

**DIN 18800 Tl.5:**

**Vereinfachter Biegedrillknicknachweis  
für Verbundträger**

**T 2833**

T 2833

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

Im Originalmanuskript enthaltene Farbvorlagen, wie z.B. Farbfotos, können nur in Grautönen wiedergegeben werden. Liegen dem Fraunhofer IRB Verlag die Originalabbildungen vor, können gegen Berechnung Farbkopien angefertigt werden. Richten Sie Ihre Anfrage bitte an die untenstehende Adresse.

© by Fraunhofer IRB Verlag

1999, ISBN 3-8167-5462-7

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69  
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12  
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

e-mail [irb@irb.fhg.de](mailto:irb@irb.fhg.de)

URL <http://www.irb.fhg.de>

G. Hanswille  
Univ.-Prof. Dr.-Ing.

D. Münich  
Dipl.-Ing.

## Forschungsvorhaben:

DIN 18800 Teil 5: Vereinfachter  
Biegedrillknicknachweis für  
Verbundträger

Auftraggeber:

**Deutsches Institut für Bautechnik**

Aktenzeichen: IV 1-5-853/97



Haensel-Kina-Hanswille  
Partnerschaft Beratender Ingenieure im Bauwesen  
Kohlenstr. 38  
44795 Bochum

☎ (0234) 94374-14  
📠 (0234) 94374-44

Bochum, September 1998

## Forschungsvorhaben

### DIN 18800-5: vereinfachter Biegedrillknicknachweis für Verbundträger

## Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung .....	1
2	Differentialgleichung des Biegetorsionsproblems bei gebundener Drehachse und drehelastischer Bettung .....	2
	2.1 Allgemeines .....	3
	2.2 Biegedrillknicken bei Verbundquerschnitten.....	3
3	Analogie zwischen Biegetorsionsproblem und Druckstab mit elastischer Bettung .....	6
	3.1 Allgemeines .....	6
	3.2 Lösungen für Sonderfälle, konstante Normalkraft bzw. konstantes Biegemoment .....	8
	3.2.1 Allgemeines .....	8
	3.2.2 Ideale Verzweigungslasten .....	9
	3.2.2 Ideales Biegedrillknickmoment nach Eurocode 4-1, Anhang B .....	11
4	Stäbe mit veränderlichem Normalkraft- bzw. Momentenverlauf.....	12
5	Näherungslösungen zur Ermittlung des Knicklängenbeiwertes ..	20
6	Vergleich der Näherungslösungen mit exakten Werten und Eurocode 4-1 .....	23
7	Berechnungsbeispiele .....	25
8	Zusammenfassung .....	28
9	Literatur .....	28

## Zusammenfassung

Das Tragverhalten von durchlaufenden Verbundträgern wird an den Innenstützen durch Versagen infolge Biegedrillknicken bestimmt. Im Eurocode 4-1 und in EDIN 18800-5 wird die Momententragfähigkeit  $M_{Rd}$  bei Biegedrillknickgefahr durch Abminderung des vollplastischen Bemessungswertes der Momententragfähigkeit  $M_{pl,Rd}$  mit dem Abminderungsfaktor  $\kappa_M$  bestimmt. Der Reduktionsfaktor  $\kappa_M$  ist dabei von der bezogenen Schlankheit  $\bar{\lambda}_M$  abhängig, die wiederum eine Funktion des charakteristischen Wertes der Momententragfähigkeit und des idealen Biegedrillknickmomentes  $M_{Ki}$  ist. Mit Hilfe des Biegedrillknickmomentes werden die Lagerungsbedingungen und die Art der Beanspruchung erfaßt. Der Berechnung von  $M_{Ki}$  liegt ein Modell zugrunde, bei dem der Stahlquerschnitt am Obergurt als seitlich unver-schieblich gehalten betrachtet wird und die Einflüsse aus der Betonplatte und der Profilverformung des Trägers durch eine effektive drehelastische Bettung erfaßt werden. Der Einfluß der Belastung wird im Eurocode 4 durch Beiwerte berücksichtigt, die von der Momentenverteilung abhängen. Diese im EC4 enthaltenen Beiwerte wurden ohne Berücksichtigung der drehelastischen Bettung ermittelt. Der Einfluß der Drehbettung wird, wie im Stahlbau üblich, über eine Erhöhung der St. Venantschen Torsionssteifigkeit berücksichtigt, wobei bei der Ermittlung der effektiven drehelastischen Bettung von einer einwelligen Eigenform ausgegangen wird. Diese Vorgehensweise kann bei großer drehelastischer Bettung zu erheblichen Fehlern bei der Bestimmung von  $M_{Ki}$  führen. Es wird gezeigt, daß eine Analogie zwischen dem Biegetorsionsproblem bei gebundener Drehachse und drehelastischer Bettung und dem Stabilitätsproblem des elastischen gestützten Druckstabes besteht. Auf der Grundlage dieser Analogie wird ein verbessertes Näherungsverfahren zur Bestimmung des idealen Biegedrillknickmomentes von Verbundträgern hergeleitet und mit dem Verfahren nach Eurocode 4, Anhang B und genauen numerischen Lösungen verglichen

## Summary

At internal supports the behaviour of continuous composite beams is significantly influenced by lateral distortional buckling. In Eurocode 4-1 and EDIN 18800-5 the design bending moment for distortional lateral buckling is based on the reduction of the plastic design bending Moment  $M_{pl,Rd}$  with the factor  $\kappa_M$ . The reduction factor  $\kappa_M$  is a function of the related slenderness  $\bar{\lambda}_M$  dependent on the characteristic value of the bending moment resistance and the critical bending moment  $M_{Ki}$ . The critical bending Moment  $M_{Ki}$  takes into account the boundary conditions of the beam and the type of loading. The determination of  $M_{Ki}$  is based on a model where the structural steel section is laterally braced at the top flange and where the influence of the concrete slab and the distortional effects of the web is taken into account by an elastic restraint against rotation. The influence of the bending moment distribution is allowed for by a factor which was determined for a steel section, laterally braced at the top flange but neglecting the influence elastic restraint against torsion. The influence of the torsion elastic restraint of the concrete slab and the distortional deformations of the web are taken into account by an effective St. Venant torsion stiffness based on a one wave buckling shape. This assumption can lead to significant errors. It is shown that the elastic critical bending moment of composite beams can be determined by help of an analogy between the differential equilibrium equations of the compression member on elastic foundation and the lateral torsion buckling problem. Based on this analogy a new simplified and more accurate method for the determination of elastic critical bending moment is derived and compared with the method given in Eurocode 4-1 and exact FEM calculation .

# 1 Einleitung

Bei biegedrillknickgefährdeten Verbundträgern nach Bild 1 wird das Stahlprofil durch den Betongurt seitlich und drehelastisch gehalten, d.h., es liegt der Fall des Biegedrillknickens mit gebundener Drehachse und drehelastischer Bettung vor. Der Bemessungswert der Momententragfähigkeit  $M_{Rd}$  bei Biegedrillknickgefahr ergibt sich nach /1/ und /2/ in Abhängigkeit von der Querschnittsklasse nach Tabelle 1. Der Einfluß der Belastung und der Lagerungsbedingungen wird bei der Ermittlung des Abminderungsfaktors  $\kappa_M$  über die ideale Verzweigungslast bzw. das ideale Biegedrillknickmoment erfaßt.

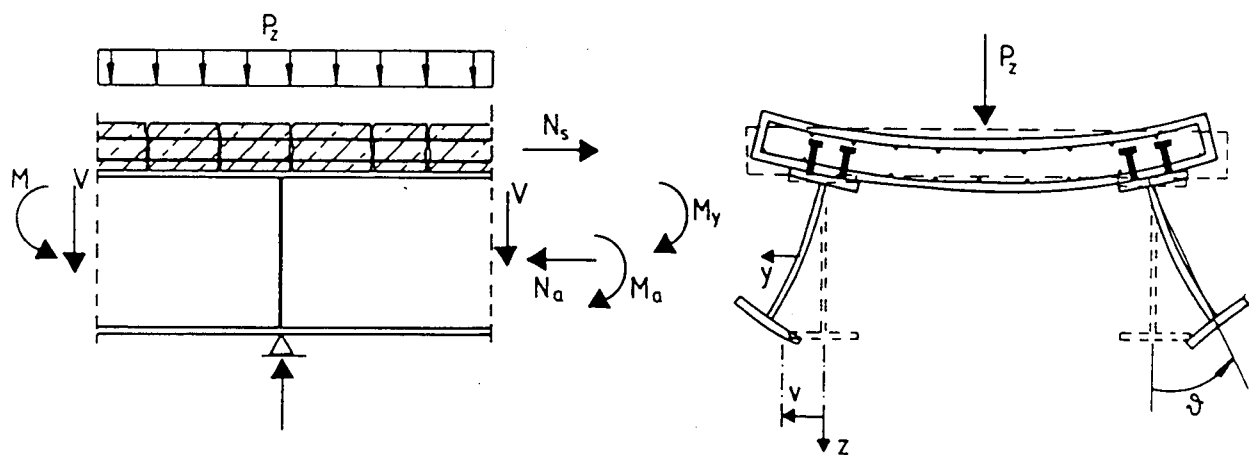


Bild 1 Biegedrillknicken bei Verbundträgern

Tabelle 1 Biegedrillknicknachweis

Querschnittsklasse	1 und 2	3 und 4
Nachweis	$M_{Sd} \leq M_{Rd} = \kappa_M M_{pl,Rd}$	$M_{Sd} \leq M_{Rd} = \kappa_M M_{el,Rd}$ bzw. $\sigma_{sd} \leq \sigma_{Rd} = \kappa_M f_{yd}$
Bezogene Schlankeheit $\bar{\lambda}_M$	$\bar{\lambda}_M = \sqrt{\frac{M_{pl,k}}{M_{Ki}}}$	$\bar{\lambda}_M = \sqrt{\frac{M_{el,k}}{M_{Ki}}} = \sqrt{\frac{f_{yk}}{\sigma_{Ki}}}$
$\bar{\lambda}_M \leq 0,4$ Kein Biegedrillknicknachweis erforderlich $\kappa_M=1,0$		
Abminderungsfaktor $\kappa_M$	$\kappa_M = \left( \frac{1}{1 + (\bar{\lambda}_M)^{2n}} \right)^{\frac{1}{n}}$	Geschweißte Querschnitte: $n=2,0$ gewalzte Profile : $n=2,5$
$M_{pl,Rk}$ , $M_{el,Rk}$ –vollplastische bzw. elastische Momententragfähigkeit, ermittelt mit den charakteristischen Werten der Streckgrenze von Baustahl und Bewehrung		

Der Anhang B des Eurocode 4 –1 enthält ein vereinfachtes Nachweisverfahren, dessen Herleitung in /8/ beschrieben wird. Nach der Energiemethode wurde eine geschlossene Lösung für das ideale Biegedrillknickmoment eines gabelgelagerten Einfeldträgers mit gleichen Randmomenten, seitlicher Halterung am Obergurt und drehelastischer Bettung hergeleitet, wobei ein einwelliger Sinusansatz für die Verdrehung verwendet wurde. Der Einfluß der drehelastischen Bettung wird in /1/, /6/, /7/ und /8/ durch eine ideale Torsionssteifigkeit erfaßt, die sich aus einem einwelligen Sinusansatzes für die Verdrehung ergibt. Diese Annahme kann nach /3/, /4/, /5/ und /9/ zu auf der unsicheren Seite liegenden Ergebnissen führen, da im Falle der gebundenen Drehachse bei großen Drehfedersteifigkeiten in der Regel ein mehrwelliges Ausweichen stattfindet.

## 2 Differentialgleichung des Biegetorsionsproblems bei gebundener Drehachse und drehelastischer Bettung

### 2.1 Allgemeines

Es wird der in Bild 2 dargestellte Stab mit einfachsymmetrischem und über die Stablänge konstantem Querschnitt betrachtet, der durch Querlasten  $q_z$  und Randmomente  $M_y$  beansprucht ist.

