

Untersuchung der Tragsicherheit
abgespannter Maste unter der
Einwirkung von Starkwind und Seilbruch

T 2797

T 2797

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

Im Originalmanuskript enthaltene Farbvorlagen, wie z.B. Farbfotos, können nur in Grautönen wiedergegeben werden. Liegen dem Fraunhofer IRB Verlag die Originalabbildungen vor, können gegen Berechnung Farbkopien angefertigt werden. Richten Sie Ihre Anfrage bitte an die untenstehende Adresse.

© by Fraunhofer IRB Verlag

1998, ISBN 3-8167-5423-6

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69
70504 Stuttgart

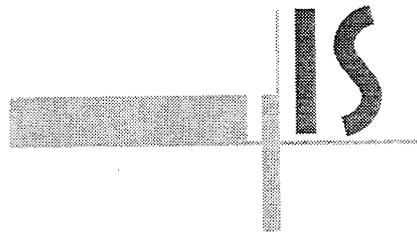
Nobelstraße 12
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

e-mail irb@irb.fhg.de

URL <http://www.irb.fhg.de>

Technische Universität Braunschweig
Institut für Stahlbau
Prof. Dr.-Ing. U. Peil



Untersuchung der Tragsicherheit abgespannter Maste
unter der Einwirkung von Starkwind und Seilbruch

Bericht Nr. 6331

Auftraggeber: Deutsches Institut für Bautechnik
Kolonnenstr. 30
10829 Berlin

Dieser Bericht besteht aus 79 Seiten und 38 Seiten Anlagen

Institut für Stahlbau der Technischen Universität Braunschweig

Inhaltsverzeichnis

1 Allgemeines	1
2 Berechnung des dynamisch beanspruchten Systems	3
2.1 Allgemeines	3
2.2 Zeitschrittverfahren	3
2.2.1 Grundlagen	3
2.2.2 Elemente	5
2.2.3 Werkstoffmodelle	7
2.3 Frequenzbereichsverfahren	8
2.3.1 Allgemeines	8
2.3.2 Berechnung der Übertragungsfunktion	9
2.3.3 Verwendete Elemente	10
2.3.4 Erzwungene Schwingungen	11
3 Generierung von Windgeschwindigkeitsverläufen	13
3.1 Allgemeines	13
3.2 Eigenschaften des natürlichen Windes	15
3.2.1 Allgemeines	15
3.2.2 Mittlere Windgeschwindigkeit	16
3.2.3 Korrelation der Windgeschwindigkeit	18
3.2.4 Leistungsspektren der Windgeschwindigkeit	20
3.2.4.1 Autoleistungsspektren	21
3.2.4.2 Kreuzleistungsspektren und Kohärenz	26
3.2.4.3 Phasenbeziehung	30
3.3 Windgenerierung	36
3.4 Vergleich der Ergebnisse der Windgenerierung mit Naturmessungen	40
3.4.1 Generierte Windgeschwindigkeit	40
3.4.2 Vergleich mit Messergebnissen und Diskussion	42
4 Tragverhalten von Gittermasten unter Starkwind	50
4.1 Tragverhalten von Fachwerkelementen	50
4.1.1 Modellierung	50
4.1.2 Berechnungsergebnisse	51
4.3 Dynamisches Verhalten von Mastsystemen unter Starkwindbelastung	55
4.3.1 Systemparameter	55
4.3.2 Tragverhalten	56
4.3.3 Zusammenfassung Mastsysteme unter Starkwindbelastung	58
5 Tragverhalten unter Seilbruch	59
5.1 Rechnerische Simulation des Seilbruches	59
5.1.1 Allgemeines	59
5.1.2 Dynamische Berechnung	60
5.1.3 Vergleich mit Untersuchungen	61
5.1.3.1 Allgemeines	61
5.1.3.2 Modellierung	61
5.1.3.3 Vergleich Messung - Rechnung: Kappen unteres Seil	62
5.1.3.4 Vergleich Messung - Rechnung: Kappen oberes Seil	65
5.1.3.4 Anzupfen eines 200m Mastes	67
5.4 Grundlage der Parameterstudie	68
5.4.1 Allgemeines	68
5.4.2 Mastgeometrie	68
5.4.3 Parameter realer Maste	71
5.5 Ergebnisse	72
5.6 Zusammenfassung Seilbruch	75
6 Zusammenfassung	76
Literaturverzeichnis	77

1 Allgemeines

Die üblichen Berechnungen abgespannter Maste werden unter stark idealisierenden Annahmen durchgeführt. Die rechnerische Traglast wird hierbei durch das Erreichen der Fließgrenze in einer Querschnittsfaser definiert. Damit werden Querschnitts- und Systemreserven nicht genutzt. Eine Berechnung nach der üblichen Fließgelenktheorie ist in der Norm DIN 4131 "Stählerne Antennentragwerke" ausdrücklich nicht zugelassen. Dieses Verbot ist im wesentlichen durch zwei Gründe bedingt:

- Abgespannte Systeme unter der Wirkung des natürlichen Windes sind hochgradig dynamisch beanspruchte Strukturen. Kinematische Fließgelenkketten, wie sie nach der Fließgelenktheorie dem Traglastzustand zugrundegelegt werden, können sich deshalb nicht in der üblichen Form ausbilden.
- Bei der üblichen Fließgelenktheorie muß ein einfaches, bilineares linear elastisch - ideal plastisches Werkstoffgesetz vorausgesetzt werden, dies bedingt eine stetige Belastungssteigerung bis zur Traglast. Bei nicht stetiger Laststeigerung, wie z.B. bei dynamischen Beanspruchungen durchlebt der einzelne Spannungspunkt eine stark veränderliche Beanspruchungsgeschichte. Dem Einfluß der Beanspruchungsgeschichte auf die Form des Werkstoffgesetzes überlagert sich der Einfluß der Beanspruchungsgeschwindigkeit.

Die Frage nach der tatsächlichen Tragsicherheit abgespannter Maste kann mit diesen Methoden nicht beurteilt werden. Die Kenntnis der Tragsicherheit ist jedoch wesentliche Voraussetzung für die Festlegung von Sicherheitsbeiwerten in Normen. Über die tatsächliche Tragsicherheit abgespannter Maste in Abhängigkeit von den Systemparametern gibt es zur Zeit keine verallgemeinerbaren Aussagen.

Abgespannte Maste sind darüberhinaus in erheblichem Maße von der Sicherheit ihrer Abspannungen abhängig. Im Regelfall führt bereits der Bruch eines einzelnen Seils zum Einsturz des gesamten Systems, wie zahlreiche Schadensfälle der Vergangenheit gezeigt haben. Die **Recommendations for guyed masts** /1/ fordern deshalb ausreichende Standsicherheit auch bei Ausfall eines Seiles. Eine Untersuchung des Versagens mit Hilfe rein statischer Methoden ist hierbei i.a. nicht ausreichend, da die auftretenden dynamischen Effekte nicht hinreichend genau modelliert werden können. Für praktische Untersuchungen ist die Entwicklung von Näherungsansätzen wichtig, bei denen die dynamische Beanspruchung mit einfachen Mitteln auf sicherer Seite ermittelt werden können.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeiten wird mit Hilfe von ausgedehnten Parameterrechnungen das Verhalten abgespannter Maste unter den Lastfällen

- Starkwindsituation und
- Seilbruch

in Abhängigkeit von den Systemparametern systematisch studiert. Als Rechenverfahren wird ein linearisiertes Verfahren, das im Frequenzbereich arbeitet und ein Zeitschrittverfahren für nichtlineare Untersuchungen verwendet. Beim Zeitschrittverfahren können die Änderungen der Werkstoffparameter und ggf. große Geometrieänderungen erfaßt werden. Zur Beschreibung der unter

hoher dynamischer Beanspruchung auftretenden zyklischen, bzw. wiederholten plastischen Verformungen werden moderne Werkstoffgesetze zur Beschreibung des komplexen Verhaltens von Baustahl zugrundegelegt.

Zunächst werden die Grundlagen der verwendeten Rechenverfahren dargestellt. Mit dem verwendeten Zeitschrittverfahren können beliebige Nichtlinearitäten erfaßt werden, das Frequenzbereichsverfahren ist für Parameterstudien von linearisierbaren Problemstellungen wegen des relativ geringen numerischen Aufwandes sehr geeignet.

Da bei Zeitbereichsberechnungen Windschriebe in physikalisch richtig korrelierter Form vorliegen müssen, werden im Abs.3 die Grundlagen des verwendeten Generieralgorithmus dargelegt.

Mit Hilfe der Werkstoffgesetze, die auch zyklisches Verhalten gut beschreiben können, wird anschließend das Tragverhalten von Masten unter Starkwind untersucht und der Versagensmechanismus studiert.

Hieran schließen sich Untersuchungen des Falls Seilbruch an. Zunächst werden Auswertungen von Versuchen an Masten, bei denen einzelne Seile gekappt wurden, dargestellt und damit die Rechenverfahren validiert. Im Anschluß werden Parameterstudien durchgeführt, mit dem Ziel ein einfaches, auf der sicheren Seite liegendes Berechnungsverfahren für den Fall Seilbruch zu entwickeln.

2 Berechnung des dynamisch beanspruchten Systems

2.1 Allgemeines

Im folgenden werden zunächst die Grundlagen des verwendeten Zeitschrittverfahrens dargestellt. Da dieses zwar bei linearen Systemen unbedingt stabil ist, bei nichtlinearen Systemen jedoch nicht, werden Algorithmen verwendet, die zu einer Verbesserung des Stabilitätsverhaltens führen. Parallel werden auch Untersuchungen mit einer linearisierten Methode, die im Frequenzbereich arbeitet, vorgenommen. Die Grundlagen des Verfahrens werden im Anschluß an die Zeitbereichsberechnung dargestellt.

2.2 Zeitschrittverfahren

2.2.1 Grundlagen

Wegen der stark nichtlinearen Effekte muß die Untersuchung mit Hilfe eines Zeitschrittverfahrens durchgeführt werden. Hierbei können in jedem Zeitschritt die Systemwerte in Abhängigkeit von den vorliegenden Beanspruchungen berücksichtigt werden. Wegen der zu erwartenden großen Verformungen im Traglast- und Nachtraglastzustand wird die Berechnung nach einer Theorie großer Verformungen, aber kleiner Verzerrungen durchgeführt. Die Formulierung entspricht einer updated Lagrange Beschreibung.

Wegen der gesicherten Stabilität des Verfahrens wurde das Newmark-Verfahren zugrundegelegt, das zu den impliziten Iterationsverfahren gehört. Bei nichtlinearen Systemen ist es notwendig, in jedem Zeitschritt eine Nachiteration des Gleichgewichtes, z.B. mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahrens vorzunehmen, um Abweichungen von der tatsächlichen Lösung zu vermeiden. Das sog. modifizierte Newton-Raphson-Verfahren, das stets mit der Anfangstangente arbeitet, führt bei versteifenden Systemen, wie sie bei Seilkonstruktionen oft vorliegen, häufig zu Konvergenzproblemen (Bild 2.1).

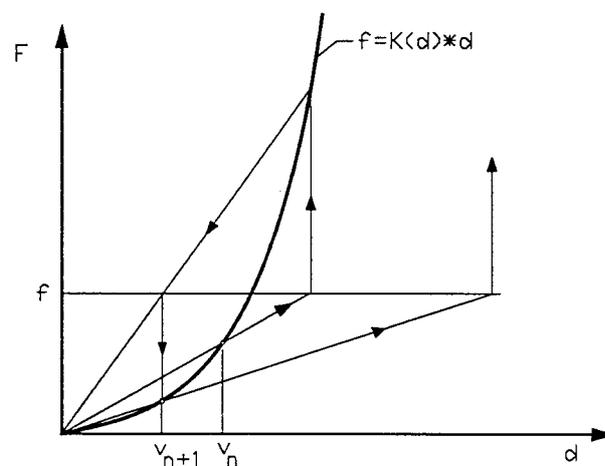


Bild 2.1 : Divergenz der Iteration bei versteifenden Systemen

Die Berechnung im Zeitbereich wird im folgenden kurz dargestellt. Um das nichtlineare, gekoppelte Differentialgleichungssystem

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}(t)\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}(t)\mathbf{u} = \mathbf{F}(\mathbf{u}, t)$$

im Zeitbereich numerisch zu lösen, wird das Newmark-Verfahren verwendet. Hierin ist $\mathbf{K}(t)$ die Steifigkeitsmatrix und $\mathbf{D}(t)$ die Dämpfungsmatrix zum Zeitpunkt t .

Im Newmark-Verfahren wird die Schwingungsdifferentialgleichung (1) zur Zeit $t + \Delta t$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{D}(t + \Delta t)\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K}(t + \Delta t)\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t}$$

betrachtet. Dabei werden die folgenden Entwicklungen für die Geschwindigkeit und die Verschiebung zur Zeit $t + \Delta t$ verwendet:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} &= \dot{\mathbf{u}}_t + \left[(1 - \delta)\ddot{\mathbf{u}}_t + \delta\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} \right] \Delta t \\ \mathbf{u}_{t+\Delta t} &= \mathbf{u}_t + \dot{\mathbf{u}}_t \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{\mathbf{u}}_t + \alpha \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2\end{aligned}$$

Mit Hilfe der Massenmatrix \mathbf{M} , der Dämpfungsmatrix \mathbf{D} und der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} , ergeben sich, nach Einführung der Anfangsbedingungen \mathbf{u}_0 , $\dot{\mathbf{u}}_0$ und $\ddot{\mathbf{u}}_0$, die Verschiebungen zur Zeit $t + \Delta t$ aus Gl.(2.2.5)

$$\hat{\mathbf{K}}\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \hat{\mathbf{F}}_{t+\Delta t}$$

Hierin ist:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{K}} &= \mathbf{K}(t + \Delta t) + \mathbf{M} \cdot \frac{1}{\alpha \cdot \Delta t^2} + \mathbf{D}(t + \Delta t) \cdot \frac{\delta}{\alpha \cdot \Delta t} \\ \hat{\mathbf{F}}_{t+\Delta t} &= \mathbf{F}_{t+\Delta t} + \mathbf{M} \cdot \left[\mathbf{u}_t \cdot \frac{1}{\alpha \cdot \Delta t^2} + \dot{\mathbf{u}}_t \cdot \frac{1}{\alpha \cdot \Delta t} + \ddot{\mathbf{u}}_t \cdot \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \right] + \\ &+ \mathbf{D}(t + \Delta t) \cdot \left[\mathbf{u}_t \cdot \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \dot{\mathbf{u}}_t \cdot \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) + \ddot{\mathbf{u}}_t \cdot \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \right]\end{aligned}$$

Die Beschleunigungen und Geschwindigkeiten zur Zeit $t + \Delta t$ ergeben sich zu:

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} &= \frac{1}{\alpha \cdot \Delta t^2} \cdot (\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t) - \frac{1}{\alpha \cdot \Delta t} \dot{\mathbf{u}}_t - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \cdot \ddot{\mathbf{u}}_t \\ \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} &= \dot{\mathbf{u}}_t + \Delta t(1 - \delta) \cdot \ddot{\mathbf{u}}_t + \delta \Delta t \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}\end{aligned}$$

Bekanntlich ist das Newmark-Verfahren für $\delta = 1/2$ und $\alpha = 1/4$ unbedingst stabil. Diese Aussage gilt jedoch nur für lineare Systeme. Im nichtlinearen Fall ist nur bedingte Stabilität gegeben. Deshalb wurden viele modifizierte Newmark-Methoden entwickelt. In /30/ wurde ein Ansatz gemäß

$$(1 - \alpha_B)M\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \alpha_B M\ddot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{D}(t + \Delta t)\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K}(t + \Delta t)\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t}$$

mit der Geschwindigkeit und Verschiebung

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} &= \dot{\mathbf{u}}_t + \left[(1 - \delta_B)\ddot{\mathbf{u}}_t + \delta_B\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} \right] \Delta t \\ \mathbf{u}_{t+\Delta t} &= \mathbf{u}_t + \dot{\mathbf{u}}_t \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha_B \right) \ddot{\mathbf{u}}_t + \alpha_B \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2\end{aligned}$$

vorgeschlagen, wobei die sogenannten Bossakschen Parameter $\alpha_B = -0.1$, $\delta_B = 0.6$ und $\alpha_B = 0.3025$ sind. Dieser Ansatz wird auch hier verwendet.

Die Genauigkeit der Ergebnisse bei der numerischen Integration der Schwingungsgleichungen ist nicht nur von der numerischen Stabilität des Integrationsverfahrens, sondern auch von der Wahl der Zeitschrittlänge Δt abhängig. Die Wahl der Zeitschrittlänge hängt wesentlich davon ab, welche Eigenformen in der Struktur durch die numerische Integration erfaßt werden sollen. Um die zu untersuchende höchste Eigenfrequenz p numerisch hinreichend genau zu integrieren, ist nach /4/ eine Wahl der Zeitschrittlänge

$$\Delta t \leq \frac{T_p}{20}$$

erforderlich. Dabei T_p ist die Periodendauer der höchsten auftretenden Eigenfrequenz p .

2.2.2 Elemente

Die Seilelemente werden als massenbehaftete Elemente, die nur Normalkräfte übernehmen können, eingeführt. Die Durchhangskurven im Ausgangszustand werden in einer Vorlaufrechnung bestimmt. Hiermit lassen sich auch große Verschiebungen unter Einbeziehung des dynamischen Verhaltens behandeln /31/.

Zur genaueren Ermittlung des tatsächlichen Tragverhaltens ist es notwendig, entlang des Mast-schaftes ausgedehnte Fließzonen zu berücksichtigen. Dies wird im Rahmen eines numerischen Modells mit Hilfe von sog. Faserquerschnittselemente realisiert, vgl. z.B. /3/. Hiermit lassen sich beliebige Querschnittsformen leicht abbilden. Für jede Faser des betrachteten Querschnitts wird dabei die unter Berücksichtigung des beanspruchungsabhängigen Werkstoffverhaltens ermittelte Spannungs-Dehnungsbeziehung zugrundegelegt.

Ein wichtiges Problem bei der Berechnung nach dem Zeitschrittverfahren ist die Festlegung der Dämpfungsmatrix. Diese ist i.a. nicht ohne weiteres zu bestimmen. In der Regel wird Rayleigh-Dämpfung zur Aufstellung der Dämpfungsmatrix zugrunde gelegt. Hierbei wird die Dämpfungsmatrix mit Hilfe einer Kombination eines massenproportionalen und eines steifigkeitsproportionalen Ansatzes berechnet:

$$\mathbf{D} = \alpha \cdot \mathbf{M} + \beta \cdot \mathbf{K}$$

Die Faktoren α und β für jeweils zwei aufeinanderfolgende Frequenzen ω_j und ω_k werden aus dem Gleichungssystem

$$\alpha + \beta\omega_j^2 = 2\omega_j\xi_j$$

$$\alpha + \beta\omega_k^2 = 2\omega_k\xi_k$$

ermittelt. ξ_j und ξ_k sind die Lehrschen Dämpfungsmaße bei zwei Frequenzen ω_j und ω_k .

Für (baupraktisch übliche) kleine Dämpfungswerte gilt näherungsweise:

$$\delta \approx 2\pi\xi$$

Häufig wird die Dämpfung statt durch das Lehrsche Dämpfungsmaß durch das logarithmische Dekrement und die Frequenz statt durch ω durch f dargestellt, wegen $\omega = 2\pi f$ ergibt sich dann:

$$\alpha + \beta \cdot (4\pi^2 f_j^2) = 2\delta_j f_j$$

$$\alpha + \beta \cdot (4\pi^2 f_k^2) = 2\delta_k f_k$$

Um in einem interessierenden Frequenzbereich (z.B. einem Resonanzbereich) zu annähernd konstanter Dämpfung zu kommen, werden die Konstanten α und β so bestimmt, daß die gewünschte Dämpfung an der Ober- und Untergrenze des Frequenzbereiches (die Dämpfung bei beiden Frequenzgrenze ist gleich) auftritt. Die Abweichungen innerhalb des Frequenzbereiches sind dann i.a. klein, und außerhalb wird die Dämpfung größer als der Vorgabewert. Wenn die Dämpfung bei beiden Frequenzgrenzen nicht gleich angesetzt wird, kann die Dämpfung außerhalb des Frequenzbereiches sogar negativ sein /38/.

Für die nichtlineare Berechnung wurde ein FEM-Programm verwendet, das auch große Verformungen erfaßt. Der Mastschaft wird durch räumliche Stabelemente simuliert, welche die Schubkraftverformungen mit erfassen können. Um die räumlich korrelierte Windlast später an mehreren Punkten der Seile ansetzen zu können, werden die Abspannseile durch eine größere Zahl biegeschlaffer, vorgespannter Fachwerkelemente modelliert, die an den Knotenpunkten verbunden sind. Die Lage der Knotenpunkte im Vorspannzustand wird zu Beginn der Berechnung als Eigengewichtslinie der Kettenlinie bestimmt. Die Berechnung erfolgt nach Theorie 3. Ordnung.

Die aerodynamische Dämpfung, die durch das sich in der Windströmung bewegende Bauwerk hervorgerufen wird, wird so berücksichtigt, daß die relative Windgeschwindigkeit, ermittelt aus der Windgeschwindigkeit und der Bauwerksgeschwindigkeit, als resultierende Windeinwirkung angesetzt wird.

2.2.3 Werkstoffmodelle

Um eine realistische Beschreibung des Tragverhaltens einer hochgradig dynamisch beanspruchten Struktur im elastisch-plastischen Zustand zu ermöglichen, muß das Werkstoffverhalten auch bei unterschiedlichsten Beanspruchungsgeschichten bekannt sein. Die Materialgesetze müssen die wesentlichen, im Versuch beobachteten Phänomene wiedergeben, wie z.B. die dehnungsabhängige Ver- und Entfestigung, oder die Stabilisierung von Hystereseschleifen.

Ausgehend von den Arbeiten von Mròz/4/, der das mehrachsige Spannungs-Dehnungsverhalten durch Verschiebung ineinander gebetteter Fließ- und Verfestigungsflächen mit jeweils konstanten Verfestigungsparametern im Spannungsraum beschrieben hat, wurde im Rahmen dieser Arbeit das von Dafalias und Popov /5/ vorgeschlagene "two-surface-model" zugrundegelegt und weiter verbessert. Mit Hilfe dieses Werkstoffmodells können auch komplexe Belastungsschichten relativ einfach behandelt werden.

Eine Weiterentwicklung des "two-surface-model" stellt das von Scheibe /6/ vorgeschlagene Modell dar, das zusätzlich die bei Baustahl St 52 beobachteten Phänomene, wie Unterschiede zwischen Erstbeanspruchungszuständen und zyklischen Zuständen (Sättigungseffekte) oder eine Verringerung des Proportionalbereichs, beschreiben kann. Da die Erfassung der Plastizität im Rahmen des hier weiterentwickelten Programms mit Hilfe eines Fasermodells erfolgt, reicht es aus, die Formulierung der Werkstoffmodelle für den einachsigen Beanspruchungszustand vorzunehmen.

Für das Rechenprogramm wurden 4 Werkstoffmodule entwickelt, die sich hinsichtlich des Aufwandes und der Genauigkeit bei der Beschreibung des zyklischen Werkstoffverhaltens unterscheiden:

- a. Idealplastisches Werkstoffmodell
- b. Kinematisches Verfestigungsmodell.
- c. Werkstoffmodell auf der Grundlage des "two-surface-model" von Dafalias in eindimensionaler Form, bei der zusätzlich die in Versuchen festgestellte Reduzierung des Proportionalbereichs bei zyklischer Beanspruchung durch eine stufenweise Reduzierung des E-Moduls berücksichtigt wird.
- d. Werkstoffmodell als erweitertes Two-Surface-model mit Berücksichtigung der beim St 52 beobachteten Unterschiede der Spannungsdehnungskurven im Anfangs- und Sättigungszustand. Hierzu müssen zusätzliche Parameter eingeführt werden, die die Erinnerungsfähigkeit des Materials mit Hilfe von sog. Stress-Memory-Surfaces erfassen. Die Reduzierung des Proportionalbereichs wird direkt über die veränderliche Fließspannung bei konstant

gehaltenem E-Modul berücksichtigt. Der sog. Overshooting-Effekt, der beim two-surface-model auftritt, wird durch Einführen eines zusätzliche Erinnerungsparameters, der ebenfalls in Form einer Fließflächen im Spannungsraum beschrieben wird, beseitigt.

Die numerische Umsetzung der zwei letztgenannten Modelle, die in differentieller Form vorliegen, erfolgt in inkrementeller Form. Das unter d) vorgestellte Werkstoffmodell liefert für den Stahl St 52 unter zyklisch anwachsender Belastung beispielhaft die in Bild 2.2 dargestellten Ergebnisse:

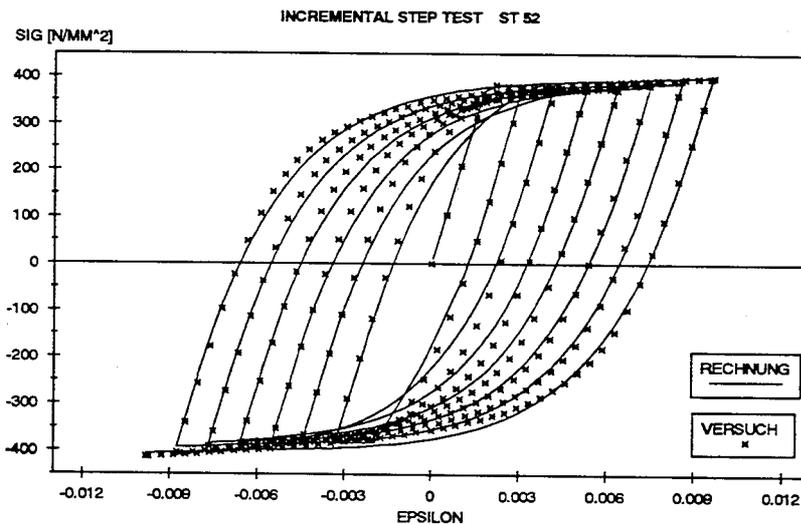


Bild 2.2: Vergleich Theorie und Experiment eines zyklischen Werkstoffversuches

2.3 Frequenzbereichsverfahren

2.3.1 Allgemeines

Bei linearisierten Betrachtungen können mit überschaubarem numerischem Aufwand Parameterstudien durchgeführt werden. Die Berechnungen werden auf der Basis eines linearisierten dynamischen Verhaltens im Frequenzbereich durchgeführt. Hierzu muß die mechanische Übertragungsfunktion des seilabgespannten Systems ermittelt werden. Da abgespannte Systeme, bedingt durch die nichtlinearen Seilgleichungen und durch die Theorie 2. Ordnung des Mastes, stets ein nichtlineares Systemverhalten aufweisen, wird das nichtlineare Verhalten für die Berechnung der mechanischen Übertragungsfunktion linearisiert. Hierzu wird die gesamte Windbeanspruchung in einen mittleren, statisch wirkend angenommenen Wind und in einen um diesen Mittelwert fluktuierenden Anteil zerlegt. Mit Hilfe einer Vorlaufrechnung werden die zum Mittelwert der Windbelastung gehörenden Schnittkräfte des Mastes und die Seilkräfte ermittelt. Die fluktuierenden Windlastanteile werden anschließend auf der Basis einer linearen Schwingungsberechnung bestimmt. Die Summe aus der statischen Beanspruchung unter dem Mittelwind und aus der dynamischen Beanspruchung ergibt die Gesamtbeanspruchung. Durch die Betrachtung der Schwingung im Arbeitspunkt ist der größte Teil der Nichtlinearität erfaßt. Bei nicht zu großen Schwingamplituden ist die Genauigkeit gut. In Bild 2.3 ist das Verhalten verdeutlicht.

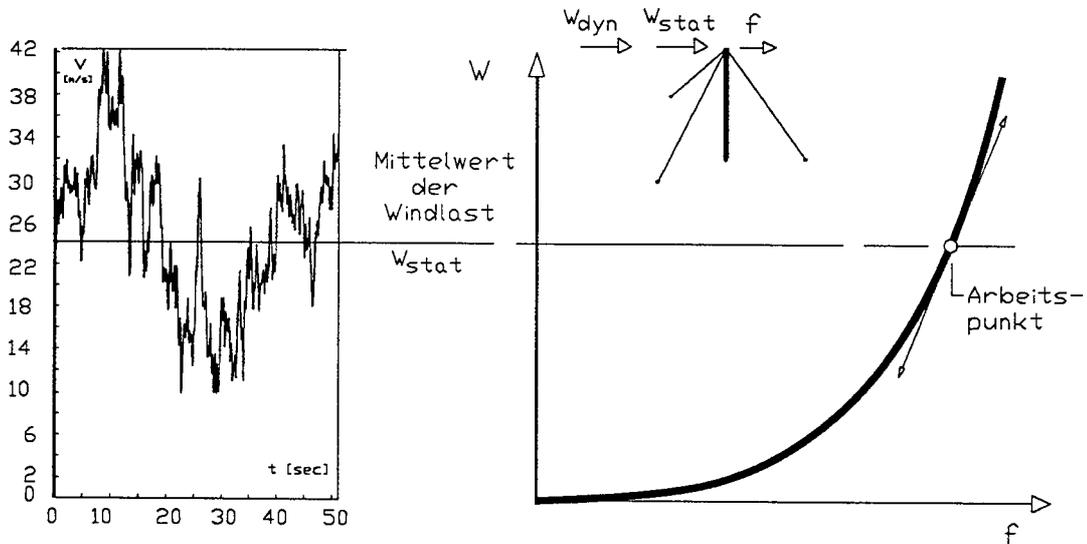


Bild 2.3: Linearisierung um den Arbeitspunkt

2.3.2 Berechnung der Übertragungsfunktion

Zur Ermittlung der Übertragungsfunktion wird von der allgemeinen Schwingungsdifferentialgleichung

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D} \cdot \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{P}(t)$$

ausgegangen. Bei Ansatz einer stationären harmonischen Erregung

$$\mathbf{P}(t) = \bar{\mathbf{P}} \cdot e^{i\Omega t}$$

wird für die Verschiebungsfunktion ein ähnlicher Ansatz gemacht:

$$\mathbf{x}(t) = \bar{\mathbf{x}} \cdot e^{i\Omega t}$$

In diese Gleichung wird die Geschwindigkeit

$$\dot{\mathbf{x}} = i\Omega \mathbf{x}$$

eingesetzt, es ergibt sich

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{x}} + (i\mathbf{D} + \mathbf{K}) \cdot \mathbf{x} = \bar{\mathbf{P}} \cdot e^{i\Omega t}$$

Mit

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + i\mathbf{D}$$

wird demnach eine komplexe Steifigkeit definiert.

Durch das Einsetzen der komplexen Erregung und der komplexen Antwort ergibt sich ein Gleichungssystem zur Bestimmung der unbekanntenen komplexen Verschiebungsamplituden:

$$(-\Omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K} + i\mathbf{D})\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{P}}$$

Die komplexe Koeffizientenmatrix wird auch als dynamische Steifigkeitsmatrix oder als Impedanzmatrix bezeichnet. Die Gleichung gilt für stationäre harmonische Schwingungen. Beim Konzept der komplexen Steifigkeit ist es möglich, für alle zugrundeliegenden Elemente unterschiedliche Dämpfungswerte zu wählen und so die Auswirkung spezieller Dämpfungselemente, wie z.B. Einzeldämpfer, zu untersuchen.

Das Rechenverfahren ist durch mehrere Vergleiche mit Schwingungsexperimenten, gerade auch an abgespannten Masten, überprüft. Bei Ansatz der richtigen Systemwerte ist die Übereinstimmung der Ergebnisse sehr gut. In Abs.

2.3.3 Verwendete Elemente

Es kommen dreidimensionale Stabelemente, Seilelemente, Feder-Masse-Dämpferelemente, sowie reine viskose Dämpfer zur Anwendung.

a) Stabelemente

Es werden räumliche dreidimensionale Biegestabelemente eingesetzt, die die Einflüsse nach Theorie 2. Ordnung, Schubweichheit der Stäbe, gedrehte Hauptachsensysteme erfassen. Die Schubweichheit wird über eine effektive Schubfläche erfaßt, diese ist definiert als ein Faktor κ_y , bzw κ_z zur Gesamtstabfläche. Die Indizes y,z beziehen sich auf die Hauptachsen des Stabes. Der Hauptachsenwinkel bezogen auf das lokale Stabsystem ist α . Die Normalkraft, die für die Theorie 2. Ordnung benötigt wird, wird durch die statische Vorlaufrechnung festgelegt und automatisch an das Programm übergeben. Für die dynamische Berechnung ist die Normalkraft dann konstant, die zugehörige Steifigkeitsreduktion wird damit richtig erfaßt.

b) Seilelemente

Die Seilelemente gehorchen einer linearisierten Seilschwingungstheorie eines räumlich gespannten, durchhängenden Seiles. Die Linearisierung setzt kleine Schwingungsamplituden um die statische Gleichgewichtslage voraus. Wegen des (üblicherweise) kleinen Durchhanges können Längsschwingungen des Seiles vernachlässigt werden. Die berücksichtigte dynamische Erregung ist die Kopfpunktverschiebung des Aufhängepunktes, die durch den schwingenden Mastenschaft erzwungen wird. Winderregung des Seiles selbst ist nicht berücksichtigt. Die im Programm ausgedruckten Eigenfrequenzen sind die Eigenfrequenzen des durchhängenden Seils, sie entsprechen *nicht* der Eigenfrequenz der straff gespannten Saite, die zu

$$\omega_i = \frac{\pi}{l} \cdot \sqrt{\frac{S}{m}} \quad [1/s]$$

bestimmt wird. Hierin ist l die Sehnenlänge, S die Seilkraft und m die Masse pro laufenden Meter.

Im Programm kann ausgewählt werden, ob die statische oder die dynamischen Seilsteifigkeit berücksichtigt werden soll. Es ist zu empfehlen, stets mit der dynamischen zu arbeiten, da die Lösungen mit der statischen Seilsteifigkeit stark von denen der (richtigeren) dynamischen Seilsteifigkeit abweichen können. Dies ist bedingt durch die Phasenverschiebung der Steifigkeit bei Annäherung an die unterste Eigenfrequenz.

c) Feder-Masse-Dämpfer Elemente

Zur richtigen Erfassung diskreter Einzeldämpfer ist ein spezielles Element entwickelt worden, das aus einer Einzelmasse besteht, die über eine parallele Feder und Dämpfer mit einem Knotenpunkt des Schaftes verknüpft werden kann.

2.3.4 Erzwungene Schwingungen

Bei Vorliegen einer **harmonischen Anregung** mit der Frequenz Ω , läßt sich bekanntlich unmittelbar eine Lösung für erzwungene Schwingungen angeben. Es gilt:

$$(-\Omega^2 \mathbf{M} + i\Omega \mathbf{D} + \mathbf{K}) \cdot \hat{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{F}} \cdot e^{i\Omega t}$$

Es handelt sich um ein komplexes Gleichungssystem für die unbekanntenen, komplexen Verschiebungen $\hat{\mathbf{u}}$. Die Koeffizientenmatrix $-\Omega^2 \mathbf{M} + i\Omega \mathbf{D} + \mathbf{K}$ wird auch als dynamische Steifigkeitsmatrix bezeichnet.

Die Besetzung des komplexen Gleichungssystems wird wie üblich vorgenommen, die reellen Anteile $\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M}$ der dynamischen Steifigkeitsmatrix werden in den reellen Komponenten der komplexen Zahlen abgelegt, der imaginäre Dämpfungsanteil $\Omega \mathbf{D}$ in den imaginären Komponenten.

Da durch Versuche festgestellt wurde, daß bei stationärer, harmonischer Anregung die Dämpfung frequenzunabhängig ist, wird i.a. eine auf die Frequenz bezogene Dämpfungskonstante

$$D = \frac{D_s}{\Omega}$$

eingeführt. Einsetzen ergibt dann eine frequenzunabhängige Dämpfung:

$$(-\Omega^2 \mathbf{M} + iD_s + \mathbf{K}) \cdot \hat{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{F}} \cdot e^{i\Omega t}$$

Bei der Berechnung der komplexen Steifigkeitsmatrix ist es - im Gegensatz zur modalen Vorgehensweise - möglich, unterschiedliche Dämpfung für die einzelnen Elemente zu berücksichtigen sowie Einzeldämpfer zu erfassen. Die Dämpfungsmatrix D_s wird i.a. proportional zur Steifigkeitsmatrix angesetzt, vgl. z.B. /1/.

Wenn die Berechnung für die konstante Erregung "1" an einem bestimmten Knoten durchgeführt wird, ergeben sich die zugehörigen komplexen Knotenverschiebungen des Systems, aus denen sich anschließend Amplituden und Phasenlage ermitteln lassen. Wird die Berechnung für aufsteigende diskrete Frequenzen Ω durchgeführt und ausgewählte Antworten (z.B. die komplexe Knotenverschiebung eines interessierenden Knotens) für jede Frequenz ermittelt, erhält man die

komplexe Übertragungsfunktion der betreffenden Antwortgröße. Wenn die komplexen Antworten aller n Systemfreiheitsgrade unter dem Lastangriff einer Einheitslast an allen n Freiheitsgraden der Reihe nach ermittelt und spaltenweise in einer Matrix abgelegt werden, ist diese gleich der Inversen der dynamischen Steifigkeitsmatrix:

$$\tilde{\mathbf{H}}(\Omega) = (-\Omega^2 \mathbf{M} + i\mathbf{D}_s + \mathbf{K})^{-1}.$$

Dies ist die vollständige komplexe Übertragungsfunktion $\tilde{\mathbf{H}}(\Omega)$ des Systems. Bei der praktischen Berechnung wird i.a. keine vollständige Inversion vorgenommen, sondern es werden, wie zuvor dargestellt, gezielt nur die interessierenden Knotenverformungen bestimmt. Dies entspricht völlig der aus der Statik bekannten Vorgehensweise, bei der i.a. auch nicht die Systemsteifigkeitsmatrix invertiert und die Verformungen durch Multiplikation der rechten (Last-) Seite und der Inversen der Systemsteifigkeitsmatrix bestimmt wird, sondern wo die Lösungen einzelner Lastfälle direkt aus der Lösung des inhomogenen Gleichungssystems ermittelt werden.

Bei **nichtharmonischer Anregung** wird mit Hilfe der Fourier-Analyse, bzw. der Fourier-Transformation, das i.a. komplexe Amplitudenspektrum der Erregung bestimmt. Durch Multiplikation mit der komplexen Übertragungsfunktion der interessierenden Antwortgröße ergibt sich das komplexe Antwortspektrum, welches mit Hilfe der inversen Fourier-Transformation in den Zeitbereich transformiert wird.

3 Generierung von Windgeschwindigkeitsverläufen

3.1 Allgemeines

Für Berechnungen mit Hilfe des Zeitschrittverfahrens muß die Systembelastung determiniert vorliegen. Im Fall der Belastung durch den Wind müssen stochastische Zeitreihen der Windgeschwindigkeit generiert werden, die den realen Verhältnissen entsprechen, d.h. Mittelwert, Standardabweichung σ , sowie Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen (kurz AKF und KKF) der Zeitreihen müssen den vorgegebenen Werten entsprechen. Die verwendeten Algorithmen können in zwei Klassen unterteilt werden:

- 1) Wellenüberlagerungsmethode, die auf Sinus- und/oder Kosinusfunktionen basieren (wave superposition),

Sie besteht aus der
konstanten Wellenüberlagerung (CAWS)

$$v(t) = \sqrt{2} \left(\frac{\sigma_v^2}{N} \right)^{1/2} \sum_{k=1}^N \cos(2\pi f_k \cdot t + \theta_k),$$

und der
gewichteten Wellenüberlagerung (WAWS)

$$v(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^N \sqrt{S_v(f_k) \Delta f} \cos(2\pi f_k \cdot t + \theta_k),$$

Dabei ist die Varianz

$$\sigma_v^2 = \int_0^{\infty} S_v(f) df$$

N die Anzahl der Datenpunkte im Frequenzbereich, θ_k eine Zufallszahl (Phasenlage gleichverteilt zwischen 0 und 2π), Δf das Frequenzinkrement, mit welchem das vorgegebene Windspektrum $S_v(f)$ abgetastet wird.

- 2) Methoden, die auf der Verwendung eines linearen Filters für eine Reihe von Zufallszahlen basieren (linear filtering).

Ein autoregressives Filter mit Ordnung p läßt sich durch Gl(3.1.4) beschreiben:

$$v(t) = \sum_{k=1}^p \psi_k v(t - k\Delta t) + \sigma_N N(t)$$

Dabei Δt ist die Zeitschrittlänge und $\psi_k, k = 1, 2, \dots, p$ ist der autoregressive Parameter und kann durch Gl(3.1.5) bestimmt werden.

$$R_v(j \Delta t) = \sum_{k=1}^p R_v[(j-k)\Delta t] \psi_k, j = 1, \dots, p$$

$N(t)$ ist eine normalverteilte Zufallszahl mit verschwindendem Mittelwert und Varianz 1. Die Varianz σ_N kann wie folgt berechnet werden

$$\sigma_N^2 = R_v(0) - \sum_{k=1}^p \psi_k R_v(k \Delta t)$$

Bei hohen Bauwerken spielt die richtige Beschreibung der Phasenlagen der Windprozesse und deren Korrelation eine wesentliche Rolle. Die zu generierenden Windgeschwindigkeitsverläufe müssen die wesentlichen statistischen Bedingungen des Windes, wie Auto- und Kreuzleistungsspektren, frequenzabhängige Phasenlage und AKF und KKF usw. erfüllen. Bei abgespannten Masten muß, wegen der dreidimensionalen Führung der Abspannseile, die Generierung der Windschriebe auch die räumliche Korrelation erfassen.

Die bisher in der Literatur veröffentlichten Vorgehensweisen gehen von homogener Turbulenz aus, die zugrundegelegten Kreuzspektren sind symmetrisch zum Ordinate, das imaginäre Kreuz-Quadraturspektrum verschwindet. Die Ergebnisse von Naturmessungen /34/ zeigen jedoch, daß die üblicherweise vernachlässigten imaginären Quadratur-Spektren im unteren Höhenbereich die gleiche Größenordnung haben wie die reellen Co-Spektren. Hieraus resultiert eine Verschiebung des Maximums der KKF in Richtung der negativen Zeitachse. Das Maximum der KKF nimmt mit wachsendem Abstand der Bezugspunkte ab. Die Windgeschwindigkeit ist nach ca. 200 bis 250m Höhenabstand praktisch unkorreliert. Da diese Ergebnisse das Verhalten des Windes relativ stark steuern, sollten Windgenerierungsalgorithmen diese Effekte beschreiben können.

Im folgenden werden zunächst die Eigenschaften des natürlichen Windes vorgestellt und dann die Erweiterung einer Methode für die Generierung von Windgeschwindigkeiten mit Hilfe der Zerlegung der Windspektraldichtematrix erläutert. In diesem Verfahren werden die höhenabhängigen Spektren und frequenzabhängige Phasenlage berücksichtigt. Gegenüber den bisher üblichen Verfahren bietet das vorgestellte Modell folgende Vorteile:

- Kreuz-Co- und Quadspektrum der Windgeschwindigkeit werden berücksichtigt,
- Höhen- und abstandsabhängige Verschiebung der Maxima der Kreuzkorrelationsfunktion wird erfaßt
- Höhenabhängige zweidimensionale Turbulenz wird näherungsweise erfaßt.

