

Verbundverhalten bei Querszug

T 2821

T 2821

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

Im Originalmanuskript enthaltene Farbvorlagen, wie z.B. Farbfotos, können nur in Grautönen wiedergegeben werden. Liegen dem Fraunhofer IRB Verlag die Originalabbildungen vor, können gegen Berechnung Farbkopien angefertigt werden. Richten Sie Ihre Anfrage bitte an die untenstehende Adresse.

© by Fraunhofer IRB Verlag

1998, ISBN 3-8167-5509-7

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

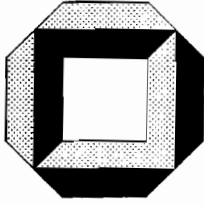
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

e-mail irb@irb.fhg.de

URL <http://www.irb.fhg.de>



Massivbau
Baustofftechnologie
Universität Karlsruhe

Schlußbericht zum Forschungsvorhaben

Verbundverhalten bei Querzug

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. techn. h.c. J. Eibl

Dipl.-Ing. K. Idda

Dr.-Ing. H.-N. Lucero-Cimas

Universität Karlsruhe
Institut für Massivbau und Baustofftechnologie
Abteilung Massivbau
Leitung: Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. techn. h.c. J. Eibl

Die Untersuchungen, über die im Folgenden berichtet wird, wurden im Rahmen des Forschungsvorhabens

“Verbundverhalten bei Querzug”

unter der Kennziffer IV 1 - 5 - 752/94 vom Deutschen Institut für Bautechnik, Berlin, gefördert, dem hierfür Dank ausgesprochen sei.

Kurzfassung zum Forschungsvorhaben

“Verbundverhalten bei Querzug”

Querdruck wirkt sich günstig auf das Verbundverhalten von Betonstählen aus. Dieser Tatsache wird beim Nachweis der Verankerung von Betonstählen Rechnung getragen. Querzug mit Rissen parallel zu gezogenen Betonstählen verschlechtert aller Erwartung nach das Verbundverhalten. Dieser Umstand bleibt aber beim Nachweis von Verankerungen von Betonstählen unberücksichtigt.

Im Rahmen der experimentellen Untersuchungen wurden Betonstähle mit kurzer Verankerungslänge ausgezogen, nachdem Risse parallel zu diesen Stäben eingestellt worden sind. Neben der voreingestellten Rißbreite wurde der Stabdurchmesser, die Betongüte und die Verankerungslänge als Parameter untersucht.

Es zeigte sich, daß sich bereits Rißbreiten, die im Gebrauchszustand zulässig sind, negativ auf das Verbundverhalten auswirken. Größere Rißbreiten schwächen den Verbund zusätzlich.

Aus den Meßdaten wurden örtliche Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen und erforderliche Verankerungslängen durch Lösung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes berechnet. Daraus wurden rechnerische, gleichmäßig über der Verankerungslänge verteilte Verbundspannungen bestimmt. Ein Vergleich zeigt, daß bei vorhandenen Rissen parallel zum Stab die derzeit gültigen Grundwerte der Verbundspannungen zum Nachweis von Verankerungslängen deutlich zu hoch sind.

Die Folge davon sind Rißbreiten im Verankerungsbereich - orthogonal zu den betrachteten Betonstählen - die über das zulässige Maß im Gebrauchszustand hinausgehen. Ein Verankerungsbruch infolge von voreingestellten Längsrissen erscheint dennoch nicht wahrscheinlich.

Diese Untersuchungen wurden durch die Arbeit an einem dreidimensionalen Rechenmodell begleitet, das auf der Methode der Finiten Elemente basiert. Das stark nichtlineare Verbundverhalten konnte im Wesentlichen durch eine genaue Beschreibung der Betonstahlgeometrie und stoffgesetzliche Formulierungen für den Beton in Anlehnung an Ottosen wiedergegeben werden.

Summary

Lateral compressive stress improves bond behaviour. This is considered in the verification of necessary anchorage lengths of deformed reinforcing bars. Lateral tensile stress with cracks developing parallel to pulled bars is supposed to impair bond behaviour. Nevertheless valid design codes take this eventuality not into consideration.

Within experimental investigations deformed reinforcing bars with short embedment length were pulled out, after cracks had been enforced parallel to these bars. Beneath the initial crack width, the bar diameter, the concrete strength and the embedment length were investigated as parameters.

It is stated, that even crack widths permitted in the serviceability limit states impair bond behaviour. Besides broader cracks have an additional diminishing effect on bond.

Using the test data and on the basis of the differential equation of bond local bond stress - slip relationships and necessary anchorage lengths were calculated. In the next step therefrom equal over the anchorage length distributed bond stresses were calculated. A comparison with the at present in design rules valid calculating bond stresses, shows that the latter are significantly to high.

As a consequence in the anchorage zone - lateral to the reinforcing bar - cracks may open which are wider than permitted in the serviceability limit states. Nevertheless bond failure is not suspected due to initial cracks parallel to the bar.

The numerical investigations were attended by a simulation based on a threedimensional finite element model. The distinct non-linear bond behaviour could be reflected, using a realistic bar geometry and constitutive relationships for concrete founded on Ottosen formulations.

Résumé

Une compression verticale a des effets favorable sur le comportement d'adhérence des barres d'acier. Ce fait est pris en considération pour justifier l'ancrage des barres nervurées. Selon toute attente, une tension transversale avec des fissures parallèles à l'orientation des barres, réduit le comportement d'adhérence. Cette caractéristique ne sera, cependant, pas pris en compte pour justifier l'ancrage des barres nervurées.

Dans le cadre de recherches expérimentales, des barres avec une longueur d'ancrage courte ont été retirées après que des fissures, parallèles à des barres, aient été occasionnées. Outre la largeur des fissures occasionnées, le diamètre de la barre, la résistance du béton et la longueur d'ancrage ont été examinés comme paramètre.

Il en résulte que les largeurs de fissure, acceptées en état d'utilisation, affaiblissent le comportement d'adhérence.

A partir des résultats des mesures, les relations locales entre les contraintes d'adhérence et les glissements sont déterminées et ensuite les longueurs d'ancrage nécessaires sont calculées en solutionnant l'équation différentielle d'adhérence. On peut ainsi déterminer par le calcul des contraintes d'adhérence, réparties de façon égale sur les longueurs d'ancrage. Une comparaison montre que les valeurs fondamentales actuelles des contraintes d'adhérence, apportant la justification aux longueurs d'ancrage, sont sensiblement trop élevées.

Par conséquent, des largeurs de fissure dans la zone d'ancrage perpendiculaires aux barres considérées sont plus grandes que celles admises en l'état d'utilisation. Toutefois, une défaillance de l'ancrage due à de telles fissures semble improbable.

Ces recherches sont accompagnées d'un travail sur un modèle en trois dimension basé sur la méthode des éléments finités. Le comportement d'adhérence non linéaire pourrait être exentiellement reproduit à l'aide d'une description exacte de la géométrie des barres d'acier et des caractéristiques fondamentales du béton selon Ottosen.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1 Problemstellung und Ziel des Vorhabens	1
1.2 Stand der Erkenntnis	1
2. Experimentelle Untersuchungen	5
2.1 Versuchsprogramm	5
2.2 Vorversuche	7
2.3 Versuchseinrichtung	10
2.4 Versuchskörper	12
2.5 Material	14
2.6 Meßtechnik	17
2.7 Versuchsergebnisse	21
2.7.1 Hauptversuche - erste Ergebnisse	21
2.7.2 Ergänzungsversuche - Parameterstudien	28
2.8 Weiterführende Überlegungen	34
2.8.1 Versagensmechanismus	34
2.8.2 Dimensionsanalyse	40
2.9 Verbund-Grundgesetze unter Berücksichtigung von Querkzug	48
2.9.1 Näherungslösung der Differentialbeziehung nach Rehm	49
2.9.2 Verbund-Grundgesetze bei Querkzug	52
2.9.3 Variation des Stabdurchmessers und der Betongüte	56
2.9.4 Überprüfung der berechneten Grundgesetze	58
2.9.5 Verankerungslängen im Gebrauchs- und im Bruchzustand	60
2.9.6 Rechnerische Verbundspannungen	63
2.10 Ausziehkörper ohne Querbewehrung	67
3. Numerische Untersuchungen	71
3.1 Mathematisches Modell	71
3.2 Stoffgesetze	71
3.2.1 Beton	71
3.2.1.1 Allgemeines	71
3.2.1.2 Versagenskriterium	72
3.2.1.3 Verformungsbeziehungen	75
3.2.1.3.1 Belastung	75
3.2.1.3.2 Entlastung	78
3.2.1.3.3 Nachrißverhalten	79
3.2.2 Stahl	83
3.3 Lösungstechnik	84
4. Vergleich von Versuchen und Rechnungen	85
4.1 Dreidimensionales Modell für statische Berechnungen	85
4.1.1 Diskretisierung	85
4.1.2 Erste Ergebnisse	85
4.2 Dreidimensionales Modell für dynamische Berechnungen mit expliziter Zeitintegration	100
5. Zusammenfassung und Ausblick	104

Literatur	106
Anhang	112
Anhang Teil A: Beispielhafte Berechnung von Rißbreiten	113
Anhang Teil B: Versuchsergebnisse	117
Anhang Teil B1: Hauptversuche	118
Anhang Teil B2: Ergänzungsversuche	131
Anhang Teil B3: Sprengkraft - Winkel der Lastausbreitung	150
Anhang Teil C: Beispielrechnung zur Dimensionsanalyse	161

1. Einleitung

1.1 Problemstellung und Ziel des Vorhabens

Es ist bekannt, daß eine Querdruckbeanspruchung den Auszieh Widerstand von Bewehrungsstäben aus dem Beton beträchtlich erhöhen kann. Es liegt daher nahe zu vermuten, daß eine Querkzugbeanspruchung mit Ribbildung entlang der verankerten Bewehrungsstäbe die Verbundwirkung in entsprechender Weise reduzieren wird. Damit stellt sich die Frage, ob die nach den gängigen Regeln der Bautechnik verankerten Bewehrungsstäbe auch in diesem Fall ausreichend gegen Herausziehen gesichert sind und die Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton in den erlaubten Grenzen bleibt. Da Ribformeln eine Beeinträchtigung des Verbundes durch Querkzug nicht berücksichtigen, ist fraglich ob die damit erzeugten Abschätzungen bei auftretendem Querkzug noch zutreffend sind.

Grundlage ist: "Die Bemessung muß einen ausreichenden Sicherheitsabstand zwischen Gebrauchslast und rechnerischer Bruchlast und ein einwandfreies Verhalten der Konstruktion unter Gebrauchslast sicherstellen." [DIN 1045, 17.1.1]. Diese Forderung wird, was den Verbund anbelangt erfüllt, indem nachgewiesen wird, daß die aus dem Versagenszustand des Stahles herrührende Kraft über eine gewisse Verankerungslänge in den Beton übertragen werden kann und die dabei auftretende Verschiebung zwischen Stahl und Beton unter einer definierten Grenze bleibt. Bei diesem Nachweis werden Umstände, die den Verbund beeinflussen berücksichtigt, auch der Spannungszustand senkrecht zum gezogenen Betonstahl. Erstaunlicherweise aber nur dann, wenn er sich günstig auf die Verbundeigenschaften auswirkt, also Querdruck vorherrscht. Der aller Erwartung nach ungünstig wirkende Querkzug wird vernachlässigt.

Ein derartiger Querkzug tritt überall da auf, wo in Stahlbetonbauteilen in mehreren Richtungen Zugspannungen herrschen. Zum Beispiel in Deckenplatten und Schalentragwerken. Bei Großexplosions-Versuchen zum Reaktorbau in Albuquerque (New Mexico) wurde erstmals dieses Phänomen vom hiesigen Institut als keinesfalls bei der Entwurfspraxis zu vernachlässigendes erkannt.

Die rechnerischen und experimentellen Untersuchungen dieses Forschungsvorhabens sollen dazu dienen die Auswirkung der Querkzugbeanspruchung auf den Verbund zu ermitteln. Unterschiedliche Parameter werden dabei berücksichtigt.

1.2 Stand der Erkenntnis

Es existiert kein reines Stoffgesetz, das den Verbund zwischen Stahl und Beton alleine mit Materialkenngrößen beschreiben könnte. Stets sind Bedingungen, beispielsweise zur Geometrie oder zum Belastungszustand, angegeben. Einfluß nimmt aber auch der Spannungszustand quer zum gezogenen Betonstahl. Der im Allgemeinen für den Verbund günstig wirkende Querdruck war bereits Gegenstand zahlreicher experimenteller und theoretischer Untersuchungen, während Verbund bei Querkzug bisher wenig Beachtung gefunden hat. Tastversuche am hiesigen Institut [9] zeigten eine Schwächung des Verbundes bei Querkzug und machten die Dringlichkeit

fundierter Untersuchungen deutlich. Andere Forschungsergebnisse auf diesem Gebiet zeigen qualitativ gleiche Resultate:

Nagatomo und Kaku [28] haben an unbewehrten Ausziehkörpern Verbundversuche durchgeführt. Die Auswirkung von Querkzug- und Querkdruckspannungen wurde dabei untersucht. Die Betondeckung und der Stabdurchmesser wurden variiert. Eine Verminderung der Verbundfestigkeit bei gleichzeitig durch Querkzug beanspruchten Ausziehkörpern wurde festgestellt. Vier Versagensarten wurden unterschieden und eingehend beschrieben. Im Wesentlichen lassen sich diese Versagensarten in zwei Gruppen unterteilen. Einmal Versagen durch Längsrißbildung, dann Versagen durch Abscheren der Betonzähne in Stabnähe.

Navaratnarajah hat Verbundversuche an bewehrten Ausziehkörpern bei gleichzeitig wirkendem Querkzug durchgeführt [29]. Ein Abfall der maximalen Verbundspannungen, mit anwachsender Betonzugdehnung senkrecht zum Ausziehstab, wurde festgestellt. Hintergrund dieser Versuche waren Untersuchungen tordierter Stahlbetonbalken. Der Verbund der Bügel dieser Stahlbetonbalken war durch Rißbildung im Verankerungsbereich weitgehend zerstört worden. Die Bügel verlohren dadurch ihre Wirksamkeit. Im Rahmen dieser Untersuchungen wurden bei konstantem Stabdurchmesser unterschiedliche Stabformen getestet.

Gerster [14] hat das Verbundverhalten von Bewehrungsstößen bei gleichzeitig wirkenden Querkzugspannungen experimentell untersucht. Außer den gestoßenen Betonstählen enthielten die Versuchskörper keine Bewehrung. Die im Brandfall auftretende Querkzugbeanspruchung aus Wasserdampfreibung und Temperatureigenspannungen sollte simuliert werden. Zuerst wurde der Querkzug über angeklebte Platten in den Beton eingeleitet und auf einem bestimmten Niveau konstant gehalten. Dann wurden die Zugkräfte an den Bewehrungsstäben gesteigert, bis Versagen eintrat. Versagen trat stets durch Rißbildung in einer Ebene senkrecht zur Richtung der Querkzugspannungen ein. Die Rißebeine durchlief den Stahlbetonkörper immer in Höhe des Bewehrungsstoßes. Bei geringen Querkzugspannungen wurde die Verbundtragfähigkeit nur in relativ geringem Maße beeinträchtigt. Bei gesteigerter Querkzugspannungen nahm die Tragfähigkeit des Bewehrungsstoßes sehr rasch ab.

Die am hiesigen Institut im Rahmen eines anderen Forschungsvorhabens bereits durchgeführten Versuche zum Verbundverhalten von Betonstählen bei Querkzug [9] zeigten ebenfalls die festigkeitsmindernde Auswirkung der Querkzugbeanspruchung. Die Abhängigkeit der Ausziehkraft von einer voreingestellten Rißbreite parallel zum Ausziehstab wurde untersucht. Ausgezogen wurden Betonstähle mit einem Durchmesser von 12mm, die auf einer Länge von 460mm verankert waren. Insgesamt zeigt sich auch hier der negative Einfluß der Querkzugbeanspruchung auf das Verbundverhalten deutlich.

Mit Hilfe theoretischer Überlegungen hat Kobarg [20] die Problemstellung des Verbundes bei Querkzug schon früh bearbeitet. Zur Berechnung der Verbundspannungen benützt er in seinem inkrementellen Verbundgesetz den Verbundmodul H . Dieser hängt unter anderem von den senkrecht zum Ausziehstab wirkenden Spannungen ab. Für Querkdrücke, die bis zur circa 0,6 fachen Würfeldruckfestigkeit reichen, wird eine Zunahme des Verbundmodules angenommen. Damit steigt der Zuwachs zur Ausziehkraft bei gleichem Zuwachs an Ausziehweg. Im Bereich

der Querkzugbeanspruchung wird im Gegensatz dazu ein exponentiell abklingender Abfall des Verbundmoduls postuliert. Entspricht die Querkzugbeanspruchung etwa der Spaltzugfestigkeit des Betons wird der Verbundmodul nicht weiter reduziert, er nimmt einen konstanten Restwert an.

Eine Reihe von Veröffentlichungen haben diese Arbeit beeinflusst, obwohl sie den Verbund von Betonstählen unabhängig von einer Querkzugbeanspruchung untersuchen: Rehm [33] stellte sogenannte "Grundgesetze" vor. Dabei handelt es sich um örtliche Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen, die für unterschiedliche Eigenschaften des gezogenen Betonstahles, für unterschiedliche Betongüten u.s.f durch Versuche an sehr kurzen Verankerungslängen $l_v \approx d_s$ gefunden wurden. Die erste Phase dieser τ - Δ -Beziehungen wurde in eine mathematisch einfache Form gebracht und diente Rehm und später auch Martin [23] zur numerischen Lösung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes.

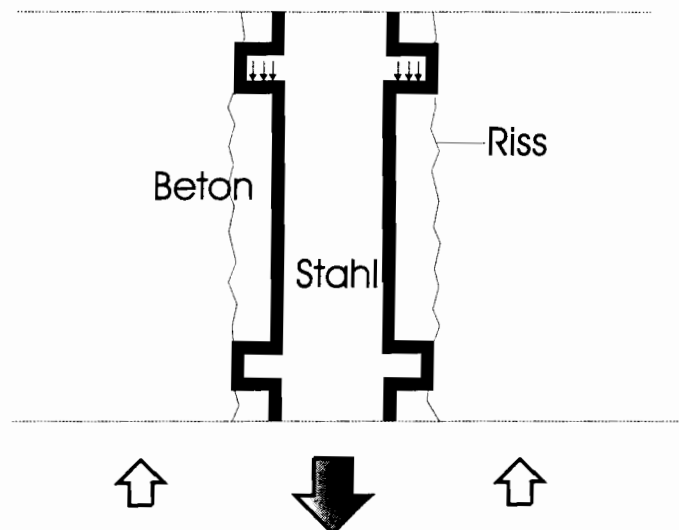


Abbildung 1.1 Schubbruch der Betonkonsolen nach Rehm

Von Rehm wird ebenfalls ein Modell für das Verbundversagen in Stabnähe entwickelt: Die Oberfläche der Betonstähle ist gerippt. Zwischen zwei Rippen befindet sich jeweils eine hohe Betonkonsole Abbildung 1.1. Die Stahlrippen stützen sich auf diesen Konsolen ab. Der Hauptanteil der Verbundkraft wird auf diese Art übertragen. Wird die Ausziehkraft weit genug gesteigert, bilden sich Risse mit der Hauptrichtung parallel zum Ausziehstab. Damit tritt jedoch noch kein Verbundversagen ein. Rehm geht davon aus, daß die durch den Riß geschaffenen neuen Oberflächen nicht völlig glatt sind (Morsch, [27]). Die Ritoberflächen sind miteinander verzahnt. Weitere Laststeigerung führt zum Abscheren der Betonzähne und zum Aufgleiten der Oberflächen aufeinander. Versagen tritt erst dann ein, wenn die Oberflächen aneinander vorbeigleiten können. Die Versuche zum Verbundverhalten von Bewehrungsstäben bei Querkzug geben zu diesem Versagensmodell Aufschluß.

TEILQUERSCHNITT AUS DER ZUGZONE EINES STAHLBETONBALKENS

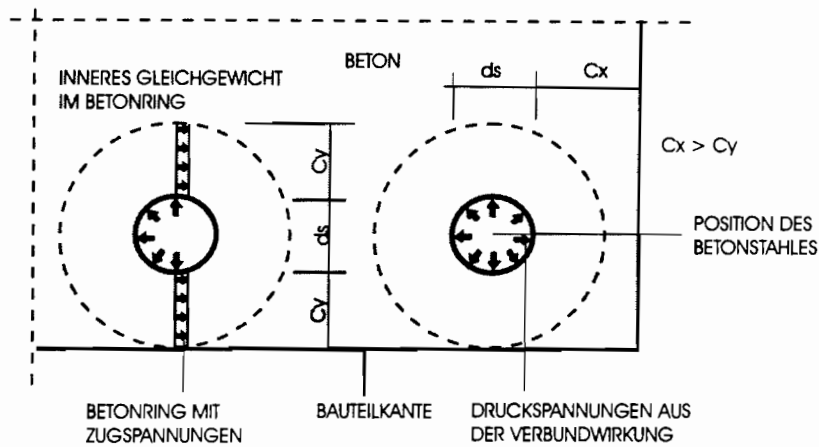


Abbildung 1.2 Längsrissbildung nach Tepfers

Tepfers [41] hat die Bildung von Rissen parallel zu gezogenen Bewehrungsstäben als Folge einer Verbundbeanspruchung untersucht. Er vergleicht den Spannungszustand innerhalb der Betondeckung mit dem einer Kreisringscheibe unter Innendruck (Abbildung 1.2). Das Maß des Innendruckes wird durch die Sprengkraft bestimmt, die senkrecht zum Ausziehstab wirkt. Das Verhältnis der Ausziehkraft und der Sprengkraft kann durch den Neigungswinkel α der Resultierenden definiert werden (Abbildung 1.3). Tepfers nahm zunächst eine Neigung von $\alpha = 45^\circ$ an. Später hat er den Neigungswinkel der Resultierenden durch Versuche bestimmt [42].

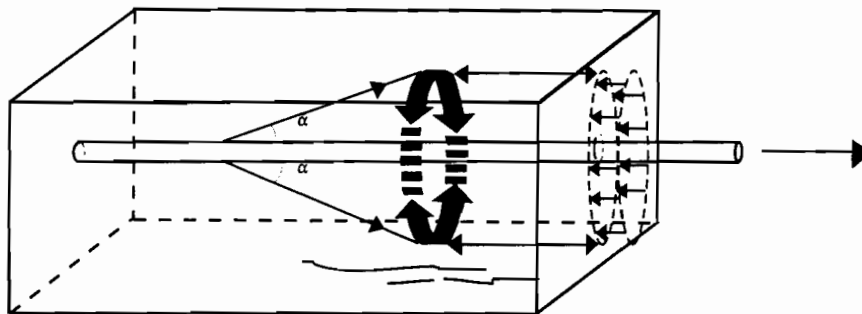


Abbildung 1.3 Winkel der Lastausbreitung α

Alle in der Vergangenheit durchgeführten Untersuchungen belegen eine deutliche Schwächung des Verbundes bei gleichzeitig wirkendem Querkzug. Die Versuche zeigen keinen unteren Grenzwert für die Verbundfestigkeit mit steigender Querkzugbeanspruchung an. Eine technische Begründung für die Schwächung des Verbundes in diesem besonderen Fall fehlt. Analytische Ansätze in Bezug auf die Fragestellung fehlen ganz. Mit den im Folgenden vorgestellten Untersuchungen sollen diese Fragen beantwortet und ein Problemfeld beleuchtet werden, das bisher zu Unrecht vernachlässigt worden ist.

2. Experimentelle Untersuchungen

2.1 Versuchsprogramm

Das gesamte Versuchsprogramm gliederte sich in drei Abschnitte:

- | | |
|-----------------------------|--|
| - Vorversuche | sechzehn würfelförmige Ausziehkörper |
| - Hauptversuche | zwei balkenförmige Ausziehkörper mit jeweils sechs Ausziehstäben normal zur Balkenlängsachse |
| - Ergänzungsversuche | drei balkenförmige Ausziehkörper mit jeweils sechs Ausziehstäben normal zur Balkenlängsachse |

Die Vorversuche und deren Ergebnisse sind in Abschnitt 2.2 beschrieben, gefolgt von den Haupt- und Ergänzungsversuchen in den Abschnitten 2.3 bis 2.6. Im Abschnitt 2.7 werden die Meßergebnisse beschrieben. Sämtliche Meßdaten sind im Anhang Teil B in Diagrammen aufgezeichnet.

Durch Auswertung dieser Meßdaten gewonnene weitere Ergebnisse sind in den Abschnitten 2.8 und 2.9 enthalten.

Zur Unterscheidung werden diejenigen Versuche innerhalb der Haupt- bzw. Ergänzungsversuche als **Referenzversuche** bezeichnet, bei denen Betonstähle ohne voreingestellten Riß ausgezogen wurden.

In der folgenden Übersicht wird die Bezeichnung der einzelnen Versuche definiert und angegeben an welcher Stelle des Berichtes die Meßergebnisse des entsprechenden Versuchsabschnittes zu finden sind.

Vorversuche

Beschreibung:	kubische, mit Wendeln bewehrte Ausziehkörper mit unterschiedlichen Verankerungslängen
Parameter:	Verankerungslänge
Bezeichnung:	z. Bsp.: V11 V: Vorversuch Erste Ziffer: Seriennummer (1-4) Zweite Ziffer: Versuchskörpers innerhalb der Serie
Ergebnisse:	Abschnitt 2.2, Tabelle 2.2.1

Hauptversuche

Beschreibung:	balkenförmige Ausziehkörper, Ausziehrichtung quer zur Balkenlängsrichtung
Parameter:	voreingestellte Rißbreite parallel zum gezogenen Betonstahl
Bezeichnung:	z. Bsp.: BA11 BA: Balken Erste Ziffer: Balkennummer = Seriennummer (1-2) Zweite Ziffer: Versuchsnummer innerhalb der Serie (1-6)
Ergebnisse:	Abschnitt 2.7.1: Beschreibung Anhang Teil B1: Ausziehungskraft-Schlupf, Rißbreite-Schlupf Anhang Teil B3: Sprengkraft-Schlupf, Lastausbreitung-Schlupf

Ergänzungsversuche

Beschreibung:	balkenförmige Ausziehkörper, Ausziehrichtung quer zur Balkenlängsrichtung
Parameter:	Rißbreite, Stabdurchmesser, Betongüte, Querbewehrung
Bezeichnung:	z. Bsp.: BA31 BA: Balken Erste Ziffer: Balkennummer = Seriennummer (3-5) Zweite Ziffer: Versuchsnummer innerhalb der Serie (1-6)
Ergebnisse:	Abschnitt 2.7.2: Beschreibung Anhang Teil B2: Ausziehungskraft-Schlupf, Rißbreite-Schlupf Anhang Teil B3: Sprengkraft-Schlupf, Lastausbreitung-Schlupf

2.2 Vorversuche

Mit Hilfe von Vorversuchen wurde für die Hauptversuche eine Verbundlänge bestimmt, bei der beim Ausziehen mit Sicherheit Verbundversagen und nicht Stahlversagen eintritt. Extrem kleine Verbundlängen etwa im Sinne der klassischen Ausziehversuche sollten nicht verwendet werden, um den Einfluß der Streuung der Materialgüte über die Verankerungslänge direkt berücksichtigen zu können.

Im Rahmen der Vorversuche zur Bestimmung einer geeigneten Verankerungslänge wurden mit Wendeln bewehrte würfelförmige Ausziehkörper mit einer Kantenlänge von 200 mm hergestellt (Abbildung 2.1). Der Durchmesser der ausgezogenen Betonstäbe betrug wie im Hauptversuch 16 mm. Der Durchmesser der Wendel betrug 150 mm, der Stabdurchmesser 8 mm und die Ganghöhe 36 mm. Verwendet wurde das gleiche Betonrezept wie für die Hauptversuche Tab. 2.5.1. Bei den Vorversuchen wurde einzig die Verankerungslänge variiert und zwar zwischen 140 mm und 200 mm.

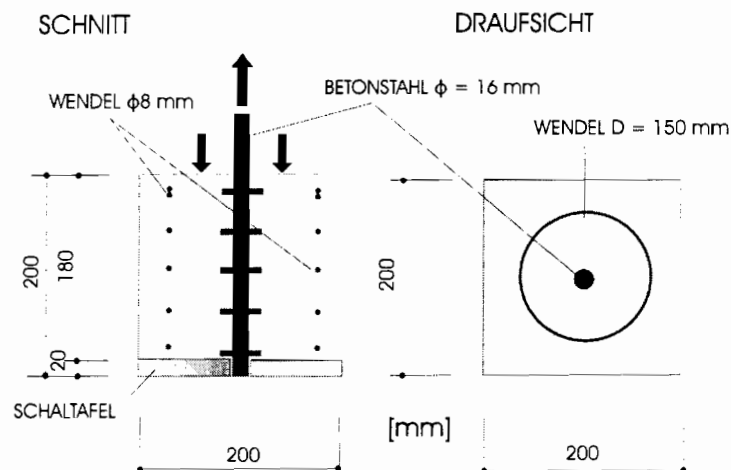


Abbildung 2.1 Aufbau der Vorversuche, Maße in mm.

Als Schalung dienten Würfelformen mit einer Kantenlänge von 200 mm. Am Boden der Würfelformen lagen quadratische Schaltafeln (Abbildung 2.1) mit einer zentralen Bohrung. In diese Bohrung wurde der auszuziehende Betonstahl gesteckt. Am oberen Ende der Würfelform wurde der Betonstahl mit einer Traverse an der Form befestigt. Diese Traverse wurde nach dem Erhärten des Betons mit der Form entfernt.

Die Variation der Verankerungslänge wurde mit Blechrohren, die über die Bewehrung gezogen wurden oder durch eine unterschiedliche Anzahl Lagen von Schaltafeln am Boden des Schalkörpers bewirkt. Die Zwischenräume zwischen Stahl und Blechrohr bzw. Stahl und Schalholz wurden mit Silikon verklebt.

Für den Ausziehversuch wurde eine direkte Abstützung gewählt: Die den Betonstahl ziehende Hohlkolbenpresse fußte auf einer Stahlplatte mit zentraler Bohrung. Durch diese Bohrung wurde der Betonstahl geführt. Die Stahlplatte wurde mittels einer Mörtelschicht auf dem

Ausziehkörper gebettet. Die Ausziehrichtung war entgegen der Setzrichtung des Betons gerichtet.

Eine Übersicht der Vorversuche und deren wichtigste Ergebnisse sind in Tabelle 2.2.1 angegeben.

l_v	Versuch	F_{max} [kN]	Mittelwert [kN]	Stahlfließen	Stahlbruch	Verbund-versagen
140mm	V11	119	119	ja	nein	ja
	V12	120		"	"	"
	V13	114		"	"	"
	V14	120		"	"	"
	V15	120		"	"	"
160mm	V21	126	126	ja	nein	ja
	V22	127		"	"	"
	V23	125		"	"	"
180mm	V31	130	130	ja	nein	ja
	V32	130		"	"	"
	V33	129		"	"	"
	V34	130		"	"	"
	V35	131		"	"	"
200mm	V41	130	130	ja	nein	ja
	V42	129		"	"	"
	V43	130		ja	ja	nein

Tabelle 2.2.1 Ergebnisse der Vorversuche

Außer den angegebenen Daten wurden nach der Durchführung der Vorversuche eine Reihe von Beobachtungen gemacht: In allen Fällen war an der Oberfläche der Ausziehkörper keinerlei Rißbildung erkennbar. Es bildete sich auf Grund der direkten Abstützung nur ein sehr kleiner Bruchkegel aus. Drei der Versuchskörper wurden nach dem Versuch geöffnet, siehe Abbildung 2.2 und zwar die Versuchskörper V11, V31 und V43. Bei allen Versuchskörpern war zu erkennen, daß die Betonkonsolen von den Stahlrippen abgeschert wurden. Der Zwischenraum von Stahlrippe zu Stahlrippe war vollständig mit Betonmehl angefüllt. Das Betonmehl konnte mit einiger Mühe vom Stahl abgebrochen und mit den Fingern zerkleinert werden. Steinkörner waren nicht mehr zu finden. Das Material wurde bei den Stäben mit Verbundversagen vom Bewehrungsstahl mitgezogen und am intakten Beton entlanggeschleift. Die Kronen der Stahlrippen wurden abgerieben. Der abgeriebenen Rost war als Schleifspur auf dem Betonmantel gut erkennbar. Teilweise blieben Klumpen des Betonmehles nach dem Öffnen der Körper am Beton hängen. Ansonsten war der Beton völlig geglättet. Rißbildung ließ sich auch im Inneren der Versuchskörper nicht beobachten. Beim geöffneten Versuchskörper mit Stahlversagen war die

Betonoberfläche im Innern leicht wellenförmig. Ein sauberer Abdruck des Stahlstabes war jedoch nicht mehr zu erkennen. Die Wellen waren am lastabgewandten Ende größer als am lastzugewandten. Hier sind sie offensichtlich schon stärker durch die Rippen abgetragen worden.

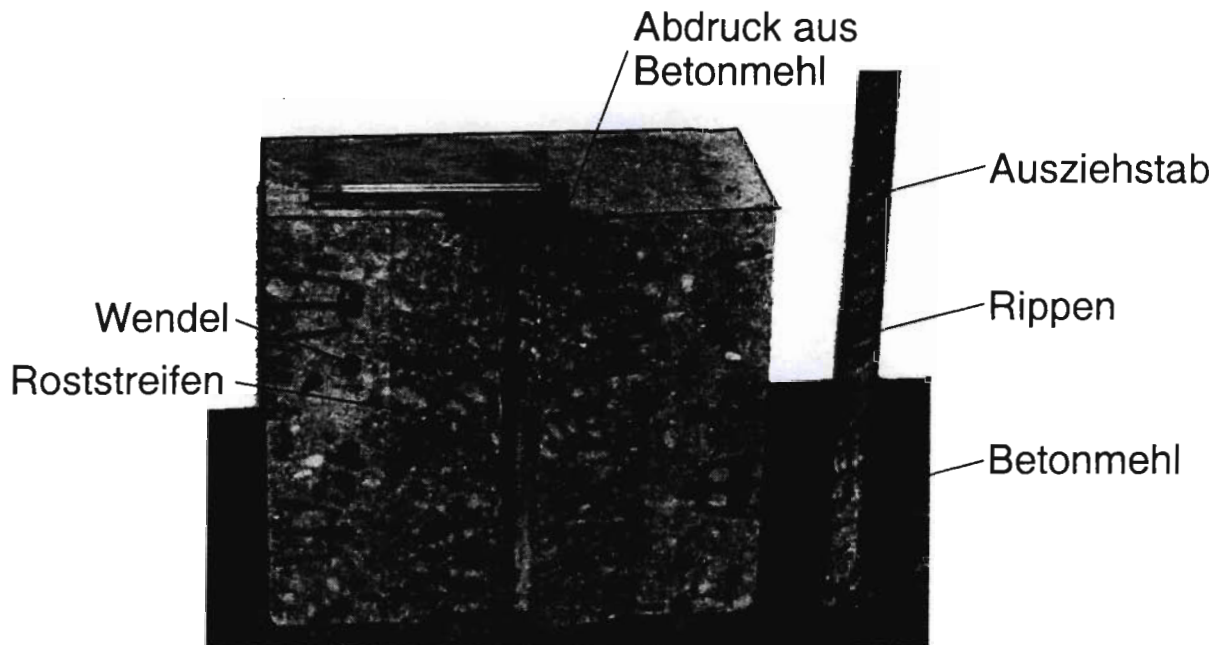


Abbildung 2.2 Vorversuche: Schnitt durch den Ausziehkörper

Aus diesen Beobachtungen wurden eine Reihe von Folgerungen gezogen: Die Betonkonsolen zwischen den Stahlrippen werden während des Ausziehvorganges abgeschert. Die Bruchfläche verläuft zunächst aber nicht exakt parallel zum Ausziehstab, sondern ist rau. In Folge dessen tritt mit dem Bruch der Konsolen auch nicht sofort das Verbundversagen ein. Die abgescherten Betonteile werden durch die Stahlrippen entlang der rauhen Bruchfläche bewegt und während dieses Vorganges zermahlen. Gleichzeitig wird die Bruchfläche geglättet. Damit sinkt der Auszieh Widerstand, was schließlich zum Verbundversagen führt. Bis zum Versuchsende bleibt eine starke Umschnürung des Betonstahles erhalten. Die Ausziehungskraft bewirkt deshalb und auf Grund der rauhen Bruchfläche sehr hohe Druckspannungen, die senkrecht zur Ausziehrichtung wirken.

2.3 Versuchseinrichtung

Für die Konzeption des Versuchsaufbaues diente folgendes Modell: Ein in zwei Richtungen gebogenes flächenhaftes Stahlbetonbauteil befindet sich wenigstens in einer Tragrichtung im Bruchzustand, der durch ein unmittelbar bevorstehendes Stahlfließen gekennzeichnet sein soll. In der Folge bilden sich parallel zu der dazu orthogonalen Bewehrung breite Risse (Abbildung 2.3).

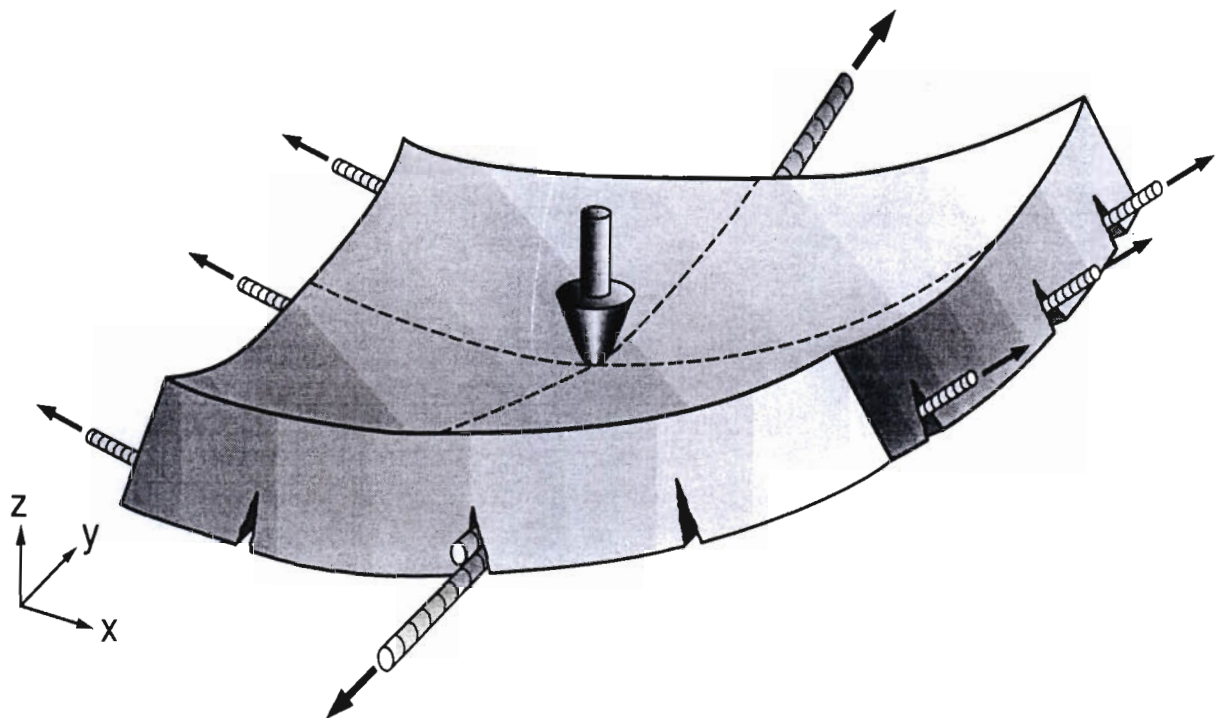


Abbildung 2.3 Verbund bei Querzug

Durch die Versuche soll geklärt werden, ob die Verankerung dieser Bewehrung im Stoß- oder Verankerungsbereich gerade noch gesichert ist. Weiter soll untersucht werden, wie stark der Verbund dieser Bewehrung abhängig von der Rißbreite geschwächt wird. Daraus ergab sich folgender Versuchsablauf: Zunächst Einstellen von Rissen parallel zum ausziehenden Betonstahl. Dann Ausziehen des Betonstahles.

Der entsprechende Versuchsaufbau ist in Abbildung 2.4 gezeigt. Die Versuchskörper wurden als Balken ausgebildet, aus denen senkrecht zu ihrer Längsrichtung Bewehrungsstäbe aus Rissen ausgezogen wurden. Die Balken werden zur Risseerzeugung in ihrer Längsrichtung zunächst gedehnt, wozu eine hydraulische Presse eingesetzt wurde. Diese war über Gewindestangen und Traversen mit der Längsbewehrung der Balken verbunden. Das von der Presse abliegende Ende der Längsbewehrung wurde an einem Widerlager befestigt.

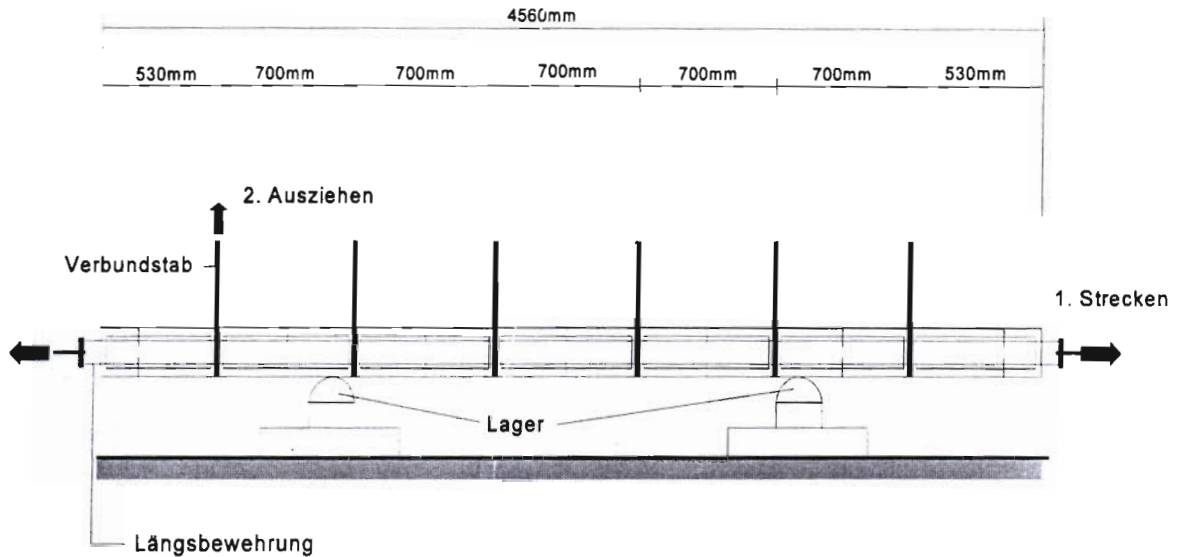


Abbildung 2.4 Versuchseinrichtung in der Ansicht

Nach dem Erreichen einer gewünschten Rißbreite, wurde der Stab mit einer Hohlkolbenpresse weggesteuert ausgezogen.

Der Versuchskörper war dabei auf zwei Rollenlagern in gleicher Höhe aufgelagert und diese mit Gewindestäben am Boden der Versuchshalle befestigt.

Eingestellt werden sollten nur Rißbreiten, die in einem realen Bauteil im Bruchzustand noch erreicht werden können. Das entsprechende Maß wurde mit Hilfe der Rißformel nach Martin, Schießl und Schwarzkopf [25] zur Bestimmung von Rißbreiten bei Bauteilen mit abgeschlossenem Rißbild abgeschätzt, deren Aufbau im Anhang Teil A abgeleitet wird. Sie beruht im wesentlichen auf dem bekannten Zusammenhang:

$$w = a \cdot (\epsilon_s - \epsilon_b)$$

mit

- w = Rißbreite
- a = Rißabstand
- ϵ_s = Stahldehnung
- ϵ_b = Betondehnung

Stabdurchmesser d_s	mittlerer Rißabstand a_m	mittlere Rißbreite w_m	charakt. Rißbreite w_k
8mm	200mm	0.32mm	0.55mm
16mm	349mm	0.57mm	0.96mm
28mm	573mm	0.93mm	1.58mm

Tabelle 2.3.1 Abschätzung von Rißbreiten in Stahlbetonbauteilen im Bruchzustand

Mit Hilfe der im Anhang Teil A angegebenen Gleichung wurden danach beispielhaft mittlere und charakteristische Rißbreiten berechnet. Ausgangspunkt war ein Bauteil im Bruchzustand, d. h. bei einem BSt IV Stahlspannungen von 500 N/mm^2 und ein Bewehrungsprozentsatz, der einer Mindestbewehrung nach DIN 1045 Abschnitt 17.6.2 entspricht. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind für Stahlbetonbauteile mit unterschiedlichen Stabdurchmessern in Tabelle 2.3.1 angegeben. Sie zeigen in welcher Größenordnung Rißbreiten im Bruchzustand liegen können und daß Rißbreiten bis zu 1mm erwartet werden können. Deshalb müssen Rißbreiten von dieser Größenordnung in eine sinnvolle Untersuchung des Verbundes mit einbezogen werden, da natürlich der ungünstigste Fall von besonderem Interesse ist.

2.4 Versuchskörper

Ziel war es Risse mit einer Breite von mindestens 1mm in einer Ebene durch den Ausziehstab, normal zur Längsachse des Versuchsbalkens zu erzeugen respektive einzustellen und den Betonstahl anschließend auszuziehen. Dazu wurde jeder Balken in seiner Längsrichtung mit vier Gewindestählen bewehrt. Die Gewindestähle wurden mit Plastikrohren umhüllt und mit dem sie umgebenden Beton nur durch Muttern und Ankerplatten in bestimmten Abständen ($l=700 \text{ mm}$) verbunden (Abbildung 2.5). Damit ist der Balken in Abschnitte mit einer verbundfreien Längsbewehrung, mit zwischenliegenden Abschnitten, die festen Kontakt zwischen Bewehrung und Beton aufweisen, unterteilt.

In der Mitte jedes verbundfreien Abschnittes wurde ein Ausziehstab senkrecht zur Balkenlängsachse eingebaut. Der Balkenquerschnitt wurde in Höhe des Ausziehstabes durch Rißbleche um 50% reduziert. Wird von außen an den Gewindestäben gezogen, so werden über die Ankerplatten Zugkräfte in den Beton eingeleitet. Durch die Reduktion des Balkenquerschnittes parallel zu den Ausziehstäben wird an dieser Stelle die Betonzugspannung verdoppelt. Zwischen den Ausziehstäben wird der Beton durch Bewehrungskörbe zusammengehalten. Mit diesen Maßnahmen ist eine Rißbildung in Höhe des Ausziehstabes garantiert.

Nach Ausbildung der Trennrisse ist der Beton zwischen zwei Ankerplatten spannungsfrei. Die durch die Zugkraft im Stahl hervorgerufenen Dehnungen werden über die verbundfreie Länge zwischen den Ankerplatten aufsummiert und ergeben direkt die Rißbreite am Ausziehstab. Da auf Grund der großen Rißbreiten hohe Stahlspannungen zu erwarten sind, wird für die Balkenlängsbewehrung Spannstahl benutzt. Die Konstruktion des Versuchskörpers ermöglicht ein

gesteuertes Anfahren beliebiger Rißbreiten bis zu einem Niveau, das durch die Fließgrenze der Balkenlängsbewehrung bestimmt ist. Ein gleichmäßiges Rißbild wird ermöglicht.

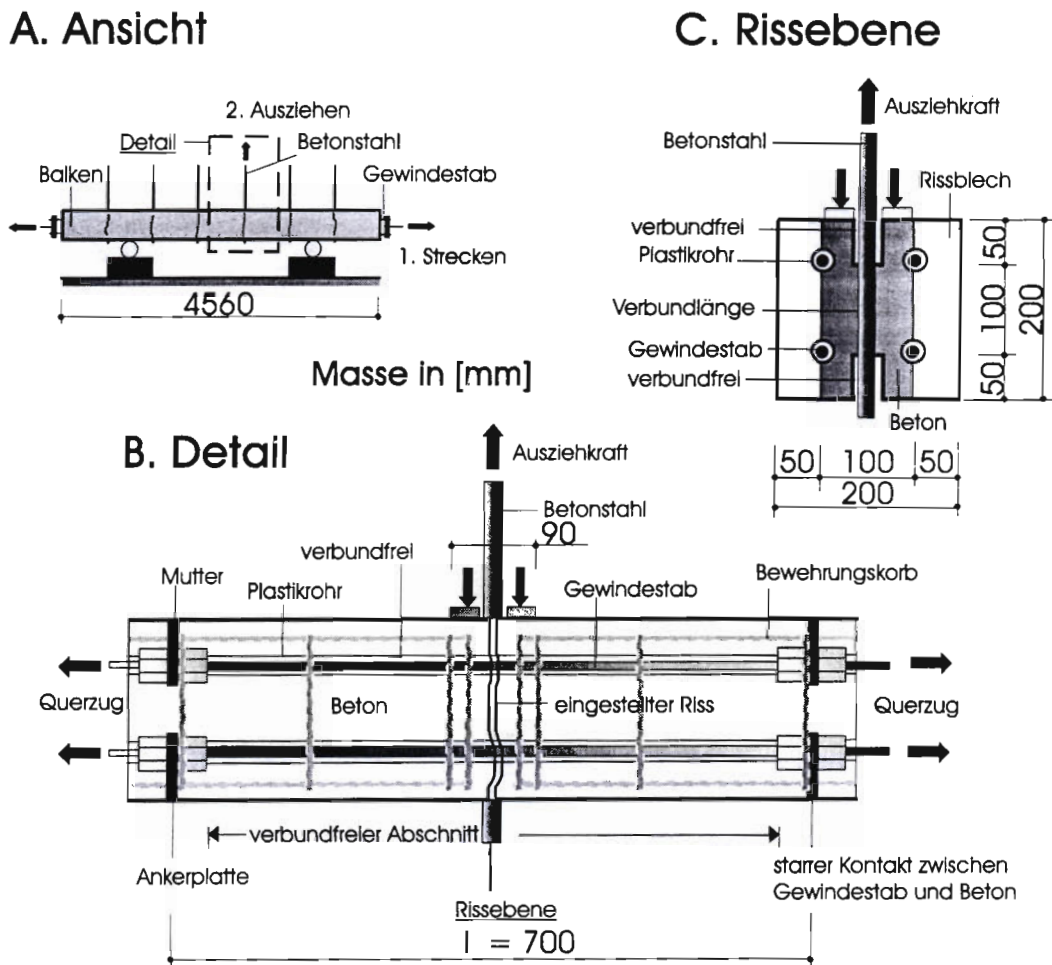


Abbildung 2.5 Versuchsaufbau

Der Abstand der Ausziehstäbe ist durch das Maß der verbundfreien Länge, die zur Erzeugung der erforderlichen Rißbreiten notwendig ist und durch die zulässige Stahlspannung der Längsbewehrung vorgegeben. Er wurde zu $l = 700$ mm bestimmt. Die Gesamtlänge der einzelnen Versuchskörper ist durch das Maß der verwendeten Schalung begrenzt. Sie beträgt 4560 mm. Damit ist die Anzahl von Ausziehstäben je Versuchskörper auf 6 beschränkt. Die auszuziehenden Betonstähle haben einen Durchmesser von 16 mm, eine Verbundlänge von 100 mm und eine verbundfreie Vor- bzw. Nachlnge von jeweils 50 mm. Um den Verbund aufzuheben, werden kurze Kunststoffrohre über den Betonstahl geschoben und mit Silikon befestigt. Damit ist die Verbundlänge achsensymmetrisch in der Mitte des Balkens angeordnet und Effekte aus Biegung auf ein Minimum reduziert.

Der Zusammenbau der Bewehrung der Versuchskörper wurde nach folgendem Schema durchgeführt: Zuerst wurden die Ankerplatten vorbereitet: Jeweils vier wurden in der Mitte zwischen zwei Ausziehstäben für die Übertragung der Zugkräfte aus dem Stahl in den Beton benötigt. Sie

wurden aus Stahl gefertigt, ihre Form war quadratisch mit Seitenlängen von 75 mm und einer Dicke von 5 mm. Für die Längsbewehrung und für die Montage der Bewehrungskörbe erhielten sie Bohrungen. Die Ankerplatten sollten in den Ecken des Balkens positioniert sein und der Abstand der Zentren der Bohrungen für die Längsbewehrung sollte exakt 100 mm betragen. Deshalb wurden sie in einer Lehre über einen Betonstahlbügel zusammengeschweißt. Damit war gewährleistet, daß die Längsbewehrung richtig positioniert und die Kräfte gleichmäßig in den Versuchskörper eingeleitet werden. Der Zusammenbau der Bewehrungskörbe erfolgte von innen nach außen. Die ersten vier Ankerplatten, in der Mitte des Versuchskörpers, wurden über die Gewindestäbe geführt und mit acht Muffen befestigt. Dann wurden von beiden Seiten jeweils vier Hüllrohre aus Kunststoff über die Gewindestäbe geschoben. Der Vorgang wiederholte sich, bis alle Ankerplatten bzw. Hüllrohre montiert waren. Um die Verbindung zwischen Längsbewehrung und Ankerplatten möglichst unverschieblich zu machen, wurden die Muffen und Ankerplatten zusammengeschweißt. Letzte Zwischenräume von Hüllrohr und Gewindestäben wurden mit Silikon geschlossen. Das Grundgerüst des Versuchskörpers war damit fertiggestellt. Die Bewehrungskörbe wurden anschließend angefügt: Durch die Bohrungen in den Ankerplatten wurden zuerst die Längsstäbe geschoben und angeschweißt, dann wurden die Bügel um die Längsstäbe gelegt. Der Bewehrungskorb wurde anschließend in die Holzschalung eingebaut. Die Rißbleche und Ausziehstäbe wurden in vorgefertigte Öffnungen in der Schalung gesteckt und so an der gewünschten Position befestigt. Nach dem Betonieren war der Versuchskörper fertig.

2.5 Material

Die für die Versuchskörper verwendeten Baustoffe wurden in umfangreichen Begleitversuchen auf ihre wichtigsten Eigenschaften hin geprüft. Damit wurden Grunddaten für eine detailgetreue Finite-Element Analyse und für die Nachvollziehbarkeit der durchgeführten Versuche geschaffen. Im Wesentlichen waren dies folgende Baustoffe:

- Vier der Balken wurden aus Beton B25 gefertigt.
- Einer der Balken wurde mit einem Beton der Güte B55 hergestellt.
- Für die Ausziehstäbe und für die Bewehrungskörbe wurde BSt500 S verwendet.
- Für die Balkenlängsbewehrung kamen Gewindestäbe der Stahlgüte St900/1100, in einem Fall Gewindestäbe M22 der Güte St52 zum Einsatz.

Die Betonrezepturen sind in Tabelle 2.5.1 angegeben. Der Mittelwert der Betondruckfestigkeit einer Prüfserie wird innerhalb dieses Berichtes mit β_{wN} bezeichnet.

Als Zement wurde für beide Betone Portlandzement 35F, als Zuschlag getrockneter Rheinsand bzw. Rheinkies verwendet. Die Sieblinie des Zuschlags entsprach beim Beton mit durchschnittlicher Festigkeit der Grenzsieblinie B16 nach DIN 1045. Bei dem Beton hoher Festigkeit lag die Sieblinie zwischen den Grenzsieblinien A16 und B16 nach DIN 1045. Um den Wasseranspruch des Betons hoher Festigkeit zu verringern und seine Verarbeitbarkeit zu verbessern, wurde für die Korngruppe 0/2mm getrockneter Mainsand benutzt, der einen geringeren Feinkornanteil besitzt als Rheinsand. Zusätzlich wurde 20kg Fließmittel je m^3 Beton zugegeben.

Betonrezeptur	Rezept I für normale Druckfestigkeit	Rezept II für hohe Druckfestigkeit
Zement	240kg	500kg
Zuschlag	1919kg	1763kg
Wasser	180kg	135kg
ω	0,75	0,27

Tabelle 2.5.1 Betonrezepturen

Versuchskörper	Betonrezept I		Betonrezept II
	Balken 1 und 2	Balken 3 und 5	Balken 4
β_{WN}	37 N/mm ²	35 N/mm ²	67 N/mm ²
β_c	30 N/mm ²	28 N/mm ²	-
β_{bz}	5,3 N/mm ²	3,8 N/mm ²	6,66 N/mm ²
β_{sz}	2,8 N/mm ²	3,1 N/mm ²	3,28 N/mm ²
E_b	26 156 N/mm ²	24 582 N/mm ²	30 265 N/mm ²

Tabelle 2.5.2 Materialkennwerte der verwendeten Betone

Die Materialkennwerte für den verwendeten Beton wurden nach DIN 1048 bestimmt:

- Die Druckfestigkeit an sechs Würfeln mit einer Kantenlänge von 200 mm und an drei Zylindern mit einem Durchmesser von 150 mm und einer Höhe von 300 mm.
- Die Spaltzugfestigkeit an sechs Zylindern gleicher Art.
- Die Biegezugfestigkeit an Balken mit einer Kantenlänge von 150 mm x 100 mm x 700 mm.
- Der Elastizitätsmodul des Betons an drei Zylindern mit einem Durchmesser von 150 mm und einer Höhe von 300 mm.
- Auf die experimentelle Bestimmung der zentrischen Zugfestigkeit wurde verzichtet. Sie kann aber z. Bsp. nach [17], [35] aus der Würfeldruckfestigkeit errechnet werden.

Die Probekörper wurden während der ersten sieben Tage nach dem Betonieren unter Wasser bzw. unter feuchten Tüchern, von da an bis zum Prüftermin bei Raumklima gelagert. Die Balken lagen die ersten sieben Tage unter feuchten Tüchern, über die Plastikplanen gelegt wurden. Danach lagerten sie ebenfalls bei Raumklima.

Sämtliche Probekörper wurden am 28. Tag nach dem Betonieren geprüft.

Die Ausziehversuche erfolgten vom 27. bis 29. Tag nach dem Betoniertermin.

Stabdurchmesser d_s	16 mm	20 mm
Fläche A_s	201 mm ²	314 mm ²
Rippenhöhe in der Mitte h_s	1,04 mm	1,30 mm
“ in den Viertelpunkten h_{sv}	0,72 mm	0,90 mm
Abstand der Schrägrippen c_s	9,60 mm	12 mm
bezogene Rippenfläche f_r	0,056	0,056

Tabelle 2.5.3 Geometrische Größen der verwendeten Betonstähe.

Für die auszuziehenden Stäbe wurde ein Betonstahl 500/550S nach DIN 488 mit einem Stabdurchmesser von 16 mm bzw. 20 mm verwendet. Die typischen Abmessungen und Querschnittswerte der verwendeten Stäbe sind in Tabelle 2.5.3 angegeben:

Basierend auf den nominellen Querschnittswerten sind nach DIN 50145 im Zugversuch die Materialkennwerte des Bewehrungsstahles als Mittelwerte aus drei Proben bestimmt worden. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Tabelle 2.5.4 angegeben.

	$d_s = 16 \text{ mm}$		$d_s = 20 \text{ mm}$
Balken	Balken 1 und 2	Balken 5	Balken 3 und 4
β_s	560N/mm ²	560N/mm ²	532mm ²
β_s	644N/m ²	661m ²	631mm ²
ϵ_u	19%	19%	23%
E-Modul	193 665 N/mm ²	195 274mm ²	190 546N/mm ²

Tabelle 2.5.4 Materialkennwerte der verwendeten Ausziehstäbe

Für die Bewehrungskörbe wurde ebenfalls Betonstahl 500/550S verwendet. Dazu wurden keine Kennwerte ermittelt.

Um große Rißbreiten erzielen zu können, war es notwendig innerhalb der Längsbewehrung des Balkens große Stahldehnungen zu erzeugen. Gleichzeitig war sicherzustellen, daß die zugeordneten Stahlspannungen während des gesamten Versuches unterhalb der Streckgrenze bleiben. Das ist bei den gewählten Abmessungen nur mit Spannstahl möglich. Deshalb wurde für die Längsbewehrung ein Stahl mit der Güte St 900/1100 und einem Stabdurchmesser von 15mm gewählt. Die Materialkennwerte der verwendeten Stäbe wurden an drei Proben ermittelt. Diese Proben wurden den im Versuch verwendeten Stäben entnommen. Bei Balken 5 wurde die Balkenlängsbewehrung variiert. Auf Grund des größeren Stabquerschnittes brauchte in diesem Fall kein Spannstahl verwendet zu werden. Die ermittelten Kennwerte sind in Tabelle 2.5.5 angegeben.

	St 900/1100; $d_s = 15 \text{ mm}$	St52; $d_s = 22 \text{ mm}$
β_{02}	884 N/mm ²	291 N/mm ²
β_z	1096 N/mm ²	565 N/mm ²
ϵ_u	16 %	-
E_s	195 756 N/mm ²	201 580 N/mm ²

Tabelle 2.5.5 Materialkennwerte der Balkenlängsbewehrung

2.6 Meßtechnik

Die bei den Versuchen zum Einsatz gekommenen Meßinstrumente sind schematisch in Abbildung 2.6 dargestellt. Während des Ausziehvorganges wurden direkt am gezogenen Stab folgende Größen gemessen:

- Die Ausziehkraft am gezogenen Betonstahl mit einer Kraftmeßdose.
- Der Ausziehweg am lastzugewandten und am freien Ende des Bewehrungsstabes mit induktiven Wegaufnehmern.
- Die zusätzliche Rißöffnung des Risses parallel zum Stab mit induktiven Wegaufnehmern.
- Die zusätzliche Dehnung der Balkenlängsbewehrung in direkter Nachbarschaft zum Ausziehstab mit Dehnungsmeßstreifen.

Während des gesamten Versuches wurden die folgenden Größen überwacht (Abbildung 2.7):

- Die Rißbreite sämtlicher Risse mit Meßuhren.
- Die Ausziehkraft, der für den Streckvorgang benutzten großen Presse.
- Die Längenänderung des gesamten Balkens (Kolbenweg der großen Presse).

Der genaue Meßvorgang wird im Folgenden detaillierter geschildert. Der Balken wurde mit einem 1000 kN Einzelprüfzylinder mit einer Geschwindigkeit von 1 mm pro Minute gedehnt. Während des Streckens wurden die Zugkraft und der Ausziehweg des Zylinders gemessen. Gleichzeitig wurde mit insgesamt zwölf Meßuhren die Rißbreite entlang des Balkens kontrolliert. Die Meßgenauigkeit der verwendeten Meßuhren beträgt $1 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$. Die Meßuhren wurden an beiden Seiten des Balkens, in Balkenmitte über die Rißbleche hinweg befestigt. Dazu wurden paarweise Winkel aus Messing links und rechts von jedem Rißblech angeklebt. Jede Meßuhr wurde an einem der Winkel befestigt, der andere Winkel diente dem Taster der Meßuhr als Widerlager. Der Abstand zwischen den Winkeln betrug 50 mm. Die Meßwerte der beiden Meßuhren je Riß wurden abgelesen und gemittelt. Wurde während dem Streckvorgang an einem der zu untersuchenden Betonstähle die gewünschte Rißbreite erreicht, so wurde der Ausziehweg des Zylinders festgehalten. Anschließend wurde der betreffende Betonstahl für den Ausziehvorgang vorbereitet.

Die Änderung der Rißbreite wurde während des Ausziehens gemessen. Dazu wurden an der Balkenober- bzw. Balkenunterseite jeweils zwei induktive Wegaufnehmer über die Rißufer hinweg montiert. Die Meßgenauigkeit der verwendeten Wegaufnehmer beträgt $1 \cdot 10^{-3}$ mm. Die Entfernung der induktiven Wegaufnehmer zur Längsachse des Ausziehstabes betrug 50 mm. Der Abstand war nach unten begrenzt, da für den Ausziehvorgang eine direkte Abstützung gewählt worden war und die entsprechenden Vorrichtungen so viel Platz um den Ausziehstab herum beanspruchten. Die Anordnung der Wegaufnehmer an beiden Enden des Ausziehkörpers erfolgte, um die Änderung des Rißbreitenwachstums über die Verankerungslänge erfassen zu

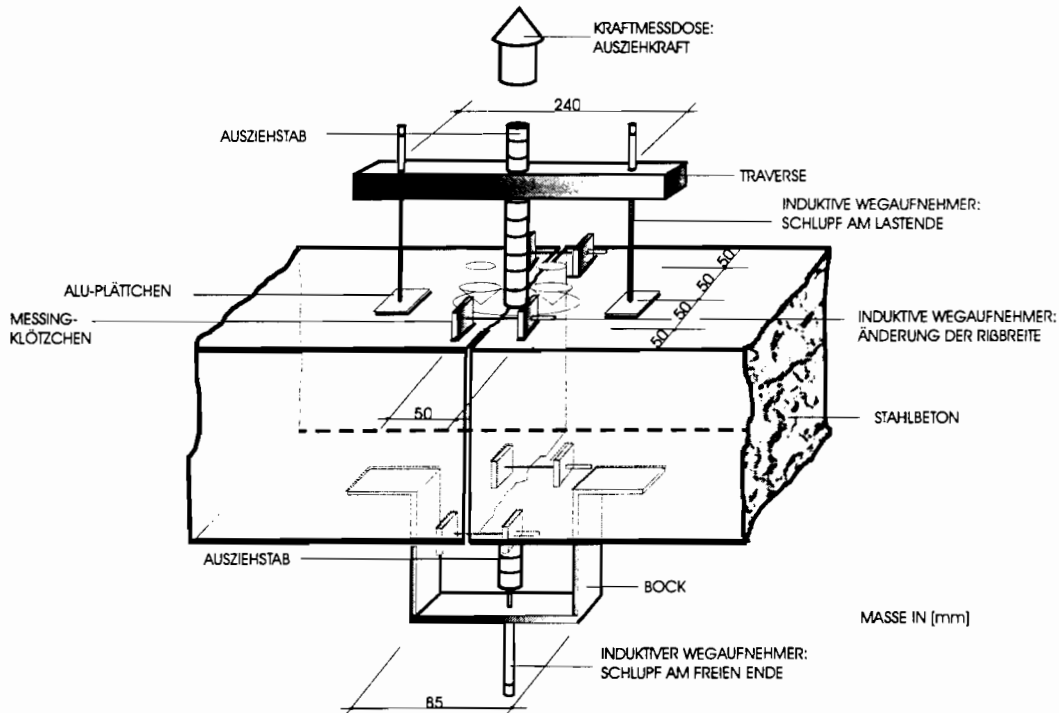


Abbildung 2.6 Messungen direkt am gezogenen Betonstahl

können. Im Anhang Teil B sind die Meßergebnisse jedes einzelnen Wegaufnehmers für jeden Versuch angegeben. Es wird stets angegeben welche Wegaufnehmer an der Oberseite, dem Lastende und welche Wegaufnehmer an der Unterseite, dem lastabgewandten Ende, montiert waren. Die induktiven Wegaufnehmer wurden, sobald festgestellt war welcher Stab ausgezogen wird, an Messingklötzchen anmontiert. Diese waren zuvor paarweise im Abstand von 50 mm, über die Rißufer hinweg gemessen, auf den Prüfkörper geklebt worden.

