

**Nachweis in Grenzzuständen der
Tragfähigkeit bei Platten und Scheiben
aus Holz- und Holzwerkstoffen unter
Spannungskombinationen**

T 2889

T 2889

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

Im Originalmanuskript enthaltene Farbvorlagen, wie z.B. Farbfotos, können nur in Grautönen wiedergegeben werden. Liegen dem Fraunhofer IRB Verlag die Originalabbildungen vor, können gegen Berechnung Farbkopien angefertigt werden. Richten Sie Ihre Anfrage bitte an die untenstehende Adresse.

© by Fraunhofer IRB Verlag

1999, ISBN 3-8167-5459-7

Vervielfältigung, auch auszugsweise,
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

Fraunhofer IRB Verlag

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon (07 11) 9 70 - 25 00

Telefax (07 11) 9 70 - 25 08

e-mail irb@irb.fhg.de

URL <http://www.irb.fhg.de>

13.97.28

INSTITUT FÜR TRAGWERKSBAU
FACHGEBIET HOLZBAU
UNIV.-PROF. DR.-ING. H. KREUZINGER



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

GEBÄUDE N1- THERESIENSTRASSE ZI.NR: N0149
TEL: 089 289-22096 FAX: 089 289-28497

TU MÜNCHEN, FACHGEBIET HOLZBAU, ARCSSTR. 21, 80333 MÜNCHEN

BRIEFANSCHRIFT 80290 MÜNCHEN

Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Kreuzinger
Dipl.-Ing. A. Scholz

**Nachweis in Grenzzuständen der Tragfähigkeit bei Platten und
Scheiben aus Holz und Holzwerkstoffen unter
Spannungskombinationen**

**-Abschlußbericht-
Juni 1999**

Das Forschungsprojekt wurde gefördert durch die Deutsche Gesellschaft für Holzforschung e.V. mit Mitteln des Deutschen Instituts für Bautechnik, Berlin sowie durch die Holzwirtschaft.

Inhalt

1	Einleitung	2
2	Bezeichnungen	3
3	Spannungen im Raum	4
3.1	Spannungszustände am Holzelement	4
3.2	Berechnung von Spannungskombinationen in der Ebene	5
3.3	Anmerkung zur Festigkeit von Holz	7
3.4	Übersicht über verschiedene Ansätze zur Bestimmung der Festigkeiten von anisotropem Werkstoff unter mehrachsiger Beanspruchung	8
3.5	Vergleich von ausgewählten normativen Regelungen mit den Ansätzen	14
3.6	Vergleich verschiedener Zulassungswerte für Platten- und Scheibenelemente mit umgerechneten Festigkeiten	16
4	Gedanken für ein Bemessungsmodell	18
5	Zusammenfassung	19
6	Literatur	21

1 Einleitung

Üblicherweise wird die Bemessung von Holzbauteilen im Ingenieurholzbau anhand von Spannungsnachweisen durchgeführt. Dabei werden die auftretenden Spannungen einzeln, getrennt nach Art und Richtung mit erlaubten Werten verglichen.

Bei einigen Holzkonstruktionen treten Beanspruchungen auf, die den Werkstoff in einen kombinierten Spannungszustand -d.h. einen Zustand bei dem unterschiedliche Spannungen gleichzeitig am selben Element wirken- versetzen. Dieser wirkt in der Regel abmindernd im Vergleich zu den in den Normen angegebenen, für einachsige Beanspruchung erlaubten Spannungen. Ein getrennter Nachweis der einzelnen Spannungen ohne entsprechende Interaktion ist dann oft für einen Tragfähigkeitsnachweis nicht mehr ausreichend. Die in Deutschland gültigen Normen tragen dieser Tatsache durch bauteilbezogene Bemessungsverfahren, die das Sortiment des „klassischen“ Holzbaues abdecken, Rechnung. Ein Beispiel ist der Spannungsnachweis des Biegezug- bzw. Biegedruckrandes am Satteldachträger mit angeschnittenen Randfasern (vgl.: DIN 1052 [3], EC 5 [7], Möhler [13]).

Neue Konstruktionsweisen im Ingenieurholzbau, die u.a. durch innovative Holzwerkstoffe, wie z.B. Brettsperrholz ermöglicht werden, erzeugen Spannungskombinationen im Holz. Über das Vorgehen in solchen Fällen machen die Normen keine Aussage. Dabei liegt das Problem nicht bei der Spannungsermittlung, sondern bei der entsprechenden Gewichtung bzw. Interaktion der Ergebnisse in Bezug auf die Festigkeit unter dem vorliegenden Zustand. Es gilt somit, ein möglichst überschaubares Verfahren zu entwickeln, das eine allgemeingültige und korrekte Bemessung von Holzbauteilen - insbesondere Scheiben und Platten aus Holzwerkstoffen- unter Spannungskombinationen erlaubt.

Der Werkstoff Holz ist aufgrund seines natürlichen Wachstums durch stark anisotropes Materialverhalten geprägt. Das bedeutet, die Materialeigenschaften Elastizität und Festigkeit sind sehr unterschiedlich, je nachdem welche Wirkungsrichtung betrachtet wird. Das hat zur Folge, daß einfache Nachweise der Festigkeit unter kombinierter Beanspruchung, wie sie für isotropes Material üblich sind (vgl. z.B.: Dimitrov [2]), zu keinem befriedigenden Ergebnis führen (siehe dazu auch Hemmer [10]). In der Literatur finden sich verschiedene Bruchhypothesen für anisotropes Material. Ziel dieser Arbeit ist es, eine Übersicht über Lösungsansätze zu dieser Problemstellung zu geben. Dabei wird auch ein Vergleich zu Aussagen der Normen ([3], [4], [7]) und zu Werten aus Zulassungen von Plattenelementen gezogen. Der Überblick soll als Hilfestellung bei der Einarbeitung in das Thema dienen und dadurch einen Beitrag zur Entwicklung einer Bemessungsmethode von Platten und Scheiben aus Holz und Holzwerkstoffen leisten.

2 Bezeichnungen

In dieser Arbeit werden die in der Statik, Mechanik und bei Holzbaunormen üblichen Bezeichnungsweisen verwendet. Zugunsten der Übersichtlichkeit kommen Fußzeiger zum Einsatz. Bei der Benennung von Spannungen gibt der erste Fußzeiger das Schnittufer und der zweite die Wirkungsrichtung an. Wo es sinnvoll erscheint, wird dabei in Anlehnung an Hemmer [10] eine abgekürzte Tensorschreibweise benutzt, die auch in der Literatur für Kunststoffe verbreitet ist (vgl.: Hemmer [10]). Die verwendete Bezeichnungsweise faßt zugeordnete Schubspannungen in einer einzigen Spannung zusammen. Die Richtungsangabe erfolgt dabei mit Hilfe arabischer Zahlen (vgl.: Kapitel 3.1, Abbildung 1).

Außerdem wird eine für den Holzbau angepaßte Schreibweise verwendet. Diese orientiert sich am Faserverlauf des Holzes. Dabei stehen die Buchstaben l für die longitudinale, t für die tangentielle und r für die radiale Richtung. Die so orientierten Koordinatenachsen werden im Weiteren mit dem Begriff Stoffachsen bezeichnet.

Im Anschluß sind einige Bezeichnungen tabellarisch aufgelistet. Die weiteren erschließen sich sinngemäß.

σ_l	Normalspannung in longitudinaler Richtung
σ_r	Normalspannung in radialer Richtung ($\sigma_r \equiv \sigma_{\perp}$)
τ_{12}	Schubspannung am Schnittufer 1 in Richtung Schnittufer 2, $\tau_{12} = \tau_{21} = \sigma_6 = \tau_4$
τ_{rt}	Rollschubspannung, $\tau_{rt} = \tau_{31} = \tau_{tr} = \tau_{13} = \sigma_5$
σ_1	Normalspannung in Richtung 1
$\sigma_{\bar{1}}$	Normalspannung in Richtung $\bar{1}$ (Drehung der Bezugsachsen)
σ_1	Hauptspannung 1, die mathematisch größte Hauptspannung
σ_{II}	Hauptspannung 2, senkrecht auf Hauptspannung 1
F_{ij}	Festigkeitstensor
F_n	Komponente n des Festigkeitstensors, Skalar
$f_{c,0}$	Druckfestigkeit unter einem Kraft-Faser-Winkel von 0 Grad
$f_{c,\alpha}$	Druckfestigkeit unter dem Kraft-Faser-Winkel α
$f_{t,\alpha}$	Zugfestigkeit unter dem Kraft-Faser-Winkel α

3 Spannungen im Raum

3.1 Spannungszustände am Holzelement

Wirken auf einen Körper äußere Belastungen ein, so stehen ihnen im Körperinneren Kräfte entgegen die das Gleichgewicht herstellen. Diese werden üblicherweise durch die am Element entstehenden Spannungen erfaßt. Dabei unterscheidet man drei unterschiedliche Zustände:

Beim einachsigen oder linearen Spannungszustand tritt ausschließlich eine Normalspannung in ihrer Wirkungsrichtung auf. Sämtliche anderen Spannungen sind gleich null.

Ist die Einwirkung derart, daß zusätzlich noch weitere Spannungen entstehen, wobei jedoch alle Spannungen in derselben Ebene liegen, handelt es sich um den zweiachsigen oder ebenen Spannungszustand.

Ist keine der Flächen des betrachteten Elements frei von Spannungen, spricht man vom räumlichen bzw. dreiachsigen Spannungszustand. Dieser wird durch 6 unabhängige Spannungsvektoren definiert.

In Abbildung 1 ist ein Holzelement im dreiachsigen Spannungszustand dargestellt. Zur Verdeutlichung der Orientierung ist der Faserverlauf angedeutet.

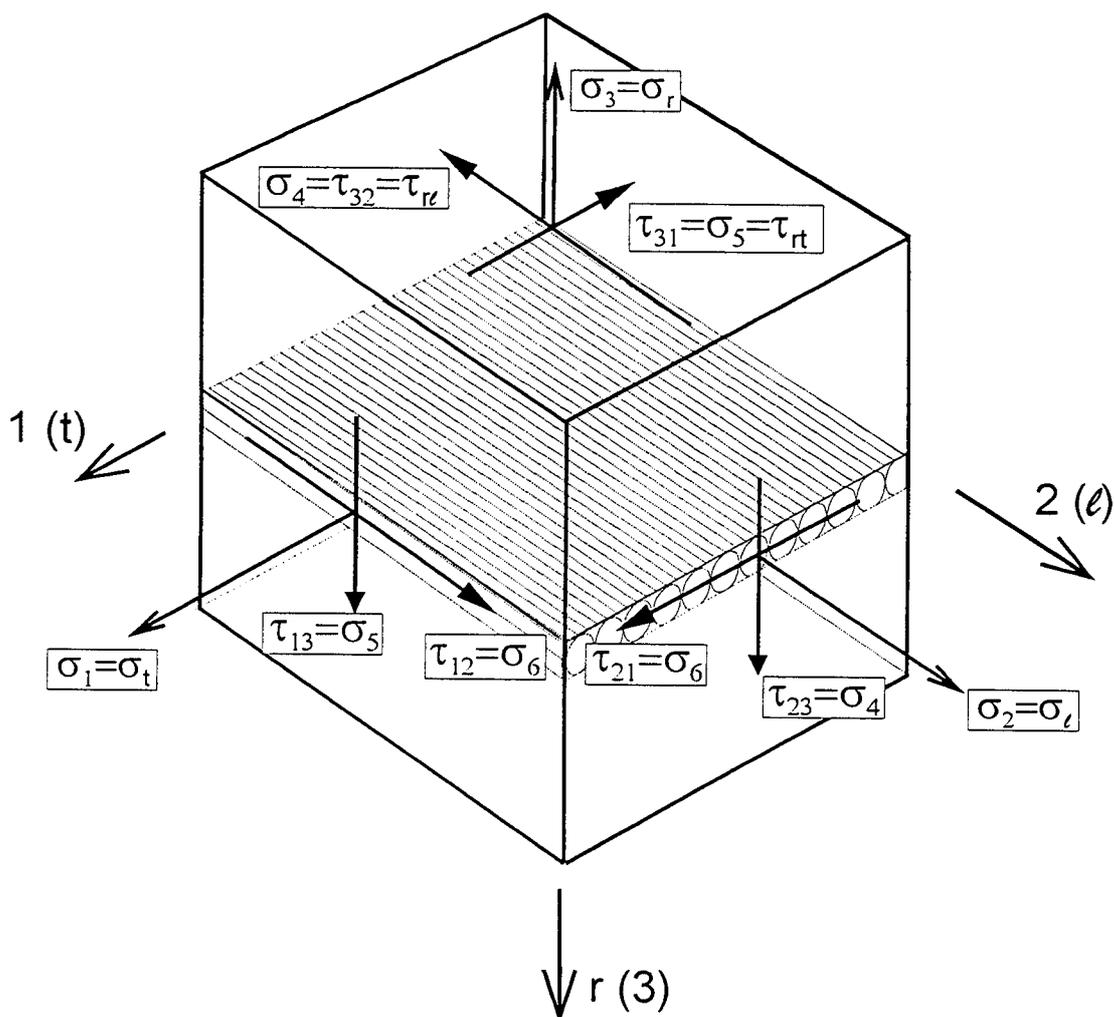


Abbildung 1: Holzelement, 3-achsiger Spannungszustand

Aus diesem räumlichen Element lassen sich anschaulich die Ebenen verschiedener zweiachsiger Spannungszustände herauschneiden. Für holzspezifische Betrachtungen sind die drei senkrecht aufeinander stehenden, durch die Orientierung der Holzfasern festgelegten Ebenen von Interesse. In Zusammenhang mit den Untersuchungen dieses Berichts erscheint es hierbei sinnvoll, keine Unterscheidung zwischen der l/r - und der l/t -Ebene vorzunehmen und eine sog. $l/r,t$ -Ebene einzuführen. Das scheint gerechtfertigt, da die Materialeigenschaften der Festigkeit in radialer und tangentialer Richtung ähnlich sind. Zudem ist bei den in der Baupraxis vorliegenden Brettern normalerweise keine genaue Unterscheidung dieser beiden Richtungen möglich. In Abbildung 2 sind die beiden im Weiteren betrachteten, ebenen Spannungszustände gezeigt.

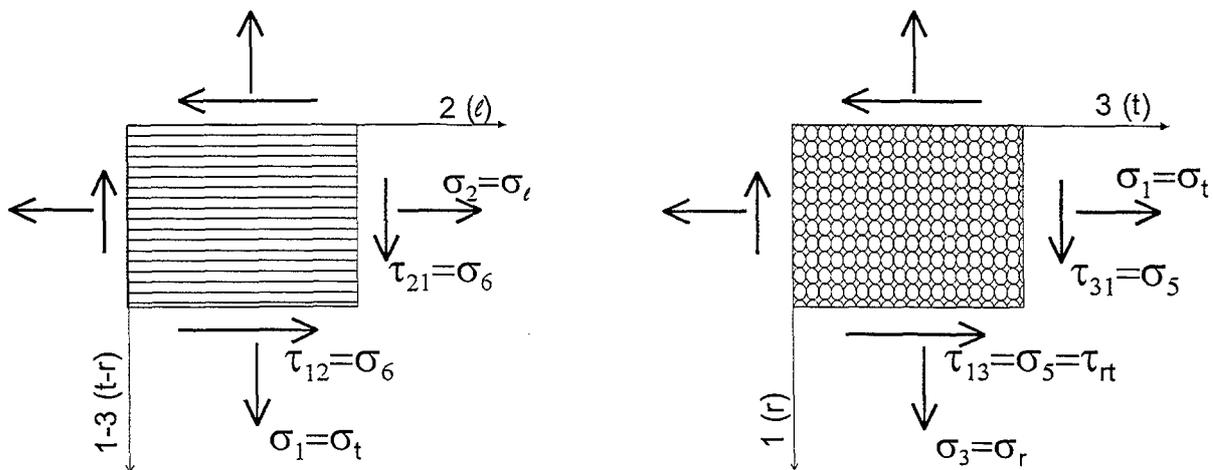


Abbildung 2: Spannungen in der $l/r,t$ - und der r/t -Ebene

3.2 Berechnung von Spannungskombinationen in der Ebene

Der ebene Spannungszustand wird in der $1/2$ -Ebene durch die Normalspannungen σ_1 und σ_2 , sowie die Schubspannung $\tau_{12} = \tau_{21}$ definiert. Durch Drehung der Schnittflächen kann man einen Spannungszustand am Element erreichen, bei dem die Schubspannung gleich null wird. Die zu diesem Zustand gehörenden, senkrecht aufeinander stehenden Normalspannungen werden mit dem Begriff Hauptspannungen (σ_1 und σ_{II}) bezeichnet. Bei Drehung der Bezugsachsen um den Winkel α ergeben sich folgende Beziehungen für die Spannungen im neuen Koordinatensystem, mit den Richtungen $\bar{1}$ und $\bar{2}$ (vgl.: z.B. [2]):

$$\sigma_{\bar{1}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos(2\alpha) + \tau_{12} \cdot \sin(2\alpha) \quad (1)$$

$$\sigma_{\bar{2}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos(2\alpha) - \tau_{12} \cdot \sin(2\alpha) \quad (2)$$

$$\tau_{\bar{1}\bar{2}} = \tau_{\bar{2}\bar{1}} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin(2\alpha) + \tau_{12} \cdot \cos(2\alpha) \quad (3)$$

Dabei bleibt die Summe der Normalspannungen für jeden Winkel α gleich groß:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (4)$$

Der Winkel α_0 , unter dem die Schubspannung zu null wird, bestimmt sich wie folgt:

$$\tan(2\alpha_0) = \frac{2\tau_{12}}{\sigma_1 - \sigma_2} \quad (5)$$

Für die Hauptspannungen folgt damit:

$$\sigma_{I/II} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 \pm \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4 \cdot \tau_{12}^2}}{2} \quad (6)$$

Somit läßt sich ein zu einer bestimmten Belastung gehörender ebener Spannungszustand im Werkstoff auch durch die beiden Hauptspannungen (σ_I, σ_{II}) und den zugehörigen Winkel α_0 beschreiben.

