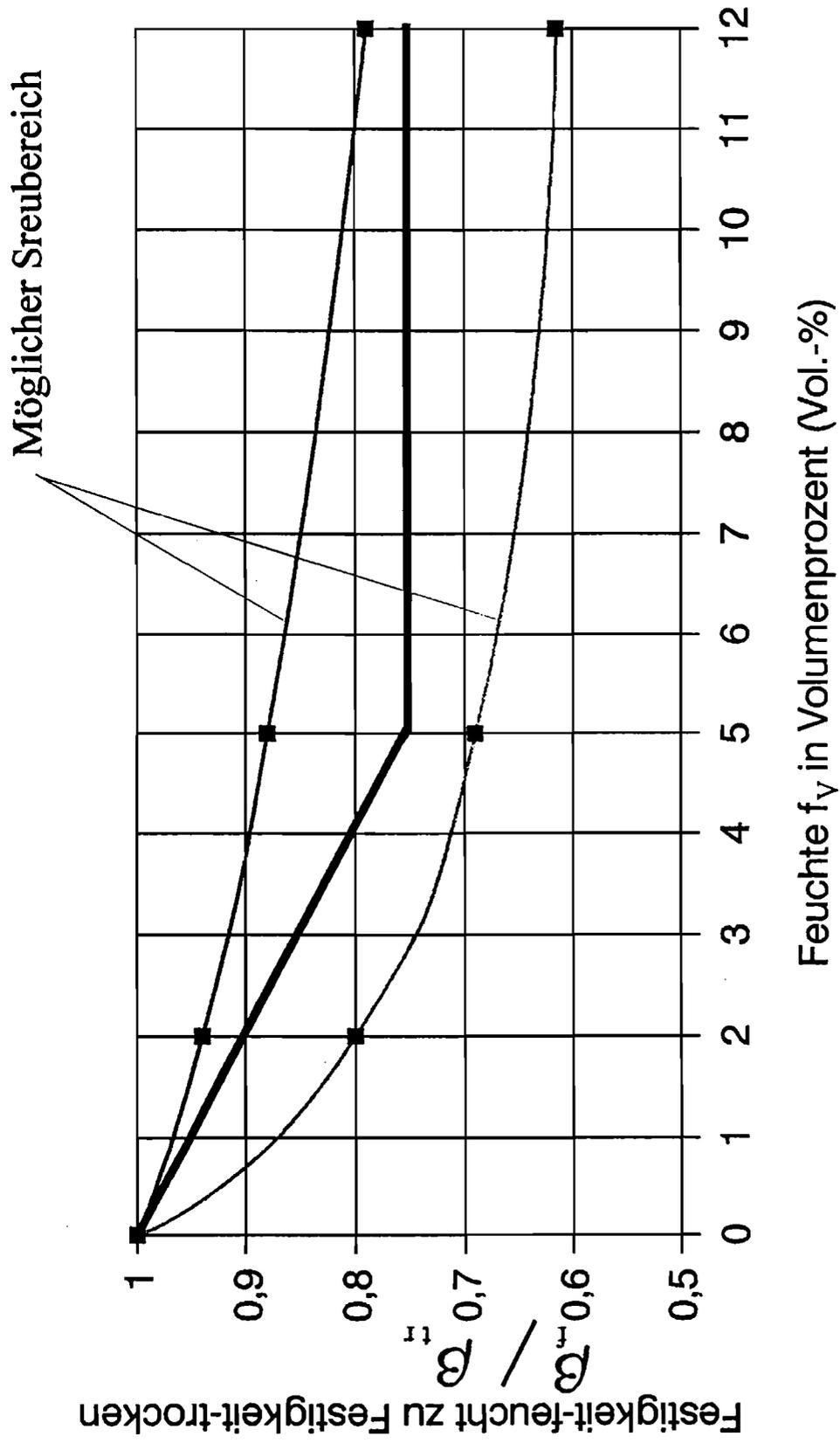


Bild 1: Einfluß der Feuchte auf die Druckfestigkeit von Porenbeton

a) *Probenahme am Bauwerk* (Bohrkerne, Bruchstücke u.ä.)

- Objektbegehung zur Erfassung des baulichen Istzustandes
- Festlegung der Anzahl von Bohrkernen an ausgewählten Wandelementen
- Aufnahme von Reißbildern, Feststellung von innenliegenden Rissen durch Beurteilung aller Bohrkern
- Schlagprüfung mit einem Rückprallhammer geringer Schlagenergie ($\approx 1 \text{ Nm}$)

b) *Untersuchung der Probekörper*

- Rohdichtebestimmung
 - Rohdichte am feuchten Probekörper
 - Trockenrohddichte
 - Bauwerksfeuchte, volumenbezogen
- Druckfestigkeitsprüfung
 - Belastungsgeschwindigkeit

Durchmesser des Probekörpers [mm]	80	100	150
Belastungs- geschwindigkeit [kN/s]	0,5	1,0	2,0

- Druckprüfung: max F [N]

- Druckfestigkeit: $\beta = \max F/A \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right]$

- Bestimmung des statischen Elastizitätsmoduls
 - Belastungsgeschwindigkeit wie bei der Druckfestigkeitsprüfung
 - Registrierung im 3. Belastungszyklus mit einer unteren Prüfspannung von $\sigma_u \approx 0,1 \text{ N/mm}^2$ und einer oberen Prüfspannung von $\sigma_o \approx 0,8 \text{ N/mm}^2$
 - Elastizitätsmodul: E nach DIN 1048 Teil 5 /9/
 - Feststellung der Druckfestigkeit

c) *Auswertung der Schlagprüfung mit dem Rückprallhammer*

s. DIN 1048 Teil 4 /9/

d) *Statistische Auswertung der Prüfergebnisse*

s. Kapitel 4

Zur Reduzierung des Aufwandes der statistischen Auswertung wird ein Prüfmodus entwickelt, bei dem zunächst nur Mittelwert und Minimalwert der Druckfestigkeit (Kapitel 4.3.3) abgefragt werden. Bei Nichterfüllung sind weitere statistische Kenngrößen zu ermitteln. Außerdem kann eine Vergrößerung des Stichprobenumfanges n notwendig sein, wie Kapitel 4 belegt.

e) *Ermittlung von Festigkeitskennwerten*

s. Kapitel 5

4 Statistische Auswertung der Untersuchungsergebnisse

4.1 Vorhandenes Datenmaterial

Aus m Bohrkernen können n Probekörper hergestellt und nach Kapitel 3 geprüft werden. Diese Daten sind mit Hilfe der mathematischen Statistik zu verarbeiten, weil in den DIN-Vorschriften die Baustoffbeschreibung an statistische Kenngrößen gebunden wird:

für die Druckfestigkeit gilt das 5 %-Fraktil $\beta_{5\%}$

für den Elastizitätsmodul der Mittelwert E_b

für die Trockenrohddichte ebenfalls der Mittelwert $\bar{\rho}$

Eine relativ sichere Bestimmung des 5 %-Fraktilwertes verlangt eine hohe Anzahl von Probekörpern, an denen die Druckfestigkeit bestimmt werden muß. Andererseits sind die bauwerksspezifischen Untersuchungen sehr teuer, so daß ein vernünftiger Kompromiß zu schließen ist. Einer der Kompromisse ist in der Verwendung des bereits vorhandenen Datenmaterials als Vorinformation (s. Kapitel 4.3.3 oder Bayes'sches Verfahren) zu sehen.

Die Tabellen 3 und 4 geben eine Übersicht zu den Daten, die für die statistische Auswertung zur Verfügung stehen. 995 Probekörper liegen in der Form von Bohrkernen und 41 Probekörper in der Form von Würfeln vor. Die Probekörper mit der Bezeichnung A wurden vom IEMB mit Unterstützung der Wohnungsbaugesellschaft Parchim und Hagenow und der Bauplanungsbüros Lemke, Parchim und IBC GmbH, Schwerin bearbeitet. Die Probekörper mit der Bezeichnung B und C wurden vom Ingenieurbüro BBB^{*)}, Schwerin im Auftrag der Schweriner Wohnungsbaugenossenschaft bzw. -gesellschaft untersucht.

^{*)} Herrn Dipl.-Ing. Rink danke ich für die gute Zusammenarbeit

Übersicht zu den Stichproben A, B und C sowie zu den statistischen Kenngrößen der Druckfestigkeit und der Trockenrohichte

Nr.	Beschreibung	Anzahl der Probekörper	Druckfestigkeit [N/mm ²]				Trockenrohichte [kg/dm ³]
			$\bar{\beta}$	s_{β}	$k_{\text{corr}} \bar{\beta}$	$\beta_{5\%}$	
A1 bis A12	<ul style="list-style-type: none"> • Bohrkerndurchmesser 8,3 cm • Prüfung nach DIN 4165, lufttrocken • Umrechnung auf Zustand "trocken" • Standorte Hagenow und Parchim 	244	2,60	0,55	2,98	2,17	0,72
A13 bis A 15	<ul style="list-style-type: none"> • Würfel 10 x 10 x 10 cm³ • Prüfung nach DIN 4165, lufttrocken • Umrechnung auf Zustand "trocken" • Standort Parchim 	41	2,93	0,40	—	2,32	0,71
B1 bis B19	<ul style="list-style-type: none"> • Bohrkerndurchmesser 10 cm • Prüfung nach TGL 33435, trocken • Standort Schwerin 	319	2,62	0,55	2,99	2,18	0,69
C1 bis C22	<ul style="list-style-type: none"> • Bohrkerndurchmesser 10 cm • Prüfung nach DIN 4165, lufttrocken • Umrechnung auf Zustand "trocken" • Standort Schwerin 	432	2,41	0,41	2,83	2,22	0,75

Tabelle 4:

Statistische Kenngrößen der Druckfestigkeit und der Trockenrohddichte für die Stichproben A bis C und für den Standort A8 einschließlich Untergruppen

Nr.	Anzahl der Probekörper	Druckfestigkeit [N/mm ²]				Trockenrohddichte [kg/dm ³] $\bar{\rho}$
		$\bar{\beta}$	s_{β}	$korr\bar{\beta}$	$\beta_{5\%}$	
A1 bis A12 B1 bis B19 C1 bis C22	995	2,52	0,50	2,92	2,18	0,72
A8	51	2,41	0,40	2,83	2,22	0,74
A8 Brüstungsplatten	21	2,61	0,29	2,98	2,53	0,75
A8 Giebelwandelemente	18	2,31	0,38	2,75	2,17	0,73
A8 Schaufelmente	12	2,21	0,49	2,68	1,96	0,73
A8 Schaufelment 1	4	(1,61)	(0,13)	—	min β =1,43	0,75
A8 Schaufelmente 2 + 3	8	(2,49)	(0,31)	(2,89)	(2,41)	0,72

Zunächst wird das Interesse auf die grundlegenden statistischen Kenngrößen gerichtet:

Mittelwert der Druckfestigkeit

$$\bar{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (1)$$

Standardabweichung der Druckfestigkeit

$$s_{\beta} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\beta_i - \bar{\beta})^2} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (2)$$

Variationskoeffizient der Druckfestigkeit

$$v_{\beta} = \frac{s_{\beta}}{\bar{\beta}} \quad [\dots] \quad (3)$$

Die Druckfestigkeit β_i wird durch Druckprüfung an den getrockneten Bohrkernproben erhalten. Für die bautechnische Beurteilung ist aber ein korrigierter Wert der Druckfestigkeit zugrunde zu legen, der in Kapitel 4.2 bestimmt wird.

Für die aus 995 Probekörpern definierte Grundgesamtheit (Tabelle 4, Zeile 1) wurde im Bild 2 die absolute Häufigkeit der unkorrigierten Druckfestigkeit mit einer Klassenbreite von 0,2 N/mm² dargestellt. Die detaillierten Auswertungen lassen jedoch eine andere Form der statistischen Untersuchung geeigneter erscheinen. Es handelt sich hierbei um die Bildung von Bauwerksgruppen (Kapitel 4.3.1).

Die für die Grundgesamtheit bzw. von Teilen der Grundgesamtheit gültigen statistischen Kennwerte, die direkt aus der experimentellen Untersuchung berechnet wurden, sollen anschließend zusammengestellt werden:

- Druckfestigkeit im Zustand "trocken" (n = 995)

$$\bar{\beta} = 2,52 \text{ N/mm}^2 \quad \min \beta = 1,10 \text{ N/mm}^2$$

$$s_{\beta} = 0,50 \text{ N/mm}^2 \quad \max \beta = 5,10 \text{ N/mm}^2$$

$$V_{\beta} = 0,20$$

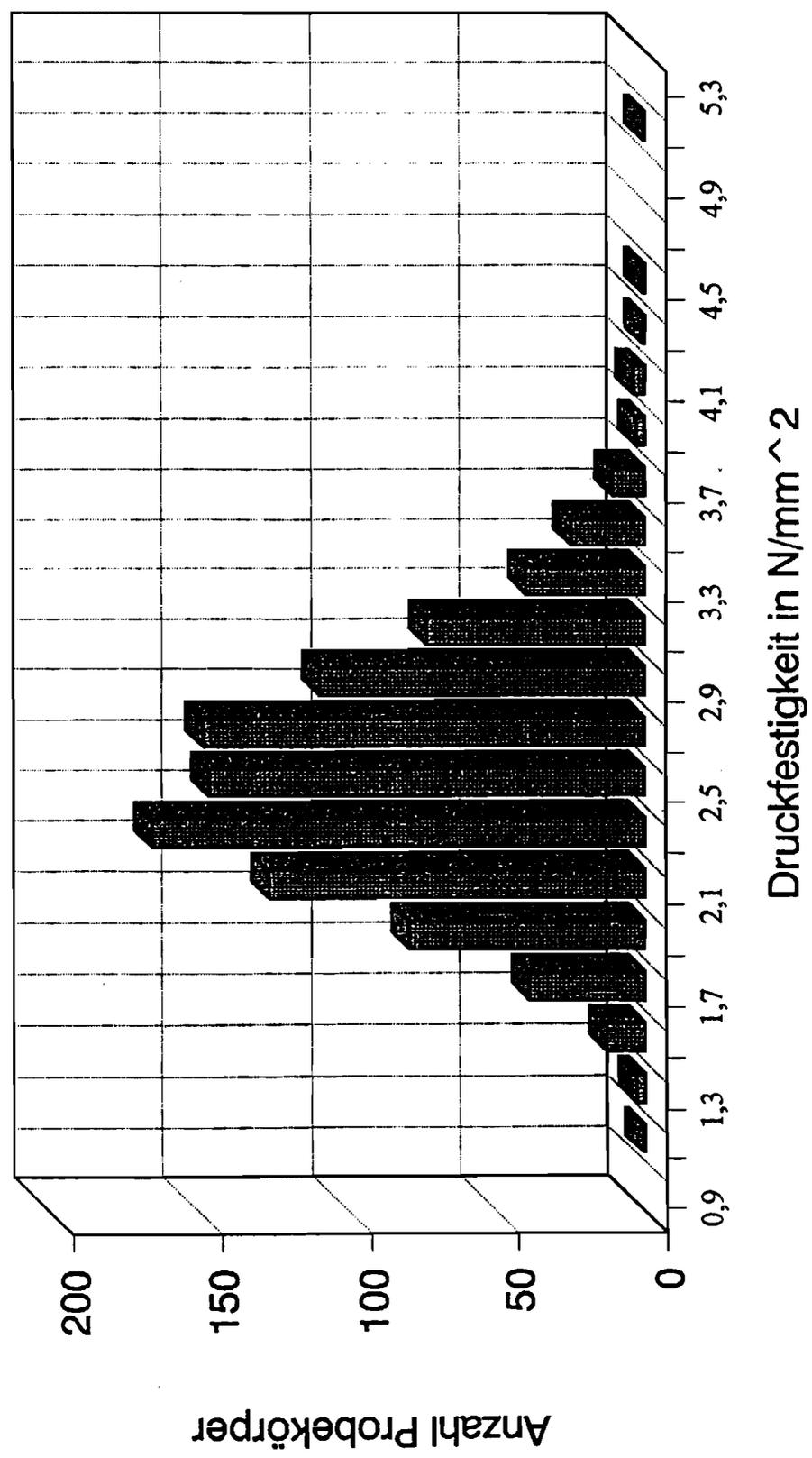


Bild 2: Histogramme für die Druckfestigkeit (995 Probekörper)

- Elastizitätsmodul im Zustand "lufttrocken" (n = 72)

$$\begin{aligned} \bar{E} &= 880 \text{ N/mm}^2 & \min E &= 507 \text{ N/mm}^2 \\ S_E &= 215 \text{ N/mm}^2 & \max E &= 1476 \text{ N/mm}^2 \\ V_E &= 0,24 \end{aligned}$$

- Trockenrohddichte (n = 995)

$$\begin{aligned} \bar{\rho} &= 0,72 \text{ kg/dm}^3 & \min \rho &= 0,58 \text{ kg/dm}^3 \\ S_\rho &= 0,024 \text{ kg/dm}^3 & \max \rho &= 0,85 \text{ kg/dm}^3 \\ V_\rho &= 0,033 \end{aligned}$$

- Feuchte zum Zeitpunkt der Druckprüfung (lufttrocken, n = 144)

$$\begin{aligned} \bar{f}_V &= 1,50 \text{ Vol.-%} & \min f_V &= 0,52 \text{ Vol.-%} \\ S_f &= 0,17 \text{ Vol.-%} & \max f_V &= 4,58 \text{ Vol.-%} \\ V_f &= 0,11 \end{aligned}$$

Die große Spannweite zwischen Maximal- und Minimalwert lassen es angebracht erscheinen, Ausreißertests mit in die statistische Auswertung einzubeziehen. An der Trockenrohddichte erkennt man, daß neben der Gasbetonklasse GBk 700/4,0 auch die Gasbetonklasse GBk 600/4,0 bzw. GBk 600/3,4 (z.B. die Gruppen B 13 und B 14) gefertigt wurden.