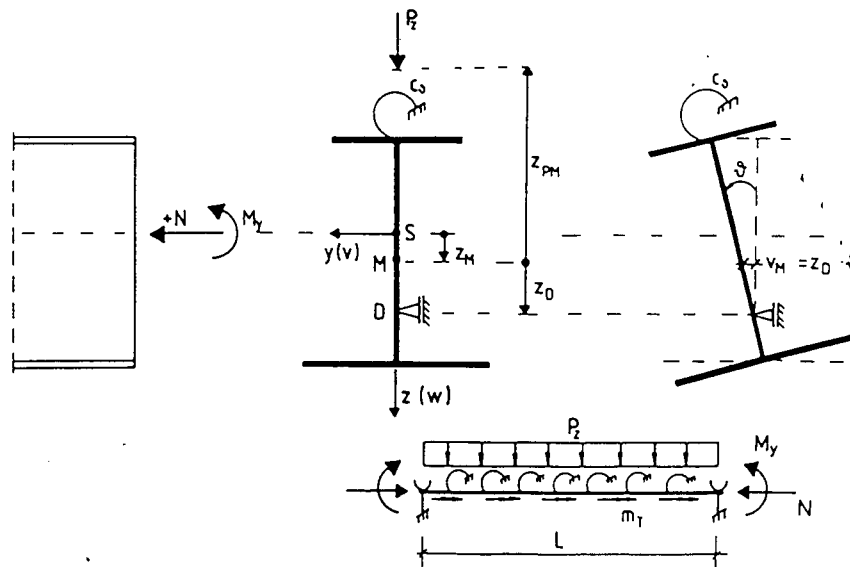


Bild 2 Stab mit gebundener Drehachse und drehelastischer Bettung,

Mit den üblichen Voraussetzungen, daß an den Stabenden keine Wölbmomente eingeleitet werden, die Längsverformungen gegenüber den Biege- und Verdrehungsverformungen klein sind und wie die Einflüsse aus der Hauptkrümmung vernachlässigt werden können, ergibt sich im Falle der gebundenen Drehachse, bei dem eine feste Verknüpfung zwischen der auf den Schubmittelpunkt bezogenen Verformung  $v_M$  und der Verdrehung  $\vartheta$  eintritt, die zugehörige Differentialgleichung z. B. nach /6/ zu:

$$\begin{aligned} & \left[ EI_{\omega} M + EI_z z_D^2 \right] \vartheta''' - GI_T \vartheta'' + z_D \left[ (M_y \vartheta)'' + M_y \vartheta'' \right] - \left[ \vartheta' M_y + r_{Mz} \right]' \\ & + \left[ N \vartheta' \left[ (z_D + z_M)^2 + i_P^2 \right] \right]' + P_z z_{pM} \vartheta + c_{\vartheta} \vartheta = m_T \end{aligned} \quad (1)$$

Es bedeuten:

$p_z$	Querlast
$m_T$	Streckentorsionsmoment $m_T$
$N$	Normalkraft $N(x)$ , als Druckkraft positiv definiert
$M_y$	Biegemoment $M_y(x)$ um die $y$ -Achse
$\vartheta$	auf die Schubmittelpunktsachse bezogene Verdrehung
$v_M$	Verformung des Schubmittelpunktes in $y$ -Richtung
$E$	Elastizitätsmodul
$G$	Schubmodul
$I_{\omega M}$	Wölbfächenmoment zweiten Grades, bezogen auf den Schubmittelpunkt
$I_z$	Flächenmoment zweiten Grades um die $z$ -Achse
$I_y$	Flächenmoment zweiten Grades um die $y$ -Achse
$I_T$	St. Venantsches Torsionsflächenmoment zweiten Grades
$i_M$	$= i_p^2 + z_M^2$ , auf den Schubmittelpunkt bezogener polarer Trägheitsradius
$z_D$	Koordinate der seitlichen Halterung bezogen auf den Schubmittelpunkt
$z_M$	Koordinate des Schubmittelpunktes
$z_{pM}$	Koordinate des Lastangriffes von $p_z$ bezogen auf den Schubmittelpunkt
$r_{Mz}$	$= \left( \frac{1}{I_y} \int z (y^2 + z^2) dA \right) - 2 z_M$ (2)

Der erste Klammerausdruck in Gleichung (1) kann weiter vereinfacht werden. Für die auf den Angriffspunkt der seitlichen Halterung bezogene Verwölbung und das zugehörige Wölbfächenmoment zweiten Grades  $I_{\omega D}$  folgt:

$$\omega_D = \omega_M + z_D y \quad I_{\omega D} = \int \omega_D^2 dA = \int (\omega_M + z_D y)^2 dA = I_{\omega M} + z_D^2 I_z \quad (3)$$

Nach weiterer Umformung des zweiten Klammerausdruckes in Gleichung (1) erhält man die Differentialgleichung in der folgenden Form:

$$EI_{\omega D} \vartheta'''' - GI_T \vartheta'' + \left[ \left[ M_y (2 z_D - r_{Mz}) + N \left( (z_D + z_M)^2 + i_p^2 \right) \right] \vartheta' \right]' + \left[ p_z (z_{pM} - z_D) + c_{\vartheta} \right] \vartheta = m_T \quad (4)$$

## 2.2 Biegedrillknicken bei Verbundquerschnitten

Bei der Ermittlung des Biegedrillknickmomentes von Verbundquerschnitten nach Bild 3 ergeben sich die Teilschnittgrößen des Baustahlquerschnittes aus dem auf den Gesamtquerschnitt einwirkenden Biegemoment  $M$ . Ferner besteht Affinität zwischen dem Normalkraftverlauf  $N_s(x)$  und dem Momentenverlauf  $M_s(x)$  des Baustahlquerschnittes. Die drehelastische Bettung kann nach Tabelle 2 /8/ aus den Verformungsanteilen der Betonplatte und der Profilverformung bestimmt werden.



Tabelle 2 Ermittlung der drehelastischen Bettung  $c_{\vartheta}$

Träger	
ohne Kammerbeton	mit Kammerbeton
<b>Drehbettung aus der Profilverformung</b>	
$c_{\vartheta P,k} = \frac{1}{4} \frac{E_a}{1 - \nu_a^2} \frac{t_w^3}{h_s}$	$c_{\vartheta P,k} = \frac{1}{16} \frac{E_a t_w b_c^2}{h_s [1 + 4(t_w / b_c)(E_a / E_c)]}$
<p><b>Drehbettung aus der Biegesteifigkeit <math>(EI_c)_{II}</math> der Betonplatte :</b></p> $c_{\vartheta M,k} = k \frac{(EI_c)_{II}}{a}$ <p>a - Stützweite der Betonplatte  <math>(EI_c)_{II}</math>- Biegesteifigkeit der gerissenen Betonplatte                      k=2 für ein- und zweifeldrige Betonplatten                      k=4 für drei- und mehrfeldige Betonplatten</p>	
<p>wirksame Drehbettung <math>c_{\vartheta k}</math>:</p> $\frac{1}{c_{\vartheta k}} = \frac{1}{c_{\vartheta P,k}} + \frac{1}{c_{\vartheta M,k}}$	

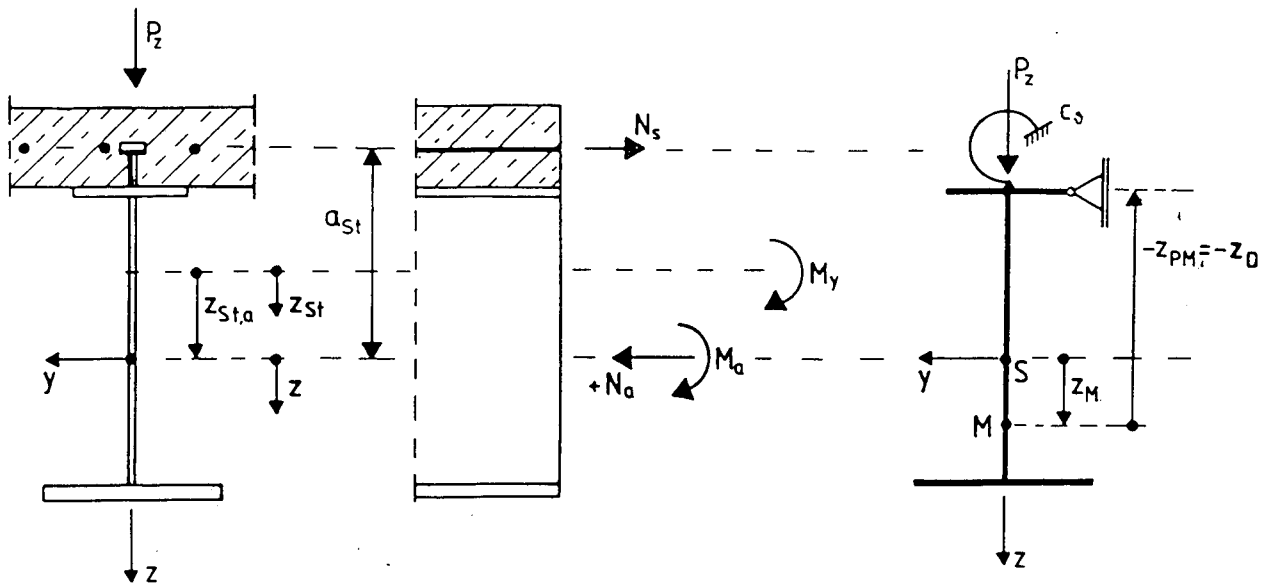


Bild 3 Teilschnittgrößen, Lastangriff und Lage der seitlichen Halterung

Für die Teilschnittgrößen des Baustahlquerschnittes ergibt sich mit der Bedingung, daß die Normalkraft des Stahlprofil als Druckkraft positiv definiert ist:

$$M_a = M_y \frac{I_{ay}}{I_{st,y}} \quad N_a = -M_y \frac{z_{st,a} A_a}{I_{st,y}} \quad z_e = \frac{M_a}{N_a} = -\frac{I_{ay}}{z_{st,a} A_a} \quad (5)$$

Die maßgebende Differentialgleichung erhält man aus Gleichung (4) und Gl. (5):

$$EI_{\omega D} \vartheta''' - GI_T \vartheta'' + \left[ \left( \frac{(z_D + z_M)^2 + i_P^2}{z_e} + 2z_D - r_{Mz} \right) \frac{I_{ay}}{I_{st,y}} M_y \vartheta' \right]' + [p_z (z_{PM} - z_D) + c_\vartheta] \vartheta = m_T \quad (6)$$

Mit der Abkürzung

$$k_z = \left[ \frac{(z_D + z_M)^2 + i_P^2}{z_e} + 2z_D - r_{Mz} \right] \frac{I_{ay}}{I_{st,y}} \quad (7)$$

und  $z_{PM} = z_D$  folgt für die Differentialgleichung des Verbundträgers:

$$EI_{\omega D} \vartheta''' + [(k_z M_y - GI_T) \vartheta']' + c_\vartheta \vartheta = m_T \quad (8)$$

### 3 Analogie zwischen Biegetorsionsproblem und Druckstab mit elastischer Bettung

#### 3.1 Allgemeines

Die Differentialgleichung des Biegetorsionsproblems (Gln. 8 und 10) hat den gleichen Aufbau wie die Differentialgleichung des Druckstabes mit kontinuierlicher Wegfederbettung (Gl. 9), der zusätzlich durch eine Zugkraft  $H$  beansprucht wird, welche entlastende Abtriebskräfte  $H w''$  hervorruft. Dieser Einfluß wird bei dem in Bild 4 dargestellten Modellträger dadurch erfaßt, daß im Querschnitt des Trägers ein Seil geführt wird. Durch Anspannen des Seiles mit der Zugkraft  $H$  und den daraus resultierenden Abtriebskräften wird die Wirkung der Drillsteifigkeit  $GI_T$  beim Biegetorsionsproblem veranschaulicht /7/. Die Differentialgleichung des druckbeanspruchten elastisch gebetteten Biegebalkens mit entlastender Zugkraft  $H$  wird bekanntlich durch die folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$EI_y w'''' + [(N - |H|) w']' + c_w w = p_z \quad (9)$$

$$EI_{\omega D} \vartheta'''' + [(k_z M_y - GI_T) \vartheta']' + c_{\vartheta} \vartheta = m_T \quad (10)$$

Für die Lösung der Differentialgleichung des Biegetorsionsproblems kann somit wie bei der Analogie zwischen „Wölbkrafttorsion“ und „Zugstab nach Theorie II. Ordnung“ die in Tabelle 3 und Bild 4 zusammengestellte Analogiebetrachtung herangezogen werden. Damit ist das Biegetorsionsproblem nach Elastizitätstheorie II. Ordnung sowie die Lösung des zugehörigen Stabilitätsproblems z.B. mit standardmäßigen Stabwerksprogrammen nach Theorie II. Ordnung berechenbar.