Erfährt ein Holzstück eine einachsige Zugbeanspruchung unter dem Winkel α , so lassen sich die daraus resultierenden Spannungen, bezogen auf die Stoffachsen, mit den Gleichungen (1)-(3) ableiten. Man erhält die Gleichungen (7)-(9). In Abbildung 3 ist ein Holzelement unter der beschriebenen Belastung und die daraus resultierenden Spannungen dargestellt.

$$\sigma_\ell = \frac{\sigma_\alpha}{2} + \frac{\sigma_\alpha}{2} \cdot \cos(2\alpha) = \sigma_\alpha \cdot \cos^2 \alpha \quad (7)$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma_\alpha}{2} - \frac{\sigma_\alpha}{2} \cdot \cos(2\alpha) = \sigma_\alpha \cdot \sin^2 \alpha \quad (8)$$

$$\tau = \frac{\sigma_\alpha}{2} \cdot \sin(2\alpha) = \sigma_\alpha \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (9)$$

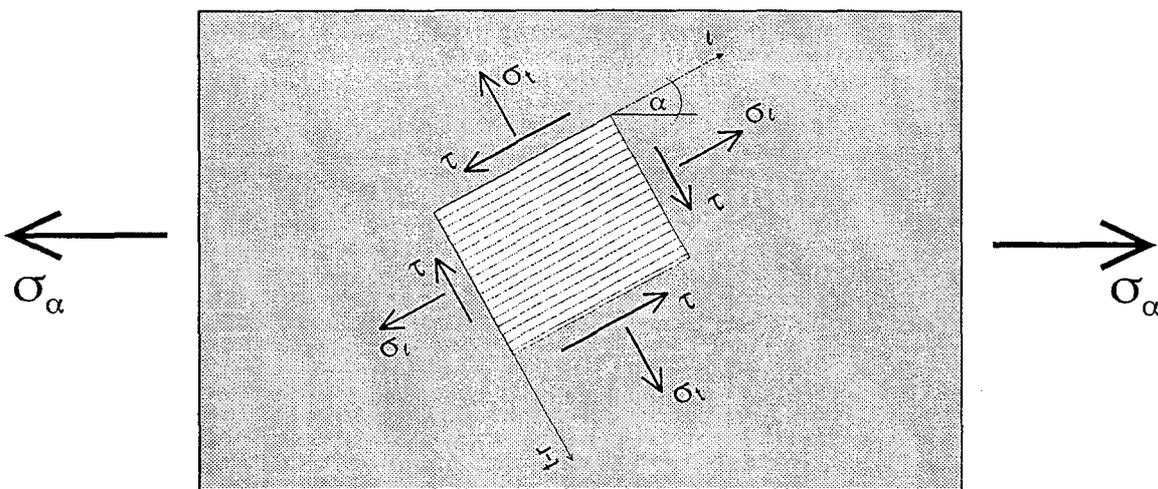


Abbildung 3: Holzelement mit Zugbelastung unter dem Winkel α

3.3 Anmerkung zur Festigkeit von Holz

Holz weist in jeder Richtung unterschiedliche Festigkeiten auf. Die Bestimmung dieser orientierten Größen war Bestandteil vieler Untersuchungen. Stellvertretend seien hier nur die Arbeiten von Kollman [11] und Albers [1] genannt. Eine übersichtliche Zusammenstellung von Werten einheimischer Hölzer findet sich z.B. in [9]. Für die Schubfestigkeit f_{τ} liegen allerdings keine befriedigenden Ergebnisse vor. Diese, anschaulich auch mit dem Begriff **Rollschub** bezeichnete Beanspruchung, resultiert aus Schubspannungen senkrecht zur Faser. Das Versagen unter dieser Belastung läßt sich vereinfacht als ein Abrollen der Holzfasern übereinander schildern. Der Interessierte findet z.B. bei Schickhofer [14] nähere Ausführungen zu dem eben angedeuteten Bruchmechanismus. Bei klassischen Holzbauweisen, wie z.B. Stabtragwerken, ist der Rollschub i.d.R. nicht bedeutend. Bei neuartigen Konstruktionsweisen, wie sie z.B. unter Einsatz von Brettsper Holz entstehen, kann diese Festigkeit jedoch maßgebend werden. Hier treten nämlich Rollschubspannungen auf und der entsprechende Werkstoffwiderstand ist gering. Analog zu den Überlegungen aus Kapitel 3.2 kann man die Rollschubfestigkeit abschätzen: Reine Schubbeanspruchung ist bei Drehung des Koordinatensystems um 45 Grad einer Druck-Zugbeanspruchung gleich (Abbildung 4). Es ist zu erwarten, daß deshalb die Festigkeiten für Rollschub in der Größenordnung der Festigkeit für Querkzug liegen.

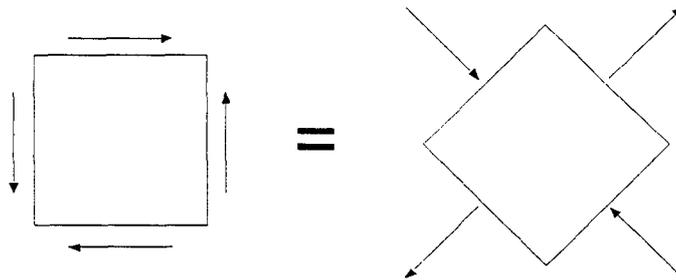


Abbildung 4: Schub, Zug und Druck

Versuche am MPA Bauwesen der Technischen Universität München an aus Dickholzplatten herausgeschnittenen Trägern [12], lieferten rechnerische Festigkeiten von etwa

$$f_{v,\tau} = 1,1 \text{ MN/m}^2.$$

Ein zulässiger Wert von

$$\text{zul } \tau_{\tau} = 0,3 \text{ MN/m}^2$$

erscheint in Bezug auf die untersuchten Elemente sinnvoll. In EC 5 Teil 2 [8] wird für die Rollschubfestigkeit von Nadelholz „der 0,15-fache Wert des Schubwiderstandes parallel zur Faser“ ($f_{\tau} = 0,15 \cdot f_{r,t} = 0,15 \cdot f_{t,t}$) angenommen. Diese Angabe bezieht sich allerdings auf „Holzbauteile, die durch andere Baustoffe verstärkt werden“.

Für allgemeine Nachweise sind entsprechende Kenngrößen notwendig. Auf diesem Gebiet besteht noch Forschungsbedarf.

Hemmer [10] untersucht die Auswirkungen von Spannungskombinationen auf die Festigkeit am Holz der Weißtanne und kommt zu dem Schluß, daß gewisse Kombinationen sogar steigernd bezüglich der

zulässigen Last wirken können. Dabei gelten die Betrachtungen vornehmlich für die t/t -Ebene. Für einen Spannungsnachweis wären allerdings auch die Verhältnisse in der r/t -Ebene, sowie die räumliche Interaktion beider Beanspruchungsebenen von Interesse. Entsprechende Ergebnisse würden eine Aussage darüber ermöglichen, inwiefern die Spannungen in beiden Ebenen voneinander getrennt nachgewiesen werden können.

3.4 **Übersicht über verschiedene Ansätze zur Bestimmung der Festigkeiten von anisotropem Werkstoff unter mehrachsiger Beanspruchung**

Im Folgenden werden ausgewählte theoretische Ansätze für die Bestimmung der Festigkeit an Holz im mehrachsigen Spannungszustand vorgestellt. Die angegebenen Funktionen beschreiben den Grenzzustand. Anschaulich bedeutet das, daß ein Spannungszustand, der von einem außerhalb des vom Funktionsgraphen und den Koordinatenachsen gebildeten Volumens liegenden Punkt beschrieben wird, die Festigkeit überschreitet.

Vorweg sei auf die Übersicht von Edlund [5] zu diesem Thema verwiesen.

Eine klassische Beanspruchung, bei der eine Spannungscombination auftritt, ist der Fall Druck unter einem Winkel zur Faser. Diese Beanspruchung tritt z.B. beim Anschluß von schräg verlaufenden Stäben in Fachwerken auf. Zu dieser Problematik liegen mannigfaltige Lösungsansätze vor, die meist auf empirischer Basis beruhen. So schlug Hankinson bereits 1921 für die Bruchspannung bei Druckbeanspruchung unter dem Winkel α folgende Gleichung vor (vgl.: [6]):

$$f_{c,\alpha} = \frac{f_{c,0} \cdot f_{c,90}}{f_{c,0} \cdot \sin^2 \alpha + f_{c,90} \cdot \cos^2 \alpha} \quad (10)$$

Laut Edlund [5] zeigt diese Beziehung im Vergleich zu einigen anderen empirischen Formeln die beste Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen. Sie findet sich auch im Eurocode 5 wieder. Durch Ansatz von entsprechenden Zugfestigkeiten kann die Hankinsonformel (vgl.: Edlund [5]) auch zur Bestimmung der Zugfestigkeit unter einem bestimmten Winkel benutzt werden. Es fällt jedoch auf, daß bei diesem Ansatz die Schubfestigkeit keinen Einfluß auf den ermittelten Bauteilwiderstand hat, obwohl unter der gegebenen Beanspruchung Schubspannungen auftreten. Das ist z.B. aus Gleichung (9) zu ersehen.

Für den Nachweis von ebenen Spannungszuständen wurde von Norris und McKinnon (vgl.: [5]) die in Gleichung (11) wiedergegebene Interaktionsformel erarbeitet, in der auch die Schubfestigkeit berücksichtigt wird. In diesem Bericht wird dieser Nachweis mit dem Begriff „quadratische Interaktion“ bezeichnet.

$$\frac{\sigma_1^2}{f_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{f_2^2} + \frac{\tau_{12}^2}{f_{12}^2} = 1 \quad (11)$$

Edlund berichtet, daß bei Versuchen mit Sperrholz eine gute Übereinstimmung der Versuchsergebnisse mit den Rechenwerten festgestellt wurde, während Versuche mit Vollholzquerschnitten eine weniger gute Deckung der Werte ergaben.

1962 veröffentlichte Norris eine um ein Koppelglied zwischen den Normalspannungen erweiterte Variante dieses Bruchkriteriums ([5]). Es ist in Gleichung (12) wiedergegeben. Das Vorzeichen der Normalspannungen geht bei dieser Beziehung ein.

$$\frac{\sigma_1^2}{f_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{f_2^2} - \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2}{f_1 \cdot f_2} + \frac{\tau_{12}^2}{f_{12}^2} = 1 \quad (12)$$

Ein allgemeiner Ansatz, der auch die Erfassung des räumlichen Spannungszustandes ermöglicht, ist das Bruchkriterium von Tsai-Wu (vgl.: [5], [10]). Die Untersuchungen von Hemmer [10] basieren auf dieser Theorie. Gleichung (13) zeigt die Beziehung in der Tensorschreibweise:

$$F_i \cdot \sigma_i + F_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j = 1 \quad \text{mit} \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (13)$$

Ist F_{ij} ein Tensor sechster Stufe, so lautet diese Beziehung ausgeschrieben:

$$\begin{aligned} & F_1 \cdot \sigma_1 + F_2 \cdot \sigma_2 + F_3 \cdot \sigma_3 + F_4 \cdot \sigma_4 + F_5 \cdot \sigma_5 + F_6 \cdot \sigma_6 + \\ & F_{11} \cdot \sigma_1^2 + F_{22} \cdot \sigma_2^2 + F_{33} \cdot \sigma_3^2 + F_{44} \cdot \sigma_4^2 + F_{55} \cdot \sigma_5^2 + F_{66} \cdot \sigma_6^2 + \\ & 2 \cdot F_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 + 2 \cdot F_{13} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3 + 2 \cdot F_{14} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_4 + 2 \cdot F_{15} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_5 + 2 \cdot F_{16} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_6 + \\ & 2 \cdot F_{23} \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 + 2 \cdot F_{24} \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_4 + 2 \cdot F_{25} \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_5 + 2 \cdot F_{26} \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_6 + \\ & 2 \cdot F_{34} \cdot \sigma_3 \cdot \sigma_4 + 2 \cdot F_{35} \cdot \sigma_3 \cdot \sigma_5 + 2 \cdot F_{36} \cdot \sigma_3 \cdot \sigma_6 + \\ & 2 \cdot F_{45} \cdot \sigma_4 \cdot \sigma_5 + 2 \cdot F_{46} \cdot \sigma_4 \cdot \sigma_6 + \\ & 2 \cdot F_{56} \cdot \sigma_5 \cdot \sigma_6 \end{aligned} \quad = 1 \quad (14)$$

Die Platzhalter F_{nm} stehen für die Komponenten des Festigkeitstensors. Bezieht man die Formel auf die 1/2-Ebene ($\sigma_3=\sigma_4=\sigma_5=0$), so erhält man folgende, reduzierte Beziehung:

$$\begin{aligned} & F_1 \cdot \sigma_1 + F_2 \cdot \sigma_2 + F_6 \cdot \sigma_6 + F_{11} \cdot \sigma_1^2 + F_{22} \cdot \sigma_2^2 + F_{66} \cdot \sigma_6^2 + \\ & 2 \cdot F_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 + 2 \cdot F_{16} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_6 + 2 \cdot F_{26} \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_6 \end{aligned} = 1 \quad (15)$$

Holzbaubezogene Schreibweise in der l/t -Ebene:

$$\begin{aligned} & F_1 \cdot \sigma_t + F_2 \cdot \sigma_\ell + F_6 \cdot \tau_{t\ell} + F_{11} \cdot \sigma_t^2 + F_{22} \cdot \sigma_\ell^2 + F_{66} \cdot \tau_{t\ell}^2 + \\ & 2 \cdot F_{12} \cdot \sigma_t \cdot \sigma_\ell + 2 \cdot F_{16} \cdot \sigma_t \cdot \tau_{t\ell} + 2 \cdot F_{26} \cdot \sigma_\ell \cdot \tau_{t\ell} \end{aligned} = 1 \quad (16)$$

Verwendet man für F einen Tensor vierter bzw. zweiter Stufe ergibt sich eine Formel, die nach Hemmer [10] als „Beschreibung der Bruchfunktion in einfachster Art“ anzusehen ist:

$$F_1 \cdot \sigma_t + F_2 \cdot \sigma_\ell + F_{11} \cdot \sigma_t^2 + F_{22} \cdot \sigma_\ell^2 + 2 \cdot F_{12} \cdot \sigma_t \cdot \sigma_\ell + F_{66} \cdot \tau_{t\ell}^2 = 1 \quad (17)$$

In dieser Version wird die Beziehung auch von Edlund in [5] wiedergegeben. Die Komponenten F_1 , F_{11} , F_2 und F_{22} des Festigkeitstensors können mit Hilfe von einachsigen Zug und Druckversuchen, F_{66} durch einen Schubversuch bestimmt werden. Löst man Gleichung (17) auf, so ermitteln sich die Tensorkomponenten wie folgt:

$$\begin{bmatrix} f_{t,1} & f_{t,1}^2 \\ f_{c,1} & f_{c,1}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1 \\ F_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} f_{t,2} & f_{t,2}^2 \\ f_{c,2} & f_{c,2}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_2 \\ F_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = \frac{1}{f_{t,1}} - \frac{1}{f_{c,1}} \quad F_2 = \frac{1}{f_{t,2}} - \frac{1}{f_{c,2}} \quad F_{11} = \frac{1}{f_{t,1} \cdot f_{c,1}} \quad (18a, b, c)$$

$$F_{22} = \frac{1}{f_{t,2} \cdot f_{c,2}} \quad F_{66} = \frac{1}{f_{12}^2} \quad f_{t,1}, f_{c,1}, f_{t,2}, f_{c,2} > 0 \quad (18d, e)$$

Für die Bestimmung von F_{12} ist ein zweiachsiger Versuch notwendig, bei dem u.a. das Verhältnis der Normalspannungen σ_1 und σ_2 von Bedeutung ist. Nähere Angaben hierzu finden sich z.B. in [5] und [10]. Damit die räumliche Bruchfläche geschlossen bleibt, was für den Werkstoff Holz zwingend ist (vgl. [10]), muß die Bedingung von Gleichung (19) erfüllt sein.

$$F_{11} \cdot F_{22} - F_{12}^2 \geq 0 \quad (19)$$

Als eine lineare Näherung von Gleichung (14) kann die für ebene Spannungszustände gedachte Gleichung (20) angesehen werden. In diesem Bericht wird diese Beziehung mit dem Begriff „lineare Interaktion“ bezeichnet werden. Die Spannungen sind mit ihrem Betrag einzusetzen, d.h. auch Druckspannungen haben einen positiven Wert.

$$\frac{\sigma_1}{f_{c/t,1}} + \frac{\sigma_2}{f_{c/t,2}} + \frac{\tau_{12}}{f_{12}} = 1 \quad (20)$$

In Abbildung 5 sind die lineare Interaktion (Gl. (20)), in Abbildung 6 die quadratische Interaktion (Gl.(11)) und die Bruchfunktion nach Norris (12) für Druckbeanspruchungen in der ℓ -t-Ebene gezeigt. Als Eingangsgrößen wurden exemplarisch zulässige Spannungen nach DIN 1052 [4] (NH S10, zul σ_{D0} =8,5, zul σ_{D90} =2, zul τ =0,9 [MN/m²]) gewählt. Die Schnittpunkte der Grafen mit den Koordinatenachsen geben die einachsigen Festigkeiten an. Der Ansatz von Tsai-Wu wurde in den Vergleich nicht mit aufgenommen, da entsprechende Materialkenngrößen zur Ermittlung von F_{12} fehlen.