Die Relativverschiebung zwischen Betonstahl und Betonoberfläche wurde ebenfalls an der Balkenober- und Balkenunterseite mit Hilfe von induktiven Wegaufnehmern gemessen. Dazu wurde auf die Balkenunterseite, über dem Ende des Ausziehstabes, ein u-förmiger Bock aus Stahl geklebt. Diese Arbeit konnte erst nach Einstellen des Rißes erfolgen. Ansonsten hätte sich, da der Bock den Riß überspannt, der Kleber gelöst und der Wegaufnehmer wäre ausgefallen. Der induktive Wegaufnehmer wurde durch eine Bohrung im Bock geführt und mit einer Klemmschraube an diesem befestigt. Der Taster des Wegaufnehmers berührte das Ende des Ausziehstabes. Der Maximalweg, den der verwendete Wegaufnehmer am lastabgewandten Ende

messen konnte betrug 10mm. Das erschien ausreichend, um den wesentlichen Teil des Ausziehvorganges nachvollziehen zu können. Die Meßgenauigkeit des Wegaufnehmers betrug $1 \cdot 10^{-3}$ mm. Ebenso wurde der Ausziehweg auf der lastzugewandten Seite gemessen. Dazu wurden zwei induktive Wegaufnehmer in Summenschaltung mit Hilfe einer Stahltraverse am Ausziehstab befestigt. Die Wegaufnehmer wurden durch Bohrungen in der Traverse geführt und mit Klemmschrauben befestigt. Ihre Taster berührten Stahlplättchen, die auf die Balkenoberfläche geklebt worden waren. Die Meßgenauigkeit der Wegaufnehmer betrug $1 \cdot 10^{-2}$ mm. Die Traverse wurde mit einer Bohrung und Klemmschrauben am Ausziehstab befestigt. Die induktiven Wegaufnehmer an der Lastseite des Ausziehkörpers konnten einen Ausziehweg von maximal 20 mm verfolgen.

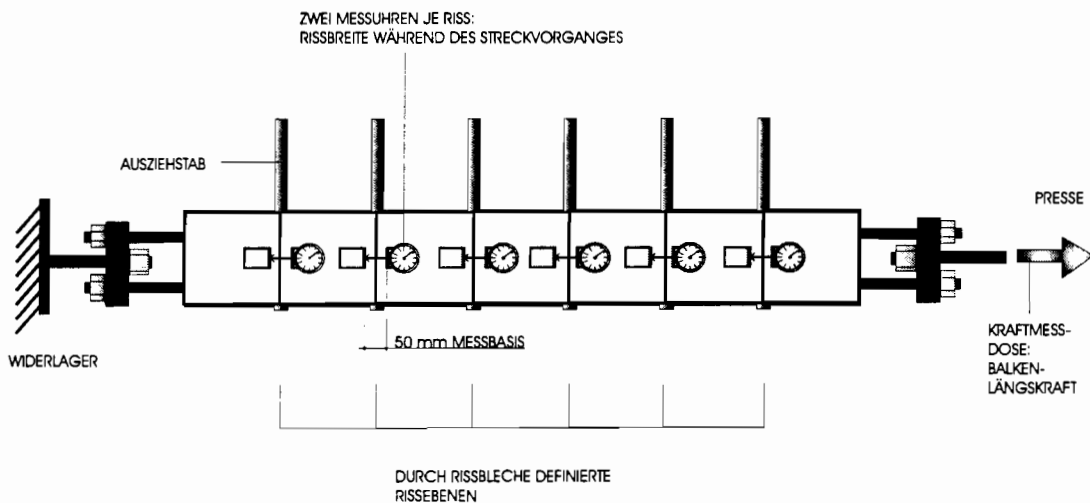


Abbildung 2.7 Meßeinrichtung am gesamten Versuchskörper

Die Längenänderung des Betonstahles zwischen Traverse und Beginn der Verankerung infolge der Ausziehungskraft, wurde vom Schlupf abgezogen. Im Anhang Teil B sind alle gemessenen Größen über dem so bestimmten Ausziehweg oder Schlupf dargestellt.

Zum Ausziehen wurde eine Hohlkolbenpresse verwendet. Diese war mit einer Kraftmeßdose und zusätzlich mit einem Wegaufnehmer ausgestattet. Damit waren die Ausziehungskraft und der Kolbenweg bestimmt. Der Ausziehvorgang erfolgte weggesteuert, um die gesamte Ausziehungskraft-Schlupf-Kurve erfassen zu können. Die Ausziehungsgeschwindigkeit betrug 1 mm pro Minute. Im Anhang Teil B ist die Ausziehungskraft über dem Ausziehweg für jeden einzelnen Versuch in jeweils einem Diagramm dargestellt.

Während des Ausziehens wurde eine Längenänderung des Versuchskörpers insgesamt durch die Wegsteuerung am Einzelprüfzylinder unterdrückt.

Zusätzlich zur beschriebenen Meßeinrichtung wurde bei einigen Versuchen die Stahldehnung der Balkenlängsbewehrung in der direkten Nachbarschaft des ausgezogenen Stabes mit Dehnungsmeßstreifen, kurz DMS, bestimmt siehe Abbildung 2.8. Dazu wurde jeweils der erste und

letzte Ausziehstab jedes Versuchskörpers ausgewählt. Jeweils zwei DMS je Feld und Spannstahl wurden innerhalb des verbundfreien Bereiches auf die gegenüberliegenden Seiten des Spannstahles geklebt. Das heißt je Feld wurden acht und je Versuchskörper sechzehn DMS eingebaut. Die Oberfläche der Spannstähle wurde vorher an den betreffenden Stellen sandgestrahlt, um eine möglichst gute Verbindung zwischen DMS und Stahl zu sichern. Die DMS waren durch die Hüllrohre geschützt. Öffnungen im Hüllrohr für Kabel u.s.w. wurden sorgfältig mit Klebeband bzw. Silikon geschlossen. Die gemessenen Dehnungen der acht DMS je Feld wurden gemittelt. Da die Stahldehnung innerhalb eines verbundfreien Feldes konstant ist, kann aus der Änderung der Stahldehnung über den Elastizitätsmodul und die Querschnittsfläche des Stahles die Sprengkraft ermittelt werden. Diese Sprengkraft wirkt senkrecht zum Ausziehstab und wird durch den Ausziehvorgang verursacht.

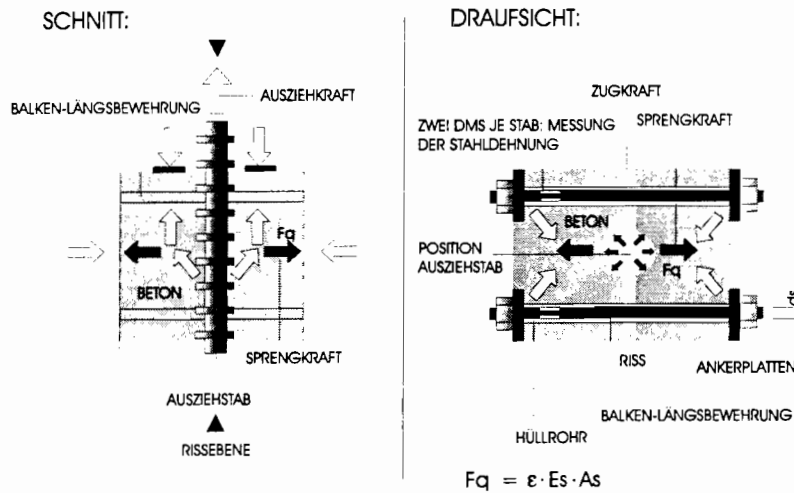


Abbildung 2.8 Stahldehnung der Längsbewehrung ϵ infolge der Sprengkraft F_q .

$$F_q = \epsilon_m \cdot E_s \cdot A_{sq} = \epsilon_m \cdot E_s \cdot \pi \cdot n \cdot d_{sq}^2$$

mit

F_q	:	Sprengkraft
ϵ_m	:	mittlerer Stahldehnung
E_s	:	Elastizitätsmodul der Längsbewehrung
A_{sq}	:	Querschnittsfläche der Längsbewehrung
d_{sq}	:	Stabdurchmesser der Längsbewehrung
n	:	Anzahl der Stäbe

Alle zwei Sekunden fand ein Meßzyklus statt. Vereinzelt sind Meßstellen während des Versuches ausgefallen: Induktive Wegaufnehmer zur Messung der Änderung der Rißbreite oder zur Messung des Schlupfes oder einzelne DMS. Da die zugehörigen Größen gleichzeitig von mehreren Geräten gemessen worden sind, konnten sie, trotz des Ausfalles einzelner Meßinstrumente, immer bestimmt werden. Fehlerhafte Meßergebnisse ausgefallener Geräte werden innerhalb dieses Berichtes gekennzeichnet.

2.7 Versuchsergebnisse

2.7.1 Hauptversuche - erste Ergebnisse

Zusammenfassend sind zunächst folgende Erkenntnisse festzuhalten:

- Die Verbundfestigkeit wird durch Risse parallel zum Betonstahl erheblich geschwächt.
- Die Ausziehungskraft-Schlupf Kurven bei Versuchen mit voreingestellter Rißbreite zeigen eine typische Charakteristik.
- Verbundversagen trat in allen Fällen durch Abscheren der Betonzähne zwischen den Rippen ein.
- Auch bei den Versuchen ohne voreingestellten Riß, den Referenzversuchen, entwickelte sich während des Ausziehvorgangs ein Riß parallel zum Betonstahl

Tabelle 2.7.1.1 zeigt das Versuchsprogramm der Haupt- und Ergänzungsversuche, das nachfolgende Diagramm (Abbildung 2.9) das wesentlichste Ergebnis der Hauptversuche. Die Bezeichnung der einzelnen Versuche erfolgt nach dem im Abschnitt 2.1 beschriebenen Schema.

Im Rahmen der Hauptversuche wurden zwei Balken mit insgesamt zwölf Ausziehstäben getestet. Als einzige Einflußgröße wurde die **voreingestellte** Rißbreite variiert. Sie betrug bei den Referenzversuchen 0.0mm und sonst 0.5, 1.0 und 1.5 mm. Der Bereich von Rißbreiten, die in einem realen Bauteil im rechnerischen Bruchzustand auftreten können, ist damit im Wesentlichen abgedeckt. Um den Einfluß der Streuung abschätzen zu können, wurden zu jeder Rißbreite jeweils drei Versuche gefahren..

Serie mit jeweils 6 Ausziehstäben	Druckfestigkeit β_{WN} [N/mm ²]	Balkenlängsbewehrung	Rippenhöhe der Ausziehstäbe [mm]	Verankerungslänge l_v [mm]	Anzahl Versuche x Rißbreite w_0 [mm]	Durchmesser d_s [mm]
Balken 1	37	4 ø15	1,04	100	3 x 0.0 3 x 0.5	16
Balken 2	37	4 ø15	1,04	100	3 x 1.0 3 x 1.5	16
Balken 3	35	4 ø15	1,30	100	2 x 0.0, 2 x 0.25, 2 x 0.5	20
Balken 4	67	4 ø15	1,30	100	3 x 0.0, 3 x 0.5	20
Balken 5	35	4 ø22	1,04	200	1 x 0.0, 3 x 0.5, 2 x 1.0	16

Tabelle 2.7.1.1 Versuchsprogramm

Jedem Ausziehstab kann nun eine Kraft zugeordnet werden, bei der der Verbund zwischen Stahl

und Beton bei einer voreingestellten Rißbreite w_0 versagt. Der Betrag dieser maximal verankerten Kraft ist auf der Ordinate dargestellt, die voreingestellte Rißbreite auf der Abszisse.

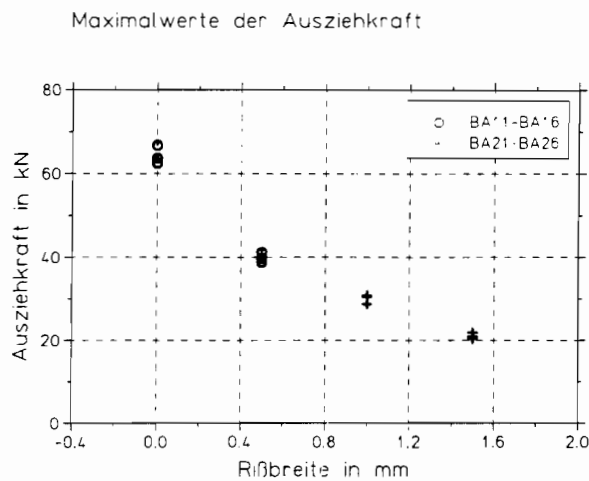


Abbildung 2.9 Auswirkung von voreingestellten Rißbreiten w_0 auf die maximal verankerte Kraft

Diese Ergebnisse sind einer sehr geringen Streuung unterworfen: Abbildung 2.9 ist zu entnehmen, daß die erreichte Ausziehungskraft bei den jeweils drei unterschiedlichen Versuchen gleicher voreingestellter Rißbreite w_0 ebenfalls gleich bleibt.

Versuch BA11

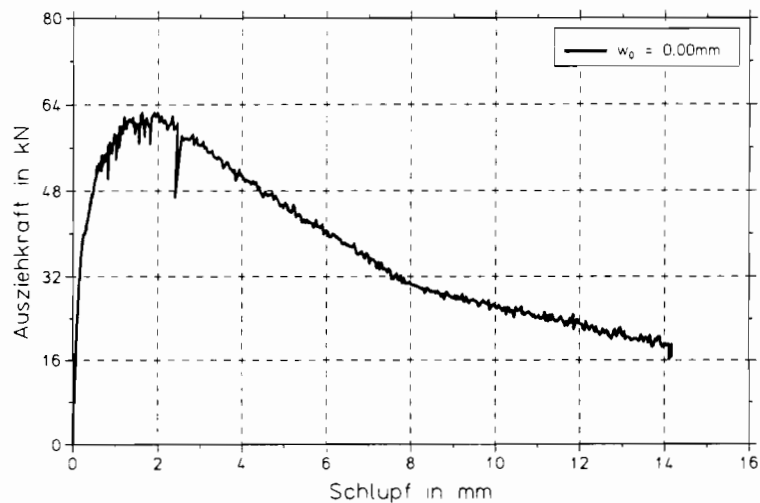


Abbildung 2.10 Ausziehungskraft-Schlupf Kurve, beim Versuch BA11.

Die maximal verankerte Kraft fällt unmittelbar mit dem Einstellen eines Risses ab. Die Reduktion der Kraft ist im ersten Intervall bei einer Variation der Rißbreite von 0.0 mm auf 0.5mm am größten, mit nachfolgend abnehmender Tendenz. Ein Grenzwert für eine voreingestellte Rißbreite, bei der keine Kraft mehr verankert werden kann, ist in Abbildung 2.8 nicht erkennbar.

Wird die Ausziehkraft über dem Schlupf aufgezeichnet, zeigen die Referenzversuche den typischen Verlauf der Kurven, wie sie bei Ausziehversuchen gemessen werden Abbildung 2.10: Zunächst ist in einer ersten Phase ein steiler Anstieg der Ausziehkraft zu beobachten, an den sich eine Phase mit flacherem Anstieg anschließt und dann nach dem Maximum eine solche mit einem deutlichem Abfall der verankerten Kraft. Am Ende der Kurve bleibt ein Abschnitt mit einer sehr geringen Änderung der Ausziehkraft trotz großer Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton.

Versuch BA11

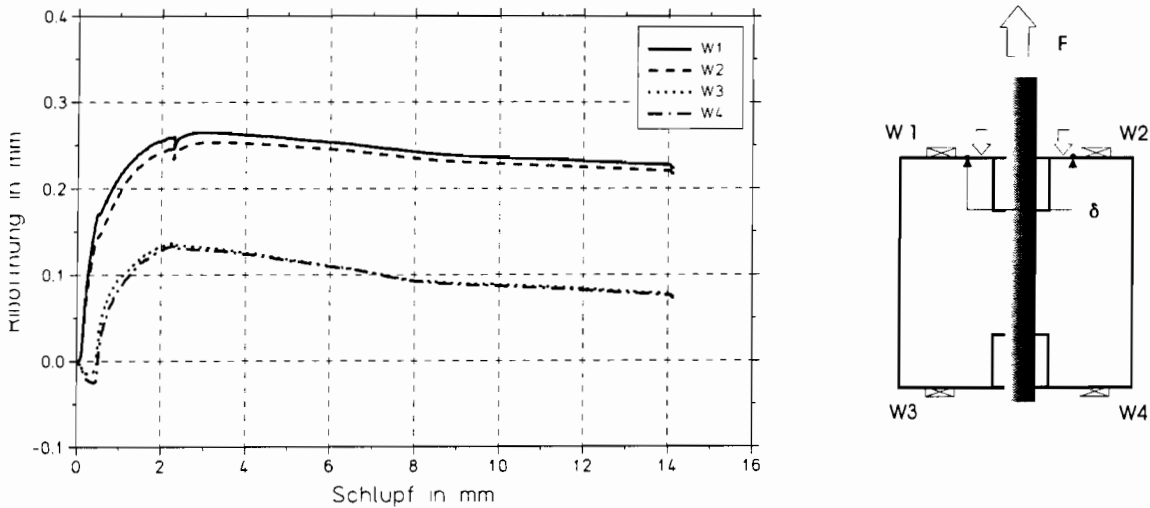


Abbildung 2.11 Änderung der Rißbreite aufgezeichnet über dem Schlupf, Versuch BA11.

Weiter wurde neben der Ausziehkraft auch die Änderung der Rißbreite an der Betonoberfläche gemessen. Dazu waren vier Meßstellen an der Balkenober- bzw. Balkenunterseite angebracht (Skizze in Abbildung 2.11).

Versuch BA11

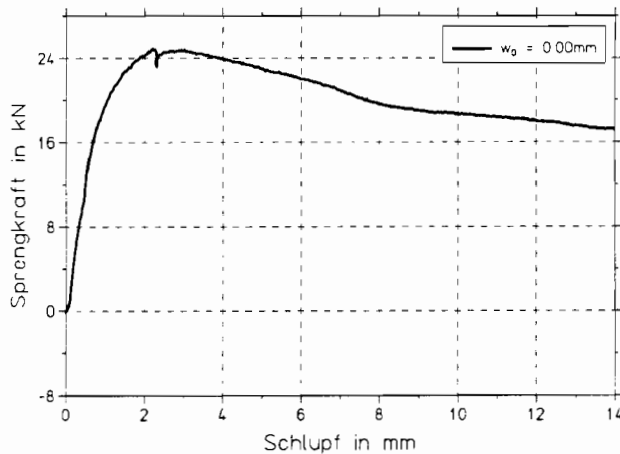


Abbildung 2.12 Sprengkraft über Schlupf, Versuch BA11.

Diese zeigen, daß sich der Riß an der Balkenoberkante, der Lastseite, stärker öffnet als an der Balkenunterkante, der lastabgewandten Seite (Abbildung 2.11). Die Beziehung zwischen der Änderung der Rißbreite und dem Schlupf bei den Referenzversuchen zeigte die typische Charakteristik [13]. Ähnlich dem Verlauf der Ausziehkraft beginnt die Kurve mit einem steilen

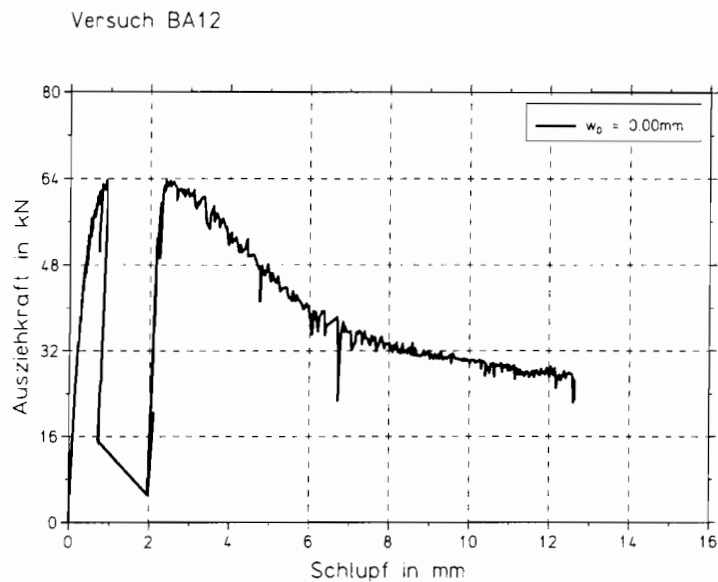


Abbildung 2.13 Einbruch der Ausziehkraft, Versuch BA12.

Anstieg, dem sich ein Bereich mit relativ geringem Wachstum der Rißbreiten anschließt. Das Maximum der Rißbreite wird erst erreicht, nachdem das Maximum der Ausziehkraft überschritten ist. Danach schließt sich eine Phase mit einem sehr flachen Abfall der Rißbreite an und parallel zur letzten Phase der Kurve der Ausziehkraft zeichnet sich ein Bereich ab, in dem sich die Rißbreite kaum noch ändert.

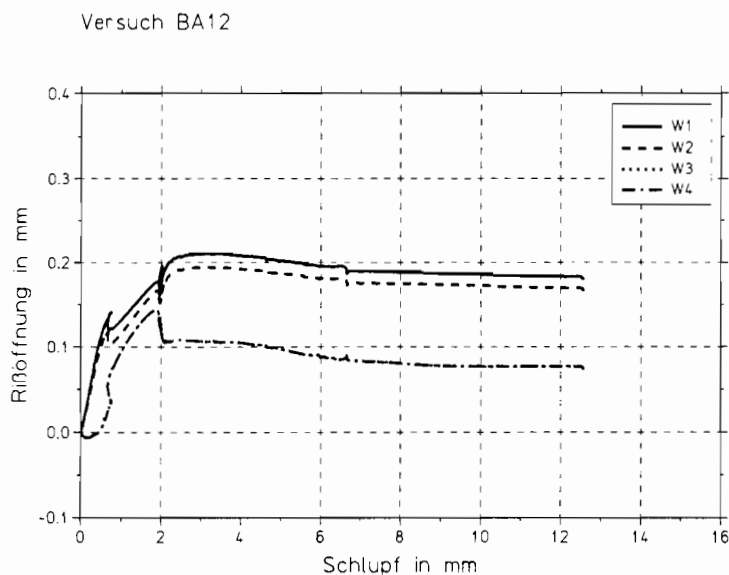


Abbildung 2.14 Rißbreite über Schlupf, Versuch BA12.

Die Dehnung der Balkenlängsbewehrung wurde nur bei einem der Referenzversuche in der direkten Nachbarschaft des Ausziehstabes gemessen (Abbildung 2.8). Es wurde ein ähnlicher Verlauf wie bei der Kurve Ausziehungskraft-Schlupf registriert. Das Maximum wird aber erst später erreicht mit einem nachfolgend geringerem Abfall. Aus der Stahldehnung der Balkenlängsbewehrung läßt sich, wie im Kapitel Meßtechnik beschrieben, die Sprengkraft - sie ist proportional zur Dehnung - berechnen, die während des Ausziehvorganges senkrecht zum Ausziehstab wirkt (Abbildung 2.12). Bei zwei der Referenzversuche BA12 und BA13, also Versuche die ohne voreingestellten Riß gefahren wurden, zeigt sich ein für Ausziehversuche untypisches Phänomen. Nachdem die Ausziehungskraft ein relativ hohes Niveau erreicht hat, sinkt sie plötzlich stark ab (Abbildung 2.13). Mit einer zusätzlichen Relativverschiebung um etwa 1 mm vermindert sich die Ausziehungskraft noch weiter und geht fast vollständig verloren, um gleich darauf wieder auf das Niveau vor dem Sprung zu schnellen.

Vergleicht man bei diesen Versuchen den Verlauf der Ausziehungskraft über dem Schlupf mit dem Verlauf der Rißöffnung über dem Schlupf (Abbildungen 2.13, 2.14), so zeigt sich, daß die Rißbreite während des Spannungssprunges stark zunimmt. Bei diesen Versuchen wurde leider keine Messung der Dehnung der Balkenlängsbewehrung im verbundbeanspruchten Feld vorgenommen. Es wird vermutet, daß der Sprung in der Ausziehungskraft-Schlupf Kurve aus der Aufspaltung der den Bewehrungsstab umgebenden Betonhülle als Folge der großen Sprengkraft resultiert. Ein Trennriß bildet sich dabei zwischen den Rißblechen. Dem Ausziehen des Stabes

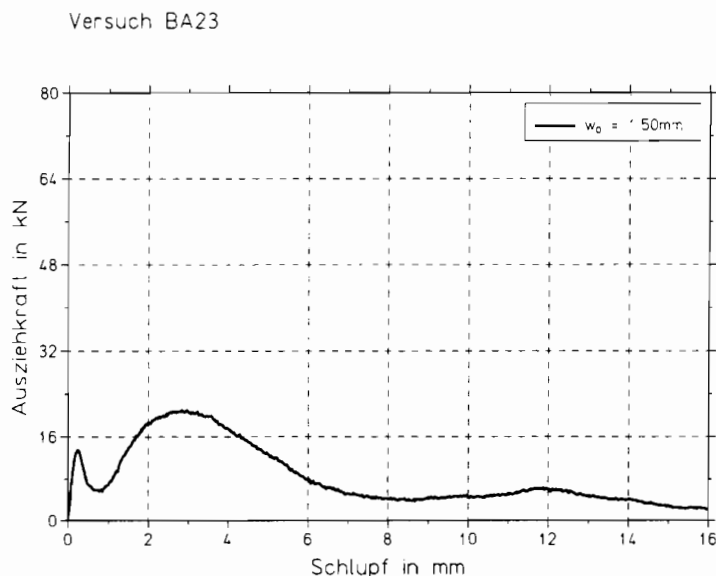


Abbildung 2.15 Ausziehungskraftkurve bei voreingestelltem Riß, Versuch BA23.

wird kurzfristig kein Widerstand entgegengesetzt. Durch die Wirkung der Querbewehrung werden die Betonhälften zusammengehalten und bei ausreichender Verformung steigt die Ausziehungskraft wieder an. Mit dieser Aussage deckt sich die Tatsache, daß die Rißbreite gleichzeitig zum Sprung in der Ausziehungskraftkurve stark zunimmt. Selbverständlich kann das beschriebene Phänomen nur bei Ausziehstäben mit einer Betonhülle auftreten, die vor dem Ausziehversuch unbeschädigt ist.

Nun zu den Meßkurven der Versuche mit voreingestellter Rißbreite. Die Kurve Ausziehkraft über Schlupf verläuft bereits bei einer relativ geringen voreingestellten Rißbreite von 0.5 mm deutlich tiefer als die entsprechende Kurve des Referenzversuches (Abbildungen 2.10, 2.15). Deshalb ist die Fläche unterhalb der Kurve und damit die benötigte Energie um den Stab auszuziehen entsprechend kleiner. Ansonsten zeigen aber auch diese Kurven die gleiche prinzipielle Charakteristik wie die Referenzversuche. Gleiches gilt für die Änderung der Rißbreite oder der Sprengkraft in Abhängigkeit vom Schlupf.

Betrachtet man die Kurven Ausziehkraft über Schlupf der Versuche mit voreingestelltem Riß etwas genauer, erkennt man während der ersten Phase des Anstieges der Ausziehkraft einen Knick (Abbildung 2.15): Die Ausziehkraft nimmt mit wachsendem Schlupf etwas ab, während sich der Ausziehweg vergrößert. Nach Überschreiten des Minimums nimmt die Ausziehkraft allmählich wieder zu. Der Anstieg der Kraft ist dann aber nicht mehr so steil wie vor dem Knick. Allgemein war dieser Spannungsknick bei Versuchen mit größeren voreingestellten Rißbreiten stärker ausgeprägt.

Die Rißbreite verringert sich während dieses Spannungsknicks (Abbildung 2.16). Auf die Ursachen für das beschriebene Phänomen wird im Abschnitt 2.8.1 Versagensmechanismus näher eingegangen. Die beschriebenen Kurven sind für alle Ausziehversuche im Anhang Teil B angegeben.

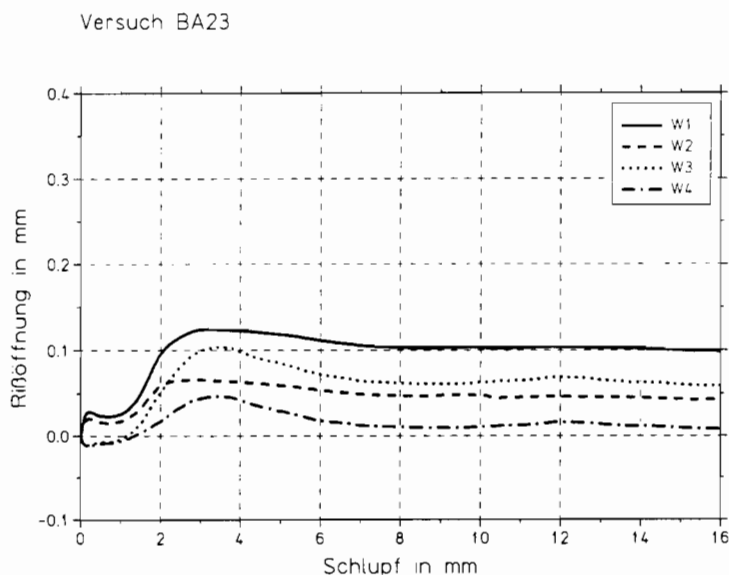


Abbildung 2.16 Änderung der Rißbreite bei voreingestelltem Riß, Versuch BA23.

Die gemessenen Kurven des Ausziehversuches BA16, die ebenfalls im Anhang Teil B angegeben sind, erscheinen ungewöhnlich stark gezackt. Das ist darin begründet, daß bei diesem Versuch die Steuerung der Hohlkolbenpresse ausfiel und hat mit dem Verbundverhalten nichts zu tun.

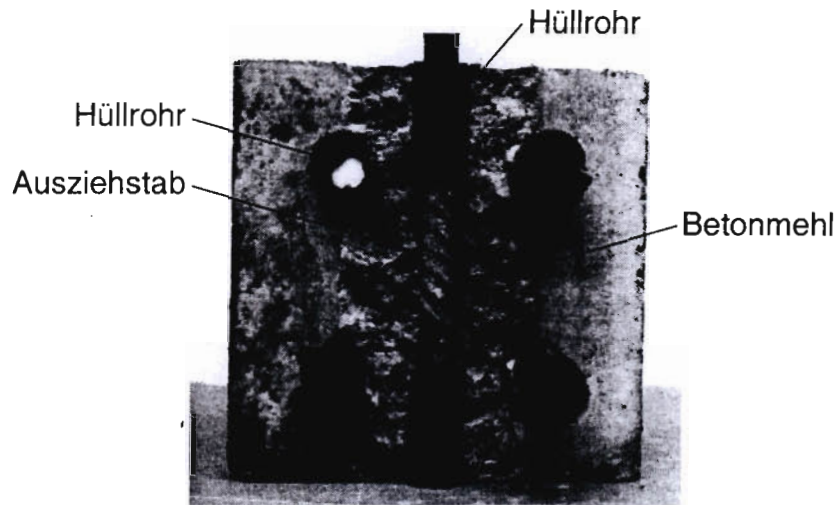


Abbildung 2.17 Schnitt durch den Versuchskörper BA12 in der Rißebene.

Die voreingestellten Risse liefen alle, soweit an der Oberfläche des Balkens erkennbar, auf die Ausziehstäbe zu und um diese herum. An den Seiten des Balkens verliefen die Risse parallel zum Rißblech. An zwei Stellen wurde ein Versuchskörper nachträglich geöffnet. Dazu wurde der Balken jeweils an zwei Stellen zwischen Ausziehstab und Ankerplatten durchtrennt. Die Längsbewehrung konnte anschließend fast ohne Widerstand aus den Hüllrohren geschoben und der Balken geöffnet werden. Der geöffnete Versuchskörper ist in Abbildung 2.17 dargestellt. Die Rißbleche sind entfernt worden, bevor die Aufnahme gemacht wurde. Ihre ursprüngliche Position ist aber noch gut zu erkennen. Das Bild zeigt, daß die Trennfläche durch den Beton von den Rißblechen ausgehend und senkrecht zur Balkenlängsachse auf den Ausziehstab zuläuft.

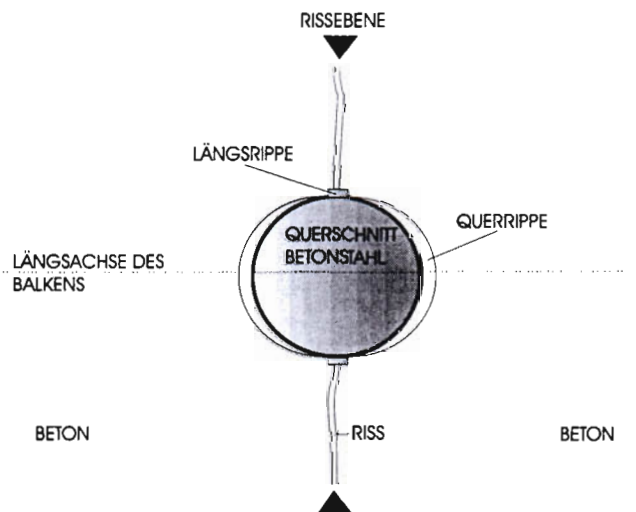


Abbildung 2.18 Ausrichtung der Rippenmitten des Betonstahles in Balkenlängsrichtung

Die Ausziehstäbe waren vor dem Betonieren so positioniert worden, daß die Spitze ihrer

Querrippen in die Balkenlängsachse zeigen (Abbildung 2.18). Die leeren Hüllrohre und der Betonstahl mit der reduzierten Verbundlänge in der Mitte des Ausziehkörpers ist ebenfalls zu erkennen. Die Räume zwischen den Stahlrippen waren hier nicht vollständig mit Betonmehl ausgefüllt. Im Gegensatz zu den Vorversuchen (Abbildung 2.2). Das Betonmehl klebte als Abdruck des Ausziehstabes teilweise noch an der Betonhülle. Auf dieser waren die typischen Schleifspuren nicht erkennbar, die bei den geöffneten Versuchskörpern der Vorversuche deutlich auszumachen waren (Abbildung 2.2). Das wird als optischer Nachweis dafür gewertet, daß die Sprengkraft lotrecht zum Ausziehstab bei den Hauptversuchen nicht so groß war wie bei den Vorversuchen. Auf Grund der direkten Abstützung entstand kein Ausbruchkegel an der Balkenoberfläche.

2.7.2 Ergänzungsversuche - Parameterstudien

Parameterstudien wurden mit den Versuchsserien: Balken 3, Balken 4 und Balken 5 (Tabelle 2.7.1.1) durchgeführt, um

- mit Balken 3 den Einfluß eines größeren Stabdurchmessers, hier 20mm,
- mit Balken 4 den Einfluß einer besseren Betongüte, hier B55 und
- mit Balken 5 den Einfluß einer vergrößerten Verankerungslänge, hier $l_v = 200$ mm,

zu studieren.

Die folgenden Abbildungen zeigen jeweils für einen Versuchskörper die Beträge der maximal verankerten Kraft, aufgezeichnet über der voreingestellten Rißbreite. Damit kann bereits ein Eindruck gewonnen werden, wie sich ein Riss parallel zum Betonstahl bei unterschiedlichen Eigenschaften des Versuchskörpers oder des gezogenen Betonstahles auswirkt.

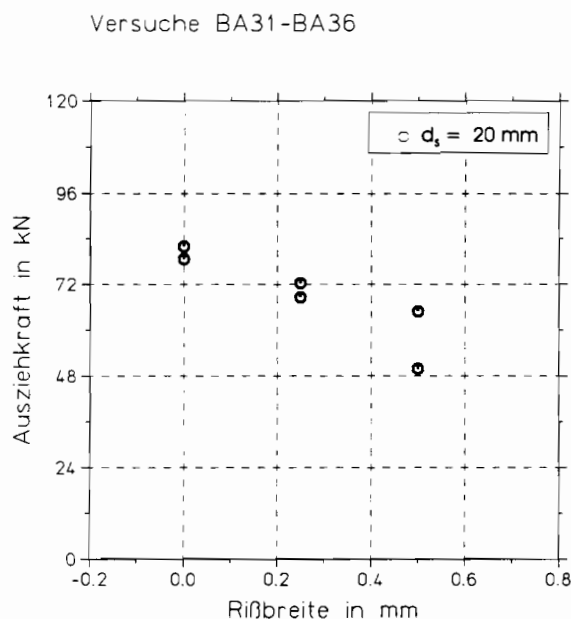


Abbildung 2.19 Auswirkung der voreingestellten Rißbreite w_0 für $d_s = 20$ mm und $\beta_{wN} = 35$ N/mm².

Als erster Parameter wurde der Einfluß des Stabdurchmessers mit Balken 3 getestet (Abbildung 2.19). Dazu wurde ein Balken mit den gleichen Maßen und Eigenschaften wie für die erste Versuchsreihe hergestellt. Anstatt des Durchmessers von 16 mm wie für Balken 1 und Balken 2 wurden Ausziehstäbe mit einem Durchmesser von 20 mm getestet. Die typischen Maße dieses Betonstahles und die Materialkenngrößen sind im Abschnitt Material Tabelle 2.5.3 bzw. 2.5.4 angegeben.

Die Versuche wurden auf Grund der geringen Streuung der Versuchsergebnisse der Hauptversuche mit einer geringeren Anzahl von Ausziehversuchen je Rißbreite durchgeführt. Neben dem Stabdurchmesser sollte dabei vorrangig der Einfluß von relativ geringen voreingestellten Rißbreiten auf die Verbundeigenschaften studiert werden. Aus diesen Gründen wurden jeweils nur zwei Ausziehversuche mit einer voreingestellten Rißbreite von 0.0 mm, 0.25 mm und 0.5 mm durchgeführt.

Der Verlauf der gemessenen Kurven: Ausziehungskraft über Schlupf, Änderung der Rißbreite über Schlupf und die in eine Sprengkraft umgerechnete Stahldehnung der Balkenlängsbewehrung über dem Schlupf (Anhang, Teil B2, Abb. 25 - Abb. 36 und Anhang, Teil B3, Abb. 69, Abb. 71), zeigen die gleiche Charakteristik wie die entsprechenden Kurven der Hauptversuche (z. Bsp.: Abbildungen 2.10, 2.11, 2.12).

Der bei einigen Referenzversuchen der Hauptversuche festgestellte Spannungssprung (Versuch BA12 und BA13, Anhang, Teil B2, Abb. 2 und Abb.4) konnte hier in keinem Fall beobachtet werden. Der Knick in der Kurve Ausziehungskraft über Schlupf und abgeschwächt in der Kurve Rißbreite über Schlupf ist jedoch bei allen Versuchen mit voreingestelltem Riß zu erkennen.

Für die Versuche ohne Riß parallel zum gezogenen Betonstahl zeigt sich Proportionalität zwischen Stabdurchmesser und maximal verankerter Kraft, wie sie auch bei anderen Untersuchungen festgestellt worden ist [22]. Dieser Proportionalität ist bei Versuchen mit voreingestelltem Riß nicht gegeben. Ein Vergleich der Mittelwerte der maximal verankerten Kraft beider Stabdurchmesser bei einer voreingestellten Rißbreite von 0.5 mm, mit dem Mittelwert der jeweiligen Referenzversuche zeigt, daß der Betrag der maximal verankerten Kraft beim kleineren Stabdurchmesser infolge eines voreingestellten Risses stärker absinkt als bei dem größeren Stabdurchmesser (Tabelle 2.7.2.1 Zeile 2 und 3).

Die Versuche zeigen damit, daß der Verbund kleinerer Stabdurchmesser empfindlicher auf Risse parallel zum Betonstahl reagiert. Eine wesentliche Ursache dafür dürfte die geringe Rippenhöhe bei kleinen Stabdurchmessern sein. Die ohnehin schwache Verzahnung zwischen Betonstahl und Beton wird durch einen voreingestellten Riß stärker reduziert.

Ein anderes wesentliches Ergebnis dieser Untersuchung war, daß sich schon bei einer geringen voreingestellten Rißbreite von 0.25 mm die Verbundfestigkeit wesentlich gegenüber den Ausziehversuchen ohne voreingestellten Riß verschlechtert. Dies ist aber eine Rißbreite, die bereits im Gebrauchszustand auftreten kann [38].

Weiter wurde der Einfluß einer besseren Betongüte untersucht (Abbildung 2.20). Dazu wurden

Ausziehversuche an einem Versuchskörper (Balken 4) mit erheblich höherer Druckfestigkeit durchgeführt. Alle anderen Eigenschaften des Ausziehkörpers blieben zu Balken 3 unverändert. D. h. auch hier wurde für den Ausziehstab ein Betonstahl mit einem Durchmesser von 20 mm verwendet.

Die Zusammensetzung und die wichtigsten Eigenschaften des für Balken 4 verwendeten Betons sind im Abschnitt 2.5 Tabelle 2.5.2 angegeben. Die Untersuchung konzentrierte sich wiederum auf geringere Rißbreiten. Als Referenzversuche wurden drei Stäbe ohne voreingestellte Risse ausgezogen und die Ergebnisse anschließend mit denen dreier mit einer voreingestellten Rißbreite von 0.5 mm getesteten verglichen. Die Meßkurven (Anhang, Teil B2, Abb. 37 - 48 und Anhang, Teil B3, Abb. 73, 76) zeigen dieselben, für die Hauptversuche bereits beschriebenen Eigenschaften. Bei allen Versuchen mit voreingestelltem Riß zeigt sich der schon bei den Hauptversuchen beobachtete Knick in den Kurven Ausziehungskraft über Schlupf bzw. Rißbreite über Schlupf (Anhang, Teil B2, Abb. 43 - Abb. 48).

Die Verbundfestigkeit der Ausziehkörper aus Beton mit höherer Festigkeit nimmt im Vergleich zu den Ausziehkörpern mittlerer Betondruckfestigkeit enorm zu, jedoch unterproportional zur Würfeldruckfestigkeit. Dies stimmt mit anderen Forschungsergebnissen überein [22].

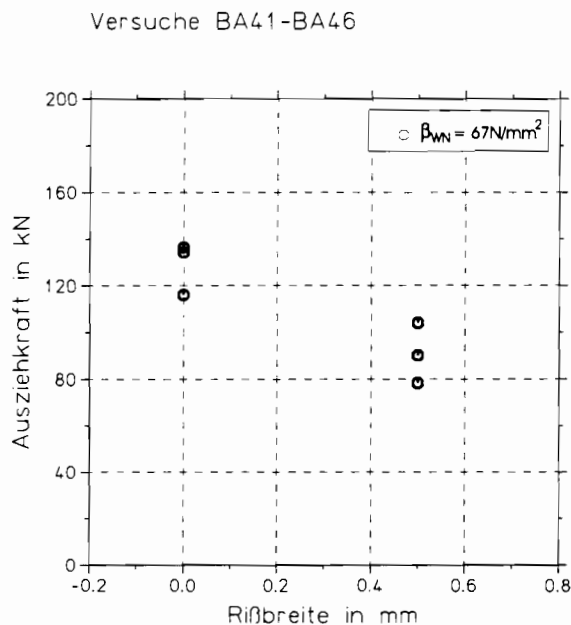


Abbildung 2.20 Auswirkung der voreingestellten Rißbreite für $d_s = 20$ mm, $\beta_{WN} = 67$ N/mm²

Ein Vergleich der Mittelwerte der maximal verankerten Kraft für beide untersuchten Betongüten bei einer voreingestellten Rißbreite von 0.5 mm, mit dem Mittelwert der jeweiligen Referenzversuche zeigt, daß der Betrag der maximal verankerten Kraft bei höherer Würfeldruckfestigkeit infolge eines voreingestellten Risses stärker absinkt als bei geringerer Würfeldruckfestigkeit (Tabelle 2.7.2.1 Zeile 3 und 4).

Zuletzt wurde der Einfluß der Verankerungslänge gekoppelt mit der Bewehrung quer zum ausgezogenen Betonstahl untersucht (Abbildung 2.22). In dem Bestreben einerseits ein Anwachsen der Stahlspannungen über die Fließgrenze hinaus zu vermeiden und andererseits die Streuung der Materialgüte zu erfassen, wurde bisher eine Verankerungslänge von $l_v = 100$ mm

gewählt. Die erforderlichen Verankerungslängen nach DIN 1045 sind im Allgemeinen aber deutlich größer. Es ist aber von vorne herein nicht selbstverständlich, daß sich das Einstellen von Rissen parallel zum gezogenen Betonstahl bei unterschiedlichen Verankerungslängen im gleichen Maße auswirkt.

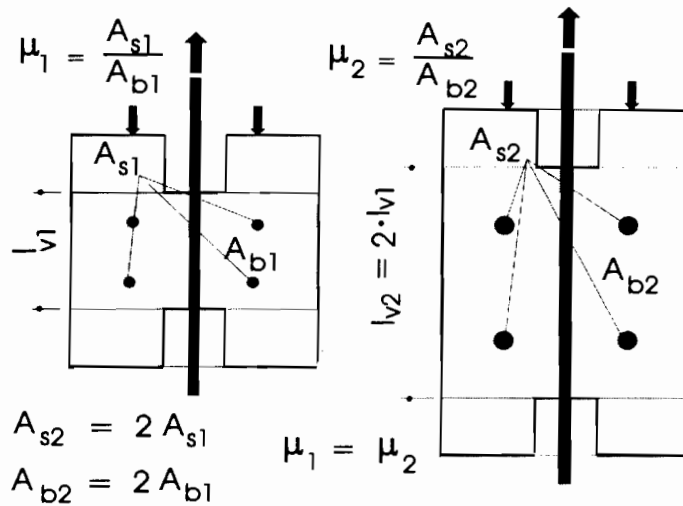


Abbildung 2.21 Beziehung zwischen Verankerungslänge und Bewehrungsquerschnitt.

Gleichzeitig mit der Verankerungslänge sollte der Einfluß der Bewehrung quer zum ausgezogenen Betonstahl auf die Verbundeigenschaften beachtet werden. Bei Untersuchungen wurde festgestellt, daß die Art und der Querschnitt einer derartigen Querbewehrung die Verbundeigenschaften des Ausziehkörpers wesentlich beeinflusst [22].

Im Rahmen dieser Untersuchungen wird der Ausziehkörper als Ausschnitt aus einem Stahlbetonbauteil betrachtet, der quer zum gezogenen Betonstahl einen festen Bewehrungsprozentatz haben soll. Wird die Verankerungslänge und damit der Ausschnitt aus dem Stahlbetonkörper vergrößert, dann muß die Querschnittsfläche der Bewehrung quer zum ausgezogenen Betonstahl - in diesem Fall ist das die Bewehrung in Längsrichtung des Balkens - in gleichem Maße gesteigert werden, wie der Betonquerschnitt (Abbildung 2.21).

Aus diesem Grund wurde als Längsbewehrung für Balken 5 vier Gewindestäbe mit einem Durchmesser von 22 mm verwendet (Tabelle 2.7.1.1). Durch den größeren Stabquerschnitt paßt sich die Querschnittsfläche der Bewehrung in etwa der Änderung des Betonquerschnittes an. Auf Grund des größeren Stabquerschnittes waren geringere Stahlspannungen in den Gewindestäben zu erwarten. Deshalb konnte Stahl geringerer Festigkeit als bei den Hauptversuchen verwendet werden (Tabelle 2.5.5).

Als Verankerungslänge wurde $l_v = 200$ mm gewählt. Diese Verankerungslänge unterscheidet sich deutlich von der bisher untersuchten und war aller Voraussicht nach kurz genug, um ein Stahlversagen des gezogenen Betonstahles zu vermeiden. Die verbundfreie Vor- bzw. Nachlänge betrug wieder 50 mm. Damit ergaben sich die Kantenlängen des Versuchskörpers zu 4560 mm x 300 mm x 200 mm. Ausgezogen wurden Betonstähle mit einem Durchmesser von 16 mm. Die Eigenschaften des Ausziehkörpers und die gewählten Materialien waren denen der

Hauptversuche ansonsten gleich (Tabelle 2.7.1.1). Die Materialkenngrößen wurden ermittelt und sind im Abschnitt 2.5 Material angegeben.

Für kleine voreingestellte Rißbreiten $w_0 \leq 0.5\text{mm}$ zeigte sich, unter Berücksichtigung der Ergebnisse der Hauptversuche (Balken 1), ein fast linearer Zusammenhang zwischen Ausziehungskraft und Verankerungslänge. Der Referenzversuch erbrachte erst nach Überschreiten der Fließgrenze im Ausziehstab Verbundversagen (Anhang, Teil B2, Abb. 49). Die Verbundfestigkeit wurde von dem Umstand, daß die Fließgrenze des Stahles überschritten war, nicht beeinträchtigt. Anschließend wurden nur noch Ausziehversuche mit größeren voreingestellten Rißbreiten $w_0 = 0.5\text{ mm}$ und $w_0 = 1.0\text{ mm}$ durchgeführt (Abbildung 2.22). In den Ausziehstäben wurde bei diesen Versuchen die Fließgrenze nicht mehr erreicht. Aus hier zeigte sich der typische Knick in der Kurve Ausziehungskraft über Schlupf und Rißbreite über Schlupf (Anhang, Teil B2, Abb.51 - Abb. 58). Ausnahme: Versuch BA56 (Anhang, Teil B2, Abb. 59, Abb. 60).

Versuche BA51-BA56

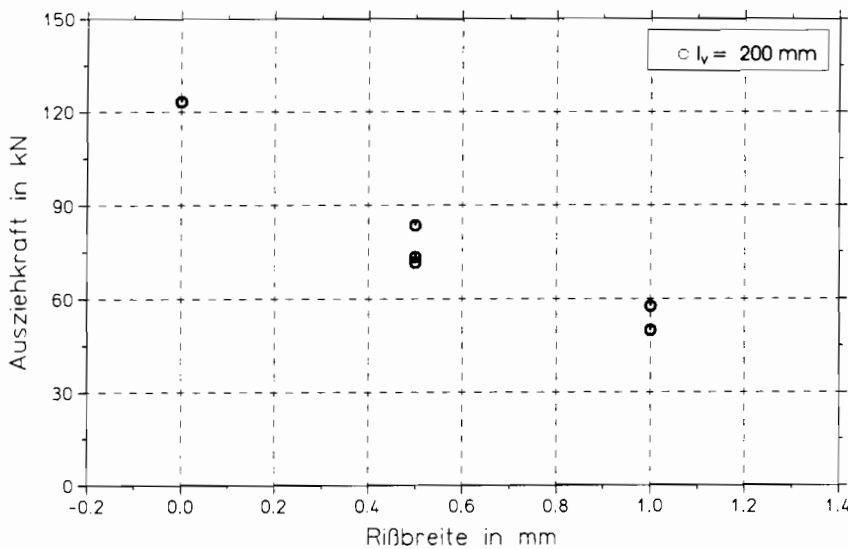


Abbildung 2.22 Auswirkung der voreingestellten Rißbreite w_0 auf die maximal verankerte Kraft für $d_s = 16\text{ mm}$ und $l_v = 200\text{ mm}$.

Für eine voreingestellte Rißbreite von 1.0 mm wuchs der Betrag der maximal verankerten Kraft unterproportional zur Verankerungslänge.

Tabelle 2.7.2.1 ist eine Zusammenfassung der wesentlichsten Versuchsergebnisse der Parameterstudie angegeben. Die vier unteren Zeilen entsprechen jeweils einem Balken. Die erste Spalte identifiziert den Balken. Die zweite Spalte gibt die wesentlichsten Eigenschaften jedes Versuchskörpers an. Verglichen werden stets die Mittelwerte aus den Beträgen der maximal verankerten Kraft bei einer voreingestellten Rißbreite von 0.5mm mit den Ausziehungskräften der Versuche ohne voreingestellten Riß für jeden einzelnen Versuchskörper. Das Ergebnis dieses Vergleiches steht als Prozentangabe in der letzten Spalte der Tabelle. Diese Zahl zeigt an wieviel Prozent der maximal verankerten Kraft bei einer voreingestellten Rißbreite von 0.5mm im Vergleich zum Referenzversuch noch verankert bleibt und gibt für jeden Versuchskörper mit seinen speziellen Eigenschaften ein Maß, wie sich der voreingestellte Riß auf die Verbundeigen-

schaften auswirkt. Aus der Tabelle ist ablesbar, daß eine Beeinträchtigung des Verbundes durch einen voreingestellten Riß parallel zum Betonstahl um so schwerwiegender ist, je geringer der Stabdurchmesser und je höher die Betondruckfestigkeit ist.

Parallel zur Ausziehungskraft wurde auch bei allen Ergänzungsversuchen die Änderung der Rißbreite während des Ausziehversuches gemessen. Diese war genauso wie die Ausziehungskraft in allen Fällen deutlich größer als bei den entsprechenden Versuchen der Hauptversuche. Die während des Versuches gemessenen Daten sind im Anhang Teil B2 für alle Ausziehversuche angegeben.

Versuchskörper	Eigenschaften	$\frac{F_{\max}(w_0=0.5mm)}{F_{\max}(w_0=0mm)}$
Balken 1	$d_s = 16mm$ $l_v = 100mm$ $\beta_{WN} = 37N/mm^2$	62%
Balken 3	$d_s = 20mm$ $l_v = 100mm$ $\beta_{WN} = 35N/mm^2$	89%
Balken 4	$d_s = 20mm$ $l_v = 100mm$ $\beta_{WN} = 67N/mm^2$	69%
Balken 5	$d_s = 16mm$ $l_v = 200mm$ $\beta_{WN} = 35N/mm^2$	62%

Tabelle 2.7.2.1 Vergleich der untersuchten Parameter

Die Ergebnisse der Ergänzungsversuche: Balken 3, Balken 4 und Balken 5, lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Kleinere Stabdurchmesser reagieren empfindlicher auf voreingestellte Risse als größere.
- Bei besserer Betongüte fällt die Verbundfestigkeit mit der Rißbreite schneller ab als bei niedrigeren Festigkeiten.
- Eine Variation der Verankerungslänge - bei konstantem Bewehrungsprozentsatz quer zum gezogenen Betonstahl - hat keinen Einfluß auf die Auswirkung von voreingestellten Rissen mit einer Breite kleiner gleich 0.5mm auf den Verbund. Bei größeren voreingestellten Rißbreiten nimmt die Verbundfestigkeit bei größerer Verankerungslänge stärker ab.
- Auch Rißbreiten im Bereich der Gebrauchstauglichkeit [38] haben einen negativen Einfluß auf die Verbundeigenschaften.

2.8 Weiterführende Überlegungen

2.8.1 Versagensmechanismus

Der Verbundmechanismus wird wie folgt eingeteilt: Erstens Abspalten der Betonkonsole zwischen den Stahlrippen, zweitens Versagen der dadurch entstandenen Trennfläche im Beton und drittens Restwiderstand durch Reibung entlang dieser Trennfläche. Mit dem Abspalten der Betonkonsole nimmt der Ausziehweg stark zu. Aber erst das Versagen der Trennfläche im Beton danach führt zu einem Absinken der Ausziehungskraft auf eine Restfestigkeit (Abbildung 2.23).

Die Eigenschaften der Trennfläche im Beton wie Rauigkeit der Oberfläche und Festigkeit des Materials bestimmen in Verbindung mit der Steifigkeit des Systems in Querrichtung zum gezogenen Betonstahl die Verbundtragfähigkeit. Das wird durch Abbildung 2.23 veranschaulicht.

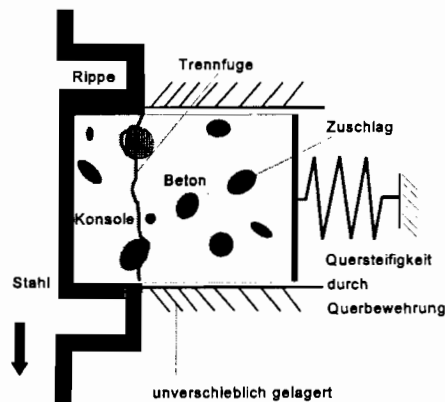


Abbildung 2.23 Verbundmodell

Während des Ausziehvorganges werden konzentriert Druckspannungen in die Betonkonsolen eingeleitet. Eine derartige Belastung führt im Beton zu Rissen parallel zur Lasteinleitung [21], [2]. Die Situation ist dem des Spaltzugversuches sehr ähnlich, siehe Abbildung 2.25. Die Betonkonsole wird parallel zum gezogenen Stab abgespalten (Abbildung 2.24, Phase 2). Die Bruchfläche ist alleine auf Grund der Inhomogenität des Materials rau: Betone sind schon in sehr frühem Stadium von feinen Mikrorissen durchzogen, die sich bevorzugt am Übergang zwischen Zuschlag und Zementmatrix befinden. Diese Zonen bilden naturgemäß die Schwachstellen im Beton. Bei Beton normaler Festigkeit entsteht deshalb eine Bruchfläche, die um die Zuschlagkörner herum in der Übergangszone zwischen Zementmatrix und Zuschlag verläuft. Durch das Versagen wird automatisch eine raue Bruchfläche erzeugt, deren Beschaffenheit durch die Zusammensetzung und Menge des Zuschlages definiert ist.

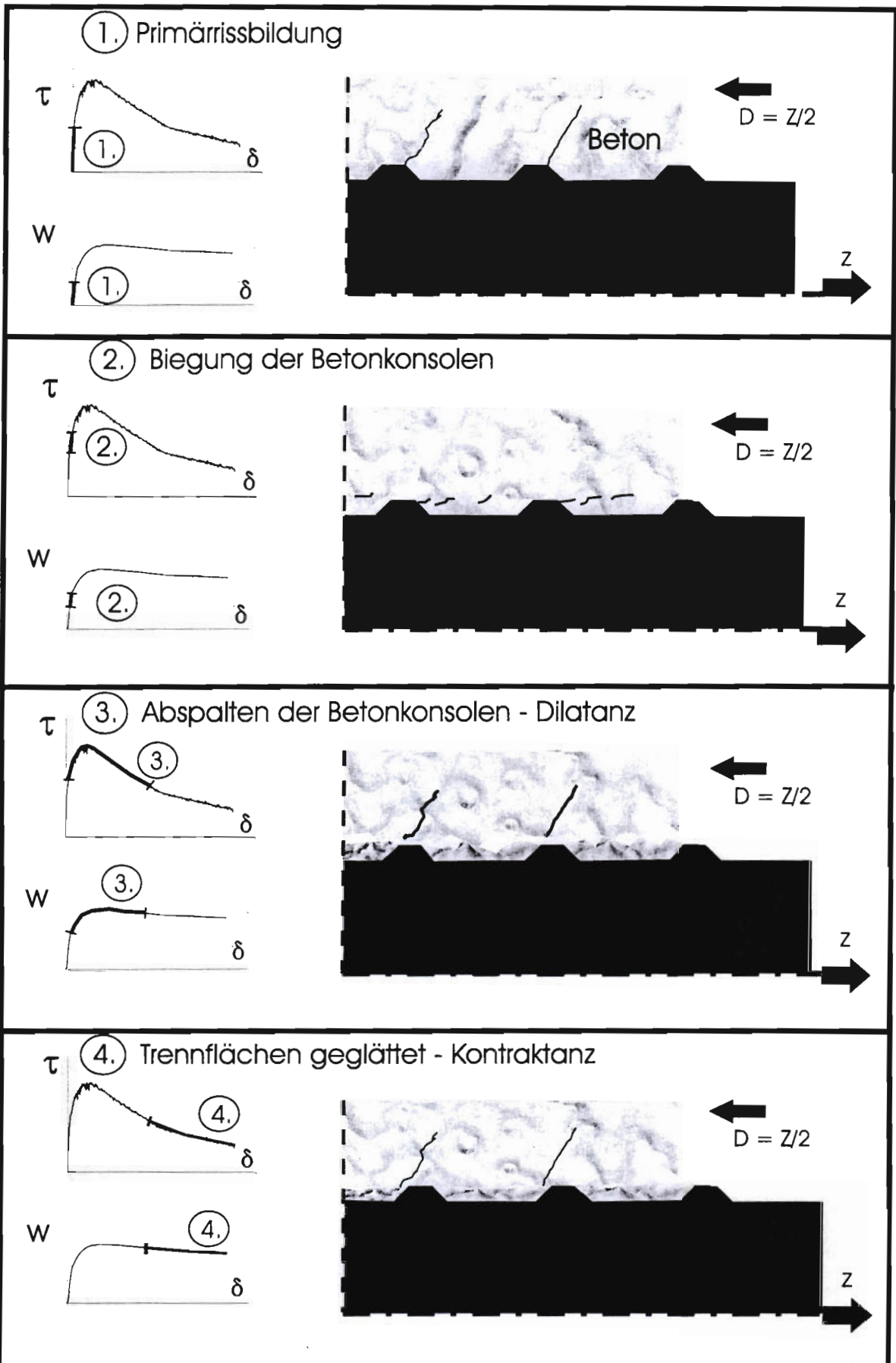


Abbildung 2.24 Verbundmechanismus ohne voreingestellte Risse parallel zum Betonstahl.

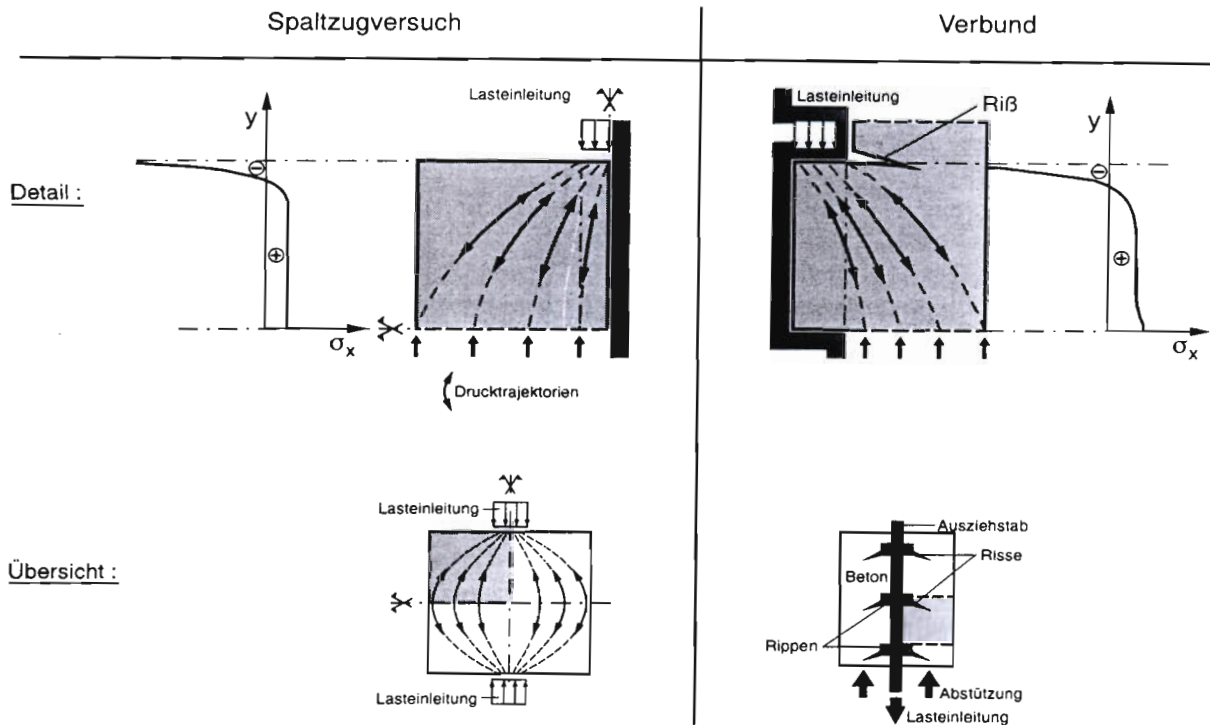


Abbildung 2.25 Analogie des Spannungsverlaufes beim Spaltzug- und Ausziehversuch.

Die Oberflächen der entstandenen Bruchflächen sind eng miteinander verzahnt. Druck- und Schubkräfte können unmittelbar übertragen und die Ausziehkraft kann weiter gesteigert werden (Abbildung 2.24, Phase 3). Im Bereich der Trennfuge spielen sich gleichzeitig zwei Vorgänge ab. Einmal die Gleitung der abgebrochenen Betonkonsole entlang der Betonhülle. Das führt zum Einpressen der aus den Bruchflächen herausragenden, harten Zuschlagkörnern in die weiche Zementmatrix. Parallel dazu verläuft das Aufgleiten der verzahnten Oberflächen. Das Aufgleiten ist mit einer Öffnung der Trennfuge verbunden. Die Verzahnung wird dadurch reduziert. Die Größe der Aufgleitung hängt von der Ausziehkraft und der Steifigkeit des Stahlbetonkörpers in Querrichtung zum Ausziehstab ab. Versagen tritt ein, sobald die Verzahnung der Oberflächen überwunden ist. Durch das Aufgleiten der rauhen Betonoberflächen wird die Sprengwirkung verursacht. Die Betondeckung erfährt dadurch in Radialrichtung Druck- und in Tangentialrichtung Zugspannungen. Erst nachdem die Trennfläche geglättet ist, sinkt die Ausziehkraft ab (Abbildung 2.24, Phase 4).