4.2 Korrektur der Festigkeitsgrößen

Die in Parchim hergestellten Wandplatten wurden liegend gefertigt, d.h. der Treibvorgang bei der Porenbetonherstellung erfolgte über die Plattendicke. Bild 3 verdeutlicht dies und zeigt die einzig mögliche Bohrkernentnahme an der bestehenden Bausubstanz. Bekannt ist die Tatsache, daß die in Treibrichtung geprüften Probekörper eine geringere Festigkeit aufweisen als jene Probekörper, die in der im Bauwerk vorliegenden Druckrichtung beansprucht werden.

Zur quantitativen Beschreibung konnte die Möglichkeit genutzt werden, aus 2 Bauwerken am Standort Parchim sowohl Bohrkern als auch Würfel zu entnehmen. Die Würfel konnten in der in Einbaulage vorhandenen Druckrichtung geprüft werden.

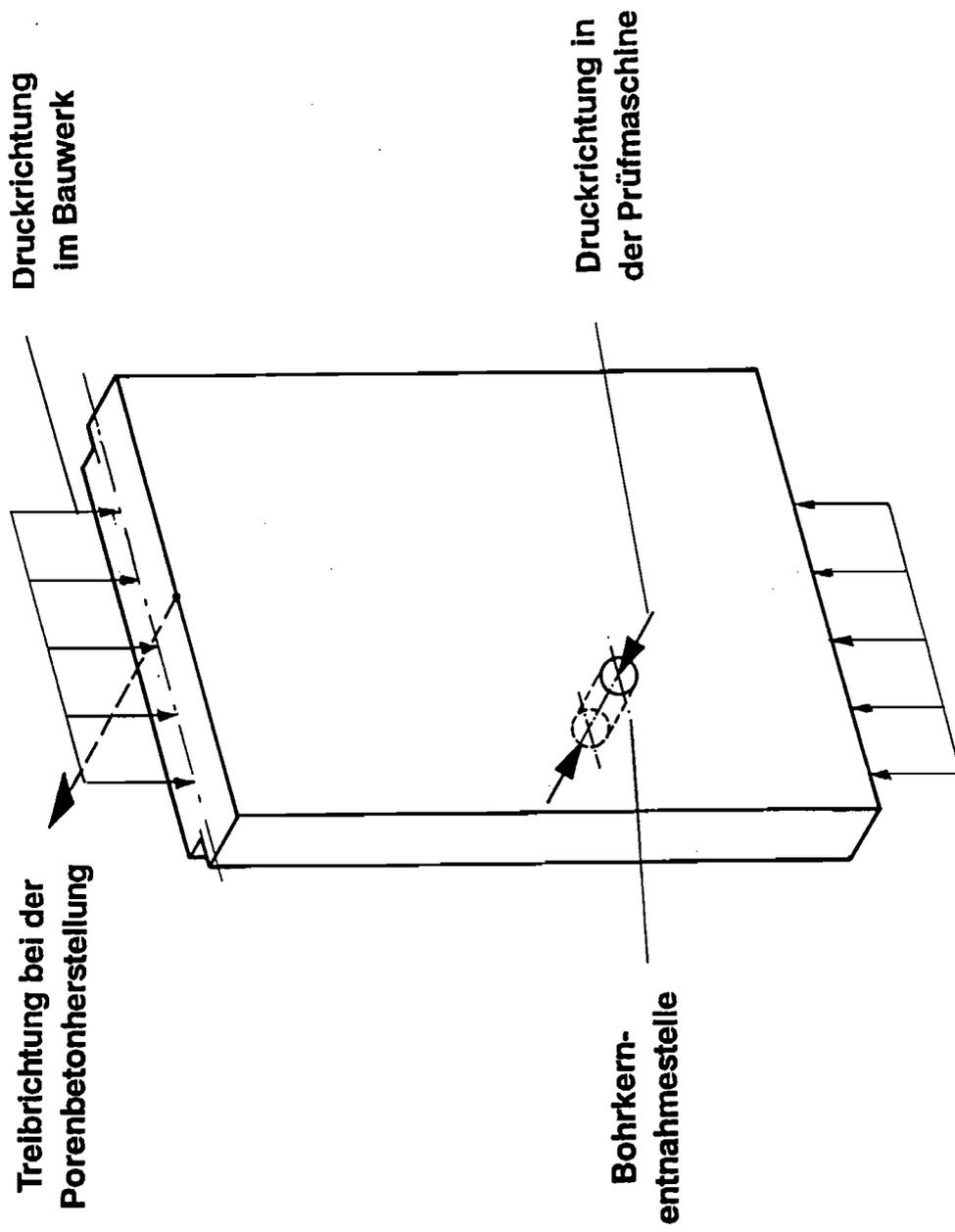


Bild 3: Darstellung von Treib- und Druckrichtung an einem Schaftelement in Einbaulage

Über eine Regressionsrechnung war es schließlich möglich, einen analytischen Zusammenhang herzustellen (Bild 4):

Korrekturgleichung für den Mittelwert

$$\text{korr } \bar{\beta} = 1,00 + 0,76 \cdot \bar{\beta} \quad \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right] \quad (4)$$

$$1,60 \frac{N}{\text{mm}^2} \leq \bar{\beta} \leq 3,20 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$\text{korr } \bar{\beta}$: Mittelwert der Druckfestigkeit in Richtung
der im Bauwerk vorliegenden Beanspruchungsrichtung,
an Würfeln ermittelt

$\bar{\beta}$: Mittelwert der Druckfestigkeit in Treibrichtung, an
Bohrkernen ermittelt

Die Korrekturgleichung gilt nur für den Mittelwert in den oben angegebenen Grenzen.

Ein ähnliches Vorgehen wird für den Elastizitätsmodul vorgeschlagen. Hier ist außerdem eine Umrechnung vom Zustand "lufttrocken" in Zustand "trocken" in Übereinstimmung mit der stark ausgezogenen Kurve im Bild 1 vorzunehmen. Vereinfachend wird für die Feuchte der Mittelwert $\bar{f}_v = 1,50$ Vol.-% eingesetzt:

$$\text{korr } \bar{E} = \frac{1}{1 - 0,05 \cdot \bar{f}_v} \cdot \frac{\text{korr } \bar{\beta}}{\bar{\beta}} \cdot \bar{E} = 1,08 \cdot \frac{\text{korr } \bar{\beta}}{\bar{\beta}} \cdot \bar{E} \quad (5)$$

Der Faktor $\text{korr } \bar{\beta} / \bar{\beta}$ gehört zur Bauwerksklasse, der auch \bar{E} entnommen wurde. Die Wahl des Korrekturfaktors für den Elastizitätsmodul wird durch Prüfergebnisse*) gestützt.

*) Auswertungsbericht zur Analyse von Gasbeton-Prüfdaten, Institut für Stahlbeton, Dresden, 06.06.1983. Herrn Dipl.-Ing. Weise danke ich für die genannten Informationen.

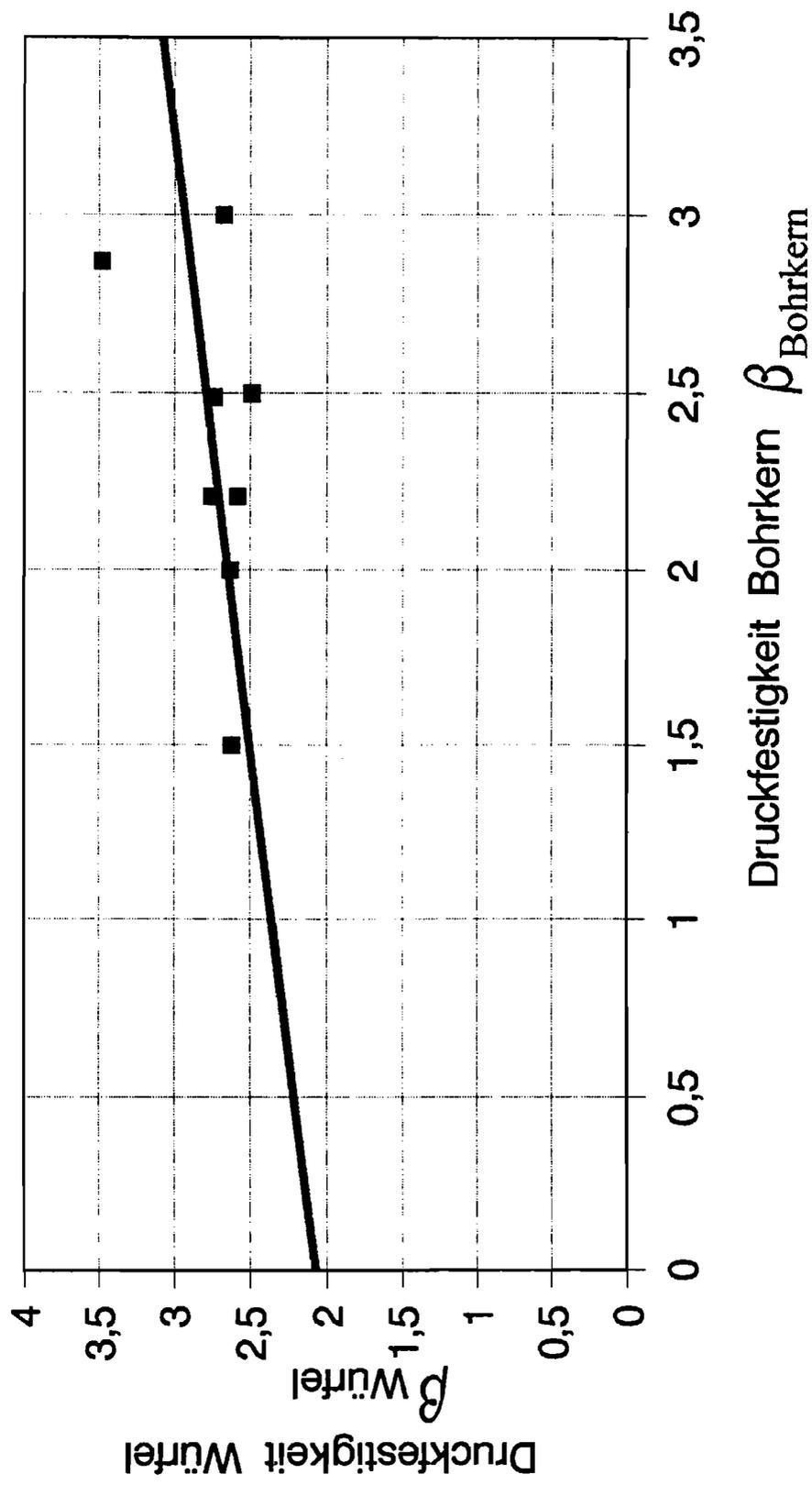


Bild 4: Regression der Druckfestigkeit von Wüfel- und Bohrkernproben

4.3 Statistische Auswertung für die einzelnen Bauwerksstandorte

4.3.1 Gruppenbildung

Die Gruppierung der vorhandenen Daten erfolgt für jedes Bauwerk einzeln und wird im folgenden unter der Bezeichnung Standort geführt. Desweiteren kann es erforderlich werden, Untergruppen zu bilden:

- erstens immer dann, wenn am Standort sowohl Giebelwandelemente als auch Außenlängswandelemente untersucht werden müssen,
- zweitens dann, wenn sich Brüstungs- und Schaftelemente statistisch signifikant unterscheiden.

Tabelle 4 und Bild 5 zeigen als Beispiel die Bauwerksgruppe A8, für die eine Untergruppenbildung als sinnvoll und notwendig erkannt wurde.

4.3.2 Regressionsanalyse

Zur Verwirklichung des Zieles, die umfangreiche Datensammlung für die anstehende Bauwerksbeurteilung mit heranzuziehen, wird ein nichtlinearer Zusammenhang /10/ zwischen Standardabweichung und Mittelwert der Druckfestigkeit angenommen:

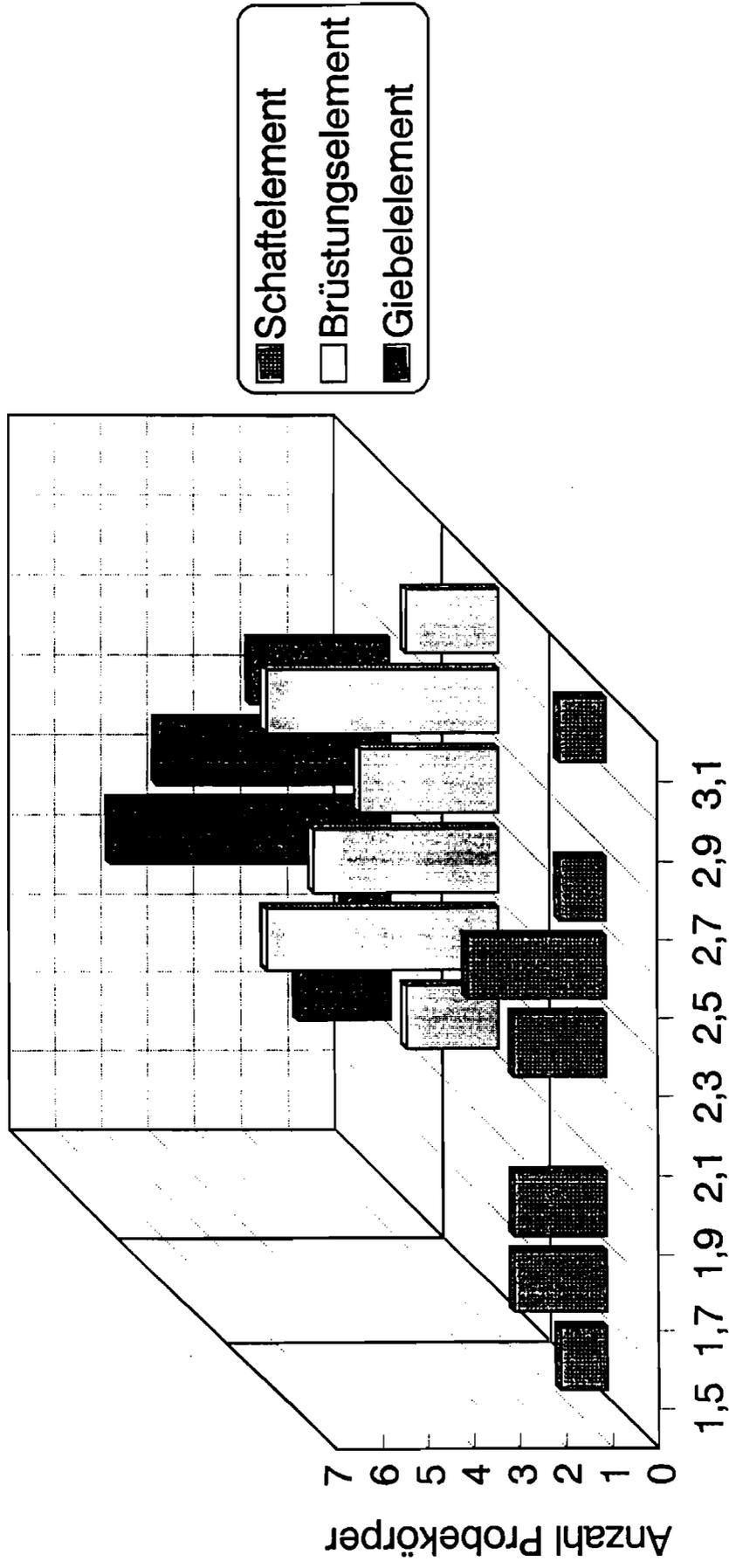
$$\frac{1}{s_{\beta}} = a + b \cdot \frac{1}{\beta^2} \quad (6)$$

Die Größen a und b folgen aus der linearen Regression für die Variablen $x = \frac{1}{\beta^2}$ und $y = \frac{1}{s_{\beta}}$. Ein Kreuz im Bild 6 repräsentiert einen Standort; die stark ausgezogene

Kurve stellt die Regressionsgerade dar. Die Regressionsgerade (Gleichung (6)) ordnet dem Mittelwert der Druckfestigkeit eine entsprechende Standardabweichung zu, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % sowohl überschritten als auch unterschritten werden kann. Eine ausreichend abgesicherte Aussage liefert eine untere Grenzkurve, die mit einer vorzuziehenden hohen Wahrscheinlichkeit nicht unterschritten wird. Gesucht ist daher zunächst das Konfidenzintervall für die Regressionsgerade, indem man Erwartungswert und Standardabweichung der Parameter a und b bestimmt /11, S. 317 - 321/. Sodann läßt sich die Kurve

$\frac{1}{s_{\beta}} = f\left(\frac{1}{\beta^2}\right)$ für die untere Konfidenzgrenze zum Signifikanzniveau von 90 % konstruieren.