1.) Linearer Ansatz: $\frac{\sigma_1}{f_1} + \frac{\sigma_2}{f_2} + \frac{\tau}{f_\tau} = 1$

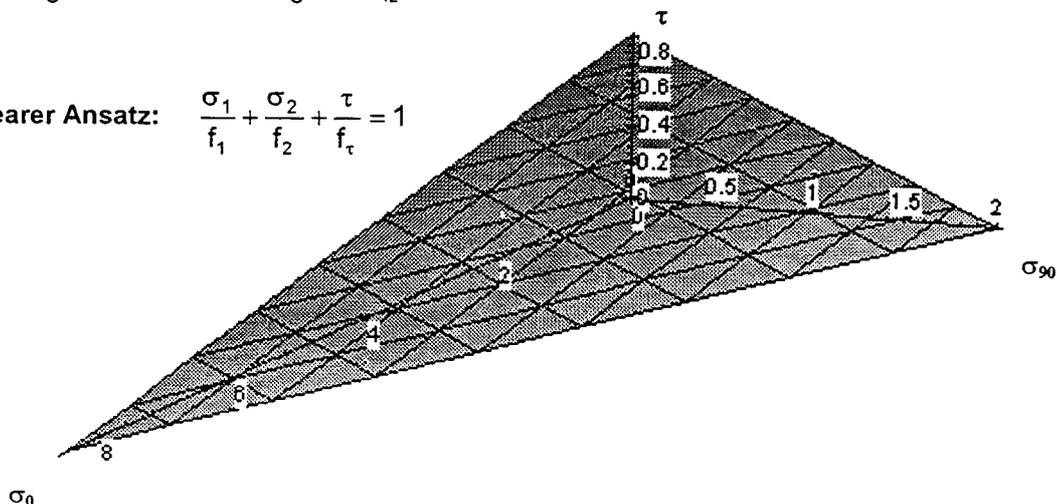
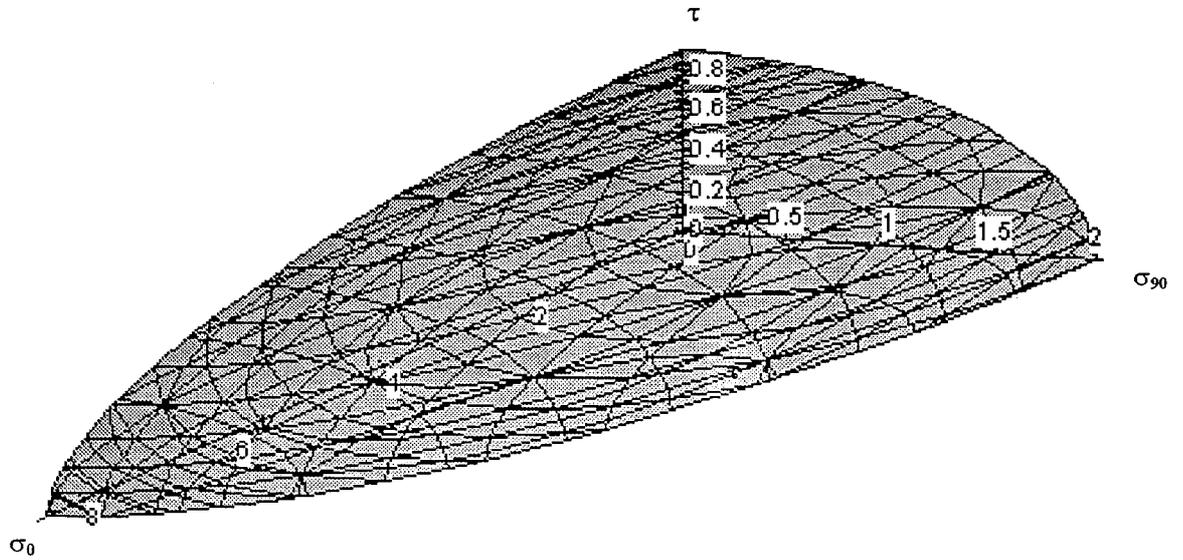


Abbildung 5: Grafische Darstellung der linearen Interaktion unter Ansatz der zulässigen Spannungen nach DIN

2.) Quadratischer Ansatz:
$$\left(\frac{\sigma_1}{f_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{f_2}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{f_\tau}\right)^2 = 1$$



3.) Ansatz nach Norris:
$$\left(\frac{\sigma_1}{f_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{f_2}\right)^2 - \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2}{f_1 \cdot f_2} + \left(\frac{\tau}{f_\tau}\right)^2 = 1$$

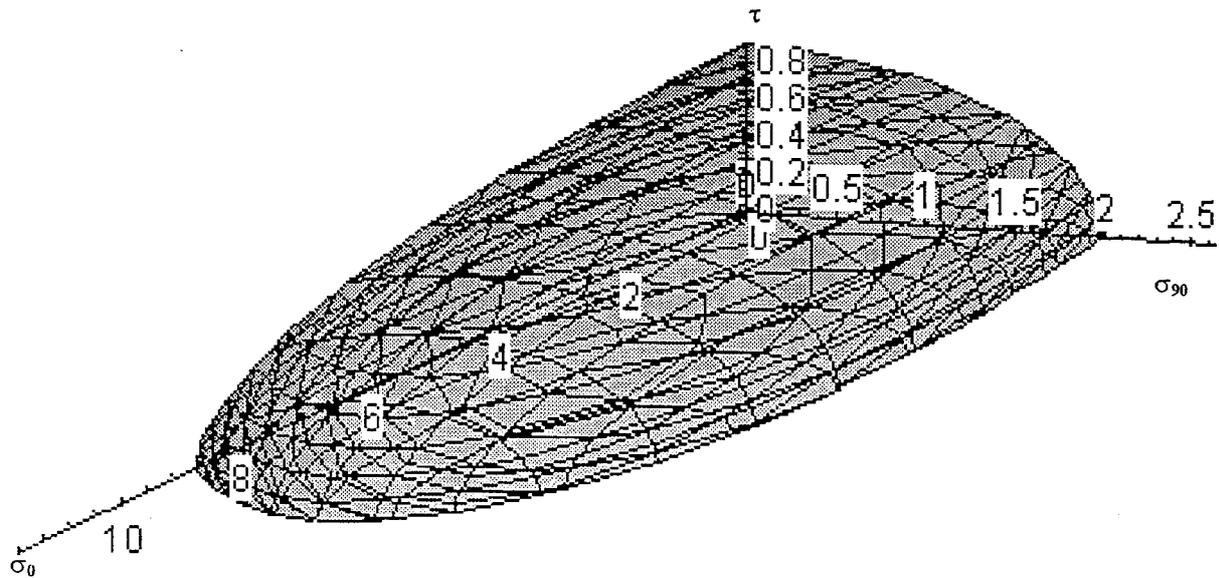


Abbildung 6: Grafische Darstellung quadratischen Interaktion und der Theorie nach Norris unter Ansatz der zulässigen Spannungen nach DIN

Zum Vergleich der Bruchkriterien wurden Schnitte durch die Funktionen in verschiedenen Ebenen mit der Eigenschaft $\tau = \text{const}$ gelegt. In Abbildung 7 und Abbildung 8 sind die Kurvenverläufe in der σ_0 - σ_{90} -Ebene für bestimmte Werte von τ gegenübergestellt.

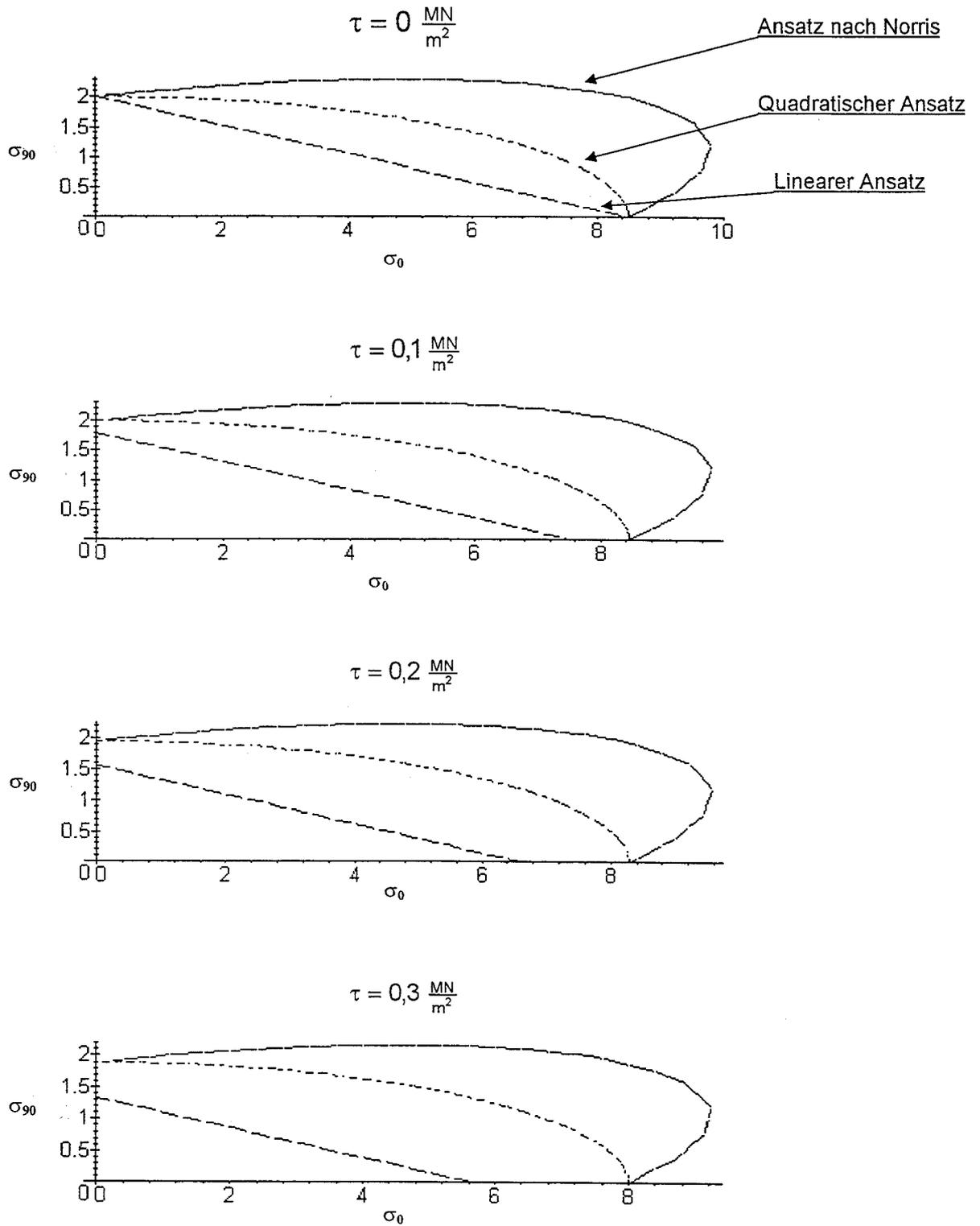


Abbildung 7: Vergleich der Bruchfunktionen für konstante Werte von τ

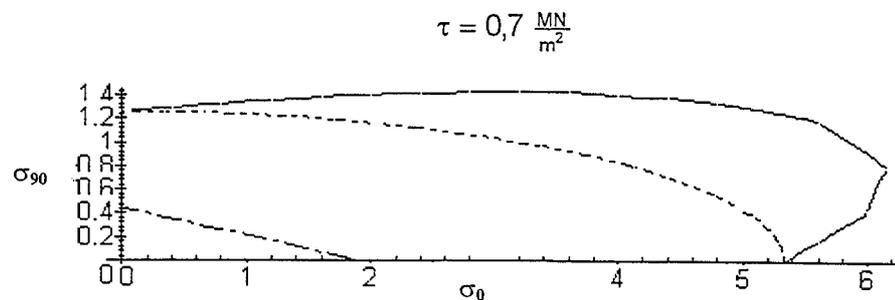
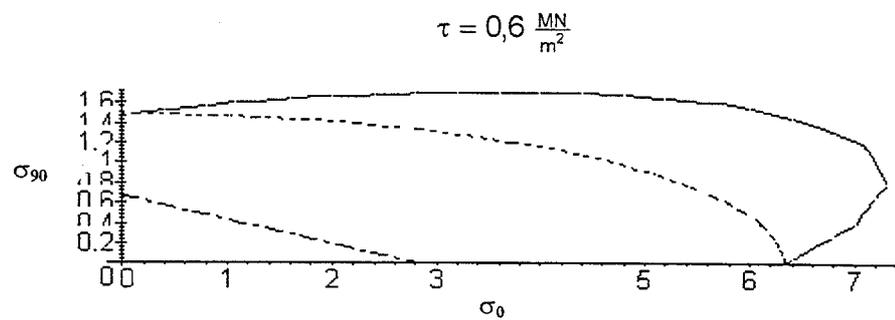
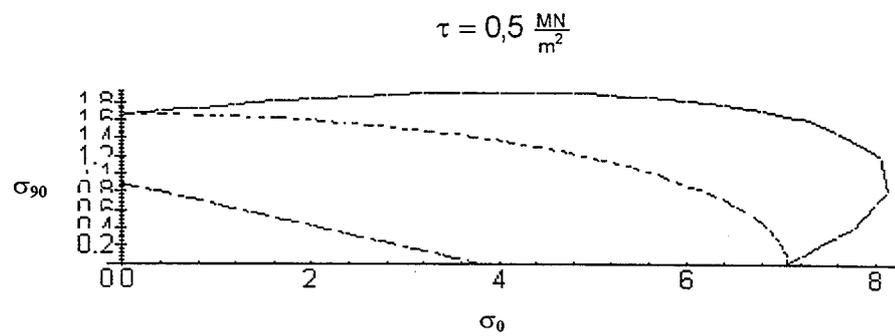
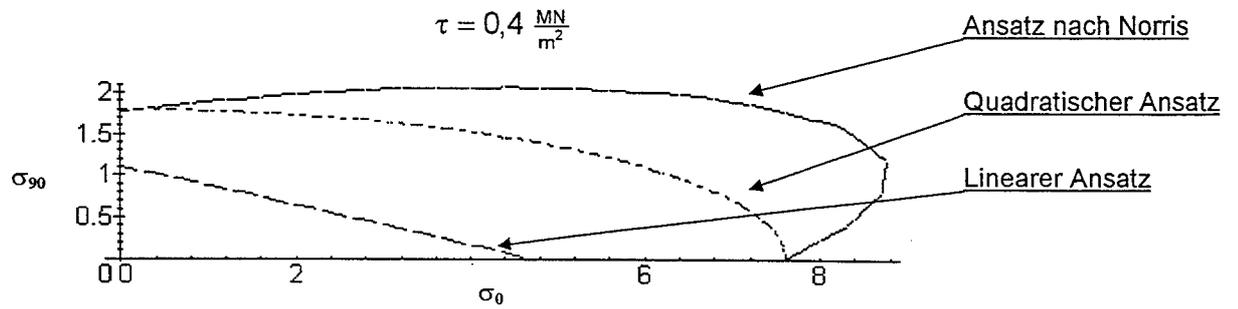


Abbildung 8: Vergleich der Bruchfunktionen für konstante Werte von τ , Fortsetzung

3.5 Vergleich von ausgewählten normativen Regelungen mit den Ansätzen

Sowohl in der DIN als auch im Eurocode finden sich Regelungen, die ihren Ursprung darin haben, daß für die Bemessung von Bauteilen Spannungskombinationen zu beachten sind. Die Tabelle 1 gibt eine tabellarische Übersicht über die entsprechenden Stellen in den beiden Normen. Dabei sind die entscheidenden Formeln aufgelistet, um die Form des jeweiligen Nachweises anzudeuten.