Die Verbundproblematik ist damit auf das Verhalten von Trennfugen im Beton zurückgeführt. In Abbildung 2.26 ist der typische Verlauf der Schubspannung bzw. der Rißöffnung entlang einer Trennfuge bei einem Scherversuch dargestellt. Der Verlauf der vier meßbaren Größen, die das Verhalten einer Trennfuge im Beton bestimmen, stimmen qualitativ mit dem Verlauf der entsprechenden Größen beim Verbundversuch überein. Diese vier Größen sind die Gleitung der Oberflächen gegeneinander entsprechend dem Schlupf, die Öffnung der Trennfuge entsprechend der Änderung der Rißbreite beim Ausziehversuch und die den Verformungen zugeordneten Schub- bzw. Normalspannungen der Oberflächen.

Ein voreingestellter Riß in Längsrichtung des gezogenen Betonstahles gibt neue Rahmenbedingungen. Siehe dazu Abbildung 2.27. Dieser Riß bildet eine Fuge zwischen dem Betonstahl und der Betondeckung. Bei den durchgeführten Versuchen verminderten die eingestellten Rißbreiten die Kontaktfläche zwischen Stahlrippe und Betonkonsole zwar, löschten sie aber nicht ganz aus. Die Betonkonsolen kommen mit den Stahlrippen in Kontakt und Druckkräfte werden übertragen. Die Ausziehkraft steigt rasch an (Abbildung 2.27, Phase 1). Es entstehen Risse parallel zum Ausziehstab. Die Betonkonsole wird abgespalten. Bei Versuchen ohne voreingestellten Riß nahm von diesem Zeitpunkt die Verbundsteifigkeit zwar ab, die Trennflächen des neu geschaffenen Risses waren jedoch in engem Kontakt und die Ausziehkraft stieg unmittelbar weiter an.

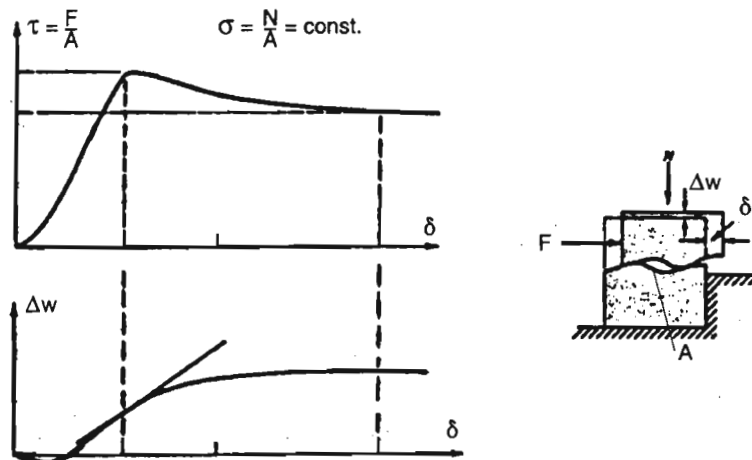


Abbildung 2.26 Kontaktspannung τ und Rißöffnung w in Abhängigkeit vom Schlupf Δ nach [15].

Bei Versuchen mit voreingestelltem Riß ist die Situation anders: Nach dem Abspalten der Konsole kann diese in die zuvor durch Querkzug geschaffene Fuge zwischen Stahl und Beton ausweichen. Kurzzeitig wird der Ausziehkraft kaum noch Widerstand entgegengesetzt (Phase 2). Die Ausziehkraft fällt bei steigendem Ausziehweg ab siehe Abbildung 2.15. Infolge des Ausweichens der Betonkonsole kann sich der Riß, der sich während des Ausziehvorganges zusätzlich geöffnet hatte, wieder etwas schließen siehe Abbildung 2.16. Die Ausziehkraft steigt erst wieder an, nachdem die abgebrochene Konsole nicht weiter ausweichen kann und die Verschiebungen so groß werden, daß die Betonoberflächen wieder verstärkt Kontakt erhalten (Phase 3). Die Rißbreite steigt mit der Ausziehkraft ebenfalls wieder an. Die Kontaktfläche entlang der Trennfuge ist aber im Vergleich zu einem Versuch ohne voreingestellte Risse reduziert. Es werden vergleichsweise geringe Schubspannungen übertragen, die Unebenheiten der Trennfläche können leichter beseitigt und nur eine relativ geringe Ausziehkraft verankert werden.

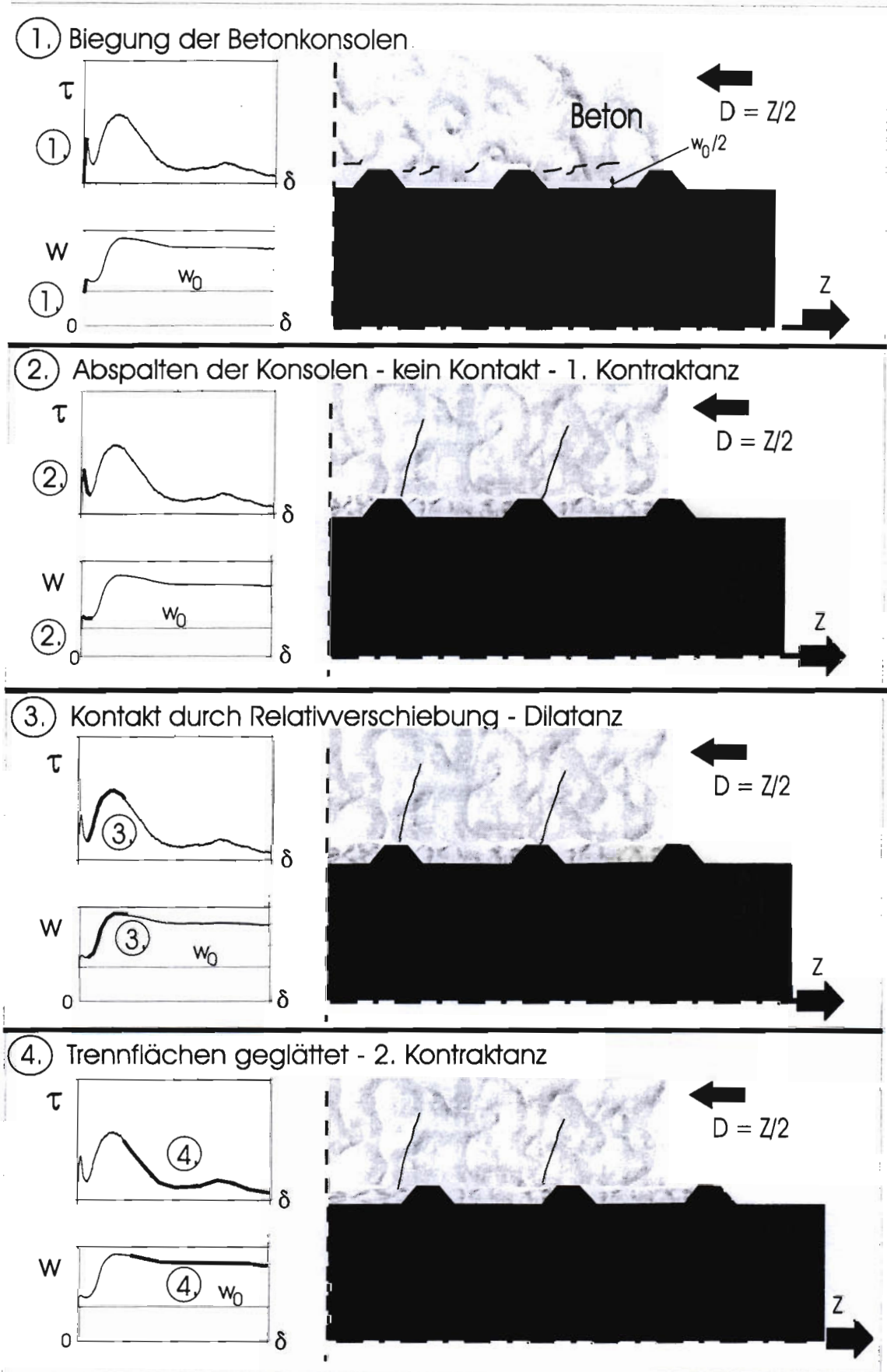


Abbildung 2.27 Verbundmechanismus bei voreingestellten Rissen parallel zum Betonstahl.

Das Verhalten von Trennflächen im Beton bei Scherung war bereits Gegenstand zahlreicher Untersuchungen. Zum Beispiel hat Walraven [43] Scherversuche an Trennfugen im Beton unternommen. Dazu wurden Betonkörper gespalten, eine bestimmte Fugenöffnung eingestellt und die Hälften anschließend gegeneinander verschoben. Die Kräfte senkrecht und parallel zur Trennfläche und die Gleitung wurden gemessen. Die Öffnung der Trennfuge wurde während des Versuches konstant gehalten und im Rahmen des Versuchsprogrammes als Scharparameter untersucht. Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Abbildung 2.28 dargestellt.

Der Vergleich von Schubspannungskurven mit unterschiedlichen voreingestellten Rißbreiten zeigt, daß bei größeren Rißbreiten die Spannungen langsamer ansteigen und immer unterhalb der Kurve der Versuche mit geringerer Rißbreite bleiben. Die Ursache dafür ist, daß durch die Fuge die Größe der Kontaktfläche entlang der Trennfläche reduziert wird.

Das entspricht der Situation beim Ausziehversuch mit voreingestellter Rißbreite. Durch das Einstellen des Risses wird der Kontakt entlang der sich bildenden Trennfläche im Beton ebenfalls reduziert (Abbildung 2.27). Erheblich weniger Verformungsarbeit muß geleistet werden, um die verbleibenden Unebenheiten der Trennfläche zu überwinden. Die Rippenhöhe stellt naturgemäß eine Obergrenze für das Maß der Verzahnung der Trennfläche dar.

Es wurde festgestellt, daß kleinere Stabdurchmesser empfindlicher auf voreingestellte Risse reagieren. Die Ursache dafür liegt in der vergleichsweise geringen Rippenhöhe. Eine Öffnung der Trennfuge als Folge von Rissen wirkt sich auf Grund der ohnehin schwach ausgeprägten Verzahnung stärker aus.

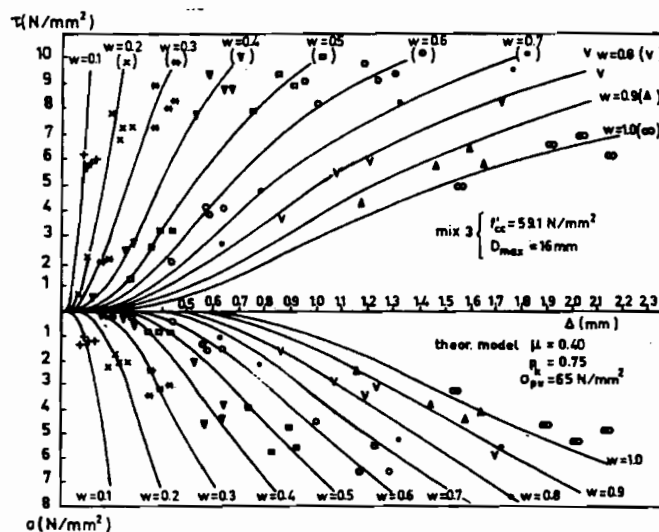


Abbildung 2.28 Beziehung: Kontaktspannungen τ , σ , Schlupf Δ , Rißöffnung w nach [36]

Bei den Ausziehversuchen mit Beton höherer Festigkeit wirken sich voreingestellte Risse in Längsrichtung des Betonstahles ebenfalls stärker aus. Die Verbundfestigkeit konnte nicht in dem Maß gesteigert werden wie die Würfeldruckfestigkeit des Betons. Die Ursache dafür liegt in der im Vergleich zum Zuschlagkorn gesteigerten Festigkeit der Zementmatrix. Die Kontaktzone zwischen Zuschlag und Matrix ist bei Beton hoher Festigkeit nicht mehr die Schwachstelle im Beton. Deshalb verläuft der Riß nicht mehr um die Zuschlagkörner herum, sondern auch

durch diese hindurch. Die Trennfläche ist relativ glatt, die Verzahnung geringer. Aus diesem Grund steigt die Verbundfestigkeit unterproportional zur Würfeldruckfestigkeit und deshalb senkt das Einstellen eines Risses die Verbundfestigkeit mehr als bei Beton normaler Festigkeit.

2.8.2 Dimensionsanalyse

Im Folgenden wird von einer Beziehung zwischen einer durch den Bewehrungsstab im Beton maximal verankerten Kraft und deren Einflußgrößen oder Parametern gesprochen. Mit der Änderung der Einflußgrößen beispielsweise der Querbewehrung oder der Betongüte, wird eine Änderung der maximal verankerten Kraft bewirkt, die quantitativ nur schwer abgeschätzt werden kann. Besonders schwierig ist es vorab eine Aussage zu machen, wenn gleichzeitig mehrere Einflußgrößen verändert werden. Dieser Umstand macht es sehr schwierig aus einigen wenigen Versuchsergebnissen, die unter ganz bestimmten Bedingungen gewonnen wurden, allgemeingültige Aussagen zu machen. Meist wird ein Parameter detailliert untersucht, andere dagegen nur stichprobenartig. Mit der Methode der Dimensionsanalyse sind allgemeine Zusammenhänge zwischen Ausziehungskraft und voreingestellter Rißbreite unter Berücksichtigung einer Reihe von Einflußgrößen hergestellt worden.

Unterschiedlichste Prüfkörper machen einen Vergleich der Ergebnisse oftmals unmöglich, deshalb wurde die Forderung von einheitlichen Versuchskörpern schon mehrfach gestellt. Doch läßt die Erforschung einer spezieller Fragestellung zuweilen keine andere Wahl, als einen neuen Versuchsaufbau zu entwerfen. Die entscheidenden Einflußgrößen des Verbundes müssen daher gefunden und richtig miteinander kombiniert werden, dann können aus speziellen Versuchsergebnissen allgemeine Zusammenhänge abgeleitet werden. Diese Arbeit kann eine Dimensionsanalyse leisten [19].

In diesem besonderen Fall wird eine allgemeine Beziehung zwischen maximal verankerter Kraft und voreingestellter Rißbreite untersucht. Der erste Schritt bei der Durchführung der Dimensionsanalyse besteht in der Wahl der Einflußgrößen:

voreingestellte Rißbreite:	w_0	[m]
Rippenhöhe:	h_s	[m]
maximal verankerte Kraft:	F	[N]
Stabdurchmesser:	d_s	[m]

Die Einflußgröße w_0 definiert ein Maß für die Intensität der Querkzugbeanspruchung. Die Rippenhöhe und der Stabdurchmesser sollen den Einfluß der Stabgeometrie auf die Zielgröße, die Ausziehungskraft, berücksichtigen. Was noch fehlt ist ein Maß für die Verbundqualität des Stahlbetonkörpers, der den auszuziehenden Betonstahl hält. Zum Beispiel weist ein Ausziehkörper, der senkrecht zum Ausziehstab stark bewehrt ist, gute Verbundeigenschaften auf. Ein vergrößerter Betonquerschnitt längs zum Ausziehstab verbessert ebenfalls die Verbundeigenschaften. Versuchsergebnisse lassen sich nach Veränderung einer dieser Größen, auch bei sonst gleichen Eigenschaften, nicht mehr ohne weiteres miteinander vergleichen. Um diese Einflüsse berücksichtigen zu können, wird eine Größe eingeführt, die mit Quersteifigkeit bezeichnet wird:

Quersteifigkeit k_q [N/m]

Der Ausziehvorgang verursacht eine Sprengkraft, die senkrecht zum Ausziehstab wirkt. Diese erzeugt in der Betonhülle in Radialrichtung Druck und in Tangentialrichtung zum Stab Zugspannungen. Bei ausreichender Laststeigerung entstehen parallel zum Ausziehstab Risse, die bis zur Betonoberfläche dringen. Die Betonhülle wird nur noch durch die Querbewehrung zusammengehalten. Das weitere Verbundverhalten wird jetzt entscheidend durch die Querbewehrung und deren Verbundeigenschaften bestimmt. Die Quersteifigkeit gehorcht folgender Gesetzmäßigkeit:

$$k_q = \frac{F_q}{\Delta w}$$

wobei: F_q Sprengkraft quer zum Ausziehstab

Δw zusätzliche Rißöffnung während des Ausziehvorganges.

Bei den hier vorgestellten Versuchen ist die Querbewehrung (hier gleichzeitig Längsbewehrung des Balkens), siehe Abbildung 2.29, nur in einem bestimmten Abstand vom Ausziehstab mit dem Beton durch Ankerplatten fest verbunden. Dazwischen ist sie ohne Verbund. Die Sprengkraft muß daher zuerst alleine vom Beton und anschließend alleine von der Querbewehrung aufgenommen werden. Die Quersteifigkeit ist deshalb in diesem Fall einfach zu bestimmen. Sie setzt sich aus der Steifigkeit der hintereinandergeschalteten Beton- und Stahlquerschnitte zusammen:

$$\frac{1}{k_q} = \frac{1}{k_b} + \frac{1}{k_s}$$

$$k_s = \frac{E_s \cdot A_s}{l}$$

$$k_b = \frac{E_b \cdot A_b}{l}$$

mit:

E_s, E_b : Elastizitätsmodul des Stahles bzw. Betons
 l : verbundfreie Länge der Querbewehrung
 A_s : Stahlquerschnitt der Querbewehrung
 A_b : Betonquerschnitt

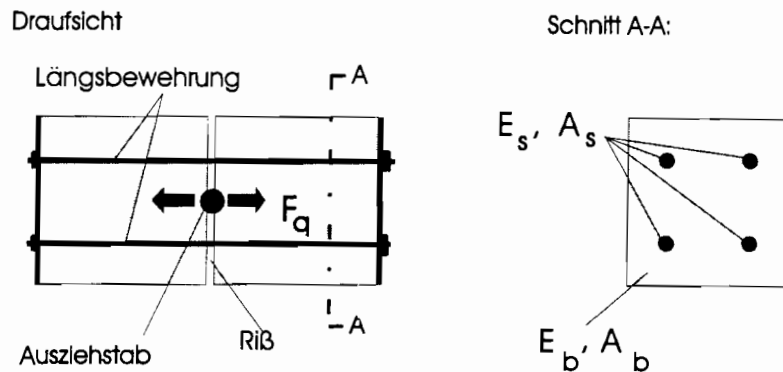


Abbildung 2.29 Quersteifigkeit durch Betondeckung und Bewehrung.

Die Betongüte wird zunächst nicht berücksichtigt, da zunächst nur Versuche mit einheitlicher Betongüte verglichen werden. Denkbar wäre auch eine Größe in der Analyse zu berücksichtigen, die die Rauigkeit der Staboberfläche beschreibt: Der bezogene Rippenfaktor f_r . Das ist der Quotient aus dem Anteil der Rippenoberfläche, der senkrecht zum Stab gerichtet ist und dem Anteil der Staboberfläche zwischen zwei Rippenmitten parallel zur Stabachse. Diese Größe ist für die gängigen Betonstähle nach DIN 488 nahezu konstant. Deshalb wurde sie nicht in die Untersuchung mit einbezogen.

Die Beschränkung auf die dargestellten Einflußgrößen bedeutet, daß Variationen der Betongüte, des bezogenen Rippenfaktors und der Verankerungslänge nicht in Betracht gezogen werden. Der Einfluß dieser Größen wird nicht bestritten.

Als zweiter Schritt folgt die Kombination der Einflußgrößen. Diese werden mit ihren Standardmaßen M =Masse, L =Länge, T =Zeit, angegeben:

$$F \left[\frac{M L}{T^2} \right]; w_0 [L]; h_s [L]; d_s [L]; k_q \left[\frac{M}{T^2} \right] .$$

Aus diesen fünf Größen können unendlich viele dimensionslose Größen gebildet werden, von denen aber nur eine begrenzte Anzahl voneinander unabhängig sind. Die Zahl N_1 der unabhängigen dimensionslosen Kombinationen aus N_2 dimensionsbehafteten Größen ist durch

$$N_1 = N_2 - N_3$$

gegeben, wobei N_3 die Zahl der Standardmaße ist, die zur Bildung der Dimensionen der dimensionsbehafteten Größen nötig sind. Im hier betrachteten Fall ist $N_3 = 3$ ($[M]$, $[L]$, $[T]$). Also gibt es in diesem Fall $N_1 = 5 - 3 = 2$ voneinander unabhängige dimensionslose Kenngrößen. Diese werden im folgenden ermittelt.

Das Buckingham- oder Π -Theorem macht die Aussage, daß der physikalische Zusammenhang

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_2}) = 0$$

auf die Form

$$\Phi(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{N_1}) = 0$$

reduziert werden kann. Die N_1 voneinander unabhängigen Kenngrößen sind jeweils Potenzprodukte der Größen α_i . Es gilt:

$$\Pi_k = \alpha_1^{\xi_1} \cdot \alpha_2^{\xi_2} \cdot \dots \cdot \alpha_{N_2}^{\xi_{N_2}}$$

Die Exponenten ξ_i sind so zu wählen, daß

$$[\Pi_k] = 1$$

In diesem Fall folgt aus

$$\Pi_k = F^{\xi_1} \cdot w_0^{\xi_2} \cdot h_s^{\xi_3} \cdot d_s^{\xi_4} \cdot k_q^{\xi_5}$$

und der Bedingung daß die Summe der Exponenten einer Standardgröße stets identisch Null sein muß:

$$\begin{aligned} 1.) \quad & \xi_1 + \xi_5 = 0 \\ 2.) \quad & \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 = 0 \\ 3.) \quad & -2 \xi_1 - 2 \xi_5 = 0 \end{aligned}$$

Gleichung 1.) und 3.) sind äquivalent. Es bleiben zwei Gleichungen zur Bestimmung von fünf Unbekannten. Das heißt für drei Unbekannte müssen Werte gewählt werden.

Zur Bildung der ersten Kenngröße erscheint es sinnvoll die Zielgröße, die maximale Ausziehkraft, in erster Potenz in den Zähler zu schreiben. Also $\xi_1 = 1$. Daraus folgt direkt $\xi_5 = -1$. Weiterhin wird gesetzt:

$$\begin{aligned} \xi_2 = 0 \quad ; \quad \xi_3 = 0 \\ \Rightarrow \Pi_1 = \frac{F}{k_q \cdot d_s} \end{aligned}$$

Betrachtet man Abbildung 2.30, so wird der Zusammenhang zwischen der Ribbreite und der Rippenhöhe deutlich. Aus diesem Grund wird zur Bildung der zweiten Kenngröße gesetzt:

$$\xi_1 = 0 ; \xi_2 = 1 ; \xi_4 = 0$$
$$\Rightarrow \Pi_2 = \frac{w_0}{h_s}$$

Die beiden so gebildeten Kenngrößen sind wie gefordert voneinander unabhängig. Die Aussage der Dimensionsanalyse lautet damit:

$$\frac{F}{k_q \cdot d_s} = f_1 \left(\frac{w_0}{h_s} \right) \quad (1)$$

Die hergeleitete Beziehung gibt an, wie sich unterschiedliche Verhältnisse von voreingestellter Rißbreite und Rippenhöhe auf die maximale Ausziehungskraft auswirken. Ebenso denkbar ist die Fragestellung wie sich ein unterschiedliches Verhältnis zwischen Rippenhöhe und Stabdurchmesser auswirkt. Deshalb wird alternativ zu Gleichung (1) eine zweite Beziehung hergeleitet. Zur Bestimmung der ersten Kenngröße wird

$$\xi_1 = 0 ; \xi_2 = 0 ; \xi_3 = 1$$
$$\Rightarrow \Pi_1 = \frac{h_s}{d_s}$$

gesetzt. Die zweite Kenngröße soll die Zielgröße, die Ausziehungskraft, im Zähler und die übrigen Einflußgrößen enthalten:

$$\xi_1 = 1 ; \xi_2 = -1 ; \xi_3 = 0$$
$$\Rightarrow \Pi_2 = \frac{F}{k_q \cdot w_0}$$

Das führt zur Beziehung:

$$\frac{F}{k_q \cdot w_0} = f_2 \left(\frac{h_s}{d_s} \right) \quad (2)$$

Für Betonstähle nach DIN 488 ist das Verhältnis zwischen Rippenhöhe und Nenndurchmesser jedoch konstant. Deshalb wird diese Fragestellung nicht weiter verfolgt. Mit Hilfe der gefundenen Beziehung wäre es jedoch möglich das Verhältnis zwischen Rippenhöhe und Stabdurchmesser im Hinblick auf die Verbundeigenschaften des Betonstahles zu optimieren.

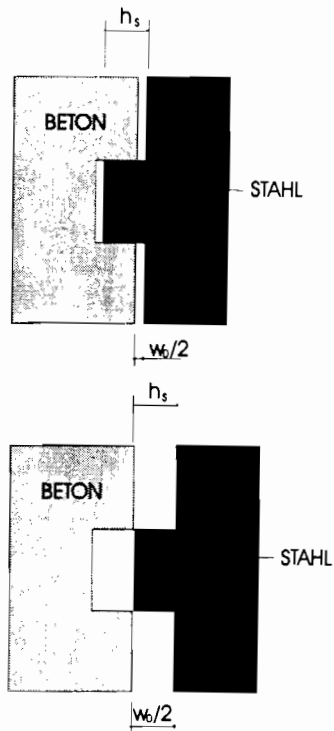


Abbildung 2.30 Geometrischer Zusammenhang zwischen Rißbreite und Rippenhöhe

Einfluß der voreingestellten Rißbreite

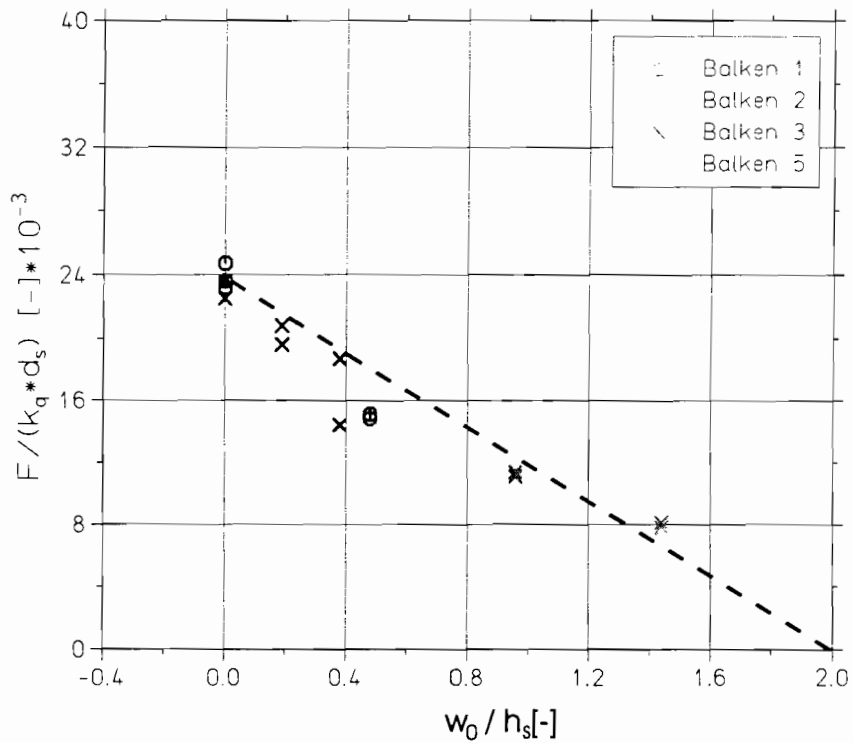


Abbildung 2.31 Diagramm zur Auswirkung von voreingestellten Rißbreiten auf die Ausziehungskraft

Abbildung 2.31 zeigt mit Hilfe von Gleichung (1) bearbeitete Versuchsdaten. Enthalten sind sämtliche Versuchsergebnisse der Versuchskörper mit einheitlicher Betonqualität. Also die der Balken 1, 2, 3 und 5. Alle anderen erwähnten Einflußgrößen, Rippenhöhe, Rippenabstand, voreingestellte Rißbreite, Quersteifigkeit wurden innerhalb dieser Versuche variiert.

Der Einfluß der voreingestellten Risse auf das Verbundverhalten wird durch das Diagramm veranschaulicht. Die Rippenhöhe ist für die Auswirkung der voreingestellten Risse von entscheidender Bedeutung. Das Diagramm läßt noch weitere Interpretationen zu. Für eine voreingestellte Rißbreite, die der doppelten Rippenhöhe entspricht, wird schon bei geringster Beanspruchung Verbundversagen prognostiziert. Die Darstellung der Verzahnung von Stahlrippe und Betonhülle (Abbildung 2.30) zeigt warum das so sein muß: Erreicht die Rißbreite diesen Grenzwert, dann können sich die Stahlrippen nicht mehr auf den Betonkonsolen abstützen. Kraft kann nur durch Reibung über die Rippen Spitzen oder durch Verzahnung abgebrochener Betonteile auf die Betonhülle übertragen werden. Deshalb: Je glatter die Staboberfläche des ausgezogenen Betonstahles, um so stärker ist die Auswirkung voreingestellter Risse. Das gilt unabhängig vom Stabdurchmesser. Demnach wäre bei einem völlig glatten Stab die Auswirkung voreingestellter Risse katastrophal.

Würfeldruckfestigkeit als Scharparameter

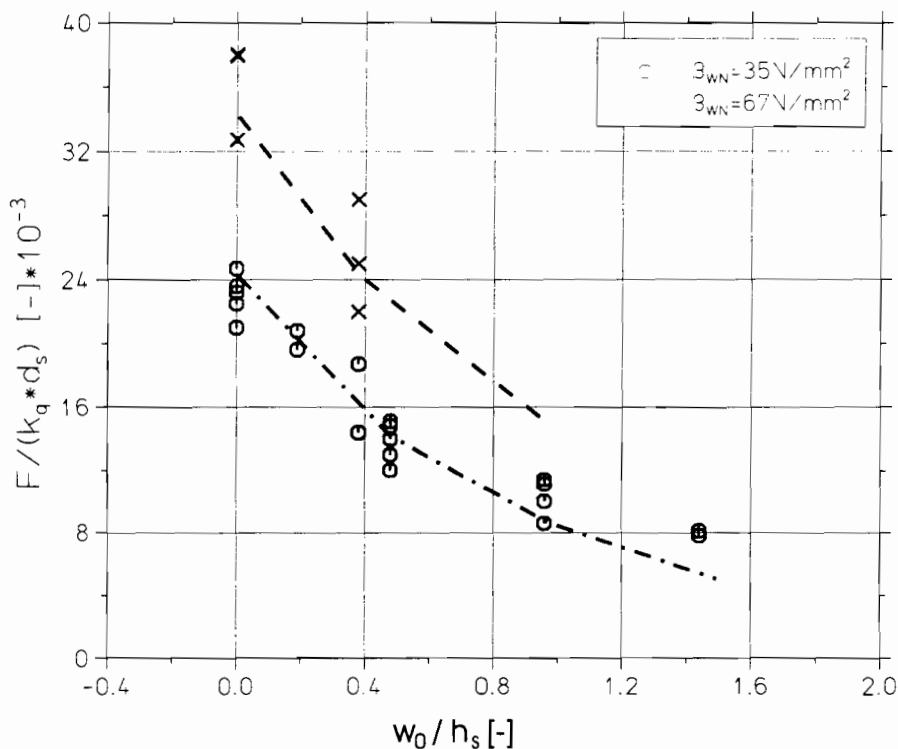


Abbildung 2.32 Zusammenhang zwischen voreingestellter Rißbreite und Verbundfestigkeit bei unterschiedlichen Betongüten

Neben den zuerst analysierten Versuchen mit gleicher Betonqualität wurde eine Versuchsreihe mit deutlich köherer Würfeldruckfestigkeit durchgeführt. Dieser Parameter ist in Gleichung (1) nicht direkt berücksichtigt. Dennoch wurden die Versuche mit der gleichen Methode ausge-

wertet und die Ergebnisse mit den anderen in einem Diagramm (Abbildung 2.32) dargestellt. Die Werte, die aus Versuchen mit höherer Würfeldruckfestigkeit stammen, liegen deutlich über den Werten der anderen Versuche. Die Würfeldruckfestigkeit darf als Einflußgröße also nicht vernachlässigt werden. Doch lassen sich die Ergebnisse von Versuchen jeweils einer Würfeldruckfestigkeit gut miteinander verbinden. Die Würfeldruckfestigkeit geht als Scharparameter in das Diagramm ein.

Als weitere Alternative wird die Würfeldruckfestigkeit als Einflußgröße in die Dimensionsanalyse mit einbezogen und die Quersteifigkeit ausgeklammert. Das führt zu der Beziehung:

$$\frac{F}{\beta_{wN} \cdot d_s^2} = g_1\left(\frac{w_0}{c_s}\right) \quad (3)$$

Das Ergebnis dieser Analyse ist in Abbildung 2.33 dargestellt. Die Verankerungslänge geht als Scharparameter in das Diagramm ein.

Verankerungslänge als Scharparameter

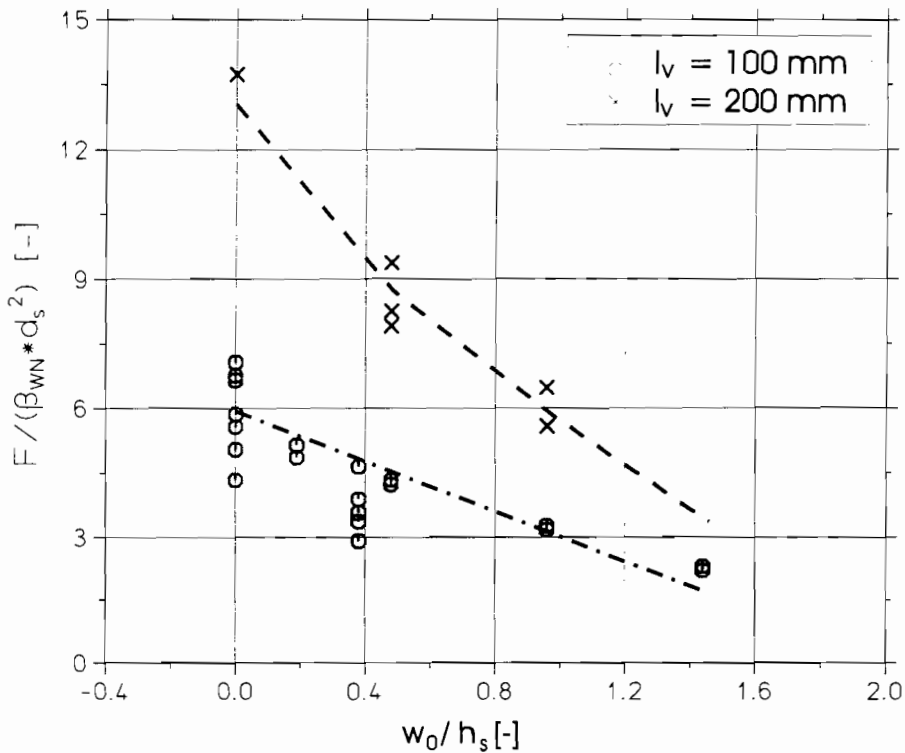


Abbildung 2.33 Zusammenhang zwischen voreingestellter Rißbreite und Verbundfestigkeit für unterschiedliche Verankerungslängen

Für einheitliche Verankerungslängen kann unter Berücksichtigung der aufgezählten Einflußgrößen und mit Hilfe der entwickelten Nomogramme die maximale Ausziehungskraft des Betonstahles abgeschätzt werden. Beispielrechnungen dazu sind im Anhang Teil B angegeben. Ein allgemeiner Zusammenhang zwischen voreingestellter Rißbreite und dem Betrag der maximal verankerten Kraft ist hergestellt.

2.9 Verbund-Grundgesetze unter Berücksichtigung von Querzug

Es ist streng zwischen örtlichen Verbundspannungen an einer bestimmten Stelle der Verankerungslänge und über der Verankerungslänge gemittelten Verbundspannungen zu unterscheiden. Diese Größen wurden gemäß untenstehender Nomenklatur gesondert bezeichnet.

Die gemittelten Verbundspannungen stellen eine fiktive Größe dar. Es wird dabei rechnerisch angenommen daß die Verbundspannungen entlang der Verankerungslänge konstant sind. Physikalisch ist das falsch. In der Praxis ist diese Betrachtungsweise üblich, um einfach erforderliche Verankerungslängen bestimmen zu können.

Im Abschnitt 2.9 werden folgende Bezeichnungen verwendet:

A_s	Stahlquerschnitt
A_b	Betonquerschnitt
d_s	Nenn Durchmesser des Betonstahles
E_s	Elastizitätsmodul Stahl
E_b	Elastizitätsmodul Beton
F	Ausziehungskraft am Lastende
l_v	Verankerungslänge
s	Schrittweite entlang der Verankerungslänge
x	Koordinate in Stablängsrichtung
$x=0$	freies Stabende
$x=l_v$	belastetes Stabende
Δ	Abweichung zwischen rechnerischen Werten und Versuchsdaten
Δ_δ	Abweichung des berechneten Schlupfes vom gemessenen Wert
Δ_σ	Abweichung der berechneten Stahlspannung vom gemessenen Wert
$\Delta\delta$	Schlupfinkrement
$\Delta\sigma$	Stahlspannungsinkrement
δ	örtlicher Schlupf, Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton
$\delta(x)$	Schlupf an der Stelle x
$\epsilon_b(x)$	Betondehnung an der Stelle x
$\epsilon_s(x)$	Stahldehnung an der Stelle x
$\sigma_b(x)$	Betonspannung an der Stelle x
$\sigma_s(x)$	Stahlspannung an der Stelle x
τ	örtliche Verbundspannung
$\tau(x)$	örtliche Verbundspannung an der Stelle x
τ_m	über der Verankerungslänge gemittelte Verbundspannung $\tau_m = F/(\pi d_s l_v)$

2.9.1 Näherungslösung der Differentialbeziehung nach Rehm

Ausgangspunkt der Differentialgleichung des Verschieblichen Verbundes nach Rehm [33] ist, daß die Änderung der Verschiebung zwischen Stahl und Beton $d\delta(x)$ auf einem Abschnitt des Betonstahles der Länge dx gleich der Differenz zwischen Stahl- und Betondehnung an dieser Stelle ist.

$$\frac{d\delta(x)}{dx} = \epsilon_s(x) - \epsilon_b(x)$$

Nach einmaligem Differenzieren und mit dem Hookschen Gesetz folgt daraus:

$$\frac{d^2\delta(x)}{dx^2} = \frac{d\sigma_s(x)}{dx \cdot E_s} - \frac{d\sigma_b(x)}{dx \cdot E_b} \quad (1)$$

Weitere Beziehungen werden aus dem Kräftegleichgewicht am Stabdifferential gewonnen:

$$\frac{d\sigma_s(x)}{dx} = \tau(x) \cdot \frac{4}{d_s} \quad (2)$$

und daraus

$$\frac{d\sigma_b(x)}{dx} = \frac{A_s}{A_b} \cdot \frac{4}{d_s} \cdot \tau(x) \quad (3)$$

Einsetzen von (2) und (3) in (1) ergibt:

$$\frac{d^2\delta(x)}{dx^2} = \frac{\tau(x) \cdot 4}{E_s \cdot d_s} - \frac{\tau(x) \cdot 4}{E_b \cdot d_s} \cdot \frac{A_s}{A_b}$$

mit:

$$\mu = \frac{A_s}{A_b} \quad \text{und} \quad n = \frac{E_s}{E_b}$$

folgt daraus:

$$\frac{d^2\delta(x)}{dx^2} = \frac{\tau(x) \cdot 4}{E_s \cdot d_s} \cdot (1 - n \cdot \mu) \quad (4)$$

Rehm weist durch seine Versuche den Zusammenhang zwischen örtlichen Verbundspannungen $\tau(x)$ und den örtlichen Verschiebungen zwischen Stahl und Beton $\delta(x)$ nach. Diesen Zusammenhang

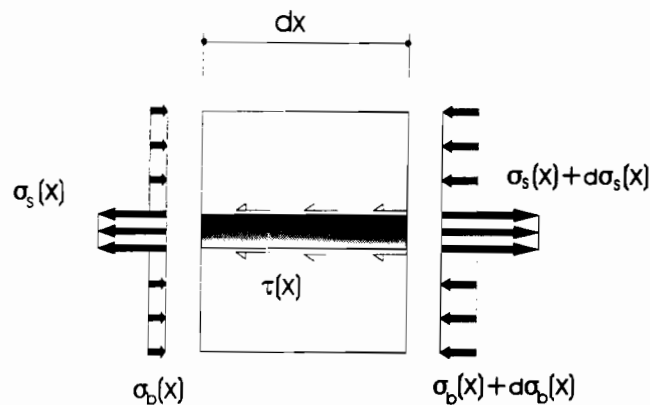


Abbildung 2.34 Gleichgewicht am Stabdifferential.

$$\tau(x) = f(\delta(x))$$

bezeichnet er als Grundgesetz. Grundgesetze werden für unterschiedliche Stabformen und Betongütern angegeben und durch Ansätze der Form

$$\tau(\delta(x)) = a \cdot \phi \cdot \delta(x)^\alpha \quad (5)$$

mathematisch beschrieben. Wobei a geometrische Größen und die Würfeldruckfestigkeit des Betons enthält. Einsetzen von (5) in (4) ergibt die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes:

$$\frac{d^2\delta(x)}{dx^2} = k_1^2 \cdot f(\delta(x)) \quad ; \quad \text{mit } k_1^2 = \frac{4}{E_s \cdot d_s} \cdot (1 - n \cdot \mu) \cdot$$

Später wird durch Martin [23] ein weiterer Ansatz für das Verbund-Grundgesetz eingeführt:

$$\tau(\delta(x)) = a_0 + b_0 \cdot \delta(x)^{\frac{1}{\beta}} \quad (6)$$

Beide Ansätze haben den Nachteil, daß sie nur die erste Phase der τ - δ -Beziehung beschreiben können. Der Abfall der Verbundspannung bei größeren Verschiebungen ist damit nicht nachvollziehbar.

Der Versuch allgemeine Lösungen der Differentialgleichung auf analytischem Weg zu finden, ist bisher nur für wenige, bestimmte Randbedingungen, d. h. bestimmte Verschiebungen und Stahlspannungen am freien Ende des Stabes und für die genannten Ansätze geglückt. Aus diesen Gründen wurde die Lösung der Differentialbeziehung nach Rehm auf numerischem Weg angestrebt.

Martin [23] hat aus Ausziehversuchen mit relativ großer Verankerungslänge örtliche

Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen berechnet und anschließend mit Hilfe dieser Grundgesetze die Verlaufsfunktionen $\sigma_s(x)$, $\tau(x)$, $\delta(x)$ bestimmt, die den Verlauf der entsprechenden Größen über die Verankerungslänge beschreiben. Anschließend konnten damit rechnerische, über die Verankerungslänge gemittelte Verbundspannungen angegeben werden. Elgehausen [12] benutzt das Verfahren, um die erforderliche Übergreifungslänge von Übergreifungsstößen zugbeanspruchter Betonstähle zu bestimmen. Das Rechenverfahren wird im Folgenden knapp beschrieben:

Mit einem gegebenen Ansatz für das Verbund-Grundgesetz $\tau(x) = f(\delta(x))$ wird vom freien Ende des Stabes ausgehend und mit Randbedingungen, welche die Stahlspannung $\sigma_s(x=0)$ und den Schlupf $\delta(x=0)$ freien Ende definieren, schrittweise die Stahlspannung, der Schlupf und die Verbundspannung über die gesamte Verankerungslänge berechnet. Es hat sich gezeigt, daß

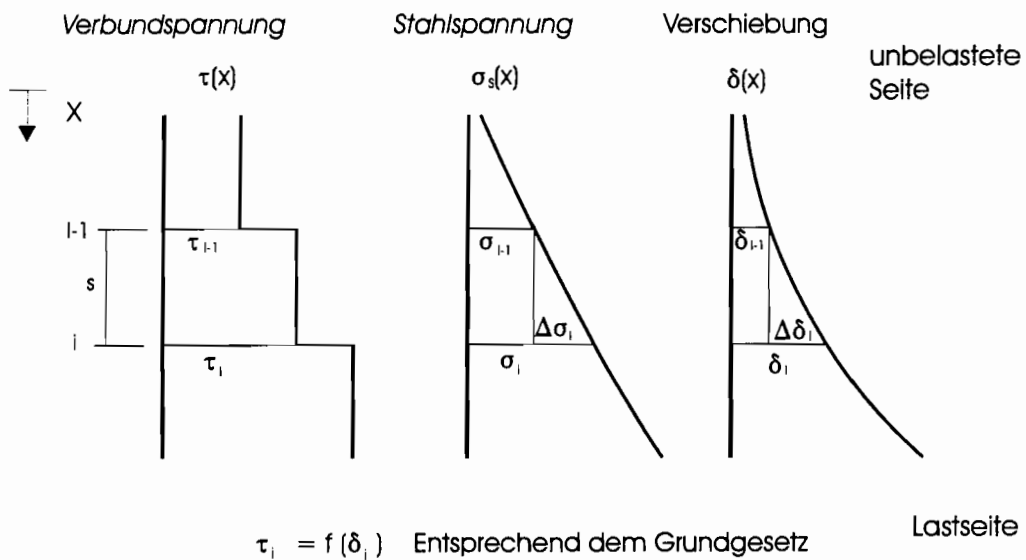


Abbildung 2.35 Definition der Verlaufsfunktionen.

Schrittweiten s , die etwa dem Rippenabstand des Betonstahles entsprechen, Ergebnisse ausreichender Genauigkeit erbringen. Es wird davon ausgegangen, daß innerhalb jedes dieser Abschnitte die Verbundspannung konstant und durch folgende Beziehungen definiert ist:

$$\tau_i = a_0 \cdot \delta_i^{b_0} \cdot e^{c_0 \cdot \delta_i}$$

$$\sigma_i = \sigma_{i-1} + \Delta\sigma_i$$

mit:

$$\Delta\sigma_i = \frac{\pi \cdot d_s}{A_s} \cdot s \cdot \tau_{i-1}$$

$$\delta_i = \delta_{i-1} + \Delta\delta_i$$

mit:

$$\Delta\delta_i = \frac{s}{2 \cdot E_s} \cdot \left(2 \cdot \sigma_{i-1} + \frac{\pi \cdot d_s}{A_s} \cdot s \cdot \tau_{i-1} \right)$$

Damit können einerseits, bei gegebener örtlichen τ - δ -Beziehungen, die Verlaufsfunktionen, die den Verlauf der Stahlspannung, des Schlupfes und der Verbundspannung über der Verankerungslänge beschreiben, berechnet werden. Andererseits kann aus den Versuchsdaten für die Stahlspannung und den Schlupf an beiden Stabenden, die örtliche Verbundspannungs-Schlupf Beziehung bestimmt werden (Abbildung 2.36).

2.9.2 Verbund-Grundgesetze bei Querzug

Bisher sind Verbund-Grundgesetze für unterschiedliche Stabformen, Betongüten und auch für Querdruck [6] bekannt. In diesem Abschnitt werden aus den durch die Ausziehversuche gewonnenen Meßdaten solche Grundgesetze, d. h. örtliche Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen, für Betonstähle entwickelt, bei denen der Verbund gleichzeitig durch Querzug, d. h. vorgegebene Risse, beeinflusst wird.

Es zeigt sich im Laufe der Untersuchungen, daß bei der im Versuch verwendeten kurzen Verankerungslänge von $l_v = 100\text{mm} = 6.25 d_s$, die örtliche Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung und die direkt aus Meßdaten bestimmbare Beziehung zwischen τ_m und $\delta(x=0)$ siehe Abbildung 2.37 praktisch identisch sind. Um die Verteilungsgesetze $\sigma_s(x)$, $\delta(x)$, $\tau(x)$ bestimmen zu können, ist es jedoch notwendig Verbundgrundgesetze in mathematischer Form zu berechnen.

Im Rahmen der Ausziehversuche wurde der Schlupf am freien sowie am belasteten Ende des gezogenen Stabes $\delta(x=0)$, $\delta(x=l_v)$ und die entsprechenden Stahlspannungen $\sigma_s(x=0)$, $\sigma_s(x=l_v)$ gemessen, siehe Abschnitt 2.6 Meßtechnik. Mit Hilfe des im Abschnitt 2.9.1 beschriebenen Verfahrens der schrittweisen Integration mit einem Rechenprogramm werden aus diesen Meßdaten iterativ die gesuchten Verbundgrundgesetze bestimmt. Als Ansatz für das Grundgesetz wurde die Beziehung

$$\tau(\delta(x)) = a_0 \cdot \delta(x)^{b_0} \cdot e^{c_0 \cdot \delta(x)} \quad (7)$$

gewählt. Damit kann der gesamte Bereich der örtlichen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nachvollzogen werden. Die Parameter a_0 , b_0 , c_0 sind durch das Rechenverfahren zu bestimmen.

Dazu werden mit dem Rechenverfahren, ausgehend von gegebenen Anfangswerten für den

Schlupf und die Stahlspannung am freien Ende $\delta(x=0)$ und $\sigma_s(x=0)$, mit dem gewählten Ansatz für die örtliche τ - δ -Beziehung und willkürlich gewählten Parametern a_0, b_0, c_0 , die Verteilungsfunktionen berechnet. Damit ist die Stahlspannung und der Schlupf am belasteten Ende des Stabes $\sigma_s(x=l_v)$ und $\delta(x=l_v)$, abhängig von den Parametern a_0, b_0, c_0 berechnet. Die berechneten Werte $\sigma_s(x=l_v)$ und $\delta(x=l_v)$ werden mit den entsprechenden Versuchswerten verglichen. Dieses Vorgehen kann mit gleichen Werten a_0, b_0, c_0 für unterschiedliche Paare von Startwerten $\delta(x=0)$ und $\sigma_s(x=0)$ durchgeführt werden. In diesem Fall wurden immer $n=7$ Wertepaare untersucht, die dem interessierenden Kurvenbereich der gesuchten τ - δ -Beziehung entsprechen und gleichzeitig die Abweichung Δ zwischen Rechenwerten und Versuchswerten gemäß Gleichung (8) bestimmt.

$$\Delta = \sqrt{\Delta_\delta^2 + \Delta_\sigma^2} \quad (8)$$

wobei:

$$\Delta_\delta = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \left(1 - \frac{\delta_{calc_i}(x=l_v)}{\delta_{exp_i}(x=l_v)} \right) \right|$$

$$\Delta_\sigma = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \left(1 - \frac{\sigma_{s\,calc_i}(x=l_v)}{\sigma_{s\,exp_i}(x=l_v)} \right) \right|$$

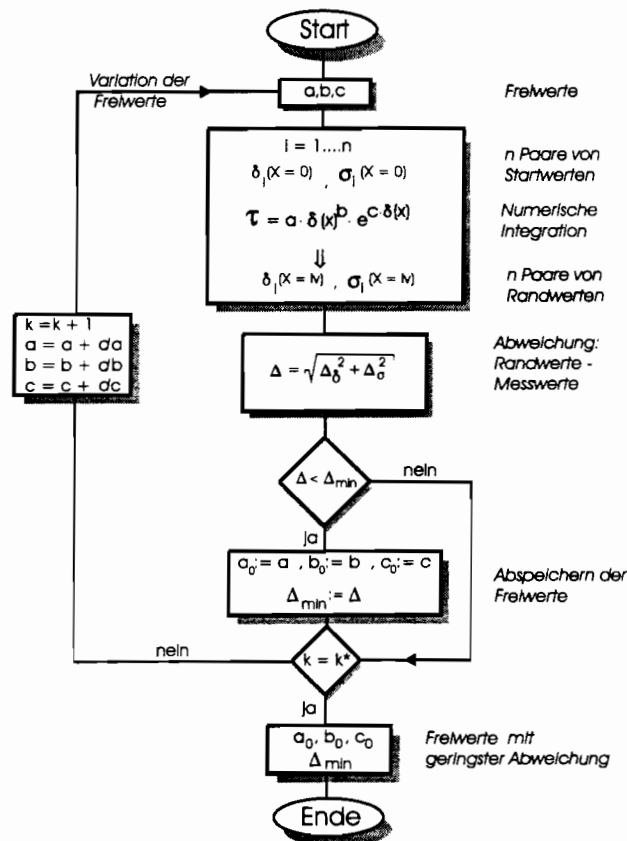


Abbildung 2.36 Strukturdiagramm zum Algorithmus

Anschließend wird der gleiche Rechengang mit anderen Parametern a_0 , b_0 , c_0 durchgeführt und solange wiederholt, bis die Abweichung Δ minimiert ist. Bei der Berechnung von Δ wird, im Gegensatz zu älteren Untersuchungen dieser Art, die Abweichung des Schlupfes gleichberechtigt zur Abweichung der Stahlspannung berücksichtigt. Da die Verbundspannung direkt vom Schlupf abhängt, sind mit diesem Vorgehen bessere Ergebnisse zu erwarten.

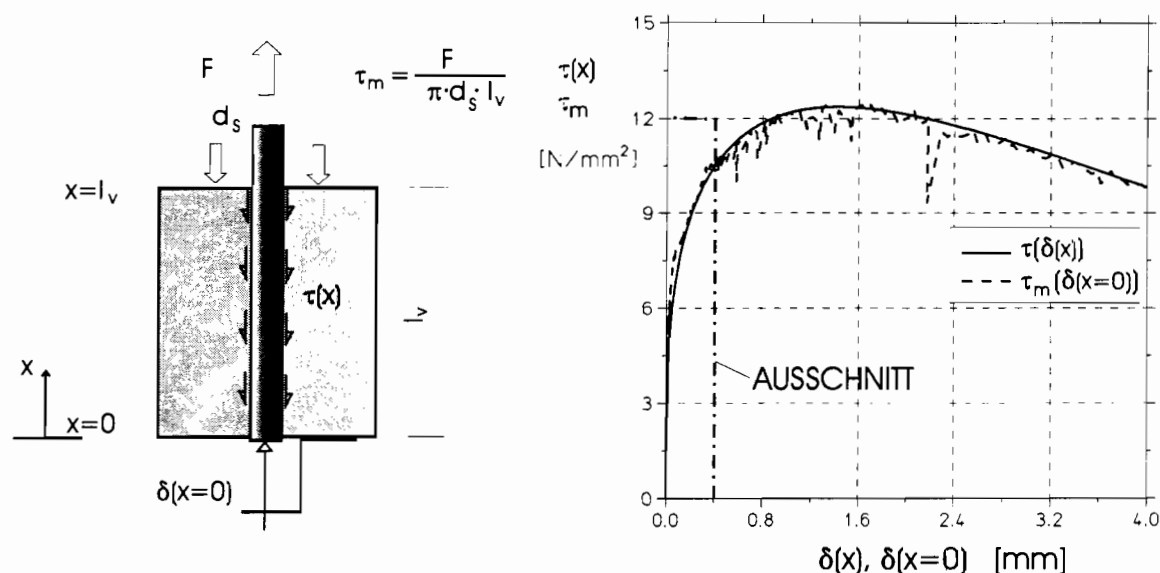


Abbildung 2.37 Die berechnete örtliche Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung des Versuches BA11 mit $w_0 = 0.0\text{mm}$, im Vergleich zur direkt bestimmbarer Beziehung $\tau_m - \delta(x=0)$ gemäß nebenstehender Grafik.

In Abbildung 2.37 ist als Ergebnis der Auswertung des Ausziehversuches BA11, mit einem Stabdurchmesser des gezogenen Betonstahles von $d_s = 16\text{mm}$ und einer Würfeldruckfestigkeit von $\beta_{wN} = 37\text{N/mm}^2$, die örtliche Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung $\tau(\delta(x))$ dargestellt. Zum Vergleich sind die Beziehung zwischen der über die Verankerungslänge gemittelten Verbundspannung

$$\tau_m = \frac{F}{\pi \cdot d_s \cdot l_v}$$

und dem Schlupf am freien Ende $\delta(x=0)$ in der Abbildung enthalten. In Abbildung 2.38 ist der in Abbildung 2.37 gekennzeichnete Ausschnitt des Diagrammes dargestellt.

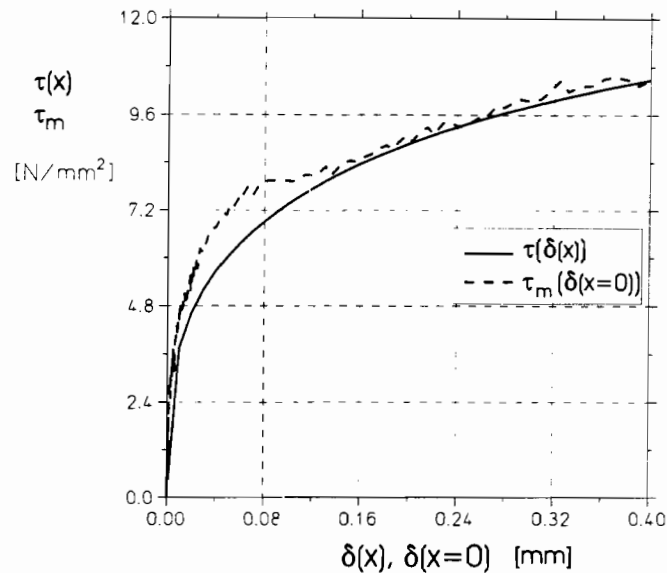


Abbildung 2.38 Erste Phase des Grundgesetzes im Vergleich zur Beziehung τ_m - $\delta(x=0)$.

Die Abweichung Δ gemäß Gleichung (8) zwischen Versuchsdaten und berechneten Werten sind bei Ausziehversuchen mit breiterem voreingestelltem Riß prinzipiell größer. Diese Daten sind in Tabelle 2.9.3.1 zum Vergleich enthalten. Die Ursache dafür liegt in der besonderen Form der Ausziehung-Schlupf-Kurven bei Versuchen mit voreingestelltem Riß, mit einem Einbruch der Ausziehung vor einem wiederholten Anstieg. Die Ursachen für diesen Kurvenverlauf werden im Abschnitt 2.8.1 ausführlich begründet. Der gewählte dreiparametrische Ansatz für das

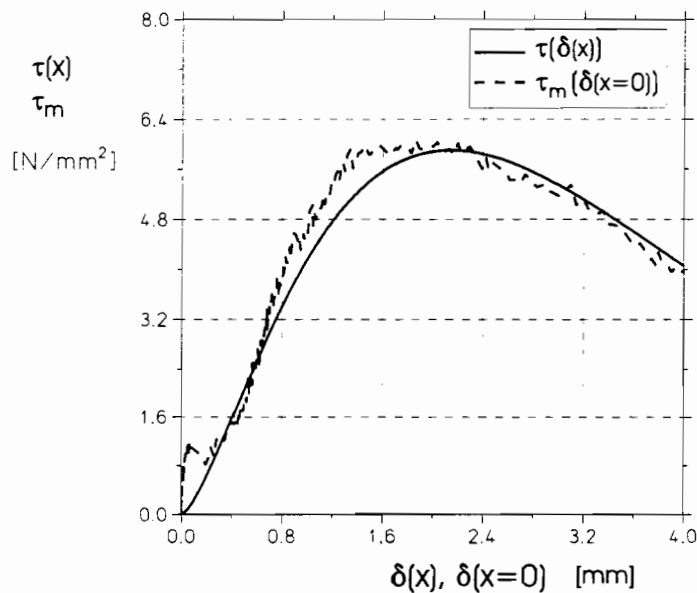


Abbildung 2.39 Das Grundgesetz für den Versuch BA25 mit $w_0 = 1.0\text{mm}$, im Vergleich zur direkt bestimmbarer Beziehung τ_m - $\delta(x=0)$.

Verbundgrundgesetz kann einen derartigen Kurvenverlauf aber nur näherungsweise nachvollziehen, siehe dazu Abbildung 2.39.

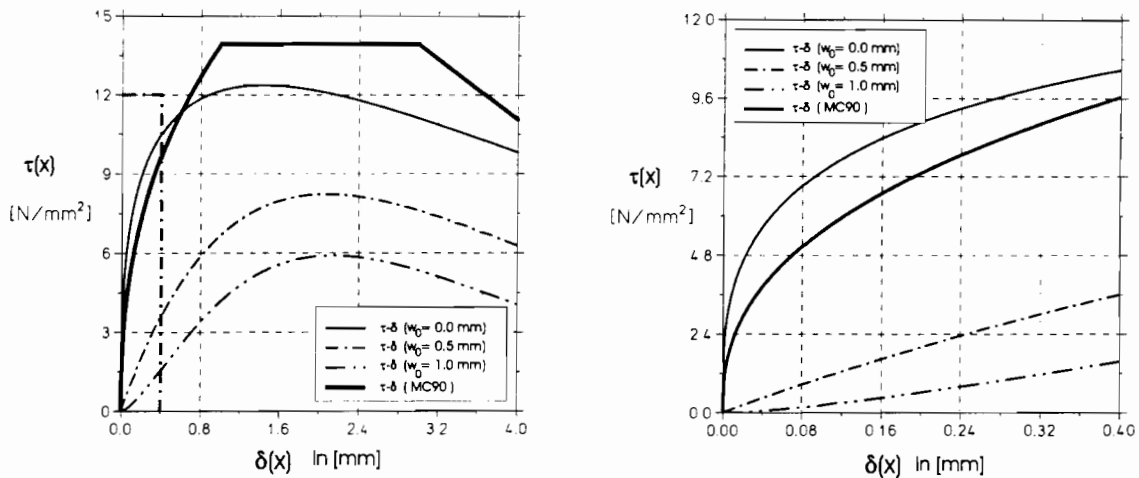


Abbildung 2.40 Berechnete örtliche Verbundspannungs-Schlupf Beziehungen für $d_s = 16 \text{ mm}$ und $\beta_{\text{WN}} = 37 \text{ N/mm}^2$ im Vergleich zur τ - δ -Beziehung nach Model Code 1990 [4] für umschürte Bewehrung und gute Verbundbedingungen. Links gesamter Kurvenverlauf, rechts erster Abschnitt mit $\delta < 0.4 \text{ mm}$.

In Abbildung 2.40 ist eine Zusammenfassung der berechneten Grundgesetze für den Durchmesser $d_s = 16 \text{ mm}$ des gezogenen Betonstahles und eine Würfeldruckfestigkeit des Beton von $\beta_{\text{WN}} = 37 \text{ N/mm}^2$ für unterschiedliche voreingestellte Rißbreiten angegeben. Als Vergleich dazu ist die τ - δ -Beziehung nach Model Code 1990 [4] angegeben, die eine Umschnürung des Betons und gute Verbundbedingungen voraussetzt.

2.9.3 Variation des Stabdurchmessers und der Betongüte

Die Auswertung der Ausziehversuche mit Stabdurchmessern $d_s = 20 \text{ mm}$ und $\beta_{\text{WN}} = 35 \text{ N/mm}^2$ ergaben Grundgesetze wie sie beispielhaft in Abbildung 2.41 dargestellt sind. In der ersten Phase der τ - δ -Beziehung zeigt sich nur ein geringer Unterschied zu den Grundgesetzen für Stabdurchmesser $d_s = 16 \text{ mm}$, siehe Abbildung 2.40, doch zeigen die Grundgesetze der größeren Stabdurchmesser mit voreingestellten Rissen tendentiell ein gutmütigeres Verhalten.

Die Ausziehversuche mit einer Würfeldruckfestigkeit von $\beta_{\text{WN}} = 67 \text{ N/mm}^2$ ergaben Grundgesetze wie sie beispielhaft in Abbildung 2.42 dargestellt sind. Durch die höhere Würfeldruckfestigkeit werden deutlich höhere Verbundspannungen erzielt. Jedoch ist die Steigerung der Verbundfestigkeit im Verhältnis zur Steigerung der Würfeldruckfestigkeit unterproportional.

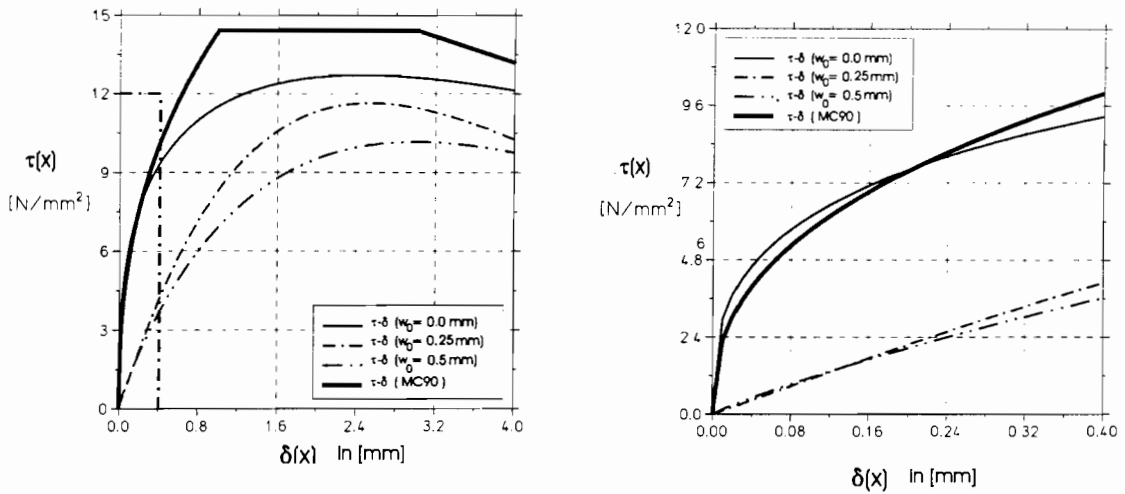


Abbildung 2.41 Berechnete Grundgesetze für Betonstähle mit $d_s = 20\text{mm}$ und $\beta_{WN} = 35\text{N/mm}^2$ und unterschiedliche Rißbreiten w_0 . Das linke Bild zeigt den gesamten Kurvenverlauf, das rechte den ersten Abschnitt der Grundgesetze.