3.2 Eigenschaften des natürlichen Windes

3.2.1 Allgemeines

Grundlage der realitätsnahen Generierung von Zeitreihen der Windgeschwindigkeit ist die statistische Beschreibung der Eigenschaften des Windes. Man unterscheidet zwei große Frequenzbereiche des Windes. Der mesometeorologische Bereich erfaßt die Grob- oder Makrostruktur des Windes durch eine Mittelung über entsprechend große Wirkzeiten im Bereich von Stunden bis Tagen. Hier werden also mittlere Windgeschwindigkeiten gemessen. Dem gegenüber steht der mikrometeorologische Bereich der natürlichen Luftturbulenzen oder Windböen. Die Windgeschwindigkeit ist weder über die Zeit noch über die Bauwerkshöhe konstant. Aufgrund des stochastischen Charakters der Windgeschwindigkeit läßt sich der zeitliche und räumliche Verlauf nicht vorhersagen, die Verteilung des fluktuierenden Anteils der Windgeschwindigkeit läßt sich jedoch statistisch mit Hilfe der Gauß-Verteilung beschreiben (Bild 3.1). Durch die Angabe von Mittelwert \bar{v} und Standardabweichung σ ist die Verteilung der Windgeschwindigkeit vollständig definiert. Die momentane Windgeschwindigkeit $V(t)$ kann aufgeteilt werden in ihren zeitlichen Mittelwert \bar{v} und ihre zeitliche schwankende Komponente $v(t)$:

$$V(t) = \bar{v}(z) + v(t)$$

Der Mittelwert \bar{v} kann wie folgt berechnet werden

$$\bar{v} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V(t) dt$$

Dabei T ist die Mittelungszeit.

Für hinreichende große Werte T ergibt sich eine Schätzung $\bar{\bar{v}}$ des Mittelwertes zu:

$$\bar{\bar{v}} = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V(t) dt$$

Der quadratische Mittelwert, auch Varianz oder Streuung genannt, läßt sich wie folgt berechnen, es gilt:

$$\sigma_v^2 = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (V(t) - \bar{v})^2 dt = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T v^2(t) dt$$

Die Standardabweichung σ ist die Wurzel aus der Varianz.

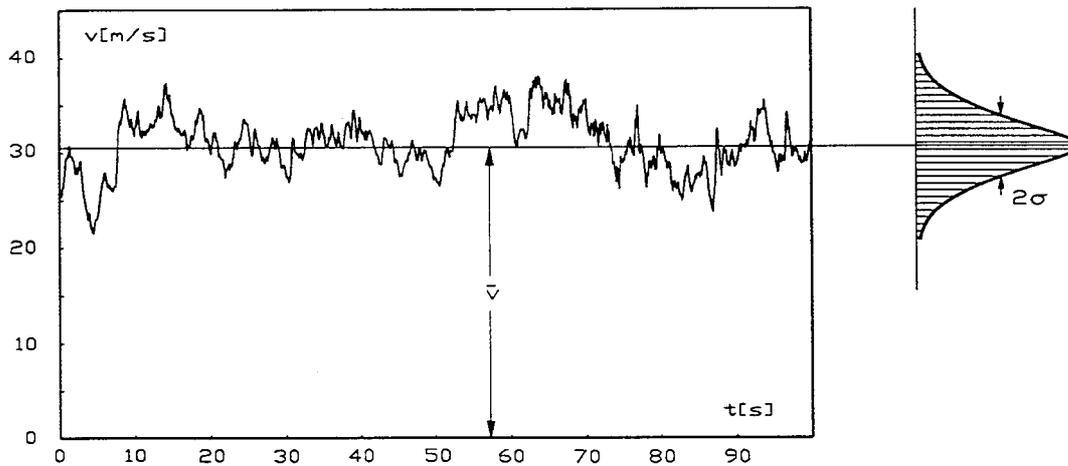


Bild 3.1 Statistische Darstellung der Windgeschwindigkeit

3.2.2 Mittlere Windgeschwindigkeit

Der Mittelwert der Windgeschwindigkeit wird im allgemeinen für Mittelungszeiten von 10 Minuten oder 1 Stunde angegeben. Für eine Mittelungszeit von $T=1$ h besteht ein deutliches Minimum der Windenergie. Dieses sogenannte Einstundenmittel trennt den mikro- von dem mesometeorologischen Bereich. Der auffällige Minimalwert für die Energie des turbulenten Windgeschwindigkeitsanteils hat dazu geführt, daß das Einstundenmittel international zur Beschreibung der Makrostruktur des Windes herangezogen wird. Wegen des Meßaufwandes werden jedoch heute verstärkt 10 min Mittelwerte verwendet. Umrechnungen auf andere Mittelungszeiträume lassen sich einfach durchführen, vgl. z.B. Tabelle 3.1 /48/, die auch die Art der Geländeoberfläche berücksichtigt.

Tabelle 3.1 Umrechnung der Mittelwerte der Windgeschwindigkeit nach /48/

Terrain Typ	Mittlungszeit						
	1 Stunde	20 Min.	10 Min.	1 Min.	30 Sek.	10 Sek.	3 Sek.
1	1,0	1,02	1,05	1,20	1,30	1,35	1,45
2	1,0	1,05	1,10	1,30	1,40	1,50	1,60
3	1,0	1,10	1,20	1,60	1,80	2,0	2,2

Die Windgeschwindigkeit steigt bei Starkwindsituationen bekanntlich mit der Höhe. Die Änderung des mittleren Windes über die Höhe kann durch das Hellmannsche Potenzgesetz bzw. logarithmischen Windprofil angenähert werden:

$$\bar{v}(z) = \bar{v}(10) \cdot \left[\frac{z}{10} \right]^{\alpha_m}$$

oder

$$\bar{v}(z) = \frac{v_*}{k} \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

mit

- $\bar{v}(z)$: die mittlere Windgeschwindigkeit in der Höhe z
- α_m : Exponent des Potenzgesetzes, hängt von der Geländerauhigkeit ab,
- k : Kármán-Konstante, wird üblicherweise mit 0,4 angesetzt
- z_0 : Rauigkeitshöhe,
- v_* : Schubspannungsgeschwindigkeit:

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$$

mit

τ_0 : Schubspannung, ρ : Luftdichte.

Das von Deaves und Harris an Messungen angepaßte sog. "Logarithmische-plus-gesetz" in der Form

$$\bar{v}(z) = \frac{v_*}{k} \cdot \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) + 5,75 \left(\frac{z}{z_G}\right) \right]$$

mit z_G : Gradientenhöhe

gilt zur Zeit als beste Näherung für das Profil der mittleren Windgeschwindigkeiten von starken Winden bis zu 200 m Höhe /39/.

Damit ist der mittlere Anteil der Windgeschwindigkeit vollständig beschrieben. Im folgenden wird die statistische Beschreibung des fluktuierenden Anteils der Windgeschwindigkeit behandelt.

3.2.3 Korrelation der Windgeschwindigkeit

Die Korrelationsfunktionen können in Autokorrelationsfunktionen und Kreuzkorrelationsfunktionen (kurz AKF und KKF) unterteilt werden. Die AKF ist ein Maß für die statistische Abhängigkeit desselben Zufallsprozesses zu zwei verschiedenen Zeiten. Die KKF ist ein Maß für die gegenseitige statistische Abhängigkeit zweier verschiedener Zufallsprozesse. Die KKF $R_{v_i v_j}(\tau)$ ist wie folgt definiert:

$$R_{v_i v_j}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [v_i(t) - m_{v_i}][v_j(t + \tau) - m_{v_j}] dt$$

wobei m_{v_i} der Mittelwert von $v_i(t)$ ist und m_{v_j} der Mittelwert von $v_j(t)$ ist.

Für mittelwertbereinigte zeitbegrenzte Prozesse ergibt sich unter Fortlassung des Grenzüberganges eine Schätzung der KKF zu

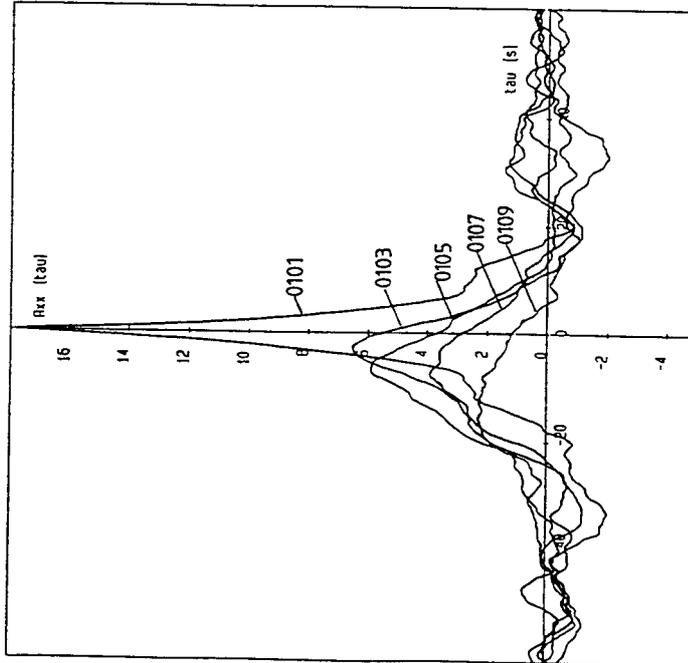
$$R_{v_i v_j}(\tau) \approx \frac{1}{2T} \int_{-T}^T v_i(t) v_j(t + \tau) dt$$

Wenn die beiden Prozesse gleich sind, d.h. $v_i(t) = v_j(t)$, dann ist $R_{v_i v_i}(\tau)$ eine Autokorrelationsfunktion. Mit Hilfe der Gl(3.2.1.4) erkennt man, daß die AKF der zeitlichen schwankenden Windgeschwindigkeit bei $\tau = 0$ gleich der Varianz ist, d.h.

$$R_{v_i v_i}(\tau = 0) = \sigma_v^2$$

Bild 3.2 zeigt beispielhaft Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen der Windgeschwindigkeit, die zeitgleich in verschiedenen Höhen ($H_1 = 30m$, $\Delta H = 18m$) gemessen wurden. Die symmetrische Funktion ist die Autokorrelationsfunktion. Die anderen Funktionen sind KKF mit Windgeschwindigkeiten, gemessen in größeren Höhen, jeweils verglichen mit der Windgeschwindigkeit in der Bezugshöhe von 30m. Die Abnahme der Korrelation mit wachsendem Abstand der Meßorte ist deutlich zu erkennen. Das Maximum der KKF verschiebt sich in Richtung der negativen Zeitachse, d.h. die ballförmigen Böen erreichen höher gelegene Anemometer früher als niedrige. Diese Verschiebung ist umso größer, je größer die Entfernung der beiden Meßpunkte voneinander ist. In großen Höhe über 200m ist die Windgeschwindigkeit praktisch unkorreliert und die KKF annähernd symmetrisch.

Kreuzkorrelationsfunktionen



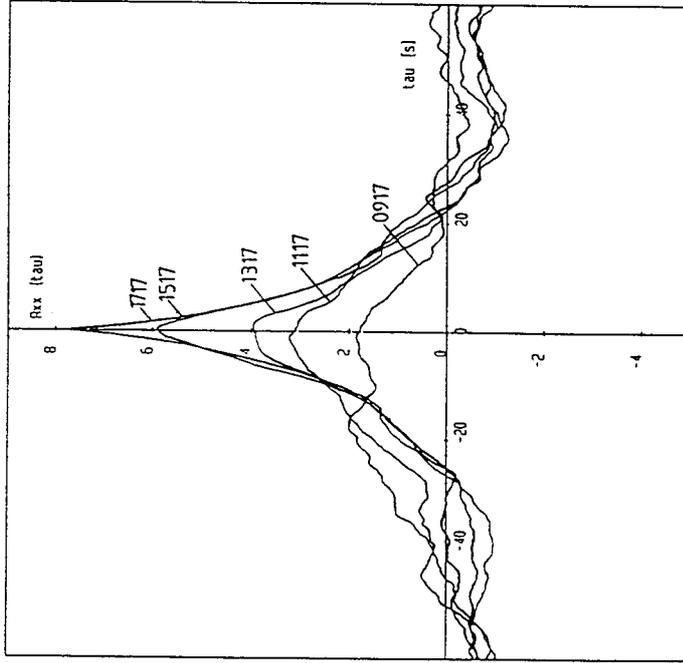
der Windgeschwindigkeit

Es sind folgende Kreuzkorrelationsfunktionen dargestellt:

Anemometer	01	03	05	07	09
und Anemometer	01	03	05	07	09
	(z = 30 m)	(z = 66 m)	(z = 102 m)	(z = 138 m)	(z = 174 m)
					(AKF)

Messung. 25.01.90 / 04 (Trendbereinigt)

Kreuzkorrelationsfunktionen



der Windgeschwindigkeit

Es sind folgende Kreuzkorrelationsfunktionen dargestellt:

Anemometer	09	11	13	15	17
	(z = 174 m)	(z = 210 m)	(z = 246 m)	(z = 300 m)	(z = 341 m)
					(AKF)

Messung. 25.01.90 / 04 (Trendbereinigt)

Bild 3.2 Gemessene vertikale Korrelation der Windgeschwindigkeit

3.2.4 Leistungsspektren der Windgeschwindigkeit

Leistungsspektren beschreiben die Verteilung der Prozeßenergie auf die einzelnen Frequenzanteile. Durch Fourier-Transformation der Korrelationsfunktionen in den Frequenzbereich (Wiener-Kintchine-Beziehung) erhält man die sog. Leistungsspektren, die je nach Ausgangskorrelationsfunktion als Auto- oder Kreuzleistungsspektrum bezeichnet werden.

$$S_{v_i v_i}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{v_i v_i}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} \cdot d\tau$$

$$S_{v_i v_j}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{v_i v_j}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} \cdot d\tau$$

Die Umkehrtransformation, das Fourierintegral liefert die Korrelationsfunktionen

$$R_{v_i v_i}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{v_i v_i}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} \cdot d\omega$$

$$R_{v_i v_j}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{v_i v_j}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} \cdot d\omega$$

Häufig werden die Leistungsspektren statt über der Kreisfrequenz ω über der Frequenz f dargestellt, wegen $\omega = 2\pi f$ ergibt sich dann:

$$S_{v_i v_i}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{v_i v_i}(\tau) \cdot e^{-i2\pi f\tau} \cdot d\tau$$

$$S_{v_i v_j}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{v_i v_j}(\tau) \cdot e^{-i2\pi f\tau} \cdot d\tau$$

und

$$R_{v_i v_i}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{v_i v_i}(f) \cdot e^{i2\pi f\tau} \cdot df$$

$$R_{v_i v_j}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{v_i v_j}(f) \cdot e^{i2\pi f\tau} \cdot df$$

Für mittelwertfreie schwankende Komponente der Windgeschwindigkeit ist die Fläche unter der Leistungsspektren gleich der Varianz (vgl. Gl(3.2.3.3))

$$R(0) = \sigma_v^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_v(f) df$$

Der mit Gl(3.2.4.9) definierte Ausdruck stellt noch das sog. "theoretische" Spektrum dar, dessen

Frequenzbereich von $-\infty$ bis ∞ reicht. Da in der praktischen Anwendung nur positive Frequenzen von Bedeutung sind, bezieht man $S_v(f)$ auf diesen Bereich.

Es ist dann

$$R(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_v(f) df = 2 \cdot \int_0^{\infty} S_v(f) df$$

wobei häufig der Faktor 2 dem Ausdruck $S_v(f)$ zugeschlagen wird, ohne gesondert darauf hinzuweisen. Auch im folgenden wird so verfahren.

3.2.4.1 Autoleistungsspektren

Das Leistungsspektrum der fluktuierenden Windgeschwindigkeit bietet eine vollständige Beschreibung des Energiegehaltes der Windturbulenz. Bei der Berechnung der stochastischen Schwingungen eines Bauwerks in Windrichtung infolge des böenerregten Winds wird häufig das von Davenport vorgeschlagene Spektrum /11/:

$$S_v(f) = \frac{2}{3} \frac{x^2}{(1+x^2)^{4/3}} \frac{\sigma^2}{f} \text{ mit } x = \frac{1200 \cdot f}{v(10)}$$

benutzt. Dabei ist σ die Standardabweichung und $v(10)$ die mittlere Windgeschwindigkeit in 10 m Höhe. Dieses Spektrum nach Davenport ist jedoch höhenunabhängig. Unter anderem wurde in /19/ gezeigt, daß das Davenportspektrum insbesondere für größere Höhen eine Überschätzung des Energiegehaltes der Turbulenz für Frequenzen größer als 0,05 [Hz] zeigt. Dieser Frequenzbereich ist aber für die Berechnung schwingungsanfälliger Bauwerke von besonderer Bedeutung, da hier die Eigenfrequenzen der Bauwerke liegen. Für die Berechnung hoher Bauwerke wird deshalb heute häufig ein höhenabhängiges Spektrum verwendet.

Höhenabhängige Spektren wurden von vielen Autoren untersucht und entsprechende Ansätze vorgeschlagen /31/. Häufiger verwendet werden z.B. die von:

(1) Kaimal (1972):

$$\frac{f S_v(z, f)}{v_*^2} = \frac{105 \cdot f_*}{(1 + 33 f_*)^{5/3}}$$

(2) Kareem (1985):

$$\frac{f S_v(z, f)}{v_*^2} = \frac{335 \cdot f_*}{(1 + 71 f_*)^{5/3}}$$

(3) Simiu (1974) :

$$\frac{fS_v(z, f)}{v_*^2} = \frac{200 \cdot f_*}{(1 + 50f_*)^{5/3}}$$

(4) Teunissen (1980):

$$\frac{fS_v(z, f)}{v_*^2} = \frac{105 \cdot f_*}{(0.44 + 33f_*)^{5/3}}$$

wobei $f_* = \frac{fz}{v(z)}$ und v_* Schubspannungsgeschwindigkeit ist.

Maier-Erbacher, Plate schlagen in /34/ ein modifiziertes, höhenabhängiges Spektrum vor

$$S_v(z, f) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3x^2}{(1 + 3x^2)^{4/3}} \cdot \frac{\sigma_v^2}{f}$$

mit

$$x = L_v^x(z) \cdot \frac{f}{v(z)}$$

In dieses "modifizierte Davenportspektrum" werden höhenabhängig die örtlichen Werte der Standardabweichung σ , der mittleren Windgeschwindigkeit $\bar{v}(z)$ und der charakteristischen Wellenlänge maximaler Turbulenzenergie $L_v^x(z)$ eingesetzt. Für Wellenlänge wurde in /34/ eine nicht dimensionsechte Beziehung

$$L_v^x(z) = 60\bar{v}(z)$$

vorgeschlagen.

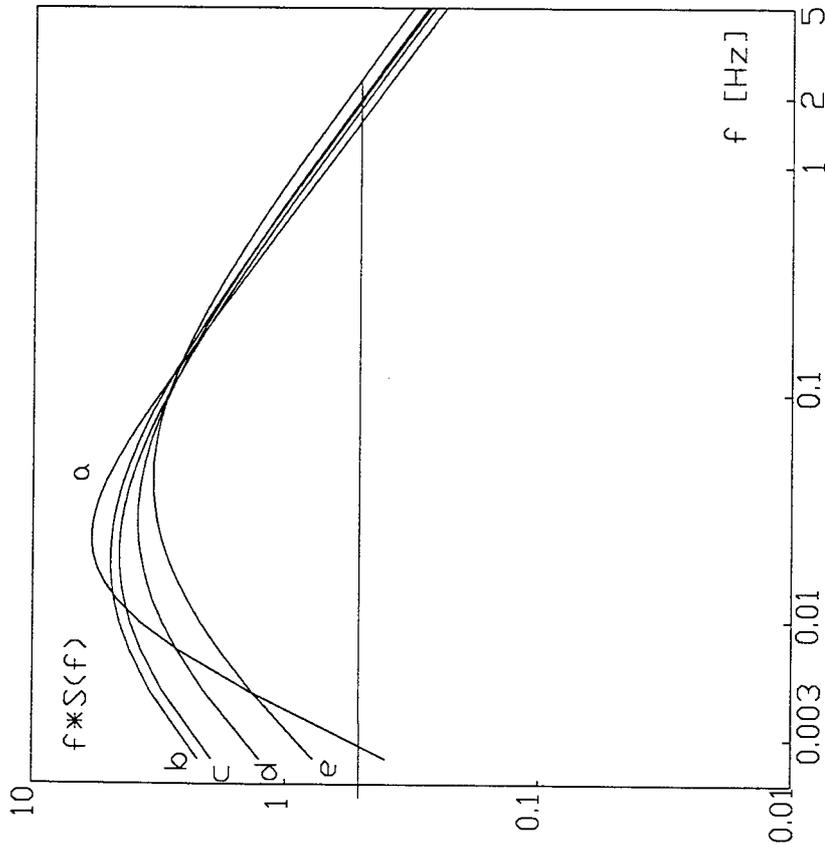
Gemessenen Spektren /19/ lassen sich mit diesem Spektrum auch für größere Höhen sehr gut beschreiben.

In Bild 3.3 sind die vorgenannten Leistungsspektren für verschiedene Höhen ($H=20\text{m}$ und $H=200\text{m}$) einander gegenübergestellt. Allen Kurven liegt dieselbe Varianz σ^2 zugrunde. Man erkennt, daß die Spektren der Gleichungen den für Bauwerksschwingungen interessanten Frequenzbereich für kleinere Höhen (bis ca. 50 m) gut beschreiben. Für größere Höhen unterschätzen sie die Turbulenzenergie in diesem Frequenzbereich erheblich.

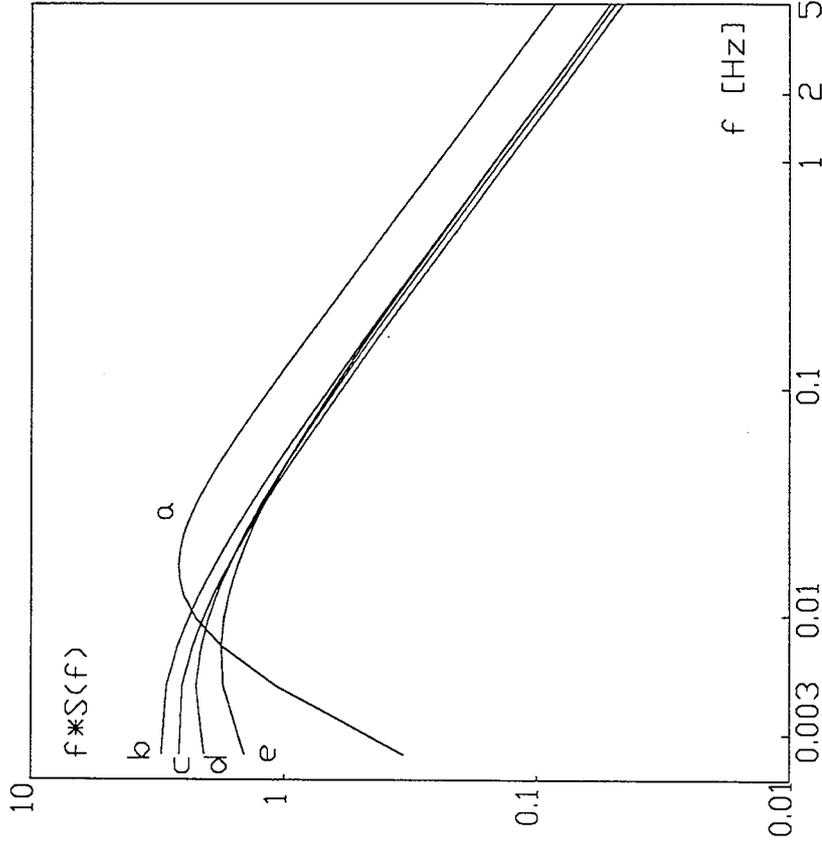
Zur Auswahl der größten berücksichtigten Frequenz des turbulenten Leistungsspektrums, das der Simulation zugrunde gelegt wird, wird die integrale Funktion $En(f) = \int_0^f S_v(z, f) df$ berücksichtigt.

Nach Gln (3.2.3.3) ist $R(0) = E v^2 = \int_0^{\infty} S_v(f) df$. Der Quadratmittelwert eines stochastischen Progresses

entspricht der Summation von $S(f)df$ über alle Frequenzen. Als Funktion des Quadrats der Amplitude gibt das Spektrum zugleich auch den Energieinhalt, der in jedem Frequenzbereich enthalten ist, an. In Bild 3.4 wird die integrale Funktion $E_n(f)$ über Frequenz für zwei verschiedene Höhen ($z=30\text{m}$ und $z=340\text{m}$) und verschiedene mittlere Windgeschwindigkeiten in 10m Höhe \bar{v}_{10} dargestellt. Im Bereich von 0 bis 1 Hz liegt über 95 % des gesamten Energiegehaltes. Deshalb wird 1 Hz als die größte berücksichtigte Frequenz angenommen.

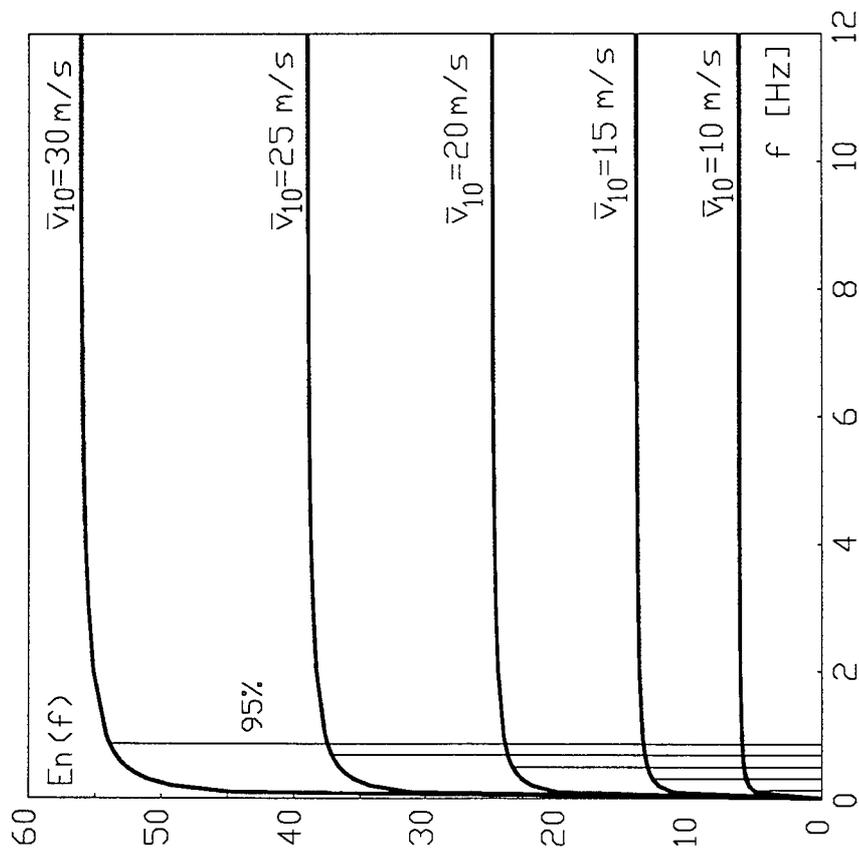


- a) modifiziertes Davenport $\sigma=4,31$ [m/s] $\bar{v}(z)=18,44$ [m/s] $L_x=1106$ [m]
- b) Teunissen, c) Kareem, d) Simiu, e) Kaimal $\sigma=4,31$ [m/s] $\bar{v}(z)=18,44$ [m/s] $z=20$ [m]

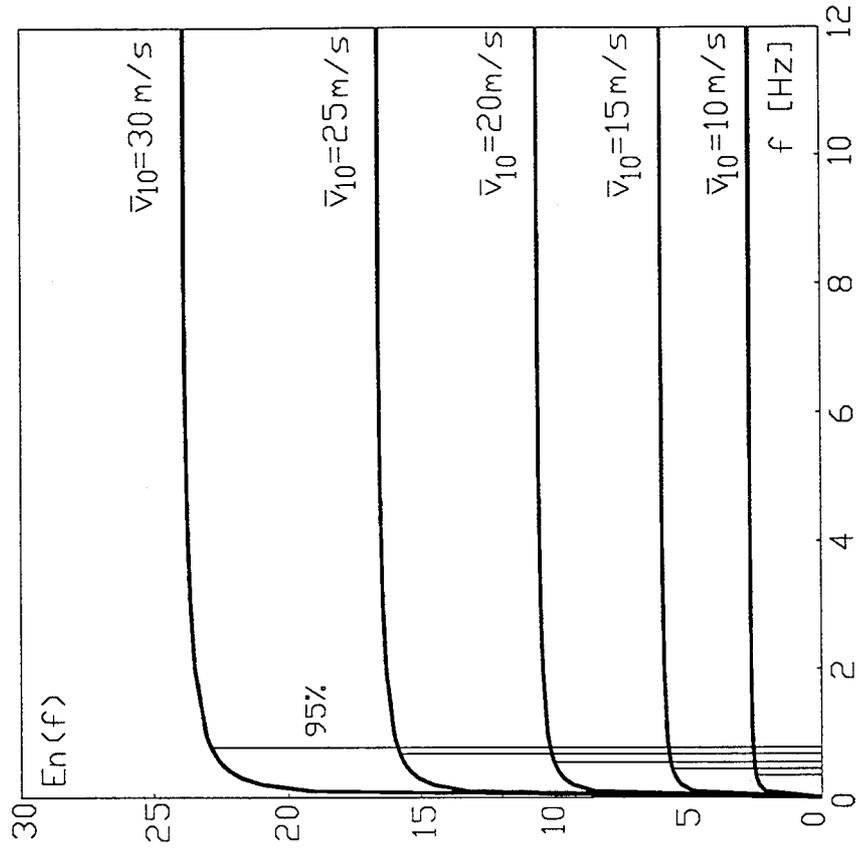


- a) modifiziertes Davenport $\sigma=2,88$ [m/s] $\bar{v}(z)=29,6$ [m/s] $L_x=1776$ [m]
- b) Teunissen, c) Kareem, d) Simiu, e) Kaimal $\sigma=2,88$ [m/s] $\bar{v}(z)=29,6$ [m/s] $z=200$ [m]

Bild 3.3 Theoretische Windleistungsspektren



$$En(f) = \int_0^f S_v(30m, f)df$$



$$En(f) = \int_0^f S_v(340m, f)df$$

Bild 3.4 Auswahl der Endfrequenz im Windleistungsspektrum für die Generierung

3.2.4.2 Kreuzleistungsspektren und Kohärenz

Eine realistische dynamische Berechnung von Strukturen unter der Einwirkung des natürlichen Windes muß die Beziehung zwischen den Windgeschwindigkeiten in zwei verschiedenen Höhen berücksichtigen. Die dazu notwendigen Informationen enthält die Kreuzkorrelationsfunktion bzw. ihre Fourier-Transformierte, das Kreuzleistungsspektrum. Da die KKF i.allg. nicht symmetrisch ist, stellt das Kreuzleistungsspektrum eine komplexe Funktion dar. Das Kreuzleistungsspektrum der Windgeschwindigkeiten besteht aus einem Realteil, dem sog. Co-Spektrum und einem Imaginärteil, dem sog. Quadratspektrum. Die komplexe Funktion des Kreuzleistungsspektrums $S_{v_i, v_j}(f)$ für die zwei Zufallsprozesse $v_i(t)$ und $v_j(t)$ hat dann folgendes Aussehen:

$$S_{v_i, v_j}(f) = Co_{v_i, v_j}(f) - i \cdot Qu_{v_i, v_j}(f)$$

$Co_{v_i, v_j}(f)$: Co-Spektrum von $v_i(t)$ und $v_j(t)$,

$Qu_{v_i, v_j}(f)$: Quadratspektrum von $v_i(t)$ und $v_j(t)$.

Üblich ist die Angabe des Kreuzleistungsspektrum mit Hilfe einer reellen, bezogenen Funktion, der sog. Kohärenz $\gamma_{v_i, v_j}(f)$

$$\gamma_{v_i, v_j}(f) = \sqrt{\frac{|S_{v_i, v_j}(f)|^2}{S_{v_i, v_i}(f) \cdot S_{v_j, v_j}(f)}} = \sqrt{\frac{Co_{v_i, v_j}^2(f) + Qu_{v_i, v_j}^2(f)}{S_{v_i, v_i}(f) \cdot S_{v_j, v_j}(f)}}$$

$$0 \leq \gamma_{v_i, v_j}(f) \leq 1$$

und des Phasenwinkels $\psi_{v_i, v_j}(f)$

$$\psi_{v_i, v_j}(f) = \arctan\left(-\frac{Qu_{v_i, v_j}(f)}{Co_{v_i, v_j}(f)}\right)$$

Mit den beiden Beziehungen (3.2.4.2.1) (3.2.4.2.2) kann das Kreuzleistungsspektrum in der folgenden komplexen Form angegeben werden:

$$S_{v_i, v_j}(f) = |S_{v_i, v_j}(f)| e^{i\psi_{v_i, v_j}(f)} = \sqrt{S_{v_i, v_i}(f) \cdot S_{v_j, v_j}(f)} \cdot \gamma_{v_i, v_j}(f) \cdot e^{i\psi_{v_i, v_j}(f)}$$

Die Kohärenz zweier Prozesse ist ein Maß für die gleichzeitige Wirkung der Böen bei unterschiedlichen Frequenzen. Die Kohärenz enthält keine Phaseninformationen. Ist $\gamma_{v,v_j}(f) = 0$ für sämtliche Frequenzen f , dann sind die beiden Prozesse voneinander unabhängig, ist aber $\gamma_{v,v_j}(f) = 1$ sind sie voll korreliert.

Im Folgenden wird angenommen, daß die Windbelastung in positive Y-Richtung wirkt und Z-Richtung Höhenrichtung ist.

Davenport /11/ schlug für die Kohärenz eine empirische, exponentiell abklingende Funktion $\gamma_{z_1 z_2}(f)$ in Abhängigkeit der Frequenz $f = \omega/2\pi$ vor:

$$\gamma_{z_1 z_2}(f) = \exp\left(-\frac{C_z \cdot f \cdot \Delta z}{\bar{v}(10)}\right)$$

Dabei ist C_z der sogenannte Abklingfaktor (decay-factor) der experimentell zu ermitteln ist. Δz ist der vertikale Abstand und $\bar{v}(10)$ die mittlere Windgeschwindigkeit in 10 m Höhe. Wegen der Höhenabhängigkeit der Turbulenz wird in dieser Arbeit, wie von Vickery in /64/ vorgeschlagen, für \bar{v} der arithmetische Mittelwert der Windgeschwindigkeit an den Orten z_1 und z_2 verwendet.

Die in der Literatur angegebenen Werte für C_z schwanken stark, z.B. Davenport gab in /11/ Werte von $C_z = 6$ bis 8 in Abhängigkeit von der Bodenrauigkeit an, Panofsky /36/ schlug $C_z = 9$ vor. Üblicherweise werden die Abklingfaktoren als konstant vorausgesetzt. Schroers et al. /51/ fanden jedoch eine Zunahme von C_z in Abhängigkeit der mittleren Windgeschwindigkeit und eine Abnahme von C_z mit wachsendem Δz . Der ermittelten Werte lagen dabei zwischen 3 und 15. Chuen /10/ gab eine Abnahme mit der Höhe an, für ein Δz von etwa 15 m fand er Werte von $C_z \approx 13$ bis 17. Die bei einigen Messungen am 344m-Mast in Gartow gefundenen Abklingfaktoren C_z sind in Tabelle 3 von /34/ angegeben. Man erkennt, daß die C_z vom vertikalen Abstand und der mittlere Höhe \bar{z} der zugehörigen zwei Meßpunkte abhängig sind. Der Wert C_z nimmt für einen wachsenden Abstand der Meßpunkte zu und nimmt mit wachsender mittlerer Höhe leicht ab. Nach den mit Hilfe der Messungen ermittelten Werten in der Tabelle 3 von /34/ können die Abklingfaktoren C_z näherungsweise wie folgt angesetzt werden:

$$C_z = (17/280\Delta z + 95/14) \cdot (-3/2600\bar{z} + 68/65)$$

Für zwei-dimensionale Probleme kann die Kohärenzfunktion nach Davenport wie folgt angenommen werden:

$$\gamma(f) = \exp\left(-C \frac{f \cdot |\rho|}{\bar{v}(10)}\right)$$

Darin sind $|\rho| = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$ der Ortsabstand, $\bar{v}(10)$ die mittlere Windgeschwindigkeit in 10 m Höhe und C die Abklingkonstante. Die Kohärenz ergibt sich dann zu

$$\gamma(f) = \exp\left(\frac{-2 \cdot f \cdot \sqrt{C_x^2(x_i - x_j)^2 + C_z^2(z_i - z_j)^2}}{\bar{v}(z_i) + \bar{v}(z_j)}\right)$$

C_x und C_z sind die Abklingfaktoren in horizontaler und vertikaler Richtung. Schroers et al. /51/ schlägt einen Abklingfaktor für die horizontale Komponente von $C_x = 9,9$ für zwei Prozesse in 8 m Höhe und $C_x = 13,1$ für zwei Prozesse in 48 m Höhe vor. Durch einen Windkanalversuch haben Henderson und Novak /17/ zwei höhenabhängige Ansätze für C_x und C_z angegeben:

$$C_x = C_o + C_m \cdot \frac{|x_1 - x_2|}{z}, C_z = C_o + C_m \cdot \frac{|z_1 - z_2|}{z}$$

Die Abklingparameter C_o und C_m sind dabei in Tabelle 3.2 angegeben.

Tabelle 3.2. Abklingparameter C_o und C_m /17/

Direction	Lateral			Vertical		
	Open	Suburban	Urban	Open	Suburban	Urban
C_o	7	9	9	8	8	8
C_m	10	8	4	6	6	4

Eine Reihe von durch Messungen ermittelten Abklingfaktoren C_x und C_z , die in der Literatur angegeben sind, sind in Tabelle 3.3 zusammengestellt.

Tabelle 3.3: In der Literatur angegebene Abklingfaktoren C_x und C_z

Verfasser	C_x	C_z
Berman und Stearns (1977)	8,9 – 26,4 ^a	--
Brook (1975)	--	8,5
Chuen (1971)	8,9 – 22,9	13,1 – 16,9
Davenport (1961)	--	10
Davenport (1963)	8	10 – 13
Davenport (1967)	--	8,1 – 10,2
Duchene-Marullaz (1975)	7 – 14	5,8 – 11,5
Flay, et al. (1982)	--	5,5 – 15
Harris (1970)	--	5,5 – 11,5
Hino (1972)	6 – 8,5	--
Iwatani (1977)	8,4 – 14,4	--
Kristensen und Jensen (1979)	4,9 – 5,7	--
Kristensen, et al. (1981)	5 – 25 ^b	--
Maeda und Adachi (1983)	--	6
Neal (1982)	--	8,5 – 10,5
Panofsky (1975)	--	9
Panofsky und Singer (1964)	--	12 – 15
Nölle (1990)	--	5,5 – 18,9 ^c
Pielke und Panofsky (1970)	--	7 – 14
Ropelewsky, et al. (1973)	15 – 25 ^d	--
Schroers, et al. (1983)	9,9 – 13,1	3 – 15
Shiotani und Arai (1967)	9,9 – 10,4	--
Shiotani und Iwatani (1971)	1,5 – 15,8	8 – 11,6
Shiotani und Iwatani (1976)	7,69 – 10	--
Shiotani und Iwatani (1978)	--	5,6 – 12
Soucy, et al. (1982)	--	7,16
Teunissen (1980)	--	15

a : Daten gemessen mit $\Delta x/z > 20$.

b : Im Durchschnitt $C_x > 19$ für $\Delta x/z > 2$.

c : Daten mit $18m < \Delta z < 100m$.

d : Daten gemessen mit der großen Werte $\Delta x/z$.

Das Verhalten der lateralen Korrelation (senkrecht zur Windrichtung) der Böen wurde von einigen Autoren durch Messungen untersucht. Teunissen /61/ fand, daß die Maxima der KKF mit wachsendem Δx abnehmen und etwa bei $\tau = 0$ liegen, ähnliche Aussagen hierzu sind in /51/ angegeben.

Bei der Anwendung auf dreidimensionale Konstruktionen, wie sie bei abgespannten Masten vorliegen, wenn die Böeneinwirkung auch auf die Abspannseile berücksichtigt wird, muß auch die longitudinale Kohärenz berücksichtigt werden. Nach /37/ kann die longitudinale Kohärenz zwischen zwei Punkten (x, y_i, z) und (x, y_j, z) analog wie die vertikale dargestellt werden:

$$\gamma(f) = \exp\left(-\frac{C_y \cdot f \cdot |y_i - y_j|}{\bar{v}(z)}\right)$$

Für den Abklingfaktor C_y , der longitudinalen Kohärenz gibt es zur Zeit wenig Aussagen. In /56/ wird $C_y \approx 3,0$ über Wasser und $C_y \approx 6,0$ vorgeschlagen, d.h. die Korrelation ist zwischen zwei Punkten in mittlerer Windrichtung ist groß, was unmittelbar einleuchtet.

3.2.4.3 Phasenbeziehung

Das Kreuzleistungsspektrum ist bei realen Windprozessen zumindest für zwei Punkte in der Nähe der Erdoberfläche komplex, vgl. Gleichung (3.2.4.2.1). Lediglich bei einer Annahme einer homogenen Turbulenz verschwindet der Imaginärteil, der Realteil ist gleich dem Betrag des Kreuzleistungsspektrums. Bei inhomogener Turbulenz ist der Imaginärteil des Kreuzspektrums ungleich Null, das Verhältnis zwischen Real- und Imaginärteil wird durch den Phasenwinkel beschrieben.

Bild 3.6 zeigt, aus der Messung 25.01.90 an einem 344m-Mast in Gartow, ermittelte Phasenbeziehungen /13,14/. Der Phasenwinkel ist hier über dem dimensionslosen Parameter $f^* = f \cdot \Delta z / \bar{v}(z)$ aufgetragen. Für kleinen Abstand Δz und kleine mittlere Höhe \bar{z} zweier Meßpunkte erkennt man, daß der Phasenwinkel zwar stärker streut, der Mittelwert zunächst aber näherungsweise linear bis etwa zu einer bezogenen Frequenz $f^* = 0,05$ anwächst. Für größere Frequenzen ($f^* > 0,12$) sind die beiden zugehörigen Prozesse nahezu vollständig unkorreliert, die gemessenen Phasenwinkel streuen gleichverteilt zwischen $-\pi$ und π . Für $f^* < 0,05$ ist der Steigungswinkel der Phasenbeziehung höhenabhängig. Für größere mittlere Höhen \bar{z} und kleinerem Abstand Δz verringert sich der Betrag des Phasenwinkels. Oberhalb von 200 m und für größeren Abstand (>150 m) ist er in diesem Frequenzbereich praktisch Null.

