

Einfluß des Kriechens auf Beton- und Stahlspannungsumlagerungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit für vorwiegend auf Biegung beanspruchte Stahlbetonbauteile

**T 2880**

**T 2880**

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

Im Originalmanuskript enthaltene Farbvorlagen, wie z.B. Farbfotos, können nur in Grautönen wiedergegeben werden. Liegen dem Fraunhofer IRB Verlag die Originalabbildungen vor, können gegen Berechnung Farbkopien angefertigt werden. Richten Sie Ihre Anfrage bitte an die untenstehende Adresse.

© by Fraunhofer IRB Verlag

1999, ISBN 3-8167-5450-3

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69  
70504 Stuttgart

Nobelstraße 12  
70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00  
Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

e-mail [irb@irb.fhg.de](mailto:irb@irb.fhg.de)

URL <http://www.irb.fhg.de>

Abschlußbericht zum DIBt-Forschungsvorhaben

**Einfluß des Kriechens auf Beton- und  
Stahlspannungsumlagerungen im  
Grenzzustand der  
Gebrauchstauglichkeit für vorwiegend  
auf Biegung beanspruchte  
Stahlbetonbauteile**

Konrad Zilch  
Thomas Fritsche

Lehrstuhl für Massivbau  
Technische Universität München

30. April 1999

Technische Universität München  
Lehrstuhl für Massivbau  
Institut für Tragwerksbau  
Univ.-Prof. Dr.-Ing. K. Zilch

Briefanschrift:  
80290 München

Hausanschrift:  
Gebäude N6, Theresienstraße 90, 80333 München

Tel.: 089 / 289 - 23038/39

Fax: 089 / 289 - 23046

e-mail: [massivbau@massivbau.bauwesen.tu-muenchen.de](mailto:massivbau@massivbau.bauwesen.tu-muenchen.de)

# Einfluß des Kriechens auf Beton- und Stahlspannungsumlagerungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit für vorwiegend auf Biegung beanspruchte Stahlbetonbauteile

## Zusammenfassung

In diesem Forschungsbericht sollen die Einflüsse des zeitabhängigen Betonverhaltens auf Spannungsumlagerungen in vorwiegend auf Biegung beanspruchten Stahlbetonquerschnitten untersucht werden. In Form einer Parameterstudie soll insbesondere der Einfluß des nichtlinearen Kriechens auf das Verhalten von Stahlbetonquerschnitten unter konstanter Momentenbeanspruchung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit aufgezeigt werden.

## Influence of creep on internal stress redistributions in reinforced concrete members under bending stress in the serviceability limit state

### abstract

In this paper the influences of time-dependent concrete behaviour on internal stress redistribution of reinforced concrete cross-sections under long-term bending stress should be shown. In a parameter study the influence of nonlinear creep on the behaviour of reinforced cross-sections under bending stress in the serviceability limit state is investigated.

## L'influence du fluage à la redistribution interne des contraintes du béton et de l'acier à l'état limite de service pour des éléments de construction sous sollicitations d'un moment fléchissant

### Résumé

Dans ce rapport scientifique l'influence des déformations différées du béton et leur évolution dans le temps est examinée par rapport à la redistribution interne des contraintes dans des sections transversales de béton armé soumises à la flexion. Particulièrement l'influence du fluage au comportement des sections transversales de béton armé sous sollicitations d'un moment fléchissant constant à l'état limite de service est démontrée à l'aide d'une étude paramétrique.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen — Materialmodelle</b>	<b>3</b>
2.1	Materialmodell für das Kurzzeitverhalten des Betons . . . . .	5
2.2	Materialmodell für das Langzeitverhalten des Betons . . . . .	7
2.3	Materialmodell des Betonstahls . . . . .	10
2.4	Berechnungsalgorithmus . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Parameter und Querschnittstypen</b>	<b>12</b>
3.1	Festlegung der Einflußgrößen für die Parameterstudie . . . . .	12
3.2	Parameter der Kriechfunktion . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Auswertung der Untersuchungen</b>	<b>19</b>
4.1	Einfluß des Betonschwindens auf das Querschnittstragverhalten . . .	20
4.2	Entwicklung der zeitabhängigen Betonrandspannungen . . . . .	24
4.2.1	Einfluß des Spannungsniveaus und Höhe der Druckzone bei Belastungsbeginn . . . . .	24
4.2.2	Einfluß der Endkriechzahl $\varphi_\infty$ und der Betongüte . . . . .	26
4.2.3	Einfluß der Form der Druckzone . . . . .	27
4.3	Entwicklung der zeitabhängigen Stahlspannungen der Zugbewehrung	30
4.4	Entwicklung der zeitabhängigen effektiven Biegesteifigkeiten der Quer- schnitte . . . . .	32
4.5	Einfluß einer Druckbewehrung . . . . .	34

4.5.1	Einfluß der Druckbewehrung auf die Betonspannungen . . . . .	35
4.5.2	Einfluß der Druckbewehrung auf die Stahlspannungen . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Bezug auf die normativen Regelungen</b>	<b>39</b>
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>42</b>
<b>A</b>	<b>Rechteckquerschnitt</b>	<b>49</b>
A.1	C 20/25 – $\varphi_{\infty} = 2.0$ . . . . .	49
A.2	C 20/25 – $\varphi_{\infty} = 4.0$ . . . . .	53
A.3	C 50/60 – $\varphi_{\infty} = 2.0$ . . . . .	57
A.4	C 50/60 – $\varphi_{\infty} = 1.0$ . . . . .	61
<b>B</b>	<b>Plattenbalkenquerschnitt mit schwach profilierter Druckzone</b>	<b>65</b>
B.1	C 20/25 – $\varphi_{\infty} = 2.0$ . . . . .	65
B.2	C 20/25 – $\varphi_{\infty} = 4.0$ . . . . .	69
B.3	C 50/60 – $\varphi_{\infty} = 2.0$ . . . . .	73
B.4	C 50/60 – $\varphi_{\infty} = 1.0$ . . . . .	77
<b>C</b>	<b>Plattenbalkenquerschnitt mit stark profilierter Druckzone</b>	<b>81</b>
C.1	C 20/25 – $\varphi_{\infty} = 2.0$ . . . . .	81
C.2	C 20/25 – $\varphi_{\infty} = 4.0$ . . . . .	85
C.3	C 50/60 – $\varphi_{\infty} = 2.0$ . . . . .	89
C.4	C 50/60 – $\varphi_{\infty} = 1.0$ . . . . .	93
<b>D</b>	<b>Weiterführende Untersuchungen</b>	<b>97</b>
D.1	Einfluß des Betonschwindens . . . . .	97
D.1.1	Rechteckquerschnitt . . . . .	98
D.1.2	Plattenbalken mit schwach profilierter Druckzone . . . . .	100
D.1.3	Plattenbalken mit stark profilierter Druckzone . . . . .	102
D.2	Einfluß einer Druckbewehrung . . . . .	104

D.2.1	Rechteckquerschnitt . . . . .	105
D.2.2	Plattenbalken mit schwach profilierter Druckzone . . . . .	107
D.2.3	Plattenbalken mit stark profilierter Druckzone . . . . .	109



# 1 Einleitung

Die Regelungen der *DIN 1045-1* [6] und des *Eurocode 2* [5] lassen sowohl linear-elastische als auch nichtlineare Verfahren der Schnittgrößenermittlung zu. So werden in Zukunft nichtlineare Verfahren für die Schnittgrößenermittlung an Bedeutung gewinnen, da hierbei das Tragverhalten von Systemen wirklichkeitsnäher erfaßt wird und eine wirtschaftlichere Bemessung möglich ist. Durch die nun bestehende Möglichkeit einer besseren Ausnutzung der verwendeten Baustoffe im Grenzzustand der Tragfähigkeit gewinnen die normativ geforderten Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit an Bedeutung. Zu den geforderten Nachweisen gehören die Einhaltung maximal zulässiger Spannungen der verwendeten Baustoffe Beton, Betonstahl und Spannstahl. Diese Spannungsgrenzen und hierbei insbesondere die des Betons sind verglichen mit dem Grenzzustand der Tragfähigkeit sehr restriktiv, wodurch die Möglichkeiten der Schnittgrößenumlagerungen für eine wirtschaftlichere Bemessung sehr eingeschränkt werden. *Zilch/Bagayoko* stellen die Interaktion zwischen den Nachweisen des Grenzzustandes der Tragfähigkeit und des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit in [12] dar. Der Einfluß des zeitabhängigen Betonverhaltens, welcher zu einer deutlichen Reduzierung der Betonrandspannungen bei biegebeanspruchten Bauteilen führen kann, bleibt hierbei unberücksichtigt bzw. wird nur sehr ungenau erfaßt.

Bei vielen bestehenden Bauteilen, welche nach *DIN 1045 (7.88)* [4] bemessen wurden, werden diese nun geforderten Betonspannungsgrenzen zum Teil deutlich überschritten, wobei nur wenige Schäden aus übermäßigen Verformungen infolge des Betonkriechens bekannt sind. Daher stellt sich die Frage, inwieweit ein übermäßiges Kriechen des Betons bei Überschreitung der normativ geforderten Spannungsgrenze  $\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$  unter Dauerlasten Auswirkungen auf das Gesamtsystem hat.

Ziel des Forschungsvorhabens ist es, durch nichtlineare Berechnungen den Einfluß des Kriechens für biegebeanspruchte Stahlbetonquerschnitte zu untersuchen. Hierbei soll die Beanspruchung der Querschnitte auch über der zulässigen Beanspruchung aus der normativ geforderten Spannungsgrenze  $\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$  liegen. Es sollen Spannungsumlagerungen unter konstantem Moment in Abhängigkeit von der Zeit ermittelt werden. Diese Spannungsumlagerungen sollen für den Beton und den Betonstahl ausgewertet werden. Da für das Verformungsverhalten die effektive Biegesteifigkeit

$EI_{eff}$  der entscheidende Einflußparameter ist, soll auch diese für die untersuchten Querschnitte ausgewertet werden.

Um eine ausreichende Aussagekraft durch die Untersuchungen an vorwiegend auf Biegung beanspruchten Stahlbetonquerschnitten erzielen zu können, sollen folgende Einflußparameter erfaßt werden:

- Größe der Endkriechzahl  $\varphi_{\infty}$ , gekoppelt mit der Betongüte  $f_{cm}$
- Spannungsniveau  $\alpha_m = \frac{\sigma_{c,max}}{f_{cm}}$  zum Zeitpunkt  $t = 0$  in der maximal beanspruchten Randfaser des Querschnittes
- Größe der Druckzone  $\xi = \frac{x}{d}$  zum Zeitpunkt  $t = 0$ , gekoppelt mit dem Bewehrungsgrad  $\rho$
- Form der Druckzone (rechteckig, schwach profiliert und stark profiliert)

In Abhängigkeit der gewonnen Erkenntnisse kann die Relevanz der normativ geforderten Spannungsgrenze des Betons  $\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$  unter Dauerlasten für biegebeanspruchte Stahlbetonquerschnitte beurteilt werden.

Die hier durchgeführten Untersuchungen berücksichtigen nicht vorwiegend überdrückte Stahlbetonquerschnitte und vorgespannte Querschnitte. Für solche Querschnitte ist mit einem wesentlich höheren Einfluß des nichtlinearen Kriechens auf das Tragverhalten zu rechnen.

## 2 Grundlagen — Materialmodelle

Die spannungsabhängige Gesamtdehnung des Betons setzt sich aus verschiedenen Anteilen zusammen. Hierzu gehören die Kurzzeitdehnung und die zeitabhängigen Dehnungen. Für die Erfassung des Betonkriechens sind in der Vergangenheit sehr viele Modelle entwickelt worden. Diese können grundsätzlich in drei Kategorien eingeteilt werden:

- Modelle beruhend auf den Summationsansatz
- Modelle beruhend auf den Produktansatz
- Rheologische Modelle

Der Produktansatz wird z. B. in der *DIN 1045-1* [6] und im *Eurocode 2* [5] verwendet. Hierbei wird das Kriechen des Betons linear erfaßt. Ab einem Spannungsniveau von ca. 40 % der Druckfestigkeit  $f_c$  setzt im Beton eine Mikrorißbildung ein, es verstärkt sich dessen Kriechverformung. Da dieser Prozeß spannungsabhängig ist, wird hier von der Nichtlinearität des Kriechens gesprochen. Unter Dauerlasten soll durch normative Regelungen der Bereich des nichtlinearen Kriechens vermieden werden, da ansonsten andere Nachweiskonzepte und rechnerische Ansätze wie die Beschränkung der Durchbiegung oder Spannkraftverluste infolge des Betonkriechens ihre Richtigkeit verlieren. Aus diesem Grund wird eine Beschränkung der maximalen Betonspannungen auf  $\sigma_c \leq 0,45 f_{ck}$  unter Lasten aus der quasi-ständigen Einwirkungskombination (Dauerlasten) gefordert.

Die normativ eingesetzten Kriechmodelle sind geeignet für konstante Belastung. Konstante Belastung soll in diesem Fall ein konstantes Spannungsniveau im Beton über die Zeit bedeuten. Das wirkliche Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen weist allerdings zum Teil deutliche Spannungsumlagerungen innerhalb des Stahlbetonquerschnittes über die Zeit auch unter konstanter äußerer Last auf. Dies bedeutet, daß für zeitabhängige Untersuchungen von Stahlbetonbauteilen eine Superposition der Spannungszustände über die Zeit erfolgen muß. Hier erweisen sich die normativen Ansätze für genaue Untersuchungen als nicht ausreichend. *Shen/Walraven* [11] zeigen mathematische Widersprüche bei der Anwendung des Superpositionsprinzips auf einige gängige Kriechmodelle. *Shen* entwickelte in [10] ein Modell für das

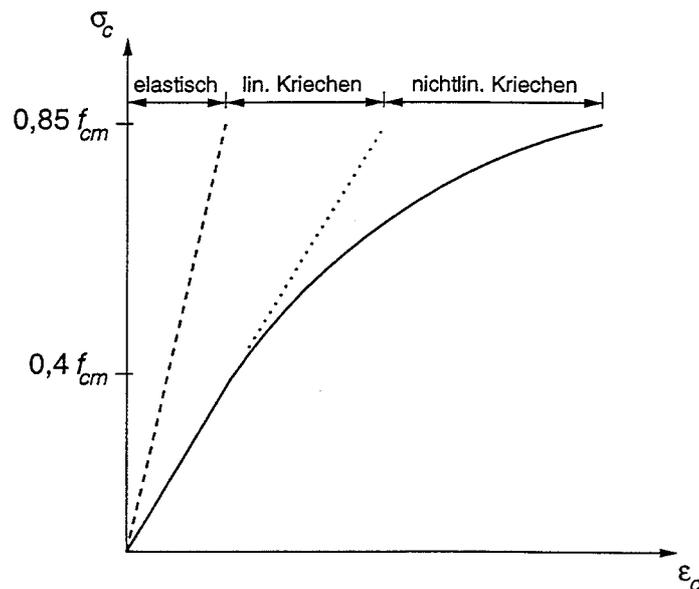


Abbildung 2.1: Qualitativer Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Beton unter Kriechen

Betonverhalten unter Kurzzeit- und Langzeitbeanspruchung. Es weist als besondere Eigenschaft die Superponierbarkeit auf und ist somit für Spannungsänderungen und Lastwechsel unter Berücksichtigung der Langzeiteinflüsse geeignet. Aus diesem Grund wurde dieses Modell für die hier durchgeführten Untersuchungen verwendet.

Das von *Shen* [10] entwickelte Betonmodell stellt ein nichtlineares rheologisches Modell dar. Es sind hierbei die Elemente zur Beschreibung des Kurzzeit- und Langzeitverhaltens in Reihe geschaltet. Das Kurzzeitverhalten des Betons wird in Form einer nichtlinearen Kurzzeitfeder wiedergegeben. Das Kriechverhalten wird durch eine Parallelschaltung einer nichtlinearen Feder mit einem Dämpfer simuliert. Dieses Modell wird als Poynting-Thomson-Modell bezeichnet.

Basierend auf diesem Modell ergibt sich die Gesamtdehnung des Betons  $\epsilon_c$  aus dem Kurzzeitdehnungsanteil  $\epsilon_m$  und dem Kriechanteil  $\epsilon_k$  entsprechend Gl. (2.1).

$$\epsilon_c = \epsilon_m + \epsilon_k \quad (2.1)$$

Die hier durchgeführten Untersuchungen sind Querschnittsanalysen von Stahlbetonquerschnitten unter Lasten im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. Entsprechend den normativen Regelungen sind die Spannungsnachweise im Riß zu führen. Da die Ergebnisse der Untersuchungen in Einklang mit dem normativen Nachweis-konzept der Spannungsbegrenzungen gebracht werden sollen, wird die Mitwirkung des Betons auf Zug nicht berücksichtigt.

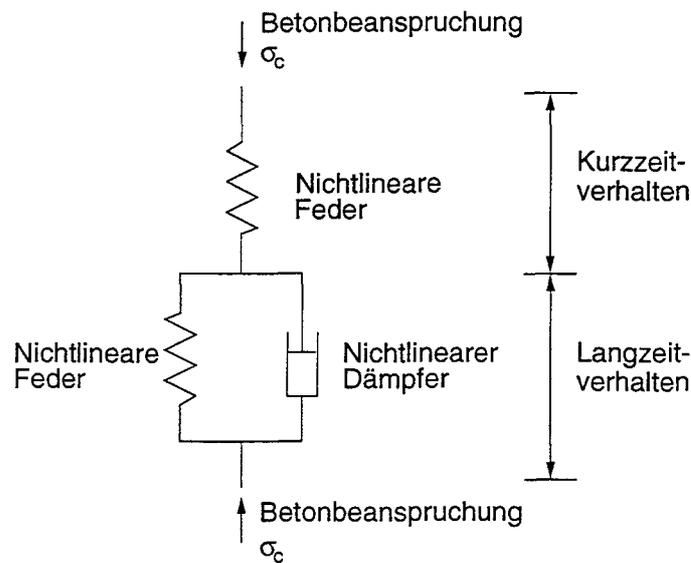


Abbildung 2.2: Nichtlineares rheologisches Modell für Beton

## 2.1 Materialmodell für das Kurzzeitverhalten des Betons

Das Kurzzeitverhalten des Betons wird durch eine Anpassung einer allgemeinen Beziehung für Materialgesetze entsprechend Gl. (2.2) beschrieben. Die allgemeine mathematische Formulierung der Kurzzeitfeder des rheologischen Modells ist wie folgt definiert:

$$\theta_m = \frac{1}{2} \left\{ c_m - (c_m - 2)\alpha_m - \sqrt{[c_m - (c_m - 2)\alpha_m]^2 - 4\alpha_m} \right\} \quad (2.2)$$

Hierbei sind:

$\alpha_m = \frac{\sigma_c}{f_{cm}}$ ; Verhältnis der vorhandenen Betonspannung  $\sigma_c$  zur Kurzzeitfestigkeit  $f_{cm}$

$c_m$  Nichtlinearitätsfaktor der Kurzzeitfeder

$\theta_m = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_\beta}$ ; Verhältnis der vorhandenen Kurzzeit-Dehnung  $\varepsilon_m$  zur Bruchdehnung  $\varepsilon_\beta$  bei Erreichen der Festigkeit  $f_c$

Gl. (2.2) gibt für  $c_m = 1$  das Verhalten eines linearen Werkstoffes, für  $c_m = \infty$  das Verhalten eines ideal-plastischen Werkstoffes wieder. Der Werkstoff Beton kann durch einen parabelförmigen Ansatz für dessen Materialverhalten wirklichkeitsnah

genähert werden. Hierfür wird für den Nichtlinearitätsfaktor  $c_m = 2$  angenommen. Somit vereinfacht sich Gl. (2.2) zu:

$$\theta_m = 1 - \sqrt{1 - \alpha_m} \quad (2.3)$$

Wie eingangs beschrieben, treten bei vorwiegend auf Biegung beanspruchten Stahlbetonquerschnitten Spannungsumlagerungen auf, welche in der Regel eine Verringerung der Betonrandspannung zur Folge haben. Dies bedeutet, der Beton befindet sich in diesem Bereich auf einem Entlastungspfad über die Zeit. Eine Entlastung des Betons in Verbindung mit einem Zurückgehen der Spannungs-Dehnungs-Linie entsprechend Gl. (2.3) bzw. Abb. 2.3 gibt nicht das wirklichkeitsnahe Materialverhalten wieder. Aus Untersuchungen (z. B. *Park* [8]) zeigte sich, daß bei Entlastung des Betons sich dieser mit einem annähernd linearen Verhalten rückverformt. Hierbei liegt der E-Modul für die Entlastung im Bereich zwischen Ursprungs-E-Modul und Sekanten-E-Modul bei maximaler Beanspruchung. Für die hier durchgeführten Untersuchungen wird von dem Sekanten-E-Modul  $E_{cm}$  bei einer Spannung von 40 % der mittleren Druckfestigkeit  $f_{cm}$  ausgegangen. Der qualitative Verlauf für Be- und Entlastung ist in Abb. 2.4 dargestellt.

Wird der Beton nach einer Entlastung wiederbelastet, so steigt die Betonspannung linear zur Betondehnung entsprechend der zuvor festgelegten Entlastungslinie an. Wird der vor Entlastung erreichte maximale Wert der Spannung bzw. Dehnung überschritten, so verhält sich das Material wieder nichtlinear (gestrichelte Linie in Abb. 2.4).

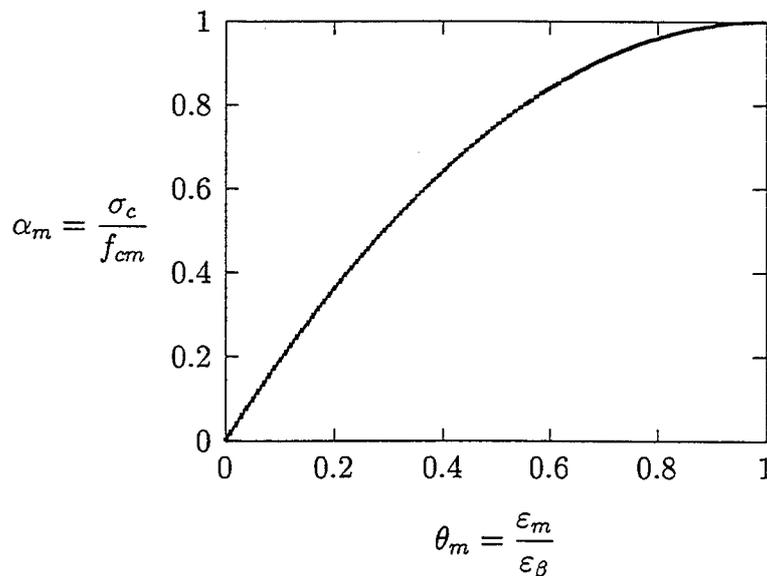


Abbildung 2.3: Kurzzeitverhalten von Beton

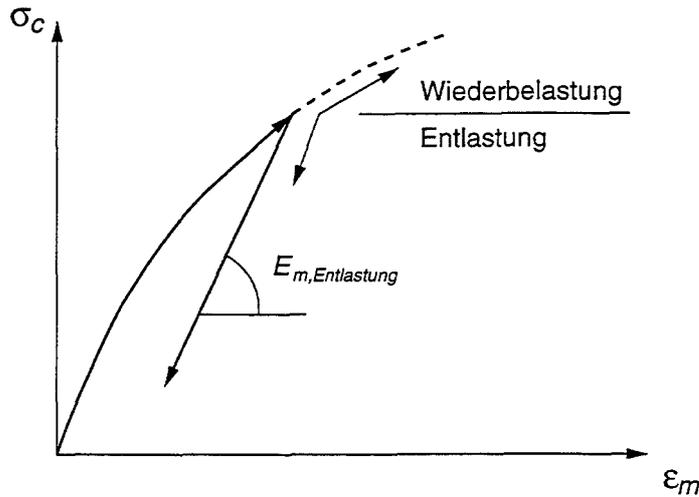


Abbildung 2.4: Kurzzeitverhalten des Betons bei Entlastung

## 2.2 Materialmodell für das Langzeitverhalten des Betons

Das Kriechen des Betons wird durch eine Parallelschaltung einer nichtlinearen Feder mit einem nichtlinearen Dämpfer erfasst. Die Lösung der zugehörigen nichtlinearen Differentialgleichung beschreibt *Shen* in [10] detailliert, weshalb hier nicht weiter darauf eingegangen werden soll. Allgemein müssen drei Fälle der Betonbeanspruchung unterschieden werden:

- Die vorhandene Spannung  $\sigma_c$  liegt unterhalb der Dauerstandfestigkeit  $\beta_d$
- Die Beanspruchung des Betons entspricht der Dauerstandfestigkeit  $\beta_d$ , so daß es theoretisch zum Zeitpunkt  $t = \infty$  zum Versagen des Betons kommt
- Der Beton wird über seine Dauerstandfestigkeit belastet, der Beton versagt nach einer gewissen Zeit  $t < \infty$

Mathematisch formuliert dies *Shen* entsprechend obiger Unterscheidung folgendermaßen:

$$\theta_k(t_i) = \begin{cases} \frac{\kappa\theta_k(t_{i-1}) + [\alpha_{id} - \theta_k(t_{i-1})] \tanh(\kappa\Omega)}{\kappa + [1 - \theta_k(t_{i-1})] \tanh(\kappa\Omega)} & \alpha_{id} < 1 \\ \frac{\theta_k(t_{i-1}) + [1 - \theta_k(t_{i-1})]\Omega}{1 + [1 - \theta_k(t_{i-1})]\Omega} & \alpha_{id} = 1 \\ \frac{\kappa\theta_k(t_{i-1}) + [\alpha_{id} - \theta_k(t_{i-1})] \tan(\kappa\Omega)}{\kappa + [1 - \theta_k(t_{i-1})] \tan(\kappa\Omega)} & \alpha_{id} > 1 \end{cases} \quad (2.4)$$

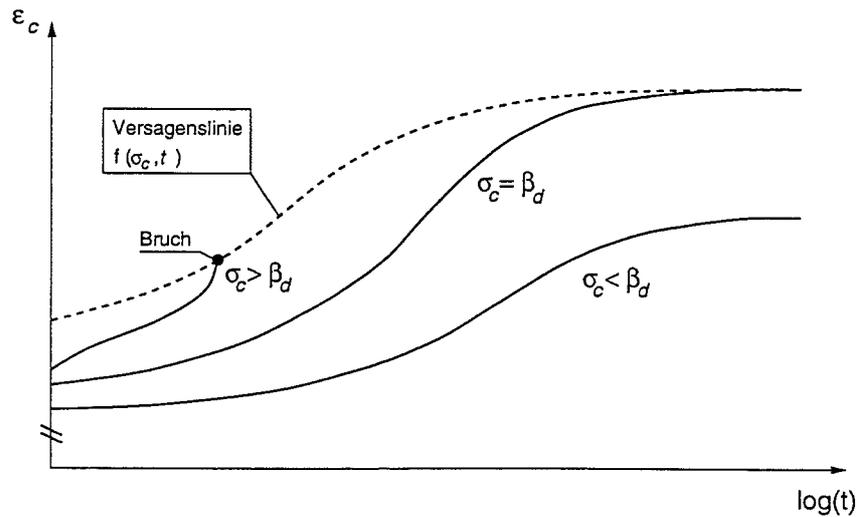


Abbildung 2.5: Qualitatives zeitabhängiges Dehnungsverhalten für Belastungen im Bereich der Dauerstandfestigkeit  $\beta_d$

Die Parameter dieser Gleichung sind folgendermaßen definiert:

$$\kappa = \sqrt{|1 - \alpha_{id}|} \quad (2.5)$$

$$\alpha_{id} = \frac{1}{2}[\alpha_d(t_i) + \alpha_d(t_{i-1})] \quad (2.6)$$

$$\Omega = \frac{1}{m} \frac{1}{(1 - \alpha_i)^n} \left[ \left( \frac{t_i - t_0}{\mathcal{T}} \right)^m - \left( \frac{t_{i-1} - t_0}{\mathcal{T}} \right)^m \right] \quad (2.7)$$

Hierbei sind:

$\alpha_d(t) = \frac{\sigma_c(t)}{\beta_d}$ ; auf die Dauerfestigkeit  $\beta_d$  bezogene vorhandene Spannung  $\sigma_c(t)$  zum Zeitpunkt  $t$

$\alpha_{id}$  mittleres Spannungsniveau im Zeitintervall  $(t_{i-1}; t_i)$

$\theta_k = \frac{\varepsilon_k(t)}{\varepsilon_{k,\beta}}$ ; auf die Bruchdehnung  $\varepsilon_{k,\beta}$  bezogene vorhandene Kriechdehnung  $\varepsilon_k(t)$  zum Zeitpunkt  $t$

$\mathcal{T}$  Retardationszeit; durch Experimente zu bestimmen

$m, n$  empirische Parameter; durch Experimente zu bestimmen

Die Parameter  $m, n, \mathcal{T}$  sind an experimentellen Kriechuntersuchungen (z. B. aus *CEB 199* [1] oder *CEB 215* [3]) oder an den normativen Regelungen für Betonkriechen zu kalibrieren.

Bei den hier durchgeführten Untersuchungen für Lastbereiche im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sind in den üblichen Fällen die maximalen Betonspannungen  $\sigma_c(t) < \beta_d$ . Aus diesem Grund wurde auf eine Erfassung des Betonverhaltens für Spannungen oberhalb der Dauerstandfestigkeit verzichtet.

Einen nicht zu vernachlässigen Einfluß auf die sich einstellenden Spannungsverteilungen im Querschnitt unter Lasten im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit hat das Schwinden des Betons. In unbewehrten Betonquerschnitten zeigt das Betonschwinden nur Auswirkungen auf den Verformungszustand. Bei bewehrten Querschnitten entsteht hingegen ein innerer Zwangszustand, welcher zu Umlagerungen der Spannungen im Querschnitt führt und für die durchgeführte Studie zu berücksichtigen ist.

Für die hier durchgeführten Untersuchungen wird der Ansatz entsprechend den Regelungen des *Eurocode 2-1, Anhang 1* [5] verwendet. Hier wird die mathematische Beziehung des Verlaufes des Betonschwindens über die Zeit angegeben. Die Festlegung des Endschwindmaßes  $\varepsilon_{cs\infty}$  kann in Anlehnung an die normativen Regelungen erfolgen. In Abhängigkeit hiervon ergibt sich das Schwindmaß  $\varepsilon_{cs}$  zum Zeitpunkt  $t$  nach Gl. (2.8).

$$\varepsilon_{cs}(t - t_s) = \varepsilon_{cs\infty} \cdot \beta_s(t - t_s) \quad (2.8)$$

mit:

$$\beta_s(t - t_s) = \left( \frac{t - t_s}{0.0035 h_0^2 + t - t_s} \right)^{0.5} \quad (2.9)$$

Hierbei sind:

$\varepsilon_{cs\infty}$	Endschwindmaß
$\beta$	Beiwert zur Erfassung des zeitlichen Verlaufes
$t - t_s$	Schwinddauer
$h_0$	wirksame Bauteildicke

Unter Berücksichtigung der Schwinddehnungen ergibt sich aus Gl. (2.1) und Gl. (2.8) nun die Gesamtdehnung des Betons entsprechend Gl. (2.10).

$$\varepsilon_c = \varepsilon_m + \varepsilon_k + \varepsilon_{cs} \quad (2.10)$$

## 2.3 Materialmodell des Betonstahls

Der Betonstahl wird mit einem Elastizitätsmodul  $E_s = 200000$  MPa angesetzt. Als Fließgrenze wird die charakteristische Fließgrenze  $f_{yk} = 500$  MPa angenommen. Nach Überschreiten der Fließgrenze verfestigt sich der Stahl bis zur Zugfestigkeit  $f_{tk} = 1.08f_{yk}$  (hochduktil).

Generell darf der Bereich der Verfestigung bei Belastungsniveaus im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nicht erreicht werden.

## 2.4 Berechnungsalgorithmus

Für die Untersuchungen wird ein Lamellenmodell zur Berechnung des Vektors der inneren Schnittkräfte  $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} M_R \\ N_R \end{bmatrix}$  verwendet. Hierbei wird der Querschnitt über die Höhe in  $n$  Lamellen unterteilt, welche jeweils als zentrisch beanspruchte Einzelquerschnitte behandelt werden. Die inneren Schnittgrößen  $\mathbf{S}$  ergeben sich aus der Integration der Spannungen über die Querschnittshöhe inklusive des eingelegten Stahls:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} M_R \\ N_R \end{bmatrix} = \int_0^h \begin{bmatrix} z(h) \cdot \sigma_c(h) \cdot b(h) \, dh \\ \sigma_c(h) \cdot b(h) \, dh \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$= \sum_1^n \begin{bmatrix} z(La) \cdot \sigma_c(La) \cdot \Delta h(La) \cdot b(La) \\ \sigma_c(La) \cdot \Delta h(La) \cdot b(La) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Obwohl sich die Untersuchungen auf reine Querschnittsbetrachtungen beschränken, ist der Lösungsalgorithmus aufwendig. Da das Betonkriechen nichtlinear, also spannungsabhängig erfaßt wird, sind für die Gleichgewichtsfindung verschiedene, in sich geschachtelte Schleifen erforderlich. Besonders problematisch und iterativ aufwendig ist die Berechnung der vorhandenen Spannung  $\sigma_c(t)$  bei einer gegebenen Gesamtdehnung der einzelnen Lamelle. Der prinzipielle Ablauf der Iteration ist in Abb. 2.6 dargestellt.

Bei bekannter Spannung in jeder Lamelle können durch Integration der Spannungen entsprechend Gl. (2.11) die inneren Schnittkräfte berechnet werden. Ist der Schnittkraftvektor  $\mathbf{S}$  bestimmt, wird dieser mit dem Einwirkungsvektor  $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} M_S \\ N_S \end{bmatrix}$  verglichen. Bei  $\mathbf{S} \neq \mathbf{P}$  wird ein neuer Dehnungszustand mit Hilfe des Newton-Verfahrens angenommen. Am Ende dieser Iteration, also bei  $\mathbf{S} = \mathbf{P}$ , werden die Zustandsgrößen (z. B. Dehnungsanteile, Lastgeschichte, bisher max. erreichte Spannung,...) aller Lamellen gespeichert. Hierdurch arbeitet das Programm mit "Gedächtnis".

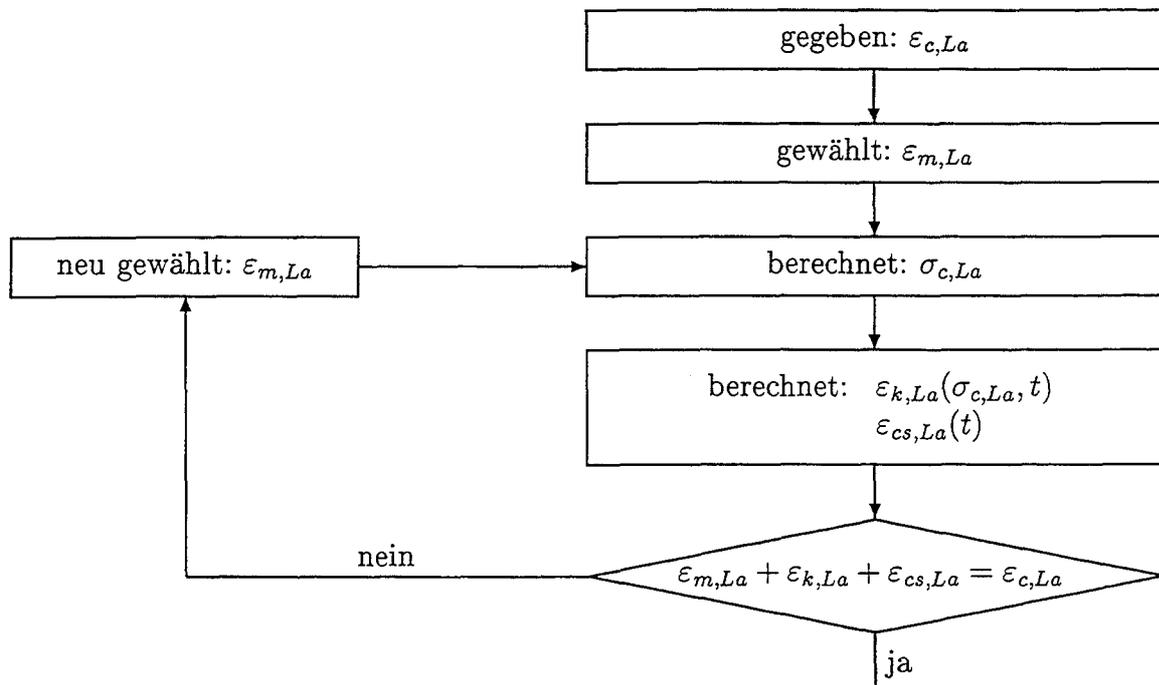


Abbildung 2.6: Iteration zur Bestimmung der vorhandenen Spannung  $\sigma_c$  in einer Lamelle bei gegebener Gesamtdehnung einer Lamelle

## 3 Parameter und Querschnittstypen

Zu Beginn der Untersuchungen sind die für die Parameterstudie zu variierenden Einflußgrößen festzulegen. Zusätzlich ist das eigene Kriechmodell an experimentell bestimmte Kriechfunktionen anzupassen. Erst nach dieser Kalibrierung kann der eigentliche Berechnungsteil der Arbeit beginnen. Alle Untersuchungen beschränken sich auf einen Zeitraum von  $t - t_0 = 200000 \text{ h} \hat{=} 22.8 \text{ a}$ . Nachfolgend wird der Zeitpunkt  $t - t_0$  vereinfachend als  $t$  bezeichnet. Somit stellt der Zeitpunkt  $t = 0$  den Zeitpunkt des Belastungsbeginns dar.

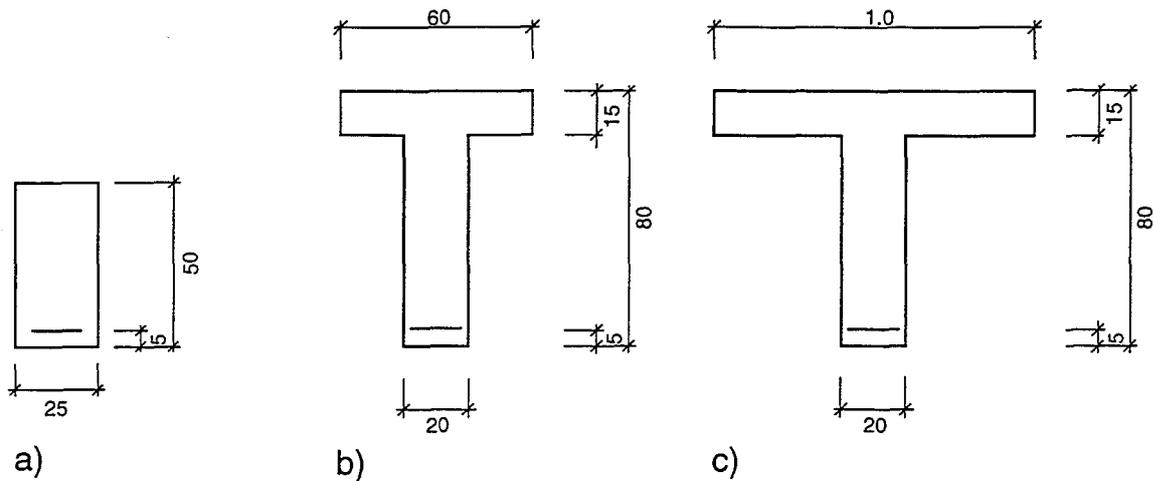
### 3.1 Festlegung der Einflußgrößen für die Parameterstudie

Um das wirklichkeitsnahe Verhalten von Spannungsumlagerungen in Stahlbetonquerschnitten beurteilen zu können, sollten folgende Einflußgrößen untersucht werden:

- Endkriechzahl  $\varphi_\infty$ , gekoppelt mit Betongüte ( $\varphi_\infty = f(f_{cm})$ )
- Spannungsniveau  $\alpha_m = \frac{\sigma_{c,max}}{f_{cm}}$  zum Zeitpunkt  $t = 0$  in der maximal beanspruchten Randfaser des Querschnittes
- Größe der Druckzone  $\xi = \frac{x}{d}$  zum Zeitpunkt  $t = 0$ , gekoppelt mit dem Bewehrungsgrad  $\rho$
- Form der Druckzone (Rechteckquerschnitt – Plattenbalken)

Das Endschwindmaß  $\varepsilon_{cs\infty}$  ist mit der Wahl der Endkriechzahl gekoppelt. Durch ausgewählte Berechnungen soll der Einfluß des Betonschwindens dargestellt werden.

Tab. 3.1 und 3.2 zeigen eine Zusammenstellung der variierten Einflußgrößen für verschiedene Systeme. Die untersuchten Querschnitte sind in Abb. 3.1 dargestellt.