Interessant erscheint der Vergleich der Ergebnisse für den Belastungsfall Druck unter einem Winkel zur Faser. Die Formeln (22) bis (24) leiten sich unter Verwendung der Gleichungen (7) bis (9) und den in Kapitel 3.4 vorgestellten Theorien ab. In Abbildung 9 ist der Verlauf der erlaubten Spannung unter dem Winkel α vergleichend dargestellt (Ausgangswerte: NH S10, gem. DIN[4]).

DIN:
$$\text{zul}\sigma_{D,\alpha} = \text{zul}\sigma_{D,0} - (\text{zul}\sigma_{D,0} - \text{zul}\sigma_{D,90}) \cdot \sin \alpha \quad (21)$$

EC5/Hankinson:
$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \quad (10)$$

Lineare Interaktion:
$$f_{c,\alpha,d} = \frac{1}{\frac{\sin^2 \alpha}{f_{90}} + \frac{\cos^2 \alpha}{f_0} + \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{f_t}} \quad (22)$$

Quadratische Interaktion:
$$f_{c,\alpha,d} = \sqrt{\frac{1}{\frac{\sin^4 \alpha}{f_{90}^2} + \frac{\cos^4 \alpha}{f_0^2} + \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{f_t^2}}} \quad (23)$$

Ansatz nach Norris:
$$f_{c,\alpha,d} = \sqrt{\frac{1}{\frac{\sin^4 \alpha}{f_{90}^2} + \frac{\cos^4 \alpha}{f_0^2} - \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{f_0 \cdot f_{90}} + \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{f_t^2}}} \quad (24)$$

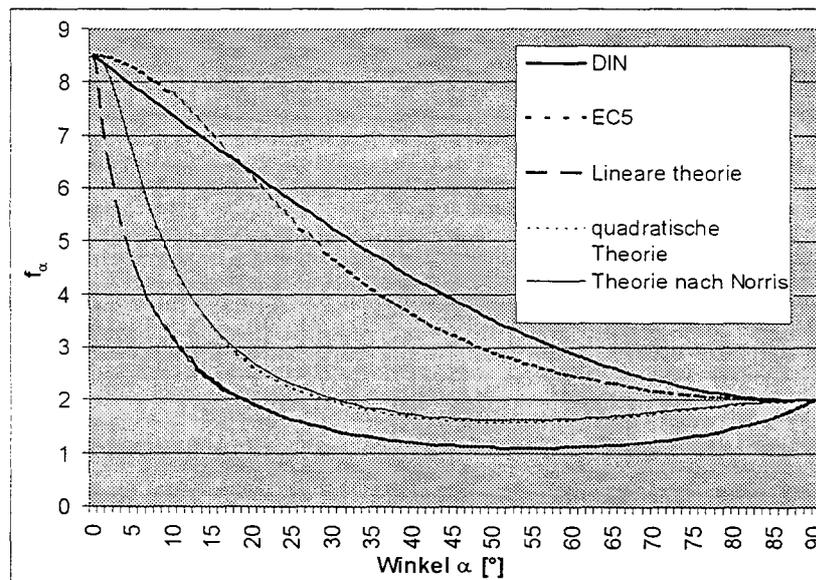


Abbildung 9: Vergleich der Ansätze für den Fall „Druck unter einem Winkel zur Faser“ für NH S10, $f_{c,0,d} = \text{zul}\sigma_{D0} = 8,5$, $f_{c,90,d} = \text{zul}\sigma_{D90} = 2$, $f_t = \text{zul}\tau = 0,9$ [MN/m²]

Tabelle 1: Vergleich von Nachweisen in DIN und EC5, bei denen von Spannungs kombinationen maßgebend sind

Beschreibung	Kapitel	Seite	DIN Gleichung	Kapitel	EC5/NAD Gleichung	Bemerkung
Abminderung der zulässigen Dübelkraft für Beanspruchungen unter dem Winkel α	TII / 5.9	11	$\eta_b = 1 - \frac{\alpha}{360^\circ}$ (5)	6.5.1.2 6.6 (1)	$f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$ (6.5.1.2 a)	
Gleichzeitiges Wirken von Zug/Druck und Abscheren bei Nagelplatten	TII / 10.7	19	$\left[\frac{F_{z,D}}{\text{zul}F_{z,D}} \right]^2 + \left[\frac{F_S}{\text{zul}F_S} \right]^2 \leq 1$ (15)	D 6.5.2	$\left[\frac{F_{y,D}}{R_{y,D}} \right]^2 + \left[\frac{F_{y,d}}{R_{y,d}} \right]^2 \leq 1$ (D6.5.2c)	
Zulässige Druckspannungen unter dem Winkel α	5.1.5.	6	$\text{zul}\sigma_{D\alpha} = \text{zul}\sigma_{D0} - (\text{zul}\sigma_{D0} - \text{zul}\sigma_{D90}) \cdot \sin \alpha$ (4)	5.1.5.	$\sigma_{c,\alpha,d} \leq \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$ (5.1.5.b)	EC5: Hankinson Formel. Liefert ca. 10-20% ungünstigere Werte als DIN, vgl. Erläuterungen zur DIN
Ausgeklinktes Auflager	8.2.2.	10	$\text{zul}Q = \frac{2}{3} b \cdot h_1 \cdot k_a \cdot \text{zul}\tau_Q$ (12) $\Rightarrow \tau_{\max} = k_a \cdot \text{zul}\tau_Q$ (13)	5.1.7.2	$\tau_d = 1,5 \frac{V}{b \cdot h_e} \leq k_v \cdot f_{v,d}$ (5.1.7.2a)	k ist ein Abminderungsbeiwert für gleichzeitiges Wirken von Schub- und Querspannungen
Querkraftbemessung im Auflagernahen Bereich	8.2.1.2.	10	Abminderung der Bemessungsquerkraft im auflagernahen Bereich zulässig	5.1.7.1	Abminderung der Bemessungsquerkraft im auflagernahen Bereich zulässig	Querspannung wirkt günstig auf die Schubfestigkeit \Rightarrow für die Bemessung darf die Querkraft abgemindert werden
Gekrümmte- und Satteldachträger, Spannungs kombination getrennt für Biegezug und Biegedruck, Pulldachträger	8.2.3.	12	$\max \sigma_{90} = \kappa_Q \cdot \frac{M}{W_m}$ $\text{zul}\sigma_{B\alpha Z} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\text{zul}\sigma_B}\right)^2 + \left(\frac{\tan^2 \alpha}{1,25 \text{zul}\sigma_{Z,90}}\right)^2 + \left(\frac{\tan \alpha}{1,33 \text{zul}\tau_a}\right)^2}}$ $\text{zul}\sigma_{B\alpha D} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\text{zul}\sigma_B}\right)^2 + \left(\frac{\tan^2 \alpha}{\text{zul}\sigma_{D,90}}\right)^2 + \left(\frac{\tan \alpha}{2,66 \text{zul}\tau_a}\right)^2}}$	5.2.3 5.2.4	Spannungsnachweis im Firstquerschnitt: $\sigma_{m,d} \leq k_r \cdot f_{m,d}$ (5.2.4 a) $\sigma_{m,d} = k_l \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{bh_{ap}^2}$ (5.2.4 b) Spannungsnachweis am angeschnittenen Rand: $f_{m,\alpha,d} = \frac{f_{m,d} \cdot f_{t,90,d}}{f_{m,d} \cdot \sin^2 \alpha + f_{t,90,d} \cdot \cos^2 \alpha}$ (Biegezug, gem. 5.2.3 e) $f_{m,\alpha,d} = \frac{f_{m,d} \cdot f_{c,90,d}}{f_{m,d} \cdot \sin^2 \alpha + f_{c,90,d} \cdot \cos^2 \alpha}$ (Biegedruck, gem. 5.2.3 d) Einwirkung am angeschnittenen Rand: $\sigma_{m,\alpha,d} = (1 - 4 \tan^2 \alpha) \cdot \frac{M}{W}$	
Querspannung	5.1.11	7	Siehe EC 5	5.1.5	Einfluß von Lastflächengröße, Überstand und Abstand der Lastflächen auf die aufnehmbare Querspannung	

3.6 Vergleich verschiedener Zulassungswerte für Platten- und Scheibenelemente mit umgerechneten Festigkeiten

Der in Deutschland zur Zeit gängige Weg bei der Bemessung von Platten und Scheiben aus Holz und Holzwerkstoffen führt über die Anwendung der allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung des Deutschen Institutes für Bautechnik. Dabei werden mit Hilfe von Versuchen zulässige Spannungen für die einzelnen Flächenelemente bestimmt. Diese gelten dann unter der vereinfachten Annahme, daß bei der Spannungsermittlung ein homogener Querschnitt angesetzt wird und die Spannungsnachweise getrennt erfolgen.

Bestandteil der Zulassungswerte sind oft Kenngrößen für den Belastungsfall Zugbeanspruchung unter einem bestimmten Winkel zur Faserrichtung der Decklagen der Platte. Hier ist eine Spannungskombination maßgebend (vgl. Kapitel 3.2). Es erscheint interessant diese in Versuchen bestimmten Festigkeiten mit Werten, die nach den Formeln (10) und (22)-(24) ermittelt wurden, zu vergleichen. Die in der DIN angegebene Formel (21) gilt ausschließlich für Druckbeanspruchung und wird deshalb nicht betrachtet.

Es wurden die Werte mehrerer Plattenelemente verschiedener Hersteller verglichen. Die Auswahl erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Die Wiedergabe der Werte findet sich im Anhang. Stellvertretend sind in Abbildung 10 die Ergebnisse der Platte „Dold 5A“ (Zul.Nr.: Z-9.1-258) und in Abbildung 11 von „Merk Dickholz“ (Zul.-Nr.: Z-9.1-354) in grafischer Form dargestellt. Die einzelnen Ergebniswerte sind markiert und jeweils linear verbunden.

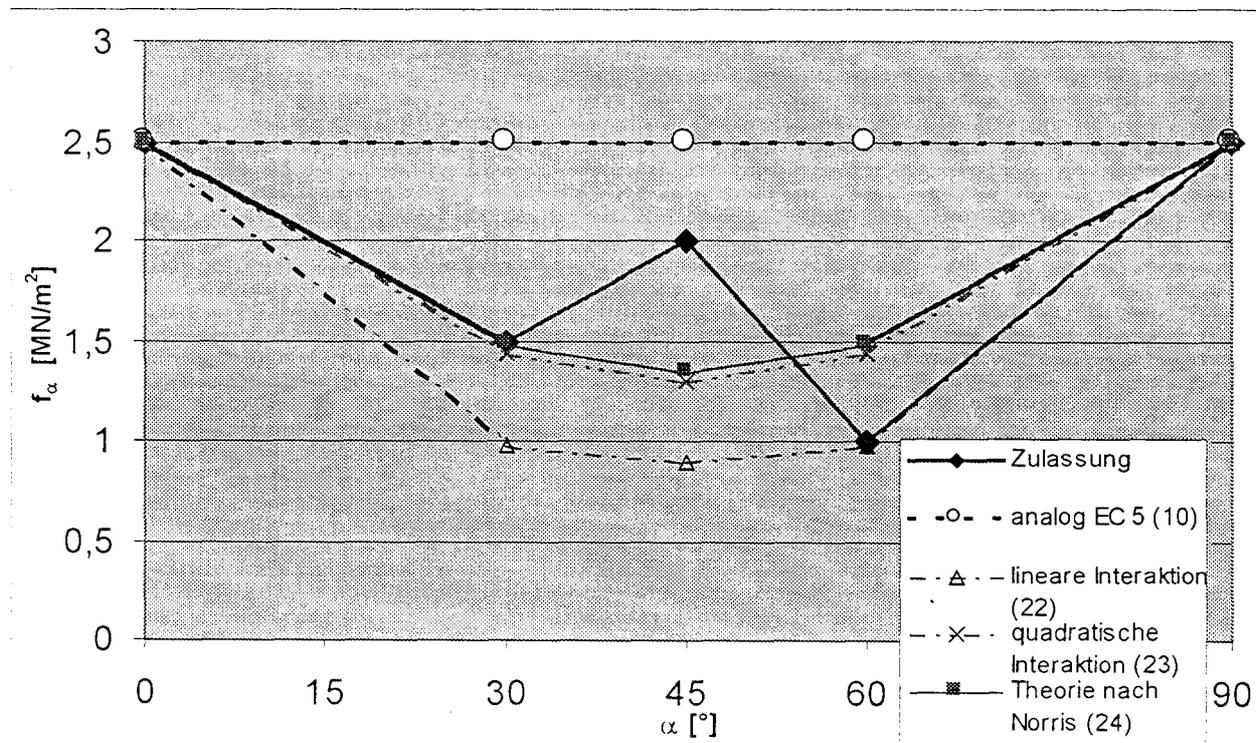


Abbildung 10: Vergleichende Gegenüberstellung der Ergebnisse der Platte „Dold 5A“

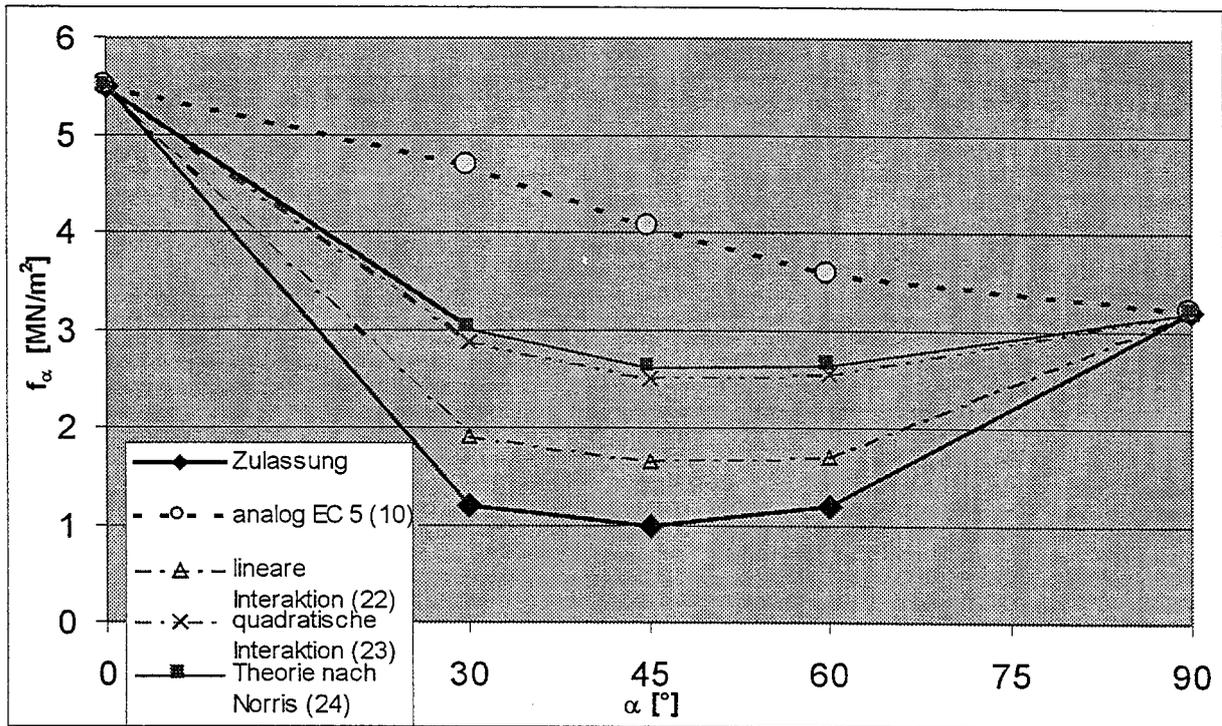


Abbildung 11: Vergleichende Gegenüberstellung der Ergebnisse für „Merk Dickholz“ (Zul.-Nr.: Z-9.1-354)

Deutlich zu erkennen ist, daß die Schubfestigkeit auf die Formel nach EC5 (10) keinen Einfluß hat. Dementsprechend sind die Ergebnisse für Zug unter dem Winkel $\alpha=45^\circ$ nach diesem Verfahren tendentiell vom Betrag größer als die Zulassungswerte. Die quadratische Interaktion (23) und die Formel nach Norris (24) liefern sehr ähnliche Werte, die allerdings oft auf der unsicheren Seite im Vergleich zur Zulassung liegen. In vielen Fällen zeigt die lineare Interaktion (22) eine bessere Übereinstimmung mit den Zulassungswerten, dabei liegen die Ergebnisse teilweise auf der sicheren Seite.

Auffallend sind teilweise Abweichungen, wie sie z.B. bei der Dreischichtplatte „Dold 5A“ zu beobachten sind. Der Zulassungswert für Zugspannungen unter $\alpha=45^\circ$ ist bei diesem Element deutlich größer als die zulässigen Zugspannungen unter $\alpha=30^\circ$ und $\alpha=60^\circ$ (vgl.: Abbildung 10).