Der Verlauf des Phasenwinkels über die Frequenz läßt sich durch folgendes stark vereinfachendes Modell deuten: Die Böen können anschaulich als "Windbälle" beschränkter Ausdehnung gedeutet werden. Für Böen sehr kleiner Frequenz, d.h., für sehr langwellige Anteile der Windgeschwindigkeitsschwankungen ist auch in Bodennähe der zeitliche Versatz Δt des Auftreffens der Böe auf das Bauwerk über die Höhe im Vergleich zur Periode T des Prozesses klein, es ergibt sich ein kleiner Phasenwinkel zwischen den Belastungen zweier übereinander angeordneter Meßpunkte. Für kleiner werdende Böenballen nimmt das Verhältnis $\Delta t/T$ zu, der Phasenwinkel wächst, bis die vertikale Erstreckung der Böen etwa gleich dem zweifachen Abstand der Meßpunkte ist. Dann werden die zwei Prozesse teilweise korreliert; die Phasenbeziehung zu anderen Meßpunkten wird in einem beschränktem Bereich stochastischer Natur. Noch kleinere Böen werden nur noch

von einem Meßpunkt erfaßt. Dieser beschränkte stochastische Bereich wächst bei der Abnahme der vertikalen Erstreckung der Böen, bei Böen, deren vertikale Erstreckung kleiner als der Abstand der Meßpunkte ist, werden die zwei zugehörigen Prozesse fast völlig unkorreliert; die Phasenbeziehung zu anderen Meßpunkte ist völlig stochastischer Natur. Die Anfangslage des teilweise stochastischen Phasenwinkels und des vollständigen stochastischen Phasenwinkels hängen damit vom Verhältnis longitudinaler zu vertikaler Erstreckung der Böenkörper ab, die Streuungen in den Naturmessungen des Phasenwinkels /13,14/ zeigen, daß auch dieses Verhältnis variiert.

Die aus den Starkwindmessungen ermittelten Phasenbeziehungen streuen stark, sie werden jedoch für die weitere Vorgehensweise durch ihren Mittelwert näherungsweise beschrieben. Der Steigungswinkel der Phasenbeziehung für $f^* < 0,05$ ist höhenabhängig. Für die größere mittlere Höhe \bar{z} und den kleineren Abstand Δz verringert sich der Betrag des Phasenwinkels wegen wachsender Homogenität der Turbulenz weiter, oberhalb von 200 m und für den größeren Abstand Δz ist er praktisch Null. Für größere Frequenzen als $f^* > 0,05$ wird der Phasenwinkel gleichverteilt in einem Dreiecksbereich bis $f^* = 0,12$ und anschließend im Bereich zwischen $-\pi$ und π gleichverteilt angenommen.

Für die Querrichtung wird die Phasenbeziehung auf Grund der Naturmessungen so angesetzt, wie sie in Höhenrichtung (homogene Turbulenz) oberhalb von 200 m beschrieben wird.

In longitudinaler Richtung gibt es nur wenige Meßergebnisse über die Phasenbeziehung. In dieser Richtung erkennt man jedoch, daß die Kohärenz deutlich stärker als quer zum Wind ist, weil die stochastischen Turbulenzelemente mit der mittleren Windgeschwindigkeit \bar{v} "mitschwimmen".

Die Phasenbeziehung zwischen zwei Punkten im Raum läßt sich auf Grund von Messungen /9,13,14/ näherungsweise wie folgt ansetzen:

Für zwei räumliche Knotenpunkte der Struktur $P_i(x_i, y_i, z_i)$ und $P_j(x_j, y_j, z_j)$ beträgt der Abstand ΔL :

$$\Delta L = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$$

Die mittlere Höhe der beiden Punkte ergibt sich

$$\bar{z} = (z_i + z_j)/2$$

Der arithmetische Mittelwert der Windgeschwindigkeit an den Orten z_i und z_j ist:

$$\bar{v} = (\bar{v}(z_i) + \bar{v}(z_j))/2$$

Bei Verwendung der folgenden Konstanten

$$K_1 = 0,05$$

$$K_2 = 0,12$$

$$K_3 = 1,0$$

und der Variablen

und der Variablen

$$\psi^* = 1,5 - \bar{z}/100$$

mit der Beziehungen

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi^* = 0, K_3 = 0, \text{für } \psi^* < 0 \text{ od. } z_i = z_j \text{ od. } \Delta L > 150 \\ \psi^* = 1,0, \text{für } \psi^* > 1,0 \\ K_1 = K_1 \cdot \psi^*, \text{sonst} \end{array} \right\}$$

hat der angesetzte frequenzabhängige Phasenwinkel dann folgendes Aussehen:

$$\psi_{ij}(f) = \left\{ \begin{array}{l} \pi \cdot \psi^* \cdot f^* / (3 \cdot K_1), \text{für } f^* \leq K_1 \\ \frac{K_3 \cdot \pi(f^* - K_1)}{K_2 - K_1} \cdot \Theta + \frac{\psi^* \cdot \pi(f^* - K_2)}{3 \cdot (K_1 - K_2)}, \text{für } K_1 < f^* \leq K_2 \\ \pi \cdot \Theta, \text{für } f^* > K_2 \end{array} \right\}$$

Dabei ist Θ eine Zufallszahl, die gleichverteilt zwischen -1 und 1 ist. $f^* = f \cdot \Delta L / \bar{v}$ ist die dimensionlose Frequenz.

Für zwei gleiche Punkte, d.h. $P_i = P_j$ ist der Phasenwinkel $\psi_{ii}(f)$ gleich Null.

In Bild 3.7 sind die der Simulationsrechnung zugrunde gelegten Ansätze der Phasenbeziehung für verschiedenen Abstand Δz und die verschiedene mittlere Höhen \bar{z} dargestellt.

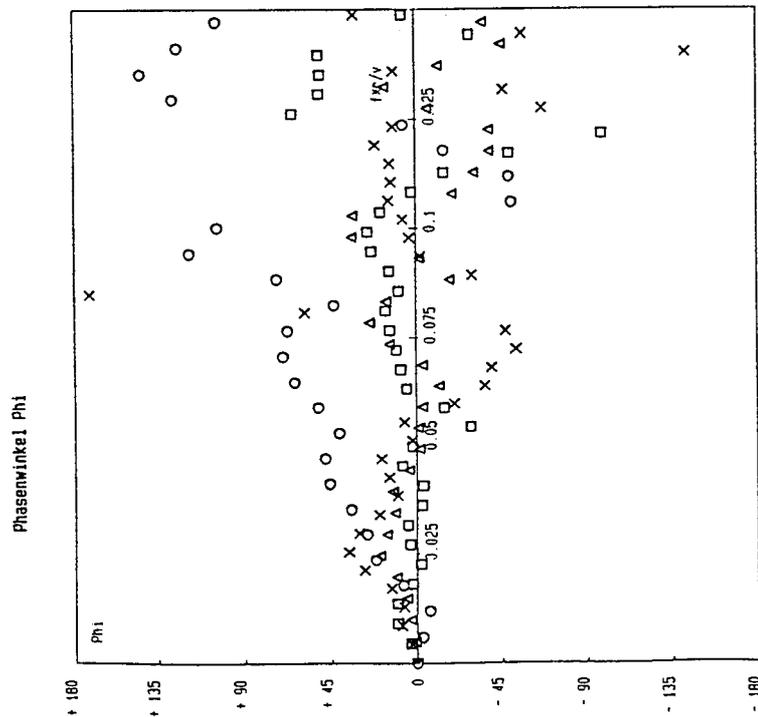
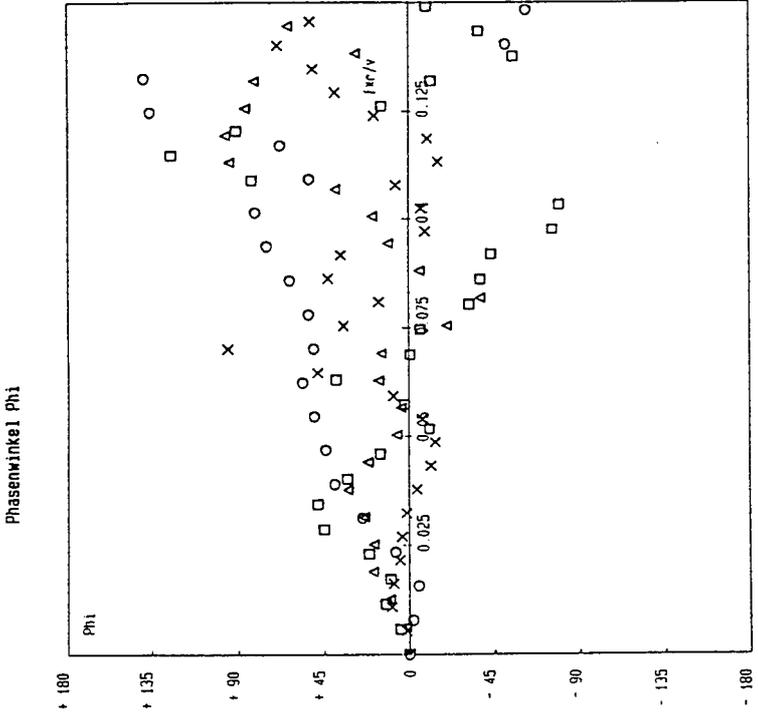


Bild 3.6 Gemessene Phasenwinkel /34/

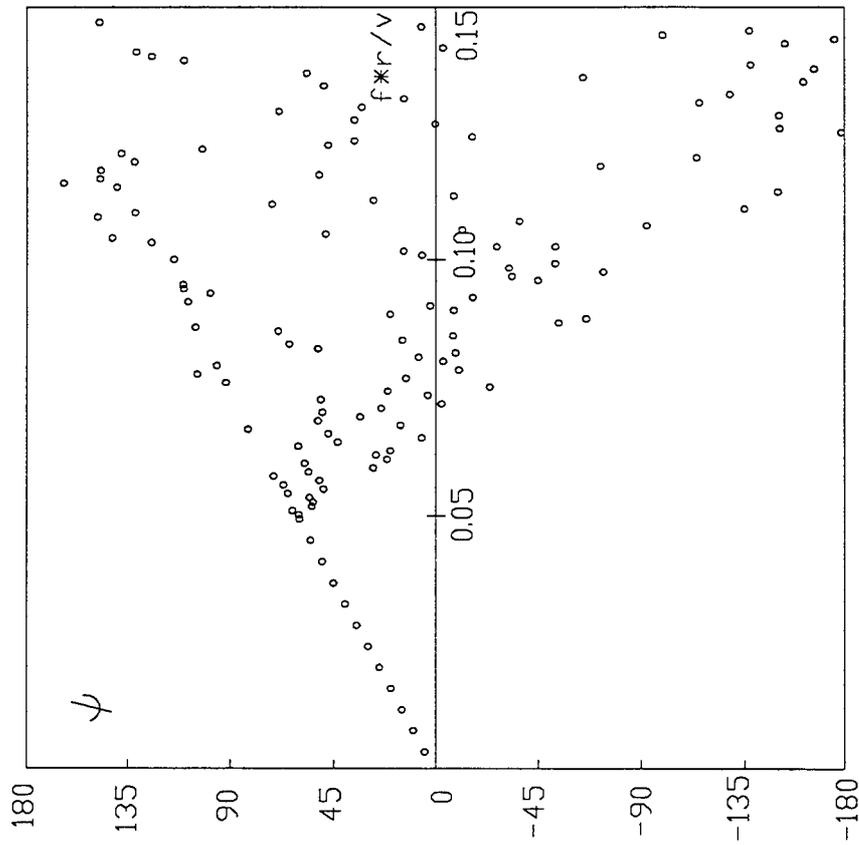


Bild 3.7a ψ (30 / 48m)

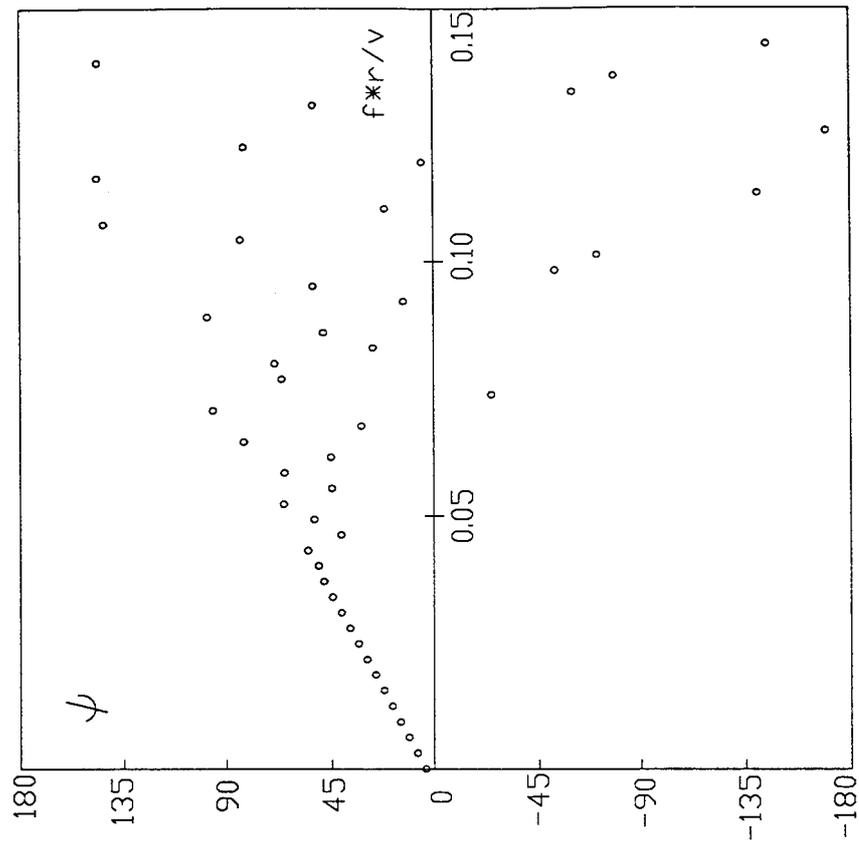


Bild 3.7b ψ (30 / 102m)

Bild 3.7 Annahme für Phasenwinkel (ψ)

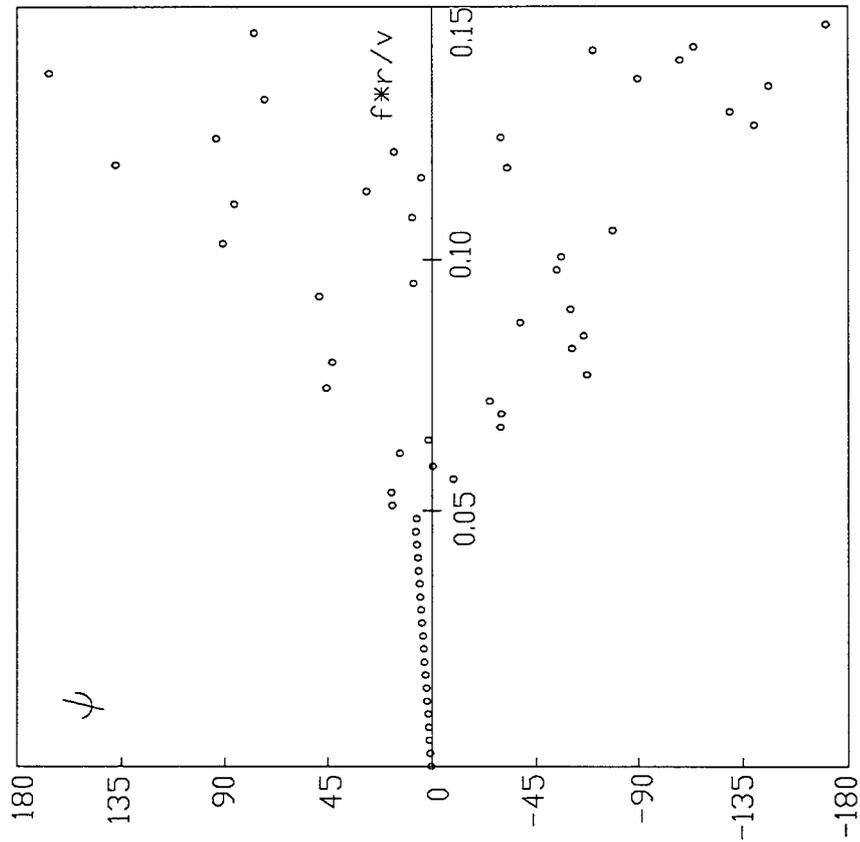


Bild 3.7c ψ (102 / 174m)

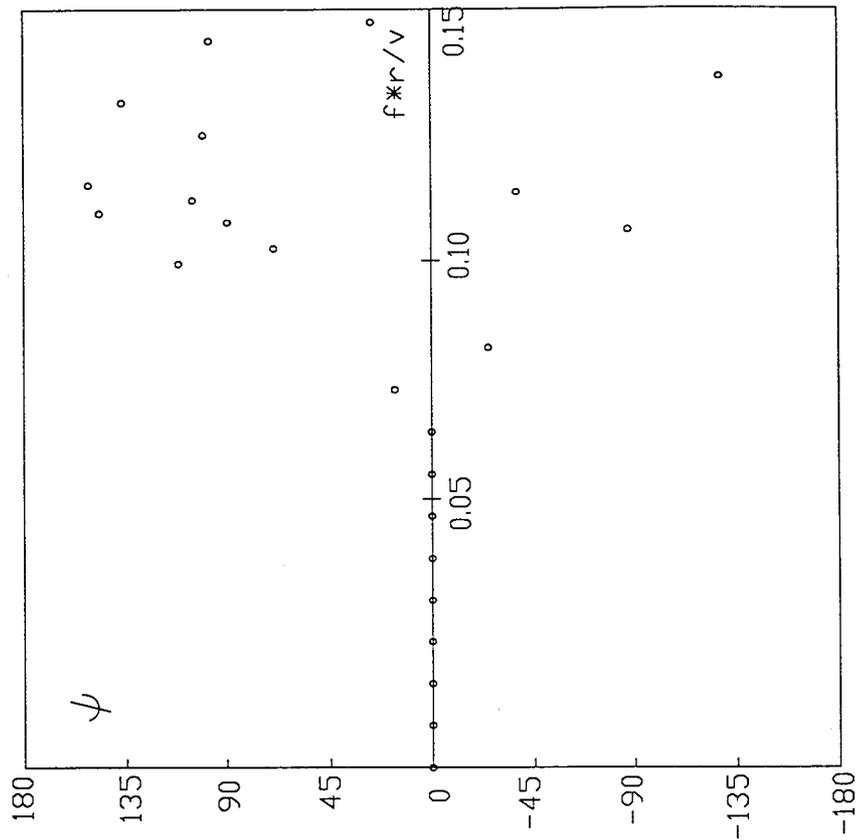


Bild 3.7d ψ (30 / 246m)

Bild 3.7 Annahme für Phasenwinkel (ψ)

3.3 Windgenerierung

Die Simulation des natürlichen Windes muß die höhenabhängigen Auto- und Kreuzspektren einschließlich des auftretenden - ebenfalls höhenabhängigen - Phasenwinkels berücksichtigen. Um die gemessene Windstruktur ausreichend beschreiben zu können, wird hierbei die Wellenüberlagerungsmethode als Basis für die Entwicklung der Generierungsalgorithmen verwendet. Hierbei wurde von der in /32/ dargestellten Lösung ausgegangen und diese weiterentwickelt.

Viele Windmessungen zeigen, daß der fluktuierende Anteil der Windgeschwindigkeit $v_j(t) (j = 1, 2, \dots, n)$ als Gaußscher Prozess mit Mittelwert Null betrachtet werden. Die Spektraldichtematrix, die für die Berechnung der Zufallsschwingungen benötigt wird, hat folgende Form:

$$\underline{S}(f) = \begin{bmatrix} S_{11}(f) & S_{12}(f) & \dots & S_{1n}(f) \\ S_{21}(f) & S_{22}(f) & \dots & S_{2n}(f) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ S_{n1}(f) & S_{n2}(f) & \dots & S_{nn}(f) \end{bmatrix}$$

Das Element $S_{ij}(f) (i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n)$ ist die Fouriertransformation der KKF $R_{ij}(\tau)$ oder AKF $R_{ii}(\tau)$. Wegen des unsymmetrischen Verlaufes der KKF sind sowohl der Real- als auch der Imaginärteil der Nihthauptdiagonalglieder ungleich Null. Damit ist die Spektraldichtematrix (3.3.1) komplex. Wegen der Gültigkeit der Gleichung $S_{ij}(f) = S_{ji}^*(f)$ (der Stern bedeutet konjugiert komplex) ist die Matrix $\underline{S}(f)$ vom Hermiteschen Typ:

$$\underline{S}(f) = \begin{bmatrix} S_{11}(f) & S_{21}^*(f) & \dots & S_{n1}^*(f) \\ S_{21}(f) & S_{22}(f) & \dots & S_{n2}^*(f) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ S_{n1}(f) & S_{n2}(f) & \dots & S_{nn}(f) \end{bmatrix}$$

Die o.g. Matrix ist nicht-negativ definit ist. Aus rechentechnischen Gründen wurde die Matrix $\underline{S}(f)$ mit dem Faktor $2\Delta f$ multipliziert. Eine hermitesche und positiv definite Matrix läßt sich in eine Dreiecksmatrix L und der Transponierten L^T zerlegen:

$$2\Delta f \cdot \underline{S}(f) = L(f) \cdot L^T(f)$$

Die untere Dreiecksmatrix $L(f)$ ist:

$$L(f) = \begin{bmatrix} L_{11}(f) & 0 & \dots & 0 \\ L_{21}(f) & L_{22}(f) & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ L_{n1}(f) & L_{n2}(f) & \dots & L_{nn}(f) \end{bmatrix}$$

mit

$$L_{jj}(f) = \left(2\Delta f \cdot S_{jj}(f) - \sum_{k=1}^{j-1} |L_{jk}(f)|^2 \right)^{\frac{1}{2}}, j = 1, 2, \dots, n,$$

und

$$L_{ij}(f) = \frac{\left(2\Delta f \cdot S_{ij}(f) - \sum_{k=1}^{j-1} L_{ik}(f)L_{jk}^*(f)\right)}{L_{jj}(f)}, j = 1, 2, \dots, n, i = j + 1, \dots, n,$$

Es ist zu beachten, daß die obige Lösung nur gültig ist, wenn die Matrix $\underline{S}(f)$ vom Hermiteschen Typ und positiv definit ist. Da die Spektraldichtematrix lediglich nicht-negativ definit ist, ist eine spezielle Berücksichtigung des Falles $L_{jj}(f) = 0$ nötig. Dies wird weiter unten noch diskutiert.

Wenn das Element der unteren Dreieckmatrix $L_{ij}(f)$ in der Polarform geschrieben ist, kann $L_{ij}(f)$ in die folgenden Form gebracht werden:

$$L_{ij}(f) = |L_{ij}(f)| \exp(i\psi_{ij}^L(f))$$

Dabei ist $\psi_{ij}^L(f)$ der Phasenwinkel von $L_{ij}(f)$ und $\psi_{ii}^L(f) = 0$.

Durch eine Entwicklung der Gleichung (3.3.6) ergeben sich die Beziehung zwischen $\psi_{ij}^L(f)$ und dem Phasenwinkel $\psi_{ij}^S(f)$ von $S_{ij}(f)$ bei $i > j$:

$$\psi_{ij}^L(f) = \arctan \left(\frac{|2\Delta f S_{ij}(f)| \sin \psi_{ij}^S(f) - \sum_{k=1}^{j-1} |L_{ik}(f)| |L_{jk}(f)| \sin(\psi_{ik}^S(f) - \psi_{jk}^S(f))}{|2\Delta f S_{ij}(f)| \cos \psi_{ij}^S(f) - \sum_{k=1}^{j-1} |L_{ik}(f)| |L_{jk}(f)| \cos(\psi_{ik}^S(f) - \psi_{jk}^S(f))} \right)$$

$$j = 2, \dots, n, i = j + 1, \dots, n$$

Für $j = 1$ gilt stets $\psi_{i1}^L(f) = \psi_{i1}^S(f)$

Nach /33/ ist die Beziehung für die einseitige Kreuzspektren:

$$\begin{aligned} R_{ij}(\tau) &= \operatorname{Re} \left[\int_0^\infty S_{ij}(f) \exp(i2\pi f \cdot \tau) df \right] \\ &= \frac{1}{2\Delta f} \operatorname{Re} \left[\int_0^\infty \sum_{m=1}^j L_{im}(f) L_{jm}^*(f) \exp(i2\pi f \cdot \tau) df \right] \\ &= \frac{1}{2\Delta f} \int_0^\infty \sum_{m=1}^j |L_{im}(f)| |L_{jm}(f)| \cos[2\pi f \cdot \tau + \psi_{im}^L(f) - \psi_{jm}^L(f)] df \end{aligned}$$

Die Zeitreihen der Windgeschwindigkeit ergeben sich dann aus:

$$v_i(t) = \sum_{m=1}^i \sum_{k=1}^N |L_{im}(f_k)| \cdot \cos[2\pi f_k \cdot t + \psi_{im}^L(f_k) + \theta_{mk}]$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

mit den Bezeichnungen

- N : Anzahl der Datenpunkte im Frequenzbereich,
 $|L_{im}(f_k)|$: der Betrag des Elementes der o.g. Dreiecksmatrix $L(f)$,
 $\psi_{im}^L(f_k)$: der Phasenwinkel zwischen den Belastungen zweier übereinander angeordneter Knotenpunkte,
 θ_{mk} : eine zufällige Phase, gleichverteilt zwischen 0 und 2π .

Die Kreuzkorrelationsfunktion $R_{ij}(\tau)$ der generierten Windgeschwindigkeit mit $i \geq j$ ergibt sich damit zu:

$$R_{ij}(\tau) = E[v_i(t)v_j(t+\tau)]$$

$$= \frac{1}{2\Delta f} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^j |L_{im}(f_k)| \cdot |L_{jm}(f_k)| \cdot \Delta f \cdot \cos[2\pi f_k \cdot \tau + \psi_{im}^L(f_k) - \psi_{jm}^L(f_k)]$$

Bei $N \rightarrow \infty$ erhält man,

$$R_{ij}(\tau) = \frac{1}{2\Delta f} \int_0^\infty \sum_{m=1}^j |L_{im}(f)| |L_{jm}(f)| \cos[2\pi f \cdot \tau + \psi_{im}^L(f) - \psi_{jm}^L(f)] df$$

Vergleicht man die Gleichung (3.3.12) mit Gl.(3.3.9), erkennt man, daß die mit Hilfe der Gleichung (3.3.10) simulierten Prozesse $v_j(t)$ ($j = 1, \dots, n$) die vorgegebene Kreuzkorrelationsfunktion und damit die vorgegebene Kreuzspektraldichte besitzen.

Schreiben wir die Gleichung (3.3.6) in anderer Form, dann erhält man

$$2\Delta f S_{ii}(f) = |L_{i1}(f)|^2 + |L_{i2}(f)|^2 + \dots + |L_{ii}(f)|^2$$

$$2\Delta f S_{ij}(f) = L_{i1}(f)L_{j1}^*(f) + L_{i2}(f)L_{j2}^*(f) + \dots + L_{ij}(f)L_{ji}^*(f), \text{ für } j < i$$

Aus den Gleichungen (3.3.12) und (3.3.13) erkennt man, daß der i -te Teilprozeß durch $L_{ij}(f)$ ($j = 1, 2, \dots, i$) simuliert wird und die Kohärenz zwischen dem i -ten und dem j -ten Teilprozeß mit $j < i$ durch $L_{il}(f)$ und $L_{jl}(f)$ ($l = 1, 2, \dots, j$) generiert wird. Wenn $L_{ii}(f_k)$ gleich Null ist, sind die Elemente der Kreuzspektraldichte $\underline{S}(f)$ bei f_k auch gleich Null. Die hinreichende Bedingung für diesen Fall ist:

$$L_{ij}(f_k) = 0, \text{ für } j = 1, 2, \dots, i,$$

$$L_{ji}(f_k) = 0, \text{ für } j = i + 1, \dots, n$$

Die verbleibende Elemente von $L(f)$ ergeben sich aus der Untermatrix, die man durch Eliminieren der i -te Reihe und i -te Spalte von $\underline{S}(f)$ erhält.

Das Generierungsprozedur wird wie folgt erläutert:

Für die Simulationsrechnung wird eingangs vom Betrag eines jeden Elementes der Spektraldichtematrix $\underline{S}(f)$ ausgegangen. Durch die Zerlegung der Matrix $\underline{S}(f)$ erhält man eine untere Dreiecksmatrix $\underline{L}(f)$. Die generierten Windgeschwindigkeiten in den Punkten (1...n) mit der verschiedenen Koordinate (x, y, z) ergeben sich dann aus:

$$v_1(t) = \sum_{k=1}^N |L_{11}(f_k)| \cdot \cos[2\pi f_k t + \theta_{1k}]$$

$$v_2(t) = \sum_{k=1}^N \{ |L_{21}(f_k)| \cos[2\pi f_k t + \psi_{21}^S(f_k) + \theta_{1k}] + |L_{22}(f_k)| \cos[2\pi f_k t + \theta_{2k}] \}$$

$$v_3(t) = \sum_{k=1}^N \{ |L_{31}(f_k)| \cos[2\pi f_k t + \psi_{31}^S(f_k) + \theta_{1k}] + |L_{32}(f_k)| \cos[2\pi f_k t + \psi_{32}^L(f_k) + \theta_{2k}] + |L_{33}(f_k)| \cos[2\pi f_k t + \theta_{3k}] \}$$

$$v_4(t) = \sum_{k=1}^N \{ |L_{41}(f_k)| \cos[2\pi f_k t + \psi_{41}^S(f_k) + \theta_{1k}] + |L_{42}(f_k)| \cos[2\pi f_k t + \psi_{42}^L(f_k) + \theta_{2k}] + |L_{43}(f_k)| \cos[2\pi f_k t + \psi_{43}^L(f_k) + \theta_{3k}] + |L_{44}(f_k)| \cos[2\pi f_k t + \theta_{4k}] \}$$

..... usw.

Für $v_1(t)$ ist der Phasenwinkel θ_{1k} zufällig und gleichverteilt zwischen 0 und 2π . Für $v_2(t)$ ist der Phasenwinkel des ersten Terms gleich der Summe von θ_{1k} und $\psi_{21}^S(f_k)$ und der Phasenwinkel des zweiten Terms θ_{2k} wieder eine neue gleichverteilte Zufallszahl (0~ 2π). Für $v_3(t)$ ist der Phasenwinkel des ersten Terms gleich der Summe von θ_{1k} und $\psi_{31}^S(f_k)$ und der Phasenwinkel des zweiten Terms gleich der Summe von θ_{2k} und $\psi_{32}^L(f_k)$. Der Phasenwinkel des dritten Terms von $v_3(t)$ ist wieder eine neue Zufallszahl (0~ 2π). usw.

Häufig wird angenommen, daß die Windlast im Bereich zwischen den benachbarten Systemknoten voll korreliert ist. Diese Annahme trifft jedoch nur für Böen mit kleiner Frequenz, d.h., für Böen mit großer räumlicher Ausdehnung zu. Für kleiner werdende Böenballen, d.h., für die höhenfrequenten Komponenten ist diese Annahme jedoch nicht mehr zutreffend. Der hierdurch entstehende Kohärenzabfall durch eine Reduktionsfunktion erfaßt werden.

In /34/ wurde eine β -fache Reduktionsfunktion vorgeschlagen:

$$\beta(\Delta z, f) = \frac{2}{\Delta z} \int_0^{\Delta z} \left(1 - \frac{z}{\Delta z} \right) e^{-c_z \frac{fz}{v}} dz$$

Diese Funktion ist von der Frequenz und dem Abstand zweier benachbarten Systemknotenpunkte abhängig. Für sich vergrößende Knotenabstände wird der Kohärenzabfall durch Verringerung der Prozeßenergie im höhenfrequenten Bereich berücksichtigt. In Bild 3.8 sind beispielhaft modifizierte Davenportspektren aufgetragen, bei denen der Kohärenzabfall für unterschiedliche Knotenabstände berechnet wurden.

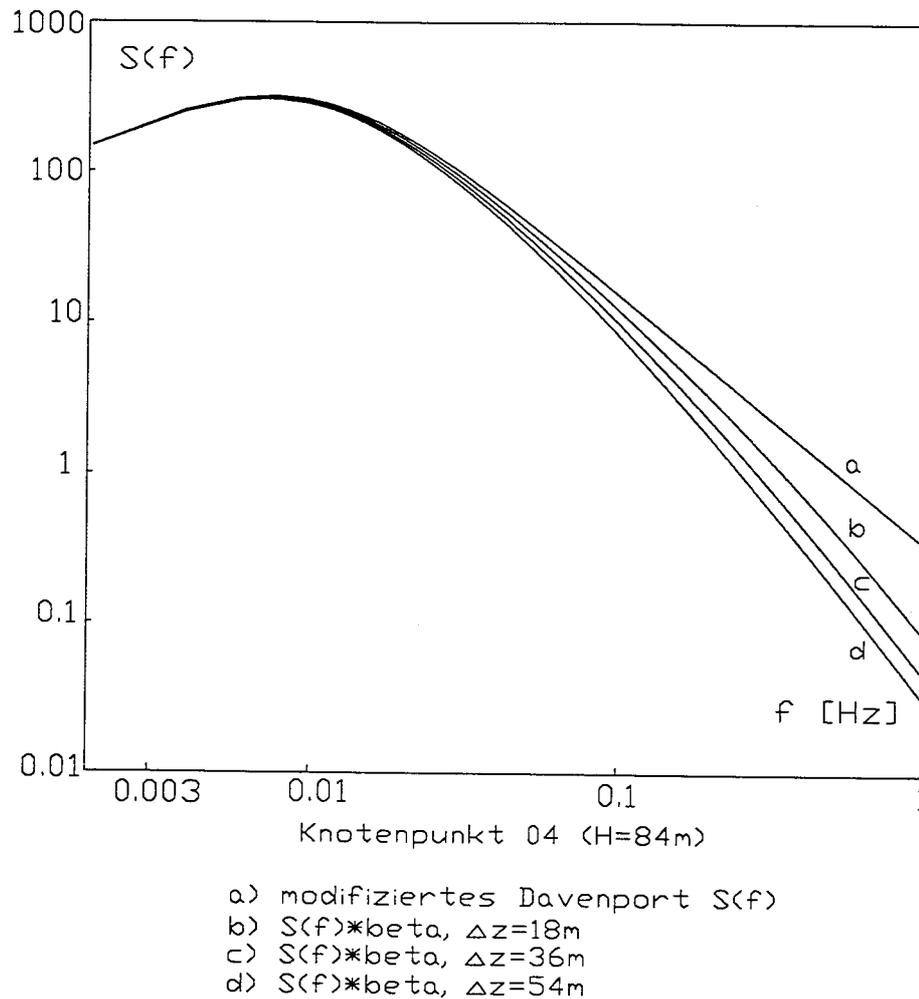


Bild 3.8 Windleistungsspektren

3.4 Vergleich der Ergebnisse der Windgenerierung mit Naturmessungen

3.4.1 Generierte Windgeschwindigkeit

Beispielhaft werden im folgenden die Ergebnisse der Generierung von Zeitreihen der Windgeschwindigkeit vorgestellt. Die vorgegebenen statistischen Kennwerte sind /13/ entnommen, dort sind Windgeschwindigkeitsmessungen während des Orkans Darius am 25.01.1990 ausgewertet worden.

Die für die Windgenerierung notwendigen Eingangsdaten sind im folgenden angegeben:

- Windgeschwindigkeitsprofile:

Die gemessenen Profile werden durch das empirische Potenzgesetz nach Hellmann Gl(3.2.2.1) beschrieben.

Die Parameter nach der Messung /34/ sind :

Messung: 25.01.90 /03: $v(10) = 12,0\text{m/s}$ $\alpha_m = 0,270$

25.01.90 /04: $v(10) = 16,0\text{m/s}$ $\alpha_m = 0,205$

- Standardabweichung:

Die zur zahlenmäßigen Festlegung des Leistungsspektrums benötigte Standardabweichung σ des Prozesses ist nach Davenport /11/ höhenunabhängig. Die Naturmessungen zeigen jedoch, daß die Standardabweichung bei Starkwindlagen mit wachsender Höhen abnimmt /13,14/. Die höhenunabhängige Standardabweichung liegt somit auf sicherer Seite. Für die Windgenerierung wird das folgende gemessene, höhenabhängige Profil der Standardabweichung σ (Gl.(3.4.1.1)) aus der Multiplikation der Turbulenzintensität $I(z)$ und der mittleren Windgeschwindigkeit $\bar{v}(z)$ nach /13,14/ zugrunde gelegt.

$$\sigma(z) = \bar{v}(z) \cdot I(z) = v(10) \cdot (0,9\alpha_m + 0,12) \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^{\alpha_1}$$

Dabei ist $\alpha_1 = 0,9\alpha_m - 0,36$ und α_m der Exponent des Potenzgesetzes der mittleren Windgeschwindigkeit (vgl. Kap. 3.2.2).

- Leistungsspektren:

Für die Simulationsberechnung wird das modifizierte höhenabhängige Davenportspektrum verwendet.

- Vertikale Korrelation:

Für die Berechnung der Abklingfaktoren wurde der aufgrund der Messungen ermittelte Ansatz verwendet.

- Phasenbeziehung

Die Phasenwinkel wurden nach den in Kap. 3.2.4.3 geschilderten Ansätze zugrunde gelegt.

Da die Generierungsergebnisse mit Naturmessungen verglichen werden sollen, werden als Bezugspunkte für die Windgeschwindigkeitsgenerierung die Höhen der 17 Anemometer des verwendeten Meßmastes gewählt. Das unterste Anemometer 01 befindet sich in 30 m, das oberste Anemometer 17 in 341 m Höhe.

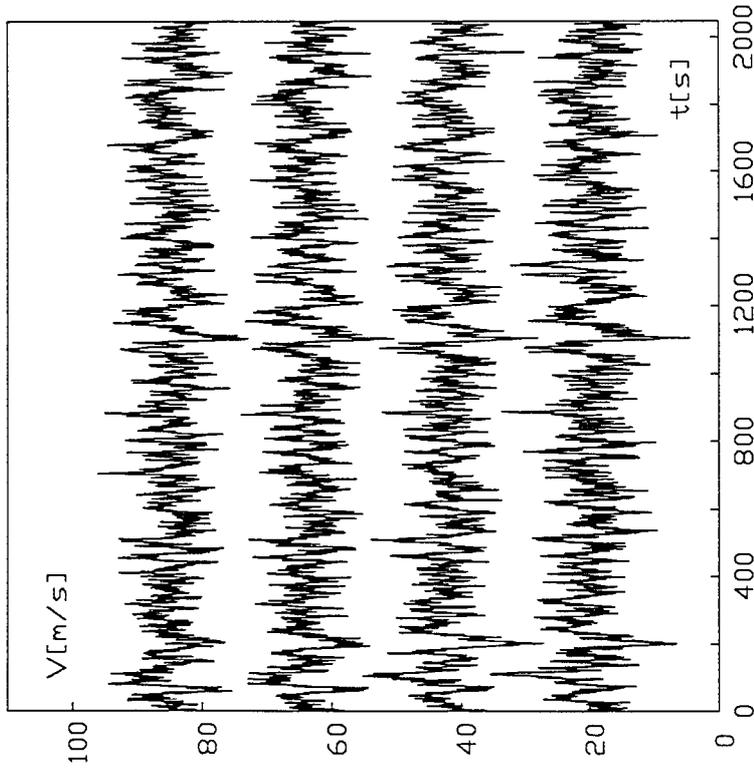
Ausgehend von den so vorgegebenen statistischen Kennwerten wurden 17 Zeitreihen für jeden Anemometerstandort generiert. Jede Zeitreihe besteht aus 4096 Punkten mit $\Delta t = 0,5$ s, damit beträgt $T = 2048$ Sekunden (etwa 34 Minuten).

3.4.2 Vergleich mit Meßergebnissen und Diskussion

Ein Vergleich von generierten und gemessenen Windgeschwindigkeiten kann sich naturgemäß nur auf einen Vergleich der statistischen Parameter und Funktionen beziehen. So soll z.B. überprüft werden, ob die Korrelationsfunktionen den in Naturmessungen gefundenen entsprechen. Die Ergebnisse gehen aus den Bildern 3.9-3.15 sowie aus den Kurven in Anhang A hervor.

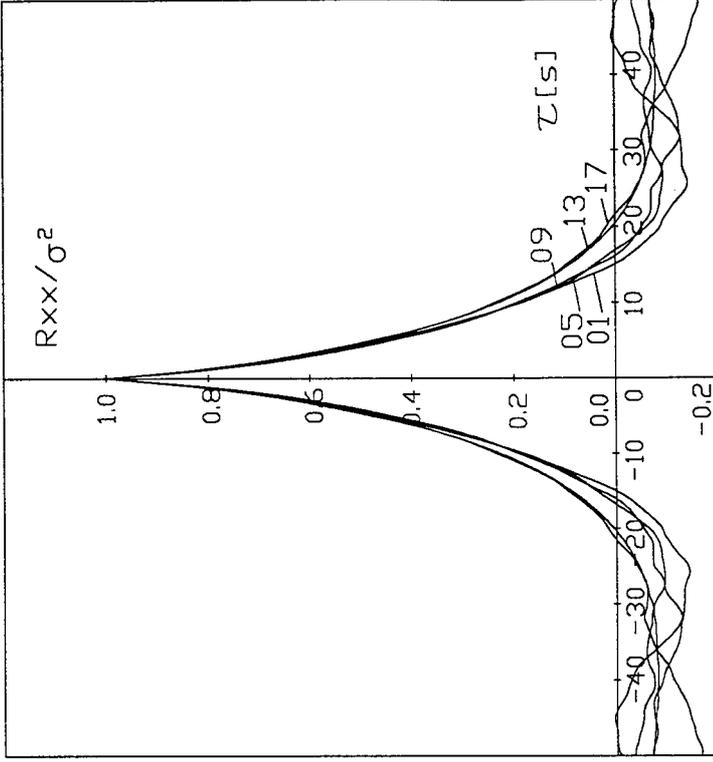
Bild 3.9 zeigt die generierte Windgeschwindigkeiten von Knotenpunkt 01 (Höhe=30m) bis Knotenpunkt 04 (Höhe=84m). Die Kurven sind um jeweils 20 m/s vertikal verschoben, um die Überschneidungen zu vermeiden. Aus den generierten Windschrieben werden Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen (AKF und KKF) geschätzt. Bild 3.10 zeigt die mit σ^2 normierten AKF für verschiedene Höhen. Mit zunehmender Höhe nehmen für wachsendes τ die Werte der normierten AKF zu.

Bild 3.11 zeigt links neben der hier nicht normierten AKF die KKF der Windgeschwindigkeit von Knotenpunkt 01 mit den benachbarten, höher gelegenen Knotenpunkten. Man erkennt, daß die Korrelation in der generierten KKF mit wachsendem Abstand der Knotenpunkte abnimmt und das Maximum der KKF sich entlang der negativen Zeitachse weiter verschiebt. Bild 3.11 rechts zeigt die entsprechenden Kurven für Knotenpunkt 17. Man erkennt auch, daß die Maxima der KKF etwa bei $\tau = 0$ liegen, wie auch die gemessenen Werte gezeigt haben.