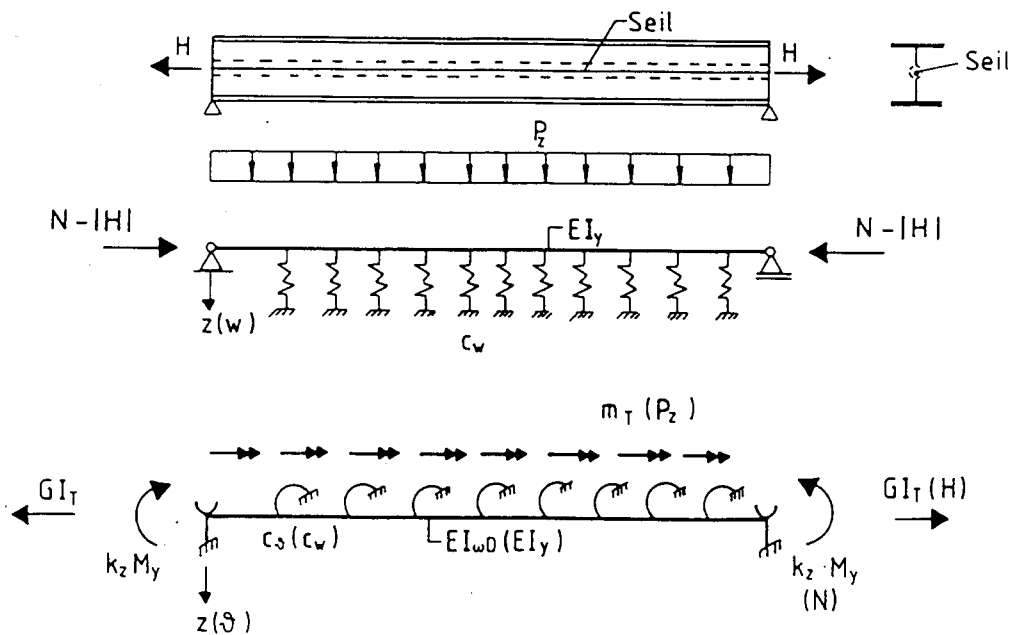
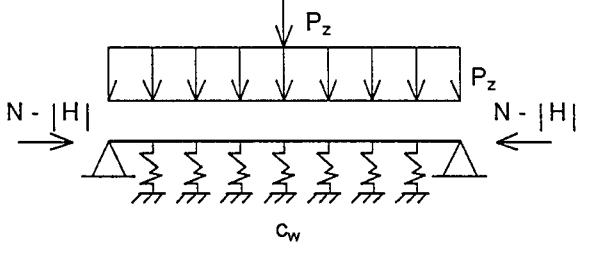
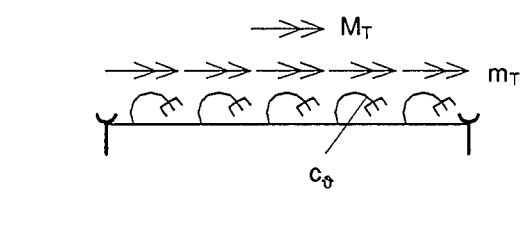


Bild 4 Druckstab mit elastischer Bettung und Analogie zum Biegetorsionsproblem

**Tabelle 3** Analogie zwischen Druckstab mit elastischer Bettung und Biegetorsionsproblem mit gebundener Drehachse und drehelastischer Bettung

Stabknicken	Biegedrillknicken
	
<b>Differentialgleichungen</b>	
$EI_y w'''' + [(N -  H ) w']' + c_w w = p_z$	$EI_{\omega D} \vartheta'''' + [(k_z M_y - GI_T) \vartheta']' + c_{\vartheta} \vartheta = m_T$
Durchbiegung: $w$	Drehwinkel: $\vartheta$
Wegfederbettung $c_w$	drehelastische Bettung $c_{\vartheta}$
Horizontalkraft $H$	Torsionssteifigkeit $GI_T$
Biegesteifigkeit $EI_y$	Wölbsteifigkeit $EI_{\omega D}$
Normalkraft $N(x)$	Biegemoment $k_z M_y(x)$
<b>Belastung</b>	
Streckenlast $p_z$	Streckentorsionsmoment $m_T$
Einzellast $P_z$	Einzeltorsionsmoment $M_T$
Einzelmoment $M_y$	Wölbmoment $M_{\omega}$
<b>Lagerungsbedingungen</b>	
festes Lager ( $w=0$ und $w'' = 0$ )	Gabellagerung ( $\vartheta=0$ und $\vartheta'' = 0$ )
Einspannung ( $w=0$ und $w' = 0$ )	behinderte Verwölbung ( $\vartheta=0$ und $\vartheta' = 0$ )
freies Trägerende ( $w'' = 0$ bzw. $M_y=0$ )	freies Trägerende ( $\vartheta'' = 0$ bzw. $M_{\omega}=0$ )
<b>Schnittgrößen</b>	
Biegemoment $M_y = -EI_y w''$	Wölbmoment $M_{\omega} = -EI_{\omega D} \vartheta''$
Querkraft $V_z = -EI_y w'''$	sekundäres Torsionsmoment $M_{xs} = -EI_{\omega D} \vartheta'''$

## 3.2 Lösungen für Sonderfälle; konstante Normalkraft - konstantes Biegemoment

### 3.2.1 Allgemeines

Eine strenge Lösung der Differentialgleichungen (9) und (10) ist nur in Sonderfällen möglich. Nachfolgend wird der in Bild 4 dargestellte Fall der konstanten Druckkraft beim elastisch gebetteten Stab bzw. des konstanten Biegemomentes beim Biegetorsionsproblem betrachtet. Die Gleichungen (9) und (10) vereinfachen sich dann zu:

$$EI_y w'''' + (N - |H|) w'' + c_w w = p_z \quad (11a)$$

$$EI_{\omega D} \vartheta'''' + (k_z M_y - GI_T) \vartheta'' + c_{\vartheta} \vartheta = m_T \quad (11b)$$

Führt man die modifizierten Stabkennzahlen  $\varepsilon_K$  bzw.  $\varepsilon_B$

$$\varepsilon_K = L \sqrt{\frac{N - |H|}{EI_y}} \quad (12a)$$

$$\varepsilon_B = L \sqrt{\frac{k_z M_y - GI_T}{EI_{\omega D}}} \quad (12b)$$

ein, so können die Differentialgleichungen in der folgenden Form angegeben werden:

$$w'''' + \left(\frac{\varepsilon_K}{L}\right)^2 w'' + \left(\frac{\eta_K}{L^2}\right)^2 w = \frac{p_z}{EI_y} \quad (13a)$$

$$\vartheta'''' + \left(\frac{\varepsilon_B}{L}\right)^2 \vartheta'' + \left(\frac{\eta_B}{L^2}\right)^2 \vartheta = \frac{m_T}{EI_{\omega D}} \quad (13b)$$

Die Steifigkeitsparameter  $\eta_K$  und  $\eta_B$  ergeben sich zu:

$$\eta_K = \sqrt{\frac{c_w L^4}{EI_y}} \quad (14a)$$

$$\eta_B = \sqrt{\frac{c_{\vartheta} L^4}{EI_{\omega D}}} \quad (14b)$$

Bei der Lösung der Differentialgleichungen (13a) und (13b) sind die in Tabelle 3 zusammengestellten Fälle zu unterscheiden. Ein Stabilitätsproblem kann somit nur im Fall 1 auftreten.

Tabelle 3 Fallunterscheidungen bei der Lösung der Differentialgleichungen

Fall	Bemerkung	Stabknicken	Biegedrillknicken
1	Lösung für den Druckstab nach Theorie II. Ordnung	$N >  H $ $\varepsilon_K = L \sqrt{\frac{N -  H }{EI_y}}$	$K_z M_y > GI_T$ $\varepsilon_B = L \sqrt{\frac{k_z M_y - GI_T}{EI_{\omega D}}}$
2	Lösung für den Stab ohne Normalkraft (Theorie I. Ordnung)	$N =  H $ $\varepsilon_K = 0$	$k_z M_y = GI_T$ $\varepsilon_B = 0$
3	Lösung für den Zugstab nach Theorie II Ordnung.	$N <  H $ $\varepsilon_K = L \sqrt{\frac{ H  - N}{EI_y}}$	$k_z M_y < GI_T$ $\varepsilon_B = L \sqrt{\frac{GI_T - k_z M_y}{EI_{\omega D}}}$

### 3.2.2 Ideale Verzweigungslasten

Für den Stab mit konstanter Druckkraft (biegedrillknickgefährdeter Stab mit konstanten Randmomenten) ergeben sich für  $p_z = 0$  bzw.  $m_T = 0$  mit Gleichung (13) zwei homogene Gleichungen, aus denen die Verzweigungslasten ermittelt werden können. Mit den Lösungsansätzen

$$w(x) = A \sin \frac{n \pi x}{L} \quad \vartheta(x) = A \sin \frac{n \pi x}{L} \quad (15)$$

und der Halbwellenzahl  $n$  erhält man nach Einsetzen in die Gleichung (13) die Eigenwerte zu:

$$\varepsilon_{Ki}^2 = (n\pi)^2 + \left( \frac{\eta_K}{n\pi} \right)^2 \quad (16a)$$

$$\varepsilon_{Bi}^2 = (n\pi)^2 + \left( \frac{\eta_B}{n\pi} \right)^2 \quad (16b)$$

Für die Verzweigungslast des Stabes bzw. für das Biegedrillknickmoment folgt:

$$N_{Ki} = \frac{EI_y}{L^2} \left[ (n\pi)^2 + \left( \frac{\eta_K}{n\pi} \right)^2 \right] + H \quad (17a)$$

$$M_{Ki} = \frac{1}{k_z} \left[ \frac{EI_{\omega D}}{L^2} \left[ (n\pi)^2 + \left( \frac{\eta_B}{n\pi} \right)^2 \right] + GI_T \right] \quad (17b)$$

Die Knicklast  $N_{Ki}$  (das Biegedrillknickmoment  $M_{Ki}$ ) ergibt sich somit aus einem Anteil, der durch die Biegesteifigkeit bzw. Wölbsteifigkeit und den Bettungsparameter  $\eta$  bestimmt wird sowie einem weiteren additiven Anteil, welcher aus der entlastenden Zugkraft  $H$  (St. Venantschen Torsionssteifigkeit  $GI_T$ ) resultiert (siehe Bild 5). Bild 5 veranschaulicht, daß die maßgebende Halbwellenzahl  $n$  von dem Steifigkeitsparameter  $\sqrt{\eta} / \pi$  abhängt. Die kleinste Verzweigungslast ergibt sich aus den Bedingungen:

$$\frac{dN_{Ki}}{dn} = 0 \Rightarrow n = \frac{\sqrt{\eta_K}}{\pi} \quad \frac{dM_{Ki}}{dn} = 0 \Rightarrow n = \frac{\sqrt{\eta_B}}{\pi} \quad (18b)$$

Einsetzen der  $n$ -Werte nach Gleichung (18) in Gleichung (17) ergibt die bekannte Engesser-Lösung für den Minimalwert der Verzweigungslast.

$$N_{Ki,min} = 2\sqrt{EI_y c_w} + H \quad (19a)$$

$$M_{Ki,min} = \frac{1}{k_z} \left[ 2\sqrt{EI_{\omega D} c_{\phi}} + GI_T \right] \quad (19b)$$

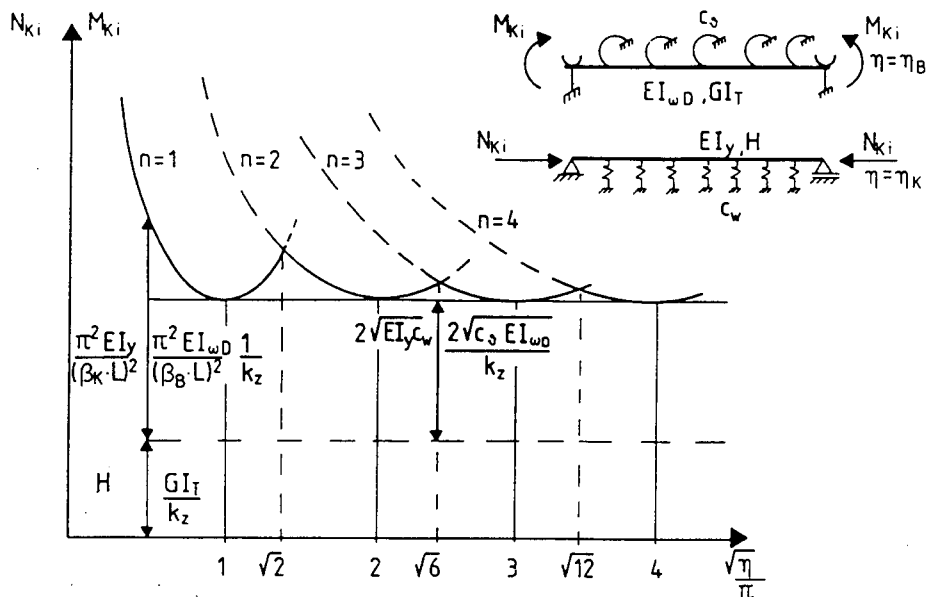


Bild 5 Knicklast (Biegedrillknickmoment) in Abhängigkeit von  $\eta_K$  ( $\eta_B$ )