Druckfestigkeitsverteilung der Gruppe A8



Druckfestigkeit in N/mm^2

Bild 5: Histogramme für die Druckfestigkeit (3 Untergruppen am Standort A8)

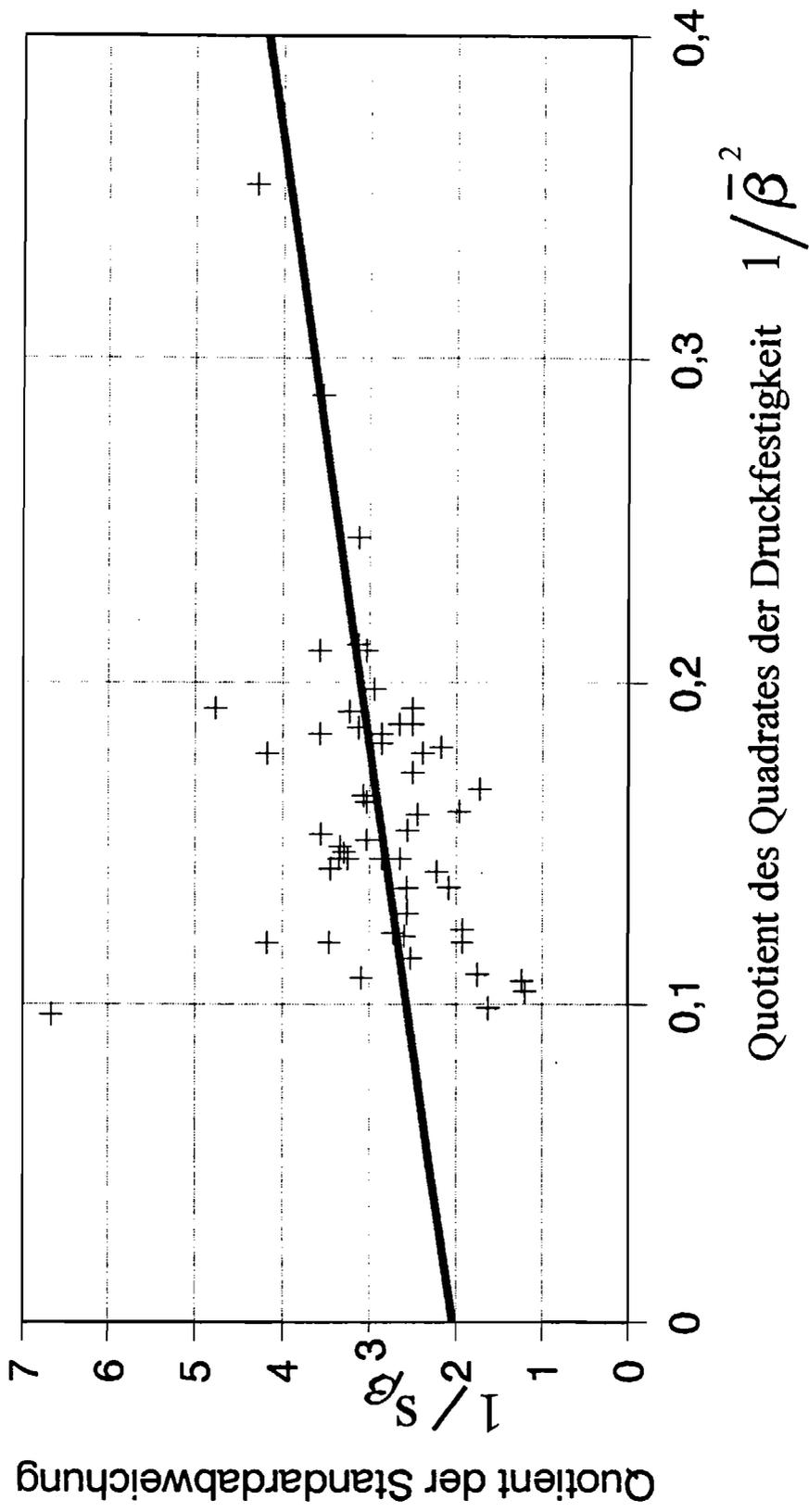


Bild 6: Regressionsgerade für die Druckfestigkeit (53 Standorte: A1 - A12, B1 - B19, C1 - C22)

Für diese Kurve, die keine Gerade mehr ist, werden die Variationskoeffizienten als Funktion der Druckfestigkeit aufgetragen und durch die Regressionsgerade

$$v_{\beta} = 0,228 - 0,030 \bar{\beta} \quad [\dots] \quad (7)$$

mit $\bar{\beta}$ in N/mm^2 beschrieben (Bild 7). Die Gleichung (7) liefert für ein gegebenes $\bar{\beta}$ eine obere Konfidenzgrenze für den Variationskoeffizienten bzw. für die Standardabweichung.

4.3.3 5 %-Fraktile der Druckfestigkeit

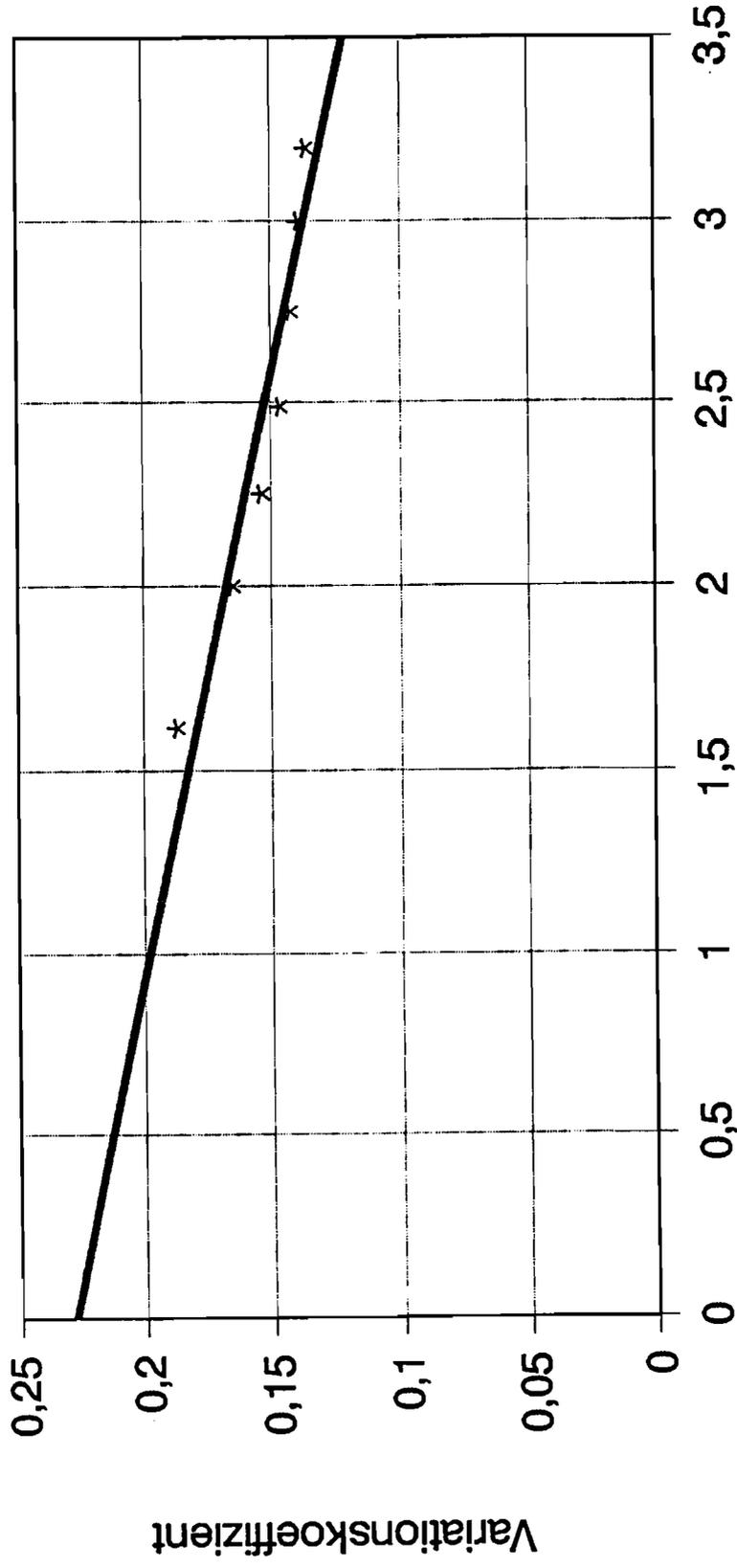
Für die baupraktische Anwendung ist die Bestimmung des 5 %-Fraktilwertes der Druckfestigkeit für den jeweiligen Standort unter Beachtung einer oben erläuterten Gruppenbildung vorzunehmen. Um eine möglichst gute Anpassung zu erhalten, wird als Verteilungsfunktion eine **logarithmische Normalverteilung** mit den Parametern

Mittelwert	$korr \bar{\beta}$
Standardabweichung	S_{β}
Minimalwert	Null

angesetzt. Der 5 %-Fraktilwert der Druckfestigkeit wird stets vom korrigierten Mittelwert gebildet. Da die Beziehung (4) linear ist, kann der Fraktilwert der Druckfestigkeit wahlweise als Funktion von $korr \bar{\beta}$ oder $\bar{\beta}$ aufgefaßt werden. Letztere Darstellung führt zu folgender Regressionsgeraden (Bild 8):

$$\beta_{5\%} = 0,75 + 0,63 \bar{\beta} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \quad (8)$$

Durch Einsetzen des experimentell festgestellten Mittelwertes $\bar{\beta}$ für eine Bauwerksgruppe kann mit Gl. (8) der 5 %-Fraktilwert geschätzt werden, der einer unteren Konfidenzgrenze zum Signifikanzniveau von 90 % entspricht. Der Zusammenhang, der durch die Gl. (8) zum Ausdruck kommt, stellt bei der Bewertung der Bausubstanz eine große Hilfe dar. Wenn beispielsweise für den statischen Nachweis ein $\beta_{5\%} = 2,2 \text{ N/mm}^2$ benötigt wird, ist erstens ein $\bar{\beta} > 2,3 \text{ N/mm}^2$ notwendig. Zweitens wird noch ein Minimalwert $\min \beta$ gefordert, der Abweichungen nach unten begrenzen soll. Falls die experimentellen Ergebnisse die genannten zwei Bedingungen nicht erfüllen, sind weitere Untersuchungen mit Hilfe statistischer Verfahren notwendig.



Mittelwert der unkorrigierten Druckfestigkeiten in N/mm²

Bild 7: Regressionsgerade für die obere Konfidenzgrenze zum Signifikanzniveau von 90 %, dargestellt an der Beziehung zwischen Variationskoeffizient $v_{\beta} = S_{\beta} / \bar{\beta}$ und $\bar{\beta}$

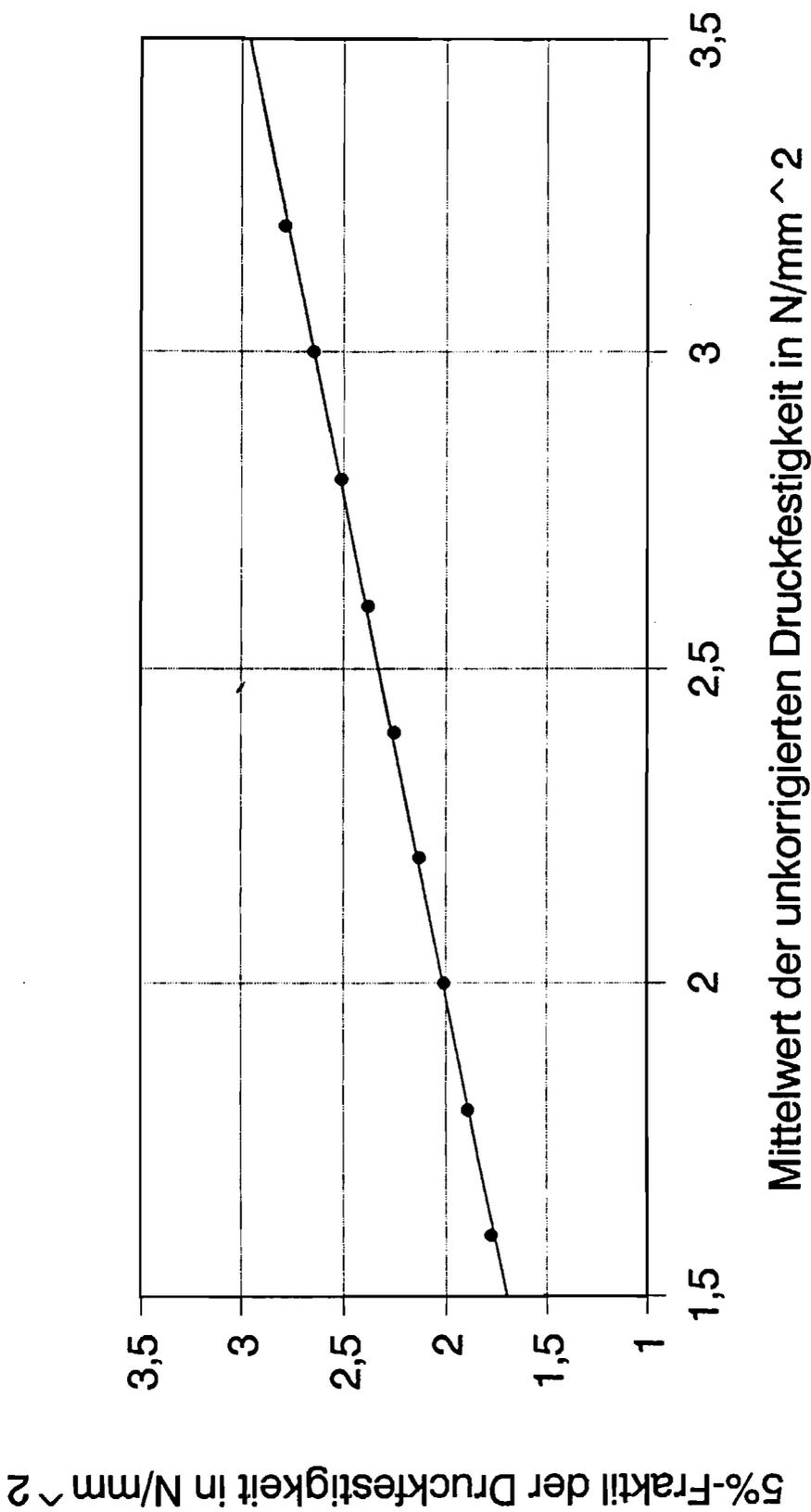


Bild 8: Regressionsgerade für die untere Konfidenzgrenze zum Signifikanzniveau von 90 %, dargestellt an der Beziehung zwischen 5 %-Fraktill $\beta_{5\%}$ und $\bar{\beta}$

Sowohl für die Bemessung als auch für den Nachweis stellen die 5 %-Fraktile der Druckfestigkeit die wichtigste Baustoffkenngröße dar /DIN 1045, DIN ENV 206/. Wie genau kann man diesen Fraktilwert bestimmen? Ähnlich wie für den Mittelwert ist nur eine Wahrscheinlichkeitsaussage möglich. Für den Fraktilwert wird das Konfidenzintervall zu einem vorgegebenen Signifikanzniveau gesucht. Dazu ist zunächst die Standardabweichung von $\beta_{5\%}$ zu berechnen /11, S. 283 - 286/ und anschließend die Konfidenzgrenzen mit der t-Verteilung zu schätzen. Das Konfidenzintervall ist in starkem Maße vom Umfang n der Stichprobe abhängig.