Verschiebung der Kurven:
 Knotenpunkt 01 (z=30m): V+0 [m/s]
 02 (z=48m): V+20 [m/s]
 03 (z=66m): V+40 [m/s]
 04 (z=84m): V+60 [m/s]

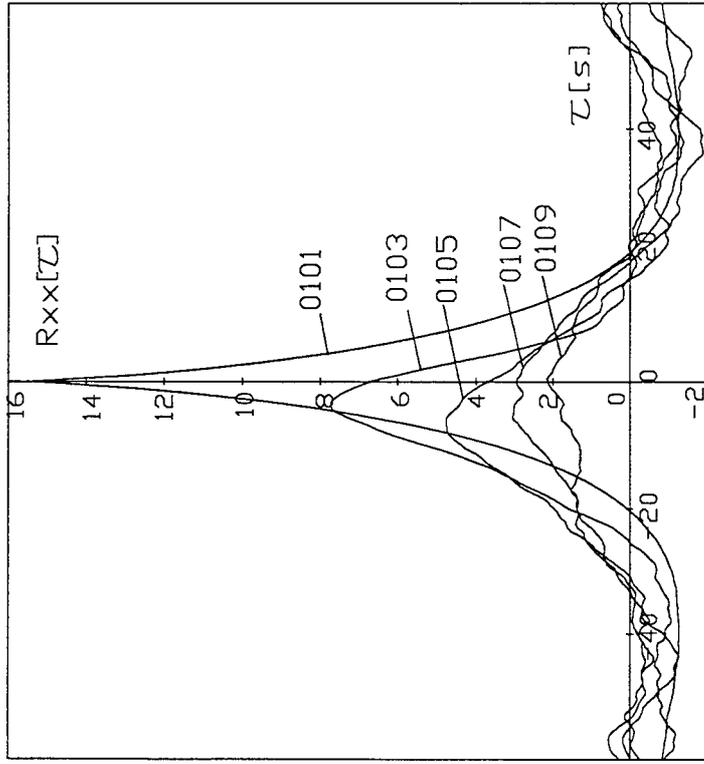
Bild 3.9 Generierte Windgeschwindigkeiten



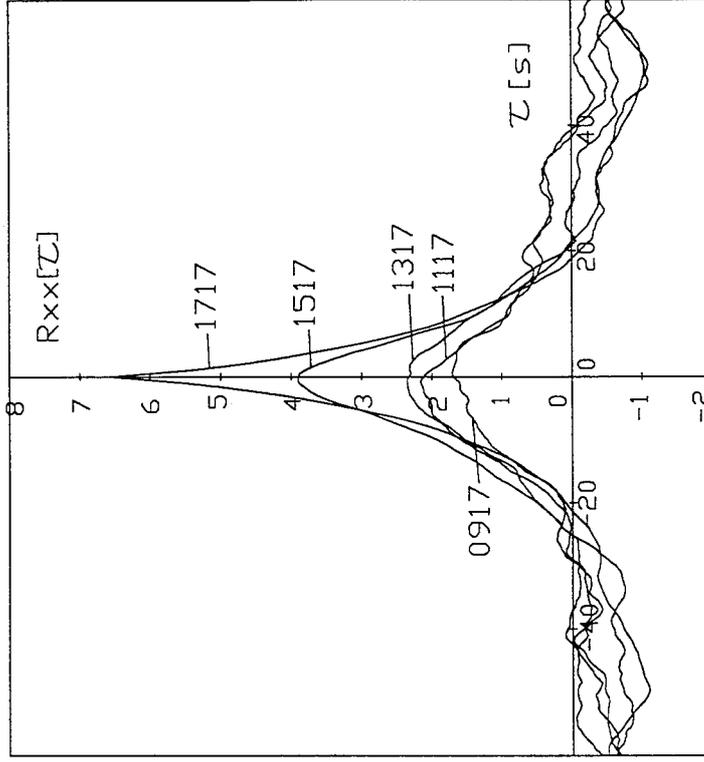
Es sind folgende AKF dargestellt:

Knotenpunkt 01 (z = 30m)
 05 (z = 102m)
 09 (z = 174m)
 13 (z = 246m)
 17 (z = 341m)

Bild 3.10 Autokorrelationen der Windgeschwindigkeit



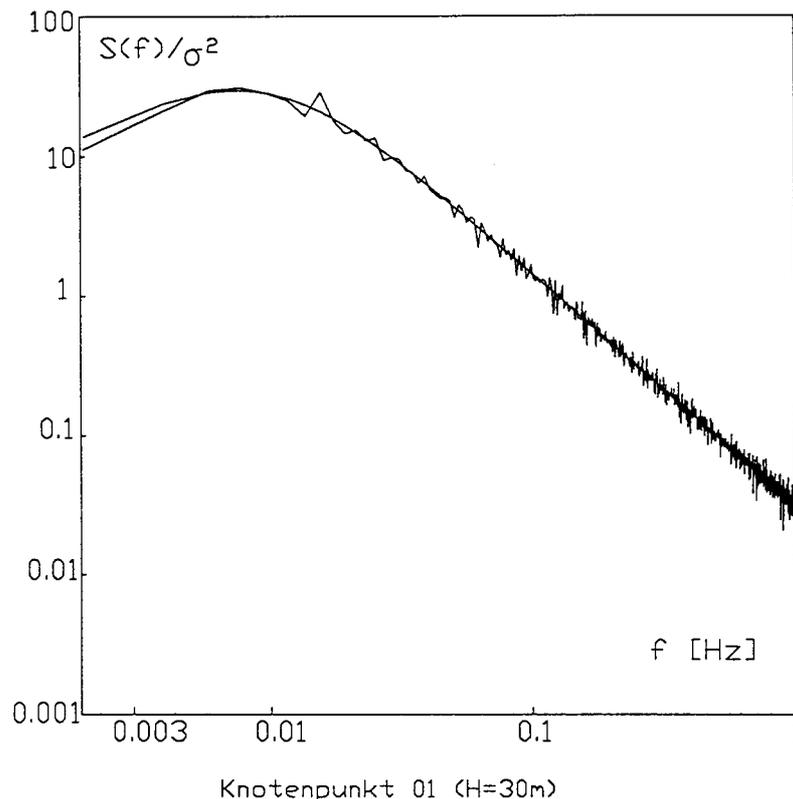
Es sind folgende KKF dargestellt:
 Knotenpunkt 01 ($z = 30m$) (AKF)
 01 und 03 ($z = 66m$)
 01 und 05 ($z = 102m$)
 01 und 07 ($z = 138m$)
 01 und 09 ($z = 174m$)



Es sind folgende KKF dargestellt:
 Knotenpunkt 09 ($z = 174m$) und 17
 11 ($z = 210m$) und 17
 13 ($z = 246m$) und 17
 15 ($z = 300m$) und 17
 17 ($z = 341m$) und 17 (AKF)

Bild 3.11 Korrelation der generierten Windgeschwindigkeiten

Bild 3.12 und Bild A.1 zeigen vier aus den generierten Zeitreihen ermittelte Autoleistungsspektren für verschiedene Höhen und die jeweils für die Generierung vorgegebenen Spektren in doppelt logarithmischer Darstellung. Man erkennt, daß die Übereinstimmung im ganzen Frequenzbereich sehr gut ist.



Zum Vergleich wurde ein normiertes modifiziertes Davenportspekt. mit folgenden Parametern eingezeichnet:

$$V=20,04 \text{ [m/s]} \quad L_x=1202 \text{ [m]}$$

Das Spektrum ist aus der AKF ermittelt.

Bild 3.12 Normierte Windleistungsspektren des generierten Zeitreihen und vorgegebener Ansatz

Bild 3.13 zeigt die mit Hilfe der generierten Zeitreihen ermittelten Kreuzleistungsspektren und den zugehörigen empirischen Ansatz. Die Übereinstimmung ist im niederfrequenten Bereich gut, für $f > 0,15 \text{ [Hz]}$ zeigen die generierten Kreuzleistungsspektren einen geringeren Abfall als der empirische Ansatz. Für große vertikale Abstände Δz weisen die generierte Kreuzleistungsspektren in diesem Bereich einen deutlich geringeren Abfall auf. Die gemessenen Kreuzleistungsspektren im /34/ zeigen ähnliche Effekte (Bild A.2).

Für die Simulationsalgorithmen lassen diese Effekte sich folgendermaßen interpretieren:

Theoretisch müssen zwei Zeitreihen z.B.

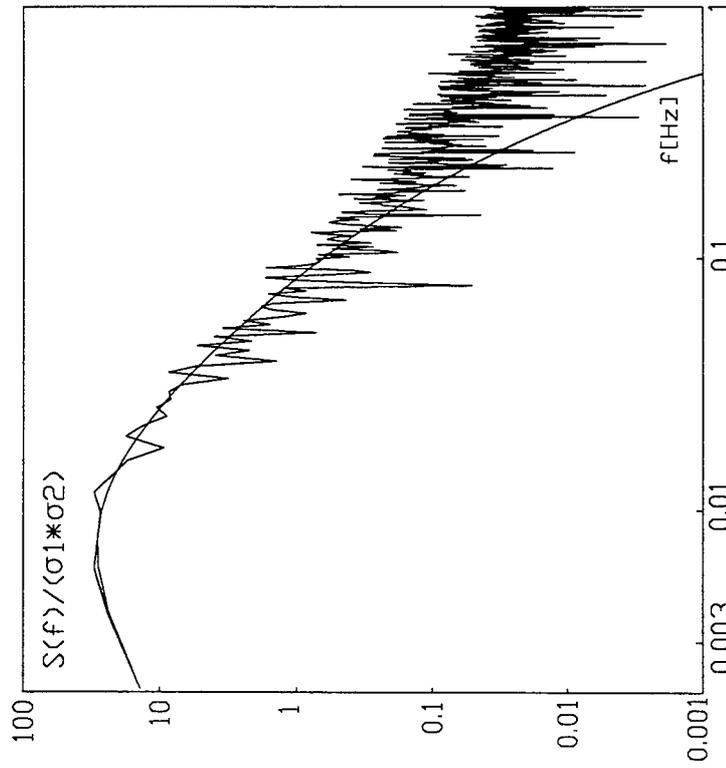
$$v_1(t) = \sum_{k=1}^N L_{11}(f_k) \cos[2\pi f_k t + \theta_{1k}]$$

und

$$v_2(t) = \sum_{k=1}^N L_{22}(f_k) \cos[2\pi f_k t + \theta_{2k}]$$

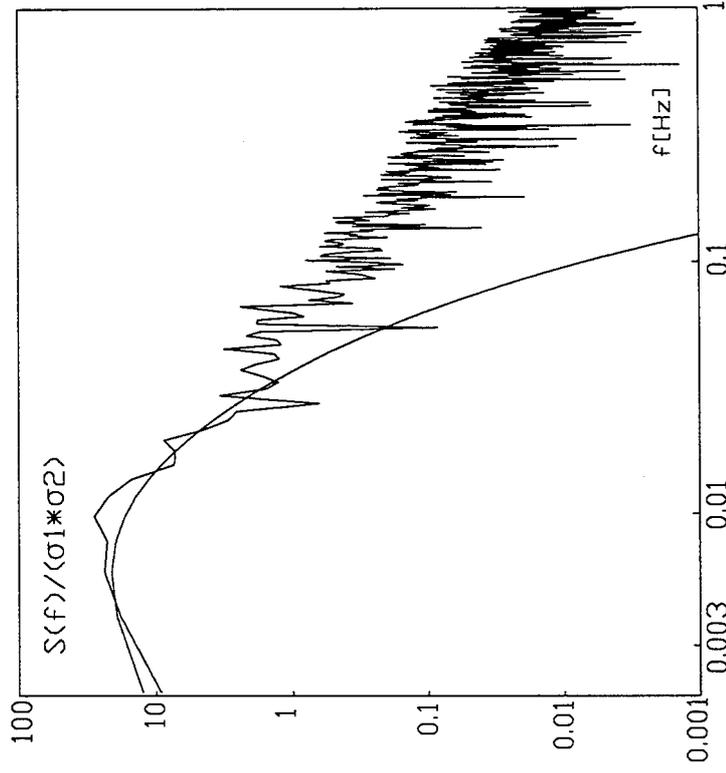
für unterschiedliche zufällige Phasenwinkel (θ_{1k} und θ_{2k}) und für die Anzahl der Datenpunkte im Zeitbereich $N \rightarrow \infty$ unabhängig sein, d.h. die KKF zwischen beiden Zeitreihen muß gleich Null sein. Da die Anzahl der Datenpunkte N endlich ist, liegt ein Rauschen wegen statistischer Unsicherheit im Kreuzspektrum vor, das aus $v_i(t)$ und $v_j(t)$ (hier im Beispiel $v_1(t)$ und $v_2(t)$) ermittelt wird. Bild 3.14 zeigt neben der AKF eine KKF zwischen $v_1(t)$ und dem zweiten Term von $v_2(t)$ aus Gleichung (3.3.15). In Bild 3.14 erkennt man, daß der Einfluß des Rauschens auf das KS der generierten Windgeschwindigkeit im niederfrequenten Bereich wegen der größeren Werte des KS relativ gering ist. Im hochfrequenten Bereich ist der Einfluß von Rauschen auf das KS dagegen wegen der relativen kleineren Werte des KS deutlich zu erkennen.

Für größere Höhen ergibt sich der generierte Windschrieb als Summe der verschiedenen Zeitschriebe mit unterschiedlichen zufälligen Phasenwinkeln, die Zahl der Reihenglieder wächst mit der Anzahl der Knotenpunkte, vgl. Gl (3.3.12). Für größeren vertikalen Abstand (z.B. Knotenpunkt 01 (H=30m) und 06 (H=120m)) hängt der Phasenwinkel von $v_1(t)$ nur vom Phasenwinkel des ersten Terms von $v_6(t)$ ab (vgl. Kap.3.3), dann ist der Unterschied zwischen der Fläche unter der generierten und der vorgegebene Spektraldichte-Kurve wegen oben genannter Einflüsse der stets endlichen Prozesse relativ groß. Dieser Unterschied verringert sich mit abnehmendem Abstand. In großen Höhen mit kleinem Abstand (z.B. Punkte 12 (H=228m) und 13 (H=246m)) gibt es 12 Phasenwinkel der Reihenglieder von $v_{12}(t)$, die von Phasenwinkeln der Reihenglieder von $v_{13}(t)$ abhängig sind. Das Kreuzspektrum der beiden Windgeschwindigkeiten $v_{12}(t)$ und $v_{13}(t)$ ist in Bild 3.15 dargestellt. Man erkennt, daß die Übereinstimmung wieder besser ist. Die hier dargestellte Kreuzspektren wurden durch eine Fouriertransformation der KKF gewonnen.



Punkt 01 (H=30m) und 02 (H=48m)

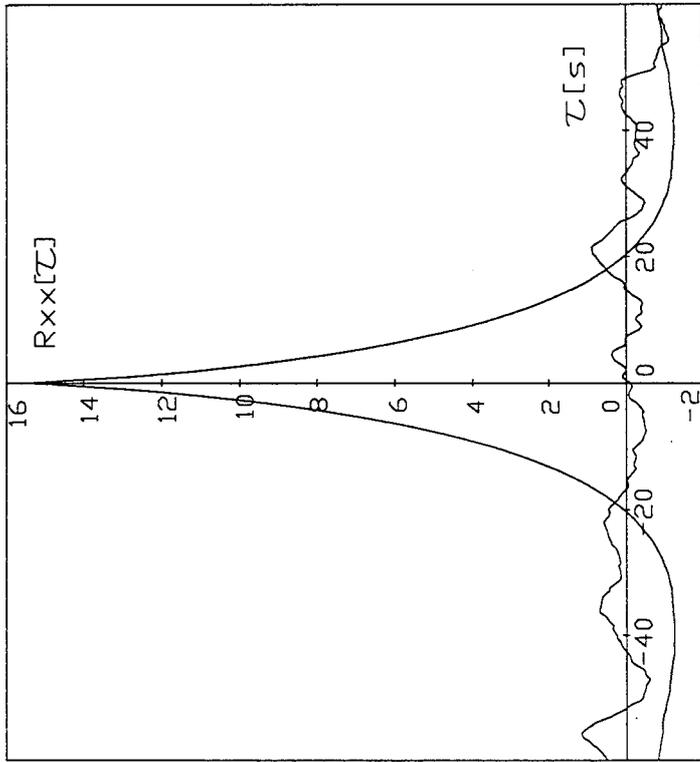
Die Parameter des Vergleichsspektrums:
 Cz=7,89
 sigma1=3,738 [m/s] sigma2=3,495 [m/s]
 V1 = 16,14 [m/s] V2 = 18,33 [m/s]
 Lx1 = 968 [m] Lx2 = 1100 [m]



Punkt 01 (H=30m) und 06 (H=120m)

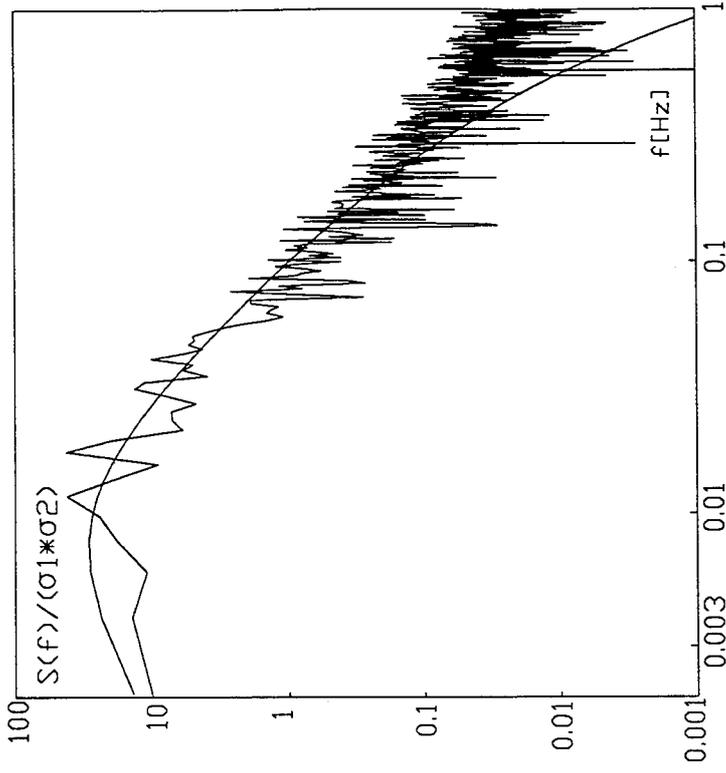
Die Parameter des Vergleichsspektrums:
 Cz=11,76
 sigma1=3,738 [m/s] sigma2=3,197 [m/s]
 V1 = 16,14 [m/s] V2 = 23,47 [m/s]
 Lx1 = 968 [m] Lx2 = 1408 [m]

Bild 3.13 Kreuzspektren des generierten Zeitreihen und vorgegebener Ansatz



Es sind folgende KKF dargestellt:
 Knotenpunkt 01 und 01 (z = 30m) (AKF)
 v1(t) und zweiter Term von v2(t)

Bild 3.14 AKF bzw. KKF von v1(t) und zweiter Term von v2(t)



Punkt 12 (H=228m) und 13 (H=246m)

Die Parameter des Vergleichsspektrums:

Cz=6,087
 sigma1=3,060 [m/s] sigma2=2,833 [m/s]
 V1 = 27,91 [m/s] V2 = 28,49 [m/s]
 Lx1 = 1674 [m] Lx2 = 1709 [m]

Bild 3.15 Generiertes Kreuzspektrum

Die KKF-Kurve ist umso glatter, je länger die Zeitdauer ist. Einige geglättete KKF-Kurven wurden durch FFT transformiert und die Fläche unter der gewonnenen Spektraldichte wurde mit der unter der vorgegebenen Spektraldichte verglichen. Der relative Fehler ist nach der Glättung stark reduziert. Dies bedeutet, daß die Übereinstimmung von generierten und vorgegebenen Kreuzspektraldichten mit wachsender Zeitdauer besser wird.

In Bild A.3 und A.4 werden die Real- und Imaginärteile sowie die aus Real- und Imaginärteil berechneten Beträge der Kreuzleistungsspektren für unterschiedlichen Abstände ($\Delta z = 18m$ und $\Delta z = 216m$) angegeben. Wegen der Verschiebung des Maximums entlang der Zeitachse sind die KKF in niedrigeren Höhen unsymmetrisch, die imaginären Anteile der KS erreichen die Größenordnung der reellen Anteile und dürfen nicht vernachlässigt werden. Für kleine Abstände erkennt man, daß das Co-Spektrum positiv und Qu-Spektrum meistens negativ etwa bis zu einer Frequenz $0,125$ sind und die Betragsdifferenz mit wachsender Frequenz reduziert, bei etwa $f=0,125$ beide Beträge gleich sind, d.h. der Phasenwinkel (vgl. Gl (3.2.4.2.3)) bis zu $f=0,125$ näherungsweise linear wächst. Für größere Abstände schwanken Co- und Qu-Spektren in diesem Frequenzbereich um die Frequenzachse. Der Phasenwinkel ist im Mittel gleich Null. Für große Frequenzbereich ist der Phasenwinkel nach der Gl (3.2.4.2.3) regellos und näherungsweise gleichverteilt zwischen $-\pi$ und π . Dies entspricht der Darstellung in Kap. 3.2.4.3.

Die aus den Windgenerierungen ermittelten Phasenbeziehung ist in Bild A.5 dargestellt. Die Verteilungsdichte der Windgeschwindigkeiten in verschiedenen Höhen, verglichen mit Gaußverteilung, sind in Bild A.6 angegeben.

Bild A.7 und A.8 zeigen die Kreuzkorrelationsfunktionen der generierten Windgeschwindigkeit in Querrichtung und longitudinaler Richtung. Die beide KKF entsprechen den in Kap. 3.2.4.3 dargestellten Windeigenschaften.

4 Tragverhalten von Gittermasten unter Starkwind

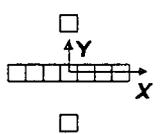
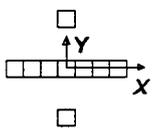
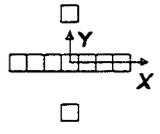
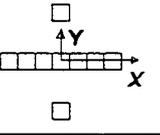
4.1 Tragverhalten von Fachwerkelementen

4.1.1 Modellierung

Vor der Untersuchung des Tragverhaltens abgespannter Maste wird zunächst das Verhalten von Fachwerkwänden untersucht, da diese das Tragverhalten des Gesamtsystems steuern. Im Anschluß daran wird das Tragverhalten von ganzen, abgespannten Masten studiert.

Bild 4.1 zeigt das statische System des untersuchten Turmabschnittes. Eckstiele und Diagonalen weisen geometrische Imperfektionen auf. Die maximale Vorverformung der Eckstiele (Elemente 17 bis 31 in Bild 1) und Diagonalen (Elemente 1 bis 16) beträgt $l/300$. Die Diagonalen wurden jeweils in sechs gleichlange Abschnitte unterteilt. Bei den Eckstielen zeigte sich, daß eine Unterteilung in drei gleichlange Abschnitte ausreicht. Hieraus ergab sich ein System mit 134 Knoten und 153 Elementen. Als Elementtyp wurde für alle Querschnitte ein Faserelement gewählt. Um ein Ausweichen aus der Fachwerkebene zu verhindern, wurde die Steifigkeit der Querschnitte in y-Richtung über die Anordnung der Fasern derart gesteigert, daß ein Versagen in dieser Richtung ausgeschlossen werden konnte. Die Querschnittswerte sind in Tabelle 4.1 angegeben:

Tabelle 4.1: Querschnittswerte

Nr.	Typ	Faseranordnung	A [cm ²]	I [cm ⁴]
1	Eckstiel Elemente 1 - 16		30.6	11660
2	Diagonale Elemente 17 - 32		4.7	233
3	Diagonale Elemente 17 - 32		4.7	158
4	Horizontale Elemente 33 - 40		4.7	158

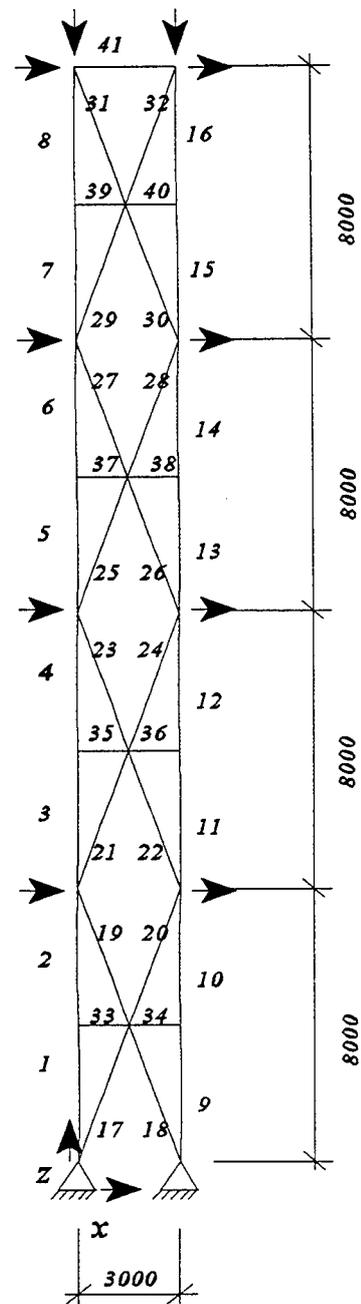


Bild 4.1: Statisches System und Elementnummerierung

Bild 4.1 zeigt den zeitlichen Verlauf der Belastung des Fachwerks durch die äußeren Lasten V_i und H_i . Um die Traglast eines abgespannten Mastfeldes zu simulieren, wurde zuerst die volle Vertikalkraft aufgebracht. Anschließend wurden die Horizontallasten H_i bis zum Kollaps des Systems gesteigert. Der Last-Zeit-Verlauf ist für alle Horizontallasten identisch.

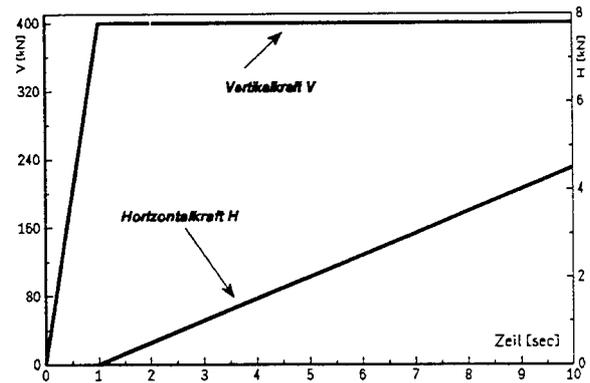


Bild 4.2: Last-Zeit-Verläufe

Das Werkstoffverhalten unter der hier vorliegenden monotonen Belastung wurde nach dem in Bild 4.3 angegebenen bilinearen Spannungs-Dehnungs-Diagramm angesetzt.

Es wurden drei unterschiedliche Systeme beispielhaft untersucht. Die globale Geometrie wurde dabei beibehalten. Die Eckstielquerschnitte wurden ebenfalls nicht verändert, wohl aber die Diagonalenquerschnitte und deren Anschlußtyp (starr oder gelenkig). Tabelle 4.2 gibt eine Übersicht.

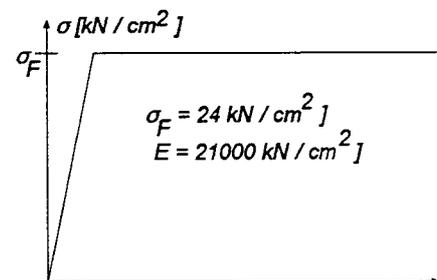
Bild 4.3: σ - ϵ -Diagramm

Tabelle 4.2: Beschreibung der unterschiedlichen Masttypen

Fachwerktyp Nr.	Querschnitt Eckstiel ¹⁾	Querschnitt Diagonale ¹⁾	Anschluß Diagonale - Eckstiel
1	1	1	biegesteif
2	1	2	biegesteif
3	1	1	gelenkig

¹⁾ vgl. Tabelle 4.1

4.1.2 Berechnungsergebnisse

Bild 4.4 zeigt den Verlauf der Horizontalverformung am Mastkopf über der Horizontalkraft H_i für die drei unterschiedlichen Fachwerktypen. In Bild 4.5 sind die Verläufe der Normalkraft in der Diagonale Element 18 (vgl. Bild 4.1) und der Eckstielkraft im Element 9 (vgl. Bild 4.1) dargestellt. Es zeigt sich, daß es nach Erreichen der Traglast in der Diagonale zu einem sprunghaften Anstieg der Horizontalverschiebung am Mastkopf bei einem gleichzeitigen Abfall der Normalkräfte in der Diagonale und dem Eckstiel kommt. Dieses Verhalten trifft grundsätzlich auf alle untersuchten Masttypen zu. Erwartungsgemäß ist die Traglast des Masttyps 1 mit der größten Steifig-

keit der Diagonale größer als in den beiden anderen untersuchten Fällen. Die mit Abstand geringste Traglast weist der Masttyp 3 auf, der bis auf die Verbindung Diagonale - Eckstiel mit dem Masttyp 1 übereinstimmt.

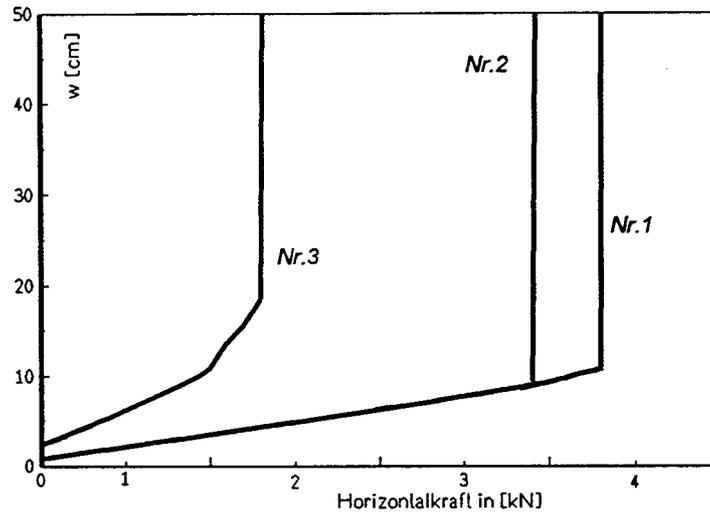


Bild 4.4: Horizontalverformung am Kopf für die drei Berechnungen nach Tab. 2

Die Bilder 4.6 bis 4.8 zeigen Verformungsfiguren für unterschiedliche Laststufen der drei unter-

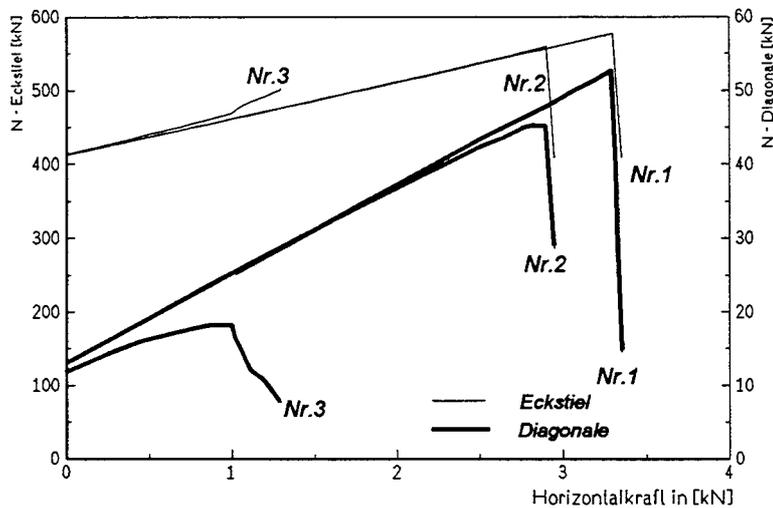


Bild 4.5: Normalkräfte Diagonale (El. 18) und Eckstiel (El. 9) für die drei Berechnungen nach Tab. 4.2

suchten Masttypen nach Tabelle 2. Es zeigt sich, daß es nach dem Erreichen der Traglast eines Fachwerkstabes (hier Diagonale) und der damit verbundenen abrupten Zunahme der Verformungen (vgl. Bild 4.4) im unmittelbarem Anschluß zu einem Versagen der Gesamtkonstruktion kommt.

Es zeigt sich, daß die Traglast der Gesamtkonstruktion allein durch das Versagen eines Fachwerkstabes bestimmt wird. Weiterhin wird deutlich, daß die Art der Verbindung Diagonale - Eckstiel auf die Traglast des gesamten Bauwerkes einen maßgeblichen Einfluß hat. Bedenkt man, daß bereits geringe Einspanngrade der Diagonalen in den Eckstiel die Traglast der Diagonalen und damit auch des gesamten Tragwerks erheblich heraufsetzen, wird deutlich, daß bei Nichtberücksichtigung einer vorhandenen Einspannung der Diagonalen in die Eckstiele eine erhebliche Systemreserve vorhanden ist.

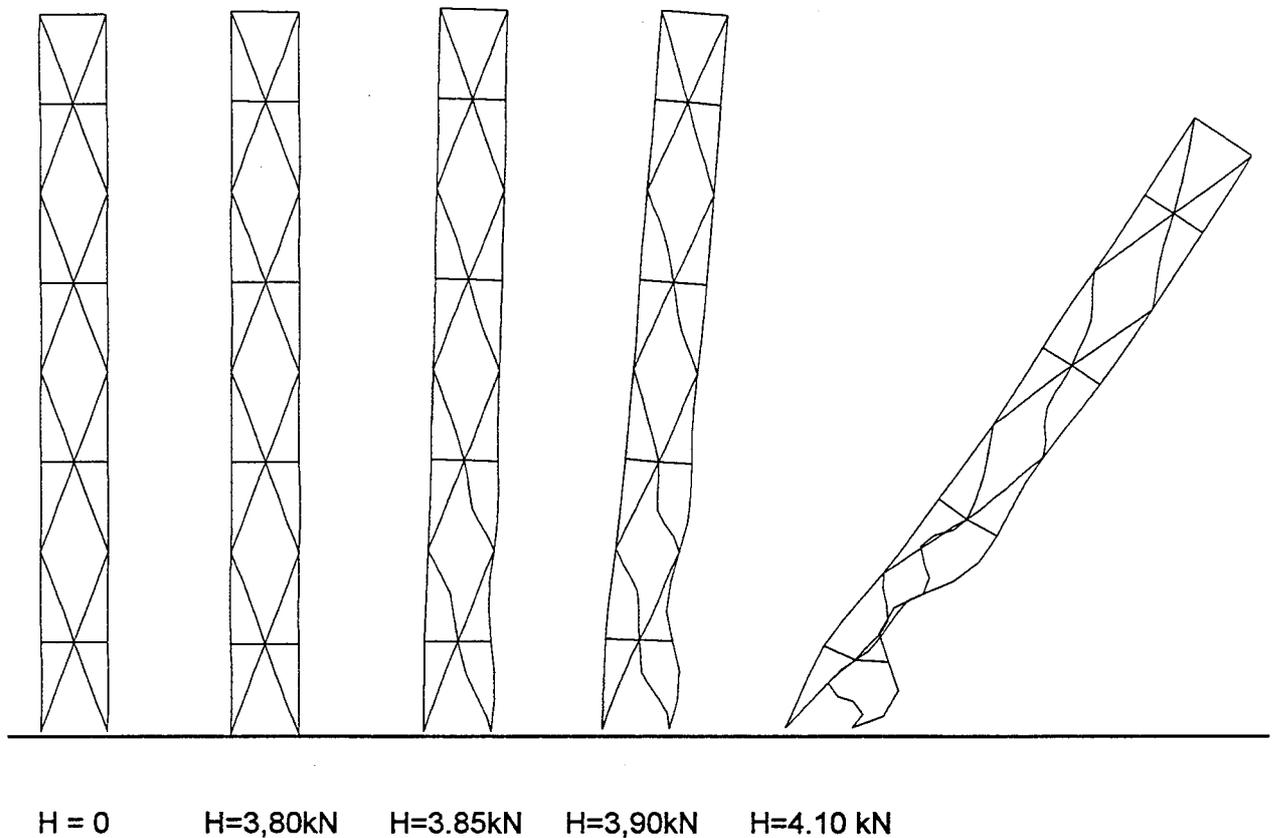


Bild 4.6: Verformungsfiguren Masttyp 1

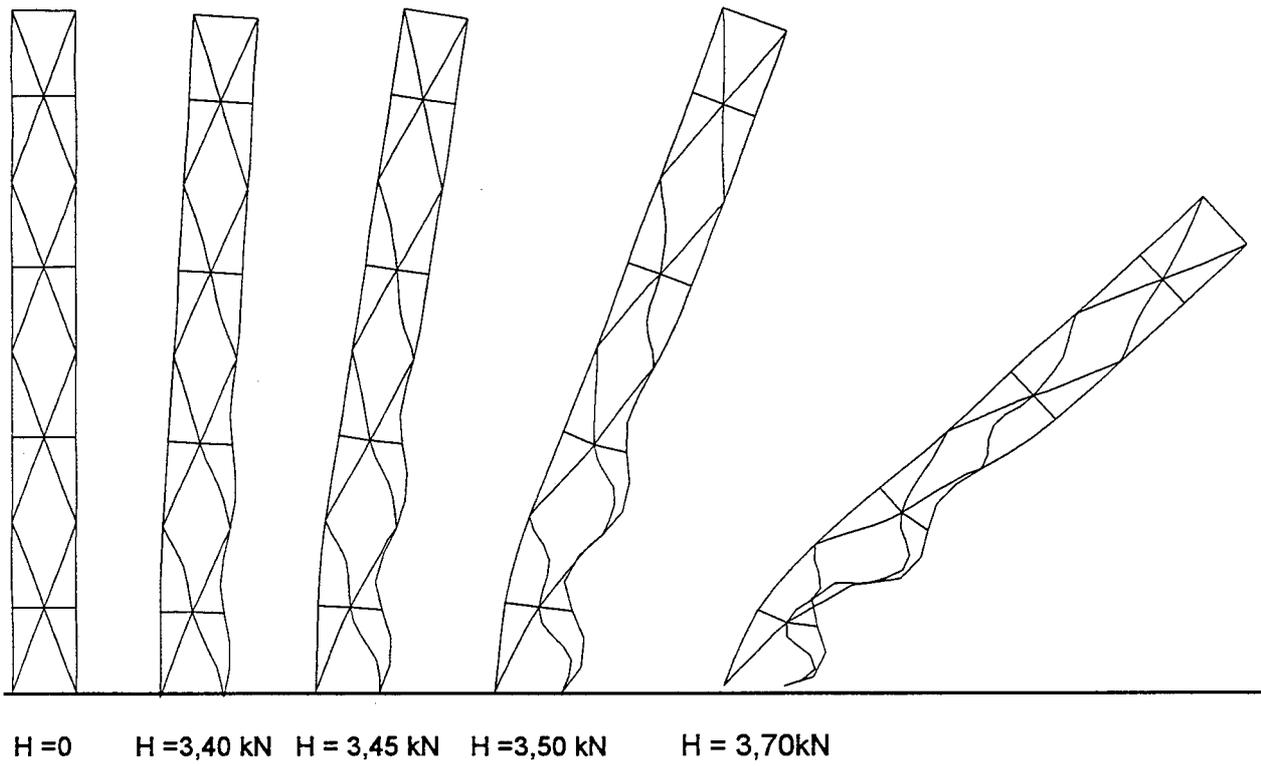


Bild 4.7: Verformungsfiguren Masttyp 2

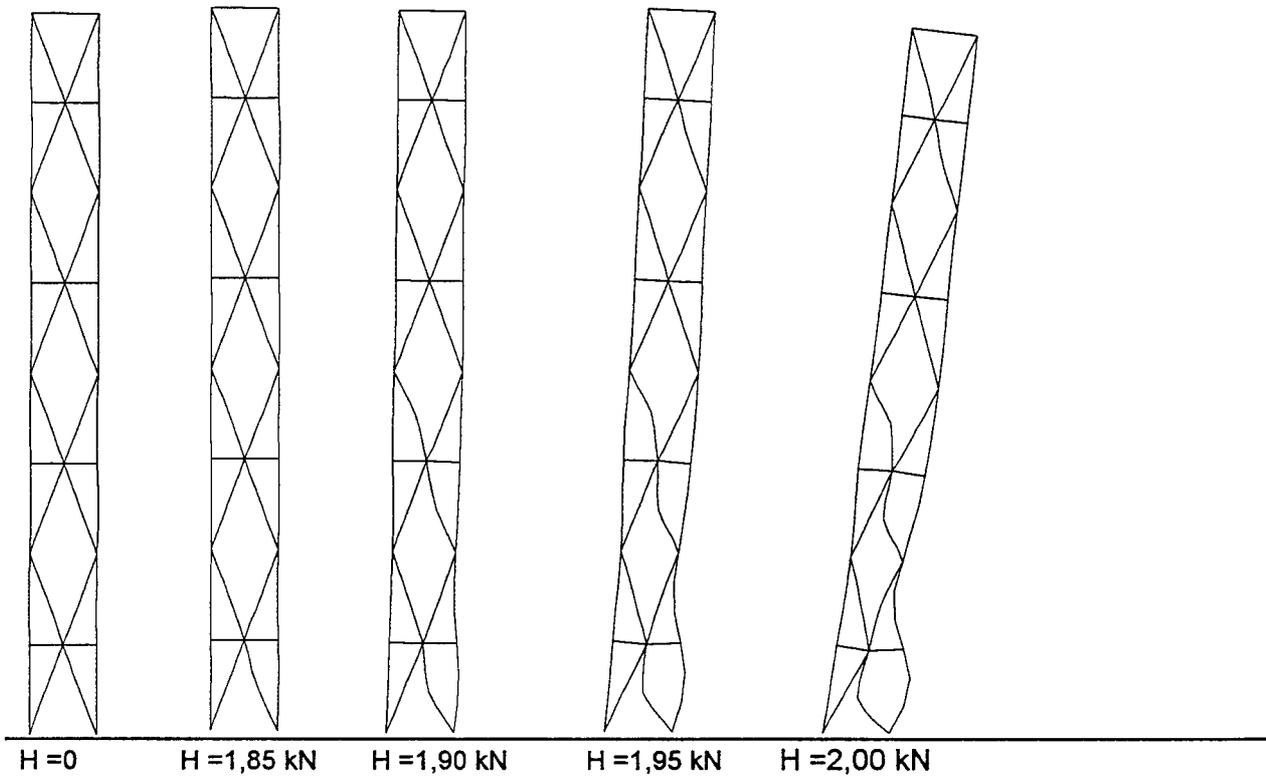


Bild 4.8: Verformungsfiguren Masttyp 3

4.3 Dynamisches Tragverhalten von Mastsystemen unter Startwindbelastung

4.3.1 Systemparameter

Geometrie

Beispielhaft wird hier das Berechnungsergebnis eines 4fach abgespannten Fachwerkmastes gezeigt (vgl. Bilder 4.10 bis 4.19). Sowohl die Eckstiele als auch die Diagonalen werden als Faserquerschnitte generiert. Die Diagonalen im Bereich der unteren Abspannung (vgl. nachfolgende Bilder in der rechten Spalte) werden in drei gleichlange Abschnitte unterteilt und mit einer Vorverformung von $l/300$ versehen, um den Einfluß aus der Theorie III. Ordnung zu erfassen. Die restlichen Einzelstäbe bestehen jeweils nur aus einem Abschnitt. Diese Vereinfachung wurde erforderlich, um den erforderlichen Kernspeicherbedarf und die Rechenzeit zu reduzieren..

Belastung

Als Belastung wird ein generiertes Windgeschwindigkeitsverläufe angesetzt, die über der Höhe passend korreliert sind. Beispielhaft ist in Bild 4.9 der Windgeschwindigkeitsverlauf in 378m Höhe dargestellt.