Für die weitere Vorgehensweise wird für das Biegedrillknicken in Übereinstimmung mit der Knicklänge beim Druckstab der Knicklängenbeiwert  $\beta$  eingeführt, welcher sich auf die Knicklast (Biegedrillknickmoment) ohne Berücksichtigung der entlastenden Horizontalkraft  $H$  (St. Venantsche Torsionssteifigkeit) bezieht. Aus dem Vergleich mit der Knicklast des Eulerfall II folgt:

$$N_{Ki} = \frac{\pi^2 EI_y}{(\beta_K L)^2} + |H| \quad (20a)$$

$$M_{Ki} = \frac{1}{k_z} \left( \frac{\pi^2 EI_{\omega D}}{(\beta_B L)^2} + GI_T \right) \quad (20b)$$

Die Knicklängenbeiwerte ergeben sich aus den Gleichungen 21a und 21b, wobei die Halbwellenzahl in Abhängigkeit von  $\sqrt{\eta} / \pi$  Bild 5 entnommen werden kann.

$$\beta_K = \frac{1}{\sqrt{n^2 + \left(\frac{1}{n\pi}\right)^2 \left(\frac{\eta_K}{\pi}\right)^2}} \quad (21a)$$

$$\beta_B = \frac{1}{\sqrt{n^2 + \left(\frac{1}{n\pi}\right)^2 \left(\frac{\eta_B}{\pi}\right)^2}} \quad (21b)$$

### 3.2.3 Ideales Biegedrillknickmoment nach Eurocode 4-1, Anhang B

Aus Gleichung 17b kann für den Träger mit gleichen Randmomenten unmittelbar die im Anhang B des Eurocode 4 angegebene Lösung hergeleitet werden. Nach einigen Zwischenrechnungen erhält man:

$$M_{Ki} = \frac{1}{k_z} \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 \left[ EI_{\omega D} + \left( \frac{L}{n\pi} \right)^2 \left( GI_T + c_{\vartheta} \left( \frac{L}{n\pi} \right)^2 \right) \right] \quad (22)$$

Weitere Umformung ergibt:

$$M_{Ki} = \frac{k}{k_z L} \sqrt{\left[ GI_T + \frac{c_{\vartheta}}{n^2} \left( \frac{L}{\pi} \right)^2 \right]} EI_{\omega D} \quad (23)$$

mit

$$k = \pi^2 n^2 \sqrt{\chi} + \frac{1}{\sqrt{\chi}} \quad \text{und} \quad \chi = \frac{EI_{\omega D}}{\left[ GI_T + c_{\vartheta} \left( \frac{L}{n\pi} \right)^2 \right] L^2} \quad (24)$$



Die Wölbsteifigkeit  $EI_{\omega D}$  kann auch in der Form  $EI_{\omega D} = EI_{uG} \cdot h_s^2$  angegeben werden. Hierbei ist  $EI_{uG}$  die Biegesteifigkeit des Untergurtes um die z-Achse und  $h_s$  der Abstand der Schwerpunkte der Gurte des Stahlprofils. Für das ideale Biegedrillknickmoment erhält man dann:

$$M_{Ki} = \frac{k \cdot h_s}{k_z L} \sqrt{\left[ GI_T + \frac{c_{\vartheta}}{n^2} \left( \frac{L}{\pi} \right)^2 \right]} EI_{uG} \quad (25)$$

Mit  $k_v = h_s/k_z$  erhält man schließlich die im Eurocode 4 angegebene Gleichung, wenn  $n = 1$  gesetzt wird.

$$M_{Ki} = \frac{k \cdot k_v}{L} \sqrt{\left[ GI_T + c_{\vartheta} \left( \frac{L}{\pi} \right)^2 \right]} EI_{uG} \quad (26)$$

Die Beziehung für  $M_{Ki}$  nach Eurocode 4 (Gleichung 26) unterscheidet sich von der korrekten Gleichung 25 in zwei Punkten:

- die Welligkeit  $n$  beeinflusst den Momentenbeiwert  $k$ ,
- die Bedeutung des Terms der Drehfedersteifigkeit verringert sich mit steigender Welligkeit

Bei genauerer Betrachtungsweise müßte daher im Eurocode 4 anstelle von  $n = 1$  die Halbwellezahl  $n$  nach Gleichung 18b verwendet werden. Dies kann zu erheblichen Abweichungen bei der Berechnung von  $M_{Ki}$  führen.

Ein Vergleich der genaueren Lösung mit den Regelungen nach Eurocode 4 erfolgt im Kapitel 6.

#### 4 Stäbe mit veränderlichem Normalkraft- bzw. Momentenverlauf

Für Stäbe mit veränderlichem Normalkraft- bzw. Momentenverlauf können die Knicklängen-beiwerte  $\beta$  nach Gleichung 21 mit Hilfe des Analogiesystems mit FEM-Programmen /10/ einfach ermittelt werden. In den Bildern 6 bis 12 sind die Knicklängenbeiwerte für Stäbe mit veränderlichem Normalkraft bzw. Momentenverlauf für die in der Praxis relevanten Fälle zusammengestellt.

Im Analogiesystem entspricht die St. Venantsche Torsionssteifigkeit der entlastenden Horizontalkraft  $H$ . Bei der Berechnung des Biegedrillknickmomentes führt somit die St. Venantsche Torsionssteifigkeit zu einer Veränderung des „Normalkraftverlaufes“. Die Lösung nach Gleichung (20b) stellt daher bei einem veränderlichem Normalkraft-, bzw. Momentenverlauf und Verwendung der Knicklängenbeiwerte nach den Bildern 6 bis 12 eine auf der sicheren Seite liegende Näherung dar.

Bei zugeschärfter Berechnung muß die Berechnung iterativ erfolgen und der aus den äußeren Lasten resultierenden Schnittgrößenverlauf um den Anteil der St. Venantschen Torsionssteifigkeit korrigiert werden.

Vergleichsrechnungen zeigen, daß die iterative Berechnung umgangen werden kann, wenn bei der Berechnung des Biegedrillknickmomentes  $M_{Ki}$  die effektive Torsionssteifigkeit nach Gl. 27 verwendet wird. Für das Biegedrillknickmoment ergibt sich dann:

$$M_{Ki} = \frac{1}{k_z} \left[ \frac{\pi^2 EI_{\omega D}}{(\beta_B L)^2} + GI_{T,eff} \right] \quad GI_{T,eff} = A (1,5 - 0,5\psi) GI_T \quad (27)$$

Der Beiwert A zur Bestimmung der effektiven St. Venantschen Torsionssteifigkeit kann den nachfolgenden Bildern 6-12 entnommen werden. Das Biegedrillknickmoment  $M_{Ki}$  nach Gleichung 22 ist immer auf das größte Randmoment  $M = \alpha M_0$  bezogen. Für den Verzweigungslastfaktor  $\eta_{Ki}$  folgt somit:

$$\eta_{Ki} = \frac{M_{Ki}}{\alpha M_0} \quad (28)$$

Bei Anwendung der Gleichung 27 für reine Stahlquerschnitte mit seitlicher Halterung am Obergurt und drehelastischer Bettung ergibt sich aus den Gleichungen (5) und (7) mit  $I_{ay} = I_{st,y}$  und  $z_e = \infty$  für doppelt-symmetrische Stahlquerschnitte  $k_z = 2 z_D$  und für einfachsymmetrische Stahlquerschnitte  $k_z = 2 z_D - \Gamma_{Mz}$ .

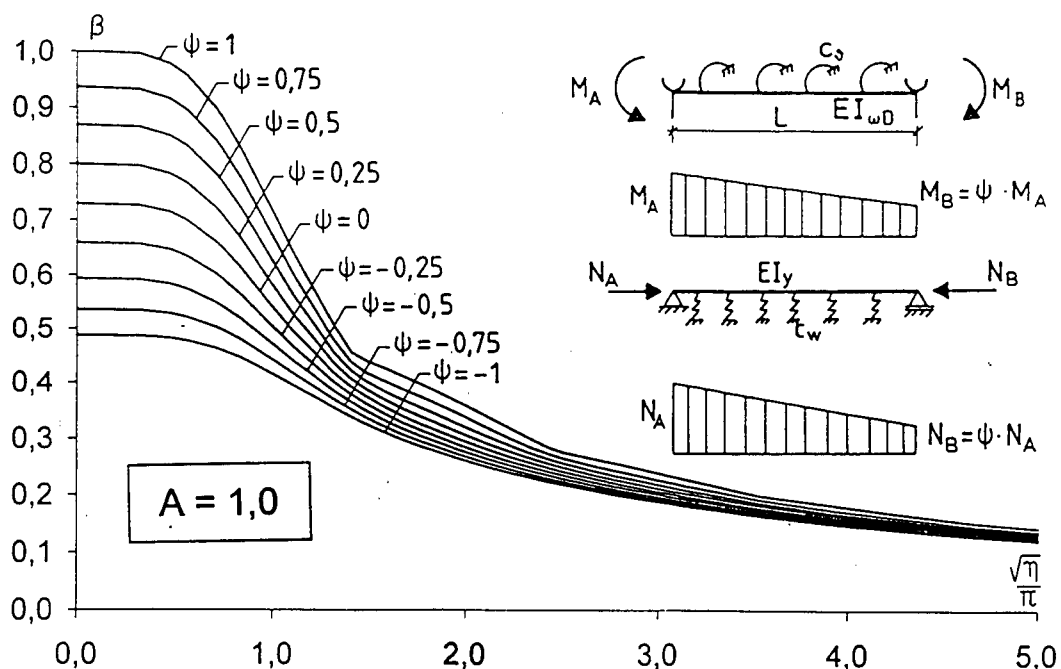


Bild 6 Knicklängenbeiwerte  $\beta$  für Träger mit Randmomenten

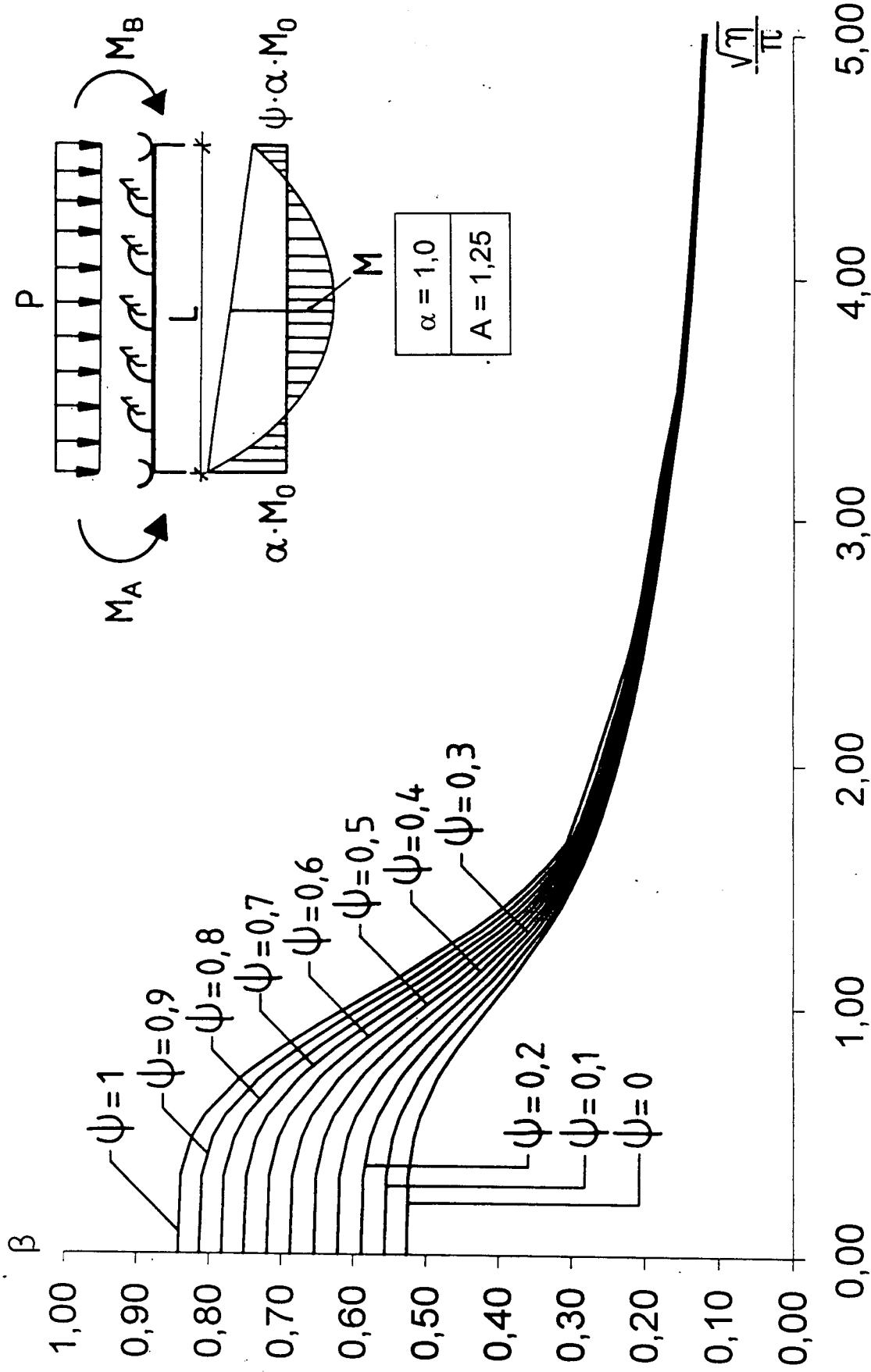


Bild 7 Knicklängenbeiwerte  $\beta$  für Träger mit Randmomenten und Gleichstreckenlasten für  $\alpha=1,0$