- a) Rechteckquerschnitt  
 b) Plattenbalken mit schwach profilierter Druckzone  
 c) Plattenbalken mit stark profilierter Druckzone

Abbildung 3.1: Verwendete Querschnittstypen mit unterschiedlicher Form der Druckzone

Bei den Untersuchungen sollen folgende Größen ausgewertet werden:

- maximales Spannungsniveau  $\alpha_m(t) = \frac{\sigma_{c,max}(t)}{f_{cm}}$
- Stahlspannungsniveau  $\frac{\sigma_s(t)}{f_{yk}}$
- effektive Biegesteifigkeit  $EI_{eff}(t)$

Tabelle 3.1: Zusammenstellung der Parameter für die Untersuchungen an ausgewählten Querschnitten

	C 20/25						C 50/60						
	$\varphi_{\infty} = 4.0$			$\varphi_{\infty} = 2.0$			$\varphi_{\infty} = 2.0$			$\varphi_{\infty} = 1.0$			
	$\varepsilon_{cs\infty} = -0.6\text{‰}$			$\varepsilon_{cs\infty} = -0.33\text{‰}$			$\varepsilon_{cs\infty} = -0.6\text{‰}$			$\varepsilon_{cs\infty} = -0.33\text{‰}$			
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	Rechteck- querschnitt
$\alpha_m(t=0)$	0.35			0.35			0.35			0.35			
	0.45			0.45			0.45			0.45			
	0.55			0.55			0.55			0.55			
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	schwach profilierter Plattenbalken
$\alpha_m(t=0)$	0.35			0.35			0.35			0.35			
	0.45			0.45			0.45			0.45			
	0.55			0.55			0.55			0.55			
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	stark profilierter Plattenbalken
$\alpha_m(t=0)$	0.35			0.35			0.35			0.35			
	0.45			0.45			0.45			0.45			
	0.55			0.55			0.55			0.55			
$\sum = 108$ Untersuchungen													

$$\xi(t=0) = x(t=0)/d; \alpha_m(t=0) = \sigma_{c,max}(t=0)/f_{cm}$$

Tabelle 3.2: Zusammenstellung der Parameter für weiterführende Untersuchungen

Rechteck- querschnitt	Querschnittstyp		Besonderheiten
	schwach profilierter Plattenbalken	stark profilierter Plattenbalken	
$C 20/25 - \varphi_{\infty} = 4.0$ $\xi(t=0) = 0.45$ $\alpha_m(t=0) = 0.55$	$C 20/25 - \varphi_{\infty} = 4.0$ $\xi(t=0) = 0.45$ $\alpha_m(t=0) = 0.55$	$C 20/25 - \varphi_{\infty} = 4.0$ $\xi(t=0) = 0.45$ $\alpha_m(t=0) = 0.55$	Vernachlässigung des Betonschwindens: $\varepsilon_{cs\infty} = 0.0$
$C 20/25 - \varphi_{\infty} = 2.0$ $\xi(t=0) = 0.35$ $\alpha_m(t=0) = 0.55$	$C 20/25 - \varphi_{\infty} = 2.0$ $\xi(t=0) = 0.35$ $\alpha_m(t=0) = 0.55$	$C 20/25 - \varphi_{\infty} = 2.0$ $\xi(t=0) = 0.35$ $\alpha_m(t=0) = 0.55$	Druckbewehrungsgrad: $\omega_2 = 0.1$
$C 20/25 - \varphi_{\infty} = 2.0$ $\xi(t=0) = 0.35$ $\alpha_m(t=0) = 0.55$	$C 20/25 - \varphi_{\infty} = 2.0$ $\xi(t=0) = 0.35$ $\alpha_m(t=0) = 0.55$	$C 20/25 - \varphi_{\infty} = 2.0$ $\xi(t=0) = 0.35$ $\alpha_m(t=0) = 0.55$	Druckbewehrungsgrad: $\omega_2 = 0.2$
$\Sigma = 9$ Untersuchungen			

$$\omega_2 = \frac{A_{s2} f_{yk}}{b d f_{cm}}$$

## 3.2 Parameter der Kriechfunktion

Zu Beginn der Untersuchungen sind die Parameter der Kriechfunktion entsprechend Gl. (2.4) zu bestimmen. Diese sind anhand experimenteller Kriechuntersuchungen oder normativer Regelungen anzupassen. Da die rechnerischen Untersuchungen mit den normativen Regelungen verglichen werden sollen, werden die Parameter anhand der *DIN 1045-1* [6] kalibriert. Die neuesten Kriechansätze in der *DIN 1045-1* beruhen auf den Untersuchungen von Müller [7]. Diese haben Eingang in die *DIN 1045-1* in Form von Diagrammen gefunden und bauen auf den Formulierungen des *Eurocode 2-1* [5] auf. Die Kalibrierung der Parameter für den zeitlichen Verlauf des Kriechens sollen für ein Lastniveau  $\sigma_c = 0.35 f_{cm}$  erfolgen. Hier befindet sich der Beton im linearen Kriechbereich. Der zeitliche Verlauf des Kriechens ist durch Gl. (3.1) vorgegeben.

$$\varphi(t) = \beta_c(t) \varphi_\infty \quad (3.1)$$

$$\beta_c(t) = \left[ \frac{t}{\beta_H + t} \right]^{0.3} \quad (3.2)$$

Hierbei sind:

$t$	Belastungsalter
$\beta_H$	Beiwert zur Erfassung des Einflusses der Luftfeuchtigkeit und der Bauteilgröße, wird hier einheitlich zu $\beta_H = 950$ d angenommen

Durch Anpassung der Parameter  $m$ ,  $n$  und  $\mathcal{T}$  aus Gl. (2.4) kann der zeitliche Kriechverlauf nach *DIN 1045-1* [6] bzw. Müller [7] gut angenähert werden (siehe Abb. 3.2 und 3.3). Für den hier untersuchten Belastungszeitraum von 200000 h wird die Endkriechzahl  $\varphi_\infty$  zu ca. 97 % erreicht.

Wie bereits beschrieben, befindet sich der Beton für dieses Spannungsniveau in einem linearen Kriechbereich. Bei Erhöhung der Beanspruchung tritt im Beton ein nichtlineares Kriechen auf. Abb. 3.4 zeigt einen Vergleich zwischen linearem und nichtlinearem Kriechen. Eine Berechnung der Kriechverformungen entsprechend *DIN 1045-1* erfasst den nichtlinearen Kriechanteil für ein Lastniveau  $\sigma_c = 0.6 f_{cm}$  nicht und unterschätzt somit die auftretenden Verformungen. Ein Vergleich des nichtlinearen Kriechanteils mit den Regelungen entsprechend *ModelCode 90* [2] zeigt eine gute Übereinstimmung.

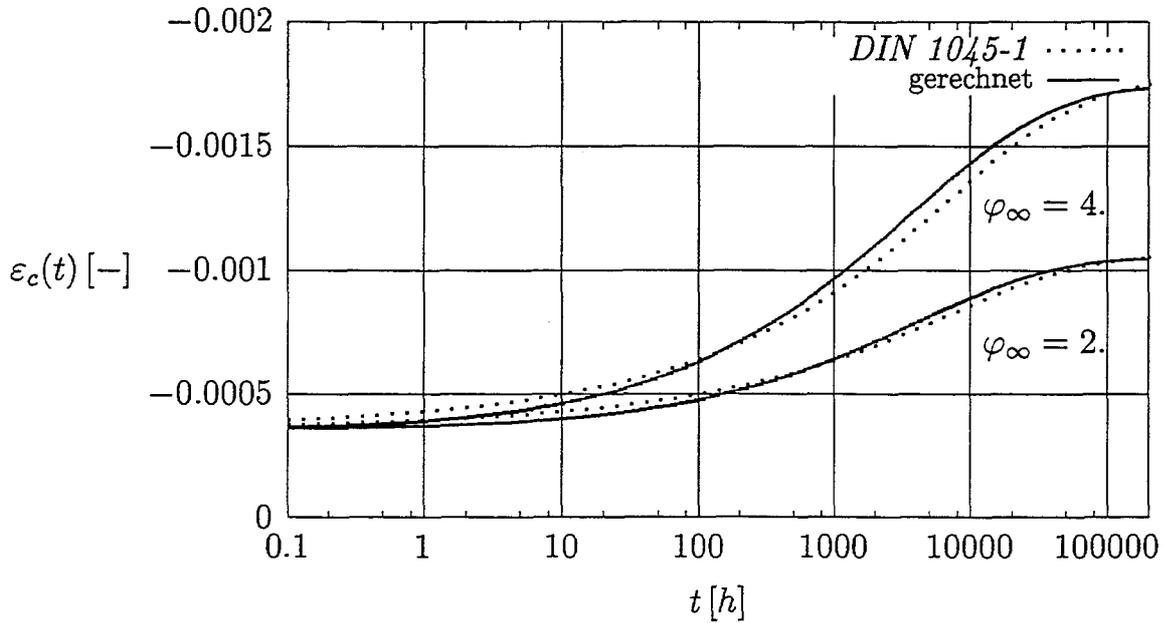


Abbildung 3.2: Zeitlicher Verlauf der Betondehnungen unter einer Beanspruchung  $\sigma_c = 0.35 f_{cm}$  für Beton der Güte C 20/25

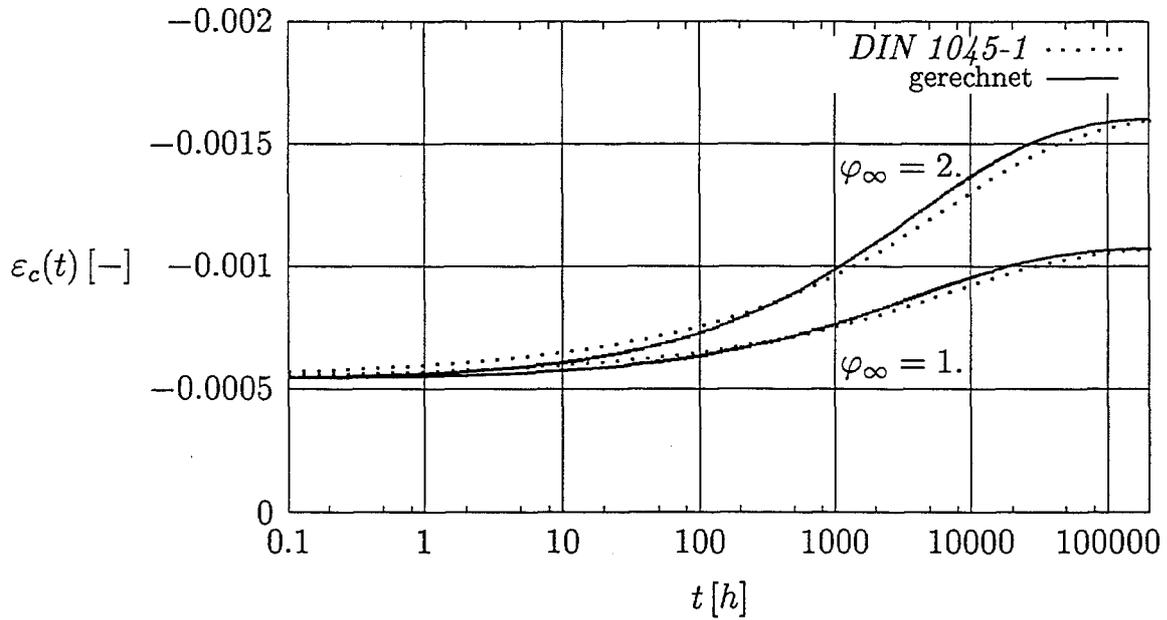


Abbildung 3.3: Zeitlicher Verlauf der Betondehnungen unter einer Beanspruchung  $\sigma_c = 0.35 f_{cm}$  für Beton der Güte C 50/60

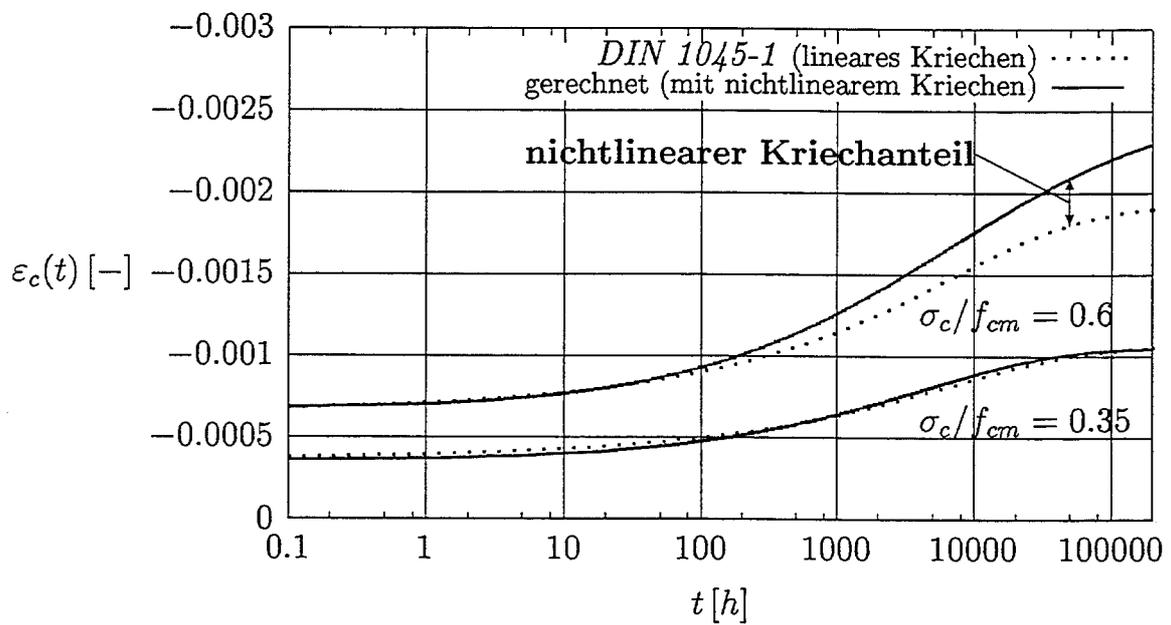


Abbildung 3.4: Zeitlicher Verlauf der Betondehnungen unter Beanspruchungen von  $\sigma_c = 0.35 f_{cm}$  und  $\sigma_c = 0.6 f_{cm}$  im Vergleich

## 4 Auswertung der Untersuchungen

Die graphisch aufbereiteten Ergebnisse der rechnerischen Untersuchungen sind vollständig in den Anhängen A bis D abgedruckt. Die Anhänge A bis C enthalten die graphische Auswertung der Querschnittstypen Rechteckquerschnitt, Plattenbalken mit schwach profilierter Druckzone und Plattenbalken mit stark profilierter Druckzone. Anhang D enthält Ergebnisse weiterführender Untersuchungen. Hierzu gehört die Auswertung der Einflüsse des Betonschwindens und eine Untersuchung der Einflüsse einer Druckbewehrung, wobei zwei Druckbewehrungsgrade angenommen wurden. In den Abbildungen sind folgende Größen ausgewertet:

$$\alpha_m(t) = \frac{\sigma_c(t)}{f_{cm}}; \text{ Spannungsniveau des Betons in dem maximal beanspruchten Druckzonenrand}$$

$$\frac{EI_{eff}(t)}{EI_{eff}(t=0)} \text{ Verhältnis der zeitabhängigen effektiven Biegesteifigkeit } EI_{eff}(t) \text{ zur effektiven Biegesteifigkeit } EI_{eff}(t=0) \text{ bei Belastungsbeginn}$$

$$\frac{\sigma_s(t)}{\sigma_s(t=0)} \text{ Verhältnis der zeitabhängigen Spannung } \sigma_s(t) \text{ der eingelegten Bewehrung zur Stahlspannung } \sigma_s(t=0) \text{ bei Belastungsbeginn}$$

Die effektive Biegesteifigkeit  $EI_{eff}(t)$  ergibt sich zu:

$$EI_{eff}(t) = -\frac{M_S}{\kappa(t)} \quad (4.1)$$

$$\kappa(t) = \frac{\varepsilon_{c,Rand}(t) - \varepsilon_s(t)}{d} \quad (4.2)$$

Zu Beginn der Untersuchungen zeigte sich, daß das Betonschwinden einen deutlichen Einfluß auf das Tragverhalten eines biegebeanspruchten Querschnitts hat. Da dies für die Auswertung der rechnerischen Untersuchungen wichtig ist, soll zunächst hierauf eingegangen werden.

## 4.1 Einfluß des Betonschwindens auf das Querschnittstragverhalten

Zur Verdeutlichung der Schwindeinflüsse wurden alle drei Querschnittstypen für folgenden Belastungsgrad untersucht:

$$\xi(t=0) = \frac{x(t=0)}{d} = 0.45; \text{ Höhe der bezogenen Druckzone zum Zeitpunkt des Belastungsbeginns}$$

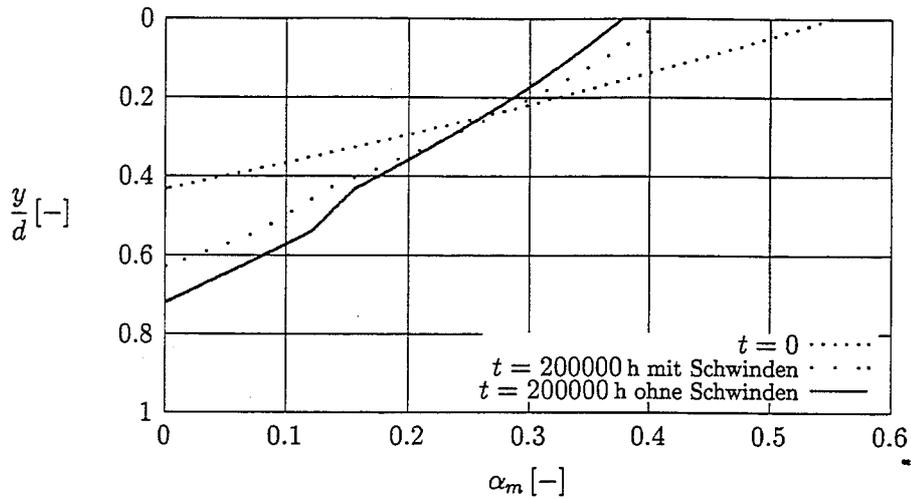
$$\alpha_m(t=0) = \frac{\sigma_c(t=0)}{f_{cm}} = 0.55; \text{ Spannungsniveau in der Betonrandfaser zum Zeitpunkt des Belastungsbeginns}$$

Aus Vergleichsgründen wurde generell keine Druckbewehrung bei den Querschnittstypen eingelegt. Auch wird das Querschnittsverhalten im Riß untersucht und somit werden dem Beton keine Zugspannungen zugewiesen. So ergäbe sich nach ersten Überlegungen, daß das Betonschwinden einen spannungslosen Krümmungszustand im Querschnitt hervorruft. Jedoch zeigen die genaueren Untersuchungen, daß der Einfluß des Schwindens nicht unerheblich ist. In Abb. 4.1 ist der Verlauf der Betonspannungen über die Querschnittshöhe dargestellt. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  haben die Größen  $\xi(t = 0)$  und  $\alpha_m(t = 0)$  die oben angegebenen Eingangswerte. Wird das System ohne und mit Schwindeinfluß berechnet, so ergeben sich deutlich abweichende Spannungsverläufe über die Querschnittshöhe am Ende des untersuchten Zeitraumes.

Die Spannungsgradienten  $\delta\sigma/\delta y$  ist bei Vernachlässigung des Schwindens deutlich flacher als die Gradienten mit Berücksichtigung des Schwindens, eine zu große Druckzonenhöhe ist die Folge. Dies hat weitere Auswirkungen auf die maximale Betonspannung am Querschnittsrand. Bei Vernachlässigung des Schwindens ergibt sich ein zu kleines Spannungsniveau  $\alpha_m(t)$ .

Die leichte Abtreppung der Spannungsgradienten im unteren Bereich der Druckzone resultiert aus der Annahme, daß sich die bei  $t = 0$  entstandenen Risse nicht mehr vollständig schließen können. *Reinhardt / Cornelissen* [9] geben hierzu Richtwerte für diesen verbleibenden plastischen Anteil an. Die unterschiedlichen Druckzonenhöhen haben auch eine unterschiedliche Größe der resultierenden Betonkräfte und Stahlkräfte zur Folge. Da die äußere Beanspruchung  $M_S$  über die Zeit konstant bleibt, sind die inneren Resultierenden indirekt proportional zum inneren Hebelarm  $\zeta = z/d$ . Somit wird bei Vernachlässigung des Schwindens der innere Hebelarm zu klein angenommen, es ergibt sich eine entsprechend größere Kraft und folglich höhere Spannung der Zugbewehrung. Auffallend ist bei Betrachtung der in Abb. 4.3 dargestellten Stahlspannungsniveaus, daß nach ca. 3000 h die Stahlspannungen wieder leicht zurückgehen. Da sich das Betonkriechen schneller dem Endgrenzwert nähert

#### 4.1 Einfluß des Betonschwindens auf das Querschnittstragverhalten



$y$ : Abstand vom oberen Querschnittsrand  
 $y/d = 0.0$  → oberer Rand der Druckzone  
 $y/d = 1.0$  → Lage der Zugbewehrung

Abbildung 4.1: Rechteckquerschnitt - C 20/25;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Vergleich der Spannungsverläufe über die statische Nutzhöhe  $d$  mit und ohne Schwinden des Betons

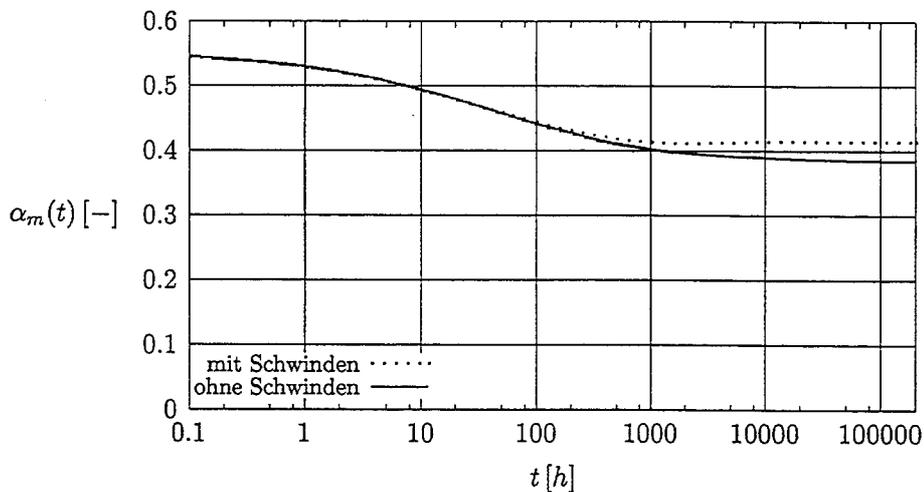


Abbildung 4.2: Rechteckquerschnitt - C 20/25;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Vergleich der Spannungsniveaus der Betonrandfaser über die Zeit mit und ohne Schwinden des Betons

als das Betonschwinden, sind die Auswirkungen des Schwindens in dem Anfangsbereich des untersuchten Zeitraumes nicht so deutlich.

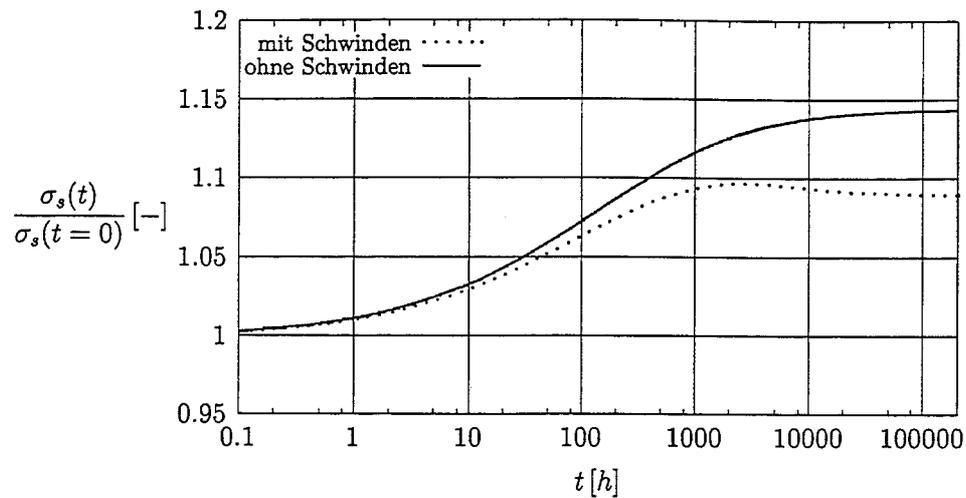


Abbildung 4.3: Rechteckquerschnitt - C 20/25;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Vergleich der Stahlspannungen der Zugbewehrung über die Zeit mit und ohne Schwinden (siehe auch Anhang D)

Hieraus ist zu erkennen, daß eine Entkopplung des Betonschwindens für die hier durchgeführten genaueren Untersuchungen nicht möglich ist. Da das zeitabhängige Steifigkeitsverhalten von biegebeanspruchten Querschnitten untersucht werden soll, muß die effektive Biegesteifigkeit berechnet werden. Diese ist, wie in Gl. (4.1) beschrieben, von der Krümmung  $\kappa(t)$  abhängig und enthält somit die Schwindverformungen des Betons. Nach den herkömmlichen normativen Regelungen setzt sich die Krümmung aus drei Anteilen zusammen, welche nur bedingt voneinander abhängig sind:

$$\kappa(t) = \kappa_0 + \kappa_k(t) + \kappa_{cs}(t) \quad (4.3)$$

Für einen gerissenen Querschnitt ohne Druckbewehrung kann angenommen werden:

$$\kappa(t) = \frac{\varepsilon_{c0} - \varepsilon_s}{d} + \frac{\varepsilon_{ck}(t)}{d} + \kappa_{cs}(t) \quad (4.4)$$

$$= \underbrace{\frac{\varepsilon_{c0} \cdot (1 + \varphi(t)) - \varepsilon_s}{d}}_{\text{lastabhängig}} + \underbrace{\kappa_{cs}(t)}_{\text{lastunabhängig}} \quad (4.5)$$

Die effektive Biegesteifigkeit  $EI_{eff}(t)$  wird hieraus nur aus dem lastabhängigen Krümmungsanteil bestimmt:

$$EI_{eff}(t) = -\frac{M_S}{\kappa_{lastabhängig}(t)} \quad (4.6)$$

$$= -\frac{M_S}{\frac{\varepsilon_{c0} \cdot (1 + \varphi(t)) - \varepsilon_s}{d}} \quad (4.7)$$

$$= -\frac{M_S \cdot d}{\varepsilon_{c0} \cdot (1 + \varphi(t)) - \varepsilon_s} \quad (4.8)$$

Wie sich aus den vorhergehenden Auswertungen des Einflusses des Betonschwindens gezeigt hat, ist eine solche Entkoppelung jedoch nicht wirklichkeitsnah. Aus diesem Grund wird der Krümmungsanteil aus dem Schwinden für die Berechnung der effektiven Biegesteifigkeit  $EI_{eff}(t)$  mit einbezogen. Aus Gl. (4.3) ergibt sich für die hier durchgeführten Untersuchungen die effektive Biegesteifigkeit  $EI_{eff}(t)$  somit zu:

$$EI_{eff}(t) = -\frac{M_S}{\kappa(t)} \quad (4.9)$$

Für sehr niedrige Lastniveaus kann hierbei eine Fehlinterpretation der effektiven Biegesteifigkeit  $EI_{eff}(t)$  erfolgen. Für eine äußere Momentenbelastung  $M_S = 0$  ergibt sich für obige Beziehung durch die trotzdem vorhandene Schwindkrümmung  $\kappa_{cs}(t) \neq 0$  eine effektive Biegesteifigkeit  $EI_{eff}(t) = 0$ . Dieses Ergebnis ist natürlich unrealistisch. Auf diese eventuelle Fehlinterpretation sei hingewiesen.

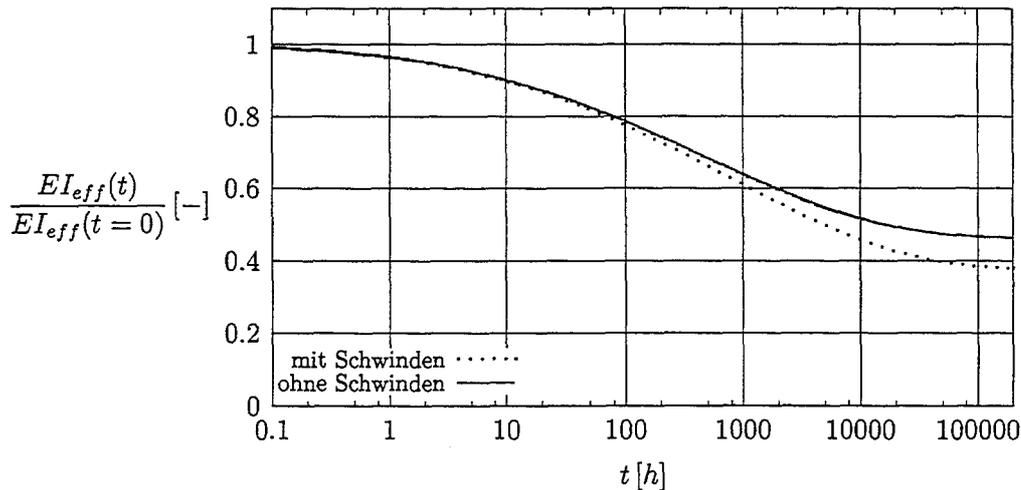


Abbildung 4.4: Rechteckquerschnitt – C 20/25;  $\varphi_{\infty} = 4.0$ : Vergleich der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten in Abhängigkeit von der Zeit mit und ohne Schwinden

Der Verlauf der effektiven Biegesteifigkeiten  $EI_{eff}(t)$  im Vergleich zwischen Berücksichtigung und Vernachlässigung des Betonschwindens ist in Abb. 4.4 dargestellt. Es liegt die effektive Biegesteifigkeit unter Berücksichtigung des Schwindens unterhalb derer ohne Berücksichtigung des Schwindens.

## 4.2 Entwicklung der zeitabhängigen Betonrandspannungen

Die Randspannungen werden immer auf die mittlere Betonfestigkeit  $f_{cm}$  bezogen und somit dimensionslos dargestellt. Folgende Einflüsse wurden untersucht:

- Spannungsniveau  $\alpha_m(t = 0)$  bei Belastungsbeginn
- Höhe der bezogenen Druckzone  $\xi(t = 0)$  bei Belastungsbeginn
- Form der Druckzone
- Betongüte und Endkriechzahl

### 4.2.1 Einfluß des Spannungsniveaus und Höhe der Druckzone bei Belastungsbeginn

Wie in Kapitel 3 beschrieben, wurden drei Spannungsniveaus in Verbindung mit drei Druckzonenhöhen bei Belastungsbeginn untersucht. Die Spannungsniveaus liegen bei  $\alpha_m(t = 0) = 0.35, 0.45$  und  $0.55$ . Das nichtlineare Kriechen des Betons tritt oberhalb einem Spannungsniveau von 40 % ein. Diese Grenze ist in den Abbildungen der Spannungsverläufe eingetragen. In diesem Unterkapitel soll nun auf den Rechteckquerschnitt eingegangen werden. Die weiteren Querschnittsformen sollen in Abschnitt 4.2.3 diskutiert werden.

In Abb. 4.5 sind die zeitlichen Entwicklungen der Spannungsniveaus für eine Druckzonenhöhe  $\xi(t = 0) = 0.25$  dargestellt.

Es ist ein deutlicher Spannungsabfall über die Zeit festzustellen. Die Reduzierungen der Spannungen liegen zwischen ca. 32 % für  $\alpha_m(t = 0) = 0.55$  und ca. 28 % für  $\alpha_m(t = 0) = 0.35$ , was aus der deutlicheren Nichtlinearität des Betons bei höherer Beanspruchung resultiert. Die Grenze für nichtlineares Kriechen von  $0.4 f_{cm}$  wird

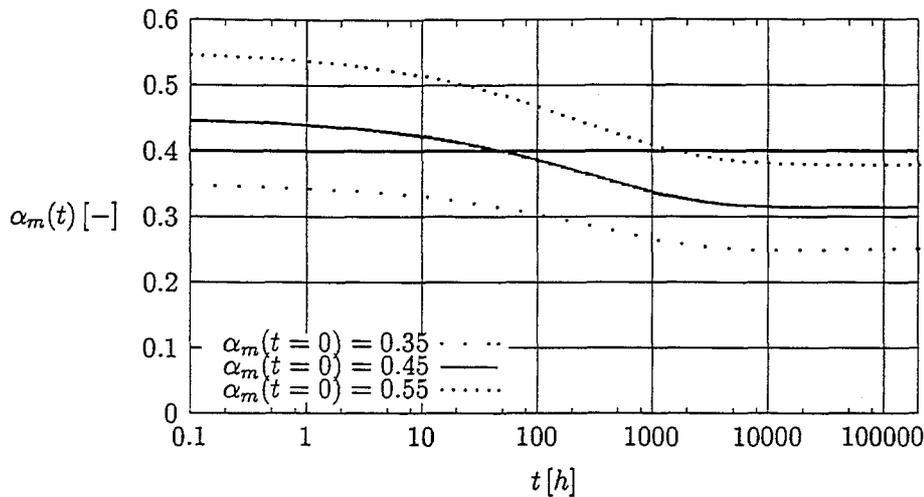


Abbildung 4.5: Rechteckquerschnitt - C 20/25;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Vergleich der Spannungsniveaus für  $\xi(t = 0) = 0.25$  bei Belastungsbeginn

auch von dem hoch beanspruchten Beton unterschritten, wodurch somit die nichtlinearen Kriechinflüsse über den gesamten Zeitraum betrachtet sehr gering bleiben. Die Unterschreitung erfolgt nach ca. 2000 h  $\approx$  3 Monate. Diese Spannungsabnahme resultiert aus der deutlichen Zunahme der bezogenen Druckzonenhöhe  $\xi(t)$ . Für die in Abb. 4.5 dargestellten Spannungsverläufe ist bei Belastungsbeginn die bezogene Druckzonenhöhe  $\xi(t = 0) = 0.25$ . Ist bei Belastungsbeginn eine größere Druckzonenhöhe vorhanden, so sind die Vergrößerungsmöglichkeiten der Druckzone geringer. Entsprechend werden die Randspannungen über die Zeit in einem geringeren Umfang reduziert. Abb. 4.6 zeigt einen Vergleich der Spannungsabnahme für unterschiedliche bezogene Druckzonenhöhen bei Belastungsbeginn.

Für  $\xi(t = 0) = 0.35$  und  $\xi(t = 0) = 0.45$  wird die Grenze von  $0.4 f_{cm}$  nicht mehr unterschritten. Die Reduzierungen liegen hier bei 26 % und 20 % (siehe Tab. 4.1).

	$\xi(t = 0)$		
	0.25	0.35	0.45
$\frac{\Delta\alpha_m(t = t_{end})}{\alpha_m(t = 0)}$	32 %	26 %	20 %

Tabelle 4.1: Vergleich der prozentualen Reduzierungen der Randspannungen für Abb. 4.6

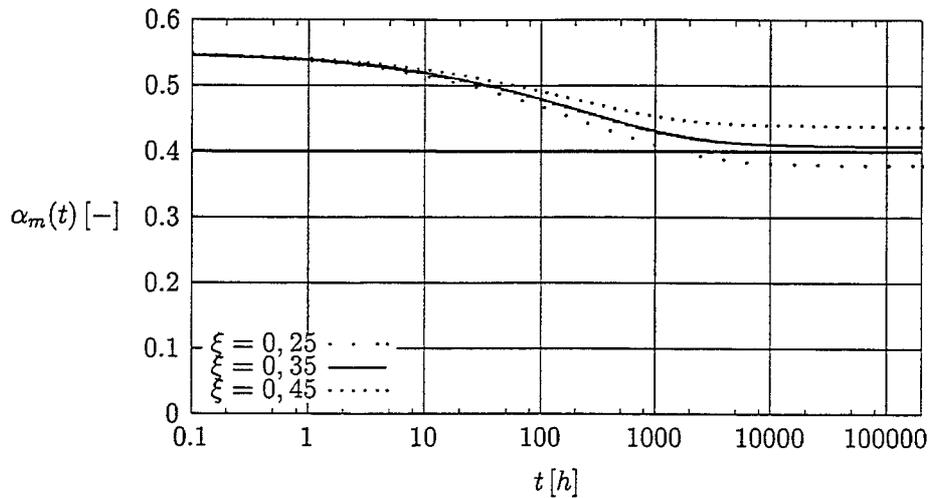


Abbildung 4.6: Rechteckquerschnitt – C 20/25;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser für unterschiedliche Druckzonenhöhen bei Belastungsbeginn

#### 4.2.2 Einfluß der Endkriechzahl $\varphi_\infty$ und der Betongüte

Die bisherige Diskussion der Ergebnisse bezog sich auf einen Beton der Güte C 20/25 mit der Endkriechzahl  $\varphi_\infty = 2.0$ . Für diese Betongüte wurden noch Untersuchungen mit der Endkriechzahl  $\varphi_\infty = 4.0$  und für einen Beton der Güte C 50/60 mit den Endkriechzahlen  $\varphi_\infty = 2.0$  und  $\varphi_\infty = 1.0$  durchgeführt. Exemplarisch sind die Spannungsverläufe dieser vier Varianten für eine bezogene Druckzonenhöhe  $\xi(t = 0) = 0.25$  und eine bezogene Anfangsspannung  $\alpha_m(t = 0) = 0.55$  in Abb. 4.7 dargestellt.

Für den Rechteckquerschnitt ergeben sich bei einem Spannungsniveau  $\alpha_m(t = 0) = 0.55$  maximale Spannungsdifferenzen von 39 % für den Beton der Güte C 20/25,  $\varphi_\infty = 4.0$  mit einer bezogenen Druckzonenhöhe  $\xi(t = 0) = 0.25$  und die minimalen Spannungsdifferenzen von 14 % für den Beton der Güte C 50/60,  $\varphi_\infty = 1.0$  mit  $\xi(t = 0) = 0.45$ . In Tab. 4.2 sind diese gegenüber gestellt. Die leichte Differenz zwischen den zwei betrachteten Betongüten mit der Endkriechzahl  $\varphi_\infty = 2.0$  ist auf den unterschiedlichen Elastizitätsmodul  $E_{cm}$  zurückzuführen. Der Rechteckquerschnitt mit der Betongüte C 50/60 hat am Ende des untersuchten Zeitraumes einen etwas höheren E-Modul als der Beton der Güte C 20/25. Hieraus entsteht ein etwas steiferes Verhalten der Druckzone und somit eine etwas höhere Randspannung am Ende des untersuchten Zeitraumes. Die Unterschiede sind jedoch sehr gering.

Aus der obigen Zusammenstellung ist der deutliche Einfluß der Größe der Endkriechzahl  $\varphi_\infty$  zu sehen. Auch zeigen die Untersuchungen, daß die Größe der Druckzone

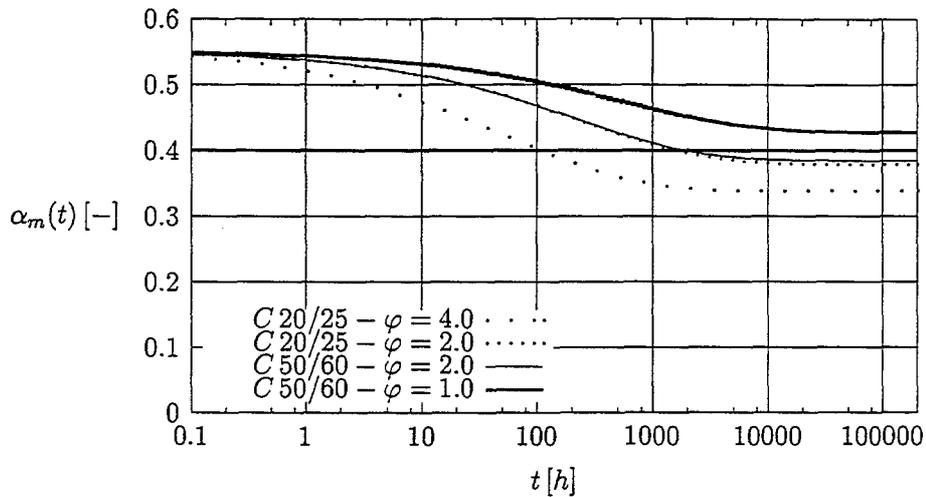


Abbildung 4.7: Rechteckquerschnitt -  $\alpha_m(t = 0) = 0.55$ ;  $\xi(t = 0) = 0.25$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser für unterschiedliche Betongüten und Endkriechzahlen

	C 20/25		C 50/60		$\xi(t = 0)$
	$\varphi_\infty = 4.0$	$\varphi_\infty = 2.0$	$\varphi_\infty = 2.0$	$\varphi_\infty = 1.0$	
$\frac{\Delta\alpha_m(t = t_{end})}{\alpha_m(t = 0)}$	39 %	32 %	30 %	23 %	0.25
	32 %	26 %	25 %	19 %	0.35
	25 %	20 %	19 %	14 %	0.45

Tabelle 4.2: Vergleich der prozentualen Reduzierungen der Randspannungen des Rechteckquerschnitts mit  $\alpha_m(t = 0) = 0.55$

und somit die Möglichkeit der Vergrößerung der Druckzone über die Zeit einen erheblichen Einfluß auf die zeitabhängigen Spannungsreduzierungen haben. Aus diesem Grund ist auch die Form der Druckzone ein weiterer wichtiger Einflußparameter. Dies soll in dem nächsten Abschnitt diskutiert werden.