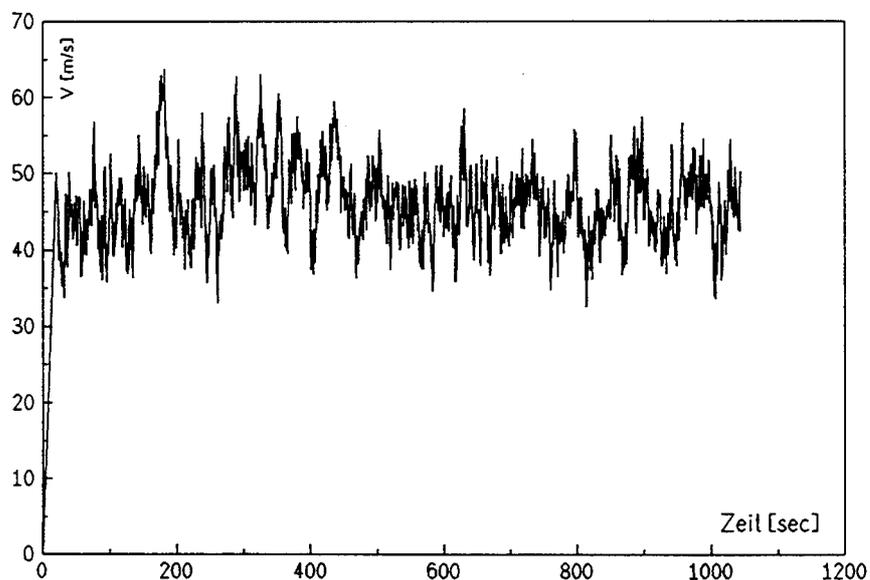


Bild 4.9 : Geschwindigkeitsverlauf in 378 m Höhe

4.3.2 Tragverhalten

Die Bilder 4.10 bis 4.19 zeigen die Verformungsfiguren des untersuchten 4fach abgespannten Mastes. Nach dem Versagen der gedrückten Diagonale im Bereich der unteren Abspannung zum Zeitpunkt $t_b = 14.8 \text{ sec}$ kommt es innerhalb weniger Sekunden zum Einsturz des Mastes.

Es zeigt auch beim abgespannten Mast das gleiche Tragverhalten, wie in den Vergleichsrechnungen mit einfachen Fachwerkwänden. Bei Gittermastkonstruktionen gibt es, wenn diese planmäßig ausgenutzt sind, keine wesentlichen Tragsicherheitsreserven. Ein lokales Ausknicken eines Stabes führt zum Einsturz der Gesamtkonstruktion.

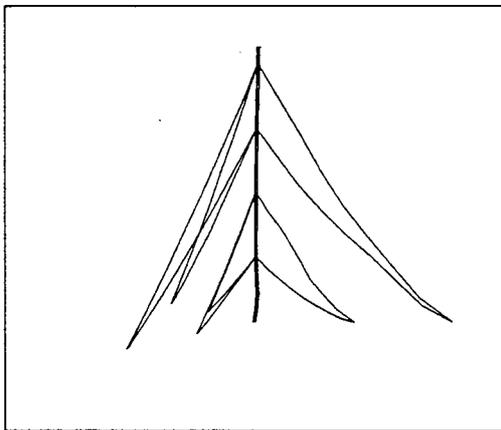


Bild 4.10: Verformung $t = 14.75 \text{ sec}$

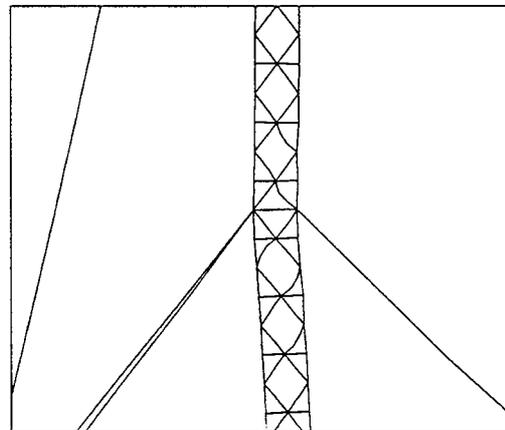


Bild 4.11: Untere Abspannebene $t=14.75 \text{ sec}$

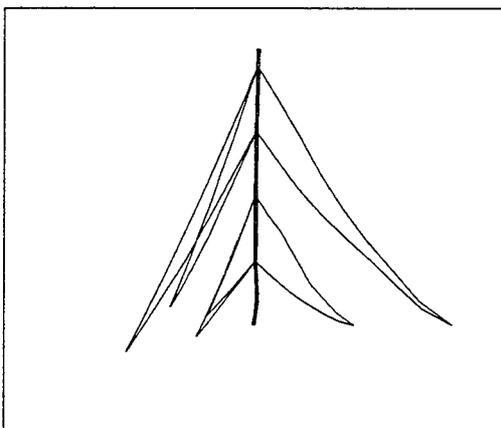


Bild 4.12: Verformung $t = 14.80 \text{ sec}$

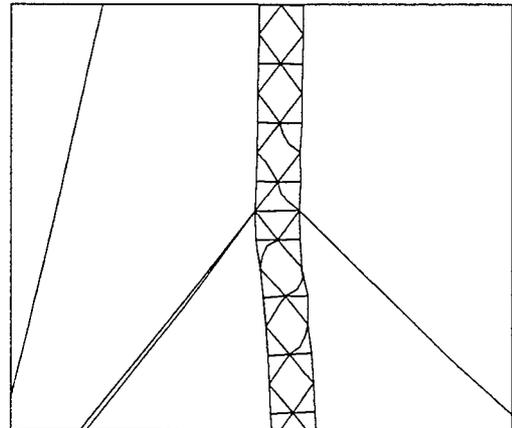


Bild 4.13: Untere Abspannebene $t = 14.80 \text{ sec}$

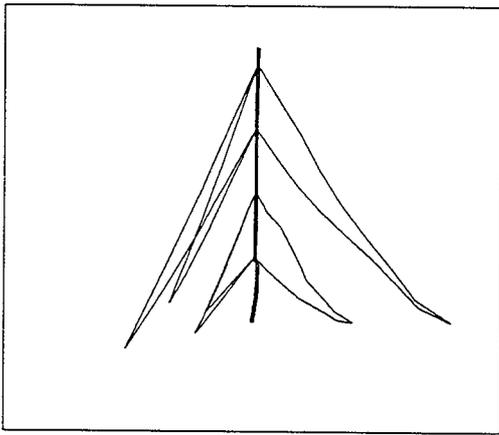


Bild 4.14: Verformung $t = 14.90 \text{ sec}$

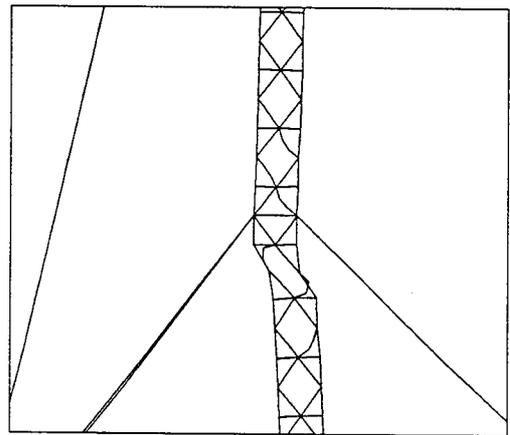


Bild 4.16: Untere Abspannebene $t = 14.90 \text{ sec}$

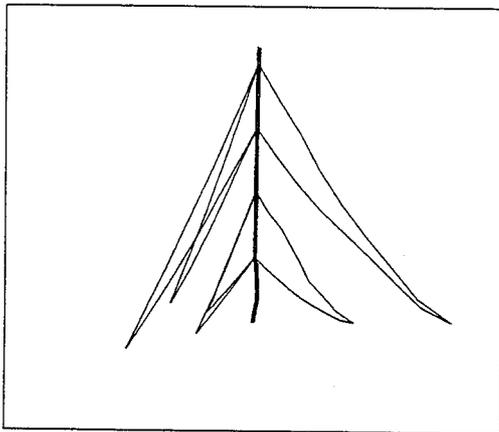


Bild 4.16: Verformung $t = 15.0 \text{ sec}$

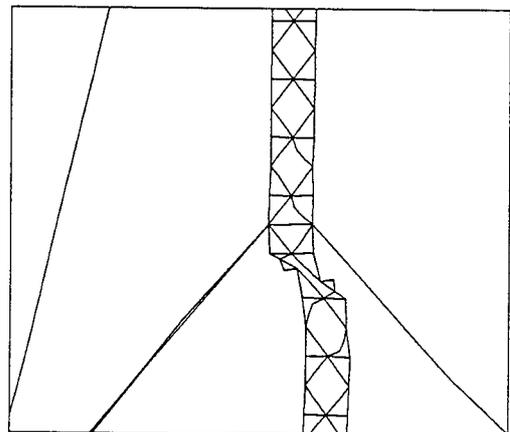


Bild 4.17: Untere Abspannebene $t = 15.0 \text{ sec}$

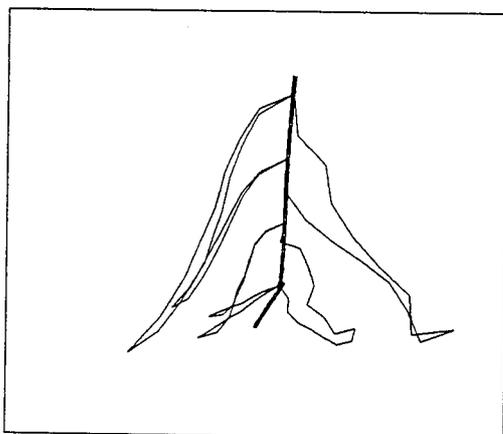


Bild 4.18: Verformung $t = 16.60 \text{ sec}$

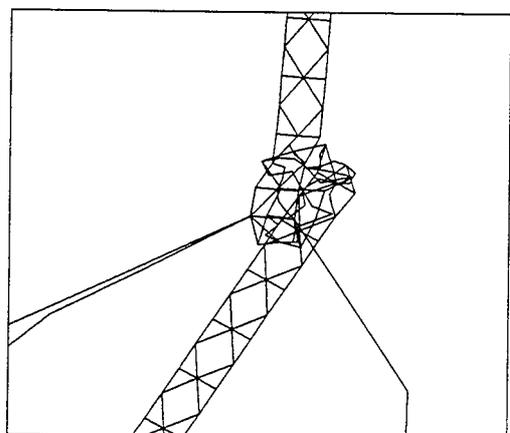


Bild 4.19: Untere Abspannebene $t = 16.60 \text{ sec}$

4.3.3 Zusammenfassung Masttragverhalten unter Starkwind

Bei Fachwerkgittermasten sind bei üblichen Ausfachungssystemen keine Traglastreserven vorhanden, wenn der Mast planmäßig ausgenutzt ist. Es tritt nach Überschreiten der Diagonalen-traglast ein Ausweichen der Diagonalen ein, die zu einem raschen Einsturz der gesamten Konstruktion führt. Ein starrer Anschluß an die Eckstiele führt zu einer erhöhten Traglast, dies ist bekannt und in den Normen geregelt.

Ähnlich dürfte das Tragverhalten von Rohrmantelmasten sein. Wenn der Schaft planmäßig ausgenutzt ist, tritt nach Überschreiten der Beullast des Zylinders ein starker Abfall der aufnehmbaren Lasten auf, so daß sich auch hier ein Einsturz anschließt.

5 Tragverhalten unter Seilbruch

5.1 Rechnerische Simulation des Seilbruches

5.1.1 Allgemeines

Das Verhalten von abgespannten Systemen nach dem Bruch eines Seiles ist ein stark dynamischer Vorgang. Infolge des entstehenden Ungleichgewichtes am Seilstern mit dem gebrochenen Seil, wird der Mastschaft schlagartig verformt und damit zu Schwingungen angeregt. Die Schwingungen finden statt um die statische Ruhelage des Mastes mit dem gebrochenen Seil. Die Ruhelage wird durch die Ungleichgewichtskraft und durch ggf. gleichzeitig einwirkenden Wind bestimmt.

Ob ein Mast einen eintretenden Seilbruch "überlebt", hängt stark von der Abspannkonfiguration und der Mastschaftsteifigkeit ab. Die auftretenden Verformungen sind um so geringer, je häufiger der Mast abgespannt ist. Ein einfach abgespannter Mast wird nach Verlust eines Seiles instabil. Je nach Abspannkonfiguration ist der Mastschaft ggf. in der Lage den Seilbruch ohne Gesamteinsturz zu überstehen.

Im folgenden wird versucht, die dynamischen Beanspruchungen, die bei einem Seilbruch auftreten, durch eine geeignete statische Ersatzbelastung zu simulieren. Hierzu wird ein Vielfaches der horizontalen Seilkraftkomponente des nicht gebrochenen Seils zusätzlich als Aktion in umgekehrter Richtung auf den Seilstern gesetzt und die statischen Verformungen des Mastes infolge Ungleichgewichtskräfte und der zusätzlich wirkenden Horizontalkomponente mit einer üblichen statischen Berechnung ermittelt.

Die Berechnungen werden mit Hilfe einer linearisierten Theorie durchgeführt. Die Abweichungen von der Wirklichkeit bei einem solchen Vorgehen sind gering, wie Vergleiche mit Versuchen zeigen (vgl. Abs. 5.1.3). Hierzu wird zunächst eine normale statische Berechnung des Mastes ohne Seilbruch unter der beim Seilbruch wirkenden Windsituation durchgeführt. Hieraus ergeben sich die zugehörigen Seilkräfte. Im Anschluß daran wird das jeweilige Seil entfernt und die Beanspruchung des Mastes in dieser statischen Konfiguration ermittelt. Bedingt durch die Ungleichgewichtskräfte am Seilstern mit fehlendem Seil wird sich der Mastschaft verformen. Die verformte Lage stellt den Arbeitspunkt dar, um den der Mast bei Seilbruch schwingt.

Das Entfernen des Seils wird bei der Berechnung am einfachsten durch ein Umdefinieren der Knotenzuordnung des Seilelementes erreicht, der unteren Pardunenfundamentknoten wird durch den Mastmittelknoten der jeweiligen Abspannhöhe ersetzt. Das Seil wird dabei nicht wirklich aus der Konfiguration entfernt, sondern hängt als wirkungsloses, kurzes Seilstück zwischen dem oberen Anschlußpunkt und dem Mastmittelpunkt. Es muß also nur eine Zahl im Datensatz geändert werden, alle Konizidenzen bleiben erhalten.

Anschließend wird die mit einem Faktor versehene, im Vorlauf ermittelte Horizontalkraft als Aktion auf den Mast gesetzt, der Mast verformt sich über die o.a. statische Ruhelage hinaus. Eine statische Berechnung liefert die zugehörigen Beanspruchungen. Das Aufbringen der zusätzlichen Horizontalkraft entspricht in ihrer Wirkung einem Stoßfaktor für die bei Seilbruch entstehende Ungleichgewichtskraft.

Die sich ergebenden Beanspruchungen werden mit den Ergebnissen einer dynamischen Berechnung verglichen, mit der der Lastfall Seilbruch genauer untersucht wurde. Die Schwingungen finden dabei um die statische Ruhelage des Systems mit fehlendem Seil statt, die für die zugrundegelegte Windsituation entsteht. Es wurde zum einen von der gleichzeitigen Wirkung des vollen Bemessungswindes ausgegangen, parallel wurden Untersuchungen durchgeführt, bei denen die Windlast in Anlehnung an die Regeln der IASS - Recommendations "Masts and Towers" zu 50% des 10min Mittelwertes des Bemessungswindes festgelegt wurden.

Die Art des Windlastansatzes wirkt sich naturgemäß erheblich auf das Ergebnis aus, der Vergleich des o.a. Näherungsverfahrens mit der genaueren dynamischen Untersuchung ist davon jedoch kaum betroffen, wie Vergleichsrechnungen zeigen, da der Windlastansatz in beide Verfahren eingeht.

Der Wind wird bei den Untersuchungen als statischer Wind angesetzt, d.h. der fluktuierende Anteil wurde nicht berücksichtigt. Diese Festlegung erleichtert die Berechnung erheblich. Sie hat auf das Ergebnis auch keinen großen Einfluß (<5%), wie die Untersuchungen in [23] gezeigt haben.

5.1.2 Dynamische Berechnung

Bei der Untersuchung des dynamischen Verhaltens wird von einem Rechenverfahren, das auf der Annahme linearisierten Verhaltens fußt, ausgegangen (Abs. 2.3). Hiermit können auf einfache Weise größere Parameterstudien durchgeführt werden. Zur Absicherung des Verfahrens werden die Meßergebnisse eines Mastumbruchversuchs gegengerechnet. Die Versuchsergebnisse sind in einem Bericht an das DIfBt dargestellt [34].

Hierzu wurde zunächst der Arbeitspunkt der Schwingung bestimmt. Dies ist der Zustand, den der Mast im Ruhezustand nach Abklingen der Schwingungen einnimmt. Dieser Zustand wurde mit einer statischen Berechnung untersucht. Die Ergebnisse der anschließend durchgeführten Berechnung werden mit der statischen Lösung überlagert.

5.1.3 Vergleich mit experimentellen Untersuchungen

5.1.3.1 Allgemeines

Mit Hilfe experimenteller Untersuchungen wurde das Verhalten von zweifach abgespannten Masten bei Ausfall von Abspannseilen untersucht. Hierbei wurden an vier Masten die Abspannseile in unterschiedlicher Konfiguration gekappt und die dabei entstehenden Beanspruchungen im Mastschaft gemessen. Der Bericht ist in der Anlage beigefügt, er wird hier nicht erneut dargestellt. Daneben wird über Anzupfversuche an einem 200m Mast berichtet und Vergleiche zwischen theoretisch und experimentell ermittelten Lösungen gezogen.

5.1.3.2 Modellierung

Für die Vergleichsrechnungen wurden die Masten durch 15 räumliche Stabelemente zur Nachbildung des Mastschaftes, 6 Hilfsstäbe zur Berücksichtigung der Exzentrizitäten beim Anschluß der Abspannseile und zunächst 6 Seilelemente modelliert. Bild 5.1 zeigt im Überblick die Knotennumerierung, die Numerierung der Seilelemente sowie die Lage des gewählten globalen Koordinatensystems und den Schaftquerschnitt. Der Meßquerschnitt befindet sich ca. 2m unterhalb der unteren Abspannung.

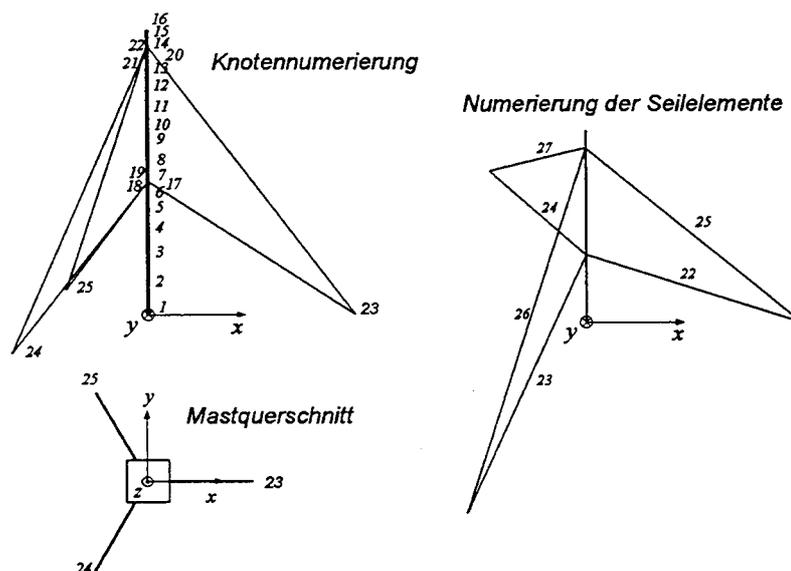


Bild 5.1: Definition des Rechenmodells und des globalen Koordinatensystems.

Die verwendeten Elemente sind im Abs. 2.3.3 beschrieben. In der Mitte und an den Enden der Abspannseile befinden sich Isolatorgehänge. Eine Modellierung der Gehänge durch Einzellasten durch eine Ersatzstreckenlast mit gleichem Durchhang und gleicher Seilkraft ermöglicht zwar eine recht gute Modellierung für statische Untersuchungen /10/, das gemessene dynamische Verhalten der Seile wurde durch das Modell jedoch nicht zutreffend wiedergegeben. Die Nachbildung jedes Abspannseils durch 20 biegeeweiche Fachwerkelemente führte zu einer sehr guten Übereinstimmung. Die Isolatorgehänge wurden durch Einzelmassen in den entsprechenden Knotenpunkten, die Anschlußlaschen durch entsprechende Fachwerkelemente berücksichtigt.

Der Ausgangszustand für die lineare dynamische Berechnung wird durch eine statische Vorlaufrechnung nach Theorie 3. Ordnung bestimmt. Das geschieht in drei Schritten:

- 1) Zunächst werden die Seile so generiert, daß sich im unter dem bekannten Seil- und Isolatorgewicht im (verformten) Gleichgewichtszustand die im Abnahmeprotokoll angegebenen Seilvorspannkräfte einstellen.
- 2) Im zweiten Schritt wird ein Abspannseil aus dem Modell entfernt und der zugehörige neue Gleichgewichtszustand bestimmt.
- 3) Die im vorangegangenen Schritt berechneten Schnittgrößen werden mit den statischen Schafmomenten aus den Messungen verglichen, das Modell ggf. modifiziert.

In einem iterativen Prozeß zwischen zweitem und drittem Schritt werden meßtechnisch nicht erfaßte Parameter so angepaßt, daß eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Modellverhalten erzielt wird (parametrische Systemidentifikation). Das so abgegliche Modell mit den Knotenkoordinaten und Elementkräften in der verformten Lage wird anschließend für die linearisierten dynamischen Berechnungen verwendet.

Wie bereits erwähnt, muß neben dem statisch äquivalenten Verhalten von Modell und realem Mast auch das dynamische Verhalten (in Form der mechanischen Übertragungsfunktion) des Modells mit der des realen Mastes in Einklang gebracht werden, d.h. die infolge einer harmonischen Erregung in Höhe des gekappten Seils berechneten Antwortspektren müssen die Peaks der gemessenen Frequenzspektren enthalten. Im vorliegenden Fall ergaben sich aus dieser Forderung jedoch keine weiteren Modellmodifikationen. Das aufgrund der oben genannten statischen Kriterien aufgestellte Modell spiegelt die gemessenen dynamischen Eigenschaften gut wieder.

5.1.3.3 Vergleich Messung - Rechnung: Kappen unteres Seil

Für das Versagen eines Seils des unteren Seilstems stehen zwei Vergleichsmessungen zur Verfügung (im Meßbericht: Mast 3 und Mast 4). Im Fall von Mast 4 verläuft das gekappte Seil in Richtung der x-Achse, in der Berechnung wird das Seilelement 22 (nach Bild 5.1) entfernt. Bild 5.3 zeigt den gemessenen zeitlichen Verlauf des Schafbiegemomentes M_y in Höhe der Meßebebene (ca. 2m unterhalb der unteren Abspannebene, s. [Meßbericht]) und das zugehörige Amplitudenspektrum. Aus Symmetriegründen ist das Biegemoment M_x nahezu null.

Vor der diskreten Fourier-Transformation wurde die Zeitfunktion mittels Hanning-Fenster bewertet. Die Fensterbreite betrug 2048 Werte (=34.13s bei 60Hz-Abtastrate). Hieraus ergibt sich eine Auflösung im Frequenzbereich von $\Delta f=0.059\text{Hz}$. Es ist daher schwer zu beurteilen, ob die beiden Peaks am Anfang des Spektrums (0.38Hz und 0.47Hz) tatsächlich vorhanden sind oder zu einem infolge des Leakage-Effektes, der Dämpfung und der Abhängigkeit der "Eigenfrequenz" von der Amplitude (nichtlineares System!) verbreiterten Peak gehören.

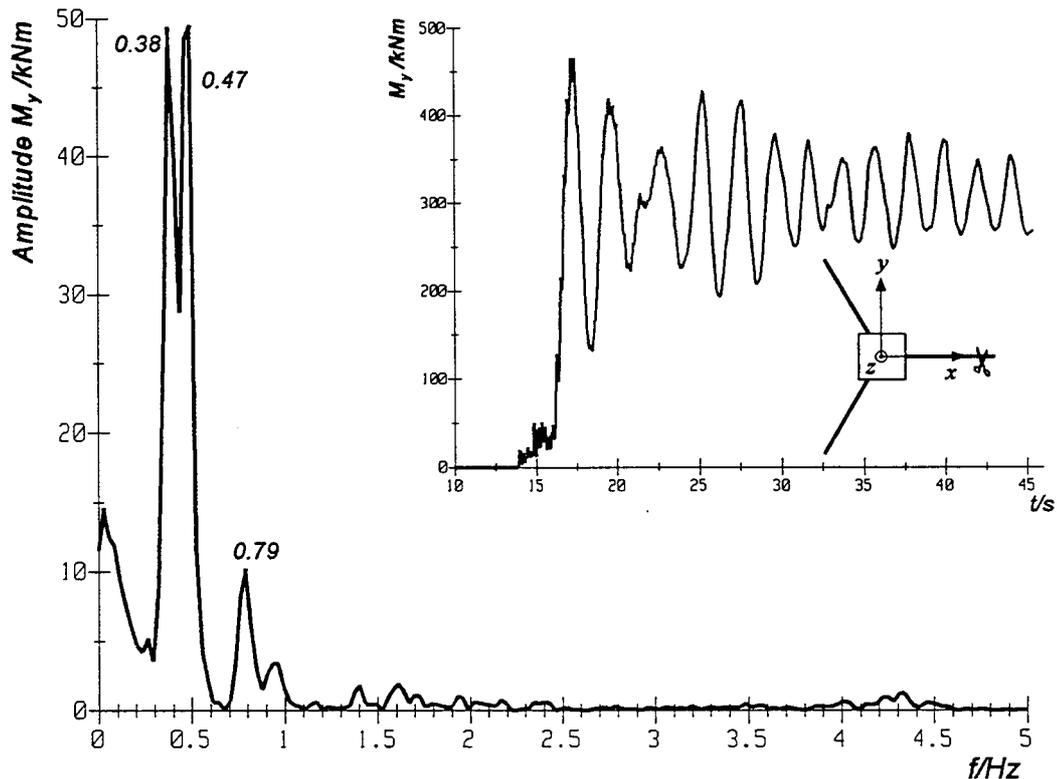


Bild 5.2: Gemessener Biegemomentenverlauf M_y am Mast 4 und zugehöriges Amplitudenspektrum (Kappen von Seil 22).

Da es sich um einen doppelt symmetrischen Mastschaftquerschnitt handelt, das Trägheitsmoment also invariant gegenüber einer Drehung um die vertikale Achse ist, ist es für die resultierende Biegebeanspruchung des Schaftes unerheblich, welches der drei Seile gekappt wird. Die Messungen am Mast 3 und am Mast 4 sollten also die gleichen Ergebnisse liefern, wobei das resultierende Schaftbiegemoment am Mast 3 in die beiden Koordinatenrichtungen x und y zerlegt ist. Bild 5.4 zeigt die gemessenen Größen und deren Amplitudenspektren.

Vergleicht man die Ergebnisse, so fällt auf, daß die statischen Biegemomente (nach Abklingen der Schwingungen) um über 20% voneinander abweichen. Gegenüber dem verwendeten Rechenmodell, mit dem sich die Meßergebnisse an den Masten 1 (Kappen eines Seils des oberen Seilstems, s. Nachfolgender Abschnitt) und 3 gut nachbilden lassen, sind die am Mast 4 gemessenen Biegemomente zu klein. Eine schlüssige Erklärung hierfür kann nicht gegeben werden, die Suche nach Ursachen (Schraubenschlupf, Ungleiches Vorrecken der Abspannseile durch die ehemals vorhandene Kopfantenne etc.) bleibt spekulativ. Meßfehler sind nahezu ausgeschlossen, da sich die Funktion der einzelnen Meßbrücken leicht durch Vergleiche untereinander überprüfen läßt.

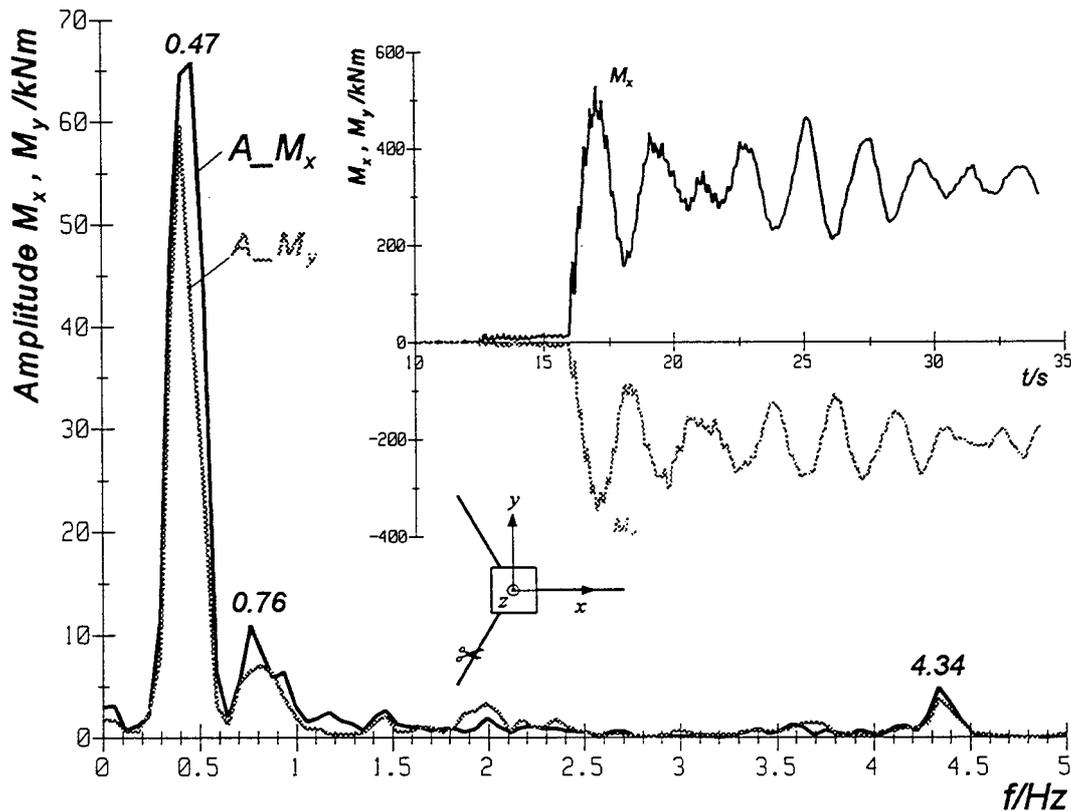


Bild 5.3: Gemessene Biegemomentenverläufe und deren Amplitudenspektren (Mast 3, Kappen von Seil 23).

In dynamischer Hinsicht zeigen beide Messungen gute Übereinstimmung. Beim Vergleich muß berücksichtigt werden, daß der für die FFT nutzbare Zeitbereich beim Mast 3 nur halb so groß ist wie beim Mast 4. Daraus resultiert der doppelte Abstand der Frequenzlinien des diskreten Spektrums, der Doppelpeak im Spektrum in Abbildung 5.3 wird daher nicht mehr aufgelöst. Dafür tritt der Anteil mit 4.3 Hz stärker hervor. Er ist auch im Zeitverlauf gut als Oberwelle zu erkennen, klingt aber rasch ab.

Die signifikanten Peaks aus den Messungen finden sich auch im berechneten Antwortspektrum des Modells wieder. Das in Bild 5.4 dargestellte Momentenspektrum resultiert aus einer harmonischen Anregung mit einer Kraft von 1 kN in Höhe der unteren Abspannebene und in Richtung des gekappten Abspannseils.

Die Maximalwerte im niederfrequenten Bereich (0.38Hz - 0.48Hz, Bild 5.5 rechts) liegen sehr nahe beieinander. Dieser Bereich wird durch die Dynamik der Abspannseile dominiert. Aus den Messungen kann wegen der Verbreiterung der Spektrallinien (gedämpfte Amplitude und Leakage-Effekt) nicht bestimmt werden, mit welcher Intensität die einzelnen Schwingungsformen angeregt werden. Der Peak rechts im Spektrum (4.4Hz) wird stark durch die Steifigkeit des Mastchaftes beeinflusst und erlaubt diesbezüglich einen guten Vergleich zwischen Modell und realem Mast.

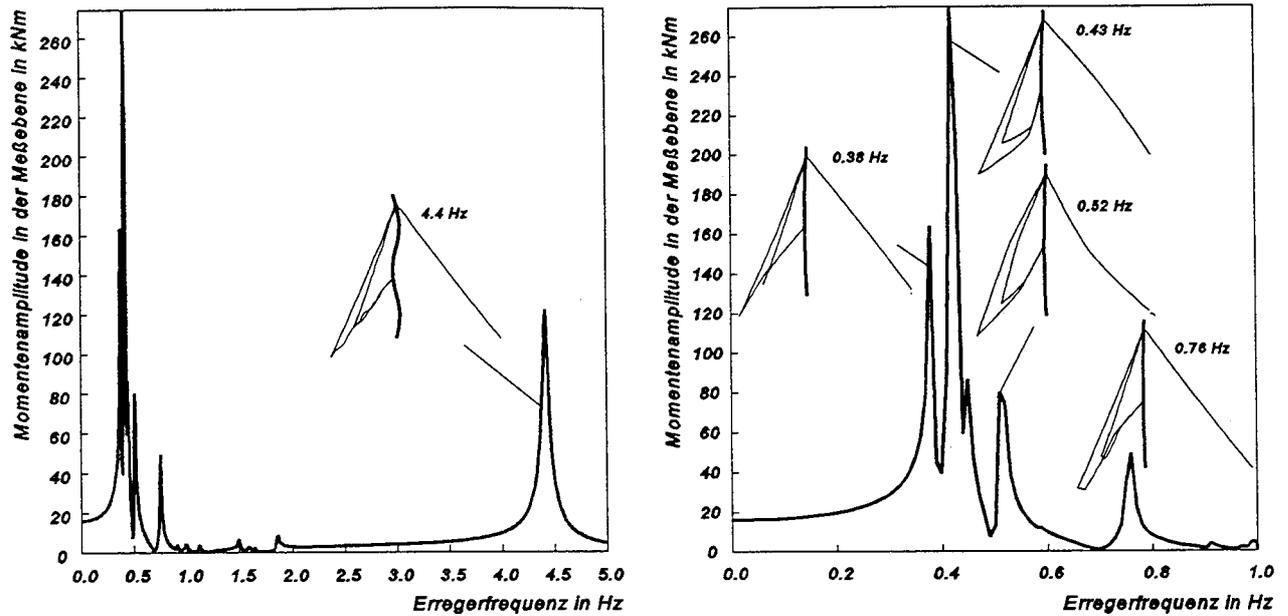


Bild 5.4: Amplitudenspektrum des resultierenden Biegemomentes in der Meßebebene infolge einer harmonischen Erregung in Höhe der unteren Abspannebene. (Rechtes Bild: Zoom).

5.1.3.4 Vergleich Messung - Rechnung: Kappen oberes Seil

Dieser Fall wurde am Mast 1 gemessen. Er entspricht dem Kappen des Seilelementes 27 in Bild 5.1. Die gemessenen Schaftbiegemomente sind in Bild 5.5 dargestellt.

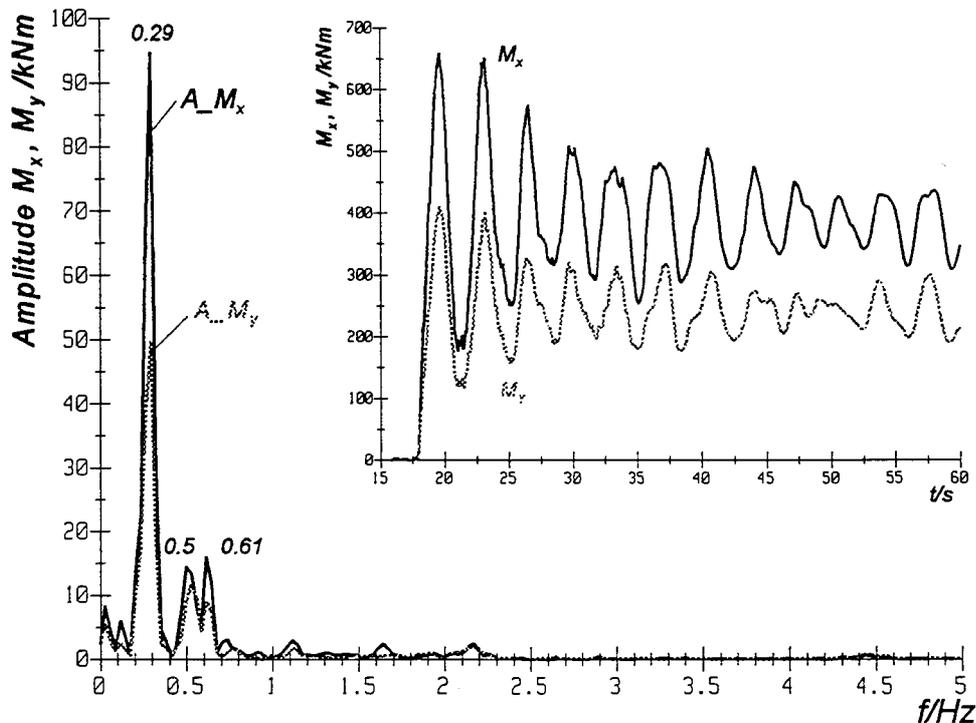


Bild 5.5: Gemessene Biegemomentenverläufe und deren Amplitudenspektren (Mast 1, Kappen von Seil 27).

Der Berechnung der FFT liegt ein Zeitschrieb von 34.13s (2048 Werte) Länge zugrunde. Die Auflösung im Frequenzbereich beträgt somit $\Delta f=0.059\text{Hz}$. Zur Abminderung des Leakage-Effektes wurde die Funktion vor der Transformation wiederum mit einem Hanning-Fenster bewertet.

Bild 5.6 zeigt das am Modell berechnete Amplitudenspektrum des resultierenden Biegemomentenvektors in Höhe der Meßebeine. Dabei wird im oberen Abspannpunkt eine harmonische Erregung mit einer Amplitude von 1kN in Richtung des gekappten Seils angesetzt. Die Dämpfung ist mit 4% angenommen.

Die wesentlichen Peaks des gemessenen Spektrums finden sich im gerechneten Antwortspektrum wieder (Bild 5.6). Die zugehörigen Schwingungsformen zeigen auch hier, daß das dynamische Verhalten in erster Linie durch die Abspannseile geprägt wird. Insbesondere die Verformungsfiguren der höheren Moden lassen den Einfluß der Gehänge und der Anschlußkonstruktion deutlich erkennen.

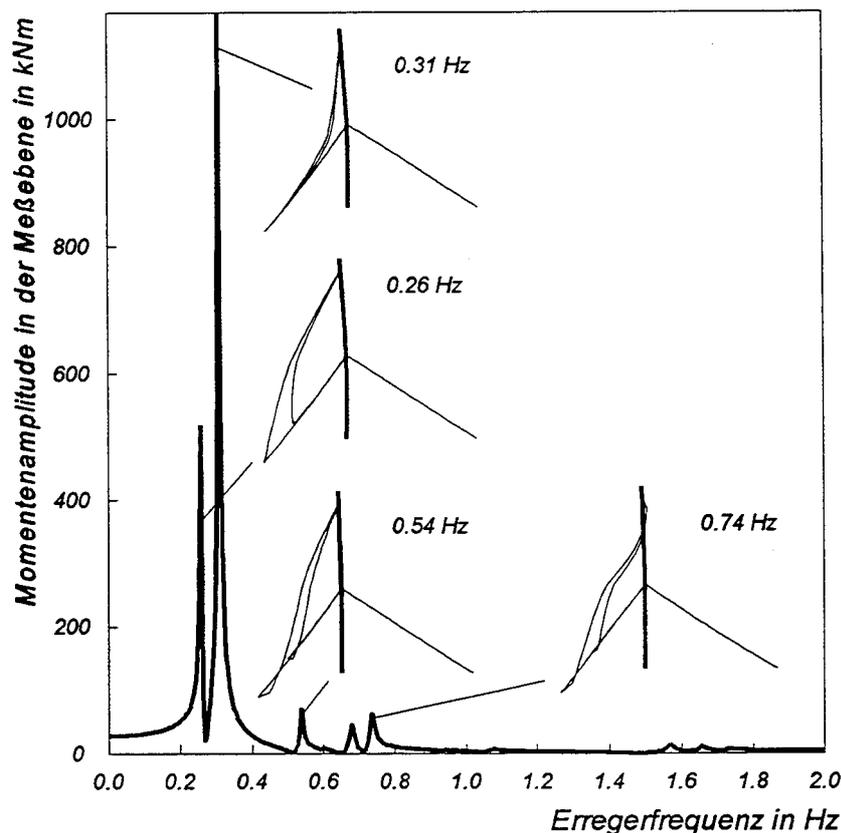


Bild 5.6: Berechnete Übertragungsfunktion mit Eigenmoden

Die zur Frequenz 0.26Hz gehörige Schwingungsform wird beim Kappen des Seiles kaum angeregt, was angesichts der dargestellten Verformungsfigur selbsterklärend ist, die Seile werden auf Grund ihres Eigengewichts herunterfallen, d.h. der 2. Peak wird stärker angesprochen.

5.1.2.4 Anzupfen eines 200m Mastes

Zum weiteren Vergleich zwischen theoretisch ermittelten und experimentell bestimmten Ergebnissen von Anzupfversuchen werden zusätzlich Ergebnisse eines Versuchs an einem 200m Mast (Heidelstein / Rhön) mitgeteilt. Hierbei wurde ein Drahtseil am Mast befestigt, auf ca. 60 kN vorgespannt und dann gekappt. Die gemessenen Zeitverläufe wurden spektralanalysiert und die Amplitudenspektren mit den Ergebnissen von theoretischen Rechnungen verglichen.

Durch Vergleich von gemessenen und berechneten Systemantworten wird anschließend das Rechenmodell durch Parameteranpassung kalibriert. Durch geringe Änderungen der aus Statik und Zeichnungen entnommenen Steifigkeiten und Massen konnten anfangs vorhandene geringe Abweichungen (< 5%) weitgehend beseitigt werden. Bild 5.7 zeigt einen Vergleich der berechneten und gemessenen Amplitudenspektren des Biegemomentes an der untersten Abspannung. Da der relativ lang andauernde Vorspannvorgang des Zugseils nicht mit aufgezeichnet wurde und somit auch nicht in der Zeitreihe enthalten ist, wurde dieser Einfluß nachträglich korrigiert, um die Spektren unmittelbar vergleichen zu können. Nicht enthalten ist in den gerechneten Spektren der Einfluß des stets vorhandenen (schwachen) Windes, der dem System geringe zusätzliche Energie zuführt.