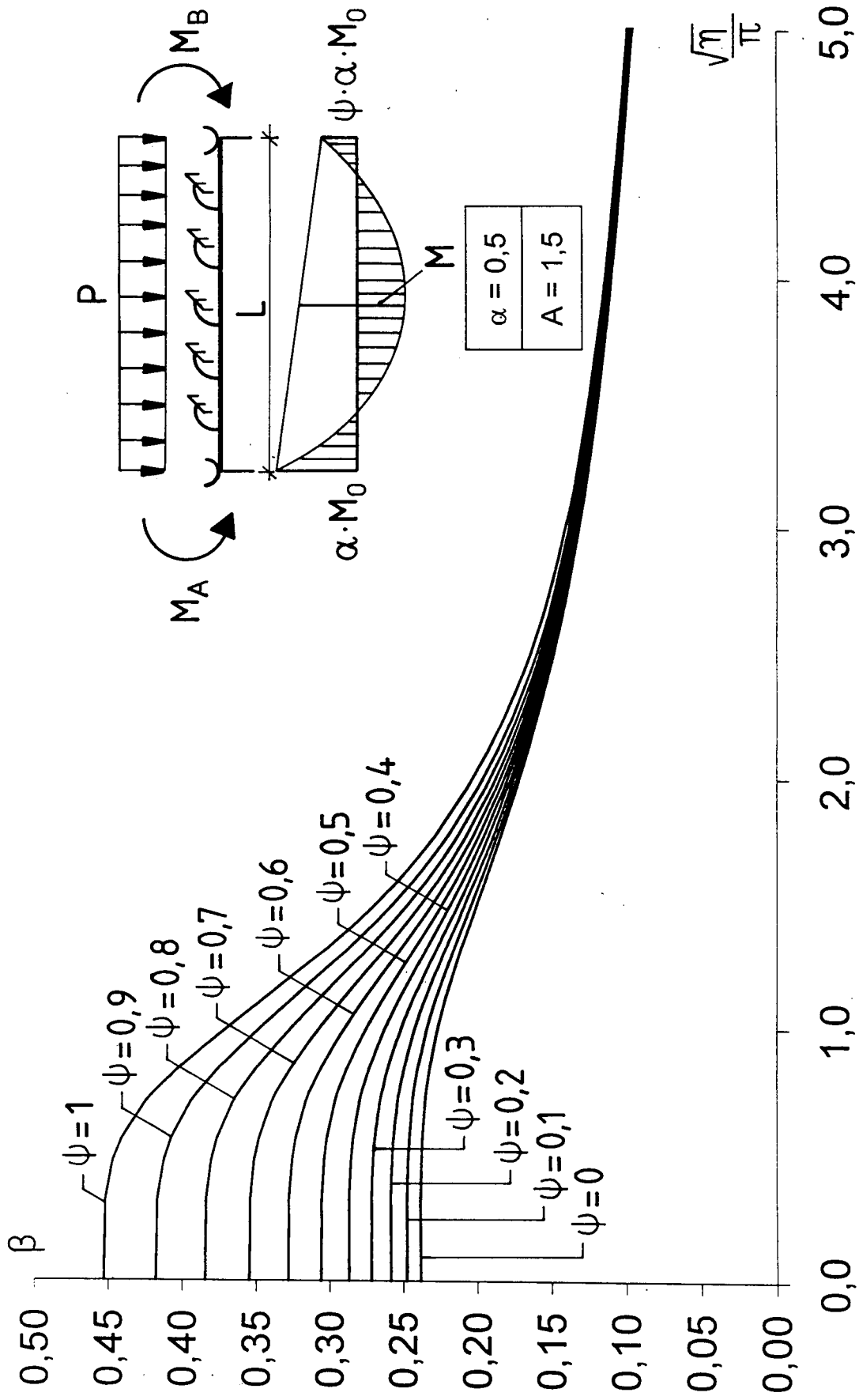


Bild 8 Knicklängenbeiwerte  $\beta$  für Träger mit Randmomenten und Gleichstreckenlasten für  $\alpha=0,5$

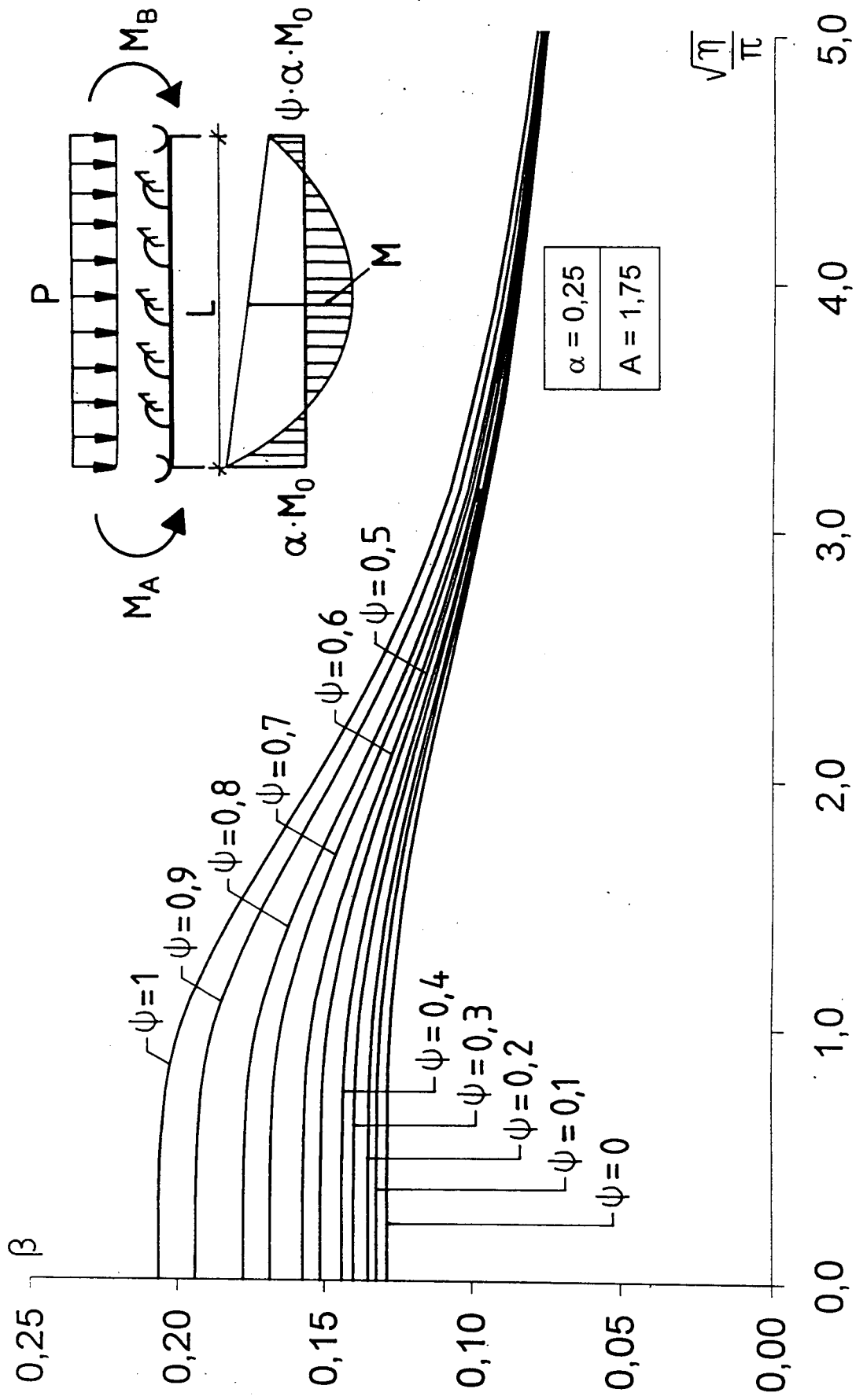


Bild 9 Knicklängenbeiwerte  $\beta$  für Träger mit Randmomenten und Gleichstreckenlasten für  $\alpha=0,25$

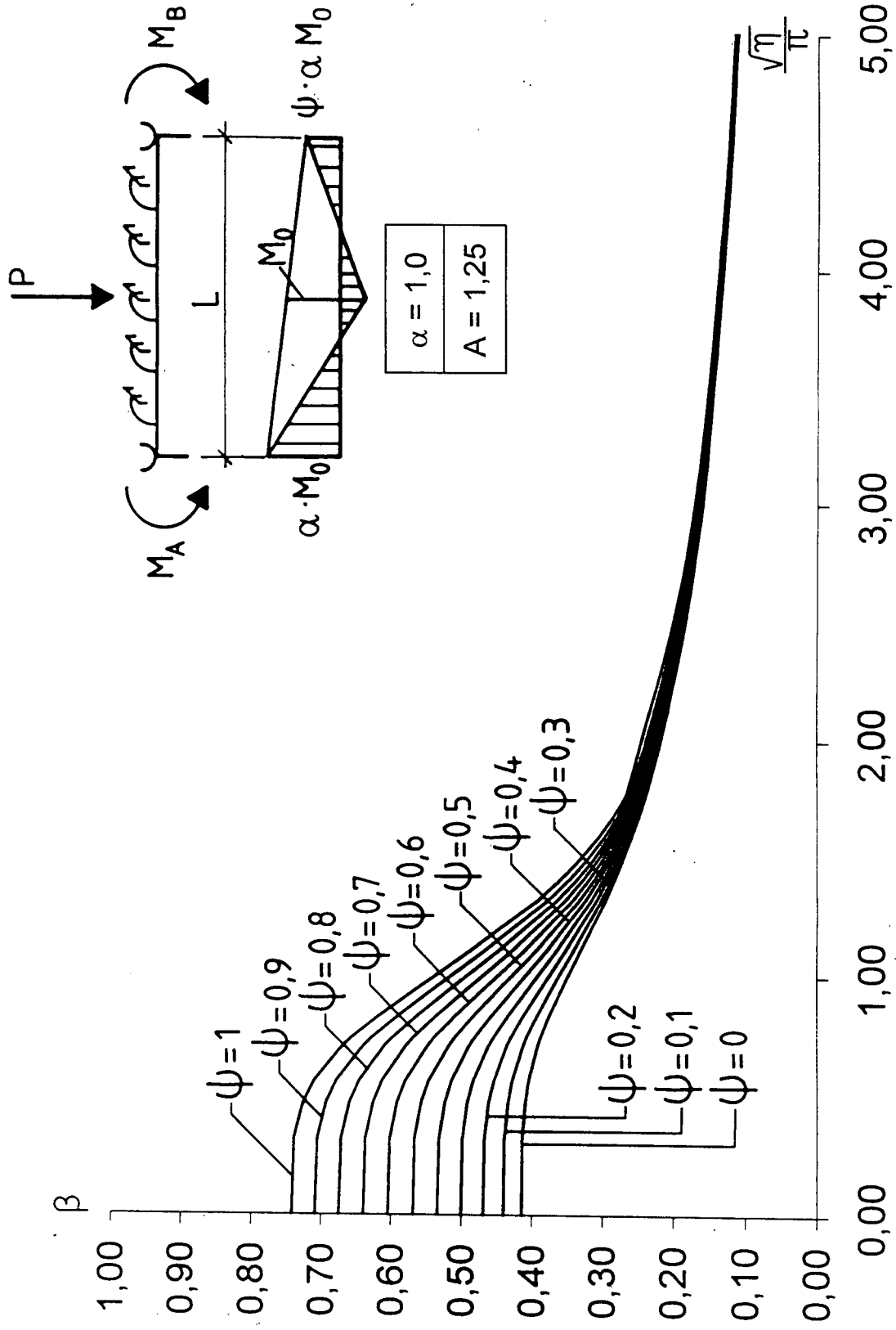


Bild 10 Knicklängenbeiwerte  $\beta$  für Träger mit Randmomenten und Einzellasten für  $\alpha=1,0$