Anmerkung: In einigen Zulassungen werden für die Schubfestigkeiten unter Scheibenbeanspruchung zu τ_{\parallel} und zu τ_{\perp} unterschiedliche Werte angegeben. In diesen Fällen wurde zur Ermittlung der Vergleichswerte das arithmetische Mittel aus beiden Werten angesetzt.

4 Gedanken für ein Bemessungsmodell

Kreuzinger zeigt in [12] eine Möglichkeit auf, wie ein Nachweiskonzept für Spannungskombinationen an Scheiben und Platten aus Holz und Holzwerkstoffen aussehen könnte:

Der Nachweis der kombinierten Beanspruchung erfolgt durch einen Spannungsnachweis. Dabei werden zur Bemessung berechnete Spannungen mit erlaubten Spannungen verglichen. Beim Nachweis nach DIN 1052 sind es Spannungen aus $\gamma=1$ fachen Einwirkungen und zulässige Spannungen, beim Nachweis nach EC5 sind es jeweils Bemessungswerte. Hier werden die Spannungen infolge Einwirkung mit σ und τ und die erlaubten Spannungen mit f und f_v bezeichnet. Für Platten und Scheibenelemente ist es zweckmäßig, ein x, y, z - Koordinatensystem festzulegen. Dabei zeigt die x -Achse in Faserrichtung der Decklagen des Elements, die y -Achse quer dazu.

Folgende Nachweise sind denkbar:

Längsspannungen in Faserrichtung und quer dazu aus Biegung und Scheibenlängskraft und Schub aus Drillmoment und Scheibenschubkraft:

$$\frac{\sigma_x}{f_x} \leq 1 \quad \frac{\sigma_y}{f_y} + \frac{\tau_{xy}}{f_{v,xy}} \leq 1 \quad (25)$$

Diese Längs- und Schubspannungen haben zusammen den Größtwert in der äußeren Schicht. Bei den Längsspannungen sind je nach Zug oder Druck die zugehörigen erlaubten Zug- bzw. Druckspannungen einzusetzen. Dies kann auch als Nachweis von Längshauptspannungen unter einem Winkel α gedeutet werden.

Schubspannung aus Querkraft q_{xz} :

$$\frac{\tau_{xz}}{f_{v,xz}} \leq 1 \quad (26)$$

„Scheibenspannungen“ in der y/z - bzw. r/t - Ebene (Baumscheibe)

$$\frac{\sigma_y}{f_{\text{Querzug/Querdruck}}} + \frac{\sigma_z}{f_{\text{Querzug/Querdruck}}} + \frac{\tau_{yz}}{f_{\text{Rollschub}}} \leq 1 \quad (27)$$

Eine Kombination des Nachweises (25) mit (26) erscheint nicht notwendig, da das Maximum von τ_{xz} im Querschnitt, dagegen die Spannungen von Gleichung (25) am Querschnittsrand bei vorwiegender Plattenbeanspruchung auftreten. Beim Nachweis (27) wird meist nur der Teil mit dem Rollschub maßgebend, die Spannung σ_y hat das Maximum bei Plattenbeanspruchung am Querschnittsrand, der Rollschub im Querschnitt. Längszugspannungen quer zur Fläche entstehen nur bei Lasteinleitungen.

$$\frac{\tau_{yz}}{f_{\text{Rollschub}}} = \frac{\tau_{\text{Rollschub}}}{f_{\text{Rollschub}}} \leq 1 \quad (28)$$

Wegen des gutmütigen Verhaltens von Flächentragwerken im Hinblick auf einzelne Schwachstellen erscheint es sinnvoll, eine Erhöhung der nach EC5.2 erlaubten Werte um einen Systemfaktor k_{fs} zu ermöglichen.

5 Zusammenfassung

Bei neuen Konstruktionsweisen, wie sie z.B. durch innovative Plattenelemente ermöglicht werden, treten kombinierte Beanspruchungen des Werkstoffes Holz auf. Diese Kombination kann abmindernd im Vergleich zu den in den Normen angegebenen, für einachsige Beanspruchung erlaubten Spannungen wirken. Bei klassischen Holzbauweisen wird diese Problematik in der Regel nicht maßgebend, da die maximalen Spannungswerte an unterschiedlichen Volumen auftreten. Der Sachverhalt wird in Abbildung 12 am Beispiel des Kragträgers bzw. der Kragplatte (orthogonal verleimte Dreischichtplatte) unter Einzellast verdeutlicht. Die markanten Stellen sind am Querschnitt durch Balken und Einkreisungen kenntlich gemacht.

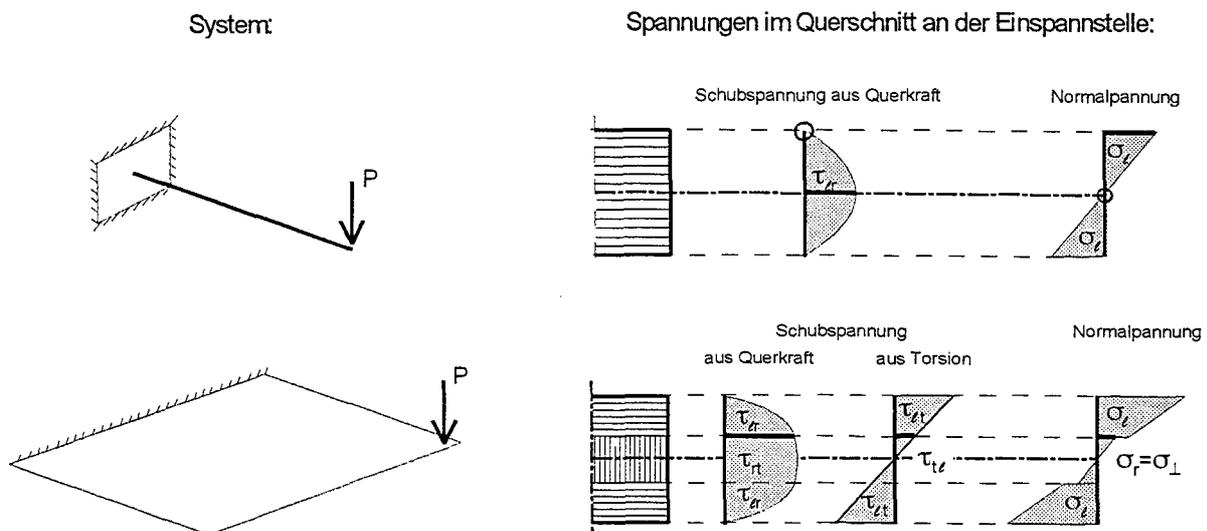


Abbildung 12: Darstellung der Auftretenden Spannungen für die Beispiele Kragträger und Kragplatte (Dreischichtplatte) an der Einspannstelle unter Einzellast

Die zur Zeit in Deutschland gültigen Normen machen über eine Bemessung von Spannungscombinationen an Platten- und Scheibenelementen aus Holz keine Aussage. Es gilt ein Bemessungsverfahren zu entwickeln. Dabei ist es sinnvoll ein möglichst allgemeingültiges, leicht nachvollziehbares Vorgehen anzustreben. Nahe liegt, auftretende Spannungen mit erlaubten Werten zu vergleichen. Die auftretenden Belastungsgrößen lassen sich mit den Gesetzen der technischen Mechanik ermitteln. Jedoch genügt es nicht, gleichzeitig wirkende Spannungen getrennt nachzuweisen. Es muß eine Interaktion stattfinden, wobei der stark anisotrope Charakter des Werkstoffes Holz zu beachten ist. Besonderes Augenmerk muß dabei auf den Rollschub gerichtet werden, da diese bisher nicht relevante Beanspruchung bei neuartigen Konstruktionen auftritt und die entsprechende Festigkeit gering ist.

Es wurden unterschiedliche theoretische Ansätze zur Problematik der Spannungscombinationen an anisotropen Stoffen vorgestellt. Durch einfache Vergleiche wurde versucht die Charakteristik der unterschiedlichen Bruchkriterien aufzuzeigen. Dabei kann diese Arbeit die Theorie der Bruchhypothesen nicht erschöpfend behandeln. Sie muß vielmehr als Hilfestellung zur Einarbeitung in das Thema betrachtet werden.

Für die Bemessung von Holzplatten wurde ein mögliches Nachweiskonzept zur Diskussion gestellt. Dabei werden verschiedene Spannungsnachweise anhand von linearen Interaktionen geführt. Zulässige Werte, bzw. Bemessungswerte, für den Rollschub sind noch zu ermitteln, wobei noch zu klären ist, inwiefern der Spannungsnachweis in der r/t-Ebene von den übrigen Nachweisen abkoppelbar ist. Es erscheint notwendig entsprechende Materialkenngrößen in der Norm zu nennen. Anhaltswerte, die die Größenordnung abschätzen lassen, sind in Kapitel 3.3 genannt (zul $\tau_{rt} \approx 0,3$ MN/m²).

6 Literatur

- [1] Albers, C.:
Querdehnungs- und Gleitzahlen sowie Schub- und Scherfestigkeiten von Holzwerkstoffen
Dissertation, Universität Hamburg, Fachbereich Biologie 1970
- [2] Dimitrov, N.:
Festigkeitslehre
In: Betonkalender 1978, Teil 1
Wilhelm Ernst & Sohn, 1978
- [3] DIN 1052
Teil1: Holzbauwerke, Berechnung und Ausführung
Teil2: Holzbauwerke, mechanische Verbindungen
Beuth Verlag GmbH Berlin, 1988
- [4] DIN 1052-1/A1
Änderung von DIN 1052-1: 1988-04
- [5] Edlund, B.:
Bruchhypothesen für orthotropes Material
In: Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis
Bruderverlag Karlsruhe, 1982
- [6] Edlund, B.:
Zug und Druck
In: Step/Eurotech, Holzbauwerke nach Eurocode 5, Step 1: Bemessung und Baustoffe
Fachverlag Holz der Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Düsseldorf 1995
- [7] Eurocode 5, ENV 1995-1, Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holztragwerken
Teil1: Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den Hochbau, Deutsche Fassung
Oktober 1993
- [8] Eurocode 5, ENV 1995-2, Bemessung und Konstruktion von Holzbauten
Teil2: Brücken, Deutsche Fassung Oktober 1993
- [9] Grosser, D.:
Einheimische Nutzhölzer und ihre Verwendungsmöglichkeiten
EGH-Bericht, 1989
- [10] Hemmer, K.:
Versagensarten des Holzes der Weißtanne (*Abies Alba*) unter mehrachsiger Beanspruchung
Dissertation, Universität Fridericiana, Karlsruhe, 1985
- [11] Kollmann, F.:
Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe, erster Band
zweite Auflage, Springer Verlag, Berlin 1951
- [12] Kreuzinger, H.:
Flächentragwerke-Platten, Scheiben und Schalen-Berechnungsmethoden und Beispiele
In: Brücken aus Holz, Konstruieren-Berechnen-Ausführen
Informationsdienst Holz, 1999
- [13] Möhler, K; Hemmer, K.:
Zusammenwirken von Längs-, Quer- und Schubspannungen (Torsionsspannungen) bei
Brettschicht- und Vollholzbauteilen
Forschungsbericht, Universität Karlsruhe, 1987

- [14] Schickhofer, G.; Angerer, J.:
Straßenbrücken aus Holz-ausgeführte Beispiele
In: Brücken aus Holz, Konstruieren-Berechnen-Ausführen
Informationsdienst Holz, 1999

Zusätzlich wurden folgende Zulassungsbescheide des Deutschen Institutes für Bautechnik, Berlin verwendet (eine Zusammenstellung von Zulassungswerten findet sich in „Bauen mit Holz 5/99, Zulassungsübersichten Teil 2; Bruderverlag Karlsruhe“):

- Z-9.1-258
- Z-9.1-354
- Z-9.1-209
- Z-9.1-242
- Z-9.1-394
- Z-9.1-404
- Z-9.1-413

Anhang

Anmerkung

In den mit diesem Anhang beigefügten Tabellen werden Vergleichswerte zu Zulassungswerten von Plattenelementen ermittelt. Dabei wurden die Formeln (10) und (22) bis (24) verwendet.

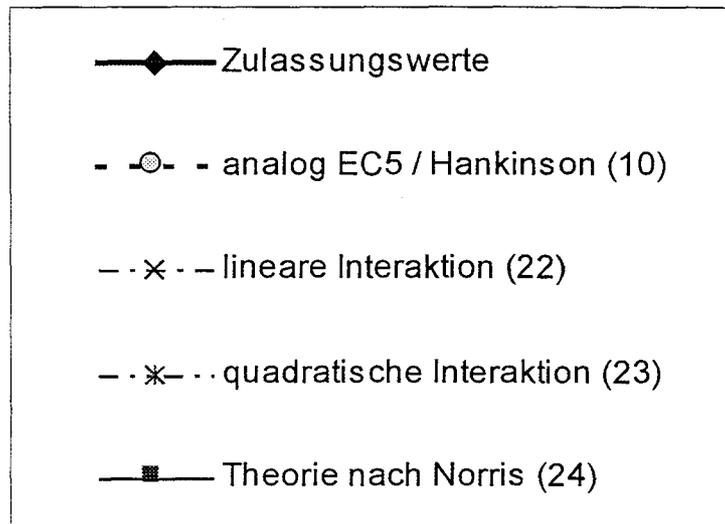
EC5/Hankinson:
$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \quad (10)$$

Lineare Interaktion:
$$f_{c,\alpha,d} = \frac{1}{\frac{\sin^2 \alpha}{f_{90}} + \frac{\cos^2 \alpha}{f_0} + \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{f_\tau}} \quad (22)$$

Quadratische Interaktion:
$$f_{c,\alpha,d} = \sqrt{\frac{1}{\frac{\sin^4 \alpha}{f_{90}^2} + \frac{\cos^4 \alpha}{f_0^2} + \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{f_\tau^2}}} \quad (23)$$

Ansatz nach Norris:
$$f_{c,\alpha,d} = \sqrt{\frac{1}{\frac{\sin^4 \alpha}{f_{90}^2} + \frac{\cos^4 \alpha}{f_0^2} - \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{f_0 \cdot f_{90}} + \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{f_\tau^2}}} \quad (24)$$

Bei der grafischen Darstellung der Ergebnisse kommt die folgende Darstellungsweise zum Einsatz:

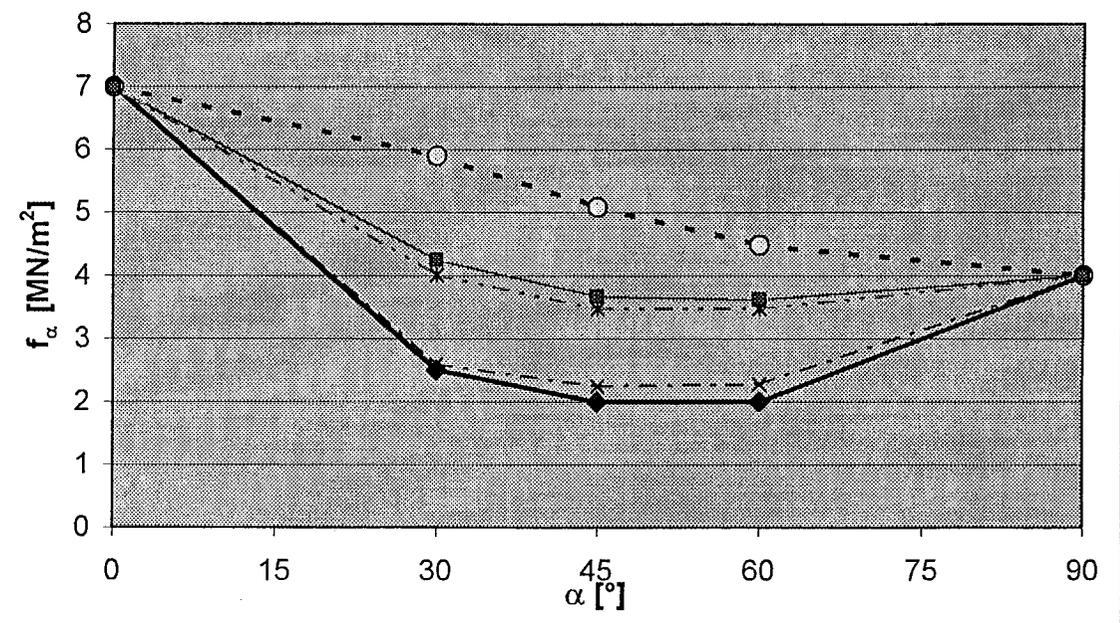


TYP: Dreischichtplatte 19mm
Zul.- Nr.: Z-9.1-413

Ausgangswerte aus Zulassung:

$\sigma_{ }$	7
σ_{\perp}	4
τ	2

Winkel [.]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	7	7	7	7	7
30	2,5	5,8947368	2,589672539	4,007675095	4,242302507
45	2	5,0909091	2,24	3,466312979	3,66868198
60	2	4,48	2,274171182	3,464654059	3,612903226
90	4	4	4	4	4