In Tabelle 2.9.3.1 sind als Zusammenfassung dieser Untersuchung die Parameter a_0 , b_0 , c_0 der einzelnen berechneten Grundgesetze nach Gleichung (7) und jeweils die Abweichung Δ nach Gleichung (8) von den Versuchsdaten angegeben. Daneben stehen die typischen Eigenschaften der Ausziehkörper: Stabdurchmesser, Verankerungslänge und Betongüte. Ausgewertet werden konnten nur die Versuche, bei denen alle vier notwendige Messungen über dem ganzen untersuchten Bereich $0\text{mm} < \delta(x=0) < 4\text{mm}$ exakt erfolgt sind. In Klammern gesetzt sind die Versuche, welche für weitere Untersuchungen nicht herangezogen wurden, da die Abweichung δ bei diesen Grundgesetzen als zu groß eingeschätzt wurde. Die Ursache für die große Abweichung in diesen Fällen ist im Abschnitt 2.9.2 genannt.

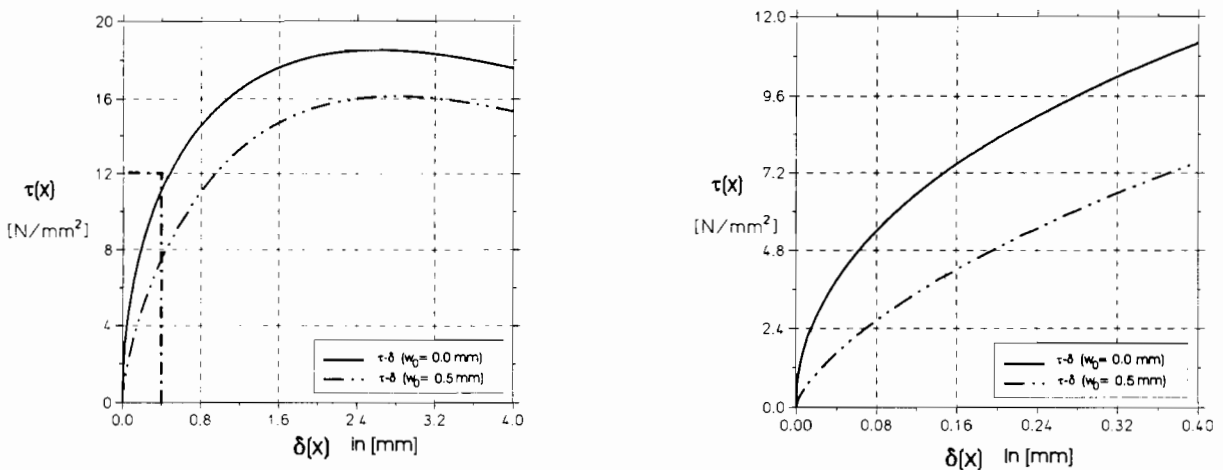


Abbildung 2.42 Berechnete Grundgesetze für Betonstähle mit $d_s = 20\text{mm}$ und $\beta_{WN} = 67\text{N/mm}^2$ und unterschiedliche Rißbreiten w_0 . Das linke Bild zeigt den gesamten Kurvenverlauf, das rechte den ersten Abschnitt der Grundgesetze.

Parameter	Versuch	w_0 [mm]	a_0	b_0	c_0	Δ_δ	Δ_σ	Δ
$d_s = 16\text{mm}$ $l_v = 100\text{mm}$ $\beta_{WN} = 37$ N/mm^2	BA11	0.0	15.0	0.30	-0.21	0.026	0.017	0.031
	BA14	0.5	10.72	0.983	-0.474	0.033	0.041	0.053
	(BA15)	0.5	14.08	1.50	-0.80	0.018	0.080	0.082)
	BA25	1.0	8.54	1.54	-0.72	0.049	0.033	0.06
	(BA26)	1.0	7.88	1.63	-0.71	0.102	0.005	0.102)
$d_s = 20\text{mm}$ $l_v = 100\text{mm}$ $\beta_{WN} = 35$ N/mm^2	BA31	0.0	13.14	0.323	-0.132	0.029	0.017	0.034
	BA32	0.0	13.10	0.32	-0.13	0.022	0.032	0.039
	BA33	0.25	12.50	1.04	-0.41	0.012	0.043	0.045
	BA34	0.25	12.05	0.92	-0.37	0.019	0.038	0.043
	BA35	0.5	9.30	0.90	-0.30	0.029	0.032	0.043
$d_s = 20\text{mm}$ $l_v = 100\text{mm}$ $\beta_{WN} = 67$ N/mm^2	BA41	0.0	18.90	0.49	-0.188	0.028	0.023	0.037
	(BA42)	0.0	20.80	0.25	-0.08	0.024	0.032	0.039)
	BA43	0.0	21.4	0.46	-0.17	0.016	0.025	0.030
	BA44	0.5	15.80	0.70	-0.25	0.025	0.040	0.047
	(BA45)	0.5	14.00	0.77	-0.29	0.013	0.078	0.079)
	(Ba46)	0.5	10.40	0.89	-0.27	0.019	0.074	0.077)

Tabelle 2.9.3.1 Werte a_0 , b_0 , c_0 der Grundgesetze nach Gleichung (7) und die Abweichung Δ zu den Versuchsergebnissen nach Gleichung (8) .

2.9.4 Überprüfung der berechneten Grundgesetze

Für $n = 7$ unterschiedliche Anfangsverschiebungen $0\text{mm} < \delta_0 < 4\text{mm}$ werden mit Grundgesetzen nach Tabelle 2.9.3.1 (für $d_s = 16\text{mm}$ und $\beta_{WN} = 37\text{N/mm}^2$) durch schrittweise Integration die Endverschiebung $\delta(x=l_v)$ und die Stahlspannung am Lastende σ_s ($x=l_v$) für eine Verankerungslänge von $l_v = 200\text{mm}$ berechnet. Die Ergebnisse dieser Berechnung werden mit den entsprechenden Meßdaten von Ausziehversuchen mit gleichen Eigenschaften ($d_s = 16\text{mm}$, $\beta_{WN} = 35\text{N/mm}^2$ und $l_v = 200\text{mm}$), siehe Abschnitt 2.7.2, verglichen. In Tabelle 2.9.4.1 sind die Werte a_0 , b_0 , c_0 der für die Rechnung verwendeten Grundgesetze und die Abweichung Δ gemäß Gleichung (8) von den Versuchsergebnissen angegeben.

Geht man davon aus, daß sich die geringfügige Differenz der Würfeldruckfestigkeiten nicht auswirkt, dann kann eine Abweichung zwischen errechneten Daten und Versuchsdaten nur aus der versuchsbedingten Streuung der Meßwerte herrühren.

Versuch	w ₀ [mm]	a ₀	b ₀	c ₀	δ _Δ	δ _σ	δ
BA51	0.0	15.0	0.30	-0.21	0.064	0.0157	0.17
BA52	0.50	10.72	0.983	-0.474	0.191	0.156	0.247
BA54	1.00	8.54	1.54	-0.72	0.144	0.423	0.446

Tabelle 2.9.4.1 Abweichung der mit Hilfe der Grundgesetze für l_v=200mm berechneten Daten am Lastende von vergleichbaren Meßdaten.

Um eine Abschätzung der Streuung der Meßdaten zu erhalten, wurden die zu den gleichen n = 7 Paaren von Startwerten gehörenden Meßwerte δ(x=l_v) und σ_s(x=l_v) von jeweils zwei Versuchen mit gleicher Rißbreite w₀ abgelesen und gemäß Gleichung (9) miteinander verglichen. Diese Abweichung Δ ist als Maß der Streuung in Tabelle 2.9.4.2 angegeben.

$$\Delta = \sqrt{\Delta_{\delta}^2 + \Delta_{\sigma}^2} \quad (9)$$

wobei:

$$\Delta_{\delta} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \left(1 - \frac{\delta_{exp1_i}(x=l_v)}{\delta_{exp2_i}(x=l_v)} \right) \right|$$

$$\Delta_{\sigma} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \left(1 - \frac{\sigma_{s\ exp1_i}(x=l_v)}{\sigma_{s\ exp2_i}(x=l_v)} \right) \right|$$

Versuch	w ₀ [mm]	Δ _δ	Δ _σ	Δ
BA52-BA53	0.50	0.066	0.154	0.168
BA54-BA56	1.00	0.0425	0.464	0.466

Tabelle 2.9.4.2 Abschätzung der versuchsbedingten Streuung durch Vergleich von Meßdaten von jeweils zwei Versuchen gemäß Gleichung (9).

Für kleine voreingestellte Rißbreiten sind die Abweichungen Δ der rechnerischen Ergebnisse von den Versuchsergebnissen relativ gering. Mit wachsendem w₀ wird die Abweichung jedoch größer. Diese Abweichung bleibt jedoch in derselben Größenordnung wie die versuchsbedingte Streuung. Diese Ergebnisse sind in Abbildung 2.43 zusammengefaßt.

Damit wurde gezeigt, daß aus den örtlichen Verbundspannungs-Schlupf Beziehungen die Verlaufsfunktionen über beliebige Verankerungslängen berechnet werden können.

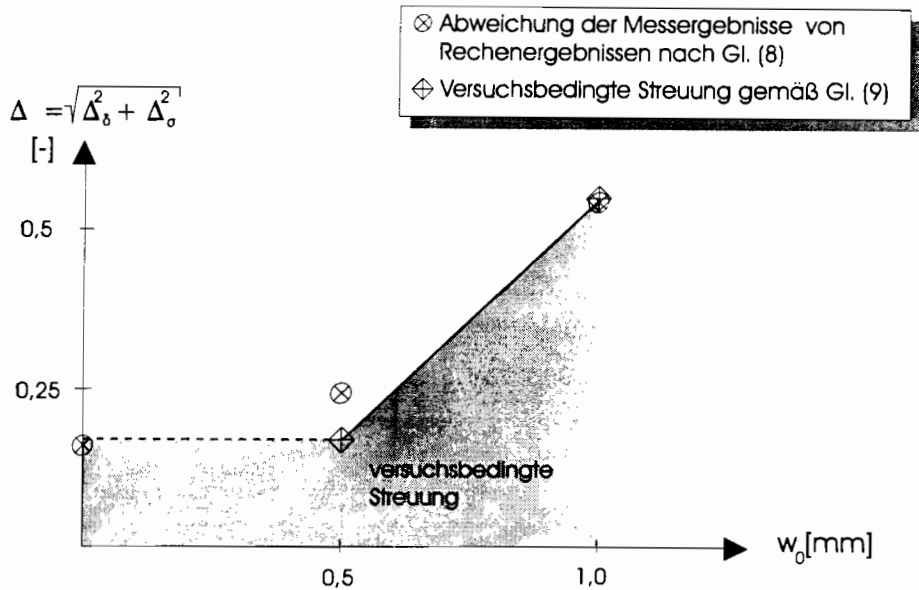


Abbildung 2.43 Abweichung der mit Verbund-Grundgesetzen erzielten Rechenergebnisse für $l_v = 200$ mm nach Tab. 2.9.4.1 von den Meßergebnissen nach Gl. (8), im Vergleich zur festgestellten versuchsbedingten Streuung nach 2.9.4.2.

2.9.5 Verankerungslängen im Gebrauchs- und im Bruchzustand

Die Kriterien zur Bestimmung der erforderlichen Verankerungslänge im Gebrauchs- und im rechnerischen Bruchzustand sind in den Erläuterungen zur DIN 1045 [1] gegeben. Demnach ist am freien, d.h. rechnerisch spannungslosen Stabende im Gebrauchszustand praktisch keine Verschiebung des Stabes gegenüber dem Beton zugelassen. Als zulässiges Maß wird $\delta(x=0) = 0.01$ mm angesehen. Zusätzlich darf unter der 1.75 fachen rechnerischen Gebrauchslast die Verschiebung nicht größer als $\delta(x=0) = 0.1$ mm sein. Bei der Bestimmung dieser Werte ist von der 5%-Fraktile der gemessenen Versuchswerte auszugehen. Als weitere Randbedingungen für die Berechnung der erforderlichen Verankerungslänge wird davon ausgegangen, daß im Gebrauchszustand die Stahlspannung am Lastende mindestens $\sigma_s(x=l_v) = \beta_s/1.75$ und im Bruchzustand gleich der Fließgrenze des Stahles $\sigma_s(x=l_v) = \beta_s$ sein muß. Bei einem Betonstahl IV entspricht das 286 bzw. 500 N/mm².

Mit Hilfe der Grundgesetze, siehe Abschnitt 2.9.3 und des Rechenverfahrens werden jeweils getrennt für die Randbedingungen am freien Ende im Gebrauchs- und im Bruchzustand, $\delta(x=0) = 0.01$ mm bzw. $\delta(x=0) = 0.1$ mm die Verlaufsfunktionen der Stahlspannung $\sigma_s(x)$ berechnet, siehe Abbildung 2.44 und 2.45. Anschließend wird geprüft für welche Verankerungslänge die zweite Randbedingung, $\sigma_s(x=l_v) = \beta_s/1.75$ bzw. $\sigma_s(x=l_v) = \beta_s$, erfüllt ist. Dies ist die erforderliche Verankerungslänge im Gebrauchs- bzw. im Bruchzustand.

In den Abbildungen 2.44 und 2.45 sind die Verlaufsfunktionen der Stahlspannung $\sigma_s(x)$ für Grundgesetze mit den Parametern $d_s = 16$ mm und $\beta_{wN} = 37$ N/mm² und Rißbreiten w_0 zwischen 0.0 mm und 1.0 mm getrennt für den Gebrauchs- und den Bruchzustand dargestellt. Die jeweils

erforderliche Verankerungslänge ist auf der Abszisse ablesbar. Eine derartige Auswertung ist für Grundgesetze sämtlicher Parameter erfolgt, so daß abhängig vom Stabdurchmesser, der Beton-
güte und der voreingestellten Rißbreite erforderliche Verankerungslängen angegeben werden
können, siehe Tabelle 2.9.5.1.

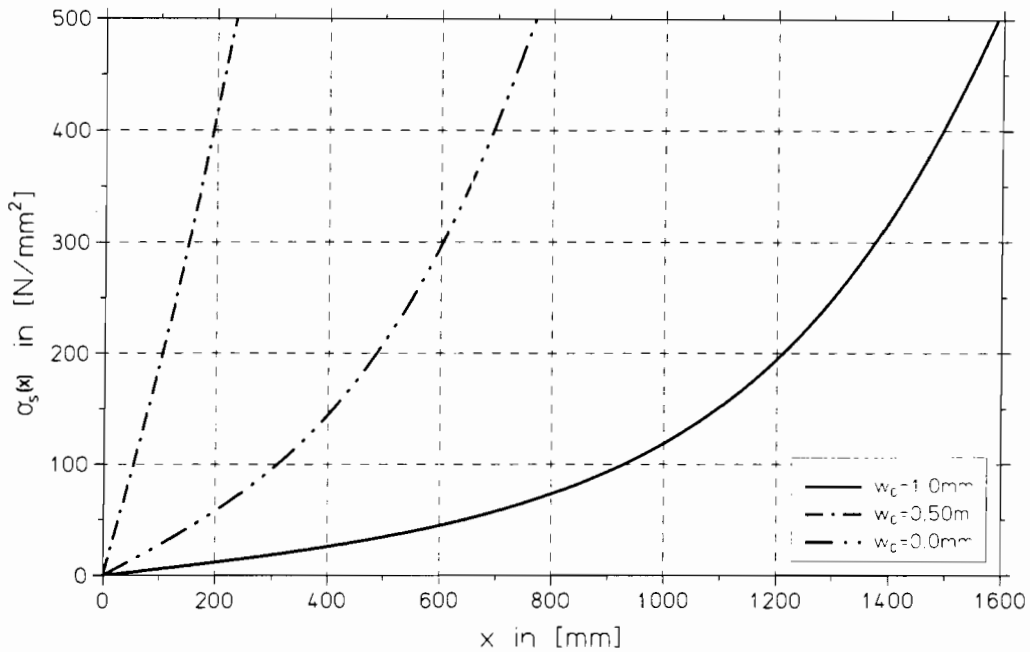


Abbildung 2.44 Verlaufsfunktionen $\sigma_s(x)$ im rechnerischen Bruchzustand. Startwerte: $\delta(x=0) = 0.1 \text{ mm}$, $\sigma_s(x=0) = 0 \text{ N/mm}^2$ für unterschiedliche w_0 . Aus Grundgesetzen für: $d_s = 16 \text{ mm}$, $\beta_{\text{WN}} = 37 \text{ N/mm}^2$.

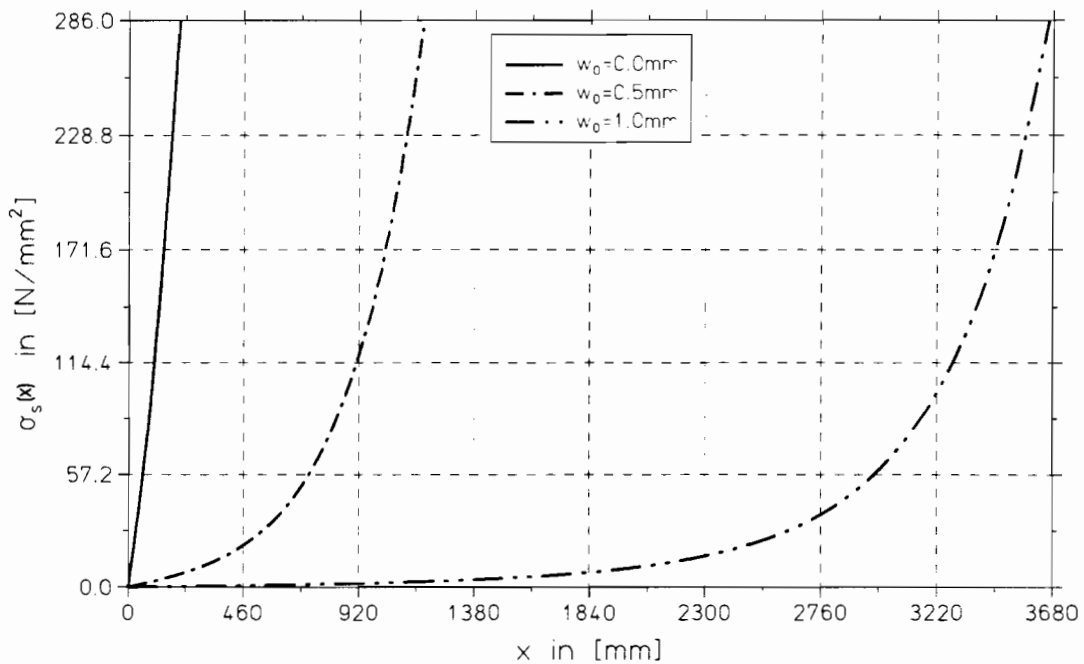


Abbildung 2.45 Verlaufsfunktionen $\sigma_s(x)$ im Gebrauchszustand. Startwerte: $\delta(x=0) = 0.01 \text{ mm}$, $\sigma_s(x=0) = 0 \text{ N/mm}^2$ für unterschiedliche w_0 . Aus Grundgesetzen für: $d_s = 16 \text{ mm}$, $\beta_{\text{WN}} = 37 \text{ N/mm}^2$.

Parameter		Gebrauchszustand		Bruchzustand
$\beta_{wN} \cdot d_s$	w_0 [mm]	erf. l_v [mm]	$\delta(x=l_v)$ [mm]	erf. l_v [mm]
37N/mm ² 16mm	0.0	210	0.15	240
	0.5	1190	0.43	780
	1.0	(3680)	(0.67)	1600
35N/mm ² 20mm	0.0	300	0.19	330
	0.25	1230	0.44	800
	0.5	1260	0.47	880
67N/mm ² 20mm	0.0	310	0.20	290
	0.5	600	0.29	480

Tabelle 2.9.5.1 Erforderliche Verankerungslängen erf. l_v im Gebrauchs- und im rechnerischen Bruchzustand, sowie Verschiebung $\Delta(x=l_v)$ am Lastende im Gebrauchs- und im rechnerischen Bruchzustand.

Zusätzlich liefert die Berechnung des Verlaufes der Stahlspannung über der Verankerungslänge auch den Verlauf des Schlupfes $\delta(x)$ und der Verbundspannung $\tau(x)$. Beispielhaft sind die beiden Funktionen in den Abbildungen 2.46 und 2.47 für den Gebrauchs- und im rechnerischen Bruchzustand, also $\delta(x=0) = 0.01$ mm und für das Grundgesetz mit den Parametern $d_s = 16$ mm, $\beta_{wN} = 37$ N/mm², $w_0 = 0.5$ mm dargestellt.

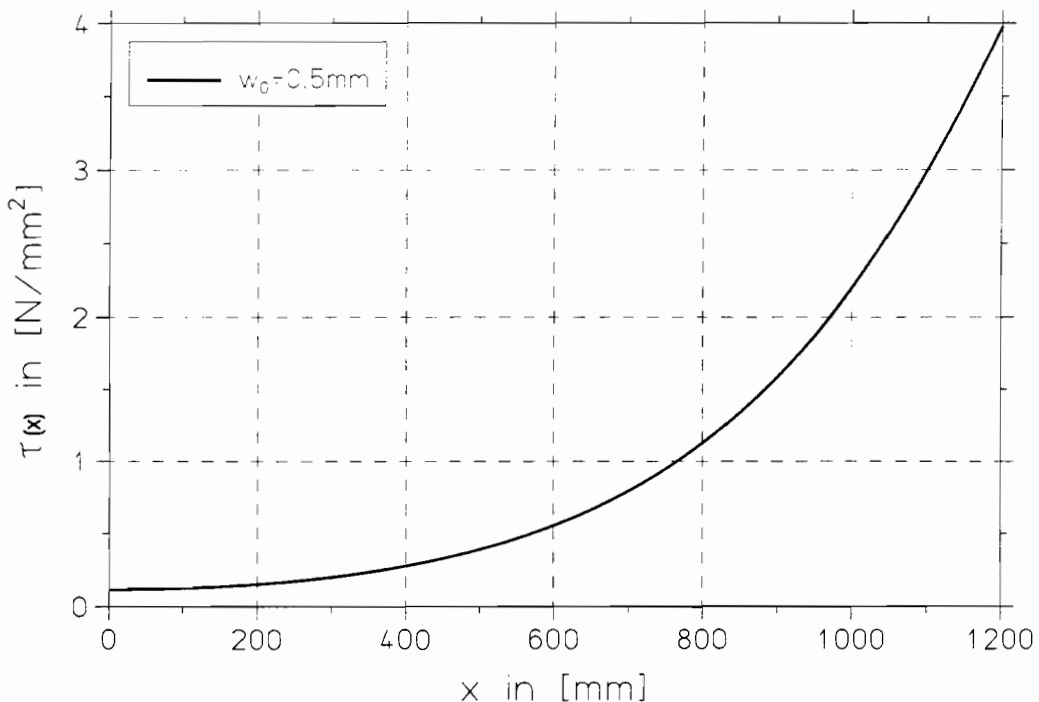


Abbildung 2.46 Verlaufsfunktion $\tau(x)$ im Gebrauchs- und im rechnerischen Bruchzustand. Startwerte: $\delta(x=0) = 0.01$ mm, $\sigma_s(x=0) = 0$ N/mm². Aus dem Grundgesetz für: $d_s = 16$ mm, $\beta_{wN} = 37$ N/mm², $w_0 = 0.5$ mm.

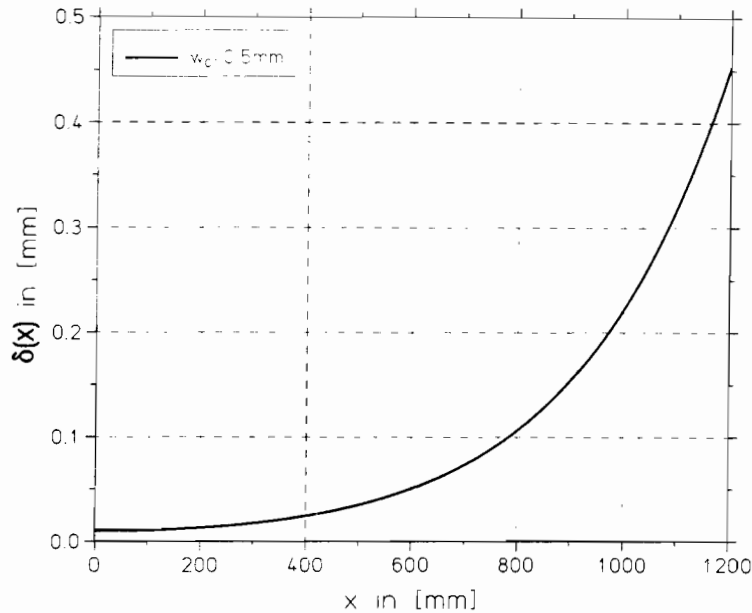


Abbildung 2.47 Verlaufsfunktion $\delta(x)$ im Gebrauchszustand. Startwerte: $\delta(x=0) = 0.01 \text{ mm}$, $\sigma_s(x=0) = 0 \text{ N/mm}^2$. Aus dem Grundgesetz für: $d_s = 16 \text{ mm}$, $\beta_{wN} = 37 \text{ N/mm}^2$, $w_0 = 0.5 \text{ mm}$.

Die Endverschiebung $\delta(x=l_v)$ im Gebrauchszustand ist in Tabelle 2.9.5.1 ebenfalls angegeben. Aus diesem Wert und dem Schlupf am anderen Rißufer setzt sich die Rißbreite in einem Bauteil zusammen. Das ist von Bedeutung, da die Rißbreite im Gebrauchszustand als Kriterium zur Beurteilung einer Verankerung herangezogen werden kann [12, 23]. Die Rechnung zeigt, daß der Schlupf bei Ausziehversuchen ohne voreingestellten Riß noch relativ gering bleibt, bei Betonen mittlerer Güte in Folge voreingestellter Risse aber sofort den Betrag zulässiger rechnerischer Rißbreiten übersteigt.

Die Werte für die erforderliche Verankerungslänge und die Endverschiebung für den Fall $w_0 = 1.0 \text{ mm}$ sind in Tabelle 2.9.5.1 in Klammern gesetzt, da Rißbreiten in dieser Größenordnung im Gebrauchszustand ohnehin nicht zulässig sind. Die Werte sind nur der Vollständigkeit halber angegeben.

2.9.6 Rechnerische Verbundspannungen

Aus den Verlaufsfunktionen für die Stahlspannung $\sigma_s(x)$ können fiktive über die Verankerungslänge gemittelte Verbundspannungen τ_m berechnet werden. Unter Berücksichtigung von Sicherheitsabständen werden daraus rechnerische Verbundspannungen bestimmt, die zum Nachweis der Verankerung von Betonstählen gemäß DIN 1045 Gleichung (21) dienen können:

$$l_0 = \frac{d_s}{4 \cdot \text{zul}\tau_1} \cdot \frac{\beta_s}{\gamma} \quad (10)$$

Gemäß [12, 23] beträgt der Sicherheitsabstand der rechnerischen Verbundspannungen $\gamma_v = 2.1$

gegenüber dem Verbundbruch. Im Gebrauchszustand beträgt die Sicherheit $\gamma_v = 1.0$. Die rechnerisch ansetzbaren Verbundspannungen $zul.\tau$ werden daher getrennt für beide Zustände aus der jeweils erforderlichen Verankerungslänge l_v (Abschnitt 2.9.5) wie folgt berechnet:

$$zul.\tau = \sigma_s(x = l_v) \cdot \frac{d_s}{4} \cdot \frac{1}{\gamma_v \cdot l_v}$$

Dabei wird die Stahlspannung am Lastende im Gebrauchszustand zu $\sigma_s(x=l_v) = \beta_s/1.75$ und im rechnerischen Bruchzustand gleich der Fließgrenze $\sigma_s(x=l_v) = \beta_s$ gesetzt. Der kleinere für beide Zustände ermittelte Wert für $zul.\tau$ ist maßgebend und in Tabelle 2.9.6.1 angegeben. Dabei ist zu beachten, daß hier zur Bestimmung von $zul.\tau$ nicht von der 5% Fraktile der gemessenen Versuchswerte ausgegangen wurde.

β_{wN} d_s	37N/mm ² 16mm			35N/mm ² 20mm			67N/mm ² 20mm	
	w_0 [mm]	0.0	0.5	1.0	0.0	0.25	0.5	0.0
$zul.\tau$ [N/mm ²]	3.97	0.96	0.60	3.61	1.16	1.13	4.11	2.38

Tabelle 2.9.6.1 Rechnerisch ansetzbare mittlere Verbundspannungen $zul.\tau$.

Der größere Stabdurchmesser zeigt tendentiell bei Querkzug ein gutmütigeres Verhalten. Die Tabelle zeigt auch eine geringere Steigerung der zulässigen Verbundspannung im Verhältnis zur Steigerung der Würfeldruckfestigkeit.

Sind Risse parallel zum Betonstahl vorhanden, ist bei einer Endverankerung das Kriterium Rissebegrenzung auch mit den angegebenen geringen rechnerischen Verbundspannungen nicht erfüllt, siehe Tabelle 2.9.5.1. Denn der Riß am Lastende mit Richtung orthogonal zum Stab ist auf jeden Fall breiter als die berechnete Relativverschiebung $\delta(x=l_v)$ zwischen Stahl und Beton.

Größere Verankerungslängen, also noch geringere rechnerische Verbundspannungen würden keine Verbesserung der Situation bringen. Begründung: Der Schlupf am freien Ende wurde im Gebrauchszustand auf $\delta(x=0) \approx 0$ mm begrenzt, bei einer noch größeren Verankerungslänge würde der hintere Teil der Verankerung im Gebrauchszustand nicht zur Mitwirkung kommen. Allein eine Verbesserung der Verzahnung zwischen Stahl und Beton durch größere Rippenhöhen, könnte hier Abhilfe schaffen. Die Schwächung des Verbundes durch einen Riß parallel zum Betonstahl hängt nämlich, wie in Abschnitt 2.8.2 gezeigt, direkt von der Rippenhöhe ab.

In Abbildung 2.48 sind die rechnerischen Verbundspannungen $zul.\tau$ abhängig von der Rißbreite w_0 für Beton mittlerer Güte angegeben. Die durch Versuche und nachfolgende Berechnungen gefundenen Punkte sind durch Linien verbunden worden. Demnach verringern schon geringe Rißbreiten, die rechnerisch im Gebrauchszustand zulässig sind - 0.25mm bzw. 0.4mm - die ansetzbare Verbundspannung erheblich. Eine weitere Querkzugbeanspruchung durch noch breitere Längsrisse vermindert die Verbundfestigkeit weiter.

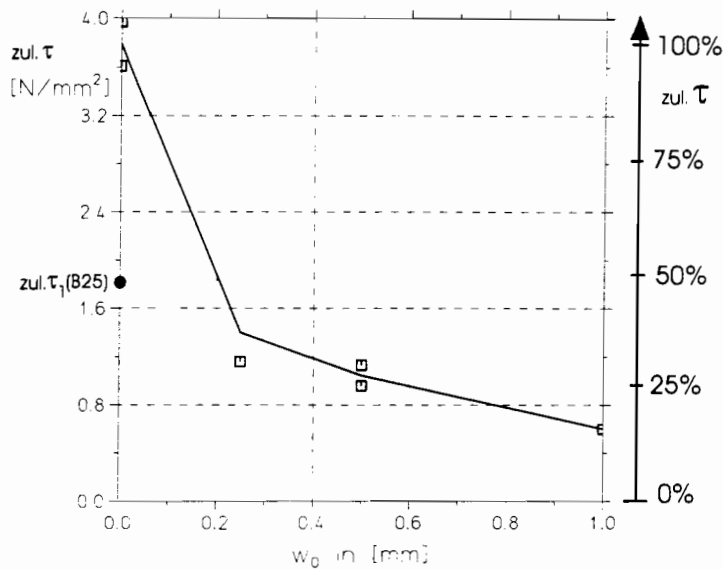


Abbildung 2.48 Rechnerisch ansetzbare Verbundspannung $zul. \tau$ für $\beta_{wN} = 35 \text{ N/mm}^2$, zum Nachweis der Verankerungslänge gemäß Gleichung (10) in Abhängigkeit von der Rißbreite w_0 .

Diese wirklich ansetzbaren Verbundspannungen sind niedriger als die derzeit zulässigen Rechenwerte nach DIN 1045 $zul. \tau_1$: Der im Versuch verwendete Beton mit $\beta_{wN} = 35 \text{ N/mm}^2$ entspricht den Anforderungen eines B25. Die Eigenschaften des Versuchskörpers - lotrechte Ausziehstäbe - berechtigen den zulässigen Grundwert der Verbundspannung $zul. \tau_1$ für den Verbundbereich I nach DIN 1045 Tabelle 19 zu verwenden. Dieser beträgt 1.8 N/mm^2 und liegt damit bei vorhandenen Rissen parallel zum Stab deutlich oberhalb der tatsächlich ansetzbaren Verbundspannung $zul. \tau$.

Ein Verbundbruch erscheint bei Verankerungslängen nach derzeit gültigen Vorschriften trotz vorhandener Risse parallel zum Stab als unwahrscheinlich, da die tatsächlichen Bruchverschiebungen am freien Ende erheblich größer als $\delta(x=0) = 0.1 \text{ mm}$ werden können, siehe Tabelle 2.9.6.2. Damit können entschieden größere Kräfte verankert werden, als rein rechnerisch zur Bestimmung von $zul. \tau$ berücksichtigt wurden, Kräfte die ein Verbundversagen vor dem Stahlversagen ausschließen.

Ein Rechenbeispiel: Für einen Stabdurchmesser von 16mm, verankert in einem Beton der Güte B25 und dem Verbundbereich I zugeordnet, wurde die Verankerungslänge nach DIN 1045 Gleichung (21) zu $l_v = 635 \text{ mm}$ berechnet. Durch Querkraft sei ein Riß parallel zum Stab mit einer Breite von 1mm entstanden. Mit dem Verbund-Grundgesetz des entsprechenden Betonstahles aus Tabelle 2.9.3.1 und der Methode der schrittweisen Integration kann die Stahlspannung am Ende der vorschrittmäßigen Verankerung, abhängig von frei zu wählenden Anfangsverschiebungen $\delta(x=0)$, berechnet werden:

$\delta(x=0)$	0.1mm	0.25mm	0.5mm	0.6mm
$\sigma_s(x=l_v)$ [N/mm ²]	48	196	464	555

Tabelle 2.9.6.2 Mit dem Grundgesetz nach Tabelle 2.9.3.2 für $d_s = 16\text{mm}$, $\beta_{wN} = 37\text{N/mm}^2$ und $w_0=1.0\text{mm}$ berechnete Stahlspannungen am Lastende einer Verankerung nach DIN 1045 Gleichung (21), für unterschiedliche Anfangsverschiebungen.

Bei einer Begrenzung der Endverschiebung auf 0.1mm ist die Verankerungslänge nach DIN 1045 nicht ausreichend. Läßt man jedoch ungehindert Endverschiebungen zu, dann können trotz Querkraft Kräfte verankert werden, die der Fließgrenze des Stahles entsprechen und rein rechnerisch noch darüber hinaus gehen.

Im Gebrauchszustand ist die Situation kritisch. Als Folge von Querkraft können sich im Verankerungsbereich Risse orthogonal zum Betonstahl einstellen, die das zulässige Maß im Gebrauchszustand weit überschreiten. Eine Vergrößerung der Verankerungslänge verbessert daran nichts. Nur eine stärkere Verzahnung zwischen Stahl und Beton durch größere Rippenhöhen kann dem Abhilfe schaffen.

2.10 Ausziehkörper ohne Querbewehrung

In der Vergangenheit wurde mehrfach die Auswirkung von Querkzugspannungen auf den Verbund von Betonstählen untersucht [28], [14], [29]. Ist in Querrichtung zum gezogenen Stab keine Bewehrung vorhanden, führen diese Spannungen zusammen mit der Sprengwirkung des gezogenen Stahles schnell zu schädlichen Längsrissen in der Betondeckung. Das Verbundversagen infolge derartiger Längsrisse wird in diesem Abschnitt beschrieben.

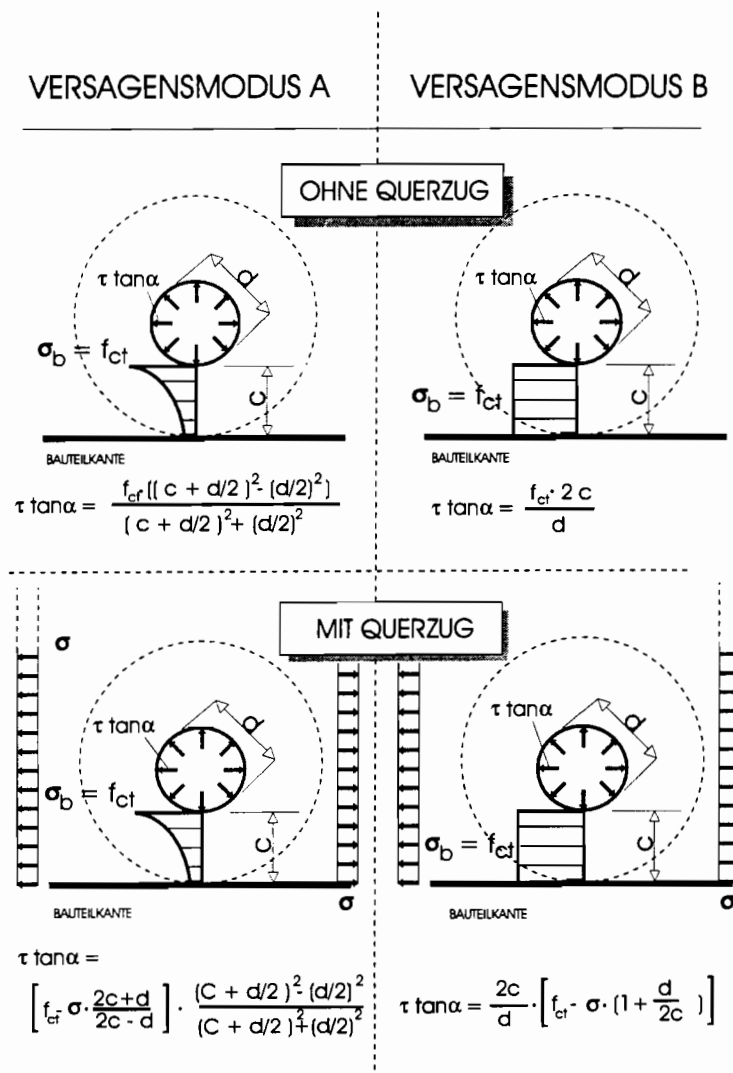


Abbildung 2.49 Unterschiedliche Versagensmodi nach Tepfers [41], die zur Längsrißbildung innerhalb der Betondeckung führen.

Es ist bekannt, daß sich vom gezogenen Bewehrungsstab ausgehend und zur Lastseite hin im Beton Druckkegel bilden (Abbildung 1.3). Die Kraftkomponente des Druckkegels senkrecht zum Stab führt in der Betondeckung in Radialrichtung zu Druck- und in Tangentialrichtung zu Zugspannungen. Die Ringzugspannungen verursachen das Aufreißen der Betondeckung in Stablängsrichtung. Wird der Ausziehkörper vollständig durch Längsrisse gespalten, dann muß die Betondeckung alleine durch die Querbewehrung zusammengehalten werden (Abbildung 1.2). Ist eine derartige Bewehrung nicht vorhanden, führt die Entstehung von Längsrissen zum

Verbundversagen. Die Längsrißbildung wird durch von außen eingetragene Querzugspannungen begünstigt.

Die Längsrißbildung und ihre Auswirkungen werden durch die beiden Versuche BA12 und BA13 dokumentiert. Siehe Abb. 3 und Abb. 5 im Anhang Teil B1. Wird der haltende Betonring durchtrennt, sinkt die Ausziehkraft schlagartig ab und die Rißbreite nimmt stark zu. Erst nachdem die Querbewehrung aktiviert wird, steigt die Ausziehkraft wieder an.

Tepfers hat die Entstehung von Längsrissen in der Betondeckung entlang von verankerten Bewehrungsstäben analysiert [41]. Die Wirkung der Verbundbeanspruchung auf die Betondeckung wird danach mit der Wirkung eines gleichmäßig auf der Innenseite eines flachen Betonringes verteilten Druckes gleichgesetzt. Dem Innendruck entspricht der senkrecht zum Ausziehstab gerichtete Anteil der Spannungen aus den Verbundspannungen $p_i = \tau \cdot \tan \alpha$. Es werden drei Kriterien für die Bildung von Längsrissen aufgestellt. Erstens, sobald an einer beliebigen Stelle die Zugfestigkeit des Betons überschritten wird (Versagensmodus A, Abbildung 2.49). Zweitens sobald die gesamte Betondeckung plastifiziert ist (Versagensmodus B, Abbildung 2.49) und drittens Versagen des Betonringes, nachdem das Rißwachstum vom Innern des Zylinders einen kritischen Radius überschritten hat. Die beiden zuerst erwähnten Versagenskriterien wurden für den Fall Verbund bei Querkzug erweitert und mit den Versuchen von Nagatomo und Kaku [28] (Abbildung 2.50) verifiziert. Die eine Reihe von Ausziehversuchen mit Querkzugspannungen σ unterschiedlicher Intensität und mit variierenden Betondeckungen c und Stabdurchmessern d durchführten. Eine Bewehrung quer zum ausgezogenen Betonstahl war nicht vorhanden. Verbundversagen trat stets durch Längsrisse ein, die sich senkrecht zur Richtung der Querkzugspannungen und vom Ausziehstab aus bis zur Betonoberfläche bildeten.

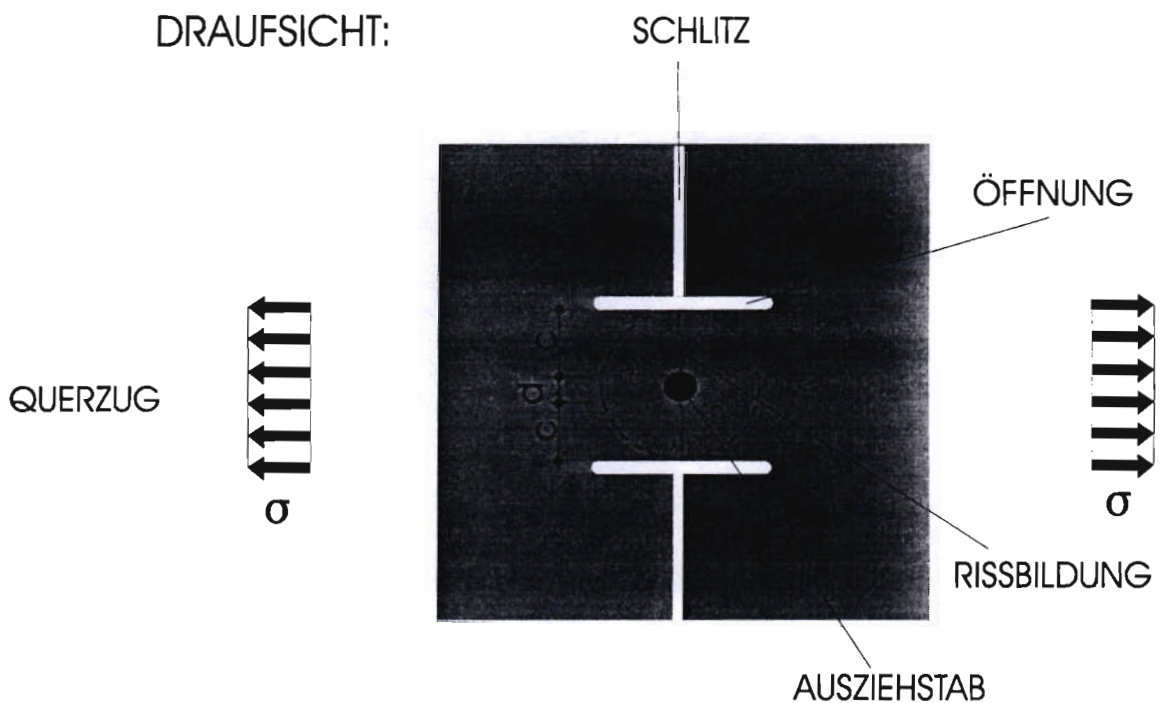


Abbildung 2.50 Versuchsaufbau nach Nagatomo [28]

Die von außen eingeleiteten Querkzugspannungen werden mit dem Spannungsfeld aus der Verbundbeanspruchung überlagert. Die maßgebenden Kriterien für die Bildung von Längsrissen bzw. für das Verbundversagen werden übernommen und für diesen konkreten Fall in modifizierter Form vorgestellt. Das erste Kriterium, Versagensmodus A, ist erfüllt, wenn innerhalb der Betondeckung an einer Stelle die aufnehmbaren Betonzugspannungen überschritten werden:

$$(\sigma)_\text{max} = p_i \cdot \frac{(c+d/2)^2 + (d/2)^2}{(c+d/2)^2 - (d/2)^2} + \sigma \cdot \frac{(2c + d)}{(2c - d)} = f_{ct} \quad .$$

Wobei:

p_i	=	$\tau \cdot \tan \alpha$
α	=	Winkel der Lastausbreitung
σ	=	Querkzugspannung
c	=	Betondeckung
d	=	Stabdurchmesser
f_{ct}	=	Zugfestigkeit des Betons

Für den Vergleich mit Versuchsdaten ist es sinnvoll mit bezogenen Größen zu arbeiten:

$$\tau_0 \cdot \tan \alpha = \frac{p_i}{f_{ct}}$$

$$c_0 = \frac{c}{d}$$

Daraus und mit der Vereinfachung $\alpha = 45^\circ$ erhält man für die maximale über die Verankerungslänge gemittelte Verbundspannung bei gleichzeitig wirkendem Querkzug den Ausdruck

$$\tau_0(\sigma \neq 0) = \left[1 - \frac{\sigma}{f_{ct}} \cdot \frac{(2c_0 + 1)}{(2c_0 - 1)} \right] \cdot \frac{c_0^2 + c_0}{c_0^2 + c_0 + 0.5} \quad .$$

Daraus folgt die bezogene Größe der Verbundspannung

$$\frac{\tau_0(\sigma \neq 0)}{\tau_0(\sigma = 0)} = 1 - \frac{\sigma}{f_{ct}} \cdot \frac{2c_0 + 1}{2c_0 - 1} \quad . \quad (1)$$

Erfolgt die Längsrißbildung erst, nachdem der gesamte Querschnitt plastifiziert ist, Versagensmodus B, dann ist

$$f_{ct} \cdot 2c = p_i \cdot d + \sigma \cdot (2c + d).$$

Damit kann die die bezogene Größe der maximalen Verbundspannung für das zweite Versagenskriterium hergeleitet werden.

$$\frac{\tau_0(\sigma \neq 0)}{\tau_0(\sigma = 0)} = 1 - \frac{\sigma}{f_{ct}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2c_0} \right). \quad (2)$$

Abbildung 2.51 zeigt einen Vergleich zwischen den Versuchsdaten mit den modifizierten Versagenskriterien. Auf der Abszisse ist das Verhältnis der Querkzugspannungen zur Betonzugfestigkeit abgetragen. Auf der Ordinate ist das Verhältnis der maximalen Verbundspannung bei vorhandener Querkzugspannung σ zur maximalen Verbundspannung ohne Querkzug aufgetragen. Eine Übereinstimmung der Versuchsdaten, als Punkte dargestellt, mit den beiden maßgebenden Versagensmodi A und B, als Linien dargestellt, ist erkennbar. Die Auswirkung der Querkzugbeanspruchung auf die Bildung von Rissen längs von Betonstählen ohne Querbewehrung, kann mit dieser Vorgehensweise näherungsweise erfaßt werden.

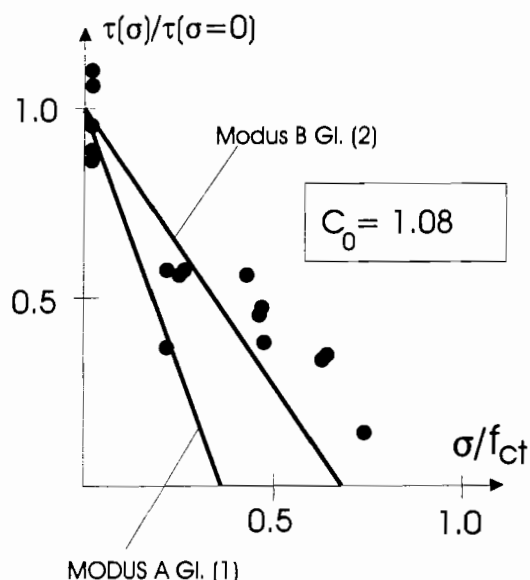


Abbildung 2.51 Vergleich von Versuchsdaten mit den Versagensmodi A und B nach Gleichung (1) und (2).

3 Numerische Untersuchungen

3.1 Mathematisches Modell

In der vorliegenden Arbeit wird ein dreidimensionales mechanisch-mathematisches Modell vorgestellt, das in der Lage ist die hier experimentell gewonnenen Ergebnisse praxisorientiert zu erweitern. Dieses 3D-Modell basiert auf der Finite-Elemente-Methode. Mit Hilfe einer beliebig genauen Beschreibung der Rippenstahlstabgeometrie und stoffgesetzlicher Formulierungen für Stahl und Beton, wird das hochgradig nichtlineare Verhalten des Werkstoffes Stahlbeton modelliert.

Es werden u.a. das nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Betons, die Rißbildung, das Nachrißverhalten, der Druckbruch und das Nachbruchverhalten berücksichtigt. Obwohl die meisten Untersuchungen die Verbundwirkung anhand der Beton-Stahl-Trennfläche beschreiben, wird in dieser Arbeit der 3D-Tragmechanismus in einem finiten Bereich um den Stahlstab analysiert. Der Betonstahlstab wird mit den entsprechenden Rippen modelliert. Beton- und Stahlelemente werden anhand von Interface-Slide-Plane-Kontaktelemente verbunden. Die ISP- sind mit den Betonelementen und die Slide-Plane mit den Stahlelementen gekoppelt. Diese Interface-Elemente befinden sich im Bereich zwischen den Rippen und simulieren die chemische Adhäsion und die Reibung zwischen Beton und Stahl.

Folgende Voraussetzungen liegen dem Modell zugrunde:

1. Die einer bestimmten Lastkombination zugehörigen Lasten nehmen einsinnig stetig bis zum Grenzfall zu.
2. Die Belastung ist vorwiegend ruhender Art.
3. Das zeitabhängige Materialverhalten wird nicht erfaßt.

3.2 Stoffgesetze

3.2.1 Beton

3.2.1.1 Allgemeines

Im Verbundbereich ist der Beton, ganz besonders vor den Rippen, einer extrem hohen dreiachsigen Beanspruchung ausgesetzt. Lokale Riß- und Bruchabläufe werden schon ausgelöst, wenn die analysierte Struktur nur der Gebrauchslast unterworfen ist. Infolgedessen spielt das Betonstoffgesetz bei Verbunduntersuchungen, bereits unter

geringen Lasten, eine wichtige Rolle. Umfangreiche State-of-the-Art-Reports sind bei Eibl/Ivanyi [7], Chen/Saleeb [5] und CEB-FIP [4] zu finden.

Bei numerischen Analysen zeigt es sich, daß meistens Materialmodelle angewendet werden, die nur die jeweils untersuchten Bereiche des gesamten Belastungsspektrums abdecken. In der vorliegenden Arbeit wird ein Stoffgesetz verwendet, das imstande ist das Trag- und Verformungsverhalten unter 3D-Spannungszuständen zu beschreiben. Es basiert auf der Formulierung von Ottosen [30, 31] in Verbindung mit dem Versagenskriterium desselben Verfassers. Die Auswahlgründe des Ottosen-Gesetzes liegen zum einen in der guten Übereinstimmung mit experimentellen Untersuchungen [3] und zum anderen in der Art der Formulierung anhand eines Nichtlinearitätsindizes als Maß des aktuellen Spannungszustandes zum Versagenszustand.

3.2.1.2 Versagenskriterium

Die zum Materialversagen führenden Spannungskombinationen bilden eine sogenannte Grenzfläche im Hauptspannungsraum (Bild 3.1), deren Funktion als $F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$ geschrieben werden kann. Ebenfalls kann sie in Funktion der Invarianten des Spannungstensors ausgedrückt werden, nämlich

$$F(I_1, J_2, J_3) = 0. \quad (3.1)$$

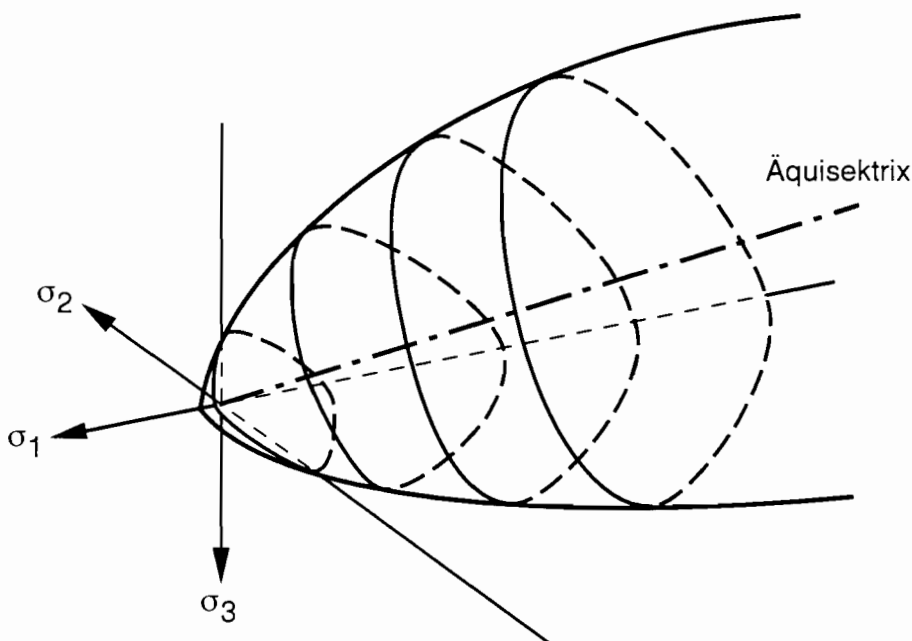


Bild 3.1 Betonversagensfläche

Infolge der starken Abhängigkeit vom hydrostatischen Spannungsanteil stellt die Betonversagensfläche ein trichterförmiges und in Zugrichtung geschlossenes Gebilde mit den folgenden Merkmalen dar:

- sie hängt von den Spannungsinvarianten I_1 , J_2 und J_3 ab,
- mit Ausnahme des Scheitels ist sie ausgerundet und konvex,
- in Richtung der negativen hydrostatischen Achse sind die Meridiane parabolisch gekrümmt und offen,
- mit wachsendem hydrostatischen Druck wechselt die Leitkurve in der Deviatorenebene von der Dreiecksform zur Kreisform.

In Funktion der Spannungsinvarianten lautet das in dieser Arbeit verwendete Vier-Parameter-Bruchkriterium von Ottosen [30]

$$f(I_1, J_2, \cos 3\varphi) = \frac{AJ_2}{|f_c^2|} + \frac{\lambda\sqrt{J_2}}{|f_c|} + \frac{BI_1}{|f_c|} - 1 = 0, \quad (3.2)$$

mit

$$\lambda = K_1 \cos \left(\frac{1}{3} \arccos (K_2 \cos 3\varphi) \right) \quad \text{für} \quad \cos 3\varphi > 0 \quad (3.3)$$

und

$$\lambda = K_1 \cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos (-K_2 \cos 3\varphi) \right) \quad \text{für} \quad \cos 3\varphi \leq 0. \quad (3.4)$$

Die Parameter A , B , K_1 , K_2 werden so gewählt, daß die folgenden Versagenszustände exakt wiedergegeben werden:

- einaxiale Druckfestigkeit f_c ,
- einaxiale Zugfestigkeit f_t ,
- zweiaxiale Druckfestigkeit f_{2c} ,
- beliebiger Versagenszustand auf dem Druckmeridian σ_0 , τ_0 .

Anhand der bezogenen Größen

$$k = \frac{f_t}{|f_c|}, \quad a = \frac{|f_{2c}|}{|f_c|}, \quad b = \frac{\sigma_0}{|f_c|}, \quad c = \frac{\tau_0}{|f_c|} \quad (3.5)$$

ergeben sich die Beziehungen

$$H = -\frac{\sqrt{2}b + c}{\frac{c}{\sqrt{2}} - \frac{1}{3}}, \quad (3.6)$$

$$B = \frac{\sqrt{2} - \frac{3c}{ka}}{H - \frac{9c}{(a-k)}}, \quad (3.7)$$

$$A = \frac{1}{c(HB - \sqrt{2})}, \quad (3.8)$$

$$\lambda_c = \left(\left(1 - \frac{H}{3c} \right) B + \frac{\sqrt{2}}{3c} + 1 \right) \sqrt{3}, \quad (3.9)$$

$$\lambda_t = \left(\left(2 - \frac{aH}{3c} \right) B + \frac{\sqrt{2}a}{3c} + \frac{1}{a} \right) \sqrt{3}, \quad (3.10)$$

$$K_2 = \cos \left(3 \arctan \left(\frac{2\lambda_c - 1}{\lambda_t \sqrt{3}} \right) \right), \quad (3.11)$$

$$K_1 = \frac{\lambda_t}{\cos \left(\frac{1}{3} \arccos K_2 \right)}. \quad (3.12)$$

Liegt ein Spannungszustand auf oder außerhalb der durch Gleichung (3.2) definierten Fläche, so tritt Betonversagen auf. Ferner wird hier angenommen, daß wenn $\sigma_1 \geq 0,5f_t$ ist, es sich um einen Zugbruch mit einem Riß senkrecht zu σ_1 handelt. Ansonsten wird Druckversagen angenommen.

Bild 3.2 zeigt einen Vergleich des Ottosen-Versagenskriteriums [30] mit Versuchen von Schickert/Winkler [37]. Zur Kalibrierung wurden die Werte

$$k = 0,08; \quad a = 1,16; \quad b = -2,89; \quad c = 1,89 \quad (3.13)$$

verwendet.

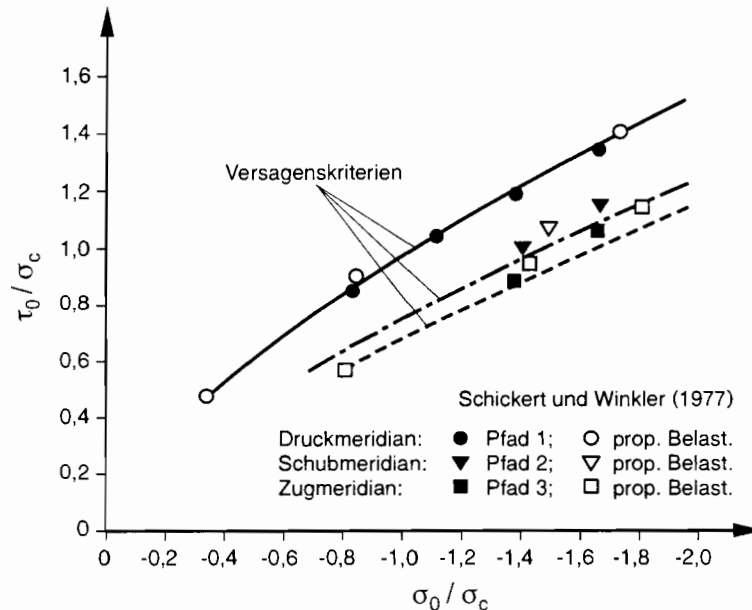


Bild 3.2 Vergleich des Ottosen-Bruchkriteriums [30] mit Versuchsergebnissen von Schickert/Winkler [37]

3.2.1.3 Verformungsbeziehungen

3.2.1.3.1 Belastung

Die in der vorliegenden Arbeit verwendeten σ - ε -Beziehungen können in die Gruppe der "variable moduli models" klassifiziert werden. Sie stellen eine spezielle Form der hypoelastischen Formulierungen dar, deren Spannungs-Dehnungsbeziehungen auf der Basis der Matrizen für linear elastischen Werkstoff ausgedrückt werden. Tangentenwerte E_t und ν_t werden angewendet, die vom aktuellen Spannungs- bzw. Dehnungszustand abhängen.

Der Spannungszuwachs in einem Lastinkrement ergibt sich zu

$$\{d\sigma\} = [C_t] \{d\varepsilon\}, \quad (3.14)$$

wobei

$$\{d\sigma\}^T = \{d\sigma_x, d\sigma_y, d\sigma_z, d\tau_{xy}, d\tau_{yz}, d\tau_{zx}\}, \quad (3.15)$$

$$\{d\varepsilon\}^T = \{d\varepsilon_x, d\varepsilon_y, d\varepsilon_z, d\gamma_{xy}, d\gamma_{yz}, d\gamma_{zx}\} \quad (3.16)$$

und

$$[C_t] = \frac{E_t}{(1 + \nu_t)(1 - 2\nu_t)} \begin{bmatrix} 1 - \nu_t & \nu_t & \nu_t & 0 & 0 & 0 \\ \nu_t & 1 - \nu_t & \nu_t & 0 & 0 & 0 \\ \nu_t & \nu_t & 1 - \nu_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu_t}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu_t}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu_t}{2} \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Bei Druckbeanspruchungen benutzt das Stoffgesetz von Ottosen [31] einen Nichtlinearitätsindex

$$\beta = \frac{\sigma_3}{\sigma_{3f}}, \quad (3.18)$$

der ein Maß für die Entfernung des aktuellen Spannungszustandes von der Versagensfläche im Hauptspannungsraum ist. Dabei stellt σ_{3f} die Druckspannung im Bruchzustand bei gleich bleibenden σ_1 und σ_2 dar. Folglich erfüllt der Spannungszustand $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{3f})$ das Versagenskriterium (3.2).

Um die geringere Nichtlinearität des Betonverhaltens unter Zugbeanspruchung zu berücksichtigen, wird für diesen Fall der Nichtlinearitätsindex definiert zu

$$\beta = \frac{\sigma'_3}{\sigma'_{3f}}, \quad (3.19)$$

wobei $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3) = (0, \sigma_2 - \sigma_1, \sigma_3 - \sigma_1)$ und σ'_{3f} das Bruchkriterium bei unveränderten σ'_1, σ'_2 erfüllt.

Zur Formulierung eines Ausdrucks für den Sekantenmodul E_s , wird die einaxiale σ - ε -Beziehung

$$-\frac{\sigma}{|f_c|} = \frac{-\frac{E_0}{E_c} \frac{\varepsilon}{|\varepsilon_c|} + (D - 1) \left(\frac{\varepsilon}{|\varepsilon_c|}\right)^2}{1 - \left(\frac{E_0}{E_c} - 2\right) \frac{\varepsilon}{|\varepsilon_c|} + D \left(\frac{\varepsilon}{|\varepsilon_c|}\right)^2} \quad (3.20)$$

nach Sargin [36] (Bild 3.3) als Grundlage angewendet. Hierin sind:

- E_0 : der Anfangs-Elastizitätsmodul
- E_c : der Sekantenmodul im Bruchzustand
- ε_c : die Dehnung im Bruchzustand und
- D : ein Parameter zur Steuerung des Nachbruchverhaltens.

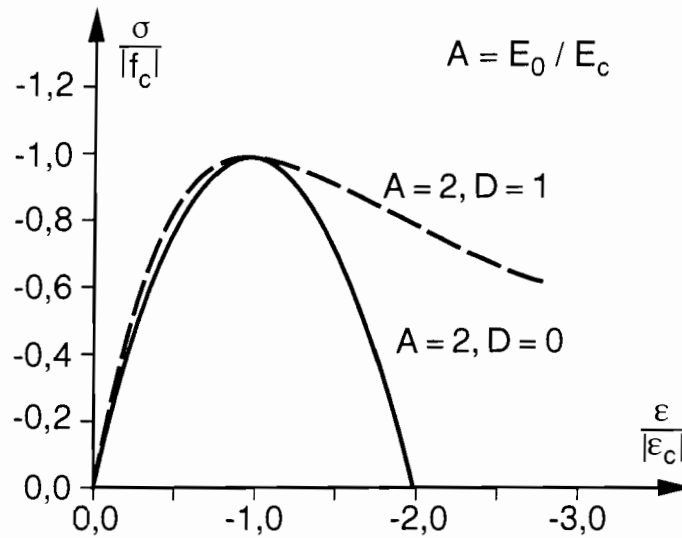


Bild 3.3 Spannungs-Dehnungsbeziehung nach Sargin [36]

Setzt man

$$\frac{\sigma}{f_c} = -\beta, \quad (3.21)$$

$$E_c = E_f, \quad (3.22)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_s}, \quad (3.23)$$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} = \frac{\sigma}{E_s} = -\frac{E_f}{E_s} \beta \quad (3.24)$$

in den Ausdruck (3.20) ein und löst man anschließend die entstehende Gleichung zweiten Grades, so ergibt sich

$$E_s = \left(\frac{E_0}{2} - \beta \left(\frac{E_0}{2} - E_f \right) \right) \pm \sqrt{\left(\frac{E_0}{2} - \beta \left(\frac{E_0}{2} - E_f \right) \right)^2 + E_f^2 \beta (D(1 - \beta) - 1)}. \quad (3.25)$$

Das positive Vorzeichen gilt für $|\varepsilon| \leq |\varepsilon_c|$ und das negative für $|\varepsilon| > |\varepsilon_c|$. Für dreiaxiale Spannungszustände schlägt Ottosen [31] vor, den Elastizitätsmodul E_c durch

$$E_f = \frac{E_c}{1 + 4(A - 1)k}, \quad (3.26)$$

mit

$$A = \frac{E_0}{E_c} \quad (3.27)$$

und

$$k = \frac{\sqrt{J_{2f}}}{|f_c|} - \frac{1}{\sqrt{3}} \geq 0 \quad (3.28)$$

zu ersetzen. Dabei errechnet man die Spannungsinvariante J_{2f} aus dem jeweiligen Bruchspannungszustand $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{3f})$ bzw. $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_{3f})$. Nach Schlüter [39] ergibt sich der tangentielle E-Modul $E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ zu

$$E_t = \frac{E_0 + E_f(D - 1)(F - F^2) - E_0F^2}{\left(1 + \left(\frac{E_0}{E_f} - 2\right)F + DF^2\right)^2}, \quad (3.29)$$

mit

$$F = \frac{E_f}{E_s}\beta. \quad (3.30)$$

Damit ein physikalisch sinnvolles Betonverhalten wiedergegeben werden kann, gibt es einige Beschränkungen bei der Wahl der Parameter A und D , nämlich

$$A > \frac{4}{3}, \quad (3.31)$$

$$\left(1 - \frac{A}{2}\right)^2 < D \leq 1 + A(A - 2) \quad \text{für} \quad A \leq 2, \quad (3.32)$$

$$0 \leq D \leq 1 \quad \text{für} \quad A \leq 2. \quad (3.33)$$

Auf der Basis der Ottosen-Ansatzfunktion für die Querdehnzahl, wird in dieser Arbeit

$$\nu_t = \nu_0 \quad \text{für} \quad \beta \leq \beta_a, \quad (3.34)$$

$$\nu_t = \nu_f - (\nu_f - \nu_0) \sqrt{1 - \left(\frac{\beta - \beta_a}{1 - \beta_a}\right)^2} \quad \text{für} \quad \beta_a \leq \beta \leq \beta_f, \quad (3.35)$$

sonst

$$\nu_t = \nu_f + (\nu_u - \nu_f) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - 1\right) < 0,5; \quad (3.36)$$

mit

$$\nu_0 = 0,2; \quad \nu_f = 0,36; \quad \nu_u = 0,5; \quad \beta_a = 0,8 \quad (3.37)$$

gewählt. Durch die grobe Näherung der Querdehnzahl werden die Rechenergebnisse unwesentlich beeinflusst, da $\nu_t = \nu_s = \text{cte}$ bis zu ca. 80% der Bruchlast gilt.