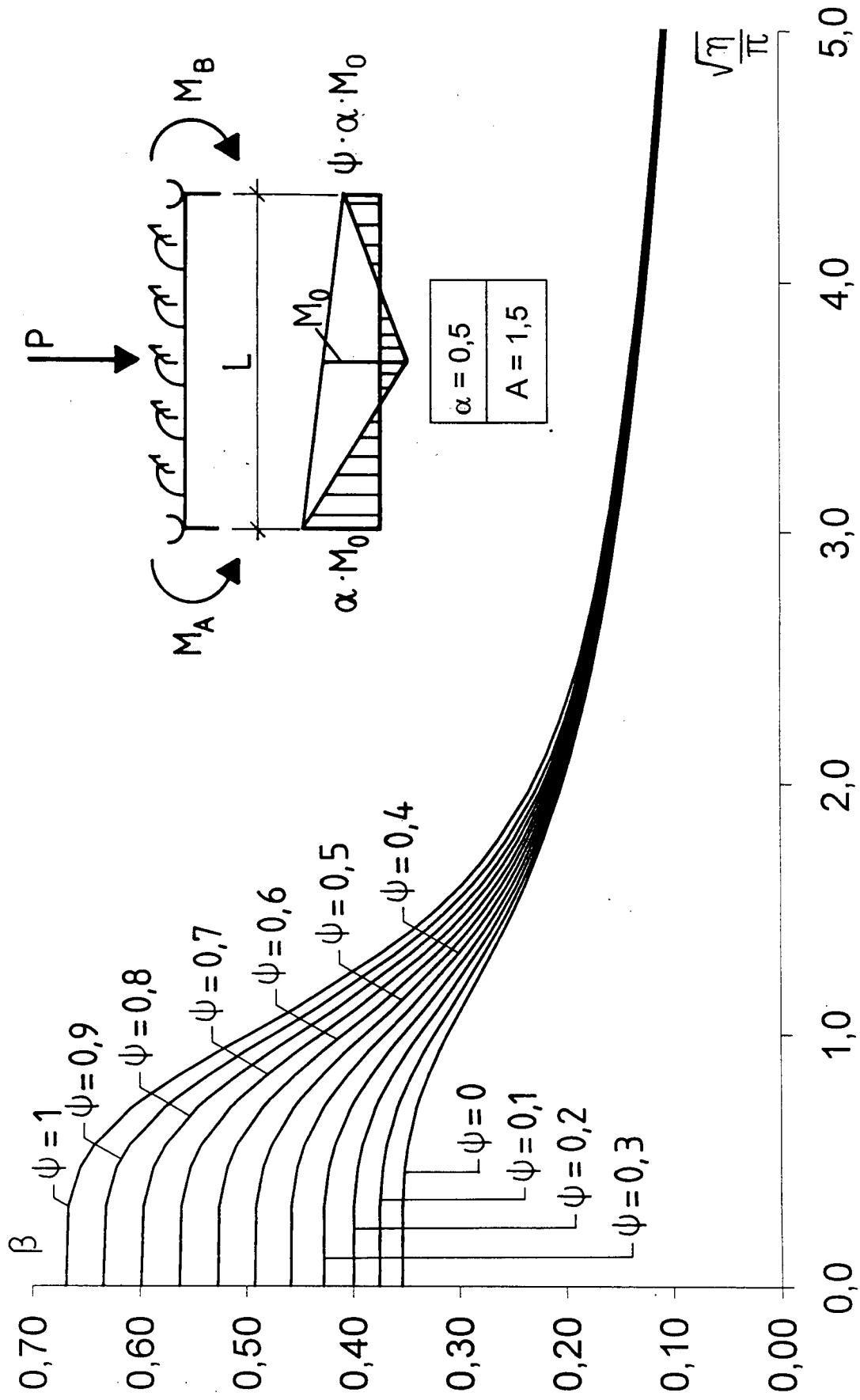


Bild 11 Knicklängenbeiwerte  $\beta$  für Träger mit Randmomenten und Einzellasten für  $\alpha=0,5$

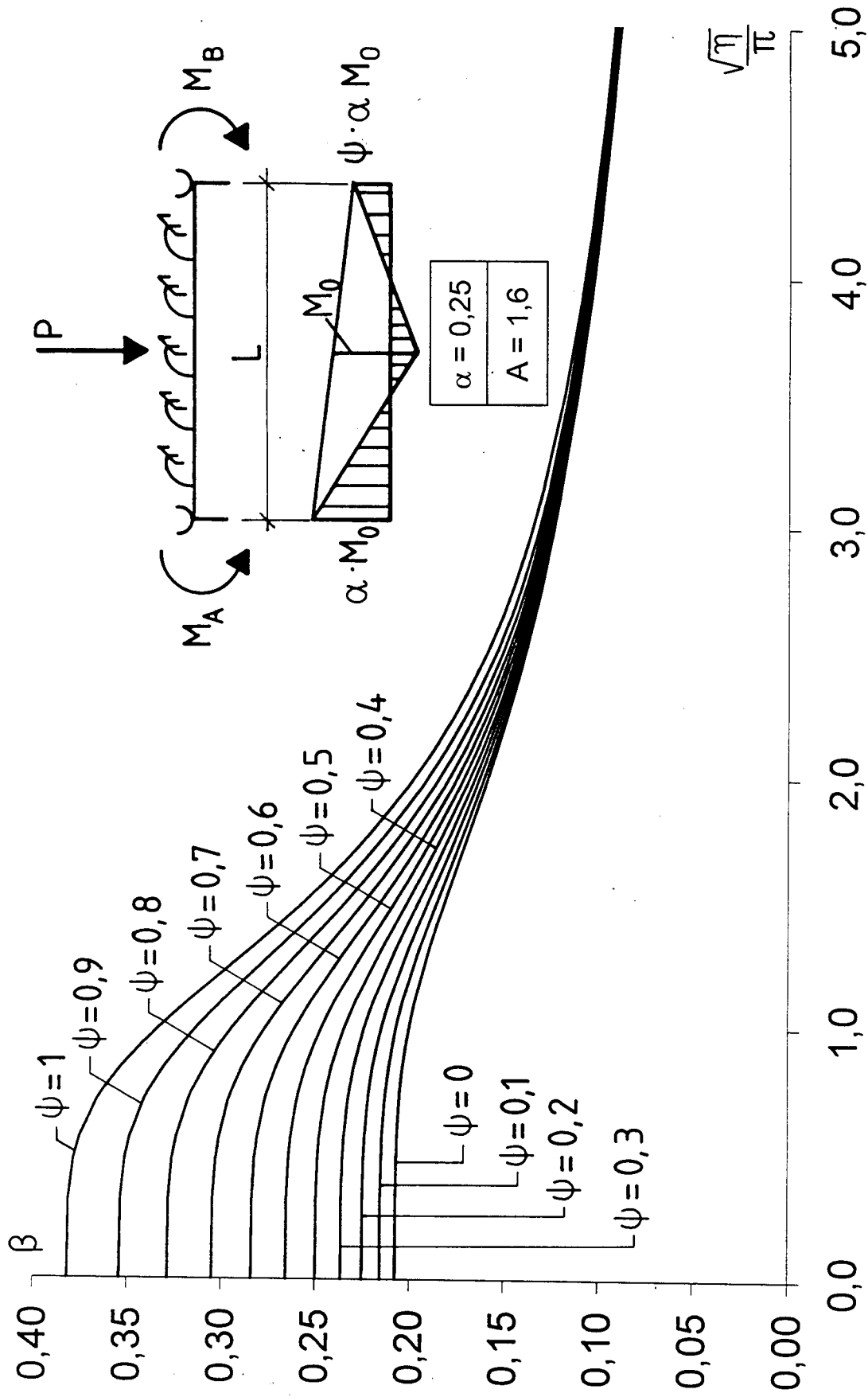


Bild 12 Knicklängenbeiwerte  $\beta$  für Träger mit Randmomenten und Einzellasten für  $\alpha=0,25$



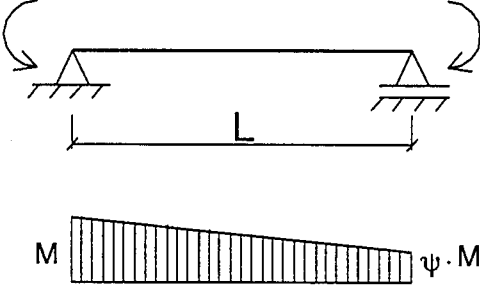
### 5 Näherungslösungen zur Ermittlung des Knicklängenbeiwertes $\beta$

Die in den Bildern 6 bis 12 dargestellten Knicklängenbeiwerte können mit sehr guter Genauigkeit durch die nachfolgende Funktion approximiert werden:

$$\beta_B = \beta_{0B}(\psi) \left( \frac{1}{1 + \left( a \frac{\sqrt{\eta_B}}{\pi} \right)^{n_1}} \right)^{\frac{1}{n_2}} \quad (29)$$

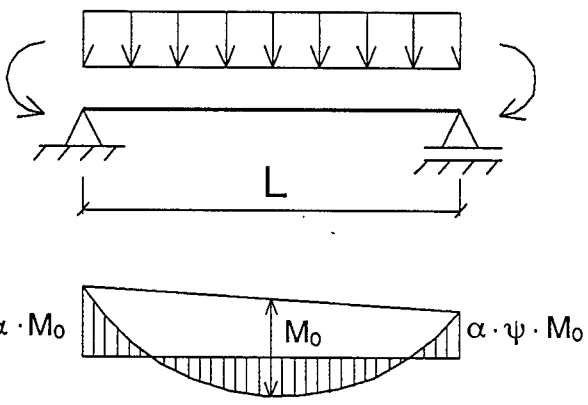
Hierbei ist  $\eta_B$  der Steifigkeitsparameter nach Gl.14. Der Faktor  $a$  sowie die Exponenten  $n_1$  und  $n_2$  sind in den nachfolgenden Tabellen 5 bis 7 zusammengestellt. In Gleichung 29 ergibt sich der Knicklängenbeiwert  $\beta_{0B}(\psi)$  für den Grenzfall  $\eta=0$  ( $c_\vartheta=0$ ), d.h. für den Träger ohne drehelastische Bettung. Der Knicklängenbeiwert  $\beta_{0B}$  ist vom Randmomentenverhältnis  $\psi$  abhängig und ist ebenfalls in den Tabellen 5 bis 7 angegeben.