### 4.2.3 Einfluß der Form der Druckzone

Wie bereits beschrieben wurde bisher nur das Querschnittstragverhalten eines Rechteckquerschnitts, also einer rechteckigen Druckzone unter Betrachtung verschiedener Parameter untersucht. Ist die Druckzone nun profiliert wie bei Plattenbalkenquerschnitten, so ist durch den großen Kraftanteil im Flansch und die verhältnismäßig

geringe Möglichkeit der Umlagerung der Kräfte durch eine Vergrößerung der Druckzone (in der Regel erfolgt dies im Steg des Plattenbalkens) mit deutlich geringeren Spannungsreduzierungen am Querschnittsrand der Druckzone zu rechnen.

Für eine Erfassung dieser Effekte wurden zwei Plattenbalkenquerschnitte untersucht:

- Plattenbalkenquerschnitt mit schwach profilierter Druckzone
- Plattenbalkenquerschnitt mit stark profilierter Druckzone

Diese sind im Kap. 3 detaillierter beschrieben. Die Flanschdicke ist in beiden Fällen  $h_{Flansch} = 0.15$  m. Bezogen auf die statische Nutzhöhe von  $d = 0.75$  m ergibt dies einen Wert von  $\frac{h_{Flansch}}{d} = 0.20$ . Mit der Variation der bezogenen Druckzone  $\xi(t = 0) = 0.25 \dots 0.45$  wird der Steg des Querschnittes immer mit beansprucht.

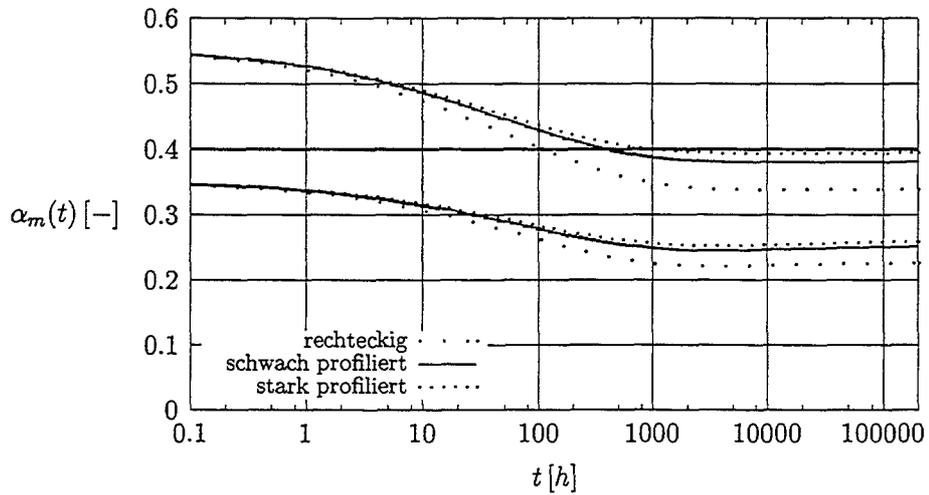
In Abb. 4.8 ist ein Vergleich der zeitabhängigen Randspannungsreduzierungen für zwei Spannungsniveaus dargestellt. Die prozentualen Spannungsreduzierungen für die in Abb. 4.8 dargestellten Spannungsverläufe sind in Tab. 4.3 zusammengestellt.

Druckzonenform	rechteckig	schwach profiliert	stark profiliert	$\alpha_m(t = 0)$	
$\frac{\Delta\alpha_m(t = t_{end})}{\alpha_m(t = 0)}$	39 %	30 %	28 %	0.55	$C 20/25; \varphi_\infty = 4.0$
	36 %	28 %	26 %	0.35	$\xi(t = 0) = 0.25$
	14 %	11 %	10 %	0.55	$C 50/60; \varphi_\infty = 1.0$
	9 %	7 %	6 %	0.35	$\xi(t = 0) = 0.45$

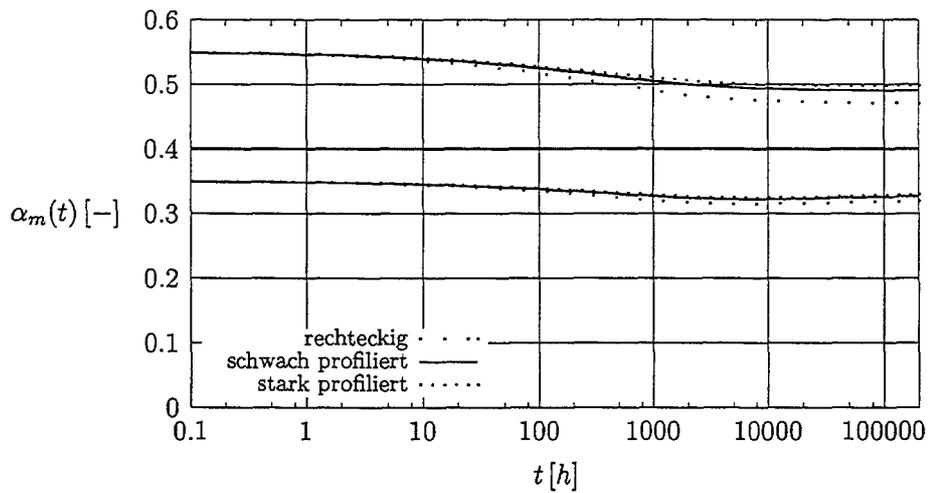
Tabelle 4.3: Tabellarische Zusammenstellung der Spannungsumlagerungen für die in Abb. 4.8 dargestellten Spannungsverläufe

Die Spannungsreduzierungen im Beton treten in geringerem Umfang gegenüber dem Rechteckquerschnitt auf. Je profilierter die Druckzone ist, desto geringer ist die Möglichkeit, im Querschnitt Betonspannungen umzulagern. Das Verhältnis zwischen Umlagerung "rechteckige Druckzone" und Umlagerung "schwach profilierte Druckzone" liegt in allen Fällen bei einem Wert von ca. 1.3, zwischen Umlagerung "rechteckige Druckzone" und Umlagerung "stark profilierte Druckzone" bei ca. 1.4. Es ist zu beachten, daß sich die hier berechneten Spannungsreduzierungen für Querschnitte ohne Druckbewehrung ergeben. Die Spannungsreduzierungen nehmen mit dem Vorhandensein einer Druckbewehrung deutlich zu. Hierauf wird später noch eingegangen.

a)



b)



a) C 20/25;  $\varphi_\infty = 4.0$ ;  $\xi(t=0) = 0.25$

b) C 50/60;  $\varphi_\infty = 1.0$ ;  $\xi(t=0) = 0.45$

Abbildung 4.8: Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser für unterschiedliche Formen der Druckzone ( $\alpha_m(t=0) = 0.35$  und  $\alpha_m(t=0) = 0.55$ )

### 4.3 Entwicklung der zeitabhängigen Stahlspannungen der Zugbewehrung

Bisher wurden die Einflüsse des zeitabhängigen Betonverhaltens auf die Druckzone diskutiert. Die Auswirkungen sind in allen Fällen günstig, es stellen sich zum Teil deutliche Reduzierungen der maximalen Randspannungen ein, der Beton wird also in den hochbeanspruchten Querschnittsbereichen entlastet. Diese Entlastung ist mit einer Vergrößerung der Druckzone verbunden. Folglich nimmt der innere Hebelarm  $z$  oder bezogen auf die statische Nutzhöhe  $\zeta = \frac{z}{d}$  ab. Das Maß der Spannungsänderung in der Zugbewehrung steht in indirekter Proportionalität zur Änderung des inneren Hebelarms  $z$  für eine konstante äußere Momentenbeanspruchung. Es gilt:

$$\sigma_s(t) = \frac{1}{A_s} \cdot \frac{M_S}{z(t)} \quad (4.10)$$

$$\sigma_s(t) \cdot z(t) = \frac{M_S}{A_s} = \text{const.} \quad (4.11)$$

Entsprechend Gl. (4.11) ist eine Zunahme der Stahlspannung von z. B. 10 % also mit einer Abnahme des inneren Hebelarmes von  $1 - \frac{1}{1.10} = 9.1$  % verbunden.

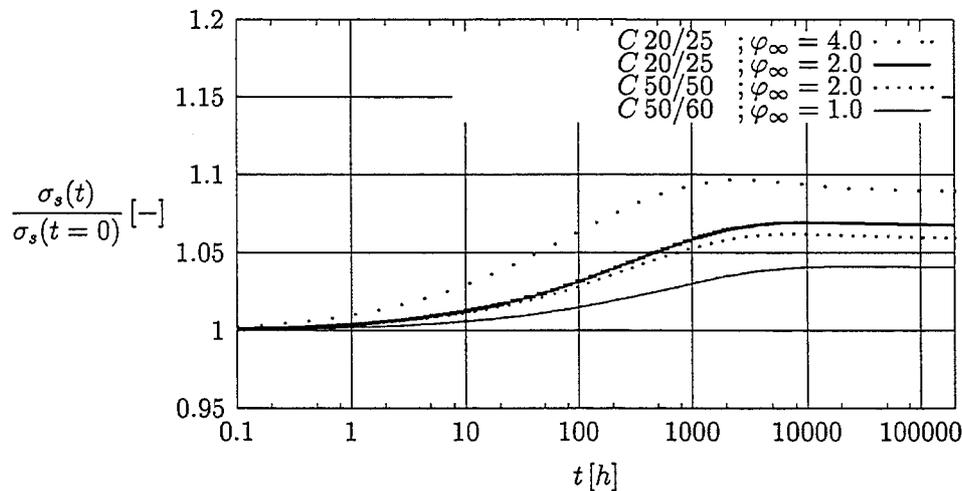


Abbildung 4.9: Rechteckquerschnitt –  $\xi(t = 0) = 0.45$ ;  $\alpha_m(t = 0) = 0.55$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungs-niveaus der Zugbewehrung für unterschiedlichen Betongüten und Endkriechzahlen  $\varphi_\infty$

Die größten Spannungsänderungen in der Zugbewehrung sind bei Querschnitten mit rechteckiger Druckzone vorhanden. Abb. 4.9 zeigt einen Vergleich der Spannungsänderungen in der Bewehrung für unterschiedliche Endkriechzahlen  $\varphi_\infty$  in

Verbindung mit unterschiedlichen Betongüten. Die maximale Zunahme der Stahlspannung liegt bei ca. 10 %. An dieser Stelle sei nochmals auf den deutlichen Einfluß des Betonschwindens (siehe Kap. 4.1) verwiesen. Unter Vernachlässigung des Schwindens können die Spannungsänderungen in der Zugbewehrung deutlich größer sein, was allerdings nicht dem wirklichen Querschnittstragverhalten entspricht (siehe Abb. 4.3).

Die größten Stahlspannungsänderungen treten für die Endkriechzahl  $\varphi_\infty = 4.0$  auf. Ist die Druckzone des Querschnittes profiliert, so fallen diese Änderungen geringer aus. Abb. 4.10 zeigt einen Vergleich der zeitabhängigen Stahlspannungen für einen Beton der Güte C 20/25 und der Endkriechzahl  $\varphi_\infty = 4.0$  mit unterschiedlichen Formen der Druckzone. Die weiteren Einflußparameter Spannungsniveau der Betonrandfaser  $\alpha_m(t = 0)$  und Höhe der bezogenen Druckzone  $\xi(t = 0)$  wirken sich nur in sehr geringem Umfang aus. Sie verschieben die in den Abb. 4.9 und 4.10 dargestellten Linien um wenige Prozentpunkte. Ein Vergleich hierzu ist in den Anhängen A bis C zu finden. Auf den Einfluß der Druckbewehrung soll noch explizit eingegangen werden.

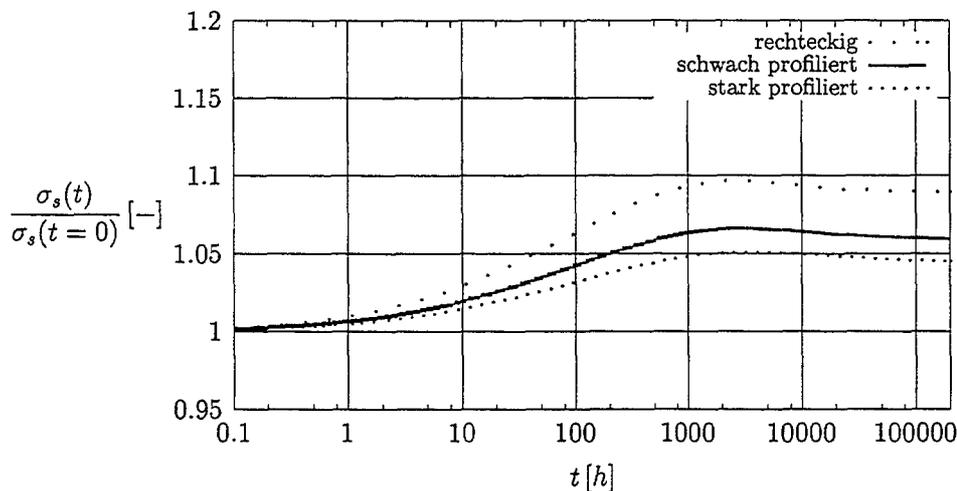


Abbildung 4.10: Zeitlicher Verlauf der Spannungsänderungen der Zugbewehrung für unterschiedliche Formen der Druckzone (C 20/25;  $\varphi_\infty = 4.0$ ;  $\alpha_m(t = 0) = 0.55$ )

## 4.4 Entwicklung der zeitabhängigen effektiven Biegesteifigkeiten der Querschnitte

Normativ sollen durch eine Begrenzung der Betonspannungen unter Dauerlasten ein nichtlineares Kriechen und damit verbundene übermäßige Tragwerksverformungen vermieden werden (siehe Kap. 2). Bei vorwiegend auf Biegung beanspruchten Stahlbetonbauteilen ist der charakteristische Wert für Bauteilverformungen die effektive Biegesteifigkeit  $EI_{eff}$ . Diese ist in hohem Maße von Ribbildung und dem Betonkriechen und somit von der Zeit abhängig. Daher wurden für alle Systeme die effektive Biegesteifigkeit  $EI_{eff}(t)$  als Funktion der Zeit berechnet. Diese ist in den Abbildungen auf die effektive Biegesteifigkeit zum Belastungsbeginn  $EI_{eff}(t = 0)$  bezogen und hat somit zum Zeitpunkt  $t = 0$  den Wert 1.

Für ein annähernd lineares Materialverhalten ohne Zeiteinflüsse ( $t = 0$ ) und reiner Biegebeanspruchung ist die effektive Biegesteifigkeit auch für einen gerissenen Querschnitt von der Last unabhängig. Es soll nun hier untersucht werden, inwieweit sich ein übermäßiges Kriechen durch hohe Betonbeanspruchung (nichtlineares Kriechen für  $\sigma_c > 0.4 f_{cm}$ ) auf die Steifigkeit des Querschnittes gegenüber einem gering beanspruchten Querschnitt auswirkt. Falls die Steifigkeiten deutlich durch das nichtlineare Betonkriechen abfallen, ist eine Beschränkung der Betonspannungen unter Dauerlasten erforderlich. Sind hingegen die Auswirkungen sehr gering, so sollte das derzeitige Nachweiskonzept der Betonspannungsbegrenzung für vorwiegend auf Biegung beanspruchte Bauteile überdacht werden.

An dieser Stelle müssen die Erkenntnisse aus den bisherigen Ergebnissen zusammengefaßt werden. Die effektive Biegesteifigkeit  $EI_{eff}(t)$  wird durch die vorhandene Querschnittsverkrümmung bestimmt ( $M_S = \text{const.}$ ). Die Krümmung ist definiert über die Betondehnung am Rand der Druckzone und die Stahldehnung der Zugbewehrung.

$$EI_{eff}(t) = \frac{M_S}{\kappa(t)} \quad (4.12)$$

$$= \frac{M_S \cdot d}{\varepsilon_{c,Rand}(t) - \varepsilon_s(t)} \quad (4.13)$$

Nun treten, wie in den bisherigen Kapiteln beschrieben, verschiedene Effekte auf:

- Die Betondehnung  $\varepsilon_c(t)$  nimmt durch das Betonkriechen deutlich zu.
- Durch Spannungsumlagerungen im Querschnitt nimmt die Belastung der hochbelasteten Randbereiche der Druckzone ab, die Betonspannungen werden in diesen Bereichen reduziert. Dies wirkt obigem Effekt entgegen.
- Infolge der Zunahme der Druckzonenhöhe durch das Betonkriechen nimmt der

#### 4.4 Entwicklung der zeitabhängigen effektiven Biegesteifigkeiten der Querschnitte

innere Hebelarm  $z$  ab, es erhöht sich die Stahldehnung.

- Das Betonschwinden wirkt sich günstig auf das System aus, insbesondere auf den inneren Hebelarm und somit auf die Stahldehnungen. Es wirkt somit dem Kriecheinfluß entgegen.
- Eine starke Profilierung der Druckzone führt im Vergleich zu einer rechteckigen Druckzone zu geringeren Spannungsreduzierungen des Betons in den Randbereichen. Jedoch ist die Verkleinerung des inneren Hebelarms ebenfalls geringer, was sich wiederum günstig auswirkt.

Die genannten Effekte wirken sich konträr auf die sich einstellende effektive Biegesteifigkeit  $EI_{eff}(t)$  eines Querschnittes aus. In den Anhängen A bis C sind die bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten  $\frac{EI_{eff}(t)}{EI_{eff}(t=0)}$  dargestellt. In einer Abbildung werden diese immer bezüglich verschiedener Lastniveaus ( $\alpha_m(t=0) = 0.35 \dots 0.55$ ) verglichen.

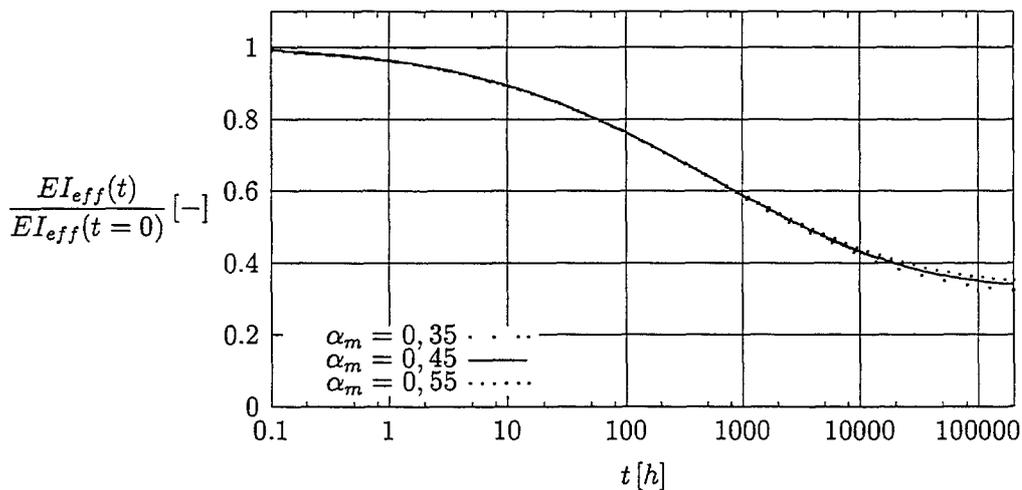


Abbildung 4.11: Plattenbalken, stark profiliert – C 20/25;  $\varphi_\infty = 4.0$ ;  $\xi(t=0) = 0.25$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

Abb. 4.11 zeigt einen Vergleich für einen Querschnitt mit stark profilierter Druckzone. Auffallend hierbei ist, daß die bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten eines hoch beanspruchten Betons höher sind als bei einem gering beanspruchten Beton. Dies liegt an dem Krümmungsanteil aus dem Betonschwinden, welcher für alle Lastniveaus einen ähnlichen absoluten Wert hat. Im Verhältnis zum Krümmungsanteil aus Kurzzeitverformung und Betonkriechen nimmt dieser mit steigender Belastung ab. Dadurch steigt die effektive Biegesteifigkeit im Verhältnis leicht an. Da jedoch die Auswirkungen des Schwindens auf die Spannungsverteilung im Querschnitt nicht

zu vernachlässigen sind, mußte das Betonschwinden für die Steifigkeitsermittlung ebenfalls angesetzt werden (siehe hierzu Kap. 4.1).

Dieses Ergebnis ist bei allen Querschnitts- und Belastungsformen in ähnlicher Weise vorhanden. Die Abweichungen der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten für unterschiedliche Lastniveaus ist sehr gering. Ein Steifigkeitsabfall durch übermäßige Kriechverformungen ist für die hier durchgeführten Untersuchungen nicht zu erkennen.

Um den Einfluß des Schwindens auf die effektiven Biegesteifigkeiten nochmals darzustellen, wurde der in Abb. 4.11 zugrunde gelegte Querschnitt ohne Berücksichtigung des Schwindens berechnet. Hier ergibt ein Vergleich der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten für verschiedene Lastniveaus annähernd identische Verläufe.

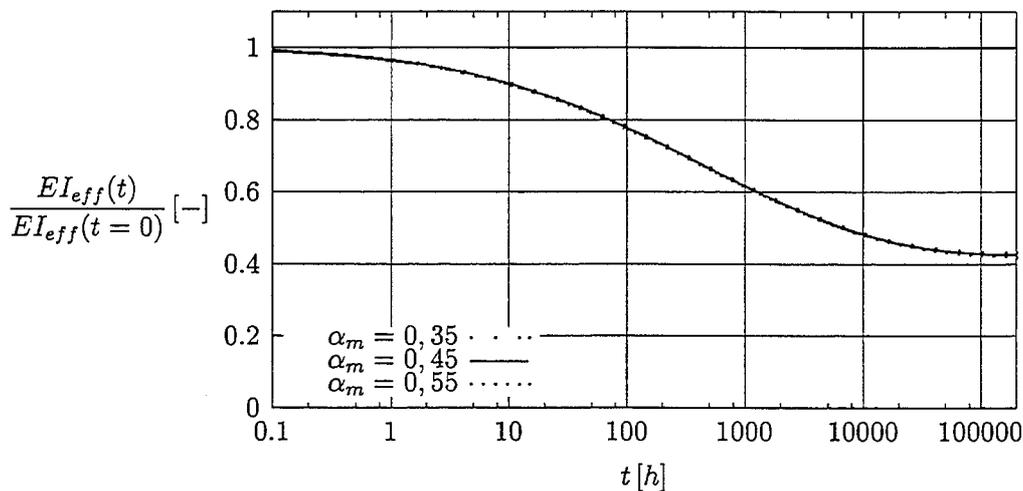


Abbildung 4.12: Plattenbalken, stark profiliert – C 20/25;  $\varphi_\infty = 4.0$ ;  $\xi(t = 0) = 0.25$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten ohne Berücksichtigung des Betonschwindens ( $\varepsilon_{cs\infty} = 0.0$ )

Es somit festzustellen, daß das nichtlineare Betonkriechen keine nennenswerte Vergrößerung der Verformung gegenüber einem linearen Kriechansatz bei vorwiegend biegebeanspruchten Stahlbetonquerschnitten zur Folge hat.

## 4.5 Einfluß einer Druckbewehrung

Die bisherigen Analysen wurden für Querschnitte ohne Druckbewehrung durchgeführt. Zumindest aus konstruktiven Gründen ist jedoch jeder Querschnitt in der Regel auch in der Druckzone zu bewehren. Das Vorhandensein einer Druckbewehrung hat auf die inneren Spannungszustände einen deutlichen Einfluß. Um diese

Einflüsse aufzuzeigen, wurden alle Querschnittsvarianten für einen Beton der Güte C 20/25 mit einer Endkriechzahl  $\varphi_\infty = 2.0$  mit zwei Druckbewehrungsgraden  $\omega_2$  untersucht. Die Belastung der Querschnitte wurde für ein Betonspannungsniveau  $\alpha_m(t = 0) = 0.55$  am Rand der Druckzone und eine bezogene Druckzonenhöhe  $\xi(t = 0) = 0.35$  aufgebracht. Folgende Druckbewehrungsgrade wurden gewählt:

- $\omega_2 = 0.1$
- $\omega_2 = 0.2$

Hierbei ist  $\omega_2$  auf die mittlere Betonfestigkeit  $f_{cm}$  bezogen. Die Druckbewehrungsgrade für konstruktive Bewehrung liegen üblicherweise unter diesen Werten.

$$\omega_2 = \frac{A_{s2}}{b d} \cdot \frac{f_{yk}}{f_{cm}} \quad (4.14)$$

Die Ergebnisse sind im Anhang D komplett dargestellt. Am deutlichsten sind die Effekte bei dem Plattenbalkenquerschnitt mit stark profilierter Druckzone. Diese sollen hier nun auszugsweise dargestellt werden.

### 4.5.1 Einfluß der Druckbewehrung auf die Betonspannungen

Durch das Betonkriechen stellen sich deutliche Umlagerungen der Kräfte in der Druckzone ein. Der Beton entzieht sich der Belastung, und die Kräfte werden auf die Druckbewehrung umgelagert. Abb. 4.13 zeigt dieses Verhalten für die zwei gewählten Druckbewehrungsgrade im Vergleich zum Querschnitt ohne Druckbewehrung.

Die Betonrandspannungen nehmen durch die Umlagerungen der Druckkräfte auf die Druckbewehrung sehr stark ab. Tab. 4.4 gibt die prozentualen Werte der Reduzierungen an.

Der hier dargestellte Einfluß der Druckbewehrung bleibt zumindest bei konstruktiver Bewehrung für die normativ geforderten Spannungsnachweise meist unberücksichtigt, ist jedoch für das Querschnittstragverhalten von großer Bedeutung.

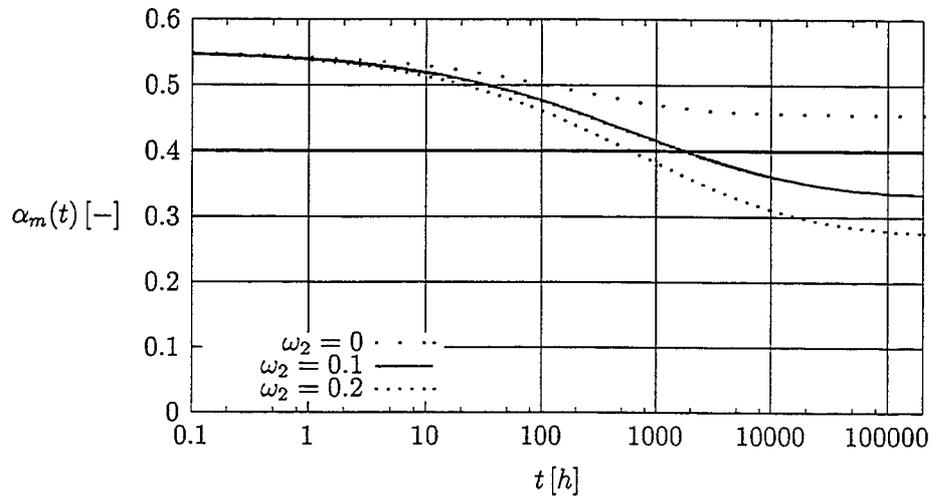


Abbildung 4.13: Stark profilierter Plattenbalken – C 20/25;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

Druckzonenform	rechteckig	schwach profiliert	stark profiliert	
$\frac{\Delta\alpha_m(t = t_{end})}{\alpha_m(t = 0)}$	26 %	19 %	17 %	$\omega_2 = 0.0$
	39 %	40 %	40 %	$\omega_2 = 0.1$
	48 %	50 %	50 %	$\omega_2 = 0.2$

Tabelle 4.4: Vergleich der Spannungsreduzierungen des Betons für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade

### 4.5.2 Einfluß der Druckbewehrung auf die Stahlspannungen

Aus den oben festgestellten deutlichen Spannungsreduzierungen im Beton folgt eine entsprechende Zunahme der Stahlspannungen in der Druckbewehrung. Diese können über die Zeit auf ein Mehrfaches der Anfangsspannung ansteigen, wobei wichtigster Einflußparameter die Endkriechzahl  $\varphi_\infty$  ist. Für die in Abb. 4.14 dargestellten Spannungsverläufe des untersuchten Plattenbalkenquerschnitts mit stark profilierter Druckzone liegt die Zunahme der Spannungen in der Druckbewehrung bei ca. 100 % für den Bewehrungsgrad  $\omega_2 = 0.2$  und ca. 135 % für  $\omega_2 = 0.1$ . Bei Reduzierung des Druckbewehrungsgrades nimmt die Druckspannungszunahme immer mehr zu. Für den Grenzwert  $\omega_2 \rightarrow 0$  liegt die Zunahme bei ca. 220 %. In Abhängigkeit von der Querschnittsgeometrie und der Endkriechzahl kann ab großen Endkriechzahlen ( $\varphi_\infty \approx 4$ ) sogar ein Fließen der Druckbewehrung eintreten.

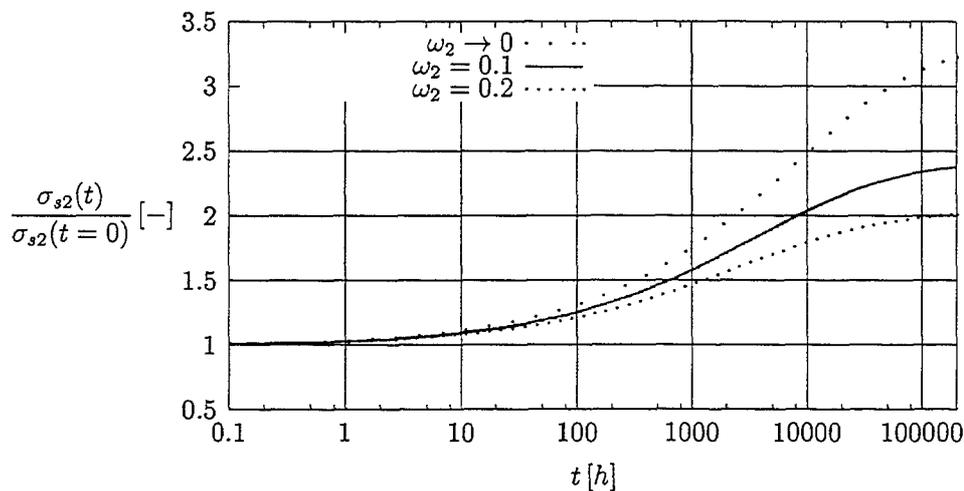


Abbildung 4.14: Stark profilierter Plattenbalken – C 20/25;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Druckbewehrung für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

Je größer der Kraftanteil der Betondruckkraft in der Druckbewehrung wird, desto mehr wird der resultierende innere Hebelarm  $z$  durch den Abstand zwischen Zug- und Druckbewehrung bestimmt. Hier zeigt auch das Betonschwinden deutlichen Einfluß, da die Umlagerung der inneren Kräfte auf die Druckbewehrung nochmals verstärkt wird. Abb. 4.15 zeigt einen Vergleich der bezogenen Stahlspannungen in der Zugbewehrung.

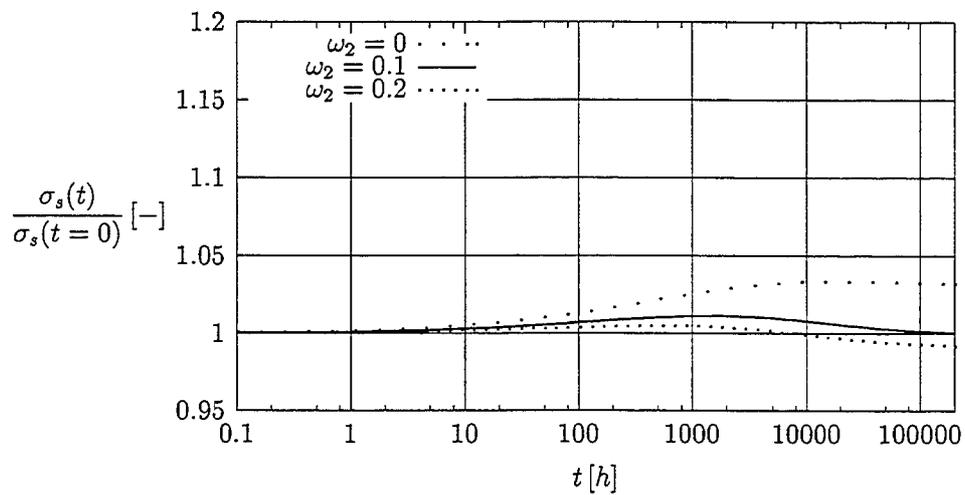


Abbildung 4.15: Stark profilierter Plattenbalken – C 20/25;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

## 5 Bezug auf die normativen Regelungen

Entsprechend den normativen Regelungen der *DIN 1045-1* [6] und des *Eurocode 2* [5] sind, von Ausnahmeregelungen abgesehen, im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit folgende Spannungsnachweise für Beton zu führen:

- $\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$  für Lasten aus quasi-ständiger Einwirkungskombination
- $\sigma_c \leq 0.6 f_{ck}$  für Lasten aus seltener Einwirkungskombination

Die eigenen Untersuchungen ergeben, daß für vorwiegend auf Biegung beanspruchte Stahlbetonbauteile eine Spannungsbegrenzung auf  $\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$  in Hinblick auf das Verformungsverhalten des Bauteils nicht erforderlich ist. Durch die Spannungsreduzierungen in der Betonrandfaser ist der Einfluß des nichtlinearen Betonkriechens vernachlässigbar, wie die Untersuchungen mit maximalen Randspannungen  $\sigma_c = 0.55 f_c$  zeigen. Daher wird für vorwiegend auf Biegung beanspruchte Stahlbetonbauteile mit  $\xi(t = 0) \leq 0.45$  eine maximal zulässige Betonspannung von  $\sigma_c(t = 0) \leq 0.55 f_{ck}$  für Lasten aus quasi-ständiger Einwirkungskombination vorgeschlagen. Diese Spannungsgrenze gilt nicht für vorgespannte Bauteile und vorwiegend auf Druck beanspruchte Stahlbetonbauteile (z. B. Stützen). Hier müssen weitere Untersuchungen folgen.

Für bestimmte Stahlbetonbauteile in Abhängigkeit von den Umwelteinflüssen sind oben genannte Spannungsgrenzen  $\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$  unter Lasten aus quasi-ständiger Einwirkungskombination und  $\sigma_c \leq 0.6 f_{ck}$  unter Lasten aus seltener Einwirkungskombination in beiden Fällen nachzuweisen. Unter bestimmten Annahmen kann die Interaktion zwischen den beiden Nachweisen dargestellt werden. Für reine Momentenbeanspruchung und Annahme gleicher effektiver E-Moduln  $E_{eff}$  für beide Nachweise ist die Betonspannung der Betonrandfaser der Druckzone direkt proportional zu der Momentenbeanspruchung und somit zur äußeren Belastung (gleichartige Belastung). Hieraus ergibt sich für die Betonrandspannung unter quasi-ständiger

Einwirkungskombination:

$$\sigma_{c, \text{quasi-ständig}} = \sigma_{c, \text{seltener}} \frac{M_{S, \text{quasi-ständig}}}{M_{S, \text{seltener}}} \quad (5.1)$$

$$= \sigma_{c, \text{seltener}} \frac{\text{Last}_{\text{quasi-ständig}}}{\text{Last}_{\text{seltener}}} \quad (5.2)$$

Setzt man nun voraus, daß unter seltener Einwirkungskombination der ungünstigste Wert  $\sigma_{c, \text{seltener}} = 0.6 f_{ck}$  erreicht wird, kann man für nur eine vorhandene Verkehrslast  $q$  obige Gleichungen verallgemeinern:

$$\sigma_{c, \text{quasi-ständig}} = 0.6 f_{ck} \frac{\text{Last}_{\text{quasi-ständig}}}{\text{Last}_{\text{seltener}}} \quad (5.3)$$

$$= 0.6 f_{ck} \frac{g + \psi_2 q}{g + q} \quad (5.4)$$

$$= 0.6 f_{ck} \frac{\frac{g}{q} + \psi_2}{\frac{g}{q} + 1} \quad (5.5)$$

Hierbei ist:

$$\psi_2 = 0.3 \dots 0.8; \text{ Kombinationsbeiwert für den quasi-ständigen Anteil der Verkehrslast } q \text{ nach } DIN 1045-1 [6]$$

Unter den genannten Voraussetzungen kann Gl. (5.5) graphisch in Abhängigkeit vom Verhältnis  $\frac{g}{q}$ , also der ständigen Last  $g$  zur Verkehrslast  $q$  und unterschiedlichen Kombinationsbeiwerten  $\psi_2$  die resultierende Randspannung  $\sigma_{c, \text{quasi-ständig}}$  für  $\sigma_{c, \text{seltener}} = 0.6 f_{ck}$  dargestellt werden (siehe Abb. 5.1).

Im üblichen Hochbau liegt das Verhältnis  $\frac{g}{q}$  im Bereich zwischen  $\frac{g}{q} = 1 \dots 3$ , und für den Kombinationsbeiwert  $\psi_2$  gilt meist  $\psi_2 = 0.3$  bzw.  $0.5$ . Hier liegen somit die maximalen Betonspannungen  $\sigma_{c, \text{quasi-ständig}}$  in einem Bereich  $\sigma_{c, \text{quasi-ständig}} = 0.39 \dots 0.52 f_{ck}$ . Nur für den Kombinationsbeiwert  $\psi_2 = 0.8$  können die Betonspannungen höhere Werte erreichen. Allerdings liegt für diesen Kombinationsbeiwert, welcher z. B. bei Ausstellungs- und Geschäftsräumen angesetzt wird, das Verhältnis  $\frac{g}{q}$  meist unter 2. Somit ergibt sich eine Betonspannung  $\sigma_{c, \text{quasi-ständig}} < 0.55 f_{ck}$ .

Das Fazit dieser Betrachtung ist, daß im üblichen Hochbau auf einen Spannungsnachweis  $\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$  unter quasi-ständiger Einwirkungskombination bei vorwiegend auf Biegung beanspruchten Stahlbetonbauteilen verzichtet werden könnte, wenn die Betonspannungen den Grenzwert  $\sigma_c \leq 0.6 f_{ck}$  unter seltener Einwirkungskombination nicht überschreiten.