3.2.1.3.2 Entlastung

Angesichts der Tatsache, daß auch bei affin zueinander und einsinnig stetiger Lastzunahme Entlastungsvorgänge durch Spannungsumlagerungen innerhalb des Tragwerks auftreten können, wird hier das unterschiedliche Verhalten bei Belastung bzw. Ent- und Wiederbelastung berücksichtigt (Bild 3.4). In dieser Arbeit wird wie in der von Wörner [46] die Formänderungsenergie U_0 als Kontrollparameter gewählt. Der Formänderungsenergiezuwachs beträgt

$$dU_0 = \int_V (\sigma_x d\varepsilon_x + \sigma_y d\varepsilon_y + \sigma_z d\varepsilon_z + \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \tau_{yz} d\gamma_{yz} + \tau_{zx} d\gamma_{zx}) dV. \quad (3.38)$$

Belastung bzw. Wiederbelastung liegt vor, wenn die in der Volumeneinheit gespeicherte Formänderungsenergie U_0 gegenüber dem vorigen Zustand zunimmt oder gleich bleibt. Sonst wird eine Entlastung angenommen. Ferner wird anhand der maximalen, während der Belastung in der Volumeneinheit, jemals gespeicherten Formänderungsenergie U_{0max} zwischen Belastung und Wiederbelastung unterschieden. Weiterhin liegt Belastung vor, wenn der aktuelle Wert U_0 größer als U_{0max} ist; anschließend wird $U_{0max} = U_0$ gesetzt. Eine Wiederbelastung tritt auf, wenn $U_0 < U_{0max}$ ist.

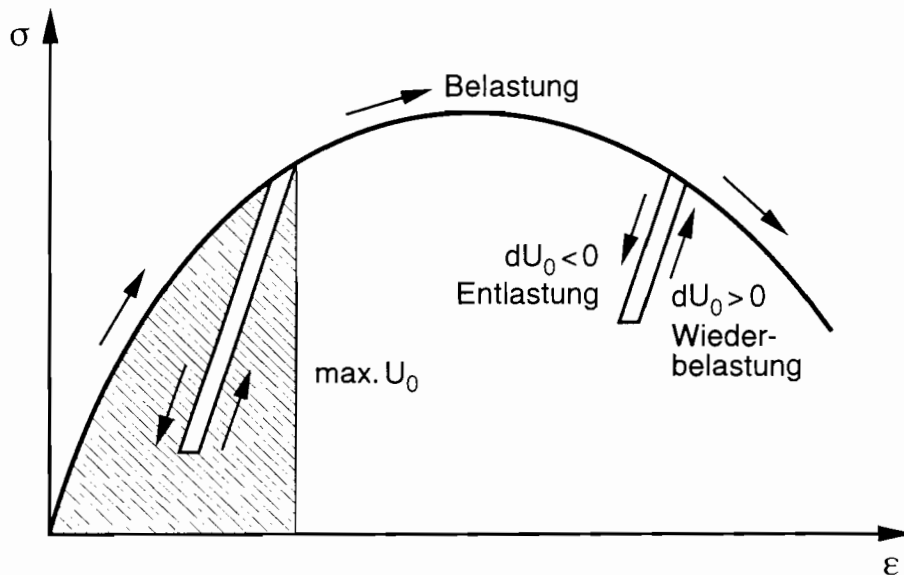


Bild 3.4 Kriterien zur Unterscheidung zwischen Belastung, Entlastung und Wiederbelastung [46]

3.2.1.3.3 Nachrißverhalten

Mit Hilfe von einem "smeared crack model" wird hier der Rißbildungsprozeß beschrieben, d.h. der Beton wird weiterhin als Kontinuum betrachtet. Es wird angenommen, daß in den gerissenen Bereichen eine infinite Anzahl paralleler Risse mit unendlich kleinem Abstand entsteht. Nach Überschreitung der Rißbedingungen entsteht senkrecht zur größten Hauptzugspannung ein Riß. Senkrecht zum Riß können keine Zugspannungen mehr übertragen werden, infolgedessen müssen sie unter Berücksichtigung des Einflusses auf die Querrichtungen gelöst werden. Die Schubspannungsübertragung im Riß wird über einen Parameter η von der Rißöffnung abhängig gemacht. In Anbetracht dessen, daß der Beton nicht mehr als isotrop angenommen werden kann, werden nun anisotrope Materialmatrizen, zur Berücksichtigung der Steifigkeitsänderung durch die Rißbildung, formuliert.

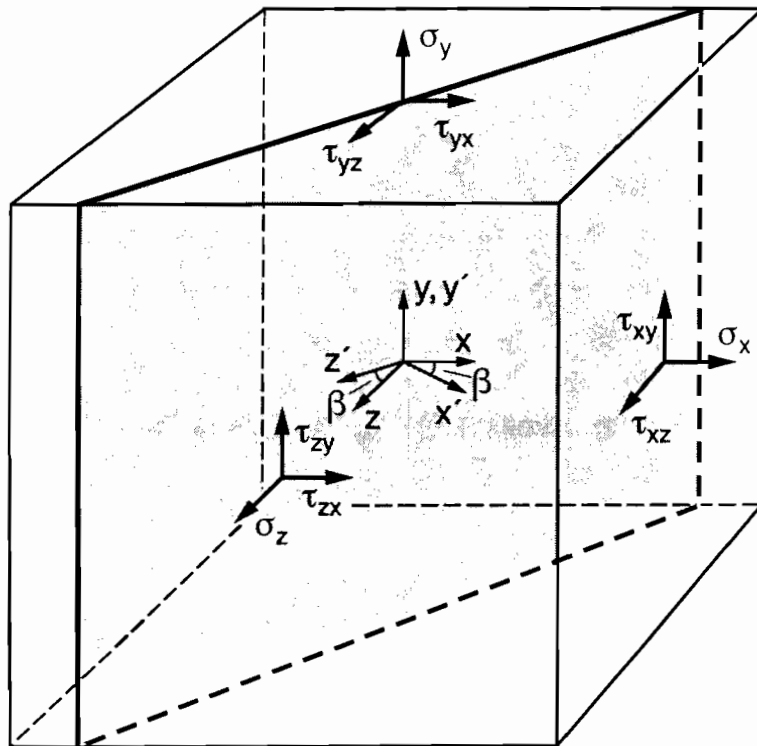


Bild 3.5 Betonelement mit einem Riß

In Bild 3.5 ist ein 3D-Betonelement mit einem Riß dargestellt. Nach Bildung des ersten Risses in einem räumlichen Betonelement, beschreibt der Ausdruck

$$\{d\sigma'\} = [C'_t] \{d\varepsilon'\}, \quad (3.39)$$

d.h.

$$\begin{Bmatrix} d\sigma'_x \\ d\sigma'_y \\ d\sigma'_z \\ d\tau'_{xy} \\ d\tau'_{yz} \\ d\tau'_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E_t}{(1-\nu_t^2)} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \nu_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \nu_t & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta \frac{(1-\nu_t)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-\nu_t)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta \frac{(1-\nu_t)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon'_x \\ d\varepsilon'_y \\ d\varepsilon'_z \\ d\gamma'_{xy} \\ d\gamma'_{yz} \\ d\gamma'_{zx} \end{Bmatrix} \quad (3.40)$$

das Verformungsverhalten im $X'-Y'-Z'$ -, d.h. im Rißkoordinatensystem. Mit Hilfe der Transformationsmatrix $[T]$ wird nun die Werkstoffmatrix auf die $X-Y-Z$ -Elementachsen gedreht, und zwar

$$[C_t] = [T]^T [C'_t] [T], \quad (3.41)$$

mit

$$[T] = \begin{bmatrix} t_{11}t_{11} & t_{21}t_{21} & t_{31}t_{31} & t_{11}t_{21} & t_{21}t_{31} & t_{11}t_{31} \\ t_{12}t_{12} & t_{22}t_{22} & t_{32}t_{32} & t_{12}t_{22} & t_{22}t_{32} & t_{12}t_{32} \\ t_{13}t_{13} & t_{23}t_{23} & t_{33}t_{33} & t_{13}t_{23} & t_{23}t_{33} & t_{13}t_{33} \\ 2t_{11}t_{12} & 2t_{21}t_{22} & 2t_{31}t_{32} & t_{11}t_{22} + t_{12}t_{21} & t_{21}t_{32} + t_{31}t_{22} & t_{11}t_{32} + t_{31}t_{12} \\ 2t_{12}t_{13} & 2t_{22}t_{23} & 2t_{32}t_{33} & t_{12}t_{23} + t_{22}t_{13} & t_{22}t_{33} + t_{23}t_{32} & t_{12}t_{33} + t_{32}t_{13} \\ 2t_{11}t_{13} & 2t_{21}t_{23} & 2t_{31}t_{33} & t_{11}t_{23} + t_{21}t_{13} & t_{21}t_{33} + t_{31}t_{23} & t_{11}t_{33} + t_{31}t_{13} \end{bmatrix}, \quad (3.42)$$

wobei die t -Werte aus der Matrix

$$\begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma & -\cos \beta \sin \gamma & \sin \beta \\ \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma & \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma & -\sin \alpha \cos \beta \\ \sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma & \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

zu entnehmen sind. Beide Koordinatensysteme werden zur Deckung gebracht, in dem das $X-Y-Z$ -System um die Achse Z um einen Winkel γ , dann um die Y -Achse um einen Winkel β , schließlich um die Achse X um einen Winkel α gedreht wird. Diese Winkel werden von den Riß- zu den Elementachsen gemessen. Bei weiter steigender Beanspruchung kann ein zweiter Riß erscheinen. Da für die Lagenbestimmung des neuen Risses die Schubkraftübertragung parallel zum Riß nicht in Rechnung gestellt wird, müssen die Risse senkrecht aufeinander stehen. Die Werkstoffmatrix eines zweifach gerissenen Betonelements im $X'-Y'-Z'$ -Koordinatensystem lautet

$$[C'_t] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta \frac{E_t}{2(1+\nu_t)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \eta \frac{E_t}{2(1+\nu_t)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \eta \frac{E_t}{2(1+\nu_t)} \end{bmatrix}. \quad (3.44)$$

Anschließend muß diese Matrix auf die Elementachsen bezogen werden. Nach der Bildung eines dritten Risses, wird hier angenommen, daß die Steifigkeit vollständig verlorengeht, d.h.

$$[C_t] = 0. \quad (3.45)$$

Aus rechentechnischen Gründen wird in all den oben dargestellten C -Matrizen, deren Hauptdiagonalelemente Null sind, eine sehr kleine positive Zahl an deren Stelle gesetzt. Nach der Bildung eines Risses tritt unter Schubbeanspruchung eine Parallelverschiebung der Rißufer ein. In der vorliegenden Arbeit wird wie üblich (vgl. z.B. Schlüter [39], Wörner [46]) die Schubsteifigkeitsabnahme mit wachsender Rißöffnung a_R anhand eines Faktors

$$\eta = \frac{\eta_a}{1 + \xi \frac{a_R}{a_{Ru}}} \quad \text{für} \quad a_R \leq a_{Ru}, \quad (3.46)$$

$$\eta = 0 \quad \text{für} \quad a_R > a_{Ru}, \quad (3.47)$$

in Rechnung gestellt. Überschreitet die Rißöffnung a_R einen kritischen Wert a_{Ru} , so kann eine Rißuferverzahnung nicht mehr als wirksam betrachtet werden, d.h. der Faktor η und dadurch die Schubsteifigkeit sind gleich Null (Bild 3.6).

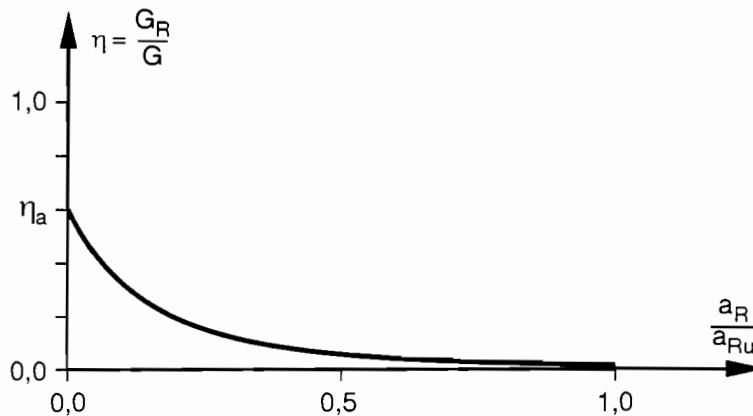


Bild 3.6 Schubsteifigkeitsabnahme in Funktion der Rißöffnung

Bei doppelgerissenen Elementen wird η in Funktion der größeren Rißöffnung berechnet. Der Grund dafür ist die Tatsache, daß die Risse senkrecht aufeinander stehen und die Gleichgewichtsforderung

$$\tau'_{xy} = -\tau'_{yx}, \quad \tau'_{yz} = -\tau'_{zy}, \quad \tau'_{zx} = -\tau'_{xz}, \quad (3.48)$$

mit

$$\tau'_{xy} = \eta G \gamma'_{xy}, \quad \tau'_{yz} = \eta G \gamma'_{yz}, \quad \tau'_{zx} = \eta G \gamma'_{zx}, \quad (3.49)$$

erfüllt werden muß. Zur Bestimmung der Rißöffnungen (Bild 3.7) muß man zuerst die Dehnungen

$$\varepsilon_{R1} = \varepsilon' - \varepsilon'_M, \quad (3.50)$$

$$\varepsilon_{R2} = \varepsilon'' - \varepsilon''_M \quad (3.51)$$

des ersten bzw. zweiten Risses ermitteln, wobei ε' , ε'' , ε'_M , ε''_M die Gesamt- bzw. die Materialdehnungen im Rißkoordinatensystem $X'-Y'-Z'$ bzw. $X''-Y''-Z''$, darstellen. Dann ergibt sich

$$a_{R1} = \varepsilon_{R1} s_R, \quad (3.52)$$

$$a_{R2} = \varepsilon_{R2} s_R. \quad (3.53)$$

Hierin ist s_R einen im voraus bestimmten Rißabstand, (vgl. z.B. Leonhardt [22]).

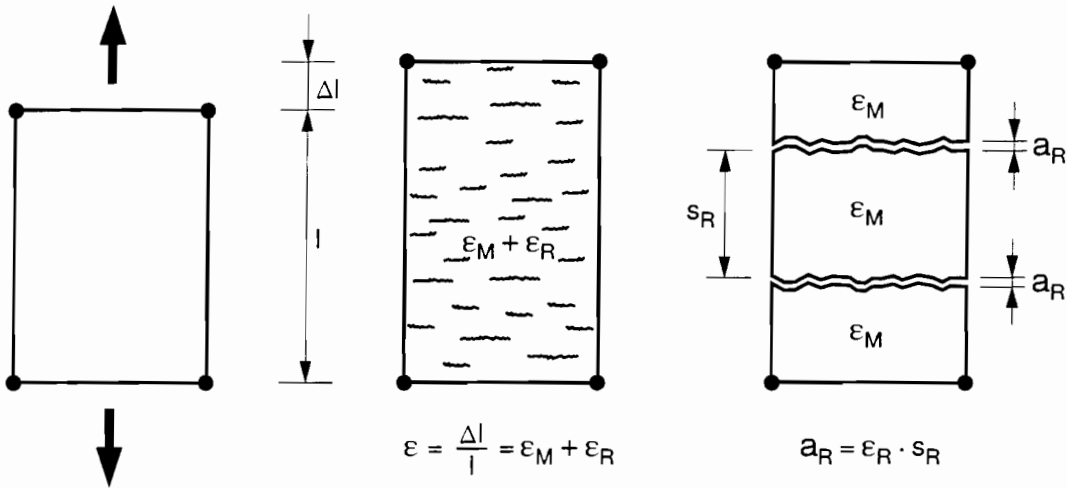


Bild 3.7 Bestimmung der Rißdehnungen und Rißöffnungen

Unter Zuhilfenahme der C -Matrizen wurden vorher die den Elementdehnungen $\{\varepsilon\}$ zugehörigen Spannungen $\{\sigma\}$ ermittelt. Die ε - σ -Beziehung

$$\{\varepsilon_M\} = [D] \{\sigma\}, \quad (3.54)$$

mit

$$[D] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

ermöglicht die Materialdehnung $\{\varepsilon_M\}$ zu berechnen. Nach einer Koordinatentransformation von $\{\varepsilon\}$ und $\{\varepsilon_M\}$ auf die Rißrichtungen ergeben sich dann die Ausdrücke (3.50) und (3.51).

Falls die Dehnung senkrecht zur untersuchten Rißrichtung kleiner oder gleich Null ist, hat sich der Riß geschlossen. Ferner wird hier angenommen, daß die neuen Steifigkeitswerte denen vor der Rißbildung entsprechen. Nur die Schubsteifigkeit wird um einen Faktor reduziert, der den Haftungsausfall und die bleibende Rißuferverschiebung widerspiegelt. Nach der Rißschließung kann ein von den alten Rißrichtungen unabhängiges Rißbild entstehen.

3.2.2 Stahl

Der Betonstahl zeigt ein elasto-plastisches Materialverhalten mit Verfestigung nach Überschreitung der Erstfließgrenze. Im Bild 3.8 ist die in dieser Arbeit gewählte σ - ϵ -Beziehung für den Stahl aufgetragen. Die Parameter E_{s1} , E_{s2} , ϵ_S , ϵ_u ermöglichen das bilineare Diagramm dem Verhalten der meisten Betonstähle anzupassen.

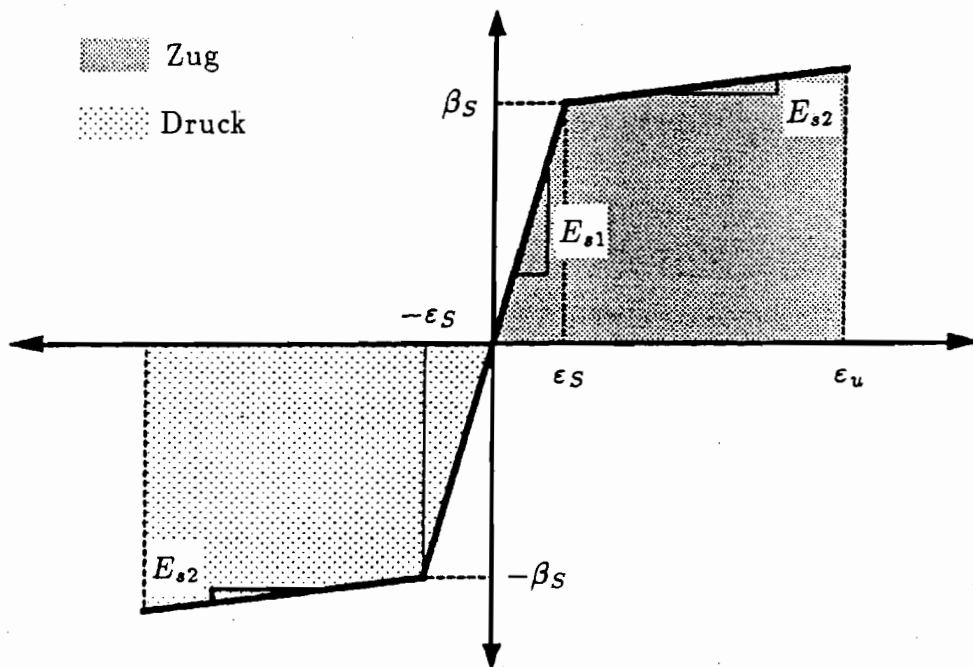


Bild 3.8 Spannungs-Dehnungslinie des Bewehrungsstahls

3.3 Lösungstechnik

Angesichts der Tatsache, daß bei der praktischen Anwendung des bekannten Newton-Raphson-Verfahrens auf Stahlbetontragwerke im Nachbruchbereich numerische Schwierigkeiten bzw. Divergenz auftreten können, wird in der vorliegenden Arbeit die "modified Riks method" eingesetzt. Dieses Bogenlängenverfahren ist im hier angewendeten ABAQUS-Programmpaket [18] implementiert. Die Annahme einer proportionalen Belastung dient als Grundlage des Verfahrens. Alle Lastbeträge sind von nur einem Lastfaktor λ abhängig. Folglich werden im Verlauf einer Iteration sowohl die Last- als auch die Verschiebungswerte variiert. Auf diese Weise können nicht nur Schrittweite sondern auch die Richtung der Inkremente kontrolliert werden. In dieser Arbeit werden sowohl last- als auch verformungsgesteuerte Berechnungen durchgeführt. Für eine eingehende Beschreibung der mathematischen Grundlagen von Bogenlängenverfahren zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme sei auf Schweizerhof [40] verwiesen.

4 Vergleich von Versuchen und Rechnungen

4.1 Dreidimensionales Modell für statische Berechnungen

4.1.1 Diskretisierung

Um das Leistungsvermögen des in dieser Arbeit entstandenen, mathematischen Modells aufzuzeigen, wird hier ein der durchgeführten Versuche auf numerischem Wege nachgerechnet. Für die Nachrechnung wird der Versuch BA31 mit Prüfstab $\phi 20$ und Rißbreite = 0,0 mm gewählt. Die Höhe, Breite und Länge des Versuchskörpers betragen 200 mm, 200 mm bzw. 700 mm (Bild 2.5). Die entsprechenden Materialkennwerte lauten $\beta_{WN} = 35 \text{ N/mm}^2$, $\beta_Z = 3,5 \text{ N/mm}^2$, $E = 24582 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,2$ für den Beton und $E = 190546 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,3$ für den Stahl. Die Betonstahlrippen sind mit rechteckigem Querschnitt modelliert. Unter Beachtung der Symmetriebedingungen, genügt die Abbildung eines Viertels des Versuchskörpers. Sowohl der Prüfstab als auch der Beton werden durch isoparametrische Kontinuums-elemente mit 20 Knoten, quadratischem Verschiebungsansatz und voller Integrationsordnung diskretisiert. Beton- und Stahlelemente sind im Bereich zwischen den Rippen mit Slide-Plane-Kontaktelemente verbunden. Das Gesamtmodell besteht aus 3418 Elementen und hat 50799 Freiheitsgrade (Bilder 4.1 bis 4.4). Die eingelegte Querbewehrung ohne Verbund wird durch einen gefederten Bereich ersetzt. Der Elastizitätsmodul dieses Bereiches wird aus der Querbewehrungssteifigkeit ermittelt und ergibt sich zu $E = 297 \text{ N/mm}^2$.

4.1.2 Erste Ergebnisse

Einen guten Einblick in das gesamte Tragverhalten des Versuchskörpers erlaubt die Betrachtung der in den Bildern 4.5 bis 4.8 wiedergegebenen Verformungen. Die horizontalen Verschiebungen (Bilder 4.6 und 4.8) spiegeln deutlich die starke Sprengwirkung des Rippenstahls, insbesondere im Bereich vor der dem belasteten Stabende nächsten Rippe, wider.

Bereits bei geringer Beanspruchung fällt die Adhäsion aus und wegen des Fehlens eines Querdrucks, spielt der Einfluß der Reibung zwischen Beton und Stahl eine untergeordnete Rolle. Folglich wird die äußere Last hauptsächlich durch mechanische Verzahnung in den Beton eingeleitet.

Die Bilder 4.10 und 4.13 zeigen, daß die Verbundkraft von den Stahlstabrippen unter einem Winkel in den Beton ausstrahlt. Ihre Längskomponente steht mit einer Betonlängskraft im Gleichgewicht, die Radialkomponente mit einer um den Stab herumlaufenden Ringzugkraft.

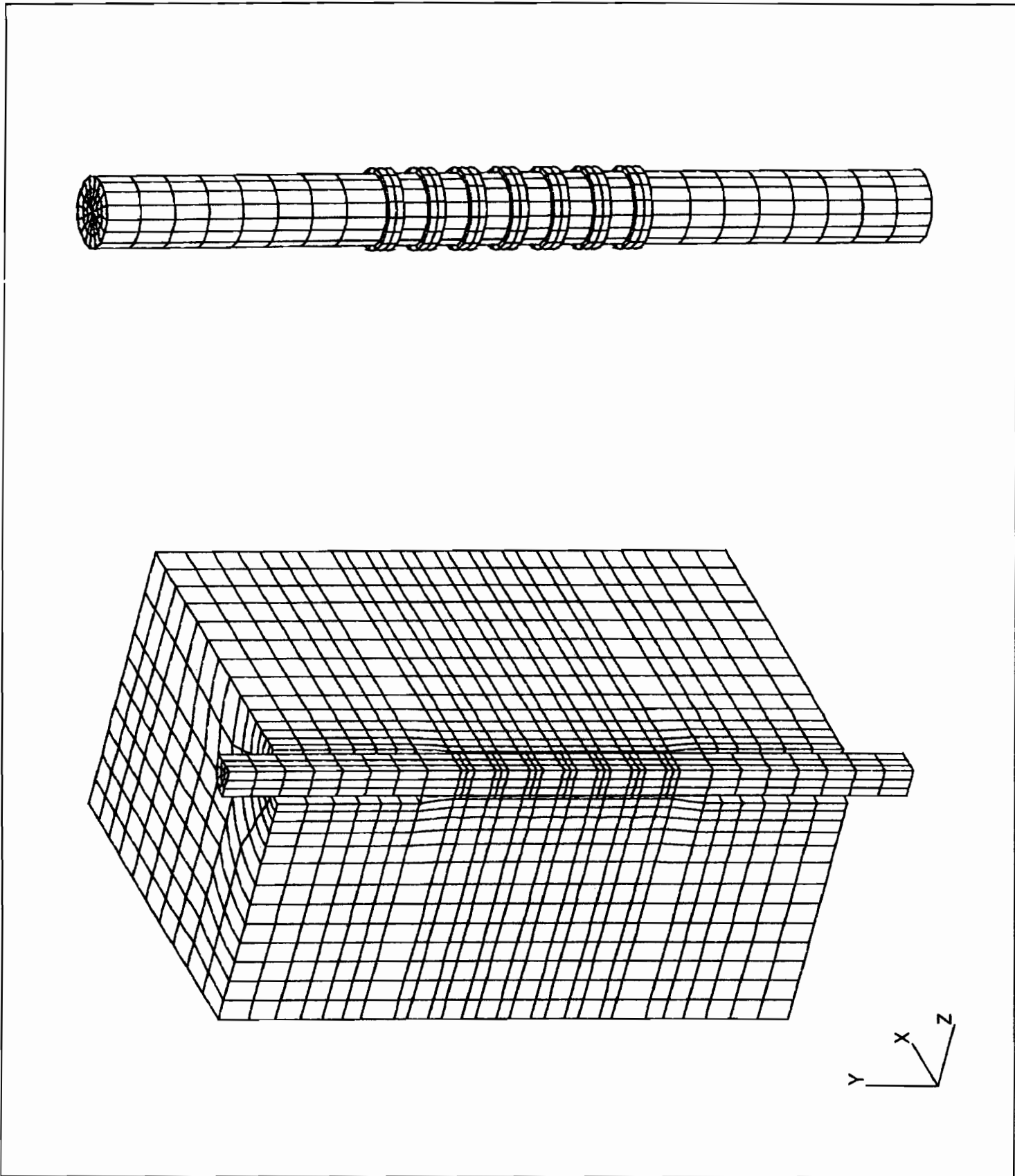


Bild 4.1 Elementnetz und Rippenstahlmodellierung

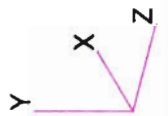
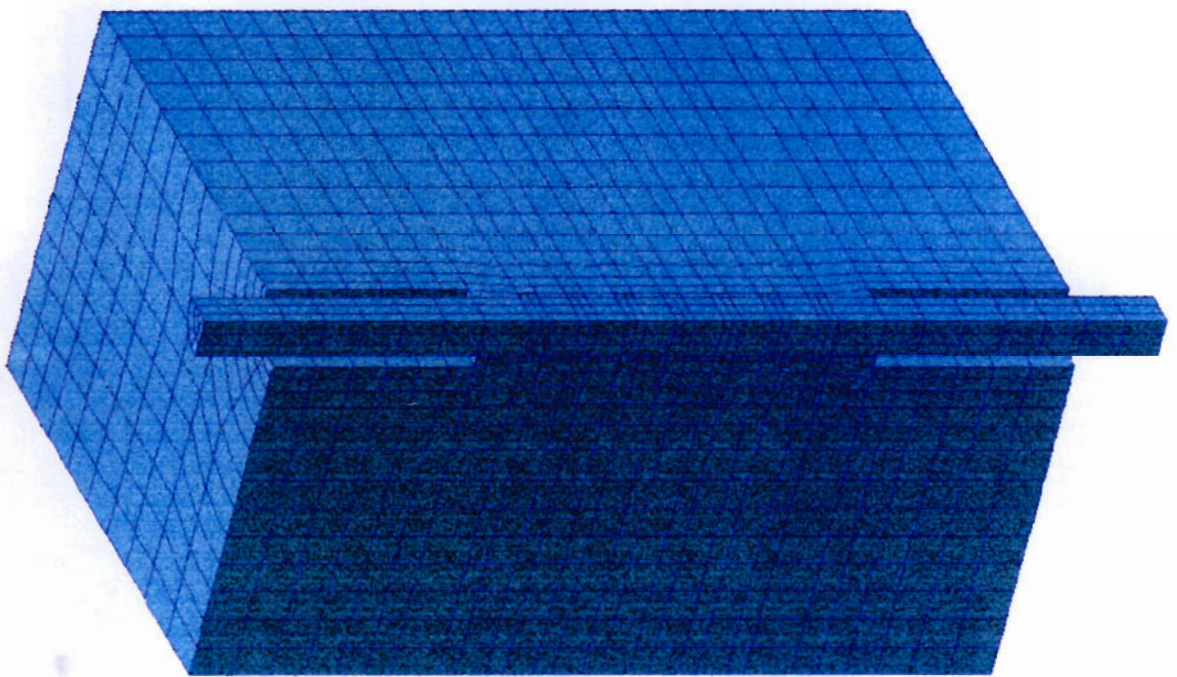


Bild 4.2 Schattierte Modelldarstellung

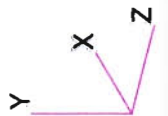
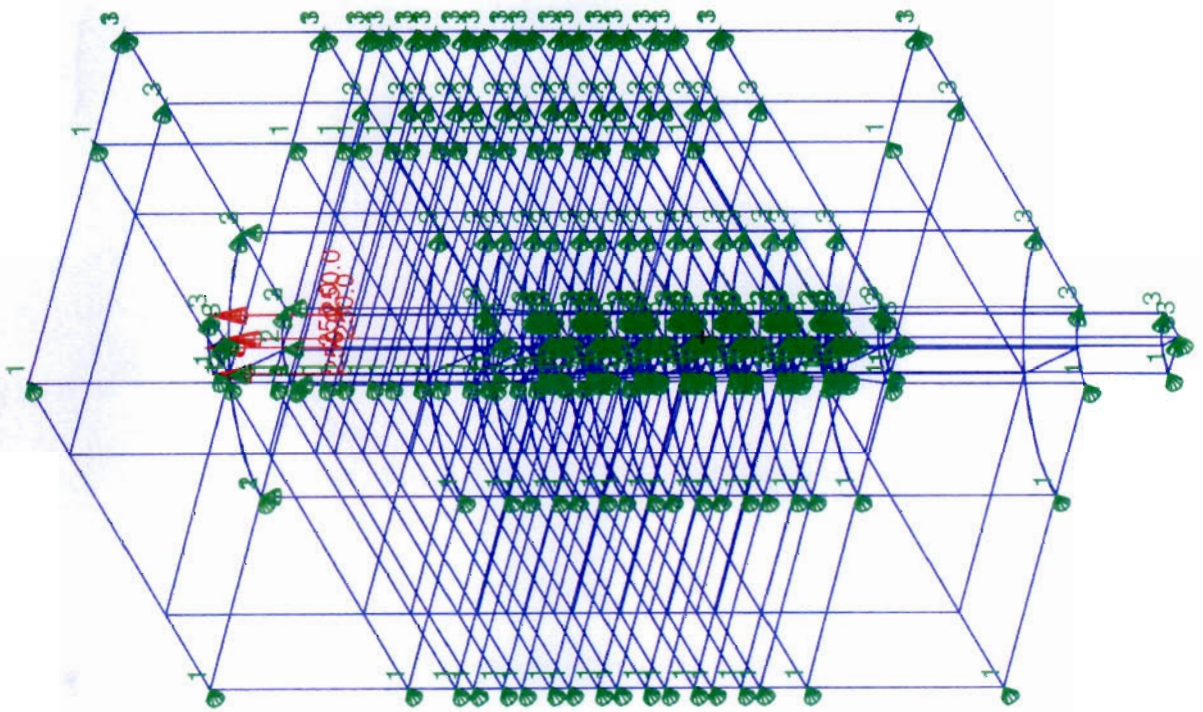