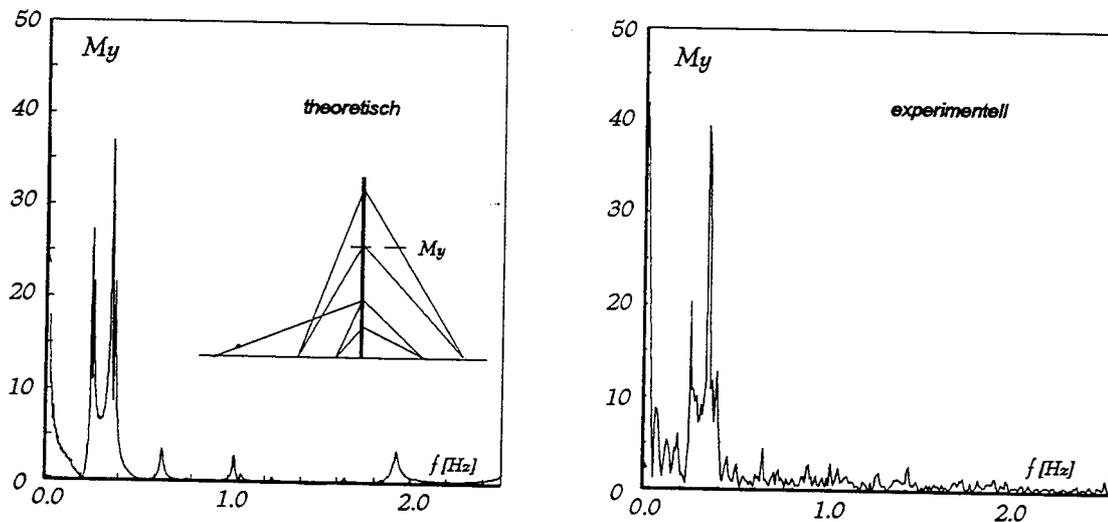


Bild 5.7: Vergleich gemessener und gerechneter Amplitudenspektren

Die Modellierung der Struktur wurde ebenfalls durch dreidimensionale schubweiche Biegestabelemente mit Massenmatrix, durch dynamische Seilelemente [39,40,41] und durch Feder-Masse-Dämpfer-Elemente vorgenommen. Die Berechnung der Übertragungsfunktion erfolgte im Frequenzbereich, so daß die vorhandenen diskreten Einzeldämpfer exakt erfaßt werden konnten.

Man erkennt, daß die theoretischen Modelle und Rechenverfahren das tatsächliche dynamische Verhalten gut wiedergeben, wenn die Systemmodellierung hinreichend genau ist.

5.4 Grundlagen der Parameterstudie

5.4.1 Allgemeines

Zur Lösung der gestellten Aufgabe werden umfangreiche Parameterstudien durchgeführt. Der statischen Berechnung der Maste liegt für den Mastchaft die Elastizitätstheorie 2. Ordnung zugrunde. Die Seile gehorchen der nichtlinearen Seilgleichung bei Voraussetzung kleiner Durchhänge (parabelförmige Seillinie). Bei der Berechnung werden dem Vorspannzustand die einfachen Seilgewichte zugeordnet. Alle Lasten werden dagegen mit dem Sicherheitsbeiwert γ_M multipliziert, auch das Gewicht der Seile. Der Gittermastchaft wird nicht als räumliches Fachwerk idealisiert, die Schubweichheit wird im Rahmen der zugrundeliegenden Stabtheorie erfaßt. Die Stauchungen des Mastchaftes im Vorspannzustand werden ebenfalls berücksichtigt /34/. Die rechnerischen Grundlagen sind ausführlich in /26,27,32/ geschildert und werden hier nicht weiter erläutert.

Bei der Festlegung der berücksichtigten Parameter wurde von den Werten der Studie in /25/ ausgegangen. Zur weiteren Absicherung der Ergebnisse wurden zusätzlich einige reale Maste mit in die Untersuchung einbezogen.

Es wurden von vollem mittleren Bemessungswind und von halbem mittleren Bemessungswind ausgegangen. Für das Windprofil wurde der mittlere Wind gemäß EC1 Abs. 2.4 angesetzt. Der Höhenverlauf ergibt aus dem logarithmischen Windprofil des EC1, hierbei wurde der Terraintyp 2 zugrundegelegt. Die Windrichtung wird ungünstig so angesetzt, daß sie in Richtung der Mastverformung bei Seilbruch wirkt.

5.4.2 Mastgeometrie

□ Abspanngeometrie

Die in der Praxis vorkommende Anzahl der Abspannungen bewegt sich üblicherweise zwischen eins und sechs, wobei Maste mit sechs Abspannungen i.a. seltener ausgeführt werden. Maste mit lediglich einer Abspannung werden nicht untersucht, da sie bei Ausfall eines Seiles instabil werden. Aus diesem Grunde wurden 2, 4 und 6fach abgespannte Maste den Untersuchungen zugrunde gelegt.

Die Abspannführung wurde wie in /25/ so festgelegt, daß stets zwei Seile an einem gemeinsamen Fundament angeknüpft sind, dies entspricht der üblichen Ausführungsform, da stets versucht wird, die Anzahl der Abspannfundamente zu reduzieren (Bild 5.7). Hiermit sind harfenartige, parallele Seilführungen ausgeschlossen.

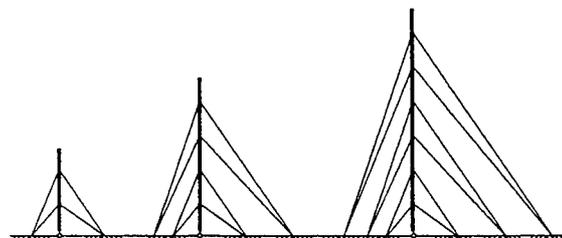


Bild 5.7: Abspannführungen

Da die Winkel zwischen den Abspannseilen und der Horizontalen die horizontale Stützung des Abspannpunktes mit bestimmt, werden drei unterschiedliche Seilführungswinkel (flach, mittel, steil) berücksichtigt.

Die mittlere Führung entspricht der in Fig. 5.7 dargestellten. Die oberen Seile an einem gemeinsamen Fundament schließen hierbei mit der Horizontalen einen Winkel von $\alpha=55^\circ$ tan $\alpha= 1,4$ ein. Die flache Führung hat einen doppelt so großen Fundamentabstand tan $\alpha= 0,7$ und ist damit als baupraktischer Grenzfall anzusehen. Die steile Führung hat Fundamentabstände von $2/3$ der mittleren Führung tan $\alpha = 2,1$.

□ Mastschaft:

Der Mastschaft wird in dieser Studie zunächst als über die ganze Höhe mit konstantem Querschnitt und konstanter Windangriffsfläche ausgestattet angesehen. Es gilt also

- $E I = \text{const}$
- $E A = \text{const}$ über die Höhe
- $c A = \text{const}$

Diese Festlegung ist zweckmäßig, weil hierdurch die Zahl der zu untersuchenden Parameter stark reduziert werden kann. Sie ist aber i.a. auch deshalb zulässig, da im Rahmen der Auswertung nicht absolute Spannungen, sondern die prozentualen Schnittkraftänderungen in einem Querschnitt verglichen werden. Die Änderungen weichen bei einem Schaft mit konstantem und nichtkonstantem Querschnitt nur gering voneinander ab.

Die Abstände der Abspannpunkte untereinander sind mit $a = 80\text{m}$ konstant festgelegt. An der Mastspitze wird ein Kragarm der Länge $l_k = 0,3 a = 24\text{m}$ vorgesehen.

Die Querschnittswerte werden dreifach verändert. Es wurden baupraktisch übliche Trägheitsmomente für einen

- weichen
- mittelsteifen Mastschaft
- steifen

gewählt. Im Verlauf der Berechnung der einzelnen Parameterfälle zeigte es sich, daß bei 4- und 6fach abgespannten Masten die Steifigkeiten der weichen Mastschäfte i.a. nicht in der Lage sind, das System zu stabilisieren, wenn ein unteres Seil bricht. Die Windwiderstandsbeiwerte $c A$ sind dem jeweiligen Schafttyp zugeordnet, sie werden nicht variiert, da eine logische Zuordnung zwischen der Mastschaftsteifigkeit - die stets eine typische konstruktive Ausbildung erfordert - und dem $c A$ - Wert besteht. Die zugrunde gelegten Querschnittswerte des Mastschafte wurden in Anlehnung an bestehende Bauwerke bestimmt und sind Tabelle 1 zu entnehmen.

Tabelle 1. Querschnittswerte

	I m^4	F m^2	$c A$ m^2 / m	g kN / m
weich	0,040	0,080	1,5	12,8
mittel	0,150	0,100	4,5	16,0
steif	0,440	0,122	8,0	19,5

□ Seile:

Um einen Vergleich der Ergebnisse der unterschiedlich abgespannten Systeme zu ermöglichen, ist es erforderlich, gleiche Voraussetzungen für alle Systeme zugrunde zulegen. Dies ist notwendig, weil durch die Wahl der Seilquerschnittsflächen oder der Seilvorspannung dem System nahezu beliebige Beanspruchungszustände eingeprägt werden können [25]. Bei geringen Vorspannungen, also großen Seildurchhängen, bestimmt die Seilvorspannung vorwiegend das Tragverhalten, bei hohen Vorspannungen ist die Seilquerschnittsfläche entscheidend. Im Rahmen dieses Vorhabens wurde - wie oft in der Praxis - so vorgegangen, daß die Seilquerschnittsflächen derart festgelegt werden, daß bei gleichbleibendem Vorspanngrad alle Abspannpunkte unter maximaler Windbelastung auf einer um den Fußpunkt gedrehten Geraden mit dem Winkel $\varphi = 0,01$ liegen (Bild 5.8). Der Biegemomentenverlauf des Schaftes entspricht dann dem eines Durchlaufträgers auf starren Stützen.

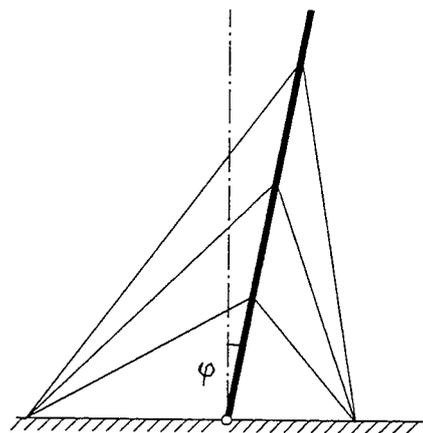


Bild 5.8: Vorspannstrategie

Da das Tragverhalten abgespannter Maste in hohem Maße von der Größe der Vorspannung der Abspannseile abhängt, wird der Vorspanngrad als variabler Parameter eingeführt. Eine praktische Meßgröße für den Vorspanngrad stellt das Verhältnis des senkrecht zur Seilsehne gemessenen Seildurchhangs f zur Seilsehnenlänge s dar. Im Rahmen der vorliegenden Parameterstudie wurden drei unterschiedliche Vorspanngrade ausgewählt:

- große Vorspannung $f/s = 1/120$
- mittlere Vorspannung $f/s = 1/80$
- kleine Vorspannung $f/s = 1/40$

Der Wert für die kleine Vorspannung stellt einen baupraktischen Grenzfall dar. Da aber gerade für kleine Vorspannung die nichtlinearen Effekte groß sind, wurde bewußt ein sehr kleiner Wert gewählt, um Einflüsse dieser Art mit einzufangen.

Die zugehörige Vorspannkraft S_0 ergibt sich damit zu

$$S_0 = \frac{g \cdot \cos \alpha \cdot s^2}{8 \cdot f} = \frac{g \cdot a}{8} \cdot \frac{s}{f}$$

mit g = Seilgewicht (kN/m)

a = radialer Abstand des unteren vom oberen Seilanknüpfungspunkt

Neben der Vorspannkraft bestimmt die Seilquerschnittsfläche das Verformungsverhalten des Abspannseils. Bei vorgegebenem Vorspanngrad kann die Seilquerschnittsfläche nicht mehr unabhängig gewählt werden, wenn eine bestimmte Verschiebungsfigur des Mastschaftes unter Windlast aus einer vorgegebenen Richtung erzielt werden soll. Mit Hilfe eines Iterationsverfahrens wurden die Seilquerschnittsflächen bei vorgegebener Vorspannung so eingestellt, daß die gewünschten Verformungen an den Abspannpunkten auftraten. Die sich bei Änderung der Seilquerschnittsflächen ebenfalls ändernden Seilgewichte wurden berücksichtigt.

Isolatoren o.ä wurden nicht berücksichtigt.

5.4.3 Parameter realer Maste

Wie erwähnt werden zusätzlich zu der o.a. Parameterstudie einige reale Maste, deren Daten vorlagen, ebenfalls der Untersuchung zugrundegelegt. Es handelt sich um die Maste

- Abbenrode (h=188m, 2-fach abgespannt)
- Högl (h=174m, 3-fach abgespannt)
- Henstedt (h= 96m, 3-fach abgespannt)
- Gartow (h=344m, 4-fach abgespannt, obere Abspannung Zügelseile)

Die Daten sind in der Anlage dargestellt.

5.5 Ergebnisse

Die Auswertung wird so vorgenommen, daß jeweils das maximale Schaftmoment und die maximale Seilkraft betrachtet wird. Das maximale Schaftmoment ergibt sich bei Kappen eines Topseils stets an der darunterliegenden Abspannung (Kragmoment). Beim Kappen einer inneren Abspannung tritt das maximale Moment in Höhe der jeweiligen Abspannung auf, an der ein Seil gekappt wurde. Bei den Seilen wird entweder das über oder unter dem Abspannstern liegende Seil, das in gleicher Richtung wie das gekappte Seil liegt, maximal beansprucht. Bei den Seilen kann es vorkommen, daß das Seil mit der maximalen Beanspruchung wechselt. In diesem Fall werden die jeweils größten Seilkräfte aufgezeichnet.

Die Ergebnisse der Vergleichsuntersuchungen sind in Anlage 2 dargestellt. Die dort angegebenen Kurzbezeichnungen sind wie folgt zu lesen:

Schaftsteifigkeit S	Vorspanngrad V	Zahl Abspannstern A	Seilführung F
Niedrig (N)	Niedrig (N)	2	Steil (S)
Mittel (M)	Mittel (M)	4	Mittel (M)
Hoch (H)	Hoch (H)	6	Flach (F)

Stern Nr. gibt die Nummer des Seilsterns an (von unten hochgezählt) bei dem ein Seil gekappt wird. In den folgenden Spalten H, A, Alpha, wird die Geometrie des zu kappenden Seils mit der Nummer Seilbr.Nr angegeben. S-ausg. ist die Ausgangsseilkraft des ungekappten Seils. Aus dieser Kraft wird mit Hilfe des Winkels Alpha die Horizontalkomponente ermittelt, die dann als Aktionskraft auf das System mit gekapptem Seil gesetzt wird.

Die folgenden Spalten geben das maximale Moment und die maximale Seilkraft zusammen mit den Elementnummern infolge der dynamischen Beanspruchung an. M_mean und S_mean sind die zugehörigen Mittelwerte, d.h. die Momente und Seilkräfte der statischen Ruhelage mit gekapptem Seil. Summe M und Summe S ist die Summe der dynamischen und der mittleren statischen Beanspruchung, d.h. der tatsächliche Gesamtbeanspruchungszustand (nach linearer Theorie) infolge Kappen eines Seils. M_voll und S_voll sind die Antworten des Mastes ohne Seilbruch unter vollem Bemessungswind, d.h. die Bemessungsschnittkräfte des Mastes, die zu Vergleichszwecken benötigt werden.

Die folgenden Spalten geben die statisch ermittelten maximalen Beanspruchungen des Mastes und der Seile unter der mit einem Faktor versehenen Horizontalkraft H dar. Die mit dM bzw. dS überschriebenen Spalten enthalten die prozentualen Abweichungen der näherungsweise ermittelten Antworten von den dynamisch genauer ermittelten. Negative Prozentwerte entsprechen dabei einer Unterschätzung der tatsächlichen Antwort.

Man erkennt, daß ein einfacher Ansatz der Horizontalkräfte ($1,00 H$) offensichtlich in der Lage ist, bis auf sehr kleine Unterschreitungen (-1% bzw. -2%) die auftretenden Biegemomente im Mast auf sicherer Seite vorherzusagen. In sehr vielen Fällen liegt der Ansatz weit auf der sicheren Seite.

Bei den Seilen weisen in Abhängigkeit von der jeweiligen Rechnung gelegentlich unterschiedliche Seile maximale Werte auf. In diesem Fall werden alle betreffenden Seile untersucht. Hierbei treten dann häufig relativ große Abweichungen auf unsicherer Seite auf. Bei genauerer Betrachtung zeigt sich, daß die großen Prozentwerte zu relativ kleinen Seilkräften gehören (Änderungen kleiner Größen). Da diese weit unter der Bemessungsseilkraft S_{voll} liegen, sind diese Seilkräfte für eine Untersuchung nicht relevant, die Abweichungen werden nicht weiter verfolgt (Bemerkung in Tabelle $S < S_{\text{voll}}$).

Bei Ansatz einer 1,0fachen Horizontallast werden die Seilkräfte gelegentlich unterschätzt. Die größten Unterschätzungen (max. 26%) treten auf beim 2fach abgespannten System, bei dem die noch verbleibende Abspannung die gesamte dynamische Beanspruchung aufnehmen muß. Sehr ähnliche Verhältnisse treten auch auf beim Kappen eines Topseils der 4- oder 6fach abgespannten Maste. Die dynamischen Kräfte können sich hier nicht über eine Biegesteifigkeit des Mastes in weiter entfernte Seilsternen aufgenommen werden. Die maximalen Abweichungen betragen hier 15% .

Bei Vergrößerung der Horizontalkraft auf das 1,35fache der tatsächlich wirkenden Horizontalkraft werden alle Topseile der 4- und 6fach abgespannten Systeme auf sicherer Seite erfaßt, nicht aber die Seilkräfte der 2fach abgespannten Systeme.

Der 6fach abgespannte Mast ist in einigen Fällen unter der statischen Berechnung mit einem gekappten Seil nicht mehr stabil. Bei Ausfall eines Seils der unteren Abspannungen treten ebenfalls Überschreitungen der Seilkräfte von -15% auf.

Petersen schlägt in [38] eine Berechnungsmethode vor, die ähnlich wie die o.a. beschrieben arbeitet. Auch hiermit wurden Vergleichsrechnungen durchgeführt. Es zeigte sich, daß die Mastbiegemomente zwar etwas besser wiedergegeben wurden, daß aber die Seilkräfte stärker abwichen als bei der hier eingesetzten Methode.

Die durchgeführten Untersuchungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Die bei Seilbruch auftretenden dynamischen Schnittkräfte lassen sich auf sicherer Seite mit Hilfe einer statischen Berechnung abschätzen, wenn die Horizontalkraftkomponente des gekappten Seils als Belastung auf den Mast gesetzt wird und die Seilkräfte bei 2fach abgespannten Systemen oder beim Kappen eines Topseils um den Faktor 1,3 vergrößert werden.

5.6 Zusammenfassung Seilbruch

Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, daß das dynamische Verhalten abgespannter Maste bei Bruch eines Seils in weiten Grenzen schwankt. Mit Hilfe theoretischer Untersuchungen läßt sich das tatsächliche Verhalten relativ gut nachbilden, wenn die wesentlichen Systemparameter richtig erfaßt werden.

Eine einfache Abschätzung läßt sich mit Hilfe einer üblichen statischen Berechnung angeben, wenn wie folgt vorgegangen wird:

:

Die bei Seilbruch auftretenden dynamischen Schnittkräfte lassen sich mit Hilfe einer statischen Berechnung auf sicherer Seite abschätzen, wenn die Horizontalkraftkomponente des gekappten Seils als zusätzliche Belastung auf den Mastschaft gesetzt wird und zusätzlich die sich ergebenden Seilkräfte bei 2fach abgespannten Systemen oder beim Kappen eines Topseils um den Faktor 1,3 vergrößert werden.

6 Zusammenfassung

Es wird über Untersuchungen zum dynamischen Tragverhalten abgespannter Maste unter Starkwind und zusätzlich bei Seilbruch unter reduziertem Wind berichtet. Die Untersuchungen zum dynamischen Tragverhalten unter Starkwind wurden im Zeitbereich durchgeführt. Die Vorgehensweise bei der Generierung der hierzu benötigten zeitveränderlichen und korrelierten Windlasten wurde dargestellt. Die Untersuchung des Tragverhaltens wurde zunächst an Abschnitten des Mastschaftes durchgeführt, hierbei wurden große Verformungen der druckschlaffen Diagonalen und nichtlinearen Werkstoffgesetz zur Erfassung der beanspruchungsgeschichtsabhängigen Plastizierungen berücksichtigt. Es zeigt sich, daß die Traglastreserven bei Vorgabe eines ausdimensionierten Mastschaftes vernachlässigbar sind, beim Auftreten der Bemessungsböe versagt der Mastschaft durch lokales Stabilitätsversagen im Zusammenhang mit Querschnittsplastizierungen.

Der Fall Seilbruch wurde im Rahmen einer Parameterstudie auf der Basis linearisierten Verhaltens untersucht. Es zeigt sich, daß der Ansatz der Horizontalkraft, die das brechende Seil unmittelbar vor dem Ausfall aufweist, als Aktion auf den Mastschaft zu einer für die Mastschaftbiegemomente ausreichend sicheren Bemessung führt. Die Seilkräfte werden bei dieser Vorgehensweise bei einigen Konfigurationen unterschätzt. Eine einfache Regel erlaubt aber auch hier eine ausreichend sichere Bemessung.

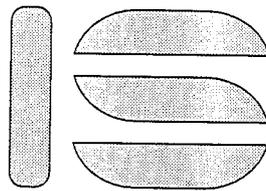
Braunschweig, 20.03.97

LITERATUR

- 1 Recommendations for guyed masts. IASS-Working group Nr. 4. Madrid 1981.
- 2 Lindner, J.: Näherungsweise Ermittlung der Traglasten von auf Biegung und Torsion beanspruchten I-Trägern. Dissertation Berlin 1970.
- 3 Heil, W.: Traglastermittlung von räumlich belasteten Durchlaufträgern mit offenem, dünnwandigem Querschnitt, bei beliebigem Werkstoffgesetz. Schriftenreihe des Instituts für Statik, Uni Karlsruhe 1979.
- 4 Mröz, Z.: An attempt to describe the behaviour of metals under cyclic loads using a more general work hardening model. Acta Mechanica 17, (1969) 199-212.
- 5 Dafalias, Y.G., E.P. Popov: A model of nonlinear hardening materials for complex loading. Acta mechanica 21, 173-192.
- 6 Scheibe, H.-J.: Zum zyklische Materialverhalten von Baustahl und dessen Berücksichtigung bei Konstruktionsberechnungen. Dissertation Braunschweig 1990.
- 7 Peil, U., Nölle, H.: Windbelastung und dynamisches Verhalten abgespannter Maste. CEEC (Civil Engineering European Courses. Aachen, Lehrstuhl für Baustatik 1990.
- 8 Peil, U., H. Nölle: Measurement of Wind Load and Response of a Guyed Mast. Proc. of the Eurodyn '90 conf. Bochum 1990.
- 9 Nieser, H.: Schwingungsberechnung turmartiger Bauwerke bei Belastung durch den böigen Wind. Dissertation Universität Karlsruhe 1974.
- 10 Petersen, C.: Abgespannte Maste und Schornsteine - Statik und Dynamik. Bauingenieur-Praxis Heft 76. W. Ernst & Sohn, Berlin 1970.
- 11 Davenport, A.G.: The Resonse of slender, line like structures to a gusty wind. Proc. Inst. Civ. Eng. Vol. 23 (1962).
- 12 Wang, C.M, Peil, U. : Stählerne Maste und Türme - Berechnung und Konstruktion. (in chinesischer Sprache). Verlag der Tongji-Universität Shanghai 1990.
- 13 Peil, U., Nölle, H. : Wind- und Antwortmessungen an einem abgespannten Mast. D-A-CH '89 Tagung der Windtechnologischen Gesellschaft, München 1989.
- 14 Peil, U. Nölle, H. : Windbelastung hoher Maste - Messungen und theoretische Vergleiche. Tagungsband des SFB 210 Fachkolloquium "Gestörte athmosphärische Grenzschicht". Karlsruhe 1990.
- 15 Peil, U.: Baudynamik. In: Stahlbau-Handbuch, Band I, 1993.
- 16 Peil, U., H. Nölle: Guyed Masts under Wind Load. Journ. of Wind Eng. and Industr. Aerodynamics, 41-44 (1992), 2129-2140.
- 17 Peil, U.: Entwurf, Bemessung und Konstruktion abgespannter Maste und Schornsteine. DIN-Mitteilungen. Berlin 1992.
- 18 Peil, U., H. Nölle, Zh. Wang: Dynamisches Verhalten abgespannter Maste. VDI-Berichte Nr. 924, 1992.
- 19 Peil, U., H. Nölle: Windprofile bei Starkwinden. Veröffentlichungen der D-A-CH Tagung der Windtechnologischen Gesellschaft WTG, Karlsruhe 1993.
- 20 Peil, U., H. Nölle, Z.H. Wang: Dynamic behaviour of guys. Proc. IASS-Working Group, Prag 1993.
- 21 Peil, U., H. Nölle, Z.H. Wang: Dynamic behaviour of guys under turbulent wind load. Proc. East Europ. Conf. Wind Eng. EECW '94.
- 22 Telljohann, G., U. Peil: Ermüdung hoher Bauwerke im natürlichen Wind. Bericht des Abschlußkolloquiums SFB 210 "Strömungsmechanische Bemessungsgrundlagen für Bauwerke". Univ.

- Karlsruhe 1994.
- 23 Zhang,Q.L., U.Peil: A modified non-linear member element allowing large loading and displacement increments. Communications in Numerical Methods in Eng., Vol. 12, 235-242 (1996).
 - 24 Zhang,Q.L., U.Peil: Nonlinear Dynamic Stability Analysis of Cable Structures. Advances in Computational Techniques for Struct. Eng. Civil-Comp Press. Edinburgh 1996.
 - 25 Peil,U., G. Telljohann: Lateral Turbulence and Dynamic Resonse. In: Structural Dynamics-Eurodyn'96. Balkema, Rotterdam 1996, 207-211.
 - 26 Peil,U., H.Nölle, Z.H.Wang: Nonlinear Dynamic Behaviour of Guys and Guyed Masts under turbulent Wind Load. IASS-Bulletin 1996.
 - 27 Peil,U. : Praxis-Kommentar DIN 4131 "Antennentragwerke aus Stahl". Kommentierte Technische Baubestimmungen. R.Müller, Köln 1996.
 - 28 Peil,U., G.Telljohann: Dynamisches Verhalten hoher Bauwerke im böigen Wind. Stahlbau 3 (1997).
 - 29 Peil,U., G.Telljohann: Großversuche zur Ermittlung der Tragsicherheit abgespannter Maste unter der Einwirkung von Seilbruch. Forschungsbericht Nr. 6321, Institut für Stahlbau 1996.
 - 30 Wood,W.L., M.Bossak,O.C.Zienkiewicz: An Alpha Modifikation of Newmark's Method. Int. Journ. For Num.Meth. In Eng. 15, 1980.
 - 31 Wang,Z.H.: Schwingungsverhalten der Abspannseile von Masten unter Berücksichtigung von Böenbelastung. Dissertation Universität Karlsruhe 1994.
 - 32 Shinozuka,M., C.M. Jan: Simulation of multivariate and multidimensional random Processes. Journ. Acoust. Soc. Amerika. 49 (1), 1971, 357-367.
 - 33 Natke,H.G.: Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse. Braunschweig, Vieweg 1983.
 - 34 Meyer-Erbacher,J., E.J. Plate: Aerodynamische Belastung zylindrischer Bauwerke. SFB 210, ET/48, Mai 1988, Universität Karlsruhe.
 - 35 Peil,U., M.Reinighaus: Cyclic Behaviour of Mild Steel Fe 360. Int. Journ. Of Plasticity. Under Review.
 - 36 Zilch,K.: Ein anschauliches Lastkonzept für Hochhäuser im böigen Wind. Dissertation TH Darmstadt. 1983.
 - 37 Petersen,C.: Chaotische Taumelschwingungen abgespannter Maste. Stahlbau 61 (1991), 179-185.
 - 38 Petersen, C.: Dynamik der Baukonstruktionen. Braunschweig, Wiesbaden, Vieweg 1996.
 - 39 Lazarides,N.: Zur dynamischen Berechnung abgespannter Maste und Kamine in böigem Wind unter besonderer Berücksichtigung der Seilschwingungen. Dissertation HBw, München / Neubiberg 1985.
 - 40 Kärnä,T.: Dynamic and aeroelastic action of guy cables. Valtion Teknillinen Tutkimuskeskus, Espoo 1984.
 - 41 Tonis,D.: Zum Schwingungsverhalten von Abspannseilen. Dissertation Univ. BW München-Neubiberg, 1989.

Technische Universität Braunschweig
Institut für Stahlbau
Prof. Dr.-Ing. U. Peil



Großversuche zur Ermittlung der
Tragsicherheit abgespannter Maste unter der
Einwirkung von Seilbruch

Bericht Nr. 6321

Förderer: Deutsches Institut für Bautechnik

Dieser Bericht besteht aus 8 Seiten und 17 Anlagen

Institut für Stahlbau der Technischen Universität Braunschweig
Beethovenstr. 51 · 38106 Braunschweig

Kurzfassung

Zur Ermittlung der Tragsicherheit abgespannter Maste unter der Einwirkung von Seilbruch wurden Dehnungsmessungen während des Abbruchs von vier Masten in Mainflingen durchgeführt. Bei den Masten handelte es sich um 84.2m hohe, in zwei Ebenen abgespannte Fachwerkgerüstmasten. Die Dehnungsmessungen erfolgten in einer Ebene ca. 2m unterhalb der unteren Abspannung. Sämtliche Diagonalen und Eckstiele der betrachteten Ebene wurden mit jeweils einer DMS-Vollbrücke bestückt. Da mehrere Meßobjekte zur Verfügung standen, konnte bezüglich des Versagens eines Abspannseils der unteren und der oberen Abspannung unterschieden werden. Die Meßergebnisse sind in den Anlagen grafisch dargestellt. Ihre Bewertung erfolgt im Rahmen eines parallelen Forschungsvorhabens.

Neben den Dehnungsmessungen wurden Videoaufzeichnungen mit mehreren Kameras und verschiedenen Perspektiven des Abbruchvorgangs angefertigt.

Abstract

In order to determine the bearing capacity of guyed masts under the effect of rope rupture, strain measurements were carried out during the demolition of four masts in Mainflingen. The masts were 84.2m high latticed masts guyed on two levels. The strain measurements were carried out on a level about 2m underneath the lower guying. Each of the diagonals and corner rods of the level observed was equipped with one strain gauge full bridge. As a number of measurement objects were available, a distinction was possible with regard to the failure of a guying line of the lower and upper guying. The measurement results are plotted in the enclosures. Their assessment will be carried out in the course of a parallel research project.

Alongside the strain measurements, video recordings were made with a number of cameras, showing varying perspectives of the demolition procedure.

Résumé

Des extensométries ont été effectuées, à Mainflingen, lors de la rupture de quatre pylônes, pour mesurer la sécurité de support des pylônes arrêtés soumis à une rupture de câble. Il s'agit de pylônes en treillis arrêtés à deux niveaux ayant une hauteur de 84,2m. Les extensométries ont été effectuées sur un seul niveau, à environ 2m en dessous du hauban inférieur. Chaque diagonale et chaque mât d'angle du niveau de mesurage ont été équipés d'un pont à jauge extensométrique. Comme il y avait plusieurs objets de mesurage, on pouvait bien distinguer, en ce qui

concerne la défaillance du câble d'arrêt, le hauban inférieur du hauban supérieur. Les résultats de mesurage sont illustrés dans les tableaux en annexe. Leur évaluation fera l'objet d'un projet de recherche parallèle.

Des enregistrements vidéo avec plusieurs caméras, et de différentes perspectives sur l'action de rupture, ont accompagné les extensométries

1 Einführung

Bedingt durch die relativ große Zahl von Einstürzen abgespannter Maste in den letzten Jahren, wird die Frage nach der Abhängigkeit der Standsicherheit von einem einzelnen Bauelement, dem Seil, zunehmend diskutiert (vgl. z.B. den Einsturz des 642m-Mastes bei Warschau im Sommer 1991 durch Versagen einer Seilanschlußkonstruktion). Erste Untersuchungen auf rein statischer Grundlage wurden gemeinsam mit Prof. Scheer bereits im Jahre 1984 durchgeführt /1/. Die dort untersuchten Vielseilabspannungen sind jedoch aus technischen Gründen (z.B. Funktechnik) nicht immer realisierbar. Darüberhinaus stellt eine statische Betrachtung allenfalls eine grobe Abschätzung des zu erwartenden Tragverhaltens dar: bedingt durch die dynamischen Effekte wird in der Realität bereits ein Einsturz eintreten, der durch eine statische Berechnung noch nicht prognostiziert wird.

Im Rahmen eines vom Institut für Bautechnik geförderten Vorhabens, werden zur Zeit mit Hilfe theoretischer Methoden, Berechnungsgrundlagen für die Ermittlung des Traglastzustandes unter Seilbruch und Starkwind erarbeitet /2/. In Anbetracht der dabei zu treffenden Annahmen, z.B. über das

- komplizierte Verhalten des Werkstoffs unter wiederholter oder zyklischer Beanspruchung /2/, der
- Erfassung der Ausfachung durch ein (praxisnahes) Stabersatzmodell (die Abbildung aller Füllstäbe ist in der Praxis zu aufwendig), wobei die Füllstäbe selbst auch plastizieren oder ausknicken können und der
- Seildynamik bei großen Schwingungsamplituden /3,4/

ist eine experimentelle Überprüfung der theoretischen Ergebnisse notwendig.

In Anbetracht dieser Situation wurden deshalb 4 Funkmaste der Telekom AG auf der Sendestelle Mainflingen (Aschaffenburg) durch Kappen definierter Seile umgestürzt. Die Maste standen auf einem nicht bebauten Gelände und konnten deshalb beim Umsturz keinen größeren Schaden verursachen. Über installierte Meßsensoren (Dehnungsmeßstreifen) und Videokameras wurde das Verhalten der Maste während des Seilbruchs aufgezeichnet.

2 Ausgangssituation

Über das dynamische Verhalten abgespannter Maste bei Seilbruch, ist nach unserer Kenntnis nur in /7/ berichtet worden. Dabei wurde das geometrisch nichtlineare Verhalten eines abgespannten Mastes unter Windbelastung bzw. bei Seilbruch mit Hilfe einer Berechnung im Zeitbereich behandelt. Plastizierungen wurden nicht erfaßt, so daß Traglasten hiermit nicht

ermittelt werden können. Parameterstudien wurden ebenfalls nicht durchgeführt, so daß Verallgemeinerungen nicht möglich sind.

Von Lindner et.al. wurde in /8/ über Untersuchungen berichtet, einen abgespannten Mast mit Hilfe von zwischengeschalteten Gelenken so zu entwerfen, daß er im Versagensfall in definierter Weise einstürzt. Hierzu wurden ausführliche kinetische und kinematische Untersuchungen durchgeführt. Die Untersuchung ist ein wertvoller Beitrag zur Klärung der Einsturzmechanismen von Masten, für die hier in Rede stehende Problematik können jedoch nur begrenzt Informationen entnommen werden.

Im Rahmen eines kurz vor dem Abschluß stehenden Vorhabens, wird das Verhalten abgespannter Maste unter Starkwindbelastung und bei Seilbruch theoretisch genauer untersucht /2/. Es ist vorgesehen, die im Rahmen der Umsturzversuche erhaltenen Erkenntnisse mit in jenes Vorhaben zu integrieren. Dort werden auch Vergleichsrechnungen etc. vorgenommen.

3 Versuchsbeschreibung

3.1 Beschreibung der Meßobjekte

Die Messungen wurden an 84.2m hohen, in zwei Ebenen abgespannten Masten durchgeführt. Die Abmessungen der Maste und der Abspannungen sind Anlage 1 zu entnehmen. Die Meßebene lag ca. 2m unterhalb der unteren Abspannung. Sie ist in Anlage 1 gekennzeichnet. Anlage 2 zeigt Photos vom gesamten Mastchaft und der Ausbildung des Fußpunktes. Die Abspannungen und die Meßebene sind in Anlage 3 abgebildet. Anlage 4 zeigt die vier Masten und ihre Abspannungen im Grundriß. Alle nachfolgenden Angaben im Text beziehen sich auf die dort angegebene Numerierung der Masten, Diagonalen und Eckstiele.

Aus witterungsbedingten Gründen konnten nur drei der vier Maste mit DMS ausgestattet werden (1,3 und 4).

3.2 Meßausrüstung

Als Meßverstärker wurde eine *DMCPlus* der Firma Hottinger Baldwin Meßtechnik mit DV 55 Verstärkereinschüben (Trägerfrequenzmeßverstärker) eingesetzt. Da die Verbindungskabel zu den Meßbrücken ca. 150m lang waren, wurde ein spezielles kapazitätsarmes Meßkabel mit zweifacher Abschirmung (Gesamtschirm + Schirm um jedes Aderpaar) verwendet. Die eingesetzten Dehnungsmeßstreifen besaßen zwei unter 90° angeordnete Meßgitter mit einer Gitterlänge von 6mm und einem Nennwiderstand von 120Ω.

3.3 Applikation und Verkabelung der DMS

Die Dehnungsmeßstreifen wurden in einer Ebene ca. 2m unterhalb der unteren Abspannung appliziert (Anlagen 1 und 3). Alle Diagonalen und Eckstiele der betrachteten Schnittebene wurden mit DMS-Vollbrücken ausgestattet, insgesamt waren somit 8 Vollbrücken pro Mast erforderlich. Die DMS waren so geklebt, daß sie Biegeanteile um die η -Achse nicht erfassen (Lage der DMS in der Nulllinie, s. Abb. 1).

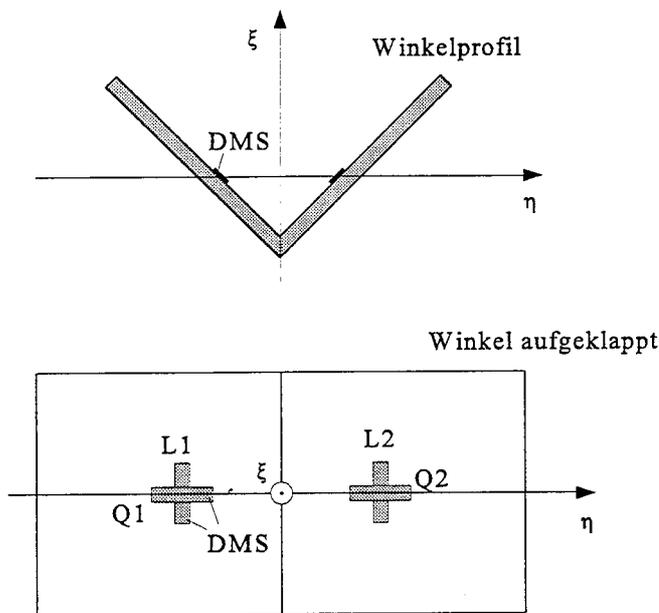


Abb. 1: Applikation der DMS in den Winkelprofilen. η und ξ sind Hauptachsen.

Biegeanteile um die ξ -Achse wurden durch die Verschaltung der DMS innerhalb der Wheatstoneschen Brücke eliminiert (s. Abb. 2), so daß die angezeigten Dehnungen nur Anteile aufgrund von Beanspruchungen in Stabrichtung beinhalteten. Temperaturbedingte Dehnungen wurden ebenfalls durch die Brückenschaltung kompensiert.

Aufgrund der langen Kabel und dem daraus resultierenden Spannungsabfall wurde eine Sechselekterschaltung verwendet, bei

der die Versorgungsspannung am Meßverstärker automatisch entsprechend nachgeregelt wurde, so daß die Einhaltung der angenommenen Brückenversorgungsspannung gewährleistet war. Das Schema der Schaltung und die Anordnung der DMS innerhalb der Brücke zeigt Abb.2. Mit L sind die in Profillängsrichtung, mit Q die in Querrichtung geklebten DMS bezeichnet.

3.4 Durchführung der Messungen

Der Abriß der Maste erfolgte so, daß die beiden Seile einer Abspannrichtung nacheinander gekappt wurden. Die Reihenfolge beim Durchtrennen der Seile wurde variiert. Das Kappen des ersten Abspannseils führte in keinem der Fälle zum Einsturz. Bei einem

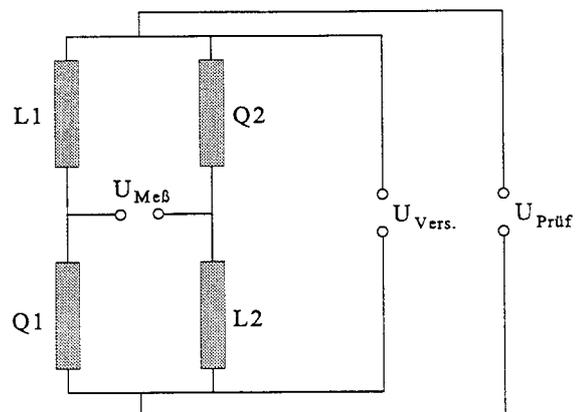


Abb. 2: Anordnung der DMS in der Meßbrücke.

der mit DMS ausgestatteten Maste (s. Anlage 4, Mast 1) wurde zuerst ein Seil der oberen Abspannung durchtrennt und danach das der unteren, bei den Masten 3 und 4 wurden zuerst die unteren und danach die zugehörigen oberen Abspannseile gekappt. Die Richtungen der Abspannungen, sowie die Reihenfolge beim Durchtrennen sind Anlage 4 zu entnehmen. Abbildung 8 in Anlage 5 zeigt den Mastschaft von Mast 3 nach dem Kappen eines Seiles der unteren Abspannebene. Die Durchbiegung des Schaftes ist erkennbar. Nach dem Durchtrennen des zweiten Seils fällt der Mast ohne einzuknicken um (Abbildung 9).

3.5 Darstellung der Meßergebnisse

Die Anlagen 6 bis 11 zeigen die gemessenen Dehnungen beim Kappen des jeweils ersten Abspannseils grafisch aufgetragen. Die Numerierung der Eckstiele und der Diagonalen entspricht der Darstellung in Anlage 4. Unmittelbar vor dem Durchtrennen der Seile wurden die Meßbrücken softwaremäßig abgeglichen (Definition des Nullpunktes). Das heißt, die aufgezeichneten Beanspruchungen sind die, die durch das Kappen der Seile entstanden sind, ihnen muß zur Ermittlung der tatsächlichen Spannung der Vorspannzustand überlagert werden.

Alle Signale wurden mit einer Meßrate von 60 Hz aufgezeichnet. Der Zeitpunkt des Kappens ist den Dehnungsverläufen zu entnehmen. Insbesondere die Schriebe der Maste 3 und 4, bei denen zuerst ein Abspannseil des unteren Seilsterns durchtrennt wurde, lassen bereits den Trennvorgang (Zerschneiden des Seils mit einem Trennschleifer) erkennen (vgl. Anlage 9).

Die aus der Beanspruchung resultierenden Biegeanteile spiegeln sich in den zur Zeitachse symmetrischen Verläufen der Eckstieldehnungen direkt wieder. Die Eckstieldehnungen sind insgesamt ein Stück in Richtung der positiven Dehnungsachse verschoben, was sich aus dem Wegfall der vertikalen Kraftkomponente des gekappten Seils erklärt.