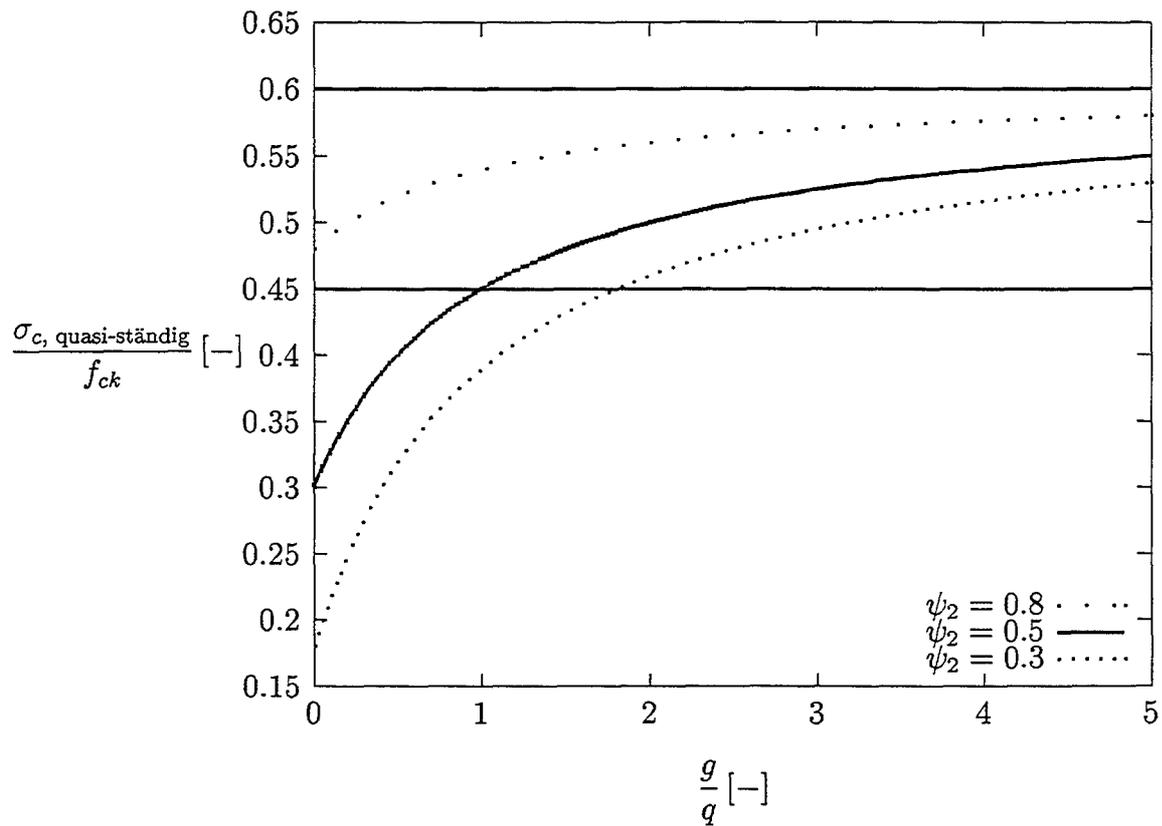


Abbildung 5.1: Betonrandspannungen  $\sigma_{c, \text{quasi-ständig}}$  unter quasi-ständiger Einwirkungskombination aus dem Spannungsnachweis  $\sigma_c = 0.6 f_c$  unter seltener Einwirkungskombination

## 6 Zusammenfassung

Ziel dieser Untersuchungen war es, die Spannungsumlagerungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit für vorwiegend auf Biegung beanspruchte Stahlbetonquerschnitte unter Berücksichtigung des Betonkriechens und Schwindens zu untersuchen. Hierbei sollten primär die Spannungsreduzierungen in der meistbeanspruchten Betonrandfaser, aber auch die Veränderungen der Spannungen in der Zugbewehrung und die Änderungen der effektiven Biegesteifigkeit genau betrachtet werden. Die Änderungen der effektiven Biegesteifigkeiten, welche deutlich durch das Betonkriechen beeinflusst werden, wurden bezüglich des nichtlinearen Kriechens genau ausgewertet. Es sollte der Einfluß des nichtlinearen Kriechens, welches ab Betonspannungen  $\sigma_c > 0.4 f_c$  eintritt, dargestellt werden. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sollten mit der normativ geforderten Spannungsbegrenzung  $\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$  unter Lasten aus quasi-ständiger Einwirkungskombination zur Vermeidung übermäßiger Kriechverformungen in Einklang gebracht werden. Die Untersuchungen zeigten folgende Einflüsse des Betonkriechens auf die betrachteten Stahlbetonquerschnitte:

### Änderungen der Betonrandspannungen

Die Betonspannungen am meist beanspruchten Querschnittsrand nehmen infolge des Betonkriechens deutlich ab. Die Größe der Reduzierungen wird von der Größe der Druckzone  $\xi(t) = \frac{x}{d}(t)$  und von der Form der Druckzone (rechteckig, schwach profiliert und stark profiliert) beeinflusst. Je größer die Druckzonenhöhe und je profilierter die Druckzone ist, desto geringer sind die Spannungsreduzierungen im Beton. Desweiteren nimmt die Spannungsreduzierung mit der Größe der Endkriechzahl zu. Für die untersuchten Querschnitte ohne Druckbewehrung liegen die Spannungsreduzierungen zwischen 39 % für einen Rechteckquerschnitt mit Betongüte C 20/25,  $\varphi_\infty = 4.0$ ,  $\frac{\sigma_c}{f_{cm}}(t = 0) = 0.55$  und  $\xi(t = 0) = 0.25$  und 6 % für einen Querschnitt mit stark profilierter Druckzone, der Betongüte C 50/60,  $\varphi_\infty = 1.0$ ,  $\frac{\sigma_c}{f_{cm}}(t = 0) = 0.35$  und  $\xi(t = 0) = 0.45$ . Die geringste Spannungsreduzierung für eine Betonbeanspruchung  $\frac{\sigma_c}{f_{cm}}(t = 0) = 0.55$  liegt bei 10 %.

Die Betonrandspannungen werden durch das Kriechen somit deutlich redu-

---

ziert, wobei die genannten Werte für unbewehrte Druckzonen gelten. Ist eine Druckbewehrung vorhanden, so fallen die Spannungsreduzierungen in Abhängigkeit vom Druckbewehrungsgrad  $\omega_2$  deutlich höher aus. Für die Endkriechzahl  $\varphi_\infty = 2.0$  liegen diese bei einem Druckbewehrungsgrad  $\omega_2 = 0.1$  bei ca. 40 % und bei  $\omega_2 = 0.2$  bei ca. 50 %, unabhängig von der Form der Druckzone. Da zumindest eine konstruktive Druckbewehrung in allen Stahlbetonbauteilen vorhanden ist, sollte dieser deutliche Einfluß der Druckbewehrung beachtet werden.

### **Änderungen der Stahlspannungen**

Durch das Betonkriechen nimmt die Größe der Druckzone zu und infolge dessen der innere Hebelarm ab. Dies hat zur Folge, daß die Stahlspannung der Zugbewehrung für konstante Momentenbeanspruchung ansteigt. Die maximale Spannungszunahme der untersuchten Querschnitte liegt bei ca. 10 %, in den meisten Fällen in einem Bereich von ca. 5 %. Bei den Untersuchungen zeigte sich, daß das Betonschwinden für eine wirklichkeitsnahe Beurteilung der Spannungsänderungen in der Zugbewehrung berücksichtigt werden muß. Bei Vernachlässigung werden die Spannungszunahmen zum Teil deutlich überschätzt. Ist eine Druckbewehrung vorhanden, so fallen die Spannungsänderungen noch geringer aus.

### **Änderungen der effektiven Biegesteifigkeiten**

Durch das Betonkriechen nehmen die Biegesteifigkeiten generell ab. Bei den Untersuchungen sollte geklärt werden, inwieweit sich ein nichtlineares Kriechen auf die Entwicklung der Biegesteifigkeiten auswirkt. Es zeigt sich, daß kein nennenswerter zusätzlicher Abfall der Biegesteifigkeit infolge des nichtlinearen Kriechens auftritt. Dies gilt zumindest für die hier untersuchten Betonspannungsbereiche  $\sigma_c \leq 0.55 f_c$ . Somit kann die normative Regelung der Spannungsbegrenzung des Betons auf  $\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$  für vorwiegend auf Biegung beanspruchte Stahlbetonbauteile erweitert bzw. angepaßt werden.

### **Bezug auf die normative Regelung**

Die Untersuchungen ergaben, daß eine Betonspannungsbegrenzung auf  $\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$  unter Lasten aus quasi-ständiger Einwirkungskombination mit dieser Grenze für vorwiegend auf Biegung beanspruchte Bauteile aufgrund der hier untersuchten Kriterien nicht erforderlich ist. Maximale Betonspannungen bis  $\sigma_c(t = 0) = 0.55 f_{ck}$  in Verbindung mit maximalen Druckzonenhöhen von  $\xi(t = 0) \leq 0.45$  können im üblichen Hochbau zugelassen werden.

Wird die Spannungsbegrenzung  $\sigma_c \leq 0.6 f_{ck}$  unter Lasten aus seltener Einwirkungskombination nachgewiesen, so kann auf einen Spannungsnachweis für die quasi-ständige Einwirkungskombination verzichtet werden. Die Interaktion dieser Nachweise der Betonspannungsbegrenzung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit läßt bei Einhaltung der Spannungsgrenze  $\sigma_c \leq 0.6 f_{ck}$  un-

ter Lasten aus seltener Einwirkungskombination keine Betonspannungen über ca.  $0.55 f_{ck}$  unter Lasten aus quasi-ständiger Einwirkungskombination zu, welche für vorwiegend auf Biegung beanspruchte Bauteile nicht schädlich sind.

Die Erkenntnisse dieser Untersuchungen sind nicht auf vorwiegend auf Druck beanspruchte Stahlbetonbauteile und Spannbetonbauteile übertragbar. Hier ist noch Forschungsbedarf vorhanden. Desweiteren sollte auch der Betonspannungsnachweis  $\sigma_c \leq 0.6 f_{ck}$  für die seltene Einwirkungskombination untersucht werden. Hier gilt es zu klären, inwieweit sich das Kriechen des Betons bis zum frühest möglichen Zeitpunkt des Auftretens der Lasten aus seltener Einwirkungskombination auswirkt.

# Literaturverzeichnis

- [1] Comite Euro-International Du Beton (CEB) (Hrsg.): *Evaluation of the time-dependent behaviour of concrete*. Lausanne: CEB-Bulletin d'Information, 1990 ( 199)
- [2] Comite Euro-International Du Beton (CEB) (Hrsg.): *CEB-FIP Model Code 1990 - Final Draft*. Lausanne: CEB-Bulletin d'Information, 1991 ( 203 - 205)
- [3] Comite Euro-International Du Beton (CEB) (Hrsg.): *Structural Effects of time-dependent Behaviour of Concrete*. Lausanne: CEB-Bulletin d'Information, 1993 ( 215)
- [4] DIN 1045: *Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung*, Jul. 1988
- [5] DIN V ENV 1992-1: *Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau*, Jun. 1992
- [6] E DIN 1045-1: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion*, Dez. 1998
- [7] Müller, H.S.: Kennwerte des Kriechens von hochfestem Beton. In: Eibl, J. (Hrsg.): *Festschrift Prof. Dr.-Ing. J. Eibl*. Karlsruhe: Technische Universität Karlsruhe, 1997
- [8] Park, Y.J.: Fatigue of concrete under random loading. In: *Journal of Structural Engineering, ASCE* 116 (1990), Nr. 11, S. 3228–3235
- [9] Reinhardt, H.W.; Cornelissen, H.A.W.: Post-peak cyclic behaviour of concrete in uniaxial tensile and alternating tensile and compressive loading. In: *Cement and Concrete Research* 14 (1984), Nr. 2, S. 263–270
- [10] Shen, J.H.; Deutscher Ausschluß für Stahlbeton (Hrsg.): *Lineare und nicht-lineare Theorie des Kriechens und der Relaxation von Beton unter Druckbeanspruchung*. Berlin: Beuth, 1992 ( 432)

- [11] Shen, J.H.; Walraven, J.C.: Linearity of creep functions and the superposition principle. In: Bazant, Z. P. (Hrsg.); Carol, I. (Hrsg.): *RILEM Proceedings: Creep and shrinkage of concrete* Bd. 22. London: E & FN SPON, Sep. 1993. – Proceedings of the fifth International RILEM Symposium
- [12] Zilch, K.; Bagayoko, L.: Ermittlung maßgebender Bemessungskriterien aus den Nachweisen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und im Grenzzustand der Tragfähigkeit nach Eurocode 2 / Lehrstuhl für Massivbau, TU München. 1996. – Forschungsbericht

# Anhang

# A Rechteckquerschnitt

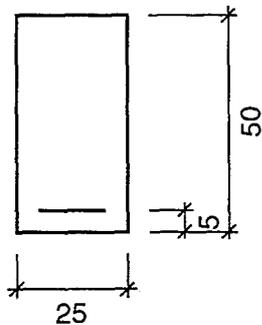
## A.1 C 20/25 - $\varphi_{\infty} = 2.0$

Tabelle A.1: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

	$\alpha_m(t=0)$								
	0.35			0.45			0.55		
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45
$\omega_1$	0.105	0.238	0.465	0.103	0.233	0.455	0.100	0.227	0.443

Hierbei ist:  $\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yk}}{b d f_{cm}}$

Querschnitt:



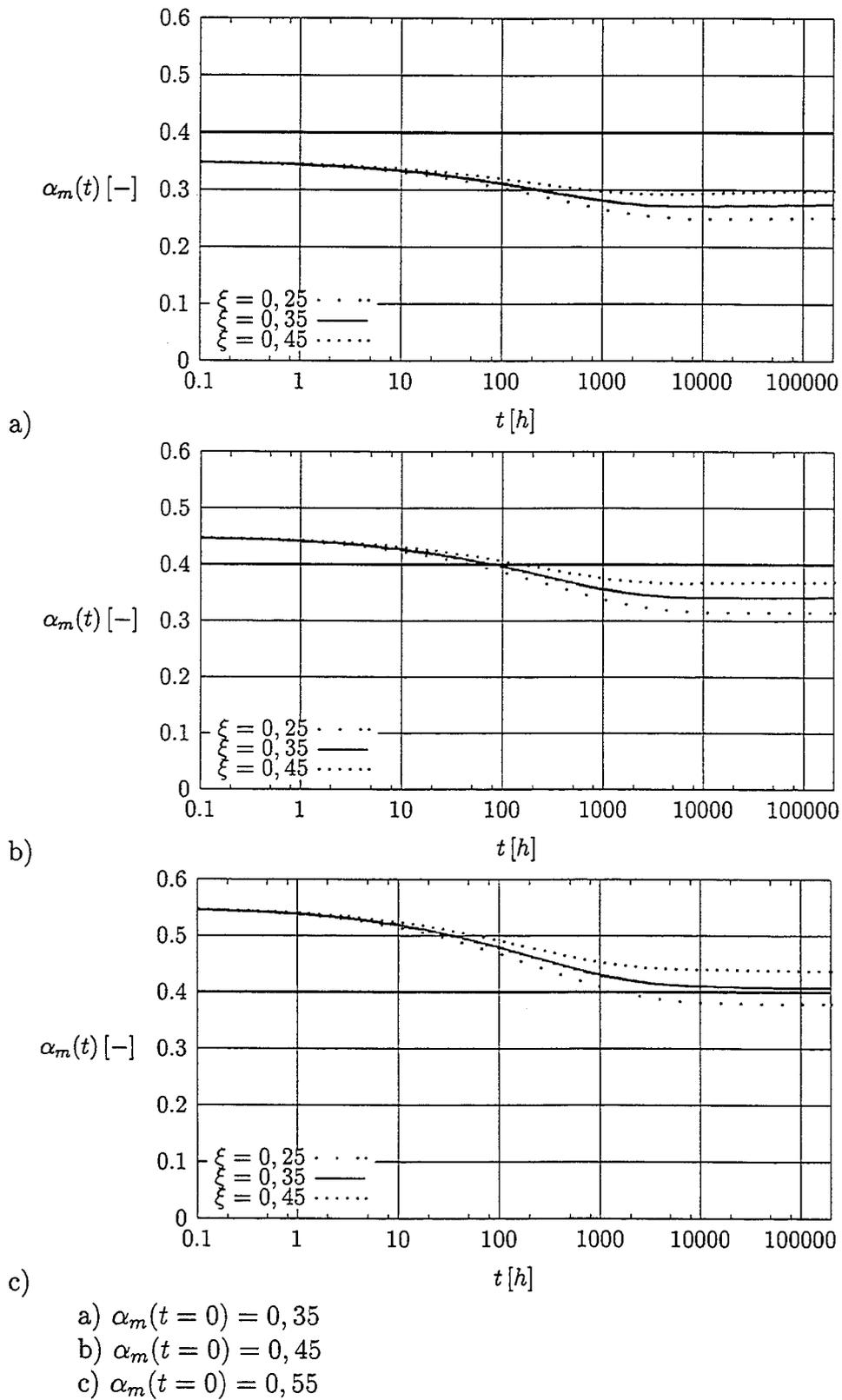
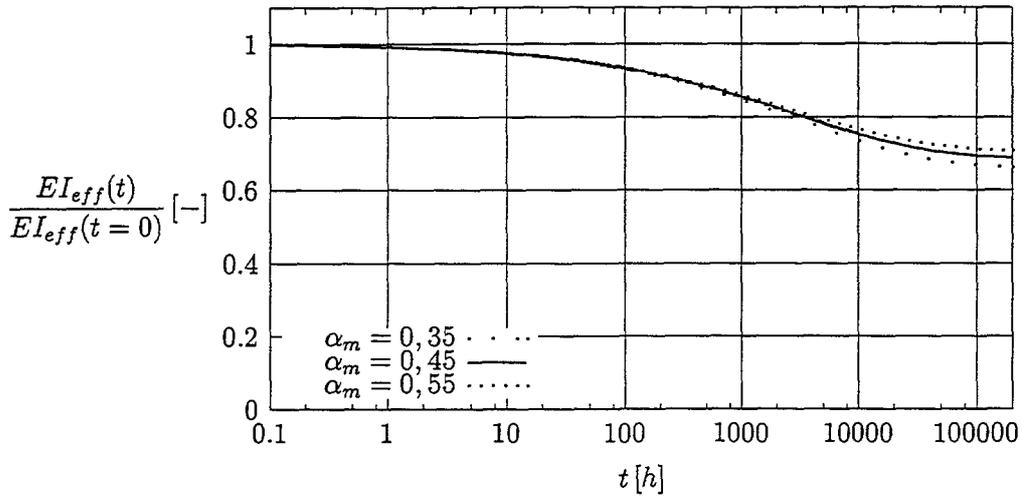
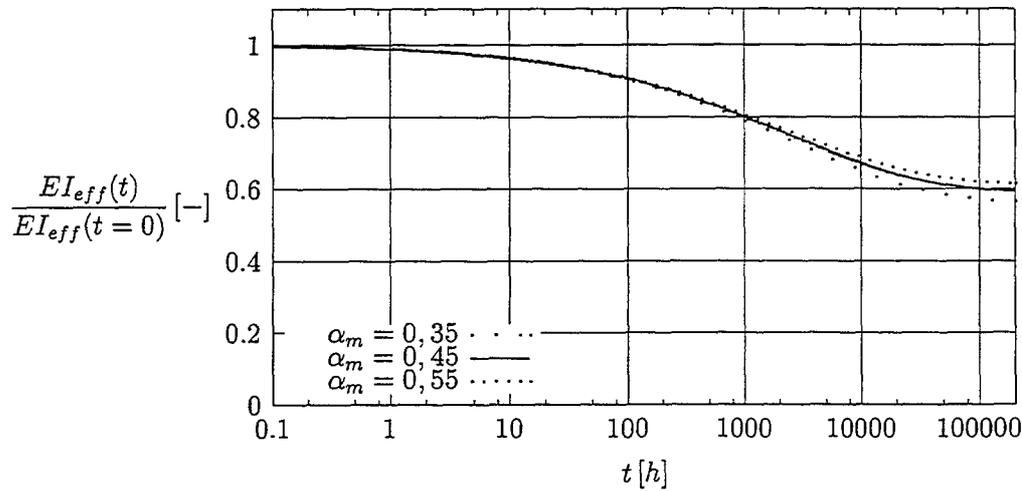


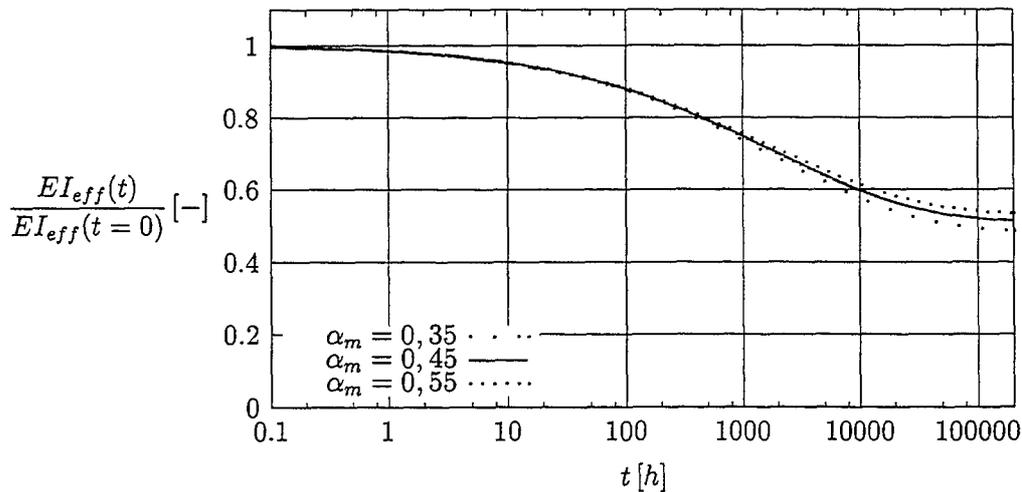
Abbildung A.1: Rechteckquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser



a)



b)



c)

- a)  $\xi(t=0) = 0,25$
- b)  $\xi(t=0) = 0,35$
- c)  $\xi(t=0) = 0,45$

Abbildung A.2: Rechteckquerschnitt - C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

A Rechteckquerschnitt

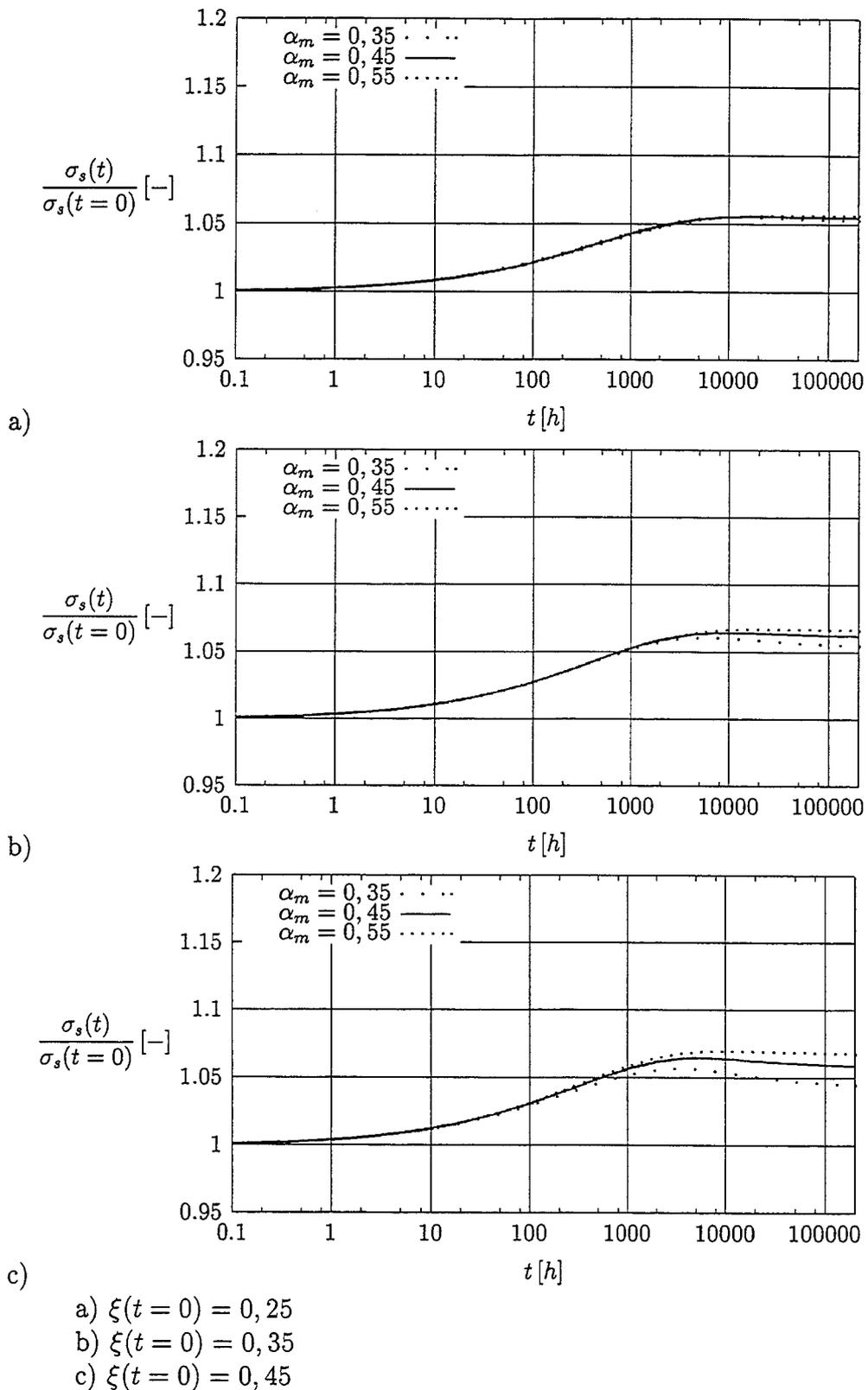


Abbildung A.3: Rechteckquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_{\infty} = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

**A.2** C 20/25 -  $\varphi_{\infty} = 4.0$ 

Tabelle A.2: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

	$\alpha_m(t=0)$								
	0.35			0.45			0.55		
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45
$\omega_1$	0.105	0.238	0.465	0.103	0.233	0.455	0.100	0.227	0.443

Hierbei ist:  $\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yk}}{b d f_{cm}}$

A Rechteckquerschnitt

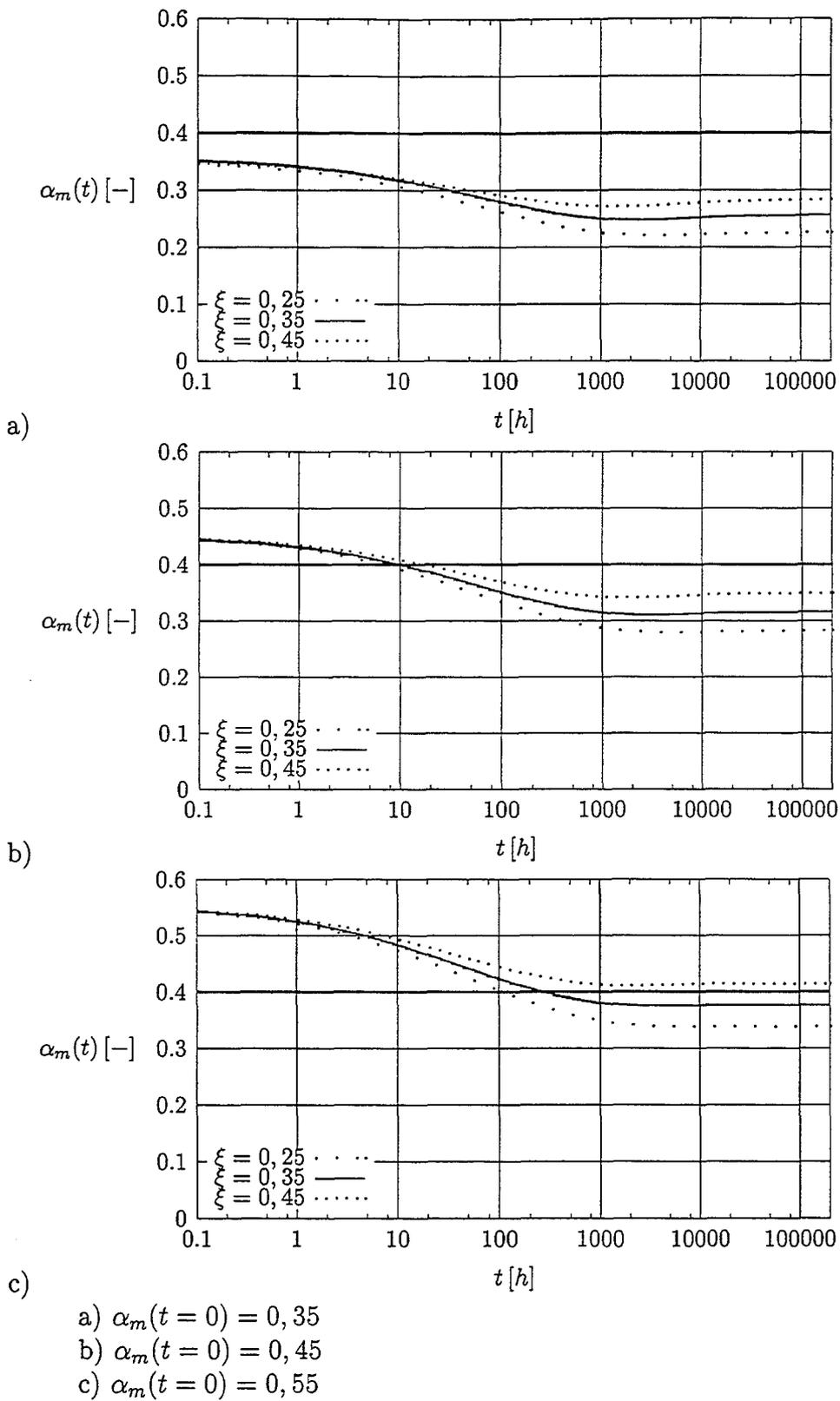
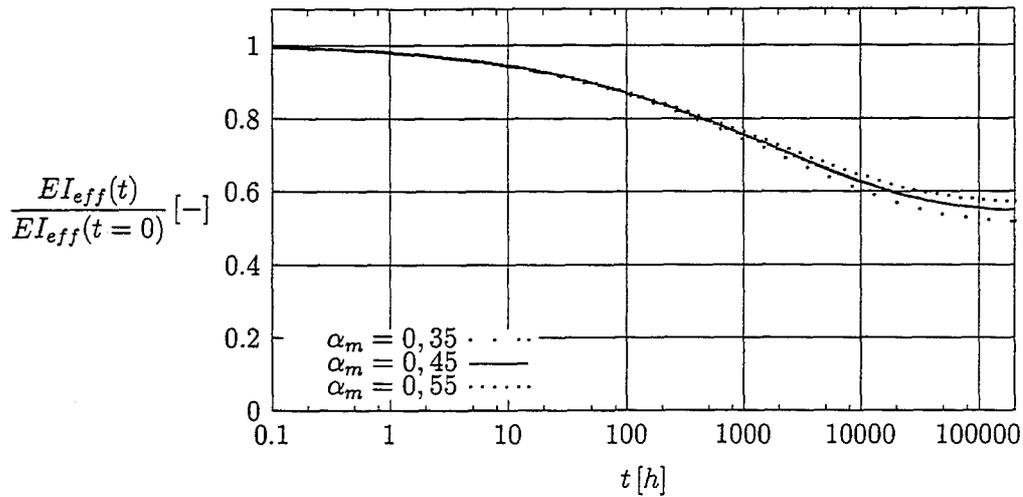
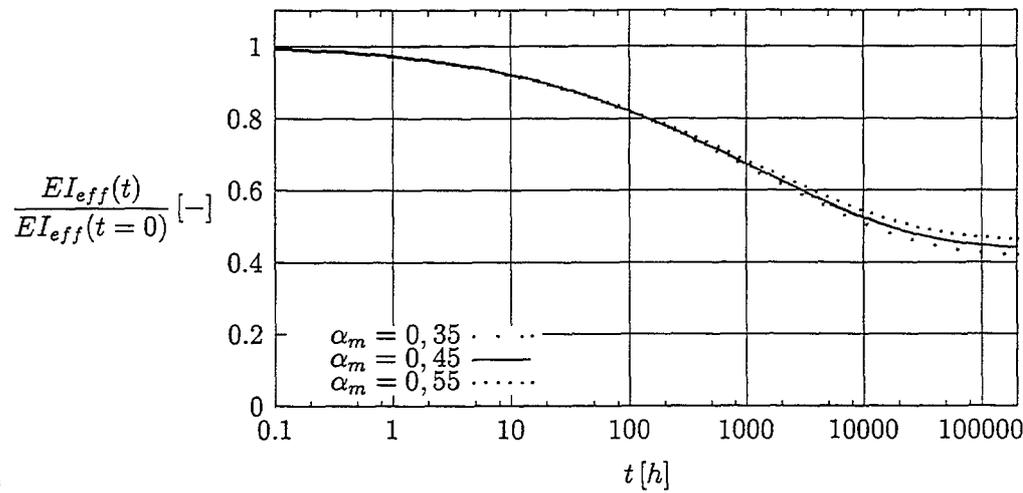


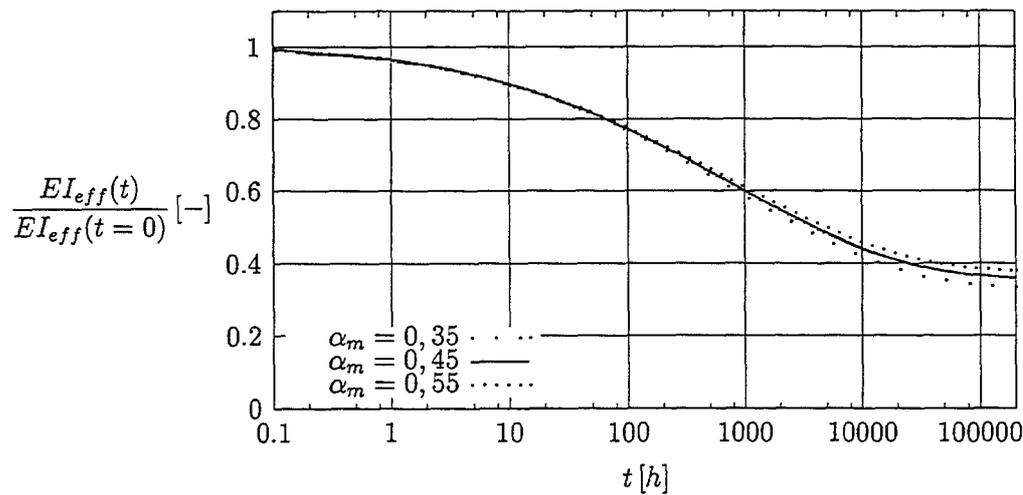
Abbildung A.4: Rechteckquerschnitt - C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser



a)



b)



c)

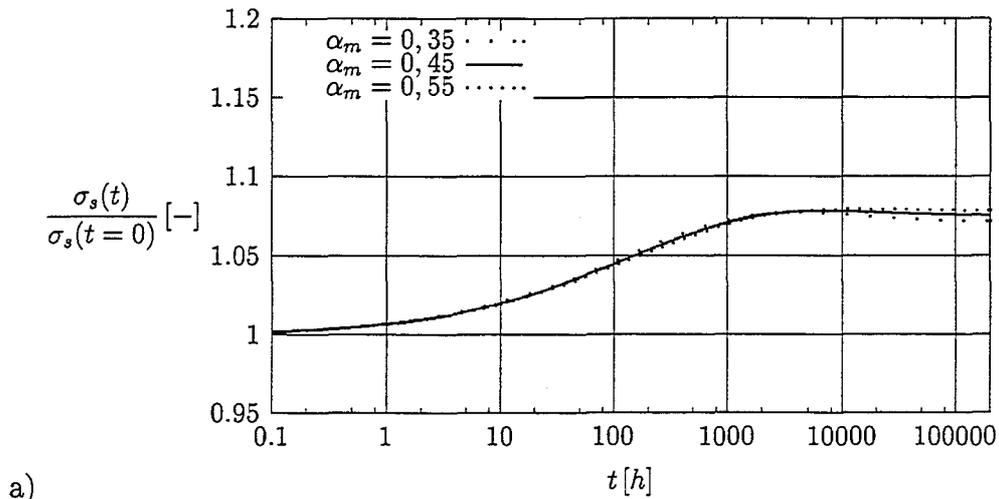
a)  $\xi(t=0) = 0,25$

b)  $\xi(t=0) = 0,35$

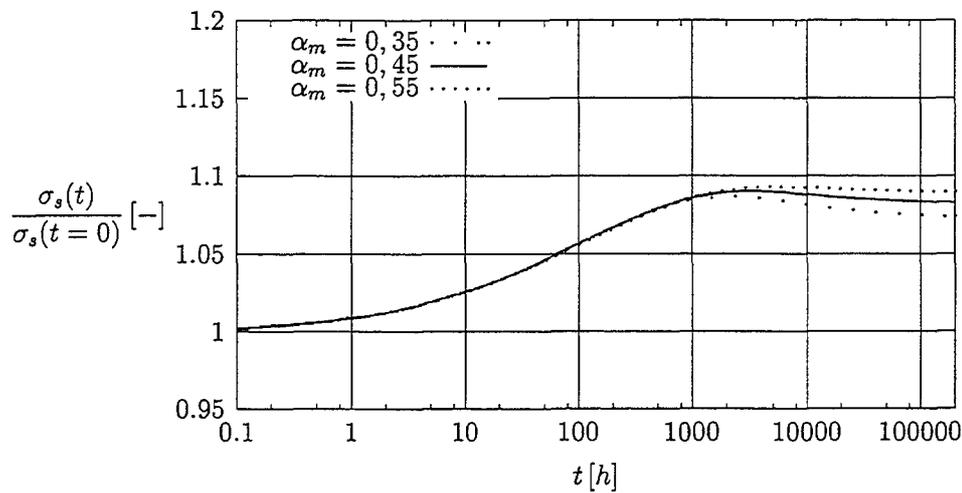
c)  $\xi(t=0) = 0,45$

Abbildung A.5: Rechteckquerschnitt - C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

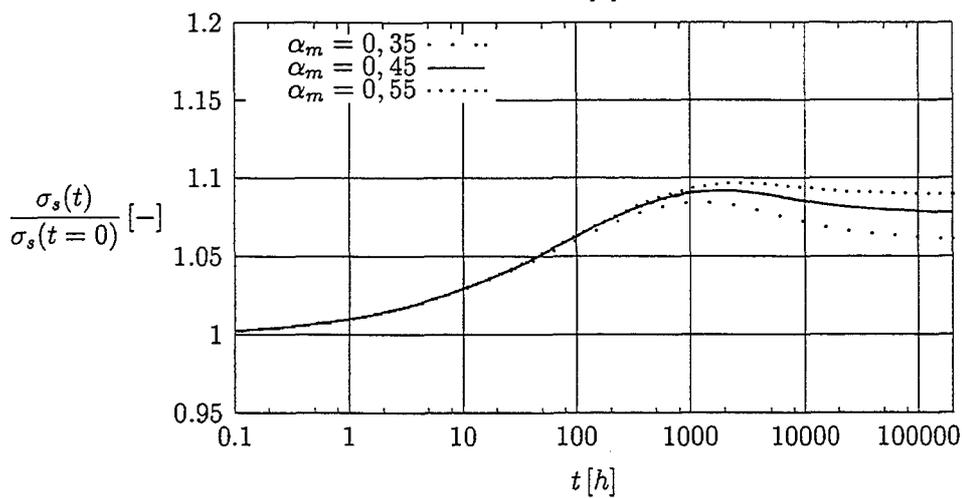
A Rechteckquerschnitt



a)



b)



c)

- a)  $\xi(t=0) = 0,25$
- b)  $\xi(t=0) = 0,35$
- c)  $\xi(t=0) = 0,45$

Abbildung A.6: Rechteckquerschnitt - C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

**A.3** C 50/60 -  $\varphi_\infty = 2.0$ 

Tabelle A.3: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

	$\alpha_m(t=0)$								
	0.35			0.45			0.55		
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45
$\omega_1$	0.070	0.158	0.308	0.068	0.154	0.301	0.066	0.150	0.293

Hierbei ist:  $\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yk}}{b d f_{cm}}$