Bild 4.3 Randbedingungen und Belastung

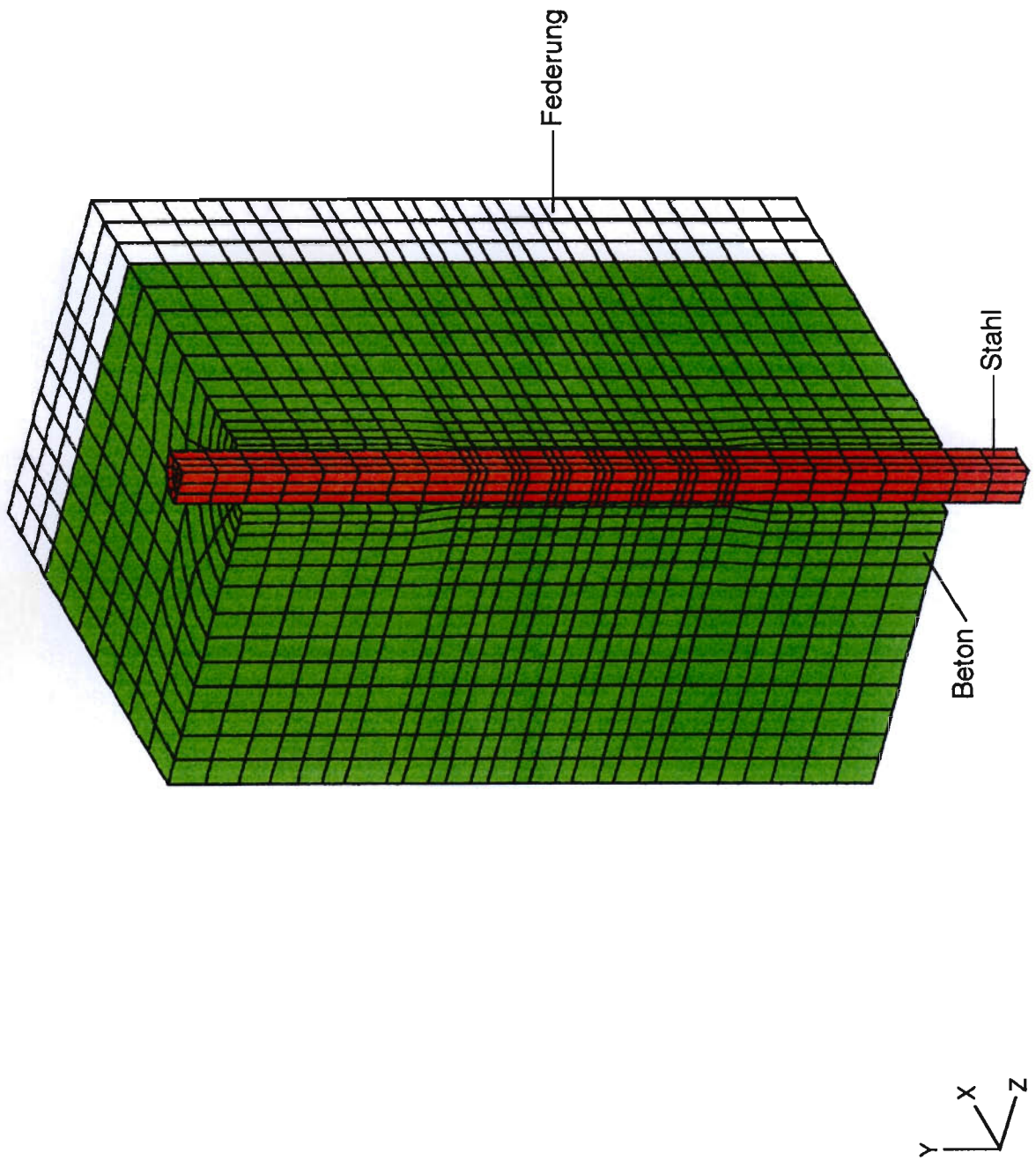


Bild 4.4 Materialien

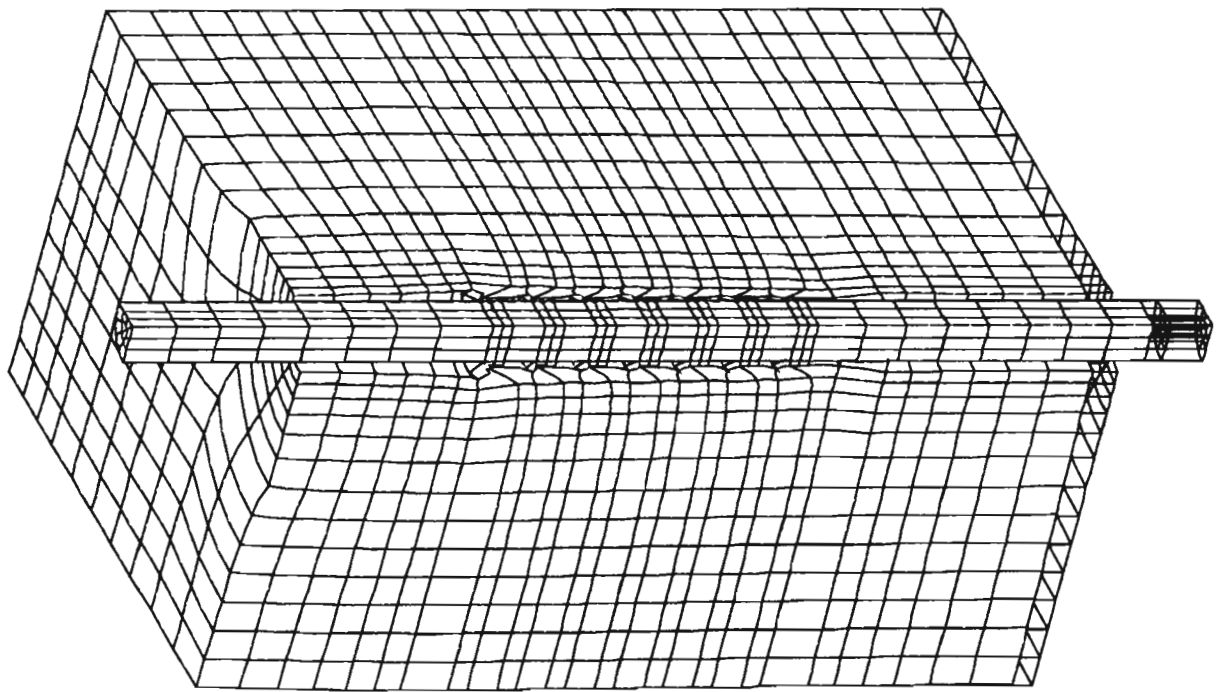


Bild 4.5 Modellverformungen unter $P = 74.4$ kN

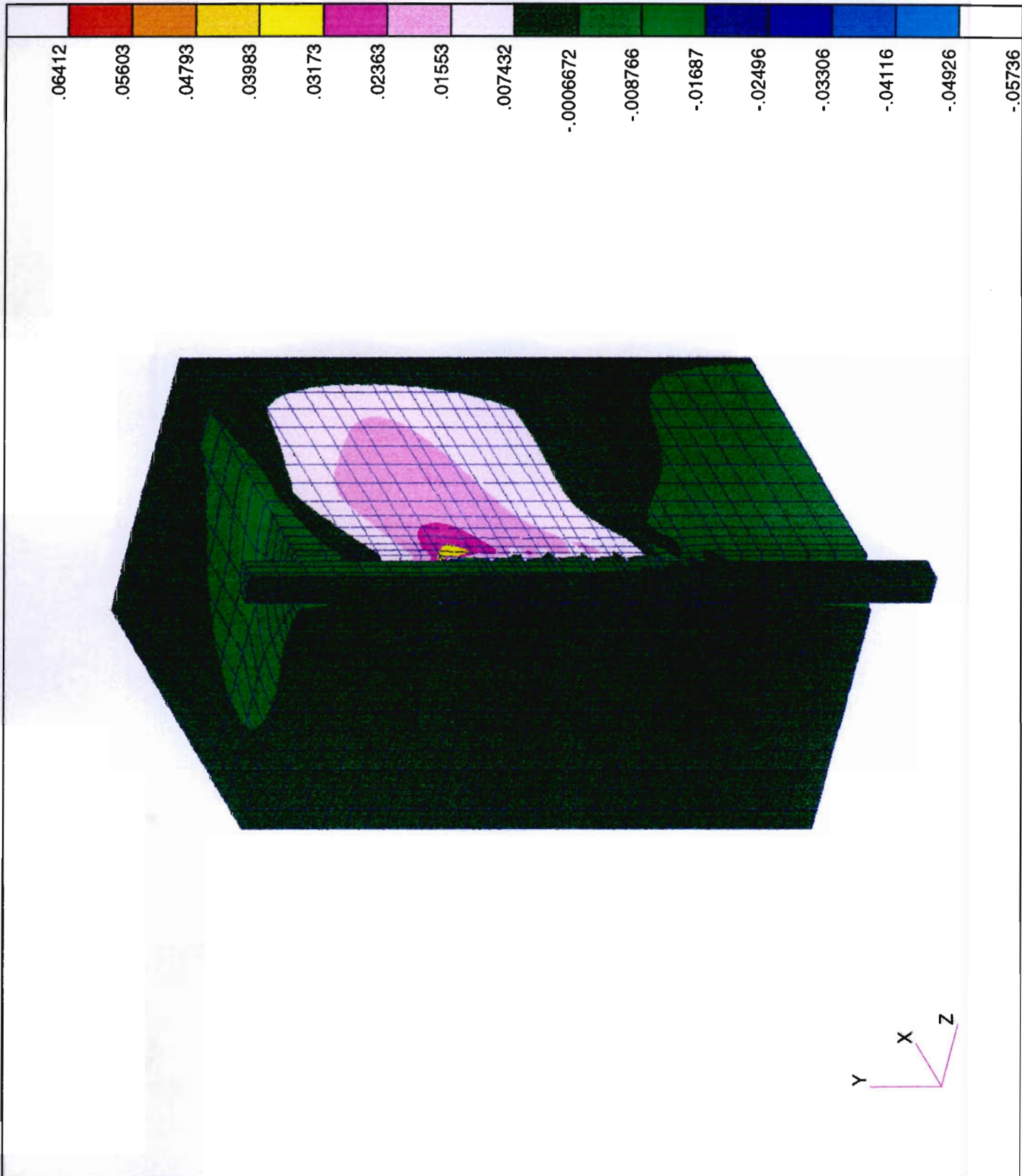


Bild 4.6 X-Komponente der Modellverschiebungen unter $P = 74.4$ kN

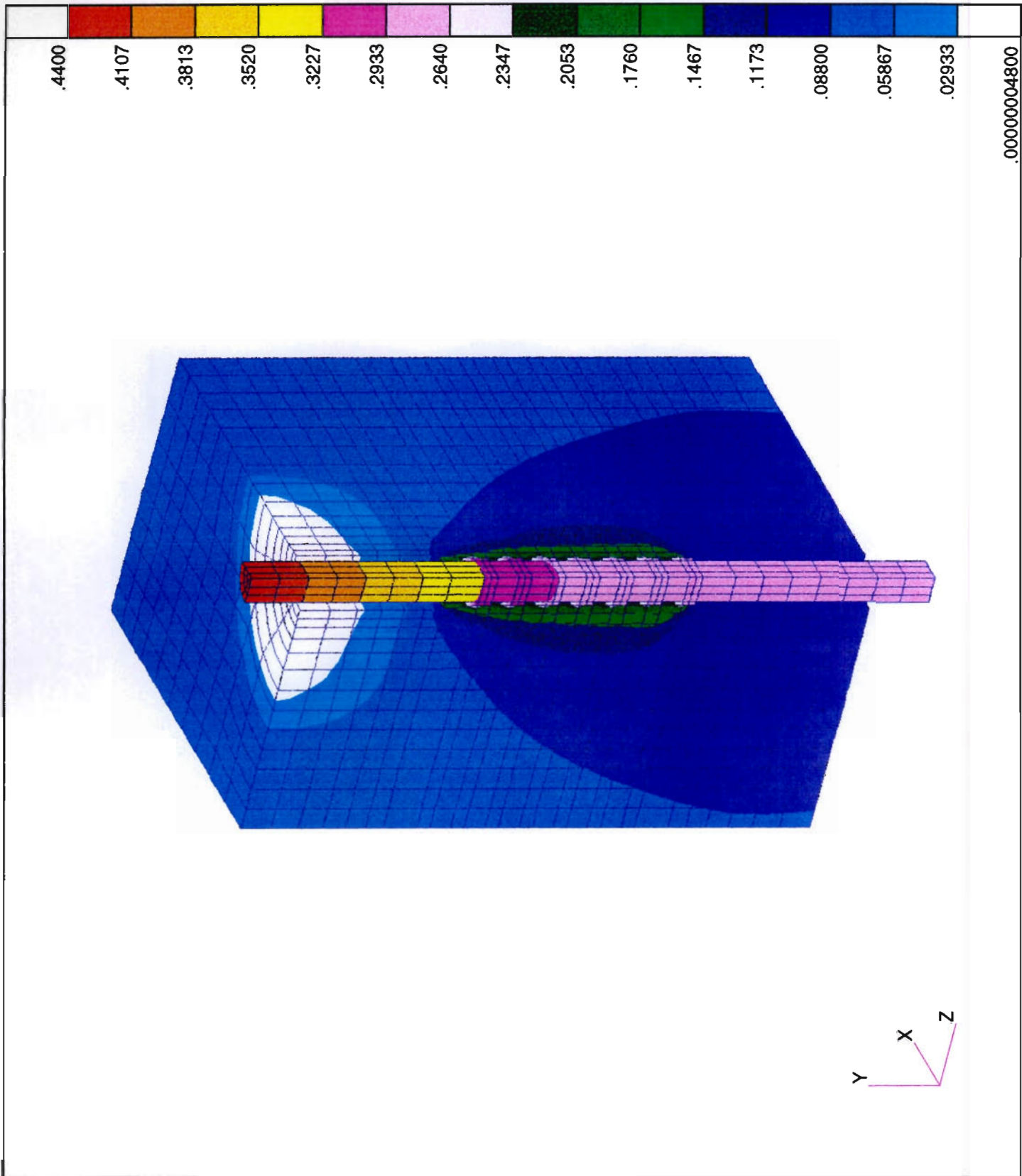


Bild 4.7 Y-Komponente der Modellverschiebungen unter $P = 74.4 \text{ kN}$

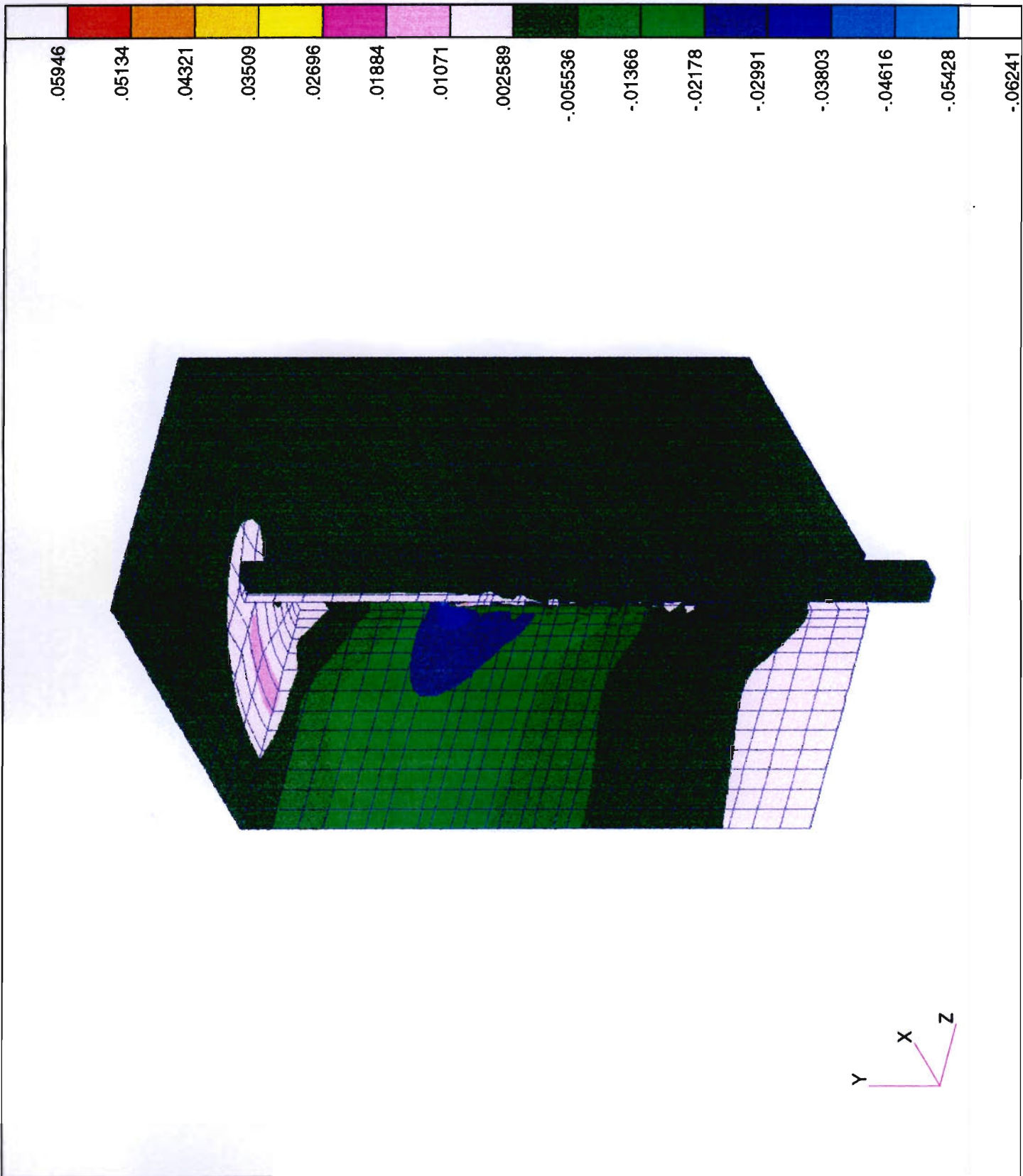


Bild 4.8 Z-Komponente der Modellverschiebungen unter $P = 74,4 \text{ kN}$

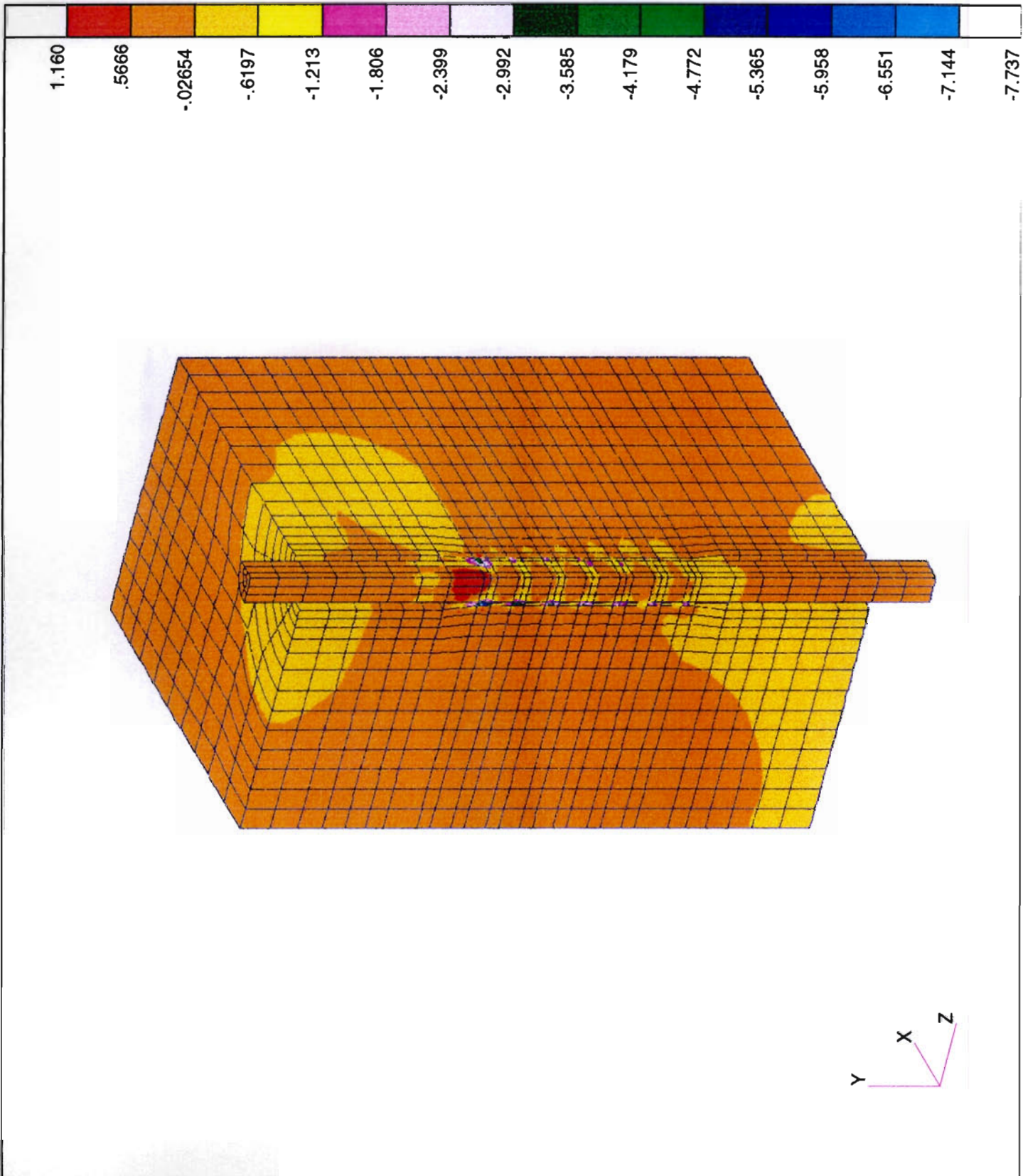


Bild 4.9 Spannungen σ_z unter der Last $P = 5,3 \text{ kN}$

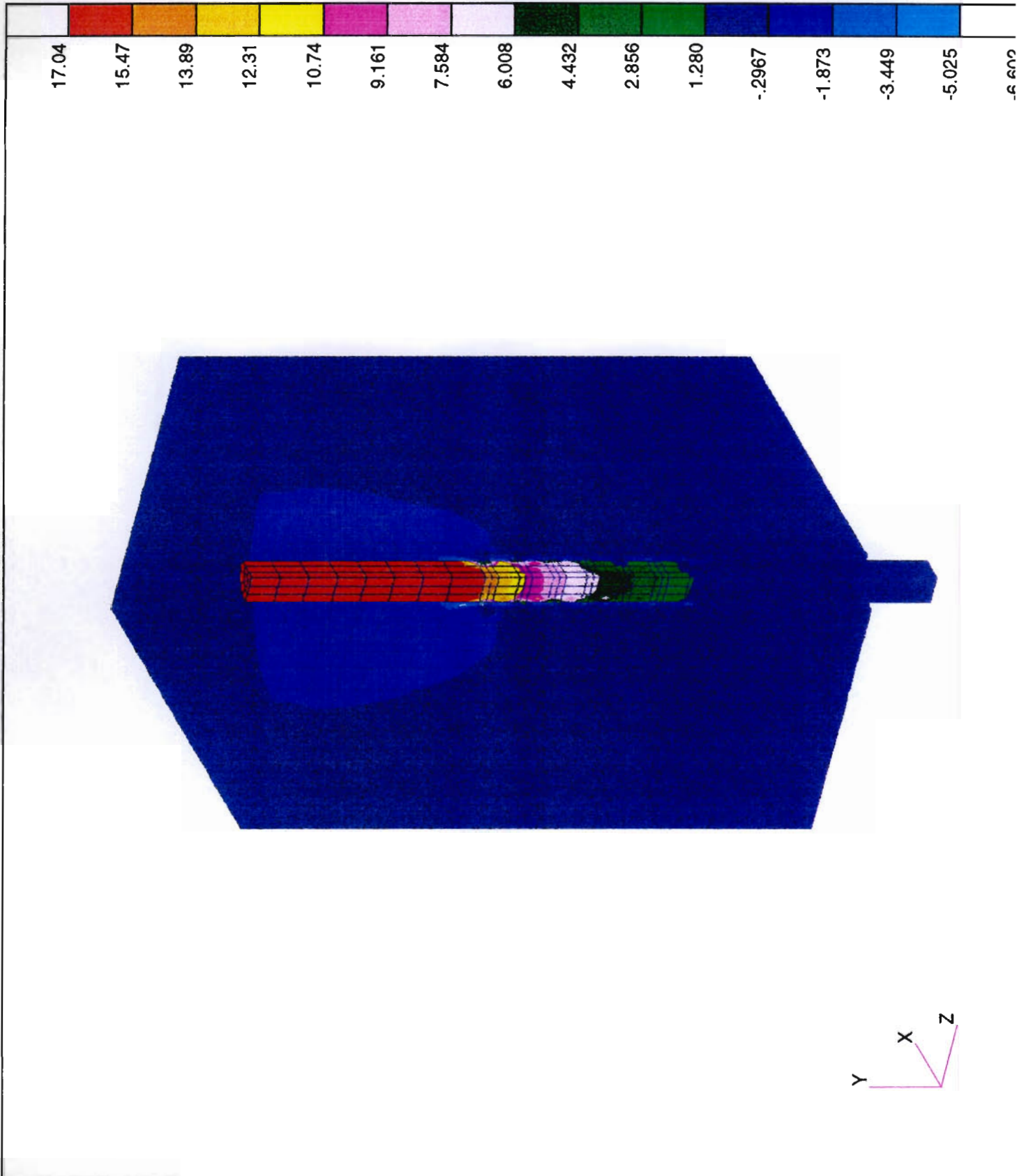


Bild 4.10 Spannungen σ_y unter der Last $P = 5,3 \text{ kN}$

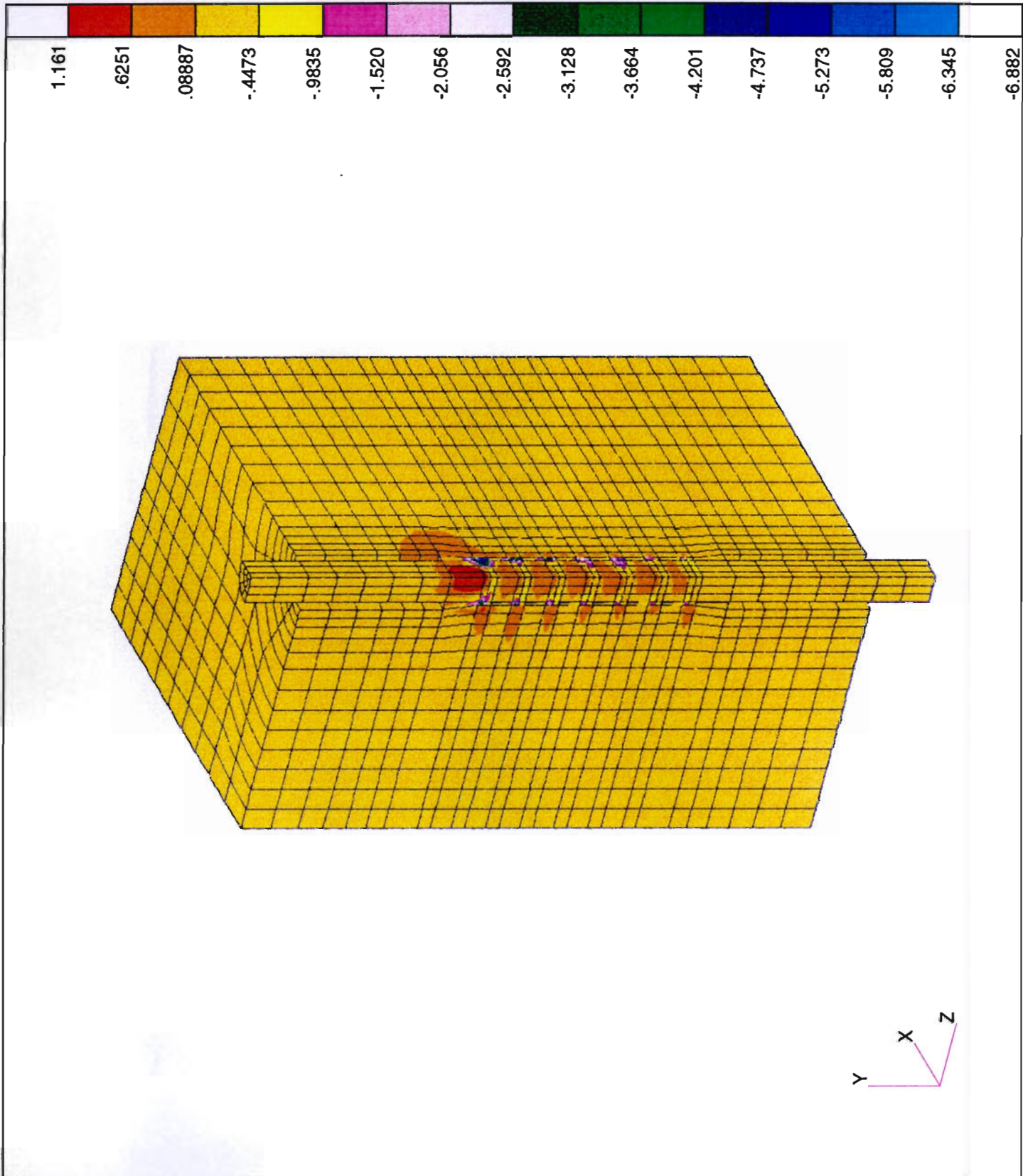


Bild 4.11 Spannungen σ_z unter der Last $P = 5,3 \text{ kN}$

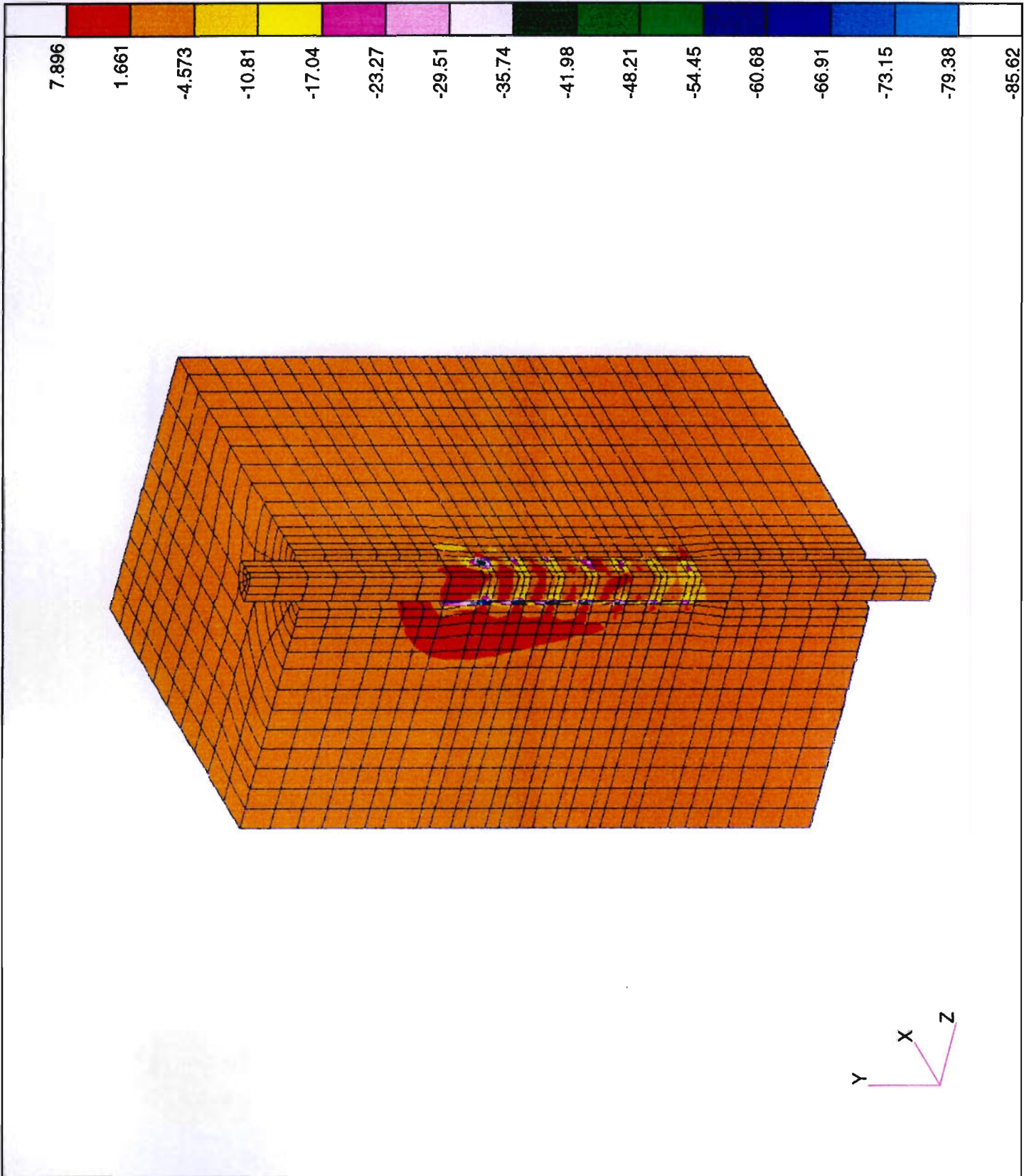


Bild 4.12 Spannungen σ_x unter der Last $P = 74,4$ kN

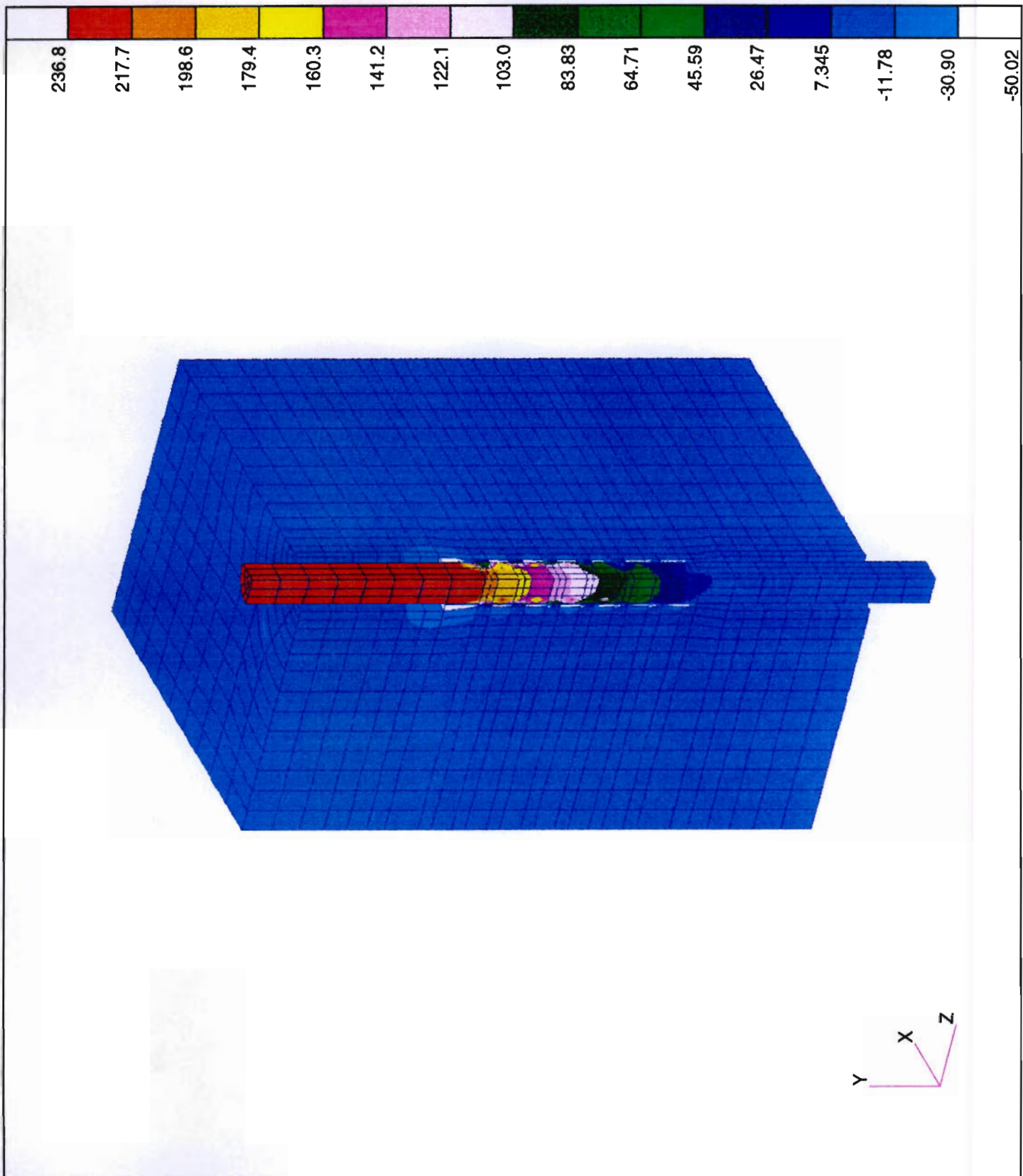


Bild 4.13 Spannungen σ_y unter der Last $P = 74,4 \text{ kN}$

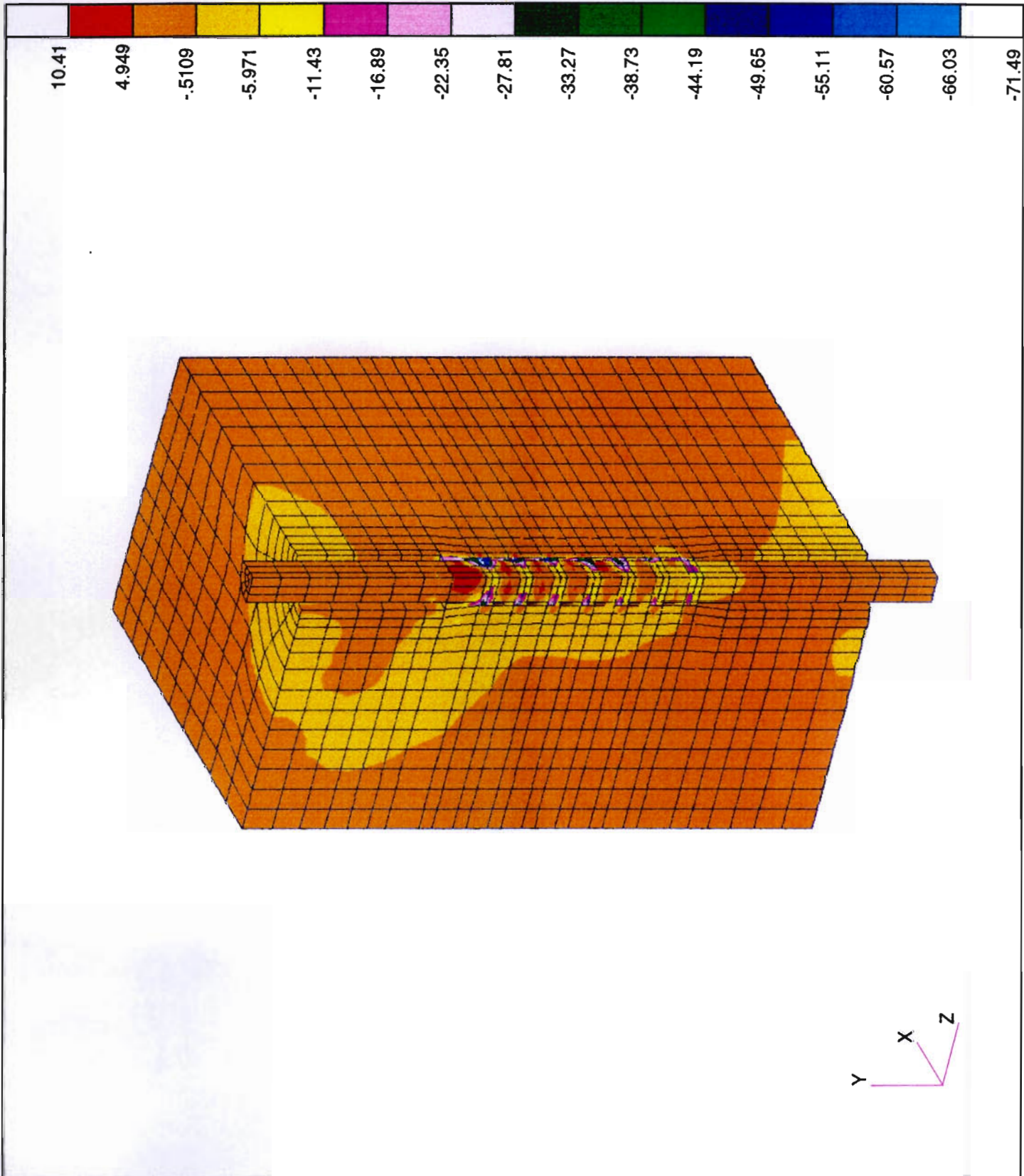


Bild 4.14 Spannungen σ_z unter der Last $P = 74,4 \text{ kN}$

In den Bildern 4.9 bis 4.14 sind die Spannungen σ_x , σ_y und σ_z unter zwei verschiedenen Lasten aufgetragen. Es ist deutlich zu sehen, daß die höchsten Druck- und Zugspannungskonzentrationen im Betonbereich vor bzw. neben den Rippen auftreten. Besonders stark wird die Zone der dem lastzugewandten Stabende nächsten Rippe beansprucht. Die Rippenbelastung nimmt mit wachsendem Abstand von der Lasteintragungsstelle ab. Wegen der Entfestigung infolge des Betonnachbruchverhaltens tritt in Traglastnähe eine Entlastung der bis dahin am stärksten belasteten, ersten Rippe, auf. Dies ruft eine Verzahnungskraftumlagerung zu den restlichen Rippen hin, hervor. Folglich wird mit wachsender Last, die unter höherer Beanspruchung zunehmende Verformungsfähigkeit des Betons aktiviert, die eine gleichmäßigere Rippenbelastung bewirkt.

Schon ab einer Last $P \approx 16$ kN entstehen im Beton interne Risse, die jeweils an der vorderen Rippenfläche beginnen und unter bestimmten Winkeln radial in den umgebenden Beton verlaufen. Mit wachsender Anzahl und Länge dieser Sekundärrisse wird die Steifigkeit, des durch diese Risse geschwächten Betonbereiches, der später nur noch aus einzelnen Betonstreben zwischen Rissen besteht, geringer. Eine hinzukommende Steigerung der Verbundkraft kann nur mit einem weiteren Herausziehen des Bewehrungsstabs aus dem Versuchskörper erreicht werden. Der Winkel zwischen der Verbundkraft und der Bewehrungslängsachse wächst mit steigender Ausziehkraft.

Ein Vergleich der ermittelten und gemessenen, äußeren Last, als Funktion des am lastzugewandten Stahlstabende auftretenden Schlupfes, zeigt allerdings, daß das Rechenmodell sich steifer als der Versuchskörper verhält. Ferner ist das Modell noch nicht in der Lage die großen, gemessenen Verschiebungen abzubilden, denn die beträchtlichen Elementverformungen vor den Rippen zum Abbruch des Iterationsprozesses führen. Es wurde deshalb zunächst ein axialsymmetrisches Modell zu prinzipiellen Studien, nachfolgend dann ein dreidimensionales Modell entwickelt und verwendet. Erst letzteres führte zu befriedigenden Ergebnissen auch bezüglich der Verformungen.

4.2 Dreidimensionales Modell für dynamische Berechnungen mit expliziter Zeitintegration

Zum Schluß wird hier ein drittes numerisches Modell für explizite Zeitintegration entwickelt, das in der Lage ist, quasi-statische Ergebnisse zu liefern. Aus Symmetriegründen, genügt die Abbildung eines Versuchskörperviertels. Die Betonstahlrippen

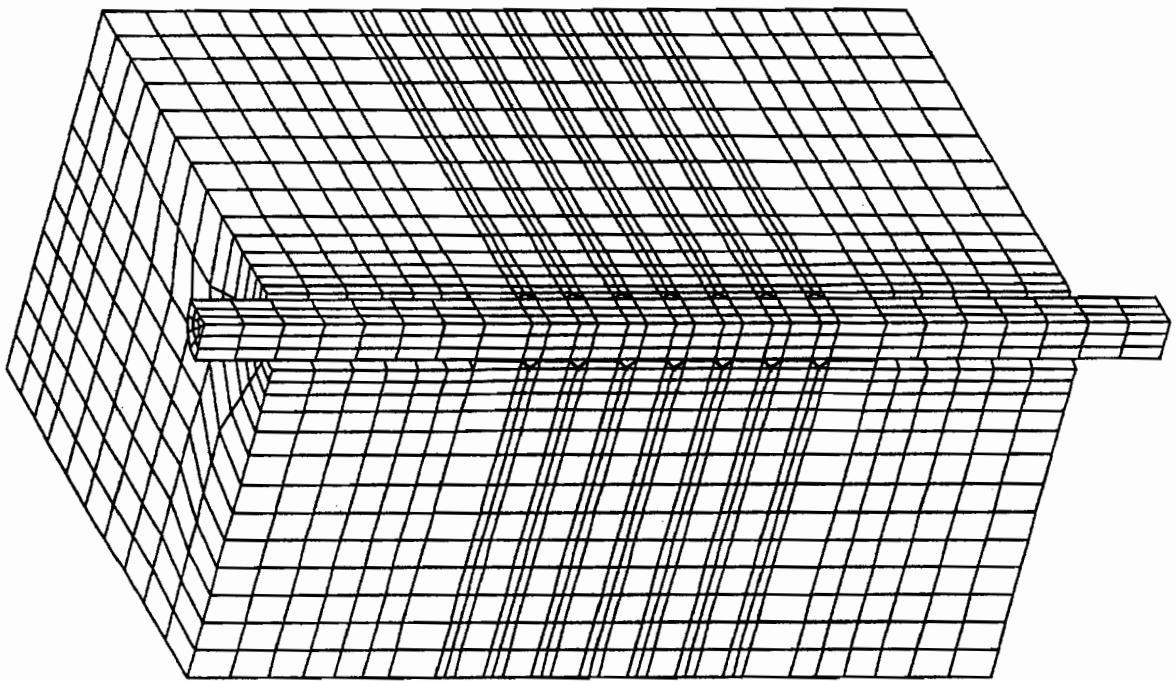
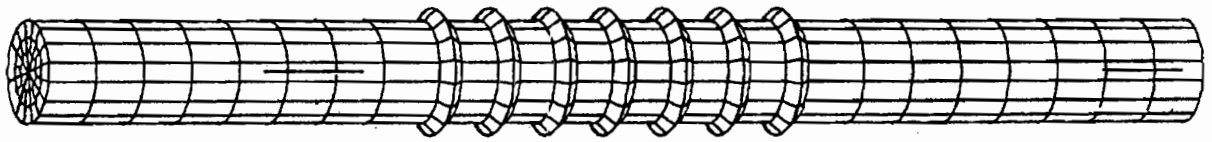


Bild 4.15 Elementnetz und Rippenstahlmodellierung

sind mit dreieckigem Querschnitt modelliert (Bild 4.15). Stahlstab und Beton werden durch isoparametrische, reduziert integrierte Kontinuumselemente mit 6 bzw. 8 Knoten, linearem Verschiebungsansatz und Hourglass-Kontrolle, diskretisiert. Beton- und Stahlelemente sind in der ganzen Kontaktfläche mit Kontaktelementen versehen. Das Modell besteht aus 4146 Elementen und hat 16065 Freiheitsgrade. Die ohne Verbund eingelegte Querbewehrung wird anhand eines gefederten Bereiches idealisiert (Bild 4.4).

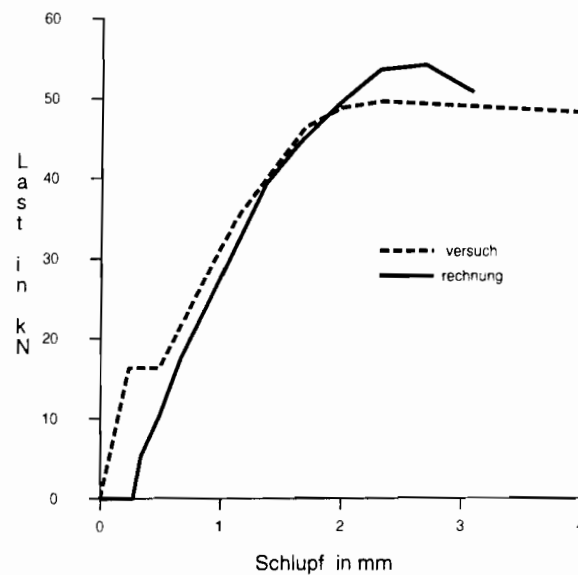


Bild 4.16 Vergleich der rechnerisch ermittelten Zugkraft-Schlupf-Beziehung mit den Meßwerten vom Versuch BA35

Um die Leistungsfähigkeit dieses Modells darzulegen, wird hier der Versuch BA35 mit Prüfstab $\phi 20$ und Rißbreite = 0,5 mm gewählt. Angesichts der Tatsache, daß die Materialkennwerte der Versuche BA31 und BA35 gleich sind, wird hier für die entsprechenden Einzelheiten auf Abschnitt 4.1.1 verwiesen.

Die Darstellungen im Bild 4.16 zeigen die ermittelte äußere Last als Funktion des am lastzugewandten Stahlstabe auftretenden Schlupfes im Vergleich mit den jeweiligen Versuchsergebnissen. Infolge des vor Belastungsbeginn erzeugten Risses, sind beim Modell sowohl Spannungen als auch Rißöffnungen erst ab einer Längsverschiebung von 0,25 mm zu beobachten. Die Übereinstimmung ist befriedigend. Korrigiert werden muß

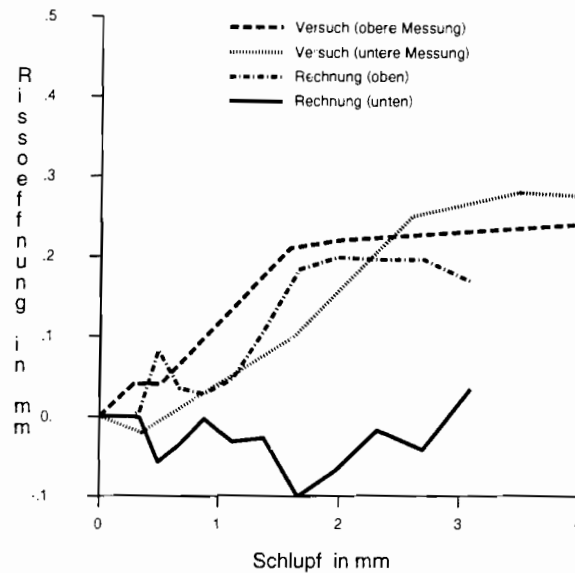


Bild 4.17 Vergleich der rechnerisch ermittelten Rißöffnung-Schlupf-Beziehung mit den Meßwerten vom Versuch BA35

noch, daß vor rechnerischer Überwindung der Adhäsion bereits elastische Verformungen wie im Versuch auftreten können.

Im Bild 4.17 ist die obere und untere Riffnungsentwicklung in Abhängigkeit des Schlupfes aufgetragen. Der Vergleich der dem oberen Bereich zugehörigen Ergebnisse zeigt eine befriedigende Übereinstimmung. Die untere Rißöffnung hingegen bleibt in der Rechnung nahezu konstant – sieht man von den Störeffekten, die aus einer ungenügenden Dämpfung der pseudodynamischen Rechnung herrühren ab – während sie in den Versuchen, zunächst wider Erwarten, zunimmt. Eine Erklärung für diese Diskrepanz kann erst eine weitere Untersuchung bringen.

Aus diesen Darlegungen wird ersichtlich, daß das Rechenmodell das Versuchskrperverhalten, vor dem Erreichen der Traglast, gut beschreiben kann. Die Anwendung einer stärkeren, globalen Dämpfung und einer kleineren Rechenschrittweite, muß noch erfolgen.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Für den Nachweis der Verankerungslänge von Betonstäben verlangen die einschlägigen Vorschriften einen ausreichenden Sicherheitsabstand zwischen Gebrauchslast und rechnerischer Bruchlast, auch die Verschiebung zwischen Stahl und Beton wird begrenzt. Umstände die den Verbund der Betonstäbe beeinflussen, werden dabei mit einbezogen, wie z.B. der sich günstig auswirkende Querdruck. Bisher wird allerdings die Möglichkeit daß parallel zu gezogenen Betonstäben breite Risse aus einem Querkzug auftreten, außeracht gelassen und dies obwohl die Rißbreiten im Bruchzustand, wie rechnerische Abschätzungen gezeigt haben, das Mehrfache zulässiger Rißbreiten im Gebrauchszustand betragen können.

Zur Erforschung einer derartigen Querkzugbeanspruchung wurden Ausziehversuche mit kurzer Verankerungslänge durchgeführt. Betonstäbe wurden weggesteuert ausgezogen, nachdem Risse parallel zu diesen Stäben eingestellt worden sind. Neben der Rißbreite wurde der Stabdurchmesser, die Betongüte und die Verankerungslänge als Parameter untersucht.

Mit einem Rechenverfahren wurden aus den gewonnenen Meßdaten örtliche Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen bestimmt. Aus diesen Verbund-Grundgesetzen wurden die erforderlichen Verankerungslängen getrennt für den Gebrauchs- und den rechnerischen Bruchzustand, sowie rechnerisch gleichmäßig über die Verankerungslänge verteilte Verbundspannungen ermittelt. Diese Verbundspannungen können zum Nachweis der Verankerung von Betonstäben unter Berücksichtigung von Rissen längs des Betonstabes benutzt werden.

Ein Vergleich zeigt, daß die derzeit zulässigen Grundwerte der Verbundspannungen nach DIN 1045 bei vorhandenen Längsrissen deutlich zu hoch sind. Selbst geringe Rißbreiten, die im Gebrauchszustand zulässig sind, schwächen den Verbund derart, daß die Verschiebungen zwischen Stahl und Beton über das zulässige Maß anwachsen. Die Folge sind Rißbreiten im Verankerungsbereich - orthogonal zu den betrachteten Betonstäben - die weit über das zulässige Maß im Gebrauchszustand hinausgehen. Aus dieser Feststellung wird geschlossen, daß mit den üblichen Ausdrücken zur Ermittlung von Rißbreiten keine zutreffenden Ergebnisse erwartet werden können, wenn eine Rißbildung parallel zum Stab infolge einer Querkzugbeanspruchung stattgefunden hat.

Ein Verankerungsbruch infolge von voreingestellten Längsrissen erscheint dennoch nicht wahrscheinlich. Die Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton überschreitet zwar im rechnerischen Bruchzustand bei den derzeit zulässigen Verankerungslängen das erlaubte Maß, jedoch sind die tatsächlich in Versuch und Rechnung festgestellten Versagens-Verschiebungen weit größer. Die Untersuchungen haben auch gezeigt, daß eine Vergrößerung der Verankerungslänge alleine die Schwächung des Verbundes durch Längsrisse nicht ausgleichen kann. Nur mit einer zusätzlichen, stärkeren Verzahnung zwischen Stahl und Beton durch größere Rippenhöhen wären die auftretenden Verschiebungen ausreichend zu begrenzen.

Mit Hilfe einer Dimensionsanalyse ist es gelungen Teile der umfangreichen Versuchsergebnisse in geschlossener Form darzustellen, so daß es möglich ist den Betrag der durch den Ausziehstab

maximal verankerten Kraft für verschiedene Parameter zu bestimmen.

Für den Sonderfall des Verbundversagens eines in Querrichtung unbewehrten Ausziehkörpers, bei gleichzeitig wirkenden Querkzugspannungen, wird eine Abschätzung angegeben.

Die experimentellen Ergebnisse konnten im Wesentlichen in begleitenden rechnerisch sehr aufwendigen Untersuchungen nachvollzogen werden. Das in dieser Arbeit schließlich entstandene, dreidimensionale Rechenmodell basiert auf der Finite-Elemente-Methode. Mit einer realistischen Beschreibung der Betonstahlgeometrie und einer konsistenten stoffgesetzlichen Erfassung des Materialverhaltens von Beton und Stahl, wird das stark nichtlineare Stahlbetonverhalten in Anlehnung an Ottosen [30, 31] analysiert. Im gerissenen Zustand werden dabei anisotrope Werkstoffmatrizen für den Beton verwendet. Diese Formulierung ist imstande u. a. die nichtlineare σ - ϵ -Beziehung, den Druckbruch, das Nachbruchverhalten, die Rißbildung und das Nachrißverhalten wiederzugeben. Für den Stahl wird eine elasto-plastische σ - ϵ -Beziehung mit Verfestigung gewählt. Interface-Slide-Plane-Kontaktelemente verbinden Beton- und Stahlelemente und simulieren sowohl die chemische Adhäsion als auch die Reibung zwischen beiden. Für die Lösung dieses hochgradig nichtlinearen Problems wird die "modified Riks method" verwendet.

Mit dem Ziel den abfallenden Ast der Last-Verformungs-Kurve genauer abzubilden, wird ein Rechenmodell derzeit in einer Dissertation weiterentwickelt.

Literatur

- [1] Bonzel, Bub, Funk: Erläuterungen zu den Stahlbetonbestimmungen. Band I DIN 1045 und zugehörige Normen, 7. Auflage, Berlin 1972.
- [2] Buyukozturk, O; Nilson, A.H.; Slate, F. O.: Stress Strain Response and Fracture of a Concrete Model in Biaxial Loading, ACI Journal 1971, S.590.
- [3] CEB: Concrete under Multiaxial States of Stresses, Constitutive Equations for Practical Design. Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information No. 156, Paris, 1983.
- [4] CEB-FIP: Model Code. Comité Euro-International du Béton ,Fédération Internationale de la Précontrainte, 1990.
- [5] Chen, W. F.; Saleeb, A. F.: Constitutive Equations for Engineering Materials. Vol. 1: Elasticity and Modeling, Wiley, New York, 1982.
- [6] Dörr, K.: Ein Beitrag zur Berechnung von Stahlbetonscheiben unter besonderer Berücksichtigung des Verbundverhaltens. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1980.
- [7] Eibl, J.; Ivanyi, G.: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton. DAFStb., Heft 260, Ernst & Sohn, Berlin 1976.

- [8] Eibl, J.;
Neuroth, U.: Why an incremental bond-slip relation.
Bulletin d'Information No. 178/179. Comité Euro-
International du Béton (CEB), Lausanne 1987, p 65-78.
- [9] Eibl, J.;
Schlüter, F.-H.;
Terbeck, G.: Verbundverhalten gerader Bewehrungsstäbe im in
Querrichtung auf Zug beanspruchten Beton.
Forschungsbericht, Universität Karlsruhe Institut
für Massivbau ,1989.
- [10] Eibl, J.,
Keintzel, E.: Zur Beanspruchung von Befestigungsmitteln bei
dynamischen Lasten.
Abschlußbericht, Universität Karlsruhe, Institut für
Massivbau, 1989.
- [11] Eibl, J.;
Stolze, R.;
Bühler, A.: Rotational Behaviour of Reinforced Concrete Slabs - Tests
and Numerical Studies. Bulletin d'Information No.218.
Comité Euro-International du Béton (CEB), Lausanne 1993
, p 65-118.
- [12] Eligehausen, R.: Übergreifungsstöße zugbeanspruchter Rippenstäbe mit
geraden Stabenden. DAFStb Heft 301, Berlin 1979.
- [13] Gambarova, P. G.;
Karakoç, C.: Shear-Confinement Interaction at the Bar-To-Concrete
Interface.
Proceeding of the International Conference on Bond
in Concrete,
Applied Science Publishers, London 1982.
- [14] Gerster, R.: Zum Tragverhalten von Übergreifungsstößen in
Stahlbetonbauteilen bei Brandeinwirkung.
Dissertation, Institut für Werkstoffe im Bauwesen,
Universität Stuttgart, 1989.

- [15] Goodman, R.,E.;
Dubois, J.: Dublication of dilatancy of jointed rocks.
ASCE Journal 98 (1972), SM4.
- [16] Hamada, T. M.: A Numerical Identification for New Parameters
Influencing Bond Behavior.
Ph. D. Thesis, Suez Canal University, 1995.
- [17] Heilmann, H. G.: Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des
Betons, beton19 (1969) H.2, S.68/70.
- [18] Hibbitt;
Karlsson &
Sorensen Inc.: ABAQUS Manual.
Version 5.4, 1994
- [19] Hornung, H. G.: Vorlesungen über Themen der Strömungsphysik
im Fachbereich Physik der Georg-August-Universität
Göttingen; Band II: Anwendungsbeispiele der
Dimensionsanalyse.
- [20] Kobarg, J.: Ein inkrementelles Stahlbetonverbundgesetz unter
Berücksichtigung von Stahldehnung und Querdruck,
Dissertation 1986, VDI Verlag.
- [21] Kupfer, H.;
Hilsdorf, H. K.;
Rüsch, H.: Behavior of Concrete under Biaxial Stresses,
ACI Journal V66, No. 8, August 1969, pp. 656-666.
- [22] Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau.
Teil 4: Nachweis der Gebrauchsfähigkeit,
Springer, Berlin, 1978.

- [23] Martin, H.: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung. DAFStb. Heft 228, Berlin 1973.
- [24] Martin, H.;
Noakowski, P.: Verbundverhalten von Betonstählen Untersuchungen auf der Grundlage von Ausziehversuchen. DAFStb. Heft 319, Ernst & Sohn, Berlin 1981.
- [25] Martin, H.;
Schießl, P.;
Schwarzkopf, M.: Berechnungsverfahren für Rißbreiten aus Lastbeanspruchung. Forschung Straßenbau und Verkehrstechnik, Heft 309, 1980.
- [26] Mc Neal;
Schwendler Co: Patran 3 Manual. Version 5.1, 1996.
- [27] Mörsch, E.: Der Eisenbetonbau seine Theorie und Anwendung, 6. Auflage, I Band, 1. Hälfte, Stuttgart 1923, Verlag Konrad Wittwer
- [28] Nagatomo, K.;
Kaku, T.: Bond Behaviour of Deformed Bars under lateral Compressive and Tensile Stress. International Conference on Bond in Concrete, Riga Lativa, 1992.
- [29] Navaratnarajah, V.: Influence of Tensile Release in Concrete on Transfer Bond of Reinforced Bars. International Conference on Bond in Concrete, Applied Science Publishers, London 1982.
- [30] Ottosen, N.S.: A Failure Criterion for Concrete. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, August 1977, S. 527-535.

- [31] Ottosen, N., S.: Constitutive Model for Short-Time Loading of Concrete. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 105, February 1979, S. 127 - 141.
- [32] Rao: Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte.
DAfStb, Heft 177, Berlin 1966.
- [33] Rehm, G.: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton.
DAfStb., Heft 138, Ernst & Sohn, Berlin 1961.
- [34] Rehm, G.;
Eligehausen, R.;
Neubert, B.: Erläuterungen der Bewehrungsrichtlinien.
DAfStb, Heft 300, Berlin 1979.
- [35] Rüsçh, H.: Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit.
beton 24 (1975), H. 2, S.55/58.
- [36] Sargin, M.: Stress-Strain Relationships for Concrete and the Analysis of Structural Concrete Sections.
SM Study No. 4, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, 1971.
- [37] Schickert, G.;
Winkler, H.: Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton unter mehraxialer Druckbeanspruchung.
DAfStb., Heft 277, Ernst & Sohn, Berlin, 1977.
- [38] Schießl P.: Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rißbreite.
DAfStb., Heft 400, Beuth Verlag, Berlin 1989.

- [39] Schlüter, F.-H.: Dicke Stahlbetonplatten unter stoßartiger Belastung - Flugzeugabsturz.
Dissertation, Universität Karlsruhe 1987.
- [40] Schweizerhof, K.: Quasi-Newton Verfahren und Kurvenverfolgungsalgorithmen für die Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme in der Strukturmechanik.
Heft 9, Institut für Baustatik, Univ. Karlsruhe, 1989.
- [41] Tepfers, R.: Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforcing bars.
Magazine of Concrete Research, Volume 31, Nr. 106, March 1979.
- [42] Tepfers, R.;
Olson, P.: Ring Test For Evaluation of Bond Properties of Reinforcing Bars,
International Conference, Bond IN Concrete,
Riga, Latvia, 1992.
- [43] Walraven, J. C.: Aggregate Interlock: A theoretical and experimental analysis.
Dissertation, Universität Delft, 1980.
- [44] Wang, N.: Nonlinear Fracture Analysis of Bond Strength.
Ph.D. Thesis, University of Calgary, 1993.
- [45] Weerasekera, I. R. A.: Transfer and Flexural Bond in Pretensioned Prestressed Concrete.
Ph.D. Thesis, University of Calgary, 1991.
- [46] Wörner, R.: Verstärkung von Stahlbetonbauteilen mit Spritzbeton.
Dissertation, Universität Karlsruhe, 1994.

Anhang

Anhang Teil A

Beispielhafte Berechnung von Rißbreiten nach der Rißformel von Schießl [25]

$$w = a \cdot (\epsilon_s - \epsilon_b)$$

mit	w	=	Rißbreite
	a	=	Rißabstand
	ϵ_s	=	Stahldehnung
	ϵ_b	=	Betondehnung

Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen und der Einfluß der Betonverformungen auf die Rißbreite wird durch einen Abminderungswert für die Stahldehnungen ersetzt. Geht man anschließend von Dehnungen auf Spannungen über, dann folgt aus der obigen Gleichung die Beziehung:

$$w = a \cdot \frac{\sigma_s - \Delta\sigma_s}{E_s}$$

mit	σ_s	=	Stahlspannung im Riß
	$\Delta\sigma_s$	=	Einfluß der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen auf Zug
	E_s	=	Elastizitätsmodul des Stahles

Für die Berechnung der mittleren Rißbreiten w_m wird daher eine Beziehung für den mittleren Rißabstand a_m und für die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen $\Delta\sigma_s$ benötigt. Der mittlere Rißabstand wird wie folgt bestimmt: Von einem bestehenden Riß aus betrachtet, kann sich ein neuer Riß erst dann bilden, wenn die zum Reißen des Betons notwendige Zugkraft durch den Verbund in den Beton eingetragen ist. Der kleinste Wert für den Rißabstand entspricht daher der Eintragungslänge $a_{m,E}$, für die unter vereinfachenden Annahmen folgende Beziehung gilt:

$$a_{m,E} = \frac{k_3 \cdot \beta_{bz}}{\tau_{1m}} \cdot \frac{A_{bz}}{\Sigma u}$$

mit	β_{bz}	mittlere Zugfestigkeit des Betons im betrachteten Querschnitt
	A_{bz}	gezogener Betonquerschnitt
	τ_{1m}	mittlere Verbundspannung
	Σu	Summe aller Stabumfänge
	k_3	Faktor zur Beschreibung der Zugspannungsverteilung
	$k_3 = 1$	zentrischer Zug
	$k_3 = 0,5$	reine Biegung.

Zur weiteren Vereinfachung wird davon ausgegangen, daß die mittlere Zugfestigkeit β_{bz} und die mittlere Verbundspannung τ_{1m} , abhängig von der Betongüte, in der gleichen Weise zunehmen. Ihr Verhältnis β_{bz}/τ_{1m} wird als Faktor zusammengefaßt, der in erster Näherung nur von der Oberflächenbeschaffenheit und damit von der Verbundwirkung des Stahles abhängt. Daraus folgt

$$k_2 = \frac{\beta_{bz}}{\tau_{1m}}$$

mit

$k_2 = 0,5$	für gerippte
$k_2 = 0,8$	für profilierte
$k_2 = 1,0$	für glatte Stähle.

Schließlich läßt sich das Verhältnis A_{bz} zu Σu durch den effektiven Bewehrungsgrad

$\mu_{eff} = \frac{A_s}{A_{bz}}$ und den Stabdurchmesser d_s ausdrücken:

$$\frac{A_{bz}}{\Sigma u} = \frac{n \pi d_s^2}{4 n \pi d_s \mu_{eff}} = \frac{d_s}{4 \mu_{eff}}$$

Der effektive Bewehrungsgrad berücksichtigt, daß nur ein Anteil des Betonquerschnittes bei der Rißbildung mitwirkt. A_s und damit auch μ ist auf die für die Rißbildung wirksame Betonzugzone zu beziehen. Diese wird durch eine mitwirkende, die Bewehrungsstäbe umgebende Betonfläche $A_{bz} = b_{eff} \cdot d_{eff}$ beschrieben.

Der Gleichung zur Beschreibung des mittleren Rißabstandes wird noch ein Korrekturglied angefügt, da sich im Vergleich mit experimentellen Ergebnissen zeigte, daß der Rißabstand sonst zu gering abgeschätzt wird. Damit erhält man für den kleinsten Rißabstand den Zusammenhang:

$$a_{m,E} = 50 + \frac{1}{4} \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_s}{\mu_{eff}} \quad ; [mm]$$

Für die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wird der Abzugswert $\Delta\sigma_s$ nach Rao [32] definiert zu:

$$\Delta\sigma_s = \frac{\sigma_{sR}^2}{\sigma_s}$$

mit σ_{sR} : Anrißspannung

σ_s : Stahlspannung im Rißquerschnitt für den jeweiligen Belastungszustand.

Langandauernde bzw. häufig wechselnde oder wiederkehrende Belastungen, die den Verbund schwächen und damit die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, werden durch einen Dauerlastbeiwert k_5 berücksichtigt.

mit $k_5 = 1,0$ bei Erstbelastung
 $k_5 = 0,5$ bei Dauerlast und nicht vorwiegend ruhender Belastung

Um den Einfluß der Profilierung der Stähle auf die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen berücksichtigen zu können, wird der Abzugswert $\Delta\sigma_s$ mit einem Faktor k_6 multipliziert.

mit $k_6 = \frac{1}{2 \cdot k_2}$

Damit ist die mittlere Rißbreite definiert zu

$$w_m = a_m \cdot \frac{\sigma_s - \Delta\sigma_s}{E_s} = \left(50 + \frac{1}{4} \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_s}{\mu_{eff}} \right) \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left(1 - \left(\frac{\sigma_{sR}}{\sigma_s} \right)^2 \cdot k_5 \cdot k_6 \right)$$

Für die Begrenzung der Rißbreiten interessieren vor allem Größtwerte und die zugehörige Wahrscheinlichkeit, mit der sie überschritten werden. Diese Rißbreiten werden als kritische oder charakteristische Rißbreiten w_k bezeichnet. Abhängig von der gewählten Wahrscheinlichkeit errechnet sich die kritische Rißbreite zu

$$w_k = k_4 \cdot w_m$$

Wie allgemein üblich, wurde für w_k die 95% - Fraktile der Rißbreiten $w_{95\%}$ eines Bauteiles bzw. Versuches verwendet. Die Auswertung einer Vielzahl von Versuchen ergab, daß in guter Näherung $k_4 = 1,7$ gesetzt werden kann und sich folgende Aussagen treffen lassen:

- Mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95% sind die mittleren Rißbreiten w_m kleiner als der Rechenwert w_k .
- In mehr als 75% aller Fälle sind die größten Rißbreiten (95%-Fraktile) kleiner als der Rechenwert w_k .
- Der 1,25-fache Rechenwert w_k wird von mindestens 95% aller größten Rißbreiten (95%-Fraktile) unterschritten.

Beispiel:

- Bedingungen: - Beton mittlerer Druckfestigkeit z.B. B25.
- Beanspruchung des Stahles bis zur Fließgrenze, Bruchzustand.

Mittlerer Rißabstand

$$a_m = 50 + \frac{1}{4} \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_s}{\mu_{eff}}$$

- mit: $k_2 = 0.5$ (gerippte Stähle)
 $k_3 = 1.0$ (zentrischer Zug)
 d_s : Stabdurchmesser der Bewehrung senkrecht zum Riß.

Der effektive Bewehrungsgrad μ_{eff} soll dem Mindestbewehrungsgrad nach DIN 1045 17.6.2 μ_{min} entsprechen.

$$\mu = \mu_{eff} = \mu_{min} = \frac{k_0 \cdot \beta_{wN}^{2/3}}{0.8 \cdot \beta_s} = \frac{1.0 \cdot 35^{2/3}}{0.8 \cdot 500} = 6.69\text{‰}$$

Die mittlere Rißweite ist

$$w_m = a_m \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left(1 - \left(\frac{\sigma_{sR}}{\sigma_s}\right)^2 \cdot k_5 \cdot k_6\right)$$

- mit:
- | | | | |
|--------------------|---------------|-----------------------------------|--------------------|
| Stahlspannung: | σ_s | = $\beta_s = 500 \text{ N/mm}^2$ | (Bruchzustand) |
| Anrißspannung: | σ_{sR} | = 400 N/mm^2 | (Mindestbewehrung) |
| Elastizitätsmodul: | E_s | = $2.1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ | |
| | k_5 | = 0.5 | (Dauerlast) |
| | k_6 | = $1/(2 \cdot k_2) = 1.0$ | |

Daraus berechnet sich die charakteristische Rißbreite

$$w_k = k_4 \cdot w_m$$

- mit $k_4 = 1.7$.

Für unterschiedliche Stabdurchmesser sind beispielhaft Rißbreiten im Bruchzustand berechnet worden. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Tabelle 2.3.1 im Abschnitt 2.3 angegeben.

Anhang Teil B

Versuchsergebnisse

Generell wird jeder Versuch durch zwei Buchstaben und zwei Ziffern identifiziert. Die beiden Buchstaben und die erste Ziffer kennzeichnen den Balken aus dem der Stab ausgezogen wurde. Die Balken sind von eins bis fünf durchnummeriert. Die zweite Ziffer bezeichnet jeweils die Nummer des ausgezogenen Stabes innerhalb des Balkens. Die Stäbe sind jeweils von eins bis sechs durchnummeriert.

Das Versuchsprogramm ist der untenstehenden Tabelle B1 zu entnehmen.

Versuchsprogramm

Serie mit jeweils 6 Ausziehstäben	Druckfestigkeit β_{WN} [N/mm ²]	Balkenlängsbewehrung	Rippenhöhe der Ausziehstäbe [mm]	Verankerungslänge l_v [mm]	Anzahl Versuche x Reißbreite w_0 [mm]	Durchmesser d_s [mm]
Balken 1 BA11-BA16	37	4 ϕ 15	1,04	100	3 x 0.0 3 x 0.5	16
Balken 2 BA21-BA26	37	4 ϕ 15	1,04	100	3 x 1.0 3 x 1.5	16
Balken 3 BA31-BA36	35	4 ϕ 15	1,30	100	2 x 0.0, 2 x 0.25, 2 x 0.5	20
Balken 4 BA41-BA46	67	4 ϕ 15	1,30	100	3 x 0.0, 3 x 0.5	20
Balken 5 BA51-BA56	35	4 ϕ 22	1,04	200	1 x 0.0, 3 x 0.5, 2 x 1.0	16

Tabelle B1

Anhang Teil B1

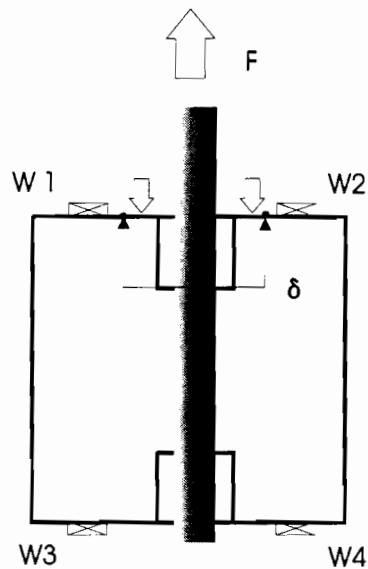
Hauptversuche

Dieser Teil des Anhanges enthält die gemäß untenstehender Skizze gemessenen Größen der Versuche BA11-BA26:

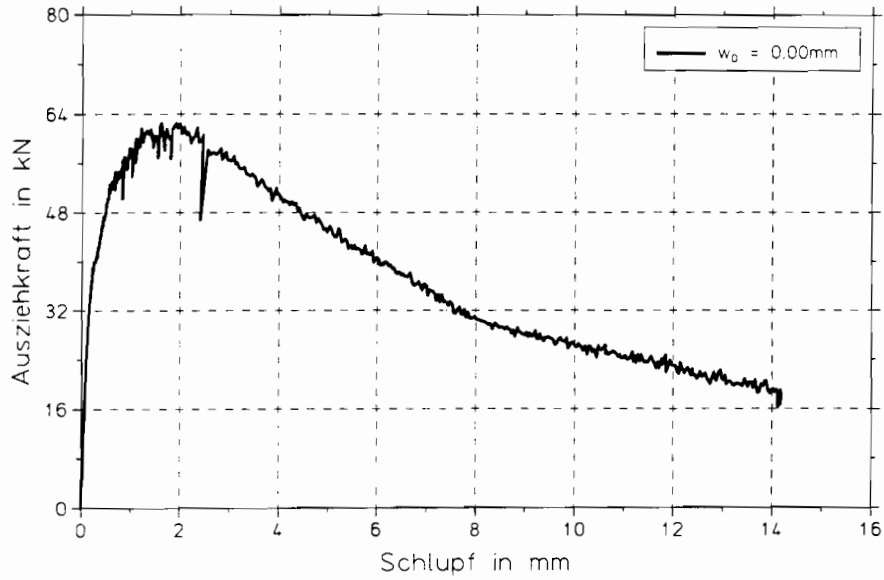
- Die Ausziehkraft in Abhängigkeit vom Ausziehweg bzw. Schlupf am Lastende des Stabes.
- Die Änderung der Rißbreite jeweils links und rechts vom Stab, einmal auf der Oberseite und zusätzlich auf der Unterseite des Balkens, in Abhängigkeit vom Schlupf am Lastende des Stabes.

Die Parameter der Versuchskörper sind der Tabelle B1 auf Seite 115 zu entnehmen.

Der genaue Meßvorgang ist im Abschnitt 2.5 Meßtechnik beschrieben.