**Tabelle 5** Näherungsweise Ermittlung des idealen Biegedrillknickmomentes für Stäbe mit Endmomenten

Träger mit Randmomenten:			
		$\beta_B = \beta_{0B} \left( \frac{1}{1 + \left( a \frac{\sqrt{\eta_B}}{\pi} \right)^{n_1}} \right)^{\frac{1}{n_2}}$	
		$(G I_T)_{\text{eff}} = A (1,5 - 0,5\psi) G I_T$	
		$A=1,0 \quad \eta_B = \sqrt{\frac{c_\vartheta L^4}{EI_{\omega D}}}$	
$\beta_{0B} = -0,11 \psi^2 - 0,37\psi + 0,74$			
$\psi$	$a$	$n_1$	$n_2$
1,0	1,48	9,10	9,30
0,5	1,45	8,30	8,80
0,0	1,40	6,40	7,30
-0,5	1,25	4,70	5,70
-1,0	1,00	4,20	5,10

**Tabelle 6** Näherungsweise Ermittlung des idealen Biegedrillknickmomentes für Stäbe mit Gleichstreckenlasten und Endmomenten

**Gleichstreckenlasten:**



$$\beta_B = \beta_{0B} \left( \frac{1}{1 + \left( a \frac{\sqrt{\eta_B}}{\pi} \right)^{n_1}} \right)^{\frac{1}{n_2}}$$

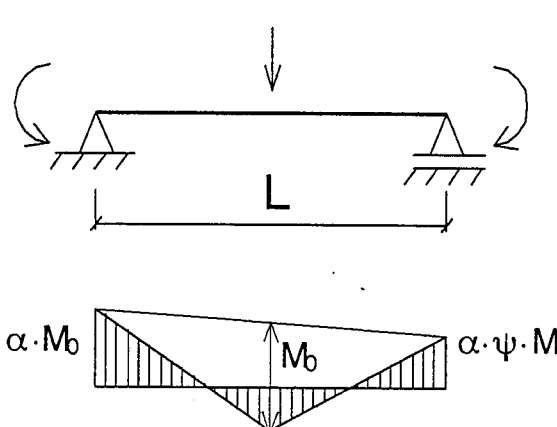
$$(G I_T)_{\text{eff}} = A (1,5 - 0,5 \psi) G I_T$$

$$\eta_B = \sqrt{\frac{c_{\vartheta} L^4}{E I_{\omega D}}}$$

$\beta_{0B} =$	$0,037\psi^2 + 0,30 \psi + 0,41$			$0,16\psi^2 + 0,05\psi + 0,24$			$0,07 \psi^2 + 0,01\psi + 0,13$		
	$\alpha=1$			$\alpha=0,5$			$\alpha=0,25$		
	$A=1,25$			$A=1,5$			$A=1,75$		
	<b>a</b>	<b>n<sub>1</sub></b>	<b>n<sub>2</sub></b>	<b>a</b>	<b>n<sub>1</sub></b>	<b>n<sub>2</sub></b>	<b>a</b>	<b>n<sub>1</sub></b>	<b>n<sub>2</sub></b>
$\psi=1,0$	1,45	8,80	8,95	1,15	4,90	5,15	0,65	4,05	4,50
$\psi=0,5$	1,37	5,95	6,70	0,95	4,50	5,90	0,55	4,00	5,70
$\psi=0,00$	1,13	4,50	5,75	0,77	4,20	5,95	0,48	3,95	6,15

Tabelle 7 Näherungsweise Ermittlung des idealen Biegedrillknickmomentes für Stäbe mit Einzellasten und Endmomenten

**Einzellasten:**



$$\beta_B = \beta_{0B} \left( \frac{1}{1 + \left( a \frac{\sqrt{\eta_B}}{\pi} \right)^{n_1}} \right)^{\frac{1}{n_2}}$$

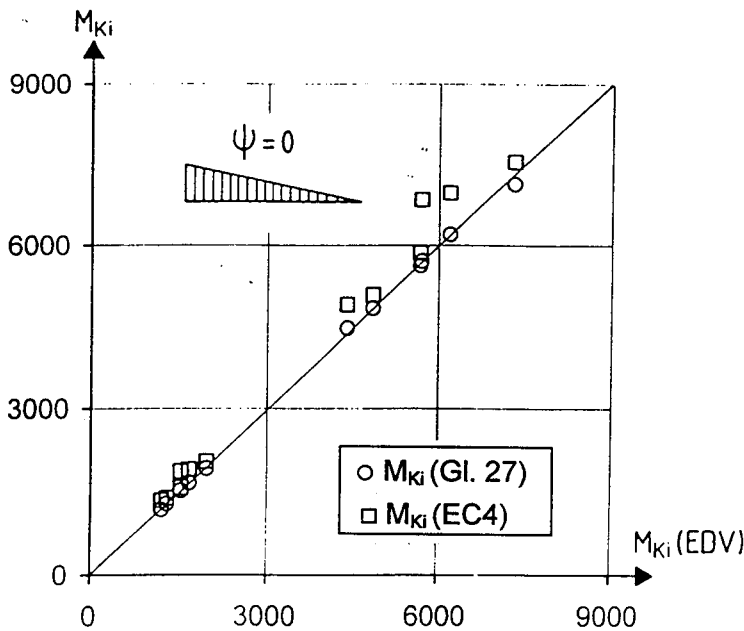
$$(G I_T)_{\text{eff}} = A (1,5 - 0,5\psi) G I_T$$

$$\eta_B = \sqrt{\frac{c_{\varnothing} L^4}{E I_{\omega D}}}$$

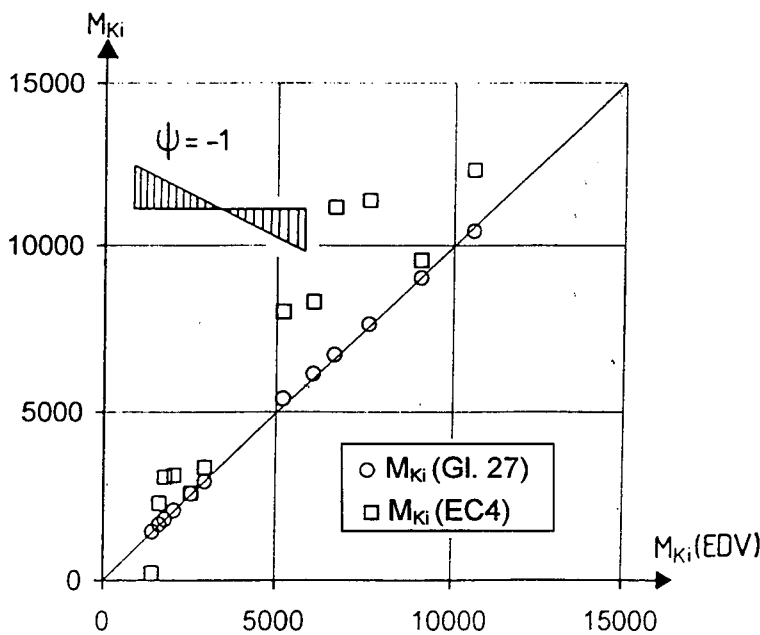
$\beta_{0B} =$	0,32 $\psi$ + 0,53			0,075 $\psi^2$ + 0,25 $\psi$ + 0,35			0,116 $\psi^2$ + 0,06 $\psi$ + 0,21		
	$\alpha=1$			$\alpha=0,5$			$\alpha=0,25$		
	A=1,25			A=1,5			A=1,6		
	a	n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>	a	n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>	a	n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>
$\psi=1,0$	1,46	9,85	9,55	1,35	7,10	6,85	0,95	4,90	4,50
$\psi=0,5$	1,45	9,00	9,75	1,30	5,75	6,80	0,85	4,50	5,60
$\psi=0,00$	1,35	5,95	7,75	1,05	4,60	6,30	0,70	4,15	6,10

### 6 Vergleich der Näherungslösung mit den exakten Werten und Eurocode 4 Teil 1

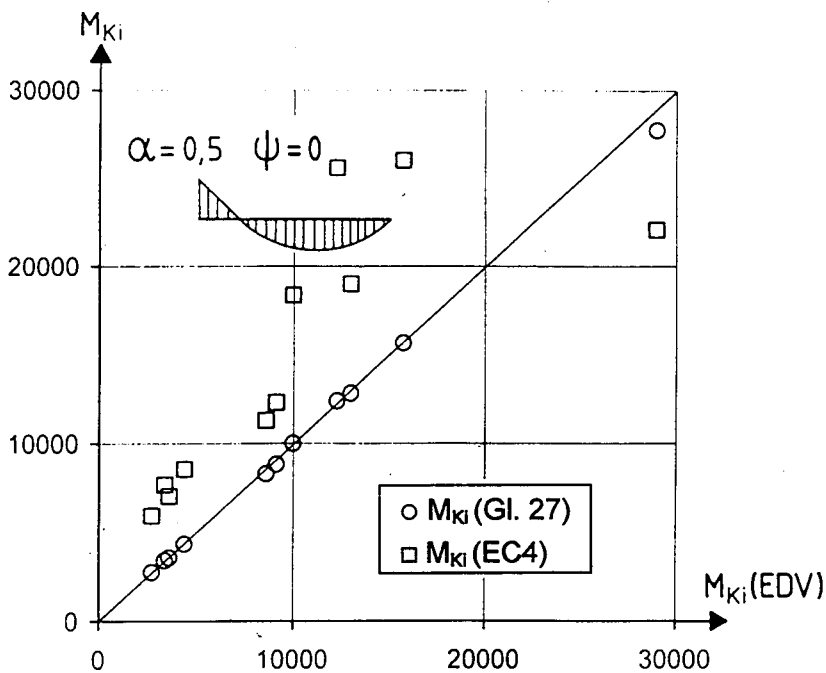
Die Bilder 13 bis 16 zeigen für typische Belastungsfälle die Güte der Näherung nach den Gleichungen 22, 24 und 25. Die mit  $M_{Ki}(EDV)$  bezeichneten exakten Werte wurde dabei mit Hilfe des FEM-Programms BDK /11/ ermittelt. Bei den Vergleichsrechnungen wurden Walzprofile IPE 500 und HE1000A für Drehfedersteifigkeiten  $c_\theta = c_{\theta,p}/2$  und  $c_\theta = c_{\theta,p}$  untersucht. Die Stützweiten wurden zwischen  $L/h=10$  und  $L/h=25$  variiert, wobei  $h$  die Querschnittshöhe des Stahlprofils ist.



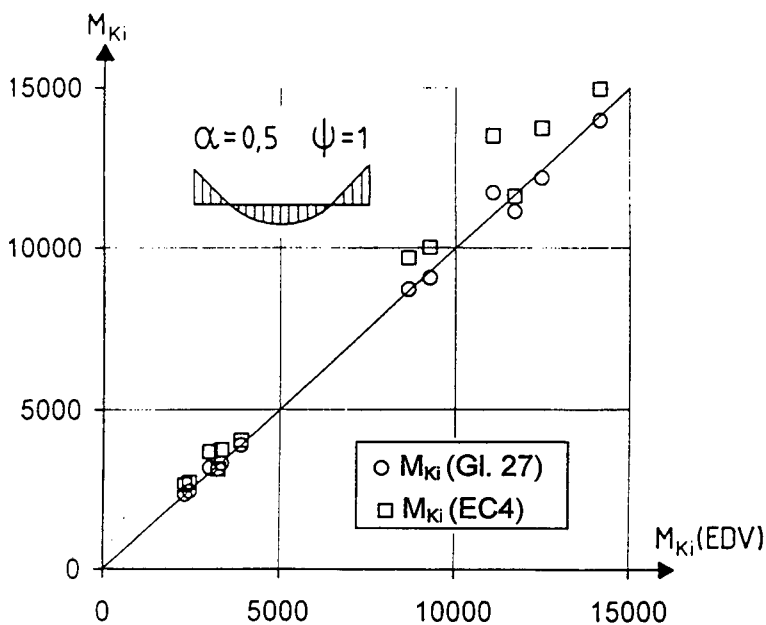
**Bild 13** Vergleich der Näherungslösung mit den exakten Werten (FEM-Berechnung) und Eurocode 4-1 für Träger mit Randmomenten und  $\psi=0$



**Bild 14** Vergleich der Näherungslösung mit den exakten Werten (FEM-Berechnung) und Eurocode 4-1 für Träger mit Randmomenten und  $\psi=-1$



**Bild 15** Vergleich der Näherungslösung mit den exakten Werten (FEM-Berechnung) und Eurocode 4-1 für Träger mit Randmomenten und Querlasten für  $\alpha=0,5$  und  $\psi=0$



**Bild 16** Vergleich der Näherungslösung mit den exakten Werten (FEM-Berechnung) und Eurocode 4-1 für Träger mit Randmomenten und Querlasten für  $\alpha=0,5$  und  $\psi=1$

In den Bildern 13 bis 16 sind zusätzlich die Ergebnisse nach Eurocode 4-1 angegeben. Wie bereits zuvor erläutert, basieren die Regelungen im Eurocode 4-1 /1/ auf dem einem eingliedrigem Sinusansatz für die Eigenform. Dies kann insbesondere bei veränderlichem Momentenverlauf und bei großen Drehfedersteifigkeiten zu nennenswerten Fehlern bei der Bestimmung des idealen Biegedrillknickmomentes führen.

## 7 Berechnungsbeispiele

Nachfolgend wird an zwei Beispielen die Berechnung des idealen Biewgedrillknickmomentes erläutert.

### Beispiel 1:

Es wird der bereits in /11/ auf der Grundlage des Nachweisverfahrens nach EC4-1 behandelte Verbundträger nach Bild 17 untersucht.