Beispiel nach Tabelle 4:

Untergruppe A8 - Giebelelemente mit einem Stichprobenumfang von $n = 18$. Die 5 %-Fraktile wurden zu $2,17 \text{ N/mm}^2$ bestimmt.

Konfidenzgrenzen zum Signifikanzniveau von 90 %:

$$2,00 \text{ N/mm}^2 \leq \beta_{5\%} \leq 2,34 \text{ N/mm}^2$$

Bei einem Stichprobenumfang von $n = 18$ muß für den 5 %-Fraktilwert der Druckfestigkeit mit Abweichungen von etwa 8 % nach unten und nach oben gerechnet werden.

Wird der Umfang der Stichprobe fast verdoppelt ($n = 35$), sind immerhin noch Abweichungen in der Größenordnung von $\pm 5 \%$ zu erwarten.

Die als Grundgesamtheit definierten 995 Probekörper führen nur noch zu Abweichungen von $\pm 1 \%$ im 5 %-Fraktile der Druckfestigkeit.

4.4 Weitere Ergebnisse aus der statistischen Auswertung für die Grundgesamtheit

- a) Die Regressionsanalysen lassen keine Korrelation zwischen Druckfestigkeit und Trockenrohddichte erkennen.
- b) Der Elastizitätsmodul läßt sich am günstigsten durch die Regressionsgerade $y = b \cdot x$ darstellen. Quantitativ ergibt sich nach Auswertung von 72 Proben

$$\text{korr } \bar{E} = 540 \cdot \bar{\beta} \quad \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right] \quad (9)$$

Die direkte Abhängigkeit von der Druckfestigkeit wird auch in /12/ propagiert. Im Gegensatz dazu wird in /13/ die Abhängigkeit von der Rohddichte festgeschrieben (s. Punkt a).

- c) Aus den Serien A und B wurde der Materialfaktor $\gamma_C = 1,37$ ermittelt, wie er in der Methode der Grenzzustände gebraucht wird und in den EC-Vorschriften festgelegt werden muß. Bestimmt wurde der Materialfaktor bei Druckbeanspruchung, indem das 5 %-Fraktil der Druckfestigkeit auf den kleinsten Einzelwert der jeweiligen Bauwerksgruppe (Stichprobe) bezogen und von dieser als Normalverteilung angenommenen Verteilung der 99 %-Fraktilwert berechnet wurde /14/.

5 Ermittlung von Festigkeitskennwerten

5.1 Rechenwert für die Druckfestigkeit

So wie es im Beton- und Stahlbetonbau üblich ist, sollen auch für Porenbeton die Rechenwerte aus einer Abminderung des 5 %-Fraktilwertes erhalten werden.

$$\beta_R = a_1 a_2 a_3 \cdot \beta_{5\%}$$

$$a_1 = 0,8$$

Zeiteinfluß: a_1 berücksichtigt die geringere Dauerstandsfestigkeit gegenüber der im Versuch ermittelten Kurzzeitfestigkeit

$$a_2 = 1,0$$

Gestaltseinfluß: a_2 berücksichtigt den Gestaltseinfluß, der bei Porenbeton nicht ausgeprägt ist

$$a_3 = 0,75$$

Feuchteeinfluß: a_3 berücksichtigt den Einfluß der Feuchte auf die Druckfestigkeit, vorausgesetzt, das Bauwerk ist älter als 2 Jahre; im Gegensatz zur Güteprüfung ist die Druckfestigkeit auf den Zustand "trocken" bezogen

Rechenwert für die Druckfestigkeit:

$$\beta_R = 0,6 \cdot \beta_{5\%} \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (10)$$

5.2 Rechenwert für den Elastizitätsmodul

Der Rechenwert E_b entspricht dem Mittelwert, weshalb auch nur ein mittlerer Feuchteeinfluß geltend gemacht wird

$$E_b = 0,85 \cdot \text{korr } \bar{E}_b \quad \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (11)$$

Beispiel: $\bar{\beta} = 2,3 \text{ N/mm}^2$

$\text{korr } \bar{E} = 1242 \text{ N/mm}^2$ aus Gl. (9)

$E_b = 1056 \text{ N/mm}^2$ aus Gl. (11)

Als Rechenwert kommt ein auf 50 N/mm^2 gerundeter Wert zur

Anwendung:

$E_b = 1050 \text{ N/mm}^2$

6 Schlußbemerkungen

In jedem Einzelfall ist für die Beurteilung von Porenbetonwandplatten ein standortbezogenes, baustofftechnisches Gutachten einschließlich eines Standsicherheitsnachweises zu erbringen. Für die experimentellen Prüfungen gibt es zur Zeit keinen echten Ersatz für die den Porenbeton betreffenden TGL-Vorschriften /1/ und /15/. Um ein einheitliches Handeln von Betonprüfstellen, Planungsbüros und Bauaufsichtsbehörde zu gewährleisten, müssen die Prüfbedingungen neu festgelegt und in einer geeigneten Form, z.B. als Grundsätze veröffentlicht werden. Diese Grundsätze sollen aber nicht nur die Durchführung der experimentellen Untersuchungen, sondern auch die notwendige statistische Auswertung bis hin zur Bestimmung von Rechenwerten regeln. Gleichzeitig ist den Besonderheiten

- Anisotropie des Parchimer Porenbetons
- Feuchteeinfluß auf die Festigkeitswerte
- Rißbildung in den Wandplatten

Rechnung zu tragen.

Eine Weiterführung der Arbeiten betrifft den Standsicherheitsnachweis für die bestehenden Bauwerke aus Porenbeton. Neben einer Analyse der DIN-Vorschriften /6/, der TGL-Vorschriften /4/ und des EC-Entwurfs /13/ ist eine Einschätzung des Sicherheitsniveaus dieser Bauwerke mit zuverlässigkeitstheoretischen Methoden notwendig. Zu gegebener Zeit wird darüber berichtet werden.

7 Literatur

- /1/ TGL 33416/01 - Gasbeton, Technische Bedingungen. Juli 1986.
- /2/ TGL 33403/1. Änderung - Beton: Festigkeits- und Formänderungskennwerte. August 1985
- /3/ Leitfaden für die Instandsetzung und Modernisierung von Wohngebäuden in der Plattenbauweise:
Blockbauart 0,8 t Februar 1992,
Blockbauart 1,1 t Juni 1993,
hrsg. Bundesministerium für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau
- /4/ TGL 33405/04 - Betonbau; Nachweis der Trag- und Nutzungsfähigkeit; Konstruktionen aus Gasbeton. Juni 1985.
- /5/ DIN 4165 - Gasbeton-Blocksteine und Gasbeton-Plansteine. September 1986.
- /6/ DIN 4223 - Bewehrte Dach- und Deckenplatten aus dampfgehärtetem Gas- und Schaumbeton; Richtlinien für Bemessung, Herstellung, Verwendung und Prüfung. Juli 1958.
- /7/ DIN EN 678 - Bestimmung der Trockenrohddichte von dampfgehärtetem Porenbeton. Deutsche Fassung: Februar 1994.
- /8/ DIN EN 679 - Bestimmung der Druckfestigkeit von dampfgehärtetem Porenbeton. Deutsche Fassung: Februar 1994.
- /9/ DIN 1048 - Prüfverfahren für Beton.
Teil 2: Festbeton in Bauwerken und Bauteilen. Juni 1991.
Teil 4: Bestimmung der Druckfestigkeit von Festbeton in Bauwerken und Bauteilen; Anwendung von Bezugsgeraden und Auswertung mit besonderen Verfahren. Juni 1991.
Teil 5: Festbeton, gesondert hergestellte Probekörper. Juni 1991.
- /10/ Rüsck, H.; Sell, R. und Rackwitz, R.: Statistische Analyse der Betonfestigkeit. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 206, Berlin: Ernst & Sohn 1969.
- /11/ Plate, E.J.: Statistik und angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für Bauingenieure. Berlin: Ernst & Sohn, 1993.
- /12/ John, U. und Schober, G.: Beitrag zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Porenbeton. Bauingenieur 69 (1994), H. 1, S. 43-46.
- /13/ Draft Proposal - Prefabricated reinforced components of autoclaved aerated concrete. CEN/TC 177/WG 1, Januar 1994
- /14/ Gerstner, H.: Zum Nachweis der Betonfestigkeit und der Rohdichteklasse nach TGL 33411/02. Bauplanung-Bautechnik 34 (1980), H.11, S. 514 - 520.
- /15/ TGL 33435 - Prüfung des Gasbetons. Dezember 1983

ANLAGE 3

**Anleitung
zur statistischen Auswertung von
Prüfergebnissen**

- 5%-Quantil und Mittelwert -

Institut für Erhaltung und Modernisierung von Bauwerken e.V. (IEMB)
Plauer Straße 163 - 165
13053 Berlin

Anleitung
zur statistischen Auswertung von Prüfergebnissen
- 5%-Quantil und Mittelwert -

Berlin, 20. Juni 1995



Prof. Dr.-Ing. habil. G. Spaethe
Stellv. Institutsdirektor



Dr.-Ing./habil. L. Fischer
Abt. Baukonstruktion

Inhaltsverzeichnis

- 1 Vorbemerkungen
- 2 Bemerkungen zur statistischen Betrachtungsweise
- 3 Berechnung des 5%-Quantils und einer unteren Anteilsgrenze für diesen Quantilwert
 - 3.1 Umfang der Angaben
 - 3.2 Normalverteilung (NV)
 - 3.3 Logarithmische Normalverteilung (LNV)
 - 3.4 Vergleiche zwischen Normalverteilung und logarithmischer Normalverteilung
 - 3.5 Mischverteilung
 - 3.6 Empfehlungen
- 4 Berechnung einer unteren Konfidenzgrenze für den Mittelwert
- 5 Beispiel 1
 - 5.1 Aufgabenstellung
 - 5.2 Bestimmung der 5%-Quantile für die Druckfestigkeit
- 6 Beispiel 2
 - 6.1 Aufgabenstellung
 - 6.2 Bestimmung der 5%-Quantile für die Druckfestigkeit
- 7 Schlußbemerkungen

Literatur

Ohne ANLAGE 1 -

ANLAGE 1

entspricht im wesentlichen
Bericht 1-11/1995

ANLAGE 2

1 Vorbemerkungen

Eine sachgerechte Auswertung von Prüfergebnissen, die im konstruktiven Ingenieurbau anfallen, verlangt in der Regel die Anwendung der mathematischen Statistik. Das ist in der Tatsache begründet, daß Kennwerte für die Tragfähigkeit von Baukonstruktionen auf statistischer Basis definiert werden:

- a) p-Quantil x_p
- b) Mittelwert \bar{x}
- c) Minimalwert $\min x$

Die allgemein übliche Formel zur Berechnung des 5%-Quantilwertes

$$x_{5\%} = \bar{x} - 1,645 \cdot s_x \quad (1)$$

gilt jedoch nur für einen großen Stichprobenumfang n . In der DIN 1084 wird für normale Verhältnisse im Beton- und Stahlbetonbau

- eine Zufallsstichprobe vom Umfang $n = 35$ bei unbekannter Standardabweichung
 - eine Zufallsstichprobe vom Umfang $n = 15$ bei bekannter Standardabweichung
- für die Auswertung nach Gl. (1) vorausgesetzt. Im Hintergrund ist außerdem die Gültigkeit der Normalverteilung, die einen Wertebereich von $-\infty$ bis $+\infty$ überstreicht, vereinbart.

Die hier vorliegende Arbeit gibt eine Anleitung für die Fälle, bei denen der Stichprobenumfang kleiner ist als 35 und/oder die Normalverteilung nicht mehr angewendet werden kann. Die konkrete Bezugnahme ist bei der Untersuchung von haufwerksporigem Leichtbeton, wie er in der bestehenden Bausubstanz der neuen Bundesländer vorkommt, gegeben. ANLAGE 1 gibt Auskunft zum Standsicherheitsnachweis von Wandelementen aus Leichtbeton mit haufwerksporigem Gefüge; im Abschnitt 2 wird ein Standsicherheitsnachweis für tragende Wandelemente diskutiert. Für den 5geschossigen Wohnungsbau wird die Erfüllung des Standsicherheitsnachweises auf den Nachweis der Festigkeitsklasse LB2 nach DIN 4232 zurückgeführt. Die statistische Auswertung nach Gl. (1) liefert in den meisten Fällen unbrauchbare Ergebnisse, da naturgemäß beim Leichtbeton mit Haufwerksporen die Druckfestigkeit in weiten Bereichen schwankt.

2 Bemerkungen zur statistischen Betrachtungsweise

Das p-Quantil eines Merkmals X kann erst berechnet werden, wenn sowohl die Verteilungsfunktion $F(x)$ und alle in $F(x)$ auftretenden Parameter bekannt sind. Im praktischen Gebrauch wird meist die Normalverteilung mit den beiden Parametern μ_x und σ_x vorausgesetzt. Doch strenggenommen sind Verteilungsfunktion und die Parameter der Verteilung nicht bekannt. Üblicherweise wird die Verteilungsfunktion a priori angenommen. Die Parameter der Verteilung werden dann aus der Stichprobe vom Umfang n geschätzt. Die Grundgesamtheit wird aus allen möglichen Stichproben zusammengesetzt gedacht.

Beispiel: Normalverteilung (abgekürzt NV)

- Parameter der Grundgesamtheit

Mittelwert μ_x

Standardabweichung σ_x

- Parameter der Stichprobe

Mittelwert $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

Standardabweichung $s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

mit n Umfang der Stichprobe

x_i i-te Realisierung der Stichprobe

Es besteht also die Aufgabe, μ_x und σ_x durch \bar{x} und s_x zu schätzen. Für die Güte der Schätzung spielt der Stichprobenumfang n , wie später gezeigt wird, eine große Rolle.

Als p-Quantil (auch p-Fraktile) wird der Wert x_p bezeichnet, der mit der Wahrscheinlichkeit p unterschritten und mit der Wahrscheinlichkeit $1 - p$ überschritten wird /1/:

$$P(X \leq x_p) = F(x_p) = p \quad (2)$$

Das p-Quantil berechnet sich demnach aus

$$x_p = F^{-1}(p) \quad (3)$$

Die Bilder 1 und 2 zeigen die Verteilungsdichten der Normalverteilung und der logarithmischen Normalverteilung. Gleichzeitig sind in den Bildern 1 und 2 die Flächen unter der Verteilungsdichte markiert, die dem 5%-Quantil entsprechen.