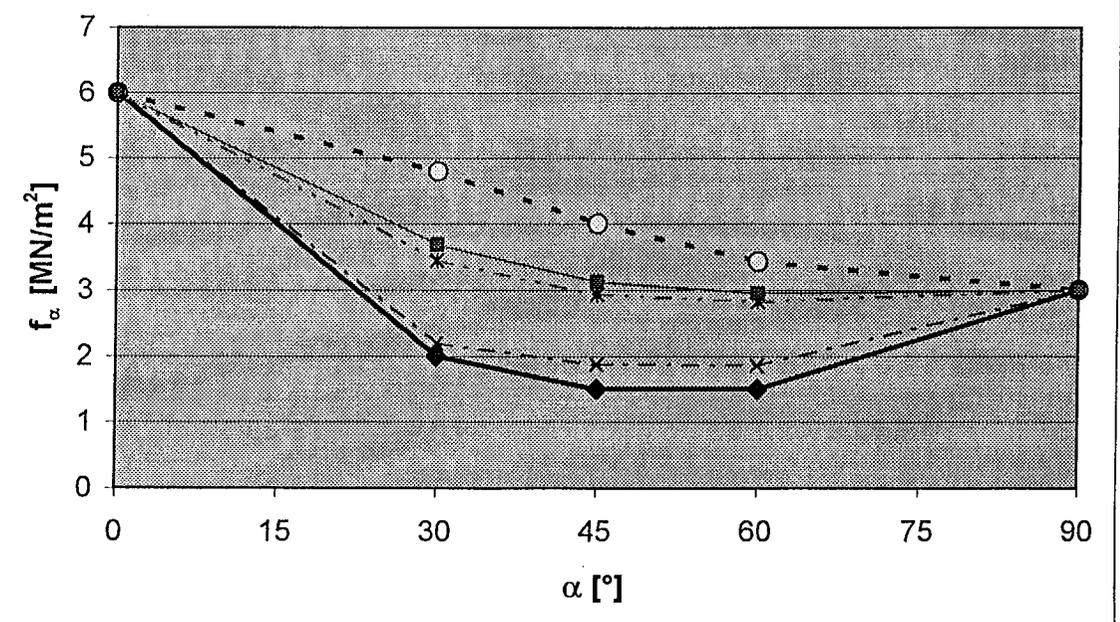


TYP: Dreischichtplatte 27mm
Zul.- Nr.: Z-9.1-413

Ausgangswerte aus Zulassung:

$\sigma_{ }$	6
σ_{\perp}	3
τ	1,75

Winkel [.]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	6	6	6	6	6
30	2	4,8	2,194093153	3,454567709	3,691639058
45	1,5	4	1,866666667	2,931620214	3,123993614
60	1,5	3,4285714	1,854934835	2,823230378	2,948276002
90	3	3	3	3	3

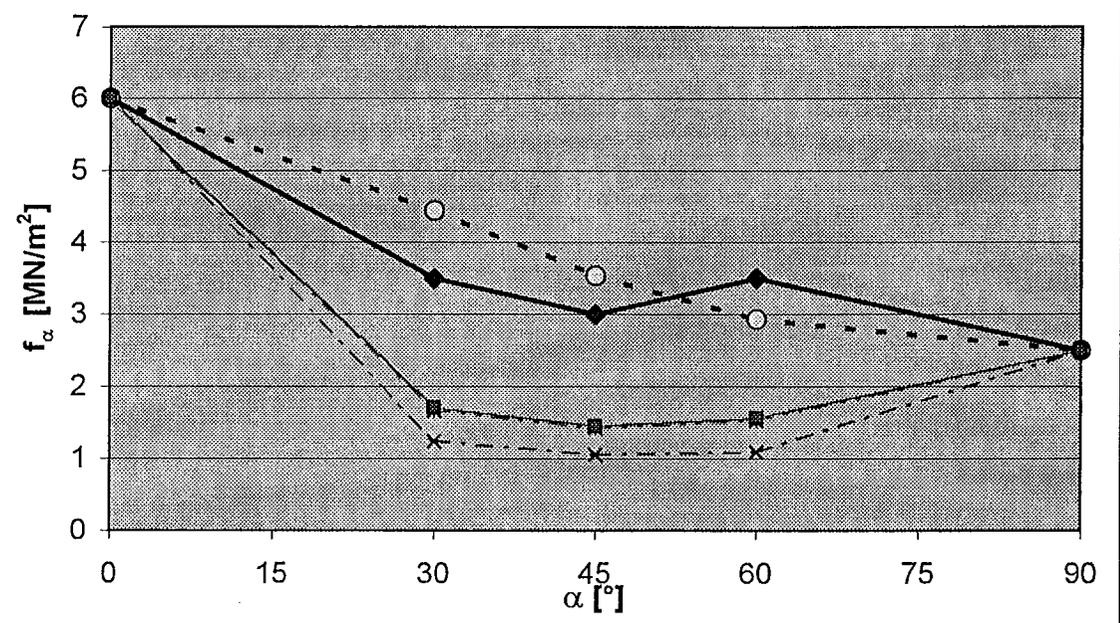


TYP: Dold 1A
Zul.- Nr.: Z-9.1-258

Ausgangswerte aus Zulassung:

σ_{\parallel}	6
σ_{\perp}	2,5
τ	0,75

Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	6	6	6	6	6
30	3,5	4,4444444	1,246338461	1,669083178	1,698926123
45	3	3,5294118	1,052631579	1,426551103	1,451376942
60	3,5	2,9268293	1,088119229	1,533804672	1,556866844
90	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5

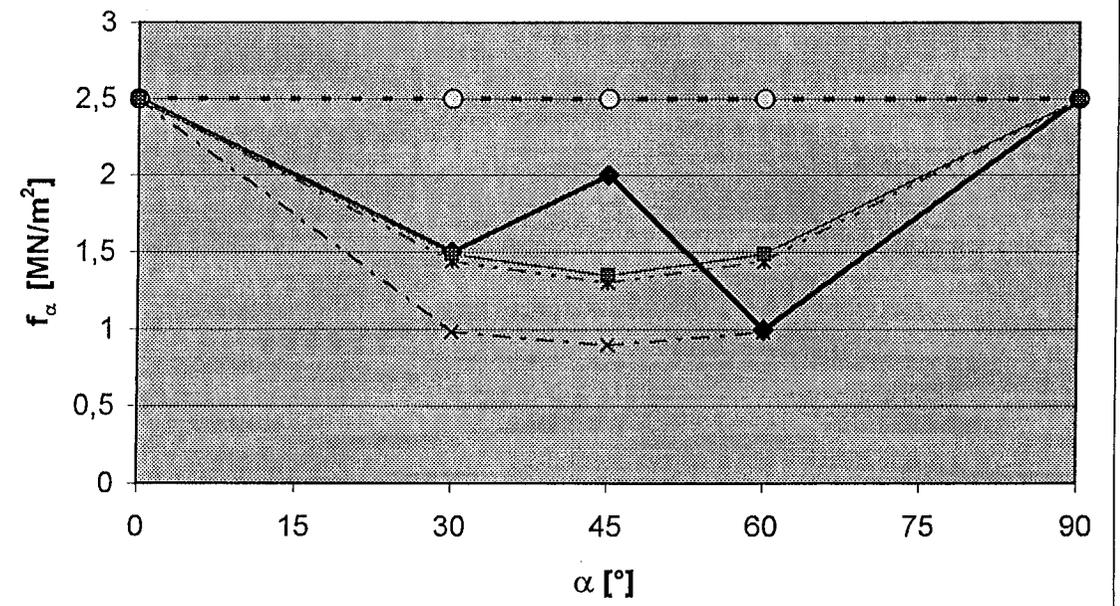


TYP: Dold 5A
Zul.- Nr.: Z-9.1-258

Ausgangswerte aus Zulassung:

σ_{\parallel}	2,5
σ_{\perp}	2,5
τ	0,7

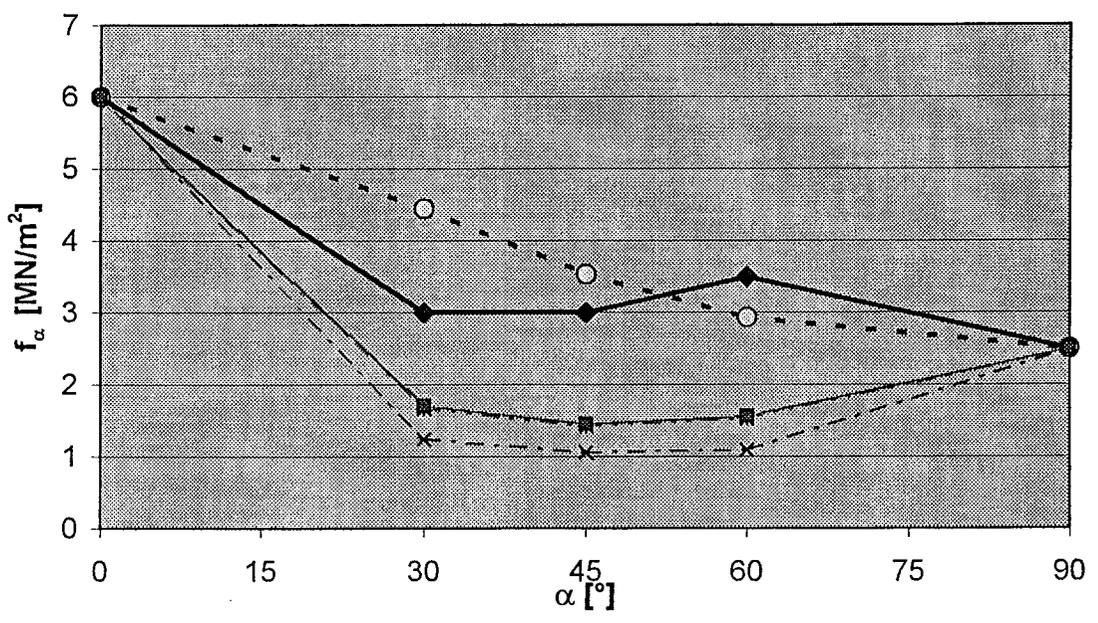
Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
30	1,5	2,5	0,981749691	1,439403212	1,486336932
45	2	2,5	0,897435897	1,301664006	1,348149628
60	1	2,5	0,981749691	1,439403212	1,486336932
90	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5



TYP: Dold 2A
Zul.- Nr.: Z-9.1-258

Ausgangswerte aus Zulassung:
 $\sigma_{||}$ 6
 σ_{\perp} 2,5
 τ 0,75

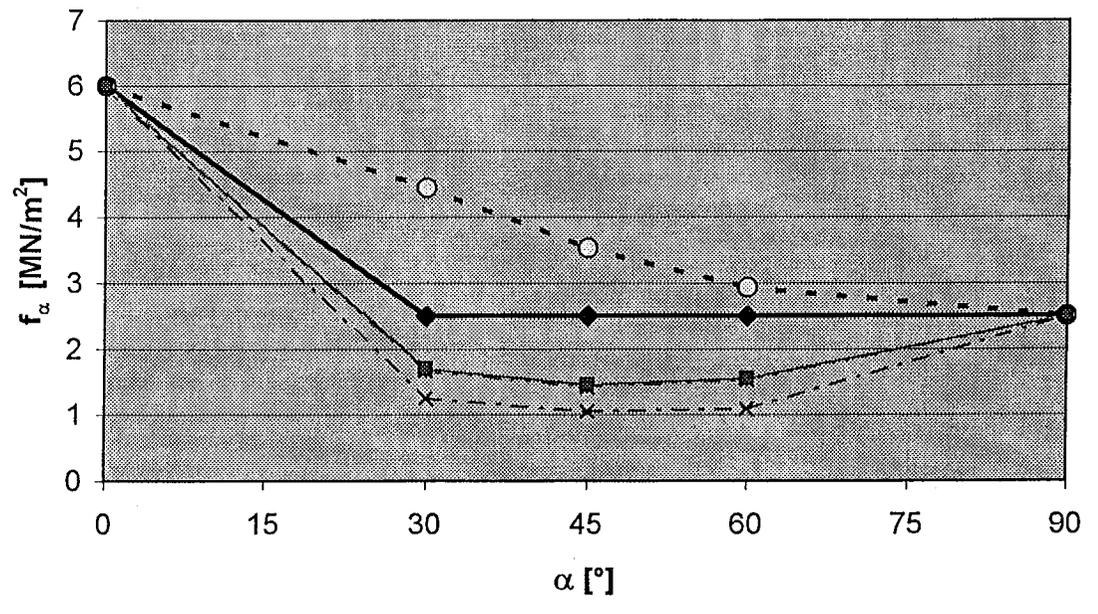
Winkel [.]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	6	6	6	6	6
30	3	4,4444444	1,246338461	1,669083178	1,698926123
45	3	3,5294118	1,052631579	1,426551103	1,451376942
60	3,5	2,9268293	1,088119229	1,533804672	1,556866844
90	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5



TYP: Dold 3A
Zul.- Nr.: Z-9.1-258

Ausgangswerte aus Zulassung:
 $\sigma_{||}$ 6
 σ_{\perp} 2,5
 τ 0,75

Winkel [.]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	6	6	6	6	6
30	2,5	4,4444444	1,246338461	1,669083178	1,698926123
45	2,5	3,5294118	1,052631579	1,426551103	1,451376942
60	2,5	2,9268293	1,088119229	1,533804672	1,556866844
90	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5

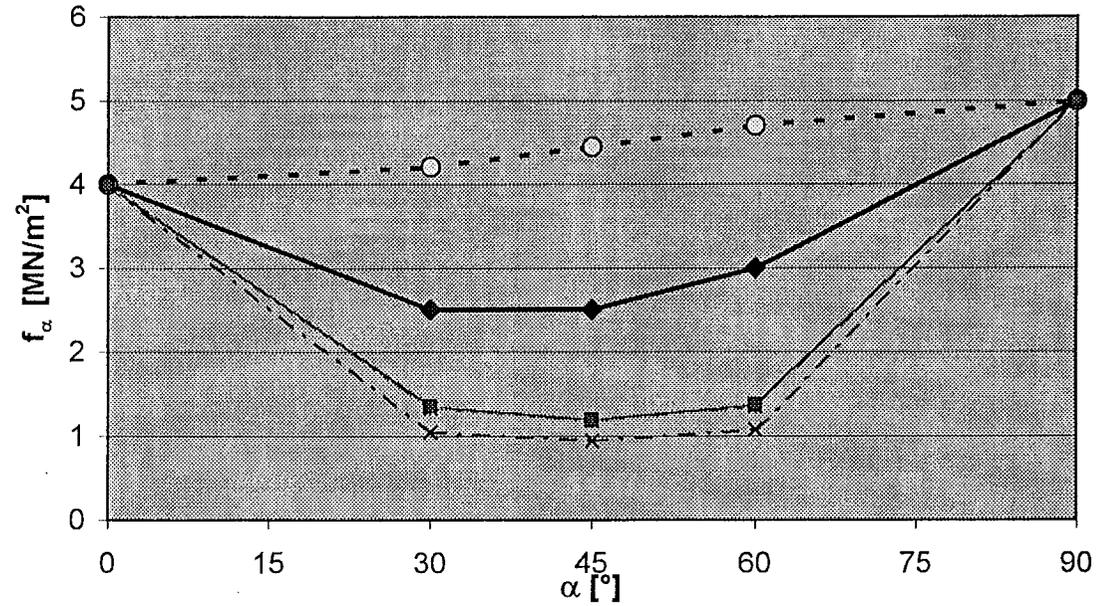


TYP: Dold 1B
Zul.- Nr.: Z-9.1-258

Ausgangswerte aus Zulassung:

σ_{\parallel}	4
σ_{\perp}	5
τ	0,6

Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	4	4	4	4	4
30	2,5	4,2105263	1,042548667	1,338111988	1,349486397
45	2,5	4,4444444	0,94488189	1,178454472	1,188818254
60	3	4,7058824	1,070448534	1,351796284	1,363526321
90	5	5	5	5	5