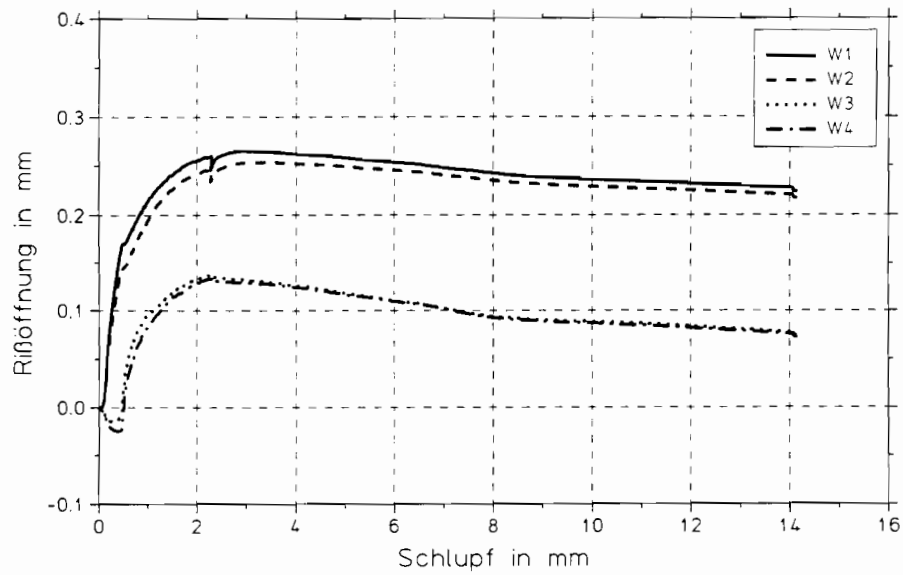
Versuch BA11



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 1

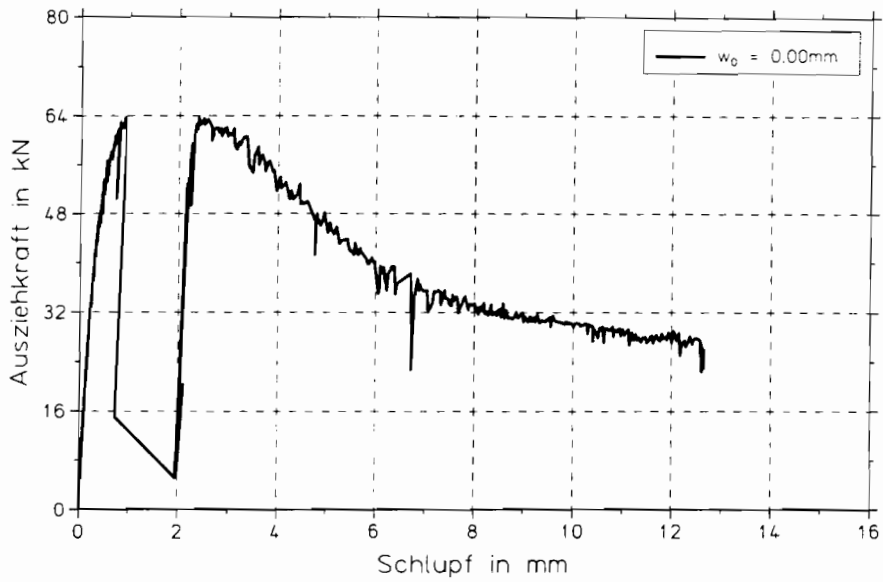
Versuch BA11



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 2

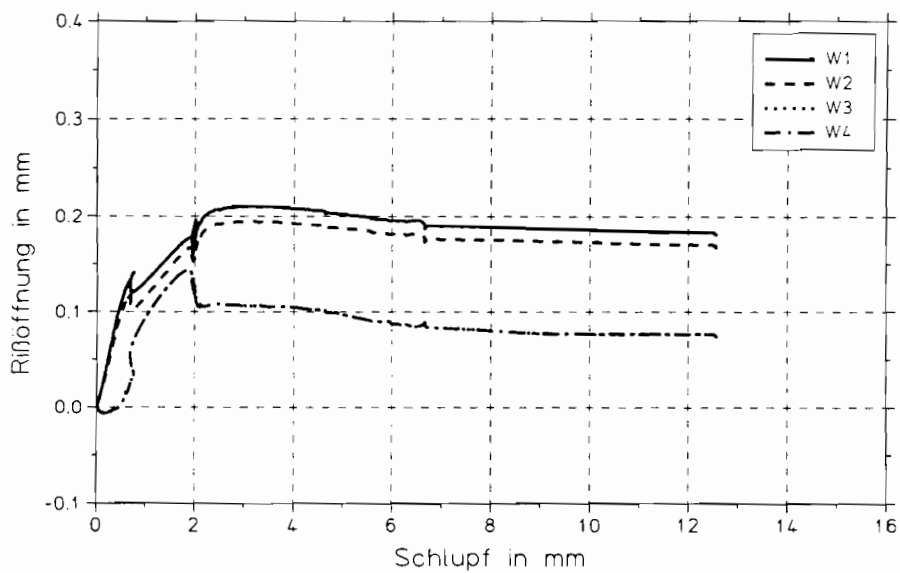
Versuch BA12



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 3

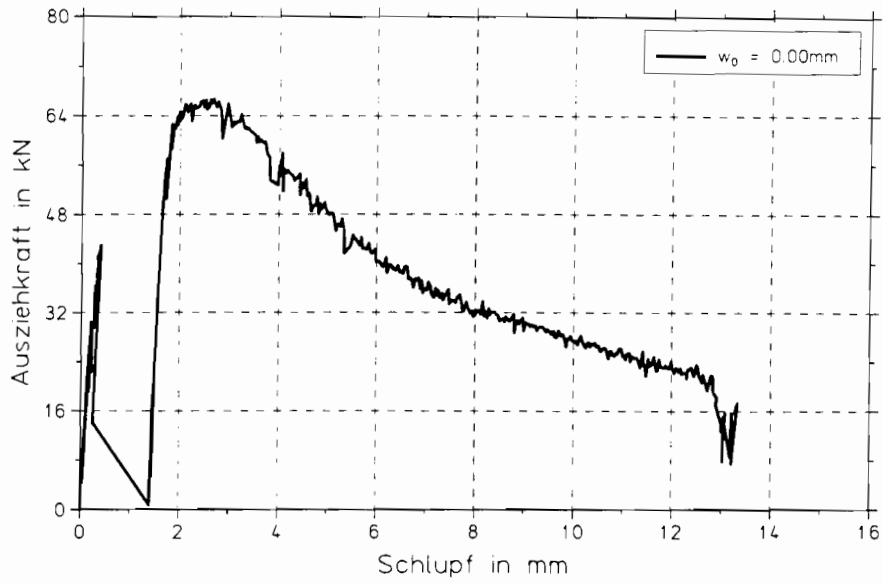
Versuch BA12



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 4

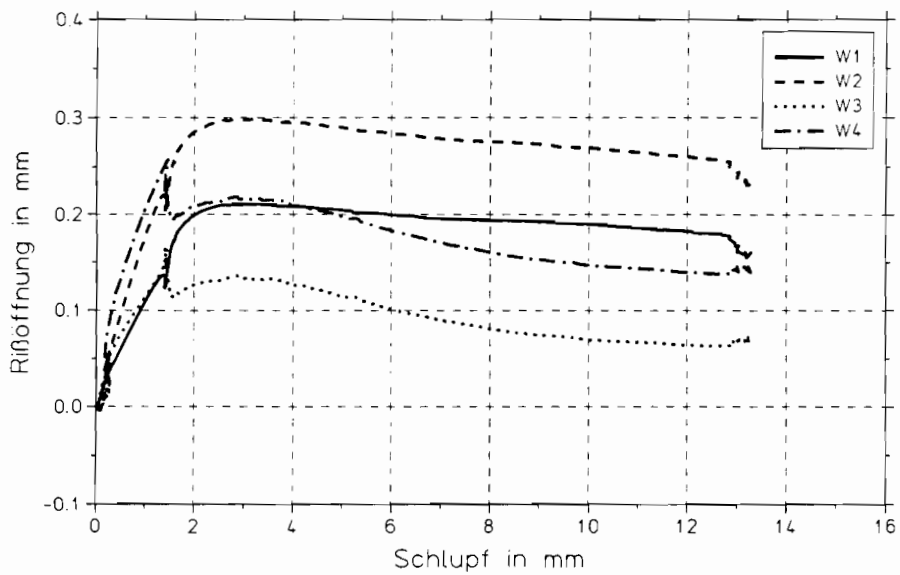
Versuch BA13



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 5

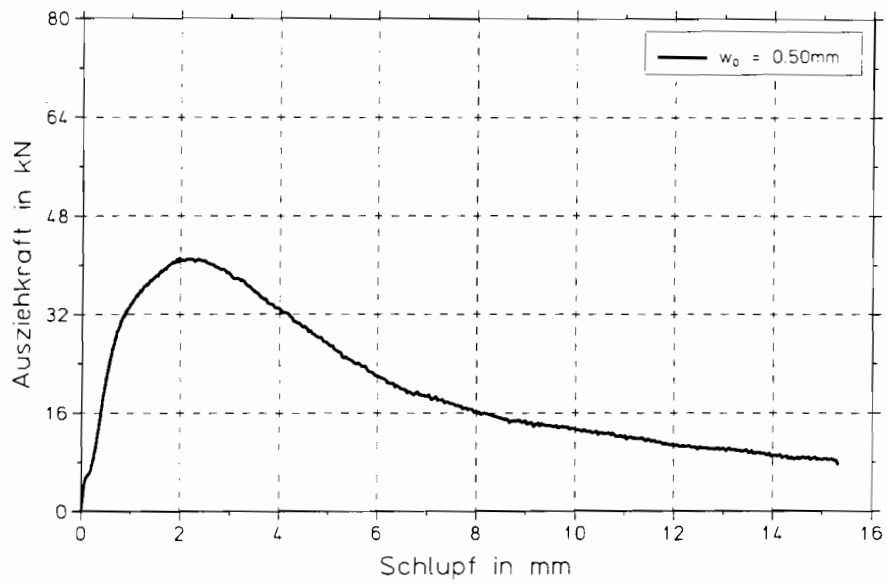
Versuch BA13



zusätzliche Riöffnung über Schlupf

Abb. 6

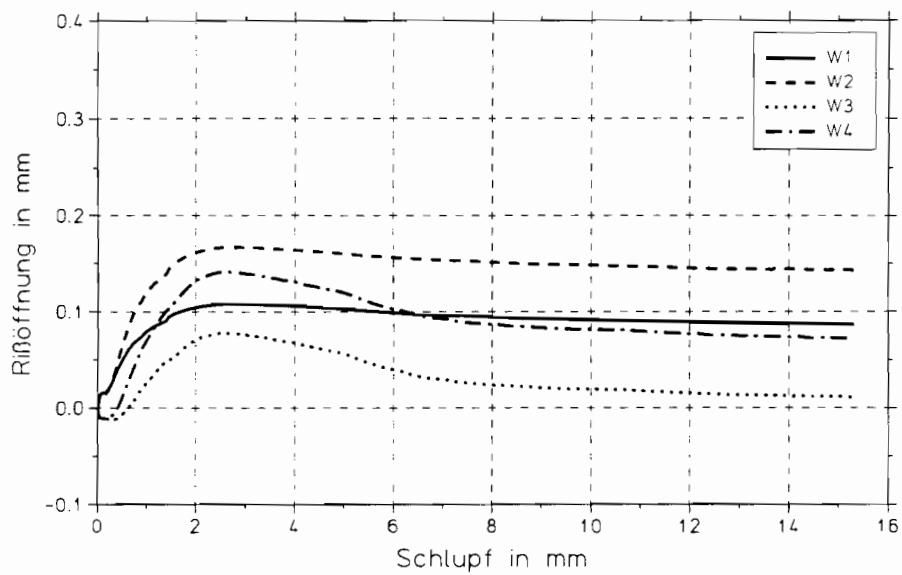
Versuch BA14



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 7

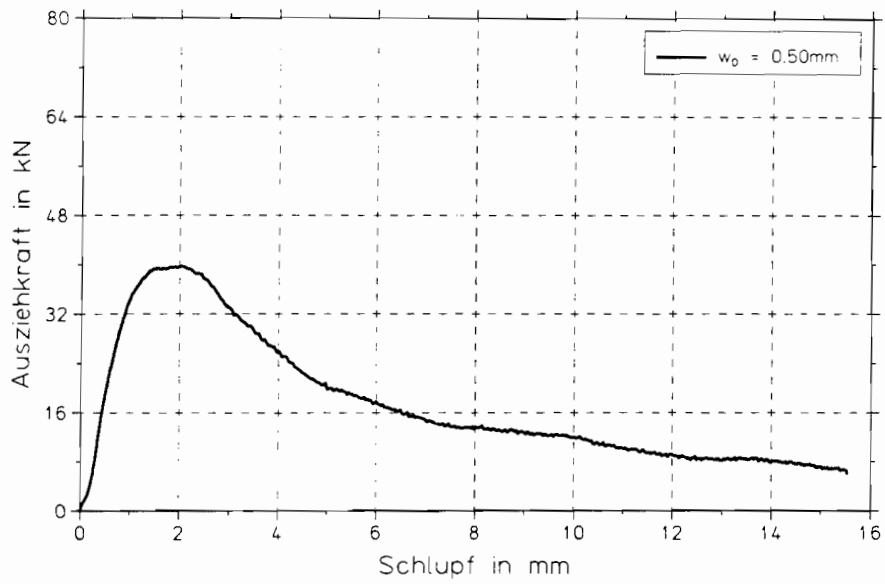
Versuch BA14



zusätzliche Riöffnung über Schlupf

Abb. 8

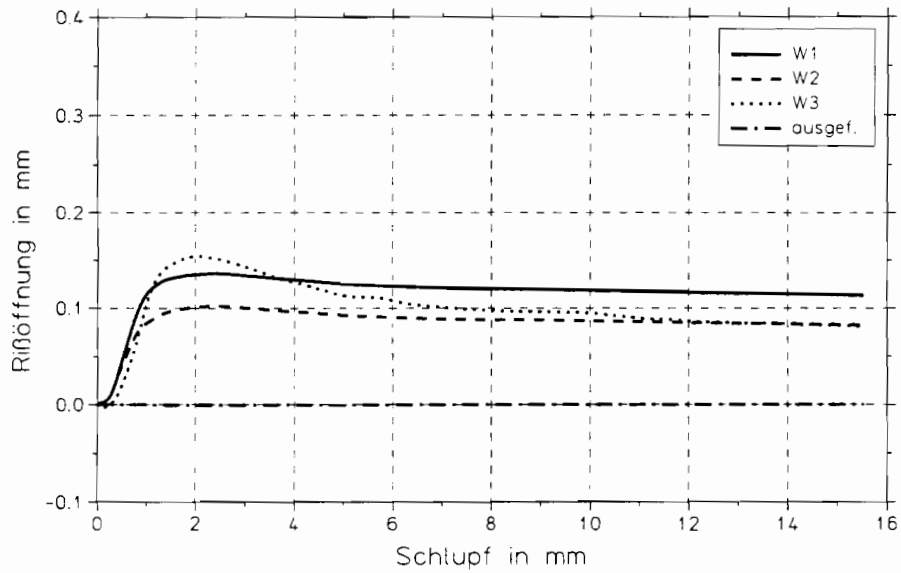
Versuch BA15



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 9

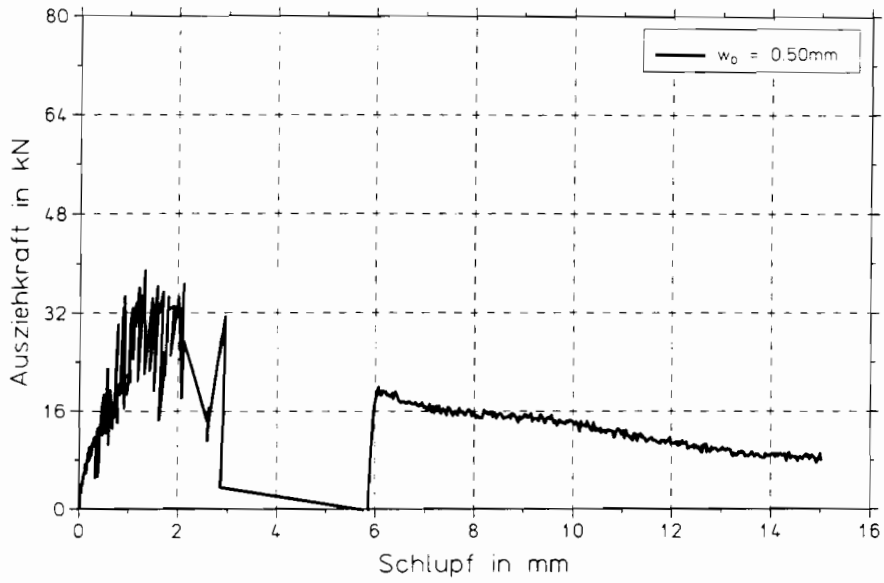
Versuch BA15



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 10

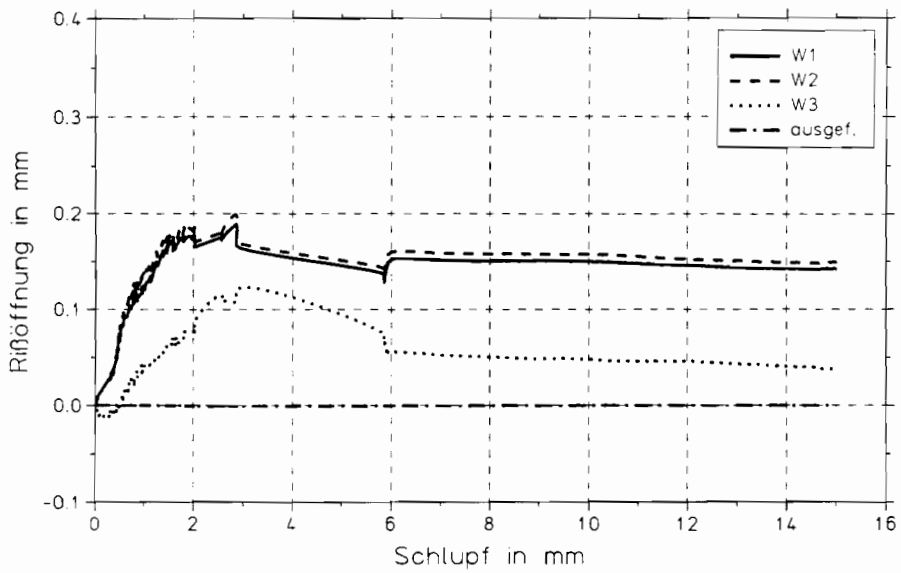
Versuch BA16



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 11

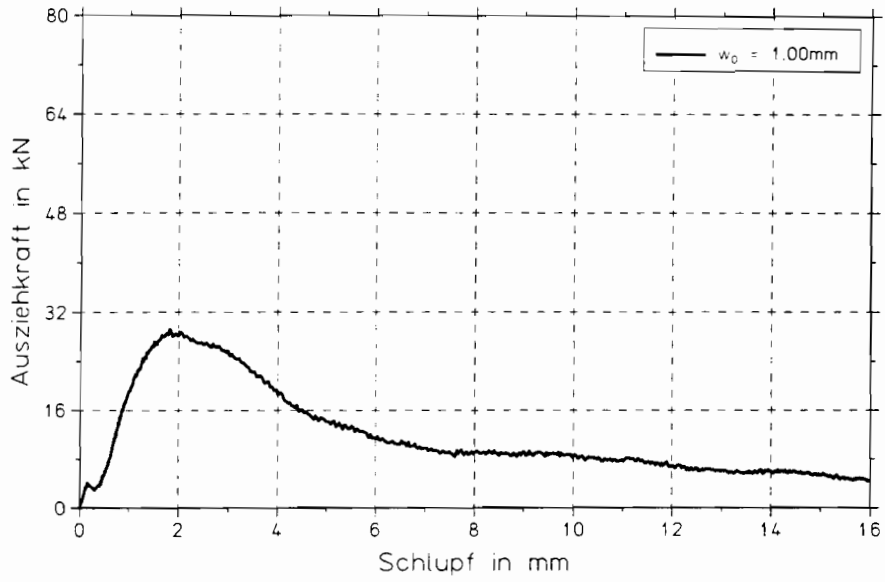
Versuch BA16



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 12

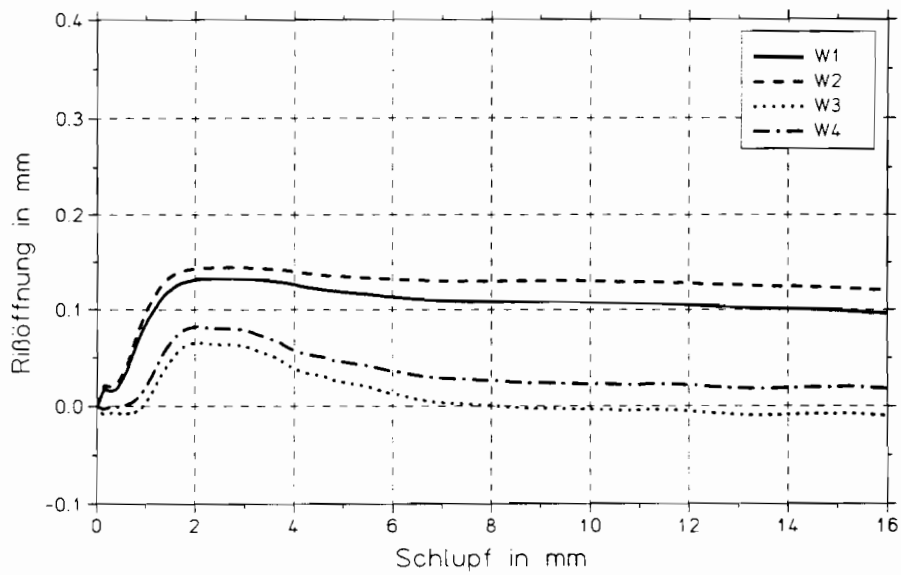
Versuch BA21



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 13

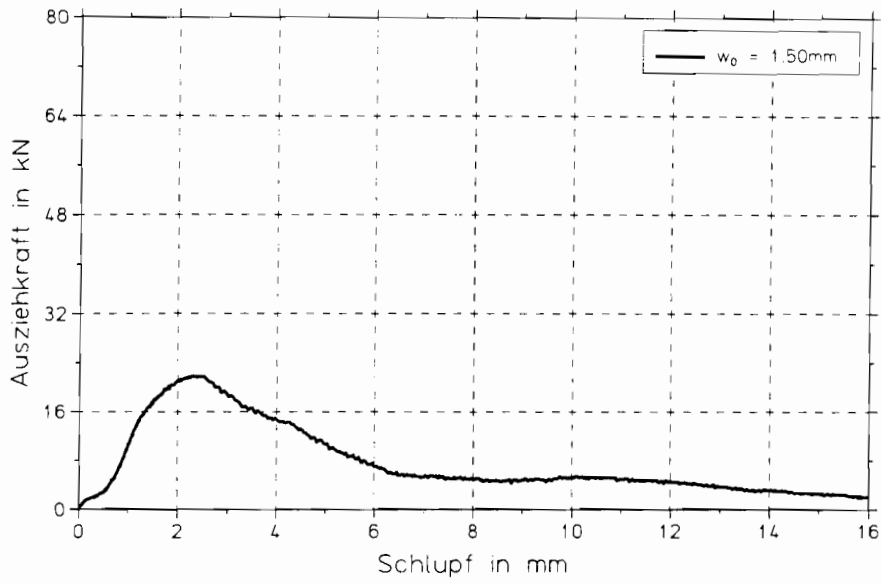
Versuch BA21



zusätzliche Riöffnung über Schlupf

Abb. 14

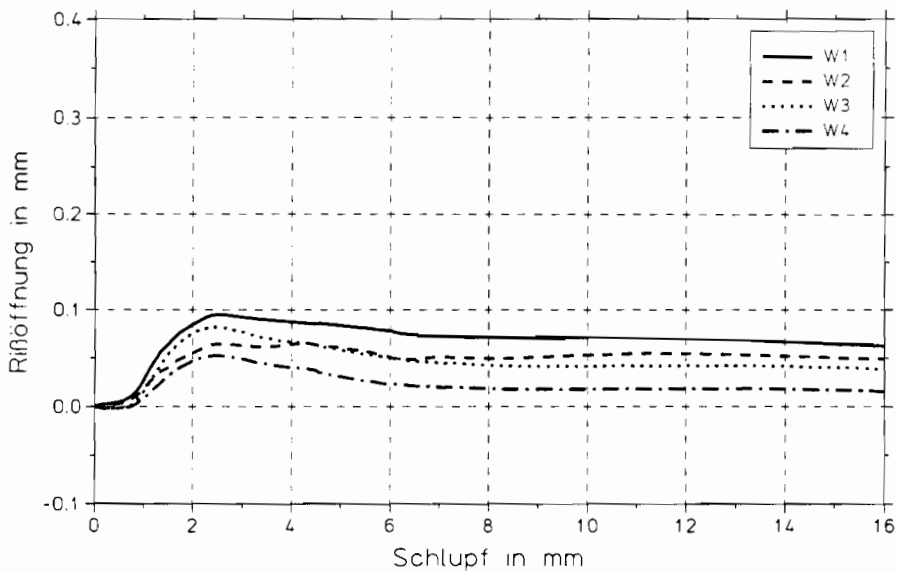
Versuch BA22



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 15

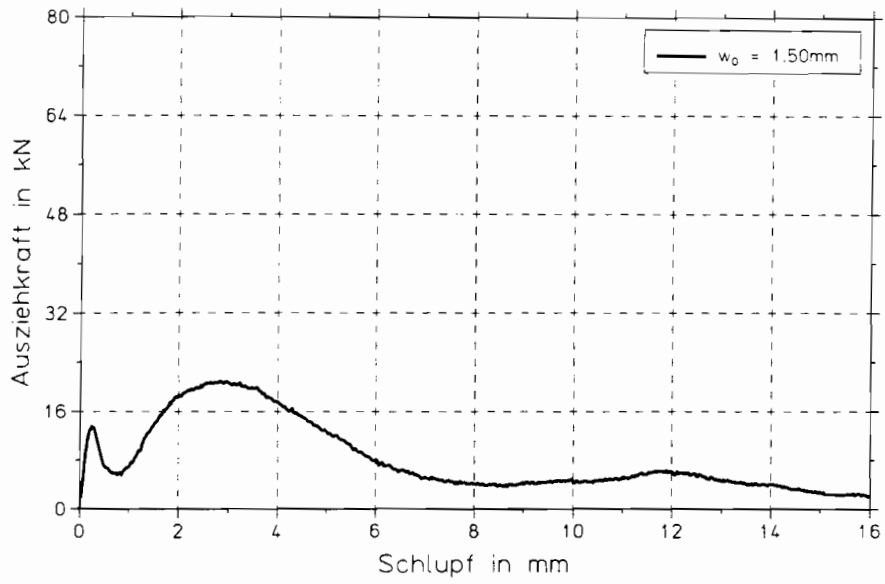
Versuch BA22



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 16

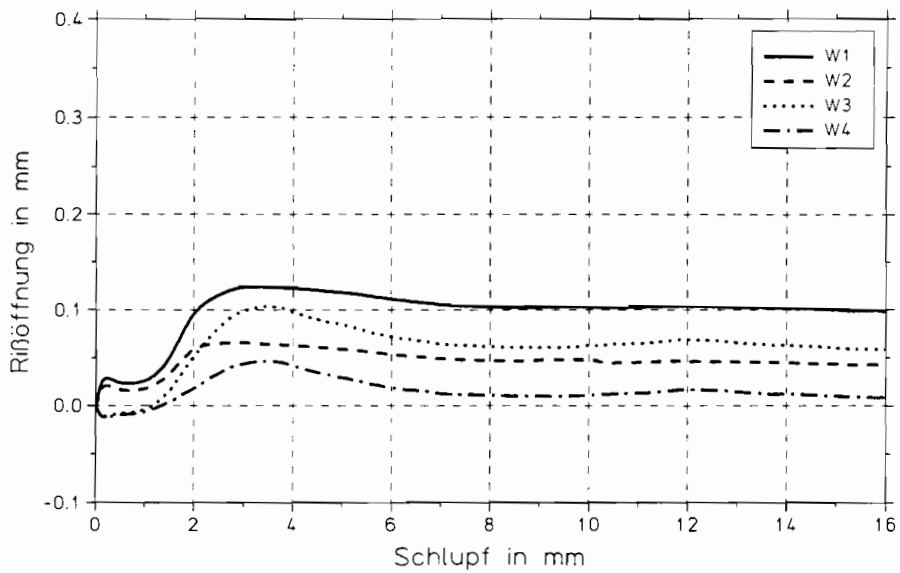
Versuch BA23



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 17

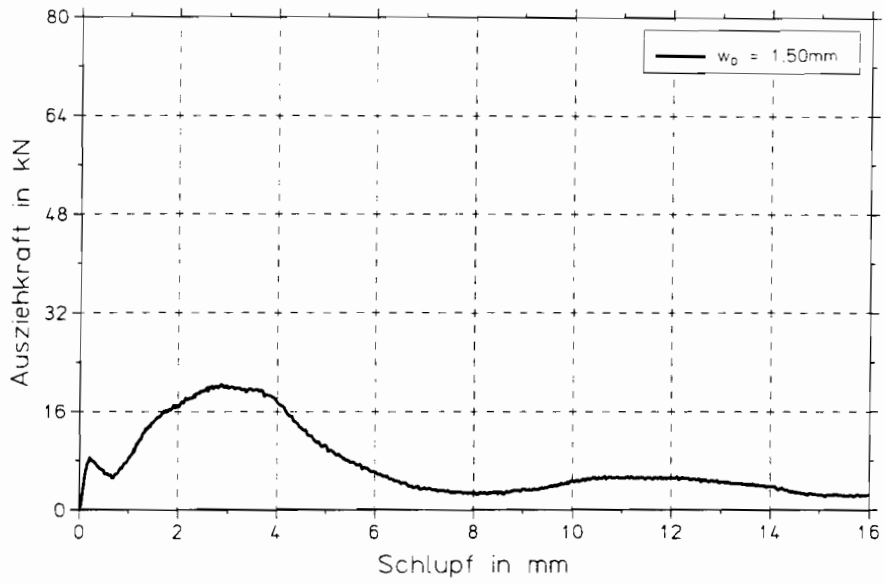
Versuch BA23



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 18

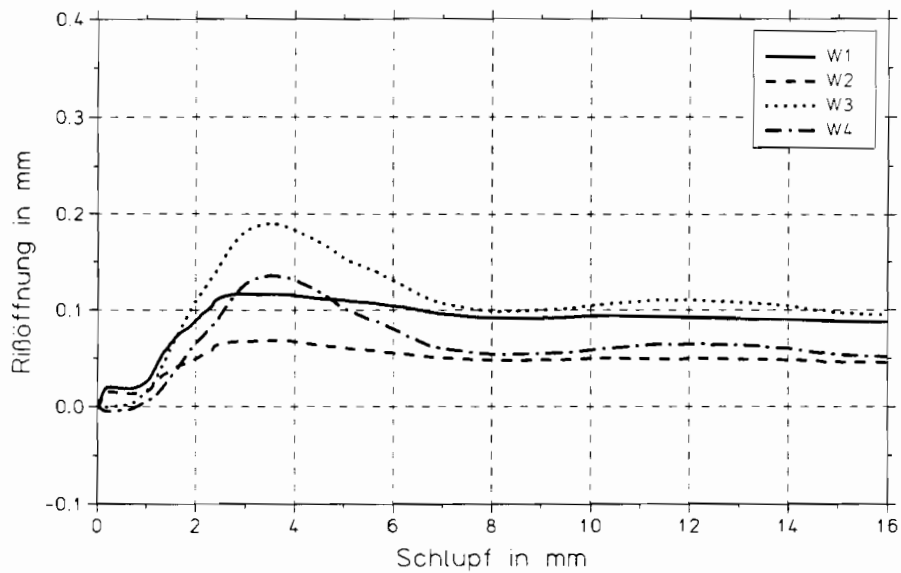
Versuch BA24



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 19

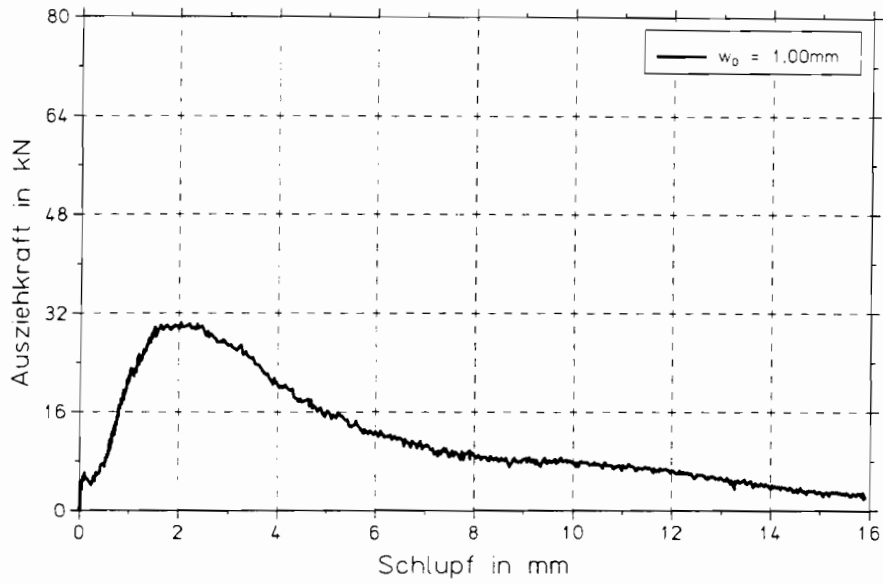
Versuch BA24



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 20

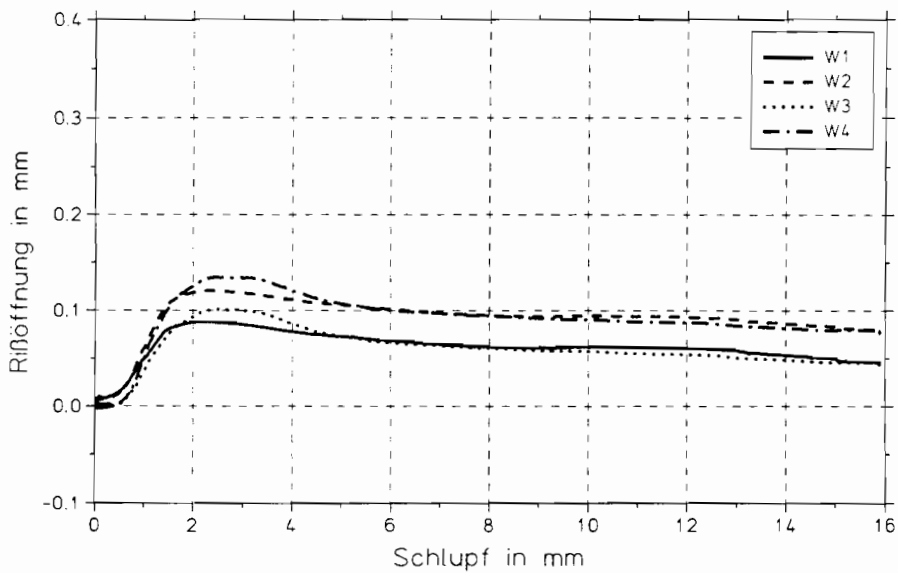
Versuch BA25



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 21

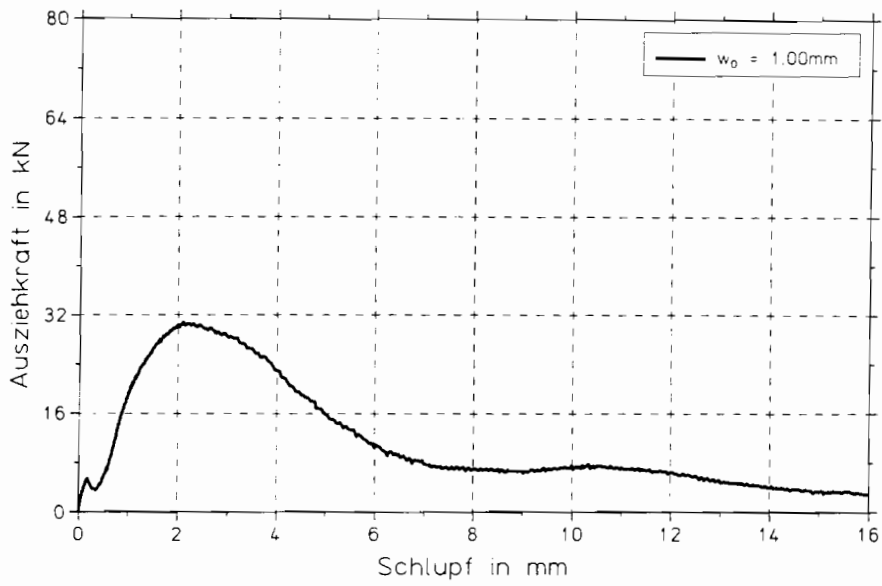
Versuch BA25



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb.22

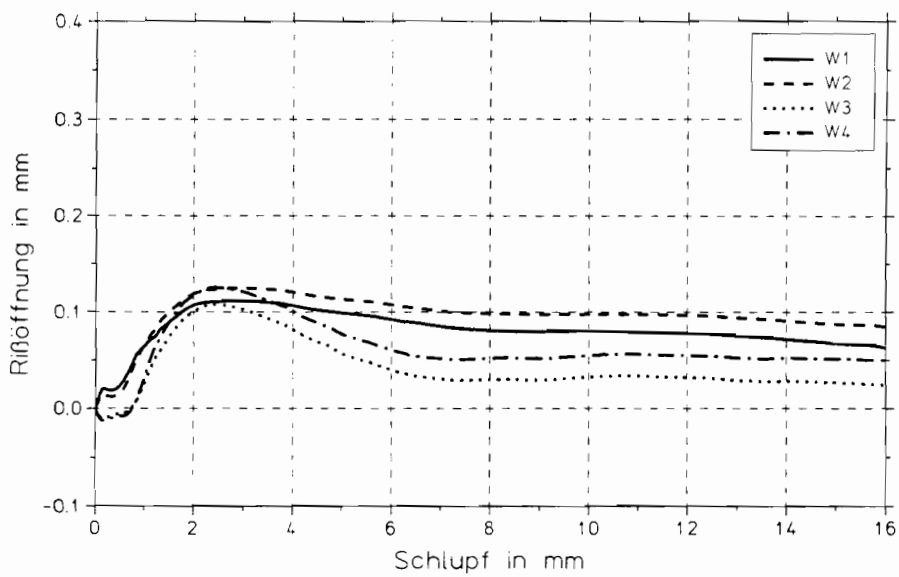
Versuch BA26



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 23

Versuch BA26



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 24

Anhang Teil B2

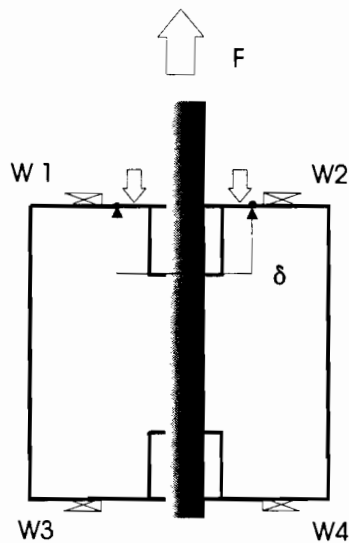
Ergänzungsversuche

Dieser Teil des Anhanges enthält die gemäß untenstehender Skizze gemessenen Größen der Versuche BA31-BA56:

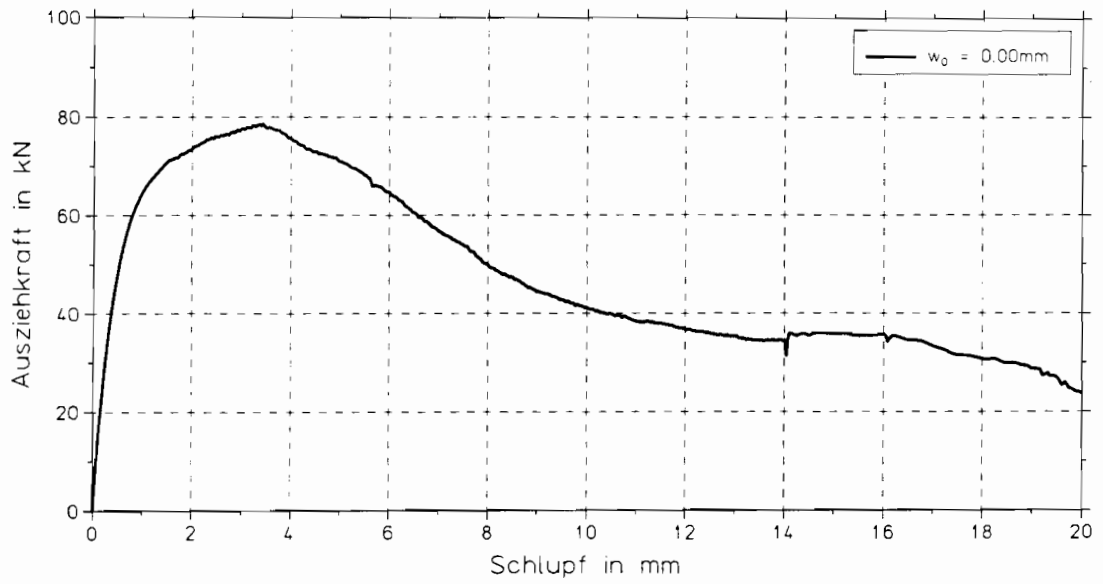
- Die Ausziehenkraft in Abhängigkeit vom Ausziehweg bzw. Schlupf am Lastende des Stabes.
- Die Änderung der Rißbreite jeweils links und rechts vom Stab, einmal auf der Oberseite und zusätzlich auf der Unterseite des Balkens, in Abhängigkeit vom Schlupf am Lastende des Stabes.

Die Parameter der Versuchskörper sind der Tabelle B1 auf Seite 115 zu entnehmen.

Der genaue Meßvorgang ist im Abschnitt 2.5 Meßtechnik beschrieben.