Gesucht wird das p-Quantil für die Grundgesamtheit. Steht aber nur die Stichprobe zur Verfügung, sind weiterführende Überlegungen anzustellen. Dazu faßt man die Stichprobenwerte x_i als Realisierung der unabhängigen Zufallsvariablen X_i , die rein zufällig aus der definierten Grundgesamtheit entnommen wurde, auf. Dann ist aber auch das p-Quantil keine feste Größe, sondern ebenfalls eine Zufallsvariable X_p , die eine Verteilung - hier als Normalverteilung angenommen - hat. Aus der Verteilung von X_p soll für Tragfähigkeitsanalysen eine untere Grenze festgelegt werden, die mit der Wahrscheinlichkeit $P = 1 - \alpha$ nicht unterschritten wird.

Mathematisch läßt sich dies wie folgt formulieren:

$$P \left\{ P(\hat{x}_p \leq X) \geq p \right\} \geq 1 - \alpha \quad (4)$$

Zu den Bezeichnungen:

- P Wahrscheinlichkeit allgemein
- \hat{x}_p Schätzung für den Quantilwert
- p Wahrscheinlichkeit für das gesuchte p-Quantil
- 1 - α Konfidenzniveau (andere Beziehungen sind Vertrauensniveau, statistische Sicherheit).

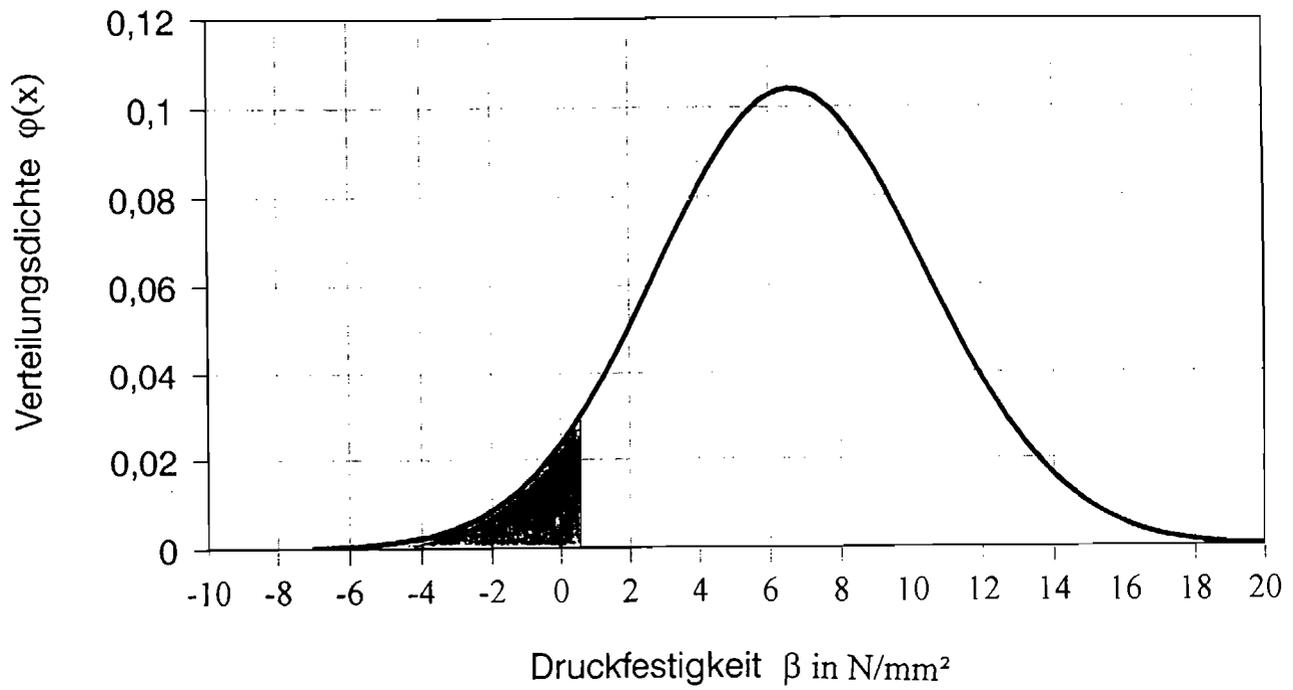


Bild 1: Verteilungsdichte der Normalverteilung
(Berechnungsbeispiel, Abschnitt 5)

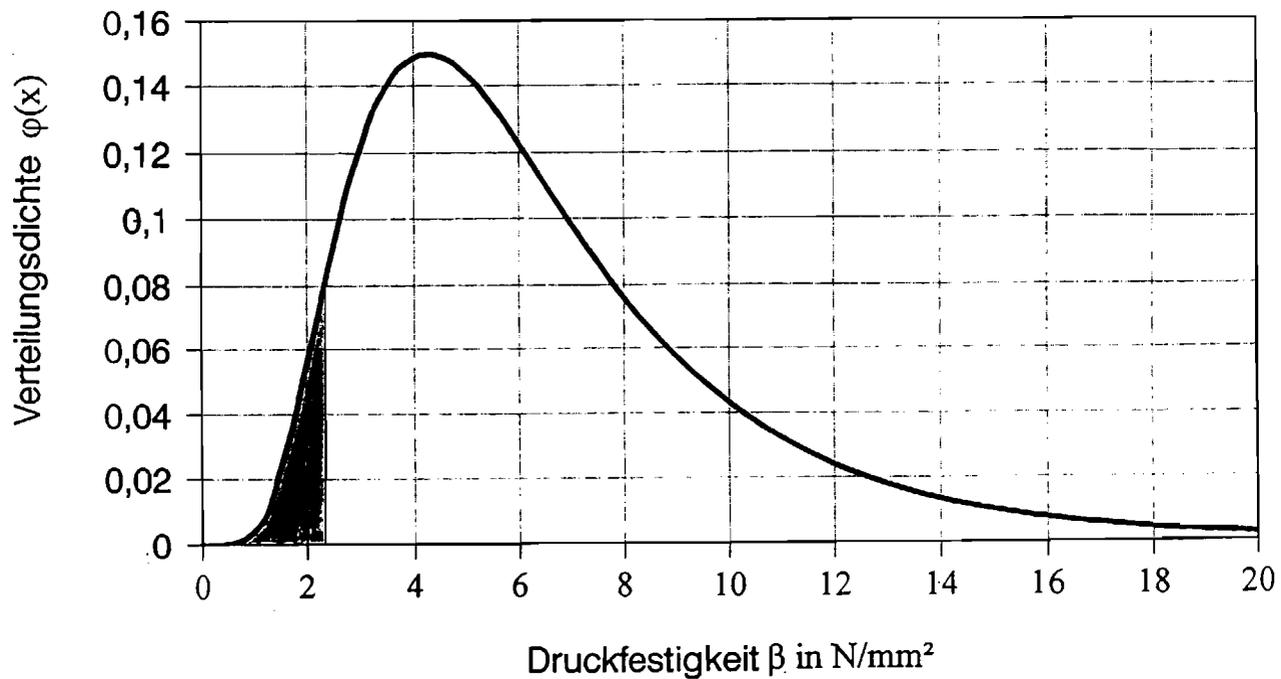


Bild 2: Verteilungsdichte der logarithmischen Normalverteilung
(Berechnungsbeispiel, Abschnitt 5)

Man kann die Aussage der Gleichung (4) auch in folgende Worte fassen. Der einseitig nach unten abgegrenzte Anteilbereich für den Anteil p der Verteilung der Zufallsvariablen X wird zu einem Konfidenzniveau $1 - \alpha$ bestimmt. Die mathematische Statistik liefert die notwendigen Gleichungen /2/, /3/ zur Berechnung der Größen

$$\hat{x}_p \quad p\text{-Quantil, geschätzt aus einer Stichprobe}$$
$$\quad \text{begrenzten Umfangs } n$$
$$\hat{\bar{x}} \quad \text{Mittelwert, geschätzt aus einer Stichprobe}$$
$$\quad \text{begrenzten Umfangs } n$$

Die genannten Abschätzungen werden für ein Konfidenzniveau $P = 1 - \alpha$ zahlenmäßig bestimmt. Je größer $P = 1 - \alpha$ gewählt wird, desto größer ist das Intervall, in dem die Schätzwerte liegen können. Ähnliches ergibt sich für die untere Grenze, die sich mit steigendem $P = 1 - \alpha$ weiter nach unten verschiebt (analog für die obere Grenze).

3 Berechnung des 5%-Quantils und einer unteren Anteilsgrenze für diesen Quantilwert

3.1 Umfang der Angaben

Um möglichst einfach die statistische Auswertung vornehmen zu können, werden nachfolgend Tabellen für die einzelnen Sachverhalte angegeben. Sie beschränken sich hier auf die Fälle

einseitig, mit Wahrscheinlichkeit $P = 1 - \alpha$

nach unten begrenzter Anteilsbereich für das 5%-Quantil.

3.2 Normalverteilung (NV)

Die Normalverteilung wird durch die Verteilungsfunktion

$$F(x) = F(x; \mu_x, \sigma_x) = \Phi\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right) = \Phi(y) \quad (5)$$

beschrieben. $\Phi(y)$ ist die Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung, die in jedem Buch der Statistik tabelliert vorliegt / 1/, /2/.

Die mathematische Herleitung der Gleichung für das p-Quantil erfolgt hier nicht; es wird auf Literatur /3/ verwiesen.

Das p-Quantil für die Normalverteilung hat folgende Gestalt

$$\hat{x}_p = \bar{x} - k_1 \cdot s_x$$

$$k_1 = k_1(n, p, 1 - \alpha) \quad (6)$$

Zahlenwerte für $k_1(n, 0.05, 1 - \alpha)$ sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Für das Konfidenzniveau werden $P = 0,50; 0,75; 0,90$ angenommen, der Stichprobenumfang zu $n \geq 10$.

Ein Konfidenzniveau $P = 1 - \alpha = 0,5$ bedeutet für \hat{x}_p , daß \hat{x}_p mit der Wahrscheinlichkeit $P = 0,5$ überschritten und mit der gleichen Wahrscheinlichkeit unterschritten wird.

Eine Formelzusammenstellung befindet sich in ANLAGE 2.

Tabelle 1:

Faktoren $k_1 = k_1(n, p, 1 - \alpha)$ zur Berechnung des einseitig, nach unten abgegrenzten statistischen Anteilsbereiches bei Normalverteilung mit unbekannter Standardabweichung

$$\hat{x}_{5\%} = \bar{x} - k_1 s$$

$$p = 0,05$$

k_1	$1 - \alpha = 0,5$	$1 - \alpha = 0,75$	$1 - \alpha = 0,90$
$n = 10$	1,922	2,280	2,626
12	1,869	2,191	2,498
15	1,819	2,102	2,369
20	1,772	2,013	2,238
30	1,727	1,922	2,100
40	1,706	1,873	2,026
60	1,685	1,820	1,944
90	1,671	1,781	1,881
∞	1,645	1,645	1,645

3.3 Logarithmische Normalverteilung (LNV)

Analog Abschnitt 3.2 werden die entsprechenden Gleichungen für eine zweiparametrische logarithmische Normalverteilung mit unterem Endpunkt bei $x = 0$ aufgelistet.

Verteilungsfunktion:

$$F(x) = F(x; \mu_x, \sigma_x) = \Phi \left(\frac{\ln x - \mu_y}{\sigma_y} \right) \quad (7)$$

p-Quantil:

$$\hat{x}_p = \bar{x} \cdot k_2 \quad (8)$$

$$k_2 = k_2(n, p, 1-\alpha, v_x)$$

$$\text{mit } v_x = s_x / \bar{x}$$

$$\mu_y, \sigma_y \text{ siehe /3/}$$

Wie in den Abschnitten 3.4 und 3.5 erläutert wird, erfolgt die Tabellierung der Funktion k_2 für Variationskoeffizienten v_x im Bereich von 0,20 bis 0,45. Dafür werden die Anteilsfaktoren k_2 in der Tabelle 2 ($1 - \alpha = 0,50$), Tabelle 3 ($1 - \alpha = 0,75$) und Tabelle 4 ($1 - \alpha = 0,90$) bereitgestellt.

Aus den Bildern 3 bis 8 geht hervor, daß sowohl Zwischenwerte beim Stichprobenumfang n als auch Zwischenwerte beim Variationskoeffizienten v_x linear interpoliert werden können.

Eine Formelzusammenstellung befindet sich in ANLAGE 2.

Tabellen 2 bis 4:

Faktoren $k_2 = k_2(n, p, 1 - \alpha, v_x)$ zur Berechnung des einseitig, nach unten abgegrenzten statistischen Anteilsbereiches bei logarithmischer Normalverteilung mit unbekannter Standardabweichung

$$\hat{x}_{5\%} = k_2 \bar{x}$$

$p = 0,05$
 $1 - \alpha = 0,50$

Tabelle 2

k_2	$v_x = 0,20$	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
$n = 10$	0,646	0,575	0,512	0,456	0,404	0,359
12	0,655	0,586	0,524	0,468	0,418	0,372
15	0,666	0,599	0,538	0,483	0,432	0,387
20	0,679	0,614	0,554	0,500	0,450	0,405
30	0,689	0,625	0,567	0,513	0,465	0,420
40	0,694	0,631	0,573	0,520	0,472	0,428
60	0,699	0,637	0,579	0,526	0,479	0,435
90	0,702	0,640	0,583	0,531	0,483	0,440
∞	0,708	0,647	0,591	0,540	0,493	0,450

$p = 0,05$
 $1 - \alpha = 0,75$

Tabelle 3

k_2	$v_x = 0,20$	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
$n = 10$	0,544	0,438	0,334	0,232	0,126	0,017
12	0,565	0,465	0,367	0,270	0,177	0,070
15	0,588	0,494	0,402	0,312	0,221	0,128
20	0,614	0,527	0,442	0,359	0,277	0,194
30	0,638	0,557	0,479	0,403	0,329	0,256
40	0,650	0,572	0,498	0,426	0,356	0,288
60	0,664	0,590	0,519	0,451	0,387	0,324
90	0,673	0,602	0,534	0,470	0,409	0,351
∞	0,708	0,647	0,591	0,540	0,493	0,450

$p = 0,05$
 $1 - \alpha = 0,90$

Tabelle 4

k_2	$v_x = 0,20$	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
$n = 10$	0,446	0,306	0,163	0,015	-0,143	-0,313
12	0,479	0,349	0,216	0,081	-0,053	-0,218
15	0,514	0,395	0,274	0,150	0,021	-0,116
20	0,554	0,446	0,338	0,229	0,116	-0,002
30	0,591	0,494	0,398	0,301	0,204	0,105
40	0,610	0,519	0,429	0,340	0,251	0,161
60	0,632	0,547	0,464	0,383	0,303	0,223
90	0,648	0,568	0,490	0,415	0,342	0,269
∞	0,708	0,647	0,591	0,540	0,493	0,450