Die Beanspruchungen im Mastschaft nach dem Kappen des zweiten Abspannseils tragen zur Klärung der eigentlichen Problematik nicht bei. Sie wurden der Vollständigkeit halber ebenfalls aufgezeichnet und in den Anlagen 12 bis 17 dargestellt. Die zunehmende Biegebeanspruchung im Meßquerschnitt während des Fallens ist gut erkennbar. Sie führte jedoch nicht zum Einknicken des Schaftes (vgl. Abbildung 9).

Widrige Witterungsbedingungen beim Applizieren der Dehnungsmeßstreifen führten dazu, daß einige der Meßstellen unbrauchbare Resultate lieferten. Die entsprechenden Meßkurven, die sich mit Hilfe der oben genannten Plausibilitätsbetrachtungen durch Vergleiche untereinander identifizieren ließen, wurden aus der grafischen Darstellung entfernt.

4 Zusammenfassung

Zur Ermittlung der Tragsicherheit abgespannter Maste unter der Einwirkung von Seilbruch wurden Dehnungsmessungen während des Abbruchs von vier Masten in Mainflingen durchgeführt. Bei den Masten handelte es sich um 84.2m hohe, in zwei Ebenen abgespannte Fachwerkgerüstmasten. Die Dehnungsmessungen erfolgten in einer Ebene ca. 2m unterhalb der unteren Abspannung. Sämtliche Diagonalen und Eckstiele der betrachteten Ebene wurden mit jeweils einer DMS-Vollbrücke bestückt. Da mehrere Meßobjekte zur Verfügung standen, konnte bezüglich des Versagens eines Abspannseils der unteren und der oberen Abspannung unterschieden werden. Die Meßergebnisse sind in den Anlagen grafisch dargestellt.

Neben den Dehnungsmessungen wurden Videoaufzeichnungen mit mehreren Kameras und verschiedenen Perspektiven des Abbruchvorgangs angefertigt.

Theoretische Vergleichsrechnungen werden in einem parallelen Vorhaben durchgeführt.

Braunschweig, 02.07.96



Prof. Dr.-Ing. U. Peil



Dipl.-Ing. G. Telljohann

Literatur

- 1 Scheer, J., U. Peil: Multi guyed Masts. In : Masts and Towers for Radio and Television. IASS-Sympos. Bratislava 1981, 109-113.
- 2 Peil, U., M. Reinbold: Untersuchung der Tragsicherheit abgespannter Maste unter der Einwirkung von Starkwind oder Seilbruch. Zwischenbericht vom 11.11.1990.
- 3 Lazarides, N.: Zur dynamischen Berechnung abgespannter Maste und Kamine in böigem Wind unter besonderer Berücksichtigung der Seilschwingungen. Dissertation HBw, München/Neubiberg 1985.
- 4 Kärnä, T.: Dynamic and aeroelastic action of guy cables. Valtion Teknillinen Tutkimuskeskus, Espoo 1984.

- 5 Allsop, A.C.: Dynamic wind analysis of guyed masts, simplified methods. Master Thesis, University of Western Ontario, 1983.
- 6 Gerstof, P: Simplified methods for dynamic analysis of a guyed mast. Master Thesis, University of Western Ontario, 1984.
- 7 Buchholdt, H.A., S. Moossavinejad, I. Iannuzzi: Non linear dynamik analysis of guyed masts subjected to wind and guy rupture. Proc. Instn. Civ. Engrs. Part 2 1986, 81, 353-395.
- 8 Lindner, J., R. Gietzelt, J. Fehlau: Ein besonderer Sendemast für den SFB. Stahlbau 57 (1988), 289-297.
- 9 Peil, U., Nölle, H.: Wind- und Antwortmessungen an einem abgespannten Mast. D-A-CH Tagung der Windtechnologischen Gesellschaft, München 1989.
- 10 Peil, U., Nölle, H.: Windbelastung hoher Maste - Messungen und theoretische Vergleiche. Tagungsband des SFB 210 Fachkolloquium "Gestörte atmosphärische Grenzschicht". Karlsruhe 1990.
- 11 Peil, U., Nölle, H.: Windload and dynamic behavior of guyed masts. Proc. der CEEC-Conf. Aachen 1990.
- 12 Peil, U., Nölle, H.: Measurement of windload and response of a guyed mast. In: Structural dynamics, Proc. of the European conference on structural dynamics - **eurodyn '90**, Bochum 1990
- 13 Peil, U.: Schwingungsberechnungen im Stahlbau. In "Stahlbau-Handbuch, Band II", 1992.
- 14 Peil, U., H. Nölle: Guyed masts under wind load. In: Journ. of Wind eng. and industrial aerodynamics. New York, Elsevier 1991.
- 15 Nölle, H.: Schwingungsverhalten abgespannter Maste in böigem Wind. Dissertation Universität Karlsruhe 1991.

Anlagen

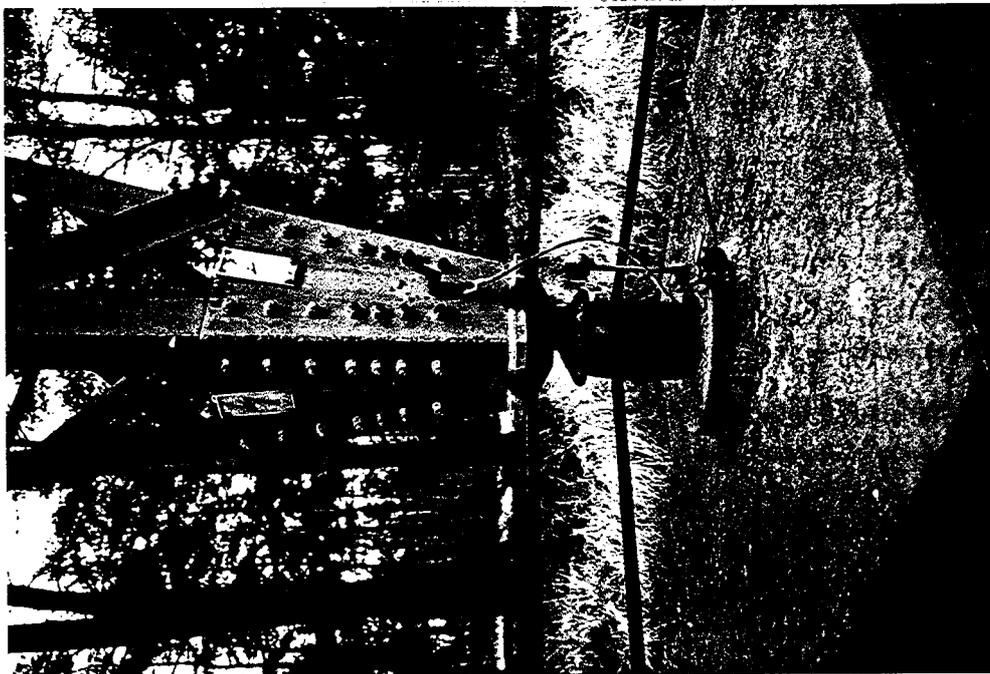


Abb. 5: Ausbildung des Mastfußes.

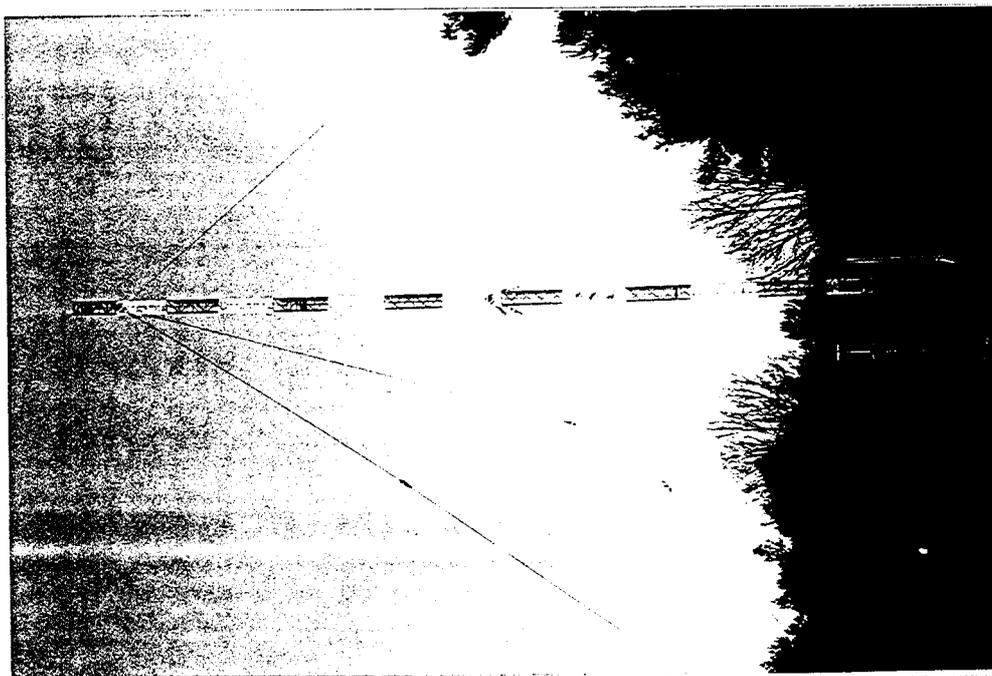


Abb. 4: Photo vom Mastschaft.

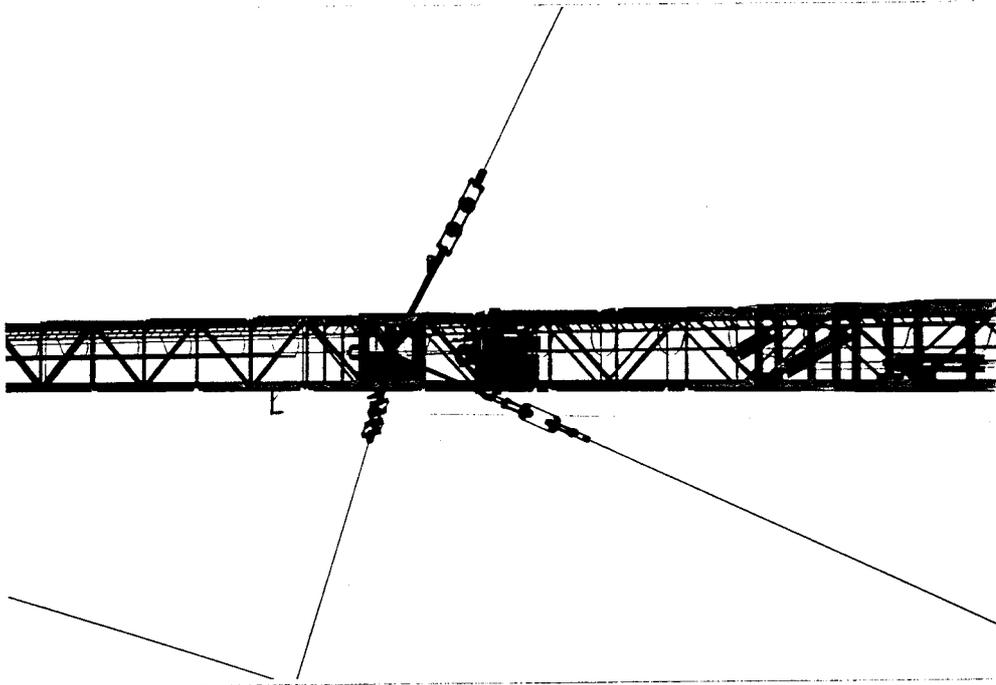


Abb. 7: Applikation der DMS in einer Ebene ca. 2 m unterhalb der unteren Abspannung.

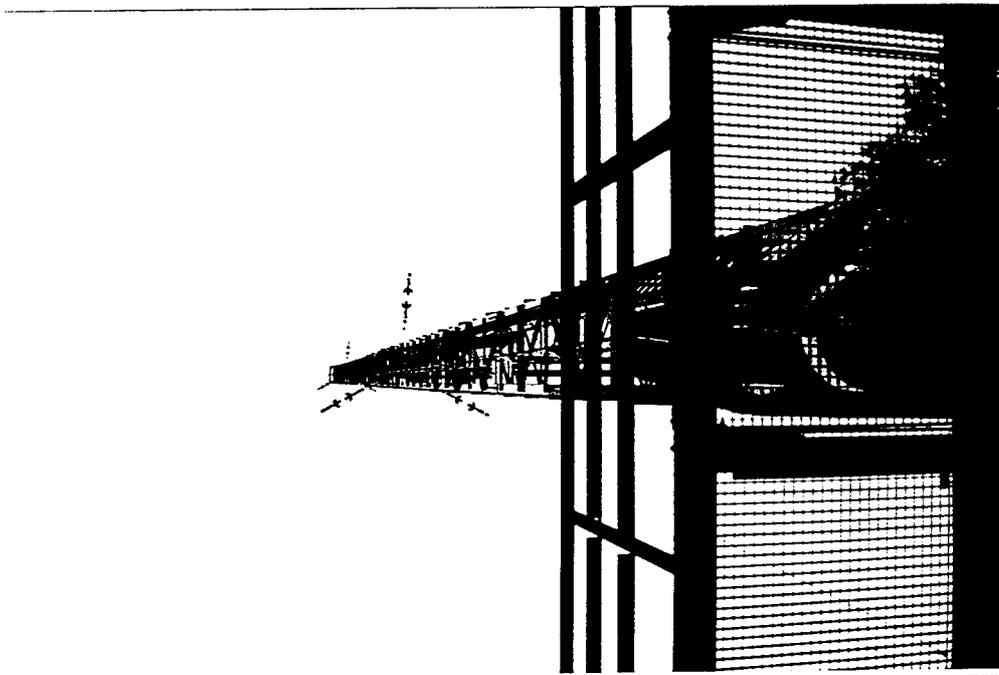
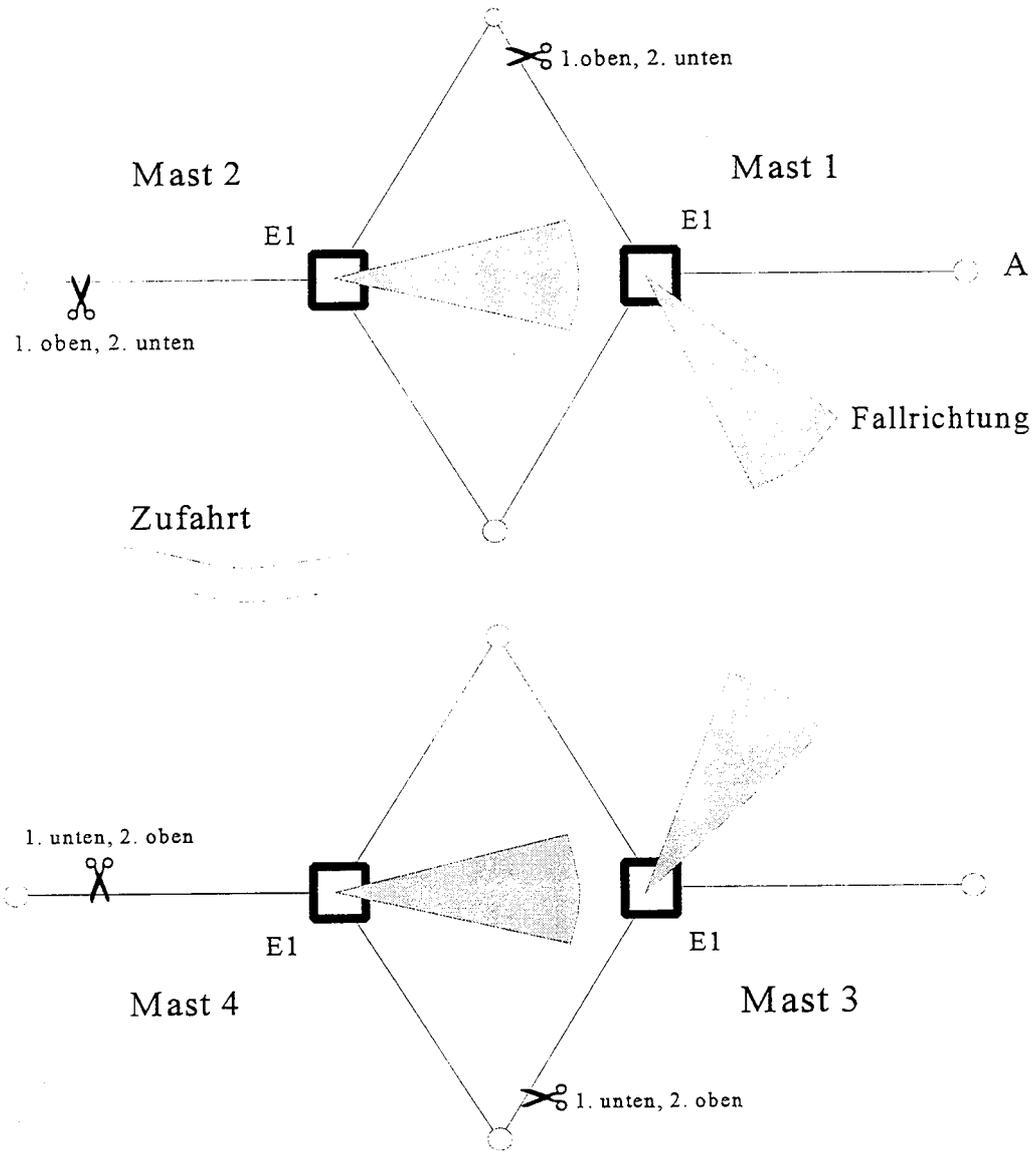


Abb. 6: Mast mit Seilabspannungen in zwei Ebenen.



Reihenfolge der Eckstiele (E) und Diagonalen (D),
ausgehend von E1:

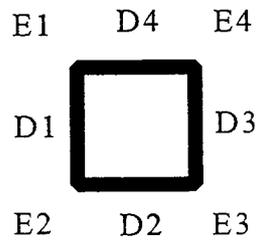


Abb. 8: Numerierung der Maste, Eckstiele und Diagonalen.



Abb. 9: Mast 3 nach dem Durchtrennen des zweiten Seils (obere Abspannebene).

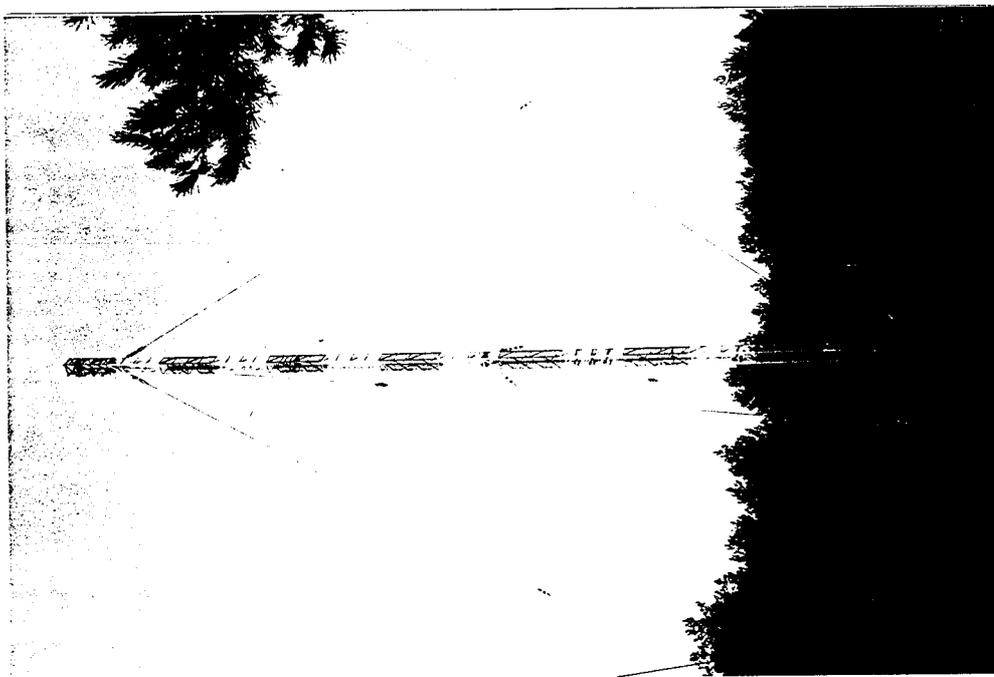
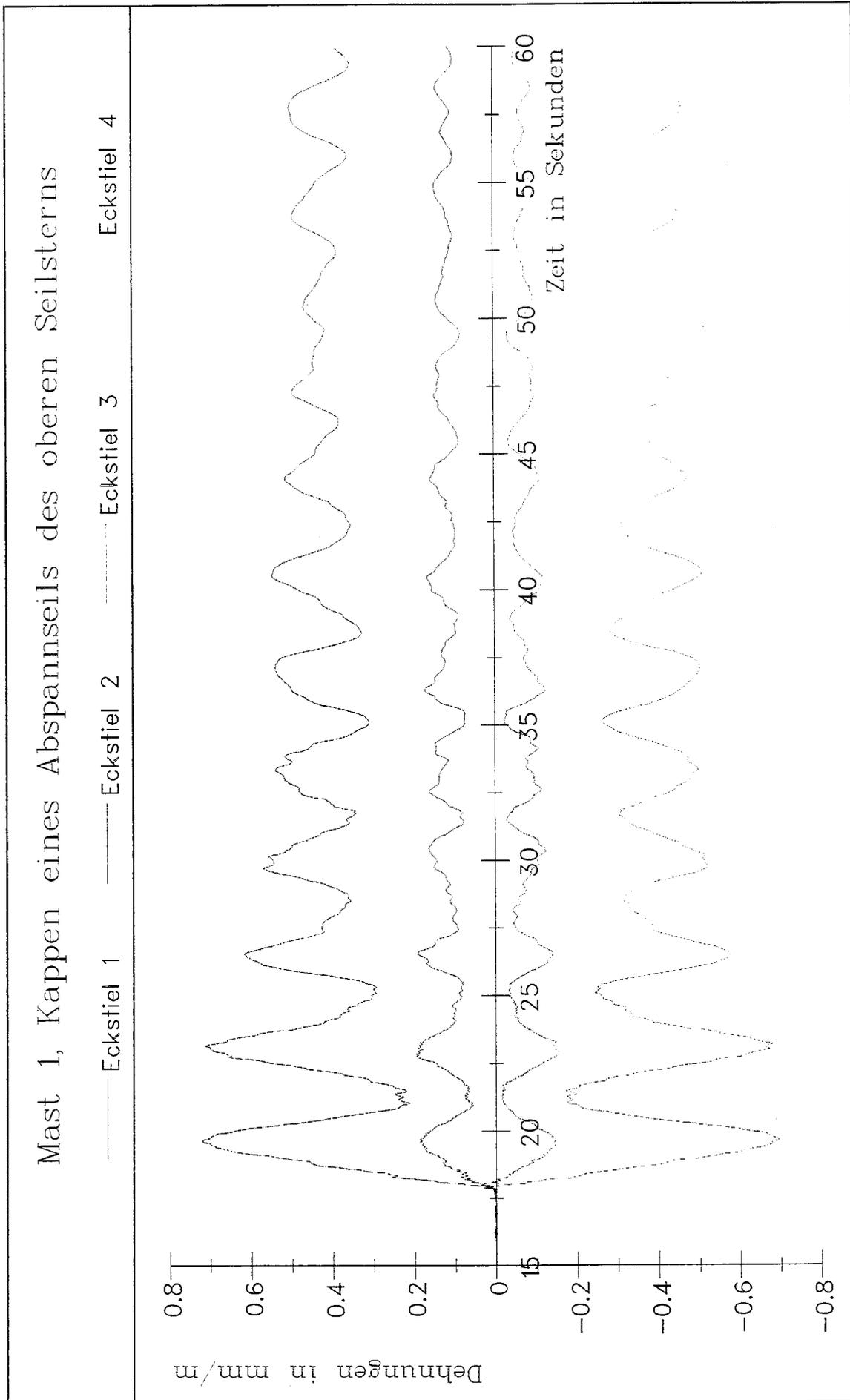
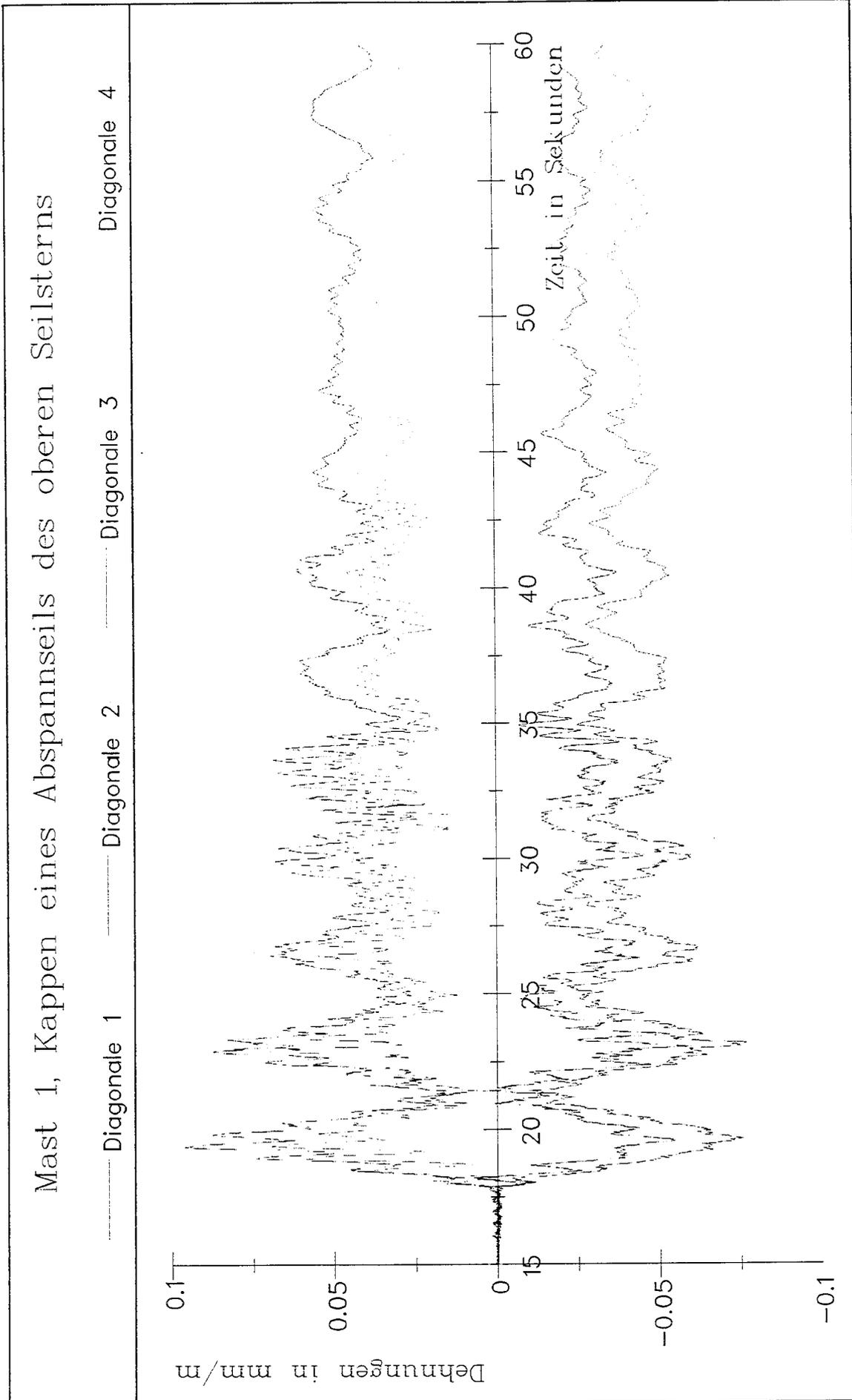
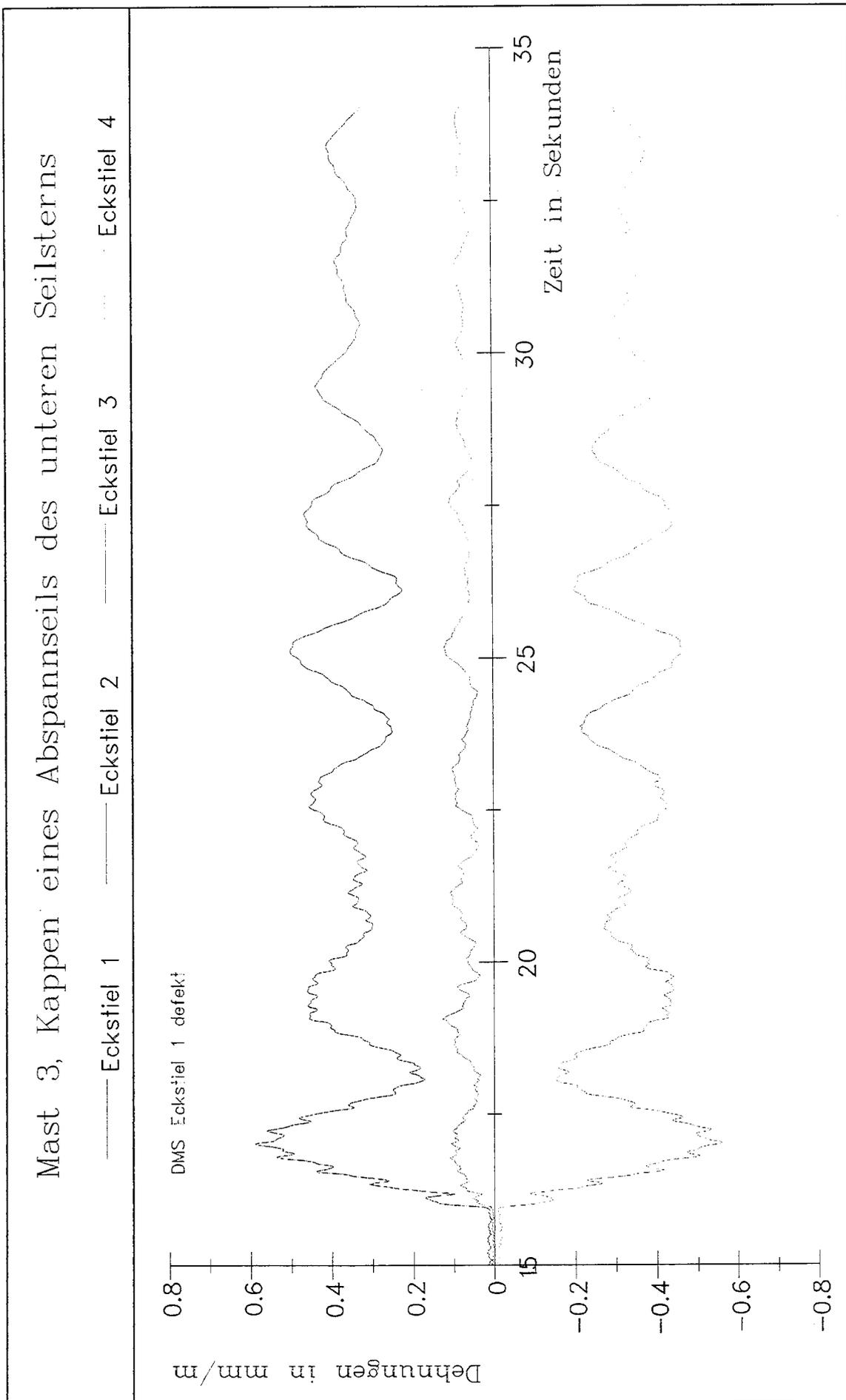
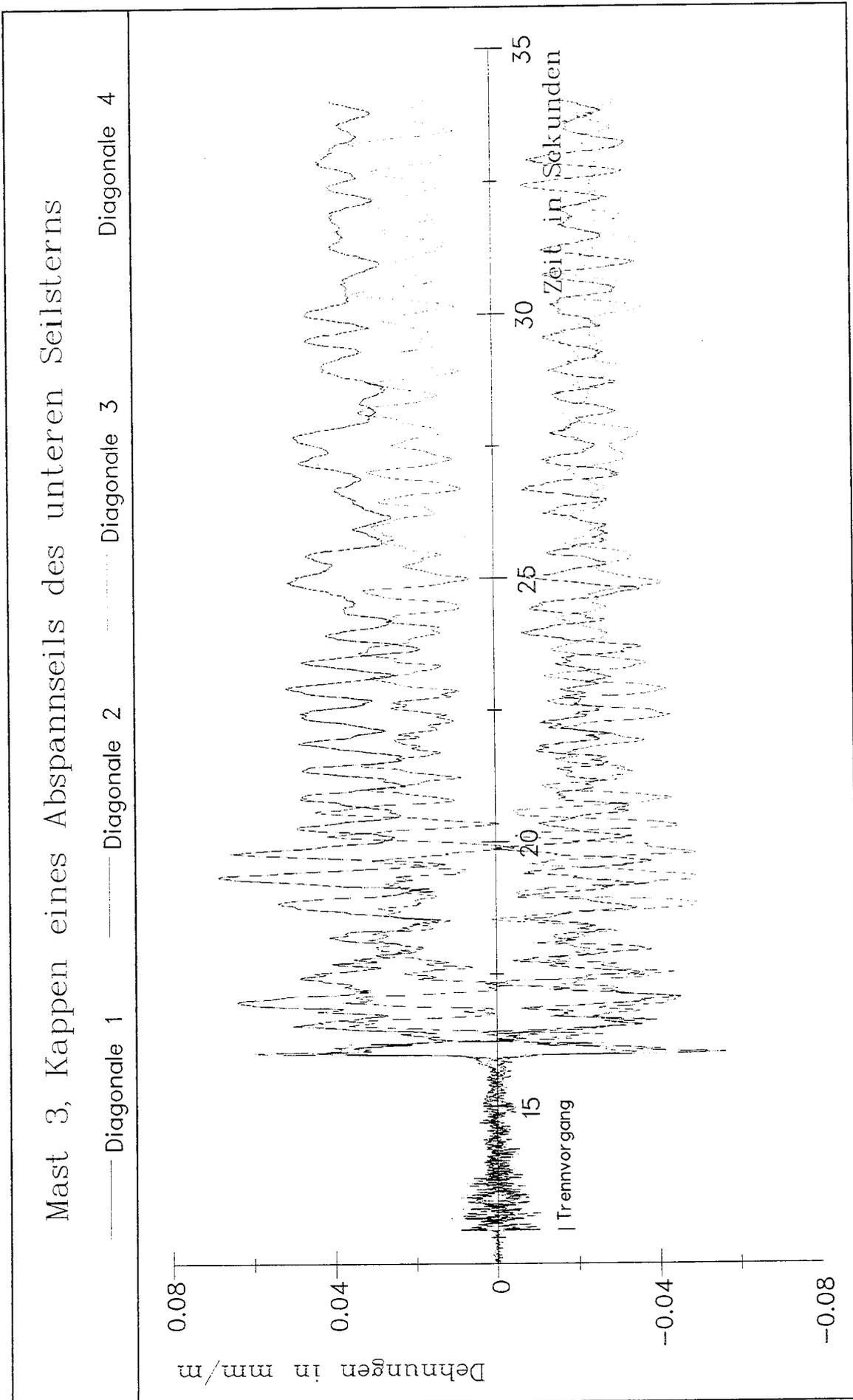


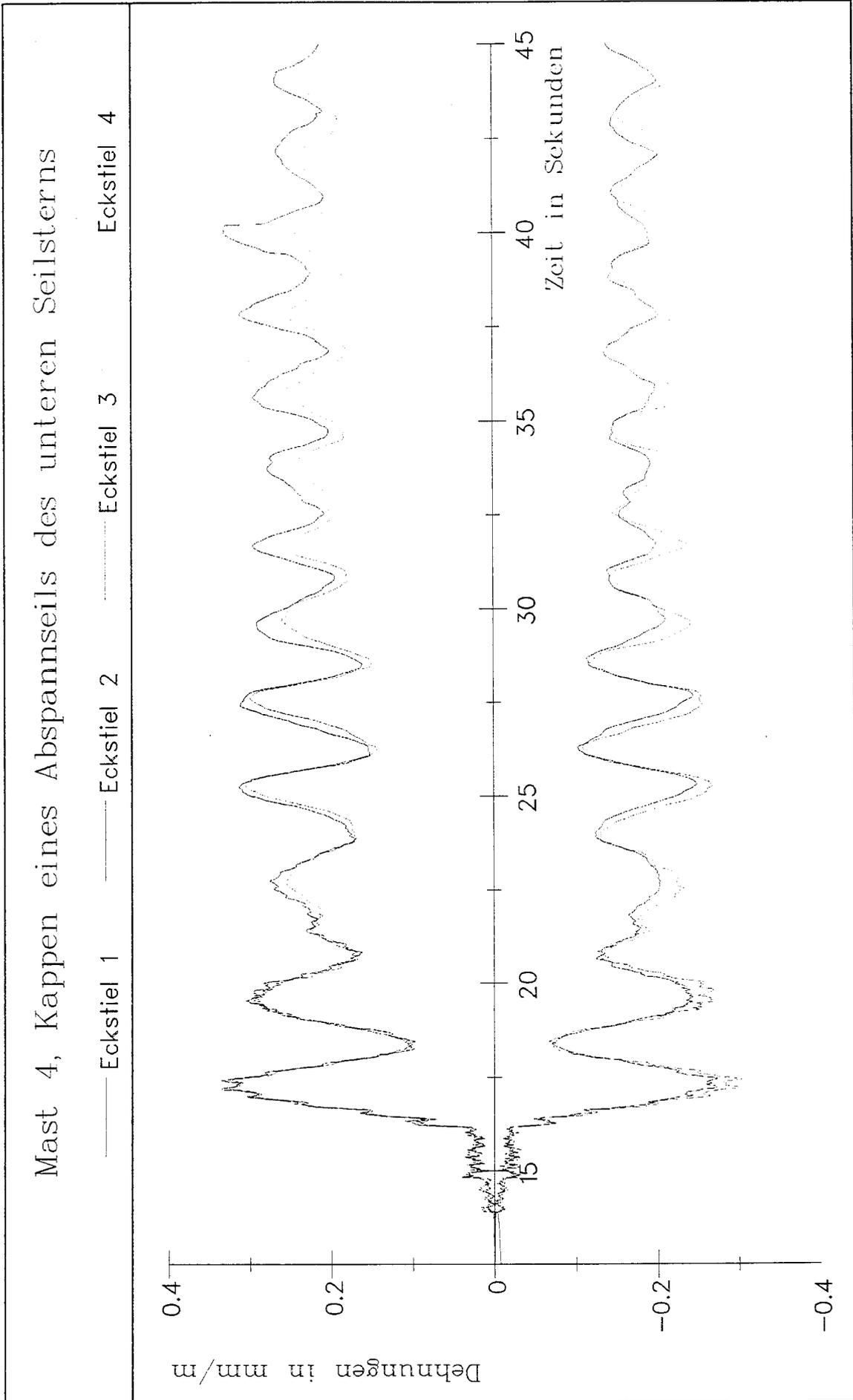
Abb. 8: Mast 3 nach dem Durchtrennen des ersten Seils (untere Abspannebene).