A Rechteckquerschnitt

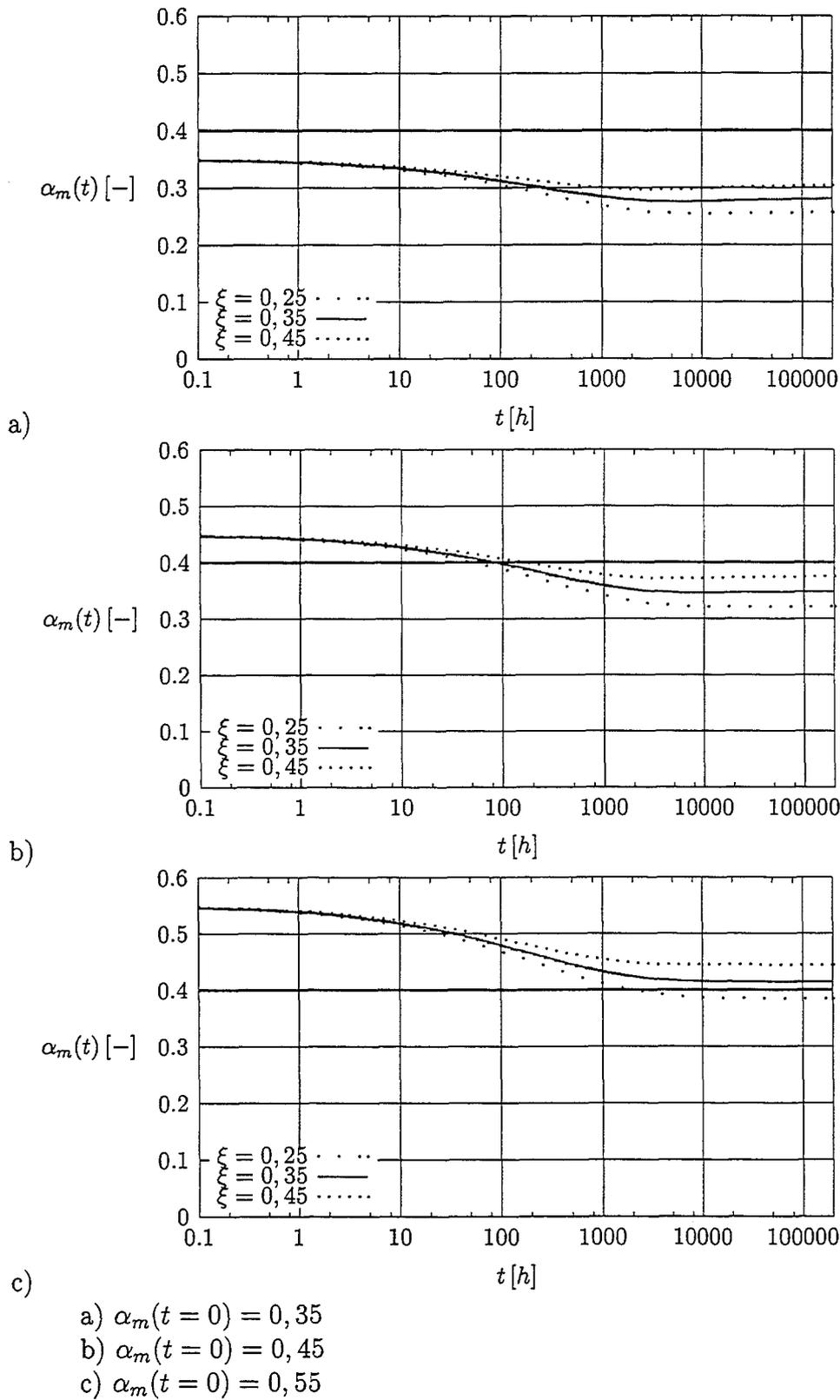
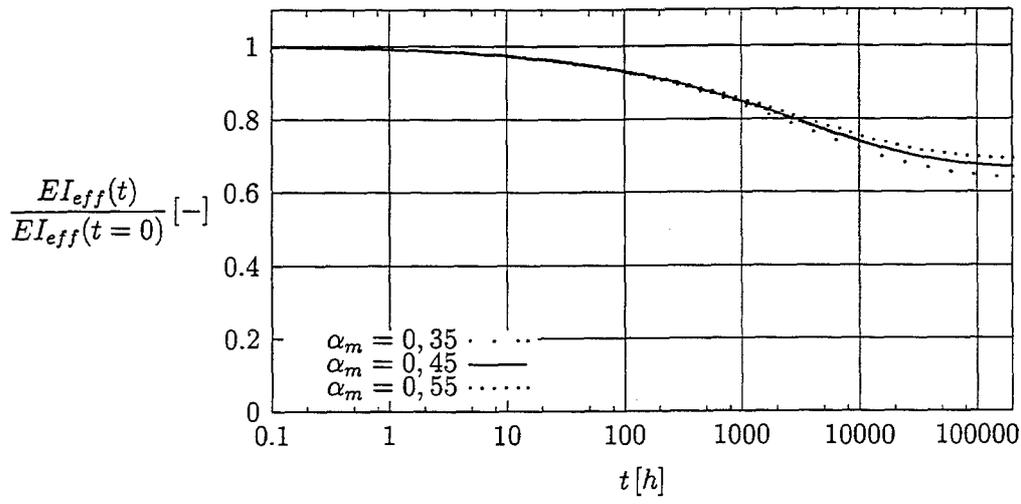
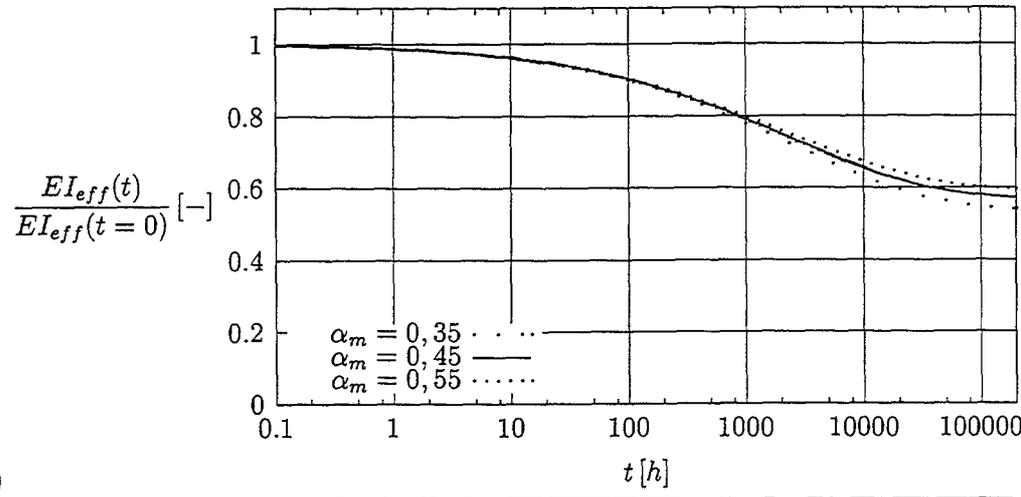


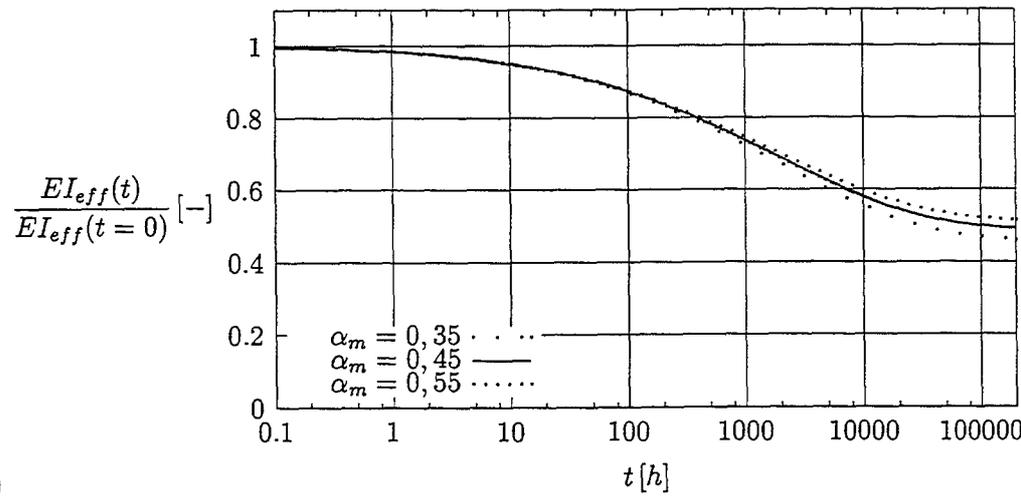
Abbildung A.7: Rechteckquerschnitt - C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser



a)



b)

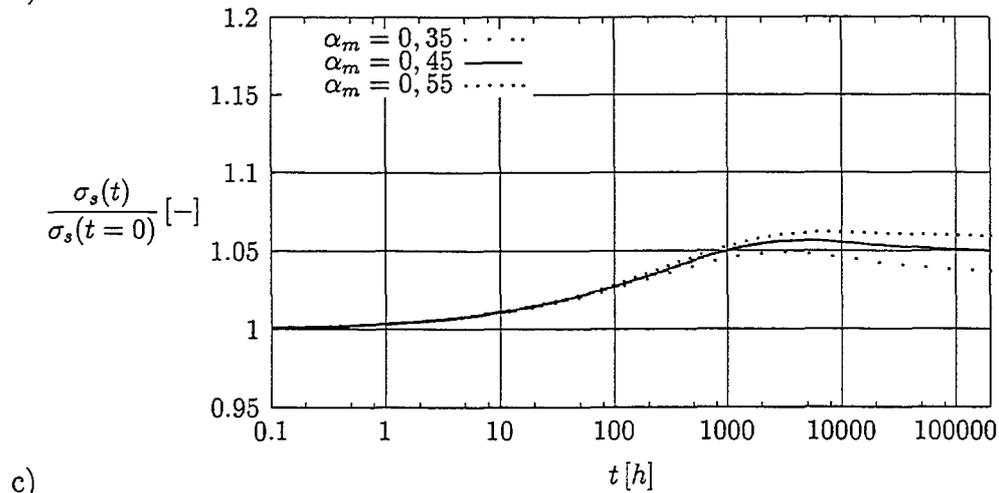
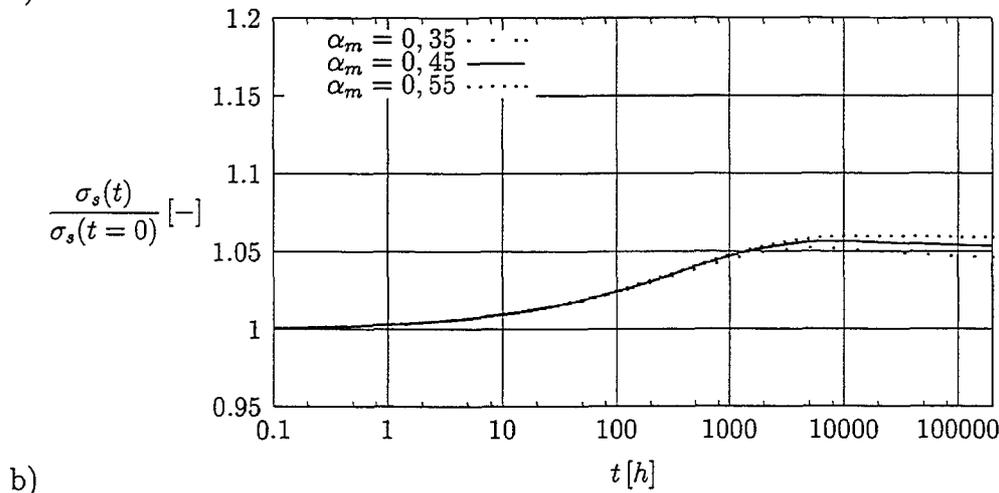
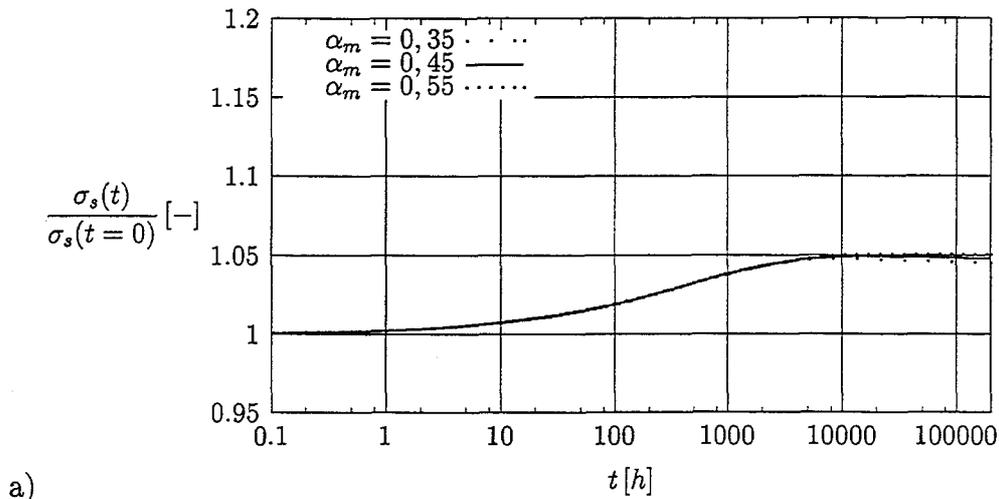


c)

- a)  $\xi(t=0) = 0,25$
- b)  $\xi(t=0) = 0,35$
- c)  $\xi(t=0) = 0,45$

Abbildung A.8: Rechteckquerschnitt - C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

A Rechteckquerschnitt



- a)  $\xi(t=0) = 0,25$
- b)  $\xi(t=0) = 0,35$
- c)  $\xi(t=0) = 0,45$

Abbildung A.9: Rechteckquerschnitt - C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

**A.4** C 50/60 -  $\varphi_\infty = 1.0$ 

Tabelle A.4: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

	$\alpha_m(t=0)$								
	0.35			0.45			0.55		
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45
$\omega_1$	0.070	0.158	0.308	0.068	0.154	0.301	0.066	0.150	0.293

Hierbei ist:  $\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yk}}{b d f_{cm}}$

A Rechteckquerschnitt

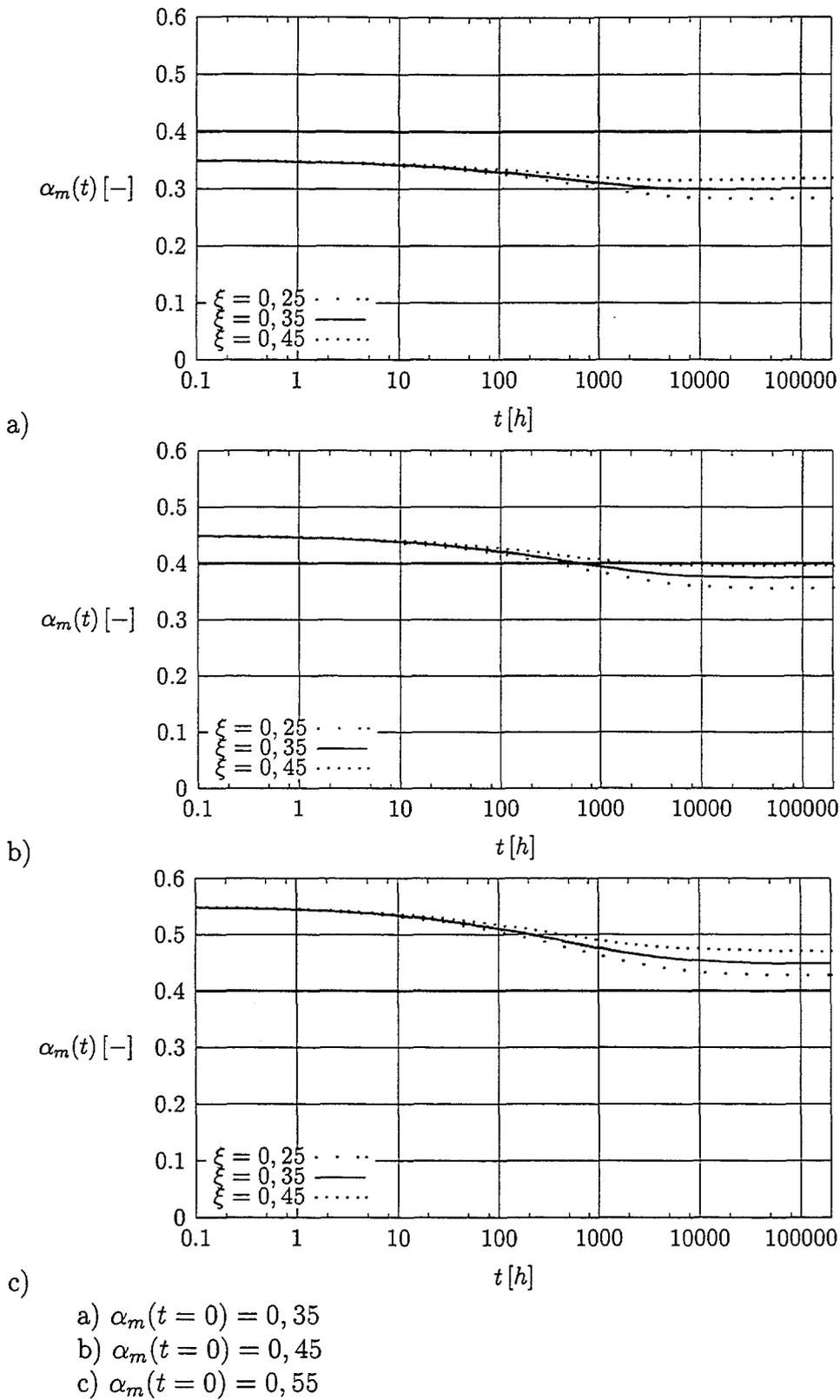


Abbildung A.10: Rechteckquerschnitt – C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 1.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser

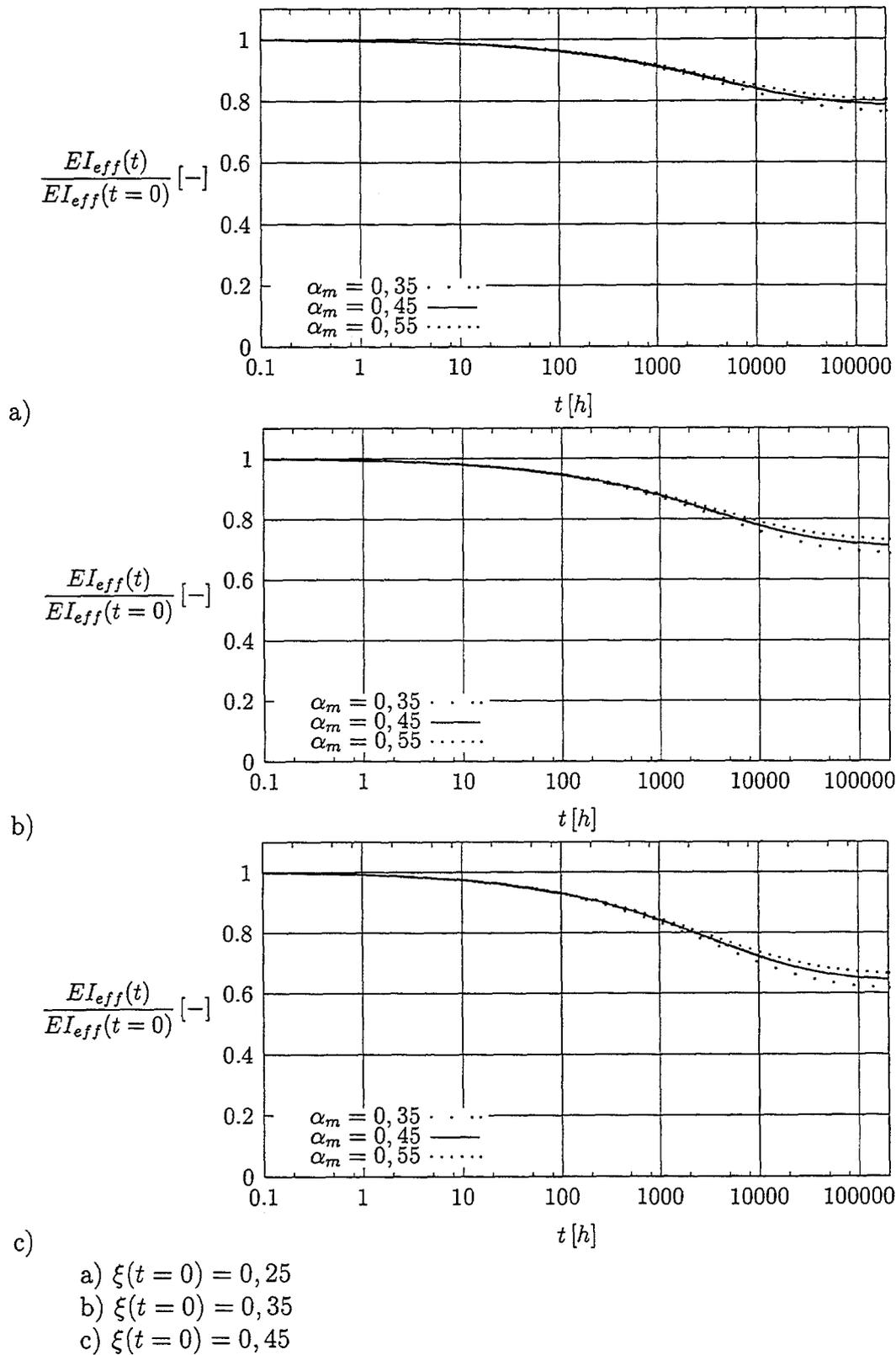


Abbildung A.11: Rechteckquerschnitt - C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 1.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

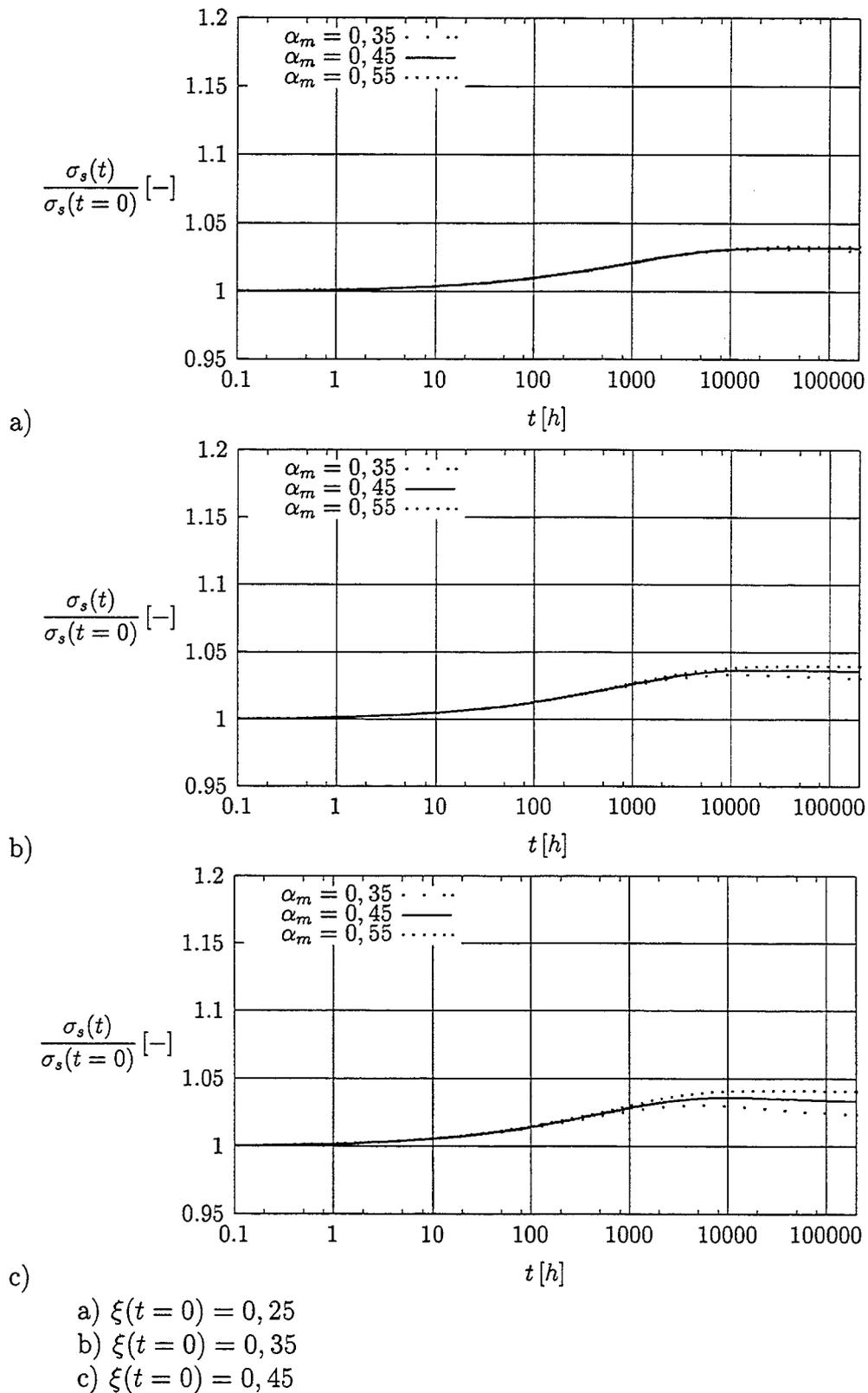


Abbildung A.12: Rechteckquerschnitt – C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 1.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

# B Plattenbalkenquerschnitt mit schwach profilierter Druckzone

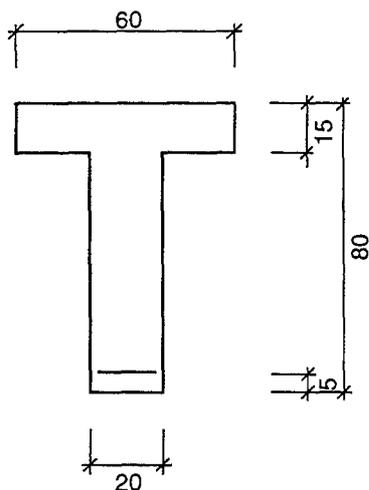
## B.1 C 20/25 – $\varphi_\infty = 2.0$

Tabelle B.1: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

	$\alpha_m(t=0)$								
	0.35			0.45			0.55		
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45
$\omega_1$	0.103	0.208	0.367	0.100	0.203	0.358	0.098	0.197	0.347

Hierbei ist:  $\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yk}}{b_{fl} d f_{cm}}$

Querschnitt:



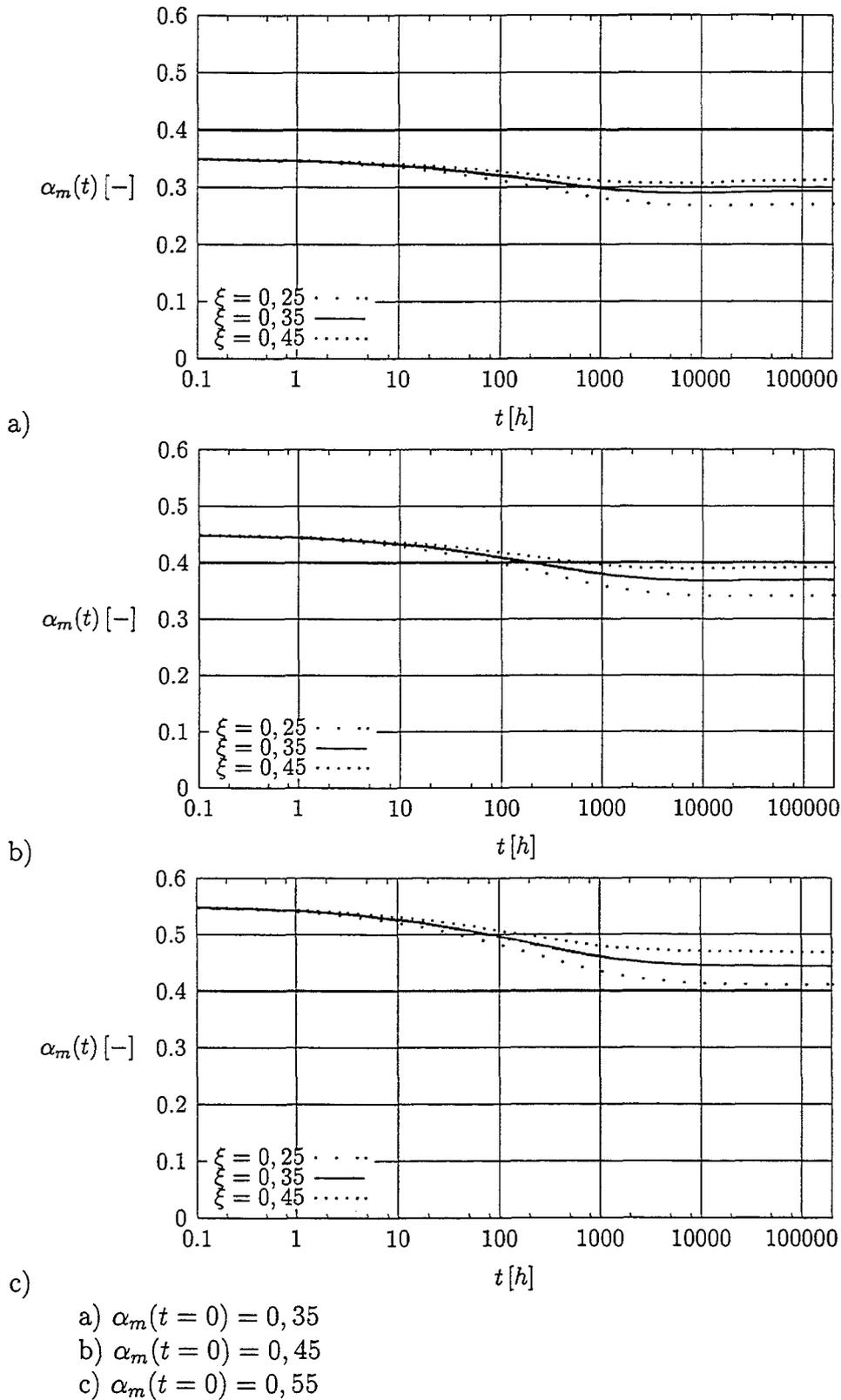


Abbildung B.1: Schwach profilierter Plattenbalkenquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser

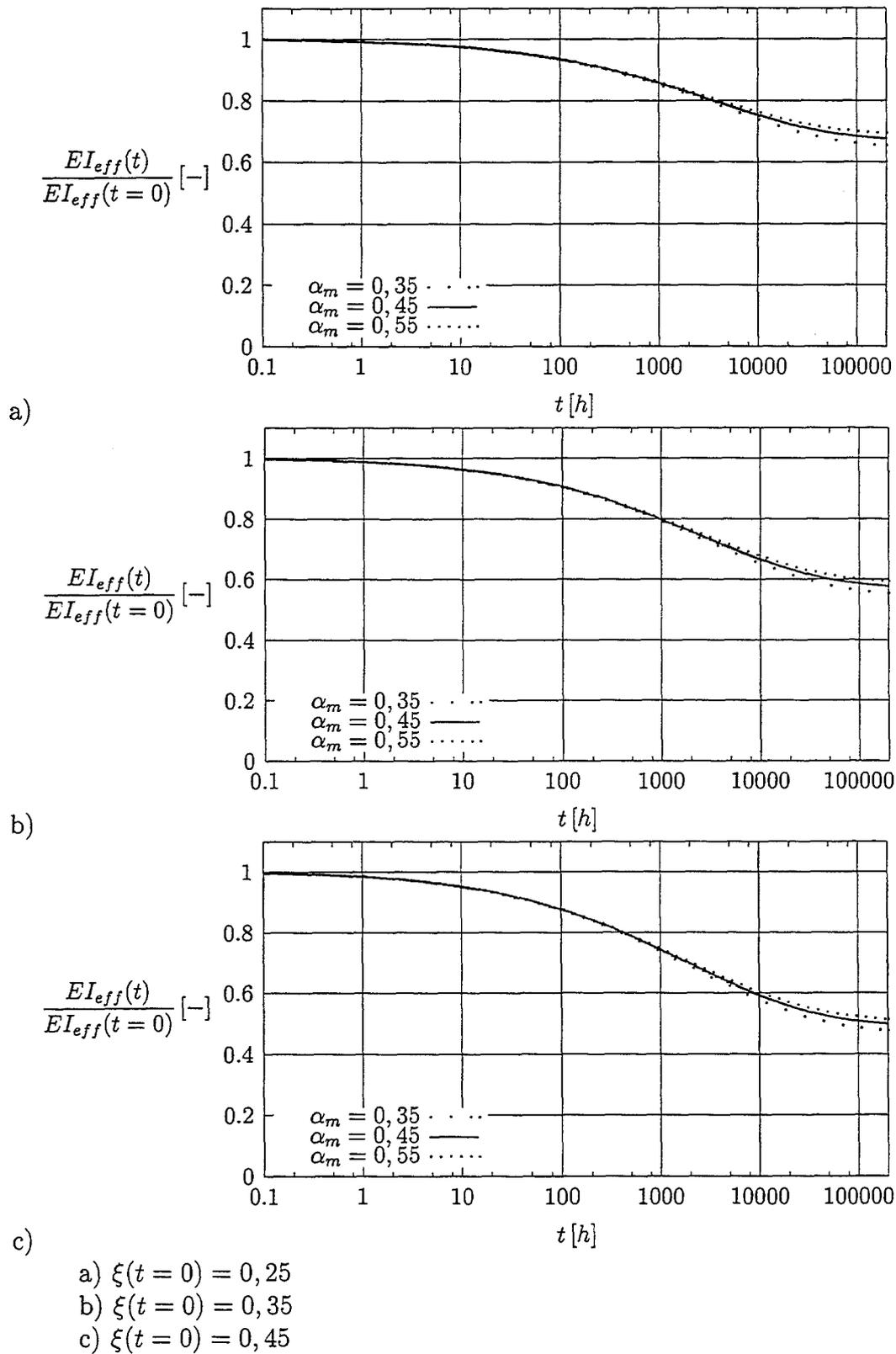


Abbildung B.2: Schwach profilierter Plattenbalkenquerschnitt - C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

B Schwach profilierter Plattenbalken

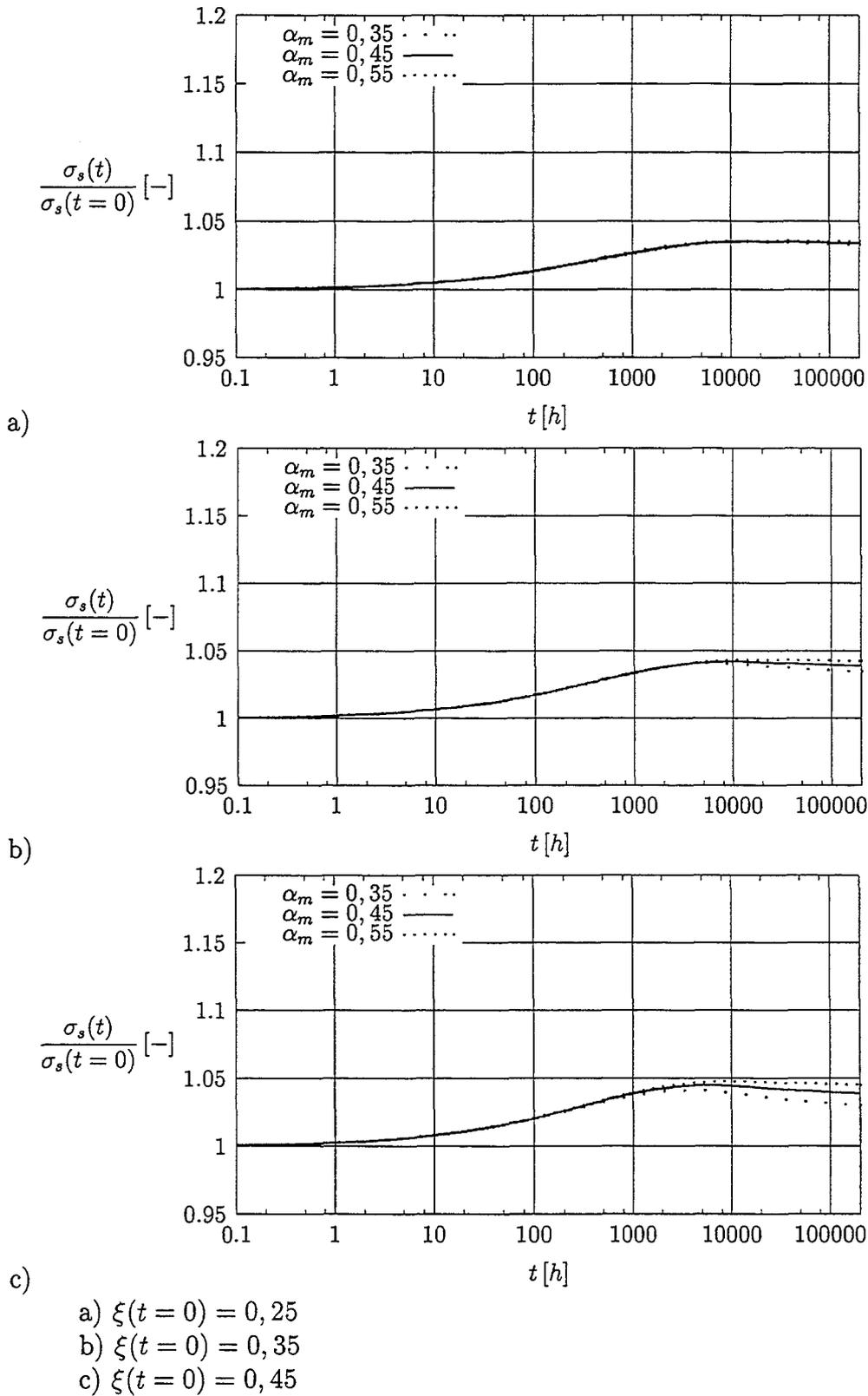


Abbildung B.3: Schwach profilierter Plattenbalkenquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

**B.2** C 20/25 -  $\varphi_\infty = 4.0$ 

Tabelle B.2: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

	$\alpha_m(t=0)$								
	0.35			0.45			0.55		
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45
$\omega_1$	0.103	0.208	0.367	0.100	0.203	0.358	0.098	0.197	0.347

Hierbei ist:  $\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yk}}{b_{fi} d f_{cm}}$

B Schwach profiliertes Plattenbalken

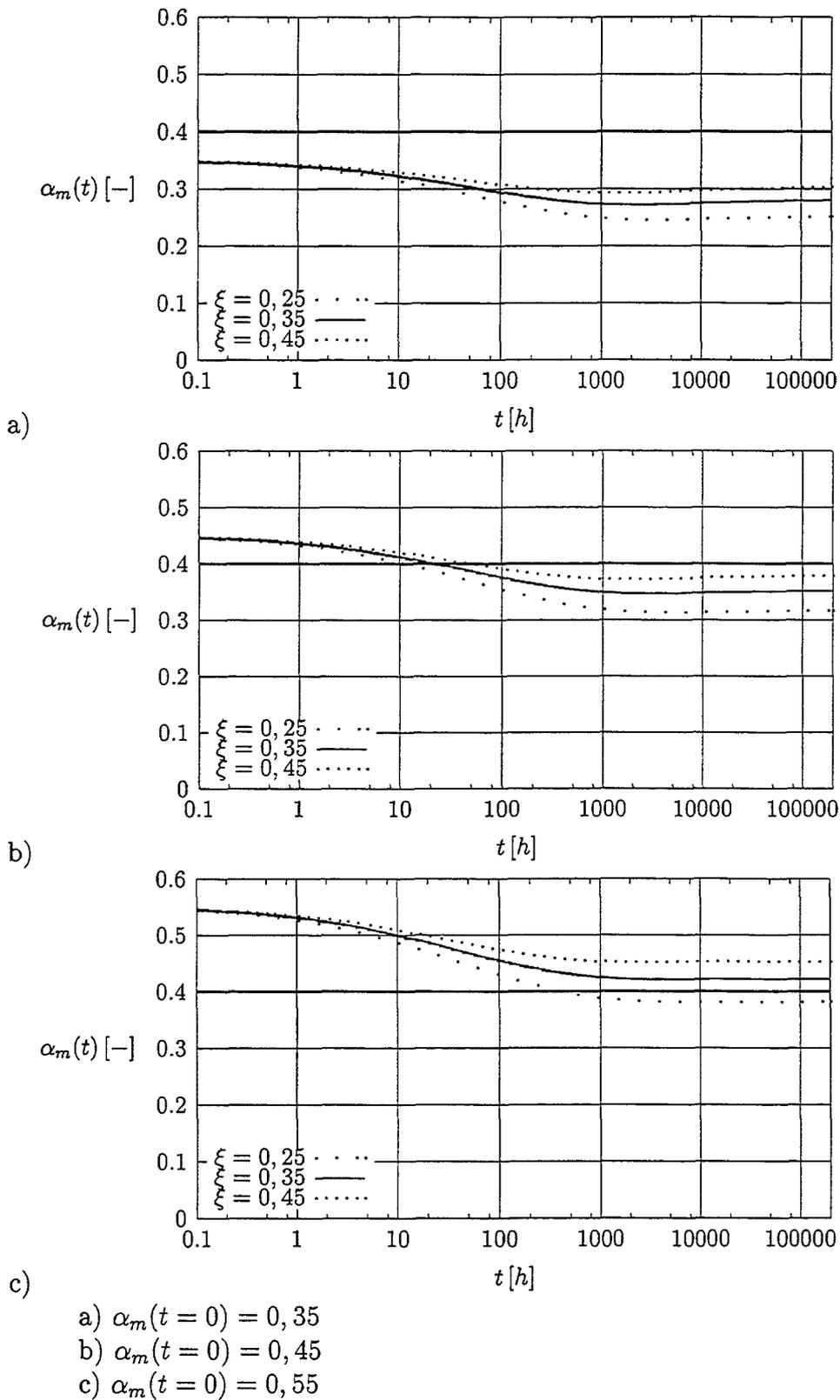


Abbildung B.4: Schwach profiliertes Plattenbalkenquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser

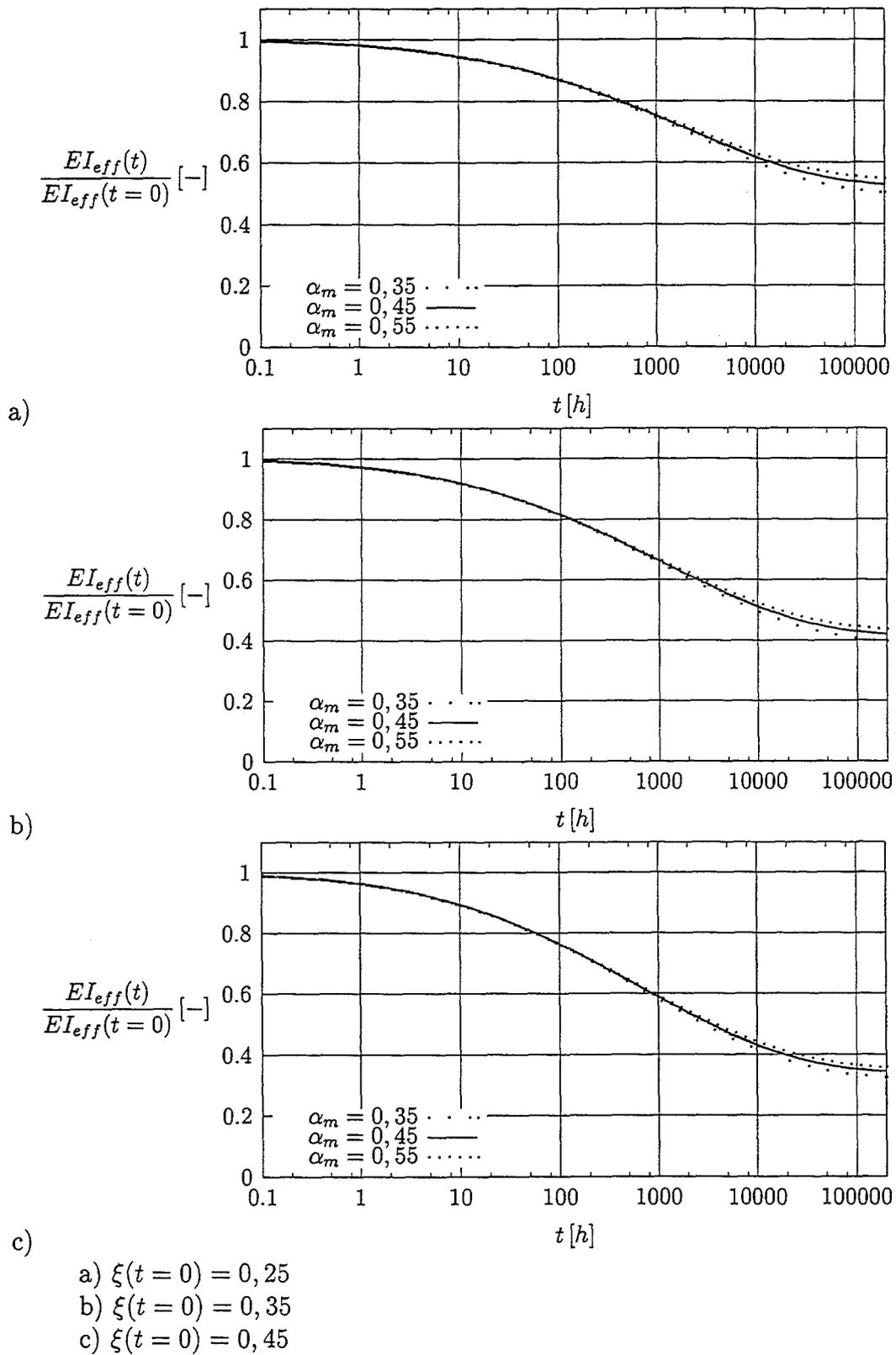


Abbildung B.5: Schwach profilierter Plattenbalkenquerschnitt - C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

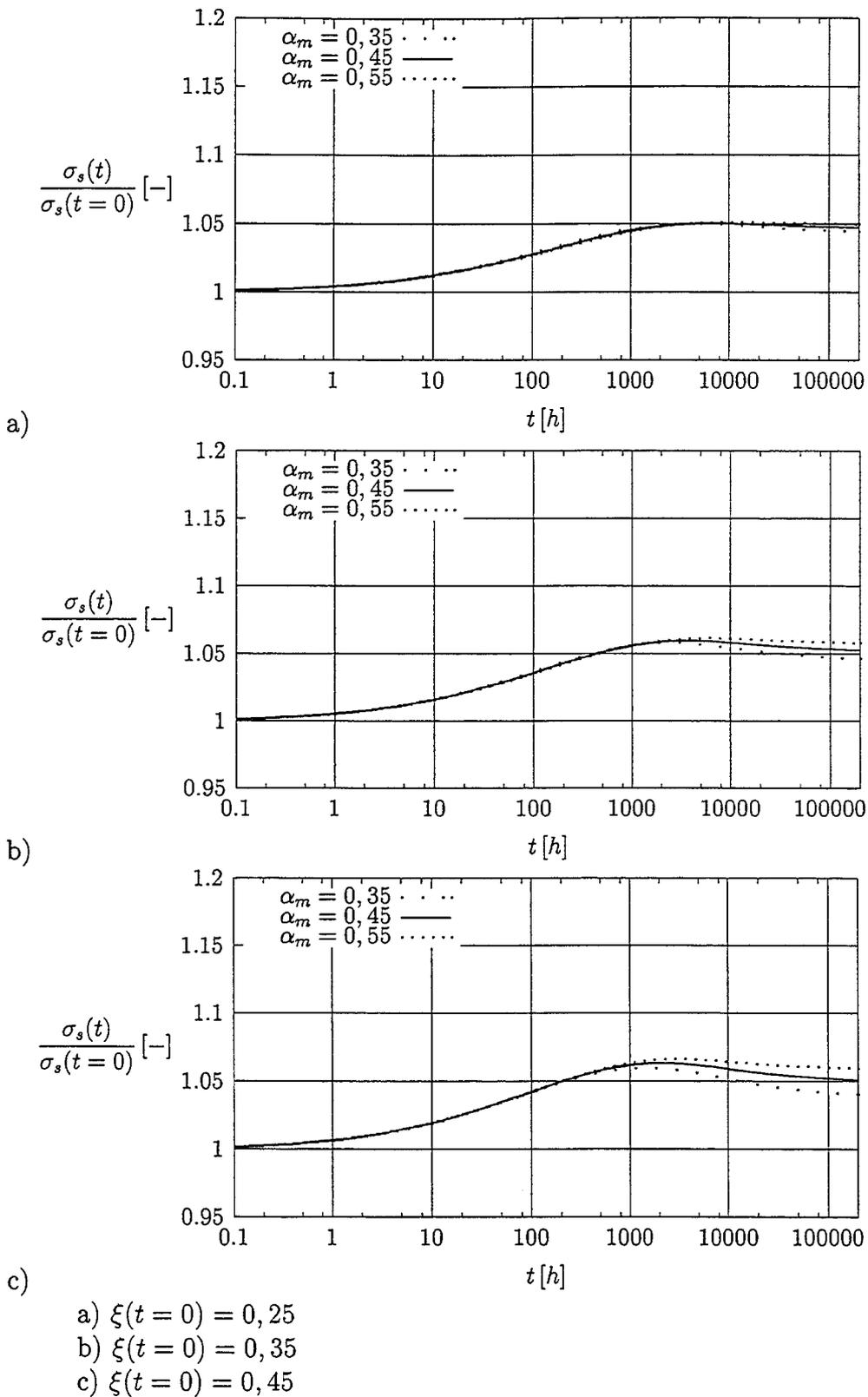


Abbildung B.6: Schwach profilierter Plattenbalkenquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

**B.3** C 50/60 -  $\varphi_\infty = 2.0$ 

Tabelle B.3: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

	$\alpha_m(t=0)$								
	0.35			0.45			0.55		
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45
$\omega_1$	0.068	0.137	0.243	0.066	0.134	0.236	0.064	0.130	0.230

Hierbei ist:  $\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yk}}{b_f l d f_{cm}}$

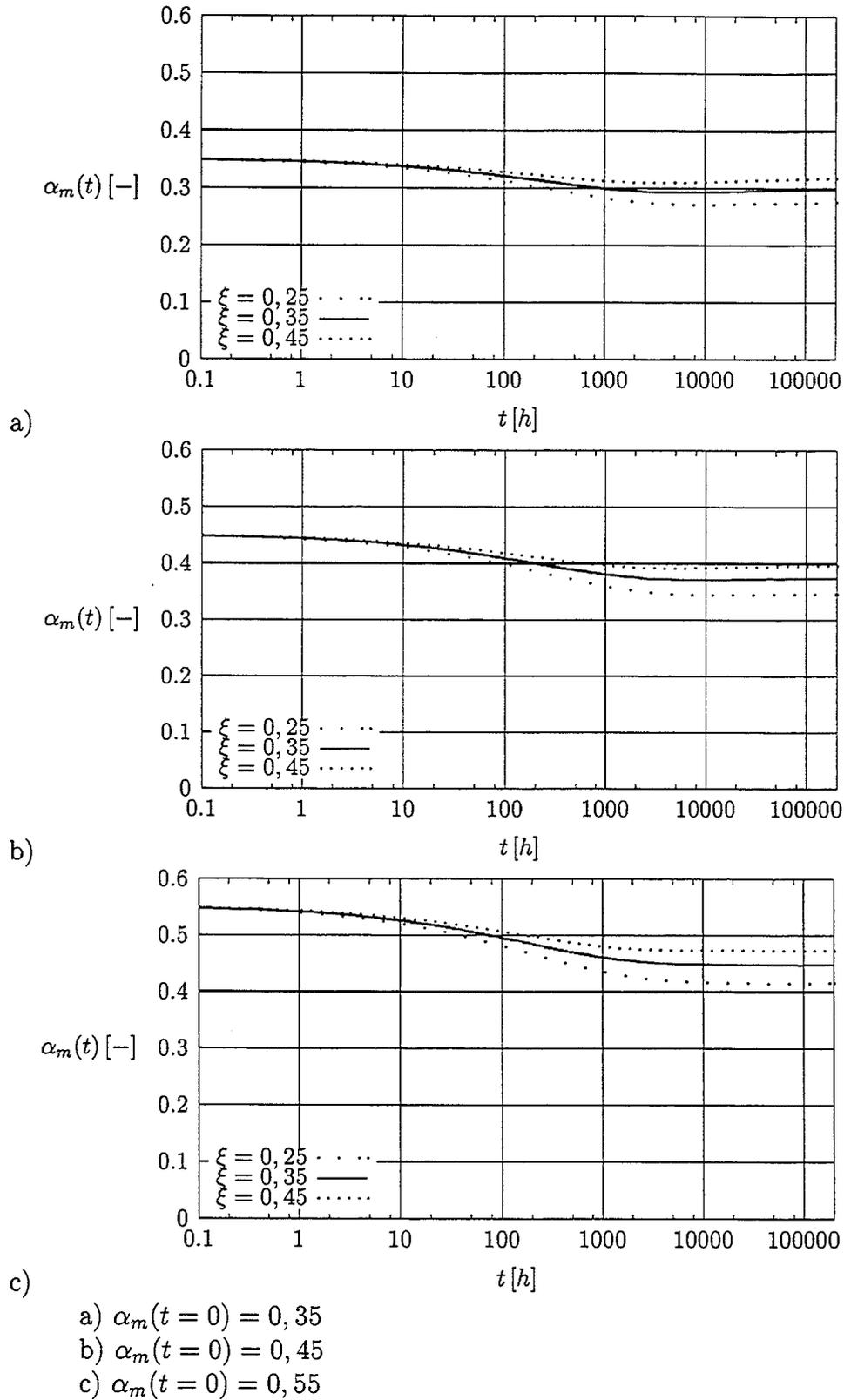


Abbildung B.7: Schwach profilierter Plattenbalkenquerschnitt – C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser

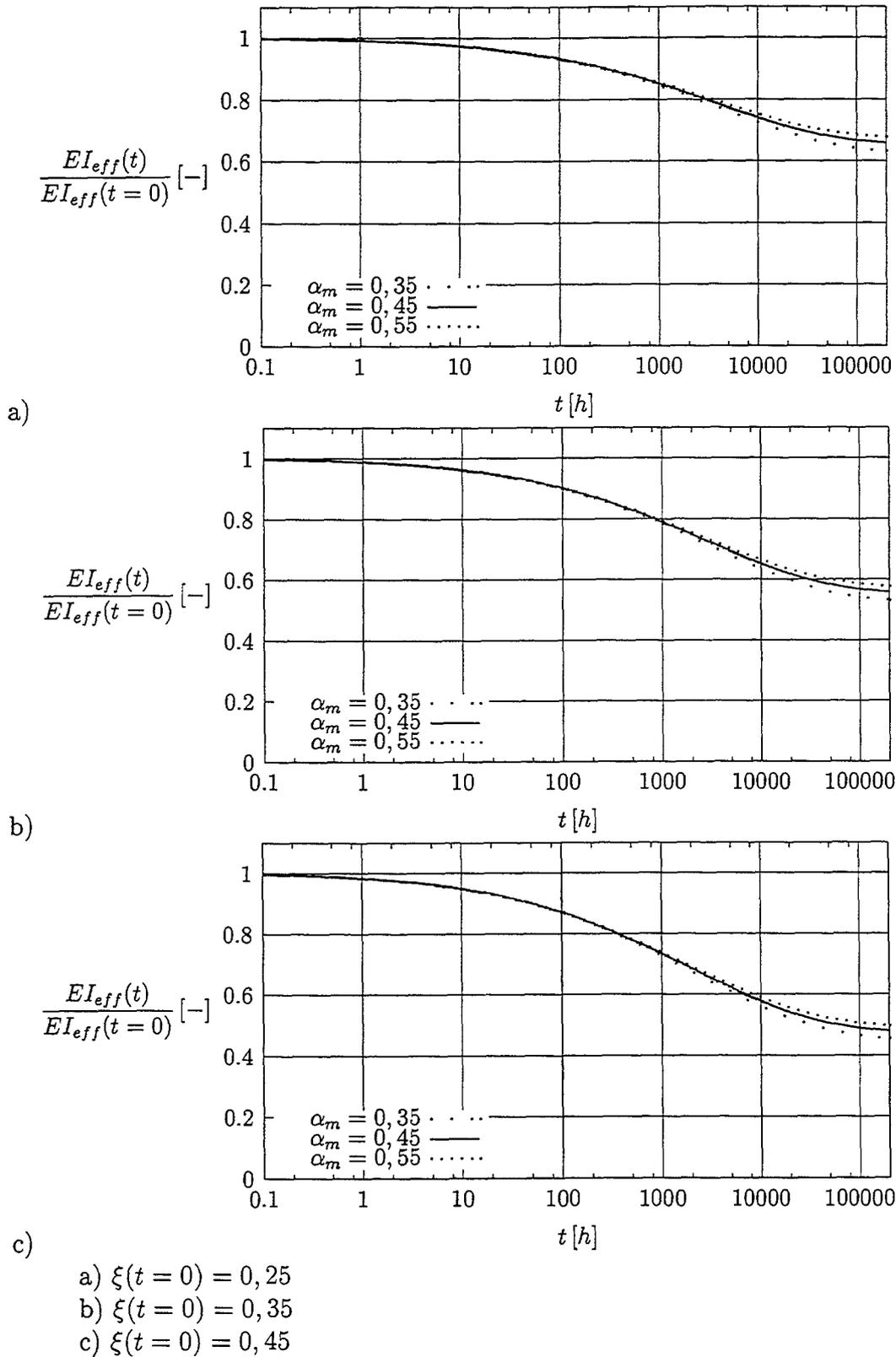


Abbildung B.8: Schwach profilierter Plattenbalkenquerschnitt - C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

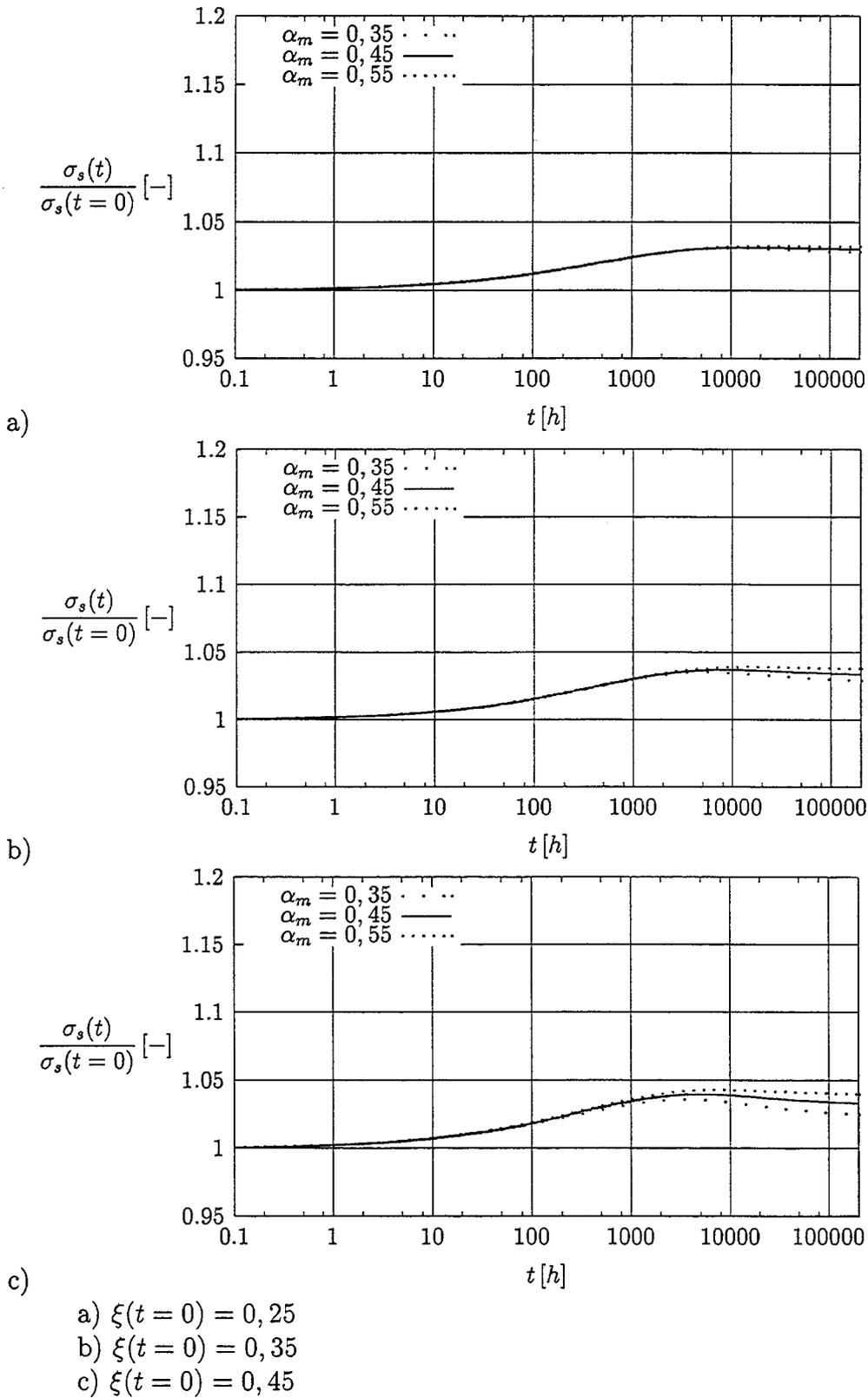


Abbildung B.9: Schwach profiliertes Plattenbalkenquerschnitt – C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

**B.4** C 50/60 -  $\varphi_\infty = 1.0$ 

Tabelle B.4: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

	$\alpha_m(t=0)$								
	0.35			0.45			0.55		
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45
$\omega_1$	0.068	0.137	0.243	0.066	0.134	0.236	0.064	0.130	0.230

Hierbei ist:  $\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yk}}{b_{fl} d f_{cm}}$

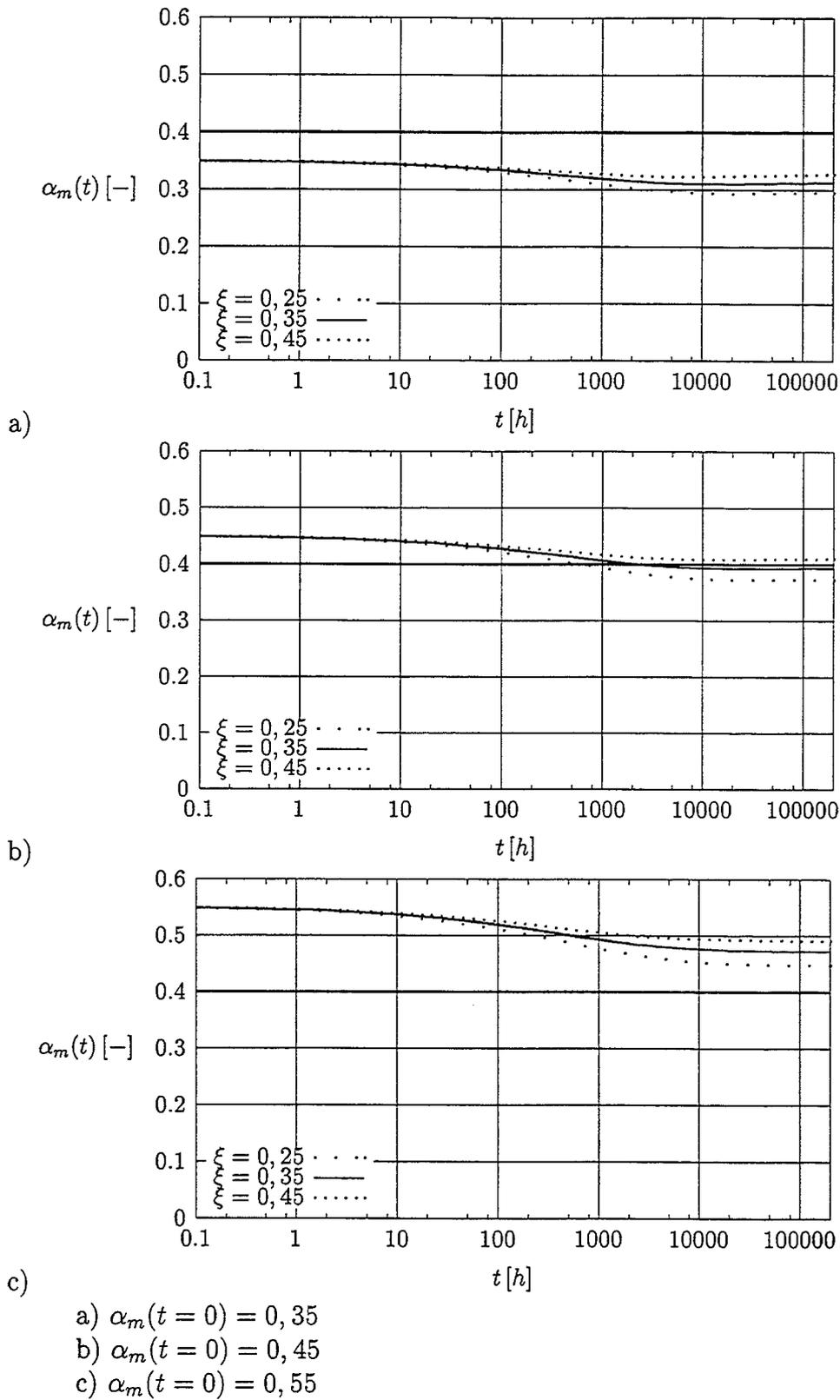


Abbildung B.10: Schwach profiliertes Plattenbalkenquerschnitt – C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 1.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser

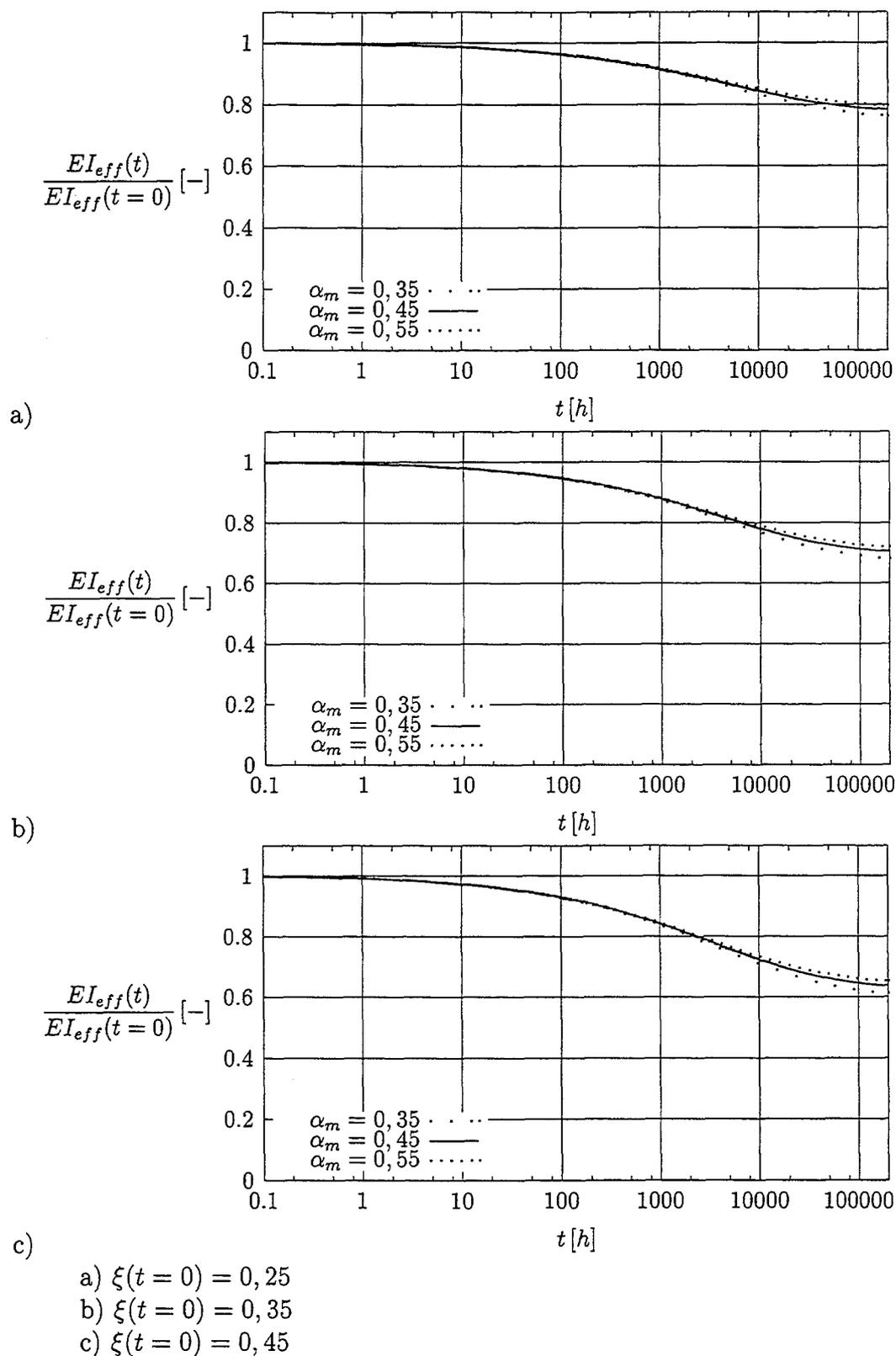


Abbildung B.11: Schwach profilierter Plattenbalkenquerschnitt - C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 1.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

B Schwach profilierter Plattenbalken

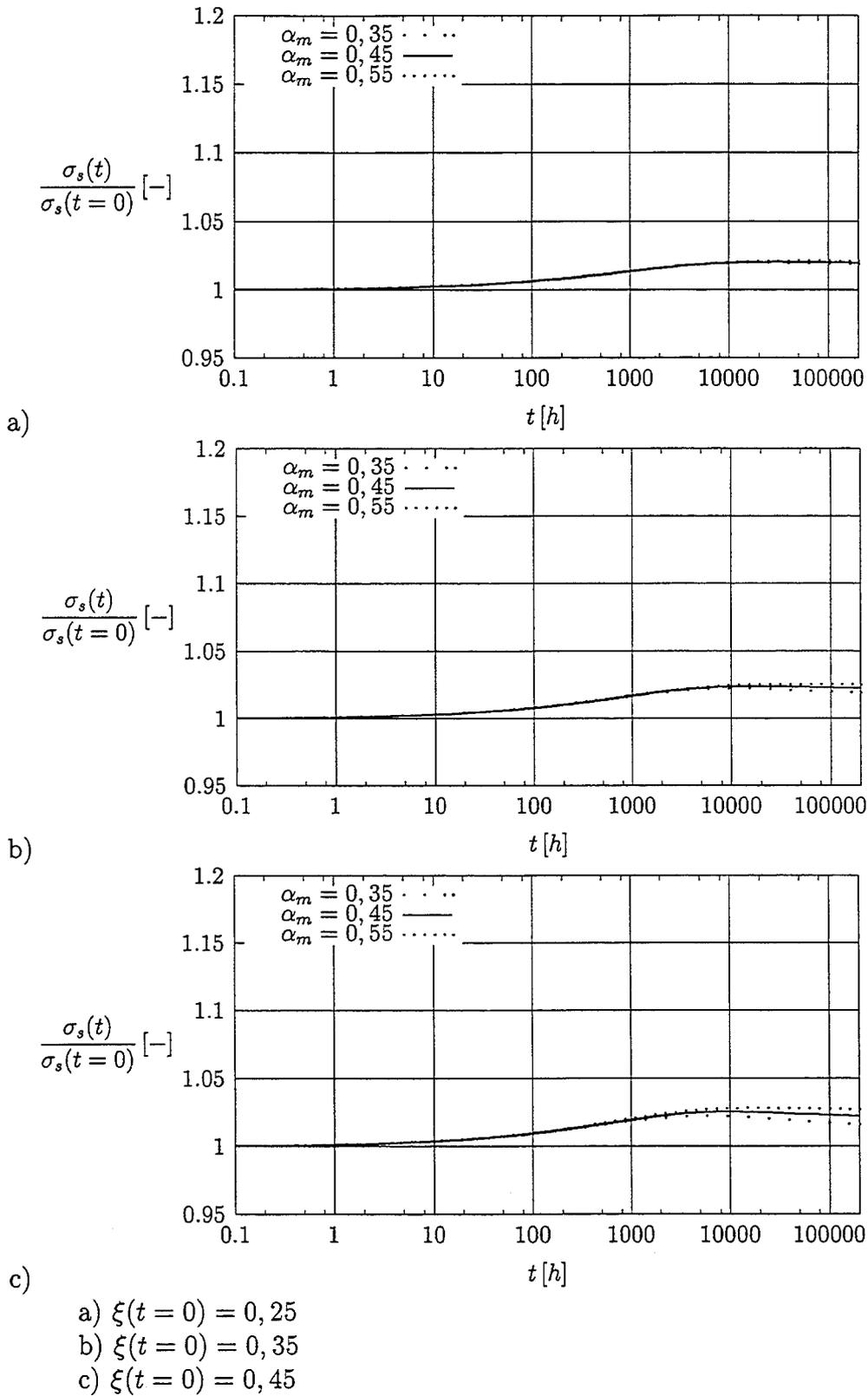


Abbildung B.12: Schwach profilierter Plattenbalkenquerschnitt – C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 1.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

# C Plattenbalkenquerschnitt mit stark profilierter Druckzone

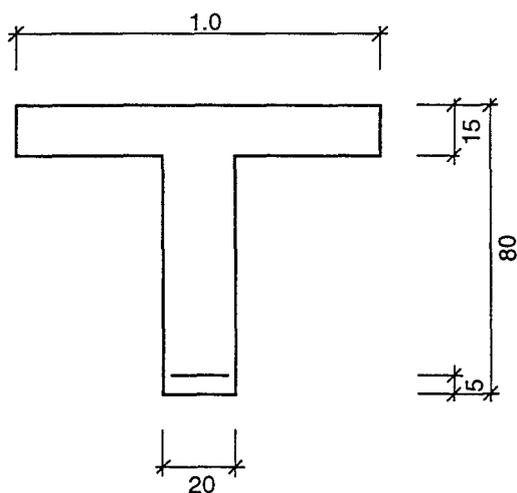
## C.1 C 20/25 - $\varphi_{\infty} = 2.0$

Tabelle C.1: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

	$\alpha_m(t=0)$								
	0.35			0.45			0.55		
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45
$\omega_1$	0.102	0.202	0.348	0.100	0.197	0.338	0.097	0.191	0.328

Hierbei ist:  $\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yk}}{b_{fl} d f_{cm}}$

Querschnitt:



C Stark profilierter Plattenbalken

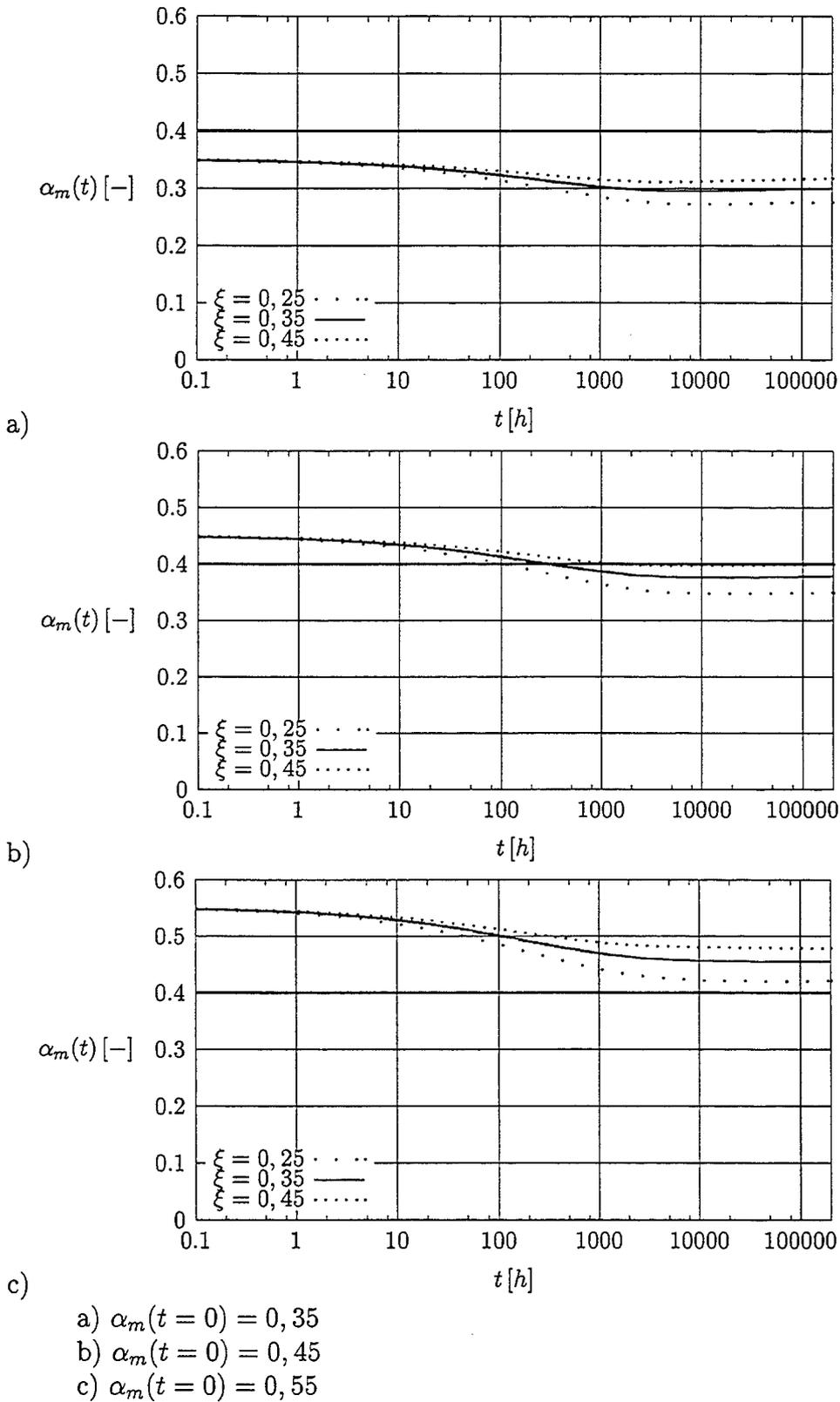
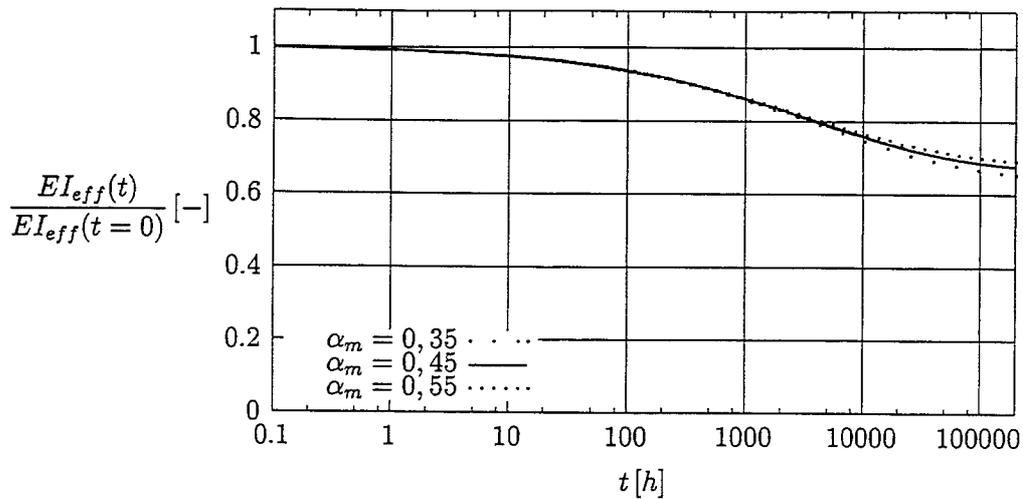
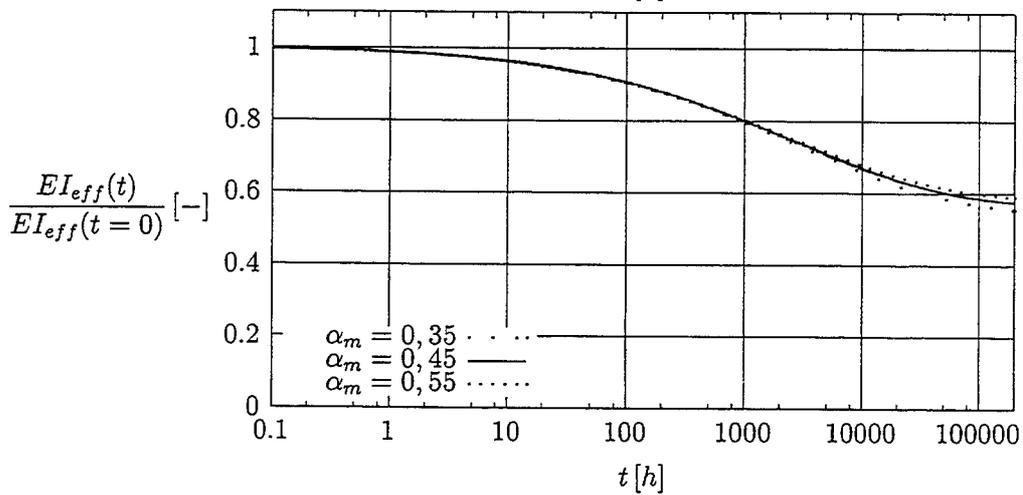


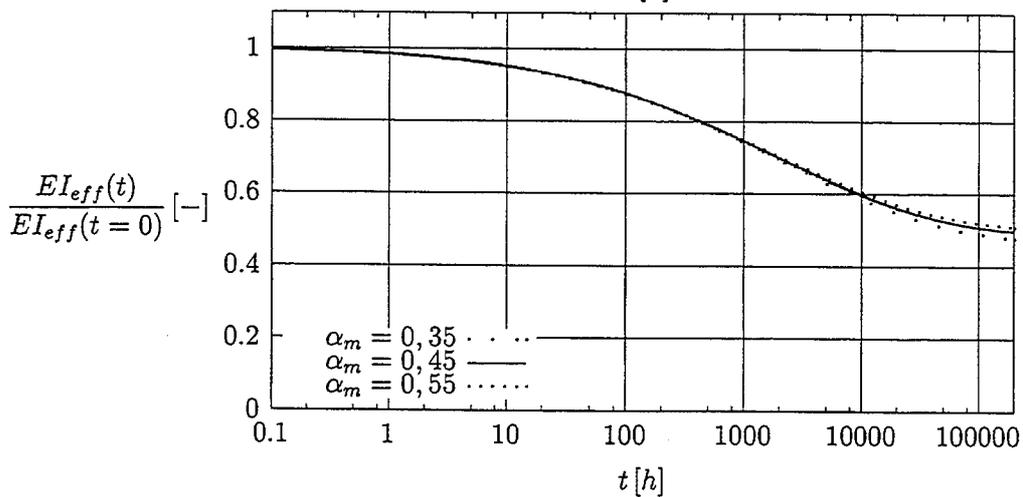
Abbildung C.1: Stark profilierter Plattenbalkenquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ :  
 Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser



a)



b)



c)

a)  $\xi(t=0) = 0,25$

b)  $\xi(t=0) = 0,35$

c)  $\xi(t=0) = 0,45$

Abbildung C.2: Stark profilierter Plattenbalkenquerschnitt - C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ :  
Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