Faktor k_2 als Funktion des Variationskoeffizienten v_x

Bild 3: $P = 1 - \alpha = 0,50$

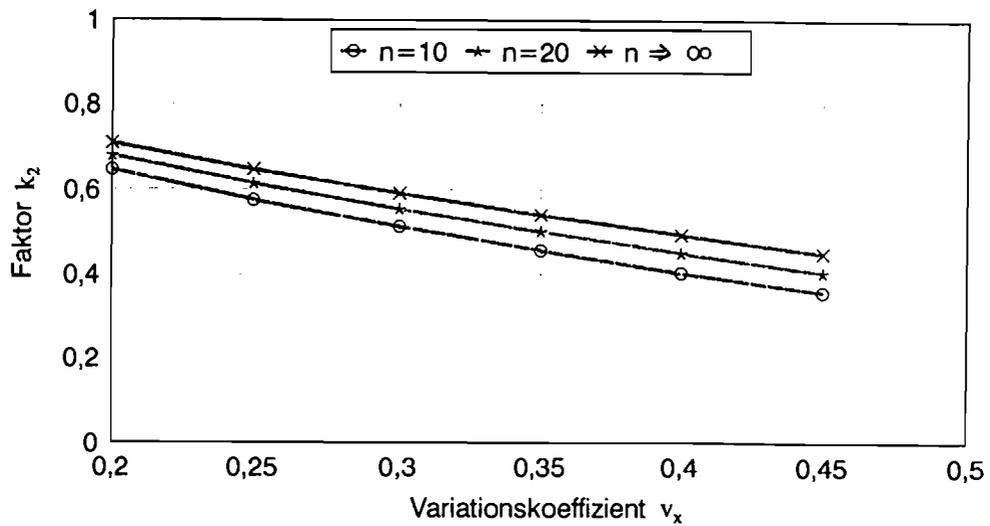


Bild 5: $P = 1 - \alpha = 0,75$

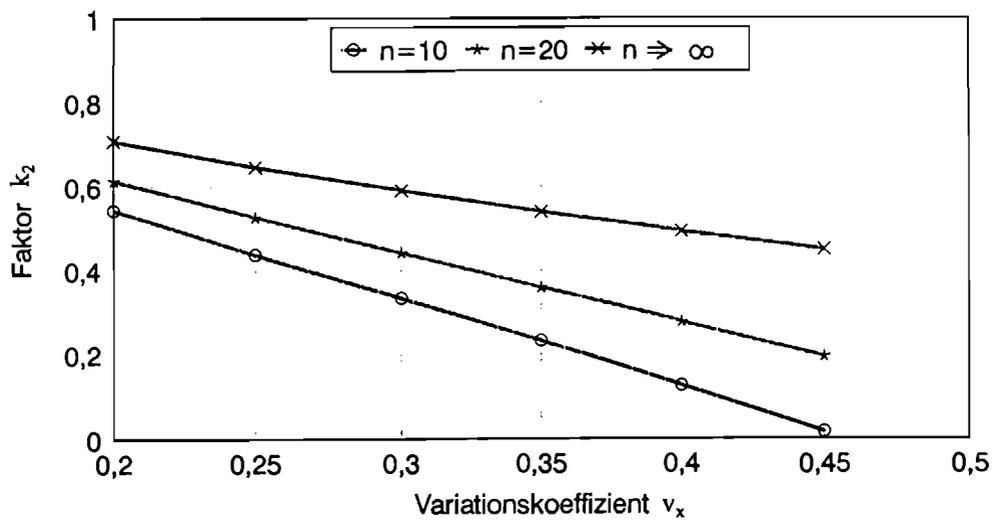
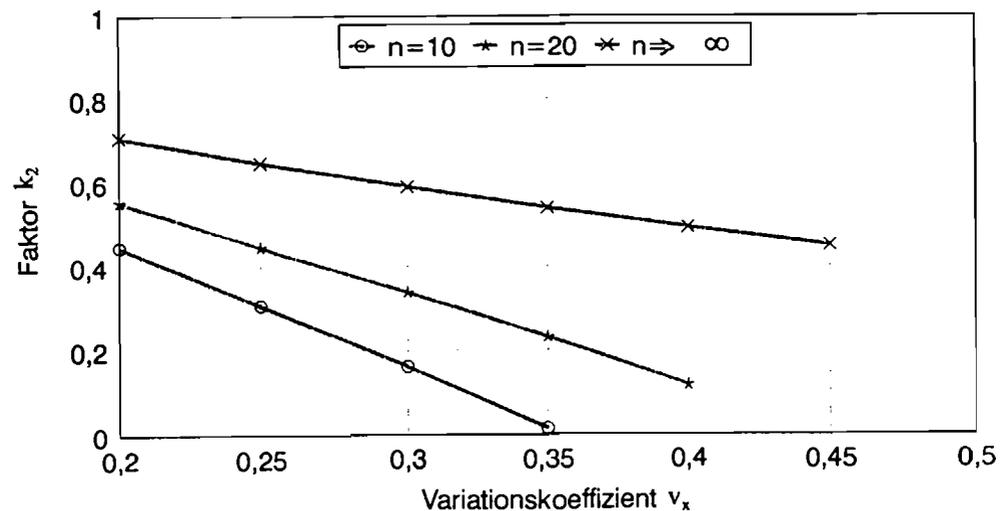


Bild 7: $P = 1 - \alpha = 0,90$



Faktor k_2 als Funktion des Stichprobenumfanges n

Bild 4: $P = 1 - \alpha = 0,50$

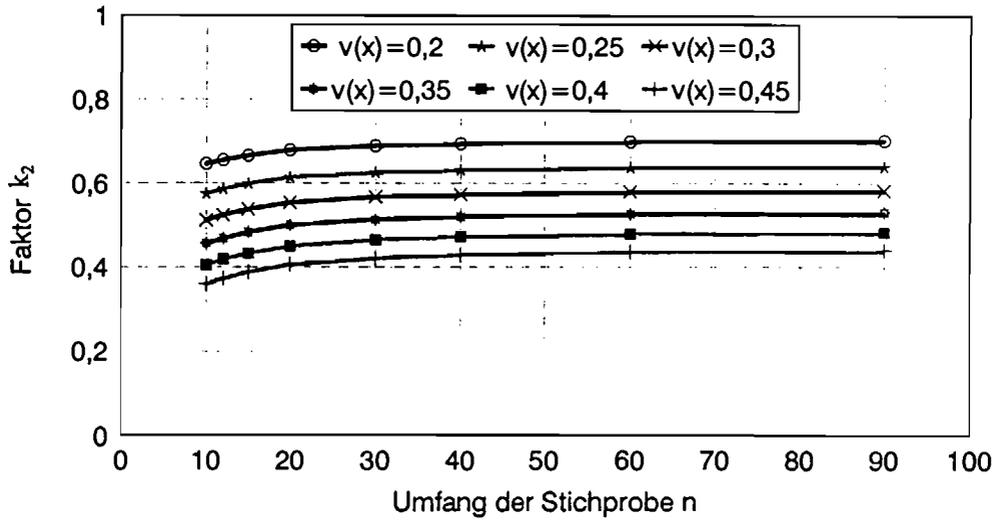


Bild 6: $P = 1 - \alpha = 0,75$

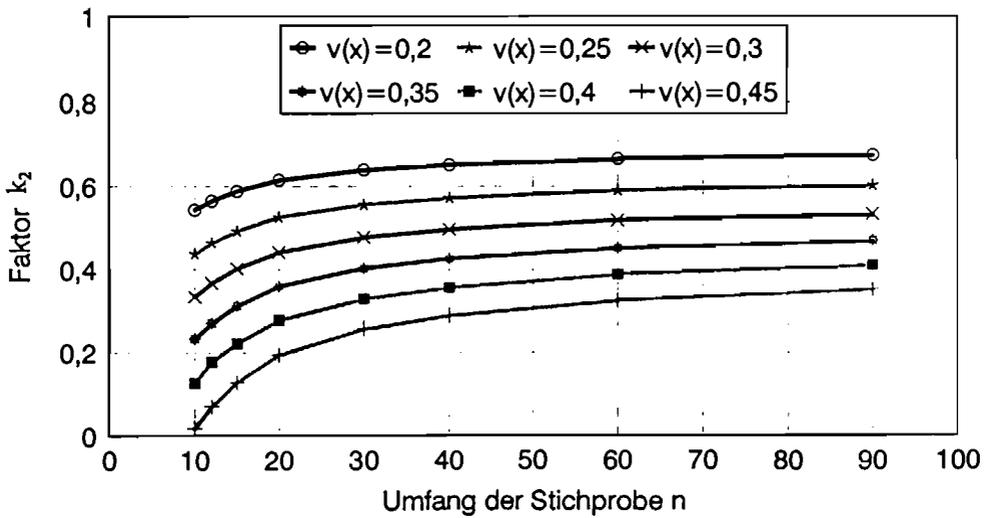
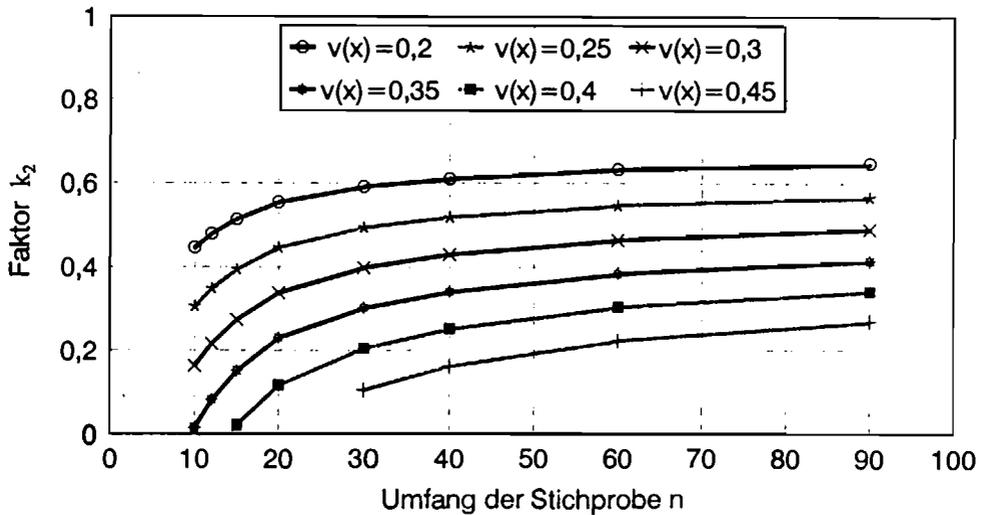


Bild 8: $P = 1 - \alpha = 0,90$



3.4 Vergleiche zwischen Normalverteilung und logarithmischer Normalverteilung

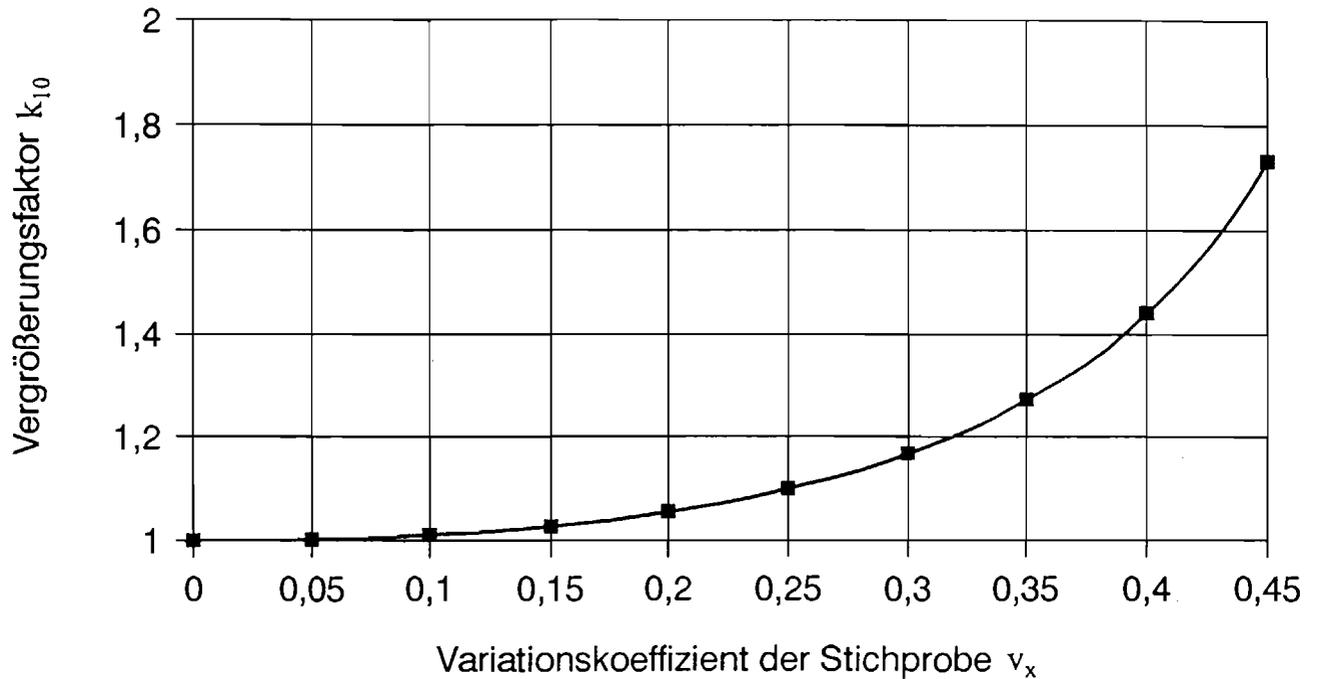
Zunächst wird untersucht, welche Unterschiede zwischen Normalverteilung und logarithmischer Normalverteilung mit steigendem Variationskoeffizienten auftreten. Dabei wird für p das 5%-Quantil betrachtet. Strenggenommen handelt es sich um die Kurve für $P = 1 - \alpha = 0.5$.

$$\hat{x}_{5\%} (\text{LNV}) = k_{10} \cdot \hat{x}_{5\%} (\text{NV})$$

Die Ergebnisse sind in Bild 9 festgehalten.

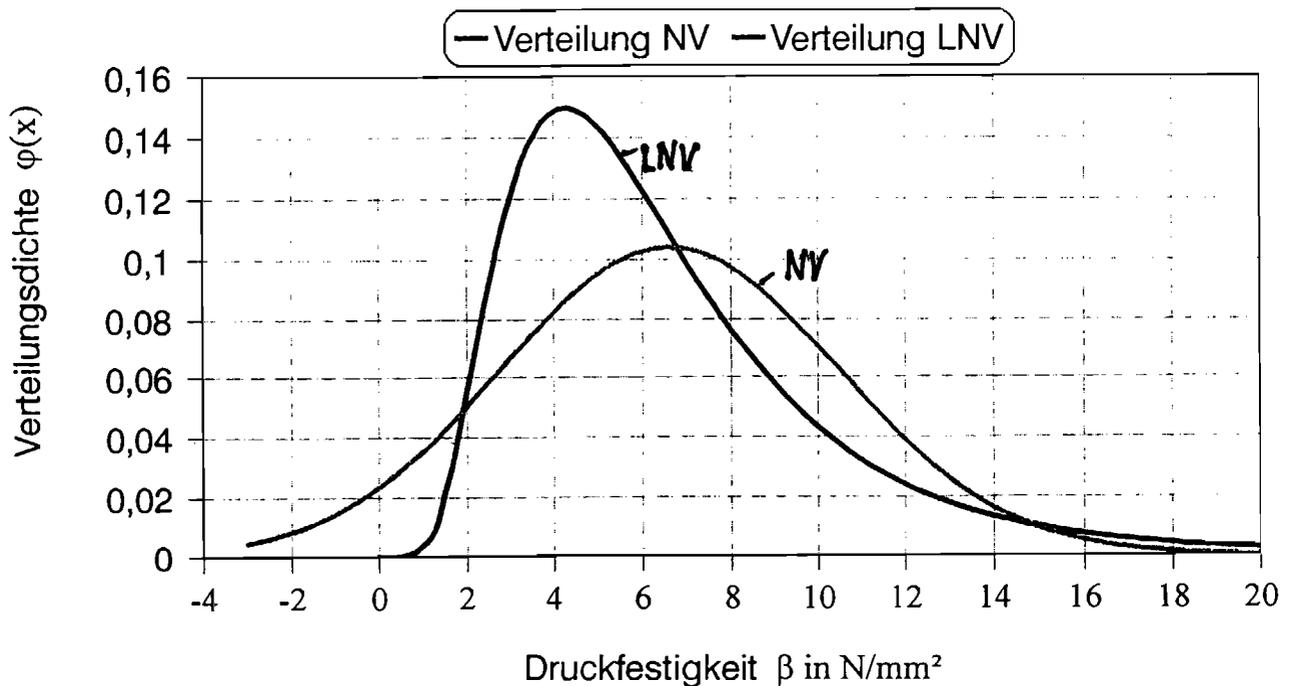
Für $v_x = 0,20$ ist $k_{10} = 1,055$, d. h. bei Anwendung der logarithmischen Normalverteilung wird der 5%-Quantilwert um ca. 5,5 % größer ausfallen, oder anders ausgedrückt, die Normalverteilung liefert Werte, die auf der sicheren Seite liegen. Bis $v_x = 0,20$ kann man die Normalverteilung problemlos anwenden. Für größere Variationskoeffizienten empfiehlt sich die logarithmische Normalverteilung.

Mathematisch gesehen hat die logarithmische Normalverteilung natürlich den Vorteil nichtnegativer x -Werte, wie es für die Druckfestigkeit von Baustoffen erwartet wird. Liegen große Variationskoeffizienten vor und wird trotzdem eine Normalverteilung vorausgesetzt, ist die Gefahr negativer Werte im Bereich kleiner Wahrscheinlichkeiten gegeben (Bild 10).