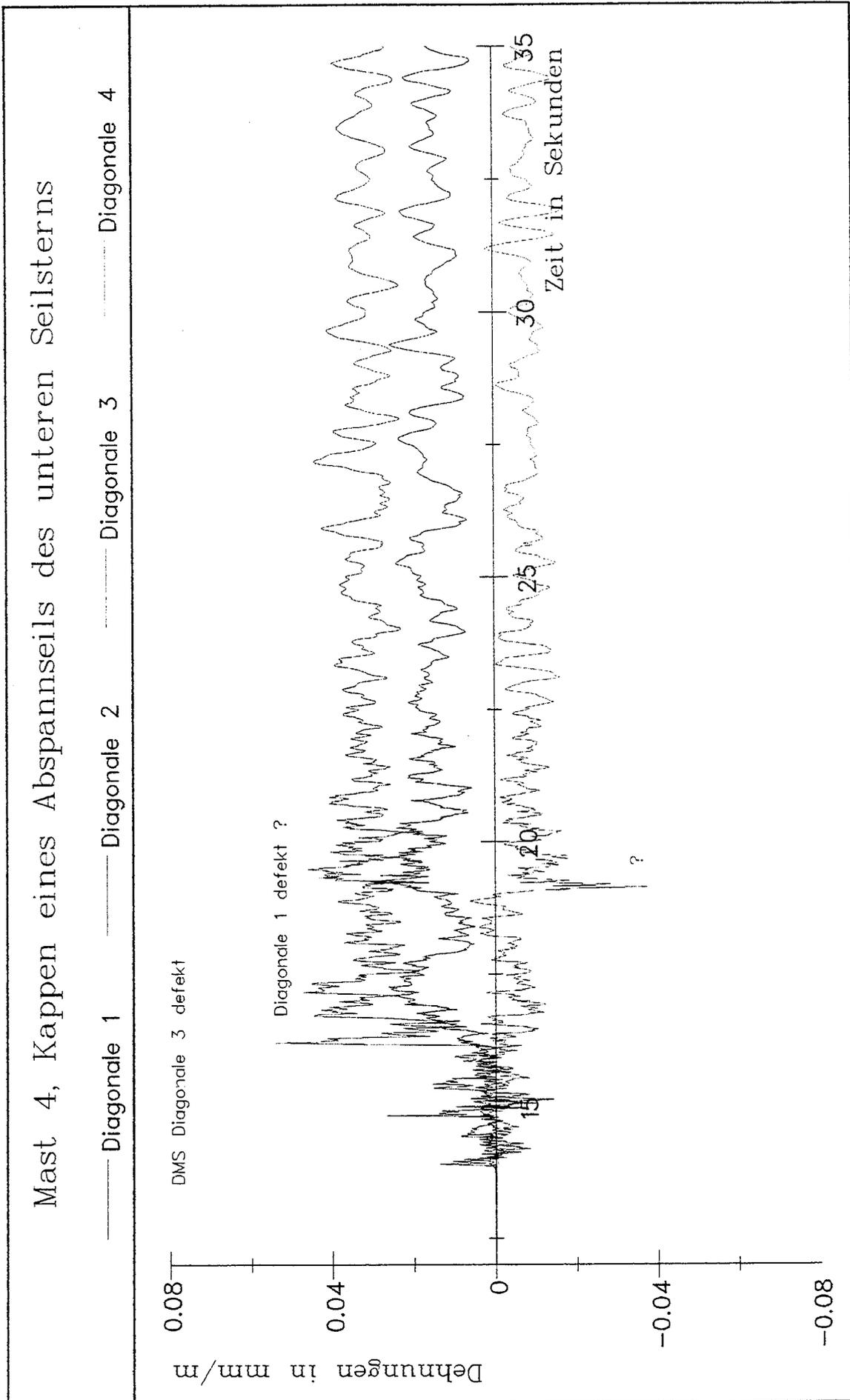


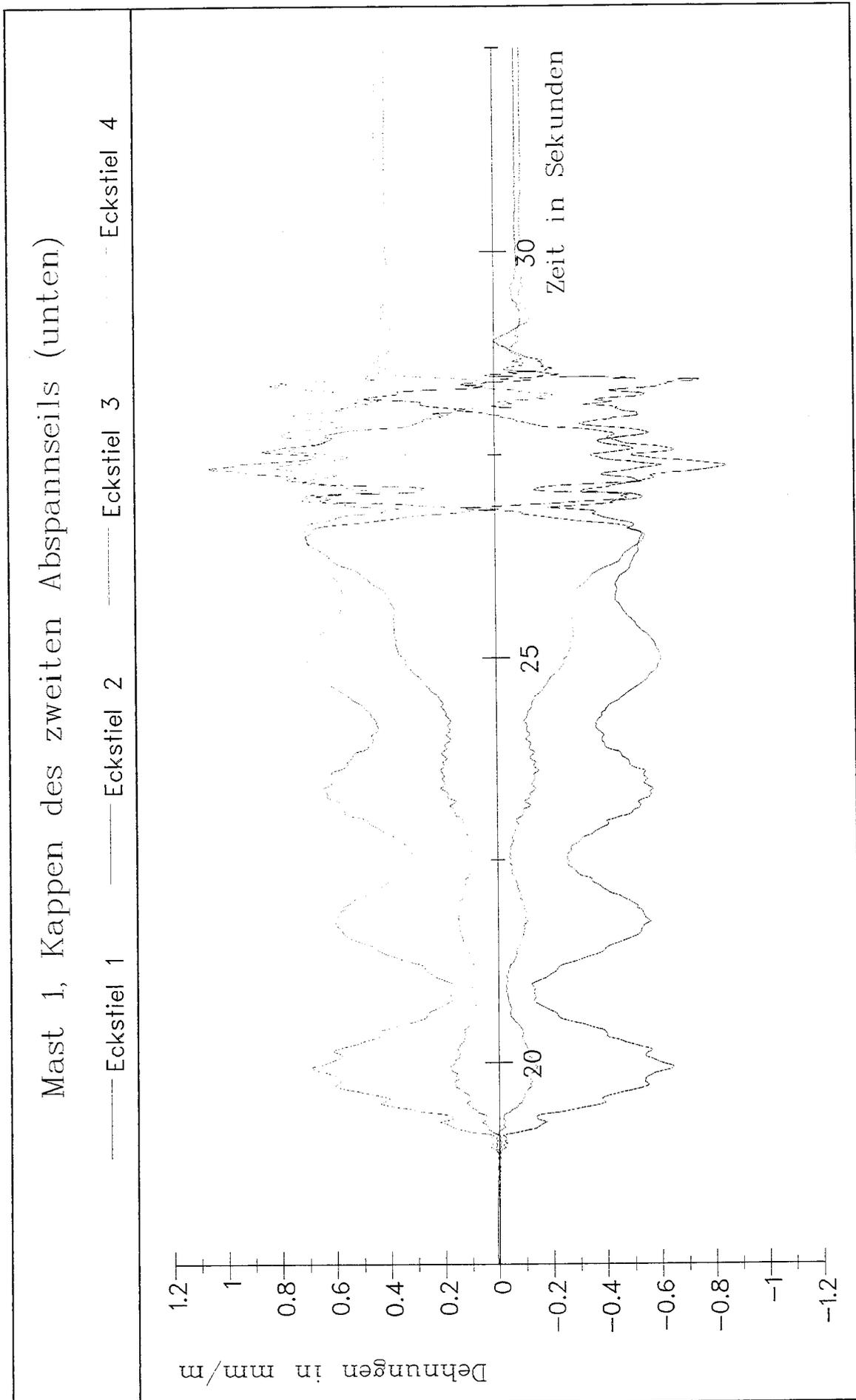


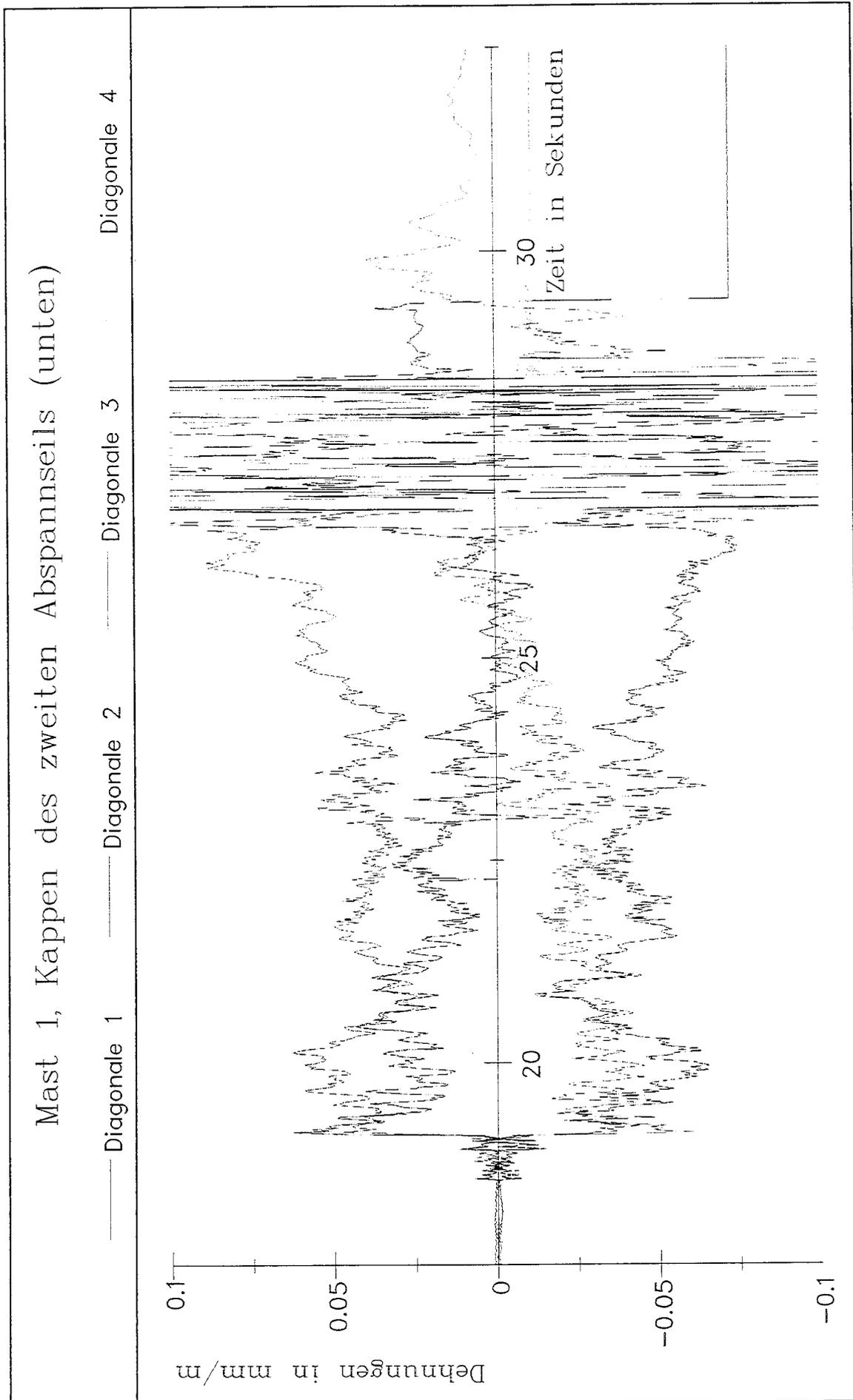


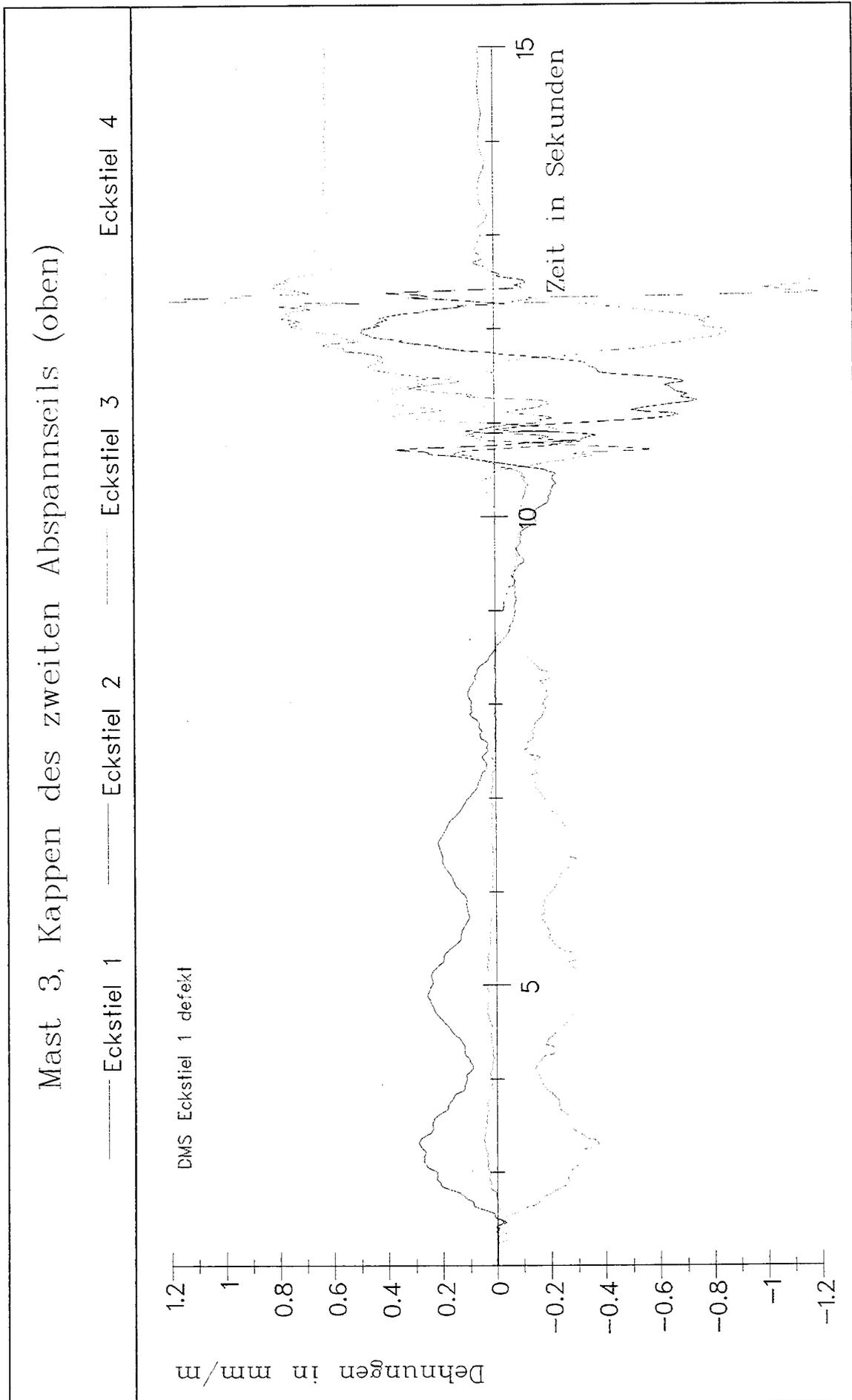


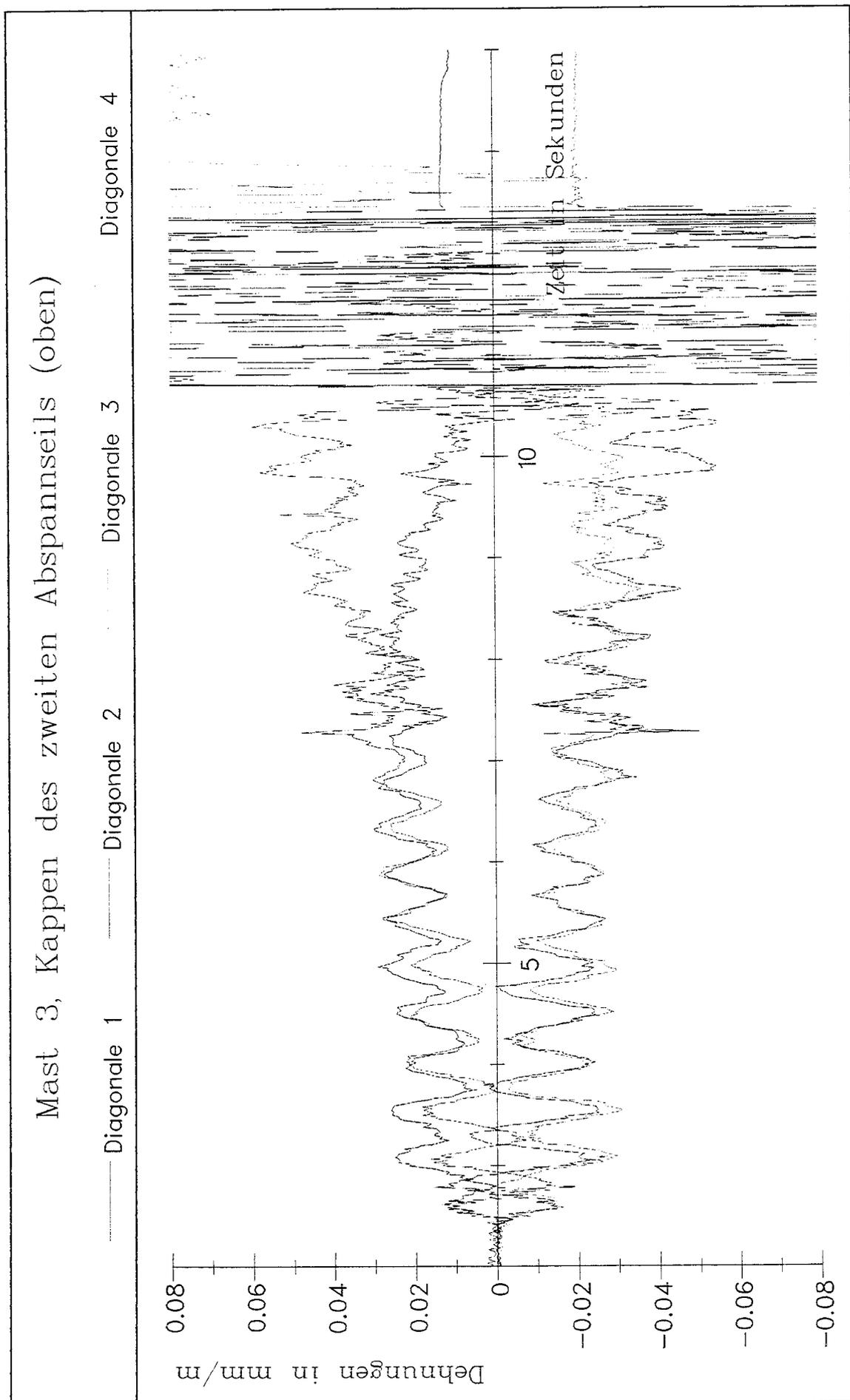


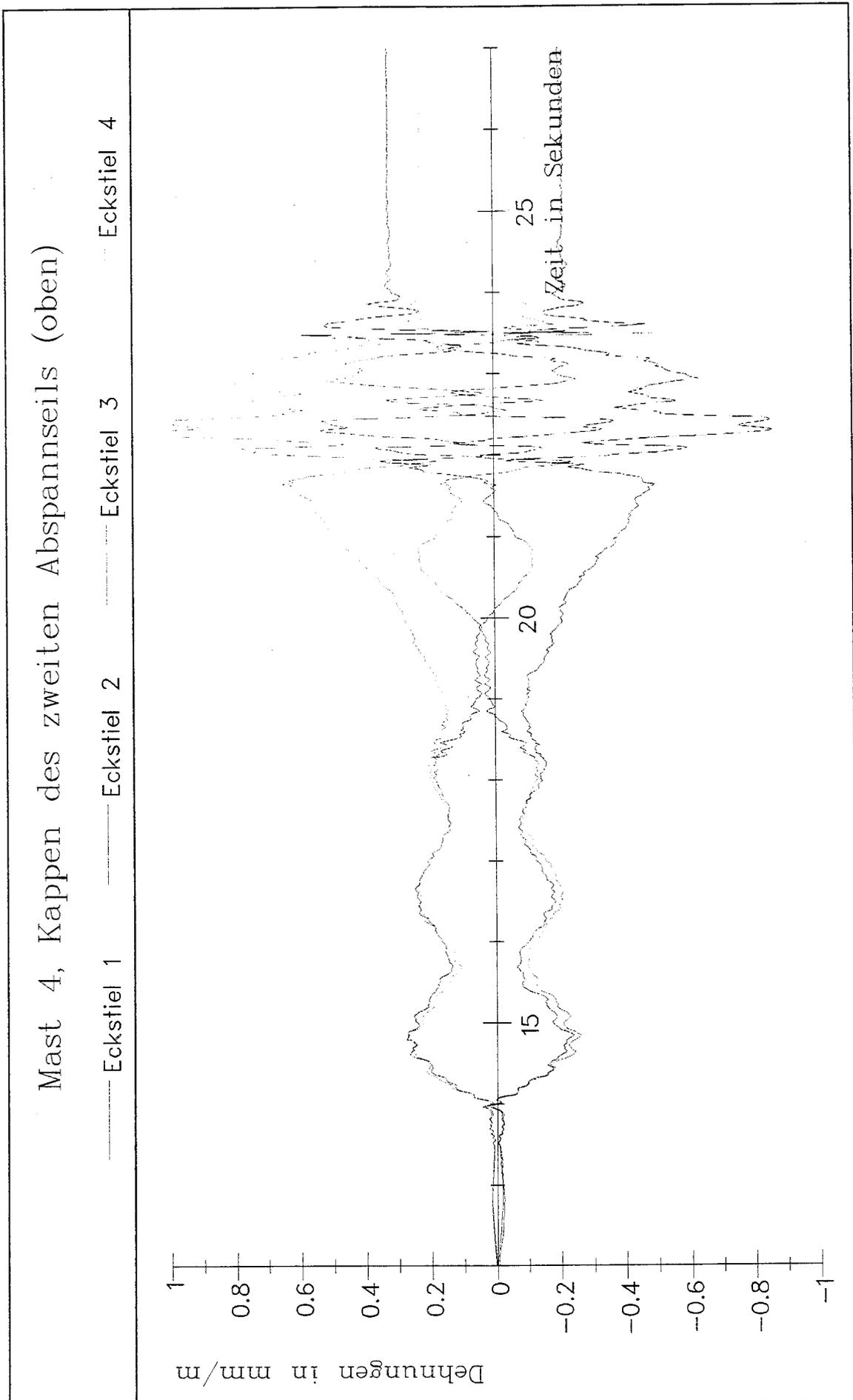


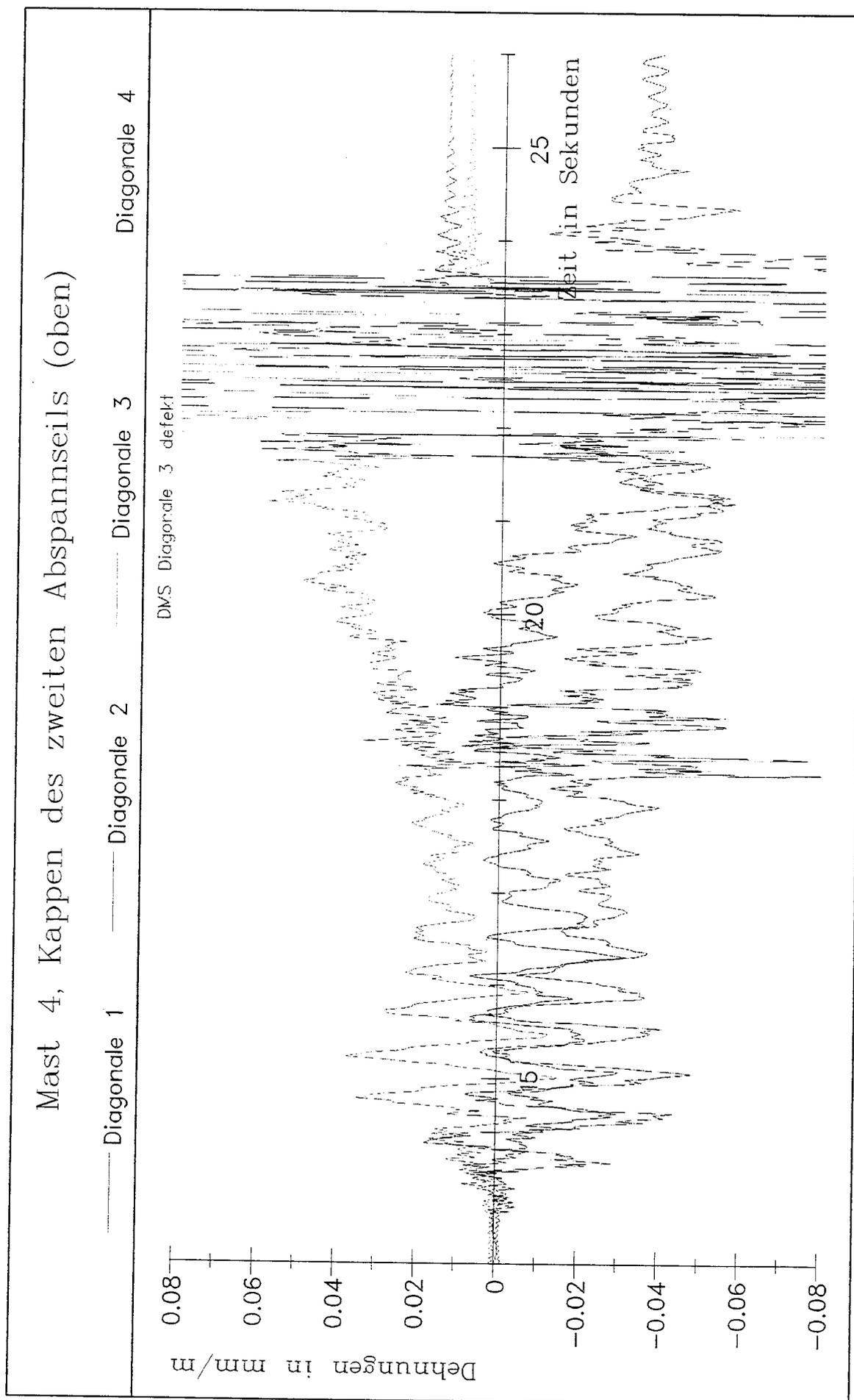












Mast Högl - neuer Antennenaufsatz, ohne Dämpfer

47	40	9		
1	0.0000	0.0000	0.0000	
2	0.0000	0.0000	3.3400	
3	0.0000	0.0000	10.0000	
4	0.0000	0.0000	16.7000	
5	0.0000	0.0000	24.0000	
6	0.0000	0.0000	31.6400	
7	0.0000	0.0000	34.5400	
8	0.0000	0.0000	40.0000	
9	0.0000	0.0000	47.4000	
10	0.0000	0.0000	57.4200	
11	0.0000	0.0000	57.5200	
12	0.0000	0.0000	64.1000	
13	0.0000	0.0000	67.6400	
14	0.0000	0.0000	78.4000	
15	0.0000	0.0000	80.5800	
16	0.0000	0.0000	80.8000	
17	0.0000	0.0000	87.4800	
18	0.0000	0.0000	94.1600	
19	0.0000	0.0000	104.1800	
20	0.0000	0.0000	112.0000	
21	0.0000	0.0000	120.8800	
22	0.0000	0.0000	127.0000	
23	0.0000	0.0000	134.2400	
24	0.0000	0.0000	137.5800	
25	0.0000	0.0000	143.5300	
26	0.0000	0.0000	145.9300	
27	0.0000	0.0000	146.4300	
28	0.0000	0.0000	150.0000	
29	0.0000	0.0000	156.0750	
30	0.0000	0.0000	162.1500	
31	0.0000	0.0000	168.2250	
32	0.0000	0.0000	174.3000	
33	1.2500	0.0000	34.5400	
34	-0.6250	1.0825	34.5400	
35	-0.6250	-1.0825	34.5400	
36	1.2500	0.0000	80.5800	
37	-0.6250	1.0825	80.5800	
38	-0.6250	-1.0825	80.5800	
39	1.2500	0.0000	146.4300	
40	-0.6250	1.0825	146.4300	
41	-0.6250	-1.0825	146.4300	
42	73.0000	0.0000	0.9000	
43	-35.5000	61.4900	2.6000	
44	-42.5000	-73.6100	-6.7000	
45	108.2600	0.0000	2.0000	
46	-53.7300	93.0600	3.1000	
47	-58.3400	-101.0400	-9.2000	

1	1	2	1	1
2	2	3	1	1
3	3	4	1	1
4	4	5	1	1
5	5	6	1	1
6	6	7	1	1
7	7	8	1	1
8	8	9	1	1

9 9 10 1 1
 10 10 11 1 2
 11 11 12 1 2
 12 12 13 1 2
 13 13 14 1 2
 14 14 15 1 2
 15 15 16 1 2
 16 16 17 1 2
 17 17 18 1 2
 18 18 19 1 2
 19 19 20 1 2
 20 20 21 1 2
 21 21 22 1 2
 22 22 23 1 2
 23 23 24 1 2
 24 24 25 1 2
 25 25 26 1 2
 26 26 27 1 2
 27 27 28 1 2
 28 28 29 1 3
 29 29 30 1 4
 30 30 31 1 5
 31 31 32 1 6
 32 7 33 1 7
 33 7 34 1 7
 34 7 35 1 7
 35 15 36 1 7
 36 15 37 1 7
 37 15 38 1 7
 38 27 39 1 7
 39 27 40 1 7
 40 27 41 1 7
 41 33 42 2 1
 42 34 43 2 1
 43 35 44 2 1
 44 36 42 2 2
 45 37 43 2 2
 46 38 44 2 2
 47 39 45 2 3
 48 40 46 2 3
 49 41 47 2 3

1 2.10000E+008 8.10000E+007 0.04800E+000 0.02900E+000 0.02900E+000 0.06000E+000 0.00
 0.00 0.00 1.10 1.10 k 0.06 0.52 0.02 2
 2 2.10000E+008 8.10000E+007 0.04800E+000 0.04180E+000 0.04180E+000 0.06000E+000 0.00
 0.00 0.00 1.10 1.10 k 0.06 0.70 0.02 2
 3 2.10000E+008 8.10000E+007 0.07190E+000 0.02300E+000 0.02300E+000 0.05000E+000 0.00
 0.00 0.00 0.79 0.79 k 0.05 0.33 0.02 2
 4 2.10000E+008 8.10000E+007 0.05960E+000 0.01900E+000 0.01900E+000 0.04000E+000 0.00
 0.00 0.00 0.79 0.79 k 0.04 0.33 0.02 2
 5 2.10000E+008 8.10000E+007 0.04720E+000 0.01500E+000 0.01500E+000 0.03000E+000 0.00
 0.00 0.00 0.79 0.79 k 0.03 0.33 0.02 2
 6 2.10000E+008 8.10000E+007 0.04720E+000 0.01500E+000 0.01500E+000 0.03000E+000 0.00
 0.00 0.00 0.79 0.79 k 0.03 0.33 0.02 2
 7 2.10000E+008 8.10000E+007 0.10000E+000 0.01000E+000 0.01000E+000 0.01000E+000 0.00
 0.00 0.00 0.00 0.00 n 0.02 0.001 0.02 2

1 2.00000E+008 9.18000E-004 0.00764 0.04 2
 2 2.00000E+008 26.5000E-004 0.02191 0.04 2

3 2.00000E+008 23.5000E-004 0.01937 0.04 2

22

1 1 0.0000
1 2 0.0000
1 3 0.0000
1 6 0.0000
42 1 0.0000
42 2 0.0000
42 3 0.0000
43 1 0.0000
43 2 0.0000
43 3 0.0000
44 1 0.0000
44 2 0.0000
44 3 0.0000
45 1 0.0000
45 2 0.0000
45 3 0.0000
46 1 0.0000
46 2 0.0000
46 3 0.0000
47 1 0.0000
47 2 0.0000
47 3 0.0000
0

1000

1.00000

180.000

6

13.8 0.19 0.05 4.0

0 0.000012

0 0.000012

2 0 0 -4.6 0 0 0 0
4 0 0 -3.7 0 0 0 0
6 0 0 -27.6 0 0 0 2
7 0 0 -120.0 0 0 0 10
9 0 0 -3.7 0 0 0 0
10 0 0 -23.0 0 0 0 2
12 0 0 -10.9 0 0 0 0
13 0 0 -3.7 0 0 0 0
14 0 0 -33.1 0 0 0 2
16 0 0 -120.9 0 0 0 10
17 0 0 -120.9 0 0 0 10
18 0 0 -23.4 0 0 0 0
19 0 0 -20.9 0 0 0 2
21 0 0 -3.7 0 0 0 0
23 0 0 -33.2 0 0 0 0
24 0 0 -3.7 0 0 0 0
25 0 0 -36.7 0 0 0 2
26 0 0 -29.8 0 0 0 2
28 0 0 -14.2 0 0 0 0
0

1 0 0 -5.1 2.2 0

-2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9

10 0 0 -6.9 2.2 0

-11 -12 -13 -14 -15 -16 -17 -18
-19 -20 -21 -22 -23 -24 -25 -26 -27
28 0 0 -3.3 1.28 0
-29 -30 -31 -32
0

41 0.075 70 0.075 0.03
-42 -43
44 0.215 230 0.215 0.04
-45 -46
47 0.19 325 0.19 0.04
-48 -49
0
0
0
0000

Mast Gartow II

54 47 15

1	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	12.0000
3	0.0000	0.0000	30.0000
4	0.0000	0.0000	48.0000
5	0.0000	0.0000	60.0000
6	0.0000	0.0000	66.0000
7	0.0000	0.0000	84.0000
8	0.0000	0.0000	102.0000
9	0.0000	0.0000	117.0000
10	0.0000	0.0000	120.0000
11	0.0000	0.0000	132.0000
12	0.0000	0.0000	135.0000
13	0.0000	0.0000	138.0000
14	0.0000	0.0000	147.0000
15	0.0000	0.0000	156.0000
16	0.0000	0.0000	174.0000
17	0.0000	0.0000	192.0000
18	0.0000	0.0000	210.0000
19	0.0000	0.0000	216.0000
20	0.0000	0.0000	219.0000
21	0.0000	0.0000	228.0000
22	0.0000	0.0000	237.0000
23	0.0000	0.0000	246.0000
24	0.0000	0.0000	264.0000
25	0.0000	0.0000	279.0000
26	0.0000	0.0000	282.0000
27	0.0000	0.0000	300.0000
28	0.0000	0.0000	312.0000
29	0.0000	0.0000	317.0000
30	0.0000	0.0000	324.0000
31	0.0000	0.0000	344.0000
32	2.0000	0.0000	60.0000
33	-1.1550	2.0005	60.0000
34	-1.1550	-2.0005	60.0000
35	2.0000	0.0000	132.0000
36	-1.1550	2.0005	132.0000
37	-1.1550	-2.0005	132.0000
38	2.0000	0.0000	216.0000
39	-1.1550	2.0005	216.0000
40	-1.1550	-2.0005	216.0000
41	2.0000	-2.0000	312.0000
42	-2.8000	-0.8000	312.0000
43	-2.8000	0.8000	312.0000
44	95.0000	0.0000	2.4800
45	-47.5000	82.2724	-1.0700
46	-47.5000	-82.2724	0.7100
47	225.0000	0.0000	3.4800
48	-112.5000	194.8557	-1.4700
49	-112.5000	-194.8557	-5.9700
50	2.0000	2.0000	312.0000
51	0.8000	-2.8000	312.0000
52	0.8000	2.8000	312.0000
53	0.0	0.0	331.4
54	0.0	0.0	340.7

1 1 2 1 1
 2 2 3 1 1

3	3	4	1	1
4	4	5	1	1
5	5	6	1	1
6	6	7	1	1
7	7	8	1	1
8	8	9	1	1
9	9	10	1	2
10	10	11	1	2
11	11	12	1	2
12	12	13	1	3
13	13	14	1	3
14	14	15	1	2
15	15	16	1	2
16	16	17	1	2
17	17	18	1	2
18	18	19	1	1
19	19	20	1	1
20	20	21	1	3
21	21	22	1	3
22	22	23	1	2
23	23	24	1	2
24	24	25	1	2
25	25	26	1	3
26	26	27	1	3
27	27	28	1	3
28	28	29	1	3
29	29	30	1	4
30	30	53	1	4
31	53	54	1	4
32	54	31	1	4
33	5	32	1	5
34	5	33	1	5
35	5	34	1	5
36	11	35	1	5
37	11	36	1	5
38	11	37	1	5
39	19	38	1	5
40	19	39	1	5
41	19	40	1	5
42	28	41	1	5
43	28	42	1	5
44	28	43	1	5
45	28	50	1	5
46	28	51	1	5
47	28	52	1	5
48	32	44	2	1
49	33	45	2	1
50	34	46	2	1
51	35	44	2	2
52	36	45	2	2
53	37	46	2	2
54	38	47	2	3
55	39	48	2	3
56	40	49	2	3
57	41	47	2	4
58	43	48	2	4
59	42	49	2	4
60	50	47	2	4
61	52	48	2	4

62 51 49 2 4

1 2.10000E+008 8.10000E+007 0.13950E+000 0.55800E+000 0.55800E+000 0.11000E+000 0.00
0.00 0.00 2.00 2.00 r 0.01 2.1 0.02 2
2 2.10000E+008 8.10000E+007 0.12240E+000 0.48960E+000 0.48960E+000 0.11000E+000 0.00
0.00 0.00 2.00 2.00 r 0.01 1.9 0.02 2
3 2.10000E+008 8.10000E+007 0.10560E+000 0.42240E+000 0.42240E+000 0.11000E+000 0.00
0.00 0.00 2.00 2.00 r 0.01 2.0 0.02 2
4 2.10000E+008 8.10000E+007 0.09360E+000 0.37440E+000 0.37440E+000 0.11000E+000 0.00
0.00 0.00 2.00 2.00 r 0.01 1.9 0.02 2
5 2.10000E+008 8.10000E+007 1.00000E+000 1.00000E+000 1.00000E+000 1.00000E+000 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 n 0.01 0.1 0.02 2

1 1.60000E+008 16.4900E-004 0.014 0.04 2
2 1.60000E+008 34.2400E-004 0.029 0.04 2
3 1.60000E+008 45.6800E-004 0.039 0.04 2
4 1.60000E+008 45.6800E-004 0.039 0.04 2

22

1 1 0.0000
1 2 0.0000
1 3 0.0000
1 6 0.0000
44 1 0.0000
44 2 0.0000
44 3 0.0000
45 1 0.0000
45 2 0.0000
45 3 0.0000
46 1 0.0000
46 2 0.0000
46 3 0.0000
47 1 0.0000
47 2 0.0000
47 3 0.0000
48 1 0.0000
48 2 0.0000
48 3 0.0000
49 1 0.0000
49 2 0.0000
49 3 0.0000
0

1000

1.0

180.0

6

13.8 0.19 0.05 4.0

0.0 1.2e-005

0.0 1.2e-005

5 0.0 0.0 -83.0 0.0 0.0 0.0
8 0.0 0.0 -225.0 0.0 0.0 0.0
11 0.0 0.0 -150.0 0.0 0.0 0.0
19 0.0 0.0 -485.0 0.0 0.0 0.0
28 0.0 0.0 -605.0 0.0 0.0 0.0
29 0.0 0.0 -380.0 0.0 -732.0 0.0
30 0.0 0.0 -1151.0 0.0 1020.0 0.0
53 0.0 0.0 -460.0 0.0 -732.0 0.0

31 0.0 0.0 -380.0 0.0 -732.0 0.0
0

1 0.0 0.0 -20.75 8.0 0
2 0.0 0.0 -20.75 8.0 0
3 0.0 0.0 -21.48 8.0 0
4 0.0 0.0 -21.48 8.0 0
5 0.0 0.0 -20.09 8.0 0
6 0.0 0.0 -20.09 8.0 0
7 0.0 0.0 -21.48 8.0 0
8 0.0 0.0 -21.48 8.0 0
9 0.0 0.0 -20.12 8.0 0
10 0.0 0.0 -20.12 8.0 0
11 0.0 0.0 -18.73 8.0 0
12 0.0 0.0 -18.73 8.0 0
13 0.0 0.0 -18.73 8.0 0
14 0.0 0.0 -18.73 8.0 0
15 0.0 0.0 -20.09 8.0 0
16 0.0 0.0 -21.00 8.0 0
17 0.0 0.0 -20.12 8.0 0
18 0.0 0.0 -20.12 8.0 0
19 0.0 0.0 -20.12 8.0 0
20 0.0 0.0 -20.12 8.0 0
21 0.0 0.0 -18.73 8.0 0
22 0.0 0.0 -18.73 8.0 0
23 0.0 0.0 -18.73 8.0 0
24 0.0 0.0 -18.73 8.0 0
25 0.0 0.0 -18.73 8.0 0
26 0.0 0.0 -20.12 8.0 0
27 0.0 0.0 -20.12 8.0 0
28 0.0 0.0 -19.17 9.18 0
29 0.0 0.0 -19.17 9.18 0
30 0.0 0.0 -19.17 3.78 0
31 0.0 0.0 -16.36 3.78 0
0

48 0.142 148.5 0.142 0.05
-49 -50
51 0.294 480.0 0.294 0.071
-52 -53
54 0.393 776.0 0.393 0.082
-55 -56
57 0.393 1140.0 0.393 0.082
-58 -59 -60 -61 -62
0
0
0
0000

Henstedt

19 15 9

1 0.0 0.0 0.0
2 0.0 0.0 23.50
3 0.0 0.0 46.95
4 0.97 0.0 46.95
5 -0.547 0.947 46.95
6 -0.547 -0.947 46.95
7 0.0 0.0 76.00
8 0.0 0.0 105.75
9 0.97 0.0 105.75
10 -0.547 0.947 105.75
11 -0.547 -0.947 105.75
12 0.0 0.0 132.00
13 0.0 0.0 159.75
14 0.97 0.0 159.75
15 -0.547 0.947 159.75
16 -0.547 -0.947 159.75
17 73.03 0.0 0.15
18 -36.515 63.246 0.15
19 -36.515 -63.246 0.15

1 1 2 1 1
2 2 3 1 1
3 3 7 1 1
4 7 8 1 1
5 8 12 1 1
6 12 13 1 1
7 3 4 1 2
8 3 5 1 2
9 3 6 1 2
10 8 9 1 2
11 8 10 1 2
12 8 11 1 2
13 13 14 1 2
14 13 15 1 2
15 13 16 1 2
16 17 4 2 1
17 18 5 2 1
18 19 6 2 1
19 17 9 2 2
20 18 10 2 2
21 19 11 2 2
22 17 14 2 3
23 18 15 2 4
24 19 16 2 4

1 2.1e8 8.1e7 0.0172 0.0099 0.0099 0.005 0 0 0 0.65 0.65 r 5 0.364 0.02 2
2 1.0e8 8.1e7 0.01 0.01 0.01 0.005 0 0 0 0.0 0.0 n 5 3 0.02 2

1 1.6e8 0.00039 0.02 0.04 2
2 1.6e8 0.000797 0.04 0.04 2
3 1.6e8 0.001535 0.10 0.04 2
4 1.6e8 0.000797 0.04 0.04 2

13

1 1 0.0
1 2 0.0

1 3 0.0
1 6 0.0
17 1 0.0
17 2 0.0
17 3 0.0
18 1 0.0
18 2 0.0
18 3 0.0
19 1 0.0
19 2 0.0
19 3 0.0
0

1000
1.00000
180.000
6
13.8 0.19 0.05 4.0
0 0.000012
0 0.000012

0
1 0.00 0.00 -3.64 1.00 0
2 0.00 0.00 -3.64 1.00 0
3 0.00 0.00 -3.64 1.00 0
4 0.00 0.00 -3.64 1.00 0
5 0.00 0.00 -3.64 1.00 0
6 0.00 0.00 -3.64 1.00 0
0

16 0.033 50.7 0.033 0.0388
-17 -18
19 0.0677 119.6 0.0677 0.0664
-20 -21
22 0.13 359.2 0.13 0.1066
23 0.0677 100.4 0.0677 0.088
-24
0
0
0
0000

Abbenrode, dynamische Berechnung

33	26	6		
1	0.0000	0.0000	0.0000	
2	0.0000	0.0000	9.5400	
3	0.0000	0.0000	19.0800	
4	0.0000	0.0000	28.6200	
5	0.0000	0.0000	38.1600	
6	0.0000	0.0000	47.7000	
7	0.0000	0.0000	56.1000	
8	0.0000	0.0000	64.5000	
9	0.0000	0.0000	74.4800	
10	0.0000	0.0000	84.4600	
11	0.0000	0.0000	94.4400	
12	0.0000	0.0000	104.4200	
13	0.0000	0.0000	113.7800	
14	0.0000	0.0000	123.1400	
15	0.0000	0.0000	132.5000	
16	0.0000	0.0000	142.2500	
17	0.0000	0.0000	152.0000	
18	0.0000	0.0000	158.4200	
19	0.0000	0.0000	168.2800	
20	0.0000	0.0000	178.1400	
21	0.0000	0.0000	188.0000	
22	1.2000	0.0000	64.5000	
23	-0.6000	1.0392	64.5000	
24	-0.6000	-1.0392	64.5000	
25	1.2000	0.0000	152.0000	
26	-0.6000	1.0392	152.0000	
27	-0.6000	-1.0392	152.0000	
28	100.0000	0.0000	0.0000	
29	-50.0000	86.6000	0.0000	
30	-50.0000	-86.6000	-0.0000	
31	150.0000	0.0000	0.0000	
32	-75.0000	129.9000	-0.0000	
33	-75.0000	-129.9000	-0.0000	

1	1	2	1	1
2	2	3	1	1
3	3	4	1	1
4	4	5	1	1
5	5	6	1	1
6	6	7	1	1
7	7	8	1	1
8	8	9	1	1
9	9	10	1	1
10	10	11	1	1
11	11	12	1	1
12	12	13	1	1
13	13	14	1	1
14	14	15	1	1
15	15	16	1	1
16	16	17	1	1
17	17	18	1	1
18	18	19	1	1
19	19	20	1	1
20	20	21	1	1
21	8	22	1	2
22	8	23	1	2
23	8	24	1	2

24 17 25 1 2
25 17 26 1 2
26 17 27 1 2
27 22 28 2 1
28 23 29 2 1
29 24 30 2 1
30 25 31 2 2
31 26 32 2 2
32 27 33 2 2

1 2.10000E+008 8.10000E+007 4.0E-2 2.18E-2 2.18E-2 4.36E-2 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 r
4.36e-2 0.4 0.02 2
2 2.10000E+008 8.10000E+007 4.0E-2 2.18E-2 2.18E-2 4.36E-2 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 r
4.36e-2 0.01 0.02 2

1 2.00000E+008 6.00000E-004 0.00835 0.04 2
2 2.00000E+008 7.50000E-004 0.00704 0.04 2

22

1 1 0.0000
1 2 0.0000
1 3 0.0000
1 6 0.0000
28 1 0.0000
28 2 0.0000
28 3 0.0000
29 1 0.0000
29 2 0.0000
29 3 0.0000
30 1 0.0000
30 2 0.0000
30 3 0.0000
31 1 0.0000
31 2 0.0000
31 3 0.0000
32 1 0.0000
32 2 0.0000
32 3 0.0000
33 1 0.0000
33 2 0.0000
33 3 0.0000
0

1000

1.0000000

180.0

6

13.8 0.19 0.05 4.0

0.0 0.000012

0.0 0.000012

8 0 0 -80 0 0 0 10.0

12 0 0 -52 0 0 0 9.30

17 0 0 -32 0 0 0 5.00

0

1 0 0 -4.0 1.47 0

-2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9 -10 -11 -12 -13 -14 -15 -16 -17 -18

-19 -20

0

27 0.069 81.0 0.069 0.035
-28 -29

30 0.082 150.0 0.082 0.036
-31 -32

0

0

0

0000