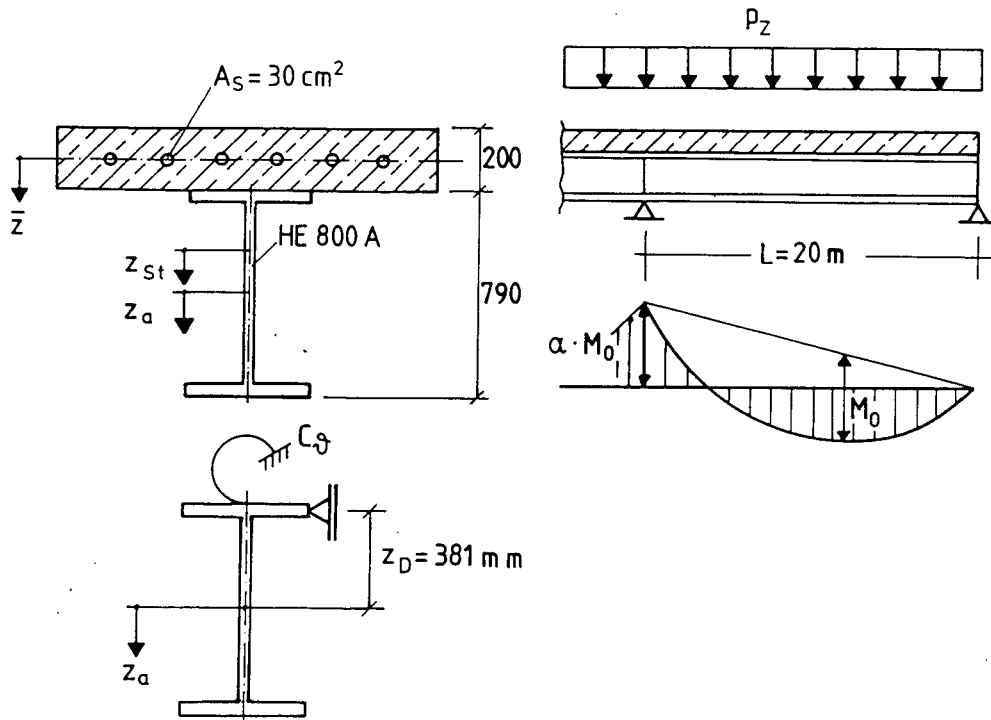


Bild 17 Beispiel 1, System und Belastung

Querschnittswerte des Baustahlquerschnittes (HE 800 A):

$$\begin{aligned}
 A_a &= 286 \text{ cm}^2 \\
 I_{ay} &= 30,34 \text{ cm}^2\text{m}^2 \\
 I_{az} &= 1,26 \text{ cm}^2\text{m}^2 \\
 I_{\omega M} &= 0,1829 \text{ cm}^2\text{m}^4 \\
 I_T &= 0,0597 \text{ cm}^2\text{m}^2 \\
 i_p^2 &= (I_{ay} + I_{az})/A_a = (30,34+1,26)/286 = 0,11\text{m}^2
 \end{aligned}$$

Querschnittswerte des Gesamtstahlquerschnittes:

$$\begin{aligned}
 A_{st} &= A_a + A_s = 286 + 30 = 316 \text{ cm}^2 \\
 a_{st} &= 0,79/2 + 0,1 = 0,495 \text{ m} \\
 I_{st,y} &= 30,34 + [286 \cdot 30 \cdot 0,495^2] / 316 = 37 \text{ cm}^2\text{m}^2 \\
 \bar{z}_{st} &= 286 \cdot 0,495 / 316 = 0,448 \text{ m} \\
 z_{st,a} &= 0,495 - 0,448 = 0,047 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Drehfedersteifigkeiten nach /11/ und Tabelle 1:  $c_\phi = 239 \text{ kNm/m}$

Beiwert  $z_e$  nach Gleichung (5):  $z_e = -\frac{30,34}{0,047 \cdot 286} = -2,26\text{m}$

Beiwert  $k_z$  nach Gleichung (7) mit  $z_D = 0,79/2 = 0,395\text{m}$ ,  $z_M = 0$ ,  $\Gamma_{Mz} = 0$ :

$$k_z = \left[ \frac{0,395^2 + 0,11^2}{-2,26} - 2 \cdot 0,395 \right] \frac{30,34}{37,0} = -0,71 \text{ m}$$

Wölbflächenmoment  $I_{\omega D}$  nach Gleichung (3):  $I_{\omega D} = 0,1829 + 1,26 \cdot 0,381^2 = 0,366 \text{ cm}^2\text{m}^4$

Steifigkeitsparameter  $\eta_B$  nach Gleichung (14b):  $\eta_B = \sqrt{\frac{239 \cdot 20^4}{21000 \cdot 0,366}} = 70,53$

Knicklängenbeiwert  $\beta_B$  nach Gleichung (29) und Tabelle 6 mit  $\alpha=1$  und  $\psi=0$ :

$$\beta_B = 0,4 \left[ \frac{1}{1 + \left( 1,13 \frac{\sqrt{70,53}}{\pi} \right)^{4,5}} \right]^{5,75} = 0,168$$

Effektive Torsionssteifigkeit nach Gleichung (27):  $GI_{T,\text{eff}} = 1,25 \cdot 1,5 \cdot 8100 \cdot 0,0597 = 906,7 \text{ kNm}^2$

Ideales Biegedrillknickmoment nach Gleichung (27):

$$M_{Ki} = \frac{1}{-0,71} \left[ \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 0,366}{(0,168 \cdot 20)^2} + 906,7 \right] = -10740 \text{ kNm}$$

Die Berechnung nach Eurocode 4 ergibt ein um 40 % zu großes ideales Biegedrillknickmoment  $M_{ki} = 15063 \text{ kNm}$ .

### Beispiel 2:

Es wird das in Bild 18 dargestellte Mittelfeld eines durchlaufenden Stahlträgers mit seitlicher Halterung am Obergut und drehelastischer Bettung untersucht. ( $M_0=125 \text{ kNm}$   $M_L = -62,5 \text{ kNm}$   $M_R = -31,25 \text{ kNm}$ )

Querschnittskenngößen des Stahlquerschnittes:

$$I_{az} = 0,214 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

$$I_{\omega} = I_{\omega M} = 0,01249 \text{ cm}^2\text{m}^4$$

$$I_T = 0,00897 \text{ cm}^2\text{m}^2$$

Wölbflächenmoment  $I_{\omega D}$  nach Gleichung (3):  $I_{\omega D} = 0,01249 + 0,25^2 \cdot 0,214 = 0,0259 \text{ cm}^2\text{m}^4$

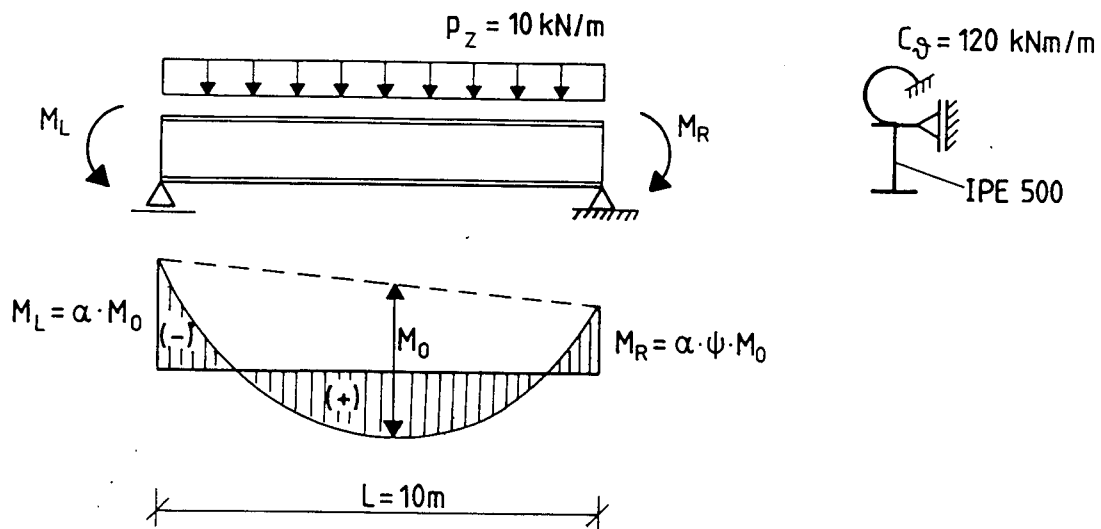


Bild 18 Beispiel 2, System und Belastung

Knicklängenbeiwert nach Gleichung (29) und Tabelle 6 für  $\alpha = 0,5$   $\psi = 0,5$ :

$$\beta_{0B}(\psi) = 0,16 \cdot 0,5^2 + 0,05 \cdot 0,5 + 0,24 = 0,305 \quad \eta_B = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{120 \cdot 10,0^4}{21000 \cdot 0,0259}} = 47$$

$$\beta_B = 0,305 \left[ \frac{1}{1 + \left(0,95 \frac{\sqrt{47}}{\pi}\right)^{4,5}} \right]^{\frac{1}{5,9}} = 0,173$$

Effektive Torsionssteifigkeit nach Gleichung (27):

$$GI_{T, \text{eff}} = 1,5 (1,5 - 0,5 \cdot 0,05) 8100 \cdot 0,00897 = 136,2 \text{ kNm}^2$$

Der Beiwert  $k_z$  nach Gleichung (7) ergibt sich mit  $z_e = \infty$ ,  $r_{Mz} = 0$  und  $I_{ay} = I_{st,y'}$  zu:

$$\Rightarrow k_z = 2z_D = -2 \cdot 0,25 = -0,5 \text{ m}$$

Ideales Biegedrillknickmoment nach Gleichung (27):

$$M_{ki} = -\frac{1}{0,5} \left[ \frac{\pi^2 21000 \cdot 0,0259}{(0,17 \cdot 10)^2} + 136,2 \right] = -3859,6 \text{ kNm}$$

Verzweigungslastfaktor nach Gleichung (23):

$$\eta_{ki} = \frac{-3859}{-62,5} = 61,8$$

Die exakte EDV-Berechnung ergibt einen um 4% größeren Verzweigungslastfaktor von  $\eta_{ki} = 64,3$ .



## 8 Zusammenfassung

Es wird gezeigt, daß für die Ermittlung der idealen Verzweigungslasten von biegedrillknickgefährdeten Trägern eine Analogie zwischen dem Druckstab mit elastischer Wegfederbettung und dem Biegedrillknickproblem mit gebundener Drehachse und drehelastischer Bettung besteht. Auf der Grundlage dieser Analogie wird ein Näherungsverfahren zur Ermittlung der idealen Biegedrillknickmomente von Verbundträgern hergeleitet und mit den Regelungen im Eurocode 4-1 verglichen. Das Näherungsverfahren ist so aufgebaut, daß auch für Stahlträger mit seitlicher Halterung am Obergurt und drehelastischer Bettung (z. B. aus Pfetten oder Profilblechen) eine realistische Ermittlung der Verzweigungslasten erfolgen kann.

## 9 Literatur

- /1/ *DIN V ENV 1994-1-1: Eurocode 4, Verbundtragwerke aus Stahl und Beton, Bemessung und Konstruktion, 1992*
- /2/ *EDIN 18800-5, Stahlbauten, Verbundtragwerke aus Stahl und Beton, Bemessung und Konstruktion, Fassung Mai 1997*
- /3/ *Lindner, J.: Lateral torsional buckling of composite beams, 2<sup>nd</sup> World Conference on Steel in Construction, San Sebastian, 1998*
- /4/ *Parvizinia, H.: Zum Biegedrillknicken bei Trägern mit diskreten Abstützungen, Technisch wissenschaftliche Mitteilung Nr. 95-7, Ruhr-Universität Bochum, 1995*
- /5/ *Collin, P., Möller, M., Johansson, B.: Lateral torsional buckling of continuous bridge girders, Journal of Constructional Steel Research, 1997*
- /6/ *Roik, K. Carl, J. Lindner J.: Biegetorsionsprobleme gerader dünnwandiger Stäbe, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin München, Düsseldorf, 1972*
- /7/ *Roik, K.: Vorlesungen über Stahlbau, Verlag Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin, München, 1983*
- /8/ *Roik, K., Hanswille, G., Kina, J.: Zur Frage des Biegedrillknickens bei Verbundträgern, Der Stahlbau 59, H.11, 1990*
- /9/ *Fischer M., Berger, S.: Nachweis der Gesamtstabilität von Stahlverbundträgern, Projekt P252, Studiengesellschaft Stahlanwendung e.V. 1997*
- /10/ *Kina, J.: Programmsystem BDK zur Ermittlung der idealen Verzweigungslasten von Stäben und Stabsystemen, 1996 (unveröffentlicht)*
- /11/ *Roik, K., Bergmann R., Haensel, J. Hanswille G.: Verbundkonstruktionen, Bemessung auf der Grundlage von Eurocode 4-1, Betonkalender 1993, Wilhelm Ernst und Sohn, 1993*