**Bild 9:**

Vergleich der 5%-Quantilwerte von Normalverteilung und logarithmischer Normalverteilung

$$\hat{x}_{5\%}(\text{LNV}) = k_{10} \hat{x}_{5\%}(\text{NV})$$

**Bild 10:**

Vergleich der Verteilungsdichten von Normalverteilung und logarithmischer Normalverteilung (Berechnungsbeispiel, Abschnitt 5)

3.5 Mischverteilung

Mischverteilungen entstehen u. a. dann, wenn der Definitionsbereich für die Grundgesamtheit nicht beachtet wird. Als Ergebnis können mehrgipflige Dichteverteilungen vorliegen. Sie lassen sich mit einer Summendarstellung behandeln /1/ :

$$F(x) = \sum_{i=1}^m q_i F_i(x) \quad (9 \text{ a})$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^m q_i f_i(x) \quad (9 \text{ b})$$

$$\text{mit} \quad \sum_{i=1}^m q_i = 1$$

p-Quantil: $x_p = F^{-1}(p)$ iterativ (9 c)
(siehe Abschnitt 5)

Mit den Gleichungen (9) wird das Ziel verfolgt, statt der gegebenen Stichprobe (\bar{x}, s_x) m Stichproben $(\bar{x}_j, s_{xj}; j = 1, \dots, m)$ mit deutlich verringerten Standardabweichungen untersuchen zu können. An zwei Beispielen (Abschnitt 5 und 6) wird die Vorgehensweise erläutert.

Ein Ausnahmefall soll noch erwähnt werden. Ein besonders großer Wert x_n der nach der Größe geordneten Stichprobe, der nicht durch statistische Test's als Ausreißer identifiziert wird, vergrößert die Standardabweichung s_x merklich. Der größte Einzelwert x_n läßt sich in diesem Fall als diskrete Wahrscheinlichkeit in die Gleichungen (9) einführen.

4 Berechnung einer unteren Konfidenzgrenze für den Mittelwert

Die Schätzung einer unteren Grenze für den Mittelwert $\hat{\bar{x}}_u$, der mit der Wahrscheinlichkeit $P = 1 - \alpha$ nicht unterschritten wird, ist eine Standardaufgabe der mathematischen Statistik.

- Für eine Normalverteilung gilt:

$$\hat{\bar{x}}_u = \bar{x} - k_3 \cdot s_x \quad (10)$$

$$k_3 = k_3(n, 1 - \alpha)$$

Für $P = 1 - \alpha = 0,90$ und $0,95$ werden in Tabelle 5 die Faktoren k_3 angegeben.

Tabelle 5:

Faktoren $k_3 = k_3(n, 1 - \alpha)$ zur Berechnung des einseitig, nach unten abgegrenzten Mittelwertes bei Normalverteilung mit unbekannter Standardabweichung

$$\hat{\bar{x}}_u = \bar{x} - k_3 s$$

k_3	$1 - \alpha = 0,90$	$1 - \alpha = 0,95$
$n = 10$	0,437	0,580
12	0,393	0,518
15	0,347	0,455
20	0,297	0,387
30	0,239	0,310
40	0,206	0,266
60	0,167	0,216
90	0,136	0,175

- Für eine logarithmische Normalverteilung gilt

$$\hat{\bar{x}}_u = \bar{x} \cdot k_4 \quad (11)$$

$$k_4 = k_4(n, 1 - \alpha, v_x)$$

Tabelle 6 und 7 gestatten es wieder, die Faktoren k_4 für $P = 1 - \alpha = 0,90$ und $0,95$ direkt zu entnehmen.

Eine Formelzusammenstellung befindet sich in ANLAGE 2.

Tabellen 6 und 7:

Faktoren $k_4 = k_4(n, 1 - \alpha, v_x)$ zur Berechnung des einseitig,
nach unten abgegrenzten Mittelwertes bei logarithmischer Nor-
malverteilung mit unbekannter Standardabweichung

$$\hat{\bar{x}}_u = k_4 \bar{x}$$

$1 - \alpha = 0,90$

Tabelle 6

k_4	$v_x = 0,20$	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
$n = 10$	0,899	0,871	0,843	0,814	0,785	0,756
12	0,907	0,881	0,853	0,826	0,798	0,770
15	0,915	0,891	0,865	0,839	0,812	0,786
20	0,925	0,902	0,878	0,853	0,828	0,803
30	0,935	0,915	0,893	0,870	0,847	0,823
40	0,941	0,922	0,902	0,880	0,858	0,835
60	0,949	0,931	0,912	0,892	0,871	0,849
90	0,955	0,938	0,920	0,901	0,881	0,860
∞	0,981	0,970	0,958	0,944	0,928	0,912

$1 - \alpha = 0,95$

Tabelle 7

k_4	$v_x = 0,20$	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
$n = 10$	0,874	0,841	0,808	0,775	0,743	0,711
12	0,885	0,854	0,823	0,791	0,760	0,730
15	0,896	0,867	0,838	0,809	0,779	0,750
20	0,908	0,882	0,855	0,828	0,800	0,772
30	0,922	0,899	0,874	0,849	0,824	0,798
40	0,930	0,909	0,886	0,862	0,838	0,813
60	0,940	0,920	0,899	0,877	0,854	0,831
90	0,947	0,929	0,910	0,889	0,868	0,846
∞	0,981	0,970	0,958	0,944	0,928	0,912

5 Beispiel 1

5.1 Aufgabenstellung

Aus einem 5geschossigen Gebäude wurden Bohrkernentnommen, die zu $n=13$ Probekörpern führten. Projektgemäß handelt es sich um Leichtbeton mit haufwerksporigem Gefüge. Die Prüfung der Probekörper erfolgte in Übereinstimmung mit der DIN 1048. Geprüft wurden die Rohdichte und die Druckfestigkeit (Tabelle 8 - geordnet nach steigender Druckfestigkeit). Die Frage lautet, ob der Baustoff als LB2 nach DIN 4232 eingeordnet werden kann.

5.2 Bestimmung der 5%-Quantile für die Druckfestigkeit

Die statistische Auswertung der n Werte liefert für die Druckfestigkeit:

- Mittelwert $\bar{\beta} = 6,62 \text{ N/mm}^2$
- Standardabweichung $s_{\beta} = 3,84 \text{ N/mm}^2$

für die Rohdichte:

- Mittelwert $\bar{\rho} = 1,27 \text{ kg/dm}^3$
- Standardabweichung $s_{\rho} = 0,14 \text{ kg/dm}^3$

In den Bildern 1, 2 und 10 sind bereits die Verteilungsdichten für die Druckfestigkeit dargestellt, wobei die Parameter $\bar{\beta}$ und s_{β} der Grundgesamtheit μ_x und σ_x zugeordnet wurden. Dies würde für $n \rightarrow \infty$ zutreffen:

$$\hat{\beta}_{5\%} (\text{NV}, n \rightarrow \infty, 1 - \alpha = 0,50; v_x = 0,58) = 0,30 \text{ N/mm}^2$$

Tabelle 8:

Ergebnisse einer Bauwerksprüfung an Wänden aus haufwerksporigem Leichtbeton

- Stichprobenelemente für Druckfestigkeit β und Rohdichte ρ
- Mittelwert $\bar{\beta}, \bar{\rho}$ und Standardabweichungen s_{β}, s_{ρ}

i	Probe-Nr., Entnahmeort	Druckfestigkeit N/mm ²	Rohdichte, lufttrocken kg/dm ³
1	12 a	2,31	1,15
2	13 a	2,83	1,11
3	15 a	2,89	1,12
4	14 b	3,66	1,18
5	14 a	3,98	1,20
6	16 a	4,02	1,13
7	18 a	5,01	1,26
8	17 b	7,44	1,37
9	11 a	8,17	1,37
10	18 b	9,68	1,33
11	15 b	10,08	1,39
12	17 a	12,59	1,45
13	11 b	13,34	1,51
Mittelwert		6,62 N/mm ²	1,27 kg/dm ³
Standardabweichung		3,84 N/mm ²	0,14 kg/dm ³
Variationskoeffizient		0,58	0,11

Es liegen aber nur 13 Ergebnisse ausgewertet vor, so daß mit Gl. (6) und Tabelle 1 ein

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{5\%}(\text{NV}, n = 13, 1 - \alpha = 0,75; v_x = 0,58) &= 6,62 - 2,19 \cdot 3,84 \\ &= -1,79 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

berechnet wird.

Gleiches wird der Vollständigkeit halber für die logarithmische Normalverteilung wiederholt.

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_{5\%}(\text{LNV}, n \rightarrow \infty, 1 - \alpha = 0,50; v_x = 0,58) &= 0,357 \cdot 6,62 \\ &= 2,36 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

$$\hat{\beta}_{5\%}(\text{LNV}, n=13, 1 - \alpha = 0,75, v_x = 0,58) < 0 \quad \text{aus Bild 5}$$

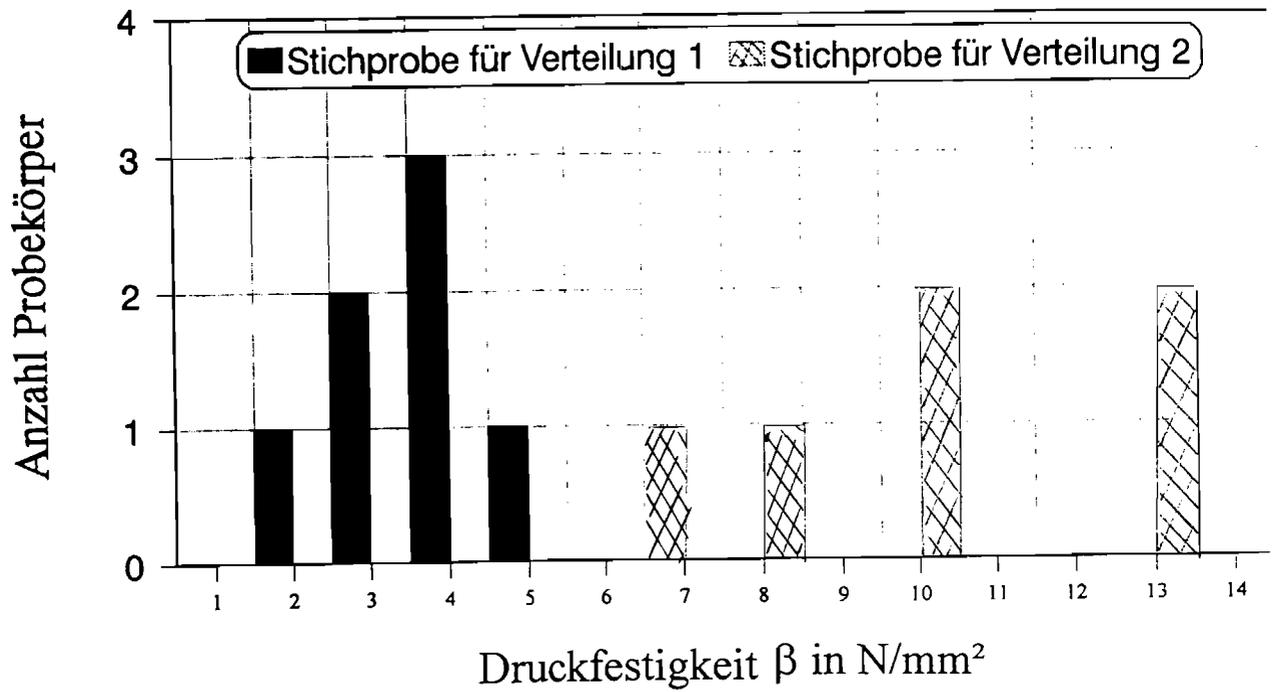
Negative Werte hängen mit der Annahme einer Normalverteilung für die Zufallsvariante X_p zusammen, die nur für große Variationskoeffizienten und geringem Stichprobenumfang auftreten.

Die bisher berechneten 5%-Quantilwerte sind für die Einstufung in eine Festigkeitsklasse völlig unbrauchbar. Dies zeigt aber gleichzeitig, daß eine formale Anwendung der oben bereitgestellten Beziehungen nicht zugelassen werden darf.

Der sehr große Variationskoeffizient läßt es angeraten erscheinen, den Versuch einer Mischverteilung zu starten. Im Regelfall ist zu prüfen, ob physikalische Hintergründe eine Mischverteilung rechtfertigen. Dazu werden ein Histogramm für die Druckfestigkeit (Bild 11) und ein Diagramm für die Abhängigkeit der Druckfestigkeit β von der Rohdichte ρ (Bild 12) herangezogen. Es ist eine hohe Korrelation zwischen β und ρ festzustellen.

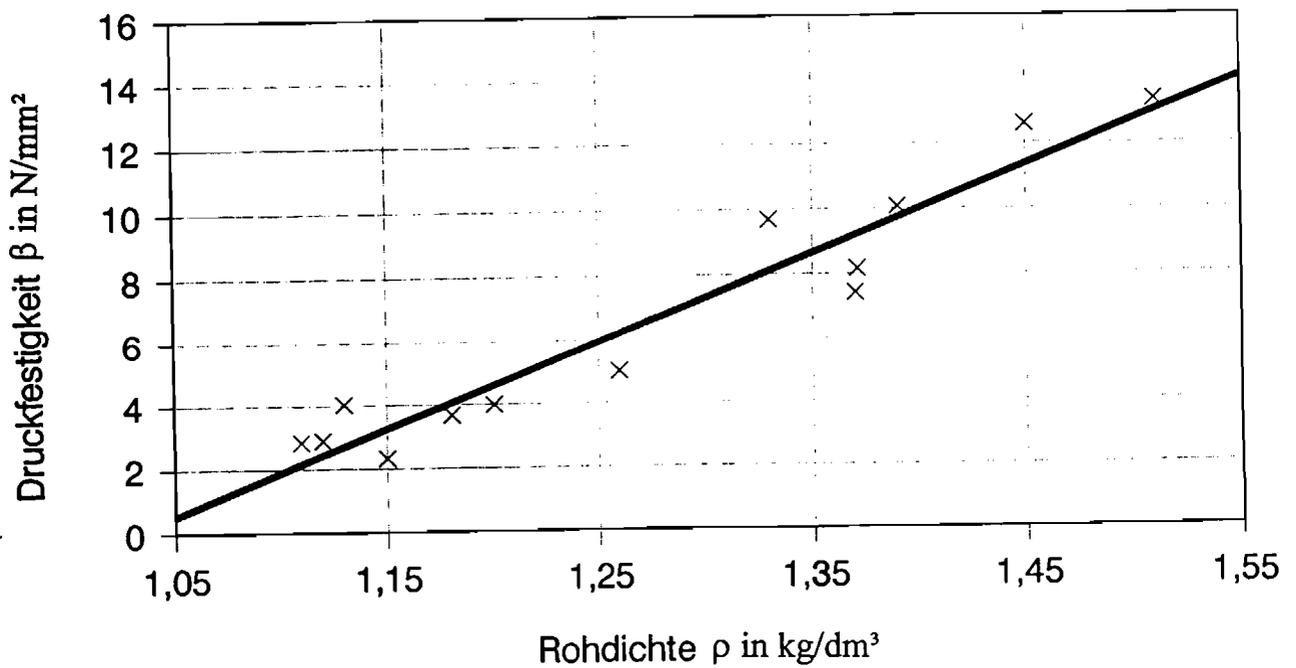
Davon ausgehend werden 2 Verteilungen gebildet:

- Verteilung 1: $i = 1$ bis $i = n_1 = 7$
mit $\bar{\beta} = 3,53 \text{ N/mm}^2$, $s_\beta = 0,92 \text{ N/mm}^2$
 $v_x = 0,26$
- Verteilung 2: $i = 8$ bis $i = 13$
bzw. unnumeriert $i = 1$ bis $i = n_2 = 6$
mit $\bar{\beta} = 10,22 \text{ N/mm}^2$, $s_\beta = 2,35 \text{ N/mm}^2$
 $v_x = 0,23$

**Bild 11:**

Histogramm für die Druckfestigkeit

(Berechnungsbeispiel, Tabelle 8)

**Bild 12:**

Regressionsgerade, dargestellt an der Beziehung zwischen den Stichprobenelementen der Druckfestigkeit und der Rohdichte