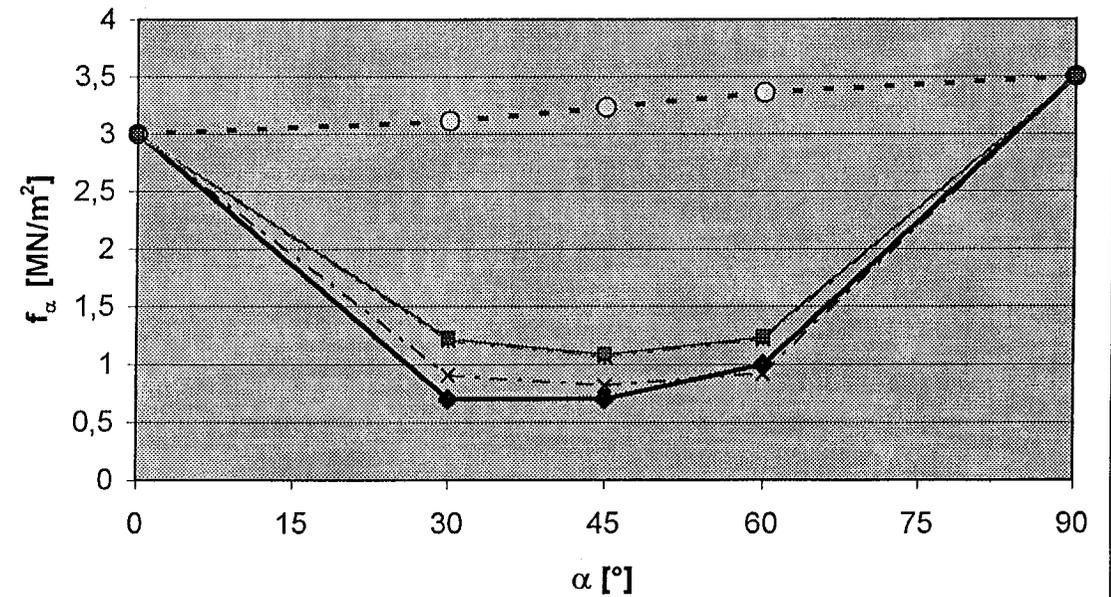


TYP: Dold 5B
Zul.- Nr.: Z-9.1-258

Ausgangswerte aus Zulassung:

σ_{\parallel}	3
σ_{\perp}	3,5
τ	0,55

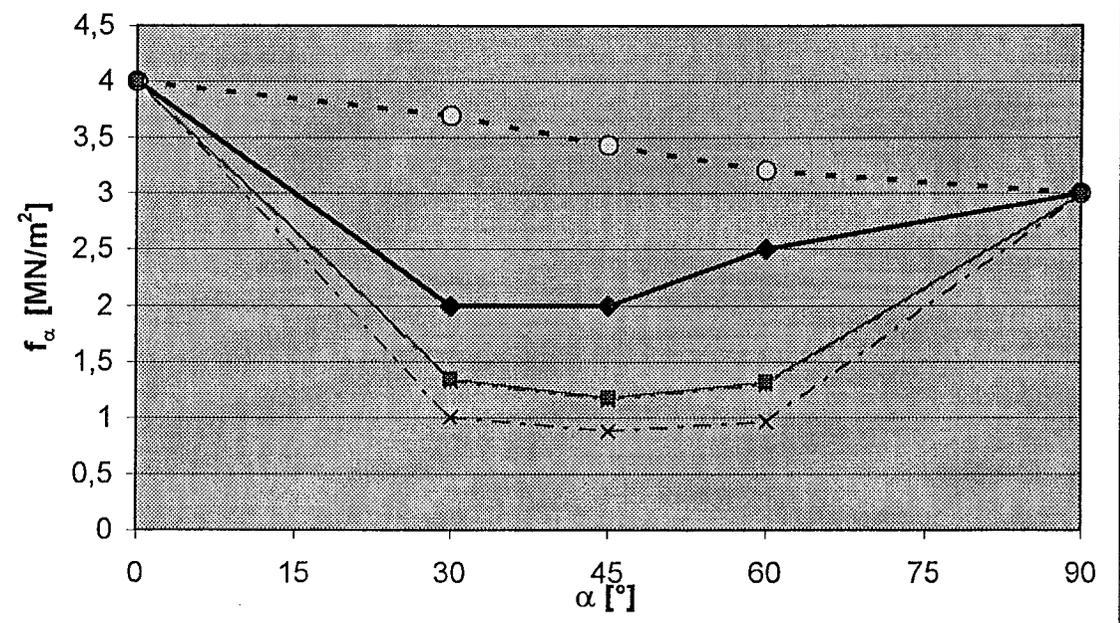
Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	3	3	3	3	3
30	0,7	3,1111111	0,901937403	1,206100859	1,2220779
45	0,7	3,2307692	0,820603908	1,069269708	1,084127763
60	1	3,36	0,921731307	1,219242481	1,235754709
90	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5



TYP: Dold 2B
 Zul.- Nr.: Z-9.1-258

Ausgangswerte aus Zulassung:
 σ_{\parallel} 4
 σ_{\perp} 3
 τ 0,6

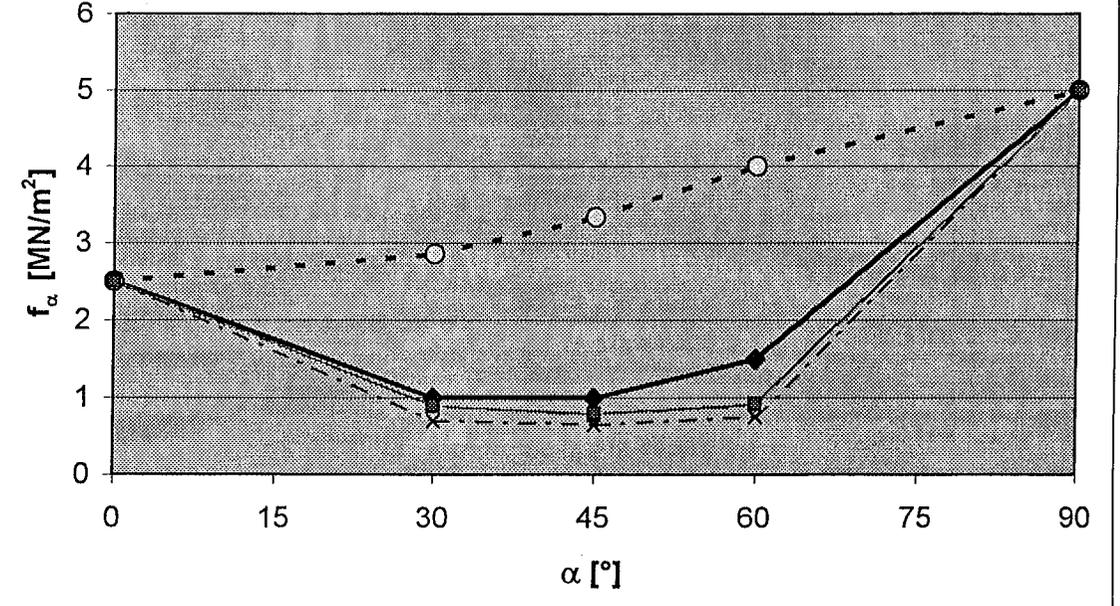
Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	4	4	4	4	4
30	2	3,6923077	1,007535185	1,332819228	1,351710521
45	2	3,4285714	0,888888889	1,164171	1,180962795
60	2,5	3,2	0,966942334	1,304945395	1,322660396
90	3	3	3	3	3



TYP: Dold 4B
 Zul.- Nr.: Z-9.1-258

Ausgangswerte aus Zulassung:
 σ_{\parallel} 2,5
 σ_{\perp} 5
 τ 0,4

Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
30	1	2,8571429	0,698064805	0,889328172	0,894650882
45	1	3,3333333	0,64516129	0,787499231	0,792428852
60	1,5	4	0,750451159	0,911211378	0,916939322
90	5	5	5	5	5



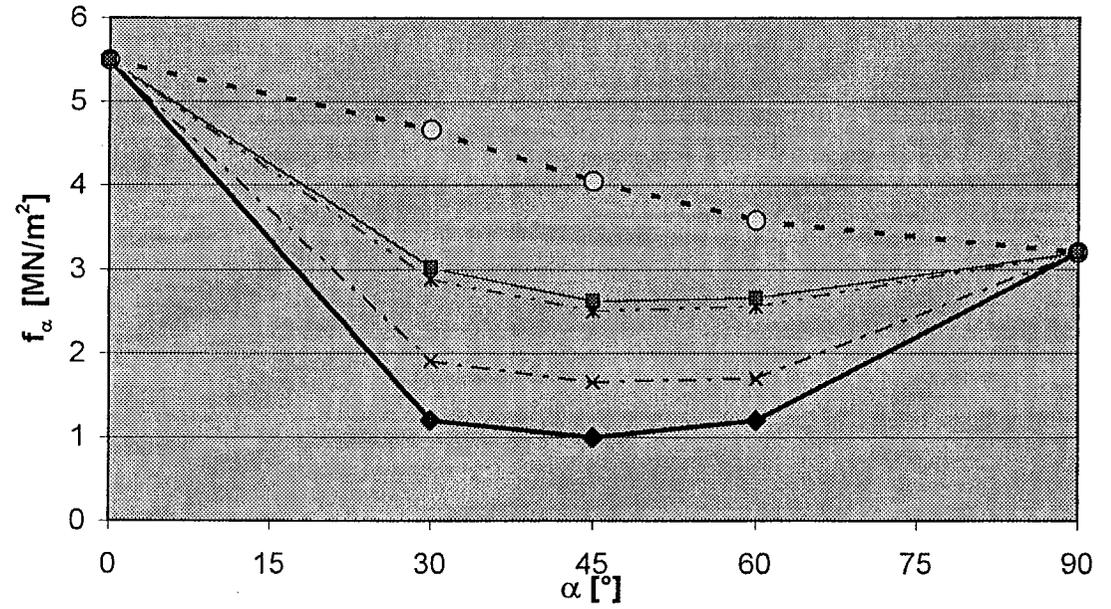
TYP: Merk Dickholz 5S/17/85

Zul.- Nr.: Z-9.1-354

Ausgangswerte aus Zulassung:

$\sigma_{ }$	5,5
σ_{\perp}	3,2
τ	1,4

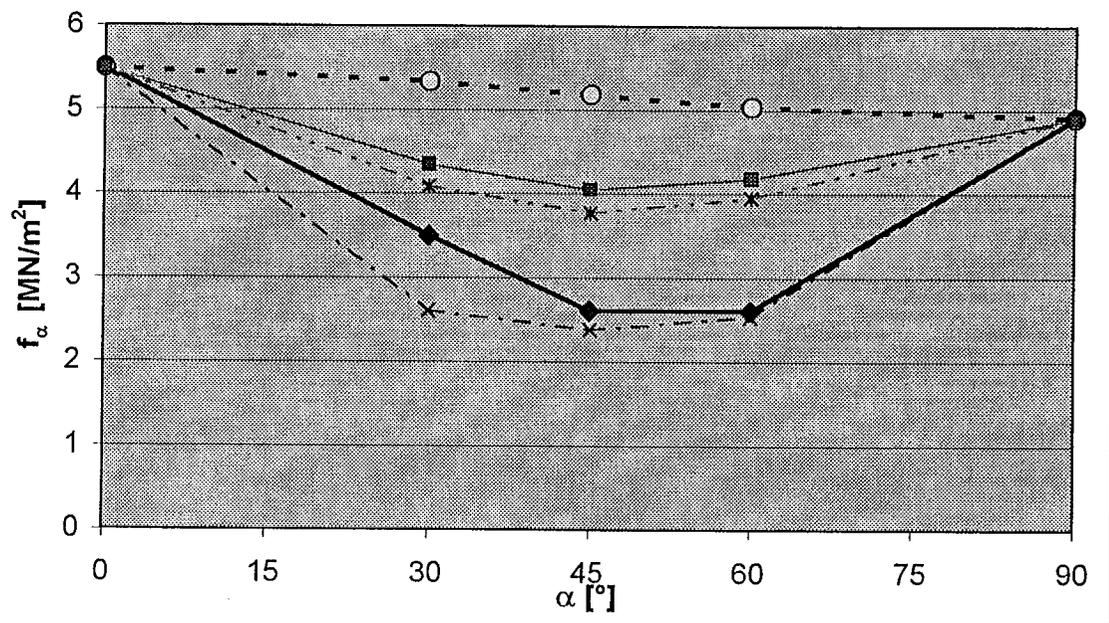
Winkel [.]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5
30	1,2	4,6622517	1,90918604	2,882409118	3,019117624
45	1	4,045977	1,65480188	2,498208601	2,616895571
60	1,2	3,5736041	1,697434556	2,559386753	2,653653333
90	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2



TYP: 5S/6,3/33
 Zul.- Nr.: Z-9.1-404

Ausgangswerte aus Zulassung:
 σ_{\parallel} 5,5
 σ_{\perp} 4,9
 τ 2,2

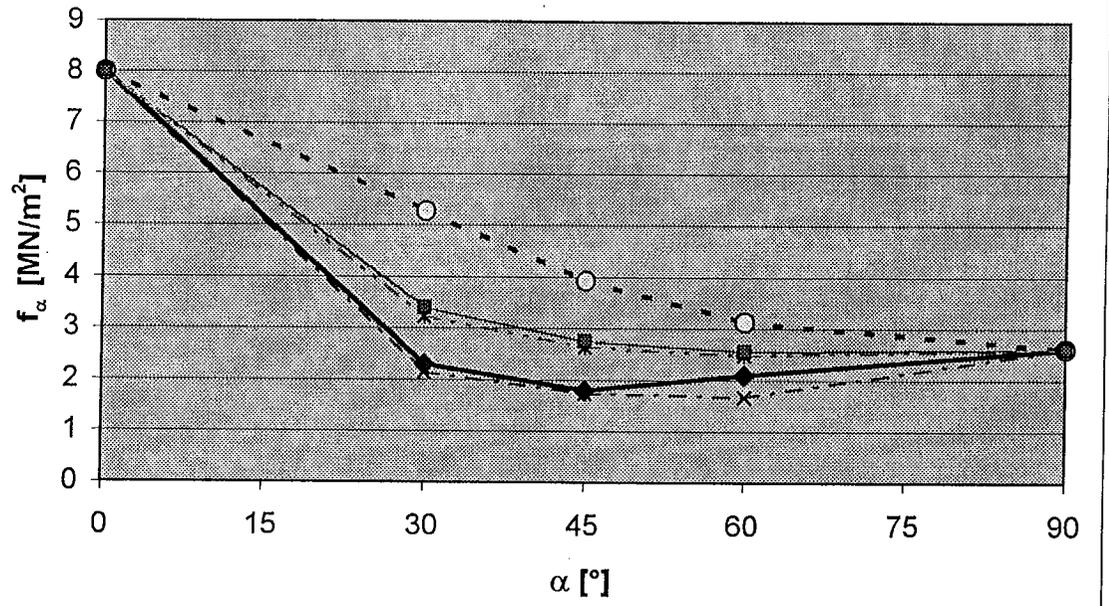
Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5
30	3,5	5,3366337	2,602756841	4,084600884	4,344523189
45	2,6	5,1826923	2,379690949	3,770775427	4,047115712
60	2,6	5,0373832	2,529470063	3,945655165	4,178427969
90	4,9	4,9	4,9	4,9	4,9



TYP: 5S/6,1/56
 Zul.- Nr.: Z-9.1-404

Ausgangswerte aus Zulassung:
 σ_{\parallel} 8
 σ_{\perp} 2,6
 τ 1,55

Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	8	8	8	8	8
30	2,3	5,2658228	2,130983548	3,226170229	3,389073021
45	1,8	3,9245283	1,73193661	2,62661081	2,742789736
60	2,1	3,1278195	1,669241271	2,482755653	2,554748056
90	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6



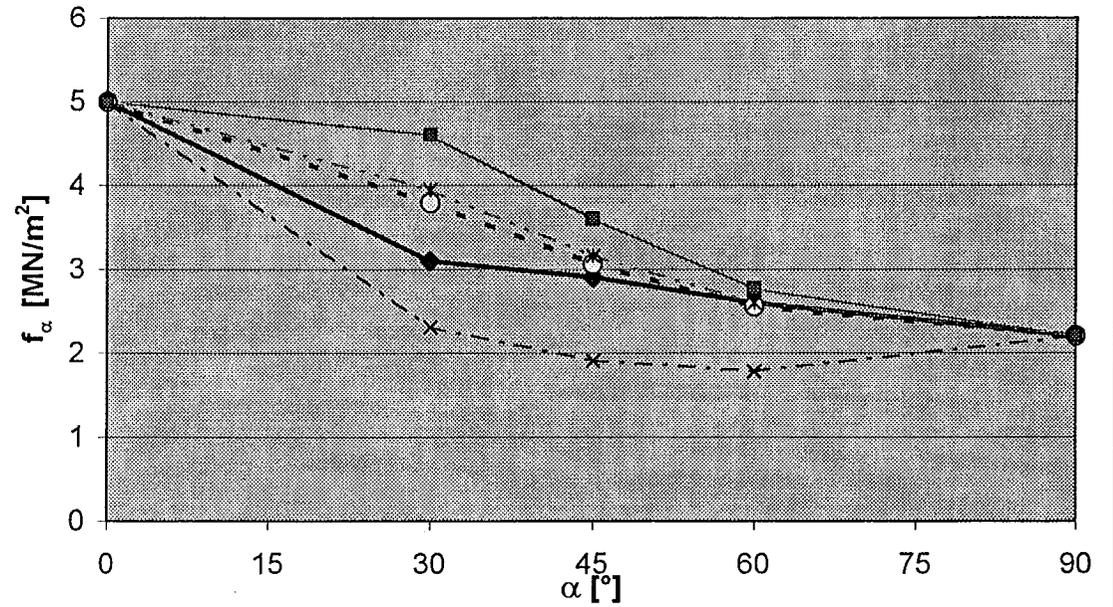
TYP: 3S/4,3/13

Zul.- Nr.: Z-9.1-404

Ausgangswerte aus Zulassung:

σ_{\parallel}	5
σ_{\perp}	2,2
τ	2,55

Winkel [.]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	5	5	5	5	5
30	3,1	3,7931034	2,307096369	3,945201822	4,602735008
45	2,9	3,0555556	1,910762943	3,16070333	3,595067483
60	2,6	2,5581395	1,783427697	2,603301094	2,768091272
90	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2



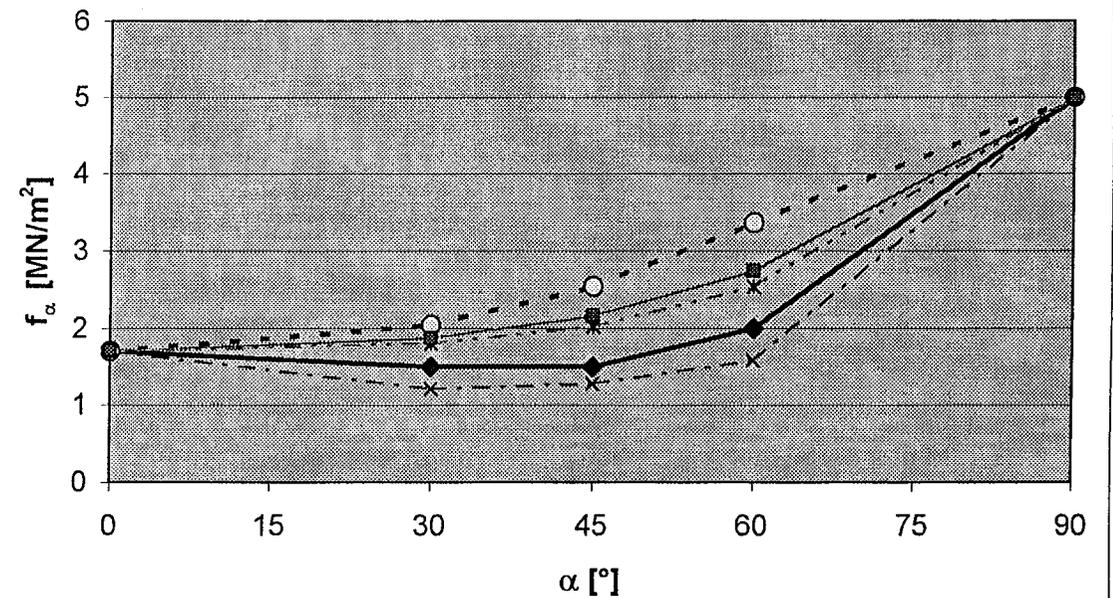
TYP: 3S/6,1/42

Zul.- Nr.: Z-9.1-404

Ausgangswerte aus Zulassung:

σ_{\parallel}	1,7
σ_{\perp}	5
τ	1,3

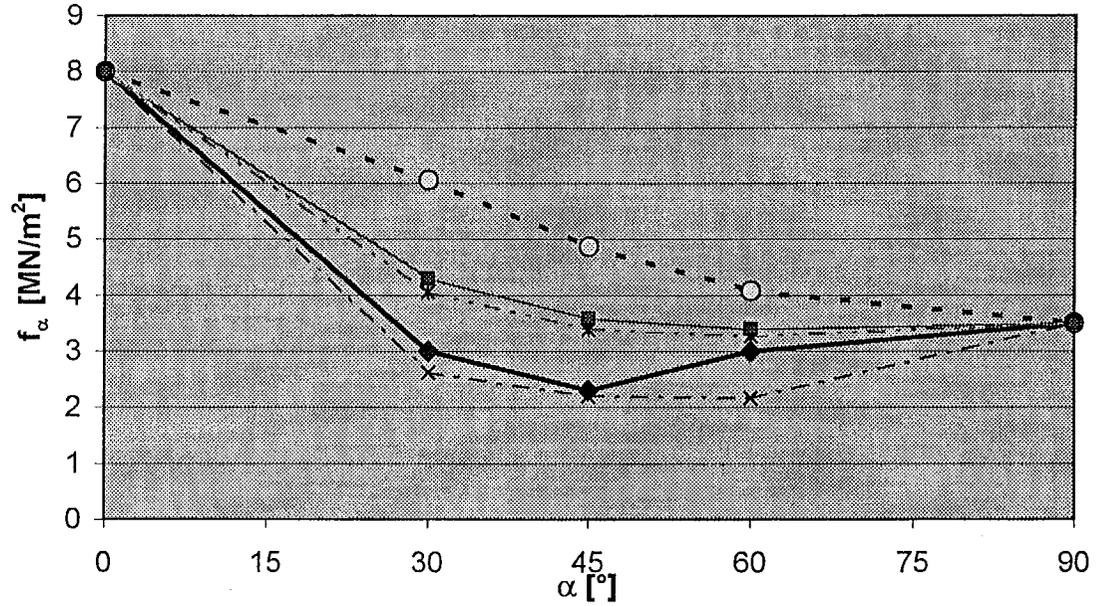
Winkel [.]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7
30	1,5	2,0359281	1,213204767	1,80163095	1,869813566
45	1,5	2,5373134	1,28413713	2,022642036	2,156543027
60	2	3,3663366	1,586935037	2,539404268	2,741895915
90	5	5	5	5	5



TYP: **Multiplan 3S 6,7- 20**
 Zul.- Nr.: **Z-9.1-242**

Ausgangswerte aus Zulassung:
 σ_{\parallel} 8
 σ_{\perp} 3,5
 τ 2

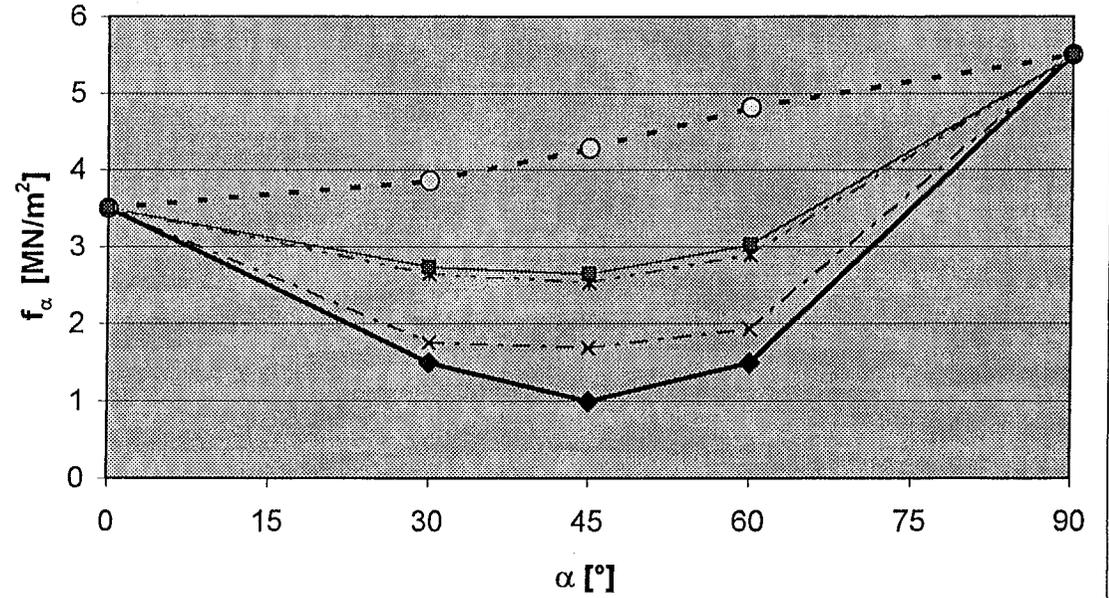
Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	8	8	8	8	8
30	3	6,0540541	2,619962019	4,056666505	4,300541287
45	2,3	4,8695652	2,196078431	3,393939394	3,583197454
60	3	4,0727273	2,164305104	3,265639229	3,388886283
90	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5



TYP: **Multiplan 3S 6,7- 40**
 Zul.- Nr.: **Z-9.1-242**

Ausgangswerte aus Zulassung:
 σ_{\parallel} 3,5
 σ_{\perp} 5,5
 τ 1,4

Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
30	1,5	3,85	1,757361002	2,63846045	2,732735304
45	1	4,2777778	1,692307692	2,530035498	2,642244164
60	1,5	4,8125	1,93391056	2,894476066	3,020333693
90	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5

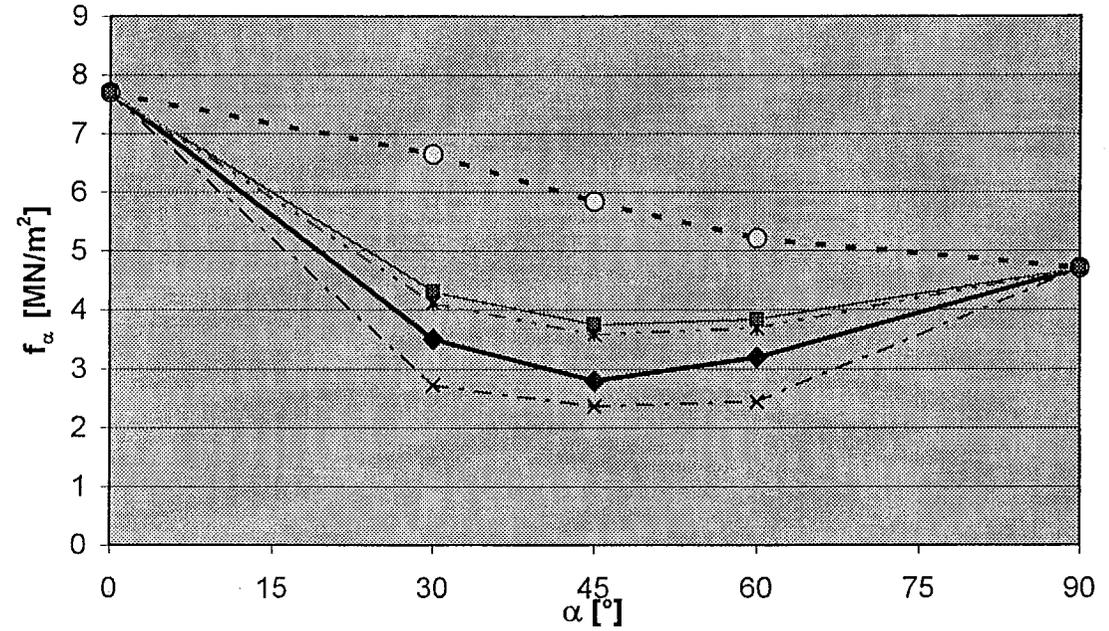


TYP: Schwörer 3S/5,5/16
 Zul.- Nr.: Z-9.1-209

Ausgangswerte aus Zulassung:

σ_{\parallel}	7,7
σ_{\perp}	4,7
τ	2

Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7
30	3,5	6,640367	2,724050143	4,110266282	4,302892079
45	2,8	5,8370968	2,373503853	3,579796519	3,749609719
60	3,2	5,2071942	2,447690699	3,691239559	3,828856515
90	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7

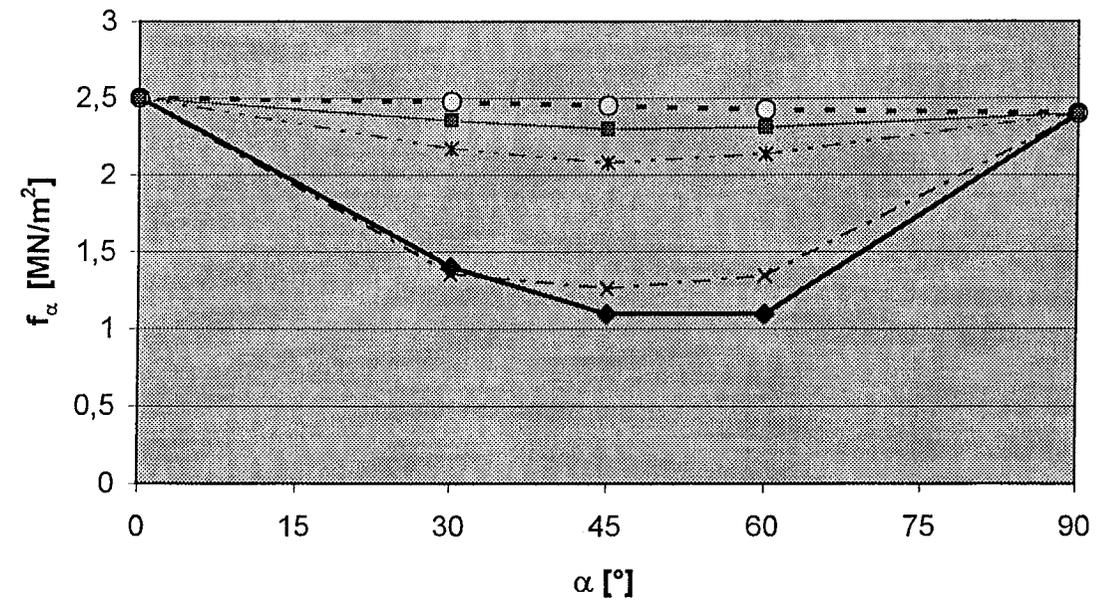


TYP: Schwörer 3S/5,5/42
 Zul.- Nr.: Z-9.1-209

Ausgangswerte aus Zulassung:

σ_{\parallel}	2,5
σ_{\perp}	2,4
τ	1,3 (Mittelwert)

Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
30	1,4	2,4742268	1,356385815	2,172899534	2,353446513
45	1,1	2,4489796	1,261115602	2,079133413	2,296181861
60	1,1	2,4242424	1,341225653	2,138808718	2,310306922
90	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4

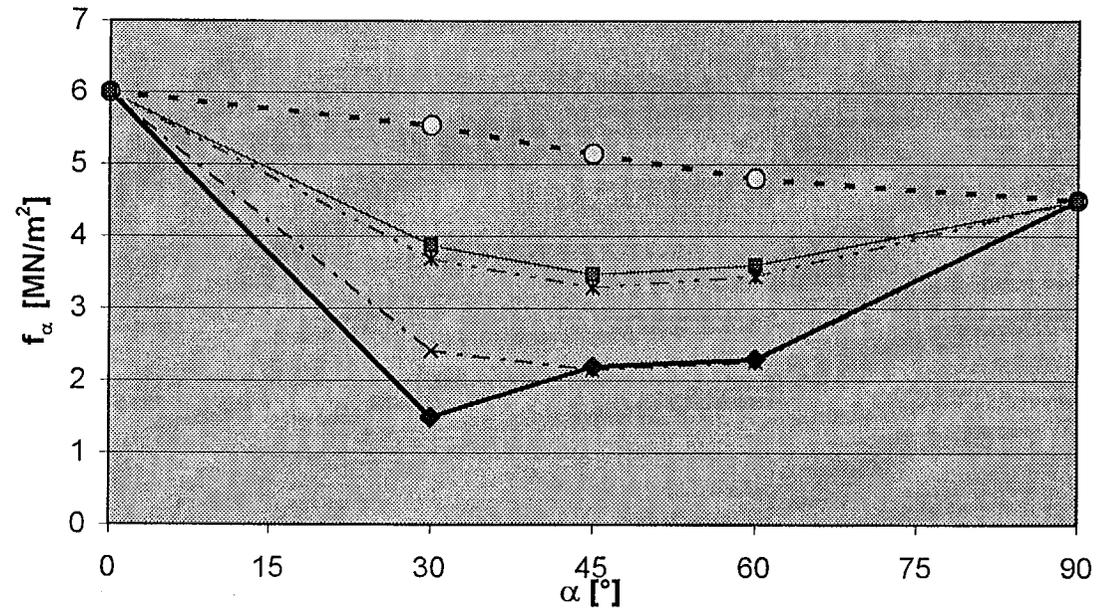


TYP: WIEHAG Dreischichtplatte 30mm
Zul.- Nr.: Z-9.1-394

Ausgangswerte aus Zulassung:

σ_{\parallel}	6
σ_{\perp}	4,5
τ	1,85

Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	6	6	6	6	6
30	1,5	5,5384615	2,411867495	3,688657597	3,87633328
45	2,2	5,1428571	2,151857835	3,290895839	3,469444165
60	2,3	4,8	2,260427193	3,444215573	3,595495321
90	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5



TYP: WIEHAG Fünfschichtplatte 35-40mm
Zul.- Nr.: Z-9.1-394

Ausgangswerte aus Zulassung:

σ_{\parallel}	5,5
σ_{\perp}	4,8
τ	2,15

Winkel [°]	zul σ [MN/m ²]	analog EC 5 [MN/m ²]	lineare Theorie [MN/m ²]	quadratische Theorie [MN/m ²]	Theorie nach Norris [MN/m ²]
0	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5
30	3,2	5,3065327	2,565100807	4,020307816	4,273039646
45	2,7	5,1262136	2,338448862	3,696145601	3,96125048
60	3	4,9577465	2,480738294	3,862108158	4,084513015
90	4,8	4,8	4,8	4,8	4,8