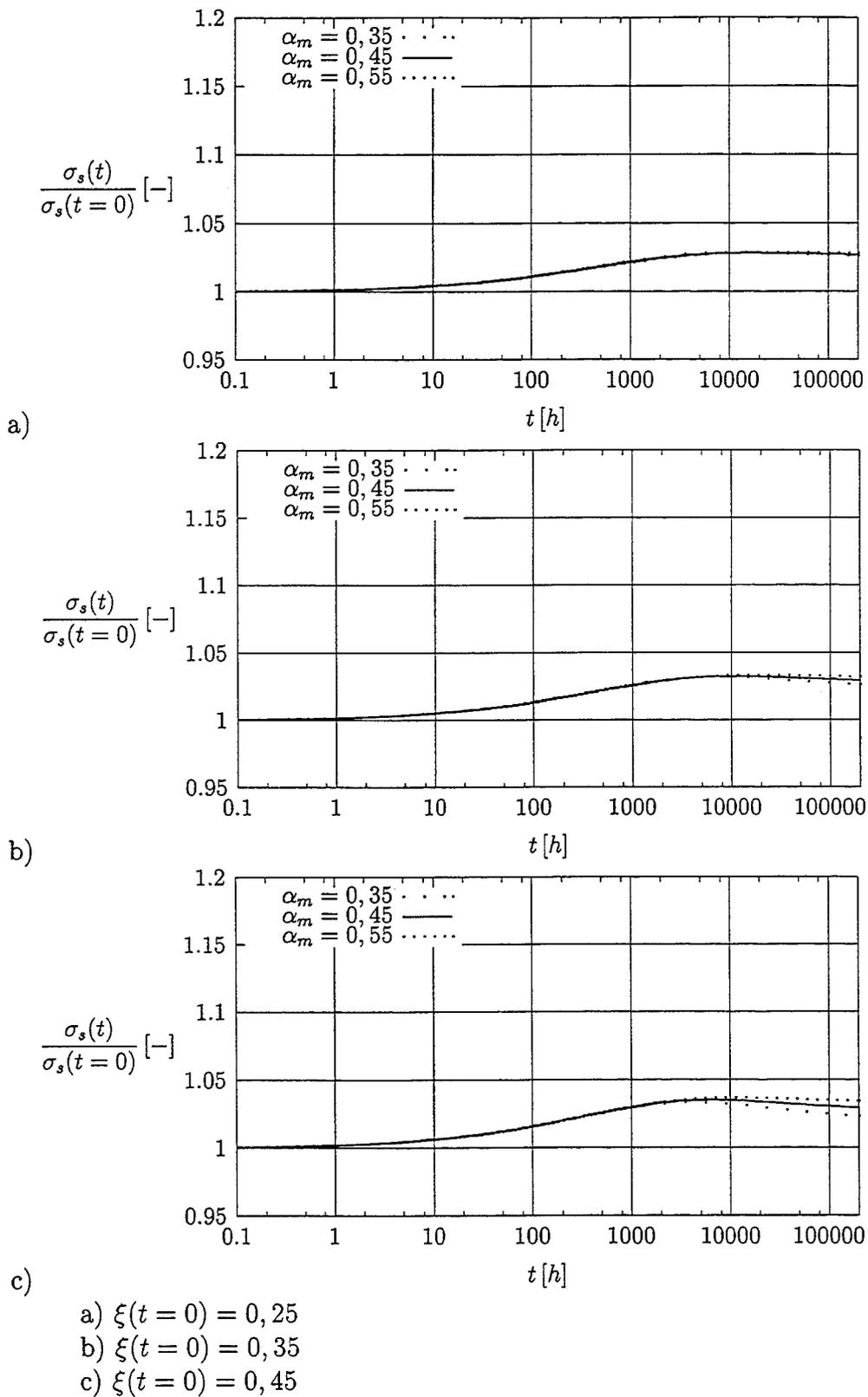


Abbildung C.3: Stark profilierter Plattenbalkenquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_{\infty} = 2.0$ :  
 Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

**C.2** C 20/25 -  $\varphi_\infty = 4.0$ 

Tabelle C.2: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

	$\alpha_m(t=0)$								
	0.35			0.45			0.55		
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45
$\omega_1$	0.102	0.202	0.348	0.100	0.197	0.338	0.097	0.191	0.328

Hierbei ist:  $\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yk}}{b_{fl} d f_{cm}}$

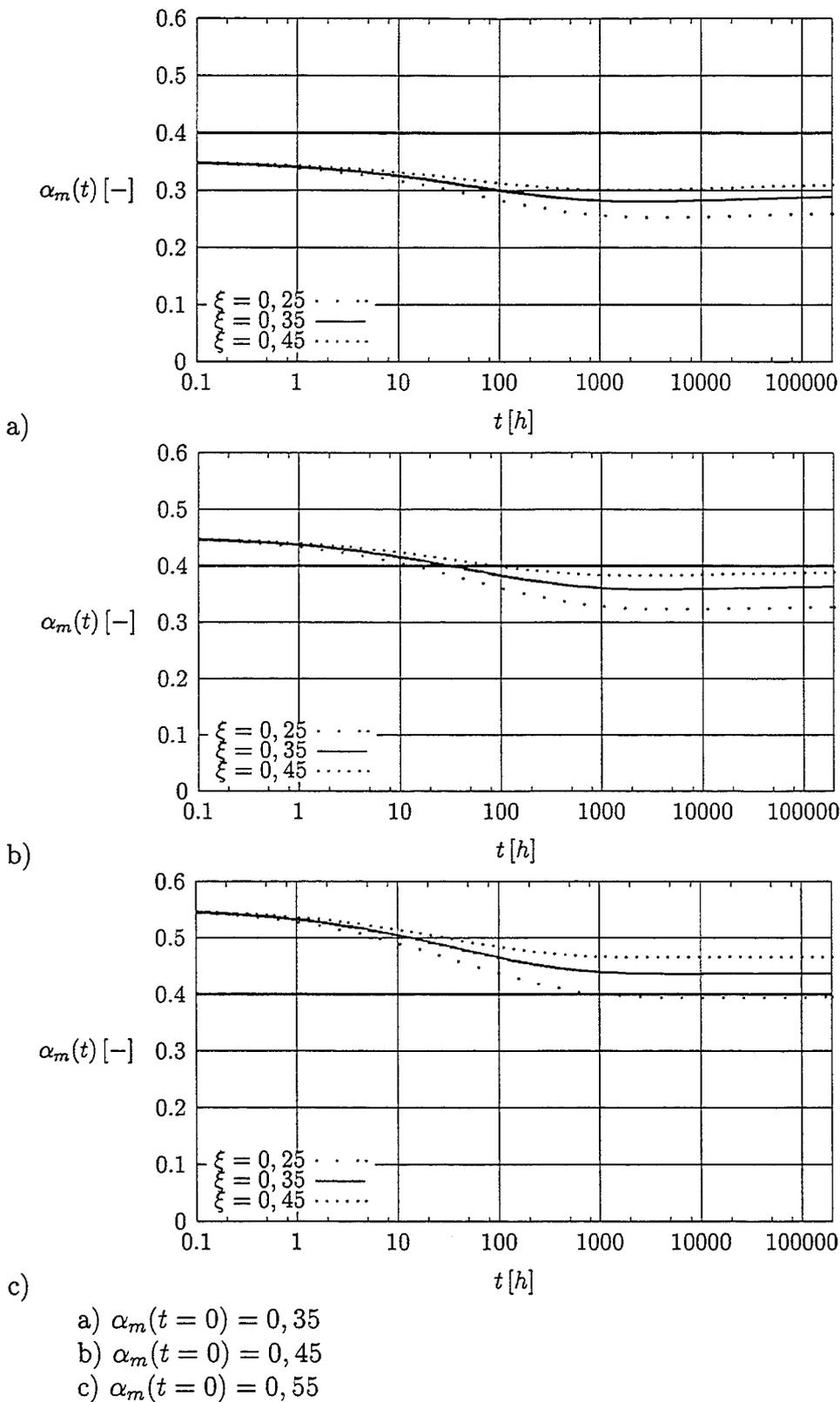


Abbildung C.4: Stark profilierter Plattenbalkenquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ :  
 Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser

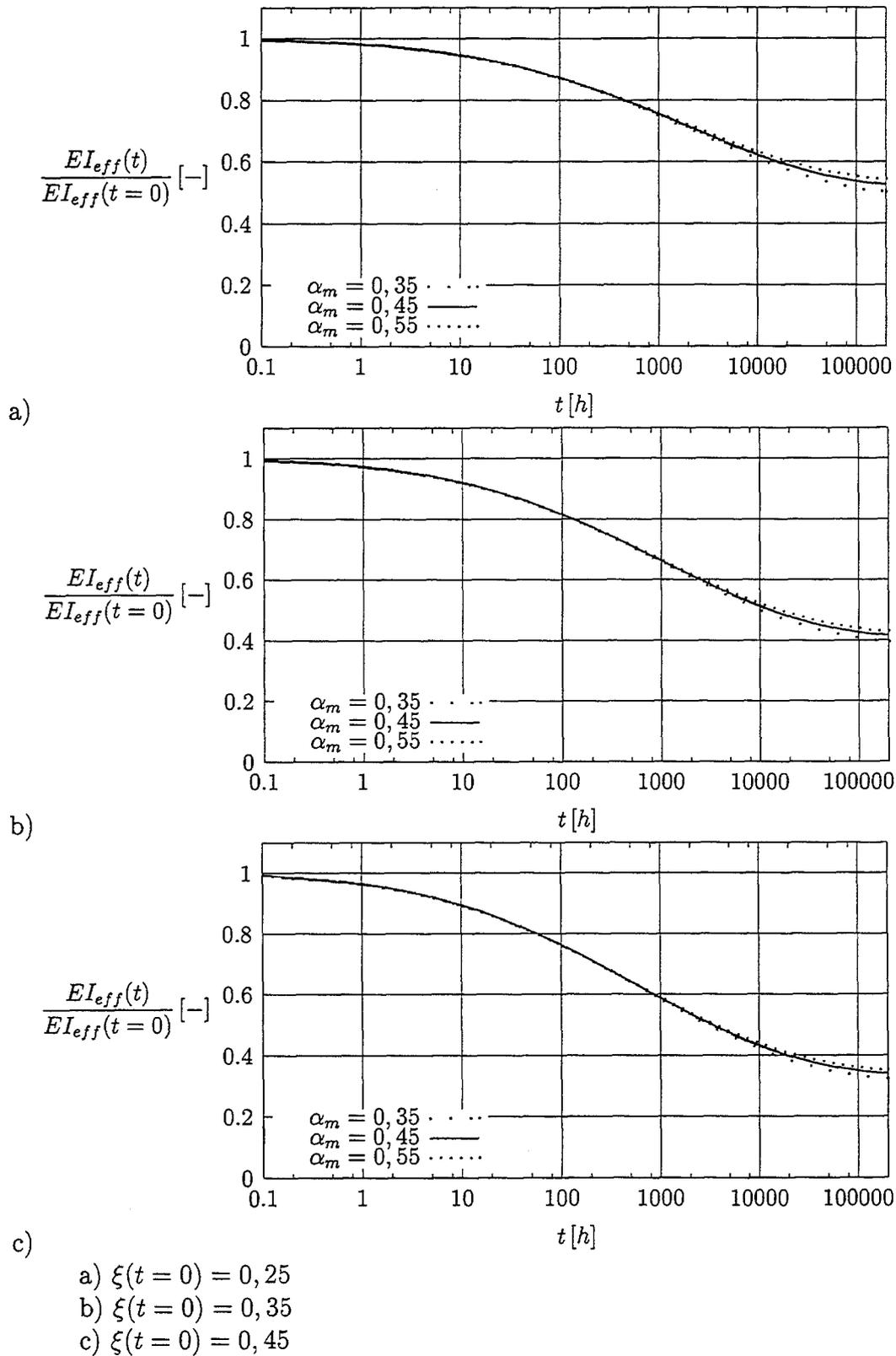


Abbildung C.5: Stark profilierter Plattenbalkenquerschnitt - C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ :  
Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

C Stark profilierter Plattenbalken

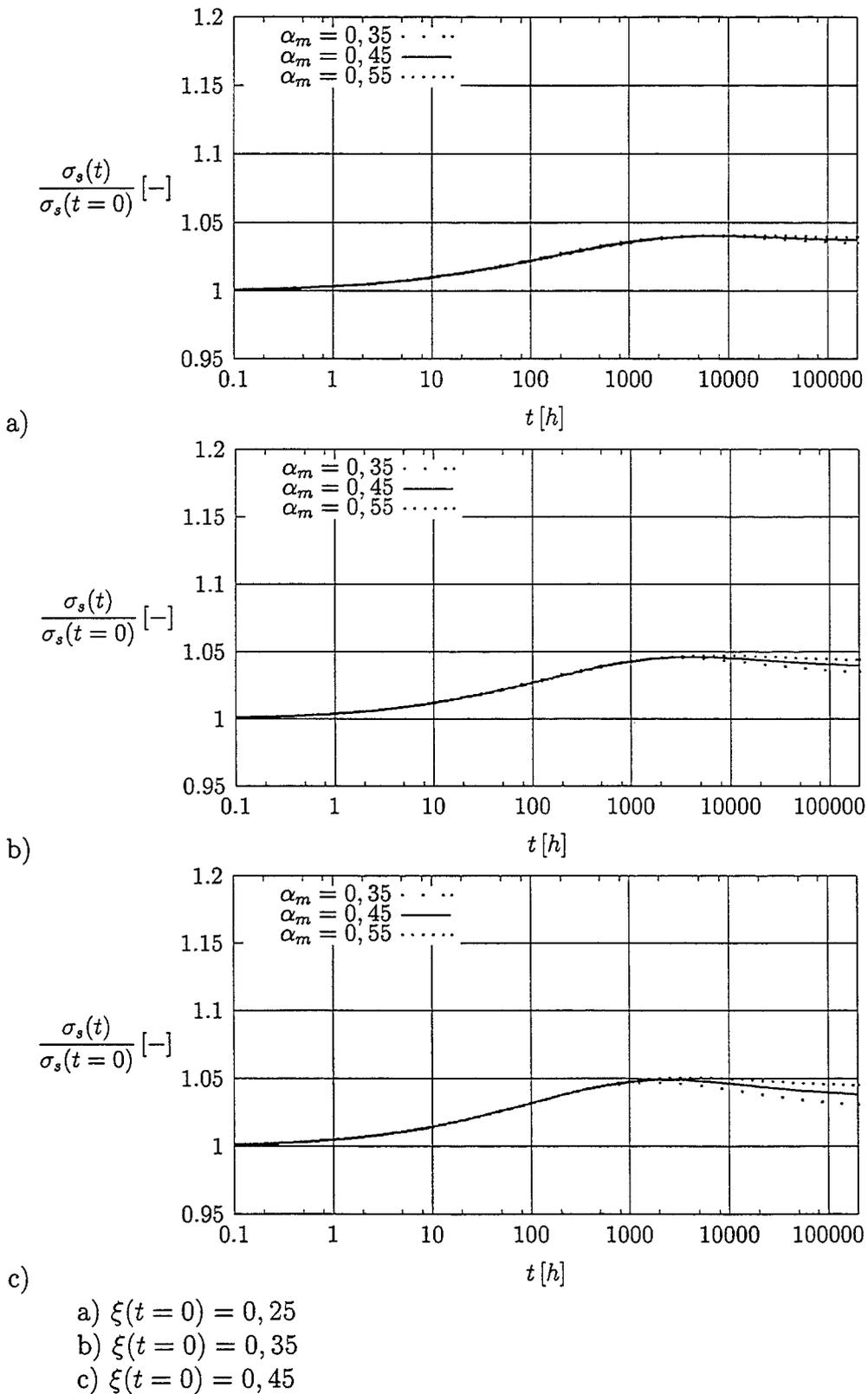


Abbildung C.6: Stark profilierter Plattenbalkenquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ :  
Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

**C.3** C 50/60 -  $\varphi_{\infty} = 2.0$ 

Tabelle C.3: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

	$\alpha_m(t=0)$								
	0.35			0.45			0.55		
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45
$\omega_1$	0.067	0.133	0.230	0.066	0.130	0.224	0.064	0.126	0.217

Hierbei ist:  $\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yk}}{b_{fl} d f_{cm}}$

C Stark profilierter Plattenbalken

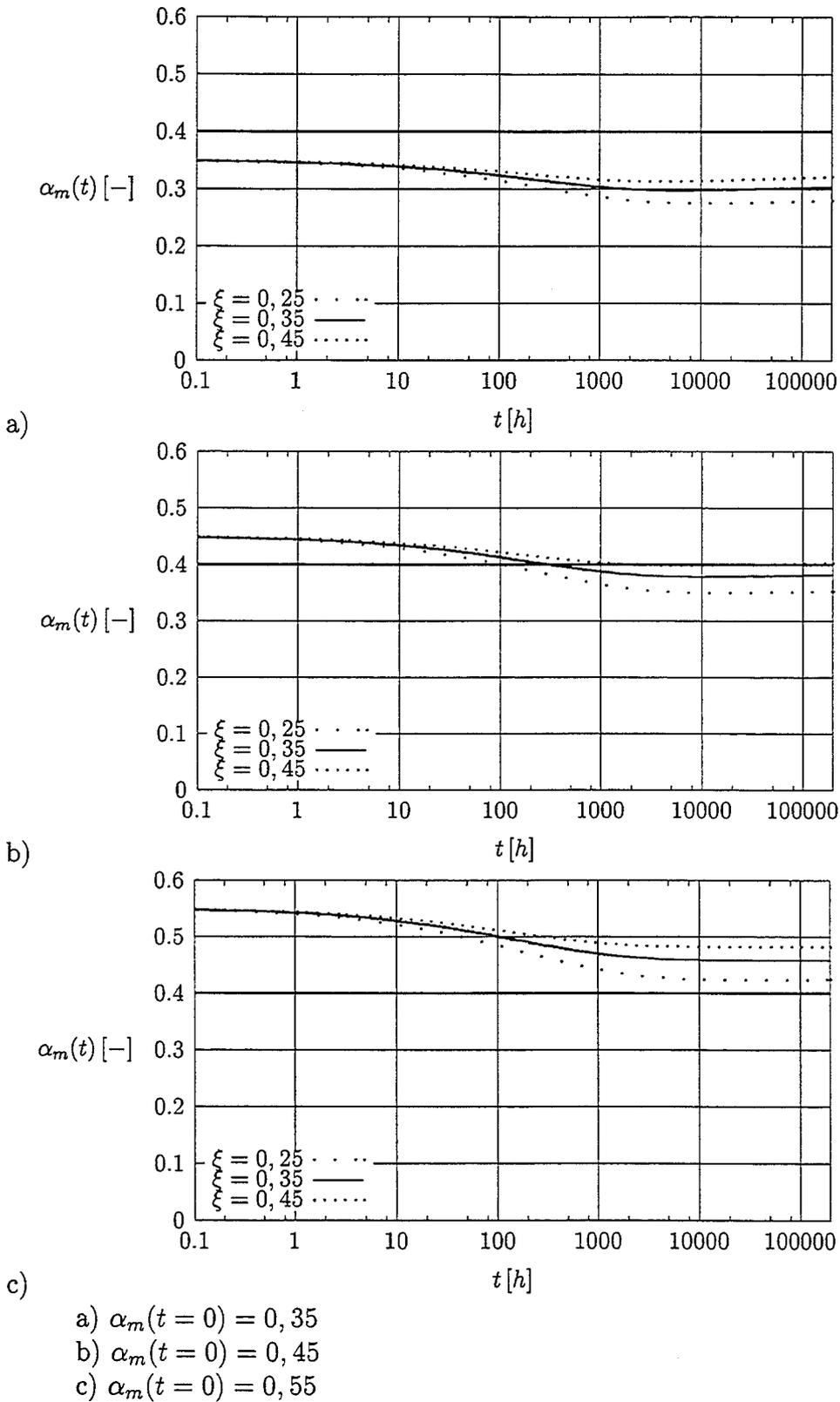
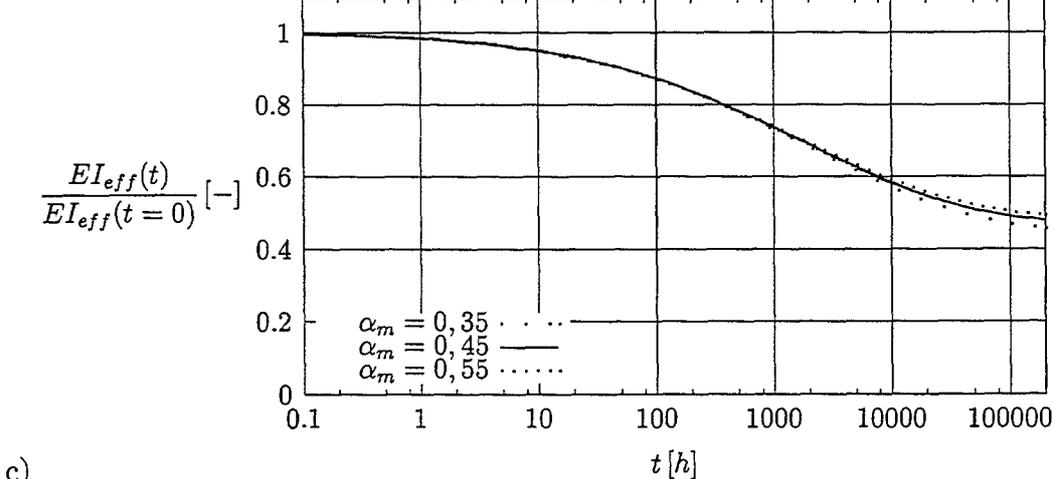
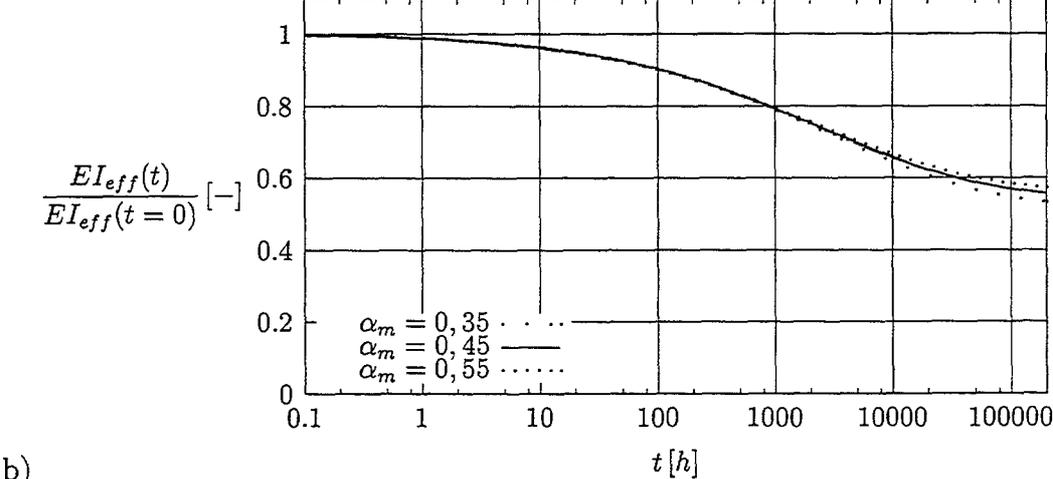
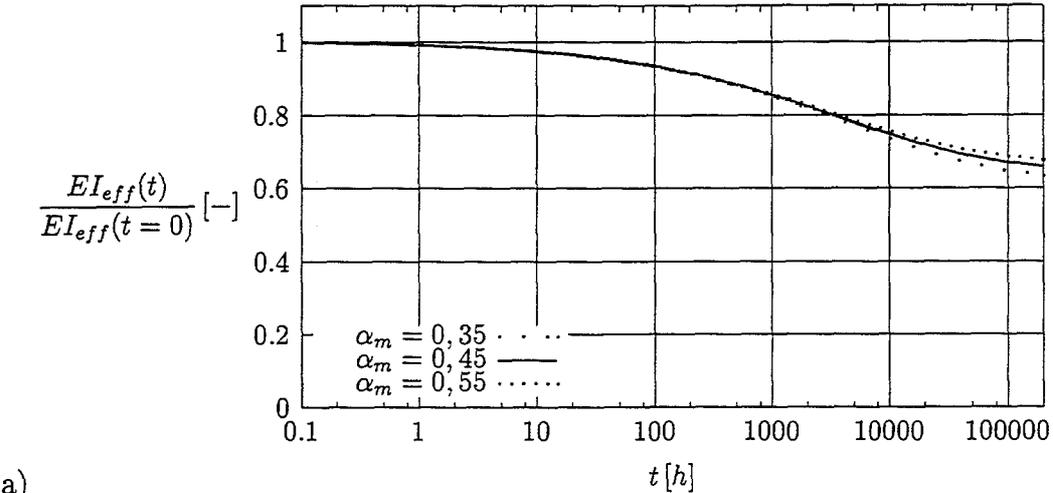


Abbildung C.7: Stark profilierter Plattenbalkenquerschnitt – C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ :  
 Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser



- a)  $\xi(t=0) = 0,25$
- b)  $\xi(t=0) = 0,35$
- c)  $\xi(t=0) = 0,45$

Abbildung C.8: Stark profiliertes Plattenbalkenquerschnitt - C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ :  
Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

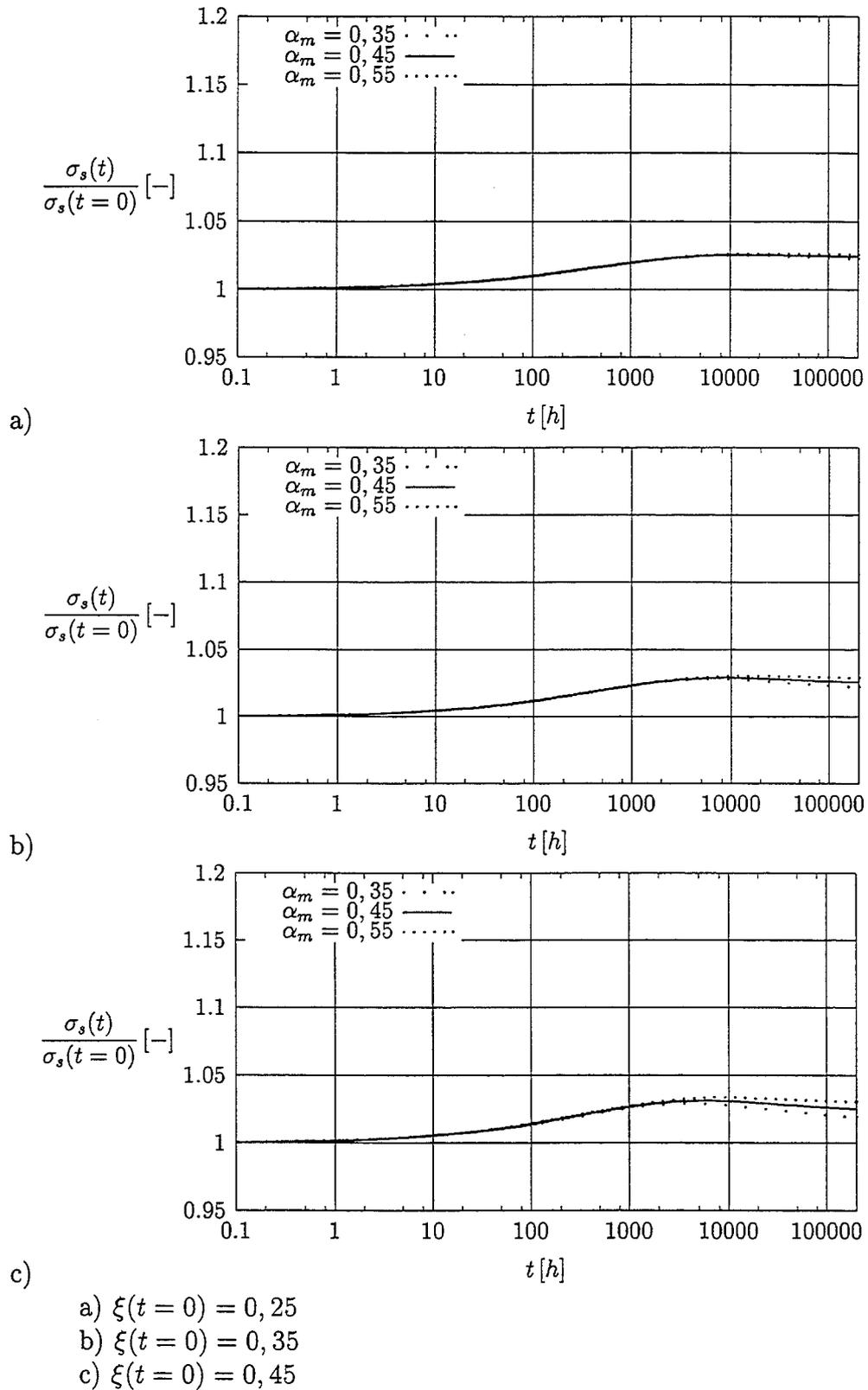


Abbildung C.9: Stark profilierter Plattenbalkenquerschnitt – C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ :  
Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

**C.4** C 50/60 -  $\varphi_\infty = 1.0$ 

Tabelle C.4: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

	$\alpha_m(t=0)$								
	0.35			0.45			0.55		
$\xi(t=0)$	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45	0.25	0.35	0.45
$\omega_1$	0.067	0.133	0.230	0.066	0.130	0.224	0.064	0.126	0.217

Hierbei ist:  $\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yk}}{b_{fl} d f_{cm}}$

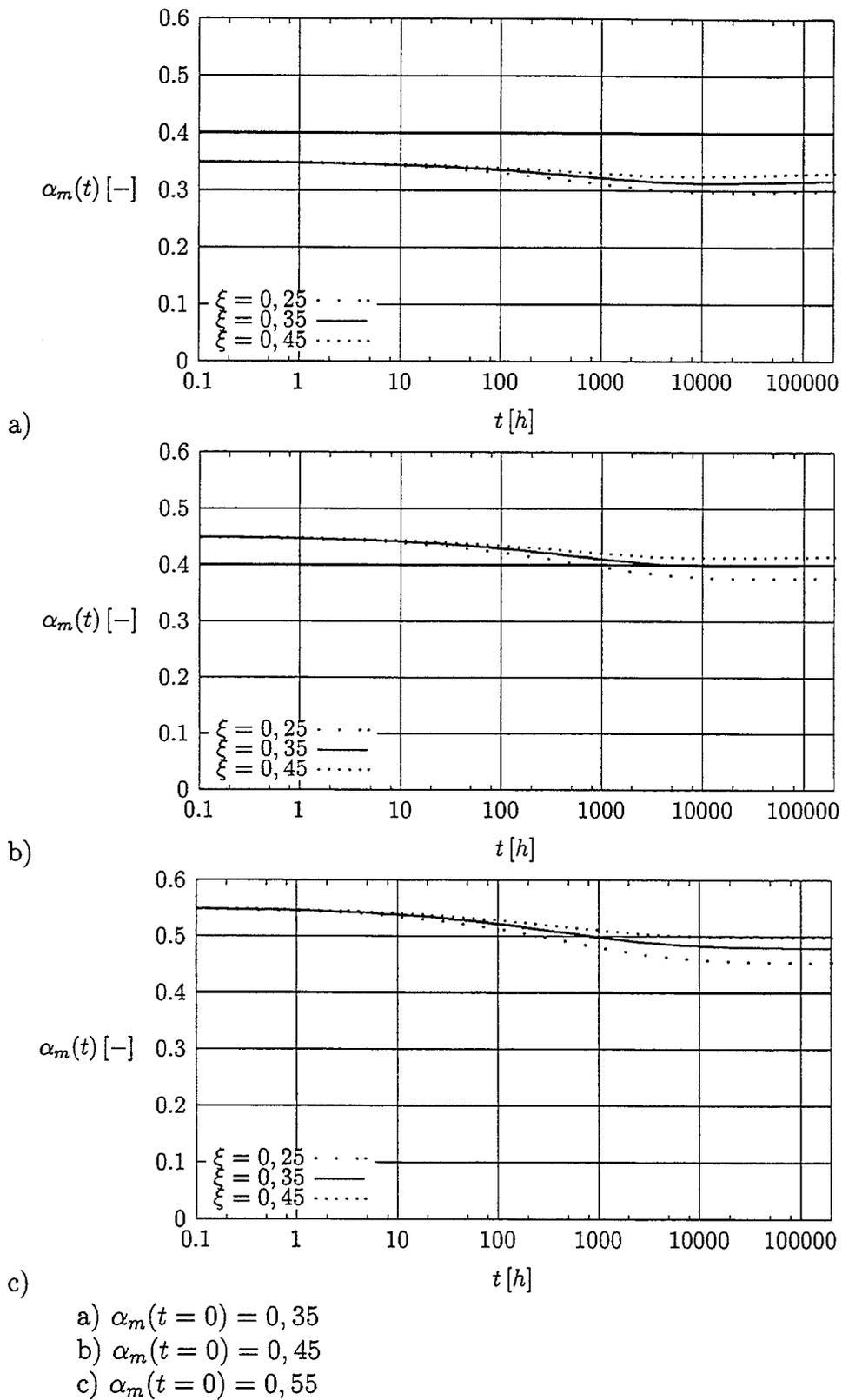
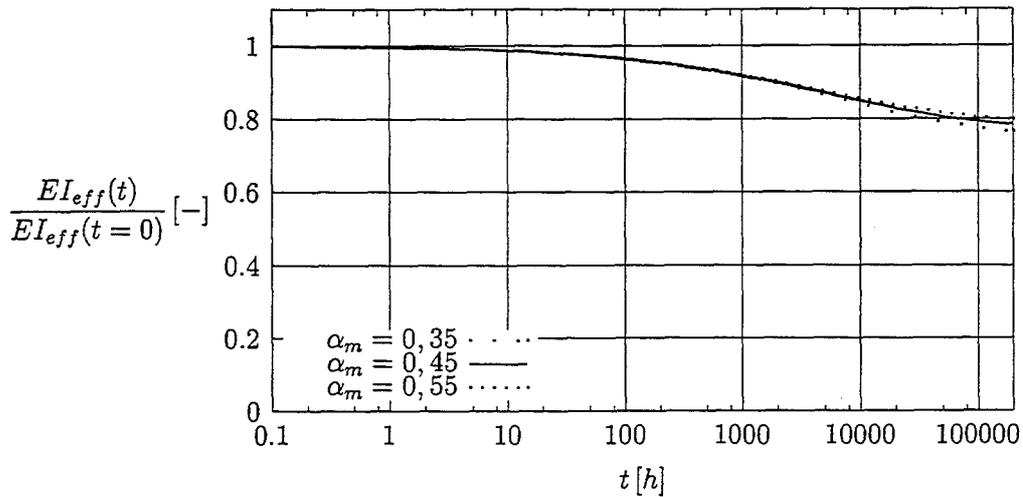
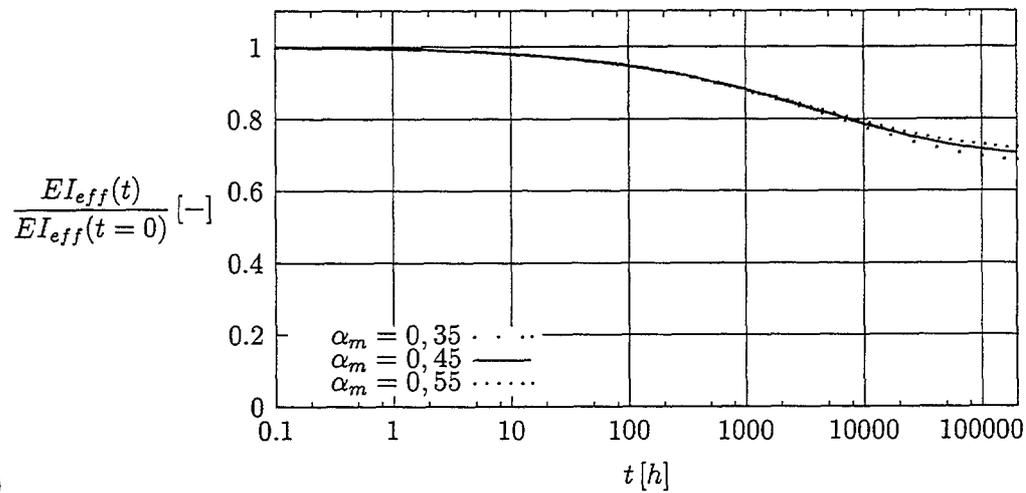


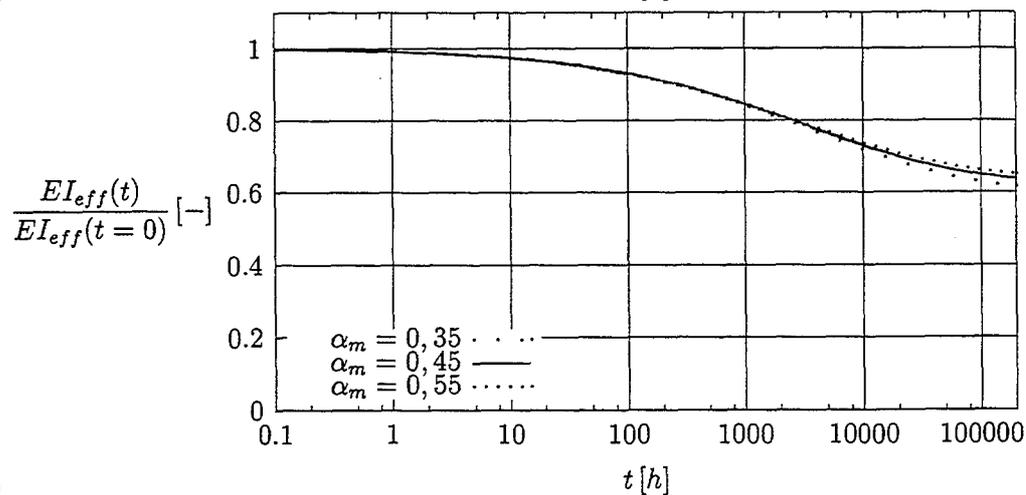
Abbildung C.10: Stark profilierter Plattenbalkenquerschnitt - C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 1.0$ :  
 Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser



a)



b)



c)

a)  $\xi(t=0) = 0,25$

b)  $\xi(t=0) = 0,35$

c)  $\xi(t=0) = 0,45$

Abbildung C.11: Stark profilierter Plattenbalkenquerschnitt - C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 1.0$ :  
Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

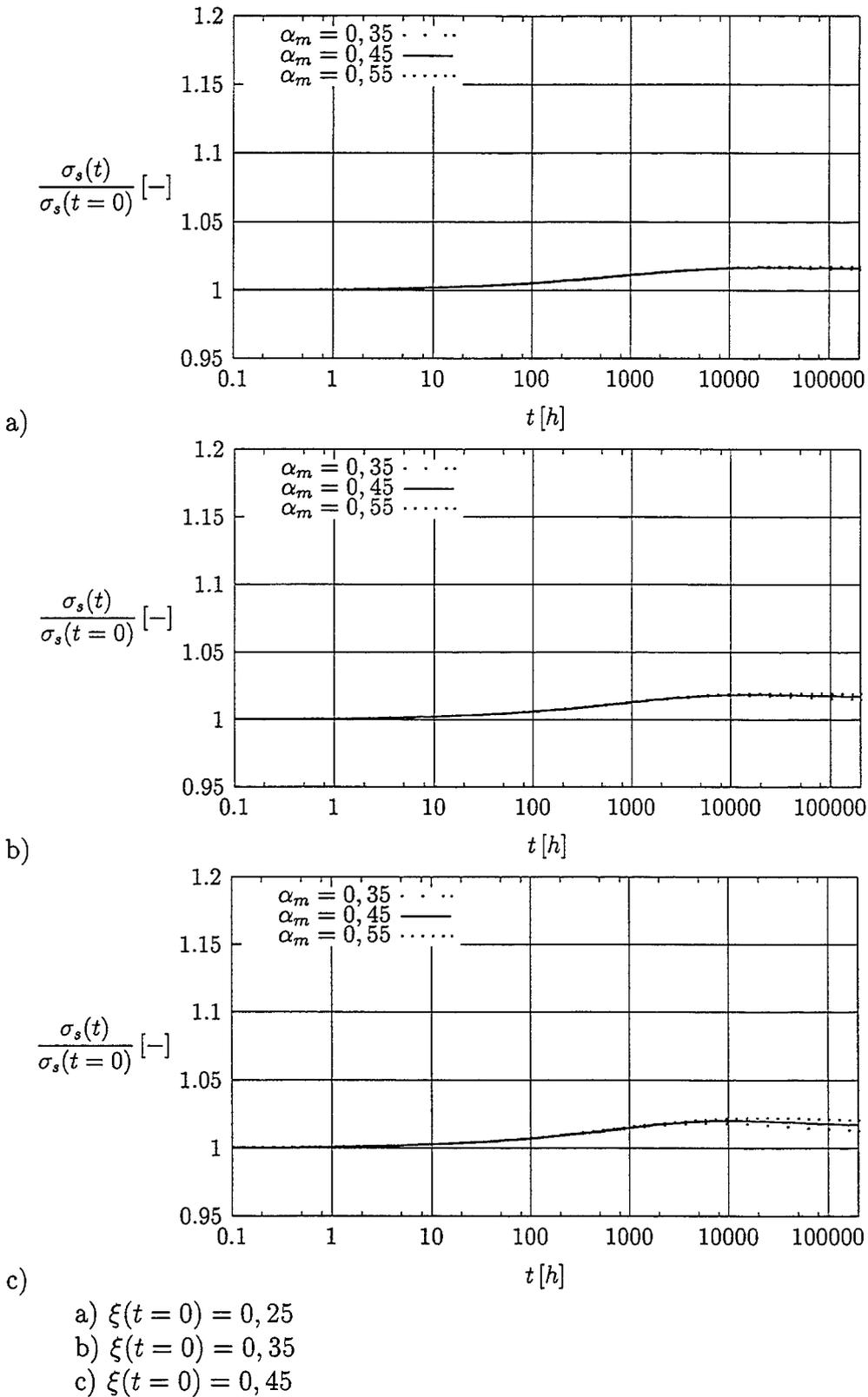


Abbildung C.12: Stark profilierter Plattenbalkenquerschnitt – C 50/60 ;  $\varphi_\infty = 1.0$ :  
Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