(Berechnungsbeispiel, Tabelle 8)

In Bild 13 sind die Verteilungen 1, 2 und 1 + 2 als logarithmische Normalverteilungen dargestellt. Dies erfolgte in Übereinstimmung mit den Empfehlungen in Abschnitt 3.6. Das 5%-Quantil der Verteilung $F(x)$ wird über Gleichung (9) bestimmt.

$$0,05 = \frac{n_1}{n} F_1(\hat{\beta}_{5\%}) + \frac{n_2}{n} F_2(\hat{\beta}_{5\%}) = \frac{7}{13} F_1 + \frac{6}{13} F_2 \quad (12)$$

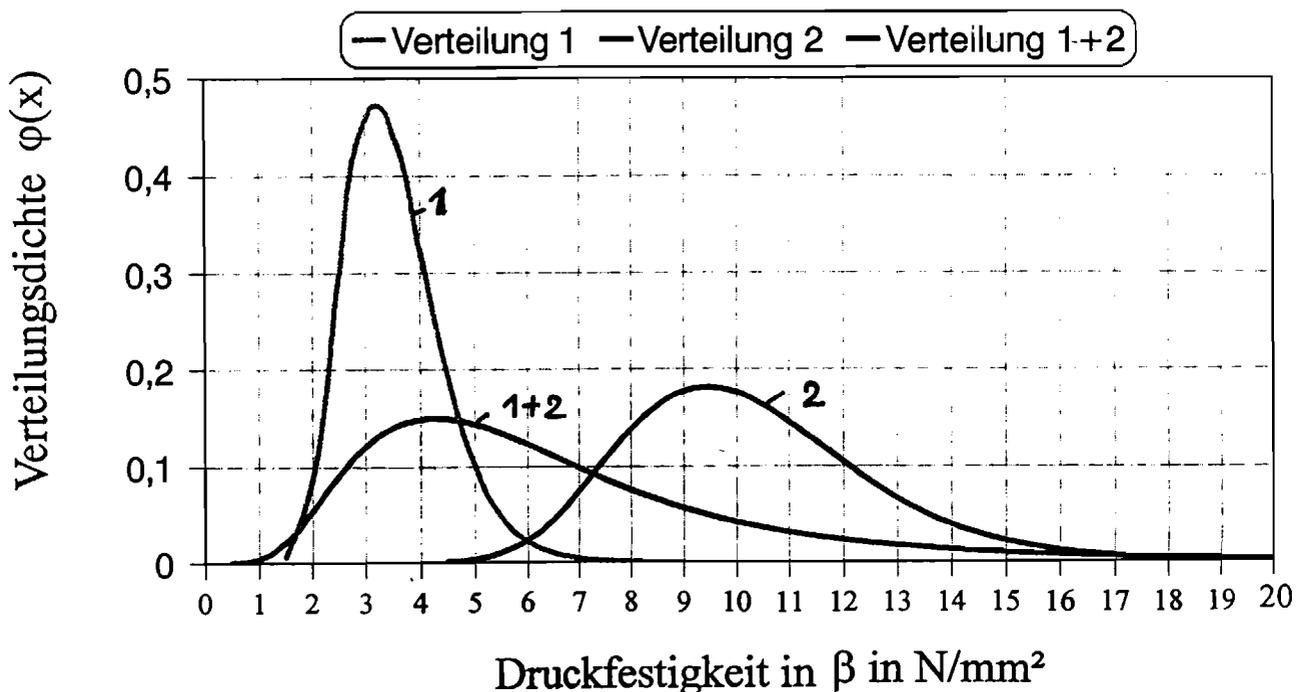


Bild 13:

Verteilungsdichten der logarithmischen Normalverteilung für die Verteilungen 1, 2 und 1 + 2
(Berechnungsbeispiel)

Die Iteration beginnt, indem $F_2 = 0$ gesetzt wird:

$$F_{1,1}(\hat{\beta}_{5\%}) = 0,09286$$

$$\hat{\beta}_{5\%}(\text{LNV}, n \rightarrow \infty) = 2,44 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{2,1}(\hat{\beta}_{5\%}) = 2,8 \cdot 10^{-10}$$

Gleichung (12) ist bereits mit der 1. Iteration genügend genau erfüllbar; der Quantilwert wird demnach allein von der Verteilung 1 bestimmt. Um den Quantilwert für $n = 7$ zu ermitteln, wird in diesem Fall in Tabelle 2 bzw. im Bild 6 näherungsweise extrapoliert.

$$\hat{\beta}_{5\%}(\text{LNV}, n = 7, 1 - \alpha = 0,75, v_x = 0,26) \approx 0,51 \cdot \bar{x} = 1,80 \text{ N/mm}^2$$

Für die Einstufung wird DIN 1048 Teil 4 berücksichtigt, die entsprechend der hier vorgestellten Vorgehensweise eine Erhöhung der Druckfestigkeit um $1/0,85$ gestattet.

$$\frac{\hat{\beta}_{5\%}}{0,85} = 2,12 \text{ N/mm}^2$$

Die Einordnung in die Festigkeitsklasse LB2 nach DIN 4232 ist somit nachgewiesen, da ein 5%-Quantilwert von $2,00 \text{ N/mm}^2$ verlangt wird.

6 Beispiel 2

6.1 Aufgabenstellung

Die Aufgabenstellung unterscheidet sich nicht von der im Abschnitt 5.1. Als Prüfdaten wurden die in Tabelle 9 angegebenen Daten erhalten.

6.2 Bestimmung der 5%-Quantile für die Druckfestigkeit

Die statistische Auswertung der $n=17$ Werte liefert

für die Druckfestigkeit

- Mittelwert $\bar{\beta} = 6,08 \text{ N/mm}^2$
- Standardabweichung $s_{\beta} = 2,46 \text{ N/mm}^2$

für die Rohdichte:

- Mittelwert $\bar{\rho} = 1,32 \text{ kg/dm}^3$
- Standardabweichung $s_{\rho} = 0,08 \text{ kg/dm}^3$

Der 5%-Quantilwert der Druckfestigkeit wird für die Wahrscheinlichkeit $P = 1 - \alpha = 0,75$ bestimmt (in Übereinstimmung mit Abschnitt 3.6):

$$\hat{\beta}_{5\%} (\text{LNV}, n = 17, 1 - \alpha = 0,75, v_x = 0,40) = 0,243 \cdot 6,08 = 1,48 \text{ N/mm}^2$$

Der Wert k_2 wurde zwischen $n = 15$ und $n = 20$ linear interpoliert. Benutzt man auch hier die 0,85-Klausel der DIN 1048 Teil 4, so erhält man

$$\frac{\hat{\beta}_{5\%}}{0,85} = 1,74 \text{ N/mm}^2.$$

Tabelle 9:

Ergebnisse einer Bauwerksprüfung an Wänden aus haufwerksporigem Leichtbeton

- Stichprobenelemente für Druckfestigkeit β und Rohdichte ρ

- Mittelwerte $\bar{\beta}$, $\bar{\rho}$ und Standardabweichungen s_{β} , s_{ρ}

i	Probe-Nr.; Entnahmeort	Druckfestigkeit N/mm ²	Rohdichte, lufttrocken kg/dm ³
1	7a	1,58	1,24
2	7b	2,81	1,28
3	10a	3,91	1,40
4	5b	4,32	1,27
5	14b	4,33	1,32
6	1a	4,40	1,16
7	6b	5,79	1,24
8	9b	5,94	1,44
9	4b	6,15	1,35
10	12a	6,16	1,28
11	8a	6,25	1,32
12	13a	7,24	1,31
13	5a	7,62	1,44
14	6a	7,93	1,32
15	14a	8,41	1,28
16	9a	8,72	1,43
17	11a	11,78	1,33
Mittelwert		6,08	1,32
Standardabweichung		2,46	0,08
Variationskoeffizient		0,40	0,06

Welche Maßnahmen können noch ergriffen werden, um einen Quantilwert von 2 N/mm² nachweisen zu können?

a) Mischverteilung

Bild 14 zeigt eine viel geringere Korrelation zwischen β und ρ als Bild 12. Eine Mischverteilung kann auf diesem Weg nicht begründet werden.

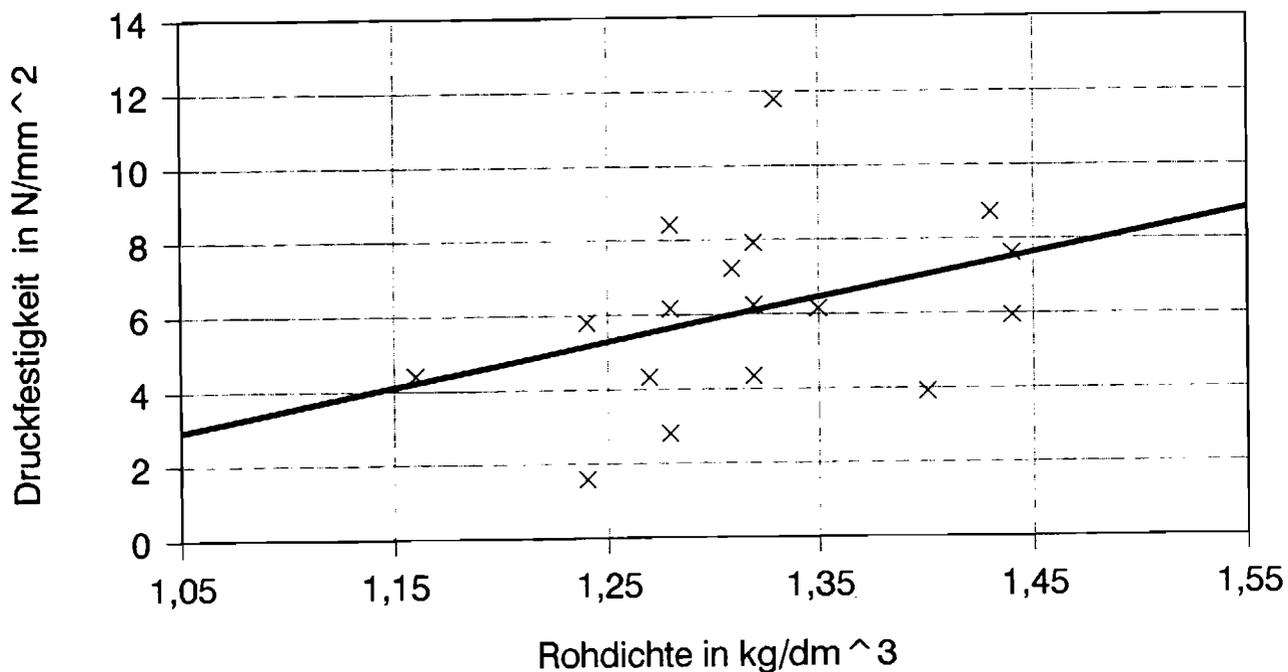


Bild 14:

Regressionsgerade zwischen Druckfestigkeit und Rohdichte
(Berechnungsbeispiel 2, Tabelle 9)

b) Erhöhung des Stichprobenumfangs

Wenn sich beispielsweise die Parameter $\bar{\beta}$ und s_{β} nur wenig ändern würden, im nachfolgenden Zahlenbeispiel überhaupt keine Veränderung, würden 3 zusätzliche Proben reichen:

$$\hat{\beta}_{5\%} (\text{LNV}, n = 20, 1 - \alpha = 0,75, v_x = 0,40) = 0,277 \cdot 6,08 = 1,68 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\hat{\beta}_{5\%}}{0,85} = 1,98 \text{ N/mm}^2$$

c) Individueller Standsicherheitsnachweis

7 Schlußbemerkungen

Die Benutzung der in dieser Veröffentlichung angegebenen Tabellen erleichtert die Schätzung von p-Quantilen, die mit der Wahrscheinlichkeit $P = 1 - \alpha$ oberhalb einer unteren, vom Stichprobenumfang n und vom Variationskoeffizienten v_x abhängigen Grenze liegen.

Für eine eindeutige Aufgabenstellung sind folgende Angaben erforderlich:

- a) p-Quantil bzw. Mittelwert
- b) Konfidenzniveau $P = 1 - \alpha$
- c) einseitig, unterer Anteilbereich
einseitig, oberer Anteilbereich
zweiseitiger Anteilbereich
- d) Verteilungstyp

In der Arbeit werden

- a) das 5%-Quantil und der Mittelwert
- b) die Konfidenzniveaus $P = 1 - \alpha = 0,50$; $0,75$ und $0,90$
- c) der einseitig nach unten begrenzte Anteilbereich

behandelt, wobei die statistischen Verteilungsfunktionen der Normalverteilung, der logarithmischen Normalverteilung und einer Mischverteilung näher untersucht werden. Bei der Wahl der Absicherung einer unteren Grenze wurde vornehmlich an Festigkeitsprobleme des konstruktiven Ingenieurbaus gedacht.

Literatur

- / 1 / Spaethe, G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen.
2. neubearbeitete Auflage, Springer Verlag, Wien, New York 1992.**
- / 2 / Plate, E. J.: Statistik und angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für Bauingenieure.
Berlin: Ernst & Sohn, 1993.**
- / 3 / Fischer, L.: Bestimmung des 5%-Quantils im Zuge der Bauwerksprüfung
- Bezugnahme auf DIN-Normen und EURO-Codes -, BAUTECHNIK, demnächst.**

Formelzusammenstellung \hat{x}_p Schätzung für den Quantilwert p Wahrscheinlichkeit für das gesuchte p -Quantil $1 - \alpha$ Konfidenzniveau (andere Beziehungen sind Vertrauens-a) p -Quantil der Normalverteilung

$$\hat{x}_p = \bar{x} - k_1 \cdot s_x$$

$$k_1 = k_1(n, p, 1 - \alpha)$$

$$k_1 = \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \left(-t_{n-1, p} + t_{n-1, 1-\alpha} - \sqrt{\frac{1 + 0,5 K_T^2}{n}} \right)$$

mit $K_T = \Phi^{-1}(1 - \alpha)$

$t_{n-1, p}$ t -Verteilung mit $n-1$ Freiheitsgraden
für das Quantil p (man beachte $t_{n-1, 1-p} = -t_{n-1, p}$)

b) p -Quantil der logarithmischen Normalverteilung

$$\hat{x}_p = \bar{x} \cdot k_2$$

$$k_2 = k_2(n, p, 1 - \alpha, v_x)$$

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + v_x^2}} \cdot \exp \left[t_{n-1, p} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n}\right) \ln(1 + v_x^2)} \right]$$

$$- t_{n-1, 1-\alpha} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \cdot \sqrt{\tilde{v}_x \cdot K}$$

mit $K = 1 + K_T \cdot \tilde{\gamma}_x + 0,25 \cdot K_T^2 (\tilde{K}_x - 1)$

$$K_T = \Phi^{-1}(1 - \alpha)$$

$$\tilde{\gamma}_x = \gamma_x(\tilde{v}_x) \quad \text{Schiefe}$$

$$\tilde{K}_x = K_x(\tilde{v}_x) \quad \text{Exzeß}$$

$$v_x \quad \text{Variationskoeffizient}$$

Biaskorrektur $\tilde{v}_x = \alpha \cdot v_x$

$t_{n-1, p}$ t -Verteilung mit $n-1$ Freiheitsgraden
für das Quantil p

- c) Untere Konfidenzgrenze für den Mittelwert - Normalverteilung

$$\bar{x}_u = \bar{x} - k_3 \cdot s_x$$

$$k_3 = k_3(n, 1 - \alpha)$$

$$k_3 = \frac{t_{n-1, 1-\alpha}}{\sqrt{n}}$$

$1 - \alpha$ **Konfidenzniveau**

$t_{n-1, 1-\alpha}$ **t-Verteilung mit $n - 1$ Freiheitsgraden
für das Quantil $1 - \alpha$**

- d) Untere Konfidenzgrenze für den Mittelwert - logarithmische Normalverteilung

$$\bar{x}_u = \bar{x} \cdot k_4$$

$$k_4 = k_4(n, 1 - \alpha, v_x)$$

$$k_4 = \frac{1}{\sqrt{1+v_x^2}} \cdot \exp \left[-k_3 \cdot \sqrt{\ln(1+v_x^2)} \right]$$

v_x **Variationskoeffizient der Stichprobe**

k_3 **Faktor für die NV**