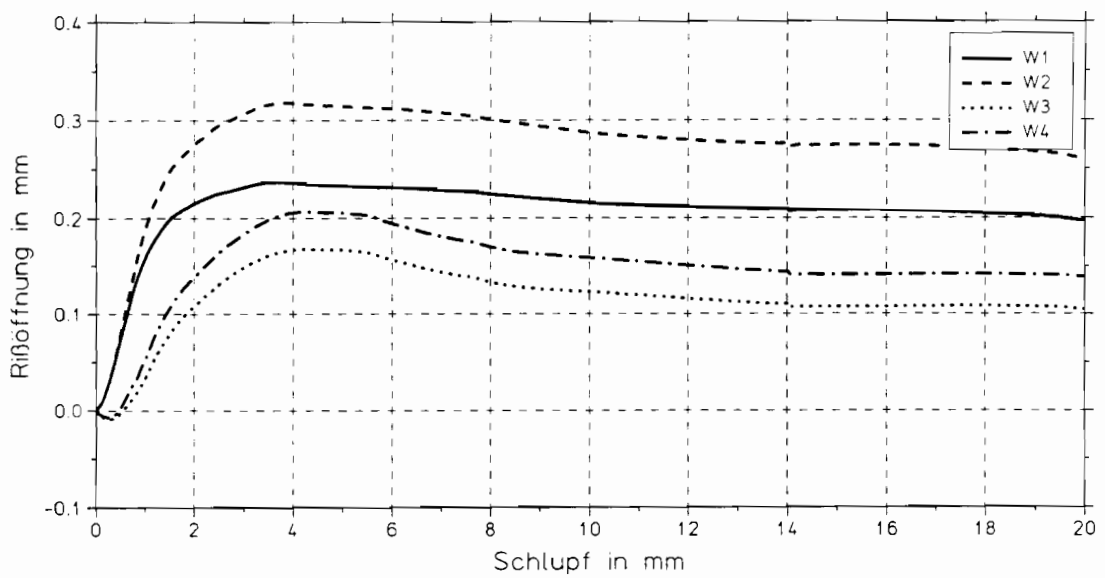
Versuch BA31



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb 25

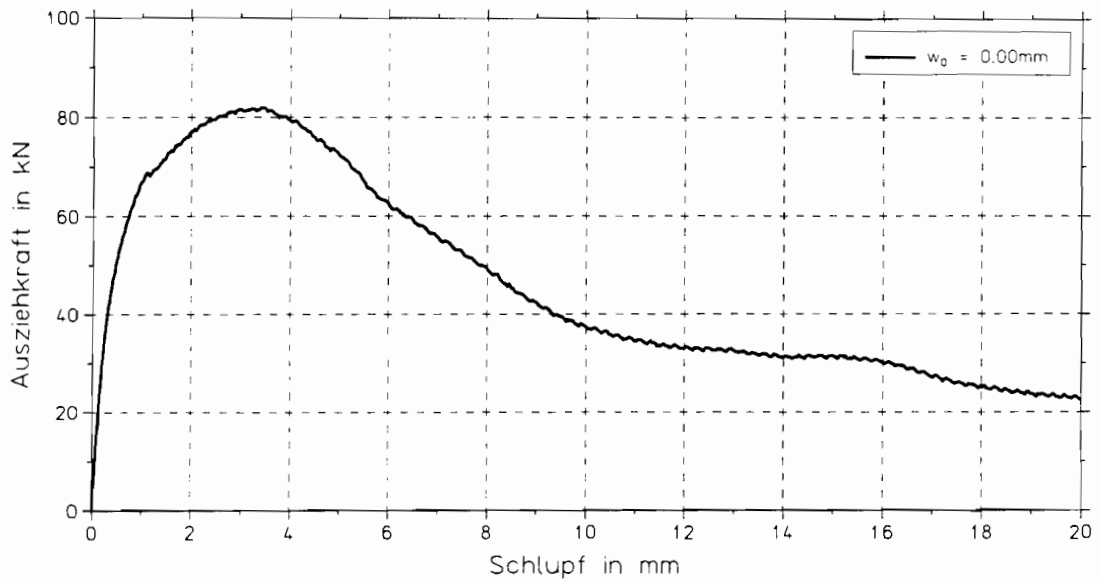
Versuch BA31



zusätzliche Riöffnung über Schlupf

Abb 26

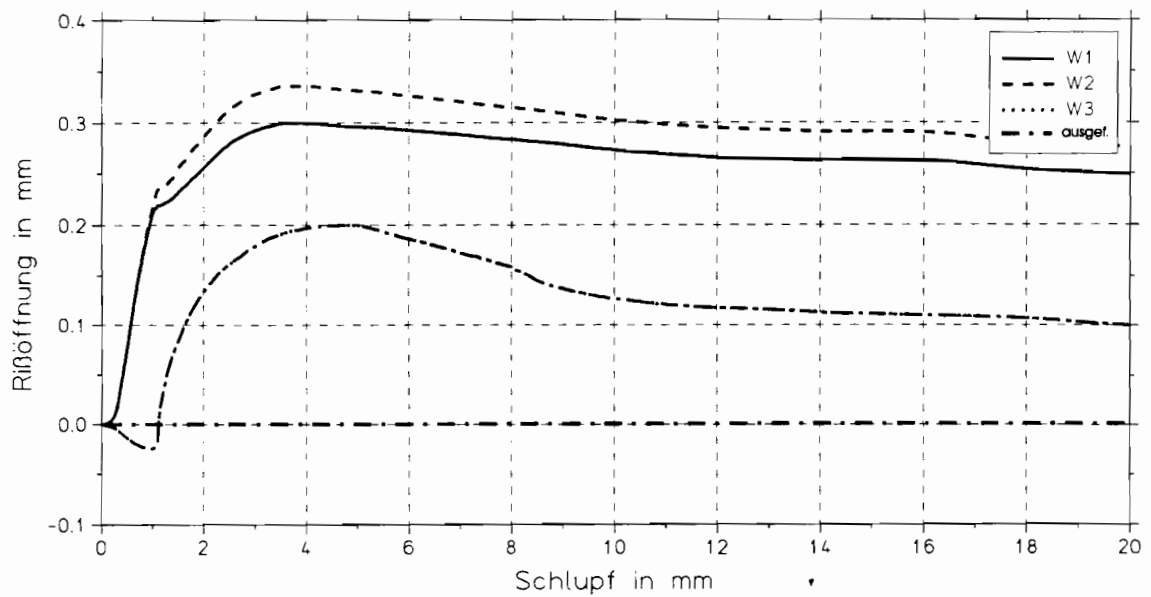
Versuch BA32



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 27

Versuch BA32

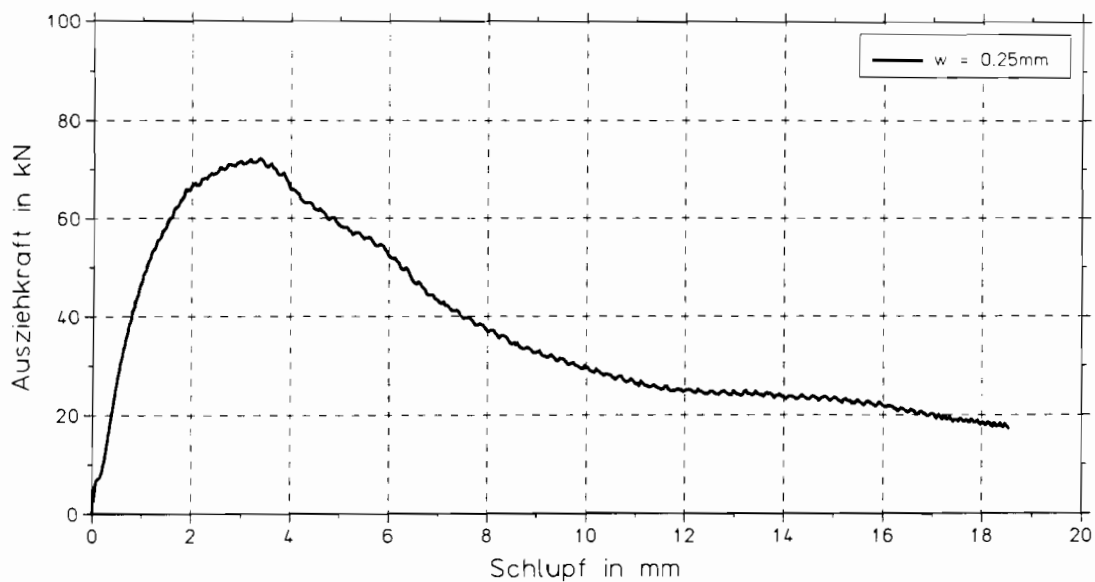


zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

8.08.1997

Abb. 28

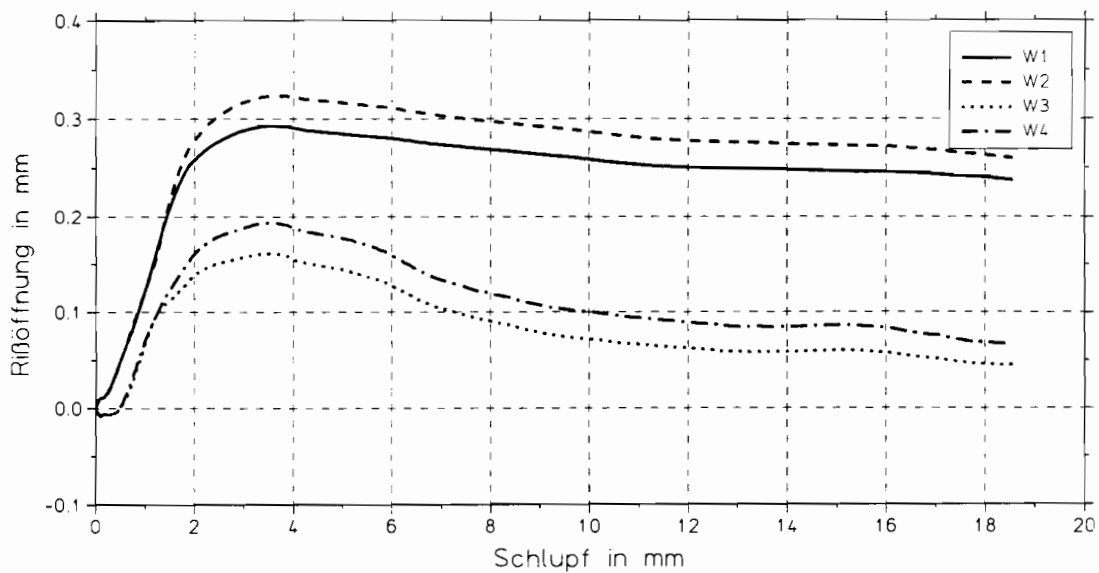
Versuch BA33



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 29

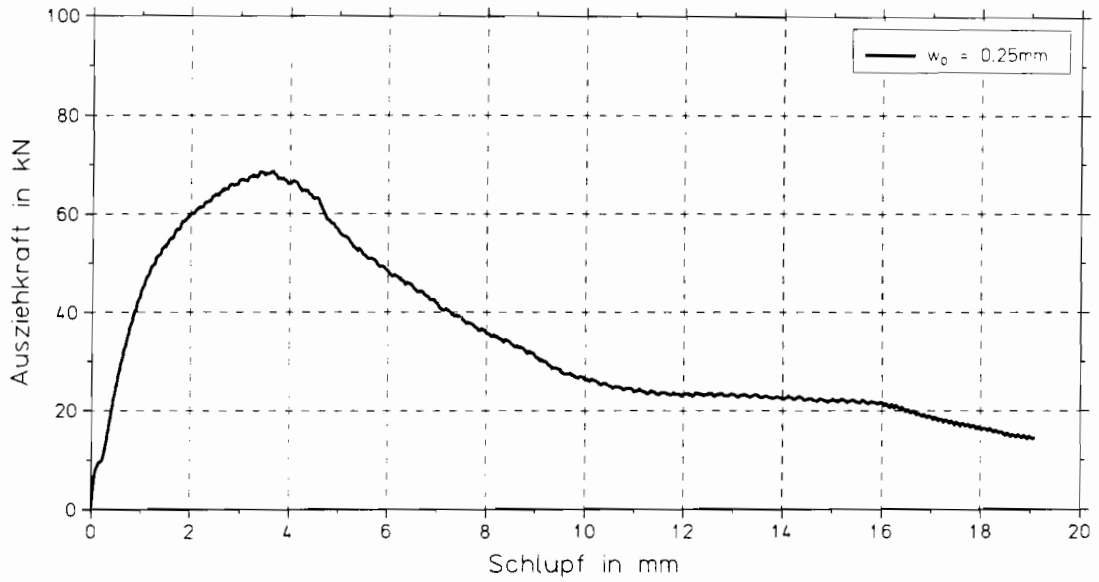
Versuch BA33



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 30

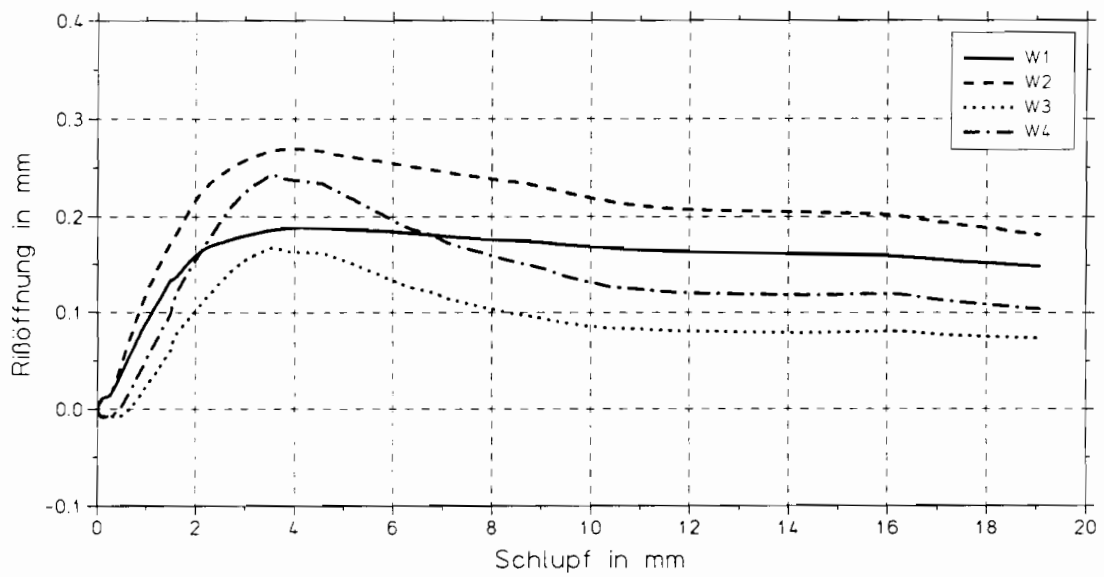
Versuch BA34



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 31

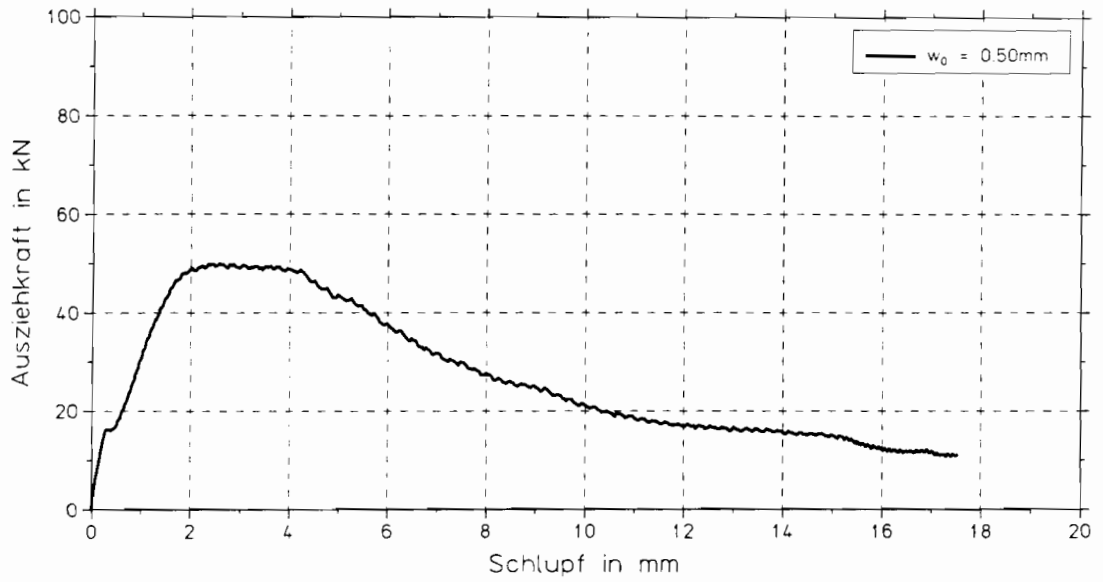
Versuch BA34



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 32

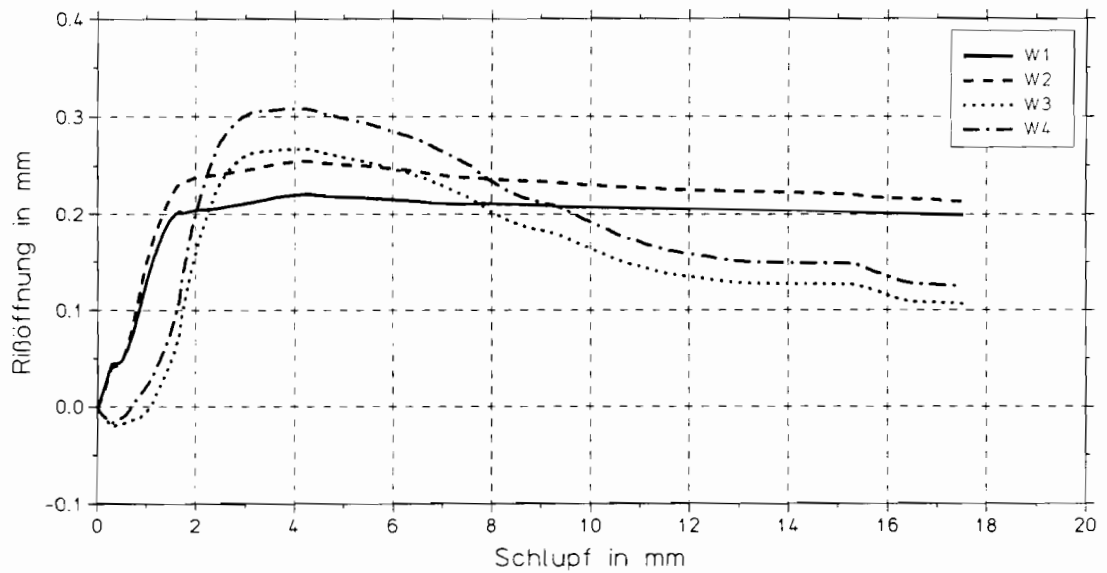
Versuch BA35



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 33

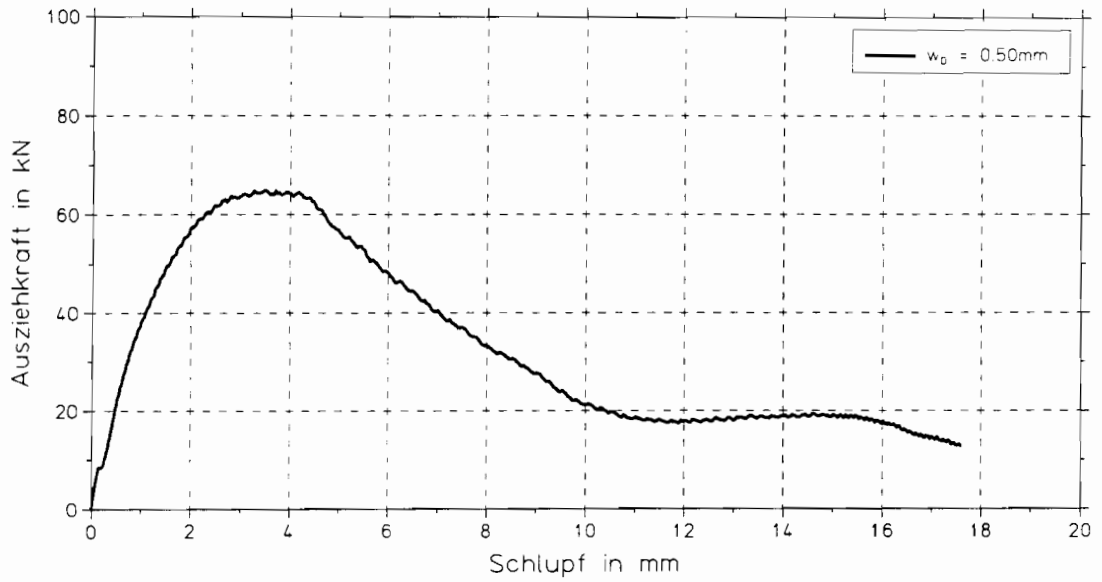
Versuch BA35



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 34

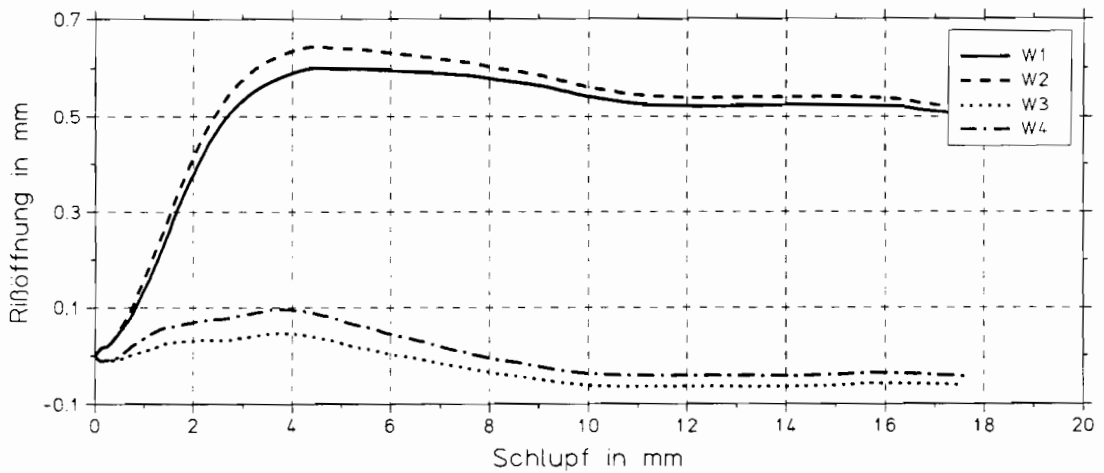
Versuch BA36



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 35

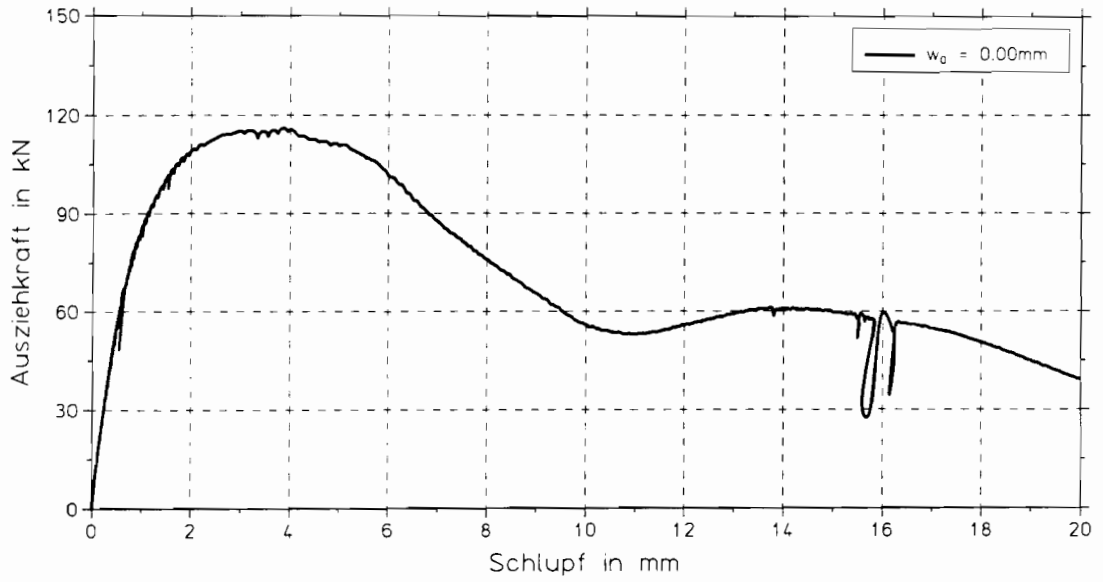
Versuch BA36



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 36

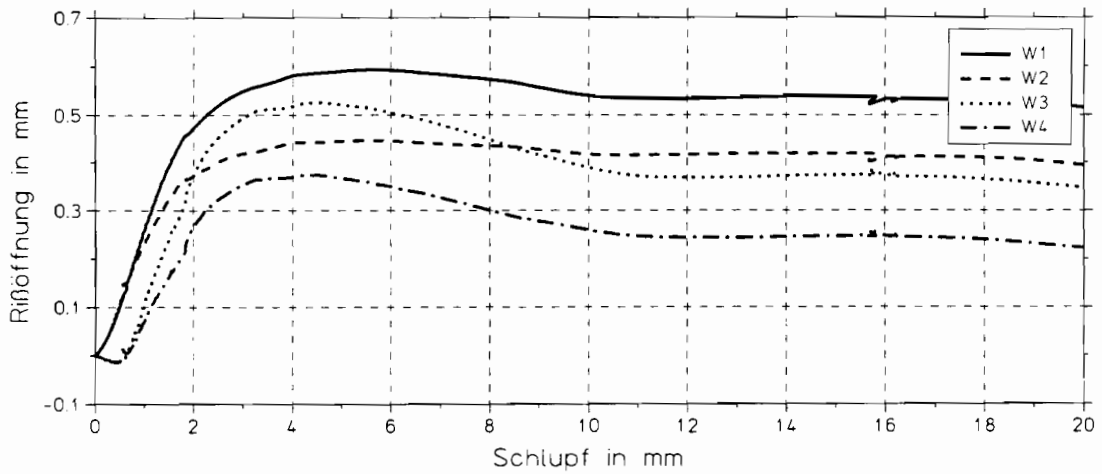
Versuch BA41



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 37

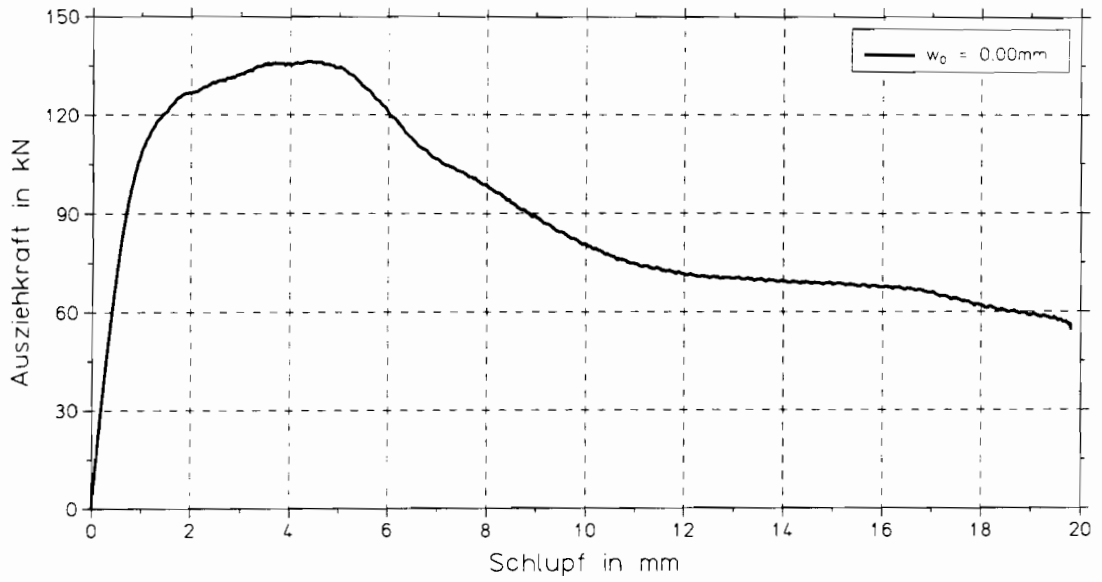
Versuch BA41



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 38

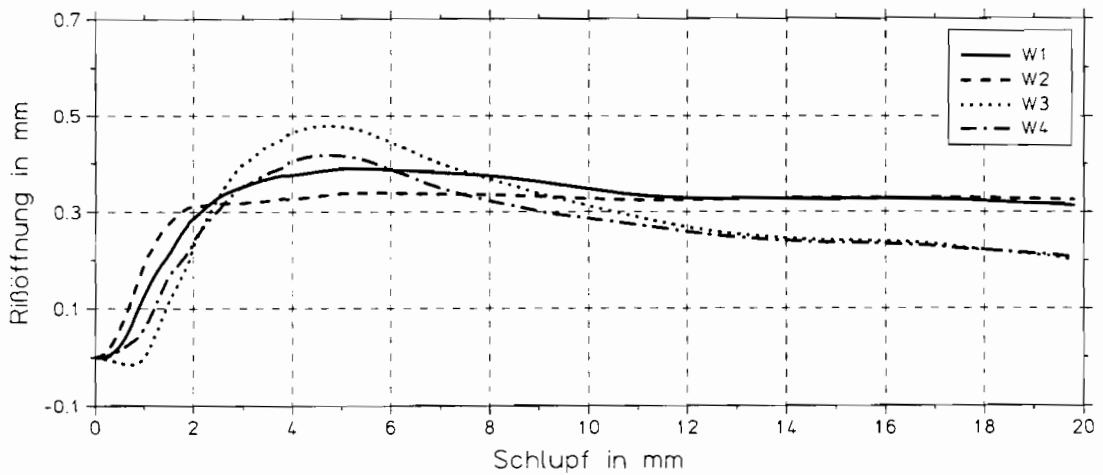
Versuch BA42



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 39

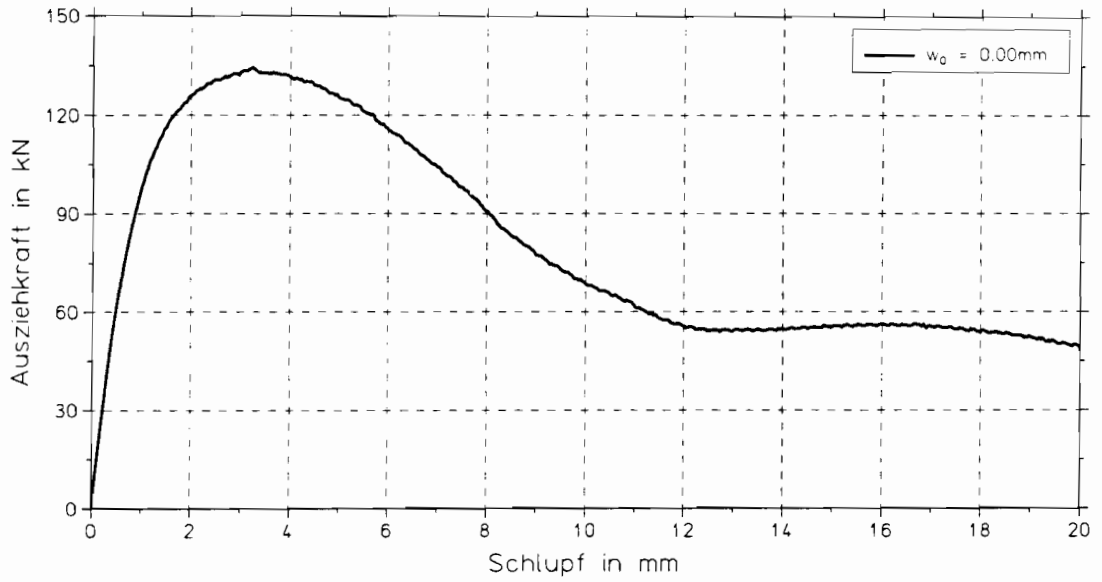
Versuch BA42



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 40

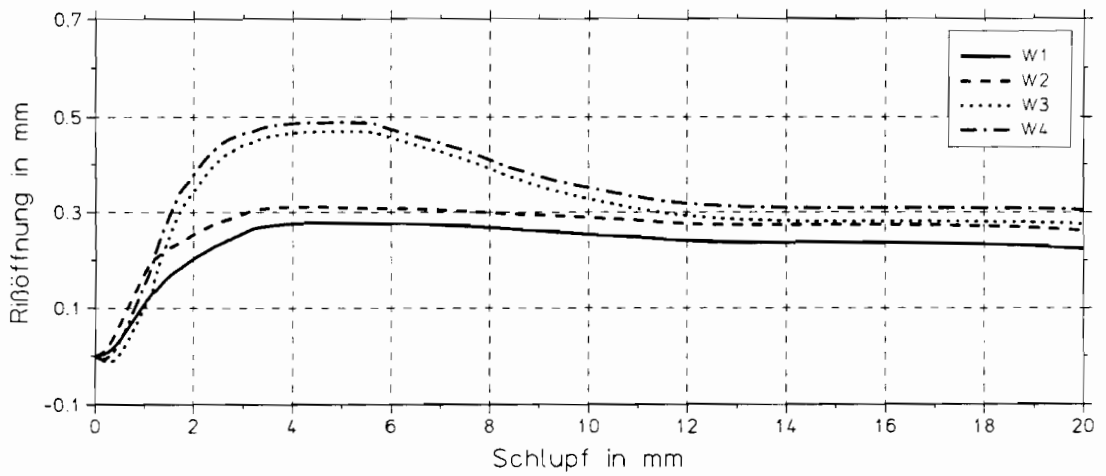
Versuch BA43



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 41

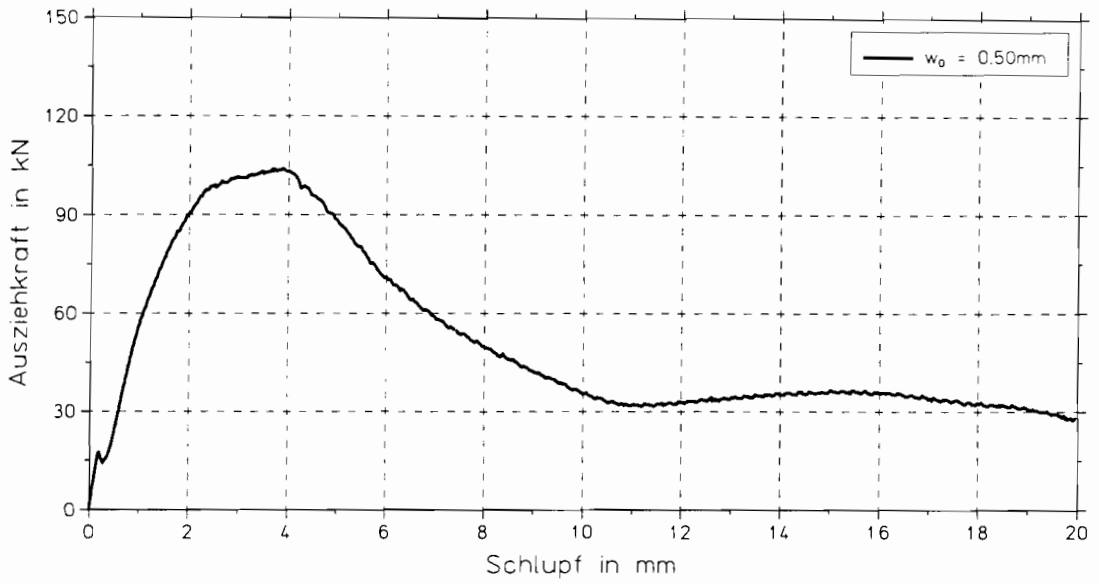
Versuch BA43



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 42

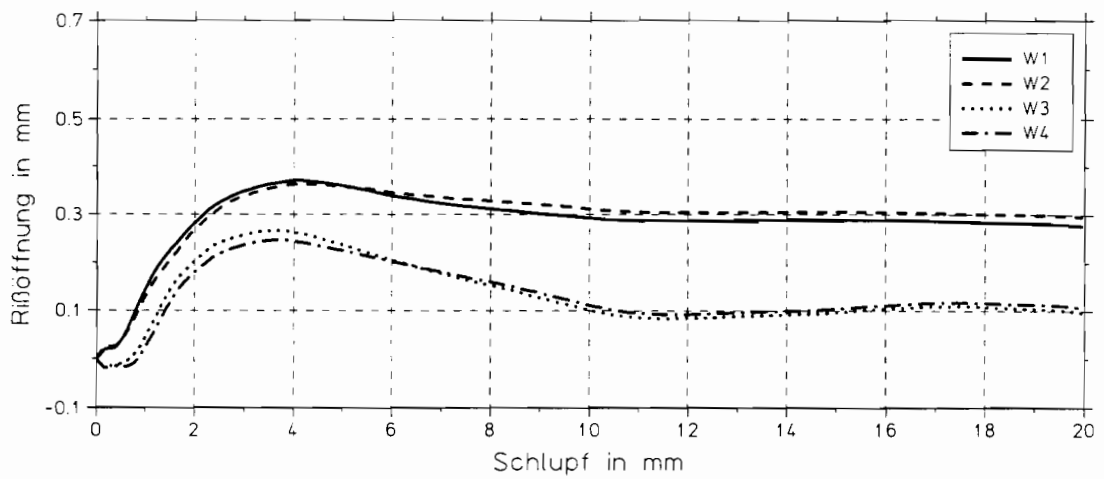
Versuch BA44



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 43

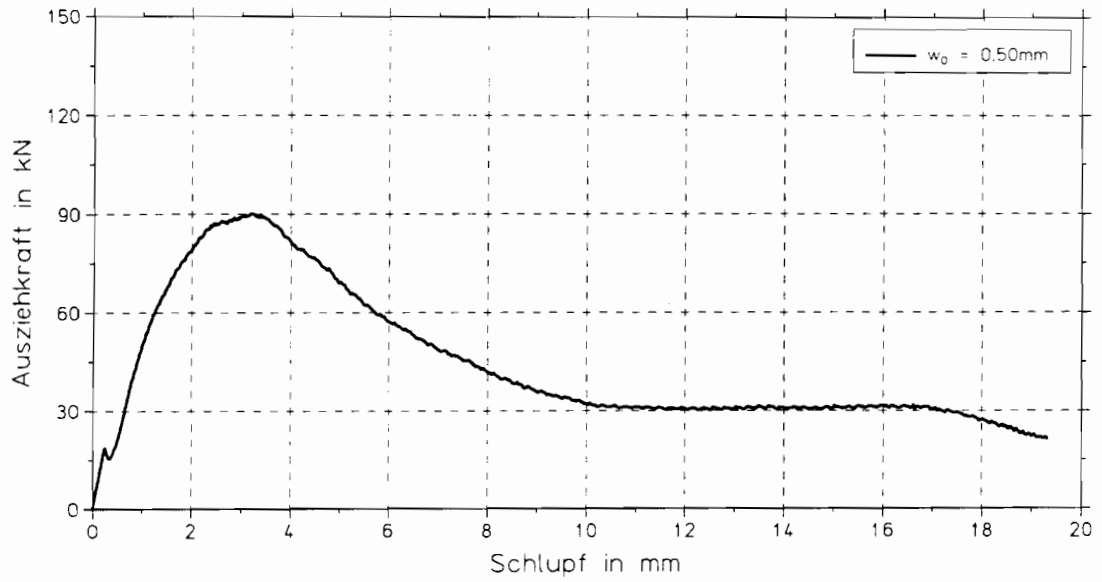
Versuch BA44



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 44

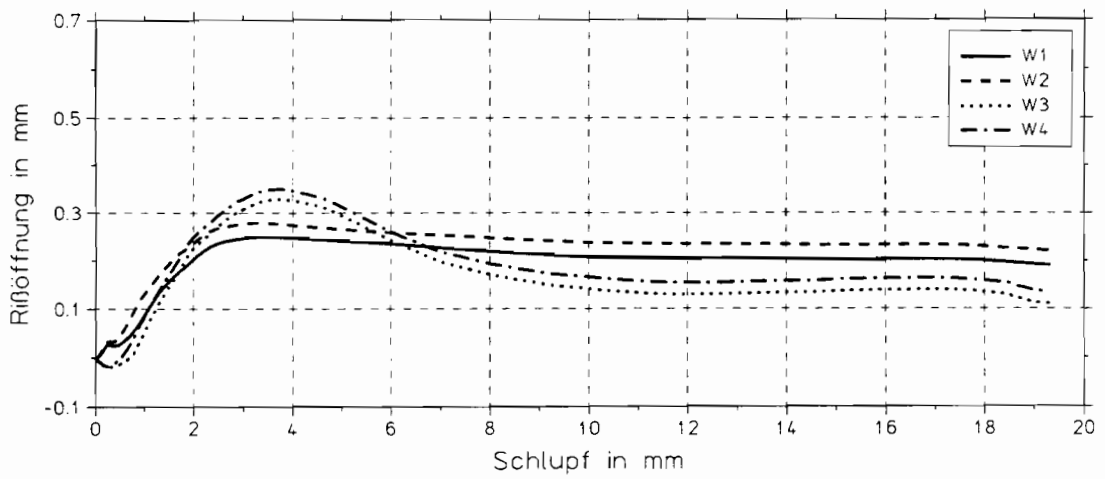
Versuch BA45



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 45

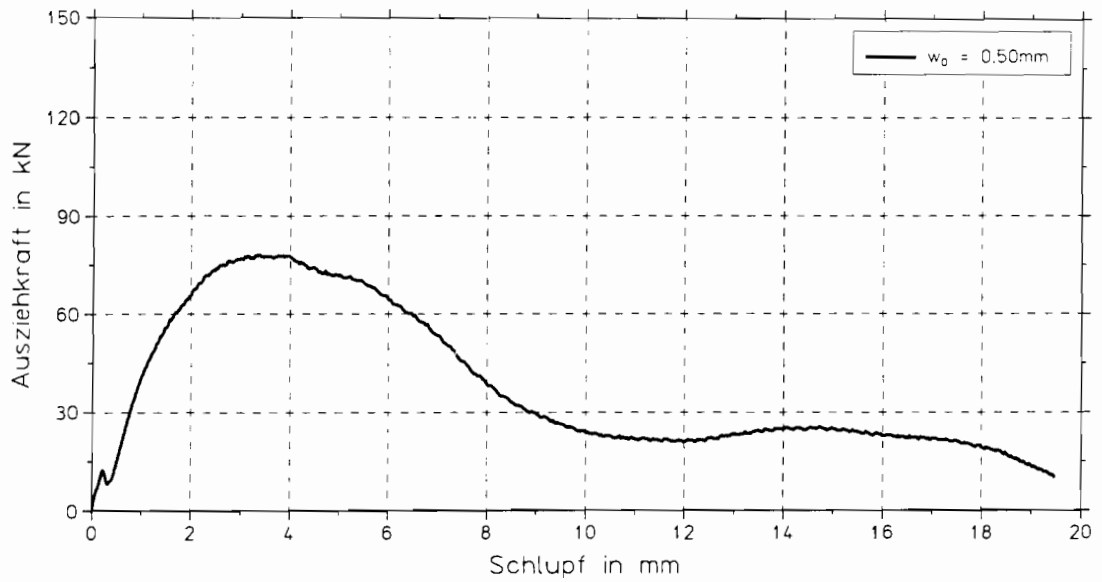
Versuch BA45



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 46

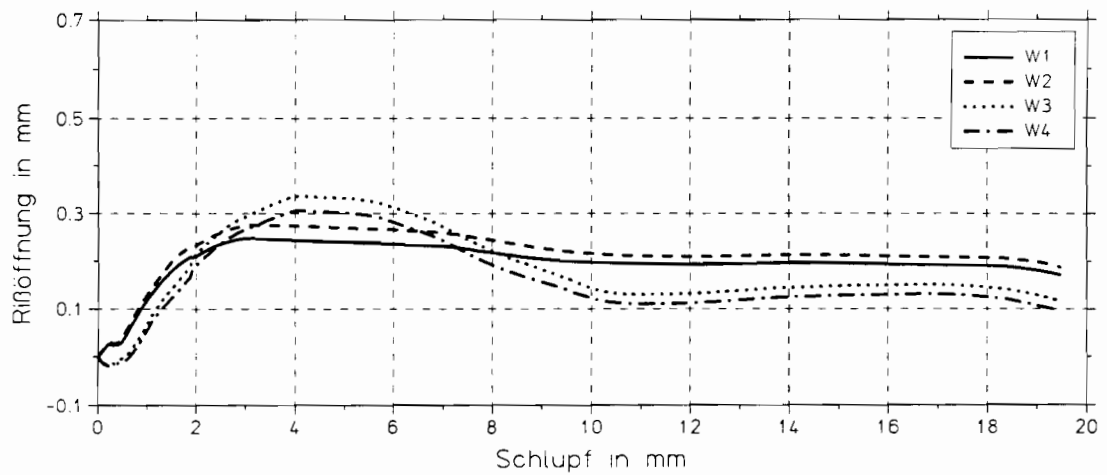
Versuch BA46



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 47

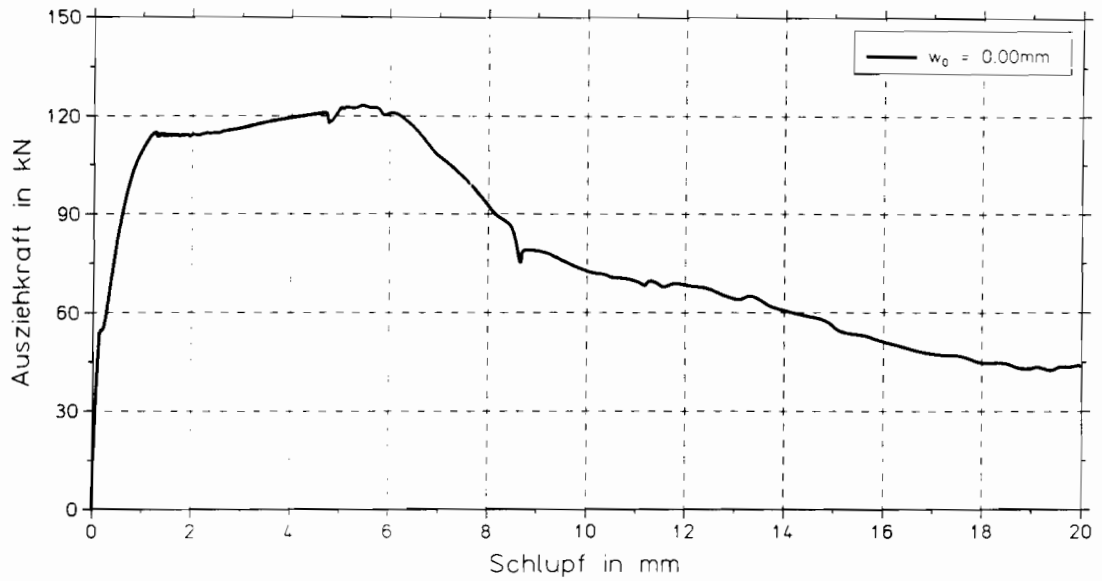
Versuch BA46



zusätzliche Riöffnung über Schlupf

Abb. 48

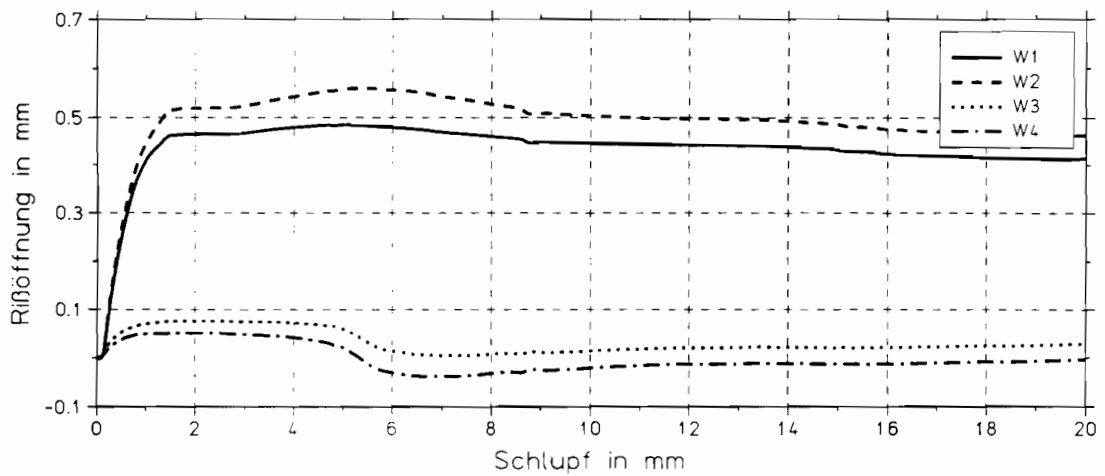
Versuch BA51



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 49

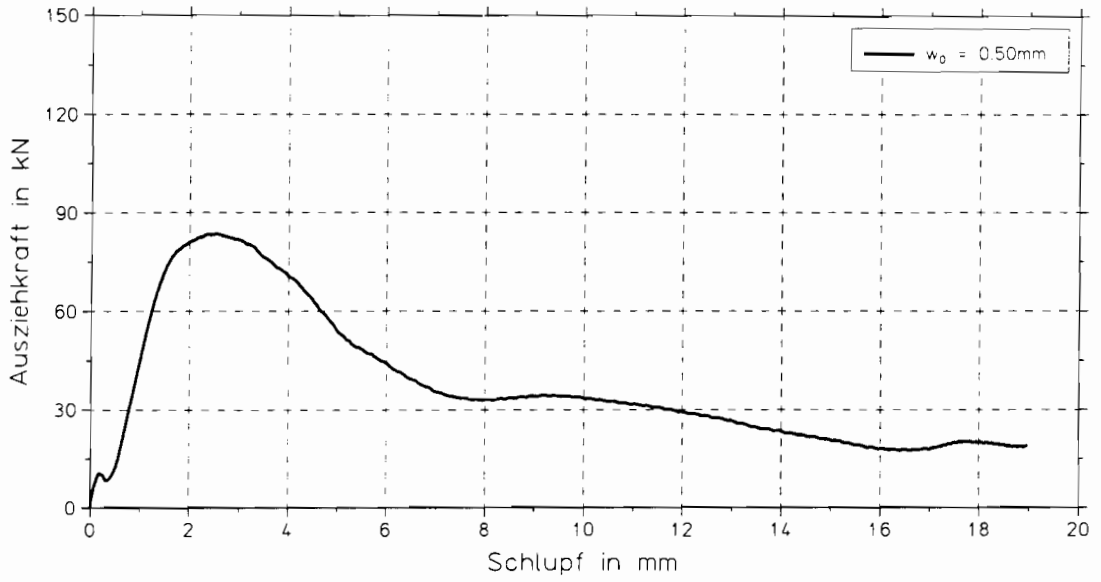
Versuch BA51



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 50

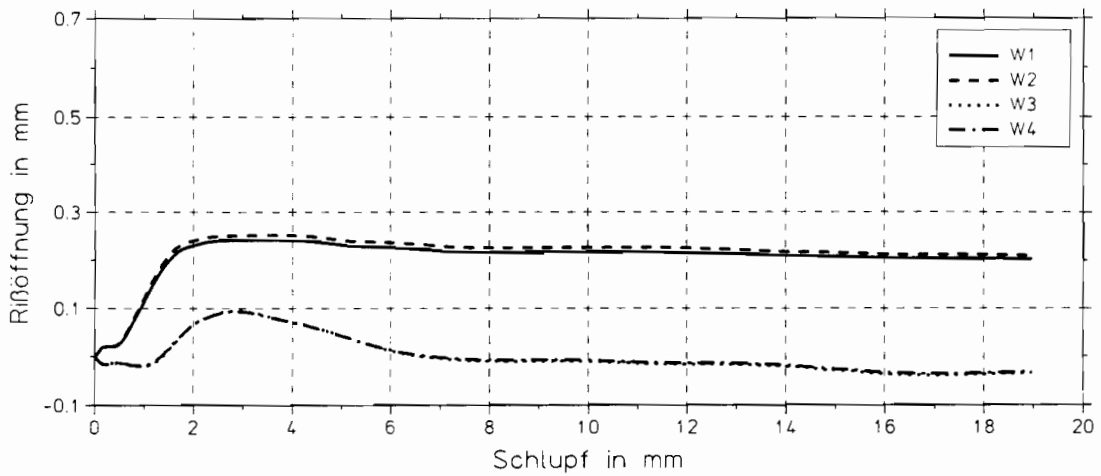
Versuch BA52



Ausziehkraft über Schlupf

Abb. 51

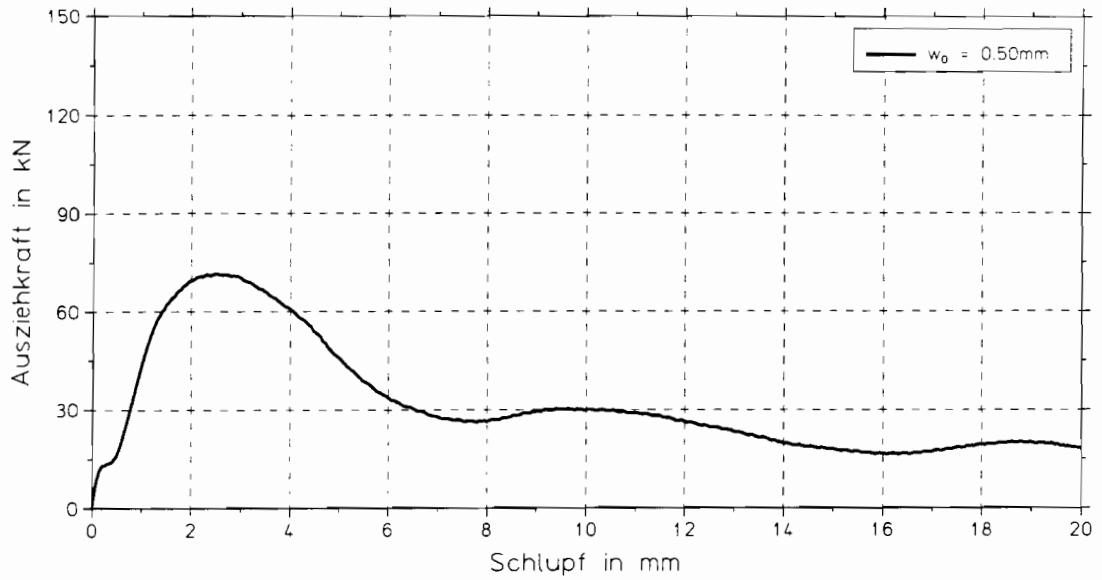
Versuch BA52



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 52

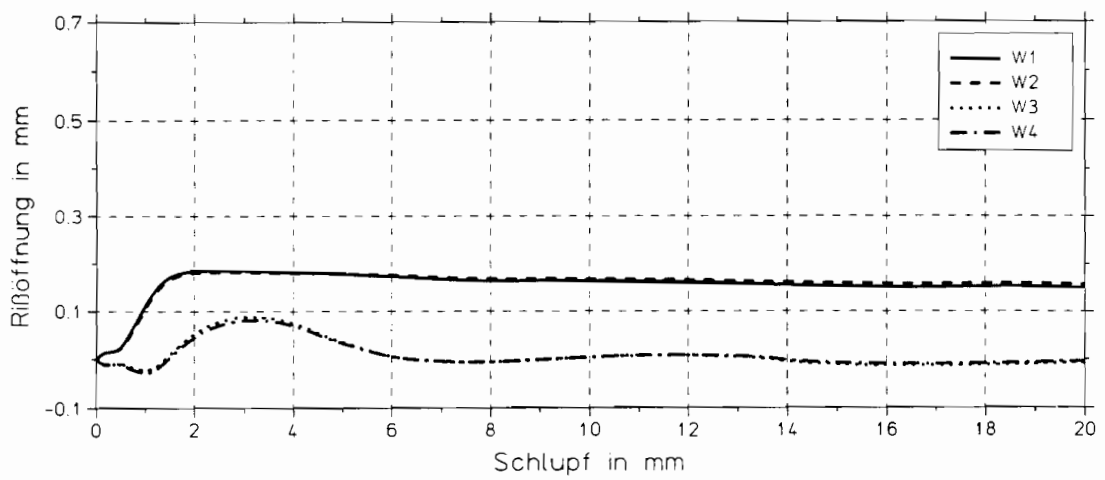
Versuch BA53



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 53

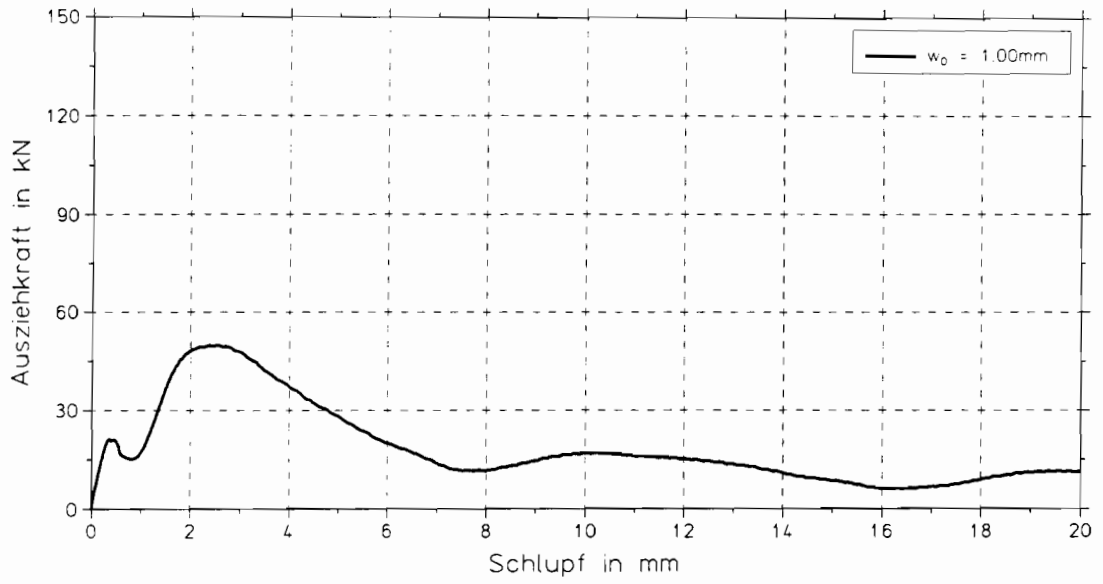
Versuch BA53



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 54

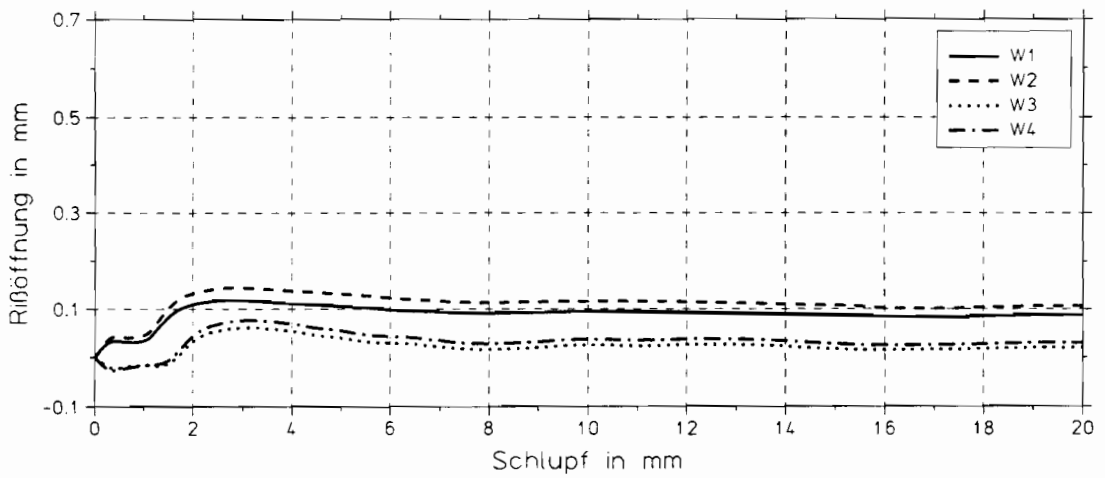
Versuch BA54



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 55

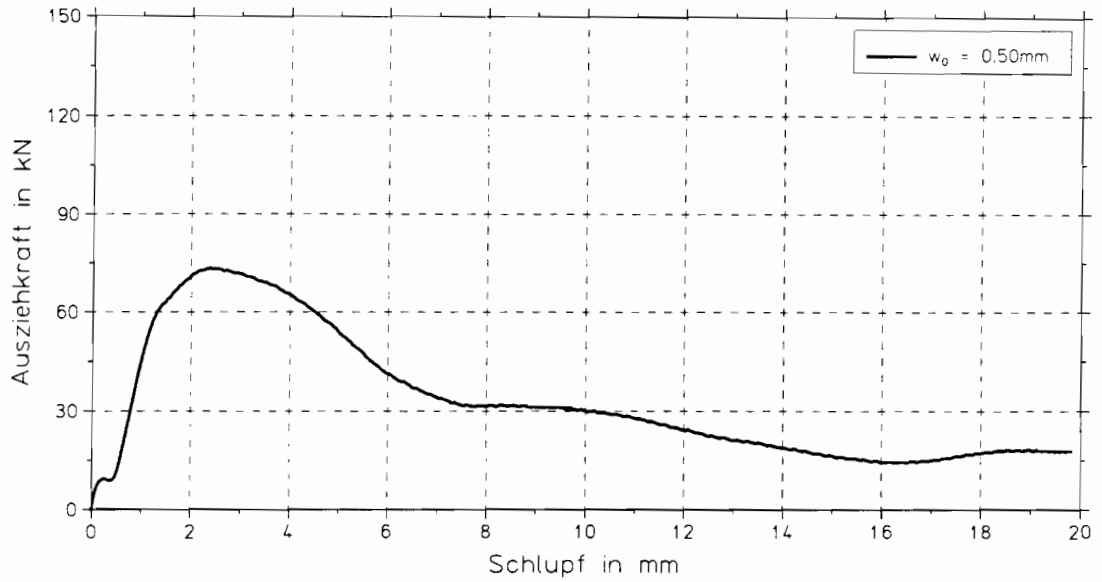
Versuch BA54



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 56

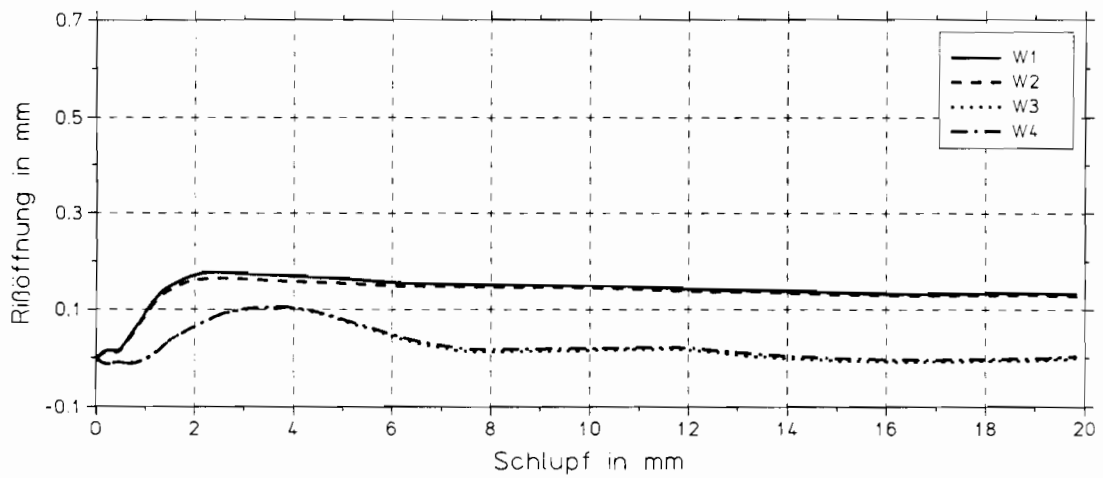
Versuch BA55



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 57

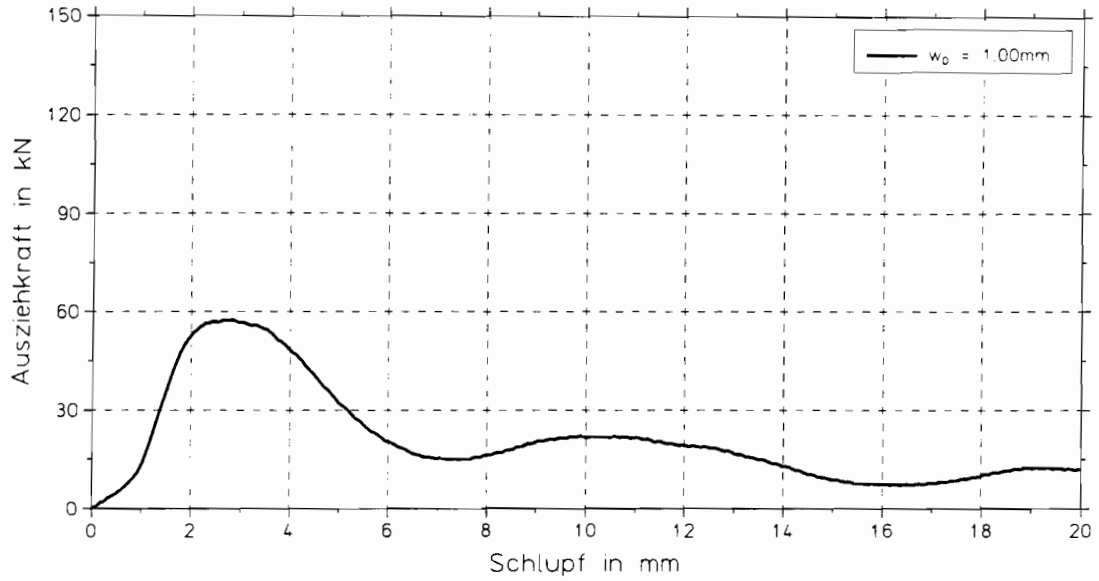
Versuch BA55



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 58

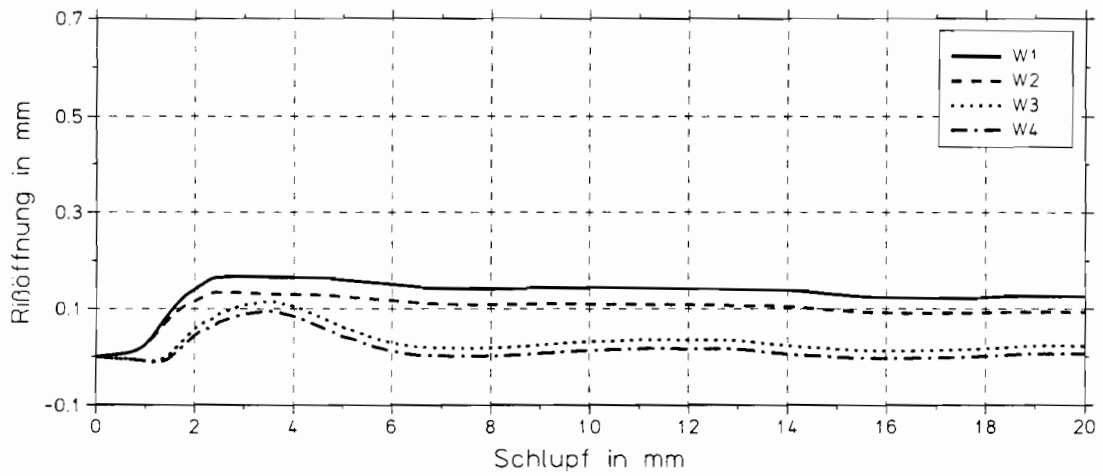
Versuch BA56



Ausziehungskraft über Schlupf

Abb. 59

Versuche BA56



zusätzliche Rißöffnung über Schlupf

Abb. 60

Anhang Teil B3

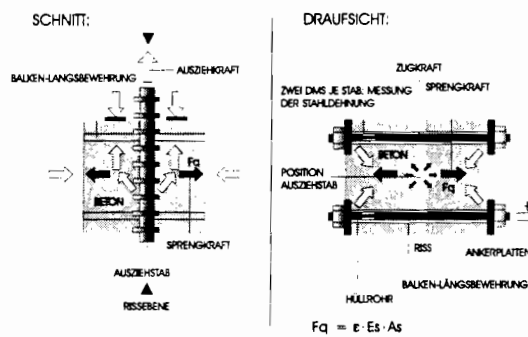
Haupt- und Ergänzungsversuche

Dieser Teil des Anhanges enthält den gemessenen Zusammenhang zwischen der **Sprengkraft F_q** bzw. dem **Winkel der Lastausbreitung α** und dem Ausziehweg für die Versuche BA11, BA16, BA21, BA26, BA31, BA36, BA41, BA46, BA51 und BA56.

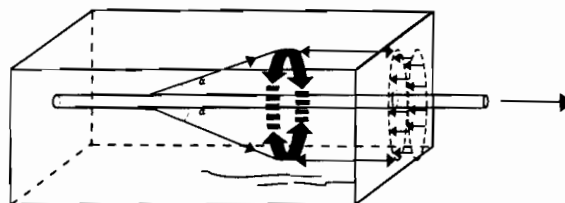
Die Parameter der Versuchskörper sind der Tabelle B1 auf Seite 115 zu entnehmen.

Der genaue Meßvorgang ist im Abschnitt 2.5 Meßtechnik beschrieben.

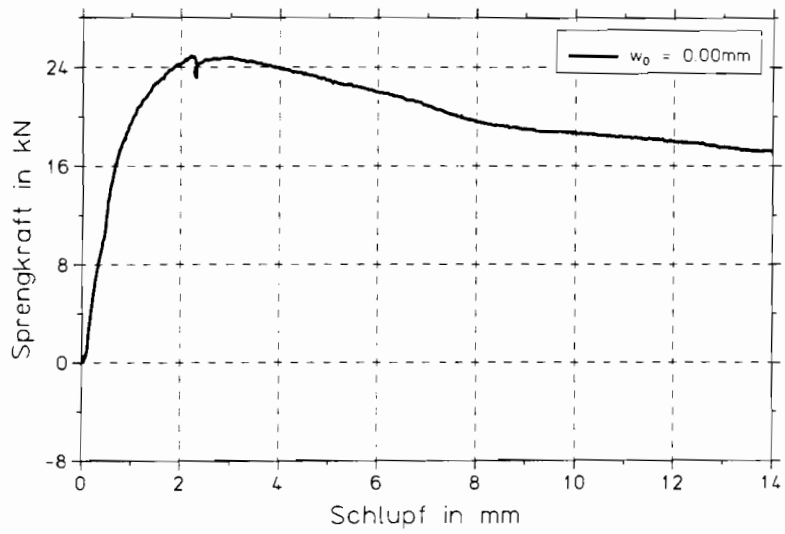
Sprengkraft F_q



Winkel der Lastausbreitung α



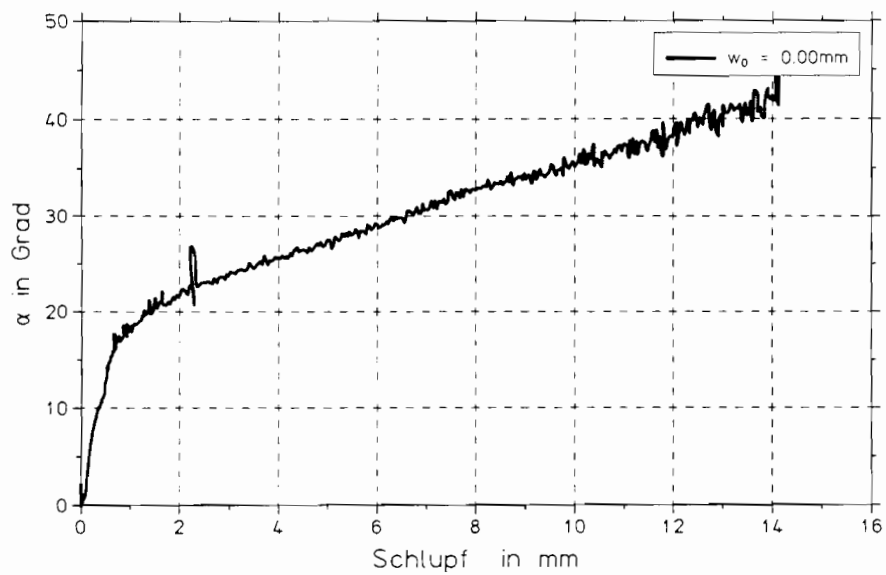
Versuch BA11



Sprengkraft

Abb. 61

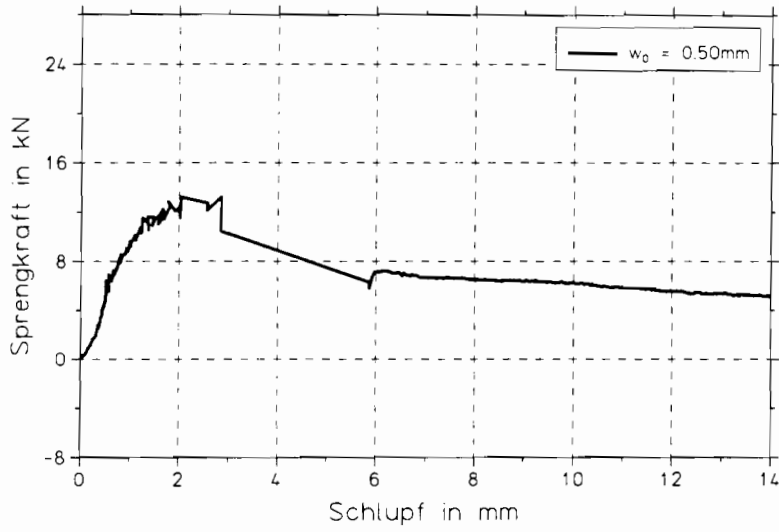
Versuch BA11



Winkel der Lastausbreitung α

Abb. 62

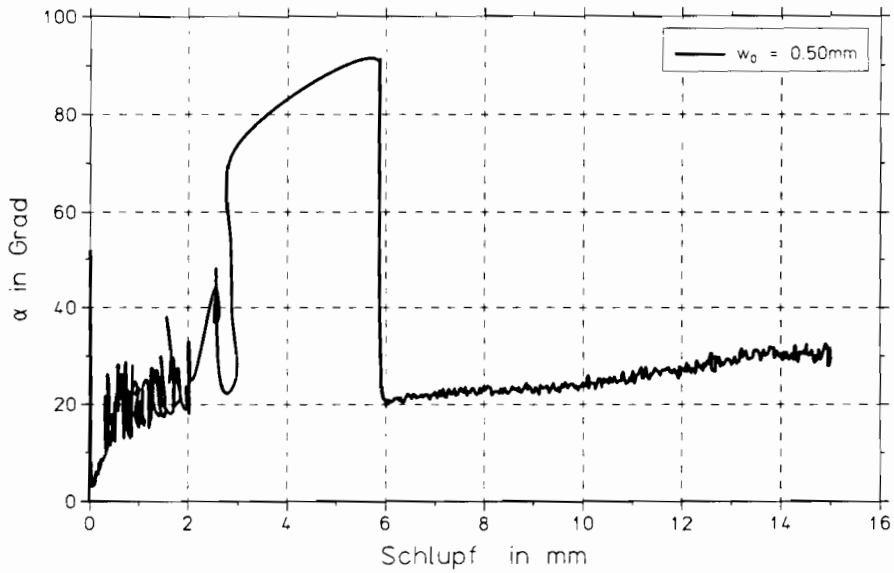
Versuch BA16



Sprengkraft

Abb. 63

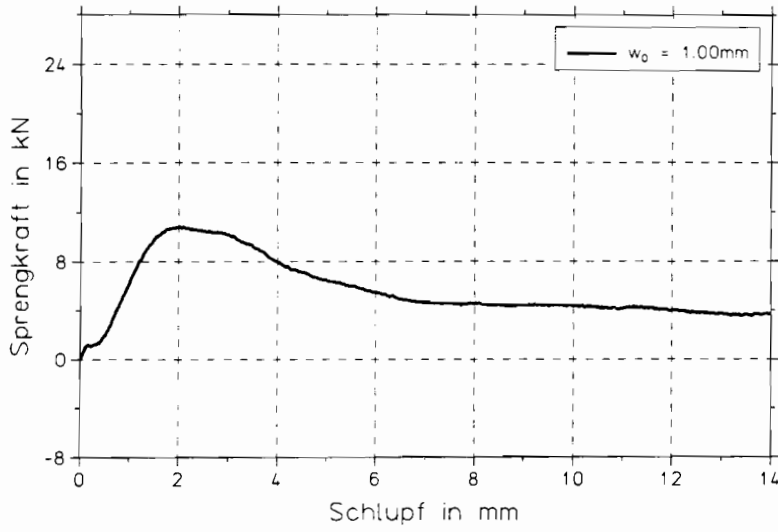
Versuch BA16



Winkel der Lastausbreitung α

Abb. 64

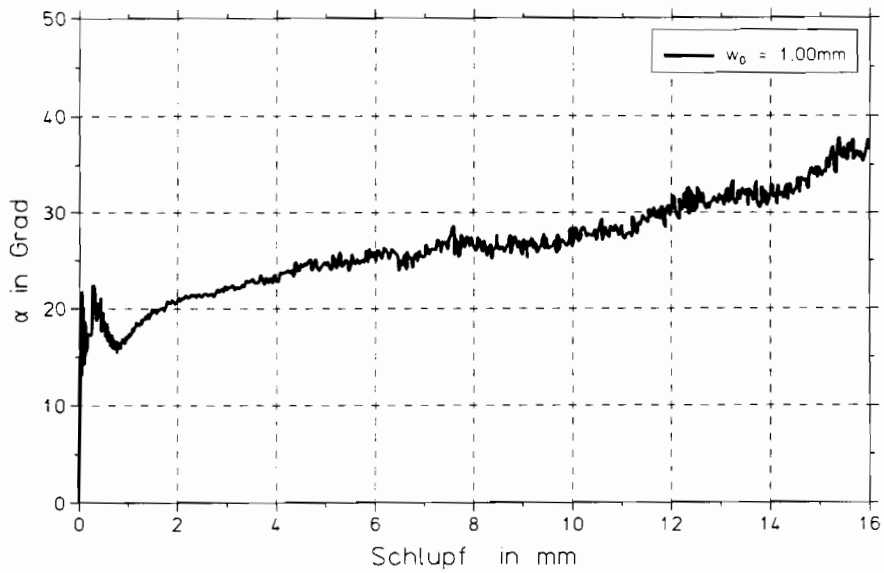
Versuch BA21



Sprengkraft

Abb. 65

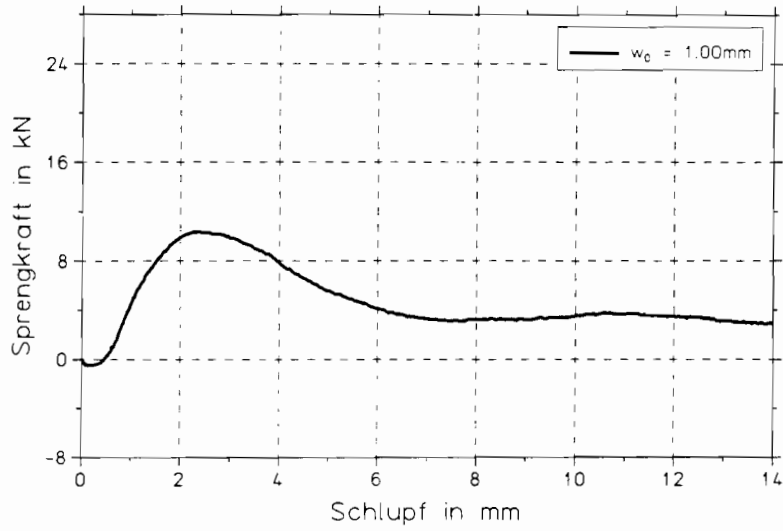
Versuch BA21



Winkel der Lastausbreitung α

Abb. 66

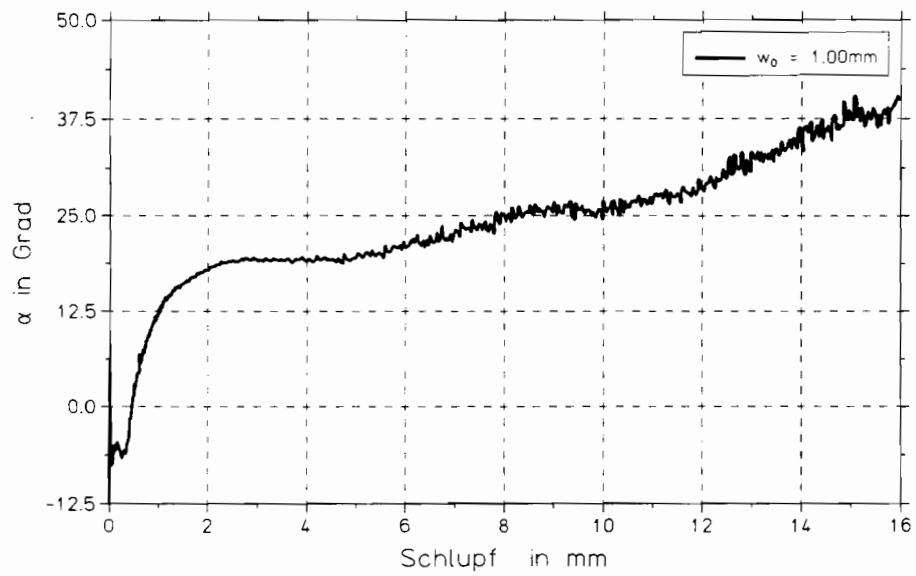
Versuch BA26



Sprengkraft

Abb. 67

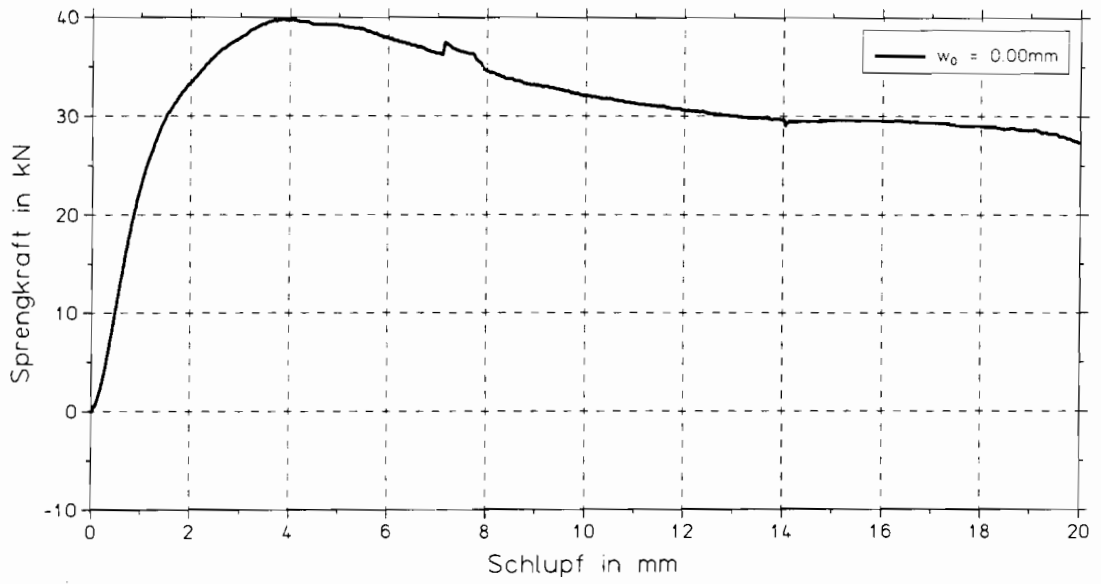
Versuch BA26



Winkel der Lastausbreitung α

Abb. 68

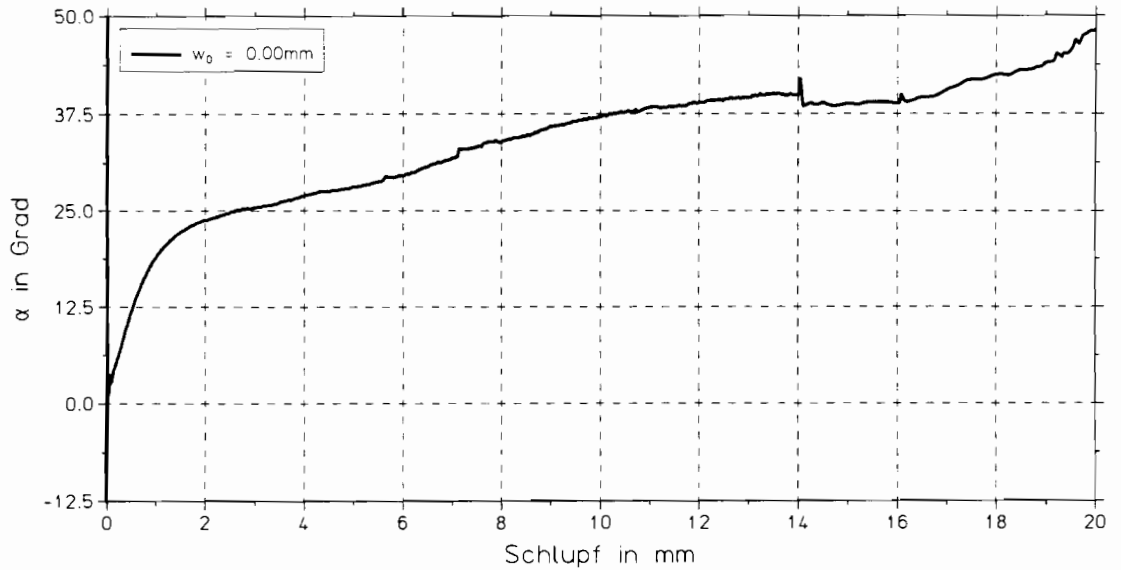
Versuch BA31



Sprengkraft

Abb. 69

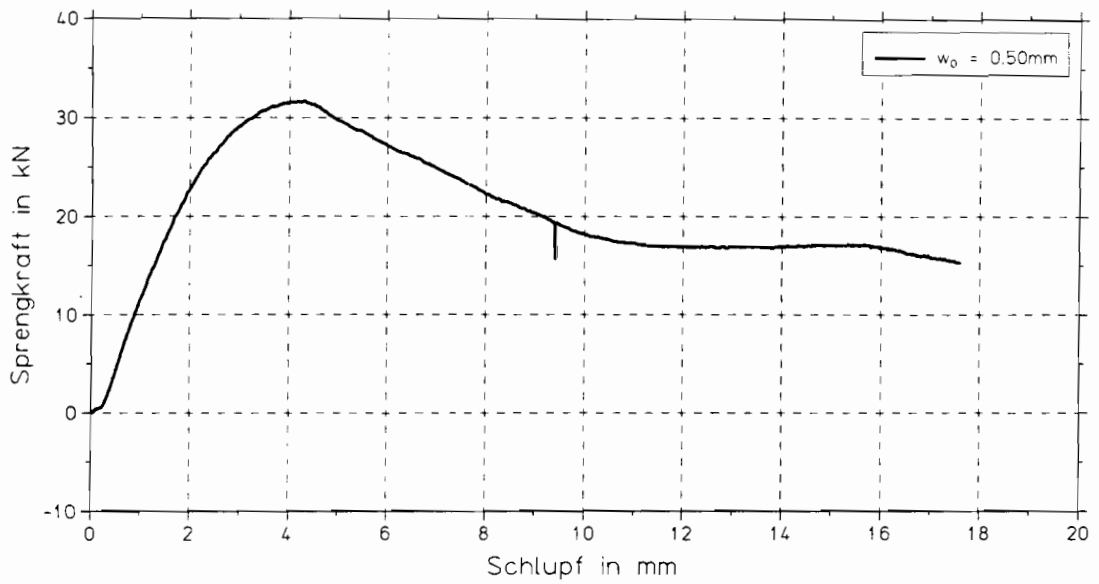
Versuch BA31



Winkel der Lastausbreitung α

Abb. 70

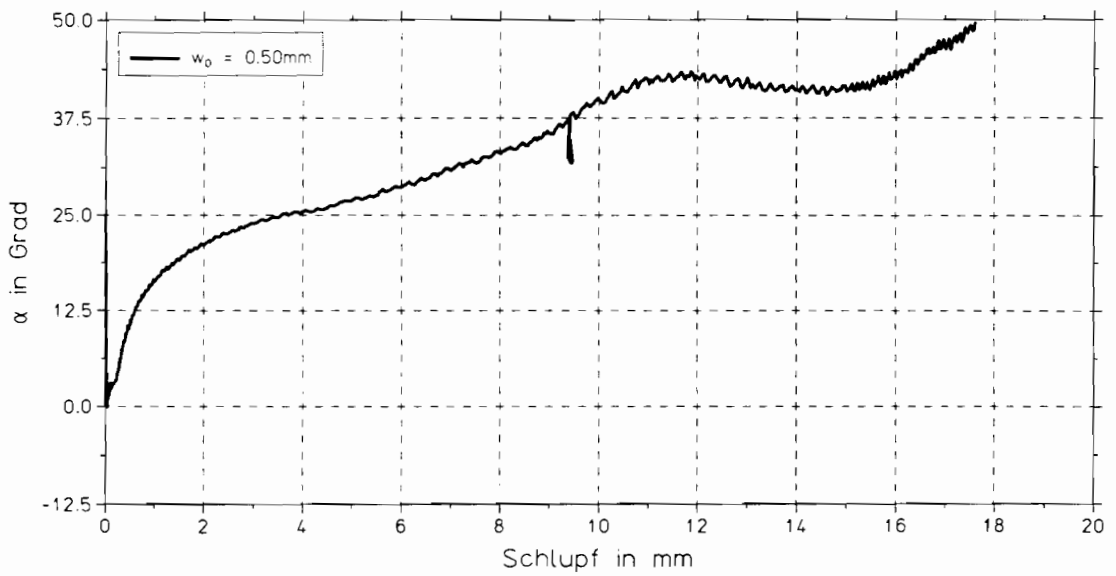
Versuch BA36



Sprengkraft

Abb. 71

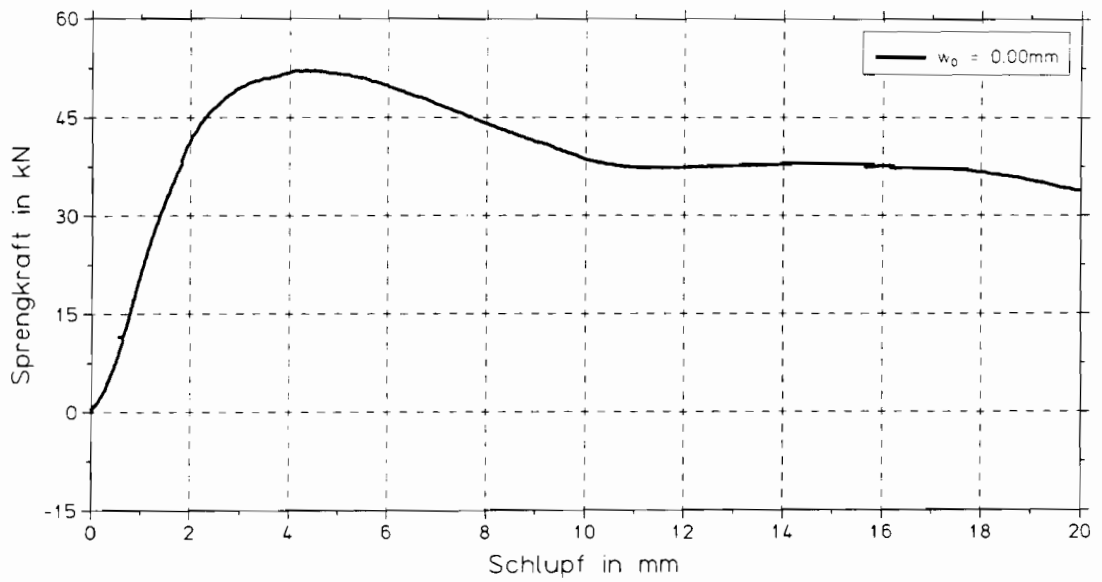
Versuch BA36



Winkel der Lastausbreitung α

Abb. 72

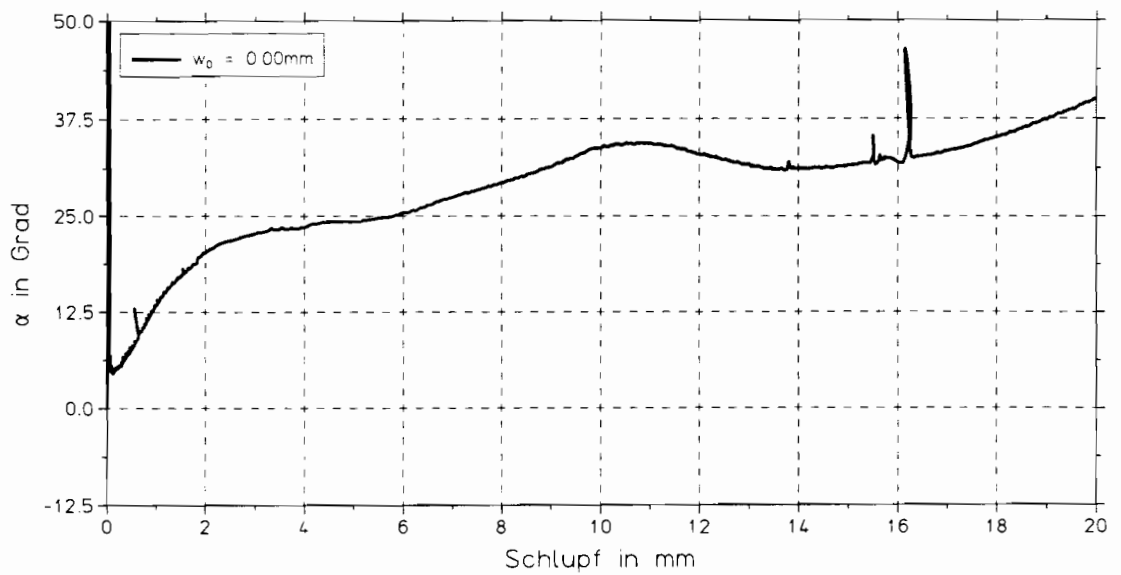
Versuch BA41



Sprengkraft

Abb. 73

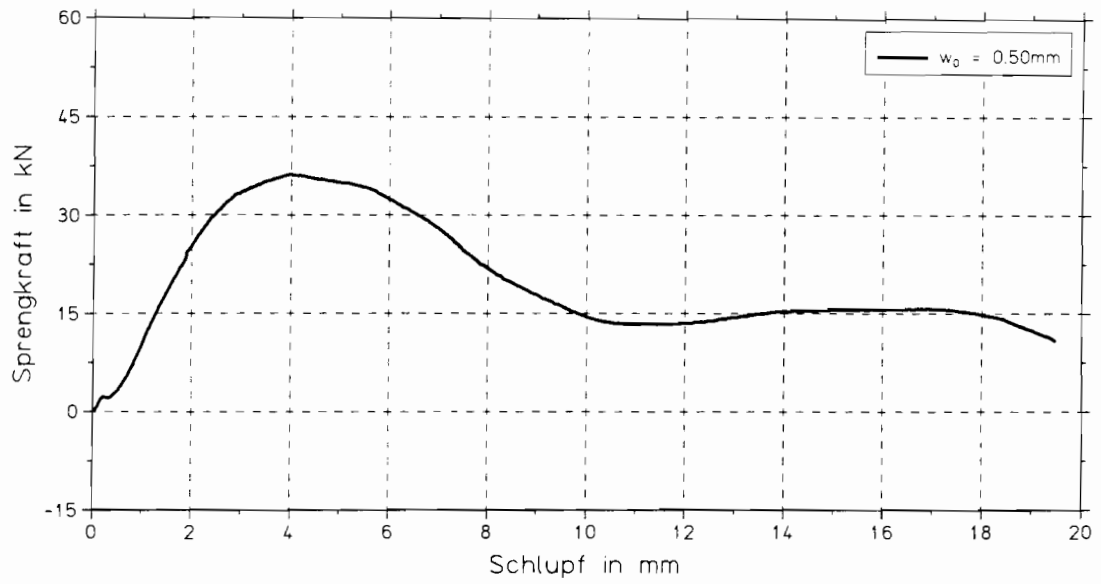
Versuch BA41



Winkel der Lastausbreitung α

Abb. 74

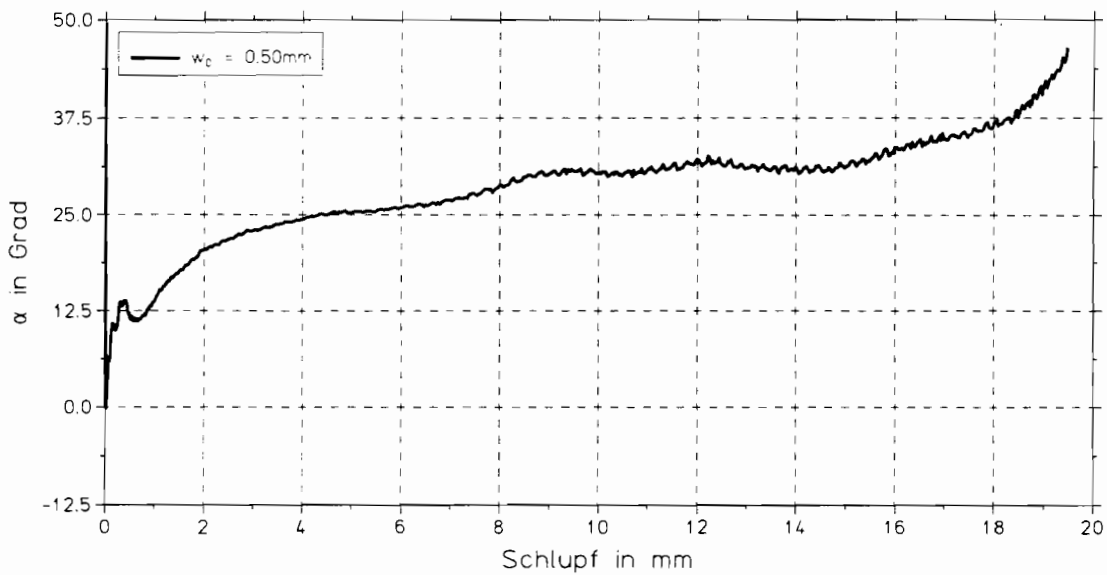
Versuch BA46



Sprengkraft

Abb. 75

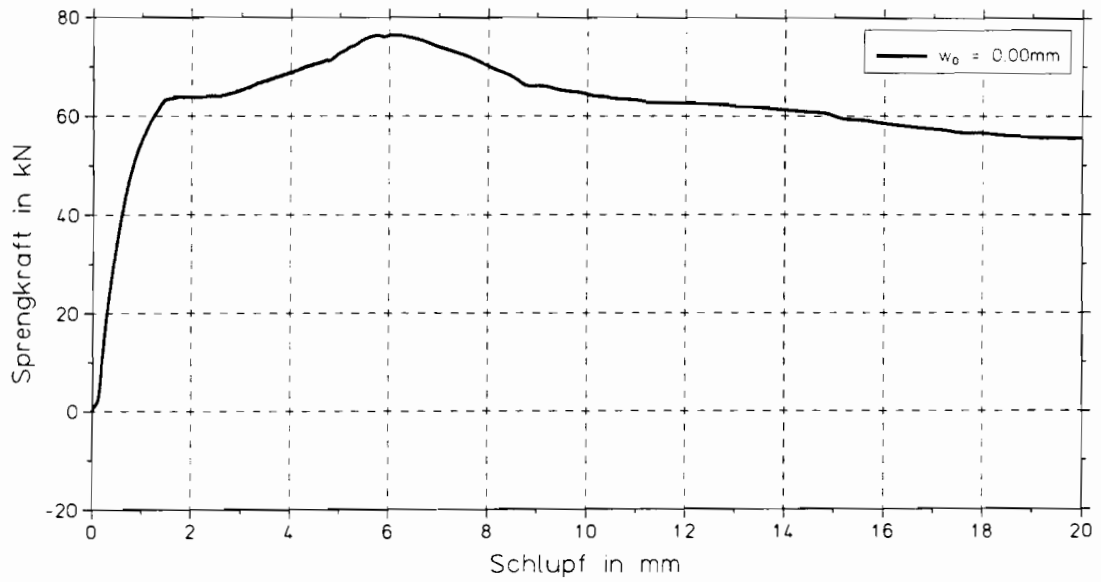
Versuch BA46



Winkel der Lastausbreitung α

Abb. 76

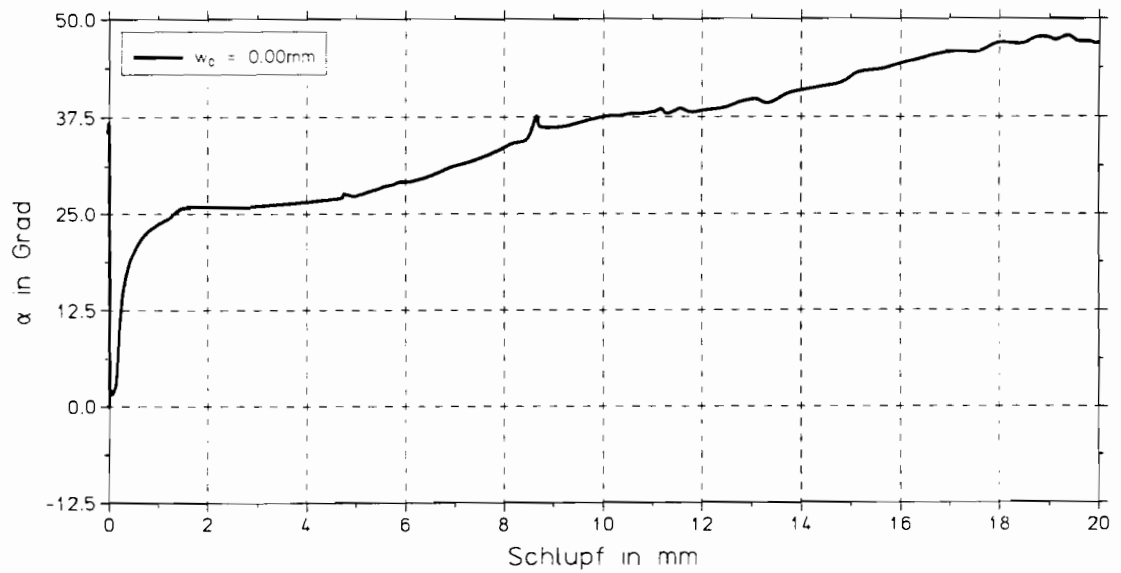
Versuch BA51



Sprengkraft

Abb. 77

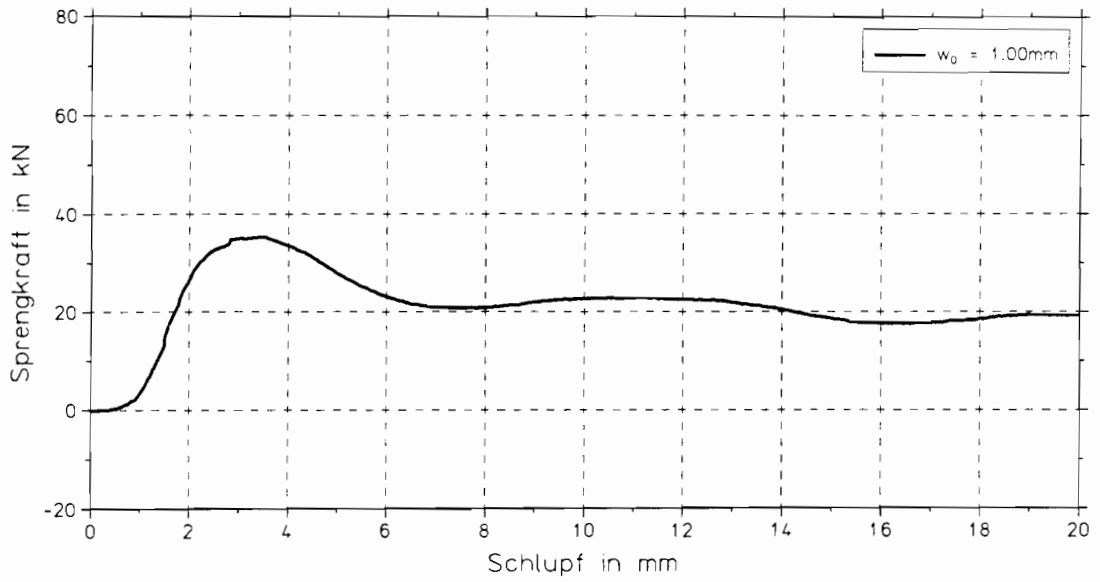
Verbundversuche BA51



Winkel der Lastausbreitung α

Abb. 78

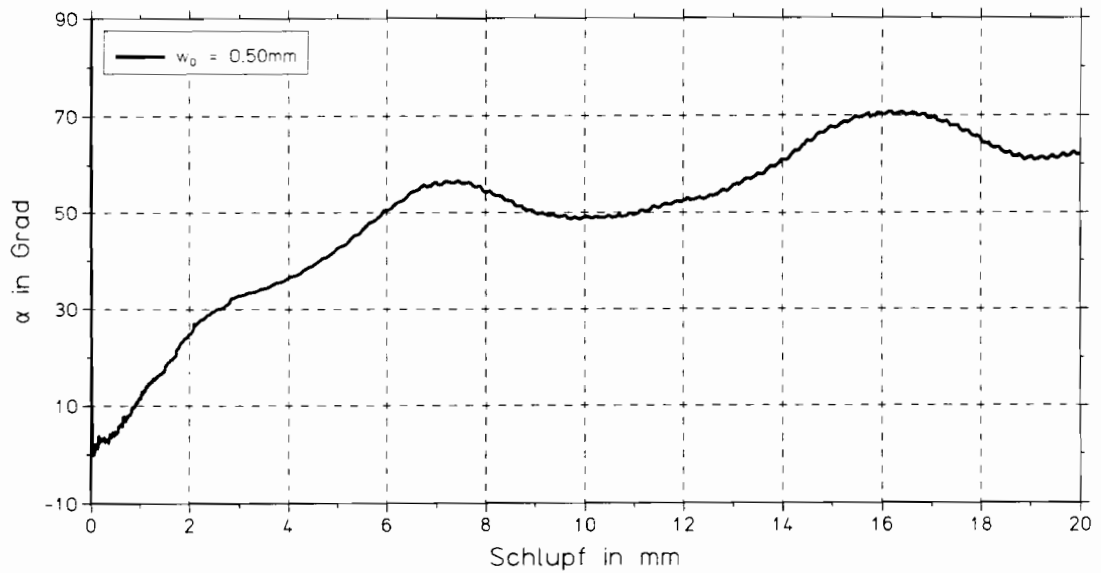
Versuch BA56



Sprengkraft

Abb. 79

Verbundversuche BA56



Winkel der Lastausbreitung α

Abb. 80

Anhang Teil C

Beispielrechnung zur Dimensionsanalyse

gegeben: Ausziehkörper mit folgenden Eigenschaften:

$$\begin{array}{lcl} \text{Quersteifigkeit} & k_q & = & 1,00 \cdot 10^5 \text{ N/mm} \\ \text{Betongüte:} & \beta_{\text{WN}} & = & 35 \text{ N/mm}^2 \end{array}$$

Ausziehstab nach DIN 488 mit folgenden Eigenschaften:

$$\begin{array}{lcl} \text{Stabdurchmesser:} & d_s & = & 8\text{mm} \\ \text{Rippenhöhe:} & c_s & = & 0.52\text{mm} \end{array}$$

gesucht: Betrag der durch den Ausziehstab maximal verankerten Kraft F für unterschiedliche voreingestellte Rißbreiten w_0 .

1. $w_0 = 0\text{mm}$

$$\frac{w_0}{c_s} = \frac{0\text{mm}}{0,52\text{mm}} = 0$$

Ablesung im Diagramm Abbildung 2.31 Abschnitt 2.8.2 Dimensionsanalyse:

$$f\left(\frac{w_0}{c_s}\right) = f(0) \cong 24 \cdot 10^{-3}$$

⇒

$$f\left(\frac{w_0}{c_s}\right) = 24 \cdot 10^{-3} = \frac{F}{k_q \cdot d_s}$$

⇐

$$F = 24 \cdot 10^{-3} \cdot k_q \cdot d_s = 24 \cdot 10^{-3} \cdot 1,00 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot 8\text{mm}$$

⇒

$$F = 19\,200 \text{ N}$$

2. $w_0 = 0.5\text{mm}$

$$f\left(\frac{w_0}{c_s}\right) = f(0,96) \cong 13 \cdot 10^{-3} = \frac{F}{k_q \cdot d_s}$$

⇒

$$F = 13 \cdot 10^{-3} \cdot k_q \cdot d_s = 13 \cdot 10^{-3} \cdot 1,00 \cdot 10^5 \frac{N}{mm} \cdot 8\text{mm}$$

⇒

$$F = 10\,400\text{ N}$$

Bei diesem Beispiel mit einem Stabdurchmesser von $d_s = 8\text{mm}$, bleibt bei einer voreingestellten Rißbreite von $0,5\text{mm}$ nur noch 54% der Kraft im Vergleich zu einem Ausziehversuch im ungerissenen Beton erhalten.