# D Weiterführende Untersuchungen

## D.1 Einfluß des Betonschwindens

Querschnitte:

- Rechteckquerschnitt
- Plattenbalken mit schwach profilierter Druckzone
- Plattenbalken mit stark profilierter Druckzone

Beton:  $C 20/25 - \varphi_{\infty} = 4.0$

Berechnungen für:

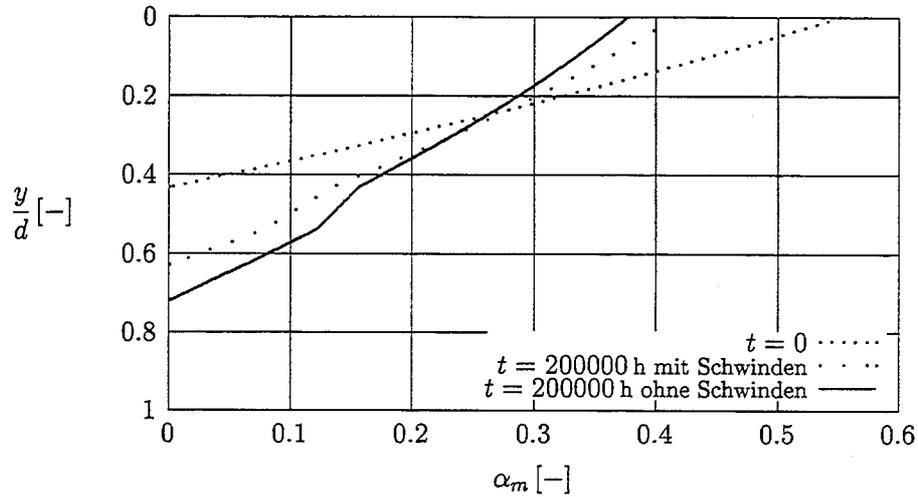
- $\varepsilon_{cs\infty} = -0.0006$
- $\varepsilon_{cs\infty} = 0.0$

Belastung:

- $\xi(t = 0) = 0.45$
- $\alpha_m(t = 0) = 0.55$

Bewehrungsgrade  $\omega_1$ : siehe Anhang A bis C

### D.1.1 Rechteckquerschnitt



$y/d = 0.0 \rightarrow$  oberer Rand der Druckzone  
 $y/d = 1.0 \rightarrow$  Lage der Zugbewehrung

Abbildung D.1: Rechteckquerschnitt - C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Spannungsverläufe über die statische Nutzhöhe  $d$

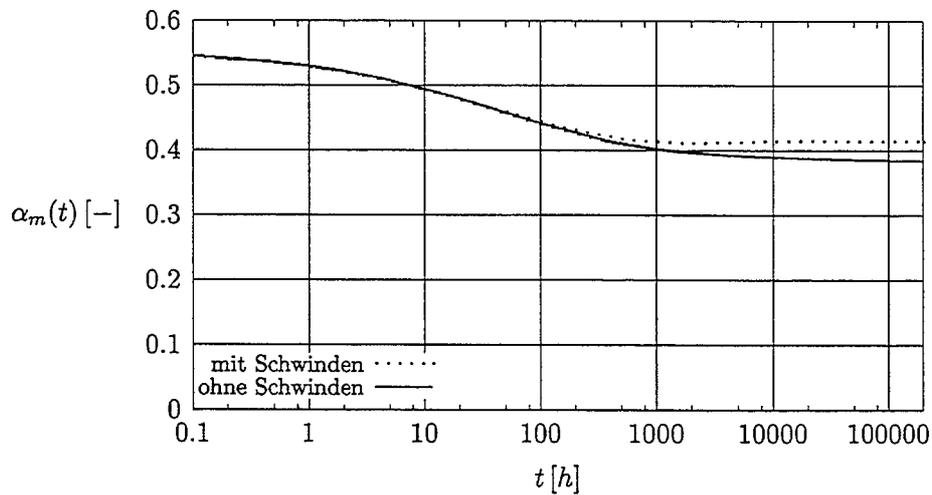


Abbildung D.2: Rechteckquerschnitt - C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser

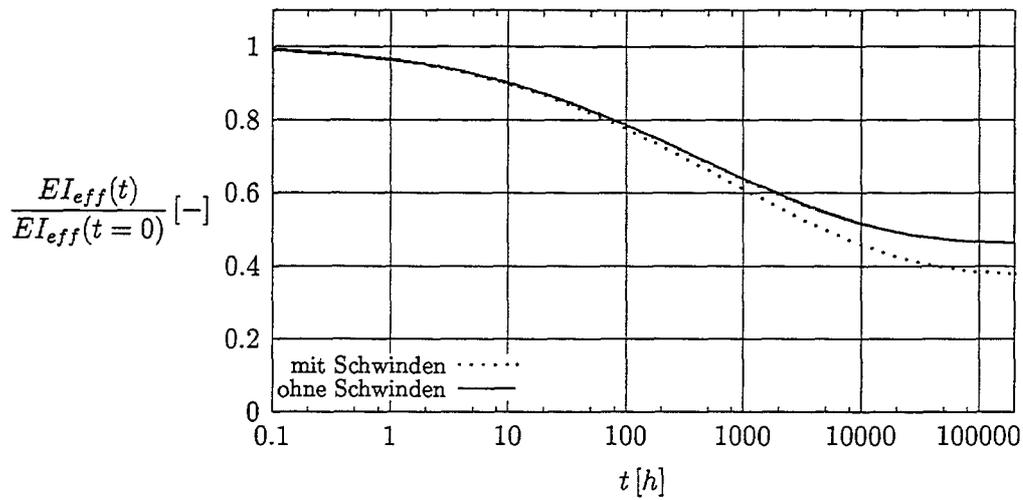


Abbildung D.3: Rechteckquerschnitt - C 20/25 ;  $\varphi_{\infty} = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

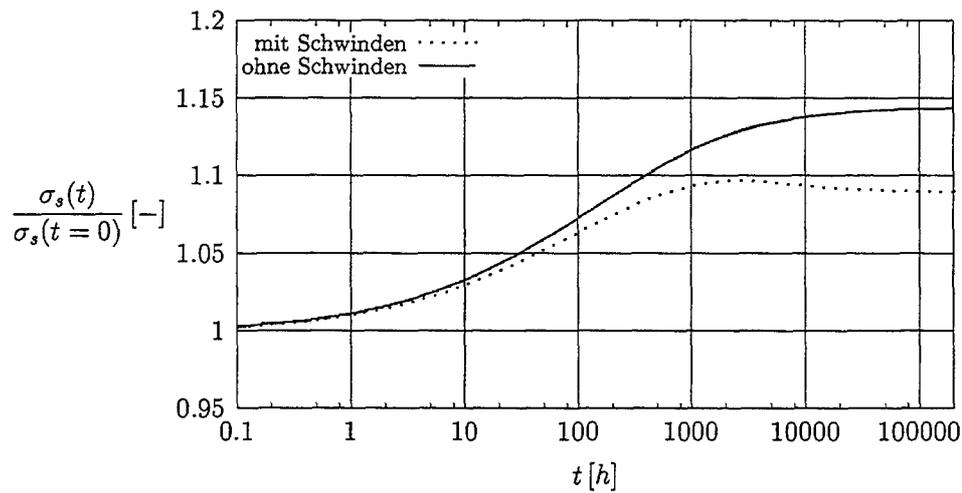
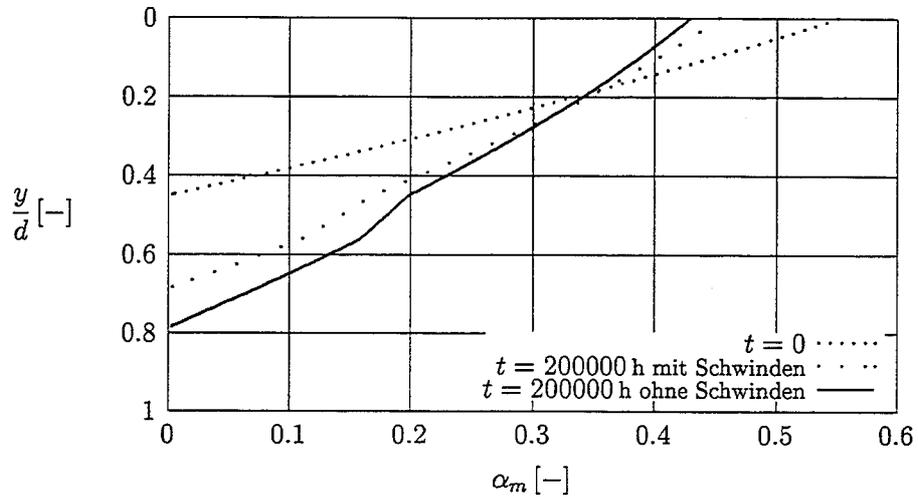


Abbildung D.4: Rechteckquerschnitt - C 20/25 ;  $\varphi_{\infty} = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

### D.1.2 Plattenbalken mit schwach profilierter Druckzone



$y/d = 0.0 \rightarrow$  oberer Rand der Druckzone  
 $y/d = 1.0 \rightarrow$  Lage der Zugbewehrung

Abbildung D.5: Schwach profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Spannungsverläufe über die statische Nutzhöhe  $d$

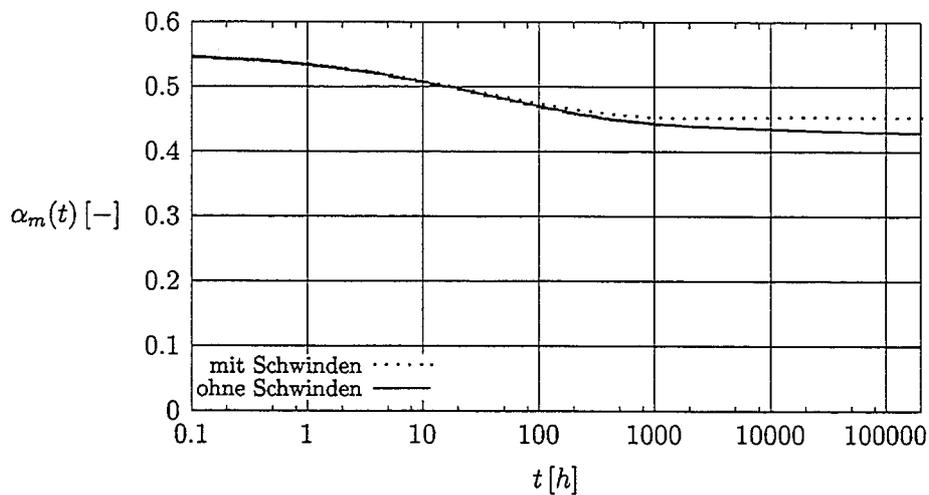


Abbildung D.6: Schwach profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser

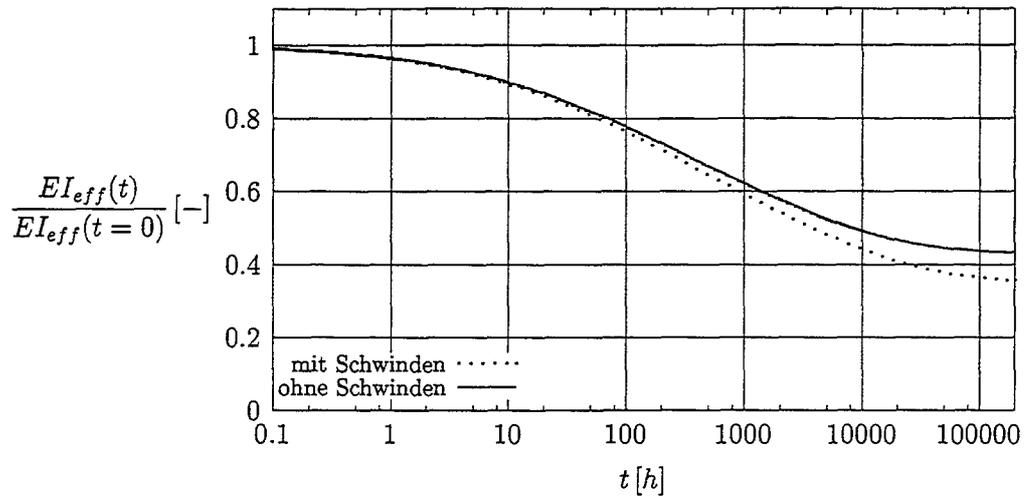


Abbildung D.7: Schwach profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_{\infty} = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

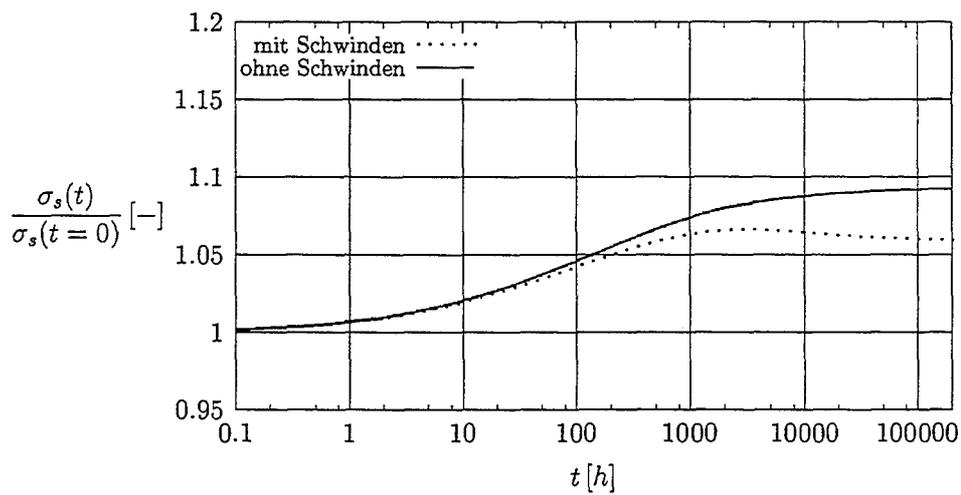
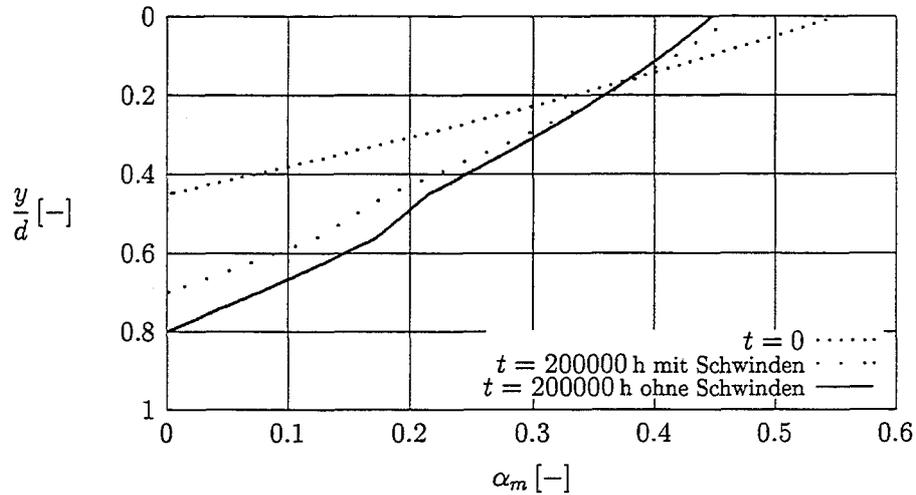


Abbildung D.8: Schwach profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_{\infty} = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

### D.1.3 Plattenbalken mit stark profilierter Druckzone



$y/d = 0.0 \rightarrow$  oberer Rand der Druckzone  
 $y/d = 1.0 \rightarrow$  Lage der Zugbewehrung

Abbildung D.9: Stark profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Spannungsverläufe über die statische Nutzhöhe  $d$

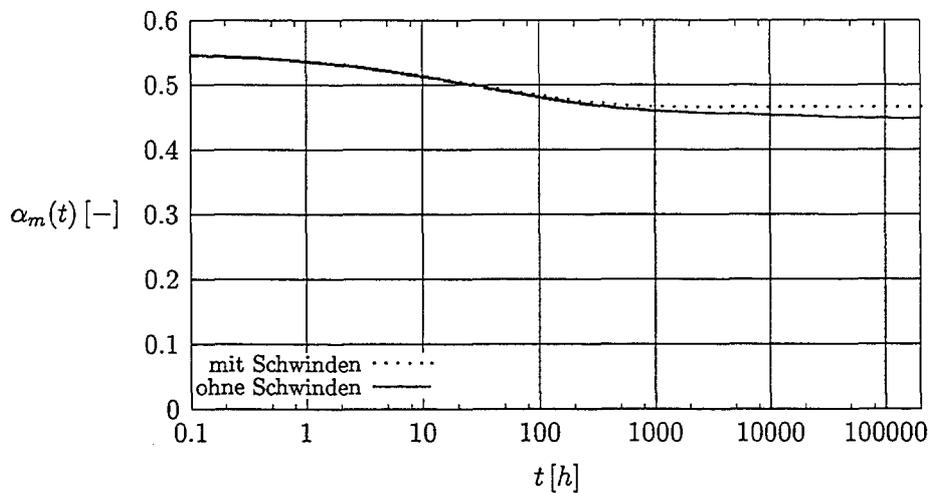


Abbildung D.10: Stark profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser

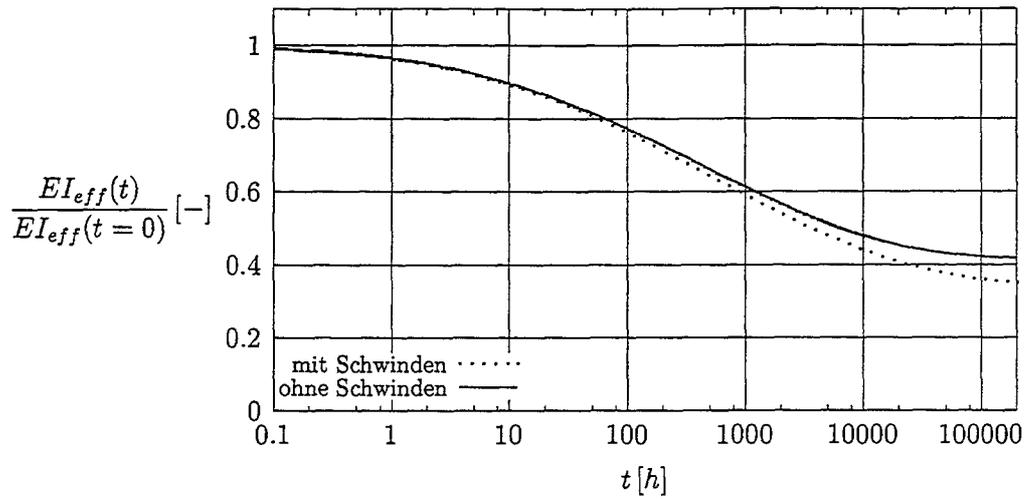


Abbildung D.11: Stark profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_{\infty} = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten

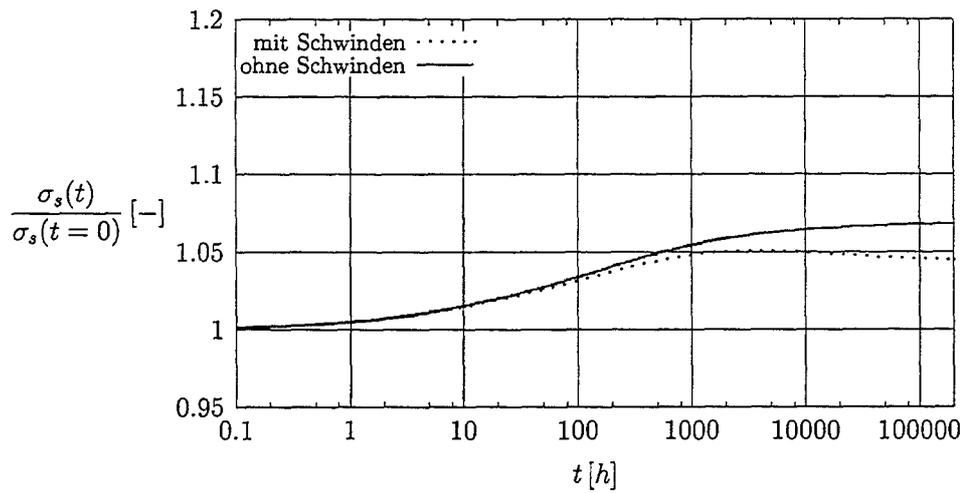


Abbildung D.12: Stark profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_{\infty} = 4.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung

## D.2 Einfluß einer Druckbewehrung

Querschnitte:

- Rechteckquerschnitt
- Plattenbalken mit schwach profilierter Druckzone
- Plattenbalken mit stark profilierter Druckzone

Beton:  $C 20/25 - \varphi_{\infty} = 2.0$

Berechnungen für:

- $\omega_2 = 0.1$
- $\omega_2 = 0.2$

Hierbei ist:

$$\omega_2 = \frac{A_{s2}}{b_{fl} d} \cdot \frac{f_{yk}}{f_{cm}}$$

Belastung:

- $\xi(t = 0) = 0.35$
- $\alpha_m(t = 0) = 0.55$

Tabelle D.1: Zusammenstellung der Bewehrungsgrade

Druckzonenform	rechteckig	schwach profiliert	stark profiliert
$\omega_2$	0.100	0.100	0.100
$\omega_1$	0.264	0.241	0.235
$\omega_2$	0.200	0.200	0.200
$\omega_1$	0.301	0.284	0.278

## D.2.1 Rechteckquerschnitt

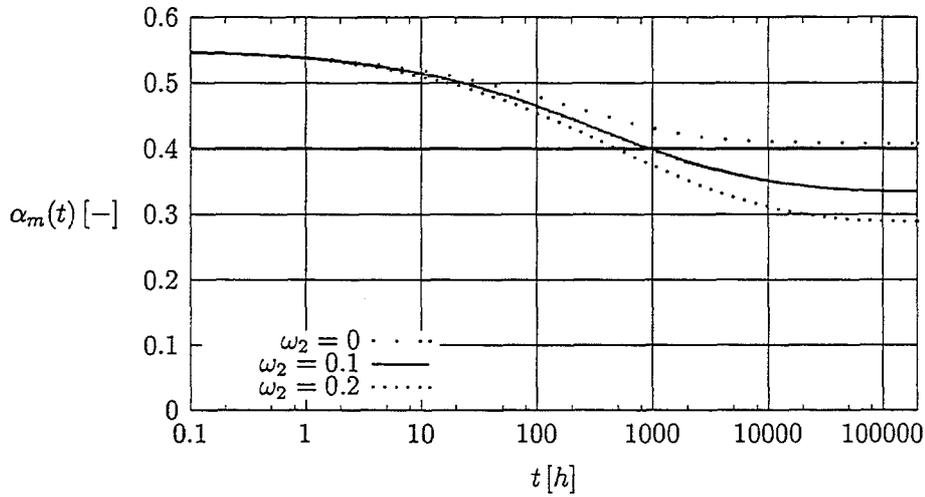


Abbildung D.13: Rechteckquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

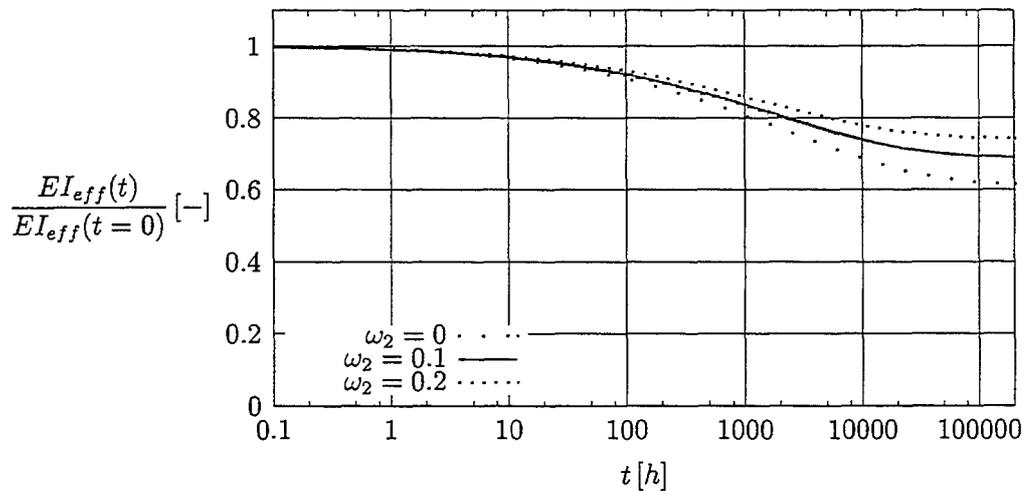


Abbildung D.14: Rechteckquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

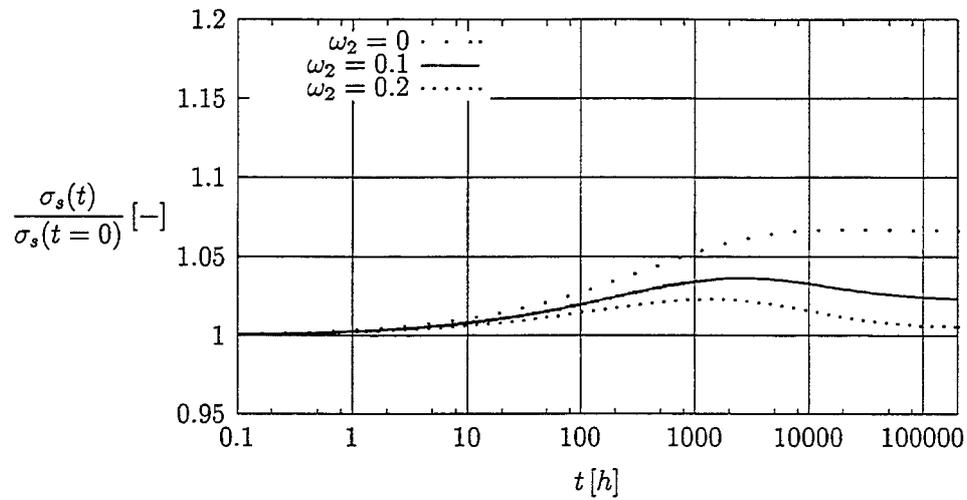


Abbildung D.15: Rechteckquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

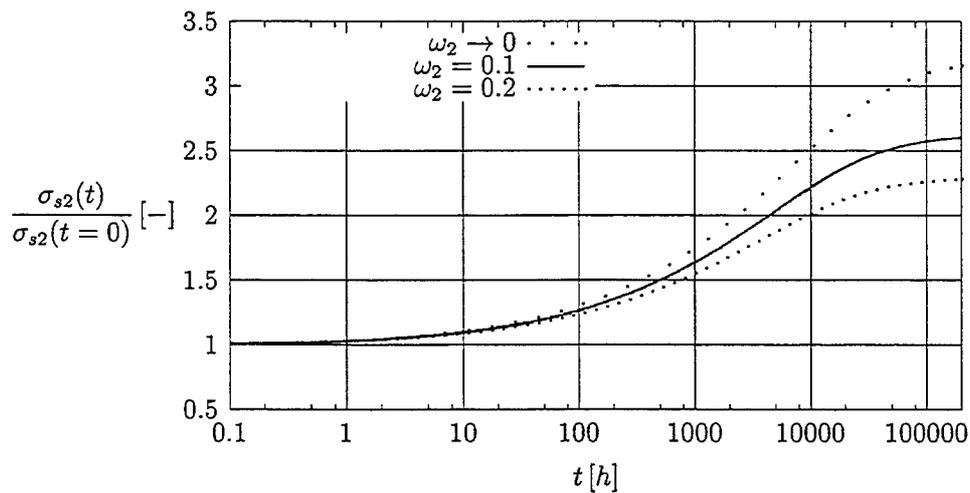


Abbildung D.16: Rechteckquerschnitt – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Druckbewehrung für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

## D.2.2 Plattenbalken mit schwach profilierter Druckzone

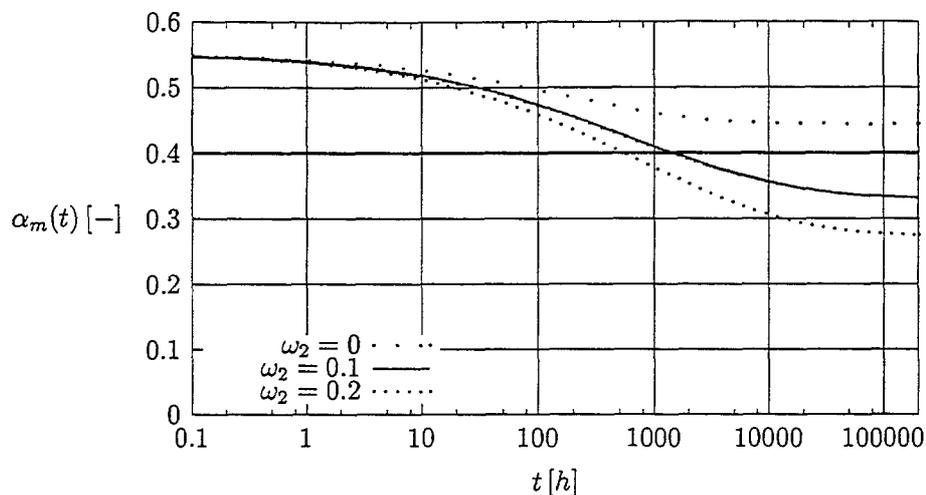


Abbildung D.17: Schwach profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2,0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

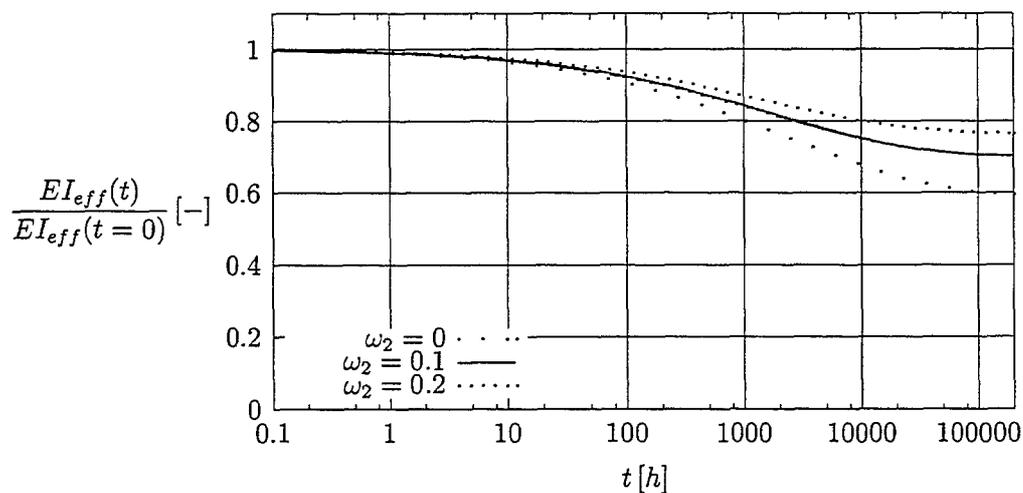


Abbildung D.18: Schwach profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2,0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

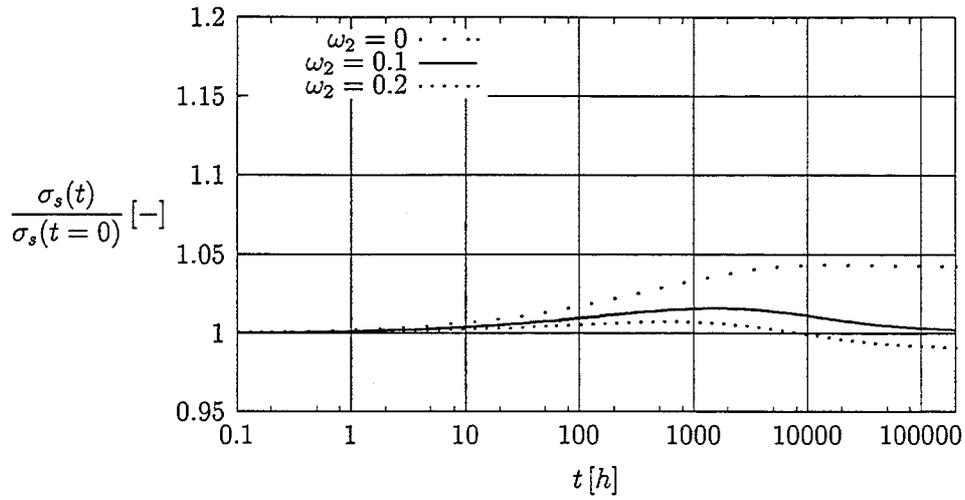


Abbildung D.19: Schwach profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

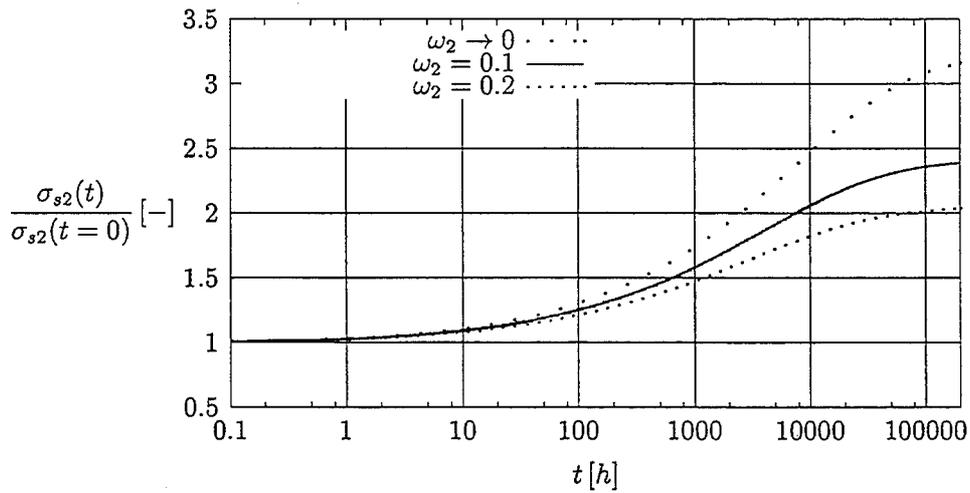


Abbildung D.20: Schwach profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Druckbewehrung für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

## D.2.3 Plattenbalken mit stark profilierter Druckzone

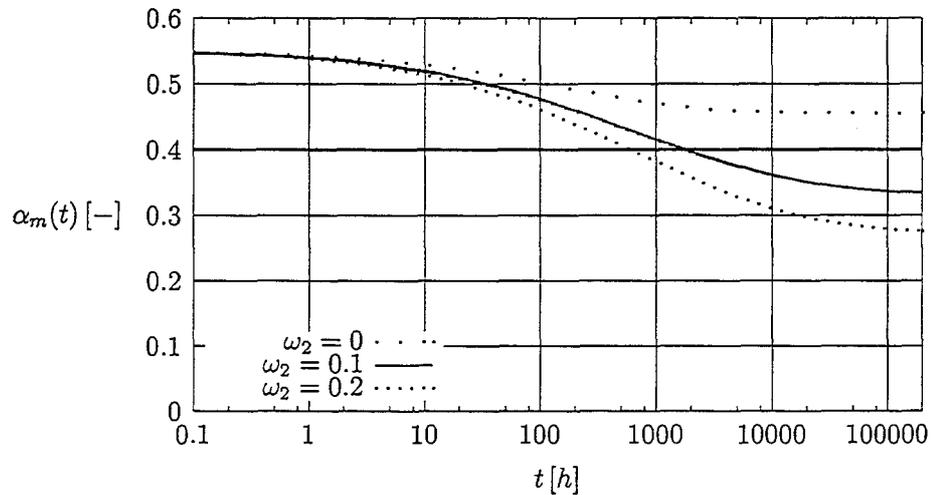


Abbildung D.21: Stark profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Betonrandfaser für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

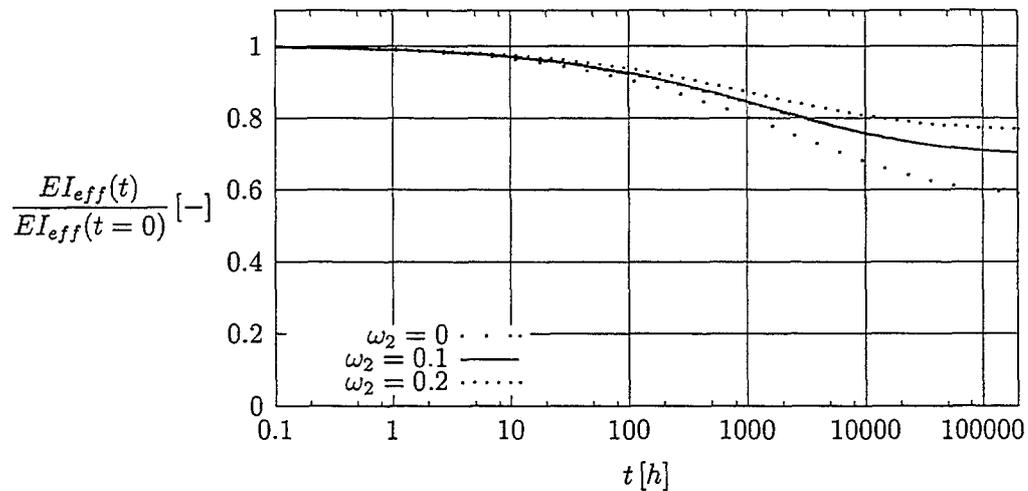


Abbildung D.22: Stark profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der bezogenen effektiven Biegesteifigkeiten für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

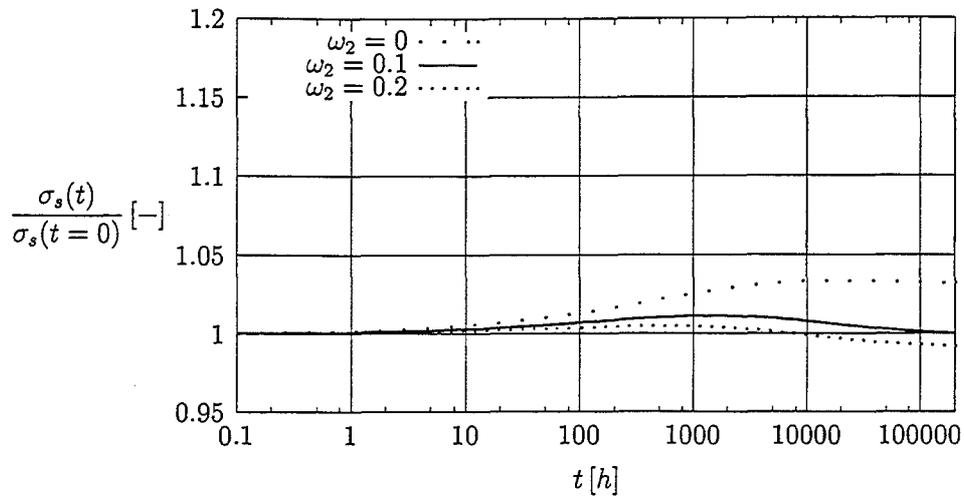


Abbildung D.23: Stark profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Zugbewehrung für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$

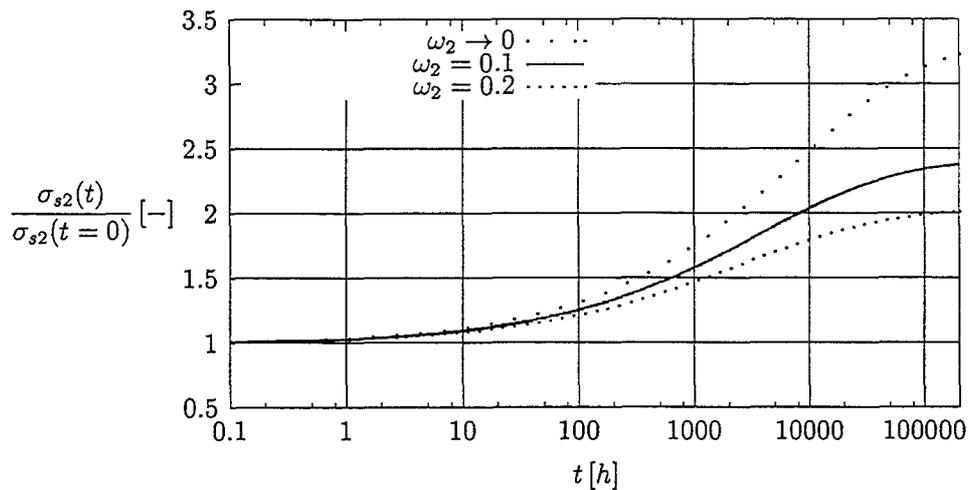


Abbildung D.24: Stark profilierter Plattenbalken – C 20/25 ;  $\varphi_\infty = 2.0$ : Zeitlicher Verlauf der Spannungsniveaus der Druckbewehrung für unterschiedliche Druckbewehrungsgrade  $\omega_2$